



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THÈSE

Présentée à

**L'UNIVERSITÉ PAUL VERLAINE-METZ**  
**UFR Mathématique, Informatique, Mécanique et Automatique**

Pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paul Verlaine de Metz**

Spécialité : Sciences de l'ingénieur  
(Mention : AUTOMATIQUE)

Par

**Souheil AYED**

Titre de la thèse :

**Contribution au développement des stratégies de gestion  
de maintenance intégrée faisant appel à la sous-traitance**

Soutenance le 13 décembre 2011 devant le jury composé de :

Rapporteurs :

Abdelhakim ARTIBA

Professeur à l'Université de Valenciennes

Jean Pierre KENNÉ

Professeur à l'École de Technologie Supérieure, Québec

Examineurs :

Benoit IUNG

Professeur à la Faculté des Sciences de Nancy

Anis CHELBI

Professeur à l'École Supérieure des Science et Technique  
de Tunis

Directeur de thèse :

Nidhal REZG

Professeur à l'Université Paul Verlaine de Metz

Co-encadrant :

Sofiène DELLAGI

Maitre de conférences à l'Université Paul Verlaine de Metz

## **À mes très chers parents,**

Et toutes ces années si loin de la vérité  
Oh très chers parents je vous manquais de respect  
J'étais loin de penser qu'j'étais vraiment ingrat  
Et qu'vous n'avais jamais cessé de prier pour moi  
Vous êtes toujours présents pour mon bonheur  
Et vous n'êtes jamais absent dans mes douleurs

Comment parler de moi sans parler de vous  
Mes très chers parents je vous dois tant  
C'est grâce à vous que ma vie ne connaît pas de grands remous  
C'est pour cette raison que je débute en vous remerciant

Vous le premier amour que j'ai connu  
Et jamais ce sentiment ne sera interrompu  
Merci de m'aimer comme vous le faites si merveilleusement  
Les outils les espoirs et les rêves m'appartiennent maintenant

## **À mon cher frère**

Quiconque vivant sur la terre  
Est pour moi un précieux frère  
Je te dédie ces modestes mots  
Pour ce frère lointain que j'aime  
Si je suis l'argent, tu serais l'or  
Si je suis faible, tu serais fort

Que DIEU vous bénissent ...  
Je vous aime...

## **À la mémoire de mes cher grands parents**

# *Remerciements*

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été accompli au sein de l'équipe Fiabilité & Maintenance du Laboratoire de Génie Industriel et de Production de Metz.

Je souhaite remercier très vivement la personne sans laquelle tout ceci n'existerait pas. J'exprime

en effet toute ma profonde gratitude à Mr Nidhal REZG, Professeur à l'Université Paul Verlaine – Metz pour m'avoir accueilli au sein de sa jeune équipe . Je lui suis sincèrement reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoignée depuis le début et tout au long de la thèse, pour son encadrement, ses conseils et ses orientations et surtout sa patience. J'espère avoir été digne de cette confiance.

Je tiens à remercier tout particulièrement Mr Sofiène DELLAGI, Maître de conférences à

l'Université Paul Verlaine de Metz, pour ses précieux conseils et orientations, mais également pour sa disponibilité et son dévouement. Qu'il sache qu'il a été pour moi un co-encadrant, un amis et un frère. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et ses encouragements qui m'ont été d'une grande utilité.

Je tiens également à adresser mes plus vifs remerciements aux membres du jury, qui m'ont honoré d'avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse.

Merci à MM. Abdelhakim ARTIBA, Professeur à l'Université de Valenciennes et Jean Pierre Kenné Professeur à l'École de Technologie Supérieure de Montréal, d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit.

Merci à MM. Benoît IUNG, Professeur à l'Université Henri Poincaré Nancy I, et Anis CHELBI, mon Professeur à l'École Supérieure des Science et Techniques de Tunis, pour son aide et ses conseils judicieux qui ont été précieux pour moi.

C'est avec un grand plaisir et une grande joie et fierté que j'exprime plus ma reconnaissance fraternelle à mes amis rencontré à Metz et particulièrement Sadok Turki, Zied Hajjej, Foued Mkaouar et sa femme Imen Khaldi, hatem Sioud, Housseem Chouikhi et Wajdi Trabelsi qui m'ont soutenue et qui n'ont épargner aucun effort pour m'aider surtout pendant les moments difficiles durant ces trois années.

Je tiens également à remercier vivement l'ensemble des chercheurs et secrétaires du laboratoire pour leurs aides scientifiques et l'ambiance amicale dans laquelle s'est déroulé ce travail et, en particulier, Hakim Khatab, Mohamed Dahane, Jérémie Schutz, sans oublier notre

Chère Chantal Fousse pour sa gentillesse et son dévouement ainsi que Christel Wemer.

Ma reconnaissance et ma profonde gratitude s'adressent à tous mes amis, particulièrement Ahmed Selmane, Karim Younes, Wissem Daoud et Abdelatif Chedly.

Enfin, j'adresse tous mes remerciements à mes parents et mon frère sans oublier mes oncles, mes tantes ainsi que leurs femmes, maries et enfants pour leur amour et leur soutien inconditionnel durant toutes ces années.

# *Table des matières*

<i>Remerciements</i> .....	<b>ii</b>
<b>Table des matières</b> .....	<b>i</b>
<b>Liste des tableaux</b> .....	<b>iv</b>
<b>Liste des Figures</b> .....	<b>v</b>
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 : Etude bibliographique et description du problème de la thèse</b> .....	<b>4</b>
1.1 Introduction .....	5
1.2 Les systèmes de production .....	6
1.2.1 Classification des systèmes de productions .....	6
1.2.2 Classification en fonction des quantités et de la répétitivité .....	6
1.2.3 Classification en fonction du flux de production .....	7
1.2.4 Classification en fonction de la relation avec le client.....	8
1.3 La maintenance.....	10
1.3.1 Les types de maintenances .....	11
1.3.2 Les politiques de maintenances .....	11
1.3.3 La maintenance intégrée à la production.....	12
1.4 La sous-traitance.....	19
1.4.1 L'évolution de la pratique de l'externalisation .....	20
1.4.2 L'évolution du concept de l'externalisation .....	22
1.4.3 Les inconvénients de l'externalisation.....	22
1.5 Description du problème .....	24
1.5.1 Motivation de l'étude .....	24
1.5.2 Problématique.....	25
1.6 Conclusion.....	26
<b>Chapitre 2 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour un système de production faisant appel à plusieurs sous-traitants. .</b>	<b>28</b>
2.1 Introduction .....	29
2.2 Description du problème .....	31
2.2.1 Problématique industrielle.....	31
2.2.2 Notations .....	33
2.3 Stratégie du choix d'un sous-traitant unique .....	33
2.3.1 Politique de maintenance .....	33

2.3.2	Politique de production .....	34
2.3.3	Etude analytique .....	34
2.3.4	Exemple numériques et interprétation.....	38
2.4	Stratégie de switching entre les sous-traitants .....	39
2.4.1	Politique de maintenance .....	39
2.4.2	Politique de production .....	40
2.4.3	Etude analytique .....	40
2.5	Conclusion .....	49
<b>Chapitre 3 : Optimisation d'une politique de maintenance intégrée sous une contrainte de sous-traitance avec construction de stock.....</b>		<b>51</b>
3.1	Introduction .....	52
3.2	Description de la politique.....	52
3.2.1	Notations .....	52
3.2.2	Hypothèses .....	53
3.2.3	Politique de maintenance. ....	53
3.2.4	Politique de production .....	53
3.3	Etude analytique .....	54
3.3.1	Développement analytique des coûts .....	55
3.4	Résolution numérique.....	61
3.5	Exemple numérique et interprétation .....	62
3.5.1	Etude de sensibilité.....	64
3.6	Conclusion.....	67
<b>Chapitre 4 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production en tenant compte de l'influence du taux de production sur la dégradation du système de production. ....</b>		<b>69</b>
4.1	Introduction .....	70
4.2	Description du problème .....	71
4.3	Etat des travaux .....	72
4.4	Notations.....	75
4.5	Stratégie de production.....	75
4.5.1	Le modèle HMMS.....	76
4.5.2	Etude analytique .....	77
4.5.3	Détermination du plan de production.....	83
4.6	Influence du taux de défaillance sur le plan de production .....	84
4.6.1	Estimation du coût de dégradation .....	84
4.6.2	Etude analytique .....	84

4.6.3	Optimisation .....	85
4.6.4	Exemple numérique.....	87
4.7	Optimisation d'une politique de maintenance et de production .....	89
4.7.1	Politique de maintenance .....	89
4.7.2	Optimisation .....	91
4.7.3	Exemple numérique.....	93
4.7.4	Analyse de la sensibilité .....	94
4.8	Conclusion .....	95
<b>Conclusion Générale .....</b>		<b>97</b>
<b>Références Bibliographiques .....</b>		<b>100</b>
<b>Résumé .....</b>		<b>107</b>
<b>Abstract .....</b>		<b>107</b>



## *Liste des tableaux*

Tableau 1.1 : Classification quantité/répétitivité.....	7
Tableau 2.1 : Comparaison entre l'optimisation séquentielle et l'optimisation simultanée. ...	49
Tableau 4.1 : Demande moyenne .....	87
Tableau 4.2 : Plan de production.....	87
Tableau 4.3 : Résultat de l'optimisation du plan de production avec coût de dégradation.....	88
Tableau 4.4 : Demande moyenne (cas avec politique de maintenance préventive).....	93
Tableau 4.5 : Optimisation conjointe des politiques de maintenance et de production .....	93
Tableau 4.6 : Quantité transférée le long de l'horizon pour le cas (-2, 2) et $N = 5$ .....	94
Tableau 4.7 : Variation de la solution optimale en fonction de $C_{pr2}$ .....	94

## *Liste des Figures*

Figure 2.1 : Problématique industrielle .....	32
Figure 2.2 : Décision optimale. ....	37
Figure 2.3 : Courbe de $CTm$ en fonction de $T$ . ....	43
Figure 2.4 : Courbe de $CT$ en fonction de $x$ . ....	44
Figure 2.5 : Courbe de variation de $\frac{\partial CT(T)}{\partial T}$ en fonction de $T$ . ....	48
Figure 2.6 : Courbe de variation du coût total en fonction de $T$ et $\xi$ . ....	48
Figure 2.7 : Évolution du coût total en fonction de $T$ .....	48
Figure 3.1 : Evolution du stock en fonction de $T$ et $S$ . ....	56
Figure 3.2 : Evolution du pendant $\mu_p$ . ....	57
Figure 3.3 : Evolution du stock pendant $\mu_p$ (cas pénurie). ....	58
Figure 3.4 : Procédure numérique itérative. ....	62
Figure 3.5 : Evolution du coût total moyen en fonction $C_s$ . ....	63
Figure 3.6 : Evolution du coût total moyen en fonction de $\alpha$ avec $\beta_2=0.85$ . ....	64
Figure 3.7 : Variation du coût total moyen en fonction de $\beta_2$ .....	65
Figure 3.8 : Détermination du coût de production limite $C_{pri}$ en fonction de $\beta_i$ par rapport au sous-traitant de référence. ....	67
Figure 4.1 : Contexte de l'étude .....	71
Figure 4.2 : Plan de production. ....	84
Figure 4.3 : Procédure d'optimisation du plan de production.....	86
Figure 4.4 : Variation du coût total en fonction de la quantité transférée $\Delta U$ .....	88
Figure 4.5 : Plan de maintenance par rapport à l'horizon de production .....	89
Figure 4.6 : Procédure d'optimisation de la politique de maintenance et de production. ....	92

## *Introduction générale*

L'environnement industriel actuel est caractérisé par des marchés soumis à une concurrence rude poussée par une clientèle toujours plus exigeante en termes de qualité, de coût et de délai de livraison. Cette transformation du monde industriel est facilitée par le développement vélocité des technologies de l'information et des moyens de communications.

Dans de tel contexte, pour suivre la compétitivité industrielle, les entreprises doivent maîtriser au mieux leurs coûts d'exploitation tout en optimisant leurs moyens de production. Afin d'éviter le non respect des délais et la non-conformité des exigences des clients en terme de qualité et par conséquent les coûts, l'entreprise doit passer obligatoirement par le maintien en état de fonctionnement de ses moyens de production. Depuis toujours, cette tâche a été la préoccupation majeure des managers des entreprises, où il est capital de compter sur un système de production performant à tout instant. Pour assurer leurs compétitivités, les entreprises ne doivent plus subir les aléas, mais elles doivent les prévenir pour anticiper des solutions. Il est nécessaire d'élaborer des stratégies techniques qui améliorent l'exploitation et qui garantissent la disponibilité des équipements, et en même temps, il est nécessaire de définir aussi une méthodologie de planification des tâches de production et des interventions de maintenances.

Les responsables de la gestion de la production supposent souvent que le système de production est disponible tout le temps. Cependant, pour assurer une disponibilité maximale des équipements, il est indispensable de prévoir des interventions de maintenance préventive sur les équipements. Si ces interventions ne sont pas réalisées au bon moment, le système de production court un risque très élevé de tomber en pannes ou de devenir défectueux, ce qui entraîne des retards de livraison ou des produits non conformes et qui fait subir à l'entreprise des coûts importants, voire même la perte des clients potentiels qui risque d'affecter l'image de marque et la crédibilité de l'entreprise sur le marché.

Par conséquent, il est primordial de coordonner les stratégies de la maintenance et celles de la production, afin d'avoir une vue globale sur tout le système de production, garantissant ainsi, un traitement maximal des exigences des clients et une meilleure réactivité contre tous problèmes ou aléas survenus. Cette nouvelle stratégie de coordination entre la maintenance et la production est connue sous une nouvelle approche, appelée dans la littérature, la maintenance intégrée, assurant le couplage entre la gestion de la maintenance et celle de la production.

Parfois les stratégies de maintenance intégrée s'avèrent insuffisantes pour réduire au maximum les coûts de maintenance et d'exploitation, pour augmenter la disponibilité des systèmes de production et surtout pour permettre de répondre à une demande supérieure à la capacité de production maximale. Dans de telle situation, où l'entreprise est amenée à satisfaire une demande qui dépassent ses limites de production pour gagner de nouveaux

marchés ou juste pour préserver ses clients potentiels dans un marché où la concurrence est de plus en plus rude, elle est obligée d'avoir recours à la sous-traitance, qui consiste à transférer tout ou une partie d'une fonction d'une organisation vers un partenaire externe. En contre partie, la sous-traitance présente des inconvénients, comme par exemple le manque d'information et de transparence surtout concernant la gestion de la maintenance du prestataire, ce qui complique plus la tâche de la gestion de la production. Généralement, le coût de production des sous-traitants est plus élevé que la production interne. En plus, on ne peut pas négliger le problème de manque de flexibilité de la part du prestataire qui se traduit souvent par des délais trop longs ce qui affecte la réactivité de tout le système de production. Pour répondre à la demande client, tout en étant compétitive de point de vue quantité, coûts et délai, l'entreprise doit gérer toutes les contraintes déjà citées (sa propre gestion de maintenance et de production, la gestion du sous-traitant, les aléas,...). Cette problématique a été l'objectif de cette thèse. À travers ce travail, nous étudions le cas d'une entreprise manufacturière qui pour satisfaire une demande supérieure à sa capacité maximale de production, fait appel à la sous-traitance.

L'objectif de la recherche menée dans cette thèse consiste à trouver un compromis entre la gestion de la maintenance et la gestion de la production d'une part, et d'autre part, de gérer le soutien productique d'une ou plusieurs entreprises sous-traitantes qui diffèrent par leurs disponibilités et leurs coûts de production unitaires tout en minimisant les différents coûts, à savoir les coûts de production des machines (commanditaire et sous-traitantes), les coûts de maintenance et les coûts de stockage et/ou des demandes perdues. Ceci passe par un couplage des scénarios de production aux scénarios de maintenance sous la contrainte de sous-traitance. Cette recherche est menée sur deux axes. Dans le premier, nous traiterons le cas d'une demande constante sur un horizon infini. Dans une première étape, nous développerons le problème du choix économique entre deux sous-traitants, suivis de la stratégie de commutation entre deux sous-traitants. Dans une autre étape, nous développerons une stratégie de construction de stock basée sur la politique du "hedging point". Dans le second axe, nous traiterons le cas d'une demande aléatoire à satisfaire sur un horizon fini, sous un niveau de service exigé, en considérant que le taux de panne du système de production commanditaire est variable en fonction du temps et de l'usage.

Ainsi, ce mémoire est organisé en quatre chapitres comme suit :

Le premier chapitre a été consacré à la présentation de la problématique de la maintenance intégrée à la production qui consiste à définir une politique de gestion de maintenance couplée à la production dans un contexte de sous-traitance. Etant donnée la dépendance des politiques de maintenance de la typologie des systèmes de production, nous présenterons dans une première partie les différentes configurations des systèmes de production rencontrées dans l'industrie. Ensuite, nous définirons les différentes catégories, types et politiques de maintenance traités dans la littérature. Ces définitions seront suivies par une revue bibliographique des principaux travaux qui se sont intéressés au couplage de la maintenance et de la production. Dans cette revue bibliographique, nous exposerons aussi le concept de la sous-traitance industrielle en explorant les diverses définitions publiées ainsi que ses

motivations, ses avantages et ses inconvénients. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous situerons la problématique soulevée dans cette étude qui consiste à traiter l'aspect de la maintenance intégrée à la production en faisant appel à la sous-traitance.

Dans le second chapitre nous traiterons la problématique d'une maintenance intégrée à la production dans un contexte de sous-traitance. La problématique concerne la gestion de la production et la maintenance d'une machine principale qui fait appel à la sous-traitance pour satisfaire une demande constante et supérieure à sa capacité maximale de production sur un horizon de temps fini. Dans un premier temps, nous traiterons le cas d'un sous-traitant unique à choisir parmi deux. Dans un second temps, nous développons une stratégie de commutation entre les sous-traitants (switching). Dans cette stratégie, nous optimiserons simultanément la maintenance et la production en minimisant le coût total moyen. Les deux stratégies étudiées seront validées à travers deux exemples numériques.

Le troisième chapitre est une continuité du chapitre précédent dont le but d'améliorer la stratégie de commutation entre les sous-traitants. L'amélioration consiste à construire un stock selon la politique du "hedging point", afin de diminuer le risque des demandes perdues dues aux indisponibilités des machines. Les variables de décisions de cette stratégie seront le niveau de stock optimal, la période de maintenance préventive optimale et la cadence avec laquelle doit produire le sous-traitant. L'optimisation de cette stratégie consiste à déterminer ces trois variables de décisions en minimisant le coût total moyen comprenant celui de la production, de la maintenance, de l'inventaire et des demandes perdues. Une analyse numérique sera réalisée pour valider le modèle analytique. Nous établirons aussi une application qui sera comme un outil d'aide à la décision du choix économique du sous-traitant à adopter.

Enfin, dans le chapitre quatre, nous changerons de contexte et nous supposerons que la demande à satisfaire est aléatoire sur un horizon fini. Cette demande doit être satisfaite sous une exigence "client" appelée niveau de service. En assumant que le taux de panne de la machine commanditaire est variable en fonction de l'usage et du temps, l'objectif sera d'établir, en premier lieu, un plan de production optimal qui minimise à la fois les coûts de production, d'inventaire et de la dégradation en respectant le niveau de service exigé. Dans une deuxième partie nous développerons une politique de maintenance préventive dans le but d'établir un plan de maintenance et de production optimisant simultanément les coûts de production, d'inventaire et de maintenance tout en respectant le niveau de service exigé. Deux procédures numériques seront réalisées, ainsi qu'une étude de sensibilité de l'impact des paramètres sur le coût total du modèle.

## *Chapitre 1 : Etude bibliographique et description du problème de la thèse*

**T**oute entreprise manufacturière est en permanente recherche de gain de compétitivité par rapport à ses concurrents. Dans ce contexte, la fonction maintenance prend toute son importance. Aussi, dans ce chapitre, nous présentons le concept de la maintenance intégrée dans un contexte de sous-traitance. Un état de l'art concernant les différentes configurations des systèmes de production sera mené, ainsi qu'une présentation des principaux types et politiques de maintenance appliqués. Une revue bibliographique dévoilera le concept de la sous-traitance industrielle en explorant les diverses définitions de la sous-traitance, les motivations qui poussent les industriels à y avoir recours, son évolution, ainsi que ses inconvénients. Une autre partie sera consacrée à la présentation du principe du couplage de la gestion de la maintenance et de la gestion de la production et les récents travaux de la littérature traitant cette problématique. Ce chapitre s'achèvera par le positionnement du problème traité dans cette thèse et sa mise en situation.

## **1.1 Introduction**

Depuis une trentaine d'années, l'environnement industriel connaît, une transformation rapide qui a été favorisée par une concurrence vive dans la plupart des secteurs industriels, et un marché fluctuant qui exige des produits de meilleures qualités. La technologie utilisée est en progrès constant qui implique des changements fréquents au niveau de la production (évolution des produits et des équipements), ce qui engendre une augmentation des coûts, surtout ceux des équipements, des produits semi-finis et du personnel. Ce développement technologique s'accompagne par une augmentation du risque d'occurrence des pannes qui se traduit par un temps croissant de détection et de réparation des machines. Les entreprises sont de plus en plus sensibilisées à l'importance des coûts induits par les défaillances accidentelles des systèmes de production. Alors que la maintenance, jusqu'à très récemment, était considérée comme centre de coût. On est plus content maintenant qu'elle peut contribuer d'une manière significative à la performance globale d'une entreprise. D'ailleurs, la supersonique "la concorde" représente un exemple type des ce que peut engendrer les coûts de la maintenance. Selon l'AFP, le PDG d'Air France a annoncé le 10 avril 2003 l'arrêt de l'exploitation de la concorde. Les pertes d'exploitation de l'appareil s'expliquent par la "dérive violente des coûts de maintenance" a-t-il déclaré.

Cependant, la majorité des recherches trouvées dans la littérature et traitant les problèmes de la gestion de la production, les ressources (équipements ou machines) sont toujours considérées comme disponibles à tout moment ou éventuellement durant une certaine durée. Par conséquent, les tâches de maintenance d'une entreprise ne sont jamais prioritaires sur ceux de la production, pour effectuer des interventions préventives. Ces vingt dernières années, nous remarquons l'émergence des recherches qui abordent les problèmes de la maintenance intégrée à la production simultanément, surtout qu'il a été prouvé que la gestion de la maintenance est étroitement liée à la structure du système de production et à la nature des demandes.

Avec la diversification de la demande et la concurrence qui devient plus rude, les entreprises sont parfois appelées à répondre à des demandes supérieures à leurs capacités de production afin de ne pas perdre les clients. Suite à ce constat, les entreprises font appel à la sous-traitance pour faire face à ce problème.

Ce chapitre présente une revue bibliographique de la problématique de la maintenance intégrée à la production, qui consiste à définir une politique de gestion de maintenance couplée à la production dans un contexte de sous-traitance. Dans la première partie de ce chapitre, nous abordons d'abord les différentes configurations des systèmes de production. Ensuite, nous définissons les différentes catégories, types et politiques de maintenance appliqués en pratiques et traitées dans la littérature. Cette définition sera suivie de la présentation des principaux travaux dans la littérature qui se sont intéressés au couplage de la gestion de la maintenance et de la production. Enfin, nous présentons le concept de la sous-

traitance industrielle en explorant les diverses définitions de la sous-traitance dans la littérature, ainsi que les différentes motivations qui encouragent les entreprises à y avoir recours. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous situons la problématique soulevée dans cette étude qui consiste à traiter l'aspect de la maintenance intégrée à la production.

## **1.2 Les systèmes de production**

Une entreprise a pour objectif de produire des biens et des services destinés à satisfaire les besoins des clients, en vue d'en tirer un maximum de bénéfice. La fonction de production est l'activité de transformation des flux de matières premières et d'informations en produits finis, grâce aux ressources de production que sont les machines et les hommes. Dans le souci d'une meilleure rentabilité et dans le but d'assurer sa croissance, une entreprise doit pouvoir répondre à des questions relatives à sa production à savoir : quoi produire, en quelle quantité, dans quel délai, à quel coût ?...

### **1.2.1 Classification des systèmes de productions**

Chaque entreprise est unique de par son organisation et la spécificité des produits qu'elle fabrique (Courtois et al. 1995). Toutefois, nous pouvons classer les entreprises selon les critères suivants :

- Quantités fabriquées et répétitivités
- Organisation des flux de production
- Relation avec le client

Malgré que ces critères ne soient pas exhaustifs, ils permettent de cerner le type d'une entreprise. La typologie de production conditionne le choix des méthodes de gestion de production et la stratégie de maintenance qui en suit et qui sont les plus adaptées.

### **1.2.2 Classification en fonction des quantités et de la répétitivité**

La première différence notable entre les entreprises est le volume de la production. Les quantités lancées peuvent être en:

- production unitaire
- production par petites séries
- production par moyennes séries
- production par grandes séries

Pour chacune de ces séries, lesancements peuvent être répétitifs ou non, ce qui affectera également la typologie de l'entreprise.



Tableau 1.1 : Classification quantité/répétitivité

Séries	Lancement répétitif	Lancement non répétitif
Production unitaire	Moteur d'avion	Barrages, navires
Petites et moyenne séries	Machines outils	Sous-traitance (mécanique électronique)
Grandes séries	Automobiles	Article de mode

### 1.2.3 Classification en fonction du flux de production

Les systèmes manufacturiers sont souvent classés en deux grandes catégories: les systèmes discontinus appelés aussi discrets (produits énumérables) et les systèmes continus telles que les raffineries, l'industrie chimique et autres. Alors que les problèmes de capacité de production concernent la fabrication continue, les problèmes reliés à l'ordonnancement et au contrôle de la production ont rapport à la fabrication discontinue. Cette classification est basée sur une analyse du flux des produits, c'est-à-dire sur la séquence de stations de travail visitées par les produits lors de leur passage à travers le système productif.

Selon la cadence et les caractéristiques de fabrication des produits et le volume de la demande, deux approches d'organisation de la production sont largement employées pour les systèmes discrets : l'aménagement en ligne et l'aménagement fonctionnel. Aujourd'hui, les exigences des consommateurs et le développement des systèmes de communication, nous amènent à parler de plus en plus de système de production flexible.

#### 1.2.3.1 Aménagement en ligne

Les systèmes manufacturiers aménagés en lignes, en série ou par produit, sont souvent conçus pour la fabrication d'un produit spécifique ou d'une gamme de produits similaires. Tous les articles suivent le même circuit, les articles passent systématiquement chaque poste de travail implantée sur la ligne toujours dans le même ordre. L'aménagement en ligne est principalement utilisé dans les industries de production à grand volume et dans les ateliers d'assemblage. L'aménagement en ligne est caractérisé par la génération des temps de production et des niveaux de stocks d'en-cours très bas. Il intègre une automatisation rigide difficilement adaptable pour d'autres produits. Une telle implantation, n'est économiquement rentable que lorsque la production possède un volume de demande suffisant pour amortir l'investissement. Le but principal des lignes de production consiste en général à minimiser le temps d'inoccupation de ces équipements.

Les systèmes manufacturiers aménagés en lignes de production sont concernés par les problèmes d'équilibrage de la charge de production (Bard 1989; Pinto et al. 1981) et des phénomènes aléatoires qui perturbent le bon fonctionnement des lignes (Conway et al. 1988; Gershwin 1987; Suri et Diehl 1986).

### 1.2.3.2 Aménagement par procédé

Dans ce type de système de production, les machines qui réalisent les mêmes opérations ou bien des opérations analogues, sont regroupées en départements de spécialisation.

Contrairement à l'aménagement en ligne, les ateliers fonctionnels sont caractérisés par des délais de production relativement longs et des niveaux élevés d'en-cours. Les équipements sont en général sous exploités et les dates de livraison des demandes sont difficilement maîtrisées. Vu la grande variété des produits traités simultanément dans l'atelier, les exigences des clients, la diversité des équipements, le contrôle de la production est rendu très complexe. Les temps dans le système (WIP : work in process) qui sont relativement longs et incertains sont les principales sources de problèmes.

Les produits traités dans ces ateliers n'ont pas souvent la même séquence d'opérations, et les temps de production relatifs varient d'une station de travail à l'autre. Le caractère aléatoire du taux d'arrivée des lots et les temps de fabrication, implique une variabilité dans la réquisition des ressources à travers le temps, ce qui rend complexe la planification et l'ordonnancement des produits (Johnson 1954; McKay et al. 1988).

### 1.2.3.3 Ateliers flexibles

La flexibilité est l'aptitude à s'adapter aux multiples changements de l'environnement ou bien à une large variété d'environnements possibles (A. Sethi et S. Sethi 1990). Un système manufacturier flexible (FMS) est composé d'un ensemble de stations de travail; généralement des machines-outils à commande numérique, interconnectées par un système de manutention et de stockage automatisé; le tout est contrôlé par un ordinateur central (Groover 2000). Les ateliers flexibles n'admettent pas une configuration ou un aménagement caractéristique. Ils sont plutôt reconnus par leurs équipements modernes hautement automatisés et assez flexibles pour s'adapter rapidement aux perturbations aléatoires extérieures et intérieures et pour traiter une grande variété de produits sans nécessiter des temps de préparations et de transferts importants. Plusieurs auteurs parlent, déjà, des lignes de production flexibles, des chaînes d'assemblage flexibles et des cellules de production flexibles (Groover 2000; Talavage et Hannam 1988).

## 1.2.4 Classification en fonction de la relation avec le client

Cette classification distingue trois catégories de relation avec le client (Courtois et al. 1995; Giard 2003) : production sur stock, production sur commande et assemblage à la commande.

### 1.2.4.1 Production sur stock

Le client achète des produits selon les spécifications de l'entreprise qui sont déjà fabriqués et stockés. Ce type de production est retenu pour les deux raisons suivantes :

- Quand le délai de production est supérieur à celui de livraison réclamé ou accepté par le client (électroménager, vêtement de confection,..), dans ce cas, il faut anticiper la demande du client en se basant sur des prévisions.
- Pour produire en grande quantité et rentabiliser les coûts d'exploitations qui sont assez élevés (tirage des livres).

#### 1.2.4.2 Production sur commande

C'est un type de production dans lequel l'achat des matières premières, des composants, des consommables et la fabrication du produit sont déclenchés à la réception d'une commande ferme du client. Ceci évite alors (sauf cas d'annulation) le stock de produits finis. Ce type de production est favorisé à la production sur stock, car il permet une diminution du stock, donc des frais financiers. Cette situation semble être la plus favorable à l'entreprise, mais à condition que le délai de mise à disposition correspondant au délai de production est accepté par le client.

#### 1.2.4.3 Assemblage à la commande

Ce type de production se situe entre les deux premiers, car dans certains cas où le délai de fabrication est trop long, il est préférable d'anticiper l'achat et la fabrication des composants, et de procéder à l'assemblage dès que l'on a une commande ferme. Cette organisation permet de réduire de façon importante le délai entre la commande et la livraison d'un produit. Ceci implique aussi d'avoir de bonnes prévisions de ventes afin de ne pas constituer de stocks excessifs de composants. On parle alors d'assemblage à la commande où production mixte, qui est de plus en plus rencontrée. En effet, cette organisation réduit la valeur des stocks et permet de personnaliser le plus en aval possible tout en étant constitué de composants et sous-ensembles standards.

L'inconvénient majeur d'une telle stratégie est l'obligation d'avoir un système de production présentant le minimum d'aléas afin de ne pas perturber les délais. La maintenance préventive et prédictive doit donc jouer un rôle très important.

C'est ce type de fonctionnement que l'on appelle aujourd'hui le "JUSTE A TEMPS" (JAT). Il s'agit pour l'entreprise de conserver très peu de stocks et de n'acheter que ce dont elle a besoin, ou ce qu'il lui faut pour remplir ses commandes quand elle a besoin. Cette méthode d'organisation consiste à minimiser les stocks et les en-cours de fabrication. Appelée aussi « flux tendu » ou « 5 zéros » ou encore « zéro-délai », la méthode est issue du toyotisme; elle consiste à minimiser le temps de passage des composants et des produits à travers les différentes étapes de leur élaboration, de la matière première à la livraison des produits finis. Les cinq zéros correspondent à zéro panne, zéro délai, zéro papier, zéro stock et zéro défaut.

## 1.3 La maintenance

Dans un contexte économique en constante évolution, et caractérisé par un développement de la concurrence et de la course à la compétitivité, qui entraîne recherche de la qualité totale et surtout réduction des coûts, au fur et à mesure de la complexification et de l'automatisation des processus de production, la maintenance dont la vocation était d'assurer le bon fonctionnement des outils de production, est désormais devenue une des fonctions stratégiques de l'entreprise.

Le principal objectif de la maintenance est d'assurer la pérennité des systèmes de production, de diminuer les pannes imprévues, garantir la qualité exigée par les clients et de réduire les coûts de révision et de remise en état de fonctionnement. Nous pouvons synthétiser les missions de la maintenance en les plaçant sur trois plans interdépendants (Monchy 2000) :

Sur le plan technique :

- accroître la durée de vie des équipements
- améliorer la disponibilité

Sur le plan économique :

- réduire les prix de revient en minimisant les coûts des défaillances
- réduire le coût global de possession des équipements

Sur le plan social :

- réduire le nombre d'événements imprévus, ce qui réduit le risque d'accidents.
- améliorer la qualité du travail.

On distingue deux catégories principales de maintenances:

**La maintenance corrective:** qui est effectuée suite à une défaillance, comprend une série d'opérations dont la détection, la localisation, le diagnostic, le dépannage ou la réparation et la vérification du bon fonctionnement.

**La maintenance préventive:** qui est effectuée selon des critères prédéterminés dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou la dégradation d'un service. Différentes activités telles que l'inspection, le contrôle, la visite et le test peuvent être accomplies pour maîtriser l'évolution de l'état d'un bien et effectuées de manière continue ou à des intervalles réguliers calculés en fonction du temps ou du nombre d'unités d'usage.

### 1.3.1 Les types de maintenances

Pouvoir évaluer les coûts de maintenance et prévoir les interventions, il est indispensable de créer un modèle du système, qui permet d'avoir accès à son comportement en termes de probabilité d'occurrence de panne à chaque instant, ou la probabilité d'être dans un état de dégradation donné en fonction du temps. Cette modélisation est définie par deux types de maintenance, les maintenances minimales et les maintenances parfaites. Ainsi que les maintenances imparfaites pour modéliser un état intermédiaire.

Le modèle de maintenance parfaite considère que chaque action de maintenance remet le système à neuf. Le système après maintenance est aussi bon que neuf ou en anglais *As Good As New (AGAN)*. Analytiquement après une maintenance ou réparation parfaite, la distribution des durées de vie et la fonction du taux de défaillance sont les mêmes que celles d'une nouvelle unité neuve.

Le modèle de maintenance minimale suppose que l'effet d'une action de maintenance est de restituer le système dans l'état exact où il était juste avant la défaillance (cette action n'améliore pas et ne dégrade pas le système). Le système après maintenance est dit aussi mauvais qu'avant ou en anglais *As Bad as Old (ABAO)*. De ce fait, les maintenances minimales ne sont utilisées que pour modéliser des actions correctives.

La situation *As Bad As Old* signifie que l'efficacité de la maintenance est minimale et la situation *As Good As New* qu'elle est maximale. En pratique, on est entre ces deux cas extrême. En effet, il est raisonnable de penser que la maintenance a un effet plus que minimal, autrement dit le système après une action de maintenance est meilleur que *As Bas As Old*. Néanmoins, en réalité pour le système industriel, il est peu crédible que la maintenance restitue le système à neuf. Le système après maintenance est moins bon que neuf. Ces deux cas sont répandus dans la littérature sous le nom de maintenance imparfaite ou réparation meilleure que minimale (*Better than Minimal Repair*). Dans ce contexte, le premier modèle proposé par Brown et Proschan (M. Brown et Proschan 1983) correspond en réalité à la réalisation des deux modèles de bases (minimal et parfait) mais suivant une probabilité. Dans leur modèle, une maintenance préventive peut être considérée comme parfaite avec une probabilité  $r$  et minimale avec la probabilité complémentaire, à savoir  $(1 - r)$ .

### 1.3.2 Les politiques de maintenances

Les stratégies de maintenances de bases qui sont les plus utilisées dans la pratique sont basées sur la seule connaissance du temps de fonctionnement du système. De ces stratégies ressort deux politiques ; une de type âge et l'autre de type bloc, (Gertsbakh 1977).

#### 1.3.2.1 Politique de maintenance type âge

La stratégie de maintenance de type âge consiste à remplacer l'équipement par un équipement

neuf à intervalle d'âge fixe pour la maintenance préventive et à le remplacer par un équipement neuf tout en remettant l'âge à zéro pour la maintenance corrective.

L'optimisation des politiques de type âge est basée sur la détermination du nombre optimal des maintenances préventives à réaliser, avant d'effectuer le remplacement de l'unité. Cependant, il est également nécessaire de déterminer la taille optimale de ces intervalles de temps. Dans la littérature, plusieurs modèles de la stratégie de maintenance de type âge ont été développées pour répondre aux besoins de l'industrie comme la minimisation du coût de production et l'optimisation de la disponibilité des machines. Parmi les auteurs nous pouvons citer (Barlow et Hunter 1960; Barlow et Proschan 1965; Cox 1962).

### 1.3.2.2 Politique de maintenance type bloc

La stratégie de maintenance de type bloc consiste à remplacer l'équipement par un équipement neuf au moment prévu pour faire la maintenance préventive et à le remplacer par un équipement neuf suite à une panne sans modifier la date prévue pour faire la maintenance préventive. Plus précisément, la défaillance du système entraîne sa réparation mais n'engendre aucune modification du programme préventif. L'optimisation de cette politique se traduit par la détermination du nombre optimal des périodes de maintenance préventives, ainsi que la durée optimale de ces périodes minimisant les coûts de maintenances (Nakagawa 1986). Cette politique est plus simple à gérer qu'une politique de remplacement basée sur l'âge, à cause du nombre important des variables de décisions et la corrélation de ces variables. Cependant, elle présente le risque de remplacer des systèmes neufs. En plus au remplacement par un équipement neuf, cette politique peut être étendu avec la prise en compte de réparation minimale suite à une défaillance (Barlow et Hunter 1960). Selon un critère de coût et/ou de disponibilité, l'optimisation de cette politique peut se faire en variant la durée de la période  $T$  et le type de réparations effectuées. Les politiques de type bloc trouvent leur intérêt dans l'étude de la maintenance pour des systèmes formés de plusieurs composants.

## 1.3.3 La maintenance intégrée à la production

La préoccupation majeure de tous les gestionnaires dans un monde industriel, à été le maintien en état de fonctionnement de l'outil de production, surtout que les notions de créativité, de coûts et de qualité deviennent décisifs, et où il est vital de compter sur un système de production disponible et performant à tout instant. Dans l'industrie, le manque de communication entre les services de production et la maintenance crée une situation conflictuelle entre ces deux services. Le non respect des périodes de maintenance préventive et les arrêts imprévus des systèmes de production contribuent dans la perturbation et la perte de la productivité puisque la disponibilité des équipements, au moment voulu, est une condition nécessaire pour la bonne marche de la production et au respect des délais de livraisons. Cependant, l'exécution des actions de maintenances exigent l'arrêt des systèmes de productions. Ceci montre que les fonctions de maintenance et de production partagent les

mêmes ressources. Malgré cela, il y a une distinction dans la gestion de ces deux fonctions vitales, notamment dans la planification de leurs activités.

Ces dernières années, il ya eu émergence de travaux qui proposent des modèles qui tentent d'intégrer la production, la qualité et la maintenance (Radhoui et al. 2010; Rahim et Ben-Daya 2001). La planification de la production concerne généralement la détermination de la taille des lots et l'évaluation des besoins en capacité, dans le cas d'une demande fluctuante. La taille du lot optimale et les besoins en capacité sont influencés par les pannes. D'autre part, la maintenance prévoit les pannes et améliore la qualité. En conséquence, la maintenance et la production doivent être planifiées de manière intégrée (Nahmias 2004).

D'après (Budai-Balke et al. 2008) les modèles de planification de la maintenance intégrée à la production sont subdivisés en quatre catégories :

- modèles de haut niveau considérant les problèmes conceptuels et de conception de processus ;
- modèles de la quantité optimale à produire, qui a été initialement posée comme un simple problème de stock, mais a été étendu à traiter avec les aspects de la qualité et des pannes
- modèles des systèmes de production avec stock tampon, qui par définition sont appropriés pour faire face à des pannes
- modèles d'optimisation des taux de production et de la maintenance, dont le but est de trouver le taux de production et de la maintenance préventive et corrective des machines de manière à minimiser le coût total de l'inventaire, de la production et de la maintenance.

#### 1.3.3.1 Modèle de conception et conceptuel.

Certains nombre d'articles développent les modèles conceptuels qui intègrent les aspects préventifs et correctifs de la planification de la maintenance avec les aspects des systèmes de production comme la qualité, le niveau de service et la capacité des activités.

Par exemple Finch et Gilbert. (Finch et Gilbert 1986) traitent le cadre conceptuel intégrée pour la maintenance et la production dans lequel ils présentent en particulier la question de la main d'œuvre dans les actions de maintenances correctives et préventives. Weinstein et Chung 1999. (Weinstein et Chung 1999) ont testé l'hypothèse que l'intégration de la politique de maintenance avec la planification agrégée influence significativement la réduction du coût total. Il apparait que c'est le cas dans le cadre expérimentale étudié dans cette étude. H.-H. Lee (H.-H. Lee 2005) a développé un modèle coût/bénéfice des stratégies d'investissement sur l'inventaire et la maintenance préventive sur des systèmes de production imparfaits.

D'autres articles ont traité le problème de la conception intégrée à la production et la maintenance. Les décisions sur le processus de production et la fiabilité initiale des

équipements sont réalisées au stade de la conception. (Pistikopoulos et al. 2000) décrivent un cadre d'optimisation des modèles générales multi processus, qui déterminent simultanément la conception ainsi que les plans de la production et de la maintenance optimale. Dans ce cadre, le processus de base et les caractéristiques de fiabilité et de maintenabilité du système sont déterminés dans la phase de conception avec la sélection de la structure du système et ses composants. Les caractéristiques restantes sont déterminées à la phase des opérations avec la sélection de la politique de production et de maintenance appropriée. Par conséquent, l'optimisation de l'efficacité du processus dépend de l'optimisation simultanée de la conception, la politique de production et de la maintenance en tenant en compte leurs interactions.

### 1.3.3.2 Modèle de La quantité économique à produire QEP.

Dans le modèle de la quantité économique à produire, les items sont produits à une cadence de production constante  $p$  supérieure à la demande  $d$ . Le but de ce modèle est de trouver le temps de production qui minimise le coût moyen de la somme des coûts de stockage et de lancement de commande. Ce modèle est l'extension de celui de la quantité économique à commander.

Dans la littérature traitant en général les problèmes de production et d'inventaire, le système de production est souvent supposé fiable, qu'il ne s'interrompt pas et qu'il ne produit que des items conformes. Malheureusement, en réalité ce n'est pas toujours le cas. Le système de production peut s'interrompre à cause des pannes des machines ou encore due à la non qualité des items produits. Le modèle de la quantité économique à commander QEC à été étendu pour traiter ces aspects. La littérature qui traite les modèles de la quantité économique à produire QEP peut être divisée en deux catégories (Budai-Balke et al. 2006). La première considère les problèmes du modèle QEP qui tiennent compte des aspects de la qualité des items produits. La seconde catégorie des modèles QEP, analyse les effets des pannes stochastiques des machines sur le dimensionnement des lots de décisions.

#### *a. Problèmes de la QEP avec des aspects qualité*

Une des raisons pour laquelle le système de production s'interrompt est le manque de qualité des items produits. Il est évident que les pièces de qualité inférieure ne peuvent être vendus qu'à un prix inférieur ou ne peuvent carrément pas être vendus. Ainsi, la production de tels items entraîne des pertes ou une baisse des marges des profits. Ce type d'interruption est généralement modélisé comme suit ; on assume qu'au début du cycle de production, la production est dite en état de sous contrôle « in control » et produisant des items de qualité acceptable. Après un certain temps, le système de production passe à état de hors contrôle « out of control ». Dans cet état, un certain pourcentage d'items produits sont défectueux ou de qualité inférieure aux normes. Le temps écoulé pour que le processus soit dans un état de contrôle avant de passer à l'état suivant est une variable aléatoire. Une fois le passage à l'état de hors contrôle a eu lieu, il est supposé que le système de production reste dans cet état que



s'il est découvert par une action d'inspection du processus, suivie d'une maintenance corrective.

Parmi les récents travaux qui ont considéré le problème de la recherche de la taille optimale du lot et le plan optimal d'inspection il y a (H. L. Lee et Rosenblatt 1987). Ils ont montré que la taille optimale du lot dérivé est plus petite que celle du QEP, si le temps ou le système est en état de sous contrôle suit une distribution exponentielle. Comme extension de leur travail H. L. Lee et Rosenblatt (H. L. Lee et Rosenblatt 1989) ont supposé que le coût de restauration est en fonction du temps écoulé depuis le passage d'un état de sous contrôle vers l'état de hors contrôle du système de production. En outre, ils ont introduit dans leur modèle la possibilité de pénurie.

Plusieurs essais ont été réalisés pour étendre ces deux derniers modèles. Tseng (Tseng 1996) par exemple, a supposé que la durée de vie du processus est aléatoire avec un taux de panne croissant. En plus, deux actions de maintenance sont considérées. La première est supposée parfaite, elle restaure le système à un état comme neuf « as good as new », si le système est en état de sous contrôle. Si non, elle le restaure à l'état de sous contrôle à un coût de restauration donné. La deuxième action de maintenance considérée est toujours réalisée à la fin du cycle de production pour s'assurer que le processus soit parfait au début de chaque cycle de production.

Wang et Sheu. (Wang et Sheu 2003) supposent que les inspections périodiques sont imparfaites. Deux erreurs d'inspections ont été considérées. Pour la première, le processus est déclaré hors contrôle quand il est sous contrôle, quant à la seconde le processus est déclaré sous contrôle alors qu'il est hors contrôle. Pour déterminer à la fois le cycle de production, les intervalles d'inspection du processus et le niveau de maintenance, ils ont utilisé les chaînes de Markov.

Les caractéristiques de la qualité des produits dans le système de production peuvent être contrôlées par les cartes de contrôles. La conception économique de la carte de contrôle détermine la taille de l'échantillon  $n$ , l'échantillonnage  $h$  des intervalles, et le coefficient des limites de contrôle tels que le coût total est réduit au minimum.

Rahim. (Rahim 1994) a développé un modèle économique pour la détermination conjointe de la quantité à produire, la planification des inspections et la conception des cartes de contrôles d'un système de production sujet à des chocs aléatoire non Markovien. Dans son modèle, il suppose que la période de l'état de sous contrôle du système suit une distribution de probabilité avec un taux de panne croissant, et que la production ne cesse que si le système est jugé hors de contrôle lors de l'inspection. Toutefois, si l'alarme se révèle être fausse, le temps pour chercher une cause assignable est supposée égale à zéro. Rahim et Ben-Daya (Rahim et Ben-Daya 1998) ont généralisé le modèle de Rahim. (Rahim 1994) en supposant que la production s'arrête pour une période de temps fixe, non seulement pour une "vraie" alarme, mais aussi chaque fois qu'il ya une fausse alarme lors de l'état de sous contrôle. De

même Rahim et Ben-Daya (Rahim et Ben-Daya 2001) ont étendu le modèle de Rahim (Rahim 1994) en examinant l'effet de la détérioration du produit et celle du système de production sur la quantité optimale à produire, la planification de l'inspection et les paramètres de conception des cartes de contrôles. Le temps de détérioration des produits et du système de production suit une distribution de weibull. Il est supposé que le système s'arrête soit à une panne, soit après le  $m^{\text{ème}}$  intervalle d'inspections, selon ce qui se produit le premier. En outre, le stock est épuisé à zéro avant qu'un nouveau cycle commence.

Lam et Rahim. (Lam et Rahim 2002) présente un modèle intégré de la détermination conjointe de la conception économique des cartes contrôle, la quantité économique à produire, la longueur du cycle de production et la planification de la maintenance pour un système de production détériorable. Dans le modèle de Ben-Daya et Makhdoum (Ben-Daya et Makhdoum 1998), les activités de maintenance préventive sont également coordonnées avec les inspections de contrôle de qualité, mais ils ne sont effectués que lorsqu'un seuil prédéterminé du taux de changement du processus de production est atteint.

*b. Problèmes de la QEP avec pannes*

Groenevelt et al. (Groenevelt, Pintelon, et Seidmann 1992a) ont considéré l'effet des pannes aléatoires et de la maintenance corrective sur le dimensionnement de la taille du lot économique. La maintenance est effectuée après une panne ou après un intervalle de temps prédéterminé selon ce qui se produit le premier. Ils ont considéré deux politiques de production. Sous la première, lorsque la machine tombe en panne, le lot interrompu n'est pas repris, et ne commence un nouveau lot que lorsque tous les stocks disponibles sont épuisés. Dans la deuxième politique, la production est immédiatement reprise si l'inventaire en main est en dessous d'un certain niveau. Les auteurs ont montré que sous ces deux politiques, la taille du lot optimale augmente avec le taux de panne, et qu'en supposant un taux de panne constant et un temps de réparation instantané, la taille optimale du lot est toujours plus grande que celle de la QEP. Néanmoins, Groenevelt et al. (Groenevelt, Pintelon, et Seidmann 1992a) proposent d'utiliser la QEP comme une approximation de la taille optimale du lot de production. Ils ont également étudié le problème du choix de la taille du lot économique d'un système de production non fiable avec un taux de panne constant et un temps de réparation aléatoire (Groenevelt, Pintelon, et Seidmann 1992b). La quantité de stock de sécurité utilisée quand la machine est en réparation est déterminée à partir d'un niveau de service demandé.

Makis et Fung (Makis et Fung 1995) ont proposé un modèle qui détermine conjointement la taille du lot, l'intervalle d'inspection et le remplacement préventive pour un système de production sujet à des pannes aléatoires. Le temps que passe le système en état de sous contrôle est exponentiellement distribué. Une fois le système de production passe à l'état de hors contrôle, une certaine quantité d'items produits sont défectueux ou qualitativement non conforme. Des inspections périodiques sont réalisées pour examiner le système de production. Le temps jusqu'à la défaillance est une variable aléatoire. Le remplacement préventif du système de production est basé sur le temps des opérations (operation dependent failure),

c'est-à-dire que le système est remplacé après un certain nombre d'opérations.

D'autres articles sont concernés par les politiques de maintenance préventive pour les modèles QEP. Par exemple (Srinivasan M et Lee H 1996), ont utilisé la politique  $(S,s)$  qui veut dire qu'une fois que le niveau de stock atteint un niveau  $S$ , une intervention de maintenance préventive est lancée et la machine sera considérée comme neuve. Après une maintenance préventive, la production reprend dès que le niveau de stock descend en dessous ou est inférieur à une certaine valeur,  $s$ , et le système de production continue de produire jusqu'à ce que le niveau d'inventaire remonte à  $S$ .

Récemment Lin et Gong (Lin et Gong 2006) ont déterminé l'impact des pannes sur la décision du temps de production optimal d'un système de production fabricants des items défectueux suivant une loi exponentielle, sous une politique de non reprise (le lot interrompu sera abandonné). Sous cette politique, un cycle de production est exécuté pendant une période de temps prédéterminée à condition qu'aucune panne de machine n'ait eu lieu au cours cette période. Sinon, le cycle de production est immédiatement interrompu. Le stock est construit progressivement tant que le système de production est disponible. Un nouveau cycle de production ne commence que lorsque tous les inventaires en main sont épuisés. Si une panne se produit, alors une maintenance corrective de durée fixe est effectuée. Si le stock cumulé durant la période de production n'est pas assez pour satisfaire la demande, il y aura des pénuries (commandes perdues). Une action de maintenance remet le système aux conditions initiales de travail.

### 1.3.3.3 Détérioration du système de production avec capacité du stock tampon

Comme dans le cas du modèle QEP, un stock tampon est construit au cours de la disponibilité du système de production afin de diminuer l'impact des pannes des machines du système de production. Le rôle d'un tel stock est de permettre de satisfaire la demande pendant une période de maintenance corrective suite à une panne inattendue.

Parmi les premiers travaux sur le sujet il y a celui de (Van der Duyn Schouten et Vanneste 1995). Dans leur modèle, les auteurs supposent que la demande est constante et égale à  $d$  (unité/temps). Tant que le système de production est disponible, il produit avec une cadence  $p$  (unité/temps) avec ( $p > d$ ), et l'excès de production est stocké jusqu'à ce qu'il atteigne un certain niveau  $k$ . une fois le stock atteint sa capacité  $k$ , le système produit juste à la demande  $d$ . En cas de panne, suite à une maintenance corrective le système revient comme neuf. Il est possible aussi d'effectuer des maintenances préventives qui durent moins que les réparations et qui remettent également le système aux mêmes conditions qu'un état neuf. La décision de commencer une maintenance préventive n'est pas basée seulement sur les conditions du système de production, mais aussi sur le niveau du stock tampon. Le critère est de minimiser le niveau moyen de stock et celui des commandes en retard. Puisque la politique optimale est difficile à mettre en œuvre, les auteurs ont développé une politique de commande sous-optimale  $(n, N, k)$ . Sous cette politique, si le stock tampon est plein, une maintenance

---

préventive est effectuée à l'âge  $n$ . si le stock tampon n'est pas plein, mais il contient au moins  $k$  items, une maintenance préventive est effectuée à l'âge  $N$ . la maintenance préventive n'est jamais accompli si le stock ne contient pas au moins  $k$  items. Les variables de décision sont  $n$ ,  $N$  et  $k$ .

Iravani et Duenyas (Iravani et Duenyas 2002) ont étendu le modèle précédent en considérant une demande stochastique. La demande qui n'est pas satisfaite à partir du stock est perdue et en résulte une pénalité. En outre, il est supposé que les caractéristiques du système de production change avec l'usage, plus le système se détériore, plus sa cadence de production diminue et plus ses opérations de maintenance deviennent plus longues et coûteuses. Dans un récent article, Yao et al. (Yao et al. 2005) supposent que le système de production peut produire à avec une cadence variable de 0 (inactif) à son taux maximal, s'il est en état de fonctionnement. En cas de panne, une maintenance corrective est effectuée immédiatement pour restaurer le système à l'état de fonctionnement. Les pannes du système ainsi que la durée des maintenances préventive et corrective sont supposées stochastiques. Ainsi, en plus des coûts directs dus aux maintenances préventives et correctives, des coûts indirects sont subits à cause de la production perdue due à l'indisponibilité du système durant les opérations de maintenances.

Kyriakidis et Dimitrakos (Kyriakidis et Dimitrakos 2006) ont généralisé le modèle de (Van der Duyn Schouten et Vanneste 1995) en étudiant des états infinis. La détérioration est considérée non-stationnaire, la transition de probabilité ne dépend seulement pas des conditions de travail, mai aussi de son âge et du niveau du stock tampon. En plus, la structure du coût est plus généralisé que celui de (Van der Duyn Schouten et Vanneste 1995), puisqu'il inclue les coûts de fonctionnement et de la maintenance du système ainsi que les coûts de stockage et les commandes perdues. Ils supposent que le coût de fonctionnement dépend des conditions de travail et de l'âge du système.

Pour maintenir un stock, Tapas K et Sarkar. (Tapas K et Sarkar 1999), ont utilisé la politique  $(S, s)$ , qui consiste à arrêter la production quand le niveau de stock tampon atteint le niveau  $S$ , et de la reprendre quand le niveau de stock descend au niveau  $s$ . ils ont supposé qu'une demande externe à produire arrive suivant un processus de poisson. Le retard de commande n'est pas autorisé. Le temps de production unitaire, le temps entre les pannes, et le temps de réparation suivent des distributions de probabilité. La maintenance préventive n'est réalisée que quand le stock tampon atteint le niveau  $S$ , et elle dépend du niveau du stock et du nombre d'items produits depuis la dernière réparation. L'objectif est de déterminer la date de la maintenance préventive afin d'améliorer la performance du système.

Une approche différente traitant la planification de la maintenance intégrée à la production avec stock tampon à été proposée par Chelbi et Ait Kadi. (Chelbi et Ait Kadi 2004). Ils ont supposé que la maintenance préventive est effectuée régulièrement tout les  $T$  périodes de temps, et la durée des maintenances préventives et correctives sont aléatoires. La stratégie consiste à construire un stock tampon de taille  $S$  qui couvre au moins la consommation

moyenne durant les périodes des réparations suivant des pannes subit à l'intérieure de la période de longueur  $T$ . Lorsque l'unité de production doit être arrêtée pour entreprendre les actions de maintenance préventive planifiées, un certain niveau de stock tampon doit être encore disponible afin d'éviter un arrêt de la ligne d'assemblage ultérieure. Les deux variables de décisions sont la période  $T$  au bout de laquelle la maintenance préventive doit être effectuée et le niveau  $S$  de stock tampon à construire.

#### 1.3.3.4 Modèle d'optimisation des taux de production et de la maintenance

Récemment Kenné et al. (Kenné et al. 2007) ont étudié l'effet de la politique de maintenance préventive et l'âge de la machine sur le niveau du stock de sécurité optimale. Surtout que l'âge de la machine augmente, la construction d'un niveau de stock significatif permet de faire face aux pannes aléatoires. L'objectif de l'étude est de déterminer quand doit on effectuer une maintenance préventive, ainsi que le niveau du stock de sécurité à maintenir.

Au terme de cette revue bibliographique sur les notions de la fonction maintenance et du concept de la maintenance intégrée, nous notons que les stratégies de maintenance à elles seules, ne permettent pas d'assurer la survie et le développement durable pour les entreprises d'aujourd'hui dans un environnement économique où la concurrence est de plus en plus difficile, les marchés sont moins stables, les technologies utilisées sont de plus en plus sophistiquées. Face à cette situation, les entreprises se tournent vers une autre stratégie appelée la sous-traitance ou l'externalisation.

## 1.4 La sous-traitance

En 1776, Adam Smith selon (Peaucelle 2007) fait valoir qu'une entreprise fonctionne plus efficacement si les tâches de production sont réparties entre les individus qui se spécialisent dans la fabrication de certaines parties du processus de production. Deux siècles plus tard, Williamson. (Williamson 1975) met en question la logique d'Adam Smith dans la fabrication de broches, affirmant que les opérations techniques distinctes (redressage du fil métallique, coupe, pointage, broyage, et ainsi de suite) dans la fabrication de broches pourraient, en principe, non seulement être effectuées par des employés distincts, mais accomplies par des organismes spécialisés indépendants. Williamson a suivi les idées de Coase. (Coase 1937), qui a suggéré que les opérations devraient être organisées dans une entreprise, lorsque le coût de leur fabrication est plus faible que le coût du marché. Les idées de Coase et Williamson sur la théorie des coûts de transaction sont souvent désignés comme les idées proéminentes derrière l'externalisation. Depuis lors, la recherche sur l'externalisation a été l'objet d'une attention croissante entre les chercheurs de plusieurs disciplines différentes

Il ne fait aucun doute que l'externalisation, généralement définie comme le transfert des activités et processus déjà mené en interne à une entité extérieure (Ellram et Billington 2001), est l'une des tendances les plus soutenue des entreprises concurrentes (Fill et Visser 2000). Ce que nous avons été témoins, c'est une révolution des sous-traitances, ce qui a changé la façon

dont les entreprises se concurrencent dans les industries diverses comme l'automobile, l'aérospatiale, les télécommunications, les ordinateurs, les produits pharmaceutiques, produits chimiques, la santé, les services financiers, les systèmes énergétiques et des logiciels (Carson 2007; Quinn 2000), pour ne citer que deux références.

La sous-traitance est de nos jours pratiquée à la fois aux niveaux nationaux et internationaux. L'externalisation internationale peut également être dénommée la délocalisation, elle implique le transfert de la propriété et l'emplacement des opérations. Le terme de la délocalisation, se réfère à la stratégie de transfert des activités à travers les frontières nationales. Cela peut être fait grâce à l'externalisation (en utilisant les ressources externes) ou par le biais d'investissements directs étrangers (en utilisant les ressources internes). (Hagel et J. S. Brown 2005)

L'environnement actuel très concurrentiel peut également être appelé une économie de sous-traitance, elle se caractérise par une focalisation croissante sur les principales activités de l'organisation et l'optimisation simultanée des ressources externes, des connaissances, des capacités et des compétences.

### **1.4.1 L'évolution de la pratique de l'externalisation**

Autrefois, les Entreprises de toutes les industries, se caractérisaient d'unités intégrées verticalement, ou soi-disant des organisations industrielles classiques (Stigler 1951) dans lesquels les activités de chaque maillon de la chaîne étaient menées à l'intérieur. Par exemple, IBM, avait l'habitude de construire ses ordinateurs avec ses propres unités centrales et avec ses propres systèmes d'exploitation. Aujourd'hui, les gens achètent des ordinateurs IBM avec des puces Intel et les systèmes d'exploitation Microsoft, qui ont tous été à l'origine produit par IBM. L'essentiel du business d'IBM, en fait, n'est plus centré sur la vente des ordinateurs: il vend des services, et les ordinateurs vendus sous le logo IBM sont les plus susceptibles d'être fabriqués par d'autres entreprises, distribués encore par d'autres, et ainsi de suite. Cependant, ces changements ne se produisent pas du jour au lendemain. La question clé est donc ; comment est-on arrivé à ce point ?

Dans son livre "La Révolution de l'externalisation"(Corbett 2004), Corbett décrit l'externalisation comme un phénomène qui est loin d'être nouveau, mais qui a juste explosé ces dernières années, en prenant de l'ampleur en termes de volumes ainsi que dans l'importance de la stratégie portant a la réussite globale des entreprises. En jetant un regard en arrière aux développements qui ont eu lieu dans cette stratégie, on peut identifier trois grands phases superposées et en même temps distinctes: l'ère du « Big Bang », l'ère de la « boule de neige » et l'ère des « Organisations sans barrières ».

La première vague de l'externalisation peut être référée à l'ère du Big Bang. Le nom provient de la manière et l'intensité que la stratégie a gagné en popularité. Bien que le concept de l'externalisation été utilisé par les dirigeants de l'industrie manufacturière a la fin des années

1970 (Corbett 2004), ce n'est que dix ans plus tard que le terme a été officiellement présenté. Pourtant, une décennie plus tard, il a déjà été évoqué par la Harvard Business Review comme l'une des plus grandes idées de gestion du siècle dernier (Sibbet 1997). L'histoire de l'externalisation comme une stratégie de l'entreprise remonte aux années 1950 (Dibbern et al. 2004), bien qu'elle ne soit devenue une stratégie viable que dans les années 1980, lorsque les organisations ont commencé la création des centres d'appel et d'autres services axés aux opérations (Lacity et Hirschheim 1993). Au cours de la première vague de l'externalisation qui a duré largement jusqu'à la fin des années 1980, les entreprises sous-traitantes externalisent des activités non essentielles à leur domaine dans le but de réduire les coûts opérationnels. Le nouveau mot devenu à la mode «externalisation», a été un moyen servant à rendre les organisations plus efficaces tout en maximisant les profits.

C'était au début des années 1990 lorsque l'externalisation a vraiment commencé à gagner du terrain. A cette époque, le prestigieux dictionnaire anglais Oxford ne reconnaissait même pas le concept, mais le concept était déjà bien avancé et gagnait de l'ampleur. Les expériences positives à partir du début des cas d'externalisation, ont encouragé d'autres entreprises à y avoir recours et suivre le mouvement (Lacity et Hirschheim 1993), ce qui relance une nouvelle ère dans l'histoire de l'externalisation ; l'ère de «La boule de Neige». Par conséquent, les entreprises ont commencé l'externalisation des fonctions qui n'étaient pas dans le corps du domaine de leurs compétences. Atteindre la rentabilité n'était plus le seul motif de l'externalisation, les entreprises ont commencé à rechercher des compétences externes, et des connaissances pouvant apporter de la valeur ajoutée à des processus organisationnels encore plus complexe et stratégique. Un nouveau mot devient à la mode, "la sous-traitance stratégique" (Quinn et Hilmer 1994). Contrairement à l'externalisation traditionnelle, des fonctions plus stratégiques sont désormais sous-traitées, la gestion indépendante des relations est donc devenue insuffisante. Par conséquent, les entreprises ont commencé à construire des relations plus étroites avec leurs fournisseurs. Bien que les connaissances de base et les ressources étaient tenues en local, déjà dans les débuts des années 1990 des entreprises ont commencé également à explorer l'accessibilité à l'utilisation de groupes de ressources internationales.

Au tournant du millénaire, la popularité de l'externalisation a conduit à la situation où l'externalisation, en tant que telle, ne fut plus un avantage concurrentiel, elle est devenue la norme plutôt qu'une exception (Lawton et Michaels 2001). L'accès mondial aux fournisseurs, la technologie de l'information et l'amélioration des liaisons de communication ont tous fournis aux entreprises la possibilité de restructurer leurs activités. Les groupes partagés de ressources mondiales, étaient aussi disponibles pour toutes les entreprises, quelle que soit leur secteur d'activité, localisation géographique ou leurs tailles. Ces développements ont conduit à la phase actuelle de l'histoire de la sous-traitance ; l'ère des organisations sans barrières. Cette époque déclenche une tendance croissante vers des structures organisationnelles, dans lequel les frontières sont devenues floues, "Sous-traitances transformationnelles", la mode nouvelle du 21<sup>ème</sup> siècle, visant à créer de nouveaux modèles d'affaires radical qui peut

générer un avantage concurrentiel aux entreprises et changer les règles du jeu dans leurs industries (Engardio 2006). Pendant que "l'externalisation traditionnelle" se focalise à augmenter l'efficacité des ressources, et pendant que la "sous-traitance stratégique" vise à acquérir des capacités que l'entreprise fait défaut, le fond de "l'externalisation transformationnelle" est de changer le paradigme ciblant une nouvelle entreprise adaptative (Linder 2004). Par conséquent, lorsque l'externalisation était utilisée comme un outil de rationalisation des activités internes, elle est récemment devenu un outil de transformation des entreprises vers des formes d'organisation flexible où le rôle de la hiérarchie est étroitement intégrée et évincée par des réseaux et des acteurs organisationnels faiblement couplés (Schilling et Steensma 2001).

Il reste encore difficile de prévoir le prochain grand défi de la (r)évolution de la sous-traitance (Hätönen et Eriksson 2009). Cependant, une chose est certaine, l'externalisation a radicalement changé la façon dont les entreprises concurrencent sur le marché mondial actuel. Par exemple, l'externalisation des activités de production a déjà conduit à la restructuration de nombreuses industries (Quinn 2000). Bien qu'il reste difficile de savoir comment les entreprises vont prospérer dans l'avenir, la nouvelle économie de sous-traitance est certainement porteuse de défis ainsi que des opportunités à des entreprises opérant dans divers secteurs.

#### **1.4.2 L'évolution du concept de l'externalisation**

Depuis la naissance du concept lui-même, plusieurs auteurs (Embleton et Wright 1998; Gilley et Rasheed 2000; Morgan 2003) ont remarqué la difficulté de définir l'externalisation en tant que concept, et ils ont déclaré qu'elle est donc souvent mal étiquetées ou même mal comprises. Néanmoins, les différences dans les définitions peuvent être expliquées par l'évolution de la pratique de l'externalisation. Prenons deux définitions de la sous-traitance par exemple. Au milieu des années 1990 Lei et Hitt (Lei et Hitt 1995) définissent l'externalisation comme la "la dépendance à l'égard des sources extérieures pour la fabrication de composants et d'autres activités à valeur ajoutée", tandis que, près d'une décennie plus tard, Barthélemy. (Barthélemy 2003) a défini le concept comme "s'approprier d'une partie ou la totalité des activités d'une organisation par un fournisseur extérieur". Il est évident que ces deux définitions diffèrent tant en portée et ampleur, mais les deux décrivent avec précision le phénomène.

#### **1.4.3 Les inconvénients de l'externalisation**

Un mot d'avertissement cependant est nécessaire à l'enthousiasme des affaires courantes pour les travailleurs à l'étranger. Les entreprises qui externalisent seulement parce que "tout le monde le fait" peuvent être surpris par des coûts imprévus et des complications. Environ la moitié des accords de l'externalisation conclus finissent par être résiliés, pour une variété de raisons (Weidenbaum 2005). Certains nouveaux fournisseurs à l'étranger rencontrent des difficultés financières ou bien qui sont acquises par d'autres entreprises avec des procédures



et des priorités différentes (Lutchen 2004).

La multiplication des partenaires compliquent les relations entre les différentes entreprises. Cette complication conduit pour certains à un échec de la relation de la sous-traitance (Andersen et Christensen 2000). Les entreprises commanditaires ou donneuses d'ordre deviennent plus vulnérable en perdant le contrôle et la maîtrise de toute leur chaîne de production (Van Mieghem 1999).

Les entreprises qui ont arbitrairement fixé un pourcentage de travail à être externalisé seront probablement le regretter. Les nouveaux arrivants à la sous-traitance à l'étranger peuvent se trouver traiter avec des fournisseurs qui ne sont pas fiables. Et même si ils le sont, il est très difficile, voire même impossible parfois, d'avoir des informations sur leur gestion de la maintenance de leurs équipements (dégrée de fiabilité, programme de maintenance préventive, disponibilité, efficacité de leurs politiques...). Ce manque d'information et de transparence complique la tâche des gestionnaires de production et les oblige à augmenter leur production ou à changer brusquement leurs plans de production afin d'éviter des retard de livraison et ainsi l'insatisfaction des clients potentiels. Les entreprises sous-traitantes sont capables parfois de mettre leur travail de côté quand elles gagnent un client plus important, ou bien leurs fournisseurs étrangers peuvent souffrir du roulement des employés qualifiés qui trouvent un emploi avec des entreprises plus désirables. Les fournisseurs indiens représentent un exemple type pour le traitement des affaires (y compris les centres d'appels et de traitement des bureaux de paie, de comptabilité, et des ressources humaines). Ces fournisseurs perdent souvent chaque année entre 15 et 20% de leur force de travail, malgré que les compétences de programmation de logiciels soient nombreuses (Weidenbaum 2005).

Autres complications coûteuses peuvent survenir ; Routes, locales et des réseaux de transport peuvent être inadéquats. Certaines entreprises se voient obligées d'assurer le transport de leurs employés à leur lieu de travail. Aussi, l'électricité ne peut pas être aussi assurément disponible comme chez les entreprises donneuses d'ordre, où les pannes sont très rares. Certaines compagnies américaines paient beaucoup plus en frais immobiliers pour la délocalisation de leur activités qu'ils ne le feraient aux États-Unis. Cette différence est du au coût de la mise à niveau des mauvaises infrastructures dans les pays des sous-traitants.

D'autres compagnies américaines limitent leurs externalisations à l'ingénierie de routine et les tâches de maintenances, car ils craignent que leurs technologies de base puissent être volées par les fournisseurs en Asie qui ne respectent pas les droits de la propriété intellectuelle (Weidenbaum 2005). Les entreprises américaines peuvent également rencontrer une variété de difficultés imprévues, comme les relations avec les systèmes juridiques et répondant aux exigences des impôts sur différents organismes de réglementation. En outre, ils peuvent rencontrer souvent des fonctionnaires corrompus dans le secteur public. En plus, les gestionnaires étrangers ne comprennent souvent pas le milieu des affaires des donneurs d'ordre: les clients, le jargon, les traditions, et la haute qualité de contrôle et les attentes pour la livraison rapide des marchandises et la performance des services.

## **1.5 Description du problème**

### **1.5.1 Motivation de l'étude**

Dans un contexte économique en constante évolution, nous observons dès le début des années 80, une volonté de rationalisation des pratiques et des investissements de la maintenance des équipements de l'industrie et des patrimoines tertiaires et immobiliers. Dans le domaine industriel, la recherche des conditions optimales de maintenance des équipements fondées sur la connaissance de la fiabilité, a permis d'aller au delà des gains que les politiques de maintenances préventives développées au début des années 1960 avaient permis.

En effet, les stratégies de maintenances conventionnelles ne permettent pas d'assurer la pérennité et la croissance durable pour les entreprises d'aujourd'hui, où la réduction des coûts et des délais sont devenues primordiales. En plus, l'exigence des clients en termes de délais, de quantité et de diversité des produits, a poussé les industriels à améliorer leur flexibilité et surtout leur réactivité afin de répondre à des demandes parfois fluctuantes pour des produits de courtes durées de vie. Pour faire face à ces contraintes, l'entreprise doit se moderniser, évoluer et conquérir de nouveau marché. Cette évolution peut se traduire par faire appel à la sous-traitance. La sous-traitance ou encore appelée l'externalisation est vue aujourd'hui comme une solution pour partager ou de confier une partie annexe de sa production ou des opérations liées à la production (comptabilité, maintenance, etc..) à des entreprises extérieures, dans le but est de réduire les coûts de production. Cette réduction est obtenue par la diminution de l'effectif : moins de charges fixes (salaires, charges sociales). L'entreprise commanditaire ne supporte que des charges variables, elle évite ainsi d'élever son seuil de rentabilité et elle peut faire jouer la concurrence et baisser les prix. Elle améliore aussi la souplesse de la production puisqu'elle permet de faire face aux pointes d'activités ou des commandes inattendus. Ainsi la complexité organisationnelle est réduite.

En contre partie, le recours à la sous-traitance impose une nouvelle contrainte dans la gestion simultanée de la production et de la maintenance. Ainsi, les politiques modernes de production des biens et des services couplées à la gestion de la maintenance doivent intégrer ce type de contrainte afin d'être réactives et compétitives et satisfaire les besoins des clients tout en minimisant les coûts. Et cette contrainte devient plus difficile à gérer quand l'externalisation s'accompagne d'une délocalisation vers des pays à faibles coûts salariaux et où la communication des données sur la gestion des ressources est difficile. Dans ce cadre, nous souhaitons développer de nouvelles politiques de maintenance intégrées sous contrainte de sous-traitance avec une interaction avec la gestion opérationnelle du système de production. Ceci passe par un couplage des scénarios de maintenance sous la contrainte de sous-traitance, qui est devenue une règle pour améliorer ou augmenter les capacités de production. Nous signalons aussi que la sous-traitance aussi est soumise à la loi de la concurrence. C'est pour cette raison qu'une partie de notre recherche sera axée sur le choix du sous-traitant à adopter. Une étude analytique sera développée afin d'établir des règles de choix économiques du sous-traitant.

## 1.5.2 Problématique

Dans l'objectif d'augmenter sa productivité, réduire ses coûts, satisfaire ses clients et conquérir de nouveaux marchés, et pour éviter une délocalisation, une entreprise manufacturière a adopté une nouvelle stratégie de production basée sur l'appel à la sous-traitance. Cette stratégie consiste à confier une partie de sa production à des entreprises dans des pays où les coûts de productions sont moins élevés. Par conséquent, l'adoption de la stratégie de la sous-traitance, confronte l'entreprise aux problèmes suivant :

- Le transport qui engendre des coûts parfois très élevés ce qui limite les marges de bénéfiques, en plus, il complique la maîtrise des délais exigés par les clients surtout dans les cas des réclamations des produits non conformes.
- Le contrôle et le suivie de la qualité du produit. Etant donné l'implantation géographique des deux entreprises, l'entreprise commanditaire est incapable d'effectuer le contrôle qualité du produit fabriqué par le sous-traitant. Par conséquent, l'entreprise risque de recevoir des produits non conformes aux normes désirées et pouvant ainsi être rejetés ce qui engendre un manque à gagner.
- Le problème de la gestion de la maintenance pour les deux entreprises, c'est à dire l'entreprise donneuse d'ordre et son sous-traitant. La gestion de la production et de la maintenance du sous-traitant ne sont pas gérées par l'entreprise. En plus, il y a un manque d'information sur la fiabilité et la disponibilité des équipements. Par conséquent, l'efficacité des actions de maintenance sur les machines du sous-traitant n'est pas garantie, et le niveau de fiabilité de ses machines est inconnu. Ceci induit des périodes d'indisponibilité du sous-traitant incontrôlables qui va engendrer nécessairement des pertes de production et une difficulté à respecter les délais de livraisons.

Pour mieux cerner le problème de la contrainte de la sous-traitance dans le contexte de la maintenance intégrée à la production, et étendre les problèmes posés. Notre étude est réalisée sur deux grandes parties.

Dans la première, nous considérons une entreprise manufacturière amenée à satisfaire une demande constante au cours du temps le long d'un horizon infini. Le problème est que cette demande ne peut pas être assurée par cette entreprise même si elle fonctionne avec sa capacité maximale. Pour éviter de perdre ses clients et réduire le risque des demandes perdues, l'entreprise fait appel à la sous-traitance. La gestion de la maintenance pour l'entreprise permet d'améliorer la fiabilité de ses équipements. Contrairement pour l'entreprise sous-traitante, la gestion de la maintenance de ses machines n'est pas gérée par l'entreprise commanditaire qui ne peut pas agir pour l'amélioration de la fiabilité. La gestion de la maintenance de l'entreprise commanditaire est gérée indépendamment du sous-traitant. En effet, les stratégies de maintenance adoptées par l'entreprise commanditaire ne dépendent que de l'historique des machines. Elles ne tiennent pas compte de l'état du sous-traitant qui inflige

des périodes d'indisponibilité qui sont incontrôlables par l'entreprise commanditaire et pouvant en plus coïncider avec les périodes de maintenance correctives ou préventives des machines de l'entreprise commanditaire. De ce fait, il est judicieux de penser à améliorer la gestion de la maintenance et celle de la production de l'entreprise commanditaire en tenant compte de l'état du sous-traitant (disponible ou non). L'objectif plus précisément est d'éviter tant que possible les demandes perdues dues à l'indisponibilité des deux entreprises tout en maîtrisant les coûts de production (des deux entreprises), de maintenances et des demandes perdues. Notons que le sous-traitant est caractérisé par son coût unitaire de production et sa disponibilité stationnaire. En effet, dans cette partie, nous développons analytiquement une règle de choix économique entre deux sous-traitants en premier lieu, et en deuxième lieu, nous appliquons la politique du "hedging point" à notre modèle en proposant par la suite une application permettant le choix entre plusieurs sous-traitants.

Dans une deuxième partie, pour généraliser plus notre étude, nous supposons que la demande à satisfaire par l'entreprise sous un niveau de service donné, est aléatoire sur un horizon de temps fini. Pour répondre à cette demande, l'entreprise fait appel à la sous-traitance. Au cours de cette partie d'étude, nous supposons que la dégradation de la machine commanditaire est variable en fonction du temps et de l'usage de la machine. Etant donné que la demande est aléatoire, la cadence de production sera variable aussi. Il est alors évident que la dégradation de la machine varie en fonction de l'évolution de la production le long de l'horizon. L'objectif dans cette partie est d'établir un plan conjoint de production et de maintenance satisfaisant le niveau de service exigé et minimisant simultanément les coûts de production, d'inventaire et de maintenance.

En résumé, nous apportons dans cette thèse une contribution dans le domaine du management des politiques de maintenances dans un contexte de sous-traitance de production. Des études analytiques sont développées afin de résoudre les deux parties présentées précédemment.

## 1.6 Conclusion

L'accroissement de la concurrence et les exigences des clients en termes de qualité et délai, contribuent à la diversification des systèmes de production et surtout à la complexité de la fonction production. La maintenance industrielle est devenue une fonction critique et inéluctable pour la survie d'une entreprise. Cette fonction a la lourde tâche de garantir la disponibilité et le bon fonctionnement des systèmes de production. L'expérience a montré l'étroite relation entre les fonctions de maintenance et celle de la production. C'est pour cette raison que la première partie de ce chapitre a été consacrée à une présentation bibliographique du contexte général des systèmes de production en insistant sur la diversification des systèmes de production dans l'industrie, leurs typologies et leurs classifications. Dans la seconde partie, nous avons exposé un état de l'art de la fonction maintenance qui retrace brièvement les principaux types de maintenances qui sont couramment utilisés dans la littérature (maintenances parfaites, minimales et imparfaites), ainsi que les deux politiques connues sous

le nom (type âge et type bloc). Dans cette deuxième partie, nous avons mis l'accent sur l'approche de maintenance intégrée, fondée sur un principe de couplage de la gestion de la maintenance et la gestion de la production, en présentant une bibliographie qui réunit les différents récents travaux qui ont traité cette problématique. Dans une troisième partie de ce chapitre, nous avons présenté le concept de la sous-traitance industrielle, ses différentes définitions trouvées dans la littérature, son évolution, et ses inconvénients. Nous avons présenté aussi les travaux qui ont traité les problèmes de maintenance et de production.

A la fin de ce chapitre, nous avons décrit la problématique traitée au cours de cette thèse qui est menée sur deux axes. Dans le premier, nous développons analytiquement le choix économique entre plusieurs sous-traitants avec ou sans stock sur un horizon de temps fini. Dans le deuxième, nous considérons une demande aléatoire à satisfaire sur un horizon fini, sous un niveau de service exigé en assumant un taux de panne dépendant du temps et de l'usage. Une synthèse bibliographique présente les travaux publiés sur lesquels nous nous sommes basés pour atteindre l'objectif de la thèse.

***Chapitre 2 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour un système de production faisant appel à plusieurs sous-traitants. Equation Chapter 2 Section 1***

**D**ans ce chapitre, nous nous intéresserons à une problématique industrielle liée à la sous-traitance de la production. Le problème étudié concerne une machine qui fait appel à la sous-traitance pour satisfaire une demande constante supérieure à sa capacité maximale de production sur un horizon de temps infini. L'objectif serait de gérer économiquement le soutien productique de deux sous-traitants qui diffèrent par leurs disponibilités et leurs coûts de production unitaire. Une machine possède une disponibilité et un coût de production unitaire faibles, et l'autre machine dispose d'une disponibilité et d'un coût de production unitaire plus élevés. Dans un premier temps, nous traiterons la stratégie de choix d'un seul sous-traitant parmi deux. Une étude analytique sera menée pour obtenir une règle de décision en fonction des paramètres des deux sous-traitants. Dans un second temps, nous définirons une politique de commutation entre les deux sous-traitants, qui consiste à compter sur une des deux machines sous-traitantes, puis à commuter à l'autre. Les variables de décisions de cette stratégie seront la périodicité de la maintenance préventive et la date de commutation entre les sous-traitants.

## 2.1 Introduction

Le premier chapitre de ce mémoire a été consacré en premier lieu à la présentation de l'état de l'art des systèmes de production et de leurs typologies, par la suite, nous avons introduit la notion de maintenance des systèmes de production en décrivant les différents types et politiques de maintenance pouvant être adoptées. Ceci est dans le but d'introduire la problématique étudiée qui traite la maintenance intégrée à la production et de montrer l'influence de la typologie des systèmes de production sur les politiques et les stratégies de maintenances à adopter. Cette revue bibliographique a été suivie par l'exposition des travaux de recherche qui définissent le concept de la sous-traitance dans le nouveau contexte économique mondiale et son évolution, ainsi que ses avantages et ses inconvénients.

Le but de l'étude développée dans cette thèse est de gérer conjointement deux fonctions en conflit permanent, qui sont la gestion de la production et la gestion de la maintenance. A cette problématique, nous avons ajouté la contrainte de la sous-traitance. L'objectif est donc d'arriver à planifier ces deux fonctions en tenant compte de la contrainte de la sous-traitance dans le but de satisfaire une demande client tout en minimisant les différents coûts subis.

La problématique de la maintenance intégrée à la production sous la contrainte de la sous-traitance a été déjà traitée auparavant par Dellagi et al. (Dellagi et al. 2007). Dans leurs travaux, Dellagi et al. se sont intéressés à la maintenance intégrée faisant le couplage entre la gestion de la production et les stratégies de maintenance dans un contexte de juste à temps et sous la contrainte de sous-traitance. L'objectif était d'optimiser économiquement des politiques de maintenance intégrée, tout en assurant au mieux des délais de production en tenant compte de la contrainte de la sous-traitance.

Dans les travaux de Dellagi et al. (Dellagi et al. 2007), l'entreprise commanditaire est représentée par une machine  $M_1$ . Pour satisfaire la demande d'un client, la machine  $M_1$  fait appel à un sous-traitant représenté par une machine  $M_2$ . La sous-traitance impose des périodes d'indisponibilité incontrôlables. Le taux de défaillance de la machine sous-traitante est supposé constant. Suite aux actions de maintenance subites, la machine sous-traitante engendre des pertes de la demande. Dans l'objectif de réduire la probabilité d'occurrence des pannes, la machine  $M_1$  est soumise à un programme de maintenance préventive.

Dans une première partie, suivant une production à la demande, (Dellagi et al. 2007) ont définis une politique de maintenance dite simple SMP (simple maintenance policy). Dans cette politique, ils ne tiennent pas compte de l'état de la sous-traitance dans la stratégie de maintenance adoptée à la machine  $M_1$ . La politique SMP a été améliorée en développant une politique de maintenance IMP (Improved Maintenance Policy) permettant de tenir compte de l'état de la sous-traitance dans la politique de maintenance adoptée à la machine  $M_1$ . L'idée de la politique IMP est de décaler la date des actions de maintenance préventive de la machine  $M_1$  d'une certaine période si ces dates coïncident avec les périodes d'indisponibilité de la machine sous-traitante  $M_2$ . L'efficacité en termes de gain en coût de cette politique à été

prouvé analytiquement. En plus, cette politique a été optimisée en déterminant l'âge et le décalage optimal pour la maintenance préventive de la machine  $M_1$ .

Dans la seconde partie, pour compenser les périodes d'indisponibilité, les deux machines  $M_1$  et  $M_2$  construisent un stock. Cette stratégie de commande adoptée est couplée à une politique de maintenance appelée PMP (Production Maintenance Policy). Cette stratégie de maintenance utilisée est similaire à celle de SMP. Les variables de décisions à déterminer pour cette politique sont l'âge de la maintenance préventive et le niveau de stock. Pour sa part, la politique PMP a été améliorée pour sa stratégie de maintenance en la combinant avec la politique IMP. La politique PMP améliorée est notée IPMP (Improved Production Maintenance Policy), elle consiste à intégrer d'une façon indépendante les stratégies PMP et IMP. Les variables de décision de la politique IPMP sont l'âge de la maintenance préventive, le décalage de l'âge de la maintenance préventive et le niveau du stock. L'optimisation de la politique IPMP a démontré son efficacité par rapport aux politiques précédentes. Dans une autre étape, les auteurs ont développé la politique IPMP vers des politiques  $IPMP^\cap$  et  $IPMP^\cup$ . Ces politiques sont des intégrations corrélées des politiques IMP et PMP dans le sens du ET logiques ( $\cap$ ) et dans le sens du OU logique ( $\cup$ ). La politique  $IPMP^\cap$  consiste à décaler la date de la maintenance préventive de la machine  $M_1$ , si elle coïncide avec la période de réparation de la machine sous-traitante  $M_2$  et en même temps le niveau de stock n'est pas atteint. Quant à la politique  $IPMP^\cup$ , elle consiste à décaler la date de la maintenance préventive de la machine  $M_1$  si elle coïncide avec la période de réparation de la machine sous-traitante  $M_2$  ou si le niveau de stock de sécurité n'est pas atteint. Enfin, suite à la comparaison des différentes politiques déjà citées par rapport à la politique de maintenance simple SMP, les auteurs ont montré que la politique  $IPMP^\cup$  est la plus économique. A travers leur étude, les auteurs ont montré qu'en tenant compte de l'état de la sous-traitance dans le choix de la stratégie de maintenance et de commande de la production, on peut réduire le coût total incluant la maintenance, l'inventaire et les demandes perdues.

Dans leurs travaux, Dellagi et al. (Dellagi et al. 2007) ont traité le principe du couplage de la maintenance et de la production, et ils ont proposé des politiques de maintenance tenant compte de la contrainte de la sous-traitance. Ils se sont intéressés aux systèmes industriels donneurs d'ordres de sous-traitances, c'est-à-dire des systèmes faisant appel aux services de la sous-traitance. D'autres, comme Dahane et Rezg (Dahane et Rezg 2007) se sont intéressés aux couplages de la maintenance et de la production dans un contexte de sous-traitance. Dans leurs études, les tâches de maintenances sont à la charge de l'entreprise sous-traitante, sans que cela ne doive perturber les services de sous-traitances ni en termes de temps ni de coût. Comme dans le travail de Dellagi et al. (Dellagi et al. 2007), Dahane et Rezg. (Dahane et Rezg 2007) ont commencé par démontrer l'efficacité d'une politique de maintenance intégrée IMP en se basant sur une politique de Maintenance simple SMP qui dissocie la gestion de la maintenance de la commande du système, ensuite ils ont établi analytiquement les conditions nécessaires sous lesquelles la sous-traitance devient profitable pour le système. Dans une deuxième partie de leur étude, ils se sont intéressés aux aspects temporels de la sous-traitance.



Au début, les auteurs ont développé un modèle analytique d'une politique adaptée de maintenance sous la production (Adapted policy of maintenance under production : APMP) qui détermine le meilleur instant pour allouer la machine à la sous-traitance. Ils ont ensuite analysé l'impact d'un retard imprévu du début de la réalisation de la sous-traitance.

Suite aux résultats des travaux cités précédemment, nous avons continué dans la même problématique de la maintenance intégrée sous la contrainte de la sous-traitance, mais en étudiant cette fois le cas de plusieurs sous-traitants.

## 2.2 Description du problème

### 2.2.1 Problématique industrielle

La problématique de ce mémoire traite le cas d'une entreprise spécialisée dans la fabrication des blocs moteurs pour différents types de voitures. Dans le souci de réduire ses coûts et d'augmenter sa productivité et d'éviter surtout la délocalisation, l'entreprise a eu recours à la stratégie de la sous-traitance dans des pays où les coûts de production sont moins élevés et pour pouvoir varier sa production. Suite à cette stratégie, l'entreprise se trouve confrontée à de nombreux problèmes. Parmi ces problèmes, nous citons celui du transport qui induit des coûts élevés surtout quand l'entreprise sous-traitance est implantée géographiquement très loin de l'entreprise commanditaire, ce même problème complique aussi la tâche du contrôle qualité, par conséquent, l'entreprise risque de recevoir des produits non-conformes ce qui engendre des pertes en termes de gaspillage de matières et de temps et de manque de profits à gagner. Et il y a surtout le problème de la gestion de la maintenance des deux entreprises qui représente l'objet de notre recherche dans ce mémoire. Etant donné que le sous-traitant n'est pas géré par l'entreprise commanditaire, la gestion de la fonction maintenance n'est pas assurée, ce qui rend le degré de fiabilité de ses machines inconnu. Ce manque de données sur cette fonction, induit des périodes d'indisponibilité incontrôlables du sous-traitant et pour lesquelles il y a une perte de production et un risque majeure de ne pas satisfaire la demande client.

Dans le travail de Dellagi et al. (Dellagi et al. 2007), les auteurs ont étudié le cas d'un seul sous-traitant. Dans notre travail, le problème posé est de gérer économiquement le soutien productif de deux sous-traitants qui répondent à l'appel de l'entreprise commanditaire. Ces deux sous-traitants diffèrent par leur disponibilité et par leur coût unitaire de production. Suite à cette offre, l'entreprise commanditaire doit choisir entre les deux entreprises. Le choix doit être géré selon la disponibilité et le coût de production de chacune des deux entreprises sous-traitantes.

L'entreprise commanditaire considérée dans cette thèse et représentée par la machine  $M_1$  qui produit un seul type de produit. La machine  $M_1$  doit satisfaire une demande client  $d$  à débit et à périodicité constants. La cadence de production maximale  $U_1^{max}$  de  $M_1$  est inférieure à la demande  $d$ . Pour satisfaire cette demande, l'entreprise fait appel à la sous-traitance. Dans cette étude, deux stratégies sont développées et optimisées. Une première stratégie consiste à

adopter un unique sous-traitant. Le problème à résoudre dans ce cas, est de déterminer analytiquement le meilleur choix entre les deux sous-traitants selon des critères de disponibilité et de coût. La deuxième stratégie consiste à choisir un sous-traitant puis de commuter à l'autre. La deuxième stratégie est aussi optimisée afin de déterminer la date optimale à laquelle nous commutons au second sous-traitant. Voir Figure 2.1.

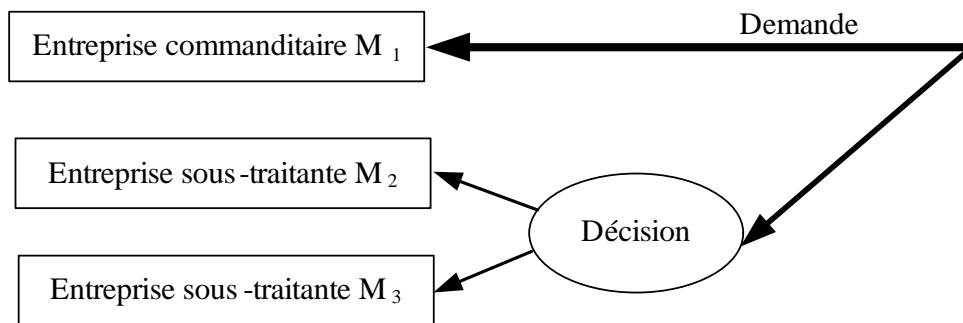


Figure 2.1 : Problématique industrielle

La sous-traitance est représentée par les deux machines suivantes : La première machine sous-traitante, notée  $M_2$ , représente la première entreprise sous-traitante, et la deuxième machine sous-traitante, notée  $M_3$ , représente la deuxième entreprise sous-traitante. Nous supposons que la cadence de production maximale assurée par chacune des deux machines sous-traitantes est notée par  $U_s^{max}$ , sous les conditions suivantes :

- $U_1^{max} < d$
- $U_s^{max} < d$
- $U_1^{max} + U_s^{max} \geq d$

Du point de vue fiabilité, la gestion de maintenance de l'entreprise commanditaire permet d'améliorer la fiabilité de ses équipements. Contrairement aux entreprises sous-traitantes, la gestion de maintenance de leurs machines n'est pas gérée par l'entreprise commanditaire qui ne peut pas agir pour l'amélioration de la fiabilité. Les seules données connues des deux sous-traitants sont leurs disponibilités stationnaires et leurs coûts unitaire de production. Le problème est de gérer économiquement le soutien productique des deux entreprises sous-traitantes afin de profiter de leurs avantages. Concernant la machine  $M_1$ , nous supposons que loi de dégradation est de type Weibull dont le taux de panne est croissant avec l'usage. La machine  $M_1$  est soumise à une politique de maintenance préventive dont le but est de réduire l'occurrence de ses pannes. Les machines sous-traitantes  $M_2$  et  $M_3$  ne sont pas contrôlable du point de vue de la maintenance puisqu'elles se situent chez les entreprises sous-traitantes. Elles imposent des périodes d'indisponibilité aléatoires. Nous supposons que la première machine sous-traitante  $M_2$  possède une disponibilité stationnaire inférieure à celle de la deuxième. En revanche, le coût unitaire de production de la machine  $M_3$  est supérieur à celui de  $M_2$ .

## 2.2.2 Notations

$f$  : Fonction de densité de probabilité associée à la durée du temps de bon fonctionnement de la machine  $M_1$ .

$F$  : Fonction de défaillance de la machine  $M_1$

$R$  : Fonction de fiabilité de la machine  $M_1$

$m$  : Âge de la maintenance préventive pour la machine  $M_1$

$\mu_p$  : Moyenne de temps pour une action de maintenance préventive pour la machine  $M_1$

$\mu_c$  : Moyenne de temps pour une action de maintenance corrective pour la machine  $M_1$

$W$  : Durée de bon fonctionnement de la machine  $M_1$

$D$  : Durée des actions de maintenance de la machine  $M_1$

$E(W)$  : Durée moyenne de bon fonctionnement de la machine  $M_1$

$E(D)$  : Durée moyenne des actions de maintenance de la machine  $M_1$

$d$  : Quantité de la demande par unité de temps

$U_1^{max}$  : Cadence de production maximale de la machine  $M_1$

$U_2^{max}$  : Cadence de production maximale de la machine sous-traitante  $M_2$

$U_3^{max}$  : Cadence de production maximale de la machine sous-traitante  $M_3$

$C_{mc}$  : Coût d'une action de maintenance corrective pour la machine  $M_1$

$C_{mp}$  : Coût d'une action de maintenance préventive pour la machine  $M_1$

$CTm$  : Le coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance de la machine  $M_1$

$C_{pr1}$  : Coût unitaire de production de la machine  $M_1$

$C_{pr2}$  : Coût unitaire de production de la machine sous-traitante  $M_2$

$C_{pr3}$  : Coût unitaire de production de la machine sous-traitante  $M_3$  avec ( $C_{pr2} < C_{pr3}$ )

$\beta_2$  : Disponibilité stationnaire de la machine sous-traitante  $M_2$

$\beta_3$  : Disponibilité stationnaire de la machine sous-traitante  $M_3$  avec ( $\beta_2 < \beta_3$ )

$Cl$  : Coût unitaire de demandes perdues

*Etat 1* : Machine disponible

*Etat 0* : Machine non disponible.

## 2.3 Stratégie du choix d'un sous-traitant unique

### 2.3.1 Politique de maintenance

La politique de maintenance adoptée pour la machine commanditaire  $M_1$  au cours de cette stratégie, est une politique de maintenance préventive de type âge défini comme suit :

{ Effectuer les actions de maintenance préventive pour la machine  $M_1$  à l'âge de la maintenance préventive  $m$   
 Ou  
 Effectuer les actions de maintenance corrective pour la machine  $M_1$  si elle tombe en panne avant l'âge de la maintenance préventive prévue  $m$  }

Suite à cette hypothèse et à la politique de maintenance adoptée, nous considérons dans notre étude que le cycle de production commence quand la machine  $M_1$  est en état de fonctionnement, et la fin du cycle correspond à la fin de la phase de maintenance effectuée sur la machine  $M_1$ .

### 2.3.2 Politique de production

L'objectif de cette politique de commande est de satisfaire la demande client dans un contexte de juste à temps. En effet, La machine  $M_1$  produit à sa cadence de production maximale  $U_1^{max}$ . La machine sous-traitante  $M_i$  assurera le reste de la demande avec une cadence  $(d - U_1^{max})$ . L'arrêt de l'une des deux machines pour des actions de maintenance entraîne des demandes perdues. Pour compenser une partie des demandes perdues causées par l'arrêt de la machine  $M_1$ , la machine sous-traitante  $M_i$  produit à sa cadence maximale  $U_i^{max}$  durant la période d'arrêt de la machine  $M_1$ . Cette politique de production peut être représentée comme suit :

$$U(t) = (U_1, U_i) = \begin{cases} (U_1^{max}, d - U_1^{max}) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{1, 1\} \\ (U_1^{max}, 0) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{1, 0\} \\ (0, U_i^{max}) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{0, 1\} \\ (0, 0) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{0, 0\} \end{cases}$$

avec

$(U_1, U_i) = (\text{cadence de production de } M_1, \text{ cadence de production de } M_i)$  et  $i \in \{2, 3\}$

*Etat 1* : Machine disponible

*Etat 0* : Machine non disponible

Hypothèse :

Le long de toute de cette étude nous négligeons :

- Le coût de lancement de commande de la production chez le sous-traitant.
- Le coût de transport entre l'entreprise commanditaire et les sous-traitants.

Pour cette stratégie de sous-traitant unique, nous supposons que les deux machines sous-traitantes  $M_2$  et  $M_3$  ont la même cadence de production maximale telle que :

$$U_2^{max} = U_3^{max} = U_s^{max}.$$

### 2.3.3 Etude analytique

Pour la première politique  $\pi^1$ , nous considérons la machine  $M_2$  comme la machine sous-traitante. L'expression analytique du coût total moyen par unité de temps incluant les coûts

des actions de maintenance, de la production et des demandes perdues est exprimée comme suit :

$$CT\pi^1 = \frac{C_{pr1}E(w)U_1^{\max} + C_{pr2}\beta_2E(w)(d - U_1^{\max}) + C_{pr2}\beta_2E(D)U_s^{\max} + Cl\left[E(D)(d - \beta_2U_s^{\max}) + E(w)(1 - \beta_2)(d - U_1^{\max})\right] + Cmc F(m) + Cmp R(m)}{\int_0^m R(t) dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p} \quad (2.1)$$

### Démonstration

- **Coût de production :**

$E(W)$  représente la durée moyenne du temps de bon fonctionnement de la machine  $M_1$ . Nous rappelons que la machine commanditaire  $M_1$  produit avec sa cadence maximale  $U_1^{\max}$ . Le coût de production de la machine  $M_1$  durant la période de son bon fonctionnement est égal à :

$$\text{Coût de production } M_1 = C_{pr1}E(w)U_1^{\max} \quad (2.2)$$

Pendant cette même période, la machine sous-traitantes  $M_2$  est censée assuré le reste de la demande ( $d - U_1^{\max}$ ). En revanche, la machine sous-traitante  $M_2$  possède une disponibilité stationnaire  $\beta_2$ . La quantité produite par la machine  $M_2$  est en fonction de sa disponibilité stationnaire, du temps de bon fonctionnement de la machine  $M_1$  et de la cadence de production de  $M_2$ . Le coût de production engendré par la machine  $M_2$  est:

$$\text{Coût de production } M_2 \text{ pendant } (E(w)) = C_{pr2}\beta_2E(w)(d - U_1^{\max}) \quad (2.3)$$

Pendant la période d'indisponibilité  $D$  de la machine  $M_1$  du à une action de maintenance, la machine sous-traitante  $M_2$  produit avec sa capacité maximale afin de diminuer les demandes perdues subies. Par conséquent, le coût de production de la machine  $M_2$  est :

$$\text{Coût de production } M_2 \text{ pendant } (E(D)) = C_{pr2}\beta_2E(D)U_s^{\max} \quad (2.4)$$

Le coût de production total de la machine sous-traitante  $M_2$  et celui de la machine  $M_1$  le long du cycle est égal à la somme des trois derniers coûts :

$$\text{Coût de production total} = C_{pr1}E(w)U_1^{\max} + C_{pr2}\beta_2E(w)(d - U_1^{\max}) + C_{pr2}\beta_2E(D)U_s^{\max} \quad (2.5)$$

- **Coût des demandes perdues :**

Pendant la période de bon fonctionnement de la machine  $M_1$ , les demandes perdues sont dues seulement à la machine sous-traitante  $M_2$  à cause de sa disponibilité stationnaire  $\beta_2$ . Il est clair que la quantité des demandes perdues pendant cette période représente le complément de la

quantité des demandes satisfaites par rapport à la quantité totale de la demande pendant la période de bon fonctionnement  $W$  de la machine  $M_1$ . La quantité de demandes perdues pendant la période de bon fonctionnement  $W$  de la machine  $M_1$  est exprimée ainsi :

$$\text{Demandes perdues pendant } E(w) = (1 - \beta_2)E(w)(d - U_1^{\max}) \quad (2.6)$$

Pendant la période d'indisponibilité de la machine  $M_1$  due à la maintenance préventive, il n'ya que la machine  $M_2$  qui produit avec sa cadence maximale  $U_2^{\max}$  afin de minimiser les demandes perdues. Par conséquent, au cours de cette période, il ya des commandes perdues causée par la disponibilité  $\beta_2$  de la machine  $M_2$ , et une autre partie qui est égale à  $(d - U_2^{\max})$  du à la limite de capacité de production maximale de  $M_2$  qui est inférieure à la demande  $d$ . La quantité des demandes perdues pendant la période de maintenance de la machine  $M_1$  est exprimée comme suit:

$$\begin{aligned} \text{Demandes perdues pendant } E(D) &= E(D)(d - U_s^{\max}) + (1 - \beta_2)E(D)U_s^{\max} \\ &= E(D) \left[ d - \beta_2 U_s^{\max} \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

A partir des équations (2.6) et(2.7), nous déduisons le coût total des demandes perdues pendant tout le cycle de production :

$$\text{Coût des commandes perdues} = Cl \left[ E(D)(d - \beta_2 U_s^{\max}) + E(w)(1 - \beta_2)(d - U_1^{\max}) \right] \quad (2.8)$$

- **Coût de maintenance**

Au cours de cette étude, nous supposons que ne nous gérons que la maintenance de la machine  $M_1$ . D'après la politique de production adoptée pour la machine  $M_1$  (section 2.3.1), le coût de maintenance est exprimé ainsi :

$$\text{Coût de maintenance} = Cmc F(m) + Cmp R(m) \quad (2.9)$$

D'après le théorème de (Cox 1962), la durée moyenne du cycle de production est exprimée comme suit:

$$\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p \quad (2.10)$$

En utilisant les équations (2.5), (2.8), (2.9) et (2.10), nous pouvons enfin établir l'expression du coût total moyen par unité de temps, intégrant la maintenance, la production et les demandes perdues :

$$CT\pi^1 = \frac{C_{pr1}E(w)U_1^{\max} + C_{pr2}\beta_2E(w)(d - U_1^{\max}) + C_{pr2}\beta_2E(D)U_s^{\max} + Cl\left[E(D)(d - \beta_2U_s^{\max}) + E(w)(1 - \beta_2)(d - U_1^{\max})\right] + CmcF(m) + CmpR(m)}{\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p} \quad (2.11)$$

Pour la deuxième politique  $\pi^2$ , où nous considérons la machine  $M_3$  comme machine sous-traitante, l'expression analytique du coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance et des demandes perdues pour cette deuxième politique est exprimée ainsi :

$$CT\pi^2 = \frac{C_{pr1}E(w)U_1^{\max} + C_{pr3}\beta_3E(w)(d - U_1^{\max}) + C_{pr3}\beta_3E(D)U_s^{\max} + Cl\left[E(D)(d - \beta_3U_s^{\max}) + E(w)(1 - \beta_3)(d - U_1^{\max})\right] + CmcF(m) + CmpR(m)}{\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p} \quad (2.12)$$

• **Choix des sous-traitants :**

Pour déterminer lequel des deux sous-traitants choisir, nous avons comparé analytiquement les coûts totaux moyens établis pour chacune des deux politiques, afin de choisir la politique la plus économique, et nous avons établi le lemme suivant :

**Lemme :**

Rappelons que  $Cl$  est le coût unitaire des demandes perdues. Le choix entre les sous-traitants est en fonction d'une certaine valeur du coût unitaire des demandes perdues que nous avons appelé  $Cl_{\text{décision}}$  telle que :

Si  $Cl > Cl_{\text{décision}}$ , la politique  $\pi^2$  qui consiste à compter sur la machine sous-traitante  $M_3$  est plus économique que la politique  $\pi^1$  qui compte sur la machine sous-traitante  $M_2$ , avec :

$$Cl_{\text{décision}} = \frac{C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2}{\beta_3 - \beta_2}$$

La décision optimale est présentée comme suit :

$Cl$	$0$	$Cl_{\text{décision}}$
Choix entre les deux sous-traitants $M_2$ & $M_3$	Sous-traitant $M_2$	Sous-traitant $M_3$

Figure 2.2 : Décision optimale.

**Démonstration :**

En faisant la comparaison des deux coûts moyens des deux politiques (2.11) et (2.12) nous obtenons :

$$CT\pi^2 - CT\pi^1 = \frac{\left[ E(W)(d - U_1^{\max}) + E(D) \times U_s^{\max} \right] \times \left[ (C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2) + Cl(\beta_3 - \beta_2) \right]}{\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p}$$

Il est facile de constater que  $\left[ E(W)(d - U_1^{\max}) + E(D) \times U_s^{\max} \right] > 0$

Et que

$$\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p > 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow CT\pi^2 - CT\pi^1 \leq 0 &\Leftrightarrow (C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2) + Cl(\beta_3 - \beta_2) < 0 \\ &\Rightarrow (C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2) < Cl(\beta_3 - \beta_2) \text{ et puisque } (\beta_3 - \beta_2) > 0 \\ &\Rightarrow \frac{(C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2)}{(\beta_3 - \beta_2)} < Cl \end{aligned}$$

$$\frac{C_{pr3}\beta_3 - C_{pr2}\beta_2}{\beta_3 - \beta_2} \leq Cl \Leftrightarrow CT\pi^2 - CT\pi^1 \leq 0$$

**2.3.4 Exemple numériques et interprétation**

Dans cet exemple numérique, nous supposons que la loi de dégradation de la machine  $M_1$  est de type Weibull, de paramètres de forme  $\gamma=2$  et d'échelle  $\beta=100$ . Les actions de maintenance corrective et préventive suivent des lois exponentielles de moyennes respectives  $\mu_c=20$  ut et  $\mu_p=5$  ut. Les autres données du problème sont présentées ainsi :  $C_{pr1}=5$  um,  $C_{pr2}=7$  um,  $C_{pr3}=19$  um,  $Cl=43$  um,  $\beta_2=60\%$ ,  $\beta_3=85\%$ ,  $d=30/ut$ ,  $U_1^{\max}=20/ut$ ,  $U_s^{\max}=20/ut$ ,  $Cmc=3000$  um, et  $Cmp=500$  um, avec um et ut représentant respectivement l'unité monétaire et l'unité de temps.

Afin d'appliquer le théorème établi précédemment, nous commençons par calculer la valeur de  $Cl_{\text{décision}}$ . En utilisant les valeurs numériques, nous obtenons :

$$Cl_{\text{décision}} = 47,8 \text{ um.}$$

La décision optimale est présentée dans le tableau suivant :

$Cl$	$0$	$Cl_{\text{décision}}=47,8$
Choix entre les deux sous-traitants $M_2$ & $M_3$	Sous-traitant $M_2$	Sous-traitants $M_3$

Si  $Cl < 47,8$ . Nous choisissons le sous-traitant  $M_2$ . Si non, nous optons pour le sous-traitant



$M_3$ . Dans notre exemple numérique où  $Cl=43$ , nous optons pour le sous-traitant  $M_2$ .

## 2.4 Stratégie de switching entre les sous-traitants

L'objectif de cette stratégie est de bénéficier plus économiquement des avantages des deux sous-traitants. Il est évident que les sous-traitants sont classifiés selon leurs disponibilités et leurs coûts unitaires de production. La stratégie proposée consiste à profiter simultanément du coût unitaire de production le plus bas d'un sous-traitant afin de minimiser le coût de production, et de profiter en même temps de la disponibilité la plus élevée d'un autre sous-traitant dans le but de réduire les demandes perdues dues aux périodes de maintenances de la machine commanditaire  $M_1$ .

Plus précisément, la stratégie de commutation ou de switching appliquées aux deux sous-traitants, consiste à compter sur le premier sous-traitant  $M_2$ , qui a le coût unitaire de production  $C_{pr2}$  et la disponibilité  $\beta_2$  les plus faibles. Cette décision est justifiée par le fait qu'au début du cycle de production, la machine  $M_1$  est considérée est comme neuve (as good as new). Ainsi, il est plus économique de commencer le cycle de production avec la machine sous-traitante qui a la disponibilité stationnaire et le coût de production les plus faibles. Après un certain temps  $x$ , il est plus rentable de commuter vers un autre sous-traitants ayant une disponibilité plus importante mais un coût de production unitaire plus élevé, puisque la fiabilité de la machine  $M_1$  diminue avec le temps, ce qui augmente le risque des demandes perdues causées par les pannes. L'optimisation de cette stratégie consiste à déterminer d'abord la date optimale  $T^*$  de la maintenance préventive à effectuer à la machine  $M_1$ , ensuite à déterminer la date optimale de commutation  $x$ .

### 2.4.1 Politique de maintenance

Pour la stratégie de commutation entre sous-traitants, nous appliquons à la machine  $M_1$  une politique de maintenance de type bloc. Quant aux machines sous-traitantes, nous ne gérons pas leurs actions de maintenances. Formellement, cette politique de maintenance peut être résumée comme suit:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Effectuer les actions de maintenance préventive pour la machine } M_1 \text{ tous} \\ \text{les } kT \text{ unité de temps avec } k \text{ un entier} \\ \text{et} \\ \text{Effectuer les actions de maintenance corrective pour la machine } M_1 \text{ à la panne} \end{array} \right\}$$

$KT$  représente la périodicité des actions de maintenance préventive.

Suite à cette hypothèse et à la politique de maintenance adoptée, nous considèrerons que le cycle de production commence quand la machine  $M_1$  est en état de fonctionnement, et la fin du cycle correspond à la fin de la phase de maintenance préventive effectuée  $T + \mu_p$ .

## 2.4.2 Politique de production

Nous rappelons que  $T$  représente la date du cycle de la maintenance préventive de la machine  $M_1$  et  $x$  la date de commutation au deuxième sous-traitant. Nous supposons que  $x$  est inférieure à  $T$ . La politique de production est présentée ainsi :

$$U(t) = (u, u_i) = \begin{cases} (U_1^{\max}, d - U_1^{\max}) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{1, 1\} \\ (U_1^{\max}, 0) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{1, 0\} \\ (0, U_i^{\max}) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{0, 1\} \\ (0, 0) & \text{Si } \{M_1, M_i\} \in \{0, 0\} \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} i = 2 & \text{si } t \in [0, x[ \\ i = 3 & \text{si } t \in [x, T + \mu_p ] \end{cases}$$

## 2.4.3 Etude analytique

### 2.4.3.1 Optimisation séquentielle

#### a. Développement analytique

L'optimisation de la politique de commutation des sous-traitants consiste à déterminer la date optimale  $x^*$ , à la quelle nous commutons au second sous-traitant, et qui minimise le coût total moyen par unité de temps intégrant la production, les actions de maintenance et les demandes perdues. Nous notons que la période de la maintenance préventive  $T$  considérée serait la période optimale  $T^*$  minimisant le coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance. Nous rappelons aussi que nous avons supposé que la date de commutation optimale  $x^*$  doit être inférieure à la période de la maintenance préventive  $T^*$  considérée.

Dans un premier temps, nous déterminons la période optimale  $T^*$  de la maintenance préventive. Dans un second temps, nous procédons à la détermination de la date optimale de commutation  $x^*$  sous la contrainte  $x^* < T^*$ .

*Détermination de  $T^*$  :*

Il est facile de voir que  $T^*$  est la solution de l'équation classique (2.13)

$$\left. \frac{dCTm}{dT} \right|_{T=T^*} = 0 \quad (2.13)$$

Avec

$$CTm = \frac{Cmp + N(T)Cmc}{T + \mu_p} \quad (2.14)$$

$CTm$  : Le coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance.

$N(T)$  : Le nombre moyen de pannes pendant la période  $T$ .

*Détermination de  $x^*$  :*

L'expression analytique du coût total moyen par unité de temps intégrant la production, les actions de maintenance et les demandes perdues  $CT$  en fonction de la date  $x$  est définie ainsi :

$$CT(x^*, T^*) = \frac{(\text{Coût de production} + \text{Coût de maintenance} + \text{Coût des demandes perdues})}{\text{Durée moyenne d'un cycle de production}} \quad (2.15)$$

Pour calculer le coût total moyen par unité de temps intégrant la maintenance, la production et les demandes perdues, nous adoptons le même temps de cycle que nous avons utilisé lors du calcul du coût moyen par unité de temps du remplacement préventif qui est égal à  $T + \mu_p$ .

Coût de production =

$$C_{pr1} U_1^{\max} [T^* - N(T^*) \mu_c] + \beta_2 C_{pr2} [N(x) \mu_c U_s^{\max} + (x - N(x) \mu_c)(d - U_1^{\max})] \quad (2.16)$$

$$+ \beta_3 C_{pr3} \left[ \begin{array}{l} (N(T) - N(x)) \mu_c U_2^{\max} \\ + ((T - x) - (N(T) - N(x)) \mu_c)(d - U_1^{\max}) + \mu_p U_2^{\max} \end{array} \right]$$

Avec

$N(x)$  est le nombre moyen de pannes pendant la période  $x$ .

$(N(T) - N(x))$  est le nombre moyen de pannes pendant la période entre  $T$  et  $x$ .

Coût des demandes perdues =

$$Cl \left[ \begin{array}{l} d \times N(x) \mu_c - N(x) \mu_c U_s^{\max} \beta_2 \\ + ((d \times x - d \times N(x) \mu_c) - U_1^{\max} (x - N(x) \mu_c)(1 - \beta_2)) \\ + d \times (N(T) - N(x)) \mu_c - (N(T) - N(x)) \mu_c U_s^{\max} \beta_3 \\ + (d \times (T - x) - d \times (N(T) - N(x)) \mu_c - U_1^{\max} ((T - x) - (N(T) - N(x)) \mu_c)(1 - \beta_3)) \\ + d \times \mu_p - \beta_3 U_s^{\max} \mu_p \end{array} \right] \quad (2.17)$$

Les coûts de production et des demandes perdues sont établis sur les trois périodes du cycle.

La première période,  $x$ , durant laquelle nous adoptons la machine  $M_2$  comme machine sous-traitante. La deuxième période, de  $x$  à  $T$ , au début de laquelle nous commutons à la machine  $M_3$  pour l'adopter comme machine sous-traitante, et la troisième période qui correspond à la période de maintenance préventive de la machine  $M_1$  pendant laquelle nous continuons toujours à adopter la machine  $M_3$  comme machine sous-traitante.

### Coût de production :

Concernant le coût de production de  $M_1$ , il faut multiplier le coût de production unitaire  $C_{pr1}$  par la durée de bon fonctionnement de celle-ci pendant la période  $T$ . Cette durée de bon fonctionnement est égale à la période  $T$  diminuée de la durée d'indisponibilité de  $M_1$  obtenue en multipliant le nombre moyen de pannes  $N(T)$  durant cette période par la durée moyenne de pannes  $\mu_c$ , ce qui donne :

$$\text{Coût de production de } M_1 = C_{pr1}(T - N(T)\mu_c) \quad (2.18)$$

Concernant les machines sous-traitantes, la machine  $M_2$  qui fonctionne seulement pendant la période de 0 à  $x$ , produit sous deux cadences. Quand  $M_1$  est fonctionnelle, la cadence de  $M_2$  est de  $(d - U_1^{\max})$  pour compléter le reste de la demande fabriquée par  $M_1$ , et quand cette dernière est en panne, la machine  $M_2$  fonctionne à sa cadence maximale  $U_2^{\max}$  pour compenser les pertes engendrées par la panne de  $M_1$ . Quant à la machine  $M_3$ , elle produit de la même façon que la machine  $M_2$ , mais pendant le reste du cycle,  $[x, T + \mu_p]$ . Par conséquent, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{Coût de production de } M_2 \text{ et } M_3 = & C_{pr2}\beta_2 \left[ N(x)\mu_c U_s^{\max} + (x - N(x)\mu_c)(d - U_1^{\max}) \right] \\ & + C_{pr3}\beta_3 \left[ (N(T) - N(x))\mu_c U_s^{\max} \right. \\ & \left. + ((T - x) - (N(T) - N(x))\mu_c)(d - U_1^{\max}) + \mu_p U_s^{\max} \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

### Coût des demandes perdues :

Le coût des demandes perdues est obtenu en multipliant le coût unitaire des demandes perdues  $Cl$  par la quantité perdue. La quantité perdue est égale à la quantité qu'auraient dû produire chacune des machines  $M_1$  et la machine sous-traitante pendant l'intervalle considéré, moins la quantité produite réellement. Ce calcul est adopté pour les trois périodes du cycle de production,  $[0, x]$ ,  $[x, T]$  et  $[T, T + \mu_p]$ .

La date de commutation optimale  $x^*$  est la solution de l'équation suivante :

$$\left. \frac{dCT}{dx} \right|_{x=x^*} = 0 \text{ avec } x^* < T \quad (2.20)$$

*b. Exemple numériques*

Dans cet exemple, nous avons utilisés les mêmes données numériques lors de l'exemple de la section 2.3.4.

Nous supposons que la loi de dégradation de la machine  $M_1$  est de type Weibull, de paramètres de forme  $\gamma=2$  et d'échelle  $\beta=100$ . Les actions de maintenance corrective et préventive suivent des lois exponentielles de moyennes respectives  $\mu_c=20$  ut et  $\mu_p=5$  ut. Les autres données du problème sont présentées ainsi :  $C_{pr1}=5$  um,  $C_{pr2}=7$  um,  $C_{pr3}=19$  um,  $Cl=43$  um,  $\beta_2=60\%$ ,  $\beta_3=85\%$ ,  $d=30$ /ut,  $U_1^{max}=20$ /ut,  $U_2^{max}=13$ /ut,  $U_3^{max}=22$ /ut,  $C_{mc}=3000$  um, et  $C_{mp}=500$  um, avec um et ut représentant respectivement l'unité monétaire et l'unité de temps.

Première étape, détermination de  $T^*$  :

La figure suivante représente la courbe du coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance  $CTm$  en fonction de la période de maintenance préventive  $T$ .

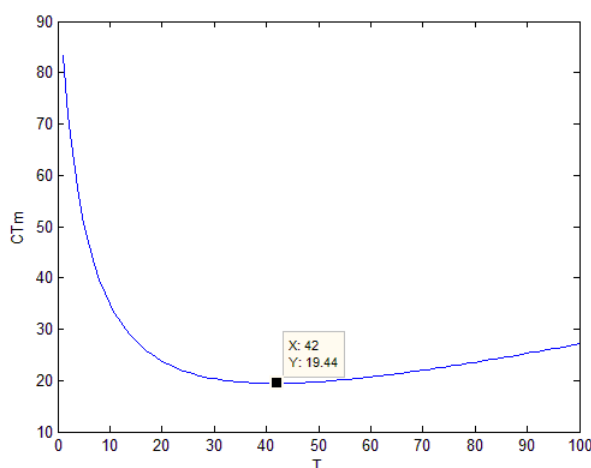


Figure 2.3 : Courbe de  $CTm$  en fonction de  $T$ .

En utilisant l'outil Matlab, nous avons obtenu  $T^*=42$  ut.

Deuxième étape, détermination de  $x^*$  :

La figure suivante présente la variation du coût total moyen par unité de temps, intégrant les coûts de la maintenance, de la production et des demandes perdues,  $CT$ , en fonction de la date de commutation  $x$ , avec  $T^*$  la période de la maintenance préventive

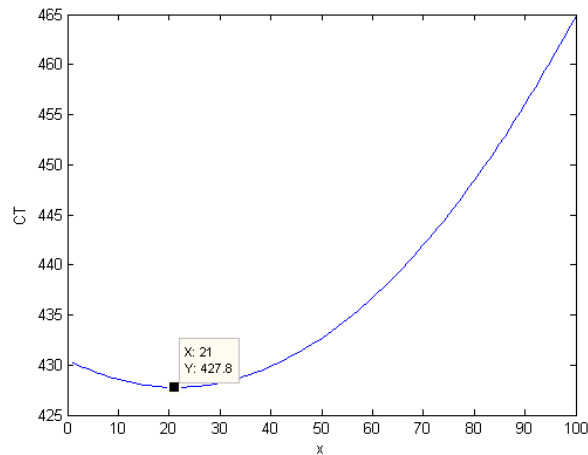


Figure 2.4 : Courbe de  $CT$  en fonction de  $x$ .

D'après la courbe obtenue avec l'outil Matlab, nous déduisons que  $x^*=21$  ut.

### 2.4.3.2 Optimisation simultanée

#### a. Développement analytique

Au cours de l'étude précédente, bien que nous avons optimisé de la maintenance intégrée à la production, l'optimisation reste séquentielle, puisque nous déterminons en premier lieu la période de maintenance préventive optimale  $T^*$  minimisant le coût total de maintenance. Cette valeur de  $T^*$  est utilisée par la suite, pour déterminer la date optimale  $x^*$  de commutation entre les sous-traitants minimisant le coût de production et des demandes perdues.

Dans cette partie, nous réalisons une optimisation simultanée du coût total moyen total intégrant la maintenance, la production et les demandes perdues en déterminant le couple  $(T^*, x^*)$ .

Pour simplifier les calculs, nous avons supposé que  $x = \zeta \times T$  avec  $\zeta \leq 1$  par conséquent, notre problème revient à déterminer le couple  $(T^*, \zeta^*)$ . Par développement analytique, nous avons démontré le théorème suivant :

#### **Théorème :**

Si les conditions (C1), (C2), (C3) sont vérifiées, il existe alors  $(T^*, \zeta^*)$  minimisant le coût total telle que :

$$\text{Si } \begin{cases} \text{Sup}(B', C') < Cl < A' \text{ (C1)} \\ (\beta_3 - \beta_2)U_1^{\max} + \beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_3(d - U_3^{\max}) > 0 \text{ (C2)} \\ (\beta_3 - \beta_2)(U_1^{\max}(1 - \mu_c) - d) - \mu_c\beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_2\mu_c(d - U_3^{\max}) < 0 \text{ (C3)} \end{cases}$$

$$\text{avec } A' = \frac{\beta_3 C_{pr3} - \beta_2 C_{pr2}}{\beta_3 - \beta_2};$$

$$B' = \frac{\beta_3 C_{pr3}(d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) - \beta_2 C_{pr2}(U_1^{\max} + U_2^{\max} - d)}{(\beta_3 - \beta_2)U_1^{\max} + \beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_3(d - U_3^{\max})} \text{ et}$$

$$C' = \frac{\mu_c(\beta_3 C_{pr3}(d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) - \beta_2 C_{pr2}(U_1^{\max} + U_2^{\max} - d)) + (d - U_1^{\max})(\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3})}{(\beta_3 - \beta_2)(U_1^{\max}(1 - \mu_c) - d) - \mu_c\beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_3\mu_c(d - U_3^{\max})}$$

### Démonstration

Nous rappelons que nous avons supposé que  $x = \xi \times T$  pour avoir un coût total exprimé en fonction de  $T$  et  $\xi$ .

Le coût total établi peut être exprimé ainsi :

$$CT(T, x) = N(x)\mu_c \left[ \frac{\beta_2 C_{pr2}(U_1^{\max} + U_2^{\max} - d) + \beta_3 C_{pr3}(d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) + Cl((\beta_3 - \beta_2)U_1^{\max} + \beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_3(d - U_3^{\max}))}{(\beta_3 - \beta_2)U_1^{\max} + \beta_2(d - U_2^{\max}) - \beta_3(d - U_3^{\max})} \right] + x((d - U_1^{\max})(\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3} + Cl(\beta_3 - \beta_2)) + A + B) \quad (2.21)$$

Avec

$$A = (1 - \beta_3)(N(T)\mu_c d + T(d - U_1^{\max}) + N(T)\mu_c(d - U_1^{\max}) + \mu_p) + \beta_3(N(T)\mu_c(d - U_2^{\max}) + \mu_p(d - U_3^{\max})) \quad (2.22)$$

Et

$$B = C_{pr1}U_1^{\max}(T - N(T)\mu_c) + \beta_3 C_{pr3}N(T)\mu_c U_3^{\max} + \beta_3 C_{pr3}T(d - U_1^{\max}) - \beta_3 C_{pr3}N(T)\mu_c(d - U_1^{\max}) + \beta_3 C_{pr3}\mu_p U_2^{\max} \quad (2.23)$$

Nous remplaçons  $x$  par  $(\xi \times T)$  et nous déterminons  $(\xi^*, T^*)$  vérifiant:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial CT(T, \xi)}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi^*} = 0 \\ \left. \frac{\partial CT(T, \xi)}{\partial T} \right|_{T=T^*} = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

Sachant que :

$$N(x) = N(\xi T) = C \xi^2 T^2 \text{ avec } C = 7,818 \times 10^{-5} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial CT(\xi, T)}{\partial \xi} &= 2\xi T^2 \mu c \left[ \beta_2 C_{pr2} (U_1^{\max} + U_2^{\max} - d) + \beta_3 C_{pr3} (d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) \right. \\ &\quad \left. + Cl(\beta_3 - \beta_2) U_1^{\max} + \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 (d - U_3^{\max}) \right] \\ &\quad + T((d - U_1^{\max})(\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3} + Cl(\beta_3 - \beta_2))) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$C = 7,818 \times 10^{-5}$

Ce dérivé s'annule pour une valeur :

$$\xi = - \frac{(d - U_1^{\max})(\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3} + Cl(\beta_3 - \beta_2))}{2T \mu c \left( \beta_2 C_{pr2} (U_1^{\max} + U_2^{\max} - d) + \beta_3 C_{pr3} (d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) \right.} \quad (2.27)$$

$$\left. + Cl(\beta_3 - \beta_2) U_1^{\max} + \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 (d - U_3^{\max}) \right)$$

Puisque  $x = \xi \times T$  et que  $x$  est inférieure à  $T$ ,  $\xi$  doit être comprise entre 0 et 1. Pour satisfaire cette contrainte, il faut vérifier trois conditions :

$$\begin{cases} Sup(B', C') < Cl < A' \quad (C1) \\ (\beta_3 - \beta_2) U_1^{\max} + \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 (d - U_3^{\max}) > 0 \quad (C2) \\ (\beta_3 - \beta_2)(U_1^{\max} (1 - \mu_c) - d) - \mu_c \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_2 \mu c (d - U_3^{\max}) < 0 \quad (C3) \end{cases}$$



avec

$$A' = \frac{\beta_3 C_{pr3} - \beta_2 C_{pr2}}{\beta_3 - \beta_2}$$

$$B' = \frac{\beta_3 C_{pr3} (d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) - \beta_2 C_{pr2} (U_1^{\max} + U_2^{\max} - d)}{(\beta_3 - \beta_2) U_1^{\max} + \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 (d - U_3^{\max})}$$

$$C' = \frac{\mu_c (\beta_3 C_{pr3} (d - U_3^{\max} - U_1^{\max}) - \beta_2 C_{pr2} (U_1^{\max} + U_2^{\max} - d)) + (d - U_1^{\max}) (\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3})}{(\beta_3 - \beta_2) (U_1^{\max} (1 - \mu_c) - d) - \mu_c \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 \mu_c (d - U_3^{\max})}$$

L'expression (2.27) doit être remplacée dans le calcul du dérivé du coût total par rapport à  $T$  de l'équation suivante (2.28):

$$\frac{\partial C(\xi, T)}{\partial T} = T \left[ \begin{array}{l} C \times \xi^2 \times \mu_c (\beta_2 C_{pr2} (U_1^{\max} + U_2^{\max} - d) + \beta_3 C_{pr3} (d - U_3^{\max} - U_1^{\max})) \\ + Cl (\beta_3 - \beta_2) U_1^{\max} + \beta_2 (d - U_2^{\max}) - \beta_3 (d - U_3^{\max}) \\ + 2\beta_3 \mu_c \times C \times 10^{-5} (C_{pr3} - Cl) (U_3^{\max} - d) \\ + 2\mu_c \times C \times U_1^{\max} (\beta_3 C_{pr3} - C_{pr1} + Cl(1 - \beta_2)) + 2 \times C \times Cmc \end{array} \right] \quad (2.28)$$

$$+ C_{pr1} U_1^{\max} + \xi ((d - U_1^{\max}) (\beta_2 C_{pr2} - \beta_3 C_{pr3}) + Cl (\beta_3 - \beta_2)) + Cl (1 - \beta_3) (d - U_1^{\max})$$

### b. Exemple numérique

Dans cet exemple numérique, nous avons utilisé les mêmes données que ceux utilisées lors de l'exemple précédent.

Les données numériques choisies vérifient les cinq conditions du théorème. Nous appliquons les valeurs numériques à l'équation(2.27). Nous obtenons :

$$\xi = \frac{21}{T} \quad (2.29)$$

A partir de l'équation(2.29), nous pouvons déduire que la date de commutation optimale est  $x^*=21$ . Nous remplaçons ensuite la valeur de  $\xi$  dans l'équation(2.28), et nous traçons la courbe de  $\frac{\partial CT(T)}{\partial T}$  en fonction de  $T$ .

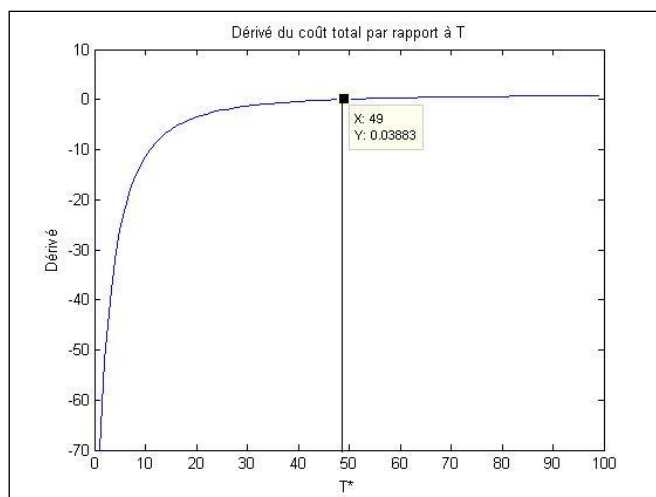


Figure 2.5 : Courbe de variation de  $\frac{\partial CT(T)}{\partial T}$  en fonction de T.

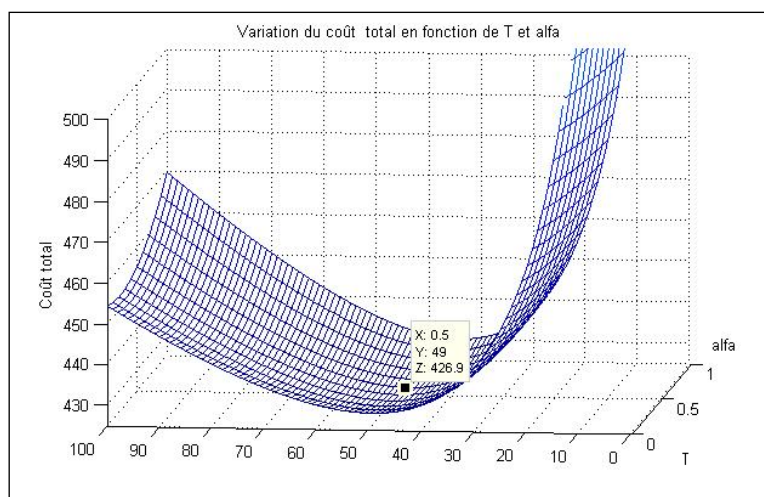


Figure 2.6 : Courbe de variation du coût total en fonction de T et  $\xi$ .

A l'aide de Matlab, nous déterminons  $T^*=49$  qui annule  $\frac{\partial CT(T)}{\partial T}$ . Il est facile de voir à partir de la courbe, que le coût total en fonction de la date de maintenance préventive  $T$  évolue ainsi :

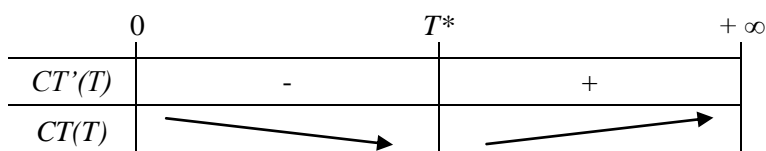


Figure 2.7 : Évolution du coût total en fonction de T

Le tableau de variation confirme que le minimum est obtenu pour  $T^* = 49$  ut. Nous concluons

alors que pour minimiser simultanément le coût des actions de maintenance, de production et des demandes perdues, nous devons effectuer les actions de maintenance préventive tous les 49 *ut*, et de commencer de produire avec la première machine sous-traitante  $M_2$ , avant de commuter à la deuxième  $M_3$ , après 21 *ut*.

Tableau 2.1 : Comparaison entre l'optimisation séquentielle et l'optimisation simultanée.

	$T^*$	$x^*$	$CT^*$
Optimisation séquentielle	42	21	427.8
Optimisation simultanée	49	21	426.9

En comparant les résultats obtenus de l'optimisation simultanée avec ceux obtenus avec l'optimisation séquentielle (Tableau 2.1), nous remarquons que la date de permutation  $x^*$  est la même, aussi le coût total moyen  $CT^*$  diminue légèrement. Par contre, la période de la maintenance préventive  $T^*$  augmente de 42 à 49 ce qui représente en soit une amélioration, car il permet au manager de la production de décaler la période la maintenance préventive en cas de besoin, sans se soucier des coûts.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons traité le problème d'une maintenance intégrée à la production dans un contexte de sous-traitance. Dans ce cadre, la problématique traitée concerne une entreprise représentée par une machine  $M_1$  fabriquant un seul type de produit selon une demande connue et constante au cours du temps. Cette demande est supérieure à la cadence de production maximale de la machine  $M_1$ . Pour satisfaire cette demande, l'entreprise fait recours à la sous-traitance. Deux entreprises sous-traitantes représentées par deux machines  $M_2$  et  $M_3$  sont capables de répondre à ce besoin. L'objectif étant de gérer économiquement l'apport productif des sous-traitants. Le deuxième sous-traitant dépasse le premier point de vue disponibilité, par contre, il possède un coût unitaire de production supérieur à celui du premier. De point de vue fiabilité, la machine  $M_1$  est soumise à une politique de maintenance préventive dont le but est de réduire l'occurrence des pannes. Dans le cas des machines sous-traitantes, leur gestion de la maintenance est incontrôlable.

Dans un premier temps, nous avons considéré la stratégie du sous-traitant unique. A l'aide d'une étude analytique, nous avons établi un théorème qui prouve que le choix économique du sous-traitant unique parmi les deux sous-traitants, est conditionné par le coût unitaire des demandes perdues.

Dans un second temps, nous avons défini une deuxième politique de commutation entre les sous-traitants. Cette politique consiste à adopter la machine  $M_2$  qui possède une disponibilité faible comme machine sous-traitante jusqu'à une date  $x$  inférieure à la période de la maintenance préventive prévue  $T$ . A partir de la date  $x$ , nous commutons à l'autre machine sous-traitante  $M_3$ , pour l'adopter comme machine sous traitante jusqu'à la fin du cycle. La stratégie revient à déterminer la date optimale  $T^*$  de la réalisation de la maintenance

préventive, et la date  $x^*$  à la quelle nous permutons au deuxième sous-traitant.

Le prochain chapitre, traite l'amélioration de la stratégie de la maintenance intégrée à la production basée sur la commutation entre les sous-traitants, en minimisant les pertes des demandes client. Cette amélioration est assurée par la mise en place d'une politique de maintenance avec prise en compte de la gestion de production à travers l'introduction d'un stock.

### ***Chapitre 3 : Optimisation d'une politique de maintenance intégrée sous une contrainte de sous-traitance avec construction de stock****Equation Chapter (Next) Section 1*

**C**e présent chapitre est une continuité du chapitre précédent, dont la problématique traite le cas d'une machine qui fait appel à la sous-traitance pour répondre à une demande constante sur un horizon infini. Dans ce chapitre, nous adopterons la stratégie de la construction de stock afin de diminuer le risque des demandes perdues. Cette stratégie est basée sur la politique du "hedging point". L'optimisation de cette stratégie consiste à déterminer le niveau de stock optimal à construire, la périodicité optimale de la maintenance préventive de la machine principale et le facteur  $\alpha$  de pondération de cadence du sous-traitant. Ces variables de décisions minimiseront simultanément le coût moyen intégrant celui de la production, de la maintenance, du stockage et des commandes perdues. Ce chapitre sera achevé par une étude de sensibilité montrant les limites, ainsi que l'impact des différents paramètres qui influenceront sur la rentabilité de la stratégie adoptée.

## 3.1 Introduction

Comme dans le chapitre précédent, la problématique considérée concerne une entreprise manufacturière devant satisfaire une demande connue d'avance et constante dans le temps. Pour atteindre son objectif en minimisant les coûts, cette entreprise  $M_1$  fait appel à la sous-traitance.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'améliorer la politique de maintenance intégrée étudiée au chapitre précédent en minimisant les pertes induites des demandes perdues dues aux indisponibilités de la machine principale  $M_1$  et celles du sous-traitant. Cette amélioration est facilitée par l'adoption de la stratégie de construction d'un stock basée sur la politique du "hedging point", en plus, lors de la stratégie étudiée au chapitre précédent, nous supposons qu'en cas de panne de la machine  $M_1$ , la machine sous-traitante fonctionne à sa cadence maximale afin de minimiser les pertes. Dans le cas réel, ce type de basculement de cadence est opéré généralement avec du retard et non pas instantanément. Ce stock a pour but de satisfaire la demande pendant les périodes d'indisponibilité des machines suite à des pannes et aux actions de la maintenance préventive de la machine  $M_1$ . L'optimisation de cette politique améliorée est fondée sur la détermination simultanée de la période de la maintenance préventive optimal  $T^*$  de la machine  $M_1$ , d'un niveau de stock optimal  $S^*$ , et de la cadence de production de la machine sous-traitante  $M_2$  exprimée par un facteur  $\alpha$  de pondération de sa cadence de production maximale  $U_2^{max}$ . Ces variables de décision minimisent le coût total moyen par unité de temps intégrant la maintenance, le stockage, la production et les demandes perdues.

## 3.2 Description de la politique

### 3.2.1 Notations

$f$ : Fonction de densité de probabilité associée à la durée du temps de bon fonctionnement de la machine  $M_1$

$g_p$ : Fonction de densité de probabilité de la durée d'une action de maintenance préventive

$\mu_p$ : Moyenne de temps pour une action de maintenance préventive pour la machine  $M_1$

$\mu_c$ : Moyenne de temps pour une action de maintenance corrective pour la machine  $M_1$

$d$ : Quantité de la demande par unité de temps

$U_1^{max}$ : Cadence de production maximale par unité de temps de la machine  $M_1$

$U_2^{max}$ : Cadence de production maximale par unité de temps de la machine sous-traitante  $M_2$

$C_{mc}$ : Coût d'une action de maintenance corrective pour la machine  $M_1$

$C_{mp}$ : Coût d'une action de maintenance préventive pour la machine  $M_1$

$C_{pr1}$ : Coût unitaire de production de la machine  $M_1$

$C_{pr2}$ : Coût unitaire de production de la machine sous-traitante  $M_2$

$\beta_2$  : Disponibilité stationnaire de la machine sous-traitante  $M_2$

$Cl$  : Coût unitaire de demandes perdues

$Cs$  : Coût de stockage par pièce par unité de temps

$S$  : Niveau de stock optimal

$\alpha$  : Facteur de pondération de cadence de  $M_1$ .

### 3.2.2 Hypothèses

Les hypothèses adoptées lors de cette étude sont les suivants :

- La production de  $M_2$  est livrée directement au client.
- Le coût de transport et du lancement de production de  $M_1$  et  $M_2$  sont négligeables.
- La probabilité que la machine  $M_1$  tombe en panne pendant la phase de construction de stock est nulle.
- Le niveau de stock  $S$  à construire est supposé assez important pour ne pas tomber en rupture de stock jusqu'à la fin de la période  $T$ .

### 3.2.3 Politique de maintenance.

La politique de maintenance adoptée à la machine  $M_1$  est de type bloc. Cette politique est résumée comme suit :

{	Effectuer les actions de maintenance préventive pour la machine $M_1$ tous	}
	les $kT$ unité de temps avec $k \in \mathbb{N}$	
	<i>et</i>	
	Effectuer les actions de maintenance corrective pour la machine $M_1$ à la panne	}

$KT$  représente la périodicité des actions de maintenance préventive.

Nous supposons que le cycle commence quand la machine  $M_1$  est en état de fonctionnement, et la fin du cycle correspond à la fin de la phase de maintenance préventive effectuée  $T + \mu_p$ .

### 3.2.4 Politique de production

L'objectif de cette politique du "hedging point" est de construire un stock  $S$  assurant la continuité de la demande constante et de minimiser au maximum les pertes des demandes clients. Nous considérons dans cette stratégie que le stock est construit uniquement avec la production de la machine  $M_1$ . Le reste de la production est assurée par la machine sous-traitance représentée dans cette étude par une seule machine notée  $M_2$ . Cette machine  $M_2$  est caractérisée par une disponibilité stationnaire  $\beta_2$  et une cadence de production maximale  $U_2^{max}$ , avec les critères suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1^{\max} < d \\ U_2^{\max} < d \\ U_1^{\max} + U_2^{\max} > d \end{array} \right\}$$

Comme la production de la machine  $M_2$  est livrée directement au client, le stock est construit avec une cadence  $P_1$  égale à la cadence maximale de  $M_1$  diminuée du reste à compléter à la production de  $M_2$  pour atteindre la demande  $d$ , ceci en tenant compte de la disponibilité stationnaire  $\beta_2$  de la machine  $M_2$ . Nous notons  $\alpha$ , le facteur de pondération de la production de la machine  $M_2$ . (Voir équation(3.1)).

$$P_1 = U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}) \quad (3.1)$$

Durant la période de construction de stock que nous notons  $A$ , nous rappelons que la probabilité que la machine  $M_1$  tombe en panne est nulle, puisque cette période vient juste après une action de maintenance préventive. Une fois que le stock atteint le niveau  $S$ , les deux machines  $M_1$  et  $M_2$  produisent à la demande jusqu'à la date  $T$  qui correspond à la période de maintenance préventive.

La consommation du stock pendant la période d'indisponibilité de  $M_1$  est égale à la demande  $d$  moins la cadence de production de  $M_2$  :

$$P_2 = d - \alpha\beta_2 U_2^{\max} \quad (3.2)$$

Nous rappelons que le niveau de stock  $S$  à construire est supposé assez important pour ne pas tomber en rupture de stock jusqu'à  $T$ . Nous représentons la politique de production adoptée de la manière suivante:

$$U(t) = (U_1, U_2) = \begin{cases} (U_1^{\max}, \alpha U_2^{\max}) & \text{si } t \in [0, A[ : \text{phase de construction de stock} \\ (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}, \alpha U_2^{\max}) & \text{si } t \in [A, T[ : \text{phase de production à la demande} \\ (0, \alpha U_2^{\max}) & \text{si } t \in [T, T + \mu p] : \text{phase de maintenance préventive de } M_1 \end{cases}$$

avec  $U_1, U_2$  les cadences respectives des machines  $M_1$  et  $M_2$

### 3.3 Etude analytique

Nous rappelons que l'objectif de cette étude est de déterminer simultanément la période de maintenance préventive optimale  $T$  de la machine  $M_1$ , le niveau de stock  $S$  optimal et la cadence de production  $\alpha U_2^{\max}$  de la machine  $M_2$  qui minimisent le coût total moyen intégrant la production, la maintenance, le stockage et les demandes perdues.



### 3.3.1 Développement analytique des coûts

L'expression analytique du coût total moyen par unité de temps, intégrant la production, les actions de maintenance, les demandes perdues et le coût de stockage  $CT$  est comme suit :

$$CT(T, S, \alpha) = \frac{\left( \begin{array}{l} \text{coût de production + coût de maintenance +} \\ \text{coût des commandes perdues + coût de stockage} \end{array} \right)}{T + \mu p} \quad (3.3)$$

#### 3.3.1.1 Coût de production

Le coût de la production est égale à la somme des coûts de production des machines  $M_1$  et  $M_2$ . Le coût de production de  $M_2$  est égal au produit du coût unitaire de production de  $M_2$ , de la disponibilité  $\beta_2$ , de la cadence maximale  $U_2^{\max}$ , de la longueur du cycle et du facteur  $\alpha$ . Le facteur  $\alpha$  permet de commander la cadence de production de  $M_2$  et d'étudier par la suite la sensibilité du coût total moyen en fonction de la cadence de  $M_2$ .

Concernant la machine  $M_1$ , le coût de production est établi sur deux périodes. La première, jusqu'à la date  $A$  exprimée à la formule suivante (3.4), qui représente la date à laquelle le stock atteint la valeur optimale  $S$ . Pendant cette période  $A$ , la machine  $M_1$  fonctionne à sa cadence maximale sans tomber en panne. Le coût de production est égal au produit du coût unitaire de production  $C_{pr1}$  par la cadence maximale  $U_1^{\max}$  par la durée  $A$ . Durant le reste de la période de  $A$  à  $T$ , la machine  $M_1$  complète ce qui est déjà produit par  $M_2$  pour atteindre la demande  $d$  avec une cadence  $P_2$ . Nous rappelons que contrairement au chapitre précédent, la cadence de production de la machine sous-traitante  $M_2$  est constante tout le long du cycle et elle est égale à  $\alpha U_2^{\max}$ . L'expression analytique du coût est présentée à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \text{Coût de production} &= C_{pr1} [U_1^{\max} A + (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max})(T - A - N(T)\mu c)] + \\ & C_{pr2} \alpha \beta_2 U_2^{\max} (T + \mu p) \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec  $A = \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max})}$  (voir figure 3.1)

et  $N(T)$  est le nombre moyen des pannes pendant  $T$ .

3.3.1.2 Coût de stockage et des commandes perdues

L'évolution du stock tout au long du cycle est illustrée à la figure suivante :

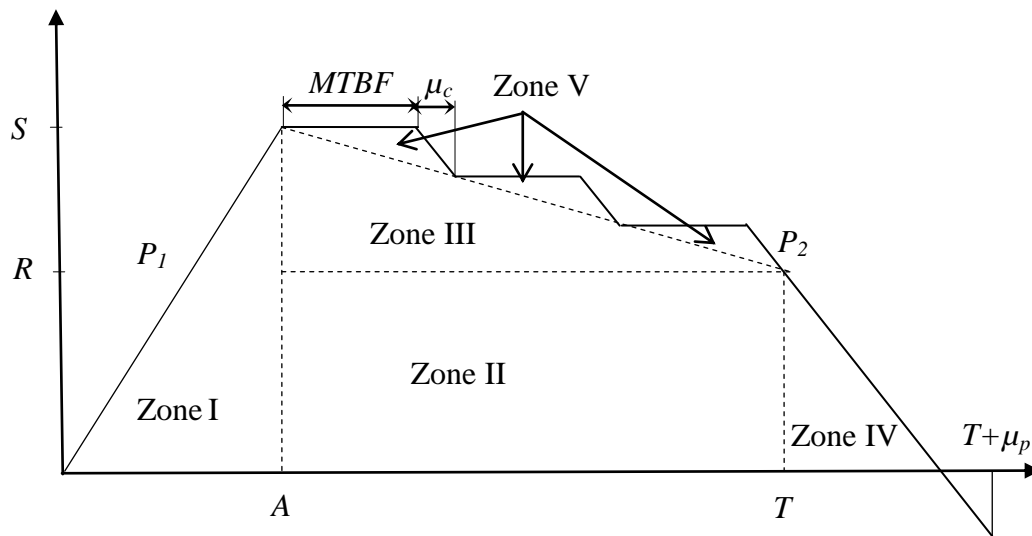


Figure 3.1 : Evolution du stock en fonction de  $T$  et  $S$ .

Dans notre étude de l'évolution du stock, nous nous sommes basés sur le modèle proposé par Chelbi et Ait Kadi. (Chelbi et Ait Kadi 2004). Ainsi, nous avons divisé le cycle de production en trois phases.

**Phase 1 [0, A [ :**

Cette phase correspond à la construction du stock jusqu'au niveau optimal  $S$ . Cette construction se fait suivant une pente  $P_1$  (équation(3.1)).

**Phase 2 [A, T [ :**

Pendant cette phase, les deux machines  $M_1$  et  $M_2$  produisent ensemble à la demande. Pendant les périodes où la machine  $M_1$  est en panne, le stock diminue avec une cadence  $P_2$  (équation(3.2)). La quantité consommée durant chaque panne est égale à  $\mu_c \times P_2$ , et la quantité totale consommée pendant toute cette phase est égale au produit  $\mu_c \times P_2$  multiplié par le nombre moyen des pannes de  $M_1$  durant cette phase.

**Phase 3 [T, T +  $\mu_p$ ] :**

Cette dernière phase représente la durée de la période de la maintenance préventive  $\mu_p$  de  $M_1$ . Pendant cette phase, le stock diminue continuellement jusqu'à la fin du cycle avec la même cadence  $P_2$ . Le stock à la date  $T$  est égal à :

$$R = S - N(T)\mu_c P_2 \quad (3.5)$$

Si la quantité  $R$  à la fin de la période  $T$  n'est pas suffisante, il y aurait risque de rupture de stock pendant la maintenance préventive  $\mu_p$ .

Pour calculer le coût de stockage, nous avons divisé la courbe de l'évolution du stock en cinq zones. Le coût de stockage est égal à la somme des surfaces des cinq zones, multipliée par le coût de stockage  $C_s$  par pièce par unité de temps.

**Calcul de la zone I :**

$$\text{Zone I} = \frac{S^2}{2(U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}))} \quad (3.6)$$

**Calcul de la zone II :**

$$\begin{aligned} \text{Zone II} &= (T - A)R \\ \text{Zone II} &= R\left(T - \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})}\right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

**Calcul de la zone III :**

$$\begin{aligned} \text{Zone III} &= \frac{(T - A)(S - R)}{2} \\ \text{Zone III} &= \frac{(S - R)}{2} \left( T - \left( \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

**Calcul de la zone IV :**

Concernant la zone 4 deux cas sont possibles :

Dans le premier, la quantité consommée pendant la période de maintenance préventive  $\mu_p$  est inférieure au niveau de stock  $R$  à la date  $T$ , telle que  $(R > \mu_p \times P_2)$ , dans ce cas, l'évolution du stock sera comme suit :

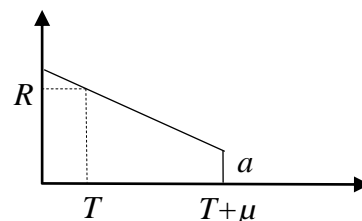


Figure 3.2 : Evolution du stock pendant  $\mu_p$ .

La quantité restée en stock en fin de la période  $T$  est représentée dans la Figure 3.2 par la lettre "a" avec :

$$a = R - (\mu_p \times P_2) \quad (3.9)$$

Le stock moyen est comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Zone IV}_a &= (a + R) \frac{\mu_p}{2} \text{ ce qui donne} \\ \text{Zone IV}_a &= [2(S - N(T)\mu_c P_2) - (\mu_p \times P_2)] \frac{\mu_p}{2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Dans le cas contraire, où  $R < \mu_p \times P_2$ , en plus du coût de stockage durant  $\mu_p$ , nous aurons un coût des demandes perdues :

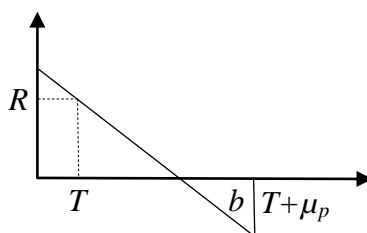


Figure 3.3 : Evolution du stock pendant  $\mu_p$  (cas pénurie).

Le stock moyen est:

$$\text{Zone IV}_b = \frac{R^2}{2P_2} = \frac{(S - N(T)\mu_c P_2)^2}{2P_2} \quad (3.11)$$

La demande perdue est égale à "b" avec :

$$b = (\mu_p \times P_2) - R \quad (3.12)$$

**Calcul de la zone V :**

$$\text{Zone V} = N(T) \left( \frac{(MTBF + \mu_c)\mu_c P_2}{2} - \left( \frac{\mu_c^2 P_2}{2} \right) \right) \quad (3.13)$$

Le coût de stockage total est égal à la somme des surfaces des cinq zones multipliée par le coût de stockage unitaire par unité de temps  $C_s$ :

$$\begin{aligned} \text{Coût de stockage total} &= C_s(\text{Zone I} + \text{Zone II} + \text{Zone III} + P_s \times \text{Zone IV}_a + \\ & (1 - P_s) \times \text{Zone IV}_b + \text{Zone V}) \end{aligned}$$

$$\text{Coût de stockage total} = Cs \left( \begin{aligned} & \left( \frac{S^2}{2(U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}))} + \right. \\ & R \left( T - \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})} \right) + \\ & \left. \frac{(S - R)}{2} \left( T - \left( \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})} \right) \right) \right) + \\ & PS \left( [2(S - N(T)\mu_c P_2) - (\mu_p \times P_2)] \frac{\mu_p}{2} \right) + \\ & (1 - PS) \left( \frac{(S - N(T)\mu_c P_2)^2}{2P_2} \right) + \\ & N(T) \left( \frac{(MTBF + \mu_c)\mu_c P_2}{2} - \left( \frac{\mu_c^2 P_2}{2} \right) \right) \end{aligned} \right) \quad (3.14)$$

Avec  $Ps$ , la probabilité que la durée des actions de maintenance préventive soit inférieure à  $\frac{R}{P_2}$ , c'est-à-dire le cas où il n'y aurait pas de pénurie. Cette probabilité est exprimée comme suit :

$$Ps = \int_0^{\frac{R}{P_2}} g_p(t) dt \quad (3.15)$$

Le coût des commandes perdues dépend de la probabilité  $Ps$ . La probabilité  $Ps$  dépend de la durée de l'intervention d'une maintenance préventive  $\mu_p$ . Si cette dernière est importante, telle que la quantité  $R$  en stock à la date  $T$  est insuffisante pour satisfaire la demande durant cette période ( $\frac{R}{P_2} < \mu_p$ ), il y aurait rupture de stock. Le coût des demandes perdues sera alors comme suit :

$$\text{Coût des demandes perdues} = Cl(1 - Ps)((\mu_p \times P_2) - R) \quad (3.16)$$

### 3.3.1.3 Coût de la maintenance

Etant donné que la stratégie de maintenance adoptée est de type bloc, le coût de la maintenance est exprimé ainsi :

$$\text{Coût de la maintenance} = Cmc N(T) + Cmp \quad (3.17)$$

Pour que le modèle étudié évolue au cours du temps comme le montre la Figure 3.1, il faut tenir compte des conditions suivantes :

- Il faut que la pente  $P_1$  avec laquelle nous construisons le stock soit strictement supérieure à zéro pour pouvoir construire un stock pendant la période  $A$ .
- La période  $A$  de construction du stock, doit être inférieure ou égale à  $T$ .
- Pour éviter le risque de tomber en rupture de stock pendant la période entre  $A$  et  $T$ , il faut que la quantité consommée pendant les périodes d'indisponibilité de  $M_1$  soit inférieure au stock optimal  $S$ .

Ces conditions sont formulées analytiquement comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha > \frac{d - U_1^{\max}}{\beta_2 U_2^{\max}} \quad (C1) \\ \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max})} \leq T \quad (C2) \\ S > N(T) \mu_c P_2 \quad (C3) \end{array} \right.$$

Nous tiendrons comptes de ces conditions dans la résolution du problème.

L'expression du coût total comprenant les coûts de la production, de la maintenance, du stockage et des demandes perdues en fonction de  $T$ ,  $S$  et  $\alpha$  est la somme des équations : (3.4), (3.14), (3.16) et (3.17) :

$$CT(T, S) = \frac{\left( \begin{array}{l} C_{pr1} [U_1^{\max} A + (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max}) (T - A - N(T) \mu c)] + \\ C_{pr2} \alpha \beta_2 U_2^{\max} (T + \mu p) + \\ \left( \frac{S^2}{2(U_1^{\max} - (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max}))} + R \left( T - \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max})} \right) + \right. \\ \left. \frac{(S - R)}{2} \left( T - \left( \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha \beta_2 U_2^{\max})} \right) \right) + \right. \\ C_s \left( PS \left( [2(S - N(T) \mu_c P_2) - (\mu_p \times p_2)] \frac{\mu_p}{2} \right) + \right. \\ \left. (1 - PS) \left( \frac{(S - N(T) \mu_c P_2)^2}{2P_2} \right) + \right. \\ \left. N(T) \left( \frac{(MTBF + \mu_c) \mu_c P_2}{2} - \left( \frac{\mu_c^2 P_2}{2} \right) \right) \right. \\ \left. Cl(1 - Ps)((\mu_p \times P_2) - R) + \right. \\ \left. Cmc N(T) + Cmp \right) }{T + \mu_p} \quad (3.18)$$

Rappelons que :  $P_1 = U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})$ ,  $P_2 = d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}$ ,  $R = S - N(T)\mu_c P_2$ ,

$$A = \frac{S}{U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max})} \quad \text{et} \quad Ps = \int_0^R g_p(t) dt.$$

La résolution de notre problème revient à résoudre les équations suivantes :

$$\left. \frac{dCT(T, S)}{dTdS} \right|_{(T^*, S^*)} = 0 \quad \text{et}$$

$$\left. \begin{array}{l} \left. \frac{dCT(T, S)}{dT} \right|_{(T^*)} = 0 \\ \left. \frac{dCT(T, S)}{dS} \right|_{(S^*)} = 0 \\ \left. \frac{dCT(T, S)}{d\alpha} \right|_{(S^*)} = 0 \end{array} \right\}$$

Etant donné la difficulté de la résolution analytique de notre problème, nous avons opté pour une résolution numérique.

### 3.4 Résolution numérique

Nous commençons la résolution numérique par la vérification des conditions citées à la section précédente. Nous rappelons que dans cet exemple à étudier, nous avons trois variables de décisions qui sont le niveau de stock optimale  $S^*$ , la période de la maintenance préventive  $T^*$  et le facteur  $\alpha^*$  de pondération de cadence de production de  $M_2$ . Dans une deuxième étape, nous déterminons l'espace de résolution limité par les valeurs seuils de  $S$  et  $\alpha$ . Concernant le facteur  $\alpha$ , il faut déterminer la valeur minimale à partir de laquelle nous pouvons construire un stock. Par la suite, nous déterminons la valeur limite de stock  $S_{min}$  à construire pour ne pas tomber en rupture de stock. Une fois ces valeurs sont déterminées, nous réalisons trois boucles. Dans la première nous faisons varier le facteur  $\alpha$  de pondération de cadence de  $M_2$  entre sa valeur minimale et 1. A l'intérieure de cette boucle, nous varions la période  $T$  de la maintenance préventive. En fin, pour chaque valeur de  $T$ , nous varions la valeur  $S$  du stock à construire entre sa valeur maximale et sa valeur minimale. Pour chaque combinaison de  $(\alpha, T, S)$ , nous calculons le coût total moyen  $CT$  pour trouver à la fin le coût total moyen optimal  $CT_{op}(\alpha_{op}, T_{op}, S_{op})$ . Voir Figure 3.4

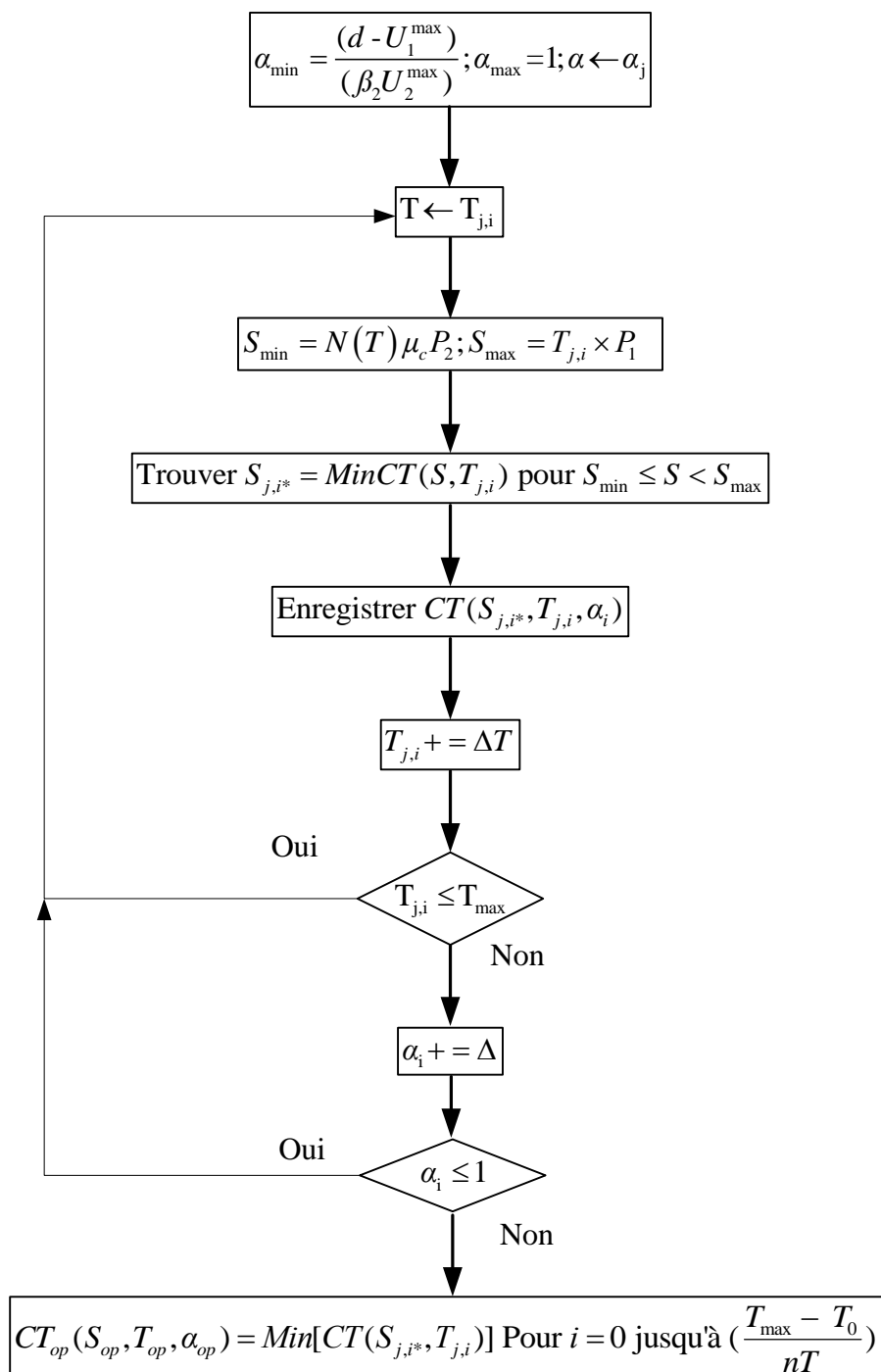


Figure 3.4 : Procédure numérique itérative.

### 3.5 Exemple numérique et interprétation

Dans cet exemple, nous avons pris les mêmes données utilisées dans le chapitre précédent dans le cas de la stratégie de commutation entre les sous-traitants pour pouvoir par la suite comparer les résultats. Dans cet exemple, nous avons pris le cas d'un seul sous-traitant représenté ici par la machine M<sub>2</sub> et qui correspond au deuxième sous-traitant du chapitre



précédent caractérisé par la disponibilité stationnaire et le coût de production unitaire les plus élevés. Les données du problème sont comme suit :

Nous supposons que la loi de dégradation de la machine  $M_1$  est de type Weibull, de paramètres de forme  $\gamma=2$  et d'échelle  $\beta=100$  pour lesquels nous aurons une valeur de  $MTFB=88.6ut$ . Les actions de maintenance corrective et préventive suivent des lois exponentielles de moyennes respectives  $\mu_c=20 ut$  et  $\mu_p=5 ut$ . Les autres données du problème sont présentées comme suit :  $C_{pr1}=5 um$ ,  $C_{pr2}=19 um$ ,  $C_l=43 um$ ,  $C_s=0.25um/ut$ ,  $\beta_2=85\%$ ,  $d=30/ut$ ,  $U_1^{max}=20/ut$ ,  $U_2^{max}=22/ut$ ,  $C_{mc}=3000 um$ , et  $C_{mp}=500 um$ , avec  $um$  et  $ut$  représentant respectivement l'unité monétaire et l'unité de temps.

Après avoir vérifié les conditions  $\{(C1), (C2), (C3)\}$  déjà citées au paragraphe précédent et après déterminations des valeurs limites de  $S$  et  $\alpha$ , nous appliquons la procédure numérique présentée à la Figure 3.4.

Les résultats de la procédure numérique ont montré l'existence d'un coût total minimale égal à  $379,15um$  atteint pour une période de maintenance préventive  $T=33ut$ , un niveau de stock optimal  $S=111u$  et un facteur de pondération de cadence de production de  $M_2$ ,  $\alpha=0,715$ .

En confrontant ces résultats obtenues avec ceux obtenues au chapitre précédent dans la stratégie de commutation entre les sous-traitants avec les mêmes données numériques, nous notons que dans la stratégie de commutation, nous avons obtenu un coût total moyen minimal égale à  $427um$ , ce qui montre bien la rentabilité de notre modèle basé sur la construction de stock (hedging point) dans le quel nous avons obtenus un coût total moyen égal à  $379,15um$ .

A travers le graphique suivant, nous montrons les limites du modèle de la construction de stock. Nous constatons que si le coût de stockage par pièce par unité de temps dépasse la valeur de  $0,87um$ , la stratégie de construction de stock n'est plus rentable économiquement par rapport à la stratégie de commutation établie au chapitre précédent.

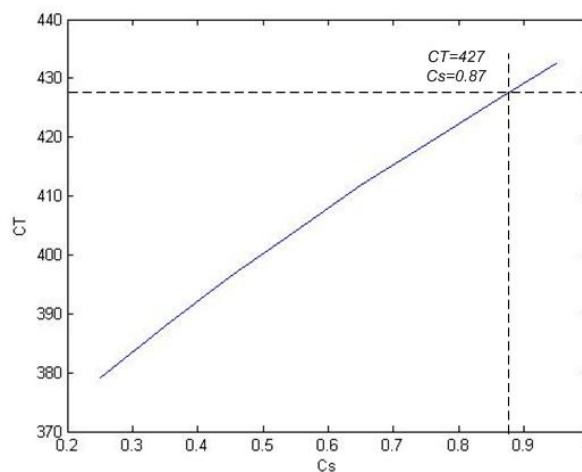


Figure 3.5 : Evolution du coût total moyen en fonction  $C_s$ .

### 3.5.1 Etude de sensibilité

Après détermination des valeurs optimales des variables de décisions de l'exemple numérique étudié, une analyse de sensibilité est nécessaire pour évaluer l'impact des paramètres influant sur le modèle. Cette analyse de sensibilité nous permettra ainsi de déterminer les limites de la stratégie adoptée à travers l'exemple numérique traité.

#### 3.5.1.1 Selon le facteur $\alpha$ de la commande de la cadence du sous-traitant

Pour étudier la sensibilité du système en fonction des données du sous-traitant, nous avons pris le sous-traitant  $M_2$  considéré dans notre modèle comme sous-traitant de référence. Rappelons que ce sous-traitant possède une disponibilité  $\beta_2=0.85$ , un coût de production unitaire  $C_{pr2}=19um$  et il produit avec une cadence égal à  $\alpha$  fois sa cadence maximale  $U_2^{max}$ .

Pour commencer, nous étudions l'influence du facteur  $\alpha$  de pondération de cadence de production de  $M_2$  sur l'évolution du coût total moyen. Cette étude consiste à faire varier  $\alpha$  entre sa valeur minimale nécessaire pour construire un stock et sa valeur maximale qui correspond à 1. Pour chaque valeur de  $\alpha$  prise, nous recalculons les valeurs optimales de  $T$  et  $S$  en fixant la disponibilité du sou sous-traitant  $\beta_2=0.85$ . Voir Figure 3.6.

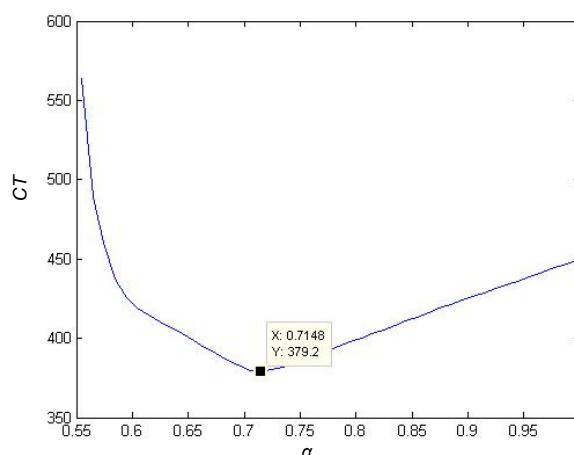


Figure 3.6 : Evolution du coût total moyen en fonction de  $\alpha$  avec  $\beta_2=0.85$ .

Cette courbe montre que le coût total moyen admet un minimum pour une valeur de  $\alpha=0.71$ . Ceci montre qu'il n'est pas rentable de produire avec la cadence maximale de la machine  $M_2$  pour ne pas subir des coûts de stockages importants et inutiles. Dans ce cas, il vaut mieux construire le stock  $S$  plus lentement. C'est pour cette raison que la valeur de  $A$  représentant la date de fin de construction du stock optimale  $S$  est égale à  $23.08ut$ , est très proche de  $T$ . Dans ce cas, la période entre  $A$  et  $T$  qui correspond à la production à la demande, ne sera pas importante comme elle est illustrée par la Figure 3.1. En même temps, il est intéressant de noter que le nombre moyen des pannes de  $M_1$  durant  $T$  reste très faible puisqu'il est égal à  $0.0489$ , ce qui montre que le risque de tomber en panne pendant cette période reste très faible,

et ceci ne s'oppose pas avec notre hypothèse qui consiste à négliger le nombre de panne pendant l'intervalle de 0 à  $A$ . Par contre, si nous prenons  $\alpha$  égal à 1, c'est-à-dire que lorsque la machine  $M_2$  fonctionne avec sa cadence de production maximale, nous aurons une période de maintenance préventive  $T$  égale à  $23ut$  et  $A$  égale à  $7.58ut$ . Mais dans ce cas, le coût total moyen qui est égal à  $449.7564um$  est nettement supérieur à celui trouvé pour  $\alpha$  optimale égale à 0.71 ( $379,15um$ ). Même si nous prenons le cas où le coût de stockage est très faible, par exemple  $C_s=0.05um$ , nous aurons  $T=40ut$  et  $A=39.94ut$ . Nous pouvons conclure alors que la période  $A$  est très proche de  $T$ , parce que la vitesse de construction du stock  $P_1$  est très faible pour atteindre le niveau  $S$  optimal plus rapidement.

D'après ces constatations nous pouvons conclure qu'il est plus rentable de ne pas produire avec une grande cadence et de ne pas stocker une grande quantité vue que le risque de tomber en panne durant  $A$  est faible.

### 3.5.1.2 Selon la disponibilité $\beta_2$ du sous-traitant.

Pour pouvoir étudier l'influence de la disponibilité sur le coût total moyen, il faut déterminer d'abord, la valeur minimale de la disponibilité que le sous-traitant doit avoir pour pouvoir construire un stock. Avec cette valeur de disponibilité que nous appelons  $\beta_{2min}$ , la pente  $P_1$  de construction de stock soit strictement supérieure à 0 :

Avec  $P_1 = U_1^{\max} - (d - \alpha\beta_2 U_2^{\max}) > 0$ , Ce qui nous donne :

$$\beta_2 > \frac{d - U_1^{\max}}{\alpha U_2^{\max}} = \beta_{2min}$$

L'étude de l'influence de la disponibilité sur le coût total moyen consiste à faire varier la disponibilité  $\beta_2$  à partir de sa valeur minimale  $\beta_{2min}$  jusqu'à 1, et pour chaque valeur de  $\beta_2$  nous recalculons les valeurs optimales de  $T$ ,  $S$  et  $\alpha$ .

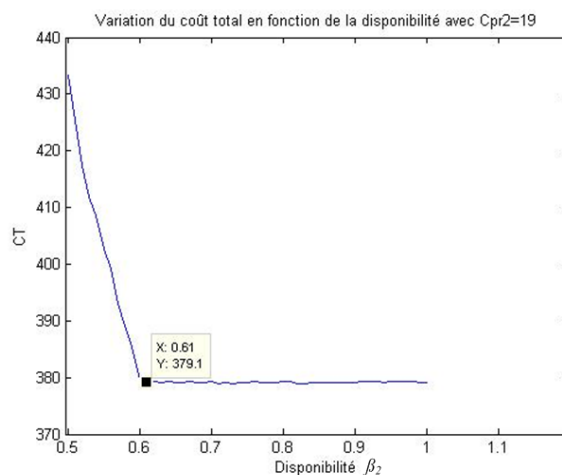


Figure 3.7 : Variation du coût total moyen en fonction de  $\beta_2$

Le graphique de la Figure 3.7 nous montre que lorsque nous varions la disponibilité de 0.5 qui représente dans notre cas la disponibilité minimale jusqu'à 0.6, le coût total moyen diminue nettement. Tandis qu'à partir de cette dernière valeur, le coût reste constant. Ceci, montre bien qu'à partir de  $\beta_2=0.6$ , la disponibilité n'a plus d'effet sur le coût total moyen. Nous expliquons ceci par le fait qu'à partir de cette valeur (0.62), le coût des demandes perdues devient pratiquement nul. Si nous prenons par exemple  $\beta_2=0.53$ , le coût des commandes perdues est égal à 67.13um, alors que pour  $\beta_2=0.85$ , le coût des commandes perdues est égal à 0.0541um qui dans ce cas peut être considéré comme nul.

### 3.5.1.3 Choix d'un sous-traitant par rapport à un sous-traitant de référence.

Dans le cas où il y aurait plusieurs sous-traitants à choisir parmi lesquels le sous-traitant de référence  $M_2$  dont nous connaissons les caractéristiques, il faudrait calculer le coût total moyen de chaque sous-traitant et de les comparer par la suite. Pour cela, nous avons réalisé une application qui servira comme un outil d'aide à la décision pour déterminer plus rapidement si un sous-traitant donné est plus rentable économiquement que le sous-traitant de référence  $M_2$ . Cette application consiste à déterminer en fonction de la disponibilité  $\beta_i$  d'un sous-traitant  $i$  donné, que devrait être son coût de production unitaire maximal  $C_{pri}$  pour qu'il soit plus rentable économiquement que le sous-traitant de référence  $M_2$ .

Le résultat de cette application est représenté sous forme d'un graphique Figure 3.8. Ce graphique nous donne pour chaque disponibilité du sous-traitant choisi, le coût de production maximal à ne pas dépasser par rapport au sous-traitant de référence. A fin d'étudier tous les cas possibles de notre exemple, nous varions la disponibilité de sa valeur minimale  $\beta_{2min}$  jusqu'à 1, et pour chaque valeur de  $\beta_i$ , nous déterminons la valeur de  $C_{pri}$  qui lui correspond. Nous rappelons que pour chaque valeur de  $\beta_i$  prise, nous déterminons de nouveau les valeurs optimales de  $T$ ,  $S$  et  $\alpha$ . Par exemple pour  $\beta_i=0.55$ , le coût de production unitaire maximum qui lui correspond pour que le sous-traitant  $i$  soit plus rentable économiquement que  $M_2$  est  $C_{pri}=17um$ . En analysant cette courbe, nous remarquons qu'à partir de  $\beta_i=0.6$ , le  $C_{pri}$  qui lui correspond devient constant. Ce qui confirme ce qui a été montré au graphique précédent Figure 3.7 et permet de conclure qu'il est inutile d'investir pour une disponibilité du sous-traitant au-delà de 0.6.

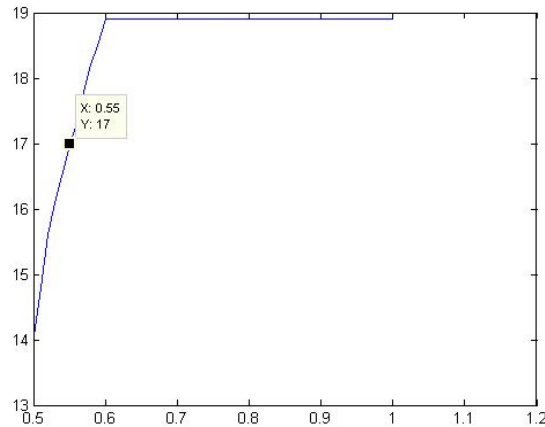


Figure 3.8 : Détermination du coût de production limite  $C_{pri}$  en fonction de  $\beta_i$  par rapport au sous-traitant de référence.

En résumé, nous avons réalisé cette application pour déterminer à partir de sa disponibilité, les limites de rentabilité d'un sous-traitant donné. Ainsi, le graphique précédent servira comme un outil d'aide à la décision pour choisir un sous-traitant parmi plusieurs et de négocier son coût de production  $C_{pri}$ .

Au terme de cette analyse de sensibilité, nous pouvons conclure que notre modèle basé sur la politique du "hedging point" dépend sensiblement du coût de stockage, et des performances du sous-traitant, à savoir sa cadence de production maximale et surtout de sa disponibilité.

### 3.6 Conclusion

Ce chapitre est une continuité des travaux du chapitre précédent. Dans ce chapitre, nous avons traité le cas d'une entreprise faisant appel à la sous-traitance afin de répondre à une demande constante dans le temps et supérieure à sa cadence de production maximale. Dans ce travail, nous avons proposé une nouvelle stratégie qui permet d'améliorer le rendement économique de la stratégie étudiée au chapitre précédent. Cette stratégie est basée sur la politique du "hedging point" qui consiste à implanter un stock afin d'assurer la continuité de la demande le long du cycle de production et de minimiser les coûts des demandes perdues, tout en gérant la production de l'entreprise sous-traitante.

Dans notre étude nous avons proposé un modèle analytique minimisant le coût total moyen intégrant celui de la production, de la maintenance, des demandes perdues et du stockage. Ce modèle est en fonction des variables de décision ( $\alpha$ ,  $T$ ,  $S$ ), avec  $\alpha$  le facteur de commande de la cadence du sous-traitant,  $T$  la période optimale de la maintenance préventive et  $S$  le niveau de stock optimal à construire. Ces variables de décision sont optimisées simultanément en minimisant le coût total moyen.

A travers un exemple numérique dans lequel nous avons utilisé les mêmes paramètres et données du chapitre précédent, nous avons démontré la rentabilité de cette stratégie améliorée

sous certaines conditions par rapport au modèle précédent utilisant la stratégie de commutation entre les sous-traitants. L'exemple numérique utilisé pour valider l'approche est suivi d'une analyse de sensibilité à partir de laquelle nous avons déterminé les limites de notre modèle proposé en fonction du coût de stockage par pièce par unité de temps et de la disponibilité du sous-traitant. Cette analyse de sensibilité nous a montré l'importance du facteur  $\alpha$  de pondération de cadence de production de la machine sous-traitante  $M_2$  sur la variation du coût total moyen et surtout sur la vitesse de construction du stock, et qu'il est parfois inutile de produire avec une cadence maximale afin de ne pas subir les surcoûts dus au stockage. En plus, en faisant varier la disponibilité du sous-traitant, nous avons montré qu'au-delà d'une certaine valeur de  $\beta_2$ , il est inutile d'investir plus sur un sous-traitant qui possède une disponibilité plus importante. Enfin, nous avons réalisé une application dont le résultat est représenté sous forme de graphique qui permet d'effectuer un choix économique parmi plusieurs sous-traitants. En se basant sur la disponibilité d'un sous-traitant, cette application permet de déterminer le coût de production unitaire maximale à ne pas dépasser pour que le sous-traitant considéré soit plus rentable que le sous-traitant de référence choisi.

Dans le prochain chapitre, nous continuons toujours dans le contexte d'une entreprise qui fait appel à la sous-traitance pour satisfaire une demande client, mais nous considérons le cas où cette demande est variable. Dans cette étude, nous changeons de stratégie basée sur la politique du "hedging point" et nous étudierons une stratégie où la cadence de production est variable en fonction de la demande sur un horizon de temps fini. Dans cette nouvelle stratégie, nous n'optimisons pas seulement les coûts, mais nous devons satisfaire la demande sous une nouvelle mesure de performance appelée le niveau de service.

***Chapitre 4 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production en tenant compte de l'influence du taux de production sur la dégradation du système de production. Equation Chapter (Next) Section 1***

**L**'idéal pour une entreprise serait de produire exactement que la quantité que les clients ont demandé mais, sauf quand la demande est aléatoire, il faut qu'elle anticipe un minimum les futures commandes à partir des prévisions de vente. Toujours dans un contexte de sous-traitance, dans ce chapitre, nous considérons le cas d'une demande aléatoire à satisfaire sous un niveau de service exigé sur un horizon de temps fini. Le taux de panne de la machine principale  $M_1$  sera supposé variable en fonction du temps et de l'usage. La problématique consistera à déterminer en premier lieu, un plan de production optimal minimisant les coûts de production et d'inventaire en satisfaisant le niveau de service. Ce plan sera par la suite optimisé en tenant compte du coût de dégradation de la machine  $M_1$ . En second lieu, nous introduisons une politique de maintenance préventive au premier plan de production, dans le but d'établir un plan optimal de production maintenance minimisant les coûts de production de maintenance et d'inventaire tout en respectant le niveau de service exigé. Une analyse de sensibilité sera réalisée pour étudier l'impact des différents paramètres sur le plan optimal.

## 4.1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié la problématique d'une entreprise qui pour répondre à une demande constante dans le temps fait appel à la sous-traitance. Dans une première partie, nous avons traité le problème de choix d'un sous-traitant parmi deux, ensuite nous avons proposé une stratégie de switching entre les sous-traitants. Dans une deuxième partie, nous avons introduit la stratégie de construction de stock en se basant sur la politique du "hedging point". L'objectif des stratégies étudiées était de minimiser le coût total moyen sur un horizon supposé infini.

Dans ce chapitre, nous changeons de contexte et nous n'optimisons pas le coût total seulement, mais nous introduisons une nouvelle exigence client appelée le niveau de service, qui servira comme une mesure de performance du système à étudier. Au cours de cette étude, nous supposons que la demande à satisfaire est aléatoire sur un horizon de temps fini. Cette demande client est basée sur des prévisions qui sont déterminées à partir de l'historique. De ce fait, la production devrait être variable aussi. Pour satisfaire cette demande le long d'un horizon fini avec une capacité de production limitée, l'entreprise doit stocker afin de répondre aux éventuelles demandes importantes. Etant donné que la production est variable, nous n'utilisons plus la politique du "hedging point", car la quantité à stocker n'est plus notre variable de décision, mais plutôt la cadence de production de la machine principale et celle de la machine sous-traitante avec lesquelles elles vont produire à chaque période de l'horizon considéré. Ceci, en respectant le niveau de service exigé tout en minimisant le coût total comprenant celui de la production, du stockage et de la maintenance.

Comme dans les modèles des chapitres précédents, dans ce modèle, nous supposons que le système de production considéré ne peut pas satisfaire la totalité de la demande clients. Pour cela, il fait appel à la sous-traitance. Le système de production est sujet à des pannes aléatoires. Le taux de panne dépend du temps et de l'usage qui est variable à son tour le long de l'horizon de production. La première approche consiste à établir un plan de production préliminaire en tenant compte du coût total de production et de stockage en considérant un niveau de service requis. Nous formulons un problème d'inventaire et de production comme un problème linéaire quadratique avec des contraintes stochastiques en utilisant le modèle HMMS (Holt, Modigliani, Muth et Simon) (Holt et al. 1960). Dans une deuxième étape, le plan de production préalablement obtenu est utilisé pour calculer le coût de la dégradation en adoptant un coût de dégradation unitaire. Le plan de production optimal est alors obtenu en minimisant la somme des coûts de production, d'inventaire et de dégradation. Comme dernière étape, nous proposons un autre plan optimal combiné à une politique de maintenance préventive visant à réduire la dégradation de la machine tout en minimisant le coût total comprenant celui de la production, du stockage et de la maintenance.



## 4.2 Description du problème

Notre problème se définit de la manière suivante ; une entreprise manufacturière représentée par une machine  $M_1$  fabricant un seul type de produit. Cette machine doit satisfaire une demande aléatoire  $d$  suivant une distribution normale. Cette demande est caractérisée par une moyenne  $\hat{d}$  et un écart type  $\sigma$ . La demande moyenne  $\hat{d}$  est supérieure à la cadence maximale de production  $U_1^{max}$  de la machine  $M_1$ . Sachant que la machine  $M_1$  est sujette à des pannes aléatoires, pour satisfaire cette demande sous une exigence appelé le niveau de service, l'entreprise manufacturière doit construire un stock pour éviter les pénuries dues aux pannes aléatoires. C'est pour cette raison que l'entreprise fait appel à une entreprise sous-traitante. L'entreprise sous-traitante est représentée par la machine  $M_2$ . Cette machine sous-traitante possède une cadence de production maximale  $U_2^{max}$ , un coût de production unitaire  $C_{pr2}$ , et une disponibilité  $\beta_2$ .

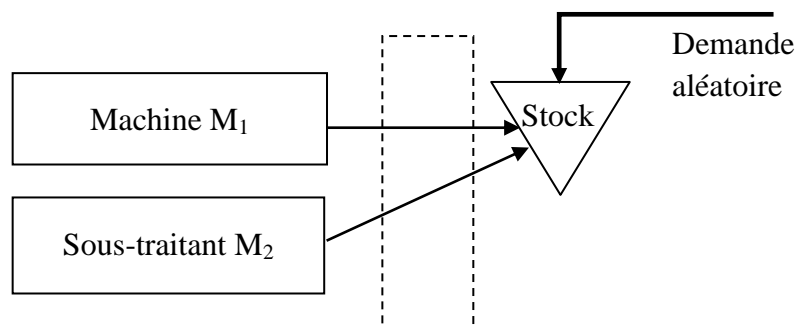


Figure 4.1 : Contexte de l'étude

Dans le but de bien comprendre notre problématique, il convient d'éclaircir les aspects traités au cours de cette étude :

- **Horizon du plan :**

Contrairement aux chapitres précédents, l'horizon de production est supposé fini et de longueur  $H$  périodes. La demande qui constitue cet horizon est supposée aléatoire, et elle est déterminée à partir des prévisions (forecasting).

- **Demande aléatoire :**

Dans notre étude, la demande est supposée aléatoire. Les données de cette demande sont basées sur des prévisions sur un horizon fini. Les prévisions peuvent être déterminées à partir de différentes sources d'information (données historiques, études de marché, analyses sectorielles, commandes enregistrées, expérience des distributeurs, etc). Dans ce cas, il n'est plus possible d'exclure totalement le risque de ruptures de stocks. La modélisation d'une telle situation devrait spécifier le critère à optimiser tel que, l'espérance mathématique des coûts le long de l'horizon.

- **Niveau de service**

La notion de niveau de service d'une façon générale peut être définie de différentes manières non-équivalentes : en termes de nombre attendu de rupture, de probabilité de rupture ou de temps écoulé entre ruptures successives, etc. Plus précisément, nous pouvons restreindre cette notion en deux définitions. Dans la première, le niveau de service correspond au pourcentage de cycles de commande pour lequel la demande est satisfaite ; dans ce cas, il est égal au nombre de réapprovisionnement sans rupture divisé par le nombre total de réapprovisionnement. Sachant qu'on ne tient pas compte du niveau de la rupture, seul compte le fait qu'elle ait eu lieu. La deuxième définition, suppose que le niveau de service est exprimé en pourcentage indiquant la quantité livrée par rapport à celle commandée ; dans ce cas, le volume de la rupture est pris en considération. Dans notre approche, le niveau de service représente la probabilité qu'une demande soit satisfaite sans tenir compte de la rupture, ce qui correspond à la première définition.

Le but de l'étude de ce chapitre est d'arriver à satisfaire une demande aléatoire le long d'un horizon de temps fini sous l'exigence d'un niveau de service donné. De point de vue fiabilité, nous présumons que la machine  $M_1$  suit une loi dont le taux de panne dépend de l'usage et du temps. Concernant la machine sous-traitante  $M_2$ , nous connaissons seulement sa disponibilité stationnaire  $\beta_2$ .

Notre étude est établie en deux parties. La première consiste en premier lieu à établir un plan de production préliminaire incluant le coût total de production et de stockage sous une contrainte de niveau de service. Le coût total est exprimé en utilisant le modèle quadratique linéaire classique HMMS (Holt, Madigliani, Muth, et Simon) (Holt et al. 1960). Ensuite, nous analyserons l'influence de la variation du taux de production sur la dégradation de la machine  $M_1$  le long de l'horizon de production. Cette dégradation est prise en compte, afin de proposer un nouveau plan de production minimisant cette dégradation. Dans la deuxième partie, nous proposons une politique de maintenance préventive visant à améliorer la disponibilité tout en réduisant la dégradation de la machine  $M_1$ . En utilisant le plan de production établi dans la première partie, notre but est de trouver un nouveau plan optimal de production et de maintenance minimisant le coût total comprenant celui de la production, du stockage et de la maintenance.

### 4.3 Etat des travaux

La compétition entre les entreprises se traduit actuellement par la révision des stratégies industrielles adoptées dans le but d'améliorer les plans de production et de maintenance. En pratique, le non respect des délais des clients est du souvent à une demande aléatoire ou à une défaillance soudaine du système de production. Pour faire face à ce problème, il est nécessaire de développer des politiques de maintenance intégrée à la production, sous des contraintes liées au stockage, à la demande et au taux de défaillance des systèmes de production. Avec des stratégies optimales de maintenance et de production, le système industriel serait capable

de répondre à la demande aléatoire du client et de réduire simultanément les coûts de production et de maintenance.

L'objectif de toute entreprise est de trouver le meilleur plan de production et la meilleure stratégie de maintenance nécessaire pour l'entreprise pour satisfaire les clients tout en minimisant les coûts. Une telle fonction demeure très complexe car il existe une variété d'incertitude liée à ce processus de décision. Ces incertitudes proviennent de plusieurs facteurs. Il y a des facteurs qui sont liés à la difficulté de définir précisément le comportement de la demande pendant les périodes de productions. D'autres facteurs peuvent être associés à la disponibilité des ressources matérielles de l'entreprise et surtout à la limite de leurs capacités de production.

Le problème de planification conjointe de la maintenance et de la production est un problème récent. Dans la littérature, peu sont les travaux qui ont été publiés dans cette thématique. Il existe des travaux qui ont considéré les effets de la production sur la maintenance comme (Bäckert et Rippin 1985; Cassady et al. 2001), d'autres qui ont assimilé la maintenance à un processus de production (Dinesh Shenoy et Bhadury 1993; Yan et al. 2004). Un troisième concept de recherche est celui des modèles intégrés de production et de maintenance dans laquelle s'inscrit notre étude. D'après Budai-Balke et al. (Budai-Balke et al. 2006), Ces modèles peuvent se répartir en quatre catégories majeures :

- Des travaux comme (Charlot et al. 2007; Gharbi et Kenné 2000, 2005) ont développé des modèles d'optimisation du taux de production et de la maintenance portant sur les problèmes de contrôle optimal du flux de production. Dans ces modèles, le taux de production et le taux de maintenance représentent des variables de décision. Ces variables de décisions permettent d'optimiser le coût de maintenance en améliorant la capacité et la disponibilité des systèmes de production.
- Un autre type de modèle traite les modèles portant sur les systèmes de production détériorés avec stock (Chelbi et Rezg 2006; Van der Duyn Schouten et Vanneste 1995; Irvani et Duenyas 2002). Le recours au stock tampon dans ces modèles a pour objectif de réduire l'impact des pannes sur la productivité et d'essayer de satisfaire la demande durant la phase de maintenance préventive.
- Une troisième catégorie de modèles concerne QEP ; les modèles de la quantité économique à produire ou (EMQ : Economic Manufacturing Quantity). Dans ce modèle, les items sont produits à une cadence de production constante supérieure à celle de la demande. Le but de ce modèle est de trouver le temps de production qui minimise le coût moyen intégrant les coûts de stockage et de lancement de commande. La littérature qui traite les modèles de la quantité économique à produire QEP peut être divisée en deux catégories (Budai-Balke et al. 2006). La première considère les problèmes du modèle QEP qui tiennent compte des aspects de la qualité des items produits (Ben-Daya et Makhdoum 1998; Lam et Rahim 2002; H. L. Lee et Rosenblatt 1987, 1989; Rahim et Ben-Daya 2001; Tseng 1996;

Wang et Sheu 2003). La seconde catégorie des modèles QEP, analyse les effets des pannes stochastiques des machines sur le dimensionnement des lots de décisions (Chelbi et Ait Kadi 2004; Van der Duyn Schouten et Vanneste 1995; Groenevelt, Pintelon, et Seidmann 1992a, 1992b; Iravani et Duenyas 2002; Lin et Gong 2006; Makis et Fung 1995; Srinivasan M et Lee H 1996; Yao et al. 2005).

– La dernière catégorie de modèles concerne la planification agrégée de production. Dans cette catégorie les variables de décision sont associées à la maintenance (préventive et/ou corrective) (Aghezzaf et Najid 2008; Aghezzaf et al. 2007; Weinstein et Chung 1999).

Les travaux qui ont traité la problématique de la sous-traitance dans la littérature, considèrent que la demande est connue constante et sur un horizon fini (Dahane et al. 2010, 2011; Dellagi et al. 2007). Dans notre étude, la demande est supposée aléatoire sur un horizon fini de temps. Pour répondre à une telle demande tout en minimisant les coûts de production et de stockage, il est nécessaire de varier la cadence de production le long de l'horizon. Ceci est vrai dans le cas où le coût de setup ou de changement de la cadence est faible. En effet, le changement de la cadence de la production peut certainement aider à atteindre les objectifs de la production lorsque des événements imprévus se produisent dans le système et qui perturbent le plan de production original. De toute évidence, la production à un taux de production plus élevés contribue à accélérer la dégradation du système de production. Par conséquent, nous considérons que le taux de panne de la machine augmente avec le temps et également avec l'usage.

Khouja et Mehrez (Khouja et Mehrez 1994) ont été les premiers auteurs à considérer un taux de production variable dans le contexte du modèle classique de la quantité économique à produire QEP. Ils ont supposé que la qualité du produit dépend du taux de production. Dans la littérature, la considération de la dégradation de l'équipement en fonction du taux de production est rarement utilisée. Parmi ces travaux, nous pouvons citer (Hu et al. 1994) qui ont discuté des conditions d'optimalité de la politique du "hedging point" des systèmes de production pour lesquelles le taux de pannes des machines dépend du taux de production. D'autres comme Liberopoulos et Caramanis. (Liberopoulos et Caramanis 1994) ont étudié la commande du flux optimal pour des systèmes à un seul type de produit avec un taux de panne Markoviens homogène dépendant du taux de production. Pour leur part, (Giri et al. 2005) ont examiné le problème de la quantité économique à commander d'un système de production ayant une loi de pannes aléatoire exponentielle avec un taux de panne en fonction du taux de production. Dans leur modèle, la demande est connue et constante, et aucune maintenance préventive n'est planifiée. Toutes ces études citées ci-dessus supposent que les pannes sont exponentiellement distribuées.

L'optimisation simultanée de la maintenance et de la production est une tâche complexe étant donné les différentes incertitudes associées au processus de décision. Ces incertitudes sont généralement liées à la nature aléatoire de la demande et la difficulté de prédire d'une part, et d'autre part, à la disponibilité des ressources matérielles. Silva Filho et Cezarino (Silva Filho

et Cezarino 2004) ont traité un problème stochastique de planification de la production sous des hypothèses de variables d'inventaires avec des informations imparfaites.

Récemment, Hajej et al. (Hajej et al. 2011) ont traité le problème du plan combiné de production et de maintenance d'un système de production pour satisfaire une demande aléatoire sur un horizon fini. Dans leur travail, (Hajej et al. 2011) les auteurs supposent que le taux de panne dépend du temps et du taux de production. Dans notre étude, nous nous sommes basé pour notre modèle analytique sur l'étude de Hajej et al. (Hajej et al. 2011).

## 4.4 Notations

$H\Delta t$  : Horizon fini de production

$\Delta t$  : Longueur d'une période de production

$U_{i,k}$  : Cadence (taux de production) de la machine  $M_i$ ,  $i \in \{1,2\}$  durant la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ )

$V_{d_k}$  : Variance de la demande durant la période  $k$

$d_k$  : Demande durant la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ )

$\hat{d}_k$  : Demande moyenne durant la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ )

$S_k$  : Niveau de stock à la fin de la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ )

$\hat{S}_k$  : Niveau de stock moyen durant la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ )

$C_{pri}$  : Coût unitaire de production de la machine  $M_i$ ,  $i \in \{1,2\}$

$C_s$  : Coût unitaire de stockage d'une unité produite par période

$CM$  : Coût de maintenance

$C_{pm}$  : Coût d'une action de maintenance préventive

$C_{cm}$  : Coût d'une action de maintenance corrective

$um$  : Unité monétaire

$U_i^{max}$  : Cadence (taux de production) maximale de la machine  $M_i$ ,  $i \in \{1,2\}$

$\theta$  : Indice probabiliste (lié à la satisfaction de la clientèle et exprimant le niveau de service)

$R(t)$  : Fonction de fiabilité

$f(t)$  : Densité de probabilité de défaillance de la machine  $M_1$

$F(t)$  : Fonction de distribution de probabilité de défaillance de la machine  $M_1$ , telle que

$$F(t) = \int_0^t f(x)dx$$

$\lambda_k(t)$  : Taux de panne de la machine  $M_1$  à une sollicitation  $U_{i,k}$ , durant la période  $k$  ( $k=0,1,\dots,H$ ), avec  $\lambda_0(0) = \lambda_0$

$\lambda_n(t)$  : Taux de panne nominal correspondant au taux de production maximale de la machine  $M_1$

$\beta_2$  : disponibilité stationnaire de la machine  $M_2$

$S_0$  : stock initial.

## 4.5 Stratégie de production

Nous rappelons que notre objectif dans cette première étape est de déterminer un plan de

production pour un horizon de temps fini basé sur des prévisions. Nous supposons que l'horizon est divisé en  $H$  périodes égales de durée  $\Delta t$ . Le plan de production doit satisfaire une demande aléatoire sous une exigence de niveau de service donnée tout en minimisant le coût de production et de stockage. L'établissement du plan de production consiste à déterminer le taux de production  $U_k$  de la machine  $M_1$  qui représente la variable de décision de notre modèle pour chaque période  $k$  de l'horizon  $H\Delta t$ .

Dans notre modèle, nous adoptons lors de l'élaboration du plan de production, une convention de modélisation du temps largement répandue en gestion de la production. Dans cette modélisation, nous assumons que la production aura lieu en début de la période  $k$  et que la livraison au client sera effectuée en fin de période. Toutes les unités produites à la période  $k$  seront disponibles pour satisfaire la demande de cette période. L'état de stock alors est déterminé après livraison aux clients, c'est-à-dire à la fin de chaque période  $k$  et au début de la période  $k+1$ . Concernant le lancement de la production, nous supposons que le coût d'installation par rapport au changement du taux de production est négligeable pour les deux machines  $M_1$  et  $M_2$ .

### 4.5.1 Le modèle HMMS

L'une des premières contributions de modélisation de la production a été celle de Holt, Modigliani, Muth et Simon (HMMS) (Holt et al. 1960), qui ont développé un modèle de planification de la production de l'entreprise de peinture Pittsburg Paint Company qui désire équilibrer sa production et réduire ces stocks. Dans leur modèle, ils considèrent un seul produit agrégé avec trois ensembles de variables de décision, pour la production, les stocks et le niveau de la main d'œuvre à chaque période. Leur majeure contribution consiste dans leur hypothèse sur la fonction coût, qui implique quatre composantes. La première composante est le coût de paie régulière qui est une fonction linéaire de la main d'œuvre. La deuxième composante est le coût d'embauche et de licenciement qui est supposée être une fonction quadratique de la variation de la main d'œuvre d'une période à l'autre. La composante suivante est le coût des heures supplémentaires (overtime) et du temps d'inactivité (idle-time). Le modèle HMMS assume qu'il y a un objectif idéal à atteindre. Le coût supplémentaire de s'écarter de cet objectif idéal qui représente soit des heures supplémentaires soit un temps d'inactivité, est symétrique et quadratique autour de cet objectif. La dernière composante du coût est celle de l'inventaire et des commandes perdues. Semblable au coût des heures supplémentaires et du temps d'inactivité, il y a un coût idéal pour chaque période sous la forme d'une fonction linéaire de la demande. Le coût d'inventaire et de commandes perdues est une fonction quadratique de l'écart entre l'inventaire et l'inventaire idéal recherché.

L'optimisation HMMS permet de minimiser la somme de l'espérance des composantes des coûts sur un horizon fixe soumis à une contrainte d'équilibre des stocks. L'analyse de cette optimisation permet d'obtenir deux résultats clés. Tout d'abord, la solution optimale peut être caractérisée comme une règle de décisions linéaire, où le taux de production agrégé pour

chaque période est une fonction linéaire des prévisions de la demande future, et aussi de la main d'œuvre et le niveau de stock de la période antérieure. Il y a une fonction linéaire analogue pour spécifier le niveau de la main d'œuvre pour chaque période. Deuxièmement, la règle de décision optimale est obtenue pour le cas d'une demande incertaine, mais ne dépend que de la moyenne des variables aléatoires de la demande. Ainsi, on a seulement besoin de savoir que les prévisions de la demande ne sont pas biaisées afin d'appliquer la règle de décision linéaire.

Cette recherche (HMMS) se distingue des autres recherches dans la planification de la production, puisqu'elle permet explicitement le traitement des demandes incertaines et elle développe un plan facile à mettre en œuvre, nommé la règle de production linéaire. Cependant, cette méthode présente des inconvénients. Le premier résulte des hypothèses de la fonction coût. Le deuxième inconvénient provient de la simplicité du résultat qui dépend de la restriction d'un produit agrégé avec une seule capacité ; la forme du plan de production devient plus complexe avec plus de produits ou type de ressource.

### 4.5.2 Etude analytique

Nous rappelons que la détermination du plan de production initial incluant le coût de production et de stockage doit tenir compte des contraintes de niveau de service et les limites de la capacité maximale de la production des deux machines  $M_1$  et  $M_2$ . Ce type de problème peut être formulé comme un problème de contrôle optimal linéaire et stochastique sous une contrainte de niveau de service. La variable de décision optimale de ce modèle est le taux de production correspondant à chaque période  $k$  de l'horizon  $H\Delta t$ .

Nous admettons que la fonction  $f_k$  avec  $\{k=0,1,2,\dots,H\}$  représente la fonction coût de stockage et de production relatif au plan proposé, et que  $E\{\}$  désigne la valeur de l'opérateur de l'espérance mathématique. La quantité en stock à la période  $k$  est notée par  $S_k$ , et le taux de production nécessaire pour satisfaire la demande à la période  $k$  est noté par  $U_k$ . Ainsi, la formulation du problème peut s'écrire comme suit :

$$\underset{U^{(k)}}{\text{Min}} \left( E \left\{ \sum_{k=0}^{H-1} f_k(S_k, U_k) + f_H(S_H) \right\} \right) \quad (4.1)$$

Avec :

- $S \in \mathfrak{R}^n$  dénote le vecteur des états du système où l'information du stockage est disponible.
- $U \in \mathfrak{R}^n$  dénote le vecteur des variables de décision du système qui contient l'information sur la cadence de production avec laquelle il faut produire.
- $d \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur des variables aléatoires qui représentent la fluctuation des demandes.

Nous supposons que  $S_0=0$ .

La variable  $U_k$  résultant du plan de production représente la quantité à produire par les deux machines  $M_1$  et  $M_2$ , tels que :  $U_k = U_{1,k} + U_{2,k}$ .

Le stock  $S_H$  de la dernière période de l'horizon ( $k=H$ ) est produit au début de la dernière période avec un taux de production  $U_{H-1}$ . Ainsi, nous ne comptabiliserons que le coût de stockage de la  $H^{\text{ème}}$  période, ce qui est traduit par  $f_H(S_H)$  dans l'équation(4.1).

Le niveau de stock au début de chaque période  $k+1$ , résulte du stock de la  $k^{\text{ème}}$  période de production, moins la demande de la  $k^{\text{ème}}$  période(4.2).

$$S_{k+1} = S_k + U_{1,k} + U_{2,k} - d_k \text{ avec } k \in \{0,1,\dots,H-1\} \quad (4.2)$$

#### 4.5.2.1 Fonction coût

La détermination du plan de production revient à développer et minimiser le coût total de stockage et de production  $E\{f(\cdot)\}$  relatif aux deux machines  $M_1$  et  $M_2$ . Ce problème peut être formulé comme un problème de contrôle optimal, linéaire et stochastique sous une contrainte de niveau de service. Avant d'établir le modèle analytique, il est nécessaire de présenter les hypothèses suivantes :

- Les coûts de stockage et de production des deux machines  $M_1$  et  $M_2$  ;  $C_{pr1}$ ,  $C_{pr2}$  et  $C_s$  sont connus et constants
- le coût d'installation par rapport au changement du taux de production est négligeable pour les deux machines  $M_1$  et  $M_2$ .
- L'écart-type de la demande  $\sigma_{d_k}$  et la demande moyenne  $\hat{d}_k$  pour chaque période  $k$  sont connus et constants

Notre problème consiste à déterminer la variable de décision  $U_k$  exprimant la cadence de production avec laquelle il faut produire avec les deux machines  $M_1$  et  $M_2$  afin de satisfaire la demande sous la contrainte du niveau de service, et tenant compte d'une autre contrainte matérielle qui est la capacité de production maximale  $U_1^{\max}$  et  $U_2^{\max}$  des machines  $M_1$  et  $M_2$  telle que :

$$0 \leq U_k \leq U_1^{\max} + U_2^{\max} \text{ avec } k \in \{0,1,\dots,H-1\} \quad (4.3)$$

Le problème est formulé comme suit :

$$U^* = \underset{U(k)}{\text{Min}} \{F(U)\} \quad (4.4)$$

avec  $U = \{U_1, U_2, U_3, \dots, U_H\}$



Le modèle du système est défini par une équation d'état avec des composantes continues. Cette équation nommée niveau de stock, est donnée par l'équation(4.2), avec  $S_0$  le niveau de stock initial.

Pour pénaliser les coûts du surplus et la pénurie du stock, nous utilisons le modèle de coût quadratique HMMS (Holt et al. 1960). Le coût total quadratique du stockage et de la production le long de l'horizon de production  $H\Delta t$  peut être exprimé comme suit :

$$F(u) = \sum_{k=0}^H f_k(U_{1,k}, U_{2,k}, S_k) = C_s E\{S_H^2\} + \sum_{k=0}^{H-1} \left[ C_s E\{S_k^2\} + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2 \right] \quad (4.5)$$

avec  $k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$

Ainsi, le problème d'optimisation se définit comme suit :

$$\text{Min}_U \left( C_s E\{S_H^2\} + \sum_{k=0}^{H-1} \left[ C_s E\{S_k^2\} + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2 \right] \right) \quad (4.6)$$

En considérant :

$$S_{k+1} = S_k + U_{1,k} + U_{2,k} - d_k \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$$

$$0 \leq U_k \leq U_1^{\max} + U_2^{\max} \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$$

$$\text{Prob}[S_{k+1} \geq 0] \geq \theta \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$$

La résolution de ce problème stochastique avec ces hypothèses est généralement difficile. Sa transformation en un problème déterministe équivalent facilite sa résolution. Ainsi, après transformation de l'équation(4.5), l'expression du coût total devient :

#### Lemme 4.1

$$F(u) = C_s \hat{S}_H^2 + \sum_{k=0}^{H-1} \left[ C_s \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2 \right] + C_s (\sigma_d)^2 \frac{H(H+1)}{2} \quad (4.7)$$

#### Preuve :

Il est supposé que la variable de la demande a son premier et son second moment statistique parfaitement connus pour chaque période  $k$ , telle que ;  $E\{d_k\} = \hat{d}_k$  et  $\text{Var}_{d_k} = \sigma_d^2 \geq 0 \forall k$

La variable de stockage  $S_k$  est statistiquement décrite par sa moyenne ;  $E\{S_k\} = \hat{S}_k$  et sa variance  $\text{Var}_{S_k}$ , avec  $\text{Var}_{S_k} = E\{(S_k - \hat{S}_k)^2\}$

$U_k$  étant constant pour chaque intervalle  $\Delta t$ , ainsi nous avons  $\hat{U}_k = U_k$  et  $\text{Var}_{U_k} = 0$ .

En outre,  $U_k$  est essentiellement déterministe, puisque cette variable ne dépend pas des variables aléatoires  $d_k$  et  $S_k$ .

Ainsi,  $\hat{U}_k = U_k$  et  $\text{Var}_{U_k} = 0$  pour toutes les valeurs de  $k$ .

A partir de l'équation de l'espérance mathématique ;  $E\{S_{k+1}\} = E\{U_k + d_k - S_k\}$ , nous présentons l'équation d'équilibre qui définit la relation entre  $\hat{S}_k$  et  $\hat{S}_{k+1}$  comme suit :

$$\hat{S}_{k+1} = U_k + \hat{d}_k - \hat{S}_k \text{ avec } U_k = U_{1,k} + U_{2,k} \quad (4.8)$$

En faisant la différence entre l'équation (4.8) et l'équation (4.2) nous obtenons :

$$\begin{aligned} S_{k+1} - \hat{S}_{k+1} &= S_k - \hat{S}_k - (d_k - \hat{d}_k) \\ \Rightarrow (S_{k+1} - \hat{S}_{k+1})^2 &= ((S_k - \hat{S}_k) - (d_k - \hat{d}_k))^2 \\ \Rightarrow E\{(S_{k+1} - \hat{S}_{k+1})^2\} &= E\{((S_k - \hat{S}_k) - (d_k - \hat{d}_k))^2\} \\ \Rightarrow E\{(S_{k+1} - \hat{S}_{k+1})^2\} &= E\{(S_k - \hat{S}_k)^2 - 2(S_k - \hat{S}_k)(d_k - \hat{d}_k) + (d_k - \hat{d}_k)^2\} \\ \Rightarrow E\{(S_{k+1} - \hat{S}_{k+1})^2\} &= E\{(S_k - \hat{S}_k)^2\} + E\{(d_k - \hat{d}_k)^2\} - 2E\{(S_k - \hat{S}_k)(d_k - \hat{d}_k)\} \end{aligned}$$

Puisque  $S_k$  et  $d_k$  sont des variables aléatoires indépendantes, nous pouvons déduire que :

$$E\{(S_k - \hat{S}_k)(d_k - \hat{d}_k)\} = E\{(S_k - \hat{S}_k)\} E\{(d_k - \hat{d}_k)\}$$

D'autre part, nous avons :

$$E\{(S_k - \hat{S}_k)\} = E\{S_k\} - E\{\hat{S}_k\} = 0 \text{ et } E\{(d_k - \hat{d}_k)\} = E\{d_k\} - E\{\hat{d}_k\} = 0$$

Par conséquent, nous obtenons

$$E\{(S_{k+1} - \hat{S}_{k+1})^2\} = E\{(S_k - \hat{S}_k)^2\} + E\{(d_k - \hat{d}_k)^2\} \quad (4.9)$$

Or par définition pour une variable aléatoire  $X_k$  nous avons :

$$\text{Var}_{X_k} = E\{(X_k - \hat{X}_k)^2\} \text{ et } \text{Var}_{X_k} = \sigma_{X_k}^2$$

L'équation (4.9) peut alors être exprimée comme suit :

$$\text{Var}_{S_{k+1}} = \text{Var}_{S_k} + \sigma_{d_k}^2 \quad (4.10)$$

Supposons que  $\text{Var}_{S_{k=0}}$  et  $\sigma_{d_k}$  sont constants sur tout l'horizon  $H\Delta t$ , nous pouvons écrire que :

$$\text{Var}_{S_k} = k\sigma_{d_k}^2 \quad (4.11)$$

Cette relation peut être démontrée par récurrence à partir de l'équation (4.11) :

*Démonstration*

$$\text{Pour } k=0 ; \text{Var}_{S_1} = \text{Var}_{S_0} + \sigma_d^2 = \sigma_d^2$$

Pour  $k=1$  ;  $\text{Var}_{S_2} = \text{Var}_{S_1} + \sigma_d^2 = 2\sigma_d^2$

Pour  $k=2$  ;  $\text{Var}_{S_3} = \text{Var}_{S_2} + \sigma_d^2 = 3\sigma_d^2$

.

Pour  $k-1$  ;  $\text{Var}_{S_k} = k\sigma_d^2$

Etant donné que  $\text{Var}_{S_k} = E\{S_k^2\} - \hat{S}_k^2$  et  $\text{Var}_{S_k} = k\sigma_d^2$ , nous aurons alors :

$$E\{S_k^2\} = k\sigma_d^2 + \hat{S}_k^2 \quad (4.12)$$

En substituant l'équation (4.12) dans l'équation du coût total(4.5), nous obtenons :

$$F(u) = C_s \hat{S}_H^2 + \sum_{k=0}^{H-1} [C_s \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2] + C_s (\sigma_d^2) \sum_{k=0}^H k$$

$$\Rightarrow F(u) = C_s \hat{S}_H^2 + \sum_{k=0}^{H-1} [C_s \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2] + C_s (\sigma_d^2) \frac{H(H+1)}{H} \quad (4.13)$$

#### 4.5.2.2 Contrainte du taux de service

La demande client doit être satisfaite sous un certain critère appelé le niveau de service. Ce service correspond comme nous avons expliqué à la section 4.3 au pourcentage de cycles ou aux périodes de commande pour lesquels la demande est satisfaite par rapport aux nombre total de période ou de commande de tout l'horizon, et ceci sans tenir compte du volume des demandes perdues. Afin dévaluer ce critère le long de l'horizon de production, il a fallut trouver un critère qui exprime ce niveau. Le paramètre qui mesure cette performance n'est autre que le niveau de stock. Si par exemple une commande est satisfaite, le stock sera supérieur ou égal à zéro, dans le cas contraire, le stock sera négatif. Comme la demande, l'évolution de la production et du stockage le long de l'horizon est stochastique. Ces éléments prouvent la nécessité d'utiliser une contrainte probabiliste qui mesure la performance du niveau de service exprimé à travers l'équation suivante :

$$\text{Prob}[S_{k+1} \geq 0] \geq \theta \text{ avec } k \in \{0,1,\dots,H-1\} \quad (4.14)$$

Dans l'équation (4.14) le paramètre  $\theta$  appelé indice probabiliste exprime la probabilité que la demande client soit satisfaite.

Pour poursuivre la transformation de notre problème en un problème équivalent déterministe, nous transformons l'expression de la contrainte du niveau de service en une forme déterministe. Cette transformation se traduit par une spécification d'une certaine quantité minimale cumulative de la production à travers le lemme suivant :

**Lemme 4.2 :**

$$U_k \geq U_\theta(S_k, \theta) \text{ avec } U_k = U_{1,k} + U_{2,k} \text{ pour } k \in \{0, 1, \dots, H-1\} \quad (4.15)$$

$U_\theta(\cdot)$  : représente la quantité cumulative minimale de la production exprimée comme suit :

$$U_\theta(S_k, \theta) = V_{d_k} \varphi_{d_k}^{-1}(\theta) + \hat{d}_k - S_k \quad \{k = 0, 1, \dots, H-1\} \text{ avec :}$$

$V_{d_k}$  : Variance de la demande  $d$  pendant la période  $k$

$\varphi_{d_k}$  : Fonction de répartition gaussienne de moyenne  $\hat{d}_k$  et de variance  $V_{d_k} \geq 0$

$\varphi_{d_k}^{-1}$  : Inverse de la fonction de répartition

### Preuve

La contrainte du niveau de service notée par l'indice  $\theta$  de l'équation (4.14) est traduite ainsi:

$$U_k \geq U_\theta(S_k, \theta) \text{ avec } U_k = U_{1,k} + U_{2,k} \text{ pour } k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$$

L'équation d'actualisation du stock (4.2) :

$$S_{k+1} = S_k + U_{1,k} + U_{2,k} - d_k \text{ avec } k \in \{0, 1, \dots, H-1\}$$

En substituant l'équation d'actualisation du stock dans celle de la contrainte du niveau de service nous obtenons :

$$\text{Prob}[S_k + U_k - d_k \geq 0] \geq \theta$$

$$\Rightarrow \text{Prob}[S_k + U_k \geq d_k] \geq \theta$$

$$\Rightarrow \text{Prob}[S_k + U_k - \hat{d}_k \geq d_k - \hat{d}_k] \geq \theta$$

$$\Rightarrow \text{Prob}\left[\frac{S_k + U_k - \hat{d}_k}{V_{d_k}} \geq \frac{d_k - \hat{d}_k}{V_{d_k}}\right] \geq \theta \quad (4.16)$$

Cette équation est de la forme  $\text{Prob}[Y \geq X] \geq \theta$ , en prenant  $X = \frac{d_k - \hat{d}_k}{V_{d_k}}$  comme une variable

aléatoire gaussienne de la demande  $d_k$ , et  $V_{d_k}$  la variance de la demande pendant la période  $k$ .

A partir de l'équation(4.16), nous supposons que  $\varphi_{d_k}$  est la fonction de répartition gaussienne de la demande, et de la forme  $F(Y) \geq \theta$  telle que :

$$\varphi_{d_k}\left(\frac{S_k + U_k - \hat{d}_k}{V_{d_k}}\right) \geq \theta \quad (4.17)$$

Puisque le  $\lim_{d_k \rightarrow -\infty} \varphi_{d_k} = 0$  et  $\lim_{d_k \rightarrow +\infty} \varphi_{d_k} = 1$ , la fonction  $\varphi_{d_k}$  est strictement croissante en notant qu'elle

est dérivable, nous pouvons alors conclure que  $\varphi_{d_k}$  est inversible.

Ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{S_k + U_k - \hat{d}_k}{V_{d_k}} &\geq \varphi_{d_k}^{-1}(\theta) \\ \Rightarrow S_k + U_k - \hat{d}_k &\geq \varphi_{d_k}^{-1}(\theta)V_{d_k} \\ &\Rightarrow U_k \geq \varphi_{d_k}^{-1}(\theta)V_{d_k} - S_k + \hat{d}_k \end{aligned} \quad (4.18)$$

Nous pouvons conclure alors que  $U_\theta(S_k, \theta) = V_{d_k} \varphi_{d_k}^{-1}(\theta) + \hat{d}_k - S_k$  avec  $k = \{0, 1, \dots, H-1\}$

A partir des lemmes 4.1 et 4.2, notre modèle déterministe équivalent de notre problème est comme suit :

$$F(u) = C_s \hat{S}_H^2 + \sum_{k=0}^{H-1} [C_s \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2] + Cs(\sigma_d^2) \frac{H(H+1)}{H}$$

Avec

$$\hat{S}_{k+1} = U_k + \hat{d}_k - \hat{S}_k \text{ et } U_k = U_{1,k} + U_{2,k} \text{ pour } k = \{0, 1, \dots, H-1\}$$

$$U_k \geq \varphi_{d_k}^{-1}(\theta)V_{d_k} - S_k + \hat{d}_k \text{ pour } k = \{0, 1, \dots, H-1\} \text{ et}$$

$$0 \leq U_k \leq U_1^{\max} + U_2^{\max} \text{ pour } k = \{0, 1, \dots, H-1\}$$

### 4.5.3 Détermination du plan de production

La résolution de l'équation (4.18) détermine le taux de production  $U_k$  à produire avec les deux machines  $M_1$  et  $M_2$  à chaque période  $k$  de l'horizon.

Si cette valeur est inférieure au taux de production maximale de la machine  $M_1$ , alors  $M_1$  produit toute la quantité. Si non, la machine  $M_1$  produit avec son taux de production maximale, et la machine  $M_2$  produit le reste. Dans le cas où  $U_k$  est supérieure à la somme des taux de production des deux machines  $M_1$  et  $M_2$  ensemble, les deux machines produisent à leur cadence de production maximale Figure 4.2. Ainsi, nous obtenons le plan de production lié aux deux machines  $M_1$  et  $M_2$  noté  $(U_{1,k}, U_{2,k})$ .

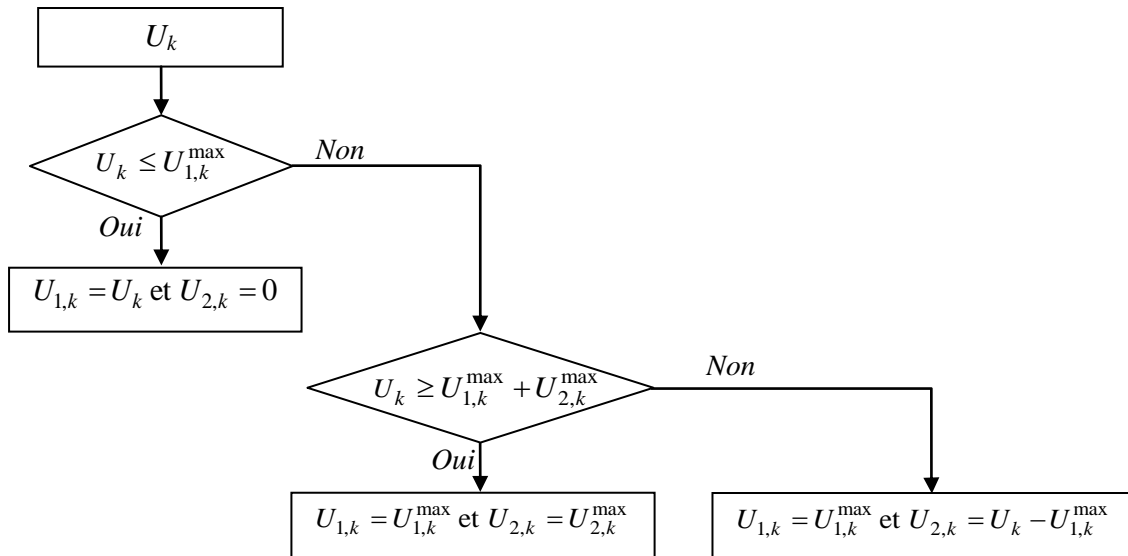


Figure 4.2 : Plan de production.

## 4.6 Influence du taux de défaillance sur le plan de production

### 4.6.1 Estimation du coût de dégradation

Dans cette section, nous étudions l'effet de la dégradation de la machine  $M_1$  sur le plan de production préalablement établi. Nous rappelons que nous supposons que le taux de défaillance  $\lambda(t)$  augmente avec le temps et le taux de production  $U(t)$ . Etant donné que le taux de production des machines est variable au cours de l'horizon  $H\Delta t$ , la dégradation sera variable aussi. Pour évaluer l'influence de la dégradation sur le plan de production, nous adoptons un coût de dégradation unitaire  $C_\lambda$ . Le coût de dégradation total est obtenu en multipliant le coût unitaire de la dégradation  $C_\lambda$  par le taux de défaillance  $\lambda_k(t)$  le long de l'horizon  $H\Delta t$ . Considérant que le taux de défaillance est continu et cumulatif, le taux de défaillance final à la fin de l'horizon  $H\Delta t$  est la somme des taux de défaillance de chaque période.

### 4.6.2 Etude analytique

Chaque période  $k$  de l'horizon  $H\Delta t$  est caractérisée par sa propre cadence de production  $U_k$  établi à partir du plan de production préliminaire. Le taux de panne évolue le long de chaque intervalle en fonction du taux de production choisi au cours de cet intervalle. Il dépend aussi du taux de panne cumulé à la fin de la période précédente. Comme dans l'approche de (Hajej et al. 2009), la dégradation est alors comptée à la fin de la période. Le taux de panne à l'intervalle  $k$  est exprimé comme suit :

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(\Delta t) + \frac{U_k}{U_{\max}} \lambda_n(t) \quad (4.19)$$

$\lambda_n(t)$  : est le taux de défaillance nominal correspondant à une cadence de production maximale.

Nous rappelons que Hajej et al. (Hajej et al. 2009) ont supposé que la dégradation de la machine varie linéairement en fonction du taux de production.

Nous pouvons écrire la fonction taux de défaillance telle qu'elle est exprimée de la façon suivante :

$$\lambda_k(t) = \lambda_0 + \sum_{l=1}^{k-1} \frac{U_l}{U_{\max}} \lambda_n(\Delta t) + \frac{U_k}{U_{\max}} \lambda_n(t) \text{ avec } t \in [0, \Delta t] \quad (4.20)$$

Le coût de dégradation est alors égal :

$$C_\lambda \sum_{k=0}^H \lambda_k^2 \quad (4.21)$$

A partir des équations (4.21) et (4.7) nous obtenons le coût total comprenant celui du stockage, de la production et de la dégradation :

$$CT(U) = C_s \hat{S}_N^2 + \sum_{k=0}^{H-1} \left[ C_s \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2 \right] + C_s (\sigma_d)^2 \frac{H(H+1)}{2} + C_\lambda \sum_{k=0}^H \lambda_k^2 \quad (4.22)$$

### 4.6.3 Optimisation

L'objectif clé de notre problématique consiste à étudier le plan de production à travers deux concepts : la maintenance en considérant l'influence du taux de production sur la dégradation du système, et la gestion de la sous-traitance, afin de minimiser l'impact du coût de dégradation sur le coût total. Nous rappelons que le coût de dégradation est le produit du coût unitaire de dégradation  $C_\lambda$  proposé, par le taux de défaillance  $\lambda_k(t)$  le long de l'horizon  $H\Delta t$ .

Afin de prendre en compte l'influence du taux de production sur la dégradation du système et par conséquent sur le coût total établi, nous diminuons le plan de production initial établi pour la machine  $M_1$ , et nous sous-traitons cette différence à la machine  $M_2$ . La réduction d'une certaine quantité de production de la machine  $M_1$ , induit une diminution du coût de la dégradation, d'une part, et d'autre part, elle augmente le coût de production du sous-traitant. La variable de décision est alors la quantité à transférer du plan de production de la machine  $M_1$  au sous-traitant  $M_2$  pour la même période correspondant au plan de production. L'objectif est donc de trouver la quantité optimale ( $\Delta U^*$ ) à transférer à chaque période, afin de minimiser le coût total tout en satisfaisant la contrainte de niveau de service.

Il est important de préciser que dans notre stratégie, le transfert de la charge de  $M_1$  à  $M_2$  est réalisé dans une même période donnée, et que le transfert des quantités d'une période à une autre n'est pas considéré. Figure 4.3.

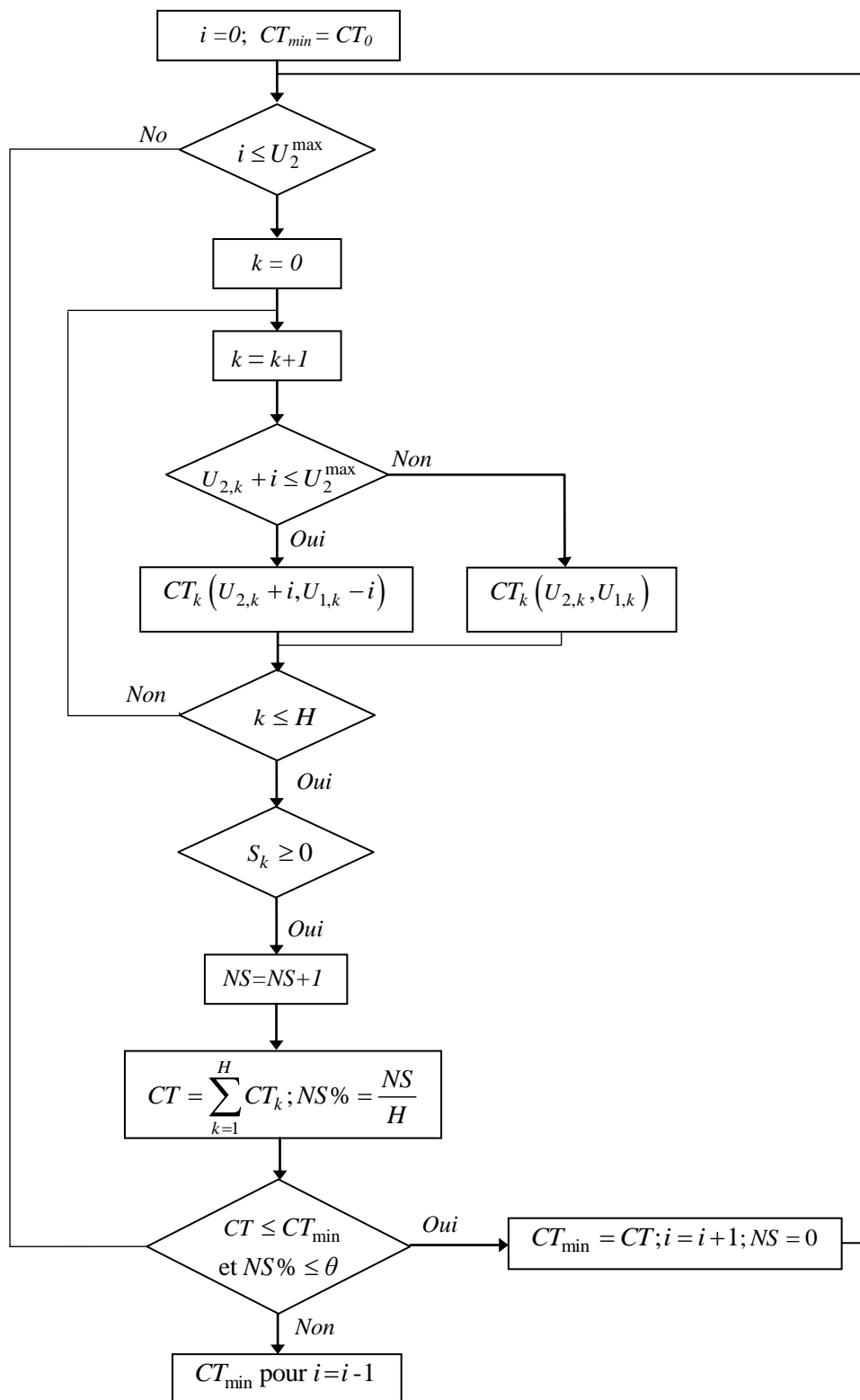


Figure 4.3 : Procédure d'optimisation du plan de production



### 4.6.4 Exemple numérique

Afin d'illustrer le modèle développé précédemment, nous considérons une entreprise représentée par la machine  $M_1$ , qui doit satisfaire une demande supposée stochastique suivant une loi gaussienne le long d'un horizon de temps fini  $H\Delta t$ , avec une demande  $\hat{d}_k$  et une variance  $V_{d_k}$ . Le nombre  $H$  des périodes  $\Delta t$  est égal à 120, avec  $\Delta t=1$ . Pour satisfaire la demande avec un niveau de service  $\theta$  donné, l'entreprise  $M_1$  fait appel à une deuxième entreprise sous-traitante représentée par une machine  $M_2$ . La machine  $M_1$  a une loi de dégradation caractérisée par une distribution de Weibull. Les paramètres d'échelle et de forme de la loi de weibull sont :  $\beta=100$  and  $\gamma=2$ . La seule information connue à propos de la fiabilité de la machine  $M_2$  est sa disponibilité  $\beta_2$ . Les données suivantes sont utilisées pour les autres paramètres:  $C_{pr1}=7mu$ ,  $C_{pr2}=25mu$ ,  $U_1^{max}=15$ ,  $U_2^{max}=15$ ,  $\beta_2=0.96$ , le niveau de service  $\theta=0.9$ ,  $C_s=0.65mu$ , le stock initial  $S_0=15$ , le coût de dégradation  $C_\lambda=35mu$ , avec  $\lambda_0=0$ . La demande moyenne  $\hat{d}_k = 17$  et la variance  $V_{d_k} = 1.21$ . La demande moyenne est présentée au Tableau 4.1 ci-dessous :

Tableau 4.1 : Demande moyenne

19	17	17	17	16	18	15	17	18	16	17	17	16	16	16	17	16	16	17	16	17	15	19	16
17	17	18	16	17	15	17	18	16	17	17	16	16	19	16	18	16	15	15	18	17	18	18	17
15	17	15	17	17	20	17	17	16	17	15	18	17	18	16	18	19	17	19	16	15	18	16	16
17	16	15	17	15	15	17	16	17	18	17	17	16	17	16	18	18	17	16	16	17	18	18	17
16	17	18	15	16	15	17	17	18	17	16	17	17	18	18	16	19	18	15	17	18	17	15	18

Le plan de production préliminaire de la somme de la production de  $M_1$  et  $M_2$  est présenté par le tableau ci-dessus :

Tableau 4.2 : Plan de production

19	14	17	17	15	19	12	19	19	14	18	17	15	16	16	18	15	16	18	15	18	13	19	13
18	17	19	14	18	13	19	19	14	18	17	15	16	19	12	19	14	14	15	19	16	19	18	16
13	19	13	19	17	19	13	17	15	18	13	19	16	19	14	19	19	14	19	12	14	19	15	16
18	15	14	19	13	15	19	15	18	19	16	17	15	18	15	19	18	16	15	16	18	19	18	16
15	18	19	12	17	14	19	17	19	16	15	18	17	19	18	14	19	16	12	19	19	16	13	19

La courbe de la Figure 4.4, montre la variation du coût total en fonction de  $\Delta U$  qui représente la quantité transférée de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$ . Dans notre cas, la quantité à transférer varie de 0 à 15. La valeur 15 correspond à la cadence maximale de production  $U_2^{max}$  de la machine  $M_2$ . La courbe montre l'existence d'un minimum atteint pour  $\Delta U=4$ . Ceci veut dire que si nous diminuons le plan de production de la machine  $M_1$  de 4 unités le long de l'horizon et que nous augmentons celui de la machine  $M_2$  de 4 unités, nous obtenons le coût

total minimal correspondant à notre stratégie. Nous notons que,  $\Delta U=4$ , veut dire que la quantité maximale à transférer de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  le long de l'horizon  $H\Delta t$  est égale à 4 à chaque période de l'horizon.

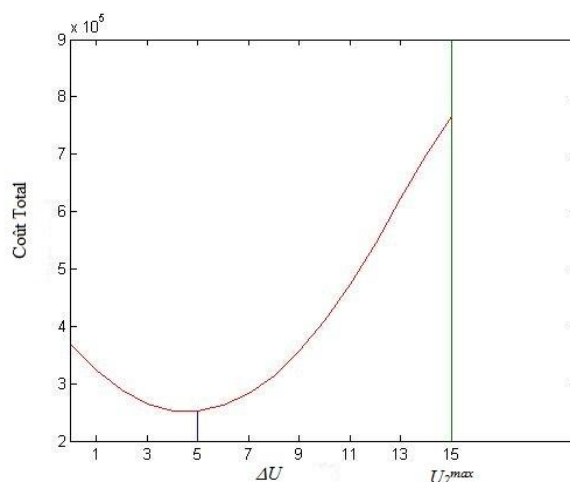


Figure 4.4 : Variation du coût total en fonction de la quantité transférée  $\Delta U$

En se référant au Tableau 4.3, nous notons que le coût total sans transfert est égal à  $362962,871um$ . Ces résultats montrent l'impact important de la prise en compte de la dégradation du système de production.

Tableau 4.3 : Résultat de l'optimisation du plan de production avec coût de dégradation

Cas (+i,-i)	Coût de dégradation	Coût total	Niveau de service %
0	116889,213	362962,871	100
(-1,+1)	101507,107	335059,017	100
(-2,+2)	87209,7877	313035,748	100
(-3,+3)	73997,2019	300373,182	100
<b>(-4,+4)</b>	<b>61869,3493</b>	<b>297152,569</b>	<b>100</b>
(-5,+5)	50826,23	303329,06	92,5
(-6,+6)	40867,844	318838,304	75,8333333
(-7,+7)	32043,9038	342632,484	63,3333333
(-8,+8)	24468,7112	374545,791	57,5
(-9,+9)	17961,6649	414924,705	53,3333333
(-10,+10)	12718,84	461148,56	46,6666667
(-11,+11)	8532,6034	511576,633	42,5
(-12,+12)	5855,02003	557420,19	42,5
(-13,+13)	4124,93695	596106,827	40
(-14,+14)	3185,46833	623438,208	35,8333333
(-15,+15)	2881,16805	634563,318	35,8333333

## 4.7 Optimisation d'une politique de maintenance et de production

### 4.7.1 Politique de maintenance

La politique de maintenance adoptée pour la machine  $M_1$  est une politique de maintenance préventive de type bloc défini comme suit:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Effectuer une action de maintenance preventive (MP) toutes les } T \text{ unités de temps avec } T > \Delta t \\ \text{et} \\ \text{Effectuer une action maintenance corrective en cas de panne entre deux MP consecutives} \end{array} \right\}$$

Nous considérons que  $N$  est le nombre des actions de maintenance préventive le long de l'horizon  $H\Delta t$ , et la période  $T = In\left(\frac{H}{N}\right) \times \Delta t$  avec  $In$  la partie entière d'un nombre réel.

Les actions de maintenance préventive sont supposées parfaites, la machine est alors considérée comme neuve (as good as new) après chaque action de maintenance préventive. Cependant, quand une panne survient entre les actions MP successives, une action de réparation minimale est effectuée afin de maintenir le système au cours de la période actuelle. Par conséquent, le taux de panne n'est pas perturbé. Il est également supposé que les actions de maintenances correctives et préventives sont de durées négligeables.

L'optimisation de la maintenance consiste à déterminer les fractions de l'horizon  $H\Delta t$  au cours desquelles les actions de MP doivent être réalisées. L'intervalle de temps  $[0, H\Delta t]$ , est partitionné en  $N$  parties de durée  $T$ , avec  $n.T$  ( $n=1,2, \dots, N$ ) représentant les instants des actions de MP, comme le montre la Figure 4.5.

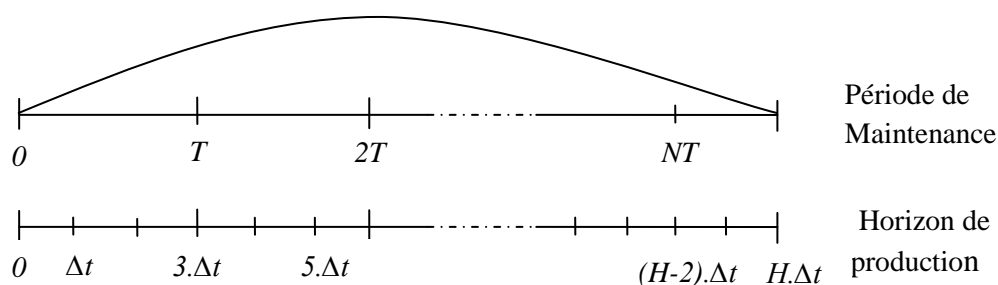


Figure 4.5 : Plan de maintenance par rapport à l'horizon de production

Pour calculer le coût total de la maintenance, nous supposons que les coûts  $C_{pm}$  et  $C_{cm}$  subis respectivement par les actions de maintenance préventives et correctives sont connus et constants, avec  $C_{cm} \gg C_{pm}$ .

Nous avons :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{[1 - F(t)]}$$

Le nombre moyen de pannes au cours d'une période  $k$  est exprimé comme suit:

$$L(t) = \int_0^{\Delta t} \lambda(u) du$$

Le coût total de la maintenance le long de l'horizon  $H\Delta t$  est donné par l'équation suivante :

$$CM(U_1, N) = N C_{pm} + C_{cm} L(U_1, N) \quad (4.23)$$

Avec:

- $CM(U_1, N)$  est le coût de maintenance correspondant au plan de production
- $N$  est le nombre des actions de MP durant l'horizon de temps  $H\Delta t$  avec  $T = \ln\left(\frac{H}{N}\right) \times \Delta t$
- $L(U_1, N)$  est le nombre moyen des pannes qui dépend à la fois du taux de production à chaque période  $k$  pour  $[k\Delta t, (k+1)\Delta t]$  avec  $k \in [0, H-1]$ , et du nombre des actions MP.

L'existence d'une partition optimale  $N^*$ , et par conséquent, la période de maintenance préventive optimale  $T^*$  est prouvée dans la littérature. Il a été démontré par Nakagawa et Mizutani. (Nakagawa et Mizutani 2009) que  $T^*$  existe si le taux de défaillance de l'équipement est en augmentation.

Le nombre moyen des pannes le long de l'horizon  $H\Delta t$  est exprimé comme suit :

$$L(U_1, N) = \sum_{j=0}^{N-1} \left( \sum_{i=(j \times \frac{T}{\Delta t})+1}^{(j+1) \frac{T}{\Delta t}} \int_0^{\Delta t} \lambda_i(U_{1,i-1}, t) dt \right) + \sum_{i=\left(\frac{N \times T}{\Delta t}\right)+1}^H \int_0^{\Delta t} \lambda_{i+1}(U_{1,i}, t) dt \quad (4.24)$$

avec  $T = \ln\left(\frac{H}{N}\right) \times \Delta t$

Nous utilisons le même modèle du taux de panne exprimée par l'équation (4.20) dépendant du temps et du taux de production :

$$\lambda_k(t) = \lambda_0 + \sum_{l=1}^{k-1} \frac{U_l}{U_{\max}} \lambda_n(\Delta t) + \frac{U_k}{U_{\max}} \lambda_n(t)$$

Le coût total incluant celui de la production, du stockage et de la maintenance est noté  $CT$ . La fonction objective est alors exprimée comme suit :

$$\underset{(U,N)}{\text{Min}} CT(U,N) = \underset{(U,N)}{\text{Min}} \left( \begin{array}{l} Cs \hat{S}_H^2 + \sum_{k=0}^{H-1} \left[ Cs \hat{S}_k^2 + C_{pr1} U_{1,k}^2 + C_{pr2} \beta_2 U_{2,k}^2 \right] + \\ Cs(\sigma_d)^2 \frac{H(H+1)}{2} \\ N C_{pm} + C_{cm} L(U_1, N) \end{array} \right) \quad (4.25)$$

### 4.7.2 Optimisation

En se basant sur le plan de production préliminaire établi pour les  $H$  périodes de l'horizon, l'objectif de l'optimisation de la politique de maintenance intégrée à la production est de déterminer simultanément le nombre de partitions optimales  $N^*$  correspondant au nombre des actions MP le long de l'horizon, et la valeur  $i^*$ , qui définit la quantité de la production à soustraire.

Une procédure numérique est proposée pour générer les valeurs optimales des deux variables de décisions  $N^*$  et  $i^*$  qui minimisent le coût total appelé  $CT_{min}$  comprenant les coûts de production, d'inventaire et de maintenance (voir Figure 4.6). La variable de décision  $i$  correspond à la quantité maximale à transférer de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  durant chaque période au cours de l'horizon de production. Nous changeons la variable de décisions  $N$  à travers l'horizon  $H\Delta t$  en commençant par 0. Notons que  $N=0$  signifie qu'aucune action de MP n'est effectuée. Pour chaque valeur de  $N$ , nous modifions la variable de décisions  $i$  pour trouver le coût total minimal. Nous notons qu'après une action de MP, nous initialisons le taux de panne  $\lambda_k$  à sa valeur initiale  $\lambda_0$ . Nous réalisons  $H-1$  itérations qui correspondent au nombre maximal d'actions de MP à effectuer. L'organigramme de la procédure numérique est présenté à la Figure 4.6. Un exemple numérique sera étudié à la section suivante.

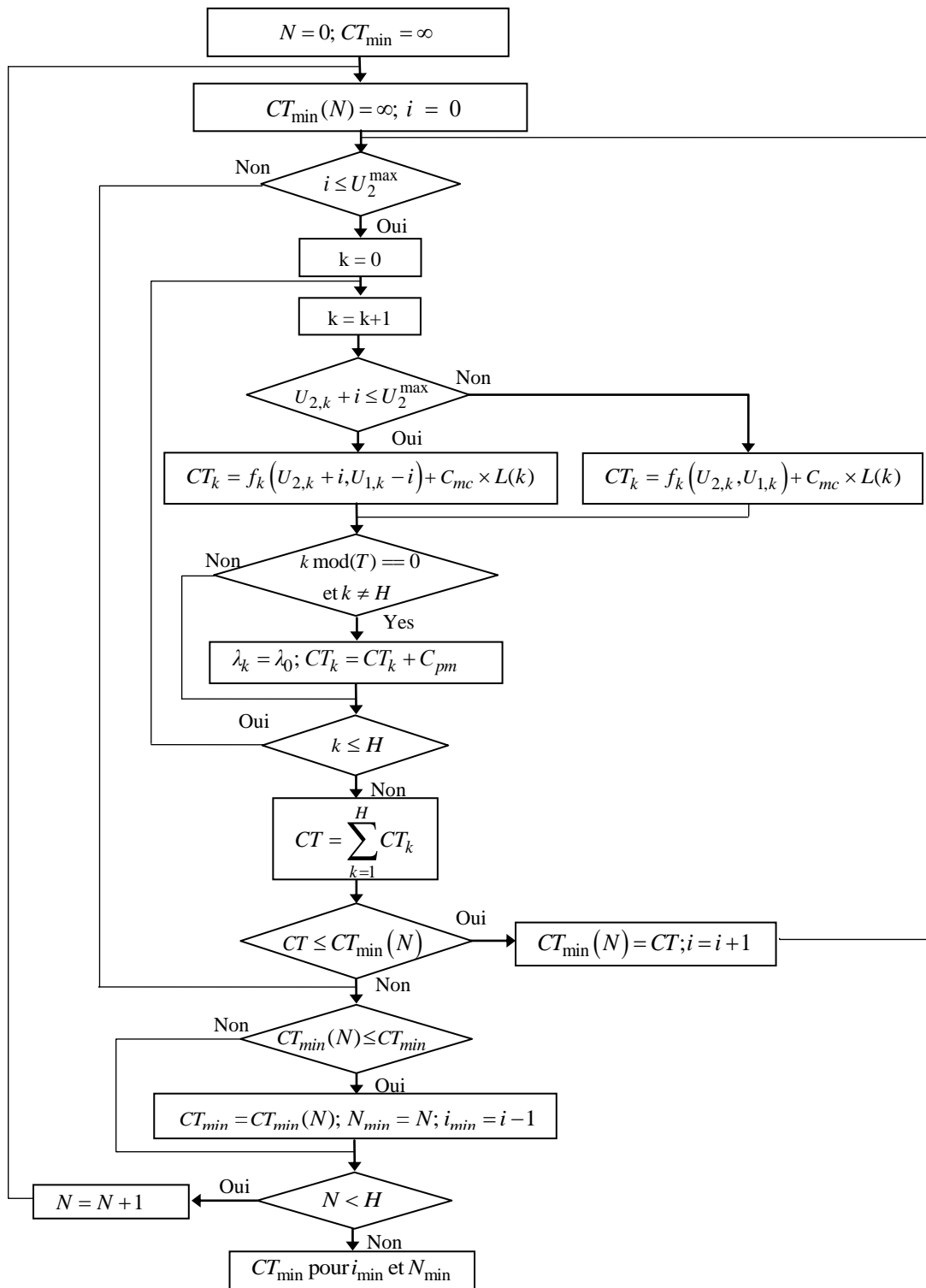


Figure 4.6 : Procédure d'optimisation de la politique de maintenance et de production.

### 4.7.3 Exemple numérique

L'exemple numérique suivant est considéré pour illustrer notre approche et montrer l'efficacité de notre procédure numérique.

La demande est supposée gaussienne le long de l'horizon de production  $H\Delta t$ , avec une demande  $\hat{d}_k$  et une variance  $V_{d_k}$ . Le nombre  $H$  des périodes  $\Delta t$  est égal à 120, avec  $\Delta t=1$ . La loi de dégradation de la machine  $M_1$  est de type Weibull, de paramètres de forme  $\gamma=2$  et d'échelle  $\beta=100$ . Les autres données sont comme suit :  $C_{pr1}=7mu$ ,  $C_{pr2}=17mu$ ,  $U_1^{max}=11$ ,  $U_2^{max}=8$ ,  $\beta_2=0.93$ , le niveau de service  $\theta=0.9$ ,  $Cs=0.65um$ , le stock initial  $S_0=15$ ,  $C_{pm}=200$ ,  $C_{cm}=1000$ ,  $\Delta t=1$ ,  $\lambda_0=0$ . La demande moyenne  $\hat{d}_k=15$  et la variance  $V_{d_k}=1.21$ . La demande moyenne est présentée au Tableau 4.4 ci-dessous.

Tableau 4.4 : Demande moyenne (cas avec politique de maintenance préventive)

15	17	15	15	15	14	16	14	16	15	15	15	15	15	13	15	15	16	13	15	15	14	16	
16	16	14	15	15	14	15	16	14	16	14	14	17	16	14	14	15	15	15	14	15	14	14	15
14	14	15	13	15	15	17	14	16	16	15	14	14	13	18	15	14	13	13	16	15	15	14	14
15	15	14	14	13	12	16	16	15	15	15	16	14	17	16	16	15	16	13	14	16	14	14	16
16	13	17	14	17	14	16	14	16	16	14	15	14	14	15	15	16	14	16	14	15	15	14	14

Nous optimisons le coût total incluant les coûts de maintenance en tenant compte du transfert des unités à produire de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$ . Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 4.5

Tableau 4.5 : Optimisation conjointe des politiques de maintenance et de production

N	Coût minimal	Cas (+i,-i)	Niveau de service %
0	206757,28	(-3,+3)	98,33
1	172360,51	(-2,+2)	100
2	165210,69	(-2,+2)	100
3	164346,88	(-2,+2)	100
4	162098,43	(-2,+2)	100
<b>5</b>	<b>161695,42</b>	<b>(-2,+2)</b>	<b>100</b>
6	164334,85	(-1,+1)	100
7	163992,15	(-1,+1)	100
8	166786,48	(-1,+1)	100
9	163949,72	(-1,+1)	100
10	165203,89	(-1,+1)	100
11	165107,75	(-1,+1)	100
12	164515,03	(-0,+0)	100

Le Tableau 4.5 illustre le coût total minimum pour différentes valeurs du nombre  $N$  des actions de MP à effectuer. Pour chaque valeur de  $N$ , nous calculons la quantité optimale à transférer de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  durant chaque période, tout en vérifiant le niveau de service exigé. Le coût minimal obtenu est  $161695,42 \text{ um}$  avec un niveau de service égal à 100%. Les résultats montrent qu'à partir d'un plan de production prédéfini, la meilleure politique intégrée consiste à réaliser 5 actions de maintenance préventive le long de l'horizon  $H\Delta t$  et à transférer d'au plus 2 unités à produire de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  à chaque période (voir Tableau 4.6).

Tableau 4.6 : Quantité transférée le long de l'horizon pour le cas (-2, 2) et  $N = 5$

0	0	2	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	
2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
2	2	2	2	1	2	0	2	1	2	2	2	2	0	1	2	2	2	0	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
2	2	0	2	0	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2

Il est intéressant de noter que sans aucune modification du plan de production et de mise en œuvre des politiques de maintenance ( $N = 0$  et le cas (-0, 0)), le coût total est égal à  $229135.615 \text{ um}$ . En comparant cette valeur à celle de la solution optimale obtenue, nous remarquons une importante réduction du coût total.

Ces résultats montrent clairement l'efficacité de l'approche proposée. En effet, la contribution essentielle de cette approche est la réduction du coût total de 29% tout en satisfaisant la contrainte de niveau de service du client en dégradant moins la machine.

#### 4.7.4 Analyse de la sensibilité

Tableau 4.7 : Variation de la solution optimale en fonction de  $C_{pr2}$

$C_{pr2}$	Niveau de service	Coût minimal	Cas
13	96,666667	142003,8	(-3,3)
15	96,666667	152412,36	(-3,3)
17	100	161695,43	(-2,2)
19	100	170370,466	(-2,2)
21	100	177899,727	(-1,1)
23	100	184874,727	(-1,1)
24	100	188362,23	(-1,1)
25	100	190958,57	(0,0)
30	100	202672,39	(0,0)



L'optimisation de cette stratégie repose sur la résolution du compromis entre le coût de la maintenance qui diminue avec le transfert de la charge de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  et le coût de production du sous-traitant qui augmente. Etant donné que le coût de production unitaire  $C_{pr2}$  est variable en fonction du sous-traitant à choisir, alors que celui de la maintenance est fixe et indépendant du sous-traitant, il est plus judicieux d'étudier l'évolution du coût optimal en fonction du coût unitaire de production du sous-traitant  $C_{pr2}$ .

Le Tableau 4.7 montre que plus le coût de production unitaire du sous-traitant  $C_{pr2}$  augmente, moins la stratégie de transfert de la charge de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  est rentable. La valeur limite de  $C_{pr2}$  dans notre cas pour laquelle le transfert est rentable est de  $25um$ .

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, contrairement aux chapitres précédents, nous avons traité le cas d'un système de production amené à satisfaire une demande aléatoire sur un horizon fini sous un niveau de service exigé par le client. Le système de production considéré ne peut pas satisfaire toute la demande à travers l'horizon de temps, il fait alors appel à la sous-traitance. Ainsi, nous avons changé carrément le contexte de la demande par rapport aux chapitres précédents, dans le but d'étudier les différents cas possibles auxquels sont confrontées les entreprises manufacturières actuelles faisant appel à la sous-traitance. En plus, nous avons considéré que le taux de panne de la machine commanditaire augmente avec le temps et le taux de production. Concernant le sous-traitant, il est supposé incontrôlable du point de vue maintenance à cause de la contrainte de la localisation et le manque d'information. Il est caractérisé par sa disponibilité stationnaire, sa capacité de production maximale et son coût de production unitaire.

Au cours de cette étude, nous avons d'abord formulé et résolu un problème linéaire quadratique stochastique de production pour obtenir un plan de production préliminaire. En utilisant le modèle HMMS, le plan de production préliminaire comprend les coûts de production et les stocks sous un niveau de service donné. Ce plan définit pour chaque période de l'horizon les taux de production avec lesquels doivent produire la machine commanditaire et la machine sous-traitante. Par la suite, nous avons évalué l'influence du plan de production sur l'évolution du coût de dégradation de la machine commanditaire. Ensuite, en prenant en compte le coût de dégradation, nous avons, modifié le plan de production pour optimiser le coût total comprenant les coûts de production, de stock et de dégradation en respectant le niveau de service exigé. Notre stratégie consiste à transférer à chaque période de l'horizon une quantité déterminée à produire par la machine commanditaire  $M_1$  à la machine  $M_2$  du sous-traitant.

Dans une étape ultérieure, nous avons proposé l'introduction d'une stratégie de maintenance préventive pour la machine commanditaire. A partir du plan de production obtenu précédemment, nous avons développé une procédure numérique pour optimiser simultanément le plan de production et la politique de maintenance introduite. Cette

procédure a permis de trouver, d'une part, les dates optimales pour effectuer les actions de maintenance préventive, et d'autre part, de définir la quantité à transférer de la machine commanditaire à la machine sous-traitante.

Les résultats obtenues ont montré qu'il peut être plus économique de produire à un taux de production plus faible dégradant moins la machine, et de sous-traiter une partie de la production, que de produire plus, avec un taux de production élevé provoquant une dégradation plus rapide et diminuant la réactivité du système de production face aux évènements imprévus.

## *Conclusion Générale*

Dans ce mémoire, nous avons traité la problématique de la maintenance intégrée d'un système de production, qui pour satisfaire une demande client supérieure à sa capacité maximale de production, fait appel à la sous-traitance. Afin d'atteindre son objectif, l'entreprise doit mener une politique de maintenance intégrée à la production gérant sa propre production et celle du sous-traitant et permettant d'améliorer la disponibilité de son outil de production, tout en minimisant les coûts subis liés à la production, la maintenance et aux demandes perdues. La difficulté de cette problématique vient du fait que les stratégies de maintenance adoptées par l'entreprise commanditaire ne dépendent que de l'historique de ses machines, elles ne tiennent pas compte de l'état du sous-traitant qui inflige des périodes d'indisponibilité incontrôlable par l'entreprise commanditaire. Le défi que doit relever cette entreprise est de pouvoir développer des stratégies de maintenance et de production en possédant le minimum d'information sur la disponibilité du sous-traitant.

Nous avons commencé ce mémoire par une revue bibliographique qui présente les différentes configurations des systèmes de production et leurs classifications, les types et politiques de la maintenance appliqués dans l'industrie, ainsi que les récents travaux, traitant la problématique de la maintenance intégrée, publiée dans la littérature. Cette revue concerne aussi l'historique du concept de la sous-traitance, sa motivation, son évolution ainsi que ses avantages et ses inconvénients.

L'étude menée dans ce mémoire est basée sur deux axes. Dans le premier, nous avons considéré une entreprise manufacturière représentée par une machine  $M_1$  fonctionnant dans un contexte de juste à temps (JIT). Cette machine doit satisfaire une demande  $d$  constante sur un horizon de temps infini. Pour satisfaire cette demande, l'entreprise fait appel à la sous-traitance. Dans une première partie, nous avons développé un modèle analytique déterminant le choix économique entre deux machines sous-traitantes  $M_2$  et  $M_3$ . Les deux machines sous-traitantes considérées diffèrent par leurs disponibilités et leurs coûts de production unitaire. La machine  $M_2$  possède une disponibilité faible et un coût de production moins élevé. La machine  $M_3$  dispose d'une disponibilité et d'un coût de production élevé. La machine  $M_1$  possède un taux de pannes croissant avec le temps. Elle est soumise à une politique de maintenance préventive. Dans un premier temps, nous avons considéré une stratégie du sous-traitant unique. Une étude analytique a démontré que le choix économique du sous-traitant parmi les deux ( $M_2$  et  $M_3$ ) est conditionné par la valeur du coût unitaire des demandes perdues. Dans un second temps, nous avons défini une politique de commutation (switching) des sous-traitants qui consiste à adopter comme premier sous-traitant celui qui est caractérisé par une faible disponibilité et un faible coût unitaire de production, puis de commuter vers l'autre à partir d'une certaine date  $x$ . Les deux stratégies étudiées ont été validées par deux exemples numériques.

Afin d'améliorer le modèle étudié dans la première partie de cet axe, nous avons proposé dans

la deuxième partie une nouvelle stratégie de construction de stock. Cette stratégie est basée sur la politique du "hedging point" dont l'objectif est de mettre en place un stock de capacité infini afin de réduire les demandes perdues causées par les pannes de la machine principale  $M_1$  et celles du sous-traitant  $M_2$ . La clé du modèle analytique proposé est de déterminer le stock optimal  $S$  à construire, la période optimale de la maintenance préventive  $T$  à effectuer et le facteur  $\alpha$  de commande de la cadence du sous-traitant. Ces variables de décisions minimisent le coût total moyen intégrant les coûts de maintenance, de production, d'inventaire et des demandes perdues. A travers un exemple numérique où nous avons utilisé les mêmes données de la stratégie de commutation, nous avons montré la rentabilité de la stratégie améliorée avec stock par rapport à la précédente en notant ses limites. Une analyse de sensibilité a permis d'étudier l'impact du coût de stockage et de la disponibilité du sous-traitant sur le coût total moyen, ainsi que l'influence du facteur  $\alpha$  de pondération de cadence de production de la machine sous-traitante  $M_2$  sur la vitesse de construction du stock. Grâce à cette analyse de sensibilité, nous avons pu conclure qu'il est parfois inutile de produire avec une cadence maximale afin de ne pas subir les surcoûts dus au stockage, et qu'il est aussi inutile d'investir pour un sous-traitant possédant une disponibilité au-delà d'une certaine valeur limite.

Dans le deuxième axe de notre étude, nous avons changé le contexte de la demande à satisfaire. La demande est supposée aléatoire sur un horizon fini. L'objectif n'est plus de diminuer le nombre des demandes perdues et le coût total en déterminant le stock optimal à produire, mais de satisfaire une demande sous un certain niveau de service exigé par le client. Cette demande est caractérisée par une espérance mathématique supérieure à la capacité de production maximale de la machine  $M_1$ , ce qui justifie le recours à la machine sous-traitante  $M_2$ . Dans cet axe, nous avons supposé que le taux de panne de la machine  $M_1$  est variable en fonction du temps et de l'usage. Concernant la machine sous-traitante  $M_2$ , elle est supposée incontrôlable du point de vue maintenance et caractérisée par sa disponibilité et son coût unitaire de production unitaire. L'étude de cet axe a été menée en deux parties. Dans la première, nous avons proposé un modèle mathématique permettant d'établir un plan de production préliminaire des deux machines  $M_1$  et  $M_2$  minimisant les coûts de production et d'inventaire tout en respectant le niveau de service exigé. En utilisant le modèle HMMS, nous avons présenté notre problème sous forme linéaire quadratique stochastique. Dans cette partie d'étude, nous avons supposé que la dégradation est linéaire en fonction du taux de production de la machine, et nous avons proposé un coût de dégradation unitaire afin d'évaluer le coût total de dégradation le long de l'horizon de production. Notre objectif a été de proposer un plan optimal minimisant à la fois les coûts de production, d'inventaire et de dégradation à partir du plan de production déjà établi en transférant une quantité de la production de la machine  $M_1$  à la machine  $M_2$  pour chaque période de l'horizon.

L'importance du coût de dégradation et son influence sur le plan optimal de production nous ont mené à développer la deuxième partie de cet axe. Dans cette partie, nous avons proposé l'introduction d'une stratégie de maintenance préventive pour la machine  $M_1$  dans l'objectif

d'améliorer la disponibilité de la machine et de réduire les coûts de maintenance. L'optimisation d'un plan de production maintenance consiste à déterminer le nombre de maintenance préventive à effectuer sur l'horizon de production déjà établi et la quantité à sous-traiter afin de minimiser à la fois les coûts de maintenance, de production et d'inventaire en respectant le niveau de service exigé. Les deux parties de cet axe ont été validées à travers deux procédures numériques. Ainsi, à travers ces deux exemples numériques, nous avons montré qu'il est parfois plus rentable de ne pas produire avec sa capacité maximale et de sous-traiter une partie de sa production afin d'améliorer la réactivité de l'entreprise face aux demandes inattendues et de dégrader moins son outil de production.

A la fin de ce mémoire, nous rappelons que nous avons traité dans notre étude la problématique de la maintenance intégrée d'une entreprise manufacturière faisant appel à la sous-traitance pour répondre à une demande supérieure à sa capacité de production. Au cours de notre étude, nous sommes passés du cas d'une demande constante au cours du temps à une demande aléatoire sur un horizon de temps fini avec un taux de pannes variable en fonction du temps et de l'usage, en proposant à chaque étape une stratégie améliorée, afin d'étudier le maximum de cas possibles auxquels sont confrontées les entreprises manufacturières faisant appel à la sous-traitance. Chaque stratégie a été validée et comparée aux autres stratégies, à travers des exemples numériques.

Au cours de cette étude nous avons considéré plusieurs hypothèses. Nous estimons qu'il est intéressant de relaxer certaines d'entre elles. Nous proposons d'une part, de considérer une durée de maintenance préventive non-négligeable, et d'étudier ainsi, son impact sur le plan optimal de maintenance production. D'autre part, nous proposons de tenir compte des délais de lancement des commandes des sous-traitants et d'intégrer leurs coûts.

## Références Bibliographiques

- Aghezzaf, E.-H., et Najid, N. M. (2008). « Integrated production planning and preventive maintenance in deteriorating production systems ». *Information Sciences*, 178(17), 3382-3392.
- Aghezzaf, E.-H., Jamali, M. A., et Ait-Kadi, D. (2007). « An integrated production and preventive maintenance planning model ». *European Journal of Operational Research*, 181(2), 679-685.
- Andersen, P. H., et Christensen, P. R. (2000). « Inter-partner learning in global supply chains: lessons from NOVO Nordisk ». *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 6(2), 105-116.
- Bäckert, W., et Rippin, D. W. T. (1985). « The determination of maintenance strategies for plants subject to breakdown ». *Computers & Chemical Engineering*, 9(2), 113-126.
- Bard, J. (1989). « Assembly line balancing with parallel workstations and dead time ». *International Journal of Production Research*, 27(6), 1005-1018.
- Barlow, R. E., et Hunter, L. (1960). « Optimum Preventive Maintenance Policies ». *Operations Research*, 8(1), 90-100.
- Barlow, R. E., et Proschan, F. (1965). *Mathematical Theory of Reliability*. John Wiley & Sons Inc.
- Barthélemy, J. (2003). « The Seven Deadly Sins of Outsourcing [and Executive Commentary] ». *The Academy of Management Executive (1993-2005)*, 17(2), 87-100.
- Ben-Daya, M., et Makhdoum, M. (1998). « Integrated Production and Quality Model under Various Preventive Maintenance Policies ». *The Journal of the Operational Research Society*, 49(8), 840-853.
- Brown, M., et Proschan, F. (1983). « Imperfect Repair ». *Journal of Applied Probability*, 20(4), 851-859.
- Budai-Balke, G., Dekker, R., et Nicolai, R. P. (2006). *A review of planning models for maintenance and production*. Erasmus University Rotterdam, Econometric Institute.
- Budai-Balke, G., Dekker, R., et Robin P, N. (2008). *Complex System Maintenance Handbook*. Springer London, London.
- Carson, S. J. (2007). « When to Give Up Control of Outsourced New Product Development ». *Journal of Marketing*, 71(1), 49-66.
- Cassady, C. R., Pohl, E. A., et Murdock, W. P. (2001). « Selective maintenance modeling for industrial systems ». *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 7(2), 104-117.

Charlot, E., Kenne, J. P., et Nadeau, S. (2007). « Optimal production, maintenance and lockout/tagout control policies in manufacturing systems ». *International Journal of Production Economics*, International Journal of Production Economics, 107(2), 435-450.

Chelbi, A., et Ait Kadi, D. (2004). « Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit submitted to regular preventive maintenance ». *European Journal of Operational Research*, 156(3), 712-718.

Chelbi, A., et Rezg, N. (2006). « Analysis of a production/inventory system with randomly failing production unit subjected to a minimum required availability level ». *International Journal of Production Economics*, 99(1-2), 131-143.

Coase, R. H. (1937). « The Nature of the Firm ». *Economica*, New Series, 4(16), 386-405.

Conway, R., Maxwell, W., McClain, J. O., et Thomas, L. J. (1988). « The Role of Work-in-Process Inventory in Serial Production Lines ». *Operations Research*, 36(2), 229-241.

Corbett, M. F. (2004). *The Outsourcing Revolution: Why it Makes Sense and How to do it Right*. Kaplan Business.

Courtois, A., Martin-Bonnefous, C., et Pillet, M. (1995). *Gestion de production*. EO SUP, Éditions d'Organisation.

Cox, D. R. (1962). *Renewal Theory*. Methuen & Co.

Dahane, M., Clementz, Christian, et Rezg, N. (2010). « Effects of extension of subcontracting on a production system in a joint maintenance and production context ». *Computers & Industrial Engineering*, 58(1), 88-96.

Dahane, M., Dellagi, S., Clementz, C., et Rezg, N. (2011). « Development of joint maintenance and production strategies in a subcontracting environment ». *International Journal of Production Research*, 49(23), 1-25.

Dahane, M., et Rezg, N. (2007). « Couplage de la gestion de la maintenance et la gestion de la production sous contrainte de sous-traitance ». Université Paul Verlaine Metz, Metz.

Dellagi, S., Rezg, N., et Xie, X. (2007). « Preventive maintenance of manufacturing systems under environmental constraints ». *International Journal of Production Research*, 45(5), 1233-1254.

Dibbern, J., Goles, T., Hirschheim, R., et Jayatilaka, B. (2004). « Information systems outsourcing: a survey and analysis of the literature ». *SIGMIS Database*, 35(4), 6-102.

Dinesh Shenoy, K., et Bhadury, B. (1993). « MRSRP-A tool for manpower resources and spares requirements planning ». *Computers & Industrial Engineering*, 24(3), 421-430.

Van der Duyn Schouten, F. A., et Vanneste, S. G. (1995). « Maintenance optimization of a production system with buffer capacity ». *European Journal of Operational Research*, 82(2), 323-338.

- Ellram, L., et Billington, C. (2001). « Purchasing leverage considerations in the outsourcing decision ». *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 7(1), 15-27.
- Embleton, P. R., et Wright, P. C. (1998). « A practical guide to successful outsourcing ». *Empowerment in Organizations*, 6(3), 94-106.
- Engardio, P. (2006). « The Future Of Outsourcing ». *BusinessWeek*, 30, 50-58.
- Fill, C., et Visser, E. (2000). « The outsourcing dilemma: a composite approach to the make or buy decision ». *Management Decision*, 38(1), 43-50.
- Finch, B. J., et Gilbert, J. P. (1986). « Developing maintenance craft labor efficiency through an integrated planning and control system: A prescriptive model ». *Journal of Operations Management*, 6(3-4), 449-459.
- Gershwin, S. B. (1987). « An Efficient Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Tandem Queues with Finite Storage Space and Blocking ». *Operations Research*, 35(2), 291-305.
- Gertsbakh, I. B. (1977). *Models of preventive maintenance*. Studies in mathematical and managerial economics, North-Holland Publishing Co.
- Gharbi, A., et Kenné, J.-P. (2000). « Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: An experimental design approach ». *International Journal of Production Economics*, International Journal of Production Economics, 65(3), 275-287.
- Gharbi, A., et Kenné, J.-P. (2005). « Maintenance scheduling and production control of multiple-machine manufacturing systems ». *Computers & Industrial Engineering*, 48(4), 693-707.
- Giard, V. (2003). *Gestion de la production et des flux*. Economica.
- Gilley, K. M., et Rasheed, A. (2000). « Making More by Doing Less: An Analysis of Outsourcing and its Effects on Firm Performance ». *Journal of Management*, 26(4), 763-790.
- Giri, B. C., Yun, W. Y., et Dohi, T. (2005). « Optimal design of unreliable production-inventory systems with variable production rate ». *European Journal of Operational Research*, 162(2), 372-386.
- Groenevelt, H., Pintelon, L., et Seidmann, A. (1992a). « Production Batching with Machine Breakdowns and Safety Stocks ». *Operations Research*, 40(5), 959-971.
- Groenevelt, H., Pintelon, L., et Seidmann, A. (1992b). « Production Lot Sizing with Machine Breakdowns ». *Management Science*, 38(1), 104-123.
- Groover, M. P. (2000). *Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing*. Prentice Hall PTR.
- Hagel, J., et Brown, J. S. (2005). *The Only Sustainable Edge: Why Business Strategy Depends On Productive Friction And Dynamic Specialization*. Harvard Business School Press.



Hajej, Z., Dellagi, S., et Rezg, N. (2009). « An optimal production/maintenance planning under stochastic random demand, service level and failure rate ». 292-297.

Hajej, Z., Dellagi, S., et Rezg, N. (2011). « Optimal integrated maintenance/production policy for randomly failing systems with variable failure rate ». *International Journal of Production Research*.

Hätönen, J., et Eriksson, T. (2009). « 30+ years of research and practice of outsourcing - Exploring the past and anticipating the future ». *Journal of International Management*, 15(2), 142-155.

Holt, C. C., Modigliani, F., Muth, J. F., et Simon, H. A. (1960). *Planning Production, Inventories, and Work Force*. International Series in Management, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J .

Hu, J.-Q., Vakili, P., et Yu, G.-X. (1994). « Optimality of hedging point policies in the production control of failure prone manufacturing systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(9), 1875-1880.

Iravani, S. M. R., et Duenyas, I. (2002). « Integrated maintenance and production control of a deteriorating production system ». *IIE transactions*, 34(5), 423-435.

Johnson, S. M. (1954). « Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included ». *Naval Research Logistics Quarterly*, 1(1), 61-68.

Kenné, J.-P., Gharbi, A., et Beit, M. (2007). « Age-dependent production planning and maintenance strategies in unreliable manufacturing systems with lost sale ». *European Journal of Operational Research*, 178(2), 408-420.

Khouja, M., et Mehrez, A. (1994). « Economic Production Lot Size Model with Variable Production Rate and Imperfect Quality ». *Journal of the Operational Research Society*, 45(12), 1405-1417.

Kyriakidis, E. G., et Dimitrakos, T. D. (2006). « Optimal preventive maintenance of a production system with an intermediate buffer ». *European Journal of Operational Research*, 168(1), 86-99.

Lacity, M. C., et Hirschheim, R. (1993). « The Information Systems Outsourcing Bandwagon ». *Sloan Management Review*, 35(1), 73-86.

Lam, K. K., et Rahim, M. A. (2002). « A sensitivity analysis of an integrated model for joint determination of economic design of-control charts, economic production quantity and production run length for a deteriorating production system ». *Quality and Reliability Engineering International*, 18(4), 305-320.

Lawton, T. C., et Michaels, K. P. (2001). « Advancing to the virtual value chain: Learning from the Dell model ». *Irish Journal of Management*, 22(1), 91-112.

Lee, H. L., et Rosenblatt, M. J. (1987). « Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules in a Production Systems ». *Management Science*, 33(9), 1125-1136.

Lee, H. L., et Rosenblatt, M. J. (1989). « A Production and Maintenance Planning Model with Restoration Cost Dependent on Detection Delay ». *IIE - Transactions*, 21(4), 368.

Lee, H.-H. (2005). « A cost/benefit model for investments in inventory and preventive maintenance in an imperfect production system ». *Computers & Industrial Engineering*, 48(1), 55-68.

Lei, D., et Hitt, M. A. (1995). « Strategic restructuring and outsourcing: The effect of mergers and acquisitions and LBOs on building firm skills and capabilities ». *Journal of Management*, 21(5), 835-859.

Liberopoulos, G., et Caramanis, M. (1994). « Production control of manufacturing systems with production rate-dependent failure rates ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(4), 889-895.

Lin, G. C., et Gong, D.-C. (2006). « On a production-inventory system of deteriorating items subject to random machine breakdowns with a fixed repair time ». *Mathematical and Computer Modelling*, 43(7-8), 920-932.

Linder, J. C. (2004). « Outsourcing as a strategy for driving transformation ». *Strategy & Leadership*, 32(6), 26-31.

Lutchen, M. D. (2004). « Outsourcing IT headaches is no answer: often the problem that needs fixing is management. » *Chief Executive (U.S)*.

Makis, V., et Fung, J. (1995). « Optimal preventive replacement, lot sizing and inspection policy for a deteriorating production system ». *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 1(4), 41-55.

McKay, K. N., Safayeni, F. R., et Buzacott, J. A. (1988). « Job-Shop Scheduling Theory: What Is Relevant? » *Interfaces*, 18(4), 84-90.

Van Mieghem, J. A. V. (1999). « Coordinating Investment, Production, and Subcontracting ». *Management Science*, 45(7), 954-971.

Monchy, F. (2000). *Maintenance. Méthodes et organisations*. technique et ingénierie, Dunod.

Morgan, R. E. (2003). « Outsourcing: Toward the “Shamrock Organization” ». *Journal of General Management*, 29(2), 35.

Nahmias, S. (2004). *Production and Operations Analysis*. McGraw Hill Higher Education.

Nakagawa, T. (1986). « Periodic and Sequential Preventive Maintenance Policies ». *Journal of Applied Probability*, 23(2), 536-542.

Nakagawa, T., et Mizutani, S. (2009). « A summary of maintenance policies for a finite interval ». *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1), 89-96.

Peaucelle, J.-L. (2007). *Adam Smith et la division du travail: la naissance d'une idée fausse*. Editions L'Harmattan.

- Pinto, P. A., Dannenbring, D. G., et Khumawala, B. M. (1981). « Branch and bound and heuristic procedures for assembly line balancing with paralleling of stations ». *International Journal of Production Research*, 19(5), 565-576.
- Pistikopoulos, E. N., Vassiliadis, C. G., et Papageorgiou, L. G. (2000). « Process design for maintainability: an optimization approach ». *Computers & Chemical Engineering*, 24(2-7), 203-208.
- Quinn, J. B. (2000). « Outsourcing Innovation : The New Engine of Growth ». *Sloan Management Review*, 41(4), 13-28.
- Quinn, J. B., et Hilmer, F. . (1994). « Strategic outsourcing ». *Sloan Management Review*, 35(4), 43-55.
- Radhoui, M., Rezg, N., et Chelbi, A. (2010). « Integrated maintenance and control policy based on quality control ». *Computers & Industrial Engineering*, 58(3), 443-451.
- Rahim, M. A. (1994). « Joint determination of production quantity, inspection schedule, and control chart design ». *IIE - Transactions*, 26(6), 2-11.
- Rahim, M. A., et Ben-Daya, M. (1998). « A generalized economic model for joint determination of production run, inspection schedule and control chart design ». *International Journal of Production Research*, 36(1), 277.
- Rahim, M. A., et Ben-Daya, M. (2001). « Joint Determination of Production Quantity, Inspection Schedule, and Quality Control for an Imperfect Process with Deteriorating Products ». *The Journal of the Operational Research Society*, 52(12), 1370-1378.
- Schilling, M. A., et Steensma, H. K. (2001). « The Use of Modular Organizational Forms: An Industry-Level Analysis ». *The Academy of Management Journal*, 44(6), 1149-1168.
- Sethi, A., et Sethi, S. (1990). « Flexibility in manufacturing: A survey ». *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 2(4).
- Sibbet, D. (1997). « 75 years of management ideas and practice 1922-1997 ». *Harvard Business Review*, 75(5), 2-12.
- Silva Filho, O. S., et Cezarino, W. (2004). « An Optimal Production Policy Applied to a Flow-shop Manufacturing System ». *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, 1(1), 73-92.
- Srinivasan M, M., et Lee H, S. (1996). « Production-inventory systems with preventive maintenance ». *IIE transactions*, 28(11), 879-890.
- Stigler, G. J. (1951). « The Division of Labor is Limited by the Extent of the Market ». *Journal of Political Economy*, 59(3), 185-193.
- Suri, R., et Diehl, G. W. (1986). « A Variable Buffer-Size Model and Its Use in Analyzing Closed Queueing Networks with Blocking ». *Management Science*, 32(2), 206-224.

Talavage, J., et Hannam, R. G. (1988). *Flexible Manufacturing Systems in Practice: Applications, Design, and Simulation*. Marcel Dekker Inc, New York.

Tapas K, D., et Sarkar, S. (1999). « optimal preventive maintenance in a production inventory system ». *IIE transactions*, 31(6), 537-551.

Tseng, S. (1996). « Optimal preventive maintenance policy for deteriorating production systems ». *IIE transactions*, 28(8), 687-694.

Wang, C.-H., et Sheu, S. H. (2003). « Determining the optimal production-maintenance policy with inspection errors: using a Markov chain ». *Computers & Operations Research*, 30(1), 1-17.

Weidenbaum, M. (2005). « Outsourcing: Pros and cons ». *Business Horizons*, 48(4), 311-315.

Weinstein, L., et Chung, C.-H. (1999). « Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment ». *Computers and Operations Research*, 26, 1059–1074.

Williamson, O. E. (1975). *Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications*. Free Press.

Yan, S., Yang, T.-H., et Chen, H.-H. (2004). « Airline short-term maintenance manpower supply planning ». *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Transportation Research Part A: Policy and Practice, 38(9-10), 615-642.

Yao, X., Xie, X., Fu, M. C., et Marcus, S. I. (2005). « Optimal joint preventive maintenance and production policies ». *Naval Research Logistics*, 52(7), 668-681.

## *Résumé*

Le cadre générale du mémoire s'articule autour de la gestion de la maintenance intégrée à la production en tenant compte de la contrainte de sous-traitance. Notre recherche traite particulièrement la gestion économique du soutien productique d'un ou de plusieurs sous-traitants qui diffèrent par leurs disponibilités et leurs coûts unitaire de production. L'étude économique consiste à minimiser un coût total intégrant la production, l'inventaire et la maintenance.

Notre étude sera menée suivant deux axes. Dans un premier axe, nous considérons une demande constante sur un horizon de temps infini. Une étude analytique est menée afin d'établir la politique de maintenance à adopter et le choix entre plusieurs sous-traitants. Dans un deuxième axe, nous avons considéré une demande aléatoire à satisfaire sur un horizon de temps fini. Cette demande doit être satisfaite sous un niveau de service exigé en faisant appel à la sous-traitance tout en assumant que le taux de panne de la machine principale varie avec l'usage et le temps. L'objectif a été de proposer un plan optimal de maintenance et de production satisfaisant le niveau de service et tenant compte de la dégradation de la machine tout en minimisant les coûts de production, d'inventaire et de maintenance. Les modèles analytiques établis dans les deux axes sont validés par des exemples numériques et interprétés à travers des études de sensibilités.

## *Abstract*

The general study framework is built around the maintenance management integrated with the production, taking into account the constraint of subcontracting. Our research specifically addresses the economic management of the production delivery from one or more subcontractors that differ in their availability and cost per unit of production. The economic study consists in minimizing the total cost including production, inventory and maintenance.

Our study will be conducted along two axes. In a first axis, we consider a constant demand on an infinite time horizon. An analytical study is conducted to determine the maintenance policy to be adopted and the choice between several subcontractors. In a second axis, we considered a random request to accommodate over a finite time. This application must be met in a required level of service by using outsourcing while assuming that the failure rate of the main machine varies with use and time. The objective was to propose an optimal production maintenance plan that satisfies the level of service and taking into account the deterioration of the machine while minimizing production, inventory and maintenance costs. The analytical models developed in the two axes are validated by numerical examples and interpreted through sensitivity studies.