



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

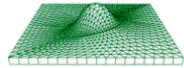
## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



LABORATOIRE DE  
PHYSIQUE ET  
MECANIQUE DES  
MATERIAUX



CENTRE NATIONAL  
DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



# THÈSE

Présentée par

**Vincent TAUPIN**

Pour l'obtention du grade de :

**Docteur de l'Université Paul Verlaine - Metz**

*Spécialité : Mécanique des matériaux*

## **Incompatibilité de réseau et organisation collective des dislocations**

Soutenue publiquement le 26 Octobre 2007 à Metz devant le jury composé de :

Bréchet Y.	Professeur, Institut National Polytechnique de Grenoble	Rapporteur
Forest S.	Directeur de Recherche CNRS, Ecole des Mines de Paris	Rapporteur
Beaudoin A.J.	Professeur, University of Illinois at Urbana Champaign, USA	Examineur
Duval P.	Directeur de Recherche CNRS, LGGE, Grenoble	Examineur
Fressengeas C.	Professeur, Université Paul Verlaine - Metz	Directeur de thèse
Kubin L.P.	Directeur de Recherche CNRS, ONERA, Châtillon	Examineur
Lebyodkin M.	Directeur de Recherche CNRS, LPMM, Metz	Examineur

*Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, U.M.R., C.N.R.S. n°7554,  
Université Paul Verlaine- Metz, Ile du Saulcy - 57045 METZ Cedex 01 (FRANCE)*



# REMERCIEMENTS

Je remercie le Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux au sein duquel j'ai travaillé durant ces trois années. Je tiens à remercier mes encadrants et notamment mon directeur de thèse Claude Fressengeas pour son encadrement exemplaire. Je salue aussi l'aide considérable apportée par Mikhail Lebyodkin lors de nombreuses discussions.

Je tiens également à citer la collaboration entre le CNRS et l'Université de L'Illinois à Urbana-Champaign qui m'a permis d'effectuer deux séjours très bénéfiques aux Etats Unis. Je tiens à remercier Armand J. Beaudoin, Satya Varadhan, Russell McDonald et Peter Kurath pour l'aide précieuse qu'ils m'ont offerte.

Je tiens aussi à remercier le Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement à Grenoble pour sa collaboration très enrichissante. Je salue le soutien apporté par Juliette Chevy, Thiebaud Richeton, Paul Duval, Maurine Montagnat, Jérôme Weiss et François Louchet.

Je remercie aussi Ladislav P. Kubin, Amit Acharya et M. Carmen Miguel pour leurs commentaires bénéfiques relatifs à ce travail.

Enfin, je remercie les membres du jury et notamment les rapporteurs Yves Bréchet et Samuel Forest pour s'être intéressé de près aux résultats obtenus durant ce doctorat.

## Résumé

Une théorie multi-échelles des champs de dislocations dans les solides cristallins a été étudiée dans différents cas où la distribution des dislocations est telle que leur champ de contraintes internes soit significatif devant le champ de contraintes appliquées. Cette théorie couple les dynamiques des densités de dislocations statistiques et des dislocations en excès. Ces dernières accommodent les gradients de distorsion plastique et génèrent les champs de contraintes internes. Un modèle 2D a été introduit. Sa première application a été l'intermittence de la plasticité. Ce phénomène est lié aux contraintes internes, qui, associées à l'équation de transport, organisent un mouvement collectif des dislocations, sous forme d'avalanches rapides et localisées. Le modèle a ensuite décrit le fluage en torsion de la glace monocristalline. Les dislocations vis basales en excès accommodent sa déformation. Un effet de taille adoucissant lorsque le rayon est réduit et le comportement original en torsion inverse ont été interprétés. Le modèle a étudié ensuite l'évolution des structures de dislocations lors du vieillissement de monocristaux de glace déformés par fluage en compression. La relaxation des contraintes internes lors du vieillissement augmente la vitesse de fluage alors que l'annihilation des structures reste négligeable. Le modèle a enfin montré que les contraintes internes, générées lors de la propagation d'une bande de Lüders dans les aciers doux, évitent la formation d'une nouvelle bande après vieillissement si le sens de déformation est inversé. Les contraintes internes, associées à l'équation de transport, entraînent la propagation de la bande.

## Abstract

A field dislocation theory was studied in various plasticity problems where the dislocation distribution involves internal stresses of the order of applied stress field. This theory couples the dynamics of statistical and excess dislocation densities. The latter accommodate plastic distortion gradients and generate internal stress fields. A 2D model was introduced. As a first application, it reproduced the intermittency of plasticity. This phenomenon is linked to internal stresses which, associated with transport equation, lead to a collective movement of dislocations, in the form of fast and localized avalanches. The model then described the torsion creep of ice single crystals. Excess basal screw dislocations accommodate its deformation. A softening size effect with decreasing radius and the original behavior in reversed torsion were also reproduced. The model then studied the evolution of dislocation structures during the aging of ice single crystals deformed in compression creep. Internal stresses relaxation increase creep rate while dislocation structure annihilation remains negligible. The model finally showed that internal stresses generated during the propagation of a Lüders band in mild steels avoid the nucleation of a new band after aging if the sense of straining is reversed. Internal stresses, associated with transport equation, are responsible for band propagation.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>9</b>
<b>CHAPITRE I. MECANIQUE DES CHAMPS CONTINUS DE DISLOCATIONS .....</b>	<b>15</b>
<b>I.1. Représentation continue des dislocations : cinématique et incompatibilité de réseau.....</b>	<b>16</b>
I.1.1. Vecteur de Burgers .....	16
I.1.2. Compatibilité et incompatibilité du champ de distorsions.....	19
I.1.3. Distributions continues de dislocations.....	19
<b>I.2. Théorie des champs continus de dislocations : équations de champ et équation d'évolution</b>	<b>20</b>
I.2.1. Calcul des contraintes internes.....	20
I.2.2. Champ de contraintes généré par une dislocation coin.....	22
I.2.3. Flux de vecteurs de Burgers : vitesse de distorsion plastique.....	23
I.2.4. Contribution des dislocations statistiques.....	24
I.2.5. Equations d'évolution des densités de dislocations en excès : équation de transport.....	26
I.2.6. Transport des dislocations en excès.....	27
I.2.7. Hypothèse constitutive : détermination des distorsions élastiques compatibles.....	29
<b>I.3. Lois de comportement.....</b>	<b>30</b>
I.3.1. Dissipation et vitesse des dislocations en excès.....	30
I.3.2. Forces motrices .....	31
<b>I.4. Une théorie des champs continus de dislocations : modèle 3D et modèle 2D simplifié.....</b>	<b>32</b>
I.4.1. Equations générales et modèle 3D.....	32
I.4.2. Modèle 2D : Dislocations planes .....	35
I.4.3. Conclusion .....	38
<b>CHAPITRE II. INTERMITTENCE ET HETEROGENEITE DE LA DEFORMATION PLASTIQUE : LE ROLE DES DISLOCATIONS EN EXCES .....</b>	<b>39</b>
<b>II.1.Observations de l'intermittence .....</b>	<b>41</b>
II.1.1. Observations expérimentales .....	41
<b>II.2.Modèle 2D pour l'intermittence.....</b>	<b>49</b>
II.2.1. Hypothèses.....	49
II.2.2. Résultats de référence du modèle.....	51
II.2.3. Discussion.....	69
<b>CHAPITRE III. FLUAGE EN TORSION DE LA GLACE MONOCRISTALLINE.....</b>	<b>71</b>
<b>III.1. Torsion, dislocations en excès et durcissement .....</b>	<b>72</b>
<b>III.2. Déformation plastique de la glace monocristalline.....</b>	<b>73</b>

III.2.1.	Structure cristallographique et anisotropie de la glace .....	73
III.2.2.	Contraintes internes et écrouissage cinématique .....	74
III.2.3.	Vitesse des dislocations .....	76
III.2.4.	Comportement de la glace lors du fluage en torsion .....	77
<b>III.3.</b>	<b>Expériences de fluage en torsion de la glace monocristalline.....</b>	<b>79</b>
III.3.1.	Protocole expérimental .....	79
III.3.2.	Courbes de fluage : effet de taille du rayon .....	81
III.3.3.	Fluage en torsion directe - inverse.....	83
<b>III.4.</b>	<b>Modèle 1D simplifié pour le fluage en torsion .....</b>	<b>84</b>
III.4.1.	Hypothèses .....	84
III.4.2.	Equations .....	85
III.4.3.	Simulation du fluage en torsion directe .....	88
III.4.4.	Simulation du fluage en torsion directe - inverse .....	91
III.4.5.	Effets de taille.....	94
III.4.6.	Discussion : cas de l'acier .....	97
<b>CHAPITRE IV.</b>	<b>REARRANGEMENT DES STRUCTURES DE DISLOCATIONS LORS DU</b>	
<b>VIIEILLISSEMENT DES MONOCRISTAUX DE GLACE.....</b>	<b>100</b>	
<b>IV.1.</b>	<b>Expériences de vieillissement lors du fluage en compression.....</b>	<b>101</b>
IV.1.1.	Description des expériences .....	101
IV.1.2.	Résultats des expériences .....	102
<b>IV.2.</b>	<b>Modèle 2D simplifié adapté au expériences de vieillissement .....</b>	<b>105</b>
IV.2.1.	Hypothèses .....	105
IV.2.2.	Equations du modèle .....	106
IV.2.3.	Résultats du modèle.....	108
IV.2.4.	Discussion.....	115
<b>CHAPITRE V.</b>	<b>VIIEILLISSEMENT, LIMITE SUPERIEURE D'ELASTICITE ET EFFET</b>	
<b>BAUSCHINGER, LE ROLE DES DISLOCATIONS EN EXCES .....</b>	<b>117</b>	
<b>V.1.</b>	<b>Vieillissement statique : Bandes de Lüders.....</b>	<b>119</b>
V.1.1.	Description.....	119
V.1.2.	Absence de limite supérieure d'élasticité en déformation inverse après vieillissement ....	120
<b>V.2.</b>	<b>Expériences de déformation – vieillissement - déformation retour .....</b>	<b>122</b>
V.2.1.	Expériences de traction – vieillissement - traction et traction –vieillissement - compression	122
V.2.2.	Expériences de compression – vieillissement - compression et compression – vieillissement - traction .....	124
<b>V.3.</b>	<b>Modèle 1D simplifié pour la torsion bidirectionnelle des aciers doux .....</b>	<b>124</b>
V.3.1.	Hypothèses.....	124
V.3.2.	Equations du modèle.....	125



V.3.3. Résultats du modèle .....	128
V.3.4. Discussion .....	132
<b>V.4. Bandes « quasi-Lüders » dans les monocristaux .....</b>	<b>133</b>
V.4.1. Introduction.....	133
V.4.2. Hypothèses et paramètres du modèle 2D.....	134
V.4.3. Résultats du modèle 2D .....	136
V.4.4. Discussion.....	139
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>141</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>146</b>

# INTRODUCTION

La plasticité des matériaux cristallins est un phénomène dynamique complexe, qui résulte du mouvement des dislocations sous l'action d'un champ de contraintes. La théorie des dislocations s'intéresse au mouvement d'un segment de dislocation sous l'action de ce champ, en présence d'obstacles divers, comme la friction de réseau, les atomes en solution, les précipités ou les autres dislocations. Lorsque la friction de réseau ou la densité d'obstacles localisés au mouvement des dislocations sont assez fortes pour masquer les interactions entre dislocations, la déformation plastique paraît résulter d'un très grand nombre d'évènements décorrélés et répartis de manière aléatoire dans le temps et dans l'espace. En utilisant ce point de vue, on a pu penser que les propriétés de l'interaction entre une dislocation et un défaut isolé pouvaient être généralisées à l'ensemble du matériau. Une opération de moyenne sur les mécanismes microscopiques de la déformation plastique, prenant en compte la densité de dislocations mobiles, mais ignorant leur orientation et leur nature, conduit alors directement à des grandeurs macroscopiques comme les vitesses de déformation plastique. C'est typiquement le raisonnement conduisant à la formule classique d'Orowan, qui relie la densité de dislocations mobiles à la vitesse de déformation. Les théories classiques de la plasticité peuvent alors rendre compte des déformations homogènes en utilisant une échelle et des variables macroscopiques, et en occultant la notion de dislocation. Ces théories aboutissent à des modèles locaux, reliant par exemple les vitesses de déformation plastique au champ de contraintes appliqué. Cette démarche est justifiée dans certains cas, par exemple pour les matériaux cubiques centrés déformés à des températures assez faibles, en raison d'une friction de réseau importante. Elle a abouti à des succès considérables dans la modélisation du comportement mécanique des matériaux, notamment lorsque l'écroutissage est isotrope.

Cependant, il existe des situations où les interactions élastiques entre dislocations deviennent assez fortes pour donner lieu à un mouvement collectif et corrélé des dislocations [1]. Ces dernières forment alors des structures spatio-temporelles présentant un certain degré d'ordre à une échelle intermédiaire, que l'observation à trop grande échelle peut ne pas discerner. De nombreux cas expérimentaux sont répertoriés dans la littérature, par exemple la naissance de murs réguliers de dislocations lors d'essais de fatigue, où encore l'apparition de bandes de

glissement à la surface de monocristaux. La déformation peut alors être très localisée, et correspondre à une instabilité de l'écoulement plastique homogène. C'est le cas des bandes de Lüders et Portevin – Le Chatelier observées dans les alliages en solution solide [1]. Lorsque de telles structures ordonnées existent, les opérations de moyenne effectuées à l'échelle microscopique sur le mouvement des dislocations ne peuvent pas être utilisées directement pour l'écriture des lois de comportement à l'échelle macroscopique, et un passage par une échelle intermédiaire, mésoscopique, devient nécessaire.

Des théories non - locales de la plasticité ont été récemment développées, qui font intervenir une échelle de longueur intermédiaire introduite de manière phénoménologique pour rendre compte des déformations inhomogènes. La localisation de la déformation et la formation de structures de dislocations sont traduites grâce à l'addition de gradients de déformation ou de rotation aux modèles locaux [2], [3]. Ces théories peuvent reproduire les structures de déformation hétérogène observées, mais l'interprétation physique et l'identification de l'échelle de longueur introduite restent l'objet de débats.

La méthode de dynamique des dislocations discrètes (voir par exemple [4]) permet aussi de rendre compte de la formation de structures de dislocations et des interactions élastiques entre ces dernières. Cette technique consiste à représenter les dislocations par un ensemble de segments, qui se déplacent sous l'action d'un champ de contraintes incluant les interactions élastiques entre dislocations. Cependant, le nombre de plus en plus élevé de dislocations qu'il est nécessaire de gérer lorsque la déformation augmente restreint la taille du domaine qu'il est possible de considérer, ainsi que la déformation maximum atteinte. A ce jour, les échantillons considérés sont de l'ordre de  $10\mu\text{m}^3$ , et la déformation atteinte reste faible, de l'ordre de quelques  $10^{-2}$ . Bien que très utile pour élucider les mécanismes physiques, cette méthode ne semble donc pas, pour l'instant, pouvoir traiter simplement les problèmes aux limites à l'échelle macroscopique.

L'idée selon laquelle les variables adéquates à une échelle intermédiaire étaient des densités de dislocations définies, non de manière statistique par une longueur de ligne de dislocation par unité de volume, mais en tenant compte de leur orientation et de leur nature sur une surface de dimensions appropriées, est relativement récente ([5], [6], [7]). D'une manière qui

sera précisée par la suite, il convient dans cette définition d'effectuer un changement d'échelle permettant de passer des dislocations individuelles aux populations de dislocations. Cependant, il n'existe pas de règle impérative, et le choix de l'échelle de résolution adoptée dépend de la finesse de description souhaitée. Un phénomène considéré comme "non - local" pour une échelle de résolution assez fine pourra ainsi être classifié comme "local" lorsque cette échelle augmente suffisamment.

Une théorie mécanique récente des champs continus de dislocations [8] est fondée sur cette idée. Elle repose sur la notion de « dislocations en excès ». Ces dernières, également appelées « dislocations polaires » ou « dislocations géométriquement nécessaires », sont responsables de l'incompatibilité du réseau cristallin et des contraintes internes. Ces dislocations dont, au contraire des dislocations « statistiques », la nature, l'orientation et le mouvement sont bien définis, accommodent l'inhomogénéité de la déformation plastique. Lorsqu'elle est étendue de manière à traiter conjointement de la dynamique des densités de dislocations statistiques (par l'introduction d'une certaine dose de formulation phénoménologique) et de la dynamique des densités de dislocations en excès [9], cette théorie possède un potentiel d'application considérable. Elle autorise en effet le traitement de systèmes sur une large gamme d'échelles de longueur, allant de la nano - structure au spécimen de traction habituel, et elle permet de réaliser des déformations finies en travaillant sur les échelles de temps réelles.

L'objectif de cette thèse est de mettre en oeuvre la théorie des champs continus de dislocations dans ses premières applications concrètes, dans le but de la valider, d'analyser et de comprendre les mécanismes physiques mis en jeu et les possibilités d'interprétation qui en découlent. Certaines des questions génériques auxquelles cette étude essaiera de répondre sont les suivantes : Comment et pourquoi les structures de dislocations en excès se forment-elles ? Quel est le champ de contraintes internes associé et son influence sur ces structures ? Quel est le rôle des dislocations en excès dans la plasticité des matériaux cristallins ? Qu'apportent-elles au-delà de la plasticité conventionnelle, qui est basée sur l'évolution des densités de dislocations statistiques, et quels sont les liens dynamiques entre ces deux populations ?

L'organisation de cette thèse est la suivante. Dans un premier temps, la théorie des champs continus de dislocations est présentée. Une attention particulière est portée à la notion de

densité de dislocation en excès et à ses liens avec les densités de dislocations statistiques suivant l'échelle de résolution choisie. L'équation d'incompatibilité de Kröner [5] et le calcul du champ de contraintes internes lié à l'existence d'une structure donnée de dislocations en excès sont exposés, puis on introduit l'équation de transport de Mura [6] qui régit l'évolution des densités de dislocations en excès. Sur ces bases, il est possible d'établir un modèle dynamique permettant de calculer l'évolution des densités de dislocations et du champ de contraintes dans un domaine cristallin soumis à un chargement aux limites. Le modèle 3-D complet est d'abord présenté. On introduit ensuite une version 2-D simplifiée pour le mouvement des dislocations dans un seul plan de glissement, de manière à réduire les temps de calcul, tout en conservant les phénomènes physiques les plus essentiels.

Lors du deuxième chapitre, le modèle 2-D trouve comme première application la simulation et l'interprétation de l'intermittence de la plasticité. Ce phénomène, observé par exemple dans la glace grâce à l'émission acoustique associée [10], ou dans les monocristaux de cuivre par extensométrie à haute résolution [11], consiste en un mouvement rapide, intermittent, localisé et collectif des dislocations sous forme d'avalanches. Ses propriétés statistiques : distributions d'évènements en loi – puissance et multifractalité, mettent en évidence son invariance d'échelle et la présence de corrélations spatio-temporelles. L'objectif est de montrer que l'intermittence est liée à l'interaction de deux mécanismes physiques majeurs : le champ de contraintes élastiques à longue distance généré par les dislocations en excès, et le transport de ces dislocations sous l'action de leur champ propre. Les effets de la taille et de la forme de l'échantillon, l'influence de la vitesse de déformation et de la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation sur la statistique de l'intermittence seront également discutés.

La troisième partie de la thèse porte sur la torsion de la glace monocristalline en fluage [12]. En effet, ce matériau à structure hexagonale, fortement anisotrope, est caractérisé par une faible friction de réseau. Il se déforme plastiquement par l'activité du plan basal essentiellement. Ces propriétés favorisent l'existence et le transport des dislocations en excès ainsi que leurs interactions, et la formation de contraintes internes. De plus, le mouvement et la nature des dislocations, majoritairement des dislocations vis en excès générées par le gradient de contrainte imposé par la torsion, ont été bien étudiés expérimentalement. Toutes ces caractéristiques font de ce matériau et de ce chargement mécanique un cas idéal pour

valider le modèle proposé. Des effets de taille du rayon sur le comportement mécanique observés expérimentalement (de tendance opposée à ceux qui ont été observés sur des fils de cuivre polycristallins [13]) seront notamment interprétés par les deux modèles. Le comportement original en torsion inverse sera également discuté.

Lors du quatrième chapitre, un modèle 1-D, calibré grâce aux résultats précédents, sera utilisé pour reproduire certaines expériences de relaxation des contraintes internes et des structures de dislocations en excès associées, lors d'essais cycliques de fluage en compression de la glace monocristalline [14]. Les mécanismes de déformation sont les mêmes qu'en torsion, bien que les gradients soient plus faibles, mais l'accent est porté ici sur l'évolution des structures de dislocations en excès lors des phases de vieillissement, c'est à dire lorsque le matériau n'est plus chargé. Le modèle montre comment les contraintes internes formées au cours d'une période de fluage influent sur la réponse du matériau en phase de relaxation.

Une application du modèle aux bandes de Lüders dans les aciers doux fera l'objet de la dernière partie. Des expériences de torsion sur des tubes en acier doux ont en effet révélé l'absence de limite supérieure d'élasticité si, après une décharge et un nouveau vieillissement, le sens de la torsion est inversé [15]. Ce phénomène s'accompagne aussi d'un fort effet Bauschinger. Outre son importance industrielle pour le laminage « skin-pass » ou le « bake-hardening », il constitue un problème bien adapté aux objectifs de validation du modèle. En effet, la propagation d'une bande de Lüders est accompagnée de la création de dislocations en excès qui accommodent l'hétérogénéité de la déformation. Le modèle devrait donc permettre de comprendre le lien existant entre les contraintes internes liées à la formation d'une structure de dislocations en excès, leur directionnalité et l'effet Bauschinger, le vieillissement statique et l'absence de bande de Lüders observé en torsion inverse. Enfin, le modèle sera utilisé pour reproduire la propagation des « quasi-bandes de Lüders » observées dans les lamelles de cuivre monocristallines [16], en mettant l'accent sur le rôle des dislocations en excès, les contraintes internes qu'elles génèrent et l'équation de transport qui régit leur dynamique.

Les applications énumérées ci-dessus ont un caractère didactique. Elles sont conçues pour permettre d'appréhender le domaine d'application de la mécanique des champs de

dislocations statistiques et en excès. Elles explorent l'intermittence de la plasticité, le durcissement directionnel et les comportements mécaniques anisotropes liés à la formation de structures de dislocations en chemin complexe de déformation. Elles révèlent, de ce fait, un potentiel d'application technologique et industriel considérable. Naturellement, d'autres études sont envisageables, et nous nous attacherons notamment, en conclusion, à fournir un certain nombre de pistes supplémentaires.

# **CHAPITRE I.**

## **MECANIQUE DES CHAMPS CONTINUS DE DISLOCATIONS**



## I.1. REPRESENTATION CONTINUE DES DISLOCATIONS : CINEMATIQUE ET INCOMPATIBILITE DE RESEAU

### I.1.1. Vecteur de Burgers

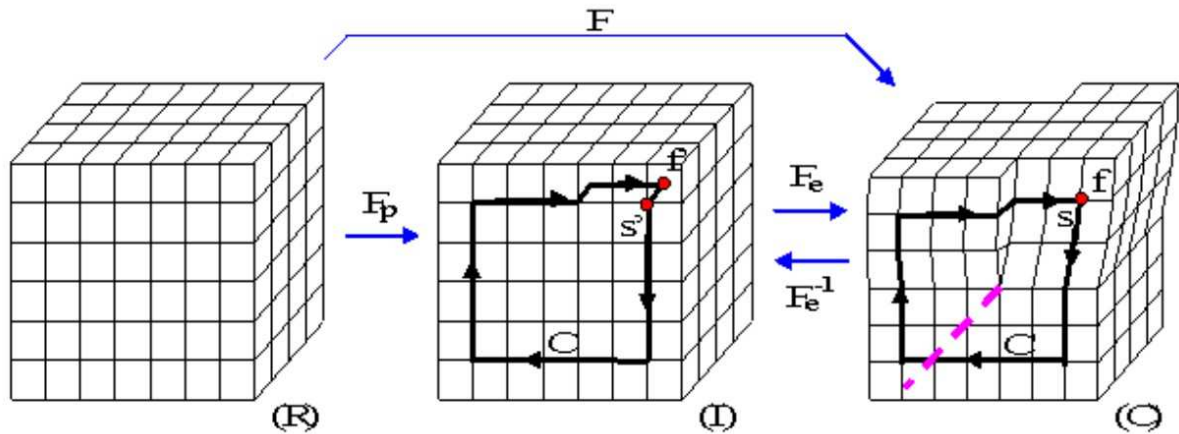
La représentation d'un cristal fait appel à un ensemble de points et de vecteurs spécifiant la géométrie des plans de glissement cristallographique. On définit d'abord (R), la configuration de référence d'un cristal compact, continu, parfait et sans contrainte, puis (C) une configuration déformée dans laquelle le cristal reste compact et continu. Les processus de rupture du matériau sont donc exclus. Le passage de (R) à (C) est obtenu en appliquant respectivement aux points et vecteurs de (R) une transformation  $\mathbf{x}=\mathbf{x}(\mathbf{X})$  et un tenseur gradient de déformation  $\mathbf{F}$ . Le vecteur  $\mathbf{X}$  représente la position dans la configuration de référence d'un point  $\mathbf{x}$  du cristal dans sa configuration déformée. Ces deux transformations sont supposées bijectives, continues, dérivables, à dérivées continues. Elles sont telles que

$$(1,1) \quad d\mathbf{x} = \mathbf{F}.d\mathbf{X} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}.d\mathbf{X}.$$

Ce sont les propriétés de régularité du tenseur gradient  $\mathbf{F}$  mentionnées ci-dessus qui assurent la compacité et la continuité de la configuration (C). Ce tenseur se décompose en une partie élastique  $\mathbf{F}_e$  et une partie plastique  $\mathbf{F}_p$  telles que

$$(1,2) \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_e.\mathbf{F}_p.$$

$\mathbf{F}_p$  représente la distorsion plastique du réseau due à la présence de dislocations. C'est un tenseur opérant sur la configuration de référence (R), à valeurs dans une configuration intermédiaire (I). Dans cette configuration (I), le réseau cristallin reste parfait et sans contrainte, mais si l'on imagine une partition virtuelle de la configuration de référence (R) en éléments infinitésimaux, les éléments transformés dans (I) sont en général incompatibles, au sens où la compacité et la continuité de la configuration (I) ne sont pas assurées.  $\mathbf{F}_e$  est un tenseur opérant sur la configuration (I), à valeurs dans (C), représentant la distorsion élastique du réseau cristallin nécessaire pour que la configuration déformée (C) soit compacte et continue. En un sens à préciser,  $\mathbf{F}_e$  représente donc une incompatibilité élastique inverse de l'incompatibilité plastique due à  $\mathbf{F}_p$ . Les distorsions élastique et plastique  $\mathbf{F}_e$  et  $\mathbf{F}_p$  ne sont pas en général des tenseurs gradients, au contraire de  $\mathbf{F}$ . Néanmoins ces tenseurs sont localement inversibles, et on peut donc également atteindre la configuration intermédiaire disloquée (I) en appliquant à la configuration déformée (C) la distorsion élastique inverse  $\mathbf{F}_e^{-1}$ .



**Figure I.1.** Représentation des différentes configurations du cristal contenant une dislocation vis.

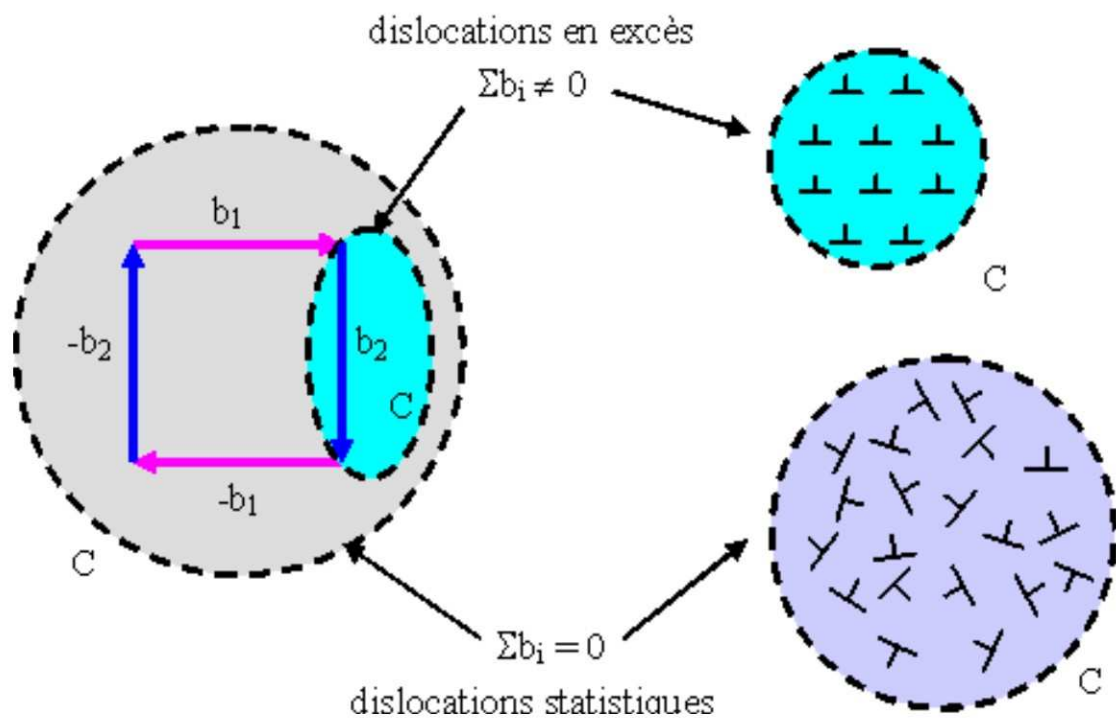
Considérons l'exemple d'un cristal contenant une dislocation vis, représenté sur la figure I.1, qui rappelle les différentes configurations du cristal. Soit  $C$  une courbe fermée, appelée circuit de Burgers, entourant la dislocation dans la configuration déformée (C) (la ligne de dislocation est tracée en pointillés). Le point de départ et d'arrivée du circuit orienté  $C$ , notés respectivement  $s$  et  $f$ , sont alors confondus. En appliquant  $F_e^{-1}$  à cette configuration, on obtient la configuration intermédiaire (I), les points  $s$  et  $f$  devenant les points  $s'$  et  $f'$  désormais distincts. Le défaut de fermeture  $f's'$  du circuit  $C'$  est appelé vecteur de Burgers vrai de la dislocation, et est noté  $\mathbf{b}$ . En intégrant la distorsion élastique inverse le long de la courbe  $C$ , en partant de  $s$  vers  $f$ , on définit  $\mathbf{b}$  comme

$$(1,3) \quad \mathbf{f}'s' = \mathbf{b} = -\oint \mathbf{F}_e^{-1} \cdot d\mathbf{x}$$

Le vecteur de Burgers vrai est indépendant du choix de la courbe  $C$ , dans la mesure où celle-ci entoure une seule dislocation. Lorsqu'il est non nul, on dit qu'il y a incompatibilité de réseau au sens où, en un point de la courbe  $C$ , le déplacement de réseau prend deux valeurs distinctes. La configuration intermédiaire peut être définie en ce point, mais deux domaines infinitésimaux voisins, compatibles dans la configuration de référence, y sont géométriquement incompatibles. Cependant, si  $\mathbf{b}$  est nul,  $F_e^{-1}$  est le gradient d'un champ de vecteurs, le champ de déplacement est bijectif et il y a compatibilité de réseau, car

$$(1,4) \quad \oint \mathbf{F}_e^{-1} \cdot d\mathbf{x} = \mathbf{0}.$$

Lorsque plusieurs dislocations traversent maintenant la surface délimitée par le circuit de Burgers  $C$ , l'intégrale définie précédemment représente leur vecteur de Burgers net. Ce vecteur dépend maintenant de la courbe  $C$  choisie. L'intégrale de la distorsion élastique inverse  $F_e^{-1}$ , c'est-à-dire le défaut de fermeture du circuit, permet de différencier les différents types de dislocations qui interviendront par la suite. En effet, le vecteur de Burgers net est nul lorsque les dislocations sont en grand nombre et orientées aléatoirement, de sorte que les vecteurs de Burgers individuels se compensent. Ces dislocations sont alors appelées « dislocations statistiques »; considérées collectivement, elles ne produisent pas d'incompatibilité de réseau. En revanche, si le vecteur de Burgers net est non nul, il y a incompatibilité du réseau. On parle alors de « dislocations géométriquement nécessaires », ou de « dislocations polaires », ou encore de « dislocations en excès ». Une dislocation isolée est donc géométriquement nécessaire. Un ensemble de dislocations de vecteur de Burgers net non nul, donnant donc lieu à des dislocations en excès, peut en outre comporter des dislocations statistiques. Ces différents cas sont représentés schématiquement sur la figure I.2.



**Figure I.2.** Dislocations statistiques et dislocations en excès suivant le circuit de Burgers choisi.

### I.1.2. Compatibilité et incompatibilité du champ de distorsions

Lorsque le vecteur de Burgers net d'un ensemble de dislocations est nul, le gradient élastique inverse  $\mathbf{F}_e^{-1}$  est un tenseur gradient. Il est dit : « compatible », car la configuration intermédiaire est compacte et continue. Si ce vecteur est non nul,  $\mathbf{F}_e^{-1}$  n'est plus un tenseur gradient, il est dit : « incompatible ». C'est là la différence entre dislocations statistiques et dislocations en excès. En effet, seules ces dernières donnent lieu à des distorsions élastiques incompatibles, qui traduisent la distorsion du réseau cristallin en présence de dislocations. Il est intéressant de caractériser l'incompatibilité de réseau par une relation ponctuelle, et non plus intégrale comme dans les relations (1-3, 1-4). En effet, si l'on applique le théorème de Stokes à l'intégrale de  $\mathbf{F}_e^{-1}$  le long de la courbe C, délimitant une surface unitaire S de normale unitaire n, on obtient

$$(1,5) \quad \oint_C \mathbf{F}_e^{-1} \cdot d\mathbf{x} = \int_S \mathbf{rot}(\mathbf{F}_e^{-1}) \cdot n dS = -\mathbf{b}$$

Dans cette formule, la définition employée pour le tenseur  $\mathbf{rot}(\mathbf{A})$  est la suivante

$$\forall \mathbf{u} \in R^3, \quad \mathbf{rot}(\mathbf{A})^t \cdot \mathbf{u} = \mathbf{rot}(\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{u})$$

Ainsi, une condition nécessaire et suffisante pour que  $\mathbf{F}_e^{-1}$  soit compatible est

$$(1,6) \quad \mathbf{rot}(\mathbf{F}_e^{-1}) = 0$$

en tous points de la surface S. Si le tenseur  $\mathbf{rot}(\mathbf{F}_e^{-1})$  n'est pas nul, il représente une mesure de l'incompatibilité. Cette remarque va permettre de relier la densité de dislocations en excès définie ci-dessous à l'incompatibilité de réseau par une relation ponctuelle.

### I.1.3. Distributions continues de dislocations

Soit  $\boldsymbol{\alpha}$  le tenseur des densités de dislocations vrai de Nye [17], qui regroupe toutes les variétés de dislocations en excès susceptibles d'exister dans un cristal. Ce tenseur  $\boldsymbol{\alpha} = n \vec{\mathbf{b}} \otimes \vec{\mathbf{t}}$  non symétrique possède 9 composantes, notées  $\alpha_{ij}$  telles que

$$(1,7) \quad \alpha_{ij} = n b_i t_j$$

où n est le nombre de dislocations de vecteur de Burgers  $\mathbf{b}$  suivant la direction  $\mathbf{e}_i$  dans la configuration intermédiaire, de vecteur de ligne  $\mathbf{t}$  suivant la direction  $\mathbf{e}_j$  dans la configuration

déformée, qui traversent la surface unitaire normale à  $\mathbf{t}$ . Ainsi, les termes diagonaux représentent des dislocations - vis, puisque le vecteur de ligne et le vecteur de Burgers sont parallèles, alors que les termes non - diagonaux définissent des dislocations - coins, les deux vecteurs étant dans ce cas orthogonaux. On compte donc six sortes de dislocations - coins et trois sortes de dislocations - vis. Ces dislocations traversant une surface, on recense des vecteurs de Burgers par unité de surface, c'est à dire des  $m/m^2$ . L'unité utilisée sera donc le  $m^{-1}$ . Rappelons que les densités de dislocations statistiques représentent une longueur de ligne de dislocation par unité de volume, habituellement exprimée en  $m/m^3$  ou en  $m^{-2}$ . L'orientation des dislocations statistiques doit être quelconque, et elles doivent donc être en très grand nombre pour que la définition de leur densité soit fondée, ce qui n'est pas nécessaire pour les dislocations en excès.

Le vecteur de Burgers net d'un ensemble de dislocations en excès traversant la surface  $\mathbf{S}$  de normale  $\mathbf{n}$  et délimitée par le circuit  $C$  est le résultat de l'opération

$$(1,8) \quad \mathbf{b} = \int_{\mathbf{S}} \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} .$$

En utilisant l'équation (1,5), on obtient donc la relation ponctuelle qui lie les densités de dislocations en excès à l'incompatibilité du cristal due à la présence de dislocations.

$$(1,9) \quad \boldsymbol{\alpha} = -\text{rot}(\mathbf{F}_c^{-1})$$

C'est l'équation d'incompatibilité de Kröner [5]. Un tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  nul correspond donc à la compatibilité du réseau, c'est-à-dire à un réseau parfait. Comme ce tenseur est un rotationnel, sa divergence doit être nulle.

$$(1,10) \quad \text{div } \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$$

Cette équation traduit la condition de fermeture d'une ligne de dislocation dans le cristal.

## **I.2. THEORIE DES CHAMPS CONTINUS DE DISLOCATIONS : EQUATIONS DE CHAMP ET EQUATION D'EVOLUTION**

### **I.2.1. Calcul des contraintes internes**

Soit un domaine  $D$  contenant une certaine structure de dislocations en excès définie par le tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  de divergence nulle. Une distorsion élastique inverse est associée à cette distribution

d'après la relation (1,9). Par ailleurs, une partie de la surface extérieure  $\partial D_t$  du domaine est soumise à un chargement donné alors que l'autre partie  $\partial D_u$  est maintenue fixe par d'autres forces, de sorte que le domaine total soit en équilibre. Connaissant le tenseur de distorsion élastique, on obtient le tenseur des contraintes  $\mathbf{T}$  grâce à la loi de comportement élastique du cristal. Ce dernier vérifie enfin l'équation d'équilibre.

$$(1,11) \quad \mathbf{rot}(\mathbf{F}_e^{-1}) = -\boldsymbol{\alpha}$$

$$(1,12) \quad \mathbf{T} = \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{F}_e)$$

$$(1,13) \quad \mathbf{div} \mathbf{T} = 0$$

Si l'on se place dans le cadre des petites déformations, la distorsion élastique inverse s'écrit  $\mathbf{F}_e^{-1} \approx \mathbf{I} - \mathbf{U}_e$ , où  $\mathbf{U}_e$  est le tenseur des distorsions élastiques, qui, comme  $\mathbf{F}_e^{-1}$ , n'est pas un tenseur gradient. Les trois équations précédentes peuvent alors être reformulées.

$$(1,14) \quad \mathbf{rot}(\mathbf{U}_e) = \boldsymbol{\alpha}$$

$$(1,15) \quad \mathbf{T} = \mathbf{C} : \{\mathbf{U}_e\} = \mathbf{C} : \underline{\underline{\mathbf{e}}}_e$$

$$(1,16) \quad \mathbf{div} \mathbf{T} = 0$$

$\mathbf{C}$  représente ici est le tenseur des coefficients d'élasticité,  $\{\mathbf{U}_e\}$  dénote la partie symétrique de  $\mathbf{U}_e$ , qui est égale au tenseur des taux de déformations élastiques  $\underline{\underline{\mathbf{e}}}_e$ . Notons que, contrairement à son analogue en théorie de l'élasticité classique, ce dernier ne représente pas une déformation compatible. La résolution de ces équations permet donc de calculer le champ de contraintes internes associé à une distribution de dislocations en excès donnée. Cependant, la solution  $\mathbf{U}_e$  ou  $\mathbf{F}_e^{-1}$  à ces trois équations n'est pas unique. En effet, si l'on ajoute un gradient  $\mathbf{U}_e'' = \mathbf{grad} \mathbf{w}$  à la solution  $\mathbf{U}_e$ , de manière à ce que les conditions aux limites soient encore vérifiées, l'ensemble est encore solution. Ainsi le tenseur  $\mathbf{U}_e$  peut être décomposé en une partie compatible  $\mathbf{U}_e''$  satisfaisant les conditions aux limites, et une partie incompatible  $\mathbf{U}_e^\perp$  qui représente la distorsion de réseau et les contraintes internes. La partie incompatible, solution des équations (1,14) à (1,16), doit d'ailleurs avoir une divergence nulle, de façon à ne pas contenir de partie compatible.

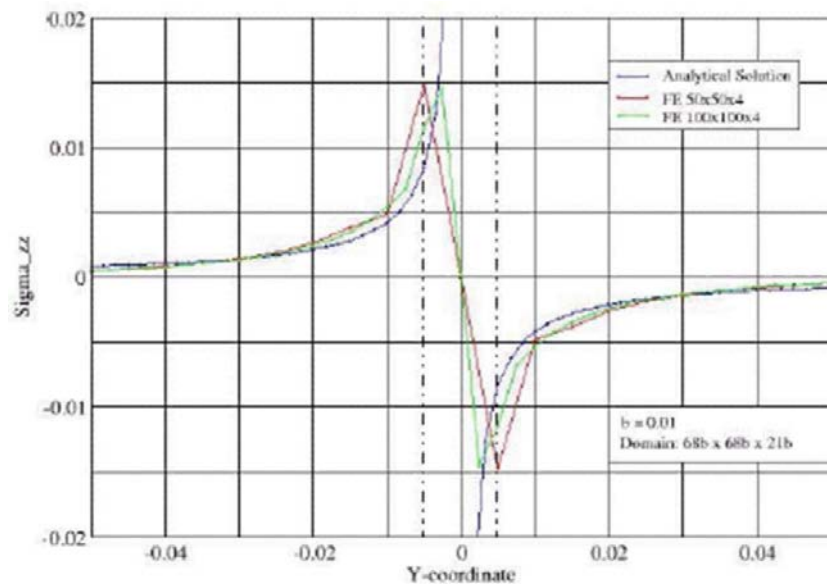
$$(1,17) \quad \mathbf{div} \mathbf{U}_e^\perp = 0$$

$$(1,18) \quad \mathbf{U}_e^\perp \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (\text{sur } \partial D)$$

Il reste à définir la partie compatible  $U_e''$  du tenseur des distorsions élastiques, pour l'instant indéterminée, pour connaître sans ambiguïté la solution des équations (1,14) à (1,16).

### I.2.2. Champ de contraintes généré par une dislocation coin

Le champ de contraintes internes généré par une dislocation dans un domaine infini est connu de façon analytique, dans le cadre de l'élasticité linéaire. Sachant qu'une dislocation isolée peut-être représentée par une densité de dislocations en excès, on peut utiliser l'équation d'incompatibilité (1,53) pour calculer la distorsion élastique incompatible qui en résulte, et résoudre le problème aux limites formulé au paragraphe précédent. Le choix d'une loi d'élasticité donne ensuite le champ de contraintes internes associé. Il est important de noter que dans ce cas, la dislocation n'est plus représentée a priori par une singularité linéaire, et qu'elle possède une certaine étendue.



**Figure I.3.** Contraintes internes d'une dislocation coin : comparaison de deux simulations et de la solution analytique classique de la théorie des dislocations, d'après [18].

Soit par exemple une dislocation coin positive de vecteur de Burgers suivant  $z$  et de vecteur de ligne suivant  $x$ . La figure I.3 ci-dessus ([18]) compare la solution analytique classique de la théorie des dislocations, donnant la contrainte  $\sigma_{zz}$  due à la dislocation, à deux solutions approchées obtenues par la méthode des éléments finis avec différents maillages. Lorsque les

conditions aux limites de surface libre sont repoussées suffisamment loin de la dislocation, les résultats sont très proches de la solution analytique en dehors du cœur de la dislocation. Au niveau du cœur, les simulations numériques fournissent une solution non singulière, en raison de la représentation de la dislocation par une densité continue. Il est intéressant de remarquer que ces calculs sont intrinsèquement statiques, en ce sens qu'ils n'autorisent pas le mouvement de la densité de dislocation sous l'action de son propre champ de contraintes. Dans le cas dynamique, que l'on obtient en libérant le mouvement de la dislocation par l'utilisation de l'équation de transport, on constate que la densité de dislocations initiale se disperse sous l'action de son propre champ de contraintes [18]. Cette dispersion est due à l'utilisation d'une loi d'élasticité linéaire et au potentiel élastique convexe qui en résulte. Elle serait évitée, et la pérennité de la dislocation serait assurée, si une loi d'élasticité non linéaire et un potentiel non - convexe traduisant la périodicité du réseau cristallin étaient employés. On peut conjecturer, de manière analogue, que la tension de ligne d'une dislocation ancrée en deux points ne peut être reproduite que par l'utilisation d'un potentiel élastique non – convexe.

### I.2.3. Flux de vecteurs de Burgers : vitesse de distorsion plastique

Soit  $C$  un circuit de Burgers délimitant une surface  $S$ , traversée par un ensemble de  $n$  dislocations de vecteur de ligne  $\mathbf{t}$  et de vecteur de Burgers vrai  $\mathbf{B} = n\mathbf{b}$ , tels qu'on puisse définir le tenseur de densités de dislocations  $\boldsymbol{\alpha} = n\mathbf{b} \otimes \mathbf{t} = \mathbf{B} \otimes \mathbf{t}$ . Ces dislocations sont animées d'une vitesse moyenne  $\mathbf{V}$ . Un flux  $\mathbf{f}$  de vecteurs de Burgers existe donc dans la mesure où des dislocations peuvent pénétrer  $C$  pour traverser  $S$ . Si  $d\mathbf{x}$  est un élément tangent à  $C$ , le flux au travers de  $d\mathbf{x}$  est défini par

$$(1,19) \quad \mathbf{f} \cdot d\mathbf{x} = \mathbf{B}(\mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) = \mathbf{B}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{t} \wedge d\mathbf{x}).$$

Ce flux peut être écrit comme

$$(1,20) \quad \mathbf{f} = -\mathbf{B} \otimes \mathbf{t} \wedge \mathbf{V} = -\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V}.$$

Le flux  $\mathbf{f}$  est un tenseur opérant sur la configuration déformée  $C$  à valeurs dans la configuration intermédiaire  $I$ . En ramenant  $d\mathbf{x}$  à la configuration intermédiaire par  $d\mathbf{x} = \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{X}$ , on obtient

$$(1,21) \quad \mathbf{f} \cdot \mathbf{F}_e = -\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} \cdot \mathbf{F}_e.$$



Le tenseur  $\mathbf{f.F}_e$  opère maintenant sur la configuration intermédiaire et donne des valeurs dans cette configuration. Le tenseur des vitesses de distorsion plastique lié au flux de dislocations en excès, noté  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p$ , est tel que

$$(1,22) \quad \dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p = \dot{\mathbf{P}}.\mathbf{P}^{-1} = \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V.F}_e$$

où  $\mathbf{P}$  est un tenseur de distorsion plastique, opérant sur la configuration de référence  $\mathbf{R}$  et à valeurs dans la configuration intermédiaire  $\mathbf{I}$ . Le tenseur  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p$  n'est pas en général un tenseur gradient, car il peut contenir une partie incompatible. A noter que dans le cadre des petites déformations, le tenseur  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p$  s'écrit comme

$$(1,23) \quad \dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p = -\mathbf{f} = \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V}$$

La relation (1,22) est une généralisation tensorielle de la loi d'Orowan aux dislocations en excès. Prenons par exemple un tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  dont la seule composante est  $\alpha_{21}$ . La surface  $\mathbf{S}$  délimitée par le circuit  $\mathbf{C}$  est donc traversée par  $n$  dislocations coins de vecteur de ligne  $\mathbf{t} = \mathbf{e}_1$  et de vecteur de Burgers vrai  $\mathbf{B} = n\mathbf{b}\mathbf{e}_2$ . La vitesse de ces dislocation est  $\mathbf{v} = -v.\mathbf{e}_2$  ( $v > 0$ ). Dans ce cas, le tenseur des vitesses de distorsion plastique  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p$  n'a qu'une seule composante  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_{p23}$ , telle que

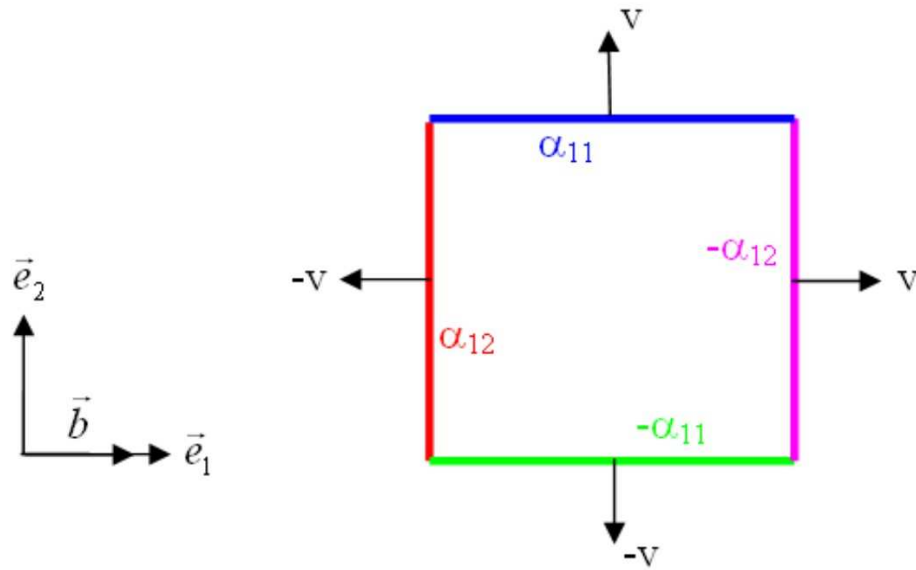
$$(1,24) \quad \mathbf{e}_2.\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p.\mathbf{e}_3 = nbv .$$

Cette composante représente la vitesse de déformation plastique engendrée par le glissement simple de  $n$  dislocations coins. Si on prend la partie symétrique de  $\dot{\tilde{\mathbf{U}}}_p$ , on retrouve la relation d'Orowan  $\dot{\gamma} = nbv$ .

#### **I.2.4. Contribution des dislocations statistiques**

Lorsque l'échelle de résolution utilisée pour la définition de  $\boldsymbol{\alpha}$  et  $\mathbf{V}$  est assez grande, la présence de dislocations statistiques devient probable. Prenons en effet l'exemple d'une boucle de dislocations en excès, de vecteur de Burgers suivant la direction  $\mathbf{e}_1$ , représentée sur la figure I.4. Cette boucle est constituée de densités de dislocations vis positives  $\alpha_{11}$  et négatives  $-\alpha_{11}$  se déplaçant respectivement à une vitesse  $\mathbf{v}$  et  $-\mathbf{v}$  suivant  $\mathbf{e}_2$ , et de densités de

dislocations coins positives  $\alpha_{12}$  et négatives  $-\alpha_{12}$  se déplaçant respectivement à une vitesse  $-\mathbf{v}$  et  $\mathbf{v}$  suivant  $\mathbf{e}_1$ . Nous supposons ces densités et ces vitesses toutes égales en valeur absolue.



**Figure I.4.** Boucle de dislocations en expansion

Si le circuit de Burgers englobe toute la boucle, la valeur moyenne  $\langle \boldsymbol{\alpha} \rangle$  du tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  est nulle car les densités de dislocations de signe opposé et de même nature s'annulent. Il en est de même pour la vitesse moyenne  $\langle \mathbf{V} \rangle$ . En revanche, la vitesse de distorsion plastique moyenne  $\langle \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} \rangle$  n'est pas nulle, et n'est donc pas égale au produit  $\langle \boldsymbol{\alpha} \rangle \cdot \langle \mathbf{V} \rangle$ . Il existe ainsi une vitesse de distorsion plastique moyenne non nulle alors que la valeur moyenne  $\langle \boldsymbol{\alpha} \rangle$  l'est. Cette distorsion plastique est donc nécessairement assurée par la mobilité de dislocations statistiques. D'une manière générale, le tenseur des vitesses de distorsion plastique  $\mathbf{L}_p$ , lié à la mobilité des dislocations statistiques, est donné par la différence

$$(1,25) \quad \mathbf{L}_p = \langle \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} \rangle - \langle \boldsymbol{\alpha} \rangle \cdot \langle \mathbf{V} \rangle.$$

Ce tenseur traduit la contribution des dislocations statistiques, s'ajoutant à celle des dislocations en excès, au tenseur des vitesses de distorsion plastique  $\dot{\mathbf{U}}_p$ , qui s'écrit donc

$$(1,26) \quad \dot{\mathbf{U}}_p = \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} + \mathbf{L}_p,$$

aux échelles de résolution faisant intervenir des dislocations statistiques.

## I.2.5. Equations d'évolution des densités de dislocations en excès : équation de transport

Considérant toujours une surface  $S$  délimitée par un circuit de Burgers  $C$ , la variation du vecteur de Burgers vrai dépend du flux de vecteurs de Burgers à travers  $S$ .

$$(1,27) \quad \frac{d}{dt} \int_S \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{n} dS = \int_C \mathbf{f} \cdot d\mathbf{x}$$

Le membre de gauche représente les variations du vecteur de Burgers vrai d'après la relation (1,8). En appliquant le théorème de Stokes au premier membre de l'équation (1,27), on obtient

$$(1,28) \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{rot} \mathbf{f} .$$

Dans le cadre des petites déformations, le tenseur  $\mathbf{f}$  des flux de vecteurs de Burgers est égal au signe près au tenseur des vitesses de distorsion plastique, lié à la mobilité des dislocations en excès, d'après la relation (1,23), d'où

$$(1,29) \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\mathbf{rot}(\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V}) .$$

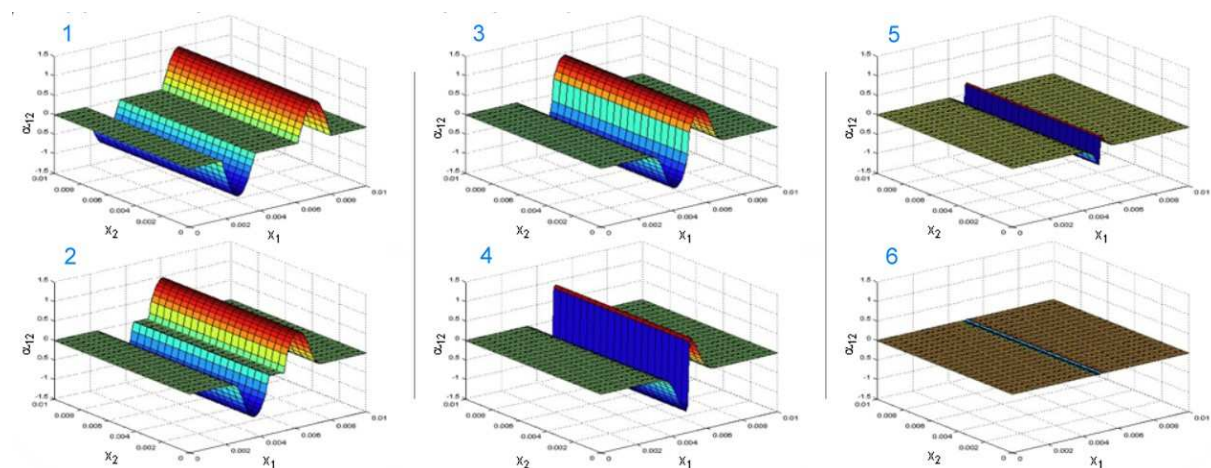
C'est l'équation de transport des dislocations en excès. Cette équation est due à Mura [6], qui l'attribue à Kröner [5], puis à Kosevich [7]. Elle exprime la conservation du flux de vecteurs de Burgers à travers la surface  $S$ , c'est-à-dire la conservation du défaut de fermeture du circuit de Burgers  $C$ . En incluant la contribution des dislocations statistiques au tenseur des vitesses de distorsion plastique d'après (1,26), on obtient finalement l'équation d'évolution du tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$ , couplant les dislocations en excès et les dislocations statistiques.

$$(1,30) \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\mathbf{rot} \tilde{\mathbf{U}}_p = -\mathbf{rot}(\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} + \mathbf{L}_p)$$

Cette équation montre que la création de dislocations en excès intervient lorsqu'il existe des gradients dans la mobilité des deux types de dislocations. Ainsi, des dislocations en excès sont créées pour accommoder les hétérogénéités de la vitesse de distorsion plastique. On remarque que le signe des dislocations en excès créées dépend du sens de la déformation, alors que les dislocations statistiques, dont l'orientation et le déplacement sont nécessairement aléatoires, ne sont représentées que par leur densité volumique. On peut aussi d'ores et déjà avancer la conjecture suivant laquelle la taille du cristal considéré influe directement sur les gradients de déformation, et donc sur la proportion de dislocations en excès. On peut donc s'attendre à des effets de taille de l'échantillon sur la plasticité du matériau.

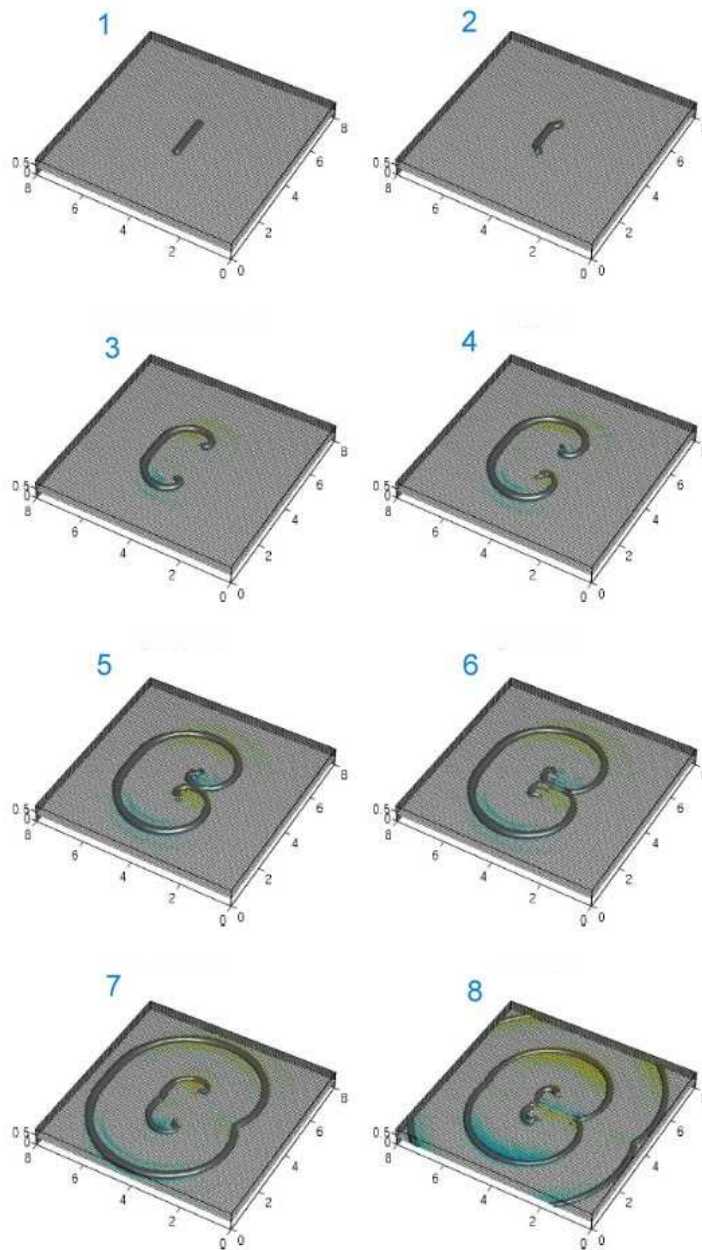
## I.2.6. Transport des dislocations en excès

L'équation de transport (1,29) est une équation hyperbolique du premier ordre. Pour de telles équations, les algorithmes de résolution approchée des équations de l'élasto-plasticité conventionnelle par la méthode des éléments finis, de type Galerkin, conduisent à une instabilité numérique. Un algorithme basé sur la méthode des moindres carrés explicite a été utilisé pour sa résolution [19]. Cet algorithme assure une stabilité conditionnelle, suffisante pour une méthode explicite à faible pas de temps, et il aboutit à un système d'équations à coefficients constants bien conditionné. En raison de son caractère hyperbolique, l'équation de transport autorise la propagation d'ondes le long de courbes caractéristiques réelles. Elle permet de reproduire certains mécanismes fondamentaux de la dynamique des dislocations, comme leur déplacement, l'annihilation de dislocations de signes opposés, que l'on peut interpréter comme un phénomène de choc, ou l'expansion de boucles. La figure I.5 ci-dessous montre la propagation et l'annihilation de deux densités de dislocations coins en excès de signes opposés. Dans cet exemple purement cinématique, la vitesse des dislocations est supposée constante et les contraintes internes sont ignorées. On voit que les deux densités de dislocations se propagent, se rencontrent, puis s'annihilent progressivement avec la formation d'un choc au niveau de la zone de contact. L'annihilation est gérée complètement par l'équation de transport, sans aucune prescription algorithmique supplémentaire.



**Figure I.5.** *Annihilation de deux densités de dislocations coins en excès de signe opposé.*

La figure I.6 montre l'évolution d'un segment initial de dislocations ancré à ses deux extrémités, représenté là encore par une densité de dislocations en excès [19]. La vitesse des dislocations est supposée constante et les contraintes internes sont ignorées. On y voit l'expansion et la courbure du segment, qui tend à former une boucle, puis l'annihilation des deux parties de dislocation de signe opposé qui se rencontrent et s'annihilent pour ainsi libérer une boucle de dislocation en expansion et reformer un nouveau segment de dislocation identique au segment initial. L'équation de transport est donc capable de reproduire le mécanisme de multiplication des dislocations par sources de Frank - Read.



**Figure I.6.** *Simulation d'une source de Frank – Read [19]*

Cet exemple est didactique. Il est destiné à illustrer les possibilités offertes par l'équation de transport pour l'interprétation de la dynamique des dislocations. Cependant, il ne doit pas être interprété sans discernement : les courbes représentées sur la figure I.6 sont des lignes d'égale densité de dislocation, et non des lignes de dislocation individuelles. La figure ne peut donc simuler une source de Frank – Read que si l'échelle de résolution adoptée est assez petite. Dans le formalisme de description continue des dislocations par leurs densités, les sources de dislocations sont représentées par le second membre de l'équation de transport (1-30), et elles ne prennent pas en général la forme du mécanisme de Frank – Read figuré en I.6.

### **I.2.7. Hypothèse constitutive : détermination des distorsions élastiques compatibles**

En se limitant aux petites déformations, le tenseur des vitesses de distorsion plastique lié au mouvement des dislocations en excès et des dislocations statistiques et donné par la relation (1,30). En général, le tenseur de distorsion plastique  $\mathbf{F}_p$  peut être décomposé en une partie compatible  $\mathbf{F}_p''$  et une partie incompatible  $\mathbf{F}_p^\perp$ , comme le tenseur de distorsion élastique  $\mathbf{F}_e$ . En effet, on peut écrire

$$(1,31) \quad \mathbf{F}_p = \mathbf{F}_e^{-1} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{F}_e^{\perp-1} \cdot \mathbf{F} + \mathbf{F}_e''^{-1} \cdot \mathbf{F}.$$

En petites déformations, les parties compatible et incompatible apparaissent également en exprimant le tenseur de distorsion plastique  $\mathbf{U}_p$ .

$$(1,32) \quad \mathbf{U}_p = \mathbf{U} - \mathbf{U}_e'' - \mathbf{U}_e^\perp = \mathbf{grad} \mathbf{u} - \mathbf{U}_e'' - \mathbf{U}_e^\perp$$

où  $\mathbf{U}$  est le tenseur gradient du vecteur déplacement  $\mathbf{u}$ , composé d'une partie plastique  $\mathbf{U}_p$  et d'une partie élastique  $\mathbf{U}_e$ . Les deux parties du tenseur  $\mathbf{U}_p$  sont donc telles que

$$(1,33) \quad \mathbf{U}_p'' = \mathbf{U} - \mathbf{U}_e'',$$

$$(1,34) \quad \mathbf{U}_p^\perp = -\mathbf{U}_e^\perp.$$

$\mathbf{U}_p$  reçoit une contribution compatible des flux de dislocations en excès, et une contribution incompatible provenant de leur distribution. Les parties incompatibles élastique et plastique sont opposées (voir équation (1-34)) car le gradient de déplacement  $\mathbf{U}$  assure la compatibilité du cristal. Une hypothèse constitutive naturelle permettant de déterminer ces parties compatibles [8] est d'assurer l'identification

$$(1,35) \quad \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{P}}'' = \dot{\tilde{\mathbf{U}}}_{\mathbf{P}}'' = (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} + \mathbf{L}_{\mathbf{P}})_{//}.$$

En déformations finies, cette hypothèse revient à choisir la partie compatible de  $\mathbf{F}_{\mathbf{e}}$ , telle que

$$(1,36) \quad \mathbf{F}_{\mathbf{e}}''^{-1} = (\mathbf{P} \cdot \mathbf{F}^{-1})_{//}.$$

Cette hypothèse consiste à affirmer qu'à l'échelle de résolution choisie, les dislocations en excès et les dislocations statistiques sont simultanément représentées dans la mobilité des dislocations.

### I.3. LOIS DE COMPORTEMENT

#### I.3.1. Dissipation et vitesse des dislocations en excès

La plasticité des matériaux cristallins est un phénomène irréversible se manifestant par le déplacement des dislocations. La dissipation  $D$  doit donc vérifier l'égalité de Clausius – Duhem, formulée ici pour les dislocations en excès, d'après [20].

$$(1,37) \quad D = \int_{\mathbf{D}} \mathbf{T} : (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V}) dv \geq 0.$$

$\mathbf{T}$  représente le tenseur des contraintes et  $\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V}$  le tenseur des vitesses de distorsion plastique lié au mouvement des dislocations en excès. En utilisant le tenseur de permutation  $\mathbf{X}$ , on obtient après calculs

$$(1,38) \quad D = \int_{\mathbf{D}} \mathbf{X}(\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\alpha}) \cdot \mathbf{V} dv \geq 0.$$

Cette relation permet de formuler la force motrice  $\xi$  associée à la vitesse  $\mathbf{V}$  des dislocations.

$$(1,39) \quad \xi = \mathbf{X}(\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{\alpha})$$

En remplaçant  $\boldsymbol{\alpha}$  par la relation (1,7), on obtient

$$(1,40) \quad \xi = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \mathbf{b} \wedge \mathbf{t}.$$

Cette expression est analogue à la force de Peach-Koehler, appliquée à une dislocation discrète de vecteur de Burgers  $\mathbf{b}$ , de vecteur de ligne  $\mathbf{t}$ . Pour que la dissipation soit positive ou nulle en tous point, il faut satisfaire l'inégalité

$$(1,41) \quad \xi \cdot \mathbf{V} \geq 0, \quad \forall \mathbf{P} \in \mathbf{D}.$$

La façon la plus simple de procéder est de choisir la vitesse des dislocations sous la forme

$$(1,42) \quad \mathbf{V} = v \frac{\xi}{|\xi|}, \quad v > 0.$$

On remarque que cette loi de comportement est locale. Elle doit éventuellement être affinée pour tenir compte des contraintes issues de la géométrie du réseau cristallin, des mécanismes de glissement des dislocations sur les plans de glissement et hors de ces plans (glissement dévié, montée).

### I.3.2. Forces motrices

Prenons l'exemple du glissement de dislocations en excès de vecteur de Burgers suivant  $\mathbf{e}_1$  dans le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ , de normale  $\mathbf{e}_3$ . Ce plan contient donc des dislocations vis  $\alpha_{11}$  de vecteur de ligne suivant  $\mathbf{e}_1$  et des dislocations coins  $\alpha_{12}$  de vecteur de ligne suivant  $\mathbf{e}_2$ . La force motrice  $\xi$  définie par la relation (1,39) peut être décomposée en une partie dans le plan  $\xi_{//}$  et une partie hors - plan  $\xi_{\perp}$ . Quelques manipulations mènent en effet à

$$(1,43) \quad \xi_{//} = \sigma_{13}(-\alpha_{12} \mathbf{e}_1 + \alpha_{11} \mathbf{e}_2) = \sigma_{13} \mathbf{n},$$

$$(1,44) \quad \xi_{\perp} = (\sigma_{11}\alpha_{12} - \sigma_{12}\alpha_{11})\mathbf{e}_3.$$

La force motrice dans le plan  $\xi_{//}$  ne dépend que de la contrainte résolue  $\sigma_{13}$  dans ce même plan. Le vecteur  $\mathbf{n}$  est normal au vecteur de ligne, et cette force motrice agit bien comme la force de Peach – Koehler sur un segment de dislocation discrète. En revanche, la force motrice  $\xi_{\perp}$  dépend de composantes hors - plan du tenseur des contraintes, et traduit des mouvements hors - plan tels que la montée ou le glissement dévié des dislocations vis. En effet, en admettant pour simplifier que la vitesse des dislocations vis,  $\mathbf{V} = K \xi_{\perp}$ , soit colinéaire à la force motrice hors plan, l'équation de transport (1,27) donne

$$(1,45) \quad \dot{\alpha} = -\text{rot}(\alpha_{11}\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \wedge -K \sigma_{12}\alpha_{11}\mathbf{e}_3).$$

En termes de composantes, on obtient

$$(1,46) \quad \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial t} = \frac{\partial (K \sigma_{12} (\alpha_{11})^2)}{\partial x_3},$$

$$(1,47) \quad \frac{\partial \alpha_{13}}{\partial t} = -\frac{\partial (K \sigma_{12} (\alpha_{11})^2)}{\partial x_1}.$$



L'équation (1-47) fait clairement apparaître que le glissement dévié des dislocations vis  $\alpha_{11}$  est lié à l'existence de gradients de contrainte dans le plan de glissement, et qu'il s'accompagne de la formation de segments de dislocations coins  $\alpha_{13}$  hors du plan de glissement.

## I.4. UNE THEORIE DES CHAMPS CONTINUS DE DISLOCATIONS : MODELE 3D ET MODELE 2D SIMPLIFIE

### I.4.1. Equations générales et modèle 3D

Un modèle basé sur la théorie des champs de dislocations, couplant la dynamique des dislocations en excès à celle des dislocations statistiques, est maintenant constitué par l'ensemble des équations (1,48)-(1,63) ci-dessous.

$$(1,48) \quad \mathbf{V} = v \frac{\xi}{|\xi|}$$

$$(1,49) \quad \xi = \mathbf{X}(\mathbf{T} : \mathbf{a})$$

Dans la relation (1-49), il reste à choisir une loi constitutive définissant la vitesse  $v$  des dislocations en fonction du champ de contraintes, par exemple :

$$(1,50) \quad v = v_0 \operatorname{sgn}(\tau) \exp\left(\frac{-\Delta G_0}{kT}\right) \exp\left(\frac{V}{kT} (|\tau| - \tau_h)\right)$$

Cette loi suppose un mécanisme thermiquement activé de franchissement d'obstacles. La contrainte  $\tau_h$  représente le durcissement par la forêt de dislocations statistiques. Elle est du type Bailey – Hirsch, avec  $\tau_h = \alpha \mu b \sqrt{\rho_f}$ . Dans une formulation simplifiée, nous utiliserons cette loi générique sur les vitesses pour les dislocations en excès comme pour les dislocations statistiques, bien que la vitesse des dislocations puissent dépendre de leur nature et de leur plan de glissement. La contrainte résolue  $\tau$  sur le plan de glissement est donnée par le produit contracté du tenseur de Schmid  $\mathbf{P}_S$  et du tenseur des contraintes  $\mathbf{T}$

$$(1,51) \quad \mathbf{P}_S = \mathbf{b}_S \otimes \mathbf{n}_S,$$

$$(1,52) \quad \tau = \mathbf{T} : \mathbf{P}_S,$$

où  $\mathbf{b}_s$  et  $\mathbf{n}_s$  dénotent respectivement la direction de glissement et la normale au plan de glissement. La distorsion élastique incompatible, responsable des contraintes internes, est donnée par l'équation d'incompatibilité

$$(1,53) \quad \mathbf{rot} \mathbf{U}_e^\perp = \boldsymbol{\alpha}.$$

La partie compatible du tenseur des distorsions élastiques est reliée au gradient de déplacement par

$$(1,54) \quad \mathbf{U}_e'' = \mathbf{gradu} - \mathbf{U}_p''.$$

Connaissant les distorsions élastiques compatibles et incompatibles, on peut calculer le tenseur des contraintes correspondant en utilisant les coefficients d'élasticité du matériau.

$$(1,55) \quad \mathbf{U}_e = \mathbf{U}_e'' + \mathbf{U}_e^\perp$$

$$(1,56) \quad \mathbf{T} = \mathbf{C} : \{\mathbf{U}_e\} = \mathbf{C} : \{\mathbf{gradu} - \mathbf{U}_p\}$$

Enfin, l'équation d'équilibre doit être respectée

$$(1,57) \quad \mathbf{div} \mathbf{T} = 0$$

Le tenseur des vitesses de distorsion plastique reçoit une contribution des dislocations statistiques et des dislocations en excès. Il s'écrit, comme nous l'avons déjà vu

$$(1,58) \quad \dot{\mathbf{U}}_p = \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} + \mathbf{L}_p.$$

Le tenseur  $\mathbf{L}_p$  représente la contribution des dislocations statistiques. Il est défini comme la somme des vitesses de distorsion plastique  $\dot{\gamma}_s = \rho_m b v$  sur les  $s$  systèmes de glissement

$$(1,59) \quad \mathbf{L}_p = \sum_s \dot{\gamma}_s (\rho_m, \rho_f) \mathbf{P}_s$$

Nous adoptons ici une formulation simple de la plasticité cristalline où une seule densité de dislocations statistiques est employée, et où les formulations plus complexes destinées à représenter les interactions entre plans de glissement et l'écroutissage latent sont ignorées. Il n'y a cependant aucun obstacle à l'adoption d'une formulation plus sophistiquée, mais l'accent est porté ici sur le rôle des dislocations en excès. Connaissant le tenseur des vitesses de distorsion plastique, on peut calculer l'évolution du tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  par l'équation de transport

$$(1,60) \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\mathbf{rot}(\dot{\mathbf{U}}_p)$$

Dans cette équation, on retrouve le couplage mentionné précédemment entre les dislocations en excès et les dislocations statistiques. L'évolution de ces dernières est décrite de façon phénoménologique par le modèle de Kubin – Estrin [1].

$$(1,61) \quad \dot{\rho}_m = \left( \frac{C_1}{b^2} - C_2 \rho_m - \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f} \right) \dot{\Gamma},$$

$$(1,62) \quad \dot{\rho}_f = \left( \frac{C_0}{b} |\boldsymbol{\alpha}| + C_2 \rho_m + \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f} - C_4 \rho_f \right) \dot{\Gamma},$$

$$(1,63) \quad \dot{\Gamma} = |\dot{\mathbf{U}}_p|.$$

Le terme  $C_1$  traduit la multiplication des dislocations mobiles par sources de Frank – Read,  $C_2$  représente leur annihilation mutuelle dans (1-61) et la formation de débris dans (1-62), et  $C_3$  leur immobilisation par les obstacles de la forêt. Le terme  $C_4$  traduit la restauration dynamique, c'est-à-dire le réarrangement des structures de dislocations sous contrainte. Le terme  $C_0$ , ajouté au modèle de Kubin – Estrin, traduit l'empilement des dislocations en excès sur les joints de grain aux grandes déformations, et leur contribution au durcissement statistique dans un polycristal [21]. D'une manière analogue au terme  $1/(C_3 \sqrt{\rho_f})$  qui représente la distance moyenne entre dislocations, le terme  $1/(C_0 |\boldsymbol{\alpha}|)$  introduit en effet une échelle de longueur interne, qui est le libre parcours moyen des dislocations mobiles entre ces empilements. L'évolution des dislocations statistiques dépend de la vitesse de distorsion plastique totale (en valeur absolue), couplant là encore les dislocations statistiques et les dislocations en excès. Notons encore que l'évolution des dislocations statistiques ne dépend pas du sens de la déformation, contrairement aux dislocations en excès.

Muni de conditions aux limites en termes de contraintes, de déplacements et de flux de dislocations, le système d'équations (1,48)-(1,63) permet ainsi de calculer la déformation élasto-viscoplastique d'un matériau cristallin dans un domaine fini, dans le cas des petites déformations, en couplant la plasticité conventionnelle basée sur l'évolution des dislocations statistiques à celle des dislocations en excès. Il est d'ailleurs intéressant de remarquer qu'en l'absence de dislocations en excès, c'est-à-dire si le tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  est nul, on retrouve un modèle conventionnel de plasticité cristalline. Les conditions aux limites comprennent les conditions en terme de déplacement et de contrainte, ainsi que la spécification des flux entrants de dislocations en excès (choisie lors la résolution de l'équation de transport par méthode des éléments finis [19]).

## I.4.2. Modèle 2D : Dislocations planes

On s'intéresse au glissement de dislocations en excès de vecteur de Burgers et de vecteur de ligne dans le plan ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ ). Le tenseur  $\boldsymbol{\alpha}$  s'écrit donc

$$(1,64) \quad \boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ce tenseur contient deux composantes vis ( $\alpha_{11}, \alpha_{22}$ ) et deux composantes coin ( $\alpha_{12}, \alpha_{21}$ ). Une contrainte de cisaillement  $\pm\tau$  suivant  $\mathbf{e}_1$  est appliquée aux bords du cristal de normale  $\pm\mathbf{e}_3$ . De la même façon, une contrainte  $\pm\tau$  suivant  $\mathbf{e}_3$  est appliquée sur les bords de normale  $\pm\mathbf{e}_1$ . Le tenseur des gradients de vitesse prend la forme

$$(1,65) \quad \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{grad} \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{\Gamma}_{13} = \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & \dot{\Gamma}_{23} = \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

On suppose la vitesse  $\mathbf{V}$  des dislocations contenue dans le plan : glissement dévié et montée sont donc exclus.

$$(1,66) \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Elle est normale en tout point à la ligne de dislocation. Le tenseur total des vitesses de distorsion plastique  $\dot{\mathbf{U}}_p$  reçoit une contribution des dislocations en excès et des dislocations statistiques.

$$(1,67) \quad \dot{\mathbf{U}}_p = \mathbf{L}_p + \boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{V} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \rho_m b v \\ 0 & 0 & \rho_m b v \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha_{11} v_2 - \alpha_{12} v_1 \\ 0 & 0 & \alpha_{21} v_2 - \alpha_{22} v_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

où  $\rho_m b v$  est la vitesse de distorsion plastique liée au mouvement des dislocations statistiques mobiles  $\rho_m$ . On peut maintenant exprimer le tenseur des vitesses de distorsion élastique.

$$(1,68) \quad \dot{\mathbf{U}}_e = \dot{\mathbf{U}}_e^\perp + \dot{\mathbf{U}}_e'' = \dot{\mathbf{U}}_e^\perp + \dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{U}}_p'' = -\dot{\mathbf{U}}_p^\perp + \dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{U}}_p'' = \dot{\mathbf{U}} - \dot{\mathbf{U}}_p,$$

d'où

$$(1,69) \quad \dot{\mathbf{U}}_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \partial V_1 / \partial x_3 - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{11} v_2 - \alpha_{12} v_1) \\ 0 & 0 & \partial V_2 / \partial x_3 - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{21} v_2 - \alpha_{22} v_1) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Le tenseur des vitesses de déformation élastique résultant est

$$(1,70) \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{13} \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{23} \\ \dot{\varepsilon}_{13} & \dot{\varepsilon}_{23} & 0 \end{pmatrix},$$

ses composantes étant

$$(1,71) \quad \dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1}{2} (\dot{\Gamma}_{13} - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{11} v_2 - \alpha_{12} v_1)),$$

$$(1,72) \quad \dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{2} (\dot{\Gamma}_{23} - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{21} v_2 - \alpha_{22} v_1)).$$

En utilisant une loi d'élasticité isotrope linéaire, la dérivée temporelle du tenseur des contraintes est

$$(1,73) \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dot{\sigma}_{13} \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_{23} \\ \dot{\sigma}_{13} & \dot{\sigma}_{23} & 0 \end{pmatrix}.$$

Ses composantes sont

$$(1,74) \quad \dot{\sigma}_{13} = 2\mu \dot{\varepsilon}_{13} = \mu (\dot{\Gamma}_{13} - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{11} v_2 - \alpha_{12} v_1)),$$

$$(1,75) \quad \dot{\sigma}_{23} = 2\mu \dot{\varepsilon}_{23} = \mu (\dot{\Gamma}_{23} - (\rho_m \mathbf{b}v + \alpha_{21} v_2 - \alpha_{22} v_1)).$$

Ce tenseur doit vérifier l'équation d'équilibre  $\mathbf{div} \boldsymbol{\sigma} = 0$ . Si la divergence de  $\boldsymbol{\sigma}$  est nulle, celle de sa dérivée l'est aussi

$$(1,76) \quad \mathbf{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = 0.$$

Cette équation aboutit à

$$(1,77) \quad \frac{\partial \dot{\alpha}_{13}}{\partial x_3} = \frac{\partial \dot{\alpha}_{23}}{\partial x_3} = 0,$$

$$(1,78) \quad \frac{\partial \dot{\alpha}_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \dot{\alpha}_{23}}{\partial x_2} = 0.$$

Les relations (1,77) sont automatiquement vérifiées si l'on considère que le champ de contraintes et les densités de dislocations en excès sont indépendants de la coordonnée  $x_3$ .

Par ailleurs, l'équation de transport (1,30) se réduit à

$$(1,79) \quad \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_2}(\alpha_{11}v_2 - \alpha_{12}v_1) - \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho_m bv),$$

$$(1,80) \quad \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1}(\alpha_{11}v_2 - \alpha_{12}v_1) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho_m bv),$$

$$(1,81) \quad \frac{\partial \alpha_{21}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_2}(\alpha_{21}v_2 - \alpha_{22}v_1) - \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho_m bv)$$

$$(1,82) \quad \frac{\partial \alpha_{22}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1}(\alpha_{21}v_2 - \alpha_{22}v_1) + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho_m bv)$$

Compte - tenu des relations (1,74) (1,75), l'équation d'équilibre (1,78) revient donc finalement à

$$(1,83) \quad \frac{\partial \alpha_{21}}{\partial t} = \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial t}.$$

C'est une relation nécessaire entre densités de dislocations coin pour que l'équilibre du matériau soit respecté. Le principal avantage de la formulation 2D présentée ci-dessus est la réduction considérable du volume des calculs nécessaires. En effet, l'équation d'incompatibilité et les équations d'équilibre sont automatiquement vérifiées, et la résolution de l'équation de transport est simplifiée. Dans la suite de ce travail, cette étude autorisera des études paramétriques qui, pour des raisons pratiques de capacités de calcul, restent inaccessibles au modèle 3D. Sa validité est limitée car elle n'admet qu'un seul plan de glissement et exclut les mouvements hors - plan des dislocations. En outre, elle néglige une partie des incompatibilités créées par les dislocations glissant dans le plan. Cependant, elle reste d'un grand intérêt, par exemple pour l'étude du stade I de l'écroutissage des monocristaux cfc.

### I.4.3. Conclusion

La théorie des champs de dislocations présentée dans ce chapitre fait intervenir des échelles de longueur caractéristiques de manière naturelle. La première est l'échelle de résolution des dislocations, c'est-à-dire la dimension caractéristique du circuit de Burgers utilisé pour la définition des densités de dislocations. Nous avons vu que de la valeur de cette échelle dépendaient les notions de dislocations en excès et de dislocations statistiques. Dans les problèmes que nous considérons dans la suite, les deux espèces sont présentes, et l'échelle de résolution est de l'ordre de la distance moyenne entre dislocations :  $\rho_f^{-1/2}$ . De manière générale, cette échelle varie donc au cours de l'expérience. Une seconde échelle de longueur naturelle est fournie par le transport des densités de dislocations. La vitesse  $\mathbf{V}$  mise en jeu est la vitesse moyenne des dislocations qui coupent la surface sous-tendue par le circuit de Burgers considéré. Cette quantité peut paraître difficile à estimer, en raison de l'intermittence de l'activité des dislocations. Cependant des mesures expérimentales de vitesse moyennes ont été publiées, et elles sont utilisées de manière courante pour nombre de matériaux ([22], [23], [24], [25], [26], [27]).

Dans le contexte de la théorie de champ exposée ci-dessus, et dans le cadre de l'élasticité linéaire, nous avons vu que le caractère discret d'une dislocation et la compacité du coeur ne pouvaient pas être maintenus sans charges appliquées. En effet, l'énergie de déformation élastique du cristal due à la présence de dislocations s'annule en l'absence de charge appliquée aux limites. La densité de dislocations correspondante est dispersée par transport dans le champ de vitesses induit par le champ de contraintes propre aux dislocations. L'utilisation d'un potentiel élastique non convexe reflétant la structure périodique du cristal, permettrait d'assurer la pérennité d'une dislocation. La compacité des dislocations apparaîtrait alors comme une conséquence de la théorie, et non comme l'un de ses axiomes de définition. Inversement, l'utilisation dans la suite de ce travail d'un cadre constitutif élastique linéaire amènera à limiter les applications considérées à des échelles de résolution spatiale où les dislocations ne sont pas résolues individuellement.

# CHAPITRE II. INTERMITTENCE ET HETEROGENEITE DE LA DEFORMATION PLASTIQUE : LE ROLE DES DISLOCATIONS EN EXCES

*Introduction* : Comme le suggère d'emblée son nom, l'« écoulement » plastique des matériaux cristallins est perçu d'ordinaire comme étant continu et homogène à l'échelle macroscopique. Les courbes contrainte - déformation ou les courbes de fluage sont en effet la plupart du temps continues et régulières. Il existe des exceptions, qui apparaissent cependant comme des cas 'exotiques'. Ainsi, les bandes de Lüders ou l'effet Portevin – Le Chatelier, qui mettent en jeu des interactions complexes entre dislocations et solutés se traduisent par de fortes chutes de contrainte sur la courbe de déformation [1]. Certaines expériences avaient pourtant révélé depuis longtemps le caractère intermittent de la plasticité du cuivre (« approximativement pur ») [28], du laiton [29], du monocristal de Zinc [30], et de l'aluminium [31]. Cependant, ces observations sont restées inutilisées pour l'essentiel, et considérées comme peu significatives. L'idée qui s'est en effet imposée, sans que des vérifications statistiques en soient recherchées, est que les fluctuations observées sont faibles, qu'elles se produisent au hasard, indépendamment les une des autres, et qu'en s'ajoutant, elles se compensent en moyenne pour donner l'apparence des courbes de déformation continues et régulières. Durant ces dernières années, une vision différente de la plasticité a pu émerger, probablement suscitée par l'apparition des outils nouveaux de compréhension du comportement collectif des fluctuations que sont les théories du chaos et des phénomènes critiques. L'étude statistique et dynamique des fluctuations observées a en effet révélé une activité plastique corrélée à longue distance et invariante d'échelle. Ces propriétés sont caractérisées par des distributions en loi puissance des tailles d'avalanches de dislocations [10], [32], ainsi que par des structures fractales et des couplages spatio-temporels complexes [33]. Les données expérimentales sont venues d'expériences d'émission acoustique réalisées sur des cylindres de glace déformés en compression [10], [32]. Dans ces essais, l'amplitude maximale  $A_0$  d'un évènement d'émission acoustique est la mesure de la vitesse initiale de balayage de la surface par les dislocations. En supposant une décroissance exponentielle de cette amplitude, cette dernière renseigne sur l'incrément de déformation engendré par l'avalanche de dislocations. Des données expérimentales indépendantes ont également été



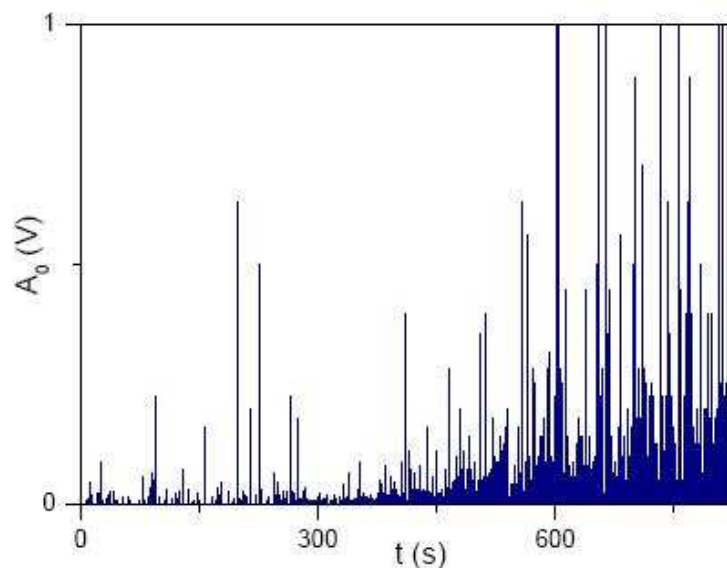
obtenues à partir de tests de compression de micro - piliers en nickel, d'une taille de l'ordre du micron, révélant des courbes contrainte –déformation comportant des paliers distribués selon une loi puissance [34]. Enfin, des mesures d'émission acoustique ont été réalisées sur des monocristaux métalliques (Cu, Zn et Cd) [11]. Des distributions en loi puissance des tailles d'avalanches de dislocations avec un exposant semblable à celui obtenu dans la glace ont été observées. Le cuivre, au contraire du cadmium et du zinc qui, comme la glace, sont des matériaux hexagonaux, se déforme plastiquement de façon isotrope et favorise un glissement multiple durant le stade II de son durcissement. Il semble donc que le caractère intermittent de la déformation plastique soit peu influencé par son niveau d'anisotropie. Des essais d'extensométrie à haute résolution ont enfin été réalisés sur des monocristaux de cuivre déformés en traction à vitesse imposée [11]. Grâce à cette technique, l'étude ne se fait plus par l'intermédiaire de l'émission acoustique (à interpréter en termes de déplacements de dislocations), mais par l'observation directe des fluctuations localisées de l'activité plastique dans le cristal. Ces expériences montrent que le cuivre, qui est probablement le matériau le plus étudié à ce jour en science des matériaux pour la régularité de ses propriétés (glissement multiple et durcissement isotrope en stade II, ...), a un comportement plastique intermittent malgré l'allure lisse et continue de ses courbes de déformation. Ce résultat renforce les observations précédentes de l'intermittence et suggère que les fluctuations de l'activité plastique et leur auto - organisation constituent la règle plutôt qu'une exception. Une hypothèse naturelle permettant d'expliquer l'intermittence de la plasticité et les corrélations spatio-temporelles qui la caractérisent est qu'elle repose sur l'activité des dislocations en excès. En effet, ces dernières sont responsables des champs de contraintes élastiques à longue distance et des interactions spatiales entre dislocations. Associées au transport des dislocations en excès, ces contraintes internes sont susceptibles d'entraîner un mouvement collectif et organisé des dislocations, pour former des structures spatio-temporelles. L'objectif de ce chapitre est de vérifier cette hypothèse à l'aide de la théorie des champs de dislocations présentée précédemment, en utilisant le modèle 2D introduit. Nous nous intéresserons ici au cas des monocristaux, et nous étudierons les données sur l'activité plastique à l'aide d'analyses statistiques (distributions des densités de probabilité, analyse multifractale), de façon à mettre en évidence et à caractériser son caractère intermittent et corrélé. Le rôle des dislocations en excès sera alors discuté.

## II.1. OBSERVATIONS DE L'INTERMITTENCE

### II.1.1. Observations expérimentales

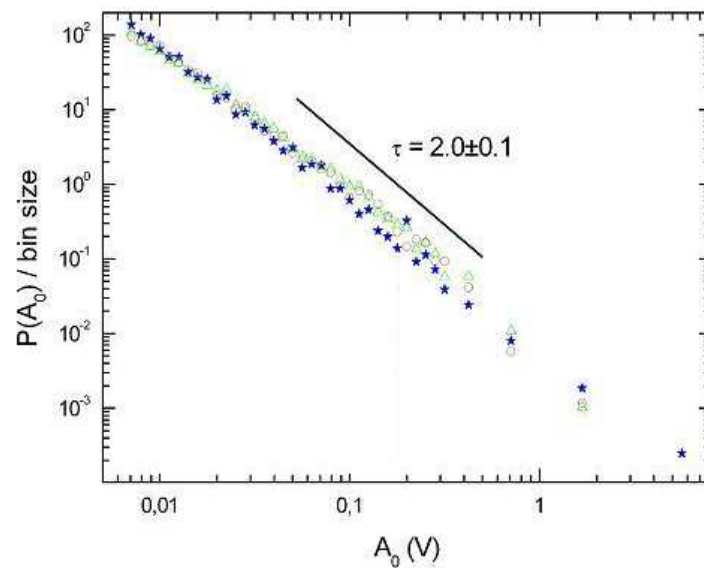
#### II.1.1.1. Expériences d'émission acoustique

Depuis une dizaine d'année, des expériences d'émission acoustique réalisées sur la glace (monocristalline et polycristalline) ou sur des monocristaux métalliques de cadmium, de zinc-0.08%Al et de cuivre ont mis en évidence le caractère intermittent de la plasticité dans ces matériaux [10],[11],[32][33][35]. On parle alors d'avalanches de dislocations [10],[36]. Lors du déplacement des dislocations, de l'énergie est dissipée (essentiellement sous forme de chaleur). Si ce déplacement est rapide, ou si le nombre de dislocations qui se déplacent est suffisamment élevé, une partie de cette énergie est émise sous forme d'ondes acoustiques. Selon les modèles de l'émission acoustique, la somme des amplitudes acoustiques  $A_0$  mesurées lors d'une expérience représente un avatar de la déformation macroscopique ( $\Sigma A_0 \approx \varepsilon$ ) [10]. L'émission acoustique permet ainsi de révéler les salves localisées de déformation au cours de l'activité plastique. La figure II.1 est un exemple de l'émission acoustique enregistrée dans un monocristal de zinc (avec 0.08% d'aluminium) [14]. Ici, seules les valeurs maximales  $A_0$  de chaque avalanche sont tracées. Ce signal montre que la plasticité du zinc est intermittente, bien que la courbe de déformation macroscopique soit lisse et continue.



**Figure II.1.** Emission acoustique enregistrée dans un monocristal de zinc avec 0.08% d'aluminium. Seules les amplitudes maximales  $A_0$  de chaque avalanche sont tracées [14].

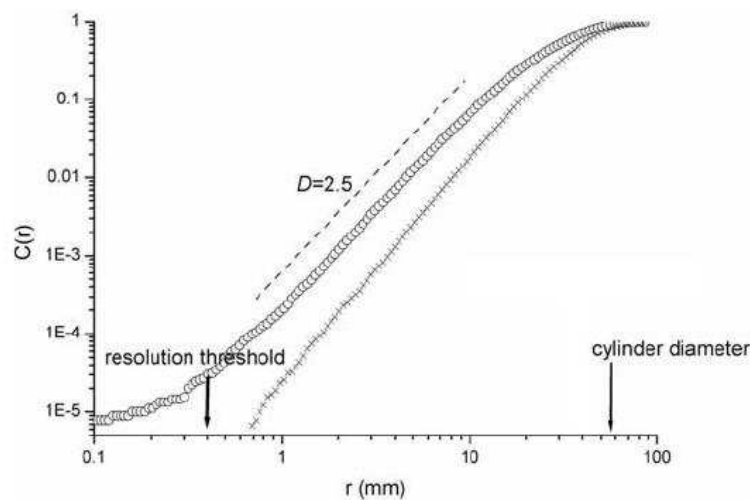
Les signaux intermittents peuvent être analysés à l'aides de méthodes statistiques : analyse temporelle d'un signal en un point donné de l'échantillon : densités de probabilité et analyse multifractale, ou analyses de corrélation en utilisant les signaux à plusieurs différents endroits de l'échantillon. Nous ne présentons ici que quelques résultats à titre d'illustration. La figure II.2 montre la densité de probabilité des amplitudes maximales  $A_0$  des avalanches de dislocations dans des monocristaux de glace et de cadmium [11].



**Figure II.2.** Densités de probabilité des amplitudes maximales  $A_0$  des avalanches de dislocations dans les monocristaux de glace (étoiles) et de cadmium (cercles : stage I du durcissement ; triangles : stage II du durcissement) [11]. Les trois courbes sont tracées pour un même nombre d'évènements (3539).

Toutes les courbes ci-dessus révèlent une dépendance en loi puissance du type  $P(A_0) \approx A_0^{-\tau}$ , où l'exposant  $\tau=2\pm 0.1$  semble indépendant du matériau et/ou des dimensions de l'échantillon, ou encore du niveau de durcissement du cadmium (la glace monocristalline ne présente presque pas de durcissement). Cette distribution en loi puissance suggère l'invariance d'échelle de l'émission acoustique, et par conséquent de la l'activité plastique qui lui donne naissance. Une tendance similaire avec un exposant  $\tau=2\pm 0.1$  a été obtenue pour le cuivre monocristallin lors du stade II du durcissement [11]. Lors de cette phase de son durcissement, le cuivre, au contraire des matériaux hexagonaux dont la déformation plastique est principalement assurée par les systèmes basaux, se déforme en glissement multiple. Il semble donc que les propriétés statistiques de l'intermittence ne dépendent pas non plus du niveau d'anisotropie du glissement cristallographique. La figure ci-dessous présente une analyse

statistique des corrélations spatiales à partir de l'émission acoustique mesurée à différents endroits de l'échantillon. La courbe représente l'intégrale de corrélation obtenue lors d'un essai de fluage en compression réalisé sur un cylindre de glace monocristalline (ronds) [33]. Cette intégrale est la probabilité pour que la distance entre deux points où ont été localisées des avalanches soit inférieure à  $r$ . La courbe obtenue pour des emplacements distribués aléatoirement (distribution de Poisson) est également tracée (croix). Les deux courbes peuvent être représentées par une loi en puissance du type  $C(r) \approx r^{-D_c}$  dans un certain intervalle. Un exposant  $D_c=2.9\pm 0.1$  (croix) est obtenu pour la distribution aléatoire. Un tel exposant, proche de 3, est caractéristique d'un signal purement aléatoire et spatialement décorrélé. Cependant, la courbe obtenue avec la glace présente un exposant  $D_c = 2.5\pm 0.1$ , ce qui montre l'existence de corrélations spatiales. Celles-ci sont d'autant plus fortes que l'exposant  $D_c$  est plus faible.

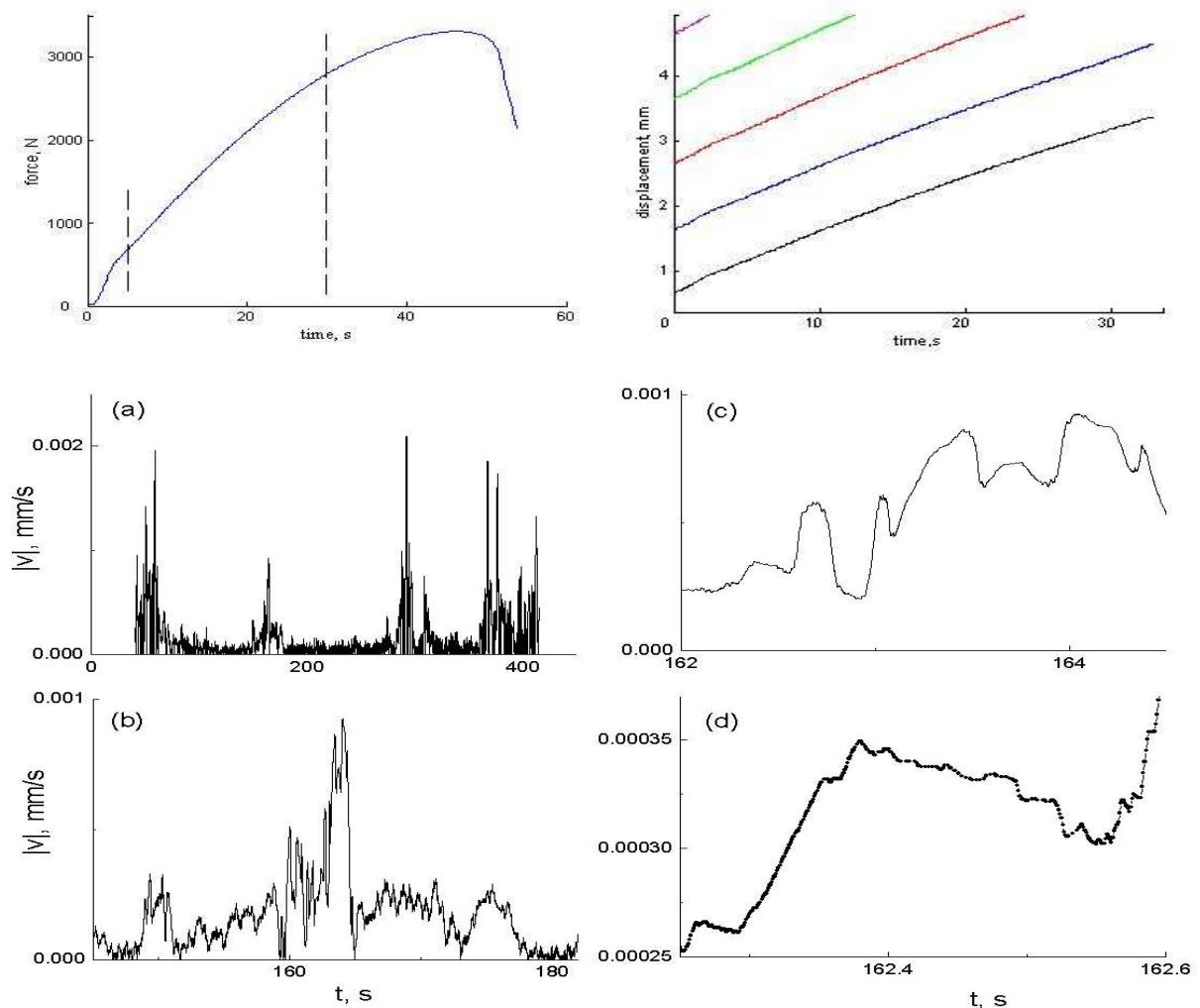


**Figure II.3.** Intégrale de corrélation spatiale des hypocentres (cercles) localisés lors de la déformation par fluage en compression d'un monocristal de glace à  $-10^{\circ}\text{C}$  ( $\sigma_{ext} = 1.1 \text{ MPa}$ ). Une analyse similaire (croix), réalisée à partir du même nombre de sources distribuées aléatoirement, donne  $D = 2.9\pm 0.1$ , ce qui est accord avec la valeur théorique égale à 3. [33].

#### II.1.1.2. Extensométrie à haute résolution

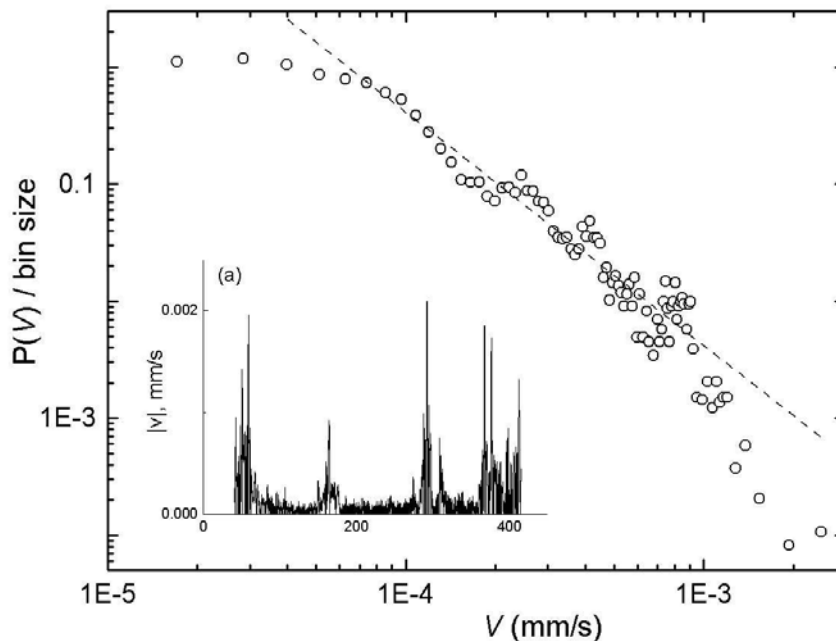
Les expériences d'émission acoustique présentent des avantages considérables : elles ont par exemple une résolution temporelle très faible (100-600 kHz) et elles permettent d'enregistrer la structure fine des événements. En revanche, elles présentent l'inconvénient de ne pas mesurer directement la déformation plastique, mais seulement de l'inférer à partir d'une autre grandeur, à l'aide d'un modèle. La mesure des champs de déplacements par extensométrie optique permet d'avoir un accès direct à la déformation plastique. Cette méthode a été mise en œuvre au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux. Un échantillon de traction est

couvert de bandes de peinture noire et blanche alternées. Une caméra CCD permet ensuite d'identifier les transitions noir - blanc et de les suivre au cours de la déformation. Cette technique autorise la mesure du champ de déplacements locaux avec une résolution spatiale de 1.3 micron. L'histoire de ces déplacements est mesurée avec une fréquence d'acquisition de  $10^3$  Hz. La dérivée de ces signaux fournit ensuite les vitesses lagrangiennes  $v(t)$ . Des essais à vitesse de traverse imposée ont été réalisés sur des monocristaux de cuivre orientés dans la direction  $\langle 111 \rangle$  afin d'étudier les propriétés de l'intermittence et du comportement collectif des dislocations dans le cas du glissement multiple [11]. Bien que la courbe représentant la force appliquée au cours du temps soit continue, les courbes de vitesse locales sont intermittentes, comme le montre la figure II.4.



**Figure II.4.** Exemple de courbe de déformation obtenue sur un monocristal de cuivre (en haut à gauche) (courtoisie de Denis Entemeyer). Un exemple de déplacements locaux est tracé sur la figure en haut à droite. Un zoom progressif sur la dérivée d'un signal de déplacement (vitesse lagrangienne, à laquelle est retranchée la vitesse imposée, et prise en valeur absolue) est ensuite présenté en dessous, de haut en bas, de gauche à droite (a, b, c et d).

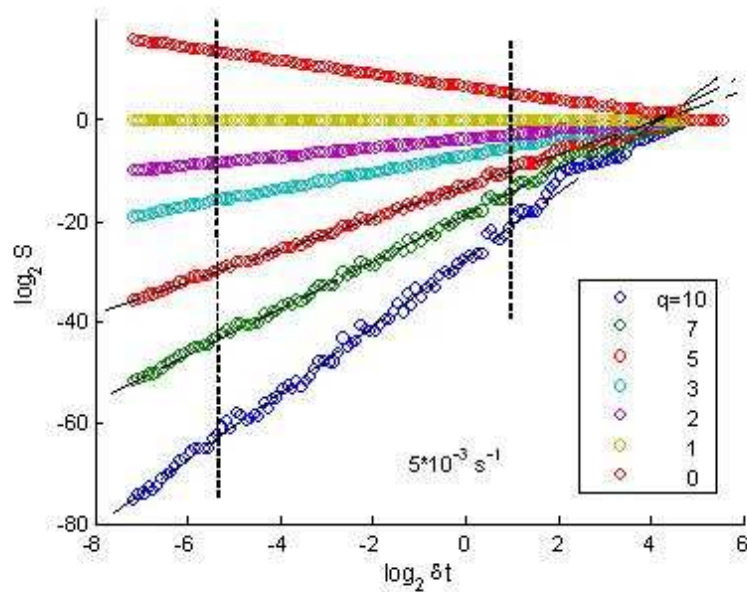
Ces courbes ressemblent aux signaux obtenus lors des mesures d'émission acoustique. Une étude statistique des distributions des amplitudes des sauts de vitesse a été réalisée. Une dépendance en loi puissance a été obtenue comme le montre la figure II.5, avec un exposant proche de 2, voisin de celui qui est observé pour les distributions d'amplitude des salves d'émission acoustique dans la glace et dans les monocristaux de cuivre.



**Figure II.5.** *Distribution en loi puissance des amplitudes de vitesse locale de déplacement réalisée à partir d'un signal obtenu lors de la déformation d'un monocristal de cuivre [11].*

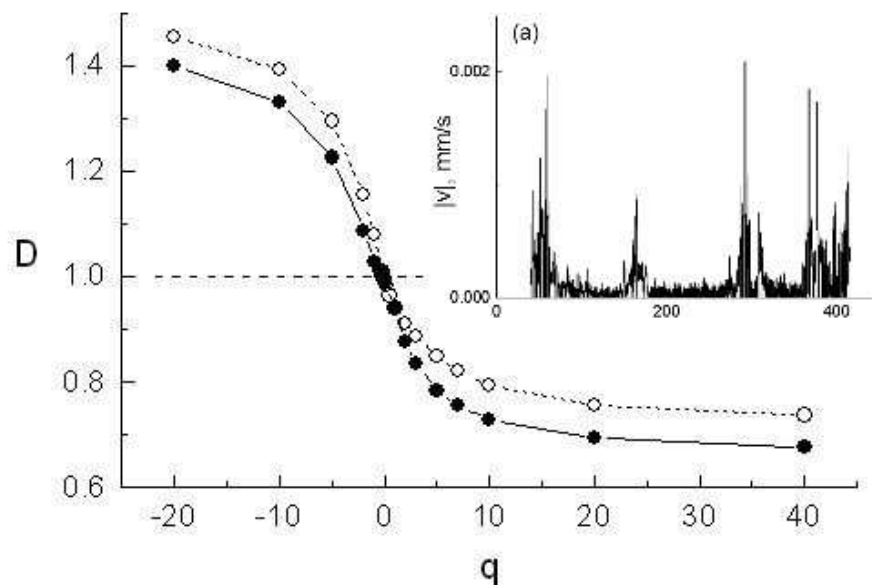
Les distributions de densité de probabilité en loi puissance suggèrent l'existence de corrélations temporelles au cours de l'intermittence, mais elles ne les prouvent pas. En outre, la distribution paraît plus complexe. Pour démontrer l'existence de ces corrélations temporelles, les vitesses locales présentées sur la Figure II.4 ont également été étudiées à l'aide d'une analyse multifractale, de la même façon que l'effet Portevin – Le Chatelier [37]. On sait en effet qu'il existe de nombreux objets naturels, obéissant à des lois puissance, qui ont un comportement auto - similaire hétérogène et dont la description nécessite un ensemble extensif d'exposants. Dans cette technique, on définit la mesure  $\mu_i$  d'un saut de vitesse durant le  $i^{\text{ème}}$  intervalle de durée  $\delta t$ , comme, par exemple, la somme des valeurs absolues des vitesses mesurées dans cet intervalle, que l'on normalise par une somme similaire sur le support complet des intervalles de temps. Il se trouve que les objets multifractals obéissent à certaines

lois d'échelle. Tout d'abord, il existe une loi du type  $\mu_i \propto \delta t^\alpha$ . Lorsqu'il est inférieur à 1, le coefficient  $\alpha$  reflète la singularité locale du signal, et il est donc appelé exposant de singularité. Cette loi d'échelle n'est pas unique, au sens où les exposants de singularité  $\alpha$  sont variables. Si l'on sélectionne le sous-ensemble  $S_\alpha$  des intervalles possédant le même exposant de singularité, le nombre de ces intervalles  $N_\alpha(\delta t)$  obéit à une loi du type  $N_\alpha(\delta t) \propto \delta t^{-f(\alpha)}$ . La densité  $f(\alpha)$  apparaît ici comme la dimension fractale du sous-ensemble  $S_\alpha$ . L'ensemble des densités  $f(\alpha)$ , appelé spectre de singularités ou encore spectre multifractal, décrit d'une façon continue un objet hétérogène, l'ensemble  $\cup S_\alpha$  des intervalles  $\delta t$  muni de la mesure  $\mu_i$ , si cet objet possède les propriétés d'invariance d'échelles révélées par des lois puissance. Pour obtenir le spectre multifractal, on calcule dans un premier temps le  $q^{\text{ème}}$  moment  $Z_q(\delta t) = \sum_{i=1}^n \mu_i^q$  sur les  $n$  intervalles de durée  $\delta t$ . Pour un ensemble multifractal, ce moment suit une loi du type  $Z_q \approx \delta t^{(q-1)D(q)}$ , où  $D(q)$  représente la dimension fractale généralisée. Cette propriété est vérifiée par les signaux de vitesse enregistrés (voir figure II.4), et la loi d'échelle observée concerne les intervalles de temps entre 0.1s et 20s environ, comme le montre la figure ci-dessous, c'est-à-dire les corrélations entre avalanches.



**Figure II.6.** Loi d'échelles  $Z_q(\delta t) = \sum \mu_i^q(\delta t) \approx \delta t^{(q-1)D(q)}$  obtenues pour des signaux de vitesse de déplacement le long de l'échantillon lors de la déformation d'un monocristal de cuivre. (Courtoisie de Mikhail Lebyodkin).

Le spectre  $D(q)$  caractérise également les propriétés multifractales du signal, et l'on montre qu'il est relié au spectre  $\alpha, f(\alpha)$  par une transformation de Legendre. Dans le cas d'un signal purement aléatoire, qui serait par exemple obtenu si l'on avait affaire à des fluctuations gaussiennes faibles autour d'une valeur moyenne de la vitesse,  $D$  est indépendant de  $q$  et reste égal à 1. Comme le montre la figure II.7 [11], cela ne correspond pas aux observations. Le spectre généralisé obtenu par l'analyse des vitesses enregistrées est au contraire un spectre étendu, caractéristique de la multifractalité. En étudiant la distribution dans le temps des singularités, l'analyse multifractale permet notamment une étude des corrélations temporelles. L'existence d'un spectre multifractal étendu dans la figure II-7 traduit l'existence de corrélations temporelles à grande échelle de l'activité plastique. Elle traduit aussi l'hétérogénéité des singularités, c'est-à-dire des salves d'activité plastique.

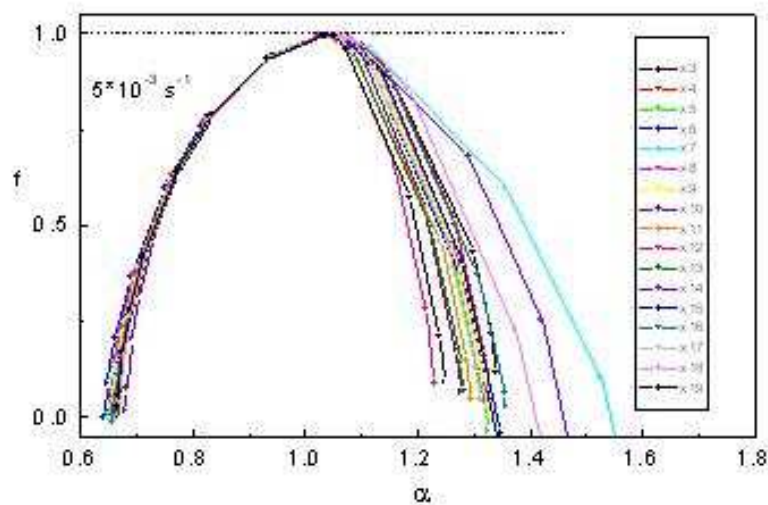


**Figure II.7.** Exemple de spectres de dimension généralisé  $D(q)$  pour des signaux de vitesses de déplacement  $v(t)$  mesurées lors de la déformation de monocristaux de cuivre [11]. Ronds noirs: vitesse appliquée  $5 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ; ronds blancs: vitesse appliquée  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Le spectre obtenu pour un signal aléatoire est tracé en pointillés. Insert: exemple de signal de vitesse de déplacement  $v(t)$  pour la vitesse appliquée de  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . La vitesse appliquée ainsi que le durcissement sont retranchés du signal avant l'étude.

La figure II.8 représente les spectres multifractals obtenus pour les signaux temporels enregistrés le long de l'échantillon lors de la déformation d'un monocristal de cuivre. Comme cela a été expliqué ci-dessus, ces spectres mettent en évidence la multifractalité d'un signal

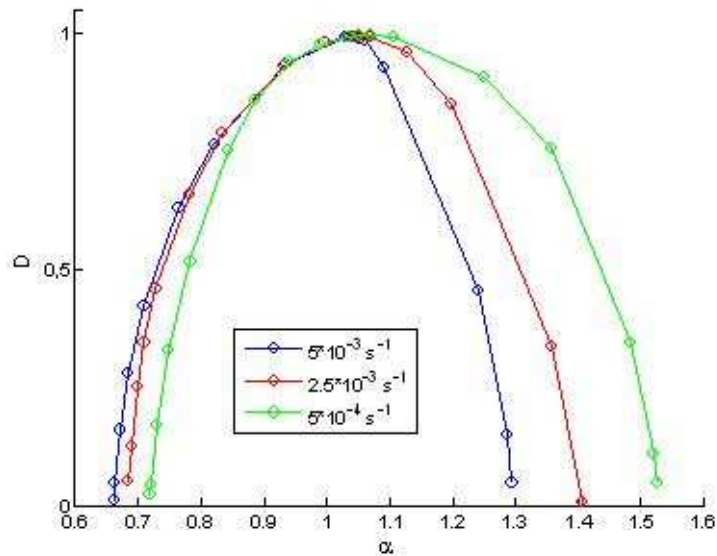


d'une manière conjuguée à la précédente. La branche de gauche (faibles  $\alpha$ ) caractérise les fortes singularités du signal et correspond aux fortes valeurs positives de  $q$ , alors que celle de droite caractérise les singularités les plus faibles et correspond aux fortes valeurs négatives de  $q$ . Cette branche est moins significative que la branche de gauche, car les valeurs négatives de  $q$  mettent l'accent sur les petites valeurs de la mesure dans le moment  $Z(q)$  et amplifient donc les effets éventuels du bruit expérimental. On constate que les branches gauches des spectres de chacun des signaux sont très voisines. L'intermittence est donc présente partout dans l'échantillon, et ses propriétés y sont sensiblement identiques. On constate en outre que l'analyse multifractale permet d'obtenir des résultats clairs, même en présence de bruit.



**Figure II.8.** Ensemble de spectres multifractals obtenus pour différents signaux de vitesse de déplacement le long de l'échantillon lors de la déformation d'un monocristal de cuivre. (Courtoisie de Mikhail Lebyodkin).

Un effet de la vitesse de déformation est mis en évidence par l'analyse multifractale. En effet, comme le montre la figure II.9, la branche gauche du spectre se déplace vers la gauche lorsque la vitesse de déformation imposée augmente. Ainsi, l'intensité des singularités dues à l'intermittence augmente avec la vitesse de déformation. Le spectre multifractal est donc d'autant plus étendu, et les corrélations temporelles d'autant plus fortes que la vitesse de déformation est plus élevée.



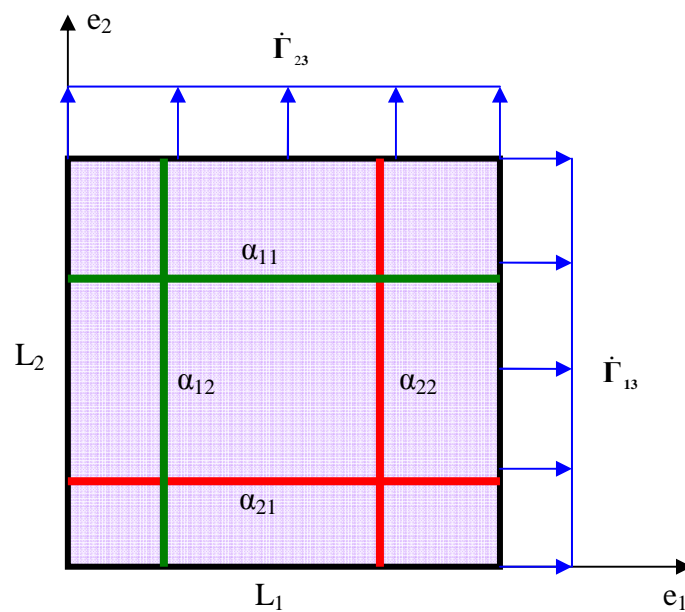
**Figure II.9.** Spectres obtenus pour un monocristal de cuivre déformé à différentes vitesses de déformation imposée. (Courtoisie de Mikhail Lebyodkin).

## II.2. MODELE 2D POUR L'INTERMITTENCE

### II.2.1. Hypothèses

Le modèle 2D, présenté lors du chapitre précédent, est utilisé pour étudier l'intermittence de la plasticité dans les monocristaux. Un seul plan de glissement est considéré et l'intermittence sera expliquée par l'activité plastique dans ce plan, à l'exclusion des mouvements hors - plan. Cette hypothèse simplificatrice possède un intérêt en elle-même, car l'intermittence est observée dans le cas du glissement simple dans les monocristaux, comme par exemple dans la glace monocristalline où le glissement basal est prépondérant. Son intérêt réside aussi dans la simplification des équations qu'elle permet d'apporter, dans le gain de temps de calcul qui en résulte et dans la rapidité des progrès qu'elle permet d'accomplir dans la compréhension des phénomènes. Cependant, il n'est pas exclu que les mouvements hors – plan, engendrés notamment par le champ de contraintes internes 3D, modifient les caractéristiques obtenues. Des vérifications ponctuelles menées avec les simulations 3D devraient permettre d'évaluer ces éventuelles différences. Les densités de dislocations statistiques seront supposées constantes, et une distribution non homogène sera utilisée pour initier le développement des dislocations en excès. La simulation de référence (qui servira par exemple pour discuter des effets de taille ou de vitesse par la suite) sera calquée sur les conditions expérimentales correspondant aux expériences d'extensométrie à haute résolution sur le monocristal de cuivre

présentées précédemment [11]. Ainsi, la vitesse de déformation imposée sera  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Comme la fréquence d'acquisition expérimentale est de  $10^3 \text{ Hz}$ , le pas de temps de calcul, calculé pour assurer la stabilité de la résolution de l'équation de transport, sera fixé à  $10^{-3} \text{ s}$  en ajustant le maillage pour respecter la condition de Courant. Le plan de glissement de référence, représenté sur la figure II.10, est carré, et est soumis à deux vitesses de cisaillement imposées  $\dot{\Gamma}_{13}$  et  $\dot{\Gamma}_{23}$  de même valeur, de façon à ne pas favoriser l'activité des dislocations suivant une direction particulière. Bien que l'intérêt du calcul porte sur une simulation générique de l'intermittence et non sur la reproduction fidèle d'un essai expérimental, il convient de mentionner que ce choix du plan de glissement revient à simuler la traction d'une éprouvette à section en losange avec un plan de glissement incliné à  $45^\circ$  par rapport à l'axe de traction, ou encore la déformation d'un petit morceau de plan d'un cylindre sollicité en torsion, le plan de glissement étant dans ce cas perpendiculaire à l'axe de torsion.



**Figure II.10.** Plan de glissement utilisé et dislocations en excès présentes pour les simulations de l'intermittence.

Une loi exponentielle est utilisée pour la vitesse des dislocations. Sa forme est la suivante

$$(1,84) \quad v = v_0 \exp\left(\frac{V}{kT}(\sigma - \sigma_h)\right)$$

où  $v_0$  est une vitesse de référence,  $\sigma$  est la contrainte appliquée qui peut être  $\sigma_{13}$  ou  $\sigma_{23}$  selon l'orientation des dislocations, et  $\sigma_h$  est la contrainte de durcissement isotrope, supposée

constante car la densité de dislocations sessiles est constante. Les paramètres du cuivre et les conditions initiales utilisés pour la simulation de référence sont donnés dans le tableau II.1 (Seule la valeur moyenne de la densité de dislocations sessiles est fournie). La densité de dislocations en excès initiale est nulle. Lorsque l'influence de paramètres comme par exemple la sensibilité de la contrainte d'écoulement à la vitesse de déformation sera étudiée, les conditions initiales seront identiques à celles de cette simulation de référence.

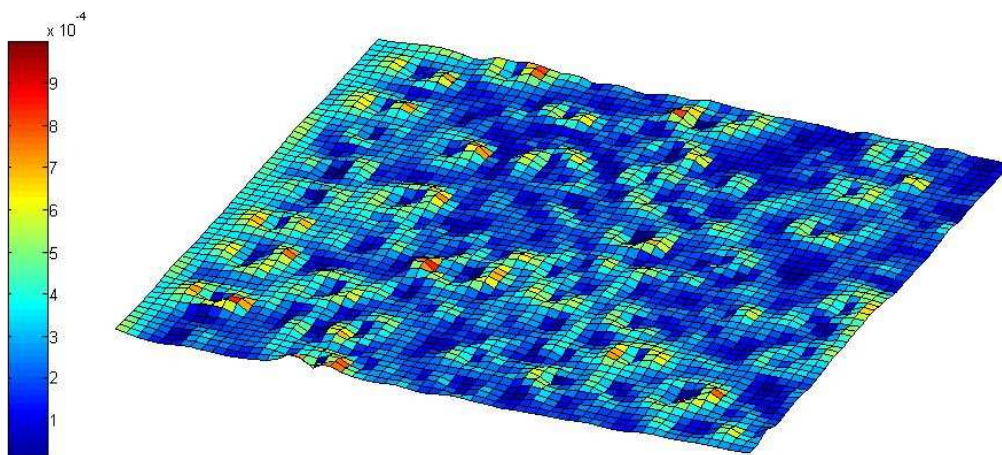
$\mu$	$\dot{\Gamma}_{13} = \dot{\Gamma}_{23}$	$\Delta t$	$v_0$	$kT/V$	$\rho_m (t=0)$	$\rho_f (t=0)$
40 GPa	$10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$10^{-3} \text{ s}$	$3.7 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	2.27 MPa	$10^8 \text{ m}^{-2}$	$10^{10} \text{ m}^{-2}$

**Table II.1.** Paramètres et conditions initiales de référence utilisés dans le modèle.

## II.2.2. Résultats de référence du modèle

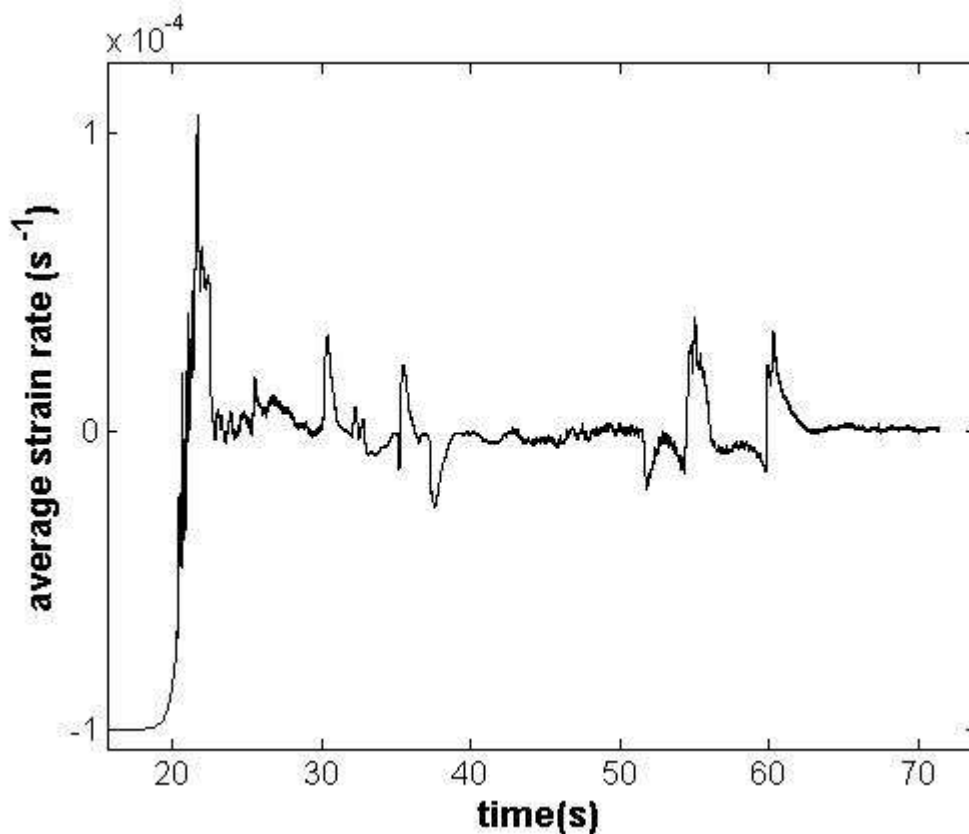
### II.2.2.1. Structure de dislocations en excès et signaux temporels de vitesse de déformation locale

La visualisation d'un film de l'activité plastique dans le plan de glissement donne l'impression d'un scintillement de cette surface, ou encore d'un clapotis à la surface d'une eau légèrement agitée. La déformation plastique est en effet localisée, hétérogène dans l'espace et intermittente. La figure ci-dessous montre le module de la densité de dislocations en excès (module  $\alpha = \sqrt{\alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2}$ ) à un instant de la déformation. On y voit clairement la formation d'une structure hétérogène, composée par endroits de boucles.



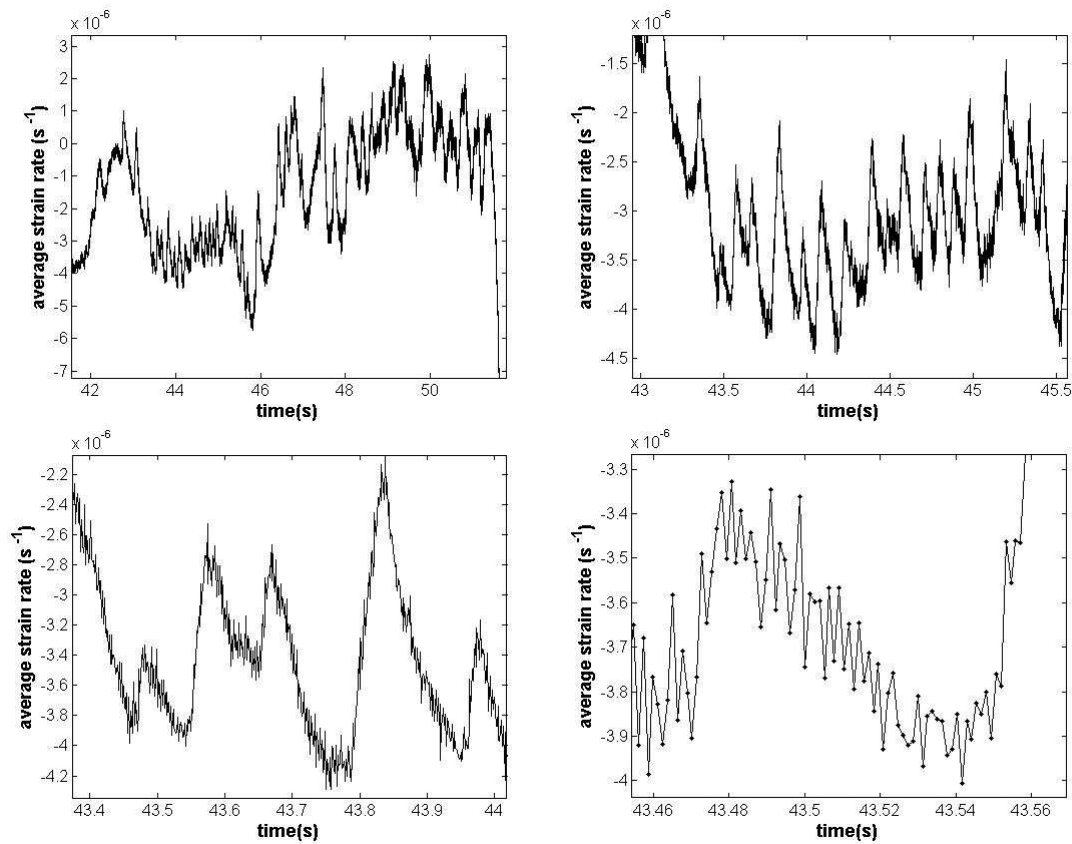
**Figure II.11.** Densité (module) totale de dislocations en excès à un instant de la déformation de référence.

Cette structure découle des corrélations spatiales engendrées par les interactions élastiques à longue distance, elles-mêmes dues à l'existence des dislocations en excès. Les deux figures II.12 et II.13 montrent un exemple de signal temporel en un point de ce plan, celui de la vitesse moyenne de déformation locale ( $\dot{\epsilon} = 1/2(\dot{\epsilon}_{13} + \dot{\epsilon}_{23})$ ), de laquelle est retranchée la vitesse de déformation imposée. Ce signal est semblable à ceux rencontrés lors des essais d'extensométrie à haute résolution ou lors des mesures d'émission acoustique [11]. Comme eux, il présente une partie transitoire (environ de 20s à 30s), qui sera ignorée dans les analyses statistiques. L'activité plastique simulée est intermittente. Sa structure est d'allure auto-similaire, composée d'évènements dont l'amplitude peut varier de plusieurs ordres de grandeur.



**Figure II.12.** Exemple de signal de vitesse moyenne de déformation localisée à un endroit du plan de glissement lors de la simulation de référence. Le signal est composé d'environ 50000 points.

La figure suivante est une succession d'agrandissements effectués à partir de la figure II.12 (entre 42s et 52s). Elle fait apparaître la structure fine du signal et suggère l'auto-similarité de l'intermittence observée.



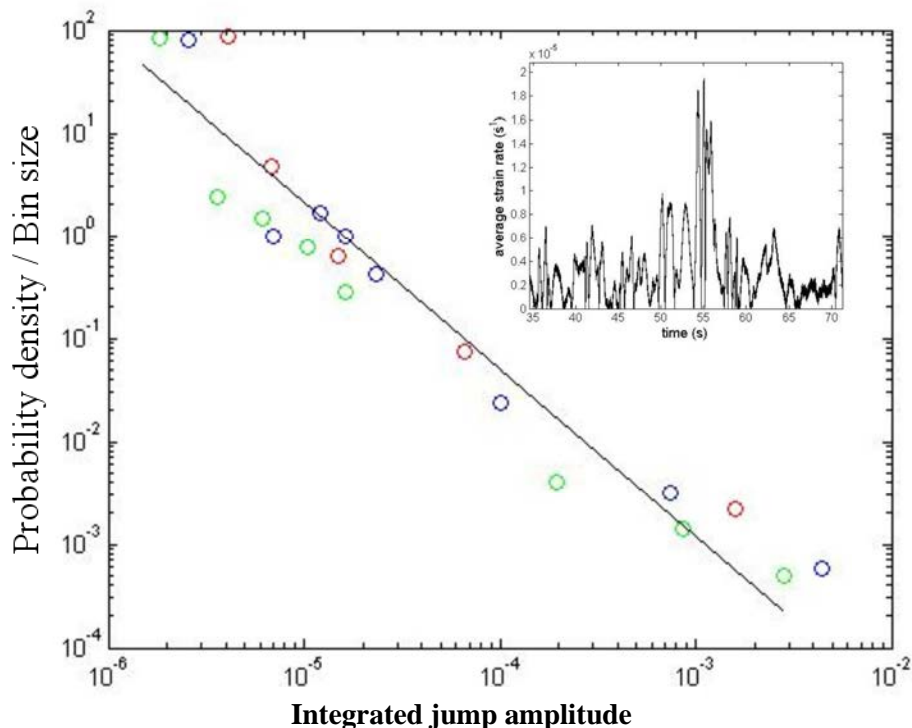
**Figure II.13.** Succession de zooms effectués entre 42s et 52s à partir de la figure II.12 (progressivement de gauche à droite, de haut en bas).

Le dernier agrandissement sur la figure ci-dessus fait apparaître la structure la plus fine du signal. Les plus petites singularités doivent probablement être considérés comme étant du bruit numérique. Cependant, elles sont souvent constituées de plusieurs points de calcul, ce qui donne à penser que cette distinction est un peu sévère.

#### II.2.2.2. Analyse des distributions de taille d'avalanches

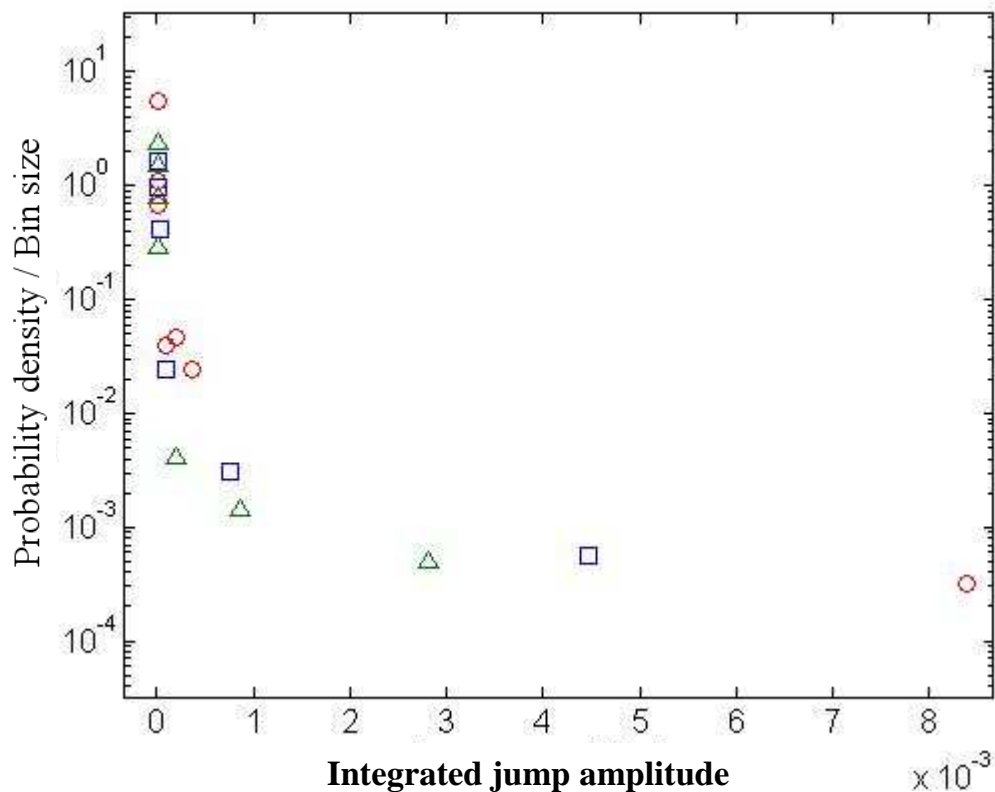
Une analyse semblable à celle des distributions expérimentales de tailles d'avalanches a été réalisée avec les signaux de vitesse de déformation locale simulée. Le principe est identique : en fixant un seuil, on mesure l'amplitude maximale d'un événement ou l'intégrale du signal (amplitudes intégrées) entre le moment où ce signal dépasse le seuil (en valeur absolue) et le

moment ou il repasse en dessous. Il est bien sûr nécessaire de fixer le seuil de façon à ce que le bruit numérique n'intervienne pas dans les statistiques. Dans nos simulations, nous avons opté pour l'étude des distributions des amplitudes intégrées pour plusieurs raisons. D'abord, cette méthode est souvent utilisée dans la modélisation, et elle présente des lois puissance plus nettes que celles obtenues avec l'étude des amplitudes maximales. De plus, l'intégrale des amplitudes correspond à un incrément de déformation puisque le signal est une vitesse de déformation, ce qui confère aux résultats un sens plus physique. La figure II.14 montre les distributions d'amplitude intégrées obtenues pour trois signaux relevés à différents endroits du plan de glissement. La distribution suit une loi puissance du type  $y=x^{-D}$ , avec un exposant  $D$  proche de  $5/3$  (1.667). Cette valeur est assez proche de l'exposant  $2 \pm 0.1$  observé lors des mesures d'émission acoustique et des essais d'extensométrie à haute résolution. Un exposant 2 a été obtenu lorsque le seuil fixé pour la mesure des amplitudes était inférieur au bruit numérique, de sorte que tous les événements étaient pris en compte. Comme notre définition du bruit numérique est probablement un peu stricte, la valeur  $5/3$  est probablement une valeur par défaut.



**Figure II.14.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds verts. Une droite de tendance de pente  $-5/3$  est ajoutée.

La figure II.15 reprend ces trois distributions en échelle linéaire - logarithmique. Avec ce choix d'échelles, la décroissance est exponentielle pour une loi puissance, et une loi de décroissance exponentielle, qui serait caractéristique d'un processus aléatoire, serait représentée par une droite.



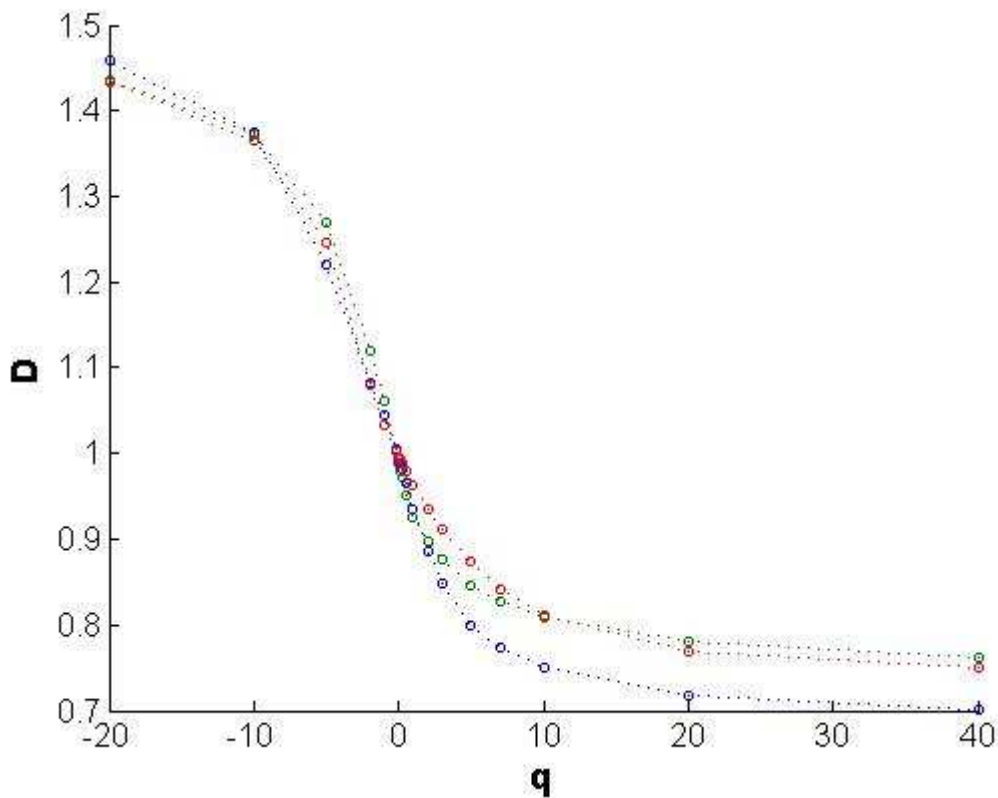
**Figure II.15.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation (signaux identiques à ceux utilisés pour la figure II.14) tracées en échelle linéaire - logarithmique. Une décroissance exponentielle est observée, confirmant la loi puissance obtenue.

On vérifie bien sur la figure ci-dessus que la distribution obtenue se différencie clairement d'une distribution exponentielle. Les amplitudes intégrées des signaux de vitesse de déformation obéissent à une loi puissance. Cependant, leur distribution (qui paraît osciller autour de la droite de tendance représentant la loi puissance) ainsi que les signaux eux-mêmes semblent plus complexes, ce qui justifie une analyse plus complète telle que l'analyse multifractale.



### II.2.2.3. Analyse multifractale des signaux temporels

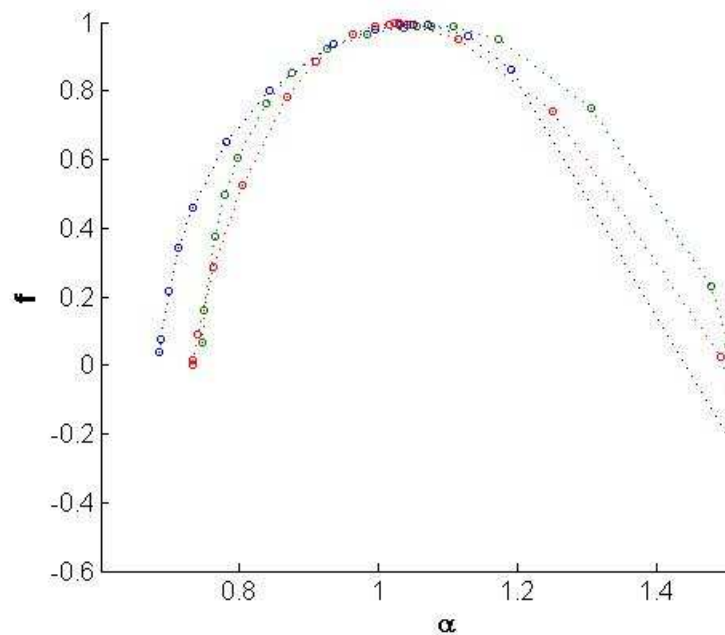
L'analyse des distributions de taille d'évènements a révélé une dépendance en loi puissance, proche des résultats expérimentaux. Dans l'analyse de résultats expérimentaux, une loi puissance suggère l'existence de corrélations temporelles. Dans le cas présent, qui concerne des résultats de calculs, la loi puissance obtenue est seulement compatible avec l'existence de telles corrélations dans le modèle. Une analyse multifractale des résultats simulés a également été réalisée pour confirmer cet aspect corrélé et pour le caractériser quantitativement. Les deux figures II.16 et II.17 montrent les résultats obtenus pour trois signaux temporels relevés à trois endroits différents du plan de glissement.



**Figure II.16.** Spectres de dimensions généralisées obtenus pour trois signaux temporels relevés à trois endroits différents du plan de glissement.

Ces spectres reflètent clairement la multifractalité des signaux temporels obtenus par la simulation. L'intermittence observée dans les simulations présente donc bien des corrélations temporelles, qui sont une manifestation des corrélations inhérentes au modèle, et il est exclu que cette intermittence ne soit qu'une manifestation d'un bruit numérique aléatoire. De plus,

les spectres sont quantitativement très proches de ceux qui sont observés expérimentalement [11].

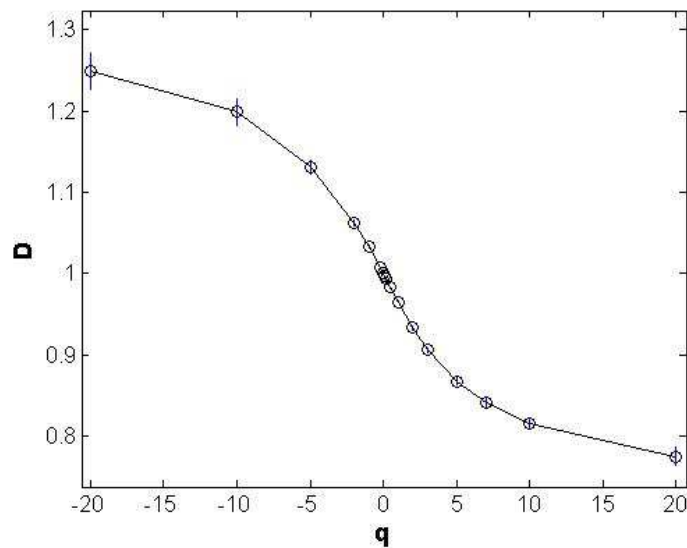


**Figure II.17.** Spectres de singularités obtenus pour trois signaux temporels relevés à trois endroits différents du plan de glissement.

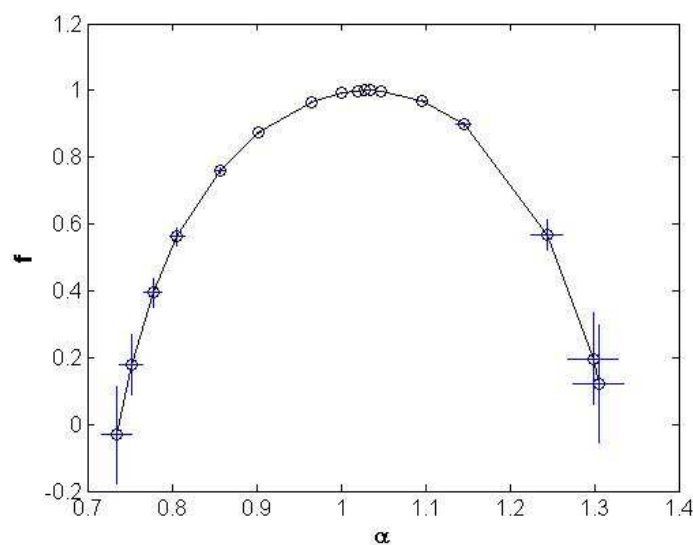
#### II.2.2.4. Analyse multifractale de la structure de dislocations en excès

Nous réalisons ici une analyse multifractale bidimensionnelle de la distribution de référence de la densité totale de dislocations en excès  $\alpha = \sqrt{\alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2}$  représentée sur la Figure II.11. Une telle analyse a pour but de relier l'aspect temporel et l'aspect spatial de l'hétérogénéité de la déformation plastique. La méthode est semblable à celle utilisée pour l'analyse unidimensionnelle des signaux temporels. La surface, composée de 60 nœuds pour chaque coté, est découpée et analysée par carrés de coté valant progressivement 60, 30, 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3 et 2 nœuds. Ces différents carrés doivent permettre de trouver des lois d'échelle du même type que celles obtenues avec les différents pas de temps  $\delta t$  utilisés lors de l'analyse des signaux temporels. Bien entendu, le maillage 60\*60 est probablement trop grossier pour autoriser une analyse multifractale aussi fiable et robuste que celle des signaux temporels, ces derniers étant composés d'environ 50000 points. Cependant, les analyses 2D ont donné de bons résultats. La figure II.18 montre les spectres obtenus pour l'analyse de la structure de dislocations en excès de référence. Les spectres sont quantitativement proches de

ceux que l'on obtient à partir des signaux temporels, et donc de ceux observés expérimentalement. Ce résultat prouve que, en plus des corrélations temporelles à long terme déjà démontrées, l'intermittence est caractérisée par des corrélations spatiales à longue distance. Naturellement, ce résultat n'est pas une surprise concernant les résultats des simulations, puisque de telles corrélations sont inhérentes au modèle. Une analyse multifractale de champs bidimensionnels de vitesses observées expérimentalement pourrait conduire à des résultats analogues et constitue donc une perspective intéressante.



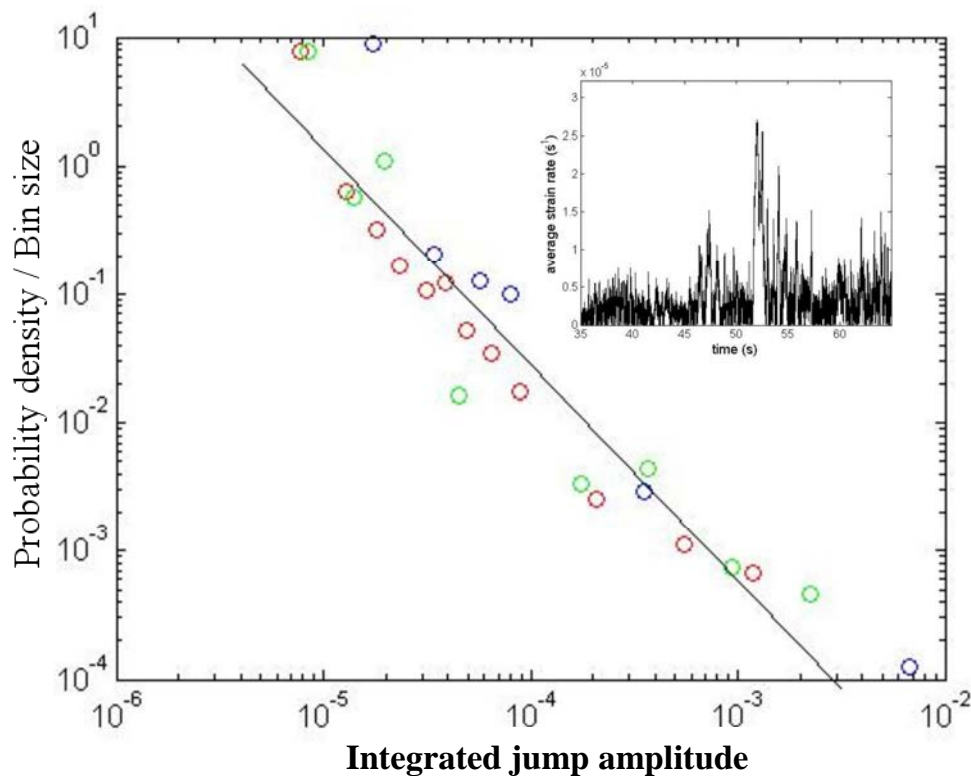
**Figure II.18.** *Spectre de dimensions généralisées obtenu à partir de l'analyse multifractale bidimensionnelle de la structure de dislocations en excès de référence. Les barres d'erreur sont tracées en bleu.*



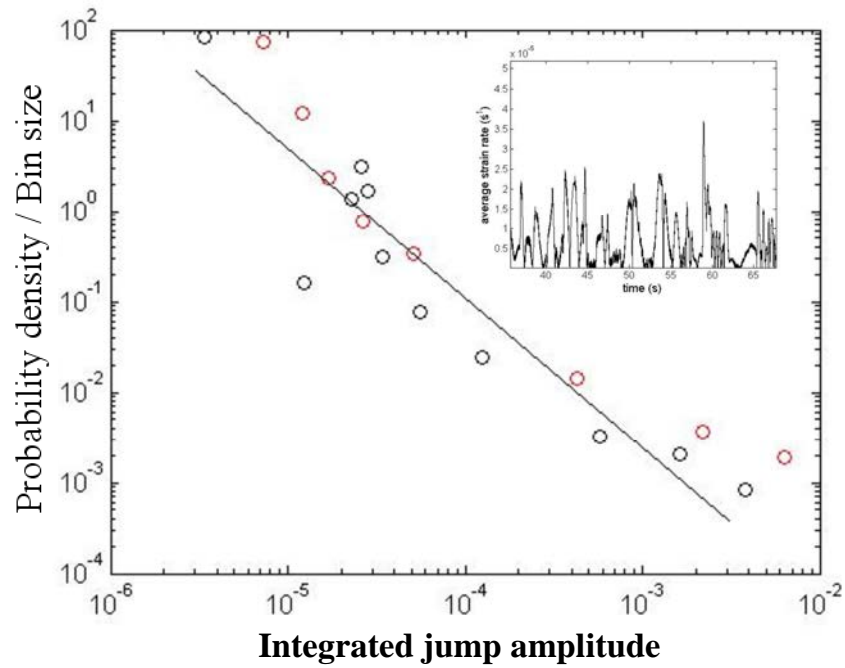
**Figure II.19.** *Spectre de singularités obtenu à partir de l'analyse multifractale bidimensionnelle de la structure de dislocations en excès de référence. Les barres d'erreur sont tracées en bleu.*

### II.2.2.5. Effet de taille et de forme sur la loi puissance

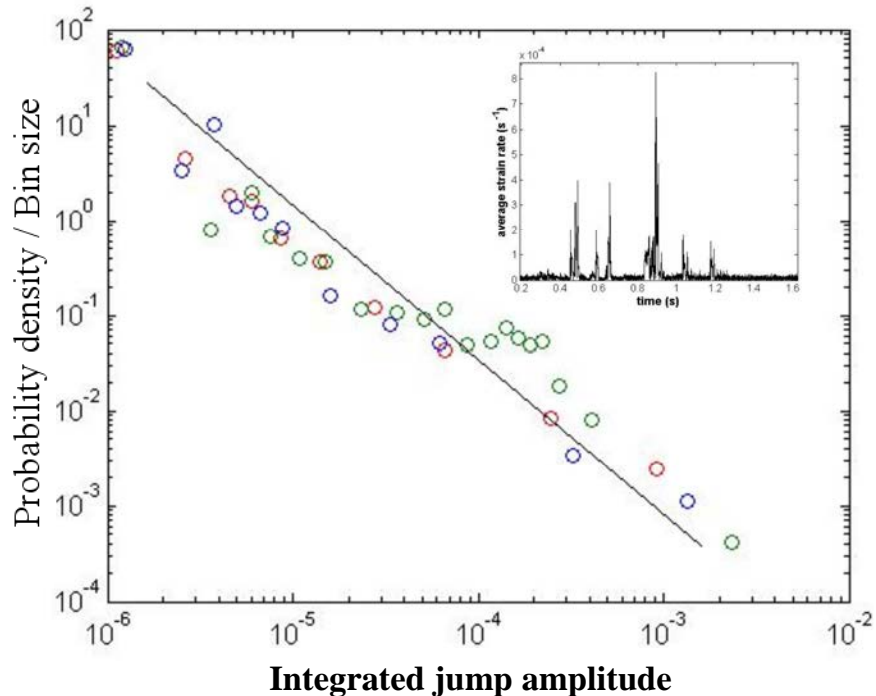
Trois simulations supplémentaires ont été effectuées pour analyser les effets de taille et de forme de l'échantillon sur les distributions d'amplitudes intégrées de la vitesse de déformation plastique en les comparant à la loi puissance obtenue par l'analyse de la simulation de référence. Les deux premières simulations utilisent un plan de glissement, toujours carré, dont les dimensions  $L_1$  et  $L_2$  sont 1.5 fois, puis 3 fois plus petites que celles du plan de référence. Pour la dernière de ces simulations, la longueur  $L_1$  a été divisée par 10 et  $L_2$  par 100, de façon à générer une anisotropie de forme et à favoriser le transport suivant la direction  $\mathbf{e}_1$ . Une analyse des signaux temporels déduits des trois simulations a de nouveau donné des lois puissance, avec un exposant toujours proche de  $5/3$ , sans modification par rapport à la valeur de référence. Les distributions et les signaux correspondants sont représentés sur les figures ci-dessous (Comme pour les distributions de référence, l'échelle linéaire - logarithmique a été utilisée pour valider la loi puissance obtenue, mais les figures ne sont pas présentées).



**Figure II.20.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement de dimensions  $L_1$  et  $L_2$  divisées par 1,5 par rapport au plan de référence. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds rouges. Une droite de tendance de pente  $-5/3$  est ajoutée.



**Figure II.21.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement de dimensions  $L_1$  et  $L_2$  divisées par 3 par rapport au plan de référence. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds rouges. Une droite de tendance de pente  $-5/3$  est ajoutée.

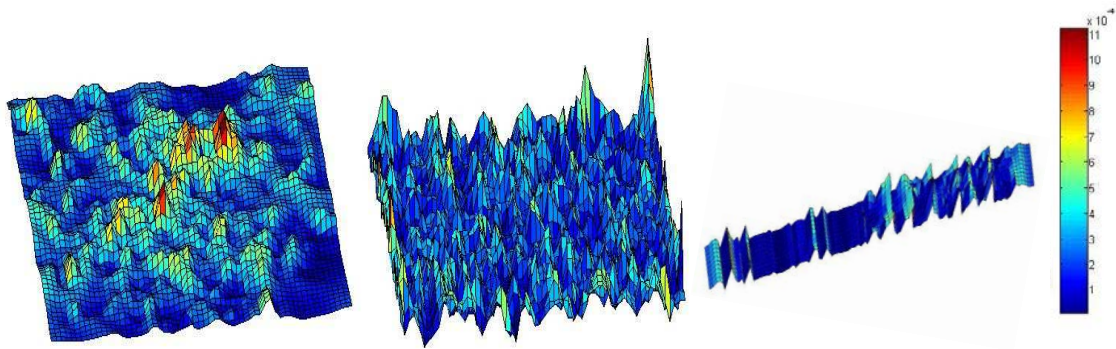


**Figure II.22.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement de dimensions  $L_1$  divisée par 10 et  $L_2$  par 100 par rapport au plan de référence. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds rouges. Une droite de tendance de pente  $-5/3$  est ajoutée.

Il apparaît d'après ces résultats que l'exposant de la loi puissance est insensible à la taille et au rapport de forme de l'échantillon. A vitesses imposées égales, la taille et la forme de l'échantillon influent pourtant directement sur les gradients de vitesse de distorsion plastique, et elles modifient la dynamique des dislocations en excès. En effet, une taille plus petite, correspondant à la figure II.22, augmente fortement ces gradients et donc la création de dislocations en excès. Il en découle que l'activité plastique est plus intense, d'où des amplitudes de vitesse de déformation environ dix fois supérieures à celles obtenues par les deux premières simulations (Figure II.20 et Figure II.21). Si l'on poursuit cette tendance, il semble que l'intermittence s'affaiblisse et disparaisse si la taille du plan de glissement devient suffisamment grande, car les gradients de vitesse de distorsion plastique et la création de dislocations en excès associée deviennent très faibles. Ces tendances seront étudiées en détail dans le paragraphe suivant. Enfin, l'anisotropie de forme favorise le transport des dislocations en excès dans une direction, organise leur mouvement et tend à stabiliser l'intermittence. C'est pourquoi le signal temporel correspondant à ce cas est plus « clair » que les deux autres.

#### *II.2.2.6. Effet de taille et de forme sur les structures de dislocations en excès*

Pour compléter et détailler l'étude des effets de taille sur les structures de dislocations en excès effectuée au paragraphe précédent, trois simulations complémentaires, avec un maillage 60\*60, ont été réalisées pour des tailles différentes. Les conditions initiales sont identiques (conditions initiales de référence), de sorte que seule la taille du plan varie. La première simulation utilise des dimensions  $L_1$  et  $L_2$  dix fois plus petites que la configuration de référence, la deuxième des dimensions dix fois plus grandes. La dernière simulation utilise quant à elle une dimension  $L_1$  10 fois plus petite et une dimension  $L_2$  100 fois plus petite, de façon à générer une anisotropie de forme et à favoriser le transport des dislocations en excès suivant la direction  $e_1$ , comme lors du paragraphe précédent. La figure II.23 compare les structures de dislocations en excès obtenues pour ces simulations.



**Figure II.23.** Structures de dislocations en excès obtenues pour différentes tailles du plan de glissement, par rapport au plan de référence. De gauche à droite :  $L_1$  et  $L_2$  divisées par 10 ;  $L_1$  et  $L_2$  multipliées par 10 ;  $L_1$  divisée par 10 et  $L_2$  par 100.

La figure ci-dessus montre que la taille du plan de glissement influe sur les structures de dislocations en excès, comme cela a été mentionné au paragraphe précédent. En effet, le plan dont les dimensions  $L_1$  et  $L_2$  sont divisées par 10 par rapport au plan de référence (figure de gauche) fait apparaître une structure très nette. L'organisation des dislocations paraît même plus structurée que celle du plan de référence (Figure II.11). A l'inverse, le plan dont les dimensions  $L_1$  et  $L_2$  sont multipliées par 10 (figure du milieu) ne fait pas apparaître de structure évidente, et la distribution semble même aléatoire. Enfin, le plan générant une anisotropie de forme et favorisant le transport des dislocations en excès (figure de droite) révèle une structure organisée suivant la direction du transport, les variations suivant l'autre direction étant presque inexistantes. Dans ce dernier cas, le scintillement de l'activité plastique caractéristique de l'intermittence est partiellement masqué par le transport directionnel de la structure de dislocations dans le sens privilégié.

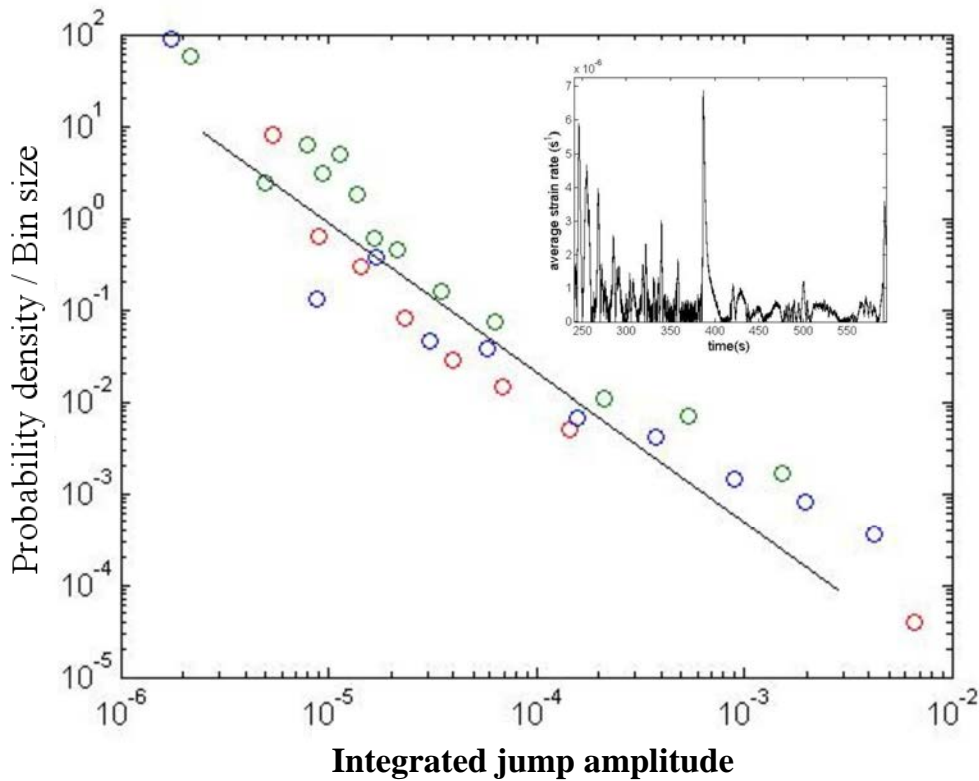
L'analyse multifractale 2D des structures de dislocations ne permet pas de comparer l'influence de la taille de l'échantillon sur les spectres obtenus, car le maillage est trop grossier pour une telle analyse. Nous pensons cependant, en accord avec les observations ci-dessus, qu'une taille d'échantillon plus petite augmente les gradients de vitesse de distorsion plastique et la création de dislocations en excès. L'activité de ces dernières est alors accrue et leur structure doit présenter de plus fortes singularités. On s'attend donc à observer un déplacement vers la gauche de la branche gauche des spectres de singularités lorsque la taille est réduite. Cependant, l'analyse multifractale de la structure obtenue pour un échantillon de dimensions divisées par 10 a donné un spectre assez proche du spectre de référence. En revanche, la structure associée au plan dont les dimensions sont multipliées par 10 n'a pas

donné de spectre multifractal, confirmant ainsi son aspect aléatoire. La multifractalité tend donc à disparaître lorsque la taille du plan de glissement augmente. Dans ce cas, il y a moins de corrélations spatiales à longue distance et le mouvement des dislocations semble également se décorréler. Enfin, la structure obtenue dans un échantillon favorisant le transport directionnel des dislocations n'a pas donné non plus de spectre multifractal. Il semble donc que l'anisotropie de forme et le transport directionnel qui en résulte détruisent la multifractalité, alors que les distributions en loi puissance des amplitudes intégrées de vitesse de déformation sont conservées.

#### *II.2.2.7. Effet de la vitesse de déformation imposée sur les propriétés de l'intermittence*

La figure II.24 montre la distribution des amplitudes intégrées de salves de vitesse de déformation obtenues lorsque la vitesse de déformation imposée est divisée par 10 (la valeur de référence étant  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ). Pour cette simulation, la fréquence d'acquisition a été modifiée en accord avec l'expérience [11] ( $10^3 \text{ Hz}$  pour  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  devient  $10^2 \text{ Hz}$  pour  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ). Une loi puissance est obtenue avec un exposant  $5/3$ , égal à la valeur de référence. L'exposant semble donc insensible à la vitesse de déformation imposée. Ainsi, bien que la réduction de la vitesse de déformation imposée tende à faire disparaître l'intermittence en réduisant les gradients de vitesse de distorsion plastique et la nucléation de dislocations en excès associées, la loi d'échelle et son exposant sont conservés tant qu'il y a intermittence. Cette tendance suggérée par le modèle est en contradiction avec les résultats d'essais de compression de micro - piliers de taille micrométrique [38]. En effet, ces expériences ont fait apparaître une diminution de l'exposant de la loi puissance lorsque la vitesse de déformation a été augmentée. Cependant, la fréquence d'acquisition n'a pas été modifiée, et les événements de petite taille, encore plus rapides si la vitesse de déformation appliquée est plus grande, n'ont pu être distingués. L'uniformisation qui en résulte pourrait expliquer la baisse de l'exposant, et cette dernière ne serait alors qu'un artefact expérimental et non un effet intrinsèque à la dynamique des dislocations.

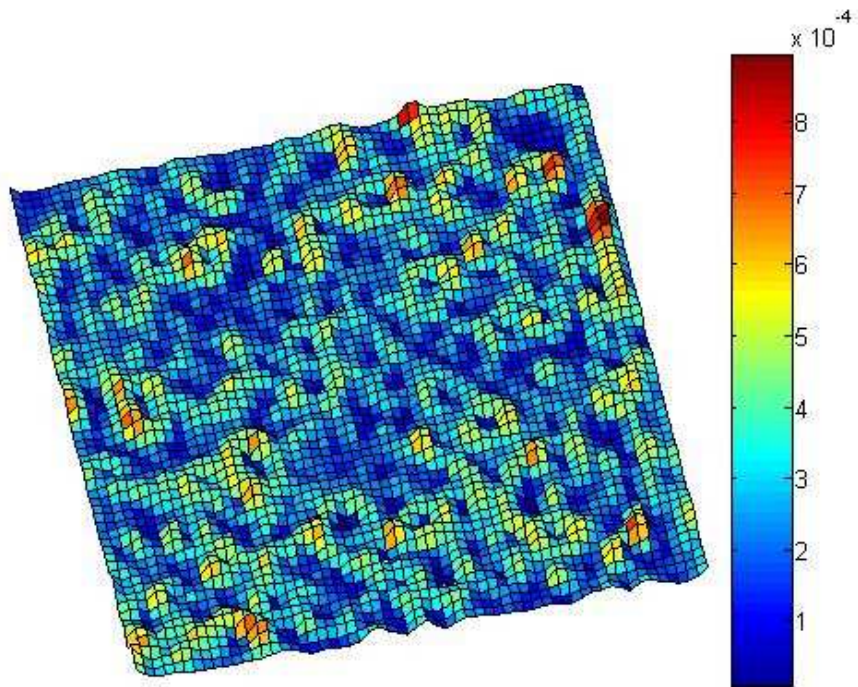




**Figure II.24.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement lorsque la vitesse de déformation de référence ( $10^4 \text{ s}^{-1}$ ) est divisée par 10. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds verts. Une droite de tendance de pente  $-5/3$  est ajoutée.

La figure II.25 montre la structure de dislocations en excès obtenue lorsque la vitesse de déformation appliquée est divisée par 10 par rapport à la vitesse de référence. Une structure apparaît clairement, avec la présence de boucles à certains endroits. Cette structure est très proche de la structure de référence. Une analyse multifractale bidimensionnelle de cette structure a donné des spectres multifractaux très voisins des spectres de référence. Les expériences menées en extensométrie à haute définition sur les monocristaux de cuivre ont montré que l'augmentation de la vitesse de déformation imposée conduisait à une augmentation de l'intensité de l'intermittence et de la diversité des singularités. En effet, la branche gauche des spectres de singularité se déplace vers la gauche lorsque la vitesse augmente (Voir Figure II.9). Même si l'analyse des structures simulées ne permet pas de retrouver ce résultat de façon fiable (à cause d'un maillage trop grossier pour la réalisation d'une bonne analyse multifractale), le modèle est en accord avec cette tendance. En effet, comme nous l'avons déjà vu, l'augmentation de la vitesse de déformation imposée accroît les

gradients de vitesse de distorsion plastique et la création de dislocations en excès. Il en découle une activité plastique et des corrélations spatiales associées plus fortes. On s'attend donc à obtenir de plus fortes singularités et un comportement des spectres de singularités identique à celui observé expérimentalement. A l'inverse, on s'attend à ce que la réduction de la vitesse de déformation imposée tende à faire disparaître l'intermittence car les gradients de vitesse de distorsion plastique et la création de dislocations en excès deviennent progressivement négligeables.

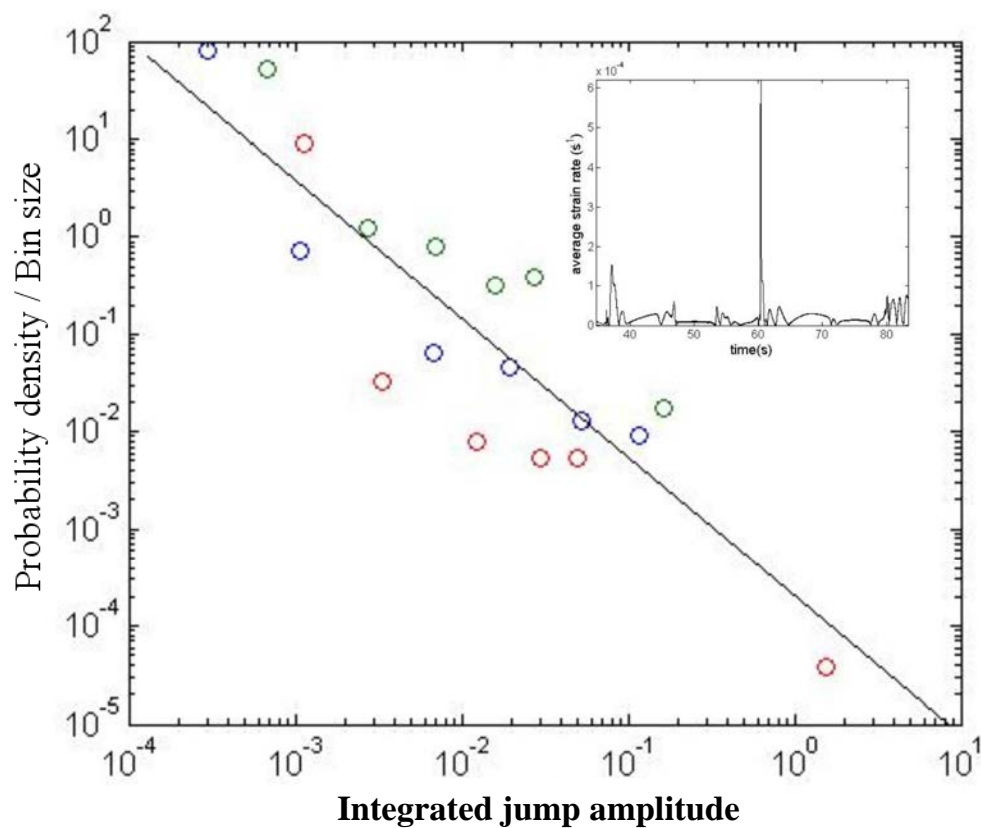


**Figure II.25.** *Structure de dislocations en excès obtenue lorsque la vitesse de déformation imposée de référence est divisée par 10.*

#### II.2.2.8. *Effets de la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation sur les propriétés de l'intermittence*

La figure II.26 montre la distribution des densités de probabilité des amplitudes intégrées de vitesse de déformation et les signaux temporels associés, obtenus lorsque la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation est multipliée par 5. Cette fois-ci, le coefficient de la loi puissance n'est plus  $5/3$ , mais environ  $7/5$ . Toutefois, cette valeur est indicative à cause du faible nombre de points de la distribution. La diminution apparente de la pente peut être expliquée de la manière suivante. L'augmentation de la sensibilité à la vitesse de déformation tend à favoriser l'uniformité de l'activité plastique, en atténuant les événements de plus faible

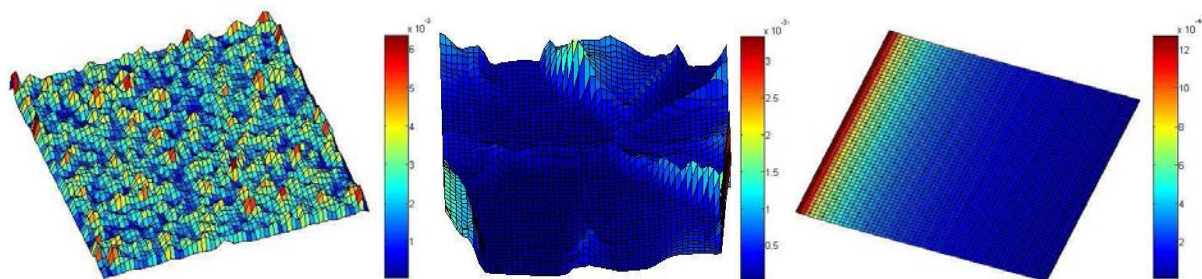
longueur d'onde (ou de plus forte singularité) [39]. Il ne reste plus que peu d'évènements, de grande longueur d'onde (de faible singularité), éventuellement de grande amplitude, comme le montre le signal temporel ci-joint. La perte des petits évènements est responsable de la diminution de la pente. La mauvaise qualité de la loi d'échelle est à expliquer quant à elle par la diminution du nombre d'évènements (Des calculs beaucoup plus longs auraient peut-être permis d'en améliorer la qualité, mais cela n'a pas été jugé nécessaire, car la diminution de la pente semble conforme aux attentes). Enfin, l'intermittence disparaît et l'activité plastique devient homogène si la sensibilité à la vitesse de déformation est multipliée par 10. Aucune distribution de salves d'activité ne peut alors être obtenue.



**Figure II.26.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement pour une sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation 5 fois plus forte que la sensibilité de référence. L'insert correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds rouges. Une droite de tendance de pente  $-7/5$  est ajoutée.

La figure II.27 présente les structures de dislocations en excès obtenues pour les différentes valeurs de la sensibilité à la vitesse de déformation. Lorsque la sensibilité de référence est

multipliée par 3, la structure paraît déjà moins organisée et plus aléatoire que la structure de référence (Figure II.11). La structure devient quasi - homogène lorsque la sensibilité est multipliée par 5, et les petites variations de densités de dislocations en excès sont inexistantes. Enfin, si la sensibilité est multipliée par 10, l'écoulement est complètement homogène. Ces observations montrent que l'augmentation de la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation réduit progressivement l'intermittence et la formation de structures de dislocations en excès. Ces résultats sont en accord avec des observations expérimentales des structures de dislocations dans les alliages de Cu-Al et Cu-Mn, en fonction de la température [40]. En effet, ces dernières montrent qu'en augmentant la température (ce qui revient à augmenter la sensibilité à la vitesse de déformation  $S=kT/V$ ), la formation de structures de dislocations disparaît progressivement.



**Figure II.27.** Structures de dislocations en excès obtenues pour différentes sensibilités de la contrainte à la vitesse de déformation, par rapport à celle de référence. De gauche à droite : sensibilité multipliée par 3 ; sensibilité multipliée par 5 ; sensibilité multipliée par 10.

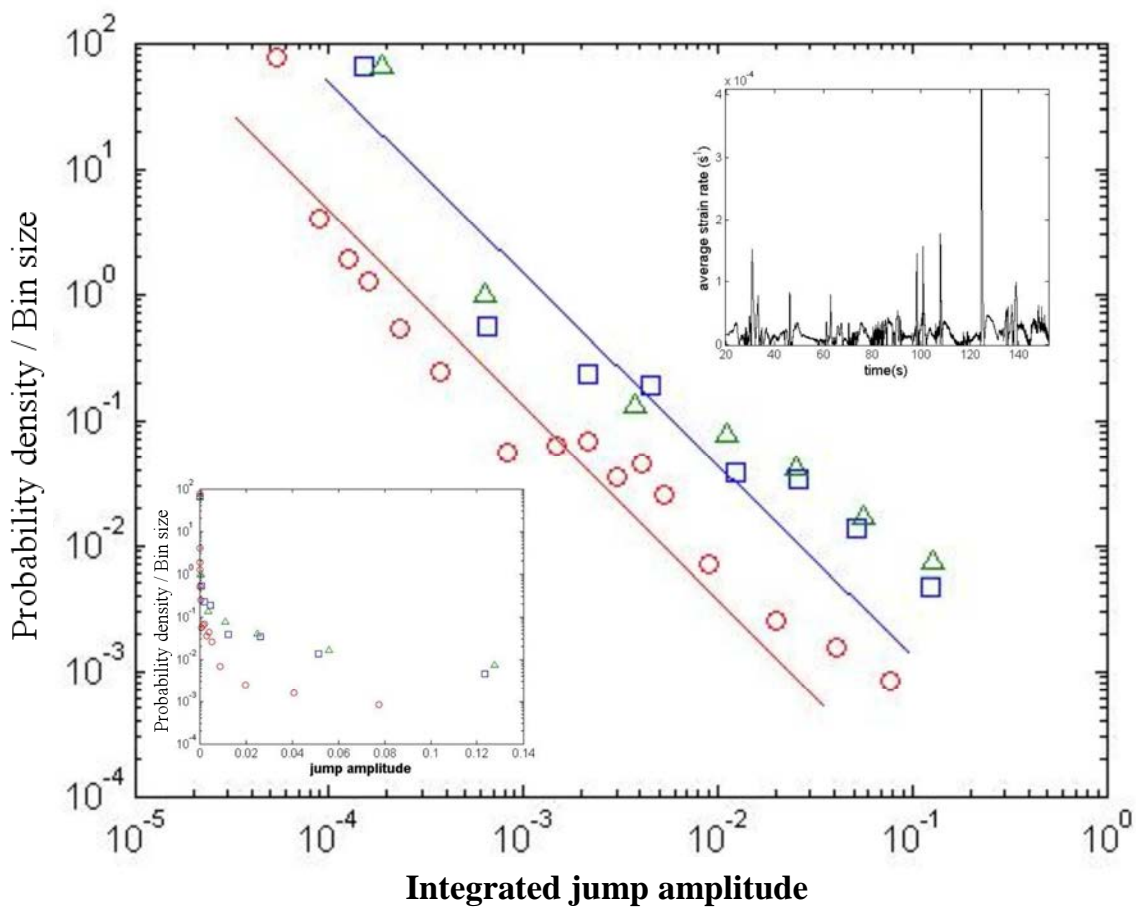
#### II.2.2.9. Intermittence de la glace monocristalline

Dans ce paragraphe, la simulation de référence (dans le cuivre) est comparée au cas de la glace monocristalline. L'objectif est de vérifier si, comme l'expérience l'a montré, l'intermittence de la plasticité de la glace monocristalline est caractérisée par des distributions d'amplitudes en loi puissance, avec un exposant identique à celui obtenu dans les monocristaux métalliques (par exemple le cuivre). Les propriétés physiques de la glace, matériau à structure hexagonale, bien différent du cuivre, lui – même de structure cfc, sont présentées au chapitre suivant et ne sont pas détaillées ici. Cependant, les principales différences par rapport au cuivre, à l'échelle du comportement collectif, sont un module élastique de cisaillement beaucoup plus faible, à savoir 3 GPa au lieu de 40 GPa, et une

dépendance de la vitesse des dislocations vis-à-vis de la contrainte effective beaucoup plus forte. Cette dernière est de la forme

$$(1,85) \quad v = v_0 \left( \frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_0} \right)^n$$

où  $\sigma_{\text{eff}}$  est la contrainte effective, et  $v_0$  et  $\sigma_0$  sont respectivement une vitesse et une contrainte de référence, identifiés à l'aide des données expérimentales [22]. L'exposant  $n$  est égal à 2 dans le cas des monocristaux. La figure ci-dessous montre les distributions d'amplitude de vitesse de déformation obtenues lors de la simulation.



**Figure II.28.** Distributions des amplitudes intégrées de vitesse de déformation obtenues pour trois signaux relevés en trois endroits différents du plan de glissement pour la simulation de référence appliquée à la glace monocristalline. L'insert supérieur correspond au signal temporel dont la distribution est tracée en ronds rouges. L'insert inférieur correspond aux mêmes distributions tracées en échelle lin-log pour s'assurer de la loi puissance obtenue. Une droite de tendance de pente égale à environ  $-5/3$  est alors ajoutée.

On vérifie que l'intermittence dans la glace monocristalline est elle aussi caractérisée par des distributions en loi puissance, avec un coefficient  $5/3$  égal à celui obtenu pour les métaux. Les fortes différences de module élastique et de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation n'ont donc pas d'influence sur la loi puissance observée.

### **II.2.3.Discussion**

Le modèle 2D a permis de reproduire l'intermittence de la plasticité des monocristaux de cuivre. Ce phénomène est lié à l'interaction de deux mécanismes physiques essentiels. En premier lieu, les gradients de distorsion plastique génèrent des dislocations en excès. L'incompatibilité de réseau qui en résulte s'accompagne d'un champ de contraintes internes. En second lieu, le transport de ces dislocations est influencé par ce champ de contraintes internes, de sorte que les dislocations se déplacent et s'organisent collectivement sous forme d'avalanches. L'activité plastique est alors très irrégulière et hétérogène. L'analyse statistique des signaux temporels a permis de retrouver les distributions d'amplitude de vitesse de déformation expérimentales en loi puissance, et a permis de quantifier les corrélations temporelles à long terme. Une analyse multifractale de signaux temporels et de structures bidimensionnelles de dislocations en excès a confirmé l'existence de corrélations spatiotemporelles liées aux deux mécanismes mentionnés ci-dessus et a permis de les quantifier. Les effets (ou l'absence d'effets) de taille et d'anisotropie de forme, de sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation, et de vitesse de déformation imposée sur les propriétés de l'intermittence, ont reçu une interprétation dans le cadre du modèle. En effet, les différents résultats obtenus sont tous liés à la dynamique des dislocations en excès. Enfin, l'intermittence de la glace monocristalline a également été reproduite, et elle est caractérisée par une loi puissance dont l'exposant est égal à celui observé dans le cuivre, en accord avec l'expérience. Aucun de ces résultats n'aurait pu être obtenu par l'utilisation d'une théorie conventionnelle de la plasticité, car une telle théorie ignore les champs de contrainte internes en négligeant l'incompatibilité de réseau et ne reproduit que la dynamique des dislocations statistiques. La densité de dislocations statistiques, qui ne produisent que des interactions à courte distance et dont les déplacements sont aléatoires, était d'ailleurs constante lors de toutes les simulations effectuées dans ce chapitre.

On peut légitimement s'interroger sur les raisons pour lesquelles une telle invariance (ou « universalité ») des caractéristiques auto - similaires de l'intermittence est observée : ainsi, contre toute attente, le coefficient de la loi d'échelle des distributions d'amplitudes est-il le même pour la glace et pour le cuivre. Pourtant ces deux matériaux présentent des structures cristallographiques différentes, et la plasticité de la glace est beaucoup plus anisotrope que celle du cuivre. Le modèle présenté est indépendant de la structure cristallographique, et son échelle de résolution est telle qu'il est applicable au comportement collectif des dislocations. Puisqu'il la reproduit, il suggère donc que l'universalité obtenue soit due à ce comportement collectif, indépendamment des caractéristiques microscopiques du matériau. Cependant, à ce niveau de résolution, la glace et le cuivre présentent encore des caractéristiques matérielles bien différentes. Ainsi, comme nous l'avons déjà mentionné, les lois de comportement fournissant la vitesse moyenne des dislocations sont - elles bien distinctes, la sensibilité à la vitesse de déformation étant beaucoup plus importante pour la glace. De même, les coefficients d'élasticité diffèrent de plus d'un ordre de grandeur, ce qui entraîne que les corrélations à longue distance dues au champ de contraintes internes sont également très différentes. Ces différences importantes restent sans effet sur les lois d'échelle obtenues. Pourtant, ces corrélations spatiales sont nécessaires à l'obtention de l'intermittence et elles sont responsables d'effets de taille sur le comportement, comme on le verra au chapitre suivant. Notre étude des effets de taille et de vitesse de déformation, tous deux réductibles à des effets de gradient, suggère en outre que ces variations de gradient n'ont pas d'influence sur la loi d'échelle des distributions d'amplitudes intégrées, mais qu'elles peuvent affecter la multifractalité des signaux à la marge, lorsque l'intermittence tend à disparaître en raison de leur réduction. Il en va de même des effets de la sensibilité à la vitesse de déformation, qui ne modifient les caractéristiques de l'intermittence que lorsqu'elle disparaît en raison de son augmentation. Seules les propriétés du transport des dislocations semblent avoir une influence directe sur les lois d'échelle obtenues. On a vu en effet que la complexité du transport dans un échantillon massif était reflétée par une structure multifractale des signaux temporels et spatiaux, alors que sa simplification unidirectionnelle dans un échantillon élancé conduisait à des signaux caractérisés par une loi d'échelle à un seul exposant. Cette observation plaide bien pour une influence directe des propriétés du transport sur les lois d'échelle obtenues, même si la loi de distribution des amplitudes n'est pas affectée, et elle pourrait donner lieu à une vérification expérimentale, par exemple en analysant l'intermittence de la plasticité d'un fil de cuivre de faible diamètre.

# CHAPITRE III. FLUAGE EN TORSION

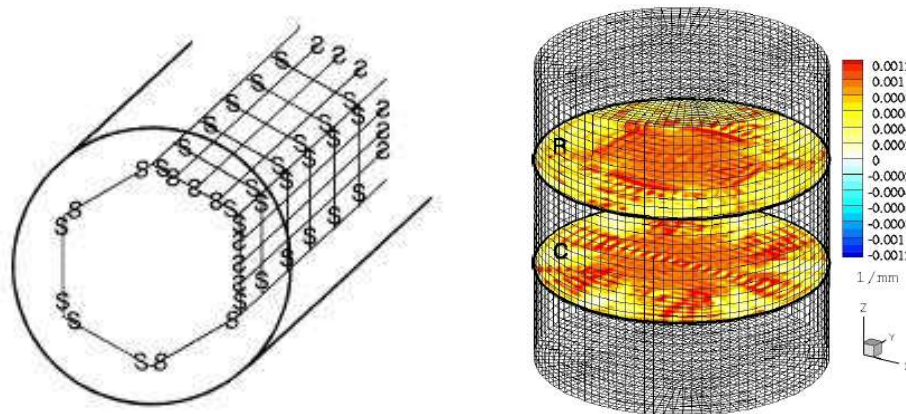
## DE LA GLACE MONOCRISTALLINE

***Introduction :** Les essais de traction sont souvent préférés aux essais de torsion pour l'étude du comportement mécanique des matériaux. Les gradients de contrainte imposés par la torsion sont perçus comme un inconvénient, car on cherche à réaliser un processus de déformation aussi homogène que possible. Les gradients de chargement deviennent intéressants lorsque la déformation plastique du matériau met en jeu des échelles de longueur internes liées à la formation de structures de dislocations. Dans ce cas, on peut s'attendre à des effets de la taille de l'échantillon sur le comportement du matériau. Ainsi, la valeur du rayon d'une éprouvette cylindrique influe-t-elle directement sur l'intensité des gradients, et elle peut donc influencer les structures de dislocations qui en résultent. Des expériences sur des fils de cuivre polycristallins, de diamètre compris entre 12 et 170  $\mu\text{m}$ , ont semblé révéler un durcissement plus rapide lorsque le rayon de l'échantillon est réduit [13]. Cependant, les grandes déformations atteintes, les variations de texture et de taille de grains, ont pu rendre difficile l'interprétation de ces expériences. De plus, elles n'ont pas été reproduites. Comme on le verra dans ce chapitre, des monocristaux de glace d'un diamètre de l'ordre de quelques cm et déformés par fluage en torsion révèlent des effets de taille de tendance opposée à ceux qui ont été obtenus sur les fils de cuivre. Un fluage plus rapide est en effet observé en torsion directe lorsque le rayon est réduit. La glace monocristalline est un matériau idéal pour l'interprétation des effets de taille en plasticité. En effet, il s'agit d'un matériau à structure hexagonale, dont la déformation plastique se produit essentiellement par le glissement dans le plan basal de dislocations vis en excès [41], et est il caractérisé par une faible contrainte de Peierls. Une forte anisotropie du glissement et une faible friction de réseau favorisent le transport des dislocations ainsi que leurs interactions à longue distance, et donc la formation de structures de dislocations. Effectivement observées dans la glace [42], ces dernières impliquent l'existence d'échelles de longueur internes. L'ensemble de ces caractéristiques fait de la torsion de la glace monocristalline une application simple, bien maîtrisée expérimentalement, et permettant d'analyser les possibilités offertes par la théorie des champs de dislocations. Un modèle 1D simplifié retenant le glissement basal des dislocations vis en excès, ainsi que le modèle 3D, seront utilisés pour reproduire et interpréter les résultats expérimentaux. Des effets de taille dus à la hauteur de l'échantillon, et le comportement original observé en torsion inverse seront également discutés.*



### III.1. TORSION, DISLOCATIONS EN EXCES ET DURCISSEMENT

Il a été montré de façon géométrique qu'en torsion pure et pour un moment de torsion positif (torsion directe), la déformation plastique est accommodée par une densité circonférentielle de dislocations vis en excès positives glissant dans un plan orthogonal à l'axe de torsion, et se dirigeant de l'extérieur vers le centre du cylindre [43]. La conservation du vecteur de Burgers ( $\text{div } \alpha = 0$ ) impose également la présence de dislocations vis radiales, mais celles-ci ne produisent qu'une distorsion locale, et elles ne contribuent pas à l'accommodation de la déformation de torsion. La contrainte étant faible au voisinage de l'axe, ces dislocations forment des empilements et laissent cette région dans le domaine élastique. En torsion composée, des dislocations vis en excès négatives se déplacent également vers le centre du cylindre, dans les plans passant par l'axe de torsion. Les différents types de dislocations sont représentés sur la figure ci-dessous.



**Figure III.1.** *A gauche : Dislocations vis en excès positives dans le plan orthogonal à l'axe de torsion et négatives dans les plans passant par l'axe lors d'une déformation avec un moment de torsion positif, d'après [43]. La lettre S signifie 'screw'. Si elle est inversée, le signe de la dislocation est négatif. A droite : densité de dislocations vis radiales (R) et de dislocations vis circonférentielles en excès (ou dislocations vis tangentielles) (C) dans le plan basal, obtenues à l'aide du modèle 3D.*

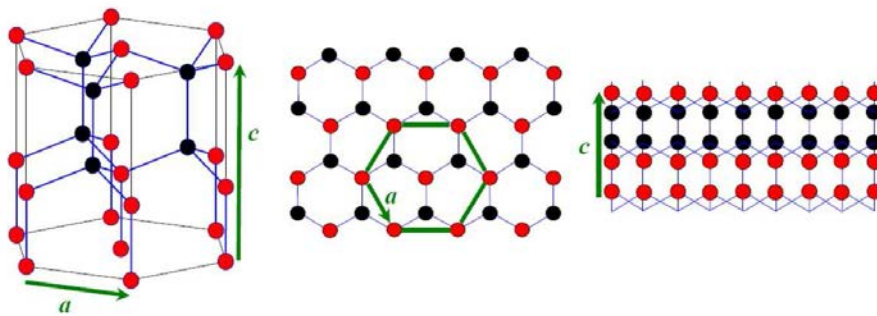
De signes opposés, les deux types de dislocations représentés ci-dessus ne peuvent pas constituer un joint de torsion. Leur structure favorise la déformation plastique, à l'inverse d'un joint de torsion qui bloquerait le mouvement des dislocations et durcirait le matériau. En ce sens, les dislocations en excès sont donc favorables à la déformation plastique et, dans un premier temps, elles ne semblent donc pas contribuer à un mécanisme de durcissement par la forêt lié aux dislocations statistiques. Par suite, leur participation au durcissement isotrope ne

saurait être invoqué pour expliquer le comportement durcissant « anormal » des fils de cuivre polycristallins déformés en torsion lorsque leur rayon est réduit [13].

## III.2. DEFORMATION PLASTIQUE DE LA GLACE MONOCRISTALLINE

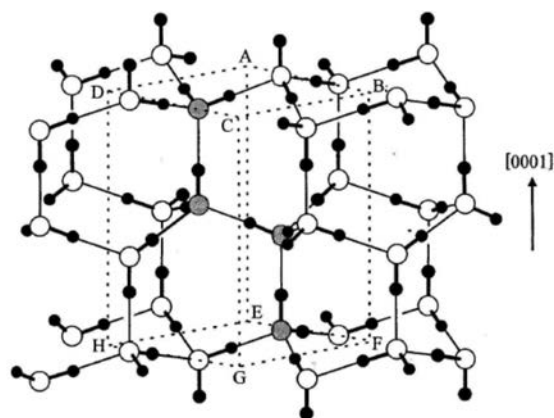
### III.2.1. Structure cristallographique et anisotropie de la glace

La structure de la glace est celle d'un cristal moléculaire. Les monocristaux de glace obtenus par solidification de l'eau sous des conditions de pression ordinaires présentent un arrangement hexagonal des atomes d'oxygène (figure ci-dessous). Le rapport  $c/a$  vaut 1.629 pour des températures comprises entre  $0^{\circ}\text{C}$  et  $-100^{\circ}\text{C}$ , une valeur très proche de celle d'un empilement hexagonal compact, qui correspond à  $c/a = 1.633$ .



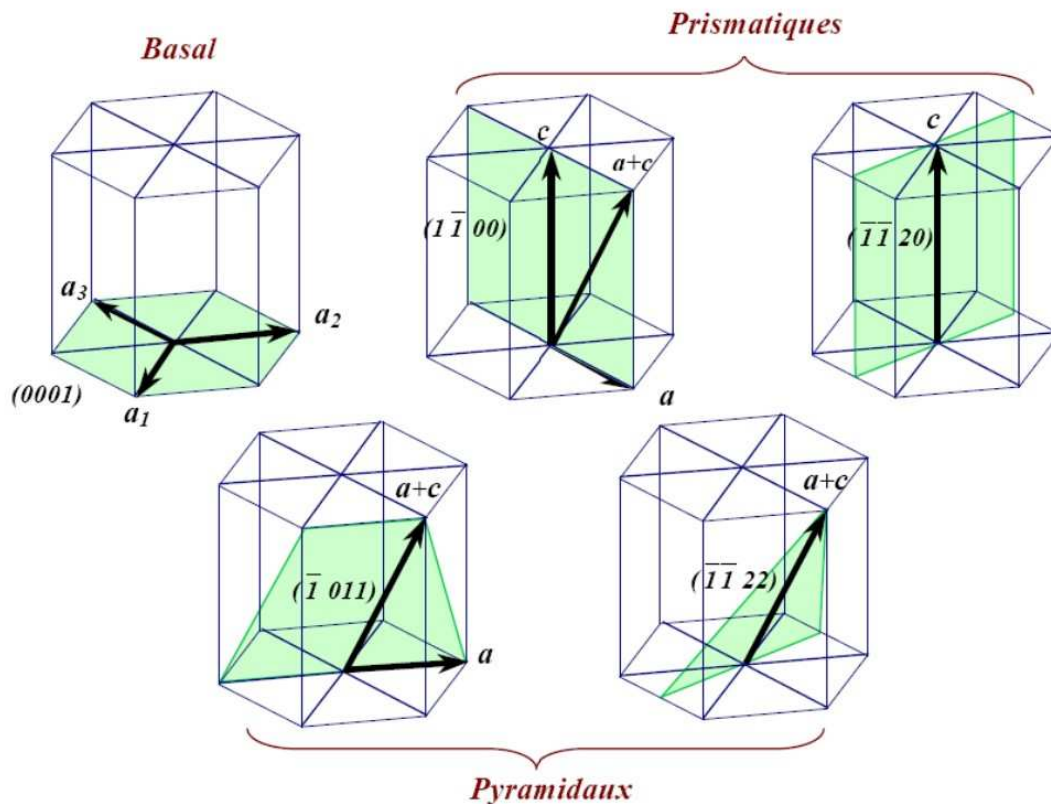
**Figure III.2.** Arrangement hexagonal des atomes d'oxygène dans la glace.

La structure complète, incluant les atomes d'hydrogène, est représentée sur la figure III.3. La symétrie de cette structure par rapport à l'axe  $c$  de direction  $[0001]$  confère à la glace une propriété de biréfringence qui permet de déterminer l'orientation de l'axe  $c$  sous lumière polarisée.



**Figure III.3.** Structure cristallographique complète de la glace.

Les systèmes de glissement de la glace sont représentés sur la figure ci-dessous. On recense trois systèmes basaux, quatre systèmes prismatiques et trois systèmes pyramidaux.



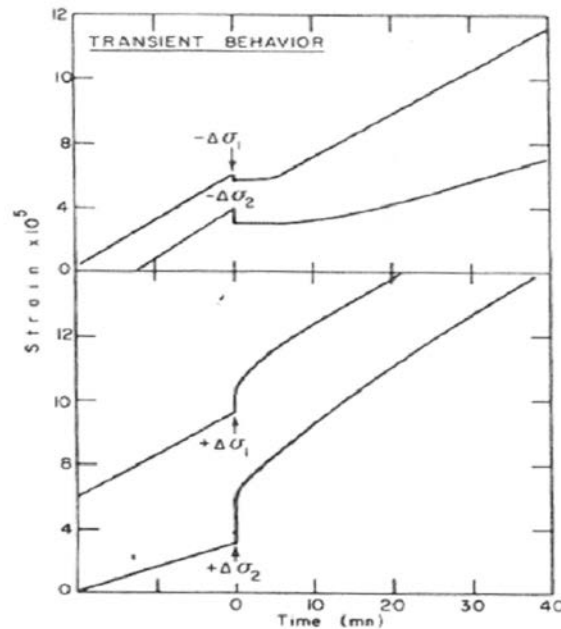
**Figure III.4.** *Systèmes de glissement dans la glace.*

La glace possède un comportement viscoplastique très anisotrope. En effet, la déformation plastique est assurée presque exclusivement par l'activité du plan basal [44]. Le glissement dans ce plan est de plus caractérisé par une faible contrainte de Peierls, et donc une faible friction de réseau [22]. La forte anisotropie de la glace a été mise en évidence par de nombreuses observations expérimentales. Par exemple, pour une même contrainte appliquée, un monocristal dont l'axe  $c$  est parallèle à l'axe de compression peut atteindre une vitesse de déformation jusqu'à mille fois plus grande que celle qui est obtenue si les deux axes sont perpendiculaires [44].

### III.2.2. Contraintes internes et écrouissage cinématique

Une déformation plastique fortement anisotrope et une faible friction de réseau favorisent le transport des dislocations, mais aussi leurs interactions élastiques à longue distance. Les

contraintes internes résultant de ces interactions se traduisent notamment par un écrouissage directionnel (cinématique) et une contrainte interne (« back-stress ») importants. Des expériences de fluage en compression ont ainsi montré que l'écrouissage cinématique est largement plus important que l'écrouissage isotrope dû aux dislocations sessiles, et que la contrainte interne qui le traduit peut atteindre la contrainte appliquée [44].



**Figure III.5.** fluage transitoire après un incrément positif ou négatif de la contrainte appliquée (1 MPa en compression) à  $-10^{\circ}\text{C}$  ;  $\Delta\sigma_1 = \pm 0.06 \text{ MPa}$  ;  $\Delta\sigma_2 = \pm 0.13 \text{ MPa}$ , d'après [44].

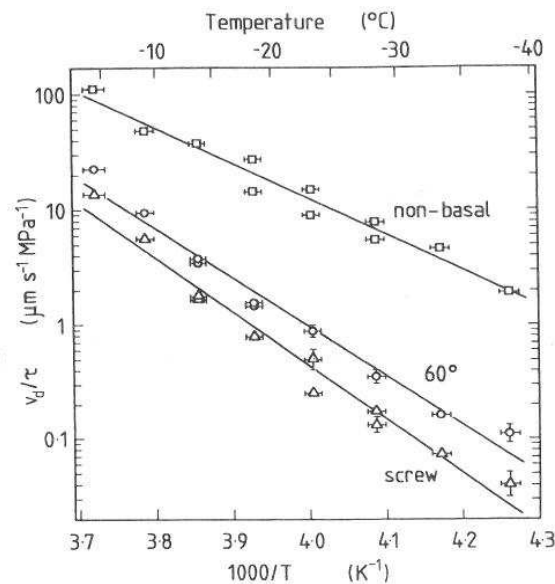
La figure III.5 illustre la directionnalité de l'écrouissage. Elle montre l'apparition d'un plateau transitoire à déformation constante, correspondant à une vitesse de déformation plastique nulle, lorsqu'un incrément de contrainte égal environ au dixième de la contrainte appliquée est retranché de cette dernière. La densité de dislocations variant très peu pendant ce régime transitoire, l'annulation de la vitesse de déformation plastique ne peut être due qu'à l'annulation de la vitesse de dislocation. L'explication est que la contrainte interne, déjà très proche de la contrainte appliquée, devient égale à cette dernière lorsque l'incrément de contrainte en est retranché. En conséquence, la contrainte effective devient nulle, ainsi que la vitesse des dislocations. A l'inverse, si un incrément de contrainte est ajouté à la contrainte appliquée, la vitesse des dislocations augmente car la contrainte effective augmente, et un saut de vitesse de déformation plastique est observé.

### III.2.3. Vitesse des dislocations

Des analyses par diffraction de rayons X ont permis de caractériser la nature et le mouvement des dislocations dans la glace [22]. Les observations ont révélé la présence de segments de dislocations vis orientés à 60° dans le plan basal, et de dislocations coin non - basales. Quelque soit le type des dislocations, leur vitesse présente une dépendance à la contrainte effective selon une loi puissance.

$$(1,86) \quad v = v_0 \left( \frac{\sigma_{\text{eff}}}{\sigma_0} \right)^n .$$

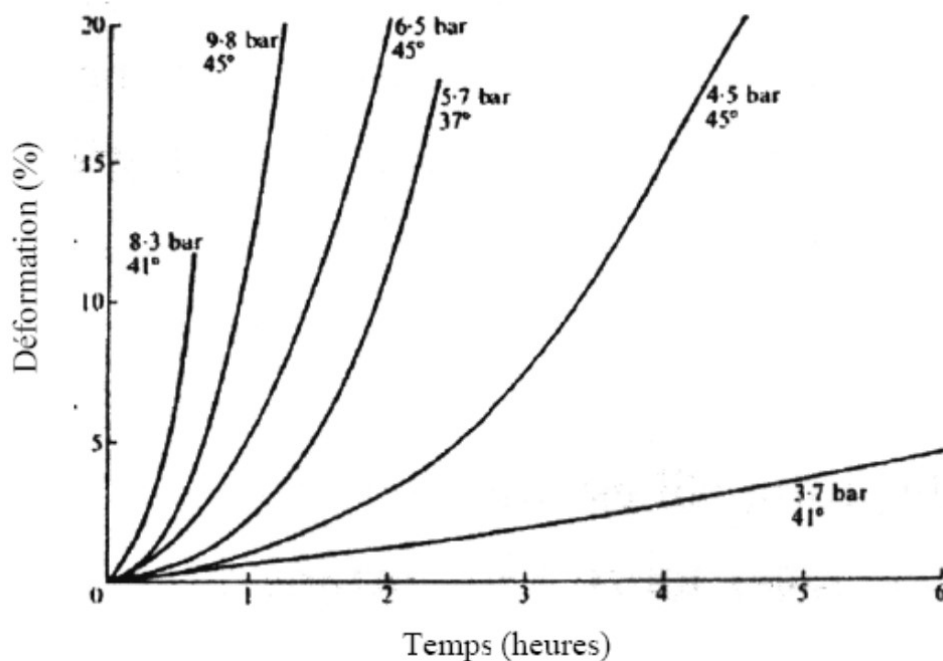
La sensibilité de la contrainte à la vitesse en fluage stationnaire, notée  $n$ , vaut environ 2 pour les monocristaux et 3 pour les polycristaux. Pour une valeur de la contrainte de référence  $\sigma_0$ , la vitesse de référence  $v_0$  associée est différente selon le plan de glissement et les dislocations considérés. La figure III.6 ([22]) donne les vitesses de dislocation recensées dans la glace, en fonction de la contrainte appliquée, et pour différentes températures. Les dislocations non basales se déplacent à une vitesse d'un ordre de grandeur supérieure à celle des dislocations basales. Comme l'activité des plans pyramidaux et prismatiques est très faible, cela implique que la densité de dislocations dans ces plans est également très faible.



**Figure III.6.** Vitesse des dislocations par unité de contrainte en fonction de la température,[22].

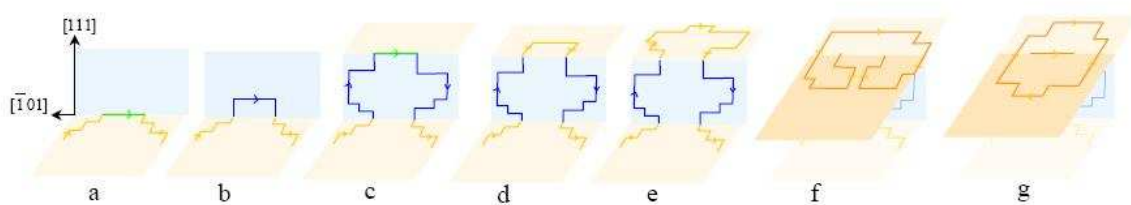
### III.2.4. Comportement de la glace lors du fluage en torsion

De nombreuses expériences de fluage en torsion de monocristaux de glace ont été effectuées, notamment au Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement (voir par exemple [41], [42], [45]). Pour éviter la formation de fissures, la vitesse de fluage doit être très faible. Les contraintes appliquées sont donc modérées, et les expériences de fluage très longues. Une déformation de quelques pourcents sous une contrainte appliquée de l'ordre du MPa peut ainsi nécessiter plusieurs jours, voire plusieurs semaines. Lors du fluage primaire, on observe un adoucissement du monocristal. La vitesse de déformation plastique augmente avec le temps. Cette tendance est à l'opposé de celle que l'on attend d'un matériau métallique, à l'opposé également de celle qui est observée dans la glace polycristalline. Le fluage secondaire est caractérisé quant à lui par une vitesse de déformation plastique constante. Ce fluage est cependant difficile à observer car l'augmentation de la vitesse de déformation pendant le fluage primaire, entraîne souvent la fracture de l'échantillon avant qu'il ne se produise.



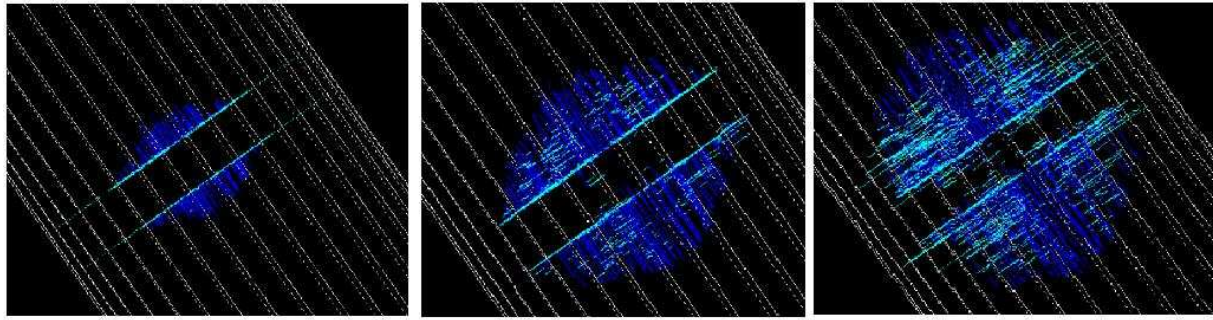
**Figure III.7.** Comportement en fluage en torsion de monocristaux de glace pour différentes contraintes appliquées, d'après [45]. L'orientation de l'axe *c* est précisée.

Des analyses de la diffraction de rayons X effectuées sur des échantillons extraits de cylindres déformés en torsion, l'axe  $c$  étant confondu avec l'axe de torsion, ont révélé que les dislocations vis en excès, générées dans les plans basaux par le gradient de contrainte [42], s'organisaient en structures invariantes d'échelle le long de l'axe  $c$ . En effet, des contraintes internes hors plan provenant des interactions élastiques à longue distance entre ces dislocations poussent ces dernières dans les plans prismatiques pour former des segments de dislocations coin, constituant ainsi des obstacles au mouvement des dislocations basales [46]. La contrainte effective dans les plans basaux adjacents, supérieure à la contrainte interne hors plan, repousse ensuite les segments vis dans les plans basaux. Il y a donc également multiplication des dislocations par double glissement dévié, selon le mécanisme de Frank Read illustré ci-dessous. L'activation progressive des systèmes basaux est responsable de la formation de structures de dislocations le long de l'axe  $c$ .



**Figure III.8.** Représentation du glissement dévié d'un segment de dislocation vis basale dans le plan prismatique et de la création d'une source de Frank Read dans le plan basal supérieur, d'après [47].

Le rôle du glissement dévié dans la formation des structures de dislocations a également été mis en évidence par la dynamique des dislocations discrètes. La figure ci-dessous montre l'évolution de dislocations vis basales dans un cylindre déformé en torsion (courtoisie de Juliette Chevy). On y voit le déplacement de dislocations vis dans deux plans basaux (bleu clair), puis leur glissement dévié dans les plans prismatiques pour donner des segments coin (bleu foncé), entraînant par la suite l'activation d'autres plans basaux par mécanisme de Frank Read après double glissement dévié.

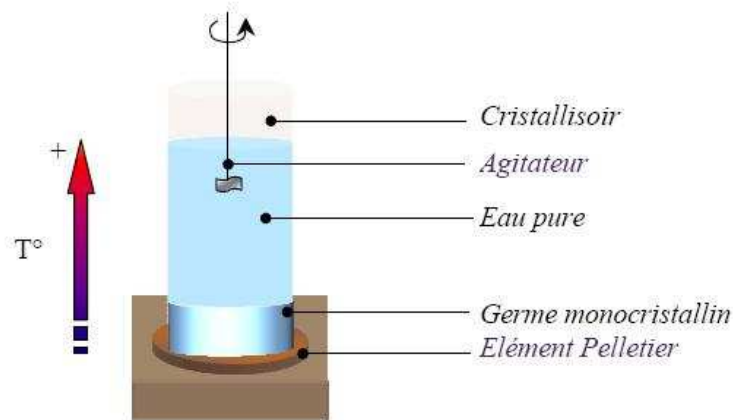


**Figure III.9.** Simulation du glissement dévié dans un monocristal de glace déformé en torsion et orienté favorablement pour le glissement basal, d'après Juliette Chevy.

### III.3. EXPERIENCES DE FLUAGE EN TORSION DE LA GLACE MONOCRISTALLINE

#### III.3.1. Protocole expérimental

Les expériences de fluage en torsion de monocristaux de glace ont été réalisées par Juliette Chevy et Maurine Montagnat au Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement (LGGE) de Grenoble. La première étape consiste à créer les monocristaux, par germination, comme le montre la figure suivante.

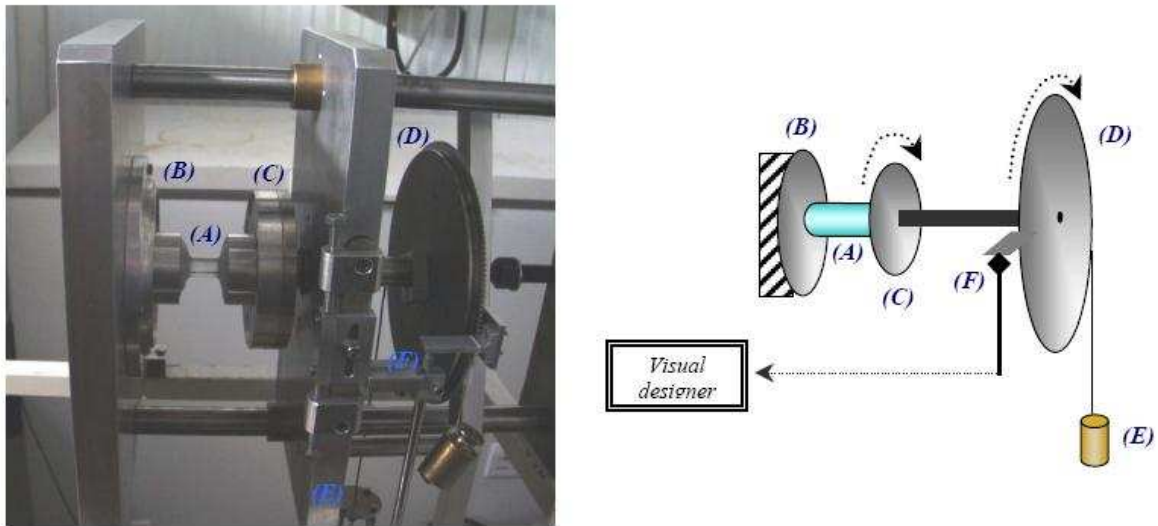


**Figure III.10.** Croissance d'un monocristal de glace par germination.

Un germe monocristallin est fixé au fond d'un cristallisoir, puis est légèrement fondu pour éliminer les défauts de surface. De l'eau pure (la taille des impuretés est inférieure ou égale à  $0.45 \mu\text{m}$ ) est ensuite ajoutée et refroidie par un élément Peltier, alors qu'un agitateur évite l'emprisonnement de bulles. La croissance, très lente, est de l'ordre de un à deux centimètres par jour. Une fois terminé, le monocristal est démoulé et le film d'eau restant à la surface est retiré de façon à ne pas créer de contraintes lors de sa solidification. Comme mentionné

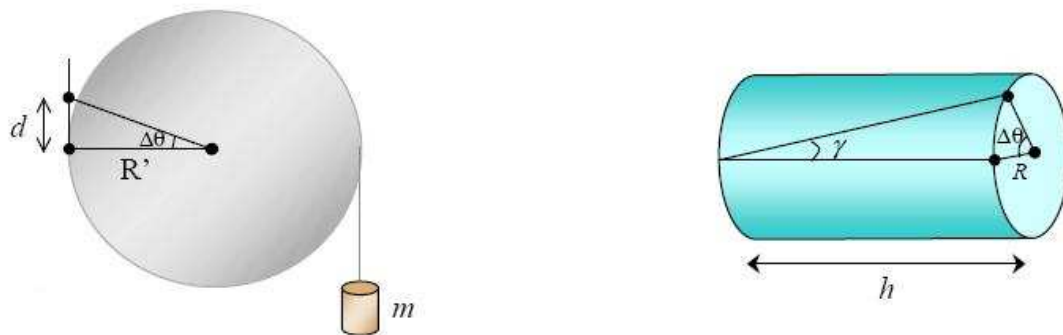


précédemment, l'orientation de l'axe  $c$  est ensuite déterminée par observation sous lumière polarisée d'une lame mince de ce monocristal. Enfin, ce dernier est usiné de façon à obtenir un échantillon cylindrique dont l'axe  $c$  est confondu avec l'axe de torsion, c'est-à-dire pour obtenir un cisaillement simple sur les systèmes basaux. Toute la manipulation est effectuée dans une chambre froide maintenue à  $0^{\circ}\text{C}$ . L'échantillon est maintenant fixé sur le dispositif de torsion illustré sur la figure III.11.



**Figure III.11.** Dispositif de fluage en torsion.

Le cylindre de glace (A) est fixé par soudure à l'eau entre deux disques en aluminium (B) et (C). Le disque (B) est fixe alors que le disque (C) tourne. Ce dernier reçoit un couple par l'intermédiaire du disque (D) à l'extrémité duquel est fixée une masse (E). Un capteur (F) permet ensuite d'enregistrer le déplacement tangentiel  $d$  à l'extrémité du disque (D) en fonction du temps. Comme le montre la figure III.12, le cisaillement  $\gamma$  produit par la torsion est directement lié au déplacement  $d$ , dans le cadre des petites déformations.



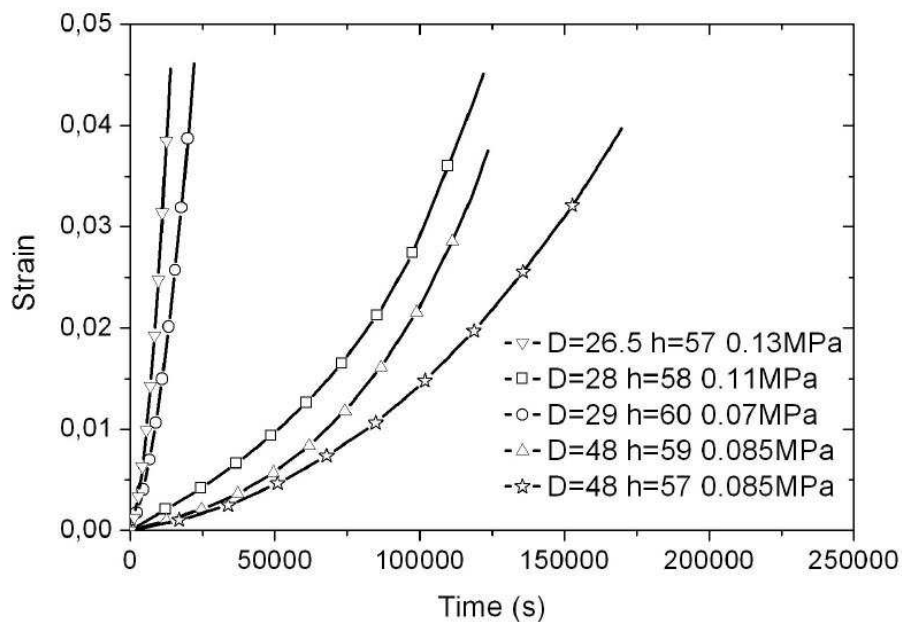
**Figure III.12.** Relation entre le déplacement tangentiel  $d$  et le cisaillement  $\gamma$ .

En effet, le cisaillement s'exprime facilement comme

$$(1,87) \quad \gamma = \frac{R}{h} \arctan\left(\frac{d}{R'}\right).$$

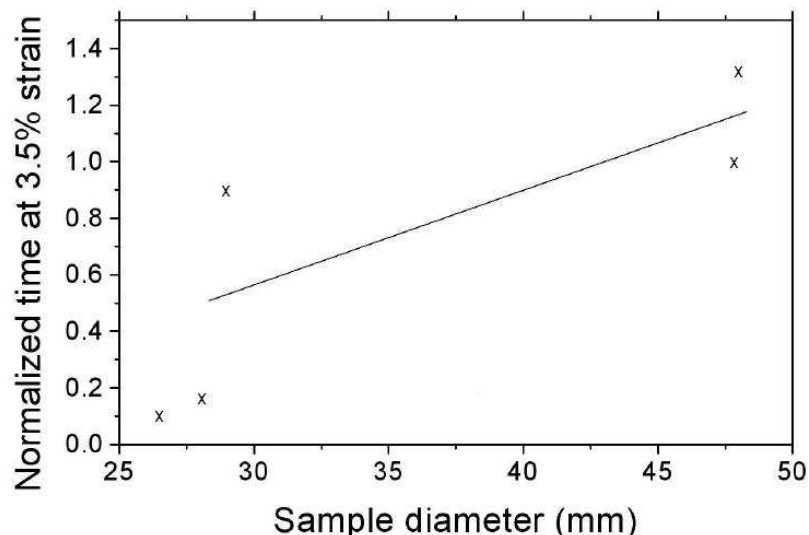
### III.3.2. Courbes de fluage : effet de taille du rayon

Les essais ont été réalisés sur des cylindres dont le rayon variait entre 13 et 24mm, et dont la hauteur, quasi constante, était comprise entre 57 et 60mm. La température de l'essai était maintenue à  $-11 \pm 1^\circ\text{C}$ . Un moment de torsion positif constant  $M_T$  était appliqué au cylindre, de sorte que la valeur moyenne de la contrainte de cisaillement  $\bar{\sigma} = 3M/2\pi R^3$  dans le plan basal, perpendiculaire à l'axe de torsion, soit proche de 0.1 MPa. La déformation maximale de cisaillement atteinte à l'extrémité du cylindre était environ 4.5%, correspondant à une rotation de 0.2 radian, de façon à rester dans le domaine du fluage primaire. Des lignes parallèles à l'axe de torsion ont été tracées sur la surface extérieure du cylindre de façon à vérifier que la déformation ne se localise pas durant l'essai. L'essai est rejeté si une cassure est observée le long de cette ligne, par exemple si une micro-fissure ou une bande de cisaillement apparaissent. La figure ci-dessous rassemble les différentes courbes de fluage obtenues.



**Figure III.13.** Courbes de fluage. Déformation de cisaillement à l'extrémité du cylindre en fonction du temps pour différents diamètres D.

Toutes les courbes ci-dessus montrent l'accélération du fluage primaire des monocristaux de glace, puisque la vitesse de déformation plastique augmente avec le temps. Si le matériau ne présentait pas d'échelle de longueur interne, ces courbes, obtenues pour une contrainte de cisaillement moyenne  $\bar{\sigma}$  maintenue constante, seraient confondues, pour des raisons d'ordre dimensionnel et le comportement dynamique des dislocations serait indépendant du rayon. Or, il est évident qu'elles sont très distinctes. On observe en effet une accélération plus forte du fluage lorsque le rayon est réduit. Comme nous l'avons mentionné précédemment, cette tendance est opposée à celle qui a été observée dans les fils de cuivre polycristallin [13]. Il existe donc un effet de taille, représenté sur la figure ci-dessous, où le temps (normalisé) nécessaire pour atteindre une déformation de 3.5% est tracé en fonction du diamètre de l'échantillon. Plus le diamètre est faible, plus ce temps est court.

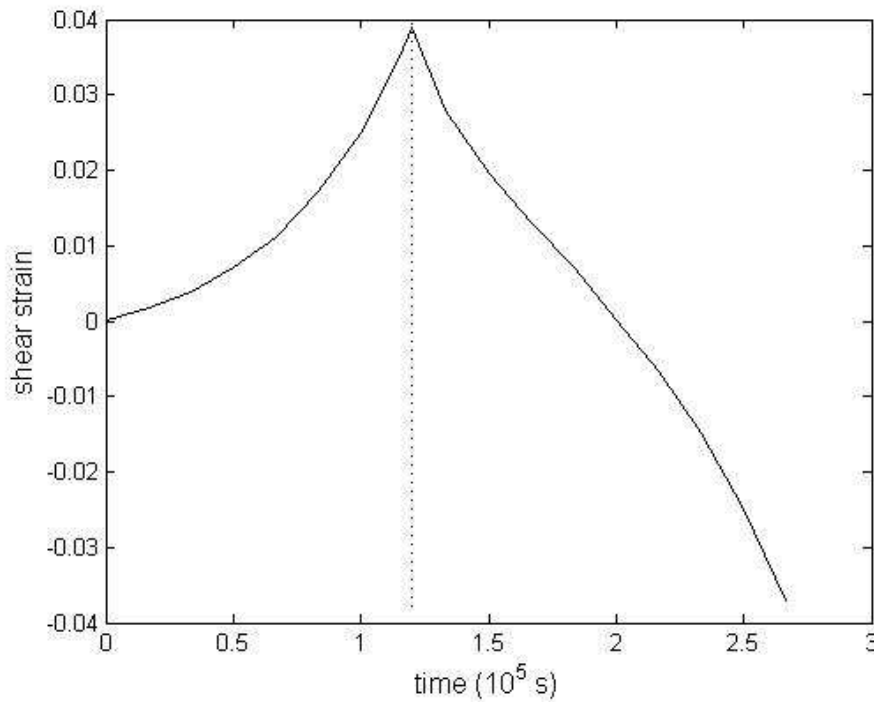


**Figure III.14.** Temps normalisé pour atteindre un cisaillement de 3.5% en fonction du diamètre  $D$ . Une droite de tendance est également tracée.

La hauteur de l'échantillon, la contrainte de cisaillement moyenne et la densité initiale de dislocations ne sont pas rigoureusement identiques pour tous les essais, et ils constituent des facteurs de dispersion des résultats que nous discuterons. Cependant, les résultats expérimentaux révèlent une tendance adoucissante lorsque le rayon diminue. La glace monocristalline présente donc des échelles de longueur internes. Comme la déformation plastique est essentiellement accommodée par des dislocations vis basales en excès, il semble que le comportement de ces dernières soit fortement dépendant du rayon de l'échantillon.

### III.3.3. Fluage en torsion directe - inverse

Certains échantillons ont été déformés en torsion inverse après la torsion directe. La masse appliquée (E) a dans ce cas été déplacée à l'extrémité opposée du disque (D) du dispositif de torsion afin d'engendrer un moment négatif (voir figure III.10). La figure III.14 montre la courbe obtenue pour un échantillon dont le diamètre et la hauteur valent respectivement 46mm et 50mm, déformé avec une contrainte moyenne de cisaillement égale à  $\pm 0.1$  MPa. La torsion inverse a été poursuivie jusqu'à obtenir une déformation opposée à celle atteinte en torsion directe.



**Figure III.15.** Courbe de fluage en torsion directe-inverse. La ligne pointillée indique le début de la torsion inverse.

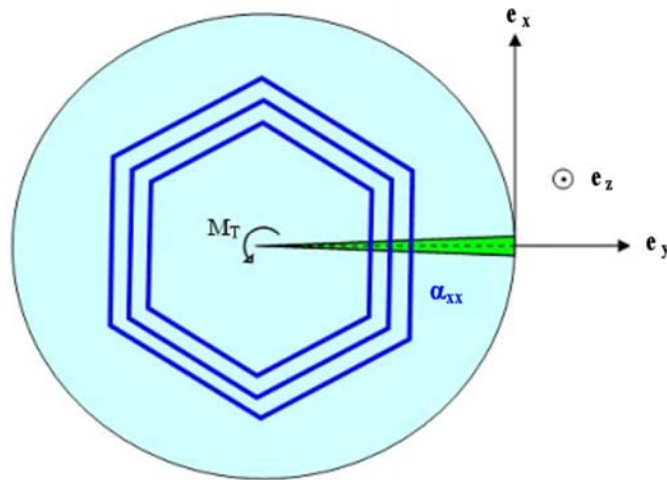
La courbe de fluage peut se décomposer en trois parties. La première, déjà commentée, correspond à l'adoucissement obtenu lors du fluage primaire en torsion directe. La deuxième partie est caractérisée quant à elle par une phase de durcissement qui commence dès le début de la torsion inverse. On constate en effet que la vitesse de déformation plastique diminue (en valeur absolue) avec le temps. Une asymétrie est également observée au changement de sens de la torsion : la vitesse de déformation au début de la torsion inverse est supérieure en valeur

absolue à la vitesse de déformation en fin de torsion directe. Enfin, un nouvel adoucissement est observé après une certaine déformation inverse, et correspond à la troisième partie. Les deux dernières parties sont donc séparées par un point d'inflexion qui correspond à la transition entre durcissement et adoucissement. Nous verrons que des effets de taille se manifestent également sur l'asymétrie au changement de sens de la torsion et sur le trajet de torsion inverse.

### **III.4. MODELE 1D SIMPLIFIE POUR LE FLUAGE EN TORSION**

#### **III.4.1. Hypothèses**

Le modèle 2D présenté lors du chapitre précédent sera encore simplifié en un modèle 1D en adoptant les hypothèses suivantes. La déformation plastique se produit dans les plans basaux uniquement. Les contraintes, les densités de dislocations et leurs vitesses sont supposées invariantes par translation suivant l'axe de rotation. Au contraire du modèle 2D, on suppose le problème axisymétrique. Il permet de ne prendre en compte qu'un seul vecteur de Burgers et donc une seule densité circonférentielle de dislocations vis basales en excès. De plus, les dislocations vis radiales sont ignorées. Ces hypothèses reviennent à simuler le glissement basal dans un quartier de très faible angle au sommet (quartier vert sur la figure III.16), et à étendre le comportement obtenu sur  $2\pi$ . Le but n'est pas de modéliser la torsion de façon complètement réaliste, mais de présenter un modèle générique de glissement prenant en compte les facteurs physiques essentiels mis en jeu : nucléation et transport des dislocations, champs de contraintes internes associés, de manière à mettre en évidence leurs interactions de façon simple. Un tel modèle est conçu pour permettre des études paramétriques inaccessibles à des simulations 3D, beaucoup trop lourdes et coûteuses, et dont les résultats peuvent être difficiles à interpréter. La valeur initiale de la densité de dislocations dans la glace, essentiellement des dislocations sessiles, est inférieure ou égale à  $10^8 \text{ m}^{-2}$  [41]. Cela signifie que la distance moyenne entre dislocations  $1/\sqrt{\rho_s}$  est initialement de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ . Cette distance est l'échelle de résolution initiale. Les dislocations considérées ne sont pas traitées individuellement et la présence de dislocations statistiques est inévitable dans un échantillon dont le rayon est de l'ordre de quelques centimètres.



**Figure III.16.** Dislocations vis en excès  $\alpha_{xx}$  dans le plan basal. Un seul vecteur de Burgers parmi les trois présents est considéré dans le modèle 1D (quartier vert clair).

Il est à noter que le modèle 3D, qui sera également utilisé pour simuler la torsion de la glace [12], tient compte de tous les systèmes de glissement et des glissements hors - plan. Ce modèle est alimenté au moyen des paramètres physiques et des conditions initiales obtenues à l'aide du modèle 1D.

### III.4.2. Equations

En admettant les hypothèses formulées ci-dessus, les équations du modèle 1D sont très simples. La vitesse de déformation de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{xz}$  reçoit une contribution des densités de dislocations statistiques mobiles  $\rho_m$  et des dislocations vis en excès  $\alpha_{xx}$ . Ces dernières se déplacent radialement à la vitesse  $v_y$ .

$$(1,88) \quad 2\dot{\epsilon}_{xz} = \alpha_{xx} v_y + \rho_m b v.$$

La contrainte de cisaillement  $\sigma_{xz}$  vérifie les équations d'équilibre

$$(1,89) \quad \sigma_{xz,x} = 0 \quad ; \quad \sigma_{xz,z} = 0,$$

L'équation de transport détermine ensuite l'évolution de la densité de dislocations vis en excès.

$$(1,90) \quad \dot{\alpha}_{xx} = -(\alpha_{xx} v_y + \rho_m b v)_{,y}.$$

Ces équations ne permettent pas de déterminer la contrainte de cisaillement, et l'on doit avoir recours à des approximations. Dans le cas d'une déformation purement élastique linéaire, le moment de torsion appliqué s'exprime par :  $M_T = 1/2 \pi R^3 \sigma_{xz}(R)$ . Si l'on utilise en revanche une approximation purement viscoplastique avec une vitesse des dislocations de la forme :  $v \approx \sigma^2$ , ce moment devient  $M_T = 4/7 \pi R^3 \sigma_{xz}(R)$ . La différence entre ces deux valeurs n'est que de 12.5%. En réalité, la glace ayant un comportement élasto – viscoplastique, le moment de torsion est compris entre ces deux valeurs. Cependant, l'approximation viscoplastique n'est valable que dans le cas du fluage stationnaire. Or ce dernier est rarement atteint ou alors pour des grandes déformations (30% environ) alors que la plupart des déformations atteintes ne dépassent pas 5%. D'autre part, la région centrale de l'éprouvette devrait rester proche d'un état de déformation élastique. Nous pensons donc que l'approche purement élastique est plus proche de la solution réelle que l'approche viscoplastique. En conséquence, on supposera que la contrainte de cisaillement  $\sigma_{xz}$  décroît linéairement de l'extérieur vers le centre du cylindre où elle est nulle :  $\sigma_{xz} = \frac{y}{R} \tau$ , expression dans laquelle R est le rayon du cylindre, r le rayon au point considéré et  $\tau$  la valeur maximale de la contrainte de cisaillement appliquée en  $r = R$ .

Mise sous la forme :  $\dot{\alpha}_{xx} + (v_y \alpha_{xx})_{,y} = -(\rho_m b v)_{,y}$ , l'équation (1,90) apparaît comme une équation de transport généralisée, avec un terme de source au second membre. Cette remarque permet de rattacher la dynamique des dislocations à la classe des phénomènes représentés par ce type d'équations : écoulements de fluides compressibles, ondes de chocs, turbulence... Les analogies ainsi suggérées justifient à elles seules le caractère générique de la formulation 1D adoptée.

Le double glissement dévié des dislocations vis, exclu par l'hypothèse d'invariance par translation suivant l'axe de torsion, est réintroduit phénoménologiquement dans ce modèle. Une fraction seulement  $(1-\beta)$  des dislocations vis créées glissent dans le plan basal. L'autre fraction  $\beta$  forme des segments de dislocations coin dans les plans prismatiques par glissement dévié. Ces segments constituent un obstacle au mouvement des dislocations et peuvent donc être considérés comme des dislocations statistiques sessiles  $\rho_s$ . L'équation d'évolution de ces dernières s'écrit donc comme

$$(1,91) \quad \dot{\rho}_s = \beta |\dot{\alpha}_{xx}|$$

Par ailleurs, le double glissement dévié favorise la multiplication des dislocations dans les plans basaux adjacents par le mécanisme de Frank Read (voir figure III.8). Les boucles de dislocations ainsi générées sont considérées comme des dislocations statistiques mobiles  $\rho_m$ . L'équation d'évolution de ces dernières prend la forme

$$(1,92) \quad \dot{\rho}_m = \left( \frac{C_1}{b^2} - C_2 \rho_m \right) |\dot{\epsilon}_{xz}|.$$

Le terme  $C_1$  tient compte de la multiplication des dislocations par double glissement dévié, alors que le terme  $C_2$  traduit leur annihilation mutuelle et donne une valeur de saturation égale à  $C_1/C_2 b^2$ . Des résultats du modèle 3D, qui seront présentés plus tard, ont révélé l'existence d'une contrainte interne clairement liée aux dislocations vis en excès. Cette contrainte interne ne figure pas dans l'équation d'équilibre (1-4) à cause de l'hypothèse d'invariance par translation suivant l'axe de torsion et de l'existence d'un seul type de dislocations. Il est donc nécessaire de la réintroduire de manière phénoménologique dans le modèle. La loi d'évolution de la contrainte interne, notée  $\sigma_\mu$ , est prise sous la forme

$$(1,93) \quad \dot{\sigma}_\mu = \tilde{\alpha} \mu \alpha_{xx} v_y - \frac{|v_y|}{\hat{\alpha} b} \sigma_\mu,$$

où  $\tilde{\alpha}$  et  $\hat{\alpha}$  sont des constantes et  $\mu$  représente le module élastique de cisaillement. C'est une loi d'érouissage cinématique du type Armstrong-Frederick [48], où la création de la contrainte interne n'est due qu'à la mobilité des dislocations en excès, car les dislocations statistiques ne produisent pas de contraintes internes. De plus, un terme de relaxation est ajouté, qui implique un temps caractéristique  $\tau_r = \hat{\alpha} b / |v_y|$ , de sorte que la valeur d'équilibre de la contrainte interne (correspondant à  $\dot{\sigma}_\mu = 0$ ) ne dépende pas de la vitesse des dislocations mais uniquement de la densité de dislocations. La vitesse des dislocations est maintenant exprimée comme

$$(1,94) \quad v = v_y = v_0 \operatorname{sgn}(\sigma_{xz} - \sigma_\mu) \left( \frac{\sigma_{xz} - \sigma_\mu}{\sigma_0 + \sigma_h} \right)^n.$$

où  $\sigma_{xz} - \sigma_\mu$  représente la contrainte effective. Comme nous l'avons déjà vu, l'exposant  $n$  est égal à 2 dans le cas des monocristaux de glace, et les paramètres de référence  $\sigma_0$  et  $v_0$  sont identifiés d'après les données expérimentales [22]. La contrainte  $\sigma_h = \bar{\alpha} \mu b \sqrt{\rho_s}$  traduit l'érouissage isotrope lié aux dislocations statistiques sessiles,  $\bar{\alpha}$  étant une constante. Les



paramètres utilisés et les conditions initiales sont donnés dans les tableaux III.1 et III.2. Les valeurs initiales des densités de dislocations doivent être cohérentes avec la valeur de la vitesse de déformation initiale observée expérimentalement, à l'extérieur du cylindre. En effet, la vitesse des dislocations étant connue en fonction de la contrainte imposée, les densités de dislocations doivent être ajustées de façon à obtenir cette vitesse de déformation. De plus, la densité initiale de dislocations vis en excès décroît de l'extérieur au centre du cylindre où elle est nulle, de façon à ce que leur vitesse de nucléation présente une distribution parabolique. Ce choix permet de reproduire une création plus importante des dislocations en périphérie, à cause de la contrainte plus élevée et aussi des défauts de surface.

$b$	$v_0$	$\sigma_0$	$n$	$\mu$	$\beta$
$4.5 \times 10^{-10} m$	$3.6 \times 10^{-7} m/s$	$0.1 MPa$	2	$3 GPa$	0.1
$\bar{\alpha}$	$\hat{\alpha}$	$\hat{\alpha}$	$C_1$	$C_2$	
0.133	$0.666 \times 10^{-2}$	$10^5$	$10^{-8}$	17	

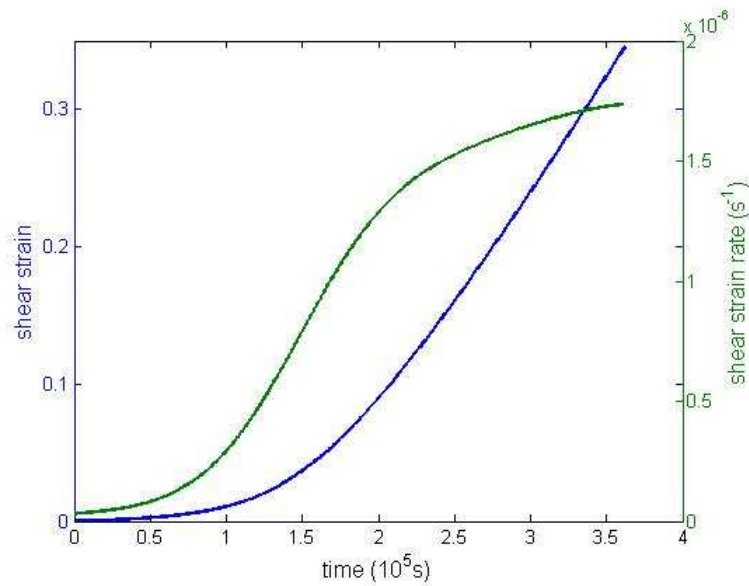
**Table III.1.** *paramètres utilisés pour le modèle 1D.*

$\rho_m$	$\rho_s$	$\alpha_{xx}(R)$
$10^6 m^{-2}$	$10^8 m^{-2}$	$0.32 m^{-1}$

**Table III.2.** *conditions initiales utilisées.*

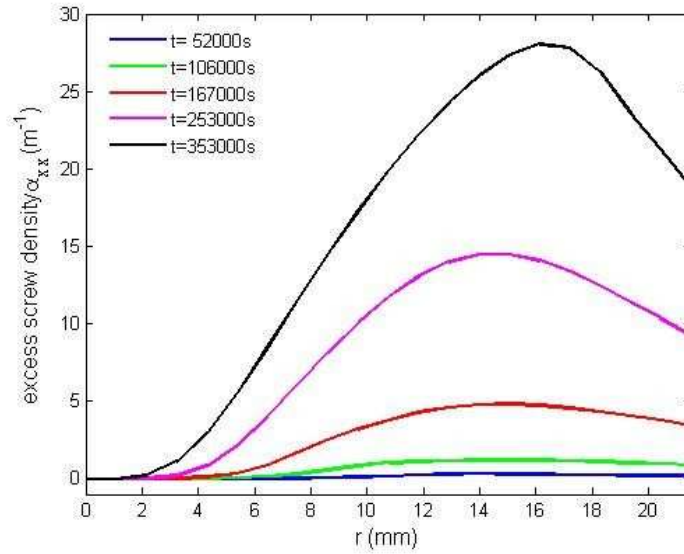
### III.4.3. Simulation du fluage en torsion directe

Nous simulons ici à titre d'exemple le fluage d'un cylindre de glace monocristalline de diamètre 43mm, soumis à une contrainte moyenne de cisaillement de 0.08 MPa. Seul le modèle 1D a été utilisé dans ce cas. La figure III.17 présente la courbe de fluage obtenue ainsi que la vitesse de déformation correspondante. Le fluage primaire est reproduit, puisque la vitesse de déformation augmente avec le temps. Cette vitesse tend ensuite à devenir constante. Cependant, comme nous l'avons déjà mentionné, la vitesse de déformation devient en général assez grande pour que la fracture de l'échantillon se produise avant que le fluage secondaire ne puisse s'installer.



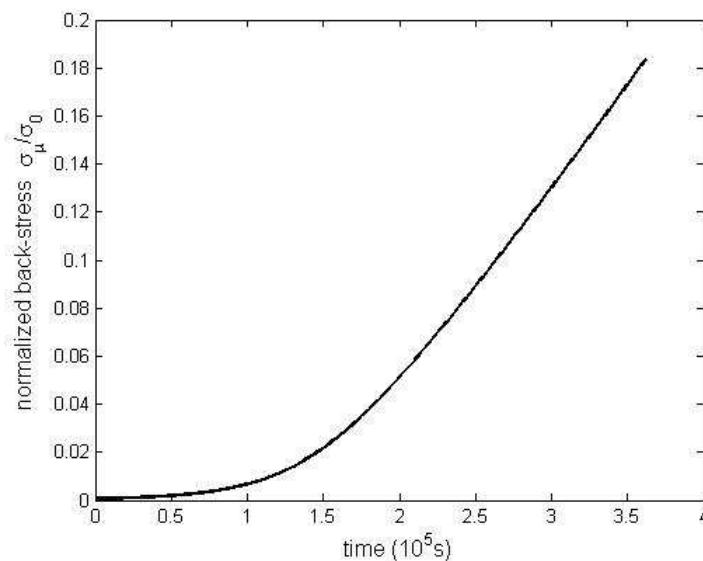
**Figure III.17.** Courbe de fluage (bleu). La vitesse de déformation est également tracée (vert).

Le modèle 1D permet d'interpréter le fluage en torsion directe. En effet la figure III.18 montre l'évolution de la structure de dislocations vis en excès suivant le rayon, au cours de la déformation. En accord avec les analyses qualitatives de Weertman [43], un moment de torsion positif entraîne la création de dislocations vis en excès positives. Ces dernières sont créées en majeure partie en périphérie du cylindre, là où la contrainte est la plus élevée, et elles se déplacent vers son axe. Comme la contrainte devient progressivement nulle à cet endroit, les dislocations s'arrêtent et tendent à former un empilement. La multiplication des dislocations vis basales en excès par gradient de contrainte est donc directement responsable de l'augmentation de la vitesse de déformation. La mobilité due aux dislocations statistiques mobiles (non représentée ici) augmente aussi mais reste négligeable par rapport à celle qui est due à la densité de vis en excès.



**Figure III.18.** Evolution de la structure de dislocations vis en excès suivant le rayon, à différents instants de la déformation.

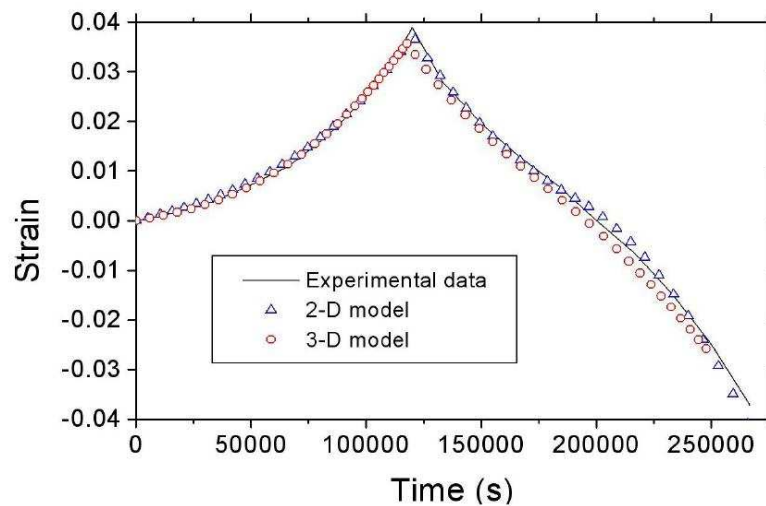
L'inflexion de la vitesse de déformation est quant à elle liée à l'augmentation de la contrainte interne due aux dislocations vis en excès. Comme le montre la figure III.19, la contrainte interne atteint presque 20% de la contrainte appliquée en fin de torsion directe et tend à réduire la vitesse de déformation, malgré l'augmentation de la densité de dislocations vis en excès. La contrainte de durcissement isotrope due aux dislocations statistiques sessiles augmente aussi mais reste inférieure à la contrainte interne durant toute la torsion.



**Figure III.19.** Evolution de la contrainte interne moyenne dans le plan basal en fonction du temps. A la fin de la torsion directe, la contrainte interne vaut environ 19% de la contrainte appliquée.

### III.4.4. Simulation du fluage en torsion directe - inverse

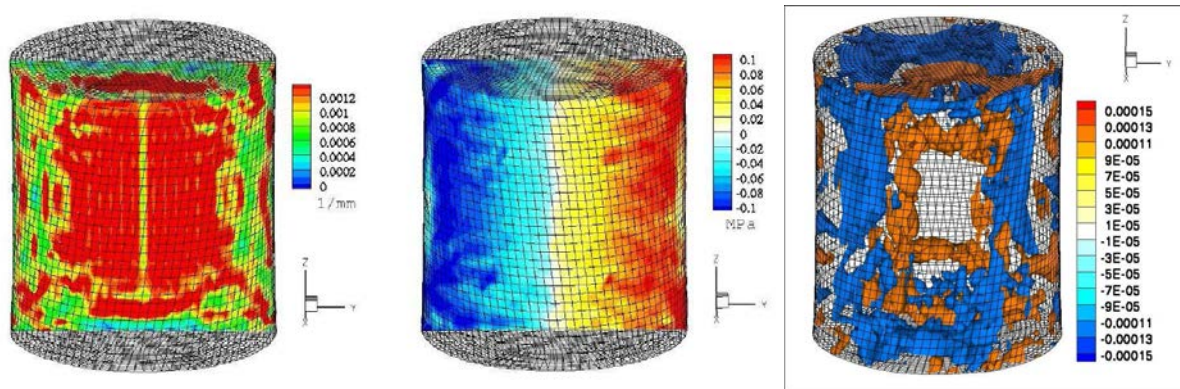
Nous modélisons ici le fluage en torsion directe - inverse de l'échantillon de diamètre 46mm dont la courbe a été décrite au paragraphe II.2.3 (voir figure III.15). La courbe ci-dessous présente les résultats obtenus avec les modèles 1D et 3D, et leur comparaison avec les résultats expérimentaux.



**Figure III.20.** Courbes de fluage en torsion directe - inverse obtenues par expérience et par simulation avec les modèles 1D et 3D.

Les deux modèles reproduisent bien la courbe expérimentale. La figure III.21 montre des distributions obtenues avec le modèle 3D, en fin de torsion directe [12]. La figure de gauche met en relief l'empilement des dislocations vis basales en excès vers le centre du cylindre. Celle du milieu montre qu'une contrainte interne a été formée car la contrainte représentée ne décroît pas linéairement suivant le rayon comme elle devrait le faire en son absence. La figure de droite montre la densité de dislocations coin en excès dans les plans prismatiques. L'interprétation du modèle 3D est la suivante. La création de dislocations vis en excès augmente la vitesse de fluage, comme nous l'avons déjà vu avec le modèle 1D. Ces dislocations génèrent un champ de contrainte interne possédant des composantes hors plan basal qui poussent ces dernières dans les plans prismatiques par glissement dévié. Ce mécanisme, reproduit naturellement par le modèle, entraîne la formation de segments de dislocations coin fixes (représentés ici sous forme d'une densité) dans les plans prismatiques, qui constituent des obstacles au mouvement des dislocations basales (et favorisent aussi leur multiplication par sources de Frank-Read), en accord avec l'expérience [46] et les simulations

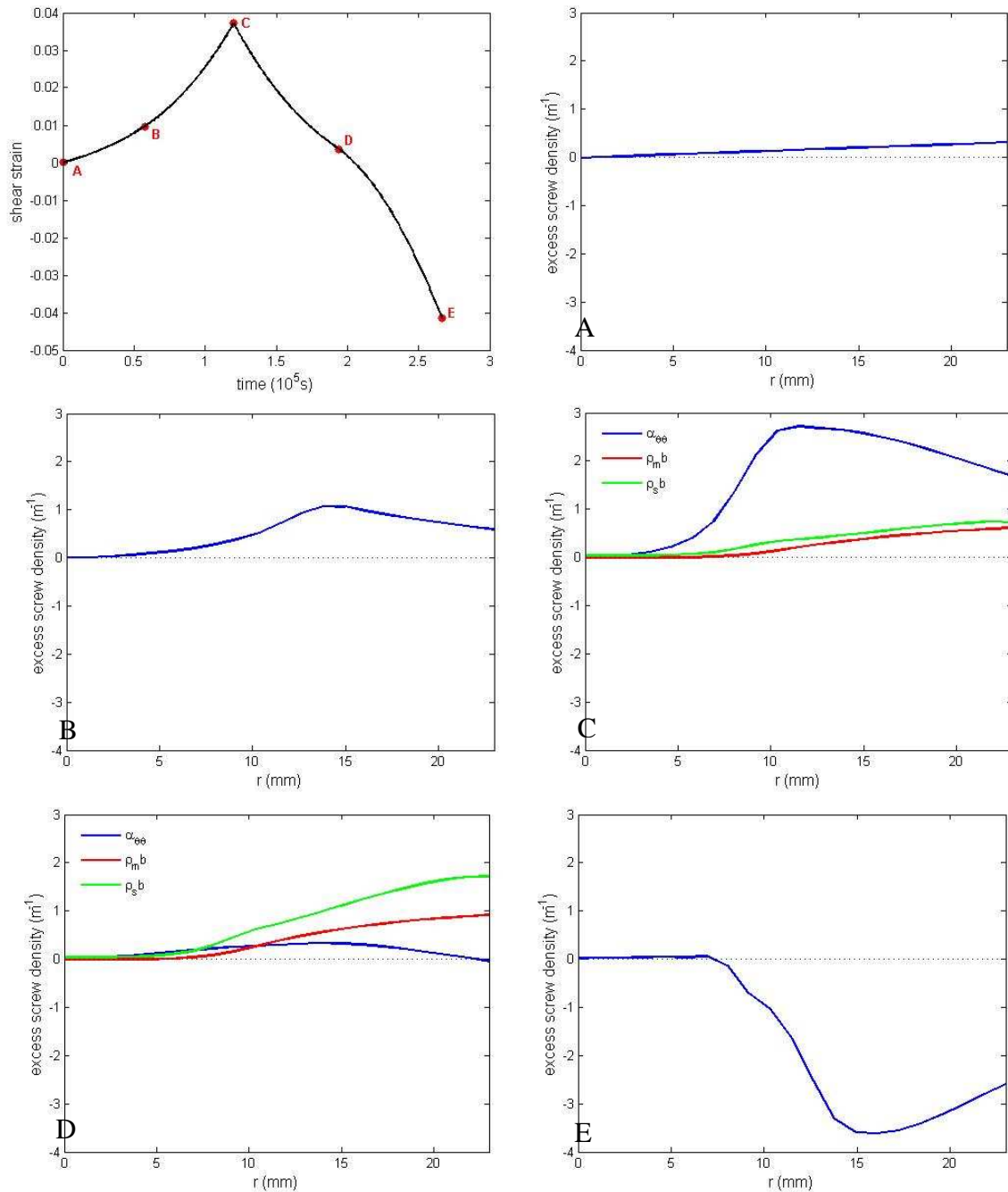
de dynamique des dislocations discrètes [47]. Les obstacles que sont les dislocations coin en excès prismatiques, sont ainsi responsables de l'écroissage directionnel.



**Figure III.21.** Simulation avec le modèle 3D : densité de dislocations vis en excès (gauche), contrainte de cisaillement  $\sigma_{zy}$  (droite) sur le plan yz et densité de dislocations coin en excès dans les plans prismatiques [12].

Les différentes parties de la courbe de fluage en torsion directe - inverse peuvent être interprétées en relation avec l'évolution des densités de dislocations vis en excès dans le plan basal. La figure III.22 montre la distribution de la densité de dislocations vis en excès suivant le rayon à différents instants de la torsion, obtenue avec le modèle 1D. Le fluage en torsion directe a déjà été commenté. En fin de torsion directe, un empilement de dislocations vis positives ainsi qu'une contrainte interne ont été créés. Lorsque la torsion est inversée, ces dislocations changent de direction et se déplacent vers l'extérieur du cylindre. La contrainte interne est alors favorable au mouvement des dislocations et elle explique l'effet Bauschinger, qui se traduit par une vitesse de déformation plus forte qu'en fin de torsion directe (asymétrie au sommet de la courbe en figure III-20). Cependant, le gradient de contrainte ayant changé de signe, des dislocations vis en excès négatives sont nucléées. Celles-ci se dirigent de l'extérieur vers le centre du cylindre et elles s'annihilent avec les dislocations vis positives créées dans la phase précédente. En conséquence, la densité totale de dislocations vis en excès diminue. Le durcissement observé au début de la torsion inverse est dû à cette annihilation. La structure de dislocations vis positives ainsi que la contrainte interne associée finissent par être détruites. Un nouvel empilement de dislocations vis négatives et une nouvelle contrainte interne, de signe opposé à la précédente, se forment. La création d'une nouvelle structure de dislocations vis explique l'adoucissement qui suit la phase de durcissement. Le point d'inflexion qui sépare ces deux phases correspond à l'instant où la densité de dislocations vis

en excès est nulle (ou presque nulle). En ce point, la déformation plastique est assurée par les dislocations statistiques mobiles, ce qui permet de calibrer les coefficients phénoménologiques  $C_1$  et  $C_2$ . Par ailleurs, l'empilement des dislocations vis négatives est différent de celui des dislocations vis positives obtenu en sens direct et traduit l'histoire du chargement du matériau.



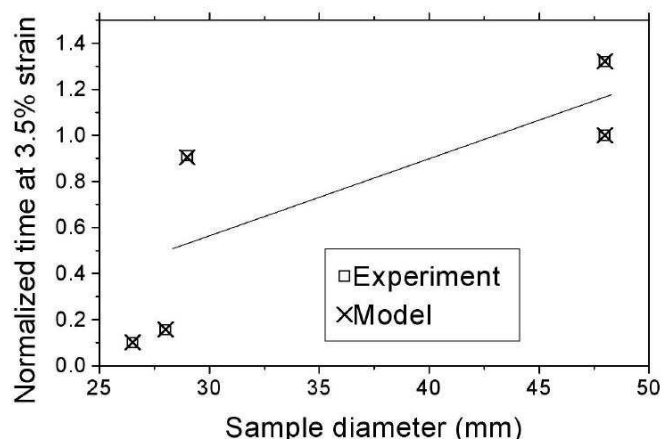
**Figure III.22.** Evolution de la densité de dislocations vis en excès en fonction du rayon à différents instants de la déformation (points rouges sur la courbe de fluage). Les densités de dislocations statistiques mobiles et sessiles sont également tracées pour comparaison.

Il est important de noter que le modèle 3D n'utilise que deux coefficients phénoménologiques  $C_1$  et  $C_2$  ajustables, d'importance mineure dans la formulation, et très voisins de ceux utilisés dans le modèle 1D. La cohérence des résultats entre les deux modèles suggère que la contrainte interne réintroduite phénoménologiquement dans le modèle 1D est modélisée correctement.

### III.4.5. Effets de taille

#### III.4.5.1. Effet de taille du rayon en torsion directe

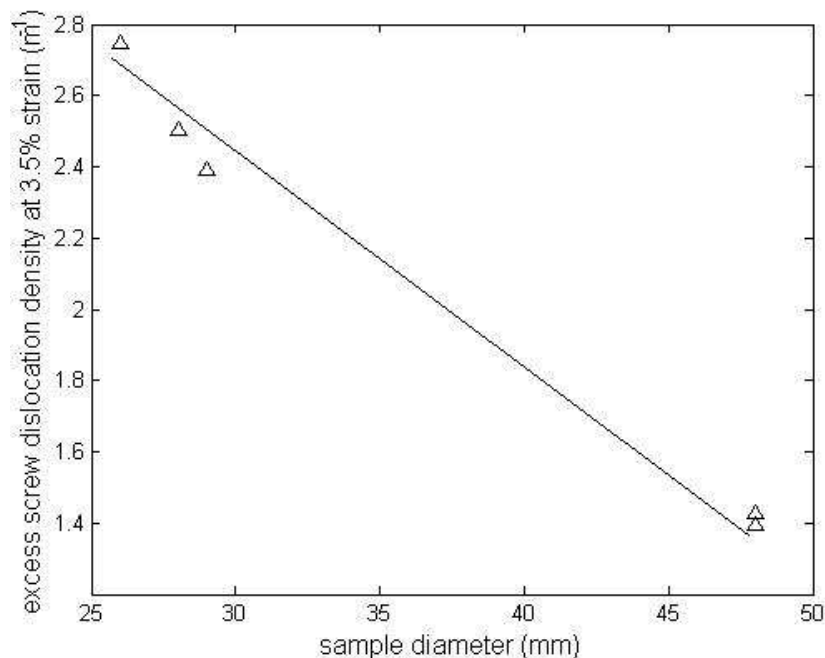
Le modèle 1D étant calibré, nous nous intéressons maintenant aux effets de taille dus à la variation du rayon observés lors du fluage primaire en torsion directe. Pour chacune des courbes de fluage tracées sur la figure III.13, nous adaptons la vitesse des dislocations en fonction de la contrainte appliquée ainsi que la valeur initiale des densités de dislocations de façon à obtenir la vitesse de déformation initiale observée expérimentalement. Le modèle 1D permet de reproduire l'ensemble des courbes et il confirme donc la tendance qui a été observée lors des essais : l'échantillon s'adoucit plus rapidement quand son rayon est réduit. Les résultats numériques et expérimentaux sont très proches, comme on peut le voir sur la figure ci-dessous.



**Figure III.23.** Effet de taille du rayon : temps normalisé pour atteindre une déformation de 3.5%. Comparaison du modèle 1D avec l'expérience.

Ces résultats reçoivent une interprétation dans le cadre du modèle. La réduction du rayon du spécimen, à moment de torsion égal, augmente les gradients de contrainte et donc les gradients de vitesses de déformation. En accord avec l'équation de transport (1,90), plus ces

gradients sont forts, plus la production de dislocations vis en excès est importante (voir figure III.24). En conséquence, la mobilité augmente quand le rayon est réduit. Par ailleurs, une création plus importante de dislocations vis en excès implique une contrainte interne plus forte, qui tend donc à réduire la vitesse des dislocations et à s'opposer à l'effet de taille observé. Cependant, en fluage primaire et pour les valeurs des rayons traités ici, il est apparu que l'effet accélérateur de la création des dislocations vis en excès l'emportait sur l'effet décélérateur de la diminution de vitesse. Il serait intéressant de vérifier si cette tendance reste identique ou si elle s'inverse pour des rayons plus faibles (de l'ordre du micromètre), mais la glace est malheureusement trop fragile pour que l'on puisse réaliser des échantillons de cette taille. Nous verrons ci-dessous qu'une telle situation peut se produire dans le cas des métaux.



**Figure III.24.** Densité de dislocations vis en excès à 3.5% de déformation, en fonction du diamètre de l'échantillon.

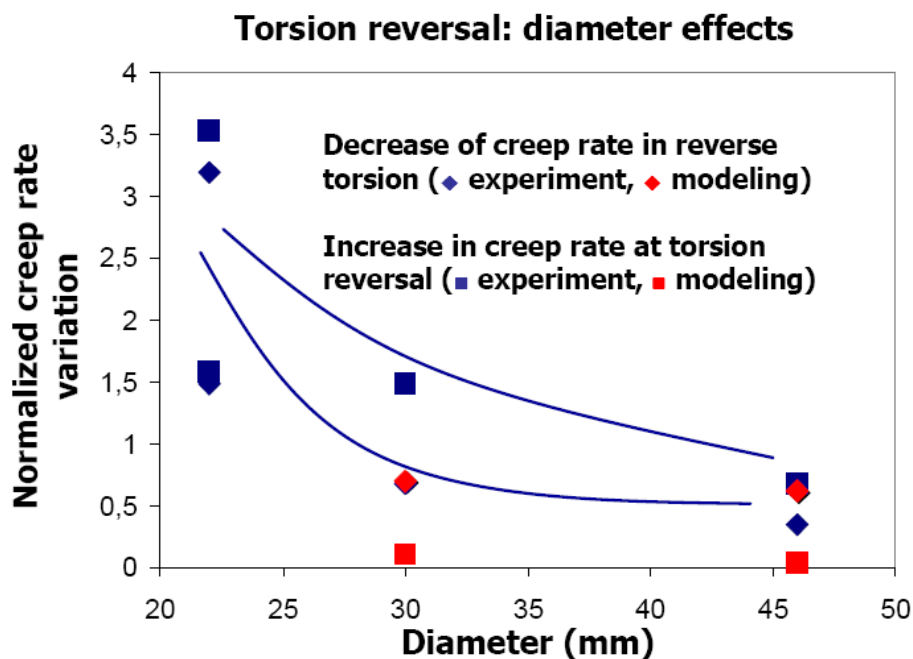
#### III.4.5.2. Effets de taille du rayon en torsion inverse

Des effets de taille peuvent aussi être mis en évidence au changement de sens de la torsion inverse lorsque le rayon est réduit. Dans un premier temps en effet, l'asymétrie de la courbe de fluage entre la fin de la torsion directe et le début de la torsion retour est significative d'un certain niveau de contrainte interne. En conséquence, comme la densité des dislocations vis



en excès en torsion directe augmente plus rapidement quand le rayon est réduit, la contrainte interne associée croît aussi plus vite. Il en résulte une asymétrie plus forte de la courbe de fluage au changement de sens de torsion lorsque le rayon est réduit. Une façon de caractériser cet effet de taille est de tracer la variation relative de la vitesse de déformation entre le début de la torsion inverse et la fin de la torsion directe, en fonction du rayon (Figure III.25).

Dans un deuxième temps, nous pouvons tracer la variation relative de la vitesse de déformation entre le point d'inflexion, qui correspond au moment où la densité de dislocations vis en excès est nulle ou presque, et le début de la torsion inverse, en fonction du rayon (Figure III.25). Comme la vitesse de déformation au changement de sens de la torsion est d'autant plus forte que la densité de dislocations vis en excès est plus élevée, alors que la vitesse au point d'inflexion n'est pratiquement assurée que par des dislocations statistiques, une variation plus importante est représentative d'une génération de dislocation vis en excès plus forte. La figure ci-dessous met en évidence les deux effets de taille mentionnés, et compare les résultats expérimentaux aux simulations avec le modèle 1D.



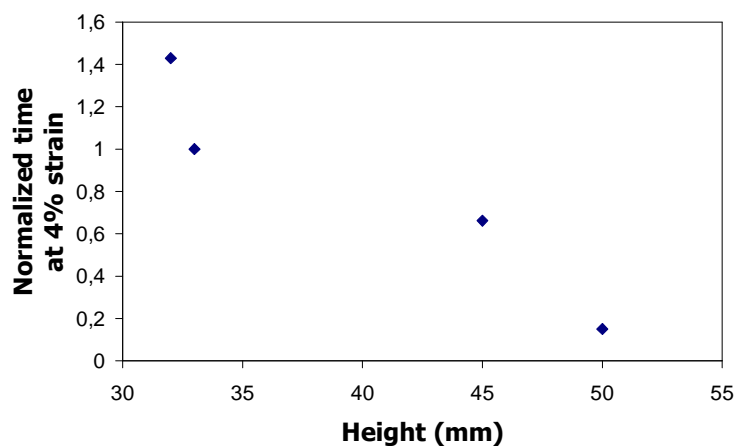
**Figure III.25.** Effets de taille du rayon en torsion inverse : variation normalisée de la vitesse de fluage au début de la torsion inverse et à l'inflexion.

Un échantillon de diamètre 22mm a présenté un durcissement qui semble durer indéfiniment lors de la torsion inverse, et qui n'a pas pu être reproduit par le modèle. Nous pensons que ce durcissement pourrait provenir d'un écrouissage isotrope très fort, lié à un taux de glissement

dévié plus important en raison de très fortes contraintes internes. En effet, le rayon étant faible, la création des dislocations vis en excès et des contraintes internes qui en résultent est considérablement accrue.

#### III.4.5.3. Effet de taille de la hauteur en torsion directe

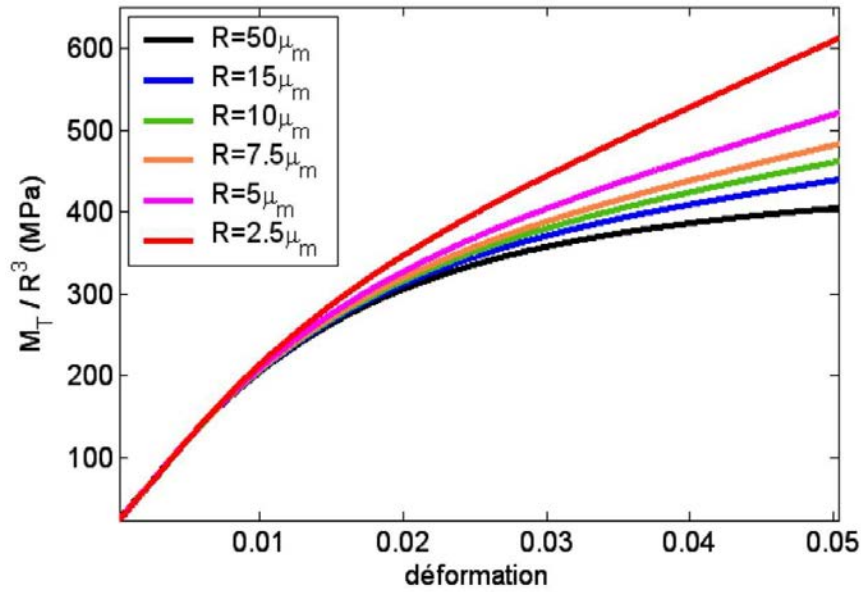
Au voisinage des bords de l'échantillon, le champ de contraintes est, par continuité, proche de celui qui est imposé aux limites. Lorsque la hauteur du spécimen devient faible, les contraintes internes liées aux dislocations vis basales en excès ne peuvent donc plus se développer, comme elles le feraient si le volume était suffisant. En réduisant la hauteur, on limite ainsi l'adoucissement provenant des dislocations vis. Cet effet de taille a effectivement été observé expérimentalement, comme le montre la figure III.26. Quand la hauteur est réduite, le temps (normalisé) nécessaire pour atteindre une déformation de 4% est plus long, et l'échantillon est donc plus dur. Le modèle 3D a permis de retrouver cette tendance.



**Figure III.26.** Effet de taille de la hauteur. Temps normalisé pour atteindre une déformation de 4%, en fonction de la hauteur de l'échantillon.

#### III.4.6. Discussion : cas de l'acier

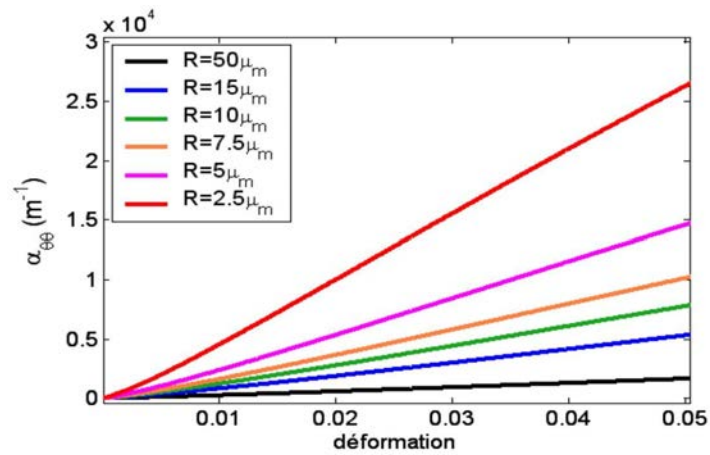
Les mêmes mécanismes et les mêmes équations employées en torsion à vitesse imposée avec des données caractéristiques de l'acier, permettent de reproduire le « durcissement anormal » observé par Fleck et al. dans le cuivre en torsion directe [13] (voir Figure III.27).



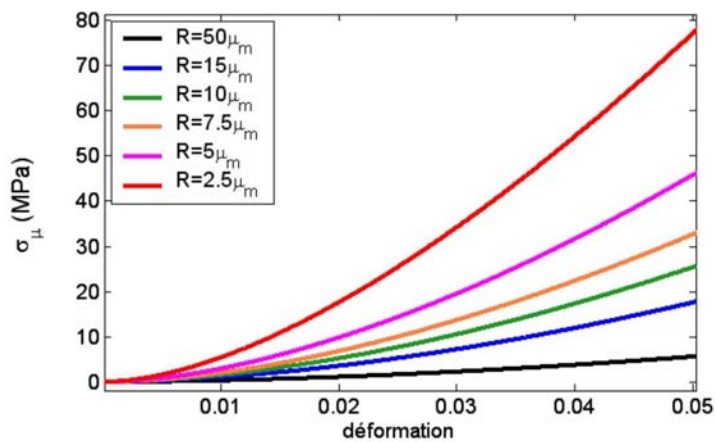
**Figure III.27.** Evolution du moment de torsion obtenue par simulation pour différents rayons de l'échantillon.

La différence de comportement entre l'adoucissement de la glace et le durcissement de l'acier lorsque la taille de l'échantillon est réduite, s'explique par la différence considérable des coefficients d'élasticité (de 3GPa à 200 GPa) qui entraîne un niveau beaucoup plus important des contraintes internes dans l'acier. Comme nous l'avons vu, l'adoucissement du comportement de la glace est dû à la prédominance de l'effet accélérateur de l'augmentation de la densité de dislocations en excès sur l'effet décélérateur de l'augmentation de la contrainte interne sur la vitesse des dislocations. Dans l'acier, c'est la situation inverse qui se produit, et c'est le ralentissement de la vitesse des dislocations par la contrainte interne qui l'emporte car cette dernière est beaucoup plus forte (voir figures Figure III.28 et Figure III.29). Ainsi, le « durcissement anormal » de l'acier lorsque le rayon est réduit s'explique-t-il, non pas par davantage de durcissement isotrope dû à davantage de dislocations (statistiques et en excès) comme le suggère le modèle de Fleck et al. [13], mais par davantage de durcissement anisotrope dû à davantage de dislocations en excès. L'interprétation de Fleck et al. serait d'ailleurs incapable de reproduire l'effet adoucissant de la réduction du rayon sur le comportement de la glace, puisque dans ce cas, davantage de dislocations en excès n'entraîne pas davantage de durcissement mais davantage de déformation plastique. Notons aussi qu'un modèle n'utilisant pas comme variables les densités de dislocations et les contraintes, mais les vitesses de déformation et les contraintes, ne peut pas rendre compte de la compétition mentionnée ci-dessus entre variation de la densité de dislocations et variation de la vitesse des

dislocations. Un tel modèle serait donc incapable de rendre compte simultanément des effets de taille contradictoires sur les comportements de la glace et de l'acier.



**Figure III.28.** Evolution de la densité moyenne de dislocations vis en excès en fonction du rayon de l'échantillon obtenue par simulation.



**Figure III.29.** Evolution de la contrainte interne moyenne en fonction du rayon de l'échantillon obtenue par simulation.

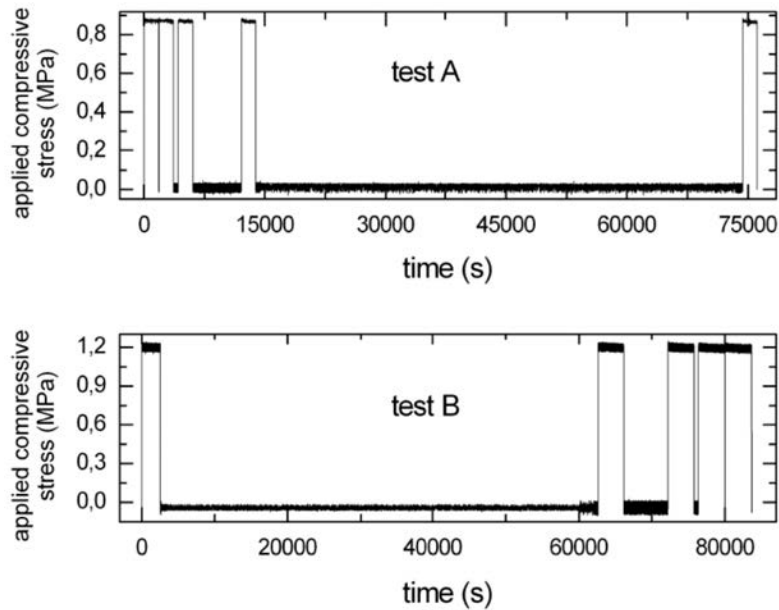
# CHAPITRE IV. REARRANGEMENT DES STRUCTURES DE DISLOCATIONS LORS DU VIEILLISSEMENT DES MONOCRISTAUX DE GLACE

**Introduction :** *Le vieillissement d'un matériau consiste en l'évolution de sa microstructure et de ses propriétés pendant une phase statique du chargement. Dans les matériaux cristallins, cette évolution peut être due au fluage ou à la diffusion. Des exemples sont l'accroissement de la taille de grains, la recristallisation ou encore la restauration, mécanismes par lesquels les dislocations se réarrangent sous contrainte pour former des structures impliquant des niveaux d'énergie élastique plus faibles. Lors de la déformation de certains alliages, la diffusion des atomes de soluté vers les dislocations temporairement arrêtées sur leurs obstacles est responsable du vieillissement statique et dynamique, mécanismes à l'origine d'instabilités spectaculaires de l'écoulement plastique telles que les bandes de Lüders ou l'effet Portevin – Le Chatelier. Dans le cas des monocristaux de glace, le vieillissement se traduit uniquement par un réarrangement des structures de dislocations. Comme nous allons le voir dans ce chapitre, le vieillissement de monocristaux de glace déformés en compression par fluage peut révéler un comportement paradoxal : si l'échantillon est déchargé après une déformation suffisante, la vitesse de déformation en fluage est plus forte au rechargement qu'à l'issue de la phase de chargement précédente [14]. En outre, une déformation de relaxation significative est observée lors de la période de repos. Nous allons chercher à interpréter ces phénomènes à l'aide de la théorie des champs de dislocations, notamment en utilisant le modèle 1D validé précédemment lors de l'étude du comportement des monocristaux de glace en torsion. Nous chercherons principalement à établir un lien entre le transport des dislocations en excès, leurs interactions élastiques à longue distance, et les propriétés observées.*

## IV.1. EXPERIENCES DE VIEILLISSEMENT LORS DU FLUAGE EN COMPRESSION

### IV.1.1. Description des expériences

Des expériences de fluage en compression uniaxiale, entrecoupé de phases de vieillissement ont été réalisées par Thiebaud Richeton au Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement [14]. Les échantillons cylindriques ont été réalisés de la même manière que ceux utilisés en torsion (voir Figure III.10), à la différence près que le plan basal n'était pas orienté favorablement pour le glissement basal. Deux échantillons, qui seront appelés A et B par la suite, ont été découpés de façon à ce que le plan basal soit incliné respectivement de  $10^\circ$  et  $20^\circ$  par rapport à l'axe de compression. Leur diamètre valait 55mm et leur hauteur 90mm. L'orientation des plans de glissement et les dimensions de l'échantillon sont telles que l'on peut s'attendre à ce qu'une inhomogénéité du chargement de compression, due par exemple à des défauts de surface, soit répercutée dans l'ensemble de l'échantillon sous la forme de gradients de densité de dislocations significatifs, en raison de l'anisotropie du cristal. Cependant une inclinaison plus forte des plans de glissement ou une plus grande hauteur du cristal n'auraient pas annulé ces gradients comme le montrent des études de tomographie par rayons X [49]. Tout comme en torsion, la densité initiale de dislocations, principalement des dislocations sessiles, est inférieure ou égale à  $10^8 \text{ m}^{-2}$ , d'après des mesures par diffraction de rayons X réalisées sur des cristaux semblables [41]. Ainsi, la distance moyenne initiale entre dislocations  $1/\sqrt{\rho_s}$  est de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ . Comme le montre la figure IV.1, les expériences ont consisté en une séquence de périodes de chargement en fluage et de repos, à la température de  $-10^\circ\text{C}$ . Les phases de chargement ont une durée égale, à l'opposé des phases de vieillissement dont la durée varie. Deux essais ont été réalisés. Le test A, correspondant à l'échantillon A, est caractérisé par des phases de vieillissement de plus en plus longues. Leur durée valait successivement 1, 10, 100 et 1000 minutes pour des phases de fluage de 30 minutes. A l'inverse, le test B correspondant à l'échantillon B est caractérisé par des phases de vieillissement de plus en plus courtes. La durée de ces phases valait 1000, 100, 10 et enfin 1 minute, pour des périodes de fluage de 60 minutes. A noter que la masse appliquée pour déformer les cylindres était plus importante pour ce test.



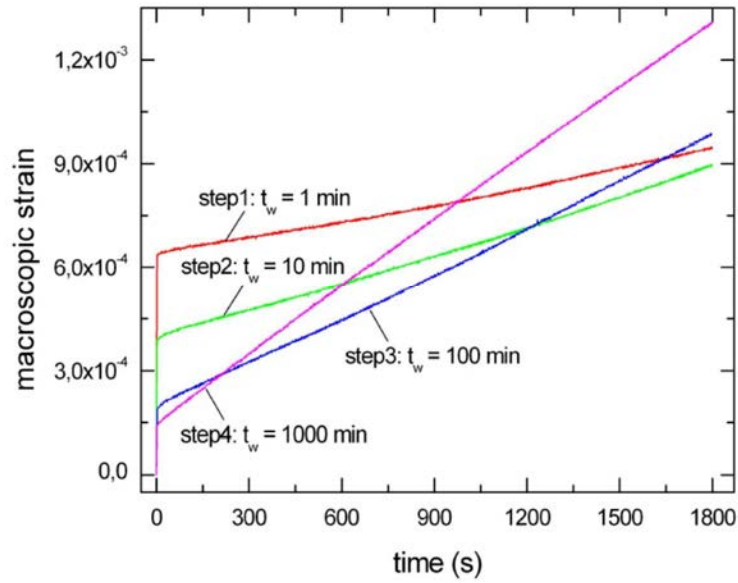
**Figure IV.1.** *Contrainte compressive appliquée en fonction du temps ( $T=-10^{\circ}\text{C}$ ).*

La déformation macroscopique de compression a été mesurée pendant les phases de fluage, ainsi que la déformation inverse observée lors des phases de vieillissement (déformation de relaxation). Six capteurs piézoélectriques (bande de fréquence 200-750 kHz) ont également été fixés sur les deux échantillons par collage à l'eau, afin de localiser et d'enregistrer les émissions acoustiques pendant la déformation. Cette technique a déjà été utilisée (voir [36] pour plus de détails) et a révélé lors d'expériences semblables que l'émission acoustique, en l'absence de micro - fissures (facilement détectables par transparence), est liée au déplacement intermittent des dislocations sous forme d'avalanches ([10], [32]). Une étude de l'organisation spatiale des avalanches de dislocations a été réalisée pour le test A grâce à cette technique, par l'analyse d'intégrales de corrélation spatiale.

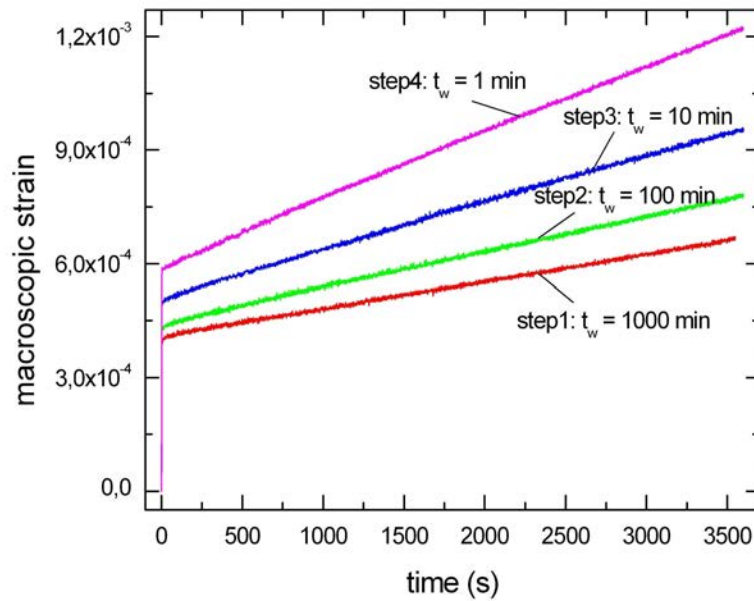
## **IV.1.2. Résultats des expériences**

### *IV.1.2.1. Réponse macroscopique*

Les deux figures ci-dessous présentent la déformation macroscopique enregistrée pendant les phases de fluage pour les tests A et B.



**Figure IV.2.** Courbes de fluage pour chacune des phases de chargement du test A. Les temps de vieillissement précédant ces phases sont indiqués.



**Figure IV.3.** Courbes de fluage pour chacune des phases de chargement du test B. Les temps de vieillissement précédant ces phases sont indiqués.

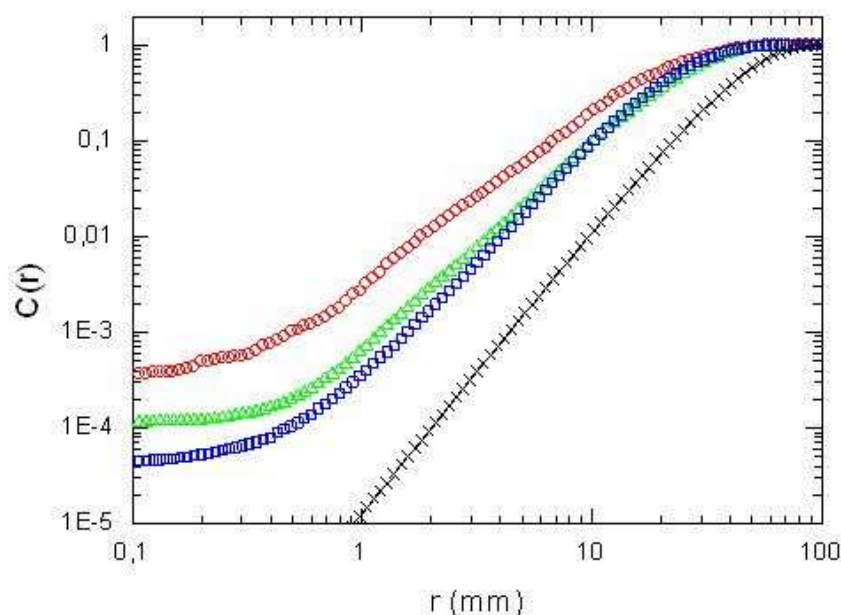
L'observation de ces deux figures révèle tout d'abord un saut initial de déformation, pouvant être jusqu'à dix fois supérieur à la déformation élastique. L'amplitude de ces sauts diminue



lorsque le temps de vieillissement augmente. Cependant, ils doivent être considérés avec circonspection car la méthodologie utilisée lors des tests (contrôle manuel du fluage, faible fréquence d'acquisition et résolution limitée des capteurs de déplacement) était simple et certainement peu adaptée aux phénomènes transitoires rapides. En second lieu, une augmentation relativement forte de la vitesse de fluage est observée entre deux phases de chargement successives. Ainsi, le simple fait de décharger puis de recharger les monocristaux de glace après une certaine période de vieillissement augmente la vitesse de fluage. Enfin, cette dernière augmente légèrement au cours des premières périodes de fluage, mais diminue au cours des dernières, surtout pour le test B. Ces phases d'adoucissement puis de durcissement sont qualitativement en accord avec les données sur les monocristaux de glace rapportées dans la littérature [45]. La déformation inverse observée pendant les phases de vieillissement était faible mais mesurable pour le test A, alors qu'elle était presque inexistante pour le test B. Ce sont cette accélération du fluage après une période de vieillissement, et cette déformation inverse durant le vieillissement que nous cherchons à interpréter dans la suite.

#### *IV.1.2.2. Organisation spatiale des avalanches de dislocations*

La figure IV.4 représente l'analyse des intégrales de corrélation spatiale appliquée au test A pendant les différentes phases de fluage, à l'exception de la dernière (voir [33] pour plus de détails).  $C(r)$  est la probabilité pour que la distance entre deux régions où ont été localisées des avalanches soit inférieure à  $r$ . Les quatre courbes peuvent se mettre sous la forme d'une loi en puissance du type  $C(r) \approx r^{-D_c}$ . Un exposant  $D_c=2.9\pm 0.1$  (croix noires) est obtenu si l'analyse est effectuée pour des emplacements distribués aléatoirement (distribution de Poisson). Un exposant proche de 3 est caractéristique d'un signal purement aléatoire et spatialement décorrélé. Cependant, les courbes obtenues pendant les phases de fluage après des périodes de repos de 1, 10 puis 100 minutes, ont révélé des exposants  $D_c$  valant respectivement  $1.8\pm 0.1$ ,  $2.15\pm 0.1$  et  $2.42\pm 0.1$ . Il y a donc dans ce cas une invariance d'échelle traduisant une corrélation spatiale, d'autant plus forte que l'exposant  $D_c$  est plus faible. On observe également que la corrélation est d'autant plus forte que la mesure est plus précoce. Le caractère non uniforme de la déformation plastique et la présence d'interactions à longue distance ressortent donc clairement de ces courbes. La présence de dislocations en excès, due aux gradients de déformation, et susceptible d'expliquer les interactions à longue distance, est ainsi très probable.



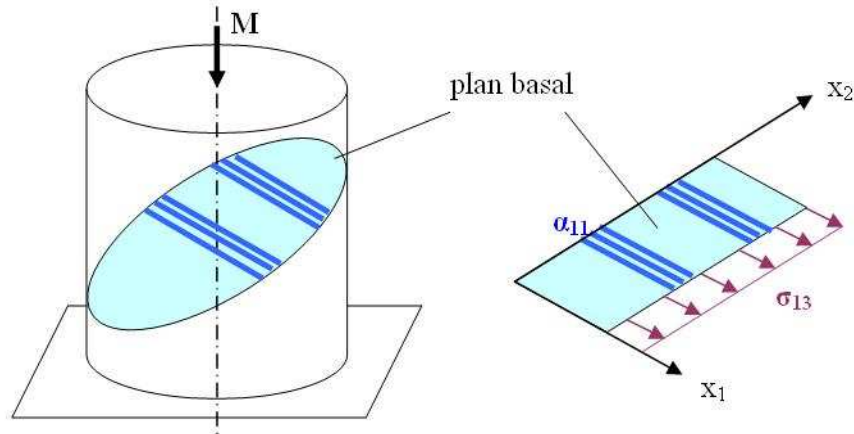
**Figure IV.4.** Analyse d'intégrales de corrélation spatiale pour le test A.  $C(r)$  est la probabilité pour que la distance entre deux régions où ont été localisées des avalanches soit inférieure à  $r$ . Ronds rouges : après 1min ; triangles verts : après 10min ; carrés bleus : après 100min ; croix noires : analyse similaire effectuée à des emplacements distribués aléatoirement (d'après [14]).

## IV.2. MODELE 2D SIMPLIFIE ADAPTE AU EXPERIENCES DE VIEILLISSEMENT

### IV.2.1. Hypothèses

Pour simuler le comportement en fluage - compression de la glace monocristalline, nous procédons d'une façon semblable à celle utilisée pour simuler le fluage en torsion lors du chapitre précédent. Nous considérons ici le glissement d'une seule sorte de dislocations : les dislocations - vis en excès dans le plan basal, notée ici  $\alpha_{11}$ . La différence majeure par rapport à la torsion est que la contrainte de cisaillement résolue appliquée  $\sigma_{13}$  est maintenant homogène suivant la direction  $x_2$ . En l'absence de gradient de contrainte, il faudra donc supposer une répartition initiale de dislocations statistiques hétérogène, comme cela est suggéré par l'analyse des avalanches de dislocations (Fig. III-4), de façon à générer des dislocations vis en excès. Comme en torsion, la présence de dislocations statistiques est inévitable, car la distance moyenne entre dislocations  $1/\sqrt{\rho_s}$  est initialement de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ , alors que le rayon du cylindre vaut 55mm. Par ailleurs, la dynamique du double - glissement dévié des dislocations vis en excès et la relation d'écrouissage cinématique

introduites phénoménologiquement pour simuler la torsion avec le modèle 1D, seront de nouveau utilisées ici. Les paramètres gouvernant leurs équations sont susceptibles d'être modifiés à cause de l'orientation différente du plan basal.



**Figure IV.5.** Représentation du fluage en compression d'un cylindre de glace monocristalline (gauche) et modélisation d'un plan de glissement basal par le modèle 1D (droite). La composante dans le plan du vecteur  $M$  est orientée suivant  $x_2$ .

## IV.2.2. Equations du modèle

Les équations du modèle 1D appliqué au fluage en compression, avec les hypothèses formulées ci-dessus, sont identiques à celles utilisées pour la torsion, aux notations indicielles près. La vitesse de déformation de cisaillement  $\dot{\epsilon}_{13}$  reçoit une contribution des densités de dislocations statistiques mobiles  $\rho_m$  et des dislocations vis en excès  $\alpha_{11}$ . Ces dernières se déplacent suivant  $x_2$  à la vitesse  $v_2$ .

$$(1,95) \quad \dot{\epsilon}_{13} = \alpha_{11} v_2 + \rho_m b v$$

L'équation de transport s'écrit

$$(1,96) \quad \dot{\alpha}_{11} = -(\alpha_{11} v_2 + \rho_m b v)_{,2}$$

L'équation phénoménologique du double glissement dévié introduite en torsion traduit le fait qu'une fraction  $\beta$  des dislocations vis créées forme des segments coin fixes dans les plans prismatiques, représentés ici par la densité de dislocations statistiques sessiles.

$$(1,97) \quad \dot{\rho}_s = \beta |\dot{\alpha}_{11}|$$

Le double glissement dévié favorise aussi, comme nous l'avons déjà vu, la multiplication des dislocations statistiques mobiles dans les plans basaux adjacents par le mécanisme de Frank Read (voir figure III.8). L'équation d'évolution de ces dernières est

$$(1,98) \quad \dot{\rho}_m = \left( \frac{C_1}{b^2} - C_2 \rho_m \right) |\dot{\epsilon}_{13}|.$$

Le terme  $C_1$  traduit la multiplication des dislocations par double glissement dévié, alors que le terme  $C_2$  traduit leur annihilation mutuelle et donne une valeur de saturation égale à  $C_1/C_2 b^2$ .

La loi d'évolution de la contrainte interne, notée  $\sigma_\mu$ , est prise sous la forme

$$(1,99) \quad \dot{\sigma}_\mu = \tilde{\alpha} \mu \alpha_{11} v_2 - \frac{|v_2|}{\hat{\alpha} b} \sigma_\mu.$$

Là encore, un terme de relaxation est ajouté. Celui-ci implique un temps de relaxation caractéristique  $\tau_r = \hat{\alpha} b / |v_2|$ , de sorte que la valeur d'équilibre de la contrainte interne (correspondant à  $\dot{\sigma}_\mu = 0$ ) ne dépende pas de la vitesse des dislocations mais uniquement de la densité de dislocations en excès  $\alpha_{11}$ . La vitesse des dislocations est exprimée comme

$$(1,100) \quad v = v_2 = v_0 \operatorname{sgn}(\sigma_{13} - \sigma_\mu) \left( \frac{\sigma_{13} - \sigma_\mu}{\sigma_0 + \sigma_h} \right)^n.$$

où  $\sigma_{13} - \sigma_\mu$  représente la contrainte effective. Comme nous l'avons déjà vu, l'exposant  $n$  est égal à 2 dans le cas des monocristaux de glace, et les paramètres de référence  $\sigma_0$  et  $v_0$  sont identifiés d'après les données expérimentales [22]. La contrainte  $\sigma_h = \bar{\alpha} \mu b \sqrt{\rho_s}$  traduit l'écroutissage isotrope lié aux dislocations statistiques sessiles,  $\bar{\alpha}$  étant une constante. Les paramètres utilisés et les conditions initiales sont donnés dans les tableaux IV.1 et IV.2. Comme en torsion, les valeurs initiales des densités de dislocations doivent être telles que la valeur initiale de la vitesse de déformation observée expérimentalement soit reproduite. Cependant, les conditions initiales présentées ici ne correspondent pas à l'instant où les essais A et B ont commencé. En effet, une période transitoire d'environ 200 minutes, pendant laquelle la masse appliquée sur le cylindre a été augmentée progressivement (de manière à éviter la fissuration de la glace) jusqu'à obtenir une activité acoustique suffisante pour l'enregistrement des avalanches de dislocations, a précédé la première phase de fluage de chacun des tests. Pendant cette période non présentée ici, la densité de dislocations en excès a augmenté, et une certaine contrainte interne a été formée. Nous considérons l'état du matériau après cette période d'ajustement comme l'état initial, avec une certaine densité de dislocations

en excès et une certaine contrainte interne. Une répartition linéaire a été utilisée de façon à créer des dislocations vis en excès, comme l'analyse statistique des avalanches de dislocations le suggère.

$b$	$v_0$	$\sigma_0$	$n$
$4.5 \times 10^{-10} m$	$5.2 \times 10^{-7} m/s$	$0.135 MPa$	2
$\mu$	$\bar{\alpha}$	$\tilde{\alpha}$	$\hat{\alpha}$
$3 GPa$	0.133	1.2121	$1.65 \times 10^5$
$\beta$	$C_1$	$C_2$	
0.3	$4.9 \times 10^{-7}$	88.86	

**Table IV.1.** Paramètres du modèle 2D utilisée pour le test A.

$\rho_m$	$\rho_s$	$\alpha_{11}$	$\sigma_\mu$
$3.75 \times 10^9 m^{-2}$	$10^8 m^{-2}$	$0.031 m^{-1}$	$-0.027 MPa$

**Table IV.2.** Valeurs initiales utilisées pour le test A.

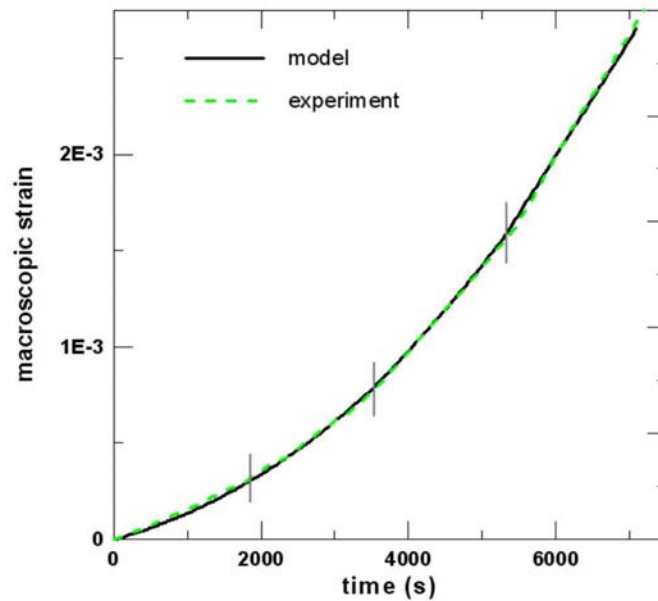
Pour le test B, les coefficients  $\beta$ ,  $\tilde{\alpha}$  et  $C_1$  ont été augmentés. En effet l'orientation du plan basal lors de cet essai ( $20^\circ$  au lieu de  $10^\circ$  pour le test A) favorise les contraintes internes hors - plan et donc le double glissement dévié. Pour les deux tests, ces coefficients sont supérieurs à ceux utilisés en torsion, puisque dans ce cas, le plan basal était orienté perpendiculairement à l'axe de déformation et était donc moins favorable au glissement dévié. Par ailleurs, le coefficient  $\hat{\alpha}$ , qui contrôle la vitesse de relaxation de la contrainte interne, est identique pour les deux tests en compression et en torsion. Ce choix, dont l'importance sera discutée plus loin, revient à affirmer que la contrainte interne peut se relaxer d'autant plus rapidement que les dislocations se déplacent plus vite.

### IV.2.3. Résultats du modèle

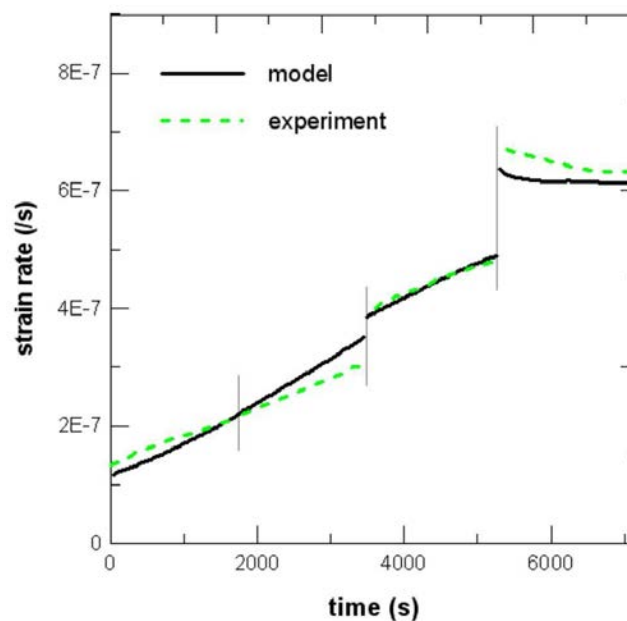
#### IV.2.3.1. Test A

Les deux figures IV.6 et IV.7 permettent de comparer les courbes de fluage obtenues par simulation et les courbes expérimentales. L'incrément anélastique transitoire observé lors du rechargement n'est pas reproduit par le modèle. Cependant, nous pensons qu'il pourrait être dû à l'évacuation d'une grande quantité de dislocations statistiques mobiles disponibles à cet instant. Dans ce cas, l'annihilation de ces dernières pendant les phases de repos pourrait

expliquer la corrélation inverse observée entre l'amplitude de l'incrément et le temps de vieillissement. Cette hypothèse est à prendre avec circonspection car la mesure des incréments anélastiques reste douteuse.

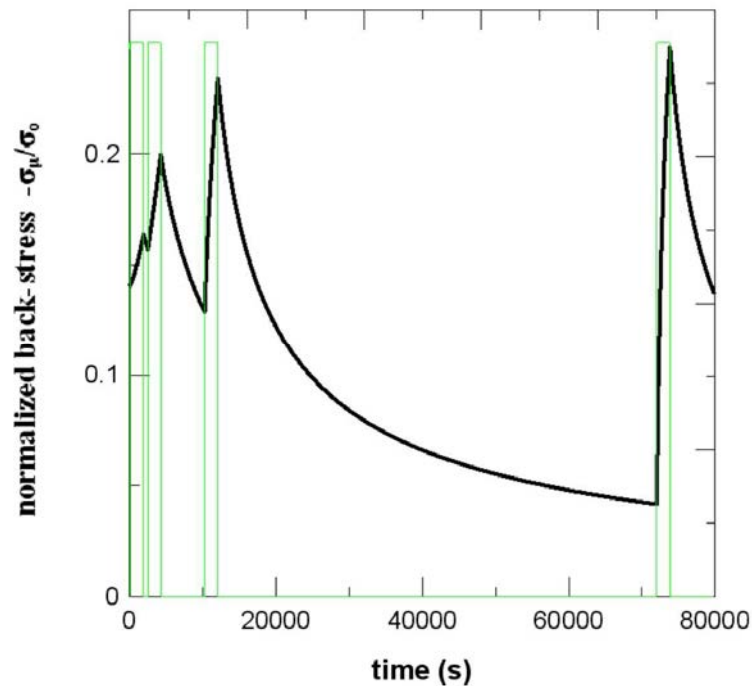


**Figure IV.6.** Juxtaposition des parties stationnaires des courbes de fluage des différentes phases de chargement du test A : expérience et simulation 1D. Les traits verticaux séparent chacune des phases et peuvent être identifiés par une discontinuité de la vitesse de fluage. La déformation de relaxation pendant les phases de repos n'est pas présentée ici.



**Figure IV.7.** Evolution de la vitesse de fluage pendant les phases de chargement du test A : expérience et simulation. Les traits verticaux séparent chacune des phases.

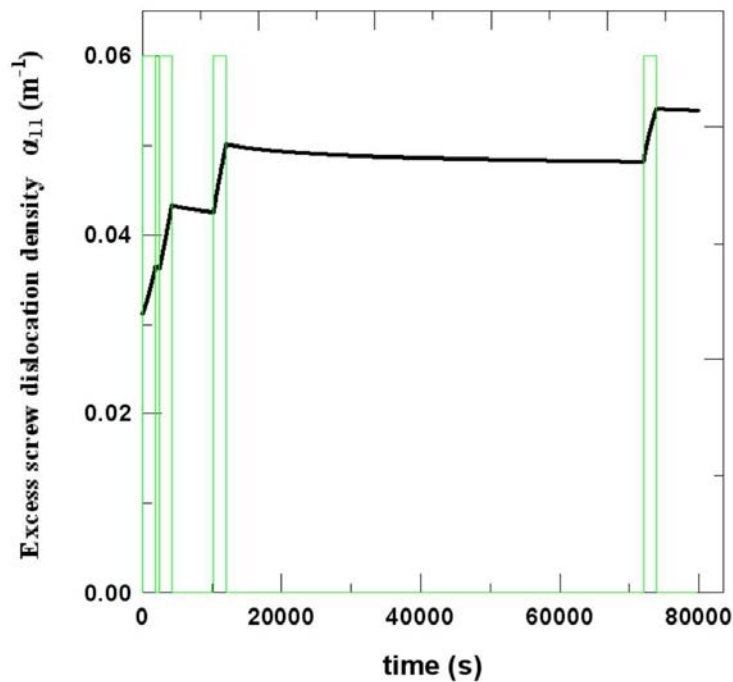
Les sauts de vitesse lors du rechargement après vieillissement sont reproduits par le modèle, particulièrement après les longues périodes de repos (Figure IV.7). L'adoucissement observé pendant les phases de chargement, ainsi que le durcissement qui apparaît plus tard sont également reproduits. Comme nous l'avons déjà vu en torsion, l'augmentation de la vitesse de déformation est due à la création et à la mobilité de dislocations vis basales en excès et de dislocations statistiques mobiles (voir figures IV.9 et IV.10). Cependant, la densité de dislocations en excès n'est pas prépondérante, au contraire de la torsion où elle l'est à cause du fort gradient de contrainte imposé. Le durcissement, bien visible lors de la dernière période de chargement, est lié quant à lui à la création d'une contrainte interne due aux dislocations en excès, qui atteint progressivement un quart de la contrainte imposée, comme le montre la figure IV.8.



**Figure IV.8.** Evolution de la contrainte interne moyenne dans le plan basal obtenue par simulation pour le test A. L'évolution de la contrainte appliquée est tracée en vert pour distinguer les phases de chargement et de repos.

Les sauts de vitesse de fluage résultent d'une compétition entre deux mécanismes relatifs à la création de cette contrainte interne pendant les phases de chargement, et à sa relaxation pendant les périodes de repos. D'une part (voir figure IV.8), la relaxation de la contrainte interne lors des phases de repos augmente la contrainte effective. La vitesse des dislocations

lors du rechargement est donc d'autant plus forte que cette relaxation a été plus importante. D'autre part, la contrainte interne inverse le sens de déformation pendant les périodes de repos et les dislocations en excès créées précédemment changent de direction. Les gradients de déformation changent aussi de signe et des dislocations en excès de signe opposé sont donc créées. Les dislocations positives et négatives s'annihilent et la densité de dislocations en excès diminue (voir figure IV.9).

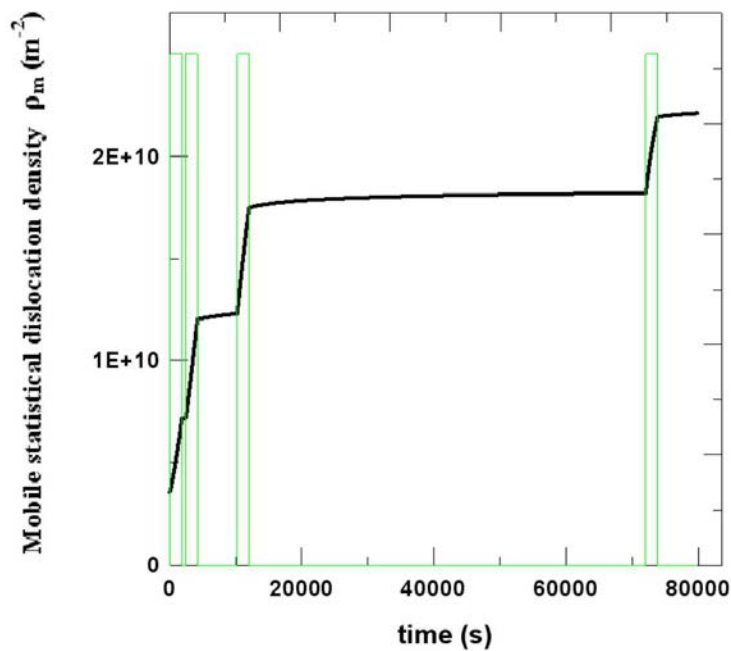


**Figure IV.9.** Evolution de la densité moyenne de dislocations vis en excès dans le plan basal obtenue par simulation pour le test A. L'évolution de la contrainte appliquée est tracée en vert pour distinguer les phases de chargement et de repos.

Pour cette raison, la mobilité de ces dislocations a tendance à être plus faible après une période de vieillissement. Ce mécanisme s'oppose donc à l'effet de la relaxation de la contrainte interne sur la vitesse de déformation. Les simulations ont révélé que la relaxation de la contrainte interne l'emporte sur l'annihilation des dislocations vis en excès. Il en résulte une vitesse de fluage plus forte lors du rechargement. Par ailleurs (figure IV.10), la multiplication des dislocations statistiques mobiles ne dépend pas du sens de déformation, à l'inverse des dislocations en excès, et leur densité augmente légèrement pendant les phases de repos. C'est un effet favorable à la vitesse de déformation qui s'ajoute à celui de la contrainte interne. On voit d'après la figure IV.9 que la contrainte interne atteint des valeurs très grandes (un quart de la contrainte appliquée avant la plus longue période de vieillissement), avant

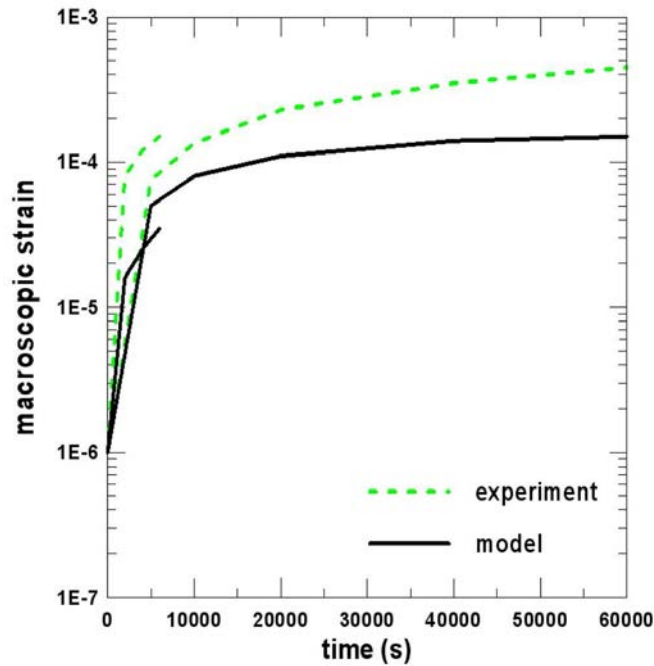


d'être fortement relaxée. Ce résultat est en accord avec l'analyse des intégrales de corrélation spatiale décrite précédemment (voir figure IV.4). En effet, une forte densité de dislocations en excès, à laquelle est associée une contrainte interne importante, correspond à de fortes corrélations spatiales. La relaxation de cette structure de dislocations tend à diminuer la corrélation spatiale. D'après le modèle, les contraintes internes dues aux interactions élastiques à longue distance entre les dislocations en excès peuvent expliquer la corrélation spatiale observée.



**Figure IV.10.** Evolution de la densité moyenne de dislocations statistiques dans le plan basal obtenue par simulation pour le test A. L'évolution de la contrainte appliquée est tracée en vert pour distinguer les phases de chargement et de repos.

La figure IV.11 compare la déformation de relaxation observée expérimentalement pendant les périodes de vieillissement de 100 et 1000 minutes, et celle obtenue par simulation. Cette relaxation est due à l'inversion du sens de déformation par la contrainte interne et au changement de direction des dislocations en excès.

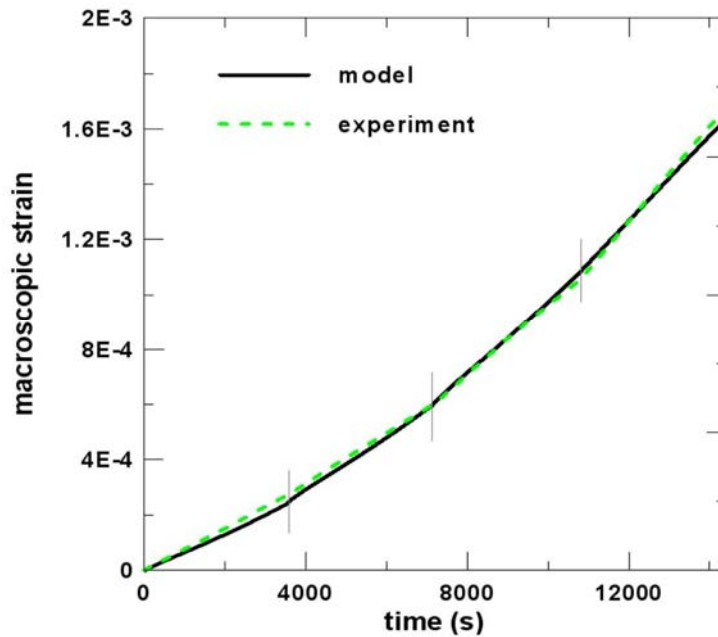


**Figure IV.11.** Déformation de relaxation pendant les phases de repos de 100 et 1000 minutes pour le test A : expérience et simulation 1D.

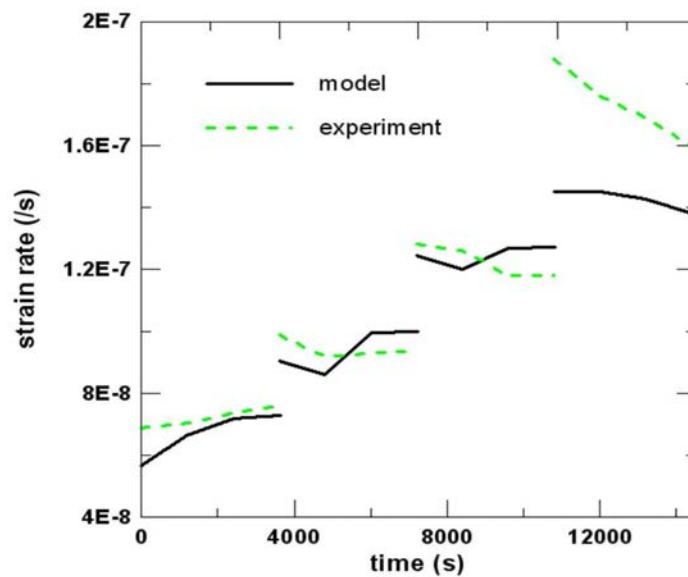
#### IV.2.3.2. Test B

Comme le montrent les deux figures IV.12 et IV.13, le test B présente des tendances similaires. Cependant, comme la contrainte appliquée est plus importante (à cause d'une masse appliquée plus importante et de l'orientation plus favorable du plan basal), la vitesse des dislocations est aussi plus importante, et la nucléation des dislocations en excès est accrue. La contrainte interne augmente donc plus vite, et elle peut atteindre rapidement des valeurs suffisamment grandes pour qu'existe un durcissement temporaire, avant que l'augmentation de la densité de dislocations mobiles (statistiques et en excès) et l'adoucissement correspondant ne prédominent (voir la 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> phase de chargement). Le durcissement observé lors de la dernière phase de chargement des tests A et B est quant à lui monotone. Comme nous l'avons évoqué précédemment, la relaxation de la contrainte interne est d'autant plus rapide que la vitesse des dislocations est plus importante. Comme le montre la figure IV.14, la relaxation est effectivement plus rapide pour le test B. La contrainte interne diminue si rapidement qu'elle ne dispose pas du temps pour produire une déformation significative. Ainsi, la déformation de relaxation calculée pendant les phases de vieillissement est presque négligeable, en accord avec les observations expérimentales. A cet égard, le fait d'utiliser le même coefficient  $\hat{\alpha}$  dans l'équation (1,99) pour les deux tests permet de

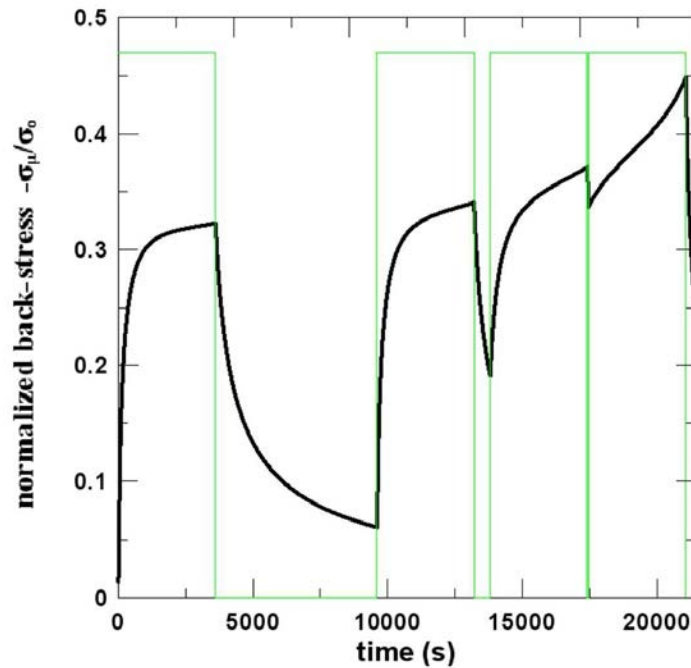
différencier le comportement de la contrainte interne lors de ces derniers. Par ailleurs, on remarque sur la figure IV.14 que la contrainte interne atteint sa valeur d'équilibre, proportionnelle à la densité de dislocations vis en excès.



**Figure IV.12.** Juxtaposition des parties stationnaires des courbes de fluage des différentes phases de chargement du test B : expérience et simulation 1D. Les traits verticaux séparent chacune des phases et peuvent être identifiés par une discontinuité de la vitesse de fluage. La déformation de relaxation pendant les phases de repos n'est pas présentée ici.



**Figure IV.13.** Evolution de la vitesse de fluage pendant les phases de chargement du test B : expérience et simulation. Les traits verticaux séparent chacune des phases.



**Figure IV.14.** Evolution de la contrainte interne moyenne dans le plan basal obtenue par simulation pour le test B. L'évolution de la contrainte appliquée est tracée en vert pour distinguer les phases de chargement et de repos.

#### IV.2.4. Discussion

Il est peut-être intéressant d'expliquer pourquoi nous pensons que la plasticité conventionnelle ne serait pas capable de reproduire et d'interpréter les sauts de vitesse de fluage observés entre deux périodes de chargement, séparées par une phase de vieillissement. Le modèle utilisé ici peut traiter des situations impliquant le transport des dislocations et les champs de contraintes internes à longue distance qu'elles génèrent. Dans sa version 1D, les contraintes internes sont phénoménologiquement réintroduites, à l'aide d'une équation du type Armstrong-Frederick. Cependant, au contraire de l'utilisation qui en est faite en plasticité conventionnelle, cette équation (1,99) exprime l'évolution de la contrainte interne uniquement en terme de dislocations en excès. En effet, ces dernières sont responsables des contraintes internes, alors que les dislocations statistiques n'induisent pas d'interactions élastiques à longue distance, et ne devraient donc pas contribuer à la construction d'une contrainte interne. De plus, le modèle proposé ici traite séparément les densités de dislocations et leurs vitesses, qui, au contraire, sont fusionnés dans la vitesse de déformation plastique dans le cas de la plasticité standard. Ce choix est en accord avec la pratique courante de la science des matériaux, qui fournit des données sur les matériaux séparément en termes de vitesses de

dislocations et de densités de dislocations (voir par exemple [22], [44]). La distinction entre ces deux variables est même déterminante pour l'interprétation du phénomène de saut de vitesse de fluage, puisque ce dernier résulte d'une compétition entre l'évolution des densités de dislocations et celle de leurs vitesses. Rappelons que nous avons également signalé l'importance de cette distinction dans l'interprétation des effets de taille au chapitre précédent. Enfin, remarquons que les échelles de longueur (de l'ordre du cm) et de temps (de l'ordre de  $10^3$  s) sont complètement prises en compte par le modèle. Il semble que les méthodes de dynamique des dislocations discrètes ne soient pas encore en mesure de simuler les déformations plastiques sur de telles échelles de temps et d'espace.

# CHAPITRE V. VIEILLISSEMENT, LIMITE SUPERIEURE D'ELASTICITE ET EFFET BAUSCHINGER, LE ROLE DES DISLOCATIONS EN EXCES

**Introduction :** Bien que découvert dès 1842 par Piobert dans l'impact de projectiles sur des feuilles en acier doux [50], le phénomène de limite supérieure d'élasticité n'est encore pas complètement compris. Décrit par Lüders en 1860 [51], il se produit dans les polycristaux à structure bcc à température ambiante, mais il a aussi été observé dans les alliages d'aluminium - magnésium [52]. Lors de la déformation d'un échantillon en traction à vitesse imposée, ce phénomène se manifeste par la propagation d'une bande de déformation localisée le long du spécimen. La nucléation de la bande, souvent proche des extrémités de l'éprouvette, correspond à la chute de la contrainte, de la limite supérieure d'élasticité à la limite inférieure. La bande se propage ensuite alors que le niveau de contrainte reste sensiblement constant. Une fois l'échantillon traversé par cette bande, la déformation devient homogène. Il est généralement admis que ce phénomène est lié au vieillissement statique, mécanisme par lequel les atomes de soluté diffusent vers les dislocations arrêtées sur leurs obstacles. La contrainte supplémentaire nécessaire à la libération des dislocations est responsable de la limite supérieure d'élasticité [53]. La chute de contrainte est quant à elle liée à la multiplication rapide des dislocations lorsqu'elles sont libérées, et au niveau relativement faible de la contrainte nécessaire pour accommoder le déplacement imposé. La localisation de la déformation résulte elle aussi de la nucléation rapide d'une forte densité de dislocations mobiles, qui est capable d'accommoder le déplacement imposé à l'échantillon par la déformation d'une bande de faible largeur. Le plateau de contrainte correspond enfin à la libération progressive des dislocations et à la propagation de la bande le long de l'échantillon. On appelle déformation de Lüders la déformation atteinte à la fin de la propagation.

Des expériences de torsion sur des tubes en acier doux ont révélé l'absence de limite supérieure d'élasticité si, après une décharge et un nouveau vieillissement, pendant lequel l'échantillon est chauffé de façon à faciliter la diffusion des atomes de soluté vers les

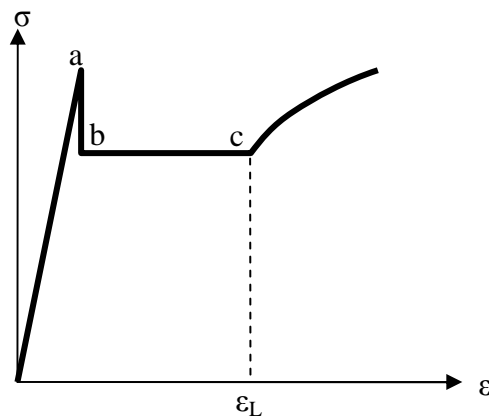
*dislocations, le sens de la torsion est inversé [15]. Ce phénomène est accompagné d'un fort effet Bauschinger. Egalement observé en traction - compression [54], il peut être considéré, selon notre interprétation, comme une conséquence de l'écroissage directionnel : la contrainte interne créée lors de la première déformation serait favorable au désancrage des dislocations après un nouveau vieillissement lorsque le sens de la déformation est inversé. La directionnalité de la limite supérieure d'élasticité possède un intérêt industriel, puisqu'elle peut permettre de limiter la formation des bandes de Lüders dans les aciers lors du laminage 'skin-pass' ou lors du 'bake-hardening'. Cependant, elle peut aussi limiter les avantages du vieillissement statique en tant que mécanisme de durcissement.*

*Dans un premier temps, nous présenterons des essais de traction - compression effectués afin de reproduire ce phénomène. Nous nous proposons ensuite de modéliser le phénomène et de l'interpréter dans le cadre de la théorie des champs de dislocations étudiée jusqu'ici. En effet, les forts gradients de déformation présents lors de la propagation d'une bande de Lüders doivent générer des dislocations en excès pour accommoder l'hétérogénéité de la déformation plastique. Ces dernières, qui sont à l'origine des champs de contraintes internes à longue distance, sont responsables de l'écroissage directionnel. En utilisant en torsion le modèle 1D simplifié déjà présenté, et en lui adjoignant la dynamique du vieillissement statique, nous établirons un lien entre les structures de dislocations en excès, les contraintes internes qu'elles engendrent, et le phénomène observé expérimentalement. Un comportement transitoire adoucissant - durcissant lié à l'évolution de la structure de dislocations en excès en torsion inverse [55] sera également discuté.*

## V.1. VIEILLISSEMENT STATIQUE : BANDES DE LÜDERS

### V.1.1. Description

La figure V.1 schématise la courbe habituellement observée lors de la déformation d'un acier doux (ou de certains alliages aluminium magnésium [52]) à température ambiante et à vitesse de déformation imposée. Dans ces matériaux polycristallins, les atomes de soluté (le carbone dans les aciers doux et le magnésium dans les alliages d'aluminium) sont reconnus comme responsables du phénomène observé, selon un mécanisme appelé « vieillissement statique ». En effet, les atomes de soluté diffusent vers les dislocations temporairement arrêtées sur leurs obstacles, ce qui renforce ces obstacles de sorte que la libération des dislocations demande une force supérieure à celle qui serait nécessaire en l'absence de solutés (point 'a' dans la figure ci-dessous)[53].

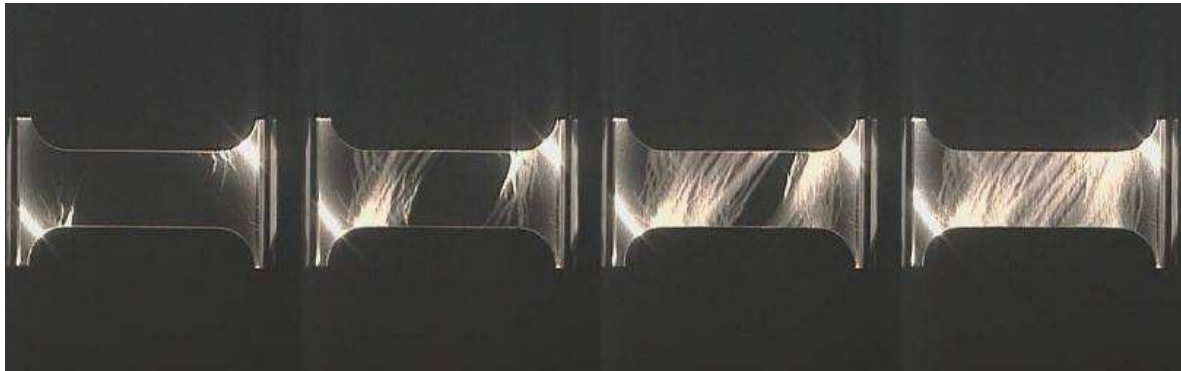


**Figure V.1.** Courbe schématique contrainte - déformation lors de la propagation d'une bande de Lüders.

Lorsque le niveau de contrainte est suffisant en un point de l'échantillon, généralement à l'une ou l'autre de ses extrémités en raison des concentrations de contraintes à cet endroit, les dislocations sont libérées et se multiplient rapidement, pour former une bande de déformation localisée, appelée bande de Lüders. L'image de gauche dans la figure V.2 montre la nucléation d'une telle bande à chaque extrémité de l'échantillon [56]. Comme la vitesse de déformation locale est très forte pendant la création de ces bandes et dépasse largement la vitesse imposée, le niveau de contrainte chute rapidement. La bande est formée lorsqu'on atteint le point 'b' sur la figure V.1. Elle se propage ensuite le long de l'échantillon alors que



la contrainte appliquée reste sensiblement constante (plateau de Lüders). Lorsque la bande a traversé l'échantillon, la déformation de Lüders est atteinte (point 'c' sur la figure V.1), et la déformation redevient homogène.



**Figure V.2.** *Nucléation et propagation de deux bandes de Lüders dans un acier 1018 [56].*

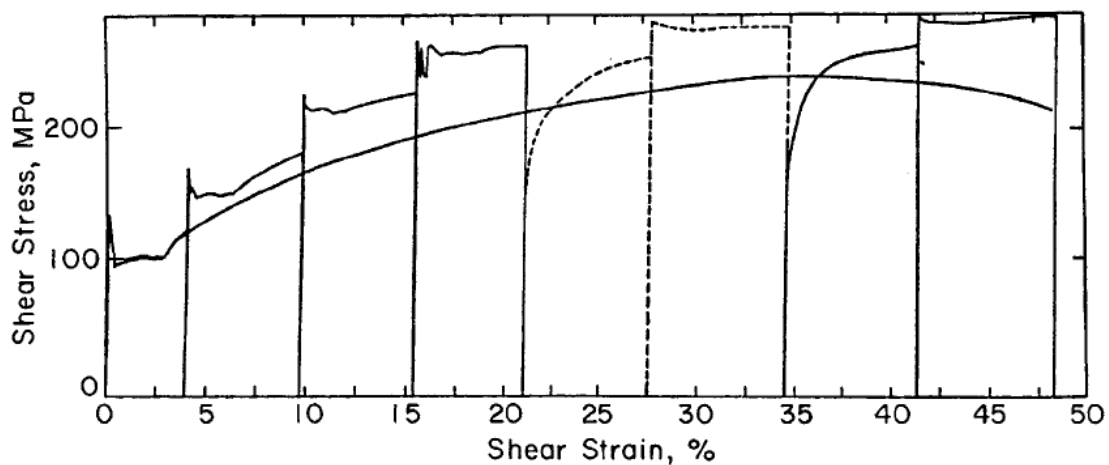
Selon le mécanisme présenté par Cottrell [53], la propagation des bandes de Lüders est liée aux concentrations de contraintes dues aux empilements de dislocations aux joints de grains, qui activent de nouvelles sources de dislocations dans les grains voisins. A une échelle plus large, des contraintes internes à longue distance sont nécessairement impliquées au voisinage des bandes, puisque la forte incompatibilité de déformation plastique entre bande et zones adjacentes doit être accommodée élastiquement. Ces contraintes internes représentent un mécanisme susceptible d'entraîner la propagation des bandes de Lüders.

### **V.1.2. Absence de limite supérieure d'élasticité en déformation inverse après vieillissement**

Dans les aciers doux à température ambiante, la diffusion des atomes de solutés est très lente. Il en résulte qu'une fois les dislocations libérées, ils n'ont plus le temps de diffuser de nouveau pendant la déformation et elles ne peuvent donc plus provoquer l'apparition de nouvelles bandes. On parle ainsi de vieillissement statique. Pour obtenir l'apparition de nouvelles bandes, il est nécessaire de décharger l'échantillon et de laisser diffuser les solutés. Il est même souvent indispensable de favoriser la diffusion en chauffant le spécimen (1 heure à 120°C par exemple) pour que les dislocations soient à nouveau vieilles. Dans certains matériaux cependant (par exemple les alliages d'aluminium magnésium), la diffusion peut être suffisamment rapide, même à température ambiante, pour que les atomes de soluté

puissent bloquer les dislocations de manière répétitive sur leurs obstacles successifs, et provoquer ainsi des instabilités plastiques récurrentes pendant une grande partie de la déformation. On parle alors de vieillissement dynamique, mécanisme à l'origine des bandes Portevin – Le Chatelier.

Des essais de torsion bidirectionnelle avec périodes de vieillissement statique (l'échantillon est déchargé et chauffé) entre chaque phase de chargement, effectués sur des tubes en acier doux, ont révélé un phénomène surprenant : il n'y a pas de limite supérieure d'élasticité et de bande de Lüders si, après une déformation suivie d'un nouveau vieillissement, le sens de la torsion est inversé [15]. Ce résultat est mis en évidence sur la figure ci-dessous.



**Figure V.3.** Courbe de déformation en torsion d'un tube en acier doux à température ambiante [15]. Les différentes phases de chargement en torsion directe (trait continu) ou inverse (trait pointillé) sont chacune séparées par une période de vieillissement statique de 1h à 120 °C.

Les quatre premières phases de chargement (trait continu) sont effectuées en torsion directe. Chacune d'entre elles est caractérisée par l'apparition d'une limite supérieure d'élasticité. La cinquième phase, effectuée en torsion inverse (trait pointillé), ne révèle aucun pic de contrainte, et montre de plus un fort effet Bauschinger. Une nouvelle déformation en torsion inverse (6<sup>ème</sup> phase) donne ensuite une nouvelle bande de Lüders, puis le pic de contrainte est évité en torsion directe (7<sup>ème</sup> phase), de nouveau avec un fort effet Bauschinger. Enfin, la dernière phase en torsion directe s'accompagne logiquement d'un nouveau pic.

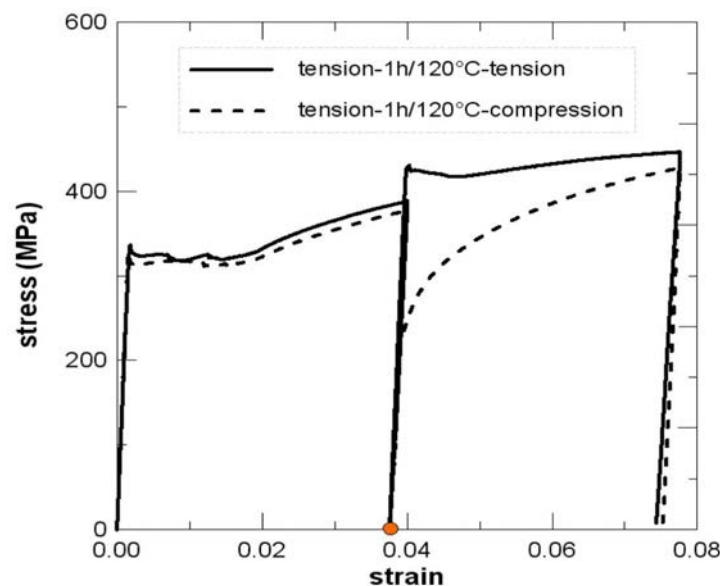
Ce phénomène, toujours accompagné d'un fort effet Bauschinger, a également été observé en traction - compression dans les aciers doux [54], [57]. L'interprétation proposée à l'époque [54], lie l'absence de limite supérieure d'élasticité en déformation inverse à l'écrouissage

cinématique. Selon cette interprétation, la contrainte interne formée lors de la déformation précédente, favorise le désancrage des dislocations lorsque le sens de déformation est inversé, ce qui expliquerait l'absence de bande de Lüders. Cette proposition est compatible avec les observations faites sur la figure V.3, puisqu'un effet Bauschinger est associé à l'absence de bande de Lüders.

## V.2. EXPERIENCES DE DEFORMATION – VIEILLISSEMENT - DEFORMATION RETOUR

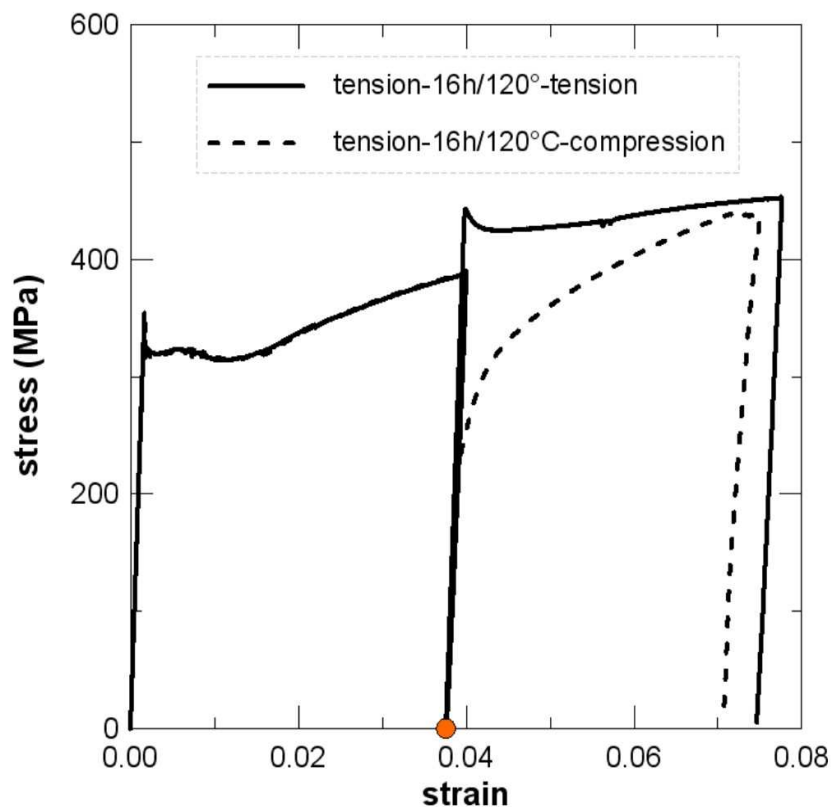
### V.2.1. Expériences de traction – vieillissement - traction et traction – vieillissement - compression

Des expériences de déformation – vieillissement - déformation inverse ont été réalisées à l'Université d'Illinois à Urbana Champaign, en collaboration avec R.J. McDonald et P. Kurath, dans le but de reproduire le phénomène observé en torsion sur des tubes en acier doux. Des essais de traction – vieillissement - traction et traction – vieillissement - compression ont été effectués sur des cylindres en acier doux 1020, de diamètre 7mm et de longueur utile 20mm. Pour ces essais, le vieillissement intermédiaire a été réalisé en chauffant l'échantillon à 120°C pendant 1 heure ou 16 heures. L'échantillon refroidi à l'air libre était ensuite prêt pour la deuxième déformation. Les deux figures V.4 et V.5 montrent les courbes de déformation obtenues pour les deux vieillissements effectués.



**Figure V.4.** *Expériences de traction – vieillissement - traction et de traction – vieillissement - compression. Le vieillissement est obtenu en chauffant l'échantillon pendant une heure à 120 °C.*

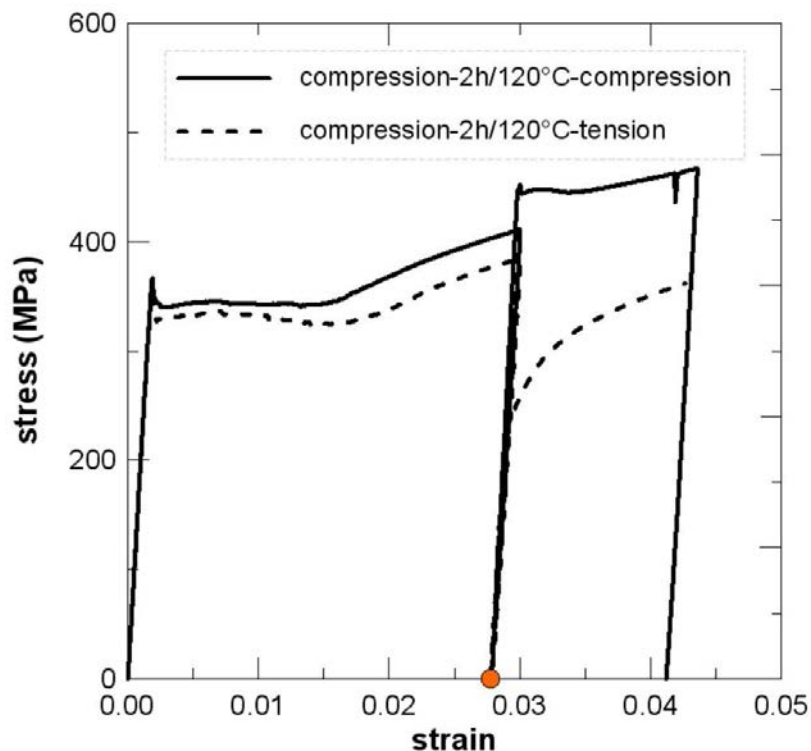
Le phénomène a été reproduit en traction – vieillissement – compression pour les deux durées de vieillissement : il n’y a pas de limite supérieure d’élasticité si, après une déformation en traction et un nouveau vieillissement, l’échantillon est déformé en compression, et un fort effet Bauschinger est observé. Le niveau de contrainte lors de la limite supérieure d’élasticité en traction après une heure de vieillissement n’est que très peu inférieur à celui obtenu pour un vieillissement de 16 heures. Cela signifie que la contrainte due aux solutés est déjà très proche de la valeur de saturation après une heure de vieillissement. Enfin, l’effet Bauschinger est sensiblement identique après une heure et après 16 heures de vieillissement. Il semble donc que la relaxation de la contrainte interne formée en traction soit négligeable.



**Figure V.5.** Expériences de traction – vieillissement - traction et de traction – vieillissement - compression. Le vieillissement est obtenu en chauffant l’échantillon pendant 16 heures à 120 °C.

## V.2.2. Expériences de compression – vieillissement - compression et compression – vieillissement - traction

Le phénomène obtenu en traction – vieillissement - compression a également été obtenu en compression – vieillissement - traction, comme le montre la figure V.6. Dans ce cas, le vieillissement était de 2 heures à 120°C. L'effet Bauschinger est encore très prononcé en traction après vieillissement. Les résultats des expériences sont semblables à ceux obtenus sur les tubes en acier doux déformés en torsion.



**Figure V.6.** *Expériences de compression-vieillissement-compression et de compression–vieillissement - traction. Le vieillissement est obtenu en chauffant l'échantillon pendant 2h à 120 °C.*

## V.3. MODELE 1D SIMPLIFIE POUR LA TORSION BIDIRECTIONELLE DES ACIERS DOUX

### V.3.1. Hypothèses

Nous nous intéressons ici à la torsion pure de tubes en acier doux, dans l'optique de construire le modèle le plus simple possible afin de le comparer aux modèles existants (voir par exemple [58]), et d'évaluer son aptitude à reproduire le phénomène mentionné précédemment. Nous

supposons l'existence d'un seul plan de glissement actif ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ ) perpendiculaire à l'axe de torsion. La déformation plastique sera donc accommodée par des dislocations vis en excès dans ce plan. Pour un moment de torsion positif, des dislocations vis positives, se déplaçant de l'extérieur du tube vers l'intérieur sont créées. Dans l'hypothèse du glissement axisymétrique développée au chapitre II, on considère le glissement de dislocations vis dans un quartier de très faible angle au sommet. Ces dislocations vis en excès sont tangentielles, de vecteur de Burgers et de ligne tangents au rayon, et elles se déplacent radialement. Rappelons qu'il ne s'agit ici que d'une formulation générique du glissement simple, qui n'a pas l'ambition de reproduire fidèlement tous les aspects de la sollicitation de torsion. En particulier, la présence de densités de dislocations vis radiales n'est pas considérée. Enfin, nous supposons le problème invariant par translation suivant l'axe de torsion, et perdons de ce fait la propagation axiale observée expérimentalement. Le caractère polycristallin du matériau est (partiellement) respecté par le modèle. Comme nous l'avons déjà mentionné en effet, les dislocations en excès contribuent au durcissement statistique par leurs empilements aux joints de grains (voir équation (1,62)). De plus, une distribution localisée de dislocations vis en excès suivant le rayon peut être considérée comme une déformation localisée dans un ou plusieurs grains, et les contraintes internes à longue distance résultant de cette distribution tendent à propager la déformation dans les grains voisins. Enfin, la densité initiale de dislocations sessiles étant de l'ordre de  $10^{10}$  à  $10^{12} \text{ m}^{-2}$  dans les aciers doux, l'échelle de résolution varie entre un et dix microns, pour des tubes dont l'épaisseur avoisine le millimètre. Ainsi, comme dans le cas de la glace, la présence de dislocations statistiques est inévitable.

### V.3.2. Equations du modèle

En considérant les hypothèses formulées précédemment, les équations du modèle 2D se réduisent à

$$(1,101) \quad \dot{\sigma}_{13} = 2\mu\dot{\epsilon}_{13} = \mu(V_{1,3} - \rho_m b v - \alpha_{11} v_2)$$

$$(1,102) \quad \dot{\alpha}_{11} = -(\rho_m b v + \alpha_{11} v_2)_{,2}$$

$$(1,103) \quad \sigma_{13,1} = \sigma_{13,3} = 0$$

La première équation donne l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du gradient de vitesse imposé  $V_{1,3}$ , de la mobilité des dislocations statistiques mobiles et des dislocations vis en excès  $\alpha_{11}$ .  $\mu$  représente le module de cisaillement élastique. Les dislocations vis se déplacent radialement à la vitesse  $v_2$ , donnée sous la forme

$$(1,104) \quad v_2 = v = v_0 \exp\left(\left(|\sigma_{13}| - \sigma_\mu \operatorname{sgn}(\sigma_{13}) - \sigma_h - \sigma_s\right) / S_0\right)$$

Comme nous l'avons déjà fait remarquer au chapitre II, l'équation (1, 102) est une équation de transport pour la densité de dislocations vis, avec un terme de source résultant des gradients de distribution des dislocations statistiques. L'histoire de cette distribution et de celles des défauts ponctuels intervient dans l'équation (1,102) et dans les équations suivantes (1,103) – (1, 108). La contrainte effective contient l'écrouissage isotrope par les dislocations sessiles sous la forme Bailey-Hirsch  $\sigma_h = \bar{\alpha} \mu b \sqrt{\rho_s}$  (où  $\bar{\alpha}$  est une constante), la contrainte supplémentaire due à l'ancrage des dislocations mobiles par les atomes de soluté  $\sigma_s$ , et l'écrouissage directionnel à travers la contrainte interne  $\sigma_\mu$ . Comme dans le cas de la glace monocristalline, nous utilisons une loi d'écrouissage cinématique de type Armstrong - Frederick pour l'évolution de la contrainte interne [48].

$$(1,105) \quad \dot{\sigma}_\mu = \tilde{\alpha} \mu \alpha_{11} v_2 - \frac{|v_2|}{\hat{\alpha} b} \sigma_\mu$$

Seules les dislocations en excès sont responsables des contraintes internes et interviennent donc dans cette équation. Comme nous l'avons déjà signalé, le temps de relaxation  $\tau_r = \hat{\alpha} b / |v_2|$  dépend de la vitesse des dislocations, de sorte que la valeur d'équilibre de la contrainte interne, correspondant à  $\dot{\sigma}_\mu = 0$ , ne dépende pas de la vitesse des dislocations mais uniquement de la densité de dislocations en excès. La contrainte additionnelle due aux atomes de soluté est donnée selon [59] par

$$(1,106) \quad \sigma_s = f_0 \left(1 - \exp\left(-\left(t_a / \tau\right)^{2/3}\right)\right)$$

où  $t_a$  représente le temps de vieillissement,  $\tau$  un temps caractéristique de diffusion des solutés et  $f_0$  la valeur maximale de saturation de la contrainte due au vieillissement. Le facteur 2/3 est utilisé dans le cas de la diffusion en volume. La valeur de cette contrainte dépend donc du temps de vieillissement, qui ne varie pas instantanément mais suit le temps d'attente  $t_w$  des dislocations temporairement arrêtées sur leurs obstacles, selon la loi de relaxation [60]

$$(1,107) \quad \dot{t}_a = 1 - t_a / t_w$$

Si  $\rho_s^{-1/2}$  est la distance moyenne entre dislocations et si  $v_0$  est une fréquence de référence pour la libération des dislocations ancrées sur leurs obstacles, la vitesse de référence des dislocations  $v_0$  (équation (1,104)) peut s'écrire  $v_0 = v_0 \rho_s^{-1/2}$ . En considérant que le temps nécessaire aux dislocations mobiles pour se déplacer entre deux obstacles consécutifs est  $t = t_w + t_f = \rho_s^{-1/2}/v$ , où  $t_w$  est le temps d'attente aux obstacles et  $t_f$  le temps de vol entre deux obstacles, supposé négligeable, on obtient une relation qui lie le temps d'attente à la contrainte effective

$$(1,108) \quad t_w = v_0^{-1} \exp\left(-\left(|\sigma_{13}| - \sigma_\mu \operatorname{sgn}(\sigma_{13}) - \sigma_h - \sigma_s\right)/S_0\right)$$

Dans cette relation,  $v_0^{-1}$  apparaît comme le temps d'attente pour une contrainte effective nulle. Cette relation implique également que, lors d'un chargement élasto - plastique, le temps d'attente varie de sa valeur initiale, élevée, à sa valeur courante, qui est d'autant plus faible que la contrainte effective est plus grande.

Enfin, l'évolution des densités de dislocations statistiques mobiles et sessiles est régie par le modèle de Kubin-Estrin [61].

$$(1,109) \quad \dot{\rho}_m = \left(\frac{C_1}{b^2} - \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f}\right) |\rho_m b v + \alpha_{11} v_2|,$$

$$(1,110) \quad \dot{\rho}_s = \left(\frac{C_0}{b} |\alpha_{11}| + \frac{C_3}{b} \sqrt{\rho_f} - C_4 \rho_f\right) |\rho_m b v + \alpha_{11} v_2|$$

Le terme  $C_1$  traduit la multiplication des dislocations mobiles,  $C_3$  leur immobilisation par les dislocations sessiles, et  $C_4$  la restauration dynamique. Un terme  $C_0$  ajouté au modèle originel représente la contribution à l'écroissage isotrope des dislocations en excès, par leurs empilements aux joints de grains [21].

Les valeurs initiales et les paramètres utilisés dans les simulations sont donnés dans les tableaux ci-dessous. Les rayons extérieur et intérieur du tube valent respectivement 3 et 2 cm. La vitesse de déformation appliquée, qui décroît linéairement suivant le rayon, vaut  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  au rayon extérieur.



b	$\nu_0$	$S_0$	$\mu$	$\bar{\alpha}$	$\tilde{\alpha}$	$\tau$
$2.7 \cdot 10^{-10}$ m	$8.5 \cdot 10^8$ Hz	40 MPa	80 GPa	0.3	412.5	$10^6$ s
$C_0$	$C_1$	$C_3$	$C_4$	$\hat{\alpha}$	$f_0$	
25	$1.45 \cdot 10^{-4}$	$5.4 \cdot 10^{-2}$	20	$10^4$	90 MPa	

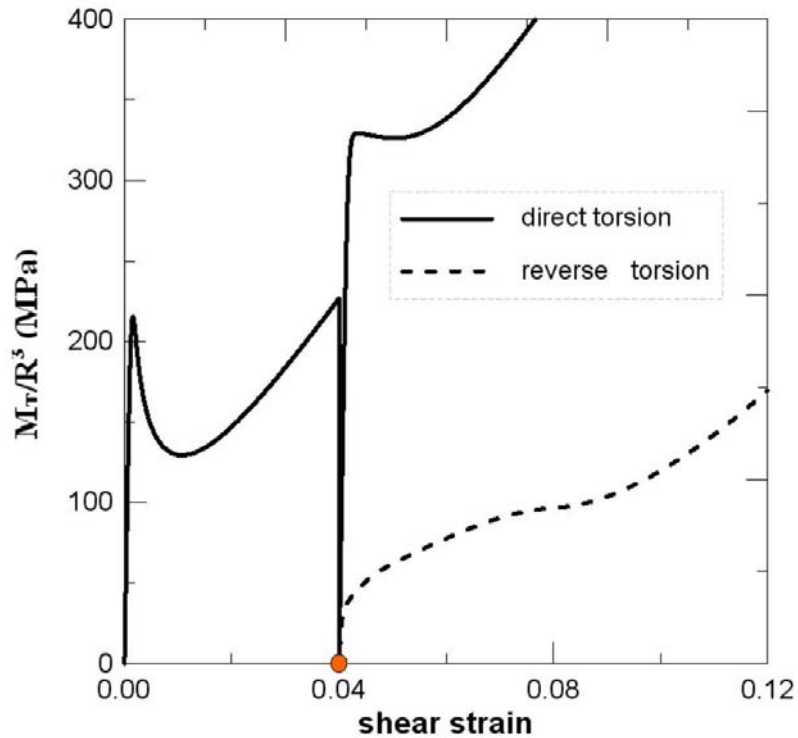
**Table V.1.** Paramètres utilisés dans les simulations.

$\rho_m(0)$	$\rho_f(0)$	$\alpha_{11}(0)$	$t_a(0)$
$10^{12}$ m <sup>-2</sup>	$10^{11}$ m <sup>-2</sup>	0	$2 \cdot 10^6$ s

**Table V.2.** Valeurs initiales utilisées dans les simulations.

### V.3.3. Résultats du modèle

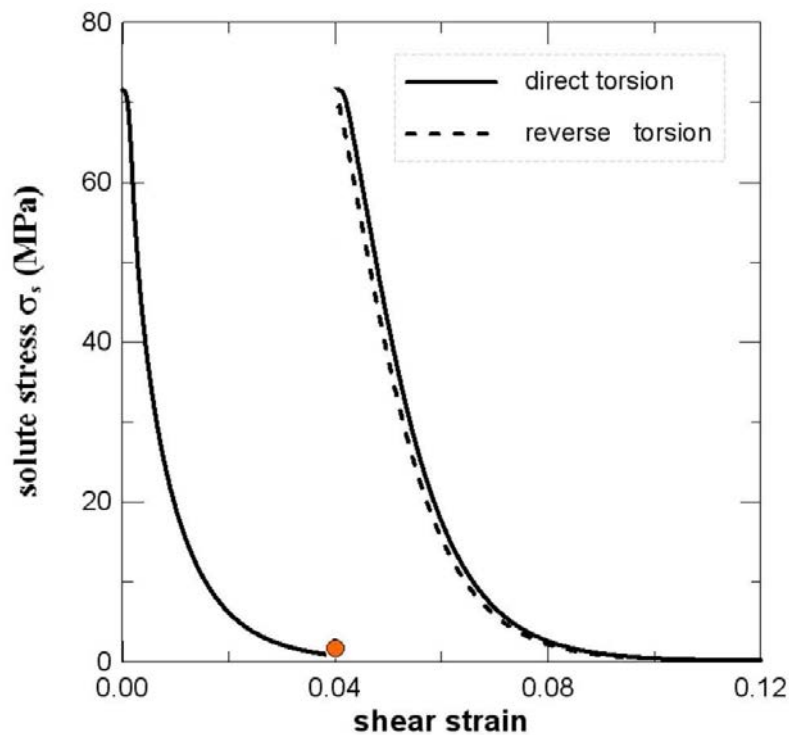
Le tube est d'abord déformé en torsion directe, jusqu'à une déformation de cisaillement de 0.04 (Figure V.7). Une limite supérieure d'élasticité, associée au désancrage et à la multiplication des dislocations statistiques mobiles, est observée. Le désancrage est mis en évidence sur la figure V.8, où la contrainte due aux solutés décroît de sa valeur initiale, proche de la valeur de saturation, jusqu'à une valeur nulle. Aucun plateau correspondant lié à la propagation d'une bande n'est reproduit, puisque nous ne considérons pas ici la déformation axiale, mais uniquement le glissement des dislocations dans le plan perpendiculaire à l'axe de torsion. La libération progressive des dislocations mobiles et leur multiplication rapide le long du rayon, de l'extérieur où la contrainte est forte vers l'intérieur du tube où elle est faible, génèrent de forts gradients de vitesse de déformation plastique, et donc des dislocations vis en excès, comme le montre la figure V.10. Le moment de torsion étant positif, des dislocations vis positives sont créées, en accord avec [43]. Une contrainte interne associée à cette structure se forme et atteint environ 100 MPa lorsque l'échantillon est déchargé.



**Figure V.7.** Evolution du moment de torsion normalisé lors d'une simulation en torsion directe – vieillissement - torsion directe, puis en torsion directe – vieillissement - torsion inverse. Le point orange représente la phase de vieillissement.

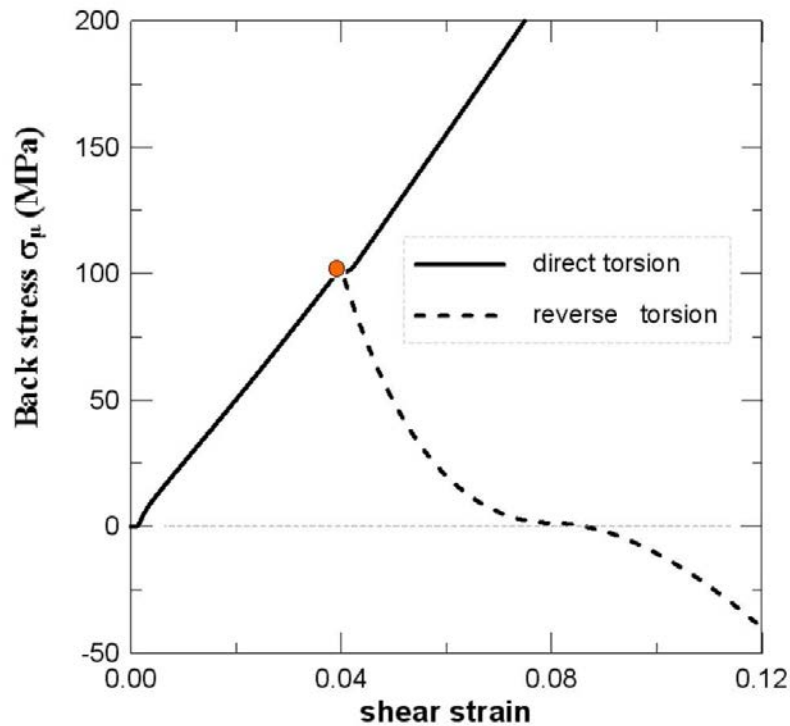
Quand la déformation de cisaillement atteint 0.04, le tube est déchargé, puis virtuellement vieilli (le temps d'attente et la contrainte due aux solutés associée sont manuellement restaurés à leur valeur initiale), de sorte que les dislocations soient de nouveau vieilles avant le rechargement en torsion directe ou inverse (Figure V.8). Nous avons effectué ce vieillissement virtuel en admettant que la contrainte interne formée en fin de torsion directe est sans effet sur les structures de dislocations pendant les phases de vieillissement, en accord avec les données expérimentales sur la relaxation des aciers doux (voir par exemple [62]). Ensuite, comme le montre la figure V.7, lorsque l'échantillon est à nouveau déformé en torsion directe, une limite supérieure d'élasticité apparaît encore, alors qu'elle n'apparaît plus en torsion inverse et qu'un fort effet Bauschinger est observé. Ce phénomène, en accord avec les observations expérimentales, reçoit son interprétation de l'évolution de la densité de dislocations vis en excès et de la contrainte interne associée. En effet, en torsion directe, la contrainte interne s'oppose au désancrage des dislocations vieilles. Ainsi, leur libération est plus difficile et une limite supérieure d'élasticité apparaît. L'amplitude de la chute du moment de torsion est tout de même plus faible, car la contrainte interne réduit la contrainte effective,

et donc la vitesse des dislocations ainsi que leur vitesse de multiplication. Cependant, si le sens de la torsion est inversé, la contrainte interne devient favorable au désancrage des dislocations. En effet, comme le montre la figure V.8, la contrainte due aux solutés décroît plus vite pendant la torsion inverse. Toutefois, ce désancrage plus facile n'est pas la seule raison qui explique l'absence de bande de Lüders. En effet, la multiplication des dislocations mobiles est également réduite par la contrainte interne, et l'évolution de cette dernière joue ici un rôle essentiel. L'explication est la suivante : au cours de la torsion inverse, les gradients de vitesse de déformation plastique, de signe opposé, génèrent des dislocations vis en excès négatives, qui s'annihilent progressivement avec les dislocations vis positives formées lors de la torsion directe, de sorte que la densité totale diminue (Figure IV.10). La contrainte interne associée diminue donc également, jusqu'à être annulée (Figure IV.9). Sa diminution rapide, qui entraîne un durcissement car elle réduit la vitesse des dislocations, est essentiellement responsable du phénomène observé, parce qu'elle limite la vitesse de multiplication des dislocations mobiles.



**Figure V.8.** Evolution de la contrainte due aux solutés lors d'une simulation en torsion directe - vieillissement - torsion directe, puis en torsion directe – vieillissement - torsion inverse. Le point orange représente la phase de vieillissement.

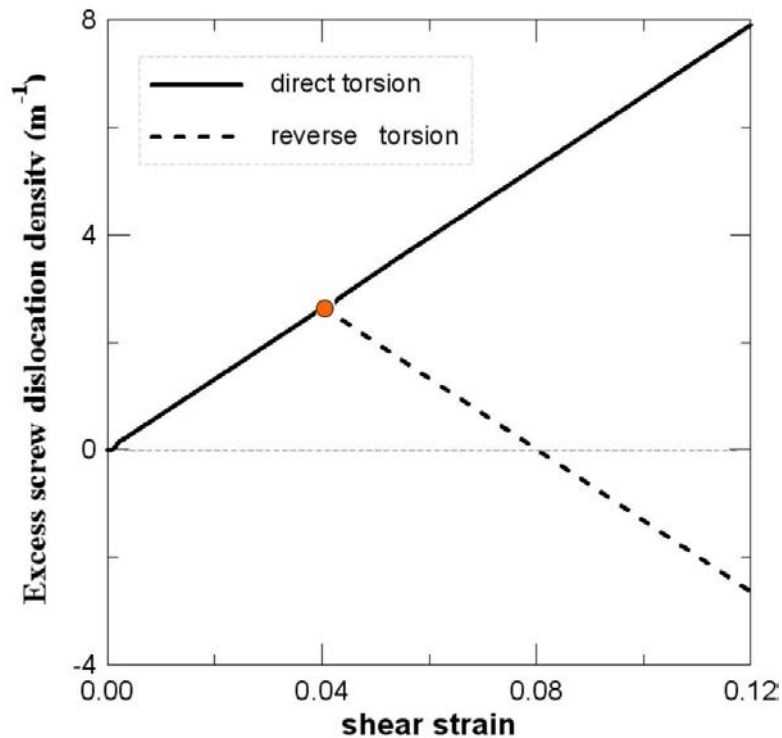
La relaxation plus rapide de la contrainte interne en torsion inverse est liée au terme de relaxation dans l'équation d'évolution de cette dernière (voir Eq. (1,105)). En effet, le temps de relaxation impliqué, qui dépend de la vitesse des dislocations comme cela a été déjà mentionné, rend la relaxation plus rapide lorsque la vitesse est plus grande, ce qui permet de reproduire le phénomène observé.



**Figure V.9.** Evolution de la contrainte interne lors d'une simulation en torsion directe – vieillissement -torsion directe, puis en torsion directe – vieillissement - torsion inverse. Le point orange représente la phase de vieillissement.

Un résultat supplémentaire est apparu lors des simulations. Une inflexion de l'écroutissage est observée en torsion inverse (Figure V.7). Cette propriété reçoit aussi une interprétation à partir de l'évolution de la densité de dislocations vis en excès et de la contrainte interne associée. En effet, comme nous l'avons déjà vu, ces deux dernières diminuent lorsque le sens de la torsion est inversé car des dislocations en excès de signe opposé sont créées. Lorsque toutes les dislocations positives et la contrainte interne sont annihilées, une nouvelle structure de dislocations vis en excès négatives et une nouvelle contrainte interne, elle aussi négative, se forment (Figure V.9 et Figure V.10). Lorsque la densité de dislocations en excès est faible, leur mobilité l'est aussi, et la contrainte interne évolue lentement, comme l'implique

l'équation (1,105). C'est pourquoi on observe une inflexion sur l'évolution de la contrainte interne, qui se transpose presque directement sur la courbe du moment de torsion. Ce résultat est en accord avec des observations réalisées sur des échantillons en aluminium polycristallin [55], [63]. Dans ces travaux, une inflexion similaire de l'écrouissage en déformation inverse a été observée et expliquée, en accord avec notre interprétation, comme étant la conséquence de l'annihilation de la structure polarisée de dislocations formée lors de la première déformation et de la création d'une nouvelle structure de signe opposé.



**Figure V.10.** Evolution de la densité de dislocations vis en excès lors d'une simulation en torsion directe – vieillissement - torsion directe, puis en torsion directe – vieillissement - torsion inverse. Le point orange représente la phase de vieillissement.

### V.3.4. Discussion

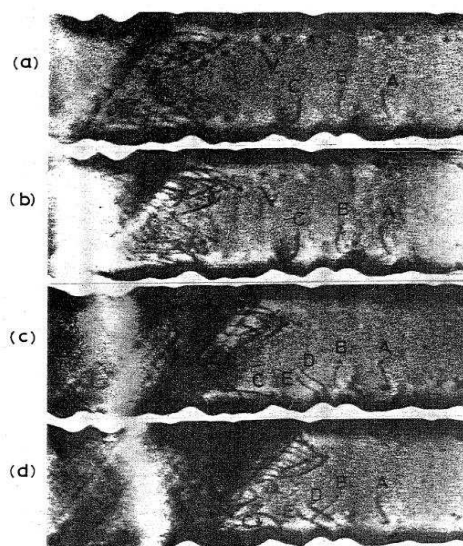
Nous voulons discuter ici de l'importance des dislocations en excès pour reproduire l'absence de limite supérieure d'élasticité à l'inversion du sens de la déformation, malgré un nouveau vieillissement. En effet, seules ces dislocations sont responsables des champs de contraintes élastiques à longue distance, et donc de la contrainte interne. Les dislocations statistiques ne produisent pas de contraintes élastiques à longue distance et ne doivent pas contribuer à la construction de cette contrainte interne. C'est pourquoi nous avons utilisé uniquement les dislocations en excès dans l'écriture d'une loi d'écrouissage cinématique du type Armstrong-

Frederick. L'utilisation des dislocations statistiques pour construire une contrainte interne peut éventuellement permettre de simuler le phénomène, comme c'est le cas en plasticité conventionnelle, mais le sens physique est incorrect. De plus, l'inflexion de l'écroutissage observée en torsion inverse ne peut être obtenue que grâce aux dislocations en excès. En effet, ces dernières produisent des structures polarisées, qui sont annihilées et changent de signe lorsque le sens de déformation est inversé. Ce résultat ne pourrait pas être obtenu avec un modèle ne mettant en jeu que les dislocations statistiques, car leurs mécanismes de multiplication ne dépendent pas du sens de la déformation.

## V.4. BANDES « QUASI-LÜDERS » DANS LES MONOCRISTAUX

### V.4.1. Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons exclusivement à la propagation des bandes de déformation localisée, non reproduite par le modèle 1D dans le cas de la torsion de tubes en acier doux (voir le Chapitre 4). Des observations en topographie par diffraction des rayons X sur des lamelles de cuivre monocristallin (« whiskers ») orientées pour le glissement symétrique dans un chargement en traction ont révélé l'apparition d'une limite supérieure d'élasticité, correspondant à la formation d'une bande « quasi-Lüders », suivie d'une zone de glissement facile, caractérisée par un niveau de contrainte plus faible mais irrégulier de la contrainte, lors de la propagation de la bande [16]. La figure ci-dessous montre cette propagation



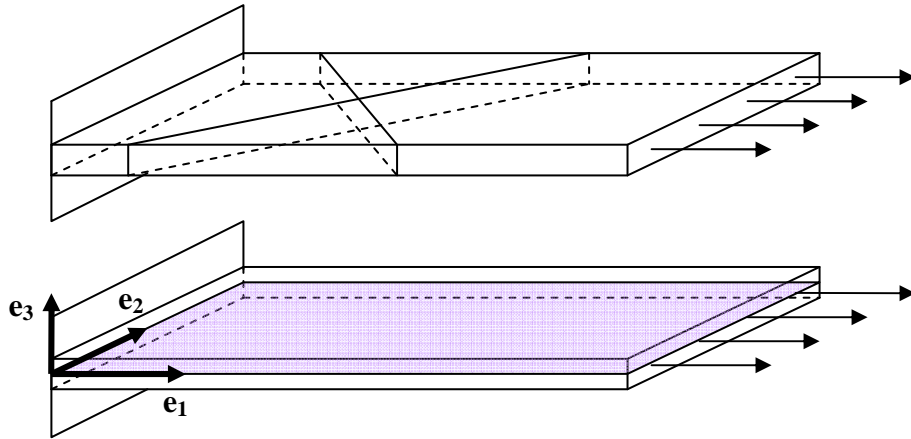
**Figure V.11.** Propagation d'une bande « quasi-Lüders » dans une lamelle de cuivre monocristallin déformée en traction, d'après [16].

L'appellation « quasi-Lüders » de ces bandes fait référence au mécanisme de limite supérieure et limite inférieure d'élasticité, analogue à celui des bandes de Lüders « vraies », mais les différencie de ces dernières car les mécanismes physiques sont différents. En effet les bandes étudiées dans cette section apparaissent dans le monocristal de cuivre, alors que les bandes de Lüders vraies relèvent plutôt des polycristaux de réseau cubique centré. Précédant la propagation de la bande, des dislocations semi-circulaires sont créées et se déplacent en amont de celle-ci (elles peuvent se situer à plus de 100 microns en amont), en zigzag car elles effectuent un double glissement dévié. Ce mécanisme semble être responsable de la propagation de la bande. Cependant, la présence d'une bande de déformation localisée génère des contraintes internes élastiques à son voisinage pour accommoder les forts gradients de distorsion plastique. Les composantes hors plan de ces contraintes internes constituent la force motrice favorisant le glissement dévié des dislocations vis (voir à cet égard le paragraphe I.3.2), et le double glissement dévié apparaît donc comme le médiateur du transport des dislocations, plutôt que la cause première de la propagation de la bande.

Nous allons chercher à simuler la propagation de ces bandes lors de la traction d'une lamelle de cuivre monocristallin en utilisant le modèle 2D (voir paragraphe I.4.2). Bien entendu, ce modèle 2D ne permettra de simuler qu'un seul plan de glissement, et le mécanisme de double glissement dévié ne pourra pas être pris en compte explicitement.

#### **V.4.2. Hypothèses et paramètres du modèle 2D**

Les équations qui seront utilisées pour ces simulations sont celles introduites lors du paragraphe I.4.2, et ne sont donc pas réécrites ici. La disposition des plans de glissement primaires lors des expériences de traction sur les lamelles de cuivre monocristallin est présentée ci-dessous. Le schéma du dessus présente la configuration réelle lors des essais [16], alors que celui du dessous montre la configuration choisie pour utiliser le modèle 2D.



**Figure V.12.** Plans de glissement primaires dans la lamelle de cuivre monocristallin déformée en torsion ; au dessus : expérience [16] ; au dessous : modèle 2D.

Les dimensions de la lamelle sont 2400 $\mu\text{m}$  en longueur, 200  $\mu\text{m}$  en largeur et 30  $\mu\text{m}$  en épaisseur. Dans le cas du modèle 2D, les dimensions du domaine sont donc 2400  $\mu\text{m}$  suivant l'axe de traction et 200  $\mu\text{m}$  suivant la direction perpendiculaire. Une vitesse de déformation imposée  $\dot{\Gamma}_{13}$  uniforme suivant  $\mathbf{e}_1$  est appliquée à l'échantillon. Pour modéliser ce problème, nous utilisons une loi puissance pour la vitesse des dislocations.

$$(1,111) \quad v = v_1 = v_2 = v_0 \left( \frac{\sigma_{13}}{\sigma_0 + \sigma_h} \right)^n$$

Dans cette expression,  $v_0$  et  $\sigma_0$  sont respectivement une vitesse et une contrainte de référence,  $n$  est la sensibilité à la vitesse de la contrainte d'écoulement, et  $\sigma_h$  représente l'écrouissage isotrope par les dislocations statistiques sessiles, sous la forme due à Bailey-Hirsch  $\sigma_h = \bar{a}\mu b\sqrt{\rho_s}$ . Aucun écrouissage directionnel n'est introduit ici, car les contraintes internes sont explicitement prises en compte par le modèle. Les paramètres et les valeurs initiales utilisés lors des simulations sont donnés dans les tableaux V.3 et V.4. Une densité de dislocations statistiques mobiles légèrement supérieure est utilisée au bord extrême gauche du plan de glissement pour favoriser la création de la bande à cet endroit et sa propagation de gauche à droite.



b	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>0</sub>
2.56 10 <sup>-10</sup> m	2.5 10 <sup>-7</sup>	3.03	0	0	0
μ	$\bar{\alpha}$	v <sub>0</sub>	σ <sub>0</sub>	$\dot{\Gamma}_{13}$	n
41 GPa	0.35	3.5 10 <sup>-8</sup> m/s	4 MPa	10 <sup>-3</sup> /s	20

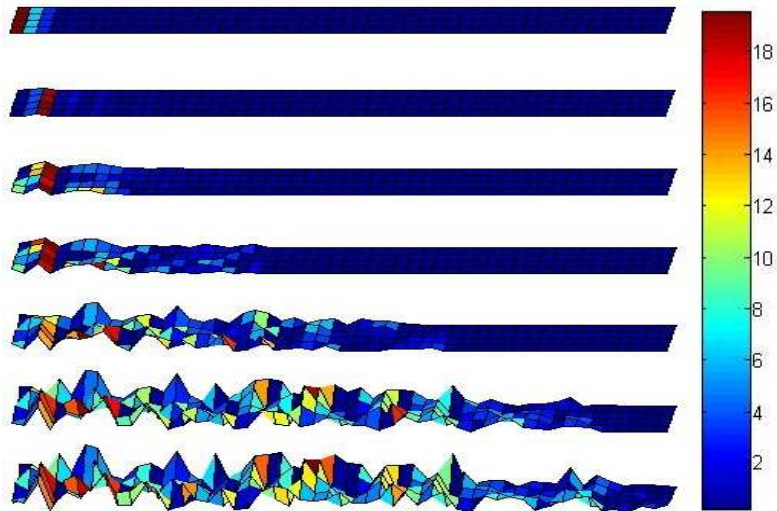
**Table V.3.** Paramètres utilisés lors des simulations.

ρ <sub>m</sub>	ρ <sub>s</sub>	α <sub>11</sub>	α <sub>12</sub>	α <sub>21</sub>	α <sub>22</sub>
10 <sup>8</sup> m <sup>-2</sup>	10 <sup>10</sup> m <sup>-2</sup>	0	0	0	0

**Table V.4.** Valeurs initiales utilisées lors des simulations.

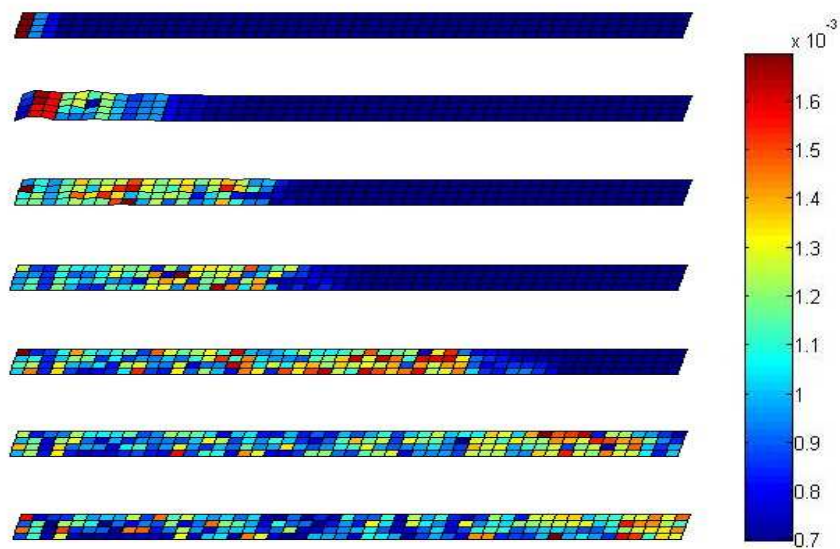
### V.4.3. Résultats du modèle 2D

La figure V.13 montre l'évolution du module de la densité totale de dislocations en excès, soit :  $|\alpha| = \sqrt{\alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{21}^2 + \alpha_{22}^2}$ , au cours de la déformation. Une structure commence à se former à gauche du plan de glissement (à cause de la densité de dislocations statistiques mobiles initiale légèrement plus élevée) lors de la chute de contrainte visible sur la courbe de déformation Figure V.15). La zone de glissement facile, observable sur cette dernière correspond ensuite à la formation progressive d'une structure le long du plan de glissement, de gauche à droite. Dans cette simulation, la structure traverse le plan de glissement, dont la longueur est 2400μm, en une seconde environ. La vitesse de propagation est donc proche de 2.4mm/s.



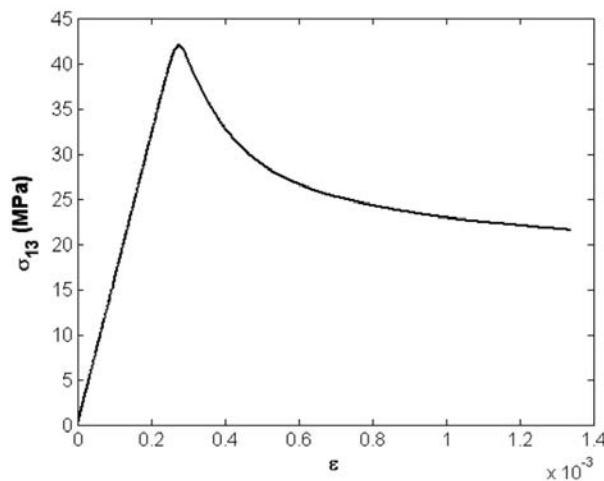
**Figure V.13.** Evolution du module de la densité de dislocations en excès totale dans le plan de glissement.

Cette structure est composée de dislocations vis  $\alpha_{11}$ , et de dislocations coin  $\alpha_{12}$  et  $\alpha_{21}$ . Les deux premières densités de dislocations accommodent directement la vitesse imposée  $\dot{\Gamma}_{13}$ . Les dislocations coin  $\alpha_{21}$  sont nucléées afin d'assurer l'équilibre du matériau (voir l'équation (1,83)). La figure V.14 montre la mobilité des dislocations en excès  $\alpha_{11}v_2 - \alpha_{12}v_1$  au cours de la déformation. Elle fait clairement apparaître la nucléation puis la propagation d'une bande de déformation localisée, qui correspond à la formation progressive de la structure de dislocations en excès le long de l'échantillon (Figure V.13). L'intermittence visible sur la figure a été discutée au Chapitre 2 et ne le sera donc pas ici.



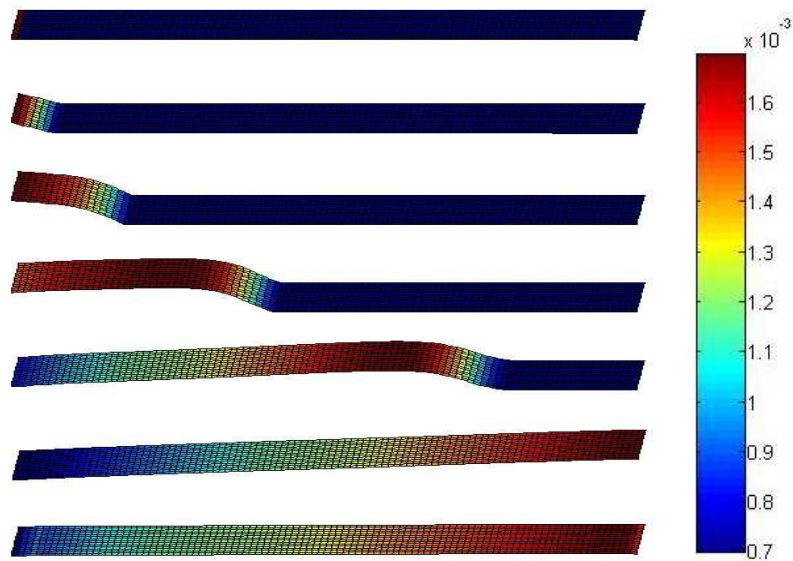
**Figure V.14.** Evolution de la mobilité des dislocations en excès  $\alpha_{11}$  et  $\alpha_{12}$  dans le plan de glissement.

La présence de dislocations en amont de la bande, observée expérimentalement, n'est pas reproduite, puisque l'utilisation d'un seul plan de glissement orienté comme la lamelle ne permet pas de simuler le mécanisme de double glissement dévié mentionné précédemment. Cependant, l'aspect propagateur de la déformation est reproduit, indépendamment de ce mécanisme. La propagation de la bande est ici associée à l'équation de transport. Elle est la conséquence des contraintes internes engendrées par les dislocations en excès.

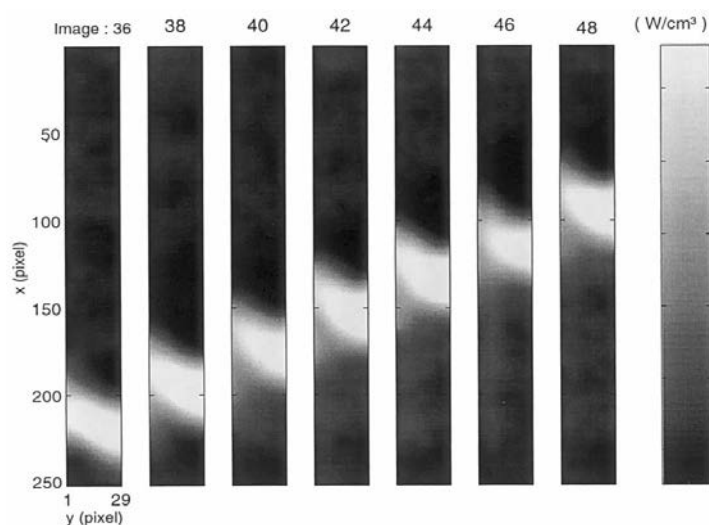


**Figure V.15.** Evolution de la contrainte moyenne appliquée dans le plan de glissement.

La figure V.16 montre la propagation de la bande obtenue lorsque la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation est augmentée. Comme nous l'avons déjà discuté lors du chapitre sur l'intermittence, l'augmentation de la sensibilité à la vitesse tend à homogénéiser l'activité plastique. La propagation apparaît ici plus nettement. Aucune variation suivant la direction perpendiculaire à l'axe de traction n'est observée, et l'intermittence est absente. Par ailleurs, on observe sur la figure V.16 la subsistance d'une activité plastique en aval de la bande. Ce résultat est aussi suggéré par les observations thermiques de la propagation de bandes de Lüders [64], comme le montre la figure V.17.



**Figure V.16.** Evolution de la mobilité des dislocations en excès  $\alpha_{11}$  et  $\alpha_{12}$  dans le plan de glissement, lorsque la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation est augmentée.



**Figure V.17.** Onde de dissipation thermique lors de la propagation d'une bande de Lüders [64]. La dissipation est représentative de l'activité plastique dans le matériau. Une activité est visible en aval de la bande.

#### V.4.4. Discussion

La propagation des bandes « quasi-Lüders » a été reproduite par les modèles 2D. Le modèle a permis de démontrer que la propagation est liée à deux mécanismes physiques majeurs. Dans un premier temps, la nucléation de la bande à l'extrémité de l'échantillon génère des

dislocations en excès à cause du gradient de distorsion plastique qu'elle implique. Ces dernières sont responsables d'un champ de contraintes internes au voisinage de la bande et entraînent sa propagation par transport. Sans les dislocations en excès, aucune propagation n'a été reproduite. Par ailleurs le modèle 3D, dans lequel le glissement dévié est naturellement présent, suggère que le double glissement dévié des dislocations vis en amont de la bande, qui constitue le médiateur de la propagation de la bande, est une conséquence de l'existence des contraintes internes. Ce mécanisme résulte en effet de la composante hors plan de la contrainte, due notamment aux dislocations en excès générées au voisinage de la bande, qui pousse les dislocations vis hors du plan primaire. Le retour de ces dernières dans le plan primaire s'effectue ensuite lorsque le champ de contraintes internes hors plan redevient négligeable.

# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, une théorie multi - échelles des champs de dislocations a été développée et appliquée à des problèmes de plasticité dont une caractéristique commune est l'existence de structures de dislocations à une échelle intermédiaire, et d'un champ de contraintes internes significatif devant le champ de contraintes appliquées. Il s'agit d'une théorie continue dont les inconnues sont les contraintes, les densités de dislocations en excès et les densités de dislocations statistiques, et qui utilise le formalisme mathématique des systèmes d'équations aux dérivées partielles et des problèmes aux limites. Les dislocations statistiques sont distribuées de manière aléatoire et, pour cela, leur densité est définie dans un domaine suffisamment large ; elles ne provoquent pas d'incompatibilité de réseau et sont des variables non résolues à cette échelle. Ce sont les seules distributions de dislocations considérées dans les théories conventionnelles de plasticité, pour lesquelles elles glissent sur un réseau cristallin parfait. En revanche, les densités de dislocations en excès sont des variables résolues dans la théorie présentée. A l'échelle considérée, elles constituent une manifestation continue de l'incompatibilité du réseau cristallin et elles sont responsables des champs de contraintes internes. Ces derniers résultent en effet des distorsions élastiques compensant les distorsions plastiques incompatibles dues aux dislocations en excès. La dynamique des dislocations en excès est régie par l'équation de transport, qui fournit leur mouvement en fonction de leur nature, de leur orientation et de la contrainte appliquée. Les deux types de densités de dislocations sont couplés, notamment au travers de cette même équation de transport, car un gradient de mobilité des dislocations statistiques entraîne la nucléation de dislocations en excès. La prise en compte des deux types de dislocations permet de rendre compte de processus complexes de déformation plastique mettant en jeu des structures spatio-temporelles de dislocations d'échelle de longueur intermédiaire, dans un domaine de taille finie et sur des échelles de temps réelles. Dans le cadre d'une première étude, et pour des raisons de simplicité, nous avons utilisé une loi d'élasticité linéaire, à potentiel convexe. Cette simplification entraîne que l'échelle de résolution des dislocations en excès est relativement grande devant la distance entre dislocations, et qu'il ne nous est pas possible de traiter explicitement des interactions entre dislocations individuelles. Les mouvements comme la

montée ou le glissement dévié et les mécanismes complexes d'interaction entre dislocations individuelles sont cependant présents dans cette formulation, mais comme conséquences des champs de contrainte et du transport. Une loi d'élasticité non linéaire dérivée d'un potentiel de réseau périodique permettrait, avec un formalisme identique, de prendre en compte la tension de ligne de dislocation, et de mieux évaluer l'énergie de déformation élastique associée à la présence de dislocations. Dans cette limite, le domaine des applications possibles est néanmoins très vaste.

Trois modèles ont été présentés. Le modèle 3D permet de prendre en compte tous les types de dislocations et tous leurs mouvements, de manière « non - cristallographique ». Malgré l'utilisation couplée des dislocations en excès et des dislocations statistiques, ce modèle reste coûteux en temps de calcul. C'est pourquoi nous avons introduit un modèle 2D, beaucoup plus léger, mais conservant néanmoins les caractéristiques essentielles des champs de contraintes internes et du transport. Ce modèle permet ainsi de reproduire l'évolution des structures de dislocations dans un plan de glissement en chemin complexe de déformation. Sa simplicité relative permet de réaliser des études paramétriques en vue d'utiliser le modèle 3D. Enfin, un modèle 1D a été introduit, dans un but plus pédagogique. La distribution des contraintes internes lui échappe, et l'utilisation de formulations phénoménologiques devient nécessaire. Ce modèle permet de formuler la dynamique des dislocations en excès dans les termes d'une seule équation de transport, analogue à une équation de Burgers, dans laquelle les lois constitutives phénoménologiques fournissent la physique du mouvement des dislocations et l'histoire du processus de déformation. Les temps de calculs étant négligeables, ce modèle peut donc aussi servir pour des études paramétriques.

Le modèle 2D a d'abord été utilisé pour analyser l'intermittence de la plasticité. Il a permis de montrer que ce phénomène est lié à l'incompatibilité de réseau et au transport, qui entraînent un mouvement collectif des dislocations sous forme d'avalanches rapides et localisées. Le modèle a également permis de reproduire les propriétés statistiques de l'intermittence observées expérimentalement. Des distributions d'amplitudes en loi puissance ont été obtenues, avec un exposant proche des valeurs observées, et identique pour le cuivre et pour la glace. Une analyse multifractale temporelle et surfacique des structures de dislocations simulées a confirmé les corrélations spatiotemporelles qui caractérisent l'intermittence. Les

effets (ou l'absence d'effets) de la taille de l'échantillon, de son anisotropie de forme, de la vitesse de déformation et de la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation ont également été étudiés. Une diminution de la taille, équivalente à une augmentation de la vitesse de déformation, augmente les gradients de distorsion plastique et donc la création de dislocations en excès. Une activité plastique et une intermittence plus fortes en découlent sans pour autant changer la valeur de l'exposant de la loi puissance. L'anisotropie de forme ne change pas non plus la valeur de cet exposant, mais tend à régulariser l'intermittence en simplifiant les propriétés du transport. Enfin, l'augmentation de la sensibilité de la contrainte d'écoulement à la vitesse de déformation (ou l'augmentation de la température) tend à homogénéiser l'activité plastique et détruit donc progressivement l'intermittence et la loi puissance associée.

Les modèles 1D et 3D ont ensuite été utilisés pour reproduire le comportement de monocristaux de glace déformés par fluage primaire en torsion, et notamment les effets de la taille de l'échantillon sur la rapidité du fluage. L'utilisation en parallèle des deux modèles a permis de révéler les mécanismes physiques essentiels mis en jeu. La torsion directe est accommodée essentiellement par des dislocations vis basales en excès générées par le gradient imposé par la torsion. Ces dernières sont créées à l'extérieur du cylindre et elles se déplacent vers son axe pour former des structures car la contrainte devient progressivement nulle. L'effet de taille adoucissant observé expérimentalement lorsque le rayon est réduit a été reproduit : la réduction du rayon augmente les gradients, donc la production de dislocations vis en excès et donc l'adoucissement. Une tendance au durcissement due à la diminution de la contrainte effective et de la vitesse des dislocations résultant de l'augmentation de la contrainte interne reste comparativement faible (Cette tendance durcissante devient prépondérante dans le cas des aciers). Le modèle 3D rend compte du mouvement hors - plan des dislocations vis en excès sous l'action des contraintes internes. Cet aspect, évidemment absent du modèle 1D, a été introduit phénoménologiquement et a abouti à la formulation d'une loi d'écrouissage cinématique de type Armstrong - Frederick. Le comportement original en torsion inverse a également été reproduit et interprété. Dans ce cas, les dislocations vis changent de direction, se dirigent vers l'extérieur du cylindre, et les contraintes internes deviennent favorables à leur mouvement, d'où l'effet Bauschinger observé. En même temps, des dislocations vis de signe inverse sont créées car le signe du gradient de torsion a changé, et la densité totale de dislocations vis en excès diminue. Ce mécanisme est responsable du



durcissement observé expérimentalement dès le début de la torsion inverse. Des effets de taille en torsion inverse ont également été obtenus et confirmés expérimentalement. Ces derniers sont dus essentiellement à la dynamique des dislocations en excès. Le rôle des dislocations statistiques est négligeable. Le modèle permet également de retrouver l'effet durcissant de la réduction du rayon sur le comportement en torsion d'un fil métallique. Ce sont les mécanismes déjà vus à l'œuvre dans le monocristal de glace qui expliquent ce comportement. Le contraste entre le durcissement dans les métaux et l'adoucissement dans la glace est dû à la différence considérable des coefficients d'élasticité entre les deux matériaux.

L'étude de la torsion en fluage de la glace monocristalline a ensuite permis d'utiliser le modèle 1D calibré en torsion pour étudier le ré-arrangement des structures de dislocations en excès lors de phases de vieillissement intercalées avec des périodes de fluage en compression du même matériau. Le modèle a montré que la relaxation des contraintes internes pendant les phases de vieillissement est responsable de l'augmentation de la vitesse de fluage observée expérimentalement lors du rechargement. En effet, cette relaxation augmente la contrainte effective et donc la vitesse des dislocations. Un effet opposé, mais faible, est lié à l'annihilation partielle de la structure de dislocations en excès due au changement de sens des contraintes internes pendant les phases de vieillissement. Ici encore, l'influence des dislocations statistiques est négligeable, et le résultat est lié aux contraintes internes et au transport, qui permettent au sens de la déformation d'influencer sur les structures de dislocations en excès.

Enfin, le modèle 1D a été utilisé pour l'étude des bandes de Lüders dans les aciers doux. L'absence de bande observée à l'inversion du sens de la déformation, malgré un nouveau vieillissement statique, a été reproduite et interprétée. Les contraintes internes dues à la formation d'une structure de dislocations en excès lors de la propagation de la bande sont favorables au désancrage des dislocations lorsque le sens de déformation est inversé. Un comportement transitoire durcissant - adoucissant a également été reproduit en déformation inverse, en accord avec les résultats expérimentaux. Ce comportement est dû à l'annihilation de la structure polarisée de dislocations en excès et des contraintes internes formées en déformation directe, et à la formation d'une nouvelle structure et de nouvelles contraintes internes de signe opposé. Ce résultat est analogue à l'inversion adoucissement – durcissement

observée au changement de sens du fluage en torsion des monocristaux de glace. Par ailleurs, les modèles 2D et 3D ont également été utilisés pour reproduire la propagation des bandes « quasi – Lüders » observées dans les lamelles de cuivre monocristallines (« whiskers »). Ils ont montré que la propagation est due à l'interaction contraintes internes - transport. En effet, les contraintes internes, liées aux dislocations en excès générées pour accommoder les gradients de distorsion plastique au voisinage de la bande, entraînent la propagation de cette dernière par transport.

Intermittence et corrélations spatio - temporelles, effets de taille, ré - arrangement des structures de dislocations et histoire des contraintes internes en chemin complexe de déformation, les exemples développés dans ce travail correspondent à des thématiques actuelles, et ils suggèrent l'étendue des perspectives ouvertes par la théorie des champs de dislocations en excès (polaires) / statistiques. D'autres choix auraient été possibles, qui auraient complété cette description. Ainsi, les modèles 2D et 3D pourraient reproduire l'effet Portevin – Le Chatelier dans les mono - cristaux, en leur adjoignant les mécanismes du vieillissement dynamique, ou être utilisés pour prévoir le comportement des micro - piliers de taille micrométrique déformés en compression [65]. La formation de parois de dislocations par ré - arrangement de distributions de dislocations existantes (restauration), la recristallisation et ses liens avec les concentrations de contraintes internes sont aussi des sujets d'étude prometteurs. Enfin, il est certainement intéressant d'introduire le caractère polycristallin du matériau et d'étudier les mécanismes liés à la dynamique des joints de grains. L'étude du polycristal permettrait de beaucoup étendre les possibilités déjà offertes par cette théorie, et aurait un intérêt industriel considérable.

# REFERENCES

- [1] Kubin, L.P., Fressengeas, C., and Ananthakrishna, G., 2002, Collective Behavior of Dislocations in Plasticity, in Dislocations in Solids, vol. 11, Eds. F.R.N. Nabarro and M.S. Duesbery, Elsevier Science B.V., 100-192.
- [2] Aifantis, E.C., 1986, Mat. Sci. And Eng., 81, 563.
- [3] Forest, S., Cailletaud, G., Sievert, R., 1997, Archives of Mechanics, 49(4):705.
- [4] Kubin, L.P., Canova, G., Condat, M., Devincere, B., Pontikis, V., Bréchet, Y., 1992, Dislocation microstructure and plastic flow : a 3-D simulation, Solid state Phenomena, 23-24, 455.
- [5] Kröner, E., and Seeger, A., 1959, Arch. Rat. Mech., 3,97.
- [6] Mura, T., 1963, Phil. Mag., 89, 843.
- [7] Kosevich, A.M., 1979, Crystal dislocations and the theory of elasticity, in Dislocations in Solids, Ed. F.R.N. Nabarro, North Holland, Amsterdam, 33-141.
- [8] Acharya, A., 2001, J. Mech. Phys. Solids, 49, 761.
- [9] Acharya, A., Roy, A., 2006, J. Mech. Phys. Solids, 54, 1687.
- [10] Weiss, J., Grasso, J.R., 1997, J. Phys. Chem. B 101, 6113.
- [11] Weiss, J., Richeton, T., Louchet, F., Chmelik, F., Dobron, P., Entemeyer, D., Lebyodkin, M., Lebyodkina, T., Fressengeas, C., McDonald, R.J., 2007, submitted.
- [12] Taupin, V., Varadhan, S., Chevy, J., Fressengeas, C., Beaudoin, A.J., Montagnat, M., Duval, P., 2007, Phys. Rev. Lett., in press.
- [13] Fleck, N.A., Muller, G.M., Ashby, M.F., Hutchinson, J.W., 1994, Acta Metall. Mater., 42, 475.
- [14] Richeton, T., 2006, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [15] Elliot, R.A., Orowan, E., Udoguchi, T., Argon, A.S., 2004, Mech. Mat., 36, 1143.
- [16] Nittono, O., 1971, Japanese Journal of Applied Physics, 10, 188.

- [17] Nye, J.F., 1953, *Acta Metall.*, 1, 153.
- [18] Varadhan, S., communication privée.
- [19] Varadhan, S.N., Beaudoin, A.J., Acharya, A., Fressengeas, C., *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* **14** (2006) 1245.
- [20] Acharya, A., 2003, *Proc. Roy. Soc., A* 459, 1343.
- [21] Acharya, A., Beaudoin, A.J., 2006, *J. Mech. Phys. Solids*, 48, 2213.
- [22] Shearwood, C., Whitworth, R.W., 1991, *Phil. Mag.*, 64, 289.
- [23] Gillis, P.P., Gilman J.J., Taylor, J.W., 1969, *Phil Mag*, 20, 279.
- [24] Haasen, *Physical Metallurgy*, Cambridge University Press.
- [25] Stein D.F., Low, J.W., 1960, *J. Appl. Phys.*, 31, 362.
- [26] Johnston, W.G., Gilman, J.J., 1959, *J. Appl. Phys.*, 30, 129.
- [27] Vreeland, T., 1968, *Technique of Metals Research* (ed R.F. Bunshaw), Vol.2, 341, Wiley.
- [28] Andrade A.N. da C., 1916, *Proc. Roy. Soc.* 84, 1-12.
- [29] Classen-Nekudowa, M., 1929, *Z. Phys.* 55, 555-568.
- [30] Becker, R., Orowan, E., 1932, *Z. Phys.* 75, 566-573.
- [31] McReynolds, A.W., 1949, *Met. Trans.* 32-45.
- [32] Miguel, M.C., Vespignani, A., Zapperi, S., Weiss, J., Grasso, J.R., 2001, *Nature*, 410, 667.
- [33] Weiss, J., Marsan, D., 2003, *Science*, 299, 89.
- [34] Dimiduk, D.M., Woodward, C., LeSar, R., Uchic, M.D., 2006, *Science* 312, 1188-1190.
- [35] Weiss, J., Miguel, M.-C; 2004, *Mat. Sci. Eng. A* 387-389C.
- [36] Richeton, T., Weiss, J., Louchet, F., 2005, *Acta Mater.*, 53, 4463.
- [37] Bharathi, M.S., Lebyodkin, M., Ananthakrishna, G., Fressengeas, C., Kubin, L.P., 2002, *Acta Materiala*, 50, 2813-2824.
- [38] Dimiduk, D.M., Woodward, C., Uchic, M.D., Rao, S.I., Parthasarathy, T.A., 2006, *Multiscale Materials Modeling*.

- [39] Hutchinson, J.W., Obrecht H., Fracture 1977, ICF4, vol 1, 101-116, 1977.
- [40] Flor, S., Nortmann, A., Dierke H., Neuhäuser H., 1994, Z. Metallkd. 94, 572.
- [41] Montagnat, M., Duval., P., Bastie, P. , Hamelin, B., 2003, Scripta. Mater., 49, 411.
- [42] Montagnat, M., Weiss. J., Chevy, J., Duval., P., Brunjail, P., Bastie, P. , Gil Sevillano, J., 2006, Phil. Mag., 86, 4259.
- [43] Weertman, J., 2002, Acta Mater., 50, 673.
- [44] Duval,P., Ashby,M.F., Anderman,J.,1983, J. Phys. Chem., 87, 4066.
- [45] Hobbs, P.V., 1974, Ice Physics, Oxford University Press.
- [46] Louchet, F., 2004, C.R. Physique, 5, 687.
- [47] Chevy, J., rapport de Master, 2005.
- [48] Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966, A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, Technical Report RD/B/N/731, Central Electricity Generating Board.
- [49] Nielsen, S.F., Poulsen, H.F., Beckmann, F., Thorning, C., Wert, J.A, 2003, Acta Mat., 51, 2407-2415.
- [50] Piobert, A.,1842, Mémoires de l'artillerie, 5, 502.
- [51] Lüders, W., 1860, Dinglers Polytech J., 155, 18.
- [52] Balik, J., Lukac, P., Kubin, L.P., 2000, Scripta Mater, 42, 465.
- [53] Cottrell, A.H., 1953, Dislocations and Plastic Flow in Crystals, University Press, Oxford.
- [54] Wilson, D.V., Ogram, G.R., 1968, Journal of The Iron and Steel Institute, 911-920.
- [55] Hasegawa, T., Yakou, T., Karashima, 1975, S; Materials Science and Engineering, 20, 267.
- [56] Meier, M., Broumas, A., 2001, Lüders Band Formation in Steel, film.
- [57] Tipper,C.F., 1952, Journal of The Iron and Steel Institute, 2, 143.
- [58] Kubin, L.P., Estrin, Y., Perrier, C., 1992, Acta Metall. Mater., 40, 1037.
- [59] Louat, N., 1981, Scripta Metall., 15, 1167.
- [60] McCormick, P.G., 1988, Acta Metall., 36, 3061.

- [61] Kubin, L.P., Estrin, Y., 1990, *Acta Metall. Mater.*, 38, 697.
- [62] Kurath, P., Jones, J.H., 1998, *Soc. Of Auto. Eng.*
- [63] Peeters, B., Kalidindi, S.R., Van Houtte, P., Aernoudt, E., 2000, *Acta mater.*, 48, 2123.
- [64] Louche, H., Chrysochoos, A., 2001, *Materials Science and Engineering*, A307, 15.
- [65] Varadhan, S., 2007, thèse de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.