



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

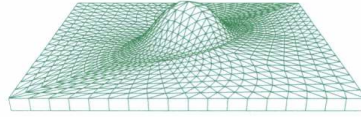
LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



LABORATOIRE DE **PHYSIQUE** ET **MÉCANIQUE** DES **MATÉRIAUX**

THÈSE

Présentée à



Par

Fathallah QODS

Pour l'obtention du grade de :

Docteur de l'Université Paul Verlaine de Metz

DISCIPLINE : Mécanique

SPECIALITE : Mécanique des matériaux

Comportement mécanique des métaux polycristallins aux grandes déformations en torsion ; expériences et simulations

Soutenue le 27 octobre 2006 devant le jury composé de :

M. S. AHZI	Professeur à l'Université Louis Pasteur, I.M.F.S	Rapporteur
M. M. DARRIEUIAT	HDR à l'ENSM Saint-Etienne	Rapporteur
M. W. SKROTZKI	Professeur à l'Institut fuer Strukturphysik, Dresden	Examineur
M. J.J. FUNDENBERGER	McF, à l'Université Paul Verlaine de Metz, LETAM	Examineur
M. A. RUSINEK	McF, HDR à l'Université Paul Verlaine de Metz, LPMM	Examineur
M. L. TOTH	Professeur à l'Université Paul Verlaine de Metz, LPMM	Directeur de thèse

Remerciements

Je ne sais dire qui, durant ces trois années passées au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, de l'ensemble du laboratoire m'a apporté, un jour ou l'autre, une aide, un conseil, un soutien...

C'est pourquoi j'exprime ma profonde gratitude à l'ensemble de ses membres. Cependant, je tiens à remercier plus particulièrement le directeur, Etienne Patoor, de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

Je remercie très vivement Lászlo Tóth pour avoir dirigé patiemment ces travaux, pour son soutien constant durant la rédaction, pour sa disponibilité et sa générosité exceptionnelles.

Mes remerciements s'adressent également à Said Ahzi et Michel Darrieulat qui me font l'honneur d'examiner et de rapporter ce mémoire. Je remercie aussi Werner Skrotzki, Jean-Jacques Fundenberger et Alexis Rusinek d'avoir accepté de participer à mon jury. Avec ses corrections apportées à la version finale, Jean-Jacques Fundenberger a gracieusement amélioré la compréhension de ma thèse.

Mes remerciements s'adressent également à Roxane Arruffat-Massion et Benoît Beausir pour le temps qu'ils ont passés à corriger le français de ma thèse. Merci, à tous les deux, pour votre amitié. Quelques mots pour Benoît, pour sa collaboration aux expériences sur le magnésium. Bonne chance pour la fin de sa thèse et pour la suite. Encore quelques mots pour Nathalie Gey et Serge Dominiak pour leur aide sur les mesures de textures.

Je n'oublie pas toute ma famille qui m'a toujours soutenue et en particulier, Mon épouse pour sa présence, sa patience et son aide.

Enfin, j'adresse mes remerciements au gouvernement iranien pour la bourse d'étude de doctorant et ma reconnaissance à l'université de Semnan, Iran, pour notre entente de congé sabbatique, également à SFERE pour leurs aides lors mon séjour en France.

A mon épouse, Sima et mon fils, Mehrab...

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I	5
<u>L'essai de torsion</u>	5
1.1. LA TORSION	6
1.1.1. Introduction.....	6
1.1.2. Littérature sur les effets axiaux en torsion	7
1.2. ANALYSE DE LA DEFORMATION ET DES CONTRAINTES LORS DE LA TORSION DE BARRES LONGUES CYLINDRIQUES	18
1.3. COUPLE DEVELOPPE DANS UNE BARRE CYLINDRIQUE	22
1.3.1. Comportement élastique parfaitement plastique.....	22
1.3.2. Comportement avec écrouissage	24
1.3.3. Déchargement d'une barre pré-déformée plastiquement en torsion.....	26
1.3.4. Calcul de la contrainte de cisaillement à la surface de la barre.....	28
1.4. CONCLUSION	30
CHAPITRE II	31
<u>Plasticité cristalline et textures</u>	31
2.1. INTRODUCTION	32
2.2. MODELISATION DU COMPORTEMENT D'UN CRISTAL EN GLISSEMENT VISCOPLASTIQUE	32
2.2.1. Analyse de sensibilité à la vitesse de déformation.....	32
2.2.2. Les formes des équipotentiels.....	35
2.2.3. Fermeture ou non d'une surface de potentiel.....	39
2.2.4. Relations fondamentales pour obtenir la vitesse de rotation du réseau	40
2.2.5. Absence de rotation plastique quand $m=1$	42
2.2.6. Effet de sensibilité à la vitesse de déformation sur la rotation de réseau	44
2.3. NOTATIONS DE BASE DE LA TEXTURE CRISTALLOGRAPHIQUE	46
2.3.1. Définition de la fonction de distribution d'orientation (ODF)	46
2.3.2. Diverses descriptions de l'orientation	47
2.3.2.1. Représentation matricielle	47
2.3.2.2. Représentation par un axe et un angle de rotation	48
2.3.2.3. Représentation par les angles d'Euler	49
2.3.2.4. Représentation dans l'espace d'Euler	51
2.3.2.5. Représentation de l'ODF	52
2.4. LES TEXTURES DE TORSION (CISAILLEMENT SIMPLE)	54
2.4.1. Introduction.....	54
2.4.2. Comparaison entre les textures obtenues par la méthode de « contraintes relâchées » et « fulls constraints » pour les matériaux c.f.c	59
2.4.3. Stabilité d'orientation dans l'espace d'Euler.....	61
2.5. CONCLUSION	65
CHAPITRE III.....	67
<u>Modélisation de l'effet de Swift</u>	67
3.1. INTRODUCTION.....	68
3.2. METHODE BASEE SUR L'EQUATION D'EQUILIBRE (MODELE EE).....	69
3.3. METHODE BASEE SUR LA THEORIE DE LA PUISSANCE PLASTIQUE MINIMUM (MODELE PPM)	71
3.4. PROCEDE NUMERIQUE.....	73
3.5. APPLICATION AU CUIVRE	76
3.5.1. Modélisation pour une texture initiale aléatoire	76
3.5.1.1. Simulations par les modèles PPM et EE	76
3.5.1.2. Calculs par éléments finis.....	78
3.5.2. Modélisation pour des textures initiales fortes dans le cuivre	79
3.5.2.1. Comparaison entre expérience et simulation	82
3.5.2.2. Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation	83
3.6. APPLICATION AU MAGNESIUM	87

3.6.1.	Résultats expérimentaux.....	87
3.6.2.	Simulations	93
3.7.	APPLICATION AU SUPERALLIAGE NICKEL - ALUMINIUM	95
3.7.1.	Expériences	95
3.7.2.	Structure cristallographique du superalliage NiAl	96
3.7.3.	Simulation de l'effet de Swift sur le NiAl.....	98
3.7.3.1.	Texture initiale <100>.....	99
3.7.3.2.	Texture initiale <110>.....	101
3.7.3.3.	Texture initiale <111>.....	103
3.8.	CONCLUSION.....	106
CHAPITRE IV		107
<u>L'écrouissage</u>		107
4.1.	INTRODUCTION.....	108
4.1.1.	DEFINITION DE L'ECROUISSAGE.....	108
4.1.2.	DESCRIPTION DES STADES DE DEFORMATION	109
4.2.	EXPERIENCES DE TORSION.....	112
4.2.1.	TORSION DE L'ALUMINIUM	112
4.2.3.1.	Aluminium pur	112
4.2.3.2.	Alliage d'aluminium.....	114
4.2.2.	TORSION DU CUIVRE.....	120
4.2.3.	TORSION DU MAGNESIUM	124
4.2.4.	SIMULATION DE L'ECROUISSAGE DU TEST ECAE PAR LA TORSION	125
4.3.	CONCLUSION	130
CHAPITRE V		133
<u>Recristallisation dynamique</u>		133
5.1.	INTRODUCTION	134
5.2.	PRINCIPAUX RESULTATS DE LA LITTERATURE.....	134
5.2.1.	NUCLEATION DE LA RECRISTALLISATION DYNAMIQUE	138
5.2.2.	ETAT DE DEFORMATION STABLE.....	141
5.3.	RECRISTALLISATION DU CUIVRE EN TORSION	142
5.3.1.	COMPORTEMENT MECANIQUE	142
5.3.2.	OBSERVATIONS METALLOGRAPHIQUES.....	146
5.3.2.1.	Calcul du changement de forme et de la taille de grain	148
5.4.	ETUDE EBSD	153
5.4.1.	CONDITIONS EXPERIMENTALES.....	153
5.4.2.	TEXTURES MESUREES PAR EBSD	155
5.4.2.1.	Représentation des textures du cuivre sur figures de pôles	155
5.4.2.2.	Représentation des textures du cuivre sur des ODF	159
5.4.3.	CARTES DES ORIENTATIONS	164
5.5.	CONCLUSION	171
CONCLUSIONS ET PERSPEVTIVES		173
ANNEXE A		177
ANNEXE B		181
REFERENCE		183

Introduction

La compréhension du comportement des matériaux soumis à un chargement multiaxial aux grandes déformations est d'une importance capitale dans les domaines de la technologie et de la conception. Cette compréhension est articulée autour des équations constitutives afin de proposer des modèles performants. Le test de torsion est particulièrement bien adapté pour étudier le comportement des matériaux aux très grandes déformations plastiques et est souvent employé pour valider des modèles théoriques.

Les procédés mettant en jeu de grandes déformations plastiques sont aussi des techniques prometteuses pour le raffinement de la microstructure des matériaux. L'essai de torsion est l'un des essais les plus stables pour atteindre de très grandes déformations plastiques sans localisation de la déformation. La torsion peut être conduite dans des conditions d'extrémités libres ou fixes. Dans les deux cas des effets axiaux surgissent ; en extrémités fixes des contraintes axiales apparaissent, tandis qu'en extrémités libres, il y a changement de longueur.

L'examen analytique et expérimental du comportement des métaux polycristallins soumis aux très grandes déformations a été le sujet de nombreuses investigations. Les variations de changement de longueur ont été rapportées la première fois par Swift en 1947, d'où le nom de ce phénomène, effet de Swift. Le développement des textures de déformation a également suscité un intérêt considérable, principalement parce que ce phénomène mène aux propriétés anisotropes des produits obtenus par un bon nombre de procédés de mise en forme (emboutissage, extrusion, laminage, tréfilage, etc.). La simulation de la réponse macroscopique en contrainte et en déformation des polycristaux est, en soi, d'une importance particulière dans la modélisation numérique de ces opérations de mise en forme.

Les changements de longueur ont été modélisés avec succès par la méthode des éléments finis en utilisant la plasticité du cristal. Le but de ce travail est de fournir plus de données expérimentales sur une plus grande diversité de matériaux et de proposer deux techniques alternatives n'exigeant pas un code d'élément finis. Dans ce travail, les simulations sont faites grâce au modèle polycristallin de plasticité de Taylor. L'avantage d'employer ce modèle de plasticité cristalline est qu'il permet de simuler l'anisotropie développée dans le

polycristal, et de prévoir quantitativement la contrainte macroscopique agissant sur le polycristal.

La présentation de ce travail est divisée en cinq chapitres suivis d'une conclusion. Les deux premiers chapitres sont des synthèses bibliographiques. Dans le premier chapitre, la littérature sur les effets axiaux en torsion est présentée. La deuxième partie de ce chapitre présente une analyse de la déformation et des contraintes lors de la torsion de barres cylindriques pleines.

Dans le deuxième chapitre, le comportement d'un cristal en glissement viscoplastique est analysé. Ensuite on décrit brièvement les notions de base de la texture cristallographique. Enfin, les textures de torsion (cisaillement simple) sont présentées.

Le troisième chapitre présente deux nouveaux modèles analytiques pour modéliser l'effet de Swift. Le premier est basé sur l'équation d'équilibre. En utilisant ce modèle, des simulations sont réalisées pour l'essai de torsion en extrémité libre d'une barre pleine pour les échantillons en Cuivre, en Magnésium et en alliage intermétallique Nickel-Aluminium. Une autre méthode pour obtenir une solution possible au problème de la torsion en extrémités libres est également présentée dans ce chapitre, solution qui est basée sur la théorie de la puissance plastique minimum. Dans ce chapitre on a également simulé le développement de la texture cristallographique en parallèle à la simulation de l'effet de Swift. Il sera clairement démontré que le raccourcissement ou l'allongement dépend de la texture initiale. Nous avons également séparé l'effet de la vitesse et de la forme dans la modélisation de l'effet de Swift en viscoplasticité.

Dans le quatrième chapitre, nous étudierons le problème de l'écrouissage en grandes déformations. Au début du chapitre une courte introduction sur l'écrouissage est présentée, puis les résultats expérimentaux sur l'aluminium pur, un alliage d'aluminium, le cuivre et le magnésium pur sont présentés pour étudier les stades d'écrouissage aux grandes déformations. Nous allons montrer que l'effet de la température est un décalage du stade IV vers la gauche alors que l'effet de la vitesse est inverse dans la représentation de Kocks-Mecking des stades d'écrouissage. Un test spécialement conçu pour modéliser l'écrouissage du cuivre dans le procédé ECAE ('Equal Channel Angular Extrusion') est également présenté (test à vitesse de déformation variable).

Dans le cinquième chapitre, nous étudierons la recristallisation dynamique en torsion du cuivre polycristallin. Dans ce but, trois méthodes ont été utilisées pour identifier l'apparition d'une DRX : la théorie de Poliak et Jonas (technique d'écrouissage), la métallographie, et l'EBS (Electron Back Scattering Diffraction'). A l'aide de ces techniques, le début de la recristallisation dynamique est identifié dans le cuivre à $\gamma = 0.7$ par la théorie de Poliak et Jonas.

Chapitre I

L'essai de torsion

CHAPITRE I	5
L'ESSAI DE TORSION	5
1.1. LA TORSION	6
1.1.1. Introduction.....	6
1.1.2. Littérature sur les effets axiaux en torsion	7
1.2. ANALYSE DE LA DEFORMATION ET DES CONTRAINTES LORS DE LA TORSION DE BARRES LONGUES CYLINDRIQUES	18
1.3. COUPLE DEVELOPPE DANS UNE BARRE CYLINDRIQUE	22
1.3.1. Comportement élastique parfaitement plastique	22
1.3.2. Comportement avec écrouissage	24
1.3.3. Déchargement d'une barre pré-déformée plastiquement en torsion.....	26
1.3.4. Calcul de la contrainte de cisaillement à la surface de la barre.....	28
1.4. CONCLUSIONS.....	30

1.1. La torsion

1.1.1. Introduction

L'étude et la compréhension du comportement des matériaux soumis à de grandes déformations permet d'améliorer les performances technologiques et la conception des produits. La modélisation du comportement du matériau est basée sur les équations constitutives. Les effets axiaux pendant la torsion (élongation ou contraction en extrémités libres, contraintes axiales en extrémités fixes de l'échantillon) sont des phénomènes qui peuvent être employés pour valider les modèles théoriques. Le test de torsion est assez simple pour obtenir des données expérimentales valides. Le chargement est multiaxial; une contrainte axiale ou une déformation axiale accompagne la déformation de cisaillement lors de l'essai de torsion. Ce test est également très commode pour déterminer les caractéristiques d'écrouissage des métaux; en effet, de très grandes déformations sont possibles sans rupture ou localisation. D'autres essais - comme la traction ou la compression - sont souvent limités à des déformations plastiques relativement faibles. En effet, dans un essai de traction une striction se produit; en compression, c'est le frottement qui impose des limitations au test.

L'essai de torsion est le plus commodément effectué sur une barre pleine de section circulaire. L'angle de torsion et le couple sont mesurés. Ces quantités doivent être converties en déformation de cisaillement et en contrainte de cisaillement. Etant donnée que la déformation est inhomogène dans la section d'une barre pleine, il est nécessaire d'effectuer une certaine analyse afin d'interpréter les résultats. Du fait que les lignes radiales droites restent radiales pendant la torsion, il est possible d'utiliser la formule proposée par Nadai (1950), qui permet obtenir la courbe « contrainte - déformation » à partir de la courbe « couple - angle de rotation ».

L'examen analytique et expérimental du comportement des métaux polycristallins soumis aux très grandes déformations a été le sujet de nombreuses investigations. Le développement des textures de déformation a également attiré un intérêt considérable, principalement parce que ce phénomène mène aux propriétés anisotropes, significatives dans beaucoup de procédés de mise en forme (emboutissage, extrusion, laminage, tréfilage, etc...). La simulation de la réponse macroscopique en contrainte et en déformation des polycristaux est, en soi, d'une importance particulière dans la modélisation numérique de ces opérations de mise en forme.

1.1.2. Littérature sur les effets axiaux en torsion

L'effet axial a été étudié pour la première fois par Poynting (1909) qui a exécuté une série d'expériences de torsion sur des fils en métal et a observé l'allongement de ces fils sans aucune force axiale appliquée dans le domaine élastique. Swift (1947) a présenté des données expérimentales de sept matériaux, sur des échantillons pleins ou creux déformés en torsion dans le domaine plastique (Fig.1.1).

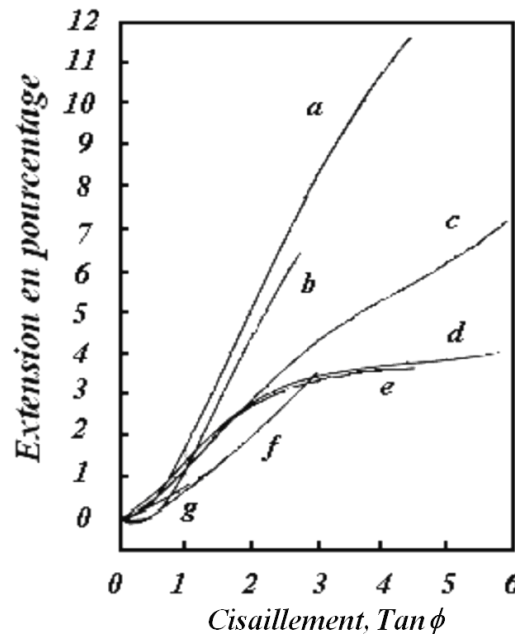


Fig. 1. 1 Elongation en pourcentage en fonction du cisaillement mesuré sur la surface externe d'une barre en torsion avec extrémités libres. a ; laiton, b ; acier inoxydable, c ; aluminium, d ; cupro - nickel, e ; cuivre, f ; acier doux, g ; acier du 0.5% carbone (Swift, 1947).

Dans les études de Swift, tous les métaux examinés ont montré une tendance à l'allongement en torsion. Il est à noter également que les mesures du diamètre sur les échantillons déformés ont confirmé que l'élongation a été accompagnée d'une réduction du diamètre mesurable, correspondante à une déformation plastique sans changement de volume.

Hughes (1952) a effectué des essais de torsion à chaud et a constaté que la contrainte axiale en traction est probablement un facteur important de la rupture de l'échantillon à chaud. La contrainte axiale a été mesurée également pour des aciers dans des conditions très différentes. Dans tous les essais, la force axiale en tension a augmenté rapidement après le début du test jusqu'à une valeur maximale, puis est restée presque constante à cette valeur jusqu'à environ la moitié de la durée de l'essai, et a ensuite diminué légèrement.

L'effet axial en torsion à extrémités libres est cité sous différents noms comme : effet de Poynting, effet de Swift, effet axial, effet du second degré, fluage cyclique, ou ratcheting par divers investigateurs. Dans ce travail, nous l'appellerons effet axial ou effet de Swift.

Les différences de comportement à la température ambiante et à chaud ont amené Morozumi (1965) à déterminer la température de transition de l'effet axial pour le plomb, le cuivre et un acier au carbone. Il apparaît que le passage d'un allongement à une contraction se produit à une température voisine de la température d'adoucissement dynamique des matériaux.

Fredenthal (1966) et Ronay (1967, 1968) ont également examiné l'effet axial en torsion. En torsion cyclique, ils ont observé une accumulation de l'allongement dans des tubes d'aluminium en fonction de l'épaisseur de la paroi. Ils ont trouvé que l'allongement dépendait fortement de l'épaisseur de la paroi. Ils ont également constaté que l'accumulation axiale de déformation augmente avec la température. Quand la direction de la torsion est inversée et que le test est continué dans les conditions d'extrémités fixes, ces auteurs ont aussi trouvé que la force de compression produit un flambage de l'échantillon.

Rose et Stüwe (1968) ont examiné en torsion à extrémités libres une série de tubes à parois minces spécialement préparés. Ces échantillons ont été fabriqués à partir d'une tôle ayant initialement une très forte texture cristallographique cube sur face, c'est à dire avec les directions cristallographiques $\langle 100 \rangle$, $\langle 010 \rangle$ et $\langle 001 \rangle$ parallèles respectivement à la direction de laminage, à la direction transverse et à la direction normale à la tôle. Les auteurs ont découpé les flancs pour former les tubes en variant l'angle de prélèvement par rapport à la direction de laminage et ont ainsi construit des tubes ayant des textures différentes. De cette manière, ils ont pu fournir une première explication pour l'effet axial à extrémités libres dont la cause est la texture cristallographique (Fig. 1.2). Ils ont calculé l'allongement à l'aide de la loi de Schmid en considérant l'échantillon comme un monocristal.

Par la suite, un accord légèrement meilleur avec leurs résultats expérimentaux a été obtenu par Lequeu et al. (1985) en employant la méthode de la « mécanique continu des polycristaux texturés » (MCPT).

Bailey et al. (1972) ont présenté des mesures de déformation axiale et circonférentielle pour un tube de cuivre et utilisé la théorie d'anisotropie de Hill (1950) pour interpréter leur résultats.

Tóth et Jonas (1989) ont donné une interprétation complète des tests de Rose et Stüwe (1968) en faisant une analyse à l'aide de la théorie viscoplastique des cristaux (Fig. 1.3). Ils ont montré que le spin plastique est nul pour un cristal orienté en position cube tournée pour n'importe quel angle φ initial par rapport à l'axe de tube. En conséquence, la rotation du réseau est égale à la rotation rigide imposée dans le test de torsion.

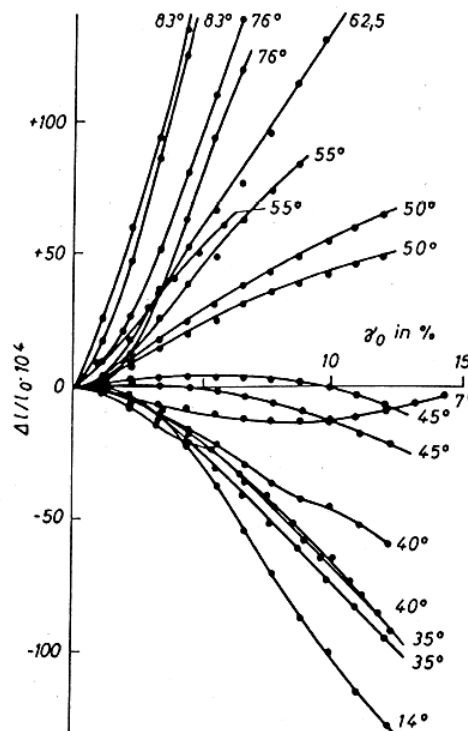


Fig. 1. 2 Courbes de changement de longueur mesurées sur un tube en torsion avec une texture cube orientée initialement par un angle φ par rapport à l'axe longitudinal comme indiqué (Rose et Stüwe, 1968).

Billington (1976, 1977) a examiné l'allongement permanent des tubes lors de la torsion à l'aide d'une théorie de plasticité incluant le troisième invariant des contraintes. Il a également constaté que l'effet axial augmente dans les tubes à parois minces par rapport aux barres pleines.

Van Arsdales et al. (1980) ont étudié la torsion d'un cylindre mince. Ils ont utilisé la théorie de Hart avec des variables d'état interne pour le comportement non élastique des métaux. Ils ont trouvé que pour des valeurs de la contrainte de cisaillement inférieures à la limite d'élasticité du matériau, une élongation réversible accompagne une torsion récupérable.

Pour une contrainte de cisaillement excédant la limite d'élasticité, il y a une elongation permanente en torsion.

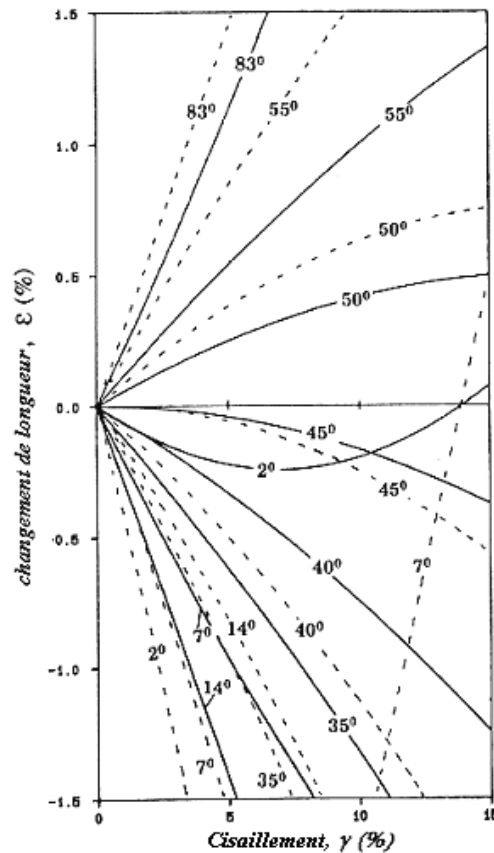


Fig. 1. 3 Courbes de l'allongement simulées en torsion libre. Les lignes continues correspondent au glissement visqueux linéaire $m=1$, les lignes pointillées sont la solution pour $m=0$. Les nombres indiquent les orientations initiales (φ) de la texture cube-tourné (Tóth et Jonas, 1989).

Montheillet et al. (1984) ont étudié les contraintes axiales et le développement de la texture pendant l'essai de torsion à extrémités fixes pour l'aluminium, le cuivre et le fer à différentes températures. Ils ont modélisé les forces axiales développées à l'aide de la méthode MCPT.

Une prévision du comportement plastique anisotrope des polycristaux texturés par la mécanique des milieux continus a été présentée par Darrieulat en 1993. Il a également fait une représentation de l'écoulement plastique homogène et hétérogène des alliages métalliques à l'aide de la méthode MCPT en 2004.

Neale et Shrivastava (1985) ont analysé la torsion en grandes déformations des matériaux incompressibles dans la condition à extrémités fixes. Ils ont utilisé la loi d'écrouissage cinématique de Prager – Ziegler, qui est le modèle phénoménologique le plus simple et le plus fréquemment employé. Ils ont obtenu des différences importantes entre la

prévision et l'expérience concernant les courbes « couple - angle de rotation » en utilisant les théories d'écrouissage isotrope ou cinématique.

Wu et Xu (1990) ont présenté des données expérimentales de l'essai de torsion en fatigue pour trois matériaux différents. Les résultats en extrémités libres sont tracés sur la figure 1.4. Ils ont observé que chaque matériau présente une accumulation de l'extension axiale en fonction du nombre de cycles (Fig. 1.4-d) et qu'avant la rupture, la vitesse d'accumulation était stable. Les échantillons en acier ont cassé par rupture en fatigue et les échantillons en aluminium ont cassé par flambage. Comparant le comportement en flambage entre deux matériaux en aluminium pendant la torsion cyclique (ces deux échantillons ayant les mêmes dimensions) ces auteurs ont montré que pour le matériau le moins dur, le flambage était plus facile.

La plupart des analyses des procédés de déformation sont basées sur des lois phénoménologiques, plutôt que sur des modèles qui prennent en compte la microstructure. Les modèles phénoménologiques ont l'avantage d'être relativement facile à mettre en application dans les analyses numériques des opérations de mise en forme. Cependant, ils sont incapables de décrire les changements microstructuraux lors de la déformation non élastique, pour, par exemple, simuler le développement de la texture cristallographique. Dans ce but, il est nécessaire d'utiliser des modèles micromécaniques (Asaro et Needleman (1985), Molinari et al. (1987), Tóth et al. (1988-1989), Harren et al. (1989)).

Harren et al. (1989) ont simulé l'effet de Swift en torsion direct et inverse en utilisant un modèle de Taylor polycristallin, élasto - viscoplastique. Dans ces simulations, effectuées sur 500 grains, l'effet cyclique de Swift a été correctement reproduit.

Neale et al. (1990) ont montré comment obtenir des résultats pour la torsion d'une barre en extrémités fixes à partir des résultats obtenus en cisaillement simple. Ils ont simulé l'évolution de la texture dans le polycristal et donné des prévisions quantitatives pour les contraintes axiales. La même année, Tóth et al. (1990) ont examiné le cisaillement des tubes à parois minces en conditions limites mixtes. Ces calculs ont reproduit les phénomènes d'allongement et de raccourcissement observés expérimentalement. Les composantes de la texture associées à l'effet de Swift ont été identifiées.

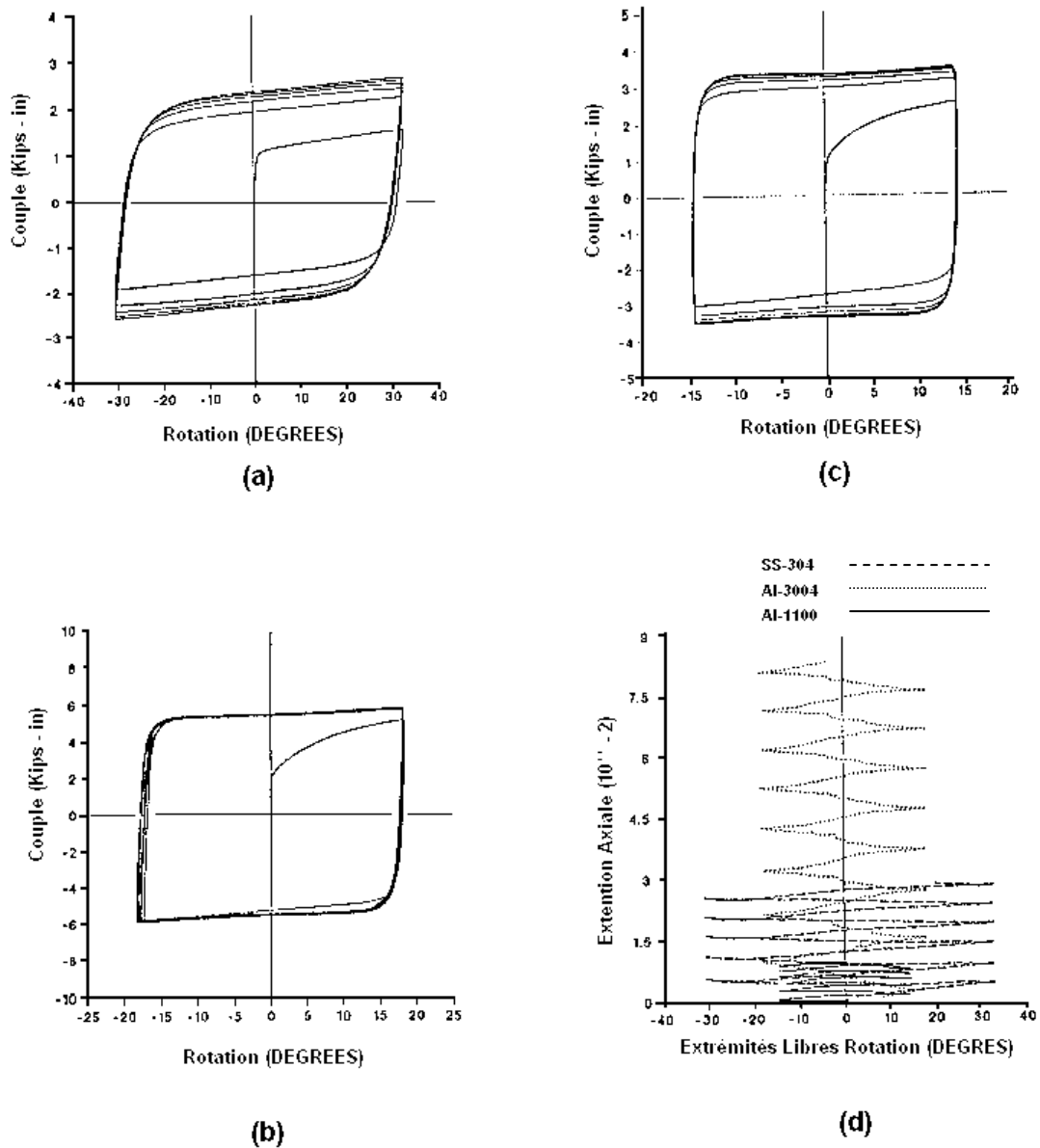


Fig. 1. 4 Courbes « couple – rotation », a ; 304 SS, b ; 3004 Al, c ; Al 1100, d ; l'extension axiale en torsion avec extrémités libres (Wu et Xu , 1990).

Wu et Van der Giessen (1991) ont présenté une analyse de la torsion et de l'extension combinée des barres circulaires, en conditions limites à extrémités libres et fixes. Le problème a été résolu par une approche basée sur la technique des éléments finis (Fig. 1.5). Les éléments choisis étaient unidimensionnels. Les prévisions ont été comparées aux résultats obtenus en cisaillement simple. La théorie hyper -élastique J_2 avec écrouissage isotrope et un modèle d'écrouissage cinématique proposé par Van der Giessen en (1989) a été appliquée.

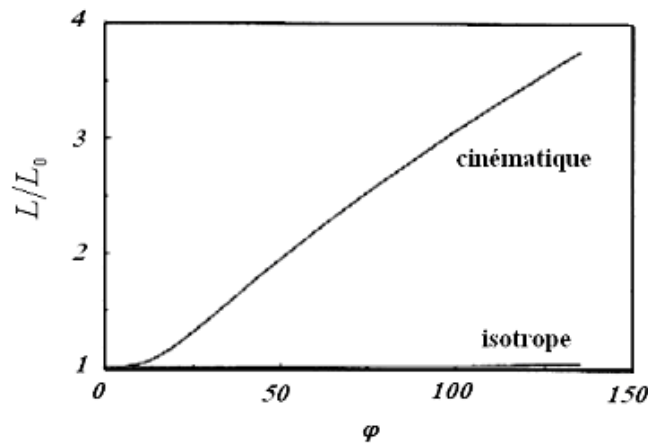


Fig. 1. 5 Elongation axiale en torsion à extrémités libres pour un matériau en écrouissage isotrope et cinématique (Wu et Van der Giessen, 1991).

Tóth et al. (1991) ont mesuré des changements de longueur lors de la torsion des fils de cuivre pur. La texture initiale des fils a été modifiée avant les tests par traitements thermiques à différentes températures (Fig.1.6). Après traitement thermique, au-dessus de la température de recristallisation, les échantillons se sont allongés pendant la torsion. Les auteurs ont montré que la fibre $\langle 111 \rangle$ initiale (forte en dessous de la température de recristallisation) à produit un raccourcissement.

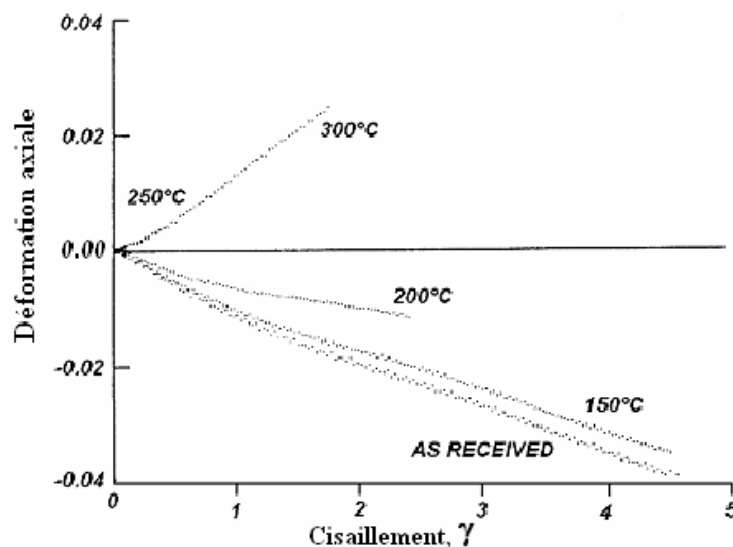


Fig. 1. 6 Effet de Swift mesuré lors de la torsion à extrémités libres de fils de cuivre à température ambiante. Les températures indiquées sont les températures du traitement thermique avant le test (1 heure) (Tóth et al. ,1991).

Tóth et al. (1992) ont présenté des résultats expérimentaux pour de grandes déformations en cisaillement ($2 < \gamma < 12$) sur des barres de cuivre soumises à de la torsion à extrémités libres. Les expériences ont été effectuées à quatre températures différentes jusqu'à

300°C. Le développement de la texture a été suivi à l'aide des figures de pôle mesurées par rayon X et par une analyse d'ODF (du nom anglais : Orientation Distribution Fonction).

Van der Giessen et al. (1992) ont considéré deux modèles phénoménologiques différents pour prendre en compte la rotation du réseau cristallographique. Le couple développé et les effets axiaux de déformation en grandes déformations de torsion d'une barre circulaire pleine ont été étudiés. Ils ont trouvé que les différences obtenues dans les effets axiaux sont plus prononcées dans le cas d'extrémités fixes, tandis que les différences dans la réponse en couple sont plus marquées dans le cas des extrémités libres. Dans le cas des extrémités libres, un allongement monotone a été obtenu.

Majors et Krempl (1994) ont examiné qualitativement deux classes de modèles phénoménologiques. Ils ont trouvé que les deux types d'approches pouvaient reproduire l'effet de Swift monotone.

Darrieulat et al. (1996) ont généralisé l'approche de Hill quadratique pour la symétrie monoclinique prismatique, qui est induite lors de la déformation par cisaillement simple. Ils l'ont également appliqué pour calculer les contraintes axiales qui apparaissent pendant un essai de torsion à extrémité fixe. Ils ont obtenu de bons accords avec les observations expérimentales.

Miller et McDowell (1996) ont employé un modèle d'éléments finis pour de grandes déformations multiaxiales applicables aux polycristaux c.f.c. Ils ont présenté des résultats d'expériences en compression, en torsion, en compression puis torsion et en torsion puis traction pour de l'acier inoxydable 304L, à température ambiante. Ils ont révisé les bases des modèles micro-macro pour la modélisation du comportement « contrainte – déformation » en grandes déformations. L'allongement axial en torsion à extrémités libres sur de l'acier inoxydable 304L est montré sur la figure 1.7, en comparaison avec les résultats d'un modèle de type J_2 avec spin plastique phénoménologique.

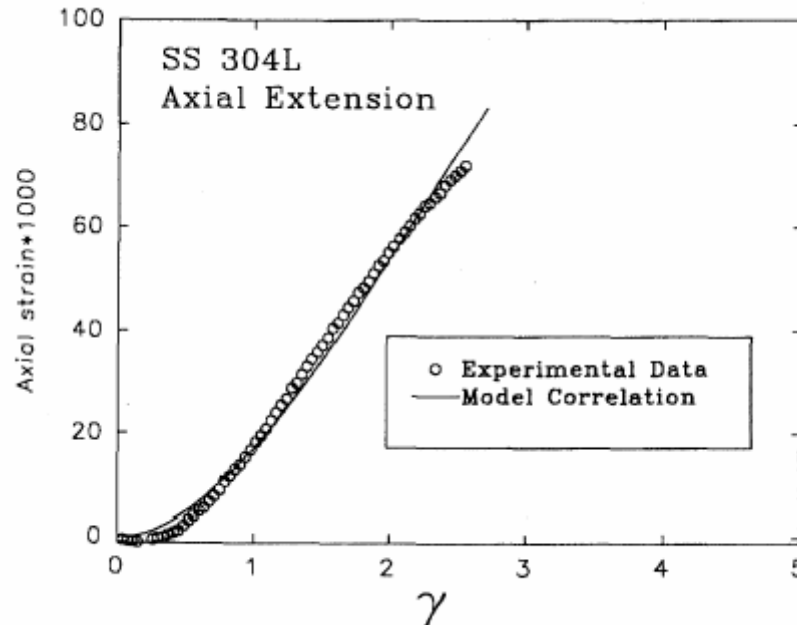


Fig. 1. 7 Allongement axial en torsion avec extrémités libres sur de l'acier inoxydable 304L (Miller et McDowell 1996).

Kuroda (1997) a développé un modèle viscoplastique phénoménologique afin de décrire l'effet cyclique de Swift. Il a utilisé une surface de charge orthotrope, en supposant que les axes orthotropiques de l'anisotropie tournent avec la partie élastique du tenseur de rotation. Cette partie élastique est définie par la différence entre le tenseur de rotation et la forme eulérienne de la rotation plastique. La rotation plastique a été modélisée en supposant l'hypothèse que les tenseurs des contraintes ne sont pas coaxiaux et que la vitesse de déformation n'est pas élastique. L'effet cyclique de Swift pouvait être reproduit par cette approche.

Wu et al. (1998) ont développé une méthode basée sur la méthode de Nádai (1950), qui prend en compte la déformation axiale pour obtenir une courbe « contrainte réelle de cisaillement – déformation », dans un essai de torsion à extrémités libres. Ils ont utilisé des échantillons tubulaires pour déterminer cette courbe. Dans ce but, des mesures expérimentales de la déformation axiale et circonférentielle ('hoop strain') sont nécessaires. Un de leurs résultats expérimentaux est présenté sur la figure 1.8.

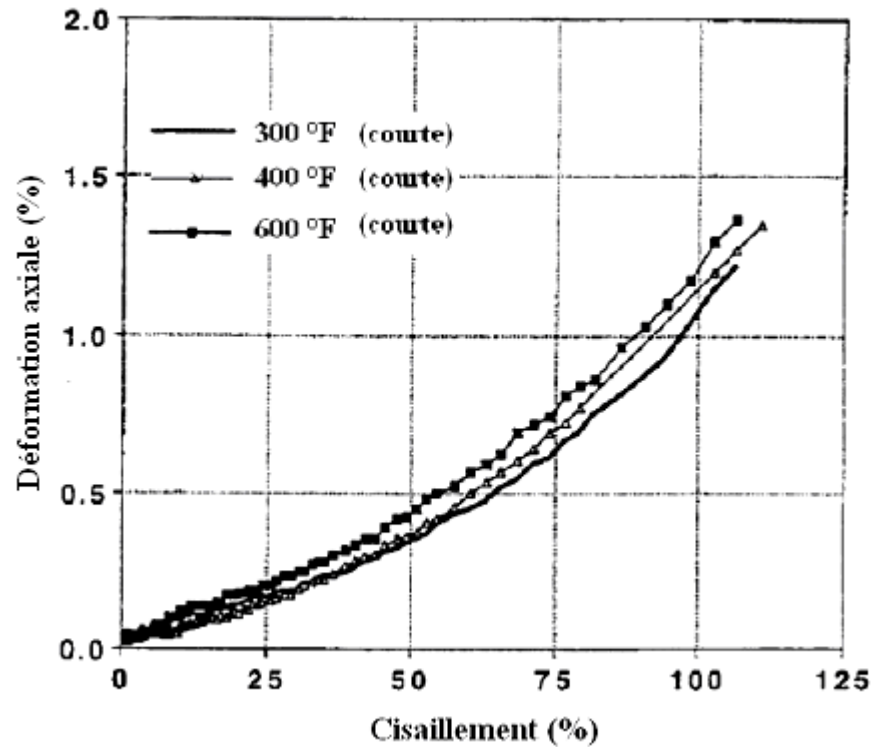


Fig. 1. 8 Déformation axiale en torsion à extrémités libres pour une fonte d'aluminium aux températures élevées (Wu et al. 1998).

Dunne et Katramados (1998) ont présenté un modèle d'éléments finis pour étudier en « compression – torsion » un alliage de titane. La figure 1.9 montre le comportement expérimental de l'alliage de Ti (IMI843).

Kuroda (1999) a comparé les prévisions de son modèle phénoménologique (1997) mentionné ci-dessus aux simulations de type Taylor. Il a trouvé que les modèles prévoyaient le même écoulement et reproduisaient l'effet cyclique de Swift, mais surestimaient les déformations axiales.

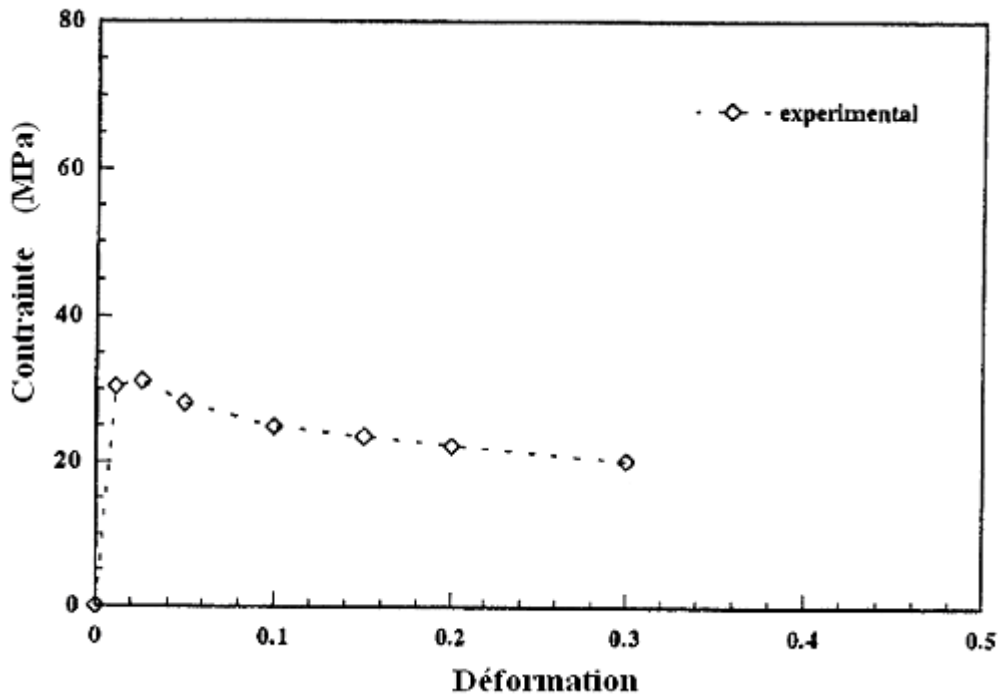


Fig. 1. 9 Courbe d'écrouissage de l'alliage de Ti (IMI843) obtenue en traction et torsion combinée (Dunne et Katramados 1998).

Böhlke et al. (2003) ont présenté deux modèles: un modèle phénoménologique et un modèle polycristallin. Le modèle phénoménologique a été examiné en détail (Böhlke et Bertran, 2001) pour le cas particulier des déformations qui peuvent être décrites par un gradient de vitesse symétrique. Ils ont modélisé l'effet axial des polycristaux c.f.c en torsion à température ambiante. Le modèle phénoménologique basé sur l'anisotropie élastique a été appliqué pour estimer l'anisotropie plastique du polycristal. La partie anisotrope du tenseur d'élasticité a été employée pour formuler une norme anisotrope en termes de contraintes déviatoriques qui contrôle la loi d'écoulement (flow rule). Ce postulat est motivé par les résultats expérimentaux et théoriques qui prouvent que l'anisotropie élastique et plastique est en corrélation. La Figure 1.10 montre que le modèle reproduit les effets monotoniques et cycliques de Swift.

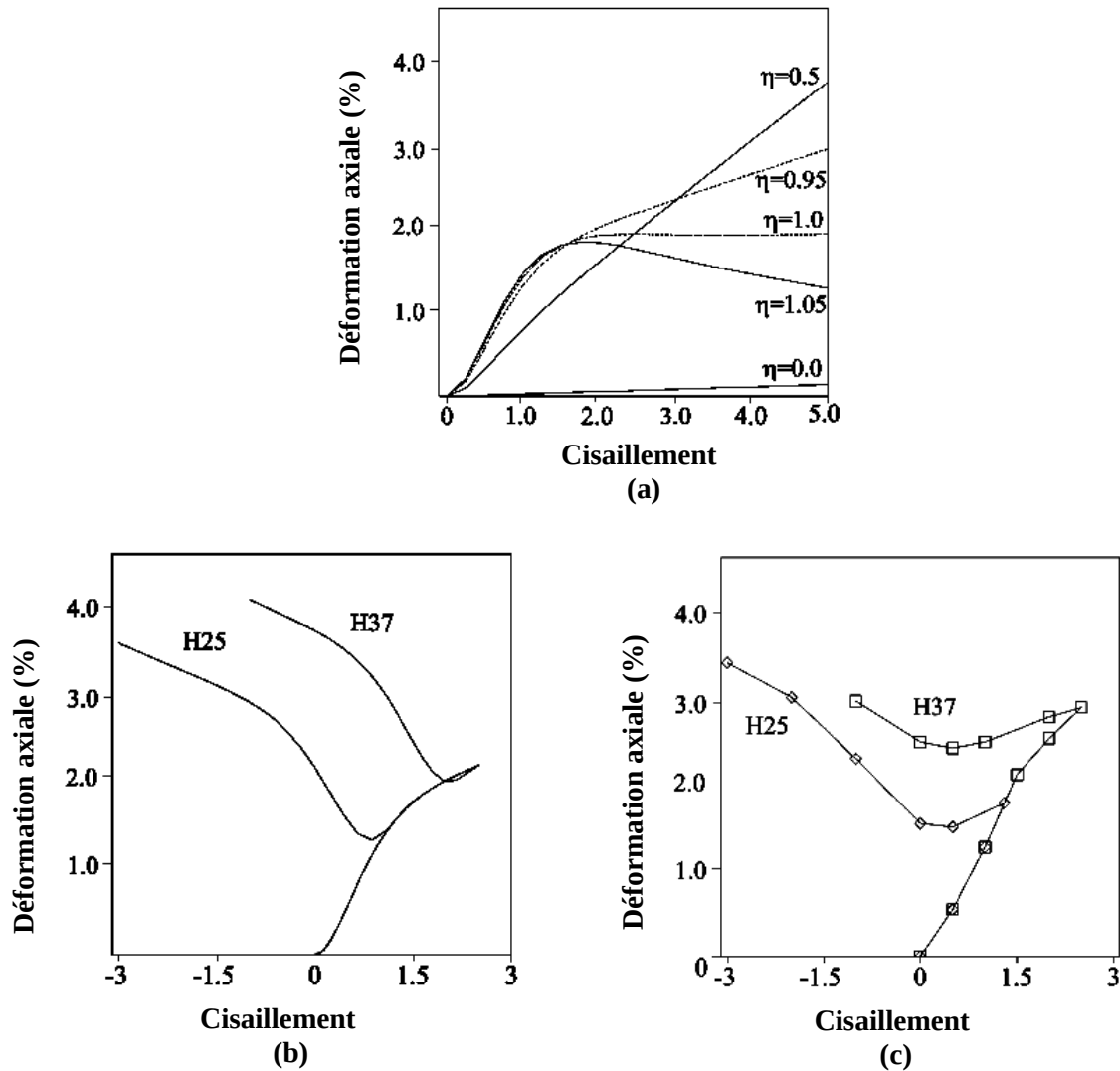


Fig. 1. 10 a) Effets monotoniques de Swift (modèle phénoménologique) ; b) Effets cycliques de Swift (modèle phénoménologique) $\eta = 0.9$ (a et b, Böhlke et al. 2003) ; c) Mesures expérimentales de Swift pour les échantillons en cuivre H25, H37 (Swift 1947).

1.2. Analyse de la déformation et des contraintes lors de la torsion de barres longues cylindriques

Une analyse de la mécanique de la torsion d'une barre a été présentée par Jonas et al. en 1985. Nous décrivons ici leur analyse car elle est importante dans la suite de cette étude.

On choisit un repère cylindrique où R, θ, Z et r, ϕ, z sont respectivement les coordonnées d'un point matériel dans l'état initial et déformé.

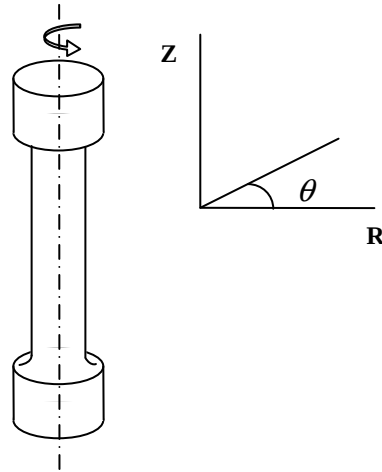


Fig. 1. 11 Schéma d'une barre en torsion

Une déformation axisymétrique générale de la barre est représentée par les relations suivantes entre les coordonnées initiales et déformées :

$$\begin{aligned} r &= \lambda_1 R \\ \phi &= \theta + \psi \\ z &= \lambda_2 Z \end{aligned} \quad (1. 1)$$

où λ_1 , λ_2 , ψ sont les paramètres de déformation qui peuvent dépendre de R et de Z dans le cas le plus général. Le champ de vitesse correspondant est donné par :

$$\begin{aligned} v_r &= \dot{r} = \dot{\lambda}_1 R = \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} r \\ v_\phi &= r\dot{\phi} = r\dot{\psi} \\ v_z &= \dot{z} = \dot{\lambda}_2 Z = \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} z \end{aligned} \quad (1. 2)$$

Les composantes du tenseur des vitesses de déformation sont obtenues à partir de (1.2) :

$$\begin{aligned}
\dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \right) \\
\dot{\epsilon}_{\phi\phi} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + v_r \right) = \frac{v_r}{r} = \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \\
\dot{\epsilon}_{zz} &= \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} + z \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} \right) \\
\dot{\epsilon}_{\phi z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial v_\phi}{\partial z} = \frac{r}{2} \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial z} \\
\dot{\epsilon}_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \right) + z \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} \right) \right] \\
\dot{\epsilon}_{r\phi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{2} \left(\dot{\psi} + r \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r} - \dot{\psi} \right) = \frac{r}{2} \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r}
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Les équations d'équilibre qui doivent être satisfaites à l'intérieur du volume, dans un repère cylindrique (en l'absence de forces volumiques), sont :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\phi\phi}}{r} &= 0 \\
\frac{\partial \sigma_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\phi\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \sigma_{z\phi}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\phi}}{r} &= 0 \\
\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} &= 0
\end{aligned} \tag{1.4}$$

En tenant compte de l'axisymétrie, les équations (1.4) deviennent:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z}(r\sigma_{rz}) - \sigma_{\phi\phi} &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial r}(r^2\sigma_{r\phi}) + \frac{\partial}{\partial z}(r^2\sigma_{\phi z}) &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z}(r\sigma_{zz}) &= 0.
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Les équations (1.3) à (1.5) sont très générales, elles sont également valables en grandes déformations et sont validées pour de larges classes de matériaux (mais ne sont pas valables, par exemple, pour des matériaux avec une texture initiale non axisymétrique).

Nous supposons maintenant que dans un état de torsion, les composantes de la contrainte et de la vitesse de déformation sont indépendantes de z . Dans la pratique, cette

condition est généralement valable dans la partie centrale de l'échantillon long, loin des extrémités. Si aucune traction n'est appliquée à la surface cylindrique de la barre (à $R=a$), on obtient les relations :

$$\sigma_{r\phi} = \sigma_{rz} \equiv 0. \quad (1.6)$$

Dans toute la barre, la seule équation d'équilibre qui reste à satisfaire est:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}) - \sigma_{\phi\phi} &= 0 \\ \text{ou} & \\ \frac{d}{dr}(r\sigma_{rr}) - \sigma_{\phi\phi} &= 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Ainsi, n'importe quelle distribution axisymétrique de $\sigma_{\phi z}$ et de σ_{zz} est admissible, puisque ces dernières quantités n'apparaissent pas dans la relation (1.7).

Quand les composantes de déformations sont également indépendantes de z , $\dot{\psi}_1$ est donné par :

$$\dot{\psi} = z\dot{\psi}_1 = \frac{z}{\lambda_2}\dot{\psi}_1 \quad (1.8)$$

ψ_1 étant l'angle de torsion par unité de longueur, il est indépendant de r , de ϕ et de z . Dans de telles conditions, λ_2 ne dépend pas de la position, et les composantes de la vitesse de déformation sont:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} \right) & \dot{\epsilon}_{rz} &= 0 \\ \dot{\epsilon}_{\phi\phi} &= \frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1} & \dot{\epsilon}_{r\phi} &= 0 \\ \dot{\epsilon}_{zz} &= \frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2} & \dot{\epsilon}_{\phi z} &= \frac{r}{2} \frac{\dot{\psi}_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1 R}{2\lambda_2} \dot{\psi}_1 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Par conséquent, les composantes de contrainte et de vitesse de déformation sont indépendantes de z , donc, $\sigma_{r\phi} = \sigma_{rz} \equiv 0$, et $\dot{\epsilon}_{r\phi} = \dot{\epsilon}_{rz} \equiv 0$. Les valeurs nulles de ces deux composantes de vitesse de déformation signifient que pendant le chargement et le déchargement, les lignes radiales et les plans transversaux doivent rester respectivement

radiales et transversaux. On peut noter également que les composantes diagonales de vitesse de déformation sont différentes de zéro uniquement quand un changement intervient dans la longueur de l'échantillon.

Si le matériau est incompressible pendant la déformation, alors il découle des équations (1.9) que $\dot{\epsilon}_{rr} + \dot{\epsilon}_{\phi\phi} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0$, et non seulement λ_2 mais aussi λ_1 doit être indépendant de la position. De plus, ils sont liés par la formule : $\lambda_1^2 \lambda_2 = 1$ (Jonas et al. 1985).

1.3. Couple développé dans une barre cylindrique

1.3.1. Comportement élastique parfaitement plastique

Dans un échantillon cylindrique élastique parfaitement plastique, soumis à une torsion, l'état de contraintes pendant l'écoulement à l'intérieur de la barre est illustré sur la figure 1.12. Dans cette figure, a est le rayon de la barre et r_p est le rayon de la zone élastique.

Pour $r = r_p$: $\gamma = \gamma_e$, γ_e = déformation élastique maximale

Pour $r = a$: $\gamma = \gamma_a$, γ_a = déformation totale à la surface.

Dans la zone élastique : $\tau(r) = \frac{r}{r_p} \tau_p$.

Dans la zone plastique : $\tau(r) = \tau_p$.

La déformation totale varie linéairement avec le rayon r , donc on peut écrire :

$$r_p = \frac{\gamma_e}{\gamma_a} a. \quad (1.10)$$

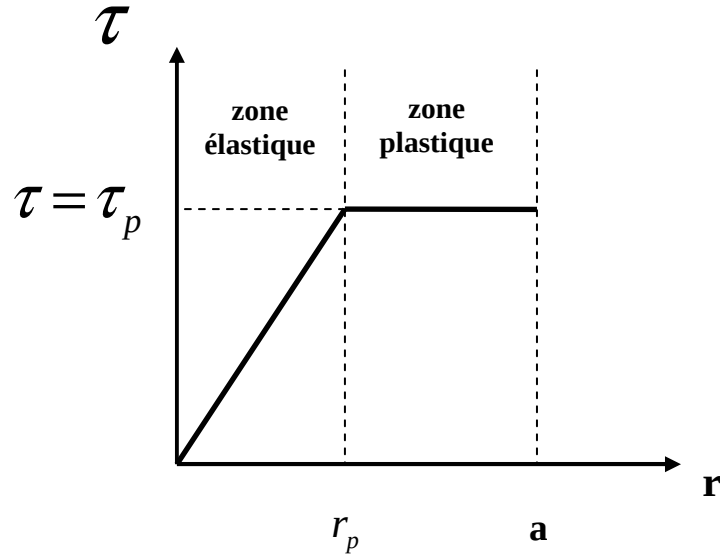


Fig. 1. 12 Etat de contraintes de cisaillement pendant l'écoulement à l'intérieur de la barre

Le couple développé dans la barre Γ_{totale} peut être divisé en deux parties :

$$\Gamma_{totale} = \Gamma_e + \Gamma_p \quad (1.11)$$

où Γ_e est le couple originaire de la zone élastique et Γ_p est le couple originaire de la zone plastique.

$$\Gamma_e = \int_0^{r_p} \tau(r) r 2r \pi dr = \frac{\pi \tau_p r_p^3}{2} = \frac{\pi \tau_p a^3}{2} \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^3, \quad (1.12)$$

$$\Gamma_p = \int_{r_p}^a \tau_p r 2r \pi dr = \frac{2\pi \tau_p}{3} (a^3 - r_p^3) = \frac{2\pi \tau_p a^3}{3} \left[1 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^3 \right], \quad (1.13)$$

$$\Gamma_{totale} = \Gamma_e + \Gamma_p = \frac{\pi \tau_p a^3}{6} \left[4 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^3 \right]. \quad (1.14)$$

Quand $\gamma_a = \gamma_e$: $\Gamma = \frac{\pi \tau_p a^3}{2}$, ou $\Gamma = \frac{1}{2} \Gamma_0$ où $\Gamma_0 = \pi \tau_p a^3$.

Si $\frac{\gamma_a}{\gamma_e} \rightarrow \infty$: $\Gamma = \frac{2\pi \tau_p a^3}{3}$, ou $\Gamma = \frac{2}{3} \Gamma_0$

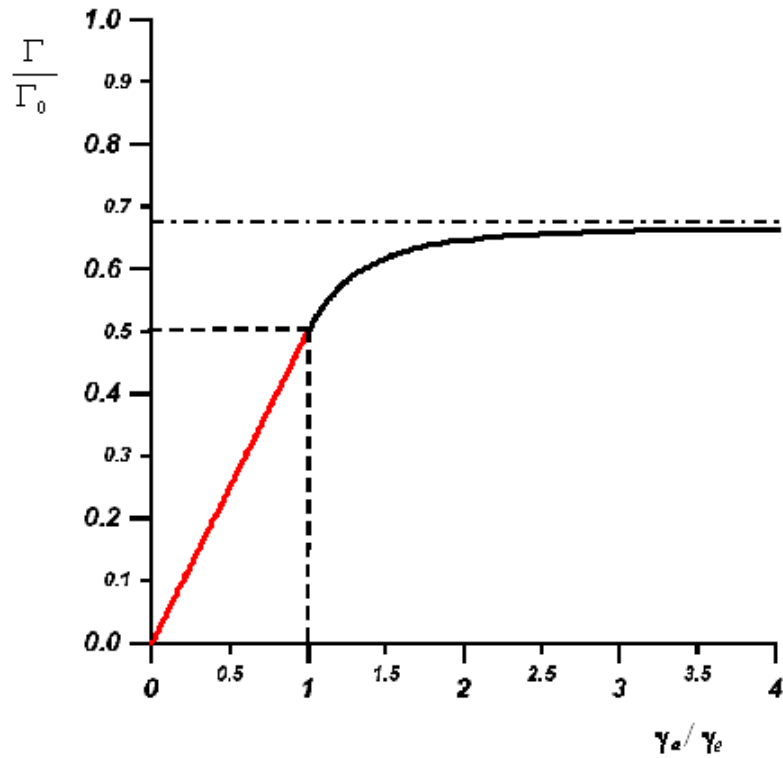


Fig. 1. 13. Variations de couple pendant l'essai de torsion pour un matériau élastique parfaitement plastique.

La figure 1.13 montre que la taille de la zone élastique se réduit très rapidement pour un matériau sans écrouissage.

1.3.2. Comportement avec écrouissage

La figure 1.14 illustre l'état de contrainte pendant l'écoulement à l'intérieur d'une barre cylindrique avec écrouissage, soumise à torsion. Dans cette figure, la même notation est utilisée que pour la figure 1.12.

Dans la zone élastique : $\tau(r) = \frac{r}{r_p} \tau_p$.

Dans la zone plastique : $\tau = K\gamma^n$ où K est constante et n est le coefficient d'écrouissage.

La déformation totale varie linéairement avec le rayon r , donc :

$$\gamma_a = \frac{a}{r_p} \gamma_p. \quad (1. 15)$$

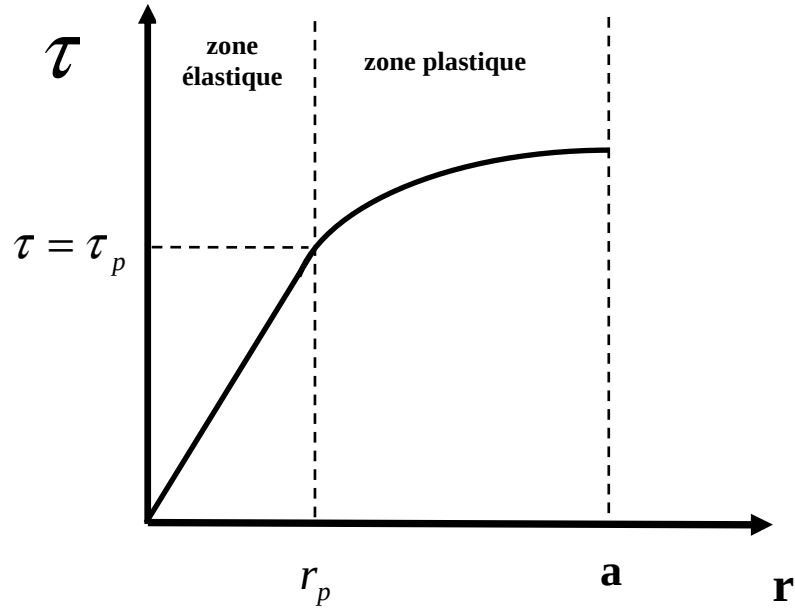


Figure 1. 14 Etat de contraintes de cisaillement pendant l'écroutissage à l'intérieur de la barre

Aussi pendant l'essai de torsion, les lignes radiales et les plans transversaux doivent rester, respectivement, radiales et transversaux. Donc pour une barre déformée en torsion d'un angle ϕ sur une longueur unité, on obtient :

$$r\phi = \gamma. \quad (1.16)$$

Pour la partie élastique, le couple est calculé avec l'équation (1.12). Pour le couple originaire de la zone plastique :

$$\Gamma_p = 2\pi \int_{r_p}^a r^2 \tau dr = 2\pi \int_{r_p}^a r^2 K \gamma^n dr. \quad (1.17)$$

En utilisant l'équation (1.16), on peut écrire :

$$\Gamma_p = 2\pi \int_{r_p}^a r^2 K (r\phi)^n dr = 2\pi K \phi^n \int_{r_p}^a r^{(n+2)} dr = \frac{2\pi \tau_a a^3}{n+3} \left(1 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^{n+3} \right). \quad (1.18)$$

Le couple total est :

$$\Gamma_{totale} = \Gamma_e + \Gamma_p,$$

$$\Gamma_{totale} = \frac{\pi\tau_p a^3 (\frac{\gamma_e}{\gamma_a})^3}{2} + \frac{2\pi\tau_a a^3}{n+3} \left(1 - (\frac{\gamma_e}{\gamma_a})^{n+3} \right) \quad (1.19)$$

$$= \frac{\Gamma_0}{2(n+3)} \left[(n+3) \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^3 + 4 \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^n \left(1 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^{n+3} \right) \right],$$

où $\Gamma_0 = \pi\tau_p a^3$.

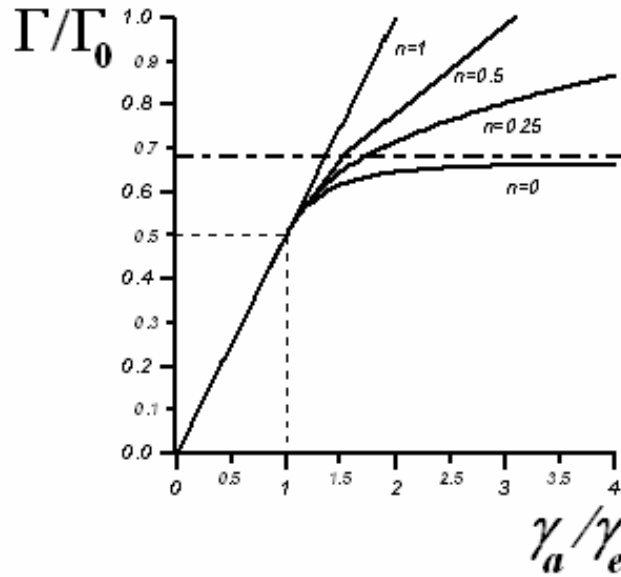


Fig. 1. 15 Variations du couple pendant l'essai de torsion pour un matériau écroui selon $\tau = K\gamma^n$.

L'équation (1.19) montre que l'avancement de la zone plastique est indépendant du paramètre K , elle dépend seulement du coefficient d'écrouissage n . Il est également à noter que pour une même valeur du rapport Γ/Γ_0 , γ_a/γ_e diminue avec n ce qui signifie que la zone plastique est réduite à cause de l'écrouissage (voir éq. (1.10)).

1.3.3. Déchargement d'une barre pré-déformée plastiquement en torsion

Pour une barre déformée plastiquement en torsion, on suppose que la contrainte d'écoulement $\tau[\gamma_t(r)]$ ne dépend que du cisaillement local $\gamma_t(r)$. La déformation élastique correspondante est :

$$\gamma_e(r) = \frac{\tau[\gamma_t(r)]}{\mu}, \quad (1.20)$$

où μ est le module de cisaillement élastique.

Appliquons maintenant un déchargement. La barre subit une rotation élastique inverse d'un angle Ψ^* par unité de longueur, indépendant de r car une direction radiale reste radiale pendant la torsion. La déformation élastique correspondant à cette rotation Ψ^* est :

$$\gamma^*(r) = r\Psi^*. \quad (1.21)$$

La déformation élastique résiduelle ($\gamma_{res}(r)$) est :

$$\begin{aligned} \gamma_{res}(r) &= \gamma_e(r) - \gamma^*(r) \\ \mu\gamma_{res}(r) &= \mu\gamma_e(r) - \mu\gamma^*(r) \\ \tau_{res}(r) &= \tau[\gamma_t(r)] - \mu\gamma^*(r) \end{aligned} \quad (1.22)$$

ici, $\tau_{res}(r)$ est la contrainte résiduelle.

Le couple résiduel doit être nul au moment du déchargement :

$$\begin{aligned} \Gamma_{res} = 0 &= \int_0^a \tau_{res}(r) 2\pi r dr = \int_0^a \tau[\gamma_t(r)] 2\pi r dr - \int_0^a \mu r \Psi^* 2\pi r dr = \Gamma - \int_0^a \mu r \Psi^* 2\pi r dr = \Gamma - 2\pi \mu \Psi^* \frac{a^4}{4} \\ \text{d'où : } \Psi^* &= \frac{2\Gamma(\Psi_1)}{\pi \mu a^4}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

En utilisant les équations (1.21), (1.22) et (1.23), la distribution de la contrainte résiduelle est obtenue par :

$$\tau_{res}(r) = \tau[\gamma_t(r)] - \mu r \frac{2\Gamma(\Psi_1)}{\pi \mu a^4}. \quad (1.24)$$

Pour un matériau Elastique Parfaitement Plastique (EPP), Γ est donné par (1.14) et la distribution de la contrainte résiduelle est exprimée par :

$$\tau_{res}(r) = \tau[\gamma_t(r)] - \frac{\tau_p r}{3a} \left[4 - \left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a} \right)^3 \right]. \quad (1.25)$$

Ce résultat est illustré sur la figure 1.16 pour $r_p = a/6$.

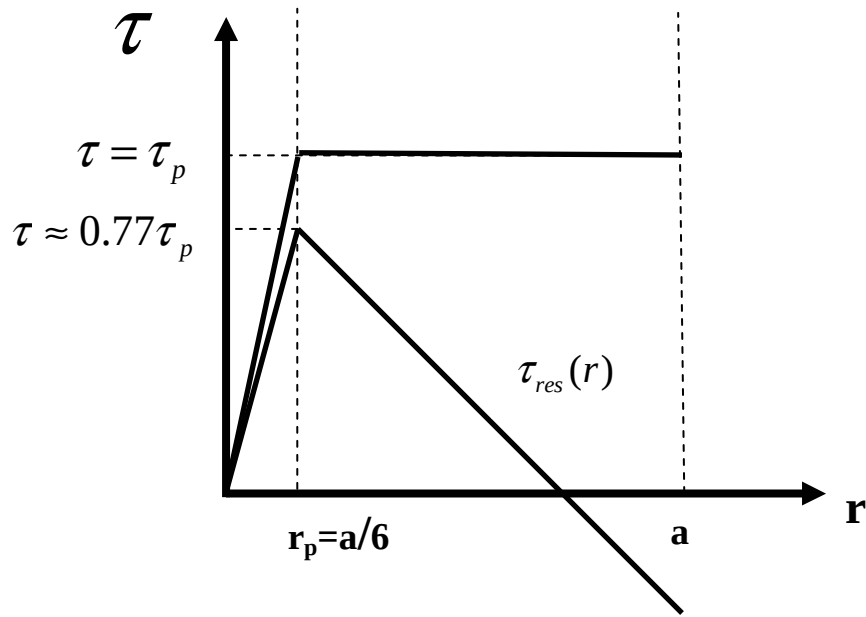


Fig. 1. 16 La distribution de la contrainte résiduelle pendant l'essai de torsion pour un matériau élastique parfaitement plastique à l'intérieur de la barre.

Si $\left(\frac{\gamma_e}{\gamma_a}\right)$ tend vers 0, on obtient :

$$\tau_{res}(r) = \tau_p - \frac{4r}{3a} \tau_p = \tau_p \left(1 - \frac{4r}{3a}\right). \quad (1. 26)$$

1.3.4. Calcul de la contrainte de cisaillement à la surface de la barre

Le couple développé dans la barre est :

$$\Gamma(\Psi_1) = \int_0^a \tau[\gamma_t(r)] 2r\pi r dr \quad \text{où} \quad \gamma_t(r) = \Psi_1 r. \quad (1. 27)$$

En utilisant l'équation (1.23), on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\Psi^* &= \frac{2}{\pi \mu a^4} \int_0^a \tau(\Psi_1 r) 2r \pi r dr \\
\Psi^* &= \frac{4}{\mu a^4} \int_0^a \tau(\Psi_1 r) r^2 dr \quad . \\
\frac{d\Psi^*}{d\Psi_1} &= \frac{4}{\mu a^4} \int_0^a \tau'(\Psi_1 r) r^3 dr
\end{aligned} \tag{1. 28}$$

Reprenons maintenant la formule $\Psi^* = \frac{4}{\mu a^4} \int_0^a \tau(\Psi_1 r) r^2 dr$ et en intégrant par partie,

cela donne :

$$\begin{aligned}
\Psi^* &= \frac{4}{\mu a^4} \left\{ \left[\tau(\Psi_1 r) \frac{r^3}{3} \right]_0^a - \Psi_1 \int_0^a \tau'(\Psi_1 r) \frac{r^3}{3} dr \right\} \\
\Psi^* &= \frac{4\tau(\Psi_1 a)}{3\mu a} - \frac{4\Psi_1}{3\mu a^4} \int_0^a \tau'(\Psi_1 r) r^3 dr \\
\Psi^* &= \frac{4\tau(\Psi_1 a)}{3\mu a} - \frac{\Psi_1}{3} \frac{d\Psi^*}{d\Psi_1} \\
\Psi^* 3\mu a &= 4\tau(\Psi_1 a) - \Psi_1 \mu a \frac{d\Psi^*}{d\Psi_1} \\
\tau(\Psi_1 a) &= \frac{\Psi^* 3\mu a}{4} + \frac{\Psi_1 \mu a}{4} \frac{d\Psi^*}{d\Psi_1} \\
\tau(\Psi_1 a) &= \frac{\Psi^* \mu a}{4} \left[3 + \frac{\Psi_1}{\Psi^*} \frac{d\Psi^*}{d\Psi_1} \right]
\end{aligned}$$

A l'aide de l'équation (1.23), on obtient la formule de Nádai (1950) :

$$\tau(\Psi_1 a) = \frac{\Gamma(\Psi_1)}{2\pi a^3} \left[3 + \frac{d \ln \Gamma(\Psi_1)}{d \ln \Psi_1} \right]. \tag{1. 29}$$

Cette formule est valable pour l'élasticité et aussi en plasticité, donc également quand il existe une zone élastique et plastique dans la barre.

A la limite d'élasticité, juste à l'apparition de la zone plastique à la surface de la barre, le terme $\frac{d(\ln \Gamma)}{d(\ln \Psi)}$ vaut $\frac{d(\ln \Gamma)}{d(\ln \Psi)} = \frac{d\Gamma}{\Gamma} \frac{\Psi}{d\Psi} = \frac{\Psi}{\Gamma} \frac{d\Gamma}{d\Psi} = \frac{\Psi}{\Gamma} \frac{\Gamma}{\Psi} = 1$ et on obtient :

$$\sigma_{\theta z}(r=a) = \frac{2\Gamma}{a^3 \pi}. \tag{1. 30}$$

Basé sur la méthode de Fields et Backofen (1957), pour un cylindre plein du rayon a , la méthode présentée est valable même pour les matériaux sensibles à la vitesse de déformation dans la forme suivante :

$$\tau(\Psi_1 a) = \frac{\Gamma(\Psi_1)}{2\pi a^3} (3 + n + m), \quad (1.31)$$

où les paramètres n et m (coefficient d'écrouissage et coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, respectivement) sont définis comme :

$$n = \left(\frac{d \ln \tau(\Psi_1 a)}{d \ln \gamma(\Psi_1 a)} \right) \Big|_{\dot{\gamma}=cst} = \left(\frac{d \ln \Gamma(\Psi_1)}{d \ln \Psi_1} \right) \Big|_{\dot{\Psi}_1=cst}, \quad (1.32)$$

$$m = \left(\frac{d \ln \tau(\Psi_1 a)}{d \ln \dot{\gamma}(\Psi_1 a)} \right) \Big|_{\gamma=cst} = \left(\frac{d \ln \Gamma(\Psi_1)}{d \ln \dot{\Psi}_1} \right) \Big|_{\Psi_1=cst}. \quad (1.33)$$

1.4. Conclusions

Dans ce chapitre nous avons présenté une revue bibliographique sur l'effet de Swift sur divers matériaux durant un essai de torsion en conditions extrémités libres. Quelques résultats pour les effets axiaux ont également été mentionnés pour la condition extrémités fixes.

On peut constater qu'il existe deux types de modélisations dans la littérature. La première approche est basée sur la « Mécanique Continue des Polycristaux Texturés » (MCPT), la deuxième est la technique d'éléments finis. Nous allons proposer deux nouvelles approches dans ce travail (dans le chapitre 3) qui ne sont pas très complexes mais reproduisent bien à la fois l'effet de Swift et l'évolution de la texture cristallographique.

Chapitre II

Plasticité cristalline et textures

2.1.	INTRODUCTION	32
2.2.	MODELISATION DU COMPORTEMENT D'UN CRISTAL EN GLISSEMENT VISCOPLASTIQUE	32
2.2.1.	<i>Analyse de la sensibilité à la vitesse de déformation</i>	32
2.2.2.	<i>Les formes des équipotentiels</i>	35
2.2.3.	<i>Fermeture ou non d'une surface de potentiel</i>	39
2.2.4.	<i>Relations fondamentales pour obtenir la vitesse de rotation du réseau</i>	40
2.2.5.	<i>Absence de rotation plastique quand $m=1$</i>	42
2.2.6.	<i>Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la rotation de réseau</i>	44
2.3.	NOTATIONS DE BASE DE LA TEXTURE CRISTALLOGRAPHIQUE	46
2.3.1.	<i>Définition de la fonction de distribution des orientations (ODF)</i>	46
2.3.2.	<i>Diverses descriptions de l'orientation</i>	47
2.3.2.1.	Représentation matricielle	47
2.3.2.2.	Représentation par un axe et un angle de rotation	48
2.3.2.3.	Représentation par les angles d'Euler	49
2.3.2.4.	Représentation dans l'espace d'Euler	51
2.3.2.5.	Représentation de l'ODF	52
2.4.	LES TEXTURES DE TORSION (CISAILLEMENT SIMPLE)	54
2.4.1.	<i>Introduction</i>	54
2.4.2.	<i>Comparaison entre les textures obtenues par la méthode de « contraintes relâchées » et « fulls constraints » pour les matériaux c.f.c</i>	59
2.4.3.	<i>Stabilité d'orientation dans l'espace d'Euler</i>	61
2.5.	CONCLUSION	65

2.1. Introduction

L'étude de la texture cristallographique, important paramètre structural, présente deux intérêts principaux (Kocks et al. 2000) :

- elle conditionne les propriétés physiques du matériau,
- elle est généralement nécessaire à la compréhension des mécanismes de déformation.

Déterminer la texture d'un matériau revient donc à rechercher les orientations prédominantes des éléments cristallins qui le composent afin de comprendre l'évolution lors des traitements qu'il a subi (Bunge & Esling, 1997)

2.2. Modélisation du comportement d'un cristal en glissement viscoplastique

2.2.1. Analyse de la sensibilité à la vitesse de déformation

Habituellement, la déformation des cristaux sensibles à la vitesse est modélisée par la loi de comportement proposée par Hutchinson en 1976. Elle donne une relation entre la vitesse de cisaillement $\dot{\gamma}_r^{(s)}$ et la contrainte de cisaillement résolu $\tau_r^{(s)}$ appliquée à un système de glissement (s) :

$$\tau_r^{(s)} = \tau_0^{(s)} \text{sign}(\dot{\gamma}_r^{(s)}) \left| \frac{\dot{\gamma}_r^{(s)}}{\dot{\gamma}_0^{(s)}} \right|^m = \tau_0^{(s)} \frac{\dot{\gamma}_r^{(s)}}{\dot{\gamma}_0^{(s)}} \left| \frac{\dot{\gamma}_r^{(s)}}{\dot{\gamma}_0^{(s)}} \right|^{m-1}. \quad (2.1)$$

Dans cette équation, m est positif et définit un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, $\tau_0^{(s)}$ et $\dot{\gamma}_0^{(s)}$ sont, respectivement, une contrainte de cisaillement et une vitesse de cisaillement de référence. La sensibilité à la vitesse a été représentée par $n=1/m$ par Hutchinson (1976) et Canova et Kocks (1984), mais m a été employé par Pan et Rice (1983), Peirce et al. (1983), Asora et Needleman (1985), Nemat-Nasser et Obata (1986), et Canova et al. (1988).

La contrainte de cisaillement résolue $\tau_r^{(s)}$ est liée à la partie déviatorique du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ appliquées au cristal, par la relation suivante :

$$\tau_r^{(s)} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}}^{(s)} = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{M}}^{(s)} = m_{ij}^{(s)} S_{ij}, \quad (2.2)$$

où, $m_{ij}^{(s)} = b_i^{(s)} n_j^{(s)}$ est défini par les composantes $n^{(s)}$ et $b^{(s)}$ qui sont respectivement: la normale au plan de glissement, et un vecteur unitaire parallèle à la direction de glissement du système s . Dans cette formule, la convention de sommation sur les indices inférieurs répétés est appliquée, les exceptions à cette règle sont indiquées. Les axes $< 100 >$ du cristal sont utilisés comme des axes de référence. Le terme *signe* dans l'équation (2.1) implique que la vitesse de cisaillement ait le même signe que la contrainte de cisaillement résolue, ce qui permet l'utilisation d'un index simple s , d'indiquer deux systèmes de glissement opposés avec les mêmes $n^{(s)}$ et de vecteurs $b^{(s)}$ opposés.

Tóth et al. (1988) ont présenté une analyse de la déformation cristalline en viscoplasticité. Ce travail est devenu un papier de référence dont nous rappelons ici les principaux résultats.

Si m est le même pour tous les systèmes et tous les grains dans un polycristal, il est facilement démontrable que m est également le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation macroscopique du polycristal entier. Soient Σ et $\dot{E}$, respectivement, la contrainte déviatorique extérieure appliquée au polycristal et la vitesse de déformation macroscopique. $\dot{E}$ est la moyenne des vitesses de déformation locales ($\dot{\epsilon}$) appliquée aux grains par la vitesse de cisaillement et associée au tenseur des contraintes déviatoriques S , induite par Σ . Si S est multiplié par un scalaire positif α dans le polycristal, le champ de contrainte locale résultant est toujours à l'équilibre et sa moyenne est $\alpha\Sigma$. Comme toutes les contraintes des cisaillements résolues sont multipliées par α , les vitesses des cisaillements sont multipliées par $\alpha^{1/m}$ sur tous les systèmes dans tous les cristaux, et par conséquent $\dot{\epsilon}$ est multiplié par $\alpha^{1/m}$ et ainsi la vitesse de déformation moyenne. Ainsi $\alpha\Sigma$ est liée à $\alpha^{1/m}\dot{E}$, qui signifie que m est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation du polycristal.

Un métal de structure c.f.c possède 12 systèmes de glissement possible (plus leurs inverses) définis par les plans $\{111\}$ et les directions $\langle 110 \rangle$ (tableau 2.1). Les résultats présentés dans cette partie, sont également applicables aux cristaux de structure CC dont les systèmes de glissement sont $\{110\} \langle 111 \rangle$. Généralement, σ induit une contrainte de cisaillement résolu non nulle sur tous les systèmes de glissement, et par conséquent 12 systèmes sont activés simultanément. Les cas où moins de 12 systèmes sont actifs peuvent être examinés en étudiant l'ensemble des 12 équations définies par la formule (2.2), les résultats sont présentés dans le tableau 2.2. Notez qu'un état de contrainte appliquée à un cristal c.f.c, sensible à la vitesse de déformation, ne peut pas activer uniquement 1, 2, 3 ou 5 systèmes. Car les orientations idéales communes observées en torsion sont hautement symétriques et de plus impliquent uniquement l'activation de 1 ou 2 systèmes dans l'analyse de Bishop et Hill, il n'est pas évident, à partir du tableau 2.2, de savoir comment ces orientations restent stables dans le cas d'une analyse dépendante de la vitesse.

Tableau 2. 1 Systèmes de glissements dans la structure c.f.c.

Indices de système de glissement	Direction de glissement	Plan de glissement	$m_{ij} \times \sqrt{6}$					
			11	12	13	21	22	23
1	0 1 1	1 1 -1	0	0	0	0	1	-1
2	1 0 1	1 1 -1	1	1	-1	0	0	0
3	1 -1 0	1 1 -1	1	1	-1	-1	-1	1
4	0 1 -1	1 -1 -1	0	0	0	1	-1	-1
5	1 0 1	1 -1 -1	1	-1	-1	0	0	0
6	1 1 0	1 -1 -1	1	-1	-1	1	-1	-1
7	0 1 1	1 -1 1	0	0	0	1	-1	1
8	1 0 -1	1 -1 1	1	-1	1	0	0	0
9	1 1 0	1 -1 1	1	-1	1	1	-1	1
10	0 1 -1	1 1 1	0	0	0	1	1	1
11	1 0 -1	1 1 1	1	1	1	0	0	0
12	1 -1 0	1 1 1	1	1	1	-1	-1	-1

Tableau 2. 2. Cas où moins de 12 systèmes de glissement sont actifs dans un cristal c.f.c. sensible à la vitesse de déformation en relation avec le polyèdre de Bishop et Hill. Le nombre de systèmes inactifs est égal au nombre de contraintes de cisaillements résolues nulles (Tóth et al. 1988).

Number of active systems	Number of possible stress states	Remarks (n = degree of freedom for the stress states)
1	0	
2	0	
3	0	
4	6	$n = 1$, directions of the middle of the 4A edges, include three zero τ 's on two slip planes, the non zero τ 's are all equal
5	0	
6	16	$n = 1$, directions of the B and D six-system vertices, include three zero τ 's on one slip plane, the non zero τ 's are all equal
7	12	$n = 2$, include three zero τ 's on one slip plane
8	33	$n = 1$ for 6 cases, directions of the E eight-system vertices, the non zero τ 's are all equal; $n = 2$ for 3 cases, directions containing a pair of 4A edges; $n = 2$ for 12 cases, directions containing a 4D edge; $n = 2$ for 12 cases, directions containing a 4E edge, include three zero τ 's on one slip plane
9	40	$n = 2$ for 32 cases, including 24 cases containing a 4H edge; $n = 3$ for 8 cases, including 4 cases with three zero τ 's on one slip plane, and 4 cases with one zero τ on three slip planes
10	42	$n = 3$
11	12	$n = 4$

2.2.2. Les formes des équipotentiels

Les composantes du tenseur de vitesse de déformation lié à un état de contrainte donné sont obtenues à partir des équations 2.1 et 2.2 :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \sum_s \frac{1}{2} (m_{ij}^s + m_{ji}^s) \dot{\gamma}^s, \text{ (pas de sommation sur } i \text{ et } j) \quad (2.3)$$

et :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_r^{(0)} \sum_{s=1}^N M_i^{(s)} \frac{S \cdot \underline{M}^{(s)} \left| \underline{S} \cdot \underline{M}^{(s)} \right|^{\frac{1}{m}-1}}{\left(\tau_0^{(s)} \right)^{\frac{1}{m}}}. \quad (2.4)$$

La loi de comportement viscoplastique, équation (2.1), entraîne qu'une surface critique de plasticité n'existe pas en glissement viscoplastique. Néanmoins, on peut définir un potentiel en contraintes pour obtenir la vitesse de déformation :

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\partial f(\underline{S})}{\partial S_i}. \quad (2.5)$$

avec

$$f(\underline{S}) = \frac{m}{1+m} \dot{\gamma}_r^{(0)} \sum \frac{|\underline{S} \cdot \underline{M}^{(s)}|}{(\tau_0^{(s)})^{1/m}}. \quad (2.6)$$

Ce potentiel $f(\underline{S})$ est proportionnel à la puissance dissipée $\dot{W}$ lors de la déformation du cristal :

$$f(\underline{S}) = \frac{m}{1+m} \dot{W} \quad \text{avec} \quad \dot{W} = \underline{S} : \underline{\dot{\epsilon}}. \quad (2.7)$$

Ces potentiels couvrent la totalité de l'espace des contraintes car il y a plasticité à n'importe quel niveau de contrainte appliquée.

Tóth et al. (1988) ont mentionné que la forme de ces potentiels est liée à la valeur de m car f est une fonction homogène de degré $(1/m) + 1$ en $\underline{S}$; seule la longueur de $\underline{\dot{\epsilon}}$ est modifiée quand $\underline{S}$ est changé, de façon proportionnelle. Il est possible de montrer que ces surfaces sont strictement convexes (quand $f(\underline{S}) = \text{const.}$). La convexité entraîne que le principe de puissance maximale est une propriété en viscoplasticité :

$$(\underline{S} - \underline{S}^*) : \underline{\dot{\epsilon}} \geq 0, \quad (2.8)$$

où $\underline{S}$ est la contrainte actuelle sur le potentiel et $\underline{S}^*$ est une contrainte arbitraire (non extérieure à la surface du potentiel). Pour un cristal c.f.c. avec glissement $\{111\} \langle 110 \rangle$, les équipotentiels sont illustrés sur la figure 2.1 de (a) à (f). Six sections bidimensionnelles de l'espace des contraintes sont présentées pour $m=1, 0.2, 0.1$, et 0.05 , dans le repère du cristal pour une contrainte de référence identique pour chaque système : $\tau_r^{(0)} = \tau^{(0)}$ et pour une vitesse de référence $\dot{\gamma}_r^{(0)} = 1\text{s}^{-1}$. Quand les symétries du cristal sont prises en compte, ces six sections sont suffisantes pour décrire les 10 sections dans les sous-espaces produits par n'importe quelle paire d'axes du même rang. La puissance plastique est égale sur ces surfaces, et est définie par $\dot{W} = \tau_r^{(0)} \dot{\gamma}_r^{(0)}$. Un équipotentiel est présenté pour chaque valeur de m , à savoir pour une constante du potentiel choisie selon la formule :

$$f(\underline{S}) = \tau_r^{(0)} \dot{\gamma}_r^{(0)} m / (m+1). \quad (2.9)$$

Le cas indépendant à la vitesse (lignes pointillées) est clairement observé; les lignes pointillées sur la figure 2.1 représentent la surface de plasticité de Bishop et Hill (1951) pour une contrainte critique $\tau_c = \tau^{(0)}$ quand m tend vers 0. Un état de contraintes sur un équipotentiel est noté par $\underline{S}$. Il existe un autre état des contraintes sur la surface de Bishop et Hill pour lequel ; $\underline{S} = \lambda \underline{S}^{BH}$ avec $\lambda > 0$ ($\underline{S}^{BH}$ c.-à-d. $|m_{ij}^s S_{ij}^*| \leq \tau_0$). A partir des équations (3.6) et (3.9) on obtient la valeur de λ :

$$\lambda = \left(\sum_{s=1}^N \left| \frac{\underline{S}^{BH} \cdot \underline{M}^{(s)}}{\tau_0} \right|^{(1/m)+1} \right)^{-m/(m+1)}. \quad (2.10)$$

On peut vérifier que quand m tend vers 0, λ tend vers 1 pour n'importe quelle valeur de f , et ceci peut être fait pour n'importe quelle direction de contrainte. Cela signifie qu'on peut facilement *sauter* de la surface de Bishop et Hill sur un équipotentiel viscoplastique correspondant à une valeur de m .

Pour $m=1$, les équipotentiels sont sphéroïdaux et donnés dans l'espace des contraintes à cinq dimensions par:

$$f(\sigma) = \frac{1}{3} \frac{\dot{\gamma}_0}{\tau_0^2} (3\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + \sigma_5^2) \quad (2.11)$$

Si on souhaite *sauter* entre deux équipotentiels correspondant à une même valeur de m , c'est possible par les formules qui sont développées ci-après.

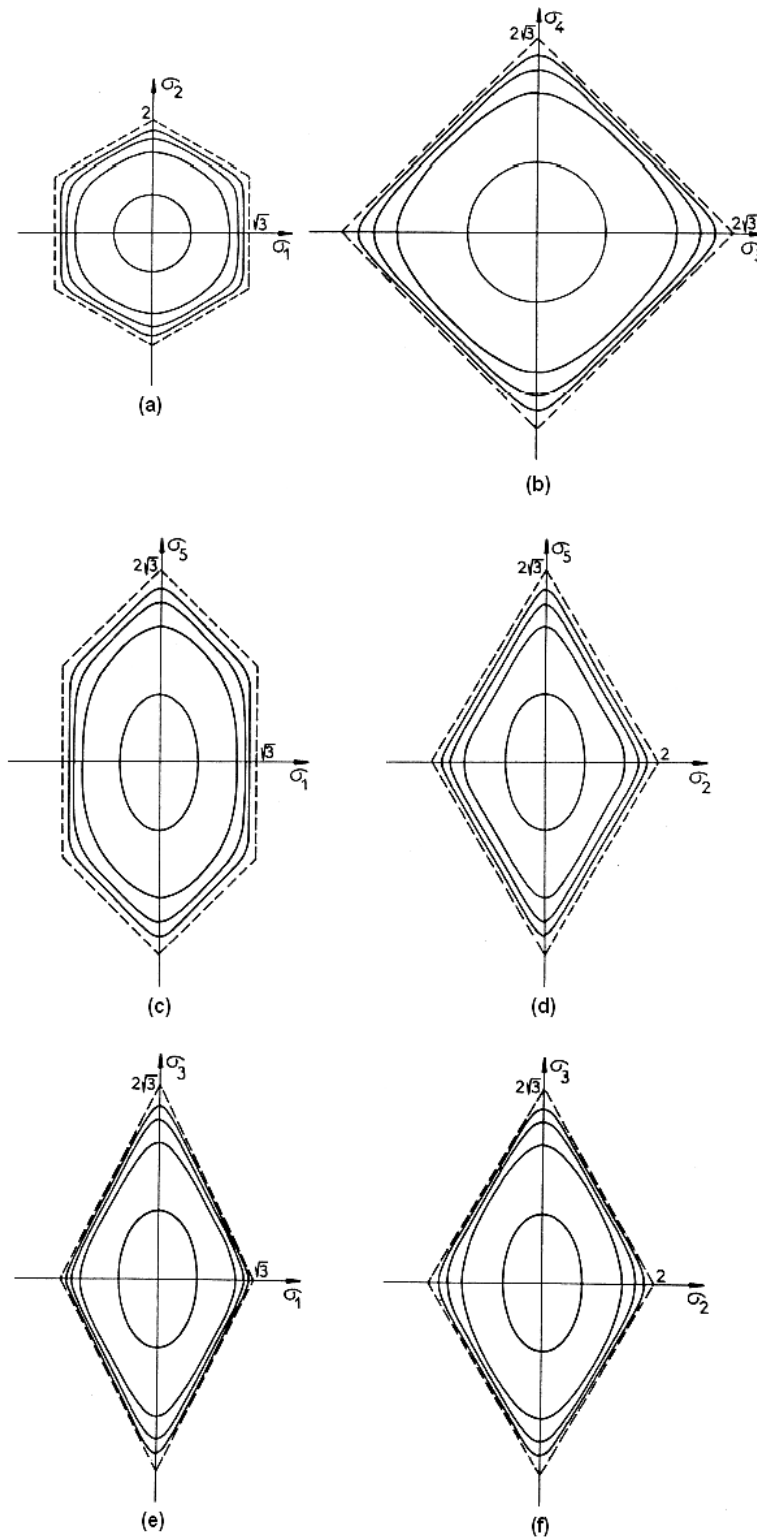


Fig.2. 1 Sections des équipotentiels $f(\sigma) = (m/m+1)\tau_0 \dot{\gamma}_0$ dans (a) le plan π de (σ_1, σ_2) , (b) (σ_3, σ_4) le plan de cisaillement, (c) le plan de (σ_1, σ_5) , (d) le plan de (σ_2, σ_5) (e) le plan de (σ_1, σ_3) et (f) le plan de (σ_2, σ_3) . Les courbes sont associées à $m=1, 0.2, 0.1, 0.05$ et sont situées à une distance croissante du centre de chaque figure. Les valeurs of τ_0 et $\dot{\gamma}_0$ sont prises égal à 1. (Tóth et al. 1988)

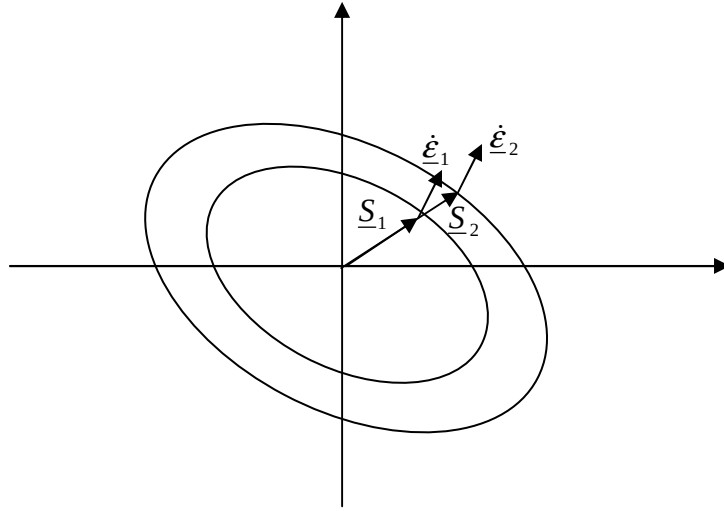


Fig.2. 2 Schéma des deux équipotentiels

On considère deux équipotentiels correspondant aux valeurs $\dot{W}_1$ et $\dot{W}_2$ des puissances plastiques :

$$\dot{W}_1 = \underline{S}_1 : \underline{\dot{\epsilon}}_1 \quad \text{et} \quad \dot{W}_2 = \underline{S}_2 : \underline{\dot{\epsilon}}_2 \quad (2.12)$$

A l'aide de l'équation (2.4), on obtient pour un saut en contrainte par le facteur λ :

$$\underline{S}_2 = \lambda \underline{S}_1 \rightarrow \underline{\dot{\epsilon}}_2 = \lambda^{1/m} \underline{\dot{\epsilon}}_1. \quad (2.13)$$

De l'équation (2.12) et l'équation (2.13), la valeur de λ :

$$\lambda = \left(\frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1} \right)^{\frac{1}{1+(1/m)}}. \quad (2.14)$$

Donc les formules de transformations pour les contraintes et les vitesses de déformation sont :

$$\underline{S}_2 = \left(\frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1} \right)^{\frac{1}{1+(1/m)}} \cdot \underline{S}_1, \quad \underline{\dot{\epsilon}}_2 = \left(\frac{\dot{W}_2}{\dot{W}_1} \right)^{\frac{1}{1+m}} \cdot \underline{\dot{\epsilon}}_1. \quad (2.15)$$

2.2.3. Fermeture ou non d'une surface de potentiel

Toutes les sections montrées dans la figure 2.1 ne sont pas fermées. Le concept des sous-espaces fermés dans l'espace de contrainte a été présenté par Canova et al. (1985) et signifie que la vitesse de déformation (ou au moins une des vitesses de déformation possible si elle n'est pas unique) liée à n'importe quel état de contrainte admissible dans une section donnée est également situé dans cette section. La notion de fermeture d'une surface de

plasticité signifie que le vecteur vitesse de déformation se trouve entièrement dans le même sous-espace des contraintes à cinq dimensions. Parmi les sections présentées, les cas (e) et (f) sont des surfaces de potentiels non fermées. Pour $m=1$, les surfaces sont toujours fermées, car $\underline{S}$ et $\underline{\dot{\epsilon}}$ sont proportionnelles. Par suite pour $m \neq 1$ sont fermés :

- (i) les 3 sous-espaces à quatre dimensions définis par le plan π (σ_1, σ_2) et les deux composantes de cisaillement,
- (ii) les 4 sous-espaces tridimensionnels définis par le plan π et une composante de cisaillement ou par les trois composantes de cisaillement,
- (iii) les 6 sous-espaces bidimensionnels définis par le plan π , par σ_5 et soit σ_1 ou σ_2 , ou par deux composants de cisaillement,
- (iv) en conclusion, les 5 sous-espaces unidimensionnels qui sont les axes de coordonnées.

En revanche, en raison de la forme sphéroïdale d'équipotentiel, *n'importe quel* sous-espace défini par un ensemble d'axe du même rang est fermé pour $m=1$. Par conséquent, les sections dans la figure 2.1 (a) à (d) sont fermées. Dans la figure 2.1 (e) et (f) les sections sont fermées seulement pour $m=1$. Il est intéressant de noter que sur la figure 2.1, la figure 2.1 (f) est la seule section non fermée quelque soit la valeur de m .

2.2.4. Relations fondamentales pour obtenir la vitesse de rotation du réseau

Il est nécessaire de définir trois vitesses de rotations qui sont impliquées dans l'analyse de l'évolution de la texture.

1- La vitesse de rotation $\dot{\beta}$ des lignes matérielles parallèles aux axes principaux de déformation dans le repère du *laboratoire* est donnée par:

$$\dot{\beta} = L - \dot{\epsilon} \quad (2.16)$$

où L est le gradient de vitesse du matériau dans le repère du laboratoire. Dans ce qui suit, $\dot{\beta}$ sera la vitesse de rotation rigide.

2 - La vitesse de rotation des mêmes lignes matérielles dans le repère du *cristal*. Cette rotation est appelée *rotation plastique* ('plastic spin'), $\dot{\omega}$, et est définie par :

$$\dot{\omega} = L^g - \dot{\epsilon} \quad (2.17)$$

où L^g est le gradient de vitesse du matériau dans le repère du réseau. Il est induit par les glissements cristallographiques et s'exprime :

$$L_{ij}^g = \sum_{s=1}^N m_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} . \quad (2.18)$$

3 - La vitesse de rotation du réseau cristallographique $\dot{\Omega}$ ('lattice rotation') dans le repère du laboratoire. Connue comme *la vitesse de rotation du réseau*, cette vitesse de rotation présente le principal intérêt pour l'étude de l'évolution de texture, elle peut être déduit de (1) et de (2) ci-dessus :

$$\dot{\beta} = \dot{\omega} + \dot{\Omega}, \quad (2.19)$$

c-à-d. la rotation du matériau/laboratoire est la somme des rotations (spins) plastique et de réseau.

Les éléments du tenseur de $\dot{\Omega}$ peuvent être calculés à partir des relations (2.17) et (2.18), qui peuvent être combinées pour donner

$$\dot{\Omega}_{ij} = L_{ij} - \sum_{s=1}^N m_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} . \quad (2.20)$$

Il est important de discuter la différence entre la rotation réseau et la rotation rigide. Cette dernière est imposée par le test, donc par le champ de vitesse ($\dot{L}$). On sait que :

$$\dot{\beta}_{ij} = \frac{1}{2} (L_{ij} - L_{ji}) . \quad (2.21)$$

Une ligne matérielle est tournée par cette rotation. On peut également définir une partie de cette rotation : celle correspondante à la partie antisymétrique du tenseur $\dot{L}^g$.

$$\dot{\omega}_{ij}^g = \frac{1}{2} (L_{ij}^g - L_{ji}^g) . \quad (2.22)$$

où $\dot{\omega}_{ij}^g$ est appelé rotation plastique ('plastic spin'). La différence entre ces deux quantités ($\dot{\beta}_{ij}$ et $\dot{\omega}_{ij}^g$) définit la rotation du réseau cristallographique :

$$\underline{\underline{\dot{\Omega}}} = \underline{\underline{\dot{\beta}}} - \underline{\underline{\dot{\omega}^g}}. \quad (2.23)$$

On peut montrer que la rotation exprimée par équation (2.23) est la même que l'équation (2.20). En effet :

$$\dot{\beta}_{ij} = L_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}, \quad (2.24)$$

$$\dot{\omega}_{ij}^g = L_{ij}^g - \dot{\epsilon}_{ij}^g, \quad (2.25)$$

et la différence entre équation (2.24) et (2.25) donne la relation (2.20) (étant donné que $\dot{\epsilon}_{ij}^g = \dot{\epsilon}_{ij}$).

Il convient de noter que toutes les composantes de $\dot{L}$ ne sont pas toutes imposées ou connues à l'avance (particulièrement pas en mode de déformation de contraintes relâchées). Cependant, si au moins une direction spécifique et un plan sont maintenus constants dans le système du laboratoire pendant un test, alors $\dot{\Omega}$ est complètement défini en raison de sa nature antisymétrique. Par exemple, dans le cas du cisaillement simple, quand les orientations du plan de cisaillement 2 et la direction de cisaillement 1 sont gardées constantes, $\dot{L}$ a trois éléments prescrits nuls: $\dot{L}_{21} = \dot{L}_{31} = \dot{L}_{23} = 0$ (dans le repère du laboratoire) qui sont suffisants pour le calcul de $\dot{\Omega}$.

2.2.5. Absence de rotation plastique quand m=1

Pour un cristal c.f.c. avec les systèmes de glissement $\{111\} \langle 110 \rangle$ et quand $\tau_r^{(0)} = \tau^{(0)}$, un phénomène intéressant est l'absence de vitesse de rotation plastique à l'extrême de la viscoplasticité, $m=1$. Les facteurs de Schmid sont tels que la sommation suivante a une valeur nulle pour 63 ensembles d' $ijkl$ (dans le système de cristal)

$$\sum_{s=1}^N m_{ij}^{(s)} m_{kl}^{(s)} = 0. \quad (2.26)$$

Dans les 18 cas restants, les relations simples suivantes s'appliquent:

$$\sum_{s=1}^N m_{ij}^{(s)} m_{ij}^{(s)} = 4/3, \quad \sum_{s=1}^N m_{ij}^{(s)} m_{ji}^{(s)} = -2/3 \quad \text{if} \quad i \neq j \quad (2.27)$$

$$\sum_{s=1}^N m_{ii}^{(s)} m_{jj}^{(s)} = -2/3 \quad \text{if} \quad i \neq j \quad (\text{pas de sommation, sur } i \text{ et } j). \quad (2.28)$$

La définition du spin plastique est :

$$\underline{\underline{\Omega}}^p = \sum_{s=1}^N \underline{\underline{W}}^{(s)} \dot{\gamma}_r^{(s)}, \quad (2.29)$$

avec

$$\underline{\underline{W}}^{(s)} = \frac{1}{2} (\underline{\underline{b}}^{(s)} \underline{\underline{n}}^{(s)} - \underline{\underline{n}}^{(s)} \underline{\underline{b}}^{(s)}). \quad (2.30)$$

On utilise ici la notation $m_{ij}^{(s)} = b_i^{(s)} n_j^{(s)}$. Avec la relation (2.1), on peut calculer $\dot{\gamma}_r^{(s)}$:

$$\dot{\gamma}_r^{(s)} = \dot{\gamma}_0^{(s)} \left| \frac{\tau_r^{(s)}}{\tau_0^{(s)}} \right|^{1/m} \quad (2.31)$$

La relation (2.31) pour $m=1$ devient :

$$\dot{\gamma}_r^{(s)} = \dot{\gamma}_0^{(s)} \frac{S_{ij} m_{ij}^{(s)}}{\tau_0^{(s)}}. \quad (2.32)$$

On la substitue dans l'équation (2.29) :

$$\underline{\underline{\Omega}}_{ij}^p = \frac{\dot{\gamma}_r^{(0)}}{2\tau_0} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) S_{kl} m_{kl}^{(s)} \quad (\text{pas de sommation sur } ij \text{ et } (i \neq j)). \quad (2.33)$$

$\underline{\underline{S}}$ est symétrique donc, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\Omega}}_{ij}^p = \frac{\dot{\gamma}_r^{(0)}}{2\tau_0} & \left[S_{12} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) (m_{12}^{(s)} + m_{21}^{(s)}) + S_{13} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) (m_{13}^{(s)} + m_{31}^{(s)}) \right. \\ & + S_{23} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) (m_{23}^{(s)} + m_{32}^{(s)}) + S_{11} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) m_{11}^{(s)} \\ & \left. + S_{22} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) m_{22}^{(s)} + S_{33} \sum_{s=1}^N (m_{ij}^{(s)} - m_{ji}^{(s)}) m_{33}^{(s)} \right] \quad (2.34) \end{aligned}$$

A l'aide des relations (2.27) et (2.28), pour les systèmes de glissement $\{111\} \langle 110 \rangle$ dans le réseau cubique $\Omega_{12}^p = \Omega_{13}^p = \Omega_{23}^p = 0$, par contre pour un cristal hexagonal $\Omega_{12}^p = 0$ mais $\Omega_{13}^p \neq 0$, $\Omega_{23}^p \neq 0$. (Beausir et al. (2006))

L'absence de rotation plastique dans des cristaux c.f.c. (et c.c.) pour $m=1$ signifie que la rotation du réseau est égale à la rotation rigide ; d'après (2-23)

$$\underline{\underline{\dot{\omega}}}^g = \underline{\underline{\dot{\beta}}} - \underline{\underline{\dot{\Omega}}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\dot{\omega}}}^g = \underline{\underline{\dot{\beta}}}. \quad (2.35)$$

Quand un modèle de Taylor - avec l'hypothèse d'un gradient de vitesse uniforme dans tout le polycristal - est employé dans des tests de traction, compression et laminage ($\dot{\beta} = 0$), il n'y aucune évolution de la texture cristallographique pour $m=1$. Donc le cristal ne change pas son orientation lors de la déformation plastique et les figures de pôle restent fixes aussi longtemps que $\dot{\omega} = 0$. Par contre, dans un test de torsion, étant donné que $\underline{\underline{\dot{\beta}}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{L}} - \underline{\underline{L}}')$ et deux composantes sont non nulles $\dot{\beta}_{\theta z} = -\dot{\beta}_{z\theta} = \dot{\gamma}/2$ (où $\dot{\gamma} > 0$ est la vitesse de cisaillement appliquée dans le plan de normale z et le long de la direction θ), chaque cristal tourne autour de l'axe r dans le sens du cisaillement. C'est une différence fondamentale entre ces différents tests. Les mêmes conclusions ont été établies pour le cas $m=1$ par Canova et al. (1988) et Harren et al. (1988). Ainsi une rotation complète (2π) de n'importe quel cristal donné exige l'application d'une déformation de torsion $\gamma = 4\pi$.

2.2.6. Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la rotation de réseau

Quand $m = 1$, il n'y a aucune orientation stable. Durant des conditions de test quand $0 < m < 1$ on peut avoir des orientations 'stables' appelées A, A*, B et C (voir Tableau 2.3).

Tableau 2. 3 Orientations idéales en torsion (Kocks et al. 1983)

Orientation	Shear plane	Shear direction	ϕ_1	ϕ	ϕ_2	Active slip system indices for $m = 0$	Slip ratios in case of two systems for $m = 0$	Bishop-Hill stress state, no. of active vertices
A	(11 $\bar{1}$)	[1 $\bar{1}$ 0]	0	35.26	45	3	—	facet (16)
A	($\bar{1}$ 11)	[$\bar{1}$ 10]	180	35.26	45	3	—	facet (16)
A*	(11 $\bar{1}$)	[2 $\bar{1}$ 1]	35.26	45	0	2, 3	1:1	2A edge (8)
A*	($\bar{1}$ 11)	[2 $\bar{1}$ 1]	144.74	45	0	-8, -9	1:1	2A edge (8)
B	(11 $\bar{2}$)	[1 $\bar{1}$ 0]	0	54.74	45	3, -12	3:1	2B edge (6)
B	($\bar{1}$ 12)	[$\bar{1}$ 10]	180	54.74	45	3, -12	3:1	2B edge (6)
C	(100)	[0 $\bar{1}$ 1]	90	45	0	-4, -10	1:1	2B edge (6)

Dans cette section est dédiée à l'étude de l'effet de la viscosité sur la vitesse de rotation du réseau correspondant aux orientations idéales du cisaillement simple. Des résultats obtenus par Toth et al. (1988) pour la condition 'full constraints' sont rappelés dans le Tableau 2.4. On peut voir que, pour chaque orientation idéale, la vitesse de rotation du réseau augmente, alors que la vitesse de rotation plastique ('plastic spin') diminue avec la viscosité. Il est également évident à partir de la distribution de glissement que ces différences sont de plus en plus importantes par rapport à la théorie insensible à la vitesse (Bishop et Hill) au fur et à mesure que m augmente. En viscoplasticité, les 12 systèmes de glissement sont actifs, bien que certains d'entre eux produisent seulement de très petits cisaillements (pour des faibles valeurs de m). Quand m augmente, la distribution de glissement devient de plus en plus homogène parmi les systèmes de glissement. Ces observations, avec quelques exemples ont également été discutées par Canova et al. en 1988.

Tableau 2.4 Les vitesses des rotations du réseau en cisaillement simple pour les orientations idéales en fonction de la viscosité pour 'full constraints' mode de déformation. ($\dot{\beta} = 0.866$) (Tóth et al. 1988)

Orientation	Lattice rotation rate				Glide rotation rate			
	$m = 0.05$	$m = 0.125$	$m = 0.2$	$m = 1$	$m = 0.05$	$m = 0.125$	$m = 0.2$	$m = 1$
$A, \bar{A}$	2.34E-6	0.0097	0.079	0.866	0.866	0.856	0.778	0
A_1^*, A_2^*	2.06E-6	0.0090	0.071	0.866	0.866	0.857	0.795	0
$B, \bar{B}$	2.83E-6	0.0116	0.088	0.866	0.866	0.853	0.778	0
C	3.31E-6	0.0134	0.102	0.866	0.866	0.853	0.762	0

Maintenant, on peut expliquer l'effet de la distribution de glissement sur la vitesse de rotation du réseau. La vitesse de rotation rigide $\dot{\beta}$ est indépendante de m mais aussi de l'orientation du grain (en conditions 'full constraints'). Par conséquent, la vitesse de rotation de réseau, qui est la différence entre la vitesse de rotation rigide et le spin plastique (Eq. 2.23) est commandée par le spin plastique. Cette dernière est dépendante de la vitesse; une augmentation de m amène une diminution du spin plastique (voir le tableau 2.4). Utiliser des vecteurs de vitesse de rotation correspondants aux différents systèmes de glissement peut mettre en évidence la relation entre le spin plastique et la distribution du glissement. Par exemple, quand seulement un système de glissement est actif (ce qui est possible seulement quand $m = 0$), tous les cisaillements cristallographiques sont concentrés dans un système simple de glissement, produisant une rotation autour de l'axe de $b \times n$ (c'est également l'axe du vecteur de vitesse de rotation). Quand m augmente, les cisaillements sur les autres systèmes de glissement apparaissent progressivement et le cisaillement sur le système du glissement

original (correspondant à $m=0$) diminue. Chacun des systèmes de glissement produit une composante de la vitesse de rotation, dont le résultat global est le spin plastique $\dot{\omega}$. Comme tous les vecteurs de $b \times n$ sont orientés différemment, il est évident qu'une large distribution de glissement mène à de plus petites rotations; en outre, étant donné que $\dot{\beta}$ est constant, une augmentation de m mène à une augmentation de la vitesse de réseau, $\dot{\Omega}$.

Finalement, nous pouvons conclure que, si $m \neq 0$, aucune des orientations idéales du cisaillement énumérées dans le tableau 2.4, ne sont stables de manière permanente. Cependant, au-dessous d'une certaine limite, dont la valeur est environ $m=0.05$, la vitesse de rotation de réseau est tellement petite que les grains individuels peuvent rester près des orientations idéales particulières jusqu'au grandes déformations, et les prévisions obtenues à partir de l'analyse insensible à la vitesse (Bishop et Hill) sont au moins approximativement valides.

2.3. Notations de base de la texture cristallographique

2.3.1. Définition de la fonction de distribution des orientations (ODF)

Un matériau polycristallin monophasé se compose de grains (ou cristaux) séparés les uns des autres par des joints de grain. Une description complète de la structure du polycristal a besoin des spécifications de l'orientation des axes cristallographiques aussi bien que de la forme et de la position de chaque grain de l'échantillon. Habituellement, une telle description est très compliquée. Donc les structures de polycristal sont décrites par certaines fonctions de distribution statistique, comme la taille moyenne de grain, la distribution de dimension de grain, la forme de grain, etc.. Un de ces paramètres statistiques est *la fonction de distribution des orientations (ODF)* ou *la texture* du matériau. Elle est obtenue en ne tenant compte ni de la forme, ni de la position des cristaux, mais uniquement de l'orientation des axes cristallographiques par rapport aux axes macroscopiques de l'échantillon. Cette orientation peut être symbolisée par g . Ainsi, chaque cristal peut être caractérisé par son orientation g_i et son volume V_i . Mais cette description reste compliquée. Une simplification supplémentaire est de ne pas distinguer les cristaux qui ont une orientation similaire ou très proche. Si $\Delta V(g)$ est

le volume de tous les cristaux ayant des orientations comprises entre g et $g + \Delta g$ et V est le volume de l'échantillon, alors la fonction de distribution des orientations est définie comme :

$$\frac{\Delta V(g)}{V} = \int_{\Delta V} f(g) dg . \quad (2.36)$$

La fonction $f(g)$ est la *fonction de distribution des orientations* (ODF) qui caractérise la *texture* du matériau.

Par un choix approprié de la définition de « l'élément d'orientation » dg , il est possible de normaliser la fonction $f(g)$ de telle manière qu'elle soit égale à 1 quand la distribution d'orientation est aléatoire.

$$f_{random}(g) \equiv 1 \quad (2.37)$$

Dans le cas d'une distribution non aléatoire, la fonction $f(g)$ est alors exprimée en « multiple de la densité aléatoire », quelques fois abrégé "rdm".

2.3.2. Diverses descriptions de l'orientation

L'orientation d'un cristal dans un repère simple est symbolisée par g , qui peut être caractérisée de différentes manières. Nous allons discuter de certains dans cette section.

2.3.2.1. Représentation matricielle

Trois directions perpendiculaires représentées par ces indices de Miller définissent l'orientation du cristal par la matrice suivante :

$$g = \begin{matrix} & \begin{matrix} axe1 & axe2 & axe3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \left[\begin{matrix} u & r & h \\ v & s & k \\ w & t & l \end{matrix} \right] \end{matrix} & . \end{matrix} \quad (2.38)$$

Pour la présentation en cosinus directeurs, il faut normaliser les indices de Miller à 1. Par exemple:

$$u' = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} = \cos([001], axe1) . \quad (2.39)$$

Ce qui transforme l'équation (2.38) en matrice de cosinus directeur :

$$g = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{axe1} & \text{axe2} & \text{axe3} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \begin{bmatrix} u' & r' & h' \\ v' & s' & k' \\ w' & t' & l' \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} [100] \\ [010] \\ [001] \end{bmatrix} \end{matrix} \end{matrix} \cdot \quad (2.40)$$

On peut écrire l'équation (2.40) sous une forme plus générale :

$$g = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

La matrice $[a_{ik}]$ s'appelle *la matrice d'orientation*. Les composants a_{ik} doivent obéir aux relations d'orthonormalité, donc :

$$\begin{aligned} a_{ij} \cdot a_{kj} &= \delta_{ik} \\ a_{ij} \cdot a_{ik} &= \delta_{jk} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Ainsi, des neuf composants de a_{ik} dans l'équation (2.41), seulement trois sont linéairement indépendantes. Cette représentation a beaucoup d'avantages du point de vue mathématique pour la représentation des orientations des cristaux.

2.3.2.2. Représentation par un axe et un angle de rotation

Soit une orientation g_0 dont les axes du cristal sont parallèles aux axes de l'échantillon (orientation de cube) :

$$g_0 = \begin{matrix} [100] \parallel \text{axe1} \\ [010] \parallel \text{axe2} \\ [001] \parallel \text{axe3} \end{matrix} \cdot \quad (2.43)$$

Alors, on peut arriver à une nouvelle orientation, g , avec une rotation d'un angle ω autour de l'axe de rotation $\vec{d}$:

$$g = \{\vec{d}, \omega\} \quad (2.44)$$

où l'axe de rotation $\vec{d}$ peut être spécifié par exemple par des coordonnées sphériques θ, ψ , donc :

$$g = \{\theta, \psi, \omega\}. \quad (2.45)$$

Cette représentation a trois paramètres indépendants qui est considérée par quelques auteurs comme étant la plus claire (Fig.2.3). Rodriguez a proposé une représentation de l'ODF où l'orientation est représentée par un point sur l'axe d à une distance par rapport à l'origine égale à ω (en radian).

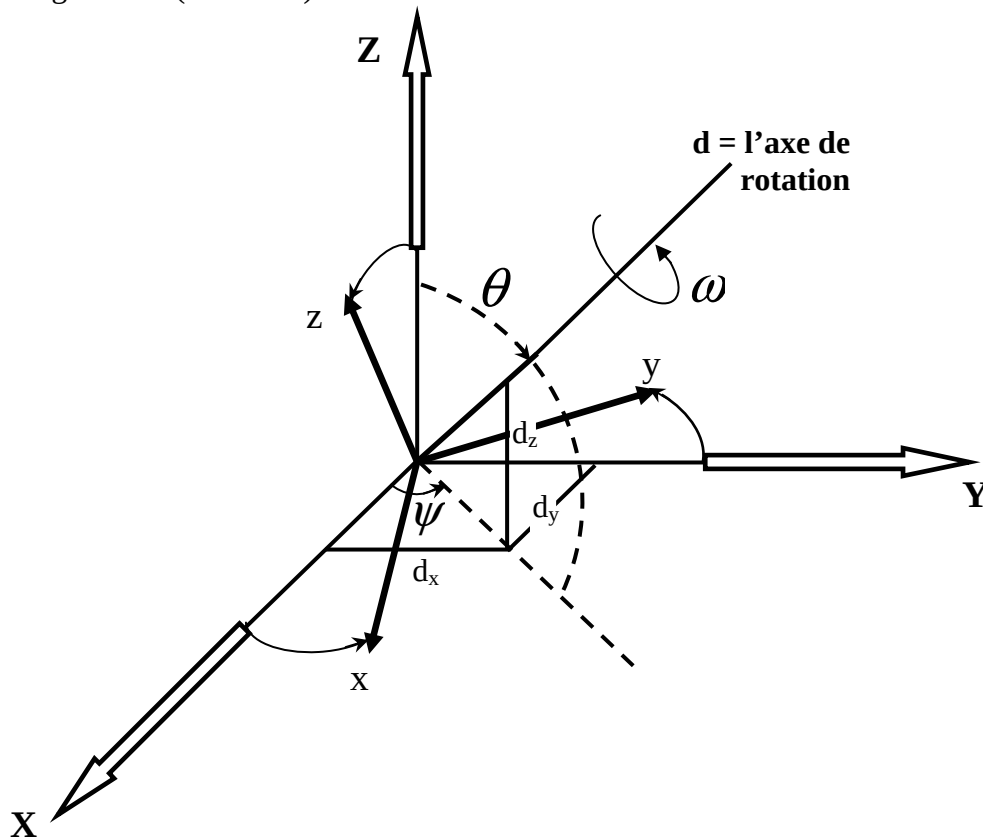


Fig.2. 3 Représentation de g par une rotation ω autour de l'axe de rotation $\vec{d}$

2.3.2.3. Représentation par les angles d'Euler

La représentation qui sera principalement employée par la suite est celle des angles d'Euler. Soit l'orientation g_0 de l'équation (2.43), trois rotations successives sont effectuées, (Fig. 2.4).

- 1) Rotation de φ_1 autour de l'axe Z ,
- 2) Rotation de φ autour de l'axe x' ,
- 3) Rotation de φ_2 autour de l'axe z'' .

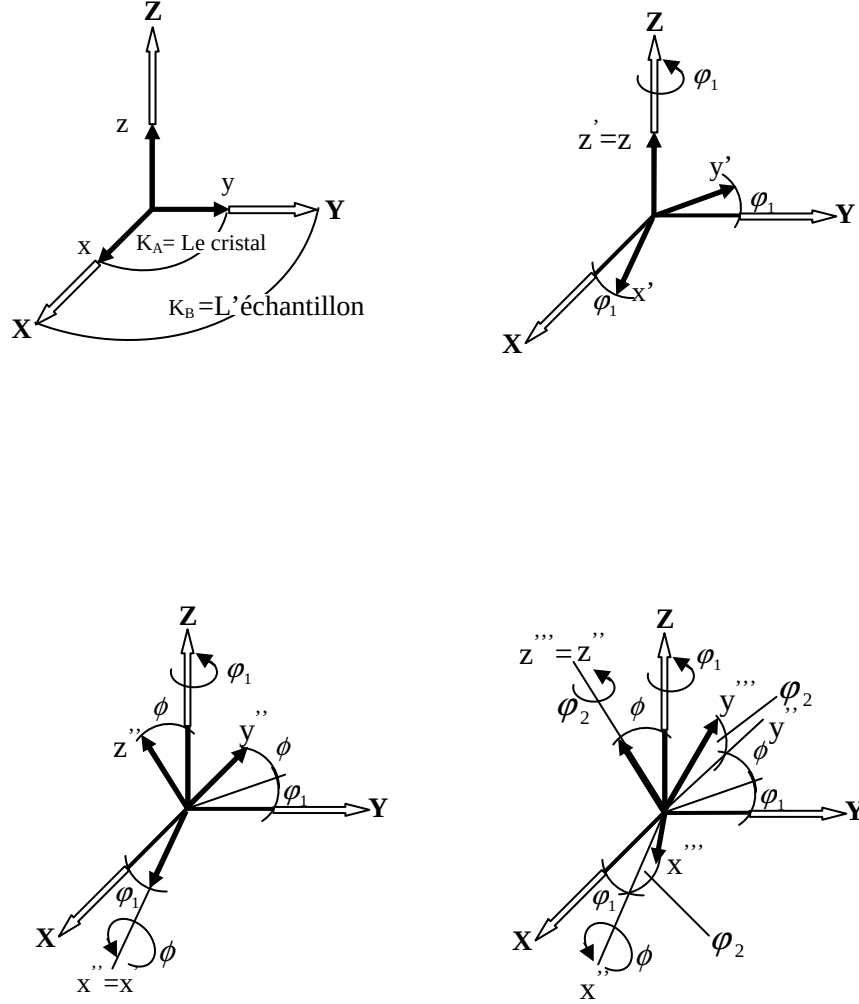


Fig.2. 4 Représentation des angles d'Euler $\varphi_1, \phi, \varphi_2$.

L'orientation g est définie par :

$$g = (\varphi_1, \phi, \varphi_2) = g_{\varphi_2} \cdot g_{\phi} \cdot g_{\varphi_1} \quad (2.46)$$

par lequel les rotations successives sont écrites comme multiplication, de droite à gauche :

$$g = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$$g = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_2 \sin \phi \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & \cos \varphi_2 \sin \phi \\ \sin \varphi_1 \sin \phi & -\cos \varphi_1 \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Dans l'équation (2.48), les éléments de la matrice d'orientation sont exprimés par les angles d'Euler $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$. En comparant l'équation (2.48) et l'équation (2.40), on obtient l'interdépendance entre les angles d'Euler et les cosinus directeurs des axes 1, 2 et 3 (ou X, Y, Z) et ainsi avec équation (2.39) la relation entre les angles d'Euler et les indices de Miller.

2.3.2.4. Représentation dans l'espace d'Euler

Si nous choisissons les angles d'Euler $\varphi_1, \phi, \varphi_2$ (Eq. 2.46) en les considérant comme des coordonnées cartésiennes, on obtient un espace spécifique d'orientation appelé *l'espace d'Euler*, (Fig. 2.5). Chaque point dans cet espace représente un choix spécifique des paramètres $\varphi_1, \phi, \varphi_2$ et aussi une orientation spécifique du cristal. D'autre part, dans cet espace, chaque orientation est représentée par un point. Cette représentation des orientations des cristaux est principalement employée dans les méthodes de développement en série de la fonction f .

En particulier, la fonction de distribution d'orientations $f(g)$ peut être représentée comme *une fonction tridimensionnelle dans l'espace d'Euler* de telle manière qu'à chaque point $g = \{\varphi_1, \phi, \varphi_2\}$ dans cet espace soit associé une valeur de $f(g)$.

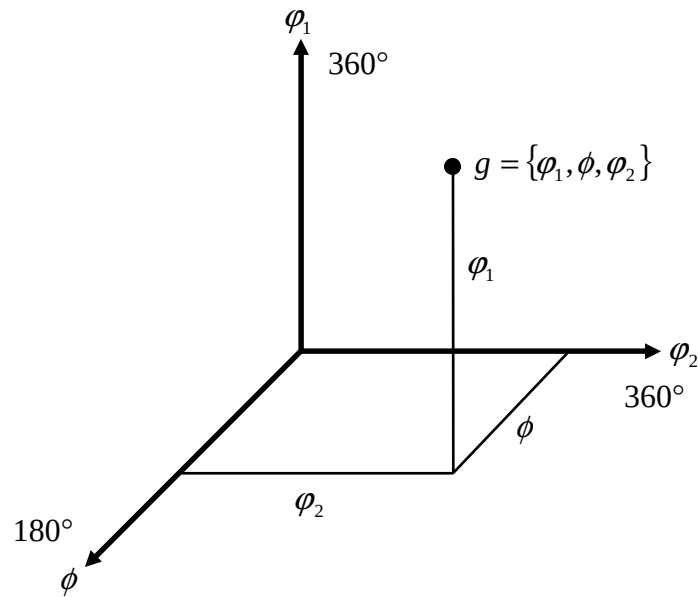


Fig.2. 5 Représentation d'une orientation dans l'espace d'Euler.

2.3.2.5. Représentation de l'ODF

La figure (2.6) montre un exemple de points de la distribution des orientations correspondant à 162 cristallites dans un échantillon de marbre. Les orientations ont été mesurées avec un microscope polarisant et ont été représentées par des points dans l'espace d'Euler. La forme des cristallites ainsi que leurs positions dans l'échantillon ne sont pas représentées.

Afin de construire une fonction continue de distribution selon l'équation (2.36), l'espace d'Euler est subdivisé en "boîtes" et la densité des points (nombre de points par volume d'élément) est déterminée. La densité des points d'orientation dans l'espace d'Euler n'est pas constante mais varie proportionnellement à $\sin \phi$ pour une texture aléatoire (Gelfand et al. 1963). La fonction de densité des orientations peut être représentée habituellement par des courbes d'iso-densité dans des sections bidimensionnelles (Fig. 2.6.b).

Dans le but de représenter la densité des orientations, une fonction $f(g)$ doit être définie de telle sorte que $f(g)dg$ soit la fraction volumique des orientations pour l'élément dg . L'élément différentiel d'orientation dg a la forme :

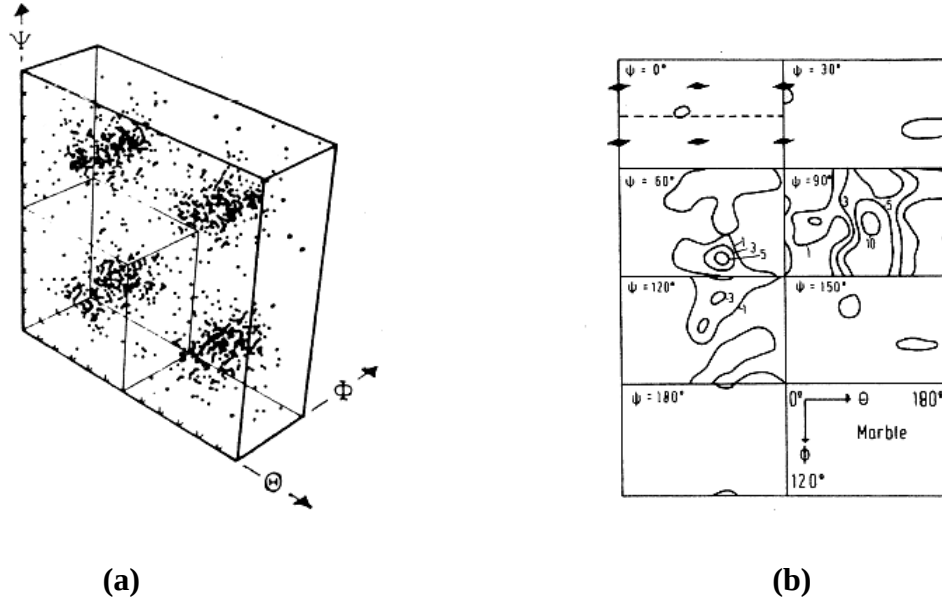


Fig.2. 6 a) Orientations dans l'espace d'Euler de 162 cristallites d'un échantillon de marbre. Les orientations ont été déterminées par microscopie de polarisation. b) La fonction de densité des orientations, construite à partir de la distribution des points de la figure (a).

$$dg = \frac{1}{8\pi^2} \sin \phi d\phi_1 d\phi d\phi_2. \quad (2.49)$$

On sait que dans le cas d'orientations cristallines aléatoires, chaque élément d'orientation ainsi défini contient la même fraction volumique de cristallites, (Eq. (2.37)). La fonction de densité $f(g)$ est positive et normée à l'unité :

$$\int f_{random}(g) dg = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} f_{random}(g) \frac{1}{8\pi^2} \sin \phi d\phi_1 d\phi d\phi_2 = 1. \quad (2.50)$$

La fonction de texture $f(g)$ est souvent représentée en traçant les valeurs des angles d'Euler dans un repère cartésien (Fig. 2.5). Si sur la figure 2.5, l'espace d'Euler est subdivisé en intervalles de 10 degrés entre 0° et 360°, 0° et 180°, 0° et 360° pour les angles ϕ_1, ϕ, ϕ_2 , respectivement, il faut alors calculer $f(g)$ dans $36 \times 18 \times 36 = 23328$ points pour tracer l'ODF par un logiciel. Ce nombre peut être réduit si la symétrie est prise en considération.

2.4. Les textures de torsion (cisaillement simple)

2.4.1. Introduction

Le développement des textures de déformation est important, non seulement pour la description quantitative des opérations de déformation, mais également pour l'anisotropie des propriétés du produit, qu'il soit fini ou traité par la suite (par exemple par recristallisation). Il est important non seulement pour la compréhension des mécanismes fondamentaux, mais également pour des comparaisons quantitatives avec d'autres modes de déformation.

L'anisotropie développée résulte de la nature polycristalline des échantillons macroscopiques et peut seulement être expliquée sur la base de la connexion entre la déformation « microscopique » dans chaque grain et la déformation macroscopique de l'échantillon. Une telle compréhension est également utile pour établir la relation quantitative entre la contrainte d'écoulement et l'écrouissage des monocristaux et des polycristaux. La surface de plasticité joue aussi un rôle important pour interpréter les résultats. Le besoin le plus important pour traiter la déformation polycristalline en terme de ses monocristaux reste, cependant, la dérivation des textures de déformation.

L'essai de torsion représente la méthode expérimentale la plus simple pour obtenir un cisaillement simple. Cet essai est très utile pour obtenir des données sur l'écrouissage pour de grandes déformations sans difficultés particulières. Dans d'autres tests, comme la compression par exemple, l'effet de frottement aux interfaces entre l'échantillon et les mors se produit et sa prise en compte est difficile dans le dépouillement des résultats.

Le test du cisaillement simple peut être bien réalisé par la torsion d'une barre circulaire pleine en appliquant la condition limite aux extrémités fixes car le diamètre reste inchangé. Ce n'est pas le cas lors de la torsion d'un tube. En effet, dans un tel test, il n'est pas garanti que le diamètre reste constant, ce qui peut représenter une déviation par rapport au cisaillement simple.

Les premières textures expérimentales de torsion sur du cuivre ont été présentées par Backofen en 1950. Il a montré un quart des figures de pôles (111) pour différentes valeurs de

cisaillement. En 1953, Backofen et Hundy ont mesuré des textures dans le laiton 70-30 et dans le fer Armco. Ils ont montré que les textures de torsion et de tréfilage sont différentes.

En 1962, Robin O. Williams a examiné plusieurs matériaux : le cuivre, le laiton, l'aluminium, le fer et le zirconium. Il a identifié les orientations idéales du cisaillement à l'aide des figures de pôles.

Regenet et Stüwe (1963) ont mesuré les textures des matériaux c.f.c. en fonction de l'énergie de faute d'empilement (l'aluminium, le cuivre et l'argent). Etant donné qu'à cette époque la représentation en ODF n'était pas encore connue, ils ont présenté les textures sous forme de figures de pôles (111). En 1965, Stüwe a examiné le cuivre très pur (OFHC), et il a observé les textures de cuivre déformé à 300°C en torsion. A cette température, la recristallisation dynamique change la texture ; il a trouvé que c'est la composante A qui est l'orientation idéale dans ces conditions. Nous allons présenter la texture du cuivre (99.9%) à la même température dans le chapitre 5, où on va voir que d'autres composants (B et C) sont aussi présentes quand le matériau n'est pas très pur.

En 1973, Witzel a déformé en cisaillement de l'aluminium et présenté des textures finales à différentes températures.

Paul Van Houtte et al. (1981) ont présenté les premières ODFs de torsion. Ils ont étudié le cuivre et le laiton. La même année, Sekine et al. ont étudié les textures dans des alliages de cuivre en torsion à deux températures (20°C et -196°C).

En 1992, Tóth et al. ont mesuré les figures de pôles et les ODFs du cuivre aux grandes déformations et différentes températures par la technique de diffraction des rayons X. Nous allons comparer leurs résultats avec les nôtres dans le cinquième chapitre.

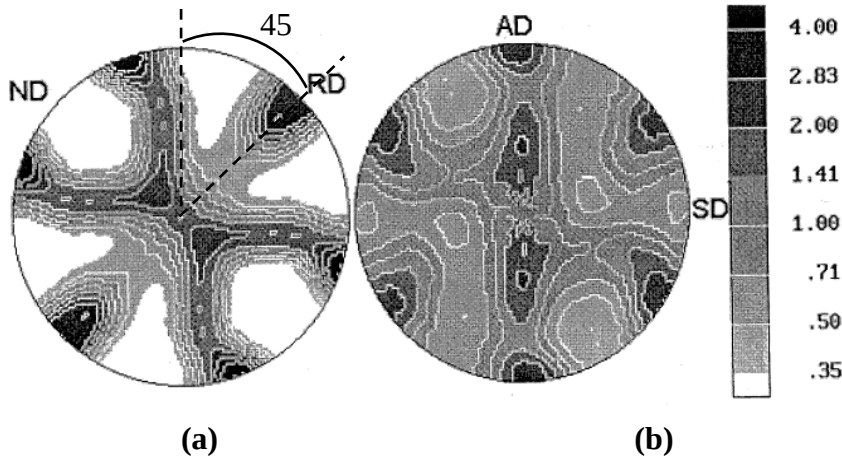


Fig.2. 7 Comparaison expérimentale entre le laminage (a) et le cisaillement simple (b) pour le cuivre. Figures de pôles $\{111\}$ recalculés ($\bar{\epsilon}_{VM} = 2$ pour les deux tests) (Kocks et al., 1998).

Le développement de la texture en cisaillement simple correspond à une déformation plane. Le test de laminage est également considéré comme une déformation plane. Ce dernier est appelé test de cisaillement pur dans la littérature anglophone. Pour la raison que les deux tests sont des tests en déformation plane, les textures qui sont développées sont souvent comparées. Nous allons montrer qu'une telle comparaison n'a pas de base physique solide. Sur la figure 2.7 on peut voir des textures représentées dans leur plan de déformation pour le cuivre. Pour que les deux tests soient comparables, il fallait tourner la texture de laminage de 45° . Dans le repère commun sur la figure 2.7 on peut constater une ressemblance entre les deux textures. Mais les différences sont également importantes. En effet, on peut montrer analytiquement qu'il existe une différence importante dans le gradient de vitesse correspondant aux deux tests dans le repère commun. Les gradients de vitesse du cisaillement et du laminage sont :

$$\underline{\underline{L}}_{\text{cisail.}} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\underline{L}}_{\text{lamin.}} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.51)$$

Mais on doit exprimer $\underline{\underline{L}}_{\text{lamin.}}$ dans le même repère que $\underline{\underline{L}}_{\text{cisail.}}$ pour la comparaison selon la Figure 2.7. Cette opération conduit au gradient de vitesse suivant :

$$\underline{\underline{L}}_{lamin.}^* = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\epsilon} & 0 \\ \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (2.52)$$

Il est évident que cette matrice est très différente de la matrice $\underline{\underline{L}}_{cisail.}$, donc une texture différente est induite par $\underline{\underline{L}}_{lamin.}^*$. En conclusion, une telle comparaison des textures n'a aucune signification physique car même dans l'hypothèse que les deux textures soient identiques, le nombre de systèmes de glissement actifs pour les position idéales sont très différents dans les deux tests (maximum 2 pour le cisaillement simple et minimum 4 pour le laminage), qui fait que les mécanismes de déformation ne sont pas les mêmes au niveau microscopique.

Dans la suite, nous nous concentrerons sur l'évolution de la texture en cisaillement observée et simulée.

Il est difficile de placer les conditions limites de l'expérience pendant l'essai de torsion, mais en simulation, on peut évaluer plus clairement les effets qu'elles peuvent induire. Ici, on va se concentrer sur l'évolution de la texture.

La figure 2.8 a, b montre des textures simulées durant un essai de torsion avec extrémités fixes (Tóth et al. 1988) avec les orientations idéales (Fig. 2.8-c).

On peut identifier deux fibres dans les figures de pôles qui sont montrées dans la figure 2.8 et également définies dans le tableau 2.5. Une composante sur la fibre B, appelée C est également précisée dans le tableau 2.5. car elle est souvent la composante majeure dans les textures de torsion des matériaux c.f.c. Elle présente le facteur de Taylor le plus élevé ($\sqrt{3}$) parmi les orientations idéales. L'orientation $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ utilisée ici, signifie que le plan $\{hkl\}$ coïncide avec le plan de z et que la direction $\langle uvw \rangle$ est alignée avec la direction de cisaillement (θ). Ces composantes sont représentées sur la figure 2.9

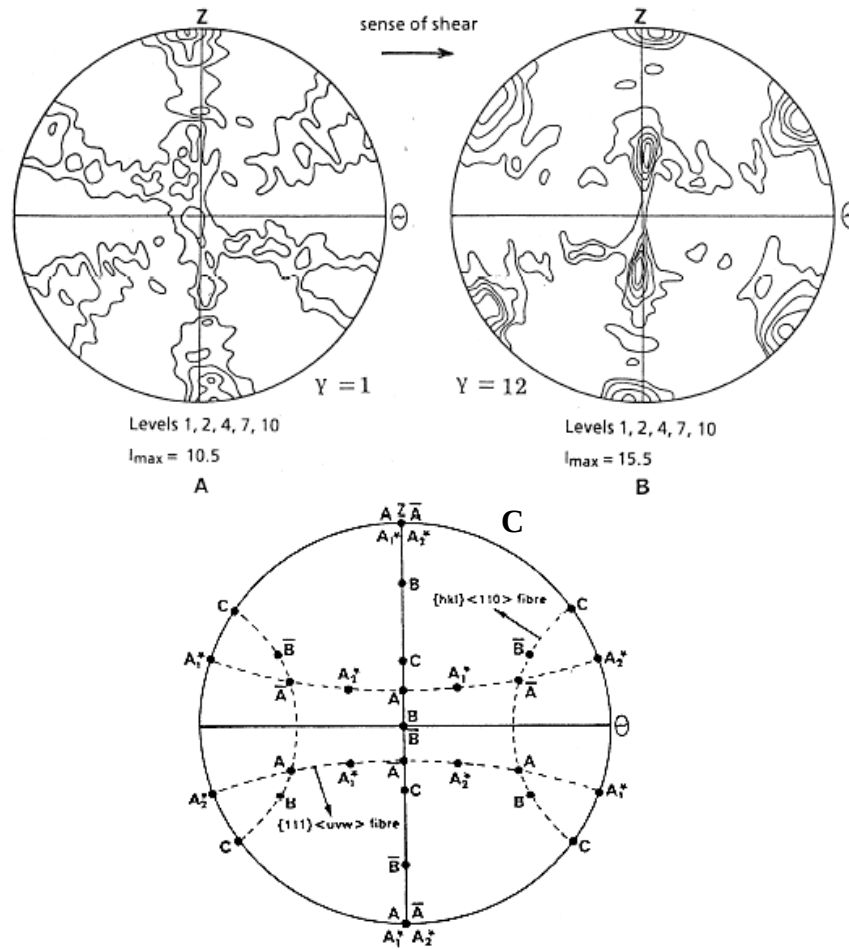


Fig.2. 8 Simulations de textures de torsion en extrémités fixes : a) $\gamma=1$ et b) $\gamma=12$; ($m=0.125$), c) les orientations idéales pour cisaillement simple (Toth et al. 1988).

Tableau 2. 5 La classification des composantes majeures des textures en torsion des cristaux c.f.c (Canova et al. ,1984).

Type	Texture	Taylor factor
A	$\{111\} \langle hkl \rangle$ fibre	$1 \leq M \leq 1.155$
B	$\{hkl\} \langle 110 \rangle$ fibre	$1 \leq M \leq \sqrt{3}$
C	$\{001\} \langle 110 \rangle$	$M = \sqrt{3}$

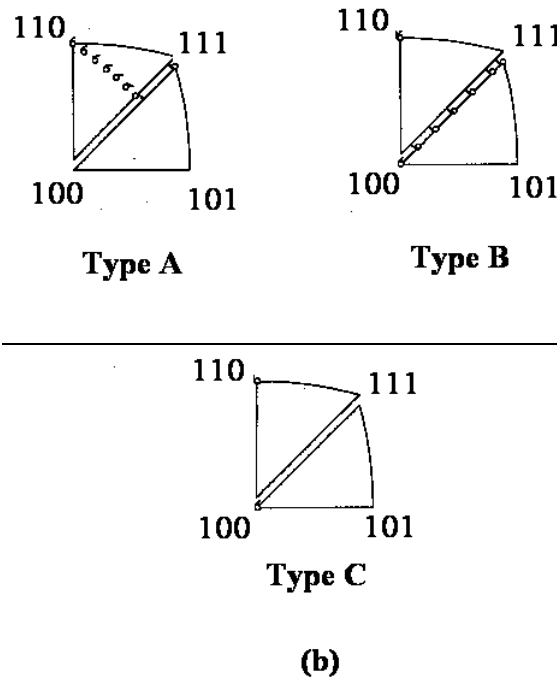


Fig.2. 9 Les orientations idéales du tableau 2.5 représentés sur des figures de pôles inverses.

2.4.2. Comparaison entre les textures obtenues par la méthode de « contraintes relâchées » et « fulls constraints » pour les matériaux c.f.c

Canova et al. (1984) ont comparé les résultats obtenus entre la méthode des *contraintes relâchées* (CR) et *fulls constraints* (FC) pour les matériaux c.f.c. Des simulations ont été réalisées en utilisant des incréments de déformation de cisaillement de 0,05 jusqu'à une déformation de cisaillement égale à 10. L'évolution des figures de pôle inverses en fonction de la valeur du cisaillement γ , est représenté sur les figures 2.10. (a) (FC) et 2.10. (b) (CR). Une comparaison des figures 2.10 -a. (i) et 2.10 -b (i) montre qu'il n'y a aucune différence principale entre les résultats de FC et CR pour des déformations faibles ($\gamma=1$); elles montrent que les textures de A et B sont faiblement développées. À $\gamma=3$, la figure 2.10 -a.(ii) montre que l'approche FC prévoit un renforcement de la fibre B. Une différence intéressante entre les figures 2. 10 -a. (ii) et 2. 10.-b. (ii), est que, dans le cas de CR, qu'il y a une déviation de la fibre A. À $\gamma=6$, on observe que la tendance présente à $\gamma=3$ est renforcée. Le modèle FC (Fig. 2.10 -a.(iii)) prévoit un renforcement des composantes de A et de C, tandis que l'analyse de CR, (Fig. 2.10 -b.(iii)) montre une diminution de la composante de A à l'avantage du type C de la texture.

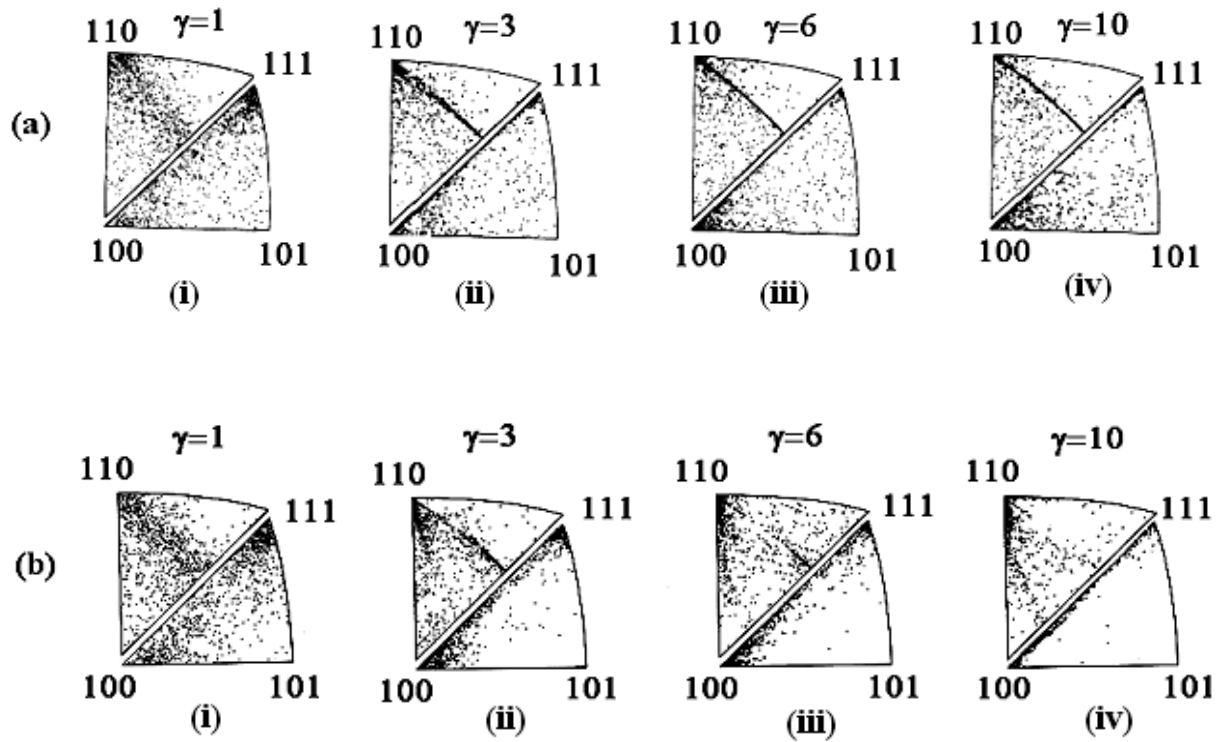


Fig.2. 10. Figures de pôles inverses a) calculées par le modèle FC en fonction de déformations. b) obtenues par le modèle CR en fonction de déformation. Les triangles gauches supérieurs contiennent la direction du cisaillement (axe θ) et les triangles inférieurs contiennent l'axe normal au plan de cisaillement (axe z en torsion) (Canova et al. (1984)).

Les évolutions des trois types de composantes de texture (A, B, C) avec la déformation selon les deux modèles sont comparées quantitativement sur la figure 2.11. La texture prévue par la théorie FC arrête son développement aux grandes déformations; elle se compose d'une forte composante A et des composantes B et C légèrement plus faibles. Cependant, la méthode CR prédit aux très grandes déformations une texture presque uniquement formée par la composante C ; la tendance est claire sur la figure 2.11 –b qui était déjà montré sur la figure 2. 10 -b. (iv).

La Figure 2.11.c montre également des résultats expérimentaux à partir des travaux de Tóth et al. (1992) sur le cuivre à température ambiante. Sur cette figure la composante isotrope (la fraction volumique des orientations se trouvant plus loin que 15° des orientations idéales) est également montrée. La comparaison avec les simulations de Canova et al. (1984) montre que c'est le modèle de Taylor qui approche le mieux la texture expérimentale. Le

modèle avec contraintes relâchées est utilisé avec succès pour d'autres déformations, comme le laminage, par exemple, mais il n'est pas applicable pour la torsion. La raison de cette défaillance de l'approche CR est que la forme des grains prend la forme d'un cigare très allongé aux grandes valeurs de cisaillement et le principe de relâchement des contraintes n'est pas applicable.

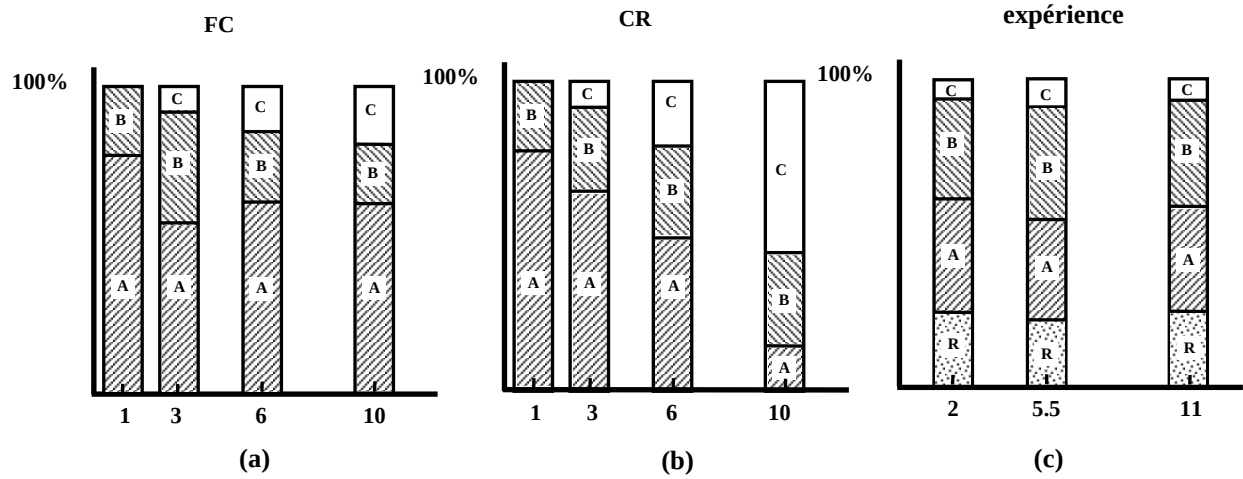


Fig.2. 11. Évolution quantitative des trois types des composantes de la texture selon les prévisions des théories FC (a), CR (b) (Canova et al. (1984)) et l'expérience (c) (Toth et al. (1992)).

2.4.3. Stabilité d'orientation dans l'espace d'Euler

Tóth et al. (1988) ont étudié l'effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la stabilité des textures en torsion dans l'espace d'Euler complet. Ils ont introduit un paramètre de stabilité des orientations S défini par :

$$S(\varphi_1, \phi, \varphi_2, \dot{\epsilon}) = \ln \frac{1}{|\dot{\Omega}(\varphi_1, \phi, \varphi_2, \dot{\epsilon})| / \dot{\epsilon}} \quad (2.53)$$

Ici $\varphi_1, \phi, \varphi_2$ sont les angles d'Euler (convention Bunge), $\dot{\epsilon}$ est la vitesse de déformation équivalente au sens de von Mises, et

$$|\dot{\Omega}(\varphi_1, \phi, \varphi_2, \dot{\epsilon})| = (\dot{\Omega}_{32}^2 + \dot{\Omega}_{31}^2 + \dot{\Omega}_{12}^2)^{1/2} \quad (2.54)$$

est la valeur absolue de la vitesse de rotation du réseau. Il est clair avec cette définition que S est plus grand quand l'orientation correspondante est plus stable. Le seul exemple où S est non

défini est pour $|\dot{\Omega}| = 0$. Mais il a été montré par Toth et al. (1988) que $|\dot{\Omega}|$ n'est jamais égale à zéro en viscoplasticité en cisaillement.

Le plus petit domaine de l'espace d'Euler nécessaire pour la description de l'essai de torsion dans le cas des métaux cubiques correspond à (Van Houtte et al. (1976)):

$$\varphi_1 = 0^\circ \rightarrow 180^\circ, \quad \phi = 0^\circ \rightarrow \phi_m, \quad \varphi_2 = 0^\circ \rightarrow 90^\circ$$

avec, $\phi_m = \arctan(1/\cos \phi_2)$ si $\phi_2 \leq 45^\circ$, et $\phi_m = \arctan(1/\sin \phi_2)$ si $\phi_2 \geq 45^\circ$.

Pour la recherche des orientations stables Tóth et al. (1988) ont proposé que la gamme de φ_1 doit être prolongée à 360° car les orientations $A, \bar{A}$ et $B, \bar{B}$, prises séparément, ne sont pas identiques (voir Fig. 2. 12.), donc les valeurs de l'ODF correspondantes ne sont pas forcément égales. En effet, en raison de la symétrie du test (symétrie de degré 2 autour de l'axe radial), l'extension de la gamme de φ_1 n'est pas nécessaire. Il est néanmoins utile pour la visualisation des tubes et pour la compréhension des jonctions des tubes dans la section $\varphi_2 = 45^\circ$. Il est à noter que la symétrie du test assure l'égalité de $A/\bar{A}$ et $B/\bar{B}$ seulement si cette égalité existe déjà dans la texture initiale.

Par la suite, les résultats de la stabilité des orientations lors de la torsion en extrémités fixes vont être présentés. La valeur de la sensibilité à la vitesse (m) est de 0.125. Le paramètre de stabilité S a été calculé en maintenant φ_2 fixe et pour des incréments de 5° , mais les points sont séparés de 2° seulement le long des directions φ_1 et ϕ (95,760 points pour la description complète). Les iso-valeurs de S obtenues de cette façon sont présentées sur la figure 2. 12. C'est la carte de stabilité des orientations CSO (orientation stability map 'OSM') qui s'avérerait très utile pour l'interprétation de la texture de torsion (Tóth et al., 1988). Dans cette CSO, les courbes des iso-valeurs suivent la forme des tubes dans l'espace d'Euler. Ces tubes contiennent les orientations idéales.

La figure 2.12 montre clairement les régions où la stabilité d'orientation est importante, c-à-d, les orientations où les grains peuvent rester pendant des périodes longues. Donc, ces régions sont celles qui sont les plus peuplées en grains. Il y a beaucoup de

similarités entre les ODF de torsion expérimentale et celles prévues par les calculs. Cependant, il y a aussi des différences entre ODF et CSO. Pour une valeur donnée de sensibilité à la vitesse, le CSO est fixe et indépendant de la déformation (s'il y a aucun écrouissage ou effet de la forme de grain). Dans une ODF de déformation, les intensités des composantes de texture idéales et des fibres évoluent le long du chemin de déformation.

La dépendance de la formation de la texture à la déformation dans l'espace d'Euler peut être examinée en analysant le champ des rotations. Cette méthode a été utilisée par Clément et al. (1979), Wierzbanski et Clément (1984). Ils ont étudié la formation des textures de laminage sur la base de la relation entre le champ des rotations et de l'équation de continuité de l'écoulement d'orientation.

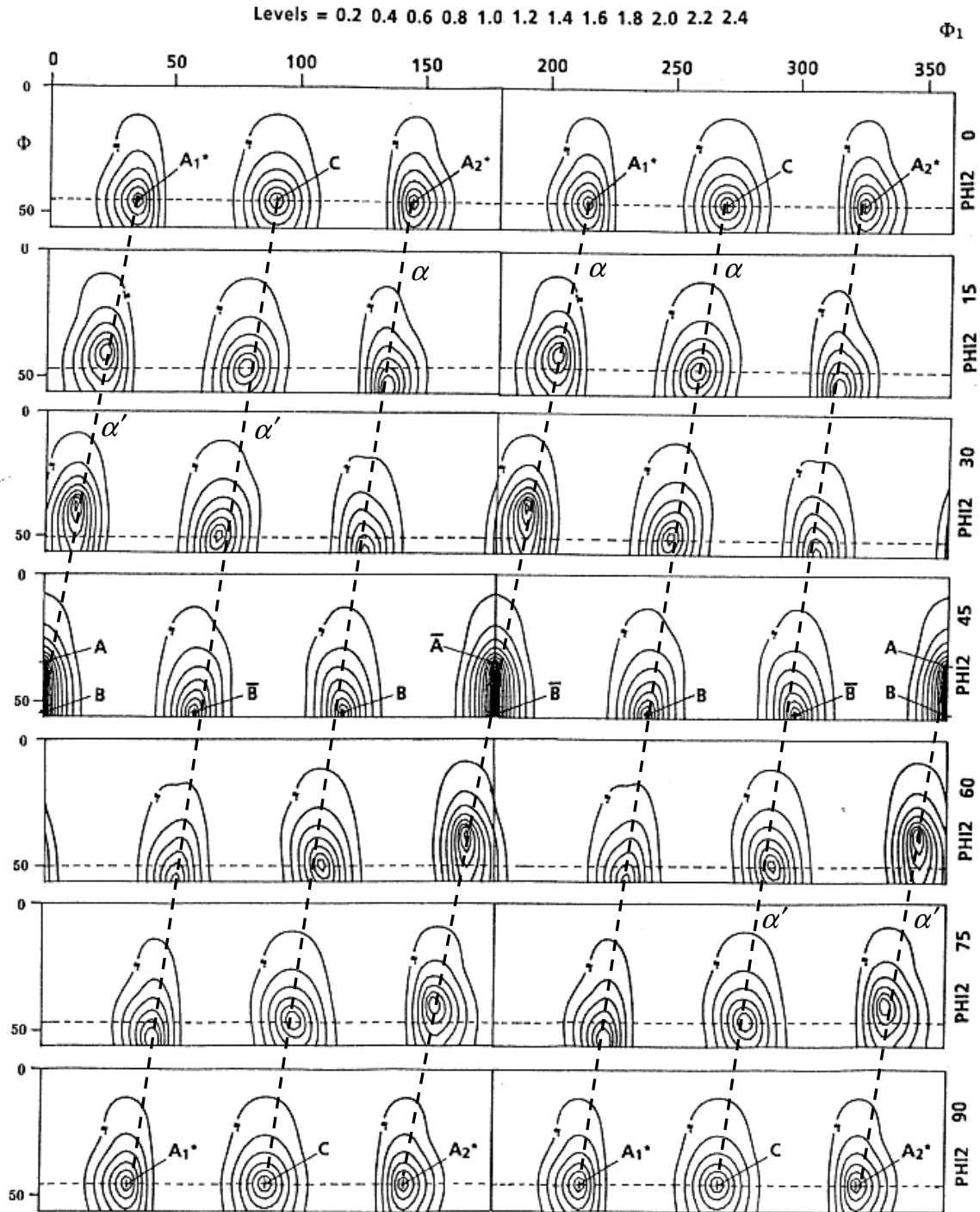


Fig.2. 12 Carte de stabilité des orientations (CSO) dans l'espace d'Euler en torsion pour extrémités fixes. Le tube α commence de C (en haut, droite), traverse les orientations $B, A_1^*, \bar{A}, A_2^*$ et B (en haut, gauche) et termine en C (en bas). Le tube α' (centro - symétrique par rapport à α) s'étend de C (en haut, gauche), à travers les $\bar{B}, A_1^*, A, A_2^*$ et $\bar{B}$ (en bas, à droite) pour terminer en C (en bas) (Tóth et al. (1988)).

2.5. Conclusion

Dans ce chapitre, le comportement d'un cristal en glissement viscoplastique a été analysé. Les effets de la vitesse et de la forme sur le potentiel plastique ont été présentés. Les textures qui se développent lors de la torsion ont également été présentées et analysées.

En changeant la vitesse de déformation, la contrainte change aussi, mais pas la texture. Cet effet est accentué avec une augmentation de la valeur de m .

Nous voulons souligner que l'effet de la viscosité sur la forme du potentiel plastique est un effet très important pour l'évolution de la texture. Plus la valeur de m augmente, plus la surface de plasticité s'arrondi.

A la fin du chapitre suivant nous montrerons qu'il est possible de séparer les deux effets (effet de vitesse et effet de forme) et que l'effet de la forme est décisif dans l'effet de Swift.

Chapitre III

Modélisation de l'effet de Swift

CHAPITRE III.....	67
MODELISATION DE L'EFFET DE SWIFT	67
3.1. INTRODUCTION	68
3.2. METHODE BASEE SUR L'EQUATION D'EQUILIBRE (MODELE EE).....	69
3.3. METHODE BASEE SUR LA THEORIE DE LA PUISSANCE PLASTIQUE MINIMUM (MODELE PPM)	71
3.4. PROCEDE NUMERIQUE.....	73
3.5. APPLICATION AU CUIVRE	76
3.5.1. <i>Modélisation pour une texture initiale aléatoire</i>	76
3.5.1.1. Simulations par les modèles PPM et EE.....	76
3.5.1.2. Calculs par éléments finis.....	78
3.5.2. <i>Modélisation pour des textures initiales fortes dans le cuivre</i>	79
3.5.2.1. Comparaison entre expérience et simulation	82
3.5.2.2. Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation.....	83
3.6. APPLICATION AU MAGNESIUM	87
3.6.1. <i>Résultats expérimentaux</i>	87
3.6.2. <i>Simulations</i>	93
3.7. APPLICATION AU SUPERALLIAGE NICKEL - ALUMINIUM	95
3.7.1. <i>Expériences</i>	95
3.7.2. <i>Structure cristallographique du superalliage NiAl</i>	96
3.7.3. <i>Simulation de l'effet de Swift sur le NiAl</i>	98
3.7.3.1. Texture initiale <100>	99
3.7.3.2. Texture initiale <110>	101
3.7.3.3. Texture initiale <111>	103
3.8. CONCLUSIONS.....	106

3.1. Introduction

Dans les chapitres 1 et 2 nous avons présenté une revue des travaux effectués dans la littérature. Dans le chapitre 1 nous avons examiné l'effet de Swift sur divers matériaux durant l'essai de torsion en extrémités libres et fixes. Quelques résultats de modélisations avec les méthodes MCPT et éléments finis ont été présentés. Nous pouvons remarquer que pour l'effet de Swift il manque encore des mesures systématiques dans la littérature. Au niveau de modélisation, il est également possible de proposer des nouveautés. Nous allons donc proposer dans ce chapitre deux techniques alternatives n'exigeant pas de calcul par éléments finis complexes.

Ces deux méthodes sont :

- i. la méthode basée sur l'équation d'équilibre (modèle EE),
- ii. la méthode basée sur la théorie de la puissance plastique minimum (modèle PPM).

En choisissant le modèle EE, nous avons réalisé des simulations de l'effet de Swift et de l'évolution de texture dans le cuivre, dans le magnésium et dans le superalliage NiAl.

Nous allons montrer que la viscosité joue un rôle important dans l'effet de Swift et que l'effet de *forme* produit par la viscosité sur le potentiel plastique est le facteur décisif dans le développement de l'effet axial en torsion à l'extrémité libre.

3.2. Méthode basée sur l'équation d'équilibre (modèle EE)

Nous considérons un cylindre plein uniforme de rayon initial a_0 et de longueur initiale l_0 . Un couple T est appliqué sur le cylindre ; il tourne d'un angle ψ . Dans la suite la déformation élastique est négligée car l'effet de Swift apparaît aux grandes déformations plastiques. Dans une configuration d'extrémités libres la force axiale est nulle, ceci représente une condition limite importante du test, qui doit être satisfaite.

Comme pour la torsion uniforme, le plan vertical de l'axe de la barre reste plan pendant l'essai et les lignes radiales droites restent radial. La traction sur la surface de la barre est nulle (surface libre). Au début de l'essai, on suppose que toutes les propriétés sont axisymétriques et homogènes le long de la direction axiale. Bien que l'anisotropie induite par déformation plastique puisse se produire, le comportement doit rester axisymétrique et le plan de la barre reste circulaire de rayon courant a et de longueur courante l . Le repère cylindrique (r, θ, z) est utilisé comme référence.

Dans la modélisation, la barre est divisée en N couches cylindriques d'épaisseurs égales. L'état de déformation de chaque couche est approché par une combinaison d'une déformation axiale et d'un cisaillement, ce dernier correspondant à sa valeur intermédiaire de r en proportion avec r . La déformation axiale est indépendante de la position radiale. La vitesse de déformation axiale $\dot{\epsilon}$ et la vitesse de déformation de cisaillement $\dot{\gamma}$ sont définies par les relations suivantes:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{l}}{l}, \quad \dot{\gamma}(r) = \frac{r}{a} \dot{\gamma}_a \quad (3.1)$$

où $\dot{\gamma}_a$ est la vitesse de cisaillement sur la surface de la barre: $\dot{\gamma}_a = \frac{a \cdot \dot{\theta}}{l}$.

Le tenseur gradient de vitesse $\underline{\underline{L}}$ est le suivant :

$$\underline{\underline{L}} = \begin{bmatrix} -\dot{\epsilon}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon}/2 & \dot{\gamma} \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Dans le cas de la torsion extrémités libres, $\dot{\epsilon}$ est l'inconnu du problème. Dans la modélisation, le paramètre $\eta = \dot{\epsilon}/\dot{\gamma}$ est employé pour identifier cette inconnue.

Pour la torsion uniforme axisymétrique, la seule équation d'équilibre qui n'est pas identiquement satisfaite est :

$$r \frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} = 0. \quad (3.3)$$

En plasticité cristalline, et quand l'élasticité n'est pas prise en compte, seule la contrainte déviatorique S peut être déterminée. Elle est liée à la contrainte totale σ par la relation suivante :

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + p\delta_{ij}, \quad (3.4)$$

où p est la contrainte hydrostatique et δ_{ij} le symbole de Kronecker. En utilisant les relations (3.4) et (3.3) et par intégration, la distribution de la contrainte hydrostatique peut être obtenue :

$$p(r) = S_{rr} - \int_r^a \frac{1}{r} (S_{rr} - S_{\theta\theta}) dr. \quad (3.5)$$

Dans la dérivation de cette relation, la condition limite signifiant que la surface extérieure est libre de contraintes radiales est utilisée : $\sigma_{rr}(a) = 0$.

En utilisant la pression hydrostatique ainsi obtenue dans l'équation (3.4), la distribution de contrainte peut être déterminée. La force axiale F est l'intégrale de la contrainte axiale sur la section transverse de l'échantillon :

$$F = 2\pi \int_0^r r \sigma_{zz} dr. \quad (3.6)$$

En extrémités libres, F doit être nulle. Comme on a pu le voir, il n'y a qu'une seule inconnue dans le problème, à savoir η . Pour la solution η , F doit être nulle.

3.3. Méthode basée sur la théorie de la puissance plastique minimum (modèle PPM)

Une autre méthode pour obtenir une solution possible au problème de la torsion aux extrémités libres peut être basée sur la théorie de la puissance plastique minimum. Pour établir cette approche, ici le théorème de la borne supérieure est utilisé ici. Ce théorème s'exprime sous la forme générale suivante :

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}}^* : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^*) dV - \int_S (\bar{T}^d \vec{v}^*) ds \geq \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) dV - \int_S (\bar{T}^d \vec{v}) ds \quad (3.7)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ sont l'état de contrainte et le tenseur de vitesse de déformation correspondant à la solution exacte du problème, $\underline{\underline{\sigma}}^*$ et $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^*$ sont les solutions approximatives, $\bar{T}^d$ est la force 'relâchée' sur la surface S du domaine Ω et finalement $\vec{v}$ et $\vec{v}^*$ sont, respectivement, les vitesses de la solution et de l'approximation. Dans le problème actuel, le domaine Ω est une partie de la longueur de l'échantillon cylindrique comme la montre la figure 3.1.

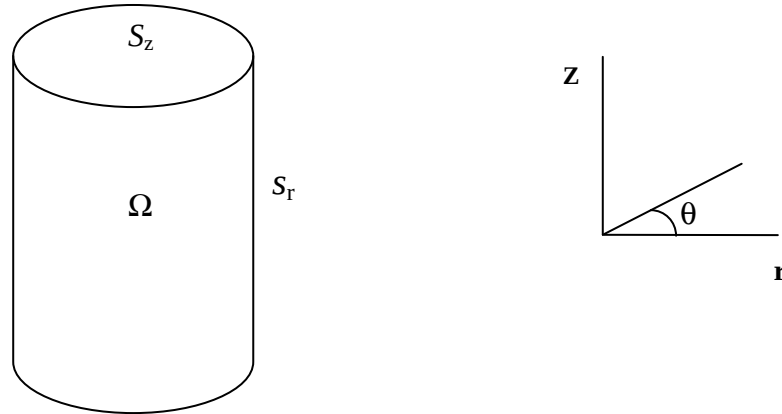


Fig. 3.1 Domaine Ω de l'échantillon.

La surface du domaine considéré est composée de trois surfaces ; la surface latérale S_r et deux surfaces identiques S_z . Ces dernières sont les sections perpendiculaires à l'axe z , (voir Fig. 3.1). Ainsi, les intégrales de surfaces de l'équation (3.7) doivent être effectuées sur ces surfaces. La force de traction $\vec{T}$ sur S_r est nulle, donc la force 'relâchée' $\vec{T}^d$ est également nulle. (Notez que, par définition, une composante de la force relâchée est nulle si elle est relâchée.). Par conséquent, l'intégrale de surface sur S_r est nulle. Sur les surfaces S_z , le vecteur vitesse n'a aucun de ces composantes nulles : $\vec{v} = (v_r, v_\theta, v_z)$. Dans la solution approximative de la vitesse, la seule composante invariable est la composante tangentielle $\vec{v} = (v_r^*, v_\theta, v_z^*)$: Quant à la force de traction sur ces surfaces, elle est de la forme suivante : $\vec{T} = (0, T_\theta, 0)$. Cette expression satisfait les conditions limites de l'essai.

- T_r est nulle, car il n'y a aucune composante radiale de $\vec{T}$ sur S_z ,

- T_z est nulle car il n'y a aucune force axiale.

Cette dernière n'est qu'une approximation. A strictement parler, l'intégrale de T_z doit disparaître sur S_z afin de satisfaire les conditions d'extrémités libres. Enfin, T_θ est de la même forme que $\vec{T}$: $\vec{T}^d = (0, T_\theta, 0)$, (La composante T_θ est la composante de torsion). En substituant ces expressions de vitesses et de forces dans l'équation (3.7), s'aperçoit que seules les intégrales de volume demeurent :

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}}^* : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) dV \geq \int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) dV . \quad (3.8)$$

Cette inégalité signifie que la meilleure approximation de la solution est obtenue quand l'intégrale suivante est minimum :

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{\sigma}}^* : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) dV = \min. \quad (3.9)$$

L'échantillon est divisé en N couches. Dans chaque couche, la puissance plastique est calculée comme suit :

$$P^i = V^i S_{ij}^{*i} \dot{\epsilon}_{ij}^{*i}, \quad (3.10)$$

où V^i est le volume de la couche. Notez que seulement la partie déviatorique de la contrainte est nécessaire pour calculer la puissance plastique. En effet, la partie hydrostatique de la contrainte n'induit pas de déformation plastique. La puissance plastique en volume d'échantillon est alors :

$$P = \sum_{i=1}^N V^i S_{ij}^{*i} \dot{\epsilon}_{ij}^{*i}. \quad (3.11)$$

La vitesse axiale de déformation est le seul paramètre variable, exprimée par le paramètre η . La valeur de η est déduite de la minimalisation de P . Cette technique facilite la programmation car elle ne nécessite qu'une seule intégration (Eq. 3.8). Dans le calcul, P est approché par une intégrale trapézoïdale avec des corrections de limites. (La même technique d'intégration a été employée dans la méthode EE pour l'équation (3.6)).

3.4. Procédé numérique

La texture initiale mesurée a été discrétisée en 500 orientations en utilisant la technique de Tóth et Van Houtte (1992). Puis, une symétrisation de la texture a été effectuée, ce qui amène à 2000 le nombre de grains; symétrie orthotropic, représentant la symétrie initiale de l'échantillon dû à son prétraitement. Cette opération est primordiale car la réponse en contrainte du matériau dépend fortement des symétries. Cet ensemble de 2000 orientations a été introduit dans les cinq couches qui constituent la barre. Les épaisseurs des couches sont égales et les quantités physiques moyennes ont été associées à leurs rayons moyens. Les systèmes de glissement c.f.c. pour le cuivre, h.c.p. pour le magnésium et c.c. pour le superalliage NiAl ont été employés dans le modèle viscoplastique de Taylor polycristallin. La viscoplasticité a été modélisée au niveau du glissement par l'équation (2.1).

Pour le cuivre, l'écrouissage a également été pris en compte de la façon suivante : la déformation de cisaillement résolue moyenne accumulée a été calculée dans chaque couche pendant la simulation. Puis, en utilisant une courbe 'master', la contrainte de cisaillement de référence $\tau_0^{(s)}$, correspondant à la déformation de cisaillement résolue, a été calculée par interpolation. Cette valeur a alors été imposée à chaque système de glissement de chaque grain dans la couche indiquée. Un écrouissage isotrope a été considéré. La courbe 'master' a été obtenue depuis des modélisations précédentes (Tóth et al. 2002), (Fig.3.2).

Afin de satisfaire la condition limite de force axiale nulle, un schéma itératif de Newton - Raphson a été mis en place. Après détermination de la valeur appropriée du paramètre inconnu η , l'écrouissage et l'orientation des grains ont été mis à jour pour toutes les couches. L'incrément de déformation de cisaillement était de 0,05 et la précision relative dans la détermination de η était de 10^{-6} .

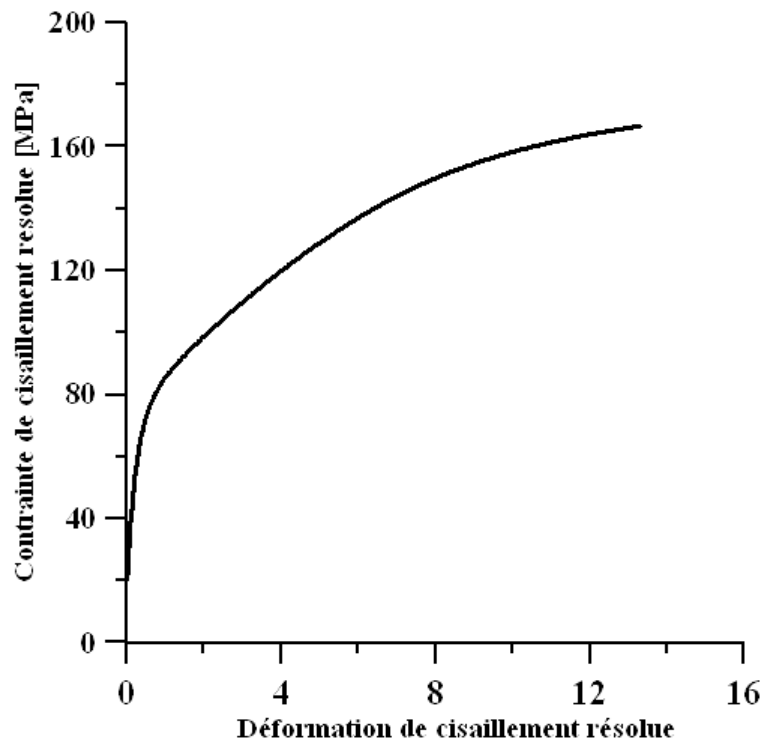


Fig. 3. 2 Courbe d'écrouissage de référence employée dans la simulation pour le cuivre (Tóth et al. 2002).

L'organigramme de la figure 3.3 montre le fonctionnement du programme numérique.

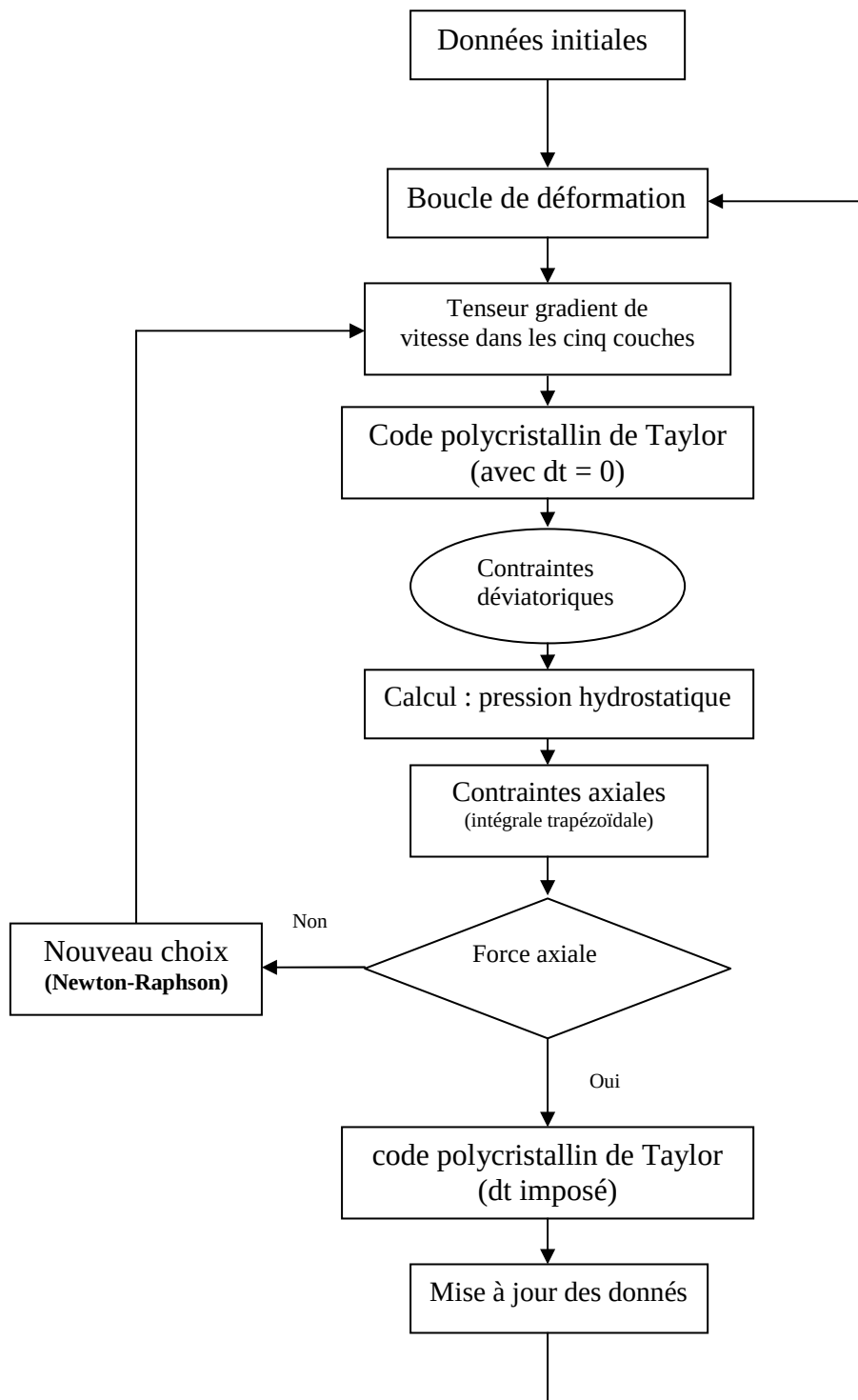


Fig. 3. 3 Organigramme du code basé sur l'équation l'équilibre.

3.5. Application au cuivre

Dans cette partie une application est présentée sur le cuivre pur. Deux cas sont considérés : le cas d'une texture initiale aléatoire et le cas où de textures initiales variables selon les traitements thermiques effectués avant le test.

3.5.1. Modélisation pour une texture initiale aléatoire

Pour le cuivre avec texture initiale aléatoire, les expériences de Tóth et al. (2002) sur le cuivre OFHC ont été simulées dans ce travail.

3.5.1.1. Simulations par les modèles PPM et EE

Les courbes de changement de longueur ont été simulées par deux méthodes (la méthode basée sur l'équation d'équilibre et méthode basée sur le PPM). Les résultats obtenus pour une texture initiale aléatoire sont présentés sur la figure 3.4. Toutes les courbes présentent trois stades. Le stade initial (Stade I, jusqu'à $\gamma = 1$) est le stade où la texture de déformation caractéristique à la torsion se développe. Après une partie transitoire, il y a un deuxième stade (jusqu'à $\gamma = 2$) presque linéaire (Stade II). On peut voir que le Stade I est absent dans l'expérience, probablement en raison de l'effet des contraintes résiduelles provenant du prétraitement du matériau. À de plus grandes déformations on peut identifier le Stade III, où le changement de longueur dépend fortement de la sensibilité à la vitesse de déformation (m). Pour $m=0.05$, le Stade III est linéaire avec une pente légèrement inférieure au stade précédent. Plus m augmente, plus la vitesse d'allongement diminue et plus la longueur du Stade III se réduit. Après le Stade III, un nouveau stade apparaît (le Stade IV) dans lequel l'allongement sature et peut même se transformer en raccourcissement.

On peut voir sur la figure 3.4 qu'il y a une bonne concordance entre la courbe expérimentale et les simulations; pour le modèle PPM pour $m=0.125$ et pour le modèle EE quand $m=0.166$. Quand on compare les deux modèles, il est clair d'après la figure 3.4 que les étapes I et II sont presque identiques. Pour l'étape III, le modèle EE prévoit plus d'allongement, jusqu'à $\varepsilon \approx 12\%$ pour un cisaillement de $\gamma \approx 7$.

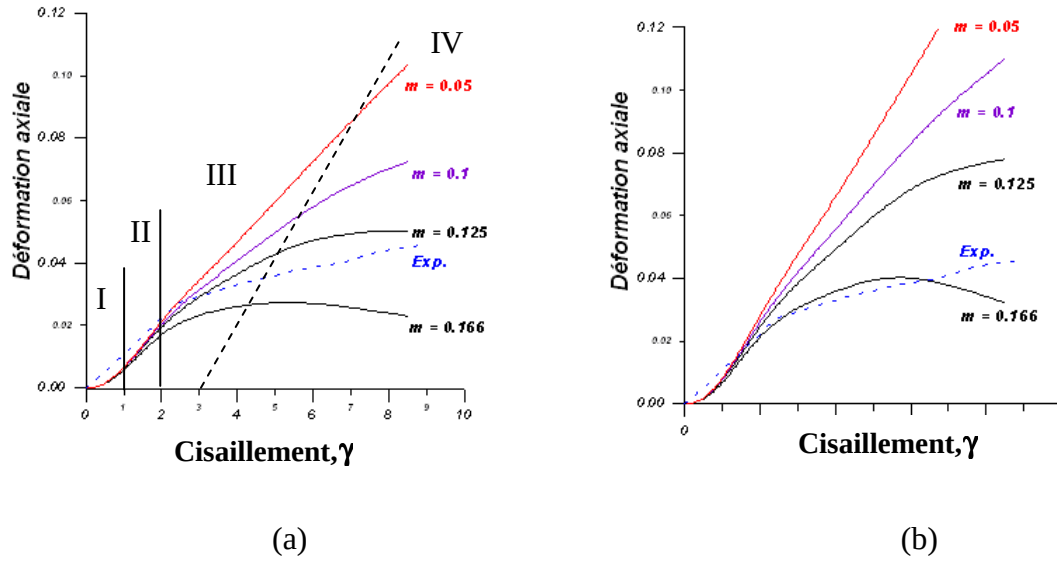


Fig. 3. 4 Simulations du changement de longueur ; a) Méthode basée sur le modèle PPM, b) Méthode basée sur l'approche EE.

L'effet de la sensibilité à la vitesse de déformation sur l'allongement peut être interprété comme suit. Il est maintenant bien connu que les effets axiaux en torsion sont liés à l'évolution de l'anisotropie, due au développement de la texture cristallographique. Il a été montré dans la section 2.2 qu'en plasticité cristalline l'effet de la sensibilité à la vitesse de déformation a pour effet d'arrondir la surface de plasticité du monocristal. Cet arrondissement de la surface de plasticité représente une augmentation du nombre de systèmes de glissement et conduit à une vitesse d'évolution de la texture plus élevée dans le test de cisaillement. C'est pour cette raison que le Stade IV n'est pas atteint pour $m=0.05$, parce que la texture n'évolue plus après $\gamma=5$. Plus la valeur de m augmente, plus la texture évolue rapidement, donc le Stade IV apparaît plus tôt.

Les textures mesurées et les résultats de simulations sont présentées sur la figure 3.5 sous la forme de figures de pôle {111} aux déformations $\gamma = 2$ et $\gamma = 5.5$. On peut voir qu'il y a une légère rotation globale de la texture dans la direction opposée au cisaillement appliqué à $\gamma=2$. Cette rotation disparaît à $\gamma = 5.5$. Ces effets sont correctement reproduits par les deux modèles. Quant aux distributions générales d'intensité, le modèle de Taylor semble échouer pour de grandes déformations. Quand les textures simulées des deux modèles sont comparées, il ne semble y avoir aucune différence significative. Il est tout à fait probable que l'utilisation

d'un modèle plus approprié aux grandes déformations (notamment auto-cohérent), améliorerait les résultats pour le Stade IV de manière significative.

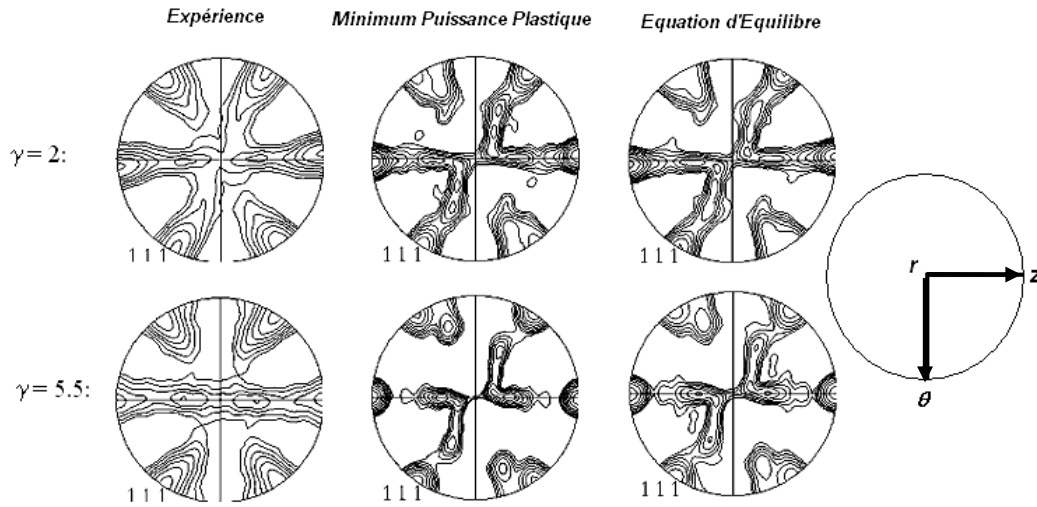


Fig. 3. 5 Comparaison des textures simulées avec l'expérience.

Isovaleurs: 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4- 8.0.

Reste à expliquer les différences entre les changements de longueur produit par les deux approches. Le modèle EE satisfait les deux conditions limites de l'essai aussi bien que l'équation d'équilibre. Dans le modèle PPM, une approximation a été fait au sujet de l'intégrale de surface sur la section perpendiculaire à la direction axiale (l'équation (3.7)). Il est probable que la différence entre les deux simulations soit due à cette approximation. Par conséquent, nous pouvons dire que le modèle basé sur l'équation d'équilibre correspond mieux à l'essai de torsion extrémités libres de cylindres pleins.

3.5.1.2. Calculs par éléments finis

La complexité de la torsion avec extrémités libres d'une barre pleine vient du fait qu'elle exige la division de la barre en plusieurs couches pour déterminer la distribution de la contrainte hydrostatique dans la barre en fonction de la position radiale. Lors de simulations présentées dans la section précédente, nous avons vérifié qu'avec un nombre de couches supérieur à 5, les changements de longueur obtenus sont pratiquement les mêmes. La

convergence peut donc être obtenue pour cinq couches seulement. La même conclusion a été établie par Van der Giessen et Neale (1993) dans le cas de simulation par éléments finis. Les simulations par éléments finis sont également des techniques appropriées pour la simulation des changements de longueur. Cependant, cette technique présente quelques difficultés aux grandes déformations. En effet les éléments s'allongent rapidement et un remaillage devient inévitable, voir la figure 3.6 (L. Duchêne et al. 2005). Dans le cas d'un échantillon axisymétrique, une simulation par éléments finis unidimensionnelle est possible (Van der Giessen et Neale, 1993). Pour les échantillons non axisymétriques une modélisation par éléments finis 3D est inévitable.

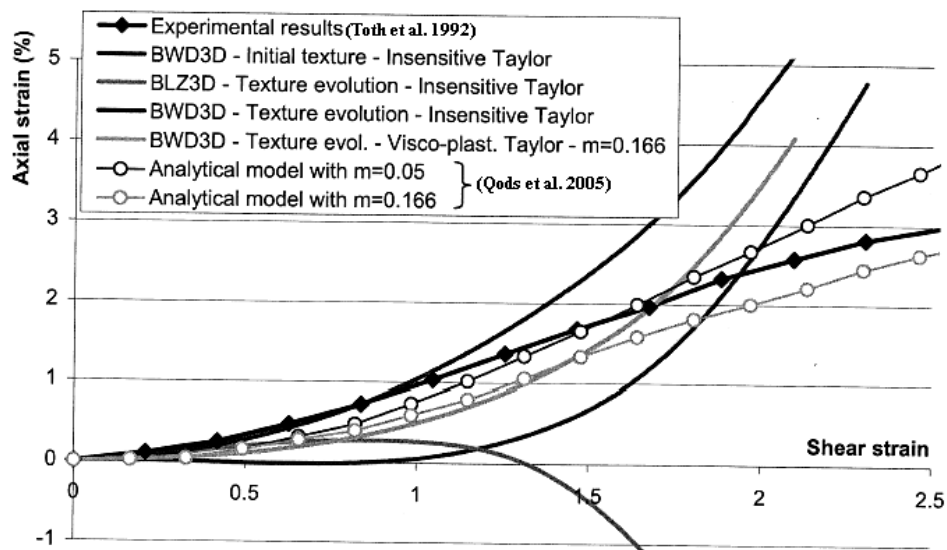


Fig. 3. 6 Comparaison des courbes « déformation axiale – cisaillement » durant un essai de torsion extrémités libres (L. Duchêne et al. 2005).

3.5.2. Modélisation pour des textures initiales fortes dans le cuivre

Tóth et al. (1991) ont étudié l'effet de la texture initiale sur l'effet de Swift dans des fils en cuivre OFHC. Ils ont également essayé une modélisation, mais leur modèle s'est limité au cas de tubes. La figure 3.7 montre les textures initiales de leurs échantillons (figures de pôle {100}). Ces figures de pôle ont été recalculées à partir des ODF mesurées. (Ces mesures ont été répétées dans cette étude). Dans l'état initial, c'est à dire sans aucun traitement thermique, la texture est la plus forte (Fig.3.7- a). Deux fibres peuvent être identifiées: la $\langle 111 \rangle$ et la $\langle 100 \rangle$ ($\langle hkl \rangle$ parallèle à l'axe du fil). L'intensité de la fibre $\langle 111 \rangle$ est environ deux fois plus importante que celle de la fibre $\langle 100 \rangle$.

Après une heure de traitement thermique à 200°C (Fig.3.7- b), les composantes de la texture restent pratiquement inchangées. Par contre, après un recuit d'une heure à 250°C, la texture change (Fig. 3.7- c). La fibre $\langle 111 \rangle$ disparaît complètement, la fibre $\langle 100 \rangle$ s'affaiblit et une nouvelle composante apparaît: la fibre $\langle 112 \rangle$. À 300°C, on peut voir un renforcement de la fibre $\langle 112 \rangle$, alors que l'intensité des composantes $\langle 100 \rangle$ baisse très fortement (Fig.3.7- d). Ces mesures de texture montrent clairement qu'une recristallisation a eu lieu entre 200°C et 250°C et détruisant la texture initiale pour la remplacer par une autre (Tóth et al 1991).

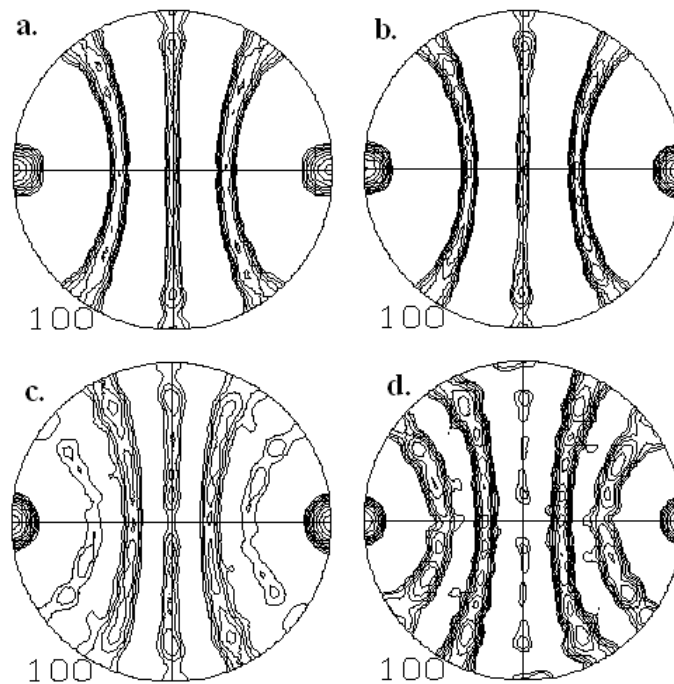


Fig. 3. 7 Figures de pôles (100) mesurées sur un fil de cuivre avant l'essai de torsion ; (a) initial, (b- d) après traitement thermique d'une heure à (b) 200°C, (c) 250°C, (d) 300°C. L'axe du fil est horizontal. Isovaleurs : (a) 1.0- 1.4- 2.0- 2.8- 4.0- 5.6- 8.0- 11, (b) 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4- 8, (c) 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4, (d) 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2. (Les mesures de texture ont été effectuées dans le laboratoire LETAM de l'Université de Metz.)

On peut également voir l'effet du traitement thermique dans les caractéristiques d'érouissage des fils, voir la figure 3.8. Ces courbes « contraintes – déformations » ont été obtenues à l'aide de la formule de Nádai (Eq. (1.29)), qui permet la conversion du couple en contrainte de cisaillement (valable au rayon externe de l'échantillon). Pour l'échantillon initial et les échantillons soumis à un traitement thermique à une température inférieure à la température de recristallisation, en raison de déformation initiale des fils (tréfilage), la contrainte d'écoulement est haute. Les courbes d'érouissage de torsion (après un stade

intermédiaire en raison du changement de chemin de déformation) montrent successivement un stade linéaire d'écrouissage; elles doivent correspondre au Stade IV, probablement affectés par le développement de texture. Les échantillons recristallisés présentent les stades de II à IV d'écrouissage des polycristaux (voir section 4.1.2 pour les stades d'écrouissage).

La figure 3.9 montre les courbes expérimentales de changement de longueur. Les échantillons non recristallisés raccourcissent, tandis que les recristallisés s'allongent. La quantité de déformation axiale peut aller jusqu'à -4% de contraction (pour un cisaillement d'environ 4.5), et s'approcher de 3% en allongement (pour une déformation d'environ 1.7). Dans le dernier cas, la rupture a empêché d'atteindre de plus grandes déformations.

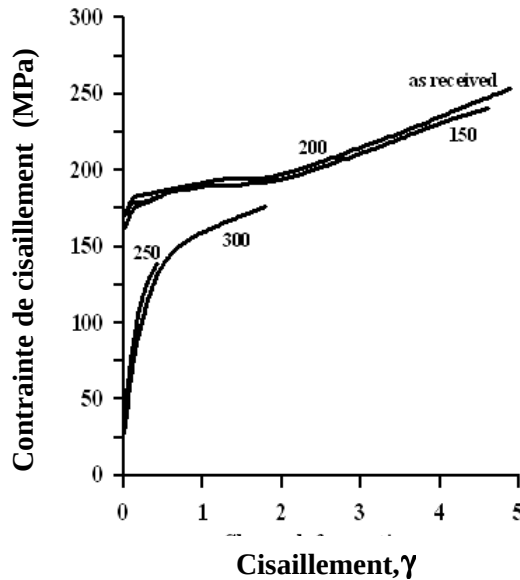


Fig. 3. 8 Courbes « contrainte – déformation » de fils en cuivre durant un essai de torsion extrémités libres. Les chiffres indiquent les températures du recuit (en °C) (Tóth et al. 1991)

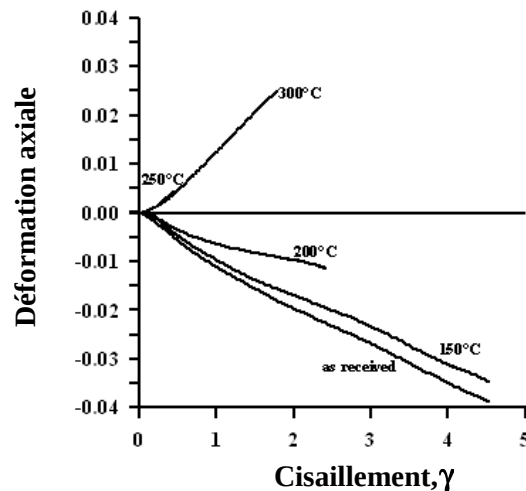


Fig. 3. 9 Courbes expérimentales de changement de longueur durant un essai de torsion extrémités libres (Tóth et al. 1991) Les chiffres indiquent les températures du recuit (en °C).

Pour les textures initiales sans traitement thermique, et aussi pour celles à 150°C et 200°C (qui avaient été soumis à un traitement thermique en dessous de la température de recristallisation), l'écrouissage a presque saturés durant la fabrication des fils par tréfilage, il a donc été négligé dans les simulations. Pour les échantillons recristallisés, il y a un écrouissage continu, comme on peut le voir sur la figure 3.8, donc l'écrouissage a donc été prise en compte dans les simulations.

Les courbes de changement de longueur obtenues par des simulations sont présentées sur la figure 3.10. Pour les échantillons non recristallisés, la valeur de m utilisée est de 0.2, alors que pour les échantillons recristallisés, une valeur beaucoup plus petite de m est employée, $m=0.02$. Pour comparaison, une autre simulation, avec une texture initiale aléatoire, a également été effectuée (voir figure 3.10).

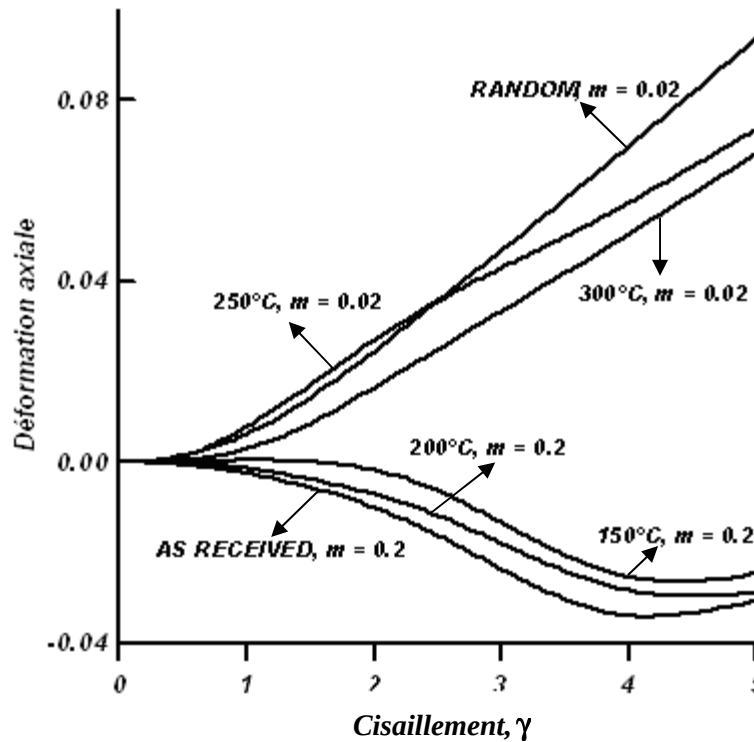


Fig. 3. 10 Simulations du changement de longueur durant essai de torsion extrémités libres pour des fils de cuivre texturés. m est l'indice de sensibilité à la vitesse de déformation. Les chiffres indiquent les températures de traitement thermique avant l'essai.

3.5.2.1. Comparaison entre expérience et simulation

Comme on peut voir sur la figure 3.10, les courbes simulées de changement de longueur sont en bon accord avec les courbes des expérimentales présentées sur la figure 3.10. Les tendances des simulations en fonction du traitement thermique sont les mêmes que dans les expériences. Seules les étapes initiales sont différentes, elles commencent dans les deux cas par une vitesses d'allongement nulles, mais sont plus longues dans les simulations. On peut expliquer cet effet par les déviations de la symétrie parfaite dans les fils expérimentaux. Dans les simulations, une symétrie parfaite a été appliquée. Elle n'est peut être pas

exactement valide dans le matériau expérimental à cause des conditions expérimentales de prétraitement et de la grande taille de grains après les traitements thermiques au-dessus de la température de recristallisation.

Concernant la simulation avec une texture initiale aléatoire, on peut voir sur la figure 3.10 que la courbe de l'allongement en fonction de taux de cisaillement est très proche de celle des échantillons recristallisés.

La figure 3.10 montre clairement l'effet de la texture initiale sur la déformation axiale des barres pleines durant une torsion extrémités libres. Ce résultat est quelque peu semblable aux résultats expérimentaux de Rose et de Stüwe (1968) ; cependant, leurs expériences ont été faites sur des tubes. La simulation de la torsion de tube est moins complexe que celle d'une barre pleine. En 1989, Tóth et Jonas ont simulé les expériences de Rose et Stüwe (Fig. 1.3). Dans ce cas la contrainte hydrostatique peut être aisément obtenue à partir des conditions limites.

Les courbes expérimentales de changement de longueur (Fig. 3.9) ainsi que les résultats de simulation présentés sur la figure 3.10 confirment le rôle de la texture initiale sur les effets axiaux pendant l'essai de torsion avec extrémités libres. L'allongement ou le raccourcissement du matériau dépend de sa texture cristallographique. La résistance relative des différentes fibres, présentée section 3.4.2, indique que le responsable du raccourcissement axiale est la fibre $\langle 111 \rangle$. Cette composante est très forte dans le matériau initial et disparaît complètement après recristallisation.

3.5.2.2. Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation

Dans les simulations, que ce soit pour les échantillons recristallisés et non recristallisés, différentes valeurs de m ont été utilisées. Une justification est donc nécessaire. Déjà en 1990 Tóth et al. ont montré que pour le cas de la torsion de tube, la valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation (m) a un fort effet sur la déformation axiale. Ils ont constaté qu'avec l'augmentation de m , la déformation axiale diminue. Le même effet est

confirmé dans les simulations présentées sur la figure 3.11 pour la torsion avec extrémités libres de barres pleines. Comme on peut le voir sur cette figure, pour l'échantillon qui avait été recristallisé à 300°C, la déformation axiale peut être un raccourcissement si m est suffisamment grand (0.25). De telles valeurs de m semblent, à première vue, peu raisonnable pour le comportement du cuivre à température ambiante. Cependant, il y a deux effets distincts de la valeur de m en plasticité cristalline qu'il faut considérer.

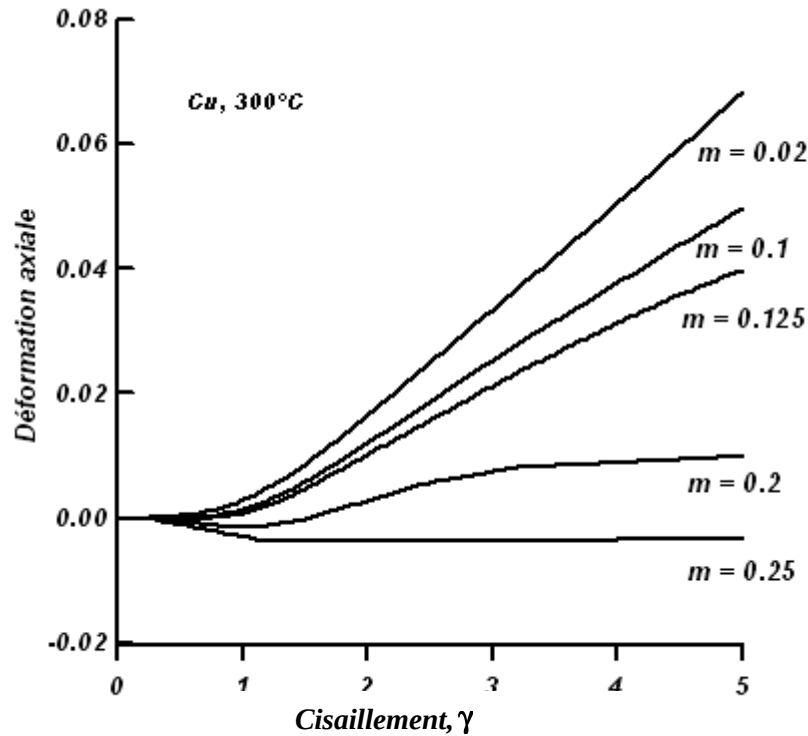


Fig. 3. 11 Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation m , sur l'allongement dans l'échantillon recristallisé à 300°C.

Tout d'abord, en 1988 Tóth et al. ont montré que quand m augmente, la surface de plasticité devient de plus en plus arrondie. Une conséquence de cet effet est l'augmentation du nombre des systèmes de glissement actifs, par conséquent, la rotation de réseau, en d'autres termes, l'évolution de la texture, est affectée. On peut appeler cet effet *effet de forme* de la surface de plasticité sur l'évolution de la texture. L'autre effet est l'*effet de la vitesse de déformation* : quand la vitesse de déformation est changée, les contraintes correspondantes changent aussi, voir la loi constitutive (Eq. (2.1)). Cet effet est accentué avec l'augmentation de la valeur de m . Bien que l'équation (2.1) soit écrite au niveau du glissement, le même type

de relation est valable également pour la contrainte macroscopique $\underline{\underline{S}}$ et les vitesses de déformation $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$. Il a été montré par Hutchinson (1976) que :

$$\underline{\underline{S}}(\lambda \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) = \lambda^m \underline{\underline{S}}(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}). \quad (3.12)$$

Dans ce travail, des simulations ont été effectuées pour identifier quel effet est responsable de la déformation axiale durant un essai de torsion avec extrémités libres. Pour pouvoir distinguer les deux effets, des simulations spéciales où l'effet de *la vitesse de déformation* est éliminé ont été effectuées. Pour réaliser une telle simulation, les niveaux macroscopiques des contraintes ont été corrigés dans chaque couche pour la même référence de la vitesse de déformation; pour celui valable sur le rayon externe de la barre. Puisque le cisaillement est proportionnel à la position radiale (voir l'équation (3.1)), l'équation (3.12) mène à la formule de correction suivante pour les états de contraintes:

$$\underline{\underline{S}}^{corr.}(r) = \left(\frac{a}{r}\right)^m \underline{\underline{S}}(r). \quad (3.13)$$

En utilisant cette formule, on peut complètement éliminer l'effet de la vitesse de déformation en corrigeant les états de contraintes pour chaque couche et dans chaque incrément. L'effet de *forme*, cependant, n'est pas modifié par cette procédure. Dans de nouvelles simulations, la distribution de la contrainte hydrostatique a été obtenue à partir de l'équation d'équilibre, et la condition de force axiale nulle, a été satisfaite en utilisant ces états de contraintes 'corrigés'. La vitesse de déformation axiale ainsi obtenue est une solution insensible à la vitesse de déformation. Bien que ce procédé puisse sembler artificiel, il permet d'isoler un des effets produits par la viscoplasticité.

Toutes les simulations présentées sur la figure 3.12 ont été exécutées en utilisant le procédé ci-dessus. On a pu constater que les différences obtenues en déformations axiales sont négligeables. Un exemple caractéristique - les résultats obtenus pour l'échantillon soumis à un traitement thermique à 200°C - sont présentes sur la figure 3.12 pour deux valeurs de la sensibilité à la vitesse de déformation; $m= 0.1$ et 0.2 . Comme on peut le voir, les courbes obtenues par la technique ci-dessus en éliminant l'effet de la vitesse de déformation (courbe

qui s'appelle 'avec correction') sont pratiquement identique à la solution obtenue avec viscoplasticité complète (courbe appelée 'sans correction '). On peut voir un allongement sur la courbe obtenue avec $m=0.1$, alors que la courbe pour $m=0.2$ présente un raccourcissement. Le fait d'éliminer l'effet de la vitesse de déformation dans les courbes 'corrigées' ne change pas la nature du résultat. Ceci signifie que l'effet de *forme* est le facteur décisif dans le développement de l'effet axial en torsion extrémité libre. Il est produit par la forme de la surface de plasticité résultant du glissement viscoplastique.

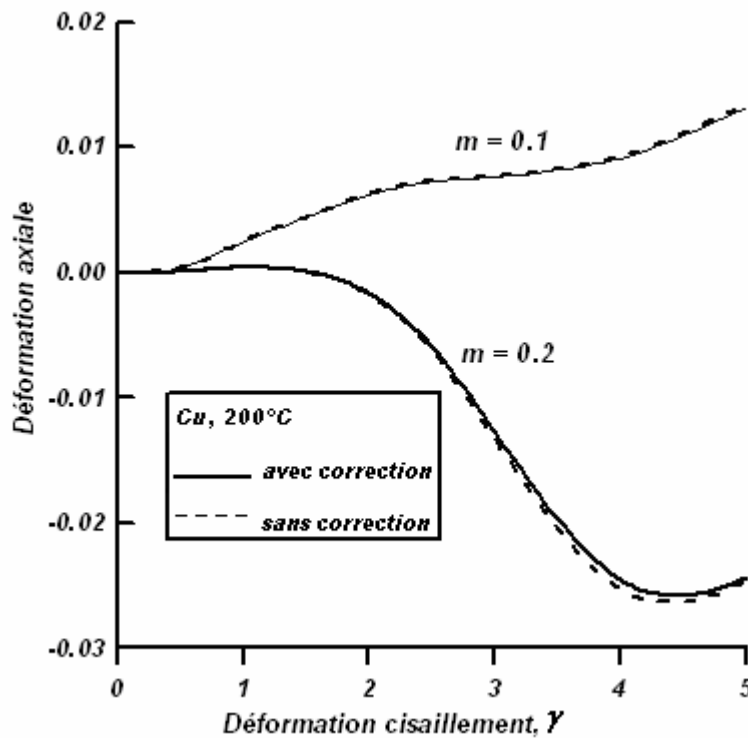


Fig. 3. 12 Evolution de la déformation axiale pour l'échantillon avec traitement thermique : 200°C. Lignes pointilles ('sans correction'), lignes continues, ('avec correction').

Comme on peut le voir sur la figure 3.12, il y a un bon accord entre les simulations et les expériences. Il reste encore à fournir une explication du choix des différentes valeurs de m pour les simulations. En effet, pour les échantillons recristallisés, la valeur de m était 0,02 tandis qu'une valeur beaucoup plus grande, $m=0.2$, mène au meilleur résultat pour les échantillons qui n'ont pas été recristallisés. On peut interpréter cette différence de la façon suivante. L'échantillon soumis à un traitement thermique inférieur à la température de recristallisation contient beaucoup de dislocations suite à leur procédé de fabrication. La

structure de dislocation est assez stable en raison de la faible énergie de faute d'empilement du cuivre. Dans beaucoup de systèmes de glissement, il y a toutes sortes de dislocations produites. Même dans le même plan de glissement il peut exister différentes dislocations qui sont opérationnelles sous l'effet de différentes contraintes de cisaillement résolues. Même si un plan de glissement est bien orienté pour le glissement, il peut exister d'autres plans où des dislocations seront activées parce qu'ils contiennent des dislocations avec des contraintes de cisaillement résolues inférieures à la valeur critique. Ainsi, dans un matériau fortement durci contenant une grande densité de dislocation, le glissement multiple sera opérationnel.

On utilise le glissement viscoplastique (Eq. (2.1)), donc il correspond une forte activité de glissement aux des grandes valeurs de m . Avec une augmentation de la valeur de m , la surface de plasticité s'arrondie d'avantage. C'est l'effet de forme qui influence le comportement en déformation axiale d'un matériau texturé sensiblement. La texture se développe différemment quand la forme du potentiel est changée, c'est à dire quand la valeur de m est changée. Quand l'échantillon est recristallisé, il y a un très faible nombre de dislocations et le glissement multiple est moins favorisé, pour la raison que des dislocations existantes ne sont pas tellement différentes. Cette situation peut être mieux simulée avec une surface de plasticité beaucoup moins arrondie, c'est à dire, en utilisant une petite valeur de m . L'effet d'augmentation de la valeur de m en fonction de la densité de dislocation a également été observé expérimentalement dans des métaux c.f.c par Zehetbauer et Seumer (1993).

3.6. Application au magnésium

3.6.1. Résultats expérimentaux

Un alliage de magnésium AZ71 (alliage de Mg - 7%Al - 1%Zn) ainsi que sa variante renforcée par des particules SiC ont été testés à trois températures différentes ; 20°C, 150°C et 250°C. Les dimensions des échantillons sont présentés sur la figure 3.13.

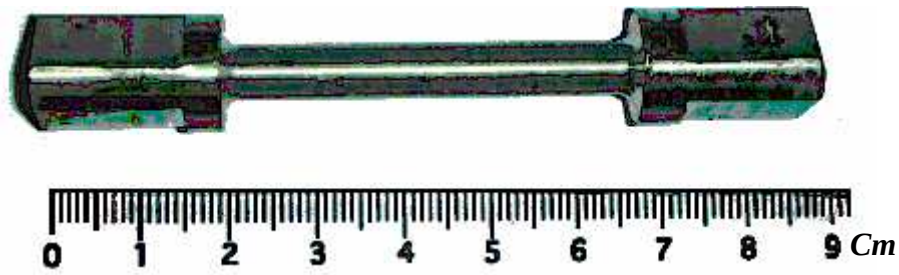


Fig. 3. 13 Dimensions des échantillons de magnésium.

Le couple en fonction de l'angle de torsion et la déformation axiale ont été mesurés durant l'essai en conditions d'extrémités libres. La Figure 3.14 présente les résultats en contrainte - déformation extraits depuis les mesures expérimentales couple - angle de rotation en utilisant la formule de Nàdai. La contrainte d'écoulement ainsi que la contrainte maximale atteinte diminuent fortement avec l'augmentation de la température, au contraire de la déformation à la rupture qui diminue. L'ajout de particules SiC à pour effet d'augmenter la contrainte d'écoulement.

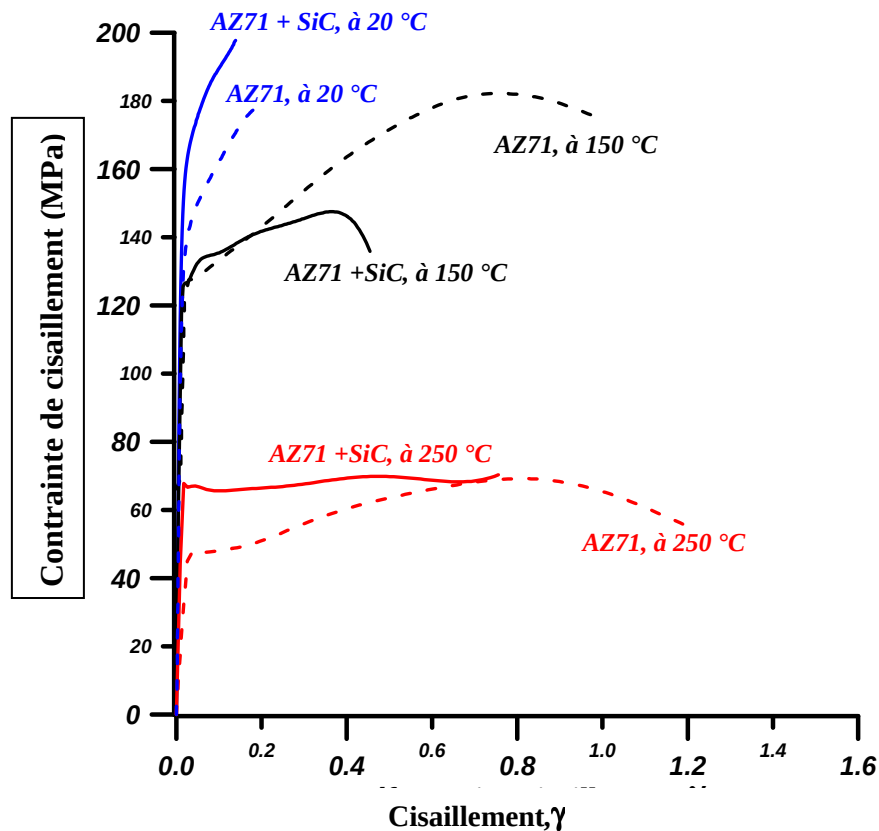


Fig. 3. 14 Courbes contrainte - déformation obtenues en torsion pour l'AZ71 et l'AZ71+SiC

Les déformations axiales mesurées sont présentées sur la figure 3.15. Dans tous les essais, quelque soit le matériau et les conditions de température, un raccourcissement quasi immédiat de la longueur de l'échantillon pouvant atteindre 0.027 mm a été observé. Il faut noter que l'AZ71 présente une saturation dans ce raccourcissement, la saturation intervient à environ 50% de la déformation maximale atteinte. L'AZ71 renforcé ne présente pas cette saturation.

Nous avons étudié également la structure granulaire des échantillons initiaux et déformés. La figure 3.16 montre deux observations de microscopie optique de l'AZ71 avant (0Fig. 3.16a) et après déformation (Fig. 3.16b) à 250°C. La taille initiale de grain moyenne est d'environ 30 μm . La forme de grain est régulière, isotrope, et peut être bien approximée par une sphère. Les grains s'allongent sous l'effet de la déformation imposée par le test (Fig. 3.16-b). Il est alors possible d'analyser la forme et l'orientation d'un grain en modélisant celui ci par une sphere qui devient ellipsoïdale durant la déformation. Pour cette analyse, on néglige la petite déformation axiale.

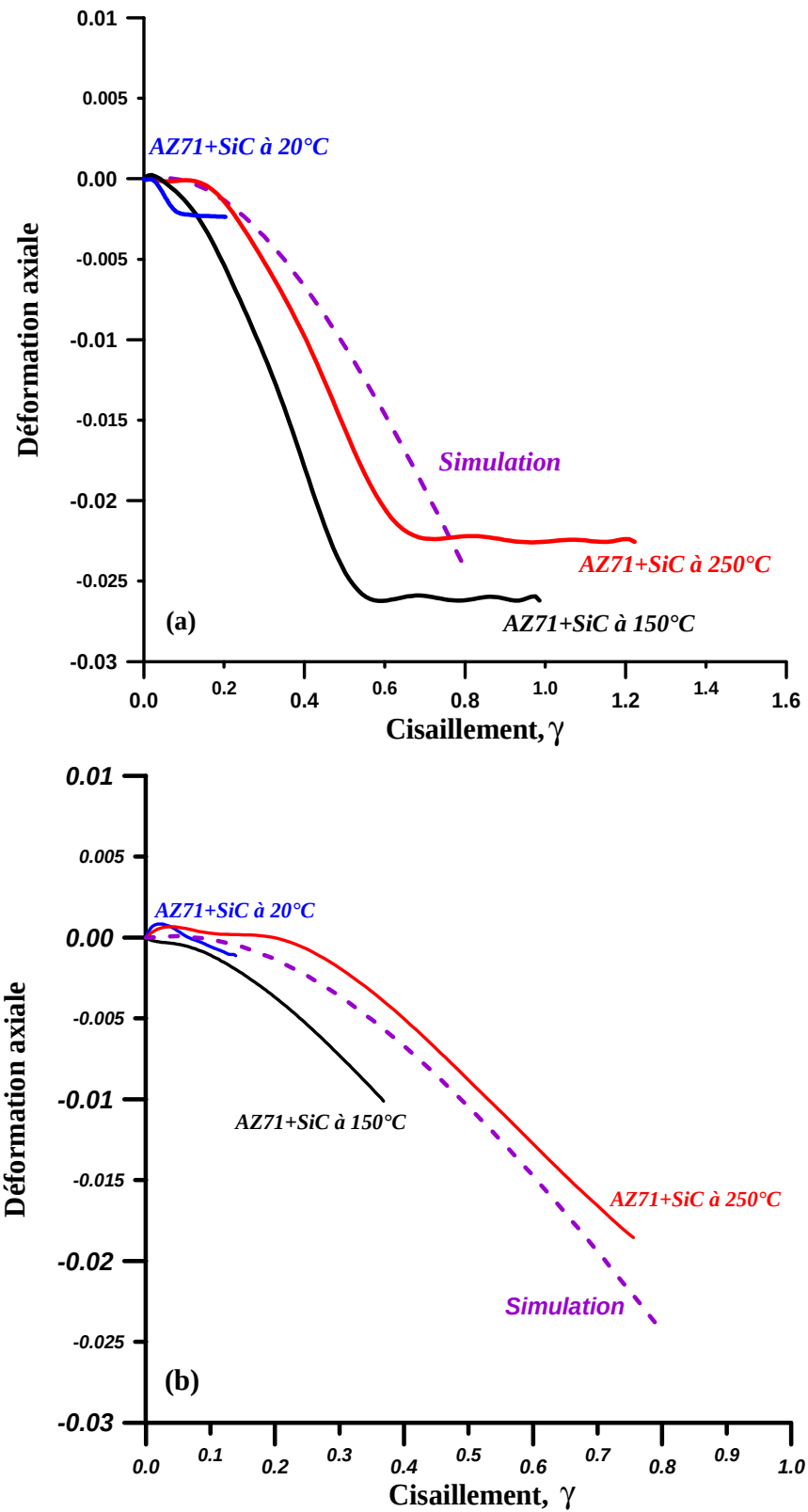


Fig. 3. 15 Courbes déformation axiale - cisaillement pour AZ71 (a) et AZ71+SiC (b)

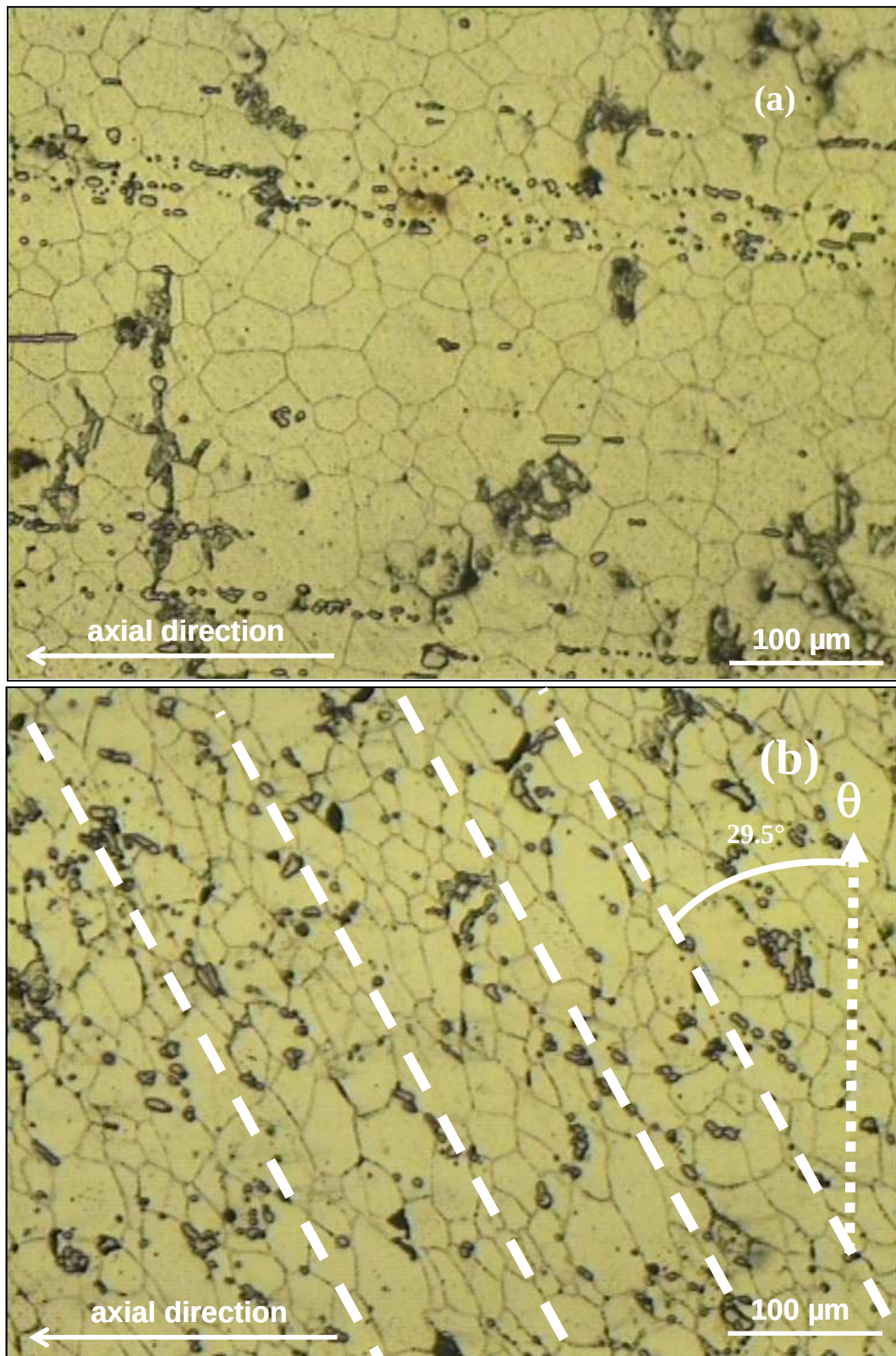


Fig. 3. 16 (a) AZ71 avant déformation. (b) AZ71 après une déformation en cisaillement de 1,2 par torsion à 250°C

Sous le cisaillement, les grains initialement sphériques de diamètre d deviennent ellipsoïdaux (Fig. 3.17). L'angle de grand axe par rapport à la direction du cisaillement est marqué par β sur la figure. La dimension d dans la direction du cisaillement (θ) reste inchangée (en l'absence de recristallisation dynamique).

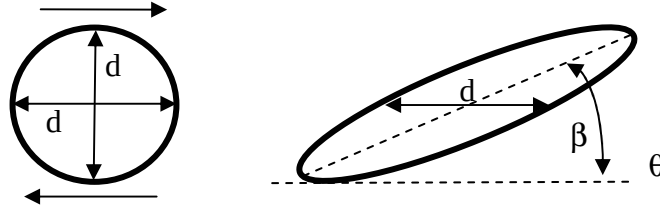


Fig. 3. 17 Changement de la forme de grain en cisaillement simple

La direction de grand axe d'ellipse par rapport à l'axe θ du test est donnée par la formule suivante (Canova et al. 1984) :

$$\beta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2}{\gamma}\right) \quad (3. 14)$$

Pour un cisaillement de 1.2, on obtient 29.52° pour β . Des lignes pointillées sur la figure 3.16 sont positionnées à cet angle. On peut constater que les grands axes des grains coïncident bien avec la valeur théorique. Par ailleurs, la dimension des grains dans la direction θ semble inchangée. Ces deux observations signifient que le changement de forme des grains est dû exclusivement à la déformation imposée et que l'on peut éliminer l'occurrence d'une recristallisation dynamique lors de test. Par conséquence, la chute de contrainte à 150°C et 250°C sur la figure 3.14 n'est produite que par une restauration.

Les textures initiales et après un cisaillement de $\gamma = 0.9$ de l'alliage AZ71 ont été mesurées par EBSD et sont présentées sur les figures de pôles de la figure 3.18. La texture initiale n'est pas forte mais diffère de façon significative d'une texture aléatoire. Elle peut être caractérisée par une fibre $\langle 10\bar{1}0 \rangle \parallel z$. Après une torsion de $\gamma = 0.9$, la texture n'est pas forte non plus mais elle est très différente de la texture initiale. Elle semble être tournée d'un angle de 30° autour de l'axe radial par rapport à la texture initiale.

3.6.2. Simulations

Dans les matériaux à structures hexagonales il existe plusieurs familles de systèmes de glissement. (voir Fig. 3.19 et tableau 3.1).

Un point important dans la cristallographie hexagonale est que les résistances au glissement des différentes familles de systèmes de glissement sont différentes. Nous avons utilisé les valeurs relatives reportés avec Agnew et al. (2005) définies par rapport à la résistance du glissement basal : 1/8/8/6/6, où ces valeurs font références aux systèmes de glissement : $\{0001\}\langle 1\bar{2}10 \rangle$, $\{10\bar{1}0\}\langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$, $\{10\bar{1}1\}\langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$, $\{10\bar{1}1\}\langle \bar{1}2\bar{1}\bar{3} \rangle$, $\{2\bar{1}\bar{1}2\}\langle \bar{2}4\bar{2}3 \rangle$, respectivement.

L'écrouissage a été négligé pour le cas du magnésium, car peu d'écrouissage est visible sur les mesures expérimentales (Fig. 3.14). La texture initiale, représentée par 1000 grains, a été injectée dans les cinq couches de la barre pour la simulation. La valeur de m était 0.05. La simulation est valable pour l'alliage AZ71 sans renforcement de particules SiC, car les textures ont été mesurées pour ce matériau. L'effet de Swift ainsi simulé est présenté sur la figure 3.15-a en comparaison avec les expériences. En accord avec les mesures, un raccourcissement est obtenu par le modèle mais la simulation ne reproduit pas le plateau de la figure 3.15-a. Ce plateau est probablement dû à une rupture interne de l'échantillon car une fissuration intense est visible dans la section, voir figure 3.20.

Tableau 3. 1 Familles de systèmes de glissement pour les matériaux h.c.p.

<i>Familles</i>	<i>Systèmes indépendants</i>
Basales - $\{0001\}\langle 11\bar{2}0 \rangle$	2
Prismatiques - $\{1010\}\langle \bar{1}1\bar{2}0 \rangle$	2
Pyr. <a> - $\{1011\}\langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$	4
Pyr. <c+a>/A - $\{01\bar{1}1\}\langle 11\bar{2}\bar{3} \rangle$	5
Pyr. <c+a>/B - $\{11\bar{2}2\}\langle \bar{2}4\bar{2}3 \rangle$	5

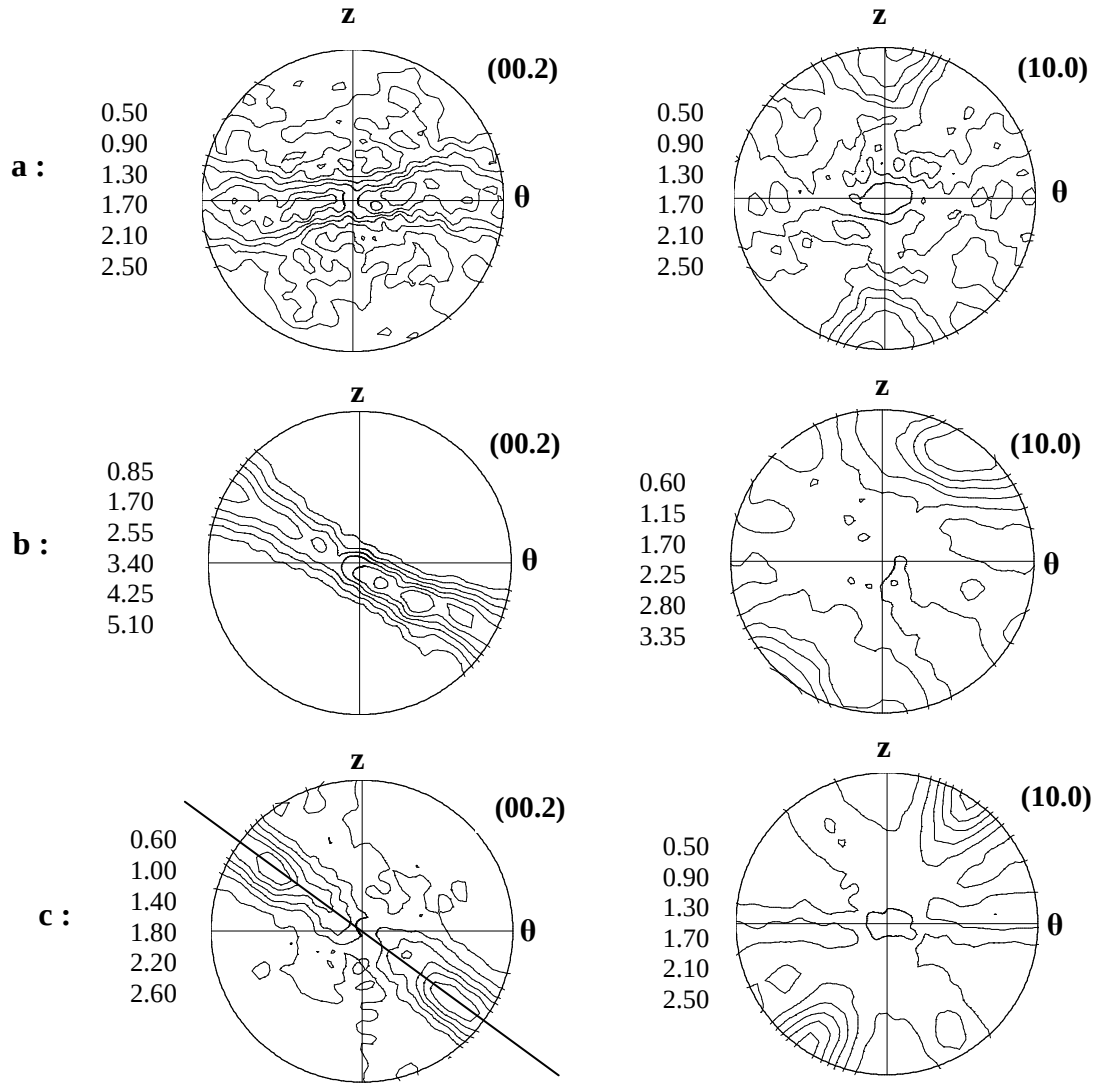


Fig. 3. 18 Textures de magnésium Mg AZ71,. a : texture initiale, b :, texture expérimentale c : texture simulée à $\gamma = 0.9$ et $T = 250^\circ\text{C}$.

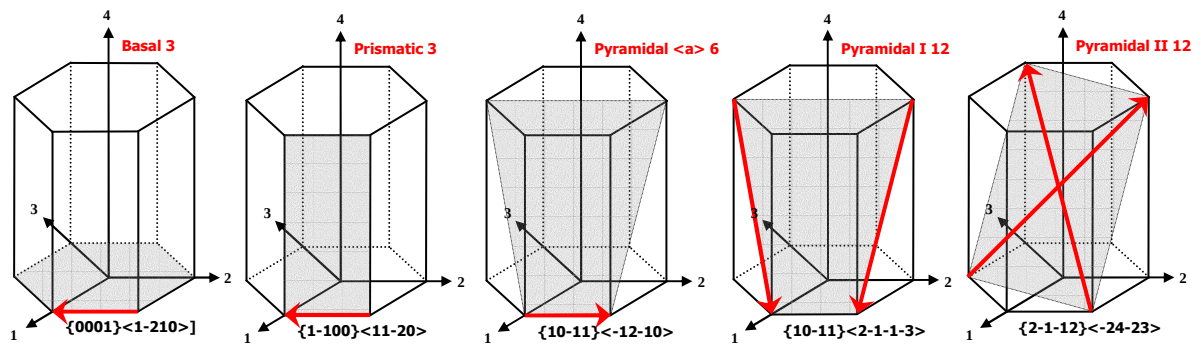


Fig. 3. 19 Systèmes de glissement basaux, prismatiques, pyramidaux $\langle a \rangle$, pyramidaux $\langle c+a \rangle$ I et pyramidaux $\langle c+a \rangle$ II

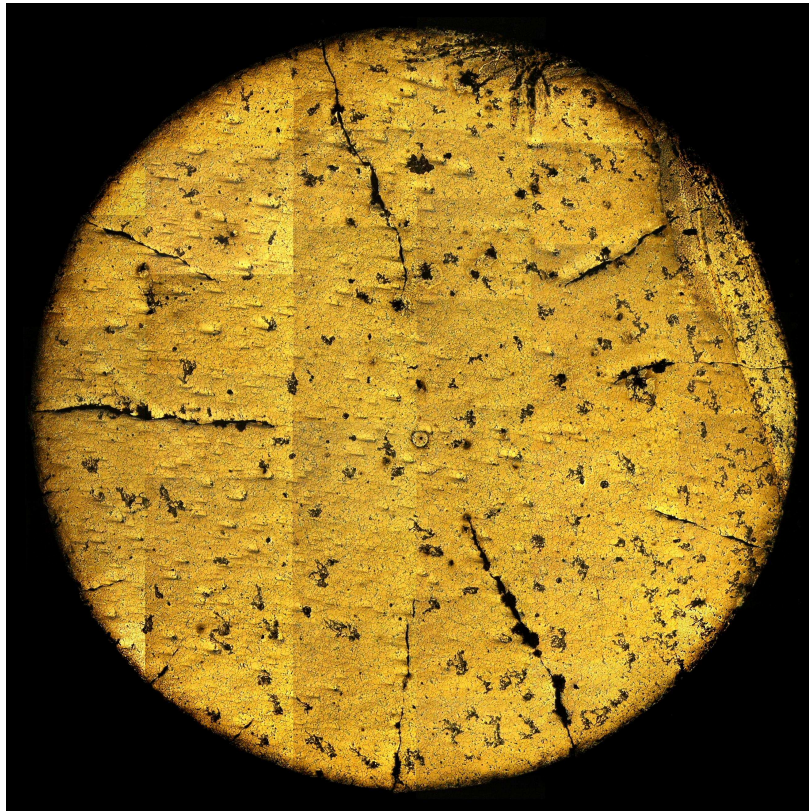


Fig. 3. 20. Image métallographique de l'échantillon de magnésium AZ71 dans une section perpendiculaire à z après rupture ($\gamma = 1.2$). Le diamètre de l'échantillon est de 6 mm.

3.7. Application au superalliage nickel - aluminium

3.7.1. Expériences

Klöden et al. (2005) ont effectués des essais de torsion sur le superalliage NiAl à températures élevées. Basé sur leurs résultats, nous avons effectué des simulations de l'effet Swift et de l'évolution de texture. Le matériau initial était proche du NiAl stœchiométrique polycristallin extrudé à température élevée avec une taille de grain initiale moyenne d'environ 50 μm . Les échantillons présentaient trois textures initiales différentes, $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$, préférentiellement alignées le long de l'axe de torsion. Quelques courbes d'écrouissage sont présentées sur la figure 3.21. A l'exception de 1300K, les courbes sont caractérisées par une contrainte maximale à une faible déformation de cisaillement suivie

d'un adoucissement de la contrainte atteignant une valeur quasi constante à partir d'un cisaillement d'environ 4.

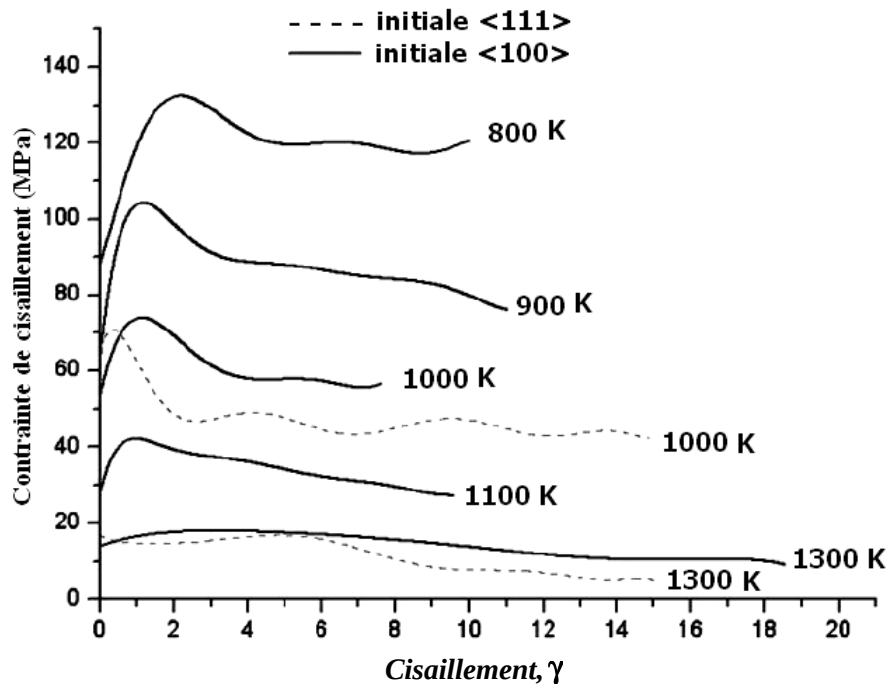


Fig. 3. 21 Courbes d'écrouissage pour NiAl déformés par torsion à différentes températures à une vitesse de déformation de 10^{-4} s^{-1} (Klöden et al. 2005).

Pour mesurer les textures expérimentales, Klöden et al. (2005) ont découpé leurs échantillons perpendiculairement à l'axe de torsion en forme de goupille parallèle à la direction radiale. Sur ces 'goupilles' les textures expérimentales ont été mesurées par rayonnement synchrotron en fonction de la position radiale dans l'échantillon. Nous allons présenter dans la suite les résultats de simulations en parallèle avec les expériences successivement pour les trois textures initiales. Mais tout d'abord nous présenterons les informations principales sur la structure cristallographique du superalliage NiAl.

3.7.2. Structure cristallographique du superalliage NiAl

Le NiAl est a une structure ordonnée comme la structure de type c.c CsCl (B2) (voir la figure 3.22) pour une concentration de Ni allant de 45% à 68%.

Les composés intermétalliques du NiAl, en raison de leurs propriétés mécaniques comme : leur point de fusion élevé, leur faible densité, leur bonne conductivité thermique et

leur excellente résistance environnementale (résistance à la corrosion), rendent ce matériau intéressant pour des applications à hautes températures tels que des systèmes aéronautiques et de propulsion. Les inconvénients principaux du NiAl pur sont sa fragilité à température ambiante et sa basse résistance au fluage à de hautes températures.

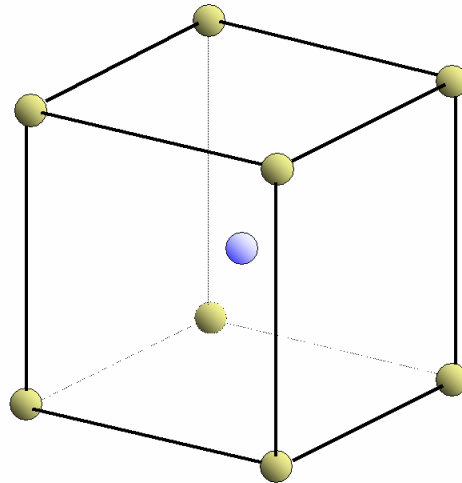


Fig. 3. 22 Structure de NiAl (B2)

Dans le NiAl le glissement a lieu sur plusieurs systèmes de glissement, $\langle 100 \rangle$ étant le premier vecteur de Burgers. À environ 600°K le vecteur de Burgers secondaire passe de $\langle 111 \rangle$ à $\langle 110 \rangle$ (Fig. 3.23). Une déformation plastique important n'est seulement possible qu'au dessus de la température de transition rupture fragile – ductile (BDTT sur la Fig. 3.23.). Klöden et al. ont effectués des tests dans la gamme de température 700-1300K.

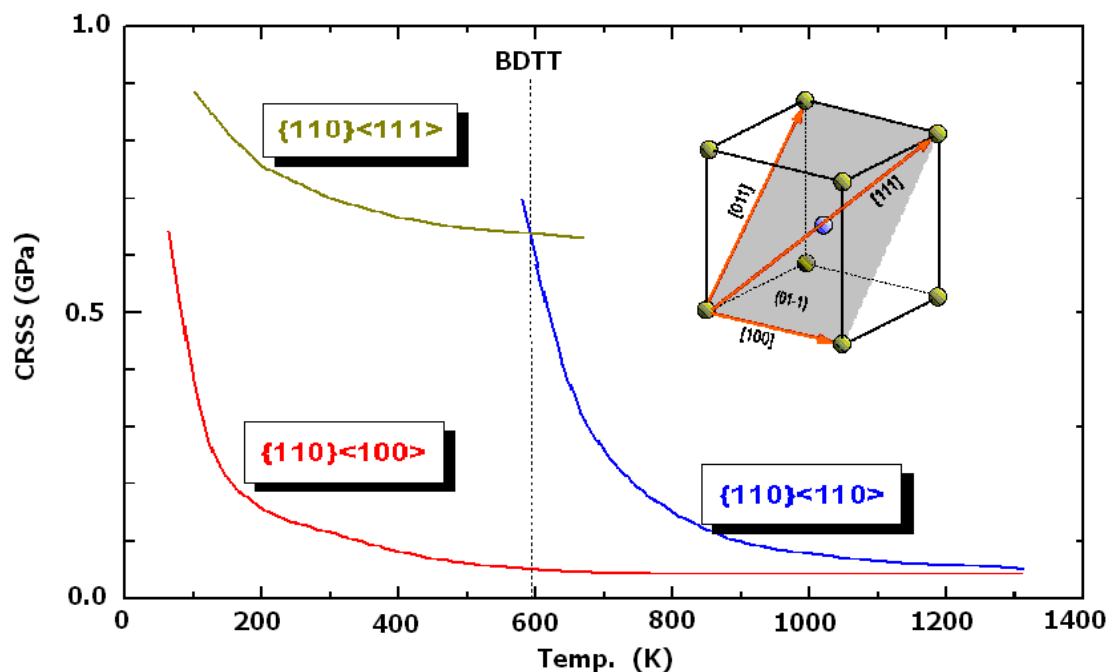


Fig. 3. 23 Systèmes de glissement actifs dans le superalliage de NiAl en fonction de la température.

3.7.3. Simulation de l'effet de Swift sur le NiAl

Les courbes de changement de longueur ont été simulées pour les trois textures initiales en utilisant la méthode basée sur l'équation d'équilibre avec le modèle polycristallin viscoplastique de Taylor. Il a été supposé que deux systèmes de glissement sont activables durant la simulation : $\{110\}\langle 100 \rangle$ et $\{110\}\langle 110 \rangle$. Plusieurs jeux de contraintes de références (rapport de $\tau_{0\{110\}\langle 100 \rangle} / \tau_{0\{110\}\langle 110 \rangle}$) et de sensibilité à la vitesse de déformation (m) ont été testés pour les simulations. L'érouissage a été négligé car peu d'érouissage est présent dans les mesures (Fig. 3.21.).

Sur la figure 3.24 on peut voir les textures initiales expérimentales ; $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$ (Klöden (2006)) , ainsi que les textures symétrisées du superalliage NiAl. La symétrie est orthotropique, représentant la symétrie initiale de l'échantillon due à son prétraitement. Cette opération est primordiale car la réponse en contrainte du matériau dépend fortement des symétries. Les textures symétrisées, représentées par 4000 grains, ont été injectées dans les cinq couches de la barre pour la simulation.

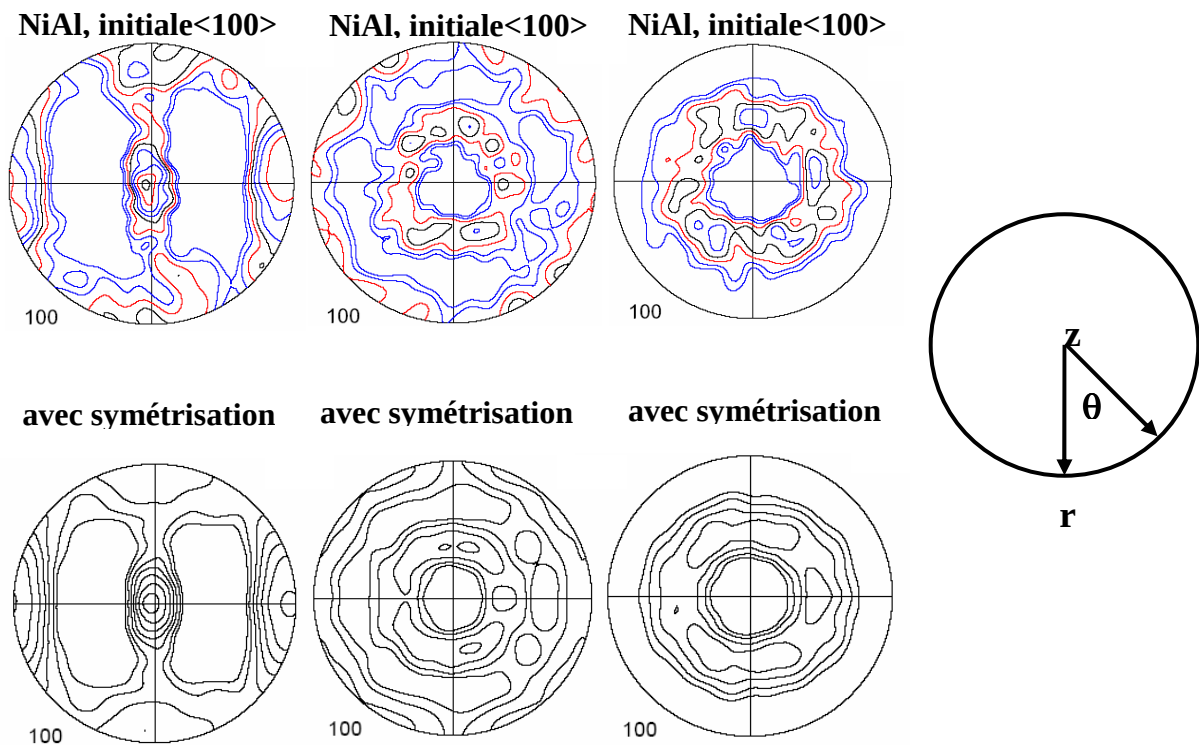


Fig. 3. 24 Textures initiales (Klöden (2006)) et symétrisées de $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$ du NiAl. Isovaleurs: 0.8 - 1.0 - 1.3 - 1.6 - 2.0 - 2.5 - 3.2 - 4.0 - 5.0 - 6.4

Les résultats expérimentaux et les résultats de simulations seront présentés par la suite.

3.7.3.1. Texture initiale $\langle 100 \rangle$

La figure 3.25 présente l'effet de Swift pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$. On peut voir que quelque soient le matériau et la température, l'effet de Swift est un raccourcissement. Toutes les courbes de cette figure commencent par un stade initial (jusqu'à $\gamma = 0.5$) suivi d'un deuxième stade presque linéaire (étape II). Finalement, à très grandes déformations, le taux de raccourcissement diminue. La figure 3.25-b montre les courbes simulées de la texture initiale $\langle 100 \rangle$, il y a le raccourcissement sur ces courbes, mais pour la courbe avec la contrainte de références 1/2 (température la plus élevée), le changement de longueur diminue avec une baisse de la température. Comme on peut le voir sur la figure 3.21, à ces températures, il y a un comportement de recristallisation dynamique pour le NiAl avec la texture initiale $\langle 100 \rangle$. On peut malheureusement pas tenir compte la recristallisation dynamique dans les simulations.

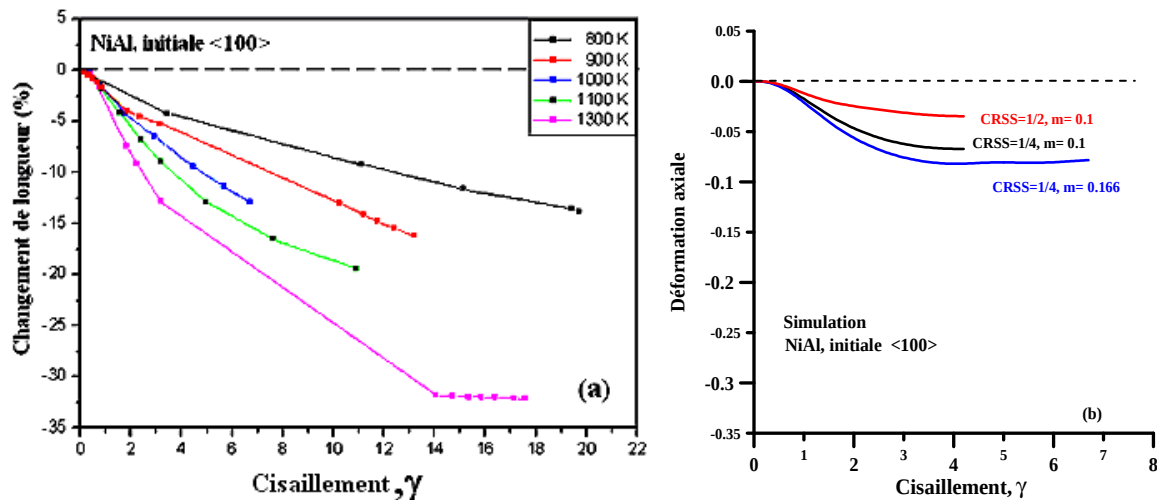


Fig. 3. 25 Courbes déformation axiale - cisaillement pour le NiAl pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$, (a) expériences (Klöden (2006)), (b) simulations

Les textures mesurées (Klöden (2006)) et les résultats de simulations sont présentés sur les figures 3.26 et 3.27 sous forme de figures de pôle $\{100\}$ pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$. La figure 3.26 montre les textures aux déformations $\gamma=1.7$, $\gamma=4.2$ et $\gamma=6.7$ à la température de 1000K, $CRSS = 1/2$ et $m = 0.1$.

On sait qu'il n'y a pas de symétrie pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$ (Figure 3.24). Au début de déformation (jusqu'à $\gamma \approx 2$), il n'y a donc pas de bon accord entre les textures simulées et expérimentales. Puis, une fois cette partie de passée, pour les déformations plus grandes, $\gamma = 4.2$ et $\gamma = 6.7$, la comparaison entre les textures expérimentales et simulées est satisfaisante. (Voir la figure 3.26). En effet, la texture initiale est 'oubliée' par le matériau aux grandes déformations et le même type de texture se développe aux grandes déformations partout dans la barre. Par conséquent, la symétrie axiale est mieux approchée aux grandes déformations.

La figure 3.27 montre les textures expérimentales et simulées aux déformations $\gamma = 3.3$ et $\gamma = 13.3$ à la température de 800K, $CRSS = 1/4$ et $m = 0.1$. Comme on peut le voir sur cette figure, à $\gamma = 3.3$ il y a bonne concordance entre les textures simulées et expérimentales, mais avec l'augmentation de la déformation ($\gamma = 13.3$) l'agreement entre les textures diminue.

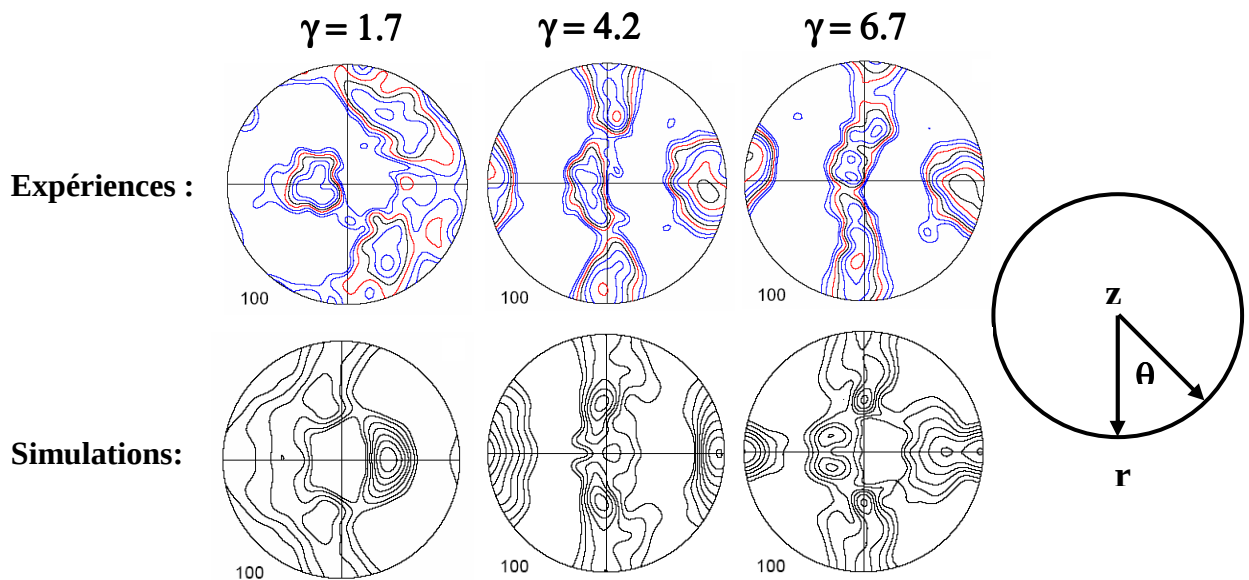


Fig. 3. 26 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$, à la température de 1000°K, $CRSS = 1/2$ et $m = 0.1$ Isovaleurs: 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

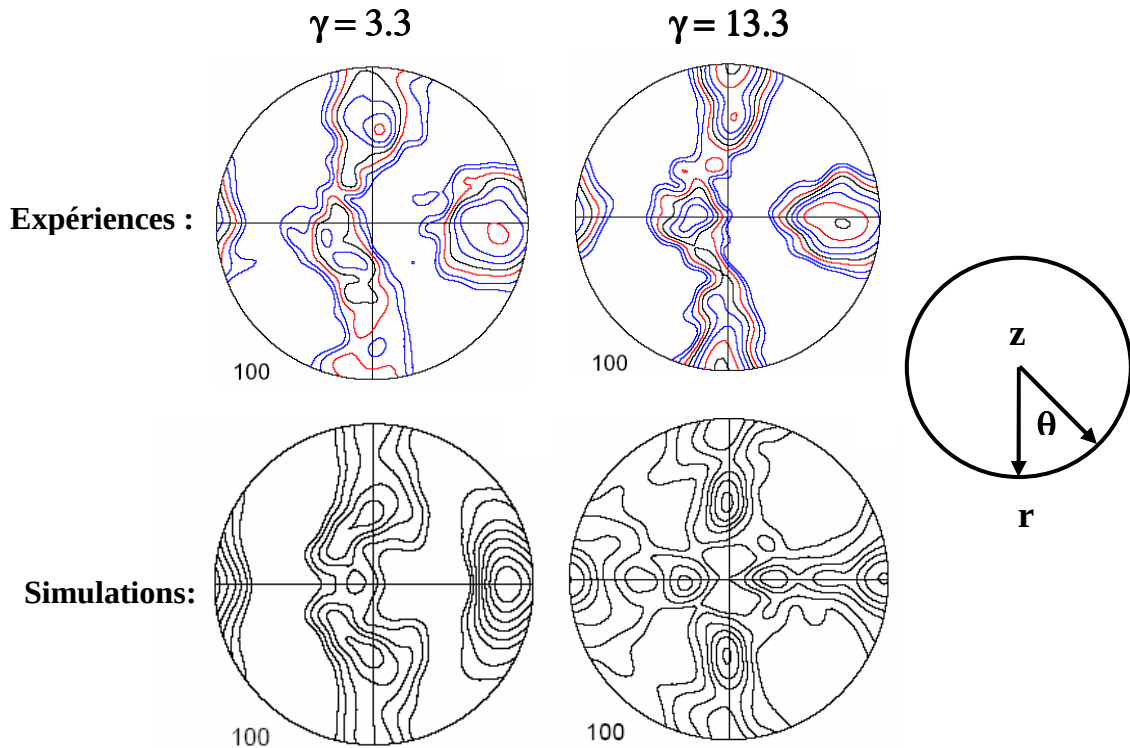


Fig. 3. 27 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 100 \rangle$, à la température de 800K, $CRSS = 1/4$ et $m = 0.1$ Isovaleurs: 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

3.7.3.2. Texture initiale $\langle 110 \rangle$

La figure 3.28 présente l'effet de Swift pour la texture initiale $\langle 110 \rangle$. La figure 3.28-a montre les résultats expérimentaux aux différentes températures (Kloden 2005). Aux températures élevées, après le stade initial $\gamma \approx 1$, on peut voir le raccourcissement, mais en 800K, il y a une petite augmentation (environ sans changement de longueur) jusqu'à $\gamma \approx 3$ suivit par un raccourcissement. Les courbes simulées sont présentés sur la figure 3.28-b. Les contraintes de références 1/4 et 1/1, respectivement, sont choisies pour les températures 800K et 1000K .

Pour la température de 800K il y a bonne concordance entre les courbes simulées ($CRSS = 1/4$) et expérimentales (800K). Pour les température élevées (900K et 1000K), il n'y a qu'un raccourcissement et les simulations donnent un effet de Swift plus petit que les

expériences. Cette différence est probablement due à la présence d'une recristallisation dynamique

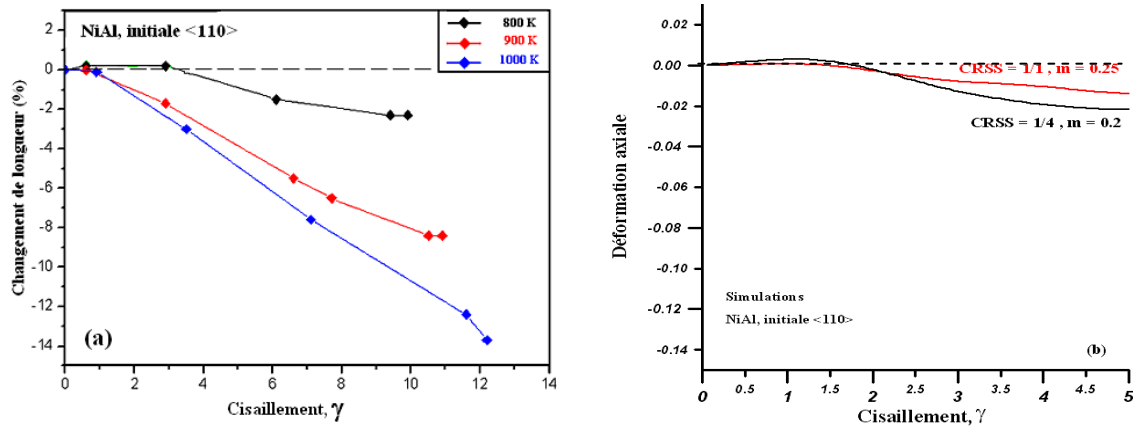


Fig. 3. 28. Courbes déformation axiale - cisaillement du NiAl pour la texture initiale $\langle 110 \rangle$, (a) expériences (Klöden (2006)), (b) simulations

Les textures mesurées et les résultats de simulations sont présentés sur les figures 3.29 et 3.30 sous la forme de figures de pôle $\{100\}$ aux différentes déformations. Il n'y a pas un bon accord entre les textures mesurées et simulées.

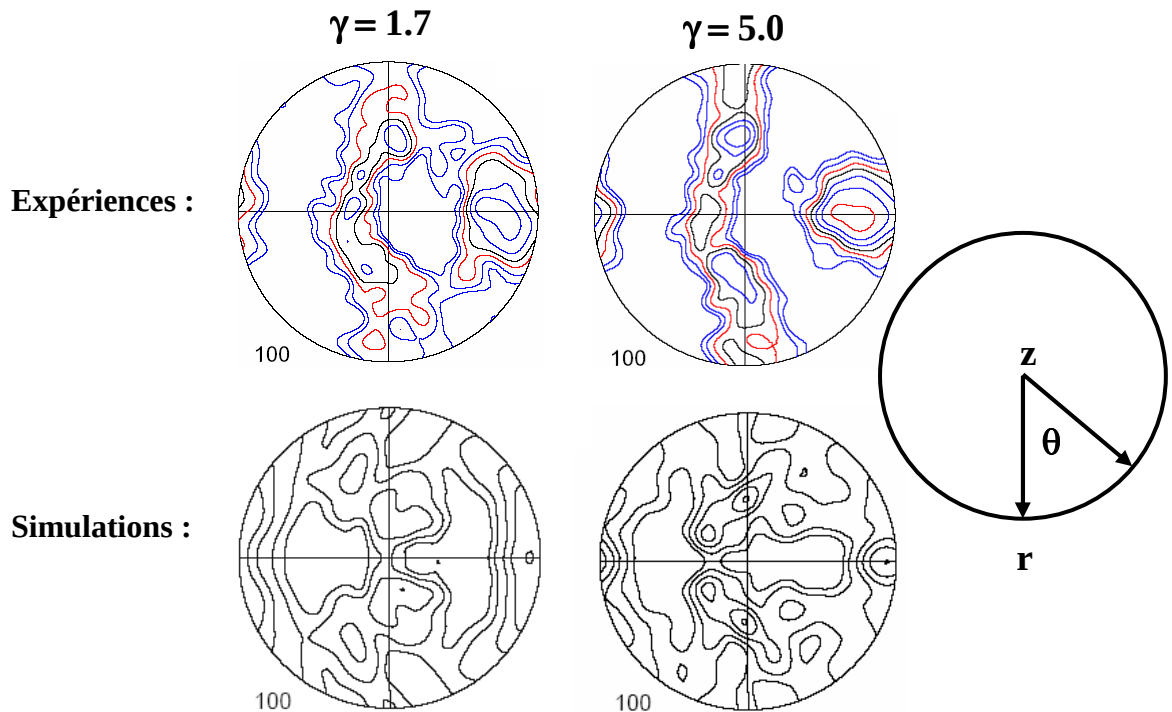


Fig. 3. 29 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 110 \rangle$, à la température de 800K, $CRSS = 1/4$ et $m = 0.2$, . Isovaleurs: 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

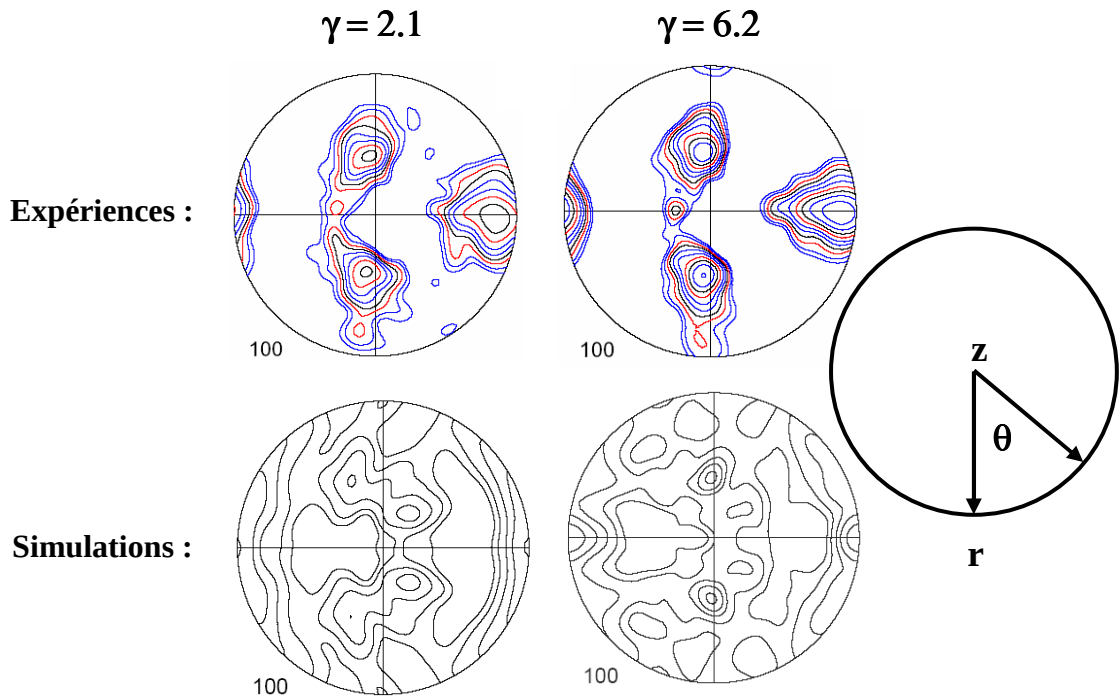


Fig. 3. 30 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 110 \rangle$, à la température de 1000K, CRSS = 1/1 et $m = 0.142$. Isovaleurs 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

3.7.3.3. Texture initiale $\langle 111 \rangle$

La figure 3.31 montre les courbes expérimentales de changement de longueur en fonction du cisaillement et la déformation axiale simulée en fonction du cisaillement pour la texture initiale $\langle 111 \rangle$.

Comme on peut le voir sur la figure 3.31-a, dans l'expérience, à 800K, il y a un allongement jusqu'à $\gamma = 3$ suivi par un raccourcissement. Avec l'augmentation de la température le raccourcissement commence pour une déformation plus petite. A 1300K on peut avoir un raccourcissement quasi immédiat de l'échantillon.

La figure 3.31-b montre les courbes simulées. La contrainte de référence 1/1 est choisie pour les températures élevées tandis que pour la température plus basse la contrainte de référence est 1/4 avec $m = 0.142$. Il y a bonne concordance entre les courbes expérimentales

et simulées pour la température plus basse, mais pour les températures élevées il y a un raccourcissement au début de la simulation et par la suite une augmentation. La figure 3.31 montre que dans les expériences aux températures élevées, il y a recristallization dynamique. C'est la raison pour laquelle les simulations échouent à hautes températures et grandes déformations.

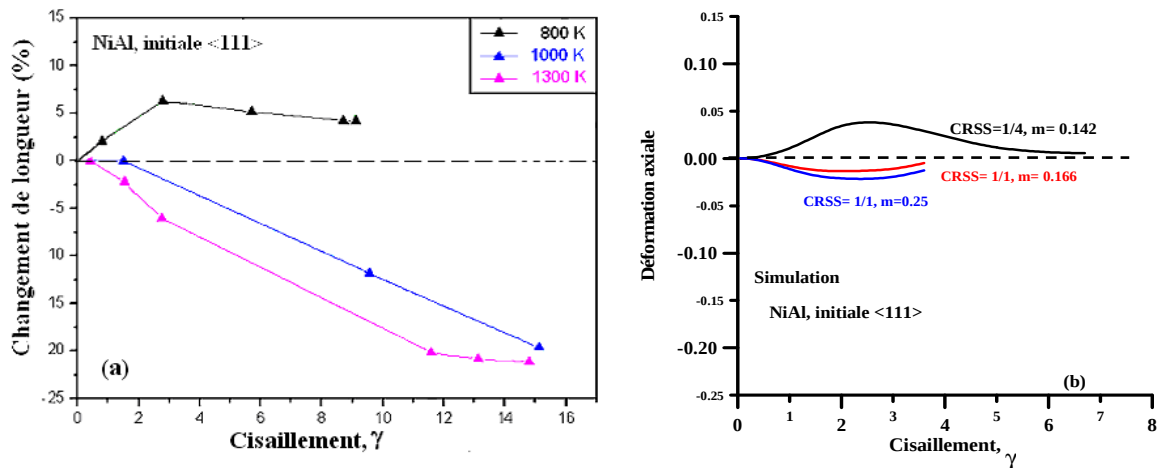


Fig. 3. 31 Courbes déformation axiale - cisaillement du NiAl pour la texture initiale <111>, (a) expériences (Klöden (2006)), (b) simulations

Les textures mesurées et les résultats de simulations sont présentés sur les figures 3.32 et 3.33 sous forme de figures de pôle {100} aux différentes déformations. Comme on peut le voir sur ces figures, jusqu'à des déformations assez grande ($\gamma \approx 5$), il y a un bon accord entre les textures. Evidemment le modèle de Taylor échoue aux déformations plus grandes.

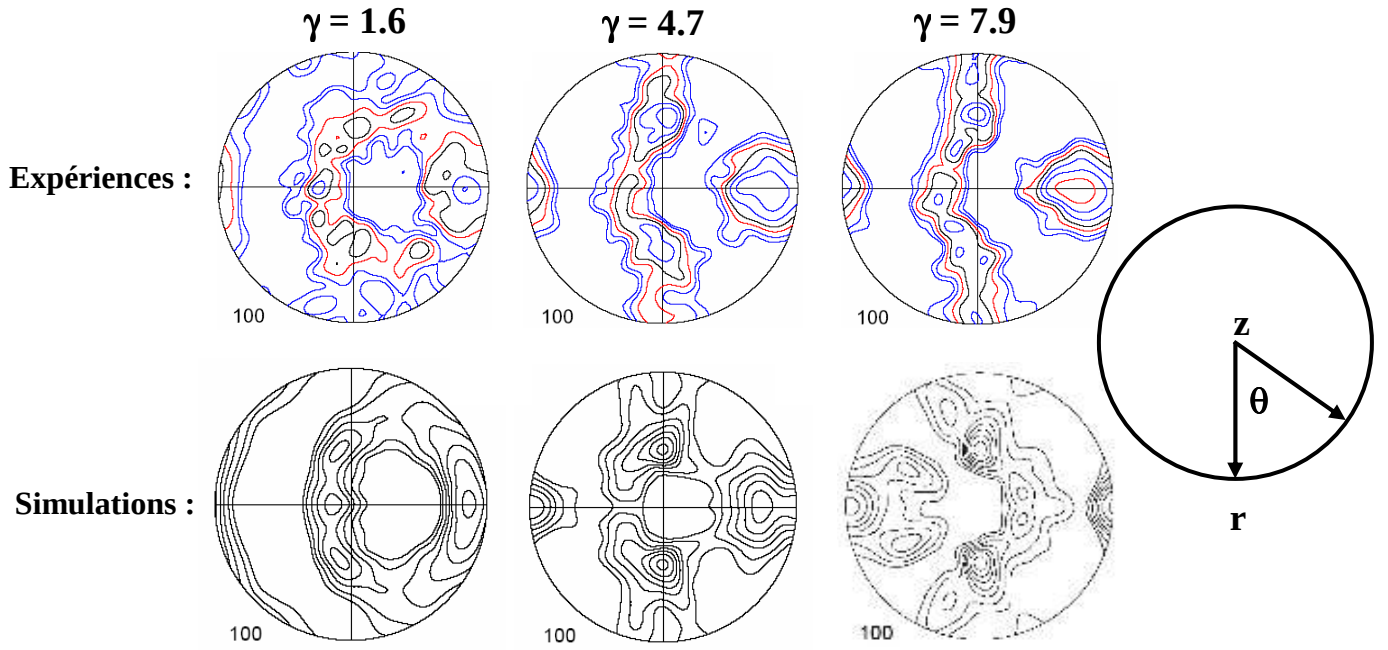


Fig. 3.32 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 111 \rangle$, à la température de 800K, $CRSS = 1/4$ et $m = 0.142$. Isovaleurs : 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

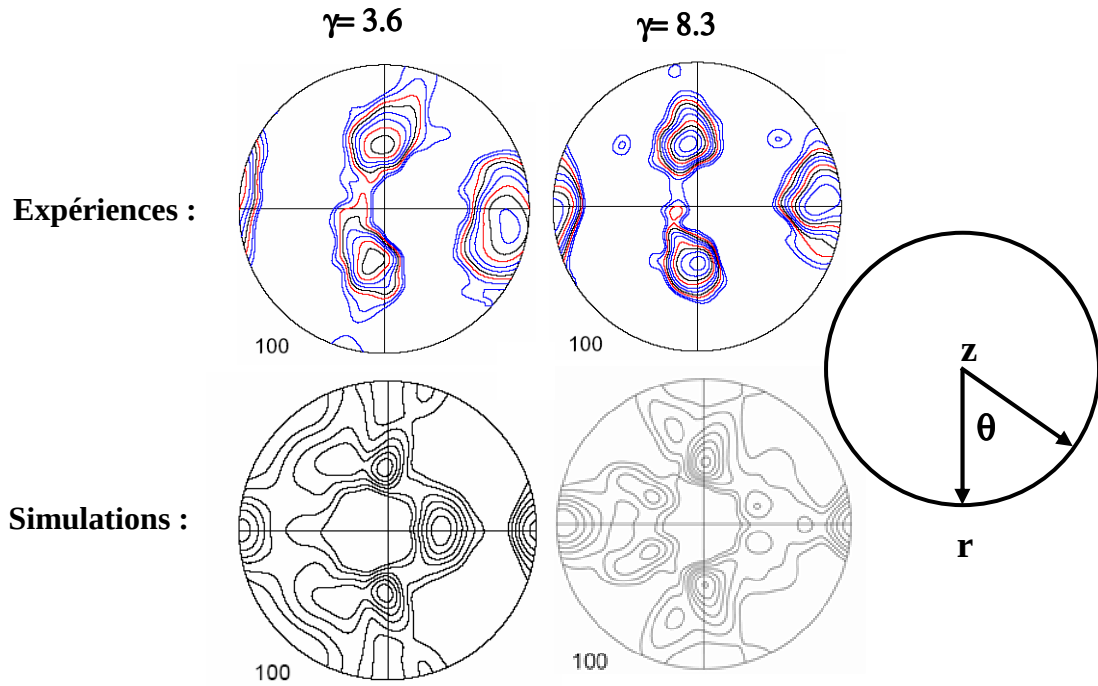


Fig. 3.33 Textures expérimentales (Klöden (2006)) et de simulations du NiAl pour la texture initiale $\langle 111 \rangle$, à la température de 1000K, $CRSS = 1/1$ et $m = 0.166$. Isovaleurs: 0.8- 1.0- 1.3- 1.6- 2.0- 2.5- 3.2- 4.0- 5.0- 6.4.

3.8. Conclusions

Dans ce chapitre deux approches ont été présentées pour la simulation de l'effet de Swift. L'effet de Swift est simulé avec succès à l'aide du modèle basé sur l'équation d'équilibre dans trois matériaux différents (Cu, Mg, Ni-Al).

Le développement de la texture cristallographique a été simulé en parallèle à la simulation de l'effet de Swift et une bonne comparaison avec les expériences a été obtenue. L'allongement ou raccourcissement dépend également de la texture initiale.

Le modèle de Taylor a été utilisé pour la plasticité polycristalline. Néanmoins, il existe des meilleurs modèles pour les polycristaux, notamment le modèle auto cohérent. Il pourrait donner des résultats encore plus intéressants.

Nous avons réussi à séparer l'effet de la forme et la vitesse dans la modélisation de l'effet de Swift en viscoplasticité. Il a été démontré que l'effet de la forme de la surface de plasticité est un facteur important dans l'effet de Swift. L'utilisation des différentes valeur du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation (paramètre m) a été justifiée : valeur élevée pour un polycristal fortement déformé et valeur faible pour des polycristaux recuits.

Chapitre IV

L'écrouissage

4.1.	INTRODUCTION	108
4.1.1.	DEFINITION DE L'ECROUISSAGE	108
4.1.2.	DESCRIPTION DES STADES DE DEFORMATION.....	109
4.2.	EXPERIENCES DE TORSION	112
4.2.1.	TORSION DE L'ALUMINIUM	112
4.2.3.1.	<i>Aluminium pur</i>	112
4.2.3.2.	<i>Alliage d'aluminium</i>	114
4.2.2.	TORSION DU CUIVRE	120
4.2.3.	TORSION DU MAGNESIUM	124
4.2.4.	SIMULATION DE L'ECROUISSAGE DU TEST ECAE PAR LA TORSION	125
4.3.	CONCLUSION	130

4.1. Introduction

Les éléments les plus connus d'un essai de torsion avec extrémités libres sont l'effet de Swift, l'évolution de la texture, l'écrouissage et la recristallisation dynamique (RXD). Dans les trois premiers chapitres nous avons étudié l'effet de Swift et l'évolution de la texture.

L'écrouissage n'était pas traité dans les deux premiers chapitres. Ce chapitre lui sera consacré, avant de présenter nos résultats expérimentaux et une analyse de l'écrouissage lors d'un test d'ECAE grâce à la torsion.

Dans ce chapitre nous présentons les résultats de nos études concernant l'écrouissage des métaux polycristallins aux grandes déformations plastiques. Néanmoins, il est nécessaire de rappeler quelques éléments essentiels du phénomène d'écrouissage pour pouvoir ensuite analyser les résultats des mesures.

4.1.1. Définition de l'écrouissage

L'écrouissage se traduit par le durcissement d'un métal ou d'un alliage provenant de la déformation plastique. Il correspond à une modification structurale. Cette opération engendre une augmentation des caractéristiques de résistance (dureté, limite d'élasticité ...) et une diminution des caractéristiques de ductilité (allongement, striction ...). L'écrouissage est produit par une déformation plastique effectuée au-dessous de la température de recristallisation. Généralement obtenu à froid, un durcissement par déformation est possible à chaud mais largement réduit par la restauration et la recristallisation.

L'écrouissage apporte au métal, surtout dans le cas des tôles, fils et pièces étirées, certaines propriétés mécaniques que ne peuvent conférer les traitements thermiques. On peut supprimer les effets de l'écrouissage par un recuit ou une recristallisation.

Le taux d'écrouissage est aussi défini comme la pente θ de la courbe $\tau(\gamma)$: $\theta = \frac{d\tau}{d\gamma}$ où τ est la cisssion résolue et γ le taux de glissement. Le tableau 4.1 et la figure 4.1

présentent une synthèse de l'écrouissage pour des cristaux métallique de différentes structures. Dans la suite de ce chapitre, l'étude portera sur le cuivre et l'aluminium (matériaux de type c.f.c.) ainsi que sur le magnésium (matériau de type h.c.).

Tableau 4. 1 Cission critique et écrouissage pour les différentes structures.

	Cission critique	Ecrouissage
CFC	Faible	Fort après un court stade de glissement simple
CC	Forte	Faible, peu de durcissement par écrouissage
HC	Faible	Faible, mais grande déformation en glissement simple

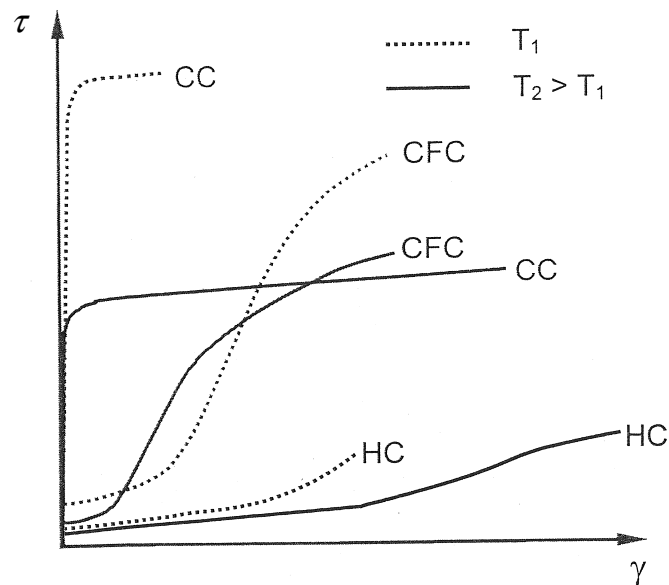


Fig. 4. 1 Comparaison des courbes d'écrouissage d'un monocristal pour les différentes structures pour deux températures.

4.1.2. Description des stades de déformation

La figure 4.2 schématise une partie des différents stades de l'écrouissage pour plusieurs températures. Ces stades correspondent à un domaine de déformation où l'évolution de la contrainte d'écoulement est contrôlée par les mêmes processus microscopiques. Comme le comportement varie avec la vitesse de déformation et la température, c'est en fait un domaine dans l'espace $(\gamma, \dot{\gamma}, T)$.

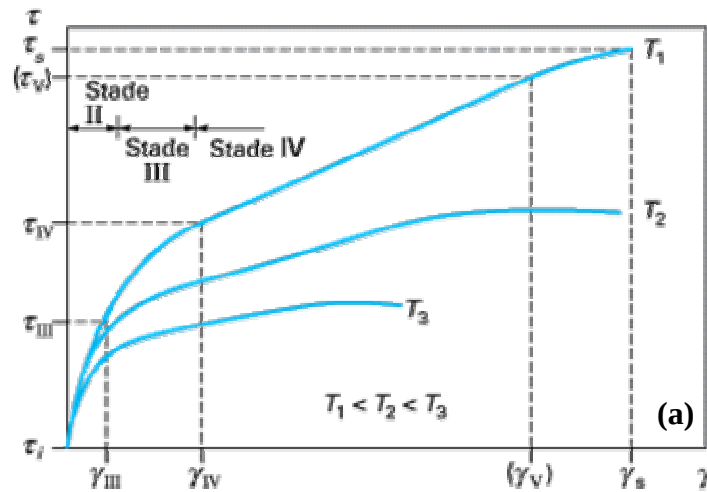
Les différents stades d'écrouissage dépendent étroitement des mécanismes microscopiques de la déformation plastique. Ils sont désignés par 0 à IV selon la nomenclature initiale adoptée :

Le stade 0 correspond au domaine de microplasticité transitoire (élastoplastique) où se mettent en place les systèmes de glissement.

Le stade I est caractérisé par un taux de durcissement constant mais faible (qui dépend de l'orientation du cristal), c'est-à-dire que la variation de la cission en fonction du cisaillement, $\tau(\gamma)$, est linéaire. Ce stade de glissement facile est uniquement présent dans les monocristaux purs, orientés pour le glissement simple. Du point de vue de la microstructure, on remarque la présence de petites boucles de dislocations. L'influence des variables externes T et $\dot{\gamma}$ est peu sensible.

Le stade II est dit de fort durcissement linéaire (son taux d'écrouissage est très élevé, Fig 4.2b). Après un domaine transitoire où le durcissement augmente énormément, on retrouve une variation linéaire de la cission en fonction du cisaillement. On entre dans le domaine du glissement double ou multiple. Le mécanisme dominant du stade II est la mise en place d'accumulation des dislocations par interactions aléatoires. Pratiquement insensible au matériau (variables internes) et aux variables externes de l'essai, en particulier à la température, ce stade est parfois appelé domaine athermique.

Le stade III correspond à un durcissement parabolique (Fig 4.2-a). Il traduit la mise en place des mécanismes de restauration dynamique qui éliminent les dislocations redondantes par annihilation de paires de dislocations opposées. Dans ce cas, une forte décroissance linéaire est notable pour le taux d'écrouissage (Fig 4.2-b) sans forcément retomber à zéro. La caractéristique marquante de ce domaine est la présence des glissements déviés. Généralement la loi de Voce (1948), qui propose un taux d'écrouissage constamment décroissant, traduit correctement ce stade.



Indice i : état initial.
Indice s : état en saturation.

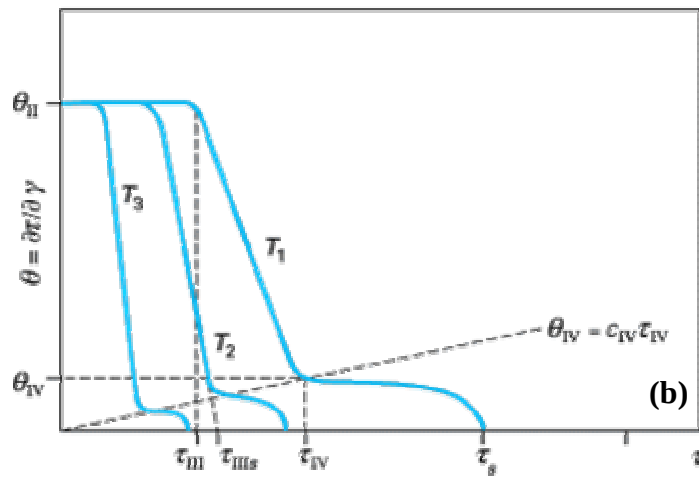


Fig. 4. 2 Stades d'écrouissage représentés sur une courbe de cisaillement - cisaillement (a) et sur une courbe de taux d'écrouissage (b) pour différentes températures pour un polycristal.

L'existence d'un stade supplémentaire, noté stade IV, peut apparaître aux très grandes déformations (Gil Sevillano *et al.* (1980)). Il est dépendant de la température (Fig 4.2) et se traduit par un très faible taux d'écrouissage quasi linéaire qui retarde l'apparition de la saturation et augmente la contrainte de saturation. Les mécanismes qui interviennent dans le stade IV sont encore sujets à controverse. On peut tout de même supposer qu'il y a accumulation des débris comme dans le stade I, évolution de la désorientation entre sous grains et modification de la densité de dislocations dans les parois des cellules.

La présence et l'étendue des trois premiers stades dépendent de plusieurs paramètres : du métal (structure), de la pureté, de l'orientation, de l'énergie de faute d'empilement, de la

taille et de la forme du cristal, des conditions de surface, mais aussi de la température et de la vitesse de déformation. Les quatre stades ne sont pas toujours présents. Pour des températures élevées et des fortes énergies de fautes d'empilement, le stade II peut être totalement absent et c'est le stade III qui domine.

4.2. Expériences de torsion

Dans cette section, les essais de torsion réalisés au LPMM seront analysés, avec une machine de torsion spéciale (voir l'annexe A). La machine permet de mesurer la variation du couple en fonction de l'angle de rotation et le changement de longueur de l'échantillon. Après chaque essai, des courbes du couple en fonction de l'angle de rotation sont approximées à l'aide d'un code polynômiale pour les exprimer en forme analytique (voir annexe B). Puis en utilisant ce polynôme et la formule de Nádai (1950, Eq. (1. 29)), la courbe « contrainte de cisaillement, τ en fonction de la déformation de cisaillement, γ » est obtenue.

L'écrouissage est étudié pour l'essai de torsion à extrémités libres, pour les textures cristallographiques d'aluminium pur, d'un alliage de l'aluminium (comme reçu), de cuivre OFHC (Oxygen- Free High Conductivity), de magnésium pur et de deux alliages de magnésium (AZ71 et AZ71 renforcée avec SiC).

4.2.1. Torsion de l'aluminium

4.2.3.1. Aluminium pur

Pour l'analyse du comportement de l'aluminium pur (99.999%) les essais ont été fait aux trois différentes vitesses de déformation ($\dot{\gamma} = 0.001s^{-1}$, $\dot{\gamma} = 0.01s^{-1}$ et $\dot{\gamma} = 0.1s^{-1}$) à température ambiante. Les figures 4.3a, b, c montrent respectivement, les courbes « contrainte - déformation », « déformation axiale, ε - déformation de cisaillement » et « taux d'écrouissage, θ - contrainte ».

On peut voir sur la figure 4.3-a que les courbes présentent un écrouissage faible avec un maximum. Etant donné que l'aluminium est un matériau c.f.c., on devrait avoir un écrouissage très important. L'absence de cet écrouissage et la forme des courbes suggèrent que ces courbes sont les résultats d'une recristallisation dynamique. La sensibilité de la

contrainte à la vitesse de déformation est assez importante (figure 4.3-a). On peut estimer que la valeur de m macroscopique est environ de 0.03, une valeur relativement élevée correspondant également à un processus de déformation à une température relativement élevée. En effet, pour l'Al, un test à température ambiante est un test à une température homologue assez élevée ($\approx 300\text{K}/900\text{K} = 1/3$) donc l'occurrence d'une recristallization dynamique est possible.

La figure 4.3-b présente l'effet de Swift de l'aluminium pur. A $\dot{\gamma} = 0.001\text{s}^{-1}$ on peut voir une augmentation de la déformation axiale jusqu'à $\gamma \approx 4$, après il y a un raccourcissement de l'échantillon. Un tel comportement (raccourcissement) peut être la conséquence de la recristallisation dynamique car un comportement similaire a été observé (et simulé) dans la torsion de cuivre OFHC (à 300°C) (Jonas et Tóth (1992)). En augmentant la vitesse de déformation, l'allongement axial est plus important. Cet effet est probablement dû à une recristallisation dynamique moins importante. La dépendance du taux de recristallisation par rapport à la vitesse de formation est bien documentée dans la littérature. La rupture est arrivée plutôt dans les échantillons déformés aux vitesses plus élevées, mais les tendances sont bien visibles (et les mêmes que à la vitesse faible) dans les figures 4.3a, b.

Dans la figure 4.3-c, on peut bien identifier les stades III et IV des courbes de taux d'écrouissage. Avec l'augmentation de la vitesse de déformation, les courbes sont progressivement décalées vers la droite.

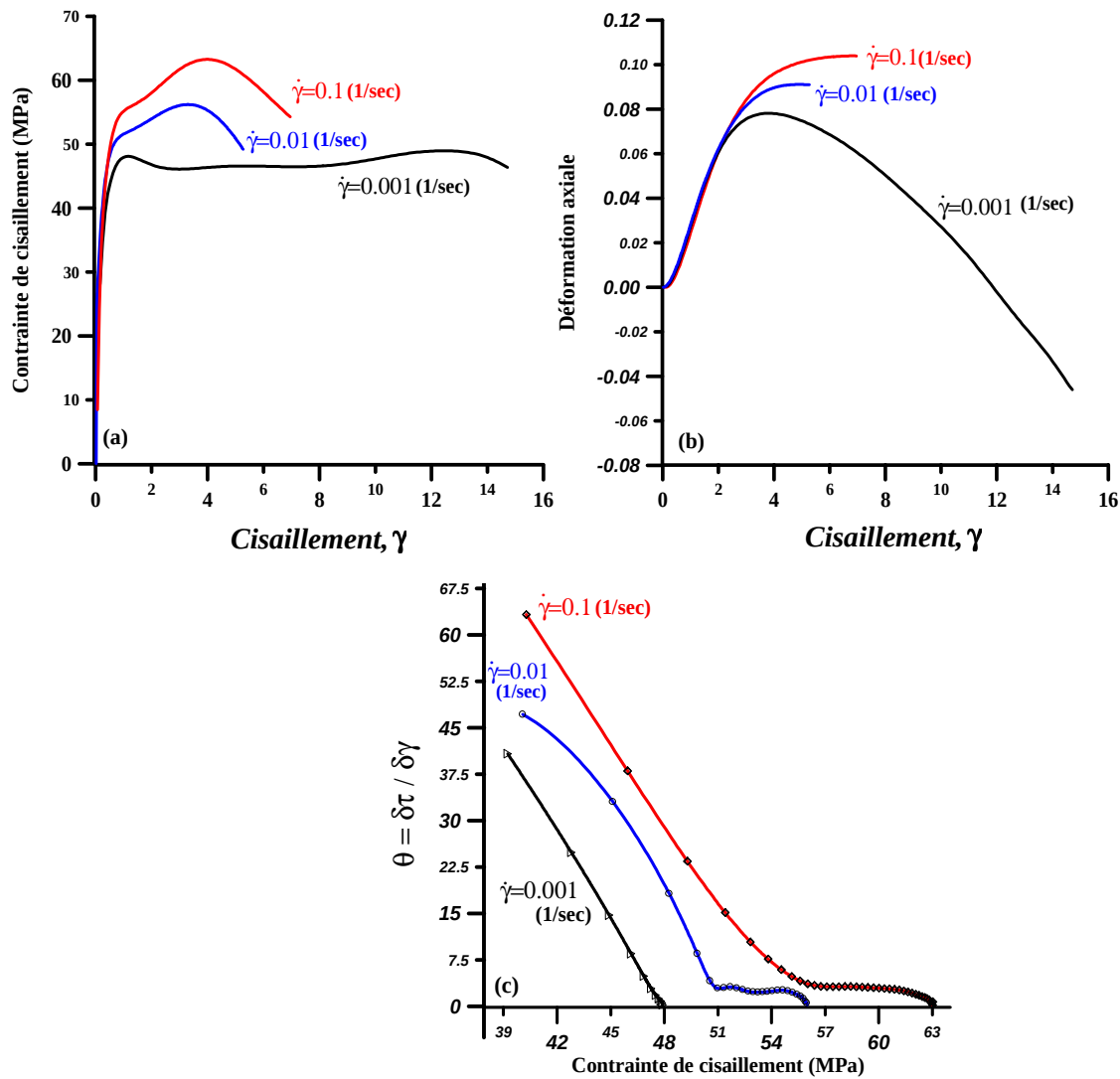


Fig. 4. 3 Courbes expérimentales pour l'aluminium pur (99.999%) à température ambiante, a) Conainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la conainte de cisaillement.

4.2.3.2. Alliage d'aluminium

Pour un test de torsion, les échantillons sont normalement préparés à partir d'une barre cylindriques qui sont fabriquées par un procédé axisymétrique, comme l'extrusion, filage ou tréfilage. Pour cette étude, les échantillons de torsion ont été préparés à partir d'une tôle préalablement *laminée*, à différents angles ; à 0° , 45° et à 90° par rapport à la direction du laminage (Fig. 4.4). Notre but était de regarder l'effet de l'anisotropie sur le comportement en torsion. La difficulté du test est que les échantillons de départ ne vérifient pas la symétrie cylindrique autour de leur axe longitudinale. La conséquence est que les formules habituelles

de la torsion ne sont pas forcements applicables pour le dépouillement du test. Cependant, on peut s'attendre à ce qu'après une grande déformation, une texture de torsion se développe (la texture initiale de laminage est transformée en texture de torsion satisfaisant la symétrie cylindrique) et les formules sont applicables.

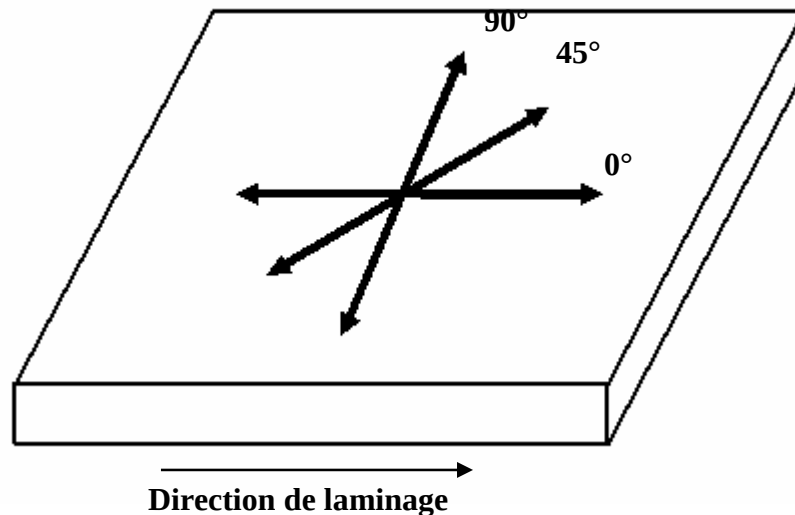


Fig. 4. 4 Schéma de la préparation des échantillons de torsion de l'alliage d'aluminium.

Cependant, les échantillons ne sont pas déformés de façon cylindrique : ils devenaient légèrement ondulés comme le montre la figure 4.5 prélevée à l'aide d'un profilomètre. Les mesures du profil ont été effectuées parallèle à l'axe z de l'échantillon. Après un cisaillement de 2 sur l'échantillon d'alliage d'aluminium à 90° et $\dot{\gamma} = 0.001s^{-1}$, on constate une ondulation de la profondeur de 0.112 mm avec une périodicité moyenne de 1.7 mm. Ce signifie que l'ondulation circonférentielle est de l'ordre de quatre. C'est exactement l'anisotropie initiale du laminage qui se manifeste par cette ondulation. Il est clair que même après un cisaillement de 2 d'alliage d'aluminium, on ne développe pas encore une symétrie cylindrique suffisante durant le test de torsion. La figure 4.6 montre une vue tri - dimensionnelle du même échantillon dans une bande de 2.6 mm et sur une longueur de 13 mm.

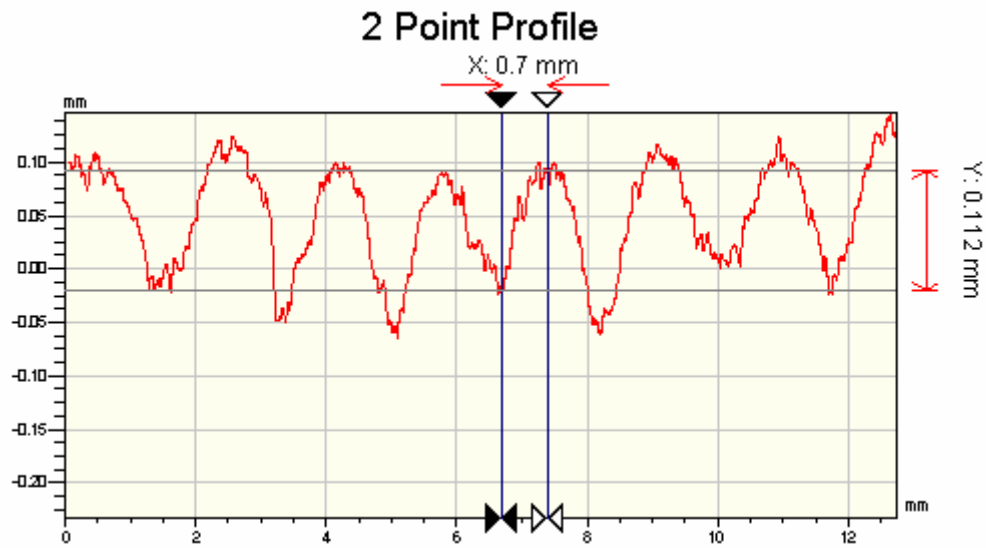


Fig. 4. 5 Mesure de profile parallèle à l'axe z sur la surface de l'échantillon alliage Al après torsion. Cisaillement à la surface : $\gamma = 2$. L'échantillon a été prélevé à 90° par rapport à la direction du laminage.

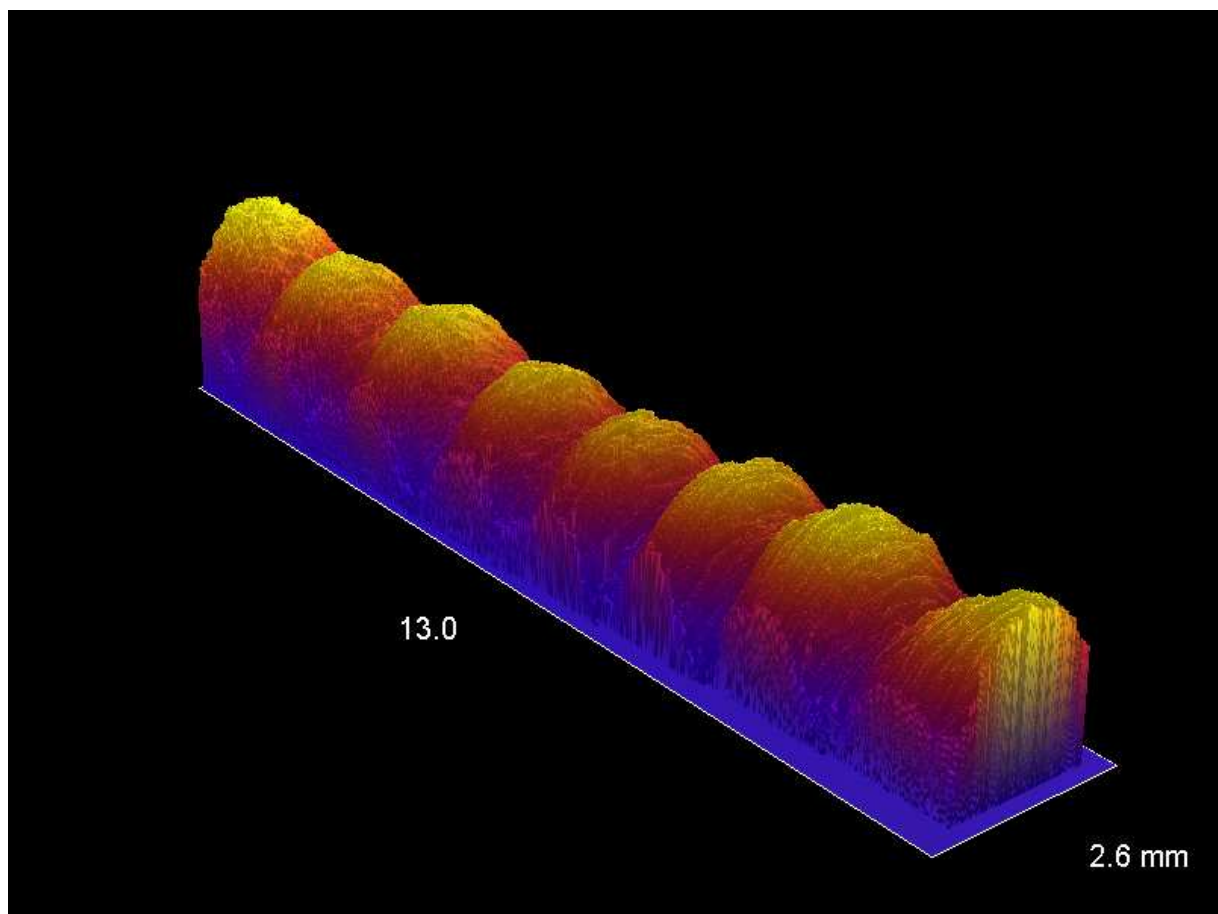


Fig. 4. 6 Tri – dimensionnelle mesure de profile parallèle à l'axe z sur la surface de l'échantillon alliage Al après torsion. Cisaillement à la surface : $\gamma = 2$. L'échantillon a été prélevé à 90° par rapport à la direction du laminage.

Etant donné que les ondulations sont des conséquences de l'anisotropie initiale, il est fortement probable qu'il soit possible de relier la géométrie de la surface ondulée à l'anisotropie d'une façon quantitative. Il serait intéressant de pouvoir obtenir, par exemple, le paramètre de Lankford à partir de telles mesures en torsion. Malheureusement, nous n'avons pas eu de temps pour développer une telle technique, mais nous avons pensé qu'il est utile de documenter déjà ces observations expérimentales pour pouvoir continuer en temps venu.

Néanmoins, nous avons appliqué l'analyse habituelle sur les résultats des tests pour avoir une idée du comportement obtenu. Les figures 4.7, 4.8 et 4.9 montrent respectivement, les courbes expérimentales d'alliage d'aluminium à 0°, 45° et 90° de la direction de laminage à température ambiante. Il est clair qu'il est difficile d'interpréter ces résultats à cause de l'anisotropie initiale. On voit par exemple clairement une certaine ondulation des courbes d'écrouissage.

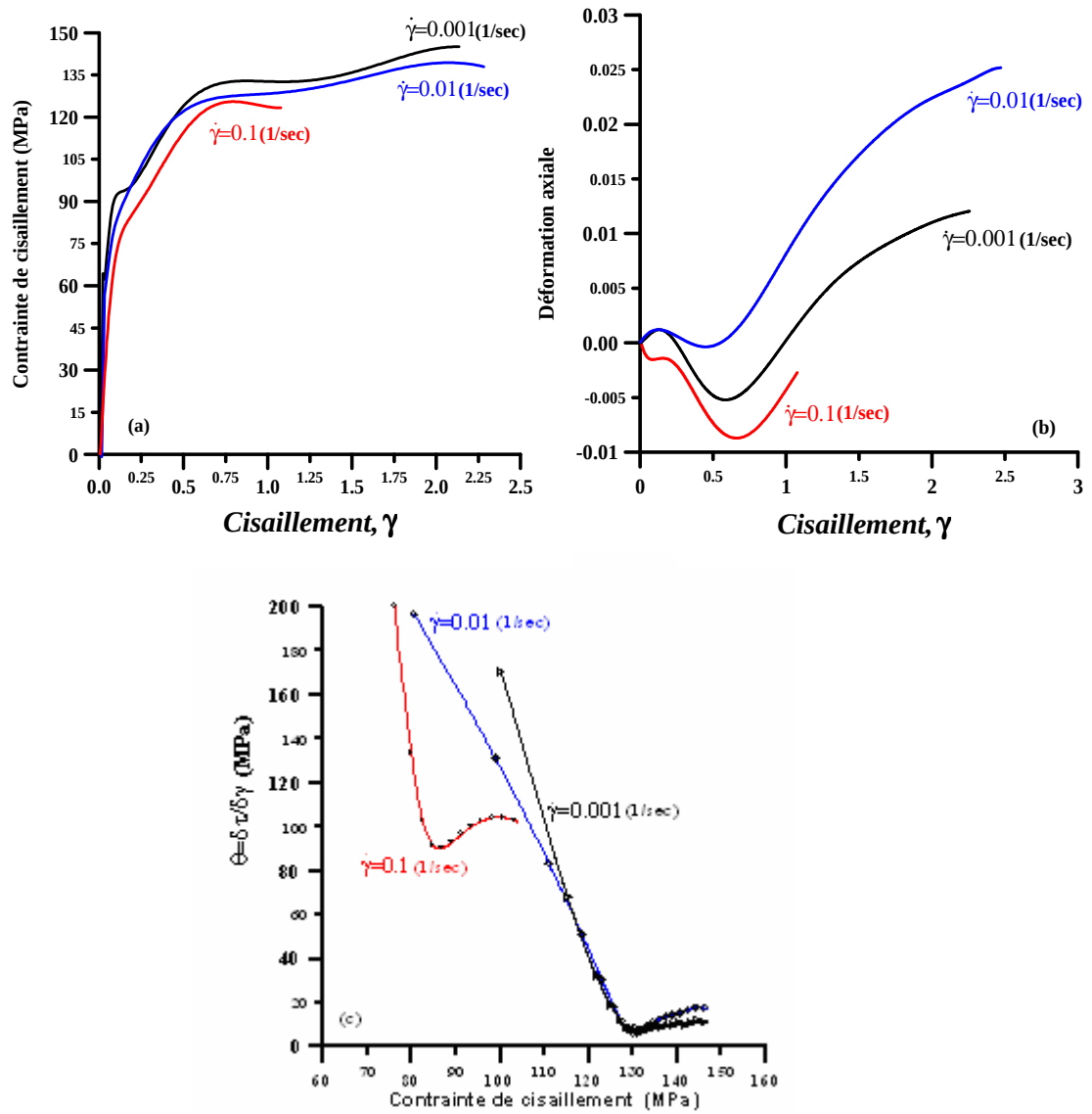


Fig. 4. 7 Courbes expérimentales de l'alliage d'aluminium à température ambiante coupé à 0° par rapport à la direction du laminage, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

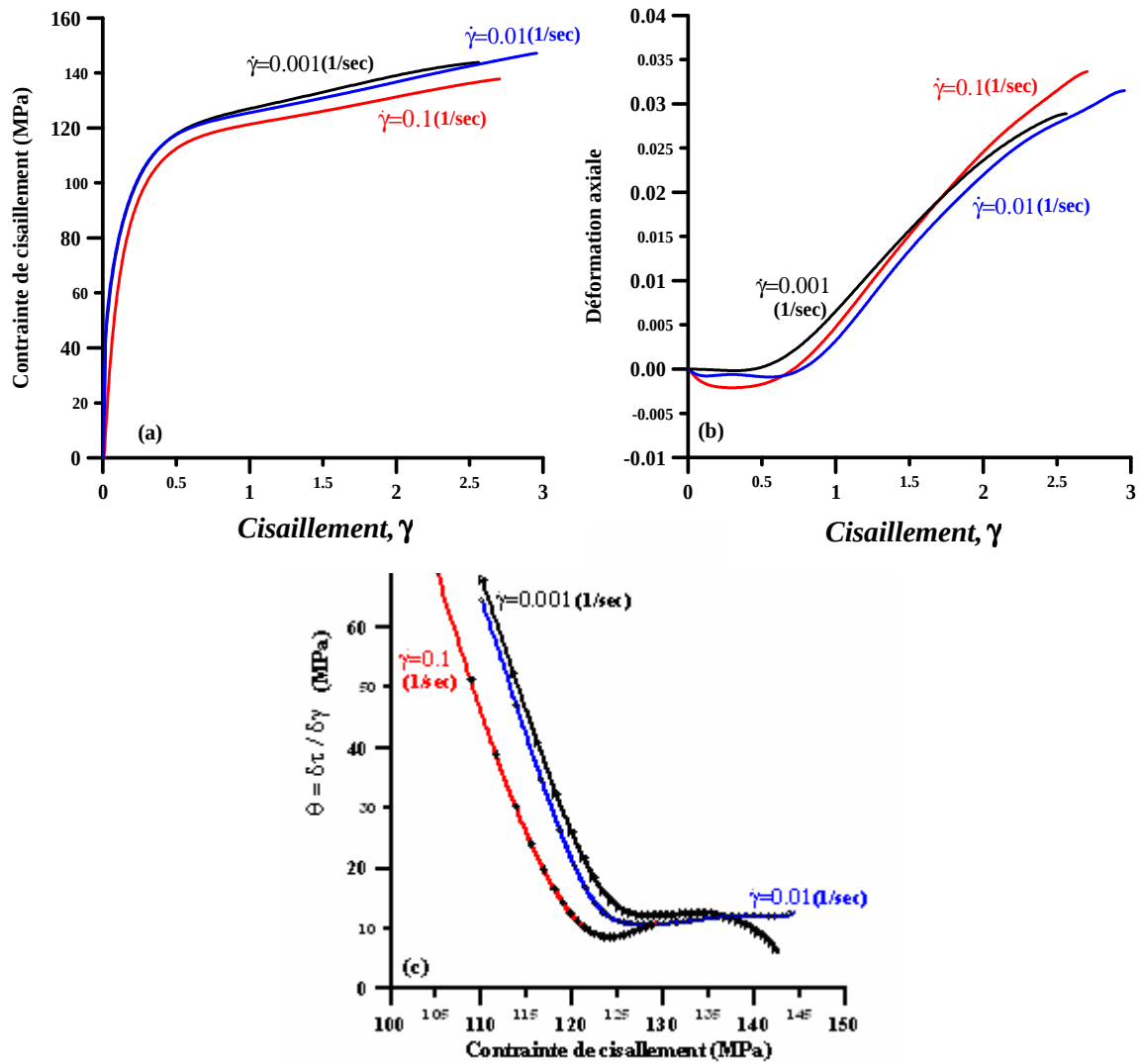


Fig. 4. 8 Courbes expérimentales de l'alliage d'aluminium à température ambiante coupé à 45° par rapport à la direction du laminage b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

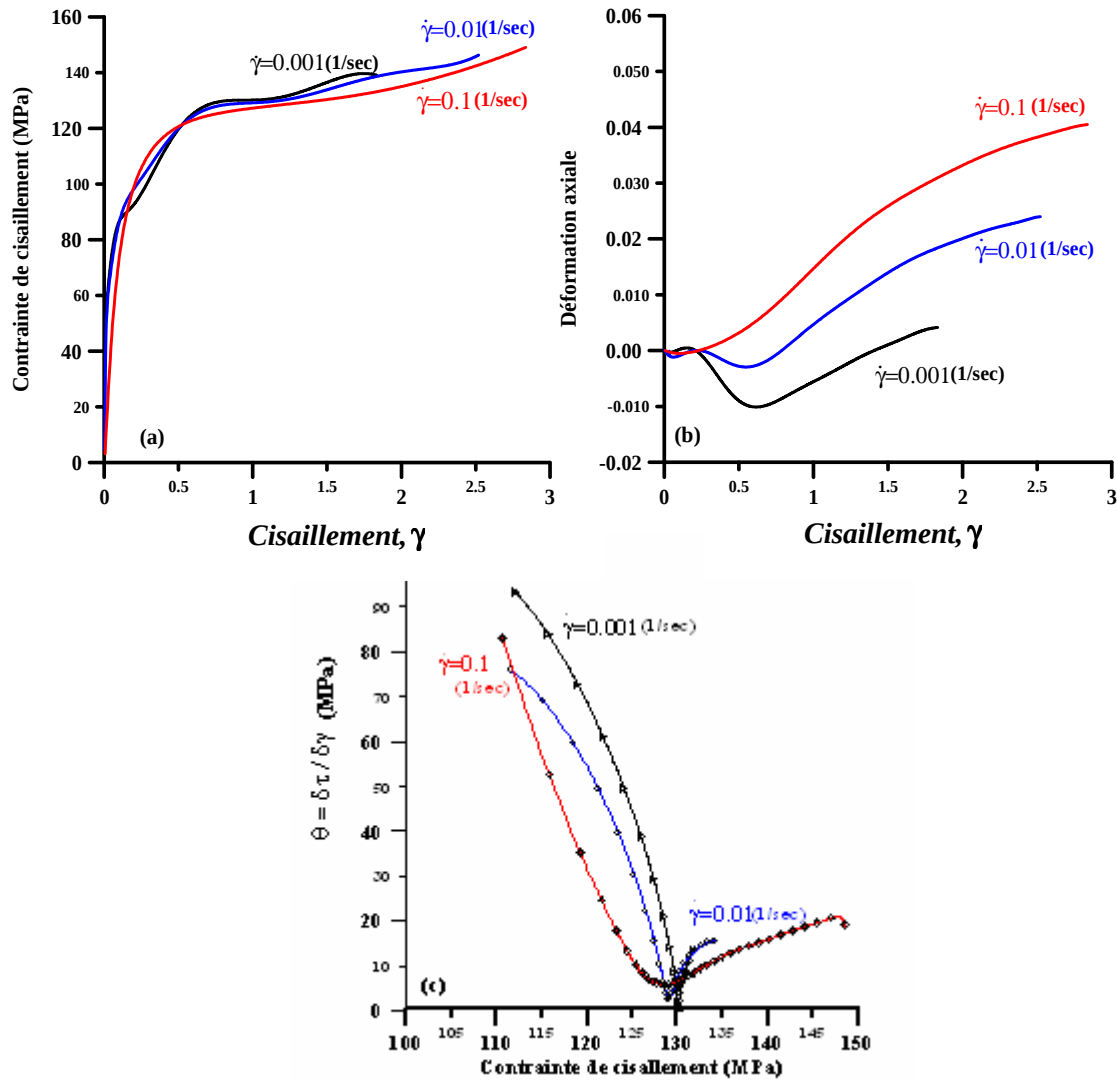


Fig. 4. 9 Courbes expérimentales de l'alliage d'aluminium à température ambiante coupé à 90° par rapport à la direction du laminage, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

4.2.2. Torsion du cuivre

Dans cette partie nous présentons les résultats des expériences effectués à des vitesses de rotation constante. Les test ont été réalisés aux différentes températures et vitesse de déformation.

Les échantillons de torsion de cuivre ont été préparés à partir d'une barre extrudée. Avant l'essai de torsion, un traitement thermique sur les échantillons a été appliqué pour avoir une microstructure initiale homogène. Pour ce traitement, les échantillons ont été portés à 350°C durant 1 heure puis refroidis à l'air.

Les expériences ont été effectuées à différentes températures : 300°C, 250°C, 200°C et ambiante et à différentes vitesses de déformation : $\dot{\gamma} = 0.85s^{-1}$, $\dot{\gamma} = 0.1s^{-1}$, $\dot{\gamma} = 0.01s^{-1}$ et également à température ambiante pour $\dot{\gamma} = 0.001s^{-1}$. Nous pouvons donc voir les effets de la vitesse et la température sur l'écrouissage de cuivre.

La figure 4.10 montre les courbes d'écrouissages et l'effet de Swift mesurés à température ambiante et aux différentes vitesses de déformation. Comme on peut voir sur la figure 4.10-a, que en augmentant la vitesse de déformation, la limite d'élasticité et la contrainte à la rupture augmentent.

Concernant l'effet de Swift (figure 4.10-b), toutes les courbes commencent par un stade initial (jusqu'à $\gamma \approx 0.5$). Cette déformation est nécessaire pour développer la texture de glissement au matériau (Stade I). Après une partie transitoire, il y a une deuxième stade (jusqu'à $\gamma \approx 2$) presque linéaire (Stade II). Après $\gamma > 2$, il apparaît un second stage linéaire (Stade III) avec une pente bien inférieure au précédent. Concernant l'effet de la vitesse de déformation sur le changement de longueur, on peut dire que les différences sont inférieures à la précision des tests.

Les différents stades d'écrouissage peuvent être bien distingués dans la figure 4.10-c, où le taux d'écrouissage est affiché en fonction de la contrainte de cisaillement. Avec une augmentation de la vitesse de déformation, les courbes se décalent vers la droite. On peut bien observer un stade supplémentaire après le stade IV dans la figure 4.10-c qu'on peut appeler Stade V. Dans ce stade, θ diminue.

L'effet de la température pendant la torsion extrémité libre du cuivre est présenté sur les figures 4.11 et 4.12. Les échantillons ont été testés à différentes températures et vitesses de déformations : 20°C, 200°C, 250°C et 300°C à $\dot{\gamma} = 0.85s^{-1}$, $\dot{\gamma} = 0.1s^{-1}$ et $\dot{\gamma} = 0.01s^{-1}$. Les résultats à $\dot{\gamma} = 0.001s^{-1}$ à différentes températures seront présentées dans le chapitre 5 pour étudier la recristallisation dynamique.

Sur la figure 4.11, les résultats correspondent à une vitesse de déformation de $0.1 s^{-1}$. Dans la figure 4.11-a, sur les courbes à 250°C et 300°C, respectivement, après $\gamma \approx 3$ et $\gamma \approx 2$,

la contrainte d'écoulement diminue et à 300°C elle reste constante. La courbe à 300°C est typique d'une recristallisation dynamique et sera analysée d'avantage dans le chapitre 5.

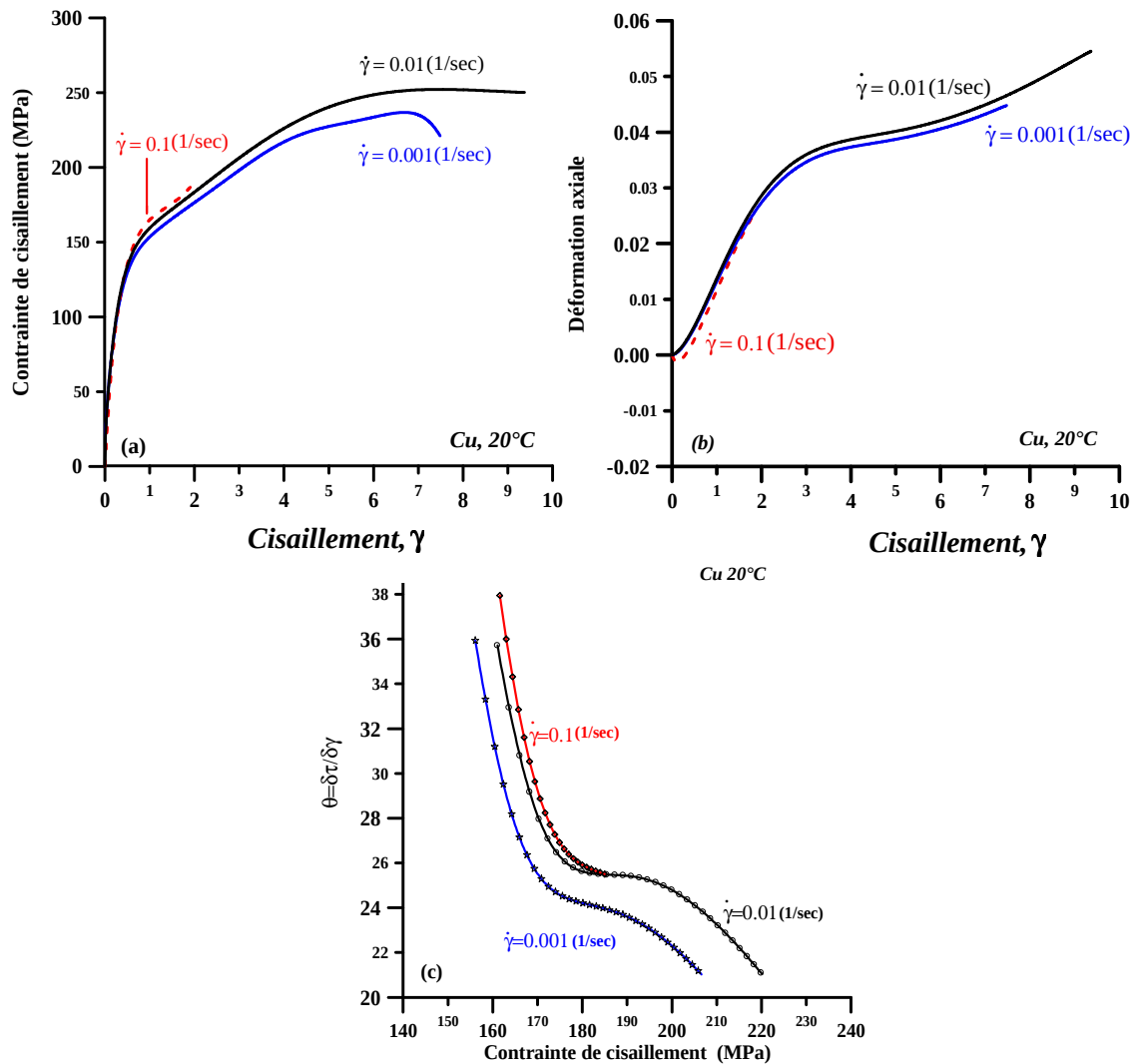


Fig. 4. 10 Courbes expérimentales de cuivre (99.9%) à température ambiante, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

L'effet de Swift mesuré présente les stades I- III. On peut constater sur les deux figures (4.11-b et 4.12-b) que l'allongement est peu dépendent de la température en dessous de 250°C. Par contre, à 300°C, l'effet de Swift diminue radicalement et sature à une valeur petite par rapport aux autres. Ce phénomène est la conséquence de la recristallisation dynamique.

Enfin, sur la figure 4.11-c, on peut voir les courbes de taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement. Ces courbes montrent les différents stades d'écrouissage,

particulièrement le Stade V où la contrainte sature. (Les courbes sont coupées quand θ devient négatif.)

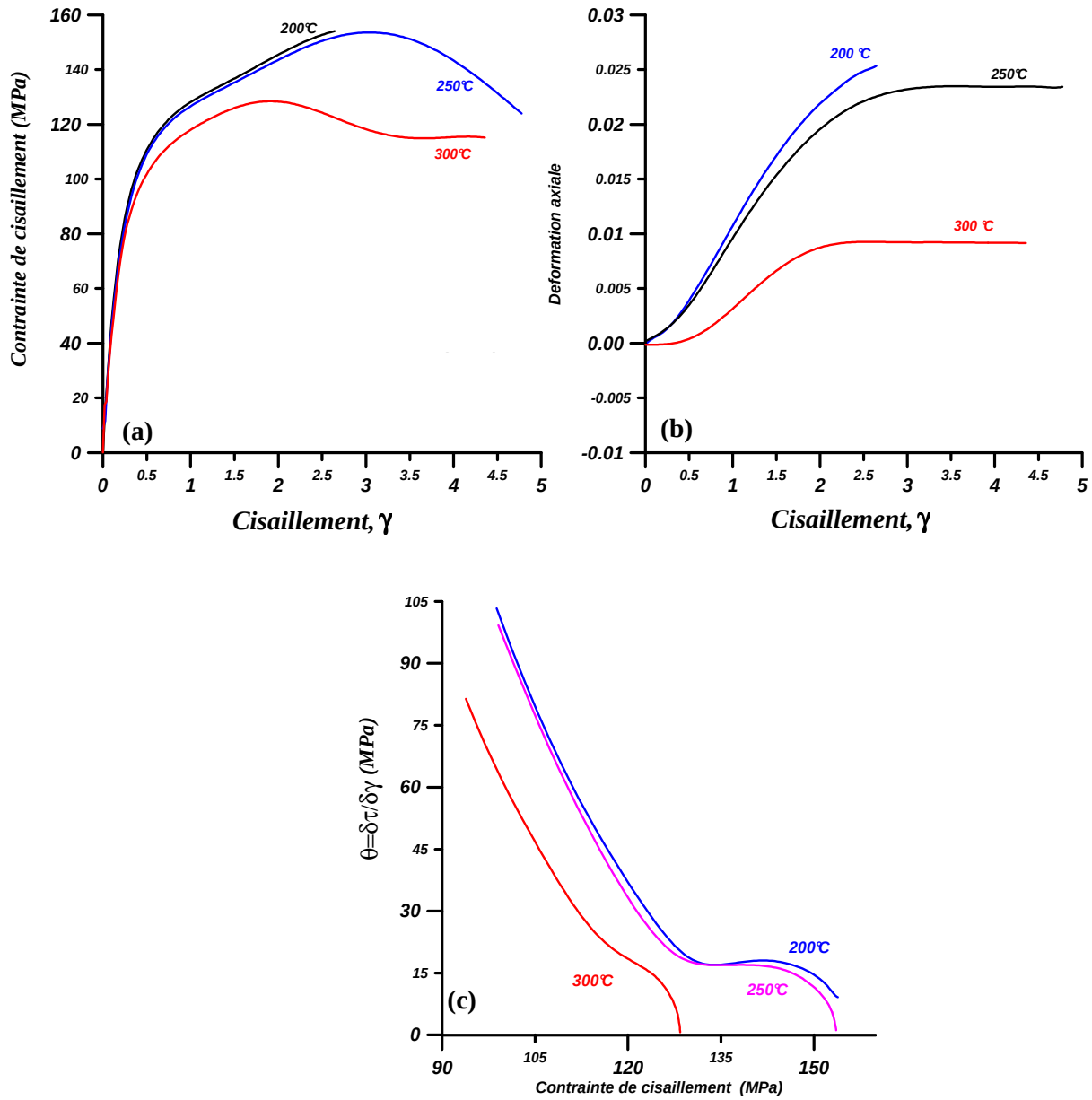


Fig. 4. 11 Courbes expérimentales de cuivre (99.9%) à $\dot{\gamma} = 0.1 \text{ s}^{-1}$ et différentes températures, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

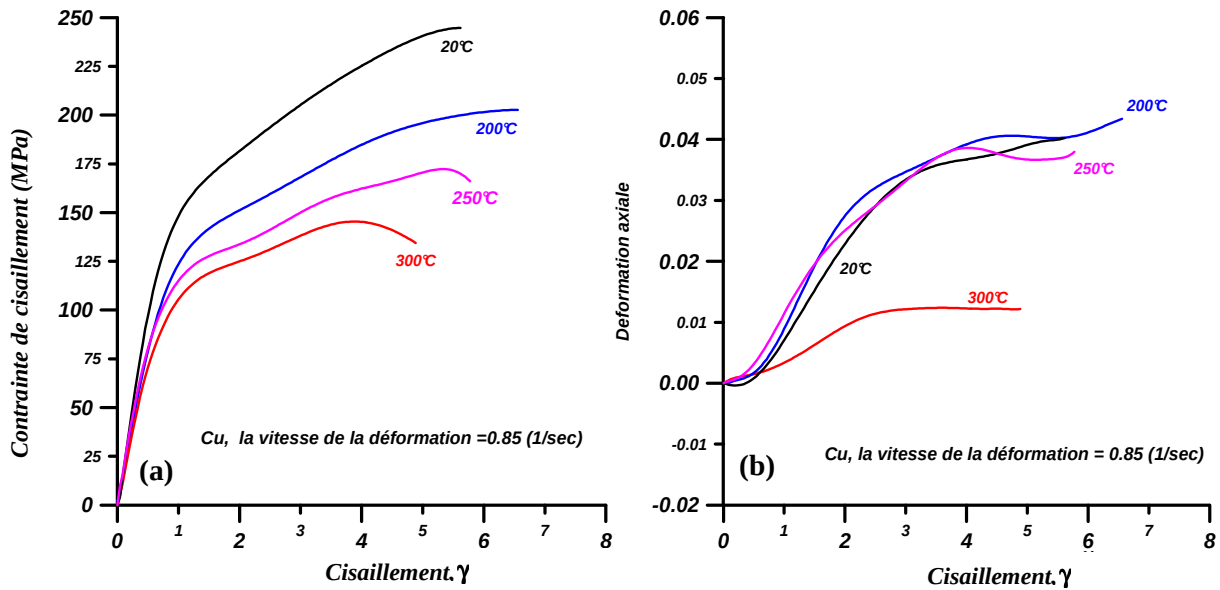


Fig. 4. 12 Courbes expérimentaux de cuivre (99.9%) à $\dot{\gamma} = 0.85 \text{ s}^{-1}$ et différentes températures, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement.

4.2.3. Torsion du magnésium

Les essais de torsion sur magnésium ont été effectués pour du magnésium pur et deux alliages (AZ71 et AZ71 renforcé avec SiC). Dans le chapitre 3, les courbes d'écrouissage et l'effet de Swift ont déjà été analysés pour les matériaux AZ71 et AZ71 renforcé avec SiC car le but était la simulation de l'effet de Swift. L'effet de Swift n'était pas simulé pour le Mg pur (car la texture initiale est inconnue au moment de la rédaction de la thèse), donc seulement l'écrouissage est étudié pour ce matériau. Nous tenons à signaler qu'aucun résultat n'est disponible dans la littérature sur l'écrouissage du Mg en torsion, donc nos résultats sont les premiers.

Les tests ont été effectués à 250°C et température ambiante à deux vitesses de déformation. La figure 4.13 montre les courbes d'écrouissage obtenues et l'effet de Swift pour $\dot{\gamma} = 7.7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ et $\dot{\gamma} = 7.7 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. L'effet de Swift était toujours négatif pour le Mg.

Le Mg pur est mieux déformable à 250°C qu'à la température ambiante (fig. 4.13-a). L'écrouissage ne présente pas clairement le stade IV comme on peut le constater sur la figure 4.13-c.

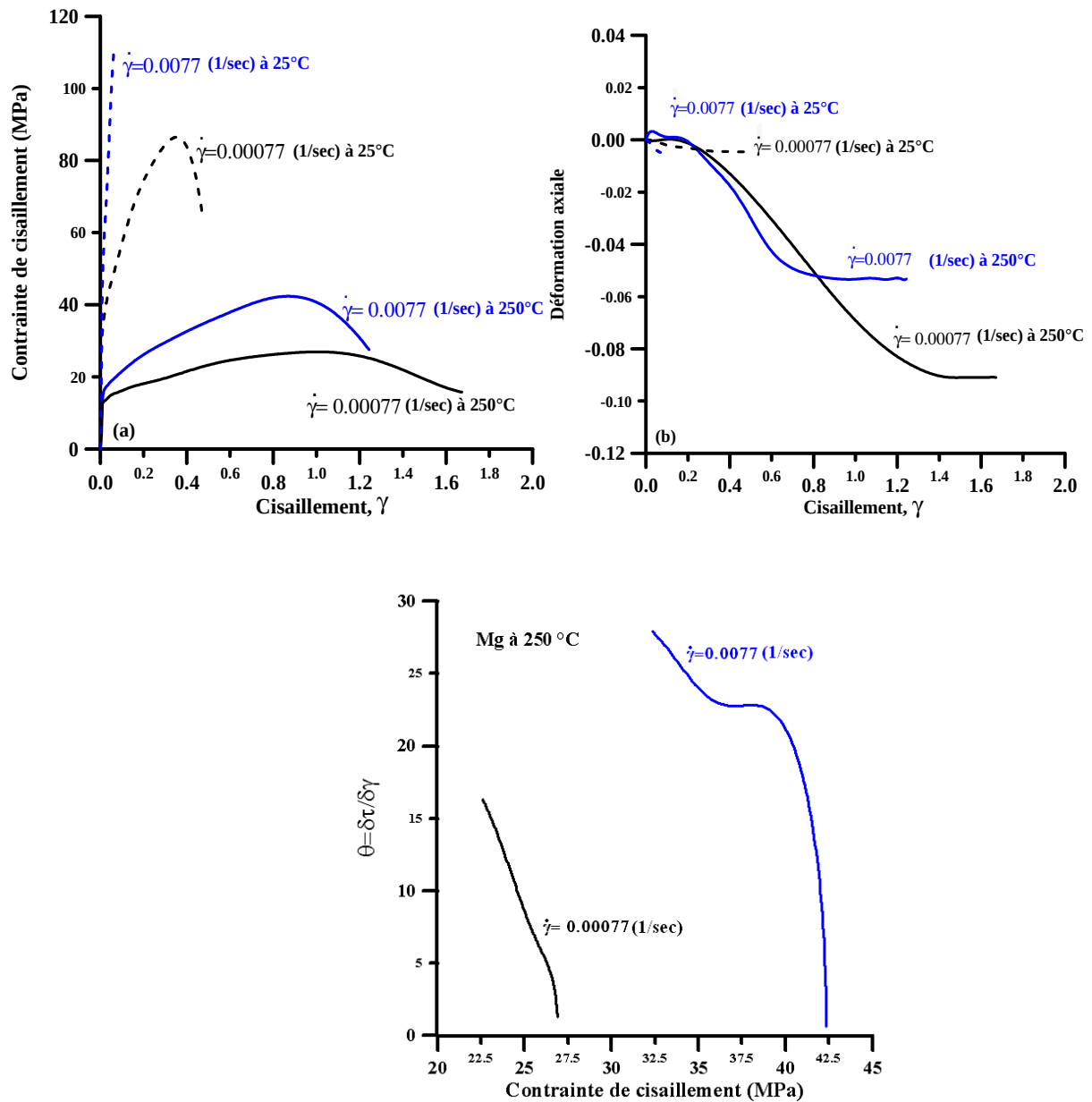


Fig. 4. 13 Courbes expérimentales du magnésium pur à 250°C, a) Contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement, b) Déformation axiale en fonction du cisaillement, c) Taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

4.2.4. Simulation de l'écrouissage du test ECAE par la torsion

Le test ECAE (Equal Channel Angular Extrusion) est très étudié actuellement car ce test conduit à une microstructure très fine avec des propriétés mécaniques améliorées. Une difficulté du test est que l'échantillon est parfaitement confiné dans un canal coudé et la mesure d'une courbe d'écrouissage est impossible lors des essais. C'est un handicap majeur du test de ECAE car l'état du matériau peut être étudié seulement après son passage dans le

dispositif. Le but de cette partie est de présenter une technique qui permet de simuler l'écrouissage du matériau en ECAE par un autre test ; le test de torsion.

Pour modéliser l'écrouissage, il faut connaître le chemin et la vitesse de déformation lors de l'ECAE. Récemment, un modèle appelé 'ligne de courant' a été proposé par Tóth et al. (2004) pour l'ECAE à 90°. Ce modèle est basé sur une fonction simple des lignes de courant qui traduit le chemin parcouru par l'échantillon dans les canaux :

$$\phi = (d - x)^n + (d - y)^n = (d - x_0)^n \quad (4.1)$$

où d est le diamètre des canaux, x_0 est la coordonnée d'entrée de la ligne et n est un paramètre de la forme de la ligne. La figure 4.14 présente quelques lignes de courant et le repère utilisé.

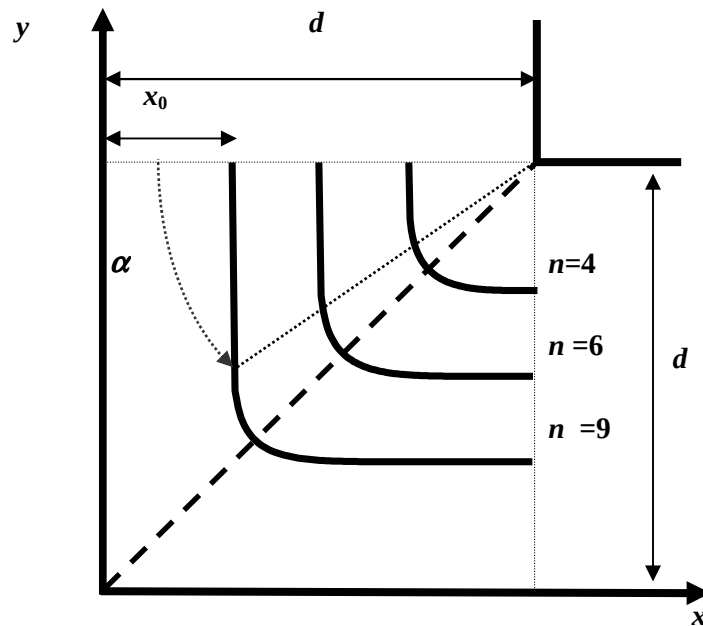


Fig. 4. 14 Description du champ d'écoulement par lignes de courant (Tóth et al. 2004).

Selon l'analyse de Tóth et al. (2004), et Arruffat-Massion (2004), le chemin de déformation est proche d'un cisaillement simple (mais pas identique). Le test de torsion est un test de cisaillement simple également (sans compter l'effet de Swift qui est un effet de deuxième ordre), donc la torsion peut simuler le test d'ECAE.

L'essentiel de l'approche du test par les lignes de courant est qu'un élément de matière subisse une déformation plastique à vitesse très variable. La figure 4.15 présente la vitesse de

déformation en cisaillement équivalent ($\bar{\dot{\gamma}}$) du test ECAE en fonction du temps de passage de la matière dans le dispositif pour les paramètres suivants: $d=10$ mm, $x_0=5$ mm et $n=13$. Cette courbe est obtenue à partir de l'équation 4.1 (voir les détails dans Tóth et al. (2004)) d'une façon analytique, elle est donnée par :

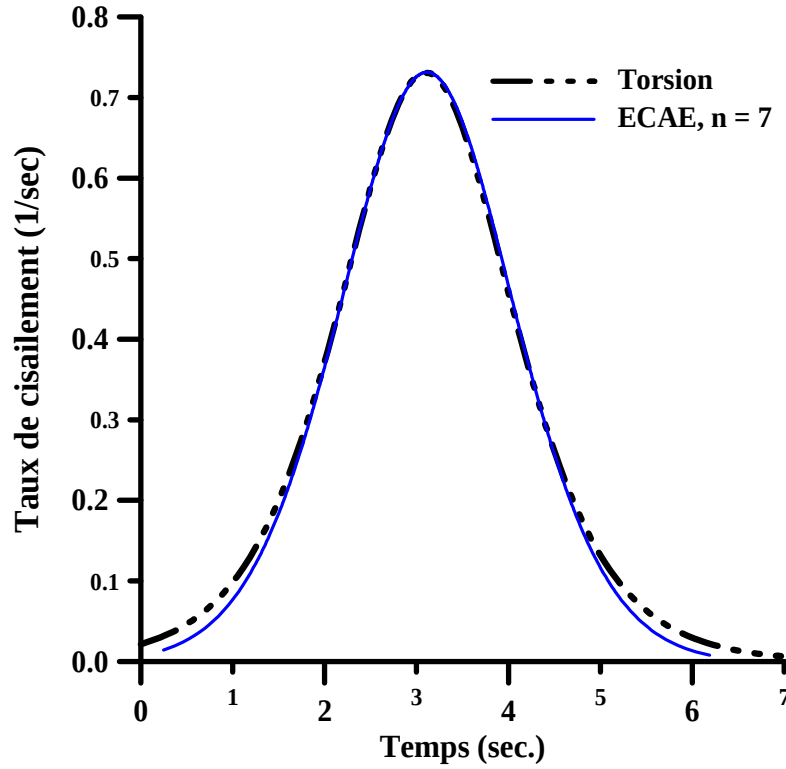


Fig. 4. 15 La courbe de la vitesse de déformation en cisaillement équivalent ($\bar{\dot{\gamma}}$) en fonction de temps, modélisé par l'approche lignes de courant (lignes continue) en comparaison avec la vitesse de cisaillement réalisé dans le test de torsion (Eq. 4.4, $a=2.925$, $b=2.45$ et $c=0.645$) (ligne pointillée).

$$\bar{\dot{\gamma}} = \bar{\dot{\epsilon}}\sqrt{3} = v_0(n-1)(d-x_0)^{1-2n}(d-x)^{n-2}(d-y)^{n-2}[(d-x)^2 + (d-y)^2]. \quad (4.2)$$

En utilisant la fonction 4.1, on peut simplifier :

$$\bar{\dot{\gamma}} = v_0(n-1)(d-x_0)^{3-2n}(d-x)^{n-2}(d-y)^{n-2}. \quad (4.3)$$

On a essayé d'approcher la formule théorique (4.3) avec une autre formule également analytique mais plus simple à programmer dans la machine de torsion, voici la formule :

$$\dot{\gamma} = a \exp(b(ct-2)) / [1 + \exp(b(ct-2))]^2, \quad (4.4)$$

où a, b et c sont paramètres en fonction de n et t est le temps. A l'aide de l'équation (4.4), la vitesse de rotation a été directement programmée dans la machine de torsion. La figure 4.16 montre les variations d'angle de torsion en fonction de temps, et sur la figure 4.15, on peut voir une bonne concordance entre les variations du taux de déformation de cisaillement en fonction de temps, entre les deux procédés.

La procédure présentée ci-dessus a été appliquée sur le cuivre ; la figure 4.17 montre la courbe d'écrouissage obtenu. Pour comparaison, une courbe mesurée à vitesse constante est également affichée. La vitesse choisie pour ce test est égale à la vitesse moyenne ($\dot{\gamma} = 0.166\text{s}^{-1}$) de la courbe présentée dans la Figure 4.15 pour la vitesse de déformation variable.

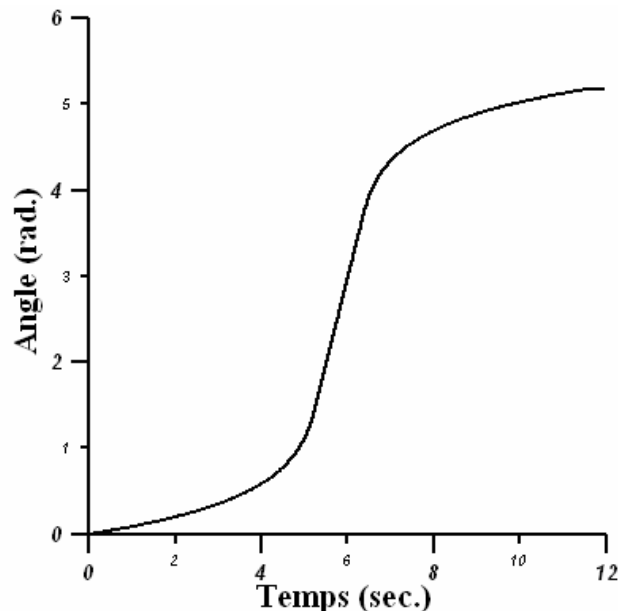


Fig. 4. 16. Variations de l'angle de torsion en fonction de temps pour modélisé le test d'ECAE

Comme on peut le voir sur la Figure 4.17, l'effet principal de la vitesse variable sur l'écrouissage est un adoucissement à la fin du test. Cet effet a été déjà proposé théoriquement par Tóth (2005) dans une modélisation de l'écrouissage par un modèle basé sur les dislocations. Les mesures à vitesse variable en torsion confirment cette prévision.

La modélisation de l'écrouissage par les dislocations est basée sur les équations différentielles de la densité des dislocations qui se trouvent dans les parois des cellules

équation (4.5) et à l'intérieur des cellules de dislocation équation (4.6). Cette approche est originalement proposée par Estrin et al. (1998) et généralisée après par Toth et al. (2002) pour une distribution 3D des cellules. Les deux équations principales mentionnées ci-dessus sont :

$$\dot{\rho}_w = \frac{6\beta^* \dot{\gamma}_c (1-f)^{2/3}}{bdf} + \frac{\sqrt{3}\beta^* \dot{\gamma}_c (1-f)\sqrt{\rho_w}}{fb} - k_0 \left(\frac{\dot{\gamma}_w}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-1/n^*} \dot{\gamma}_w \rho_w, \quad (4.5)$$

$$\dot{\rho}_c = \alpha^* \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\rho_w}}{b} \dot{\gamma}_w - \beta^* \frac{6\dot{\gamma}_c}{bd(1-f)^{1/3}} - k_0 \left(\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-1/n^*} \dot{\gamma}_c \rho_c \quad (4.6)$$

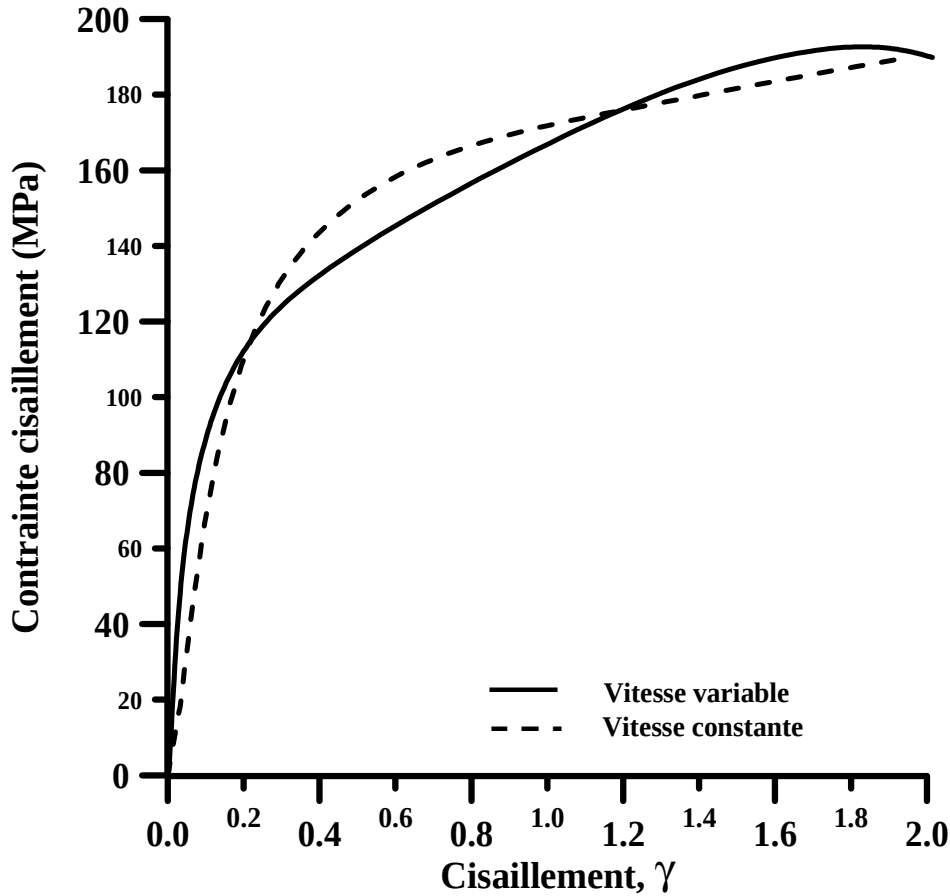


Fig. 4. 17. Courbes d'écrouissage obtenues en torsion à vitesse variable selon la formule 4.4 et à vitesse constante ($\dot{\gamma} = 0.166s^{-1}$) à température ambiante.

L'effet d'adoucissement à la sortie de l'échantillon du dispositif ECAE a été identifié par Tóth et al. (2005) par rôle joué par le troisième membre des équations 4.5 et 4.6. En effet, cette partie modélise l'annihilation des dislocations par glissement dévié. Etant donné que l'annihilation dépend très fortement de la vitesse de déformation (car c'est un processus

thermiquement activé), elle est responsable de l'adoucissement quand la vitesse de passage d'un point matériel diminue à la sortie de la zone plastique.

Une comparaison de mesure à la vitesse variable et la courbe simulée par Tóth (2005) sont présentées dans la figure 4.18. On peut constater que l'allure des deux courbes est la même, mais il existe une différence dans les contraintes. Des simulations sont en cours pour identifier les paramètres matériaux qui sont plus adaptés dans la modélisation de l'écrouissage basé sur les deux équations (4.5, 4.6) pour éclaircir les raisons de cette différence observée.

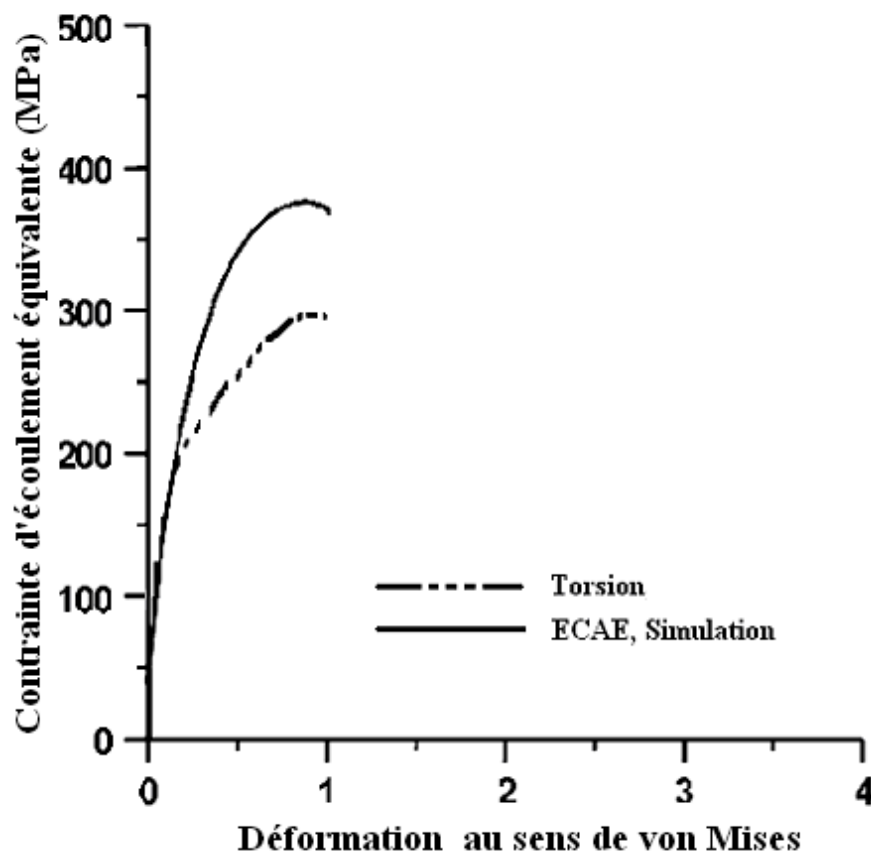


Fig. 4. 18 Comparaison des courbes d'écrouissage obtenues en torsion à vitesse variable et modélisé théoriquement pour le procédé ECAE par une approche basée sur les dislocations.

4.3. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons identifié les stades d'écrouissage III, IV, V aux grandes déformations, pour trois matériaux (Cu, Al pur et Mg pur).

L'effet de la vitesse provoque un décalage du stade IV vers la droite dans la représentation Kocks-Mecking de l'écrouissage, l'effet de la température est opposé.

L'écrouissage lors du test ECAE a été simulé par analogie au test de torsion et un adoucissement a été trouvé à la fin de test en accord avec les simulations publiées dans la littérature.

Chapitre V

Recristallisation dynamique

CHAPITRE V	133
RECRISTALLISATION DYNAMIQUE	133
5.1. INTRODUCTION	134
5.2. PRINCIPAUX RESULTATS DE LA LITTERATURE	134
5.2.1. NUCLEATION DE LA RECRISTALLISATION DYNAMIQUE	138
5.2.2. ETAT DE DEFORMATION STABLE	141
5.3. RECRISTALLISATION DU CUIVRE EN TORSION	142
5.3.1. COMPORTEMENT MECANIQUE	142
5.3.2. OBSERVATIONS METALLOGRAPHIQUES	146
5.3.2.1. <i>Calcul du changement de forme et de la taille de grain</i>	148
5.4. ETUDE EBSD	153
5.4.1. CONDITIONS EXPERIMENTALES	153
5.4.2. TEXTURES MESUREES PAR EBSD	155
5.4.2.1. <i>Représentation des textures du cuivre sur figures de pôles</i>	155
5.4.2.2. <i>Représentation des textures du cuivre sur des ODF</i>	159
5.4.3. CARTES DES ORIENTATIONS	164
5.5. CONCLUSION	171

5.1. Introduction

Dans les deux chapitres précédents, nous avons examiné l'effet de Swift et l'écroutissage pour divers matériaux polycristallins. Il a été démontré que les deux phénomènes sont dépendants de la température, notamment aux températures élevées. Dans ce chapitre nous allons examiner un peu plus en détails l'apparition de la recristallisation dynamique, cause principale des effets observés. Après une revue des résultats principaux de littérature, nous allons utiliser des techniques modernes, comme l'EBSD, pour effectuer une analyse plus approfondie. Les textures cristallographiques seront également examiner en fonction de la déformation et de la température pour déterminer les effets principaux sur la texture causés par la recristallisation dynamique.

5.2. Principaux résultats de la littérature

Durant une déformation plastique à température élevée, la contrainte d'écoulement est influencée par une restauration dynamique (RD) ou une recristallisation dynamique (RXD). Les matériaux à l'énergie de faute d'empilement relativement élevée ou élevée tels que le cuivre, le plomb et le nickel ne font pas de RD et par conséquent la RXD est généralement observée. La RXD peut être regardée comme un procédé de recristallisation statique superposé à la déformation imposée par le test. Les processus de RXD sont connus pour leur dépendance à la température, à la déformation, à la vitesse de déformation, à la vitesse de contrainte et à la microstructure initiale. La déformation avec RXD peut causer un changement microstructural crucial et est reconnue comme outil important pour transformer les propriétés des matériaux durant leur mise en forme. La déformation non uniforme est commune à la plupart des processus de mise en forme, il en résulte des distributions non homogènes de température, de déformation, de vitesse de déformation et de niveau de contrainte dans la pièce déformée.

Il y a au moins deux caractéristiques qui différencie la RXD de la RX statique, à savoir, l'initiation (la nucléation) de la RXD et la taille des grains recristallisés.

Le point de départ de la RXD est vraiment dynamique et n'est pas prédéterminé par la simple déformation, comme une certaine valeur de déformation, généralement désignée sous le nom de déformation critique. Gottstein et al. (1979, 1983) l'ont démontré à l'aide d'expériences sur les monocristaux. Pour une température figée, ils ont observé que pour une

vitesse de déformation constante, la RXD intervient à une contrainte de cisaillement critique τ_R (ou une contrainte de traction critique σ_C) pour une vitesse de déformation constante (essai dynamique, Fig. 5.1-a) ou à une vitesse de déformation critique ($\dot{\epsilon}_R$) pour une contrainte constante (essai statique ou essai de fluage, Fig. 5.1-b). Cependant, la contrainte critique ou la vitesse de déformation dépendent respectivement des conditions de déformation et des caractéristiques du matériau (Fig. 5.2.)

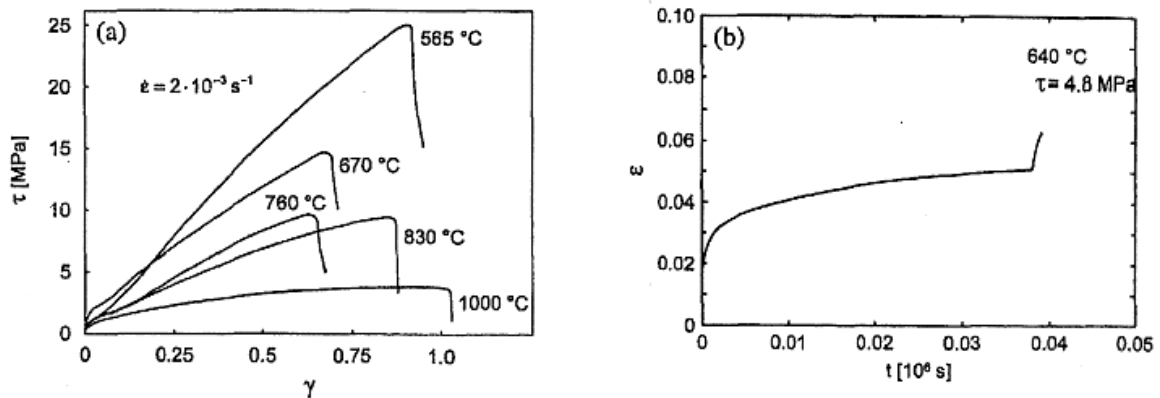


Fig. 5. 1 (a) Courbes contrainte de cisaillement (τ) – cisaillement (γ) du cuivre monocristallin pour $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ à différentes températures. (b) Courbe de fluage de cuivre monocristallin à 640 °C sous une contrainte de cisaillement de 4.8 MPa (Gottstein et al. 2003).

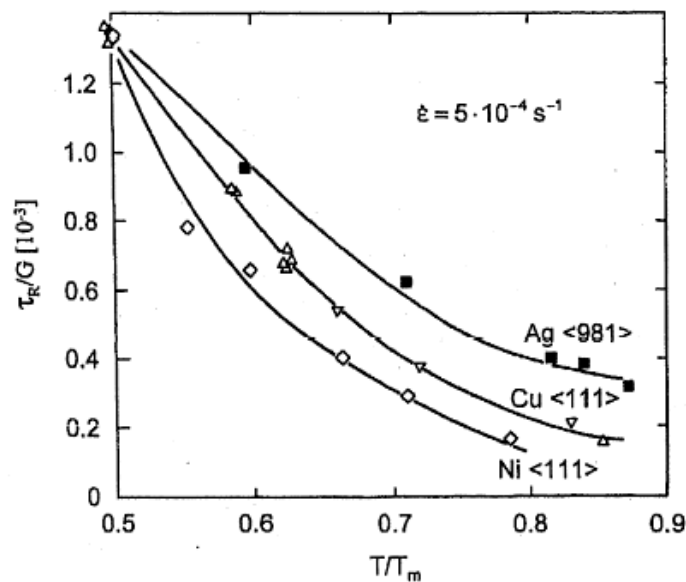


Fig. 5. 2 Dépendance de la contrainte critique de recristallisation dans des monocristaux Ag, Cu, et Ni, normalisées par le module de cisaillement (G), en fonction de la température homologue pour une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. (Notez que la contrainte critique de recristallisation augmente avec la décroissance de faute d'empilement (T_m étant la température de fusion.)) (Gottstein et al. 2003).

La deuxième différence principale entre RX et RXD est la taille des grains recristallisés. Principalement, pour un matériau spécifique, la RX statique dépend de la déformation antérieure imposée tandis que la RXD est liée à l'état de la contrainte d'écoulement. Contrairement, à la conception traditionnelle, qui considère un régime permanent de RXD, la taille de grain évolue durant l'accroissement de la RXD. Les expériences justifient que les premiers grains RXD ont déjà essentiellement la taille du régime permanent de la RXD (Ponge et Gottstein, 1998). Cela signifie que l'évolution de taille de grain issue de la RXD est fortement liée à la microstructure de déformation contrairement à la recristallisation conventionnelle où la taille de grain reflète la compétition entre la nucléation et la vitesse de grossissement des grains recristallisés.

La RXD est véritablement un phénomène dynamique et prévoir le comportement de la déformation avec RXD exige de tenir compte de l'évolution de la microstructure. Dans cette analyse nous nous intéressons le problème de déclenchement de la RXD. En termes technologiques ceci est englobé sous la notion « déformation critique ». Il y a eu plusieurs tentatives dans le passé de prévoir le moment où un matériau se recristallise dynamiquement.

Pour un monocristal, il a été démontré que la contrainte à imposer pour la RXD (contrainte de cisaillement critique τ_R) était très reproductible pour des états donnés de conditions de déformation mais changeait avec la vitesse de déformation, la température ou le matériau (Fig. 5.2.). Évidemment, τ_R a été extrapolé avec la contrainte d'écoulement τ_S , qui aurait été atteinte si la déformation avait progressé sans être arrêtée par RXD. Gottstein et al. (2003) ont observé que pour différents matériaux, τ_R/τ_S est environ constant sauf pour des températures très élevées. Tandis que le point de départ de la RXD dans les monocristaux peut être facilement détecté par une baisse soudaine de la contrainte d'écoulement (Fig. 5.1.), le comportement des polycristaux sous RXD semble être tout à fait différent, puisque les polycristaux, par définition, contiennent des joints de grain. En raison de la nucléation aux joints des grains, la RXD se produit à une contrainte nettement inférieure, jamais dans le régime d'équilibre même aux températures élevées et se traduit par une large crête sur la courbe d'écrouissage contrairement à la baisse soudaine de la contrainte d'écoulement dans les monocristaux (Fig. 5.3.). Par conséquent, la nucléation de la RXD est déjà en place longtemps avant que la contrainte maximale soit atteinte, il est alors difficile d'identifier le début de la RXD sur la courbe d'écrouissage d'un polycristal.

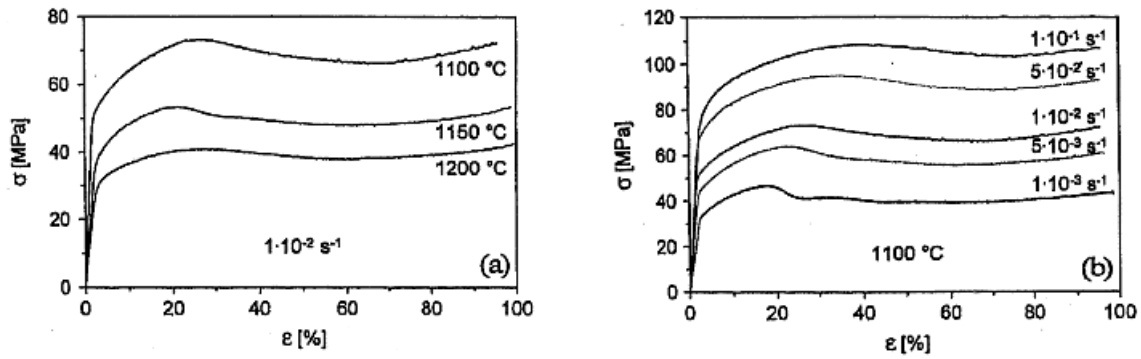


Fig. 5. 3 Courbes d'écrouissage de l'alliage 800H polycristallin, (a) à différentes températures, (b) à différentes vitesses de déformation (Toutes les courbes montrent un large maximum (Gottstein et al. (2003))).

En 1996, Poliak et Jonas ont proposé d'attribuer le point de départ de la RXD à une instabilité thermodynamique de la microstructure où l'énergie stockée atteint une valeur critique et le taux de dissipation d'énergie diminue à une valeur minimale. Ces conditions sont satisfaites pour un modèle d'écrouissage relativement simple ($\sigma = K\varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m$) par la formule :

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \left(-\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \right) = 0, \quad (5.1)$$

où $\theta = d\sigma/d\varepsilon$ est le taux d'écrouissage, σ la contrainte et ε la déformation. Les conditions critiques pour la RXD sont rencontrées là où la courbe $\theta(\sigma)$ présente un point d'inflexion. Ryan et McQueen (1990) ont proposé pour la première fois que le début de la RXD soit au point d'inflexion de la courbe $\theta(\sigma)$ mais n'ont pas proposé de raison physique à cette hypothèse.

Cependant, la considération thermodynamique donnée par Poliak et Jonas (1996) manque d'informations sur les mécanismes qui mènent à une instabilité de la microstructure. Ces informations ne peuvent être obtenues qu'à partir d'un modèle d'écrouissage qui considère l'évolution de la microstructure et peut associer les conditions critiques définies ci-dessus avec des mécanismes spécifiques de la microstructure (Gottstein et al. 2003).

L'évolution du changement de la texture cristallographique pendant la recristallisation peut mener au remplacement de la texture précédente de déformation par une autre, parfois avec des conséquences de changements des propriétés mécaniques dramatiques des matériaux

déformés. La formation de textures pendant la déformation à froid suivant un recuit a été bien étudiée pour une large gamme de modes de déformation et de matériaux. L'évolution de la texture sous l'effet de la recristallisation dynamique, n'a cependant pas été beaucoup étudiée. Dans des conditions dynamiques, la formation de nouveaux grains et l'écrouissage ont lieu simultanément, rendant le processus de la formation de texture plus complexe. Il est important d'étudier quelles combinaisons de mécanismes (par exemple des processus de glissement ou de recristallisation) provoquent l'évolution observée de la texture. Il y a eu quelques travaux sur le développement de textures dû à la RXD, par exemple la texture de cuivre en torsion à chaud (Jonas et Tóth, 1992, Tóth et Jonas, 1992), d'acier IF (Baczynski et Jonas, 1998), la texture de compression à chaud de alliage Al-5182 (Hughes et al., 1998), l'alliage γ -TiAl (Hartig et al., 1993) et Ni₃Al intermétallique (Ponge et Gottstein, 1998). La formation de texture durant la RXD n'est donc toujours pas complètement comprise. La nucléation de nouveaux grains a lieu habituellement dans des régions localisées avec de grands gradients de déformation et/ou de dislocations tels que le voisinage des joints de grain, les bandes de déformation, les grosses particules, etc.. (Haessner, 1978). Il a été impossible d'analyser systématiquement l'orientation ou la micro - texture locale dans ces micros régions à partir d'une mesure standard de texture, comme par exemple la diffraction de rayon X. Récemment, la nouvelle technique EBSD (Electron Back Scattering Diffraction) dans un microscope électronique de balayage (MEB) est fréquemment employée pour de telles investigations (à partir des années 1990 ; Dingley et al. 1992 ; Adams et al. 1993).

5.2.1. Nucléation de la recristallisation dynamique

La génération locale de sous-joints mobiles peut déstabiliser la microstructure. Il est très probable que pour les polycristaux, la vitesse de restauration aux joints de grains soit plus importante, constituant ainsi des chemins rapides de diffusion. On s'attend alors à ce que la conversion des joints des cellules en sous-joints se produise d'abord, en priorité, aux joints de grain à grands angles. Cette conversion mènera à un ajustement local des deux joints pour établir l'équilibre à leurs jonctions. Selon l'arrangement des sous-joints cet équilibre ne peut jamais être atteint. Ceci devient évident par une étude de la cinématique de l'arrangement d'un joints de grains / sous-joints de grains. L'évolution temporelle d'un tel arrangement est présentée sur la figure 5.4.

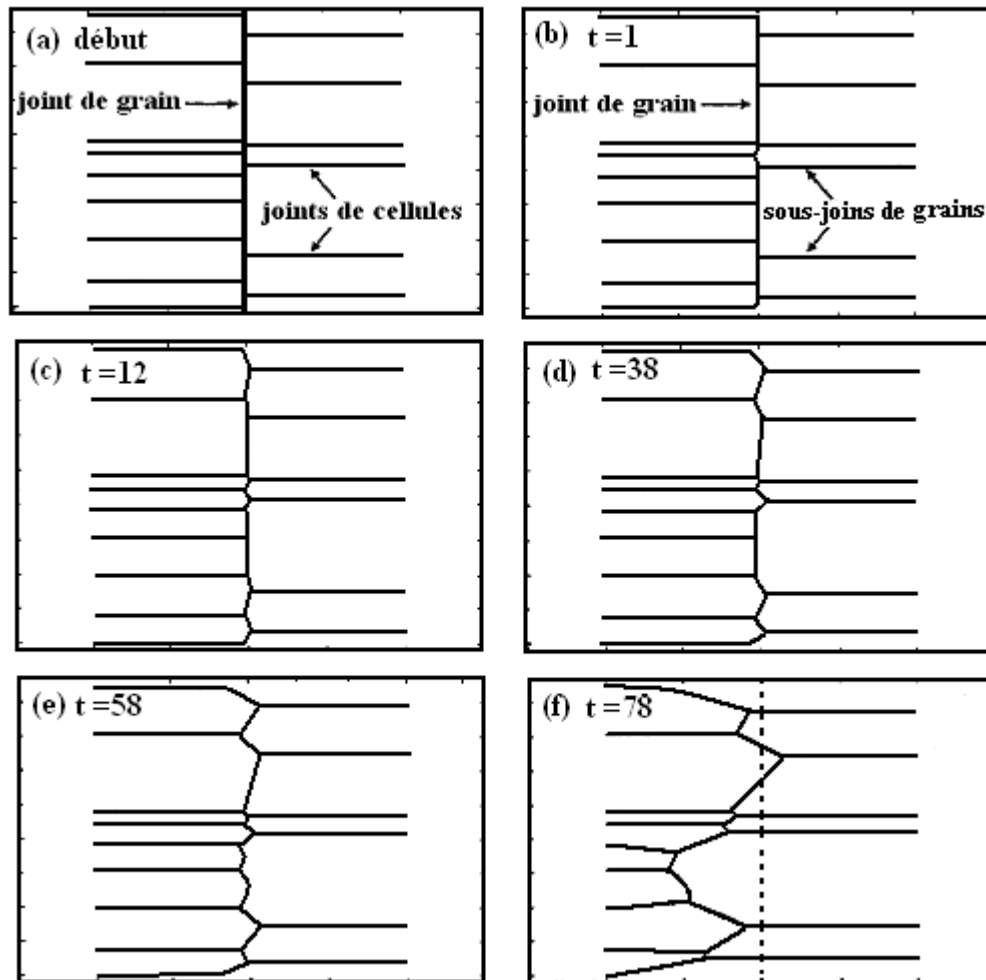


Fig. 5. 4 (a-f) Évolution temporelle d'un arrangement de cellule - ou de sous-joint de grains attachés à des joints de grains à grand angle. Les joints de cellules immobiles rejoignent les joints de grain aux grands angles qui ne sont pas en équilibre, ici supposé à 90° (a). Conversion des joints de cellules en sous-joints mobiles, l'arrangement des joints s'ajuste sous l'action de la tension surfacique de joint de grain et se développe (b-f). La ligne pointillée sur (f) marque la position initiale du grand angle de joint de grain. (b-f) Résultats d'une simulation avec un modèle vertex.

Miura et al. (1994) et Sakai et al. (1996, 2000) ont précisé que le cisaillement des joints de grain a lieu fréquemment durant une déformation à chaud, menant à l'évolution des joints dentelés et des gradients de déformation local non homogènes le long des joints (voir la fig. 5.5.). Une telle ondulation de joint devrait faciliter le gonflement de joints de grain. Ainsi le mécanisme de gonflement peut s'activer beaucoup plus facilement que pour des structures de grains déformées à froid.

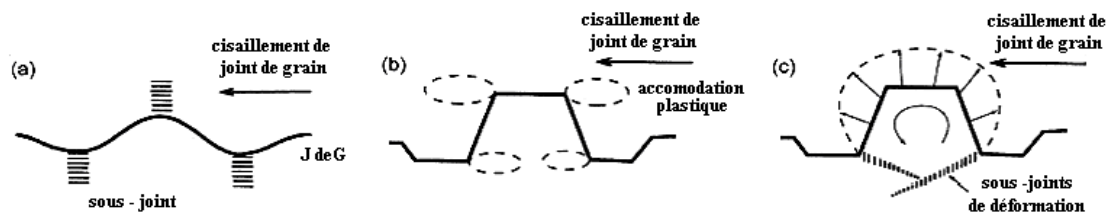


Fig. 5. 5 Modèle schématique modifié pour la nucléation d'un grain recrystallisé dynamiquement à un joint de grain : (a) Plissement de frontière accompagné par l'évolution des sous-joints ; (b) Partie de la frontière cisailant, menant au développement de contraintes locales non homogènes ; et (c) Gonflement hors d'une frontière de grain dentelée et de l'évolution des sous-joints de déformation dû au cisaillement du joint de grain et/ou à la rotation de grain, menant à la formation d'un nouveau grain recrystallisé dynamiquement.

Il peut être conclu que le mécanisme de gonflement peut avoir lieu dans une large gamme de condition de RXD, c'est-à-dire, déformation à chaud et très chaud.

Un autre point important est le rôle de la déformation induite par des sous-joints de dislocations assisté par RD, sur la nouvelle formation de grain. Les noyaux des nouveaux grains qui ont évolué par migration locale de joint de grain sont fréquemment séparés des grains parents par déformation induite aux sous-joints de dislocation à angles petits et moyens. Les désorientations de ces derniers sont augmentent, menant finalement à l'évolution des joints à grand angle.

Un aspect important à ce problème de nucléation est que les microstructures recrystallisées dynamiquement - monocristaux ou polycristaux - présentent une haute fréquence de macles de recuit. Gottstein et al. (2003) ont supposé que les jonctions des joints relatives aux joints mobiles créent des macles. Ces macles sont des joints de grains $\Sigma 3$ avec une grande mobilité et accélèrent la recrystallisation dynamique. Ceci accélérera la cinétique de RXD, produit de nouvelles orientations de grain et explique la haute fréquence des joints des macles observées dans la microstructure recrystallisée dynamiquement.

La taille de sous-grains et la taille de grain doivent être mesurer dans la microstructure déformée, (Jonas et McQueen (1975)) car elles sont toutes les deux liées à la contrainte d'écoulement.

L'évolution de la microstructure recrystallisée dynamiquement est particulièrement différente du développement de la microstructure de la recrystallisation statique après déformation à froid. La nucléation de la RXD dans les polycristaux s'opère principalement à

partir et prioritairement aux joints de grain et augmente dans le volume non recristallisé. Typiquement, le déclenchement de la RXD est précédé par la variation croissante de la forme du joint de grain. Ces noyaux sont principalement situés près du joint de grain et croissent à une vitesse donnée, créant ainsi le phénomène de structure en « collier » (*necklace structure*) (voir la figure 5.6.) étudié récemment en détail par Ponge et Gottstein (1998).

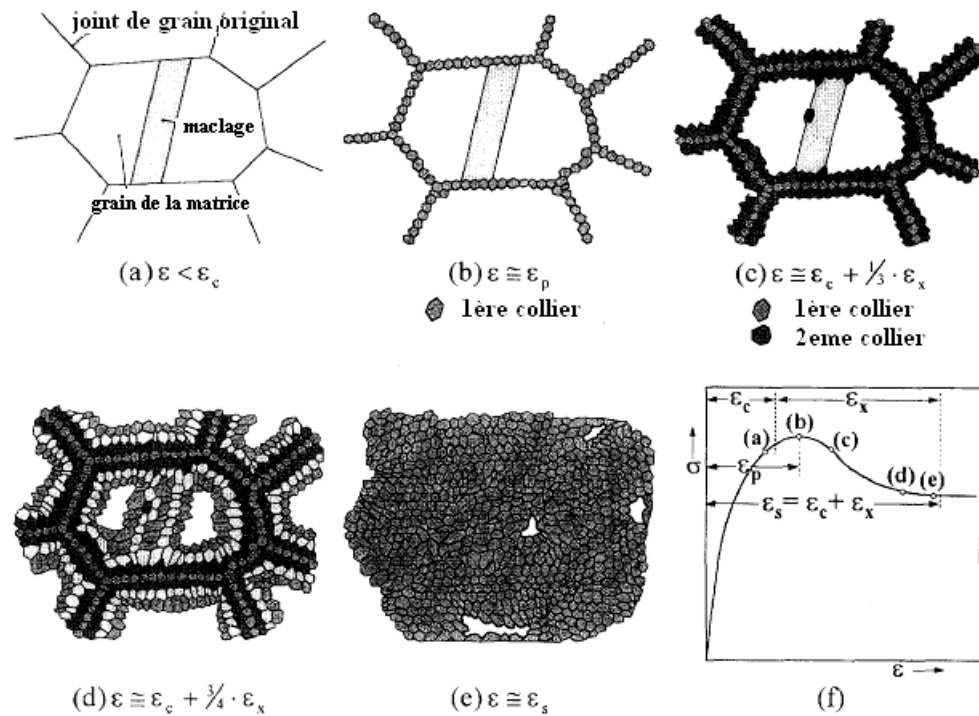


Fig. 5. 6 Représentation schématique de l'évolution de microstructure consécutive à la formation « collier » (Ponge et Gottstein, 1998)

5.2.2. Etat de déformation stable

On a supposé que le point d'inflexion de la courbe de $\theta(\sigma)$ indique l'instabilité de la microstructure en ce qui concerne la RXD. Cependant, c'est une condition nécessaire mais pas suffisante. Il y a des cas où l'état d'équilibre de la déformation est atteint sans RXD (exemple : Al et Fe). Dans ce cas l'évolution de la microstructure peut passer par le point critique sans initiation de la RXD. En outre, la RXD n'est pas susceptible de se produire aux températures homologues critiques inférieures bien que le matériau puisse atteindre un état d'équilibre après de très grandes déformations. Naturellement, une question appropriée est de savoir pourquoi au point critique certaines microstructures deviennent instables tandis que d'autres restent stables. Dans ce contexte il est important de se rendre compte que le critère

proposé par Poliak et Jonas est basé sur des raisons thermodynamique, c'est-à-dire, sur la moyenne statistique d'un grand système.

Cependant, ceci ne donne pas d'information sur la distribution des propriétés microstructurales. Par exemple, un système peut avoir une microstructure très hétérogène en ce qui concerne son niveau de restauration. Il est évident que les systèmes hétérogènes sont très conducteurs de la nucléation de RXD, alors que les sous structures homogènes résistent fortement aux changements discontinus d'état. En fait, les recristallisations statique ou dynamique peuvent être opérationnelles dans des microstructures inhomogènes, et la restauration régira la dissipation d'énergie des microstructures homogènes. Dans ce sens la théorie présentée fait l'hypothèse tacite que le système est hétérogène et subira une RXD à un point critique.

Finalement, on note qu'il y a également des considérations théoriques en relation avec la cinétique des joints en relation avec l'écrouissage imposé dû à la déformation. L'association du point critique avec la génération des joints mobiles exige, naturellement, une cinétique de joints suffisante pour compenser le stade IV d'écrouissage. Si les joints mobiles ne sont pas suffisamment rapides, ils peuvent tout simplement retarder le durcissement, par conséquent on ne peut pas distinguer la RXD du comportement d'écrouissage, et bien évidemment, l'interprétation des résultats reste une question difficile.

5.3. Recristallisation du cuivre en torsion

5.3.1. Comportement mécanique

Le cuivre (99.9%) a été testé à quatre températures différentes ; 20°C, 200°C , 250°C et 300°C, et ce pour trois vitesses de déformation différentes ; 0.01 s⁻¹, 0.1 s⁻¹ et 0.85 s⁻¹. Le couple en fonction de l'angle de torsion ainsi que la déformation axiale ont été mesurés durant l'essai en conditions d'extrémités libres. La figure 5.7 présente les résultats en contrainte - déformation extraite depuis les mesures expérimentales couple - angle de rotation en utilisant la formule de Nádai. La contrainte d'écoulement ainsi que la contrainte maximale atteinte diminuent avec l'augmentation de la température, tout comme la déformation à la rupture. Sur la figure 5.7-a, on peut voir que pour les courbes à 250°C et 300°C il y a une contrainte maximale, ces courbes sont fortement similaires à la courbe typique de RXD.

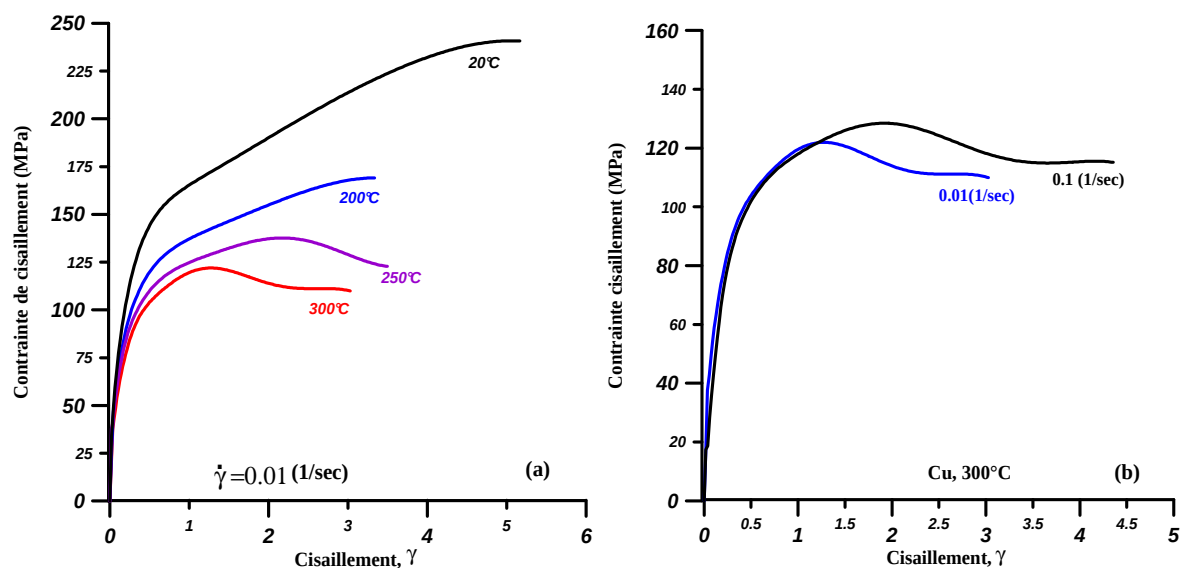


Fig. 5. 7 Contraintes - déformations du cuivre (99.9%) polycristallin, (a) à différentes températures à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} , (b) pour différentes vitesses de déformation à la température de 300°C .

Pour trouver le point de départ de la RXD, la méthode de Poliak et Jonas (1996) a été utilisée. Les courbes d'écrouissage du cuivre ont été approximées par un polynôme de degré 12, puis une dérivation de deuxième degré a été effectuée analytiquement. Les figures 5.8, 5.9 et 5.10 montrent, respectivement, les courbes du taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement, et la première et la seconde dérivation de taux d'écrouissage en fonction de la contrainte de cisaillement.

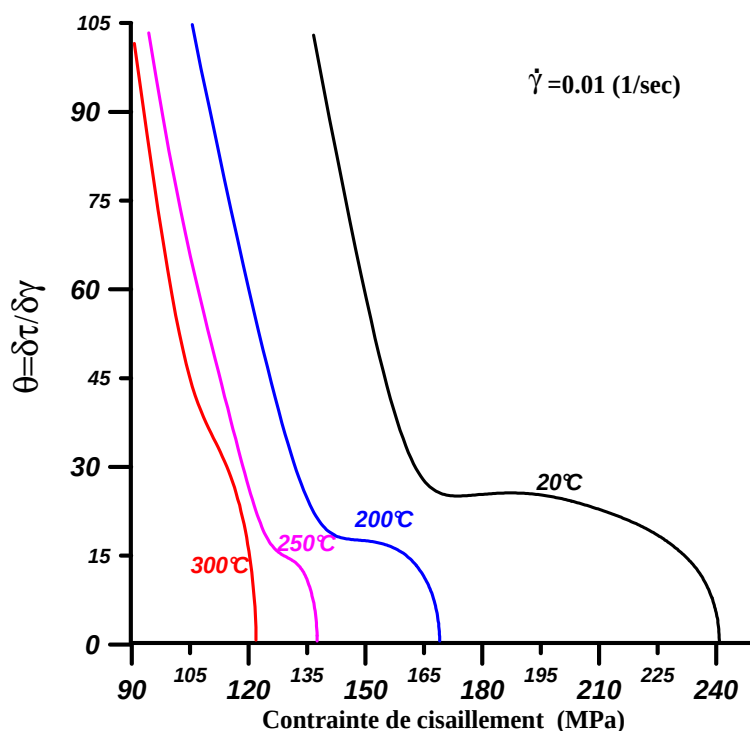


Fig. 5. 8. Courbes du taux d'écrouissage - Contrainte de cisaillement, pour le cuivre aux différentes températures et à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} .

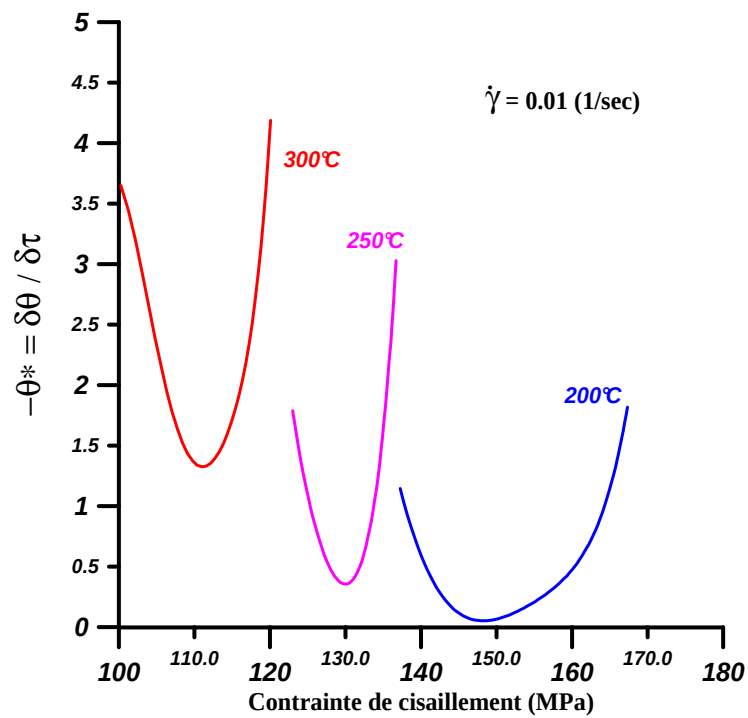


Fig. 5. 9. Première dérivée des courbes du taux d'écroissage – contrainte de cisaillement.

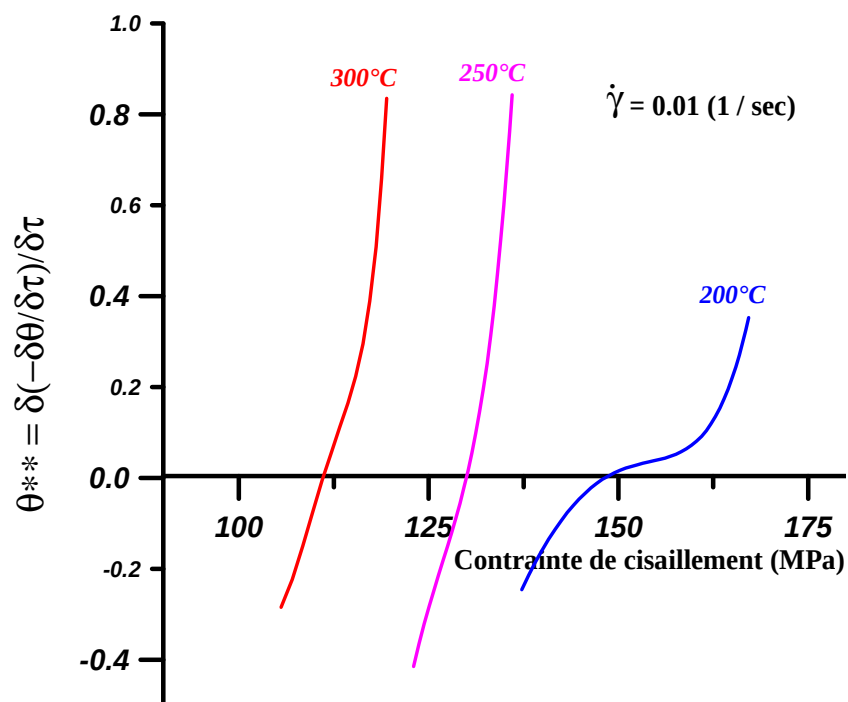


Fig. 5. 10 Seconde dérivée des courbes du taux d'écroissage – contrainte de cisaillement

Comme on peut le voir sur la figure 5.9, pour les trois températures 200°C, 250°C et 300°C, il existe un minimum représentant le point d'inflexion des courbes $\theta(\tau)$. En faisant une seconde dérivation, on obtient les contraintes critiques de RXD selon la formule 5.1.

Les courbes expérimentales de changement de longueur en fonction de déformation de cisaillement sont tracées sur la figure 5.11. Toutes montrent un allongement dès le début de l'essai. À chaque température, il y a un allongement proportionnel rapide au début; puis le taux diminue aux cisaillements d'environ 0.7 - 2, selon la température. Si l'on regarde la courbe déformation axiale en fonction du cisaillement du cuivre à 300°C et à $\dot{\gamma} = 0.01 \text{s}^{-1}$, celle-ci dévie à $\gamma \approx 0.7$, puis un deuxième stade presque linéaire est présent. Cette déviation peut être attribuée à l'occurrence de la RXD car l'effet de Swift est originaire de l'anisotropie qui est influencée par la RXD. En effet, à cette déformation, la contrainte de cisaillement est environ de 110 MPa (figure 5.7a) et sur la figure 5.10 la courbe à 300°C coupe l'axe de la contrainte de cisaillement à 111 MPa. Cet accord donne une validation à la théorie de Poliak et Jonas (1996).

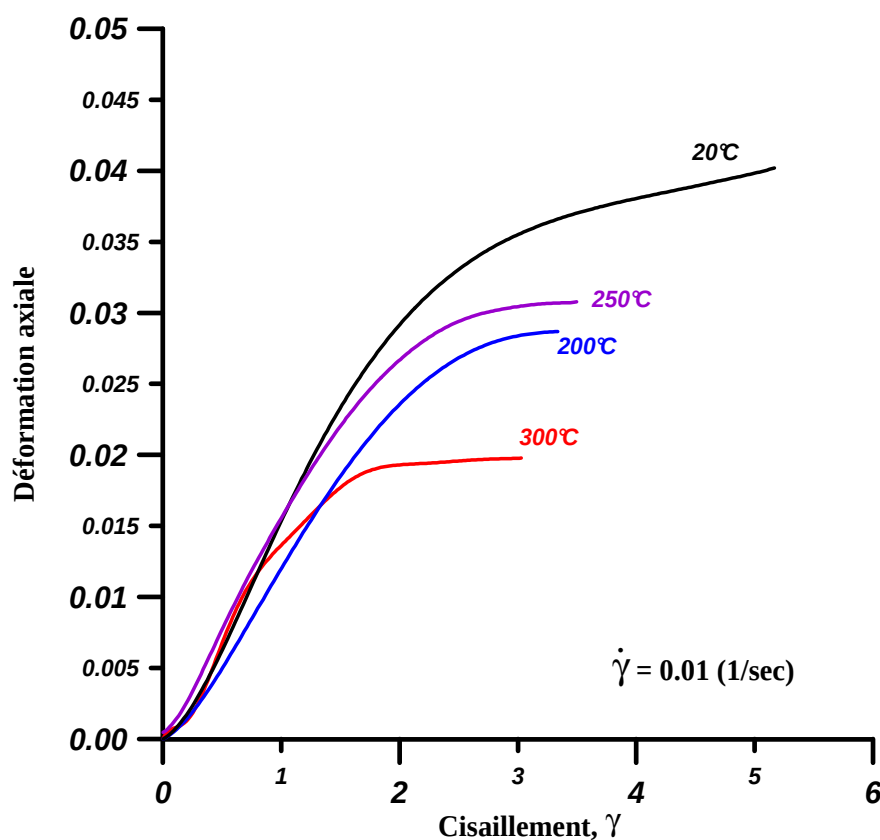


Fig. 5. 11 Courbes déformation axiale – cisaillement pour Cu 99.9% aux différentes températures est à la vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} .

5.3.2. Observations métallographiques

Pour vérifier l'apparition de la RXD, la meilleure technique est de regarder la microstructure par métallographie et suivre le changement de forme des grains. Pour cette étude, des échantillons de torsion ont été coupés selon deux formes différentes : coupe A et coupe B (figure 5.12). La coupe A est utile pour suivre la forme en fonction de la déformation (car le cisaillement est proportionnel à la position radiale) dans un seul échantillon, tandis que dans la coupe B l'orientation du grain peut être liée à la valeur de cisaillement.

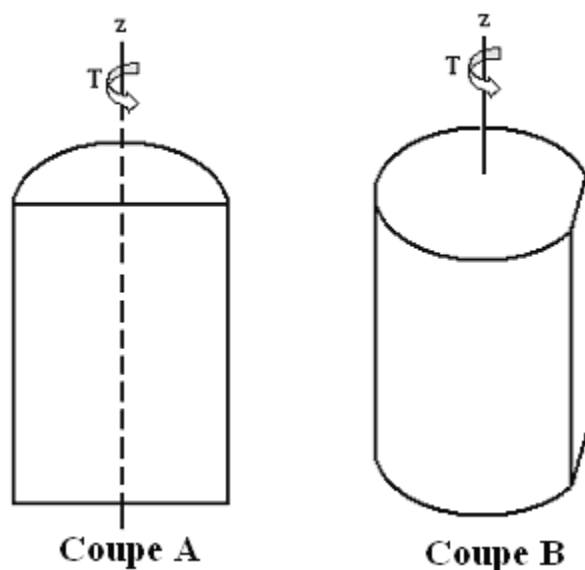


Fig. 5. 12 Schéma des échantillons pour la métallographie.

Sur la figure 5.13 on peut voir l'évolution de microstructures sur les photos métallographiques de la coupe A aux différents cisaillements, pour le cuivre 99.9%. Sur ces figures l'échantillon a été déformé à 300°C à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} .

On peut voir sur les photos métallographiques que la forme des grains devient visiblement aplaties à partir d'un cisaillement de 2.0 ; ils deviennent elliptiques avec leur grande axe parallèle à la direction radiale. Des petits grains apparaissent également à partir d'une déformation de $\gamma = 1$, ils deviennent très nombreux à $\gamma = 2$ et plus. On peut constater une diminution générale de la taille moyenne aux grandes déformations. Néanmoins, cette diminution peut être simplement qu'une apparence car il faut prendre en compte le

changement de forme *géométrique* des grains dû au cisaillement. Dans la section suivante un calcul est présenté pour suivre le changement de forme en fonction du cisaillement imposé. Les formules développées seront très utiles dans la suite pour pouvoir distinguer le changement de forme et la taille de grain dû à la déformation par rapport aux formes dues à l'apparition d'une RXD.

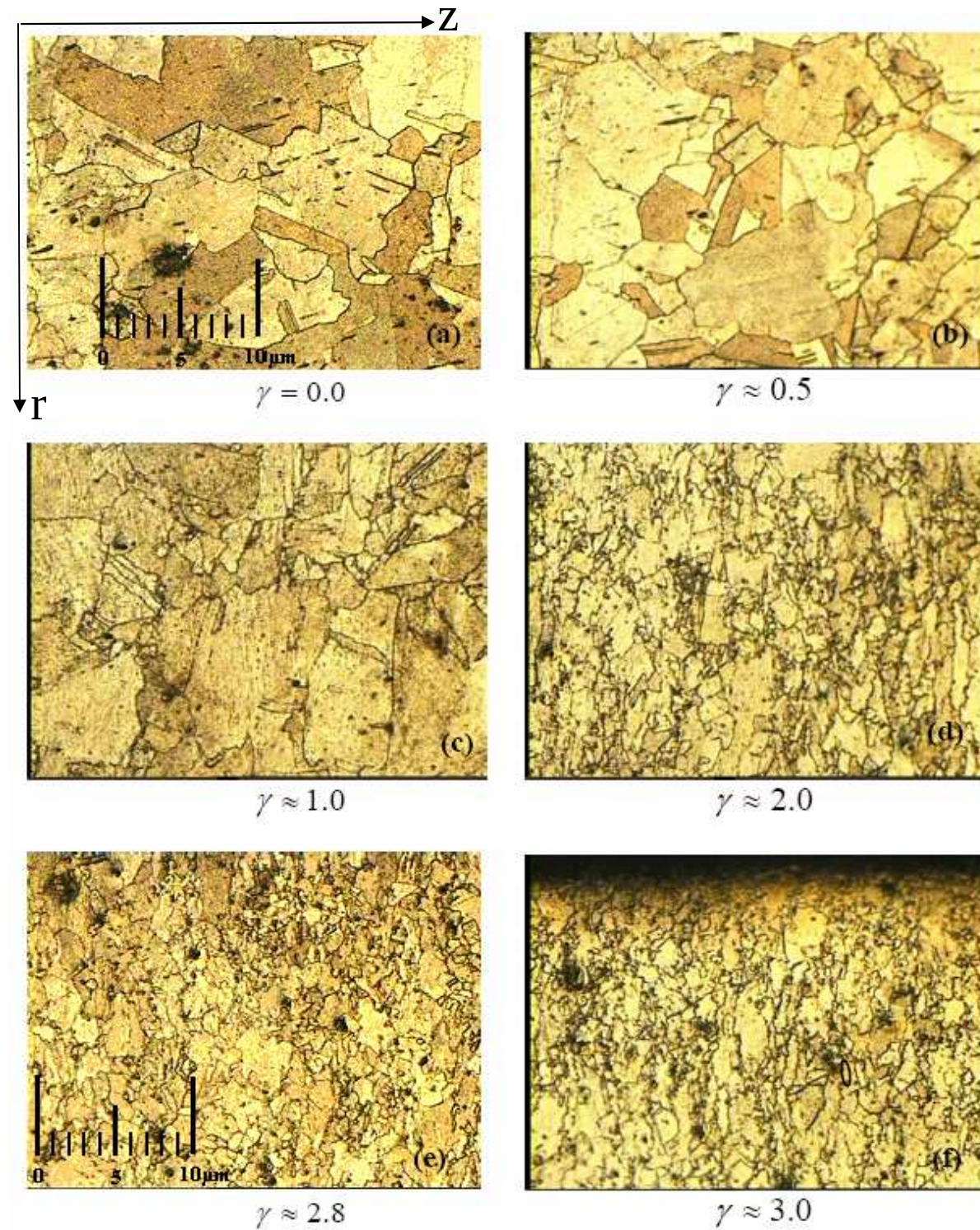


Fig. 5. 13 Evolution de la microstructure granulaire du cuivre 99.9% en torsion. Echantillon déformé à 300°C à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} , 200X (coupe A).

5.3.2.1. Calcul du changement de forme et de la taille de grain

On suppose ici que la forme idéale de chaque grain est une sphère de rayon c . Après torsion, les grains deviennent ellipsoïdaux d'axes a et b , voir Figure 5.14. Quand l'échantillon

est coupé sur un plan r-z (coupe A), on peut voir les ellipsoïdes coupés dans la direction z sur la Fig. 5.14, et la taille de grains dans la direction z est caractérisée par $2l$.

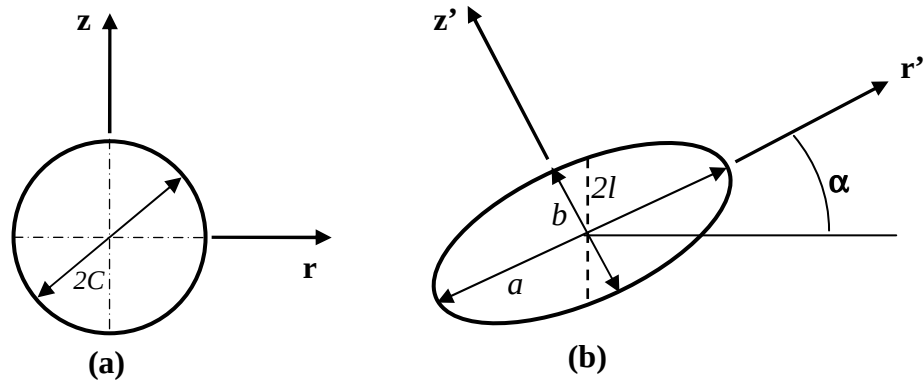


Fig. 5. 14 Schéma d'un grain : a) avant déformation, b) après déformation.

L'équation d'une ellipse dans le repère $r' - z'$ est donnée par :

$$\left(\frac{r'}{a}\right)^2 + \left(\frac{z'}{b}\right)^2 = 1 \quad (5.2)$$

Les coordonnées se transforment selon la transformation suivante entre les repères $x-y$ et $x'-y'$:

$$\begin{pmatrix} r \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r' \\ z' \end{pmatrix}$$

conduisant aux formules suivantes :

$$\begin{aligned} r \cos \alpha - z \sin \alpha &= r' \\ r \sin \alpha + z \cos \alpha &= z' \end{aligned}$$

En utilisant l'équation (5.2), on obtient l'équation de l'ellipse dans le repère r-z :

$$\left(\frac{r \cos \alpha - z \sin \alpha}{a}\right)^2 + \left(\frac{r \sin \alpha + z \cos \alpha}{b}\right)^2 = 1 .$$

La dimension l est obtenue à partir de cette équation à $r=0$:

$$l = \frac{b}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}} \quad (5.3)$$

La mesure suivante est le rapport des axes d'une ellipse visible sur la coupe r-z :

$$\frac{l}{c} = \frac{b}{c \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}} . \quad (5.4)$$

On peut utiliser une formule venant de l'incompressibilité des grains en plasticité :

$$abc \frac{4\pi}{3} = c^3 \frac{4\pi}{3} \Rightarrow c = \sqrt{ab} .$$

L'équation (5.4) devient :

$$\frac{c}{l} = \sqrt{\frac{b}{a} \sin^2 \alpha + \frac{a}{b} \cos^2 \alpha} \quad (5.5)$$

En cisaillement simple la relation entre α et γ est donnée par (Canova 1984) :

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = 2 / \gamma \quad (5.6)$$

Il existe également une relation entre γ et $\frac{a}{b}$:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2} \left(\gamma^2 + 2 + \gamma \sqrt{\gamma^2 + 4} \right) . \quad (5.7)$$

Le tableau 5.1 montre les valeurs obtenues pour les quantités $\frac{a}{b}$, α et $\frac{c}{l}$ en fonction du cisaillement à partir des équations développées ci-dessus. Elles sont mesurables par métallographie.

La figure 5.15 montre des images métallographiques prises sur les échantillons de type B déformés en torsion à 200°C et 300°C pour différents cisaillements à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} . Sur cette figure, la direction théorique de α est représentée en pointillés tandis que la direction réelle du grand axe des grains est en lignes continues.

Tableau 5. 1 Valeurs théoriques de a/b , α et c/l pour différents cisaillements

Déformation cisaillement, (γ)	a/b	α (degré)	c/l
0.0	1.00	45.00	1.00
0.3	1.35	40.73	1.04
0.6	1.80	36.65	1.16
0.9	2.39	32.88	1.30
1.2	3.12	29.50	1.56
1.5	4.00	26.57	1.80
1.80	5.04	24.00	2.05
2.0	5.83	22.50	2.24
2.1	6.25	21.80	2.32
2.4	7.62	19.90	2.60
2.7	8.86	18.26	2.82
2.8	9.74	17.76	2.97
3.0	10.9	16.85	3.16

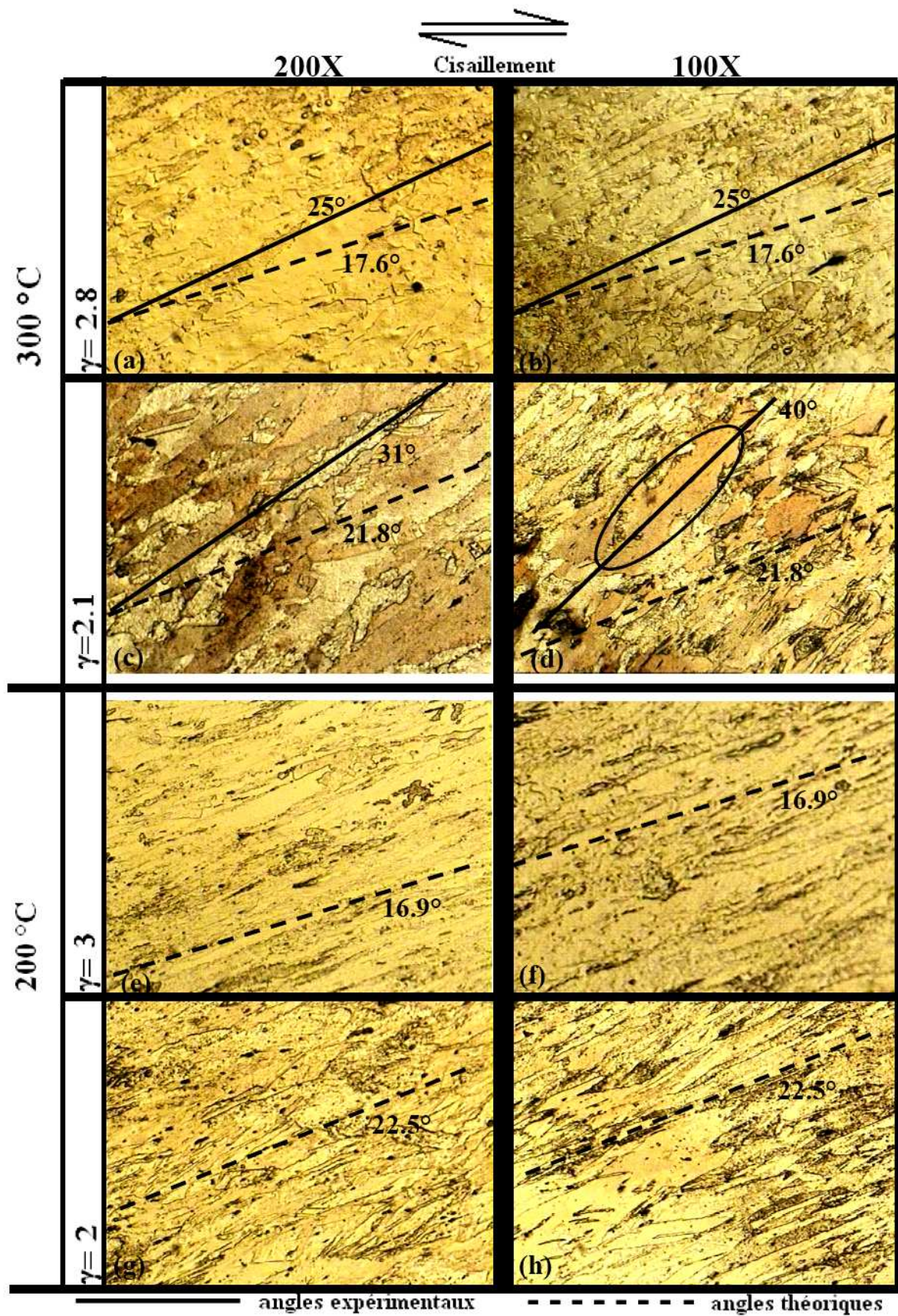


Fig. 5. 15 Evolution de la microstructure du cuivre 99.9% en torsion. Echantillons déformés à 300°C et 200°C, pour différents cisaillements et à une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} (Coupe B).

On peut constater sur la Fig. 5.15 que la rotation moyenne des grands axes des grains diffère peu de la valeur théorique pour l'échantillon déformé à 200°C, par contre elles sont toujours plus grandes pour 300°C. On a trouvé des endroits où l'écart était de 18°. Un angle de 40°, par exemple, correspond seulement à un cisaillement de 0.3, alors que l'échantillon est cisailé par $\gamma = 2.1$. Ces écarts sont originaires de la RXD. Les études qui suivent par EBSD vont confirmer ces observations métallographiques.

5.4. Etude EBSD

5.4.1. Conditions expérimentales

Dans le but d'observer le gradient de texture dans la direction radiale, les textures ont été déterminées par Electron Back Scattering Diffraction (EBSD). De grandes surfaces ont été mesurées mais de formes très minces en direction radiale et très allongées dans la direction axiale. Ces dimensions, dans une certaine mesure nous avons évité le gradient de texture dans la direction radiale. En même temps, la statistique a été augmentée en allongeant la surface dans la direction z. En effet, le problème majeur des mesures EBSD est l'aspect statistique. Pour avoir une bonne idée sur la texture, il faut mesurer l'orientation d'un grand nombre de grains. Un faible nombre d'orientations peut conduire à des textures qui ne présentent pas les symétries du test. En torsion, la symétrie est une rotation de 180° autour de l'axe radial de l'échantillon. Etant donné que cette symétrie est forcément présent quand le nombre de grains est grand, nous avons appliqué cette symétrie sur la texture. Cette opération est équivalente à un dédoublement du nombre de grains.

La figure 5.16 montre le schéma d'un demi échantillon et les lieux des mesures de textures. Chaque surface était de $200\mu m \times 2000\mu m$ pour chaque mesure de texture. La première texture était au milieu de l'échantillon où le cisaillement est nul, puis les autres textures ont été mesurées tout les 600 μm jusqu'au bord de l'échantillon. La distance de résolution de la mesure de chaque orientation a été fixée en 2 μm . Le nombre d'orientation mesurée était alors de 100.000 pour chaque carte.

L'EBSD donne plusieurs informations en même temps. Nous avons exploité la texture cristallographique, la carte des orientations, les désorientations, la forme et le nombre de grains.

Les mesures EBSD ont été effectuées sur les échantillons testés à 200°C, 250°C et 300°C. Dans la suite nous allons présenter et analyser les textures, puis les cartes des orientations.

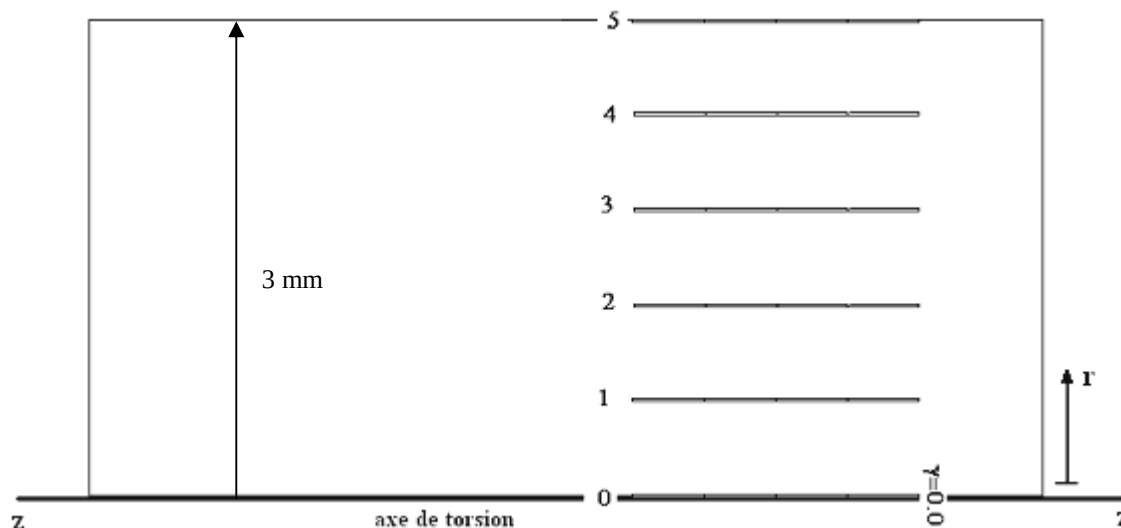


Fig. 5. 16 Positions géométriques des bandes de mesure dans l'échantillon en coupe A.

Lors des mesures, l'appareil EBSD a prélevé 100.000 points de mesure dans un mode automatique, mais l'orientation n'est pas déterminée en chaque point. Le nombre de point relatif (en pourcentage) représente la qualité de mesure. Une raison possible à la non indexation d'un point est la déformation locale du cristal. Plus l'échantillon est déformé, moins la qualité d'indexation sera bonne. Néanmoins, pour l'étude de la texture cristallographique, même une indexation de 40% est suffisante si le nombre de point est suffisamment élevé. Pour d'autres informations comme, désorientation de grains voisines, une bonne indexation est indispensable.

Le logiciel utilisé avec l'EBSD est capable d'identifier les joints de grains pour les grains plus grands que la dimension de résolution (2 μm). Dans un tel cas, il existe plusieurs mesures à l'intérieur du même grain. Un grain est identifié par des orientations géométriquement adjacentes ne différant pas plus que 5° de désorientation, et sa taille est représentée par la somme des surfaces des mesures individuelles. L'orientation du grain est la moyenne des orientations individuelles.

5.4.2. Textures mesurées par EBSD

La technique EBSD permet de mesurer l'orientation des grains ainsi que leurs fractions surfaciques. Une liste des orientations est obtenue à partir de laquelle il est possible d'obtenir les figures de pôles et les ODF par les techniques standard. Dans la suite, nous allons présenter les deux. En effet, les figures de pôles sont des représentations usuelles des textures, elles sont plus connues que les ODF. Leur avantage est que l'on peut voir la texture entière sur une seule projection. Dans la présentation de texture par ODF, on est obligé de faire une représentation par sections de l'espace d'Euler. L'avantage de ces derniers est l'identification sans ambiguïté des composantes idéales de la texture, tandis que dans une figure de pôles, il y'a des recouvrements. Dans le but de faciliter la compréhension des textures, nous allons d'abord présenter les textures sur figures des pôles, puis dans des ODF.

5.4.2.1. Représentation des textures du cuivre sur figures de pôles

Les figures 5.17 à 5.19 montrent respectivement les textures obtenues par la technique EBSD pour les échantillons déformés en torsion à 200°C, 250°C et à 300°C, respectivement, pour une vitesse de déformation de 0.01 s^{-1} . Nous avons choisi la projection $\{111\}$ sur le plan $\theta - z$, car cette représentation est la plus utilisée pour les textures de torsion des matériaux c.f.c. Une figure des orientations idéales (la Fig. 2.8-c) est également présentée pour chaque mesure pour une identification simple des composantes de la texture. Les textures sont présentées en fonction de la déformation locale de cisaillement.

Sur les figures 5.17 à 5.19, les textures mesurées à $\gamma = 0$ représentent la texture initiale (en négligeant la déformation axiale, qui était inférieure à 3%). La taille de grains étant grande à cette déformation (voir aussi dans la figure métallographique 5.13), ces textures ne sont pas identiques mais ressemblent - comme attendu - à une texture d'extrusion avec une fibre préférentielle $\langle 111 \rangle \parallel z$. On peut constater également qu'il faut un cisaillement d'environ 1.2 pour que la texture de torsion se développe. Pour la mesure à 200°C, les fibres A et B de la texture de déformation sont bien définies tandis qu'aux températures plus élevées, les textures sont moins développées. Ces observations suggèrent que la RXD est présente seulement à partir de 250°C.

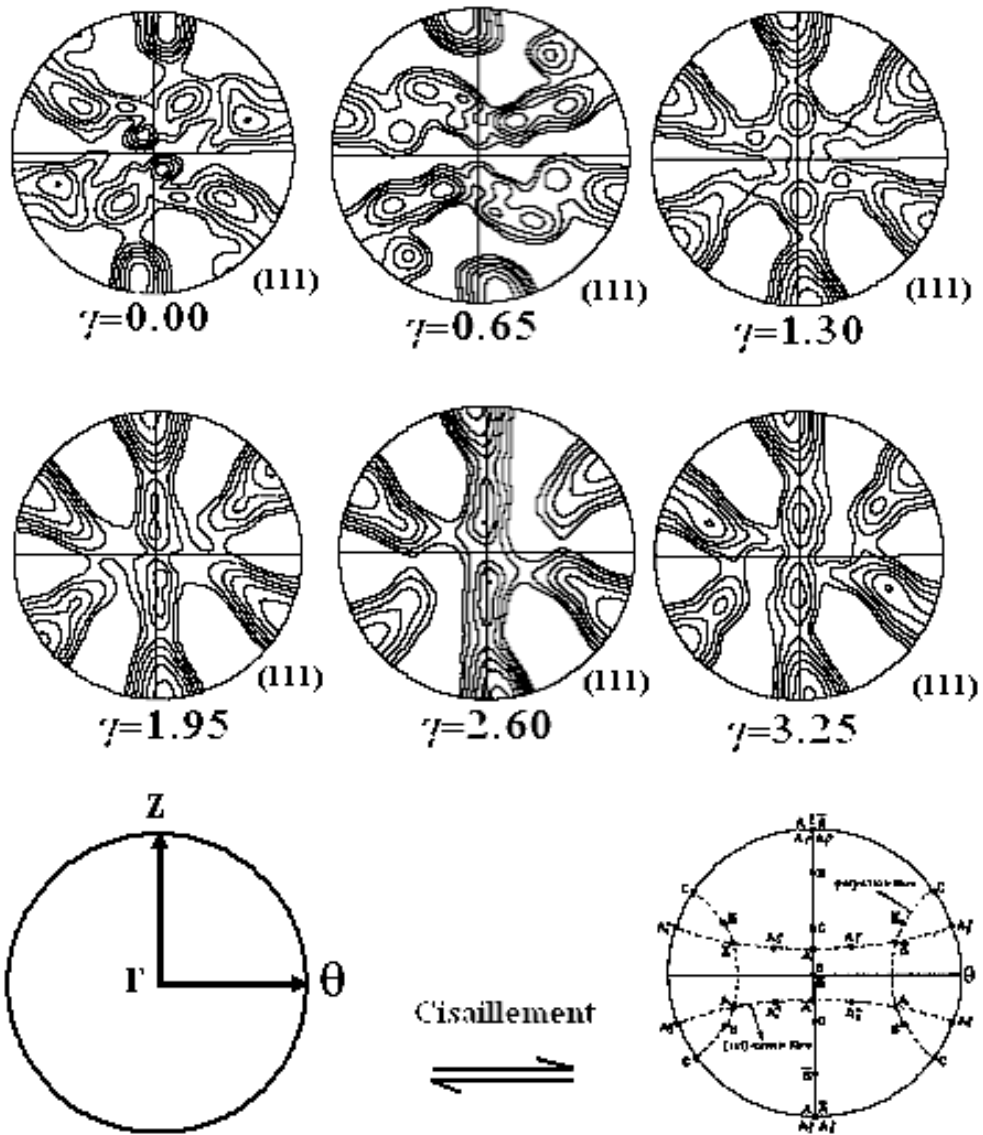


Fig. 5. 17 Figures de pôle expérimentales (111) du cuivre à 200°C en fonction de la déformation. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

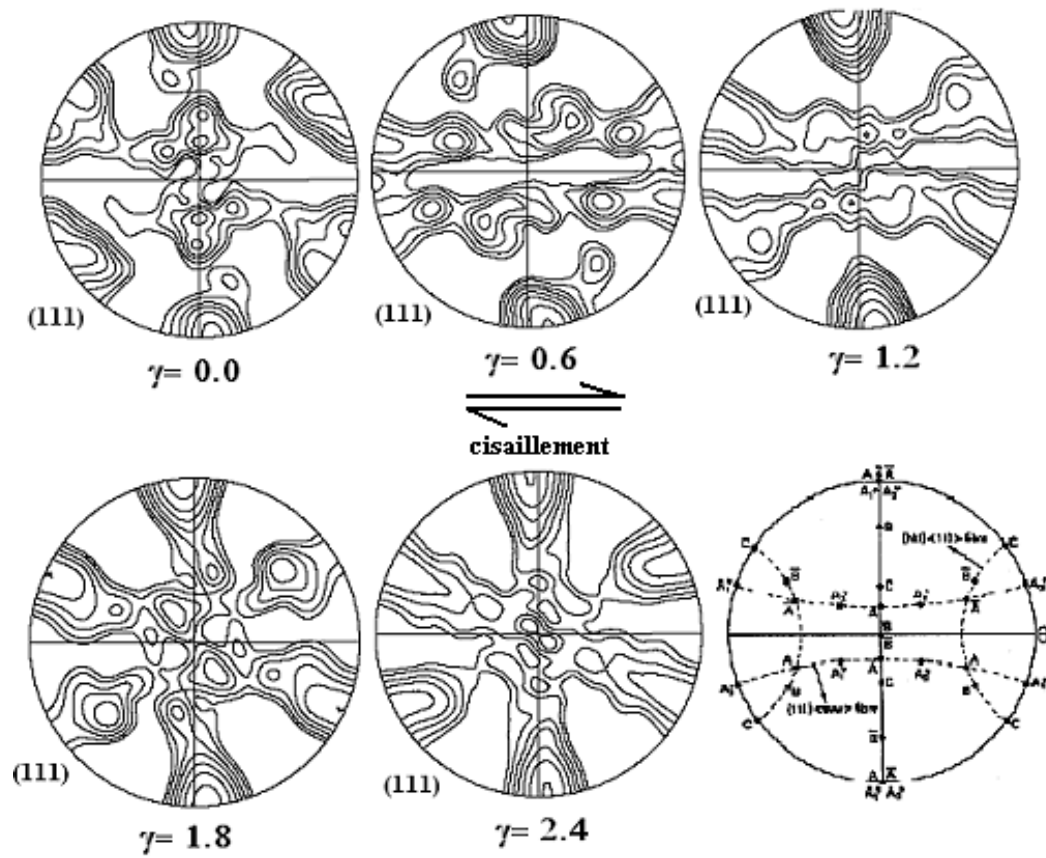


Fig. 5. 18. Figures de pôle expérimentales (111) de cuivre à 250°C en fonction de la déformation. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

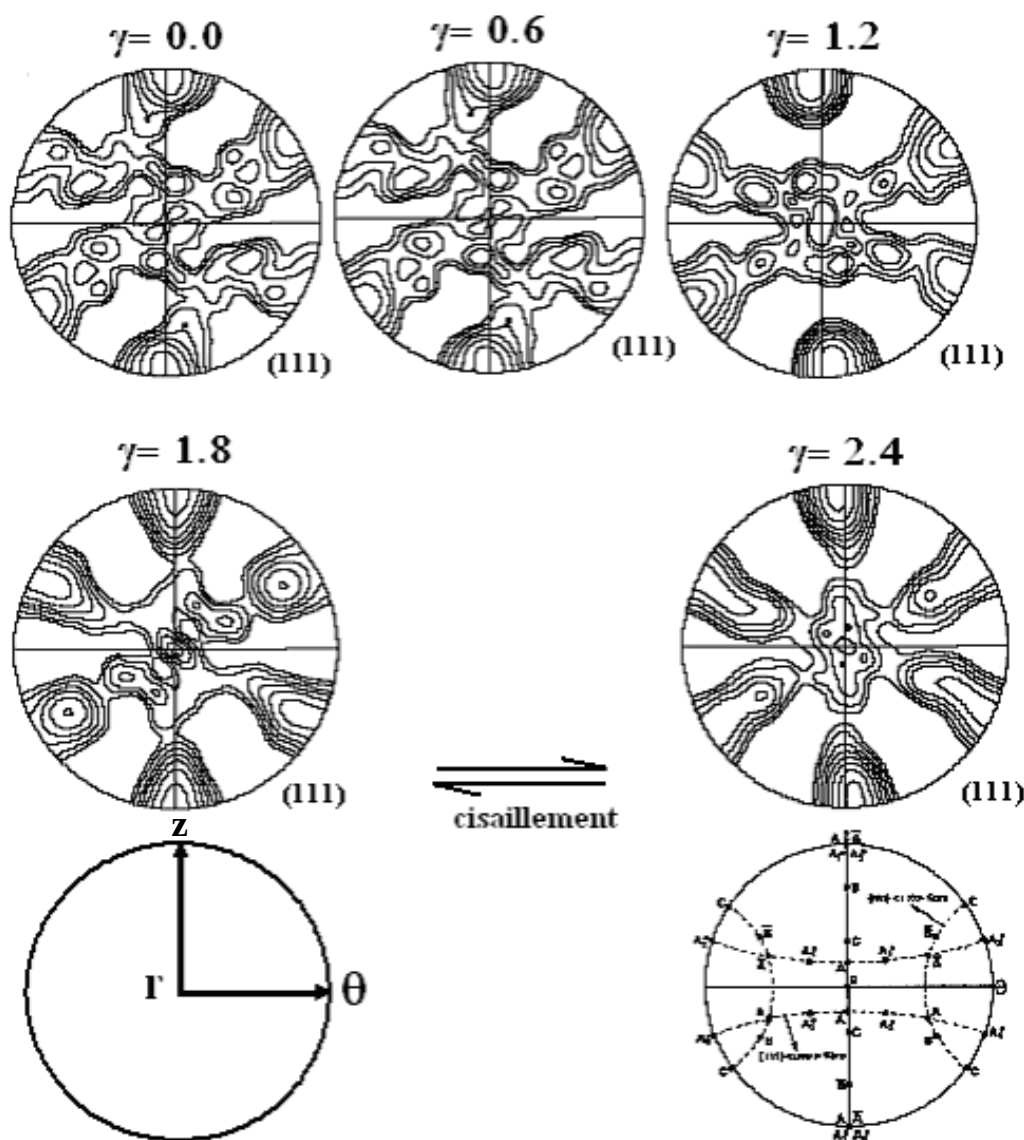


Fig. 5. 19. Figures de pôle expérimentales (111) de cuivre à 300°C en fonction de la déformation. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

Il est également intéressant de comparer les textures mesurées par EBSD avec les textures mesurées à température ambiante où la RXD n'intervient pas, voir figure 5.20. Pour cette comparaison, on utilise des textures mesurées par Toth et al. (1992) par rayons X, sur la même qualité de cuivre. Deux textures sont disponibles ; à $\gamma = 2$ et $\gamma = 5.5$. Les textures finales mesurées par EBSD sont à des déformations comparables. On constate bien que des déviations importantes apparaissent pour les mesures à 250° et 300°C mais pas pour la texture à 200°C.

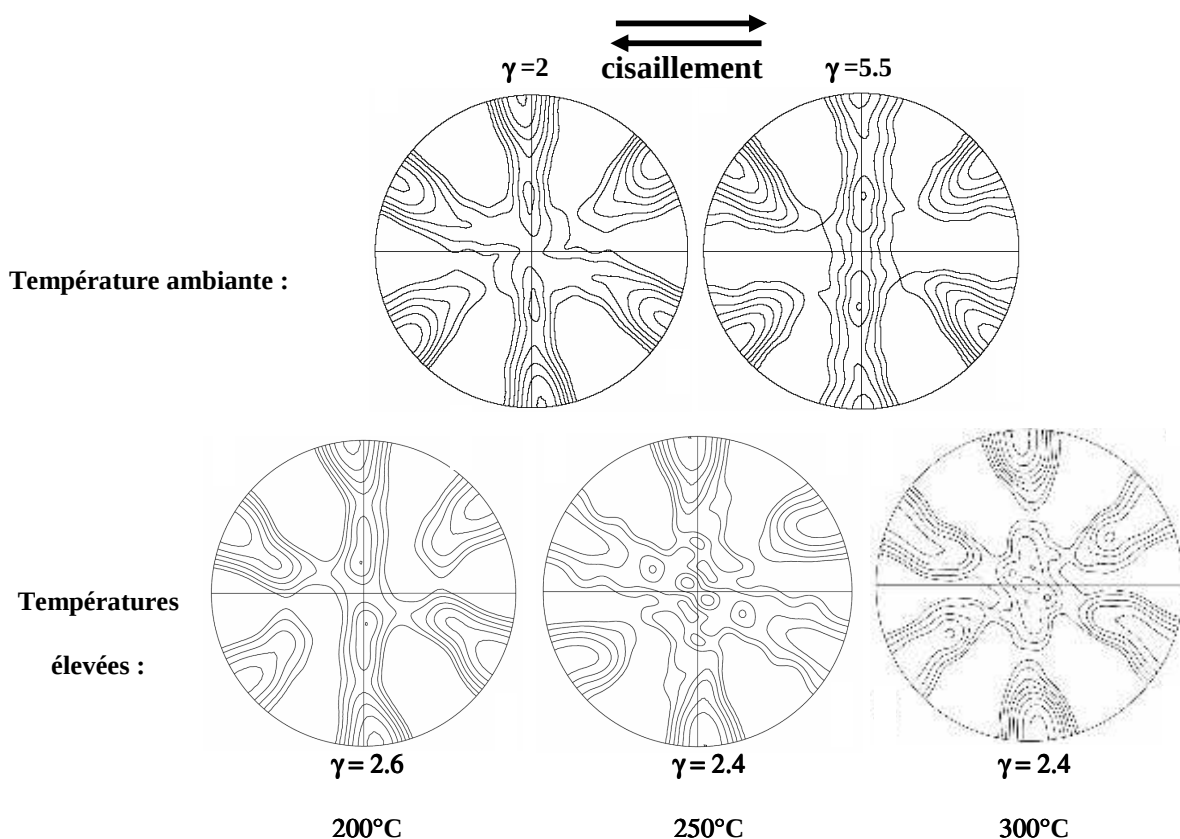


Fig. 5. 20 Comparaison des textures mesurées à température élevées avec les textures prélevées à température ambiante. Isovaleurs pour b,c et d: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

5.4.2.2. Représentation des textures du cuivre sur des ODF

Pour des renseignements plus précis, nous présentons les textures également sur ODF. Quatre sections sont tracées pour chaque texture pour les valeurs constantes de $\Phi_2 = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ et 45° . Ces sections sont suffisantes pour une identification claire de toutes des composantes idéales et les deux fibres. Pour une discussion aisée, les positions idéales sont ajoutées sur une figure supplémentaire pour chaque échantillon.

Une analyse approfondie des ODF présentées sur les figures 5.21 à 5.23 révèle de nouveau que la texture à 200°C est une texture de déformation sans RXD significative. Par contre, les textures à 250°C et 300°C sont différentes, elles présentent une fibre B beaucoup moins forte que la texture à 200°C. Notamment la composante C, faisant partie de la fibre B, qui perd beaucoup d'intensité. Il a déjà été proposé par Jonas et Toth (1992) que la RXD dépend de facteur de Taylor qui exprime le taux de dissipation de l'énergie mécanique. Le Tableau 2.5 montre les facteurs de Taylor pour les deux fibres et séparément pour la

composante C. Cette dernière présente un facteur de Taylor maximum parmi les orientations idéales (1.732). Elle est donc la première à s'affaiblir sous l'effet d'une RXD sur la fibre B. Les ODF présentées pour les mesures à 250°C et 300°C sont en parfait accord avec cette hypothèse.

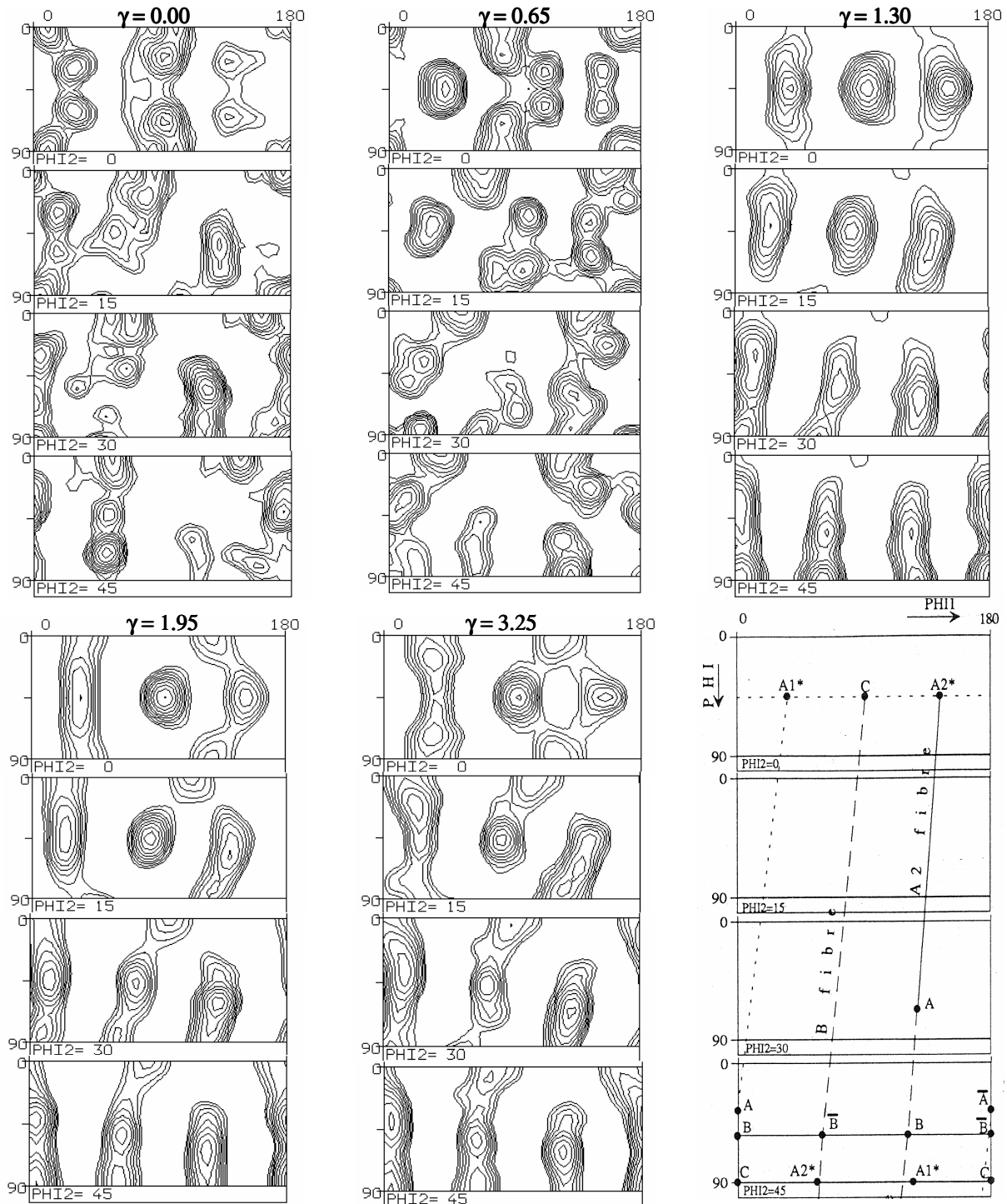


Fig. 5. 21 Sections d'ODF $\phi_2 = \text{const.}$ obtenues pour la texture à 200°C. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

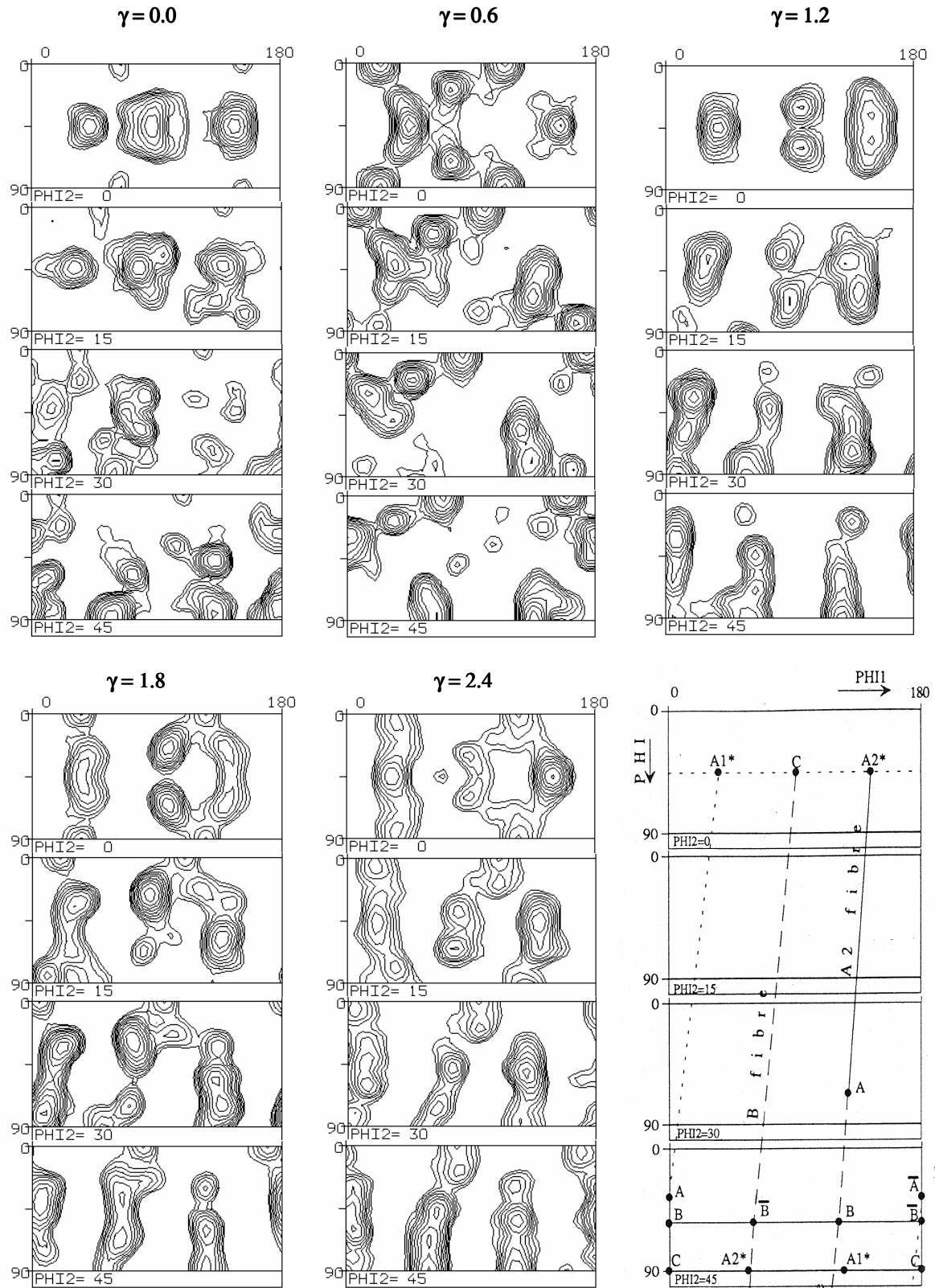


Fig. 5. 22 Sections d'ODF $\phi_2 = \text{const.}$ obtenues pour la texture à 250°C. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

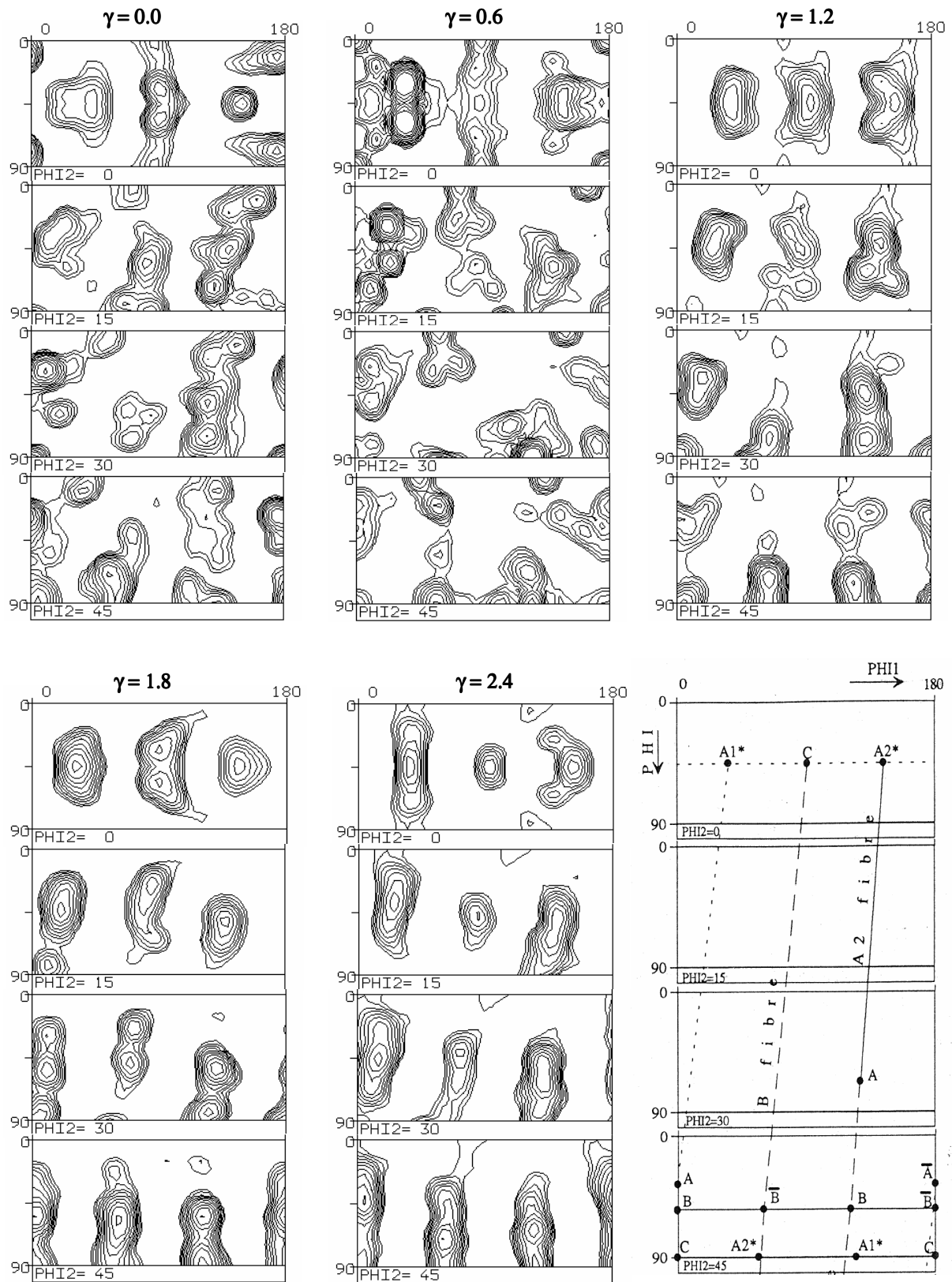


Fig. 5. 23. Sections d'ODF $\phi_2 = \text{const.}$ obtenues pour la texture à 300°C. Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

Une autre composante de la RXD – identifiée par Tóth et al. (1992) – est la composante cube tournée. Elle est également présente dans les ODF (elle est beaucoup plus difficile à distinguer sur les figures de pôles). Pour une analyse de cette composante, nous présentons les ODF à déformation maximale sur la figure 5.24. Dans un but de comparaison, la texture mesurée par Tóth et al. (1992) à 300°C par rayon X est également présentée.

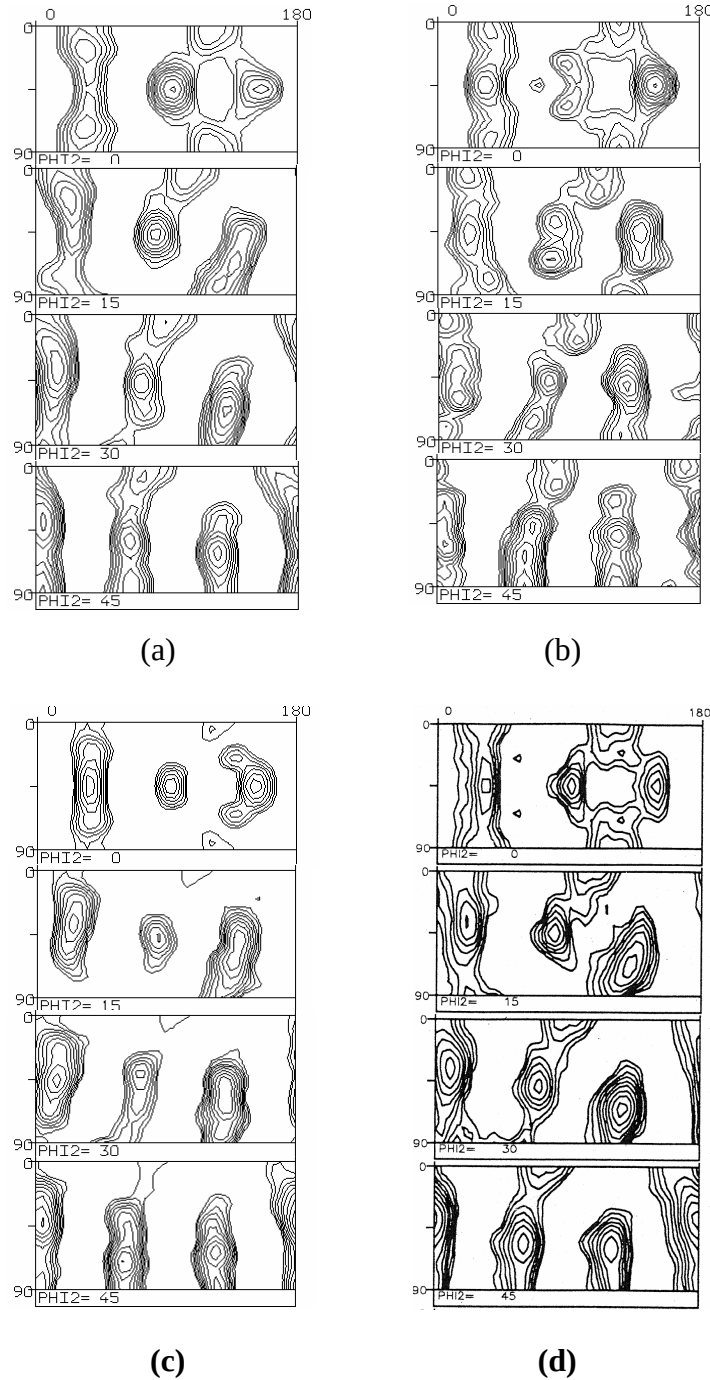


Fig. 5. 24 Sections d'ODF, a) à 200°C et $\gamma = 3.25$, b) à 250°C et $\gamma = 2.4$ c) à 300°C et $\gamma = 2.4$, d) à 300°C et $\gamma = 4$ mesurés par XRD (Tóth et al. 1992). Isovaleurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4.

La composante cube tournée est présente dans toutes les textures présentées sur la figure 5.24, avec une intensité variable. Elle est relativement forte même à 200°C où nous avons proposé qu'une RXD n'intervenait pas. Par conséquent, nous devons donner des explications. Son origine peut être ; i. la texture initiale, ii. une RXD sélective.

Hypothèse i : La texture initiale contenait déjà la composante cube (voir les ODF à $\gamma = 0$). La composante cube est complètement instable en cisaillement, même quand elle est tournée autour de l'axe r (Toth et Jonas, 1989). Durant la déformation, la composante cube tourne à la vitesse de rotation rigide. Pendant cette rotation, sa position angulaire ϕ_1 diminue. Un cisaillement de 3.25 produit une rotation de 93° selon ϕ_1 . Par conséquent, le cisaillement 3.25 devrait ramener la composante cube dans sa position initiale dans la texture à 200°C. Ce calcul n'est pas en accord avec l'observation, donc l'hypothèse i est rejetée.

Hypothèse ii : dans cette hypothèse, on propose qu'une RXD se met en place par le mécanisme de nucléation sélective qui concerne seulement des orientations avec un facteur de Taylor faible. Dans ce mécanisme, proposé par Toth et Jonas (1992), les joints de grains se déplacent et consomment les grains voisins ayant un facteur de Taylor plus élevés. En effet, initialement la composante cube est dans une position de dissipation d'énergie très élevée (le facteur de Taylor est de 2.5). Lors de sa rotation, il arrive dans une position où son facteur de Taylor chute à 1.27. Une telle chute de l'énergie peut produire une instabilité énergétique conduisant ainsi à un déplacement des joints de grain et augmente la fraction volumique du cube tourné. Cette position de facteur de Taylor minimum se trouve à un angle $\phi_1 = 35^\circ$, exactement à la position observée expérimentalement dans les ODF. Cette hypothèse peut donc être retenue.

5.4.3. Cartes des orientations

Des cartographies de la surface mesurée peuvent être produites par le logiciel EBSD, présentées sur les figures 5.25, 5.26 et 5.28 pour des mesures respectivement à 200°C, 250°C et 300°C. Sur ces figures on peut voir des joints de grains définis par une désorientation de 5° . Les couleurs sont codées selon l'orientation de l'axe z par rapport à l'axe du cristal, voir le code sur la figure 5.27. On peut constater l'apparition de sous-grains à partir d'une déformation de $\gamma = 1.2$. La forme d'un grain change sous la torsion ; les grains deviennent elliptiques. Un morcellement des grains est également bien visible. La taille moyenne diminue

avec la déformation. Une différence majeure entre les structures granulaires à 200°C et les autres est qu'aux grandes déformations les joints de grains sont beaucoup mieux définis que dans les structures à 250°C et 300°C. En effet, l'indexation est en dessous de 50% pour les grandes déformations à 200°C à cause de la déformation plastique accumulée. Par contre, dans des structures aux températures de 250°C et 300°C, la taille de grains est plus importante. Ces différences justifient l'hypothèse qu'une RXD générale se produit seulement à partir de 250°C.

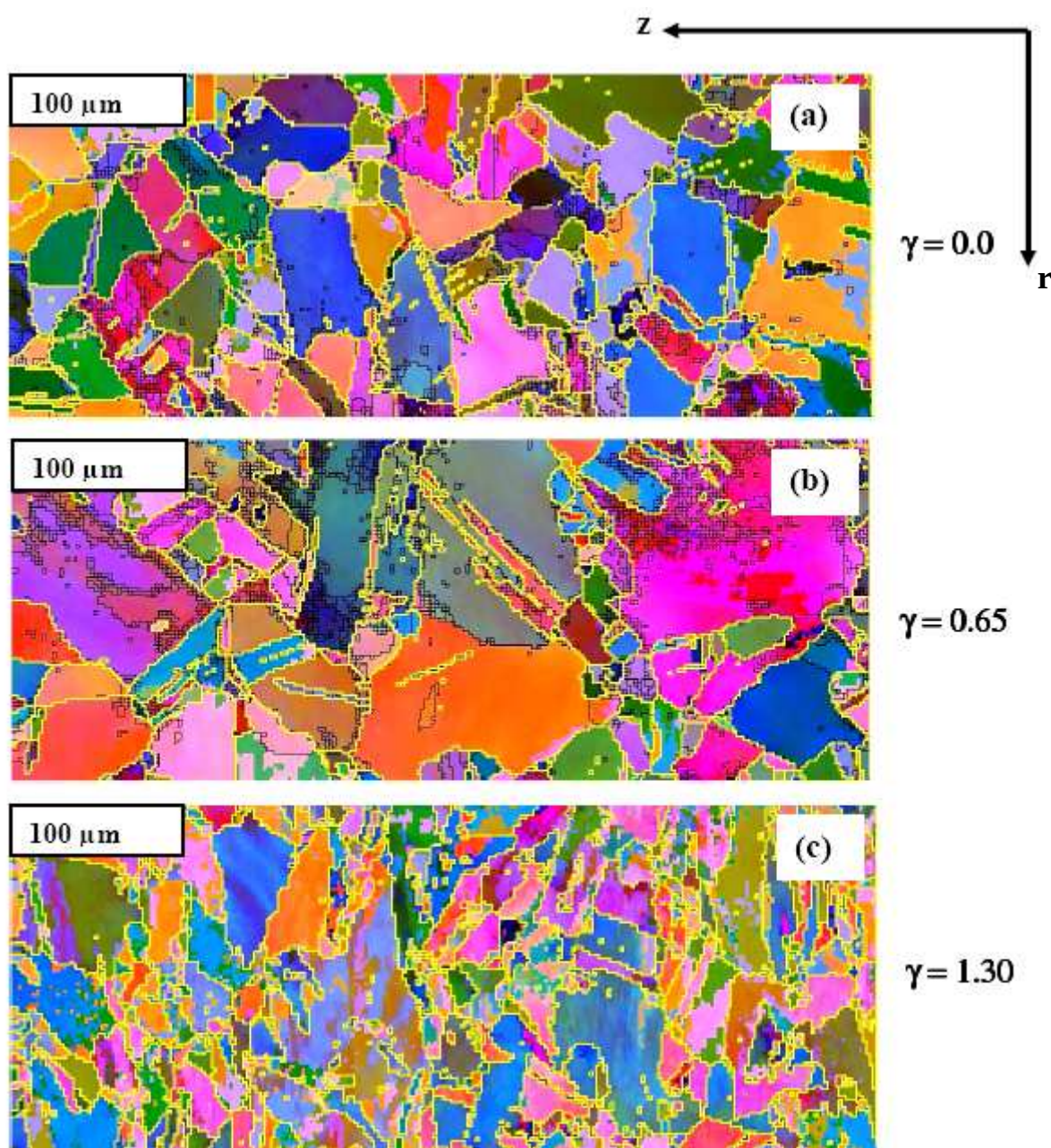


Fig. 5.25

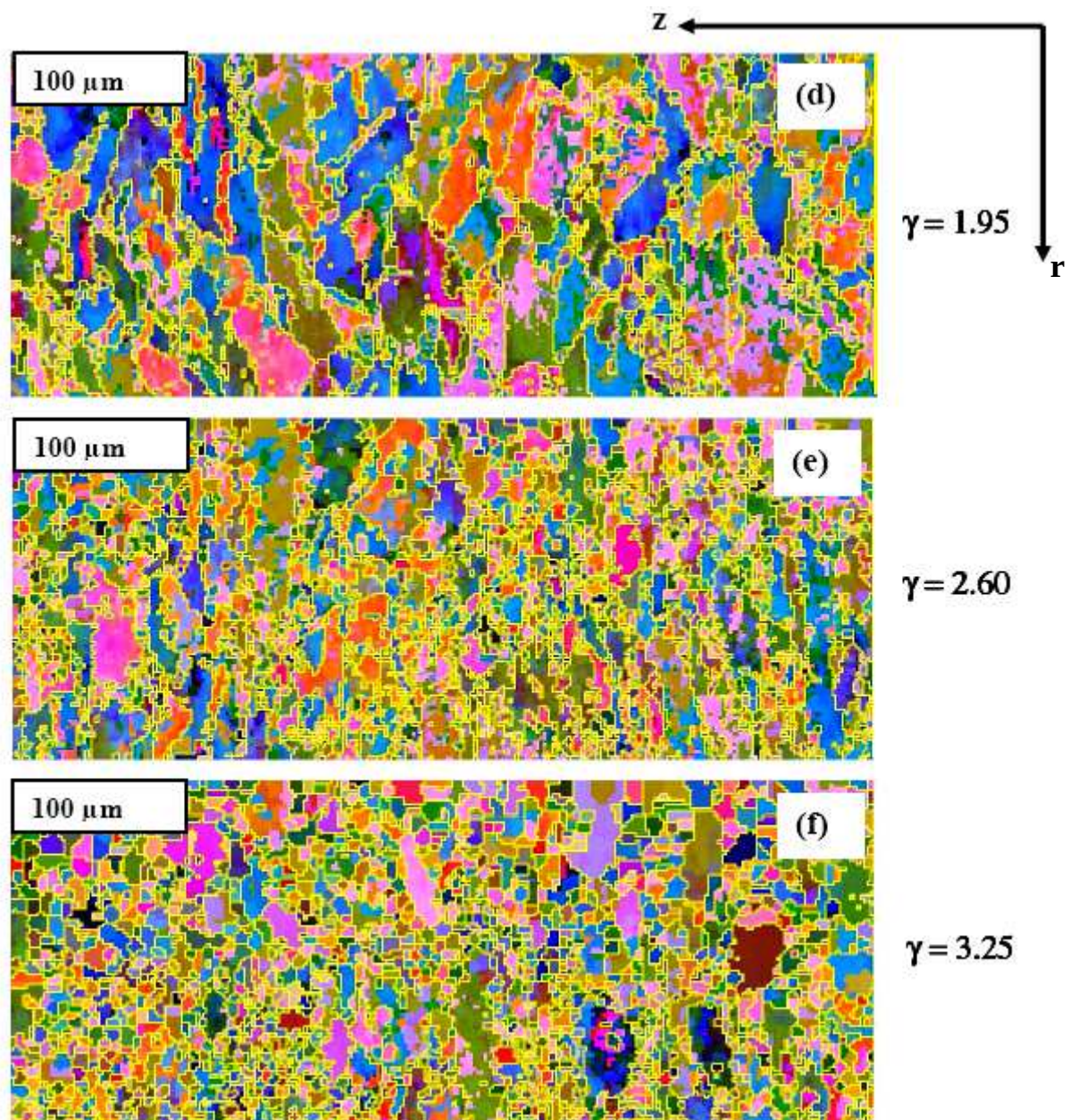


Fig. 5. 25 Evolution de la structure granulaire du cuivre 99.9% déformé par torsion à 200°C.

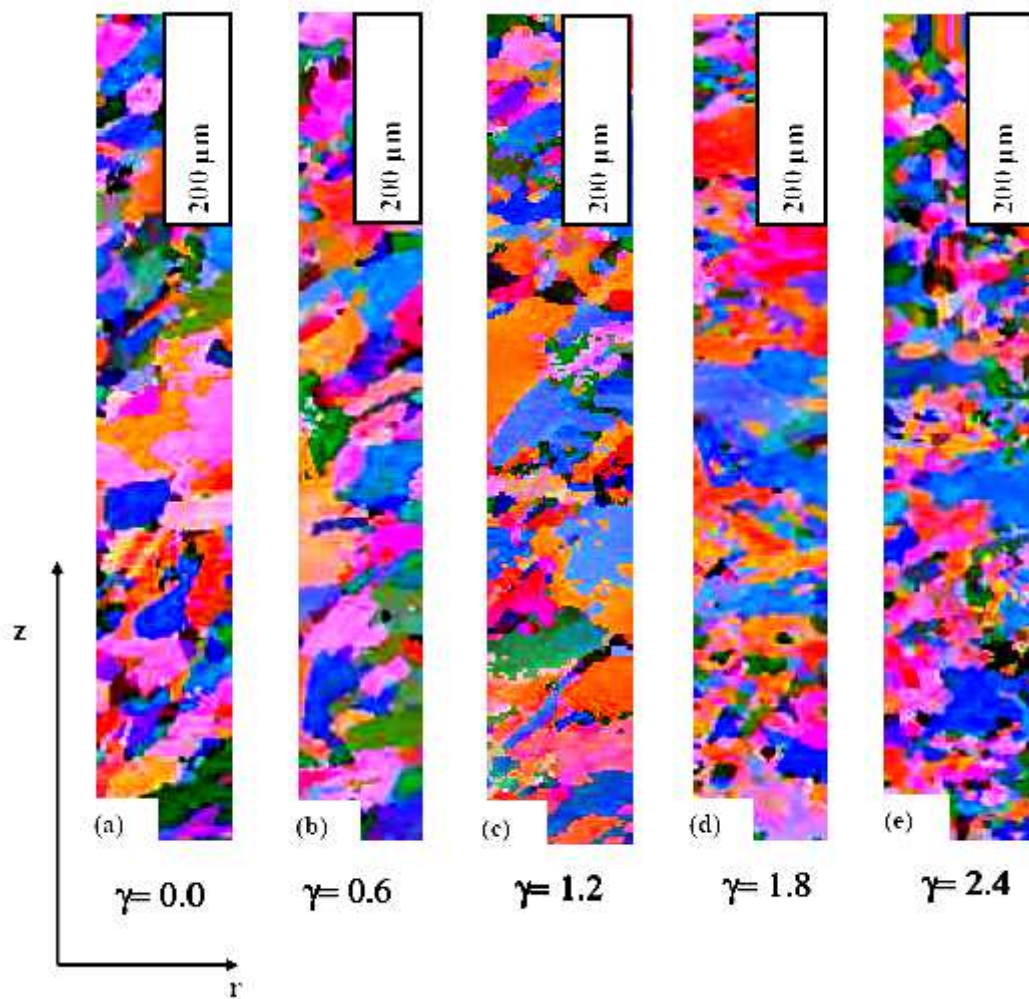


Fig. 5. 26 Evolution de la structure granulaire du cuivre 99.9% déformé par torsion à 250°C.

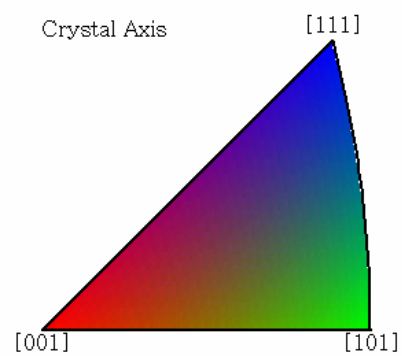


Fig. 5. 27 Code de couleur des orientations de l'axe r de l'échantillon utilisé sur les figures 5.25, 5.26 et 5.28 en projection stéréographique.

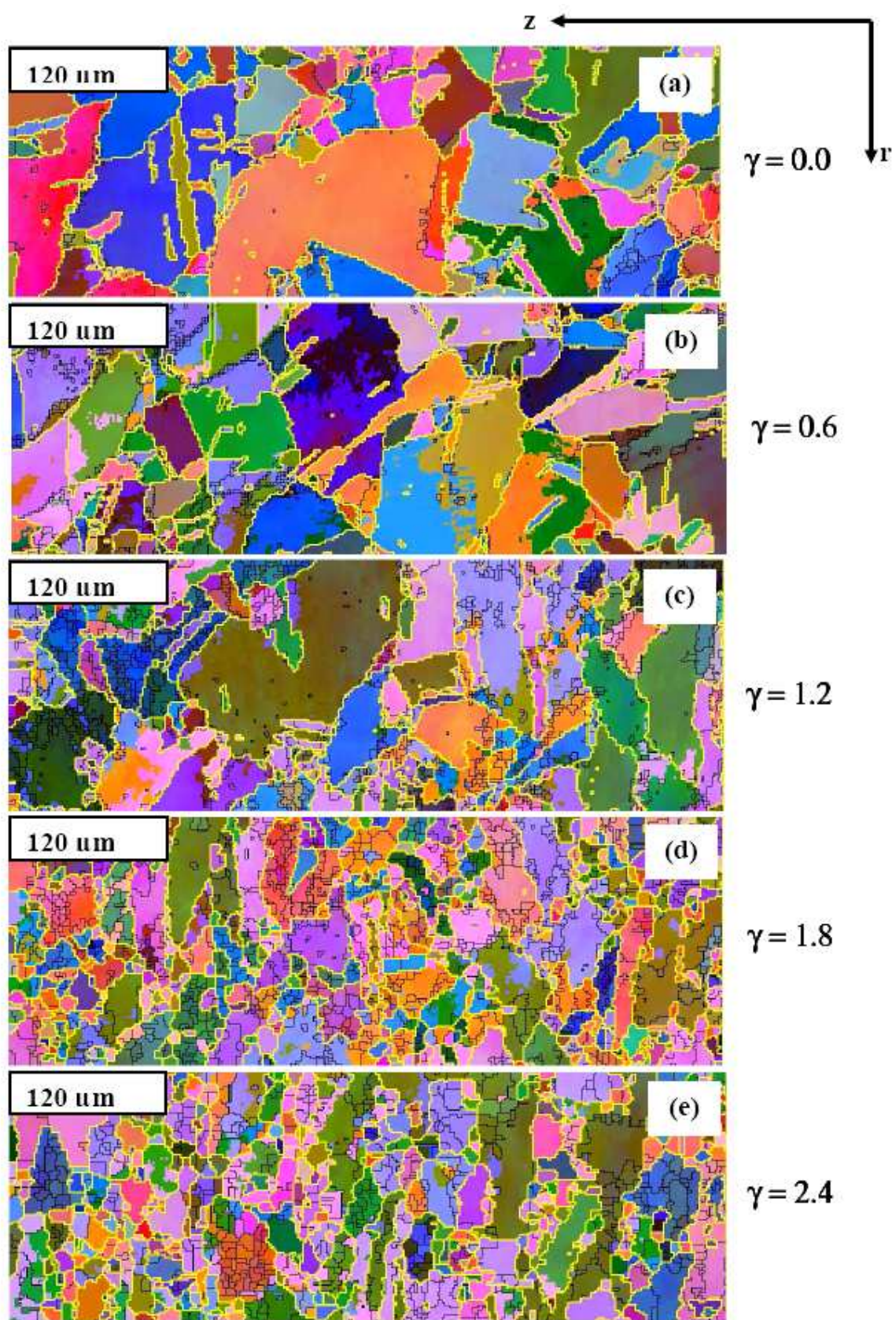


Fig. 5. 28 Evolution de la structure granulaire du cuivre 99.9% déformé par torsion à 300°C.

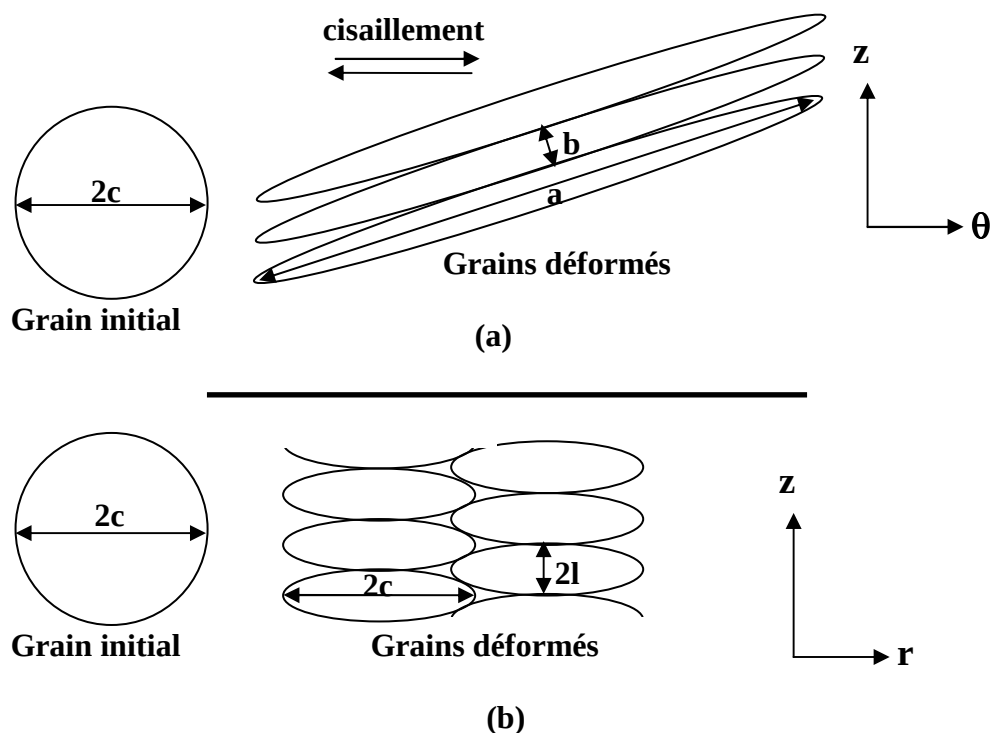


Fig. 5. 29 Schéma de déformations des grains. a) type B, b) type A.

Le changement de forme et la taille de grains peuvent être lié à la présence de RXD. Dans ce but, les formules qui ont été développées dans la section 5.3.2.1 seraient utilisées. Dans les cartes 5.25, 5.26, 5.28 le nombre de grains peut augmenter en fonction de la déformation pour *deux raisons*. La première est un changement géométrique ; une conséquence de l'allongement d'un grain dans la direction du cisaillement (voir Fig. 5.29, coupe $\theta - z$) est une diminution de sa taille dans la direction z quand on examine la coupe $r - z$. Pour cette raison, le nombre de grain augmente (Fig. 5.29). On peut calculer cette augmentation géométrique par la technique suivante. Dans la coupe $r - z$ on compte le nombre de grains sur la surface initiale : N_0 . Après déformation par un cisaillement γ , on compte de nouveaux le nombre de grains : N . Le rapport du nombre de grains est donné par N/N_0 . Etant donné que la dimension ($2c$) dans la direction r reste inchangée par un cisaillement dans la direction θ , le nombre de grains devrait être : $N = N_0 2c/2l$. Par conséquent, le rapport c/l représente en même temps l'augmentation du nombre de grains.

Cette quantité est calculable à partir de l'équation 5.5 à l'aide des relations 5.6 et 5.7. Le résultat est présenté sur la figure 5.30, indiqué par 'théorie'.

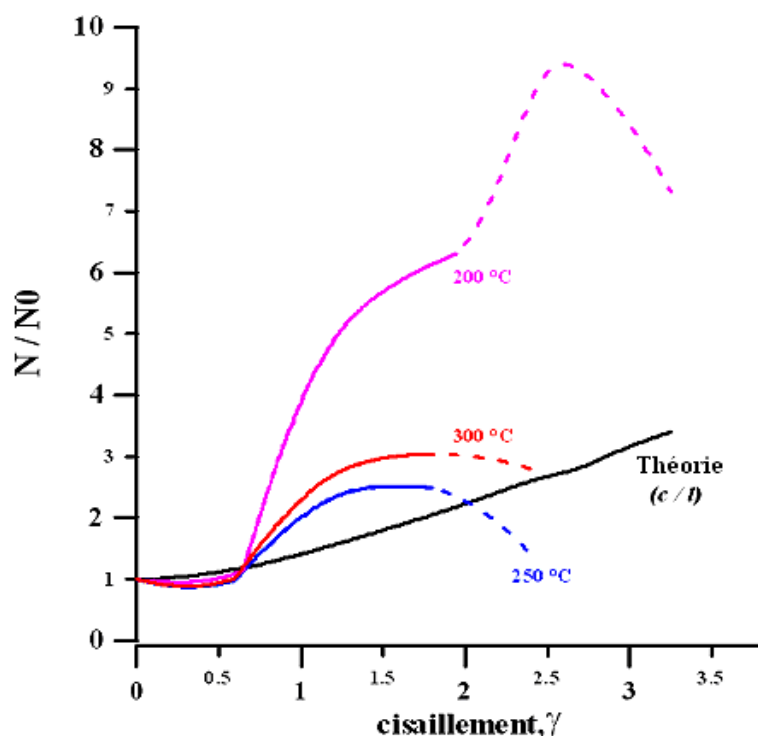


Fig. 5. 30 Courbes de relation entre les nombres de grains par rapport à la couche centrale (N/N_0 , mesurés avec le MEB) en fonction du cisaillement aux différentes températures.

La même quantité est mesurable sur des cartes 5.25, 5.26 et 5.28 où N est le nombre de grain mesurée dans une zone déformée et N_0 est le nombre de grains dans la zone non déformée. N_0 est mesurable dans la zone centrale de l'échantillon. La quantité expérimentale N/N_0 est également tracée sur la figure 5.30. On peut constater qu'il y a une similitude entre la quantité théorique et mesurée jusqu'à un cisaillement de 0.7. Après cette déformation, le nombre de grains observé augmente beaucoup plus vite que la valeur théorique à chaque température. Il est clair que la formation de sous grains augmente également le nombre de grains dès que la désorientation est supérieure à 5° . La présence de RXD devrait augmenter le nombre de grains également. Il n'est pas possible de distinguer ces deux effets sur le nombre de grains mesuré. Néanmoins, les différences entre les mesures indiquent que les mécanismes ne sont pas les mêmes. En ce sens, les mesures à 250°C et 300°C sont très similaires sur la figure 5.30, par contre la mesure à 200°C est beaucoup plus haute. Nous attribuons cette

différence à une taille de grains plus petite dans cet échantillon pour la raison que la RXD n'est pas active dans tout le volume et les grains ne peuvent pas augmenter leur taille par croissance sous RXD à 200°C.

La valeur critique obtenue par notre technique basée sur le nombre de grains pour le début de la RXD ($\gamma = 0.7$) donne dans un très bon accord avec la valeur obtenue par le critère de Poliak et Jonas (voir section 5.3.1 plus haut).

5.5. Conclusion

Dans ce chapitre trois méthodes ont été utilisées pour identifier l'apparition d'une DRX dans le cuivre : la théorie de Poliak et Jonas (technique d'écrouissage), la métallographie et l'EBS. Le début de la recristallisation dynamique est identifié dans le cuivre à $\gamma=0.7$ par la théorie de Poliak et Jonas.

Nous avons trouvé que la recristallisation dynamique (RXD) générale se produit à partir de 250°C, ce qui est responsable des changements dans l'effet de Swift et sur l'évolution de texture. A 200°C, une RXD limitée est identifiée dans les ODF qui concerne certaines orientations sans une généralisation totale à tous les grains. Parmi ces orientations, la composante cube apparaît dans une position tournée autour de l'axe radial. Cette position est une position où le facteur de Taylor est localement minimum.

Finalement, une analyse théorique et expérimentale de la forme de grains a été proposée pour identifier l'apparition de la RXD lors de la torsion. La technique a donné le même résultat pour la déformation critique que la théorie de Poliak et Jonas basée sur la deuxième dérivée de la courbe d'écrouissage.

Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié le comportement des matériaux polycristallins en torsion. Des expériences nouvelles ont été réalisées sur des matériaux très différents comme le Cu (c.f.c.), Al (c.f.c.), Mg (h.c.) et NiAl (superalliage en structure B2) en fonction de la température et de la vitesse de déformation (Pour le NiAl, les résultats de mesures nous ont été fournis par l'équipe de Prof. Skrotzki).

Nous nous sommes intéressés à l'écrouissage, l'évolution de la texture cristallographique et l'effet axial en extrémités libres de torsion : l'effet de Swift. Pour la caractérisation des matériaux, les techniques expérimentales suivantes ont été employées : Test mécanique de torsion, métallographie, mesures de texture et des cartes des orientations par EBSD. Des modélisations ont été également présentées pour l'effet de Swift et pour l'évolution de la texture. Les résultats principaux peuvent être classés dans les conclusions générales suivantes :

1. L'effet de Swift peut être un allongement ou un raccourcissement dépendant de la texture initiale.
 - 1.1. Dans le cuivre pur il y a un allongement pour les textures aléatoires à température ambiante. Cet allongement est très réduit ou disparaît en augmentant la température du test, à partir de 200°C.
 - 1.2. Un raccourcissement est observé et modélisé dans les textures du cuivre obtenues par un traitement thermique réalisé au-dessus de la température de recristallisation et fait préalablement au test.
 - 1.3. Une recristallisation dynamique (RXD) générale se produit à partir de 250°C, ce qui est responsable des changements de l'effet de Swift et de la texture. A 200°C, une RXD limitée est identifiée dans les ODF qui concerne certaines orientations sans une généralisation totale sur tous les grains. Parmi ces orientations, la composante cube apparaît dans une position tournée autour de l'axe radial. Cette position est une position du facteur de Taylor localement minimum.
2. Nous avons proposé deux approches pour la simulation de l'effet de Swift dans des barres cylindriques pleines : la méthode basée sur l'équation d'équilibre et la méthode basée sur

la puissance dissipée minimum. Les deux donnent des résultats proches de l'expérience, mais la méthode de l'équation d'équilibre s'avère plus juste car elle satisfait mieux les conditions limites du test de torsion à extrémités libres.

- 2.1. L'effet de Swift a été modélisé avec succès pour les matériaux Cu, Al, Mg et NiAl.
 - 2.2. L'évolution de la texture de déformation a été également modélisée avec un accord satisfaisant aux expériences par le modèle viscoplastique de Taylor. Aux grandes déformations ($\gamma > 5$), le modèle de Taylor donne des résultats moins précis.
 - 2.3. Nous avons réussi à séparer l'effet de la forme et la vitesse dans la modélisation de l'effet de Swift en viscoplasticité. Il a été démontré que l'effet de forme de la surface de plasticité – modélisé par une valeur relativement élevée du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation (paramètre m) - est responsable de l'effet de Swift.
3. La courbe d'écrouissage en torsion a été mesurée pour le Mg pur et ses deux alliages, ce qui est une première dans la littérature.
 4. L'écrouissage du cuivre aux grandes déformations plastiques en torsion a été étudié en détail en fonction de la température et la vitesse de déformation.
 - 4.1. L'effet de l'augmentation de la température est un décalage des stades de déformation aux contraintes plus faibles. Au contraire, l'effet de la vitesse est un décalage des courbes d'écrouissage vers les contraintes plus élevées.
 - 4.2. L'écrouissage lors d'un test d'ECAE du cuivre a été modélisé par le test de torsion à vitesse variable. En accord avec les simulations présentées dans la littérature, un stade d'adoucissement a été observé quand la vitesse de déformation diminue lors de test d'ECAE.
 - 4.3. Une analyse théorique et expérimentale de la forme de grains a été proposée pour identifier l'occurrence de la RXD lors de la torsion. La technique a donné le même résultat pour la déformation critique que la théorie de Poliak et Jonas basée sur la deuxième dérivée de la courbe d'écrouissage.

Perspectives

Dans ce travail, nous avons démontré clairement que l'effet de Swift est déterminé par la texture cristallographique du matériau. La texture peut être changée par une grande déformation plastique ou par une recristallisation statique ou dynamique. L'occurrence d'une RXD en parallèle de la déformation est possible à hautes températures. Il faudra donc faire des études approfondies de la RXD sur d'autres matériaux que le cuivre sur lequel nous avons effectué une étude détaillée à l'aide des mesures EBSD.

L'évolution de la texture de déformation a été modélisée par le modèle de Taylor dans ce travail. Il faudra utiliser le modèle viscoplastique auto-cohérent pour approcher mieux le comportement de cristaux aux grandes déformations.

Des mesures de torsion ont été effectuées sur un alliage d'Al dont les échantillons avaient été préparés à partir d'une tôle laminée. Ces échantillons ne présentaient pas la symétrie axiale exigée pour le dépouillement du test de torsion enfin d'obtenir la courbe d'écrouissage. Une idée est surgie selon laquelle les ondulations de la surface des échantillons en torsion préalablement texturés en laminage peuvent servir pour la caractérisation de l'anisotropie du matériau. Dans ce but, les calculs d'éléments finis en 3D pourraient être utilisés pour en déduire des idées plus précises sur cette technique.

Annexe A

Machine de Torsion

Les essais de torsion ont été réalisés au sein de notre laboratoire sur la machine de torsion (Figure A-1).

TMM-04 est une machine d'essai de torsion à extrémités libres. Le système est complètement commandé par ordinateur. La rotation est conduite avec précision grâce à un moteur pas à pas. Les impulsions d'avance sont fournies par l'ordinateur. L'angle de rotation peut être programmée en fonction du temps par l'utilisateur.

Pendant le test, l'angle de rotation, le couple appliqué et le changement de longueur sont enregistrés en fonction du temps à l'aide d'un convertisseur analogique – numérique 16 bits. Le couple est mesuré avec une cellule de charge de 200N (HBM S2). Le changement de longueur de l'échantillon est détecté avec un capteur inductif (HBM W1).

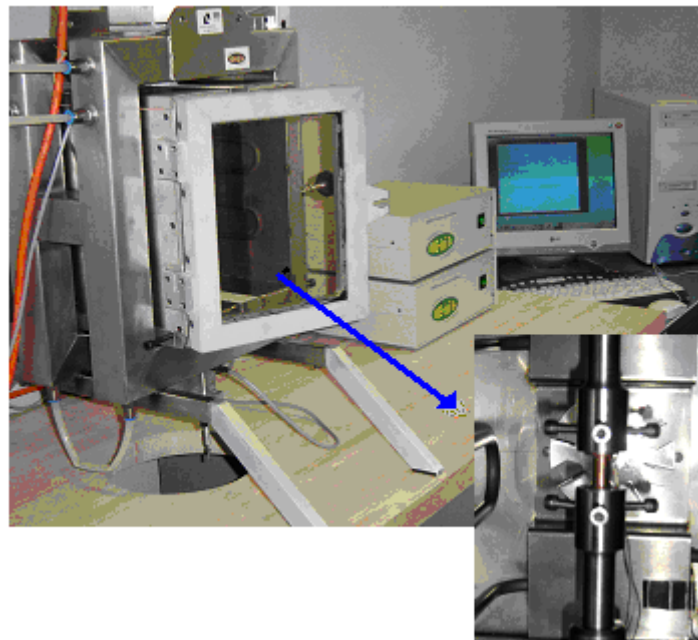


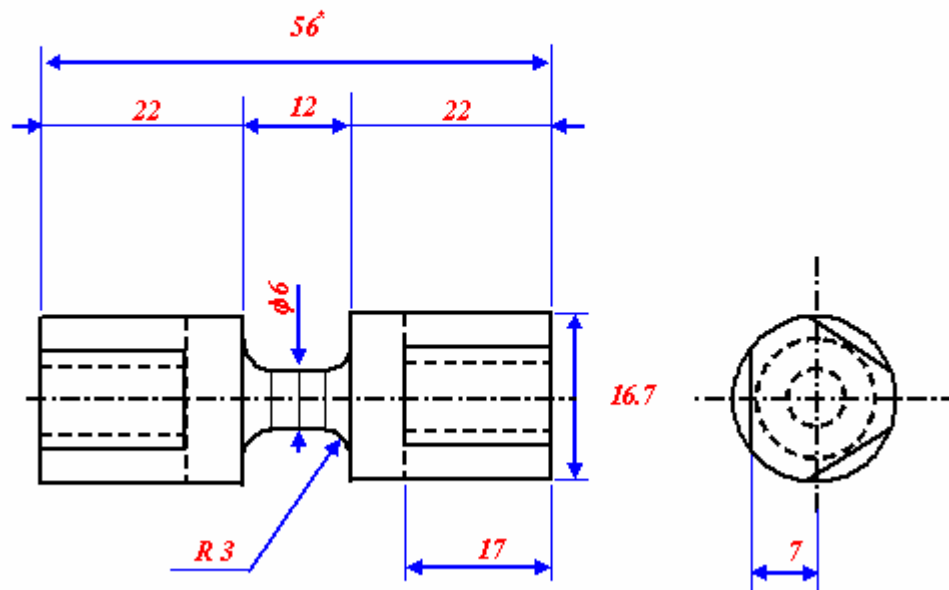
Fig. A. 1. Machine de torsion extrémités libres.

Les paramètres du TMM-04

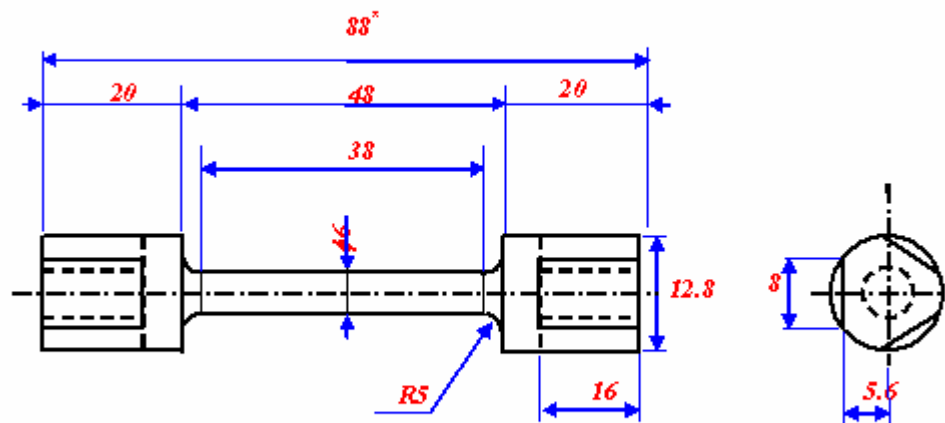
Vitesse maximale de rotation :	2 (rad/sec)
Résolution angulaire :	0.36°
Couple maximale :	± 50 (N.m)
Résolution du couple :	0.02 (N.m)
Elongation :	± 5(mm)
Résolution de l'élongation :	0.1 (µm)
Longueur maximale d'échantillon :	110 (mm)
Diamètre maximale de l'échantillon :	8 (mm)
Taux maximal de prélèvement de données :	500 (s ⁻¹)
Température :	-70(°C) – +300(°C)

Les échantillons de torsion

I. L'échantillon pour grande vitesse de rotation



II. L'échantillon pour petite vitesse de rotation



* Tous les dimensions sont en "mm"

Annexe B

Approximation polynomiale

Pour atténuer les dispersions présentes dans les données, les courbes expérimentales ont été lissées par un polynôme, ce qui permet également une dérivation plus aisée.

La forme générale du polynôme employé est :

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n,$$

où $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ sont des constantes et n est l'ordre du polynôme.

La figure B-1 montre un exemple pour une courbe de couple en fonction de l'angle de rotation. L'ordre du polynôme a été de 12.

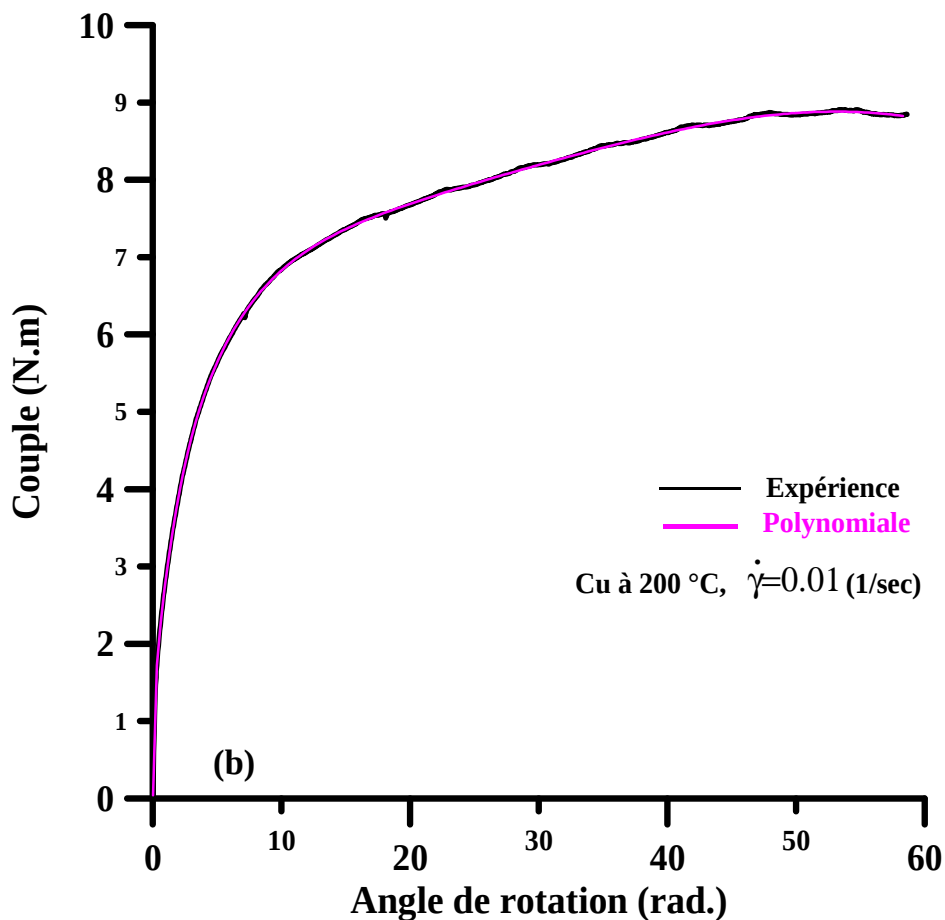


Fig. B- 1 Courbes expérimentale et lissée du couple en fonctionne de l'angle de rotation du cuivre en 200°C et à la vitesse de déformation $\dot{\gamma} = 0.01s^{-1}$ (n=12).

La courbe lissée présentée sur la figure B-1 a été dérivée analytiquement. Pour l'utilisation de la formule de Nadai (Eq. (1.29)), on effectue une première dérivation :

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1}. \quad (\text{B. 1})$$

Pour l'étude du critère de recristallisation, deux dérivations supplémentaires sont nécessaires :

$$f''(x) = 2a_2 + 2 \cdot 3a_3x + \dots + n(n-1)a_nx^{n-2}, \quad (\text{B. 2})$$

$$f'''(x) = 2 \cdot 3a_3 + \dots + n(n-1)(n-2)a_nx^{n-3}. \quad (\text{B. 3})$$

Références

- Adams, B. L.**; Wright, S.I.; Kunze, K. ; **(1993)**, “Metall. Trans. A” , vol. 24A, p. 819
- Agnew, S.R.**; Mehrotra, P.; Lillo, T.M.; Stoica, G.M.; Liaw, P.K.; **(2005)**, “Acta Mater.”, vol. 53, p. 3135
- Arruffat Massion, R.** ; **(2004)** Thèse de doctorat, Metz, France
- Asaro, R. J.** ; Needleman, A. ; **(1985)**, “Acta Metall.” , vol. 33, p. 923
- Baczynski, J.**; Jonas, J. J.; **(1998)**, “Metall. Trans. A” , vol. 29A, p. 447
- Bailey, J. A.** ; Haas, S. L. ; Nawab, K. C. ; **(1972)**, “Journal of Basic Engineering”, March, p.231
- Backofen, W. A.**; **(1950)**, “JOM”, vol. 188, p. 1454
- Backofen, W. A.** ; Hundy B.B. ; **(1953)**, “JOM”, p. 61
- Beausir, B.** ; Tóth, L. S.; Neale, K. W.; **(2006)**, “Int. J. Plasticity” , In press.
- Billington, J.** ; **(1977-a)**, J. Phys. D: “Appl. Phys.” , vol. 10, 533
- Billington, J.** ; **(1977-b)**, J. Phys. D: “Appl. Phys.” , vol. 10, 553
- Bishop, J. F.** ; W. ; Hill, R. ; **(1951)**, “Philosophical Mag.” ,ser. 7, vol. 42, p. 1298
- Böhlke, T.** ; Bertam, A. ; **(2001)**, “Journal of Mechanics and Physics of Solids, vol. 49, p. 2459
- Böhlke, T.** ; Bertam, A. ;Kremple, E.; **(2003)**, “Int. J. Plasticity”, vol. 19, p. 1867
- Bunge, H. J.** ; Esling, C. ; **(1997)**, Thechniques de L'ingénieur, M605
- Canova, G. R.** ; Kocks; **(1984)**, Porc. ICOTOM7, p. 573
- Canova, G. R.** ; Kocks, U., E. ;Jonas, J. J. ; **(1984)**, “Acta Metall.” , vol. 32, No. 2, p. 211
- Canova, G. R.** ; Kocks, U.; Tomé, C.; Jonas, J. J. ; **(1985)**, “Journal of Mech. Phys. Solids” vol. 33, p. 371
- Canova, G. R.** ;Fressengeas, C.;Molinari, A ; Kocks, U.; **(1988)**, “Acta Metall.” , vol. 36, p. 1961
- Clément, A.** ; Coulomb, P. ; **(1979)**, “Scripta metall.”, vol. 13, p. 899
- Darrieulat, M.** ; **(1993)**, Thèse de doctorat, Saint- Etienne, France
- Darrieulat, M. Montheillet, F.** ; **(1996)**, Int. J. Mech. Sci. , vol. 38, No. 12, p. 1273
- Darrieulat, M.** ; **(2004)**, Thèse de HDR, Saint- Etienne, France
- Dingley, D** ; Randle, V. ; **(1992)**, “ J. Mater. Sci.” vol. 27, p. 4545.
- Duchêne, L.**; El Houdaigui, F. ;Habraken, A. M.; **(2005)**, 8th ICTP Conference, Italy
- Dunne, F. P. E.** ; Katramados, I.; **(1998)**, “Int. J. Mech. Sci.”, vol.40, No.9, p. 901
- Estrin, Y.** . ; Tóth, L. S. ; Molinari, A. ; Bréchet, Y.; **(1998)**, “Acta Mater.”, vol. 46, p. 5509
- Fields, D. F.** ; Backofen, W.A.; **(1957)**, Proc. of the 60th Annual Meeting of the American Society for Testing and Materials, vol. 57, p. 1259
- Freudenthal, A. M.** ;Ronay, M. ; **(1966)**, Porc. Royal Soc. London, A292, p. 14
- Gelfand, I. M.** ; Minols, R. A. ; Shapiro, Z. Y. A. ; **(1963)**, Representation of the rotation and Lorentz groups and their applications, Pergamon Press, Oxford-Londres-New York-Paris.
- Gil Sevillano, J**; Van Houtte, P. ; Aernoudt, E. ; **(1975)**, “Z. Metallkunde” 66, p. 367
- Gottstein, G.**; Zabardjadi, D ; Mecking, H., **(1979)**, Metal. Sci. vol. 13, p. 223
- Gottstein, G.** ; Kocks, U., **(1983)**, “Acta Metall.” vol. 31, p. 175.
- Gottstein, G.**; Brunger, F ; Forllert, F. ; Goedeler, M. ; Zeng, M. ; **(2003)**, “Z. Metallkunde”, vol. 94, p. 628.
- Haessner, F.** ; **(1978)**, Recrystallization of Metallic Materials, Stuttgart, p. 327, Riederer Verlag,
- Harren, S.** ; Lowe, T. C. ; Asaro, T. J. ; Needleman, E. ; **(1989)**, “Phil. Trans. Royal Society of London”, A328, p. 443

Harting, Ch. ; Fukutomi, H. ; Mecking, H. ; Aoki, K. ; **(1993)**, “ISIJ Inter.”, vol. 33, p. 313.

Hughes, D. A. ; Kassner, M. E. ; Stout, M. G. Vetrano, J. S. ; **(1998)**, “JOM - TMS” vol. 50/6, p. 16.

Hughes, D. E. R. ; **(1952)**, “J. Iron Steel Inst.” , vol. 170, p. 214

Hutchinson, J. W. ; **(1976)**, Porc. R. Soc. , A348p. 101

Jonas, J. J. ; Mc Queen, H. J. , **(1975)**, “Treatise Mater. Sci. Technol.” vol.6, p. 393.

Jonas, J. J. ; Montheillet, F. ;Shrivastava, S. ; **(1985)**, “Scripta Metall.” , vol. 19, p. 235

Jonas, J. J ; Tóth, L. S., **(1992)**, “Scripta Metall.”, vol. 27, p. 447

Klöden, B. ; Rybaki, E. ; Oertel, C. G. ; Skrotzki, W. ; **(2005)**, “Scripta Metall.” , vol. 52, p. 289

Klöden, B. ; **(2006)**, Thèse de doctorat, Dresden, Germany

Kocks, U.; Canova, G. R.; Jonas, J. J ; **(1983)**, “Acta Metall.”, vol. 31, p. 1243

Kocks, U. ; Tomé, C.;Wenk, H.; **(1998)**, Texture and Anisotropy: Preferred Orientations in Polycrystals and their Effect on Materials Properties, Cambridge University Press.

Kocks, U. ; Tomé, C.;Wenk, H.; **(2000)**, Texture and Anisotropy: seconde edition, Cambridge University Press.

Kuroda, M. ; **(1997)**, “Int. J. Plasticity”, vol. 13, No. 4, p. 359

Kuroda, M. ; **(1999)**, “Int. J. Plasticity”, vol. 15, No. 4, p. 1217

Lequeu, Ph. ; Montheillet, F.; Jonas, J. J. ;**(1985)**, Porc. 7th Int. Conf. on the Strength of Metals and Alloys, Montreal , p. 269

Majors, P. ; Krempfle, E, **(1994)**, “Mech. Res. Comm.”, vol. 21, p. 456

Miura, H. ; Aoyama, H. ; Sakai, T. ; **(1994)**, “J. Japan. Inst. Metals” vol. 58, p. 269

Miller, M. P. ; McDowell, D. L. ; **(1996)**, “Int. J. Plasticity”, vol. 12, No.7p. 875

Molinari, A. ;Canova, G. R. ; Ahzi, S. ; **(1987)**, “Acta Metall.”, vol. 35, p. 2983

Montheillet, F.; Gilormini, P. ; Jonas, J. J.; **(1985)**, “Acta Metall.”, vol. 33, No. 4, p. 705

Morozumo, F. ; **(1965)**, “Nippon Kokan Techn.” Rep. n° 4, p.67

Nadai, A. **(1950)**; Theory of Flow and Fracture of Solids, 2nd ed., Mc Graw– Hill, New York

Neale, K. W. ; Shrivastava, S. C. ; **(1985)**, “Engng. Fracture Mech. ”, vol. 21, p. 747

Neale, K. W. ;Tóth, L. S. ;Jonas, J. J.; **(1990)**, “Int. J. Plasticity”, vol. 6, p. 45

Nemat- Nasser, S. ;Obata, M. ; **(1986)**, Porc. R. Soc. , A407, p. 343

Pan, J. ; Rice, J. R. ; **(1983)**, “Int. J. Solids Struct.” vol.19, p. 973

Peirce, D. ; Asaro, R. J. ; Needleman, A. ;**(1983)**, “Acta Metall.”, vol. 31, p. 1951

Poliak, E. I. ; Jonas, J. J.; **(1996)**, “Acta Mater.”, vol. 44, p. 127.

Ponge, D. ; Gottstein, G., **(1998)**, “Acta Mater.”, vol. 46, p. 69.

Poynting, J. H. ; **(1909)**, Porc. R. Soc. , A82, p. 546

Qods, F.; Tóth, L. S.; Van Houtte, P ; **(2005)**, "Mat. Sci. Forum" vols. 495-497, p. 1609

Regenet, P. J; Stüwe, H. P. ; **(1963)**, Z. Metallkunde , vol. 54, p. 273

Robin, O. W. ; **(1962)**, “Transactions the Metallurgical Society of AIME”, vol. 224, p. 129

Ronay, M. ; **(1967)**, “Inter. J. Solids and Structures”, vol. 3, p. 167

Ronay, M. ; **(1968)**, “Inter. J. Solids and Structures”, vol. 4, p. 509

Rose, W. ; Stüwe, H. P. ; **(1968)**, “Z. Metallkunde”, vol. 59, p. 396

Ryan, N. D. ; Mc Queen, H. J. ; **(1990)**, “Journal of Mater. Proc. Technol.” vol. 21, p.177

Sakai, T. ; Miura, H. ; **(1996)**, Proc. Hot Workability of Steels and Light Alloys – Composites (McQueen H.J. Symp.), TMS-CIM, Montreal, p. 161.

Sakai, T.; **(2000)**, Thermomechanical Processing of steels (j. j. jonas Symp.), TMS-CIM, Montreal, P. 47

Sekine, K. ; Van Hautte, P. ; Gil Sevillano, J. ; Aernoudt, E., **(1981)**, Porc. ICOTOM6, Tokyo Japon, p. 396

Stüwe, H. P. ; **(1965)**, Z. Metallkunde , vol. 56, p. 633

Swift, W.; **(1947)**, “Engineering”, vol. 163, p. 253

Taylor, G. I. ; (1938), “Journal of Inst. Metals”, vol. 62, p. 307
Tóth, L. S. ; Gilormini, P. ; Jonas, J. J. ; (1988), “Acta Metall.”, vol. 36, No. 12, p. 3077
Tóth, L. S. ; Jonas, J. J. ; (1989), “Textures and Microstructures”, vol. 10, p. 195
Tóth, L. S. ; Jonas, J. J.;Bacroix, B.; (1990), “Int. J. Plasticity” vol., 6, p. 83
Tóth, L. S. ; Szaszvari, P. ;Kovács, I. ;Jonas, J. J. ; (1991), “Material Science and Technology”, vol. 7, p. 458
Tóth, L. S. ; Van Houtte, P.; (1992), “Textures and Microstructures”, 19, p. 229
Tóth, L. S. ; Jonas, J. J. ;Daniel, D. ;Bailey, J. A ; (1992), “Textures and Microstructures”, vol. 19, p.245
Tóth, L. S. ; Molinari, A. ;Estrin, Y. ; (2002), Special Issue of “J. Eng. Mat. Tech.”, vol. 124, p.71
Tóth, L. S. ; Arruffat Massion, R. ; Germain, L.; Baik, S. C. ; Suwas, S. ; (2004), “Acta Mater.” vol. 52, Issu. 7, p. 1885
Tóth, L. S. ; (2005), “Computational Materials Science” vol. 32, Issue. 3-4, p. 568
Van Arsdaale, W. E. ; Hart, E. W. ;Jenkins, J. J. ; (1980), “Journal of Applied physics”, vol. 51, p. 953
Van der Giessen, E. ; (1989), “Eur. J. Mech. A/ Solids”, vol. 8, p. 15
Van der Giessen, E. ; Wu, P. D.; Neale, K. W. ; (1992), “Int. J. Plasticity”, vol. 8, p. 773
Van der Giessen, E.; Neale, K. W. ; (1993), “Computer Methods in Appl. Mech. and Eng.”, vol. 103, p. 29
Van Houtte, P. ; Aernodt, E. ; (1975), “Z. Metallkunde”, vol. 66, p. 303
Van Houtte, P. ; Aernodt, E. ; (1976), “Mater.Sci. Eng.”, vol. 23, p. 11
Van Houtte, P. ; Aernodt, E, Sekine, K. ; (1981), Porc. ICOTOM6, Tokyo Japon, p. 337
Voce, E. ; (1948), “J. Inst. Metals”, vol. 74, p. 537
Wierzbanski, K. ; Clément, A. ; (1984), “Crystal Res. Tech.”, vol. 19, p. 201
Witzel, W.; (1973), Z. Metallkunde, vol. 64, p. 813
Wu, H. C. ; Xu, Z. Y. ; (1990), ASME “ Journal of Eng. Materials and Technology” , vol. 112, p.330
Wu, H. C. ; Xu, Z. Y. ;Wang, P. T.; (1998), “Int. J. Plasticity” ,vol. 13, No. 10, p. 873
Wu, P. D. ; Vander Giessen, E. ; (1991), “Applied Mechanics”, vol. 61, p.80
Zehetbauer, M. ; Seumer, V. ; (1993), “Acta Mater.”, vol. 4, p. 577