



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



**UNIVERSITE PAUL VERLAINE – METZ  
LABORATOIRE DE PHYSIQUE DES MILIEUX DENSES**

**ECOLE DOCTORALE SESAMES**

---

## **THESE**

Présentée par

**Jamal Eddine ARBAOUI**

En vue d'obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PAUL VERLAINE – METZ**  
Spécialité : **Sciences des matériaux - Physique**

**ÉTUDE COMPARATIVE ET CARACTÉRISATIONS  
MÉCANIQUES DES STRUCTURES SANDWICHES  
MULTICOUCHES**

Soutenue le 22 Octobre 2009

Devant la commission d'examen

I. LAFFEZ, Professeur, Université de Tours, IUT Blois  
S. MAAS, Professeur, Université du Luxembourg  
A. ZUERBES, Professeur, Université du Luxembourg  
A. DAHOUN, Professeur, INPL Nancy  
Y. SCHMITT, Maître de Conférences, Iut Thionville-Yutz  
F.X. ROYER, Professeur, Université Paul Verlaine – Metz,  
Iut Thionville – Yutz

Rapporteur, Président  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Co-encadrant  
Directeur de thèse

## Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'Equipe "Solides Complexes" du Laboratoire de Physique des Milieux Denses de l'Université Paul Verlaine de METZ.

Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à **François-Xavier ROYER**, professeur et directeur de l'équipe, et **Yves SCHMITT**, Maître de conférence, directeur de recherche et développement PA Technologies, qui ont accepté la charge de diriger cette thèse. Ils ont su orienter ce travail au moyen de nombreuses discussions que nous avons eues, tout en me laissant une complète autonomie. Le sujet de thèse qu'ils m'ont proposé s'est avéré d'être d'une richesse formidable à explorer et grâce à eux, j'ai pu acquérir de nombreuses compétences dans le vaste domaine des matériaux composites.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à **Jean-Luc PIERROT** de m'avoir aidé durant la thèse.

Je remercie vivement tous les membres de mon jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, et en particulier Madame **Isabelle LAFFEZ** et Monsieur **Stefane MAAS** qui ont eu l'aimabilité d'accepter d'être les rapporteurs. Je remercie également Messieurs **Abdesselam DAHOUN** et **Arno ZUERBES** qui ont accepté d'être examinateurs.

Je tiens à remercier **Philippe JODIN** de Laboratoire de Fiabilité Mécanique de m'avoir laissé le libre accès aux machines de traction et flexion afin de caractériser le comportement mécanique des différents matériaux.

Un grand remerciement aux différentes personnes du Laboratoire et notamment à Driss ES SBIHI, Ayoub NASOUR, Driss DAFRI, Hassan ELMENDOUB, Mohamed MANSOUR, Allal CHAFI, Karim KHALOUK et Jihane SOUHABI.

Je saisis cette occasion pour remercier très chaleureusement tous mes amis de Metz en particulier K. ELJOUDI, H. MOUSTABCHIR, A. ELMOUSSAOUI, aussi bien pour les marques de sympathie que pour le soutien qu'ils m'ont porté tout au long de cette thèse.

J'aimerais exprimer ma gratitude et mes remerciements à ma femme qui m'a toujours soutenu et encouragé dans les moments difficiles. Je remercie également mon petit fils Adam.

Enfin, je remercie mes parents, mes frères et sœurs et tous les autres membres de ma famille pour leur soutien, sans quoi ce travail n'aurait pu voir le jour.

# Tables des matières

Remerciements  
Table des matières  
Nomenclature

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

### CHAPITRE 1 : COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX

#### SANDWICHES

1.1 Introduction .....	6
1.2 Qu'est ce qu'un matériau sandwich ? .....	6
1.3 Les éléments constituant les matériaux sandwichs.....	7
1.3.1 Les peaux .....	7
1.3.2 L'âme .....	8
1.3.3 L'interface .....	8
1.4 Intérêt des structures sandwichs.....	8
1.5 Théorie des poutres sandwichs.....	9
1.5.1 La rigidité en flexion.....	9
1.5.2 Contraintes et déformations des matériaux sandwichs .....	10
1.6 Comportement des sandwichs en flexion.....	14
1.6.1 Flexion trois-points .....	14
1.6.2 Flexion quatre points.....	17
1.7 Comportement des sandwichs en flambement.....	19
1.8 Modes de dégradations des sandwichs.....	20
1.8.1 Flambement généralisé des peaux.....	20
1.8.2 Rupture des peaux en traction ou en compression .....	21
1.8.3 Modes locaux de rupture .....	21
1.8.4 Rupture de l'âme en cisaillement.....	22
1.8.5 Flambement généralisé de l'âme ou « crimping » .....	22
1.8.6 Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling ».....	23
1.8.7 Dégradation de l'adhésive.....	24
1.9 Conclusion.....	25

### CHAPITRE 2 : MATÉRIAUX DE L'ÉTUDE

2.1 Introduction .....	26
2.2 Présentation des matériaux.....	26
2.2.1 L'âme .....	26
2.2.1.1 Mousses techniques .....	26

2.2.1.2 YmaCell .....	27
2.2.1.3 Nid d'abeilles .....	28
2.2.1.4 Synthèse des propriétés mécaniques des matériaux d'âme .....	30
2.2.2 Les peaux .....	30
2.2.2.1 La résine .....	30
a- La résine polyester .....	31
b- La résine époxyde .....	32
2.2.2.2 Les fibres .....	33
2.2.2.3 Les composites .....	34
a- Roving 3 plis .....	34
b-T800/M300 +/- 45° et 0-90° .....	35
c- Carbone 2 plis .....	35
d- Pré imprégné 2 plis .....	36
e- TWINTEX (Verre/Polypropylène) .....	36
2.2.3 Les sandwichs multicouches .....	36
2.3 Mise en œuvre des sandwichs .....	38
2.3.1 Presse à vide .....	38
2.3.2 Technique de stratification .....	38
2.4 Essais expérimentaux .....	39
2.4.1 Essai de l'impact .....	39
2.4.1.1 Description d'essai .....	39
2.4.1.2 Dispositif expérimental .....	41
2.4.2 Les essais de flexion .....	42
2.4.2.1 Description des essais .....	42
2.4.2.2 Dispositifs expérimentaux .....	43
a- Essai de flexion 4 points .....	43
b- Essai de flexion 3 points .....	46
2.4.3 L'essai de traction .....	47
2.4.3.1 Description d'essai .....	47
2.4.3.2 Dispositif expérimentale .....	48
2.4.3.3 L'éprouvette de traction .....	48
2.5 Conclusion .....	49

### **CHAPITRE 3 : ÉTUDE COMPARATIVE EN FLEXION ET L'IMPACT D'YMACELL AVEC D'AUTRES MATÉRIAUX D'ÂMES**

3.1 Introduction .....	51
3.2 Résultats .....	51
3.2.1 Résultats obtenus lors d'un essai de flexion .....	51
3.2.1.1 Interprétation des courbes des structures en fonction de l'âme .....	51
3.2.1.2 Interprétation des courbes des structures en fonction de la peau .....	54

a- Effet du module de traction de la peau.....	54
b- Effet de l'orientation des fibres dans la peau.....	54
c- Effet de la liaison chimique entre âme et peau .....	55
3.2.2 Résultats obtenus lors de l'essai d'impact .....	56
3.2.2.1 Interprétation des courbes des structures ayant la même peau .....	56
3.2.2.2 Interprétation des courbes des structures ayant la même âme .....	58
3.3 Conclusion.....	59

## **CHAPITRE 4 : L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT EN FLEXION TROIS ET QUATRE POINTS DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NIDS D'ABEILLES POLYPROPYLENE**

4.1 Introduction.....	61
4.2 Matériaux sandwichs multicouches .....	61
4.3 Résultats .....	62
4.3.1 L'essai de traction .....	62
4.3.2 L'essai de flexion trois points .....	65
4.3.2.1 Effet de la couche intermédiaire .....	65
4.3.2.2 Effet de l'épaisseur d'âme .....	68
4.3.2.3 Effet de la distance inter-appuis.....	69
4.3.2.4 Modèle théorique .....	74
4.3.2.5 Modes d'endommagements en flexion .....	76
4.3.3 L'essais de flexion 4 points.....	79
4.3.3.1 Effet de la couche intermédiaire .....	79
4.3.3.2 Effet de l'épaisseur de l'âme.....	81
4.3.3.3 Détermination des propriétés mécaniques .....	82
4.4 Conclusions.....	83

## **CHAPITRE 5 : HOMOGENEISATION ET MODELISATION NUMERIQUE DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLE**

5.1 Introduction.....	86
5.2 La méthode d'homogénéisation .....	86
5.3 Homogénéisation de nid d'abeille.....	86
5.3.1 Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille .....	88
5.3.2 Géométrie et notations .....	89
5.3.3 Approches existantes dans la littérature.....	90
5.3.4 Modélisations analytiques.....	91
5.3.4.1 Modèle de Gibson.....	91
a- Propriétés dans le plan.....	91

---

b- Propriétés hors du plan ( $X_1, X_2$ ) .....	95
5.3.5 Approches numériques .....	99
5.3.5.1 Introduction .....	99
5.3.5.2 Le volume élémentaire représentatif «VER» .....	100
5.3.5.3 La méthode d'homogénéisation .....	101
5.3.5.4 Constantes de l'ingénieur $E_i$ et $\nu_{ij}$ .....	103
5.3.5.5 Modules de cisaillements $G_{ij}$ .....	103
5.3.5 Résultats .....	104
5.3.5.1 Module d'élasticité $E_1$ .....	104
5.3.5.2 Module d'élasticité $E_2$ .....	106
5.3.5.3 Module d'élasticité $E_3$ .....	108
5.3.5.4 Modules de cisaillement $G_{12}$ et $G_{21}$ .....	110
5.3.5.5 Modules de cisaillement $G_{13}$ et $G_{31}$ .....	112
5.3.5.6 Modules de cisaillement $G_{23}$ et $G_{32}$ .....	114
5.4 Homogénéisation de composite .....	115
5.4.1 Concept d'homogénéisation .....	115
5.4.2 Détermination des propriétés élastiques .....	116
5.4.3 Les approches théoriques .....	118
5.4.3.1 Modèle série et parallèle .....	118
5.4.3.2 Modèles de TSAI et PAGANO .....	119
5.4.3.3 Modèle d'Halpin-Tsai .....	120
5.4.3.4 Autres modèles .....	120
5.4.4 Résultats .....	122
5.4.4.1 Propriétés élastiques .....	122
5.5 Simulation numérique .....	124
5.5.4 Résultats .....	126
5.6 Conclusion .....	131
Conclusion générale .....	133
Annexes .....	136
Bibliographies .....	148
Liste des figures	
Liste des tableaux	

## NOMENCLATURE

$t_f$	épaisseur de peau
$t_c$	épaisseur de l'âme
$d$	distance entre l'axe neutre de deux peaux
$b$	largeur du sandwich
$h$	épaisseur du sandwich
$P$	charge appliquée
$P_{Eu}$	charge d'Euler
$P_{cr}$	charge critique de flambement
$L$	distance entre les appuis (flexion 3 points)
$L_1$	distance entre les appuis intérieurs (flexion 4 points)
$L_2$	distance entre les appuis extérieurs (flexion 4 points)
$E_c$	module d'élasticité de l'âme
$E_f$	module d'élasticité du matériau de peau
$E_{f1}, t_{f1}$	module d'élasticité et épaisseur de la peau supérieure
$E_{f2}, t_{f2}$	module d'élasticité et épaisseur de la peau inférieure
$G_c$	module de cisaillement de l'âme
$D$	rigidité en flexion
$S$	rigidité en cisaillement
$M_x$	moment de flexion
$T_x$	force transversale
$\sigma$	contrainte de traction dans les matériaux peaux
$\tau$	contrainte de cisaillement dans le matériau d'âme
A et D	points d'appuis de la structure en flexion 4 points
B et C	points d'appuis de la charge en flexion 4 points
$w_1$	déplacement due à la flexion des peaux
$w_2$	déplacement due au cisaillement du matériau d'âme
$w_t$	déplacement totale
PCI	pli composite intermédiaire
$Z$	coordonnée suivant l'épaisseur du sandwich
$E_1$	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe X

---

$E_2$	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Y
$E_3$	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Z
$\delta U_1$	déplacement suivant l'axe X
$\delta U_2$	déplacement suivant l'axe Y
$\delta U_3$	déplacement suivant l'axe Z
VER	volume élémentaire représentatif
$G_{ij}$	module de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
$\tau_{ij}$	contrainte de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
$\gamma_{ij}$	déformation de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
$F_i$	force de liaison suivant la direction $i$
$V_0$	volume avant déformation
$V_f$	volume après déformation
$G_f$	module de cisaillement de la fibre
$G_m$	module de cisaillement de la matrice
$K_f$	module de compressibilité de la fibre
$K_m$	module de compressibilité de la matrice

# **INTRODUCTION GÉNÉRALE**

Le développement des technologies modernes exige que l'on utilise des matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées spécifiques à leur emploi, mais dont les masses volumiques soient faibles. L'objectif est notamment de réduire la masse des structures. Les matériaux composites sont des matériaux qui répondent aux exigences précédentes. En raison de leur faible densité, grande résistance, rigidité importante et de leur excellente durabilité, les matériaux composites ont d'abord été utilisés dans de nombreuses composantes structurales, notamment dans le domaine de l'aéronautique. De nos jours, la diminution de leurs coûts de production permet l'utilisation de ces matériaux dans des applications de plus en plus variées (automobile, navigation, construction, etc.).

Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on notera les matériaux sandwichs. Les structures sandwichs se distinguent des autres matériaux comme les métaux, les céramiques et les polymères par le fait qu'ils sont constitués :

- de deux semelles ou peaux, de faibles épaisseurs. Ces peaux sont constituées de matériaux à relativement haute résistance.

- d'une âme beaucoup plus épaisse et de faible densité.

Peaux et âmes sont séparables mécaniquement. On peut par conséquent modifier les propriétés de ces matériaux en variant les proportions de leurs constituants ou les propriétés des constituants eux-mêmes. Ces ajustements permettent donc d'atteindre les propriétés souhaitées pour répondre à des applications bien identifiées.

Les structures sandwichs offrent donc de grandes potentialités aux concepteurs dans des secteurs très divers.

Dans un premier temps, on peut songer à des applications structurales classiques pour lesquelles il faut allier légèreté et rigidité comme l'industrie aérospatiale, ou plus généralement les transports (TGV). Leur résistance à la corrosion, quand les divers constituants ne sont pas métalliques, en fait également un matériau de choix pour la construction navale. L'usage des sandwichs se répand aussi dans l'industrie du bâtiment, et cette fois, ce sont leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique qui sont prises en compte.

Ces matériaux sandwichs peuvent être réalisés en éléments très divers :

- aluminium, acier, bois, plastique, résines renforcées de fibres organiques ou inorganiques (matériaux composites), ...pour les peaux ;
- pour l'âme, le balsa, les nids d'abeilles (NIDA) [confectionnés en polypropylène, en aluminium, en Nomex (papier aramide enduit de résine phénolique)], les mousses alvéolaires,.....

De nombreux paramètres structuraux influent sur le comportement mécanique de ces systèmes complexes :

- la nature des matériaux constitutifs (densité, propriétés mécaniques, propriétés physiques, propriétés chimiques) ;
- les séquences d'empilement ;
- les épaisseurs relatives des différentes couches.

Dans une première phase du programme d'optimisation et d'étude du comportement des structures composites, nous avons caractérisé le comportement mécanique en flexion et à l'impact du matériau *YmaCell*®, matériau composite cellulaire de nouvelle génération développé par la société **P. A. TECHNOLOGIES**. Les caractéristiques intrinsèques de ce matériau composite permettent d'adapter les propriétés du matériau constituant l'âme du sandwich en fonction de l'application industrielle finale. Afin de mieux appréhender la compréhension de l'influence des caractéristiques intrinsèques du matériau *YmaCell*®, nous avons procédé à une étude comparative avec un certain nombre de matériaux d'âmes référencés sur le marché des matériaux composites.

Les matériaux d'âme retenus, dans cette étude, sont :

- le matériau *YmaCell*®, matériau cellulaire original à base de billes de polystyrène ;
- une mousse PVC (polychlorure de vinyle) à cellules fermées, rigides et réticulées ;
- un nid d'abeilles en polypropylène.

Pour la réalisation des structures composites, les peaux suivantes, obtenues à partir de différents types de résines et de fibres, sont utilisées :

- pré-impregnés carbone /résine époxyde (2 plis) ;
- roving de verre / résine époxyde (3 plis) ;

- composite thermoplastique de type TWINTEX, mélange de fibres de verre et de polypropylène qui constitue par ailleurs la matrice du composite.

Le travail de thèse présente les principaux résultats obtenus lors de l'étude expérimentale du comportement en flexion statique des structures sandwichs. Les résultats expérimentaux seront confrontés à une approche théorique utilisant le logiciel de simulation CASTEM 2008.

Le déroulement de ce travail se décompose en six parties principales. Après une brève introduction, le premier chapitre présente une synthèse bibliographique concernant le comportement mécanique des matériaux sandwichs. Dans le second chapitre, nous présentons les matériaux de l'étude, leurs mises en forme ainsi que les dispositifs expérimentaux utilisés. La troisième partie porte sur l'étude comparative en flexion et à l'impact du matériau *YmaCell*® avec d'autres matériaux d'âmes. Le quatrième chapitre est consacré à l'étude du comportement en flexion trois et quatre points des structures sandwichs multicouches en nids d'abeilles polypropylène. Le cinquième chapitre confronte les résultats expérimentaux à différentes approches théoriques telles que l'homogénéisation analytique et l'utilisation de méthodes par éléments finis. Une conclusion permettra de proposer une synthèse des principaux résultats obtenus et d'envisager les perspectives découlant de cette étude.

# **CHAPITRE 1**

## **COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX SANDWICHS**

## 1.1 Introduction

Aujourd'hui, on enregistre une progression importante dans l'emploi des matériaux composites dans des domaines aussi divers que l'aéronautique, l'automobile, le sport et les loisirs. Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on peut citer les matériaux sandwichs. Les structures sandwichs occupent un large créneau dans la construction des pièces composites. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes. L'objectif de ce premier chapitre est de positionner la problématique des matériaux sandwichs en nous attachant à mettre en évidence toutes leurs particularités propres.

## 1.2 Qu'est ce qu'un matériau sandwich ?

Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage ou soudure de deux semelles ou peaux (Fig. 1.1) et d'un matériau d'âme. Les peaux sont de faibles épaisseurs et possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques (module élevé, grande résistance). Entre les deux peaux est intercalé un matériau d'âme de forte épaisseur et de faible densité. En gardant une distance constante entre les deux peaux, l'insertion de cette âme permet d'augmenter le moment d'inertie de la structure, et par conséquent sa rigidité en flexion, tout en minimisant la masse de l'ensemble.

Dans un sandwich, il ne faut pas oublier un troisième composant : l'adhésif. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et aussi une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique doit être une bonne résistance en cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

De part la constitution des matériaux sandwichs, on peut adapter leurs propriétés mécaniques en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non) et de l'âme ainsi que l'épaisseur de chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur  $t_f$ . Le rapport  $t_f/t_c$  ( $t_c$  étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,1 et 0,01. D'après Allen [1], on peut classer les sandwichs en trois catégories selon la valeur du rapport  $d/t_f$  ( $d$  étant la distance séparant l'axe neutre de chacune des peaux). Pour un sandwich symétrique (peaux de même épaisseur)

$$d = t_c + t_f.$$

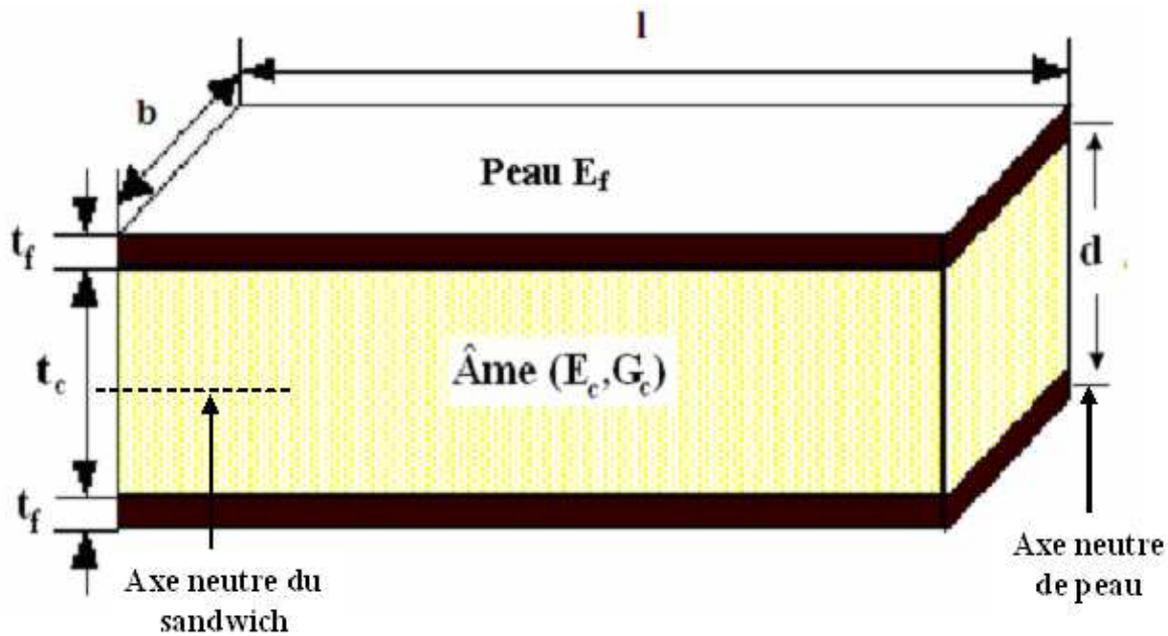


Figure 1.1 : Schéma d'un sandwich [2]

En fonction des valeurs du rapport  $d/t_f$ , on peut classer les sandwichs de la manière suivante :

- si le rapport  $d/t_f$  est supérieur à 100, on parle de sandwichs à peaux très fines ;
- pour un rapport  $d/t_f$  compris entre 100 et 5,77 le sandwich est considéré comme ayant des peaux fines ;
- dans le cas où  $d/t_f$  est inférieur à 5,77 la structure est dite à peaux épaisses.

On définira les bornes limites par rapport à la contribution de chaque constituant vis-à-vis de la rigidité en flexion et en cisaillement du sandwich.

En plus de leur bonne rigidité en flexion, de leur bonne résistance au flambement et de leur légèreté, les matériaux sandwichs possèdent également de bonnes propriétés d'isolation thermique et phonique. Ceci explique leur emploi de plus en plus fréquent comme cloison. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans l'aéronautique ou l'industrie du transport en tant que structures primaires ou secondaires, comme par exemple les coques de bateaux rapides, les planchers d'avions.

### 1.3 Les éléments constituant les matériaux sandwichs

#### 1.3.1 Les peaux

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le

choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composites. Les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduit par des contraintes normales (traction ou compression).

### 1.3.2 L'âme

Légère, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Les matériaux d'âme les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes :

- **âmes pleines** [3], parmi lesquelles on trouve le balsa (ou bois cellulaire), diverses mousses cellulaires et des résines chargées de microsphères creuses de verres (mousses syntactiques) ;
- **âme creuses** [3], essentiellement de type nid d'abeilles et profilé (réseaux métalliques légers, réseaux en papier enduit ou non, réseaux en polycarbonate et en polypropylène).

### 1.3.3 L'interface

L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brasage.

Lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants.

## 1.4 Intérêt des structures sandwichs

L'intérêt principal des structures sandwichs, par opposition aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de  $100 \text{ kg m}^{-3}$ . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils

contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes.

## 1.5 Théorie des poutres sandwichs

La théorie des poutres simples est facilement adaptée aux poutres sandwichs avec quelques modifications mineures. L'utilisation de cette théorie permet de disposer d'une méthode simple permettant de calculer la rigidité en flexion, la rigidité en cisaillement, les contraintes dans les peaux et les contraintes de cisaillement dans l'âme. Cette théorie des poutres s'appelle habituellement la théorie de Timoshenko [4] et est reprise dans de nombreux ouvrages (par exemple Plantema [5] et Zenkert [6]).

### 1.5.1 La rigidité en flexion

Les structures sandwichs sont généralement sollicitées en flexion ou en compression-flambement. Afin d'optimiser les caractéristiques des matériaux de l'âme et de la peau pour une application donnée, il convient donc de connaître leur comportement pour ce type de sollicitation. La grandeur caractéristique d'un matériau sandwich est sa rigidité en flexion,  $D$ , est donnée par la relation suivante [7] :

$$D = \int E b z^2 dz = \frac{E_f b t_f^3}{6} + 2E_f b t_f \left[ \frac{d}{2} \right]^2 + \frac{E_c b t_c^3}{12} = \frac{E_f b t_f^3}{6} + \frac{E_f t_f b d^2}{2} + \frac{E_c b t_c^3}{12} = 2D_f + D_0 + D_c \quad (1.1)$$

Avec :

- $t_f$  et  $E_f$  sont respectivement l'épaisseur et le module d'élasticité du matériau peau
- $t_c$  et  $E_c$  sont respectivement l'épaisseur du matériau d'âme.

$2D_f$  : rigidité des peaux par rapport à leur propre axe neutre.

$D_0$  : contribution à la rigidité en flexion des peaux par rapport à l'axe neutre du sandwich au centre de l'âme pour un sandwich symétrique

$D_c$  : rigidité apportée par l'âme par rapport à son axe neutre

En fonction des caractéristiques, un certain nombre d'approximations sont utilisées :

- les approximations de peaux minces :

$$\frac{2D_f}{D_0} < 0.01 \quad \text{si} \quad 3\left(\frac{d}{t_f}\right)^2 > 100 \quad \text{or} \quad \frac{d}{t_f} > 5.77 \quad (1.2)$$

- les approximations d'âme faible :

$$\frac{D_c}{D_0} < 0.01 \quad \text{si} \quad \frac{6E_f t_f d^2}{E_c t_c^3} > 100 \quad (1.3)$$

Si les deux relations ci-dessus sont satisfaites, la rigidité en flexion est limitée à :

$$D \approx E_f \frac{b t_f d^2}{2} \quad (1.4)$$

En cisaillement, la rigidité  $S$  est principalement gouvernée par les caractéristiques de l'âme, la contribution des peaux étant négligeable. Cette rigidité s'exprime par la formule:

$$S = G_c \frac{b d^2}{t_c} \quad (1.5)$$

$G_c$  : Le module de cisaillement du matériau d'âme

$b$  : La largeur du sandwich

### 1.5.2 Contraintes et déformations des matériaux sandwichs

Dans le cas général, la répartition des sollicitations dans une poutre sandwich est décrite sur la Fig. 1.4. Pour simplifier l'étude, la poutre est uniquement soumise à un moment de flexion  $M_x$  et à une force transversale  $T_x$  [8].

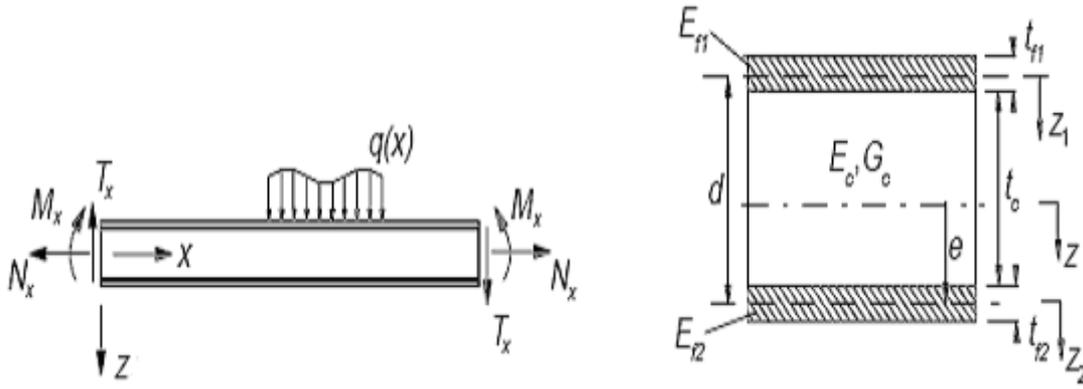


Figure 1.2 Charge appliquée sur une poutre sandwich [9]

La déformation à une distance  $z$  par rapport à l'axe neutre du sandwich est donnée par :

$$\varepsilon_x = \frac{M_x z}{D} \quad (1.6)$$

Dans cette étude, la position de l'axe neutre vérifie la condition suivante :

$$\int \sigma_x dz = 0 \quad (1.7)$$

Pour une intégration sur la totalité de la section transversale (figure 1.2), cela devient :

$$E_{f1} t_{f1} \left( \frac{t_{f1}}{2} + t_c + \frac{t_{f2}}{2} \right) + E_c t_c \left( \frac{t_c}{2} + \frac{t_{f2}}{2} \right) = d [E_{f1} t_{f1} + E_c t_c + E_{f2} t_{f2}] \quad (1.8)$$

$(E_{f1}, t_{f1})$  et  $(E_{f2}, t_{f2})$  sont respectivement les modules d'élasticités et les épaisseurs des peaux supérieure et inférieure.

Pour un sandwich symétrique (même peau avec un module d'élasticité élevé et une faible épaisseur), la position de l'axe neutre est au milieu du cœur (de l'âme). Les contraintes de traction ou de compression dans les peaux peuvent être calculées en utilisant l'équation 1.6 :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = E \frac{M_x z}{D} \quad (1.9)$$

La contrainte de compression dans la peau supérieure est donnée par :

$$\sigma_1 = -\frac{M_x (d - e) E_{f1}}{D} = -\frac{M_x E_{f1} E_{f2} t_{f2} d}{D (E_{f1} t_{f1} + E_{f2} t_{f2})} \approx -\frac{M_x}{t_{f1} b d} \quad (1.10)$$

La contrainte de traction dans la peau inférieure est exprimée par :

$$\sigma_2 = \frac{M_x e E_{f2}}{D} = \frac{M_x E_{f1} E_{f2} t_{f1} d}{D(E_{f1} t_{f1} + E_{f2} t_{f2})} \approx + \frac{M_x}{t_{f2} b d} \quad (1.11)$$

La contrainte de cisaillement est calculée en utilisant une définition plus générale de l'équation d'équilibre :

$$\overline{\sigma}_{ij,j} = 0 \longrightarrow \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} = 0 \longrightarrow \overline{\tau}_{xz}(z) = \int_z^{\frac{d+t_f}{2}} \frac{d\sigma_x}{dx} dz \quad (1.12)$$

Sachant que  $\tau_{xz}$  est égale à zéro pour  $z = \frac{d}{2} + t_f$ , et en utilisant  $\frac{dM_x}{dx} = T_x$ , l'équation (1.12)

devient :

$$\tau_{xz} = \frac{T_x}{D} \int_z^{\frac{d+t_f}{2}} E z dz = \frac{T_x B(z)}{D} \quad (1.13)$$

$B(z)$  est le moment surfacique d'ordre 1, calculé par :

$$B(z) = \int_z^{\frac{d+t_f}{2}} E z dz \quad (1.14)$$

Les contraintes de cisaillement dans les peaux et l'âme sont calculées par :

Dans la peau supérieure pour  $-d + e - \frac{t_{f1}}{2} \leq z \leq -d + e + \frac{t_{f1}}{2}$  :

$$\tau_1(z) = \tau_{xz}(z) = \frac{T_x}{D} \frac{E_{f1}}{2} \left[ \left( d - e + \frac{t_{f1}}{2} \right)^2 - z^2 \right] \quad (1.15)$$

Dans la peau inférieure pour  $e - \frac{t_{f2}}{2} \leq z \leq e + \frac{t_{f2}}{2}$  :

$$\tau_2(z) = \tau_{xz}(z) = \frac{T_x}{D} \frac{E_{f2}}{2} \left[ \left( e + \frac{t_{f2}}{2} \right)^2 - z^2 \right] \quad (1.16)$$

Dans l'âme pour  $-d + e - \frac{t_{f1}}{2} \leq z \leq 0$  :

$$\tau_c(z) = \tau_{xz}(z) = \frac{T_x}{D} \left[ E_{f1} t_{f1} (d - e) + \frac{E_c}{2} \left\{ \left( d - e - \frac{t_{f1}}{2} \right)^2 - z^2 \right\} \right] \quad (1.17)$$

Dans l'âme pour  $0 \leq z \leq e - \frac{t_{f2}}{2}$  :

$$\tau_c(z) = \tau_{xz}(z) = \frac{T_x}{D} \left[ E_{f2} t_{f2} e + \frac{E_c}{2} \left\{ \left( e - \frac{t_{f2}}{2} \right)^2 - z^2 \right\} \right] \quad (1.18)$$

Pour un sandwich symétrique de même peau fine avec  $E_{f1} = E_{f2}$ ,  $t_{f1} = t_{f2}$ ,  $e = \frac{d}{2}$  et une âme possédant un faible module d'élasticité, la contrainte de cisaillement reste constante dans l'âme et elle est donnée par l'équation (1.19) :

$$\tau_c = \tau_{xz}(z) = \frac{T_x}{bd} \quad (1.19)$$

La faible densité du matériau, composant le noyau associée à une contrainte de cisaillement plus ou moins constante dans la section transversale, font que, dans toute analyse mécanique de ce type de structure la prise en compte des déformations de cisaillement est primordiale. On peut admettre que la déformation est composée d'une contribution classique due à la flexion et d'une autre due au cisaillement.

Pour une poutre sandwich de peaux fines, l'analyse mécanique est plus simple. On peut définir la courbure totale comme étant la contribution d'une flexion et d'un cisaillement donnée par l'équation :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \frac{M_x}{D} + \frac{1}{S} \frac{dT_x}{dx} \quad (1.20)$$

S: la rigidité en cisaillement donnée par :

$$S = \frac{Gh}{k} \quad (1.21)$$

Où G est le module de cisaillement, h la hauteur de la poutre et k le facteur de cisaillement égal à 1.2 pour une section transversale rectangulaire homogène. La rigidité en cisaillement peut être calculée en utilisant l'équation d'équilibre de l'énergie [9]. Pour un sandwich de peaux fines et d'âme de faible module d'élasticité, cette rigidité est donnée par la relation 1.5 :

## 1.6 Comportement des sandwichs en flexion

### 1.6.1 Flexion trois-points

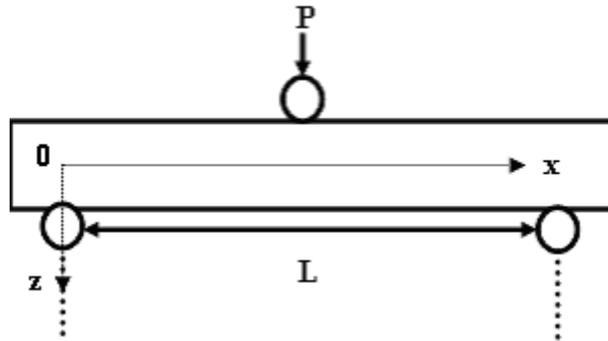


Figure 1.3 Flexion trois-points

Dans le cas d'un chargement central d'une poutre (Fig. 1.3), le moment fléchissant s'écrit:

$$M = \frac{Px}{2} \quad \text{pour} \quad 0 < x < L/2 \quad (1.22)$$

$$M = \frac{P(L-x)}{2} \quad \text{pour} \quad L/2 < x < L \quad (1.23)$$

P étant la charge appliquée et x la distance par rapport à l'origine.

L'effort tranchant T :

$$T = -\frac{P}{2} \quad \text{pour} \quad 0 < x < L/2 \quad (1.24)$$

$$T = \frac{P}{2} \quad \text{pour} \quad L/2 < x < L \quad (1.25)$$

Les contraintes de traction ou de compression dans les peaux sont alors :

$$\sigma_f = \frac{Mz}{D} E_f \quad \text{pour} \quad \frac{t_c}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{h}{2} \leq z \leq -\frac{t_c}{2} \quad (1.26)$$

Le maximum étant obtenu pour  $z = \pm \frac{h}{2}$  et  $x = \frac{L}{2}$ , on obtient :

$$\sigma_{f \max} = \pm \frac{PLh}{8D} E_f \quad (1.27)$$

Pour l'âme nous obtenons :

$$\sigma_c = \frac{M.z}{D} E_c \quad \text{si} \quad -\frac{t_c}{2} \leq z \leq \frac{t_c}{2} \quad (1.28)$$

Les contraintes planes maximales supportées par l'âme s'expriment alors par :

$$\sigma_{c.\max} = \frac{PLt_c}{8D} E_c \quad (1.29)$$

En ce qui concerne la contrainte de cisaillement  $\tau_c$  dans l'âme, du fait de l'hétérogénéité de la structure, on tient compte du changement de module d'élasticité dans la section transversale, d'où :

$$\tau_c = \frac{T}{Db} \sum S.E \quad (1.30)$$

b largeur au niveau  $z_1$  et S moment statique par rapport à l'axe Oy pour lequel  $z > z_1$ . La distribution des contraintes de cisaillement est illustrée sur la figure 1.4.

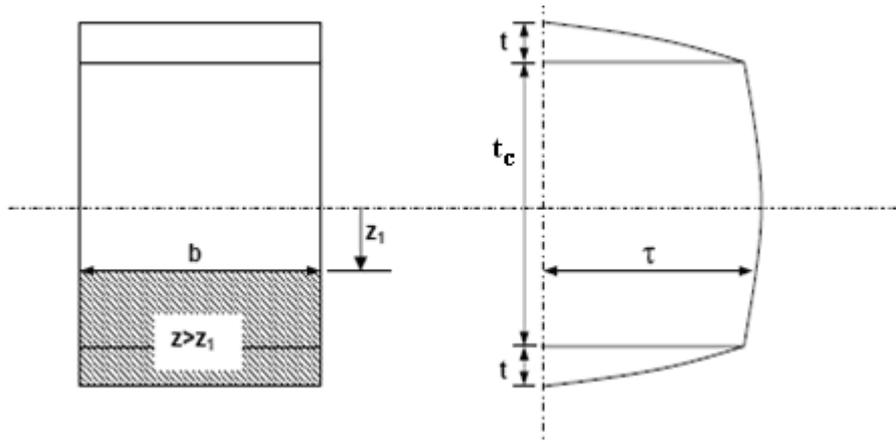


Figure 1.4 Répartition des contraintes de cisaillement [10]

Dans l'expression (1.31), D est la rigidité en flexion de la structure et  $(\sum S.E)$  représente la somme des produits de toutes parties de la section pour lesquelles  $z < z_1$ . Cette somme peut s'écrire sous la formule suivante :

$$\sum SE = E_f \frac{bt_f d}{2} + \frac{E_c b}{2} \left( \frac{t_c}{2} - z \right) \left( \frac{t_c}{2} + z \right) \quad (1.31)$$

D'où la contrainte de cisaillement dans l'âme au niveau z :

$$\tau_c = \frac{T}{D} \left[ E_f \frac{t_f d}{2} + \frac{E_c}{2} \left( \frac{t_c^2}{4} - z^2 \right) \right] \quad (1.32)$$

Cette contrainte est maximale au centre du sandwich et vaut :

$$\tau_{c,\max} = \frac{P}{4.D} \left( E_f . t_f . d + E_c \frac{t_c^2}{4} \right) \quad (1.33)$$

De plus, sachant que  $E_f > E_c$ , on peut négliger le terme tenant compte du module d'Young de l'âme de sandwich. La contrainte de cisaillement maximale s'écrit alors :

$$\tau_{c\max} = \frac{P}{4D} E_f t d \quad (1.34)$$

La rigidité en flexion  $D$  peut être réduite au second terme du second membre de son expression globale (équation (1.1)). La contrainte maximale de cisaillement dans l'âme se réduit à :

$$\tau_{c\max} = \frac{P}{2bd} \quad (1.35)$$

Nous pouvons constater que  $\tau_{c\max}$  est constante dans l'épaisseur de l'âme.

Si maintenant, on observe une portion de la poutre soumise à la flexion (Fig.1.5), nous pouvons constater que les points a, b, c et d qui étaient alignés avant le chargement ne le restent pas. Les sections droites des peaux, par rapport à leur propre axe neutre, restent droites. Ceci n'est pas le cas pour l'âme, qui subit une forte déformation en cisaillement.

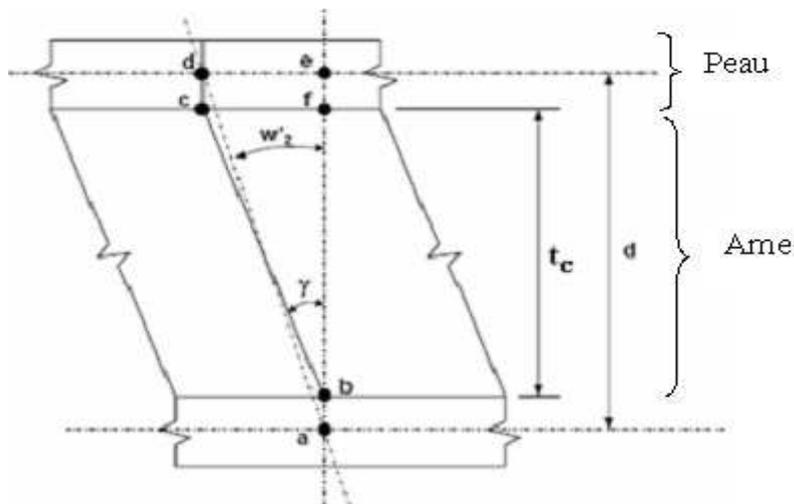


Figure 1.5 Déformation en cisaillement dans l'âme [10]

Le déplacement mesuré, pour un matériau sandwich soumis à la flexion trois points, se compose de deux parties indépendantes [11] [12] :

- le déplacement dû à la flexion  $w_1$  ;
- le déplacement dû au cisaillement  $w_2$  ;

Avec  $w_t = w_1 + w_2$ .

La flèche due à la flexion peut être calculée par la théorie classique de la flexion :

$$w_1 = \frac{PL^3}{48D} \quad (1.36)$$

Le déplacement dû au cisaillement  $w_2$  est obtenu par l'intégration de l'expression  $\frac{\partial w_2}{\partial x} = \gamma \frac{c}{d}$

ce qui donne :

$$w_2 = \frac{PL}{4S} \quad (1.37)$$

Finalement la flèche totale s'exprime par :

$$w_t = w_1 + w_2 = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S} \quad (1.38)$$

### 1.6.2 Flexion quatre points

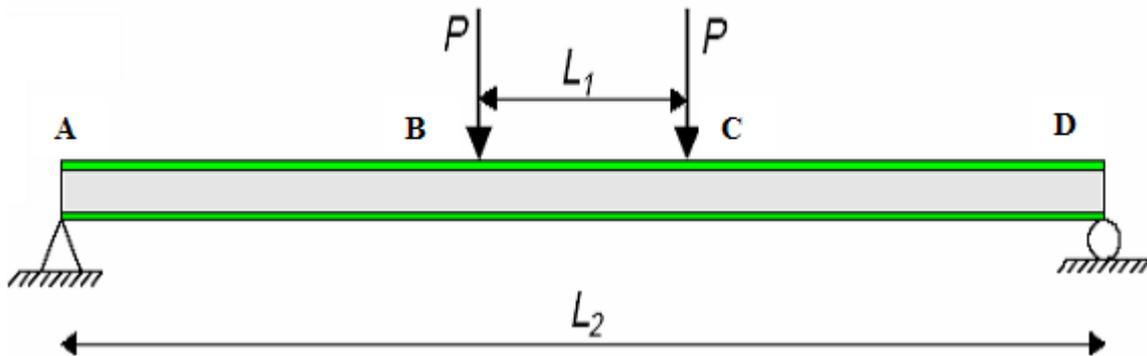


Figure 1.6 Flexion 4 points [8]

Dans le cas du chargement central d'une poutre (Fig.1.6), le moment fléchissant s'écrit :

$$M = \frac{P(L_2 - L_1)}{2} \quad \text{pour } B < x < C \quad (1.39)$$

Où :

- $L_1$  est la distance entre les appuis intérieurs (BC)
- $L_2$  est la distance entre les appuis extérieurs (AD)

L'effort tranchant  $T$  :

$$T = 0 \quad \text{pour } B < x < C$$

$$T = -P \quad \text{pour } A < x < B$$

$$T = P \quad \text{pour } C < x < D$$

Les contraintes de traction, ou de compression dans les peaux sont alors :

$$\sigma_f = \pm \frac{M}{t_f d} \quad (1.40)$$

La contrainte maximale entre les appuis intérieurs s'écrit :

$$\sigma_{f \max} = \pm \frac{P (L_2 - L_1)}{2 t_f b d} \quad (1.41)$$

La contrainte de cisaillement maximale dans l'âme est donnée par la formule suivante :

$$\tau_{c \max} = \frac{P}{2 b d} \quad (1.42)$$

Le déplacement mesuré pour une poutre sandwich aux points de chargement  $L_2/2$  et  $(L_2 - L_1)/2$  est donc la somme d'une contribution classique due à la flexion  $w_1$  et d'une contribution due au cisaillement de l'âme  $w_2$  de sorte que  $w_t = w_1 + w_2$  avec :

- au point  $L_2/2$  (en raisonnant comme dans le cas de la flexion 3 points) :

$$w_1 = \frac{11 P L_2^3}{768 D} \quad (1.43)$$

$$w_2 = \frac{P L_2}{8 S} \quad (1.44)$$

$$w_t = P \left( \frac{11 L_2^3}{768 D} + \frac{L_2}{8 S} \right) \quad (1.45)$$

- au point de chargement  $(L_2 - L_1)/2$  :

$$w_1 = \frac{P(L_2 - L_1)^2 (L_2 + 2L_1)}{48D} \quad (1.46)$$

$$w_2 = \frac{P(L_2 - L_1)}{4S} \quad (1.47)$$

$$w_t = w_1 + w_2 = \frac{P(L_2 - L_1)^2 (L_2 + 2L_1)}{48D} + \frac{P(L_2 - L_1)}{4S} \quad (1.48)$$

## 1.7 Comportement des sandwichs en flambement

Dans le domaine de la résistance des matériaux, le flambage est la tendance qu'a une poutre sollicitée en compression longitudinale à fléchir et donc à se déformer dans une direction perpendiculaire à la force appliquée.

Les déformations dues à la compression ne jouent pas toujours un rôle déterminant sur les éléments de structure verticaux. En revanche, un phénomène d'instabilité appelé « flambement » apparaît à partir d'une certaine charge et en fonction du rapport existant entre la section et la hauteur de l'élément considéré. Le flambement est une forme d'instabilité propre aux éléments comprimés élancés tels que les poteaux, colonnes, barres comprimées. Le flambement est possible suivant les deux axes principaux de la section de l'élément. Si les conditions d'appuis sont les mêmes selon ces deux axes, le flambement se fera suivant l'axe présentant l'inertie la plus faible. La Fig. 1.7 présente le cas d'une poutre sandwich chargée sur son axe. Ce cas de chargement peut entraîner des instabilités globales (flambement de la poutre) ou locales (voilement des peaux) si la charge appliquée est trop importante.

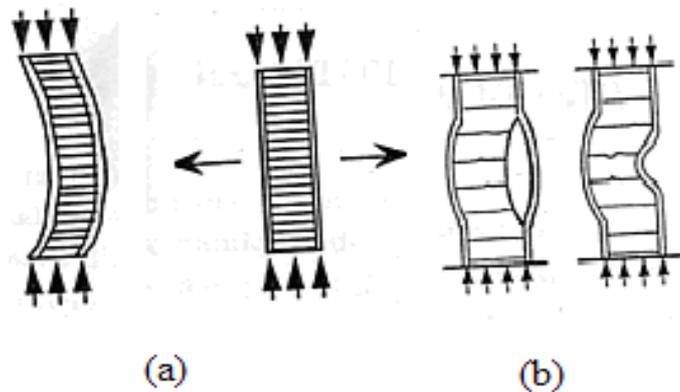


Figure 1.7 a) flambement global du sandwich b) flambement local du sandwich [15]

En général, on appelle charge d'Euler  $P_{Eu}$  la force maximale applicable sans instabilités.

Cette charge dépend de la longueur  $L$  de la poutre testée et de sa rigidité en flexion  $D$  :

$$P_{Eu} = \frac{\pi^2 D}{L^2} \quad (1.49)$$

Dans le cas du sandwich à peaux fines, on doit tenir compte des déformations de cisaillement. Ceci a pour effet de diminuer la charge limite. La charge critique de flambement  $P_{cr}$  dépend alors de la rigidité en cisaillement  $S$  du sandwich [7].

$$\frac{1}{P_{cr}} = \frac{1}{P_{Eu}} + \frac{1}{S} \quad \text{avec} \quad S = P_c = \frac{bd^2}{c} G \quad (1.50)$$

Pour des sandwichs à peaux épaisses, on doit tenir compte de la charge d'Euler des peaux (équation 1.51).

$$P_{Euf} = \frac{\pi^2 EI_f}{L^2} \quad (1.51)$$

Ce qui nous donne une charge critique qui exprime par la formule suivante :

$$P_{cr} = P_{Eu} \left\{ \frac{1 + \frac{P_{Euf}}{P_c} - \frac{P_{Euf}}{P_c} \frac{P_{Euf}}{P_{Eu}}}{1 + \frac{P_{Eu}}{P_c} - \frac{P_{Euf}}{P_c}} \right\} \quad (1.52)$$

## 1.8 Modes de dégradations des sandwichs

Nous représentons ici les différents modes de rupture des structures sandwichs soumis à la flexion afin de mieux cerner le comportement mécanique de ces structures [14][15][16][17][18][19].

### 1.8.1 Flambement généralisé des peaux

Une poutre sandwich soumise à la compression peut céder sous l'effet de conditions d'instabilité concernant toute la poutre (Fig. 1.8). Le flambement généralisé peut également survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture respectives. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions du sandwich, le type de sandwich, la rigidité en flexion, l'épaisseur des peaux, l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme.

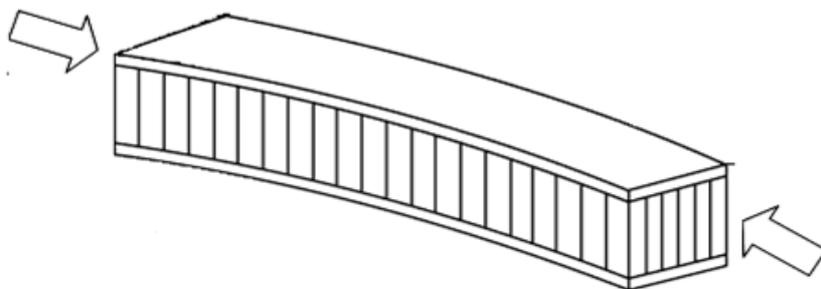


Figure 1.8 Flambement généralisé des peaux du sandwich [20]

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, augmenter l'épaisseur de l'âme, ou encore utiliser pour l'âme un matériau avec un module de cisaillement plus élevé.

### 1.8.2 Rupture des peaux en traction ou en compression

Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux (Fig.1.9). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), ou en augmentant l'épaisseur de l'âme (ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux) (relations 1.25 et 1.37). La manière la plus adéquate de résoudre le problème est d'augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, une âme de plus forte densité (plus rigide) n'affecte pas les contraintes dans la peau.

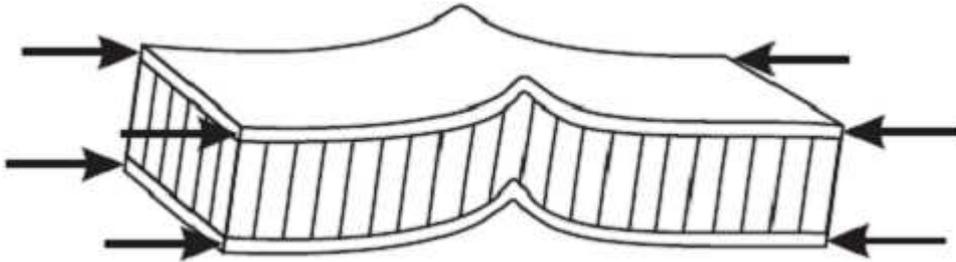


Figure 1.9 : Rupture des peaux en traction ou en compression [20]

### 1.8.3 Modes locaux de rupture

L'indentation locale est un mode localisé de rupture dû à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (Fig. 1.10)

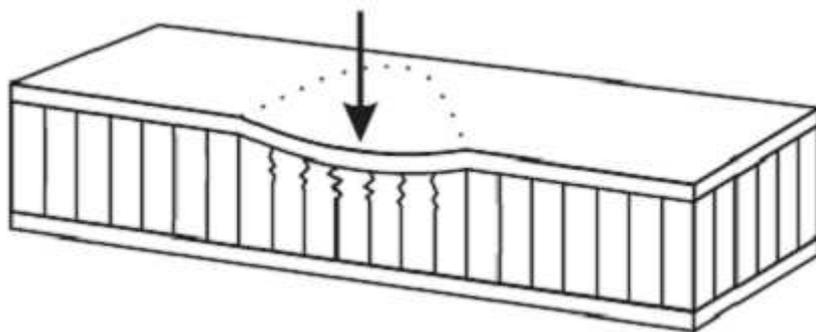


Figure 1.10 Modes locaux de rupture par indentation [20]

### 1.8.4 Rupture de l'âme en cisaillement

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (Fig. 1.11). Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau d'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme (relations 1.31 et 1.38). Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet.

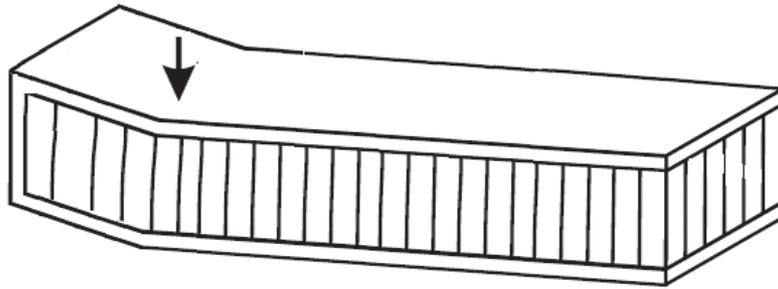


Figure 1.11 Rupture de l'âme en cisaillement [20]

### 1.8.5 Flambement généralisé de l'âme ou « crimping »

Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme. Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux ; par contre, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé.

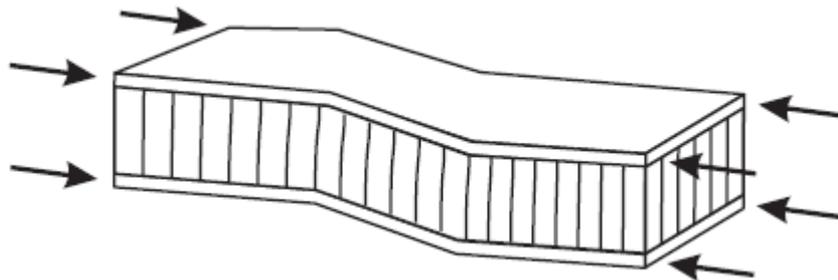


Figure 1.12 Flambement généralisé de l'âme du sandwich [20]

### 1.8.6 Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling »

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (Fig. 1.13), se produit.

Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes, appelé « dampling » (Fig. 1.14)

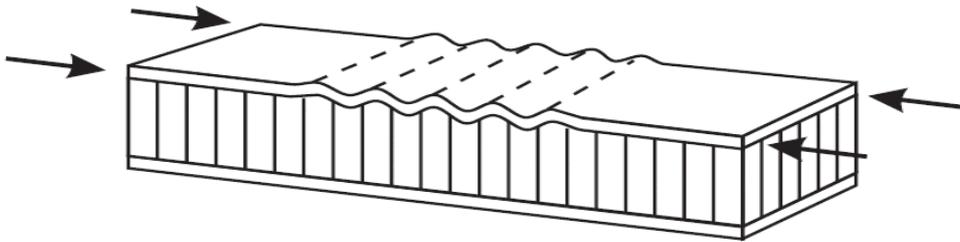


Figure 1.13 Flambement localisé « wrinkling » [20]

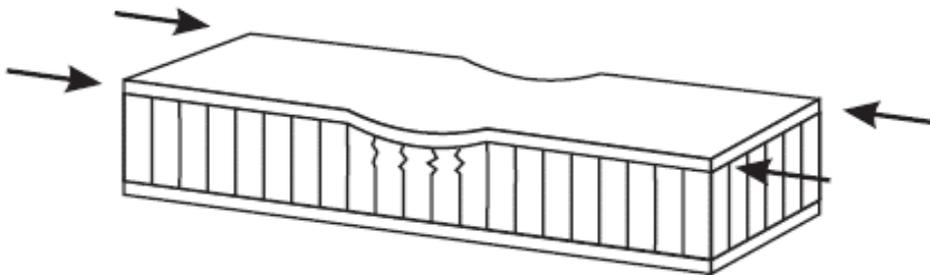


Figure 1.14 Flambement localisé « dampling » [20]

### 1.8.7 Dégradation de l'adhésive

La dégradation de l'adhésive, entre les peaux et l'âme en nid d'abeille se fait généralement selon trois types

- dégradation de l'adhésive entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,

- dégradation de l'attachement du noeud des cellules de l'âme.

La Fig. 1.15 illustre les modes de dégradation de l'adhésif. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif ce qui peut changer le mode de dégradation et causer la ruine avancée du panneau sandwich.

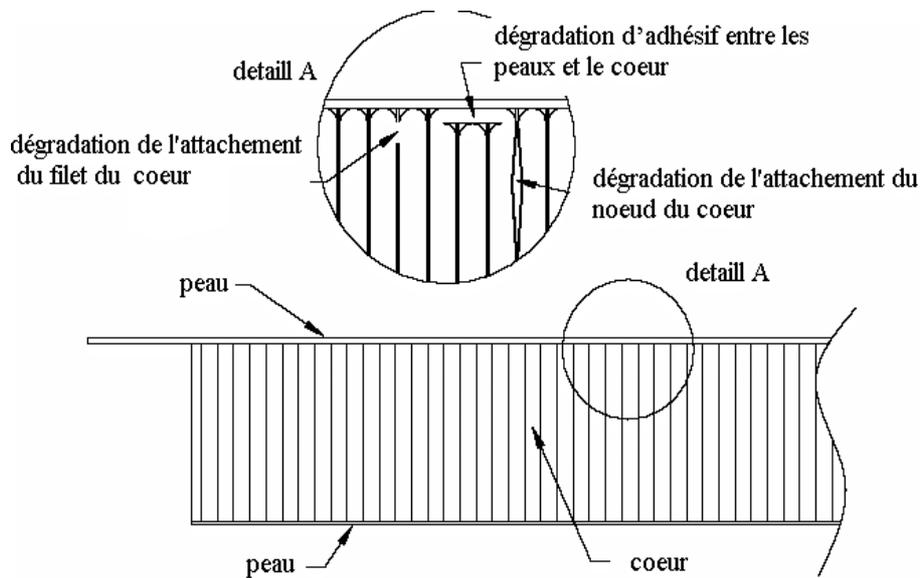


Figure 1.15 Type de dégradation de l'adhésif

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion de matériau sandwich. Dans un premier temps, nous avons présenté les principales propriétés mécaniques des structures sandwichs, les différents modèles permettant de décrire leur comportement en flexion, ainsi que les différents modes d'endommagements. Le chapitre suivant va porter sur la présentation des différents matériaux utilisés pour l'étude, de leurs mises en forme et sur les différentes techniques expérimentales appliquées pour les mesures en essais de flexion 3 points et 4 points ainsi qu'en essai d'impact.

**CHAPITRE 2**  
**MATÉRIAUX DE L'ÉTUDE**

## 2.1 Introduction

Aujourd'hui, la construction de structures composites est devenue très opportune quant aux conséquences particulières qu'elle entraîne à savoir la réduction du poids et les améliorations structurales. Les structures sandwichs sont constituées par deux peaux de grande rigidité, séparées l'une de l'autre par un matériau d'âme de faible densité. Pour obtenir des propriétés mécaniques intéressantes, on ne se focalise pas seulement sur la rigidité des peaux mais on fait aussi appel à des matériaux d'âmes présentant à la fois des qualités de performances mécaniques et des qualités de légèreté. Dans ce chapitre, nous présentons les matériaux de l'étude, leurs mises en forme ainsi que les dispositifs expérimentaux utilisés.

## 2.2 Présentation des matériaux

### 2.2.1 L'âme

Les matériaux d'âmes ordinairement utilisées dans les matériaux sandwichs ont tous une structure alvéolaire. Le plus ancien des matériaux cellulaires utilisés est le bois de Balsa qui possède une structure tubulaire. De nos jours, il existe principalement deux types de matériau cellulaire:

- les structures en nid d'abeille ;
- les mousses.

Les matériaux d'âmes utilisés dans le cadre de ce travail sont:

- des mousses PVC (polychlorure de vinyle) ;
- un nid d'abeille en polypropylène ;
- un composite cellulaire, l'**YmaCell**.

#### 2.2.1.1 Mousses techniques

Les mousses techniques sont des matériaux cellulaires rigides. Elles sont présentes dans de nombreux domaines de l'industrie. Les mousses, les plus fréquemment utilisées sont produites à partir de l'aluminium, du polychlorure de vinyle, du polystyrène, du polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques.

Pratiquement tous les matériaux peuvent être moussés. Les polymères sont les exemples les plus fréquents. La méthode générale pour obtenir une mousse avec un matériau solide est de provoquer la croissance de porosités internes par l'effet de surpressions localisées dans un matériau, sinon liquéfié au moins à l'état pâteux. La première expérience réussie de moussage d'aluminium remonte à 1951 [21] et depuis, plusieurs méthodes ont été proposées :

- moussage par injection de gaz (voie fonderie) ;
- moussage avec un agent de soufflage (voie hybride).

La mousse technique utilisée dans le cadre de ce travail est une mousse PVC (polychlorure de vinyle) connue sous le terme « AIREX R63 ». C'est une mousse rigide à cellule fermées, réticulées, de masse volumique égale à  $80 \text{ kg/m}^3$ . La réticulation améliore les propriétés mécaniques et la résistance à certaines attaques chimiques. La mousse réticulée peut conduire à un sandwich plus rigide et plus fragile que celui qui serait obtenu avec une mousse linéaire. Les mousses PVC font partie des matériaux d'âme que l'on rencontre couramment. Les mousses PVC ont des propriétés isolantes et amortissantes en plus de bonnes propriétés mécaniques.

#### 2.2.1.2 YmaCell

Le composite **YmaCell** est constitué de billes de polystyrène enrobées d'une résine qui peut être chargée avec des fibres courtes de natures différentes ou avec des nanoparticules. Les billes de polystyrène sont rigides, peu denses et utilisées dans l'isolation thermique et l'emballage. L'**YmaCell** est commercialisé par la société P.A. Technologies. L'**YmaCell** est utilisé comme matériau d'âme dans la réalisation de structure sandwichs (Fig. 2.1.), notamment grâce à ses principales propriétés:

- une faible masse volumique ;
- une bonne isolation thermique ;
- d'excellentes propriétés mécaniques (résistance en compression, capacité d'amortissement des chocs) ;
- une insensibilité à l'eau ;
- une facilité de mise en forme (moulage, découpage).



Figure 2.1 Structure sandwich en **YmaCell**

### 2.2.1.3 Nid d'abeille

Le nid d'abeille a été largement utilisé dans l'industrie aérospatiale en raison de ses excellentes propriétés telles que la rigidité, le rapport résistance/poids élevé, une faible conductivité thermique et une bonne capacité d'isolation sonore. La fonction principale du nid d'abeille est non seulement de maintenir la distance entre les peaux et d'augmenter la rigidité en flexion du sandwich, mais également de supporter des efforts de cisaillement dans les directions longitudinales et transversales.

Les nids d'abeilles, connus sous le terme "Nida", sont des matériaux structuraux légers, souples, constitués de mailles hexagonales, réalisés à partir de différents matériaux comme par exemple le papier, l'aluminium et certains thermoplastiques. Parmi les Nidas les plus utilisés, nous retrouvons le nid d'abeille en aluminium, en plastique et en papier "Nomex".

Le nid d'abeille utilisé dans cette étude est un nid d'abeille polypropylène connu sous le terme « Nidaplast ». Ce matériau est alvéolaire. Il est utilisé comme âme de panneaux sandwichs structurels. Il se présente sous forme de panneaux ou de blocs dont les deux grandes faces sont recouvertes d'un non tissé de polyester avec comme sous face un film plastique qui limite le passage de résine dans les alvéoles (Fig. 2.2.). La nature thermoplastique de ces nids d'abeilles facilite leur mise en forme. Le revêtement de la surface du nid d'abeille polypropylène permet de stratifier ou de coller pratiquement tous types de matériaux.



Figure 2.2 Structure en nid d'abeille polypropylène

En plus des qualités reconnues apportées par la géométrie de la structure, le nid d'abeille polypropylène offre des avantages particuliers, à savoir :

- une excellente tenue au délaminage par l'imprégnation du revêtement souple qui réalise une armature entre la peau mise en œuvre et le nid d'abeille ;
- une très grande inertie chimique par la nature même de la matière polypropylène qui est très résistante à l'eau et à la plupart des agents chimiques ;
- de bonnes caractéristiques acoustiques tant vis-à-vis de l'isolation que de l'absorption ;
- une bonne résistance thermique.

Les âmes en nid d'abeille polypropylène ont un module de cisaillement relativement bas par rapport à leur résistance au cisaillement. Ceci se traduit par une certaine souplesse de la structure. Cette remarque est favorable pour la résistance à l'endommagement. De façon imagée, le sandwich en nid d'abeille polypropylène va accepter de fortes déformations, donc absorber de l'énergie, sans rompre.

#### 2.2.1.4 Synthèse des propriétés mécaniques des matériaux d'âme

Propriétés	YmaCell	Mousse AIREX	Nida polypropylène
Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	100	80	80
Module de cisaillement (MPa)	20	37	8
Résistance au cisaillement (MPa)	0,5	0,65	0,5
Module de compression (MPa)			15
Résistance en compression (MPa)			1,3

Tableau 2.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux d'âme

#### 2.2.2 Les peaux

Les sandwichs que nous avons étudiés dans ce travail possèdent tous des peaux composites élaborées à partir de résines époxyde ou polyester et de fibres de verre ou de carbone, sous forme de stratifié ou de pré-imprégné, provenant de la société **P.A. TECHNOLOGIES**.

##### 2.2.2.1 La résine

Les résines utilisées dans les matériaux composites ont pour rôle de transférer les sollicitations mécaniques aux fibres et de les protéger de l'environnement extérieur. Les résines doivent donc être assez déformables et présenter une bonne compatibilité avec les fibres. En outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à conserver aux matériaux composites des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées. Les principales résines utilisées dans la mise en oeuvre des matériaux composites sont des résines polyesters et époxydes.

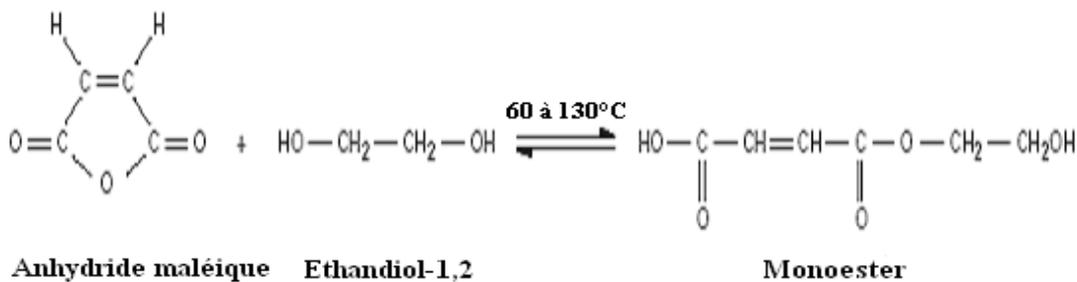
##### a- La résine polyester

Les résines polyesters sont les résines les plus utilisées dans les composites grandes diffusions GD [22]. Elles entrent dans la fabrication de 95% des matériaux composites. La matrice de résine polyester en elle-même n'assure pas la résistance, mais elle sert à lier les fibres de renforcement et à transférer la charge dans la phase de renforcement. La matière première se présente sous la forme d'un liquide sirupeux, visqueux, comprenant les ingrédients de base suivants :

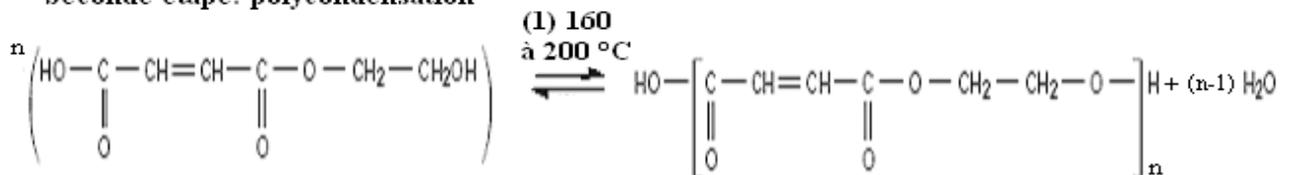
- un polyester linéaire non saturé;
- un monomère de réticulation (agent de réticulation), habituellement du styrène;
- un agent d'inhibition pour retarder la réticulation jusqu'à ce que la résine soit utilisée par le fabricant.

D'autres ingrédients peuvent être ajoutés, soit par le fabricant de résine soit par le fabricant de composite, comme des matières de charge, des pigments, des ignifugeants. Les résines polyesters sont issues de la polycondensation, à température élevée, d'acides ou d'anhydrides saturés ou insaturés (ex. : l'anhydride maléique avec des diols comme l'éthane diol-1,2).

- **Première étape: estérification:**



- **Seconde étape: polycondensation**



La résine polyester utilisée dans le cadre de ce travail est une résine polyester de type isophthalique. Ses caractéristiques mécaniques et physiques sont présentées dans le tableau 2.2.

Propriétés mécaniques et physiques		Résine polyester
Masse volumique	(kg/m <sup>3</sup> )	1200
Module de flexion	(MPa)	3000
Résistance au cisaillement	(MPa)	20
Résistance en traction	(MPa)	65

Tableau 2.2 Caractéristiques mécaniques et physiques de la résine polyester

## b-La résine époxyde

Les résines époxydes sont les résines les plus utilisées après les résines polyesters insaturées. Ces résines sont essentiellement utilisées pour la réalisation des composites hautes performances (HP). Les résines époxydes, généralement utilisées sans charges, sont les matrices des composites thermodurcissables à hautes performances [3][23][24][25]. Pour bénéficier des performances élevées des ces résines époxydes, il est nécessaire d'avoir des temps de transformation et surtout de cuisson très longs (plusieurs heures), à des températures relativement élevées (50 à 100 °C). A température ambiante, les résines sont généralement liquides et se solidifient lors de leur mise en œuvre sous l'influence de la chaleur (résines monocomposants) et/ou d'un additif appelé durcisseur (résine thermodurcissable à froid et à chaud). La transformation de la résine époxyde de l'état liquide à un état solide par une cuisson et/ou par l'action d'un durcisseur est en réalité une modification chimique : la polymérisation.

Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois et ne sont pas recyclables.

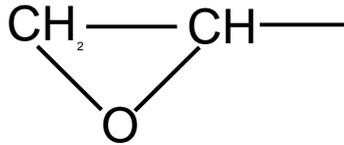
Les résines époxydes sont intéressantes car elles présentent:

- une très bonne mouillabilité des renforts ;
- une excellente adhérence sur les charges ;
- une bonne tenue mécanique (traction, flexion et compression).

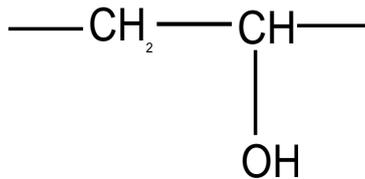
Certains désavantages existent aussi:

- un coût relativement élevé ;
- la nécessité de précautions lors de la mise en œuvre.

Les matrices époxydes sont obtenues en faisant réagir un prépolymère époxyde avec un durcisseur. La réaction chimique entre le prépolymère et le durcisseur conduit à la formation d'un réseau macromoléculaire tridimensionnel infusible et insoluble. Le polymère ainsi obtenu est caractérisé par d'excellentes propriétés mécaniques. Le prépolymère époxyde appelé couramment résine époxyde définit une molécule qui contient un ou plusieurs groupements époxydes (appelés également oxiranes). Les poly-époxydes sont caractérisés par le groupe



qui, en réagissant avec des composés présentant un hydrogène mobile, s'ouvre en offrant une possibilité de liaison au niveau du groupement  $\text{CH}_2$



La réticulation d'un réseau époxyde - amine provient des réactions entre l'hydrogène actif de l'amine et les groupes époxydes. Les prépolymères peuvent être réticulés à la température ambiante si le durcisseur est une polyamine aliphatique primaire. Une température de l'ordre de  $80^\circ\text{C}$  à  $160^\circ\text{C}$  est nécessaire lorsque le durcisseur est une polyamine aromatique. La résine utilisée dans ce travail est une résine époxy à base de bisphénol A. Le durcisseur est à base de polyamines (TrimethylHexamethyldiamine - 1.3 - Bis (aminométhyl) - benzol). Les propriétés mécaniques de cette résine sont regroupées dans le tableau 2.3.

Propriétés mécaniques	Résine époxyde
Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	1110
Module en traction (MPa)	4300
Contrainte à la rupture en traction (MPa)	95
Déformation à la rupture (%)	3

Tableau 2.3 Propriétés mécaniques de résine époxyde

### 2.2.2.2 Les fibres

Les peaux composites ont été élaborées à partir de fibres de verre E et de carbone haute résistance (HR). Le tableau 2.4 regroupe les caractéristiques mécaniques principales des deux types de fibres.

Propriétés		Verre E	Carbone HR
Masse volumique	(kg/m <sup>3</sup> )	2600	1750
Module de flexion	(GPa)	74	230
Resistance en flexion	(MPa)	1100	1200
Resistance en compression	(MPa)	900	1000
Resistance en traction	(MPa)	3200	2700
Module de cisaillement	(GPa)	30	50

Tableau 2.4 Propriétés mécaniques des fibres

### 2.2.2.3 Les composites

#### a-Roving 3 plis

Le roving 3 plis correspond à un stratifié composite à base d'une résine époxyde et de fibre de verre sous la forme d'un roving de 300 gm<sup>-2</sup>.

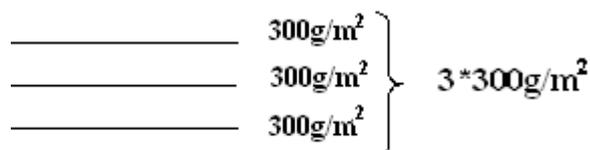


Figure 2.3 Schéma de Roving 3 plis

Le taux volumique en renfort est de 28%. Les caractéristiques mécaniques de ce stratifié composite sont regroupées dans le tableau 2.5.

Propriétés		Roving 3 plis
Module apparent du stratifié E <sub>l</sub>	(MPa)	13406
Module apparent du stratifié E <sub>t</sub>	(MPa)	13406
Module apparent de cisaillement G	(MPa)	1296
Epaisseur du stratifié	(mm)	1.66
Coefficient de poisson		0.11
Resistance apparent du stratifié R <sub>l</sub>	(MPa)	384
Resistance apparent du stratifié R <sub>t</sub>	(MPa)	384

Tableau 2.5 Propriétés mécaniques du Roving 3 plis

b-T800/M300 +/- 45 ° et 0-90 °

Le T800/M300 correspond à un stratifié composite à base d'une résine époxyde et de fibre de verre sous la forme d'un complexe de roving de 800 gm<sup>-2</sup> et d'un mat de 300 gm<sup>-2</sup>. Le taux volumique en renfort est de 28%. Les orientations +/- 45 ° et 0-90 ° correspondent à la disposition des fibres du roving par rapport à la direction de sollicitation. Les caractéristiques mécaniques sont regroupées dans le tableau 2.6.

Propriétés	T300/M800 90-0 (± 45 °)
Module apparent du stratifié E <sub>l</sub> (MPa)	6385
Module apparent du stratifié E <sub>t</sub> (MPa)	6385
Module apparent de cisaillement G (MPa)	2105
Epaisseur du stratifié (mm)	1.52
Coefficient de poisson	0.16
Resistance apparent du stratifié R <sub>l</sub> (MPa)	321
Resistance apparent du stratifié R <sub>t</sub> (MPa)	321

Tableau 2.6 Propriétés mécaniques de T800/M300

c- Carbone 2 plis.

Le carbone 2 plis correspond à un stratifié composite à base d'une résine époxyde et de fibre de carbone de 500 gm<sup>-2</sup>. Le taux volumique en renfort est de 30%. Voir tableau 2.7 pour ses caractéristiques mécaniques.

Propriétés	Carbone 2 plis
Module apparent du stratifié E <sub>l</sub> (MPa)	37300
Module apparent du stratifié E <sub>t</sub> (MPa)	37300
Module apparent de cisaillement G (MPa)	1515
Epaisseur du stratifié (mm)	1.12
Coefficient de poisson	0.08

Tableau 2.7 Propriétés mécaniques de carbone 2 plis/époxydes

## d- Pré-imprégné 5 plis

Le pré-imprégné 5 plis correspond à un stratifié composite à base d'une résine époxyde et de fibre de carbone de  $200 \text{ gm}^{-2}$ . Le taux volumique de renfort est de 30%. Le tableau 2.8 regroupe les caractéristiques mécaniques.

Propriétés	Pré-imprégné 5 plis
Module apparent du stratifié $E_l$ (MPa)	37300
Module apparent du stratifié $E_t$ (MPa)	37300
Module apparent de cisaillement $G$ (MPa)	1515
Epaisseur du stratifié (mm)	1.12
Coefficient de poisson	0.08

Tableau 2.8 Propriétés mécaniques de pré-imprégné 5 plis

## e-TWINTEX (Verre/Polypropylène)

Dans le cadre de ce travail, il est aussi fait référence à une peau composite thermoplastique le « TWINTEX », mélange de fibres de verre et de polypropylène constituant la matrice du panneau. Le tableau 2.9 synthétise les caractéristiques mécaniques.

Propriétés	TWINTEX
Module de flexion (MPa)	13000
Module de traction (MPa)	15000
Contrainte en compression (MPa)	140
Contrainte à la rupture en flexion (MPa)	280
Contrainte à la rupture en cisaillement (MPa)	22.5
Densité ( $\text{kg/m}^3$ )	1500

Tableau 2.9 Propriétés mécaniques de TWINTEX

**2.2.2 Les sandwichs multicouches**

Les autres matériaux utilisés dans le cadre de cette étude sont des matériaux sandwichs multicouches à âme en nid d'abeilles polypropylène. L'assemblage par collage de ce matériau

est possible grâce au feutre polyester non tissé qui est intégré à la surface du nid d'abeilles. Les peaux sont des stratifiés composites constitués d'un complexe roving/mât en fibres de verre (T800/M300) et d'une résine polyester iso phtalique. L'épaisseur des peaux est de 1 mm. Le pli composite intermédiaire (PCI) entre les différentes couches de matériau d'âme résulte d'une formulation spécifique. L'épaisseur du PCI est de 0.05 mm. La figure ci-dessous représente les structures sandwich multicouches en nid d'abeille polypropylène utilisés dans le travail de thèse.



Figure 2.4 Structure sandwich multicouches

Dans la suite du document nous nommeront les structures sandwich multicouches de la manière suivante:

❖ **Série de 10**

M10/1: correspond un empilement d'un nida de 10 mm

M10/2: correspond un empilement de deux nidas de 5mm

❖ **Série de 20**

M20/1: correspond un empilement d'un nida de 20 mm

M20/2: correspond un empilement de deux nidas de 10 mm

M20/3: correspond un empilement de deux nidas de 5 mm et un nida de 10 mm positionné au milieu

M20/4: correspond un empilement de quatre nidas de 5 mm

❖ **Série de 40**

M40/1: correspond un empilement d'un nida de 40 mm

M40/2: correspond un empilement de deux nidas de 20 mm

M40/3: correspond un empilement de deux nidas de 15 mm et un nida de 10 mm positionné au milieu

M40/4: correspond un empilement de quatre nidas de 10 mm

## 2.3 Mise en œuvre des sandwiches

Les sandwiches ont été élaborés au sein de la société PA TECHNOLOGIES. L'élaboration est effectuée en une seule étape. La stratification et l'adhésion âme/peaux se font simultanément. La mise en œuvre se fait par pressage à vide après stratification.

### 2.3.1 Pressage sous vide

Ce procédé est constitué d'un moule ouvert sur lequel on dispose les couches de matériaux sandwiches et enveloppé par un système de films. Lorsque le vide est appliqué, il y a alors compactage de la structure et élimination de l'air emprisonné entre les différentes couches de sandwiches. L'ensemble est ensuite chauffé à une température de 40 °C pendant 45 min.

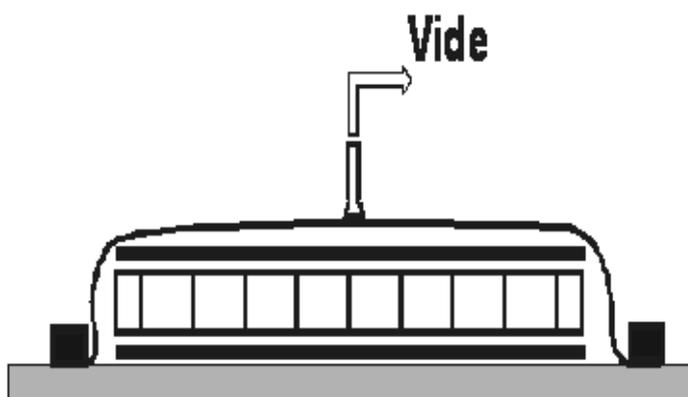


Figure 2.5 Moulage sous vide

### 2.3.2 Technique de stratification

Les échantillons multicouches sont réalisés par stratification. Après imprégnation des renforts de verre avec une résine polyester iso phtalique, ceux-ci sont pressés entre deux plaques de bois mélaminé au préalable traitées avec un agent de démoulage. La procédure d'élaboration des échantillons est la suivante:

- imprégnation de la première peau ;

- mise en place du matériau d'âme ;
- imprégnation de la deuxième peau ;
- pressage de l'ensemble avec une charge de 25 kg pour une surface de 500\*500 mm<sup>2</sup>.

Les conditions d'élaboration sont:

- imprégnation des renforts à température ambiante ;
- cure de 12 heures à température ambiante avant démoulage.

Dans le cas de mise en œuvre des structures multicouches, on ajoute des plis intermédiaires entre les différentes couches de matériaux d'âme.

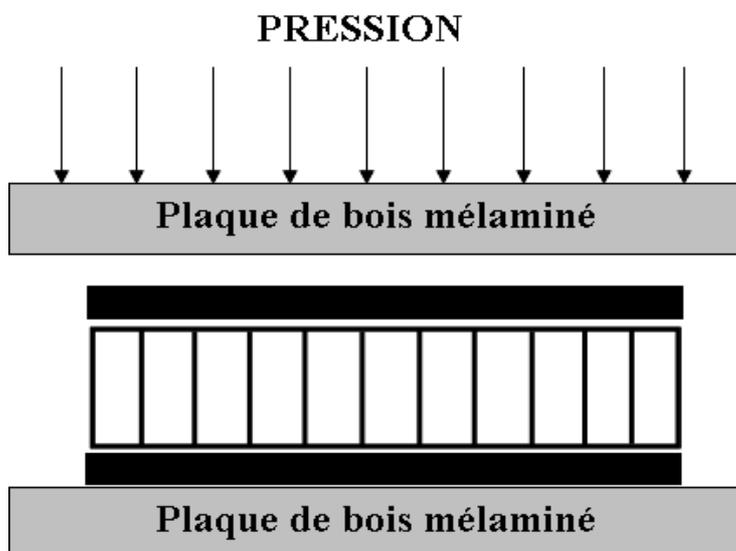


Figure 2.6 Technique de stratification

## 2.4 Essais expérimentaux

### 2.4.1 Essai d'impact

#### 2.4.1.1 Description d'essai

L'essai d'impact est défini comme étant une sollicitation au cours de laquelle une force agit sur un élément de surface pendant un temps relativement court [26]. Cette sollicitation induit des déformations élastiques et plastiques dans le matériau testé ainsi que des phénomènes de ruptures qui peuvent aller jusqu'à la perforation. Les caractéristiques de l'impact peuvent être très variées [27]. Chaque type de choc peut être caractérisé par l'évolution de la force appliquée en fonction du temps qui dépend à la fois de la masse et de la vitesse de l'impacteur, de la réponse de la cible ainsi que de la surface de contact (géométrie de l'impacteur). L'évaluation

de la réponse à l'impact d'un matériau sandwich dépend de l'utilisation que l'on veut en faire (cahier des charges). Trois critères peuvent être pris en compte:

- la résistance,
- la tolérance à l'impact,
- l'absorption d'énergie par la structure.

Dans le premier cas, on cherche à déterminer l'énergie pour laquelle il y a apparition d'un endommagement en surface  $E_s$  (énergie seuil) ainsi que l'énergie de perforation  $E_p$ . Plus la valeur de ces énergies est élevée et plus on considère que le matériau est résistant. En cours de service, les structures peuvent supporter des chocs répétitifs d'énergie inférieure à  $E_s$  qui peuvent malheureusement créer des endommagements invisibles. Il est donc nécessaire de connaître l'évolution des propriétés mécaniques post-impact. C'est ce que l'on appelle aussi la tolérance à l'impact. Le critère d'absorption d'énergie est surtout utilisé pour des structures ayant des applications de protection (casque). Il faut que la plus grande part de l'énergie fournie par le choc soit absorbée par le matériau afin d'éviter tout endommagement de la structure à protéger.

Les dispositifs d'essai d'impact à masse " tombante " ont été répertoriés dans la littérature [28][29][30]. Ce type d'essai est largement utilisé et adapté aux besoins des études sur les éprouvettes sandwichs. L'essai d'impact à masse tombante est généralement instrumenté au moyen d'une cellule de charge et d'un détecteur de mouvement (cellule photoélectrique). Ceci permet d'obtenir la variation de la force en fonction du temps. Bien que la majorité des essais soit exécutée en utilisant un impacteur de forme hémisphérique, il est aussi possible d'utiliser des impacteurs de formes cylindriques ou de toute autre forme [31]. La Fig. 2.7 représente un essai d'impact à masse tombante.

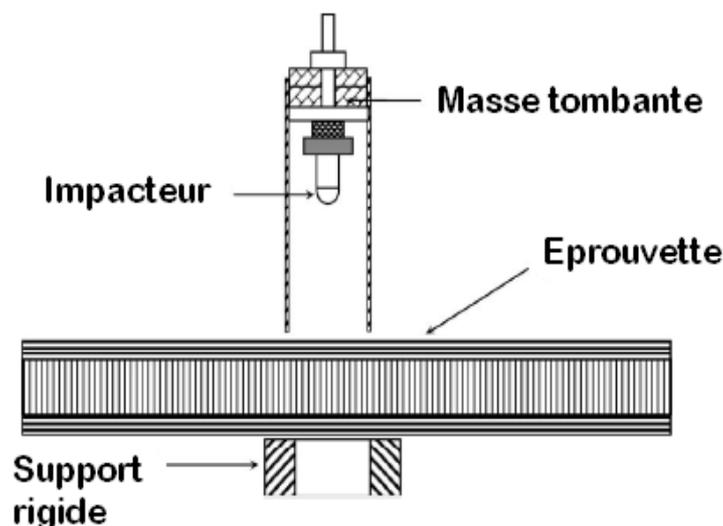


Figure 2.7 Essai d'impact masse tombante [30]

L'essai d'impact utilisé dans ce travail est un essai d'impact à masse tombante non instrumenté. Le comportement des matériaux sandwichs n'est caractérisé qu'en terme d'énergie de défaillance. Cette défaillance peut être de type craquelure, rupture, pénétration, éclatement ou indentation. L'énergie d'impact peut être modulée en travaillant soit à hauteur de chute variable et masse constante, soit à masse variable et hauteur de chute constante. Ces dernières conditions sont préférables dans la mesure où la vitesse de percussion, facteur d'influence important, est maintenue constante.

#### 2.4.1.2 Dispositif expérimental

La machine d'impact utilisée dans ce travail repose sur le principe de la chute libre d'une masse (Fig. 2.8.). Elle a été développée au sein du Laboratoire de Physique des Milieux denses (LPMD). Elle se compose d'un système d'impact non instrumenté.

L'impacteur est un cylindre à extrémité hémisphérique de 10 mm de diamètre. Il est rattaché au chariot portant la masse. Des colonnes verticales ont été employées pour guider la descente du chariot. Celui-ci est libéré d'une distance variant de 10 à 85 cm. Les charges utilisables varient de 440g à 4 kg.

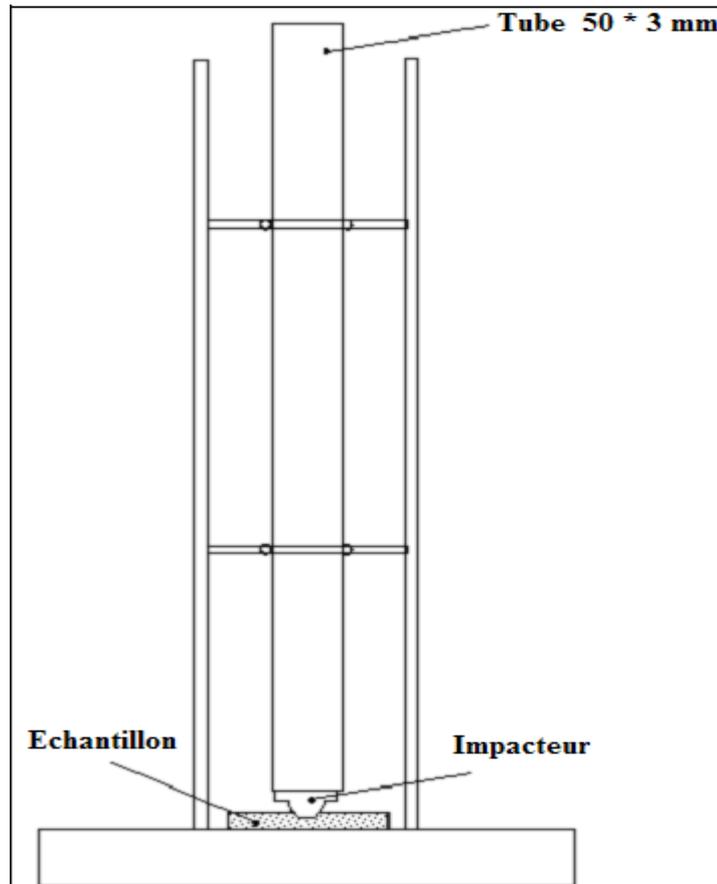


Figure 2.8 Machine d'impact

Nous rappelons que dans le cas de la chute libre, la vitesse et l'énergie d'impact peuvent être calculées en fonction de la masse et de la hauteur de chute par les relations suivantes:

$$E_{imp} = m . g . h = \frac{1}{2} m V^2 \quad (2.1)$$

Où  $m$  est la masse de la charge,  $V$  la vitesse d'impact,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $h$  la distance entre l'impacteur au repos et la cible. L'énergie d'impact est modulée par une hauteur de chute variable et une masse constante. La profondeur d'impact de la structure sandwich impactée a été mesurée à l'aide d'un comparateur de profondeur analogique.

En augmentant l'énergie d'impact, on remarque que la profondeur de la zone impactée devient de plus en plus importante (Fig. 2.9).

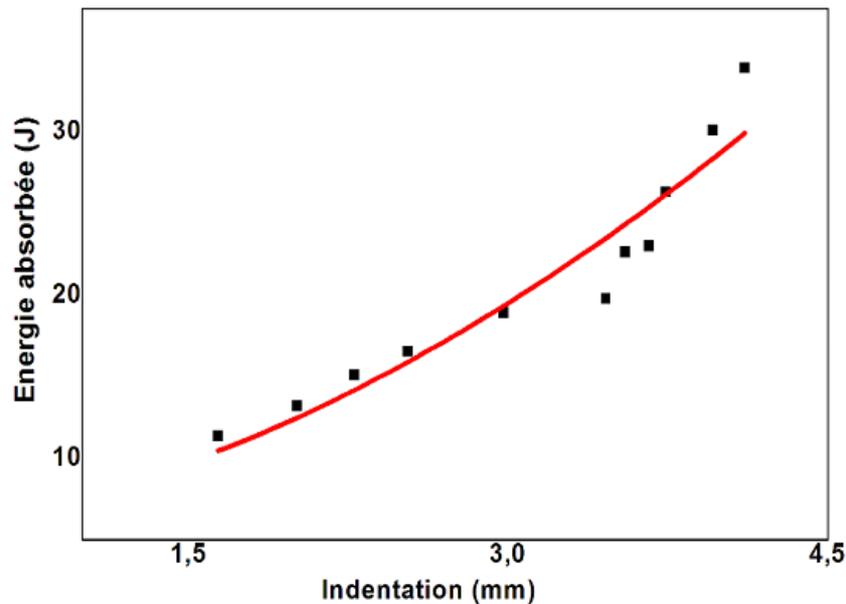


Figure 2.9 Evolution de l'indentation en fonction de l'énergie

## 2.4.2 Les essais de flexion

### 2.4.2.1 Description des essais

Les essais de flexion trois et quatre points sont des essais mécaniques permettant de caractériser le comportement mécanique de matériau étudié. Le principe des essais de flexion est de déterminer l'aptitude à la déformation d'un matériau sur deux appuis avec une application de l'effort à mi-distance des appuis. Il est alors possible de mesurer en fonction de la charge appliquée, à une vitesse constante, les déplacements de la machine et la flèche. Les précautions à prendre pour ce type d'essai se situent principalement au niveau des appuis. En effet, l'éprouvette doit être parfaitement perpendiculaire au plan d'application de la charge. Les appuis doivent être assez éloignés les uns des autres pour ne pas mettre l'éprouvette en cisaillement pur.

L'intérêt de la flexion 4 points par rapport à la flexion 3 points se trouve dans l'absence d'effort tranchant dans la zone entre les deux appuis intérieurs. Dans cette zone, le flux de contrainte dans l'épaisseur du sandwich est constant. D'autre part, la rigidité longitudinale de l'âme est négligeable par rapport à celle des peaux. Le rôle de l'âme est simplement de maintenir les deux peaux à écart constant. Elle n'intervient donc que pour les contraintes hors plan c'est à dire au point d'appui de l'éprouvette. On considère que dans la zone centrale, éloignée des points d'appuis, les contraintes sont concentrées dans les peaux. L'épaisseur des

peaux étant par ailleurs faible par rapport l'épaisseur du sandwich, on admet que les contraintes sont constantes dans l'épaisseur des peaux. On retrouve ainsi les conditions de l'essai de traction simple mais avec la possibilité de faire de la compression.

#### 2.4.2.2 Dispositifs expérimentaux

##### a- L'essai de flexion 4 points

La recherche des propriétés mécaniques (rigidité, contrainte et flèche) effective des structures sandwichs en **YmaCell**, Nida polypropylène et en mousse thermoplastique AIREX R63 par un essai de flexion 4 points sera étudiée au cours du chapitre suivant. La machine de flexion type Instron modèle BE 206 utilisée est constituée d'un bâti supportant une traverse mobile (Fig. 2.10.) et d'un pupitre de commande relié à un ordinateur pour le pilotage et l'acquisition des données. La machine est instrumentée en capteur de force avec une cellule à jauge de contrainte de 10 KN.

Le montage utilisé est un montage de flexion 4 points répondant à la norme NT T54 – 606. Les deux appuis extérieurs et les deux appuis inférieurs sont positionnés sur un bâti permettant une variation des longueurs  $L_2$  (distance entre les appuis extérieurs) et  $L_1$  (distance entre les appuis intérieurs). Les dimensions de l'éprouvette sous forme de barreau rectangulaire sont représentées dans le tableau 2.10. La vitesse de chargement recommandée pour ce type de panneau est de 10 mm/min.

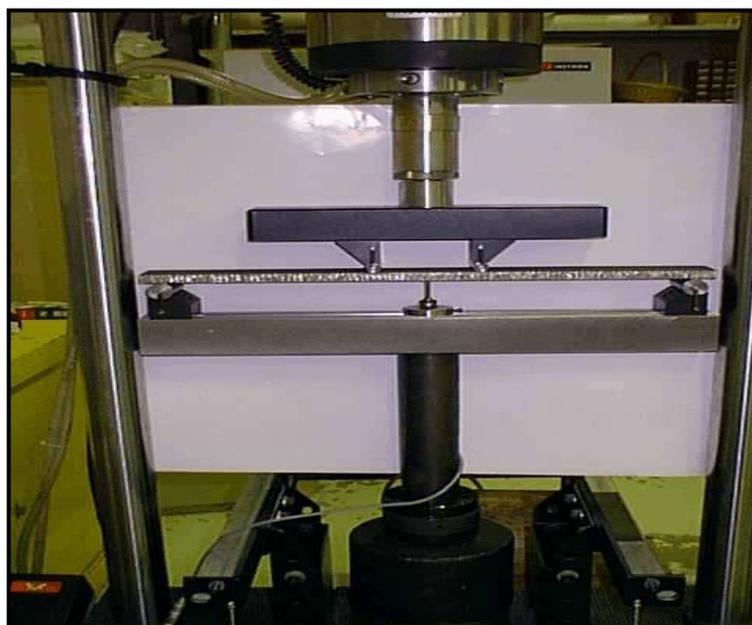


Figure 2.10 Machine de flexion 4 points

Longueur L	(mm)	300
Largeur b	(mm)	20
Epaisseur de peau $t_f$	(mm)	1
Epaisseur de l'âme $t_c$	(mm)	10
$L_1$	(mm)	125
$L_2$	(mm)	250

Tableau 2.10 Dimensions des éprouvettes

Les structures sandwich multicouches sont aussi sollicitées en flexion 4 points sur une autre machine classique de type INSTRON modèle 4302 (Fig. 2.11.). Cette machine est constituée d'un bâti supportant une traverse mobile pilotée par un ordinateur qui acquiert également les valeurs charge/flèche. Pour vérifier la reproductibilité des résultats, un minimum de 5 éprouvettes par type de structure composite a été testé. Les essais ont été effectués, selon la norme MIL-STD-401 DIN 53291, avec une vitesse de chargement 3mm/min. Toutes les éprouvettes testées ont le même matériau de peau.



Figure 2.11 Essai de flexion 4 points

Les principales dimensions des matériaux sandwich multicouches sont données dans le tableau ci-dessous.

Series (mm)	Sandwichs multicouches	b (mm)	h (mm)	$t_c$ (mm)	$t_f$ (mm)	$L_1$ (mm)	$L_2$ (mm)	L (mm)
10	M10/1	35	12	10	1	120	300	440
	M10/2	35	12,05	10,05	1	120	300	440
20	M20/1	35	22	20	1	120	300	440
	M20/2	35	22,05	20,05	1	120	300	440
	M20/3	35	22,1	20,1	1	120	300	440
	M20/4	35	22,15	20,15	1	120	300	440
40	M40/1	35	42	40	1	120	300	440
	M40/2	35	42,05	40,05	1	120	300	440
	M40/3	35	42,1	40,1	1	120	300	440
	M40/4	35	42,15	40,15	1	120	300	440

Tableau 2.11 Dimensions des éprouvettes (Série de 10, 20 et 40)

$L$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $b$ ,  $t_f$ ,  $t_i$  et  $h$  sont respectivement la longueur totale, la distance entre les appuis intérieurs, la distance entre les appuis extérieurs, la largeur, l'épaisseur de peau, l'épaisseur de la couche intermédiaire et l'épaisseur des éprouvettes.  $t_c$  est l'épaisseur de cœur (âme) du sandwich.

#### b- L'essai de flexion 3 points

Concernant l'essai de flexion 3 point, nous avons utilisé la machine de type INSTRON modèle 4302 selon la norme MIL-STD-401 DIN 53291.



Figure 2.12 Essai de flexion 3-points

A partir de la courbe charge / flèche (Fig. 2.13.), on peut calculer la rigidité en flexion  $D$  des structures sandwichs à partir des équations suivantes:

- Au point de chargement  $\frac{L_2}{2}$ , à partir de l'équation 1.44

$$\frac{P}{w} = \frac{768D}{11L^3} \quad (2.2)$$

- Au point de chargement  $(\frac{L_2 - L_1}{2})$ , à partir de l'équation 1.48

$$\frac{P}{w} = \frac{48D}{(L_2 - L_1)^2 (L_2 + 2L_1)} \quad (2.3)$$

Pour chaque série, cinq éprouvettes seront soumises à la flexion puis on calcule la moyenne des valeurs trouvées. A partir de la rigidité en flexion,  $D$ , on peut déterminer le module d'élasticité  $E$  des peaux en utilisant l'expression 1.6.

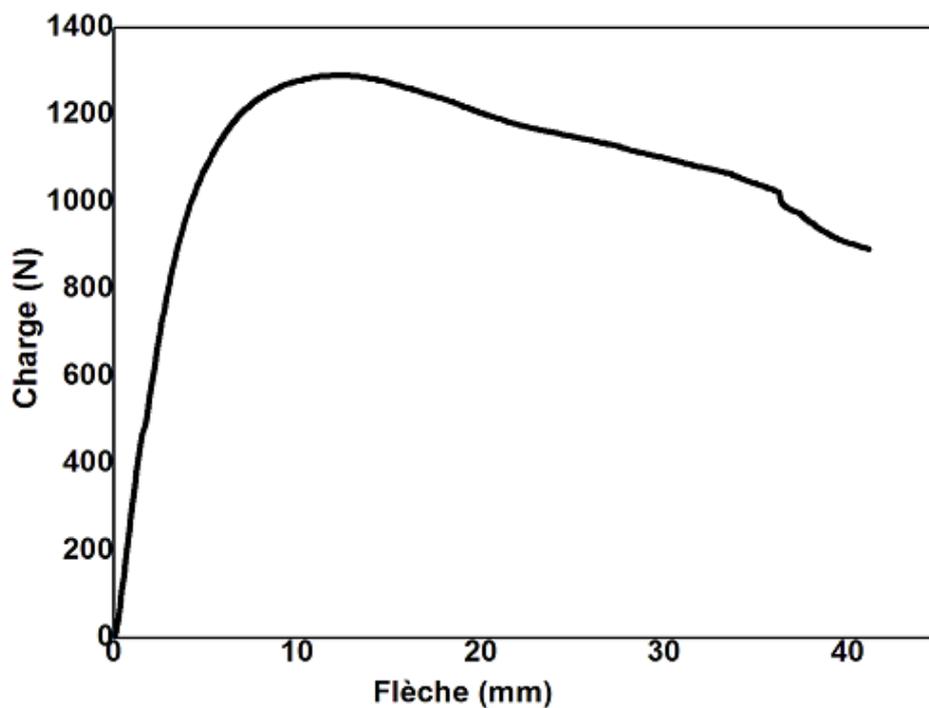


Figure 2.13 Courbe charge/flèche d'un essai de flexion 4 points.

### 2.4.3 L'essai de traction

#### 2.4.3.1 Description d'essai

L'essai le plus courant permettant de déterminer le comportement mécanique d'un matériau est l'essai de traction. Cet essai est généralement réalisé en introduisant une éprouvette dans une machine de traction universelle. Cette machine consiste en une base plane et un piston hydraulique ayant un mouvement linéaire perpendiculairement à cette même base. De plus, des mâchoires (hydrauliques ou manuelles) se trouvent sur le piston ainsi que sur la base. Ces dernières sont installées de sorte à ce que leurs axes soient colinéaires avec celui de piston. Des jauges à déformations sont collées sur l'éprouvette afin de mesurer les déformations intervenant dans le calcul des propriétés mécaniques. Ces propriétés mécaniques sont généralement calculées de la manière suivante :

- la contrainte axiale  $\sigma$  dans l'éprouvette est obtenue en divisant la force axiale mesurée par l'aire de la section utile de l'éprouvette au début de l'essai :

$$\sigma = F/S_0 \quad (2.3)$$

- le module d'Young est calculé en divisant la contrainte axiale par la déformation mesurée par la jauge :

$$E = \sigma/\varepsilon \quad (2.4)$$

- la contrainte à la rupture est habituellement identifiée comme étant la contrainte maximale enregistrée durant tout l'essai.

#### 2.4.3.2 Dispositif expérimentale

L'essai de traction sur éprouvettes de composites en tissu de verre T800/M300 avec une résine polyester iso-phtalique et PCI a été réalisé au Laboratoire de Fiabilité Mécanique sur une machine Instron modèle 4302 équipée avec une cellule de force de 10 KN. Cet essai consiste à déformer l'éprouvette jusqu'à la rupture suivant un processus de mise en charge à vitesse de déformation constante. L'essai est conduit à la température ambiante. Une série d'essais préliminaires a permis de fixer la vitesse à 1mm/min pour tous les types d'échantillons. L'ensemble est piloté par un ordinateur. La Fig. 2.14 représente la machine de traction utilisée.

### 2.4.3.3 Eprouvettes de traction

Les éprouvettes des matériaux composites ont été élaborées par la technique de stratification. Après imprégnation des renforts en fibres de verre avec la résine polyester, ceux-ci ont été pressés entre deux plaques de bois mélaminé. Après 12 heures de polymérisation à température ambiante, on obtient une plaque composite. Le découpage de bandes composites est réalisé avec une scie. Ensuite ces bandes sont calibrées et surfacées avec une fraiseuse pour leur donner la forme des éprouvettes correspondante à la norme ISO NF T51-34 (Fig. 2.15). Cette géométrie a permis d'obtenir un comportement uniforme lors des essais de traction, avec une rupture finale située dans la zone utile des éprouvettes.



Figure 2.14 Machine de traction

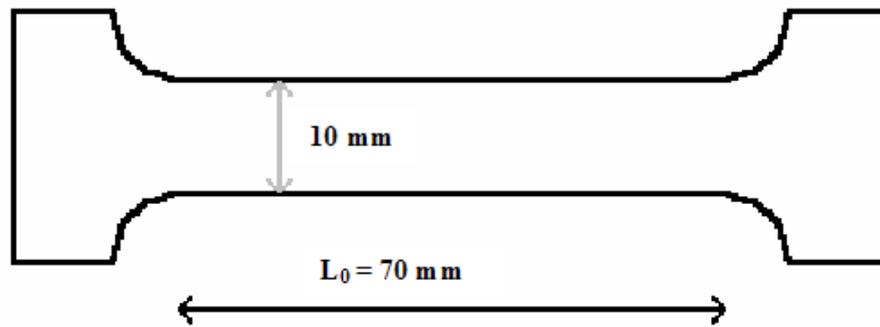


Figure 2.15 Schéma de l'éprouvette de traction

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents matériaux utilisés pour l'étude, leurs mises en forme et les différents essais de traction, de flexion 3 et 4 points ainsi qu'un essai d'impact. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude comparative en flexion et à l'impact du composite cellulaire YmaCell, avec des matériaux d'âmes en nid d'abeille polypropylène et une mousse technique PVC (polychlorure de vinyle).

## **CHAPITRE 3**

# **ÉTUDE COMPARATIVE EN FLEXION ET L'IMPACT D'YMACELL AVEC D'AUTRES MATÉRIAUX D'ÂMES**

## 3.1 Introduction

Dans cette étude, on se propose de caractériser le comportement mécanique en flexion et à l'impact d'un matériau cellulaire de nouvelle génération, l'YmaCell. Les caractéristiques intrinsèques de ce matériau composite permettent d'adapter les propriétés du matériau, constituant l'âme du sandwich, en fonction de l'application industrielle finale. Afin de mieux appréhender la compréhension de l'influence des caractéristiques intrinsèques de l'YmaCell, on procède à une étude comparative de ce matériau avec un certain nombre de matériaux d'âmes. Ces âmes seront recouvertes de différentes peaux.

## 3.2 Résultats

### 3.2.1 Résultats obtenus lors d'un essai de flexion

#### 3.2.1.1 Interprétation des courbes des structures en fonction de l'âme

La Fig. 3.1 représente l'évolution de la charge en fonction du déplacement pour les trois matériaux de cœur sollicités en flexion quatre points:

- YmaCell seul ;
- YmaCell chargé avec des fibres de carbone ;
- YmaCell chargé avec des fibres de verre.

Les peaux sont en composite thermoplastique fibres de verre/ résine polypropylène.

Cette évolution se déroule en trois étapes:

- au début de l'essai la force  $P$  augmente linéairement avec le déplacement ;
- on note ensuite un comportement non linéaire pour atteindre la charge maximale ;
- la phase finale correspond à une diminution de la charge jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

La charge maximale atteinte se situe aux environs de 230 N. La Fig. 3.1 met clairement en évidence l'influence de l'ajout des renforts dans le matériau d'âme. La rigidité en flexion est améliorée par le fait que les renforts accroissent le module de cisaillement de l'YmaCell. Cela nous a permis de conclure que l'augmentation du module de cisaillement du matériau d'âme favorise une augmentation de la rigidité en flexion de la structure sandwich. Dans le cas des fibres de verre le taux de fibres est plus élevé que dans le cas des fibres de carbone.

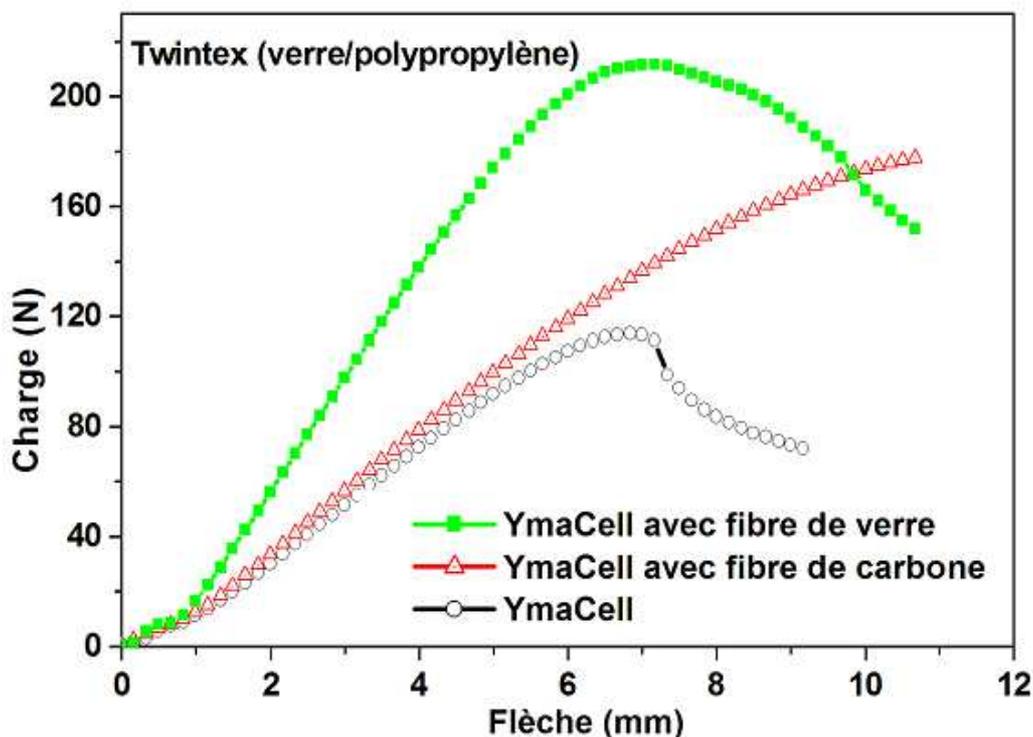


Figure 3.1 Influence des propriétés intrinsèques de l'YmaCell sur le comportement en flexion de structures composites (peau en polypropylène)

Les Fig. 3.2 et 3.3 présentent les comportements avec des peaux en Roving 3 plis et en fibre de carbone 2 plis associées aux trois matériaux de cœur :

- YmaCell ;
- mousse AIREX R63 ;
- nid d'abeille (Nida) en polypropylène.

On note un comportement similaire avec des rapports charge/flèche différents et donc des résistances en flexion différentes. En effet, le rapport charge/flèche des structures avec une peau est en fibre de carbone 2 plis est plus grand que celui obtenu avec les composites élaborés avec une peau en Roving 3 plis. On obtient ainsi des résistances en flexion plus importantes.

Les structures ayant l'âme en YmaCell présentent une forte rigidité en flexion par rapport à celle en Nida polypropylène et en mousse thermoplastique AIREX R63. La charge maximale atteinte de 400 N correspond à une âme en YmaCell comprise entre deux peaux en fibres de carbone 2 pli. Ceci s'explique par la présence de liaisons chimiques dues à la polymérisation de la résine entre les peaux et l'âme à l'inverse des autres structures où le collage est simple.

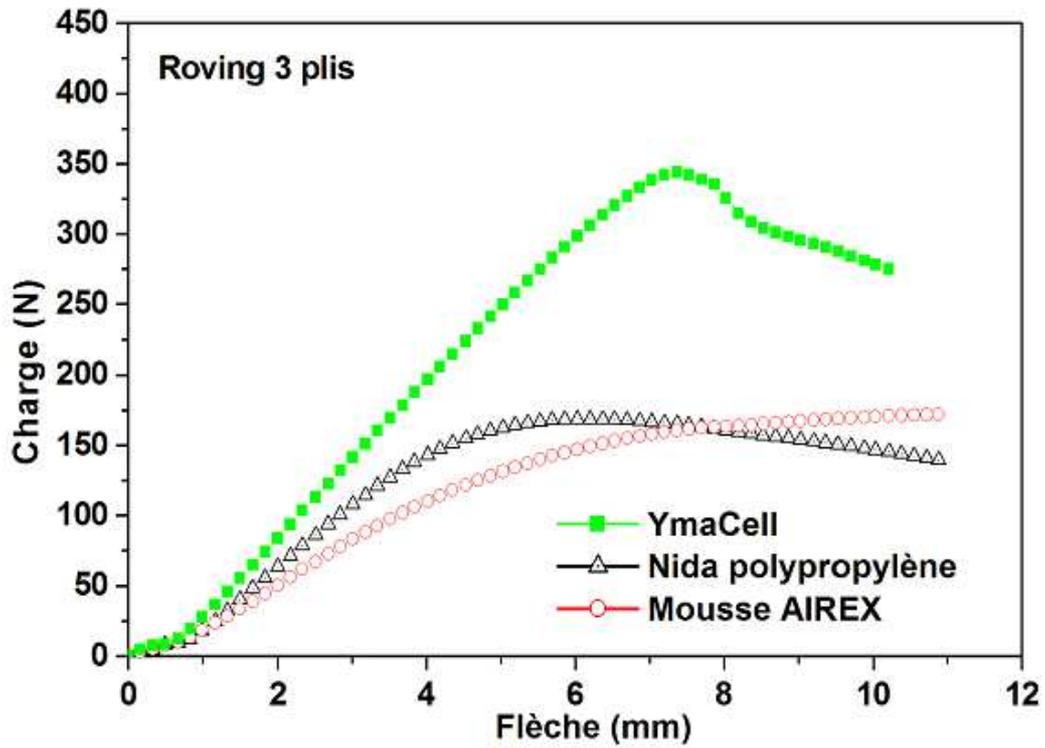


Figure 3.2 Courbes charge - flèche en fonction du cœur - peaux en Roving 3 plis (essai en flexion 4 points)

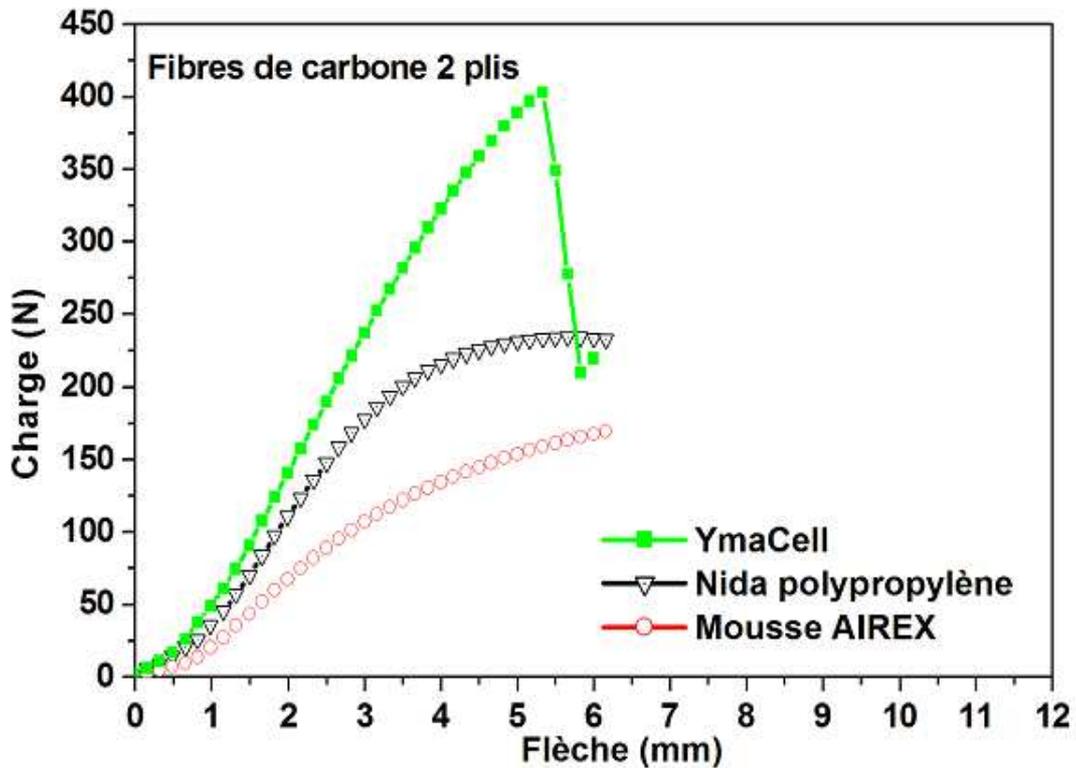


Figure 3.3 Courbes charge - flèche en fonction du cœur - peaux en fibres de carbone 2 plis (essais flexion 4 points)

### 3.2.1.2 Interprétation des courbes en fonction de la peau

#### a- Effet du module d'Young de la peau

La Fig. 3.4 représente la charge en fonction de flèche de deux structures ayant une âme en YmaCell pour deux peaux différentes de même épaisseur et de module de traction différent. En comparant les courbes, on remarque que l'augmentation du module de traction des peaux favorise une augmentation de la rigidité en flexion ( $D = E I$ ). Avec  $I$  : le moment d'inertie de la structure sandwich.

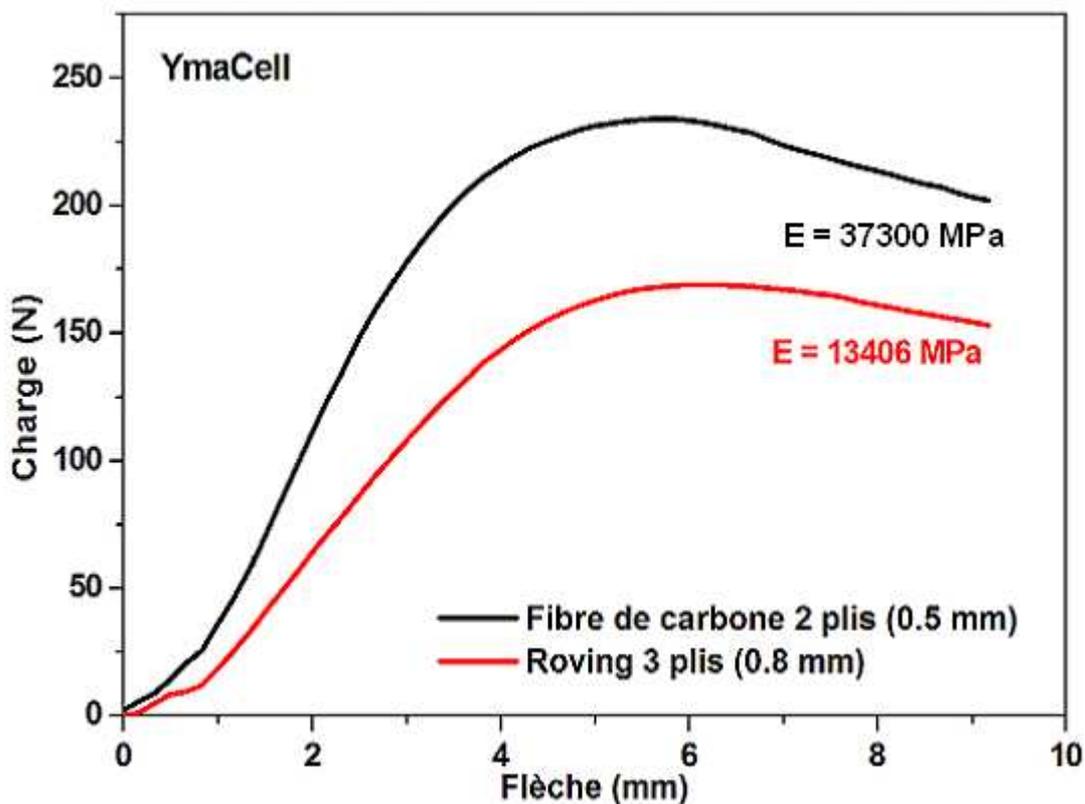


Figure 3.4 – Courbes charge – flèche pour un cœur en YmaCell avec des peaux différentes (flexion 4 points)

#### b-Effet de l'orientation des fibres dans la peau

Sur la Fig. 3.5, nous conservons la même épaisseur, le même module de traction mais est introduit un facteur d'orientation des fibres dans la peau. Nous constatons que la rigidité est plus importante dans le cas des fibres alignées suivant la direction de sollicitation. Ceci

s'explique par la variation du facteur d'orientation qui est de  $\frac{1}{2}$  pour les fibres perpendiculaires T800/M300 90-0 et  $\frac{1}{4}$  pour les fibres T800/M300 + ou - 45.

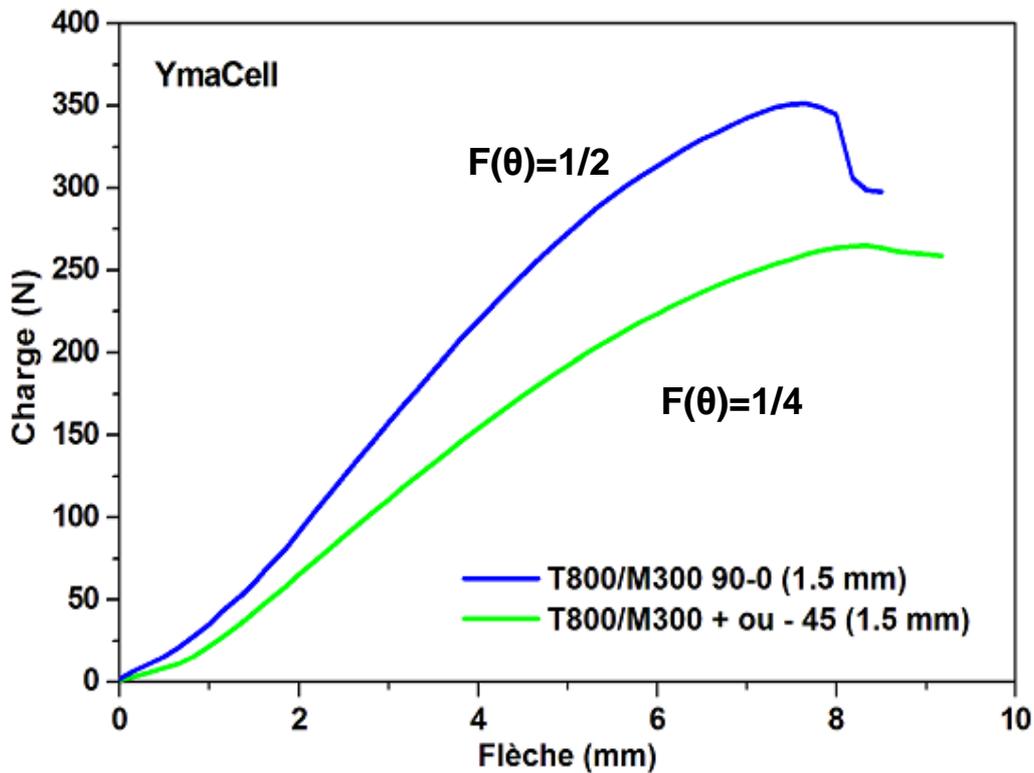


Figure 3.5 Courbe charge – flèche pour une âme YmaCell avec des peaux orientées (flexion 4 points)

c-Effet de la liaison chimique entre âme et peau

La Fig. 3.6 reprend le comportement d'une âme en YmaCell avec l'ensemble des peaux étudiées. On visualise ainsi le comportement en fonction de l'orientation des peaux (T800/M300 à + ou - 45° et T800/M300 à 90-0°) par rapport aux différentes autres peaux. Cette synthèse de l'essai de flexion explique aussi l'influence de la nature des liaisons chimiques entre âme et peaux. Ainsi, des liaisons chimiques réalisées avec les matériaux constitutifs de l'YmaCell contribuent de manière beaucoup plus importante à la rigidité du panneau que lors de la production de panneaux par collage simple.

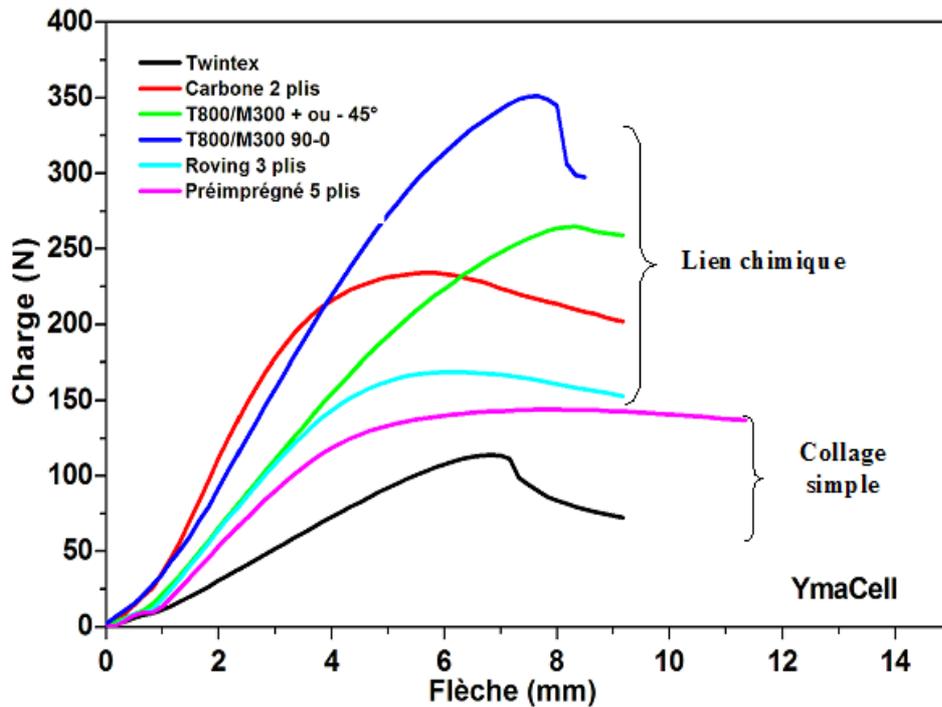


Figure 3.6 Courbe charge – flèche pour une âme en YmaCell avec l'ensemble des peaux (flexion 4 points)

### 3.2.2 Résultats obtenus lors de l'essai d'impact

#### 3.2.2.1 Interprétation des courbes des structures ayant la même peau

Les Fig. 3.7. et 3.8 montrent un comportement identique lors de l'essai d'impact pour des matériaux élaborés à partir des trois types d'âmes différents (YmaCell, mousse AIREX R63, nid d'abeille en polypropylène) et des deux peaux en Roving 3 plis et en fibres de carbone 2 plis. Les structures les plus rigides en cisaillement sont les plus indentées. Cela nous permet de conclure que l'augmentation du module de cisaillement du matériau d'âme ou du module de rigidité des peaux produit une augmentation de l'énergie de contact absorbée et donc de l'indentation. La réponse à l'impact de nos structures est convenable par comparaison avec la réponse d'autres structures. On peut modéliser le comportement par un modèle d'équilibre énergétique [32][33]. Ce modèle conduit à écrire:

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_b + E_s + E_c \quad (3.1)$$

Les termes  $E_b$ ,  $E_s$  et  $E_c$  se rapportent respectivement à la dissipation d'énergie due à la flexion, au cisaillement et au contact.

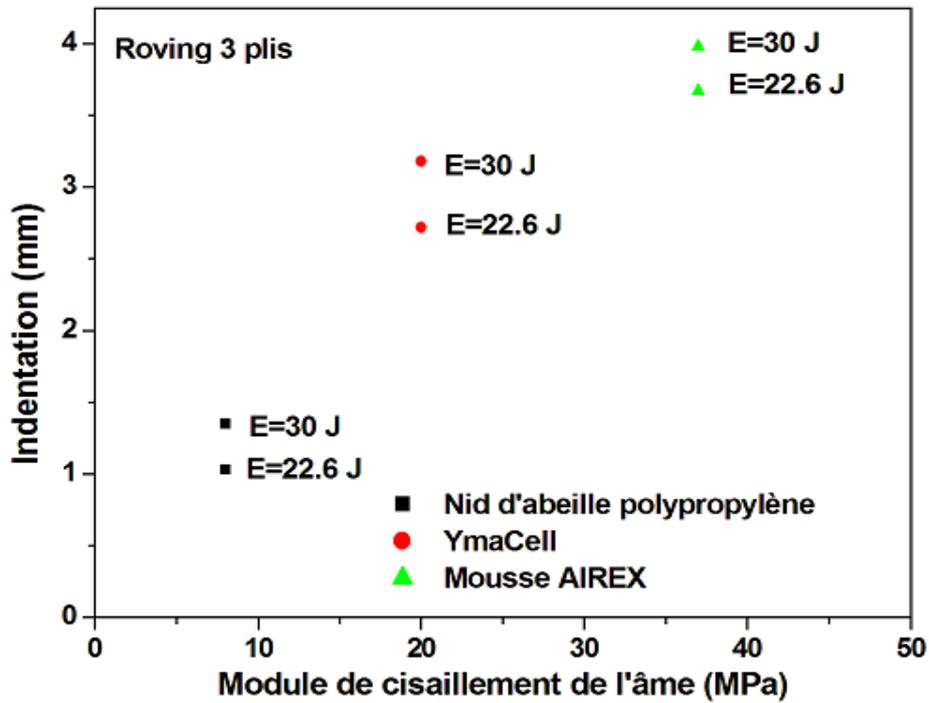


Figure 3.7 Essai d'impact avec peaux en Roving 3 plis

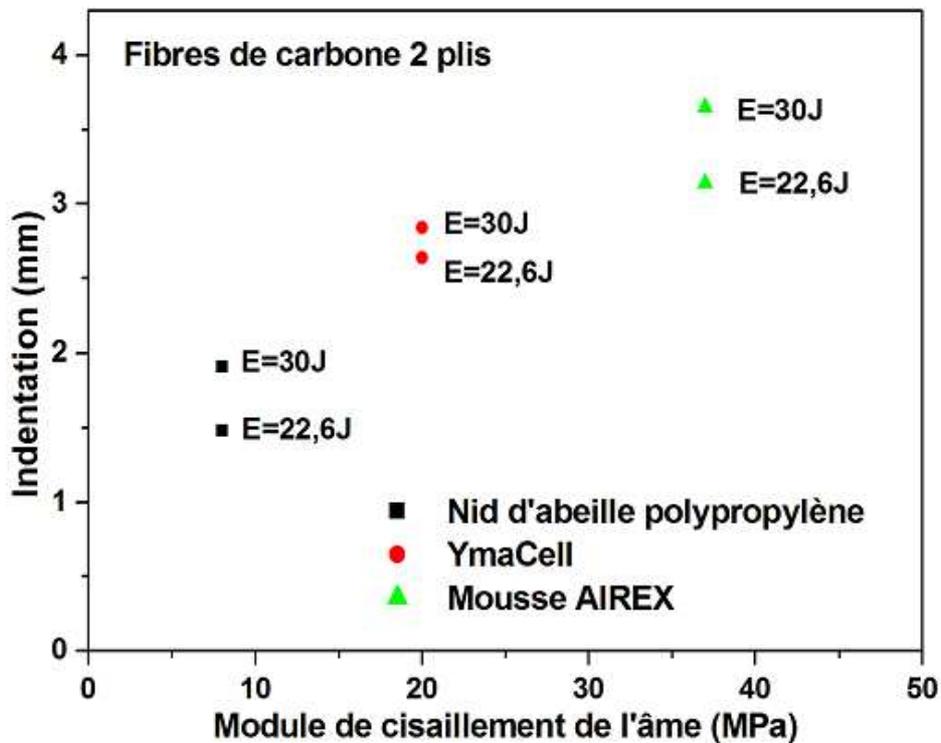


Figure 3.8 Essai d'impact avec peaux en fibres de carbone 2 plis

### 3.2.2.2 Interprétation des courbes des structures ayant la même âme

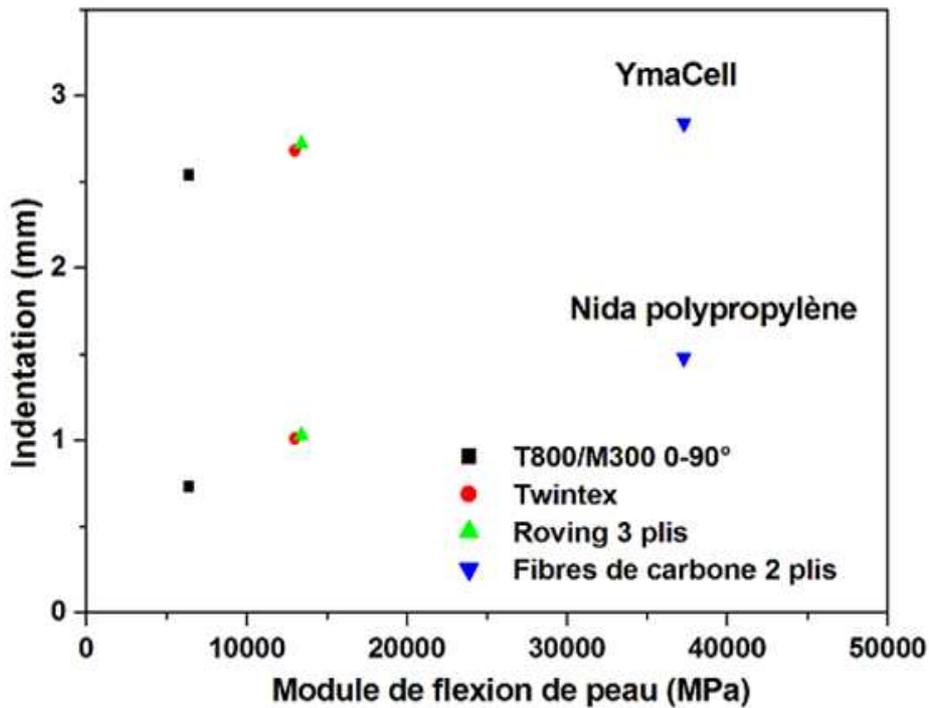


Figure 3.9 Comparaison de l'indentation sur des structures ayant les mêmes âmes

Sur la Fig. 3.9, on remarque que les structures ayant respectivement une âme en YmaCell et en nida polypropylène ont le même comportement. Les structures les plus rigides en flexion sont les structures les plus indentées. La structure ayant une peau en fibres de carbone est celle qui fléchit le moins mais elle est la plus indentée. Elle absorbe une faible énergie lors de la flexion ce qui conduit à conclure que l'énergie cinétique du projectile est transformée majoritairement en une énergie d'indentation. Par contre, pour le sandwich ayant la peau en T800/M300 0-90°, qui a une faible résistance en flexion, l'énergie d'indentation est moins importante. Au niveau des valeurs de l'indentation, on remarque que pour les structures ayant une âme en YmaCell ( $100 \text{ kg m}^{-3}$ ), les valeurs varient entre 2,5 mm et 3 mm. Concernant les structures ayant une âme en nid d'abeilles polypropylène ( $80 \text{ kg m}^{-3}$ ), les valeurs varient entre 0,7 mm et 1,5 mm. L'indentation est plus importante pour l'âme YmaCell que pour l'âme en nid d'abeille en polypropylène. Cela nous permet de justifier les résultats trouvés précédemment et présentés sur les Fig. 3.7 et 3.8.

### 3.3 Conclusion

A la suite des essais réalisés au cours de cette étude nous pouvons proposer les conclusions suivantes:

- les propriétés mécaniques des sandwichs varient avec différents paramètres de peaux comme l'orientation des fibres, le module de traction des matériaux de peau, le module de cisaillement du matériau d'âme et l'interface entre l'âme et les peaux;
- les propriétés mécaniques sont aussi influencées de manière significative par les processus de fabrication ;
- les panneaux produits par collage simple sont moins performants que ceux qui allient les propriétés chimiques de l'âme et des peaux.

Il a aussi été mis en évidence que la rigidité en flexion du nouveau composite YmaCell, associé à un choix judicieux de la peau, est plus importante que celle de la structure en nid d'abeille et de la mousse thermoplastique en polychlorure de vinyle alvéolaire.

L'YmaCell permet aussi d'obtenir des liaisons chimiques très performantes par rapport aux autres matériaux d'âme due à la polymérisation de la résine entre les peaux et l'âme.

L'analyse des courbes donnant l'indentation en fonction du module de cisaillement de l'âme nous a permis de mettre en évidence qu'un module de cisaillement important favorise l'indentation et que les structures sandwichs les moins rigides absorbent mieux l'énergie et sont les moins endommagées par l'impact

## **CHAPITRE 4**

# **ÉTUDE DU COMPORTEMENT EN FLEXION TROIS ET QUATRE POINTS DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLÈNE**

## 4.1 Introduction

Dans les matériaux composites, une catégorie nous intéresse plus particulièrement de part ces possibilités de conception et de développement : les structures composites qui résultent d'une manière générale de l'assemblage d'un matériau de peau présentant une grande rigidité et d'un matériau d'âme de faible densité. Ces matériaux montrent un rapport performances mécaniques/densité très intéressant par rapport à des matériaux plus classiques. Les propriétés finales de ce type de matériau sont directement dépendantes des propriétés des différentes parties constituantes et de la qualité de leur assemblage. Afin d'apporter des solutions aux industriels, de nombreux développements et études au cours de ces dernières années, ont pour but l'optimisation du rapport performance mécanique/densité. En effet, la bibliographie nous donne de nombreuses informations sur l'optimisation des matériaux de peau, des matériaux d'âmes et de leur assemblage. Cette étude a été entreprise avec le même objectif, mais en ayant une stratégie d'optimisation se focalisant plus particulièrement sur le matériau d'âme. Notre démarche est de repenser dans son intégralité le matériau d'âme et de proposer un nouveau concept d'âme complexe qui repose sur l'empilement de matériaux de natures différentes suivant une séquence bien précise. L'objectif de cette étude est l'analyse de l'influence, sur les propriétés mécaniques, de la séquence d'assemblage de couches de matériaux d'âmes.

## 4.2 Matériaux sandwichs multicouches

Les matériaux sandwichs multicouches analysés dans le cadre de ce travail sont représentés sur la Fig. 4.1 et sont constitués de:

- deux peaux de composite fibre de verre T800/M300 et la résine polyester ;
- d'un nid d'abeilles polypropylène ;
- plis composites intermédiaires (P.C.I);
- de résine polyester.

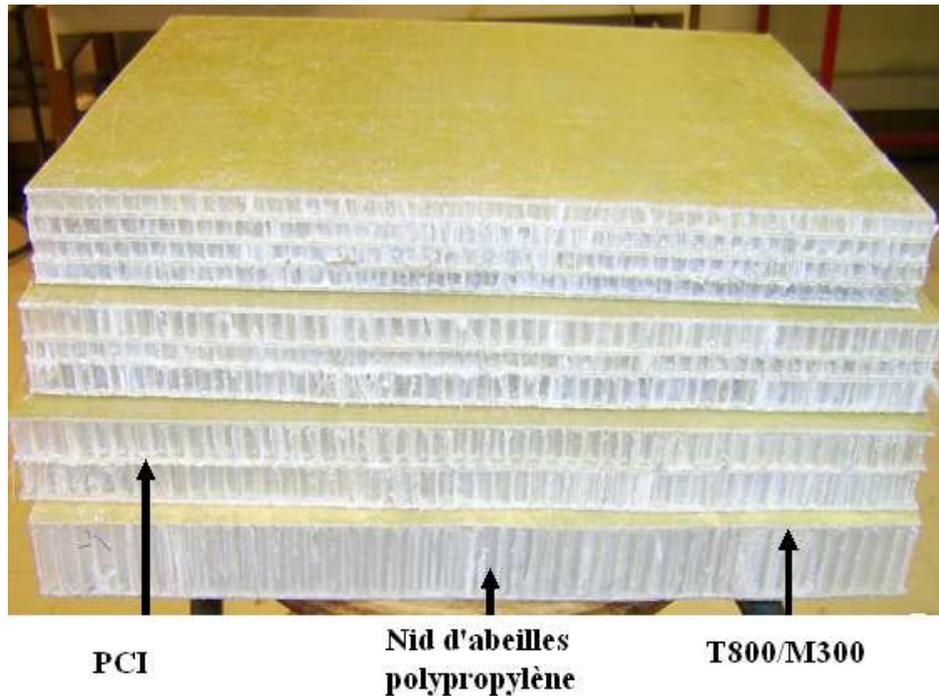


Figure 4.1 Panneaux composites multicouche en nid d'abeille polypropylène.

## 4.3 Résultats

### 4.3.1 L'essai de traction

L'éprouvette est fixée entre les mors du dispositif de traction. L'une des têtes est fixée à la machine, l'autre à la traverse mobile. Lors de l'essai, la traverse mobile se déplace et exerce sur l'éprouvette un effort qui croît progressivement. En enregistrant la force appliquée à l'éprouvette par cette machine et son allongement progressif, on détermine une série de caractéristiques mécaniques essentielles. On ne connaît généralement pas la variation de la section de l'éprouvette durant la mesure et, en règle générale, on exprime la force  $F$  et l'allongement  $\Delta l$  par rapport aux dimensions initiales de l'éprouvette. On obtient ainsi la contrainte nominale  $\sigma$  :

$$\sigma = F/S_0 \quad (4.1)$$

où  $S_0$  est l'aire de la section initiale. La déformation nominale  $\varepsilon$  est quant à elle définie par :

$$\varepsilon = \Delta l/l_0 \quad (4.2)$$

où  $l_0$  correspond à la longueur initiale de l'éprouvette.

La déformation est en général exprimée en pourcentage.

Les caractéristiques mécaniques en traction des éprouvettes réalisées en composites de fibre de verre T800/M300 et PCI sont reportées dans le tableau 4.1.

Des exemples de courbe de traction sont représentés sur les figures 4.2 et 4.3. Ces courbes montrent un comportement linéaire jusqu'à ce que la déformation atteigne 4% avec des contraintes maximales de 350 MPa pour T800/M300 et 180 MPa pour PCI. La déformation est réversible, c'est-à-dire que si on supprime l'effort d'extension, l'éprouvette revient à sa longueur initiale  $l_0$ . Cette portion constitue le domaine élastique. Le comportement de ces composites est linéaire, la rupture est fragile.

Eprouvettes	Module d'Young du matériau de peau T800/M300 (MPa)	Module d'Young du PCI (MPa)
1	8930	5100
2	8997	5316
3	9547	5940
4	9012	5574
5	8957	5247
6	9289	5600
7	9060	5328
8	8790	5299
9	10098	6073
10	8940	5534
La valeur moyenne	9162	5500

Tableau 4.1 Modules de traction des composites T800/M300 et PCI

Les valeurs moyennes des modules d'Young des matériaux composites T800/M300 et PCI déduites de l'essai de traction sont reportées dans le tableau 4.1. On constate une faible dispersité des résultats ce qui signifie une bonne qualité de réalisation des éprouvettes.

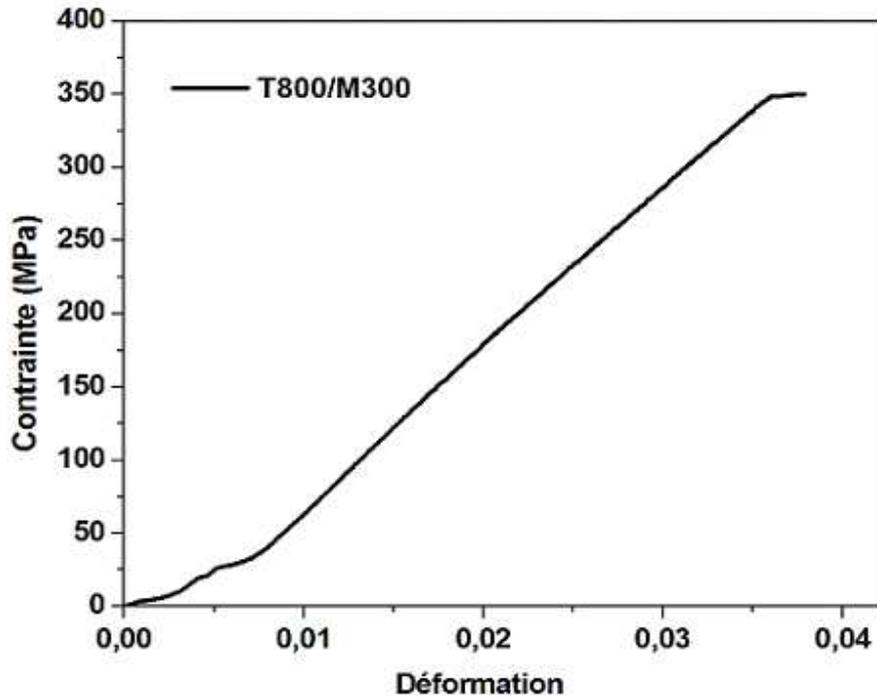


Figure 4.2 Courbe contrainte/déformation en traction du composite T800/M300 (vitesse d'essai : 1mm/min)

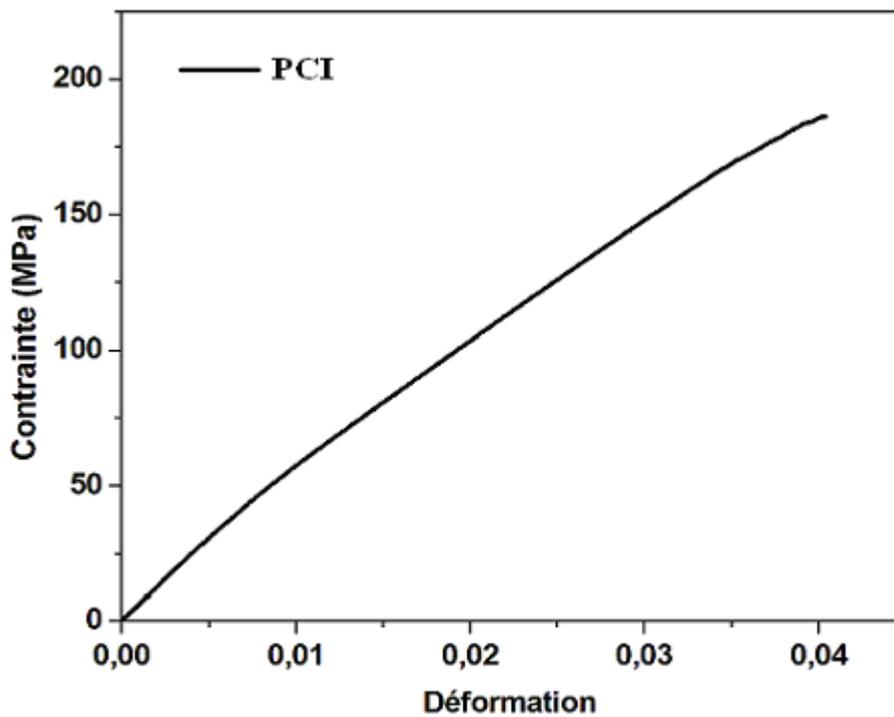


Figure 4.3 Courbe contrainte/déformation en traction du composite PCI (vitesse d'essai : 1mm/min)

### 4.3.2 L'essai de flexion trois points

#### 4.3.2.1 Effet de la couche intermédiaire

Les Fig. 4.4, 4.5 et 4.6 représentent l'évolution de la flèche  $\delta$  en fonction de la charge appliquée  $P$  pour des structures composites multicouches de différentes séries 10, 20 et 40 mm, sollicitées en flexion 3-points pour  $L = 250$  mm. Quel que soit le type de structure composite testé, le comportement en flexion est similaire et peut se décomposer en 3 phases principales, à savoir:

- une première phase qui correspond à une augmentation linéaire de la charge appliquée  $P$  avec la flèche  $\delta$  ;
- une phase de comportement non linéaire dans laquelle la charge maximale est atteinte ;
- dans une dernière phase, on observe une diminution de la charge appliquée jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette.

Le comportement linéaire correspond essentiellement au travail des peaux en traction et en compression. Le comportement non linéaire dépend principalement des propriétés de l'âme sous l'effet des efforts de cisaillement. L'intégration d'une âme multicouche dans la structure composite ne modifie pas le comportement général en flexion par rapport à un matériau d'âme monocouche. Par contre, l'accroissement du nombre de couches d'âme augmente la rigidité et la charge aux ruptures. Les figures montrent aussi que l'avantage des structures composites multicouches est que, pour une flèche  $\delta$  donnée, la charge appliquée  $P$  augmente avec le nombre de couches constituant le matériau d'âme. Les structures sandwichs quadruple (trois PCI entre les âmes) sont les plus rigides et possèdent la charge à la rupture la plus grande par rapport à ceux des sandwichs triple (deux PCI). Les structures composites des séries 10, 20 et 40 avec une âme bicouche peuvent supporter une charge supérieure de 20 à 33 %. Par contre, une âme quadruple peut supporter une charge de 45 à 70% (série 20 et 40) par rapport à celle d'une structure à âme monocouche. La charge supportée par des structures sandwich double couche (10+10) est équivalente à celle supportée par une structure à âme monocouche de 40 mm. Cette technique d'assemblage permet de réduire l'épaisseur des structures composites d'un facteur 2 tout en conservant une masse identique. Par exemple, la masse est de  $4,8 \text{ kg m}^{-2}$  pour une structure bicouche de 20 mm alors que la masse d'une structure monocouche de 40 mm est de  $5,2 \text{ kg m}^{-2}$ . Les valeurs moyennes des caractéristiques mécaniques déduites des essais de flexion trois points sont reportées dans le tableau 4.2. Nous constatons évidemment que la

contrainte en flexion, la contrainte en cisaillement et la rigidité en flexion augmentent avec l'accroissement du nombre de couches d'âmes.

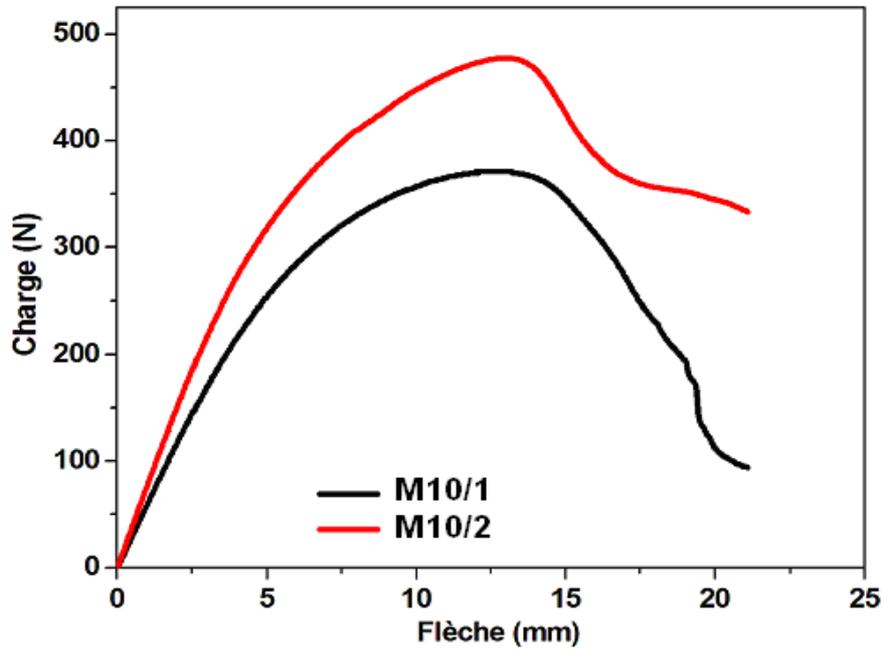


Figure 4.4 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L=250 mm)

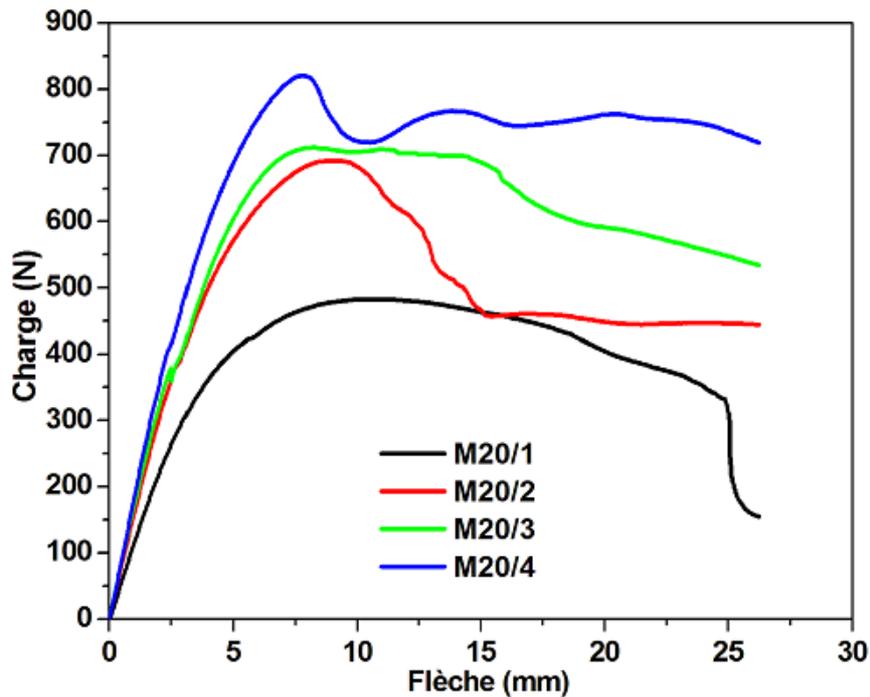


Figure 4.5 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L=250 mm)

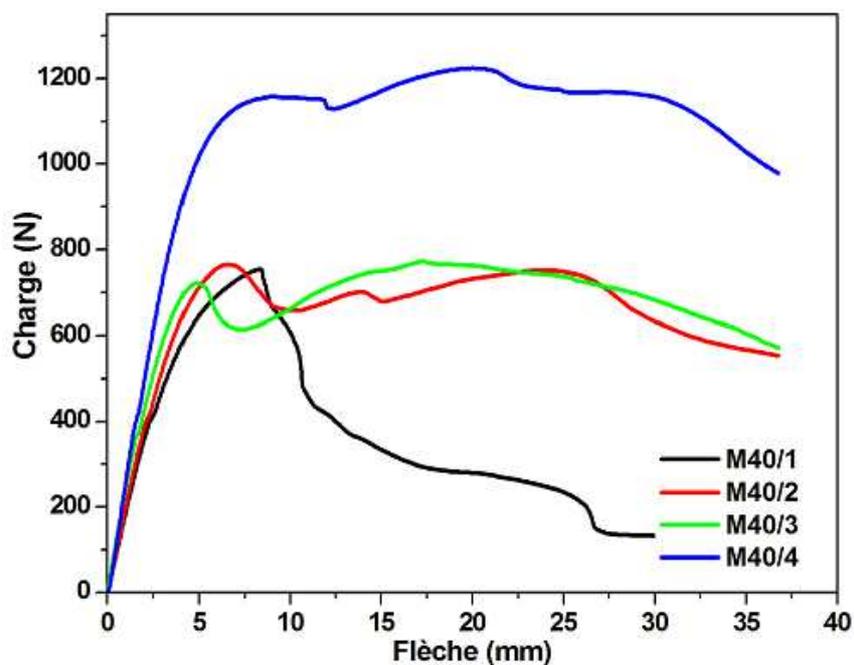


Figure 4.6 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L=250 mm)

Series (mm)	Sandwichs multicouches	Charge maximale [N]	Contrainte en flexion [MPa]	Contrainte en cisaillement [MPa]	Rigidité en flexion apparente [N.mm <sup>2</sup> ]
10	M10/1	357,5	58	0,46	195,10 10 <sup>5</sup>
	M10/2	477,1	74,1	0,59	245,15 10 <sup>5</sup>
20	M20/1	480	49	0,32	526,66 10 <sup>5</sup>
	M20/2	607	60,5	0,4	604,81 10 <sup>5</sup>
	M20/3	659,1	64,2	0,42	635,7410 <sup>5</sup>
	M20/4	698	66,5	0,4	673,4310 <sup>5</sup>
40	M40/1	692,4	30,2	0,24	592,910 <sup>5</sup>
	M40/2	840,7	36,2	0,28	693,2610 <sup>5</sup>
	M40/3	923	39,2	0,31	726,5610 <sup>5</sup>
	M40/4	1180,8	49,6	0,39	829,4210 <sup>5</sup>

Tableau 4.2 Caractéristiques déduites des essais de flexion 3 points (Séries de 10, 20 et 40 mm) pour L = 250 mm

Nous avons effectué les mêmes types d'essais sur des structures sandwichs multicouches en nid d'abeille polypropylène pour L = 200 et 300 mm (voir Annexe 1).

D'après la Fig. 4.7, on constate que la rigidité en flexion des structures sandwichs multicouches augmente avec l'augmentation de la distance entre les appuis et l'accroissement des couches.

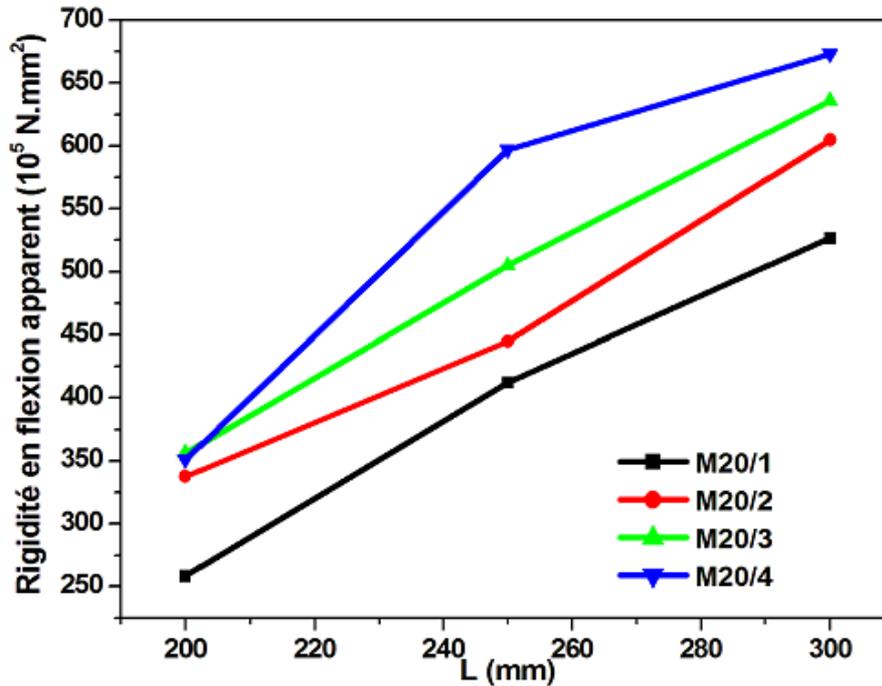


Figure 4.7 La rigidité en flexion en fonction de la distance entre les appuis (série 20)

#### 4.3.2.2 Effet de l'épaisseur d'âme

La Fig. 4.8 reporte les courbes donnant la charge exercée en fonction de la flèche mesurée sur la face inférieure de l'éprouvette sandwich pour trois épaisseurs d'âme (10, 20 et 40 mm) et une distance entre les appuis égale à 300 mm.

Lorsque l'épaisseur de l'âme augmente de 10 à 40 mm, les courbes charge-flèche font apparaître d'abord un comportement linéaire des sandwichs jusqu'à des charges assez élevées. Le comportement devient ensuite non linéaire jusqu'à une charge maximale de 357 N pour 10 mm, 480 N pour 20 mm et 600 N pour 40 mm. Les charges décroissent ensuite progressivement lorsque la flèche augmente, jusqu'au moment où une chute assez rapide de la charge se produit. D'après le tableau 4.2, nous constatons d'une part que la charge et la rigidité en flexion augmentent et que d'autre part les contraintes en flexion et cisaillement diminuent avec l'épaisseur du sandwich.

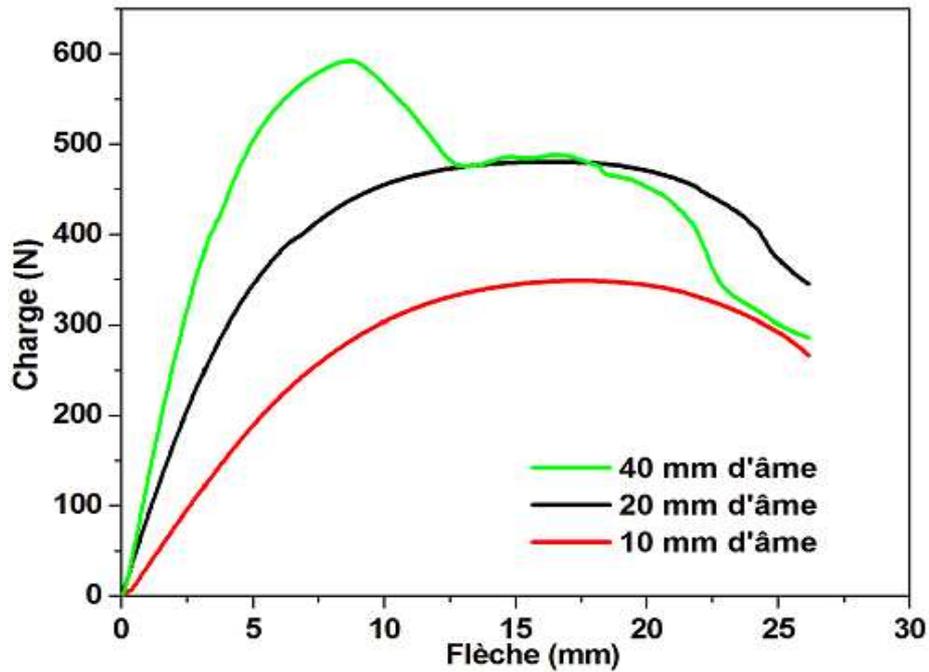


Figure 4.8 Courbes charge - flèche d'un essai de flexion trois points (L=300 mm).

#### 4.3.2.3 Effet de la distance inter-appuis

- Module de cisaillement des âmes multicouches

Pour déterminer les propriétés de cisaillement des âmes multicouches, nous avons effectué une série de mesures en variant la distance  $L$  entre les appuis. Cette technique de mesure nous a permis de déterminer un module de cisaillement apparent de l'âme multicouche.

Les Fig. 4.9, 4.10 et 4.11 donnent les résultats obtenus avec des âmes multicouches de différentes séries 10, 20 et 40 mm. Ces différentes courbes permettent de linéariser l'évolution de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  (à partir de la relation 1.39) pour les différentes structures multicouches (voir Fig. 4.12., 4.13. et 4.14.). Les données expérimentales sont alors ajustées par une loi linéaire décrivant l'évolution de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$ . L'extrapolation à  $L=0$  donne la valeur du facteur  $1/4S$  qui est employé pour calculer le module de cisaillement. Un procédé semblable est alors appliqué aux systèmes doubles, triples et quadruples couches d'âmes (Annexe 1). Les valeurs du module et la rigidité en cisaillement sont présentés dans le tableau 4.3 (calculs utilisant les données expérimentales). D'après la Fig. 4.15 et le tableau 4.3, on constate que l'augmentation de l'épaisseur de l'âme induit une diminution de module de cisaillement et l'augmentation du nombre de couche d'âme favorise une augmentation de module de cisaillement des structures sandwichs multicouches. Une modélisation linéaire du

module de cisaillement en fonction du nombre de couches d'âme a été effectuée. Pour les composites des séries de 10, 20 et 40 mm on obtient des coefficients de corrélation  $R^2 = 1$ ; 0,9934 et 0,99753, qui permettent de conclure que le module de cisaillement varie linéairement avec le nombre de couche d'âme (N).

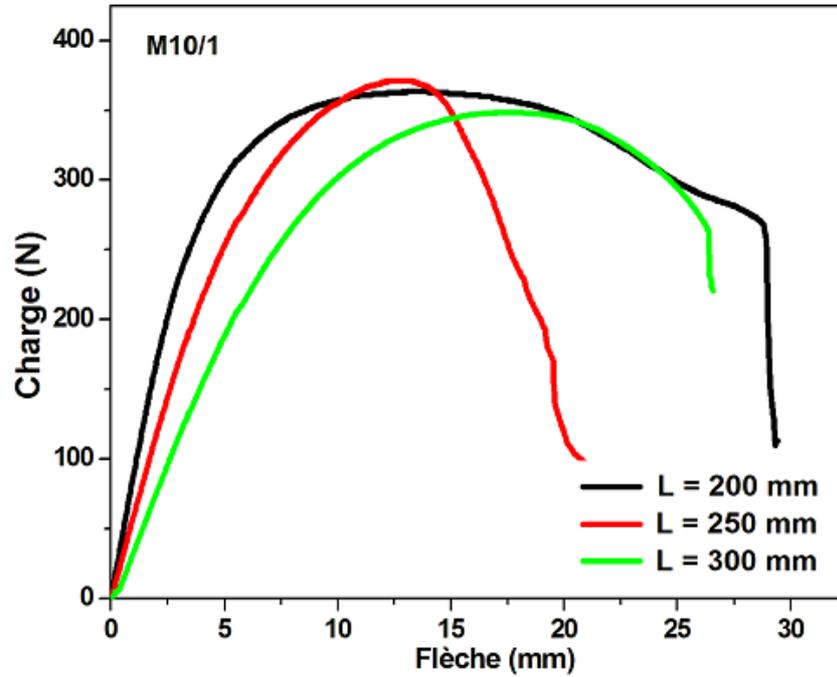


Figure 4.9 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M10/1)

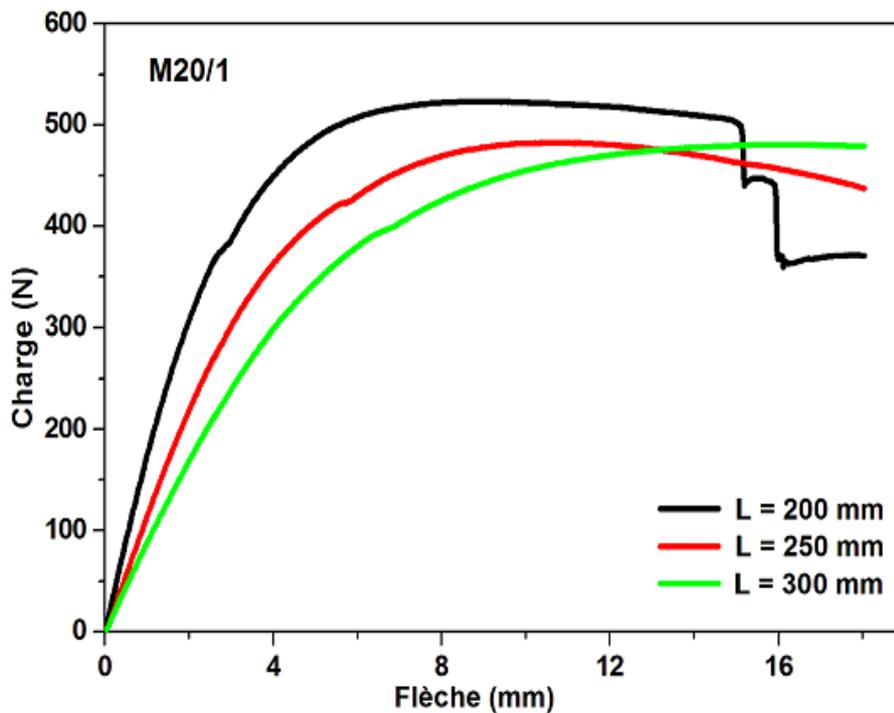


Figure 4.10 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/1)

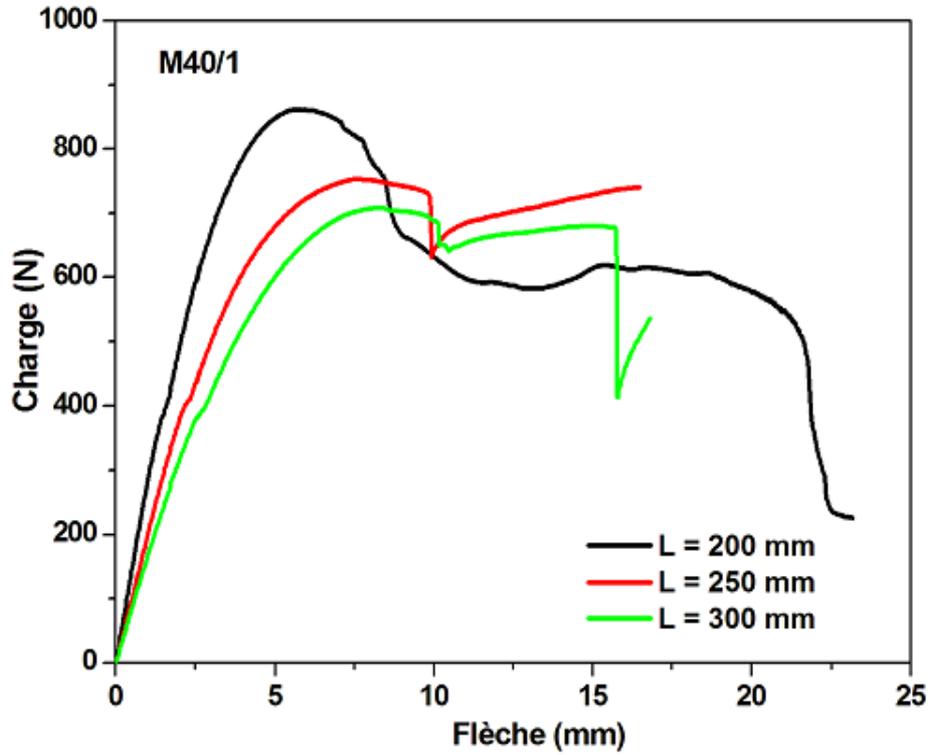


Figure 4.11 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/1)

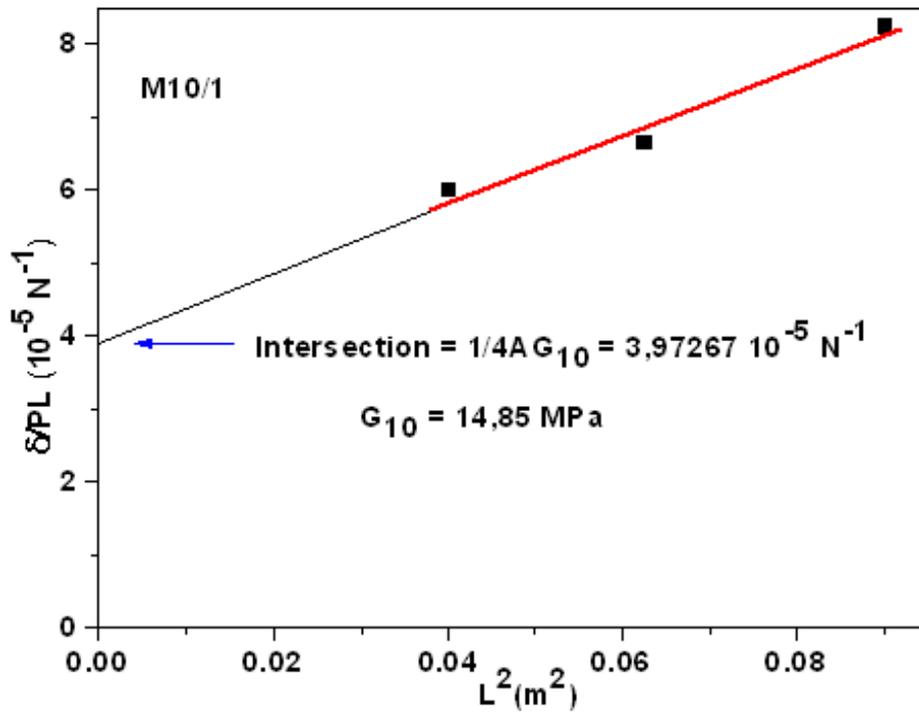


Figure 4.12 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M10/1

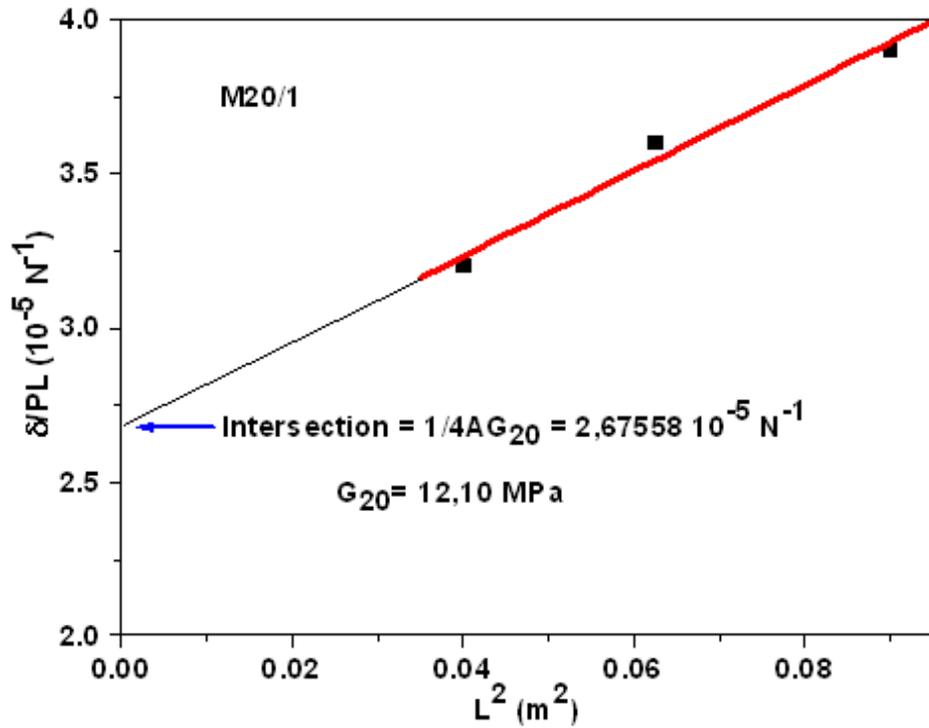


Figure 4.13 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/1

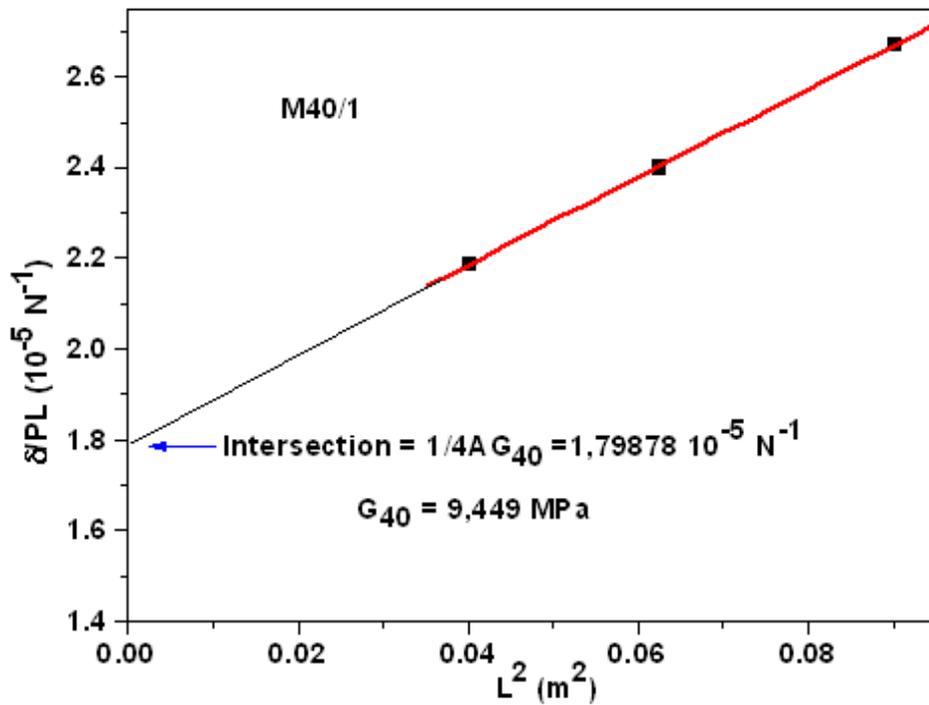


Figure 4.14 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/1

Séries (mm)	Sandwichs multicouches	Module de cisaillement $G_c$ (MPa)	Rigidité en cisaillement S (N)
10	M10/1	14,85	6289
	M10/2	18,45	7845,5
20	M20/1	12.10	9338,2
	M20/2	16.20	12530,6
	M20/3	18.5	14342
	M20/4	21.5	15162,9
40	M40/1	9,44	13885,1
	M40/2	10,29	15153,3
	M40/3	11,31	16675,2
	M40/4	11,98	17683,9

Tableau 4.3 La rigidité et le module de cisaillement apparent des sandwichs multicouches étudiés

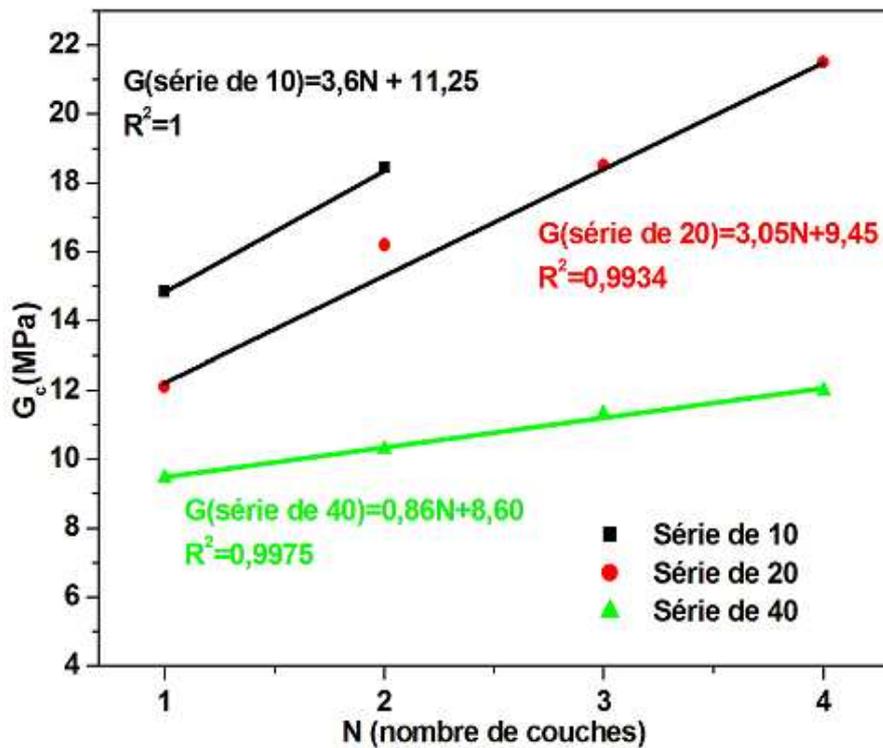
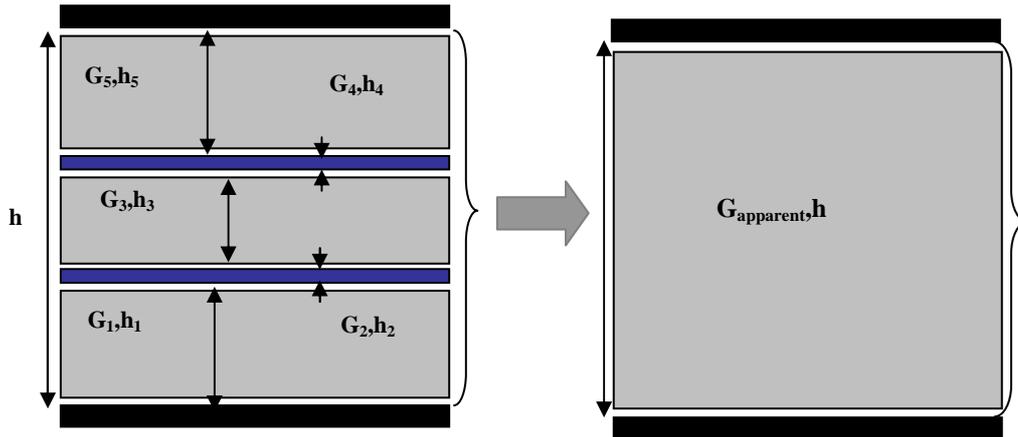


Figure 4.15 Courbe de  $G_c$  en fonction de nombre de couche N (séries de 10, 20 et 40 mm)

### 4.3.2.4 Modèle théorique

Pour vérifier nos valeurs expérimentales du module de cisaillement apparent de l'âme multicouche, nous avons développé un modèle théorique qui reprend les modules de cisaillement des différents matériaux constituant l'âme multicouche.

#### Hypothèse :



$G_1, G_3, G_5, h_1, h_3$  et  $h_5$  sont respectivement les modules de cisaillement et les épaisseurs des couches d'âmes.  $G_2, G_4, h_2$  et  $h_4$  sont respectivement les modules de cisaillement et les épaisseurs des couches intermédiaires.

$G_{\text{apparent}}$  et  $h$  représentent le module de cisaillement et l'épaisseur totale de la structure.

$$G_{\text{apparent}} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^N G_i h_i \quad (4.3)$$

$$G_1 = G_3 = G_5 = G_{\text{Nida PP}} = 8 \text{ MPa}$$

Les plis composites intermédiaires (PCI) sont des plis composites isotropes. Le module de cisaillement du PCI s'exprime sous la formule suivante:

$$G_2 = G_4 = \frac{E'_f}{2(1+\nu)} \quad (4.4)$$

Le module d'Young du PCI,  $E'_f$  est déduit de l'essai de traction.

On mesure  $E'_f = 5500 \text{ MPa}$ , ce qui implique  $G_2 = G_4 = 2115,4 \text{ MPa}$

Le tableau 4.4 représente la comparaison des modules de cisaillement apparent expérimentaux et théorique. Ce tableau contient aussi les modules de cisaillements obtenus par Berthelot [3] pour des structures sandwichs multicouches en nid d'abeille polypropylène. Le module de cisaillement obtenu par Berthelot a diminué d'environ 36% avec l'augmentation de l'épaisseur de l'âme de 20 à 40 mm. Les résultats obtenus par Berthelot sont en accord avec nos résultats expérimentaux. Les modules de cisaillement apparent obtenus par le modèle théorique diminuent avec l'augmentation de l'épaisseur de l'âme et augmentent avec l'augmentation du nombre de couches intermédiaires. Les variations théoriques sont identiques aux variations expérimentales. La Fig. 4.16 illustre la comparaison entre le module de cisaillement expérimental et le modèle théorique.

Séries (mm)	Sandwichs multicouches	Module de cisaillement expérimental (MPa)	Module de cisaillement théorique (MPa)	Module de cisaillement expérimental (Berthelot et al) (MPa)
10	M10/1	14.85	8	
	M10/2	18.45	18.5	
20	M20/1	12.10	8	12.8
	M20/2	16.20	13.3	
	M20/3	18.5	18.5	
	M20/4	21.5	23.7	
40	M40/1	9.44	8	9.4
	M40/2	10.29	10.6	
	M40/3	11.31	13.3	
	M40/4	11.98	15.9	

Tableau 4.4 Module de cisaillement expérimental, théorique et de Berthelot [3]

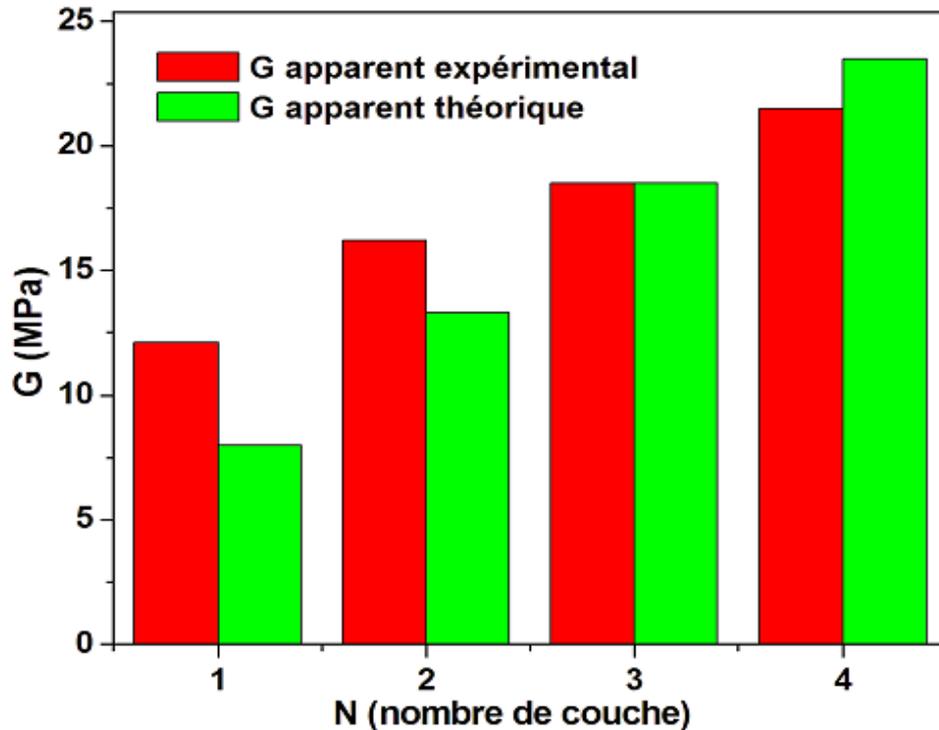


Figure 4.16 Module de cisaillement en fonction de nombre de couche (série de 20)

#### 4.3.2.5 Modes d'endommagements en flexion

L'analyse des observations des éprouvettes rompues montre que la rupture des structures sandwichs multicouches dépend fortement de l'épaisseur de l'âme et de l'accroissement des couches (Fig. 4.17). En effet, la rupture dans le cas des sandwichs simple de 10 mm d'épaisseur se caractérise par une indentation importante des peaux au voisinage de l'appui de la charge. Dans le cas d'épaisseurs élevées (séries 20 et 40 mm) la sollicitation en flexion introduit:

- une indentation sous la barre d'appuis centrale ;
- un flambement des cellules d'âmes ;
- décollement local entre peau et matériau d'âme.

Par contre, la rupture des sandwichs multicouches se caractérise par:

- une légère indentation des peaux au voisinage de l'appui central pour le cas de flexion 3 points ;
- un flambement des cellules du nid d'abeilles ;
- un décollement au niveau des couches externes et aux couches intermédiaires.

Sur les structures multicouches, l'endommagement se fait par la rupture des couches sous le point d'appui central. Ces endommagements successifs apparaissent sous forme de fluctuations sur les courbes. Un exemple des courbes est représenté sur la Fig. 4.18.

Avec:

- 1- déformée standard
- 2- endommagement par poinçonnement
- 3- endommagement par flambement des cellules de matériau d'âme
- 4- endommagement par décollement des différentes couches

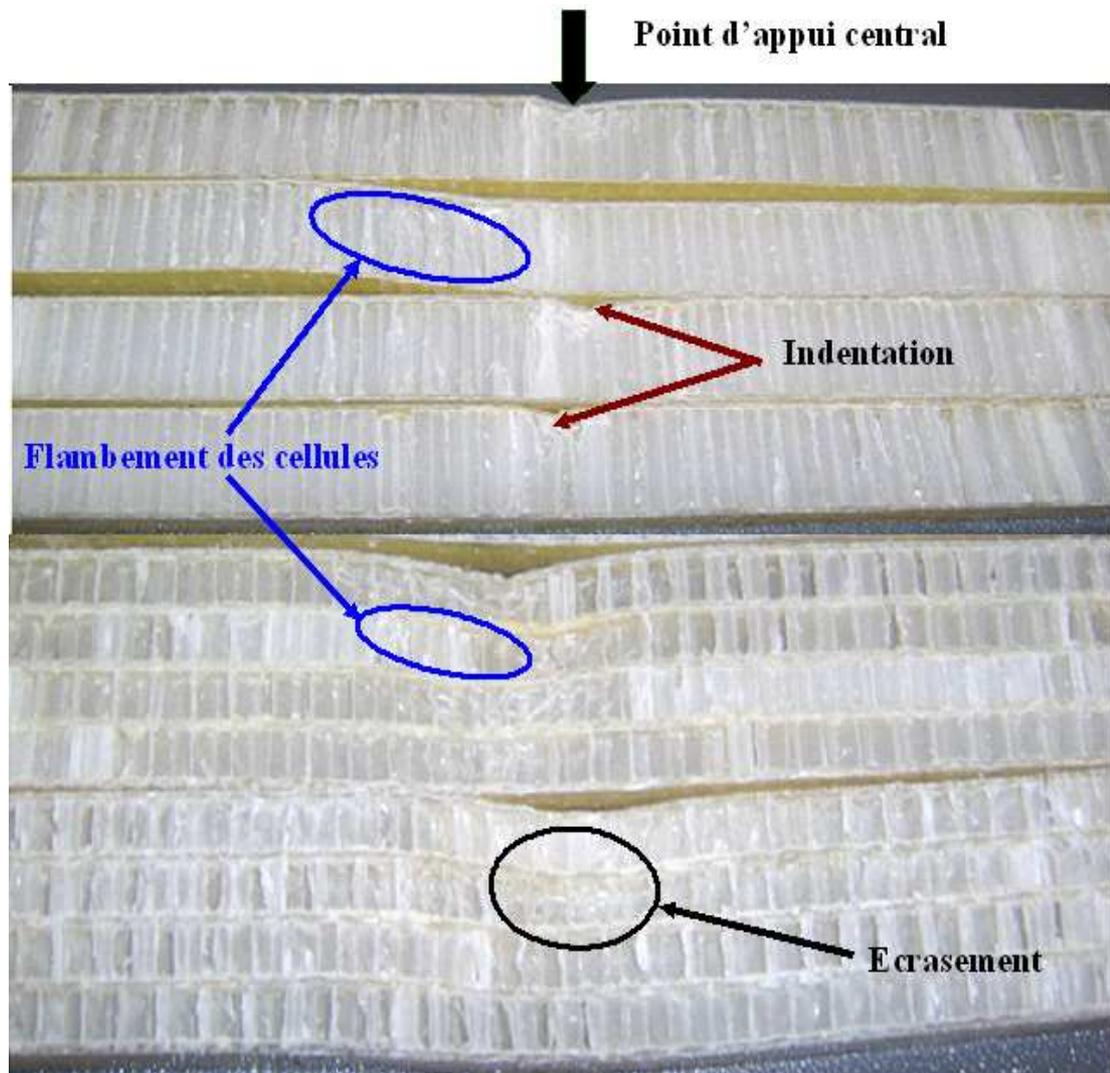


Figure 4.17 Modes de rupture de sandwichs multicouches série de 40

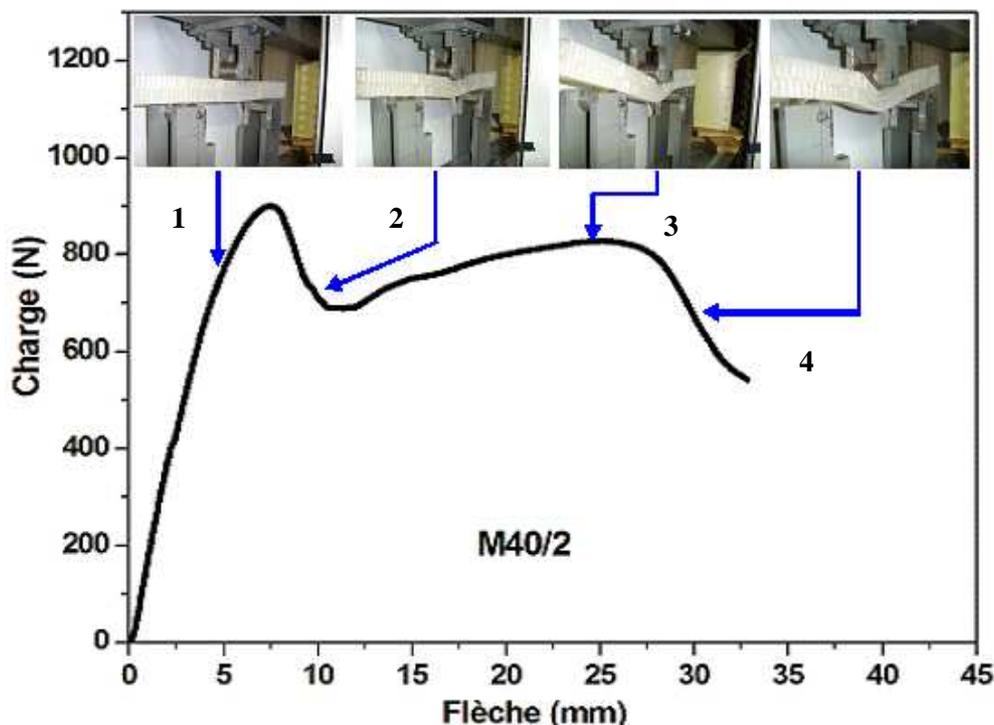


Figure 4.18 Courbe charge – flèche d'un essai de flexion trois points pour M40/2

### 4.3.3 L'essai de flexion 4 points

Nous discuterons, dans ce paragraphe, des résultats obtenus lors des essais en flexion 4 points pour des structures sandwich multicouches des différentes séries 10, 20 et 40 mm. Notre attention se portera sur l'effet de la couche intermédiaire et de l'épaisseur d'âme.

#### 4.3.3.1 Effet de la couche intermédiaire

Les Fig. 4.19, 4.20 et 4.21 montrent l'évolution de la flèche en fonction de la charge appliquée pour les séries 10, 20 et 40 des structures sandwich multicouches en nid d'abeille polypropylène. Concernant les Fig. 4.19, 4.20 on note des comportements déjà reportés lors l'essai de flexion 3 points. Par contre, sur la figure 4.21, nous observons que les courbes des structures sandwichs « simple, double » et « triple, quadruple » sont presque confondues.

Une analyse de la Fig. 4.22 nous a permis de constater que l'accroissement des couches d'âme favorise une augmentation de la charge maximale des structures sandwich multicouches. Une modélisation linéaire de la charge maximale en fonction du nombre de couche d'âme a été effectuée. Pour les composites des séries 10, 20 et 40 on obtient les coefficients de corrélation

égaux à  $R^2 = 1; 0,9947$  et  $0,965$ . On peut conclure que la charge maximale varie linéairement avec le nombre de couche d'âme (N).

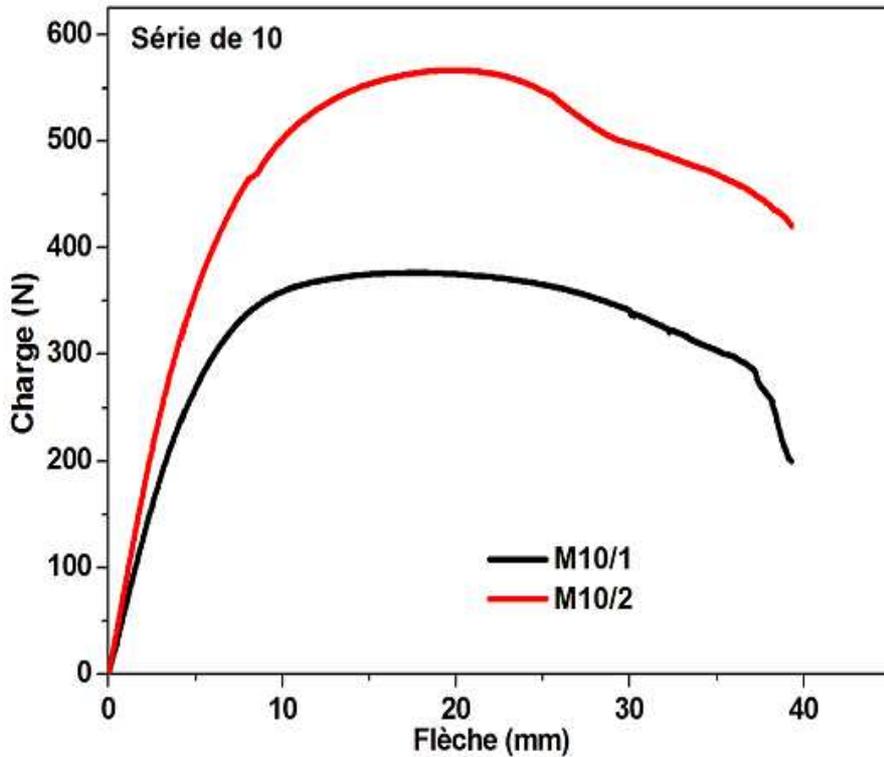


Figure 4.19 Courbe charge / flèche pour M10/1 et M10/2 (essai de flexion 4 points)

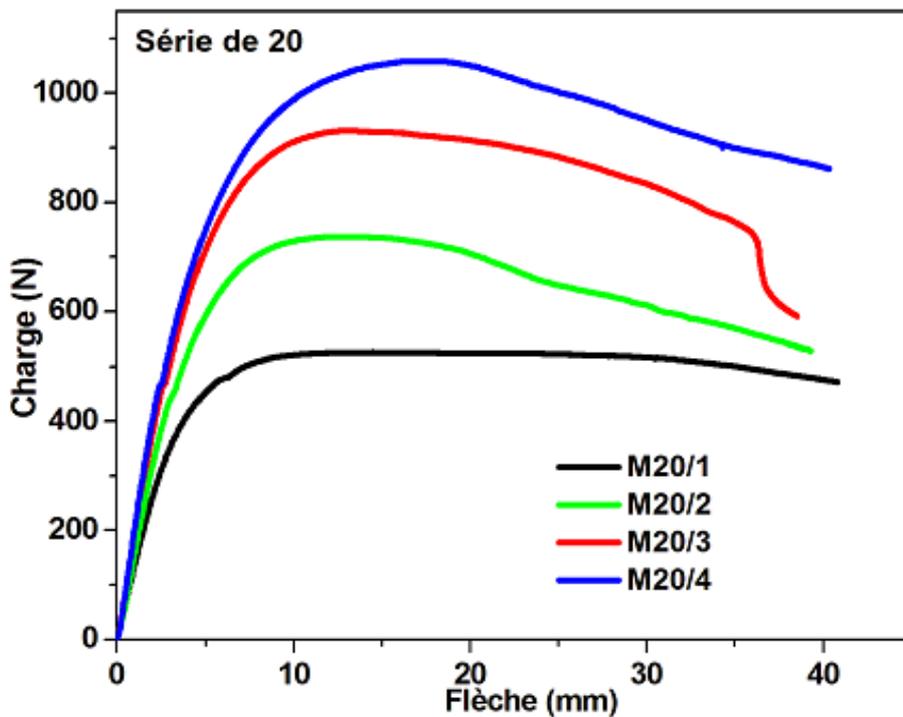


Figure 4.20 Courbe charge / flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (essai de flexion 4 points)

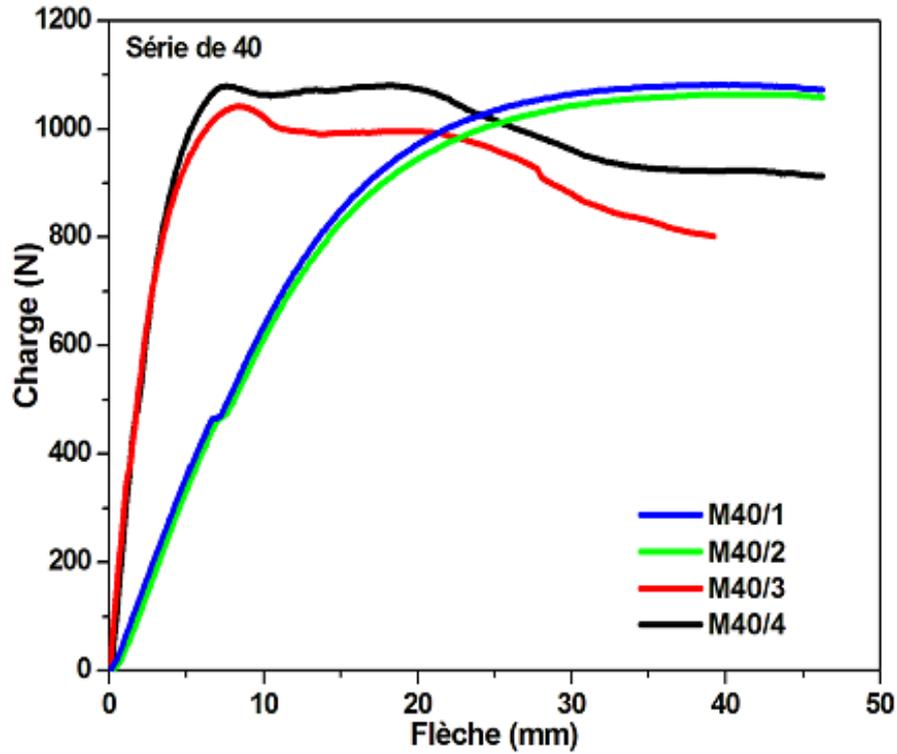


Figure 4.21 Courbe charge / flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (essai de flexion 4 points)

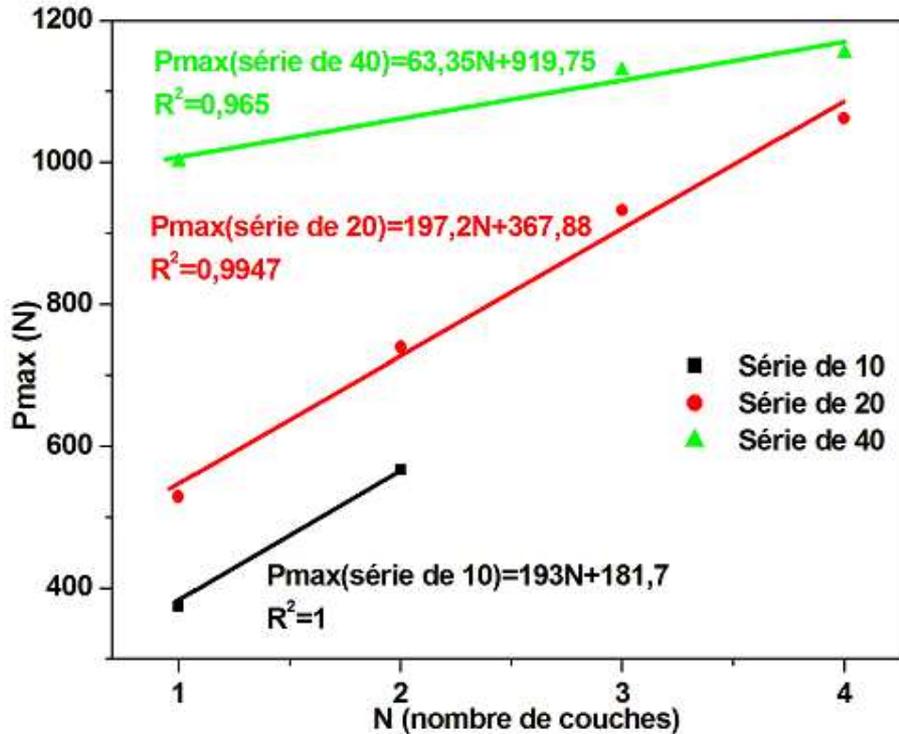


Figure 4.22 Charge maximale en fonction de nombre de couches

### 4.3.3.2 Effet de l'épaisseur de l'âme

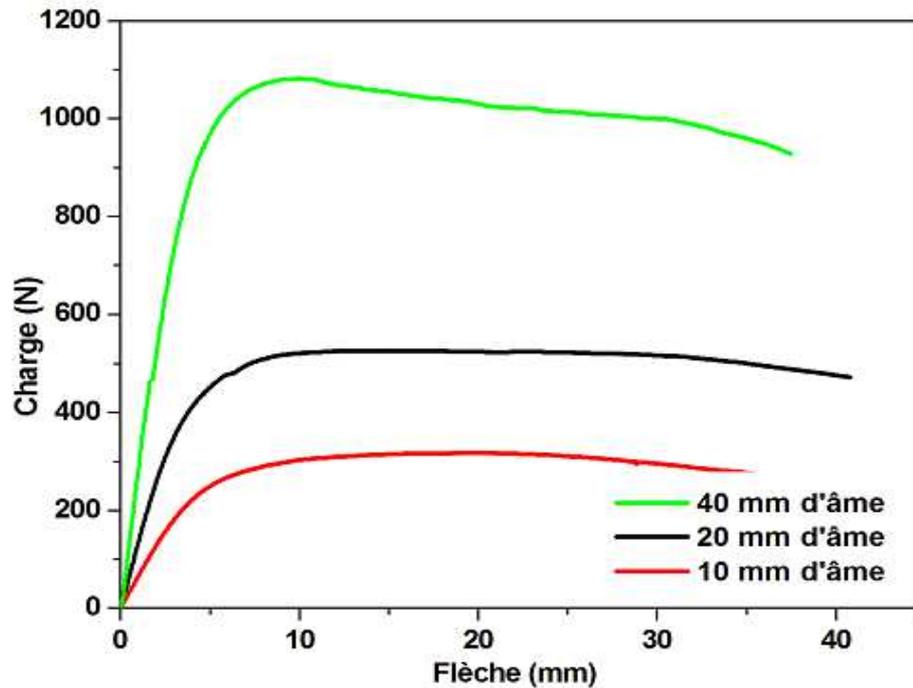


Figure 4.23 L'effet de l'épaisseur de l'âme des structures sandwichs multicouches sur le comportement charge/flèche

La Fig. 4.23 montre l'évolution de la charge appliquée en fonction de la flèche pour les structures sandwichs multicouches en nid d'abeille polypropylène pour les épaisseurs de 10, 20 et 40 mm sollicitées en flexion 4 points. On constate que la grandeur de la charge maximale et la rigidité en flexion ont augmenté avec l'épaisseur de l'âme comme pour la flexion 3 points.

### 4.3.3.3 Détermination des propriétés mécaniques

Les formules et les relations utilisées pour le calcul des caractéristiques mécaniques des matériaux sandwichs ont été préalablement introduites dans le chapitre 1.

Le tableau 4.5 récapitule les différentes valeurs moyennes des caractéristiques mécaniques des matériaux sandwichs multicouches en flexion quatre points.

Sandwichs multicouches	$(P/\delta)_{\text{moy}}$ [N/mm]	Contrainte en flexion ( $\sigma_f$ ) [MPa]	Contrainte en cisaillement ( $\tau_c$ ) [MPa]	Rigidité en flexion apparente (D) [N.mm <sup>2</sup> ]
M10/1	62	87,1	1	225,95 10 <sup>5</sup>
M10/2	85	132,7	1,5	309,95 10 <sup>5</sup>
M20/1	130	64	0,7	473,85 10 <sup>5</sup>
M20/2	136	90,3	1	495,70 10 <sup>5</sup>
M20/3	200	113,6	1,3	729,00 10 <sup>5</sup>
M20/4	205	129,2	1,4	747,00 10 <sup>5</sup>
M40/1	182	60,3	0,7	663,50 10 <sup>5</sup>
M40/2	220	66,8	0,7	804,00 10 <sup>5</sup>
M40/3	259	70,5	0,8	944,00 10 <sup>5</sup>
M40/4	280	72,2	0,8	1020,50 10 <sup>5</sup>

Tableau 4.5 Caractéristiques déduites des essais de flexion quatre points (séries de 10, 20 et 40 mm)

## 4.4 Conclusions

L'analyse des résultats expérimentaux en flexion 3 et 4 points nous a permis de caractériser le comportement sous chargement statique de sandwichs multicouches à base de nid d'abeilles polypropylène, en fonction de l'épaisseur et du nombre de couches d'âmes.

Nous pouvons ainsi retenir les conclusions suivantes:

- la rigidité en flexion du sandwich croît avec l'augmentation de l'épaisseur et l'accroissement du nombre de couche d'âme.
- La charge à la rupture augmente avec l'épaisseur et l'accroissement des couches d'âme. Elle est plus élevée dans le cas du sandwich quadruple couche de la série 40.
- Quand le nombre de couches passe de simple à quadruple, le module de cisaillement apparent augmente d'environ 77% dans le cas des séries de 20 mm, et d'environ 26% dans le cas des séries de 40 mm.

Les résultats des essais en flexion ont mis en évidence l'influence positive de l'accroissement du nombre de couches du matériau d'âme sur les propriétés mécaniques finales de la structure composite (Fig. 4.24.). En effet, pour une déformation donnée, l'augmentation du nombre de couches au niveau du matériau d'âme permet d'accroître la charge appliquée. L'analyse des résultats d'essais de flexion en fonction de longueur de portée a permis de déterminer le module de cisaillement apparent du matériau d'âme multicouche. Cette technique d'assemblage semble très intéressante pour de nombreuses applications industrielles. Elle permet dans certain cas une réduction de l'épaisseur finale des structures d'un facteur 2 tout en conservant les performances mécaniques (Fig. 4.25.).

Les observations des éprouvettes rompues montrent que la rupture des structures sandwichs dépend fortement de l'épaisseur et du nombre de couches en nid d'abeille polypropylène. En effet, la rupture des sandwichs se caractérise par:

- Un flambement des cellules d'âme en nids d'abeilles du sandwich ;
- Une indentation des peaux au voisinage de l'appui de la charge ;
- Un écrasement des cellules des nids d'abeilles au niveau de l'application de la charge ;
- Un décollement peau/âme au niveau des couches externes et intermédiaires.

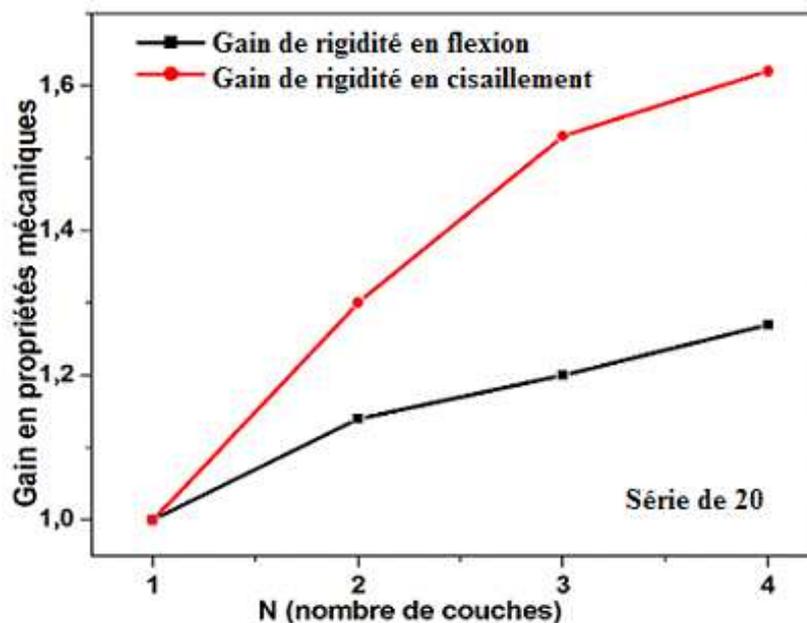


Figure 4.24 Gain en propriétés mécaniques en fonction de nombre de couche (N)

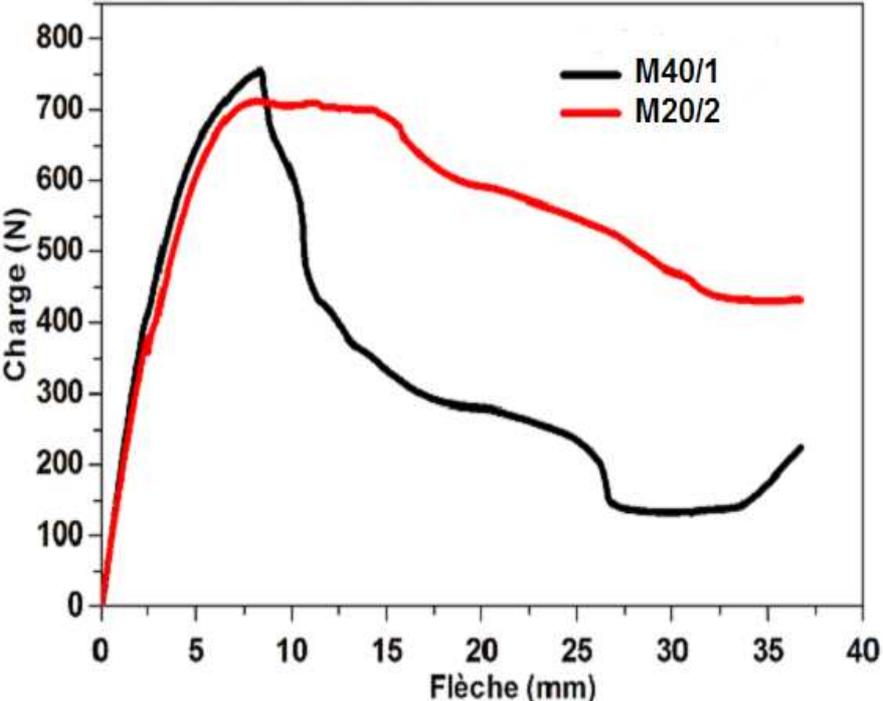


Figure 4.25 Comparaison en flexion des structures sandwichs M40/1 et M20/2

## **CHAPITRE 5**

# **HOMOGENEISATION ET SIMULATION NUMÉRIQUE DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLÈNE**

## 5.1 Introduction

Les matériaux sandwichs à structures en nid d'abeille sont un bon compromis entre résistance et légèreté. De ce fait, les domaines d'application très variés font qu'il est intéressant de connaître leurs propriétés mécaniques pour prédire et calculer leur comportement dans des environnements spécifiques. Ces matériaux sandwichs sont composés de plusieurs parties interagissant entre elles. Il sera donc possible d'associer judicieusement les propriétés des peaux ou semelles et celles des matériaux de cœur ou âme. L'assemblage de ces deux parties se réalise par collage, soudage ou brasage en mettant en jeu un autre composé de comportement différent. Le but de ce chapitre est la modélisation en flexion de structures sandwichs avec pour objectif la confirmation de nos résultats expérimentaux. Dans le cadre des structures multicouches et vu qu'il n'existe aucune référence bibliographique à ce jour, nous avons essayé de développer un modèle théorique basé sur une méthode analytique d'homogénéisation.

## 5.2 La méthode d'homogénéisation

La méthode d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer une large gamme de propriétés physiques qui peuvent être mécaniques, électriques, acoustiques, thermiques et autres [34][35]. Pour que l'homogénéisation soit possible, il faut pouvoir définir un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) du matériau. Le résultat de l'homogénéisation, sur ce volume, sera le comportement du matériau homogène équivalent.

Le V.E.R. doit répondre à plusieurs conditions:

- être suffisamment grand par rapport à la taille des hétérogénéités pour être représentatif du matériau et être statistiquement équivalent d'une zone à l'autre ;
- être suffisamment petit par rapport aux dimensions de la structure considérée pour qu'il puisse être considéré comme étant sollicité par une contrainte uniforme ou soumis à une déformation uniforme.

## 5.3 Homogénéisation du nid d'abeille

Dans le cas d'une structure en nid d'abeille, le VER peut être choisi comme étant la cellule unitaire et le reste de la structure est modélisé à travers l'adoption de conditions aux limites appropriées. Le chargement sur la cellule doit être considéré de manière à ce que tous les modes de

déformation soient pris en compte. Des restrictions sur le chargement doivent être appliquées de manière à ce que les deux faces opposées de la cellule se déforment de la même manière. Le vecteur traction agissant sur les faces opposées du VER doit être le même en module et direction mais de sens opposé. La première restriction est une condition aux limites périodique garantissant la continuité d'une cellule par rapport à une cellule voisine. La deuxième condition assure le respect de l'équilibre entre les cellules. Il est clair que la géométrie du VER est complexe pour permettre une solution analytique du problème posé par les équations de l'élasticité et des conditions aux limites. Toutefois, une procédure numérique peut être développée pour résoudre ce problème. La méthode des éléments finis est généralement la plus adaptée à ce contexte. En plus, les données utilisées dans la méthode des éléments finis peuvent être exploitées dans le schéma de calcul des propriétés moyennes du matériau homogène équivalent.

Il existe une multitude de méthodes de calcul des valeurs moyennes des caractéristiques homogènes du matériau. Par exemple, les propriétés du matériau homogène peuvent être déterminées de façon à ce que l'énergie de déformation emmagasinée soit la même que celle emmagasinée dans le matériau non homogène. Une autre technique serait de calculer la valeur moyenne du champ de contraintes dans la cellule de base et de déterminer les propriétés du matériau homogène permettant de recréer ce même champ de contraintes dans le matériau homogène équivalent. Si les dimensions de la cellule sont effectivement petites devant les dimensions globales de la partie considérée, les résultats des divers schémas de calcul sont souvent les mêmes.

L'homogénéisation des nids d'abeille a déjà fait l'objet de nombreux travaux [36][37][38][39][40][41][42][43][44]. D'une manière générale, on remplace le nid d'abeille de géométrie compliquée par un matériau homogène de propriétés mécaniques similaires. Le nid d'abeille est assimilable à un matériau orthotrope. Son homogénéisation passe tout d'abord par la détermination des constantes élastiques que sont les modules d'élasticité, les coefficients de Poisson et les modules de cisaillement. La connaissance du comportement mécanique des âmes, en particulier en cisaillement, est évidemment indispensable lors de la phase de conception des structures sandwichs. L'estimation de ce comportement consiste à s'appuyer sur la structure répétitive des nids d'abeilles pour réaliser les calculs d'homogénéisation. On peut alors prédire de nombreux coefficients élastiques [45] [46]. Toutefois, dans le cas général, les modules de cisaillement peuvent seulement être bornés avec ce type d'approche [47].

### 5.3.1 Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille

Le nid d'abeille étant assimilable à un matériau orthotrope, sa matrice de rigidité ou de souplesse est caractérisée par neuf termes indépendants. Dans le cas orthotrope, la loi de comportement est décrite par [48] :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Dans cette matrice:

- $E_1, E_2, E_3$  sont les modules d'élasticité longitudinaux ;
- $G_{23}, G_{13}, G_{12}$  sont les modules de cisaillement ;
- $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{32}, \nu_{13}, \nu_{31}$  sont les coefficients de Poisson.

La symétrie de la loi de comportement permet d'écrire:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}, \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (5.3)$$

La détermination de ces caractéristiques mécaniques peut être effectuée grâce à deux méthodes différentes:

- la modélisation analytique ;

- la modélisation numérique.

En comparant les résultats obtenus à partir de ces deux méthodes, on peut approximer les constantes de l'ingénieur du nid d'abeille.

### 5.3.2 Géométrie et notations

Nous détaillerons maintenant les notations et précisons les caractéristiques géométriques nécessaires aux modélisations.

- Les modules d'élasticité :  $E_X$  où  $X$  est la direction de traction
- Les coefficients de Poisson:  $\nu_{XY}$  où  $X$  est la direction de traction et  $Y$  la direction de contraction.
- Les modules de cisaillement :  $G_{XY}$  module de cisaillement dans le plan  $(X, Y)$

Les modules sont calculés dans le repère  $(X, Y, Z)$  [45], (Fig. 5.1.).

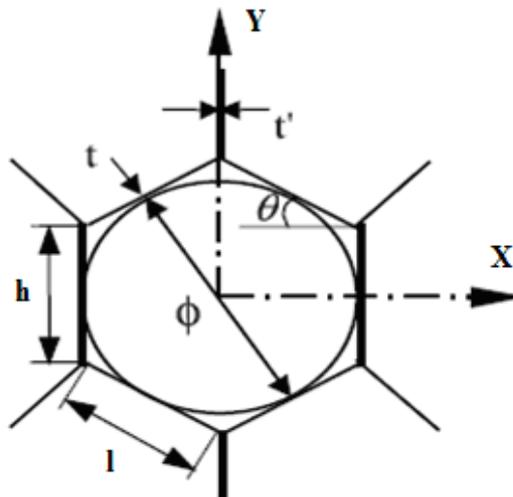


Figure 5.1 Géométrie d'un nid d'abeille [44]

Un nid d'abeille est décrit par un angle de cellule et quatre paramètres définis à partir des données du tableau 5.1

Parameters	Definition
$\theta$	Angle de la cellule
$\Phi$	Diamètre de la cellule
$h$	Longueur de la paroi centrale
$l$	Longueur de la paroi inclinée
$t'$	Épaisseur de la paroi centrale
$t$	Épaisseur de la paroi inclinée
$h_c$	Hauteur du nid d'abeilles

Tableau 5.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille

### 5.3.3 Approches existantes dans la littérature

Le comportement mécanique du nid d'abeille repose principalement sur trois modules élastiques: le module d'élasticité  $E_3$  (dans la direction perpendiculaire au plan) et les deux modules transverses de cisaillement  $G_{13}$  et  $G_{23}$  (hors plan). Les autres modules de cisaillement sont généralement faibles. Les coefficients de Poisson du nid d'abeille ne sont pas connus [49]. Des hypothèses physiquement raisonnables ont été faites pour prévoir le comportement élastique du nid d'abeille. Rappelons quelques résultats de la littérature :

- ❖ Une première hypothèse, proposée par Bitzer [50] et Cugnoni [51], est de considérer les deux modules d'élasticité dans le plan  $E_1$ -  $E_2$  égaux à un pour cent du module  $E_3$ , le module de cisaillement  $G_{12}$  égal à 1/100 de la moyenne de  $G_{13}$  et  $G_{23}$ , et tous les coefficients de Poisson égaux à 0.1.
- ❖ Une deuxième hypothèse proposée par Chamis et al [36] est de réaliser un modèle en éléments finis tridimensionnel de la structure nids d'abeille dans l'objectif de déterminer les propriétés équivalentes de l'âme pour des chargements spécifiques.
- ❖ Dans une troisième hypothèse, Grédiac [47] adopte la même analyse que celle de Chamis et al [36]. Le modèle est appliqué sur une seule cellule de base et il en déduit les modules transverses de cisaillement équivalents.
- ❖ Quatrième hypothèse de Gibson [46]. Elle s'appuie sur la théorie de l'élasticité pour les différents modules et coefficients du nid d'abeille en fonction des paramètres géométriques et mécaniques.

Dans ce chapitre, nous explorons les solutions suivantes

- une solution basée sur l'homogénéisation des structures périodiques sur la base des travaux de Gibson [46].
- Une solution par éléments finis basée sur un code de calcul ANSYS 10 et les travaux de Chamis et al [36].

### 5.3.4 Modélisations analytiques

#### 5.3.4.1 Modèle de Gibson et Ashby [45]

Le modèle de Gibson s'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et coefficients du nid d'abeille en fonction des paramètres géométriques [45] [46]. Les propriétés sont définies dans le plan (X, Y) et hors plan (Fig. 5.2.).

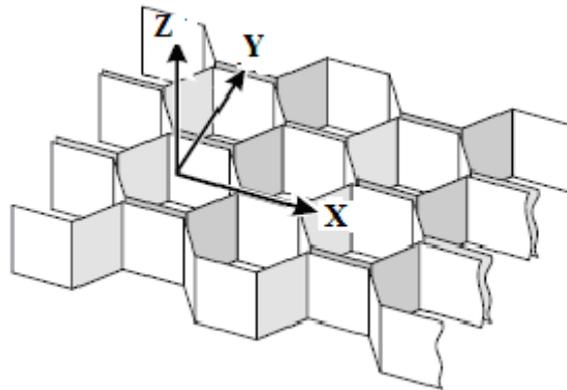


Figure 5.2 Vue en perspective d'une structure en nid d'abeille régulière [52].

#### a) PROPRIETES DANS LE PLAN (X, Y)

L'hypothèse introduite par Gibson est que les déplacements sont uniquement dus à la flexion élastique des parois des cellules. Les effets de compression et de traction sont négligeables. Les caractéristiques qui entrent en jeu dans le plan sont:

- les modules  $E_1$  et  $E_2$ ,
- le module de cisaillement  $G_{12}$ ,
- les coefficients de Poisson  $\nu_{12}$  et  $\nu_{21}$ .

#### a1) Modules $E_1$ et $E_2$

Les modules d'élasticité  $E_1$  et  $E_2$  sont calculés en exerçant respectivement une pression suivant X et sur Y. On induit ainsi un effort  $P$  suivant les axes X et Y et donc des moments de flexion  $M$  [55] [56] [57]. On considère le clinquant comme une poutre de longueur  $l$ , d'épaisseur  $t$ , de profondeur  $h$  et de module d'Young  $E_s$  [45] [46]. L'étude de la poutre (Fig. 5.3.) permet d'obtenir l'équation du moment de flexion:

$$M = \frac{Pl \sin \theta}{2} \quad (5.4)$$

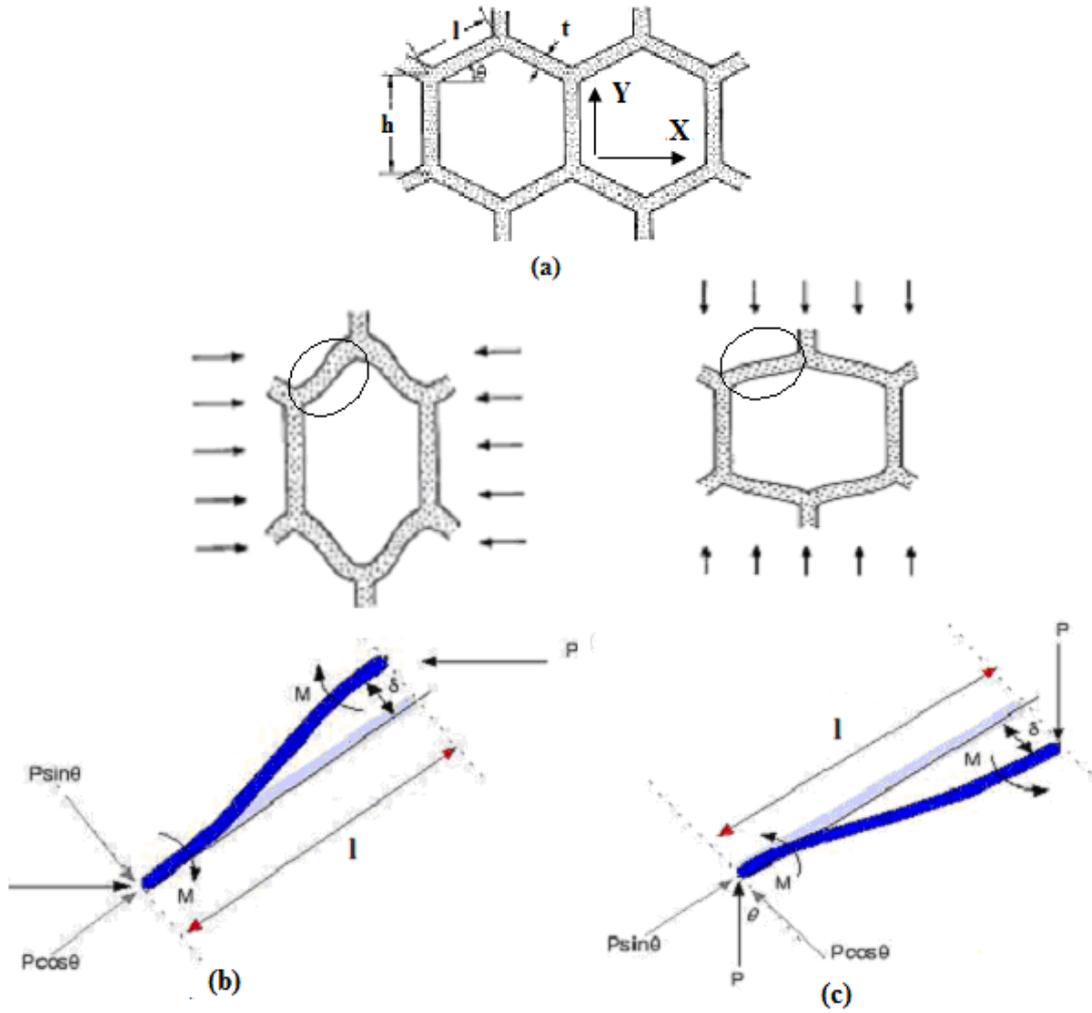


Figure 5.3 Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X (b) et Y (c) [53][54]

Dans l'équation 5.4

$$P = \sigma_1(h+l \sin \theta)b \tag{5.5}$$

Le module d'Young  $E_1$  est défini en utilisant les relations suivantes:

$$E_1 = \frac{\sigma_{11}}{\epsilon_{11}} \tag{5.6}$$

Avec:

$$\epsilon_{11} = \frac{\Delta l_{x1}}{l_{x1}} = \frac{\delta \sin \theta}{l \cos \theta}, \quad \delta = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I} \tag{5.7}$$

La déformation  $\epsilon_{11}$  s'écrit :

$$\epsilon_{11} = \frac{Pl^2}{12E_s I} \times \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \tag{5.8}$$

Où

$$I = \frac{bt^3}{12} \quad (5.9)$$

Le module d'Young  $E_1$  s'écrit alors:

$$E_1 = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin^2 \theta} \quad (5.10)$$

Et de manière similaire que précédemment on obtient le module d'Young  $E_2$ :

$$E_2 = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{(h/l + \sin \theta)}{\cos^3 \theta} \quad (5.11)$$

Les coefficients de Poisson sont calculés selon la séquence suivante:

$$\nu_{21} = -\frac{\mathcal{E}_{11}}{\mathcal{E}_{22}} \quad (5.12)$$

$$\nu_{21} = \frac{(h/l + \sin \theta) \sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (5.13)$$

$$\nu_{12} = -\frac{\mathcal{E}_{22}}{\mathcal{E}_{11}} \quad (5.14)$$

$$\nu_{12} = \frac{\cos^2 \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin \theta} \quad (5.15)$$

## a2) Module de cisaillement dans le plan $G_{12}$

Le module de cisaillement dans le plan est calculé à partir du schéma de la Fig. 5.4. Les points A, B, C n'ont aucun mouvement relatif quand on exerce un état de cisaillement sur le nid d'abeille. Vu la symétrie, la déviation  $u_s$  est uniquement due à la flexion et à la rotation de la paroi (rotation d'angle  $\varphi$ ) autour de B [45]. La déviation  $U$  est de la forme:

$$U = \frac{1}{2} \varphi h + \frac{F (h/2)^3}{3E_s I} \quad (5.16)$$

La somme des moments au point B est nulle, on en déduit le moment au niveau d'AB et BC.

$$M = \frac{Fh}{4} \quad (5.17)$$

Ensuite on peut en déduire l'angle  $\varphi$ :  $\varphi \approx \tan \varphi = \frac{\delta}{l}$ , avec  $\delta = \frac{Ml^2}{6E_s I}$

On introduisant l'expression de l'angle  $\varphi$  dans l'expression de U, on obtient:

$$U = \frac{Fh^2}{48E_s I} (1+2h) \quad (5.18)$$

La relation de comportement en cisaillement s'écrit:

$$G_{12} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (5.19)$$

avec: 
$$\tau = \frac{F}{2lb \cos \theta} \quad (5.20)$$

et : 
$$\gamma = \frac{2U}{h+l \sin \theta} \quad (5.21)$$

Ceci nous donne pour  $G_{12}$ :

$$G_{12} = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{(h/l + \sin \theta)}{(h/l)^2 (1 + 2h/l) \cos \theta} \quad (5.22)$$

Les propriétés dans le plan jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des plaques sandwichs en nids d'abeilles.

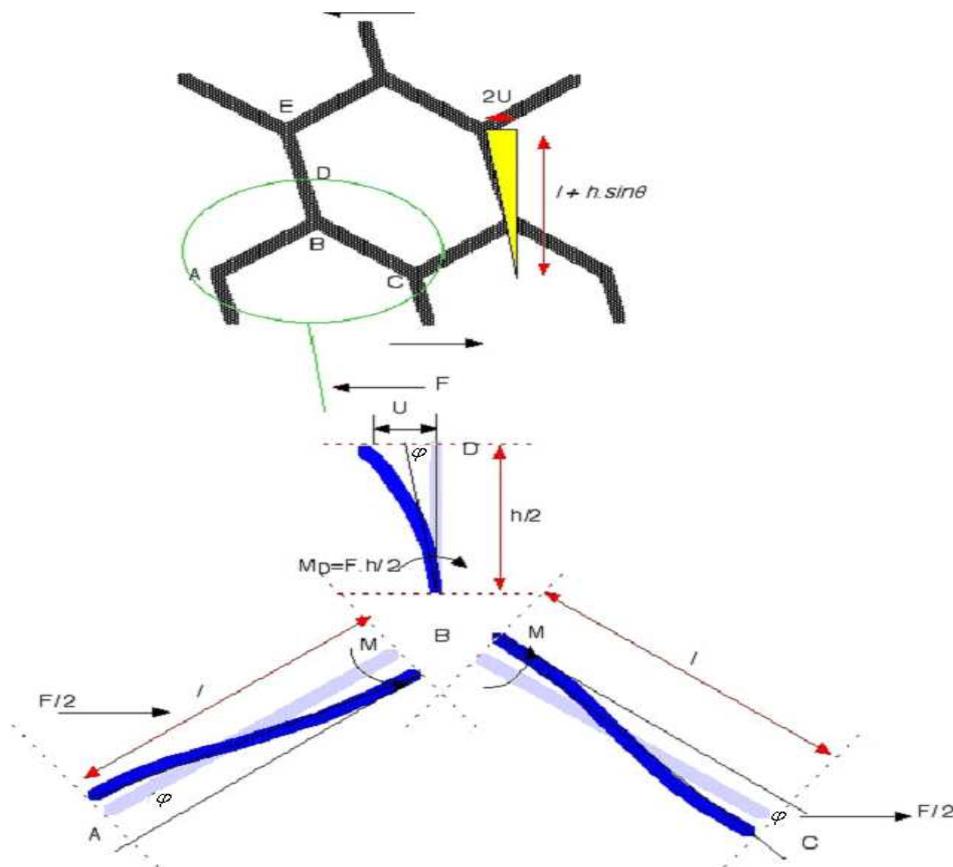


Figure 5.4 Déformation en flexion et rotation des parois [58]

## b) PROPRIETES HORS DU PLAN

Les propriétés concernées sont les suivantes:  $E_3$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont nécessaires pour décrire les déformations hors plan.

### b1) Module d'élasticité $E_3$

Le module  $E_3$  est calculé en multipliant le module  $E_s$  du clinquant par le rapport «section de la cellule sur la surface totale de l'hexagone» [45].

$$E_3 = E_s \frac{\text{section de la cellule}}{2 \text{ surface de l'hexagone}} \quad (5.23)$$

$$E_3 = E_s \left( \frac{t}{l} \right) \frac{(h/l + 2)}{2(h/l + \sin \theta) \cos \theta} \quad (5.24)$$

Les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont supposés égaux au coefficient  $\nu_s$  du matériau constituant le nida.

$$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_s \quad (5.25)$$

La relation de réciprocité permet d'obtenir les 2 autres coefficients de Poisson:

$$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \quad (5.26)$$

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32} \quad (5.27)$$

### b2) Modules de cisaillement transverses

Le comportement du nid d'abeille en cisaillement transverse dépend des deux modules  $G_{13}$  et  $G_{23}$ . La structure répétitive des nids d'abeilles a été exploitée par Kelsey et al [59] pour estimer ces modules en fonction de la géométrie de l'alvéole. Il faut noter que lorsque les faces inférieure et supérieure du nid d'abeille sont soumises à un déplacement relatif suivant une direction quelconque perpendiculaire à Z, le champ de cisaillement est généralement hétérogène au sein de la paroi [47]. Ceci s'explique par le fait que les parties inférieure et supérieure de chaque paroi ont tendance à tourner et ce mouvement est contrarié par la présence des peaux.

En utilisant les théorèmes de l'énergie, Kelsey et al [59] ont proposé des bornes pour le module de cisaillement transverse. La direction Y constitue un cas particulier important pour lequel le cisaillement est nul dans les parois centrales et constant dans les parois inclinées. Dans ce cas, les

bornes sont identiques et égales à la valeur du module dans le plan (Y, Z). En revanche, les bornes sont bien distinctes dans le plan (X, Z). Les méthodes énergétiques permettent de trouver des bornes supérieure et inférieure [45].

La borne supérieure se calcule en utilisant le théorème du travail maximal. Ce théorème indique que l'énergie de déformation, calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel compatible avec les conditions limites, est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel. Pour le cisaillement suivant l'axe X, on trouve en appliquant ce théorème:

***Théorème de la borne supérieure :***

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} V \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 V_i \quad (5.28)$$

avec  $j = 1, 2$  et  $i$  : nombre de parois.  $G_j$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.  $V$  est le volume de l'hexagone

Dans le cas de nid d'abeille, on peut écrire:

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} S h \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 S_i h \quad (5.29)$$

$S$  : projection dans le plan (X,Y) de l'hexagone,

$S_i$  : projection dans le plan (X,Y) de la paroi  $i$ .

Pour déterminer la borne inférieure, l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de contraintes statiquement admissible (continu et vérifiant les conditions de bords) est inférieure à l'énergie de déformation obtenue pour un champ de contraintes réelles. Si le cisaillement a lieu le long de l'axe X, le théorème donne le résultat suivant:

***Théorème de la borne inférieure :***

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} V \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} V_i \right] \quad j = 1,2 \quad (5.30)$$

Dans le cas du nid d'abeille, on a:

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} S h \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} S_i h \right] \quad j = 1,2 \quad (5.31)$$

Après simplification, les formules analytiques des différents modules de cisaillement transverses sont données par les équations (5.32) et (5.33) :

$$\mathbf{G}_{23} = \mathbf{G}_s \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta)} (t/l) \quad (5.32)$$

$$\mathbf{G}_s (t/l) \frac{(h/l + \sin \theta)}{\cos \theta (h/l + 1)} \leq \mathbf{G}_{13} \leq \mathbf{G}_s (t/l) \frac{(h/l + \sin^2 \theta)}{\cos \theta (h/l + \sin \theta)} \quad (5.33)$$

Où  $\mathbf{G}_s$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

Le tableau 5.2 ci-dessous résume les formules analytiques de Gibson.

Module	Modules de Gibson
Module d'élasticité dans la direction X	$E_1 = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin^2 \theta}$
Module d'élasticité dans la direction Y	$E_2 = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{(h/l + \sin \theta)}{\cos^3 \theta}$
Module de cisaillement dans le plan (X, Y)	$G_{12} = E_s \left( \frac{t}{l} \right)^3 \frac{(h/l + \sin \theta)}{(h/l)^2 (1 + 2h/l) \cos \theta}$
Coefficient de Poisson dans le plan (X, Y)	$\nu_{21} = \frac{(h/l + \sin \theta) \sin \theta}{\cos^2 \theta}$
Coefficient de Poisson dans le plan (Y, X)	$\nu_{12} = \frac{\cos^2 \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin \theta}$
Module d'élasticité dans la direction Z	$E_3 = E_s \left( \frac{t}{l} \right) \frac{(h/l + 2)}{2(h/l + \sin \theta) \cos \theta}$
Cisaillement transverse	$\mathbf{G}_{23} = \mathbf{G}_s \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta)} (t/l)$
Cisaillement transverse	$\mathbf{G}_{13} \leq \mathbf{G}_s (t/l) \frac{(h/l + \sin^2 \theta)}{\cos \theta (h/l + \sin \theta)}$ $\mathbf{G}_{13} \geq \mathbf{G}_s (t/l) \frac{(h/l + \sin \theta)}{\cos \theta (1 + h/l)}$
Coefficient de Poisson	$\nu_{32} = \nu_{31} = \nu \text{ (matériau solide)}$
	$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \quad \nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32}$

Tableau 5.2 Modules de Gibson.

### 5.3.5 Approches numériques

#### 5.3.5.1 Introduction

L'objectif est la détermination des constantes élastiques par une méthode d'homogénéisation numérique appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du nid d'abeille afin de comparer les résultats avec ceux obtenus analytiquement.

Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neuf constantes:

- Trois simulations en traction simple. Chacune permettant de calculer un module d'élasticité et deux coefficients de Poisson.
- Six simulations de cisaillement. Une pour chaque module de cisaillement.

Les propriétés mécaniques du nid d'abeille étant intimement liées à ses caractéristiques géométriques, il est important de bien les définir.

#### 5.3.5.2 Le volume élémentaire représentatif V.E.R

Il est nécessaire, pour des raisons de temps de calcul et de puissance de calcul disponible, de réduire les modèles et donc d'utiliser les symétries du modèle.

Dans le cas de nid d'abeille, le nombre de modèles pouvant être créés est abondant. Le choix des modèles retenus est guidé par les études et les simulations effectuées sur le nid d'abeille par de nombreuses équipes de recherche [36][47]. Le choix du V.E.R est dicté par le souci de comparaison et de vérification de nos résultats. La géométrie de base est celle de cellules hexagonales régulières. Si on se réfère aux notations de la Fig. 5.1, les caractéristiques de nid d'abeille en polypropylène sont les suivantes:

$$\Phi = 8 \text{ mm}, \quad l = h = 4.6188 \text{ mm}, \quad t = 0,24 \text{ mm} \quad h_c = 10 \text{ mm}, \quad \theta = 30^\circ.$$

Les longueurs  $l_x$ ,  $l_y$  et  $l_z$  du volume élémentaire représentatif sont (Fig. 5.5)

$$l_x = 64,7 \text{ mm}, \quad l_y = 36 \text{ mm}, \quad l_z = 10 \text{ mm}.$$

Le matériau considéré est du polypropylène avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

$$E_s = 1,5 \text{ GPa}, \quad G_s = 0,5483 \text{ GPa}, \quad \nu = 0,36.$$

### 5.3.5.3 La méthode d'homogénéisation

Les simulations ont été effectuées sur le code de calcul ANSYS 10. Le modèle de nid d'abeille prend en compte 40 cellules qui ont été maillées avec des éléments plaques à 4 nœuds et à 6 degrés de liberté par nœud.

Pour ce modèle, le maillage choisi permet de ne pas trop alourdir le calcul tout en gardant une bonne précision au niveau des résultats. Un raffinement excessif ne donne pas de meilleurs résultats. Le maillage utilisé est présenté sur la Fig. 5.5 et donne une précision acceptable. Il compte 5400 éléments et 5555 nœuds. Chaque clinquant contient 40 éléments, 10 suivant l'axe Z et 4 suivant l'axe X.

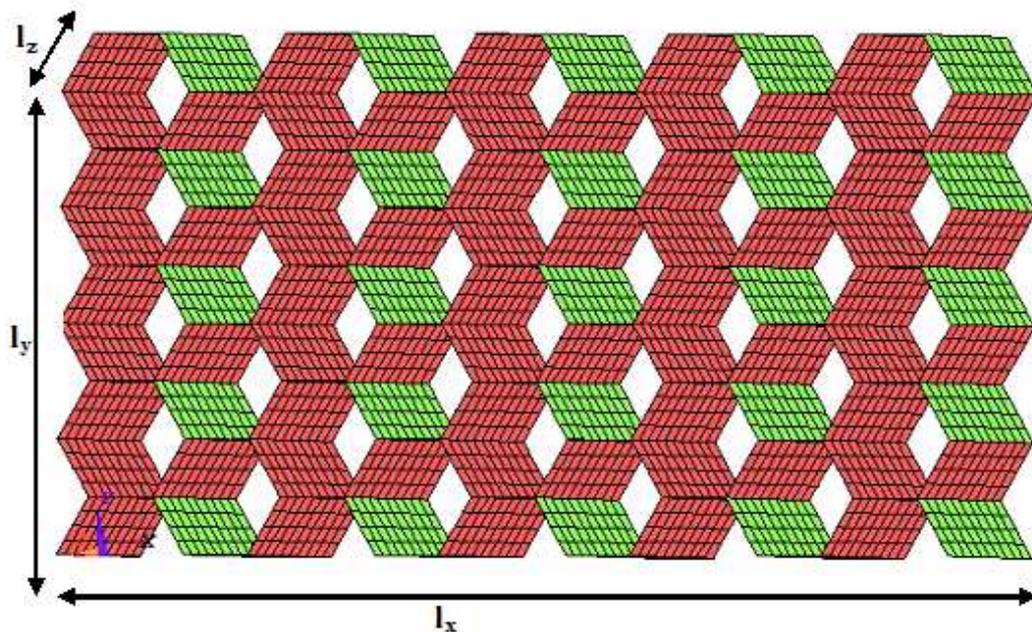


Figure 5.5 V.E.R du nid d'abeille

Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé sur une face du V.E.R dans une direction donnée. La face opposée est fixe. Les symétries sont prises en compte au niveau des conditions limites. Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neuf constantes élastiques du nid d'abeille:

- La simulation d'une sollicitation de traction suivant une direction  $i$  ( $i = x, y, z$ ) permet de déterminer les trois modules de rigidité  $E_1, E_2$  et  $E_3$  et les six coefficients de Poisson.  $V_0$  est le volume avant déformation.  $V_f$  est volume après déformation.

- La simulation des sollicitations en cisaillement suivant les plans XY, YZ, XZ (deux simulations par plan) permet de déterminer les six coefficients de cisaillement

Cette méthode, basée sur les efforts aux liaisons à partir d'un déplacement imposé, permet par l'utilisation des lois de comportement de déduire les constantes élastiques.

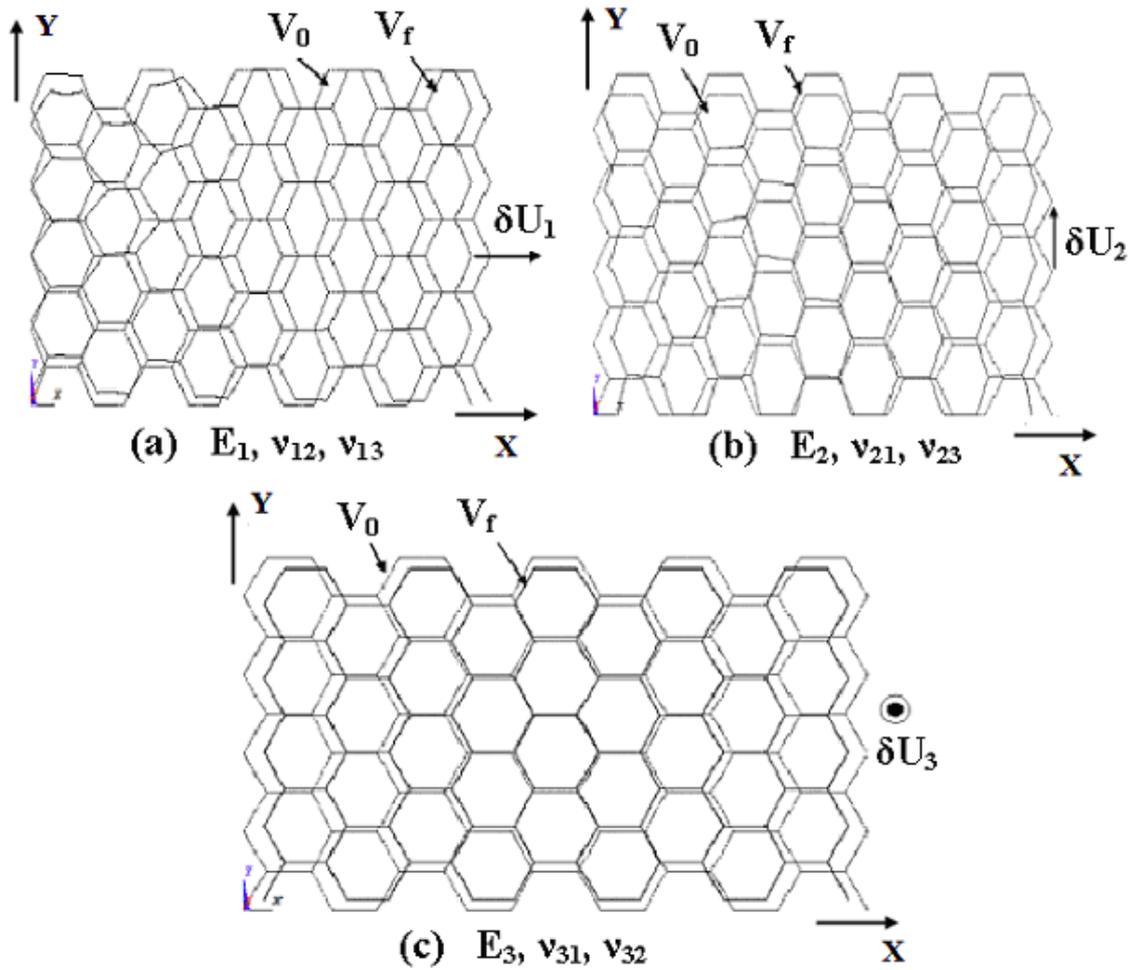


Figure 5.6 V.E.R en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c)

#### 5.3.5.4 Constantes de l'ingénieur $E_i$ et $\nu_{ij}$

Trois simulations en traction permettent de déterminer les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson.

Dans le cas d'une traction uniaxiale, les modules d'élasticité sont pour  $i = x, y, z$ :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (5.34)$$

Où la contrainte de traction est déduite à partir des efforts de liaisons:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (5.35)$$

$F_i$  est la force de liaison du V.E.R. suivant la direction  $i$  (déduite à partir du déplacement  $\delta U_i$  imposé).  $S$  est la surface perpendiculaire au déplacement imposé  $\delta U_i$ .

Les déformations  $\mathcal{E}_i, \mathcal{E}_j$  sont:

$$\mathcal{E}_i = \frac{\delta U_i}{l_i} \quad (5.36)$$

$$\mathcal{E}_j = \frac{\delta U_j}{l_j} \quad i \neq j \quad \text{et} \quad i, j = x, y, z. \quad (5.37)$$

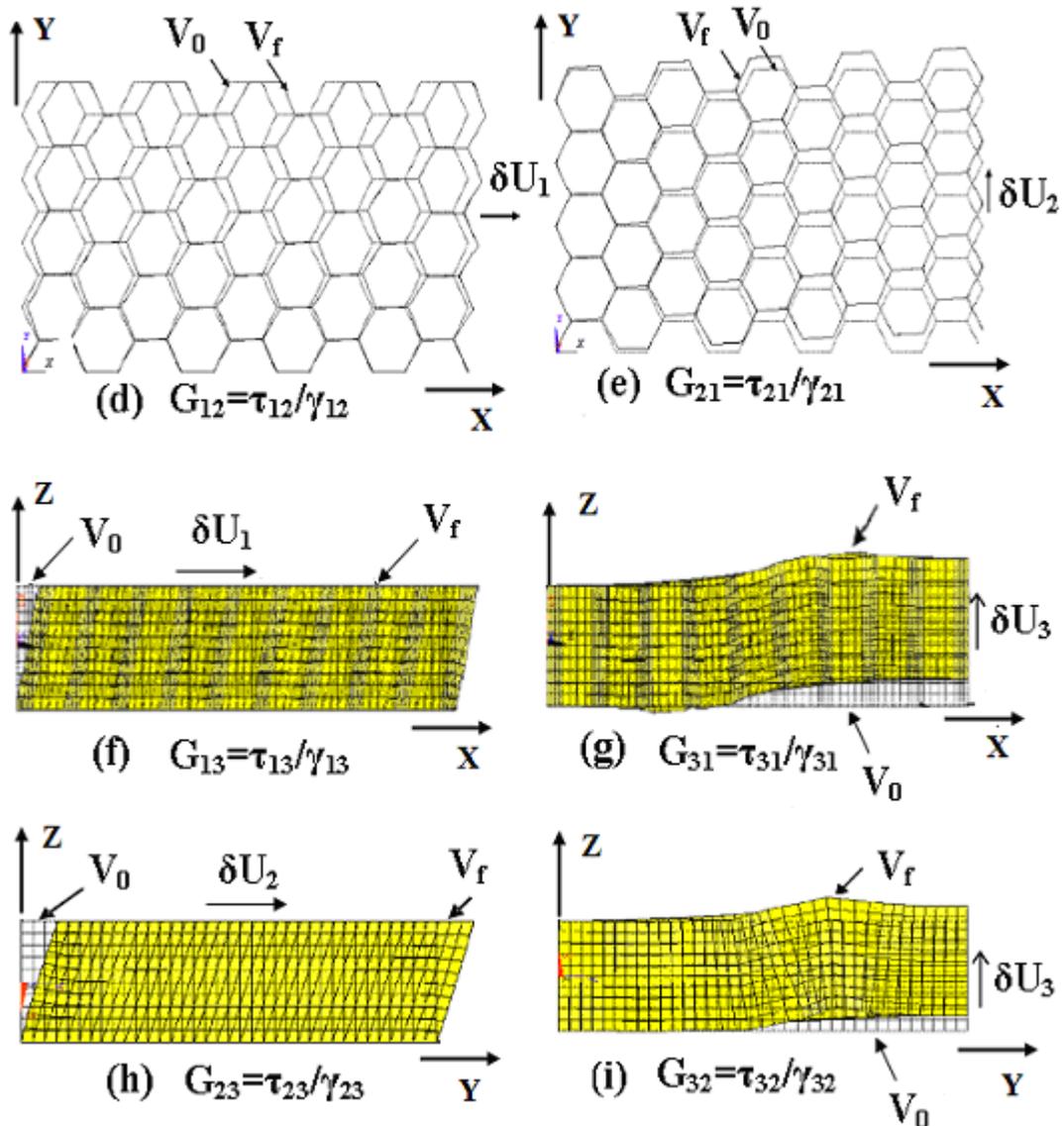


Figure 5.7 VER sous sollicitation de cisaillement (d-i).

$\delta U_i$  est le déplacement (imposé) dans la direction  $i$  et  $l_i$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

$\delta U_i$  est fixé arbitrairement à 1 mm (hypothèse de petites perturbations). Le calcul par éléments finis permet de déterminer les efforts  $F_i$ . L'utilisation des relations (5.34) à (5.35) permet de déterminer  $E_i$ .

$\delta U_j$  est le déplacement obtenu par le calcul dans la direction  $j$  et  $l_j$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

Les coefficients de Poisson sont déterminés par la relation:

$$\nu_{ij} = -\frac{\epsilon_j}{\epsilon_i} \quad i \neq j \quad \text{et} \quad i, j = x, y, z. \quad (5.38)$$

### 5.3.5.5 Modules de cisaillements $G_{ij}$

De même, la détermination des modules de cisaillements  $G_{ij}$  nécessite l'utilisation des lois de comportement élastique. Des simulations de cisaillement sont indispensables à la détermination de  $G_{ij}$ , en bloquant les déplacements d'une face et en appliquant un cisaillement sur la face opposée. La loi de comportement dans le cas d'une sollicitation de cisaillement est:

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \quad \text{et} \quad i, j = x, y, z. \quad (5.39)$$

Pour la contrainte de cisaillement:

$$\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}} \quad i \neq j \neq k \quad \text{et} \quad i, j, k = x, y, z. \quad (5.40)$$

Et la déformation de cisaillement :

$$\gamma_{ij} = \tan \gamma_{ij} = \frac{\delta U_i}{l_j} \quad i \neq j \quad (5.41)$$

$F_i$  est déterminée par la simulation numérique.

## 5.3.6 Résultats

### 5.3.6.1 Module d'élasticité $E_1$ - Déplacement imposé suivant la direction X:

Pour la détermination du module d'élasticité  $E_1$  on bloque la face de gauche suivant X ( $U_x = 0$ ) et on impose un déplacement de 1 mm sur la face de droite (face opposée). Les nœuds des plans de symétrie du nid d'abeille servent pour bloquer les déplacements  $U_y$  et  $U_z$  (Fig. 5.8.).

Les conditions aux limites appliquées sont les suivantes:

- Pour  $X = 0$ , on bloque le déplacement suivant X ( $U_x = 0$ ) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = l_y$  et de  $Z = 0$  à  $Z = l_z$ .
- Pour  $X = l_x$ , on impose un déplacement suivant X ( $U_x = 1 \text{ mm}$ ) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = l_y$  et de  $Z = 0$  à  $Z = l_z$ .
- Pour  $Y = l_y/2$ , on bloque le déplacement suivant Y ( $U_y = 0$ ) pour tous les nœuds allant de  $X = 0$  à  $X = l_x$  et de  $Z = 0$  à  $Z = l_z$ .
- Pour  $Z = l_z/2$ , on bloque le déplacement suivant Z ( $U_z = 0$ ) pour tous les nœuds allant de  $X = 0$  à  $X = l_x$  et de  $Y = 0$  à  $Y = l_y$ .

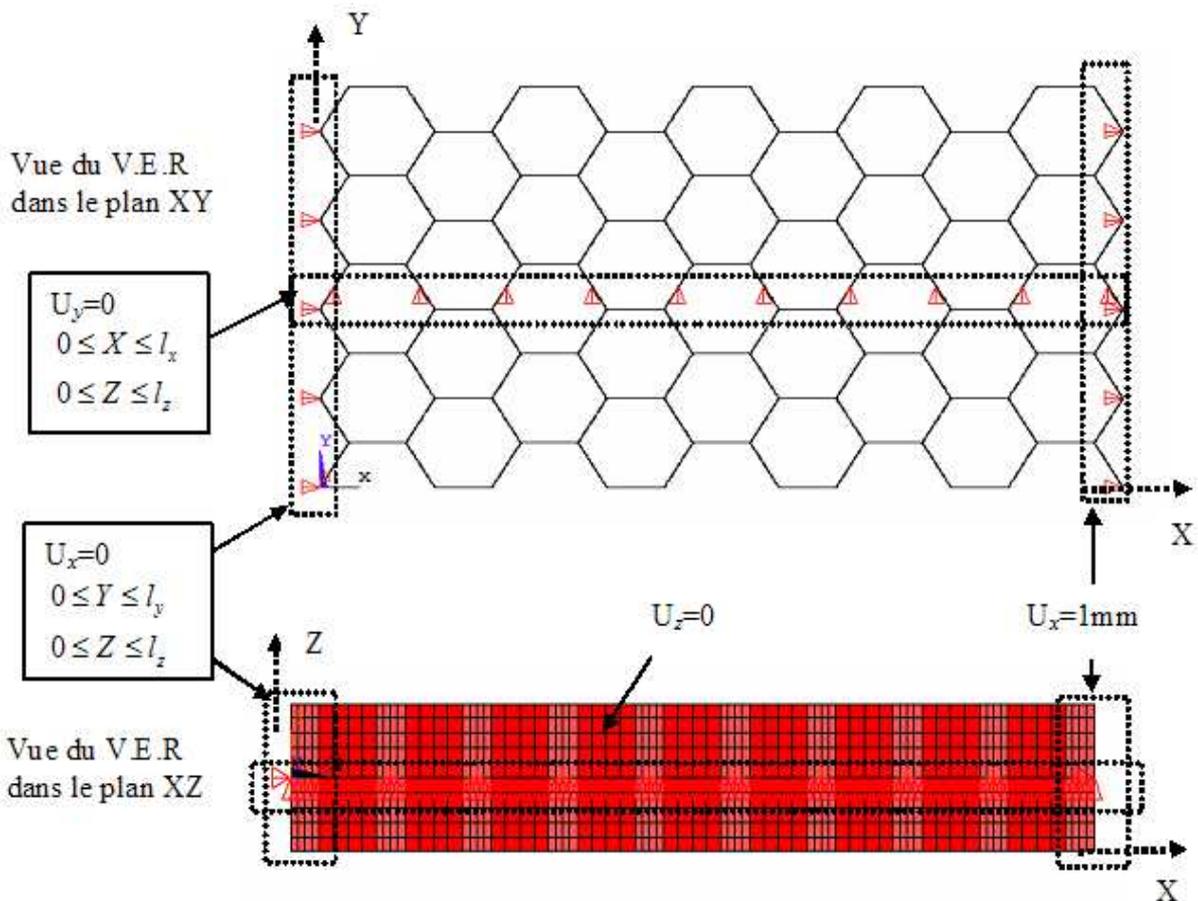


Figure 5.8 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.

Le résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant X est représenté dans le tableau 5.3.

Conditions de bords	
$X = 0$	$U_x = 0 \text{ mm}$
$X = l_x$	$U_x = 1 \text{ mm}$
$Y = l_y/2$	$U_y = 0 \text{ mm}$
$Z = l_z/2$	$U_z = 0 \text{ mm}$

Tableau 5.3 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant X.

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par Fig. 5.6 (a).

t=0,24 mm		
	$\Delta l_1$ (mm)	1
	$\Delta l_2$ (mm)	0,583
	$\Delta l_3$ (mm)	0,000365
	$\varepsilon_1$	0,0154
	$\varepsilon_2$	0,0162
	$\varepsilon_3$	0,0000365
	$F_1$ (N)	2,4845
	$\sigma_1$ (MPa)	0,00690
ANSYS	$E_1$ (MPa)	0,448
	$\nu_{12}$	1,05
	$\nu_{13}$	0,0023
Gibson	$E_1$ (MPa)	0,486
	$\nu_{12}$	1
	$\nu_{13}$	0,0020
Erreur %	$E_1$	7,8
Erreur %	$\nu_{12}$	5

Tableau 5.4 Résultats de la traction suivant X

Le tableau 5.4 regroupe les résultats obtenus par les simulations numériques avec les conditions présentées précédemment (déplacement imposé suivant la direction X) et les compare aux valeurs analytiques obtenues par les formules de Gibson (Tableau 5.2). On peut constater que l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle analytique est d'environ 7,8% pour  $E_1$  et 5% pour le coefficient de Poisson. Ces écarts sont acceptables si on prend le module de Gibson comme référence.

### 5.3.6.2 Module d'élasticité $E_2$ - Déplacement imposé suivant la direction Y

Pour déterminer le module d'élasticité  $E_2$  on bloque cette fois la face latérale intérieure ( $U_y = 0$ ) et on impose un déplacement de 1 mm sur la face latérale supérieure ( $U_y = 1$  mm). Le plan médian est utilisé pour bloquer les déplacements des nœuds suivants X pour avoir une déformation homogène. Pour  $U_z$ , les conditions limites restent inchangées par rapport à la simulation de traction suivant Y (Fig. 5.9.). Le résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y est représenté dans le tableau 5.5

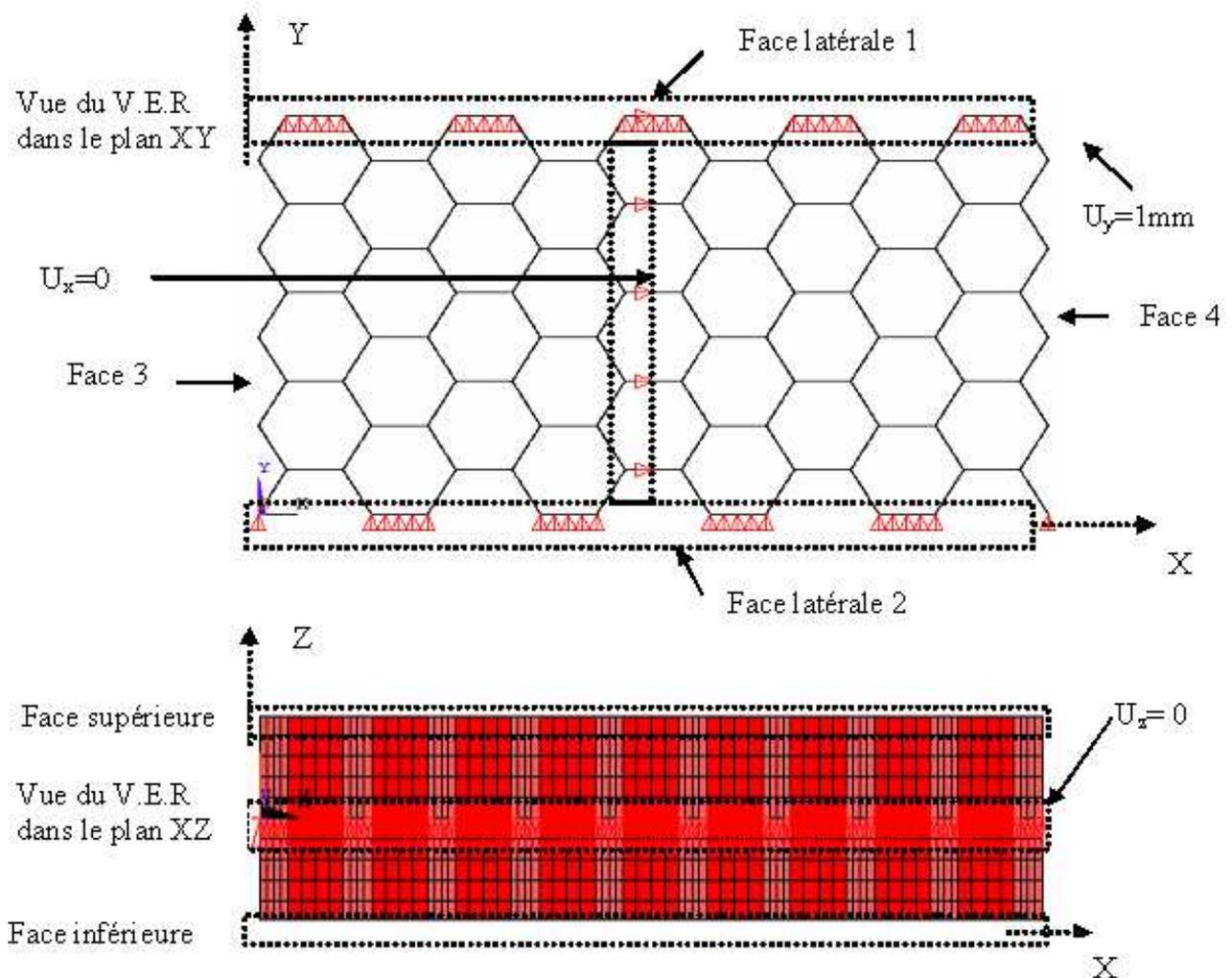


Figure 5.9 Conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y.

Conditions de bords	
$Y = 0$	$U_y = 0 \text{ mm}$
$Y = l_y$	$U_y = 1 \text{ mm}$
$X = l_x/2$	$U_x = 0 \text{ mm}$
$Z = l_z/2$	$U_z = 0 \text{ mm}$

Tableau 5.5 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y.

		$t = 0,24 \text{ mm}$
		$\Delta l_1 \text{ (mm)}$
		2,4208
		$\Delta l_2 \text{ (mm)}$
		1
		$\Delta l_3 \text{ (mm)}$
		0,00060446
		$\varepsilon_1$
		0,0374
		$\varepsilon_2$
		0,0277
		$\varepsilon_3$
		0,00006044
		$F_2 \text{ (N)}$
		9,7745
		$\sigma_2 \text{ (MPa)}$
		0,0151
ANSYS	$E_2 \text{ (MPa)}$	0,545
	$\nu_{21}$	1,35
	$\nu_{23}$	0,00218
Gibson	$E_2 \text{ (MPa)}$	0,486
	$\nu_{21}$	1
	$\nu_{23}$	0,00216
Erreur %	$E_2$	12
Erreur %	$\nu_{21}$	25

Tableau 5.6 Synthèse des résultats de la traction suivant Y

Le tableau 5.6 synthétise les résultats obtenus par simulations numériques avec les conditions présentées précédemment (déplacement imposé suivant la direction Y) et les compare aux valeurs

analytiques obtenues par les formules de Gibson (Tableau 5.2). On peut remarquer que l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle analytique est d'environ 12% pour  $E_2$  et 25 % pour le coefficient de Poisson. Concernant les modules de rigidité et d'un point de vue mécanique, les résultats sont acceptables. Par contre pour les coefficients de Poisson, les écarts sont relativement conséquents, ceci s'explique par la méthode de couplage des cellules utilisée dans l'homogénéisation numérique avec le logiciel Ansys 10. En effet, dans la bibliographie, il existe de nouvelles méthodes de couplage des cellules concernant l'étude des nids d'abeilles aluminium [44][43].

### 5.3.6.3 Module d'élasticité $E_3$ - Déplacement imposé suivant la direction Z

Un déplacement de 0,1 mm suivant l'axe Z est imposé à la face supérieure tout en bloquant la face inférieure. Afin d'empêcher les déplacements  $U_x$  et  $U_y$ , les nœuds des plans médians sont bloqués comme il est indiqué sur la Fig. 5.10 pour avoir une déformée homogène. Le résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z est regroupé dans le tableau 5.7

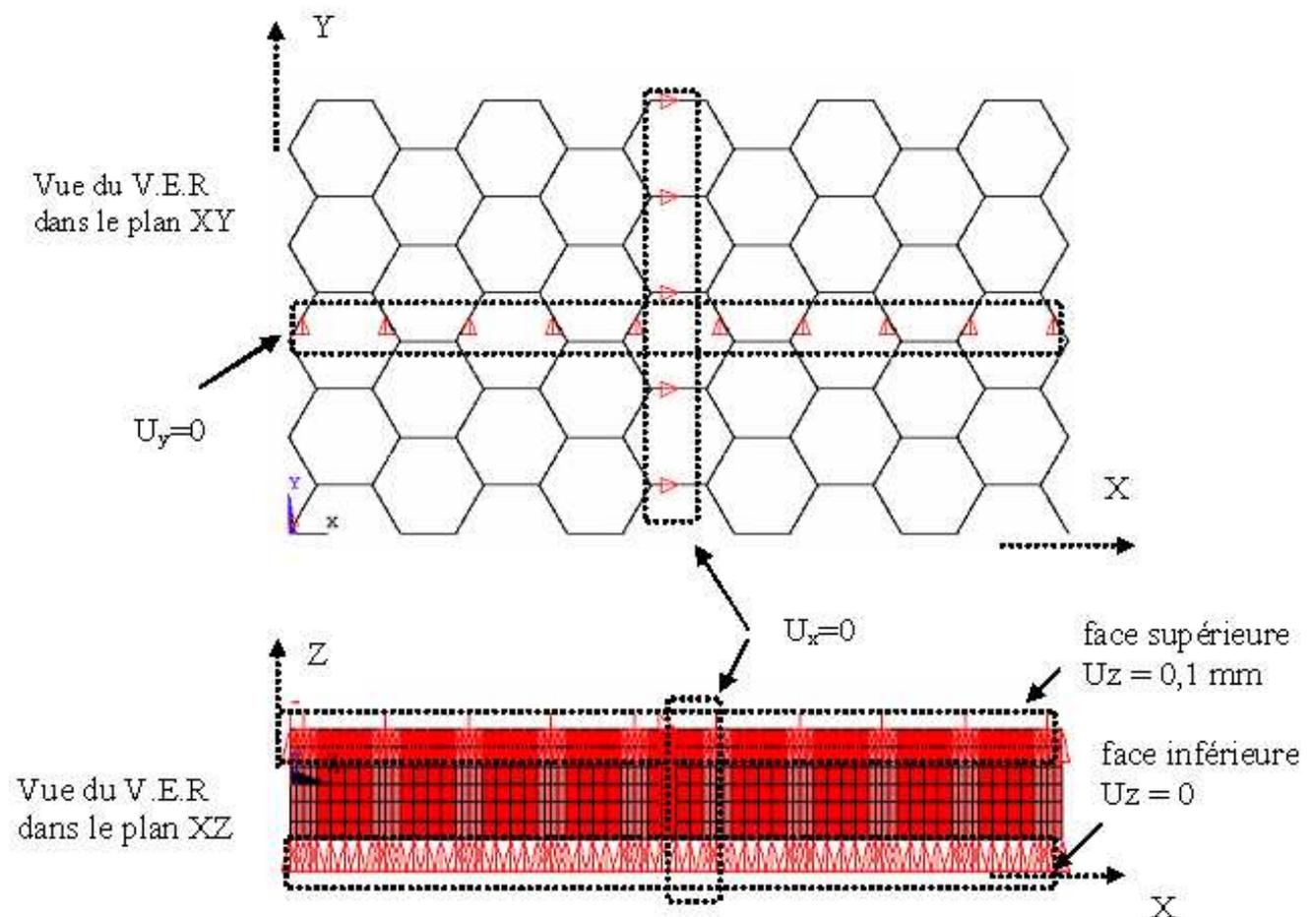


Figure 5.10 Conditions aux limites pour une traction suivant l'axe Z.

Conditions de bords	
$Z = 0$	$U_z = 0 \text{ mm}$
$Z = l_z$	$U_z = 0,1 \text{ mm}$
$X = l_x/2$	$U_x = 0 \text{ mm}$
$Y = l_y/2$	$U_y = 0 \text{ mm}$

Tableau 5.7 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z.

		$t = 0,24 \text{ mm}$
	$\Delta l_1 \text{ (mm)}$	0,2586
	$\Delta l_2 \text{ (mm)}$	0,1440
	$\Delta l_3 \text{ (mm)}$	0,1
	$\varepsilon_1$	0,0040
	$\varepsilon_2$	0,004
	$\varepsilon_3$	0,01
	$F_3 \text{ (N)}$	2244,7
	$\sigma_3 \text{ (MPa)}$	0,963
ANSYS	$E_3 \text{ (MPa)}$	96,3
	$\nu_{31}$	0,4
	$\nu_{32}$	0,4
Gibson	$E_3 \text{ (MPa)}$	90
	$\nu_{31}$	0,4
	$\nu_{32}$	0,4
Erreur %	$E_3$	7
Erreur %	$\nu_{31}$	0

Tableau 5.8 Résultats de la traction suivant Z

On peut remarquer sur le tableau 5.8 que l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle analytique est d'environ 7% pour  $E_3$ . Par contre l'écart sur le coefficient de Poisson est très faible.

### 5.3.6.4 Modules de cisaillement $G_{12}$ et $G_{21}$ - Déplacement imposé dans le plan XY

La détermination des modules de cisaillement  $G_{12}$  et  $G_{21}$  est effectuée en imposant un déplacement dans un plan XY. La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation une face et à appliquer un déplacement sur la face opposée.

- Pour déterminer  $G_{12}$ , les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.11)

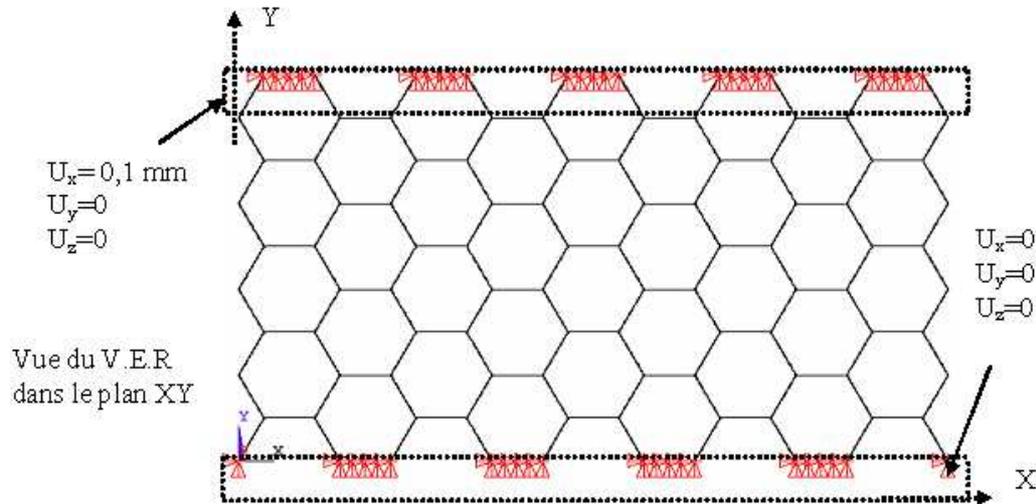


Figure 5.11 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$

Ces conditions aux limites appliquées se décrivent encore par :

- Pour  $Y=0$  on bloque le déplacement suivant X, Y et Z ( $U_x=0, U_y=0, U_z=0$ ) pour tous les nœuds allant de  $X=0$  à  $X=l_x$  et de  $Z=0$  à  $Z=l_z$ .
- Pour  $Y=l_y$  on bloque le déplacement suivant Y et Z ( $U_y=0, U_z=0$ ) pour tous les nœuds allant de  $X=0$  à  $X=l_x$  et de  $Z=0$  à  $Z=l_z$ .
- Pour  $Y=l_y$  on bloque le déplacement suivant X ( $U_x=0,1 \text{ mm}$ ) pour tous les nœuds allant de  $X=0$  à  $X=l_x$  et de  $Z=0$  à  $Z=l_z$ .

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_1 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{12}$	0,00277
	$F_1 \text{ (N)}$	0,2316
	$\tau_{12} \text{ (MPa)}$	0,000357
Ansys	$G_{12} \text{ (MPa)}$	0,1292
Gibson	$G_{12} \text{ (MPa)}$	0,1214
Erreur %	$G_{12}$	6,4

Tableau 5.9 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction X

On peut remarquer sur le tableau 5.9 que l'écart des résultats entre ANSYS et Gibson est d'environ 6,4% pour  $G_{12}$ . Cette erreur assez importante concerne un module de faible valeur donc peu prépondérant dans les propriétés mécaniques des sandwichs.

- Pour déterminer  $G_{21}$  les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.12.)

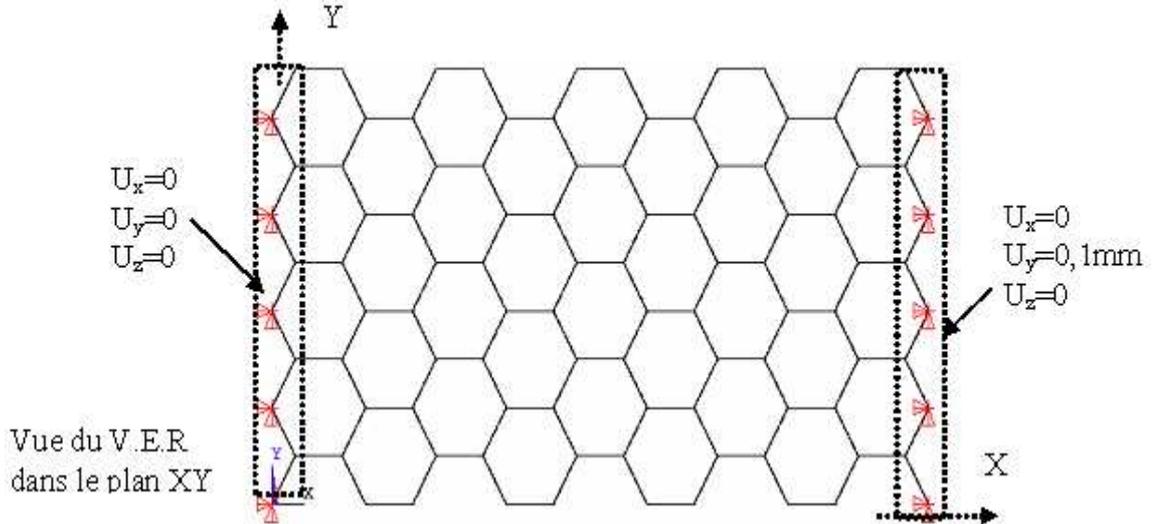


Figure 5.12 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{21}$ .

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_2 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{21}$	0,00154
	$F_2 \text{ (N)}$	0,03686
	$\tau_{21} \text{ (MPa)}$	0,000102
Ansyes	$G_{21} \text{ (MPa)}$	0,0664

Tableau 5.10 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Y.

Le tableau 5.10 représente les résultats de  $G_{21}$  obtenus par le code de calcul Ansys 10. Ce module est faible, donc peu important dans les propriétés mécaniques des sandwichs.

### 5.3.6.5 Modules de cisaillement $G_{13}$ et $G_{31}$ -Déplacement imposé dans le plan XZ

La méthode de détermination des modules consiste maintenant à bloquer en translation une face et à appliquer un déplacement parallèle sur la face opposée, comme dans le cas précédent.

- Pour déterminer  $G_{13}$  les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.13.)



Figure 5.13 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{13}$

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_1 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{13}$	0,01
	$F_1 \text{ (N)}$	398,53
	$\tau_{13} \text{ (MPa)}$	0,171
Ansysis	$G_{13} \text{ (MPa)}$	17,11
Gibson	$G_{13\text{-min}}$	24,673
	$G_{13\text{-max}}$	27,415

Tableau 5.11 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction X.

Le tableau 5.11 présente les résultats obtenus par ANSYS et les compare aux valeurs analytiques obtenues par les formules de Gibson (Tableau 5.2). La détermination du module de cisaillement  $G_{13}$  est fondamentale car il joue un rôle important dans le comportement des structures sandwichs. Nous avons rencontré cependant un problème dans la détermination de  $G_{13}$  qui s'avère assez faible par rapport à la borne inférieure au modèle de Gibson (30%). Cela peut être amélioré par les méthodes de couplage des cellules du nid d'abeille dans le code de calcul Ansys 10 [44][43].

- Pour déterminer  $G_{31}$  les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.14.)

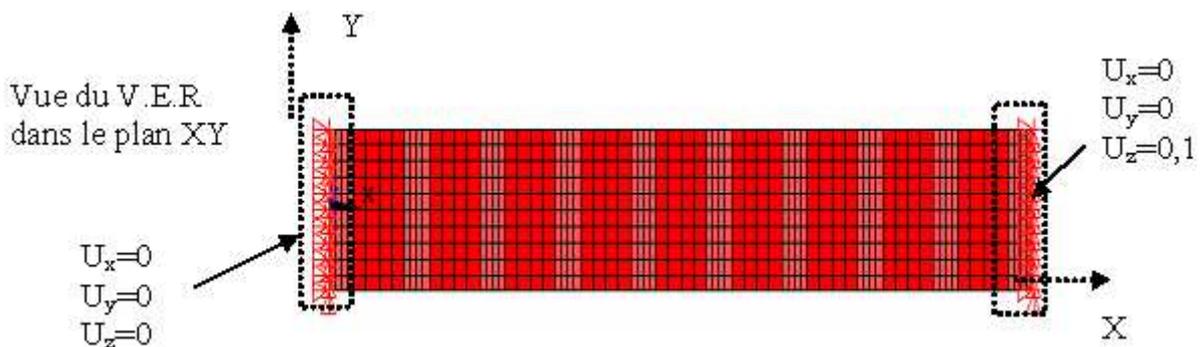


Figure 5.14 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{31}$ .

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_3 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{31}$	0,0001547
	$F_3 \text{ (N)}$	0,0557
	$\tau_{31} \text{ (MPa)}$	0,000154
Ansys	$G_{31} \text{ (MPa)}$	1

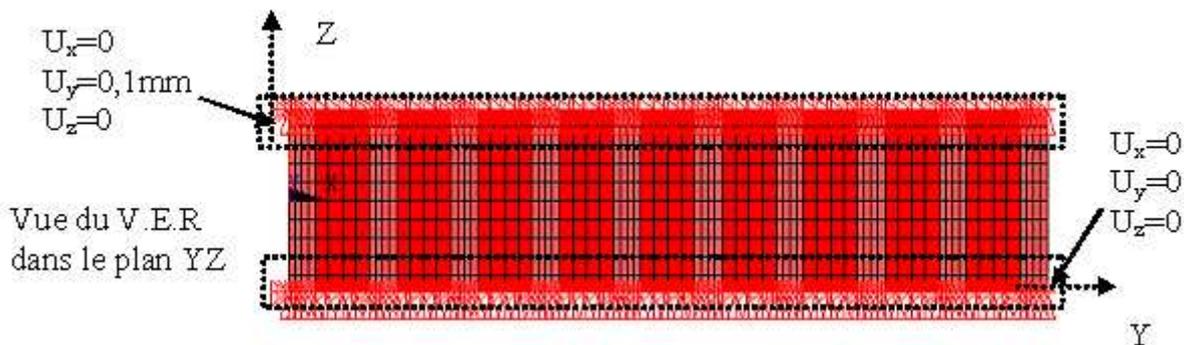
Tableau 5.12 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Z

Le tableau 5.12 représente les résultats de  $G_{31}$  obtenus par ANSYS. Gibson ne donne pas de valeur. Ce module est faible et donc peu important.

### 5.3.6.6 Modules de cisaillement $G_{23}$ et $G_{32}$ - Déplacement imposé dans le plan YZ

La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation une face et à appliquer un déplacement parallèle sur la face opposée, comme dans les deux cas précédents.

- Pour déterminer  $G_{23}$  les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.15.)

Figure 5.3.15 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{23}$ 

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_2 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{23}$	0,01
	$F_2 \text{ (N)}$	394,43
	$\tau_{23} \text{ (MPa)}$	0,1693
Ansys	$G_{23} \text{ (MPa)}$	16,93
Gibson	$G_{23} \text{ (MPa)}$	16,449
Erreur %	$G_{23}$	2,9

Tableau 5.13 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Y.

Le tableau 5.13 présente les résultats obtenus pour le module de cisaillement  $G_{23}$  et les compare avec ceux obtenus par le modèle de Gibson. Les résultats sont proches car l'écart entre ANSYS et Gibson est d'environ 2,9%.

- Pour déterminer  $G_{32}$  les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. 5.16.)

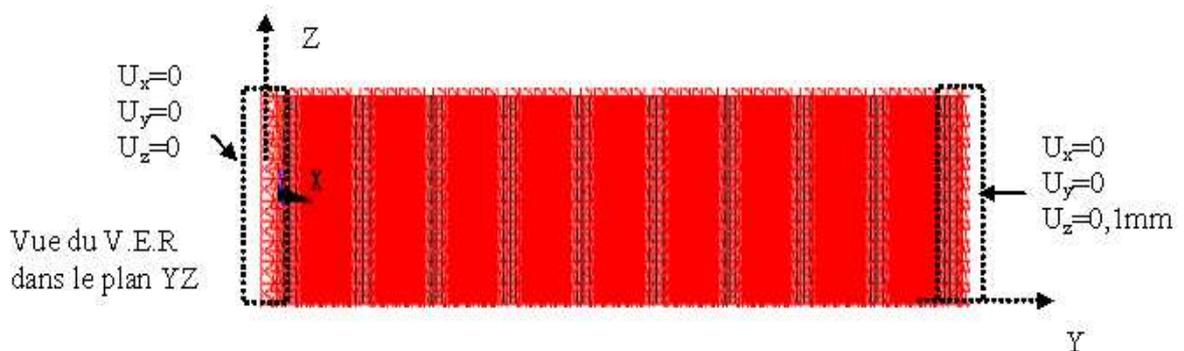


Figure 5.16 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{32}$

	$t = 0,24 \text{ mm}$	
	$\delta l_3 \text{ (mm)}$	0,1
	$\gamma_{32}$	0,00277
	$F_3 \text{ (N)}$	2,2758
	$\tau_{32} \text{ (MPa)}$	0,00351
Ansyes	$G_{32} \text{ (MPa)}$	1,2698

Tableau 5.14 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction z.

Le tableau 5.14 représente les résultats de  $G_{32}$  obtenus par ANSYS. Gibson ne donne pas de valeur pour ce module. Ce module est inférieure aux module  $G_{13}$  et  $G_{23}$  (environ treize fois plus petit que le module  $G_{23}$  et quatorze fois inférieur à  $G_{13}$ ). Ce module n'a donc aucune influence sur le comportement des structures sandwichs.

Le résumé de l'ensemble des simulations effectuées pour la détermination des caractéristiques du nid d'abeille est présenté dans le tableau 5.15

Nid d'abeille	Ansys	Gibson	Erreur (%)
$E_1$ (MPa)	0,448	0,486	7.8
$E_2$ (MPa)	0,545	0,486	12
$E_3$ (MPa)	96,3	90	7
$\nu_{12}$	1,05	1	5
$\nu_{21}$	1,35	1	25
$\nu_{13}$	0,002	0,002	0
$\nu_{23}$	0,002	0,002	0
$\nu_{31}$	0,4	0,4	0
$\nu_{32}$	0,4	0,4	0
$G_{12}$ (MPa)	0,1292	0,1214	6,4
$G_{21}$ (MPa)	0,0664		
$G_{23}$ (MPa)	16,93	16,44	2.9
$G_{32}$ (MPa)	1,2698		
$G_{13}$ (MPa)	17,11		30
$G_{13-\min}$ (MPa)		24,673	
$G_{13-\max}$ (MPa)		27,415	
$G_{31}$ (MPa)	1		

Tableau 5.15 Caractéristiques du nid d'abeilles obtenues par ANSYS et Gibson

La comparaison des résultats du modèle analytique (Gibson et Ashby, [45]) avec ceux obtenus par simulation numérique nous a permis de mieux encadrer les valeurs des modules élastiques. Dans le cas de la simulation suivant l'axe  $OX$ , on peut constater que l'écart entre les résultats de la simulation numérique et ceux du modèle analytique est d'environ 7,8% pour  $E_1$  et 5 % pour le coefficient de Poisson. Cet écart est relativement acceptable en prenant le module de Gibson comme référence. Dans le cas de la traction suivant  $OY$ , on remarque que l'écart entre les résultats des deux modèles de simulation est d'environ 12% pour  $E_2$  et 25 % pour le coefficient de Poisson. Nous constatons également que, pour la simulation suivant  $OZ$ , l'écart est d'environ 7% pour  $E_3$  et que l'écart sur le coefficient de Poisson est très faible. En ce qui concerne le module de cisaillement  $G_{12}$ , l'écart entre les résultats obtenus avec ANSYS par rapport à ceux obtenus avec Gibson est d'environ 6,4%. Cette erreur relativement importante concerne un module de faible valeur donc cette dernière influence peu les propriétés mécaniques du sandwich. L'erreur concernant  $G_{23}$  est de

2,9%. Les modules de cisaillements  $G_{21}$ ,  $G_{31}$  et  $G_{32}$  sont obtenus uniquement par simulation numérique. Le modèle de Gibson ne donne aucune valeur concernant ces derniers modules dans ses travaux.

## 5.4 Homogénéisation de composite

### 5.4.1 Concept d'homogénéisation

Les composites sont des matériaux hétérogènes. Lors de la détermination des propriétés du composite, la prise en compte de l'ensemble de ces hétérogénéités constitue toutefois une tâche insurmontable. Il s'avère donc indispensable d'idéaliser le matériau en le considérant comme continu et donc en moyennant ses propriétés à une certaine échelle fonction de la microstructure. On parle alors d'homogénéisation du composite et le volume sur lequel les propriétés sont moyennées est appelé volume élémentaire représentatif (V.E.R.). Rappelons les critères que doit vérifier le V.E.R.:

- il doit être suffisamment petit pour prendre en compte la structure microscopique du matériau et suffisamment grand pour pouvoir décrire le comportement global du matériau,
- ses propriétés doivent être indépendantes de l'endroit du matériau où il a été 'prélever'.

### 5.4.2 Détermination des propriétés élastiques

La peau du sandwich dans cette étude est un matériau composite orthotrope. Son homogénéisation passe tout d'abord par la détermination des constantes élastiques de l'ingénieur (comme dans le cas précédent).

L'homogénéisation permet de définir un comportement local approché à travers la notion de contrainte moyenne  $\bar{\sigma}_i$  et de la déformation moyenne  $\bar{\varepsilon}_i$  sur le VER, exprimée par les équations (5.42) et (5.43). Ceci permet d'expliciter facilement les constantes de rigidité  $C_{ij}$  et de souplesse  $S_{ij}$  du matériau exprimées par les équations (5.44) et (5.45).

L'unique difficulté dans l'homogénéisation macroscopique réside dans le fait de trouver au préalable les solutions exactes des champs de contraintes  $\sigma_i(x_k)$  et de déformations  $\varepsilon_i(x_k)$  En chaque point du matériau hétérogène (pour  $i = 1,6$ ) :

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{V} \int_V \sigma_i(x_k) dV \quad (5.42)$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_i(x_k) dV \quad (5.43)$$

$$\bar{\sigma}_i = C_{ij} \bar{\varepsilon}_j \quad (5.44)$$

$$\bar{\varepsilon}_i = S_{ij} \bar{\sigma}_j \quad (5.45)$$

$\sigma_i$  et  $\varepsilon_i$  sont les éléments des matrices de contraintes et déformations au point  $x_k$ , et  $dV$  l'élément entourant le point  $x_k$ .

A partir de la moyenne des contraintes et des déformations sur l'ensemble du V.E.R, il est donc théoriquement possible de déterminer les propriétés élastiques du matériau homogénéisé. Les solutions exactes donnant les champs des contraintes et des déformations en chaque point du V.E.R. ne peuvent toutefois être obtenues que dans le cas de modèles géométriques simples et idéalisés. Dans la pratique, on peut toutefois obtenir des estimations du module du matériau par des approches basées sur des hypothèses simplificatrices du comportement mécanique du V.E.R.

La première étape d'un calcul pour un matériau composite consiste à déterminer les caractéristiques mécaniques du matériau en fonction de celles de ses composants. Dans la plupart des cas, ces calculs se réduisent uniquement au calcul du module d'Young. Il existe divers modèles d'homogénéisations pour l'obtenir. Les plus classiques seront présentées dans la suite du document.

### 5.4.3 Les approches théoriques

Soit un matériau composite unidirectionnel orthotrope de repère (l,t). Ce composite est constitué de fibres noyées dans une matrice. Considérons une cellule élémentaire de fraction volumique  $V = 1$ , constituée de fibres et d'une matrice avec:

$V_m$  : fraction volumique de la matrice.  $V_f$  : fraction volumique de fibre

$$V = V_m + V_f = 1$$

A l'échelle locale, on retient les hypothèses suivantes pour:

- les fibres : comportement élastique linéaire fragile isotrope de coefficients  $E_f$  et  $\nu_f$

- la matrice: comportement élastique non-linéaire, isotrope de coefficients  $E_m$  et  $\nu_m$ .
- la liaison entre fibre/matrice : liaison parfaite

### 5.4.3.1 Modèle série et parallèle

Ces modèles sont connus sous le nom de « loi des mélanges ». Les expressions données par les équations (5.46) à (5.49) permettent le calcul des quatre modules du composite,  $E_l$ ,  $E_t$ ,  $G_{lt}$  (modules d'élasticité longitudinal et transversal) et  $\nu_{lt}$  (coefficient de Poisson).

$$E_l = E_f V_f + E_m V_m \quad (5.46)$$

$$\nu_{lt} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (5.47)$$

$$\frac{1}{E_t} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (5.48)$$

$$\frac{1}{G_{lt}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (5.49)$$

En ce qui concerne les modules, ils représentent respectivement:

- la borne supérieure de Voigt [60] (association des deux constituants mis en parallèle - continuité de la déformation) ;
- la borne inférieure de Reuss [61] (association des deux constituants mis en série - continuité de la contrainte).

Hashin et Shtrikman [62] eux aussi ont défini les bornes supérieure et inférieure des modules. Les bornes sont plus resserrées que celles de Voigt et Reuss. Ce modèle utilise le principe variationnel en ajoutant une hypothèse supplémentaire sur la géométrie. Un constituant est considéré continu et l'autre discontinu.

### 5.4.3.2 Modèle d'Halpin-Tsai [63]

Il fait partie des modèles semi-empiriques. Il est bien adapté au composite renforcé par des fibres courtes alignées. Les modules sont déterminés par les équations (5.50) et (5.51).

On considère le repère des axes principaux du matériau (L,T,T') et les notations :

- $M$  : correspond aux modules du composite :  $E_t$ ,  $G_l$  ou  $\nu_{lt}$
- $M_f$  : correspond aux modules des fibres :  $E_f$ ,  $G_f$ , ou  $\nu_f$
- $M_m$  : correspond aux modules de la matrice :  $E_m$ ,  $G_m$ , ou  $\nu_m$

$$M = M_m \left( \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \right) \quad (5.50)$$

avec:

$$\eta = \frac{M_f / M_m - 1}{M_f / M_m + \xi} \quad (5.51)$$

$\xi$  est un facteur dépendant de forme de la fibre, de la distribution des fibres et de la fraction volumique des fibres. Par contre, le terme  $\eta$ , dépend du module de la résistance relative de la fibre et de la matrice.

#### 5.4.3.3 Modèles de TSAI et PAGANO [64]

A partir des équations d'Halpin-Tsai [63], une estimation du module d'un composite renforcée par des fibres courtes à distribution aléatoire dans un plan ou dans un volume est possible à l'aide de l'approche de Tsai-Pagano [64] basée sur la théorie de l'élasticité orthotrope. L'expression est donnée par l'équation (5.52):

$$E = \frac{3}{8} E_L + \frac{5}{8} E_T \quad (5.52)$$

La génération de l'approche de Tsai-Pagano [64] est une approche sur un composite quasi-isotrope traité dans le plan comme s'il était un stratifié composé des plis unidirectionnels à angles définis avec le respect de la symétrie matérielle. Pour chaque couche du stratifié, le module est calculé par l'approche de Tsai-Pagano [64].

#### 5.4.3.4 Autres modèles

L'estimation des valeurs du module longitudinal, du coefficient de Poisson, du module de cisaillement longitudinal et du module de compressibilité latérale sont le fruit des travaux de Hill [65], de Hashin et Rosen [66] et de Hashin [67]. L'estimation du module de cisaillement transversal repose sur des approximations comme le modèle à trois phases de Christensen et Lo [68] développé à partir des travaux de Hermans [69]. Dans ce modèle, la cellule cylindrique élémentaire est entourée d'un troisième cylindre de grande dimension constitué d'un matériau équivalent homogénéisé et possédant les propriétés effectives homogénéisées que l'on recherche.

Ci après, nous présentons des solutions analytiques en ométtant les démonstrations que le lecteur pourra trouver plus en détail dans la littérature (Berthelot [3] et Hashin [70]) :

Le comportement homogénéisé du composite à fibres longues est complètement décrit par les 5 modules indépendants suivants :

- Le module longitudinal :

$$E_l = E_f V_f + E_m (1 - V_f) + \frac{V_f (1 - V_f) (v_f - v_m)}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_m} + \frac{1 - V_f}{K_f}} \quad (5.53)$$

Avec :

$K_f$  : module de compressibilité de la fibre

$K_m$  : module de compressibilité de la matrice

- Le coefficient de Poisson :

$$v_{lt} = v_f V_f + v_m (1 - V_f) + \frac{V_f (1 - V_f) (v_f - v_m) \left( \frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_f} \right)}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_m} + \frac{1 - V_f}{K_f}} \quad (5.54)$$

- Le module de cisaillement longitudinal :

$$G_{lt} = G_m \frac{G_f (1 + V_f) + G_m (1 - V_f)}{G_f (1 - V_f) + G_m (1 + V_f)} \quad (5.55)$$

- Le module de compression hydrostatique latéral :

$$K_l = K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{K_f - K_m} + \frac{1 - V_f}{K_m + G_m}} \quad (5.56)$$

- Le module de cisaillement transversal :

$$G_{tt'} = G_m + \frac{G_m V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{K_m + 2G_m}{2K_m + 2G_m} (1 - V_f)} \quad (5.57)$$

Les valeurs des autres coefficients élastiques sont données en fonction des relations de dépendances entre les modules élastiques [71][3].

- Le module d'Young transversal

$$E_t = \frac{2}{\frac{1}{2K_l} + \frac{1}{2G_{tt'}} + \frac{2\nu_{lt}^2}{E_l}} \quad (5.58)$$

- Le coefficient de Poisson transversal

$$\nu_{tt'} = \frac{E_t}{2G_{tt'}} - 1 \quad (5.59)$$

## 5.4.4 Résultats

### 5.4.4.1 Propriétés élastiques

La détermination des propriétés mécaniques de matériau composite T800/M300+Polyester en fonction des propriétés de ses constituants (fibres et matrice) utilise les données suivantes:

Modules des fibres  $E_f = 73000$  MPa,  $G_f = 30000$  MPa  $\nu_f = 0,25$

Modules de la résine  $E_m = 4000$  MPa,  $G_m = 1400$  MPa  $\nu_m = 0,4$

Taux volumique de fibres  $V_f = 28\%$

Propriétés élastiques	
$E_l$ [MPa]	13660
$E_t$ [MPa]	4610
$G_{lt}$ [MPa]	1618
$G_{tt'}$ [MPa]	1769
$\nu_{lt}$ [MPa]	0,379
$\nu_{tt'}$ [MPa]	0,3

Tableau 5.15 Propriétés élastiques bidimensionnelles du composite T800/M300

Le composite utilisé dans cette étude est un matériau à base de tissu T800/M300 équilibré (le nombre de fils de chaîne égale le nombre de fils de trame). Pour une estimation des caractéristiques mécanique de ce matériau, on le considérera comme constitué de deux couches de renfort unidirectionnel croisées à  $90^\circ$ . Ces deux couches peuvent être prises en compte simultanément. Le pli tissé est alors remplacé par un seul pli orthotrope [71].

On utilise les notations suivantes :

$e$  : épaisseur du pli

$n_1$  : nombre de fils de chaîne par mètre

$n_2$  : nombre de fils de trame par mètre

$$k : k = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{1}{2}$$

Ou k représente le taux de fils de chaîne par mètre

Les formules et les résultats des caractéristiques mécaniques du composite T800/M300+Polyester sont représentées dans le tableau ci-dessous.

Coefficients d'ingénieur	Propriétés élastiques	Valeurs
$E_1$ [MPa]	$E_1 = kE_l + (1-k)E_t$	9135
$E_2$ [MPa]	$E_2 = (1-k)E_l + kE_t$	9135
$E_3$ [MPa]	$E_3 = E_{\text{matrice}}$	4000
$\nu_{12}$	$\nu_{12} = \frac{\nu_{lt}}{(k + (1-k) \frac{E_l}{E_t})}$	0.191
$\nu_{13}$	$\nu_{13}$	0,3
$\nu_{23}$	$\nu_{23}$	0,3
$G_{12}$ [MPa]	$G_{12} = G_{lt} = G_m \left[ \frac{1}{(1-V_f) + \frac{G_m V_f}{G_f}} \right]$	1616,6
$G_{23}$ [MPa]	$G_{23} = G_m + \frac{G_m V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{K_m + 2G_m}{2K_m + 2G_m} (1 - V_f)}$	1769
$G_{13}$ [MPa]	$G_{13} = G_m + \frac{G_m V_f}{\frac{G_m}{G_f - G_m} + \frac{K_m + 2G_m}{2K_m + 2G_m} (1 - V_f)}$	1769

Tableau 5.16 Les formules des propriétés élastiques tridimensionnelles du composite T800/M300

## 5.5 Simulation numérique

L'étude de la flexion 4 points a été effectuée en 3D (Fig. 5.17.) sur un élément cubique à huit nœuds et six degrés de liberté [72]. Pour des raisons de symétrie, le modèle de base est constitué d'un quart de la plaque.

Les conditions aux limites appliquées sont:

- au niveau de l'appui : fixation de la translation  $U_z$ ,
- au niveau de la symétrie sur la face 1 : fixation  $U_x$  et des rotations  $\theta_y$  et  $\theta_z$ ,
- sur la face 2: fixation de la translation  $U_y$  et des rotations  $\theta_x$  et  $\theta_z$ .

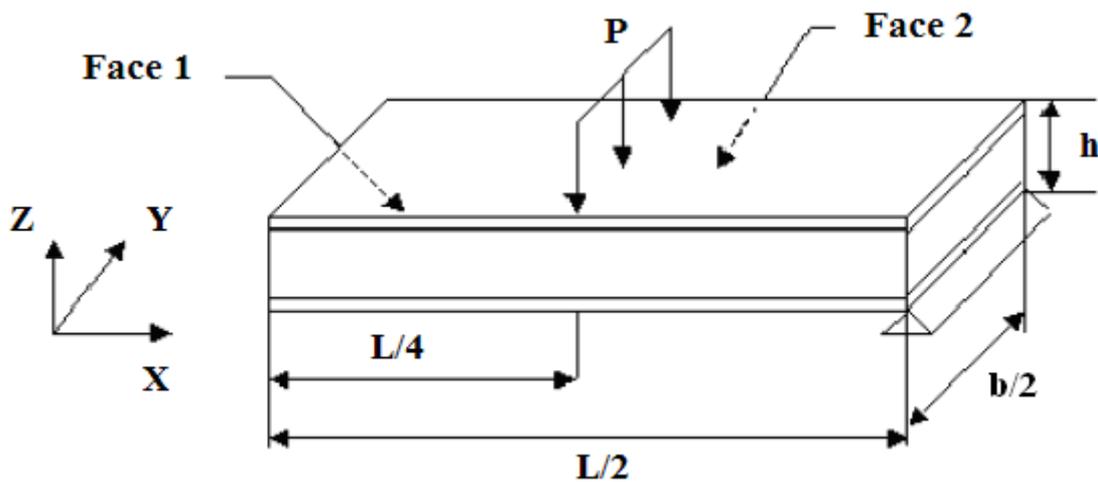


Figure 5.17 Modélisation de la flexion 4 points sur CASTEM

Le matériau sandwich multicouche est constitué:

- de deux peaux en composite T800/M300 ;
- une pli composite intermédiaire PCI;
- une âme en nid d'abeille polypropylène.

Les caractéristiques mécaniques homogénéisées de la peau sont :

$E_1 = 9135 \text{ MPa}$	$\nu_{12} = 0,191$	$G_{12} = 1616 \text{ MPa}$
$E_2 = 9135 \text{ MPa}$	$\nu_{23} = 0,3$	$G_{23} = 1769 \text{ MPa}$
$E_3 = 4000 \text{ MPa}$	$\nu_{13} = 0,3$	$G_{13} = 1769 \text{ MPa}$

Les caractéristiques mécaniques du PCI (matériau composite isotrope) sont déduites d'un essai de traction:

$E = 5500 \text{ MPa}$	$G = 2115 \text{ MPa}$	$\nu = 0,3$
------------------------	------------------------	-------------

Les propriétés mécaniques homogénéisées de l'âme simple en nid d'abeille polypropylène sont:

$$\begin{array}{lll}
 E_1 = 0,486 \text{ MPa} & \nu_{12} = 1 & G_{12} = 0,1214 \text{ MPa} \\
 E_2 = 0,486 \text{ MPa} & \nu_{23} = 0,002 & G_{23} = 16,44 \text{ MPa} \\
 E_3 = 90 \text{ MPa} & \nu_{13} = 0,002 & G_{13} = 27,415 \text{ MPa}
 \end{array}$$

Nous avons déterminé les caractéristiques mécaniques homogénéisées des âmes multicouches par notre modèle théorique qui reprend les principaux modules et coefficients de Poisson de différentes couches constituant le matériau d'âme. Ce modèle s'exprime sous la formule suivante :

$$X = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n X_i h_i \quad (5.60)$$

Ames multicouches	A10/2	A20/2	A20/3	A20/4	A40/2	A40/3	A40/4
$E_1$	27,84	14,2	27,84	41,42	7,35	14,2	21,03
$E_2$	27,84	14,2	27,84	41,42	7,35	14,2	21,03
$E_3$	116,9	103,49	116,9	130,27	96	103,49	120,21
$\nu_{12}$	1	1	1	1	1	1	1
$\nu_{13}$	0,003	0,002	0,003	0,002	0,002	0,002	0,003
$\nu_{23}$	0,003	0,002	0,003	0,002	0,002	0,002	0,003
$G_{12}$	10,64	5,39	10,64	15,86	2,76	5,39	8,02
$G_{23}$	26,84	10,54	26,84	32,02	19,05	10,54	24,28
$G_{13}$	35	29,81	35	40,16	27,27	29,81	32,47

Tableau 5.17 Caractéristiques mécaniques homogénéisées des âmes multicouches

Avec :

A10/2 : âme bicouche de deux nidas de 5 mm + PCI

A20/2 : âme bicouche de deux nidas de 10 mm + PCI

A20/3 : âme tricouche de deux nidas de 5 mm + un nida de 10 mm positionné au milieu + 2 PCI

A20/4 : âme quadruple couche de 4 nidas de 5 mm + 3 PCI

A40/2 : âme bicouche de deux nidas de 20 mm + PCI

A40/3 : âme triple de deux nidas de 15 mm et un nida de 10 mm positionné au milieu + 2 PCI

A40/4 : âme quadruple couche constitué de 4 nidas de 10 mm + 3 PCI

La convergence du maillage est acquise à 4200 éléments répartis en 20 éléments suivant X, 15 éléments dans l'épaisseur du cœur, 3 éléments dans l'épaisseur de chaque peau et 10 éléments suivant Y.

### 5.5.1 Résultats

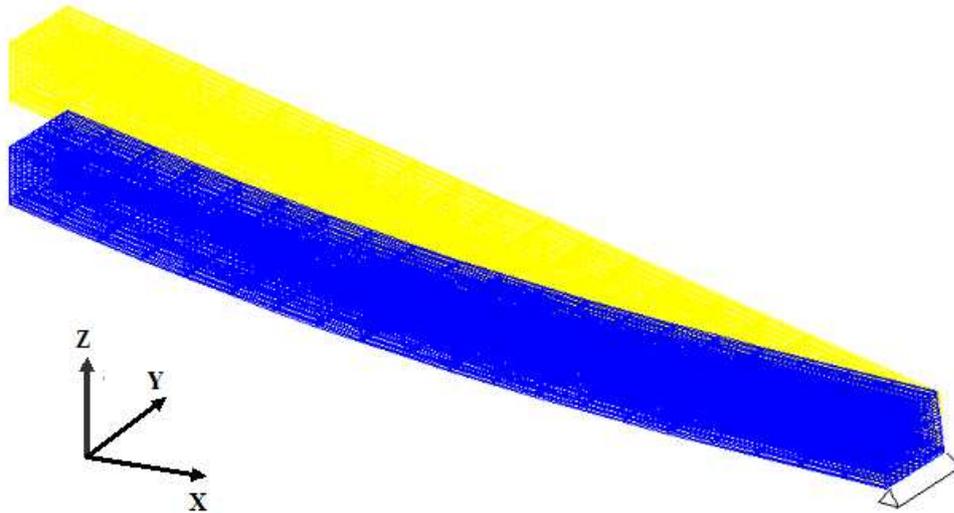


Figure 5.18 Déformée sous chargement

### Série de 10

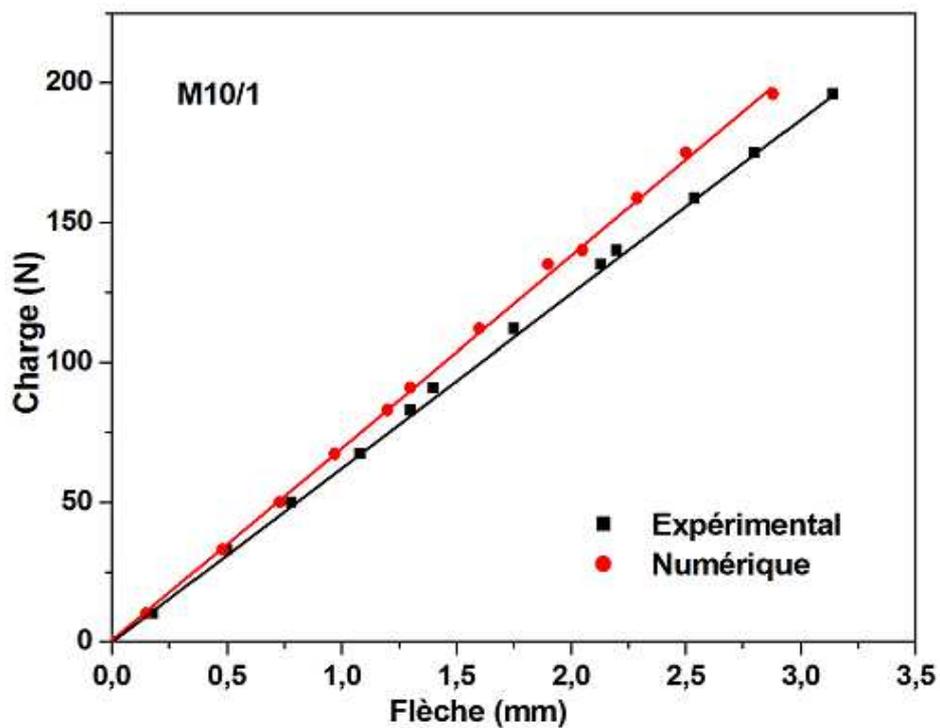


Figure 5.19 Comparaison expérimentale et numérique pour M10/1

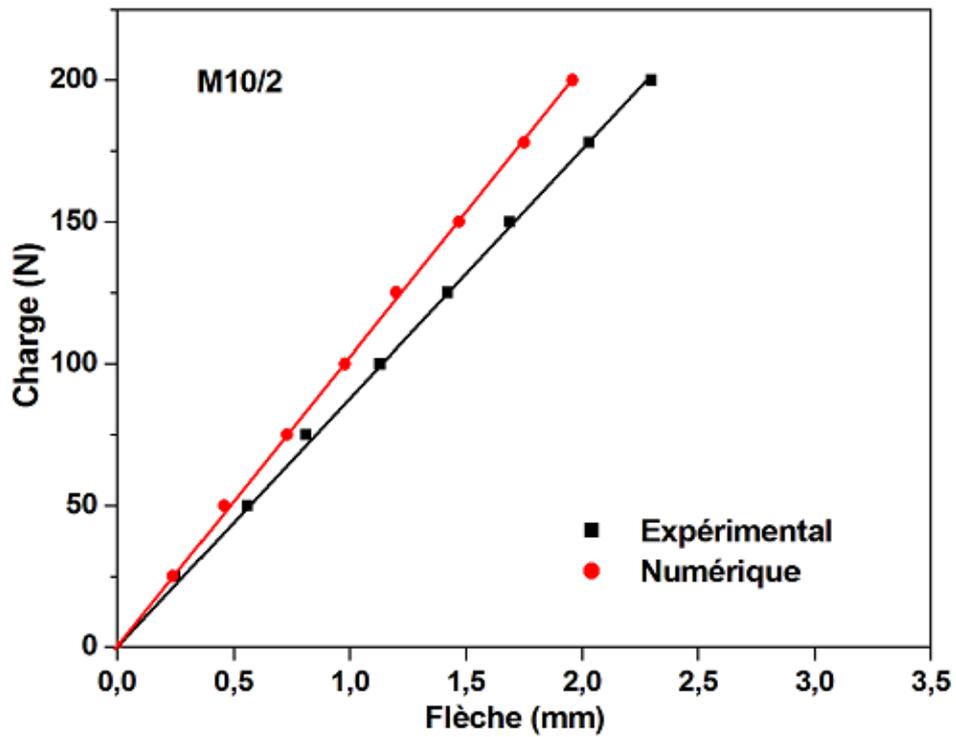


Figure 5.20 Comparaison expérimentale et numérique pour M10/2

Séries de 20

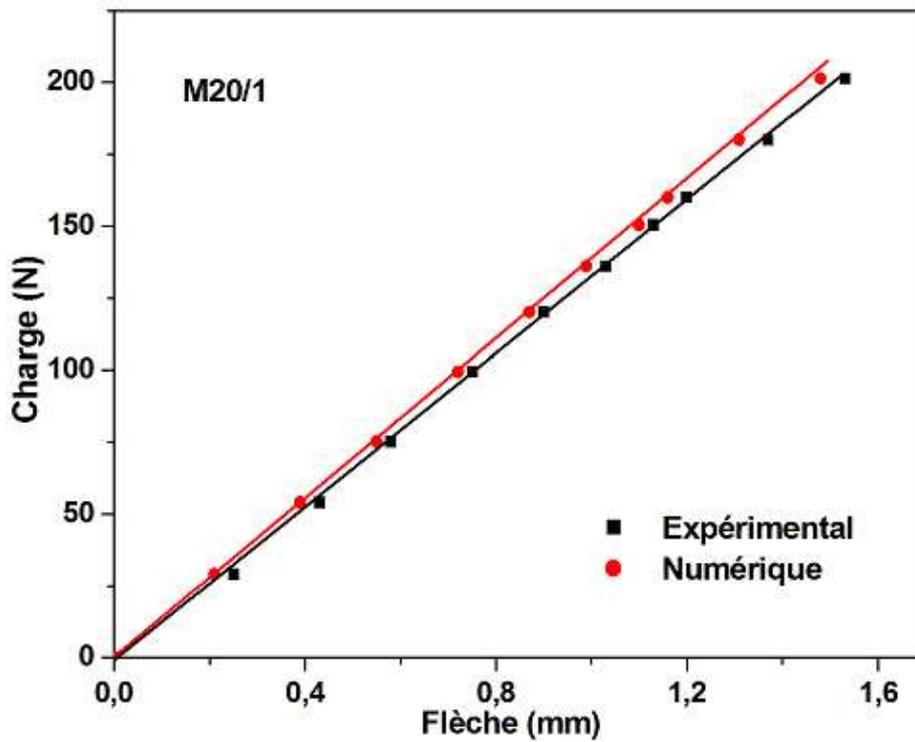


Figure 5.21 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/1

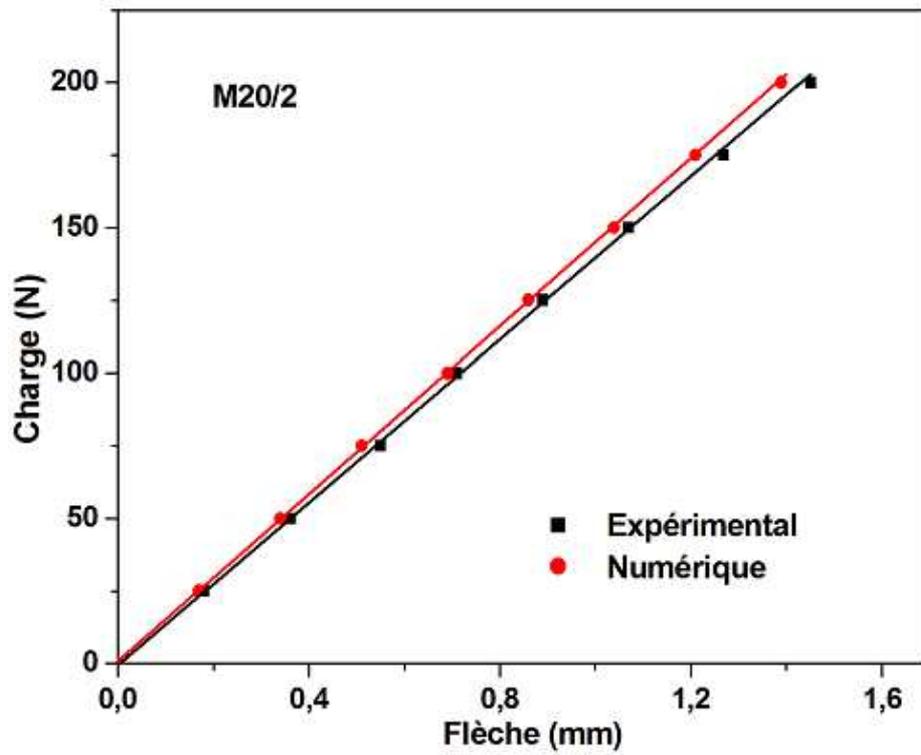


Figure 5.22 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/2

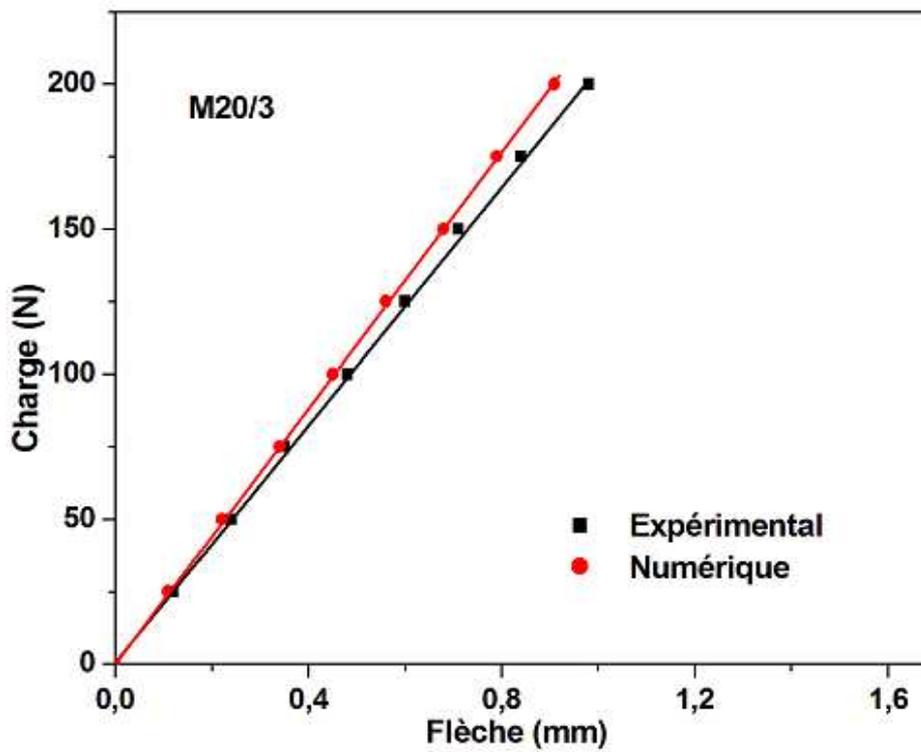


Figure 5.23 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/3

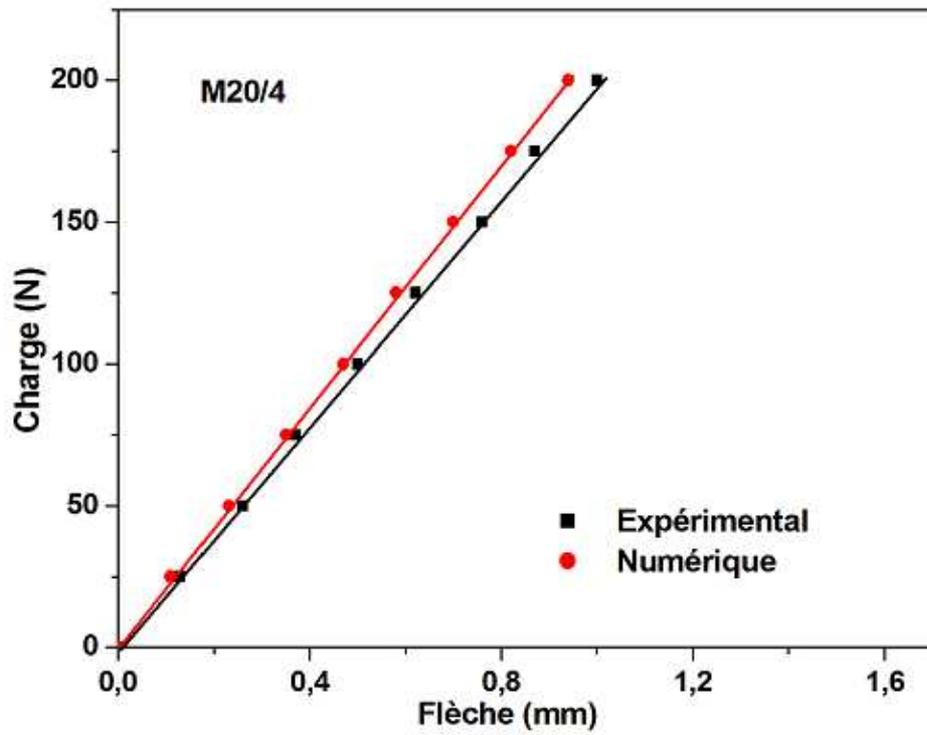


Figure 5.24 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/4

Série de 40

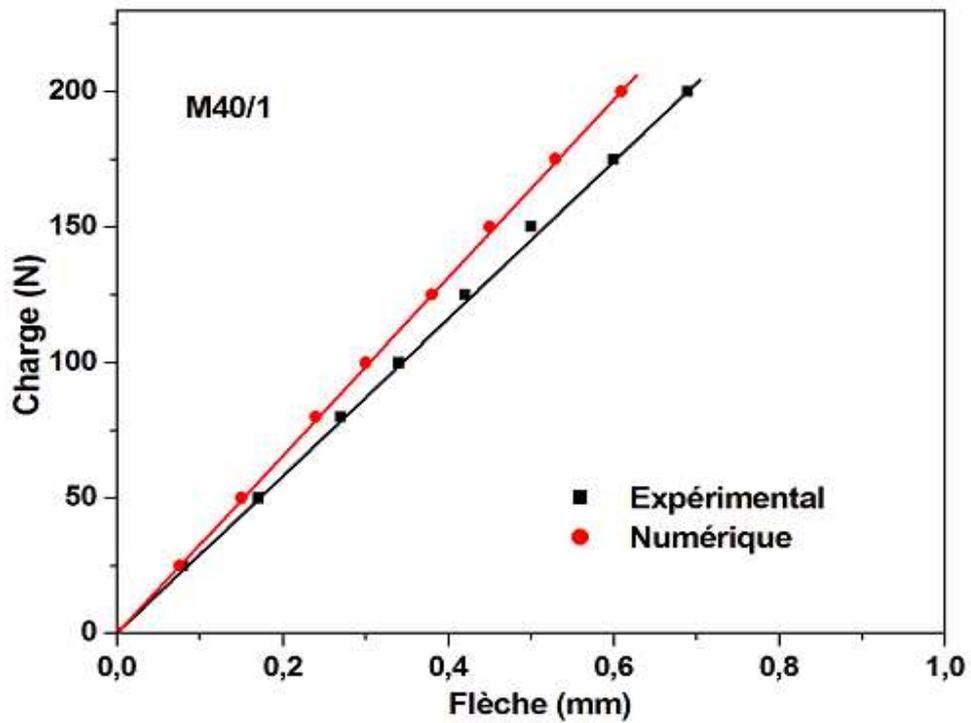


Figure 5.25 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/1

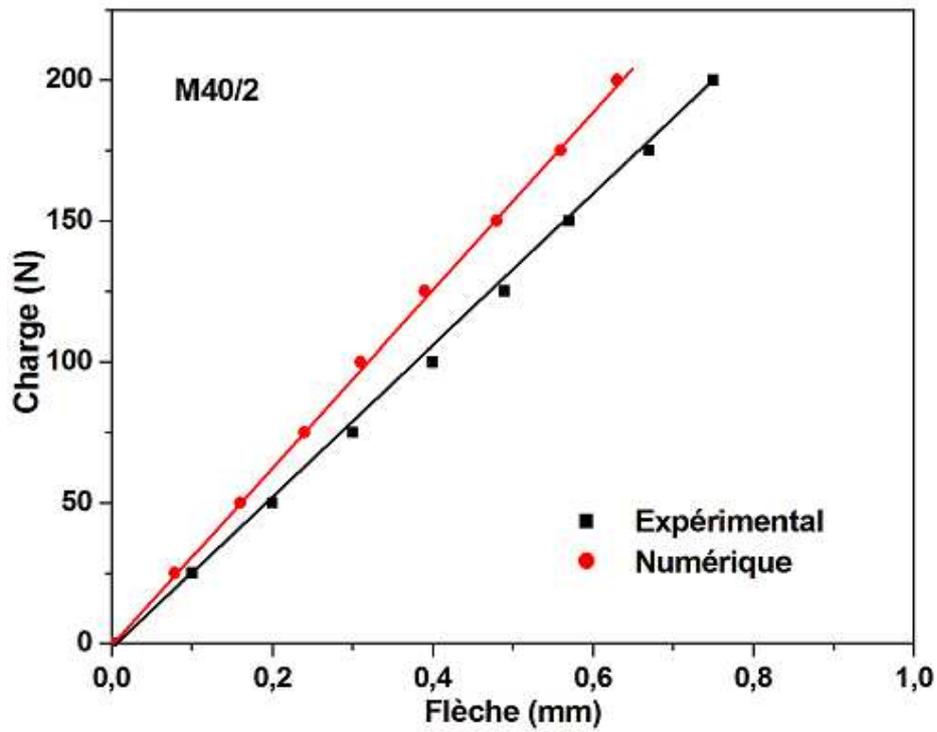


Figure 5.26 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/2

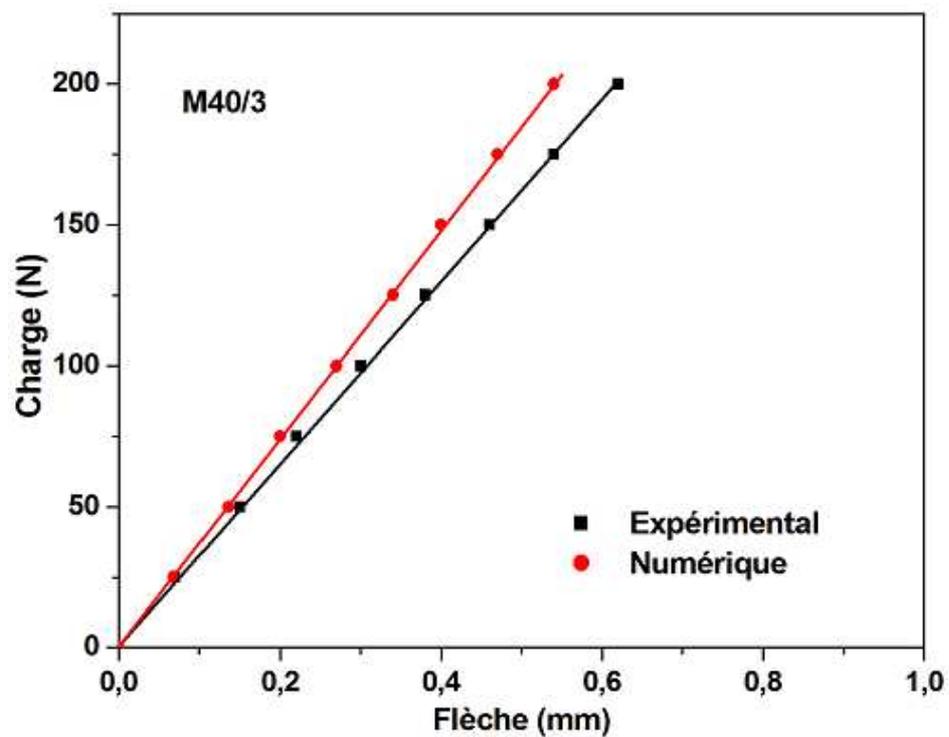


Figure 5.27 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/3

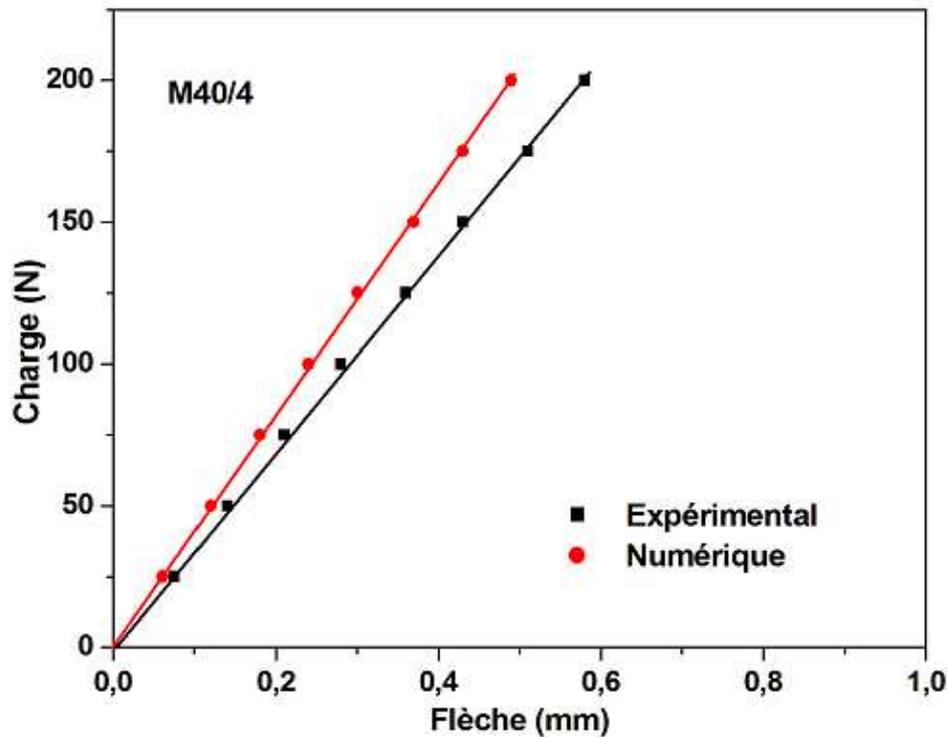


Figure 5.28 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/4

Sur les Fig. 5.19 à 5.28 sont illustrées les comparaisons entre résultats expérimentaux et simulations numériques. Elles représentent la flèche en fonction de la charge appliquée sur les structures sandwich multicouches en nid d'abeille polypropylène. Nous constatons un léger écart entre la simulation numérique et l'expérience. Cet écart reste très raisonnable en tenant compte des défauts possibles lors du processus de fabrication, notamment les bulles d'air et les incertitudes des appareils utilisés.

## 5.6 Conclusion

La connaissance des caractéristiques mécaniques est la première étape dans la compréhension des matériaux sandwich. Les formulations analytiques sur l'homogénéisation ont permis de déterminer les matrices de rigidité tridimensionnelle du nid d'abeille en polypropylène et du composite T800/M300.

Cette étude a permis de montrer que malgré les difficultés que pose le nid d'abeille et le composite, on arrive à déterminer son comportement en utilisant les modélisations analytiques pour le composite, analytiques et numériques pour le nid d'abeille.

La comparaison des résultats de modèle analytique (Gibson et Ashby, [45]) avec ceux obtenus par simulation numérique a permis de mieux cerner les valeurs des modules élastiques. On peut constater que l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle analytique est d'environ 7,8% pour  $E_1$  et 5 % pour le coefficient de Poisson. Cet écart est relativement acceptable en prenant le module de Gibson comme référence. Pour le cas de la traction suivant Y, on peut remarquer que l'écart des résultats entre des deux modèles est d'environ 12% pour  $E_2$  et 25 % pour le coefficient de Poisson. Nous avons constaté que, pour la simulation suivant Z, l'écart est d'environ 7% pour  $E_3$ . Par contre l'écart sur le coefficient de Poisson est très faible.

Pour ce qui concerne le module de cisaillement  $G_{12}$ , l'écart des résultats entre ANSYS et Gibson est d'environ 6,4%. Cette erreur assez importante concerne un module de faible valeur donc peu important dans les propriétés mécaniques des sandwichs. L'erreur sur  $G_{23}$  est de 2,9%. Les modules de cisaillements  $G_{21}$ ,  $G_{31}$  et  $G_{32}$  sont obtenus uniquement par simulations numériques.

Nous avons aussi abordé dans ce chapitre quelques méthodes permettant d'estimer les propriétés élastiques des composites T800/M300 à partir des propriétés de leurs constituants.

La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par la simulation numérique des structures sandwichs en nid d'abeille polypropylène montre un léger écart. Cet écart reste très raisonnable en tenant compte des défauts possibles du processus de fabrication, notamment les bulles d'air et les incertitudes des appareils utilisés.

## Conclusion générale

L'objectif de ce travail s'articulait selon trois axes.

**Axe 1:** caractérisation du comportement mécanique en flexion et à l'impact d'un matériau original l'YmaCell. Ce matériau est un composite cellulaire de nouvelle génération. Ses caractéristiques intrinsèques permettent d'adapter les propriétés du matériau constituant l'âme d'un sandwich en fonction de l'application industrielle finale. Afin de mieux appréhender la compréhension de l'influence des caractéristiques intrinsèques de l'YmaCell, nous avons procédé à une étude comparative d'un certain nombre de matériaux d'âmes. Ces âmes sont recouvertes de différentes peaux.

A la suite des essais réalisés au cours de cette partie nous pouvons proposer les conclusions suivantes:

- les propriétés mécaniques des sandwichs varient avec différents paramètres des peaux comme l'orientation et le module de traction. Certaines propriétés mécaniques sont aussi influencées de manière significative par les processus de fabrication. On remarque que les panneaux produits par collage simple sont moins performants que ceux qui allient les propriétés chimiques de l'âme et des peaux.

- La rigidité en flexion du composite YmaCell, associée au choix judicieux d'une peau, est plus importante que celle de la structure faisant appel à un nid d'abeille ou de la mousse thermoplastique en polychlorure de vinyle alvéolaire.

- L'YmaCell permet aussi d'obtenir des liaisons chimiques très performantes avec les peaux en comparaison avec d'autres matériaux d'âme.

- L'analyse des courbes donnant l'indentation en fonction du module de cisaillement de l'âme permet de mettre en évidence qu'un module de cisaillement important favorise l'indentation et que les structures sandwichs les moins rigides absorbent mieux l'énergie et sont les moins endommagées par l'impact

**Axe 2:** développement d'un nouveau concept d'âme complexe. Il repose sur l'empilement de matériaux de natures différentes suivant une séquence bien précise. L'objectif est l'analyse de l'influence, sur les propriétés mécaniques, de la séquence d'assemblage de couches de matériaux d'âmes.

Les différents essais effectués conduisent aux conclusions suivantes:

- l'analyse des résultats en flexion trois et quatre points permet de cerner le comportement sous chargement statique des sandwichs multicouches à base de nid d'abeille polypropylène notamment en fonction de l'épaisseur et du nombre de couches d'âme.

- La rigidité en flexion et la charge à la rupture du sandwich croissent avec l'augmentation de l'épaisseur et du nombre de couches.

- Quand le nombre de couches passe de simple à quadruple, le module de cisaillement apparent augmente d'environ 77% dans le cas des séries de 20 mm, et d'environ 26% dans le cas des séries de 40 mm.

- Les résultats d'essais de flexion mettent en évidence l'influence positive de l'accroissement du nombre de couches de matériau d'âme sur les propriétés mécaniques finales de la structure composite. En effet, pour une déformation donnée, l'augmentation du nombre de couches au niveau du matériau d'âme permet d'accroître la charge appliquée. L'analyse des résultats d'essais de flexion en fonction de la distance inter-appuis donne accès au module de cisaillement apparent du matériau d'âme multicouche. Cette technique d'assemblage semble très intéressante pour de nombreuses applications industrielles. Elle permet dans certain cas une réduction de l'épaisseur finale des structures d'un facteur 2 tout en conservant les performances mécaniques.

- Les observations des éprouvettes rompues montrent que la rupture des structures sandwichs dépend fortement de l'épaisseur et du nombre de couches en nid d'abeille polypropylène.

- La rupture des sandwichs multicouches se caractérise par:

- un flambement des cellules du nid d'abeilles ;
- une indentation des peaux sous la barre d'appuis ;
- un décollement local entre peau et matériau d'âme et au niveau des couches intermédiaires.

**Axe 3 :** modélisation par la méthode des éléments finis en flexion de structures sandwichs multicouches. L'objectif principal de cette partie est la détermination des constantes élastiques des matériaux constituant le sandwich par la méthode d'homogénéisation.

La connaissance des caractéristiques mécaniques est la première étape dans la compréhension des matériaux sandwichs. Les formulations analytiques sur l'homogénéisation conduisent à déterminer les matrices de rigidité tridimensionnelle du nid d'abeille polypropylène et du composite T800/M300.

Malgré les difficultés que pose l'analyse du nid d'abeille et du composite, on arrive à déterminer son comportement en utilisant d'une part les modélisations analytiques pour le composite et d'autre part les modélisations analytiques et numériques pour le nid d'abeille.

La comparaison des résultats du modèle analytique (Gibson) avec ceux obtenus par simulation numérique permet de mieux cadrer les valeurs des modules élastiques. On peut constater que les écarts entre résultats de la simulation numérique et du modèle analytique sont acceptables pour le module  $E_1$  et pour le coefficient de Poisson sachant que le modèle de Gibson est pris comme référence. Pour le cas de la traction suivant Y, les écarts sont plus importants. Suivant Z, l'écart sur le coefficient de Poisson est très faible.

Pour ce qui concerne le module de cisaillement  $G_{12}$ , l'écart entre simulation ANSYS et Gibson est d'environ 6,4%. Cette erreur cependant un module de faible valeur donc peu important dans les propriétés mécaniques des sandwichs. Les modules de cisaillements  $G_{21}$ ,  $G_{31}$  et  $G_{32}$  sont obtenus uniquement par simulation numériques.

Les propriétés élastiques des composites T800/M300 ont été déterminées à partir des propriétés de leurs constituants à l'aide de quelques modèles de comportement.

En conclusion, il a été possible de mettre en évidence les améliorations apportées par des âmes complexes sur les propriétés mécaniques des composites. La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux de la simulation numérique pour des structures sandwichs multicouches en nid d'abeille polypropylène montre des écarts acceptables compte tenu des défauts systématiques introduits par les processus de fabrication et des incertitudes provenant des appareils de test.

Ce travail pourra se poursuivre en étudiant d'autres combinaisons des matériaux d'âmes et en faisant appel à des modèles de simulation plus élaborés. Un des objectifs futurs est d'étudier des structures multicouches avec le matériau d'âme **YmaCell** en lieu et place du nid d'abeille polypropylène.

# Annexe 1

## A1.1 Série de 10

### A1.1.1 Effet de la couche intermédiaire

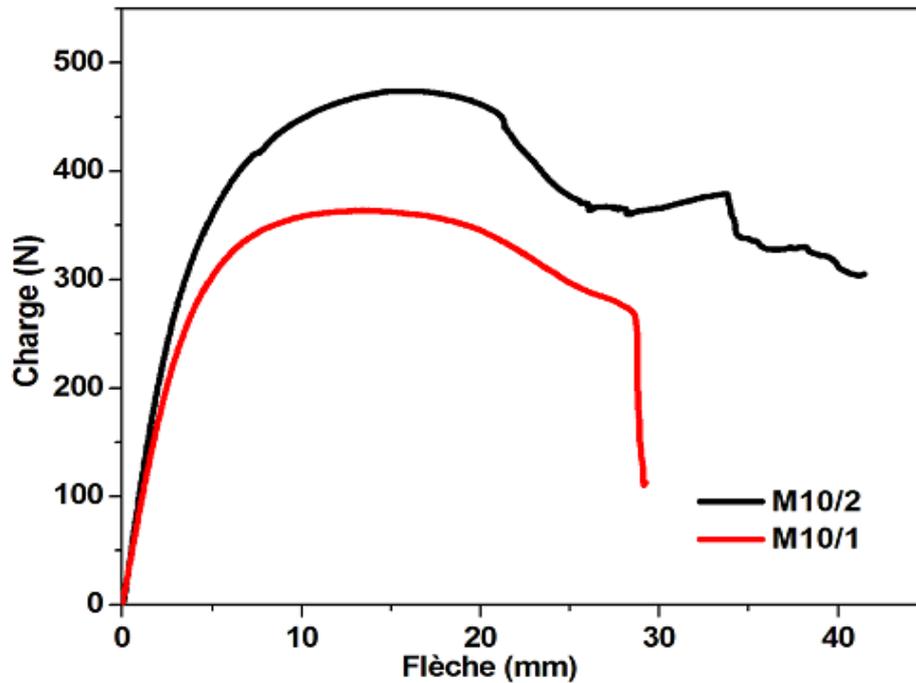


Figure A1.1 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L=200 mm)

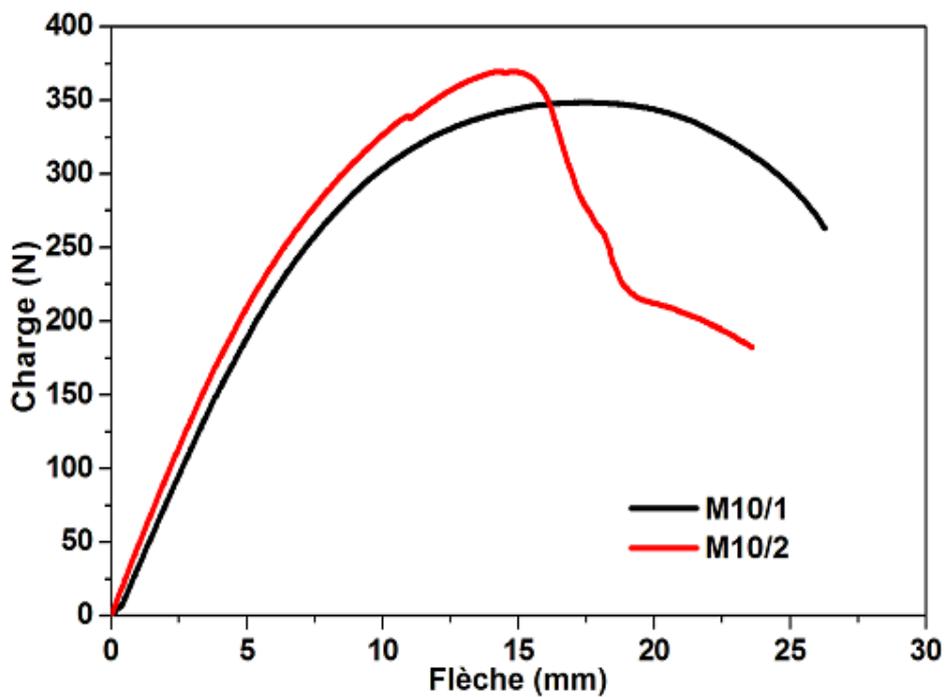


Figure A1.2 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L=300mm)

## A1.1.2 Effet de la distance inter-appuis

### A1.1.2.1 Module de cisaillement des âmes multicouches

- Doubles couches d'âme (5:5)

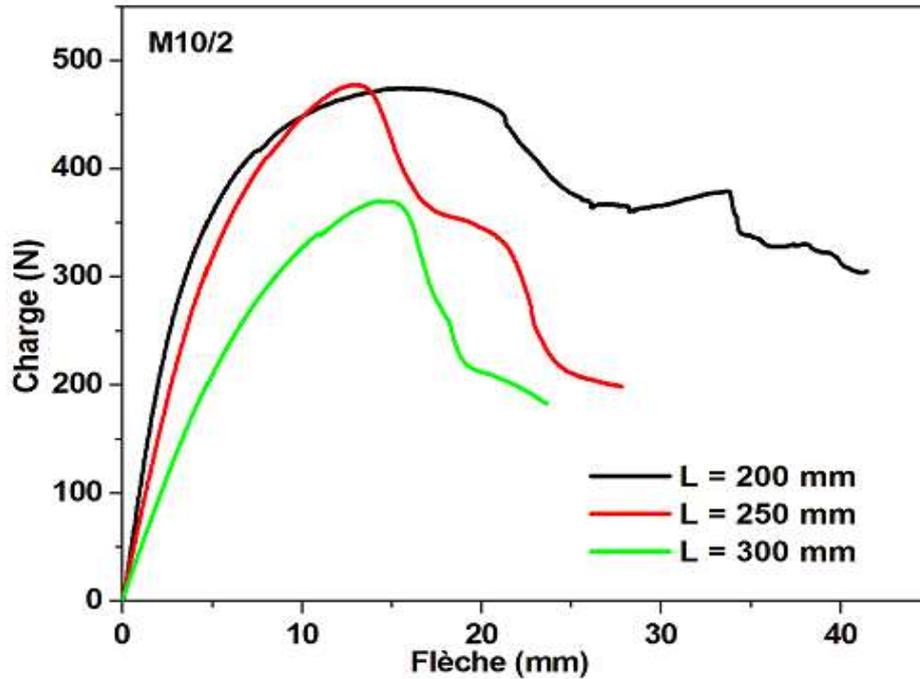


Figure A1.3 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M10/2)

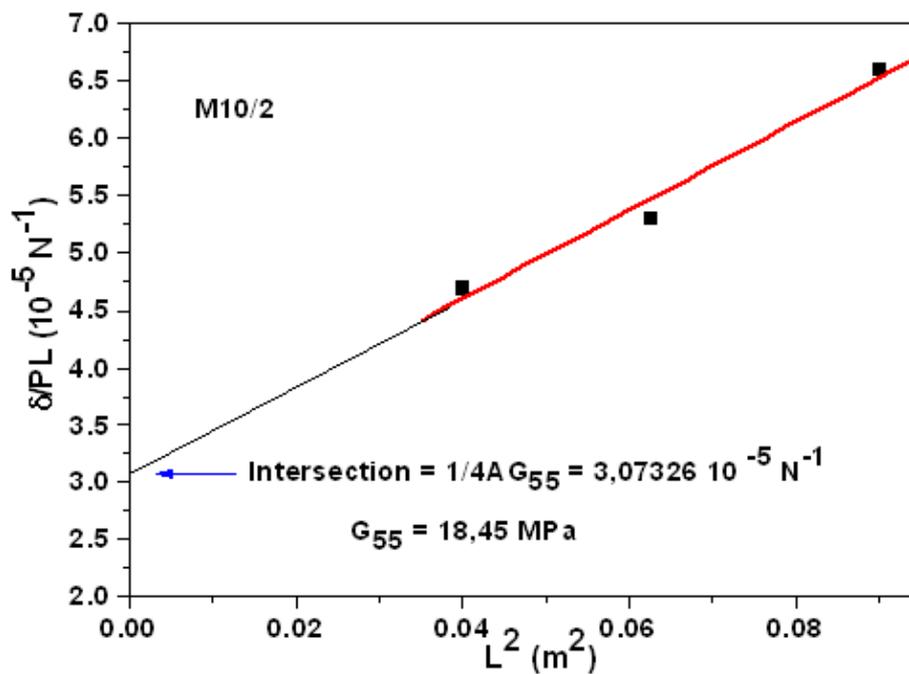


Figure A1.4 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M10/2

## A1.2 Série de 20

### A1.2.1 Effet de la couche intermédiaire

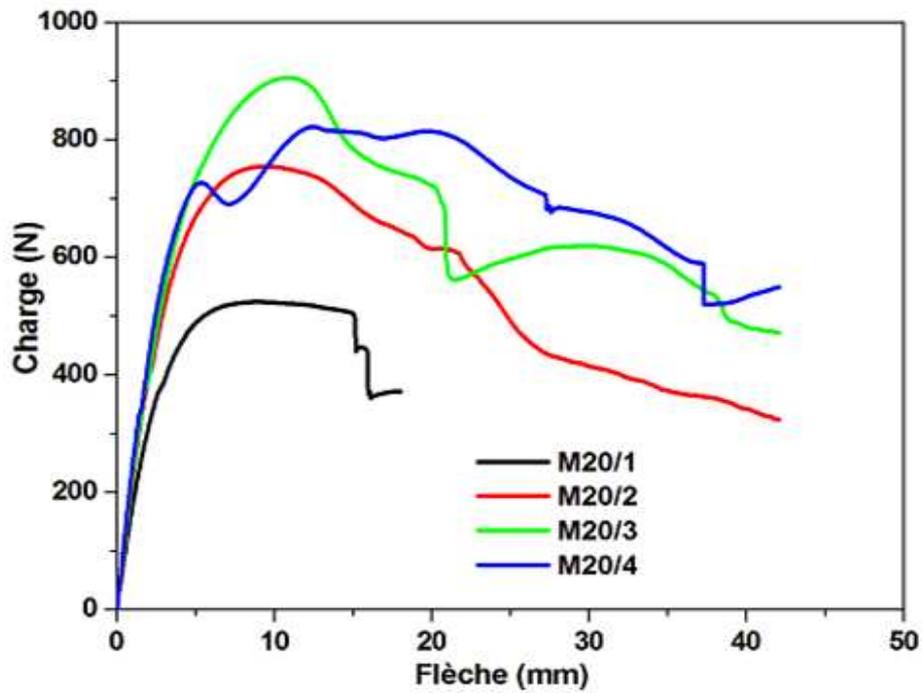


Figure A1.5 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L=200 mm)

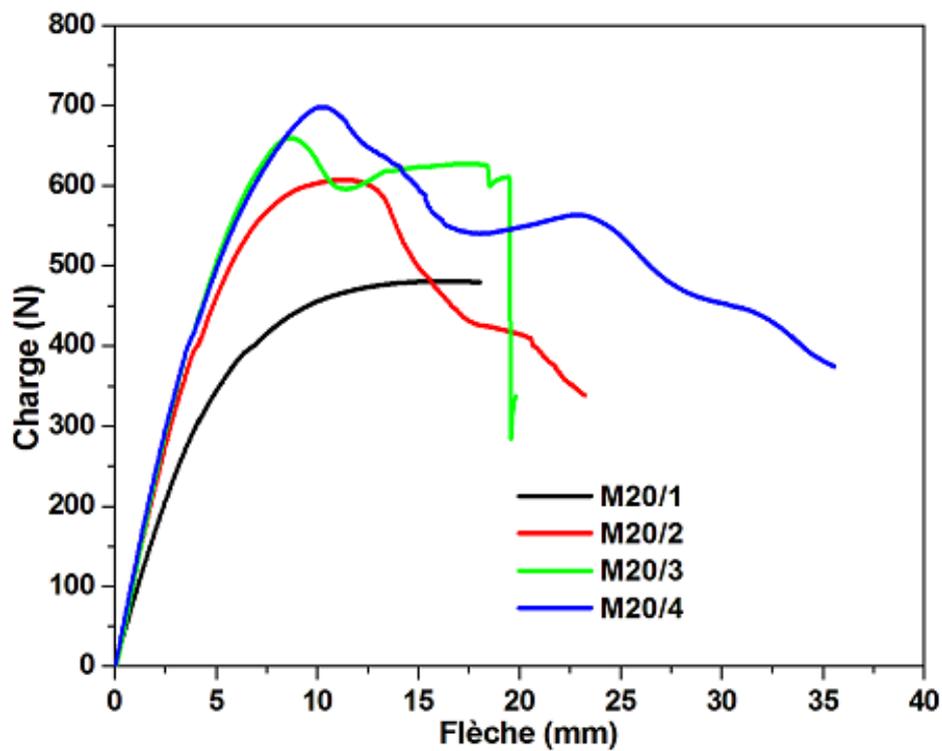


Figure A1.6 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L=300 mm)

## A1.2.2 Effet de la distance inter-appuis

### A1.2.2.1 Doubles couches d'âme (10 : 10)

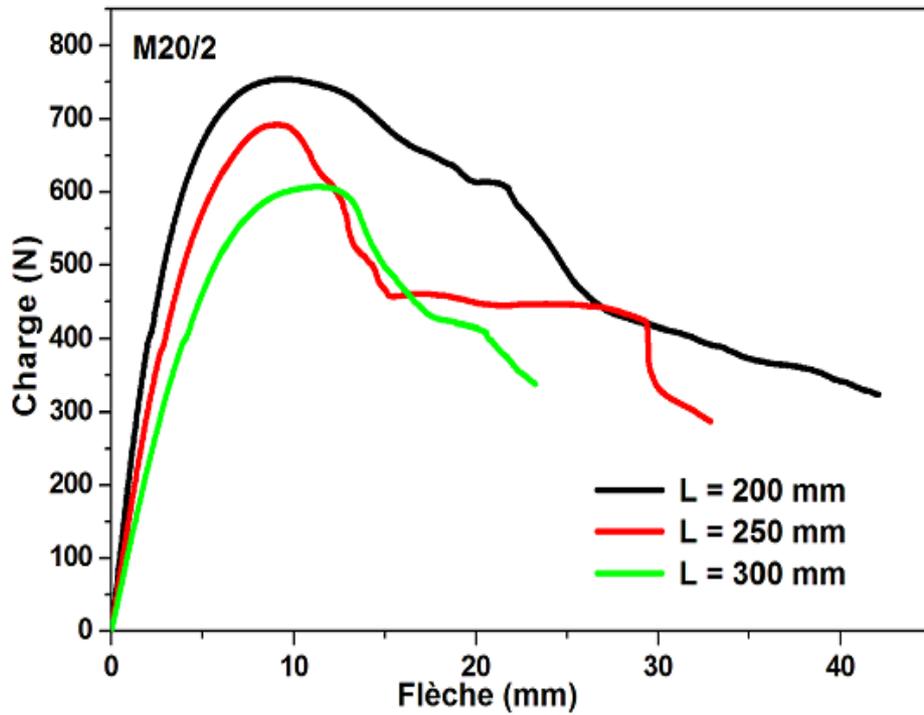


Figure A1.7 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/2)

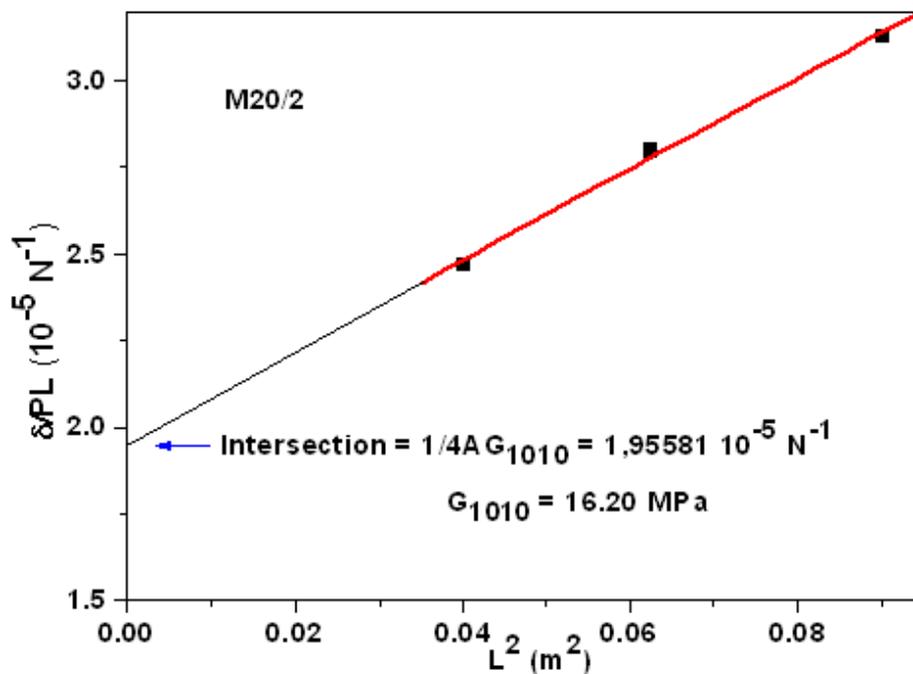


Figure A1.8 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/2

## A1.2.2.2 Triples couches d'âme (5:10:5)

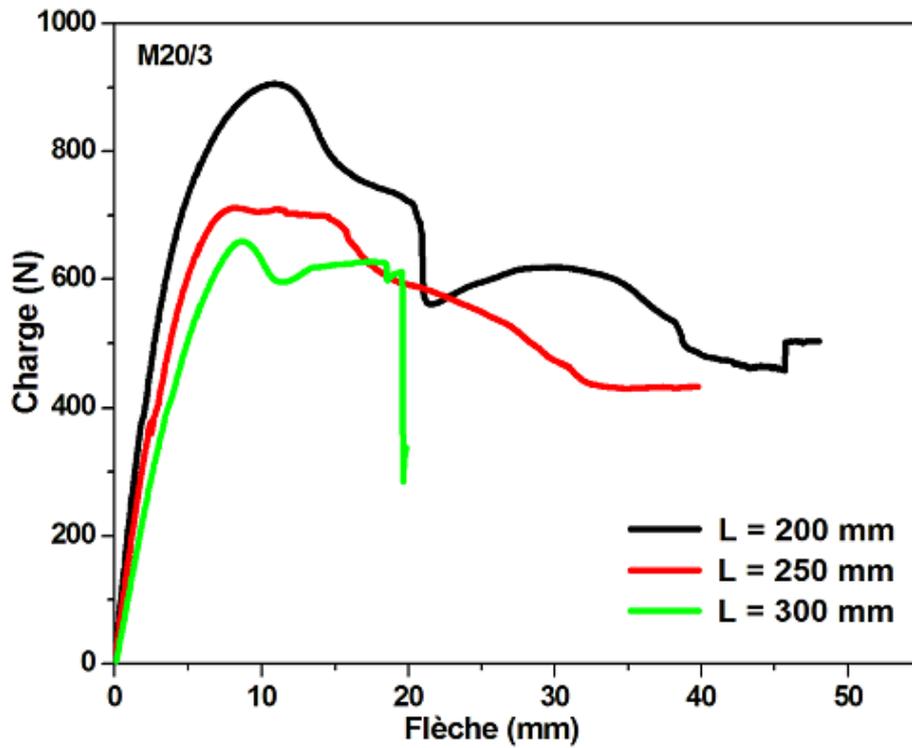
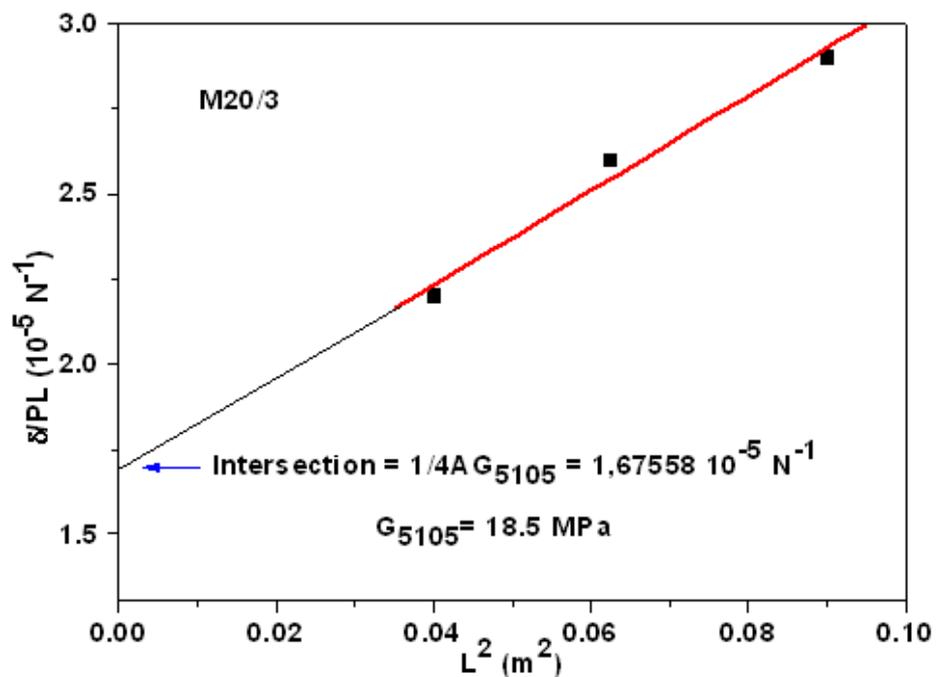


Figure A1.9 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/3)

Figure A1.10 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/3

## A1.2.2.3 Quadruples couches d'âme (5:5:5:5)

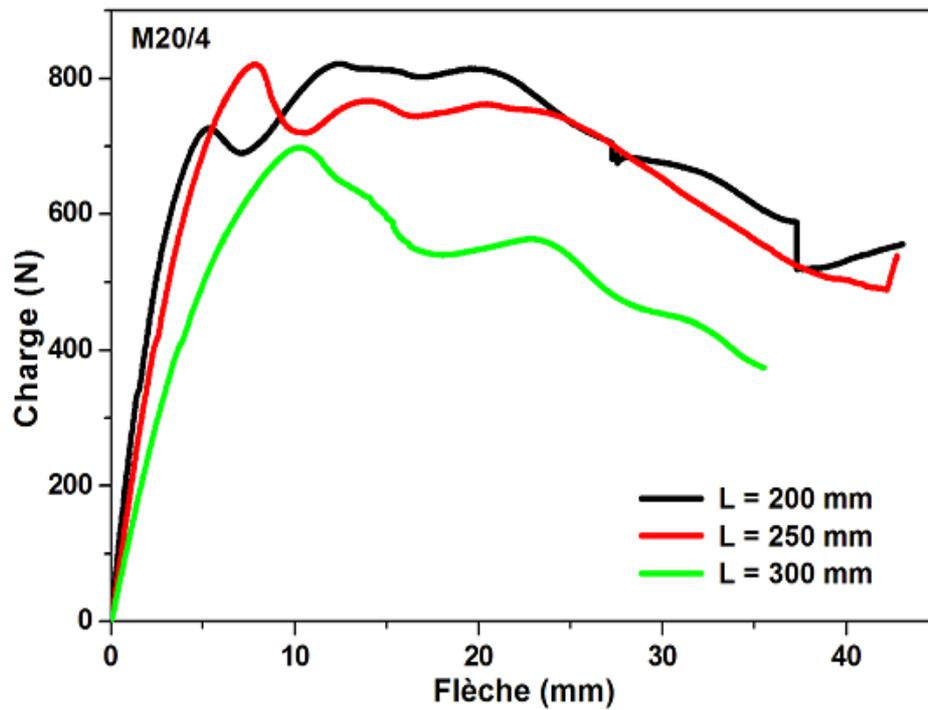
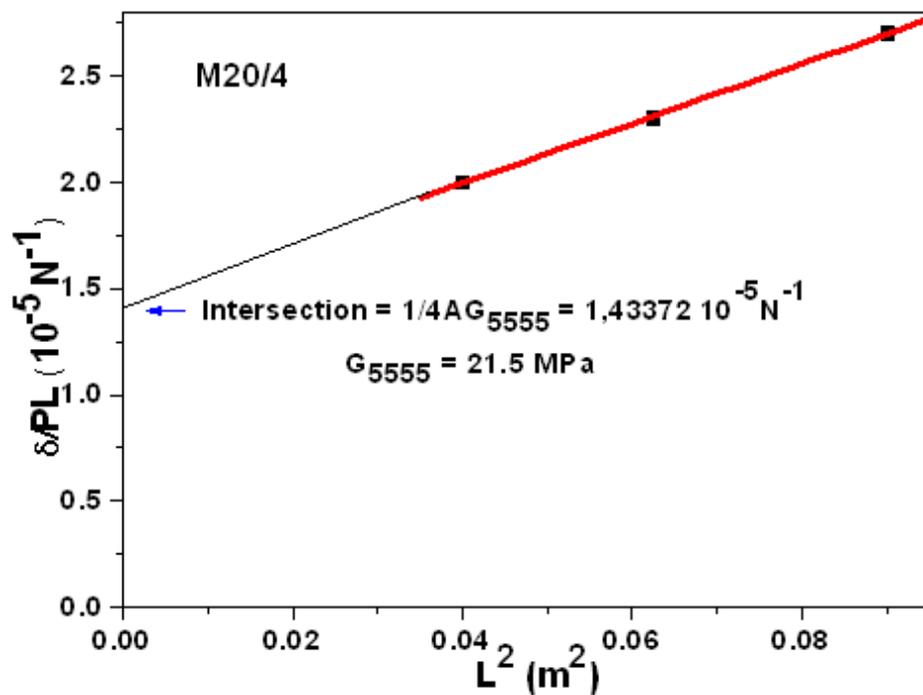


Figure A1.11 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/4)

Figure A1.12 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/4

## A1.3 Série de 40

### A1.3.1 Effet de la couche intermédiaire

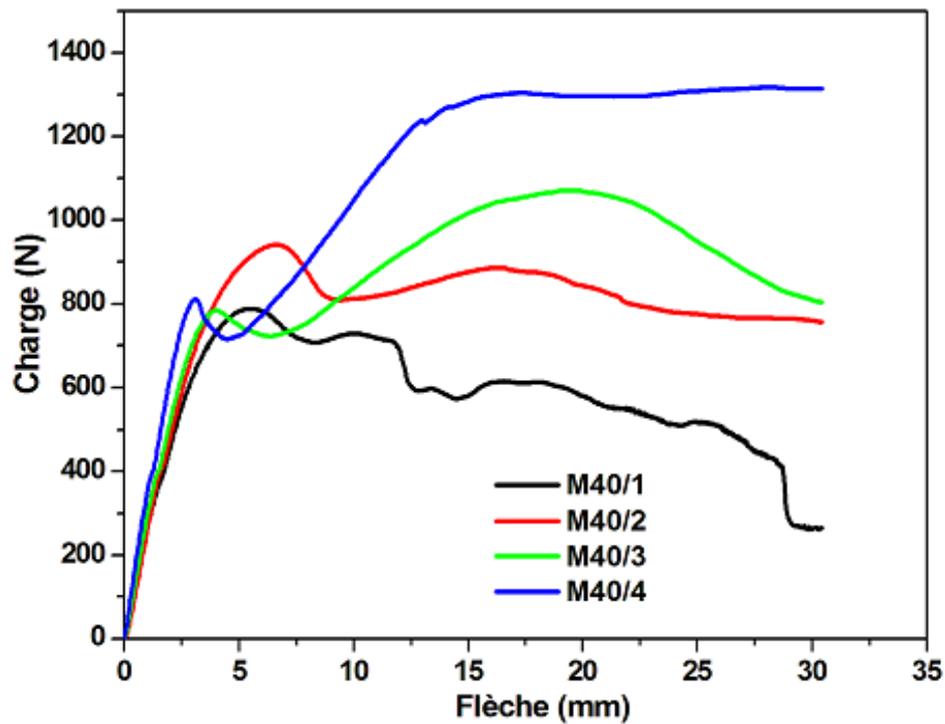


Figure A1.13 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L=200 mm)

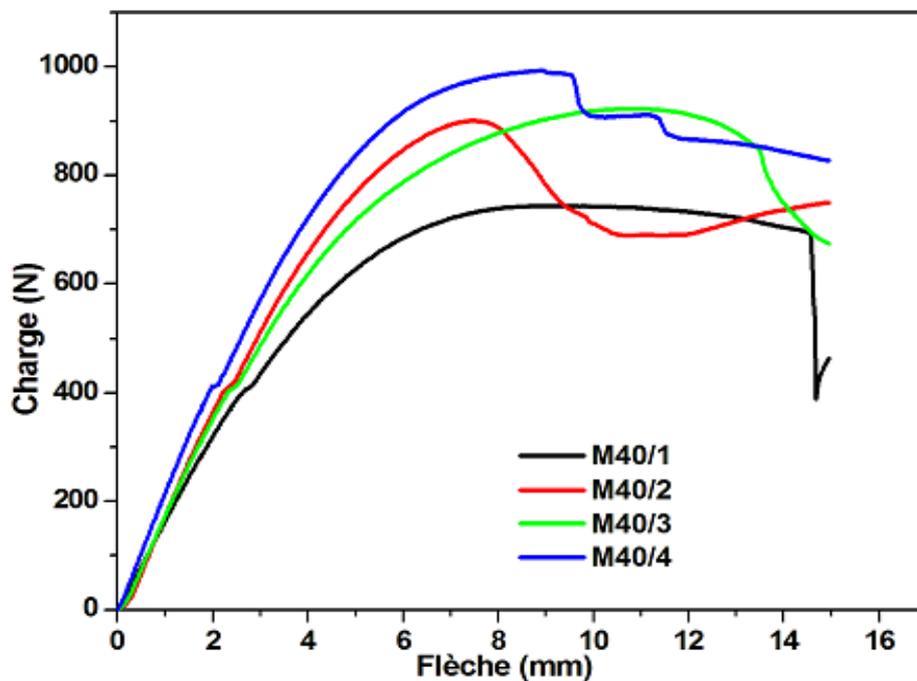


Figure A1.14 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L=300 mm)

### A1.3.2 Effet de la distance inter-appuis

#### A1.3.2.1 Module de cisaillement des âmes multicouches

a-Double couche d'âme (20:20)

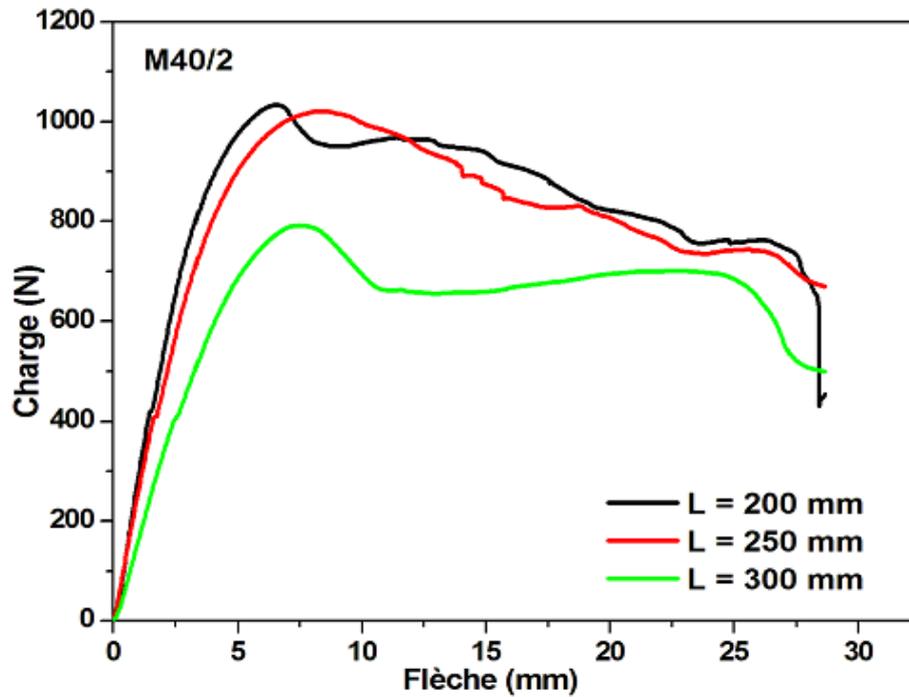


Figure A1.15 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/2)

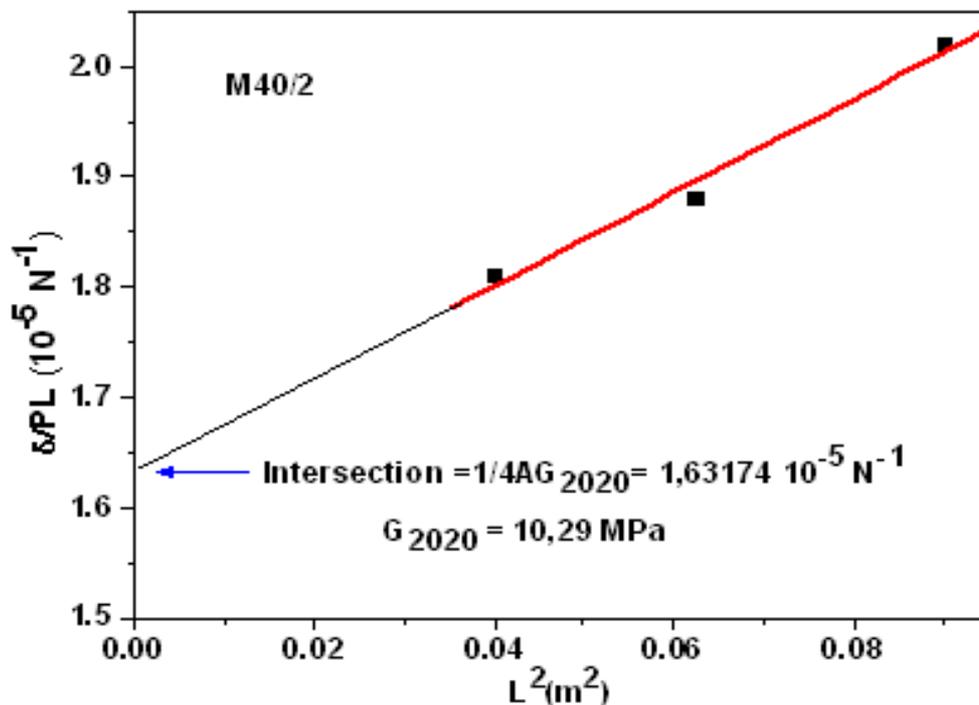


Figure A1.16 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/2

b-Triple couche d'âme (15:10:15)

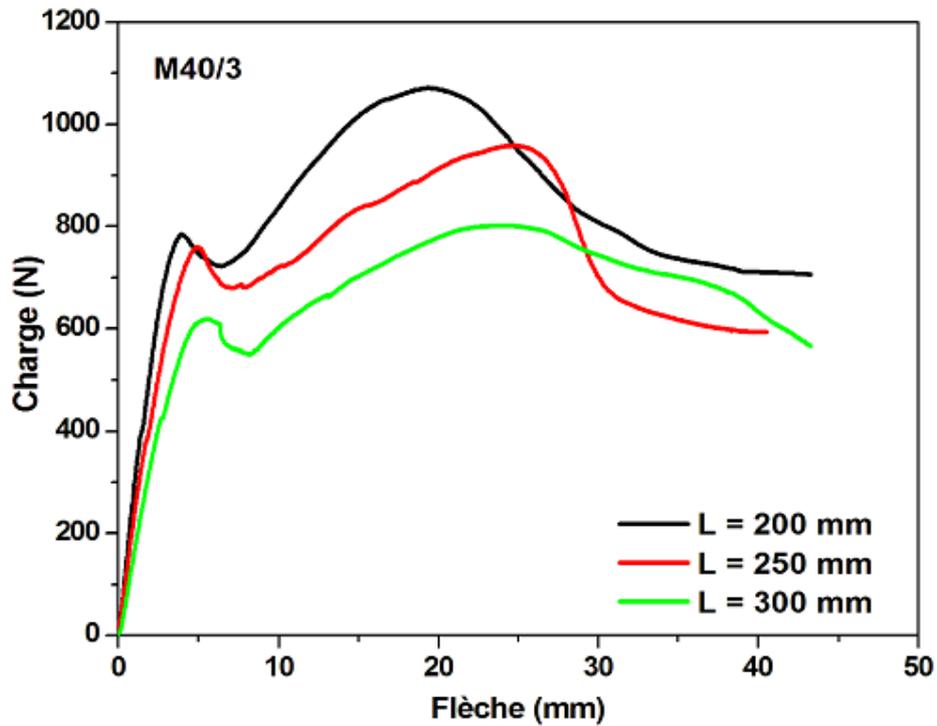


Figure A1.17 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/3)

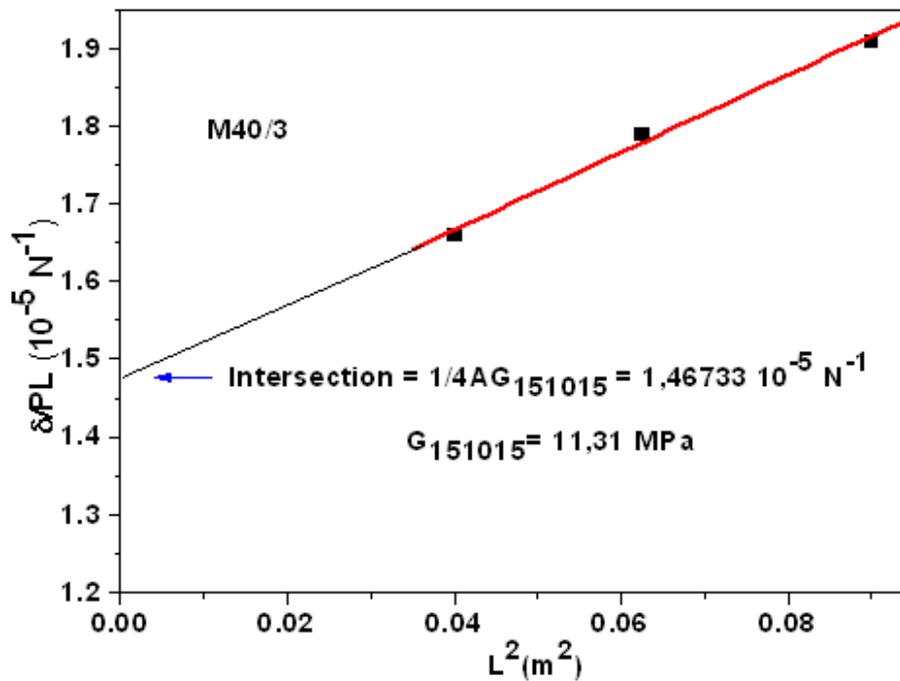


Figure A1.18 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/3

c- Quadruple couche d'âme (10:10:10:10)

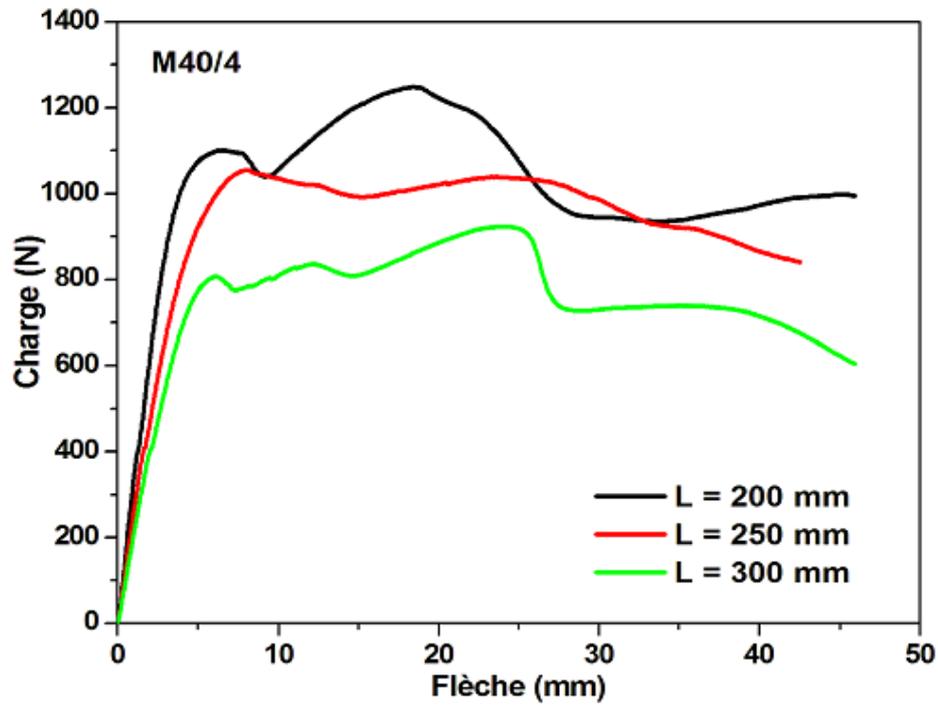


Figure A1.19 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/4)

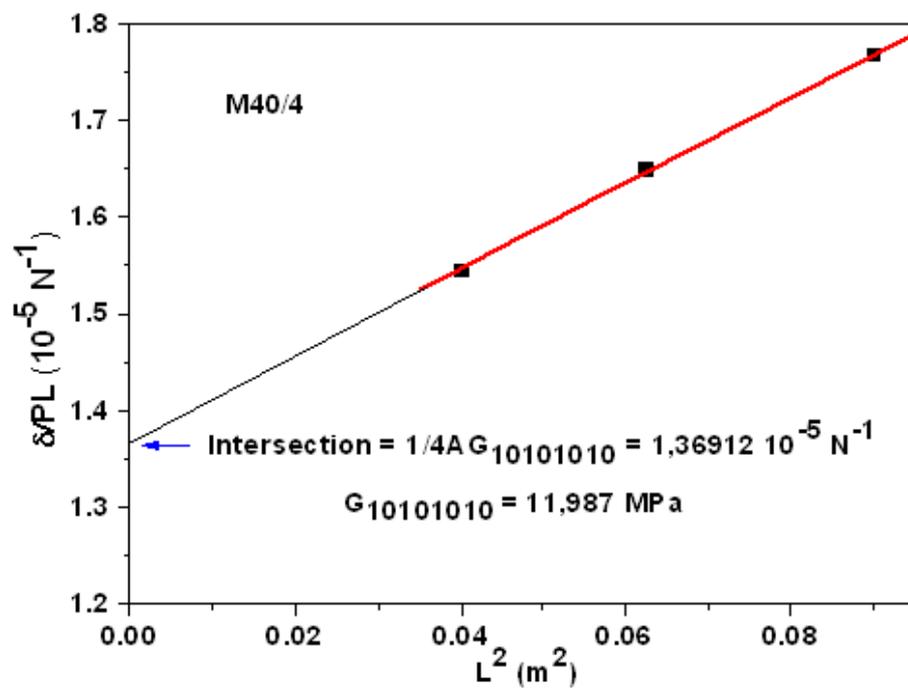


Figure A1.20 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/4

## Annexe 2

### **A2.1 Présentation des codes de calcul « CASTEM2008 » et « ANSYS 10»**

ANSYS 10 et CASTEM 2008 sont des codes d'éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

CASTEM 2008 a été développé par le Département Mécanique et Technologie (D.M.T) du Commissariat français à l'Energie Atomique (C.E.A). Par contre ANSYS 10 a été développé à Canonsburg en Pennsylvanie. Ce code est l'un des plus grands développeurs et fournisseur de logiciels de simulation numérique.

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

1. Préparation des données ou Pré-processing: définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:

- définition des points clés (keypoints) /lignes/surfaces/volumes ;
- définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux;
- maillage des lignes /surfaces/volume si cela est requis.

Les données nécessaires dépendent évidemment de la de la dimension du problème. (i.e. 1D, 2D, axisymétrique, 3D).

2. Traitement ou Processing: assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des charges (localisées et/ou distribuées), contraintes ou conditions aux limites (translation et rotation) et, finalement, on résout le système d'équations.

3. Post-processing: analyse et visualisation des résultats; lors de cette étape, on peut examiner:

- la liste des déplacements nodaux ;
- les forces et des moments au niveau des éléments;
- tracé des Déformées.

L'organigramme des codes d'éléments finis est décrit sur la figure A2.1.

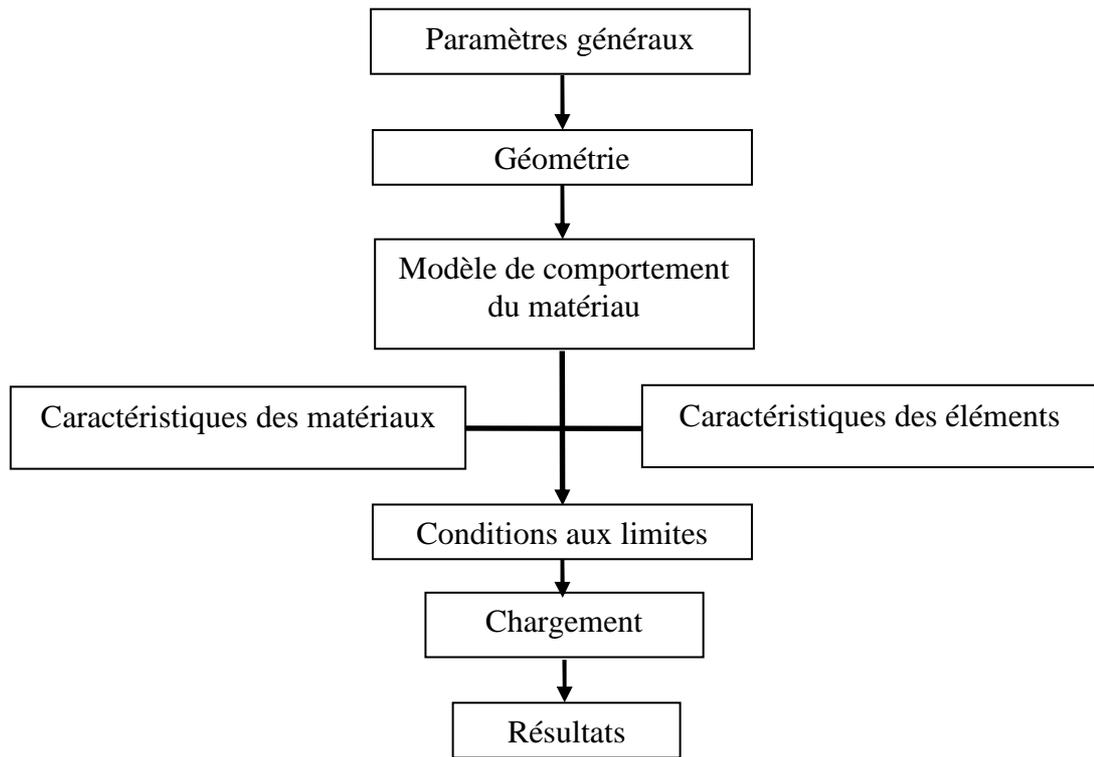


Figure A2.1 Etapes à suivre pour la programmation

# Bibliographie

- [1] Allen H. G., "Analysis and design of structural sandwich panels," Pergamon Press, London, U.K. 1961.
- [2] Sudharsan M., "Structural Design and Analysis of a Lightweight Composite Sandwich space Radiator Panel", Phd thesis, Bharathiar University, Coimbatore, India. 2003.
- [3] Berthelot J. M., "Matériaux composites: Comportement mécanique et analyse des structures", 4<sup>ème</sup> édition, 1996.
- [4] Timoshenko S. P., "Résistance des matériaux". Dunod, Paris, Tome 1, 1968.
- [5] Plantema F. J., "Sandwich Construction". John Wiley and Sons, New York, 1966.
- [6] Zenkert D., "An introduction to sandwich constructions", London, EMAS, 1997.
- [7] Sandwich concept, "DIAB sandwich handbook", Available from, <http://www.diabgroup.com>
- [8] Magnus B., "Fatigue crack initiation and propagation in sandwich structures". PhD thesis Department of Aeronautics Division of Lightweight Structures Stockholm Sweden. 1998.
- [9] Zenkert D., "An introduction to sandwich constructions". London, EMAS, 1995.
- [10] Engin M. R., "Characteristics of Innovative 3-D FRP Sandwich Panels". Ph.D thesis, North Carolina State University, Raleigh, 2005.
- [11] Kelsey S, Gellatly RA, Clark BW., Aircraft Engng, 30 (3) : 249-308, 1958.
- [12] Arias F, Kenis Paul J. A, Xu B., J. Mater. Res, 16 : 597-605, 2001.
- [13] Fleck N. F, Sridhar I., Composite, 33 : 353-359, 2002
- [14] Triantafillou T. C, Gibson L. J., Materials Science and Engng, 95:37-53, 1987
- [15] Jin Dai, Hahn H., composite structure, 61: 247-253, 2003
- [16] Avila A. F., composite structures, 81: 323-330, 2007
- [17] Yoshi A., Advanced Composite Materials, 2(4): 289-305, 1992
- [18] Thomesen O. T., Composite structures, 30: 85-101, 1995.
- [19] Belouettar S, Abbadi A, Azari Z, Belouettar R, Freres P., Composites structures, 87: 265-273, 2009.

- [20] Hexcel Composite. HexWeb tm honeycomb sandwich design technology. <http://www.hexcelcomposite.com>, 2004.
- [21] Zhao H., "Cellular Materials Under Impact Loading". AMAS Publications. Lecture note séries n° 12 IPPT, 2004.
- [22] Reyne M. "Technologie des composites". Edition Hermes. 1995.
- [23] Trotignon J.-P, Verdu J, Dobracginsky A., Piperaud M. "Précis de Matières plastiques : Structures-propriétés, mise en oeuvre, normalisation". Edition NATHAN, AFNOR. 1996.
- [24] Progelhof R. C, Throne J. L., "Polymer Engineering Principles". Edition Hanser. 1993.
- [25] Schmitt Y., "Approches rhéologiques et mécaniques des matériaux composites à fibres courtes" Thèse de l'université de Metz, 1999.
- [26] Cordell T. M., Sjöblom, "Low velocity impact testing of composite ". Proc. American Soc. Comp. 1<sup>st</sup> Tech. Conf., Dayton (OH), pp 297-312. 1986.
- [27] Cantwell W. J, Morton J., Composite 22, pp: 347-362, 1991.
- [28] Sutherland L. S, Guedes S. C., Int Journal of Impact Engng, 31 :1–23, 2005.
- [29] Lee H, Dear J. P, Brown S. A., Int Journal of Impact Engng, 32 :130–154, 2005.
- [30] Vignjevic R, Meo M, Marengo G., Int Journal of Mech sciences, 47 :1301–1325, 2005.
- [31] Liu D, Malvern L. E., Journal of Composite Materials, 21:594–609, 1987.
- [32] Akil Hazizan Md, Cantwell W. J., Composites: Part B 34, Pages 679-687, 2003.
- [33] Akil Hazizan Md, Cantwell W. J., Composites, Part B 33, Pages 193–204, 2002.
- [34] Kalamkarov A. L., "Composite and reinforced elements of construction". New Work, NY: John Wiley & Sons, 1992.
- [35] Parton V. Z, Kudryavtsev B. A., "Engineering mechanics of composite structures". Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [36] Chamis C. C, Aiello R. A, Murthy L. N., Journal of composite thechnology & research, vol. 10, pp. 93-99, 1988.
- [37] Albachi L., "Modélisation numérique et expérimentale du comportement des matériaux sandwichs appliqué à l'aéronautique", Thèse de l'ENI de Tarbes, 2002.
- [38] Takano N, Zako M, Kikuchi, N., Mater. Sci. Res. Int. 1 (2), 82–88, 1995.

- [39] Bourgeois S, Cartraud P, Debordes O., "Homogenization of periodic sandwiches. In: Mechanics of Sandwich Structures". Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 139–146, 1998.
- [40] Vougiouka G, Guedes, H.R., "Prediction of elastic properties of sandwich panels using a homogenization computational model. In: Mechanics of Sandwich Structures". Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 147–154, 1998.
- [41] Meraghni F, Desrumaux F, Benzeggagh M. L., *Composites* 30 (6), 767–779, 1999.
- [42] Burton W, Noor A., *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, vol. 145, p. 341-360, 1997.
- [43] Abbadi A., "Caractérisation en fatigue d'une structure sandwich à âme nids d'abeille", Thèse de l'université de Metz, 2007.
- [44] Karama M, Lorrain B., *Mecanique & Industries* 7, 39-48, 2006.
- [45] Gibson L. J, Ashby M. F, "Cellular Solids: Structure and Properties", Pergamon, Oxford 1988.
- [46] Gibson L. J., Hierarchical cellular materials, Materials research society, Fall Meeting, 1991.
- [47] Grédiac M., *Int Journal of Solids and Structures*, Vol. 30(13), pp. 1777-1788, 1993.
- [48] Molimard J., "Mécanique des matériaux composites". EMSE <http://www.librecours.org/documents/52/5268.pdf>, 2004.
- [49] Hexcel, Design of sandwich structures, Structural Materials Handbook, Section IV, 1994
- [50] Bitzer T. N., "Useful analysis methods for sandwich structures", Hexcel corporation report-SAMPE symposium California-April, 1994.
- [51] Joël Cugnoni, Atlas Sct Assembly Finit Element Analysis, Lausanne, 2001.
- [52] Hexcel.composite, "HexWeb TM. Honeycomb sandwich design technology", <http://www.Hexcel.com>, 2000.
- [53] Andrews E. W, Gibson L. J, Ashby M. F., *Acta mater.* Vol. 47, No. 10, pp. 2853-2863, 1999.
- [54] Huan - Ting Hsied., "A study on the stiffness of composite honeycomb plates" Master's thesis, 2002.
- [55] Abd El-Sayed F. K, Phd thesis, University of Sheffield, 1976.
- [56] Abd El-Sayed F. K, Jones R, Burgens I. W, *Composite*, 1978

- 
- [57] Patel M. R, Finite I, J Mat, 5:909, 1970.
- [58] Mechanics of Honeycombs, <http://www.mse.mtu.edu~drjohn/my4150/honey>
- [59] Kelsey S, Gellatly R. A, Clark B. W, Aircraft engng, pp. 294-302, 1958.
- [60] Voigt W., "Über die beziehung zwischen den beiden elastizitätskonstanten isotroper körper". Wied. Ann., vol.38, p.573, 1889.
- [61] Reuss A., "Berechnung des fliessgrense von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle". Zeitung auf Angeweit Mathematik Mechanik, vol.9, p.49, 1929.
- [62] Hashin Z, Shtrickman S., Journal of Mechanical Physic of Solids, 11: 127, 1963.
- [63] Halpin J. C., Tsai S.W., "Effects of environmental factors on composite materials". AFML-TR, p.67, 1969.
- [64] Tsai W., Pagano N. J., "Composites Materials Worshop". Technomic Publishing CO, New York, 1968.
- [65] Hill R., Journal of Mechanical Physic of Solids, vol.12, p.199, 1964.
- [66] Hashin Z, Rosen B. W., Journal of Applied Mechanics, vol.31, p.223, 1964.
- [67] Hashin Z., AIAA J., vol.31, pp.1411, 1966.
- [68] Christensen R. M, Lo K. H., Journal of Mechanical Physic of Solids, 27:315, 1979.
- [69] Hermans J. J., "Elastic Properties of Fiber Reinforced Materials When the Fibers are Aligned," Proc. Roy. Academy Amsterdam Vol. B70, 1967.
- [70] Hashin Z., Journal of Applied Mechanics, vol.50, p.481, 1983.
- [71] Gay D, "Matériaux composites", édition Hermès, 1997.
- [72] Mindlin R. D., J. Appl., Mech., 18, 31–38, 1997

# Liste des figures

## CHAPITRE 1 : COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX SANDWICHS

- Figure 1.1 Schéma d'un sandwich [2]  
Figure 1.2 Charge appliquée sur une poutre sandwich [9]  
Figure 1.3 Flexion trois-points  
Figure 1.4 Répartition des contraintes de cisaillement [10]  
Figure 1.5 Déformation en cisaillement dans l'âme [10]  
Figure 1.6 Flexion 4 points [8]  
Figure 1.7 a) flambement global du sandwich b) flambement local du sandwich [15]  
Figure 1.8 Flambement généralisé des peaux du sandwich [20]  
Figure 1.9 Rupture des peaux en traction ou en compression [20]  
Figure 1.10 Modes locaux de rupture par indentation [20]  
Figure 1.11 Rupture de l'âme en cisaillement [20]  
Figure 1.12 Flambement généralisé de l'âme du sandwich [20]  
Figure 1.13 Flambement localisé « wrinkling » [20]  
Figure 1.14 Flambement localisé « dampling » [20]  
Figure 1.15 Type de dégradation de l'adhésif

## CHAPITRE 2 : MATÉRIAUX DE L'ÉTUDE

- Figure 2.1 Structure sandwich en YmaCell  
Figure 2.2 Structure en nid d'abeille polypropylène  
Figure 2.3 Schéma de Roving 3 plis  
Figure 2.4 Structure sandwichs multicouches  
Figure 2.5 Moulage sous vide  
Figure 2.6 Technique de stratification  
Figure 2.7 Essai d'impact masse tombante [33]  
Figure 2.8 Machine d'impact  
Figure 2.9 Evolution de l'indentation en fonction de l'énergie  
Figure 2.10 Machine de flexion 4 points  
Figure 2.11 Essai de flexion 4 points

Figure 2.12 Essai de flexion 3-points

Figure 2.13 Courbe charge/flèche d'un essai de flexion 4 points

Figure 2.14 Machine de traction

Figure 2.15 Schéma de l'éprouvette de traction

### **CHAPITRE 3 : ÉTUDE COMPARATIVE ET CARACTÉRISATION EN FLEXION ET L'IMPACT D'YMACELL AVEC D'AUTRES MATERIAUX D'ÂMES**

Figure 3.1 Influence des propriétés intrinsèques de l'YmaCell sur le comportement en flexion de structures composites (peau en polypropylène)

Figure 3.2 Courbes charge - flèche en fonction du cœur - peaux en Roving 3 plis

Figure 3.3 Courbes charge - flèche en fonction du cœur – peaux en fibres de carbone 2 plis

Figure 3.4 Courbes charge – flèche pour un cœur en YmaCell avec des peaux différentes

Figure 3.5 Courbe charge – flèche pour une âme YmaCell avec des peaux orientées

Figure 3.6 Courbe charge – flèche pour une âme en YmaCell avec l'ensemble des peaux

Figure 3.7 Essai d'impact avec peaux en Roving 3 plis

Figure 3.8 Essai d'impact avec peaux en fibres de carbone 2 plis

Figure 3.9 Comparaison de l'indentation sur des structures ayant les mêmes peaux

### **CHAPITRE 4 : ETUDE DU COMPORTEMENT EN FLEXION TROIS ET QUATRE POINTS DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLENE**

Figure 4.1 Panneaux composites multicouche en nid d'abeille polypropylène

Figure 4.2 Courbe contrainte/déformation en traction du composite T800/M300

(vitesse d'essai : 1mm/min)

Figure 4.3 Courbe contrainte/déformation en traction du composite M450

(vitesse d'essai : 1mm/min)

Figure 4.4 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L = 250 mm)

Figure 4.5 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L = 250 mm)

Figure 4.6 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L = 250 mm)

Figure 4.7 La rigidité en flexion en fonction de la distance entre les appuis (série 20)

- Figure 4.8 Courbes charge - flèche d'un essai de flexion trois points ( $L = 300$  mm)
- Figure 4.9 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M10/1)
- Figure 4.10 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/1)
- Figure 4.11 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/1)
- Figure 4.12 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L2$  pour M10/1
- Figure 4.13 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L2$  pour M20/1
- Figure 4.14 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L2$  pour M40/1
- Figure 4.15 Courbe de  $G_c$  en fonction de nombre de couche  $N$  (séries de 10, 20 et 40 mm)
- Figure 4.16 Module de cisaillement en fonction de nombre de couche ( $N$ ) série de 20
- Figure 4.17 Modes de rupture de sandwichs multicouches série de 40
- Figure 4.18 Courbe charge – flèche d'un essai de flexion trois points pour M40/2
- Figure 4.19 Courbe charge / flèche pour M10/1 et M10/2 (essai de flexion 4 points)
- Figure 4.20 Courbe charge / flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (essai de flexion 4 points)
- Figure 4.21 Courbe charge / flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (essai de flexion 4 points)
- Figure 4.22 Charge maximale en fonction de nombre de couches
- Figure 4.23 L'effet de l'épaisseur de l'âme des structures sandwichs multicouches
- Figure 4.24 Gain en propriétés mécaniques en fonction de nombre de couche ( $N$ ) série de 20
- Figure 4.25 Comparaison en flexion des structures sandwich simple M40/1 et M20/2

## **CHAPITRE 5 : HOMOGENEISATION ET SIMULATION NUMÉRIQUE DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLENE**

- Figure 5.1 Géométrie d'un nid d'abeilles [44]
- Figure 5.2 Vue en perspective d'une structure en nids d'abeilles régulières [52]
- Figure 5.3 Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X (b) et Y (c)
- Figure 5.4 Déformation en flexion et rotation des parois [59]
- Figure 5.5 V.E.R. du nid d'abeille
- Figure 5.6 V.E.R. en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c)
- Figure 5.7 V.E.R. sous sollicitation de cisaillement (d-i)
- Figure 5.8 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X
- Figure 5.9 Conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y
- Figure 5.10 CL pour la traction suivant l'axe Z.

- Figure 5.11 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$
- Figure 5.12 CL pour la détermination du module de cisaillement  $G_{21}$
- Figure 5.13 CL pour la détermination du module de cisaillement  $G_{13}$
- Figure 5.14 CL pour la détermination du module de cisaillement  $G_{31}$ .
- Figure 5.3.15 CL pour la détermination du module de cisaillement  $G_{23}$
- Figure 5.16 CL pour la détermination du module de cisaillement de cisaillement  $G_{32}$ .
- Figure 5.17 Modélisation de la flexion 4 points sur Castem
- Figure 5.18 Déformée sous chargement
- Figure 5.19 Comparaison expérimentale et numérique pour M10/1
- Figure 5.20 Comparaison expérimentale et numérique pour M10/2
- Figure 5.21 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/1
- Figure 5.22 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/2
- Figure 5.23 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/3
- Figure 5.24 Comparaison expérimentale et numérique pour M20/4
- Figure 5.25 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/1
- Figure 5.26 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/2
- Figure 5.27 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/3
- Figure 5.28 Comparaison expérimentale et numérique pour M40/4

## ANNEXES 1

- Figure A1.1 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L=200 mm)
- Figure A1.2 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M10/1 et M10/2 (L=300mm)
- Figure A1.3 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M10/2)
- Figure A1.4 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M10/2
- Figure A1.5 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L=200 mm)
- Figure A1.6 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M20/1, M20/2, M20/3 et M20/4 (L=300 mm)
- Figure A1.7 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/2)
- Figure A1.8 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/2
- Figure A1.9 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/3)
- Figure A1.10 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/3

Figure A1.11 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M20/4)

Figure A1.12 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M20/4

Figure A1.13 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L=200 mm)

Figure A1.14 Evolution de la charge en fonction de flèche pour M40/1, M40/2, M40/3 et M40/4 (L=300 mm)

Figure A1.15 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/2)

Figure A1.16 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/2

Figure A1.17 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/3)

Figure A1.18 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/3

Figure A1.19 Courbe charge/flèche pour trois distances entre appuis (M40/4)

Figure A1.20 Courbe de  $\delta/PL$  en fonction de  $L^2$  pour M40/4

Figure A2.1 Etapes à suivre pour la programmation

# Liste des tableaux

## **CHAPITRE 2 : MATERIAUX DE L'ETUDE**

Tableau 2.1 Caractéristiques mécaniques des matériaux d'âme

Tableau 2.2 Caractéristiques mécaniques et physiques de la résine polyester

Tableau 2.3 Propriétés mécaniques de résine époxyde

Tableau 2.4 Propriétés mécaniques des fibres

Tableau 2.5 Propriétés mécaniques du Roving 3 plis

Tableau 2.6 Propriétés mécaniques de T800/M300

Tableau 2.7 Propriétés mécaniques de carbone 2 plis/époxydes

Tableau 2.8 Propriétés mécaniques de pré-imprégné 5 plis

Tableau 2.9 Propriétés mécaniques de TWINTEX

Tableau 2.10 Dimensions des éprouvettes

Tableau 2.11 Dimensions des éprouvettes (Série de 10, 20 et 40)

## **CHAPITRE 4 : ETUDE DU COMPORTEMENT EN FLEXION TROIS ET QUATRE POINTS DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLÈNE**

Tableau 4.1 Modules de traction des composites T800/M300 et M450

Tableau 4.2 Caractéristiques déduites des essais de flexion 3 points pour  $L = 250$  mm

Tableau 4.3 La rigidité et le module de cisaillement apparent des sandwichs multicouches

Tableau 4.4 Module de cisaillement expérimental, théorique et de Berthelot [3]

Tableau 4.5 Caractéristiques déduites des essais de flexion quatre points

## **CHAPITRE 5 : HOMOGENEISATION ET SIMULATION NUMÉRIQUE DES STRUCTURES SANDWICHS MULTICOUCHES EN NID D'ABEILLES POLYPROPYLÈNE**

Tableau 5.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille

Tableau 5.2 Modules de Gibson.

Tableau 5.3 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant X.

Tableau 5.4 Résultats de la traction suivant X

Tableau 5.5 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Y

Tableau 5.6 Résultats de la traction suivant Y

Tableau 5.7 Résumé des conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z

Tableau 5.8 Résultats de la traction suivant Z

Tableau 5.9 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction X

Tableau 5.10 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction

Tableau 5.11 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction X.

Tableau 5.12 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Z

Tableau 5.13 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Y.

Tableau 5.14 Résultats pour un déplacement imposé suivant la direction Z.

Tableau 5.15 Caractéristiques du nid d'abeilles obtenues par Ansys et Gibson

Tableau 5.15 Propriétés élastiques bidimensionnelles de composite T800/M300

Tableau 5.16 Les formules des propriétés élastiques tridimensionnelles de composite T800/M300

Tableau 5.17 Caractéristiques mécaniques homogénéisées des âmes multicouches