Thèse

présentée pour obtenir le grade de docteur

de l'université de Metz

Spécialité : Automatique

par

Ismail Gourragui

Modélisation Numérique, Optimisation et Commande de Machines à Réluctance Variable

---

soutenue le 20 Novembre 2006 devant le jury composé de

François-Michel Sargos	Président	Professeur à l'ENSEM
Patrick Boucher	Rapporteur	Professeur à Supelec
Afef Lebouc	Rapporteur	Directeur de recherche au CNRS
Gabriel Abba	Co-directeur de thèse	Professeur à l' ENIM
François Léonard	Co-encadrant de thèse	Maître de conférence à l'ENIM
Jean-Claude Vivalda	Co-directeur de thèse	Directeur de recherche à l'INRIA

Thèse préparée dans le cadre d'un projet commun au Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique et au projet de Contrôle Géométrique des Systèmes non Linéaires de l'INRIA Lorraine

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été préparé dans le cadre d'un projet commun au laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique et au projet de Contrôle Géométrique des Systèmes non Linéaires de l'INRIA Lorraine sous la direction de Monsieur Gabriel Abba, professeur à l'ENIM, et de Monsieur Jean-Claude Vivalda, directeur de recherche à l'INRIA.

Je tiens à leur témoigner ma profonde gratitude pour l'accueil, le suivi, et l'aide précieuse qu'ils m'ont apportés tout au long de ce travail. Je leur suis très reconnaissant pour la confiance qu'ils m'ont témoigné tout au long de mes travaux de recherche.

Je tiens particulièrement à remercier mon co-encadrant François Léonard, Maître de conférence à l'ENIM, qui m'a encouragé tout au long de ce travail. Sa disponibilité, sa rigueur, ses qualités scientifiques et humaines m'ont apporté un encadrement déterminant dans toutes les phases de ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'exprime mes sincères remerciements à Madame Afef Lebouc, directeur de recherche à CNRS, pour l'intérêt qu'elle a bien voulu me porter en acceptant d'être rapporteur de ce travail. Ses remarques et ses interrogations judicieuses ont été particulièrement enrichissantes pour la réalisation de cette version finale.

Que Monsieur Patrick Boucher, professeur à Supelec, soit vivement remercié pour l'honneur qu'il m'a fait d'être l'un des rapporteurs de ma thèse. Ses observations et son point de vue ont été précieux.

Je tiens à assurer toute ma reconnaissance à Monsieur François-Michel Sargos, Professeur à l'ENSEM, d'avoir présidé le jury de la soutenance. Il a également contribué par ses nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire.

Je remercie Madame Christel Wiemert, secrétaire de L'INRIA Lorraine à Metz, pour sa disponibilité et sa gentillesse. Je remercie également la secrétaire du laboratoire LGIPM Madame Cathy Jung. Je remercie tous les secrétaires du département de mathématiques de Metz qui font un travail difficile avec une grande efficacité.

Merci enfin à toute ma famille de m'avoir supporté et aidé.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction Générale

Who would use a title such as
"Compromises in the design of switched reluctance motors" ?
Optimal sounds better,

T. J. E. Miller

Les machines à réluctance variable (MRV) font l'objet ces dernières années de plus en plus d'attention de la part des industriels. Ceci est dû à leur fiabilité, leur robustesse, leur faible coût de production et également à leur rendement très apprécié [75]. Ce sont ces dernières performances qui nous ont amené à nous intéresser à ce type de machines.
Notre travail a pour objectif d'optimiser la structure et de concevoir une loi de commande des prototypes de MRV développées au Laboratoire de Génie Industriel, de Mécanique et de Productique (LGIPM) par l'équipe CEMA. Ce travail de recherche s'inscrit dans un projet commun au LGIPM et au projet CONGE de l'INRIA Lorraine.
La modélisation d'une MRV doit prendre en compte un grand nombre de phénomènes physiques : phénomènes électromagnétiques, mécaniques, thermiques, et électriques.
Le concept de synthèse permet de formaliser la conception d'un procédé industriel en terme d'optimisation sous contraintes de la forme suivante :

$$\begin{gathered}\text{minimiser } F(x),\\ x \in X = \{x \in \mathbb{R}^p \| g(x) \leq 0,\, h(x) = 0\}\end{gathered}$$

où $F : X \longrightarrow \mathbb{R}^k$ est la fonction objective. L'ensemble X est l'ensemble des contraintes caractérisées par les fonctions $g : X \longrightarrow \mathbb{R}^m$ et $h : X \longrightarrow \mathbb{R}^n$. Les fonctions objectives

sont souvent incompatibles, par exemple, pour maximiser la vitesse on va avoir plus de bruits et de vibrations. C'est pour cette raison qu'on parle d'une conception *optimale*. Les principaux axes traités dans la littérature pour l'optimisation sont par exemple : maximiser le couple électromagnétique [27] [84], minimiser les pertes [43] [101] [117], maximiser le cycle de conversion d'énergie [42], minimiser les vibrations et/ou le bruit [80] [100] [116], minimiser l'ondulation du couple [55] [68] [102]. Pour notre application, étant donné que la question des pertes et le couple produit par la MRV constituent deux éléments importants du cahier des charges de fabrication, nous nous sommes concentrés sur ces deux critères aussi bien du point de vue de la modélisation que, dans une seconde partie de ce travail, du point de vue de la commande et de l'optimisation.
Les méthodes d'analyse de ces problèmes sont différentes. La méthode classique consiste à trouver des approximations linéaires sur chaque partie du modèle de fonctionnement de la MRV [59] [82]. D'autres auteurs utilisent des estimations globales des paramètres de fonctionnement en se basant sur des essais et des tests réels [3] [41]. Certains travaux utilisent des méthodes dites méthodes d'algorithme génétique [29] [77]. Cette méthode s'inspire de la théorie de Darwin sur l'évolution des espèces qui explique comment depuis l'apparition de la vie les espèces ont su évoluer de façon innovante et souple. L'algorithme génétique n'a besoin donc d'aucune connaissance du système à optimiser et il peut évoluer en favorisant des solutions atteignant l'objectif. L'implantation de cette méthode en prenant en compte le temps et l'espace en vue d'une optimisation géométrique complexe s'avère difficile, surtout si on utilise un code de simulation numérique commercial et limité !

Le sujet de la thèse s'intéresse à la modélisation de la dynamique de ce type de machines par la méthode des éléments finis, à l'optimisation et au développement d'observateurs d'intervalles pour une MRV 6/2 tournant à grande vitesse (100 000 tours/min). À de telles vitesses, se posent les problèmes suivants :

- les pertes magnétiques peuvent générer de l'échauffement et des défauts du moteur ;
- l'évolution de ses pertes peut mettre en danger l'intégralité de la machine pendant son utilisation ;

- la saturation de la commande;
- le couple de charge devient important et peut induire des difficultés sur la loi de contrôle;
- le problème de la mesure de la position angulaire.

Ces problèmes sont liés à la méconnaissance actuelle d'un modèle précis dans toute la plage de fonctionnement. L'objectif de la thèse est la réalisation d'analyse numérique du problème capable de prévoir à quel endroit de la MRV et à quel instant une quantité de pertes peut apparaître et comment agir pour minimiser ces pertes et optimiser le fonctionnement. Ce problème est mathématiquement difficile et présente des difficultés sérieuses, notamment :

- Le champ électromagnétique n'est pas seulement déterminé par le comportement local du matériau, mais il dépend aussi des conditions aux frontières des équations de Maxwell. La géométrie compliquée de la MRV joue un rôle important.
- Les grandeurs électromagnétiques des équations de Maxwell interviennent comme termes sources dans l'équation d'équilibre mécanique de la machine, mais simultanément le mouvement du rotor affecte la géométrie du domaine et donc la distribution de ces grandeurs. La détermination du mouvement du rotor nécessite donc la résolution simultanée des équations de Maxwell et du mouvement du rotor.
- La résolution du système couplé nécessite beaucoup de temps de calcul et beaucoup d'espace mémoire.

Ces difficultés ont impliqué le développement d'une nouvelle technique de résolution pour le système couplé électromagnétique mécanique en prenant en compte la saturation du matériau. L'utilisation de cette méthode permet de calculer les pertes locales par courants de Foucault. Pour calculer les pertes par hystérésis, nous avons élaboré un nouvel algorithme pour intégrer le modèle de Preisach dans les équations de Maxwell dans le cas statique. Ces résultats ont été exploité pour développer une nouvelle forme du rotor pour maximiser l'accélération et minimiser les pertes magnétiques. Nous avons appelé ce nouveau rotor, le rotor à dents d'attaque. En ce qui concerne la commande, nous avons développé les points suivants :

- Une loi de contrôle optimal permettant l'amélioration du rendement de la machine.
- Un observateur par intervalle pour les MRV.

Cette thèse aborde dans l'ordre le couplage électromagnétique mécanique, la déformation mécanique, le calcul des pertes magnétiques, la conception d'une nouvelle forme de rotor, l'optimisation du courant d'alimentation et enfin un observateur d'intervalle des MRV.

1. Couplage électromagnétique mécanique : Une nouvelle stratégie a été mise en place pour coupler ces deux phénomènes en espace et en temps en prenant en compte le maillage mobile. Cette méthode consiste à décomposer la structure du moteur (le domaine) en deux parties, une partie mobile D_{mob} et une partie statique D_{sta}. Sur la partie mobile, nous choisissons une configuration initiale comme référence ($\theta = 0$). Pour chaque nouvelle position $\theta > 0$ du rotor, on ramène la structure mobile à sa configuration initiale en employant un opérateur $R_{-\theta}$, ensuite on résout chaque système sur son domaine. Il est alors nécessaire de raccrocher les deux solutions obtenues sur les deux parties du maillage (la partie mobile et la partie fixe). Pour cela, nous insérons une ligne, dite de glissement, entre les deux domaines en nous assurant que le maillage reste conforme au niveau de l'entrefer quel que soit le déplacement. Cette technique permet de mailler la structure une seule fois, d'accélérer le processus de résolution et donc de réduire son coût, tout en obtenant des résultats précis concernant le comportement électromagnétique-mécanique des MRV [6] [19]. L'algorithme de couplage entre les phénomènes électromagnétique et mécanique a été réalisé à travers le calcul du couple magnétique. Pour effectuer ce calcul, plusieurs méthodes existent dans la littérature [81]. Nous avons adopté la méthode du tenseur de Maxwell pour des raisons de précision et de simplicité. Cette méthode permet en effet, l'accès à la densité de la répartition des forces locales.

2. Modélisation non linéaire des MRV : Il est essentiel de bien connaître un modèle précis du couple et du flux de la MRV en fonction de la position angulaire du rotor et du courant dans le but d'évaluer ses performances ou pour la commande. Un modèle basé sur les séries de Fourier a été établi en utilisant les résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis. Une comparaison avec les mesures obtenues par des essais a été réalisée. La technique des moindres carrés est employée afin d'optimiser l'écart d'erreur entre les données numériques et le modèle choisi.

3. Calcul des pertes magnétiques : Classiquement le calcul des pertes magnétiques se décompose en deux parties [95] : les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis. L'implantation de la technique du couplage (électromagnétique et mécanique) mentionnée ci-dessus, en n'intégrant que la première courbe d'aimantation de la loi $\mathbf{B(H)}$, conduit implicitement à obtenir la répartition locale des pertes par courants de Foucault. Afin de tenir compte des pertes par hystérésis, engendrées par les cycles majeurs et mineurs, il est nécessaire d'élaborer un modèle efficace et simple sur le plan numérique pour une implantation dans un code d'éléments finis. Pour ce faire, le modèle de Preisach a été retenu et intégré dans les équations de Maxwell en association avec la méthode du point fixe.

4. Conception d'une nouvelle forme du rotor pour la MRV 6/2 : La procédure de comparaison et d'évaluation des paramètres de performance est appliquée dans un premier temps sur différentes formes de rotor d'une machine 6/2 pour deux raisons :

- Nous disposons d'un prototype 6/2 au laboratoire LGIPM.
- Nous voulons examiner une structure de rotor déjà optimisée sur le plan mécanique par notre groupe de recherche [33].

Cette étude concerne trois formes de rotor, la forme rectangulaire, la forme mentionnée ci-dessus développée par l'équipe CEMA, puis une nouvelle forme de rotor que nous avons appelée rotor à dents d'attaques [39]. Nous montrons que cette dernière forme fournie de meilleurs résultats.

5. Optimisation du courant pour les MRV : Dans ce chapitre, l'objectif consiste à optimiser le courant d'alimentation afin d'améliorer au maximum la performance du fonctionnement d'une MRV 6/2. Nos deux critères d'optimisation sont les suivants : minimiser les pertes électriques et maximiser l'énergie mécanique fournie. Le cadre d'étude est basé sur la théorie du contrôle optimal non linéaire en prenant en compte la non linéarité du flux magnétique ainsi qu'un fonctionnement à très grande vitesse (200 000 tours/min). L'implantation numérique est réalisée par la méthode de tir [38].

6. Observateur d'intervalle pour les MRV : On donne des conditions suffisantes d'existence d'observateurs à entrée inconnues pour les MRV. Le modèle dynamique utilisé comporte l'équation électrique des phases et les équations mécaniques du rotor avec perturbations. La convergence asymptotique par intervalle est prouvée et implantée numériquement.

Chapitre 1

Les machines à Réluctance Variable

1.1 Principe de fonctionnement

Nous décrivons dans cette partie les éléments permettant de mieux comprendre le fonctionnement d'une machine à réluctance variable (MRV). Si un barreau de fer attaché sur un levier est placé près d'un électroaimant (cf. Fig. 1.1.a), une force $\vec{F}$ apparaît qui tend à attirer le barreau de fer vers l'électroaimant. La force $\vec{F}$ a deux composantes : une composante radiale $\vec{F_r}$ et une composante tangentielle $\vec{F_t}$. La composante tangentielle de la force a pour effet de placer le barreau de fer dans la position alignée (cf. Fig. 1.1.b). Si l'extrémité inférieure du levier est articulé au point O, alors la composante tangentielle de force crée un couple $\mathcal{C}$ et le système effectue une rotation autour du centre O (cf. Fig. (1.1.c)).

Les machines à réluctance variable sont composées d'un stator à pôles saillants. Les enroulements d'alimentation sont bobinés autour des N_s dents statoriques (figure 1.2). Ils sont agencés en q phases comprenant chacune $\frac{N_s}{q}$ pôles équirépartis et qui constituent des électroaimants attirant autant de pôles rotoriques qui cherchent naturellement à s'orienter suivant la direction du flux maximum. Le rotor d'une telle machine non polarisée possède des pôles saillants. Il ne comporte ni enroulements, ni aimants, ni cage. Le nombre de dents rotoriques est noté N_r. Pour effectuer une rotation continue dans le sens contraire

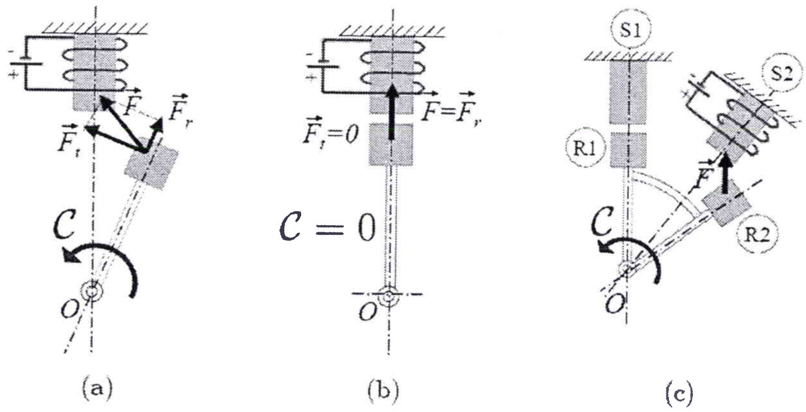

FIG. 1.1 – *l'effet d'attraction d'un électroaimant sur un barreau de fer (a) et (b) ; mouvement continu (c)*

des aiguilles d'une montre on alimente la phase 1, puis la phase 2, puis la phase 3 ... si on veut changer le sens de la rotation du moteur, il suffit de changer l'ordre d'alimentation des bobines (voir figure (1.2)).

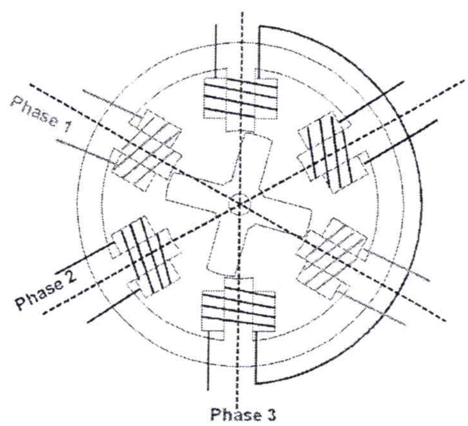

FIG. 1.2 – *Machine à réluctance variable 6/4*

Le mode d'alimentation de ce type de machines est réalisé via un convertisseur de puissance (qui a remplacé le commutateur mécanique (cf. Fig. (1.4)) qui est représenté sur les deux figures (1.3) et (1.5). Il permet par la fermeture des deux interrupteurs commandables, l'application d'une tension aux bornes des enroulements de phase.

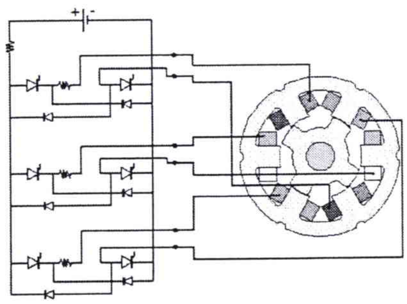

FIG. 1.3 – *Convertisseur électronique d'une MRV 6/4*

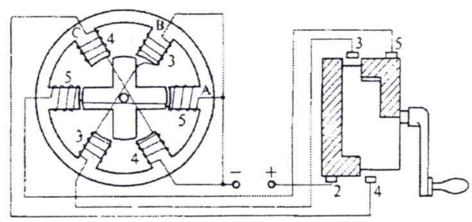

FIG. 1.4 – *Commutateur mécanique d'une MRV 6/4*

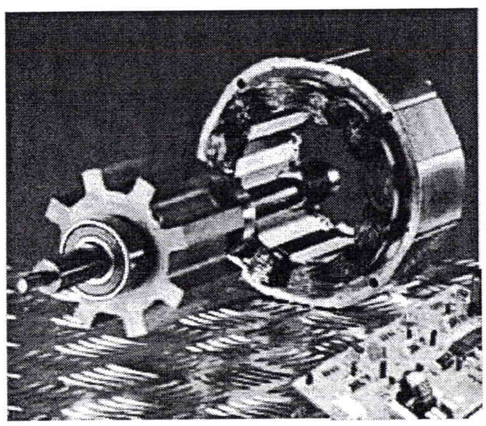

FIG. 1.5 – *une MRV 12/8 démontée*

Les configurations de MRV les plus étudiées dans la littérature sont 6/4, 8/6, et 12/8 (cf. Fig. (1.6)).

Les avantages sont :

- la construction du stator et du rotor est simple
- il n'y a pas de bobinages au rotor : coût de construction faible,
- le couple ne dépend pas du sens du courant,
- elle peut fonctionner en mode pas-à-pas et est réversible,
- coût de maintenance faible,
- rendement important

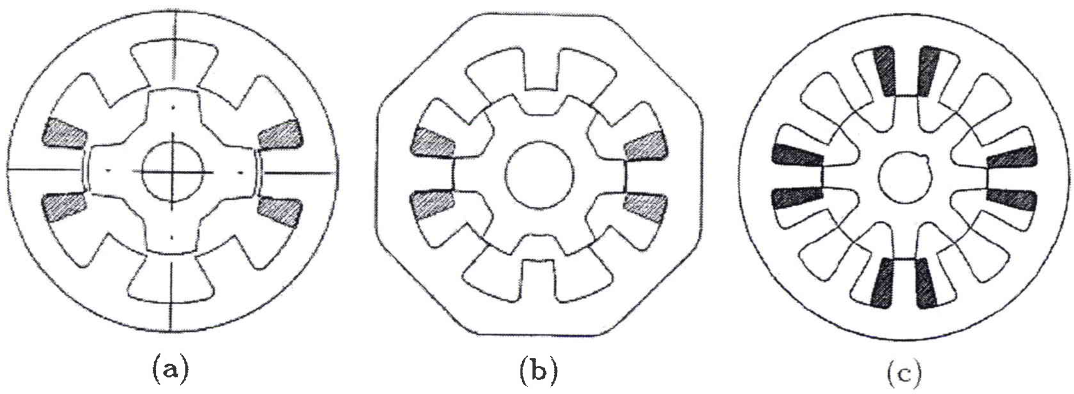

FIG. 1.6 – *Les machines à réluctance variable les plus utilisées dans les applications industrielles : 6/4 (a), 8/6 (b), et 12/8 (c)*

Les inconvénients sont :

- nécessite au moins trois bobinages, pour obtenir un cycle complet,
- pas de couple résiduel,
- les entrefers doivent être très faibles,
- le contrôle nécessite la connaissance de l'angle mécanique,
- le couple n'est pas lisse ce qui engendre des vibrations audibles.

1.2 Les Machines électriques et la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis a été développée dans les années 60 par des ingénieurs puis étudiée par des mathématiciens. On peut citer par exemple les ouvrages de Ciarlet[28] et Strang et Fix[107]. Leur idée est de décrire le comportement global de pièces complexes par des fonctions de départ simple et paramétrées et ce, pour chaque zone du modèle (éléments). La résolution des équations différentielles se transforme alors en résolution d'un système d'équations algébriques contenant les inconnues de ces fonctions simples.

Ces inconnues à trouver sont, suivant le problème, un déplacement, une température

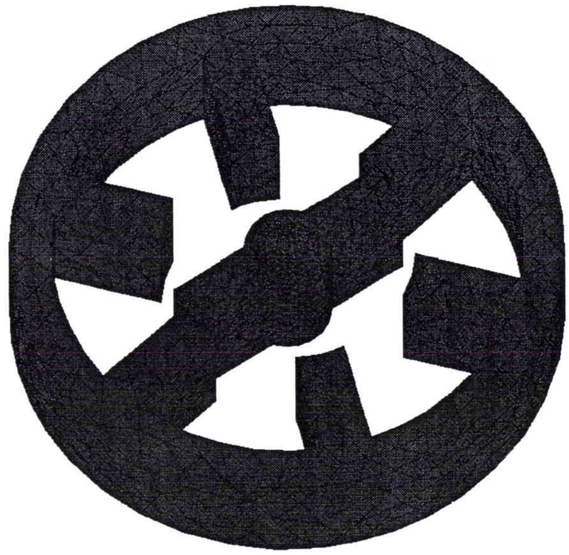

FIG. 1.7 – *Maillage du stator et du rotor d'une MRV en 3D*

ou un potentiel magnétique. Les systèmes d'équations peuvent être gigantesques pour des pièces complexes : le nombre d'inconnues peut aller de quelques milliers jusqu'à plusieurs millions. Dans ces conditions, il n'est pas étonnant de constater que les techniques EF n'ont pu se développer que parce des ordinateurs ont acquis une puissance de calcul suffisante.

De nos jours, avec l'apparition de stations de travail et de PC bien plus puissants qu'auparavant, des modèles plus conséquents peuvent être traités en moins de temps grâce aux interfaces graphiques qui permettent de préparer le modèle et d'en exploiter les résultats avec simplicité.

Actuellement, les techniques de simulation numérique sont devenues un composant indispensable pour la modélisation de la dynamique des machines électriques à cause de la masse d'informations quantitatives utiles au cours du processus de conception et de mise au point. Des problèmes liés à l'utilisation d'entrefer faible, et au fonctionnement en régime saturé peuvent être résolus en choisissant un maillage fin aux endroits sensibles. La méthode des éléments finis fournit un certain nombre d'avantages essentiels :

– réduire les coûts de développement et de fabrication

- raccourcir les délais de mise sur le marché
- accroître la qualité des produits

Pour atteindre ces objectifs, le monde industriel a donné naissance à plusieurs sociétés spécialisées dans le développement des logiciels de simulation numérique pour les machines électriques.

Les exigences sur la réduction des cycles d'études et sur la qualité des produits rendent l'analyse par éléments finis indispensable dans le travail quotidien de conception. De plus, les produits complexes sont souvent développés dans différents services de plusieurs sociétés provoquant ainsi, parmi les différents composants, des interdépendances qui sont visibles à temps seulement si elles sont simulées et analysées sur ordinateur. Dans ce contexte, le choix d'un outil d'analyse ne devra pas être basé sur les fiches de publicité des produits d'analyse par éléments finis mais plutôt sur le contrôle qualité des résultats d'analyse tout au long du projet. Ceci revêt une importance primordiale.

Première partie

Modélisation Numérique de Machines à Réluctance Variable

Chapitre 2

Couplage Électromagnétique Mécanique

L'objet de ce chapitre est le développement d'outils de modélisation numérique et leur utilisation pour l'optimisation et l'amélioration des performances des machines à réluctance variable (MRV). L'étude théorique de telles machines se heurte à de multiples obstacles, compte tenu du grand nombre de phénomènes intervenants dans la modélisation du problème, la complexité de la géométrie, les non linéarités du matériau et la nécessité de disposer d'un espace mémoire très important avec des temps de simulation se chiffrant en jours. Cependant, l'ingénieur d'aujourd'hui est appelé à approfondir ses connaissances sur le comportement du champ magnétique notamment en régime de saturation, la répartition locale des pertes fer et la question du dimensionnement de la machine ; en plus il doit développer de nouvelles techniques, plus efficaces, plus rapides et plus précises pour tenir compte du mouvement du rotor et de la saturation du matériau. Dans ce chapitre, nous proposons les outils nécessaires permettant de surmonter ces difficultés. En effet, le fonctionnement de ces systèmes est régi par les équations de Maxwell et les équations du comportement mécanique de la MRV. Ces équations ne peuvent pas être résolues explicitement. La prédiction des paramètres de performance exige une meilleure compréhension de la distribution locale du champ magnétique. Alors la méthode des éléments finis est utilisée parce qu'elle offre une approche précise de la prédiction de ces paramètres.

La première étape consiste à formaliser les équations de Maxwell sur chaque partie de la MRV, (le rotor, le stator, les bobines et l'entrefer), ensuite et afin de tenir compte de l'équation du mouvement du rotor, nous décomposons l'ensemble de cette structure en deux parties : une partie fixe et une partie mobile. La connexion entre ses deux domaines est réalisé via une ligne 'dite' de glissement. Sur la partie mobile, nous introduisons un opérateur de changement de base dépendante de l'équation mécanique du rotor. Cette technique permet de prendre en compte le maillage mobile en maillant la structure une fois pour toute. À l'étape suivante, nous discutons des deux méthodes les plus utilisées pour calculer le couple magnétique. Il s'agit de la méthode des travaux virtuels et de la méthode du tenseur de Maxwell. Finalement, nous proposons un algorithme du couplage des équations de Maxwell et des équations de déformation du stator.

2.1 Les Équations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont à la base de tous concepts électrotechniques, quels qu'ils soient. Il est par conséquent indispensable, avant de vouloir réaliser pratiquement un système électromagnétique, de modéliser et simuler les équations de Maxwell dans ce système.

2.1.1 Forme générale

Les équations de Maxwell fournissent une description précise et fondamentale de l'ensemble des lois électromagnétiques. Celles-ci ont été écrites dans un premier temps par un groupe de scientifiques tandis que James Clerk Maxwell les a synthétisées en les exprimant sous forme différentielle. Elles déterminent les champs de vecteurs **B**, **H**, **D** et **E** appelés respectivement induction magnétique, champ magnétique, induction électrique et champ électrique. Pour un milieu ferromagnétique à des fréquences inférieures à 10^{12} Hz, l'induction électrique peut être négligée. Alors les équations de Maxwell peuvent s'écrire :

▶ Loi de Gauss magnétique (conservation de flux) :

$$\text{Div } \mathbf{B} = 0 \tag{2.1}$$

▶ Loi d'Ampère :

$$\text{Rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{2.2}$$

▶ Loi de Faraday :

$$\text{Rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$

où $\mathbf{J}$ est la densité de courant de conduction.

2.1.2 Relations propres aux matériaux

La distribution interne de charges de certains matériaux se modifie cependant sous l'influence d'un champ électromagnétique, presque au même degré pour la plupart d'entre eux. La description du milieu nécessite donc la connaissance de relations constitutives des matériaux :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{2.4}$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + J_s \tag{2.5}$$

où le paramètre $\mathbf{v}$ dénote la vitesse de déplacement des charges, σ représente la conductivité du milieu, et J_s est la densité du courant source. La variable μ représente la perméabilité magnétique du matériau, qui est égale à μ_0 dans le vide. Mais dans certains corps, cette égalité n'est plus vraie. Elle est fortement non linéaire en fonction de l'induction magnétique $\mathbf{B}$: ($\mathbf{B} = \mu(\mathbf{B})\mathbf{H}$). Dans ce manuscrit, nous avons utilisé les résultats des essais effectués par le groupe CEMA du LGIPM. La caractéristique magnétique des tôles utilisées est définie dans la tableau (2.1). En effectuant une interpolation linéaire des valeurs de $\mu(\mathbf{B})$ nous obtenons la courbe représentée sur la figure (2.1). C'est cette courbe qui sera intégrée dans toute les simulations numériques (sans hystérésis).

En ce qui concerne la conductivité, nous l'avons considéré constante. Ses valeurs sont données dans le tableau (2.2)

H [A/m]	B [Tesla]
0.000	0.00000
54.000	0.40000
62.000	0.50000
70.000	0.60000
80.000	0.70000
95.000	0.80000
100.00	0.85000
130.00	1.0000
150.00	1.0600
173.00	1.1000
200.00	1.1500
250.00	1.2000
300.00	1.2300
500.00	1.3200
1000.0	1.4100
2000.0	1.4900
3000.0	1.5300

TAB. 2.1 – *Caractérisation non linéaire de l'induction magnétique* **B** *du matériau utilisé*

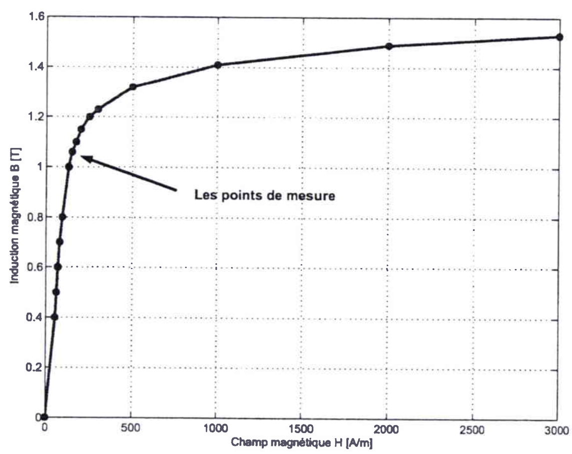

FIG. 2.1 – *La caractéristique magnétique du matériau des tôles utilisée dans la simulation sans hystérésis*

Paramètre	Valeur ($S \cdot m^{-1}$)
conductivité équivalente des tôles	$6,66 \times 10^4$
conductivité des bobines	$5,88 \times 10^7$

TAB. 2.2 – *Valeurs de la conductivité*

2.1.3 Conditions aux limites

Pour résoudre les équations de Maxwell, il faut ajouter les conditions aux frontières du milieu. En effet, à la limite de séparation de deux milieux correspondant aux indices i et j , et $\mathbf{n}$ désigne le vecteur normal à la surface de séparation dirigé vers l'extérieur (cf. figure (2.2)).

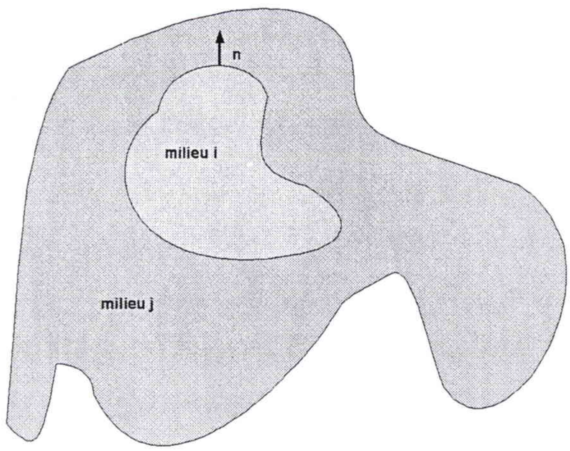

FIG. 2.2 – *Passage entre deux milieux différents*

Les relations de passages sont :

► La relation de continuité de la composante normale de l'induction magnétique :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_i = \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_j \tag{2.6}$$

► La relation de continuité de la composante normale de densité de courant :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_i = \mathbf{n} \cdot \mathbf{J}_j \tag{2.7}$$

► La relation de continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_i = \mathbf{n} \times \mathbf{E}_j \tag{2.8}$$

► La relation de continuité des composantes tangentielles du champ magnétique $\mathbf{H}$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_i = \mathbf{n} \times \mathbf{H}_j \tag{2.9}$$

2.1.4 Formulation en potentiel magnétique

La résolution directe des équations de Maxwell n'est pas évidente. Classiquement, on introduit le concept de vecteur potentiel qui permet de réduire le nombre de paramètres physiques inconnus à un seul champ de vecteur. En effet, d'après la loi de Gauss (2.1), il existe un vecteur **A** (appelé vecteur potentiel magnétique) tel que :

$$\mathbf{B} = \mathrm{Rot}\ \mathbf{A} \tag{2.10}$$

et en substituant (2.10) dans (2.2) avec l'aide de (2.4) on aboutit à l'équation différentielle du deuxième ordre :

$$\mathrm{Rot}\ \left(\frac{1}{\mu}\mathrm{Rot}\ \mathbf{A}\right) = \mathbf{J} \tag{2.11}$$

Cette équation, cependant, n'admet pas une solution unique. En effet, supposons que **A** soit une solution de (2.11) alors toute fonction $\mathbf{A}'_f$ avec $\mathbf{A}'_f = \mathbf{A} + \nabla f$ est aussi solution de (2.11) pour toute fonction f. Donc pour que la solution soit unique nous devons imposer une condition supplémentaire sur sa divergence. Cette condition s'appelle la condition de jauge de Coulomb :

$$\mathrm{Div}\ \mathbf{A} = 0 \tag{2.12}$$

En exploitant les particularités des MRV c'est à dire sa structure et son mode d'alimentation qui sont symétriques, ainsi les dimensions longitudinales qui sont généralement grandes devant les dimensions transversales, nous pouvons ramener l'étude à des modèles bidimensionnels tout en représentant correctement le phénomène pour des coûts réduits de calcul en temps et en espace. Nous nous intéressons donc, dans cette thèse, au cas de la dimension deux. La référence de notre étude est un repère orthonormé $(O,\ Ox,\ Oy)$, le plan des axes $(O,\ Ox,\ Oy)$ est perpendiculaire à l'axe de symétrie du moteur (Oz) et O est le centre du rotor (voir figure (2.3)). Nous supposons que le champ magnétique et la densité du courant ne varient pas suivant l'axe (Oz). Nous allons chercher le vecteur potentiel magnétique **A** tel que : $\mathbf{A} = \mathbf{A}_z(x,\ y)\vec{z}$ (ce dernier vérifie la condition du jauge de Coulomb (2.12)).

D'autre part, la densité de courant **J** et la perméabilité μ vont être exprimées de manière différente en fonction du milieu. Il faut donc traiter chacune des parties séparément.

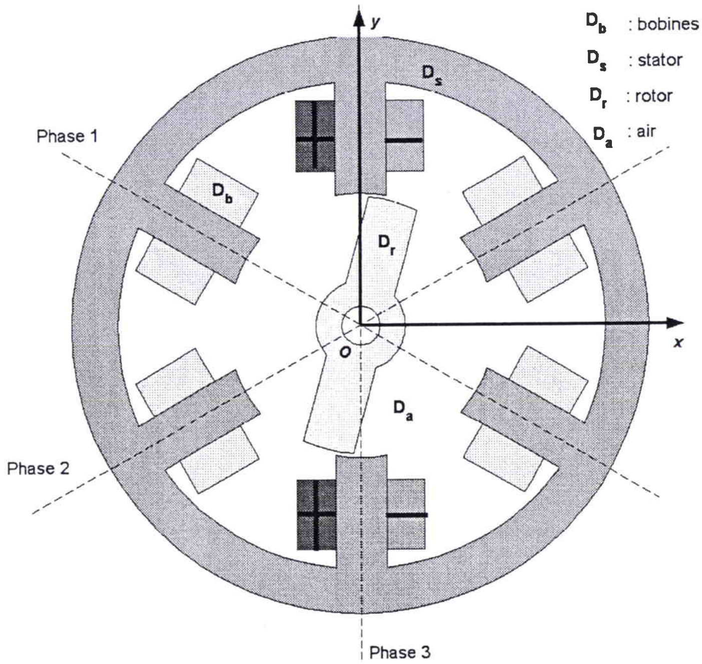

FIG. 2.3 – *Structure d'une machine à réluctance variable 6/2*

Quatre types de régions : Nous pouvons considérer quatre types de régions pour notre moteur :

- **Les bobinages** : Dans ces régions, la densité de courant est considérée comme source du champ magnétique : $\mathbf{J} = (\sigma\mathbf{E} + J_0)$, et la perméabilité est celle du vide $\mu = \mu_0$, la formulation en potentiel scalaire est déterminée par l'équation :

$$\sigma\frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0}\Delta\mathbf{A}_z = J_0^z \tag{2.13}$$

- **Le rotor** : Dans cette région, la répartition de la densité de courant est déterminée par la force de Lorentz et les courants de Foucault : $\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, tandis que la perméabilité est fortement non linéaire, elle dépend de la norme de l'induction magnétique $\mathbf{B}$: $\mu = \mu(\| \mathbf{B} \|)$. La formulation en potentiel scalaire est donnée par l'équation

$$\sigma\frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial t} - \mathrm{Div}\left(\mu^{-1}\mathrm{Grad}\ \mathbf{A}_z\right) - \sigma\Omega(\mathbf{y}\ - \mathbf{x})^T \cdot \mathrm{Grad}\ \mathbf{A}_z = 0 \tag{2.14}$$

- **Le stator** : Cette région est supposée fixe. Il n'y que les courants de Foucault et la perméabilité non linéaire qui doivent être prises en compte, i.e : $\mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E}$, et $\mathbf{B}$:

$\mu = \mu(\| \mathbf{B} \|)$

$$\sigma \frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial t} - \mathrm{Div} \cdot \left(\mu^{-1} \mathrm{Grad}\ \mathbf{A}_z \right) = 0 \tag{2.15}$$

► **L'air** : Dans cette région, la conductivité est nulle, et la perméabilité égale à μ_0. La formulation en potentiel est beaucoup plus simple, elle s'écrit sous une forme du problème de Laplace :

$$-\Delta \mathbf{A}_z = 0 \tag{2.16}$$

La structure de la MRV étudiée dans ce chapitre est représentée sur la figure (2.3). Elle contient six dents statoriques et deux dents rotoriques, chaque dent statorique comporte des bobinages concentriques. La phase est constituée par deux enroulements bobinés autour des deux pôles statoriques diamétralement opposés, et mis en série. La forme des courants d'alimentation est supposée rectangulaire. Cette forme d'alimentation permet de maximiser le couple et d'utiliser un convertisseur de puissance simple et robuste. Ainsi le mode d'alimentation est basé sur le principe de l'alimentation d'une seule phase à la fois et de la commutation des phases. L'ordre des phases est choisi pour que le mouvement du rotor soit effectué dans le sens trigonométrique. Plus précisément, nous avons les conditions de commutation suivantes :

1. si $-\frac{\pi}{6} \leq \theta < \frac{\pi}{6}$ ou $\frac{5\pi}{6} \leq \theta < \frac{7\pi}{6}$ alors la phase 2 est alimentée
2. si $\frac{\pi}{6} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{7\pi}{6} \leq \theta < \frac{3\pi}{2}$ alors la phase 3 est alimentée
3. si $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{5\pi}{6}$ ou $\frac{3\pi}{2} \leq \theta < \frac{11\pi}{6}$ alors la phase 1 est alimentée

où θ est l'angle de la position du rotor par rapport à l'axe d'origine. Les paramètres géométriques sont donnés dans la tableau 2.3

Pour la résolution des équations (2.13)-(2.16), nous avons appliqué la méthode de Galerkin des éléments finis. En effet, on se donne une triangulation $\mathcal{T}_h$ d'un domaine polygonal $\mathcal{D}_h$ proche du domaine étudié en subdivisant en triangles $K_1, K_2, \ldots, K_m$. Par exemple, dans la figure (2.5), nous avons représenté une triangulation du moteur étudié dans une position angulaire à 80 degrés (il y a 4208 triangles et 8505 de sommets). Il faut noter que la répartition du maillage ne doit pas être uniforme, à l'entrefer par exemple, un maillage raffiné sur cette zone est nécessaire. À chaque nœud intérieur $P_1, P_2, \ldots, P_N$ on associe des fonctions $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_N$ dans $\mathbb{R}$. La fonction ϕ_i, $1 \leq i \leq N$ est définie par

Paramètre	Symbole	Valeur (mm)
Diamètre du stator	D_s	45
Diamètre du rotor	D_r	20
Largeur du pôle statorique	D_1	4
Largeur du pôle rotorique	D_2	4
Profondeur d'encoche statorique	d_s	8,7
Profondeur d'encoche rotorique	d_r	6
Épaisseur de culasse statorique	c_s	3,5
Épaisseur de culasse rotorique	c_r	2,5

TAB. 2.3 – *Les paramètres géométriques de la MRV étudiée (voir figure (2.4))*

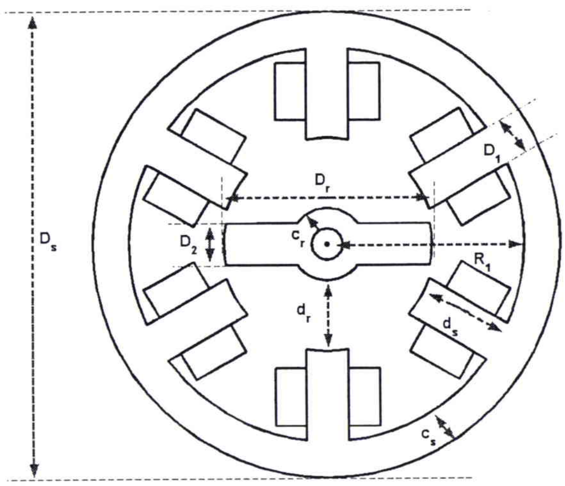

FIG. 2.4 – *La MRV étudiée*

- ϕ_i est nulle en tous les nœuds de $\mathcal{T}_h$ sauf au point P_i où elle vaut 1,
- ϕ_i est un polynôme de degré un sur chaque triangle K_j, $1 \leq j \leq m$

Dans un premier temps, nous nous intéressons au cas statique afin d'avoir une idée générale sur l'allure du champ magnétique pour un instant donné. En multipliant par la fonction ϕ_i la formulation en potentiel scalaire s'écrit sous la forme suivante :

$$-\int_{\mathcal{D}} \text{Div } \nu \text{Grad } A_z\phi_i \, d\mathbf{x} - \int_{\mathcal{D}} \mathbf{v} \cdot \text{Grad } A_z\phi_i \, d\mathbf{x} - \int_{\mathcal{D}} J_z^c\phi_i \, d\mathbf{x} = 0 \tag{2.17}$$

Le potentiel scalaire pourra se développer dans la base des fonctions ϕ_i :

$$A_z = \sum_j N_j A z_j \tag{2.18}$$

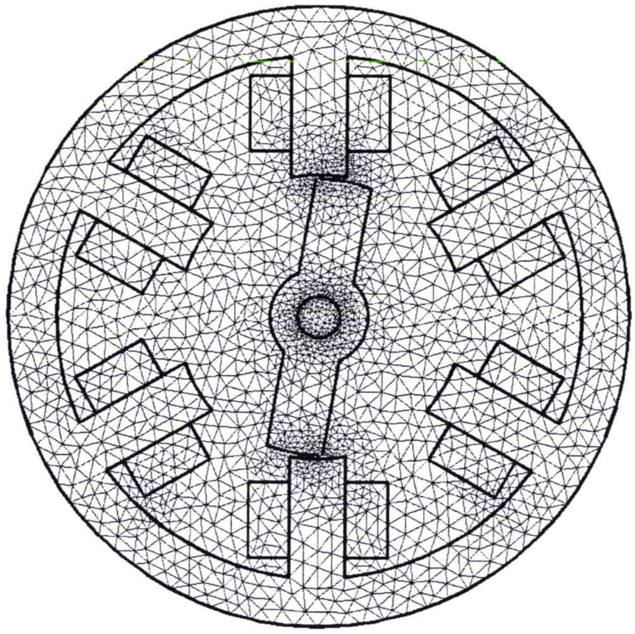

FIG. 2.5 – *Maillage d'une machine à réluctance variable 6/2*

Le premier terme de l'équation (2.17) est donc égale à :

$$-\int_{\mathcal{D}} \text{Div } \mu^{-1}\text{Grad } A_z\phi_i \, d\mathbf{x} = \sum_e \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \nu_e \underbrace{\int_{\Delta_e} \text{Grad } \phi_i \cdot \text{Grad } \phi_j \, Az_j \, d\mathbf{x}}_{K_{ij}^e}$$

le second terme s'écrit :

$$-\int_{\mathcal{D}} \gamma \cdot \text{Grad } A_z\phi_i \, d\mathbf{x} = -\sum_e \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \underbrace{\int_{\Delta_e} \gamma \cdot \text{Grad } \phi_j\phi_i \, d\mathbf{x} \, Az_j}_{L_{ij}^e}$$

le troisième terme est :

$$-\int_{\mathcal{D}} J_z^c\phi_i \, d\mathbf{x} = -\sum_e \sum_{j=1}^{3} \underbrace{J_z^{c,e} \int_{\Delta_e} \phi_i \, d\mathbf{x}}_{K_i^e}$$

L' équation (2.17) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{SA} = \mathbf{T} \tag{2.19}$$

où $S = K + L$.

La matrice S, appelé matrice de rigidité, est creuse au sens où la plupart de ses coefficients sont nuls. En effet, nous avons $S_{ij} = 0$ si P_i et P_j ne sont pas des sommets voisins (i.e. ayant une arête commune). Dans la figure (2.6) nous représentons l'allure de S dans le cas présent (les coefficients non-nuls sont représentés par un point bleu).

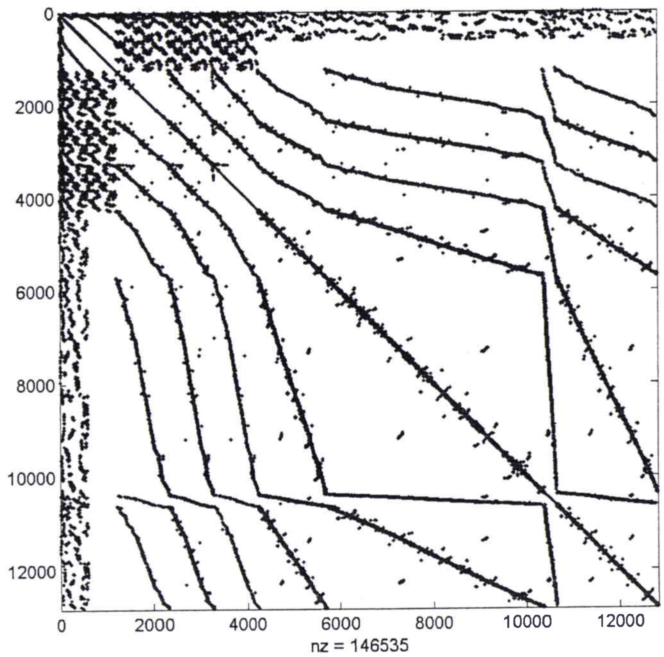

Fig. 2.6 – *Forme de la matrice de rigidité S*

La non linéarité de la perméabilité μ nous oblige à d'utiliser une méthode itérative de type (gradient conjugué, GMRES, ...) pour la résolution du problème. Nous ne détaillons pas plus ce point parce que ce n'est pas l'objectif de cette thèse. Nous cherchons plutôt à exposer la façon d'aborder le problème ainsi que les résultats numériques obtenus. La figure (2.7) montre les lignes du champ magnétique A_z et la direction de l'induction magnétique $[B_x, B_y]$ pour une position angulaire du rotor égale à 80 degrés. Sur la figure à droite (2.8) nous présentons un agrandissement d'une partie de la zone d'entrefer. C'est l'une des positions où la perméance et l'inductance sont presque maximales et la réluctance minimale.

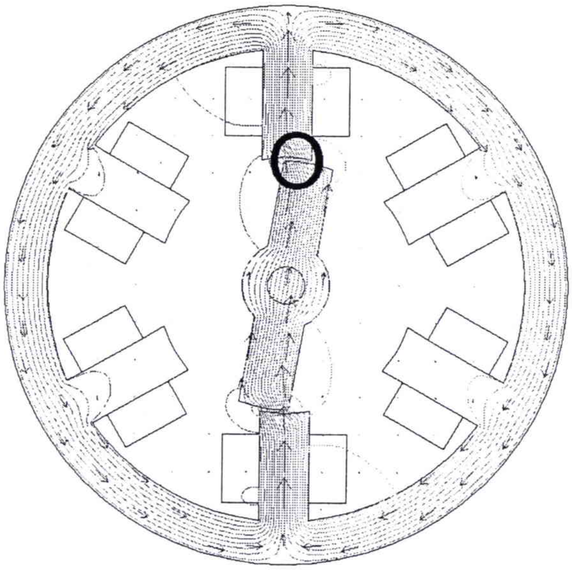

FIG. 2.7 – *Contour : le flux magnétique, Vecteur : l'induction magnétique*

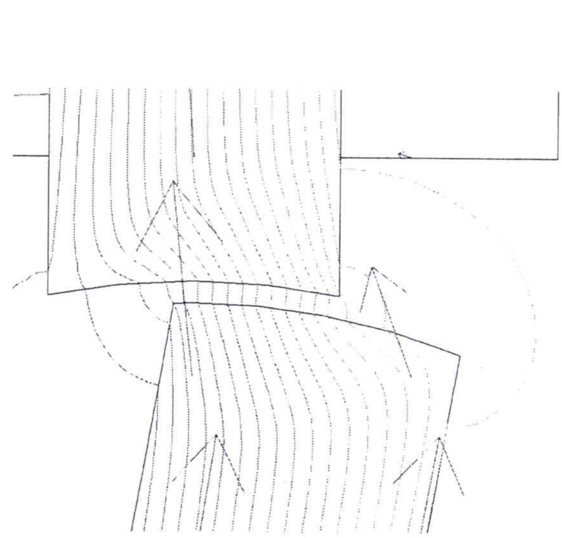

FIG. 2.8 – *Zoom sur la région de saturation des dents*

Dans la suite, nous allons présenter la distribution du champ magnétique et de l'inductance magnétique pour certaines positions angulaires du rotor durant la phase numéro 2 (cf. Fig.2.3). La perméance et l'inductance sont minimales sur la première position angulaire du rotor ($\theta = -30°$). La figure (2.12) illustre les faibles valeurs de l'induction magnétique. Elle croît lorsque les dents rotoriques et statoriques se rapprochent (voir les figures (2.14) et (2.16)), jusqu'aux endroits de la saturation (figures (2.18) et (2.20).

2.2 Calcul du couple magnétique

Le calcul des forces électromagnétiques est très important dans une machine électrique; elles engendrent le mouvement du rotor ainsi que des déformations de l'appareil. Il est donc essentiel de savoir les calculer par une méthode performante et "simple". Plusieurs méthodes ont été développées dans la littérature, on pourra les regrouper en deux catégories : les méthodes basées sur le principe des travaux virtuels et les méthodes basées sur le calcul du tenseur de Maxwell [30][81][98].

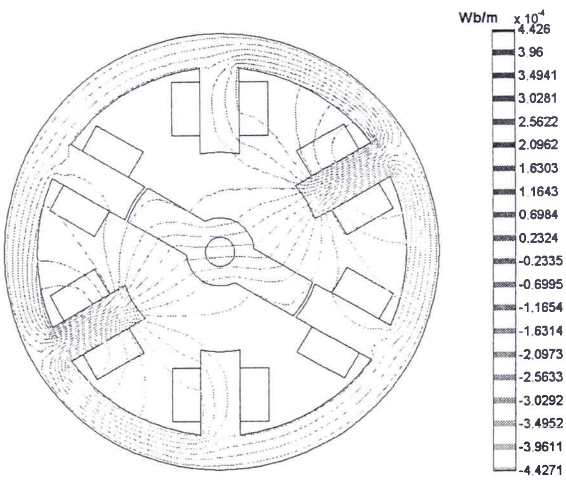

FIG. 2.9 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour $\theta = -30°$*

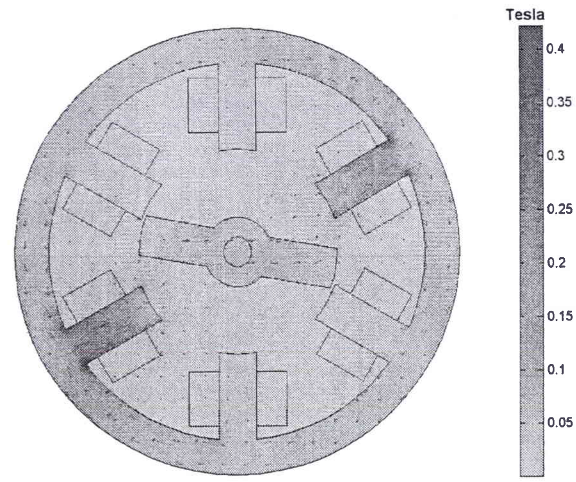

FIG. 2.10 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour $\theta = -30°$*

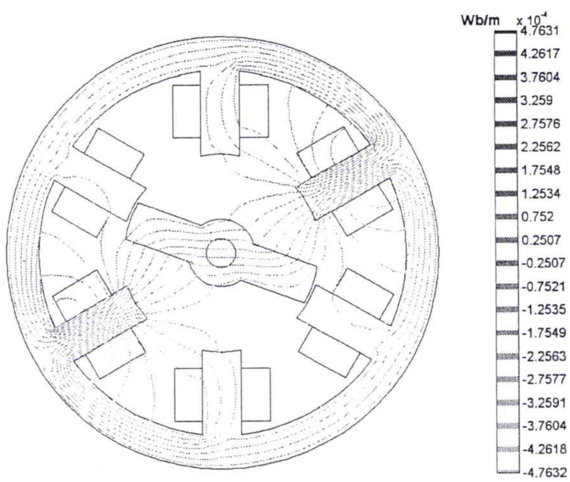

FIG. 2.11 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour $\theta = -20°$*

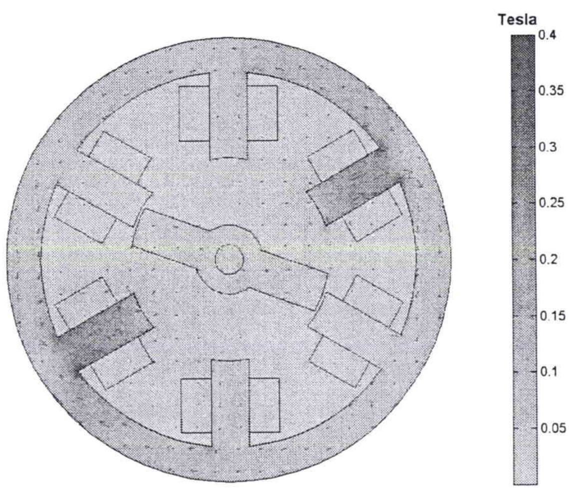

FIG. 2.12 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour $\theta = -20°$*

2.2.1 Méthode des travaux virtuels

La méthode des travaux virtuels est basée sur le principe de la transformation de l'énergie magnétique en énergie mécanique. L'expression de l'énergie magnétique est donnée par la relation :

$$W_m = \int_V \left(\int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} \, d\mathbf{B} \right) dV \qquad (2.20)$$

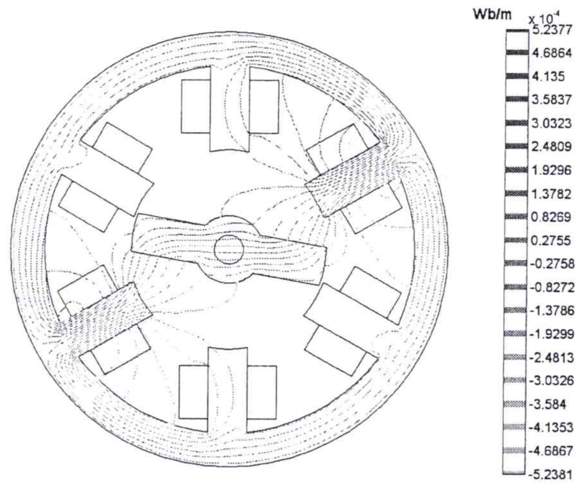

FIG. 2.13 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour $\theta = -10°$*

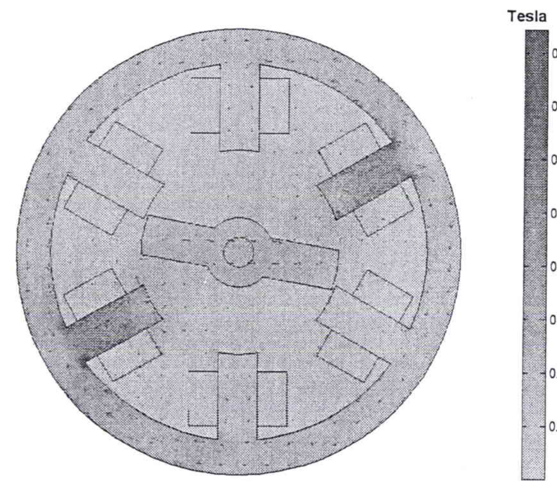

FIG. 2.14 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour $\theta = -10°$*

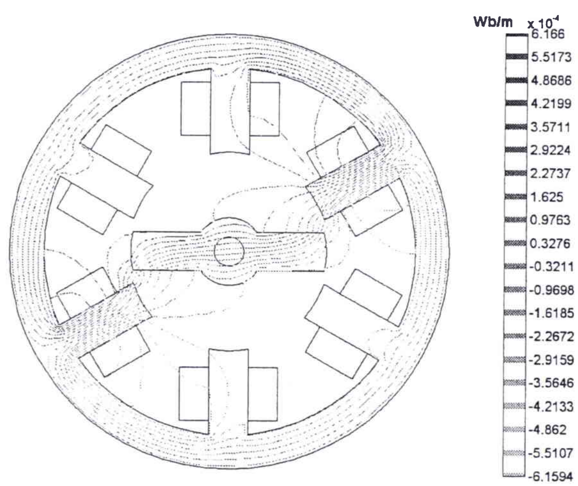

FIG. 2.15 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour $\theta = 0°$*

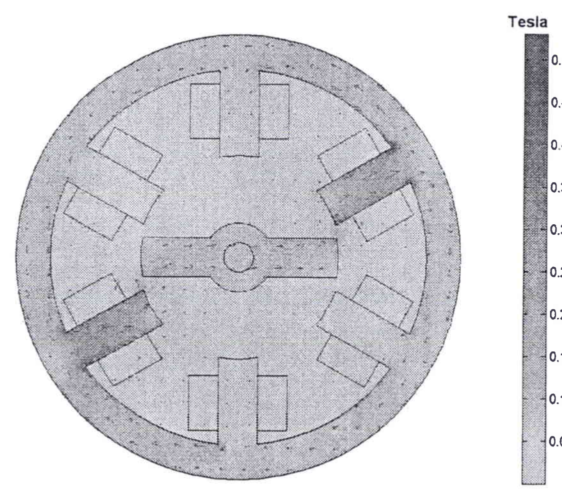

FIG. 2.16 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour $\theta = 0°$*

La distribution de co-énergie magnétique est montrée dans les figures (2.21-2.24) pour certaines positions du rotor. Elle est localisée essentiellement dans l'entrefer, ainsi on remarque une croissance de cette co-énergie quand les dents rotoriques se rapprochent des dents statoriques. Ceci ne traduit pas une augmentation du couple produit quand les dents rotoriques et les dents statoriques se rapprochent, parce que le couple dépend en fait du taux de variation de l'énergie magnétique par rapport au déplacement du rotor (voir

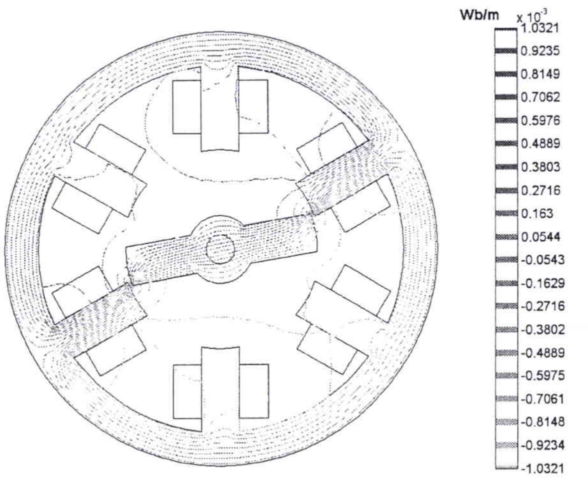

FIG. 2.17 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour* $\theta = 10°$

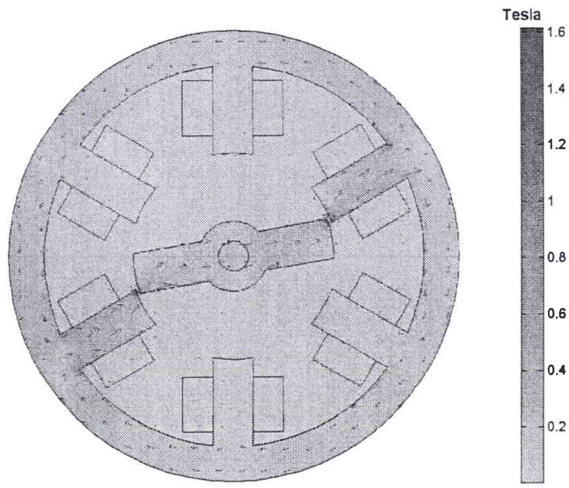

FIG. 2.18 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour* $\theta = 10°$

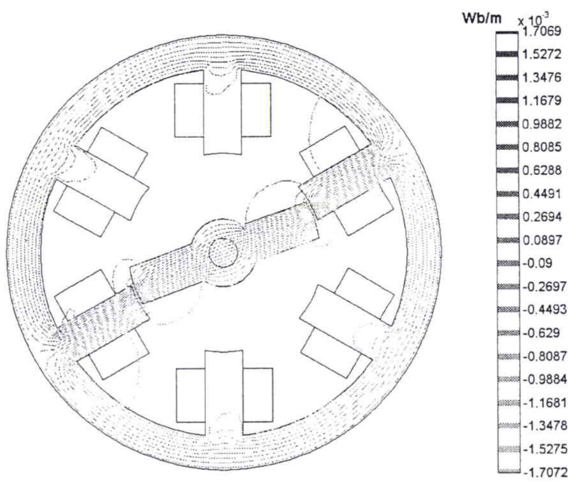

FIG. 2.19 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour* $\theta = 20°$

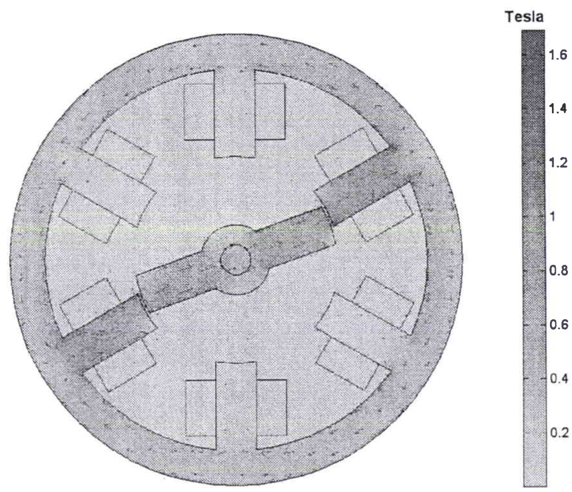

FIG. 2.20 – *Surface : norme de l'induction magnétique. Vecteurs : induction magnétique pour* $\theta = 20°$

les deux relations (2.21)-(2.2.1)). L'augmentation de l'énergie est due à l'augmentation de l'induction et du champ magnétique dans l'entrefer lors du passage du rotor au voisinage du stator.

Le couple magnétique peut être calculé par la dérivation de la co-énergie magnétique en distinguant deux possibilités.

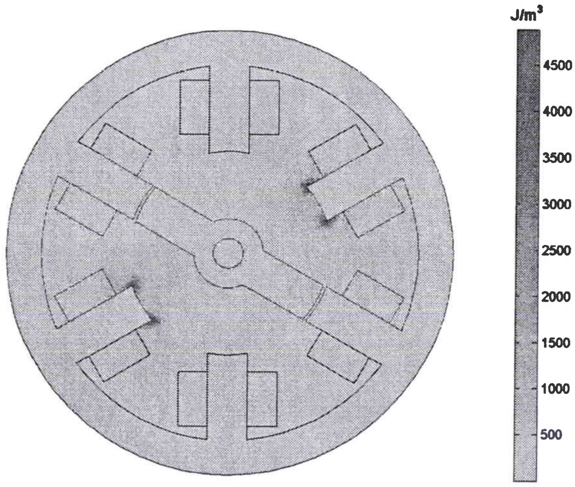

FIG. 2.21 – *Distribution de l'énergie magnétique pour* $\theta = -30°$

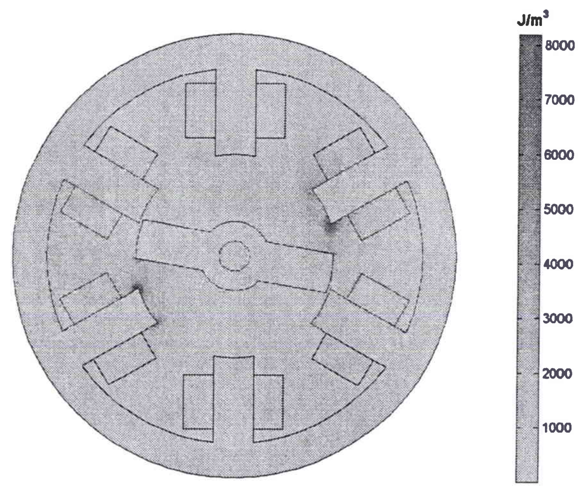

FIG. 2.22 – *Distribution de l'énergie magnétique pour* $\theta = -10°$

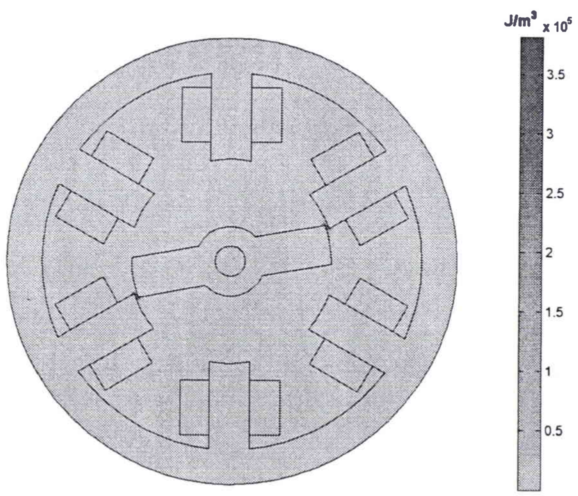

FIG. 2.23 – *Distribution de l'énergie magnétique pour* $\theta = 10°$

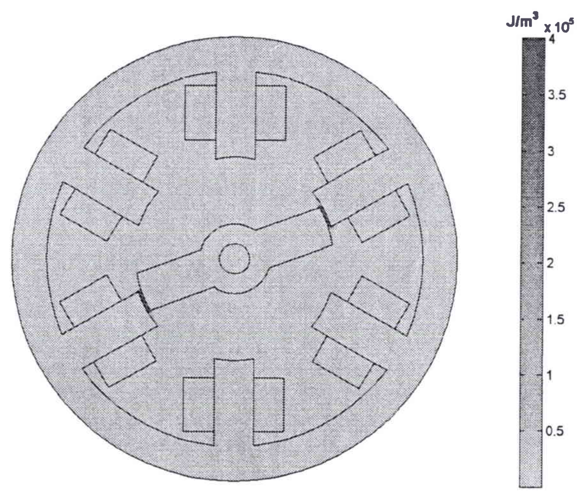

FIG. 2.24 – *Distribution de l'énergie magnétique pour* $\theta = 20°$

► ou bien à flux magnétique constant [26] :

$$C_\Phi = -\frac{\partial W_m}{\partial \varphi} \tag{2.21}$$

► ou bien à courant constant [30] :

$$C_I = \frac{\partial W_{cm}}{\partial \varphi} \tag{2.22}$$

où W_{cm} est la co-énergie magnétique du système.
Dans les deux cas, φ représente l'angle de déplacement mécanique autour de l'axe (**Oz**).
L'implantation de cette méthode dans un code de calcul par éléments finis est basée sur la dérivation locale de la matrice jacobienne [30].

Remarque 1 *le calcul du couple ne concerne que la dérivée de la co-énergie magnétique située dans l'entrefer.*

2.2.2 Méthode du tenseur de Maxwell

L'expression de la force magnétique surfacique agissant sur un corps ferromagnétique est obtenue par le tenseur de Maxwell :

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{2}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{B})\mathbf{n} + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})\mathbf{B} \tag{2.23}$$

où $\mathbf{n}$ est le vecteur normal au corps dirigé vers l'extérieur. L'expression du couple magnétique est donc de la forme suivante :

$$\mathcal{C} = \int_{\Gamma} \mathbf{r} \times \mathbf{F}\, d\Gamma \tag{2.24}$$

où Γ est une surface frontière dans l'entrefer enveloppant le rotor, et $\mathbf{r}$ dénote les coordonnées d'un point matériel sur cette surface. Les figures (2.25, 2.27, 2.29, 2.31, 2.33 et 2.35) montrent la distribution des forces magnétiques appliquées sur le rotor pour différentes positions θ. Les figures (2.26, 2.28 2.30, 2.32, 2.34, et 2.36) montrent la contribution au couple magnétique des différents points à la surface enveloppant le rotor.

Plusieurs travaux de recherche ont été effectués ces dernières années afin de comparer ces deux méthodes[81][98]. La méthode des travaux virtuels est plus utile dans le cas statique, c'est à dire, quand le rotor est supposé fixe. Par contre si on veut intégrer le temps alors il est préférable d'utiliser la méthode du tenseur de Maxwell pour deux raisons :

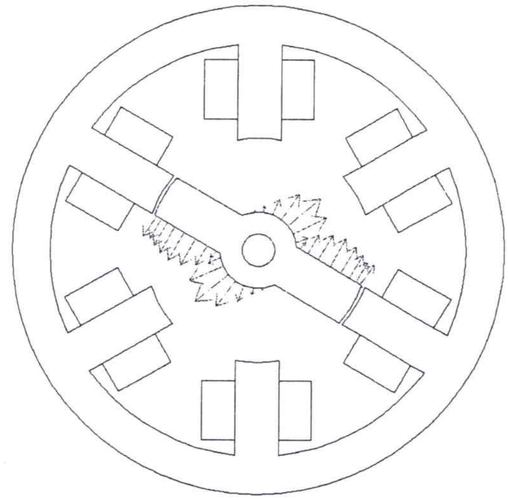

FIG. 2.25 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = -30°$*

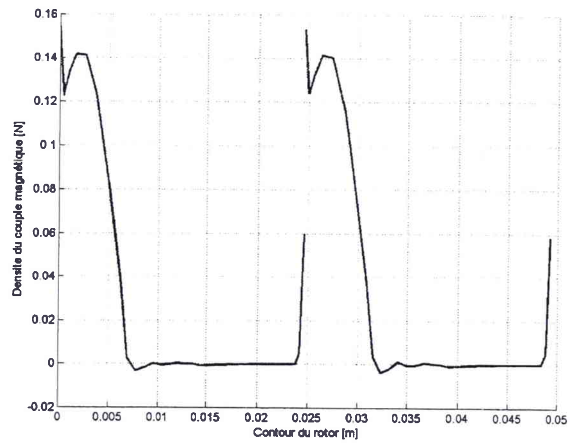

FIG. 2.26 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = -30°$*

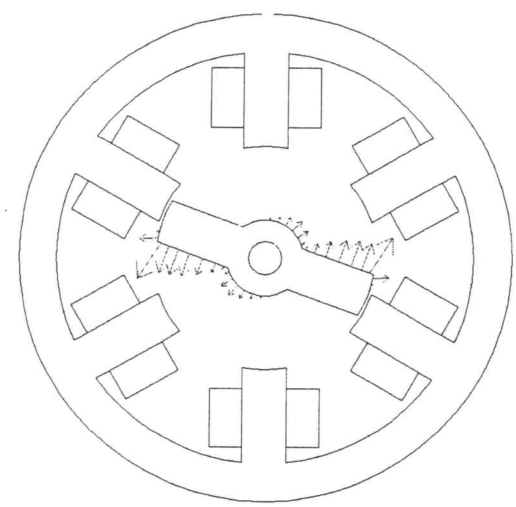

FIG. 2.27 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = -20°$*

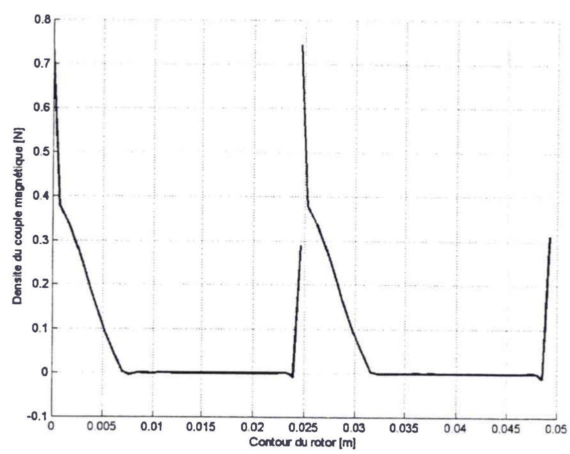

FIG. 2.28 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = -20°$*

- la simplicité et la stabilité dans le calcul par éléments finis
- la possibilité d'accès à la répartition locale des forces magnétiques.

Dans la suite de ce travail, nous allons utiliser la méthode du tenseur de Maxwell.

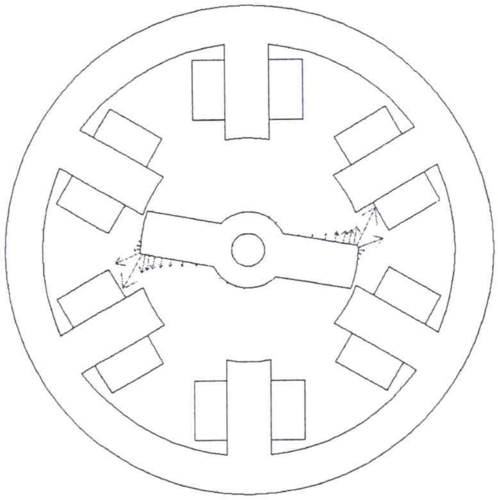

FIG. 2.29 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = -10°$*

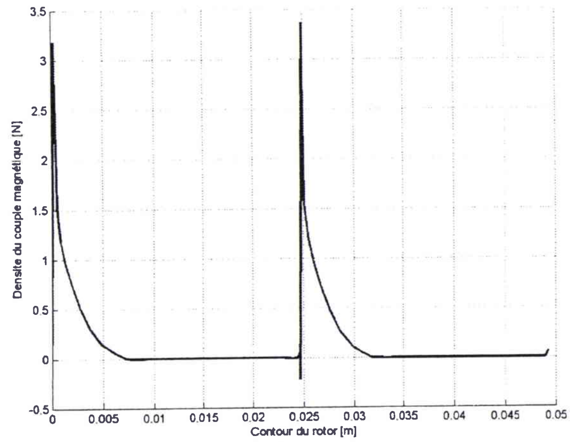

FIG. 2.30 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = -10°$*

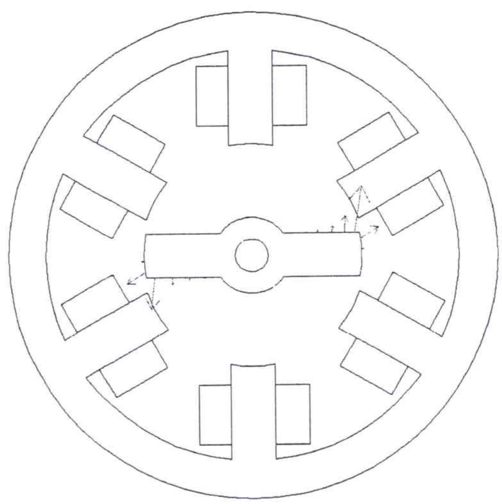

FIG. 2.31 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = 0°$*

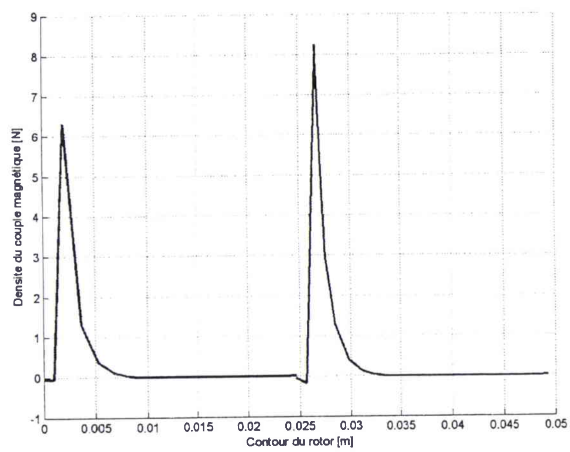

FIG. 2.32 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = 0°$*

2.3 Prise en compte du mouvement

Pour le moment, nous avons résolu les équations de Maxwell en positionnant le rotor à différentes positions angulaires θ. En fonctionnement normal, le rotor tourne à une certaine vitesse, la résolution du problème pour la position du rotor θ_1 doit se traiter d'une manière itérative en se basant sur la solution obtenue pour une position du rotor précédente $\theta_0 < \theta_1$.

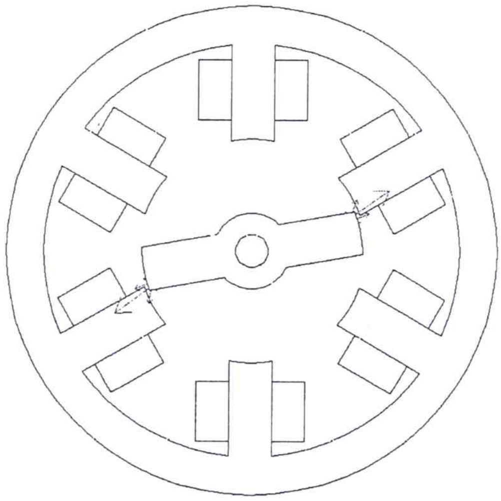

FIG. 2.33 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = 10°$*

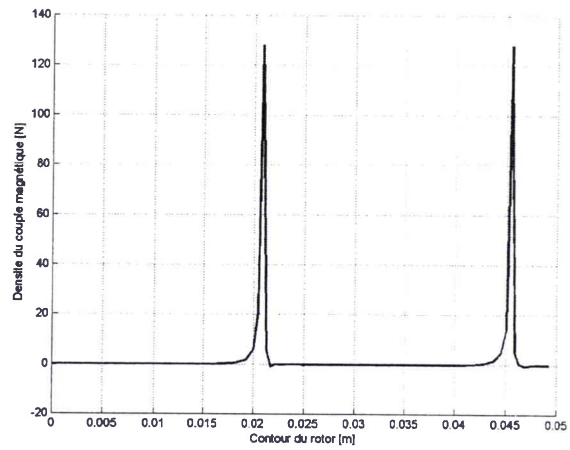

FIG. 2.34 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = 10°$ degré*

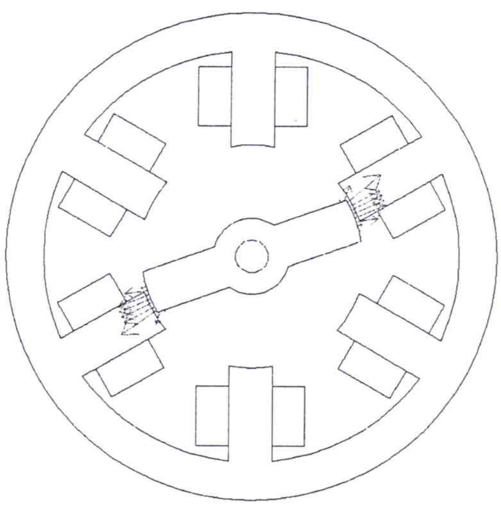

FIG. 2.35 – *La force magnétique appliquée sur le rotor pour $\theta = 20°$*

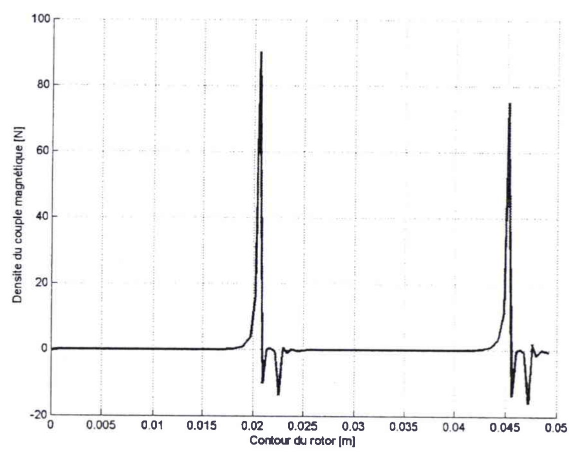

FIG. 2.36 – *La répartition du couple magnétique sur le contour du rotor pour $\theta = 20°$*

Entre les deux positions θ_0 et θ_1 il se produit un problème de changement de maillage. Une solution triviale de ce problème consiste à générer un maillage pour chaque position du rotor, et ensuite d'utiliser une interpolation sur toute la structure afin de démarrer le processus de solution pour une nouvelle position du rotor. Cette méthode est très coûteuse en terme de temps de calcul et de mémoire de la machine, ce qui rend son utilisation peu pratique quand l'algorithme effectue un nombre important d'itération dans le temps afin d'atteindre le régime permanent du moteur. De nombreuses solutions ont été proposées afin d'éviter la procédure de remaillage pour chaque position angulaire du rotor[5][6][91]. Ces méthodes consistent à décomposer la structure (le domaine) en deux parties, une partie mobile D_{mob} et une partie stationnaire D_{sta}. Il est alors nécessaire de raccrocher les deux solutions obtenues sur les deux parties du maillage, (la partie mobile et la partie fixe). En dimension deux, trois approches sont utilisées. La première solution consiste à utiliser pour l'air une région qui ne nécessite pas de maillage (cf. Fig. (2.37). En effet, la formulation en potentiel magnétique scalaire dans cette région est de la forme suivante : $\Delta A_z = 0$. La solution analytique obtenue permet de définir un élément fini spécial appelé *macroélément* [91]. Cette méthode est très longue en terme de temps de calcul, le système matriciel obtenu est en effet à plus large bande.

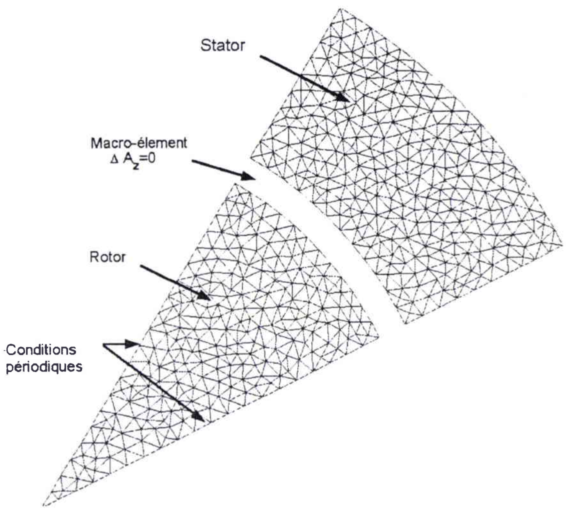

FIG. 2.37 – *Méthode de macroélément*

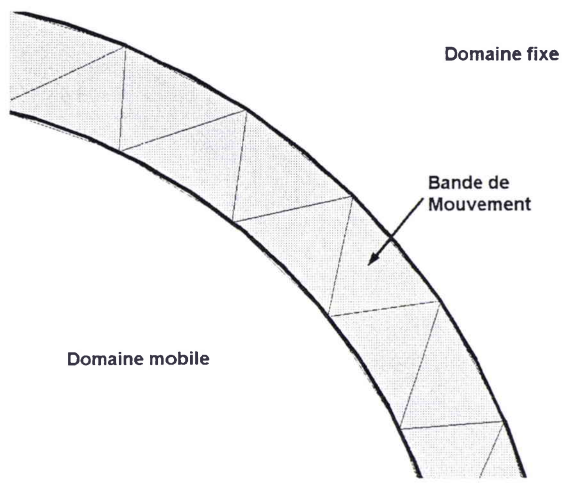

FIG. 2.38 – *bande du mouvement*

La deuxième approche consiste à introduire une bande de mouvement entre les deux parties. Ceci permet de définir une bande maillée en utilisant une seule couche d'éléments et de reconnecter les nœuds du rotor et du stator (figure(2.38)). La troisième approche consiste à insérer une ligne, dite de glissement, entre les deux domaines en s'assurant que le maillage reste conforme au niveau de l'entrefer[5][6] (voir les figures (2.39)-(2.40)). Cette technique permet d'accélérer le processus de solution et donc de réduire son coût, tout en obtenant des résultats précis concernant le couplage électromagnétique mécanique. Pour nos applications, nous avons choisi cette méthode. Pour prendre en compte le mouvement de la partie mobile, nous choisissons une configuration initiale comme référence ($\theta = 0$).

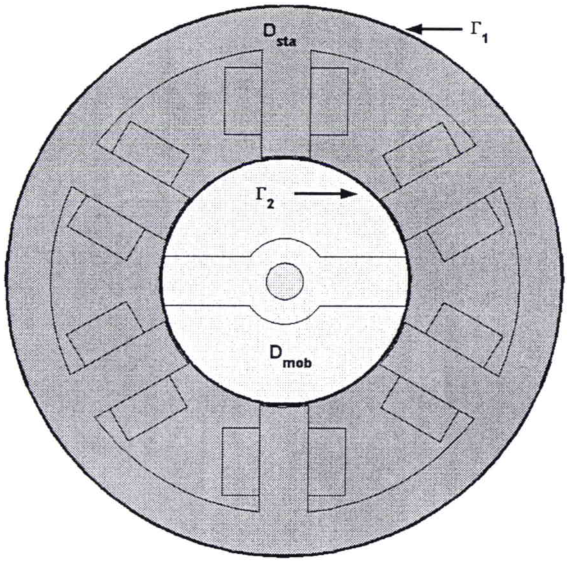

FIG. 2.39 – *Décomposition du domaine en deux parties, une partie stationnaires D_{sta} et une partie mobile D_{mob}*

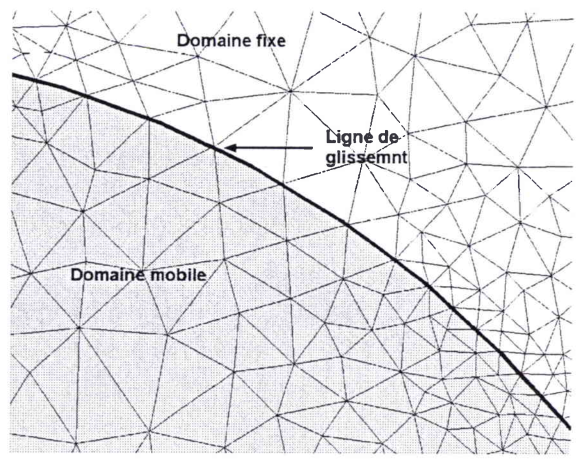

FIG. 2.40 – *Ligne de glissement*

Ainsi, pour chaque nouvelle position $\theta > 0$ du rotor, on ramène la structure mobile à sa configuration initiale en employant l' opérateur de changement de base R_θ suivant :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_{\mathrm{mov}} \\ y_{\mathrm{mov}} \end{pmatrix}}_{\mathrm{x_{mov}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{R_\theta} \underbrace{\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \end{pmatrix}}_{\mathrm{x_s}} \tag{2.25}$$

L'influence de cet opérateur sur les lignes de champ magnétique est représentée sur la figure (2.41).

En terme d'équations, les deux formulations en potentiels magnétiques doivent être

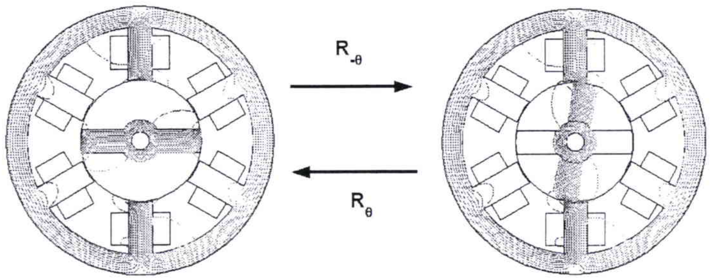

FIG. 2.41 – *Retour à l'état initial à chaque nouvelle position angulaire $\theta > 0$ du rotor grâce à l'opérateur de changement de base R_θ, ici $\theta = 80°$*

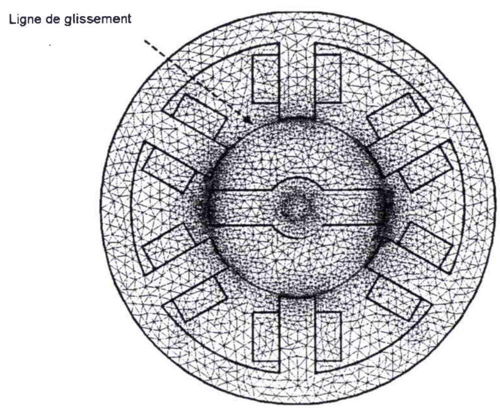

FIG. 2.42 – *Maillage une fois pour toute*

résolues simultanément tout en étant reliées par une ligne de glissement et s'écrivent :

$$\begin{array}{ll}
\sigma\frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial t}(\mathrm{x},t) - \mathrm{Rot}\,\big(\nu \mathrm{Rot}\;\mathbf{A}_1(\mathrm{x},t)\big) = \mathbf{J}(\mathrm{x},\mathbf{t}) & \text{dans } \mathcal{D}_{\mathrm{sta}} \times I \\
\sigma\frac{\partial \mathbf{A}_2}{\partial t}(R_{-\theta}\mathrm{x},t) - \mathrm{Rot}\,\big(\nu \mathrm{Rot}\;\times\;\mathbf{A}_2(R_{-\theta}\mathrm{x},t)\big) & \\
-\sigma \mathbf{v}(\mathrm{x},t) \times [\mathrm{Rot}\;\mathbf{A}_2(R_{-\theta}\mathrm{x},t)] = 0 & \text{dans } \mathcal{D}_{\mathrm{mob}} \times I \\
\mathbf{A}_1(\mathrm{x},t) = 0 & \text{sur } \Gamma_1 \times I \\
\mathbf{A}_1(\mathrm{x},t) = \mathbf{A}_2(R_{-\theta}\mathrm{x},t) & \text{sur } \Gamma_2 \times I \\
\mathbf{n}\cdot \nu \mathrm{Grad}\;\mathbf{A}_2(R_{-\theta}\mathrm{x},t) = 0 & \text{sur } \Gamma_2 \times I
\end{array} \tag{2.26}$$

Le maillage de la structure avec la ligne de glissement contient plus de d'éléments par rapport au cas précédant (ici on a 11780 triangles), ceci est dû au maillage plus fin dans toute la région d'entrefer de la MRV (voir figure (2.42)).

Le calcul des paramètres de performance par cette méthode est plus simple, on pourra résoudre le système de Maxwell pour toute position éventuelle du rotor sans tracer réellement sa géométrie, en se référant juste à l'origine. Les figures (2.43) et (2.44) montrent respectivement la distribution de l'induction magnétique pour deux positions angulaires du rotor, la figure à gauche pour une position de 65 degrés, et celle à droite est pour une position de 85 degrés.

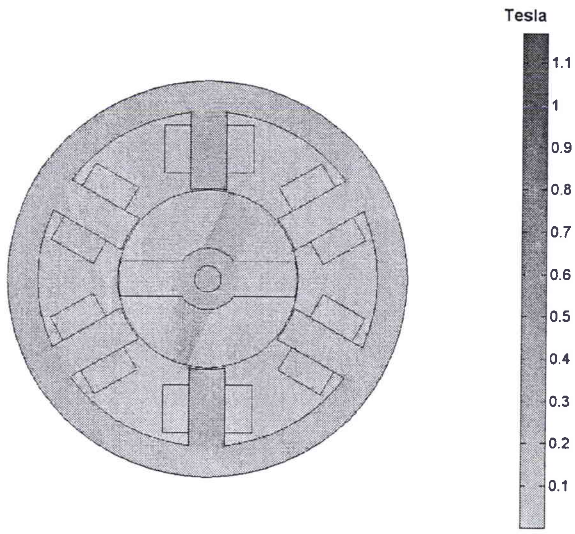

FIG. 2.43 – *Distribution de l'induction magnétique en utilisant la méthode de ligne de glissement pour* $\theta = 60°$

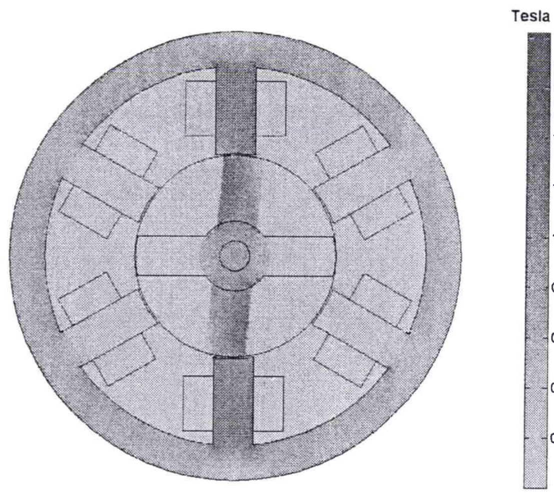

FIG. 2.44 – *Distribution de l'induction magnétique en utilisant la méthode de ligne de glissement pour* $\theta = 85°$

2.4 Équation mécanique du rotor

Le champ magnétique existant dans un moteur électrique exerce un couple magnétique $\mathcal{C}$ sur le rotor. En utilisant les lois de Newton, on aboutit au système différentiel suivant qui modélise le mouvement du rotor :

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \Omega, \quad m\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = \mathcal{C}, \\ \theta(t_0) = \theta_0, \quad \Omega(t_0) = 0. \end{cases} \tag{2.27}$$

où θ et Ω sont respectivement la position angulaire du rotor et sa vitesse angulaire ; m et f représentent respectivement le moment d'inertie du rotor et son coefficient de frottement visqueux. Pendant le fonctionnement du moteur le couple magnétique dépend du champ magnétique, mais le champ magnétique affecte aussi le comportement mécanique du rotor (la vitesse et la position angulaire). D'où la nécessité de résoudre les équations électromagnétiques et l'équation mécanique simultanément.

Soit $\mathcal{I}$ un intervalle du fonctionnement du moteur. Nous considérons la discrétisation suivante : $\mathcal{I} = \cup_i [t_i,\, t_{i+1}[$. Le champ magnétique ne change pas de valeur sur l'intervalle $[t_i,\, t_{i+1}[$, par conséquent le couple magnétique est aussi constant sur chacun de ces intervalles.

Proposition 1 *Pour chaque intervalle d'itération $[t_i,\, t_{i+1}[$, l'équation mécanique du rotor (2.27) admet une solution unique de la forme suivante :*

$$\Omega(t_{i+1}) = \Omega(t_i)\exp\left(-\frac{f}{m}\Delta(t_i)\right) + \frac{\mathcal{C}(t_i)}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}\Delta(t_i)\right)\right) \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \theta(t_{i+1}) &= \theta(t_i) + \frac{m}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}\Delta(t_i)\right)\right) \\ &+ \frac{\mathcal{C}(t_i)}{f}\left(\Delta(t_i) - \frac{m}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}\Delta(t_i)\right)\right)\right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $\Delta(t_i) = t_{i+1} - t_i$ est le pas de discrétisation du temps.

Démonstration : Supposons que le couple est constant sur un intervalle $[t_1,\, t_2[$: $\mathcal{C} = \mathcal{C}_1$, et considérons l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} m\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = \mathcal{C}_1, \\ \Omega(t_1) = \Omega_1. \end{cases} \quad (2.30)$$

La solution explicite de cette équation : (2.30) est donnée par :

$$\Omega(t) = \Omega_1 \exp\left(-\frac{f}{m}(t - t_1)\right) + \frac{\mathcal{C}_1}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}(t - t_1)\right)\right) \quad \forall t \in [t_1,\, t_2[\quad (2.31)$$

Pour la résolution de l'équation de la position angulaire du rotor :

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \Omega, \quad \forall t \in [t_1,\, t_2[, \\ \theta(t_1) = \theta_1. \end{cases} \quad (2.32)$$

il suffit de calculer la primitive de la fonction :

$$\begin{aligned} \Omega :\ [t_1,\, t_2[&\rightarrow \mathbb{R} \\ t &\longmapsto \Omega(t) \end{aligned}$$

On aura alors :

$$\theta(t) = \theta_1 + \frac{m\Omega_1}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}(t-t_1)\right)\right) + \frac{C_1}{f}\left((t-t_1) - \frac{m}{f}\left(1 - \exp\left(-\frac{f}{m}(t-t_1)\right)\right)\right) \quad (2.33)$$

Cette expression explicite de l'angle de position et de la vitesse angulaire permet de faciliter le couplage simultané de l'équation mécanique du rotor et des équations de Maxwell sans augmenter l'espace d'étude des matrices non linéaires des éléments finis. En revanche, il faut développer un algorithme pour passer d'une équation à une autre, ce qui constitue l'objectif de la section suivante.

2.5 Algorithme du couplage électromagnétique mécanique

L'élaboration d'un algorithme de couplage des équations de Maxwell et l'équation mécanique du rotor est possible pour le moment :

1. Initialisation. $t = 0$, $\theta = \theta_0$, $\Omega = 0$.
2. Résolution numérique du système de Maxwell (2.26) à l'instant t.
3. Calcul de l'induction magnétique : $\mathbf{B} = \text{Rot } \mathbf{A}$, ensuite on calcule le champ magnétique par la formule constitutive du milieu : $\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu$ à l'instant t.
4. Calcul du couple magnétique par la méthode du tenseur de Maxwell à l'instant t.
5. Calcul de l'angle de rotation θ_1 et de la vitesse angulaire Ω_1 en utilisant les deux expressions : (2.28-2.29) à l'instant $t_1 = t + \Delta(t_i)$
6. $t := t_1$, $\theta := \theta_1$, $\Omega := \Omega_1$, et retourner à 2.

L'utilisation de cet algorithme permet d'intégrer le temps dans les équations de Maxwell et la saturation du matériau et par conséquent nous pouvons en déduire les pertes par courants de Foucault (voir le chapitre 3). Néanmoins, le temps de simulation est considérable, surtout pour des valeurs des courants plus élevés. Par exemple, pour un intervalle de temps égale à 0.1 s, nous avons utilisé un pas d'itération égale à 10^{-5}, ce qui donne 10000 itérations. Sur la figure (2.46) nous montrons les résultats de simulation de la vitesse pour 29 valeurs du courant variante entre 0.25 A et 3.625 A. D'autre part, le couple magnétique est montré sur la figure (2.45), pendant les deux premières phases de démarrages.

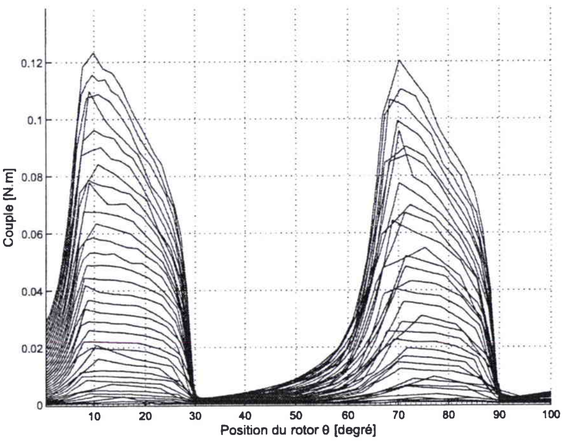

FIG. 2.45 – *Calcul du couple magnétique pour plusieurs valeurs de courant*

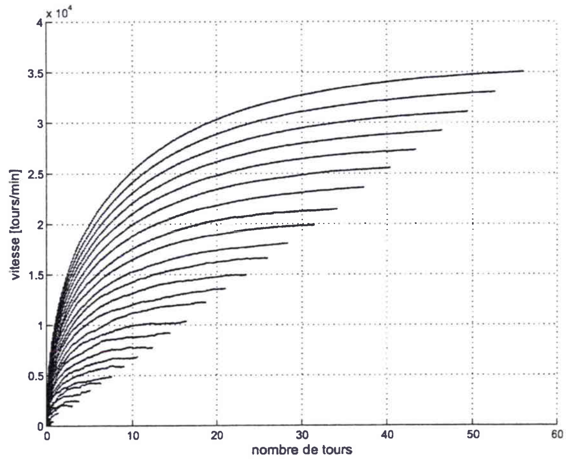

FIG. 2.46 – *Calcul de la vitesse du rotor pour plusieurs valeurs de courant*

2.6 Calcul du flux magnétique

Le flux magnétique Ψ qui traverse une surface est égal au nombre de lignes de forces du champ d'induction magnétique $\mathbf{B}$ qui pénètre une surface S

$$\Psi = \int_S \vec{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B} dS \tag{2.34}$$

En utilisant le théorème de Stokes

$$\Psi = \oint_C \mathbf{A} \cdot \overrightarrow{dl} \tag{2.35}$$

Pour les problèmes de dimension deux, en ne considérant pas les variations suivant l'axe (Oz), l'équation (2.35) implique que "le flux entre deux points" est la différence du potentiel magnétique multiplié par la profondeur de l'objet (dans le plan). Ceci s'écrit :

$$\Psi = d\,(A_1 - A_2) \tag{2.36}$$

où d est la profondeur dans la direction (Oz) (figure (2.47)).

Dans un calcul d'éléments finis, le flux pourrait être calculé comme intégrale le long des conducteurs réels :

$$\Psi = \frac{d\,N_{spires}}{S}\left[\int_{b+} A_z\,dS - \int_{b-} A_z\,dS\right] \tag{2.37}$$

où b^+ est la surface d'une bobine où la densité du courant est positive et b^- la surface de l'autre bobine où la densité du courant est négative, (cf. Fig. (2.48))

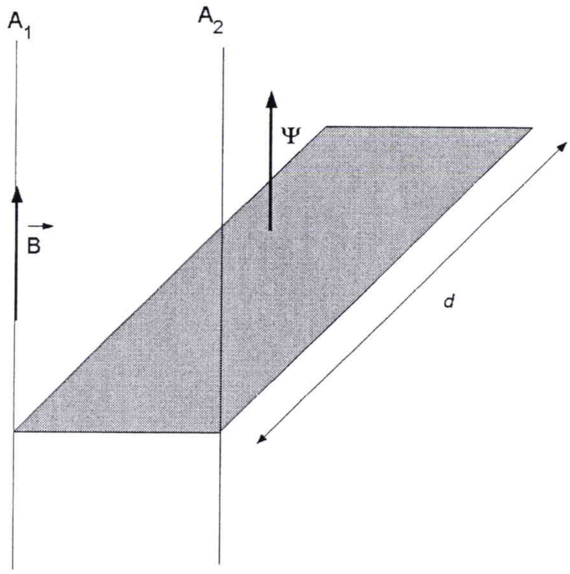

FIG. 2.47 – *calcul du Flux*

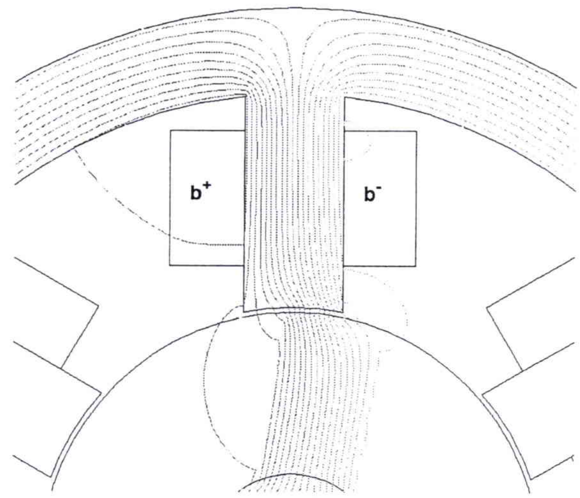

FIG. 2.48 – *Distribution des lignes de champ magnétique*

Le calcul du flux s'effectue en employant la technique du couplage électromagnétique mécanique décrite à la section (2.3). Ceci est fait le long de la phase 3 pour $\theta \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ (voir la figure (2.49)) et pour plusieurs valeurs du courant $0.25\,A \leq I \leq 4.375\,A$ (34 valeurs). Les résultats de simulation sont montrés sur la figure(2.50).

2.7 Déformation mécanique du stator

Dans cette partie, nous présentons le couplage magnéto-élastique pour un moteur à réluctance variable de structure 6/2. L'étude est basée sur la résolution simultanée des équations de Maxwell et des équations mécaniques en prenant en compte la non linéarité du matériau. D'autre part, le calcul des forces, qui tendent à déformer le moteur, a été réalisé par la méthode du tenseur de Maxwell. La méthode des éléments finis a été utilisée parce qu'elle offre un véritable atout pour fournir une masse d'informations quantitatives

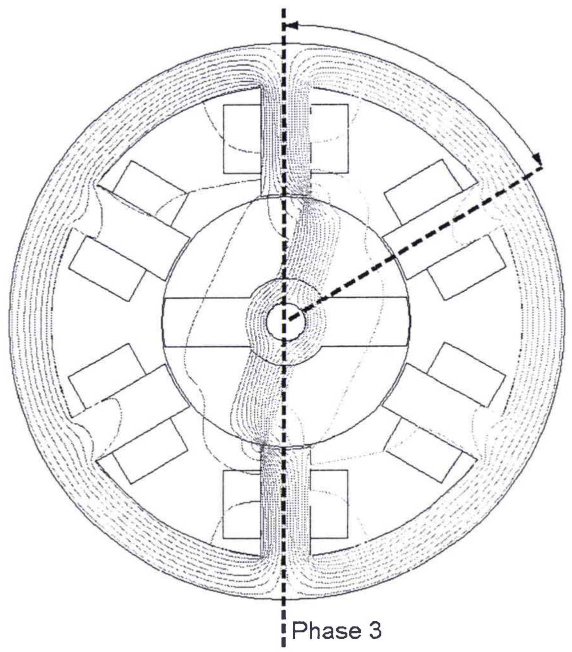

FIG. 2.49 – *Intervalle de calcul du flux*

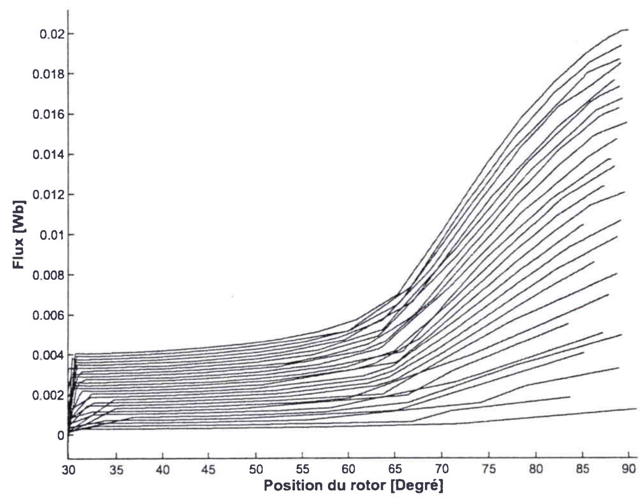

FIG. 2.50 – *Comportement du flux pour plusieurs valeurs du courant en fonction d'une phase*

utiles pour la conception et la mise au point. Le champ magnétique circulant dans une machine électrique produit une force magnétique appliquée sur le rotor, mais également sur le stator. Ce dernier est considéré comme fixe, ce qui produit des déformations mécaniques. La déformation mécanique génère plusieurs inconvénients majeurs pendant le fonctionnement de l'appareil électrique, notamment des vibrations, de la fatigue et du bruit acoustique, en plus elle peut entraîner des détériorations du matériel et donc affecter la fiabilité, ce qui présente un facteur important pour aboutir à une optimisation performante des MRV. Cependant la complexité de la géométrie des MRV, la non linéarité des matériaux et des lois physiques rend leur analyse difficile. Dans la littérature, des auteurs proposent des méthodes analytiques [7]. Ceci demande des instruments de coût très élevé et des modèles d'approximations compliqués. D'autres auteurs ont appliqué l'analyse par éléments finis sur un barreau fixe [12]. Dans notre travail, nous avons élargi cette approche en l'adaptant pour une MRV. Notre objectif consiste à résoudre simultanément les équations de Maxwell et les équations mécaniques du stator en prenant en compte la non linéarité du matériau. Une modélisation performante passe nécessairement par l'intégration des propriétés physiques du modèle à la modélisation du comportement du procédé. L'analyse du problème sera étudiée pendant une phase de fonctionnement du moteur.

Les causes électromagnétiques des déformations du stator sont triples : les efforts électromagnétiques sur le circuit magnétique, les efforts de Laplace sur les conducteurs, et enfin la magnétostriction. Dans l'article [21], Cameron et al. montrent que les déformations dues aux efforts sur les conducteurs ainsi que la magnétostriction sont négligeables par rapport aux efforts magnétiques dans le cas des MRV. Les équations d'équilibre mécaniques sont pour un champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$ et des forces surfaciques $\mathbf{F}$:

$$\begin{array}{rcl} \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} & = & 0 \quad \text{dans } \mathcal{D}_s \\ \underline{\underline{\sigma}}(n) & = & \mathbf{F} \quad \text{sur } \partial_i \mathcal{D}_s \end{array} \tag{2.38}$$

Le champ magnétique est un terme source des déformations. Le phénomène de couplage magnéto-élastique est donc nécessaire. Dans cette étude, nous avons fixé les quatre points A, B, C, et D (cf. Fig. 2.51).

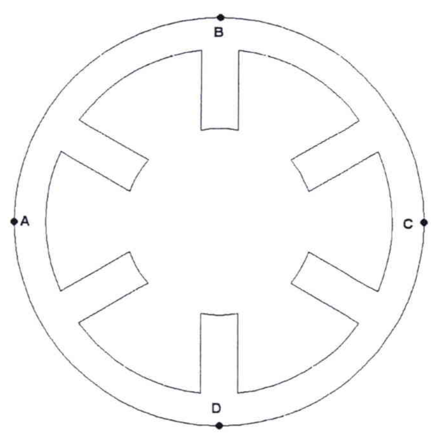

FIG. 2.51 – *Les quatre points fixés dans la résolution du problème de déformation mécanique*

Nous allons présenter des résultats nécessaires à la bonne compréhension de ce phénomène. La déformation du stator n'est pas uniforme, elle dépend de la position angulaire du rotor et des points encastrés. Les figures (2.52), (2.53), (2.54), (2.55, (2.56)) et (2.57)) montrent respectivement la déformation mécanique du stator pour les positions angulaires suivantes : $-30°$, $-20°$, $-10°$, $0°$, $10°$ et $20°$.

Remarque 2 ▲ Attention : *les déformations sont volontairement agrandies sur les*

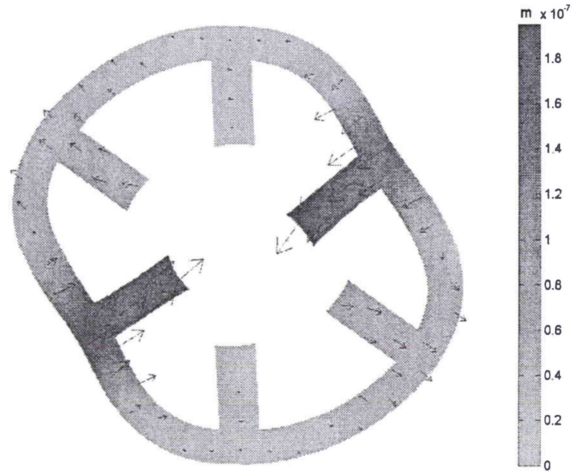

FIG. 2.52 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = -30°$

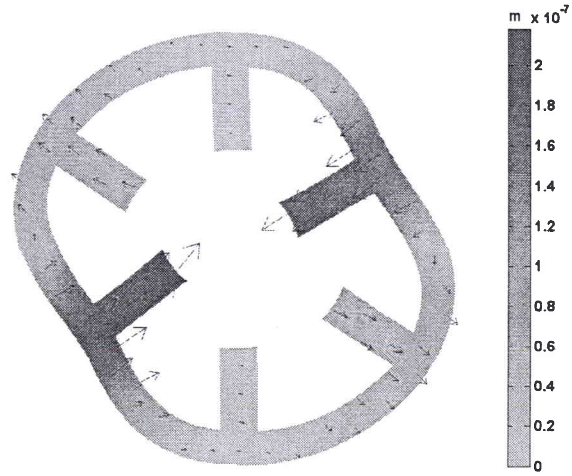

FIG. 2.53 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = -20°$

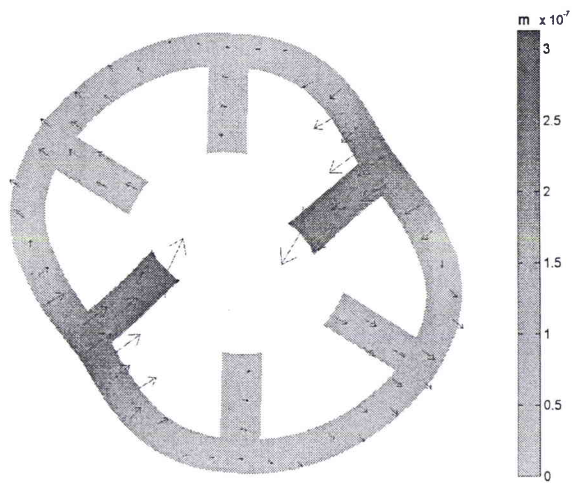

FIG. 2.54 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = -10°$

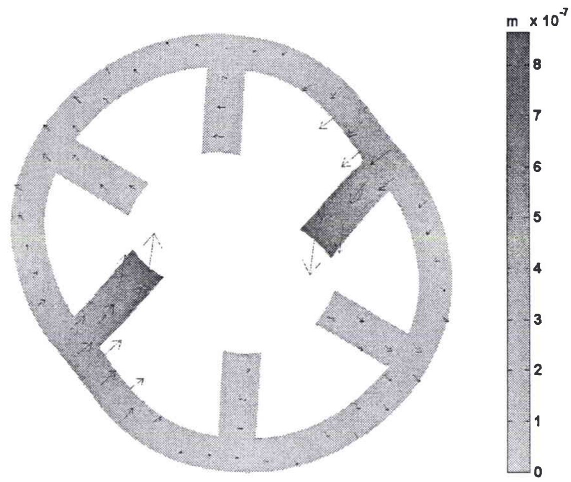

FIG. 2.55 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = 0°$

figures (2.52) *à* (2.57) *pour des raisons de lisibilité.*

Nous remarquons que cette déformation augmente quand les dents rotoriques et statorique se rapprochent, ce qui s'explique par l'augmentation de l'induction magnétique normale dans l'entrefer qui conduit à une pression magnétique plus importante. Par exemple, pour une position angulaire de 20° (cf. Fig. 2.57), nous observons une déformation maximale de l'ordre 1,8E-5 mètre, soit environ 6% de l'entrefer de notre MRV.

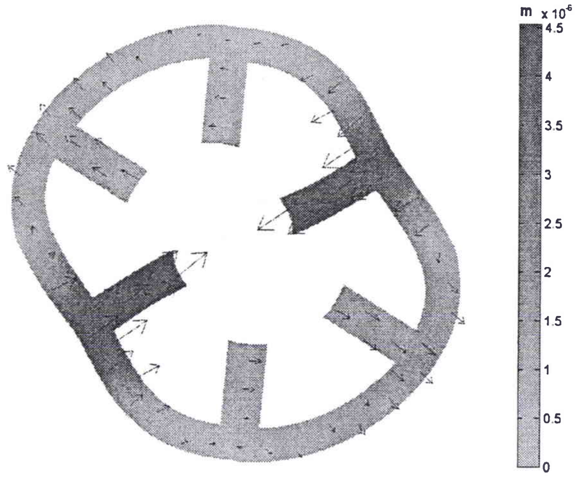

FIG. 2.56 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = 10°$

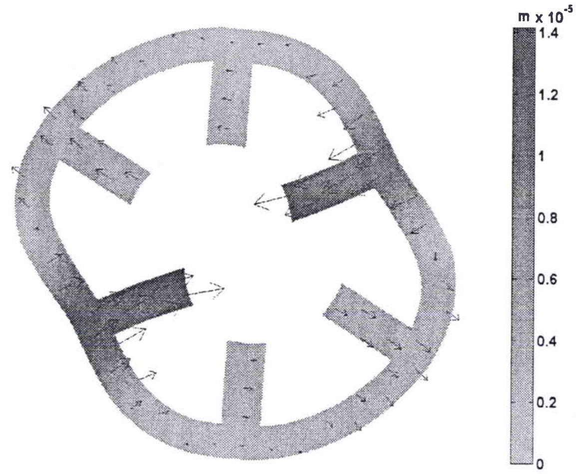

FIG. 2.57 – *Déformation mécanique du stator pour* $\theta = 20°$

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, une modélisation numérique des machines à réluctance variable en prenant en compte la non linéarité des matériaux et le mouvement du rotor a été effectuée. En effet, dans un premier temps, nous avons résolu par la méthode des éléments finis les équations de Maxwell dans le cas statique en intégrant la non linéarité de la première courbe d'aimantation. Dans la seconde partie, notre objectif consistait à prendre en compte le mouvement. Après avoir étudié les différentes méthodes présentées dans la littérature, nous avons choisi la méthode qui utilise une ligne de glissement entre la partie mobile et la partie fixe. L'association de cette méthode avec un opérateur de changement de base nous a permis d'atteindre notre objectif en maillant la structure une seule fois. Dans la troisième partie, nous nous sommes intéressés au couplage simultané du phénomène électromagnétique et du phénomène mécanique, ce qui nous a amené d'abord à chercher une méthode efficace pour calculer le couple électromagnétique. Nous avons choisi la méthode du tenseur de Maxwell pour des critères de simplicité et de robustesse. Le couplage des équations de Maxwell et de l'équation mécanique du rotor a été réalisé en employant un algorithme basé sur la résolution explicite de l'équation mécanique d'une part et la résolution par éléments finis des équations de Maxwell d'autre part.

La dernière partie de ce chapitre a été consacrée au calcul de la déformation mécanique du stator. Le couplage des phénomènes électromagnétique et élastique a été abordé entièrement par la méthode des éléments finis.

Chapitre 3

Calcul des Pertes Fer

Le calcul des pertes fer locales dans une machine à réluctance variable est très compliqué. Ceci est dû en fait de la distribution non linéaire du flux circulant dans la machine et la complexité de la géométrie et des équations mathématiques régissant le fonctionnement du moteur. Plusieurs modèles ont été développés dans la littérature afin de modéliser et comprendre le comportement de ces pertes. Une première approche a été présentée par Materu et Krishnan [69]. Elle consiste à établir des approximations du flux sur les différentes régions du moteur en supposant par exemple que la fonction du flux est triangulaire dans le stator. L'analyse de Fourier est appliquée pour différentes formes d'onde du flux afin de calculer la fréquence et l'amplitude de chaque composante de flux, qui sont alors employées en conjonction avec les caractéristiques de pertes du matériau pour estimer les composants correspondants de pertes. Une deuxième approche (souvent utilisée) consiste à utiliser des approximations des pertes par hystérésis et des pertes par courants de Foucault [40] [95] :

$$\text{Pertes par hystéréis : } P_h = k_h B_{\max}^{\alpha} f \tag{3.1}$$

$$\text{Pertes par courants de Foucault : } P_{cf} = \frac{\sigma d^2}{12\delta}\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \tag{3.2}$$

Les paramètres α et k_h sont calculés à partir de mesures de pertes ; le paramètre d est l'épaisseur des tôles ; les paramètres σ et δ sont respectivement la conductivité et la densité du matériau ferromagnétique. Ces techniques donnent des informations importantes sur la quantité de pertes fer globale. Une optimisation performante des machines électriques devrait être basée sur des informations de la répartition locale des pertes, ce qui constitue l'objectif de notre travail. En effet, les pertes magnétiques dans un corps ferromagnétique sont calculées en utilisant le vecteur de Poynting $\mathbf{S}_p$ ($\mathbf{S}_p = \mathbf{E}\times\mathbf{H}$) qui représente la densité instantané du flux de puissance en un point :

$$P = -\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left(\int_S \mathbf{S}_p\cdot\mathbf{n}\,dS\right)dt \tag{3.3}$$

où S est la surface enveloppant le corps en question considéré et V son volume. En utilisant le théorème de Stokes, l'équation (3.3) pourra s'écrire :

$$P = -\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left(\int_V (\nabla\cdot\mathbf{S}_p)\cdot\mathbf{n}\,dV\right)dt \tag{3.4}$$

or :

$$\begin{aligned}\nabla\cdot\mathbf{S}_p &= \nabla\cdot(\mathbf{E}\times\mathbf{H})\\ &= \mathbf{H}\cdot(\nabla\times\mathbf{E}) - \mathbf{E}\cdot(\nabla\times\mathbf{H})\end{aligned}$$

en utilisant les équations de Maxwell :

$$\nabla\cdot\mathbf{S}_p = -\mathbf{H}\cdot\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} - \frac{1}{\sigma}\mathbf{J}^2$$

donc, on obtient la relation suivante :

$$P = P_f + P_h \tag{3.5}$$

où :

$$P_f = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\left(\int_V \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma}dv\right)dt \tag{3.6}$$

et :

$$P_h = \frac{1}{T}\int_V\left(\oint \mathbf{H}d\mathbf{B}\right)dv \tag{3.7}$$

On pourra donc décomposer, mathématiquement, les pertes fer en deux parties : les pertes par courants de Foucault P_f et les pertes par hystérésis P_h. Ces pertes ne sont pas indépendantes entre elles, elles sont liées localement par le champ magnétique instantané $\mathbf{H}$.

3.1 Les Courants de Foucault

Les courants de Foucault sont des courants induits qui prennent naissance dans un conducteur par la variation au cours du temps d'un champ magnétique :

$$\text{Rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{3.8}$$

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + v \times \mathbf{B}) + J_s \tag{3.9}$$

Le calcul de cette grandeur est essentiel dans la modélisation des machines électriques, parce que ces courants ont plusieurs effets :

- Ils provoquent un échauffement par effet Joule de la masse conductrice
- Ils créent un champ magnétique qui s'oppose à la cause de la variation du champ extérieur.

Cependant, le calcul des pertes par courants de Foucault ne dépend pas seulement de la solution des équations de Maxwell mais aussi de l'équation du mouvement du rotor. Dans ce cas, nous avons utilisé la stratégie décrite au chapitre 2. Les figures (3.1) et (3.2) représentent la distribution des courants de Foucault pour une position angulaire du rotor égale à 12 degrés.

3.2 Modélisation des phénomènes d'hystérésis

L'hystérésis est un retard dans l'évolution d'un phénomène physique ou chimique par rapport à un autre. L'hystérésis magnétique concerne les corps ferromagnétiques, qui, placés dans un champ magnétique, prennent une aimantation dépendant à la fois du champ extérieur qui leur est imposé et de leurs états magnétiques antérieurs. Il existe deux façons de modéliser le phénomène d'hystérésis : l'hystérésis par un modèle vectoriel ou par un modèle scalaire. Dans ce mémoire, nous nous intéressons plus particulièrement au modèle scalaire. Avant d'aborder cette modélisation, faisons quelques remarques sur le cycle d'hystérésis pour les phénomènes magnétiques.

Lorsque le matériau ferromagnétique utilisé n'a jamais subi d'aimantation, on obtient,

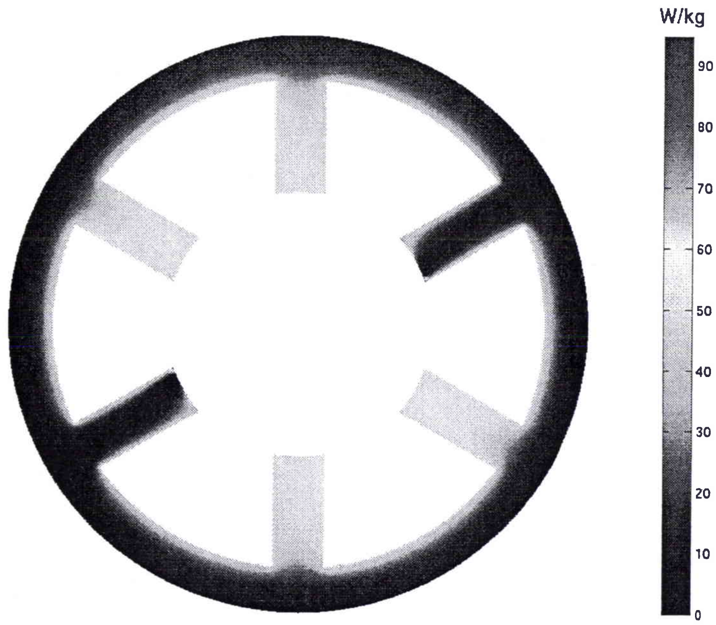

FIG. 3.1 – *Distribution des courants de Foucault dans la stator pour une position angulaire du rotor égale à 12 degrés*

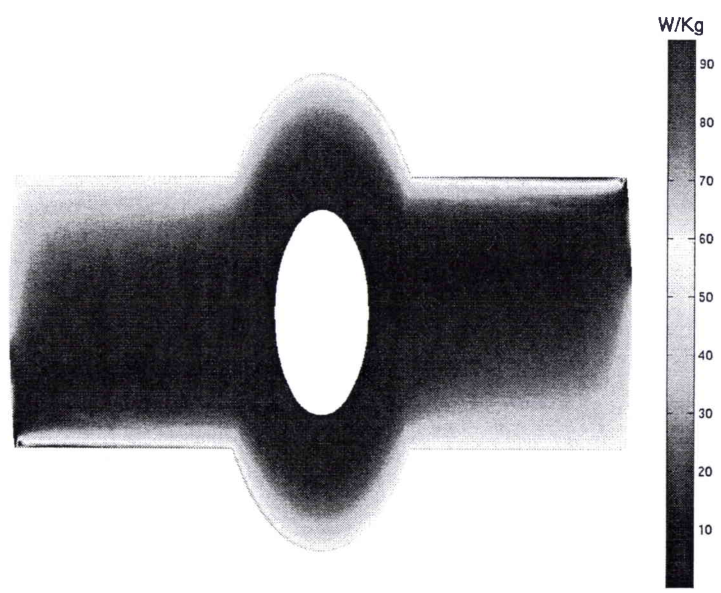

FIG. 3.2 – *Distribution des courants de Foucault dans le rotor pour une position angulaire du rotor égale à 12 degrés*

lorsqu'on le soumet à un champ magnétique, une courbe OA, (cf. Fig. 3.3), appelée courbe de première aimantation ; lorsqu'on dépasse une certaine valeur $\mathbf{H}_m$ du champ magnétisant, on constate que l'induction magnétique **B** demeure alors sensiblement constante après le point $A(\mathbf{H}_m; \mathbf{B}_{\text{sat}})$, ce qui correspond à une saturation magnétique du matériau .

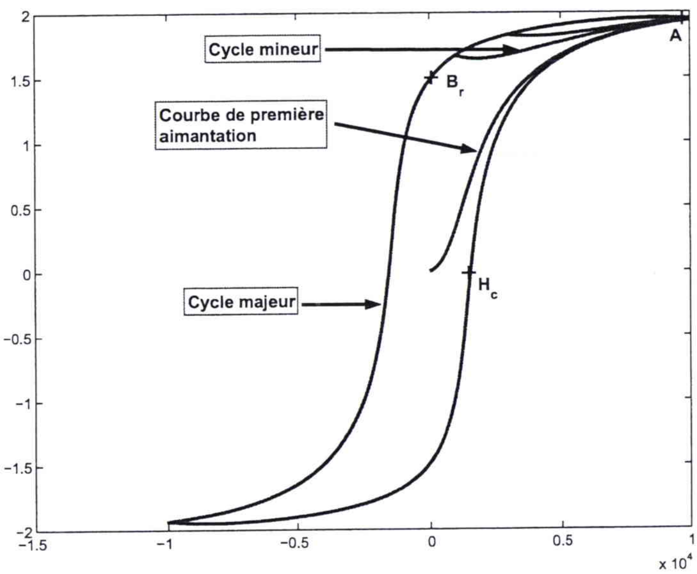

FIG. 3.3 – *Cycle d'hystérésis*

Si l'on fait ensuite décroître **H**, on observe que la courbe obtenue ne se superpose pas à la première, et bien que l'induction **B** diminue, elle reste supérieure aux valeurs acquises lorsque **B** était croissant. C'est ce retard à la désaimantation, découvert par Warburg, que l'on appelle couramment hystérésis, phénomène qui traduit en fait la résistance opposée par le matériau à une variation du champ magnétique. Lorsque ce champ magnétique est supprimé ($\mathbf{H} = 0$), on constate qu'une certaine induction $\mathbf{B}_r$ subsiste dans le matériau et c'est cette induction que l'on appelle induction rémanente. Si le sens de l'excitation magnétique devient négatif, on remarque que l'induction B devient nulle pour une certaine valeur -$\mathbf{H}_c$ du champ magnétique : ce champ magnétique qui a contraint l'induction **B** à redevenir nulle est appelé champ coercitif. Si l'on continue à faire varier **H** jusqu'à -$\mathbf{H}_m$, puis si l'on revient à $+\mathbf{H}_m$, on obtient une courbe fermée appelée cycle d'hystérésis majeur dont la connaissance est très importante. Une variation différente du champ magnétique modifie le parcours précédent du cycle et engendre ce qu'on appelle les cycles mineurs.

La modélisation de ce cycle est connue depuis le $19^{\text{ème}}$ siècle. Depuis cette période, plusieurs modèles mathématiques ont été développés. On pourra les classer en trois groupes : les modèles statiques [1][4][110][74], les modèles thermodynamiques [50] [51] et les modèles mathématiques de Preisach [74][73] [114]. L'objectif de la première catégorie consiste à trouver des approximations purement mathématiques ne prenant pas en compte le phénomène physique derrière, notamment les cycles mineurs. La deuxième approche, initialisée pour la première fois par Jiles et Atherton [50], est basée sur la traduction thermodynamique du phénomène d'hystérésis. La troisième approche, apparue à 1935, est due au mathématicien allemand Preisach [89]. Ce modèle a été utilisé réellement dans les années 80 après avoir été adapté à tout genre de phénomènes d'hystérésis grâce aux travaux de Mayergoyz [73]. Depuis, il a reçu beaucoup d'attention de la part des chercheurs ; il comporte à la fois l'aspect précision des mathématiques et l'aspect physique du phénomène. En plus, les auteurs O. Bottauscio et al. [17] affirment que ce modèle est le plus adapté pour une implantation sur un code d'éléments finis, en association avec la méthode du point fixe. Dans ce manuscrit, nous avons opté pour le modèle de Preisach pour modéliser les phénomènes d'hystérésis.

3.2.1 Modèle de Jiles-Atherton

Le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton (J-A) donne l'aimantation $\mathbf{M}$ en fonction du champ magnétique $\mathbf{H}$ [50]. L'idée de base consiste à décomposer le cycle d'hystérésis en deux parties. Un premier parcours anhystérétique $\mathbf{M}_{anh}$ et un deuxième parcours caractérisant l'irréversibilité du comportement des matériaux $\mathbf{M}_{irr}$. La représentation du phénomène de magnétisation anhystérétique, proposée par Langevin [60], est définie par l'équation suivante :

$$\mathbf{M}_{anh} = \mathbf{M}_{sat}\left[\coth\left(\frac{\mathbf{H}_{eff}}{a}\right) - \left(\frac{a}{\mathbf{H}_{eff}}\right)\right] \tag{3.10}$$

où $\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H} + \alpha\mathbf{M}$ est le champ effectif expérimenté par chaque aimantation à saturation $\mathbf{M}_{sat}$ dans une direction donnée. La constante a est une fonction croissante de la température. L'aimantation irréversible représente l'énergie dissipée dans la magnétisation du matériau. Elle est exprimée par l'équation différentielle suivante :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{anh} - \delta k \frac{d\mathbf{M}_{irr}}{d\mathbf{H}_{eff}} \tag{3.11}$$

Le phénomène d'hystérésis est pris en compte grâce au terme de commutation δ qui prend deux valeurs ± 1, selon le signe croissance du champ magnétique. La formulation standard de l'équation (3.11) s'écrit comme suit :

$$\frac{d\mathbf{M}_{irr}}{d\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{M}_{anh} - \mathbf{M}_{irr}}{\delta k - \alpha(\mathbf{M}_{anh}\mathbf{M}_{irr})} \tag{3.12}$$

Après avoir explicité les expression de la magnétisation anhystérétique et la magnétisation irréversible, Jiles et Atherton ont formulé la magnétisation totale comme une somme pondérée de de ces deux composantes $\mathbf{M}_{anh}$ et $\mathbf{M}_{irr}$:

$$\mathbf{M} = c\mathbf{M}_{anh} + (1 - c)\mathbf{M}_{irr} \tag{3.13}$$

Pour la reconstitution du cycle d'hystérésis, le modèle de J-A exige l'identification expérimentale de cinq paramètres : α, a, k, c et M_s. Le tableau (3.1) résume leurs propriétés physiques.

Paramètre	Propriété physique
α	Coefficient de rectangularité du cycle
a	Paramètre de forme pour $\mathbf{M}_{anh}$
k	Coefficient de la coercivité
c	Coefficient de réversibilité
$\mathbf{M}_{sat}$	Magnétisation de saturation

TAB. 3.1 – *Paramètres d'identification du modèle de Jiles-Atherton*

La procédure d'identification de ces paramètres est décrite dans la référence [51].

Dans le tableau (3.2), nous présentons les paramètres d'identification des trois matériaux souvent utilisés dans différents secteurs de l'industrie : N30 ferrites pour l'électronique de puissance, FeSi et (SME) pour les machines électriques [9].

Paramètre	N30 ferrites	FeSi	SMC
α	9.8E-5	1,3E-4	1,8E-3
a	20	59	1642
k	56	99	1865
c	0,9	0,55	0,8
$\mathbf{M}_{sat}(A/m)$	282 100	1 145 500	1 122 600

TAB. 3.2 – *Valeurs des paramètres du modèle de J-A pour trois matériaux différents*

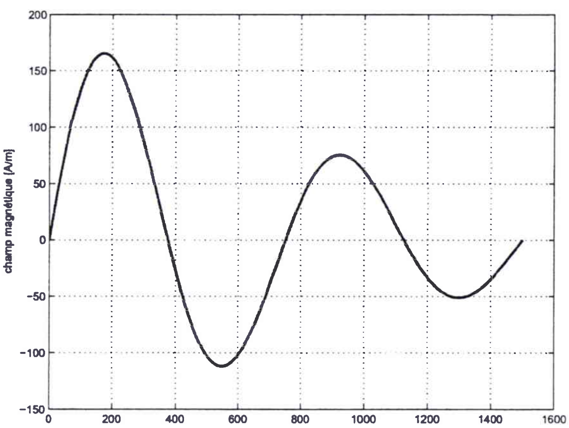

FIG. 3.4 – *Champ magnétique* $\mathbf{H}$

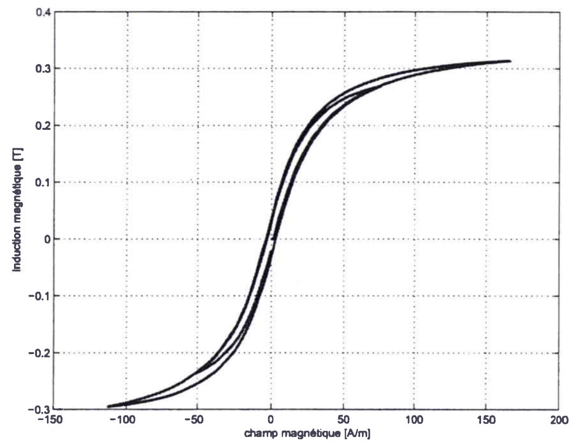

FIG. 3.5 – *Courbe d'hystérésis du matériau N30*

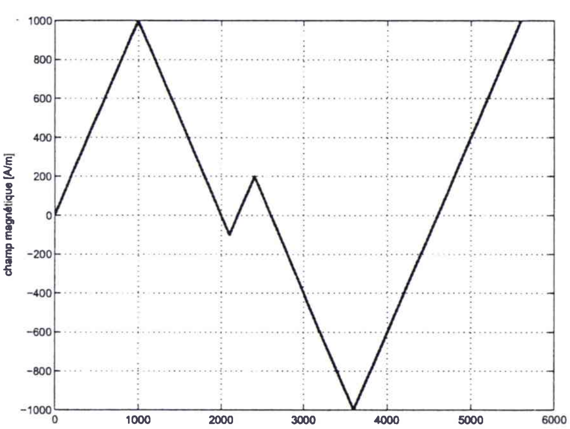

FIG. 3.6 – *Champ magnétique* $\mathbf{H}$

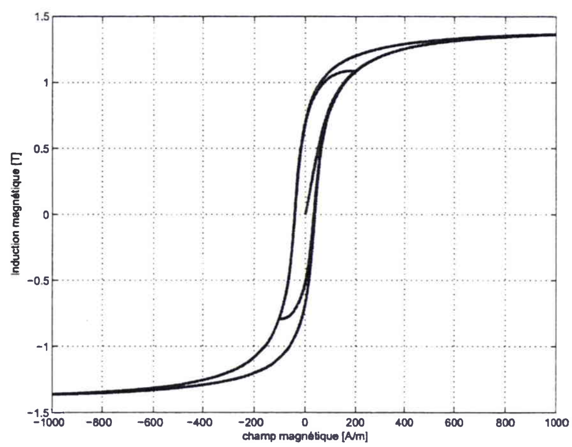

FIG. 3.7 – *Courbe d'hystérésis du matériau FeSi*

3.2.2 Modèle de Preisach : Construction de l'opérateur de Preisach

Cette approche utilise un opérateur d'hystérésis $\mathbf{W}$ caractérisé par une entrée u et une sortie w (figure 3.10).

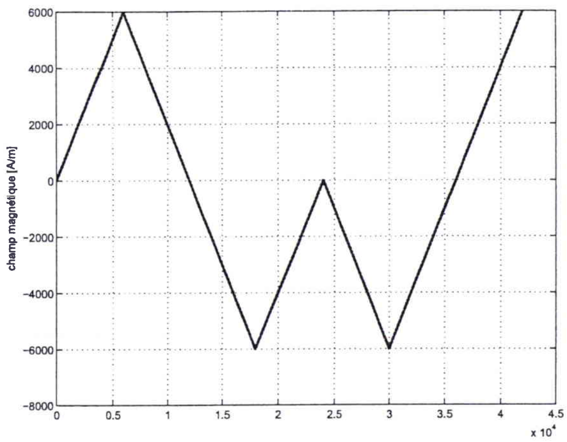

FIG. 3.8 – *Champ magnétique* **H**

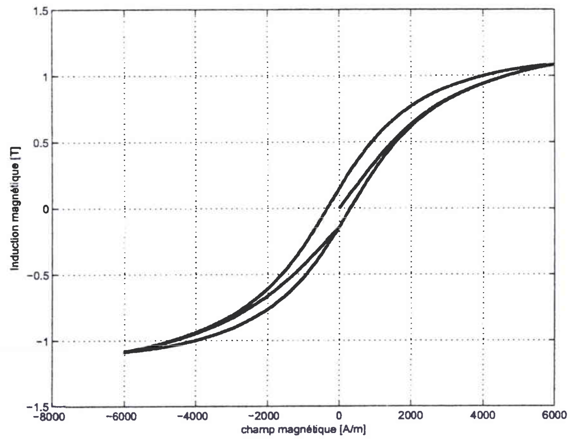

FIG. 3.9 – *Courbe d'hystérésis du matériau SMC*

FIG. 3.10 – *Modèle d'hystérésis*

On considère l'état hystérétique de la sortie w comme une combinaison d'un ensemble d'éléments, dits hystérons. Chaque hystéron est caractérisé par l'opérateur suivant :

$$k_{\alpha\beta}(u) = \begin{cases} +1 & \text{si } \beta < u, \\ \xi_{\alpha\beta}(u) & \text{si } \beta \leq u \leq \alpha, \\ -1 & \text{si } u < \alpha \end{cases} \tag{3.14}$$

où $\xi_{\alpha\beta}$ est un opérateur de basculement entre -1 et $+1$ selon le signe de la dérivée de u. L'utilisation de l'ensemble des hystérons permet de décrire le comportement hystérétique du système (figure 3.12).

Les paramètres α et β représentent deux valeurs ordonnées de l'entrée u : $\beta \leq \alpha$, et en tenant compte de la saturation du système hystérétique on pourra définir un ensemble $\mathcal{P}$ tel que :

$$\mathcal{P} = \left\{(\alpha,\, \beta) \in \mathbb{R}^2 \mid u_{\min} \leq \beta \leq \alpha \leq u_{\max}\right\}$$

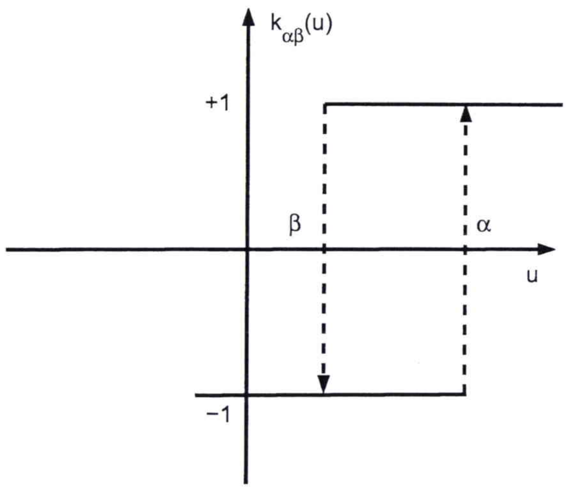

FIG. 3.11 – *Opérateur élémentaire de Preisach : hystéron*

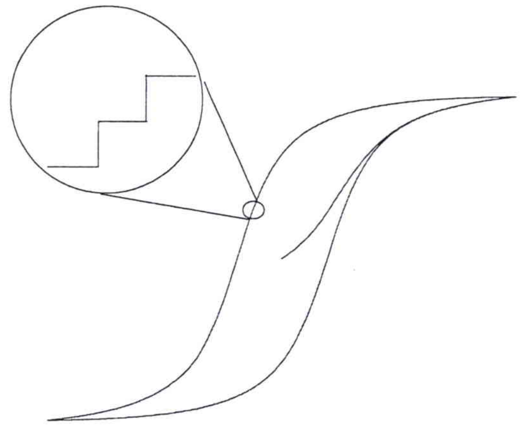

FIG. 3.12 – *Composition d'un cycle d'hystérésis de plusieurs éléments d' hystérons*

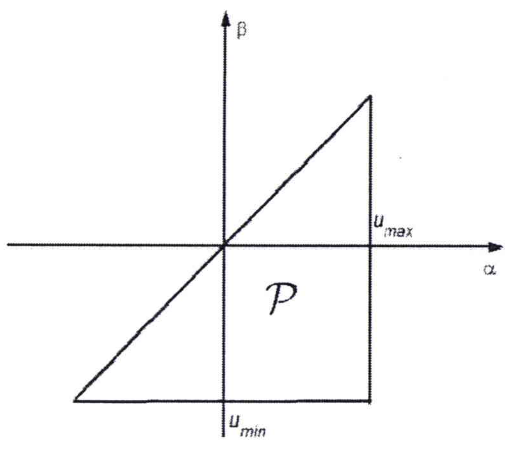

FIG. 3.13 – *Plan de Preisach*

Le plan $\mathcal{P}$ est appelé le plan de Preisach (figure (3.13)). Pour illustrer le passage du phénomène physique au modèle mathématique de Preisach, on va considérer un échantillon de matériau ferromagnétique en état d'équilibre d'énergie ; le cycle d'hystérésis correspondant démarre avec une aimantation nulle. Une ligne est tracée au milieu du plan de Preisach pour signifier l'état d'équilibre (figure 3.15), ce qui définit deux parties $S+$ et $S-$.

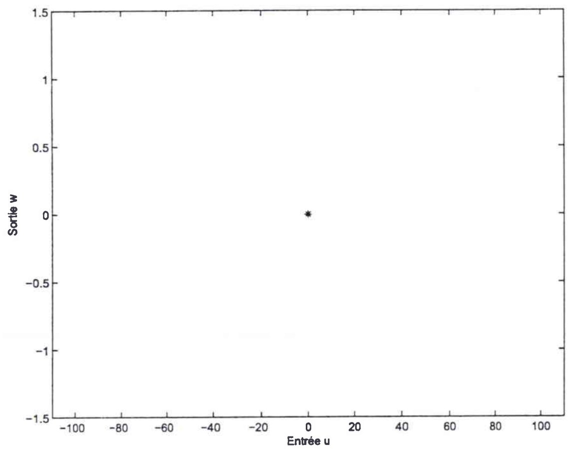

FIG. 3.14 – *Cycle d'hystérésis en état d'équilibre*

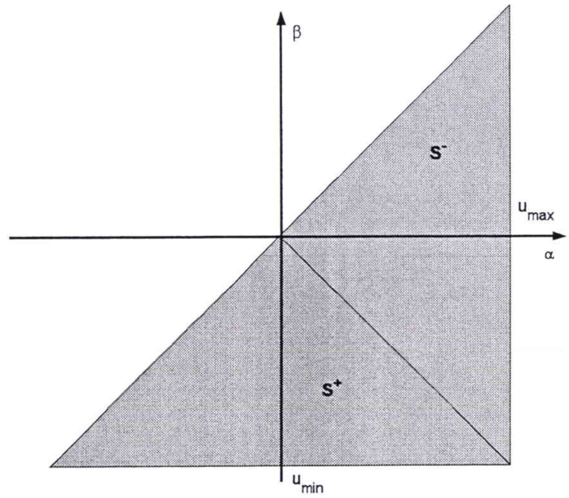

FIG. 3.15 – *Plan de Preisach en état d'équilibre*

Remarque 3 *Si l'échantillon ferromagnétique est considéré comme saturé négativement (respectivement positivement) au départ alors le plan de Preisach ne contiendra que la surface S^- (respectivement S^+).*

Appliquons maintenant un champ magnétique $u_1 > 0$ de petite valeur, la direction de l'aimantation va se déplacer dans cette direction, et tout opérateur d'hystéron défini par $k_{\alpha\beta}$ vaut $+1$ pour tout $0 \leq \alpha \leq \beta \leq u_1$. Sur le plan de Preisach, la surface S^+ va augmenter par rapport à S^- (figure 3.17).

Appliquons ensuite un champ d'excitation $u_2 > u_1$, la direction de l'aimantation continue son déplacement et le cycle d'hystérésis devient de plus en plus irréversible (figure 3.18), tandis que la surface S^+ continue d'augmenter dans le plan de Preisach (figure 3.19).

Pour une forte valeur de champ magnétique $u_{\max}$, la direction de l'aimantation change complètement la direction et elle atteint la valeur maximale ou bien en language d'électrotechnique, la valeur de saturation w_{sat}. Le cycle d'hystérésis se stabilise sur la valeur w_{sat} même si on continue d'augmenter le champ d'excitation (figure 3.20), ce qui apparaît clairement sur le plan de Preisach : la surface S^+ ne changera pas si on augmente u (figure

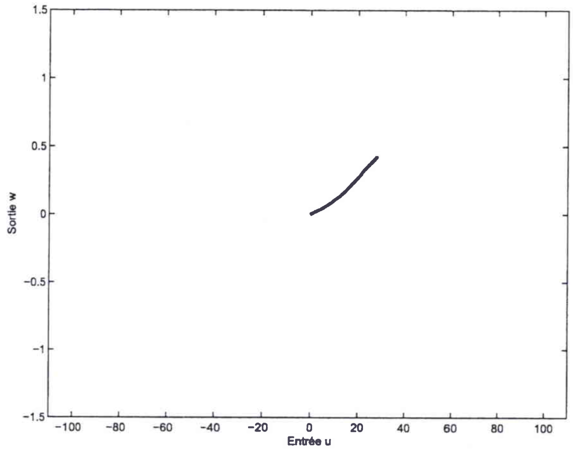

FIG. 3.16 – *Le cycle d'hystérésis sous l'effet de* u_1

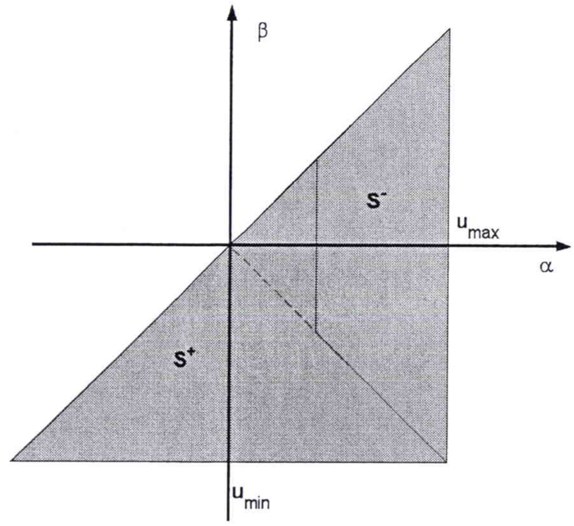

FIG. 3.17 – *Le plan de Preisach sous l'effet de* u_1

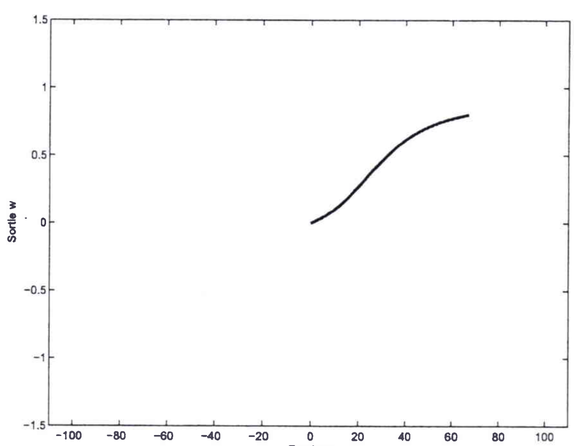

FIG. 3.18 – *Cycle d'hystérésis sous l'effet de* $u_2 > u_1$

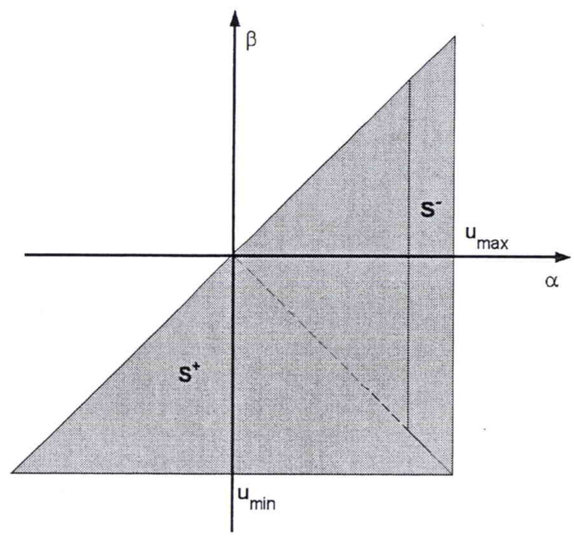

FIG. 3.19 – *Plan de Preisach sous l'effet de* $u_2 > u_1$

3.21).

Le cycle d'hystérésis obtenu sur la figure (3.20) s'appelle la courbe de première aimantation. Dans ce cas, on aperçoit un effacement totale de l'effet de mémoire du matériau. Si on diminue maintenant la valeur du champ magnétique appliqué, telle que $u_4 < u_{\max}$, le phénomène d'hystérésis commence à être irréversibilité, les directions de l'aimantation

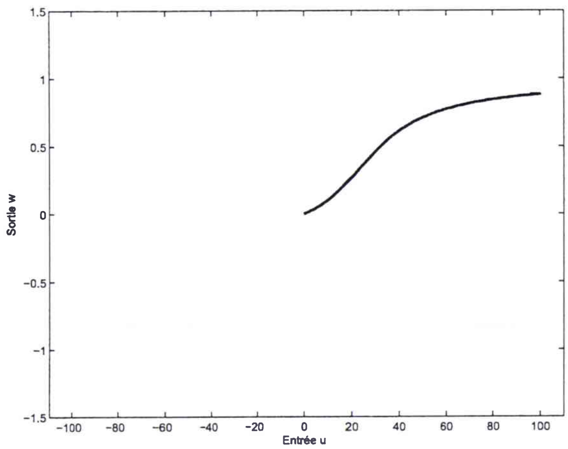

FIG. 3.20 – *Cycle d'hystérésis atteignant le régime de saturation*

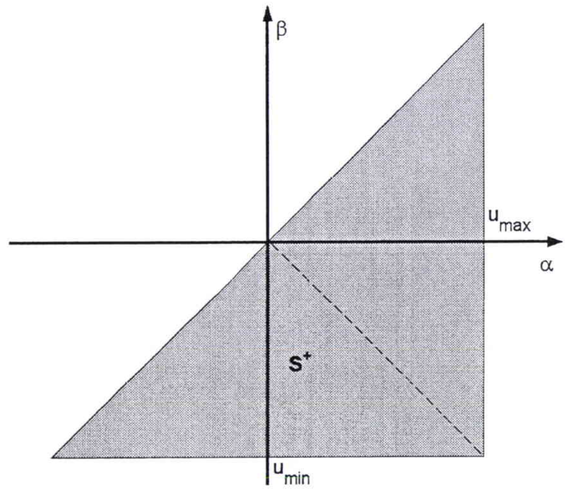

FIG. 3.21 – *Plan de Preisach sous l'effet de* $u_{\max}$

ne sont pas identiques à celle de la première aimantation. Sur le plan de Preisach, il y a réapparition d'une surface S^- (figure 3.23). D'autres opérateurs d'hystérons changerons aussi de signe en prenant tous la valeur -1.

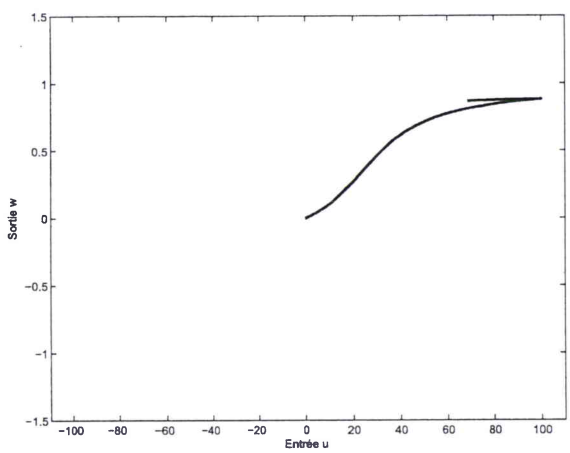

FIG. 3.22 – *Cycle d'hystérésis en retour*

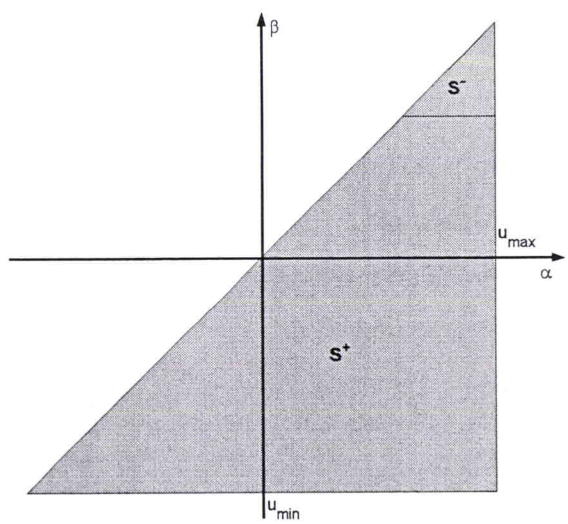

FIG. 3.23 – *Apparition de nouveau de la surface* S^-

Pour continuer le parcourt de descente du cycle d'hystérésis on devra imposer une valeur de champ magnétique $u_5 < u_4$. La surface S^+ perd de la place en faveur de S^-

(figure 3.25). Si $u_5 = 0$ L'aimantation persiste malgré la disparition des causes (on parle d'aimantation rémanente), voir figure (3.24).

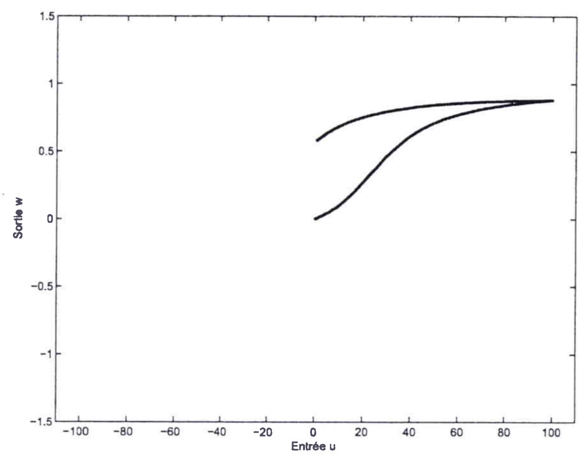

FIG. 3.24 – *Passage par l'induction rémanente*

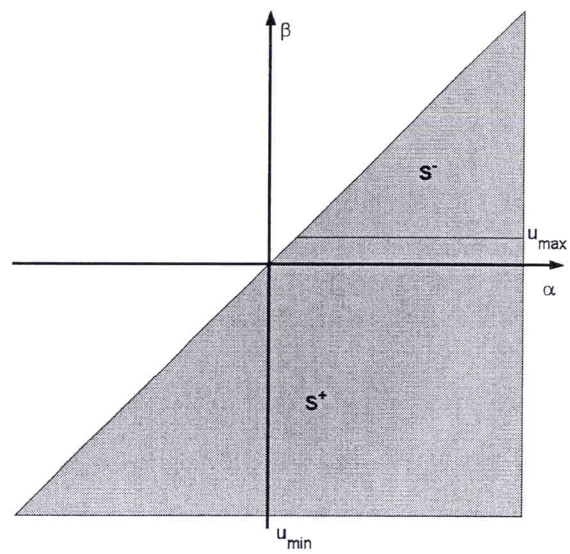

FIG. 3.25 – *La surface S^- continue l'accroissance*

Enfin, un nouveau changement de direction de l'aimantation sera obtenu si on applique une valeur de champ magnétique minimale $u_{\min}$, alors que la surface S^+ disparaît du plan de Preisach (figure 3.27). Le cycle d'hystérésis parcouru dans cette phase s'appelle la branche descendante du cycle majeur (figure 3.26).

Cette description du comportement de l'hystérésis est un cas simple parmi plusieurs cas de figures pouvant être rencontrés dans la modélisation de l'hystérésis. On a constaté que le cycle d'hystérésis peut être illustré dans le plan de Preisach par le déplacement de S^+ et S^-. Ces deux surfaces sont séparées par une ligne brisée L sur laquelle l'effet de mémoire sera décrit. Prenons un autre système hystérétique soumis à un champ magnétique amorti (voir figure (3.29), la mémorisation de l'histoire de ce système évolue d'une façon différente du premier exemple. En suivant la même procédure, l'effet de mémoire sera sauvegardé sur la ligne L, il prendra une forme d'escalier comme montré dans la figure (3.28).

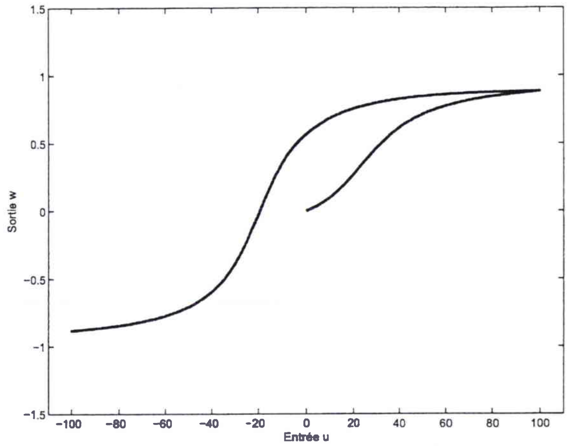

FIG. 3.26 – *Cycle d'hystérésis saturé négativement*

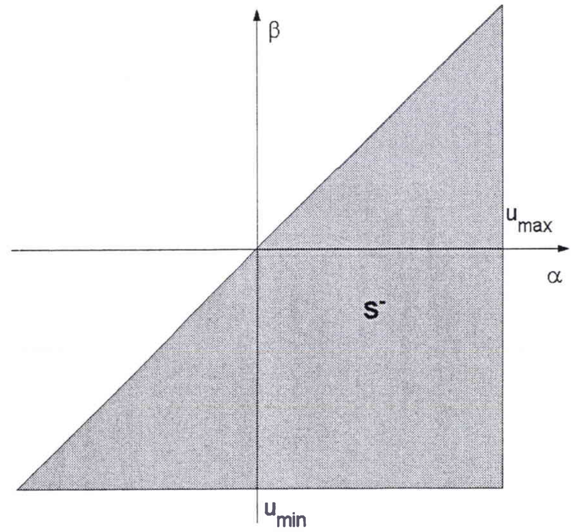

FIG. 3.27 – *La surface S^- occupe toute la surface*

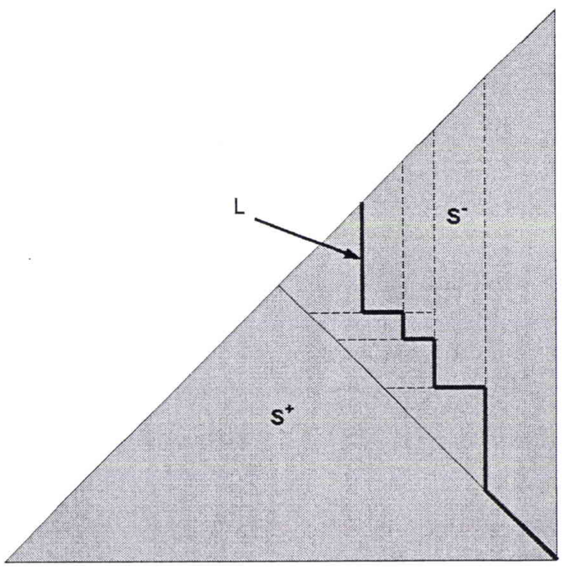

FIG. 3.28 – *Triangle de Preisach soumi à un champ magnétique amorti*

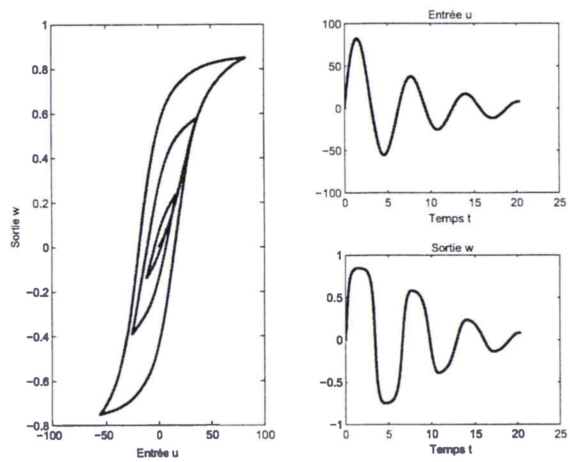

FIG. 3.29 – *Cycle d'hystérésis soumis à un champ magnétique amorti*

3.2.3 Calcul de l'aimantation :

Nous avons déjà indiqué que pour un système hystérétique, l'aimantation est considérée comme une combinaison des hystérons élémentaires dont tout point à l'intérieur du plan de Preisach pourra être un état possible. L'expression naturelle de l'aimantation sera donc une somme continue sur toute la surface du triangle de Preisach :

$$w(t) := \int_{\mathcal{P}} \xi_{\alpha\beta}(u)\, d\varrho(u) \tag{3.15}$$

ou ϱ est une mesure de probabilité définie sur l'espace $(\mathcal{P},\, \mathcal{B}(\mathcal{P}),\, \varrho)$, $(\mathcal{B}(\mathcal{P}),\, \varrho)$ est la tribu des booléens. La valeur de l'opérateur élémentaire ξ vaut -1 sur la surface S^-, et $+1$ sur S^+. Par conséquent, l'aimantation pourra s'écrire sous la forme suivante :

$$w(t) = \int_{S^+} d\varrho(u) - \int_{S^-} d\varrho(u) \tag{3.16}$$

Pour calculer l'aimantation w, il est essentiel de disposer d'une estimation de la mesure ϱ [73]. Dans le cadre de notre étude, nous supposons que la mesure ϱ est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue, donc il existe une fonction mesurable positive $\varsigma(\alpha,\, \beta)$ telle que pour tout sous ensemble E dans l'espace $\mathcal{B}(\mathcal{P})$ on a :

$$\varrho(E) = \iint_E \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta$$

.

La fonction de poids ς est souvent appelée la fonction de distribution de Preisach. Dans ces conditions, l'aimantation s'écrit :

$$w(t) = \iint_{S^+} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta - \iint_{S^-} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta \tag{3.17}$$

Puisque ϱ est une mesure définie sur l'espace de probabilité $(\mathcal{P},\, \mathcal{B}(\mathcal{P}),\, \varrho)$ alors $\varrho(\mathcal{P}) = 1$, donc

$$\iint_{S^-} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta = 1 - \iint_{S^+} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta \tag{3.18}$$

en substituant l'expression (3.18) dans l'équation (3.17), alors l'aimantation devient :

$$w(t) = 2 \iint_{S^+} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta - 1 \tag{3.19}$$

L'implantation de cette expression dans un code d'éléments finis pour plusieurs valeurs du champ magnétique nécessite le calcul de la fonction de distribution sur toutes les surfaces S^+ correspondantes, ce qui est très lourd et coûteux sur le plan numérique. Cela nécessite de stocker la description de la décomposition de la surface $S+$ en chaque point du maillage. Pour se fixer les idées, supposons que le système hystérétique a subi deux valeurs de champ magnétique b et a telles que $a \geq b$ alors :

$$\begin{aligned} w_a - w_b &= 2\iint_{S_a^+} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta - 2\iint_{S_b^+} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta \\ &= 2\iint_{S} \varsigma(\alpha,\, \beta)\, d\alpha\, d\beta \end{aligned} \tag{3.20}$$

Ceci permet de calculer l'aimantation à un instant t_1 donné en se basant uniquement sur les dernières changement effectués sur le triangle de Preisach.

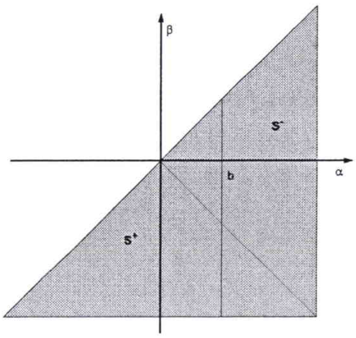

FIG. 3.30 – *Le système hystérétique sous l'effet d'un champ magnétique b*

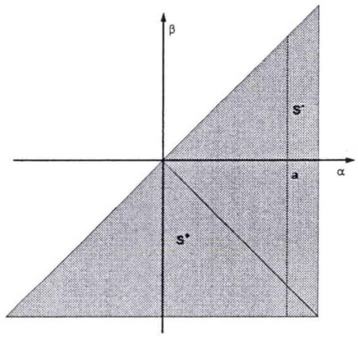

FIG. 3.31 – *Le système hystérétique sous l'effet d'un champ magnétique a*

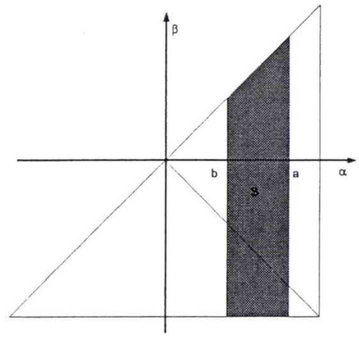

FIG. 3.32 – *Surface de variation entre deux champs magnétiques différents*

En plus, la propriété de la congruence découle directement de l'équation (3.20), i.e : deux cycles mineurs décrits respectivement entre les champs u_1 et u_2 et les champs $u_1^{'}$ et $u_2^{'}$ telle que $\| u_1 - u_2 \| = \| u_1^{'} - u_2^{'} \|$, quelque soit leurs histoires, se superposent géométriquement comme le mettent en évidence les figures (3.33) et (3.34).

3.2.4 Détermination de la fonction de distribution

Le choix de la fonction de distribution est très important pour un modèle de Preisach. En effet, elle doit reproduire avec précision le phénomène d'hystérésis étudié sur tout l'intervalle de variation du champ magnétique. Pour ce faire, il y a deux catégories de méthodes qui déterminent les fonctions de distribution : les méthodes analytiques et les méthodes numériques.

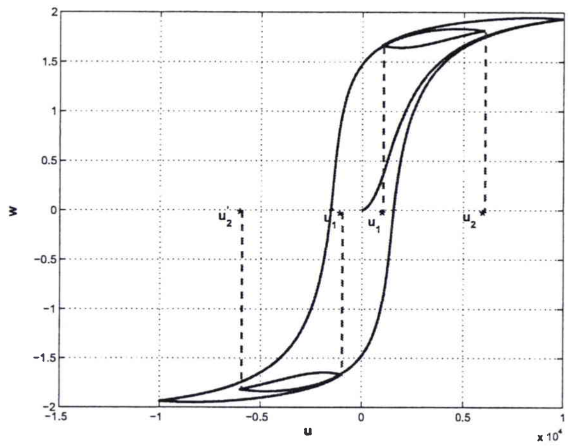

FIG. 3.33 – *Superposition des cycles mineurs*

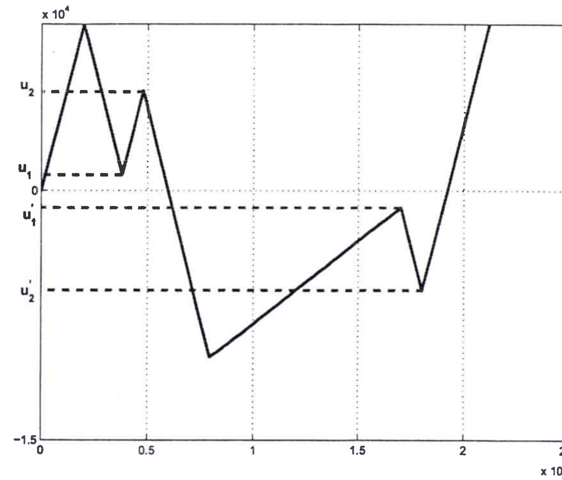

FIG. 3.34 – *Variation du champ magnétique*

- Les méthodes analytiques consistent à choisir judicieusement des fonctions analytiques $\varsigma(\alpha,\, \beta)$ avec des paramètres spéciaux qui caractérisent le système hystérétique. En d'autres termes, les fonctions de distribution comportent des paramètres intervenant dans leurs expressions et devant être optimisés par une méthode des moindres carrés. On peut citer par exemple des fonctions gaussiennes, des fonctions lorentziennes,...
- Les méthodes numériques nécessitent un nombre important de mesures prélevées sur la courbe d'hystérésis du système, puis on cherche à exprimer les fonctions de distribution en fonction de ces mesures. Deux modèles sont souvent utilisés dans la littérature : la méthode de Mayergoyz [73] et la méthode de Biocri-Pescetti [13].

Pour une description détaillée de ces méthodes nous nous référons à des thèses traitant en détail la modélisation de l'hystérésis [10] [86] [96].

Dans ce mémoire, en raison du manque de points de mesures sur le cycle d'hystérésis de notre prototype, nous avons choisi la première méthode avec une fonction lorentzienne, parce que elle ne nécessite que très peu de paramètres [86] :

$$\varsigma(\alpha,\, \beta) = \frac{k\, a^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b\right)^2\right)\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} + b\right)^2\right)} \tag{3.21}$$

où les paramètres a, k, b et H_c sont des paramètres à déterminer selon le choix du matériau utilisé. La figure (3.35) montre un cycle d'hystérésis obtenu en prenant : $k = 1$, $a = 0.67$,

$b = 1$ et $H_c = 800$ A/m.

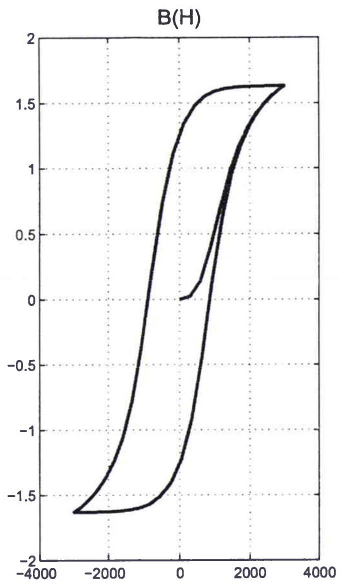

FIG. 3.35 – *Courbe d'hystérésis obtenue pour une fonction de distribution lorentzienne*

3.2.5 Intégration du modèle de Preisach dans un code éléments finis

L'intégration d'un modèle d'hystérésis dans le phénomène électromagnétique exige la résolution du problème couplé : équations de Maxwell-hystérésis. La méthode qui convient le mieux pour ce genre problème est une méthode itérative de type point fixe [85][87]. En effet, La formulation en potentiel scalaire des équations de Maxwell s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{Rot}\left(\frac{1}{\mu_0}\text{Rot }\mathbf{A}\right) = \mathbf{J} + \text{Rot }\mathbf{M} \tag{3.22}$$

par ailleurs, l'aimantation $\mathbf{M}$ doit vérifier deux égalités fondamentales :

1. La relation constitutive du milieu :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{H} \tag{3.23}$$

2. Le phénomène de l'hystérésis

$$\mathbf{M} = \mathcal{P}(\mathbf{H}) \tag{3.24}$$

où $\mathcal{P}$ est un opérateur d'hystérésis

La méthode d'itération de point fixe la plus utilisée dans littérature, consiste à s'associer à un modèle d'hystérésis inverse [10][85][87]. Ceci implique le développement d'une stratégie adéquate pour le modèle d'inversion d'hystérésis en plus. Par conséquent, nous nous sommes amenés à rajouter certaines difficultés de plus sur la procédure de résolution du problème. Dans cette thèse, nous avons analysé le problème en évitant cette technique d'inversion du modèle d'hystérésis. En effet, la résolution numérique de l'équation (3.22) peut être obtenue pour une aimantation donnée. Elle permettra de calculer l'induction magnétique en utilisant l'équation (2.10), et d'obtenir le champ magnétique. Le critère d'arrêt consistera à minimiser les deux valeurs de l'aimantation qui seront calculées par les deux équations (3.23) et (3.24). Dans ce travail nous avons abouti à un nouvel algorithme qui permettra d'intégrer le phénomène d'hystérésis de la façon suivante :

I Initialisation. À l'instant $t = t_0$, la perméabilité non linéaire utilisée est celle de la courbe de première aimantation. $\mu = \dfrac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}}$

1. Résolution de la formulation en potentiel

$$\text{Rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{Rot }\mathbf{A}\right) = \mathbf{J}$$

2. Calcul de l'induction magnétique

$$\mathbf{B} = \text{Rot }\mathbf{A}$$

3. Calcul du champ magnétique

$$\mathbf{H}_0 = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$$

4. Calcul de l'aimantation

$$\mathbf{M}_0 = \frac{\mathbf{B}}{\mu} - \mathbf{H}_0$$

II À l'instant $t = t_1$

1. Résolution de la formulation en potentiel en utilisant l'aimantation précédente $\mathbf{M}_0$:

$$\text{Rot}\left(\frac{1}{\mu_0}\text{Rot }\mathbf{A}\right) = \mathbf{J} + \text{Rot }\mathbf{M}_0$$

2. Calcul de l'induction magnétique

$$\mathbf{B} = \text{Rot } \mathbf{A}$$

3. Calcul du champ magnétique

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}_0$$

4. Calcul de l'aimantation en utilisant un modèle d'hystérésis

$$\mathbf{M}_1 = \mathcal{P}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_0)$$

5. si $\| \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_0 \| \leq \varepsilon$ alors OK

   sinon :

   - $\mathbf{M}_0 := \mathbf{M}_1 + r(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_0)$, ($r$ est un coefficient de pondération)
   - retourner à II.

Maintenant que nous avons élaboré cet algorithme de couplage simultané des équations de Maxwell et un d'un modèle d'hystérésis, nous allons nous intéresser aux résultats numériques obtenus sur des points de maillage de la machine étudiée, comme par exemple aux points 1, 2 et 3 de la figure (3.36). Le cycles d'hystérésis local des ces points sont représentés respectivement sur les figures (3.37), (3.38) et (3.39). Les valeurs maximum du champ magnétique sont localisées dans l'entrefer, c'est pour cela que nous observions une forte saturation aux points 1 et 2.

3.3 Conclusion

L'objectif de ce chapitre consiste à calculer les pertes magnétiques dans la MRV. Dans un premier temps, nous avons décomposé ces pertes en deux parties indépendantes, les pertes par courant de Foucault et les pertes par hystérésis. En ce qui concerne les pertes par courants Foucault nous avons utilisé l'analyse du premier chapitre pour atteindre l'objectif. Pour calculer les pertes par hystérésis, il est nécessaire d'adopter un modèle capable de décrire le cycle d'hystérésis en reproduisant correctement les phénomènes principaux

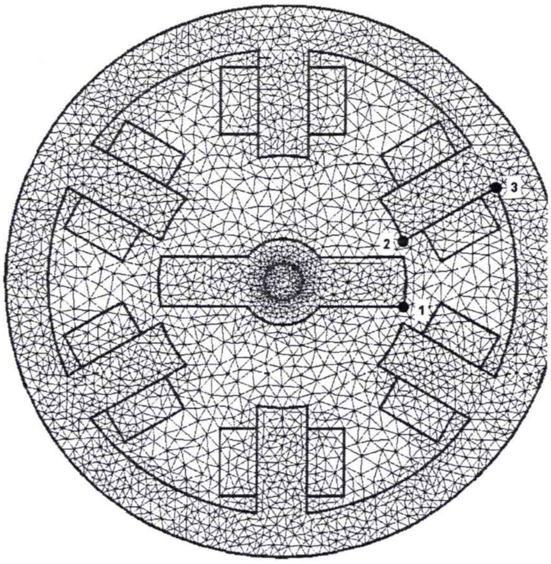

FIG. 3.36 – *Maillage fin de la machine étudiée*

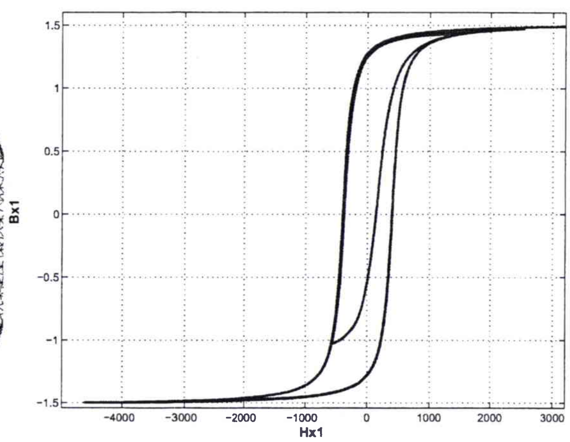

FIG. 3.37 – *Cycle d'hystérésis Bx(Hx) du point numéro 1*

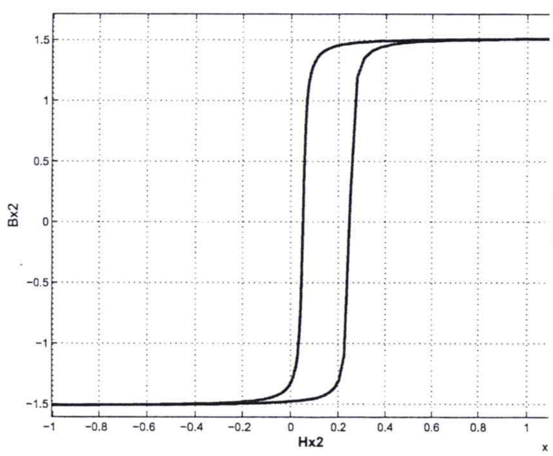

FIG. 3.38 – *Cycle d'hystérésis Bx(Hx) du point numéro 2*

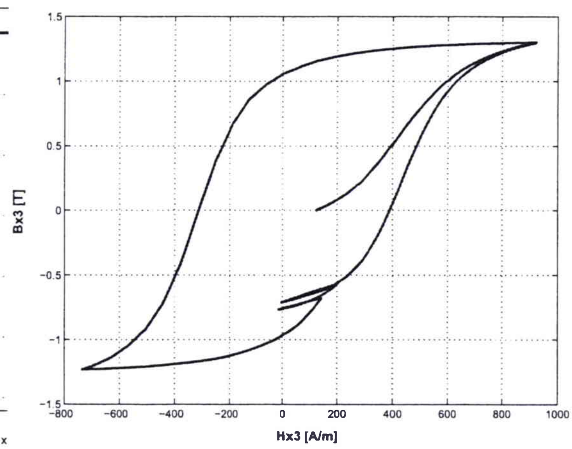

FIG. 3.39 – *Cycle d'hystérésis Bx(Hx) du point numéro 3*

d'aimantation. De nombreux modèles ont été développés dans la littérature. Dans notre étude nous avons considéré des matériaux isotropes. Ceci nous a amené à choisir un modèle de type Preisach associé à une distribution de Lorentz modifiée. Après calcul des paramètres de la distribution de Lorentz modifiée, nous l'avons intégré dans le code d'éléments finis en employant un algorithme de convergence de type point fixe. La méthode est bien adaptée à ce genre de dispositifs. Cette stratégie nous a permis d'éviter d'inverser le modèle de Preisach et par conséquent de minimiser le temps de calcul.

Chapitre 4

Optimisation Géométrique des MRV

Après avoir proposé les techniques nécessaires à la modélisation numérique des machines à réluctance variable, nous voulons établir une structure "optimale" de la machine dans le cadre de l'usinage à très grande vitesse. En effet, nous allons présenter des structures différentes qui permettent d'assurer un couple maximal et des pertes fer minimales pour répondre à l'exigence d'un meilleur rendement. Nous nous sommes orientés vers les structures comportant trois phases statoriques et un rotor bipolaire pour les raisons suivantes :

- simplification du convertisseur qui pilote le moteur
- la fréquence électrique augmente quand le nombre de dents rotoriques augmente, ce qui augmente aussi les pertes.

La première partie consiste à optimiser la géométrie du rotor. Trois modèles ont été présentés : le rotor à dents rectangulaires "classique", le rotor développé par le groupe CEMA du laboratoire LGIPM, que nous appellerons désormais le rotor à dents trapézoïdales [79], et une nouvelle structure qui sera appelée rotor à dents d'attaque.

La solution que nous proposons pour augmenter la performance de la machine va cibler la politique de commutation du courant. L'idée est de faire avancer l'arc de la dent du rotor par rapport à son centre d'origine afin de renforcer l'attraction stator-rotor au sens du mouvement ainsi que pour de faciliter la canalisation du flux traversant l'entrefer.

4.1 Développement d'une nouvelle structure de rotor : le rotor à dents d'attaque

L'optimisation est basée sur la comparaison de performances de différentes formes géométriques d'une MRV 6/2. On s'intéresse à trois formes du rotor. Le premier a une forme rectangulaire, le second trapézoïdal et le dernier constitue la nouvelle forme développée au cours de notre travail de recherche. Le rotor à structure rectangulaire est largement étudié dans la littérature [23][76]. Ses dents sont composées d'intersection d'un rectangle et d'un cercle. Dans ce chapitre, la forme utilisée est montrée dans la figure (4.2). Le deuxième prototype étudié introduit des plans inclinés dans la tête du rotor rectangulaire. Il est constitué d'un ensemble de combinaisons de rectangles, de trapèzes et de cercles. Cette forme a été développée dans l'équipe CEMA du laboratoire LGIPM [33], (cf. Fig. 4.1)

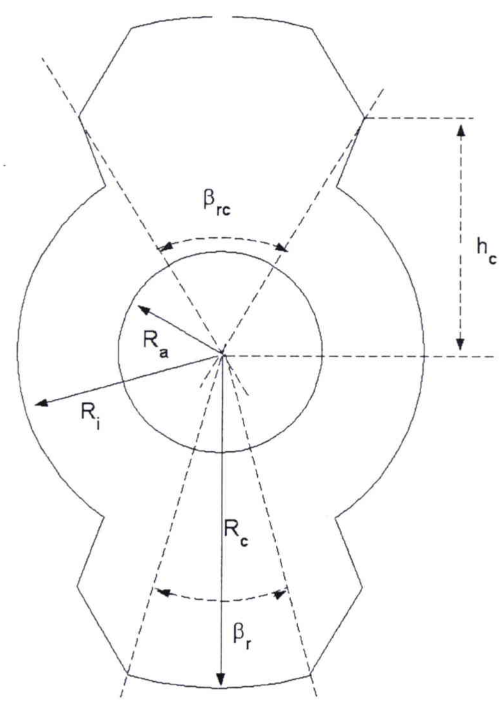

FIG. 4.1 – *Rotor à dents trapézoïdales[33]*

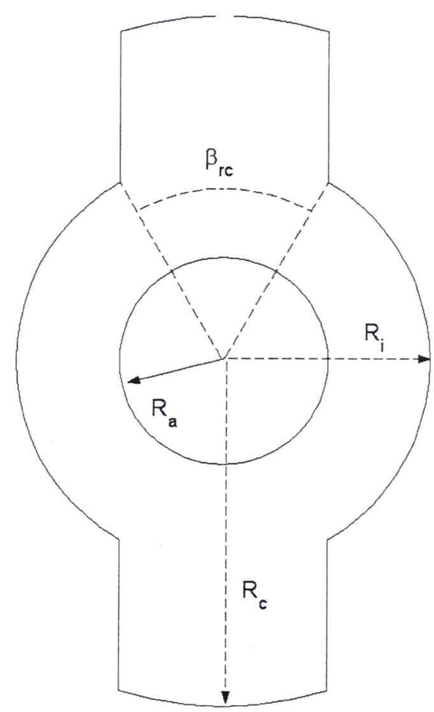

FIG. 4.2 – *Rotor à dents rectangulaires*

Les paramètres géométriques de ses deux formes sont donnés dans le tableau (4.1).

	R_c (mm)	R_i (mm)	R_a (mm)	β_{rc} (degrés)	β_r (degrés)
Rotor trapézoïdal	10	6	3	72	45
Rotor rectangulaire	10	6	3	72	-

TAB. 4.1 – *Données géométriques des prototypes*

Dans un premier temps, on applique notre méthode de résolution du problème couplé électromagnétique/mécanique pour les deux formes présentées ci-dessus. Les deux figures (4.3)- (4.4) montrent respectivement les forces surfaciques appliquées sur le rotor pour une position angulaire du rotor égale à 0 degré. On remarque que les forces appliquées au rotor trapézoïdal sont plutôt radiales contrairement au rotor rectangulaire. Ces forces radiales ont l'inconvénient de ne pas participer à la rotation et aussi de déformer le rotor qui risque d'entrer en contact avec le stator.

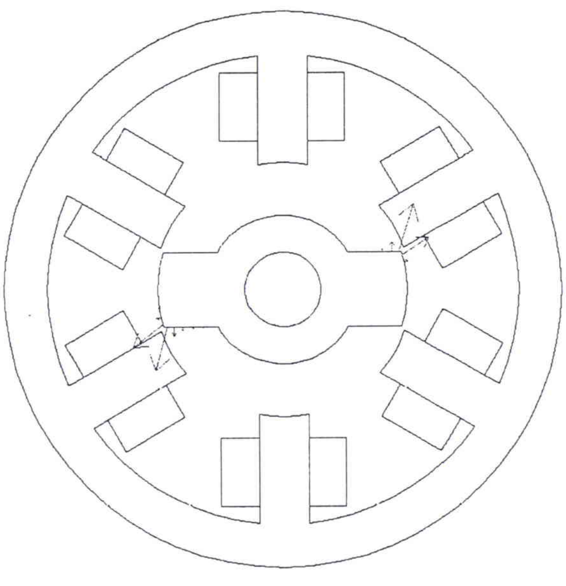

FIG. 4.3 – *Distribution de la densité des forces pour le rotor à dents rectangulaires*

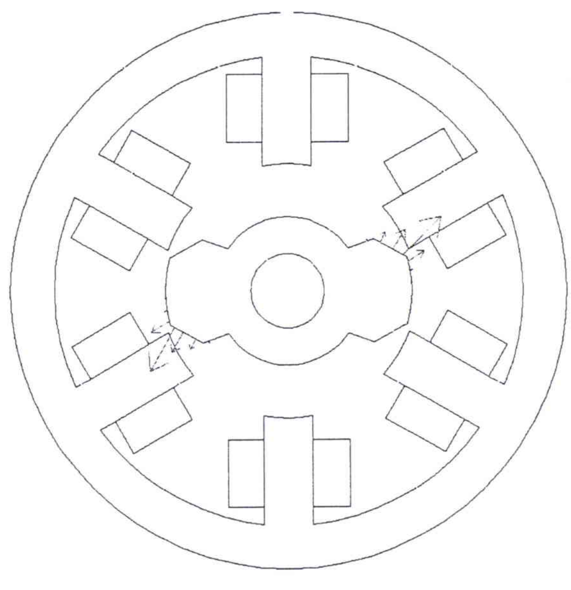

FIG. 4.4 – *Distribution de la densité des forces pour le rotor à dents trapézoïdales*

Notre approche est basée sur la maximisation des forces tangentielles afin d'augmenter la force d'attraction rotor-stator dans le sens du mouvement. Dans ce chapitre, on s'intéresse à la modification de la forme du rotor en introduisant des cornes dans la tête du rotor. La figure (4.5) montre la structure géométrique proposée, dite rotor à dents d'attaque. Des résultats numériques concernant la distribution du flux magnétique et des forces surfaciques sont présentés dans les figures 4.6-4.11. Le rotor à dents d'attaque per-

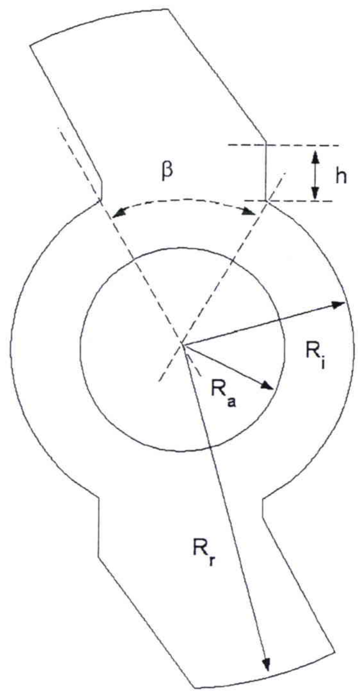

FIG. 4.5 – *Rotor à dents d'attaque*

met aussi de minimiser l'ondulation du couple. En effet, les causes de l'ondulation du couple magnétique dans les MRV sont principalement dues à la commutation du courant d'alimentation de phase dans ses enroulements et à la forte non linéarité de l'inductance magnétique.

Pour une plage de temps égale à 0.1 seconde et une alimentation rectangulaire du courant égale à 2 ampères, la figure (4.12) montre la courbe de la vitesse obtenue. La meilleure accélération est en faveur de la MRV à rotor à dents d'attaque. La vitesse maximale atteinte 12137 tours/min est obtenue en effectuant 18 tours. En deuxième position, on trouve le rotor à dents rectangulaires qui arrive à une vitesse finale de 10900 tours/min en effectuant 15 tours. La troisième position est pour le rotor à dents trapézoïdales avec une vitesse finale d'arrivée égale à 10198 tours/min, en effectuant seulement 9 tours.

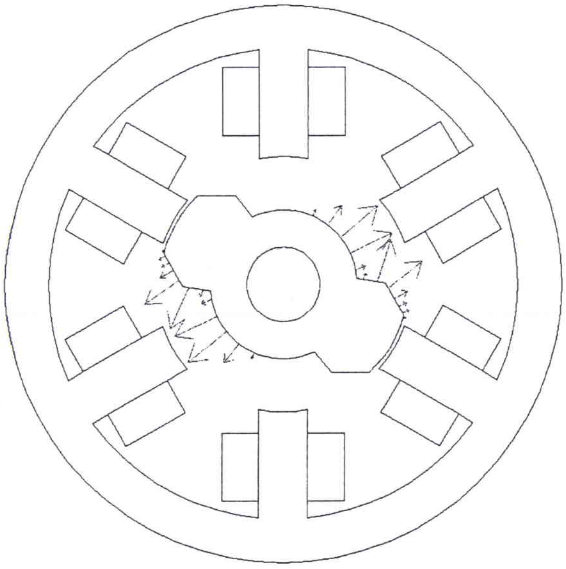

FIG. 4.6 – *Distribution des forces surfaciques pour un rotor à dents trapézoïdales*

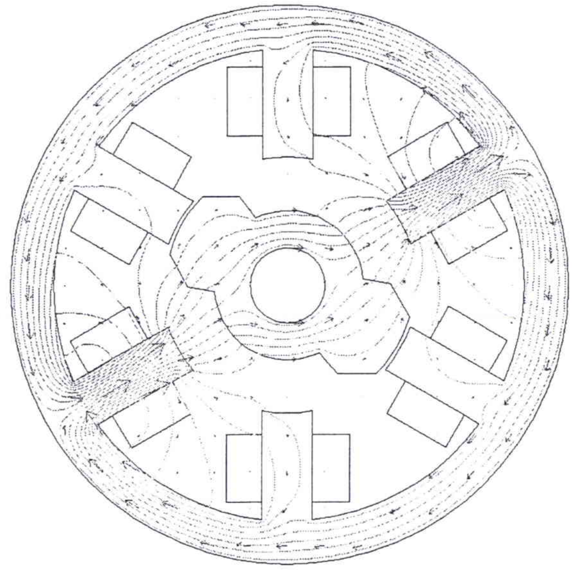

FIG. 4.7 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour un rotor à dents trapézoïdales*

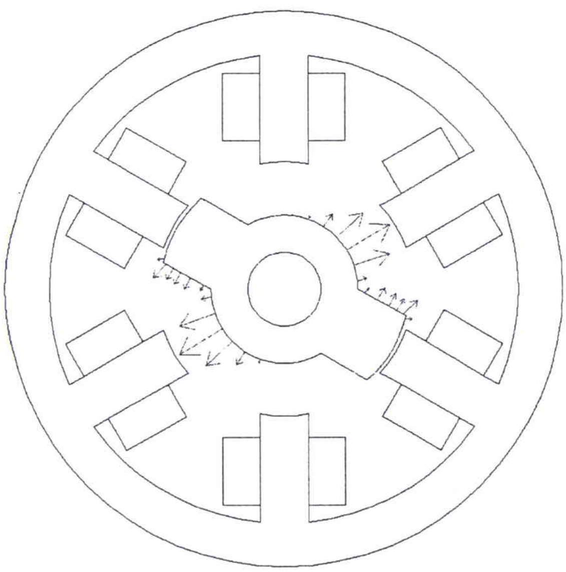

FIG. 4.8 – *MDistribution des forces surfaciques pour un rotor à dents rectangulaires*

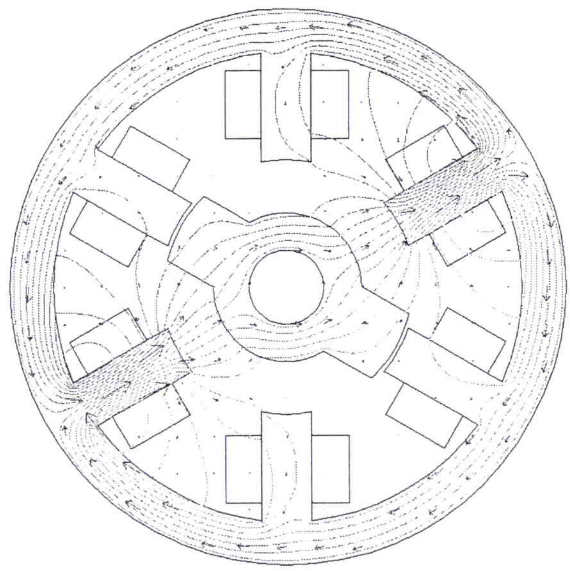

FIG. 4.9 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour un rotor à dents rectangulaires*

4.2 Conclusion

Dans ce chapitre, on introduit une nouvelle forme du rotor d'une MRV 6/2 afin de maximiser l'accélération de la machine. Dans un premier temps, nous avons abordé la

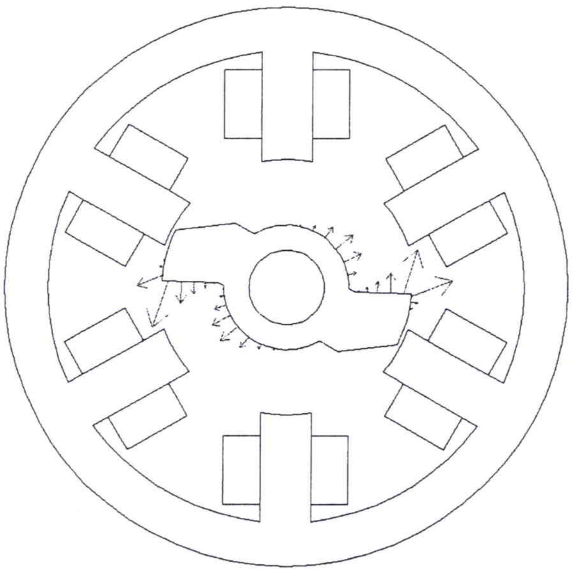

FIG. 4.10 – *Distribution des forces surfaciques pour un rotor à dents d'attaque*

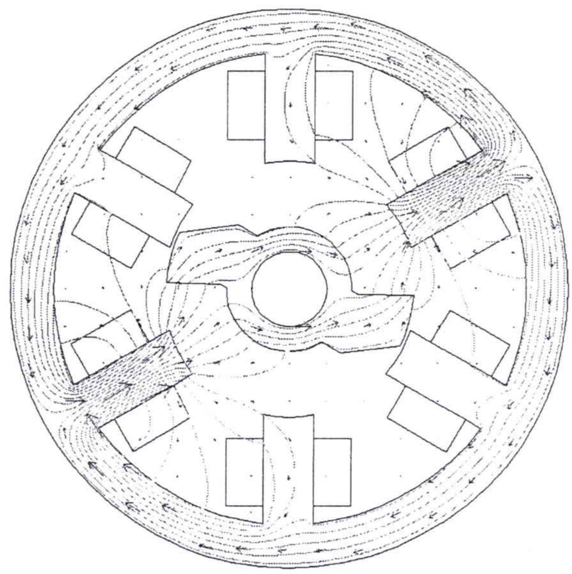

FIG. 4.11 – *Distribution des lignes du champ magnétique pour un rotor à dents d'attaque*

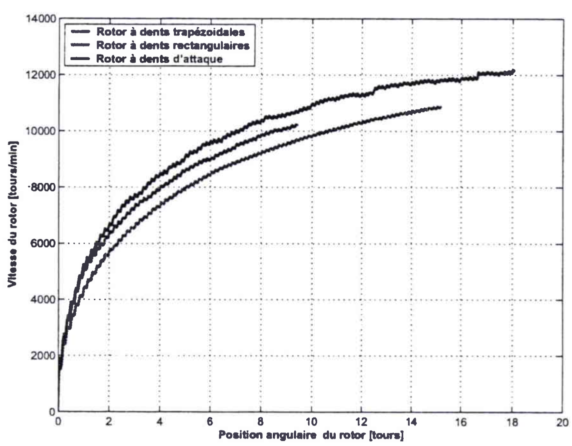

FIG. 4.12 – *Comparaison du profil de la vitesse pour les trois rotors pendant un intervalle de temps égale à 0.1 s*

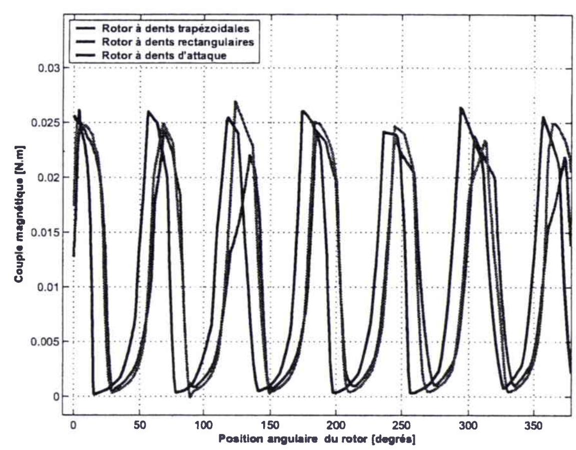

FIG. 4.13 – *Comparaison du profil du couple pour les trois rotors pendant la phase de démarrage*

question suivante : quelle est la forme géométrique optimale du rotor qui permettra de réaliser notre objectif ? Cependant, vu la nécessité de considérer une géométrie initiale avant de procéder à une modélisation numérique, nous avons limité notre analyse sur plusieurs formes de rotor présentées dans la littérature, notamment la forme rectangulaire et une forme trapézoïdale développée par le groupe CEMA du laboratoire LGIPM (Laboratoire de Génie Industriel et Production Mécanique). Ceci nous a amené à proposer un nouveau type de rotor à dents d'attaque. Nous avons montré que cette nouvelle forme géométrique donne de meilleurs résultats.

Deuxième partie

Commandes Non Linéaires de Machines à Réluctance Variable

Chapitre 5

Généralités et notions de base

Généralement, et en absence des perturbations, la dynamique d'un processus physique peut être modélisé par un système d'équations différentielles de la forme

$$\dot{x} = f(x,\, u,\, t), \tag{5.1}$$

où $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $t \in \mathbb{R}$ désigne le temps, $x \in X$ l'état du système, $u \in U_{\mathrm{adm}}$ le contrôle. X est une variété de dimension n et $U_{\mathrm{adm}} \subset \mathbb{R}^m$ est un ensemble de valeurs de contrôles dits admissibles. La fonction f est le modèle d'évolution d'un procédé physique, chimique ou biologique, qui est définie de $R^n \times \mathbb{R}^m$ dans $\mathbb{R}^n$ et de classe $\mathcal{C}^\infty$. Dans ce contexte, on distingue deux problèmes, la commandabilité et l'observabilité.

5.1 Commandabilité

Le problème de commandabilité peut se résumer de la façon suivante : étant donnés un processus défini par son modèle et deux états $a \in \mathbb{R}^n$ et $b \in \mathbb{R}^n$, peut-on trouver une commande admissible (entrée) $u \in \mathbb{R}^m : [0, T] \to \mathbb{R}^m$ nous permettant d'amener l'état a à l'état b (cf. Fig.5.1). Si le temps T est fixé (respectivement arbitraire) on dit que le temps final est fixe (respectivement le temps final libre).

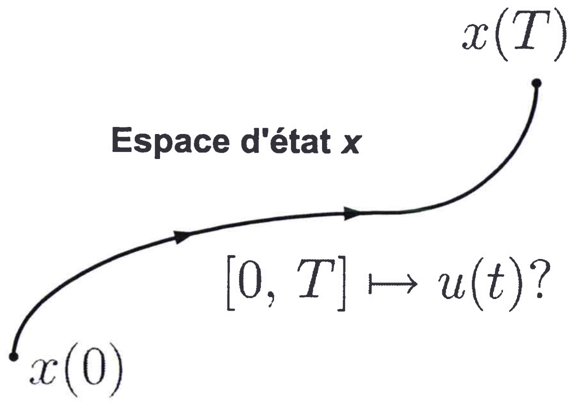

FIG. 5.1 – *Problème de commandabilité*

Exemple 5.1 *Considérons le système dynamique suivant :*

$$\dot{x} = A\,x + B\,u, \tag{5.2}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées et A et B sont des matrices constantes de tailles $n \times n$ et $n \times m$, respectivement. La matrice de commandabilité du système (5.2) *est définie par*

$$R(A,\, B) = \left(B,\, AB,\, A^2B \cdots ,A^{n-1}B\right),$$

Le problème de commandabilité , que $T > 0$ soit fixé ou non, a une solution si et seulement si le rang de la matrice blocs $R(A,\, B)$ est égale à n (voir [53]). Dans ce cas, on dit que le couple $(A,\, B)$ est commandable.

Dans le cas général, pour les systèmes non linéaires de type (5.1) il n'est pas toujours facile de construire une loi de commande convenable. Cependant on pourra les classifier par leurs propriétés structurelles de types algébriques et géométriques. On peut par exemple poser la question suivante : "Existe-t-il un système linéaire équivalent à l'équation (5.1) de type $\dot{z} = Az + Bv$ avec $(A,\, B)$ commandable ?". La linéarisation dans ce sens peut s'étendre de deux façons différentes : linéarisation approchée ou linéarisation exacte. La première approche consiste à remplacer la fonction f par les dérivées premières par rapport à x et u autour d'un point d'équilibre $(\overline{x},\, \overline{u})$, c'est à dire transformer le système (5.1) sous la forme :

$$\dot{x} = A\,x + B\,u, \qquad A = \frac{\partial f}{\partial x}(\overline{x},\, \overline{u}), \qquad B = \frac{\partial f}{\partial u}(\overline{x},\, \overline{u}), \tag{5.3}$$

si le couple $(A,\, B)$ est commandable on dit que le système (5.1) est commandable au premier ordre au point d'équilibre $(\overline{x},\, \overline{u})$.

Remarquons que le linéarisé utilisé est autour d'un point d'équilibre, cette démarche est restrictive pour une approximation locale de la dynamique du système, ainsi elle ne permet pas d'en déduire la commandabilité globale. La deuxième approche consiste à trouver un changement de coordonnées, $z = \phi(x)$ et $v = k(x,\, u)$, qui rendent le système (5.1) linéaire. Dans ce cas, on parle d'un système linéarisable par difféomerphisme et bouclage.

5.2 Contrôle optimal

Le problème du contrôle optimal consiste à contrôler un processus de manière à ce qu'il maximise/minimise un critère d'optimalité défini comme une objective de coût. Du point de vue mathématique, le comportement d'un système physique est décrit par une ou plusieurs équations différentielles appelées équations d'état et qui comportent des paramètres, qui peuvent être des fonctions, appelées contrôles. L'objectif est de déterminer le(s) contrôle(s) qui minimise(nt) une fonctionnelle de coût $\mathcal{J}$ définie sur l'ensemble des paires (contrôle, solution) du système. Le problème de contrôle optimal se formule de la manière suivante :

$$(\mathcal{P}) : \quad \left\{ \begin{array}{c} \text{Trouver } u \in U_{ad} \text{ tel que} \\ \mathcal{J}(u) = \min\left\{\mathcal{J}(v) \mid v \in U_{ad}\right\}. \end{array} \right.$$

où U_{ad} est l'ensemble des contraintes imposées sur le contrôle. Dans cette première partie, on considère U_{ad} l'ensemble de solutions de l'équation (5.1) et vérifiant certaines conditions aux limites.

5.2.1 Théorie de Pontryagin

L'existence de la solution et la transformation du problème en système d'équations différentielles ordinaires sont données par le théorème de Pontryagin [88]. La version "forte" ci-dessous est présentée dans le livre de Trélat [109].

Théorème 5.1 *On considère le système de contrôle dans* $\mathbb{R}^n$

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \tag{5.4}$$

où $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$ *est de classe* C^1 *et où les contrôles sont des applications mesurables et bornées définies sur un intervalle* $[0,\ t_e(u)[$ *de* $\mathbb{R}^+$ *et à valeurs dans* $E \subset \mathbb{R}^m$. *Soient* M_0 *et* M_1 *deux sous ensembles de* $\mathbb{R}^n$. *On note* $\mathcal{U}$ *l'ensemble des contrôles admissibles u dont les trajectoires associées relient un point initial* M_0 *à un point* M_1 *en temps* $t(u) < t_e(u)$.
Par ailleurs on définit le coût d'un contrôle u sur [0, t]

$$\mathcal{J}(t,\ u) = \int_0^t f^0(s,\ x(s),\ u(s))ds + g(t,\ x(t)),$$

où $f^0 : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$ *et* $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ *sont de classe* C^1, *et* $x(\cdot)$ *est la trajectoire solution de* (5.4) *associée au contrôle u.*
On considère le problème de contrôle optimal suivant : determiner une trajectoire reliant M_0 *à* M_1 *et minimisant le coût. Le temps final peut être fixé ou non.*
Si le contrôle $u \in \mathcal{U}$ *associé à la trajectoire* $x(\cdot)$ *est optimal sur [0, T], alors il existe une application* $p(\cdot) : [0,\ T] \longrightarrow \mathbb{R}^n$ *absolument continue appelée vecteur adjoint, et un réel* $p^0 \leq 0$, *tels que le couple* $(p(\cdot),\ p^0)$ *est non trivial, et tels que, pour presque tout* $t \in [0,\ t]$,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\partial H}{\partial p}(t,\ x(t),\ p(t),\ p^0,\ u(t)), && (5.5)\\ \dot{p}(t) &= -\frac{\partial H}{\partial x}(t,\ x(t),\ p(t),\ p^0,\ u(t)), && (5.6)\end{aligned}$$

où $H(t,\ x,\ p,\ p^0,\ u) =< p,\ f(t,\ x,\ u) > +p^0 f^0(t,\ x,\ u)$ *est le Hamiltonian du système, et on a la condition de maximisation presque partout sur [0, T]*

$$H(t,\ x(t),\ p(t),\ p^0,\ u(t)) = \max_{v \in E} H(t,\ x(t),\ p(t),\ p^0,\ v). \tag{5.7}$$

Remarque 4 : *Une généralisation du théorème de Pontryagin, paramétrée par la condition initiale sur l'état, est dite équation de Hamiltonian-Jacobi-Bellman (HJB). Elle consiste à minimiser le Hamiltonien en employant le gradient de la fonction coût. Pour plus de détails, voir les deux références [14][109]*

5.3 Observabilité et Observateurs

Il est parfois difficile de mesurer en ligne toutes les variables et on a donc souvent accès qu'à une partie de la mesure des variables d'état. On formalise cette situation en ajoutant à l'équation différentielle (5.1), une seconde équation dite équation d'observation de la forme suivante :

$$y = h(x,\, u,\, t), \tag{5.8}$$

où h est une application de $X \times U_{\text{adm}} \times \mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}^q$. y est appelé la sortie du système ou le vecteur d'observation. Le problème qu'on pose ici consiste à pouvoir reconstruire le vecteur d'état $((x(t))_{t\geq 0})$ en se basant uniquement sur la connaissance de la loi de commande $((u(t))_{t\geq 0})$ et le vecteur d'observation $((y(t))_{t\geq 0})$ et sans aucune information sur l'état initial $x(0)$. Ce problème pourra être divisé en deux questions :

Observabilité : un système, constitué des deux équations (5.1-5.8), est dit observable si pour deux états initiaux différents, il existe une loi de commande $((u(t))_{t\geq 0})$ telle que $((y_1(t))_{t\geq 0}) \neq ((y_2(t))_{t\geq 0})$. Autrement dit, l'application $\xi_u : x_0 \rightarrow ((y(t))_{t\geq 0})$ est injective.

Observateur : La synthèse d'observateur consiste à développer un algorithme pour calculer le vecteur d'état x en fonction du vecteur d'observation y et du contrôle u, c'est à dire inverser l'application ξ_u. L'algorithme a donc pour objectif d'estimer le vecteur d'état en reconstruisant un autre système dynamique, dont le vecteur d'état est souvent noté $\widehat{x}$, et qui converge asymptotiquement vers l'état x, c'est à dire :

système	observateur
$\dot{x} = f(x,u)$	$\dot{z} = \widehat{f}(z,\, y,\, u)$
$y = h(x)$	$\widehat{x} = \varphi(z,\, y,\, u)$

tel que :

- $\parallel \varepsilon(t) \parallel = \parallel \widehat{x}(t) - x(t) \parallel \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow 0$,

- si, à $t = t_0$ on a $\widehat{x}(t_0) = x(t_0)$, alors pour tout $t \geq t_0$, on a $\widehat{x}(t) = x(t)$.

La figure 5.2 montre un ensemble système-observateur.

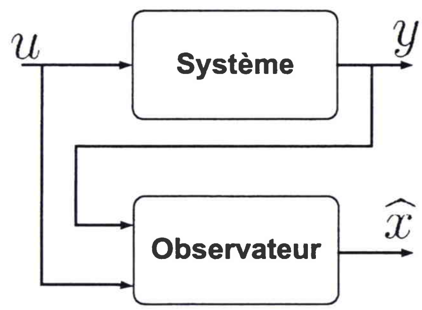

FIG. 5.2 – *Ensemble système-observateur*

La conception d'observateur se fait de la façon suivante : nous avons un premier terme qui est une recopie du système dont on veut estimer l'état auquel on ajoute un deuxième terme qui consiste en la différence entre les états mesurés et estimés multipliés par une matrice de gain K. Ce gain régit la dynamique et la robustesse de l'observateur, donc son choix est important et doit être adapté aux propriétés du système dont on veut effectuer l'observation des états. On va présenter brièvement quelques catégories d'observateurs souvent utilisés dans la littérature.

Exemple 5.2 *On considère le système linéaire suivant :*

$$\begin{cases} \dot{x} &= A\,x + B\,u, \\ y &= C\,x, \end{cases} \tag{5.9}$$

Ce système est observable si est seulement si le rang de la matrice

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} C \\ C\,A \\ \vdots \\ C\,A^{n-1} \end{pmatrix}$$

soit égale à $n = dim\,(x)$ *[52]. On dit alors que la paire* $(A,\, C)$ *est observable. Dans ce cas, on peut construire un observateur, dit de Luenberger [66], pour le système* (5.9). *En effet, considérons le système :*

$$\dot{\widehat{x}} = A\,\widehat{x} + B\,u + K\,(y - C\,\widehat{x}). \tag{5.10}$$

Posons $\varepsilon = \widehat{x} - x$, l'erreur de l'estimation entre l'état réel et l'état estimé, on obtient alors :

$$\dot{\varepsilon} = (A - K\,C)\,\varepsilon. \tag{5.11}$$

Les valeurs propres de la matrice $(A - K\,C)$ peuvent être fixées arbitrairement si est seulement si la paire $(A,\,C)$ est observable [16]. Alors pour que l'observateur converge, il suffit que le choix des valeurs propres de la matrice $(A - K\,C)$ soient à partie réelle négative. Pour ce faire, la technique du placement de pôles pourra être employée.

On remarque que la condition de l'observabilité des systèmes linéaires est une condition suffisante pour construire un observateur qui converge exponentiellement, ainsi qu'elle ne dépend pas de l'entrée. Ce résultat n'est pas toujours vrai dans le cas des systèmes non linéaires, comme le montre l'exemple suivant :

Exemple 5.3 *On considère le système défini par :*

$$\begin{array}{rcl} \dot{x}_1 & = & x_2\,u, \\ \dot{x}_2 & = & 0, \\ y & = & x_1. \end{array} \tag{5.12}$$

Si $u \neq 0$, il est clair que $x_2 = \dfrac{\dot{y}}{u}$. La variable x_2 est connue en fonction de l'entrée et de la sortie. Ce système n'est pas observable pour toute entrée, mais il l'est pour les entrées $\neq 0$. Dans le cas non linéaire, l'observabilité dépend de l'entrée.

Il n'existe pas de méthode générale pour construire les observateurs non linéaires, cependant on trouve beaucoup de systèmes non linéaires qui présentent d'excellentes propriétés globales.

- **Observateurs à grand gains :**

  Cette technique consiste à donner un poids important à la fonction de correction $K(y-\widehat{y})$ pour "écraser" la non linéarité du système et obtenir la convergence asymptotique de l'équation d'erreur $\dot{\varepsilon} = K(y - \widehat{y})$. La référence classique de ce type d'observateurs est l'article de Gauthier et al. [36].

- **Observateurs à modes glissants :**

  La fonction de correction de ces observateurs est une fonction *sign*, qui permet d'utiliser un gain infini pour absorber la non linéarité de la dynamique de l'erreur et par conséquent établir la stabilité de l'erreur d'observation. Cette technique a été introduite par Utkin [111] et depuis, elle est utilisée par de nombreux auteurs ainsi qu'elle fait l'objet de beaucoup d'applications indutrielles, à titre d'exemple on peut citer les références [24][56].

Chapitre 6

Optimisation du courant d'alimentation pour les MRV

Les industriels confrontés aux contraintes croissantes sur la qualité et les délais de conception, trouvent une aide décisive dans la théorie de l'optimisation non linéaire. Ces 20 dernières dernières, les machines à réluctance variables ont été l'objet de nombreuses recherches pour améliorer leur robustesse et leur mode de fonctionnement. Dans ce chapitre, on limite l'étude aux modèles dynamiques décrivant le système MRV par des équations différentielles ordinaires. Une autre analyse d'optimisation en s'appuyant sur les équations aux dérivées partielles et la méthode des éléments finis est traitée au chapitre 4.
L'excitation d'une phase statorique induit une force électromagnétique appliquée sur le rotor à pôle saillant. Cette force ainsi que le couple mécanique moyen, dépendent du stator, du rotor, et du courant d'alimentation. Le profil instantané du couple détermine les caractéristiques de l'ondulation de la MRV. Dans la littérature, on trouve plusieurs travaux de recherche consacrés à la minimisation de l'ondulation du couple , à titre d'exemple on peut citer [22][25][64][68][103][115]. Il existe en général de nombreuse méthodes de contrôle pour atténuer l'ondulation du couple des MRV. Parmi elles, on trouve celle qui optimise le mode de commutation du courant d'alimentation. Elle consiste à exciter la phase suivante avant d'éteindre la phase courante, il y a une période courte où on maintient deux phases excités simultanément, et toutes les deux contribuent au couple de la MRV. Il est aussi possible d'employer une approche de commande spécifique pour obtenir

des formes appropriées du courant. Dans ce travail, on s'intéresse à des MRV tournant à très grande vitesse. On va donc chercher à maximiser le rendement de la machine. La demande de minimisation de l'ondulation ne sera pas prise en compte car généralement, la demande d'une basse ondulation de couple est contradictoire avec la demande d'un couple moyen élevé. Si on accélère la vitesse d'un moteur électrique, il est tout à fait naturel que ceci génère plus d'ondulation, de vibration et de résonance. L'objectif de ce chapitre consiste à minimiser les pertes Joule et maximiser l'énergie mécanique fournie. Les pertes Joule sont généralement non négligeables, elle présentent un élément important du cahier des charges car elle provoquent l'échauffement de l'appareil. La minimisation des pertes Joule est un objectif majeur; d'autre part, la maximisation du cycle d'énergie mécanique convertie est également important. Il permet de maximiser le travail fournie par l'appareil électrique et par conséquent son couple moyen, ce qui permet d'agir sur l'accélération de la machine. Pour aborder ce problème, la stratégie qu'on va utiliser est basée principalement sur l'optimisation multiobjectifs des systèmes non linéaires. Tout d'abord, on développe une nouvelle formulation intégrale du problème, basée sur le théorème de Green, qui caractérise le cycle d'énergie, et sur l'expression intégrale des pertes électriques. Ce problème multiobjectif est ensuite transformé en un seule problème d'optimisation en rajoutant un cœfficient de pondération devant une des deux fonctions objectif. Au niveau des contraintes, on ne considère que l'équation électrique des MRV pour une seule phase de fonctionnement, et la vitesse du rotor est supposée être de 200 000 tr/min. La résolution du problème est réalisé en trois étapes :

1. prouver l'existence d'une solution optimale;

2. étudier les conditions d'optimalité qui caractérisent les solutions optimales. On utilise le théorème de Pontryagin parce qu'il permet de transformer ce problème en un système d'équations différentielles ordinaires (EDO);

3. calculer la solution optimale en employant une méthode numérique de tir direct en distinguant deux cas selon que la position finale du rotor est fixe ou libre.

6.1 Modèle non linéaire des MRV

Les machines auxquelles nous nous intéressons dans ce manuscrit, sont constituées de plusieurs phases fonctionnant de manière indépendante (pas de couplage magnétique entre les phases). L'équation électrique pour chaque phase est donnée par la relation suivante :

$$u_j = Ri_j + \frac{d\Psi_j}{dt} \quad (j = 1,\, 2, \ldots, N_{ph}) \tag{6.1}$$

où u_j est la tension, i_j dénote le courant circulant dans la phase excitée ($j = 1,\, 2,\, \ldots, N_{ph}$), R est la résistance électrique, Ψ_j représente le flux magnétique embrassé par la totalité de la phase j et N_{ph} le nombre de phase. Le comportement du flux magnétique est fortement non linéaire. Cette non linéarité pourra être prise en compte en utilisant un modèle spécial qui le caractérise. L'approche la plus simple consiste à utiliser des interpolations sur les données numériques du flux. Il y a un modèle prédominant qui est employé souvent dans ce cas de figure et qui est basé sur les fonctions splines. La précision de cette méthode dépend de la base de données des points et de l'application en temps réel utilisé. Cette démarche ne garantit pas toujours l'aboutissement d'un modèle fidèle au phénomène physique. Dans la littérature, beaucoup d'auteurs ont pensé que la non linéarité du flux magnétique peut être prise en considération en développant un modèle de celui-ci dépendant uniquement du courant d'alimentation et de la position angulaire du rotor. Dans l'article [106], Stiebler et al. ont décomposé le comportement du flux magnétique en trois composantes : deux composantes représentent les régions d'oppositions et de conjonction respectivement, et une troisième composante représente l'état intermédiaire en fonction de l'angle de position du rotor θ. L'idée est de séparer l'influence des deux éléments suivants : le courant et l'angle θ. L'avantage de ce modèle est d'employer des fonctions mathématiques simples. Bien que les résultats obtenus fournissent une bonne prévision, le couple magnétique obtenu contient de grandes erreurs. Ceci est dû à l'absence de non linéarité du modèle. Dans l'article [105] Ilic-Spong et al. ont développé un modèle mathématique pour tenir compte de la saturation magnétique. Ce modèle est décrit par l'équation suivante :

$$\Psi_j(\theta,\, i_j) = \Psi_j^s \left(1 - e^{-i_j f_j(\theta)}\right) \quad (j = 1,\, 2, \ldots, N_{ph}) \tag{6.2}$$

où Ψ_j^s est la valeur du flux magnétique à la saturation. La fonction f_j est donnée par son développement en série de Fourier suivant :

$$f_j(\theta) = a + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\Phi_\theta) + c_n \cos(\Phi_\theta) \tag{6.3}$$

avec $\Phi = n\, N_r\theta - (j-1)2\pi/N_{ph}$. Dans ces conditions, le couple magnétique pour chaque phase s'écrit donc sous la forme :

$$C_j(\theta, i_j) = \frac{\Psi_s}{f_j(\theta)^2} \frac{d\, f_j(\theta)}{d\theta} \left[1 - (1 + i_j f_j(\theta))\, e^{-i_j f_j(\theta)}\right] \tag{6.4}$$

Dans l'article [108], Torrey et al. ont procédé autrement. Leur modèle s'écrit sous la forme suivante :

$$\Psi_j(\theta,\, i_j) = a_1 \left(1 - e^{a_2(\theta) i}\right) + a_3(\theta) i \tag{6.5}$$

où a_1, a_2 et a_3 sont des fonctions de variable θ et s'expriment en series de Fourier. Les valeurs des cœfficients de Fourier sont obtenues en utilisant l'algorithme de moindre carré de Levenberg-Marquardt. Dans notre étude, nous avons cherché un modèle non linéaire de l'inductance L plutôt que du flux Ψ. En effet, la loi de Hopkinson permet de caractériser le flux, pour chaque phase, selon l'expression suivante :

$$\Psi_j(\theta, i) = L_j(\theta) \cdot i_j \quad (j = 1,\, 2, \ldots, N_{ph}) \tag{6.6}$$

L'inductance est une fonction périodique par rapport à la position angulaire du rotor θ et une fonction paire par rapport au courant d'alimentation i. Un type de modèle hybride peut être envisagé en utilisant un développement en série de Fourier finie par rapport à l'angle θ et polynômial par rapport au courant i :

$$L_{ph}(\theta, i_j) = \sum_{j=0}^{8} \sum_{k=0}^{k=3} a_{k,j} i_{ph}^{2k} \cos^j(2\theta), \quad (ph = 1,\, 2, \ldots, N_{ph}) \tag{6.7}$$

où ph désigne la phase courante. Dans le cadre de notre groupe de recherche, C. Visa a obtenu 80 mesures expérimentales de cette inductance en fonction du courant d'alimentation et de la position angulaire du rotor pour le prototype de la MRV du laboratoire [113]. En utilisant une méthode de moindre carré, le tableau 6.1 présente les coefficients $a_{k,j}$ obtenus pour le prototype du moteur du laboratoire en utilisant le modèle (6.7).

	$a_{0,j}$	$a_{1,j}$	$a_{2,j}$	$a_{3,j}$
$j=0$	2.81E-3	-7.26E-6	3.58E-7	-6.76E-9
$j=1$	8.03E-4	1.19E-5	-8.91E-7	2.23E-8
$j=2$	9.49E-4	-4.69E-5	2.83E-6	-6.71E-8
$j=3$	1.33E-4	9.32E-5	-6.31E-6	1.54E-7
$j=4$	1.12E-3	2.84E-4	-1.75E-5	4.16E-7
$j=5$	3.10E-3	-1.90E-4	1.40E-5	-3.61E-7
$j=6$	1.22E-3	-4.86E-4	3.03E-5	-7.22E-7
$j=7$	−9.68E-4	4.94E-5	-6.87E-6	2.14E-7
$j=8$	-4.40E-4	1.99E-4	-1.46E-5	3.78E-7

TAB. 6.1 – *Cœfficient du modèle* (6.7)

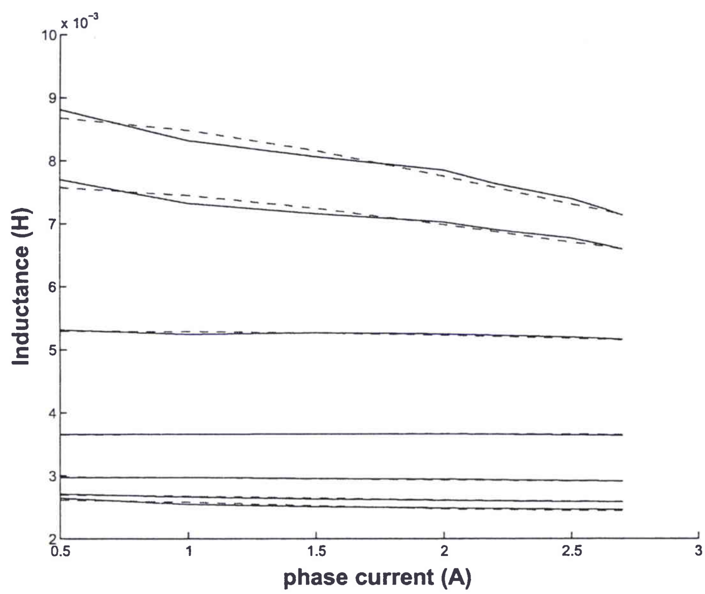

FIG. 6.1 – *Comparaison des caractéristiques de l'inductance d'une phase (–) et données expérimentales (- -) en fonction du courant et de la position*

La figure (6.1) montre la caractérisation de l'inductance magnétique en fonction du courant i pour certaines valeurs de θ. La valeur d'écart type obtenue est égale à 4.38E-5. Nous avons jugé que cette estimation est satisfaisante. La modélisation non linéaire du flux magnétique est maintenant possible. La figure (6.2) présente en 3D le comportement du flux magnétique en fonction du courant d'alimentation et de la position angulaire du rotor pour une phase donnée.

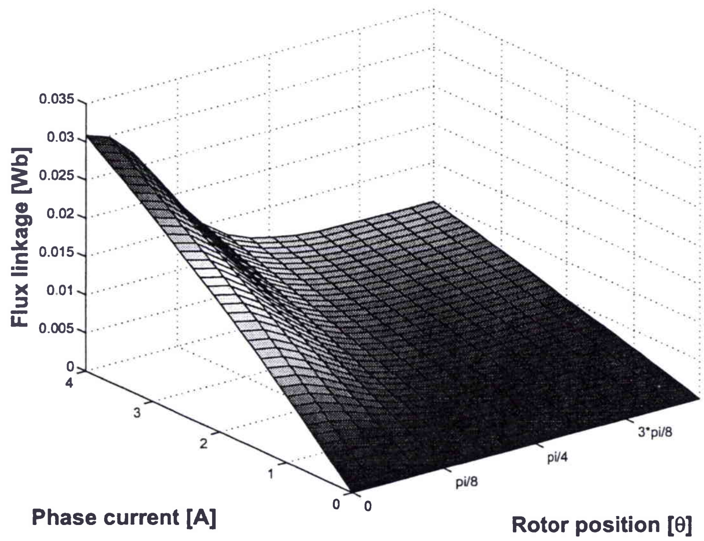

FIG. 6.2 – *Modèle du flux en fonction du courant et de position*

6.2 Formulation du problème

Le plan (Ψ, i) est souvent utilisé pour représenter la conversion d'énergie mécanique fournie dans les machines à réluctance variable. Le travail moteur pour une phase du courant est décrit dans la plan ($\Psi - i$) (cf. Fig.6.3)

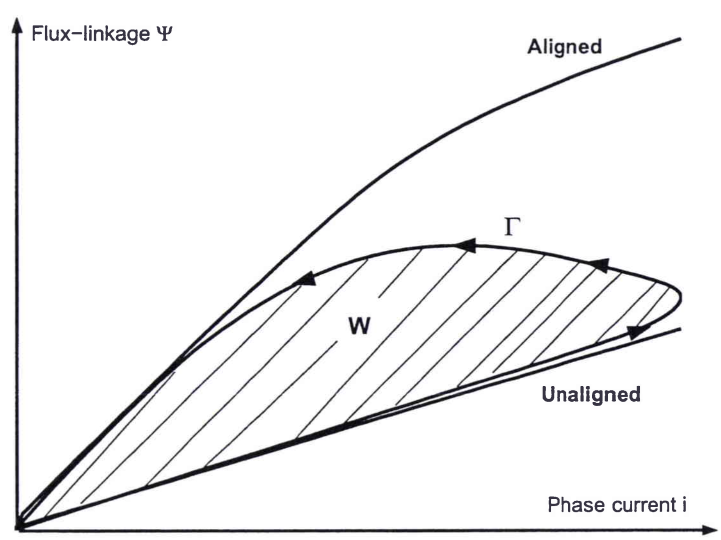

FIG. 6.3 – *Le cycle d'énergie fournie [75]*

L'énergie mécanique fournie peut donc être déduite de l'estimation de l'aire W, quand on parcourt le contour de la surface W selon le sens Γ (voir la figure (6.3)), le théorème de Green permet de calculer la surface W de la façon suivante [54] :

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{2}\int_{\theta_0}^{\theta_f}\left(i\frac{d\Psi}{d\theta} - \Psi\frac{di}{d\theta}\right)d\theta, \tag{6.8}$$

c'est la première fonction objectif à maximiser. La deuxième fonction objectif à minimiser est représentée par l'expression classique des pertes électriques :

$$\mathcal{J}_2 = \int_{t_0}^{t_f} Ri^2 dt = \frac{1}{\Omega}\int_{\theta_0}^{\theta_f} Ri^2 d\theta. \tag{6.9}$$

Pour les contraintes, on limite l'étude sur l'équation électrique d'une seule phase. Elle s'écrit sous la forme :

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt} \tag{6.10}$$

Le flux magnétique dépend du courant et de la position angulaire du rotor, l'équation électrique 6.10 devient donc :

$$u = Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\Omega + \frac{\partial\Psi}{\partial i}\frac{di}{dt}, \tag{6.11}$$

où $\Omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ est la vitesse angulaire du rotor. Comme le cadre de notre étude se limite à une phase; il est donc préférable de se repérer par rapport à la position angulaire du rotor afin de contrôler facilement les positions on/off. L'équation (6.11) s'écrit ainsi :

$$u = Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\Omega + \frac{\partial\Psi}{\partial i}\frac{di}{d\theta}\Omega, \tag{6.12}$$

par conséquent :

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{1}{\Omega}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial i}\right)^{-1}\left(u - Ri - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\Omega\right) \tag{6.13}$$

et pour finir, nous avons en plus deux contraintes appliquées sur l'état initial et l'état final du courant d'alimentation :

$$i(\theta_0) = i(\theta_f) = 0 \tag{6.14}$$

En conclusion, le problème d'optimisation s'écrit sous la forme suivante :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \text{maximiser} \quad \mathcal{J}_1(i,u) = \frac{1}{2}\int_{\theta_0}^{\theta_f}\left(i\frac{d\Psi}{d\theta} - \Psi\frac{di}{d\theta}\right)d\theta \\ \text{minimiser} \quad \mathcal{J}_2(i,u) = \frac{1}{\Omega}\int_{\theta_0}^{\theta_f} Ri^2\, d\theta \\ \frac{di}{d\theta} = \frac{1}{\Omega}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial i}\right)^{-1}\left(u - Ri - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\Omega\right), \\ \quad i(\theta_0) = i(\theta_f) = 0 \end{cases} \tag{6.15}$$

Nous avons un problème d'optimisation multiobjectif. Une optimisation satisfaisant tous les objectifs en même temps n'est pas possible. Une solution peut être meilleure qu'une autre sur un objectif et moins bonne sur l'autre. Nous parlons alors de solutions de compromis. La méthode la plus employée pour résoudre les problèmes multiobjectifs consiste à les transformer en problème mono-objectif en définissant une seule fonction coût comme étant la somme pondérée des différentes fonctions objectifs du problème initial, et donc d'utiliser les méthodes d'optimisation déjà existantes sur la nouvelle fonction coût. Cette méthode est efficace et la plus simple à mettre en œuvre [49]. Le nouveau problème d'optimisation se s'écrit alors :

$$(\mathcal{P}_\mu) \qquad \begin{cases} \min \mathcal{J}_\mu(i,u) = -\mathcal{J}_1(i,u) + \mu \mathcal{J}_2(i,u) = \int_{\theta_0}^{\theta_f} \left[-\frac{1}{2}\left(i\Psi_\theta - \Psi \frac{di}{d\theta}\right) + \frac{\mu R}{\Omega} i^2\right] d\theta \\ \frac{di}{d\theta} = \frac{1}{\Omega} \left(\Psi_i\right)^{-1} \left(u - R\, i - \Psi_\theta \Omega\right), \\ \qquad i(\theta_0) = i(\theta_f) = 0 \end{cases}$$

où $\Psi_i = \frac{\partial \Psi}{\partial i}$, $\Psi_\theta = \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}$, et μ est le paramètre de pondération à choisir judicieusement : on prendra un μ petit pour avoir un maximum d'énergie mécanique convertie.
L'existence et la caractérisation de la solution du problème $(\mathcal{P}_\mu)$ est donnée par le théorème de Pontryagin (voir le chapitre (5)). Le calcul de la loi de commande va se faire en deux étapes :

1. établir les conditions nécessaires d'optimalité,

2. exploiter le système d'équations différentielles équivalent pour obtenir des informations sur le contrôle optimal, et mettre en place des méthodes numériques permettant de le calculer.

6.3 Système d'équations différentielles équivalent : système adjoint

Le principe du maximum de Pontryagin [88] donne des conditions nécessaires d'optimalité qui permettent de calculer les trajectoires optimales. Dans notre cas de figure, le courant d'alimentation représente le vecteur d'état, et la tension est le contrôle. Selon ce théorème, si $\theta \rightarrow u(\theta)$ est un contrôle qui est la solution du problème d'optimisation, il existe une application $p(\cdot)$ absolument continue sur $[\theta_0, \theta_f]$, appelée vecteur adjoint, et un réel $\lambda \leq 0$, tel que le couple $(p(\cdot), \lambda)$ est non trivial, et tel que :

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{\partial H}{\partial p}(i, p, u, \lambda), \tag{6.16}$$

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{\partial H}{\partial i}(i, p, u, \lambda), \tag{6.17}$$

où H est le Hamiltonien du système :

$$H(i, p, u, \lambda) = \frac{p}{\Omega}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial i}\right)^{-1}\left(u - Ri - \frac{\partial \Psi}{\partial i}\Omega\right) + \lambda\left[-\frac{1}{2}\left(i\frac{d\Psi}{d\theta} - \Psi\frac{di}{d\theta}\right) + \mu\frac{Ri^2}{\Omega}\right], \tag{6.18}$$

ainsi on a la condition de maximisation suivante :

$$H(i, p, u, \lambda) = \max_v H(i, p, v, \lambda), \tag{6.19}$$

Proposition 2 *Toute trajectoire optimale est bang bang, i.e est une succession d'arcs associés au contrôle $u = \pm U_{\max}$.*

Démonstration : Dans notre cas, le Hamiltonian H est linéaire par rapport à u :

$$\begin{aligned} H(i, p, v, \lambda) &= \lambda\left(-\frac{i}{2}\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \mu\frac{Ri^2}{\Omega}\right) + \frac{1}{\Omega}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial i}\right)^{-1}\left(p - \frac{\lambda}{2}\left(i\frac{\partial \Psi}{\partial i} - \Psi\right)\right)\left(v - Ri - \frac{\partial \Psi}{\partial i}\Omega\right) \\ &= X_\lambda(i, p) + vY_\lambda(i, p) \end{aligned}$$

et la condition de maximisation implique que

$$\begin{aligned} u &= \text{signe}\ \{Y_\lambda(i, p)\}\, U_{\max} \\ &= \text{signe}\ \left\{\frac{1}{\Omega}\left(\frac{\partial \Psi}{\partial i}\right)^{-1}\left(p - \frac{\lambda}{2}\left(i\frac{\partial \Psi}{\partial i} - \Psi\right)\right)\right\} U_{\max} \\ &= \text{signe}\ \left\{p - \frac{\lambda}{2}\left(i\frac{\partial \Psi}{\partial i} - \Psi\right)\right\} U_{\max}, \end{aligned} \tag{6.20}$$

parce que la fonction $\frac{\partial \Psi}{\partial i}$ est positive strictement.

6.4 Simulation numérique pour un moteur à réluctance variable tournant à très grande vitesse ($\Omega = 200000$ tours/min)

Dans cette partie, nous allons discuter quelque résultats numériques de la solution du problème $\mathcal{P}$. Les équations (6.16), (6.17), (6.19) et (6.20) peuvent se réduire à un problème aux valeurs limites

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = F(t, y(t)), \\ R(y(t_0), y(t_f)) = 0. \end{cases} \tag{6.21}$$

D'autre part, on note $y(t, y_0)$ la solution du problème de Cauchy suivant

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = F(t, y(t)), \\ y(0) = y_0, \end{cases}$$

et posons $G(y_0) = R(y_0, y(t_f, y_0))$. Le problème (6.21) est équivalent à

$$G(y_0) = 0,$$

ce qui revient à chercher les zéros de la fonction G. Il est possible de résoudre ce problème par un algorithme de type Newton par exemple. Dans notre cas, nous voulons chercher les zéros de la fonction

$$G(p_0) = i_f \tag{6.22}$$

où p_0 est la condition initiale du vecteur adjoint p ; i_f représente la valeur finale du courant. Dans la simulation numérique, on utilise les valeurs suivantes : $\lambda = -1$, la résistance $R = 2.2\,(\Omega : Ohm)$, et la vitesse angulaire $\Omega = 200000$ tours/min. L'implantation numérique est réalisée pour deux cas possibles :

1. la position finale du rotor est fixe,
2. la position finale du rotor est libre.

Cas 1. Position finale du rotor θ_f est fixe : Le cas le plus facile à traiter consiste à supposer que la position finale du rotor est fixe. En effet, supposons que $\mathcal{S}_1$ est l'ensemble de solutions de l'équation d'état (6.16) sur l'intervalle $[\theta_0,\, \theta_f]$ avec la condition initiale $i(\theta_0) = 0$ et le choix du contrôle $u = +U_{\max}$, et notons que $\mathcal{S}_2$ la solution de l'équation d'état (6.16) sur l'intervalle $[\theta_0,\ \theta_f]$ avec la condition finale $i(\theta_f) = 0$ et le choix du contrôle $u = -U_{\max}$, alors le point d'intersection des deux trajectoires $\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2$ est forcément le point de commutation désiré (cf Fig.6.4). La simplicité de cette solution vient du fait que l'équation adjoint, de variable p et le paramètre μ n'intervient pas dans le processus de résolution.

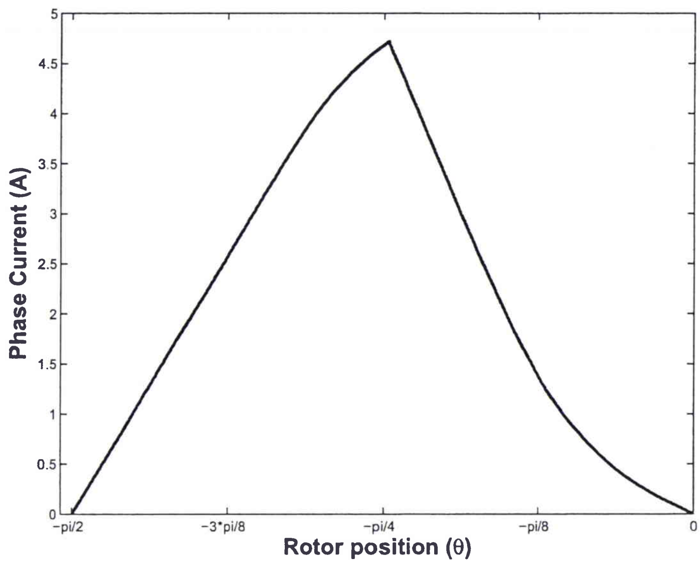

FIG. 6.4 – *Trajectoire optimale du courant : position finale du rotor est fixe*

Le contrôle optimal, de type bang-bang, correspondant est montré dans la figure (6.5). La figure (6.6) montre le cycle d'énergie fournie obtenu.

Cas 2. Position finale du rotor θ_f est libre Dans ce cas, le choix d'une condition initiale p_0^{init} du problème de Cauchy (6.22) joue un rôle important dans la convergence de la solution, ainsi il est utile de tester plusieurs valeurs de μ afin de choisir une solution optimale la plus significative. Dans notre cas, nous avons choisi $\mu = 0.15$. Par ailleurs, certaines instabilités dans l'algorithme de convergence peuvent être générées à cause du changement brutal du signe du contrôle qui est de type bang-bang. On peut surmonter cette difficulté en rajoutant au système adjoint une condition initiale supplémentaire concernant le point de commutation θ_c. Les figures (6.7) et (6.8) montrent respectivement

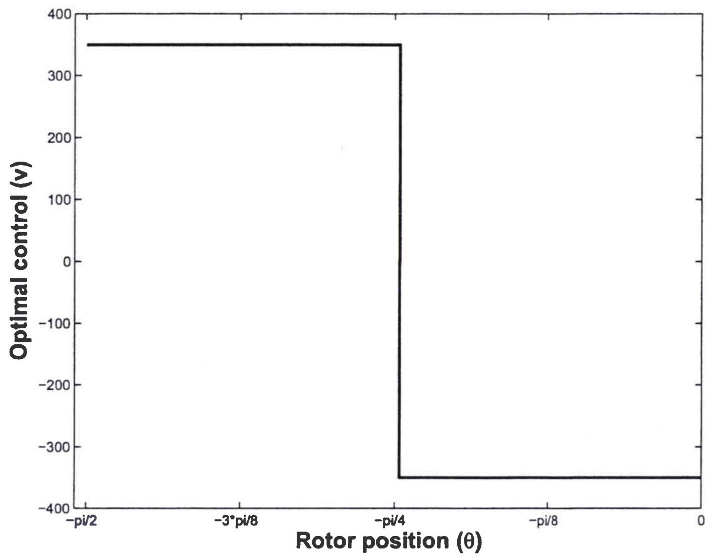

FIG. 6.5 – *Contrôle optimal : position finale du rotor est fixe*

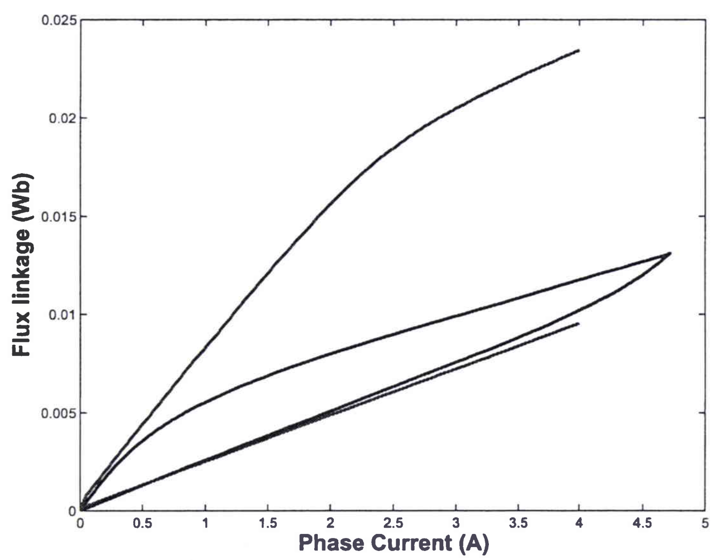

FIG. 6.6 – *Cycle énergétique : position finale du rotor est fixe*

une forme d'onde du courant optimal et la loi de contrôle correspondante. La figure (6.9) décrit l'énergie mécanique fournie associée.

La figure (6.10) présente les valeurs numériques obtenues pour les fonctions objectifs considérés.

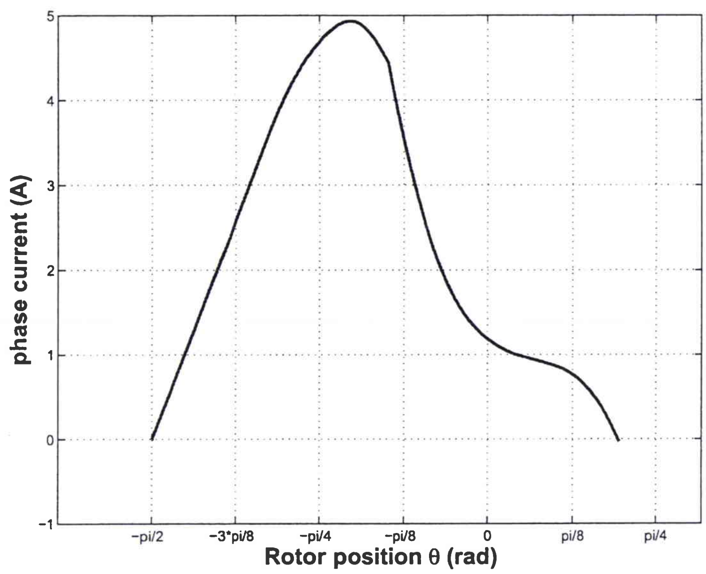

FIG. 6.7 – *Trajectoire optimale du courant : position finale du rotor est libre*

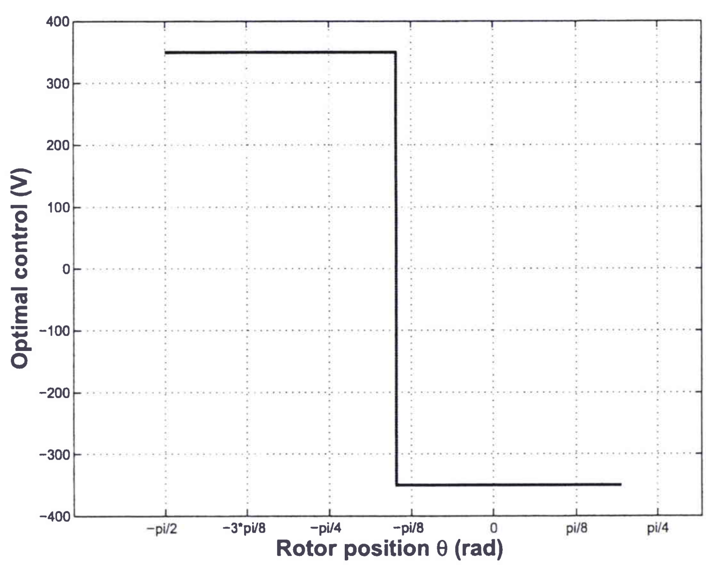

FIG. 6.8 – *Contrôle optimal : position finale du rotor est libre*

Pour évaluer l'optimisation du courant on peut introduire un rendement énergitique :

$$\rho = \frac{P_1}{P_2 + P_1},$$

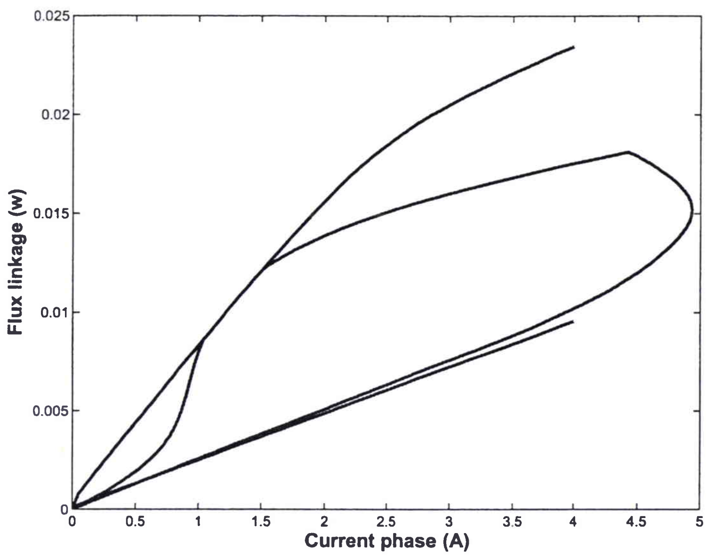

FIG. 6.9 – *Cycle énergétique : position finale du rotor est libre*

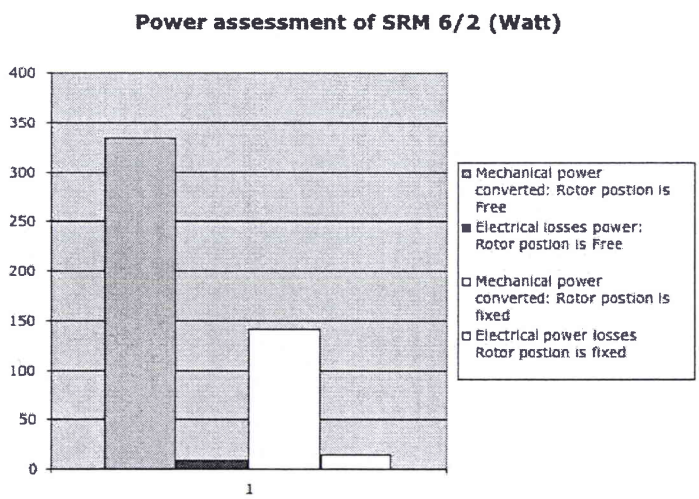

FIG. 6.10 – *Bilan de rendement*

où

$$P_1 = \frac{\mathcal{J}_1 \Omega}{\theta_f - \theta_0}, \text{ et } P_2 = \frac{\mathcal{J}_2 \Omega}{\theta_f - \theta_0}.$$

Soit ρ_f et ρ_l les valeurs du rendement de la machine respectivement pour le cas où la position finale est fixe et le cas où la position finale du rotor est libre. Après avoir calculé ces deux paramètres, on a trouvé les deux valeurs suivantes :

$$\rho_f = 90\% \quad (6.23)$$

$$\rho_l = 97.6\% \quad (6.24)$$

On observe un meilleur rendement dans le deuxième cas (θ_f est libre) et l'énergie mécanique obtenue est aussi beaucoup plus importante.

6.5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'optimisation de forme d'onde du courant d'alimentation pour les machines à réluctance variable. Notre objectif d'étude consistait à minimiser les pertes électriques et maximiser l'énergie mécanique fournie. Après avoir posé le problème multiobjectif, on a utilisé le principe du maximum de Pontryagin pour obtenir le système adjoint équivalent. La loi de contrôle conçue, la tension, est de type "bang-bang". La résolution du système adjoint est réalisée par une méthode numérique de tir en distinguant deux cas. Le premier cas consiste à considérer la position finale du rotor fixe, et le deuxième cas laisse le choix de la position finale du rotor libre. Ce deuxième cas apporte des résultats plus importants que le premier du point vu rendement énergétique et aussi de la puissance mécanique restituée.

Chapitre 7

Observateur d'intervalle pour les machines à réluctance variable

La prédiction de la position angulaire du rotor joue un rôle important dans le contrôle des machines à réluctance variable. L'utilisation de l'estimation indirecte de la position angulaire du rotor sert à éviter certaines complexités mécaniques liée aux capteurs de position, ce qui permet de réduire le coût et augmente aussi la fiabilité [2][92]. Il existe deux méthodes principales pour l'estimation indirecte de la position du rotor [31]. La première méthode est basée sur la détection des formes d'onde du flux qui détermine la position du rotor en utilisant l'effet de l'inductance [31]. La deuxième méthode est l'application de la théorie des observateurs [18][32][44][67]. L'approche par observateur nécessite seulement des mesures de tension et de courant. L'implantation de l'observateur se fait généralement via un micro-contrôleur ou un processeur de signal numérique. Cette méthode est la plus utilisée dans la littérature à cause de sa simplicité et de son efficacité comparée à d'autres méthodes alternatives. Lumsdaine et Lang [67] sont les premiers auteurs qui présentent un observateur d'état pour l'estimation de la position et de la vitesse pour une machine à réluctance variable. Cependant le modèle linéaire utilisé pour la machine étudiée diminue l'efficacité de cet observateur et le rend moins pratique. Ce premier travail a établi une méthodologie pour l'utilisation des observateurs pour les MRV. Elmas et Zelaya ont implanté aussi un observateur [31] en considérant un modèle linéaire pour les paramètres magnétiques de la machine. Brosse et Henneberger [18] ont implanté un filtre de Kalman pour l'estimation de la position et de la vitesse. Cette approche est basée sur la technique du placement de pôles après avoir linéarisé le modèle [46]. Islam et al. proposent une nouvelle conception d'observateur basée sur le mode de glissement [47]. Cette approche est robuste parce qu'elle permet d'intégrer la non linéarité du système. Cette méthode génère des vibrations et des perturbations dans l'estimation de la vitesse et de la position à cause de la forte discontinuité de l'observateur. Cependant le caractère incertain de la dynamique des MRV mettant en jeu ces techniques, limite les performance des estimateurs. Dans ce chapitre, nous allons introduire une nouvelle approche basée sur les observateurs d'intervalles en tenant compte de certaines incertitudes qui font la particularité des MRV (couple de charge, ...). Ces observateurs donnent alors lieu à un faisceau d'observateurs par intervalles dont on ne conserve que l'encadrement le plus restreint. Le plan de ce chapitre est le suivant : dans une premier temps, nous présentons la définition d'observateurs par intervalle pour les systèmes dynamiques à entrées inconnues. Dans la seconde section, nous donnons des conditions suffisantes pour l'existence de ces observateurs à entrées inconnues ; et finalement, nous nous intéressons à l'implantation numérique de l'observateur conçu. Le modèle dynamique de l'inductance magnétique utilisé comporte certaines non linéarité. La convergence asymptotique par intervalle est prouvée numériquement.

7.1 Observateurs d'intervalle à entrées inconnues

Il est évident que la qualité de conduite opérationnelle d'un procédé industriel est étroitement liée à la quantité d'informations disponible. l'estimation des variables d'état s'avère dans ce cas une solution adéquate à ce problème. Cependant, un problème conséquent, inhérent au procédés complexes, concerne la précision de l'information acquise. En effet, la modélisation des systèmes industriels est limitée par la complexité spécifique aux aspects physiques qui les caractérisent. Ces incertitudes engendrent inévitablement une perte de precision plus au moins considérable. En général, sur un système on peut distinguer des entrées, des sorties et des perturbations, comme le montre la figure (7.1).

Il ne faut pas donc perdre de vue qu'il est illusoire de vouloir reproduire intégralement

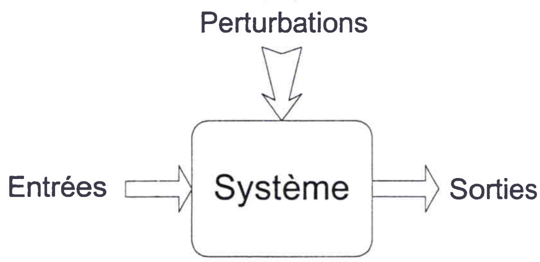

FIG. 7.1 – *Dynamique général d'un processus*

la réalité sous forme d'équations mathématiques. Une représentation théorique d'un processus réel, éventuellement complexe et raffinée, restera une approximation plus ou moins précise, entachée inévitablement d'erreurs. Un processus dynamique général peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} & = & f(x, u, p); \;\; x(t_0) = x(0); \\ y(t) & = & h(x(t), v(t)); \end{cases} \tag{7.1}$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $y \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie, $u \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée, $p \in \mathbb{R}^r$ et $v \in \mathbb{R}^s$ sont les vecteurs caractérisant les incertitudes bornées, x_0 est la condition initiale à l'instant initial t_0, $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^r \longrightarrow \mathbb{R}^n$ et $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^s \longrightarrow \mathbb{R}^q$.
Les grandeurs mal connues p et v sont considérées bornées, la connaissance partielle disponible étant dans de ce cas leurs bornes supérieures et inférieures :

$$\underline{p}(t) \leq p(t) \leq \overline{p}(t) \tag{7.2}$$

$$\forall\, t \geq t_0$$

$$\underline{v}(t) \leq v(t) \leq \overline{v}(t). \tag{7.3}$$

S'inspirant de la structure fixée du modèle (7.1) et de l'ensemble des variables connues, un système dynamique auxiliaire peut alors être synthétisé sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\underline{z}}(t) & = & \underline{f}(\underline{z}, \overline{z}, u, y, \underline{p}, \overline{p}, \underline{v}, \overline{v}) \; ; \; \underline{z}(t_0) = \underline{g}(\underline{x}_0, \overline{x}_0) \\ \dot{\overline{z}}(t) & = & \overline{f}(\underline{z}, \overline{z}, u, y, \underline{p}, \overline{p}, \underline{v}, \overline{v}) \; ; \; \overline{z}(t_0) = \overline{g}(\underline{x}_0, \overline{x}_0) \\ \dot{\underline{x}}(t) & = & \underline{h}(\underline{z}, \overline{z}, u, y, \underline{p}, \overline{p}, \underline{v}, \overline{v}) \\ \dot{\overline{x}}(t) & = & \overline{f}(\underline{z}, \overline{z}, u, y, \underline{p}, \overline{p}, \underline{v}, \overline{v}) \end{cases} \tag{7.4}$$

avec $\underline{z}, \overline{z} \in \mathbb{R}^q$, $\underline{f}, \overline{f} : \mathbb{R}^{2q} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{2q} \times \mathbb{R}^s \longrightarrow \mathbb{R}^q$; $\underline{g}, \overline{g} : \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p \longrightarrow \mathbb{R}^q$ et $\underline{h}, \overline{h} : \mathbb{R}^{2q} \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{2r} \times \mathbb{R}^{2s} \longrightarrow \mathbb{R}^n$.

Définition 7.1 **(observateur d'intervalle)** *On dit que le système (7.4) est un observateur d'intervalles du système (7.1) si pour toute paire $\underline{x}_0 \leq \overline{x}_0$, il existe des bornes $\underline{z}_0(t_0)$, $\overline{z}(t_0)$ telles que le système couplé (7.1),(7.4) vérifie :*

$$\underline{x}_0 \leq x_0 \leq \overline{x}_0 \Rightarrow \underline{x}(t) \leq x(t) \leq \overline{x}(t) \;\; ;\forall t \geq t_0 \tag{7.5}$$

En d'autre terme, à défaut de construire à toute instant $t \geq t_0$ une estimation $\widehat{x}(t)$ des états non mesurés $x(t)$, l'observateur d'intervalles est issu du couplage de deux estimateurs fournissant chacun une sous-estimation $\underline{x}(t)$ et une sur-estimation $\overline{x}$ de $x(t)$, correspondant respectivement aux déviations par défaut et par excès, provoquées par les influences extrêmes des incertitudes (les deux plus "mauvais" cas possible). L'observateur en question fournit un intervalle (dynamique) $[\underline{x}(t), \overline{x}(t)]$ contenant avec certitude la valeur inconnue $x(t)$. (Cf. Fig. 7.2)

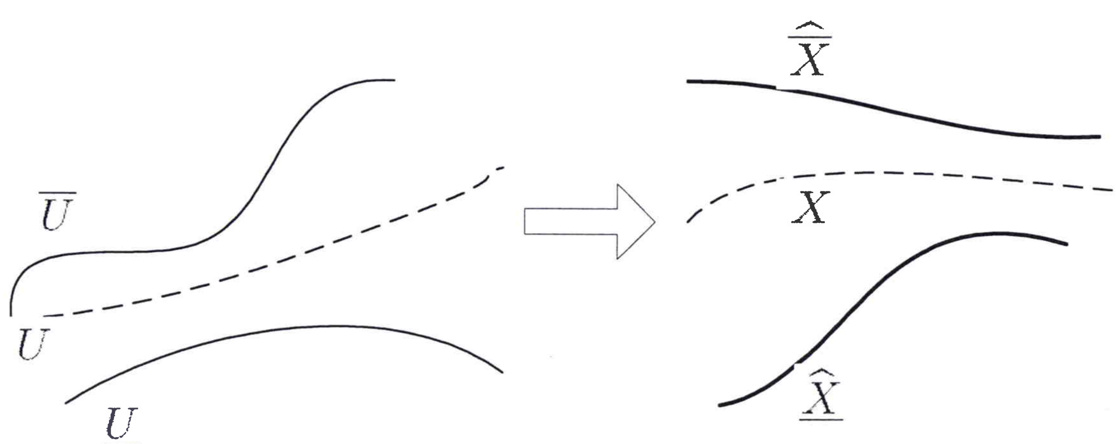

FIG. 7.2 – *Principes d'estimation par intervalles en présence d'incertitudes bornées*

Le principe de l'estimation par intervalle est largement abordé dans un article de synthèse par Rapaport et al. [90]. Les problèmes d'estimation d'état non mesurées sont examinés pour une certaines classes de système non linéaires. Des résultats satisfaisants sont obtenues pour des systèmes biologiques. Le problème qui se pose est le suivant : quelles sont les conditions qui assurent à tout instant la bornitude des variables non mesurées par les estimateurs d'observateur par intervalle ?

Dans ce chapitre, nous tenterons de répondre à la question posée ci-dessus en appliquant quelques techniques d'estimations par intervalle proposées dans l'article [90] pour notre système MRV.

7.2 Le problème posé

On suppose que le rotor est chargé par un couple résistant $\mathcal{C}_\mu$, que l'on ne mesure pas. La position angulaire du rotor évolue selon la loi suivante :

$$\ddot{\theta} + \frac{f}{J}\dot{\theta} = \frac{\mathcal{C}}{J} - \frac{\mathcal{C}_\mu}{J}, \tag{7.6}$$

où J et f sont respectivement le moment d'inertie et le coefficient de frottement du rotor. $\mathcal{C}$ est le couple moteur, dont le modèle est en fonction de l'inductance et du courant :

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_{ph}} i_j^2 \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial \theta} \tag{7.7}$$

Dans ce chapitre, on suppose que le flux magnétique s'écrit sous la forme suivante :

$$\Psi_j = L_j(\theta) i_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, N_{ph}) \tag{7.8}$$

l'expression du couple moteur devient :

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_{ph}} \frac{1}{L_j^2}\frac{\partial L_j}{\partial \theta}\Psi_j^2 \tag{7.9}$$

Posons $\omega = \dot{\theta}$, le modèle de la dynamique d'une MRV composé de l'équation mécanique (7.6) et de l'équation électrique (6.6) avec une observation de la position angulaire peut alors s'écrire

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{\Psi}_j &=& u_j - \dfrac{R}{L_j}\Psi_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, N_{ph}) \\ \dot{\theta} &=& \omega, \\ \dot{\omega} &=& -\dfrac{f}{J}\omega + \dfrac{1}{2J}\displaystyle\sum_{j=1}^{N_{ph}} \dfrac{1}{L_j^2}\dfrac{\partial L_j}{\partial \theta}\Psi_j^2 - \dfrac{\mathcal{C}_\mu}{J}, \\ y &=& \theta. \end{array}\right. \tag{7.10}$$

Le système (7.10) s'écrit comme suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{\Psi}_j &=& u_j - \dfrac{R}{L_j}\Psi_j, \quad (j = 1, 2, \ldots, N_{ph}) \\ \dot{x} &=& A\,x + b\,\mathcal{C} - b\,\mathcal{C}_\mu, \\ y &=& D x, \end{array}\right. \tag{7.11}$$

où $x = (\theta,)^T$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f}{J} \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{pmatrix}$, et $D = (1, 0)$. Nous avons donc un système avec une observation et une entrée inconnue et il n'est pas possible de construire un observateur pour un tel système[90]. Cependant ce système est observable pour les entrées inconnues et nous allons pouvoir construire un observateur d'intervalle, c'est à dire obtenir une estimation $(\widehat{\Psi}_1, \widehat{\Psi}_2, \ldots, \widehat{\Psi}_{N_{ph}}, \widehat{x})$ de la solution de $(\Psi_1, \Psi_2, \ldots, \Psi_{N_{ph}}, x)$ de (7.11) telle que pour tout $\varepsilon > 0$

$$
\begin{aligned}
\| \widehat{\Psi}_j(t) - \Psi_j(t) \| &\leq \| \widehat{\Psi}_j(0) - \Psi_j(0) \| e^{-\gamma t}, \quad (j = 1, 2, \ldots, N_{ph}) && (7.12) \\
\| \widehat{x}(t) - x(t) \| &\leq \varepsilon + e^{-\lambda(\varepsilon)t} (\| \widehat{x}(0) - x(0) \| - \varepsilon), && (7.13)
\end{aligned}
$$

où $\gamma > 0$, et $\lim_{\varepsilon \to 0} \lambda(\varepsilon) = +\infty$.

7.3 Conception de l'observateur

On va faire certaines hypothèses sur l'entrée inconnue C_μ. Nous supposerons que C_μ dépend de l'état et du temps : $C_\mu = C_\mu(\theta, \Omega, t)$; la première hypothèse est assez raisonnable :

H1 Il existe des fonctions *connues* (éventuellement constantes) $\underline{C}$ et $\overline{C}$ telles que $\underline{C} \leq C_\mu \leq \overline{C}$ et il existe une constante M telle que $\overline{C} - \underline{C} \leq M$.

Nous supposons aussi que C_μ ne peut varier trop brutalement.

H2 On suppose que les fonctions $\underline{C}$, C_μ et $\underline{C}$ sont globalement lipschitziennes en x uniformément en t. Autrement dit, on suppose l'existence d'une constante $G > 0$ *connue* telle que $\| C_\mu(x, t) - C_\mu(x', t) \| \leq L \| x - x' \|$ pour tout couple d'états x et x' (la même égalité étant exigée pour les fonctions $\underline{C}$ et $\overline{C}$)

Remarque 5 : *Naturellement, si les dérivées partielles* $\dfrac{\partial C_\mu}{\partial x}$ *sont bornées indépendamment de t,* **H2** *est satisfaite.*

Théorème 7.1 *Sous les hypothèses* **H1** *et* **H2**, *il est possible de choisir une matrice de* *gain K telle que l'observateur défini par*

$$\left\{\begin{array}{rcl}\dot{\widehat{\Psi}}_j &=& u_j - \dfrac{R}{L_j}\widehat{\Psi}_j, \quad (j=1,\,2,\ldots,N_{ph})\\ \dot{\widehat{x}} &=& A\,\widehat{x} + b\,\widehat{C} - b\,\widehat{C}_\mu(\widehat{x},\,t) + K\,(D\widehat{x}-y)\end{array}\right. \tag{7.14}$$

vérifie les inégalités (7.12)-(7.21). Ici $\widehat{C} = \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{j=1}^{N_{ph}} \dfrac{1}{L_j^2}\dfrac{\partial L_j}{\partial\theta}\,\widehat{\Psi}_j^2$, *et* $\widehat{C}_\mu$ *est une fonction choisie entre* $\underline{C}$ *and* $\overline{C}$ *et G-lipschitzian.*

Démonstration.

▶ *Premièrement, on démontre la première inégalité d'estimation d'erreur concernant la partie électrique. On a*

$$\dot{\widetilde{\Psi}}_j = -\frac{R}{L_j}\widetilde{\Psi}_j \quad (j=1,\,2,\ldots,N_{ph}) \tag{7.15}$$

L'ensemble des solutions exactes de l'équation (7.15) s'écrivent

$$\widetilde{\Psi}_j(t) = \widetilde{\Psi}_j(0)e^{\int_0^t g_j(s)\,ds} \quad (j=1,\,2,\ldots,N_{ph})$$

où $g_j(t) = \dfrac{R}{L_j(\theta(t))}$, $(j=1,\,2,\ldots,N_{ph})$, *Les fonctions* $(\widetilde{\Psi}_j)$ *ne dépendent pas de* ω, *et les fonctions inductances* L_j *sont positives et bornées*

$$0 < \underline{L_j} < L_j(\theta) < \overline{L_j}, \quad (j=1,\,2,\ldots,N_{ph}).$$

Il existe $\gamma > 0$ *telle que*

$$\widetilde{\Psi}_j(t) = \widetilde{\Psi}_j(0)e^{-\gamma t}, \quad (j=1,\,2,\ldots,N_{ph})$$

d'où l'inégalité (7.12)

▶ *Pour la deuxième inégalité, on va procéder de la façon suivante : choisissons des nombres* $\alpha > 0$ *et* $\lambda_2 < \lambda_1 < 0$ *et choisissons la matrice* K *de sorte que le spectre de* $A + KD$ *soit* $\{\alpha\lambda_1,\,\alpha\lambda_2\}$. *Soit* P *la matrice*

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k_1+\alpha\lambda_1 & -k_2+\alpha\lambda_2 \end{pmatrix},$$

il est facile de vérifier que

$$P^{-1}(A+KD)P = \begin{pmatrix} \alpha\lambda_1 & 0 \\ 0 & \alpha\lambda_2 \end{pmatrix}.$$

Posons alors $z_\alpha = P^{-1}x$, $\hat{z}_\alpha = P^{-1}\hat{x}$ *et* $\varepsilon_\theta = P^{-1}\varepsilon$. *L'équation d'erreur de la partie mécanique est*

$$\dot{\varepsilon} = (A + KD)\varepsilon - b(\widehat{\mathcal{C}}_\mu - \mathcal{C}_\mu) + b\left(\widehat{\mathcal{C}} - \mathcal{C}\right). \tag{7.16}$$

d'où l'on tire

$$\dot{\varepsilon}_\alpha = \Lambda_\alpha - P^{-1}b(\widehat{\mathcal{C}}_\mu - \mathcal{C}_\mu) + P^{-1}b\left(\widehat{\mathcal{C}} - \mathcal{C}\right) \tag{7.17}$$

où $\Lambda_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha\lambda_1 & 0 \\ 0 & \alpha\lambda_2 \end{pmatrix}$.
On a :

$$\widehat{\mathcal{C}} - \mathcal{C} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N_{ph}} \frac{1}{L_j^2}\frac{\partial L_j}{\partial\theta}\left(\widehat{\Psi}_j - \Psi_j\right)\left(\widehat{\Psi}_j + \Psi_j\right) \tag{7.18}$$

Les fonctions $\widehat{\Psi}_j$, Ψ_j *sont bornées, il existe une constante* $\beta > 0$ *telle que :*

$$\| \widehat{\mathcal{C}} - \mathcal{C} \| \leq \beta \tag{7.19}$$

on a donc

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}\frac{d(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)}{dt} &= \varepsilon_\alpha^\top\Lambda_\alpha\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^\top\frac{\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}(\widehat{\mathcal{C}_\mu} - \mathcal{C}_\mu) + \frac{\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}(\widehat{\mathcal{C}} - \mathcal{C}) \\
&\leq \alpha\lambda_1(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha) + \frac{\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)}\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)}\left(\mid \widehat{\mathcal{C}}_\mu(\widehat{x}, t) - \mathcal{C}_\mu(x, t) \mid + \beta\right)
\end{aligned}$$

mais

$$\begin{aligned}
\mid \widehat{\mathcal{C}}_\mu(\widehat{x}, t) - \mathcal{C}_\mu(x, t) \mid &\leq \mid \widehat{\mathcal{C}}_\mu(\widehat{x}, t) - \mathcal{C}_\mu(\widehat{x}, t) \mid + \mid \mathcal{C}_\mu(\widehat{x}, t) - \mathcal{C}_\mu(x, t) \mid \\
&\leq M + G \| \varepsilon \| \\
&\leq M + G \| P \| \sqrt{(\varepsilon_\alpha'\varepsilon_\alpha)}
\end{aligned}$$

donc

$$\frac{1}{2}\frac{d(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)}{dt} \leq \left(\alpha\lambda_1 + \frac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)} \| P \|\right)(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha) + (\beta + M)\frac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)}\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)} \tag{7.20}$$

On remarque que le terme $\dfrac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)} \| P \|$ *est d'ordre* α,
le terme $\left(\alpha\lambda_1 + \dfrac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)} \| P \|\right)$ *est donc aussi d'ordre* α.
Notons $G_1 = \left(\alpha\lambda_1 + \dfrac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)} \| P \|\right)$, *et* $G_2 = (\beta + M)\dfrac{G\sqrt{2}}{\alpha J(\lambda_1 - \lambda_2)}$,
l'inégalité (7.20) *s'écrit aussi*

$$\frac{1}{2}\frac{\frac{d(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)}{dt}}{\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)}} \leq G_1\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top\varepsilon_\alpha)} + G_2 \tag{7.21}$$

Soit $\varphi(t) = e^{-G_1 t}\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top \varepsilon_\alpha)}$, *on a*

$$\begin{aligned}\varphi'(t) &= e^{-G_1 t}\left(-G_1\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top \varepsilon_\alpha)} + \frac{1}{2}\frac{d(\varepsilon_\alpha^\top \varepsilon_\alpha)}{dt}\right)\\ &\leq G_2 e^{-G_1 t}\end{aligned}$$

donc

$$\varphi(t) - \varphi(0) \leq -\frac{G_2}{G_1}\left(e^{-G_1 t} - 1\right)$$

par conséquent

$$\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top \varepsilon_\alpha)} \leq e^{G_1 t}\left(\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top(0)\varepsilon_\alpha(0))} + \frac{G_2}{G_1}\right) - \frac{G_2}{G_1}$$

mais $G_1 \leq \alpha\frac{\lambda}{2}$ *pour* α *suffisamment grande, donc*

$$\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top \varepsilon_\alpha)} \leq B\left(\varepsilon_\alpha^\top(0)\varepsilon_\alpha(0)\right)e^{\frac{\alpha\lambda}{2}} - \frac{G_2}{G_1}$$

le terme $\frac{G_2}{G_1}$ *tend vers zéro quand* $\alpha \to \infty$, *et le terme* $B\left(\varepsilon_\alpha^\top(0)\varepsilon_\alpha(0)\right)$ *tend vers* $\sqrt{(\varepsilon_\alpha^\top(0)\varepsilon_\alpha(0))}$ *quand* $\alpha \to \infty$. *Maintenant :* $\varepsilon = P\varepsilon_\alpha$ *donc :*

$$\begin{aligned}\parallel \varepsilon \parallel &\leq \parallel P \parallel\parallel \varepsilon_\alpha \parallel\\ &\leq \parallel P \parallel \left[B\left(\varepsilon_\alpha^\top(0)\varepsilon_\alpha(0)\right)e^{\frac{\alpha\lambda_1}{2}} - \frac{G_2}{G_1}\right]\end{aligned}$$

mais le terme $\frac{G_2}{G_1}$ *est d'ordre* $\frac{1}{\alpha^2}$ *et la norme* $\parallel P \parallel$ *est d'ordre* $|\alpha|$.

7.4 Résultats numériques

Dans la simulation numérique, l'inductance est représentée par un modèle basé sur les séries de Fourier à l'ordre 6 [113]

$$L(\theta) = \sum_{k=0}^{k=6} a_k \cos^k(2\theta). \tag{7.22}$$

Les cœfficients $a_k, (k = 1, \ldots, 6)$ sont donnés dans le tableau (7.1) :

coefficient	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
valeur	2,84E-3	9,32E-4	7,67E-4	1,48E-3	2,32E-3	4,37E-4	-6,69E-4

TAB. 7.1 – *Les cœfficients du modèle* (7.3)

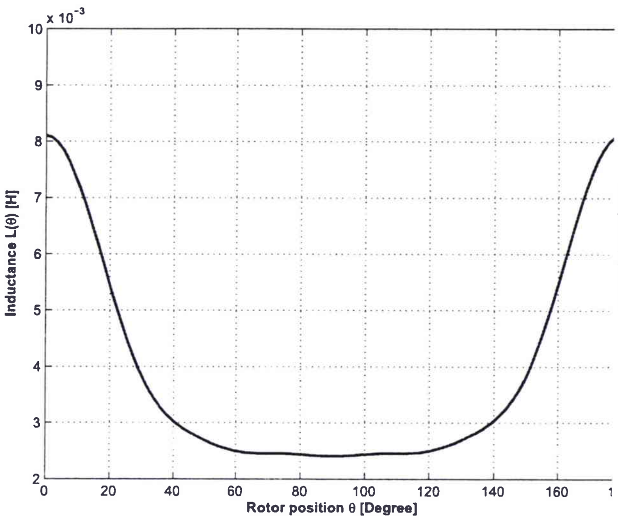

FIG. 7.3 – *Le profil de la fonction d'inductance*

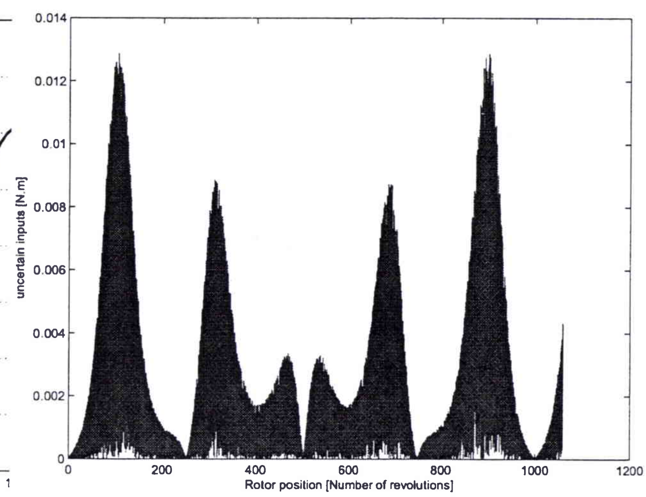

FIG. 7.4 – *L'entrée inconnue* C_μ

La représentation graphique de l'inductance L est montrée dans la figure (7.3). C'est une fonction positive, périodique de période π et bornée.

L'entrée inconnue, intégrée dans cette simulation, est tracée dans la figure (7.4). La figure (7.5) montre les résultats numériques de la vitesse angulaire pour les valuers propres $Sp(A + KD) = \{-8, -4\}$.

L'estimation d'erreur est présentée dans la figure (7.6). La convergence par intervalle d'erreur n'est pas nulle mais elle est forcée à rester dans un intervalle suffisamment petit autour de l'état du système, dépendant de l'entrée inconnue, des conditions initiales et les valeurs propres de la matrice $A + KD$.

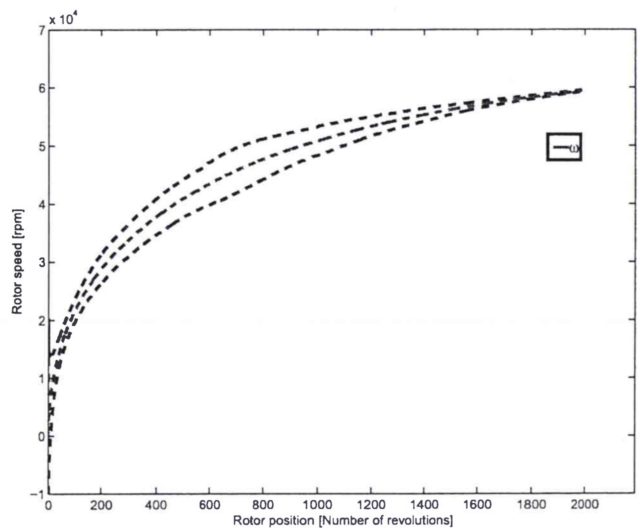

FIG. 7.5 – *Simulation de l'observateur d'intervalle pour* $Sp(A + KD) = \{-8, -4\}$

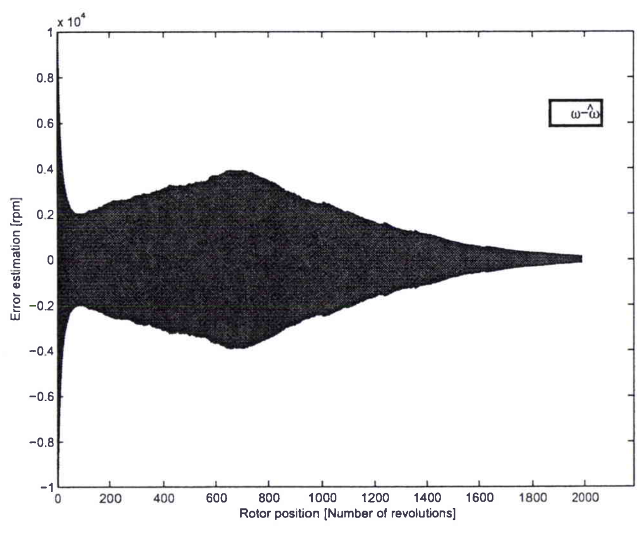

FIG. 7.6 – *Erreur d'estimation pour* $Sp(A + KD) = \{-8, -4\}$

7.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une nouvelle méthode pour concevoir un observateur par intervalle pour la position angulaire du rotor. En rajoutant deux conditions supplémentaires au système, qui décrit la dynamique de la MRV, nous avons montré la convergence asymptotique par intervalle. Plusieurs avantages en découlent, d'abord elle permet la prise en compte maximale des caractéristiques électromagnétiques de la machine. Le second avantage est son indépendance aux perturbations et les conditions initiales du processus.

Conclusion Générale et perspectives

Ce travail de thèse apporte une contribution à la modélisation numérique, l'optimisation et le contrôle non linéaire des machines à réluctance variable. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la résolution simultanée par la méthode des éléments finis des équations de Maxwell, l'équation mécanique du rotor, et l'équation de la déformation élastique du stator. Cette partie a permis de développer une nouvelle méthode afin de tenir compte du mouvement du rotor ainsi que de la non linéarité des matériaux. Cette stratégie nous a permis également de minimiser le coût de calcul en temps et en espace mémoire tout en bénéficiant des résultats précis de description des phénomènes physiques. Une suite naturelle de ce chapitre pourrait être l'intégration d'autres phénomènes physiques aussi intéressants, notamment le phénomène thermique.

L'objectif fondamental de la seconde partie consiste à calculer les pertes locales dûs aux courants de Foucault et à l'hystérésis des matériaux ferromagnétiques. L'intégration du temps dans le système couplé électromagnétique-mécanique, développé dans le premier chapitre, nous a permis de calculer les pertes par courants de Foucault. En ce qui concerne le seconde terme des pertes, plusieurs pistes ont été explorées pour proposer une modélisation plus efficace et plus performante capable de générer des cycles adéquats du comportement hystérétique des structures complexes. Le modèle de Preisach a été retenu et intégré dans le code des éléments finis en association avec une méthode d'itération de convergence de type point fixe. Une perspective de ce chapitre serait d'envisager d'analyser l'effet de la déformation mécanique sur la forme du cycle d'hystérésis et vice versa. La résolution des équations de Maxwell du fonctionnement électromagnétique de la machine a été effectuée dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la machine. Ce choix a pour but de se concentrer sur l'essentiel dans la modélisation de la dynamique des MRV :

1. exploiter les particularités de la MRV en supposant que la longueur du rotor est bien plus importante que les dimensions transversales ;
2. mettre en place une méthode performante d'analyse ;
3. intégrer la non linéarité du matériau ;
4. coupler le phénomène électromagnétique et le phénomène mécanique.

Pour recueillir des informations plus précises sur la dynamique de la MRV, on peut envisager la réalisation de résolution des équations aux dérivées partielles en trois dimensions. Pour ceci, il faut surmonter les problèmes liés à l'informatique notamment l'utilisation d'un espace de mémoire important et du temps de calcul très long.

Le troisième chapitre exploite les résultats des deux premiers chapitres afin d'optimiser la forme géométrique du rotor. Nous avons choisi deux objectifs d'optimisation, la maximisation du couple moyen et la minimisation des pertes magnétiques. Après avoir fait un état de l'art sur les formes géométriques du rotor existantes dans la littérature, nous avons proposé une nouvelle forme géométrique satisfaisant mieux l'objectif visé. Dans ce contexte, une optimisation de forme du stator pourra aussi être envisagé avant d'analyser l'ensemble sur le plan mécanique.

Dans le quatrième chapitre, nous avons mis en place une loi de commande optimale en tension pour optimiser le courant d'alimentation des MRV. Vu l'importance du rendement de la machine, nous avons choisi deux fonctions coûts : une pour minimiser les pertes électriques et une pour maximiser l'énergie mécanique fournie. La formulation du problème est obtenue en représentant chaque terme d'étude par son expression mathématique ; ensuite le problème multi-objectif est transformé en une seule fonction objectif. Une fois le problème bien posé, nous avons appliqué le principe du maximum de Pontryagin pour obtenir le système différentiel adjoint. La résolution de l'ensemble du système est réalisée par une méthode numérique de tir. L'étude est restreinte à une seule commutation, on peut aller plus loin en testant trois commutations, cinq et en s'arrêtant à sept. Au delà de ce nombre, on retrouve la commande par mode glissant. Á ce propos, on peut envisager une commande par mode glissant d'ordre supérieur.

Dans le dernier chapitre nous nous sommes particulièrement intéressés aux méthodes d'observateurs non linéaires des systèmes complexes. Vu que la prédiction des paramètres d'état joue un rôle important, nous nous sommes concentrés sur cet objectif. Cependant les incertitudes paramétriques et les perturbations sont les principales difficultés dans l'élaboration des observateurs. Ceci nous a amené à proposer une méthode qui consiste à utiliser des techniques d'observateur par intervalle. Cette technique permet de prendre en compte des modèles non linéaires de la dynamique des MRV avec des entrées inconnues. Dans la deuxième partie, consacrée au développement théorique de loi de commande optimale et d'observateur, on peut envisager quelques prolongations d'étude comme :

- influence de la loi de commande optimale sur les pertes magnétiques ;
- étude théorique de la robustesse de la loi de commande ;
- intégration de la saturation du flux magnétique dans l'observateur d'intervalle ;
- implantation et test de la loi de commande et de l'observateur sur la MRV du laboratoire ;

Une des perspectives générales, qui pourra établir le lien entre l'étude des équations aux dérivées partielles, la méthode des éléments finis et la théorie du contrôle optimal, consiste à développer des stratégies pour contrôler le champ magnétique circulant dans la machine afin d'atteindre des objectifs intéressants, comme par exemple la minimisation des pertes magnétiques dues au phénomène d'hystérésis et aux courants de Foucault.

Bibliographie

[1] M. T. Abuelmanapos atti, *Modeling of magnetization curves for computer-aided design*, IEEE Trans. on Magn., vol. 29, pp : 1235-1239, March 1993.

[2] P. P. Acarnley, R. J. Hill, and C.W. Hooper, *Detection of rotor position in stepping and switched reluctance motors by monitoring of current waveforms*, IEEE Trans. Ind. Electron., vol. IE-32, pp. 215-222, Aug. 1985.

[3] Y. Alhassoun *Étude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionant à haute vitesse*, Thèse de doctorat de Toulouse, 2005.

[4] I. Amalia *Hysteresis models in electromagnetic computation*, Edition Akademiai Kiado, Budapest 1997.

[5] O. J. Antunes, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, A. Razek, L. Santandrea, F. Bouillault, F. Rapetti, *Comparison Between Nonconforming Movement Methods*, IEEE Trans. on Magn., vol. 42, pp :599 - 602, April 2006.

[6] O. J. Antunes, J. P. A. Bastos, N. Sadowski, A. Razek, L. Santandrea, F. Bouillault, F. Rapetti, *Torque Calculation With Conforming and Nonconforming Movement Interface*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 42, pp :983 - 986, April 2006.

[7] M. N. Anwar, and al. *Evaluation of acoustic noise and mode frequencies with design variations of switched reluctance machines*, IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. 39, May-June 2003 pp. 695-703.

[8] O. Barre, *Contribution à l'étude des formulations de calcul de la force magnétique en magnétostatique, approche numérique et validation expérimentale*, Thèse de doctorat, Lille 2003.

[9] A. Benabou, S. Clénet, F. Pirou, *Comparison of Preisach an Jiles-Atherton models to take into acount hysteresis phenomenon for finite element analysis*, Journal of Magnetism and magnetic materials, vol. 261, Issues 1-2, April 2003, Pages 139-160

[10] Y. Bernard, *Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d'hystérésis*, Thèse de doctorat, Paris 2000.

[11] G. Bertotti, "Hysteresis in magnetism", Academic, Boston, 1998.

[12] M. Besbes, Z. Ren, A. Razek, *Finite element analysis of magneto-mechanical coupled phenomena in magnetostrictive materials Magnetics*, IEEE Trans. on Magn. vol. 32, May 1996, pp. 1058 - 1061.

[13] G. Biocri, and D. Pescetti, *Analytical theory of the behavior of ferromagnetics materials*, IL Nuvo Cimento, Vol. 7, pp :829-842, 1958.

[14] F. Bonnans aet P. Rochon, *Commande et optimisation sz système dynamique*, Presses internationales polytechnique, 2005.

[15] F.L. Bokose, L. Vandevelde, J. A. A. Melkebeek, *Sequential approximate multiobjective optimisation of switched reluctance motor design using surrogate models and nongradient local search algorithm*, IEE Proce. on Science, Measurement and Technology, Vol. 151, pp :471 - 475, Nov. 2004.

[16] P. Born, G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richad, F. Rotella et I. Zambettakis, *Commande et optimisation des processus*, Collection méthodes et techniques de l'ingénieur. Édition Technip, Paris 1990.

[17] O. Bottauscio, M. Chiampi, D. Chiarabaglio, C. Ragusa, M. Rapetto, *Ferromagnetic hysteresis and magnetic field analysis*, Int. Compumag Society Newletter, vol. 6, pp : 3-7, March 1999.

[18] A. Brosse and G. Henneberger, *Sensorless control of a switched reluctance motor using Kalman filter*, in Proc. 7th EPE Conf., vol. , Trondheim, Norway, 1997, pp. 561-566.

[19] A. Buffa, , Y. Maday, F. Rapetti, *Calculation of eddy currents in moving structures by a sliding mesh-finite element method*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 36, Part 1, pp : 1356 - 1359, July 2000.

[20] S.D. Calverley, G.W. Jewell, R.J. Saunders, "Prediction and measurement of core losses in a high-speed switched-reluctance Machine", IEEE Trans. on Mag. vol. 41, Nov. 2005, pp : 4288 - 4298

[21] D.E. Cameron, and al., *The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors*, IEEE Trans. Ind. Appl. vol. 28, pp :1250-1255, 1992.

[22] P. L. Chapman, and Scott D. Sudhoff, *Design and Precise Realization of Optimized Current Waveforms for an 8/6 Switched Reluctance Drive*, IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 17, NO. 1, January 2002.

[23] J.T. Charton, J. Corda, J.M. Stephenson, S.P. Randall, S.P., "Dynamic modelling of switched reluctance machines with iron losses and phase interactions",IEE Proc. Electric Power Appl., - vol. 153, May 2006 Page(s) :327 - 336.

[24] F. Chen, M. W. Dunnigan, *Comparative study of a sliding-mode observer and Kalman filters for full state estimation in an induction machine* IEE Proc. Electric Power Applications, vol. 149, Jan. 2002 pp :53 - 64

[25] J.Y Le Chenadec, B. Multon, S. Hassine, *Current Feeding Of Switched Reluctance Optimization Of The Current Wave Form To Minimize The Torque Ripple*, IMACS-TC193.

[26] D.K. Cheng, *Field and Wave Electromagnetics*, Addison-Wesley, 1991, 2nd edition.

[27] C. Choi, D. Lee, K. Park, *Fuzzy design of a switched reluctance motor based on the torque profile optimization*, IEEE Trans. on Magn., Vol. 36, pp : 3548 - 3550, Sept 2000.

[28] P. G. Ciarlet, *The Finite Element Method for Elliptic Problems*,North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1978.

[29] M. C. Costa, S. I. Nabeta, A. B. Dietrich, J. R. Cardoso, Y. Marechal, J. L. Coulomb,*Optimisation of a switched reluctance motor using experimental design method and diffuse elements response surface* ; IEE Proc. on Science, Measurement and Technology, vol. 151, pp : 411 - 413, Nov. 2004.

[30] J. Coulomb, *A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic*

forces, torques and stiffness, IEEE Trans. On Magn. Vol. 19, pp :2514 - 2519, Nov 1983.

[31] C. Elmas, and H. Zelaya-de-la para, *Position sensorless operation of a switched reluctance motor drive based on observer.* Euro. Power Electronics Association, 1993, pp. 82-87.

[32] C. Elmas and H. Zelaya-De La Parra, *Application of a full-order extended luenberger observer for a position sensorless operation of a switched reluctance motor drive*, Proc. Inst. Elect. Eng. Contr. Theory Applicat., vol. 143, no. 5, pp. 401-408, Sept. 1996.

[33] H. Fayard, *Procédés à réluctance variable pour la conversion d'énergie électromécanique directe. Application à l'usinage à grande vitesse*, Thèse de doctorat, Metz, 1999.

[34] F. Fiorillo, A. Novikov *Power losses under sinusoidal, trapezoidal and distorted induction waveform*, IEEE Trans. on Magn. Vol.26, pp : 2559-2561, 1990.

[35] J. P. Gauthier and G. Bornard, *Observability for any $u(t)$ of a class of nonlinear systems*, IEEE Trans. Autom., vol. 26, N. 4, pp :922-926, 1981.

[36] J. P. Gauthier, H. Hammouri, S. Othman, *A simple observer for nonlinear systems*, IEEE Trans. Aut. Control, 37, pp. 875Ũ880, (1992)

[37] I. Gourragui, F. Léonard, J. C. Vivalda, and G. Abba, *Calculation of Eddy Currents Losses for a High Speed Switched Reluctance Motor*, dans CEM 2006, 4 - 6 April, Aachen, Germany.

[38] I. Gourragui, F. Léonard, J. C. Vivalda, and G. Abba, *Current Waveforms Optimization for a High Speed Switched Reluctance Motor*, International Journal of Tomography & Statistics, vol. 6, No. S07, 2007, pp :152-157.

[39] I. Gourragui, F. Léonard, J. C. Vivalda, and G. Abba, *Rotor Shape Design of Switched Reluctance Motor*, XVII International Conference on Electrical Machines, September 2-5, 2006, Chania, Crete Island, Greece, Accepted.

[40] Y. Hayashi, T.J.E. Miller, *A new approach to calculating core losses in the SRM*, IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol. 31, pp : 1039 - 1046, Sept.-Oct. 1995.

[41] E. Hoang, *Étude, Modélisation et mesure des pertes magnétiques dans les moteurs à réluctance variable à double saillance*, Thèse de doctorat, E.N.S de Cachan, Paris 1995.

[42] S. Hossain, I. Husain, H. Klode, B. Lequesne, A. Omekanda, *Four-quadrant control of a switched reluctance motor for a highly dynamic actuator load*, IEEE-APEC Proc., pp. 41-47, Dallas, TX, Mar. 2002.

[43] J. Hur, G. H. Kang, J. Y. Lee, J. P. Hong, B. K. Lee, *Design and optimization of high torque, low ripple switched reluctance motor with flux barrier for direct drive*, Industry Applications Conference, 39th IAS Annual Meeting, Vol. 1, pp : 3-7, Oct. 2004.

[44] I. Husain, S. Sodhi, and M. Ehsani, *Sliding-mode observer-based control for switched reluctance motors*, in Conf. Rec. IEEE-IAS Ann. Meet., Denver, CO, 1994, pp. 635-643.

[45] R. M. Ilic-Spong, S. P. Marino, and D. Taylor, *Feedback Linearizing Control of a Switched Reluctance Motors*, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, pp. 371-379, May 1987.

[46] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd ed. London : Springer-Verlag, (1995).

[47] M.S. Islam, I. Husain, R.J. Veillette, C. Batur, *Design and performance analysis of sliding-mode observers for sensorless operation of switched reluctance motors*, IEEE Trans. on Cont. Systems Technology, vol. 11, May 2003 pp :383 - 389

[48] S. Iyanaga, and ,Y. Kawada, *Pontrjagin's [sic] Maximum Principle.* ď88C in Encyclopedic Dictionary of Mathematics. Cambridge, MA : MIT Press, pp. 295-296, 1980.

[49] H. Jeffrey, *Multicriterion Decision Making*, in Handbook of Evolutionary Computation, IOP Publishing Ltd and Oxford University Press, F1.9, 1997.

[50] D. C. Jiles, D. Atherton, *Ferromagnetic hysteresis*, IEEE Tran. on Magn., vol. 19, pp : 2183 - 2185, Sep 1983.

[51] D. C. Jiles,J. B. Thoelke, M. K. Devine, *Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis*, IEEE Tran. on Magn., vol. 28, pp : 27 - 35, Jan 1992.

[52] T. Kailath, *Linear systems*, Ed. Prentice-Hall, ENglewood Cliffs, New-Jersey, 1980.

[53] R. E. Kalman, J. E. Bertran, *Control system analysis and design via the "second method" of Lyapunov -I : Continuous-time system*, ASME journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 371-393, 1960

[54] W. Kaplan, *Green's Theorem.*ď5.5 in Advanced Calculus, 4th ed. Reading, MA : Addison-Wesley, pp. 286-291, 1991.

[55] Y. Kawase, Y. Miura, Y. Hayashi, *Optimum design of switched reluctance motors using dynamic finite element analysis Ohdachi*, IEEE Trans. On magn. Vol. 33, N. 2, pp : 2033 - 20368, March-April 2006.

[56] I.S. Kim, M. B. Kim, M. J. Youn, *New Maximum Power Point Tracker Using Sliding-Mode Observer for Estimation of Solar Array Current in the Grid-Connected Photovoltaic System*, IEEE Trans. Indus. Elec., vol. 53, pp :1027 - 1035, June 2006.

[57] J. M. Kokernak, D. A. Torrey, *Magnetic circuit model for the mutually coupled switched-reluctancemachine*, IEEE Trans. on Magn. vol. 36, pp : 500-507 March 2000.

[58] J. R. Koza, *Introduction to genetic programming*,In Kenneth E. Kinnear, Jr. editor, Advances in Genetic Programming, chapter 2, pages 21-42. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1994.

[59] R. Krishnan, *Switched reluctance motor drives*, CRC Press, 2001.

[60] M. Langevin, *Ann. de chemistry et physiscs*, 5, (1905) : 70.

[61] L. Lebensztajn and al., *A multi-objective analysis of a special switched relcutance motor*, Int. J. for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol. 24, No. 3, 2005.

[62] J. W. Lee, H. S. Kim ; B. Kwon, B. T. Kim, "New rotor shape design for minimum torque ripple of SRM using FEM", IEEE Trans. on Magn. vol. 40, 2004 pp : 754-757.

[63] R.-L. Lin,J.-F. Chen, H.-P. Chi, "Spice-based flux-linkage model for switched reluctance motors", IEE Proc. Electric Power Applications, vol. 152, 4 Nov. 2005 pp : 1468 - 1476.

[64] H.C Lovatt and J.M Stephenson, *Optimum Excitation of Switched-Reluctance Motors*, Proc. Electrical Machines and Drives Conf., Cambridge, UK, IEE Pub. No. 444, September 1997, pp 356-360

[65] H.C. Lovatt, "Analytical model of a classical switched-reluctance motor", IEE Proc. Electric Power Applications, Vol. 152, 4 March 2005 pp : 352 - 358.

[66] D. G. Luenberger, *Observing the state of a linear system*, IEEE Trans. Mil. Electron., vol. 6, pp. 74-80, 1964.

[67] A. Lumsdaine and J. H. Lang, *State observers for variable reluctance motors*, IEEE Trans. Ind. Electron., vol. IE-37, pp. 133-142, Apr. 1990.

[68] C. Mademlis, I. Kioskeridis, *Performance optimization in switched reluctance motor drives with online commutation angle control*, Int. IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 18, pp : 448 - 457, Sept. 2003.

[69] P.N. Materu, R. Krishnan, *Estimation of switched reluctance motor losses*, IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol.28, pp : 668 - 679, May-June 1992.

[70] S.H. Mao, M.C Tsai, *An Analysis of the Optimum Operating Point for a Switched Reluctance Motor*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 282 (2004), pp 53-56.

[71] T. Matsuo, T. A. Lipo, *Rotor design optimization of synchronous reluctance machine*, IEEE Trans. On Energy Conversion, vol. 9, No. 2, pp :359 - 365 , June 1994.

[72] I. D. Mayergoyz, *Mathematical models of hysteresis*, IEEE Trans. on Magn. vol. 22, pp : 603-608, sep 1986.

[73] I. D. Mayergoyz, *Mathematical models of hysteresis*, Springer Verlag, 1991.

[74] I. D. Mayergoyz, F. M. Abdel-Kader, and F. P. Emad, *On penetration of electromagnetic fields into nonlinear conducting ferromagnetic media*, Journal of Applied Physics, vol. 55, pp : 618-629, February 1984.

[75] T.J.E. Miller, "Switched Reluctance Motors and their Control", Oxford University Press, 1993.

[76] T.J.E. Miller, "Optimal design of switched reluctance motors", IEEE Trans. on Ind. Elec., vol. 49, Feb. 2002 pp :15 - 27

[77] B. Mirzaeian, M. Moallem, V. Tahani, C. Lucas, *Multiobjective optimization method based on a genetic algorithm for switched reluctance motor design* , IEEE Trans. on Magn., vol. 38, pp : 1524 - 1527, May 2002.

[78] M. Moallem, M. C. Ong, and L. E. Unnewehr, "Effect of rotor profiles on the torque of a switched-reluctance motor", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 28, no. 2, pp. 364Ũ369, Mar./Apr. 1992

[79] L. Morel, H. Fayard, H. Vives Fos A. Galindo, G. Abba, *Study of ultra high speed switched reluctance motor drive* , Industry Applications Conference, Vol. 1, pp : 87 - 92. Oct. 8-12, 2000.

[80] J. W. Moon, J. Kim; S. G. Oh; J. W. Ahn, *Reduction of vibration and acoustic noise of SRM with hybrid excitation method*, Proceedings. ISIE 2001. Vol.2, pp : 1407 - 1412.

[81] R. T. Naayagi, V. Kamaraj, *A Comparative Study of Shape Optimization of SRM using Genetic Algorithm and Simulated Annealing*, INDICON, 2005 Annual IEEE 11-13 Dec. 2005, pp :596 - 599.

[82] B. Multon, *Conception et alimentation électronique des Machines à réluctance variable à double saillance*, H.D.R 1995, ENS de Cachan.

[83] Y. Ohdachi, Y. Kawase, Y. Miura, Y. Hayashi, "Optimum design of switched reluctance motors using dynamic finite element analysis", IEEE Trans. on Mag. vol. 33, March 1997, pp : 2033 - 2036

[84] A. M. Omekanda, *Robust torque and torque-per-inertia optimization of a switched reluctance motor using the Taguchi methods*, IEEE Trans. On Indus. Appl. vol. 42, N. 2, pp : 473 - 478, March-April 2006.

[85] F. Ossart, V. Ionita, *Convergence of the modified fixed-point method in magnetic field problems with hysteresis*, The European Physical Journal - Applied Physics, vol. 5, pp :63-69, 1998.

[86] Y. Ouled Amor, *Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chaufage par induction*, Thèse de doctorat, Saint Nazaire 2000.

[87] D. A. Philips, L. R. Dupré, and J. A. Melkebeek, IEEE Trans. Magn., vol. 31, no. 6, pp. 3551-3553, Nov. 1995.

[88] L. Pontryagin, V. Boltyanski, R. Gamkrelidze, E. Michtchenko, *Théorie mathématiques des processus optimaux*, Edition Mir, Moscou, 1974.

[89] F. Preisach, Uber die magnetische nachwirkung, Zeit. Physik 94, pp : 277-302, 1935.

[90] A. Rapaport and J. L. Gouze, *Parallelotopic and pratical observers for non-linear uncertain system.* International Journal of Control, 76(3) pp :237-251, 2003.

[91] A. Razek, J.L. Coulomb, M. Feliachi, J. Sabonnadiere, *Conception of an air-gap element for the dynamic analysis of the electromagnetic field in electric machines*, IEEE Trans. on Magn., vol. 18, pp : 655 - 659, Mar 1982.

[92] K. Rajasekhara, A. Kawamura, and K. Matsuse, Eds., Sensorless *Control of A.C. Drives. Piscataway*, NJ : IEEE Press, 1996, pp. 433-485.

[93] Radun, A.V.,"Analytical calculation of the switched reluctance motor's unaligned inductance", IEEE Trans. on mag., vol. 35, Nov. 1999 pp : 4473 - 4481

[94] Radun, A.V., "Design considerations for the switched reluctance motor", IEEE Trans. on Ind. App., vol. 31, Sept.-Oct. 1995 pp : 1079 - 1087

[95] V. Raulin, A. Radun, I. Husain, I. ;*Modeling of losses in switched reluctance machines*, IEEE Trans. Ind. Appl. vol. 40, pp : 1560 - 1569, Nov.-Dec. 2004.

[96] L. Rouve, *Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électromagnétique*, Thèse de doctorat soutenue à L.E.G Grenoble, 1996.

[97] C. Roux, and M.M. Morcos,"On the use of a simplified model for switched reluctance motors", IEEE Trans. Energy Convers., 2002, vol. 17, pp : 400-405.

[98] N. Sadowski, Y. Lefevre, M. Lajoie-Mazenc, J. Cros, *Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement*, IEEE Trans. on Magn. vol. 28, pp : 1410 - 1413, March 1992.

[99] F. Sahin, H.B. Ertan, K. Leblebicioglu, "Optimum geometry for torque ripple minimization of switched reluctance motors", IEEE Trans. on Ene. Conv., vol. 15, March 2000 pp : 30 - 39

[100] M. Sanada, S. Morimoto, Y. Takeda, N. Matsui, *Novel rotor pole design of switched reluctance motors to reduce the acoustic noise*, IEEE Industry Applications Conference, vol. 1, pp : 107 - 113, 8-12 Oct. 2000.

[101] C. Sauvey, J. F. Antoine, C. Visa, G. Abba, *Optimization of the design for a switched reluctance drive controlled by trapezoidal shaped currents*, CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on Decision and Control, 2005, , pp : 3892 - 3897, 12-15 Dec. 2005

[102] N. T. Shaked, R. Rabinovici, *New procedures for minimizing the torque ripple in switched reluctance motors by optimizing the phase-current profile*, IEEE Trans. on Magn. vol. 41, pp : 1184 - 1192, March 2005.

[103] J. M. Stephenson, A. Hughes, A., R. Mann, *Torque ripple minimisation in a switched reluctance motor by optimum harmonic current injection*, IEE Proc. Electric Power Applications, vol. 148, July 2001, pp :322 - 328.

[104] N. K. Sheth, K.R. Rajagopal, "Calculation of the flux-linkage characteristics of a switched reluctance motor by flux tube method", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 41, Oct. 2005, pp : 4069 - 4071.

[105] M. Ilic-Spong, R-Marino, S.M. Peresada and D.G Taylor, "Feedback linearization control of switched reluctance motors," IEEE Trans. Automatic Control, vol. ac-32, no. 5, pp. 371 - 379, May 1987

[106] M.Stiebler and Ke Liu, "An analytical model of switched reluctance machines" IEEE Trans. Energy Conversion, vol.14, no.4, pp. 1100 - 1107, Dec. 1999

[107] G. Strang, G.J Fix, *An Analysis of the Finite Element Method*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1973.

[108] D.A Torrey and J.H Lang, "Modelling a nonlinear variable reluctance motor drive," IEE Proceeding, vol. 137, pt. B, no. 5, Sept. 1990

[109] Contrôle optimal : théorie & applications. Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", 2005.

[110] F. C. Trutt, E. A. Erdellyi, R. E. Hopkins, *Representation of the magnetization characteristics of DC machines for computer use*, IEEE Trans. on Power Appli. and systems, vol. 87, pp : 665 - 669, 1968.

[111] V. I. Utkin, *Sliding mode and their application in variable structure systems*, Mir, 1978.

Representation of the magnetization characteristics of DC machines for computer use, IEEE Trans. on Power Appli. and systems, vol. 87, pp : 665 - 669, 1968.

[112] P. Vas, *Artificial Intelligence Based Electrical Machines and Drives : Applications of Fuzzy, Neural, Fuzzy-Neural, and Genetic Algorithm-Based Techniques*, Oxford, New York, 1999.

[113] C. Visa, *Commande non-linéare et observateurs : Application à la MRV en grande vitesse*, thŝe de doctorat de Metz, 11 décembre 2004.

[114] A. Visintin, *Differential Models of Hysteresis*, Applied Mathematical Sciences, vol. 111. Springer, Berlin (1994).

[115] R. S. Wallace, D. G. Taylor, *A balanced commutator for switched reluctance motors to reduce torque ripple*, IEEE Trans. on Power Electronics, volume 7, Oct. 1992 pp :617 - 626.

[116] C. Y. Wu, C. Pollock,*Analysis and reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive*, Irans. on Indus. Appl. vol. 31, pp : 91 - 98, Jan.-Feb. 1995.

[117] W. Wu, J. B. Dunlop,S. J. Collocott, *Design optimization of a switched reluctance motor by electromagnetic and thermal finite-element analysis*, IEEE Trans. on Magn. vol. 39, pp : 3334 - 3336, Sept. 2003.

[118] J.-X. Xu, S.K. Panda, and Q. Zheng, *Multiobjective Optimization of Current Waveforms for Switched Reluctance Motors by Genetic Algorithm*, International Journal of Modeling and Simulation, Vol. 24, 2004. pp 161-167.

Résumé : Le but de cette thèse est d'apporter une contribution à la modélisation numérique par la méthode des éléments finis de machines à réluctance variable (MRV), concevoir leurs formes, et développer des lois de commande non linéaires pour leurs optimisations et leurs contrôles.

La première partie de cette étude concerne l'algorithme de couplage multiphysique du phénomène électromagnétique, de l'équation mécanique du rotor et l'équation des déformations élastiques du stator. Elle met surtout l'accent sur le calcul des pertes dues aux courants de Foucault et aux pertes dues à d'hystérésis en s'appuyant sur le modèle de Preisach.

Après avoir mis en place les techniques nécessaires pour une modélisation performante et précise des MRV, ainsi que le couplage simultané des lois physiques nécessaires qui s'y appliquent, nous développons une nouvelle forme géométrique des MRV afin de maximiser l'accélération du rotor. L'objectif est de satisfaire l'industrie d'usinage à très grande vitesse.

Cette thèse traite aussi l'optimisation multiobjectif des MRV. Il s'agit de maximiser l'énergie fournie par la machine tout en minimisant les pertes par effet Joule. Ce problème a été résolu par la méthode classique de la théorie du contrôle optimal et la solution peut être implantée à l'aide d'une méthode de tir. L'implantation de ces lois de commande nécessite la mesure en ligne de toutes les variables d'état, ce qui n'est pas toujours possible. Nous avons donc élaboré un observateur d'intervalles qui permet d'estimer l'état de la partie mécanique de notre système en présence d'un couple de charge considéré comme une entrée inconnue.

Mots clés : machines à réluctance variable, méthode des éléments finis, équations de Maxwell, tenseur de Maxwell, équations mécaniques, déformation élastique, modèles d'hystérésis, théorie du contrôle, principe du maximum de Pontryagin, lois de commutation de type bang-bang, méthodes de tir, observateurs non linéaires.