



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



UNIVERSITE DE METZ



ECOLE DOCTORALE

UNIVERSITE Paul Verlaine METZ S.C.D.	
N° Inv.	20040765
Colo	SM 04/26
Loc	mag. auge

THÈSE DE DOCTORAT  
PRÉSENTÉE A  
L'UNIVERSITÉ DE METZ  
POUR L'OBTENTION DU GRADE DE  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ  
SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

PAR

Codruț VIȘA.

---

# Commande non linéaire et observateurs : application à la MRV en grande vitesse

---

SOUTENUE LE 11 DÉCEMBRE 2004 DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

J.P. HAUTIER ..... Rapporteur  
A. OUSTALOUP ..... Rapporteur  
P.M. FRANK ..... Examinateur  
J.C. VIVALDA ..... Examinateur  
F. LEONARD ..... Co-Encadrant de Thèse  
G. ABBA ..... Directeur de Thèse  
R. VIVES-FOS ..... Invité

Les travaux relatifs à cette thèse ont été effectués au  
Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique (LGIPM),  
ENIM Île du Saulcy, F-57045 METZ Cedex 1



BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



031 536306 3

PMU 055 65 90 48



UNIVERSITE DE METZ



ECOLE DOCTORALE IAEM

UNIVERSITE Paul Verlaine METZ	
S.C.D.	
N° Inv.	2004 0765
Cote	S/M3 04/26
Loc	mag. rouge

THÈSE DE DOCTORAT  
 PRÉSENTÉE A  
 L'UNIVERSITÉ DE METZ  
 POUR L'OBTENTION DU GRADE DE  
 DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ  
 SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

PAR

Codruț VIȘA

# Commande non linéaire et observateurs : application à la MRV en grande vitesse

SOUTENUE LE 11 DÉCEMBRE 2004 DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

- J.P. HAUTIER ..... Rapporteur
- A. OUSTALOUP ..... Rapporteur
- P.M. FRANK ..... Examineur
- J.C. VIVALDA ..... Examineur
- F. LEONARD ..... Co-Encadrant de Thèse
- G. ABBA ..... Directeur de Thèse
- R. VIVES-FOS ..... Invité

Les travaux relatifs à cette thèse ont été effectués au  
 Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique (LGIPM),  
 ENIM Île du Saulcy, F-57045 METZ Cedex 1



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique (LGIPM) au sein de l'équipe de Conception d'Eléments de Machines et d'Actionneurs Electromécaniques (CEMA).

Je remercie très vivement Monsieur Jean-Paul Hautier, professeur à l'ENSAM de Lille et Monsieur Alain OUSTALOUP, professeur à l'ENSEIRB de Bordeaux pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour m'avoir fait l'honneur d'en être les rapporteurs.

Je souhaite remercier Monsieur Jean-Paul Hautier pour ses remarques constructives qui ont permis d'améliorer le mémoire et la synthèse de mes travaux.

Je garderai en mémoire l'accueil chaleureux de Monsieur Alain Oustaloup lors de ma visite à son laboratoire et lors de l'exposé de mes travaux.

J'ai une pensée toute particulière pour Monsieur Paul-Martin Frank, professeur à l'Université de Duisburg (Allemagne) pour l'honneur qu'il m'a fait d'être membre du jury et d'apprécier mon travail.

Je voudrais témoigner de ma reconnaissance à Monsieur Jean-Claude Vivalda, directeur de recherches à l'INRIA Lorraine, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. Ses remarques et suggestions ont été très importantes pour la finalisation de ce travail.

J'adresse ma plus vive reconnaissance à Monsieur Gabriel Abba, mon directeur de thèse, directeur du LGIPM et professeur à l'ENI de Metz, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et pour toute sa confiance durant cette thèse. Je tiens à lui adresser mes vifs remerciements pour toute sa disponibilité, ses conseils éclairés et la façon dont il a partagé ses incommensurables connaissances qui ont permis de faire progresser cette recherche.

Je remercie vivement Monsieur François Léonard, co-encadrant de thèse et maître de conférences à l'ENI de Metz pour l'aide importante qu'il m'a apportée tout au long de cette étude, tant sur le plan scientifique que sur celui de l'encadrement.

Je remercie Monsieur Rafael Vives Fos, professeur à l'Université Polytechnique de Valencia (Espagne), l'initiateur de la thématique UGV au laboratoire, pour sa participation au jury de thèse.

Je tiens à remercier le Conseil Régional de Lorraine et l'ENI de Metz, plus particulièrement son directeur Monsieur Pierre Padilla, pour l'intérêt qu'il a su porter à la thématique UGV et pour les soutiens financiers de ma recherche.

Je remercie toute l'administration de l'IUT de Thionville - Yutz qui a permis de réaliser mes travaux dans ses locaux.

Je suis très reconnaissant à toutes les personnes du LGIPM et de l'équipe CEMA, pour tous leurs conseils techniques et scientifiques et le temps qu'ils m'ont accordé, et tout particulièrement Messieurs Christophe Sauvey, Jean-François Antoine, Pierre Petit, Zied Achour et Doru Mihalachi.

Je remercie toutes les personnes qui m'ont apporté une aide scientifique, technique ou administrative pendant la thèse. J'exprime tous mes remerciements à Mesdames Cathy Jung et Monique Ficht pour toute leur aide dans la réalisation de ce travail.

Je voudrais enfin remercier mes parents et ma sœur qui m'ont toujours entouré de leur profonde affection et qui m'ont soutenu pendant toutes mes études. Ce mémoire leur est dédié.

*A mes parents...*  
*à ma sœur...*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	L'usinage à grande vitesse (UGV) . . . . .	1
1.2	Problématique . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Présentation de la machine à réluctance variable</b>	<b>9</b>
2.1	Présentation générale . . . . .	9
2.2	Principe de fonctionnement . . . . .	16
2.3	Conversion électromagnétique . . . . .	22
2.4	Modélisation électromagnétique . . . . .	26
2.4.1	Modèle basé sur un réseau de points . . . . .	27
2.4.2	Modèle analytique de type linéaire par morceaux . . . . .	28
2.4.3	Modèle analytique de type exponentiel . . . . .	31
2.4.4	Modèle analytique de type exponentiel-linéaire . . . . .	33
2.4.5	Modèle analytique à base d'éléments de surface . . . . .	34
2.4.6	Conclusion . . . . .	35
2.5	Modèle électromécanique . . . . .	35
2.5.1	Modèle électrique . . . . .	36
2.5.2	Modèle mécanique . . . . .	37
2.6	Convertisseur d'alimentation . . . . .	38
2.7	Conclusion . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Système de commande en temps réel</b>	<b>43</b>

## TABLE DES MATIÈRES

---

3.1	Bloc de commande . . . . .	43
3.1.1	Systèmes d'exploitation temps réel . . . . .	44
3.2	Bloc d'E/S . . . . .	49
3.3	Bloc puissance . . . . .	54
3.4	Capteurs associés . . . . .	54
3.4.1	Capteur de courant . . . . .	54
3.4.2	Capteur de position . . . . .	55
3.5	Conclusion . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Identification des paramètres d'une MRV</b>	<b>59</b>
4.1	Introduction . . . . .	59
4.2	Mesure et identification sans capteur de position de l'inductance . . . . .	65
4.2.1	Mesure «dynamique» de l'inductance . . . . .	65
4.2.2	Mesure «statique» de l'inductance . . . . .	67
4.3	Identification du profil de l'inductance . . . . .	68
4.3.1	Acquisition et démodulation des signaux de mesure . . . . .	69
4.3.2	Détermination de l'inductance en fonction de la position . . . . .	73
4.3.3	Modélisation analytique de la loi d'inductance . . . . .	74
4.3.4	Extension de la méthode . . . . .	76
4.3.5	Exploitation des résultats . . . . .	80
4.3.6	Influence du signal d'excitation . . . . .	83
4.4	Estimation sans capteur de position des paramètres mécaniques d'une MRV	84
4.4.1	Relation frottement-vitesse . . . . .	85
4.4.2	Estimation de la position . . . . .	87
4.4.3	Dérivation et filtrage . . . . .	88
4.4.4	Estimation des paramètres mécaniques . . . . .	92
4.4.5	Amélioration des résultats de l'identification . . . . .	93
4.5	Validation des résultats . . . . .	96
4.5.1	Estimation de la position . . . . .	98

4.5.2	Estimation de la vitesse et de l'accélération . . . . .	99
4.5.3	Identification des paramètres . . . . .	100
4.6	Conclusions . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire</b>	<b>105</b>
5.1	Introduction . . . . .	105
5.2	Stratégies de commande trouvées dans la littérature . . . . .	105
5.3	Linéarisation d'un système non linéaire <i>MIMO</i> . . . . .	113
5.3.1	Généralités sur les systèmes non linéaires <i>MIMO</i> . . . . .	113
5.3.2	Linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire <i>MIMO</i> . . . . .	115
5.4	Commande non linéaire en tension d'une MRV . . . . .	119
5.4.1	Linéarisation par retour d'état d'une MRV . . . . .	119
5.4.2	Stratégies de contrôle du système non linéaire linéarisé . . . . .	122
5.4.3	Asservissement de vitesse par commande par retour d'état . . . . .	123
5.4.4	Contrôle des courants dans les phases secondaires . . . . .	127
5.4.5	Analyse des résultats des simulations pour une échelon de consigne . . . . .	128
5.4.6	Asservissement de vitesse avec une consigne en rampe de vitesse . . . . .	132
5.4.7	Fonctionnement à très grande vitesse d'une MRV . . . . .	133
5.4.8	Conclusion pour la commande en tension d'une MRV . . . . .	137
5.5	Commande non linéaire en courant d'une MRV . . . . .	142
5.5.1	Linéarisation par retour d'état d'une MRV pour une commande en courant . . . . .	142
5.5.2	Asservissement de vitesse du système linéarisé . . . . .	145
5.5.3	Contrôle des courants dans les phases de la MRV . . . . .	147
5.6	Asservissement de vitesse avec une consigne en rampe . . . . .	154
5.6.1	Fonctionnement à très grande vitesse d'une MRV . . . . .	156
5.6.2	Conclusions pour la commande en courant d'une MRV . . . . .	161
5.7	Conclusions . . . . .	163
<b>6</b>	<b>Observateurs de position et vitesse d'une MRV</b>	<b>165</b>

---

## TABLE DES MATIÈRES

---

6.1	Méthodes d'estimation de la position du rotor d'une MRV . . . . .	165
6.1.1	Les méthodes directes . . . . .	166
6.1.1.1	Méthodes de détection des formes des ondes . . . . .	166
6.1.1.2	Méthodes flux/courant . . . . .	167
6.1.1.3	Méthodes basées sur la mesure de la tension induite dans une phase inactive . . . . .	169
6.1.1.4	Observateurs . . . . .	170
6.1.2	Les méthodes indirectes . . . . .	173
6.1.2.1	Estimation de position par l'analyse du profil du courant . .	173
6.1.2.2	Estimation de position par les techniques de modulation . .	174
6.1.3	Conclusion . . . . .	174
6.2	Développement d'un observateur pour une MRV . . . . .	175
6.2.1	Observabilité d'une MRV . . . . .	175
6.3	Observateur à entrée inconnue pour une MRV . . . . .	177
6.3.1	Résultats expérimentaux de l'observateur à entrée inconnue . . . . .	181
6.3.2	Conclusion pour l'observateur à entrée inconnue . . . . .	186
6.4	Observateur non linéaire de position et de vitesse d'une MRV . . . . .	187
6.4.1	Étude de la stabilité de l'observateur . . . . .	189
6.4.2	Étude de la convergence de l'observateur . . . . .	191
6.4.3	Étude de l'observateur non linéaire en présence d'un couple de charge	192
6.4.4	Analyse des simulations . . . . .	192
6.4.5	Conclusion pour l'observateur non linéaire . . . . .	195
6.5	Conclusion . . . . .	196
<b>7</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>197</b>
<b>8</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>200</b>
<b>9</b>	<b>Annexes</b>	<b>210</b>
<b>A</b>	<b>Méthode de moindres carrés</b>	<b>211</b>

---

**B Observateur linéaire d'ordre réduit**

**215**

*TABLE DES MATIÈRES*

---

# Table des figures

1.1	Comparaison des vitesses de coupe selon les matériaux utilisés (d'après [Defretin and Levaillant, 2002] . . . . .	2
1.2	Broches existantes sur le marché en fonction de la vitesse et de la puissance (données [Fayard, 1999] et [Antoine, 2004]) . . . . .	5
2.1	Classification des machines à réluctance variable (d'après [Krishnan, 2001] . . . . .	11
2.2	Machine à réluctance variable linéaire . . . . .	11
2.3	Machine à réluctance variable multi-stack à champ magnétique radial - photo extraite de [Cailleux, 1995] . . . . .	12
2.4	Machine synchrone à réluctance-photos extraites de [Hofmann and Sanders, 1998] . . . . .	13
2.5	Vues transversales des machines à réluctance variable à plots statoriques dentés - photos extraites de [Applied-Motion, 2004] . . . . .	14
2.6	Machines à réluctance variable à plots statoriques non-dentés . . . . .	15
2.7	Section transversale d'une MRV 6/2 . . . . .	16
2.8	Succession des phases de fonctionnement d'une MRV 6/2 . . . . .	18
2.9	Le profil idéalisé de l'inductance d'une MRV de type 6/2 . . . . .	19
2.10	La caractéristique du couple correspondante . . . . .	20
2.11	Énergie et la co-énergie magnétique d'un circuit magnétique . . . . .	23
2.12	Cycles énergétiques d'une MRV . . . . .	24
2.13	La caractéristique électromagnétique d'une MRV . . . . .	27
2.14	Modèle électromagnétique à deux pentes . . . . .	29
2.15	Modèle électromagnétique à trois pentes . . . . .	30

---

TABLE DES FIGURES

---

2.16	Caractéristiques magnétiques de type exponentiel (les valeurs de $a$ et $b$ sont reprise de [Cailleux, 1995]) . . . . .	31
2.17	Modèle électrique d'une phase de la MRV . . . . .	36
2.18	Structure schématique d'une électro-broche entraînée par une MRV . . . . .	37
2.19	Convertisseur d'alimentation d'une MRV (une phase) . . . . .	38
2.20	MLI à deux niveaux de tension . . . . .	39
2.21	MLI à trois niveaux de tension . . . . .	40
2.22	MLI à deux niveaux de tension (pleine onde de tension) . . . . .	41
3.1	Structure du banc expérimental utilisé pour la commande de la MRV . . . . .	44
3.2	Architecture des systèmes type micro-noyau Linux temps réel . . . . .	47
3.3	Structure matérielle d'une carte d'acquisition multifonction NI . . . . .	50
3.4	Diagramme de flux d'information dans un système d'acquisition . . . . .	51
3.5	Chronogramme de synchronisation des tâches . . . . .	52
3.6	Diagramme d'interactions avec les tâches temps réel . . . . .	53
3.7	Synchronisation des tâches temps réel . . . . .	53
3.8	Capteur de courant LTS 15-NP . . . . .	54
3.9	Caractéristique pratique non linéaire du capteur de position . . . . .	55
3.10	Erreur sur la position due à l'interpolation <i>spline</i> . . . . .	56
4.1	Méthode d'identification basée sur l'erreur de sortie . . . . .	62
4.2	Organigramme relatif au processus d'identification . . . . .	64
4.3	Méthode de mesure dynamique de l'inductance . . . . .	66
4.4	Circuit équivalent simplifié d'une phase de la MRV . . . . .	67
4.5	Principe de l'identification du profil de l'inductance d'une MRV . . . . .	68
4.6	Signaux enregistrés suite à l'expérience proposée (fréquence de la porteuse $f_0 = 4$ kHz, $R_m = 330\Omega$ ) . . . . .	70
4.7	Signaux modulés et les valeurs efficaces correspondantes . . . . .	70
4.8	Graphe de Fresnel associé au circuit 4.5(b) . . . . .	71
4.9	L'inductance calculé par démodulation d'amplitude ou de phase . . . . .	73

4.10 $L(\theta_m)$ calculé . . . . .	74
4.11 Comparaison entre $L(\theta_m)$ calculé et $L(\theta_m)$ estimé . . . . .	75
4.12 Principe de l'identification du profil de l'inductance d'une MRV . . . . .	76
4.13 Inductance dynamique . . . . .	77
4.14 Graphe de Fresnel associé au circuit de la figure 4.12(b) . . . . .	78
4.15 Inductance dynamique . . . . .	78
4.16 Caractéristique électromagnétique de la MRV étudiée . . . . .	79
4.17 Caractéristiques du flux obtenues . . . . .	80
4.18 Le couple électromagnétique produit par une phase de la MRV . . . . .	81
4.19 Caractéristique du flux pour $I = 4A$ . . . . .	81
4.20 Loi d'inductance pour $I = 4A$ . . . . .	82
4.21 Inductance pour différentes valeurs de $f$ . . . . .	83
4.22 Principe de l'identification des paramètres mécaniques . . . . .	84
4.23 Modèle du couple de frottement . . . . .	86
4.24 Variation d'inductance pendant l'expérience . . . . .	87
4.25 Position du rotor ( $I_2 = 1A$ ) . . . . .	88
4.26 Vitesse et accélération calculées par dérivation par différences centrées . . . . .	89
4.27 Diagramme de gain de filtres ( $n_{but} = 2$ ) . . . . .	90
4.28 Estimations des dérivées de la position ( $f_0 = 4$ kHz, $\omega_n = 500$ rad/s et $n_{but} = 4$ ) . . . . .	92
4.29 Couple de frottement de la MRV . . . . .	93
4.30 Modèle du couple de frottement . . . . .	94
4.31 Couple de frottement obtenu avec l'effet Stribeck . . . . .	95
4.32 Position du rotor pendant la phase de décélération . . . . .	98
4.33 Estimation de la vitesse et de l'accélération par filtrage . . . . .	99
4.34 Couple de frottement de la MRV . . . . .	100
4.35 Superposition des 5 courbes des vitesses . . . . .	101
4.36 Allure du couple de frottement pour un fonctionnement à grande vitesse . . . . .	101
4.37 Le couple de frottement de la MRV . . . . .	103

TABLE DES FIGURES

---

5.1	Variables de contrôle pour une commande pleine onde (figures extraites de [Buja and Valla, 1994])) . . . . .	106
5.2	Stratégie de commutation proposée dans [Russa <i>et al.</i> , 1998] . . . . .	110
5.3	Principe de la commande par mode glissant . . . . .	111
5.4	Système non linéaire linéarisé par retour d'état . . . . .	116
5.5	Schéma bloc de commande par linéarisation par retour d'état . . . . .	122
5.6	Principe de la commande par retour d'état du système linéarisé ((l'équation 5.37) . . . . .	123
5.7	Principe de l'asservissement de vitesse par retour d'état . . . . .	124
5.8	Réponse indicielle des systèmes (5.40) et (5.30) ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	125
5.9	Réponse indicielle des systèmes ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	126
5.10	Diagramme modifié pour l'asservissement de vitesse par retour d'état . . . . .	126
5.11	Réponse indicielle des systèmes (5.40) et (5.30) ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	127
5.12	Contrôle des courants des phases secondaires pendant le régime transitoire et le régime stationnaire ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm) . . . . .	128
5.13	Tensions d'alimentation pendant le régime transitoire et le régime stationnaire ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm) . . . . .	129
5.14	Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0.1$ Nm) . . . . .	130
5.15	Comparaison du couple électromagnétique pour différents intervalles d'alimentation de la phase principale ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0.1$ Nm) . . . . .	131
5.16	Forme du courant de la phase 1 de la MRV pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	131
5.17	Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $t_{acc}=100$ ms) . . . . .	132
5.18	Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}=100$ ms) . . . . .	133
5.19	Formes des courants pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $t_{acc}=100$ ms) . . . . .	134

---

---

5.20	Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}=100$ ms) . . . . .	135
5.21	Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	135
5.22	Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	136
5.23	Formes des courants pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	137
5.24	Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	138
5.25	Force contre-électromotrice pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	139
5.26	Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	139
5.27	Courants pendant l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	140
5.28	Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	141
5.29	Force contre-électromotrice pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	142
5.30	Commande non linéaire en courant pour une MRV . . . . .	143
5.31	Asservissement de vitesse du système linéaire . . . . .	146
5.32	Réponse indicielle du système linéaire et du système linéarisé ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	146
5.33	Boucle de courant . . . . .	148
5.34	Réponse indicielle de la boucle de courant ( $I_r = 4$ A) . . . . .	149
5.35	Boucle de courant avec correcteur PI avec <i>anti-windup</i> . . . . .	150
5.36	Forme du courant pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	151
5.37	Contrôle des courants pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm) . . . . .	151

---

TABLE DES FIGURES

---

5.38 Tensions d'alimentation pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm) . . . . .	152
5.39 Couple électromagnétique produit par la MRV pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0,1$ Nm) . . . . .	152
5.40 Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min) . . . . .	153
5.41 Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	154
5.42 Courants pendant l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	155
5.43 Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	156
5.44 Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	157
5.45 Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	158
5.46 Formes des courants pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	159
5.47 Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	159
5.48 Formes des courants et des tensions pour le régime transitoire ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	160
5.49 Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 100$ ms) . . . . .	160
5.50 Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	161
5.51 Formes des courants pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	162
5.52 Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$ tr/min, $C_{charge}= 0$ Nm, $t_{acc}= 400$ ms) . . . . .	162
6.1 Les méthodes utilisées pour l'estimation de la position . . . . .	166
6.2 La méthode flux/courant d'après [Hedland, 1986] . . . . .	168

---

6.3	Le principe de la méthode flux/courant . . . . .	169
6.4	Le schéma d'interaction observateur - MRV . . . . .	171
6.5	Erreurs d'observation ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$ rad, $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ tr/min, $\hat{C}_{r_0} = 0$ Nm, $C_{charge} = 0$ Nm) . . . . .	180
6.6	Erreurs d'observation ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$ rad, $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ tr/min, $\hat{C}_{r_0} = 0$ Nm, $C_{charge} = 0$ Nm) . . . . .	182
6.7	Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$ rad, $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ , $\hat{C}_{r_0} = 0$ Nm, $C_{charge} = 0$ Nm) . . . . .	183
6.8	Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$ rad, $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ , $\hat{C}_{r_0} = 0$ Nm, $C_{charge} = 0$ Nm) . . . . .	184
6.9	Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$ rad, $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ , $\hat{C}_{r_0} = 0$ Nm, $C_{charge} = 0$ Nm) . . . . .	185
6.10	Couple résistant théorique et réel . . . . .	187
6.11	Simulation de l'observateur non linéaire . . . . .	194
6.12	Simulation de l'observateur non linéaire en présence d'erreurs de modélisation et de bruits de mesure . . . . .	195
	Annexes . . . . .	210



# Liste des tableaux

2.1	Principe de fonctionnement d'un convertisseur en demi-pont asymétrique commandé en MLI à trois niveaux de tension . . . . .	40
3.1	Caractéristiques des cartes E/S utilisées . . . . .	50
4.1	Valeurs des coefficients $a_j$ de la loi d'inductance . . . . .	75
4.2	Valeurs des coefficients $a_j$ pour la loi d'inductance pour $I=4A$ . . . . .	82
4.3	Estimation des paramètres de la MRV . . . . .	92
4.4	Estimation des paramètres de la MRV ( $\dot{\theta}_{st} = 5 \text{ rad/s}$ ) . . . . .	94
4.5	Estimation non linéaire des paramètres . . . . .	95
4.6	Estimation des paramètres de la MRV . . . . .	102
6.1	Résultats des simulations et de l'expérimentation $\Omega_{ref} \in [10000, 120000] \text{ tr/min}$	186
6.2	Conditions initiales de l'observateur . . . . .	193

Annexes

210



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 L'usinage à grande vitesse (UGV)

“L'usinage à grande vitesse (UGV) est souvent présenté comme le «fruit» d'une merveilleuse découverte : si l'on augmente les vitesses de coupe au-delà des limites habituelles, on commence par traverser une zone de vitesses inutilisables poétiquement baptisée «vallée de la mort». Ensuite, on entre dans un paradis de l'usineur ; les énergies et les efforts spécifiques de coupe diminuent, les états de surface deviennent excellents, les durées de vie des outils augmentent pour devenir largement supérieures aux durées obtenues en usinage conventionnel.” [Defretin and Levailant, 2002]

Le développement de l'UGV est intimement lié aux différentes évolutions technologiques apparues au fil des ans dans le secteur de la machine-outil.

Les premiers travaux sur l'UGV ont été effectués à la fin des années 70, quand apparaît la commande numérique. La commande numérique permet d'usiner avec des vitesses de coupe supérieures à ce que l'on connaissait jusqu'alors. Avec l'usinage de l'aluminium et des alliages légers, c'est principalement le secteur de l'aéronautique qui profite de cette avancée.

Les années 80 voient le développement des outils coupants avec l'apparition des outils céramiques. Ainsi, les recherches s'orientent vers l'UGV des matériaux durs (fraisage des fontes et des aciers) [Crapart *et al.*, 1994].

La notion de grande vitesse est relative : elle se définit par rapport aux vitesses couramment employées dans l'industrie. [Fayard, 1999]

## 1. Introduction

---

Dans l'esprit de nombreux usineurs, la notion de grande vitesse concerne la vitesse de coupe car elle conditionne l'amélioration de la productivité. Il existe deux définitions de la notion de grande vitesse selon que l'on parle de la vitesse de coupe ou de la vitesse de rotation.

Les vitesses de coupe considérées comme grandes dans un matériau peuvent être faibles pour un autre. Pour un même matériau, la vitesse de coupe dépend de plus du procédé d'usinage (fraisage, rectification, perçage ou tournage).

La vitesse de rotation est étroitement liée au couple délivré par la broche. La tendance actuelle est de réunir les deux notions sous l'appellation : usinage à grande vitesse.

Dans l'état actuel de l'UGV, la frontière entre l'usinage dit conventionnel et l'usinage à grande vitesse n'est pas clairement définie. En effet, il existe une zone de transition dépendant du matériau usiné où les phénomènes de coupe s'installent progressivement.

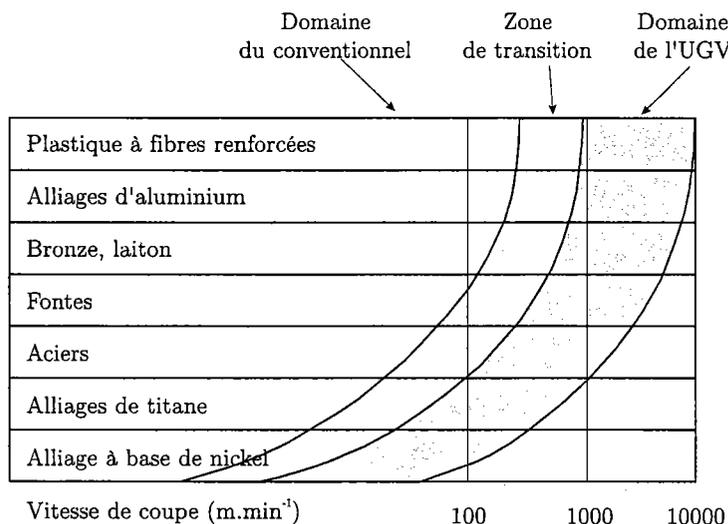


FIG. 1.1 – Comparaison des vitesses de coupe selon les matériaux utilisés (d'après [Defretin and Levailant, 2002])

Ainsi, l'UGV est une technique d'obtention de pièces par enlèvement de copeaux, caractérisée par des conditions de coupe particulières. Cette technique consiste à augmenter notablement les vitesses de coupe (de 5 à 10 fois supérieures à celles de l'usinage dit «conventionnel») et de rotation de l'outil (de 10000 à 100000 tr/min) de manière à privilégier l'enlèvement de matière avec des profondeurs de coupe plus faibles [Fayard, 1999].

Des technologies de pointe comme l'UGV font partie des moyens offerts aux entreprises pour faire des gains importants de productivité. A part une meilleure productivité, l'UGV présente d'autres avantages parmi lesquels on peut énumérer :

- la conservation des propriétés des matériaux usinés : les expériences ont démontré que l'usinage conventionnel change les caractéristiques mécaniques des matériaux usinés. En effet, l'effort de coupe étant important, les variations importantes de température dues au transfert de chaleur peuvent engendrer des modifications structurales des matériaux usinés. En UGV, la chaleur produite par le cisaillement du copeau est presque intégralement évacuée par un copeau court et fortement fragmenté qui est rapidement évacué de l'arête de coupe et de la zone d'usinage [Bagard and Palleau, 1995].
- déformation minimale des pièces usinées : la diminution des efforts de coupe en UGV, couplée à l'absence de modification des propriétés mécaniques des matériaux usinés, évite les déformations en dehors de la zone d'usinage [Vives-Fos, 1993].
- une meilleure qualité de surface : avec l'UGV, la qualité des surfaces usinées est améliorée. L'état de surface de la pièce à usiner est amélioré par l'écoulement plastique du matériau dans la zone de cisaillement. D'autre part, l'usinage à grande vitesse évite les arrondissements d'angles et les marques d'hésitation d'outils aussi bien dans les métaux tendres que dans les fontes et les aciers. Ainsi, l'étape de finition de la pièce usinée, presque inévitable en usinage conventionnel, est réduite voir supprimée en UGV [Bagard, 1996].
- l'usinage de formes complexes : l'UGV permet de réaliser des formes quasi impossibles à réaliser en usinage conventionnel : fonds de poches, raidisseurs de faibles épaisseurs, les voiles minces en aéronautique [Bagard, 1996].
- protection de l'environnement : en UGV, le système de lubrification classique est remplacé par une lubrification par le centre de l'outil. Pour certains types de matériaux, l'UGV permet même un usinage à sec, ce qui évite le recyclage des huiles usagées [Defretin and Levaillant, 2002].
- accroissement de la durée de vie des outils : la diminution des efforts de coupe minimise la pression sur l'outil et prolonge ainsi sa durée de vie. De même, le volume de copeau enlevé par l'outil avant le réaffûtage augmente considérablement [Fayard, 1999].

Cependant l'UGV présente également des inconvénients :

- l'UGV implique la conception de broches possédant une vitesse de rotation et une puissance considérablement augmentées. De même, les broches utilisées en UGV doivent posséder une rigidité comparable aux broches utilisées en usinage classique. A l'heure actuelle, le compromis vitesse/rigidité/puissance constitue une limite technologique [Vives-Fos, 1993].
- à grande vitesse de rotation, plusieurs problèmes mécaniques limitent les performances de la broche (vibrations importantes, sollicitation extrême des rotors). Ainsi, le niveau sonore augmente considérablement et la précision de l'usinage diminue [Fayard, 1999].

L'offre des broches utilisées en UGV est très vaste. La figure 1.2 présente un aperçu des différentes broches existantes sur le marché en fonction de la vitesse de rotation et de la puissance délivrée. La marque *Precise* produit des broches à faible puissance et une vitesse maximale de rotation de 160000 tr/min. A forte puissance et vitesse de rotation plus faible, il existe plusieurs producteurs de broche. On peut remarquer que la puissance maximale atteinte aujourd'hui est de 100 kW.

## 1.2 Problématique

L'objectif de l'équipe CEMA (Conception d'Éléments de Machines et Actionneurs Électromécaniques) du LGIPM (Laboratoire de Génie Industriel et de Production Mécanique) de l'Université de Metz est la conception d'une électrobroche à grande vitesse (200000 tr/min) présentant une puissance disponible d'approximativement 2 kW.

Notre équipe a choisi une machine à réluctance variable (MRV) pour équiper l'électrobroche. Les travaux de [Fayard, 1999] ont permis de développer deux prototypes de MRV et d'obtenir les caractéristiques de fonctionnement jusqu'à une vitesse de 110000 tr/mn. Ces MRV sont de type 6/2 commandées actuellement avec un convertisseur asymétrique classique et en boucle ouverte. Des nouvelles recherches portant sur le dimensionnement de la MRV ont été développées durant ces dernières années [Abba *et al.*, 2002], [Antoine *et al.*, 2003], [Abba *et al.*, 2004].

La MRV s'impose parmi les actionneurs électriques par un faible coût de production et une grande robustesse [Miller, 1993]. Ainsi, la MRV représente une alternative intéressante pour équiper une électrobroche utilisée en UGV. Néanmoins, la MRV est un actionneur for-

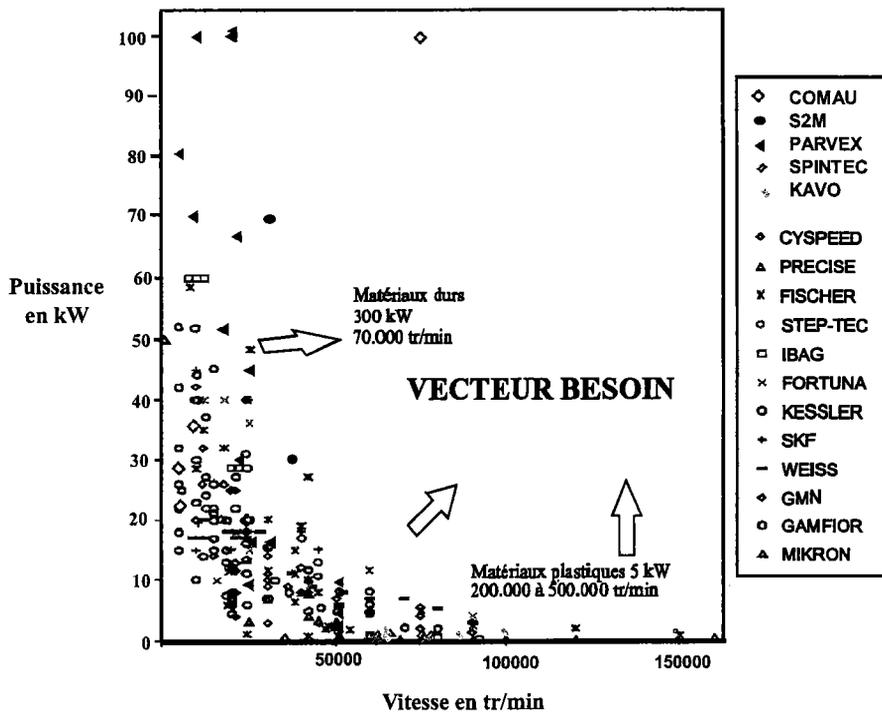


FIG. 1.2 – Broches existantes sur le marché en fonction de la vitesse et de la puissance (données [Fayard, 1999] et [Antoine, 2004])

tement non linéaire (saturation très prononcée du circuit magnétique, forme non sinusoïdale de l'inductance).

Pour analyser, optimiser ou commander une MRV, il est nécessaire de disposer d'un modèle. C'est la raison qui a poussé les chercheurs à trouver un modèle électro-magnétique d'une MRV. A l'heure actuelle, il n'existe pas de modèle analytique précis pour une MRV. Le meilleur modèle électro-magnétique d'une MRV est celui qui approche au mieux toutes les grandeurs électro-magnétiques de la MRV considérée [Cailleux, 1995]. Le modèle doit être extrêmement proche des données de mesure et cependant suffisamment simple pour son exploitation en vue de la commande. Un modèle très simple qui nécessite peu de calculs, risque de modéliser avec de grosses incertitudes les caractéristiques du système. Par contre, un modèle très précis nécessite des calculs lourds. Ainsi, un modèle précis et simple à la fois doit être trouvé afin de pouvoir étudier le comportement de la MRV.

Cependant, même si la forme analytique du modèle est connue, la valeur des paramètres ne l'est pas toujours. Dans une première phase, on peut utiliser les valeurs données par le constructeur pour étudier la MRV. En pratique, on constate toujours des différences entre les valeurs constructeur et les valeurs réelles. De plus, les valeurs des paramètres peuvent

varier en fonction du temps. Ainsi, il est nécessaire de disposer de valeurs plus précises lors de l'étude de la MRV.

La commande d'une MRV est un problème qui suscite beaucoup d'intérêt parmi les chercheurs. Le caractère radicalement non linéaire de la MRV en rend le contrôle difficile. Ainsi, les stratégies de commande de l'automatique linéaire ne peuvent pas être utilisées sans risque de dégradation des performances de la MRV.

Dans la plupart des applications, la MRV est utilisée à basse vitesse (max. 3000 tr/min). La commande pleine onde est habituellement utilisée pour contrôler une MRV fonctionnant à grande vitesse [Krishnan, 2001]. Les ondulations du couple obtenues avec cette commande sont significatives à grande vitesse. Ces ondulations entretiennent des vibrations importantes dans le moteur, tant au stator qu'au rotor [Antoine, 2004]. L'optimisation des lois de commandes permet de réduire les ondulations du couple et par conséquent les vibrations.

Du fait du caractère non linéaire de la MRV, les stratégies de commande non linéaire permettant de compenser intégralement ou partiellement les non linéarités d'une MRV peuvent être utilisées pour contrôler une MRV. A grande vitesse, plusieurs problèmes limitent les performances de la commande d'une MRV :

- La tension d'alimentation étant limitée par des contraintes physiques est souvent saturée ce qui implique également la saturation des commandes.
- La force contre-électromotrice, proportionnelle à la vitesse, atteint des valeurs voisines de la tension d'alimentation.

Quelque soit la loi de commande utilisée et afin d'assurer la synchronisation entre la position du rotor et l'alimentation des phases, la position doit être mesurée ou estimée. A grande vitesse, les limites en contraintes mécaniques vite atteintes (forces centrifuges élevées) rendent difficile le développement d'un capteur de position. Afin de pallier à l'absence d'un capteur de position, nous pouvons utiliser un observateur afin d'estimer la position [Lumsdaine and Lang, 1990]. En pratique, le couple de charge appliqué à une MRV n'est pas toujours connu. L'utilisation d'un observateur à entrée inconnue peut être envisagée.

Enfin, le système informatique qui assure le pilotage d'une MRV fonctionnant à grande vitesse est soumis à des contraintes de temps sévères. La période d'échantillonnage utilisée dans ce cas est très faible (20  $\mu$ s). Ainsi, il faut utiliser un système informatique à la fois rapide et robuste. La très bonne stabilité et la parfaite gestion des ressources matérielles du système d'exploitation *LINUX* les recommandent pour ces types d'applications [Ripoll, 1998].

Dans le cadre de cette démarche de développement de la MRV, ce travail de thèse s'articule autour de quatre axes :

- l'identification des paramètres de la MRV ;
- la commande en boucle fermée d'une MRV fonctionnant à grande vitesse ;
- l'estimation des grandeurs non mesurables par observation ;
- la réalisation d'un banc d'essais autour de la MRV pour valider les différents algorithmes de commande.

Ce mémoire est constitué de sept chapitres. Dans le chapitre 2, la MRV est présentée. Les différentes structures de MRV existantes sont rappelées. Le principe de fonctionnement d'une MRV de type 6/2 est détaillé par la suite. Les avantages et les inconvénients des modèles électromagnétiques trouvés dans la littérature sont discutés. En supposant que les couplages magnétiques entre phases sont négligeables, le modèle mathématique d'une MRV est alors déduit. Enfin, les différents convertisseurs pouvant être utilisés pour l'alimentation d'une MRV sont évoqués dans ce chapitre.

Dans le chapitre 3, le banc d'essais qui a été développé pour tester en temps réel les algorithmes de commande étudiés est présenté. Les parties composantes du banc d'essais sont détaillées dans ce chapitre. La MRV est commandée en MLI et contrôlée à l'aide d'un ordinateur équipé d'un système d'exploitation temps réel. Les principales caractéristiques du système d'exploitation LINUX Temps Réel argumentent notre choix pour la gestion de l'ordinateur de commande. Ensuite, le système d'acquisition utilisé pour cette application (deux cartes d'entrées/sorties) est présenté ainsi que ses performances. Le capteur optique de position, très récemment développé au laboratoire, est également présenté.

Le chapitre 4 traite de l'identification des paramètres électromagnétiques et mécaniques de la machine sans utiliser de capteur de position. Après avoir passé en revue les méthodes habituellement utilisées pour l'identification des paramètres d'une machine électrique, nous présentons une méthode basée sur les techniques de modulation/démodulation des signaux, utilisée pour l'identification des paramètres électromagnétiques de la MRV. Un modèle analytique basé sur un développement en série de Fourier est proposé pour la loi d'inductance de notre MRV.

L'identification des paramètres mécaniques est réalisée en boucle ouverte et les paramètres mécaniques sont estimés par les moindres carrés. Des techniques de filtrage ont été utilisées afin d'obtenir des estimations précises. La validation croisée avec un signal d'excitation différent est ensuite présentée.

Dans le chapitre 5, les stratégies de commande d'une MRV trouvées dans la littérature sont rappelées. La technique de la linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire est détaillée dans le cas général. Cette stratégie est ensuite utilisée pour réaliser un asservissement de vitesse d'une MRV pour une commande en tension et pour une commande en courant de la machine. Les résultats des simulations à basse vitesse ainsi qu'à grande vitesse sont analysés dans ce chapitre.

Le chapitre 6 propose deux observateurs pour estimer les variables d'état difficilement mesurables d'une MRV, et plus particulièrement la position. Plusieurs méthodes permettant d'estimer la position sont présentées dans le début de ce chapitre. L'observabilité de la MRV est étudiée afin de s'assurer de l'existence d'un observateur. Un observateur linéaire à entrée inconnue est étudié dans le cas où la position peut être mesurée. Les résultats des simulations sont comparés aux résultats expérimentaux obtenus. Un deuxième observateur non linéaire est également étudié dans ce chapitre. Les résultats des simulations sont ensuite présentés et commentés.

Enfin, dans le chapitre 7, les conclusions ainsi que les perspectives de ce travail seront présentées.

# Chapitre 2

## Présentation de la machine à réluctance variable

### 2.1 Présentation générale

**B**ien que la première machine à réluctance variable (MRV) remonte au début des années 1830, celle-ci ne s'est vraiment développée que depuis 1960, grâce au développement de l'électronique de puissance et plus particulièrement des thyristors. La MRV, par principe, fortement inductive se trouvait considérablement handicapée par la commutation mécanique de ses courants d'alimentation. Bien que ceci constitue un facteur évident de limitation de la puissance, la MRV n'a cependant jamais complètement disparu.

Dès son invention, son intérêt résidait dans ses qualités de simplicité. Les machines à réluctance variable à double saillance offrent une grande simplicité de fabrication et un coût très faible. Cependant elles nécessitent des convertisseurs statiques (demi-ponts asymétriques) différents de ceux des autres moteurs électriques. Ces qualités (pas de risque de désaimantation, pas de fatigue thermique) en font une machine particulièrement appréciée partout où la robustesse et la fiabilité sont recherchées. L'ensemble convertisseur-machine offre en effet d'excellentes qualités de sûreté de fonctionnement grâce à l'indépendance des phases (pas de couplage électrique et très peu de couplages magnétiques).

Les premières applications utilisaient la MRV pour actionner des dispositifs de transmission électriques (synchro-machines dans les bateaux de guerre), des systèmes d'horlogerie, des jouets, des rasoirs [Multon, 1995]. De plus, au début des années 1980, les industriels se sont orientés vers le marché des applications à vitesse variable. Ces applications

où la MRV entraîne, par exemple des ventilateurs, des compresseurs ou des pompes, doivent fonctionner sept jours sur sept, vingt quatre heures sur vingt quatre. Ainsi une grande robustesse de la part des moteurs utilisés est requise. Ces applications demandent une grande fiabilité et des performances équivalentes aux moteurs à courant continu ou aux moteurs à induction. Les MRV sont considérées comme des systèmes tolérants aux défauts. Si, par exemple, une phase (ou même deux phases) d'une MRV triphasé présentent des défauts, la MRV peut encore fournir du couple. Mais dans ces conditions, la MRV ne peut pas être démarrée pour toutes les positions du rotor. L'apparition de micro-ordinateurs de plus en plus performants utilisés pour la commande a également contribué au développement de la MRV.

Pour comprendre le fonctionnement d'une machine électrique il faut tout d'abord regarder le principe physique générant le couple moteur. Deux catégories de machines électriques peuvent être distinguées :

- la première catégorie regroupe les machines électriques dont le couple est produit par l'interaction de deux champs magnétiques ;
- la deuxième catégorie est composée de machines électriques dont le couple est produit par le phénomène de la réluctance variable.

Pour les machines électriques de la première catégorie les champs magnétiques sont créés par les courants du stator et du rotor. Deux champs magnétiques en présence l'un de l'autre produisent un couple électromagnétique qui tendra à aligner les deux champs magnétiques. C'est le même phénomène que celui qui provoque l'attraction des pôles opposés de deux aimants. Le moteur à courant continu, le moteur à induction (moteur asynchrone) et la machine synchrone à pôles lisses (alternateur ou moteur synchrone) sont les plus représentatifs de cette catégorie. Ces moteurs sont différenciés par leur configuration géométrique et la manière dont les champs électromagnétiques sont obtenus.

Les machines à réluctance variable forment la deuxième catégorie. Le mouvement est produit par la variation de réluctance dans l'espace (l'entrefer) qui sépare le stator du rotor. Quand un enroulement statorique est excité, le rotor vient s'aligner dans la position de réluctance minimale. Le phénomène est, cette fois-ci, comparable à la force qui attire un matériau magnétique vers un aimant permanent. Dans ce cas, la réluctance diminue et devient minimale lorsque l'aimant et le matériau magnétique sont en contact (ou alignés).

Il existe une multitude de configurations de ce type de machines. Les différentes structures de machines à réluctance variable peuvent être classifiées selon la figure 2.1. Afin de mieux identifier la classe des MRV à laquelle appartient la MRV étudiée dans ce rapport

la classification proposée dans [Krishnan, 2001] a été complétée. Dans ce cas nous faisons la différence entre les MRV à plots statoriques non-dentés et les MRV à plots statoriques dentés.

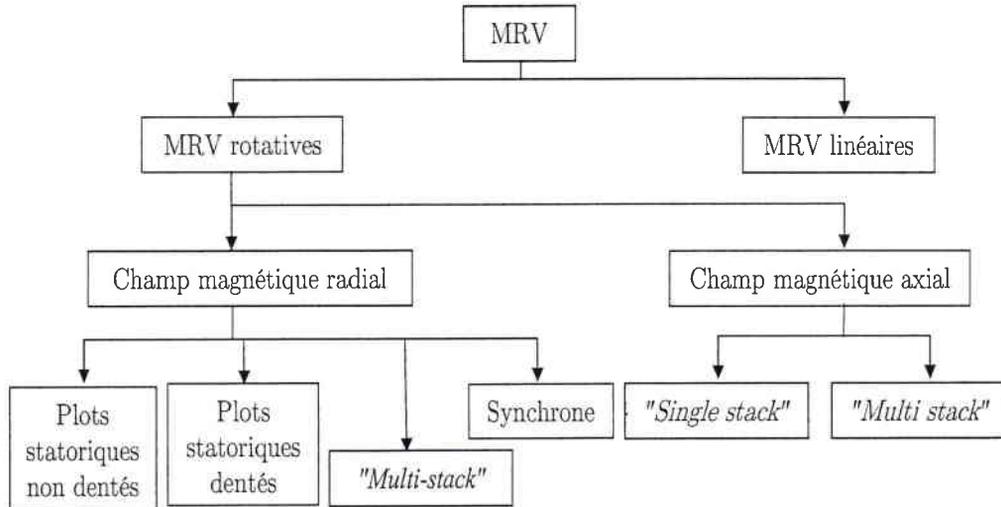
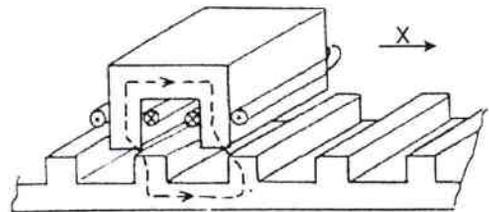
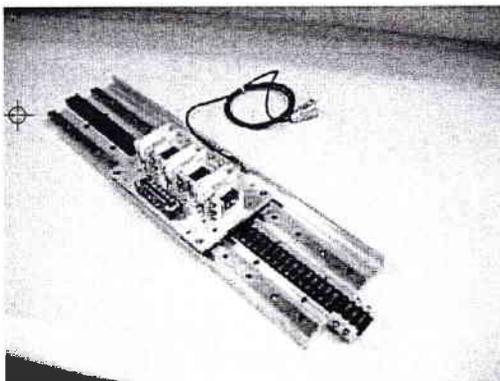


FIG. 2.1 – Classification des machines à réluctance variable (d'après [Krishnan, 2001])

Les machines à réluctance variable peuvent être réparties dans deux grandes classes : rotatives ou linéaires selon le type de mouvement produit considéré (figure 2.2). Remarquons que, dans le cas des machines à réluctance variable linéaires, le rail (ou guide) est passif, il peut donc être réalisé économiquement sur de grandes longueurs. La MRV linéaire est souvent utilisée dans les chaînes de fabrication demandant une grande précision, par exemple pour la fabrication des semi-conducteurs [Cheung, 2000], [Gan and Cheung, 2001].



(a) Vue d'ensemble - photo extraite de (b) Vue schématique - photo extraite de [Multon, 1994] [Gan and Cheung, 2001]

FIG. 2.2 – Machine à réluctance variable linéaire

## 2. Présentation de la machine à réluctance variable

---

Pour les machines en rotation, une grande variété de structures a été imaginée. En fonction de l'orientation du champ magnétique dans l'entrefer, deux catégories de machines à réluctance variable rotatives peuvent être distinguées :

- la MRV à champ magnétique radial ;
- la MRV à champ magnétique axial.

Les machines synchrones à réluctance, les MRV à plots statoriques dentés ou non-dentés peuvent être associées aux machines à réluctance variable à champ magnétique radial, tandis que les machines de type «*single-stack*» et «*multi-stack*» sont les deux sous-catégories des machines à réluctance variable à champ magnétique axial, bien qu'il existe aussi des MRV «*multi-stack*» à champ radial (figure 2.3).

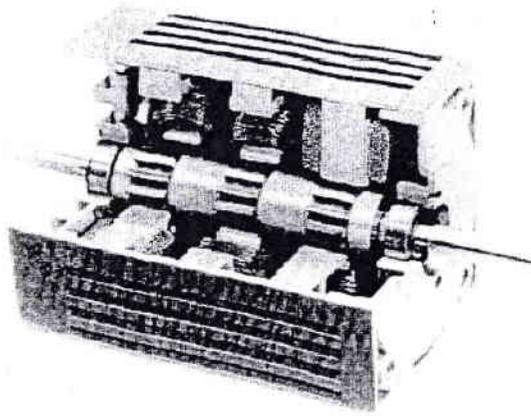


FIG. 2.3 - Machine à réluctance variable multi-stack à champ magnétique radial - photo extraite de [Cailleux, 1995]

Les applications nécessitant une vitesse précise et constante, mais aussi un démarrage autonome utilisent les machines synchrones à réluctance (figure 2.4), à condition qu'elles soient munies d'une cage d'écurie de démarrage. Ce sont des machines synchrones sans excitation à pôles lisses au stator et à pôles saillants au rotor. Les enroulements sont généralement triphasés et alimentés en courants alternatifs sinusoïdaux. L'analyse théorique met en évidence, dans l'expression du couple électromagnétique d'une machine synchrone à pôles saillants, deux termes : l'un dit synchrone (lié au produit vectoriel du champ inducteur avec celui d'induit), le second dit de réluctance (proportionnel au carré du champ d'induit ou du flux dans le cas d'une alimentation à flux forcé). C'est bien entendu ce dernier terme qui est exploité dans les machines synchrones à réluctance. Ces machines sont d'un emploi

assez restreint, car leur facteur de puissance et leur rendement sont faibles et la structure électromagnétique ne permet pas un rapport de saillance suffisant [Multon, 1995].

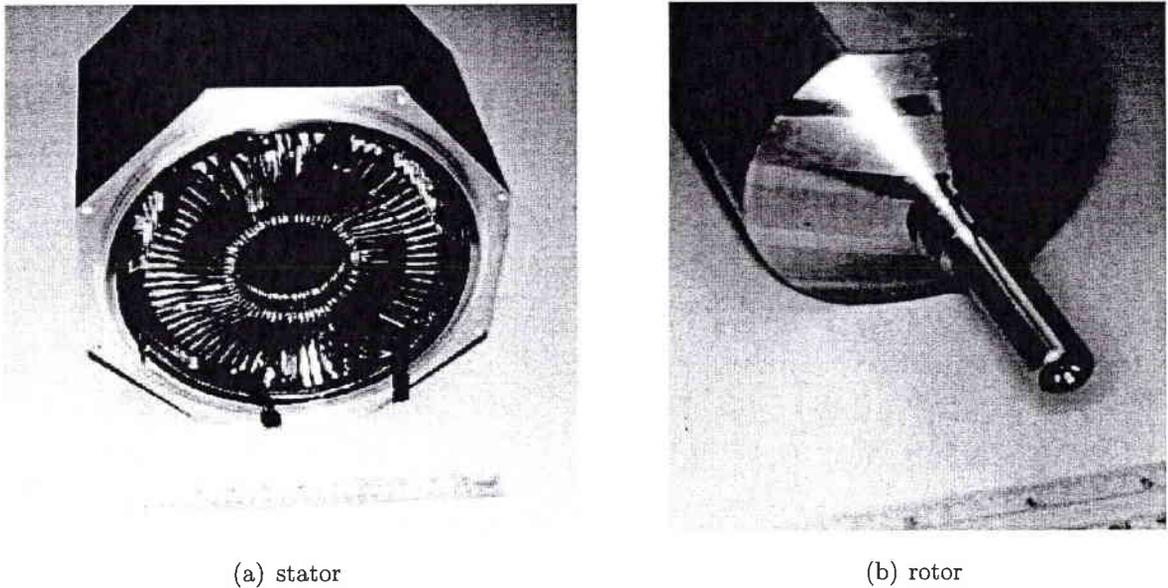


FIG. 2.4 – Machine synchrone à réluctance-photos extraites de [Hofmann and Sanders, 1998]

Dans le cas des machines à plots statoriques dentés (ou à petites dents) (figure 2.5), chaque pôle statorique bobiné (électro-aimant) se termine par plusieurs petites dents [Faiz and Finch, 1997]. Il existe aussi des structures avec un rotor à plusieurs petites dents [Faiz *et al.*, 1995]. En augmentant le nombre de pôles statoriques, les performances en terme de couple sont améliorées. Pour une vitesse constante, la fréquence de commutation des phases augmente avec le nombre des pôles statoriques. Ainsi, ces machines ne sont pas prévues pour un fonctionnement à grande vitesse car les structures de convertisseurs deviennent très compliquées à développer. Grâce à leur capacité à délivrer un fort couple massique, ces machines semblent particulièrement adaptées à la réalisation d'entraînements directs à basse vitesse (comme les roues de véhicules électriques, les motocyclettes électriques (Lektra) et les chariots de manutention) [Multon, 1996], [Multon *et al.*, 1995], [Sauvey, 2000].

Dans les structures de MRV à plots statoriques non-dentés, chaque pôle statorique constitue lui même la dent, formant ainsi une autre sous-classe de MRV à champ magnétique radial dite à pôles saillants (figure 2.6). Par rapport à la machine synchrone à réluctance variable, la MRV à plots statoriques non-dentés se distingue, outre par le fait que son stator est à pôles saillants, par une faible dépendance magnétique des phases (couplage mutuel de

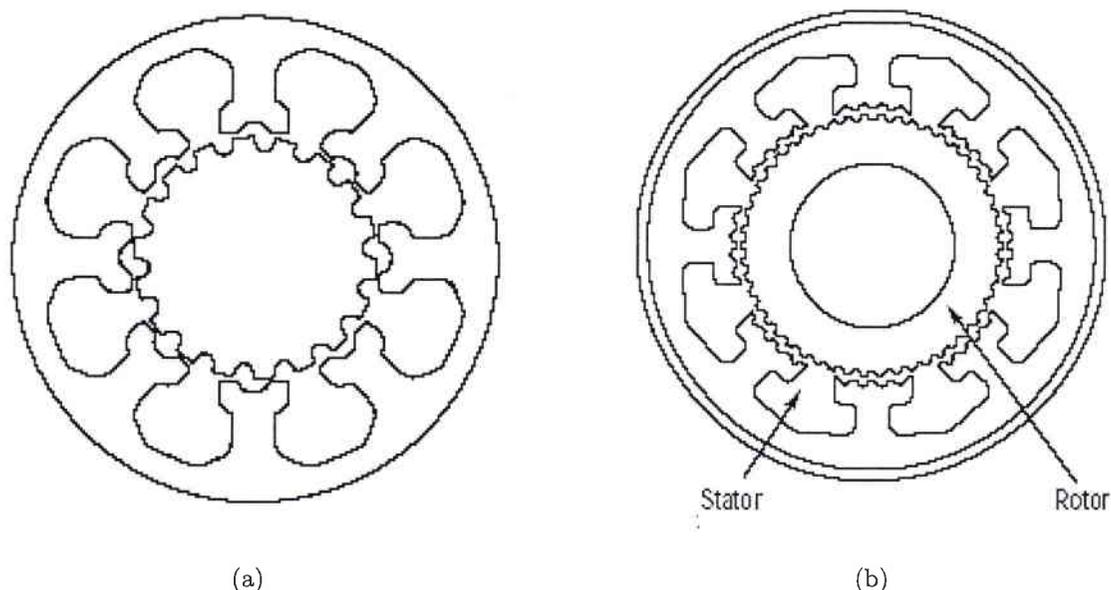


FIG. 2.5 – Vues transversales des machines à réluctance variable à plots statoriques dentés - photos extraites de [Applied-Motion, 2004]

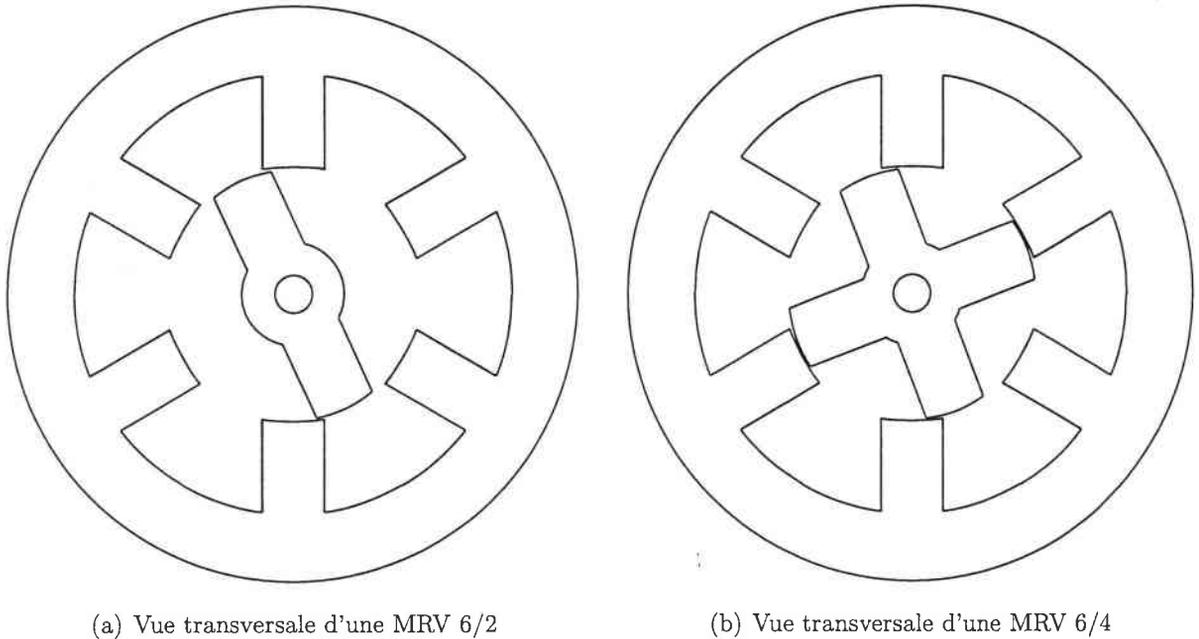
valeur relativement faible) et par une alimentation en courant pouvant être unidirectionnelle. Dans la littérature, ces machines sont regroupées sous l'appellation MRV à grosses dents, ou encore MRV à double saillance. Le terme équivalent anglo-saxon est «*Switched Reluctance Motor*».

Une MRV de ce type comprend habituellement :

- un stator, constitué d'un empilement de tôles ferromagnétiques découpées, pour fournir un ensemble de pôles statoriques saillants,
- et un rotor comportant également des pôles saillants, réalisé également sous la forme d'un empilement de tôles ferromagnétiques découpées.

Le stator comporte  $N_s$  dents et le rotor  $N_r$  dents. Une appellation pratique permet de retrouver facilement le nombre de dents statoriques et rotoriques. Par exemple, une MRV 6/2 (figure 2.6(a)) est une MRV avec six dents au stator et deux dents au rotor. Autour de chaque dent statorique est enroulé un bobinage. Le rotor ne possède aucun enroulement. Dans le cadre de ce travail, les résultats expérimentaux sont obtenus sur une MRV 6/2 à double saillance.

Par ailleurs, il existe des structures de MRV à champ magnétique axial «*single-stack*» et «*multi-stack*». Plusieurs machines à structure magnétique identique sont empilées sur le



(a) Vue transversale d'une MRV 6/2

(b) Vue transversale d'une MRV 6/4

FIG. 2.6 – Machines à réluctance variable à plots statoriques non-dentés

même arbre. Les dents rotoriques des différents rotors sont alignées, tandis que les dents statoriques sont décalées d'un angle mécanique qui dépend du nombre de phases et du nombre de dents. Le principe de fonctionnement à réluctance variable est obtenu ici par le décalage mécanique entre les dents statoriques et les dents rotoriques. Les MRV comportant un stator et un rotor ou un stator et deux rotors ou deux stators et un rotor sont appelées MRV «*single-stack*». Plusieurs MRV «*single-stack*» empilées sur un même arbre forment une MRV «*multi-stack*». L'empilement de tôles magnétiques du stator et du rotor pour la MRV à champ magnétique radial la rend plus facile à fabriquer que la MRV à champ magnétique axial dont le positionnement précis des empilements les uns par rapport aux autres est difficile à réaliser [Multon, 1994].

Dans la suite de ce travail, l'appellation machine à réluctance variable (MRV) désignera une machine à réluctance variable rotative à champ magnétique radial et à double saillance.

## 2.2 Principe de fonctionnement

Quel que soit le type de machine à réluctance variable étudié, le principe de fonctionnement est toujours identique si les couplages magnétiques entre phases peuvent être négligés. A titre d'exemple, une structure comprenant  $N_s = 6$  dents statoriques et  $N_r = 2$  dents rotoriques (figure 2.7) est choisie pour expliquer le principe de fonctionnement de la MRV.

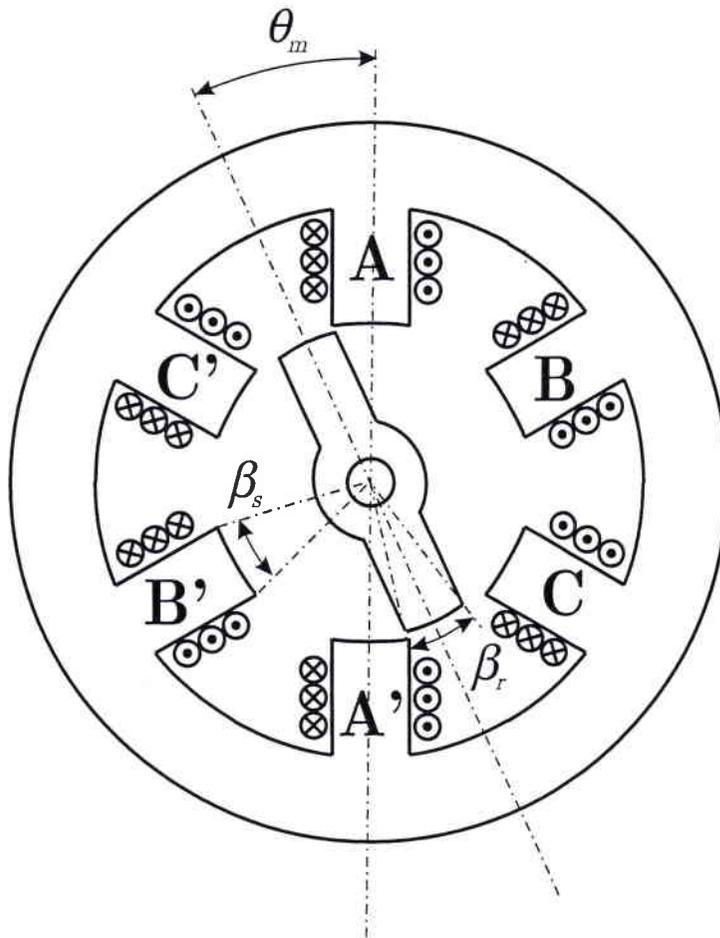


FIG. 2.7 – Section transversale d'une MRV 6/2

Les angles  $\theta_m$ ,  $\beta_r$  et  $\beta_s$  qui apparaissent sur la figure 2.7 représentent respectivement l'angle mécanique, l'arc d'ouverture du pôle rotorique et l'arc d'ouverture du pôle statorique.

Comme nous pouvons le constater sur la figure 2.7, chaque pôle statorique est entouré d'un bobinage et le rotor ne comporte aucun enroulement. Une phase électrique est constituée de deux pôles statoriques diamétralement opposés qui peuvent attirer simultanément deux dents rotoriques comme un électro-aimant. Chaque fois qu'une phase est excitée, la partie

mobile de la machine (le rotor) tend à s'aligner avec les pôles statoriques alimentés, et générer ainsi le couple moteur. Un mouvement de rotation continu peut être obtenu par une bonne synchronisation entre l'excitation de chaque phase et la position du rotor. Ainsi, les machines à réluctance variable font partie de la famille des moteurs synchrones dans le sens où leurs courants d'alimentation doivent varier en synchronisme avec le mouvement relatif rotor/stator. Pour une MRV monophasée composée d'une seule phase, le sens de rotation ne peut pas être déterminé.

Le fonctionnement d'une MRV de type 6/2 est expliqué sur la figure 2.8. L'alimentation de la phase (A-A'), crée un flux électro-magnétique, entre les pôles statoriques (A-A') et les pôles du rotor. Le rotor est attiré vers les pôles statoriques (A-A') (figure 2.8(a)). Quand les pôles statoriques et les pôles rotoriques sont alignés, l'alimentation de la phase (A-A') est coupée. Ensuite, la phase (B-B') est alimentée et le rotor continue le mouvement (figure 2.8(b)) jusqu'à ce qu'il soit devant les pôles statoriques (B-B') (figure 2.8(c)). De même, l'alimentation de la phase (C-C') attire le rotor vers les pôles statoriques (C-C') (figure 2.8(d) et figure 2.8(e)). Par la suite l'alimentation de la phase (A-A') attire le rotor vers les pôles statoriques (A-A') (figure 2.8(f) et figure 2.8(a)). On obtient ainsi un mouvement de rotation continu dans le sens des aiguilles d'une montre.

On peut remarquer que la périodicité de l'angle mécanique vaut ici  $\pi$  (un demi tour) et d'une manière générale l'angle électrique (noté par la suite  $\theta$ ) vaut :

$$\theta = N_r \theta_m \quad (2.1)$$

où  $\theta_m$  représente l'angle mécanique.

On peut aussi remarquer que dans le cas de la MRV 6/2, trois commutations sont nécessaires pour réaliser un demi tour et pour qu'un tour complet soit effectué, on a donc besoin de six commutations. En règle générale, pour qu'une rotation complète soit effectuée, chaque phase doit être alimentée autant de fois que le rotor possède de pôles.

Le sens de rotation peut être changé en modifiant l'ordre d'excitation des phases. Par exemple, l'alimentation des phases dans l'ordre (C-C')-(B-B')-(A-A') permet d'obtenir un mouvement de rotation dans le sens opposé aux aiguilles d'une montre.

Le profil *idéal* de l'inductance de la phase (A-A') d'une MRV 6/2 en fonction de la position du rotor (l'angle mécanique  $\theta_m$ ) est représenté sur la figure 2.9. La forme idéalisée de l'inductance correspond aux enroulements situés autour des pôles statoriques et elle est liée aux angles de denture rotoriques et statoriques. Pour un courant d'alimentation constant, la caractéristique du couple correspondante est représentée sur la figure 2.10. Le profil de

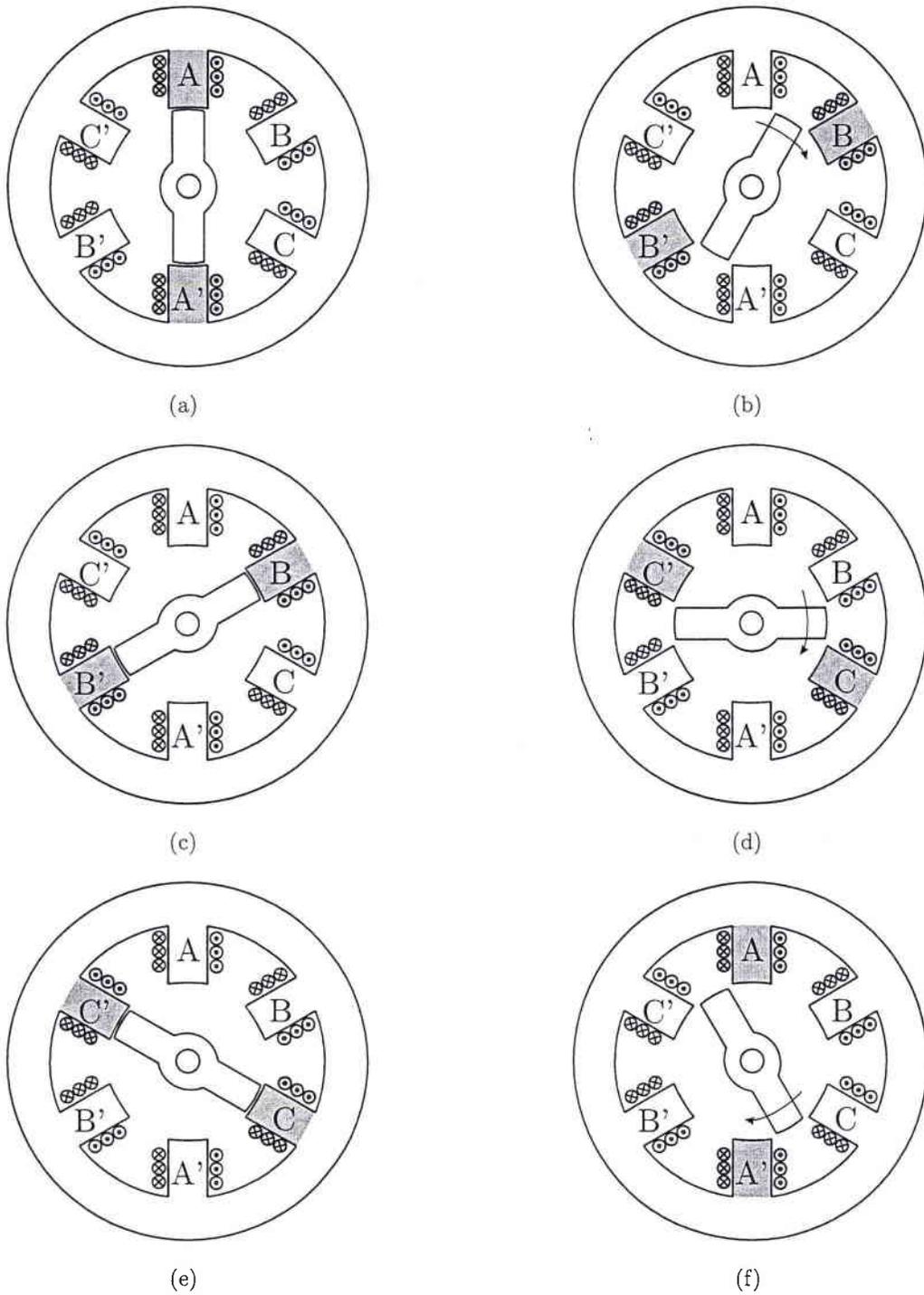


FIG. 2.8 – Succession des phases de fonctionnement d'une MRV 6/2

l'inductance est représentée en fonction de la position  $\theta_m$  dont les valeurs particulières peuvent être exprimées en fonction de la largeur angulaire des dents rotoriques ( $\beta_r$ ) et de la largeur angulaire des dents statoriques ( $\beta_s$ ) (équations 2.2 à 2.6). En général, la largeur angulaire des dents rotoriques est légèrement plus grande que la largeur angulaire des dents statoriques ( $\beta_r > \beta_s$ ).

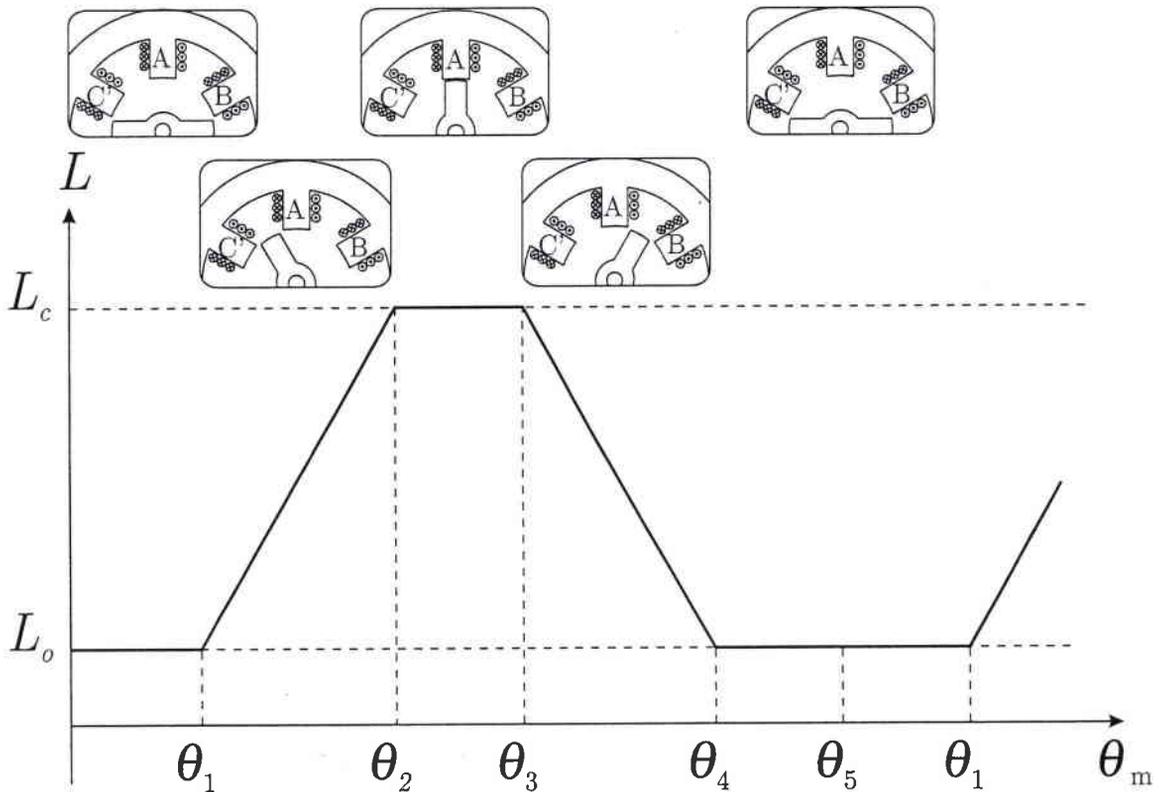


FIG. 2.9 – Le profil idéalisé de l'inductance d'une MRV de type 6/2

Le profil d'inductance représenté sur la figure 2.9 étant un profil *idéal*, il est obtenu seulement si les hypothèses suivantes sont valables :

- l'épaisseur de l'entrefer est constante dans toute la zone où les dents du stator et du rotor sont face à face ;
- la perméance de l'entrefer, et donc l'inductance, sont proportionnelles à la surface où les dents sont directement en regard.

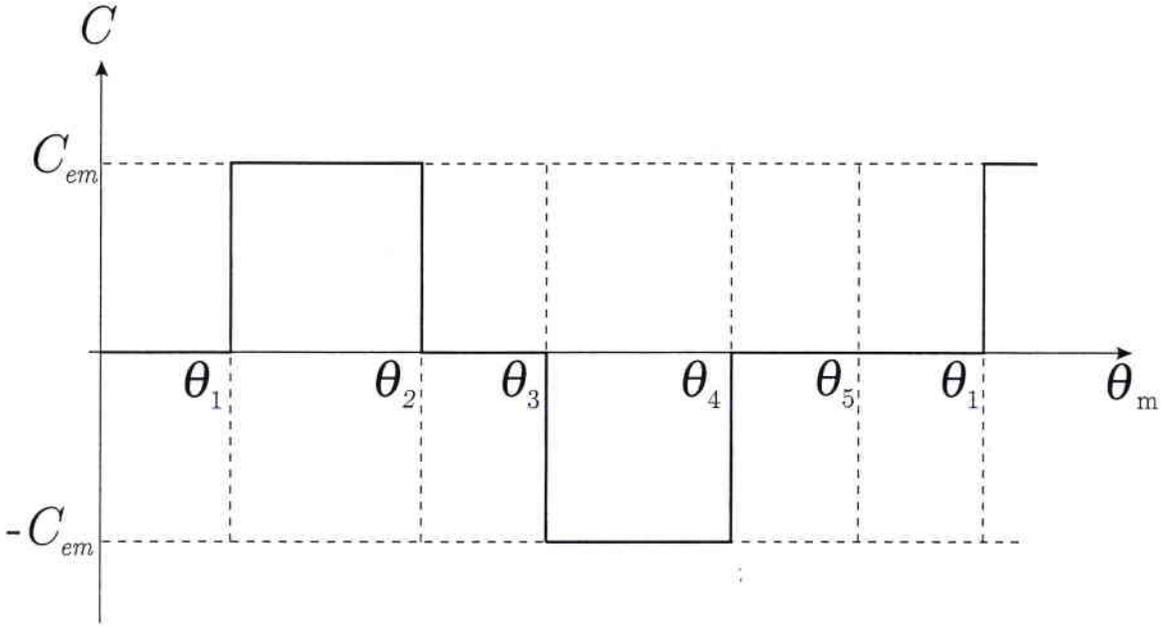


FIG. 2.10 – La caractéristique du couple correspondante

Les différents angles qui apparaissent dans les figures 2.9 et 2.10 sont définis ci-dessous :

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{2\pi}{N_r} - (\beta_s + \beta_r) \right] \quad (2.2)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \beta_s \quad (2.3)$$

$$\theta_3 = \theta_2 + (\beta_r - \beta_s) \quad (2.4)$$

$$\theta_4 = \theta_3 + \beta_s \quad (2.5)$$

$$\theta_5 = \theta_4 + \theta_1 = \frac{2\pi}{N_r} \quad (2.6)$$

Dans le cas d'une MRV de type 6/2, l'inductance est périodique de période  $\pi$  ( $2\pi/N_r$  pour le cas général). Ainsi, quatre régions distinctes peuvent être mises en évidence :

1.  $0 - \theta_1$  et  $\theta_4 - \theta_5$

Dans ces zones, les pôles statorique et rotorique ne sont pas en regard l'un et l'autre. Le flux créé passe principalement dans l'entrefer existant entre les pôles statoriques les plus proches. La réluctance du circuit magnétique est alors maximale, et l'inductance est constante et prend sa valeur minimale  $L_o$ . Par conséquent, dans ces positions angulaires la MRV ne produit pas de couple. La position correspondante à une réluctance maximale est appelée position d'opposition.

2.  $\theta_1 - \theta_2$ 

Dans cette zone, la surface en regard stator/rotor augmente progressivement. Le flux se développe principalement entre les pôles statoriques et rotoriques en regard, ainsi l'inductance augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur maximale  $L_c$ . Si un courant constant est injecté dans la phase pendant cette période, un couple moteur positif peut être produit. A la fin de cette zone, le chevauchement des pôles est total.

3.  $\theta_2 - \theta_3$ 

Dans cette zone, la surface en regard entre le stator et le rotor reste constante. L'inductance est à sa valeur maximale  $L_c$  et elle reste constante. La position symétrique où les pôles statoriques et rotoriques sont face à face est appelée position de conjonction. Puisque l'inductance est constante, aucun couple ne peut être produit dans cet intervalle, même si la phase est parcourue par un courant. En revanche, cette région est utilisée pour l'extinction du courant dans la phase avant que l'instant de commutation des phases arrive, ainsi la production d'un couple négatif est évitée.

4.  $\theta_3 - \theta_4$ 

Cette zone est similaire à la région  $\theta_1 - \theta_2$ , mais elle est caractérisée par une décroissance de l'inductance. Le fonctionnement de la machine dans cette zone si le bobinage statorique est toujours alimenté produit un couple négatif (couple de freinage).

En réalité, il n'est pas possible d'atteindre le profil idéal de l'inductance présenté dans la figure 2.9 à cause de l'épanouissement du flux et de la saturation du circuit magnétique de la machine. La courbe  $L(\theta_m)$  n'est pas formée d'une succession de segments de droites, en particulier tous les angles sont arrondis [Seguier and Notelet, 1996]. Par conséquent, le couple moteur produit diminue.

La saturation influence aussi les pertes fer. Les problèmes liés à la saturation constituent un vrai défi lors de la conception de la MRV. Plusieurs études antérieures ont été ainsi consacrées à la conception de la MRV ([Miller, 1993], [Krishnan, 2001]). Dans [Anwar *et al.*, 2001], les auteurs ont même mis au point une méthodologie de conception d'une MRV en favorisant certaines caractéristiques (le couple moyen, la vitesse, la puissance) et en réduisant les effets non souhaités (les bruits acoustiques, les ondulations de couple). Le caractère fortement non linéaire de cette machine est en partie dû aux phénomènes de saturation. Un fonctionnement à grande vitesse implique des hautes fréquences de travail. Une fréquence élevée se traduit par des importantes pertes fer, et pour réduire ces pertes, l'induction doit être suffisamment faible pour limiter les pertes par hystérésis. D'autre part,

la saturation peut être localisée aux pôles statoriques et rotoriques par l'élargissement des culasses stator et rotor, puisque l'induction dans ces parties est alors faible.

## 2.3 Conversion électromagnétique

Le caractère radicalement non linéaire de la MRV (fort niveau de saturation, onde d'inductance non sinusoïdale) interdit toute modélisation utilisant une représentation électrique de la machine, c'est pourquoi nous aborderons une modélisation énergétique.

Si l'on néglige les pertes Joule dans l'enroulement d'excitation, le bilan énergétique de la MRV se traduit par la relation [Miller, 1993] :

$$\frac{dW_e}{dt} = \frac{dW_{em}}{dt} + \frac{dW_m}{dt} \quad (2.7)$$

où  $\frac{dW_e}{dt}$ ,  $\frac{dW_{em}}{dt}$  et  $\frac{dW_m}{dt}$  représentent respectivement les variations de l'énergie électrique, de l'énergie électromagnétique stockée dans le circuit magnétique et de l'énergie mécanique.

La variation de l'énergie mécanique dans un système en rotation s'exprime par :

$$\frac{dW_m}{dt} = C_{em} \Omega = C_{em} \frac{d\theta_m}{dt} \quad (2.8)$$

où  $C_{em}$  et  $\Omega$  représentent respectivement le couple et la vitesse de rotation.

La variation de l'énergie électrique aux bornes d'une phase de la MRV peut être exprimée par la relation :

$$\frac{dW_e}{dt} = u i = i \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.9)$$

où  $u$  représente la tension aux bornes de la phase,  $i$  le courant qui traverse cette phase selon la convention récepteur utilisée est  $\Phi$  le flux total donné par la relation (2.29).

L'équation (2.7) devient :

$$i \frac{d\Phi}{dt} = C_{em} \frac{d\theta_m}{dt} + \frac{dW_{em}}{dt} \quad (2.10)$$

La résolution de l'équation (2.10) donne une première expression du couple électromagnétique :

$$C_{em}(\Phi, \theta_m) = i(\Phi, \theta_m) \frac{d\Phi}{d\theta_m} - \frac{dW_{em}(\Phi, \theta_m)}{d\theta_m} \quad (2.11)$$

et à flux constant ( $\frac{d\Phi}{d\theta_m} = 0$ ) :

$$C_{em}(\Phi, \theta_m) = - \left. \frac{\delta W_{em}(\Phi, \theta_m)}{\delta \theta_m} \right|_{\Phi=cte} \quad (2.12)$$

Dans l'équation (2.11), le couple électromagnétique est fonction du flux magnétique. La notion de co-énergie magnétique va nous permettre de l'exprimer en fonction de courant. Pour une position fixe ( $\frac{d\theta_m}{dt} = 0$ ), on peut déduire de l'équation (2.10) :

$$W_{em}(\Phi, \theta_m) = \int_0^{\Phi} i(\Phi, \theta_m) d\Phi \quad (2.13)$$

Ainsi, pour une position donnée ( $\theta_0$ ) l'énergie magnétique représente la surface hachurée de la figure 2.11(a) et la co-énergie magnétique la surface hachurée de la figure 2.11(b).

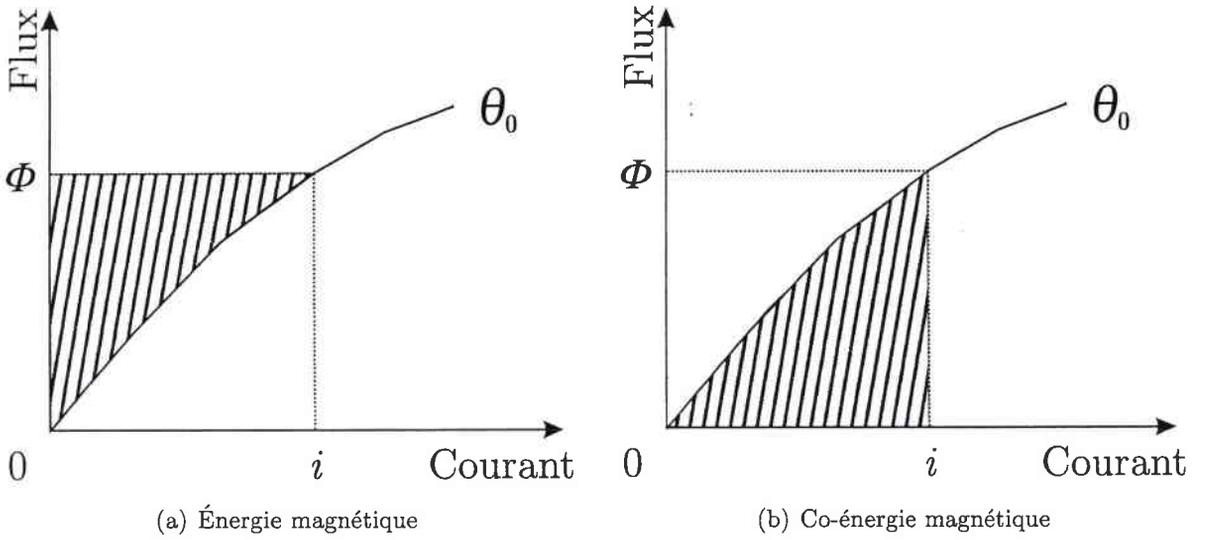


FIG. 2.11 – Énergie et la co-énergie magnétique d'un circuit magnétique

D'après la figure 2.11(b), la co-énergie magnétique peut être exprimée par :

$$W_{cem}(i, \theta_0) = \int_0^i \Phi(i, \theta_0) di \quad (2.14)$$

et l'énergie et la co-énergie magnétique respectent la relation suivante :

$$W_{cem}(i, \theta_0) + W_{em}(\Phi, \theta_0) = i\Phi \quad (2.15)$$

La dérivée de l'équation (2.15) donne :

$$dW_{cem}(i, \theta_0) + dW_{em}(\Phi, \theta_0) = id\Phi + \Phi di \quad (2.16)$$

## 2. Présentation de la machine à réluctance variable

En manipulant les équations (2.11) et (2.16), le couple électromagnétique peut être exprimé par :

$$C_{em}(i, \theta_m) = - \frac{\Phi di + dW_{cem}(i, \theta_m)}{d\theta_m} \quad (2.17)$$

Pour des raisons de simplicité, l'équation générale du couple électromagnétique est exprimée pour un courant constant par :

$$C_{em}(i, \theta_m) = \frac{\delta W_{cem}(i, \theta_m)}{\delta \theta_m} \Big|_{i=cte.} \quad (2.18)$$

L'équation (2.18) est plutôt utilisée quand la MRV est alimentée en courant, tandis que l'équation (2.12) est utilisée si la MRV est alimentée en tension (fonctionnement à flux forcé).

Le fonctionnement sur une période électrique peut être décrit dans le plan  $(\Phi, i)$  par le cycle énergétique dont la surface est égale à l'énergie convertie pendant un cycle :

$$W = \oint \Phi di \quad (2.19)$$

La figure 2.12 montre l'allure des cycles énergétiques d'une MRV lorsque l'on injecte du courant dans une phase pour obtenir un fonctionnement moteur (figure 2.12(a)) et lorsque l'on alimente la phase pour obtenir un fonctionnement générateur (figure 2.12(b)).

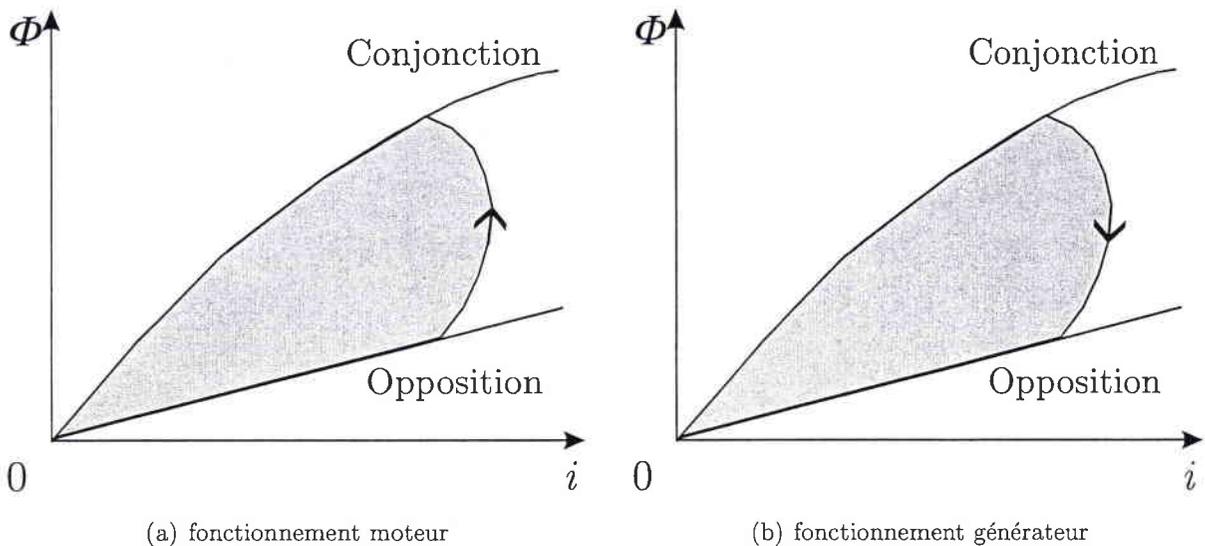


FIG. 2.12 – Cycles énergétiques d'une MRV

La puissance électromagnétique convertie pendant une période électrique s'exprime par :

$$P_{em} = f W \quad (2.20)$$

où  $f$  est la fréquence (électrique) d'alimentation en courant unidirectionnel égale à la fréquence de la fonction perméance (autopilotage) :

$$f = N_r f_{mec} = N_r \frac{\Omega}{2\pi} \quad (2.21)$$

où  $f_{mec}$  et  $\Omega$  sont la fréquence et la pulsation de rotation mécanique. Or,  $P_{em}$  peut aussi s'exprimer par le produit :

$$P_{em} = C_{em_{moy}} \Omega \quad (2.22)$$

où  $C_{em_{moy}}$  est le couple électromagnétique moyen. Alors, en écrivant l'égalité des expressions (2.20) et (2.22) et en utilisant (2.21), on obtient pour le couple électromagnétique moyen pour une phase :

$$C_{em_{moy}} = N_r \frac{W}{2\pi} \quad (2.23)$$

En particulier, quand la MRV fonctionne en régime linéaire, l'inductance ne dépend plus que de la position du rotor. Ainsi, le flux est lié au courant par l'inductance  $L(\theta_m)$  :

$$\Phi(i, \theta_m) = L(\theta_m) i \quad (2.24)$$

et la co-énergie magnétique est donnée par :

$$W_{cem} = \int_0^i \Phi di = \frac{1}{2} i^2 L(\theta_m) \quad (2.25)$$

L'expression du couple calculée à partir de l'équation (2.18) devient :

$$C_{em}(i, \theta_m) = \frac{1}{2} i^2 \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} \quad (2.26)$$

Si la machine fonctionne à flux forcé, on peut tenir un raisonnement analogue sur le flux, on obtient alors :

$$C_{em}(\Phi, \theta_m) = \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{\delta \mathfrak{R}(\theta_m)}{\delta \theta_m} \quad (2.27)$$

où  $\mathfrak{R}(\theta_m)$  est la réluctance du circuit magnétique.

L'équation (2.26) nous permet de faire quelques constatations fondamentales :

1. Le couple est proportionnel au carré du courant. Par conséquent, des courants unidirectionnels peuvent être utilisés, que la MRV fonctionne en régime moteur (couple positif) ou qu'elle fonctionne en régime génératrice (couple négatif).

2. Le convertisseur qui alimente la MRV peut être unidirectionnel en courant, ce qui permet une simplification de sa structure (demi-pont asymétrique) et, éventuellement, une réduction du nombre des semi-conducteurs de puissance.
3. Pour un courant constant injecté dans la phase, la valeur du couple dépend seulement de la variation de l'inductance (dérivée par rapport à la position -  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m}$ ).

## 2.4 Modélisation électromagnétique

La caractérisation électromagnétique de la MRV constitue l'objectif de ce paragraphe. Chaque phase de la machine peut être étudiée indépendamment des autres phases à condition que les couplages magnétiques entre phases soient négligeables. La loi de Hopkinson permet de caractériser l'état magnétique de chaque phase. Soit  $n$  le nombre total de spires de l'enroulement d'une phase,  $i$  le courant qui circule dans l'enroulement,  $\mathfrak{R}$  la réluctance du circuit magnétique considéré et  $\varphi$  le flux embrassé par une spire de l'enroulement, alors :

$$\mathfrak{R}(i, \theta_m)\varphi(i, \theta_m) = n i \quad (2.28)$$

où  $n i$  représente la force magnétomotrice de la phase considérée.

Le flux embrassé par la totalité des spires d'une phase est :

$$\Phi(i, \theta_m) = n\varphi(i, \theta_m) = L(i, \theta_m)i \quad (2.29)$$

où  $L(i, \theta_m)$  représente l'inductance du circuit magnétique vue par l'enroulement de la phase.

La grandeur  $L(i, \theta_m)$  décrit la variation des lignes de champ magnétiques durant l'alimentation d'une phase. Les caractéristiques électromagnétiques de la machine (l'équation 2.29) dépend de la position du rotor  $\theta_m$  et, à cause de la saturation magnétique, de la valeur du courant qui traverse le bobinage de la phase. Les caractéristiques électromagnétiques fondamentales de la MRV peuvent alors être définies par le réseau du flux  $\Phi(i, \theta_m)$  d'une seule phase (figure 2.13). Les caractéristiques électromagnétiques de la machine sont délimitées par les courbes obtenues en position d'opposition et en position de conjonction.

Remarquons que le circuit magnétique d'une phase de la MRV reste non saturé autour de la position d'opposition. Dans cette position, l'inductance ne dépend que de la position du rotor et on a alors :

$$\Phi(i, \theta_0) = L(\theta_0)i \quad (2.30)$$

où  $\theta_0 = 2k\pi/N_r$ ,  $k \in Z$ .

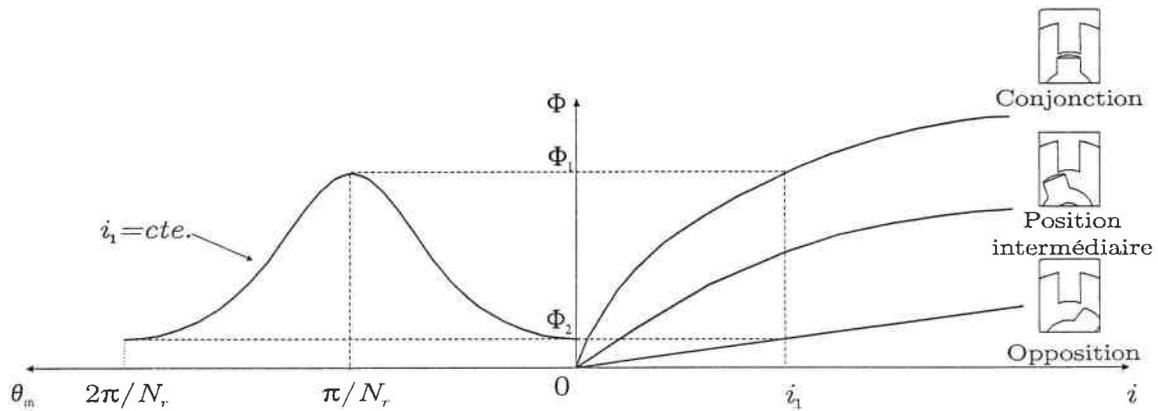


FIG. 2.13 – La caractéristique électromagnétique d’une MRV

Pour des positions proches de la position de conjonction et pour des intensités de courants élevées, le circuit magnétique se sature.  $L$  dépend alors de la position, mais aussi de l’intensité du courant injecté dans le bobinage de la phase et on a :

$$\Phi(i, \theta_m) = L(i, \theta_m)i \quad (2.31)$$

Qu’il s’agisse de l’analyse, de l’optimisation ou de la commande d’un système, il est intéressant de disposer d’un modèle. Un modèle très simple qui nécessite peu de calculs, risque de modéliser avec des grosses incertitudes certaines caractéristiques du système. Par contre, un modèle très précis aboutit à des calculs lourds. Ainsi, un modèle à la fois précis et simple doit être trouvé afin de pouvoir étudier le comportement de la MRV. De plus, le comportement intrinsèque de la MRV est très complexe par rapport aux machines électriques classiques. Dans notre démarche, nous avons besoin d’un modèle de MRV en essayant d’approcher au mieux les grandeurs électromagnétiques par des fonctions mathématiques.

Les modèles les plus fréquents et d’utilisation aisée pour une commande non linéaire de la MRV rencontrés dans la littérature seront détaillés par la suite, ainsi que leurs avantages et inconvénients.

### 2.4.1 Modèle basé sur un réseau de points

La solution la plus immédiate est d’utiliser le réseau de points  $(\Phi-i)$  mesuré par la méthode proposée dans [Cheok and Ertugrul, 2001]. Des tableaux de points permettent de modéliser très simplement les caractéristiques de la MRV. La mesure des points s’avère parfois difficile et coûteuse (ceci est due principalement à la construction de capteurs très

précis) lorsqu'une précision importante est nécessaire. Dans ce cas, le nombre de points qui décrit la caractéristique de la MRV devient non négligeable. Des problèmes de stockage des points dans la mémoire de l'ordinateur peuvent apparaître. Les nouvelles générations d'ordinateurs semblent avoir éliminé cet inconvénient, mais le temps d'accès à la mémoire peut encore poser des difficultés. Un compromis entre la précision et la quantité de données à stocker doit être trouvé.

Ainsi, en simulation, seul le temps de calcul sera affecté. Par contre, dès qu'il s'agit d'un environnement en temps réel, ces modèles ne sont pas adéquats, car la recherche des données dans le tableau de points rallonge le temps imparti au calcul. Les dérivées relatives aux points du tableau peuvent être facilement obtenues, mais elles dépendent du pas de discrétisation du modèle. Les dérivées seront très éloignées de la réalité si un pas de discrétisation trop grand est choisi. Si les dérivées sont calculées à partir de courbes réelles puis stockées dans un tableau, la précision de calcul s'améliore mais la taille des données devient encore plus importante.

### 2.4.2 Modèle analytique de type linéaire par morceaux

Ces modèles sont basés sur les techniques d'interpolation des courbes. Les techniques d'interpolation par morceaux ou par des fonctions polynômiales à une variable sont des méthodes qui permettent d'approcher n'importe quel type de courbe. Ces techniques consistent à linéariser la courbe  $\Phi(i, \theta_m)$  obtenue à  $\theta - m$  (angle mécanique) constant par  $p$  tronçons de droites. Le plus souvent,  $p$  est choisi égal à 2 ou à 3 [Multon and Glaize, 1987], [Buja and Valla, 1994]. Généralement, ces modèles sont établis à partir de la caractéristique de flux déterminée expérimentalement ou par simulation par éléments finis.

L'un des modèles les plus simples est le modèle dit "à deux pentes" présenté dans [Multon and Glaize, 1987]. Ce modèle est illustré sur la figure 2.14. Quand le rotor se trouve dans la position d'opposition, le circuit magnétique n'étant pas saturé, le flux peut être modélisé par une droite de pente  $L_o$  (la valeur de l'inductance dans la position d'opposition). Pour les autres positions, la caractéristique de flux est divisée en deux segments de droite de pentes différentes.

Mathématiquement ce modèle est décrit par :

$$\Phi(i, \theta_m) = \begin{cases} L_o i + k\theta_m & \text{si } i \geq i_s \text{ et } 0 \leq \theta_m \leq 2\pi/N_r \\ \left( L_o + \frac{k\theta_m}{i_s} \right) i & \text{si } i < i_s \text{ et } 0 \leq \theta_m \leq 2\pi/N_r \end{cases} \quad (2.32)$$

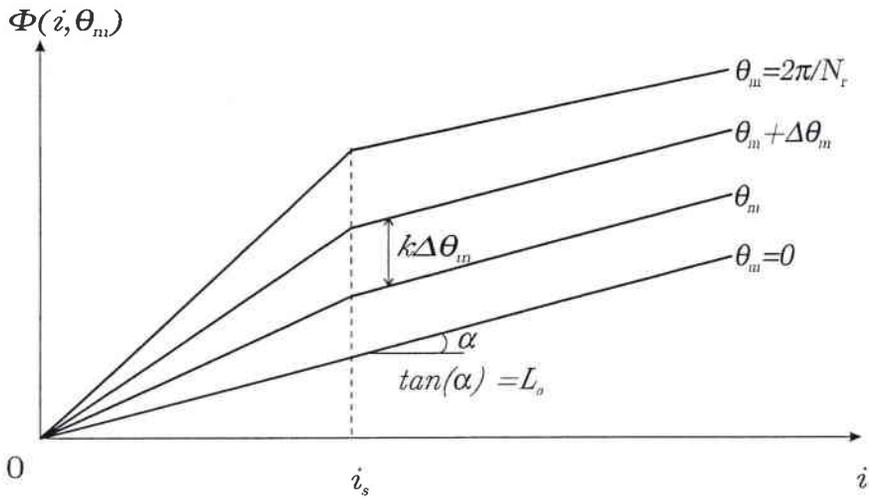


FIG. 2.14 – Modèle électromagnétique à deux pentes

où  $i_s$  est la valeur du courant lorsque le circuit magnétique est saturé et  $k$  une constante choisie telle que la caractéristique de flux suit au mieux les résultats déterminés expérimentalement.

Malgré sa simplicité, ce modèle donne une bonne approximation de la caractéristique magnétique de la machine. Son principal inconvénient est que, pour un courant donné, la valeur du couple est constante sur tout l'intervalle compris entre la position d'opposition et celle de conjonction. Le passage très brusque entre la zone linéaire et la zone saturée constitue un autre inconvénient de ce modèle. Par contre, ce modèle est souvent utilisé pour la synthèse des correcteurs proportionnel intégral (boucle de courant) ([Cailleux *et al.*, 1996]).

Le modèle "à trois pentes" présenté dans [Buja and Valla, 1994] est basé sur la modélisation de l'onde de flux par trois segments de droites de différentes pentes (figure 2.15).

Le premier segment de droite caractérise la région linéaire, non saturée, pour des courants inférieurs à  $i_s$  et des flux inférieurs à  $\Phi_s$ . La région de saturation est ensuite caractérisée par deux segments de droites. Le deuxième segment de droite du modèle correspond à la région de faible saturation, pour des courants supérieurs à  $i_s$  et des flux inférieurs à  $\Phi_s$ , tandis que le troisième segment de droite décrit la région de forte saturation, caractérisée par des courants supérieurs à  $i_s$  et par des flux supérieurs à  $\Phi_s$ .

Mathématiquement, ce modèle s'exprime en fonction des angles  $\theta_i$  ( $i = 1 \dots 5$ ) définis sur la figure 2.9 :

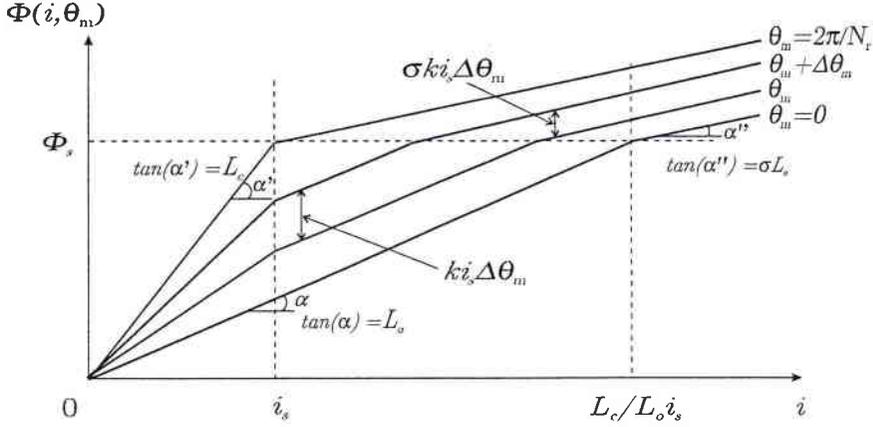


FIG. 2.15 – Modèle électromagnétique à trois pentes

– pour  $0 \leq \theta_m \leq \theta_1$  et  $\theta_4 \leq \theta_m \leq \theta_5$

$$\Phi(i_k, \theta_m) = \begin{cases} L_o i & \text{si } \Phi \leq \Phi_s \\ \sigma L_o i + (1 - \sigma) L_c i_s & \text{si } \Phi > \Phi_s \end{cases} \quad (2.33)$$

– pour  $\theta_1 \leq \theta_m \leq \theta_2$

$$\Phi(i_k, \theta_m) = \begin{cases} (L_o + k \theta_m) i & \text{si } i \leq i_s \\ L_o i + k i_s \theta_m & \text{si } i > i_s \text{ et } \Phi \leq \Phi_s \\ \sigma L_o i + \sigma k i_s \theta_m + (1 - \sigma) L_c i_s & \text{si } i > i_s \text{ et } \Phi > \Phi_s \end{cases} \quad (2.34)$$

– pour  $\theta_2 \leq \theta_m \leq \theta_3$

$$\Phi(i_k, \theta_m) = \begin{cases} L_o i & \text{si } \Phi \leq \Phi_s \\ \sigma L_o i + (L_c - \sigma L_o) i_s & \text{si } \Phi > \Phi_s \end{cases} \quad (2.35)$$

– pour  $\theta_3 \leq \theta_m \leq \theta_4$

$$\Phi(i_k, \theta_m) = \begin{cases} [L_o + k(\beta_r + \beta_s - \theta_m)] i & \text{si } i \leq i_s \\ L_o i + k i_s (\beta_r + \beta_s - \theta_m) & \text{si } i > i_s \text{ et } \Phi \leq \Phi_s \\ \sigma L_o i + \sigma k i_s (\beta_r + \beta_s - \theta_m) + (1 - \sigma) L_c i_s & \text{si } i > i_s \text{ et } \Phi > \Phi_s \end{cases} \quad (2.36)$$

où  $\sigma$  est une constante de saturation supérieure à 1,  $\beta_r$  et  $\beta_s$  sont les angles définis sur la figure 2.7 et  $k = \frac{L_c - L_o}{\beta_s}$ .

Ces modèles permettent de calculer avec une bonne précision le couple ou les fonctions dérivées, seulement si les conditions de continuité entre chaque fonction sont respectées. Un autre avantage de ces modèles est le nombre réduit de calculs. La précision du modèle

dépend du nombre de segments de droites utilisés pour l'interpolation. Plus le nombre de segments est grand, meilleure est la précision. Une précision très fine peut aboutir sur un nombre important de paramètres à gérer, et l'exploitation du modèle peut devenir complexe. De plus, l'hypothèse que la saturation du circuit magnétique intervient pour une valeur fixe du courant, quelque soit la position du rotor, n'est pas conforme à la réalité. Malheureusement, ces modèles ne permettent pas une analyse fine du couple pulsatoire. Toutefois, ces modèles ont pu être utilisés pour des problèmes d'optimisation du convertisseur d'alimentation de la machine à partir de critères tels que les rapport couple/pertes Joules [Multon and Glaize, 1987] ou couple/facteur de puissance [Buja and Valla, 1994].

### 2.4.3 Modèle analytique de type exponentiel

Ce modèle est basé sur l'utilisation d'une fonction exponentielle à deux variables. La fonction exponentielle est utilisée dans le but d'alléger les opérations de différenciation et d'intégration. Le modèle a été introduit pour la première fois par [Spong *et al.*, 1987]. Pour une position du rotor donnée pour l'angle mécanique  $\theta_m$ , la caractéristique magnétique de la machine est modélisée à l'aide d'une fonction exponentielle du courant. La dépendance de la position est exprimée par un développement en série de Fourier. La caractéristique du flux en fonction du courant de ce modèle est illustrée sur la figure 2.16.

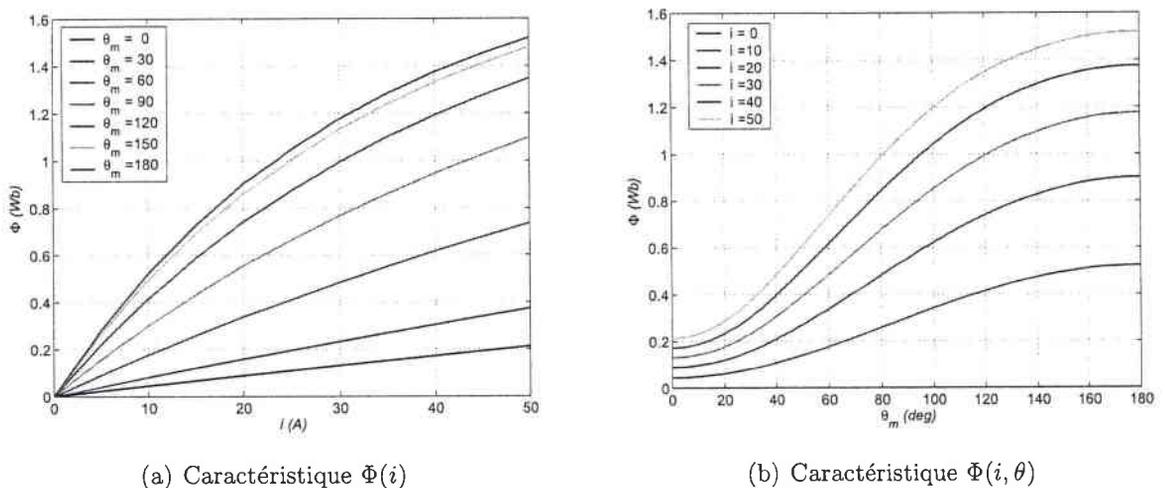


FIG. 2.16 – Caractéristiques magnétiques de type exponentiel (les valeurs de  $a$  et  $b$  sont reprise de [Cailleux, 1995])

Son expression mathématique pour la phase  $k$  est :

$$\Phi_k(i_k, \theta_m) = \Phi_s(1 - e^{-|i_k|f_k(\theta_m)}) \quad (2.37)$$

avec

$$f_k(\theta_m) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \{b_n \sin[n(N_r \theta_m - (k-1)2\pi/q)] + c_n \cos[n(N_r \theta_m - (k-1)2\pi/q)]\} \quad (2.38)$$

où  $\Phi_s$  représente le flux de saturation,  $q$  représente le nombre de phases de la MRV et  $a_0$ ,  $b_n$  et  $c_n$  représentent les coefficients du développement en série de Fourier.

Cette représentation du modèle tient compte de la saturation du circuit magnétique, du caractère non linéaire du flux, mais aussi de la périodicité en  $\theta_m$ . La périodicité du flux est prise en compte par l'équation (2.38) à l'aide des termes en  $\cos$  et  $\sin$ .

L'expression analytique du couple électromagnétique que produit la phase  $k$  est donnée par <sup>(1)</sup> :

$$C_k(i_k, \theta_m) = \frac{\Phi_s}{f_k^2(\theta_m)} \frac{\delta f_k(\theta_m)}{\delta \theta_m} [1 - (1 + i_k f_k(\theta_m)) e^{-i_k f_k(\theta_m)}] \quad (2.39)$$

L'effet de saturation est aussi modélisé car le terme  $[1 - (1 + i_k f_k(\theta_m)) e^{-i_k f_k(\theta_m)}]$  dans (2.39) est borné par 0 et 1 quelque soit le courant  $i_k$ . Un autre avantage de ce modèle est que le signe du couple électromagnétique produit par la phase  $k$  dépend seulement du signe de  $\frac{\delta f_k(\theta_m)}{\delta \theta_m}$ .

La majorité des chercheurs ayant utilisé ce modèle se limite à la première harmonique pour modéliser la caractéristique électromagnétique de la MRV, en diminuant toutefois la précision du modèle. Ainsi, le développement d'une commande performante devient une tâche plus facile. Dans [Spong *et al.*, 1987], les auteurs montrent que le modèle proposé suit les courbes expérimentales avec une erreur inférieure à 10%. Dans [Cailleux *et al.*, 1996], la caractérisation électromagnétique d'une MRV 8/6<sup>(2)</sup> a été réalisée. En utilisant une seule harmonique, aucun résultat satisfaisant pour cette machine n'a pas pu être retenu. En revanche, en augmentant à huit le nombre des harmoniques, les auteurs modélisent la caractéristique magnétique de ce type de machine avec une erreur inférieure à 20%. Néanmoins, ce modèle reste le plus répandu dans la littérature scientifique pour ce type de machine.

---

<sup>1</sup>A ce stade de la description, nous nous limiterons juste à présenter la forme du couple comme elle a été déduite par [Spong *et al.*, 1987]. Le développement de l'expression du couple électromagnétique prend en compte la notion de coénergie magnétique qui sera introduite dans la section 2.3.

<sup>2</sup>La MRV modélisée est une machine de la marque OUTLON de type PLD 112S/2. Elle est produite par la société TASC Drivers Ltd. au Royaume-Uni.

### 2.4.4 Modèle analytique de type exponentiel-linéaire

Ce type de modèle est très proche du modèle présenté dans le paragraphe 2.4.3. Il prend en compte une fonction exponentielle à deux variables ( $\theta_m$  et  $i$ ) et une fonction continue à une variable  $i$ . Dès que le terme exponentiel tend vers une constante, le terme linéaire modélise une dépendance linéaire entre le flux et le courant. L'expression analytique du modèle a été donnée dans [Torrey and Lang, 1990] :

$$\Phi(i, \theta_m) = a_1(\theta_m)(1 - e^{a_2(\theta_m)i}) + a_3(\theta_m)i \quad (2.40)$$

où  $a_1(\theta_m)$  correspond au flux de saturation,  $a_2(\theta_m)$  permet de traduire l'effet de la saturation en contrôlant le profil de la courbe et  $a_3(\theta_m)$  représente l'inductance incrémentale pour des niveaux de courant élevés. La périodicité en  $\theta_m$  est prise en compte dans l'expression des fonctions  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  :

$$a_p = \sum_{j=0}^{\infty} A_{pj} \cos(jN_r\theta_m); \quad p \in [1, 2, 3] \quad (2.41)$$

L'expression analytique du couple électromagnétique produit par la phase  $k$  ( $k \in [1, 2, 3]$ ) est donnée par :

$$C_k(i, \theta_m) = \left[ i_k + \frac{1}{a_{2k}}(1 - e^{a_{2k}i_k}) \right] \frac{\delta a_{1k}}{\delta \theta_m} - \left[ \frac{a_{1k}}{a_{2k}^2}(1 - e^{a_{2k}i_k}) + \frac{a_{1k}i_k}{a_{2k}} e^{a_{2k}i_k} \right] \frac{\delta a_{2k}}{\delta \theta_m} + \frac{i_k^2}{2} \frac{\delta a_{3k}}{\delta \theta_m} \quad (2.42)$$

où

$$\frac{\delta a_{pk}}{\delta \theta_m} = \sum_{j=1}^{\infty} -jN_r A_{pj} \sin \left( k \left( N_r\theta_m + (j-1)\frac{2\pi}{3} \right) \right); \quad p \in [1, 2, 3]$$

Le modèle permet d'approcher assez finement le flux pour des valeurs de courants élevés. Le modèle montre des points faibles pour les petites valeurs de courants. Une erreur de 30% est obtenue pour une MRV 24/16 à 3 phases. Dans [Torrey, 2002], ce modèle est utilisé pour contrôler une MRV fonctionnant en régime générateur. L'utilisation de ce modèle reste assez restreinte, aux vues de ses performances limitées pour des courants faibles.

### 2.4.5 Modèle analytique à base d'éléments de surface

Ces modèles permettent une définition spatiale de la caractérisation électromagnétique d'une MRV. Comme la caractéristique électromagnétique de la MRV dépend à la fois de la position et du courant, elle peut être approchée à l'aide des méthodes d'interpolation tridimensionnelle.

Une modélisation par des fonctions B-splines de degré trois à deux variables a été proposée dans [O'Dwyer and Vonhof, 1994]. L'espace 3D est décrit par une suite de points de coordonnées  $(\Phi_{k,l}, i_k, \theta_l)$  ( $k = 1, \dots, N_i$  et  $l = 1, \dots, N_\theta$ , avec  $N_i$  et  $N_\theta$  représentant respectivement le nombre de mesures du courant et de la position). Chaque paire  $(i, \theta)$  constitue un nœud qui sera utilisée pour modéliser le comportement électromagnétique de la MRV :

$$\Phi(i, \theta) = \sum_{n=1}^{N_i} \sum_{m=1}^{N_\theta} K_{nm} B_{n,k_i,t_i}(i) B_{m,k_\theta,t_\theta}(\theta) \quad (2.43)$$

où  $k_i$  et  $k_\theta$  représentent le degré des fonctions B-splines,  $t_i$  et  $t_\theta$  sont les nœuds,  $K_{nm}$  sont des coefficients à déterminer et  $B_{n,k_i,t_i}$  et  $B_{m,k_\theta,t_\theta}$  sont des fonctions B-splines associées aux nœuds  $t_i$  et  $t_\theta$  respectivement. La caractéristique magnétique déduite à l'aide des logiciels de simulation par éléments finis permet de déterminer les coefficients  $K_{nm}$  par l'approche des moindres carrés ou expérimentalement par identification.

Malgré les avantages offerts par l'utilisation des courbes B-splines [Gerald, 1990], les calculs associés à ce type de modèle sont généralement complexes, particulièrement quand le couple doit être déduit à partir du modèle du flux. C'est la raison pour laquelle une version simplificatrice a été développée dans [Cailleux *et al.*, 1996]. La caractéristique électromagnétique est déduite à partir des mesures statiques du couple. Le domaine d'étude  $(i, \theta)$  est divisé en plusieurs sous-domaines de surface égale  $(i_k, \theta_l)$ . A chaque domaine est associé un couple  $C_{kl}(i, \theta)$ . Le point fort de ce modèle est que chaque sous-domaine est modélisé par une combinaison de fonction de  $\theta$  et  $i$  de faibles degrés :

$$C_{kl}(i, \theta) = a_{kl} + b_{kl}i + c_{kl}\theta + d_{kl}i\theta \quad (2.44)$$

Ceci permet de réduire considérablement les calculs. Le modèle permet une détermination aisée des dérivées partielles en  $\theta$  et  $i$ , mais aucune condition de continuité sur les dérivées à la frontière des sous-domaines n'a pas été imposée lors du calcul du modèle.

Ce modèle a été testé pour une MRV (voir <sup>(2)</sup>) avec un pas en position angulaire de 1° et un pas en courant de 0,1 A. Les résultats pour le couple sont très satisfaisants et une erreur d'environ 5% est commise sur le flux.

### 2.4.6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté les différents modèles électromagnétiques habituellement utilisés pour caractériser une MRV. Il apparaît important de disposer d'un modèle électromagnétique pour analyser les performances d'une MRV. Il est préférable que le modèle soit simple et qu'il reproduise au mieux le comportement de la MRV. Les techniques d'interpolation par morceaux ou par des fonctions polynômiales sont des méthodes qui permettent d'approcher n'importe quel type de courbe. Leur utilisation est aisée et constitue une solution pour caractériser une MRV du point de vue électromagnétique.

La précision du modèle de type linéaire par morceaux dépend du nombre des segments de droites utilisés pour l'interpolation. Plus les domaines d'interpolation sont petits, meilleure sera la précision. En utilisant une interpolation par 2 ou 3 segments de droites le cas d'une MRV saturée n'est pas correctement modélisé. De plus, la dérivée du modèle du flux par rapport à la position du rotor est une fonction constante par morceaux et il faut respecter les conditions de continuité entre chaque fonction afin d'avoir une bonne approximation du couple.

Les modèles basés sur une fonction globale continue offrent une alternative aux modèles linéaires par morceaux. Les calculs associés à ces modèles sont relativement simples. Les fonctions dérivées sont facilement calculées à partir du modèle et sont toujours obtenues sous forme analytique. Ces modèles sont adéquats pour une utilisation en temps réel.

Une autre solution consiste à représenter la caractéristique électromagnétique d'une MRV sous forme d'un tableau de points. Dans ce cas, pour garantir une bonne précision il faut enregistrer les données avec un pas en  $\theta_m$  et  $i$  suffisamment petit. Pour une utilisation en temps réel le temps de calcul devient important. Ainsi, un compromis entre la précision et la quantité des données à enregistrer doit être trouvé.

## 2.5 Modèle électromécanique

Un modèle mathématique de la MRV doit être écrit pour la synthèse d'une commande de la machine. Dans un premier temps, le modèle électrique de la machine à réluctance variable est déduit en utilisant les lois de la physique. Quant à la modélisation mécanique de la MRV, nous prendrons également en compte la charge de la machine. Pour le fonctionnement à vide de la MRV, il suffit alors de mettre à zéro les coefficients intervenant dans la caractérisation mécanique de la charge.

### 2.5.1 Modèle électrique

Si les couplages magnétiques entre phases sont négligeables, nous pouvons étudier chaque phase indépendamment. Le circuit électrique d'une phase comprend la résistance de l'enroulement et la tension induite due aux variations de l'inductance et du courant (figure 2.17).

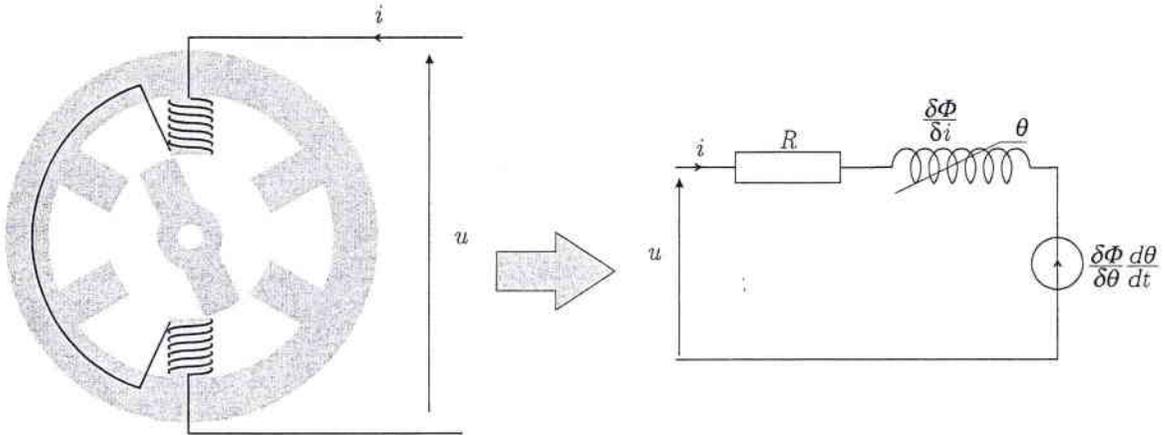


FIG. 2.17 – Modèle électrique d'une phase de la MRV

Les lois de la physique appliquées à ce circuit nous permet d'exprimer le modèle électrique d'une phase (afin de faciliter la lecture, la dépendance en fonction du temps des variables de tension, du courant et du flux est omise) :

$$u = Ri + n \frac{d\varphi(i, \theta)}{dt} = Ri + \frac{d\Phi(i, \theta)}{dt} \quad (2.45)$$

ou encore

$$u = Ri + \frac{\delta\Phi}{\delta i} \frac{di}{dt} + \frac{\delta\Phi}{\delta\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.46)$$

où  $R$  représente la résistance de l'enroulement statorique, le terme  $\frac{\delta\Phi}{\delta i}$  représente l'inductance incrémentale et le terme  $\frac{\delta\Phi}{\delta\theta} \frac{d\theta}{dt}$  correspond à la force contre-électromotrice de la MRV due à la rotation du rotor.

En régime saturé, le flux dépend à la fois de la position et du courant (voir l'équation (2.31)), ainsi l'équation (2.46) devient :

$$u = Ri + L(i, \theta) \frac{di}{dt} + i \left( \frac{\delta L(i, \theta)}{\delta\theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\delta L(i, \theta)}{\delta i} \frac{di}{dt} \right) \quad (2.47)$$

En régime non saturé, l'inductance ne dépend plus que de la position (voir l'équation 2.30), ainsi l'équation (2.46) devient :

$$u = Ri + L(\theta) \frac{di}{dt} + i \frac{\delta L(\theta)}{\delta\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.48)$$

## 2.5.2 Modèle mécanique

Jusqu'ici, nous nous sommes concentrés sur la production du couple électromagnétique et non pas sur le couple utile fourni par la MRV. La raison pour laquelle ces couples ne sont pas égaux trouve son explication dans le modèle mécanique de la machine. En effet, en rotation, l'inertie du rotor ( $J_{rotor}$ ), les frottements sec ou visqueux contribuent à la production d'un couple résistant ( $C_f$ ). Le couple utile fourni par la MRV s'écrit :

$$C_{utile} = C_{em} - J_{rotor} \frac{d\Omega}{dt} - C_f \quad (2.49)$$

où  $C_f$  représente le couple de frottement.

En général, la MRV n'est qu'une composante d'une électro-broche (figure 2.18).

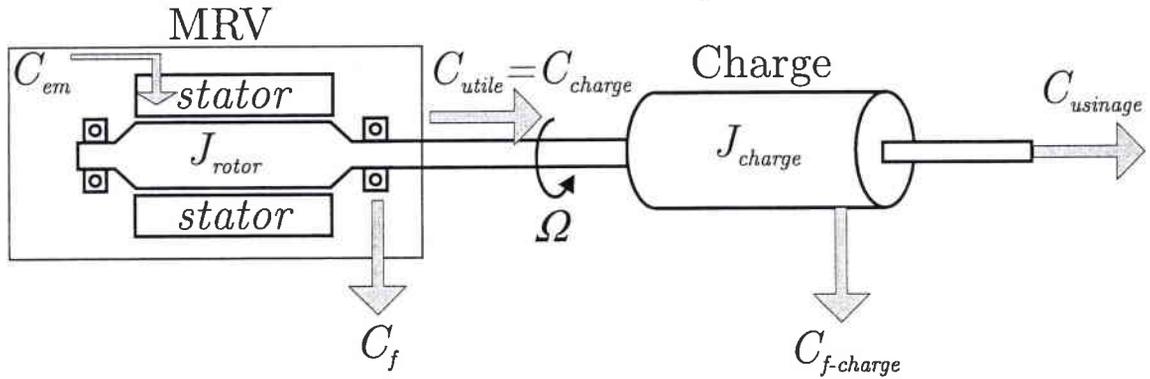


FIG. 2.18 – Structure schématique d'une électro-broche entraînée par une MRV

Elle est habituellement couplée avec un autre système mécanique (la charge). Le modèle mécanique de la charge est habituellement décrit par l'équation suivante :

$$C_{charge} = J_{charge} \frac{d\Omega}{dt} + C_{f-charge} + C_{usinage} \quad (2.50)$$

où  $C_{f-charge}$  représente le couple de frottement de la charge et  $C_{usinage}$  représente dans le cas d'une électro-broche le couple dû à l'usinage.

Le modèle mécanique de l'électro-broche (MRV et la charge) est obtenu en égalisant les équations (2.49) et (2.50) :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_f - C_{f-charge} - C_{usinage} \quad (2.51)$$

où  $J = J_{rotor} + J_{charge}$  représente l'inertie totale de l'ensemble en rotation.

Le système d'équations différentielles qui décrit le comportement dynamique d'une MRV est alors le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_{em} - C_f - C_{f\text{-charge}} - C_{usinage}) \\ \frac{di_j}{dt} = \left( \frac{\delta\Phi_j}{\delta i_j} \right)^{-1} \left( u_j - Ri_j - \frac{\delta\Phi_j}{\delta\theta_m} \Omega \right) \end{array} \right. \quad (2.52)$$

avec  $j = 1, \dots, 3$ .

## 2.6 Convertisseur d'alimentation

Nous avons vu que la MRV se satisfait de courants unidirectionnels, ainsi les structures de convertisseurs requises diffèrent sensiblement de celles des machines classiques à courants alternatifs. De même que le convertisseur de base de ces dernières est de pont en H (une structure triphasée nécessite trois ponts en H), celui de la MRV est le demi-pont asymétrique (figure 2.19). La structure en demi-pont asymétrique présente un avantage en terme de sûreté puisqu'il n'existe pas de configuration dangereuse des interrupteurs.

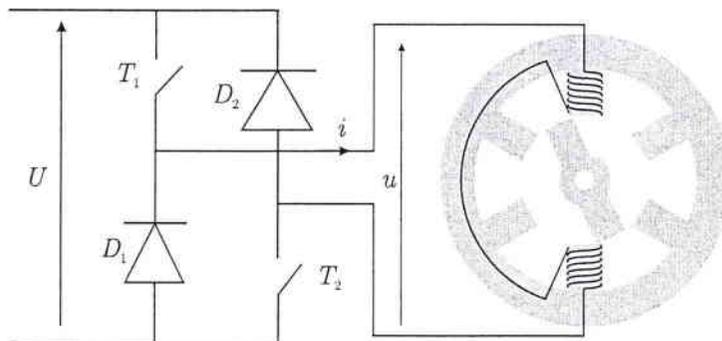


FIG. 2.19 – Convertisseur d'alimentation d'une MRV (une phase)

Pour une MRV de type 6/2, chaque phase est alimentée par une structure en demi-pont asymétrique électriquement indépendante de celle des autres phases. Il permet, par la fermeture des deux interrupteurs commandables, l'application de la pleine tension continue aux bornes de l'enroulement et la magnétisation de la machine. Par l'ouverture des deux

commutateurs, l'énergie magnétique non convertie est restituée à la source par la conduction des diodes de récupération.

Il existe trois stratégies différentes pour la commande de ce convertisseur. Deux d'entre elles utilisent les techniques de Modulation en Largeur d'Impulsion (MLI). La première est la commande à deux niveaux de tensions. Les deux interrupteurs ( $T_1$  et  $T_2$ ) sont commandés en même temps et il n'y a que deux niveaux de tension possibles  $+U$  et  $-U$  (figure 2.20). Ce type de commande est très utilisé dans des applications basse vitesse [Miller, 1993].

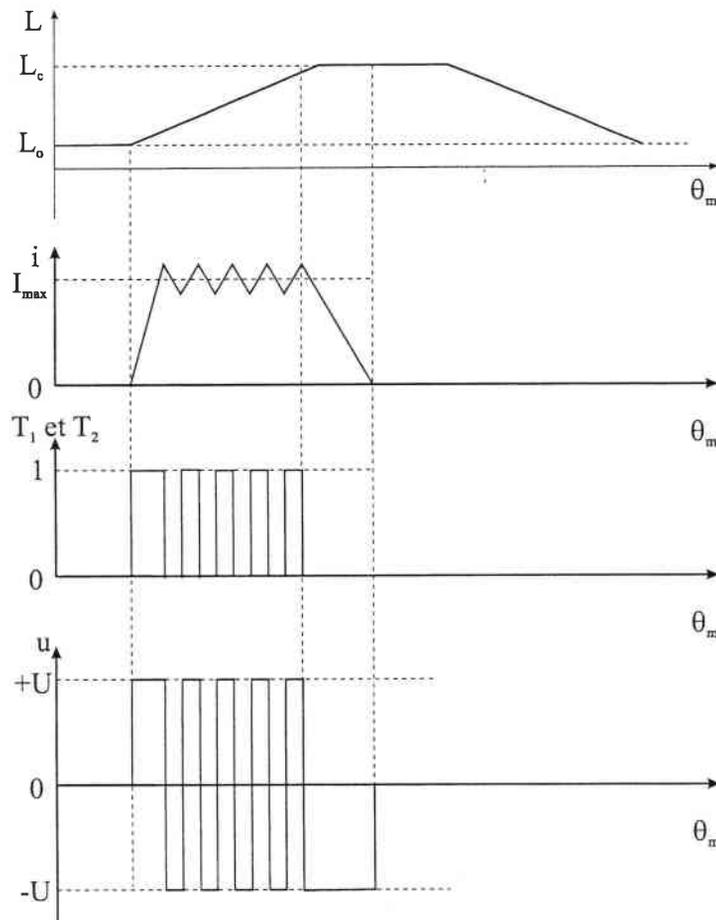


FIG. 2.20 – MLI à deux niveaux de tension

La deuxième stratégie est une commande à trois niveaux de tension. Dans ce cas, chaque interrupteur est commandé séparément. Le fonctionnement d'un convertisseur en demi-pont asymétrique commandé en MLI à trois niveaux de tension est synthétisé dans le tableau 2.1.

**Remarque** : Dans le premier cas, la tension ne peut être égale à  $+U$  que lorsque le courant est positif.

Cas	$T_1$	$T_2$	$i$	$u$
1	passant	passant	$> 0$	$+U$
2	bloqué	passant	$> 0$	0
3	passant	bloqué	$> 0$	0
4	bloqué	bloqué	$> 0$	$-U$
5	bloqué	bloqué	$= 0$	0

TAB. 2.1 – Principe de fonctionnement d'un convertisseur en demi-pont asymétrique commandé en MLI à trois niveaux de tension

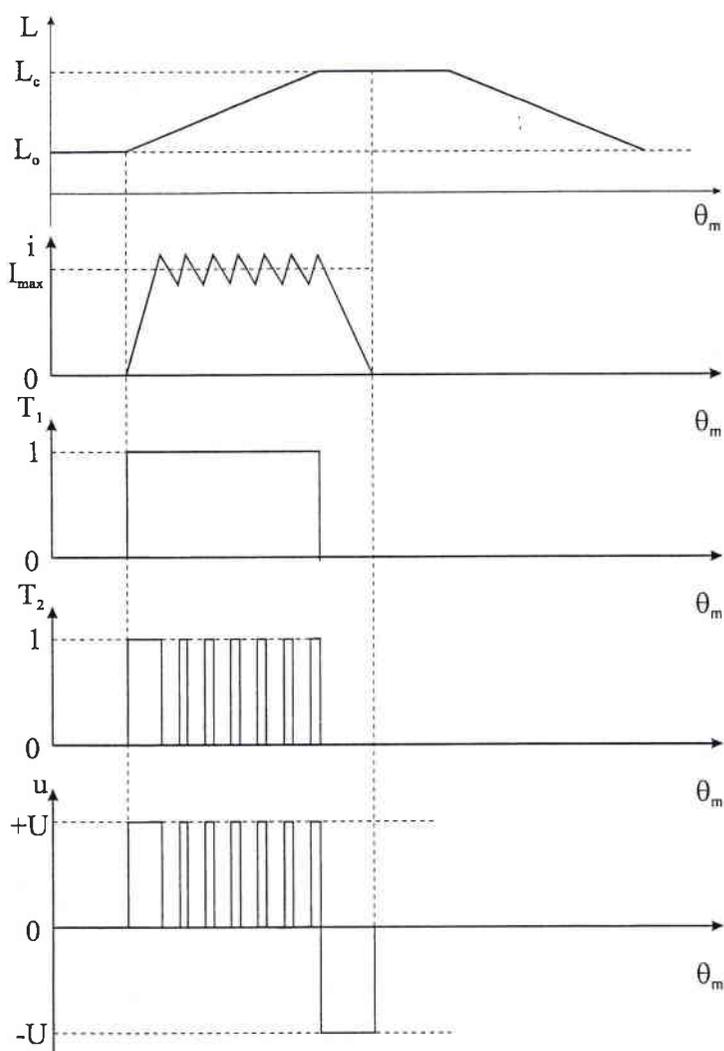


FIG. 2.21 – MLI à trois niveaux de tension

La tension aux bornes de la phase et le courant circulant dans le bobinage sont représentés sur la figure 2.21. L'avantage de cette stratégie de commande est la réduction de l'ondulation de courant à fréquence de découpage donnée [Miller, 1993]. Cette commande est plutôt utilisée pour des applications à vitesse variable.

La troisième stratégie de commande est utilisée lorsque la MLI doit être évitée ou au delà de la vitesse de base de la MRV. La MRV est alimentée en pleine onde de tension sur l'intervalle où l'inductance est croissante pour un fonctionnement en régime moteur et sur l'intervalle où l'inductance est décroissante pour un fonctionnement en régime générateur (voir figure 2.22).

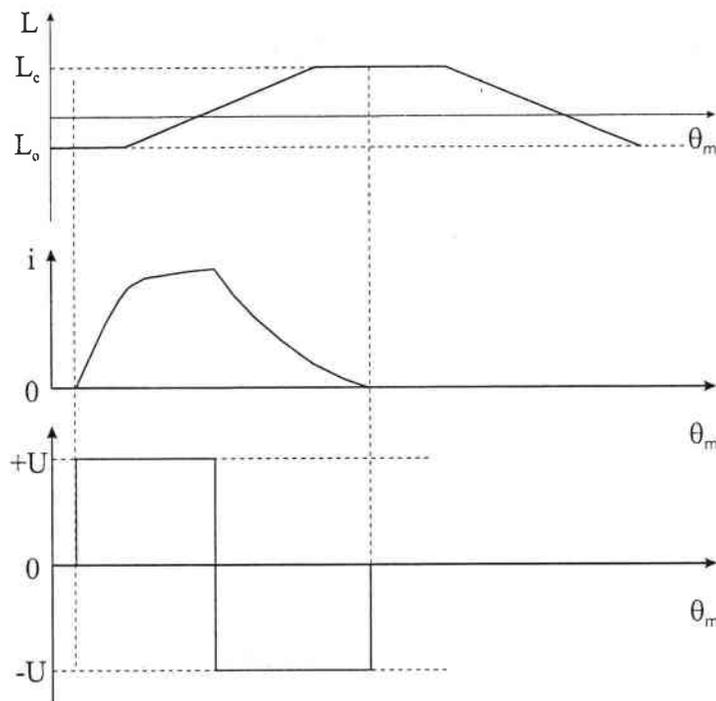


FIG. 2.22 – MLI à deux niveaux de tension (pleine onde de tension)

Plus la vitesse de rotation est grande plus le développement du convertisseur d'alimentation est complexe. Par exemple, pour une MRV de type 6/2 et pour une vitesse de 200000 tr/min, la fréquence d'alimentation d'une phase est de 6,67 kHz. Pour une commande en courant du convertisseur d'alimentation, la fréquence de hachage du convertisseur doit être beaucoup plus grande que la fréquence d'alimentation des phases pour obtenir une bonne maîtrise de la forme du courant. L'augmentation de la fréquence de hachage engendre des difficultés de conception de l'électronique de puissance dues aux commutations à haute fréquence et aux bruits générés par le hachage.

## 2.7 Conclusion

La présentation générale de la machine à réluctance variable a fait l'objet de ce chapitre.

Pour analyser et commander une MRV l'étape de modélisation électro-magnétique est très importante. Nous avons constaté à travers le modèle analytique décrivant le comportement dynamique d'une MRV que la vitesse de rotation est directement influencée par les grandeurs électro-magnétiques. Ainsi, pour une utilisation en temps réel il est important de trouver un modèle électro-magnétique à la fois précis et simple.

Les différentes structures de machines à réluctance variable présentées dans la littérature ont été recensées afin de pouvoir classifier le prototype du laboratoire. Le principe de fonctionnement d'une MRV 6/2 a été présenté et les différents modèles électro-magnétiques utilisés pour caractériser une MRV ont été décrits. Le modèle mécanique d'une MRV a pu alors être détaillé.

# Chapitre 3

## Système de commande en temps réel

Un banc d'essais autour de la MRV a été élaboré pour la validation des algorithmes de commande en boucle ouverte et en boucle fermée. Les différents éléments constituant le banc peuvent être regroupés en quatre blocs distincts. Chaque bloc composant est une structure matérielle. Le bloc « *Utilisateur* » assure l'interaction entre le système et l'utilisateur de l'électrobroche. Pour chaque période d'échantillonnage, l'ordinateur de commande (le bloc « *Commande* ») effectue l'acquisition des grandeurs nécessaires à l'algorithme de commande en utilisant un dispositif d'acquisition (le bloc « *E/S* »), il calcule les commandes et les envoie en entrée du bloc *Puissance*. Le bloc « *Puissance* » (MLI) permet l'asservissement des courants qui alimentent le moteur. Enfin, le dernier bloc comprend le moteur ainsi que tous les capteurs nécessaires à la commande (capteur de position, courants, force, etc.) (figure 3.1). Ces blocs vont maintenant être détaillés dans la suite de ce chapitre.

### 3.1 Bloc de commande

La solution matérielle qui a retenu notre attention pour l'ordinateur de commande est un ordinateur doté de deux processeurs INTEL XEON avec une fréquence d'horloge de  $2.4GHz$ . Les processeurs choisis conditionnent les performances générales de l'ordinateur. Mis à part ce choix, les autres constituants sont les composants classiques d'un ordinateur de calcul scientifique. Nous avons choisi un système d'exploitation en temps réel pour cet ordinateur : linux temps réel. Dans le paragraphe suivant nous donnons quelques éléments qui nous ont fait pencher vers la version temps réel de linux.

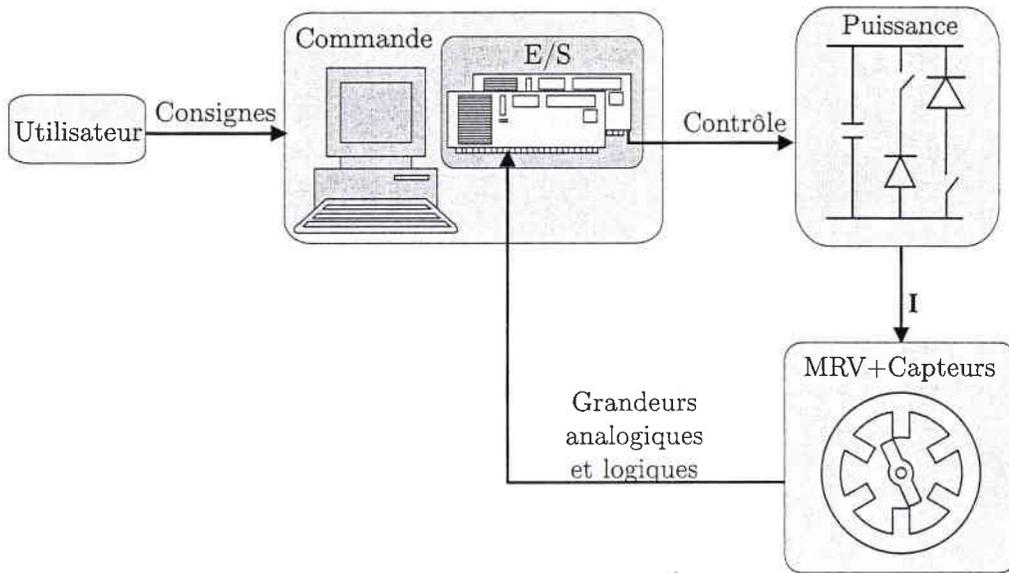


FIG. 3.1 – Structure du banc expérimental utilisé pour la commande de la MRV

### 3.1.1 Systèmes d'exploitation temps réel

On peut définir la qualité «*temps réel*» d'une application comme étant l'aptitude de cette application à répondre à des sollicitations de l'environnement contrôlé, en des temps de réponse en relation avec la constante de temps dominante dans cet environnement. En fait, on peut trouver de nombreuses façons de qualifier l'aspect temps réel d'une application, étant donné que celui-ci est lié au type de processus contrôlé. Une définition plus précise d'une application temps réel peut donc s'écrire comme étant la capacité d'une application à pouvoir appréhender un flux d'événements asynchrones issus d'un processus, sans perdre un seul de ces événements et de traiter chacun d'eux en un temps déterminé. Globalement, il faut retenir que l'un des concepts clés du temps réel est le déterminisme<sup>(1)</sup>. Toutefois, la définition des contrôles mis en place dans le cadre d'une application n'implique pas nécessairement une notion de durée mais plutôt de déterminisme dans la réponse à un événement. Cependant, un système temps réel n'est pas obligatoirement un système rapide [Ripoll, 1998].

Ces dernières années, le secteur des systèmes d'exploitation temps réel s'est profondément modifié sous l'effet de l'arrivée de nouveaux systèmes d'exploitation (SE) et d'une modification importante des modes de commercialisation de ces SE. Dans le domaine du temps réel où le traitement de l'information doit se faire dans les microsecondes suivant un

<sup>1</sup>Un système est dit déterministe lorsque le temps maximal qu'il met pour traiter une tâche quelconque est connu et déterminé à l'avance.

événement, l'*open source*<sup>(2)</sup> devient une nécessité pour des raisons de robustesse, de fiabilité, de sécurité et de maintenance [Jay *et al.*, 2004].

Contrairement aux systèmes d'exploitation classiques, le but d'un système d'exploitation temps réel est de minimiser la complexité. Il n'est pas nécessaire d'avoir un système d'exploitation qui fait beaucoup de choses, ce qui est vraiment important est l'exécution des tâches dans l'ordre prévu et rapidement. Il vaut mieux un système d'exploitation qui prend normalement 10 unités de temps pour accomplir un changement de contexte et qui en prend 12 dans le cas le pire, qu'un autre système d'exploitation qui en moyenne prend 3 unités de temps mais, qui peut mettre jusqu'à 20 unités de temps [Epplin, 2002].

Considérons plus en détail le concept de restriction temporelle. Supposons que l'on cherche à contrôler la vitesse d'un moteur (soumis ou non à une charge variable), et que l'on souhaite le réguler avec un PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé). La régulation PID est une fonction qui à partir d'un certain nombre de valeurs (dans cet exemple, la vitesse du moteur) fournit le signal de commande à appliquer au moteur (la tension d'alimentation du moteur). La théorie qui repose derrière l'algorithme PID, qui d'ailleurs est générale, considère que le temps de calcul est négligeable, c'est à dire que le temps qui s'écoule entre la lecture de la vitesse du moteur et l'envoi de la commande est très court. Dans des circonstances normales, les systèmes prennent un peu de temps. Une autre caractéristique de ce type de régulation est qu'elle doit être exécutée périodiquement, en d'autres termes, l'algorithme PID doit être exécuté régulièrement. Si le temps entre deux appels consécutifs de la fonction PID est trop grand, le moteur peut atteindre une vitesse indésirable.

Pour résumer : la fonction PID peut être vue comme un programme qui doit être exécuté périodiquement ( $P_i$  - période de la tâche  $i$ ) ; depuis le temps écoulé entre le démarrage et l'achèvement ne doit pas dépasser un intervalle de temps maximal spécifié lors de la conception du PID ( $D_i$  - temps limite pour la tâche  $i$ ) et le code du PID nécessite un certain temps en fonction de la vitesse du processeur ( $C_i$  - temps de calcul maximal pour la tâche  $i$ ).

Si le système consiste en une seule tâche, alors, il n'y a pas de problème de temps réel : soit le processeur peut exécuter la tâche dans le temps imparti soit il ne le peut pas. Au cas où le processeur n'est pas assez rapide, on le remplace par un autre plus rapide ou plus puissant.

---

<sup>2</sup>L'*Open Source* contient tous les logiciels libres de droits livrés sous la forme d'un code source et qui ne donne lieu à aucun paiement de royalties lors de l'installation.

Le problème de temps réel apparaît quand la tâche de commande est constituée de plusieurs tâches et qu'il est nécessaire de diviser la puissance du ou des processeurs entre elles. Ceci exclut toute utilisation d'un système à temps partagé classique, comme Linux. Bien sûr il est inutile d'essayer d'écrire des programmes faisant appel au temps réel sous Windows [Ripoll, 1998].

Dans l'industrie informatique, il existe de nombreux systèmes d'exploitation temps réel. Aujourd'hui, avec le monde de l'*open source* et plus particulièrement avec Linux et son implémentation d'interface de programmation de IEEE POSIX 1003.13 (Portable Operating System Interface uniX)<sup>(3)</sup>, il est possible d'écrire des applications temps réel sans avoir recours à un système d'exploitation propriétaire [Epplin, 2002].

Le SE Linux temps réel est un système :

- **puissant** : il permet de faire exécuter simultanément de nombreuses applications à l'ordinateur ;
- **efficace** : contrairement à des systèmes bien plus répandus, il n'utilise pour ses besoins propres que très peu de ressources. Les logiciels exécutés sur l'ordinateur disposent donc de beaucoup plus de puissance pour fonctionner ;
- **fiable** : une machine sous Linux fonctionne 24 h/24 si besoin «sans se plaindre» (si le matériel est prévu pour, en particulier au niveau thermique) ;
- **robuste** : une erreur d'un utilisateur ou un «plantage» éventuel d'une application n'affecte pas le reste du système. D'autre part, il est exceptionnel de devoir l'arrêter : la quasi-totalité des opérations de configuration, mise au point, etc., ne nécessite pas l'arrêt du système ;
- **conforme à la norme POSIX et aux standards du marché**. Cela signifie qu'un logiciel conçu pour un autre système de la même famille (Solaris de Sun, Digital Unix, AIX d'IBM, SCO Unix...) peut être rapidement porté sous Linux et vice versa, ce qui assure une protection de l'investissement logiciel (portabilité) en cas d'obligation de changement de système.

Linux temps réel procure de formidables possibilités dans la programmation temps réel, mais il contient également certaines limites. Bien que Linux ne dispose pas à l'origine de capacités temps réel, plusieurs technologies ont rapidement permis de le rendre déterministe. Soit par l'adjonction d'un exécutif temps réel pour gérer les tâches prioritaires (le noyau Linux est alors considéré comme une tâche de la plus basse priorité), soit en améliorant la préemption

---

<sup>3</sup>POSIX est un ensemble de normes de l'IEEE ayant pour but de standardiser l'interface entre les applications et les différents versions de Unix.

du noyau de Linux. Le projet de préemption du noyau de Linux (soutenu par MontaVista <http://www.mvista.com/>) a adopté la première approche. La deuxième approche est soutenue par RTLinux (<http://www.fsmlabs.com>) et RTAI (<http://www.rtai.org>). La plupart sont disponibles sous une licence libre<sup>(4)</sup>.

Même si ces approches diffèrent dans leurs implémentations et les architectures supportées, ces variantes utilisent toutes le même principe : un noyau temps réel prédictif qui laisse fonctionner sur son temps libre le noyau Linux et ses applications. C'est à dire, qu'au lieu de modifier le noyau de Linux, pour le rendre prévisible, on construit directement sur le processeur un petit noyau (indépendant de celui de Linux) avec un gestionnaire de tâches. Le noyau de Linux tourne au-dessus de lui, partageant le processeur avec les autres tâches temps réel. Linux partage alors le noyau avec d'autres tâches. Plus précisément (voir figure 3.2), Linux est une tâche en arrière plan et ne tourne que lorsqu'aucune autre tâche temps réel n'est active. Le travail consiste alors à découper les applications en une partie critique, la plus petite possible, qui tourne sur le noyau temps réel. Toutes les autres tâches (l'interface graphique, le système de fichiers, la connexion réseau, etc.) profitent de l'extraordinaire richesse du système d'exploitation Linux.

Les tâches temps réel disposent de tous les droits et ont accès à toutes les ressources de la machine.

L'application se présente sous la forme d'un module du noyau qui peut être chargé dynamiquement en utilisant le mécanisme classique de chargement de modules Linux (*ldmod/rmmmod*). Comme tous les modules, les tâches temps réel partagent le même espace d'adressage, à savoir celui du noyau. Par conséquent, la programmation de ce type de module est relativement délicate, car la moindre erreur de programmation est en général fatale pour la stabilité du système. En revanche, cette architecture permet d'augmenter les performances en éliminant les temps de changement de niveau de protection et en raccourcissant le temps de changement de contexte. En contrepartie, toutes les interfaces standard pour accéder aux périphériques (carte réseau, carte d'acquisition...) au niveau utilisateur ne sont plus

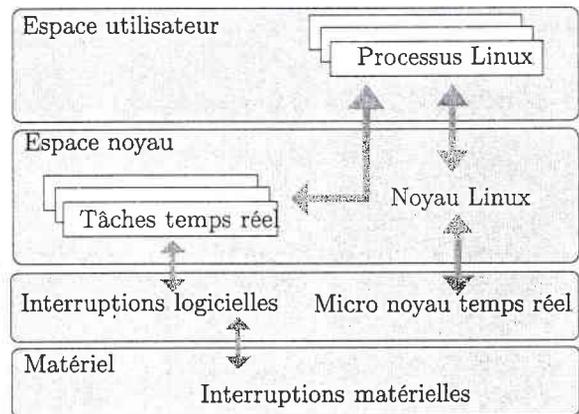


FIG. 3.2 – Architecture des systèmes type micro-noyau Linux temps réel

<sup>4</sup>Les deux variantes indiquées sont disponibles sous licence GPL, mais une version optimisée de RTLinux est disponible uniquement sous une licence propriétaire.

exploitables au niveau noyau. Il est nécessaire pour exploiter ces périphériques d'avoir un pilote au niveau noyau, ce qui est beaucoup moins courant [Welsh, 2003].

Le projet RTAI (pour Real Time Application Interface) a pour origine le département d'ingénierie aérospatiale (DIAPM) de l'Ecole polytechnique de Milan (Politecnico di Milano). Pour des besoins internes, Paolo Montegazza du DIAPM entreprit de développer un produit inspiré de RTLinux mais intégrant quelques améliorations et corrections concernant en particulier les modes temps réel et la gestion des nombres flottants. Contrairement à RTLinux, RTAI ne fut pas développé dans le but de créer un produit commercial mais dans celui surtout d'éviter des coûts de licences sur des SE temps réel propriétaires comme QNX (<http://www.qnx.com/>), alors utilisé au DIAPM.

RTAI est une solution très appréciée dans le domaine universitaire et la recherche. Il reste cependant limité au processeur x86, mais peut être utilisé avec une architecture mono-processeur ou multi-processeur. Il fournit maintenant une API (Application Programming Interface) au niveau utilisateur pour bénéficier des performances du micronoyau et faciliter le développement des applications. Le fait d'utiliser un micronoyau dont le code est réduit permet de connaître plus facilement les différentes configurations d'exécution grâce à des tests de performance. Les développeurs peuvent alors garantir des temps de latence de l'ordre de quelques microsecondes pour les cas les plus défavorables, indépendamment du matériel utilisé.

L'ordonnanceur de RTAI traite le noyau du système d'exploitation Linux comme tâche de faible priorité. Linux s'exécute seulement quand il n'y a aucune tâche temps réel à lancer et quand le noyau temps réel est inactif. La tâche Linux ne peut jamais bloquer les interruptions ou les empêcher d'être acquise par le noyau temps réel. Le mécanisme qui rend cela possible est l'émulation logicielle du gestionnaire d'interruption.

Il y a quelques dispositifs temps réel intrinsèques qui sont réalisés en exécutant des tâches temps réel dans l'espace noyau :

- les activités en temps réel (*threads* ou fils) sont exécutées à l'intérieur de l'espace mémoire du noyau, qui empêche les activités (*threads*) de sortir de la mémoire mais aussi de réduire les temps de latence ;
- les tâches temps réel exécutées en mode superviseur du processeur ont un accès total au matériel ;
- le SE temps réel et les applications sont liés dans un espace «simple» d'exécution, le mécanisme d'appel système est mis en application au moyen d'un appel de fonction simple (n'employant pas une interruption logicielle).

Ainsi, les processus temps réel sont des processus tournant en mode noyau. Toutes les tâches du noyau RTAI sont lancées à l'insertion d'un module (le scheduler temps réel). Elles ne bénéficient pas de mécanismes de protection de l'accès aux ressources et peuvent donc compromettre l'intégrité du système. Une programmation minutieuse est donc nécessaire. Les modules RTAI doivent être insérés préalablement à l'insertion de tout module définissant une tâche temps réel. La communication Linux-RTAI est bidirectionnelle et est assurée par 64 ressources *FIFOs* temps réel (`/dev/rtf0` à `/dev/rtf63`). Ces *FIFOs* peuvent servir de moyen de communication entre deux tâches, pas forcément temps réel.

Dans notre cas, l'ordinateur utilisé pour la commande de la MRV est un ordinateur bi-processeur. Un processeur est dédié aux tâches temps réel tandis que le deuxième gère les tâches Linux (l'interface graphique).

Pour dédier un processeur aux tâches temps réel, l'idée est simplement d'installer une tâche en temps réel vide sur le processeur de traitement réservé. La priorité de cette tâche doit être plus grande que la priorité de la tâche temps réel associée à la commande de la MRV. En effet, la tâche vide exécute une boucle infinie et pour but de réserver le processeur dédié RTAI lorsque la tâche de commande est terminée. De plus, la tâche vide vérifie si une interruption a été adressée de Linux vers le processeur réservée. Si c'est le cas, la tâche a le rôle de bloquer cette interruption et de l'envoyer s'exécuter sur le processeur qui n'a pas été réservé.

## 3.2 Bloc d'E/S

Les périphériques d'E/S permettent de réaliser l'interface entre le bloc de commande temps réel et le bloc (MLI+MRV). Pour que le système de commande de la MRV soit effectivement temps réel, les périphériques d'E/S doivent également posséder des caractéristiques temps réel.

L'utilisation des cartes d'E/S multifonctions directement montées sur le bus PCI de l'ordinateur supportant le système Linux offre de bonnes performances temps réel. En effet, un nombre constant de lectures/écritures dans les registres de la carte d'E/S est nécessaire pour rafraîchir les E/S, soit un temps d'exécution de quelques microsecondes.

La solution technique que nous avons choisie utilise deux cartes d'acquisition multifonctions National Instruments : la NI 6070E et la NI6711. Dans notre système de commande, une des cartes est chargée de l'acquisition de grandeurs analogiques et logiques (NI 6070E) tandis

### 3. Système de commande en temps réel

---

que l'autre (NI 6711) envoie les signaux de contrôle au bloc «Puissance». Les différences entre les deux cartes d'E/S se situent principalement au niveau du nombre de voies capables d'effectuer les conversions N/A et A/N (Tableau 3.1).

Carte E/S	Voies N/A	CNA	Voies A/N	CAN	Voies logiques	Compteurs	Performances
6070E	2	12	8	12	8	2 (24 bits)	max. 1.25Ms/s
6711	0	0	4	4	8	2 (24 bits)	max. 1Ms/s

TAB. 3.1 – Caractéristiques des cartes E/S utilisées

La configuration matérielle des deux cartes peut être vue comme un ensemble de plusieurs sous-systèmes. Chaque sous-système est dédié à une tâche spécifique, comme les conversions A/N, les conversions N/A, les E/S logiques, les interfaces (figure 3.3).

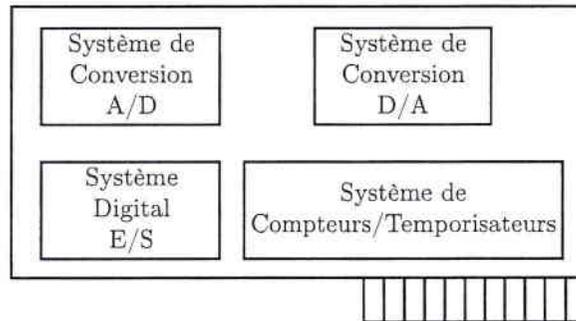


FIG. 3.3 – Structure matérielle d'une carte d'acquisition multifonction NI

Toutes les informations techniques sur la structure matérielle des cartes d'entrées/sorties National Instruments peuvent être trouvées dans les manuels d'utilisation mis à disposition par National Instruments à l'adresse suivante : <http://digital.ni.com/manuals.nsf>.

En général dans un système d'acquisition, on doit être capable d'envoyer les données vers les ressources matérielles (par exemple la période d'échantillonnage), mais aussi de récupérer les informations enregistrées dans les ressources matérielles (par exemple les données et les messages d'erreur). L'échange de l'information est réalisé par les logiciels. Il existe deux types de logiciels : le pilote de la ressource matérielle et l'application. La relation entre la ressource matérielle, le pilote et l'application est représentée dans la figure 3.4.

Le développement des pilotes sous Linux pour la plupart des cartes E/S constitue l'activité du groupe Comedi ([www.comedi.org](http://www.comedi.org)). Ces pilotes sont assujettis à une licence gratuite (LGPL). Nous utilisons les pilotes pour les cartes E/S National Instruments

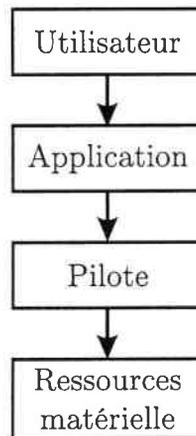


FIG. 3.4 – Diagramme de flux d'information dans un système d'acquisition

seulement pour réaliser l'interface avec le bus PCI. Les pilotes pour les applications de conversions A/N et N/A ont été développés afin de minimiser les temps d'accès aux ressources matérielles. L'algorithme de commande de la MRV calcule les valeurs des trois signaux de contrôle (tensions ou courants des trois phases de la MRV). Les signaux de contrôle numériques sont convertis en grandeurs analogiques par la carte E/S NI6711.

Pour le contrôle en temps réel de la MRV, les différentes tâches à accomplir doivent être synchronisées. Tout d'abord, on doit synchroniser l'acquisition et le renvoi des données en utilisant les deux cartes d'entrées/sorties. Le chronogramme de synchronisation des deux tâches est représenté sur la figure 3.5. Le signal *UPDATE* est généré sur une voie digitale de la carte NI6711. Les pilotes des deux cartes ont été écrits de façon à ce que ce signal suffise pour synchroniser les deux cartes. La stratégie utilisée introduit un retard variable sur la commande, compris entre  $T_e$  et  $2T_e$ , où  $T_e$  représente la période d'échantillonnage du système.

Pour une vitesse de rotation de 200000 tr/min, le rotor parcourt la distance entre deux pôles d'une MRV 6/2 en  $50 \mu s$ . Ainsi, la période d'échantillonnage doit être choisie au minimum égale à  $10 \mu s$  (équivalent à cinq positions entre deux pôles statoriques de la MRV).

Pour la commande d'une MRV 6/2, nous avons besoin de renvoyer trois commandes et d'acquérir au minimum trois grandeurs électriques.

Le temps de conversion A/N pour trois entrées simultanées donné par National Instruments pour la carte 6070E est de  $2,4 \mu s$ . Le temps de conversion N/A pour trois sorties simultanées donné par National Instruments est de  $1 \mu s$ . Donc, nous avons besoin de  $3,4 \mu s$  pour réaliser l'acquisition et le renvoi des données. A cela, on doit ajouter le temps

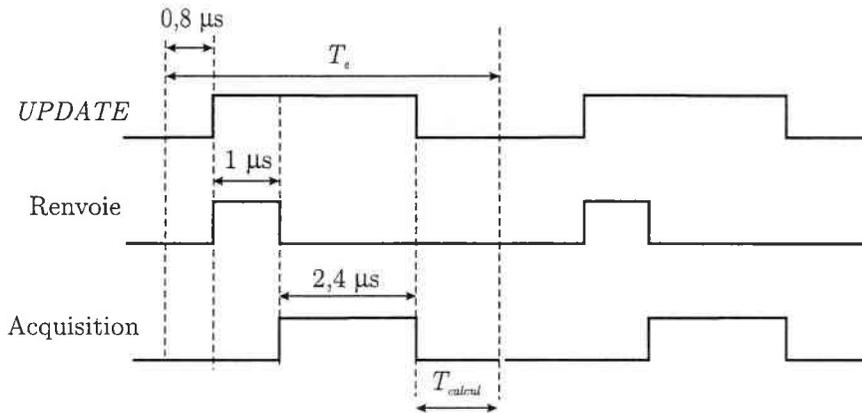


FIG. 3.5 – Chronogramme de synchronisation des tâches

nécessaire pour effectuer une sortie logique (le signal *UPDATE*), qui prend  $0,8 \mu\text{s}$ , le temps de calcul ( $T_{calcul}$ ) et le retard introduit par l'ordonnanceur RTAI ( $4 \mu\text{s}$  dans notre cas).

En fonction de la complexité de l'algorithme de commande (voir le temps mis pour calculer la commande), on pourrait choisir une période d'échantillonnage de  $10 \mu\text{s}$ . Si l'algorithme de commande nécessite plus de  $1,8 \mu\text{s}$ , la période d'échantillonnage doit être augmentée.

Le schéma de la figure 3.6 représente les interactions entre les tâches temps réel pour le système de commande que nous avons réalisé. L'utilisateur envoie les commandes et il reçoit les informations des tâches temps réel. Le flot des données de commande est transmis aux tâches temps réel par une ressource FIFO (*/dev/rtf0*). Le flot des informations provenant des tâches temps réel est transmis en utilisant une autre ressource FIFO (*/dev/rtf1*). Enfin, le flot des signaux provenant des capteurs est utilisé par les tâches en temps réel afin de calculer la consigne de commande.

La synchronisation des tâches temps réel est représentée sur la figure 3.7. La période d'échantillonnage du système de commande est contrôlée par l'ordonnanceur temps réel. Ainsi, l'ordonnanceur temps réel renvoie des signaux de *trigger* pour la tâche NI6711 et la tâche vide. Ensuite, la tâche NI6711 génère un signal de contrôle (*UPDATE*) et envoie la consigne de commande. Le signal de contrôle *UPDATE* active ensuite l'acquisition des signaux des capteurs qui est effectuée par la tâche NI6070E. Les valeurs ainsi acquises sont utilisées pour calculer la consigne de commande qui seront transférées à la tâche NI6711. La tâche vide est tout le temps réveillée et elle devient active que lorsque l'ordonnanceur temps réel a fini de traiter les autres tâches temps réel.

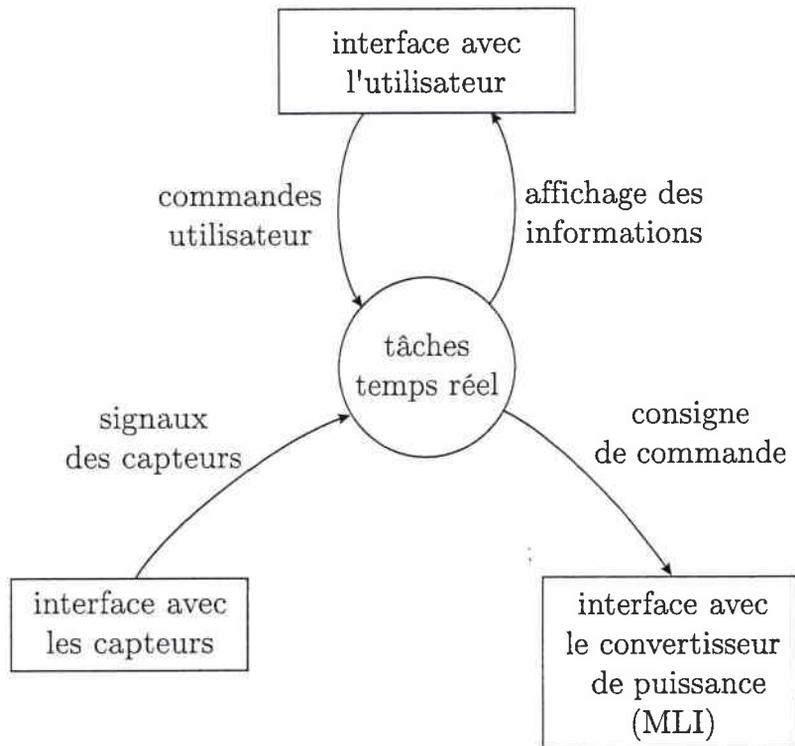


FIG. 3.6 – Diagramme d'interactions avec les tâches temps réel

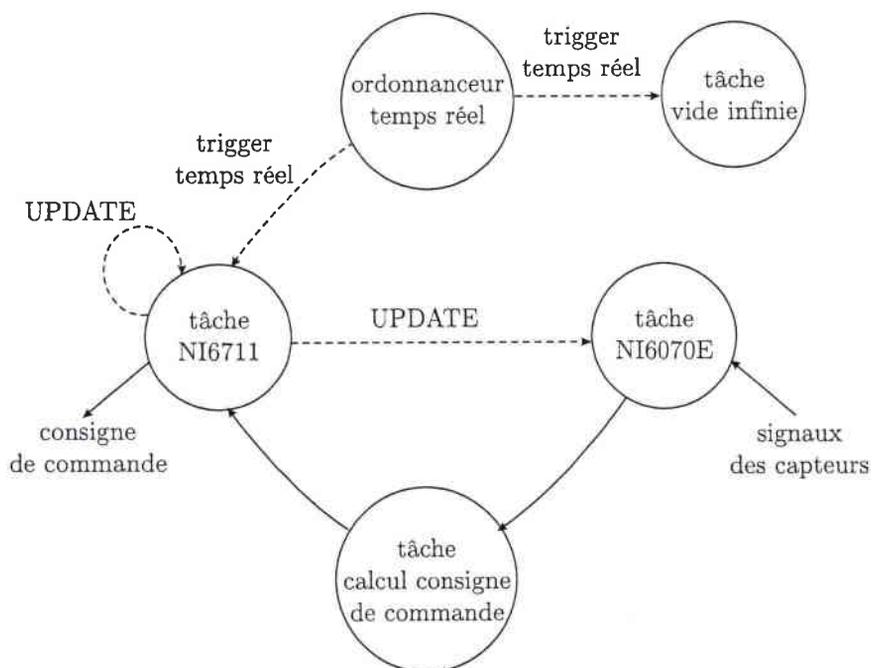


FIG. 3.7 – Synchronisation des tâches temps réel

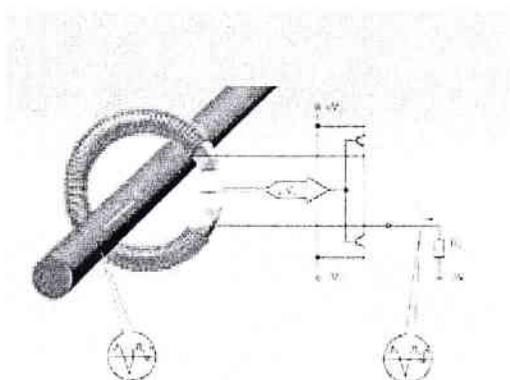
### 3.3 Bloc puissance

Dans le premier chapitre, nous avons vu que le couple ne dépend pas du signe du courant et que la MRV peut être alimentée par des convertisseurs unidirectionnels en courant. La MRV étudiée dans ce travail est alimentée avec un convertisseur en demi-pont asymétrique commandé en MLI à trois niveaux de tension. Le convertisseur a été réalisé au GREA de l'université de Valencia [Gavrilescu, 1998]. La tension et le courant maximum que supportent le convertisseur sont  $U_{max}=150$  V et  $I_{max}=4$  A.

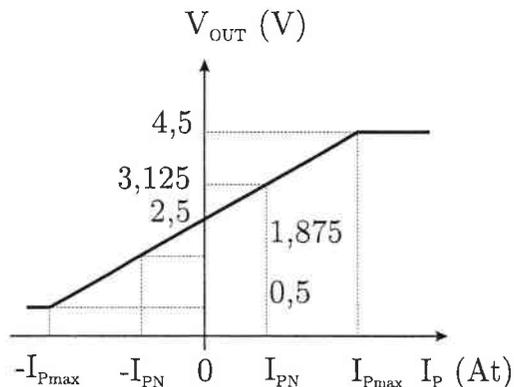
### 3.4 Capteurs associés

#### 3.4.1 Capteur de courant

Trois capteurs de courant à boucle fermée LTS 15-NP de chez LEM (figure 3.8(a)) permettent de mesurer le courant dans les trois phases de la MRV.



(a) Principe de fonctionnement du capteur de courant LTS 15-NP (photo extraite de [LEM, 2004])



(b) Caractéristique du capteur de courant

FIG. 3.8 – Capteur de courant LTS 15-NP

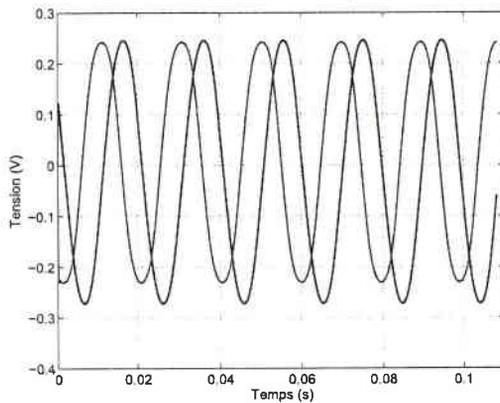
Comme nous pouvons le constater sur la caractéristique du capteur (figure 3.8(b)), pour un courant nul la tension fournie par le capteur est de 2,5 V. Pour que la valeur 0 V corresponde à un courant nul, nous avons réalisé un soustracteur à l'aide d'un amplificateur opérationnel (LM 6181). Afin de réduire le bruit dû au convertisseur de puissance, un filtre actif passe-bas de type Butterworth du deuxième ordre a été réalisé. La fréquence de coupure

du filtre de Butterworth passe-bas est de 5 kHz, la fréquence de découpage du hacheur étant de 20 kHz.

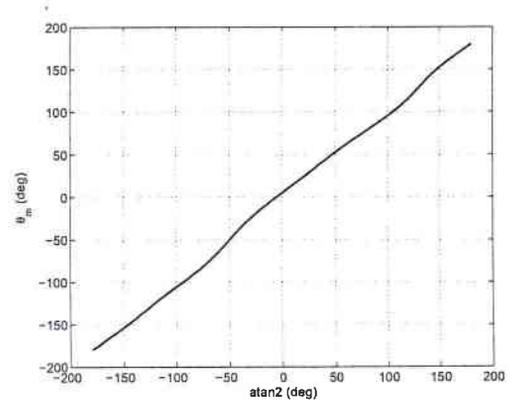
### 3.4.2 Capteur de position

Notre équipe a développé un capteur optique analogique pour la mesure de la position du rotor. Le capteur fournit deux signaux analogiques en quadrature (figure 3.9(a)). Le calcul de  $\text{atan2}$  des deux signaux donne la caractéristique du capteur (figure 3.9(b)). Dans notre cas, la caractéristique du capteur est non linéaire.

Pour linéariser la caractéristique du capteur, la fonction obtenue par  $\text{atan2}$  est approchée par des fonctions *spline* par morceaux (fonction *csapi* de *MATLAB*).



(a) Signaux fournis par le capteur de position



(b) Caractéristique du capteur

FIG. 3.9 – Caractéristique pratique non linéaire du capteur de position

Sous *MATLAB*, la fonction *csapi* donne les fonctions *spline* interpolées entre deux points successifs. Plus la précision est importante, plus le nombre de fonctions *spline* est grand. Le nombre de fonctions *spline* a été réduit de 17356 à 116 par l'interpolation en prenant qu'un seul point sur quinze. L'erreur de position introduite dans ce cas est faible et elle est représentée sur la figure 3.10.

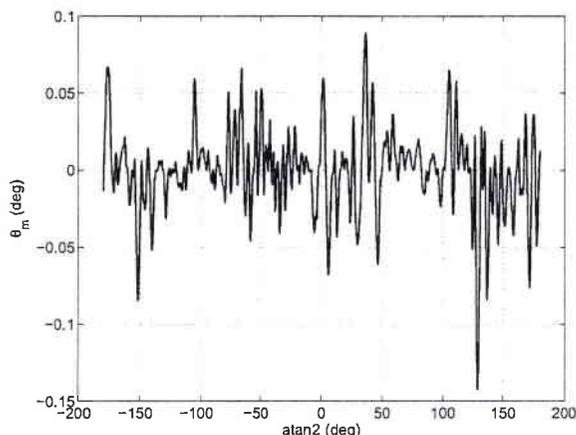


FIG. 3.10 – Erreur sur la position due à l'interpolation *spline*

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le banc expérimental développé pour la mise en pratique des différents algorithmes de commande pour la MRV.

Dans le cadre de ce développement, nous avons réalisé un système très performant de commande en temps réel. L'ordinateur de la commande, un bi-processeur *INTEL* à 2,4 GHz, est équipé d'un système d'exploitation en temps réel. Le noyau Linux temps réel (RTAI), souvent utilisé pour des applications en temps réel a également été choisi dans notre application. Ses principales caractéristiques ont été rappelées dans ce chapitre.

L'acquisition des grandeurs analogiques et le renvoi des commandes sont réalisés grâce à deux cartes d'entrée/sortie montées directement sur les ports PCI de l'ordinateur de commande. Les pilotes des deux cartes d'E/S ont été réécrits afin d'obtenir effectivement les temps de conversion donnés par le constructeur. Ceci nous a permis d'obtenir un fonctionnement du système temps réel avec une période d'échantillonnage de 10  $\mu\text{s}$  minimum.

La commande en boucle ouverte ou en boucle fermée de la MRV est réalisée en utilisant une interface graphique intuitive qui a été développée en utilisant le *toolkit xforms* [xforms, 2002]. L'interface graphique entre l'utilisateur et le système de commande autorise la modification en temps réel de certains paramètres de l'algorithme de commande. Ainsi, la mise au point de la commande est facilitée.

L'ordinateur de commande traite les tâches temps réel et les tâches Linux, plus particulièrement l'interface graphique, sur des processeurs indépendants. Un processeur a été réservé aux tâches temps réel tandis que le deuxième est pris par les tâches Linux. La

solution proposée est très simple et permet d'obtenir de très bonnes performances dans notre cas.

Par la suite, les performances des différentes commandes étudiées dans ce rapport seront évaluées grâce à ce banc expérimental.



# Chapitre 4

## Identification des paramètres d'une MRV

### 4.1 Introduction

L'identification, ou la recherche de modèles à partir de données expérimentales, est une des préoccupations communes à la plupart des disciplines scientifiques. Elle désigne à la fois une démarche scientifique et un ensemble de techniques visant à déterminer des modèles mathématiques capables de reproduire aussi fidèlement que possible le comportement dynamique d'un système. Cette méthodologie, généralement développée au sein de la communauté automatique, s'appuie sur la théorie des systèmes et utilise différents outils issus des mathématiques appliquées, du traitement statistique du signal, de la théorie de l'information ainsi que de la physique. Elle se concrétise par des algorithmes de traitement de données expérimentales.

De nombreux problèmes d'ingénierie, où un système doit réagir en fonction de mesures effectuées, nécessitent la représentation du phénomène mesuré sous la forme d'un modèle mathématique dépendant d'un nombre fini de paramètres. C'est la connaissance du *modèle* qui permet de concevoir et de mettre en œuvre la *commande du système*.

Pour les systèmes dynamiques, les modèles utilisés pour l'identification peuvent être classés selon deux types : les *modèles paramétriques* et les *modèles non paramétriques*. La forme du modèle se déduit de considérations physiques (mécanique, électricité...) sur les phénomènes étudiés et tient compte de simplifications de manière à éviter de concevoir des implémentations trop complexes. En général, le modèle ne rend pas rigoureusement compte

de la réalité. D'ailleurs, les mesures sont la plupart du temps entachées de bruit, et un modèle trop complexe ne présenterait pas plus d'intérêt pratique qu'un modèle simplifié. Cependant, même si la forme du modèle paramétrique est connue, la valeur des paramètres ne l'est pas toujours. On peut raisonnablement considérer que les bonnes valeurs des paramètres seront celles pour lesquelles les valeurs des mesures prédites par le modèle seront proches de celles effectivement obtenues à partir du système physique étudié.

L'identification des paramètres d'une machine électrique peut être réalisée en boucle ouverte ou en boucle fermée. Cependant, l'identification en boucle ouverte est difficile voire impossible à réaliser pour les systèmes instables [Landau and Voda, 2001]. D'après [Söderström and Stoica, 1989] il existe plusieurs méthodes d'identification des paramètres d'une machine électrique en boucle fermée :

- la méthode directe : dans ce cas, on n'a pas besoin de connaissances a priori de la boucle de retour. On utilise les mesures des entrées et des sorties pour identifier les paramètres du système en boucle ouverte. Cette approche est habituellement utilisée pour les systèmes lorsque la boucle de retour est inconnue ou non linéaire. Cette méthode a été utilisée dans [Eker, 2004] pour identifier les paramètres d'un moteur à courant continu.
- la méthode indirecte : dans ce cas, la boucle de retour est supposée connue. Le système en boucle fermée est identifié, puis le système en boucle ouverte est déterminé en utilisant le système identifié en boucle fermée et la loi de retour. Dans [Kara and Eker, 2004], les auteurs ont identifié les paramètres d'un moteur à courant continu en utilisant cette approche.
- la méthode couplée entrées/sorties : dans ce cas, les entrées et les sorties du système en boucle fermée constituent la réponse d'un nouveau système multivariable à une entrée externe (le bruit). L'identification des paramètres du système en boucle ouverte est obtenue par identification du système multivariable.

On constate que le choix entre les différentes méthodes d'identification en boucle fermée est habituellement basé sur les connaissances de la boucle de retour, de la structure du régulateur utilisé et de la consigne. Si on peut mesurer les entrées et les sorties du système on utilise la méthode directe. Si la boucle de retour est connue, on peut utiliser la méthode indirecte même si les entrées du système ne peuvent pas être mesurées. Dans [Ljung, 1987], les auteurs montrent que les résultats d'identification en utilisant la méthode directe ou

indirecte sont identiques si on connaît la consigne, les entrées du système et la boucle de retour.

- Il existe plusieurs stratégies d'identification des paramètres d'une machine électrique :
- l'identification à partir des paramètres dimensionnels : cette méthode nécessite des connaissances détaillées de la machine, comme la structure géométrique et les propriétés des matériaux. L'estimation des paramètres est obtenue à l'aide des logiciels de simulation par éléments finis [Filicori *et al.*, 1993], [Anwar *et al.*, 2001], [Chancharoensook and Rahman, 2004]. Les résultats obtenus avec cette méthode sont très précis si les dimensions et les matériaux sont bien connus.
  - l'identification fréquentielle : dans ce cas on considère le point de vue fréquentiel, avec l'analyse harmonique qui donne directement la réponse fréquentielle du système à partir des signaux sinusoïdaux, et avec l'utilisation de la transformée de Fourier. L'identification des paramètres se résume à identifier la fonction de transfert du système en boucle ouverte.
  - l'identification par corrélation temporelle (réponse impulsionnelle ou indicielle) : dans ce cas on étudie la réponse du système à une entrée de type échelon ou impulsion. Cette méthode constitue le test de base qu'on doit commencer par chercher à réaliser chaque fois qu'il est possible d'exciter par un échelon le système à identifier [de Larminat and Thomas, 1977]. L'identification des paramètres revient alors à identifier la fonction de transfert du système en boucle ouverte. Cette méthode a été appliquée sur un moteur à induction dans [Moon and Keyhani, 1994].
  - l'identification par la méthode du modèle : on parle de la méthode du modèle chaque fois que l'on identifie des paramètres sur la base d'un écart résultant d'une simulation des équations du modèle [de Larminat and Thomas, 1977]. L'identification des paramètres revient à identifier chacun des paramètres du modèle [Moons and Moor, 1995] [Lindenmeyer *et al.*, 2001] [Koubaa, 2004]. Cette stratégie est la plus répandue dans la littérature.
  - l'identification en temps réel : ce type d'identification est habituellement couplé à une commande adaptative. Cette stratégie permet d'ajuster les paramètres du contrôleur en fonction des paramètres estimés du procédé à commander [Castaldi *et al.*, 2002] [Sayeed *et al.*, 1998], [Mir *et al.*, 2001].

La méthode d'identification à partir des paramètres dimensionnels a été essayée pour l'identification des paramètres électriques de la MRV. Malheureusement au jour

d'aujourd'hui, on ne dispose pas des données précises sur les tôles utilisées lors de la réalisation du prototype. Ainsi, les résultats obtenus avec cette méthode nous ont permis d'obtenir une première estimation des paramètres électriques.

Les méthodes d'identification fréquentielle et d'identification par corrélation temporelle mènent habituellement aux modèles non paramétriques. Ces modèles peuvent être ensuite paramétrisés afin d'obtenir des estimations des paramètres de la machine. Ces méthodes ne sont pas courantes car il peut exister des paramètres non observables et dans ce cas le modèle paramétrique ne tient pas compte de ces paramètres.

L'identification en temps réel aurait pu être une des méthodes utilisées pour l'identification des paramètres de la machine mais dans notre cas, nous avons préféré utiliser la méthode du modèle. Cette dernière méthode présente quelques avantages qui vont être exposés par la suite.

L'ensemble des problèmes considérés dans ce chapitre porte essentiellement sur l'estimation expérimentale de coefficients. On appelle *problème direct* le calcul des solutions du système en connaissant les coefficients de son modèle, mais, les coefficients sont souvent mal connus.

Il faut donc résoudre le *problème inverse* : étant données des mesures sur une observation du système, déterminer une estimation des coefficients du système dynamique considéré. Le problème d'estimation de paramètres est souvent formulé comme un problème de minimisation au sens des moindres carrés de l'erreur de sortie en utilisant le modèle direct (figure 4.1).

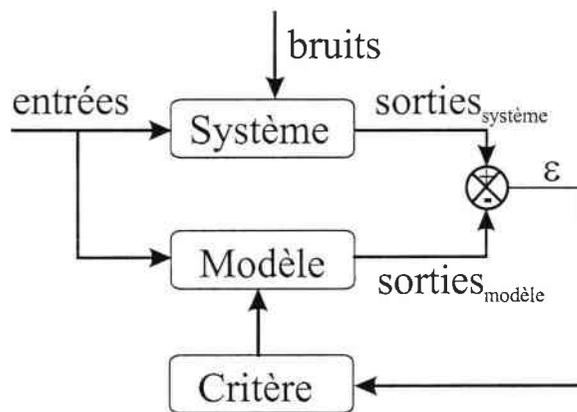


FIG. 4.1 – Méthode d'identification basée sur l'erreur de sortie

Il existe d'autres critères mieux adaptés au traitement de certains problèmes, mais le critère quadratique présente deux avantages. Premièrement, sa mise en œuvre est

généralement assez simple, en particulier si les mesures prédites sont une fonction linéaire des paramètres, la résolution du problème se ramène à la résolution d'un système linéaire. Deuxièmement, il correspond à un type de correction réaliste : un écart faible entre les données prédites et les données mesurées indiquera une bonne adéquation entre le modèle et le système physique, tandis qu'un écart élevé indiquera un mauvais ajustement des paramètres du modèle [Walter and Pronzato, 1997]. La démarche générale de la méthode de moindres carrés est détaillée dans l'annexe A.

Les *problèmes inverses*, tels qu'ils viennent d'être décrits, présentent de nombreuses difficultés liées à leur non linéarité, à leur taille, au fait qu'ils sont très gourmands en temps de calcul et qu'ils sont souvent mal posés<sup>(1)</sup>. Les problèmes d'estimation de paramètres demeurent, en dépit des progrès accomplis ces dernières années, des problèmes difficiles, essentiellement en raison de leur non linéarité intrinsèque. Les non linéarités rendent le problème d'identification particulièrement complexe. Cela est d'autant plus important que l'on traite ici de paramètres physiques qui ont une signification pour les ingénieurs, contrairement aux paramètres des modèles de type boîte noire. En matière d'identification, il ne suffit pas de disposer d'un algorithme qui fournit les valeurs des paramètres. Il s'agit également de s'interroger a priori sur l'unicité de la solution optimale (identifiabilité), et sur les conditions d'excitation du système (entrée optimale ou suffisamment riche). Ces dernières années, le savoir-faire a considérablement évolué et on peut aujourd'hui classer les grands axes d'un problème d'identification [Söderström and Stoica, 1989] :

- **Choix de la formulation.** Suivant la façon dont est formulé le problème inverse (le choix des paramètres à estimer, le choix du critère à minimiser), le problème de minimisation associé est plus ou moins bien posé. Une bonne compréhension du problème physique est nécessaire pour faire les bons choix.
- **Choix de la paramétrisation.** C'est souvent un problème non trivial que de choisir la représentation discrète des paramètres à estimer. Ce choix a aussi une influence sur le conditionnement du problème de minimisation associé.
- **Identifiabilité.** La question se pose toujours, de façon théorique et pratique, de savoir si les mesures sont suffisantes pour estimer les paramètres que l'on cherche, et comment l'incertitude sur les mesures se répercute sur les paramètres estimés. Les questions de stabilité et d'identifiabilité sont donc au cœur de l'estimation de

---

<sup>1</sup>Un problème mal posé est un problème dont la solution n'existe pas ou elle n'est pas unique ou elle ne dépend pas de façon continue des données.

paramètres et sont intimement liées au choix de la paramétrisation.

Généralement, le processus d'identification des paramètres peut être décomposé selon le schéma de la figure 4.2 [Lennart, 1987]. Après avoir mis au point un protocole d'expérimentation, le choix du modèle est primordial pour l'identification des paramètres. Ensuite, la validation de l'estimation des paramètres permet ou non d'utiliser le modèle choisi pour l'analyse des performances du système réel.

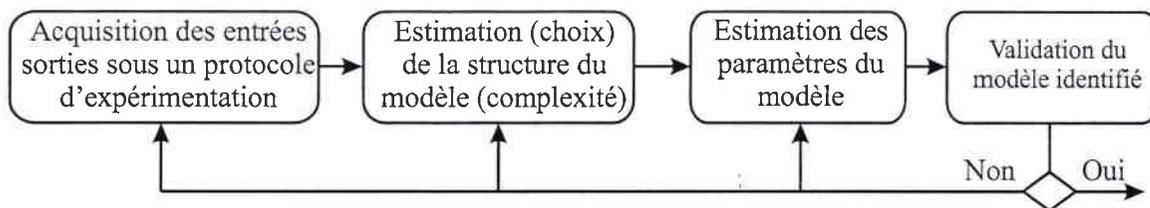


FIG. 4.2 – Organigramme relatif au processus d'identification

Après l'identification des paramètres on doit procéder à une validation des valeurs obtenus. Plusieurs stratégies peuvent être réalisées :

- la validation directe par calcul de l'erreur de prédiction sur le signal d'excitation utilisé lors de l'identification ;
- la validation croisée sur un signal d'excitation différent ;
- l'identification des paramètres à vide, puis avec une charge connue et comparaison des valeurs identifiées avec les valeurs *a priori* ;
- la validation par élaboration d'une simulation.

Comme nous l'avons déjà évoqué, nous utilisons la méthode du modèle pour l'identification en boucle ouverte des paramètres de notre machine. Après un court rappel des différentes méthodes permettent de mesurer l'inductance d'une MRV, nous recherchons dans un premier temps, une expression analytique qui modélise la loi de l'inductance. Nous avons mis au point un protocole d'expérimentation pour estimer le profil de l'inductance d'une phase de la MRV. La méthode que nous proposons n'utilise pas de capteur de position. Ensuite, l'identification des paramètres du modèle mécanique de la MRV nous permettra de compléter la modélisation de la MRV. De plus, le protocole d'expérimentation proposé permet d'identifier les paramètres mécaniques de la MRV sans avoir besoin de capteur de position.

Parmi les différentes stratégies de validation de l'identification, nous utilisons la validation croisée. Le protocole d'expérimentation ainsi que les résultats de l'identification vont être présentés avant de conclure sur l'identification des paramètres d'une MRV.

## 4.2 Mesure et identification sans capteur de position de l'inductance

Dans le modèle mathématique de la MRV (équation 2.52) développé dans le premier chapitre, l'inductance du circuit magnétique de la machine joue un rôle important, tant dans l'équation qui décrit la dynamique mécanique que dans celle qui décrit la dynamique électrique de la machine. La variation du courant ainsi que le couple électromagnétique sont fonction de l'inductance, qui à son tour dépend de la position du rotor et du courant. L'implantation d'une commande nécessite impérativement une modélisation aussi précise que possible de cette grandeur.

L'identification de l'inductance consiste à identifier son profil, c'est à dire à trouver la fonction  $L(i, \theta)$ , et donc à trouver un modèle qui minimise l'écart entre les mesures effectuées et le modèle. Ainsi, nous sommes amenés à nous intéresser aux différentes méthodes de mesures de l'inductance d'une MRV. Ces méthodes correspondent aux principaux types de capteurs d'inductance [Texas, 1997]. Deux classes de méthodes peuvent ainsi être distinguées : une classe de méthodes «dynamiques» et une autre classe de méthodes «statiques». On parle d'une méthode «dynamique» si l'inductance est mesurée lorsque la MRV fonctionne en boucle ouverte ou en boucle fermée, et d'une méthode «statique» si l'inductance est obtenue lorsque la MRV est à l'arrêt.

### 4.2.1 Mesure «dynamique» de l'inductance

Lorsque la MRV fonctionne, à tout instant il n'y a qu'une seule phase d'alimentée (la phase principale) et au moins une autre phase dans laquelle le courant est nul (les phases secondaires). Ces deux propriétés de la MRV sont utilisées pour développer plusieurs techniques de mesure de l'inductance.

Une des solutions consiste à appliquer des signaux de mesure aux bornes de la phase secondaire. Par exemple, si une impulsion de tension  $u$  durant  $\Delta t$  est appliquée à cette phase

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

la mesure de la variation du courant  $\Delta i$  dans cette phase permet de calculer l'inductance :

$$L = u \frac{\Delta t}{\Delta i} \quad (4.1)$$

Une autre technique consiste à utiliser les mesures du courant établi dans la phase principale et de la tension aux bornes de cette même phase. Ces mesures ne nécessitent pas l'utilisation de capteurs spéciaux et sont donc facilement réalisables. Dans ce cas, l'inductance peut être calculée en utilisant directement les mesures des courants et des tensions ainsi prélevées :

$$L(t) = \frac{\Phi(t)}{i(t)} \quad (4.2)$$

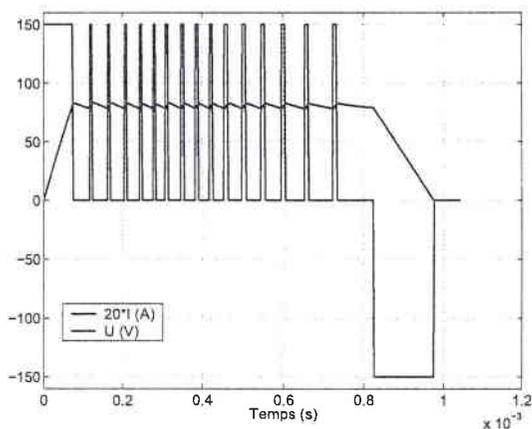
où  $L(t)$ ,  $\Phi(t)$  et  $i(t)$  représentent respectivement l'inductance, le flux dans le circuit magnétique et le courant dans la phase à l'instant  $t$ .

$\Phi(t)$  est obtenu par l'intégration de l'équation (2.46), et donc l'inductance s'exprime par :

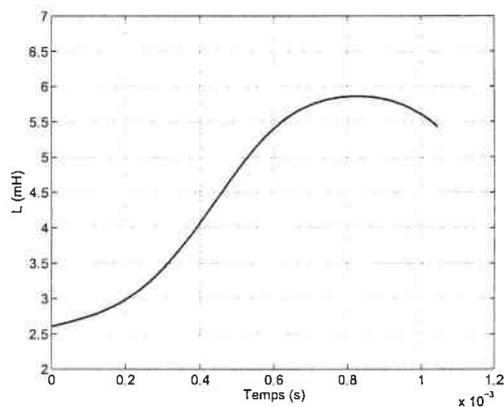
$$L(t) = \frac{\Phi_0 + \int_0^t (u(t) - Ri(t)) dt}{i(t)} \quad (4.3)$$

où  $\Phi_0$  représente le flux rémanent de la phase.

Les résultats théoriques de cette méthode sont illustrés par les figures 4.3(a) et 4.3(b).



(a) Le courant et la tension d'alimentation d'une phase



(b) L'inductance déduite des mesures

FIG. 4.3 – Méthode de mesure dynamique de l'inductance

En pratique, l'équation (4.2) est une modélisation grossière de la réalité car l'ensemble des pertes électriques et électromagnétiques n'est pas pris en compte. Ainsi, une étude préliminaire portant sur l'évaluation des pertes de la MRV semble inévitable

[Krishnan, 2001]. En plus, les composants électroniques (transistors et diodes) du convertisseur d'alimentation forment une source non négligeable de perturbations. Les commutations du convertisseur forment la principale source du bruit dans le circuit de mesure. Des filtres passe-bas, pour réduire le bruit des commutations dues au convertisseur, doivent être prévus afin d'améliorer la précision des calculs.

Pour une MRV, l'intervalle pendant lequel la phase active est alimentée dépend de sa structure physique et de la stratégie de commande choisie. Ainsi, seules les valeurs de l'inductance pendant cet intervalle de commande peuvent être mesurées.

#### 4.2.2 Mesure «statique» de l'inductance

Cette technique de mesure utilise les principes de base de l'électrotechnique. En effet, lorsque la MRV est à l'arrêt, une phase de la MRV est vue comme un circuit électrique comportant en première approximation une résistance (la résistance du bobinage autour des pôles statoriques) et une bobine (l'enroulement) (figure 4.4). Si une tension sinusoïdale  $u$  est appliquée aux bornes de ce circuit, l'inductance du circuit magnétique peut être calculée en exploitant soit les amplitudes de la tension et du courant, soit le déphasage entre la tension appliquée aux bornes du circuit et le courant dans le circuit.

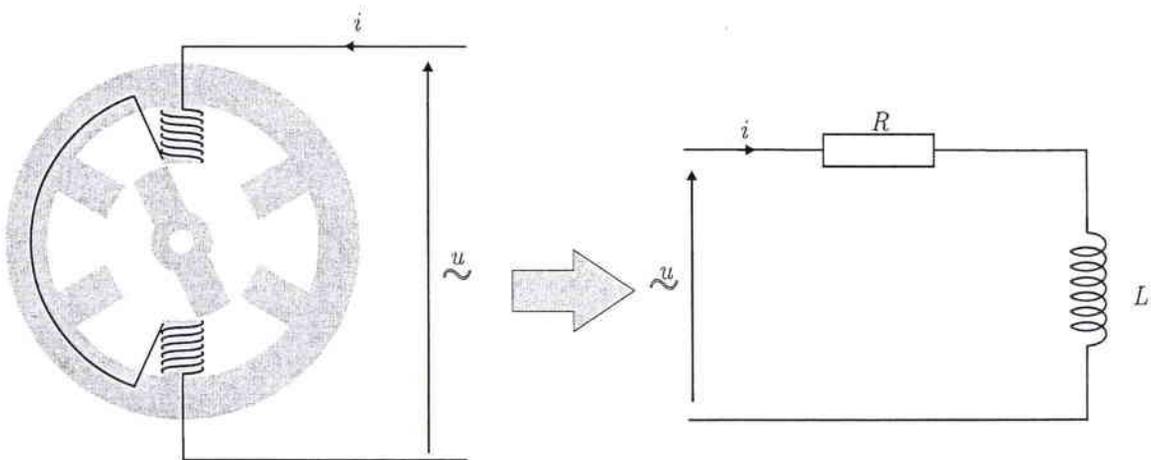


FIG. 4.4 – Circuit équivalent simplifié d'une phase de la MRV

### 4.3 Identification du profil de l'inductance

Dans le cas où la MRV est équipée d'un capteur de position, l'identification du profil de l'inductance est un problème facile à résoudre et qui présente peu d'intérêt. Le profil de l'inductance peut être déterminé par la méthode de mesure statique de l'inductance pour toutes les positions du rotor comprises entre la position d'opposition et la position de conjonction. Le cas contraire suscite beaucoup plus d'intérêt parmi les chercheurs. La loi de l'inductance peut être identifiée en utilisant les techniques de modulation/démodulation de fréquences, d'amplitudes ou de phases. Ces méthodes ont été expérimentées sur une MRV pour la première fois par [Ehsani, 1992].

Le principe de la méthode consiste à appliquer une faible tension sinusoïdale aux bornes d'une des phases de la MRV. Ce signal joue le rôle de la porteuse dans un schéma de modulation classique. La MRV est ensuite entraînée à une *vitesse constante*  $\Omega$  par l'intermédiaire d'un moyen externe (par exemple, un moteur à courant continu) (figure 4.5(a)). L'inductance étant une fonction périodique de la position, la fréquence de modulation est ainsi donnée par la vitesse d'entraînement du rotor. Le choix de cette vitesse résulte d'un compromis entre un taux d'ondulation de vitesse faible et la période d'échantillonnage de la porteuse. Les valeurs de l'inductance du circuit magnétique à différents instants peuvent être obtenues soit par démodulation d'amplitude, soit par démodulation de phase.

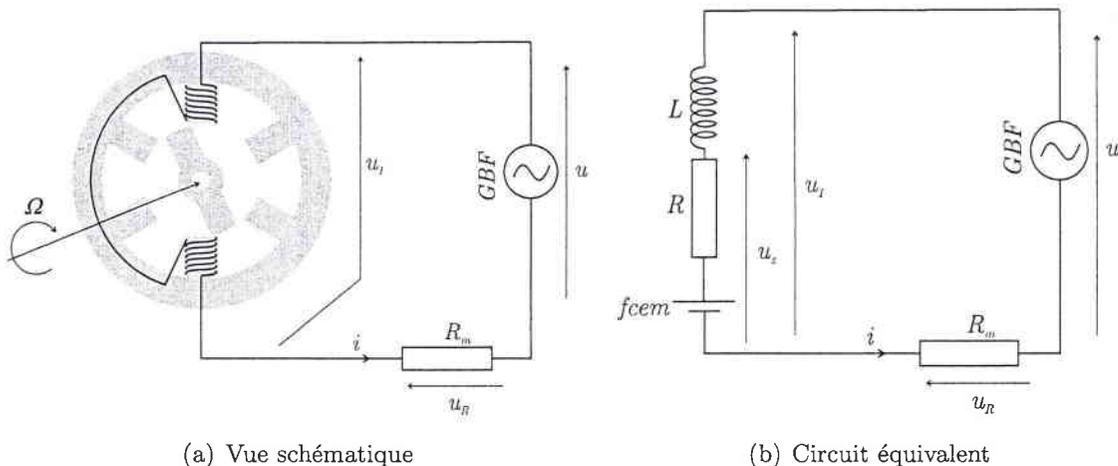


FIG. 4.5 – Principe de l'identification du profil de l'inductance d'une MRV

La figure 4.5(b) représente le circuit équivalent de l'expérience proposée. La résistance de mesure  $R_m$  est utilisée afin de faciliter la mesure du courant  $i$ . La force contre-électromotrice développée dans les parties magnétiques de la machine, due à l'entraînement

du rotor à une vitesse constante, doit aussi être prise en compte dans les calculs de l'inductance. Les mesures des tensions et des courants suffisent à elles seules à calculer l'inductance. Ces mesures sont prélevées grâce à un système d'acquisition numérique simple, par exemple un oscilloscope numérique.

La conversion analogique numérique des signaux acquis introduit des bruits dus à la résolution des convertisseurs. Ce bruit perturbe l'identification et doit par conséquent être filtré. Nous avons choisi d'utiliser un filtre numérique de type médian pour sa simplicité d'implantation (programmation rapide). Le filtre médian, très utilisé dans le domaine du traitement de l'image [Fisher, 2003] [Watson, 2003], a pour but de supprimer les bruits impulsionnels<sup>(2)</sup> dans une image. Les filtres médians sont des filtres non linéaires. Le résultat du filtrage médian est que les points ayant une valeur éloignée de celle de ses voisins sont forcés à la valeur de leurs voisins. Pour supprimer le bruit impulsionnel, on s'intéresse aux valeurs des points voisins au point que l'on considère. Ensuite, on trie tous les points en fonction de leur valeur et on prend le point avec la valeur médiane comme point résultant du filtrage.

Le problème de l'identification du profil d'inductance peut être décomposé en plusieurs étapes. Une première étape consiste à calculer les valeurs de l'inductance à partir des mesures effectuées (figure 4.5). Pour ce faire, la technique de démodulation d'amplitude va nous permettre d'obtenir l'inductance à partir des signaux modulés. Dans une deuxième étape, nous allons extraire seulement les valeurs de l'inductance comprises entre deux maximums successifs. Sous certaines hypothèses, que nous verrons plus tard, nous pouvons associer à chaque valeur de l'inductance obtenue précédemment une position du rotor. Le choix d'un modèle pour la loi d'inductance et l'identification des paramètres de ce modèle forment la troisième étape.

### 4.3.1 Acquisition et démodulation des signaux de mesure

En appliquant une faible tension sinusoïdale de pulsation  $\omega_0$ , les signaux  $u$ ,  $u_R$ ,  $u_1$  (voir figure 4.5(a)) sont acquis en utilisant un oscilloscope numérique<sup>(3)</sup> (figure 4.6). L'oscilloscope utilisé dispose d'une mémoire d'enregistrement des signaux très importante (max.  $10^6$  points pour une base de temps comprise dans l'intervalle [40 ns, 1000 s]).

---

<sup>2</sup>Par bruit impulsionnel, on désigne des points qui seraient présents dans un signal et qui sont très différents de leurs voisins.

<sup>3</sup>L'acquisition des différents signaux a été réalisée en utilisant l'oscilloscope Tektronix TDS5054B

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

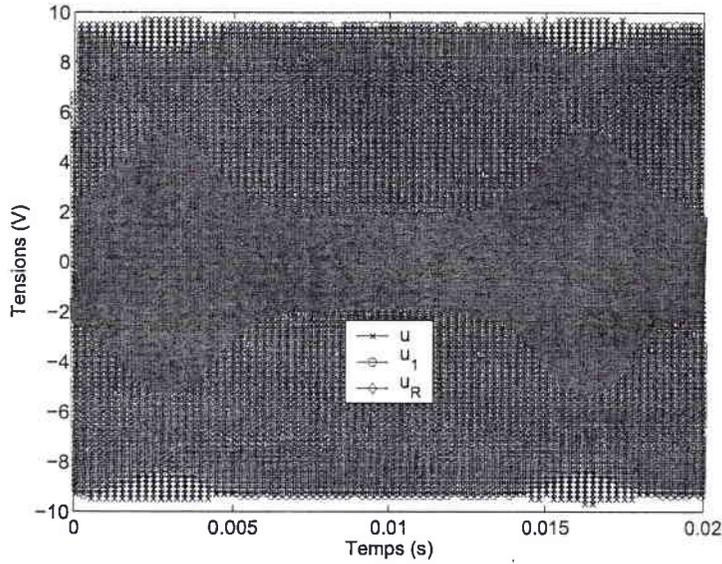


FIG. 4.6 – Signaux enregistrés suite à l'expérience proposée (fréquence de la porteuse  $f_0 = 4$  kHz,  $R_m = 330\Omega$ )

Les valeurs d'inductance à différents instants vont être calculées en utilisant la méthode de démodulation en amplitude. La démodulation des signaux acquis est réalisée

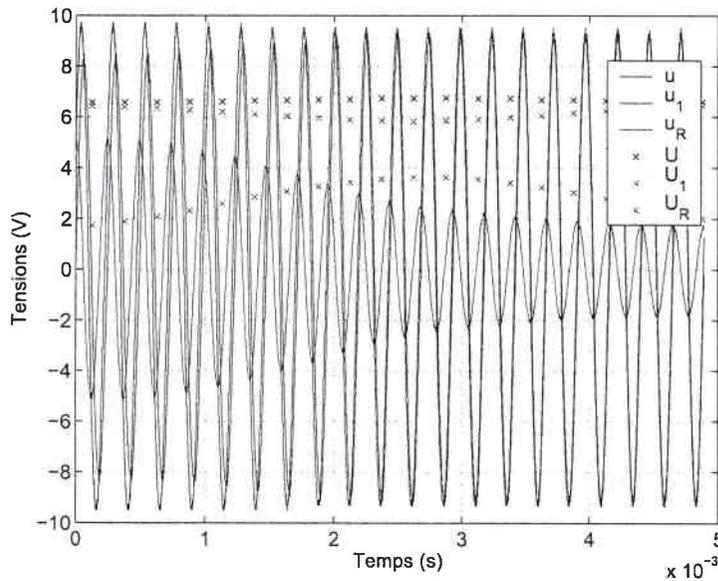


FIG. 4.7 – Signaux modulés et les valeurs efficaces correspondantes

par traitement numérique des signaux enregistrés. En connaissant la pulsation de la porteuse (la tension sinusoïdale  $u(t)$ ) et en utilisant un traitement numérique des signaux on peut

facilement identifier chaque sinusoïde de la porteuse. Ensuite les valeurs efficaces des tensions correspondant à une période  $T_0$  de la porteuse sont calculées (4.7). Il est important d'utiliser un oscilloscope équipé d'une bonne capacité de stockage car la précision des résultats (pour le calcul des valeurs efficaces) est liée à la mémoire de l'oscilloscope.

Afin d'obtenir les valeurs de l'inductance à partir de signaux démodulés, les propriétés géométriques du graphe de Fresnel du circuit présenté dans la figure 4.5(b) sont utilisées.

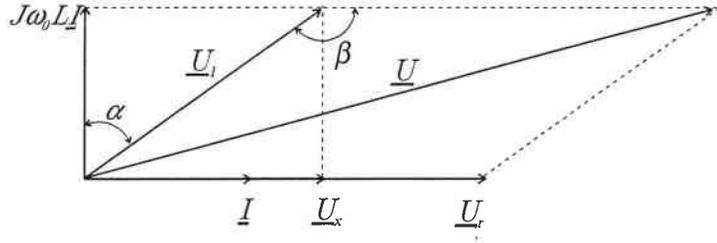


FIG. 4.8 – Graphe de Fresnel associé au circuit 4.5(b)

Pour le circuit de la figure 4.5(b), la tension aux bornes de la phase excitée s'exprime par :

$$U_1^2 = U_x^2 + (L\omega_0 I)^2 \quad (4.4)$$

où  $U_1$ ,  $U_x$ ,  $I$  représentent respectivement les valeurs efficaces pour chaque alternance de la porteuse. Le courant efficace dans le circuit est déduit de la tension mesurée aux bornes de la résistance  $R_m$  et il s'exprime par  $I = \frac{U_r}{R_m}$ .

Afin d'obtenir une modélisation précise de l'expérience proposée nous devons prendre en compte la force contre-électromotrice :

$$U_x = RI + FCEM \quad (4.5)$$

où  $U_x$ ,  $R$  et  $FCEM$  représentent respectivement la valeur efficace de la tension  $u_x(t)$ , la résistance du bobinage, la valeur efficace de la force contre-électromotrice. Pour que l'équation (4.5) soit valable, nous devons nous assurer que la force contre-électromotrice et le courant  $i(t)$  sont en phase. Ainsi, pour une position donnée du rotor la force contre-électromotrice s'exprime par :

$$f_{cem}(t) = i(t) \frac{\delta L}{\delta \theta_m} \Omega \quad (4.6)$$

On remarque que la force contre-électromotrice est directement dépendante du courant (le terme  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m} \Omega$  étant constant pour  $\theta_m$  donné) et en phase avec le courant.

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

---

En utilisant les propriétés géométriques du graphe de Fresnel (voir figure 4.8), on obtient :

$$U^2 = (U_x + U_r)^2 + (\omega_0 LI)^2 \quad (4.7)$$

ou

$$U^2 = U_r^2 + 2U_x U_r + U_1^2 \quad (4.8)$$

et donc

$$U_x = \frac{U^2 - U_r^2 - U_1^2}{2U_r} \quad (4.9)$$

Ainsi, l'inductance est obtenue par :

$$L = \frac{\sqrt{U_1^2 - U_x^2}}{\omega_0 I} \quad (4.10)$$

Pour chaque sinusoïde précédemment identifiée, on calcule la valeur d'inductance en utilisant l'équation (4.10). En exploitant la totalité des mesures, on obtient le profil d'inductance (figure 4.9).

**Remarque :** L'inductance peut aussi être calculée en utilisant la démodulation de phase. Dans ce cas, le déphasage ( $\alpha$  sur la figure 4.8) entre la tension aux bornes de la phase et le courant dans la phase permet d'obtenir les valeurs de l'inductance à différents instants.

Le déphasage  $\alpha = \frac{\beta - \pi}{2}$  est obtenu en exploitant les propriétés géométriques du graphe de Fresnel. L'angle  $\beta = \pi - (\widehat{U_1, U_R})$  est obtenu grâce aux calculs des tensions efficaces ( $U$ ,  $U_R$  et  $U_1$ ). Ainsi, l'inductance est obtenue par :

$$L = \frac{U_1 \cos(\alpha)}{\omega_0 I} \quad (4.11)$$

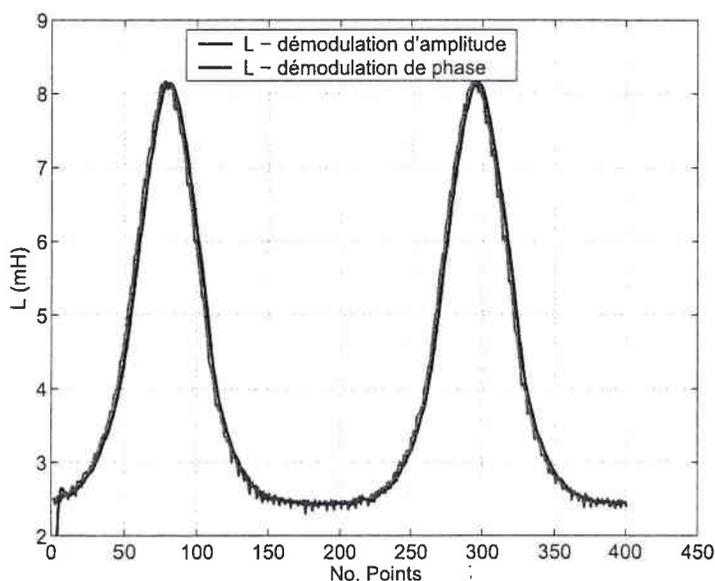


FIG. 4.9 – L'inductance calculé par démodulation d'amplitude ou de phase

### 4.3.2 Détermination de l'inductance en fonction de la position

L'essentiel de cette étape consiste à extraire toutes les valeurs de l'inductance comprises entre deux maximums successifs et à associer à chaque valeur de l'inductance une position  $\theta_m$  du rotor.

Comme nous l'avons déjà montré, l'inductance est une fonction périodique. Pour une MRV 6/2, la périodicité de l'inductance est égale à  $\pi$ . L'intervalle de temps entre deux maximums successifs correspond à un demi-tour effectué par le rotor. Sous l'hypothèse que la vitesse d'entraînement du rotor est constante ( $\theta_m = \Omega t$ ), on peut réaliser le changement de variable  $t \rightarrow \theta_m$ . C'est à dire qu'à chaque valeur de l'inductance, on associe une position comprise dans l'intervalle  $[0, \pi]$ . En procédant de cette façon, nous obtenons directement la loi d'inductance en fonction de la position du rotor (figure 4.10).

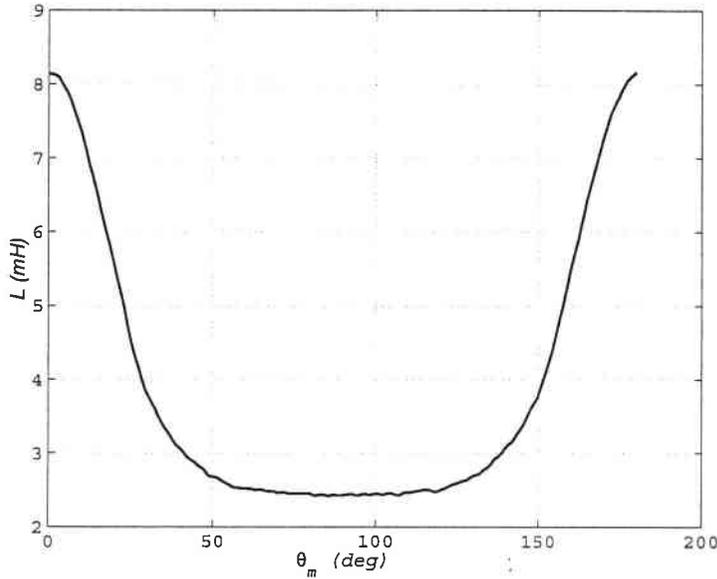


FIG. 4.10 –  $L(\theta_m)$  calculé

### 4.3.3 Modélisation analytique de la loi d'inductance

La loi d'inductance  $L(\theta_m)$  est ensuite approchée par un modèle analytique. Ce modèle dépend d'un nombre fini de paramètres qui doivent être identifiés.

Compte tenu des principales propriétés de l'inductance décrites dans le paragraphe 2.2, le modèle proposé est un développement en série de Fourier :

$$L(\theta_m) = \sum_{j=0}^6 a_j \cos^j(2\theta_m) \quad (4.12)$$

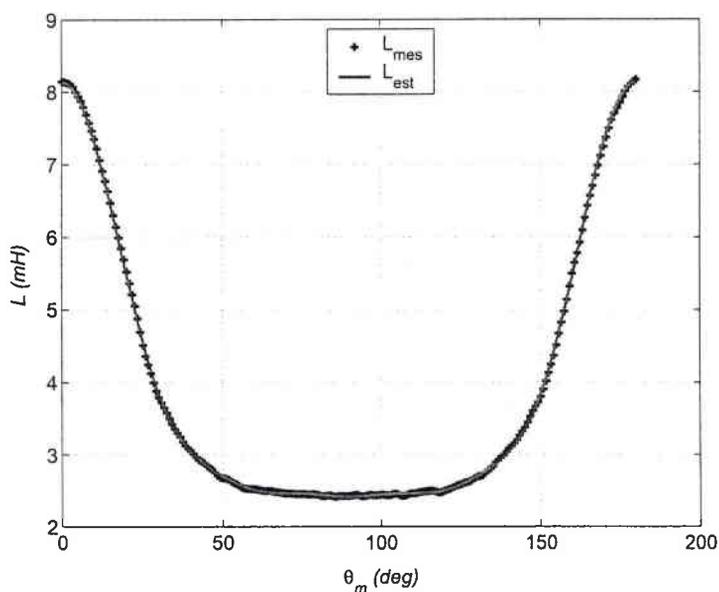
L'identification du profil de l'inductance revient donc à identifier les coefficients  $a_j$  qui approchent aux mieux la courbe obtenue expérimentalement. La relation (4.12) est non linéaire par rapport à l'état, mais elle est linéaire par rapport aux paramètres. Les coefficients  $a_j$  peuvent être obtenus soit en utilisant les formules classiques de détermination des coefficients d'une série de Fourier, soit par estimation au sens des moindres carrés. Le principe de cette méthode et plusieurs remarques importantes sont rappelées dans l'Annexe A.

Avec un conditionnement de la matrice d'observation égal à 105, les estimations des paramètres  $a_j$  ainsi que les écarts-types et les écarts-types relatifs sont données dans le tableau 4.1.

Paramètre	Moindres carrés			Série de Fourier
	X	$2\sigma_{\hat{X}}$	$\% \sigma_{\hat{X}_r}$	X
$a_0$	$2,84 \cdot 10^{-3}$	$5,09 \cdot 10^{-6}$	0,17	$2,84 \cdot 10^{-3}$
$a_1$	$9,32 \cdot 10^{-4}$	$1,60 \cdot 10^{-5}$	1,72	$9,32 \cdot 10^{-4}$
$a_2$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$5,38 \cdot 10^{-5}$	7,01	$7,64 \cdot 10^{-4}$
$a_3$	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$5,54 \cdot 10^{-5}$	3,72	$1,48 \cdot 10^{-3}$
$a_4$	$2,32 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$	5,67	$2,33 \cdot 10^{-3}$
$a_5$	$4,37 \cdot 10^{-4}$	$4,33 \cdot 10^{-5}$	9,93	$4,35 \cdot 10^{-3}$
$a_6$	$-6,69 \cdot 10^{-4}$	$8,67 \cdot 10^{-5}$	12,9	$-6,71 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.1 – Valeurs des coefficients  $a_j$  de la loi d'inductance

Les écarts-relatifs donnés dans le tableau (4.1) ont été calculés en utilisant des hypothèses (voir l'annexe A). Comme nous l'avons déjà évoqué au début de ce chapitre, il est nécessaire de procéder à une validation de ces résultats. Nous avons choisi de valider les résultats obtenus en calculant les coefficients  $a_j$  en utilisant les formules classiques de détermination des coefficients d'une série de Fourier.

FIG. 4.11 – Comparaison entre  $L(\theta_m)$  calculé et  $L(\theta_m)$  estimé

### 4.3.4 Extension de la méthode

Le domaine de validité du profil d'inductance ainsi identifié est restreint à cause des limitations imposées par le GBF : le profil de l'inductance n'est valable que pour des faibles valeurs de courants. Dans notre cas, la MRV est alimentée par un convertisseur de puissance (commande MLI). Le courant maximal fourni par le convertisseur est de 4A. Pour l'implantation d'une commande en boucle fermée, la loi d'inductance doit être identifiée pour toutes les valeurs de courants comprises entre 0A et 4A. Afin d'identifier la loi de l'inductance pour différentes valeurs de courant, nous proposons une extension de l'expérience présentée sur la figure 4.5.

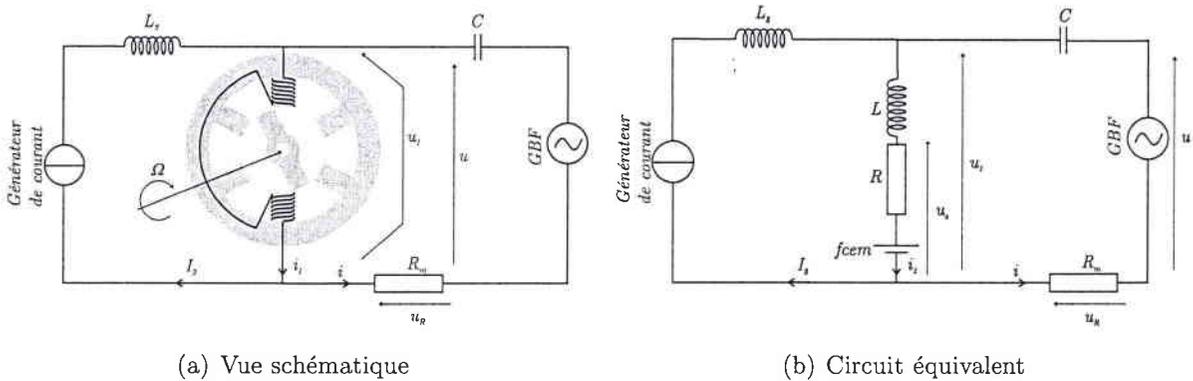


FIG. 4.12 – Principe de l'identification du profil de l'inductance d'une MRV

Cette extension nécessite qu'un deuxième circuit soit mis en parallèle sur la phase de la MRV. Ce circuit est composé d'un générateur de courant continu et d'une bobine  $L_2$ . Afin d'éviter le passage du courant  $I_2$  dans le circuit comportant le GBF, une capacité  $C$  est introduite dans le circuit du GBF.

Le dimensionnement de l'inductance  $L_2$  et de la capacité  $C$  est réalisé de façon à obtenir un découplage complet des deux circuits. Ainsi, nous imposons que l'impédance  $Z_C = \frac{1}{\omega_0 C}$  soit négligeable devant les impédances  $Z_L = \omega_0 L$  et  $Z_{L_2} = \omega_0 L_2$  à la pulsation  $\omega_0$  de la tension fournie par le GBF. En imposant  $L_2 = 0,2H$ , on obtient  $Z_{L_2} = 5026,5\Omega$ . Comme  $50,26 < Z_L < 201,06$  et  $Z_L \ll Z_{L_2}$  il faut choisir la capacité  $C$  pour que :

- en haute fréquence :  $Z_C = \frac{1}{\omega_0 C} \ll 50,26\Omega$  ou  $Z_C < 5\Omega$ . On obtient ainsi une première condition pour le choix de la capacité :  $C > 7,95 \mu F$ .
- à basse fréquence : l'impédance  $Z_C$  doit être plus grande que l'impédance de sortie du GBF ( $50\Omega$ ).  $Z_C = \frac{1}{2\pi 50 C} \gg 50\Omega$  ou  $Z_C > 250\Omega$ . On obtient la deuxième condition pour le choix de la capacité :  $C < 12,73 \mu F$ .

Ainsi, la capacité doit être choisie en respectant les inéquations suivantes :

$$7,95\mu\text{F} < C < 12,73\mu\text{F} \quad (4.13)$$

Dans le cadre de cette application, nous avons choisie  $C = 10\mu\text{F}$ .

L'augmentation du courant  $I_2$  permet d'atteindre les zones de saturation des parties électromagnétiques de la MRV. En saturation, par superposition du courant sinusoïdal  $i$  et du courant continu  $I_2$  la technique présentée permet de calculer l'inductance  $L_d$  que nous appelons inductance dynamique. La définition de l'inductance dynamique est expliquée sur la figure (4.13). L'inductance dynamique s'exprime par :

$$L_d(I_2) = \frac{d\Phi(I_2, \theta_m)}{dI_2} \quad (4.14)$$

où  $\Phi(I_2, \theta)$  représente le flux établi dans la phase lorsqu'elle est parcourue par le courant  $I_2$ .

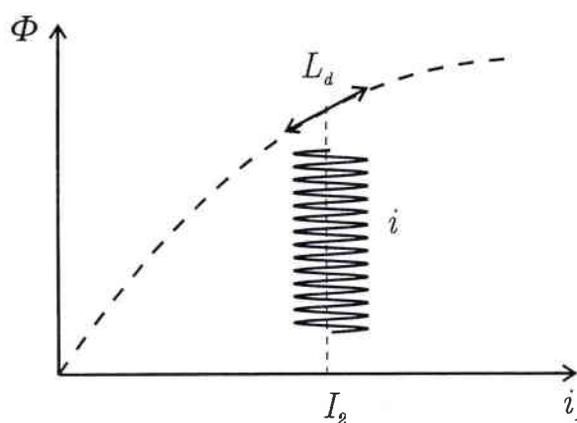


FIG. 4.13 – Inductance dynamique

En appliquant le même raisonnement, c'est à dire à partir des signaux acquis ( $u(t)$ ,  $u_R(t)$  et  $u_1(t)$ ) et en utilisant la technique de démodulation en amplitude, nous pouvons calculer l'inductance dynamique à différents instants et pour différentes valeurs du courant  $I_2$ .

Afin d'obtenir les valeurs de l'inductance dynamique du circuit magnétique à partir de signaux démodulés, les propriétés géométriques du graphe de Fresnel du circuit présenté dans la figure 4.12(b) sont utilisées.

La démarche à suivre dans ce cas est identique à celle décrite dans les paragraphes 4.3.1 et 4.3.2. Les valeurs de l'inductance dynamique obtenue pour différents niveaux du courant sont représentées sur la figure 4.15.

4. Identification des paramètres d'une MRV

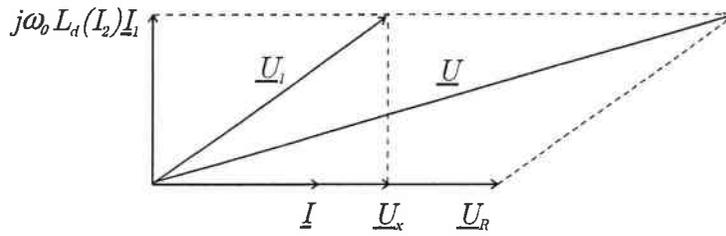


FIG. 4.14 – Graphe de Fresnel associé au circuit de la figure 4.12(b)

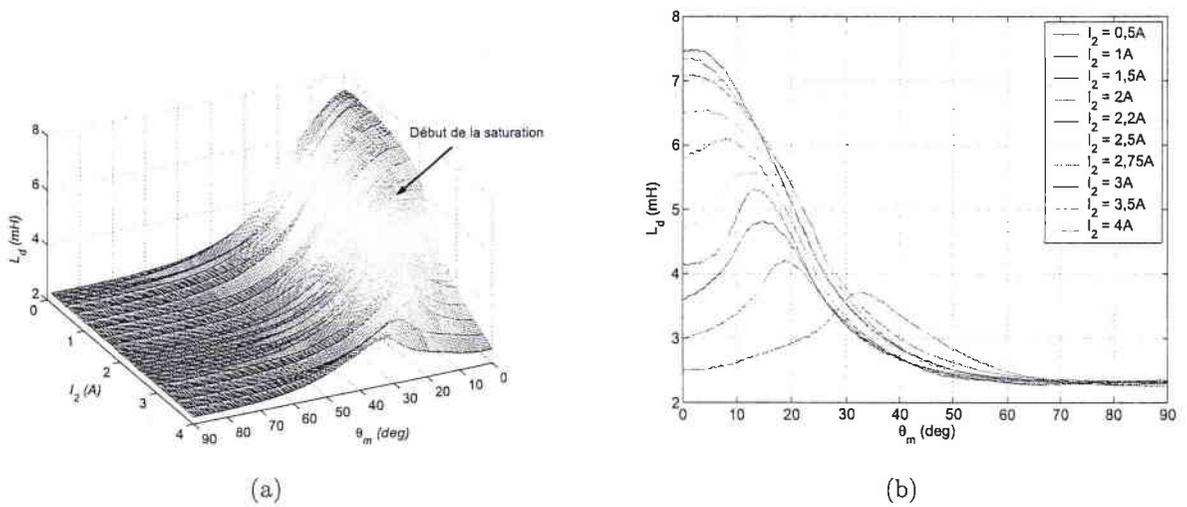


FIG. 4.15 – Inductance dynamique

**Remarque :** Les mesures ont été effectuées pour les valeurs du courant  $I_2$  comprise entre 0A et 4A avec un pas de 0,5A. L'analyse du profil de l'inductance dynamique permet de retrouver la valeur du courant pour laquelle les tôles saturent. Dans notre cas, les tôles saturent à partir de 2,5A. Afin de mieux modéliser la zone de saturation le pas du courant  $I_2$  a été diminué autour de cette valeur à 0,1A.

Pour obtenir la caractéristique électromagnétique de la MRV (figure 4.16), la surface représentée dans la figure 4.15 est interpolée par des fonctions splines cubiques. L'intégration de l'équation (4.14) donne le flux. Ainsi, on obtient un réseau de points équivalent à un modèle électro-magnétique de la MRV (voir paragraphe 2.4.1) qui peut être utilisé pour commander la MRV.

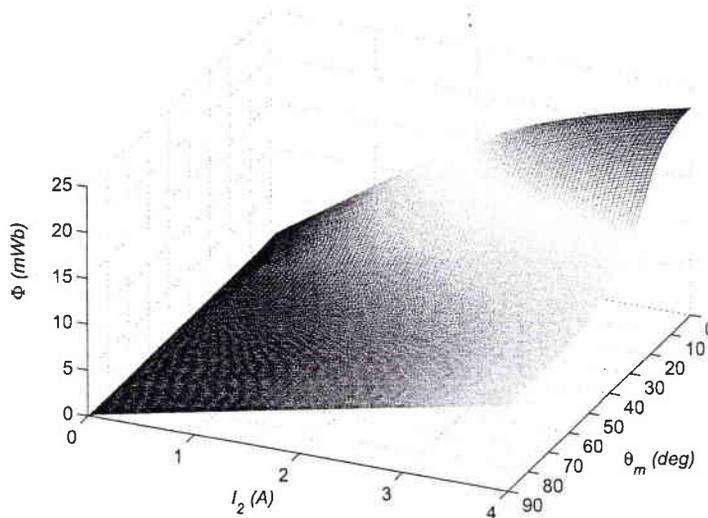


FIG. 4.16 – Caractéristique électromagnétique de la MRV étudiée

Sur la figure 4.17 sont présentées les caractéristiques de flux obtenues. Les caractéristiques flux/position sont représentées pour des valeurs de courants variant de 0 à 4A par pas de 0,5A. Les caractéristiques flux/courant sont représentées pour des valeurs de position de 0 à 90°.

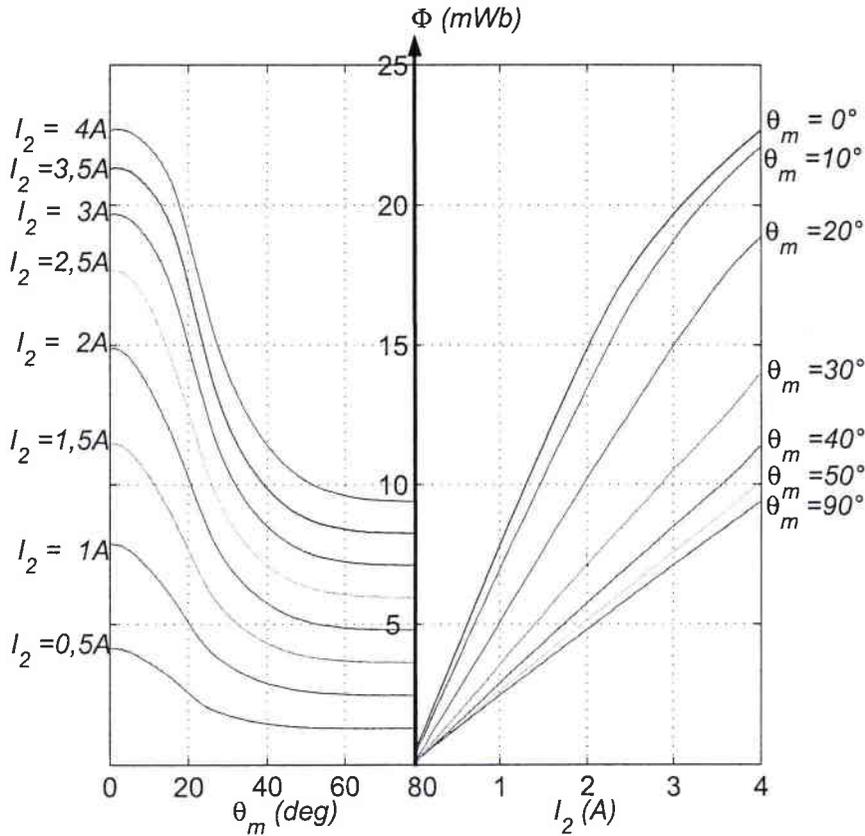


FIG. 4.17 – Caractéristiques du flux obtenues

### 4.3.5 Exploitation des résultats

Si on considère qu'une seule phase de la MRV est alimentée à la fois, on peut obtenir une estimation du couple électromagnétique maximal produit par la MRV. La valeur maximale du couple produit par notre MRV est obtenue lorsque la phase est alimentée avec un courant de 4A quand la position du rotor est comprise dans l'intervalle  $\theta \in [10 + d, 70 + d](deg)$  et il est de  $C_{em,max} = 0,064 \text{ Nm}$  (figure 4.18). Le terme  $d$  ( $d \in [0, 60]$  (deg)) permet de régler les performances de la MRV en terme du couple fourni.

Actuellement, la seule commande qui peut être testée en pratique est une commande en courant. En effet, le convertisseur de puissance fournit des créneaux de courants avec une amplitude maximale de 4A. On procède à l'identification du profil de l'inductance pour cette valeur du courant. A partir du tableau de points obtenus précédemment, on extrait les valeurs du flux obtenues pour un courant de magnétisation des tôles de 4A (figure 4.19).

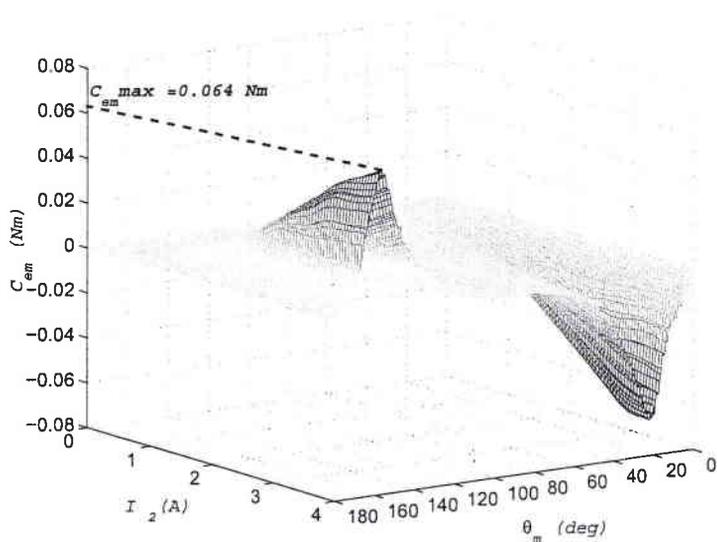
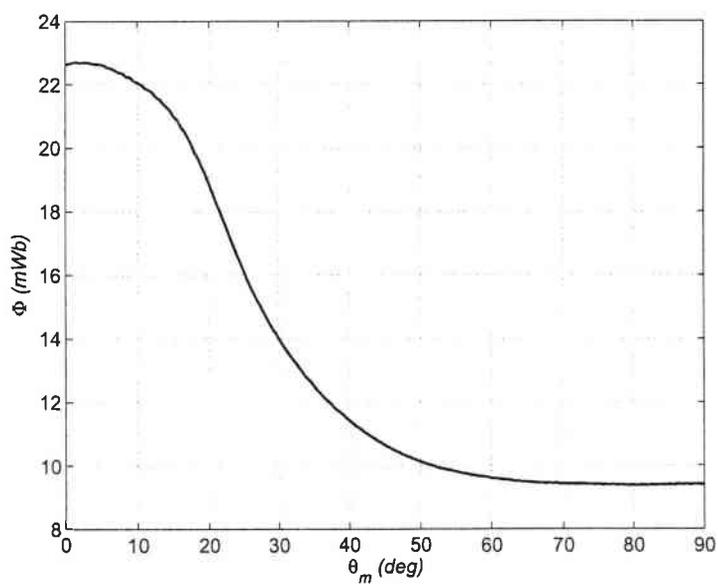


FIG. 4.18 – Le couple électromagnétique produit par une phase de la MRV

FIG. 4.19 – Caractéristique du flux pour  $I = 4$  A

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

L'équation (2.31) permet de calculer les valeurs d'inductance à partir du flux et du courant de magnétisation (dans notre cas 4A) (figure 4.20).

Une expression analytique de la loi d'inductance pour un courant de 4A peut être déduite en suivant la démarche décrite dans la paragraphe 4.3.3. Avec un conditionnement de la matrice des observations égal à 110,4 les estimations (au sens des moindres carrées) des paramètres  $a_j$  de l'équation (4.12) ainsi que les écarts-types et les écarts-types relatifs sont données dans le tableau 4.2.

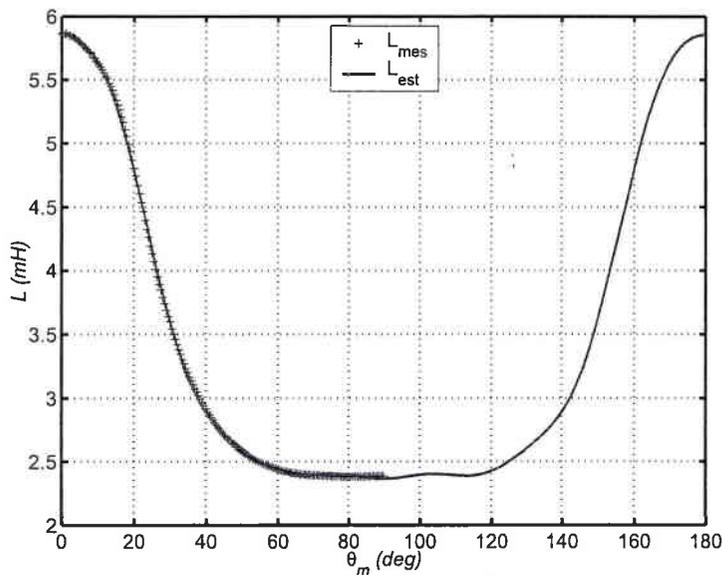


FIG. 4.20 – Loi d'inductance pour  $I = 4A$

Paramètre	X	$2\sigma_{\hat{X}}$	$\% \sigma_{\hat{X}_r}$
$a_0$	$2,72 \cdot 10^{-3}$	$4,51 \cdot 10^{-6}$	0,16
$a_1$	$7,67 \cdot 10^{-4}$	$1,42 \cdot 10^{-5}$	1,85
$a_2$	$7,35 \cdot 10^{-4}$	$4,77 \cdot 10^{-5}$	6,49
$a_3$	$1,89 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-5}$	2,59
$a_4$	$2,15 \cdot 10^{-3}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$	5,45
$a_5$	$-9,15 \cdot 10^{-4}$	$3,84 \cdot 10^{-5}$	4,2
$a_6$	$-1,45 \cdot 10^{-3}$	$7,68 \cdot 10^{-5}$	5,14

TAB. 4.2 – Valeurs des coefficients  $a_j$  pour la loi d'inductance pour  $I=4A$

Le faible écart-type relatif obtenu lors de l'identification nous permet d'utiliser cette expression analytique de la loi d'inductance pour concevoir et analyser les performances de la MRV lors d'un contrôle en boucle fermée (asservissement de vitesse).

### 4.3.6 Influence du signal d'excitation

Dans ce paragraphe, nous allons analyser l'influence du signal sinusoïdal d'excitation sur l'identification du profil d'inductance. Jusqu'à maintenant, l'identification de la loi d'inductance a été réalisée en utilisant un signal d'excitation sinusoïdal de fréquence 4 kHz. Plusieurs séries de mesures ont été réalisées pour différentes fréquences du signal d'excitation. Comme nous pouvons le constater sur la figure 4.21, on observe une très légère baisse de l'inductance en position de conjonction avec l'augmentation de la fréquence du signal sinusoïdal.

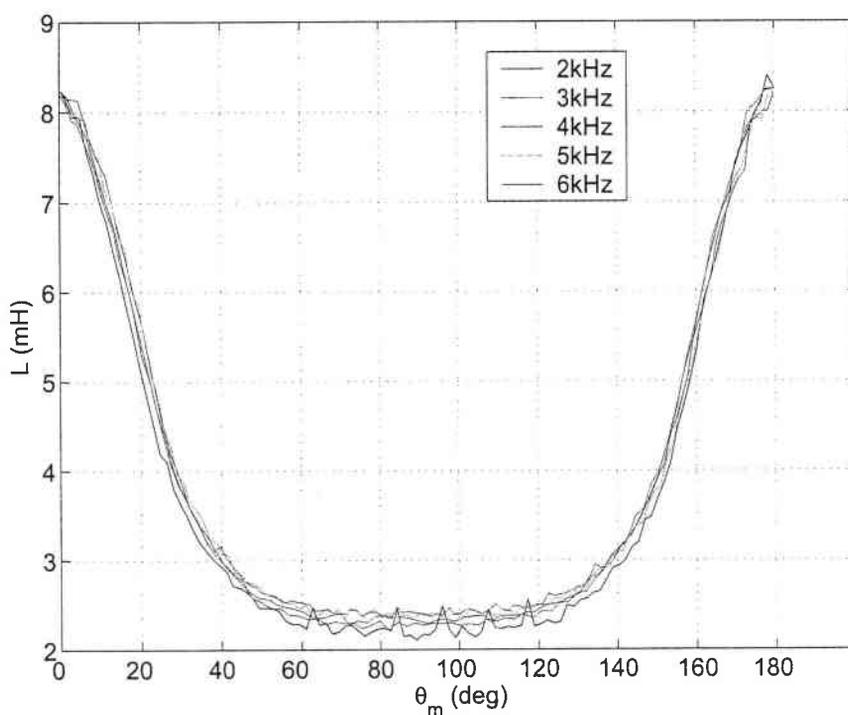


FIG. 4.21 – Inductance pour différentes valeurs de  $f$

Dans un premier temps, nous avons regardé l'effet des courants Foucault sur l'augmentation de la résistance du bobinage pour une fréquence donnée. Les calculs effectués au laboratoire ont permis d'estimer une augmentation de la résistance du bobinage de 7,3%

pour une fréquence d'alimentation de la phase de 150 kHz. Ainsi, les fréquences utilisées dans notre cas ne peuvent pas justifier la diminution de l'inductance en position de conjonction.

#### 4.4 Estimation sans capteur de position des paramètres mécaniques d'une MRV

Jusqu'à présent, nous ne nous sommes intéressés qu'à l'identification de la loi d'inductance. Le modèle mathématique équivalent de la MRV contient d'autres paramètres, notamment les paramètres dits mécaniques. Les travaux effectués dans [Fayard, 1999] ont permis d'obtenir la valeur de l'inertie du rotor en utilisant les lois de la mécanique. Mais, en raison des performances toujours croissantes, les lois de commande demandent la connaissance de tous les paramètres du modèle mathématique équivalent. Ainsi, la prise en compte des couples perturbateurs de frottement est nécessaire pour avoir un modèle dynamique réaliste [Visa *et al.*, 2004b], [Visa *et al.*, 2004a].

Pour l'identification des paramètres mécaniques, nous reprenons l'expérience proposée sur la figure 4.12. En imposant un courant continu ( $I_2 = 1A$ ) dans la phase considérée de la MRV de façon à produire du couple, le rotor va s'aligner sur l'axe de la phase (position d'équilibre). Ensuite, le rotor est déplacé de sa position d'équilibre à l'aide d'un moyen externe. Lorsque le rotor est lâché, il est attiré par la phase alimentée et il tend à s'aligner sur l'axe de la phase. Le rotor effectue alors un mouvement oscillatoire autour du pôle statorique (figure 4.22).

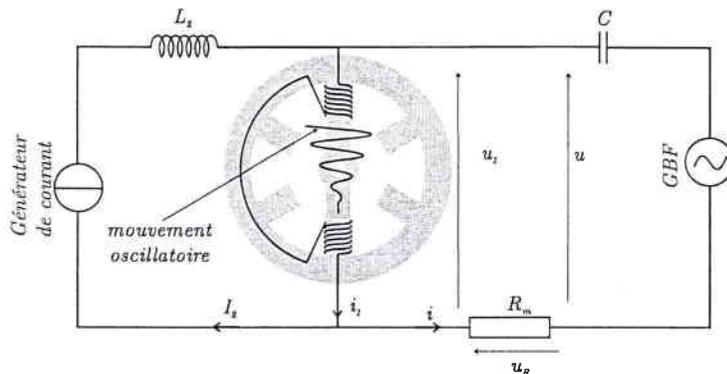


FIG. 4.22 – Principe de l'identification des paramètres mécaniques

#### 4.4.1 Relation frottement-vitesse

Les couples de frottement dépendent de nombreux facteurs telles que la vitesse de rotation (amplitude et sens), les caractéristiques mécaniques du système (lubrifiant, roulements, ...) les phénomènes aérodynamiques et vibrations, etc ... La relation entre frottement et vitesse a été bien étudiée dans la littérature dans de nombreux cas de figure [Eker, 2004], [Kara and Eker, 2004], [Abba and Sardain, 2003]. Le couple de frottement peut être représenté d'une manière très simpliste par le coefficient de frottement de Coulomb (ou le frottement sec). Le modèle de frottement s'écrit alors :

$$C_f = f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.15)$$

où  $C_f$  et  $f_c$  représentent respectivement le couple de frottement et le coefficient de Coulomb ou de frottement sec.

Le modèle du couple de frottement peut être amélioré en ajoutant le frottement visqueux  $f_v$ . On a alors :

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.16)$$

où  $f_v$  représente le coefficient de frottement visqueux proportionnel à la vitesse.

Si l'excitation du système conduit à des vitesses élevées, le modèle de frottement peut être complété en introduisant le frottement visqueux proportionnel au carré de la vitesse  $f_{v_2}$ . Dans ce cas, le modèle du frottement devient :

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_{v_2} \dot{\theta}_m |\dot{\theta}_m| + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.17)$$

A faible vitesse et au passage par zéro, la modélisation des frottements est délicate. Deux phénomènes sont principalement mis en évidence : les effets de «collage-décollage» et les effets «Stribeck». Ces effets se traduisent par un couple de démarrage supérieur au couple de frottement sec à l'amorçage du mouvement et par une phase de transition caractérisée par un coefficient de frottement visqueux négatif. Ainsi, le couple de frottement est donné par l'équation suivante :

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_{v_2} \dot{\theta}_m |\dot{\theta}_m| + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_{st} e^{-\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_{st}}} \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.18)$$

où  $f_{st}$  et  $\dot{\theta}_{st}$  représentent respectivement le coefficient de frottement de Stribeck et la vitesse de Stribeck.

Le modèle de frottement habituellement utilisé dans la littérature pour l'identification des paramètres d'une machines électrique est celui donné par l'équation (4.16) et il est

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

---

représenté dans la figure 4.23.

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.19)$$

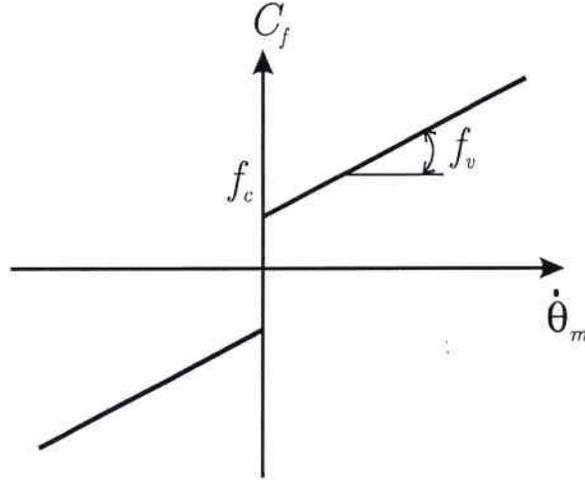


FIG. 4.23 – Modèle du couple de frottement

Dans notre cas, le modèle utilisé pour l'identification des paramètres de la MRV est basé sur l'expression du couple produit par une phase. Ainsi pour un fonctionnement à vide, l'équation (2.49) devient :

$$C_{em} = \frac{1}{2} \frac{dL(\theta_m)}{d\theta_m} I_2^2 = J \ddot{\theta}_m + C_f \quad (4.20)$$

Ce modèle est non linéaire par rapport à l'état, mais il est linéaire par rapport aux paramètres. Ainsi, l'équation (4.20) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$Y = WX + \rho \quad (4.21)$$

avec :

$$Y = \left( \frac{1}{2} \frac{dL}{d\theta_m} I_2^2 \right) \quad (4.22)$$

$$W = \left( \ddot{\theta}_m \quad \dot{\theta}_m \quad \text{sign}(\dot{\theta}_m) \right) \quad (4.23)$$

$$X = (J \quad f_v \quad f_c)^T \quad (4.24)$$

où

–  $W$  est la matrice des observations ( $\dim(W) = r \times N_p$ );

- $Y$  est le vecteur des mesures ( $dim(Y) = r \times 1$ );
- $X$  est le vecteur des paramètres à identifier ( $dim(X) = N_p \times 1$ );
- $\rho$  est le vecteur des résidus;
- $N_p$  est le nombre de paramètres à identifier (ici  $N_p = 3$ );
- $r \gg N_p$  est le nombre des mesures.

Le vecteur des paramètres  $X$  est estimé comme la solution par les moindres carrés du système surdéterminé (4.21).

Par la suite le processus d'identification est décomposé en trois étapes.

#### 4.4.2 Estimation de la position

La première étape consiste à retrouver la position à partir des seuls signaux  $u$ ,  $u_R$  et  $u_1$  disponibles. La démarche présentée lors de l'identification de la loi de l'inductance nous permet d'obtenir les valeurs de l'inductance pendant toute l'expérience (figure 4.24). Ici on peut constater qu'il est indispensable d'utiliser un oscilloscope doté d'une grande capacité de mémoire afin de pouvoir acquérir tout le comportement du rotor. Pour cette expérience, nous avons dû utiliser toute la mémoire disponible de l'oscilloscope (1 million de points).

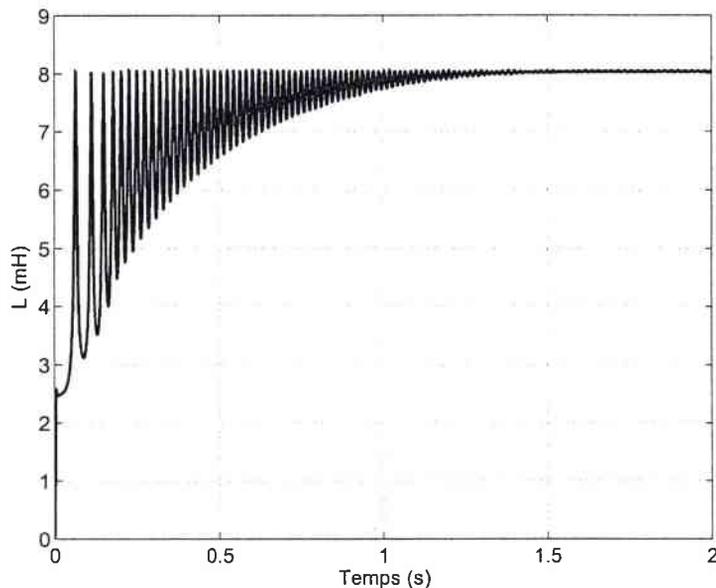


FIG. 4.24 – Variation d'inductance pendant l'expérience

La position du rotor obtenue, solution de l'équation (4.12), est représentée sur la figure 4.25. Lors de l'acquisition des signaux  $u$ ,  $u_R$  et  $u_1$ , le niveau de déclenchement de

d'oscilloscope doit être réglé de façon à pouvoir acquérir le début des oscillations du rotor. Dans le cas contraire, la vitesse initiale du rotor doit être prise en compte par la suite. Pour s'assurer d'une vitesse initiale nulle, il suffit d'éliminer les valeurs comprises entre le début des oscillations et la première valeur maximale parmi toutes les valeurs calculées de la position.

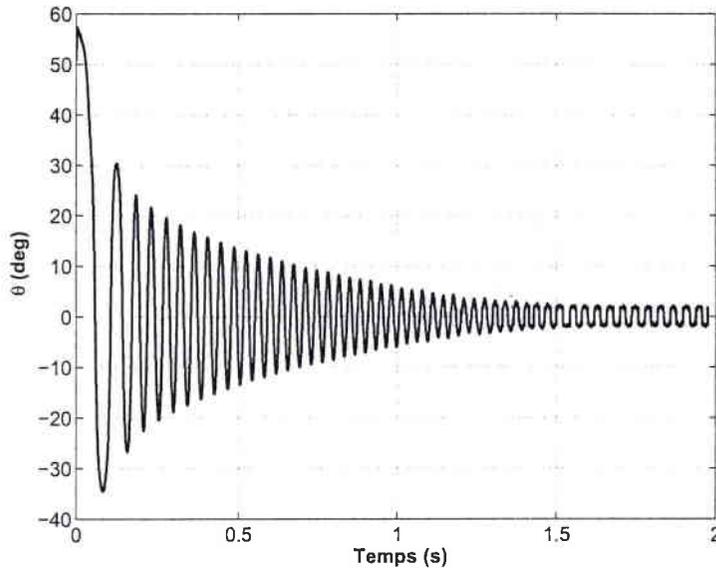


FIG. 4.25 – Position du rotor ( $I_2 = 1A$ )

#### 4.4.3 Dérivation et filtrage

L'objectif de cette étape est de calculer les dérivées de la position ( $\dot{\theta}_m$  et  $\ddot{\theta}_m$  nécessaires pour calculer la matrice des observations  $W$ ). Suite à la première étape, nous disposons de la position. La vitesse calculée par dérivation numérique de la position est bruitée (figure 4.26(a)). De même, la double dérivation pour calculer l'accélération (figure 4.26(b)) aboutit à des données inexploitable car la différenciation amplifie les bruits. Une solution est d'estimer les dérivées de la position ( $\hat{\theta}_m$  et  $\hat{\dot{\theta}}_m$ ) par un filtrage hors ligne de la position à travers un filtre dérivateur à bande passante limitée constituant un filtre passe-bande [Pham *et al.*, 2001], [Gautier and Poignet, 2001]. Ce filtre est obtenu par le produit d'un filtre passe-bas non causal de type Butterworth aller-retour et d'un filtre dérivateur.

Le filtre est implanté sous forme discrète, avec une fréquence d'échantillonnage  $f_f = \frac{\omega_f}{2\pi}$ , et sans distorsion de phase grâce à une dérivation numérique par différences centrées et à un filtrage aller-retour hors ligne non causal (fonction *filtfilt* de *MATLAB*).

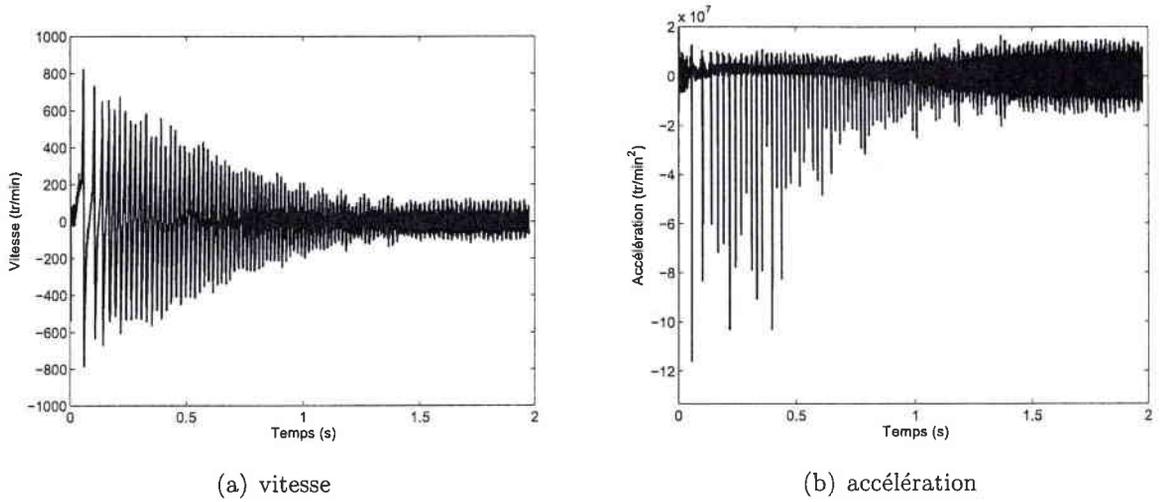


FIG. 4.26 – Vitesse et accélération calculées par dérivation par différences centrées

L'algorithme de dérivation numérique par différence centrée est donnée par l'équation de récurrence suivante :

$$\theta_{cd}(k) = \frac{\theta(k+1) - \theta(k-1)}{2T_f} \quad (4.25)$$

où  $T_f = \frac{2\pi}{\omega_f}$  est la période d'acquisition.

La fonction de transfert discrète correspondante à l'équation (4.25) est :

$$H_{dc}(z^{-1}) = \frac{1}{2T_f} \frac{1 - z^{-2}}{z^{-1}} \quad (4.26)$$

où  $z^{-1} = e^{-T_f s}$  est l'opérateur discret. En posant  $z^{-1} = e^{-T_f j\omega_f}$ , la fonction de transfert donnée par l'équation (4.26) dans le domaine fréquentiel s'écrit :

$$H_{dc}(j\omega) = j\omega \frac{\sin(\omega T_f)}{\omega T_f} \quad (4.27)$$

En effet,  $H_{dc}(j\omega)$  est une approximation du dérivateur  $H_d(s) = s$ , ( $s = j\omega$ ) sans distorsion de phase, mais avec une distorsion d'amplitude égale à  $\frac{\sin(\omega T_f)}{\omega T_f}$ . Si la pulsation de Nyquist  $\omega_n = \omega_f/2$  est plus grande que la pulsation de coupure  $\omega_c$  du filtre de Butterworth passe-bas, l'amplitude du filtre discret aller-retour peut être approchée dans la bande de fréquence proche de  $\omega_c$  par le filtre  $H_{but}(j\omega)$  :

$$|H_{but}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^{2n_{but}}} \quad (4.28)$$

où  $n_{but}$  représente l'ordre du filtre Butterworth passe-bas,  $\omega_n$  est la pulsation de coupure à  $-3$  dB du filtre aller ou encore  $-6$  dB du filtre aller-retour.

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

Le produit du filtre passe-bas  $H_{but}(j\omega)$  et le filtre dérivateur par différences centrées  $H_{dc}(j\omega)$  donne un filtre passe-bande  $H(j\omega)$ . Le filtre  $H(j\omega)$  est un filtre dérivateur à bande passante limitée. Le diagramme de Bode en amplitude pour les différents filtres décrits précédemment et pour  $\omega = 2\pi \times 4000 \text{ rad/s}$  est représenté sur la figure 4.27.

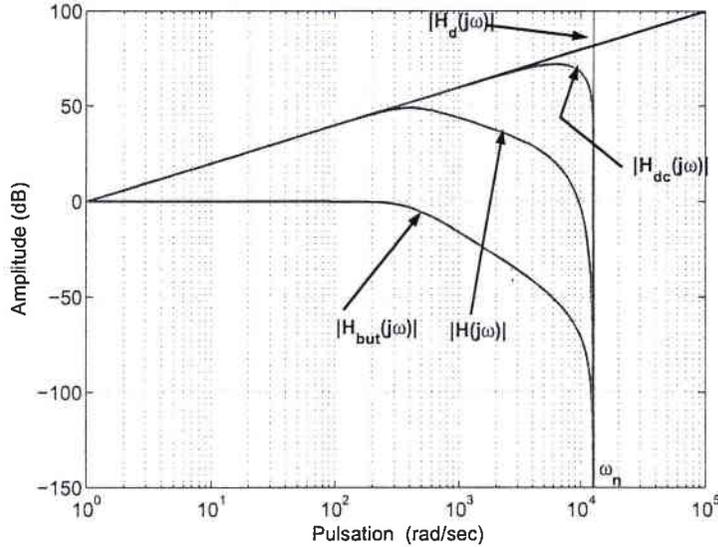


FIG. 4.27 – Diagramme de gain de filtres ( $n_{but} = 2$ )

Ainsi, pour définir le filtre passe-bande, nous devons régler deux paramètres  $\omega_c$  et  $\omega_f$  (ou  $T_f$ ). Le choix des deux paramètres doit être fait pour avoir  $\hat{\theta}_m = \ddot{\theta}_m$  et  $\hat{\dot{\theta}}_m = \dot{\theta}_m$  dans la bande passante du modèle à identifier. Une distorsion à ce niveau du filtrage introduirait des erreurs dans la matrice des observations  $W$  et, par conséquent un biais dans l'estimation du vecteur des paramètres  $X$ .

On définit par  $A(\omega)$  la distorsion d'amplitude introduite par le filtre dérivateur passe-bande  $H_{nd}(j\omega)$  d'ordre  $nd$  :

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^{2n_{but}}} \left(\frac{\sin(\omega T_f)}{\omega T_f}\right)^{nd} \quad (4.29)$$

où  $nd$  représente le nombre de dérivations.

La distorsion d'amplitude introduite par le filtre  $H_{nd}(j\omega)$  est bornée dans la bande passante  $[0, \omega_c]$  par :

$$A(\omega) \leq A(\omega_c) \quad \forall \omega \in [0, \omega_c] \quad (4.30)$$

La pulsation de coupure doit être choisie afin d'être comprise entre  $2\omega_1$  et  $10\omega_1$ , avec  $\omega_1$  la pseudo-pulsation des oscillations du rotor.

On peut aussi définir le rapport entre la distorsion  $r_c$  introduite par le filtre passe-bas et le filtre dérivateur par :

$$r_c = \frac{1}{\frac{1+(\frac{\omega_c}{\omega_n})^{2n_{but}}}{\sin(\omega_c T_f)^{nd}}} \quad (4.31)$$

En combinant les équations (4.29) et (4.31) on obtient :

$$\omega_n = \omega_c \left( \frac{1}{\sqrt{r_c A(\omega_c)}} - 1 \right)^{-\frac{1}{2n_{but}}} \quad (4.32)$$

et

$$\omega_f = \frac{2\pi}{T_f} = \frac{2}{x_c} \omega_c \quad (4.33)$$

où  $x_c$  est la solution de l'équation :

$$\text{sinc}(x_c) = \frac{\sin(\pi x_c)}{\pi x_c} = \frac{\sin(\omega_c T_f)}{\omega_c T_f} = \left( \frac{A(\omega_c)}{r_c} \right)^{\frac{1}{2nd}} \quad (4.34)$$

Nous remarquons ici que si  $r_c = 1$ , les amplitudes du filtre passe-bas et du filtre dérivateur sont égales. De plus, si  $A(\omega_c) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , on obtient l'affaiblissement maximal dans la bande passante du filtre  $H_{nd}(j\omega)$ . Une éventuelle optimisation de  $\omega_n$  et  $\omega_f$  peut être ainsi envisagée [Pham *et al.*, 2000].

Dans notre cas, le nombre maximal de dérivations est  $nd = 2$  et la fréquence d'échantillonnage est imposée par les conditions expérimentales à  $f_0 = 4$  kHz. La pseudo-pulsation des oscillations du rotor est approximativement  $f_1 = 15$  Hz. On choisit  $\omega_c = 4 * 2\pi f_1 = 2 * \pi * 25$  rad/s,  $A_c = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $r_c = 1$  et  $n_{but} = 4$ . La pulsation de coupure du filtre Butterworth donnée par l'équation (4.32) est alors de  $\omega_n = 571,6$  rad/s. L'estimation de la vitesse est représentée sur la figure 4.28(a) et l'estimation de l'accélération est représentée sur la figure 4.28(b).

#### 4. Identification des paramètres d'une MRV

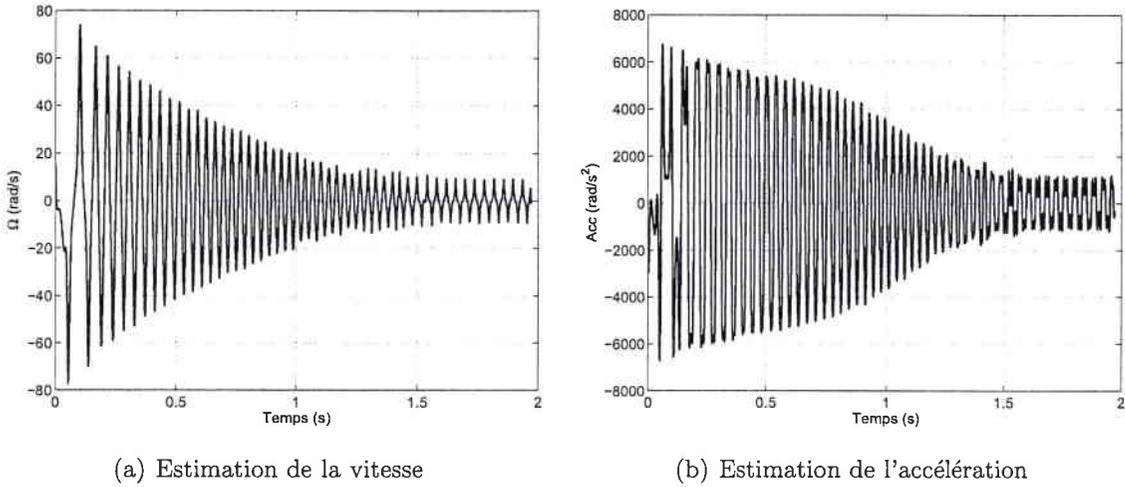


FIG. 4.28 – Estimations des dérivées de la position ( $f_0 = 4$  kHz,  $\omega_n = 500$  rad/s et  $n_{but} = 4$ )

#### 4.4.4 Estimation des paramètres mécaniques

L'estimation des paramètres par les moindres carrés et l'interprétation des résultats obtenus est l'objectif de cette étape. Nous avons vu comment à travers un filtre passe-bande, on peut obtenir les dérivées de la position. Ceci nous permet de compléter la matrice des observations  $W$ .

Avec un conditionnement de cette matrice égal à 5, 15 le vecteur des paramètres estimés et les écarts-types relatifs obtenus sont présentés dans le tableau 4.3. L'erreur entre le modèle et la mesure est dans ce cas de  $3,09 \cdot 10^{-3}$ . Le couple de frottement est représenté sur la figure 4.29.

Paramètres	X	$2\sigma_{\hat{x}}$	$\% \sigma_{\hat{x}_r}$
$J$ (kg.m <sup>2</sup> )	$1,028 \cdot 10^{-6}$	$1,69 \cdot 10^{-9}$	$1,64 \cdot 10^{-1}$
$f_v$ (Nm.s/rd)	$2,50 \cdot 10^{-6}$	$4,25 \cdot 10^{-7}$	16,98
$f_c$ (Nm)	$4,03 \cdot 10^{-5}$	$1,11 \cdot 10^{-5}$	27,7

TAB. 4.3 – Estimation des paramètres de la MRV

On constate que l'expérience proposée permet d'identifier avec une très bonne précision l'inertie. En revanche les écarts-types relatifs du coefficient de frottement sec et du coefficient de frottement visqueux restent élevés. Pour la commande de la MRV en grande vitesse, nous n'avons pas besoin d'un modèle de frottement précis. Par contre, un modèle précis est

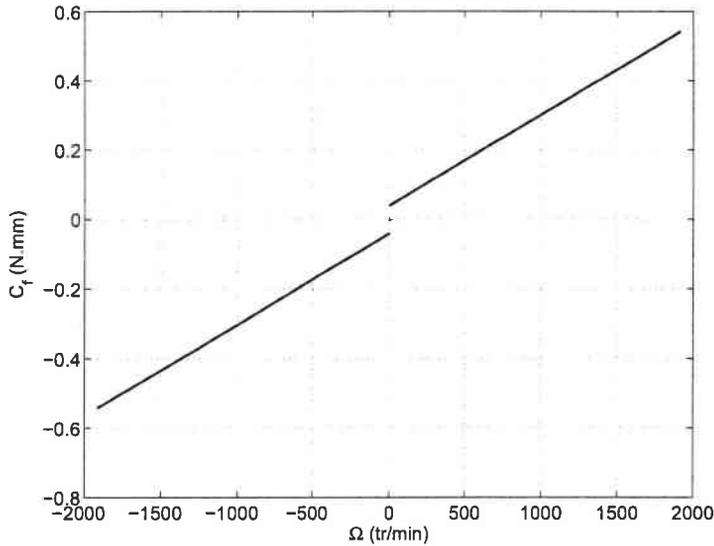


FIG. 4.29 – Couple de frottement de la MRV

important pour l'identification si l'excitation du système conduit à des vitesses mesurées faibles.

#### 4.4.5 Amélioration des résultats de l'identification

Les vitesses atteintes pendant l'expérience proposée restent faibles. Ainsi, un modèle de frottement basé sur l'équation (4.17) a été essayé mais aucun résultat n'a pas pu être retenu. Compte tenu de l'expérience qui est proposée, en particulier les oscillations du rotor, le modèle du couple de frottement peut être amélioré en tenant compte de l'effet «Stribeck». Ainsi, le modèle de frottement est basé sur l'équation (4.35) et il est représenté sur la figure 4.30.

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_{st} e^{-\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_{st}}} \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.35)$$

Le modèle utilisé pour l'identification des paramètres de la MRV est basé sur l'expression du couple produit par une phase pour un fonctionnement à vide (voir l'équation (4.20)). Ce modèle est non linéaire par rapport à l'état, mais il est mis sous une forme linéaire par rapport aux paramètres, en choisissant :

$$Y = \left( \frac{1}{2} \frac{dL}{d\theta_m} I_2^2 \right) \quad (4.36)$$

$$W = \left( \ddot{\theta}_m \quad \dot{\theta}_m \quad \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad e^{-\frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_{st}}} \text{sign}(\dot{\theta}_m) \right) \quad (4.37)$$

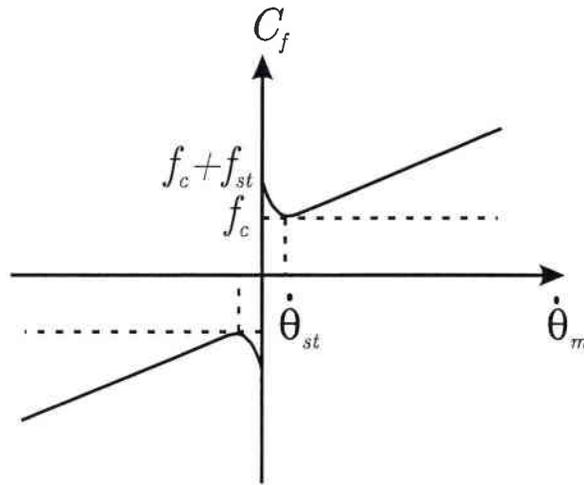


FIG. 4.30 – Modèle du couple de frottement

$$X = (J \ f_v \ f_c \ f_{st})^T \quad (4.38)$$

où

- $W$  est la matrice des observations ( $dim(W) = r \times N_p$ );
- $Y$  est le vecteur des mesures ( $dim(Y) = r \times 1$ );
- $X$  est le vecteur des paramètres à identifier ( $dim(X) = N_p \times 1$ );
- $\rho$  est le vecteur des résidus;
- $N_p$  est le nombre de paramètres à identifier (ici  $N_p = 4$ );
- $r \gg N_p$  est le nombre des mesures.

Avec un conditionnement de cette matrice égal à 5,14 le vecteur des paramètres estimés par les moindres carrés et les écarts-types relatifs obtenus sont présentés dans le tableau 4.4. L'erreur quadratique obtenue dans ce cas est  $3,2 \cdot 10^{-6}$ .

Paramètres	X	$2\sigma_{\hat{x}}$	$\% \sigma_{\hat{x}_r}$
$J$ (kg.m <sup>2</sup> )	$1,046 \cdot 10^{-6}$	$1,60 \cdot 10^{-9}$	$1,53 \cdot 10^{-1}$
$f_v$ (Nm.s/rd)	$2,72 \cdot 10^{-6}$	$3,98 \cdot 10^{-7}$	1,46
$f_c$ (Nm)	$3,23 \cdot 10^{-5}$	$1,04 \cdot 10^{-6}$	12,20
$f_{st}$ (Nm)	$1,31 \cdot 10^{-4}$	$2,15 \cdot 10^{-5}$	16,33

TAB. 4.4 – Estimation des paramètres de la MRV ( $\dot{\theta}_{st} = 5$  rad/s)

On constate que la précision sur chacun des paramètres est meilleure par rapport au cas précédent. Dans notre cas, la valeur de la vitesse  $\dot{\theta}_{st}$  n'est pas connue et elle a été choisie arbitrairement. Ainsi, une étude d'optimisation par rapport à cette variable

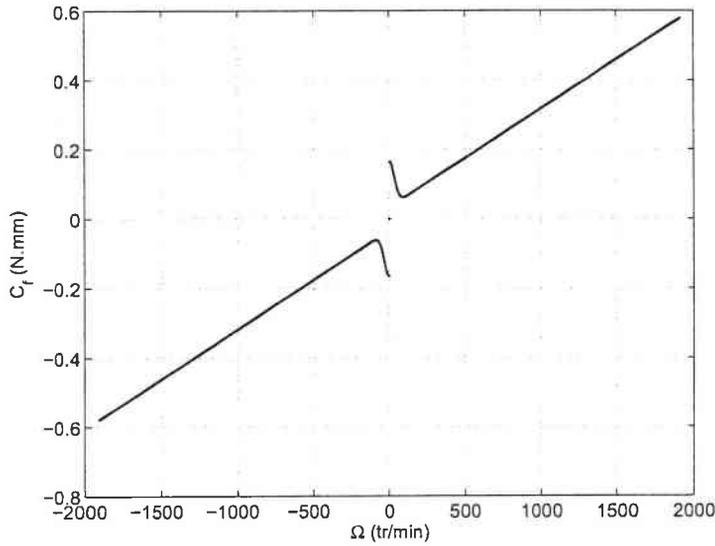


FIG. 4.31 – Couple de frottement obtenu avec l'effet Stribeck

	$\dot{\theta}_{st0} = 5 \text{ rad/s}$	$\dot{\theta}_{st0} = 6 \text{ rad/s}$	$\dot{\theta}_{st0} = 4 \text{ rad/s}$
$J \text{ (kg.m}^2\text{)}$	$1,046 \cdot 10^{-6}$	$1,046 \cdot 10^{-6}$	$1,049 \cdot 10^{-6}$
$f_v \text{ (Nm.s/rd)}$	$6,32e \cdot 10^{-6}$	$3,53 \cdot 10^{-6}$	$3,11 \cdot 10^{-6}$
$f_c \text{ (Nm)}$	$3,49 \cdot 10^{-5}$	$5,74 \cdot 10^{-6}$	$1,82 \cdot 10^{-5}$
$f_{st} \text{ (Nm)}$	$4,28 \cdot 10^{-5}$	$1,88 \cdot 10^{-5}$	$5,34 \cdot 10^{-5}$
$\dot{\theta}_{st} \text{ (rad/s)}$	5,00	6,00	4,00

TAB. 4.5 – Estimation non linéaire des paramètres

est nécessaire. Il revient alors à utiliser une méthode d'identification non linéaire pour l'identification des paramètres. Le critère à minimiser dans ce cas est le même critère quadratique. L'optimisation a été réalisée en utilisant la fonction *fmincon* de *MATLAB*. L'algorithme de résolution utilisé est la méthode *medium-scale : Quasi-Newton, line-search*. Afin d'assurer la convergence de l'algorithme d'optimisation, nous imposons des bornes inférieures et supérieures pour chaque paramètre à identifier. Pour la vitesse  $\dot{\theta}_{st}$ , les bornes choisies sont 0 et 10 tandis que pour tous les autres paramètres les bornes sont imposées à  $10^{-8}$  et  $10^{-3}$ . La solution initiale utilisée par l'algorithme d'optimisation est choisie comme étant la moitié de l'intervalle défini par les bornes. Le tableau 4.5 présente les résultats de l'optimisation. Nous constatons que les résultats de l'optimisation sont dépendants de la solution initiale choisie pour  $\dot{\theta}_{st}$  (la valeur optimisée pour  $\dot{\theta}_{st}$  est toujours égale à la valeur donnée comme solution initiale). En revanche, on obtient toujours une bonne approximation

des autres paramètres (le même ordre de grandeur). L'inertie est le seul paramètre identifié avec une très bonne précision. Grâce à cette optimisation, on peut en déduire que l'expérience choisie ne permet pas d'identifier avec une bonne précision le frottement de Stribeck.

## 4.5 Validation des résultats

Dans l'annexe A, nous avons rappelé l'importance de valider les résultats d'identification obtenus par moindres carrés.

Si on considère l'écart-type relatif comme critère de la qualité de l'identification, on remarque que l'expérience proposée permet d'identifier avec une bonne précision les paramètres mécaniques de la MRV. La valeur de l'inertie obtenue par le modèle CAO mécanique est  $0,89 \cdot 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup> ([Fayard, 1999]). Les modifications effectuées sur le rotor ces dernières années ont fait d'augmenter la masse du rotor. Afin de pouvoir utiliser le capteur de position décrit dans la paragraphe 3.4.2, un ensemble comportant une vis et un disque ont été ajoutés au rotor. Ainsi, la masse du rotor a été augmentée de :

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_{vis} + m_{disque} \\ &= \frac{\pi}{4} l_{vis} D_{vis}^2 \rho + \frac{\pi}{4} l_{disque} D_{disque}^2 \rho \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot 0,012 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot 7850 + \frac{\pi}{4} \cdot 0,001 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 7850 \\ &= 1,18 \cdot 10^{-3} + 2,46 \cdot 10^{-3} \\ &= 3,64 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\end{aligned}\tag{4.39}$$

où  $l$ ,  $D$  et  $\rho$  représentent respectivement la longueur, le diamètre et la densité de la vis et du disque. On obtient ainsi une augmentation de l'inertie du rotor de :

$$\begin{aligned}\Delta J &= J_{vis} + J_{disque} \\ &= \frac{1}{8} m_{vis} D_{vis}^2 + \frac{1}{8} m_{disque} D_{disque}^2 \\ &= \frac{1}{8} \cdot 1,17 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} + \frac{1}{8} \cdot 8,82 \cdot 10^{-4} \cdot 3,24 \cdot 10^{-4} \\ &= 2,36 \cdot 10^{-9} + 1,23 \cdot 10^{-7} \\ &= 1,25 \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^2\end{aligned}\tag{4.40}$$

On obtient donc une inertie du rotor de  $1,015 \cdot 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup> ce qui est proche de la valeur obtenue par notre identification ( $1,046 \cdot 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup>).

Pour valider l'identification des autres paramètres obtenus précédemment, nous utilisons la validation croisée. Dans ce but nous proposons une nouvelle expérience.

Considérons le cas d'une MRV en régime de fonctionnement à vide (sans charge) et à vitesse constante. Si l'alimentation de la machine est coupée, la vitesse diminue progressivement jusqu'à l'arrêt. En utilisant les valeurs de la position du rotor pendant la décélération de la MRV, on peut procéder à une nouvelle identification des paramètres mécaniques.

Dans ce cas le modèle utilisé pour l'identification des paramètres de la MRV est le suivant :

$$0 = J\ddot{\theta}_m + C_f \quad (4.41)$$

où  $\ddot{\theta}_m$ ,  $J$  et  $C_f$  représentent respectivement l'accélération, l'inertie du rotor et le couple de frottement.

Nous avons déjà vu que le choix du modèle de frottement est très important. Ainsi, dans un premier temps on considère le modèle de frottement donné par l'équation (4.16). Ainsi, le modèle utilisé pour l'identification des paramètres mécaniques est le suivant :

$$J\ddot{\theta}_m = -f_v\dot{\theta}_m - f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.42)$$

Ce modèle est non linéaire par rapport à l'état, mais il peut être mis sous une forme linéaire par rapport aux paramètres. Ainsi, l'équation (4.42) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$Y = WX + \rho \quad (4.43)$$

avec :

$$Y = \left( J\ddot{\theta}_m \right) \quad (4.44)$$

$$W = \left( \dot{\theta}_m \quad \text{sign}(\dot{\theta}_m) \right) \quad (4.45)$$

$$X = (f_v \quad f_c)^T \quad (4.46)$$

où

- $W$  est la matrice des observations ( $\dim(W) = r \times N_p$ );
- $Y$  est le vecteur des mesures ( $\dim(Y) = r \times 1$ );
- $X$  est le vecteur des paramètres à identifier ( $\dim(X) = N_p \times 1$ );
- $\rho$  est le vecteur des résidus;
- $N_p$  est le nombre de paramètres à identifier (ici  $N_p = 2$ );
- $r \gg N_p$  est le nombre des mesures.

Le vecteur des paramètres  $X$  est estimé comme étant la solution par les moindres carrés du système surdéterminé (4.43).

##### 4.5.1 Estimation de la position

Pour cette expérience, il existe deux possibilités permettant d'enregistrer la position du rotor. Une solution est d'appliquer la procédure décrite dans le paragraphe 4.4.2. En essayant d'utiliser la méthode de modulation/démodulation des signaux pour calculer l'inductance puis de retrouver la position, nous avons dû réaliser la commutation entre la partie puissance et le circuit de mesure de façon manuelle. Même si la vitesse de rotation est élevée lors de la coupure d'alimentation de la MRV, nous n'avons pas pu obtenir de bons résultats.

La deuxième solution consiste alors à utiliser le capteur de position. La position  $\theta_m$  du rotor pendant la décélération du rotor et pour différentes vitesses de départ est représentée sur la figure 4.32

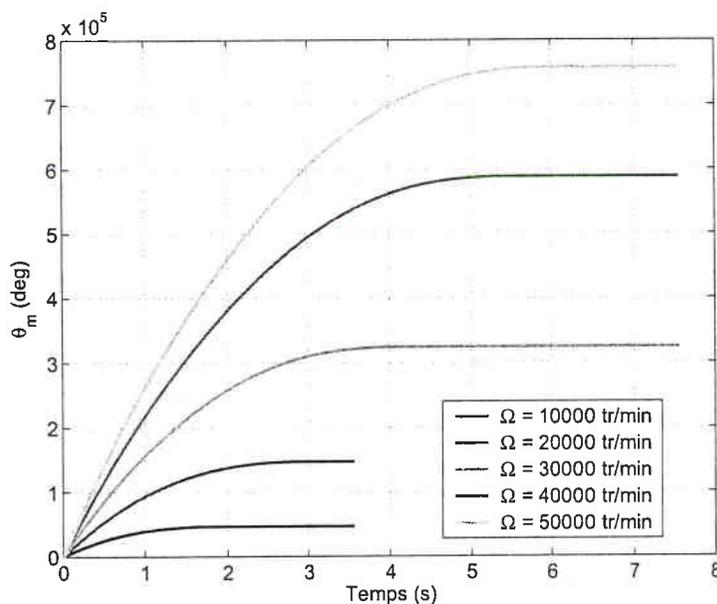


FIG. 4.32 – Position du rotor pendant la phase de décélération

### 4.5.2 Estimation de la vitesse et de l'accélération

En utilisant la procédure décrite dans la paragraphe 4.4.3, on peut obtenir les estimations de la vitesse et de l'accélération par filtrage. Dans ce cas, la fréquence de coupure du filtre Butterworth a été réglée à 100 Hz, l'ordre du filtre Butterworth est égal 4. Les courbes de la figure 4.33 représentent les estimations de la vitesse et de l'accélération ainsi obtenues.

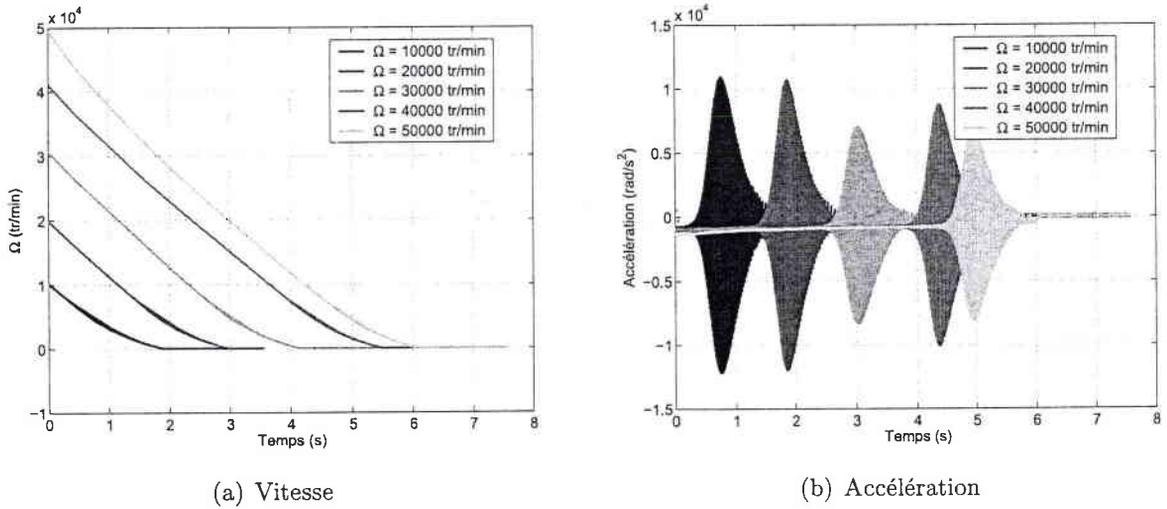


FIG. 4.33 – Estimation de la vitesse et de l'accélération par filtrage

Dans ce cas, l'estimation de l'accélération est encore bruitée. On remarque sur la figure 4.33(b) que le bruit devient important pour des vitesses inférieures à 10000 tr/min. Une solution possible dans ce cas consiste à réécrire le modèle utilisé pour l'identification afin d'éliminer l'utilisation de l'accélération. Par intégration de l'équation (4.42) on obtient :

$$\int_0^t J\ddot{\theta}_m dt = - \int_0^t f_v \dot{\theta}_m dt - \int_0^t f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) dt \quad (4.47)$$

ou encore :

$$J(\Omega(t) - \Omega(0)) = -f_v(\theta_m(t) - \theta_m(0)) - f_c t \quad (4.48)$$

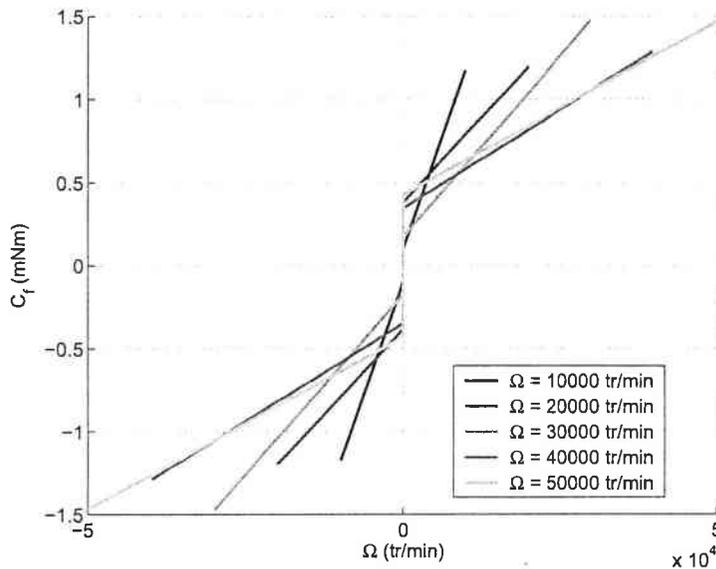


FIG. 4.34 – Couple de frottement de la MRV

### 4.5.3 Identification des paramètres

Les courbes de la figure 4.34 représentent les courbes de frottement obtenus par l'estimation des coefficients par les moindres carrés.

Nous remarquons que le couple de frottement dépend du point de fonctionnement de la MRV. En effet, le modèle de frottement habituellement utilisé pour les applications où la MRV fonctionne à basse vitesse n'est plus valable. Ainsi, cette expérience met en évidence la nécessité d'introduire de nouveaux termes de frottements lorsque les vitesses de rotation deviennent élevées. Les courbes de décélération obtenus par filtrage (4.33(a)) peuvent être superposées afin de s'assurer que le modèle de frottement pressenti sera valable pour toutes les vitesses (figure 4.35).

Pour choisir le modèle de frottement, nous avons regardé dans un premier temps l'allure du couple de frottement en traçant la fonction  $J\ddot{\theta}_m$  (4.36(a)). Même si l'accélération obtenue par filtrage de la position présente beaucoup de bruit, d'où un couple de frottement bruité, on peut obtenir une information de l'allure du couple de frottement (4.36(b)).

Ainsi, à grande vitesse il faut prendre en compte le frottement aérodynamique. Le modèle du couple de frottement considéré est le suivant :

$$C_f = f_v \dot{\theta}_m + f_c \text{sign}(\dot{\theta}_m) + f_{ad} |\dot{\theta}_m|^p \text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.49)$$

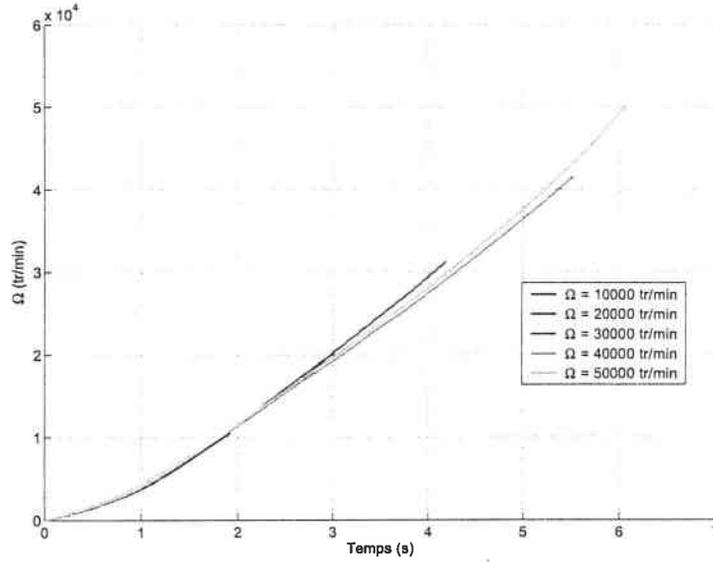


FIG. 4.35 – Superposition des 5 courbes des vitesses

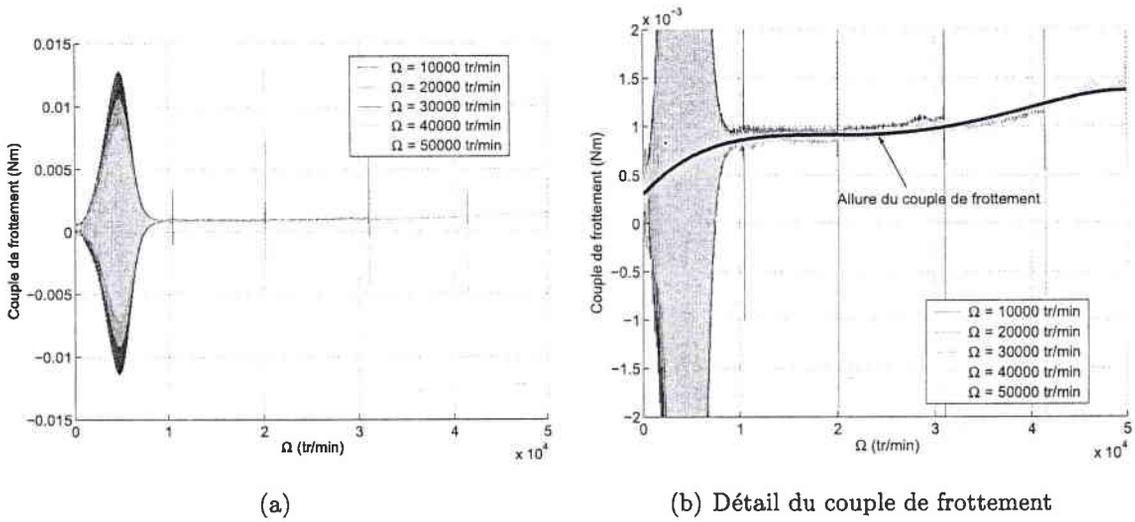


FIG. 4.36 – Allure du couple de frottement pour un fonctionnement à grande vitesse

où  $f_{ad}$  représente le coefficient de frottement aérodynamique et  $p$  représente une constante choisie par optimisation afin d'obtenir une erreur minimale.

Le modèle utilisé pour l'identification des paramètres est le suivant :

$$J\ddot{\theta}_m = -f_v\dot{\theta}_m - f_c\text{sign}(\dot{\theta}_m) - f_{ad}|\dot{\theta}_m|^p\text{sign}(\dot{\theta}_m) \quad (4.50)$$

Pour des raisons de bruit sur l'accélération obtenue par filtrage, on intègre l'équation (4.50), et on obtient :

$$J(\Omega(t) - \Omega(0)) = -f_v(\theta_m(t) - \theta_m(0)) - f_c t - \int_0^t f_{ad} |\dot{\theta}_m|^p \text{sign}(\dot{\theta}_m) dt \quad (4.51)$$

Le critère quadratique (4.52) est minimisé par la suite en utilisant la fonction *fmincon* de *MATLAB*. L'algorithme de résolution utilisé est la méthode *medium-scale : Quasi-Newton, line-search*. Afin d'assurer la convergence de l'algorithme d'optimisation, nous imposons des bornes inférieures et supérieures pour chaque paramètre à identifier. Pour la vitesse  $\dot{\theta}_{st}$ , les bornes choisies sont 0 et 10 tandis que pour tous les autres paramètres les bornes sont imposées à  $10^{-8}$  et  $10^{-3}$ . L'algorithme débute avec une solution initiale nulle. Le tableau 4.6 présente les résultats de l'optimisation du critère (4.52).

$$\min_X \|J(\Omega(t) - \Omega(0)) + C_f\|_2^2 \quad (4.52)$$

où  $X$  représente le vecteur des paramètres à identifier.

L'erreur quadratique obtenue dans ce cas est  $2,27 \cdot 10^{-3}$ .

$f_v$ (Nm/rad)	$f_c$ (Nm)	$f_{ad}$ (Nm/(rad/s) <sup>-p</sup> )	p
$1,12 \cdot 10^{-7}$	$3,13 \cdot 10^{-4}$	$9,59 \cdot 10^{-5}$	$1,71 \cdot 10^{-1}$

TAB. 4.6 – Estimation des paramètres de la MRV

La figure 4.37 représente la variation du couple de frottement avec la vitesse obtenue en utilisant les paramètres donnés dans le tableau 4.6.

Les résultats ainsi obtenus permettent en partie de valider les valeurs obtenues lors de la première identification (tableau 4.4).

## 4.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode permettant d'identifier les paramètres d'une machine à réluctance variable sans utiliser de capteur de position. L'essentiel de ce chapitre a été consacré dans un premier temps à l'identification de la caractéristique électromagnétique, puis à l'identification des paramètres du modèle mécanique de la machine.

La méthode de modulation/démodulation des signaux utilisée lors de l'identification des paramètres électromagnétiques a permis d'obtenir une caractérisation électromagnétique

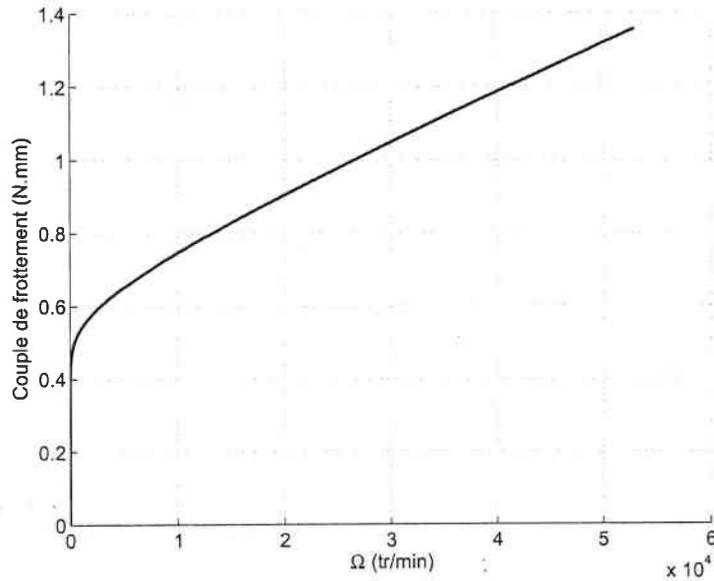


FIG. 4.37 – Le couple de frottement de la MRV

de la MRV en tout point du fonctionnement. Une expression analytique de la loi d'inductance a alors été proposée.

Une identification sans capteur de position a été effectuée pour estimer les paramètres du modèle mécanique de la MRV. Les paramètres ont été estimés par les moindres carrés en utilisant les estimations de la vitesse et de l'accélération obtenues par une technique de filtrage.

La validation croisée des résultats de l'identification a mis en évidence la forme du couple de frottement lorsque la MRV est utilisée à grande vitesse. Nous avons pu remarquer que le modèle de frottement utilisé couramment pour un fonctionnement à basse vitesse d'une MRV n'est plus valable à grande vitesse. Il a été nécessaire d'introduire d'autres termes de frottements en particulier dus aux phénomènes hydro-dynamiques dans les roulements et aérodynamiques dans le moteur. Ce modèle sera utilisé par la suite pour la synthèse de la commande d'une MRV fonctionnant à grande vitesse.



# Chapitre 5

## Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire

### 5.1 Introduction

Le système d'équation décrivant le comportement dynamique d'une MRV présenté dans le deuxième chapitre montre que nous nous situons dans le cadre de systèmes non linéaires. Les caractéristiques fortement non linéaires d'une MRV rendent le contrôle difficile. Par conséquent, une commande performante ne peut pas se faire au moyen des techniques de l'automatique linéaire.

L'objectif de ce chapitre est donc de rechercher une commande pour asservir la vitesse de la MRV lors d'un fonctionnement à grande vitesse (min. 100 000 tr/min). Dans le paragraphe suivant, nous dressons un bilan des méthodes existantes permettant de réaliser un asservissement de vitesse d'une MRV.

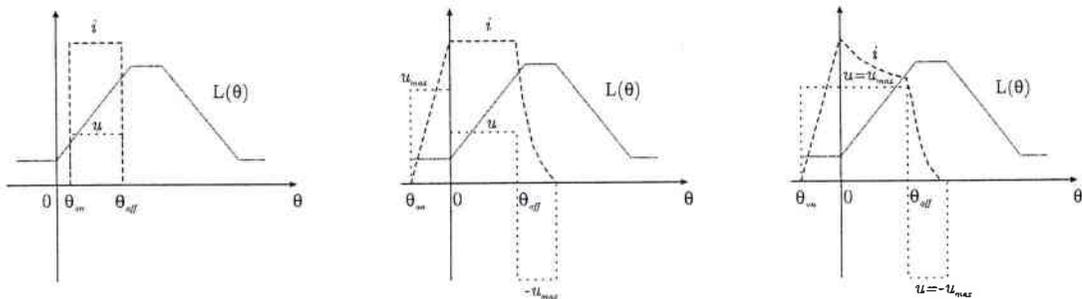
### 5.2 Stratégies de commande trouvées dans la littérature

Plusieurs stratégies de commande d'une MRV ont été proposées dans la littérature. La stratégie de commande la plus simple d'une MRV est la commande pleine onde. La commande en créneaux de courant est utilisée lorsque la MRV fonctionne à faible vitesse et la commande en créneaux de tension est utilisée pour un fonctionnement de la MRV à grande vitesse. Du fait du caractère non linéaire de la MRV, les stratégies de commande non

linéaire comme la commande par linéarisation par retour d'état et la commande par mode glissant sont souvent proposées pour contrôler une MRV.

La commande pleine onde (créneaux de courant ou créneaux de tension) est habituellement utilisée pour une MRV fonctionnant à grande vitesse [Miller, 1993]. Pour une commande pleine onde, les phases d'une MRV sont alimentées successivement avec un courant ou tension d'amplitude constante pendant une période complète d'alimentation de la phase considérée. Le couple d'une MRV étant une fonction non linéaire de la position du rotor et du courant, cette stratégie de commande introduit généralement des fortes ondulations du couple. Dans certains domaines d'utilisation, par exemple la robotique, les ondulations du couple sont intolérables. La minimisation des ondulations du couple pour une MRV est un problème très bien traité dans la littérature.

Dans [Buja and Valla, 1994] les auteurs proposent une commande pleine onde pour une MRV en utilisant un modèle électro-magnétique linéaire par morceaux ce qui permet d'obtenir une expression analytique du couple moteur. Pour une alimentation en créneaux de courant, les variables de contrôle sont le courant ( $i$ ) et l'intervalle de magnétisation d'une phase (figure 5.1(a)). Par intervalle de magnétisation on comprend l'intervalle compris entre  $\theta_{on}$  et  $\theta_{off}$  où  $\theta_{on}$  représente l'angle de début de magnétisation de la phase et  $\theta_{off}$  représente l'angle de fin de magnétisation de la phase.



(a) Variables de contrôle pour une commande en créneau de courant

(b) Variables de contrôle pour une commande en créneau de tension

(c) Variables de contrôle pour une commande en créneau de tension

FIG. 5.1 – Variables de contrôle pour une commande pleine onde (figures extraites de [Buja and Valla, 1994]))

Le même couple moteur peut être obtenu en utilisant des courants faibles et un intervalle de magnétisation large ou des courants forts et un intervalle de magnétisation plus court. Plus on avance l'angle de début de magnétisation, plus les parties électro-magnétiques

de la MRV sont saturées et par conséquent le couple moteur diminue. Les auteurs proposent alors de figer l'angle de début de magnétisation et d'utiliser le courant et l'angle de fin de magnétisation comme variables de contrôle pour réaliser un asservissement de vitesse. Dans le même article, les auteurs étudient le cas d'une MRV commandée en pleine onde de tension. Pour l'asservissement de vitesse, les variables de contrôle sont l'angle de début de la magnétisation, l'angle de fermeture (figure 5.1(c)) et lorsque la force contre-électromotrice est inférieure à la tension d'alimentation, les auteurs utilisent le courant comme troisième variable de contrôle (figure 5.1(b)). Le couple moteur est réglé en contrôlant le courant ou l'angle de début de magnétisation et il est contrôlé avec l'angle de fin de magnétisation.

La commande pleine onde (créneaux des courants) étudiée dans [Tandon *et al.*, 1997] est couplée avec le problème des variations des paramètres du modèle mathématique de la MRV. En réalité, à cause des tolérances de fabrication, le profil d'inductance des phases d'une MRV diffère d'environ  $\pm 10\%$  d'une phase à l'autre. Les variations d'inductance en position d'opposition restent faibles ( $\pm 1\%$ ) à cause d'un entrefer important, tandis que l'inductance en position de conjonction présente plus de variations à cause du faible entrefer. Les performances de la MRV sont évaluées à travers le critère *TPA* (*torque per ampere - couple par ampère*). En fonction du point de fonctionnement de la MRV (courant, couple et vitesse) l'optimisation du critère *TPA* permet de trouver par simulation les valeurs optimales pour les variables de contrôle : le courant, l'angle de début et de fin de magnétisation. En présence des variations des paramètres, l'algorithme d'adaptation proposé donne les nouvelles valeurs optimales des variables de contrôle. Cette méthode de contrôle s'impose par sa simplicité qui la rend très facile à implémenter pour l'utilisation en temps réel.

Pour la commande pleine onde proposée dans [Kjaer *et al.*, 1997], les valeurs optimales pour les variables de contrôle sont obtenus par maximisation du rapport du couple moyen avec le carré du courant efficace. Cet article met en évidence les corrélations existantes entre les performances d'une MRV (maximisation du couple moyen) et la stratégie de commutation des phases. Pour minimiser les ondulations du couple, les auteurs calculent la position du rotor pour laquelle le couple électromagnétique est égal à la moitié du couple de consigne. L'angle de début de magnétisation est ensuite défini par rapport à cette valeur. La solution proposée permet de diminuer les ondulations du couple, mais le fonctionnement de la MRV est limitée à basse vitesse. Pour un fonctionnement à grande vitesse, une autre position particulière est proposée afin de minimiser les oscillations du couple. Cette position correspond au moment où le flux produit par les deux phases est égal.

La commande en pleine onde a été étudiée dans [Akhter *et al.*, 2002]. L'intérêt de ce travail est de mettre en évidence les problèmes lors du démarrage d'une MRV en charge. Une analyse des performances de la MRV pendant le régime transitoire et pendant le régime stationnaire pour un angle de début de magnétisation figé et un angle de fin de magnétisation variable est réalisée.

Du fait du caractère fortement non linéaire de la MRV, les techniques de commande non linéaire utilisant le principe de la linéarisation par retour d'état ou le principe de mode glissant sont particulièrement bien adaptées.

Le principe de la commande par linéarisation par retour d'état est la décomposition en plusieurs sous-systèmes permettant une linéarisation partielle ou totale du système non linéaire. Un sous-système de dynamique lente correspond aux variables mécaniques. Les variables électriques de dynamique plus rapide constituent les autres sous-systèmes. La théorie de la linéarisation par retour d'état est très bien développée dans [Isidori, 1995]. La robustesse de cette stratégie de commande a été étudiée dans [Slotine and J.K.Hedrick, 1993].

Cette stratégie de commande a été utilisée dans [Spong *et al.*, 1987] pour un problème de poursuite de trajectoire en robotique. En choisissant le vecteur d'état composé de la position, de la vitesse et des courants des phases et le vecteur des sorties composé de la position et des courants des phases secondaires, alors la linéarisation est totale. Le contrôle des systèmes linéaires ainsi obtenus est réalisé en utilisant les techniques de contrôle de l'automatique linéaire. La commande linéarisante est calculée à partir du modèle mathématique de la MRV et pour une implantation en temps réel de cette commande il est nécessaire d'avoir accès aux variables d'état à chaque instant. Lorsque la linéarisation est totale, toutes les non-linéarités sont annulées et il est important d'étudier la robustesse de cette commande par rapport aux incertitudes des paramètres. Dans l'article de Spong, l'étude de la robustesse de la commande est réalisée par simulations. Les différents cas de figures considérés montrent la robustesse de cette commande.

Dans [Cailleux *et al.*, 1996], la commande par linéarisation par retour d'état couplée avec le problème de minimisation des ondulations du couple a été présentée. Dans cet article, les auteurs ont choisi la position, la vitesse et les courants comme variables d'état et le couple et les courants de phase secondaires comme sorties. Ainsi, la linéarisation est partielle, donc la commande non linéaire ne compense pas toutes les non-linéarités du modèle. Le système a deux dynamiques non contrôlées correspondant aux variables non asservies (la position et la vitesse).

Dans [Panda *et al.*, 1996], la commande non linéaire linéarisante par retour d'état est combinée avec une commande par logique floue dans le but de minimiser les ondulations du couple lors de l'asservissement de vitesse de la MRV. Dans leur cas, l'asservissement de vitesse par commande non linéaire par retour d'état induit des fortes oscillations du couple. Les auteurs proposent alors l'asservissement en utilisant une commande par logique floue. Les ondulations du couple sont diminuées mais, cette commande n'ayant pas d'intégrateur dans la boucle de vitesse, une erreur statique non nulle est observée. Enfin, la combinaison de deux commandes (linéarisation par retour d'état et logique floue) permet d'obtenir des faibles ondulations du couple et une erreur statique nulle.

Dans [Amor *et al.*, 1995], une commande non linéaire adaptative d'une MRV est étudiée. Au principe de la linéarisation par retour d'état est associée une loi adaptative qui permet de tenir compte des variations des paramètres du modèle. L'algorithme de contrôle comprend une procédure adaptative basée sur un modèle paramétrique linéaire dans le but de contrôler le couple de la MRV. La mesure du couple instantané se fait par l'intermédiaire d'un observateur de flux.

L'asservissement de vitesse d'une MRV est étudié dans [Ho *et al.*, 1998] en utilisant une commande adaptative. Par linéarisation autour du point de fonctionnement, les auteurs déduisent un modèle du premier ordre de la MRV qui est utilisé par la suite pour la synthèse d'un correcteur adaptatif PI. Les gains du correcteur sont fonction du point de fonctionnement de la MRV.

Plusieurs stratégies de commutation des phases de la MRV existent dans la littérature. La stratégie de commutation est liée aux problèmes de circulation d'énergie dans la MRV. En effet, il devient très difficile de commuter les courants lorsque la MRV fonctionne à grande vitesse à cause d'une circulation excessive d'énergie entre la MRV et le convertisseur [Krishnan, 2001]. En effet, pour optimiser le fonctionnement de la machine d'un point de vue énergétique mais également pour minimiser les ondulations du couple, il faut que la commande des courants soit la plus douce possible. La commutation consiste donc à faire décroître le courant d'une phase tandis que le courant de la phase suivante croît.

La stratégie de commutation introduite dans [Russa *et al.*, 1998] minimise les ondulations du couple. L'intervalle de magnétisation est divisé en trois sous-intervalles (figure 5.2). Pendant le premier intervalle (*A*), la phase est alimentée pour produire du couple. A partir d'un angle prédéfini (le début du deuxième intervalle (*B*)), une tension nulle est appliquée aux bornes de la phase. En même temps, la phase suivante définie dans l'ordre d'alimentation des phases est alimentée. Le troisième intervalle (*C*) est utilisé pour accélérer

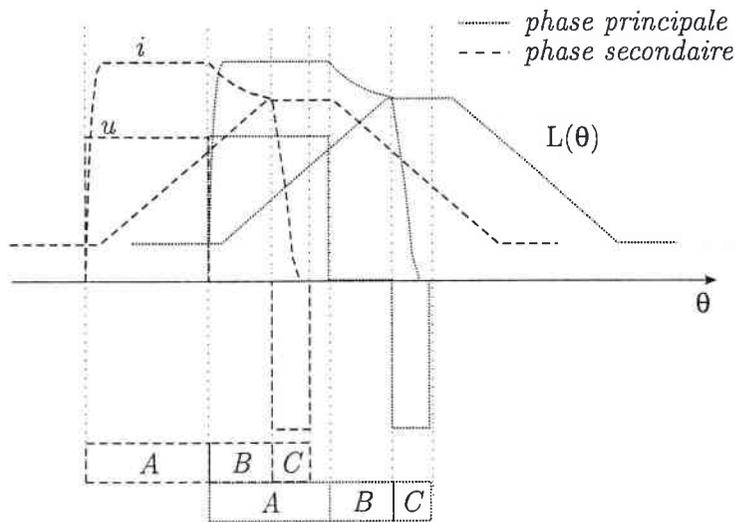


FIG. 5.2 – Stratégie de commutation proposée dans [Russa *et al.*, 1998]

la démagnétisation de la phase. Pour assurer une commutation optimale pour chaque point de fonctionnement de la MRV, la largeur du deuxième intervalle doit être définie en fonction de la vitesse de rotation. Pour des faibles vitesses cet intervalle peut être nul, alors que en grande vitesse il est principalement utilisé pour réduire les oscillations du couple. Durant cet intervalle, la démagnétisation de la phase secondaire est ralentie et en même temps le courant est en train de s'établir dans la phase principale. Ainsi, les ondulations du couple sont diminuées.

La stratégie de commande non linéaire par mode glissant est proposée dans [Buja *et al.*, 1993], [Rossi and Tonielli, 1994], [Inanc and Ozbulur, 2003]. La stratégie de la commande non linéaire en utilisant le principe du mode glissant est très bien développée dans [Slotine, 1984] et [Slotine and Coetsee, 1986]. Le principe de cette méthode consiste à forcer l'état du système à «glisser» sur une surface définie (surface de glissement ou surface de commutation figure 5.3).

Dans [Rossi and Tonielli, 1994], la commande par mode glissant pour une MRV a été testée dans une application de poursuite de trajectoire en robotique. Une structure de contrôleur en cascade (vitesse - couple) avec un compensateur intermédiaire est envisagée. Dans la boucle interne, le couple est contrôlé en utilisant deux stratégies différentes : la linéarisation par retour d'état et le mode glissant. L'asservissement de vitesse est réalisée dans la boucle externe en utilisant l'approche par mode glissant. L'implantation de la boucle interne pour contrôler le couple nécessite la mesure ou l'estimation de ce dernier. La mesure étant une opération coûteuse, l'estimation étant difficile à cause des non-linéarités, la solution

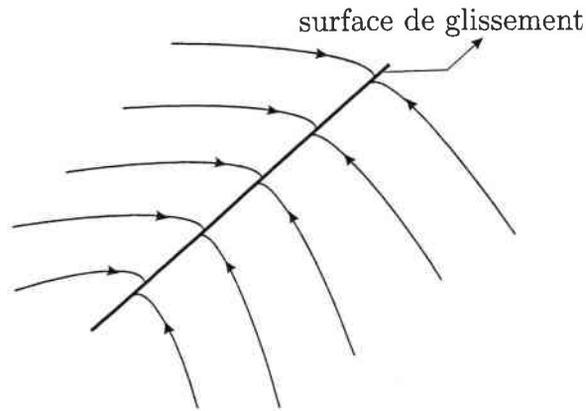


FIG. 5.3 – Principe de la commande par mode glissant

proposée est d'utiliser un compensateur. Le compensateur transforme le couple fourni par le contrôleur de vitesse en flux ou en courant. Ainsi, deux problèmes apparaissent : le choix de la sortie du compensateur et la transformation d'un scalaire (le couple) en vecteur (flux ou courant). En fonction de la technique adoptée, les sorties sont les flux ou les courants. Afin de contrôler le couple par la méthode de linéarisation par retour d'état, un observateur de flux est nécessaire. Si l'approche par mode glissant est choisie alors les courants deviennent les variables de contrôle. La boucle de vitesse est réalisée en utilisant une commande par mode glissant. Cet article met en évidence la robustesse de la commande par mode glissant par rapport à la commande par linéarisation par retour d'état vis à vis des incertitudes du modèle. Pour une modélisation précise du système, les deux approches donnent des résultats similaires. En revanche, en présence des incertitudes sur les paramètres la commande par mode glissant présente de meilleures caractéristiques.

Dans [Buja *et al.*, 1993], la commande par mode glissant a été étudiée pour une MRV non saturée (fonctionnement dans la zone linéaire de la caractéristique électro-magnétique). Lors de la modélisation électro-magnétique d'une MRV, nous avons vu que cette zone est caractérisée par un courant, appelé courant de saturation. Ainsi, dans cet article, les auteurs définissent une surface de glissement pour chaque variable de contrôle. Pour le courant, la surface peut se réduire à un seul point correspondant au courant de saturation, mais la surface de glissement est alors définie seulement pour les tensions d'alimentation supérieures à la force contre-électromotrice.

La stratégie de commande par mode glissant proposée dans [Inanc and Ozbulur, 2003] est classique mais l'intérêt de cet article réside dans la façon de minimiser les oscillations du couple. Ainsi, au lieu de contrôler le courant de la phase principale, les auteurs choisissent de

contrôler la somme des carrés des courants des deux phases adjacentes (la phase principale et la phase devenue secondaire). La solution présentée donne de très bons résultats par rapport aux stratégies classiques utilisées pour minimiser les ondulations du couple.

Dans ce qui précède, nous avons vu les différentes stratégies utilisées pour la commande d'une MRV. La commande pleine onde peut être optimisée en jouant sur les angles de début de magnétisation et de fin de magnétisation d'une phase. Le caractère fortement non linéaire d'une MRV la rend difficile à contrôler. Les techniques de commande non linéaire permettant de compenser les non-linéarités de la MRV peuvent être utilisées pour la commande d'une MRV [Visa *et al.*, 2002c]. Elles présentent l'avantage de transformer le système non linéaire en plusieurs sous-systèmes linéaires pouvant être contrôlés en utilisant les techniques classiques de l'automatique linéaire. En présence des incertitudes de modélisation, la commande par mode glissant s'impose par sa robustesse. Indifféremment de la stratégie de commande adoptée, il est nécessaire de pouvoir mesurer l'état du système. L'utilisation des capteurs est une solution mais cette pratique est coûteuse et parfois impossible à mettre en place. Dans ces cas, la solution consiste à utiliser un observateur pour estimer l'état du système. Plusieurs aspects théoriques sur l'utilisation des observateurs sont présentés dans le chapitre consacré aux observateurs.

Dans la plupart des articles étudiés, la MRV est utilisée pour des applications à basse vitesse (max. 3000 tr/min). En grande vitesse (au minimum 10000 tr/min) plusieurs problèmes spécifiques limitent les performances de la machine. La tension d'alimentation est souvent saturée, ce qui fait que les commandes sont également saturées. La force contre-électromotrice est proportionnelle à la vitesse et pour des vitesses élevées, elle est voisine de la tension d'alimentation.

Dans ce chapitre, nous allons maintenant étudier une commande non linéaire par linéarisation par retour d'état d'une MRV fonctionnant à grande vitesse. Dans un premier temps, nous allons présenter le principe de la linéarisation par retour d'état. Une commande non linéaire permettant une linéarisation totale et une deuxième commande aboutissant à une linéarisation partielle permettront d'identifier les principaux problèmes lors d'un fonctionnement en grande vitesse d'une MRV. Dans un premier temps, ces commandes vont être validées par simulation à basse vitesse. La robustesse de ces commandes est prouvée à travers les simulations.

## 5.3 Linéarisation d'un système non linéaire MIMO

### 5.3.1 Généralités sur les systèmes non linéaires MIMO

Les stratégies de linéarisation par retour peuvent être appliquées plus facilement lorsque le système est écrit sous forme canonique contrôlable. Un système non linéaire, MIMO sous forme canonique contrôlable avec le même nombre ( $m$ ) d'entrées et de sorties est régi par le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x)u_j \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} x &= [x_1 \dots x_n]^T && \text{- vecteur d'état du système } (dim(x) = n \times 1); \\ u &= [u_1 \dots u_m]^T && \text{- vecteur des commandes du système } (dim(u) = m \times 1); \\ y &= [y_1 \dots y_m]^T && \text{- vecteur des sorties du système } (dim(y) = m \times 1); \\ f(x) &= [f_1(x) \dots f_n(x)]^T && \text{- vecteur des fonctions analytiques } (dim(f) = n \times 1); \\ g(x) &= [g_1(x) \dots g_m(x)] && \text{- vecteur des fonctions analytiques } (dim(g) = 1 \times m); \\ h(x) &= [h_1(x) \dots h_m(x)]^T && \text{- vecteur des fonctions analytiques } (dim(h) = m \times 1). \end{aligned}$$

La linéarisation d'un système non linéaire fait appel à la notion de degré relatif. Ainsi, le degré relatif d'un système non linéaire MIMO est à son tour lié à la dérivée de Lie [Isidori, 1995], [Slotine and Li, 1991]. La dérivée de Lie d'une fonction  $\lambda(x)$  est définie comme la dérivée de la fonction  $\lambda(x)$  le long du champ de vecteur  $f(x)$ .

$$L_f \lambda(x) = \frac{\delta \lambda}{\delta x} f(x) \quad (5.2)$$

Une composition itérée de la dérivée de Lie peut aussi être définie si on prend, dans une première étape la dérivée de  $\lambda(x)$  le long du champ de vecteur  $f(x)$ , puis la dérivée le long du champ de vecteur  $g(x)$  :

$$L_g \circ L_f \lambda(x) = \frac{\delta(L_f \lambda)}{\delta x} g(x) = \left( \frac{\delta^2 \lambda}{\delta x^2} f(x) + \frac{\delta \lambda}{\delta x} \frac{\delta f}{\delta x} \right) g(x) \quad (5.3)$$

On note  $L_f^k \lambda(x)$  lorsque  $\lambda(x)$  est dérivée  $k$  fois le long de  $f(x)$ . Ainsi, pour calculer  $L_f^k \lambda(x)$  on utilise la récurrence suivante :

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\delta(L_f^{k-1})}{\delta x} f(x) \quad (5.4)$$

avec  $L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x)$ .

Un système non linéaire MIMO (5.1) a le (vecteur) degré relatif  $[r_1, r_2 \dots r_m]$  au point  $x^0$  si :

1.

$$L_{g_j} \circ L_f^k h_i(x) = 0 \quad (5.5)$$

pour  $1 \leq j \leq m, 1 \leq i \leq m, k < r_i - 1, \forall x$  dans un voisinage du point  $x^0$ ;

2. la matrice

$$A(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1} \circ L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} \circ L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} \circ L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_m} \circ L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{g_1} \circ L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} \circ L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

est non singulière au point  $x^0$ .

**Remarque :**

- Si le système non linéaire possède un nombre différent d'entrées et de sorties, la deuxième condition est remplacée par l'hypothèse  $\text{rang}(A(x))$  égal au nombre de sorties du système;
- En effet, la notion de degré relatif est étroitement liée à la linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire. Si on voulait, par exemple, obtenir une relation explicite entre une des sorties et la commande du système, on devrait calculer la dérivée par rapport au temps de cette sortie. Dans ce cas, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= \frac{d}{dt} h_1(x) \\ &= \frac{\delta h_1(x)}{\delta x} \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{\delta h_1(x)}{\delta x} f(x) + \sum_{j=1}^m \frac{\delta h_1(x)}{\delta x} g_j(x) u_j \\ &= L_f h_1(x) + \sum_{j=1}^m L_{g_j} h_1(x) u_j \end{aligned} \quad (5.7)$$

Si le degré relatif associé à cette sortie est supérieur à 1, alors  $L_{g_j} h_1(x) = L_{g_j} L_f^0 h_1(x) = 0$  pour  $1 \leq j \leq m$  et on obtient :

$$\frac{dy_1}{dt} = L_f h_1(x) \quad (5.8)$$

Si la relation entre  $y_1$  et  $u$  n'est pas explicite, on dérive encore une fois et on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y_1}{dt^2} &= \frac{\delta L_f h_1(x)}{\delta x} \frac{dx}{dt} \\ &= \frac{\delta L_f h_1}{\delta x} \left( f(x) + \sum_{j=1}^m g_j(x) u_j \right) \\ &= L_f^2 h_1(x) + \sum_{j=1}^m L g_j \circ L_f h_1(x) u_j \end{aligned} \quad (5.9)$$

Si le degré relatif est inférieur à 2, alors  $L g_j L_f h_1(x) = 0$  pour  $1 \leq j \leq m$  et on obtient :

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = L_f^2 h_1(x) \quad (5.10)$$

Si on continue de cette manière, on obtient :

$$\frac{d^k y_1}{dt^k} = L_f^k h_1(x), \text{ pour } k < r_1 \quad (5.11)$$

et

$$\frac{d^{r_1} y_1}{dt^{r_1}} = L_f^{r_1} h_1(x) + \sum_{j=1}^m L g_j \circ L_f^{r_1-1} h_1(x) u_j \quad (5.12)$$

### 5.3.2 Linéarisation par retour d'état d'un système non linéaire MIMO

Pour un système défini par (5.1), les relations entre les entrées et les sorties ( $y/u$ ) sont non linéaires. Elles dépendent du point de fonctionnement. Dans ce cas, les stratégies de commandes linéaires ne peuvent pas être appliquées sans risque de dégradation des performances du système. Par exemple, dans certains cas, la stabilité du système peut être remise en cause [Slotine and Li, 1991]. Ainsi, les techniques de linéarisation par retour d'état [Isidori, 1995] peuvent être utilisées afin d'obtenir un système équivalent dont le comportement entrée/sortie est linéaire (figure 5.4).

L'entrée du système linéarisé est maintenant  $v$ . Ce nouveau système peut être contrôlé en utilisant les techniques classiques de l'automatique linéaire. Il est donc nécessaire de trouver une transformation qui permettrait d'établir une relation entrée/sortie linéaire.

Si le bouclage non linéaire suivant est effectué :

$$u_i = \alpha_i(x) + \sum_{j=1}^m \beta_{ij}(x) v_j \quad (5.13)$$

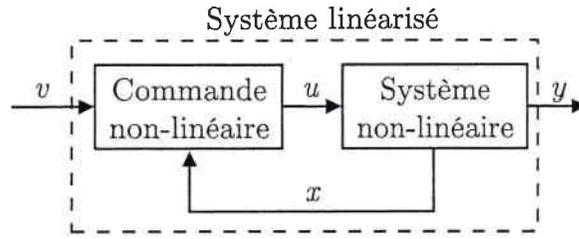


FIG. 5.4 – Système non linéaire linéarisé par retour d'état

où  $v = [v_1 \dots v_m]^T$ ,  $1 \leq i \leq m$ , le système (5.13) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)\alpha_i(x) + \sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=1}^m g_j(x)\beta_{ij}(x) \right) v_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.14)$$

Si l'on pose  $\alpha(x) = \begin{pmatrix} \alpha_1(x) \\ \vdots \\ \alpha_m(x) \end{pmatrix}$  et  $\beta(x) = \begin{pmatrix} \beta_{11}(x) & \dots & \beta_{1m}(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{m1}(x) & \dots & \beta_{mm}(x) \end{pmatrix}$ ,

le système 5.14 peut s'écrire comme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\alpha(x) + g(x)\beta(x)v \\ y = h(x) \end{cases} \quad (5.15)$$

où  $\beta(x)$  doit être non singulière  $\forall x$ .

Pour obtenir une relation entrée/sortie linéaire pour le système non linéaire (5.1), il suffit de trouver, si possible :

1.  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$  c'est à dire une commande linéarisante de la forme (5.13),
2. un changement de coordonnées  $z = \Psi(x)$  ( $z = [z_1 \dots z_m]^T$ ,  $\Psi(x) = [\psi_1(x) \dots \psi_m(x)]^T$ ),
3. deux matrices  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,

telles que les conditions suivantes soient validées :

$$\left[ \frac{\delta \Psi}{\delta x} (f(x) + g(x)\alpha(x)) \right]_{x=\Psi^{-1}(z)} = Az \quad (5.16)$$

$$\left[ \frac{\delta \Psi}{\delta x} (g(x)\beta(x)) \right]_{x=\Psi^{-1}(z)} = B \quad (5.17)$$

$$\text{rang} (B \ AB \dots \ A^{n-1}B) = n \quad (5.18)$$

Nous remarquons que la dernière condition est en fait la condition de controlabilité d'un système linéaire.

Par la suite, on pose :

$$z_i = \begin{pmatrix} z_i^1 \\ z_i^2 \\ \vdots \\ z_i^{r_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_i^1(x) \\ \psi_i^2(x) \\ \vdots \\ \psi_i^{r_i}(x) \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

pour  $1 \leq i \leq m$ .

Si

$$\sum_{i=1}^m r_i = n \quad (5.20)$$

où  $r_i$  est le degré relatif associé à la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur de sortie, le système non linéaire (5.1) est totalement linéarisable, c'est à dire que toutes les non linéarités sont annulées par la commande linéarisante (5.13). Dans ce cas, le changement de coordonnées peut être choisi tel que :

$$z_i^k = \psi_i^k(x) = L_f^{k-1} h_i(x) \quad (5.21)$$

où  $L_f^{k-1} h_i$  représente la  $(k-1)^{\text{ème}}$  dérivée de Lie de  $h_i$ ,  $1 \leq k \leq r_i$ ,  $1 \leq i \leq m$  et  $1 \leq j \leq n$ .

En prenant en compte le changement de variable (5.21), le système (5.1) sera décomposé en  $m$  sous systèmes de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{z}_i^1 = z_i^2 \\ \vdots \\ \dot{z}_i^{r_i-1} = z_i^{r_i} \\ \dot{z}_i^{r_i} = b_i(z) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z)u_j \\ y_i = z_i^1 \end{cases} \quad (5.22)$$

pour  $1 \leq i \leq m$ .

Les coefficients  $a_{ij}$  et  $b_i$  sont calculés par dérivations successives par rapport au temps en tenant compte du changement de variable proposé [Slotine and Li, 1991], et ils sont donnés par :

$$a_{ij}(z) = L_{g_j} \circ L_f^{r_i-1} h_i(\Psi^{-1}(z)) \quad (5.23)$$

$$b_i(z) = L_f^{r_i} h_i(\Psi^{-1}(z)) \quad (5.24)$$

On remarque que les coefficients  $a_{ij}$  correspondent en fait à la matrice  $A(x)$ , appelée matrice de découplage (l'équation (5.6)). Ainsi, dans un voisinage du point  $z^0 = \Psi^{-1}(x^0)$ , la matrice  $A(z^0)$  est non singulière, et si l'on pose :

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{pmatrix} = B(z) + A(z)u \quad (5.25)$$

on peut déduire :

$$u = A^{-1}(z)(-B(z) + v) \quad (5.26)$$

et donc

$$\alpha(x) = -A^{-1}(z(x))B(z(x)) \quad (5.27)$$

$$\beta(x) = A^{-1}(z(x)) \quad (5.28)$$

En imposant le retour donné par l'équation (5.26), le système (5.1) est transformé en  $m$  sous-systèmes linéaires :

$$\begin{cases} \dot{z}_i^1 = z_i^2 \\ \vdots \\ \dot{z}_i^{r_i-1} = z_i^{r_i} \\ \dot{z}_i^{r_i} = v_i \\ y_i = z_i^1 \end{cases} \quad (5.29)$$

pour  $1 \leq i \leq m$ .

En conclusion, le système non linéaire (5.1) est totalement linéarisable si les hypothèses (5.16, 5.17, 5.18 et 5.20) sont vérifiées et si le bouclage de découplage non linéaire (5.13) est effectué. Cette stratégie est connue sous le nom de linéarisation par retour d'état.

Si l'hypothèse (5.20) n'est pas vérifiée, le système n'est pas totalement linéarisable, et donc il présente des dynamiques non contrôlées par le bouclage non linéaire choisi. Dans ce cas, on parle de linéarisation entrées/sorties. Les dynamiques non contrôlées si elles sont instables peuvent entraîner l'instabilité du système. Afin de contrôler les parties instables du système, nous devons prévoir des boucles externes de contrôle.

Néanmoins, la linéarisation d'un système non linéaire présente quelques désavantages. Tout d'abord cette stratégie ne peut pas être utilisée pour n'importe quel système non linéaire. Deuxièmement, on doit pouvoir mesurer à tout moment les variables d'état du système. Et, troisièmement la robustesse vis à vis des incertitudes des paramètres du modèle n'est pas garantie [Slotine and Li, 1991].

Dans ce travail, nous avons adopté la stratégie de contrôle par linéarisation d'un système non linéaire afin de réaliser un asservissement de vitesse pour une MRV. Deux stratégies des commandes vont être détaillées dans la suite de ce chapitre.

## 5.4 Commande non linéaire en tension d'une MRV

### 5.4.1 Linéarisation par retour d'état d'une MRV

Le modèle dynamique d'une MRV de type 6/2 avec  $N_s = 6$  dents statoriques,  $N_r = 2$  dents rotoriques et 3 phases est décrit par le système non linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \left( \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 i_j^2 \frac{\delta L_j}{\delta \theta_m} - C_{charge} - C_f \right) \\ \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1} \left( u_1 - Ri_1 - i_1 \frac{\delta L_1}{\delta \theta_m} \Omega \right) \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_2} \left( u_2 - Ri_2 - i_2 \frac{\delta L_2}{\delta \theta_m} \Omega \right) \\ \frac{di_3}{dt} = \frac{1}{L_3} \left( u_3 - Ri_3 - i_3 \frac{\delta L_3}{\delta \theta_m} \Omega \right) \end{array} \right. \quad (5.30)$$

Il a déjà été montré que le couple produit par la MRV ne dépend pas du signe des courants, mais il dépend de  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m}$ . Si la MRV fonctionne en régime moteur, à chaque position  $\theta_m$ , certaines phases peuvent produire un couple négatif ( $\frac{\delta L}{\delta \theta_m} < 0$ ), tandis que les autres phases fournissent un couple positif ou nul ( $\frac{\delta L}{\delta \theta_m} \geq 0$ ). Pour améliorer l'efficacité de la MRV,

à tout moment une seule phase sera commandée. Le choix de cette phase est fait à l'aide d'un commutateur. Pour chaque position et en fonction du signe du couple, le commutateur fournit un entier, indiquant le numéro de la phase qui devra être commandée. Cette phase est appelée la phase principale et elle sera indiquée par la suite avec l'indice  $k$ . La commande  $u_k$  correspondant à la phase principale est celle qui influence le couple moteur ainsi que la vitesse de rotation. Les commandes des autres phases  $u_{k-1}$  et  $u_{k+1}$  doivent permettre aux courants de ces phases de tendre rapidement vers zéro afin d'éviter qu'un couple résistant soit produit par ces phases.

Par la suite, pour des raisons de simplicité, nous avons choisi de noter les phases secondaires avec les indices  $k - 1$  et  $k + 1$ . L'indice  $k - 1$  représente la précédente phase principale, tandis que l'indice  $k + 1$  représente la phase principale suivante.

Le système (5.30) peut être mis sous la forme générale donnée par (5.1) en choisissant le vecteur d'état  $x = [ \theta \quad \Omega \quad i_k \quad i_{k-1} \quad i_{k+1} ]^T$ , le vecteur de sortie  $y = [ \theta \quad i_{k-1} \quad i_{k+1} ]^T$  et la commande  $u = [ u_k \quad u_{k-1} \quad u_{k+1} ]^T$ .

Ainsi, nous allons obtenir le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} \frac{d\theta_m}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \\ \frac{di_k}{dt} \\ \frac{di_{k-1}}{dt} \\ \frac{di_{k+1}}{dt} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Omega \\ \frac{1}{J} \left( \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 i_j^2 \frac{\delta L_j}{\delta \theta_m} - C_{charge} - C_f \right) \\ -\frac{1}{L_k} \left( R + \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} \Omega \right) i_k \\ -\frac{1}{L_{k-1}} \left( R + \frac{\delta L_{k-1}}{\delta \theta_m} \Omega \right) i_{k-1} \\ -\frac{1}{L_{k+1}} \left( R + \frac{\delta L_{k+1}}{\delta \theta_m} \Omega \right) i_{k+1} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_k} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{k-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{k+1}} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{l} u_k \\ u_{k-1} \\ u_{k+1} \end{array} \right] \\ y = [ \theta_m \quad i_{k-1} \quad i_{k+1} ]^T \end{array} \right. \quad (5.31)$$

Dans ce cas, le vecteur degré relatif calculé, conformément à l'équation (5.5), est  $r = [ 3 \quad 1 \quad 1 ]^T$  et la matrice de découplage est :

$$A(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{JL_k} i_k \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} & \frac{1}{JL_{k-1}} i_{k-1} \frac{\delta L_{k-1}}{\delta \theta_m} & \frac{1}{JL_{k+1}} i_{k+1} \frac{\delta L_{k+1}}{\delta \theta_m} \\ 0 & \frac{1}{L_{k-1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{k+1}} \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

Ainsi,  $\det A(x) = \frac{1}{JL_k L_{k-1} L_{k+1}} i_k \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m}$  et par conséquent, la matrice  $A(x)$  est non singulière si les conditions suivantes sont respectées :

$$i_k \neq 0 \quad (5.33)$$

$$\frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} \neq 0 \quad (5.34)$$

$$J, L_k, L_{k-1}, L_{k+1} \text{ non infinis} \quad (5.35)$$

Pour une MRV, la condition (5.35) est toujours vraie. Afin de produire du couple, la MRV sera toujours commandée pour les positions où  $\frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} \neq 0$ . Cette hypothèse valide ainsi la condition (5.34). En revanche, la condition (5.33) rend impossible la linéarisation du système parce que lors de la commutation de phases le courant dans la phase principale est nul. Cependant, cette singularité peut être éliminée si l'on impose un courant très faible dans les phases secondaires. Il est important que le courant soit faible afin d'éviter la production du couple résistant par les phases secondaires.

En prenant en compte l'hypothèse de la présence d'un courant très faible dans les phases secondaires de la MRV, on valide aussi la condition (5.20). Ainsi, le système est totalement linéarisable. Le bouclage non linéaire donné par (5.26) est obtenu en utilisant la matrice de découplage (5.32). Pour un couple de charge ( $C_{charge}$ ) constant la matrice de découplage est :

$$B(x) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2J} \sum_{j=1}^3 i_j^2 \frac{\delta^2 L_j}{\delta \theta^2} \Omega - \frac{1}{J} \frac{dC_f}{dt} - \sum_{j=1}^3 \frac{1}{JL_j} i_j \frac{\delta L_j}{\delta \theta} \left( R + \frac{\delta L_j}{\delta \theta} \Omega \right) i_j \\ -\frac{1}{L_{k-1}} \left( R + \frac{\delta L_{k-1}}{\delta \theta} \Omega \right) i_{k-1} \\ -\frac{1}{L_{k+1}} \left( R + \frac{\delta L_{k+1}}{\delta \theta} \Omega \right) i_{k+1} \end{pmatrix} \quad (5.36)$$

Ainsi, le système linéaire obtenu est constitué des trois sous-systèmes suivants :

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \\ \frac{d\gamma}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega \\ \gamma \\ v_k \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

$$\frac{di_{k-1}}{dt} = v_{k-1} \quad (5.38)$$

$$\frac{di_{k+1}}{dt} = v_{k+1} \quad (5.39)$$

où  $\gamma$  représente l'accélération,  $v = [v_k \ v_{k-1} \ v_{k+1}]^T$  représente la commande du système linéarisé. On remarque la présence d'une commande pour la phase principale ( $v_k$ ) et deux

autres ( $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$ ) pour les phases secondaires. En fait, la commande  $v_k$  contrôle la dynamique mécanique de la MRV, tandis que les deux autres contrôlent les dynamiques des courants dans les phases secondaires. Le système (5.37) sera utilisé pour contrôler la dynamique mécanique de la MRV et les systèmes (5.38) et (5.39) seront utilisés pour contrôler la dynamique des courants des phases secondaires. A partir de maintenant les stratégies classiques de l'automatique linéaire peuvent être utilisées pour réaliser un asservissement de vitesse de la MRV.

### 5.4.2 Stratégies de contrôle du système non linéaire linéarisé

Le schéma de principe envisagé pour un asservissement de vitesse est présentée sur la figure 5.5.

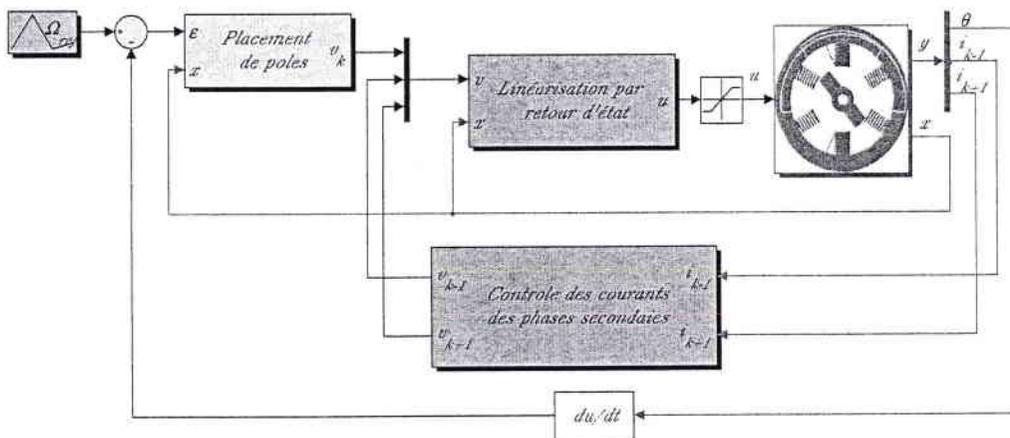


FIG. 5.5 – Schéma bloc de commande par linéarisation par retour d'état

Il comporte plusieurs blocs. L'implantation de la commande linéarisante est réalisée dans le bloc *Linéarisation par retour d'état*. Le bloc *Placement de pôles* est utilisé pour réaliser l'asservissement de vitesse de la MRV. Les commandes linéarisantes  $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$  sont implantées dans le bloc *Contrôle des courants des phases secondaires*.

La linéarisation du système est rendue possible à l'instant de la commutation des phases en imposant pour le courant de la phase principale la valeur de  $10^{-4}$  A lors de la simulation de l'algorithme de commande sous *MATLAB*. De plus, les commandes linéarisantes  $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$  sont identiques et nulles lorsque les courants des phases secondaires sont inférieurs à  $10^{-4}$  A.

Pour toutes les simulations présentées dans ce chapitre :

- les tensions d'alimentation des phases ont été saturées à  $\pm 800$  V ;
- les tensions aux bornes des phases de la MRV sont assimilées aux valeurs moyennes sur une période de hachage, des tensions réelles modulées en largeur d'impulsion ;
- la période d'échantillonnage des simulations est variable et le solveur *ode45* de *MATLAB* est utilisé ;
- les valeurs des paramètres du modèle mathématique de la MRV sont ceux identifiées dans la chapitre 4.

Les blocs *Placement de pôles* et *Contrôle des courants des phases secondaires* seront détaillés par la suite.

### 5.4.3 Asservissement de vitesse par commande par retour d'état

Dans notre cas, nous avons choisi une commande par retour d'état du système linéarisé (l'équation 5.37). Cette commande modifie la dynamique du système en lui ajoutant une contre-réaction calculée à partir du vecteur d'état (figure 5.6).

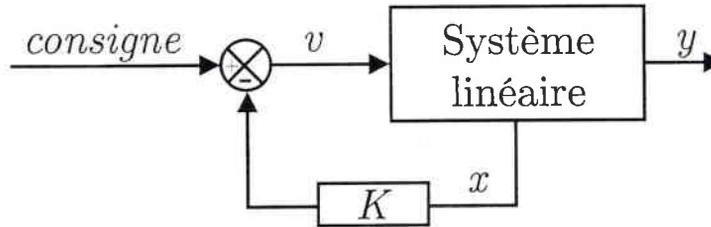


FIG. 5.6 – Principe de la commande par retour d'état du système linéarisé ((l'équation 5.37)

On utilise la méthode de placement de pôles pour calculer la matrice de retour d'état  $K = [k_1 \ k_2]$ . Dans ce cas, le système linéaire à asservir est :

$$\begin{cases} \frac{d\Omega}{dt} = \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} = v_k \end{cases} \quad (5.40)$$

c'est à dire un double intégrateur (figure 5.7).

Le calcul de la matrice de gain du retour d'état est fait en fixant la dynamique de la MRV en boucle fermée. Cela revient à imposer deux pôles  $p_1$  et  $p_2$  stables pour le système bouclé. Ainsi la fonction de transfert du système bouclé est :

$$H_{BF}(s) = \frac{\Omega(s)}{\Omega_{ref}(s)} = \frac{p_1 p_2}{(s - p_1)(s - p_2)} \quad (5.41)$$

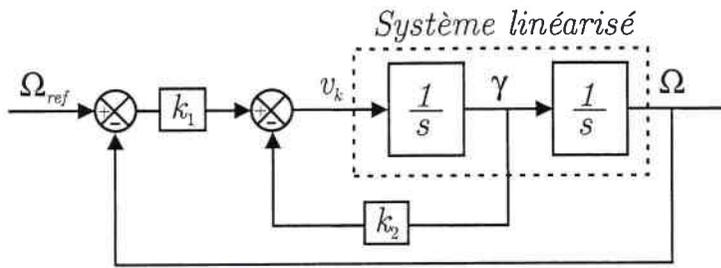


FIG. 5.7 – Principe de l'asservissement de vitesse par retour d'état

La fonction de transfert obtenue d'après la figure (5.7) est :

$$H_{BF}(s) = \frac{k_1}{(s^2 + sk_2 + k_1)} \quad (5.42)$$

Par identification des termes, on obtient la matrice de gain du retour d'état :

$$K = [ p_1 p_2 \quad -(p_1 + p_2) ]^T \quad (5.43)$$

Le choix des pôles du système doit être fait tout en respectant sa dynamique et en imposant une bande passante en boucle fermée ( $BP_{BF}$ ) plus grande que la bande passante de la boucle ouverte ( $BP_{BO}$ ). Dans notre cas, nous avons choisi  $BP_{BF} = 7 \times BP_{BO}$ . Ainsi, les pôles du système bouclé sont  $p_1 = -250$  rad/s et  $p_2 = -1000$  rad/s. Le pôle donnant lieu à la dynamique mécanique ( $p_1$ ) fournit le comportement en boucle fermée de la MRV.

La fonction de transfert (5.42) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$H_{BF}(s) = \frac{1}{1 - \frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} s + \frac{1}{p_1 p_2} s^2} \quad (5.44)$$

Alors, le système bouclé se comporte comme un système de deuxième ordre de pulsation propre :

$$\omega_n = \sqrt{p_1 p_2} = 500 \text{ rad/s} \quad (5.45)$$

et de facteur d'amortissement :

$$\xi = -\frac{1}{2} \frac{p_1 + p_2}{p_1 p_2} \sqrt{p_1 p_2} = 1,25 \quad (5.46)$$

Le facteur d'amortissement étant supérieur à 1, la réponse indicielle du système asservi est apériodique. Sachant qu'il n'y a pas de formule générale pour calculer le temps réponse à 5% d'un système asservi l'utilisation d'un abaque permet d'obtenir le temps de réponse

réduit ( $t_{r5\%}\omega_n$ ) en fonction de  $\xi$ . Ainsi, pour un facteur d'amortissement de 1,25, le temps de réponse réduit est égal à 6,5 rad, soit un temps de réponse à 5% de 0,013 s.

Les courbes de la figure 5.8 présentent les réponses indicielles du système linéaire (5.40) asservi et du système linéarisé (5.30) également asservi.

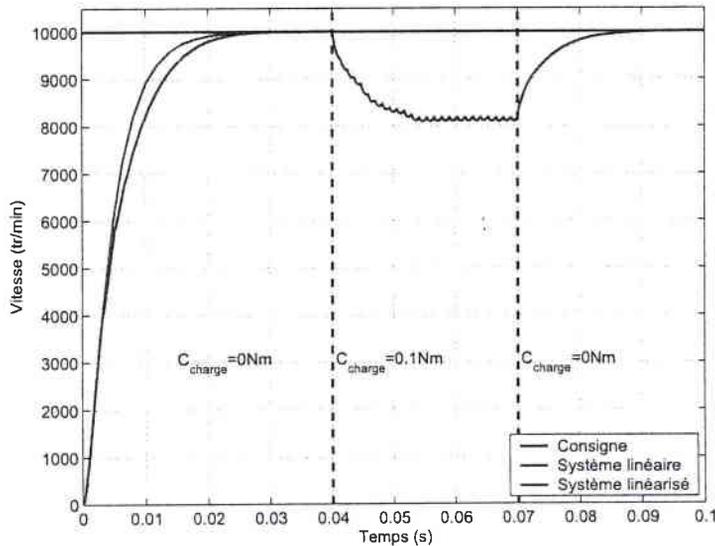


FIG. 5.8 – Réponse indicielle des systèmes (5.40) et (5.30) ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

Malgré la linéarisation par retour d'état du système (5.30) on constate que pendant le régime stationnaire et en présence du couple de charge le système bouclé a un gain statique sous-unitaire. En fait, la linéarisation par retour d'état cache une perturbation sur le système. Cette perturbation est le couple de charge et donc le résultat trouvé est classique. Les résultats des simulations lorsque l'on tient compte de cette perturbation dans l'asservissement de vitesse pour le système linéaire (5.40) sont présentés sur la figure 5.9.

Afin d'annuler l'erreur statique, une solution consiste à introduire un nouvel intégrateur dans la chaîne directe [Visa *et al.*, 2002a], [Visa *et al.*, 2002b]. Cette stratégie possède l'avantage d'éliminer aussi les éventuelles erreurs dues aux incertitudes de modélisation.

Ainsi, l'apparition d'un nouvel intégrateur dans la chaîne directe introduit un nouveau pôle. Le diagramme de la figure 5.7 est modifié comme suit :

5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire

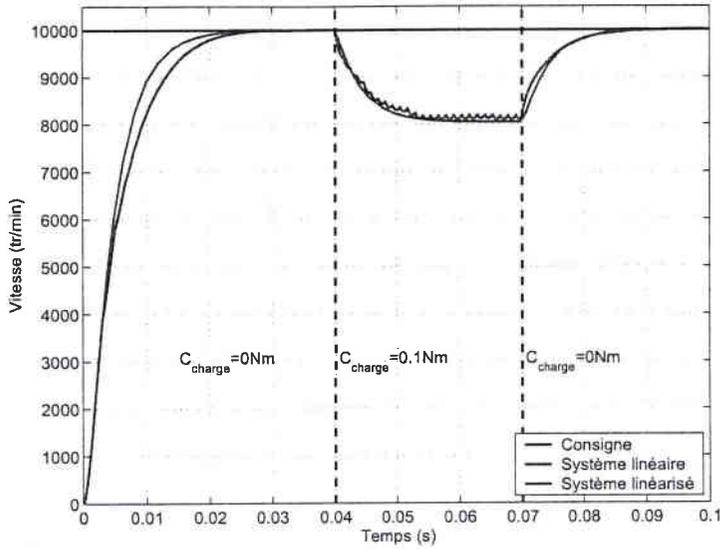


FIG. 5.9 – Réponse indicielle des systèmes ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

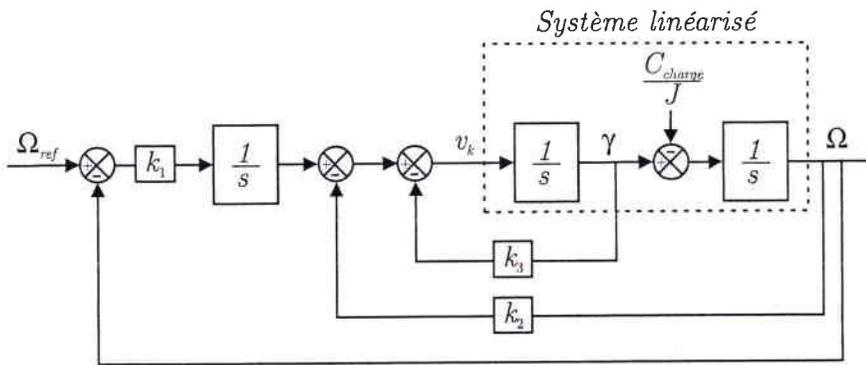


FIG. 5.10 – Diagramme modifié pour l'asservissement de vitesse par retour d'état

Ensuite, les gains  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  sont déterminés de la même manière qu'avant. On obtient les expressions suivantes :

$$\begin{cases} k_1 = -p_1 p_2 p_3 \\ k_2 = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 \\ k_3 = -p_1 p_2 p_3 \end{cases} \quad (5.47)$$

où  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$  représente les pôles du système asservi.

Le choix du troisième pôle ( $p_3$ ) est fait en respectant la dynamique du système et il dépend de la consigne de vitesse. Ainsi, ce pôle traduit le fait que la dynamique du courant dans la phase principale n'est pas constante.

Les réponses indicielles des différents systèmes asservis sont présentées sur la figure 5.11. On constate que le nouvel intégrateur compense l'erreur obtenue précédemment.

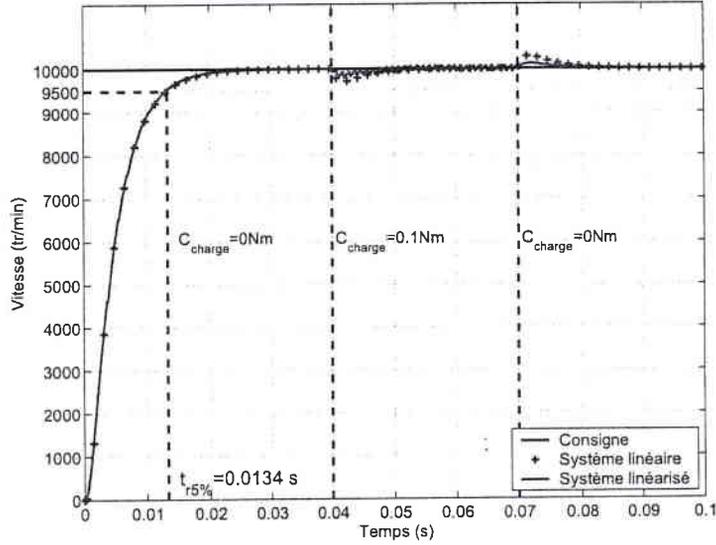


FIG. 5.11 – Réponse indicielle des systèmes (5.40) et (5.30) ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

#### 5.4.4 Contrôle des courants dans les phases secondaires

Les dynamiques des courants dans les phases secondaires sont données par les systèmes linéaires (5.38) et (5.39). Nous avons déjà montré l'intérêt de garder des courants très faibles dans les phases secondaires. Cette valeur doit être atteinte le plus vite possible afin d'éviter la production de couple résistant dans les phases secondaires. Dans ce but, les commandes  $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$  sont choisies telles que :

$$\begin{aligned} v_{k-1} &= p_4 \dot{i}_{k-1} \\ v_{k+1} &= p_4 \dot{i}_{k+1} \end{aligned} \quad (5.48)$$

avec  $p_4$  une constante définissant le pôle de la dynamique des courants de ces phases. Du point de vue électromagnétique, les phases d'une MRV sont habituellement identiques. Ceci, motive le choix du même pôle pour les phases secondaires. Dans notre cas, le pôle  $p_4$  a été fixé à  $-10000$  rad/s. Afin de faciliter la démagnétisation des phases secondaires lorsque la MRV fonctionne à grande vitesse, les commandes  $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$  ont été modifiées comme suit :

$$\begin{aligned} v_{k-1} &= (p_4 + p_5 \Omega) \dot{i}_{k-1} \\ v_{k+1} &= (p_4 + p_5 \Omega) \dot{i}_{k+1} \end{aligned} \quad (5.49)$$

où  $p_5$  est une constante négative choisie par la méthode d'essais-erreur.

Les courbes de la figure 5.12 illustre le comportement des courants des phases secondaires pour différentes valeurs de la constante  $p_5$ . Pour  $p_5 = -10$  on gagne 24% du temps de démagnétisation de la phase secondaire pendant le régime transitoire et 41% du temps de démagnétisation de la phase secondaire pendant le régime stationnaire. En fait, lorsqu'on choisit une constante  $p_5 \neq 0$ , cela revient à maintenir le plus longtemps possible une forte tension négative aux bornes de la phase secondaire afin de démagnétiser le plus vite possible cette phase (figure 5.13).

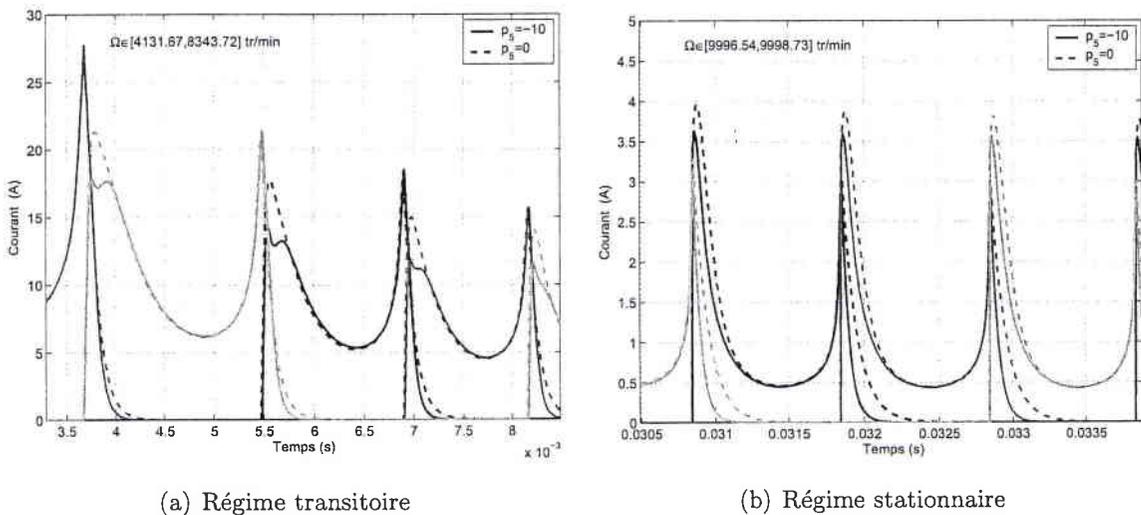


FIG. 5.12 – Contrôle des courants des phases secondaires pendant le régime transitoire et le régime stationnaire ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm)

### 5.4.5 Analyse des résultats des simulations pour une échelon de consigne

La réponse indicielle obtenue en simulation permet ainsi de valider la stratégie de commande par retour d'état linéarisant. Ces simulations mettent en évidence plusieurs problèmes spécifiques aux MRV.

Le couple électromagnétique produit par la MRV est représenté sur la figure 5.14.

On constate, dans un premier temps, la nature très pulsatoire du couple électromagnétique (figure 5.14(a)). Les oscillations du couple se répercutent sur toutes les autres grandeurs mécaniques de la MRV. C'est la raison qui a poussé les chercheurs à rechercher différentes

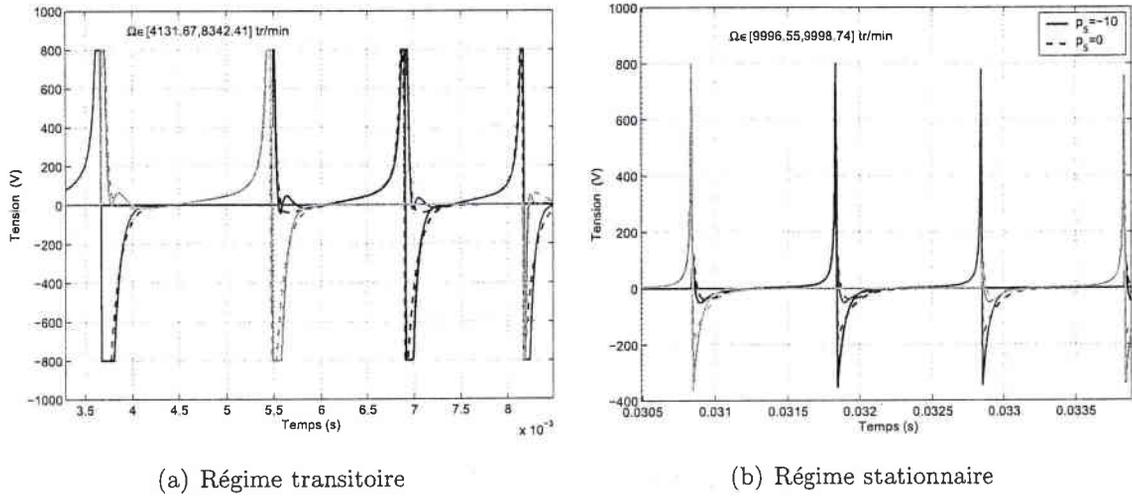
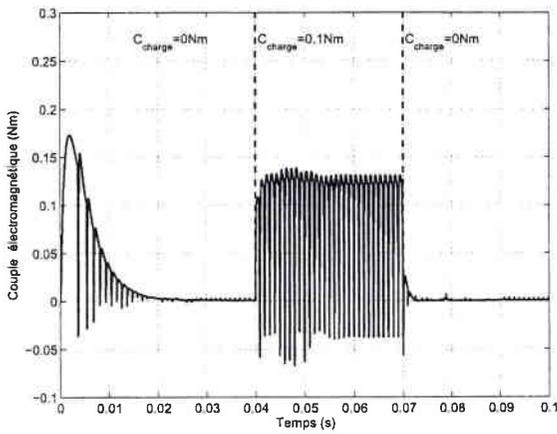


FIG. 5.13 – Tensions d'alimentation pendant le régime transitoire et le régime stationnaire ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm)

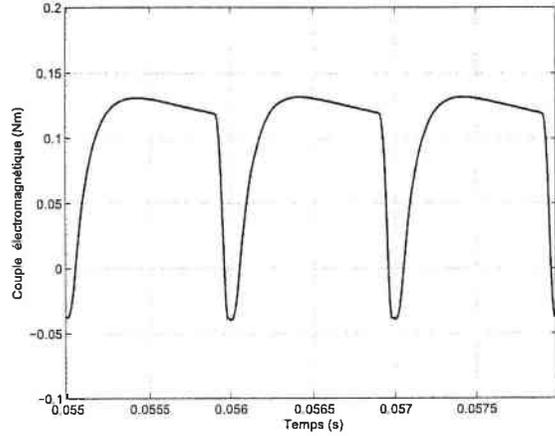
stratégies permettant à les réduire. En effet, chaque commutation de phases se traduisant sur la forme du couple polyphasé par un «creux», le couple électromagnétique ne peut pas être constant. Si on regarde maintenant le couple monophasé, on constate qu'à chaque commutation de phases, le couple produit par la phase principale n'arrive pas à compenser le couple négatif produit par la phase secondaire. En fait, dans cette simulation l'intervalle de position durant lequel la phase principale est commandée est  $\theta_m \in [-60, 0]$  deg. Comme le temps de démagnétisation de la phase est important et  $\frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} < 0$ , le couple produit par cette phase est négatif.

Une stratégie permettant de diminuer, mais pas d'éliminer les ondulations du couple électromagnétique est de déphaser l'intervalle des positions durant lequel la phase principale est alimenté, afin qu'à l'instant de la commutation des phases, le courant de la phase secondaire atteigne une valeur faible avant qu'on puisse théoriquement produire du couple négatif. La figure 5.15 présente le couple polyphasé et le couple monophasé pour différents intervalles des positions.

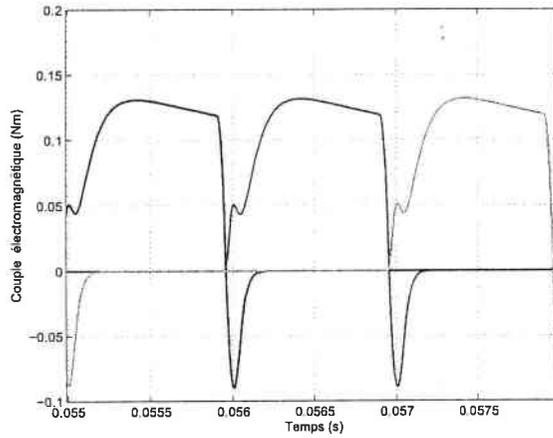
On remarque la réduction des oscillations du couple électromagnétique en fonction de l'intervalle d'alimentation des phases. Dans notre cas, les oscillations du couple sont optimales lorsque la phase principale est commandée pour une position comprise dans l'intervalle  $\theta \in [-65, -5]$  deg.



(a) Couple électromagnétique



(b) Détail du couple électromagnétique polyphasé



(c) Détail du couple électromagnétique monophasé

FIG. 5.14 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0.1$  Nm)

Il sera aussi intéressant de regarder l'effet sur les oscillations du couple électromagnétique lorsqu'on commence à alimenter la prochaine phase principale avant que la commutation arrive. Ce cas de figure n'a pas été abordé dans ce travail.

Lors de la même simulation, on remarque que pendant la phase de démarrage de la MRV, les valeurs du courant sont très grandes (figure 5.16). Ces valeurs sont nettement supérieures aux valeurs maximales admissibles (dans notre cas,  $I_{max} = 4$  A). En régime stationnaire, et en absence du couple de charge, les valeurs efficaces des courants sont inférieures à 4 A.

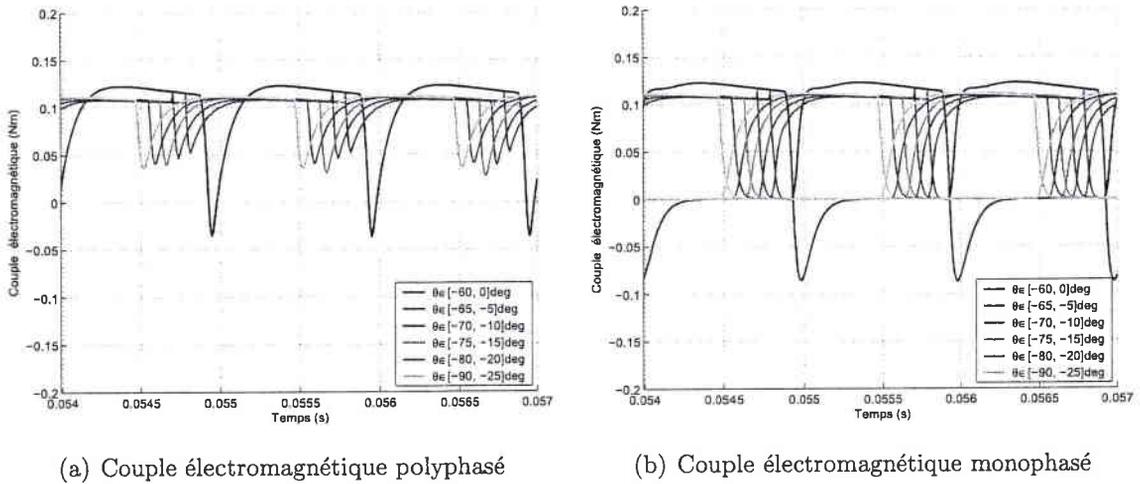


FIG. 5.15 – Comparaison du couple électromagnétique pour différents intervalles d'alimentation de la phase principale ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0.1$  Nm)

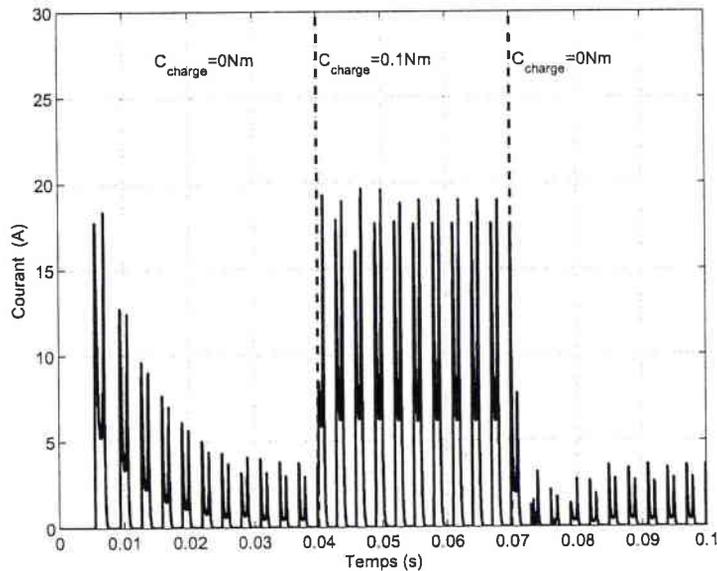


FIG. 5.16 – Forme du courant de la phase 1 de la MRV pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

En pratique, on ne démarre pas une MRV de ce type en appliquant un échelon de consigne à l'asservissement de vitesse, on réalise plutôt un démarrage avec une consigne en rampe. L'asservissement de vitesse pour une consigne de vitesse en rampe est étudiée dans le paragraphe suivant.

### 5.4.6 Asservissement de vitesse avec une consigne en rampe de vitesse

Pour réaliser l'asservissement de vitesse pour une consigne en rampe, il va falloir imposer le temps d'accélération de la MRV. Par la suite, on note temps d'accélération, le temps que met la consigne pour atteindre la vitesse nominale. La figure 5.17 présente les réponses en vitesse du système linéaire (5.40) et du système linéarisé (5.30) pour une consigne de vitesse en rampe avec un temps d'accélération de  $t_{acc} = 100$  ms.

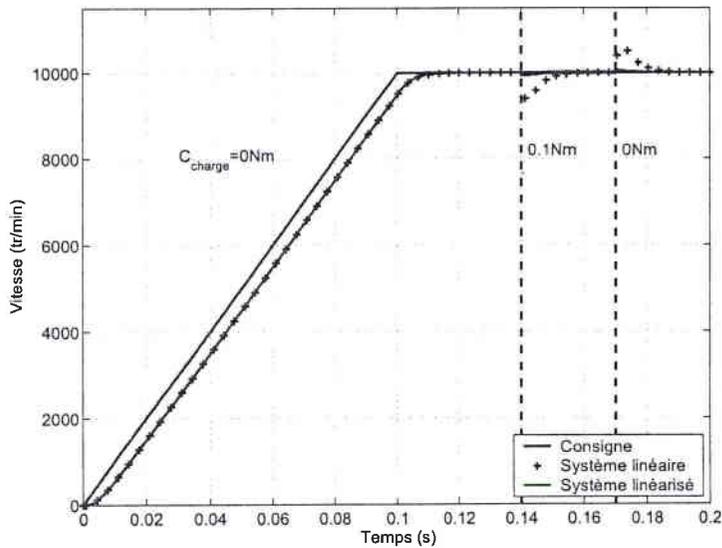


FIG. 5.17 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref} = 10000$  tr/min,  $t_{acc} = 100$  ms)

L'asservissement de vitesse avec une consigne de vitesse en rampe introduit un retard à la montée de  $\tau = 5,3$  ms et une erreur de traînage  $\epsilon_r = 531$  tr/min. Pour le même essai, le couple électromagnétique est représenté sur la figure 5.18.

Le couple moteur pendant le régime stationnaire (figure 5.18) est nettement réduit par rapport au cas indiciel. En fait, pendant l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe l'écart entre la consigne et la vitesse de la MRV est réduit par rapport au cas indiciel. Cet écart influence le couple moteur pendant l'asservissement de vitesse. Plus l'écart est grand, plus le couple moteur est important. Cette différence de vitesse peut alors se traduire comme une demande de couple de la part de la MRV.

Pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe les valeurs de courants pendant le régime transitoire sont aussi réduites par rapport au cas indiciel (figure 5.19).

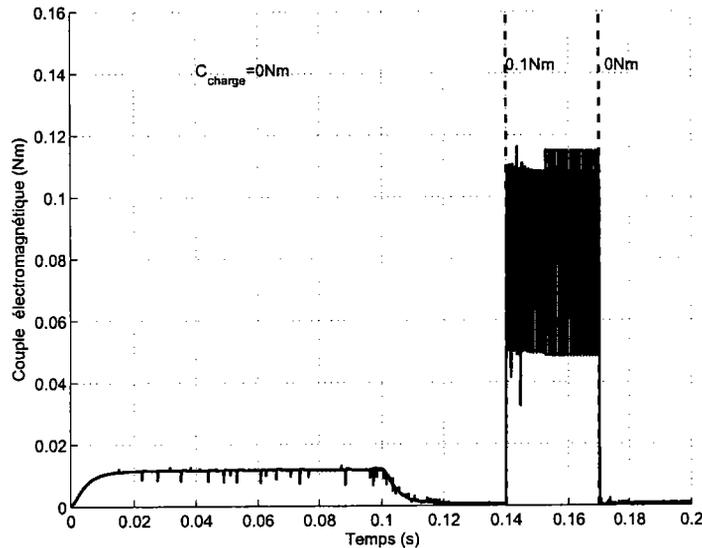


FIG. 5.18 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

L'intervalle de position durant lequel la phase principale est commandée étant constant, la réduction du couple impose des courants plus faibles pour la phase principale.

Pour cette simulation, on peut constater sur la figure 5.20 que la tension d'alimentation sature, mais sur des durées très courtes ( $\approx 0,1$  ms).

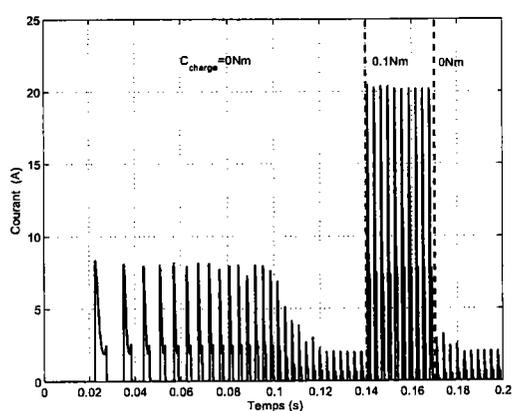
#### 5.4.7 Fonctionnement à très grande vitesse d'une MRV

Dans ce paragraphe, nous allons analyser le comportement de la MRV pour un fonctionnement à grande vitesse. Une simulation avec une consigne en échelon ne présente pas d'intérêt parce qu'à grande vitesse, la tension d'alimentation et la force contre-électromotrice sont approximativement égales ce qui implique une saturation totale de la tension d'alimentation.

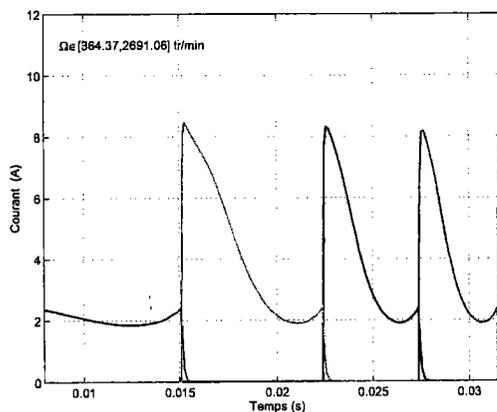
Dans un premier temps, on analyse les résultats d'une simulation pour une consigne de vitesse en rampe, avec un temps d'accélération de 100 ms. La réponse en vitesse du système linéaire et du système linéarisé sont représentées sur la figure 5.21. L'asservissement de vitesse introduit une erreur de traînage de  $\epsilon_r = 5130$  tr/min et un retard de montée de  $\tau = 5,2$  ms.

Le couple électromagnétique est représenté sur la figure 5.22.

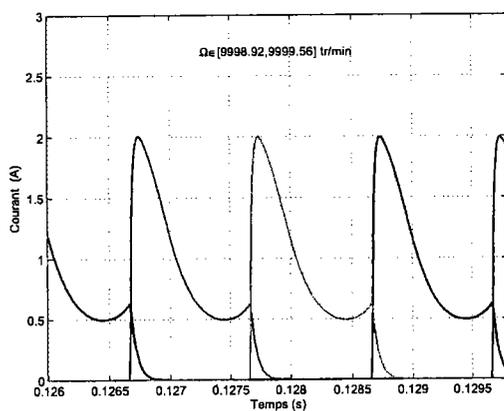
5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire



(a) Variation du courant de la phase 1

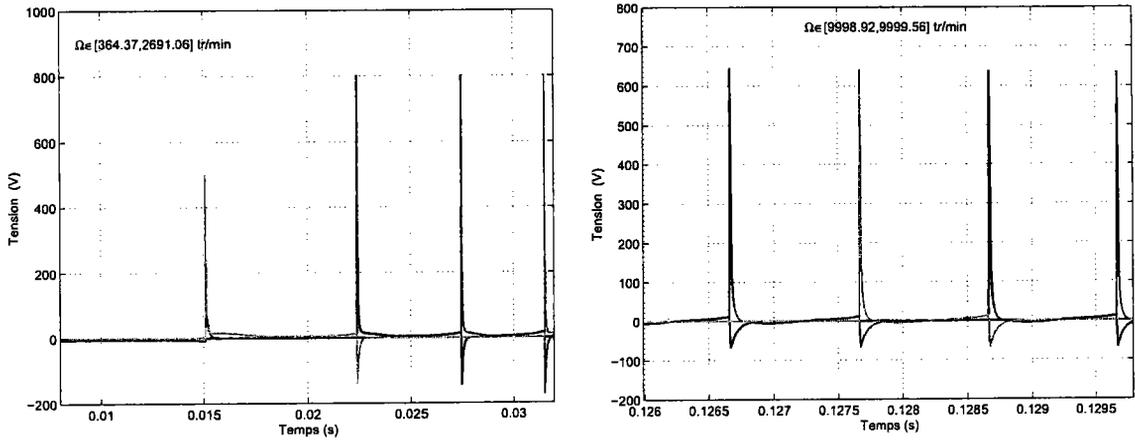


(b) Détail du courant pendant le régime transitoire



(c) Détail du courant pendant le régime stationnaire

FIG. 5.19 – Formes des courants pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $t_{acc}=100$  ms)



(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire

FIG. 5.20 – Formes des tensions pour l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

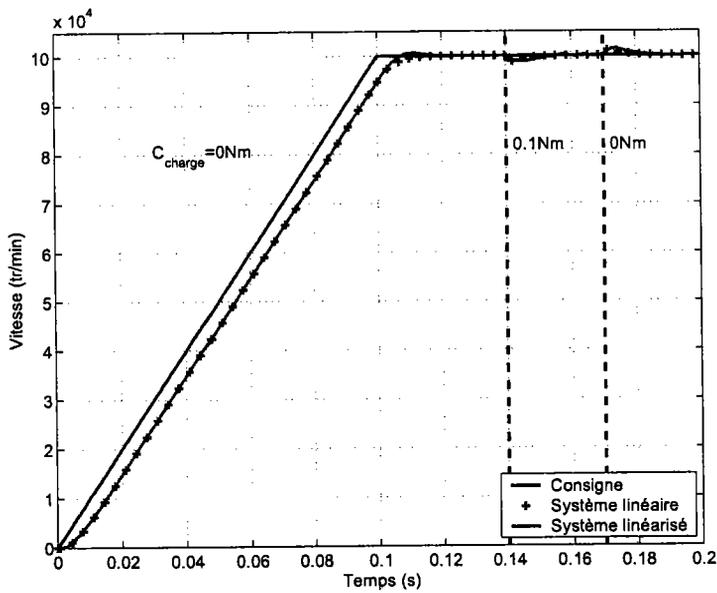


FIG. 5.21 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $t_{acc}=100$  ms)

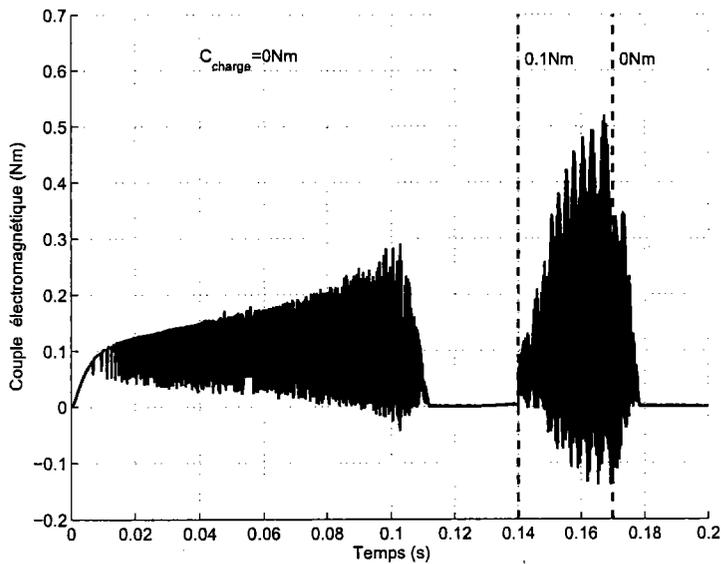
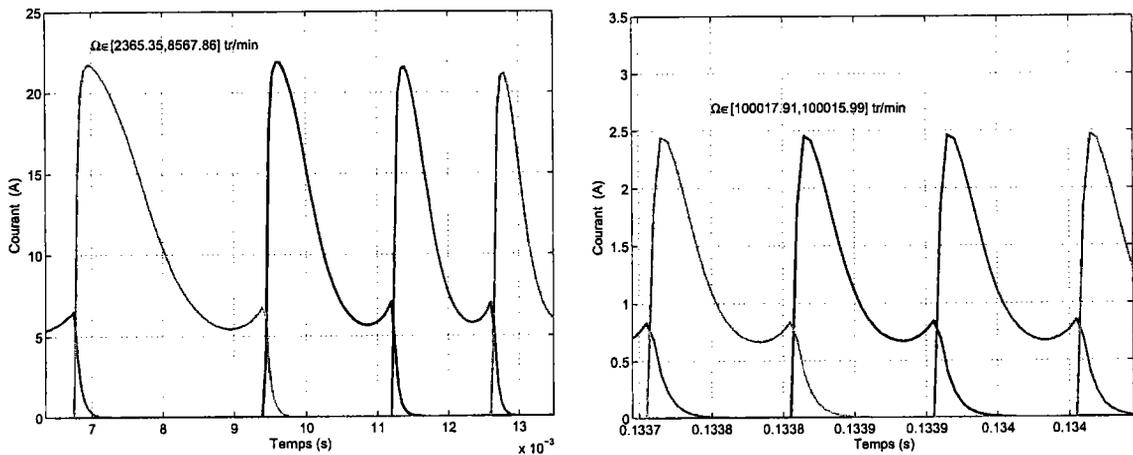


FIG. 5.22 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

Les courbes de la figure 5.23 représentent les courants pendant le régime transitoire et le régime stationnaire. Les tensions obtenues pendant l'asservissement de vitesse sont représentées sur la figure 5.24. On remarque qu'à grande vitesse, la saturation de la tension d'alimentation est de plus en plus importante. A basse vitesse, la tension sature pendant  $35 \mu s$  alors qu'à grande vitesse (par exemple aux environs de  $58000$  tr/min), la tension d'alimentation sature pendant approximativement un quart de la période d'alimentation de la phase. Ce phénomène est dû à la force contre-électromotrice (figure 5.25) qui est proportionnelle à la vitesse de rotation de la MRV. Ainsi, à grande vitesse, les valeurs qu'elle atteint deviennent comparables aux tensions d'alimentation. C'est aussi la raison pour laquelle le temps de démagnétisation de la phase, à grande vitesse, prend approximativement un tiers de la période d'alimentation de la phase principale.

Une simulation avec une consigne en rampe de vitesse pour un temps d'accélération  $t_{acc}=400$  ms va être maintenant étudiée. Les courbes de la figure 5.26 représentent les réponses en vitesse du système linéaire et du système linéarisé. Dans ce cas, l'erreur de traînage pendant l'asservissement est de  $1300$  tr/min et le retard de montée est de  $5,1$  ms.

Les courbes de la figure 5.27 représentent les courants pendant le régime transitoire et le régime stationnaire. Les courbes de la figure 5.28 représentent les tensions pendant le régime stationnaire et le régime transitoire. On remarque que l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe pour un temps d'accélération plus important permet de réduire



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail du courant pendant le régime stationnaire

FIG. 5.23 – Formes des courants pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

la saturation de la tension d'alimentation de la MRV. A grande vitesse et pendant le régime transitoire, la tension d'alimentation est saturée pendant un sixième du temps d'alimentation de la phase.

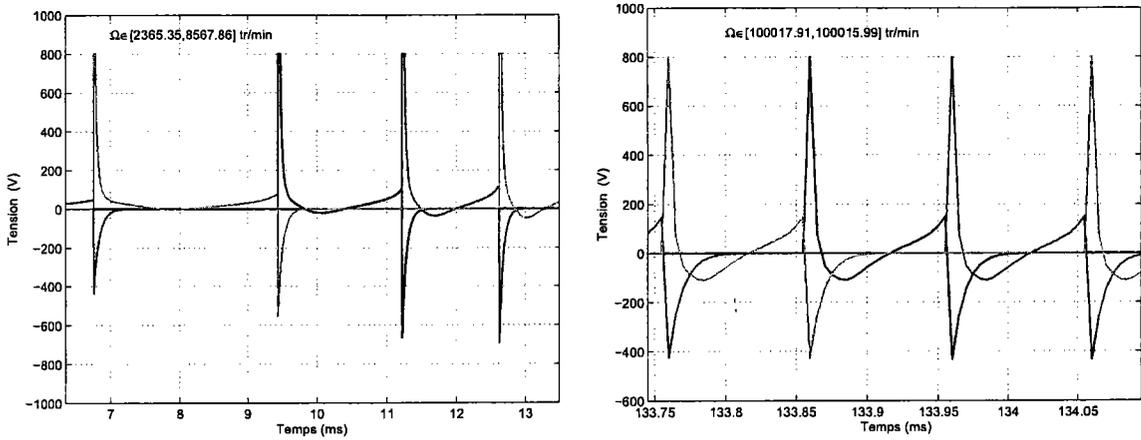
En fait, le temps d'accélération permet de réduire l'erreur de traînage pendant l'asservissement de vitesse. Une faible erreur de traînage se traduit par un faible couple moteur. Comme l'intervalle d'alimentation de la phase principale reste constant, la seule possibilité de diminuer le couple est de réduire le courant (voir figure 5.23 et figure 5.27). En réduisant le courant d'alimentation, on réduit aussi la force contre-électromotrice (voir figure 5.25 et figure 5.29) et donc la saturation de la tension d'alimentation.

#### 5.4.8 Conclusion pour la commande en tension d'une MRV

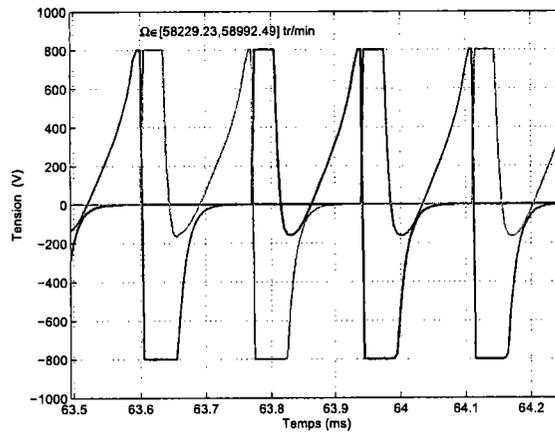
La stratégie de commande par linéarisation par retour d'état a été testée pour une MRV. Dans ce cas, la commande non linéaire permet de compenser toutes les non-linéarités du modèle ce qui permet la synthèse de correcteurs par les techniques de l'automatique linéaire.

Les résultats des simulations à basse vitesse ont permis de valider la principe de cette commande. La réponse indicielle met en évidence les problèmes spécifiques de la MRV : caractère fortement non linéaire, couple pulsatoire très important, courants d'alimentation importants, saturation de la tension d'alimentation des phases. Afin de réduire

5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire

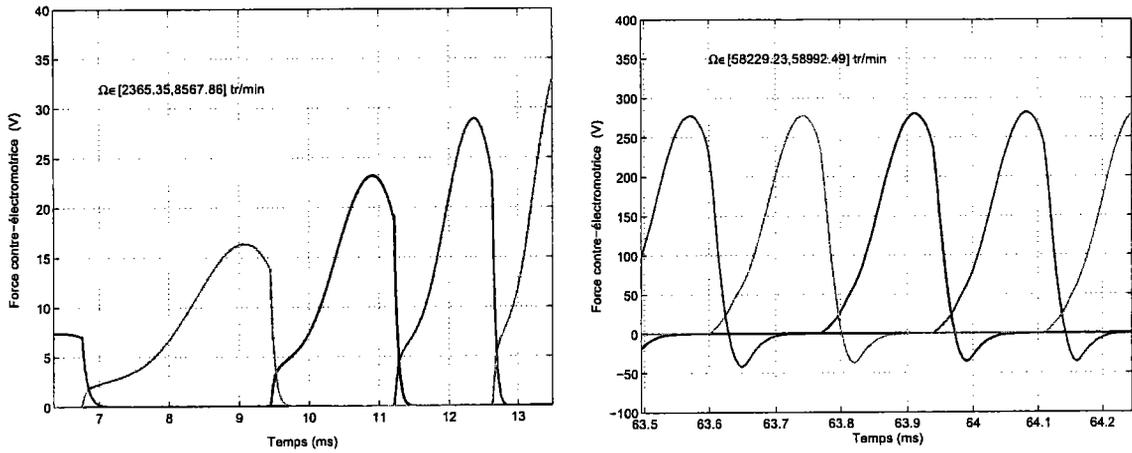


(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire



(c) Détail de la tension pendant le régime transitoire

FIG. 5.24 – Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)



(a) Détail de la force contre-électromotrice pendant le régime transitoire (b) Détail de la force contre-électromotrice pendant le régime stationnaire

FIG. 5.25 – Force contre-électromotrice pendant l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

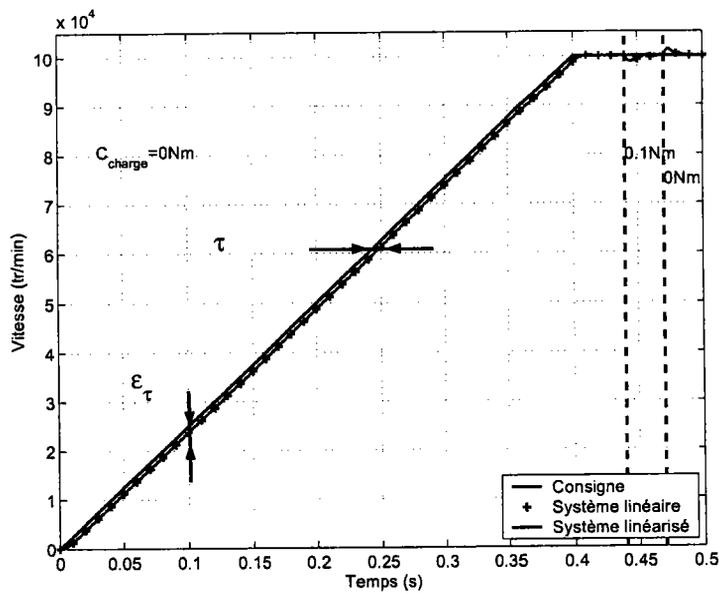
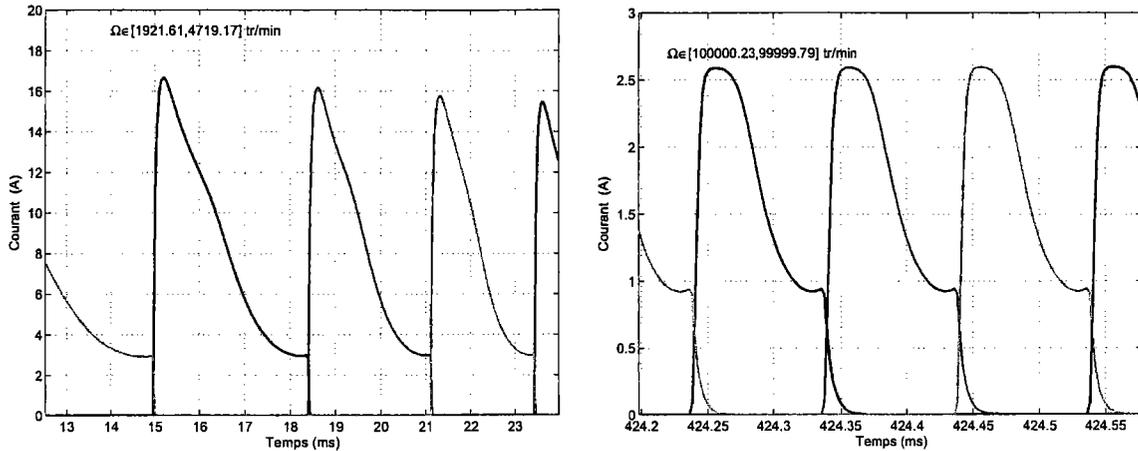


FIG. 5.26 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $t_{acc}=400$  ms)



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail du courant pendant le régime stationnaire

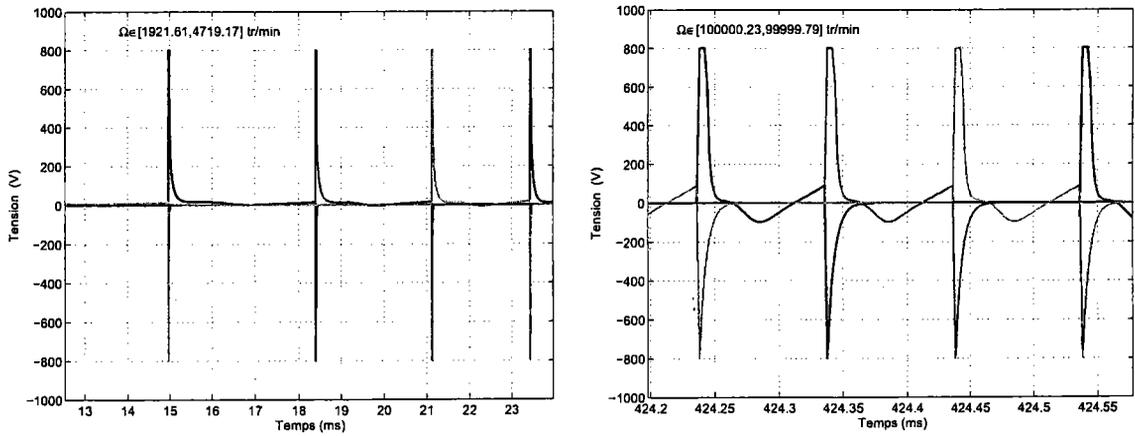
FIG. 5.27 – Courants pendant l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000 \text{ tr/min}$ ,  $C_{charge}=0 \text{ Nm}$ ,  $t_{acc}=400 \text{ ms}$ )

les ondulations du couple, l'intervalle optimal d'alimentation a été modifié et déterminé par simulation.

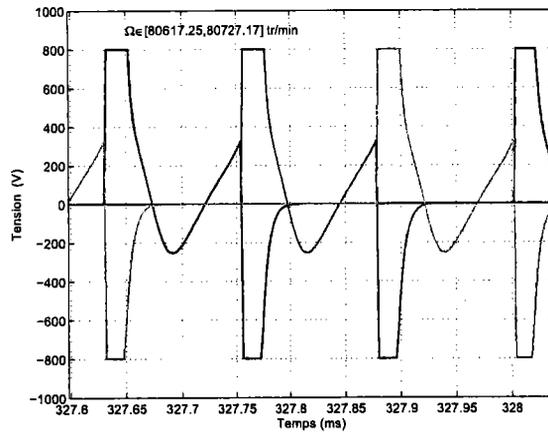
L'asservissement avec une rampe de vitesse permet d'éliminer certains problèmes vus lors de la réponse indicielle.

Les performances de la MRV se dégradent lorsque la MRV fonctionne à grande vitesse. En effet, à grande vitesse, les dynamiques des courants sont importantes et pour assurer un fonctionnement optimal de la MRV, la tension d'alimentation est de plus en plus élevée. Or la tension est limitée ce qui implique une saturation inévitable de la tension. De plus, à grande vitesse, la force contre-électromotrice devient voisine de la tension d'alimentation.

Les résultats d'une simulation avec une consigne de vitesse en rampe mais avec un temps d'accélération plus grand montrent qu'on peut réduire la saturation de la tension d'alimentation.

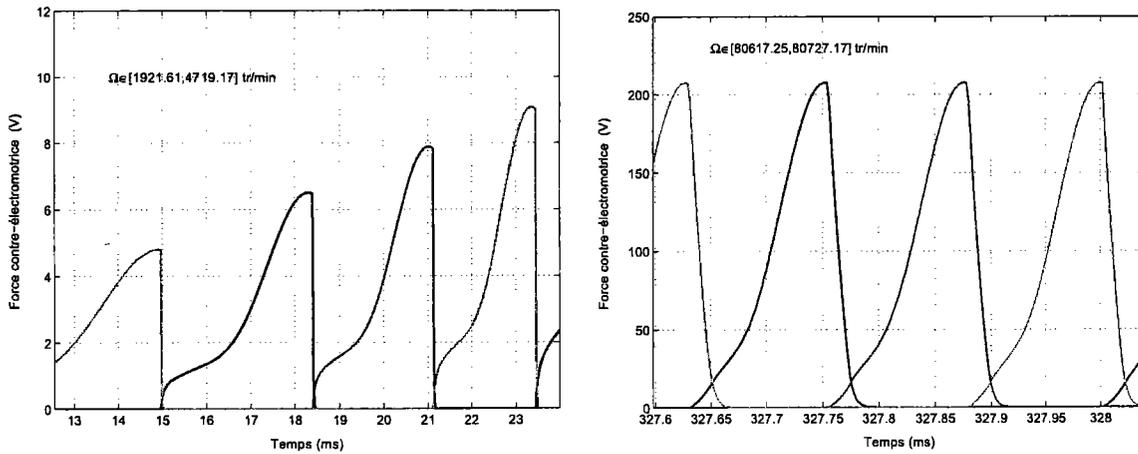


(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire



(c) Détail de la tension pendant le régime transitoire

FIG. 5.28 – Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=400$  ms)



(a) Détail de la force contre-électromotrice pendant le régime transitoire (b) Détail de la force contre-électromotrice pendant le régime stationnaire

FIG. 5.29 – Force contre-électromotrice pendant l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}= 0$  Nm,  $t_{acc}= 400$  ms)

## 5.5 Commande non linéaire en courant d'une MRV

### 5.5.1 Linéarisation par retour d'état d'une MRV pour une commande en courant

L'objectif de ce paragraphe est de synthétiser une commande non linéaire en courant pour une MRV. La stratégie adoptée dans ce paragraphe utilise le principe de la linéarisation par retour d'état. Pour le cas d'une commande en courant d'une MRV, on constate que le système d'équations différentielles qui décrit le comportement dynamique de la MRV ne peut pas être mis sous la forme généralisée donnée par l'équation (5.1) à cause de la non-linéarité dans la commande. Ainsi, l'algorithme de linéarisation présenté ne peut pas être appliqué. Nous devons chercher une commande non linéaire ( $v_k$ ) afin d'obtenir une dynamique mécanique linéaire pour la MRV [Visa *et al.*, 2004a]. La figure 5.30 représente le schéma de principe utilisé pour ce type de commande.

En effet, la commande non linéaire calcule des consignes de courants. Les courants dans les phases de la MRV sont contrôlés par des correcteurs PI. Comme les boucles de courants sont nettement plus rapides que la dynamique mécanique de la MRV, on peut raisonnablement considérer pour la synthèse de la commande non linéaire que les consignes

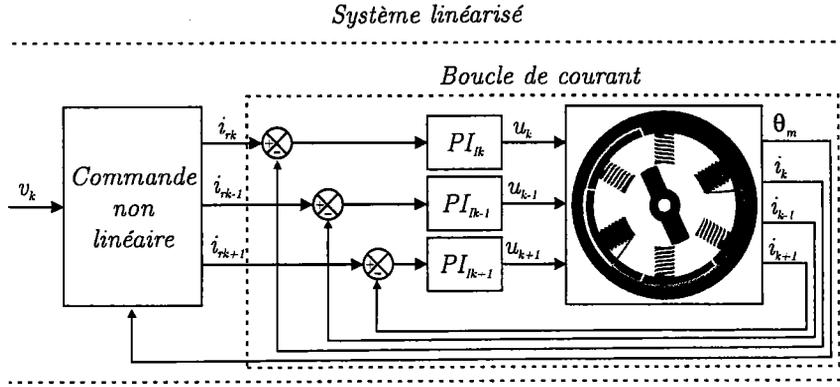


FIG. 5.30 – Commande non linéaire en courant pour une MRV

de courants fournies par la commande non linéaire sont égales aux courants dans les phases :

$$i_{rk} = i_k \quad i_{rk-1} = i_{k-1} \quad i_{rk+1} = i_{k+1} \quad (5.50)$$

En tenant compte de l'hypothèse (5.50), l'entrée du système linéarisé est maintenant  $v_k$  et elle doit être choisie pour qu'elle linéarise le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} \left( \frac{1}{2} i_k^2 \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} + \frac{1}{2} i_{k-1}^2 \frac{\delta L_{k-1}}{\delta \theta_m} + \frac{1}{2} i_{k+1}^2 \frac{\delta L_{k+1}}{\delta \theta_m} - C_{charge} - C_f \right) \end{cases} \quad (5.51)$$

où l'indice  $k$  représente la phase principale et les indices  $k-1$  et  $k+1$  représentent les phases secondaires.

On note  $v = [v_k \ v_{k-1} \ v_{k+1}]^T$  où :

$$\begin{cases} v_k = \frac{1}{2} i_k^2 \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} \\ v_{k-1} = \frac{1}{2} i_{k-1}^2 \frac{\delta L_{k-1}}{\delta \theta_m} \\ v_{k+1} = \frac{1}{2} i_{k+1}^2 \frac{\delta L_{k+1}}{\delta \theta_m} \end{cases} \quad (5.52)$$

Dans notre cas, on considère qu'à chaque instant, il n'y a qu'une seule phase alimentée à la fois, la phase principale. Pour chaque position et en fonction du signe du couple un commutateur fournit un entier indiquant la phase principale. Après la commutation des phases, le courant dans la phase secondaire doit être mis à zéro le plus vite possible. Ainsi, on peut considérer que le courant dans les phases secondaires est nul et donc l'équation

(5.53) devient :

$$\begin{cases} v_k = \frac{1}{2} i_k^2 \frac{\delta L_k}{\delta \theta_m} \\ v_{k-1} = 0 \\ v_{k+1} = 0 \end{cases} \quad (5.53)$$

et le système d'équations décrivant la dynamique mécanique de la MRV est alors le suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = v_k - C_{charge} - C_f \end{cases} \quad (5.54)$$

où  $C_f$  et  $C_{charge}$  représentent respectivement le couple de charge et le couple de frottement de la MRV. La commande  $v_k$  est utilisée pour contrôler la dynamique mécanique de la MRV, tandis que les commande  $v_{k-1}$  et  $v_{k+1}$  seront utilisées pour contrôler la dynamique des courants secondaires.

Pour notre application, le couple de frottement est donné par l'équation suivante :

$$C_f = f_v \Omega + f_c \text{sign}(\Omega) + f_{ad} |\Omega|^p \text{sign}(\Omega) \quad (5.55)$$

où  $f_v$ ,  $f_c$  et  $f_{ad}$  représentent respectivement le coefficient de frottement visqueux, le coefficient de frottement sec, le coefficient de frottement aérodynamique,  $p$  étant une constante. Les valeurs de ces paramètres sont celles obtenus dans le chapitre 4. Le modèle de frottement est non linéaire par rapport à la vitesse. Ainsi, la commande  $v_k$  ne permet pas, pour l'instant, de linéariser la dynamique mécanique de la MRV.

Afin d'obtenir une dynamique linéaire de la MRV, on utilise un compensateur (figure 5.31). L'idée est de décomposer la commande  $v_k$  en deux commandes : une commande  $v_{k1}$  qui linéarise la dynamique mécanique de la MRV et une deuxième commande,  $v_{k2}$ , qui sert à compenser les non-linéarités dues aux frottements. Ainsi, la commande  $v_{k2}$  s'exprime par la relation suivante :

$$v_{k2} = \frac{1}{J} (f_c \text{sign}(\Omega) + f_{ad} |\Omega|^p \text{sign}(\Omega)) \quad (5.56)$$

Avec l'hypothèse précédente, la dynamique mécanique de la MRV est régie par un système linéaire du premier ordre de la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = v_{k1} - \frac{f_v}{J} \Omega \end{cases} \quad (5.57)$$

### 5.5.2 Asservissement de vitesse du système linéarisé

L'asservissement de vitesse pour la MRV revient alors à contrôler un système de premier ordre :

$$H_{BO}(s) = \frac{1}{Js + f_v} \quad (5.58)$$

Pour le système du premier ordre (5.58), un correcteur proportionnel intégral (PI) suffit pour stabiliser la boucle de vitesse. Si la fonction de transfert du correcteur PI est :

$$H_{PI}(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (5.59)$$

le système bouclé se comporte comme un système du deuxième ordre de fonction de transfert :

$$H_{BF}(s) = \frac{1 + T_i s}{1 + T_i \left( \frac{f_v}{K_p} + 1 \right) s + J \frac{T_i}{K_p} s^2} \quad (5.60)$$

A cause du zéro dans la fonction de transfert (5.60), la réponse du système est différente de la réponse d'un système standard du deuxième ordre. Mais, comme première approximation on peut raisonnablement considérer le système comme étant un système de deuxième ordre. Le correcteur PI est synthétisé en imposant la pulsation propre  $\omega_n$  est le facteur d'amortissement  $\xi$  du système bouclé. Les coefficients du correcteur PI s'expriment en fonction de  $\omega_n$  et  $\xi$  par :

$$T_i = \frac{2\xi\omega_n - f_v}{J\omega_n^2} \quad (5.61)$$

$$K_p = JT_i\omega_n^2 \quad (5.62)$$

Pour notre MRV, la pulsation propre a été choisie égale à 250 rad/s et le coefficient d'amortissement égal à 0,9. Le temps de réponse à 5% pour le système linéaire asservi a été calculé à partir d'un abaque et il est de 0,016 s. L'amplitude du premier dépassement obtenu également à partir d'un abaque est de 0,09% de la consigne.

Le schéma de principe de l'asservissement de vitesse du système linéarisé est représentée sur la figure 5.31. Dans [Landau, 1993], l'auteur a montré qu'un zéro dans la boucle fermée introduit un dépassement indésirable. Ainsi, le correcteur PI est implanté avec l'action proportionnelle sur la sortie du système  $\Omega$  plutôt que sur l'écart entre la consigne et la vitesse. Cette stratégie permet d'éviter l'apparition des zéros dans la boucle fermée.

Les courbes de la figure 5.32 représentent les réponses indicielles du système linéaire (5.58) asservi et du système linéarisé également asservi.

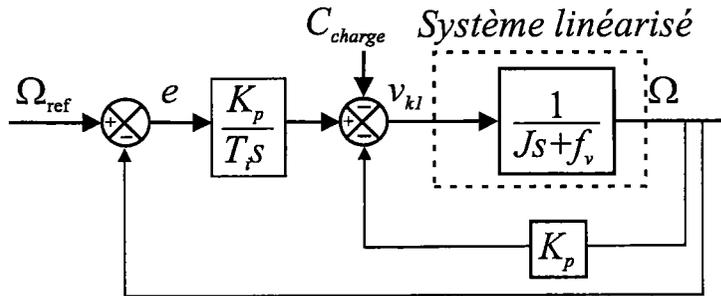


FIG. 5.31 – Asservissement de vitesse du système linéaire

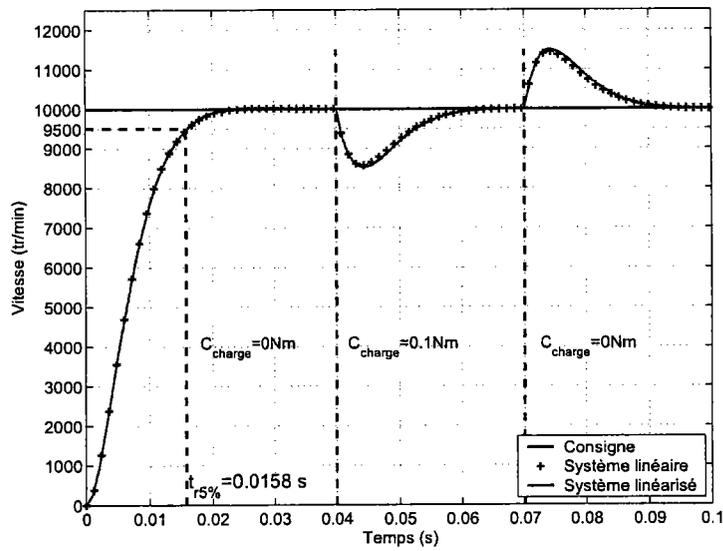


FIG. 5.32 – Réponse indicielle du système linéaire et du système linéarisé ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

### 5.5.3 Contrôle des courants dans les phases de la MRV

Le contrôle des courants est réalisé en utilisant trois correcteurs PI avec une bande passante très grande. Il est important d'utiliser des correcteurs PI avec une bande passante grande car en réalité la dynamique électrique de la MRV est nettement plus rapide que la dynamique mécanique. De plus, dès que le courant est établi, la phase doit suivre très rapidement la consigne de courant fournie par la commande non linéaire afin d'obtenir une boucle de vitesse linéaire.

L'équation d'état du courant est :

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{L(\theta_m)} \left( R + \frac{\delta L}{\delta \theta_m} \Omega \right) i + \frac{1}{L(\theta_m)} u \quad (5.63)$$

Si on considère que  $L(\theta_m)$ ,  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m}$  et  $\Omega$  varient lentement, la fonction de transfert entre le courant dans la phase et la tension aux bornes de la phase est :

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{1}{L(\theta_m)s + \left( R + \frac{\delta L}{\delta \theta_m} \Omega \right)} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{A(\theta_m)}{s + B(\theta_m, \Omega)} \\ &= H_c(s) \end{aligned} \quad (5.65)$$

où

$$\begin{aligned} A(\theta_m) &= \frac{1}{L(\theta_m)} \text{ et} \\ B(\theta_m, \Omega) &= \left( R + \frac{\delta L}{\delta \theta_m} \Omega \right) A(\theta_m) \end{aligned}$$

Le transfert est non linéaire et par conséquent le correcteur PI est synthétisé en utilisant les moyens de l'analyse  $H_\infty$  [Duc and Font, 1999].

Pour notre MRV,

$$A(\theta_m) \in \left[ \frac{1}{L_o}, \frac{1}{L_c} \right]$$

où  $L_o$  et  $L_c$  représentent respectivement l'inductance dans la position d'opposition et celle dans la position de conjonction. De plus, pour  $\Omega \in [0, \Omega_{ref}]$  et  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m} > 0$  :

$$B(\theta_m, \Omega) \in \left[ \frac{R}{L_c}, \frac{\left( R + \max\left(\frac{\delta L}{\delta \theta_m}\right) \Omega_{ref} \right)}{L_o} \right]$$

## 5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire

Pour une vitesse de référence égale à 100000 tr/min, on obtient :

$$A(\theta_m) \in [168; 421] \text{ (H}^{-1}\text{)} \quad (5.66)$$

$$B(\theta_m, \Omega) \in [370; 56116] \text{ (rad/s)} \quad (5.67)$$

Dans le cadre de la commande robuste, on considère habituellement la fonction de transfert nominale du système en boucle ouverte suivante :

$$H_c(s) = \frac{A_m}{s + B_m} \quad (5.68)$$

où  $A_m = \frac{\min(A)+\max(A)}{2}$  et  $B_m = \frac{\min(B)+\max(B)}{2}$ . Dans notre cas,  $A_m = 294 \text{ H}^{-1}$  et  $B_m = 28268 \text{ rad/s}$ .

Ainsi, on peut synthétiser un correcteur PI au moyen des techniques de l'automatique linéaire. En considérant le correcteur PI de fonction de transfert :

$$H_{IPI}(s) = K_{Ip} \left( 1 + \frac{1}{T_{Ii}s} \right) \quad (5.69)$$

le système bouclé (figure 5.33) se comporte comme un système du deuxième ordre.

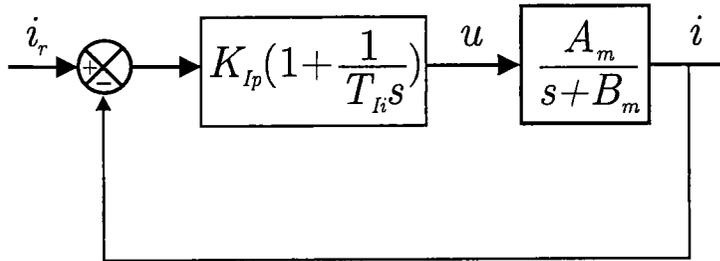


FIG. 5.33 – Boucle de courant

La fonction de transfert du système bouclé est :

$$H_{IBF} = \frac{1 + sT_{Ii}}{1 + \frac{T_{Ii}}{K_{Ip}A_m} (B_m + K_{Ip}A_m) s + \frac{T_{Ii}}{K_{Ip}A_m} s^2} \quad (5.70)$$

En général, la constante de temps électrique d'une MRV est nettement plus rapide que la constante de temps mécanique. Ainsi, pour le correcteur PI, il faut prévoir une bande passante très large. Dans notre cas, nous avons choisi une bande passante égale à  $10^5 \text{ rad/s}$ . Le coefficient d'amortissement a été choisi égal à 1.5. Ainsi, les coefficients du correcteur PI sont :

$$K_{Ip} = \frac{2\xi_I \omega_{In} - B_m}{A_m} = 923,19 \quad (5.71)$$

$$T_{Ii} = \frac{K_{Ip}A_m}{\omega_{In}^2} = 2,71 \cdot 10^{-5} \quad (5.72)$$

La courbe de la figure 5.34(a) représente la réponse du correcteur PI à une échelon de 4A et celle de la figure 5.34(b) la tension pendant la même simulation.

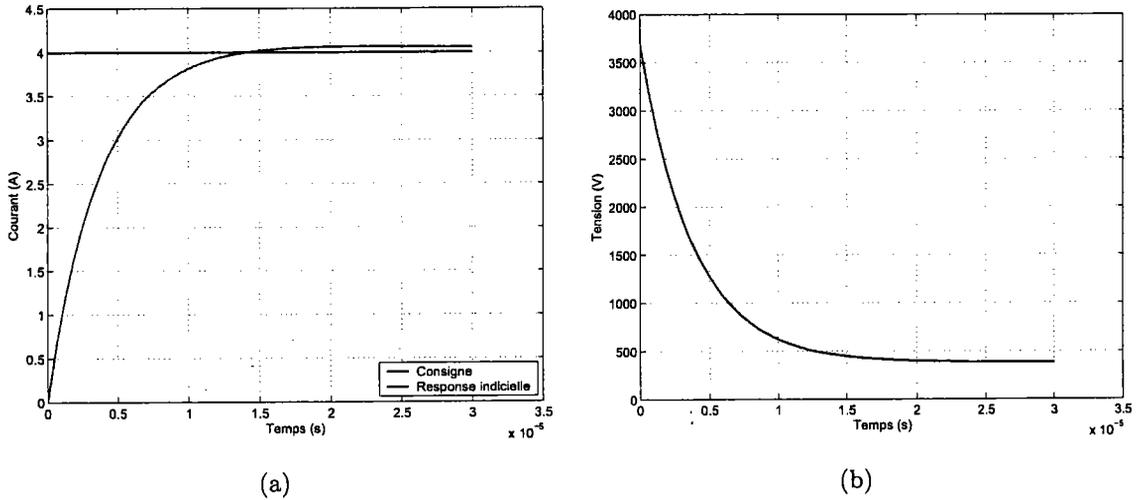


FIG. 5.34 – Réponse indicielle de la boucle de courant ( $I_r = 4$  A)

On remarque sur la figure 5.34(b) que la valeur maximale de la tension d'alimentation est largement supérieure à la tension maximale acceptée par le convertisseur de puissance (800 V dans notre cas). La valeur maximale de la tension peut être diminuée en réduisant la bande passante du système bouclé, mais avec cette stratégie ce n'est pas acceptable, car à grande vitesse le couple est faible. Ainsi, la solution consiste à saturer la tension d'alimentation.

Lorsque le contrôleur utilisé dans la boucle fermée possède une action intégrale, la saturation introduit un effet *windup* [Solyom, 2003]. L'effet *windup* réduit les performances de la boucle fermée (bande passante diminuée, stabilité) [Kothare *et al.*, 1994][Goodwin *et al.*, 2004]. Une des stratégies possibles pour traiter l'effet *windup* est d'ajouter au correcteur PI un schéma *anti-windup* (5.35). En effet, le schéma *anti-windup* permet de remettre à zéro (*reset*) l'intégrateur lorsque la saturation est active.

La boucle de courant peut devenir instable par l'introduction de la saturation et du schéma *anti-windup*. Ainsi, une étude de la stabilité de cette boucle est nécessaire. Les conditions nécessaires pour obtenir une boucle stable sont présentées dans [Kothare *et al.*, 1994] et [Turner *et al.*, 2004].

La courbe de la figure 5.36 représente la variation du courant dans la phase principale pendant l'asservissement de vitesse.

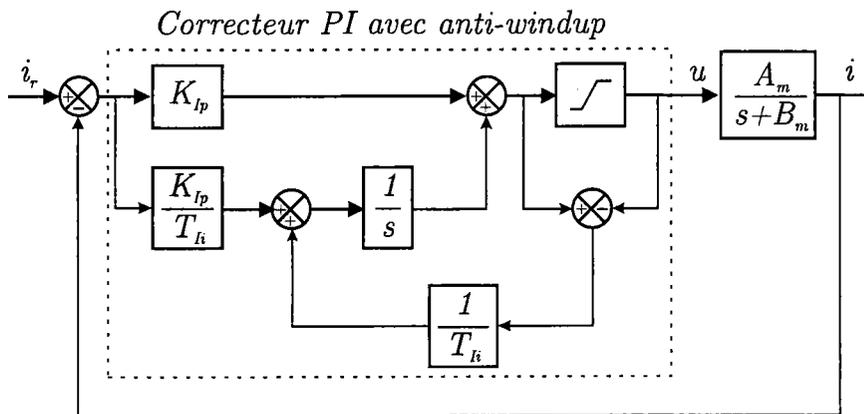


FIG. 5.35 – Boucle de courant avec correcteur PI avec *anti-windup*

On constate que pendant le régime transitoire (phase d'accélération de la MRV) et lorsqu'un couple de charge est ajouté, le courant dans la phase principale atteint des valeurs très grandes (max. 25 A). En effet, pour atteindre la consigne de vitesse, il est nécessaire de produire plus de couple moteur (figure 5.39). Mais, pour un intervalle constant de positions durant laquelle la phase principale est alimentée  $[-70, -10]$  deg dans ce cas), pour produire plus de couple, la seule possibilité est d'augmenter le courant dans la phase principale (le couple électromagnétique produit est proportionnel au carré du courant). Augmenter le courant dans la phase principale revient à augmenter la tension aux bornes de la phase principale. Dès que la tension sature (dans ce cas, max.  $0,7 \mu\text{s}$  pendant le régime transitoire (figure 5.38(a))), le courant dans la phase principale n'arrive plus à suivre la consigne de courant (figure 5.38(a)) fournie par la commande non linéaire. Ce phénomène arrive toujours à l'instant de commutation des phases, lorsque le courant dans la phase principale doit rapidement croître, afin de maintenir un couple constant, et le courant dans la phase secondaire doit rapidement décroître pour éviter l'apparition d'un couple négatif (figure 5.37). Pendant le régime stationnaire, la tension d'alimentation n'étant plus saturée le suivi des courants est très bon (figure 5.37(b)).

La courbe de la figure 5.39 représente le couple électromagnétique durant le même essai. On remarque l'apparition d'un couple négatif lorsque la charge est enlevée. En effet, à cet instant précis, la MRV a tendance à accélérer. L'asservissement de vitesse réagit en diminuant le couple moteur. Pour diminuer le couple moteur, il existe alors deux possibilités : soit on réduit le courant dans la phase, soit on commande le moteur pendant l'intervalle de position où  $\frac{\delta L}{\delta \theta_m} < 0$ . Sur la même figure, on constate des fortes ondulations du couple. Pour réduire les ondulations du couple, on utilise la même stratégie proposée lors de la commande en

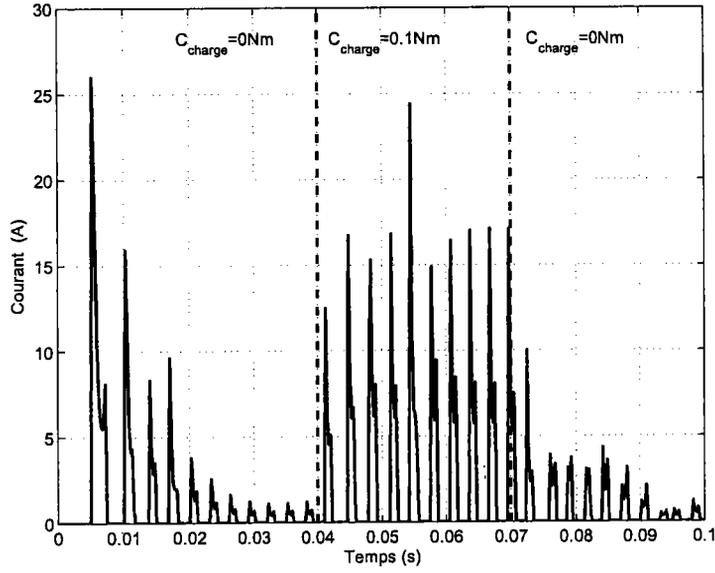
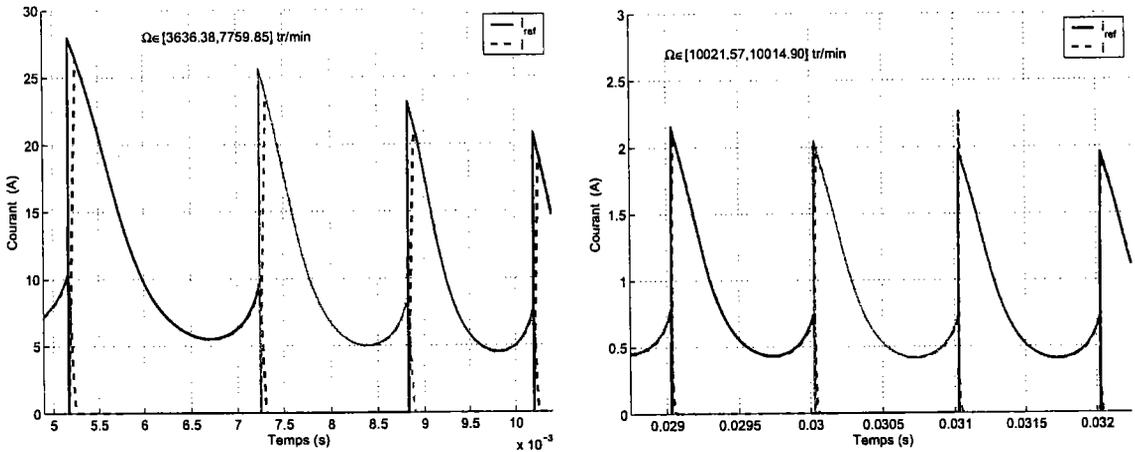


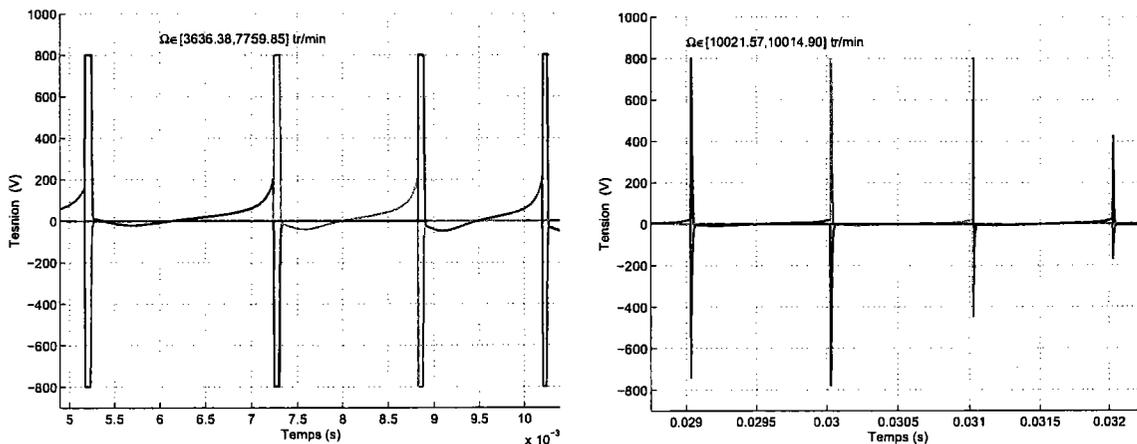
FIG. 5.36 – Forme du courant pendant l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000 \text{ tr/min}$ )



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail du courant pendant le régime stationnaire

FIG. 5.37 – Contrôle des courants pendant l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000 \text{ tr/min}$ ,  $C_{charge}= 0 \text{ Nm}$ )

5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire



(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire

FIG. 5.38 – Tensions d'alimentation pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}= 0$  Nm)

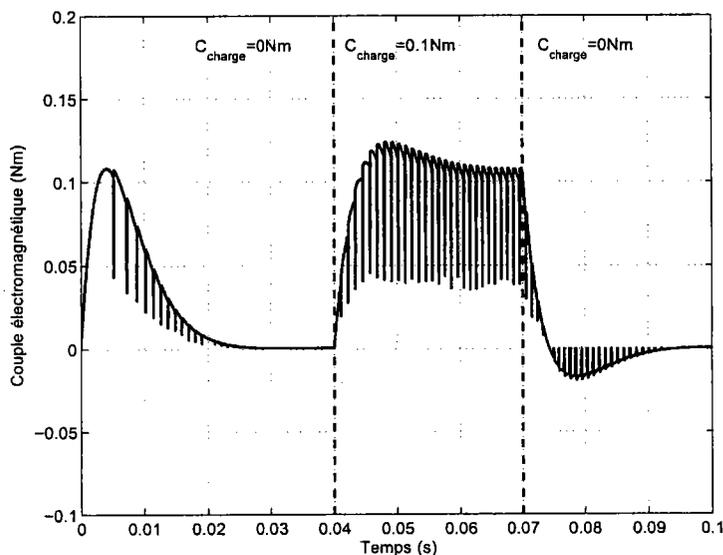


FIG. 5.39 – Couple électromagnétique produit par la MRV pendant l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $C_{charge}= 0,1$  Nm)

tension. Les courbes de la figure 5.40 représentent le couple électromagnétique monophasé et le couple électromagnétique polyphasé pour différents intervalles d'alimentation de la phase principale. Pour une commande en courant pour notre MRV, les oscillations du couple sont optimales lorsque la phase principale est commandée pour une position comprise dans l'intervalle  $\theta_m \in [-65, -5]$  deg.

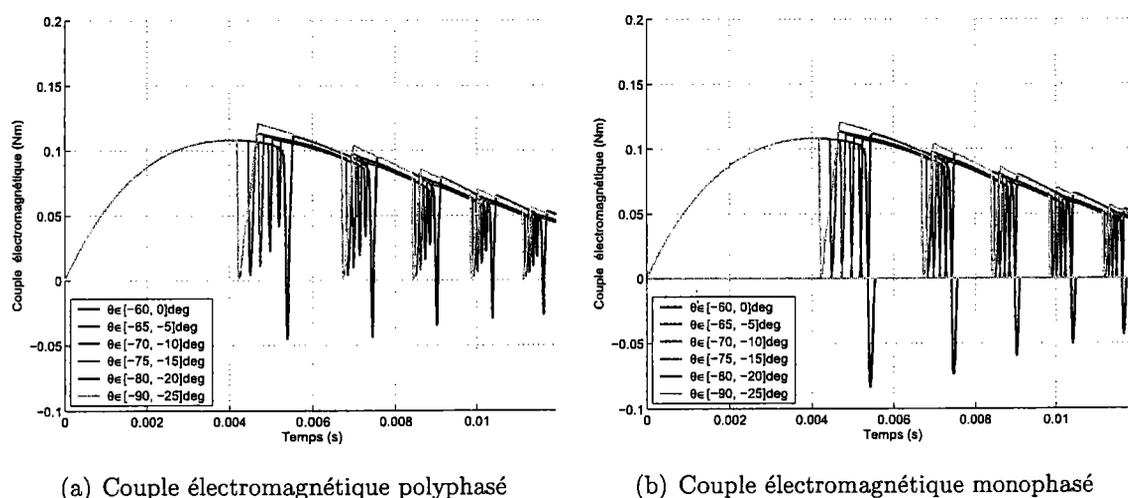


FIG. 5.40 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min)

La simulation de l'asservissement de vitesse met en évidence que le courant de la phase principale atteint des valeurs supérieures aux valeurs maximales admissibles pour notre MRV (dans notre cas,  $i_{max}=4$  A). Habituellement, on n'utilise pas une consigne en échelon de vitesse pour démarrer une MRV de ce type. La consigne utilisée en pratique est une consigne de vitesse en rampe. Ainsi, dans le paragraphe suivant, on étudie l'asservissement de vitesse pour une MRV avec une consigne en rampe.

## 5.6 Asservissement de vitesse avec une consigne en rampe

Comme dans le cadre de la commande en tension, on impose un temps d'accélération pour la MRV. La figure 5.41 représente les réponses en vitesse du système linéaire (5.57) et du système linéarisé (5.30) pour une consigne de vitesse en rampe avec un temps d'accélération de  $t_{acc}=100$  ms.

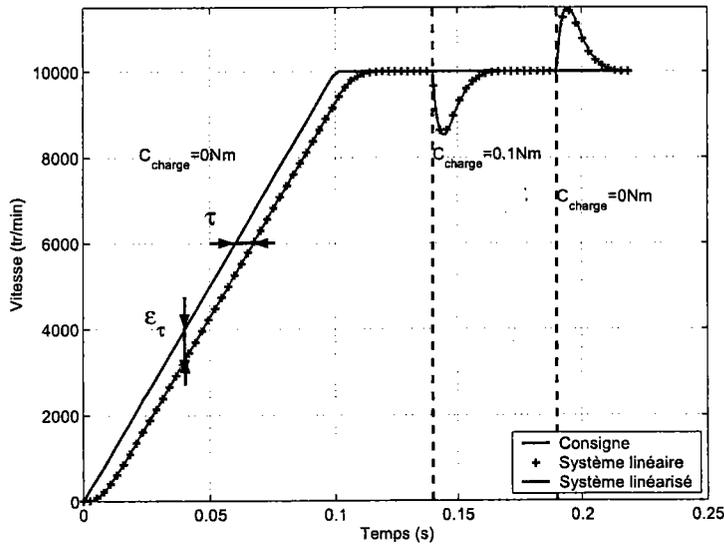
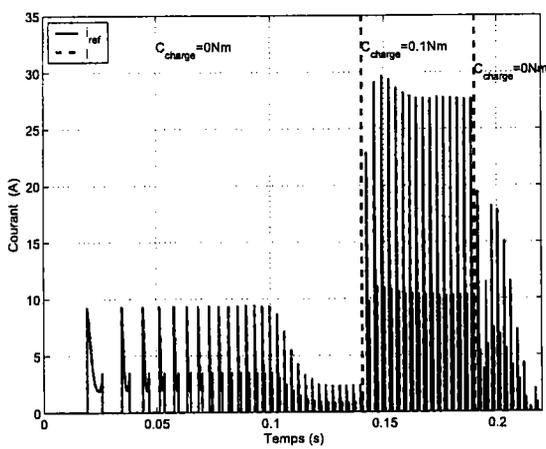


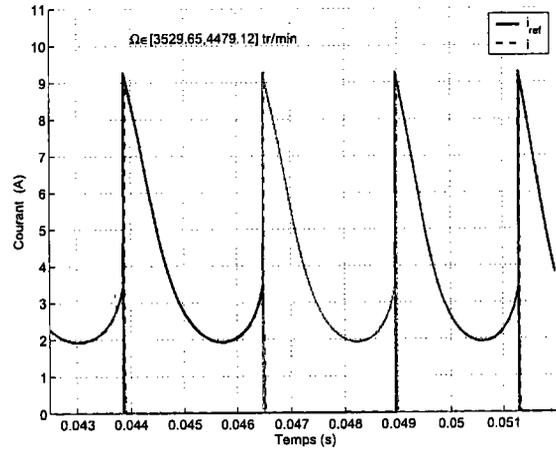
FIG. 5.41 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $t_{acc}=100$  ms)

Dans ce cas, l'asservissement introduit un retard de montée de  $\tau=7,2$  ms et une erreur de traînage  $\epsilon_{\tau}=720$  tr/min. Pendant le même essai, le courant dans la phase principale est représenté sur la figure 5.42(a). Les courants pendant le régime transitoire sont représentés sur la figure 5.42(b) et 5.42(c). Les courbes de la figure 5.44 représentent les tensions aux bornes des phases pendant le régime transitoire et pendant le régime stationnaire.

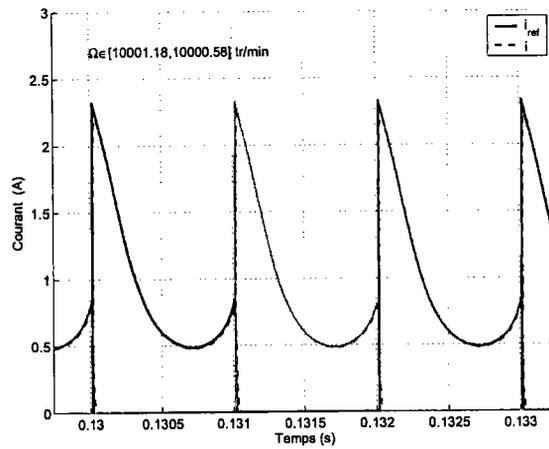
Le couple moteur pendant le régime stationnaire (figure 5.43) est nettement réduit par rapport au cas indiciel. L'erreur de traînage introduite par l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe est faible et donc le couple fourni par le correcteur de la boucle de vitesse est également faible. Plus le couple est faible, plus la commande non linéaire fournie une consigne de courant faible. Les courants pendant l'asservissement avec une rampe de vitesse sont aussi réduits par rapport au cas indiciel et donc la tension d'alimentation sature pendant une durée plus courte.



(a) Variation du courant de la phase 1



(b) Détail du courant pendant le régime transitoire



(c) Détail du courant pendant le régime stationnaire

FIG. 5.42 – Courants pendant l’asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $t_{acc}= 100$  ms)

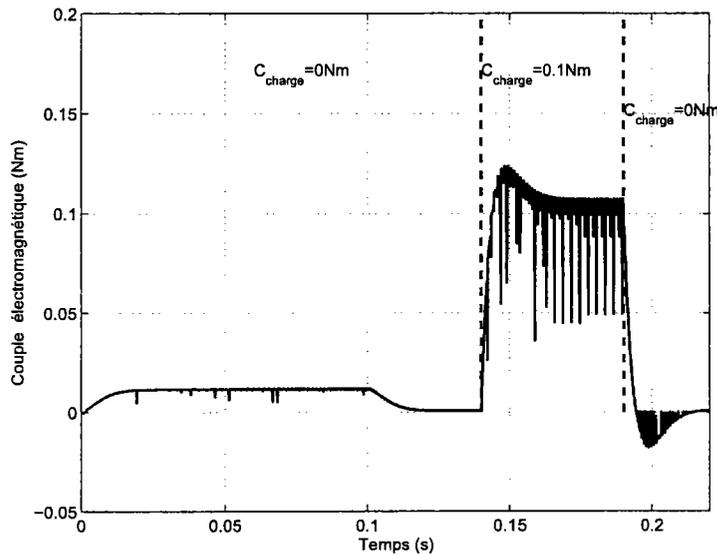


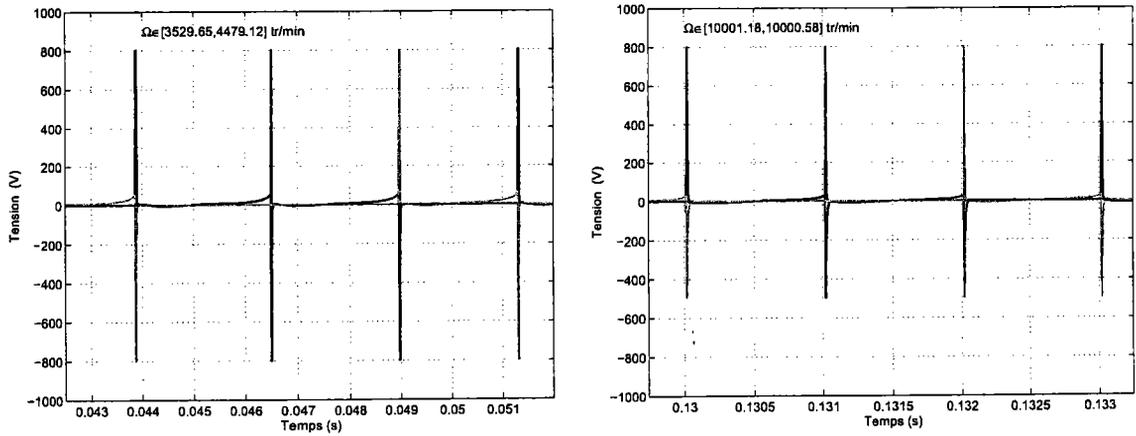
FIG. 5.43 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=10000$  tr/min,  $t_{acc}=100$  ms)

### 5.6.1 Fonctionnement à très grande vitesse d'une MRV

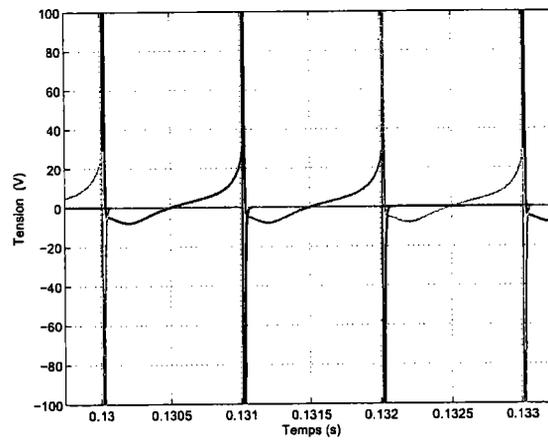
Dans ce paragraphe, nous allons regarder le comportement de la MRV pour un fonctionnement à grande vitesse. L'intérêt d'une simulation avec une consigne en échelon est réduit car en grande vitesse, la tension d'alimentation est voisine de la force contre-électromotrice ce qui implique une saturation totale de la tension d'alimentation de la phase principale. Ainsi, une simulation pour une consigne de vitesse en rampe, avec un temps d'accélération de 100 ms a été réalisée. Sur la figure 5.45 sont représentés les réponses en vitesse du système linéaire et la réponse en vitesse du système linéarisé. Cette simulation montre une erreur de traînage  $\epsilon_{\tau}=7334$  tr/min et un retard de montée de  $\tau=7,4$  ms. La réponse en vitesse obtenue dans ce cas est classique pour ce type de consigne. Ainsi, on peut conclure que la stratégie de commande en courant proposée donne de très bons résultats pour l'asservissement de vitesse.

Les courbes de la figure 5.46 et celles de la figure 5.47 représentent respectivement les courants et les tensions durant le régime transitoire et le régime stationnaire obtenus lors de la même simulation.

A grande vitesse, plusieurs problèmes spécifiques limitent les performances de la MRV. En montant en vitesse, la tension d'alimentation de la phase principale est de plus en plus saturée. Par exemple, pour une vitesse d'environ 35000 tr/min, la tension d'alimentation



(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire



(c) Détail de la tension pendant le régime stationnaire

FIG. 5.44 – Formes des tensions pour l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=10000 \text{ tr/min}$ ,  $C_{charge}=0 \text{ Nm}$ ,  $t_{acc}=100 \text{ ms}$ )

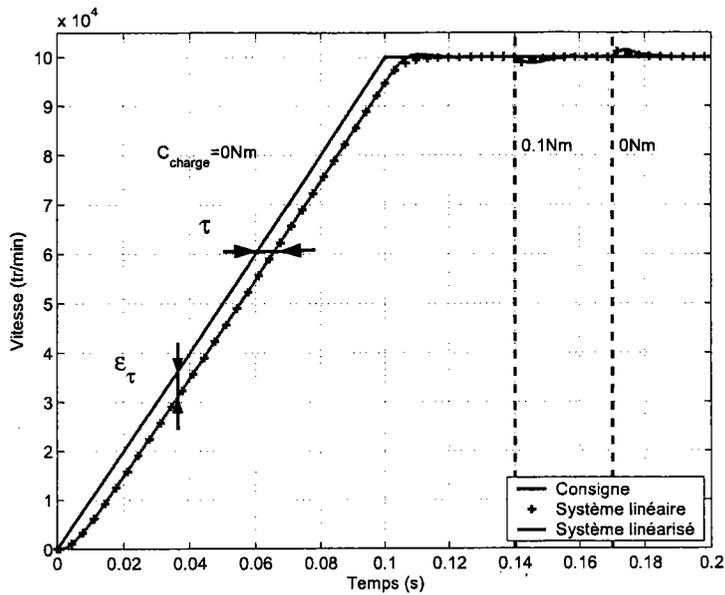
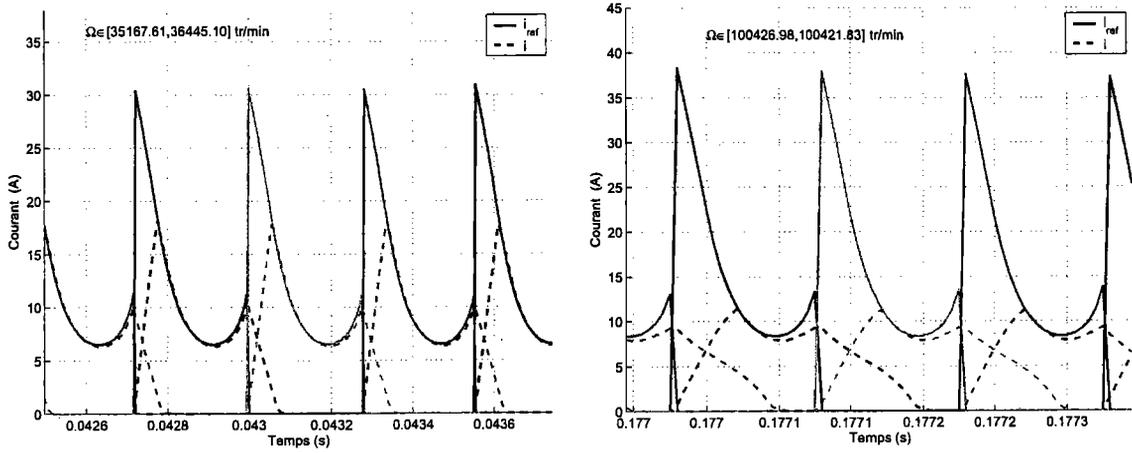


FIG. 5.45 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $t_{acc}= 100$  ms)

est saturée à +800 V pendant 0,05 ms et peut aller jusqu'à 0,037 ms pendant le régime stationnaire. Lorsque la tension d'alimentation est saturée, on constate sur les courbes de la figure 5.46 et celles de la figure 5.48 que les performances de la boucle de courant sont diminuées. De plus, la saturation à -800 V de la tension empêche la démagnétisation de la phase. Dans ce cas, les performances de la MRV en terme de couple électromagnétique sont aussi diminuées (figure 5.49). En effet, la présence du courant dans une phase secondaire contribue à produire un couple négatif, et donc le couple polyphasé présente des ondulations.

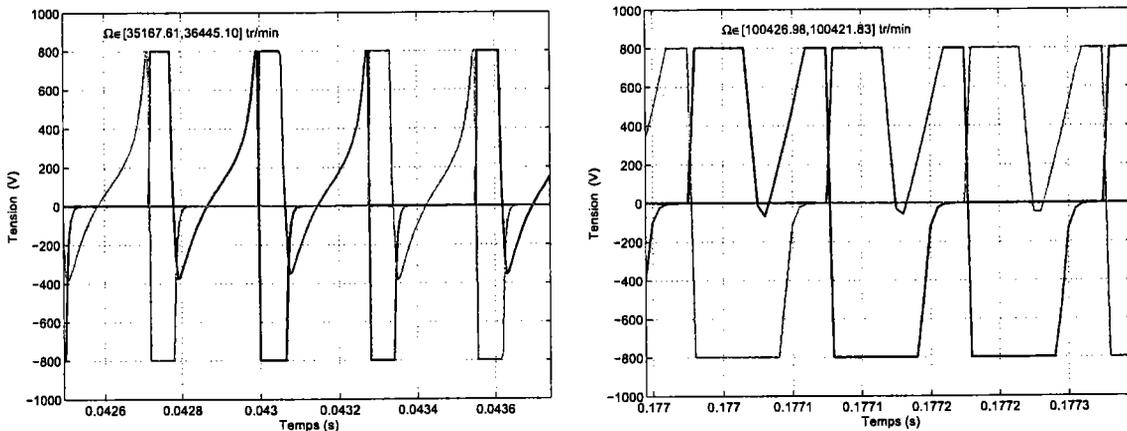
Pour diminuer la saturation de la tension d'alimentation de la phase principale, une solution possible consiste à démarrer la MRV en imposant un temps d'accélération plus grand. Par la suite, nous analysons les résultats d'une simulation avec un temps d'accélération de 400 ms.

L'asservissement de vitesse est représenté sur la figure 5.50. L'erreur de traînage obtenue lors de cette simulation est de 1799 tr/min et le retard de montée est de 7,2 ms. Dans ce cas, l'erreur de traînage est 4 fois plus petite par rapport à la valeur obtenue lors de l'asservissement de vitesse avec un temps d'accélération de 100 ms. Ainsi, le correcteur PI de la boucle de vitesse fournit un couple inférieur par rapport au cas précédent. Moins de couple signifie en effet, un courant plus faible dans la phase et donc une tension d'alimentation



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail du courant pendant le régime stationnaire

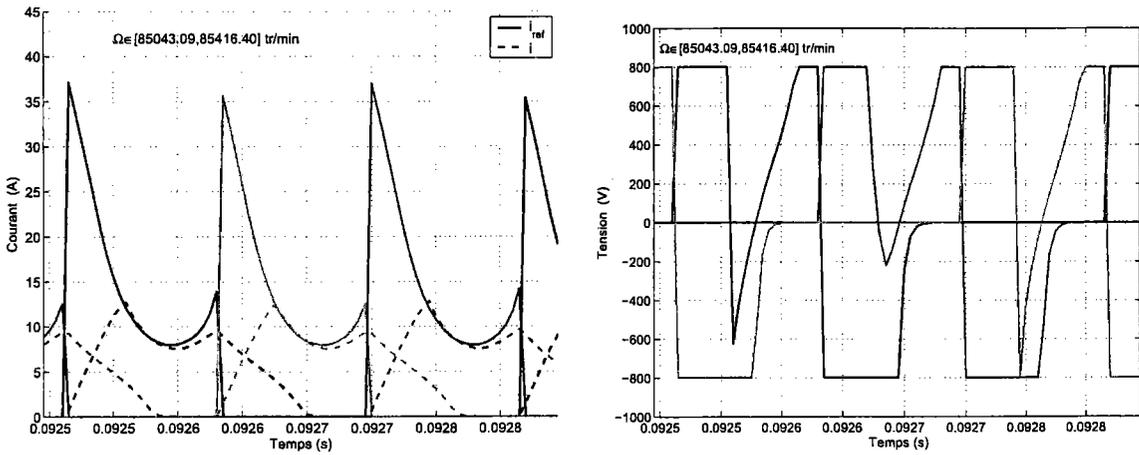
FIG. 5.46 – Formes des courants pour l’asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000 \text{ tr/min}$ ,  $C_{charge}=0 \text{ Nm}$ ,  $t_{acc}=100 \text{ ms}$ )



(a) Détail de la tension pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime stationnaire

FIG. 5.47 – Formes des tensions pour l’asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000 \text{ tr/min}$ ,  $C_{charge}=0 \text{ Nm}$ ,  $t_{acc}=100 \text{ ms}$ )

5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail de la tension pendant le régime transitoire

FIG. 5.48 – Formes des courants et des tensions pour le régime transitoire ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $t_{acc}=100$  ms)

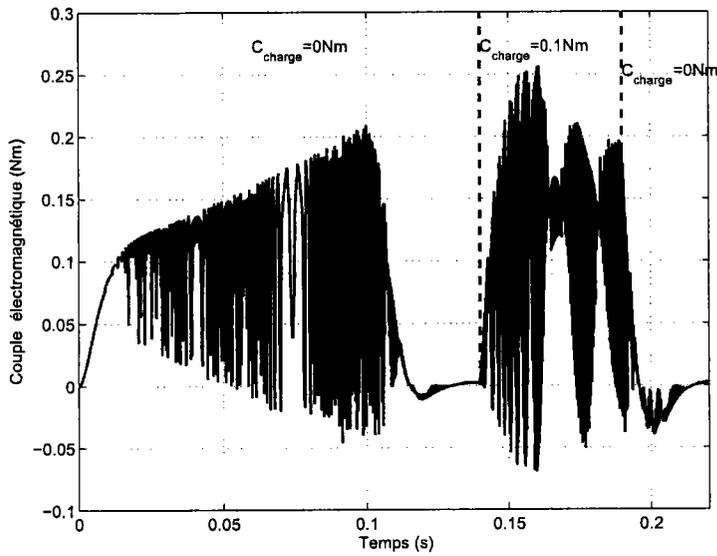


FIG. 5.49 – Couple électromagnétique produit par la MRV ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=100$  ms)

également plus faible et donc, moins de saturation sur la tension aux bornes de la phase principale.

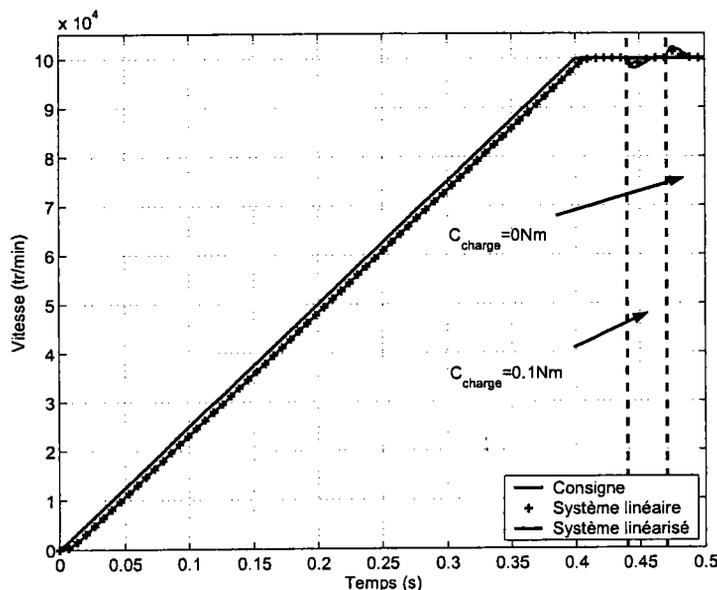


FIG. 5.50 – Réponse en vitesse pour une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $t_{acc}=400$  ms)

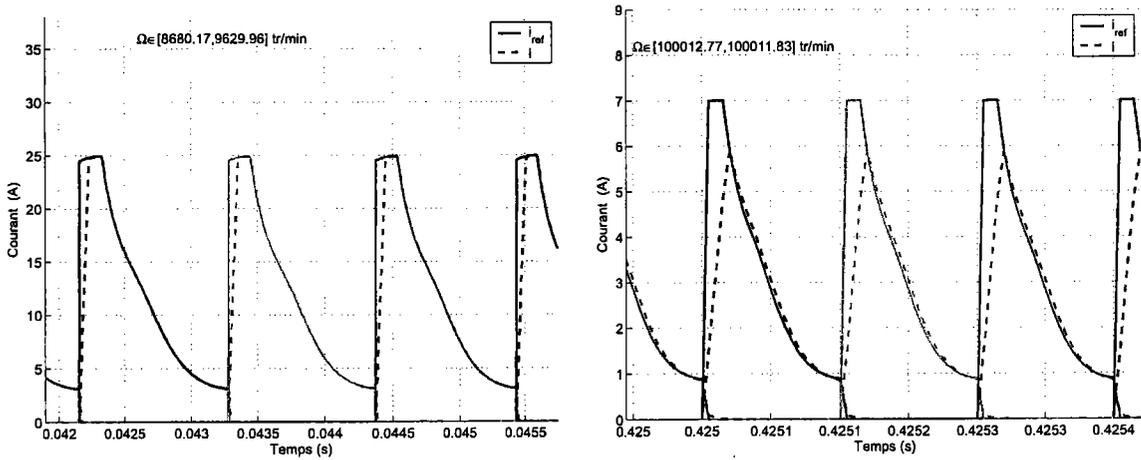
Les courbes de la figure 5.51 représentent les courants pendant le régime transitoire et le régime stationnaire. Les courbes de la figure 5.52 représentent les tensions aux bornes des phases obtenus lors du même essai. Les courbes des tensions et des courants confirment en effet qu'on peut obtenir de meilleures performances pour la MRV en imposant un temps d'accélération plus grand.

On peut remarquer que le démarrage de la MRV avec un temps d'accélération de 400 ms permet d'obtenir de meilleures performances pour l'asservissement de vitesse. La tension est saturée pendant un intervalle de temps plus court et donc le courant dans la phase principale suit mieux le courant de référence fourni par la commande non linéaire.

### 5.6.2 Conclusions pour la commande en courant d'une MRV

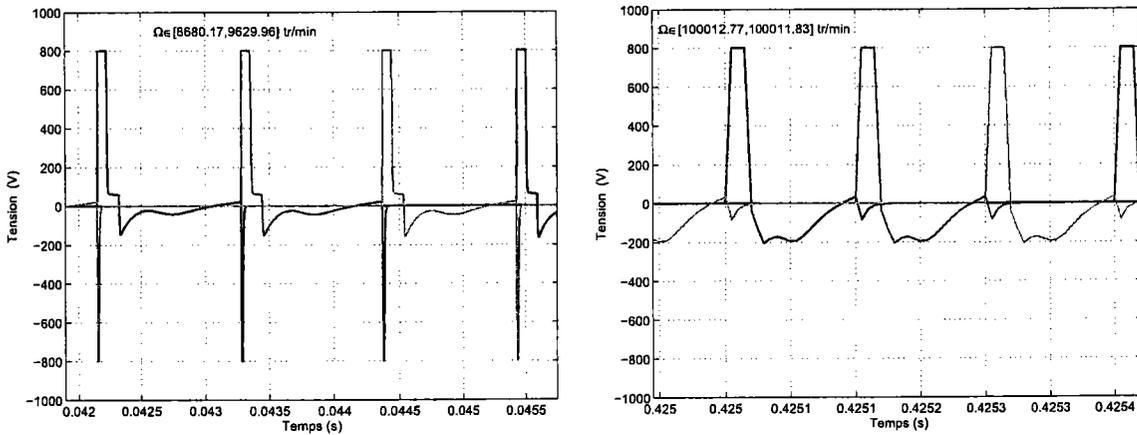
Une commande non linéaire en courant pour une MRV a été étudiée. Dans ce cas, on obtient une linéarisation partielle du modèle non linéaire. Les non-linéarités dues au couple de frottement sont compensées directement par une commande adéquate. Pour l'asservissement de vitesse, on utilise une boucle interne pour contrôler les courants et une boucle externe pour

5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire



(a) Détail du courant pendant le régime transitoire (b) Détail du courant pendant le régime stationnaire

FIG. 5.51 – Formes des courants pour l'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=400$  ms)



(a) Régime transitoire

(b) Régime stationnaire

FIG. 5.52 – Formes des tensions pour l'asservissement de vitesse ( $\Omega_{ref}=100000$  tr/min,  $C_{charge}=0$  Nm,  $t_{acc}=400$  ms)

le contrôle de la vitesse. La boucle interne utilise un correcteur PI synthétisé afin d'obtenir un comportement entrée/sortie linéaire pour la dynamique de courant. La boucle de vitesse est contrôlée par un simple correcteur PI.

La réponse indicielle obtenue par simulation valide cette stratégie de commande. La nature pulsatoire du couple et la saturation de la tension d'alimentation sont mis en évidence lors des simulations. Pour réduire les ondulations du couple, la MRV est commandée pendant un intervalle de positions déterminé par simulation.

La simulation de l'asservissement avec une rampe de vitesse permet de diminuer certains problèmes vus lors de la réponse indicielle. Toutefois, en grande vitesse les performances de la MRV sont diminuées. La force contre-électromotrice devient importante à grande vitesse et la tension d'alimentation est saturée pendant une période plus longue. Ainsi, les performances de la boucle de courant sont réduites.

Les résultats d'une simulation avec une consigne de vitesse en rampe mais avec un temps d'accélération plus grand montrent qu'il est possible d'obtenir de meilleures performances.

## 5.7 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons étudié la commande en boucle fermée d'une MRV. Du fait du caractère fortement non linéaire de la MRV, la stratégie de commande par linéarisation par retour d'état a été étudiée.

Si la MRV est commandée en tension, on obtient une linéarisation totale alors que pour la commande en courant la linéarisation est partielle. Les deux commandes ont été tout d'abord validées à basse vitesse. Les simulations à faible vitesse ont mises en évidence plusieurs aspects typiques d'une MRV. Notamment, le caractère ondulatoire du couple, les valeurs importantes des courants et la saturation de la tension d'alimentation.

L'asservissement de vitesse avec une consigne en rampe de vitesse, habituellement utilisé en pratique, permet d'obtenir de meilleures performances pour la MRV étudiée. Les résultats des simulations à grande vitesse mettent en évidence d'autres aspects caractéristiques du fonctionnement d'une MRV à grande vitesse. Ainsi, la force contre-électromotrice, négligeable à basse vitesse, atteint des valeurs voisines de la tension d'alimentation à grande vitesse et la tension d'alimentation de la MRV se sature. L'effet de la saturation de la tension d'alimentation peut être réduit en réalisant un démarrage de la

## *5. Asservissement de vitesse d'une MRV par commande non-linéaire*

---

MRV avec une consigne en rampe plus douce (un temps d'accélération plus grand). Pour le fonctionnement à grande vitesse d'une MRV, une étude plus approfondie sur la compensation des saturations des tensions d'alimentation permettrait d'améliorer les performances.

# Chapitre 6

## Observateurs de position et vitesse d'une MRV

Pour améliorer les performances d'une MRV, les lois de commandes utilisent la position du rotor pour assurer, entre autres, la synchronisation entre l'alimentation des phases et la position du rotor. Le développement d'un capteur de position pour une MRV à grande vitesse est rendu difficile par les limites en contraintes mécaniques vite atteintes lorsque les forces centrifuges sont élevées. Dans ce cas, on doit recourir à des nouvelles techniques pour estimer la position. Les différentes méthodes utilisées dans la littérature pour estimer la position du rotor vont être détaillées dans le paragraphe suivant. Ensuite, nous proposons deux observateurs pour reconstruire les états de notre système non fournis par les informations d'un capteur.

### 6.1 Méthodes d'estimation de la position du rotor d'une MRV

Les méthodes d'estimation de la position du rotor d'une MRV peuvent être classifiées selon la figure 6.1. Les méthodes directes utilisent seulement les mesures des tensions d'alimentation et des courants parcourant les phases de la MRV afin d'obtenir une estimation de la position. Les méthodes indirectes permettent d'estimer la position du rotor par l'excitation d'une phase secondaire avec un signal sinusoïdal de fréquence élevée et de faible amplitude.

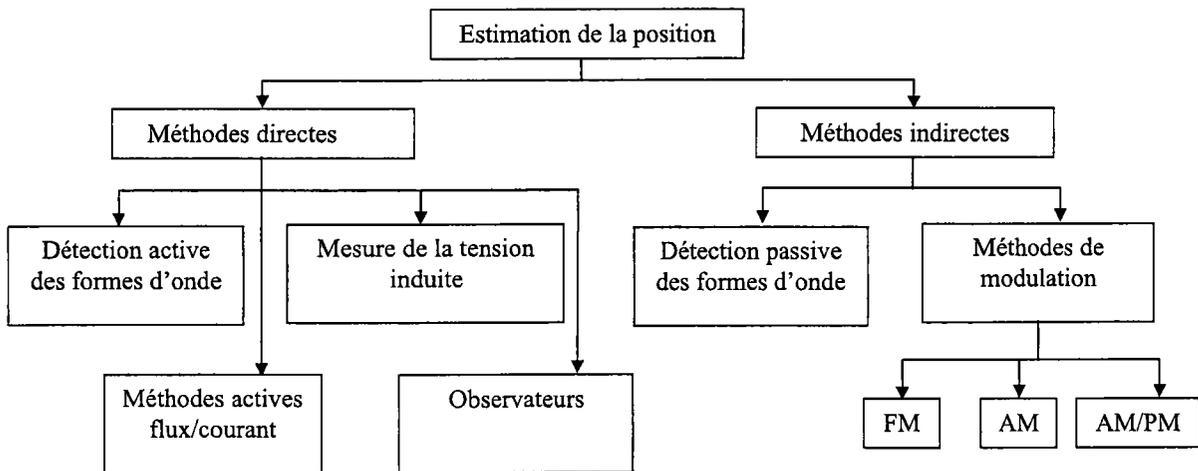


FIG. 6.1 – Les méthodes utilisées pour l'estimation de la position

### 6.1.1 Les méthodes directes

Les méthodes de détection de formes d'ondes ont été présentées pour la première fois dans [Acarney *et al.*, 1985] et puis reprises dans [Panda and Amaratunga, 1991]. Les méthodes permettant d'estimer la position à l'aide des observateurs ont été développées dans [Lumsdaine and Lang, 1990]. L'estimation de la position en utilisant l'observateur a aussi été utilisée dans [Solsona *et al.*, 1993], [Solsona *et al.*, 1999], [Islam *et al.*, 2003], [Islam and Husain, 2000a], [McCann *et al.*, 2001]. Les méthodes basées sur un réseau de points flux/courant qui déterminent la caractéristique magnétique de la MRV peuvent aussi être utilisées pour estimer la position du rotor d'une MRV [Hedland, 1986], [Lyons *et al.*, 1991], [Wolff *et al.*, 1998], [Lopez *et al.*, 1999]. Enfin, la méthode utilisant les tensions mutuelles induites aux bornes des phases de la MRV [Husain and Ehsani, 1994] peut être associée à la classe des méthodes directes.

#### 6.1.1.1 Méthodes de détection des formes des ondes

Ces méthodes ont été présentées pour la première fois dans [Acarney *et al.*, 1985]. Les auteurs suggèrent d'utiliser la forme du courant dans une des phases de la MRV afin d'estimer la position du rotor. L'idée fondamentale de cette méthode est que la variation du courant dans une phase est fonction de l'inductance incrémentale qui elle-même dépend de la position du rotor.

Pour une MRV, la variation du courant en fonction de l'inductance incrémentale est donnée par :

$$\frac{di}{dt} = \frac{u - Ri - \frac{\delta\Phi}{\delta\theta_m} \frac{d\theta_m}{dt}}{l} \quad (6.1)$$

où  $l = \frac{\delta\Phi}{\delta i}$  représente l'inductance incrémentale.

Dans le cas où la MRV est alimentée par un convertisseur MLI, on peut définir le temps de montée  $t_m$  et le temps de descente  $t_d$  du courant dans la phase alimentée par :

$$t_m = \frac{l\delta i}{u - Ri - \frac{\delta\Phi}{\delta\theta_m} \frac{d\theta_m}{dt}} \quad (6.2)$$

$$t_d = \frac{l\delta i}{Ri + \frac{\delta\Phi}{\delta\theta_m} \frac{d\theta_m}{dt}}$$

En utilisant soit le front montant, soit le front descendant du courant, on peut calculer l'inductance incrémentale est ainsi obtenir la position du rotor.

Dans [Acarney *et al.*, 1985], les auteurs négligent la force contre-électromotrice et la chute de tension aux bornes de la phase afin d'obtenir l'inductance incrémentale et par conséquence la position du rotor. SI les approximations faites ici sont acceptables pour un fonctionnement à basse vitesse, à grande vitesse l'influence de la force contre-électromotrice ne peut plus être négligée.

Dans [Panda and Amaratunga, 1991], les auteurs utilisent l'approche proposée dans [Acarney *et al.*, 1985] modifiée afin d'intégrer l'effet de la force contre-électromotrice. Ils montrent que l'influence de la force contre-électromotrice sur l'estimation de la position du rotor est significative même à faible vitesse.

En pratique, l'implantation d'une telle stratégie est rendue difficile notamment par les erreurs qui peuvent apparaître dans le calcul du temps de montée ou du temps de descente.

### 6.1.1.2 Méthodes flux/courant

Ces méthodes s'appuient sur la connaissance de la caractéristique magnétique de la MRV en tout point de fonctionnement. Si les valeurs du flux et du courant d'une phase sont connues, alors la position du rotor peut être retrouvée par interpolation du réseau de points  $\Phi(i, \theta_e)$ . Pour un couple de valeurs  $(\Phi, i)$ , nous nous retrouvons avec deux positions du rotor. En effet, une valeur de la position correspond au fonctionnement de la MRV en mode moteur tandis que l'autre valeur correspond au fonctionnement de la MRV en mode générateur. Le

flux peut être obtenu soit à l'aide d'un capteur adéquat, soit par la formule suivante :

$$\Phi = \int (u(t) - Ri(t)) dt \quad (6.3)$$

où  $u$ ,  $i$  et  $R$  représentent respectivement la tension, le courant et la résistance d'une phase.

Après l'alimentation d'une phase, le courant est amené à zéro, ainsi la condition initiale  $\Phi = 0$  permet de limiter l'effet de la propagation de l'erreur due à l'intégration. L'opération d'intégration ne soulève pas de difficultés si la MRV est commandée en pleine onde avec  $u \gg Ri$ , parce que la chute de tension aux bornes de la résistance de la phase est faible devant  $u$ . Cependant, pendant le hachage de la tension, les alternances entre 0 et  $+u$  ou entre  $\pm u$  peuvent introduire des erreurs de calcul, dues au terme  $Ri$  par rapport à la valeur moyenne de la tension hachée. En plus, tout changement de la valeur de la résistance, à cause de l'échauffement ou les éventuelles erreurs dans la mesure du courant, mènera à une estimation erronée du flux, et par conséquence une position du rotor fausse.

Cette méthode a été proposée pour la première fois dans [Hedland, 1986]. Le schéma de base de cette méthode d'après son concepteur est présenté sur la figure 6.2. L'auteur propose de choisir les positions  $\theta_{ref}$  correspondantes aux instants de commutations des phases. Le flux associé à ces positions  $\Phi_{ref}$  est enregistré dans des tableaux de points. Le flux calculé par l'équation (6.3) est ensuite comparé au  $\Phi_{ref}$ . La commutation des phases est réalisée lorsque  $\Phi \geq \Phi_{ref}$ .

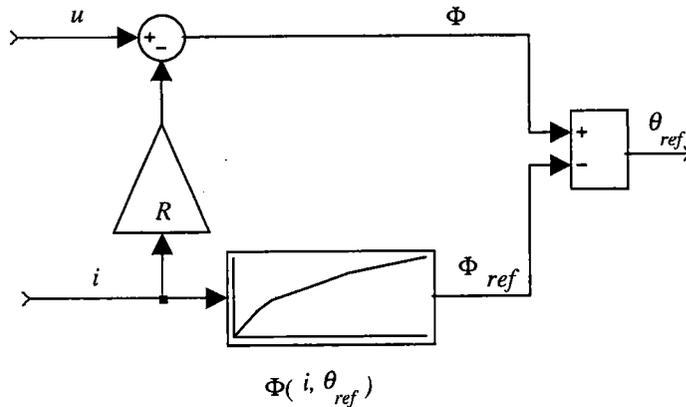


FIG. 6.2 - La méthode flux/courant d'après [Hedland, 1986]

Une méthode similaire, qui prend en compte les effets des couplages mutuels entre les phases de la machine, a été proposée plus tard dans [Lyons *et al.*, 1991].

Les solutions présentées dans [Hedland, 1986] et [Lyons *et al.*, 1991] permettent uniquement d'obtenir les positions du rotor utilisées pour la commutation des phases. Leur idée

a été reprise plus tard dans la littérature afin d'obtenir une estimation continue de la position du rotor [Wolff *et al.*, 1998], [Lopez *et al.*, 1999], [Kosaka *et al.*, 2001].

Une estimation continue de la position peut être obtenue selon le schéma suivant :

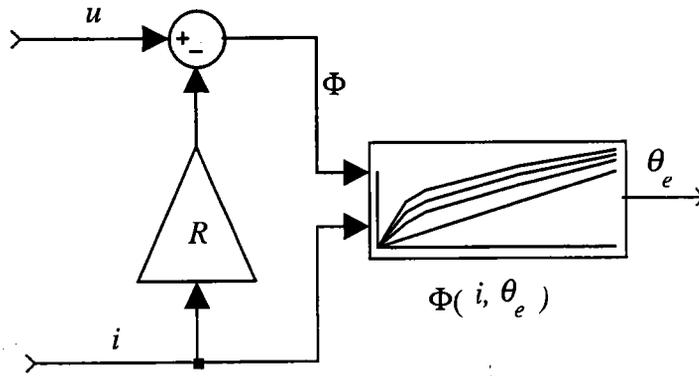


FIG. 6.3 – Le principe de la méthode flux/courant

Dans [Lopez *et al.*, 1999], les auteurs proposent un correcteur additionnel pour estimer la position. La prochaine position du rotor est prédite à l'aide des techniques d'interpolation. La position estimée est donnée par la somme de la valeur de la position prédite et l'erreur de position.

Bien que pratique, cette méthode présente deux désavantages. Tout d'abord, le temps de calcul devient critique à grande vitesse. D'autre part, des erreurs dans l'estimation de la position peuvent apparaître à cause du bruit de mesure, ce qui rendrait le contrôle en boucle fermée de la MRV impossible.

### 6.1.1.3 Méthodes basées sur la mesure de la tension induite dans une phase inactive

Le principe de cette méthode consiste à mesurer la tension induite dans une phase secondaire de la machine. Si la machine est commandée en modulation de largeur d'impulsion, la tension induite, due au couplage magnétique entre phases varie fortement en fonction de la position du rotor à cause de la structure à double saillance de la machine [Husain and Ehsani, 1994].

Les tensions aux bornes de la phase principale et aux bornes de la phase secondaire dépendent de la position du rotor et de l'intensité du courant dans la phase principale (voir

les formes déduites dans [Husain and Ehsani, 1994]). Un réseau de points  $(u, \theta_e)$  doit être dressé afin d'estimer la position du rotor. A basse vitesse, le réseau de points est un tableau bidimensionnel. La prise en compte des termes dépendant de la vitesse dans les formes analytiques des tensions alourdit les calculs pour les hautes vitesses. Pour des applications peu sophistiquées l'instant de commutation des phases peut être déterminé en fonction de la valeur de la tension induite.

### 6.1.1.4 Observateurs

Les méthodes d'estimation de l'automatique classique nous conduisent vers les observateurs. En général, avec cette approche, la dynamique du système physique est modélisée en utilisant la représentation dans l'espace d'état. La théorie des observateurs linéaires est actuellement très bien maîtrisée. Malheureusement les systèmes physiques ne peuvent pas toujours être représentés avec des modèles linéaires, ainsi les observateurs non linéaires permettent d'estimer les variables d'état lorsqu'on ne dispose pas de capteurs adéquats pour les mesurer.

La possibilité d'obtenir des estimations pour plusieurs variables d'état en même temps constitue un avantage pour cette approche. Dans le cas d'une MRV, nous pouvons envisager l'estimation à la fois de la position et de la vitesse, contrairement à ce qui peut être réalisé en utilisant les approches décrites précédemment. La théorie des observateurs non linéaires a été développée dans [Thau, 1973] et [Kou *et al.*, 1975]. Un des problèmes les plus sensibles est la stabilité globale de l'observateur. Parfois, la stabilité est prouvée à travers des simulations car les preuves formelles s'avèrent trop lourdes. En revanche, la stabilité locale autour d'un point d'équilibre (erreur nulle) peut être démontrée en utilisant l'approche de Lyapunov.

Dans le cas d'un observateur, le modèle mathématique équivalent de la MRV, représenté dans l'espace d'état, est habituellement mis en parallèle avec le système réel. Le modèle bénéficie des mêmes entrées que le système réel et la différence entre les sorties du modèle et du celles du système réel est utilisée afin d'obtenir les gains d'observation (figure 6.4).

Les résultats présentés dans [Lumsdaine and Lang, 1990] sont très intéressants. Les auteurs proposent un observateur de Luenberger complet, afin d'estimer la position, la vitesse et le flux électromagnétique de la MRV. L'observateur proposé est développé en choisissant le vecteur d'état composé de la position, la vitesse et le flux, l'entrée étant les tensions d'alimentation de la MRV et la sortie les mesures des courants.

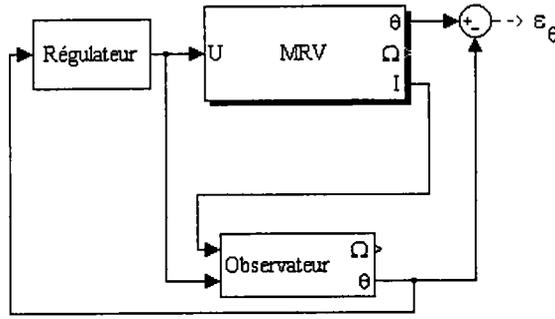


FIG. 6.4 – Le schéma d'interaction observateur - MRV

Sans tenir compte de l'effet de la saturation magnétique, des courants de Foucault et des pertes par hystérésis, le modèle d'état proposé est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi}{dt} = -RH(\theta_m)\Phi + u \\ \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{f_v}{J}\Omega - \frac{1}{2J}\Phi^T \frac{dH(\theta_m)}{d\theta_m} \Phi \\ \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ i = H(\theta_m)\Phi \end{cases} \quad (6.4)$$

où  $H(\theta_m) = 1/L(\theta_m)$ ,  $\Phi$ ,  $u$ ,  $i$ ,  $R$ ,  $f_v$ ,  $J$ ,  $\theta_m$ ,  $\Omega$  représentent respectivement le flux électromagnétique, la tension aux bornes de la phase, le courant dans la phase, la résistance de l'enroulement statorique, le frottement visqueux, l'inertie, la position du rotor et la vitesse de rotation.

L'estimation d'état est obtenue en utilisant le modèle suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\Phi}}{dt} = -RH(\hat{\theta}_m)\hat{\Phi} + u + K_\Phi(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)(\hat{i} - i) \\ \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = -\frac{f_v}{J}\hat{\Omega} - \frac{1}{2J}\hat{\Phi}^T \frac{dH(\hat{\theta}_m)}{d\hat{\theta}_m} \hat{\Phi} + K_\Omega(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)(\hat{i} - i) \\ \frac{d\hat{\theta}_m}{dt} = \hat{\Omega} + K_\theta(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)(\hat{i} - i) \\ \hat{i} = H(\hat{\theta}_m)\hat{\Phi} \end{cases} \quad (6.5)$$

où  $K_\Phi(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)$ ,  $K_\Omega(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)$  et  $K_{\theta_m}(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m)$  sont les gains d'observation.

La stabilité globale de l'observateur n'est pas étudiée dans [Lumsdaine and Lang, 1990], en revanche les auteurs étudient la stabilité locale, autour du point d'équilibre pour trois cas particuliers :

1. L'inertie infinie du rotor (ou vitesse constante) et  $K_{\Phi}(\hat{\Phi}, \hat{\theta}_m) = R$ . Sous ces hypothèses, le flux n'est plus estimé, il est directement obtenu à partir du modèle. Les gains d'observation sont ensuite choisis par l'approche de Lyapunov afin d'assurer la stabilité de l'observateur. Les auteurs observent une erreur moyenne quadratique inférieure à  $2.5 \cdot 10^{-3}$  dans l'estimation de l'état.
2. L'inertie infinie du rotor mais, cette fois-ci, le flux est estimé. Dans ce cas, les auteurs prouvent la stabilité de l'observateur à travers des simulations. Les mêmes performances en terme d'erreur sur la position sont obtenues dans ce cas.
3. Aucune hypothèse supplémentaire n'est faite. Dans ce cas, les auteurs se limitent à donner des résultats des simulations à travers lesquels on peut observer la stabilité de l'observateur, mais aucune explication sur comment choisir les gains d'observation n'est donnée.

En suivant l'idée qu'une partie de l'état peut être mesurée, notamment les courants, un observateur d'ordre réduit a été proposé dans [Solsona *et al.*, 1993], puis repris dans [Solsona *et al.*, 1999]. En réduisant le nombre des états à reconstruire à 2 (la position et la vitesse), la stabilité de l'observateur peut être démontrée plus facilement. L'approche de Lyapunov a été utilisée afin de donner des conditions suffisantes pour que l'observateur soit asymptotiquement stable et qu'il converge exponentiellement vers une erreur d'observation nulle. Cet observateur sera présenté plus en détail dans la section 6.4.

Dans [Blaabjerg *et al.*, 1996], [Islam and Husain, 2000b], [Islam and Husain, 2000a], [Husain and Islam, 2001], [McCann *et al.*, 2001] et [Islam *et al.*, 2003], les auteurs proposent un observateur à mode glissant d'ordre réduit afin d'estimer la position et la vitesse d'une MRV. L'observateur proposé dans ces articles est donné par :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m = \hat{\Omega} + k_{\theta_m} \text{sign}(e_f) \\ \hat{\Omega} = -\frac{f_v}{J} \Omega - \frac{1}{J} (\hat{C}_{em} - \hat{C}_{charge}) + k_{\Omega} \text{sign}(e_f) \end{cases} \quad (6.6)$$

où  $k_{\theta_m}$  et  $k_{\Omega}$  représentent les gains d'observation et  $e_f$  décrit la surface de glissement d'erreur :

$$e_f = \sum_{j=1}^q \sin(\hat{\theta}_m) (\hat{i}_j - i_j) \quad (6.7)$$

avec  $q$  représentant le nombre des phases de la MRV.

Les gains d'observation sont ensuite calculés par l'approche de Lyapunov. Comme dans le cas des observateurs classiques, l'analyse de la stabilité et de la convergence de l'observateur à mode glissant est simplifiée car nous avons un observateur d'ordre réduit, ici d'ordre 2.

Dans [Husain and Islam, 2001], les auteurs font une comparaison entre un observateur classique d'ordre réduit et un observateur à mode glissant d'ordre réduit. D'après leurs résultats, l'observateur à mode glissant est plus robuste et plus performant qu'un observateur classique.

## 6.1.2 Les méthodes indirectes

Avec les méthodes indirectes, on injecte un signal de référence dans une des phases secondaires afin d'obtenir une information sur la variation de l'inductance de cette phase. Habituellement on utilise des signaux de faible amplitude pour éviter :

- de produire du couple négatif sur la phase en question ;
- les effets de la force contre-électromotrice ;
- les effets de la saturation du circuit magnétique de la phase considérée.

Les stratégies les plus utilisées sont basées sur l'analyse du profil du courant [Acarney *et al.*, 1985], les techniques de modulation/démodulation d'amplitude [Ehsani, 1992], [Ehsani *et al.*, 1994], de phase [Ehsani *et al.*, 1994] ou de fréquence [Ehsani *et al.*, 1992].

La phase de test est celle qui suit la phase principale dans l'ordre d'alimentation des phases. En appliquant le signal de référence de faible amplitude, il n'y a pas de risques de saturation du circuit magnétique de la phase considérée et le couple produit par cette phase est négligeable. A basse vitesse, la force contre-électromotrice peut aussi être négligée ce qui n'est pas vrai à grande vitesse. On remarque donc, que ces méthodes peuvent être utilisées seulement pour un fonctionnement à basse vitesse de la MRV.

### 6.1.2.1 Estimation de position par l'analyse du profil du courant

Le principe de cette méthode ([Acarney *et al.*, 1985]) consiste à mesurer la variation du courant lorsqu'on applique une faible tension aux bornes de la phase secondaire pendant un temps très court.

La tension aux bornes d'une phase de la MRV est donnée par l'équation :

$$u = Ri + L(\theta_m) \frac{di}{dt} + i \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} \Omega \quad (6.8)$$

Si la tension  $u$  est appliquée pendant un temps très court, l'équation (6.8) peut être approchée par l'équation :

$$u = Ri + L(\theta_m) \frac{\Delta i}{\Delta t} + i \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} \Omega \quad (6.9)$$

La chute de tension ( $Ri$ ) aux bornes de la phase peut être négligée et pour un fonctionnement à basse vitesse, la force contre-électromotrice peut aussi être négligée. Dans ce cas, l'équation (6.9) peut encore être approchée par l'équation :

$$u = L(\theta_m) \frac{\Delta i}{\Delta t} \implies L(\theta_m) = u \frac{\Delta t}{\Delta i} \quad (6.10)$$

Les valeurs  $\Delta i$  ou  $\Delta t$  peuvent être gardées constantes alors que l'autre est mesurée afin d'obtenir l'inductance de la phase testée. La position du rotor est ensuite obtenue en utilisant le modèle électromagnétique de la MRV.

### 6.1.2.2 Estimation de position par les techniques de modulation

Ces méthodes utilisent le principe qui a été présenté lors de l'identification du profil d'inductance. La porteuse est une tension sinusoïdale de faible amplitude appliquée aux bornes d'une des phases secondaires de la MRV. L'inductance étant une fonction périodique de la position, la fréquence de modulation est ainsi donnée par la vitesse de rotation de la MRV. Afin de pouvoir mesurer le signal modulé, une résistance doit être mise en série avec la phase secondaire. Le signal modulé est ensuite démodulé en utilisant les stratégies de démodulation d'amplitude [Ehsani, 1992], [Ehsani *et al.*, 1994], de phase [Ehsani *et al.*, 1994] ou de fréquence [Ehsani *et al.*, 1992]. On peut ensuite calculer la valeur d'inductance de la phase considérée. La position du rotor est obtenue en utilisant le modèle électromagnétique de la MRV.

### 6.1.3 Conclusion

Les différentes stratégies utilisées pour obtenir la position du rotor d'une MRV ont été présentées dans cette section.

Les méthodes indirectes présentent plusieurs inconvénients. Tout d'abord, leur utilisation implique la réalisation d'un dispositif capable d'assurer la commutation entre la partie puissance de la MRV et le signal de test. Deuxièmement, en utilisant une phase secondaire, la position du rotor est proche de la position d'opposition et la valeur de l'inductance est proche de la valeur minimale. Dans cette zone, le profil d'inductance présente une zone plate, ce qui est notre cas, plusieurs valeurs de positions peuvent correspondre à des valeurs d'inductance très voisines. Ainsi, on ne peut pas retrouver la position du rotor avec une bonne précision. En plus, ces méthodes peuvent seulement être utilisées pour un fonctionnement à basse vitesse de la MRV, lorsque la force contre-électromotrice peut être négligée.

La technique de détection active de la forme des ondes est inadaptée pour le fonctionnement en grande vitesse car la force contre-électromotrice ne peut plus être négligée. L'estimation de la position en utilisant les méthodes flux/courant peut être facilement erronée si l'on ne dispose pas d'un modèle adéquat des pertes de la MRV. Le temps de calcul devient important si l'on utilise les méthodes flux/courant ou les méthodes utilisant les mesures des tensions induites. Ainsi, les observateurs semblent les mieux adaptés pour estimer la position du rotor. L'utilisation d'un observateur est possible à basse vitesse ainsi qu'à grande vitesse, car aucune hypothèse ne doit être faite sur la force contre-électromotrice. Une raison supplémentaire d'utiliser les observateurs est la possibilité d'obtenir des estimations de plusieurs grandeurs à la fois.

Par la suite, nous allons étudier l'observabilité de la MRV, puis nous développerons deux observateurs différents pour la MRV. Dans le cas où la position du rotor est disponible, nous avons étudié un observateur à entrée inconnue afin d'obtenir les estimations de la position, de la vitesse et du couple résistant. Le deuxième observateur que nous avons développé est basé sur les mesures des courants et des tensions afin d'estimer la position, la vitesse et le couple de charge. Les résultats théoriques vont être présentés dans la suite à travers des simulations et comparés aux résultats pratiques.

## 6.2 Développement d'un observateur pour une MRV

### 6.2.1 Observabilité d'une MRV

Un observateur de position et de vitesse peut seulement être développé dans le cas où le système est observable. Dans la littérature, l'observabilité d'une MRV est démontrée seulement sous des hypothèses assez restrictives. Dans cette section, nous donnons une démonstration mathématique de l'observabilité d'une MRV.

On considère le système suivant qui modélise une MRV à vide :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{2J} \sum_{k=1}^3 i_k^2 \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} - \frac{1}{J} C_f(\Omega) \\ \frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L(\theta_m)} \left( u_j - Ri_j - i_j \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m} \Omega \right) \quad j \in \{1, 2, 3\} \end{cases} \quad (6.11)$$

Les tensions  $u_j$  sont les entrées du système, les sorties sont les intensités  $i_j$ . Faisons tout d'abord la remarque suivante : si on prend deux moteurs avec des rotors immobiles et orientés différemment et si on ne met pas de tension aux bornes des bobines, les sorties mesurées pour les deux systèmes seront les mêmes bien que les conditions initiales ne soient pas identiques. Le système (6.11) n'est donc pas observable pour toute entrée.

Concernant les inductances  $L_j$  qui dépendent de  $\theta_m$ , elles sont périodiques de période  $\pi$  et il s'agit de fonctions paires par rapport à la variable  $\theta_m$  (par conséquent les dérivées  $\frac{\delta L_j(\theta_m)}{\delta \theta_m}$  sont impaires). De plus, le courant  $i_j$  est strictement positif pour toute entrée  $u_j$  non identiquement nulle et positive. En effet, en posant  $\Phi_j = L_j i_j$ , on obtient :

$$\frac{d\Phi_j}{dt} = u_j(t) - R i_j(t) = u_j(t) - R \frac{\Phi_j}{L_j} \quad (6.12)$$

et par conséquent :

$$\Phi_j(t) = \exp\left(\int_{t_0}^t \frac{R}{L_j(\theta_m(s))} ds\right) \Phi_j(t_0) + \exp\left(\int_{t_0}^t \frac{R}{L_j(\theta(s))} ds\right) \int_{t_0}^t \exp\left(-\int_{t_0}^{\tau} \frac{R}{L_j(\theta_m(s))} ds\right) u_j(\tau) d\tau \quad (6.13)$$

Considérons deux ensembles de conditions initiales  $(\theta_m(t_0), \Omega(t_0), i(t_0))$  et  $(\hat{\theta}_m(t_0), \hat{\Omega}(t_0), \hat{i}(t_0))$ . Supposons que les solutions de (6.11)  $(\theta_m(t), \Omega(t), i(t))$  et  $(\hat{\theta}_m(t), \hat{\Omega}(t), \hat{i}(t))$  issues de ces conditions initiales sont telles que  $i(t) = \hat{i}(t)$  pour  $t \geq 0$ .

En utilisant (6.12), on obtient :

$$\frac{d\Phi_j(t)}{dt} = \frac{d\hat{\Phi}_j(t)}{dt} \quad (6.14)$$

et donc :

$$\left(\hat{L}_j(t) - L_j(t)\right) i_j(t) = c_j \quad (6.15)$$

avec  $c_j$  constante.

Sous des hypothèses assez faibles, cette constante  $c_j$  est nulle. Supposons en effet que, par exemple  $c_j > 0$ , si les commandes sont choisies de telle manière que  $\theta_m(t)$  tende vers l'infini, pour une valeur  $t_0$  de  $t$ ,  $L_j(\theta_m(t_0))$  sera maximal, et pour cette valeur on aura  $\hat{L}_j(\hat{\theta}_m(t_0)) - L_j(\theta_m(t_0)) \leq 0$ , ce qui contredit le fait que  $c_j > 0$ .

Nous pouvons aussi écrire que :

$$\left(\hat{L}_j(t) - L_j(t)\right) i_j(t) = \left(\hat{L}_j(t_0) - L_j(t_0)\right) i_j(t_0) \quad (6.16)$$

par conséquent, s'il existe un instant  $t_0$  pour lequel  $i_j(t_0) = 0$ , alors la constante  $c_j$  est nulle.

Si on a  $\hat{L}_j(\hat{\theta}_m(t)) = L(\theta_m(t))$  pour tout  $t$ , on en déduit que :

- $\hat{\theta}_m(t) = \theta_m(t)$  (modulo  $\pi$ ), d'où il découle  $\Omega(t) = \hat{\Omega}(t)$  ;
- ou bien  $\theta_m(t) = -\hat{\theta}_m(t)$  (modulo  $\pi$ ) , d'où il découle  $\Omega(t) = -\hat{\Omega}(t)$ .

Ainsi, la seule connaissance des tensions et des courants ne permet pas de déterminer le sens de rotation de la MRV. Ceci parait gênant dans l'élaboration d'une loi de commande, mais dans le cas d'une MRV le sens de rotation est aussi donné par l'ordre d'alimentation des phases. Si l'on connaît le sens de rotation, le système est observable.

### 6.3 Observateur à entrée inconnue pour une MRV

L'objectif de ce paragraphe est de développer un observateur à entrée inconnue pour une MRV lorsque la position du rotor peut être mesurée. En pratique, la couple de charge appliqué à une MRV n'est pas toujours connu. Le couple de charge peut ainsi être considéré comme une entrée inconnue pour notre système.

Le modèle dynamique mécanique d'une MRV est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}C_{em} - \frac{1}{J}C_f - \frac{1}{J}C_{charge} \end{cases} \quad (6.17)$$

où  $C_{em} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 i_k^2 \frac{\delta L(\theta_m)}{\delta \theta_m}$  représente le couple électromagnétique,  $i_k$  représente le courant et  $C_f$  le couple de frottement et  $C_{charge}$  représente le couple de charge.

Dans notre cas, le modèle de frottement est donné par l'équation (4.49) et le modèle dynamique mécanique devient :

$$\begin{cases} \frac{d\theta_m}{dt} = \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}C_{em} - \frac{f_v}{J}\Omega - \frac{1}{J}C_r \end{cases} \quad (6.18)$$

où  $C_r = C_{charge} + f_c \text{sign}(\Omega) + f_{ad}\Omega^{p_{ad}}$  représente le couple résistant.

Le système (6.18) peut être écrit en utilisant la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_m}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f_v}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} C_{em} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} C_r \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \Omega \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6.19)$$

On remarque que le système (6.19) est un système LTI linéaire avec une entrée inconnue  $C_r$ . La théorie des observateurs à entrée inconnue pour les systèmes linéaires est actuellement très bien développée [Yang and Wilde, 1988], [Chang, 1997], [Darouach *et al.*, 1992], [Trinh and Ha, 2000].

L'idée de base d'un observateur à entrée inconnue est, en fait, de transformer le système afin de reconstruire l'état du système indépendamment de l'entrée inconnue. Cette transformation, si elle existe, décompose l'état du système en deux sous-états : un premier sous-état indépendant de l'entrée inconnue et un deuxième sous-état permettant de reconstruire l'entrée inconnue.

Dans [Yang and Wilde, 1988], les auteurs montrent qu'il n'est pas toujours possible de construire un tel observateur.

On remarque tout d'abord que le système (6.19) a une seule entrée connue  $C_{em}$  et une seule sortie  $\theta_m$ . De plus, la variable d'état que nous voulons reconstruire  $\Omega$  est dépendante de l'entrée inconnue. Ainsi, il n'est pas possible de construire un observateur à entrée inconnue pour ce cas.

Lorsque l'entrée inconnue est constante ou bornée, on considère le système augmenté suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \frac{d\theta_m}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \\ \frac{dC_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{f_v}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \Omega \\ C_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} C_{em} \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \Omega \\ C_r \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Ainsi, il est possible de concevoir un observateur de Luenberger pour estimer conjointement l'état et l'entrée inconnue [Zhang, 2001].

On choisit l'observateur suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \frac{d\hat{\theta}_m}{dt} \\ \frac{d\hat{\Omega}}{dt} \\ \frac{d\hat{C}_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{f_v}{J} & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{\Omega} \\ \hat{C}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} C_{em} + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{\Omega} \\ \hat{C}_r \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (6.21)$$

où

$$K = \begin{bmatrix} k_\theta & k_\Omega & k_{C_r} \end{bmatrix}^T \quad (6.22)$$

représente la matrice de gain d'observation.

Si on définit l'erreur d'observation comme étant  $e = y - \hat{y}$ , on obtient les dynamiques des erreurs d'observation :

$$\begin{bmatrix} \frac{de_{\theta_m}}{dt} \\ \frac{de_\Omega}{dt} \\ \frac{de_{C_r}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_{\theta_m} & 1 & 0 \\ -k_\Omega & \frac{f_v}{J} & \frac{1}{J} \\ -k_{C_r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\theta_m} \\ e_\Omega \\ e_{C_r} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

où  $e_{\theta_m} = \theta - \hat{\theta}_m$ ,  $e_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$  et  $e_{C_r} = C_r - \hat{C}_r$ .

En choisissant les pôles stables pour le système (6.23) en  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$ , l'erreur d'observation converge exponentiellement vers zéro. Alors, les gains d'observation sont donnés par :

$$\begin{cases} k_\theta = -(p_1 + p_2 + p_3) - \frac{f_v}{J} \\ k_\Omega = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3 - k_\theta \frac{f_v}{J} \\ k_{C_r} = p_1 p_2 p_3 J \end{cases} \quad (6.24)$$

En règle générale, la bande passante d'un observateur doit être plus rapide que la bande passante du système. Dans notre cas, la bande passante du système bouclé est de 250 rad/s. La bande passante de l'observateur est choisie à 2000 rad/s. On choisit les pôles de l'observateur comme étant les racines d'un polynôme de Butterworth du 3<sup>ème</sup> degré (équation 6.25).

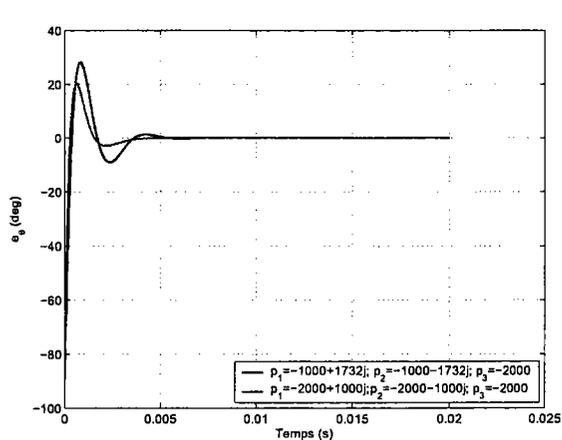
$$p_1 = -1000 + 1732j \quad p_2 = -1000 - 1732j \quad p_3 = -2000 \quad (6.25)$$

Les dynamiques d'erreur sont représentées sur la figure 6.5. Les résultats présentés ont été obtenus pour un fonctionnement à vitesse constante ( $\Omega_{ref} = 10000$  tr/min) et les conditions initiales de l'observateur  $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0,9\Omega_{ref}$ ,  $\hat{C}_{r0} = 0$  Nm et  $C_{charge} = 0$  Nm où  $\theta_m$  et  $\Omega$  représentent respectivement la position du rotor et la vitesse de rotation lorsque l'observateur est initialisé.

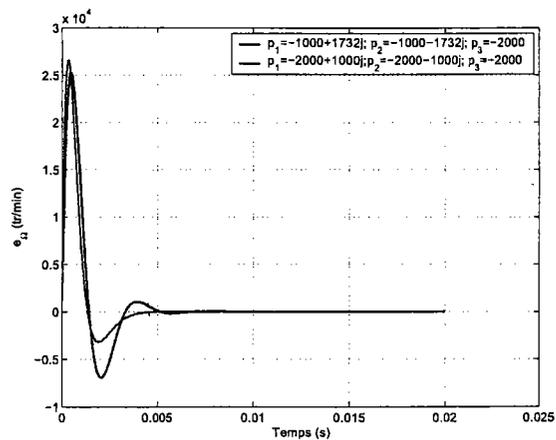
On remarque que le choix de pôles (équation 6.26) introduit des oscillations dans l'erreur d'observation. Une solution permettant de réduire les ondulations consiste à replacer les pôles de l'observateur. Ainsi, nous avons choisi les pôles suivants :

$$p_1 = -2000 + 1000j \quad p_2 = -2000 - 1000j \quad p_3 = -2000 \quad (6.26)$$

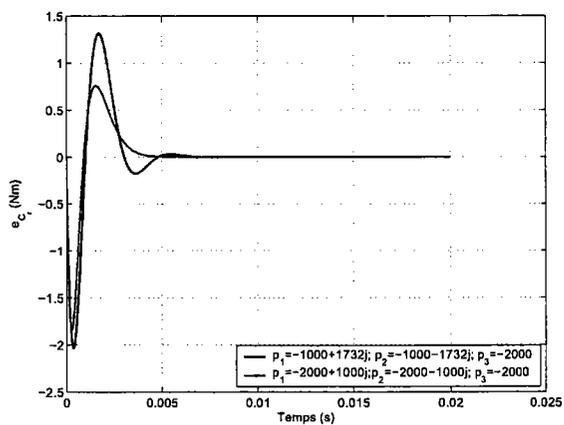
## 6. Observateurs de position et vitesse d'une MRV



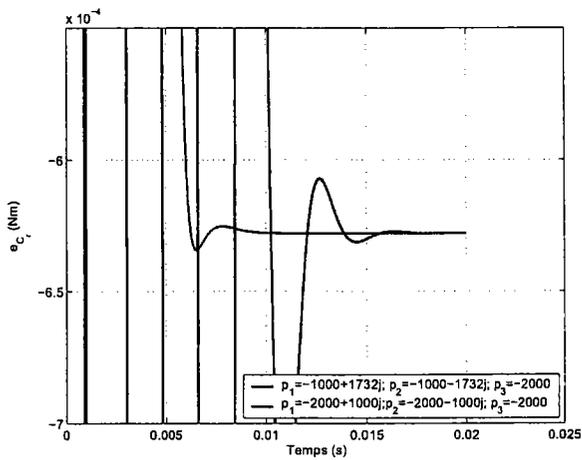
(a) Erreur de position



(b) Erreur de vitesse



(c) Erreur du couple résistant



(d) Détail de l'erreur du couple résistant

FIG. 6.5 – Erreurs d'observation ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$  tr/min,  $\hat{C}_{r0} = 0$  Nm,  $C_{charge} = 0$  Nm)

Sur les courbes de la figure 6.5, on remarque la convergence de l'erreur d'observation et la réduction des oscillations sur l'erreur d'observation (figures 6.5(b), 6.5(c)).

Les courbes de la figure 6.5(c) représentent l'erreur d'observation du couple résistant et les courbes de la figure 6.5(d) représentent la valeur de l'erreur du couple résistant lorsque l'observateur a convergé. On constate que l'observateur converge dans ce cas vers une erreur non nulle. C'est le couple résiduel ou l'entrée inconnue de l'observateur. En fait, ces simulations ont toutes été réalisées pour une vitesse  $\Omega_{ref} = 10000$  tr/min et un couple de charge nul. Ainsi, le couple résistant dans ce cas est dû seulement au couple de frottement et il vaut :

$$\hat{C}_r = f_c \text{sign}(\Omega_{ref}) + f_{ad} \Omega_{ref}^{pad} = 6,2795 \cdot 10^{-4} \text{ Nm} \quad (6.27)$$

Les courbes de la figure 6.6 représentent l'erreur d'observation lorsque le coefficient de frottement visqueux varie de  $\pm 50\%$ . En pratique, ce coefficient est caractéristique du lubrifiant choisi pour la MRV. Avec cette hypothèse, le couple résiduel est de :

$$\hat{C}_r = \pm \frac{1}{2} f_v \Omega_{ref} + f_c \text{sign}(\Omega_{ref}) + f_{ad} \Omega_{ref}^{pad} = 6,2795 \cdot 10^{-4} \pm 5,8643 \cdot 10^{-5} \text{ Nm} \quad (6.28)$$

On remarque sur la figure 6.6(d) qu'une sur-estimation ou une sous-estimation des paramètres mécaniques du modèle de la MRV se traduit respectivement par une augmentation du couple résistant ou par une diminution de ce dernier.

### 6.3.1 Résultats expérimentaux de l'observateur à entrée inconnue

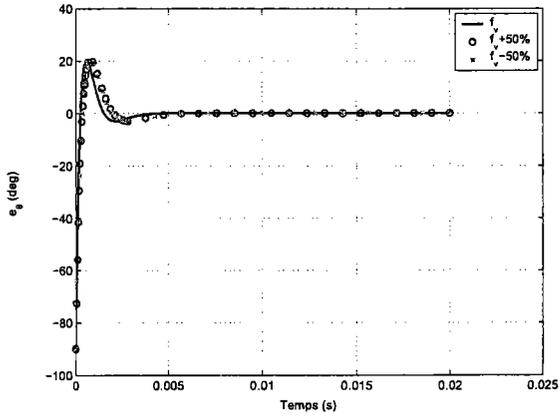
L'observateur proposé a été testé pour notre MRV. Les coefficients du modèle de l'observateur utilisés sont ceux identifiés dans le chapitre 4.

Les courbes de la figure 6.7 représentent respectivement l'erreur d'observation de la position, l'estimation de la vitesse et l'estimation du couple résistant obtenues par simulation et sur le système réel lorsque la MRV fonctionne à basse vitesse ( $\Omega_{ref} = 10000$  tr/min).

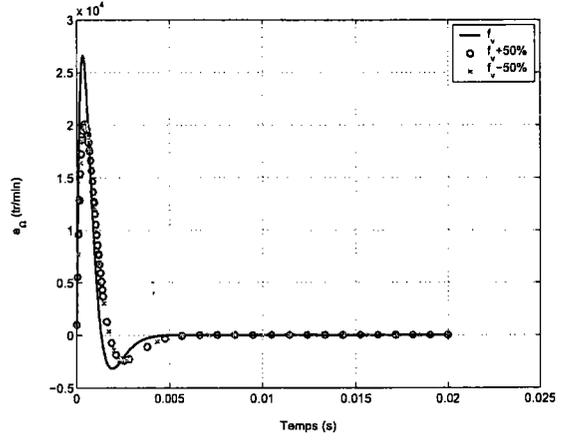
L'estimation du couple résistant est représentée sur la figure 6.7(d). La valeur moyenne pendant un cycle électrique est de  $-0,348$  N.mm. Cette valeur est nettement différente de la valeur prévue dans ce cas  $0,63$  N.mm (voir l'équation (6.27)). Dans notre cas, on constate que les paramètres du modèle sont sur-estimés et que l'erreur de position converge vers zéro 6.7(a). Sur la figure 6.7(b), nous avons représenté l'estimation de la vitesse simulée et réelle.

Les résultats obtenus par simulation et sur le système réel lors d'un fonctionnement à grande vitesse sont présentés sur la figure 6.8 pour  $\Omega_{ref} = 50000$  tr/min et sur la figure 6.9 pour  $\Omega_{ref} = 120000$  tr/min.

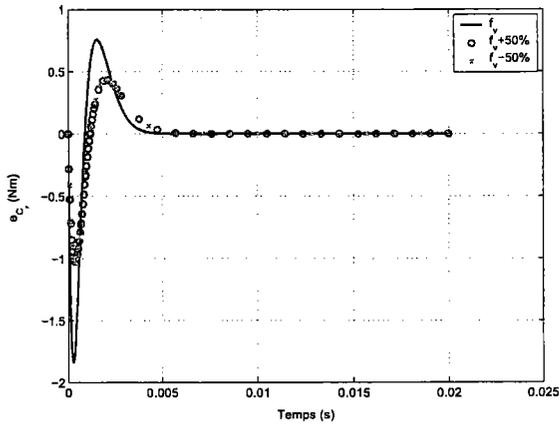
6. Observateurs de position et vitesse d'une MRV



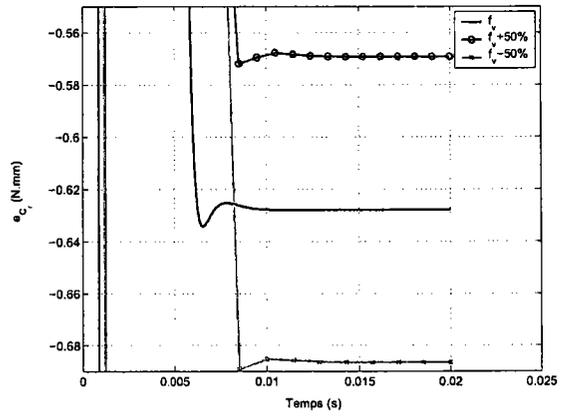
(a) Erreur de position



(b) Erreur de vitesse

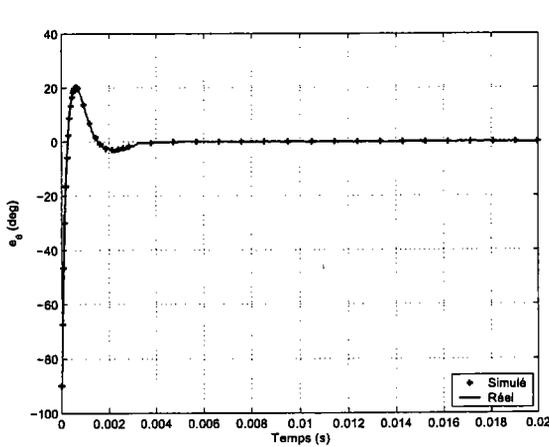


(c) Erreur du couple résistant

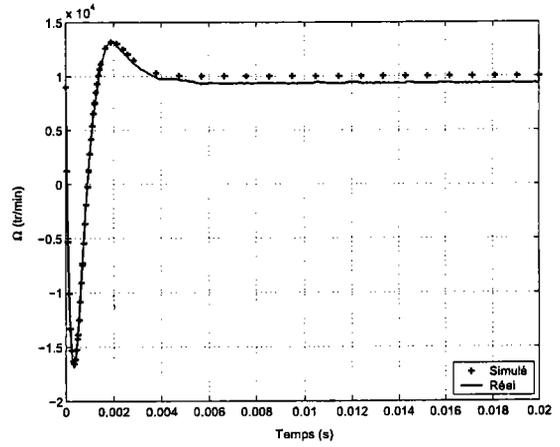


(d) Détail de l'erreur du couple résistant

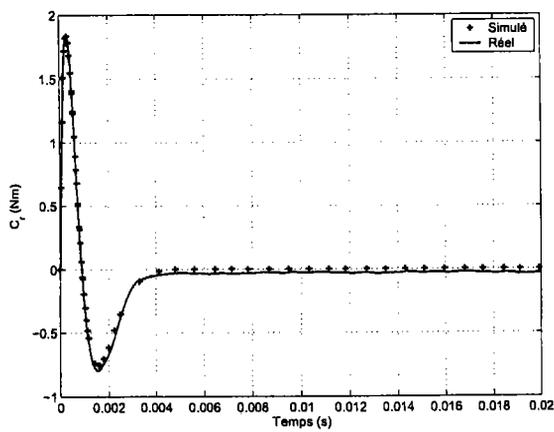
FIG. 6.6 – Erreurs d'observation ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$  tr/min,  $\hat{C}_{r0} = 0$  Nm,  $C_{charge} = 0$  Nm)



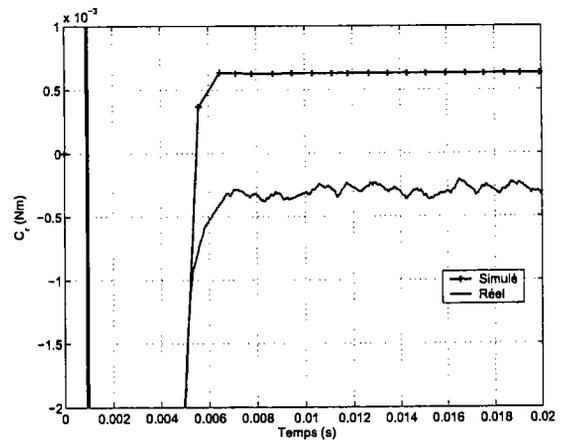
(a) Erreur de position



(b) Vitesse



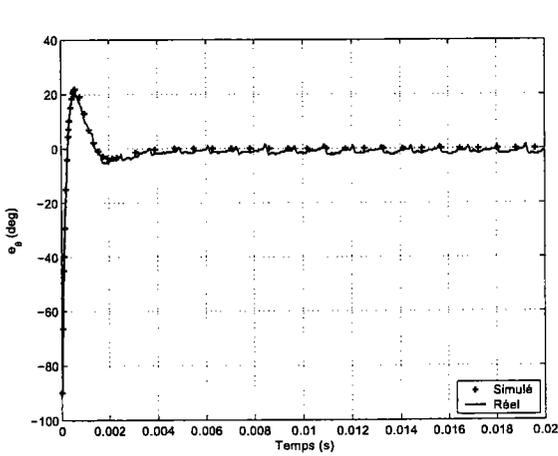
(c) Couple résistant



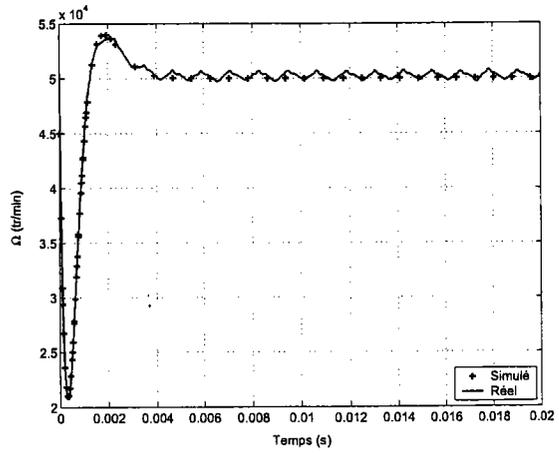
(d) Détail du couple résistant

FIG. 6.7 – Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ ,  $\hat{C}_{\tau_0} = 0$  Nm,  $C_{charge} = 0$  Nm)

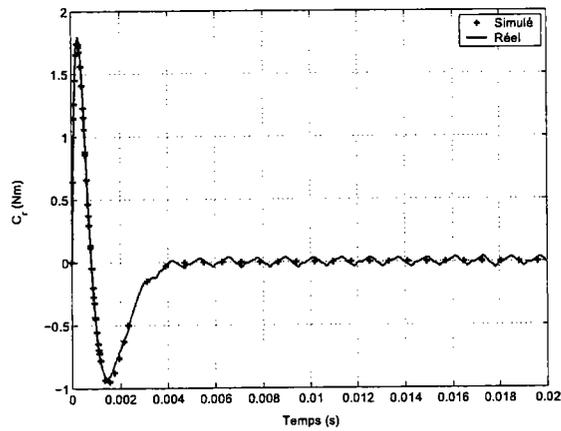
6. Observateurs de position et vitesse d'une MRV



(a) Erreur de position



(b) Vitesse

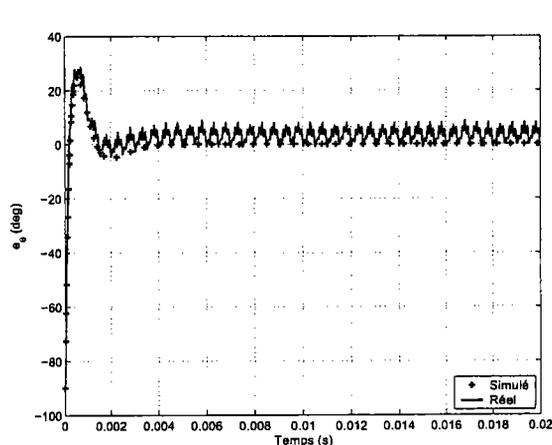


(c) Couple résistant

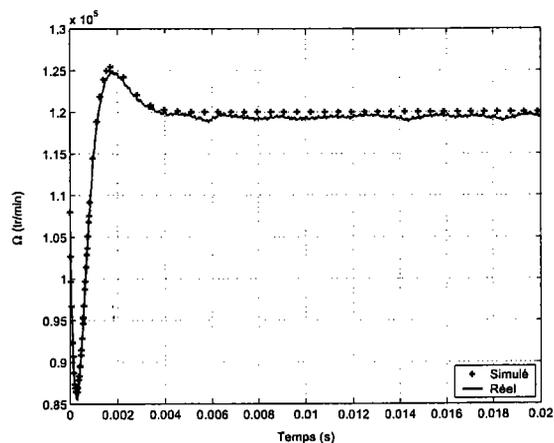
FIG. 6.8 – Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ ,  $\hat{C}_{r0} = 0$  Nm,  $C_{charge} = 0$  Nm)

Pour cet essai, la valeur moyenne du couple résistant pendant un cycle électrique est  $-0,371$  N.mm, alors qu'en utilisant les paramètres estimés du modèle nous aurions dû retrouver :

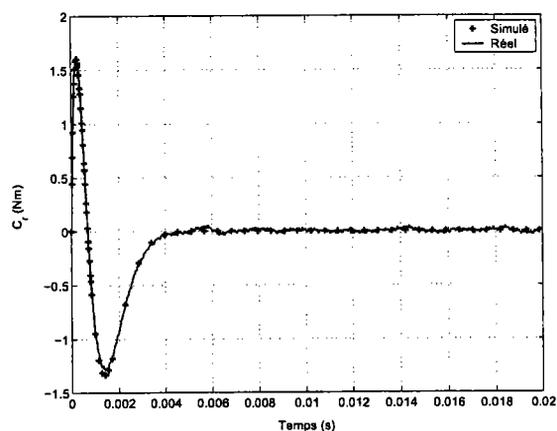
$$\hat{C}_r = f_c + f_{ad} \left( 50000 \frac{\pi}{30} \right)^{p_{ad}} = 0,73 \text{ N.mm} \quad (6.29)$$



(a) Erreur de position



(b) Vitesse



(c) Couple résistant

FIG. 6.9 – Simulation et expérimentation de l'observateur à entrée inconnue ( $\hat{\theta}_0 = \theta_m + \frac{\pi}{2}$  rad,  $\hat{\Omega}_0 = 0.9\Omega_{ref}$ ,  $\hat{C}_{r0} = 0$  Nm,  $C_{charge} = 0$  Nm)

Pour un fonctionnement à  $120000$  tr/min, la valeur moyenne du couple résistant pendant un cycle électrique est  $-0,416$  N.mm. Dans ce cas, la valeur attendue pour le couple résistant est :

$$\hat{C}_r = f_c + f_{ad} \left( 120000 \frac{\pi}{30} \right)^{p_{ad}} = 0,79 \text{ N.mm} \quad (6.30)$$

Le tableau 6.1 présente une synthèse des différentes erreurs obtenues en simulation et sur le système réel.

$\Omega_{ref}(tr/min)$	Simulation		Expérimentation	
	$e_{\theta_m}$ (deg)	$\hat{C}_r$ (N.mm)	$e_{\theta_m}$ (deg)	$\hat{C}_r$ (N.mm)
10000	0	0,63	0,1	-0,348
20000	0	0,67	0,4	-0,357
30000	0	0,69	0,9	-0,364
40000	0	0,71	1,4	-0,362
50000	0	0,72	1,1	-0,371
60000	0	0,74	1	-0,378
70000	0	0,75	0,8	-0,384
80000	0	0,76	1,29	-0,391
90000	0	0,77	1,8	-0,397
100000	0	0,78	1,9	-0,398
110000	0	0,79	2,5	-0,410
120000	0	0,79	3,5	-0,416

TAB. 6.1 – Résultats des simulations et de l'expérimentation  $\Omega_{ref} \in [10000, 120000]$  tr/min

Les courbes de la figure 6.10(a) représentent les couples résistants théorique et réel de la MRV. Les résultats expérimentaux utilisant le coefficient de frottement visqueux obtenu lors de la première identification (tableau 4.4) sont également représentés sur la figure 6.10(b) par une droite croissante. Les deux courbes extrêmes encadrent le résultat théorique dans une plage d'incertitude acceptable pour les basses vitesses. D'ailleurs, le coefficient de frottement visqueux a été identifié par une expérience réalisée elle aussi basse vitesse.

Dans le chapitre 3, nous avons précisé que la stratégie adoptée dans ce travail introduit un retard variable compris entre  $T_e$  et  $2T_e$ , où  $T_e$  représente la période d'échantillonnage du système (dans notre cas  $T_e=20 \mu s$ ). Ceci peut expliquer l'augmentation de l'erreur d'observation de la position avec la vitesse.

### 6.3.2 Conclusion pour l'observateur à entrée inconnue

Un observateur à entrée inconnue basé sur la mesure de la position a été développé et expérimenté pour notre MRV.

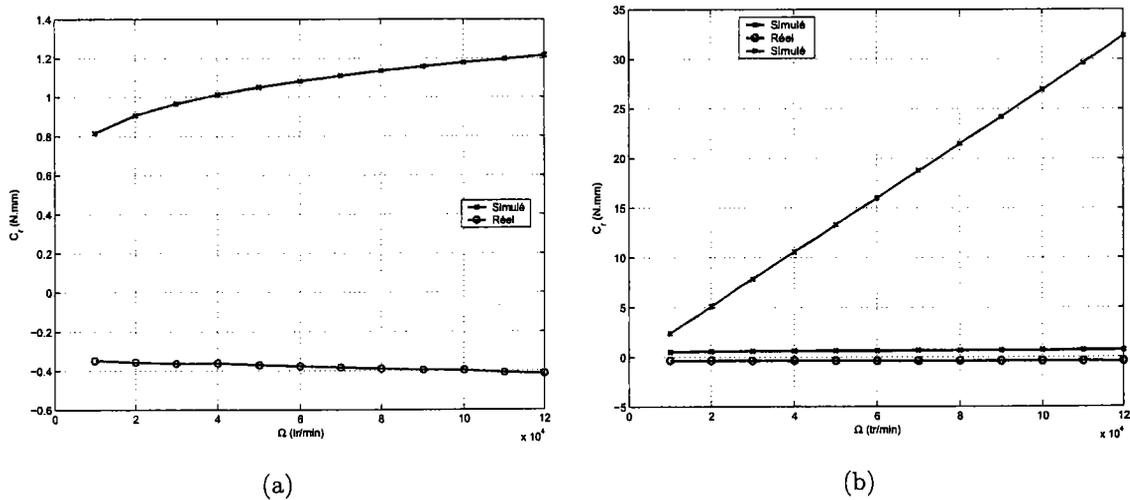


FIG. 6.10 – Couple résistant théorique et réel

L'observateur conçu permet d'estimer les variables d'état non accessibles (ou non mesurables). L'entrée inconnue (le couple résistant) est estimée conjointement avec la position et la vitesse de la MRV. L'entrée inconnue contient, entre autres le couple de charge et toutes les non-linéarités du modèle de frottement.

Les simulations proposées montrent la convergence exponentielle de l'erreur d'observation. L'estimation de l'entrée inconnue converge vers une valeur qui dépend du point de fonctionnement de la MRV et des éventuelles erreurs de modélisation.

En pratique, le couple de charge est habituellement inconnu. Ainsi, l'observateur proposé constitue un bon moyen d'estimer cette grandeur.

Enfin, l'estimation de l'entrée inconnue peut être prise en compte dans l'algorithme de commande de la MRV pour une compensation directe (*feed-forward*).

## 6.4 Observateur non linéaire de position et de vitesse d'une MRV

Le développement d'un capteur de position pour une MRV fonctionnant à basse vitesse ne soulève pas de difficultés particulières. Par contre, le fonctionnement à grande vitesse de la MRV rend difficile la conception d'un capteur de position. En effet, les forces centrifuges augmentent et par conséquent les limites en contraintes mécaniques sont vite atteintes. Afin de pallier les inconvénients introduits par un capteur de position lors d'un fonctionnement

à grande vitesse d'une MRV, nous développons, dans la suite de ce chapitre, un observateur non linéaire pour notre MRV.

L'observateur non linéaire qui sera proposé par la suite est basé sur l'hypothèse que les courants dans les phases et les tensions aux bornes des phases peuvent être mesurés sans avoir besoin de capteurs spéciaux. Puisque les courants et les tensions sont connus, et donc une partie du vecteur d'état devient connue, on peut construire un observateur d'ordre réduit pour estimer la position du rotor et la vitesse de la MRV. Dans le cas non linéaire, l'élaboration d'un observateur d'ordre réduit est similaire au cas linéaire. Le développement d'un observateur linéaire d'ordre réduit est rappelé dans l'annexe (B).

On considère le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique de la MRV (équation 6.17). L'observateur que nous proposons utilise les mesures des courants et des tensions afin d'estimer la position. Si on considère que la charge est proportionnelle à la vitesse ( $C_{charge} = f_v \Omega$ ), l'observateur est donné par :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\theta}_m}{dt} = \hat{\Omega} + g_1 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{di_k}{dt} - \frac{d\hat{i}_k}{dt} \right) \\ \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J} \left( \sum_{j=1}^3 C_{em_j}(\hat{\theta}_m, i_j) - C_f(\hat{\Omega}) \right) + g_2 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{di_k}{dt} - \frac{d\hat{i}_k}{dt} \right) \end{cases} \quad (6.31)$$

où

$$\frac{d\hat{i}_k}{dt} = \frac{1}{L_k(\hat{\theta}_m)} \left( u_k - Ri_k - i_k \frac{\delta L_k(\hat{\theta}_m)}{\delta \hat{\theta}_m} \hat{\Omega} \right) \quad (6.32)$$

$\hat{\theta}_m$  et  $\hat{\Omega}$  représentent respectivement l'estimation de position et l'estimation de vitesse.

Nous remarquons que les gains d'observation sont multipliés par les dérivées des mesures ( $\frac{di_k}{dt}$ ). Afin de minimiser les bruits dus à la dérivation, on peut faire un changement de variables, comme dans le cas des observateurs linéaires (voir l'annexe B).

Si on pose :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m = z_1 + g_1 \sum_{k=1}^3 i_k \\ \hat{\Omega} = z_2 + g_2 \sum_{k=1}^3 i_k \end{cases} \quad (6.33)$$

l'observateur (6.31) peut être mis sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{dt} = \hat{\Omega} - g_1 \sum_{k=1}^3 \frac{d\hat{i}_k}{dt} \\ \frac{dz_2}{dt} = \frac{1}{J} \left( \sum_{j=1}^3 C_{em_j}(\hat{\theta}_m, i_j) - C_f(\hat{\Omega}) \right) - g_2 \sum_{k=1}^3 \frac{d\hat{i}_k}{dt} \end{cases} \quad (6.34)$$

Après avoir calculé  $z_1$  et  $z_2$  comme étant la solution du système (6.34), on obtient  $\hat{\theta}_m$  et  $\hat{\Omega}$  à partir du système (6.33).

### 6.4.1 Étude de la stabilité de l'observateur

Pour l'observateur proposé, les dynamiques d'erreur d'observation sont :

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_{\theta_m} \\ \dot{e}_{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m - \dot{\hat{\theta}}_m \\ \dot{\Omega} - \dot{\hat{\Omega}} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Si on note  $\xi = [i_1, i_2, i_3]^T$  et  $\eta = [\theta_m, \Omega]^T$ , les dynamiques d'erreur d'observation peuvent être écrites sous la forme :

$$\dot{e} = \dot{\eta} - \dot{\hat{\eta}} = \Gamma(\eta, \xi) - \Gamma(\hat{\eta}, \hat{\xi}) \quad (6.36)$$

où

$$\Gamma(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} \Omega - g_1 \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt} \\ \frac{1}{J} \left( \sum_{j=1}^3 C_{em_j}(\theta_m, i_j) - C_f(\Omega) \right) - g_2 \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Les gains des observations  $g_1$  et  $g_2$  doivent être désignés de façon à garantir la convergence de l'observateur. La méthode présentée dans [Kou *et al.*, 1975] est utilisée afin de calculer les gains des observations.

Ainsi, on choisit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T Q e \quad (6.38)$$

où  $Q$  est une matrice symétrique définie positive :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ q_2 & q_3 \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

alors  $V(e) > 0$  pour  $e \neq 0$  et  $V(0) = 0$ .

Si maintenant on calcule la dérivation de la fonction de Lyapunov, on obtient :

$$\dot{V} = e^T Q \dot{e} \quad (6.40)$$

L'équation (6.36) peut être mise sous la forme :

$$\dot{e} = \int_{\hat{\eta}}^{\eta} \frac{\delta \Gamma(\mu, \xi)}{\delta \mu} d\mu \quad (6.41)$$

avec

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\theta_m} \\ \mu_{\Omega} \end{bmatrix} = s\eta + (1-s)\hat{\eta} \quad s \in [0, 1] \quad (6.42)$$

et

$$\frac{\delta \Gamma(\mu, \xi)}{d\mu} = \begin{bmatrix} -g_1 \frac{\delta \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt}}{\delta \mu_{\theta_m}} & 1 - g_1 \frac{\delta \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt}}{\delta \mu_{\Omega}} \\ \frac{1}{J} \frac{\delta \sum_{k=1}^3 C_{em}(\theta_m, i_k)}{\delta \mu_{\theta_m}} - g_2 \frac{\delta \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt}}{\delta \mu_{\theta_m}} & -\frac{1}{J} \frac{\delta C_f(\Omega)}{\delta \mu_{\Omega}} - g_2 \frac{\delta \sum_{k=1}^3 \frac{di_k}{dt}}{\delta \mu_{\Omega}} \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

En utilisant le changement de variable (6.42) on obtient :

$$d\mu = e ds \quad \hat{\eta} = \mu(0) \quad \eta = \mu(1) \quad (6.44)$$

et en remplaçant ces valeurs dans l'équation (6.41), on obtient :

$$\dot{e} = \int_0^1 \frac{\delta \Gamma(\mu(s), \xi)}{\delta \mu} e ds \quad (6.45)$$

et donc la dérivation de la fonction de Lyapunov donne :

$$\dot{V}(e) = \int_0^1 e^T Q \frac{\delta \Gamma(\mu, \xi)}{\delta \mu} e ds \quad (6.46)$$

Si maintenant on note :

$$M = Q \frac{\delta \Gamma(\mu, \xi)}{\delta \mu} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

alors pour que  $\dot{V}(e) < 0$ , la matrice  $M$  doit satisfaire la relation suivante :

$$e^T M e = e^T \left[ \frac{M + M^T}{2} \right] e \leq -\sigma e^T e \quad (6.48)$$

où  $\sigma$  est une constante telle que  $\sigma > 0$ .

Donc, une condition suffisante pour  $\dot{V}(e) < 0$  est que la matrice  $M$  soit définie négative ([Golub and Loan, 1983]) :

$$\begin{cases} \text{tr} \left( \frac{M + M^T}{2} \right) = m_{11} + m_{22} < 0 \\ \det \left( \frac{M + M^T}{2} \right) = m_{11}m_{22} - \frac{1}{4}(m_{12} + m_{21})^2 > 0 \end{cases} \quad (6.49)$$

Donc, en conclusion, pour une matrice  $Q$  symétrique définie positive, si on trouve deux gains  $g_1$  et  $g_2$  tels que la matrice  $M$  satisfait les conditions (6.49), le système (6.36) est asymptotiquement stable. Le fait de prévoir des gains constants peut engendrer la divergence de l'observateur en présence des perturbations. Ainsi, une solution est d'utiliser des gains variables :  $g_1(\hat{\eta}, \xi)$  et  $g_2(\hat{\eta}, \xi)$  ce qui permettrait d'augmenter la marge de stabilité de l'observateur [Solsona *et al.*, 1999].

### 6.4.2 Étude de la convergence de l'observateur

Comme nous avons pu le montrer, l'observateur introduit précédemment est asymptotiquement stable pour des gains  $g_1$  et  $g_2$  correspondants. Une des questions à laquelle on doit souvent répondre pour un observateur non linéaire est de savoir s'il converge exponentiellement vers une erreur d'observation nulle. L'étude de la convergence exponentielle de l'observateur est développée par la suite.

A partir de l'équation (6.48) on peut écrire :

$$\dot{V}(e) \leq -\sigma \|e\|^2 \quad (6.50)$$

et

$$\frac{1}{2}\lambda_{\min} \|e\|^2 \leq V(e) \leq \frac{1}{2}\lambda_{\max} \|e\|^2 \quad (6.51)$$

où  $\lambda_{\min}$  et  $\lambda_{\max}$  représentent respectivement la plus petite et la plus grande des valeurs propres de la matrice  $Q$ . Alors on obtient :

$$\dot{V}(e) \leq \frac{-2\sigma}{\lambda_{\max}} V(e) \quad (6.52)$$

La solution de l'équation (6.52) est :

$$V(e) \leq V(0) \exp\left(\frac{-2\sigma}{\lambda_{\max}} t\right) \quad (6.53)$$

En utilisant l'équation (6.51), la limite supérieure de l'erreur d'observation est donnée par :

$$\| e \| \leq \sqrt{\frac{2V(0)}{\lambda_{min}}} \exp\left(\frac{-\sigma}{\lambda_{max}} t\right) \quad (6.54)$$

Donc, on a une convergence exponentielle de l'observateur, et en plus le taux de convergence peut être modifié par le choix de la matrice  $Q$ .

### 6.4.3 Étude de l'observateur non linéaire en présence d'un couple de charge

L'observateur non linéaire conçu jusqu'ici est basé sur un fonctionnement à vide de la MRV. Par la suite, on considère le couple de charge connu et constant ( $\frac{dC_{charge}}{dt} = 0$ ).

La dynamique de la MRV est donnée par le système (6.17) et l'ordre de l'observateur proposé sera augmenté d'une unité :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\hat{\theta}_m}{dt} = \hat{\Omega} + g_1 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{di_k}{dt} - \frac{d\hat{i}_k}{dt} \right) \\ \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J} \left( \sum_{j=1}^3 C_{em_j}(\hat{\theta}_m, i_j) - C_f(\hat{\Omega}) - \hat{C}_{charge} \right) + g_2 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{di_k}{dt} - \frac{d\hat{i}_k}{dt} \right) \\ \frac{d\hat{C}_{charge}}{dt} = g_3 \sum_{k=1}^3 \left( \frac{di_k}{dt} - \frac{d\hat{i}_k}{dt} \right) \end{array} \right. \quad (6.55)$$

Ainsi, une nouvelle variable d'état apparaît :

$$\frac{dz_3}{dt} = -g_3 \sum_{k=1}^3 \frac{d\hat{i}_k}{dt} \quad (6.56)$$

et donc, l'estimation du couple de charge est donnée par :

$$\hat{C}_{charge} = z_3 + g_3 \sum_{k=1}^3 i_k \quad (6.57)$$

L'analyse de la stabilité et de la convergence de ce nouvel observateur peut être réalisée en utilisant la même démarche que celle présentée précédemment.

### 6.4.4 Analyse des simulations

Les gains  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  doivent être déterminés afin de pouvoir implanter l'observateur proposé. Ainsi, le système (6.49) doit être résolu. La solution analytique de ce système est

difficile à obtenir, même si on choisit la matrice symétrique définie positive plus simple ( $Q=I$ ). Ainsi, pour trouver un jeu de paramètres qui satisfait les conditions (6.49) nous avons procédé par la méthode d'essais-erreurs. En fait, le système (6.49) a été simulé sous *MATLAB* en parallèle avec la boucle de vitesse. La matrice  $Q$  considérée ici est la matrice identité. Ainsi, nous avons pu trouver un jeu de paramètres qui satisfait les conditions (6.49).

Les résultats des simulations pour :

$$g_1 = -0,02 \text{ rad}/(\text{sA}) , \quad g_2 = -2000 \text{ rad}/(\text{s}^2\text{A}) \text{ et } \quad g_3 = 1,5 \text{ Nm/A} \quad (6.58)$$

vont être analysés par la suite.

Les simulations ont été réalisées lorsque la MRV fonctionne à vitesse constante  $\Omega_{ref}=10000$  tr/min. Pour ces simulations, nous avons pris en compte le bruit de mesure, inévitable en pratique. L'observateur est mis en marche lorsque le rotor se trouve dans la position de conjonction d'une phase (position 0 degré électrique). Les différentes valeurs initiales utilisées pour l'observateur sont indiquées dans le tableau 6.2.

	$\hat{\theta}_{m0}$ (deg)	$\hat{\Omega}_0$ (tr/min)	$\hat{C}_{charge0}$ (Nm)	$C_{charge}$ (Nm)
Cas A	90	9000	0	0
Cas B	120	9000	0	0
Cas C	80	9000	0,1	0
Cas D	100	8000	0	0,1
Cas E	45	8000	0	0,1

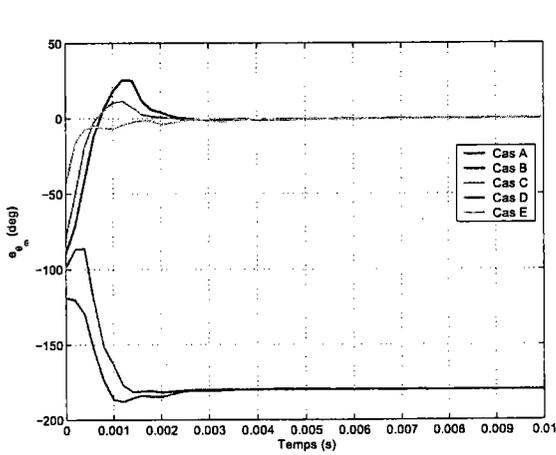
TAB. 6.2 – Conditions initiales de l'observateur

Les courbes de la figure 6.11 représentent les erreurs d'observation de la position, de la vitesse et du couple de charge pour différentes valeurs initiales de l'observateur.

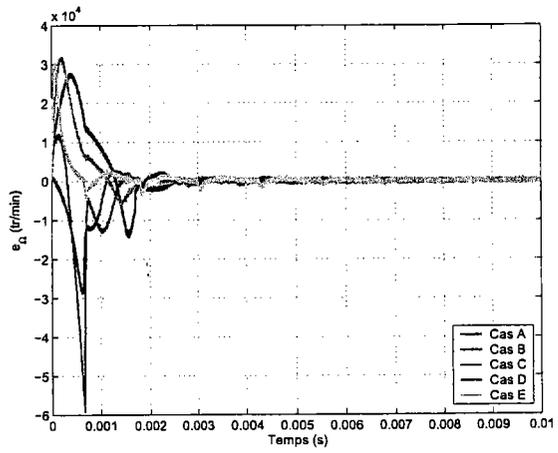
On remarque sur la figure 6.11(a) que pour différentes valeurs initiales de  $\hat{\theta}_m$ , l'erreur de position converge vers une valeur constante (zéro pour les cas A, C et E et  $-\pi$  pour les autres cas). En fait, une MRV de type 6/2 présente une périodicité électrique de  $\pi$ . Ainsi, les positions multiples de  $\pi$  ne peuvent pas être distinguées par l'observateur.

Afin d'analyser la robustesse de l'observateur non linéaire proposé en présence des erreurs de modélisation et des bruits de mesure nous avons considéré une sous-estimation et une sur-estimation de  $\pm 50\%$  des paramètres mécaniques du modèle dynamique. Les courbes de la figure 6.12 représentent les erreurs d'observation obtenues dans ce cas. Les conditions initiales de l'observateur sont celles données pour le cas A (voir tableau 6.2). L'observateur

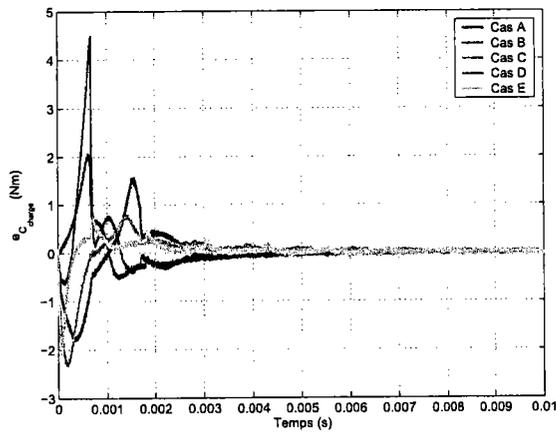
6. Observateurs de position et vitesse d'une MRV



(a) Erreur de position



(b) Erreur de vitesse



(c) Erreur du couple de charge

FIG. 6.11 – Simulation de l'observateur non linéaire

est mis en marche lorsque le rotor se trouve dans une position de conjonction d'une des phases de la MRV. On remarque qu'en présence des erreurs de modélisation ou des bruits de mesure, l'observateur est robuste et garde une erreur statique nulle.

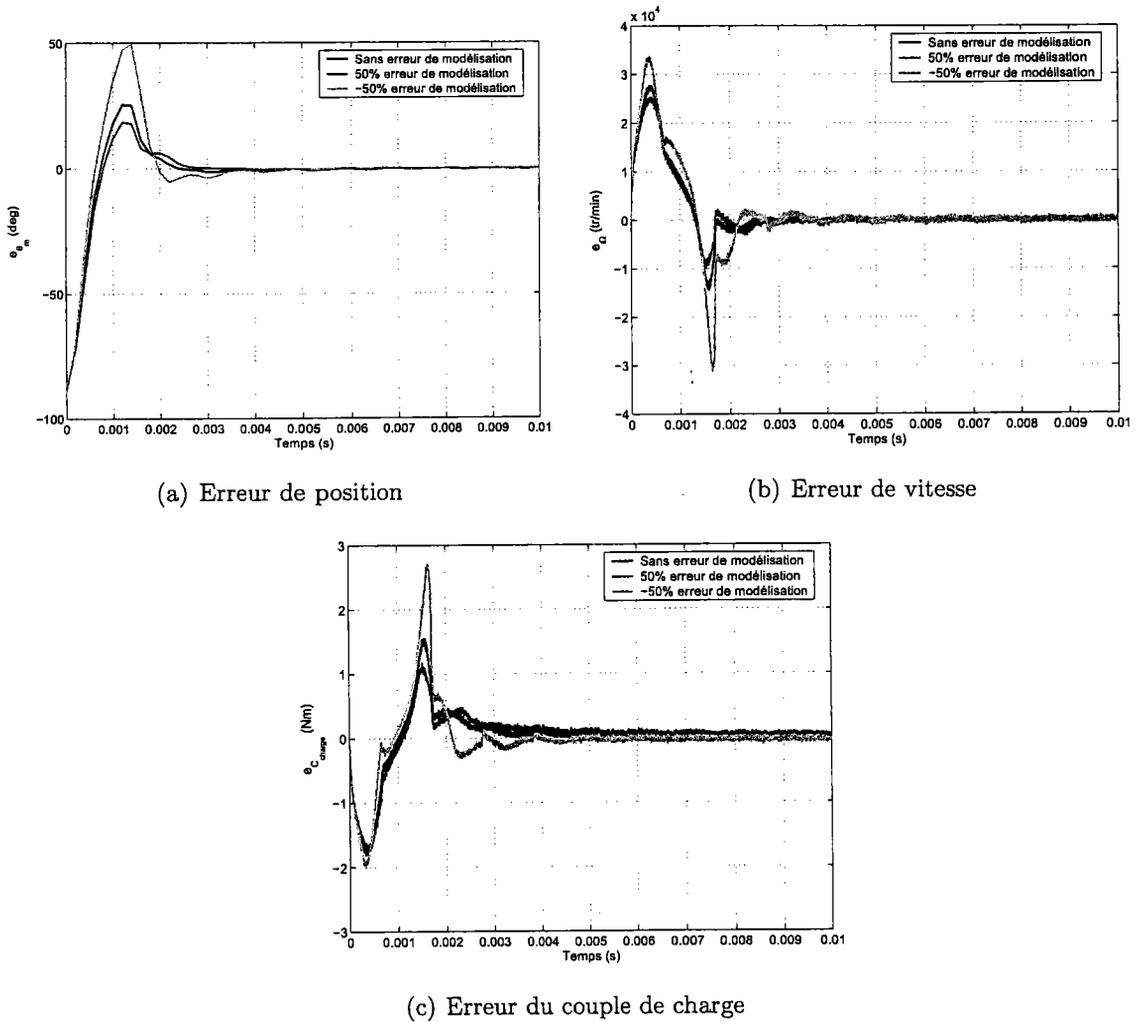


FIG. 6.12 – Simulation de l'observateur non linéaire en présence d'erreurs de modélisation et de bruits de mesure

### 6.4.5 Conclusion pour l'observateur non linéaire

Un observateur non linéaire pour une MRV a été étudié dans ce paragraphe. Lorsque le sens de rotation est connu, il est possible de concevoir un observateur non linéaire d'ordre réduit pour estimer la position, la vitesse et le couple de charge d'une MRV. Les estimations sont obtenues en utilisant les mesures des courants et des tensions de la MRV.

La robustesse de l'observateur par rapport aux bruits de mesure et aux erreurs de modélisation a été analysée par simulation.

### 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux observateurs pour une MRV.

Lorsque la position du rotor peut être mesurée à l'aide d'un capteur, le système est observable. Ainsi, nous avons étudié un observateur linéaire à entrée inconnue pour estimer les variables d'état non mesurées. L'entrée inconnue est le couple résistant. Elle comprend le couple de charge et la partie non linéaire du couple de frottement. Dans un premier temps, les performances de l'observateur ont été analysées en simulation. En absence d'erreurs de modélisation, l'estimation de l'entrée inconnue converge vers la valeur de la partie du couple de frottement non linéaire. L'estimation de l'entrée inconnue constitue un bon moyen de vérifier la précision d'estimation des paramètres du modèle de la MRV.

L'observateur proposé a été ensuite testé sur le système réel. Les résultats obtenus en simulation ont été comparés aux résultats obtenus sur le système réel. Un écart relativement important entre la simulation et le cas réel a été constaté.

Le développement d'un capteur de position d'une MRV fonctionnant à grande vitesse est rendu difficile. Afin de pallier le manque d'un capteur de position, un observateur non linéaire d'ordre réduit a également été développé dans ce chapitre. L'étude théorique de l'observabilité du système met en évidence la possibilité de concevoir un observateur pour la position et la vitesse sous certaines hypothèses. Pour une MRV, la mesure des grandeurs électriques (courants et tensions) ne soulève pas de difficultés majeures. Ainsi, l'observateur proposé utilise les mesures des courants et des tensions pour estimer l'état du système.

L'étude de la stabilité et de la convergence de l'observateur non linéaire permet d'obtenir les gains d'observation. La solution analytique étant difficile à obtenir, les gains d'observation ont été obtenus par la méthode d'essais-erreurs.

L'observateur non linéaire d'ordre réduit a été testé en simulation. La robustesse de l'observateur vis-à-vis des erreurs de modélisation et des bruits de mesure a également été analysée en simulation. Les performances en temps de convergence de l'observateur non linéaire sont comparables à celles de l'observateur linéaire à entrée inconnue.

# Chapitre 7

## Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse porte sur la modélisation et la commande d'une électrobroche utilisée pour l'usinage à grande vitesse. La machine à réluctance variable choisie pour équiper l'électrobroche s'impose par sa simplicité de conception et par ses performances.

Dans le chapitre 3, nous avons développé un banc d'essais autour de la MRV pour valider les algorithmes de commande proposés. Pour l'utilisation à grande vitesse de la MRV, nous avons choisi d'utiliser deux cartes d'acquisitions multifonctions montées sur le bus PCI de l'ordinateur utilisé pour la commande. Cette solution offre de très bonnes performances en temps réel si le système d'exploitation de l'ordinateur de commande présente lui aussi des caractéristiques temps réel. Ainsi, le système d'exploitation Linux temps réel a été choisi car il permet une très bonne gestion des ressources matérielles de l'ordinateur de commande. Le système de commande en temps réel ainsi développé permet l'utilisation de périodes d'échantillonnage très faibles ( $20 \mu\text{s}$ ). Une interface graphique utilisateur-système de commande a également été développée.

Dans le chapitre 4, l'identification expérimentale des paramètres de la MRV est réalisée en deux étapes.

Le modèle mathématique développé dans le chapitre 2 dépend de différents paramètres. L'implantation d'une commande pour la MRV à la fois performante et robuste dépend de la connaissance de tous ces paramètres.

Dans un premier temps, nous avons proposé une méthode expérimentale permettant d'obtenir la caractéristique électromagnétique de la MRV sans avoir besoin de capteur de position. Cette méthode s'appuie sur une technique de modulation/démodulation des

## 7. Conclusion générale et perspectives

---

signaux. Le modèle analytique proposé pour la loi d'inductance est très simple, et d'utilisation aisée pour une commande en temps réel de la MRV.

Par la suite, l'identification des paramètres mécaniques (l'inertie et les coefficients de frottement) de la MRV est réalisée sans capteur de position. L'expérience proposée permet d'obtenir la position du rotor grâce à la loi d'inductance obtenue précédemment. Des techniques de filtrage adaptées ont dû être utilisées pour obtenir les dérivées de la position et pour diminuer les bruits de mesure. Le modèle proposé est non linéaire par rapport à l'état, mais linéaire par rapport aux paramètres, ce qui permet d'obtenir une estimation des paramètres par les moindres carrés.

L'expérience proposée lors de la validation croisée des résultats a permis d'atteindre de grandes vitesses de rotation pour la MRV. Nous avons montré que le modèle de frottement habituellement utilisé à basse vitesse n'est plus valable pour un fonctionnement à grande vitesse. En fait, les frottements hydro-dynamiques dans les roulements et aérodynamiques dans le moteur deviennent non négligeables à grande vitesse et ils ont été pris en compte dans le modèle de frottement. L'identification des paramètres a été réalisée par l'optimisation d'un critère quadratique. Les résultats d'optimisation ainsi obtenus ont permis de valider ceux obtenus lors de la première identification.

Dans le chapitre 5, nous avons étudié l'asservissement de la vitesse pour une MRV fonctionnant à grande vitesse.

Les techniques de commande non linéaire par linéarisation par retour d'état ont été employées afin d'obtenir un comportement entrée/sortie linéaire du modèle de la MRV. La commande non linéaire en tension qui a été proposée permet de compenser toutes les non-linéarités du modèle, alors que la commande en courant ne compense que partiellement les non-linéarités du modèle. Dans ce dernier cas, nous avons dû utiliser un compensateur afin d'éliminer les non-linéarités dues au couple de frottement. Pour l'asservissement de vitesse, les dynamiques non contrôlées par la commande non linéaire forment une boucle interne et elles sont contrôlées par des correcteurs PI très rapides.

L'analyse de la réponse indicielle du système asservi a permis de valider les deux stratégies de commande pour un fonctionnement à basse vitesse. L'étude de la réponse indicielle a permis également de mettre en évidence l'intérêt d'avancer l'angle de magnétisation de la phase afin de diminuer les ondulations du couple.

La commande non linéaire est censée fournir des performances optimales puisqu'elle permet de prendre en compte les non-linéarités du modèle. Cependant, les performances se

---

dégradent lorsque la vitesse de rotation devient élevée. A grande vitesse, l'effet de la force contre-électromotrice devient non négligeable. La source de tension est en réalité limitée et les tensions saturent inévitablement, et donc la commande sature.

Une étude basée sur des simulations (asservissement de vitesse pour une consigne en rampe) a montré une réduction de l'effet de la saturation de la commande. De plus, ce type d'asservissement convient mieux pour le démarrage d'une MRV utilisée à grande vitesse.

Pour tester les algorithmes de commande proposés dans le chapitre 5, nous devons être capables de mesurer à chaque instant les variables d'état du modèle. Ainsi, le chapitre 6 est consacré à l'estimation des grandeurs difficilement mesurables.

Dans le cas où la position est mesurée, nous avons développé et expérimenté un observateur linéaire à entrée inconnue pour la MRV. L'observateur fournit une estimation de la vitesse utilisée pour réaliser l'asservissement. L'entrée inconnue représente un couple résistant. Pour un fonctionnement à vide et en présence d'erreur de modélisation, l'estimation de l'entrée inconnue constitue un bon moyen de quantifier ces erreurs. En pratique, la charge appliquée à la MRV n'est pas toujours connue, alors l'observateur permet de la quantifier.

A grande vitesse, les limites en contraintes mécaniques sont vite atteintes (forces centrifuges élevées) et les performances du capteur diminuent. Ainsi, un observateur non linéaire d'ordre réduit de la position et de la vitesse de la MRV a été étudié. L'analyse de l'observabilité du modèle confirme la possibilité d'estimer la position et la vitesse en utilisant seulement les mesures des courants et des tensions. L'observateur proposé a été testé par simulation. Les résultats obtenus sont encourageants.

Nous avons vu dans le chapitre 5, qu'à grande vitesse, les commandes sont souvent saturées. Dans une étude ultérieure, il serait intéressant de réduire l'effet de la saturation sur la commande de la MRV. Ainsi, il faudrait pouvoir généraliser la méthode présentée dans [Cailleux, 1995] et s'assurer de l'intérêt de ces compensations par des essais expérimentaux. Les commandes non-linéaires proposées dans le chapitre 5 n'ont pas pu être expérimentées faute de convertisseurs de puissance adaptés. Dans un futur proche, il serait intéressant d'essayer ces algorithmes de commande sur le système réel.

La stratégie de synchronisation des deux cartes d'acquisition utilisées pour la commande de la MRV introduit un retard variable sur la commande, compris entre  $T_e$  et  $2T_e$ , où  $T_e$  représente la période d'échantillonnage du système. Ainsi, à grande vitesse, le retard de la commande devient très grand. Par exemple, pour une période d'échantillonnage de 20  $\mu$ s et pour une vitesse de rotation de 100000 tr/min, le retard introduit sur la position est

## 7. Conclusion générale et perspectives

---

compris entre 12 et 24 degrés. Il serait intéressant de prendre en compte le caractère discret du système dans la synthèse de la commande.

Si les algorithmes de commande deviennent complexes, le temps de calcul augmente, et il serait également intéressant d'utiliser les techniques de sous-échantillonnage.

Dans le chapitre 6, nous avons montré l'intérêt d'utiliser les observateurs pour une MRV fonctionnant à grande vitesse. Les estimations de la position et de la vitesse ainsi obtenues permettent l'implantation des commandes non linéaires étudiées dans le chapitre 5. Si le couple de charge appliqué au moteur est inconnu, l'utilisation d'un observateur non linéaire par intervalles [Rapaport and Gouzé, 2002] est envisagée. Dans ce cas, une étude approfondie de la stabilité du système devient indispensable et doit être réalisée.

# Bibliographie

- [Abba and Sardain, 2003] Abba, G. and Sardain, P. (2003). Modélisation des frottements dans les éléments de transmission d'un axe de robot en vue de son identification. In : *16ème Congrès Français de Mécanique, Nice, 1-5 Septembre*. pp. 1-6.
- [Abba et al., 2004] Abba, G., Antoine, J.-F., Sauvey, C. and Visa, C. (2004). Design elements for high speed srm. *Journal of Romanian Society of Mechatronics - MECATRONICA* pp. 1-6.
- [Abba et al., 2002] Abba, G., Visa, C., Antoine, J.F., Fayard, H., Léonard, F. and Sauvey, C. (2002). Design and control of a high speed electrospindle for metal cutting. In : *PRASIC'02*. 7-8 November. Brasov, Roumanie.
- [Acarnley et al., 1985] Acarnley, P.P., Hill, R.J. and Hooper, C.W. (1985). Detection of rotor position in stepping and switched motors by monitoring of current waveforms. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **32**(3) : 215-222.
- [Akhter et al., 2002] Akhter, H.E., Sharma, V.K., Chandra, A. and H.Al-Haddad (2002). Performance simulation of switched reluctance motor drive system operating with fixed angle control scheme. *Electrimacs*.
- [Amor et al., 1995] Amor, L., Dessaint, L.A. and Akhrif, O. (1995). Adaptive nonlinear torque control of a switched reluctance motor via flux observation. *Mathematics and Computers in Simulation* **38** : 345-358.
- [Antoine, 2004] Antoine, J.F. (2004). Conception et modélisation d'une électrobroche grande vitesse : Résolution des problèmes couplés. PhD Thesis. Université de Metz.
- [Antoine et al., 2003] Antoine, J.F., Sauvey, C., Visa, C. and Abba, G. (2003). Optimisation de la forme d'un rotor de MRV 6/2 pour l'UGV. In : *Electrotechnique du futur, EF'03* (Supelec, Ed.). Vol. CdRom. pp. Ref.24, 1-6.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Anwar *et al.*, 2001] Anwar, M.N., Husain, I. and Radun, A.V. (2001). A comprehensive design methodology for switched reluctance machines. *IEEE Transactions on Industry Applications* **37**(6) : 1684–1692.
- [Applied-Motion, 2004] Applied-Motion (2004). WebSite : <http://www.applied-motion.com>.
- [Bagard, 1996] Bagard, P. (1996). Outils coupants, conditions de coupe et stratégies en ugv des outillages et formes complexes : point de départ de la chaîne cfao. *Journées sur l'UGV*.
- [Bagard and Palleau, 1995] Bagard, P. and Palleau, M. (1995). On gagne à les usiner à grande vitesse. *Cetim-Information* **142** : 39–43.
- [Blaabjerg *et al.*, 1996] Blaabjerg, F., Christensen, L., Hansen, S., Kristoffensen, J.R. and Rasmussen, P.O. (1996). Sensorless control of switched reluctance machine with variable structure observer. *Electromotion* **3**(3) : 141–152.
- [Buja and Valla, 1994] Buja, G.S. and Valla, M.I. (1994). Control characteristics of the SRM drives. PART II : operation in the saturated region. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **41**(3) : 316–325.
- [Buja *et al.*, 1993] Buja, G.S., Menis, R. and Valla, M.I. (1993). Variable structure control of an SRM drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **40**(1) : 56–63.
- [Cailleux, 1995] Cailleux, H. (1995). Caractérisation électromagnétique, modélisation et comparaison de stratégies pour la commande en régime transitoire de machines à réluctance variable à double saillance. PhD Thesis. Université de Paris 6.
- [Cailleux *et al.*, 1996] Cailleux, H., Pioufle, B. Le and Multon, B. (1996). Modélisation et commande non linéaire en couple d'une machine à réluctance variable à double saillance. *Journal de Physique III* **6** : 55–75.
- [Castaldi *et al.*, 2002] Castaldi, P., Geri, W., Montanari, M. and Tilli, A. (2002). A new adaptative approach for on-line parameter and state estimation of induction motors. *Control Engineering Practice* **13**(1) : 81–94.
- [Chancharoensook and Rahman, 2004] Chancharoensook, P. and Rahman, M.F. (2004). Machine's characteristics identification : A preliminary study on direct torque control for switched reluctance motor drives. WebSite : [www.eet.unsw.edu.au/~fazr/MFR\\_Publications\\_List\\_Full.pdf](http://www.eet.unsw.edu.au/~fazr/MFR_Publications_List_Full.pdf).
- [Chang, 1997] Chang, S.K. (1997). Design of general structured observers for linear systems with unknown inputs. *Journal of Franklin Inst.* **334B**(2) : 212–232.

- 
- [Cheok and Ertugrul, 2001] Cheok, A.D. and Ertugrul, N. (2001). Computer-based automated test measurement system for determining magnetization characteristics of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **50**(3) : 690–696.
- [Cheung, 2000] Cheung, N. C. (2000). A low cost position sensor for linear variable reluctance motor. In : *3rd IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference, Beijing, China*. Vol. 2. pp. 622–627.
- [Crapart *et al.*, 1994] Crapart, J.C., Palleau, M. and Bagard, P. (1994). Etat de l'art et actions du cetim. *Journées sur l'UGV des formes complexes-CETIM*.
- [Darouach *et al.*, 1992] Darouach, M., Zasadzinski, M. and Xu, S.J. (1992). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control* **32**(7) : 606–609.
- [de Larminat and Thomas, 1977] de Larminat, P. and Thomas, Y. (1977). *Automatique des systèmes linéaires. Identification*. Vol. 2. Flammarion Sciences Eds., France. in french.
- [Defretin and Levailant, 2002] Defretin, A.L. and Levailant, G. (2002). Usinage à grande vitesse. *Techniques de l'ingénieur, traité Génie Mécanique*.
- [Duc and Font, 1999] Duc, G. and Font, S. (1999). *Commande  $H_\infty$  et  $\mu$ -analyse*. Hermes, Paris.
- [Ehsani, 1992] Ehsani, M. (1992). Method of indirect rotor angle detection in variable reluctance motor drives by phase and amplitude signal modulation. US Patent.
- [Ehsani *et al.*, 1992] Ehsani, M., Husain, I. and Kulkarni, A.B. (1992). Elimination of discrete position sensor and current sensor in switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications* **28**(1) : 128–134.
- [Ehsani *et al.*, 1994] Ehsani, M., Husain, I., Mahajan, S. and Ramani, K.R. (1994). New modulation encoding techniques for indirect rotor position sensing in switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Industry Applications* **30**(1) : 85–91.
- [Eker, 2004] Eker, I. (2004). Open-loop and closed-loop experimental on-line identification of a three-mass electromechanical system. *Mechatronics* **14** : 549–565.
- [Epplin, 2002] Epplin, J. (2002). Linux as an embedded operating system. Web-Site :<http://www.espmag.com/97/fe39710.htm>.
- [Faiz and Finch, 1997] Faiz, J. and Finch, J.W. (1997). Aspects of design optimisation for multiple teeth per stator pole switched reluctance motors. *Electronic Power Systems Research* **42** : 77–86.
-

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Faiz *et al.*, 1995] Faiz, J., Finch, J.W. and Metwally, H.M.B. (1995). A novel switched reluctance motor with multiple teeth per stator pole and comparison of such motors. *Electric Power Systems Research* **34** : 197–203.
- [Fayard, 1999] Fayard, H. (1999). Procédés à réluctance variable pour la conversion d'énergie électromécanique directe - application à l'usinage à grande vitesse. PhD Thesis. Université de Metz.
- [Filicori *et al.*, 1993] Filicori, F., Bianco, C. Guarion Lo and Tonielli, A. (1993). Modeling and control strategies for a variable reluctance direct-drive motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **40**(1) : 105–115.
- [Fisher, 2003] Fisher, R. (2003). Image transformations and filters. WebSite : <http://home-pages.inf.ed.ac.uk/rbf/CVonline/transf.htm>.
- [Gan and Cheung, 2001] Gan, W.C. and Cheung, N.C. (2001). Design of a linear switched reluctance motor for high precision applications. In : *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, Cambridge, Mass., USA*.
- [Gautier and Poignet, 2001] Gautier, M. and Poignet, P. (2001). Identification non linéaire continue en boucle fermée des paramètres physiques de systèmes mécatroniques par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée. In : *Journées Identification et Modélisation Expérimentale*. Vandœuvre lès Nancy.
- [Gavrilescu, 1998] Gavrilescu, C. (1998). Power static converter for supply of one high speed switching reluctance motor. Technical report. GREA, Valencia, Espagne.
- [Gerald, 1990] Gerald, F. (1990). *Curves and surfaces for computer aided geometric design*. Academic Press, San Diego, USA.
- [Golub and Loan, 1983] Golub, G.H. and Loan, C.F. Van (1983). *Matrix Computations*. John Hopkins University Press, Baltimore, Maryland.
- [Goodwin *et al.*, 2004] Goodwin, G.C., Seron, M.M. and Dona, J.A. De (2004). *Constrained control and estimation : An optimisation approach*. Springer.
- [Hedland, 1986] Hedland, B.G. (1986). Method and a device for sensorless control of a reluctance motor. International patent, WO 91/02401.
- [Ho *et al.*, 1998] Ho, W. K., Lim, S.K. and Huang, F.S. (1998). Gain-scheduling control of the switched reluctance motor. *Control Engineering Practice* **6** : 181–189.
- [Hofmann and Sanders, 1998] Hofmann, H. and Sanders, S.R. (1998). Optimal efficiency controller for synchronous reluctance flywheel drive.

- 
- [Husain and Ehsani, 1994] Husain, I. and Ehsani, M. (1994). Rotor position sensing in switched reluctance motor drives by measuring mutually induced voltages. *IEEE Transactions on Industry Applications* **30**(3) : 665–671.
- [Husain and Islam, 2001] Husain, I. and Islam, M.S. (2001). Observers for position and speed estimations in switched reluctance motors. In : *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida USA*. pp. 2217–2222.
- [Inanc and Ozbulur, 2003] Inanc, N. and Ozbulur, V. (2003). Torque ripple minimisation of a switched reluctance motor by using continuous sliding mode control technique. *Electric Power Systems Research* **66** : 241–251.
- [Isidori, 1995] Isidori, A. (1995). *Nonlinear control systems*. 3rd Ed. Springer Verlag London.
- [Islam and Husain, 2000a] Islam, M. and Husain, I. (2000a). Torque ripple minimisation with indirect position and speed sensing for switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **47**(5) : 1126–1133.
- [Islam and Husain, 2000b] Islam, M.S. and Husain, I. (2000b). Self-tuning of sensorless switched reluctance motor drives with online parameter identification. In : *IEEE-IAS Annual Conference Proceedings*. pp. 1738–1744.
- [Islam et al., 2003] Islam, M.S., Husain, I., Veillette, R.J. and Batur, C. (2003). Design and performance analysis of sliding-mode observers for sensorless operation of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **2**(3) : 383–389.
- [Jay et al., 2004] Jay, R., Boudra, F. and Vial, M. (2004). Linux pour temps réel. *Techniques de l'ingénieur*.
- [Kara and Eker, 2004] Kara, T. and Eker, I. (2004). Nonlinear closed-loop direct identification of a dc motor with load for low speed two-directional operation. *Electrical Engineering* (86) : 97–96.
- [Kjaer et al., 1997] Kjaer, P.C., Gribble, J.J. and Miller, T.J.E. (1997). High-grade control of switched reluctance machines. *IEEE Transactions on Industry Applications* **33**(6) : 1585–1593.
- [Kosaka et al., 2001] Kosaka, T., Matsui, N., Saha, S. and Takeda, Y. (2001). Sensorless control of srm based on a simple expression of magnetisation characteristics. *Electrical Engineering in Japan* **137**(2) : 52–60.
- [Kothare et al., 1994] Kothare, M.V., Campo, P.J., Morari, M. and Nett, C.N. (1994). A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica* **30**(12) : 1869–1883.
-

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Kou *et al.*, 1975] Kou, S.R., Elliot, D.L. and Tarn, T.J. (1975). Exponential observers for nonlinear dynamic systems. *Information and Control* **29** : 204–216.
- [Koubaa, 2004] Koubaa, Y. (2004). Recursive identification of induction motor parameters. *Simulation Modeling Practice and Theory* **12** : 363–381.
- [Krishnan, 2001] Krishnan, R. (2001). *Switched reluctance motor drives : modeling, simulations, analysis, design, and applications*. CRC Press, USA.
- [Landau, 1993] Landau, I.D. (1993). *Identification et commande des systèmes*. Hermès, France.
- [Landau and Voda, 2001] Landau, I.D. and Voda, A. Besançon (2001). *Identification des systèmes*. Hermès, Paris.
- [LEM, 2004] LEM (2004). WebSite : <http://www.lem.com>.
- [Lennart, 1987] Lennart, A. (1987). *System identification - Theory for the user*.
- [Lindenmeyer *et al.*, 2001] Lindenmeyer, D., Dommel, H.W., Moshref, A. and Kundur, P. (2001). An induction motor parameter estimation method. *Electrical Power and Energy Systems* **23** : 251–262.
- [Ljung, 1987] Ljung, L. (1987). *System identification - Theory for the user*. Prentice Hall.
- [Lopez *et al.*, 1999] Lopez, G.G., Kjaer, P.C. and Miller, T.J.E. (1999). High-grade position estimation for SRM drives using flux linkage/current correction model. *IEEE Transactions on Industry Applications* **35**(4) : 859–869.
- [Lumsdaine and Lang, 1990] Lumsdaine, A. and Lang, J.H. (1990). State observers for variable-reluctance motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **37**(2) : 133–142.
- [Lyons *et al.*, 1991] Lyons, J.P., MacMinn, S.R. and Preston, M.A. (1991). Flux/current methods for SRM rotor position estimation. In : *IEEE-IAS Conference Record*. pp. 482–487.
- [McCann *et al.*, 2001] McCann, R.A., Islam, M.S. and Husain, I. (2001). Application of sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drive. *IEEE Transactions on Industry Applications* **37**(1) : 51–58.
- [Miller, 1993] Miller, T.J.E. (1993). *Switched reluctance motors and their control*. Oxford Science Publications, USA.
- [Mir *et al.*, 2001] Mir, S., Islam, M.S., Sebastian, T. and Husain, I. (2001). Self-tuning of machine parameters in switched reluctance motor drives. In : *IEEE-IAS Annual Conference Proceedings, Chicago*.

- 
- [Moon and Keyhani, 1994] Moon, S.I. and Keyhani, A. (1994). Estimation of induction machine parameters from stand-still time-domain data. *IEEE Transactions on Industry Applications* **30**(6) : 1609–1615.
- [Moons and Moor, 1995] Moons, C. and Moor, B. (1995). Parameter identification of induction motor drives. *Automatica* **31**(8) : 1137–1147.
- [Multon, 1994] Multon, B. (1994). Conception et alimentation électronique des machines à réluctance variable à double saillance. Technical report. Rapport d'habilitation à diriger des recherches, l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- [Multon, 1995] Multon, B. (1995). Historique des machines électromagnétiques et plus particulièrement des machines à réluctance variable. *3E.I* (3) : 3–8.
- [Multon, 1996] Multon, B. (1996). Motorisation des véhicules électriques. *Techniques de l'Ingénieur, traité Électronique*.
- [Multon and Glaize, 1987] Multon, B. and Glaize, C. (1987). Optimisation du dimensionnement des alimentations des machines à réluctance variable. *Phys. Appl.* **22** : 339–357.
- [Multon et al., 1995] Multon, B., Camus, F., Hoang, E., Chenadec, J.-Y. Le and Mouchoux, J.-C. (1995). Possibilités du moteur à réluctance variable à double saillance pour la motorisation de véhicules électriques. bilan des essais d'un prototype de 27 kw. In : *C-VELEC, Grenoble, France, 1-2 février*.
- [O'Dwyer and Vonhof, 1994] O'Dwyer, J. and Vonhof, E. (1994). Saturable variable reluctance motor simulation using spline functions. In : *ICEM, Paris, France, 5-8 Septembre*. Vol. 3. pp. 176–180.
- [Panda and Amaratunga, 1991] Panda, S.K. and Amaratunga, G.A.J. (1991). Analysis of the waveform-detection technique for indirect rotor-position sensing of switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **6**(3) : 476–483.
- [Panda et al., 1996] Panda, S.K., Low, C.W. and Dash, P.K. (1996). Hybrid feedback linearization-fuzzy controller for variable reluctance motors. *International Journal of Electronics* **80**(2) : 155–167.
- [Pham et al., 2001] Pham, M.T., Gautier, M. and Poignet, P. (2001). Identification of joint stiffness with bandpass filtering. In : *IEEE International Conference On Robotics and Automation, ICRA'01*. Vol. 3. pp. 2867–2872.
- [Pham et al., 2000] Pham, M.T., Gautier, M. and Poignet, Ph. (2000). Dynamic identification of high speed machine tools. In : *CIRP 2nd International Seminar on Improving Machine Tool Performance*. Nantes-La Baule.
-

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [Rapaport and Gouzé, 2002] Rapaport, A. and Gouzé, J.L. (2002). Parallelotopic and practical observers for nonlinear systems.
- [Ripoll, 1998] Ripoll, I. (1998). Real time linux (rt-linux). WebSite : <http://www.nl.linuxfocus.org/English/May1998/articles4.html>.
- [Rossi and Tonielli, 1994] Rossi, C. and Tonielli, A. (1994). Feedback linearizing and sliding mode control of a variable reluctance motor. *International Journal of Control* **60**(4) : 543–568.
- [Russa *et al.*, 1998] Russa, K., Husain, I. and de Elbuluk, M.E.I (1998). Torque ripple minimization in switched reluctance machines over a wide speed range. *IEEE Transactions on Industry Applications* **34**(5) : 1105–1112.
- [Sauvey, 2000] Sauvey, C. (2000). Contribution méthodologique à la modélisation pour le dimensionnement des moteurs à réluctance variable. PhD Thesis. INPG, Grenoble, France.
- [Sayeed *et al.*, 1998] Sayeed, S., Husain, I. and Elbuluk, M.E. (1998). Switched reluctance motor modeling with on-line parameter identification. *IEEE Transactions on Industry Applications* **34**(4) : 776–783.
- [Seguier and Notelet, 1996] Seguier, G. and Notelet, F. (1996). *Électrotechnique industrielle*. 2ème Ed. Lavoisier.
- [Slotine, 1984] Slotine, J.-J.E. (1984). Sliding controller design for non-linear systems. *International Journal of Control* **40**(2) : 421–434.
- [Slotine and Coetsee, 1986] Slotine, J.-J.E. and Coetsee, J.A. (1986). Adaptive sliding controller synthesis for non-linear system. *International Journal of Control* **43**(6) : 1631–1651.
- [Slotine and J.K.Hedrick, 1993] Slotine, J.-J.E. and J.K.Hedrick (1993). Robust input-output feedback linearization. *International Journal of Control* **57**(5) : 1133–1139.
- [Slotine and Li, 1991] Slotine, J.J.E. and Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall, USA.
- [Söderström and Stoica, 1989] Söderström, T. and Stoica, P. (1989). *System identification*. Prentice Hall.
- [Solsona *et al.*, 1993] Solsona, J., Etchehoury, M., Valla, M.I. and Muravchik, C. (1993). A nonlinear reduced order observer for switched reluctance motors. In : *32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas*. pp. 3416–3417.

- [Solsona *et al.*, 1999] Solsona, J., Etchechoury, M., Valla, M.I. and Muravchik, C. (1999). Position and speed estimation of a switched reluctance motor. *International Journal of Electronics* **86**(4) : 487–507.
- [Solyom, 2003] Solyom, S. (2003). A synthesis method for static anti-windup compensator. WebSite : <http://www.control.lth.se/documents/2003/sol03ecc.pdf>.
- [Spong *et al.*, 1987] Spong, M.I., Marino, R. and S.M.Peresada (1987). Feedback linearizing control of switched reluctance motor. *IEEE Transaction on Automatic Control* **AC-32**(5) : 371–379.
- [Tandon *et al.*, 1997] Tandon, P., Rajarathnam, A.V. and Ehsani, M. (1997). Self-tuning control of a switched-reluctance motor drive with shaft position sensor. *IEEE Transactions on Industry Applications* **33**(4) : 1002–1010.
- [Texas, 1997] Texas, Instruments (1997). Digital signal processing solutions for the switched reluctance motor. Technical Report BPRA058. Texas Instruments Europe.
- [Thau, 1973] Thau, F.E. (1973). Observing the state of non-linear dynamic systems. *International Journal of Control* **17**(3) : 471–479.
- [Torrey, 2002] Torrey, D.A. (2002). Switched reluctance generators and their control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **49**(1) : 3–14.
- [Torrey and Lang, 1990] Torrey, D.A. and Lang, L.J. (1990). Modelling a nonlinear variable-reluctance motor drive. *Electric Power Applications* **137**(5) : 314–326.
- [Trinh and Ha, 2000] Trinh, H. and Ha, Q. (2000). Design of linear functional observer for linear systems with unknown inputs. *International Journal of Systems Science* **31**(6) : 741–749.
- [Turner *et al.*, 2004] Turner, M.C., Herrmann, G. and Postlethwaite, I. (2004). Accounting for uncertainty in anti-windup synthesis. WebSite : <http://www.le.ac.uk/engineering/mct6/papers/TurnerACC04.pdf>.
- [Visa *et al.*, 2002a] Visa, C., Abba, G. and Léonard, F. (2002a). Asservissement de vitesse par commande non linéaire d'un moteur à réluctance variable. In : *Conférence Internationale Francophone d'Automatique - CIFA'02*. Vol. CdRom - p973.pdf. 8-10 July. Nantes, France. pp. 973–978.
- [Visa *et al.*, 2002b] Visa, C., Abba, G. and Léonard, F. (2002b). Speed control of a switched reluctance motor using nonlinear methods. In : *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, SMC'02* (IEEE, Ed.). 6-9 September. Hammamet, Tunisie. pp. CdRom – tpl11.pdf.

- [Visa *et al.*, 2004a] Visa, C., Abba, G., Léonard, F., Antoine, J.-F. and Sauvey, C. (2004a). Nonlinear and identification of a switched reluctance motor. In : *IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS)*. 1-3 September. Stuttgart, Allemagne. accepté.
- [Visa *et al.*, 2004b] Visa, C., Abba, G., Léonard, F., Antoine, J.-F. and Sauvey, C. (2004b). Parameters identification of the switched reluctance motor without position sensor. In : *IFAC Symposium on automation in Mining, Mineral and Metal processing (MMM)*. 8-11 September. Nancy, France. accepté.
- [Visa *et al.*, 2002c] Visa, C., Léonard, F. and Abba, G. (2002c). Commande non linéaire d'un moteur à réluctance variable. Colloque " Commande de systèmes non linéaires ", Inria Lorraine, Metz, 19-21 Juin.
- [Vives-Fos, 1993] Vives-Fos, R. (1993). Etude d'électrobroches à réluctance variable pour l'usinage à grande vitesse. PhD Thesis. Conservatoire National des Arts et Métiers.
- [Walter and Pronzato, 1997] Walter, E. and Pronzato, L. (1997). *Identification of parametric models from experimental data*. Springer Eds., New-York.
- [Watson, 2003] Watson, C. (2003). Linear filtering. WebSite : <http://www.cs.washington.edu/research/metip/tutor/tutor.Filtering.html>.
- [Welsh, 2003] Welsh, M. (2003). Implementing loadable kernel modules for linux. WebSite : <http://www.ddj.com/ddj/1995/1955.05/welsh.html>.
- [Wolff *et al.*, 1998] Wolff, J., Rahner, R. and Späth, H. (1998). Sensorless speed control of a switched reluctance motor for industrial applications. In : *Optimisation of electrical and electronic equipments, Brasov - Romania*. Vol. 2. pp. 457-462.
- [xforms, 2002] xforms (2002). WebSite : <http://world.std.com/xforms/>.
- [Yang and Wilde, 1988] Yang, F. and Wilde, R.W (1988). Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatics Control* **33**(7) : 677-681.
- [Zhang, 2001] Zhang, Q. (2001). Adaptative observers for mimo linear time varing systems. Publication interne no. 1379. IRISA-INRIA.

# Annexe A

## Méthode de moindres carrés

L'identification des paramètres dynamiques d'un système par la méthode des moindres carrés suppose la résolution d'un système surdéterminé de forme générale :

$$Y = WX + \rho \quad (\text{A.1})$$

où

- $W$  est la matrice des observations ( $\dim(W) = r \times N_p$ );
- $Y$  est le vecteur des mesures ( $\dim(Y) = r \times 1$ );
- $X$  est le vecteur des paramètres à identifier ( $\dim(X) = N_p \times 1$ );
- $\rho$  est le vecteur des résidus ( $\dim(\rho) = r \times 1$ );
- $N_p$  est le nombre de paramètres à identifier;
- $r \gg N_p$  est le nombre des mesures.

On définit la solution  $\hat{X}$  de l'équation (A.1) au sens des moindres carrés par :

$$\min \|\rho\|_2 \quad (\text{A.2})$$

Si  $W$  est de rang maximum, la résolution explicite de l'équation (A.2) conduit à la relation :

$$\hat{X} = (W^T W)^{-1} W^T Y = W^+ Y \quad (\text{A.3})$$

où  $W^+$  désigne la matrice pseudo-inverse de  $W$ .

La sensibilité de la solution des moindres carrés du système linéaire (A.1) peut être mesurée par le conditionnement  $\text{cond}(W)$  de la matrice d'observation  $W$ .

$$\text{cond}(W) = \frac{\Sigma_1}{\Sigma_{N_p}} \quad (\text{A.4})$$

où  $\Sigma$  désigne la matrice diagonale contenant les valeurs singulières de  $W$  ( $\dim(\Sigma) = N_p \times N_p$ ).

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \Sigma_{N_p} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

avec

$$\Sigma_1 \geq \Sigma_2 \geq \Sigma_{N_p} \geq 0$$

D'après [Golub and Loan, 1983], plus le conditionnement est faible, plus l'erreur sur l'estimation des paramètres est faible vis-à-vis du bruit introduit par le vecteur  $\rho$  :

$$\frac{\|X - \hat{X}\|}{\|X\|} \leq \text{Cond}(W) \frac{\|\rho\|}{\|Y\|} \quad (\text{A.6})$$

En considérant un vecteur de mesure  $Y$  non bruité ( $\rho = 0$ ) et une petite perturbation  $\delta W$  de  $W$ , on a la relation suivante :

$$\frac{\|X - \hat{X}\|}{\|X\|} \leq \text{Cond}(W) \frac{\|\delta W\|}{\|W\|} = \frac{\|\delta W\|}{\Sigma_{N_p}} \quad (\text{A.7})$$

Donc, la sensibilité des estimations vis-à-vis de perturbations sur la matrice d'observation diminue lorsque la plus petite valeur singulière de la matrice  $W$  augmente [Golub and Loan, 1983].

Lorsque le conditionnement de la matrice  $W$  est grand, donc les valeurs singulières sont «éloignées», on peut normaliser la matrice  $W$  afin de «rapprocher» les valeurs singulières. Ainsi, le conditionnement de la matrice d'observation est diminué.

Un problème important dans l'identification des paramètres vient du fait que la matrice d'observation  $W$  n'est pas déterministe mais aléatoire. Par ailleurs,  $W$  et  $\rho$  sont des réalisations de variables aléatoires corrélées [de Larminat and Thomas, 1977]. Une difficulté supplémentaire provient de la non-linéarité de  $W$  par rapport à l'état qui rend difficile le calcul de biais et de la variance de l'erreur d'estimation, sauf si l'on admet certaines hypothèses d'indépendance sur les bruits [Walter and Pronzato, 1997]. C'est pourquoi, il est important de valider les résultats obtenus par des expériences appropriées.

On calcule une estimation de l'écart-type sur les valeurs identifiées en considérant que  $W$  est déterministe et que  $\rho$  est un vecteur aléatoire centré, de composantes indépendantes, d'écart-type  $\sigma_\rho$  et de matrice de variance-covariance  $C_\rho$  tel que :

$$C_\rho = E(\rho\rho^T) = \sigma_\rho^2 I_r \quad (\text{A.8})$$

---

où  $E$  désigne l'espérance mathématique et  $I_r$  la matrice unité d'ordre  $r$ .

En supposant que le vecteur des erreurs est centré, de composantes indépendantes et d'égalles dispersions, l'écart-type  $\sigma_\rho$  peut être calculer par l'estimation non biaisé suivante :

$$\sigma_\rho^2 = \frac{\|Y - W\hat{X}\|^2}{(r - N_p)} \quad (\text{A.9})$$

**Remarque :** L'équation A.9 montre qu'un grand nombre de mesures  $r$  contribue, sous l'effet du moyennage, à diminuer l'influence du bruit.

La matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation a alors pour expression :

$$C_{\hat{X}} = E[(X - \hat{X})(X - \hat{X})^T] = W^+ C_\rho (W^+)^T = \sigma_\rho^2 (W^T W)^{-1} \quad (\text{A.10})$$

On en déduit l'écart-type sur le  $j^{\text{ième}}$  paramètre :

$$[\sigma_{\hat{X}_j}]^2 = C_{\hat{X}_{jj}} \quad (\text{A.11})$$

L'uniformisation des écarts types des estimations est obtenue lorsque les valeurs singulières sont du même ordre de grandeur [Söderström and Stoica, 1989] :

$$\Sigma_1 \approx \Sigma_2 \approx \dots \Sigma_{N_p} \quad (\text{A.12})$$

L'écart type relatif est estimé par :

$$\sigma_{\hat{X}_j} \% = 100 \frac{\sigma_{\hat{X}_j}}{\hat{X}_j} \quad (\text{A.13})$$

L'écart-type relatif peut être utilisé comme critère pour déterminer la qualité de l'estimation de la valeur obtenue pour chaque paramètre identifié.



## Annexe B

### Observateur linéaire d'ordre réduit

L'observateur d'ordre réduit est utilisé quand la fonction de sortie fournit des mesures d'une partie du vecteur d'état. Alors cet observateur est nécessaire pour construire la partie inconnue de l'état. Si on considère le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où  $x_1$  et  $x_2$  représente respectivement la partie de l'état connue et la partie de l'état inconnu,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix}^T \\ C &= \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

sont de dimensions appropriées et  $I$  est la matrice identité.

On suppose que l'on peut calculer les dérivées des sorties. Si on dérive  $y$  on obtient :

$$\dot{y} = \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u \quad (\text{B.3})$$

et

$$\dot{\hat{y}} = A_{11}x_1 + A_{12}\hat{x}_2 + B_1u \quad (\text{B.4})$$

pour reconstruire l'état  $x_2$ , on propose l'observateur suivant :

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}\hat{x}_2 + B_2u + K(\dot{y} - \dot{\hat{y}}) \quad (\text{B.5})$$

où  $K$  représente le vecteur des gains d'observation ou encore :

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}\hat{x}_2 + B_2u + K(A_{12}x_2 - A_{12}\hat{x}_2) \quad (\text{B.6})$$

On définit l'erreur d'observation de l'état  $x_2$  :

$$e_{x_2} = x_2 - \hat{x}_2 \quad (\text{B.7})$$

Alors, la dynamique de l'erreur d'observation de l'état  $x_2$  est donnée par :

$$\frac{de_{x_2}}{dt} = (A_{22} - KA_{12})e_{x_2} \quad (\text{B.8})$$

On remarque que si le système (B.1) est détectable,  $(A_{12}, A_{22})$  est aussi détectable ce qui implique une convergence exponentielle de la dynamique de l'erreur d'observation.

On remarque que l'observateur proposé (B.5) est basé sur l'utilisation des dérivées des sorties. En pratique, l'acquisition du vecteur des sorties est habituellement bruitée. La dérivation amplifiant les bruits de mesures, usuellement on procède à un changement de variable.

L'équation (B.5) peut être écrite sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\hat{x}_2 - Ky) &= A_{21}x_1 + A_{22}\hat{x}_2 + B_2u - K\dot{y} \\ &= A_{21}x_1 + A_{22}\hat{x}_2 + B_2u - K(A_{11}x_1 + A_{12}\hat{x}_2 + B_1u) \\ &= (A_{21} - KA_{11})x_1 + (A_{22} - KA_{12})\hat{x}_2 + (B_2 - KB_1)u \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

On définit un nouveau vecteur d'état  $z$  tel que :

$$z = \hat{x}_2 - Ky \quad (\text{B.10})$$

et pour reconstruire l'état  $x_2$ , on utilise l'observateur suivant :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = (A_{21} - KA_{11})x_1 + (A_{22} - KA_{12})\hat{x}_2 + (B_2 - KB_1)u \\ \hat{x}_2 = z + Ky \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

## Résumé

Ce travail concerne la commande en boucle fermée d'une machine à réluctance variable (MRV) destinée à l'usinage à grande vitesse. Le principe de fonctionnement d'une MRV 6/2 et sa modélisation sont d'abord présentés.

Le développement d'une commande à la fois performante et robuste dépend de la connaissance de paramètres du modèle de la MRV. L'identification sans capteur de position des paramètres de la MRV a permis d'obtenir la caractéristique électromagnétique et les paramètres mécaniques. Des phénomènes de frottement hydrodynamiques et aérodynamiques ont été mis en évidence.

Le caractère fortement non linéaire d'une MRV rend son contrôle difficile. La commande en boucle fermée de la MRV à basse vitesse a montré l'intérêt de l'emploi d'une commande non linéaire par approche linéarisante. Toutefois à grande vitesse, plusieurs phénomènes spécifiques limitent les performances de la MRV en boucle fermée. Ces phénomènes sont analysés et comparés à travers les résultats des simulations d'une commande en tension et une autre en courant.

L'observateur à entrée inconnue développé et expérimenté permet de retrouver le couple de charge et met en évidence les limites du capteur de position à grande vitesse. Afin de palier le manque de capteur performant à grande vitesse, un observateur non linéaire d'ordre réduit est utilisé.

Enfin, un système de commande a été réalisé pour expérimenter les algorithmes de commande. Le système d'exploitation Linux temps réel (RTAI) combiné avec des cartes d'acquisition entrées-sorties permet d'obtenir un fonctionnement avec une période d'échantillonnage de 10 s. L'interface graphique et l'acquisition des données sont gérées par des processeurs distincts.

## Mots clés

Usinage à grande vitesse, machine à réluctance variable, identification des paramètres sans capteur de position, commande non linéaire, observateur à entrée inconnue, observateur non linéaire, Linux temps réel.

## Abstract

*This work deals with the closed loop control of a switched reluctance motor (SRM) used for high speed machining. The principle of operation of a 6/2 SRM and its model are firstly presented.*

*The design of a performant and robust control law depends on the knowledge of the SRM model parameters. Sensorless position parameters identification has allowed to obtain the electromagnetic characteristic and the mechanical parameters. Hydrodynamic and aerodynamic friction phenomena have been highlighted.*

*The highly nonlinear character of the SRM makes the control difficult. The closed loop control of the SRM running at low speed showed the interest of using the feedback linearizing control technique. However at high speed, several specific problems limit the drive performances in the closed loop. The main aspects of a high speed running SRM have been analysed through the results of the simulations of feedback linearizing voltage and current control law.*

*The unknown input observer developed and experimented allow to find the load torque and it highlights the position sensor limits at high speed. In order to tackle the lack of a performant position sensor at high speed, a nonlinear reduced order observer has been studied.*

*Finally, a real time control system has been realized in order to test the control laws. Real time Linux (RTAI) operating system combined with the data acquisition boards have allowed to obtain 10 s sampling frequency behavior of the control system. The graphical interface and data acquisition are executed by distinct processors.*

## Keywords

*High speed machining, switched reluctance motor, sensorless position parameters identification, nonlinear control, unknown input observer, nonlinear observer, real time Linux*