



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

Par

**Aimé-Claude NYOUNGUE**

*En vue de l'obtention du titre de*

**DOCTEUR  
en Mécanique des Matériaux**

Spécialité : Sciences de l'Ingénieur  
Option : Mécanique de la Rupture

## **COMPORTEMENT A LA RUPTURE DES MATERIAUX FRAGILES SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES, APPLICATION SUR LE VERRE**

*Soutenu le 13 Juillet 2001, devant la Commission d'Examen*

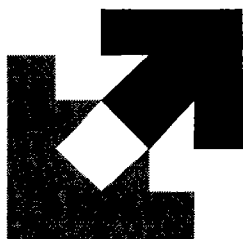
<b>G. PLUVINAGE</b>	: Professeur, Université de Metz	(Président)
<b>Z. AZARI</b>	: Professeur, Université d'Amiens	(Examinateur)
<b>D. CIOCLOV</b>	: Professeur, Institute for Nondestructive Testing Allemagne	(Rapporteur)
<b>M. NAIT ABDELAZIZ</b>	: Professeur, EUDIL, Lille	(Rapporteur)
<b>J-L LATAILLADE</b>	: Professeur, E.N.S.A.M de Bordeaux	(Rapporteur)
<b>E. D DOSSOU</b>	: Ingénieur de Recherche, Société Française de Céramique	(Examinateur)

**Laboratoire de Fiabilité Mécanique**  
Université de Metz-E.N.I.M, Ile du Saulcy - 57045 Metz Cedex 01

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	20010925
Cote	S/MZ 01/31
Loc	Magasin

# THESE

*Présentée à*



**UNIVERSITE DE METZ**

*Par*

**Aimé-Claude NYOUNGUE**

*En vue de l'obtention du titre de*

**DOCTEUR  
en Mécanique des Matériaux**

Spécialité : **Sciences de l'Ingénieur**  
Option : **Mécanique de la Rupture**

**COMPORTEMENT A LA RUPTURE DES MATERIAUX  
FRAGILES SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES,  
APPLICATION SUR LE VERRE**

*Soutenu le 13 Juillet 2001, devant la Commission d'Examen*

<b>G. PLUVINAGE</b>	: <i>Professeur, Université de Metz</i>	<i>(Président)</i>
<b>Z. AZARI</b>	: <i>Professeur, Université d'Amiens</i>	<i>(Examineur)</i>
<b>D. CIOCLOV</b>	: <i>Professeur, Institute for Nondestructive Testing Allemagne</i>	<i>(Rapporteur)</i>
<b>M. NAIT ABDELAZIZ</b>	: <i>Professeur, EUDIL, Lille</i>	<i>(Rapporteur)</i>
<b>J-L LATAILLADE</b>	: <i>Professeur, E.N.S.A.M de Bordeaux</i>	<i>(Rapporteur)</i>
<b>E. D DOSSOU</b>	: <i>Ingénieur de Recherche, Société Française de Céramique</i>	<i>(Examineur)</i>

*Laboratoire de Fiabilité Mécanique  
Université de Metz-E.N.I.M, Ile du Saulcy - 57045 Metz Cedex 01*

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Fiabilité Mécanique Université de Metz - ENIM. Que Monsieur **G. PLUVINAGE**, Directeur du Laboratoire accepte ma reconnaissance pour sa confiance et son attention dans la direction scientifique de mes recherches.

Que Monsieur **Z. AZARI** sous la responsabilité de qui ces recherches ont été effectuées et qui a assuré la co - direction de ce travail trouve ici ma profonde et respectueuse gratitude.

Je remercie Messieurs **D. CIOCLOV** de Fraunhofer-Institute for Nondestructive Testing d'Allemagne, **M. NAIT ABDELAZIZ** de l'I.U.T "A" de Lille et **J-L LATAILLADE** de l'E.N.S.A.M de Bordeaux qui ont acceptés la lourde tache de rapporter ce travail.

Que Monsieur **E. DOSSOUVI DOSSOU** de la Société Française de Céramique, membre du jury soit vivement remercié.

J'adresse mes remerciements et ma reconnaissance à Monsieur **P. JODIN** pour sa disponibilité et ses remarques constructives.

Je témoigne ma gratitude et surtout mon amitié à **Sonia MANSOURI** pour son soutien moral, sa grande disponibilité et son aide précieuse.

Je ne saurai oublier **Alexis RUSINEK** de l'Université de Metz, **Salah HANIM** de Clemson University USA, **Said BOUZID** de l'Université de Setif Algérie, **Nawar KADI** et **Andréa MURA** du Laboratoire de Fiabilité Mécanique, **Shabnam ARBAB-CHIRANI** de l'E.N.S.A.M de Metz, **Meziane ABERKANE** de l'Université de Tizi-Ouzou Algérie, **Stéphane BAKOWSKI** technicien du Laboratoire de Fiabilité Mécanique, **Yves BOURVEN** et **Vincent NARDIN** de FAURECIA Flers.

Sur un plan purement personnel : A Thomas, Camille, Simon et Chantal. Saisir la profondeur d'un amour est une notion encore plus complexe que l'identification du facteur d'intensité de contrainte d'entaille à grandes vitesses de sollicitation. Votre amour s'est manifesté dans la patience, le soutien inconditionnel et le consentement de sacrifices quelques fois absurdes. De tout mon coeur, je vous en remercie.

*A mon Père pour tous les sacrifices,*

*A ma Mère,*

*A Chantal,*

*Et à toute ma Famille...*

## SOMMAIRE

<b>Chapitre I : INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>I. 1 Introduction</b>	<b>3</b>
<b>I. 2 Problématique</b>	<b>3</b>
I. 2. 1 Effet d'entaille	5
I. 2. 2 Comportement dynamique	7
<b>I. 3 Méthodologie</b>	<b>8</b>
<b>Chapitre II : MECANIQUE DE LA RUPTURE SOUS ENTAILLE</b>	<b>11</b>
<b>II. 1 Introduction</b>	<b>13</b>
<b>II. 2 Distribution des contraintes en fond de fissure</b>	<b>14</b>
<b>II. 3 Distribution des contraintes au voisinage d'une entaille infiniment aiguë</b>	<b>15</b>
II. 3. 1 Analyse de WILLIAMS	16
II. 3. 2 Analyse de GROSS	17
II. 3. 3 Analyse de LIN et PIN TONG	18
II. 3. 4 Analyse de KNESL	19
II. 3. 5 Analyse de HASEBE	20
II. 3. 6. Résumé	21
<b>II. 4 Distribution des contraintes au voisinage d'une simple entaille</b>	<b>23</b>
II. 4. 1 Distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille	23
II. 4. 2 Distribution des contraintes dans un diagramme bi logarithmique	25
II. 4. 3 Travaux de CREAGER	26
II. 4. 4 Travaux de VERREMAN	28
II. 4. 5 Travaux de NUI.	29
II. 4. 7 Conclusion	31
<b>II. 5 Critères de rupture</b>	<b>32</b>
II. 5. 1 Introduction	32
II. 5. 2 Critères de rupture en terme de contraintes	33

II. 5. 2. 1 Critères globaux de rupture	34
II. 5. 2. 1. 2 Critères Globaux de rupture appliqués aux entailles	34
II. 5. 2. 2 Critères Locaux de rupture	35
II. 5. 2. 2. 1 Critère de RITCHIE, KNOTT et RICE	35
II. 5. 2. 2. 2 Critères locaux de rupture appliqués aux entailles	35
II. 5. 3 Conclusion	36
<b>II. 6 Conclusion sur la Mécanique de la rupture sous entaille</b>	<b>36</b>
<b>Chapitre III : RUPTURE DYNAMIQUE EN PRESENCE D'UNE FISSURE</b>	<b>39</b>
<b>III. 1 Introduction</b>	<b>39</b>
III. 1.1 Amorçage de la fissure	39
III. 1. 2 Propagation de la fissure	40
III. 1. 3 Arrêt de la fissure.	41
<b>III. 2 Facteur d'intensité de contraintes dynamiques</b>	<b>42</b>
<b>III. 3 Méthode expérimentale de mesure de la ténacité dynamique en flexion trois points</b>	<b>43</b>
III. 3. 1 Essai Charpy	43
III. 3. 2 Barres de HOPKINSON	44
III. 3. 3 Méthodes expérimentales en flexion trois points dynamique	44
III. 3. 3. 1 Dispositif à un pont de jauges	45
III. 3. 3. 2 Dispositif de RUIZ	45
III. 3. 3. 3 Dispositif de YOKOYAMA	46
<b>III. 4 Détermination expérimentale du facteur d'intensité de contraintes dynamique</b>	<b>47</b>
III. 4. 1 Courbe de réponse à l'impact	47
III. 4. 2 Méthode des caustiques	48
<b>III. 5 Détermination analytique du facteur d'intensité de contraintes dynamique</b>	<b>49</b>
III. 5. 1 Taux de restitution d'énergie dynamique	49
III. 5. 2 Intégrale H	51
<b>III. 6 Prise en compte des effets dynamiques</b>	<b>51</b>
III. 6. 1 Méthode ASTM	51

III. 6. 2	Modèle masse - ressort	52
III. 6. 2. 1	Modèle à un degré de liberté	52
III. 6. 3	Correction dynamique de KISHIMOTO	54
III. 6. 4	Correction dynamique de ORYNYAK	55
<b>III. 7.</b>	<b>Conclusion</b>	<b>57</b>
<b>III. 8</b>	<b>Phénomène d'écaillage</b>	<b>57</b>
<b>III. 9</b>	<b>Critères de rupture</b>	<b>59</b>
III. 9. 1	Critère de TULER	59
III. 9. 2	Critère de CAGNOUX	60
III. 9. 3	Critère de KLEPACZKO	60
III. 9. 4	Critère de BOUZID	61
<b>III. 11</b>	<b>Conclusion</b>	<b>61</b>
<b>Chapitre IV :</b>	<b>METHODES EXPERIMENTALES</b>	<b>63</b>
<b>IV. 1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>IV. 2</b>	<b>Matériau</b>	<b>65</b>
<b>IV. 3</b>	<b>Essais quasi-statiques</b>	<b>65</b>
IV. 3. 1	Description du dispositif	65
IV. 3. 2	Depouillement des signaux expérimentaux	66
<b>IV. 4</b>	<b>Essais dynamiques</b>	<b>69</b>
IV. 4. 1	Montage des barres de HOPKINSON	69
IV. 4. 1. 1	Description du dispositif d'essais	69
IV. 4. 1. 2	Principes de mesure du chargement dynamique	70
IV. 4. 1. 3	Jauges de déformation	71
IV. 4. 2	Chaîne de mesure	73
IV. 4. 2. 1	Amplificateur de signal	74
IV. 4. 2. 2	Extensomètre optique	74
IV. 4. 2. 3	Oscilloscope numérique	75
<b>IV. 5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>75</b>
<b>Chapitre V :</b>	<b>FLEXION TROIS POINTS</b>	<b>78</b>
<b>V. 1</b>	<b>Introduction</b>	<b>78</b>



V. 4. 6 Influence de la vitesse de sollicitation	102
V. 4. 7 Analyse statistique des essais dynamiques	102
V. 4. 7. 1 Digramme de WEIBULL	102
V. 4. 7. 2 Probabilité cumulée	103
V. 4. 7. 3 Conclusion de l'analyse statistique	104
<b>V. 5 Conclusion du chapitre V</b>	<b>104</b>
<b>Chapitre VI : ESSAIS SUR DISQUE BRESILIEN</b>	<b>106</b>
<b>VI. 1 Introduction</b>	<b>107</b>
<b>VI. 2 Description de l'essai</b>	<b>107</b>
VI. 2. 1 Introduction	107
VI. 2. 2 Etude des contraintes de rupture	108
VI. 2. 3 Pression de contact	110
<b>VI. 3 Procédure expérimentale</b>	<b>110</b>
VI. 3. 1 Eprouvettes	111
<b>VI. 4 Essais quasi-statiques</b>	<b>111</b>
VI. 4. 1 Dispositif expérimental	111
VI. 4. 2 Résultats des Essais quasi statiques	112
VI. 4. 2. 1 Charge de rupture	112
VI. 4. 2. 2 Contrainte de rupture globale	113
VI. 4. 2. 2. 1 Influence de l'épaisseur	115
VI. 4. 2. 2. 2 Effet volumique	115
VI. 4. 3 Distribution des contraintes locales et influence de la triaxialité des contraintes	117
VI. 4. 3. 1 Contraintes locales.	117
VI. 4. 3. 1. 1 Méthode aux élément finis	117
VI. 4. 3. 1. 2 Distribution des contraintes	117
VI. 4. 3. 2 Taux de triaxialité des contraintes	118
VI. 4. 4 Critères de rupture	120
VI. 4. 4. 1 Facteur d'intensité de contraintes d'entaille	120
VI. 4. 5 Ténacité d'entaille : comparaison flexion trois points - disque brésilien	123
VI. 4. 6 Conclusion	123
VI. 4. 7 Mécanismes de rupture des essais quasi statiques	124

VI. 4. 7. 1 Introduction	124
VI. 4. 7. 2 Modèles de rupture des disques non entaillés proposés dans la littérature	124
VI. 4. 7. 2. 1 Modèle de BUCKLEY	124
VI. 4. 7. 2. 2 Modèle de RIDNIK	125
VI. 4. 7. 2. 3 Modèle de RUMMEL	126
VI. 4. 7. 2. 4 Conclusion	126
VI. 4. 7. 3 Rupture d'un disque brésilien comportant un trou	126
VI. 4. 7. 3. 1 Examen macroscopique des surfaces de rupture	127
VI. 4. 7. 3. 2 Aspect micro fractographique	128
VI. 4. 7. 3. 3 Discussion sur le modèle de rupture observé	129
VI. 4. 7. 3. 4 Conclusion	131
<b>VI. 5 Essais dynamiques</b>	131
VI. 5. 1 Méthode expérimentale	131
VI. 5. 2 Résultats des essais dynamiques	132
VI. 5. 3 Conclusion	133
VI. 5. 4 Simulation numérique	133
VI. 5. 4. 1 Modèle numérique	135
VI. 5. 4. 2 Méthode de chargement	135
VI. 5. 4. 3 Champ des contraintes	135
VI. 5. 5 Comparaison des résultats de contraintes simulations - expériences	136
VI. 5. 6 Critère de rupture	137
VI. 5. 7 Conclusion	138
 <b>Chapitre VII : ECAILLAGE PAR IMPACT DE BARRES</b>	 139
<b>VII. 1 Introduction</b>	140
<b>VII. 2 Procédure expérimentale</b>	140
VII. 2. 1 Eprouvettes	140
VII. 2. 2 Dispositif expérimental	141
VII. 2. 2 Etalonnage du dispositif d'essai	141
VII. 2. 2. 1 Etude théorique	142
VII. 2. 2. 1. 1 Réflexion des ondes sur une interface	142



# **INTRODUCTION GENERALE**

## **CHAPITRE I**

### **PROBLEMATIQUE**

# I- INTRODUCTION GENERALE

## I. 1 Introduction

Le verre, un des plus anciens matériaux découvert par l'homme a eu un accès assez tardif aux secteurs des technologies de pointe. Le véritable intérêt scientifique et technologique du verre ne commencera qu'après la seconde guerre mondiale. A coté des applications classiques tels que l'emballage, la décoration ou le bâtiment, le verre fait son apparition dans de nouveaux secteurs industriels où il apporte des solutions originales, notamment dans les domaines de l'aéronautique, la télécommunication, ou le nucléaire où il sert dans le confinement des éléments radio-actifs.

Si le verre est apprécié entre autre, par ses caractéristiques optiques, sa dureté et sa résistance au vieillissement, son utilisation est néanmoins limitée par sa grande fragilité et sa faible résistance à la rupture. Il est important pour les ingénieurs, qui sont amenés à utiliser ce matériau aux limites de ses performances, de disposer des données caractéristiques sous des gammes de vitesses de déformation proche des conditions de service.

Les investigations poursuivies dans cette étude ont pour but de définir des modèles de comportement mécanique des matériaux fragiles, sous sollicitations statiques et dynamiques.

## I. 2 Problématique

Face à l'importance des enjeux industriels qu'il soulève et l'évolution des progrès scientifiques, le verre, dont le champ d'application s'étend, doit résister à des sollicitations mécaniques de plus en plus importantes et de plus en plus complexes.

Les premiers travaux de recherche sur le verre sont réalisés par **GRIFFITH** [I-1]. Du fait de sa grande fragilité, le verre a servi de matériau d'expérience à **GRIFFITH** pour expliquer sa théorie sur le comportement à la rupture des solides élastiques linéaires. **GRIFFITH** a utilisé des tubes cylindriques préalablement entaillés par un couteau à verre diamanté sur une longueur  $2a$ . La contrainte circonférentielle de rupture  $\sigma_{\theta\theta}^c$  a été déterminée, et son évolution en fonction de  $\sqrt{a}$  est représentée sur la figure (I-1).

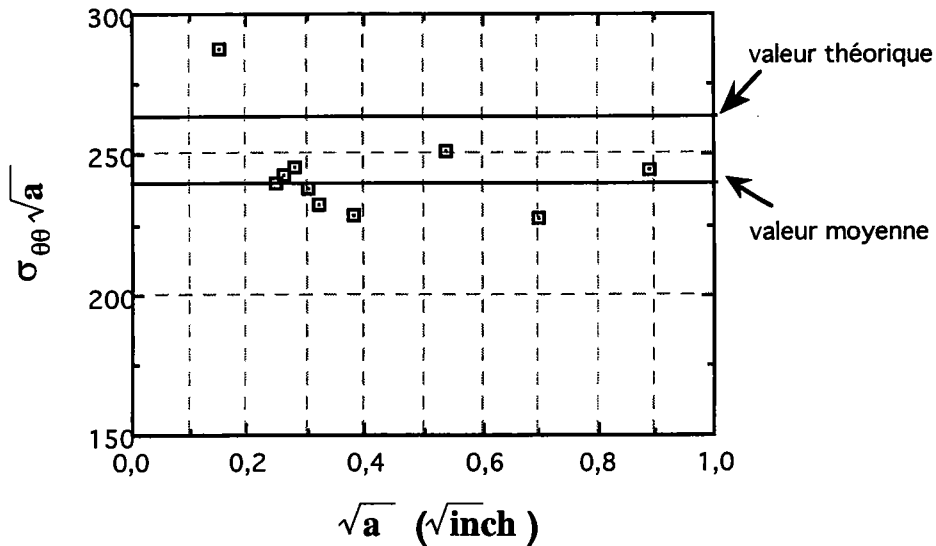


Figure (I-1) : Présentation des résultats expérimentaux obtenus par **GRIFFITH** [I-1]

**GRIFFITH** met en évidence la constance du produit de la contrainte circonférentielle de rupture  $\sigma_{\theta\theta}^c$  par la racine carrée de la demi longueur de fissure  $\sqrt{a}$  :

$$\sigma_{\theta\theta}^c \sqrt{a} = \text{cte} \quad [\text{I-1}]$$

et suggère que les éprouvettes de verre contiennent, du point de vue microscopique, de petits défauts de surface résultant principalement de leur manipulation. Sous l'effet d'une sollicitation, les micro fissures génèrent localement des concentrations de contraintes qui provoquent la rupture de l'échantillon.

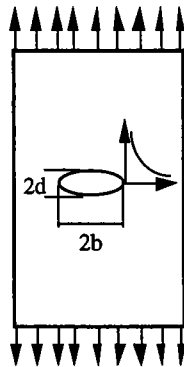


Figure (I-2) : Schéma d'une entaille elliptique dans une plaque de dimension infinie

Cette théorie repose sur les travaux de **INGLIS** [I-2], dont les conclusions sont les suivantes : si une plaque comportant un trou elliptique de grand axe  $2b$ , de petit axe  $2d$  et de rayon de

courbure  $r$  est soumise à une contrainte uniaxiale, figure (I-2), le niveau de contrainte d'extension au sommet de l'ellipse est amplifié :

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\theta\theta} \left( 1 + 2 \sqrt{b/r} \right) \quad [\text{I-2}]$$

avec

$$r = b^2 / d \quad [\text{I-3}]$$

Pour des ellipses ayant le petit axe  $2d$  très faible par rapport au grand axe  $2b$ , le niveau de contrainte locale peut atteindre la valeur de la contrainte théorique du matériau.

Ce résultat a été vérifié par les expériences de **GRIFFITH** où la valeur moyenne expérimentale de ce produit était de  $251 \text{ lbs / sq.inch } \sqrt{\text{inch}}$  ( $0,276 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ ) valeur proche de la valeur théorique de  $266 \text{ lbs / sq.inch } \sqrt{\text{inch}}$  ( $0,293 \text{ MPa } \sqrt{\text{m}}$ ) calculée par la relation :

$$\sigma_{\theta\theta}^c \sqrt{c} = \sqrt{\frac{2\gamma_s E}{\pi \nu}} \quad [\text{I-4}]$$

$E$  est le module de Young du verre,  $\nu$  le coefficient de poisson et  $\gamma_s$  l'énergie surfacique.

Depuis quelques années, on constate une multiplicité d'études sur le comportement à la rupture du verre. La nôtre vise deux principaux axes : l'effet d'entaille et l'endommagement par écaillage des matériaux fragiles.

## I. 2. 1 Effet d'entaille

Pour une optimisation du matériau, tout en garantissant la fiabilité que requierent les applications dans le domaine des technologies de pointe, de nombreuses structures sont dimensionnées avec des méthodes faisant intervenir les concepts de la Mécanique de la rupture.

Ces concepts définissent une approche permettant d'évaluer le risque de ruine des structures et composants industriels, en tenant compte de la présence de zones de discontinuité géométrique de tailles et formes différentes, tels les micro défauts, des trous ou des entailles.

L'influence d'un défaut peut être simplement mis en évidence par le diagramme de **FEDDERSEN** [I-3]. Ce schéma, qui consiste à reporter sur un diagramme les contraintes globales critiques des plaques de largeur  $W$  contenant de simples fissures latérales de différentes longueurs  $a$  en fonction de la profondeur d'entaille non dimensionnelle ( $a/W$ ), est représenté sur la figure (I-3).

Dans ce diagramme, **FEDDERSEN** montre que le processus de rupture peut être représenté par deux états limites :

- instabilité élastique pour la rupture fragile.
- instabilité plastique dans le cas d'une ruine plastique.

Si l'on tient compte de la taille des défauts, le diagramme de **FEDDERSEN** peut être divisé en trois domaines.

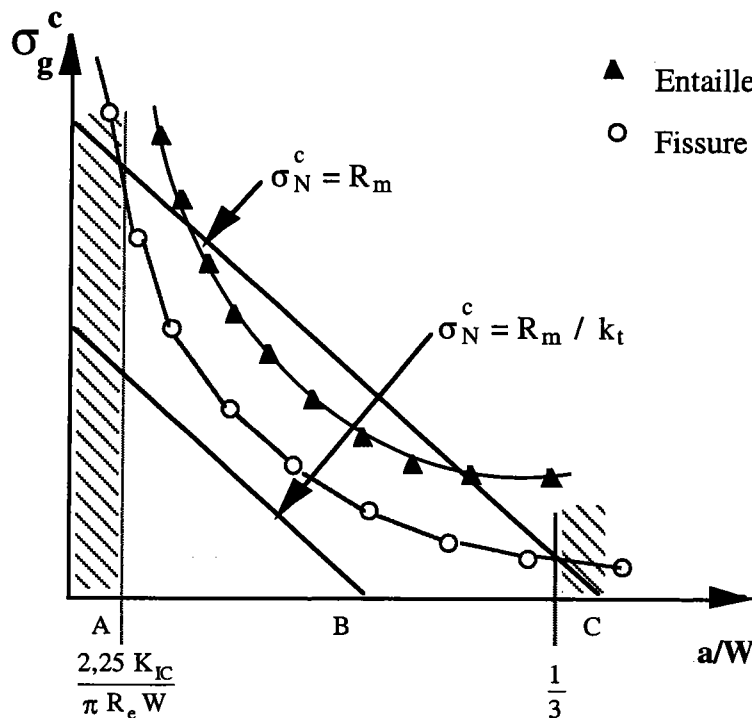


Figure (I-3) : Diagramme de **FEDDERSEN**

**Domaine A :** Il caractérise les défauts de très petite taille tel que ( $a/W \approx 0$ ). Sous sollicitation quasi statique, l'évaluation de la résistance du matériau est faite par le critère de la résistance ultime.

**Domaine B :** Les défauts contenus dans le matériau sont de taille moyenne : la longueur  $a$  du défaut est compris entre  $(2,25 K_{IC} / \pi R_e)$  et  $(W/3)$ . C'est la zone d'application de la mécanique de la rupture classique. Dans cette partie de ce diagramme, **FEDDERSEN** propose une méthode permettant de prévoir l'évolution des contraintes globales critiques de rupture.

Pour le cas qui nous concerne où la fracture de l'échantillon se produit par instabilité élastique, le processus de rupture peut être représenté par l'équation :

$$\sigma_g^c \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma(a/W) = \text{cte} \quad [\text{I-5}]$$

Domaine C : Cette dernière zone du diagramme de **FEDDERSEN** ( $a/W \approx 1$ ) caractérise les très grands défauts et l'application des critères de stabilité.

Pour les matériaux à comportement linéaire, la relation qui existe entre les conditions critiques locales et les grandeurs mesurées fait appel à la notion de facteur d'intensité de contraintes introduite par **IRWIN** [I-4].

Le cas des matériaux fragiles, comme le verre, pose le problème de la réalisation des fissures de fatigue pour l'évaluation de la ténacité. Une fois que la rupture est amorcée à partir d'une fissure, elle se propage jusqu'à entraîner la ruine catastrophique de la structure.

On est donc généralement amené à remplacer la fissure par une entaille. La prise en compte de la géométrie de cette entaille, d'un point de vue mécanique, est beaucoup plus complexe que la simple conséquence d'une diminution de la section supportant l'effort transmis, et s'avère déterminante dans le calcul de la résistance à la rupture. La représentation, que propose **FEDDERSEN** dans le diagramme, permet de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'entaille dans le comportement général de la structure.

L'influence de la présence d'une entaille dans une structure est assez bien connue. On sait notamment que les zones en fond d'entaille sont soumises à des contraintes plus importantes que celles qui existent dans l'ensemble de la structure. L'impact de l'entaille sur la distribution du champ des contraintes présente deux aspects majeurs :

- Elévation de la contrainte nominale sur la section droite du ligament. Celle-ci sera la contrainte globale qui règne loin de la perturbation introduite par l'entaille.
- Amplification locale de la contrainte en fond d'entaille. En élasticité, le rapport entre la contrainte locale en fond d'entaille et la contrainte globale sur l'éprouvette est appelé facteur de concentration de contraintes.

D'un point de vue scientifique, il s'avère donc extrêmement délicat d'utiliser les concepts de la Mécanique Linéaire de la Rupture classique mise au point pour caractériser les pièces fissurées pour l'identification des paramètres qui gouvernent la rupture d'une structure entaillée.

Dans cette étude, nous proposons de tenir compte de la présence de l'entaille dans le calcul de la ténacité des matériaux fragiles par l'utilisation du concept du facteur d'intensité de contraintes d'entaille.

## I. 2. 2 Comportement dynamique

Sous certaines conditions, par exemple les collisions, les explosions ou des événements à caractère sismique, les structures en service sont soumises à des sollicitations rapides. Dans ces

cas, l'amorçage et la propagation des fissures se font à grande vitesse de déformation. Le problème qui se pose est donc de savoir si les formulations établies, pour déterminer la ténacité statique, sont valides et utilisables dans le calcul de toutes les structures, y compris celles soumises à des sollicitations dynamiques.

D'un point de vue expérimental, l'étude de la rupture des matériaux se fait généralement par l'utilisation du principe de chargement par un train d'onde étudié par HOPKINSON [I-5] et l'observation des grandeurs macroscopiques globales, alors que les phénomènes physiques à l'origine de la rupture sont plutôt d'ordre micro structuraux et par conséquent essentiellement locaux. Dans l'étude des matériaux fortement dispersifs tel que le verre, l'influence conjointe de la vitesse de chargement et de la géométrie du défaut doit faire l'objet d'une attention particulière.

L'utilisation des concepts de la Mécanique Linéaire de la Rupture, pour déterminer la ténacité dynamique des matériaux fragiles en flexion trois points, est l'un des objectifs de cette étude. Pour les défauts appartenant au domaine B de la représentation de FEDDERSEN, la prise en compte des effets d'inerties inhérents à ce mode de sollicitation dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes critiques d'entaille est faite par la correction dynamique proposée par ORINYACK [I-6].

Par contre les micro défauts existants sur le verre peuvent être considérés comme se situant dans la zone A du diagramme de FEDDERSEN. Contrairement aux sollicitations quasi statiques où le matériau ignore les micro défauts dans cette zone A du diagramme de FEDDERSEN, l'effet des grandes vitesses de sollicitation ou du choc, modifie le comportement de la structure. Compte tenu du caractère fragile du verre, les micro fissures présentes dans la structure connaissent un chargement important en un temps très court. On peut penser que l'état des contraintes que génère ce choc va endommager le matériau. Cet aspect de la rupture du verre sera étudié par des essais d'impact longitudinal de barres et l'utilisation des critères d'écaillage.

La méthodologie que nous avons mis au point pour atteindre les objectifs fixés est exposée dans le paragraphe suivant.

### **I. 3 Méthodologie**

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est de contribuer à l'étude phénoménologique du comportement mécanique sous de grandes vitesses de sollicitation d'un matériau élastique fragile, en l'occurrence le verre.

La stratégie adoptée consiste à mener trois types d'essais :

- Flexion trois points
- Fendage par compression diamétrale
- Ecaillage par impact de barres.

Une simulation numérique, par la méthode des éléments finis, complète les données expérimentales, ce qui facilite l'analyse des mécanismes de rupture propre à chaque sollicitation. Dans les trois grandes parties que comporte cette étude, nous mettons en évidence les effets séparés et cumulés de la vitesse de chargement et de la présence des discontinuités géométriques (micro défauts, entailles) sur les caractéristiques mécaniques, et comparons son comportement sous sollicitation quasi statique et dynamique.

Les huit chapitres qui composent ce mémoire sont répartis dans quatre grandes parties.

### ◆ Etude bibliographique

Composée de deux chapitres, cette partie porte successivement sur l'influence de l'effet d'entaille sur le comportement à la rupture des matériaux, et la prise en compte de la vitesse de chargement lors de la détermination de leur résistance à la rupture.

Dans le chapitre II "**Mécanique de la rupture sous entaille**" nous rappelons les différentes analyses permettant de caractériser la rupture d'une structure entaillée. Les modèles présentés proposent des méthodes de calcul du champ des contraintes et du facteur d'intensité de contraintes qui tiennent compte de la géométrie du défaut.

Le chapitre III "**Rupture dynamique en présence d'une fissure**" présente les différentes analyses proposées pour la caractérisation de la rupture dynamique en flexion trois points.

### ◆ Etude expérimentale

Cette partie comprend le chapitre IV "**Méthodes expérimentales**". Nous y abordons, d'une part la présentation du matériau dont nous nous sommes servis pour réaliser cette étude, et d'autre part la description des dispositifs expérimentaux utilisés aussi bien pour les sollicitations quasi statiques que pour les essais à grandes vitesses de déformation.

### ◆ Résultats et discussions

Cette partie est divisée en trois chapitres. D'abord l'étude de la rupture des éprouvettes entaillées est ensuite développée dans le chapitre V "**Flexion des éprouvettes d'entaille**". Dans la section bibliographique, il a été en majeure partie question de l'importance de l'effet d'entaille dans le comportement à la rupture des structures et de la complexité des phénomènes à prendre en compte dans le dépouillement des essais dynamiques de flexion trois points. Ces deux phénomènes sont analysés pour évaluer le facteur d'intensité de contraintes d'entaille dynamique.

Considérant le trou comme une entaille, nous mettons en évidence dans le chapitre **VI "Essais sur disque brésilien"**, par une modélisation de l'éprouvette par la méthode des éléments finis, un critère de rupture basé sur le facteur d'intensité de contrainte d'entaille. L'analyse des données obtenues montre que la cohérence des résultats dépend de la nature du chargement, et du niveau de la vitesse de sollicitation.

Au chapitre **VII "Ecaillage par impact de barres"** une étude sur la rupture par écaillage des matériaux soumis à un impact de barre est abordée. Le couplage de l'analyse des résultats expérimentaux et de la modélisation numérique a permis de décrire le comportement aux chocs intenses des matériaux fragiles tel qu'il apparaît dans la réalité. Une approche phénoménologique des principes fondamentaux de ce type de sollicitation nous a conduit à une tentative de modélisation de l'endommagement par impact de barres des matériaux fragiles.

### ◆ Conclusion générale

Le chapitre **VIII "Conclusion et perspectives"** fait la synthèse de l'ensemble des résultats obtenus, réflexions émises et les perspectives que soulèvent cette étude.

# **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

## **CHAPITRE II**

### **MECANIQUE DE RUPTURE SOUS ENTAILLE**

## II - MECANIQUE DE LA RUPTURE SOUS ENTAILLE

### II. 1 Introduction

D'une manière générale, on appelle " entaille " une discontinuité imposée ou accidentelle de forme d'une structure ou une non - homogénéité du matériau qui la constitue.

La présence d'une entaille dans une structure peut se traiter de plusieurs façons, selon ses dimensions, mais aussi selon ses paramètres géométriques :

- son acuité  $1/\rho$ ,
- son angle d'ouverture  $\psi$ ,
- sa longueur  $a$ .

L'examen de ces trois paramètres permet de distinguer trois types de discontinuités géométriques :

- ① - LA FISSURE : ( $\rho = 0$  et  $\psi = 0$ )
- L'ENTAILLE infiniment aiguë :  $\rho = 0$  et  $\psi \neq 0$
- L'ENTAILLE simple :  $\rho \neq 0$  et  $\psi \neq 0$

La figure (II-1) résume, en fonction de ces deux caractéristiques géométriques, les différents types de discontinuités géométriques.

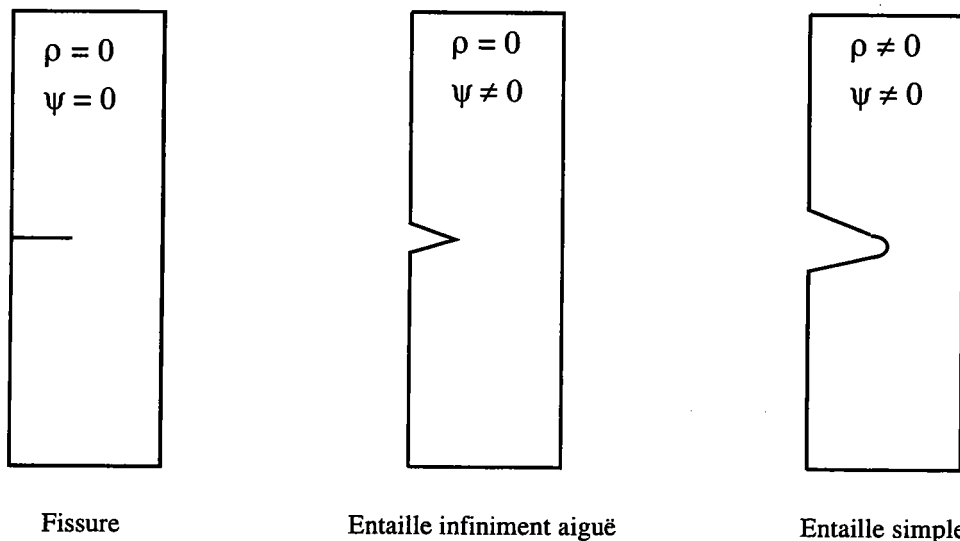


Figure (II-1) : Schéma d'une entaille en V aiguë

La présence d'une discontinuité géométrique entraîne une modification du champ de contraintes dans l'élément de structure. Le processus de rupture est gouverné non seulement par l'amplitude locale de contrainte, mais aussi par l'influence du gradient de contrainte qui règne dans la structure, et notamment au voisinage du fond d'entaille.

Nous nous proposons donc, à partir des informations recueillies dans des ouvrages et articles de références, de faire une présentation succincte des différents modèles de détermination de la distribution des contraintes au fond d'une discontinuité géométrique.

## II. 2 Distribution des contraintes en fond de fissure

IRWIN [II-1] propose de décrire la distribution des contraintes admissibles au voisinage du front d'une fissure par la relation :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \tag{II-1}$$

Le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  représente l'amplitude de la distribution des contraintes. Les paramètres  $r$  et  $\theta$  définis dans la figure (II-2), sont les coordonnées polaires de la zone mesurée à partir du fond d'entaille.

IRWIN montre que la seule connaissance du facteur d'intensité de contraintes permet de décrire la distribution des contraintes au voisinage du fond de fissure.

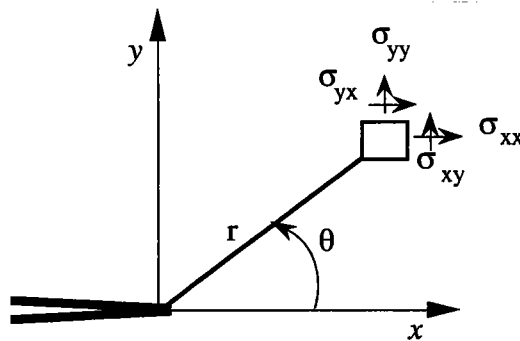


Figure (II-2) : Schéma d'une fissure

Si on considère que la fissure représentée par la figure (II-2) est sollicitée en mode d'ouverture, le champ des contraintes est décrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(\theta) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy}(\theta) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{xy}(\theta) &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{aligned} \tag{II-2}$$

La distribution des contraintes à la pointe de la fissure présente une singularité de la forme  $r^{-1/2}$ .

Le facteur d'intensité de contraintes est défini en fonction de la distribution des contraintes  $\sigma_{yy}$  par la relation :

$$K_I = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yy}(r, \theta) r^{1/2} \tag{II-3}$$

Si l'on reporte dans un diagramme bi-logarithmique la contrainte d'ouverture de la fissure  $\sigma_{yy}$ , normalisée par la contrainte nominale  $\sigma_N$  en fonction de la distance au fond de fissure  $r$  normalisée par la taille du ligament  $b$ , on obtient une droite de pente  $\alpha = 0,5$ . Le coefficient  $\alpha$  est égal à l'exposant du terme singulier de la distribution des contraintes.

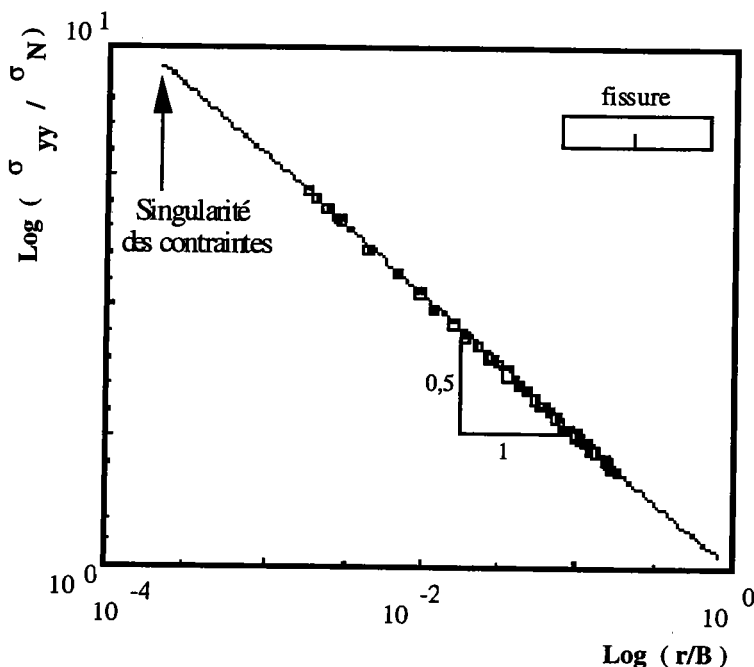


Figure (II-3) : Diagramme bi-logarithmique de la distribution des contraintes au fond d'une fissure

### II. 3 Distribution des contraintes au voisinage d'une entaille infiniment aiguë

Dans ce paragraphe, nous présentons les principaux travaux ayant permis de définir la distribution des contraintes au voisinage immédiat d'une entaille infiniment aiguë ( $\rho = 0$  et  $\psi \neq 0$ ).

### II. 3. 1 Analyse de Williams

WILLIAMS [II-2] exprime, pour la première fois en 1952, la singularité des contraintes à la pointe d'une entaille infiniment aiguë sur une plaque de longueur infinie, sous la forme d'une série de fonctions complexes en utilisant la fonction d'Airy  $\varpi$ .

La figure (II-4) représente la zone, près de la pointe de l'entaille, possédant un angle d'ouverture définie par :

$$\{ (r, \theta) / 0 < r < \infty ; -\gamma < \theta < \gamma \} \quad \text{(II-4)}$$

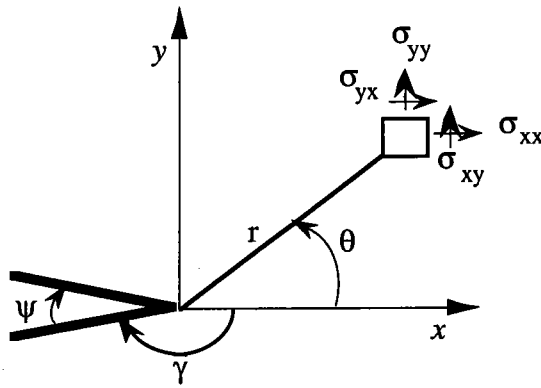


Figure (II-4) : Schéma d'une entaille en V aiguë modèle de Williams.

avec :

$$\gamma = \pi - \frac{\psi}{2} \quad \text{(II-5)}$$

Les expressions des composantes du champ des contraintes au voisinage du fond d'entaille s'expriment par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{K_I^*}{C_1 (2\pi r)^\alpha} \left[ \cos(\alpha - 2)\theta \cos(\alpha\gamma) - \frac{\alpha + 2}{\alpha - 2} \cos(\alpha - 2)\gamma \cos\alpha\theta \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{K_I^*}{C_1 (2\pi r)^\alpha} \left[ -\cos(\alpha - 2)\theta \cos(\alpha\gamma) + \cos(\alpha - 2)\gamma \cos\alpha\theta \right] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{K_I^*}{C_1 (2\pi r)^\alpha} \left[ \sin(\alpha - 2)\theta \cos(\alpha\gamma) - \frac{\alpha}{\alpha - 2} \cos(\alpha - 2)\gamma \cos\alpha\theta \right] \end{aligned} \quad \text{(II-6)}$$

$\alpha$  est l'exposant de la singularité des contraintes, et  $C_1$  la première racine de l'équation :

$$\cos(\alpha - 2)\gamma - \cos \alpha \gamma = 0 \quad (II-7)$$

Le facteur d'intensité de contraintes pour une entaille infiniment aiguë  $K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0)$  ainsi obtenue, s'accorde avec la définition de Irwin pour l'analyse des fissures.

$$K_I^* = (2\pi)^\alpha \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta=0, \psi) r^\alpha \quad (II-8)$$

Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme  $r^{-\alpha}$ . Obtenue par régression linéaire, la pente  $\alpha$  de la droite représentant la contrainte d'ouverture de l'entaille  $\sigma_{yy}$  dans un diagramme bi-logarithmique, est inférieure ou égale à 0,5 [figure (I-5)].

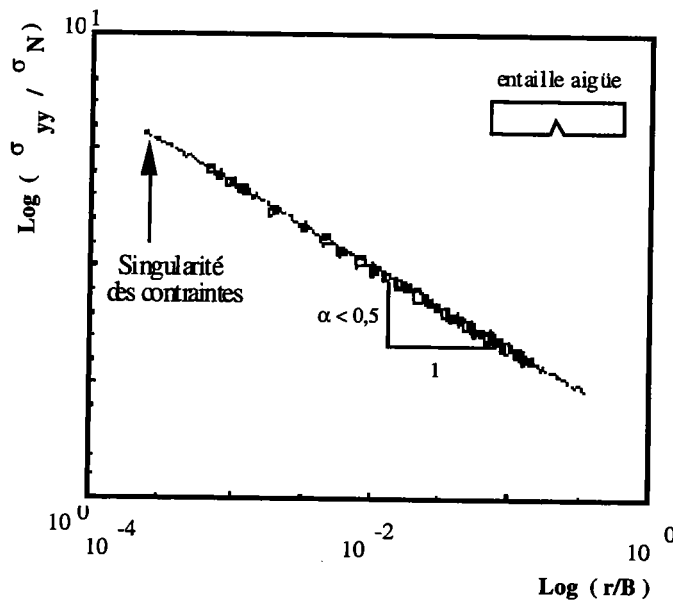


Figure (II-5) : Diagramme bi-logarithmique de la distribution des contraintes au fond d'une entaille aigüe

### II. 3. 2 Analyse de Gross

G. GROSS et MENDELSON [II-3] déterminent le facteur d'intensité de contraintes pour une plaque à entaille de bord sollicitée en mode I et II. Les expressions du facteur d'intensité de contraintes en mode I et II s'expriment sous la forme :

$$K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0) = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} r^\alpha \sigma_{\theta\theta}(r, \theta=0)$$

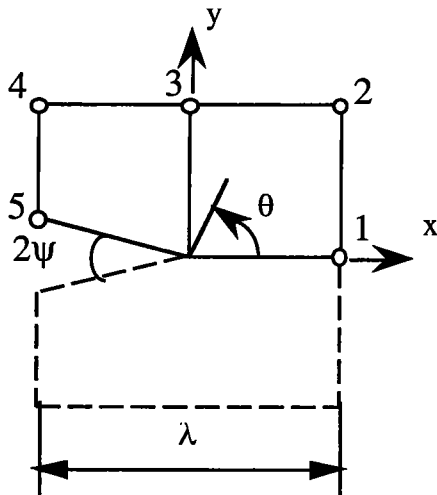
(II-9)

$$K_{II}^*(\rho=0, \psi \neq 0) = \sqrt{2\pi} \lim_{r \rightarrow 0} r^\alpha \sigma_{r\theta}(r, \theta=0)$$

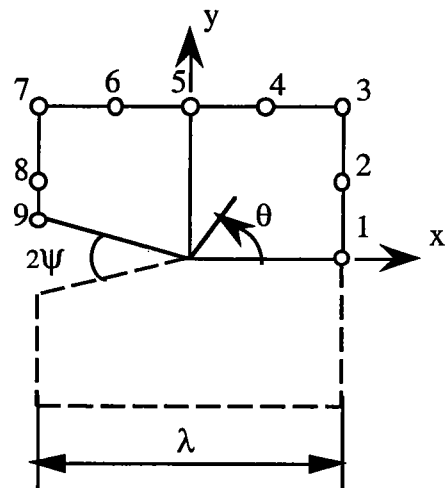
### II. 3. 3 Analyse de Lin et Pin Tong



Considérant une plaque contenant une entaille de bord aiguë, LIN et PIN TONG [II-4] déterminent les constantes des séries trigonométriques, par le biais des déplacements obtenus à l'aide d'une méthode par éléments finis utilisant des éléments iso-paramétriques à cinq ou neuf noeuds entourant un élément spécial à fond de fissure, figure (II-6).



a) Élément à cinq noeuds avec déplacement linéaire.



b) Élément à neuf noeuds avec déplacement quadratique.

Figure (II-6) : Géométrie des éléments en fond d'entaille

Ils expriment le facteur d'intensité de contraintes en mode I sous la forme suivante :

$$K_I^* = \sigma_{yy} \sqrt{2\pi} \alpha [1 + \alpha - \alpha \cos 2\theta - \cos 2\alpha \theta] \lambda^\alpha$$

(II-10)

λ étant la longueur caractéristique de l'élément iso-paramétrique d'entaille.

Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme  $\lambda^\alpha$ , et  $\alpha$  varie entre 0,5 et 0,45 lorsque  $\psi$  passe de 0 à 45 degrés.

### II. 3. 4 Analyse de Knesl

En considérant une entaille en V, KNESL [II-5] observe que l'ordre de singularité du champ des contraintes varie avec le rayon d'entaille. A partir des résultats de WILLIAMS, il exprime le champ des contraintes au voisinage de la pointe de l'entaille par :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0)}{\sqrt{2\pi}} h(\psi) r^{-\alpha} [(2 - \alpha - \alpha^2) \cos \alpha\theta - q(2 - 3\alpha - \alpha^2) \cos(\alpha - 2)\theta] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0)}{\sqrt{2\pi}} h(\psi) r^{-\alpha} [(2 - 3\alpha - \alpha^2) \cos \alpha\theta + q(2 - 3\alpha - \alpha^2) \cos(\alpha - 2)\theta] \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0)}{\sqrt{2\pi}} h(\psi) r^{-\alpha} [(\alpha \cos \alpha\theta + q(2 - 3\alpha - \alpha^2) \sin(\alpha - 2)\theta] \end{aligned} \quad (II-11)$$

avec :

$$h(\psi) = \frac{2 X_c^{\alpha - 0,5}}{(2 - \alpha)(1 + q)} \quad (II-12)$$

Les coefficients  $q$  et  $\alpha$  sont fonction de l'angle d'entaille  $\psi$ .

$X_c$  est la distance caractéristique dans le processus de rupture par clivage, égale à deux ou trois fois la taille du grain.

Quand l'angle d'entaille est nul ( $\psi = 0$ ), les équations décrivent le champ des contraintes. Dans le cas d'une fissure,  $\alpha = 0,5$ . La figure (II-7) donne les valeurs des coefficients  $q$  et  $\alpha$  en fonction de l'angle d'entaille  $\psi$ .

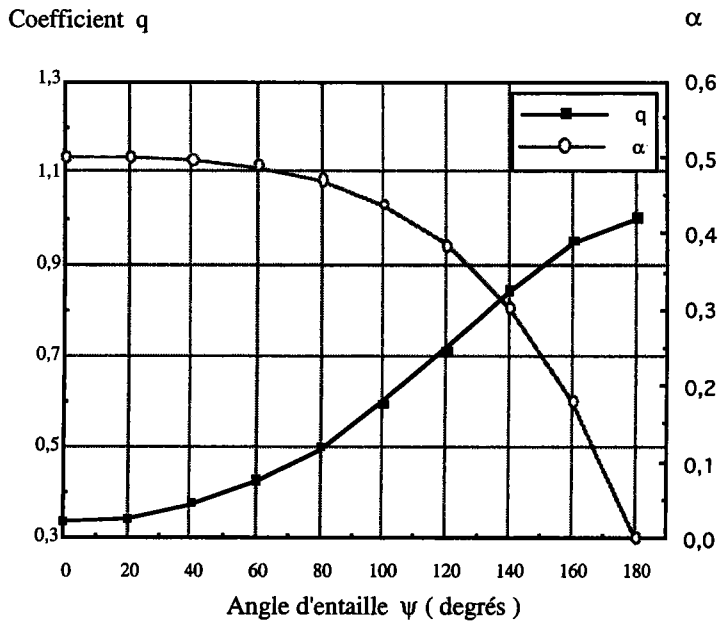


Figure (II-7) : Variation des coefficients  $q$  et  $\alpha$  en fonction de l'angle  $\psi$

⑨

Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme  $r^{-\alpha}$ .

### II. 3. 5 Analyse de HASEBE

Une étude de l'influence du rayon en fond d'entaille sur la distribution des contraintes, dans le cadre de l'élasticité linéaire pour une fissure courte issue d'une entaille en V, est réalisée par HASEBE [II-6].

A partir de la relation de WILLIAMS, HASEBE développe un calcul théorique, et exprime la distribution des contraintes en fond d'entaille en fonction de la contrainte maximale  $\sigma_{\theta\theta}^{\max}$  et du rayon d'entaille par la relation :

$$\sigma_{\theta\theta}(\psi, \theta=0) = C_{\theta} \sigma_{\theta\theta}^{\max}(\psi, \theta=0) \rho^{-\alpha} r^{-\alpha} / \sqrt{2} \tag{II-13}$$

Pour des matériaux ayant un comportement linéaire élastique, la relation liant la contrainte maximale  $\sigma_{\theta\theta}^{\max}$  au facteur d'intensité de contraintes s'écrit :

$$K_I^*(\rho=0, \psi \neq 0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} C_{\theta} \sigma_{\theta\theta}^{\max}(\psi, \theta=0) \rho^{\alpha} \tag{II-14}$$

Le coefficient  $C_\theta$  ne dépend que de l'angle d'entaille  $\psi$ .

Dans ce cas, la singularité des contraintes à la pointe de la fissure est de la forme  $r^{-\alpha}$ .

L'évolution des coefficients  $C_\theta$  et  $\alpha$  est représentée par la courbe de la figure (II-8).

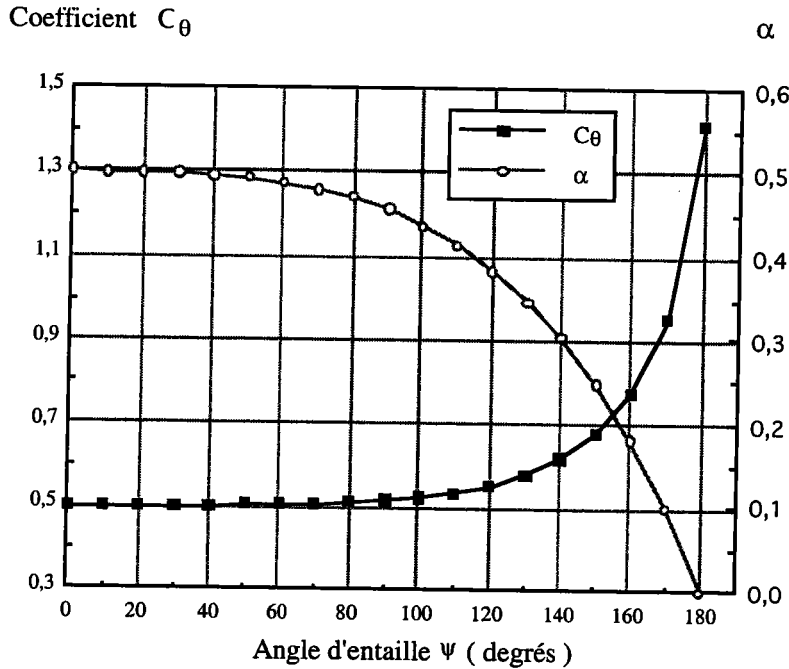


Figure (II-8) : Variation des coefficients  $C_\theta$  et  $\alpha$  en fonction de l'angle  $\psi$

### II. 3. 6. Résumé

En résumé, le problème de la distribution des contraintes au voisinage du fond d'entaille infiniment aiguë est résolu par les équations d'élasticité. Les principales formulations du champ des contraintes s'exprimant en fonction du facteur d'intensité des contraintes, que l'on trouve dans la bibliographie, sont présentées dans le tableau (II-1).

Auteurs	Formules du facteur d'intensité de contraintes	Singularité
IRWIN [II-1] 1972	$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$ Fissure	$r^{-1/2}$

<p><b>WILLIAMS</b> [II-2] 1952</p>	$\sigma_{ij} = \frac{K^*}{C_1 (2 \pi r)^\alpha} f_{ij}(\theta, \psi, \alpha)$ <p>Entaille infiniment aiguë</p>	$r^{-\alpha}$
<p><b>GROSS</b> et <b>MENDELSON</b> [II-3] 1972</p>	$\sigma_{ij} = \frac{K^*}{\sqrt{2 \pi r}^\alpha} f_{ij}(\theta, \psi, \alpha)$ <p>Entaille infiniment aiguë</p>	$r^{-\alpha}$
<p><b>LIN</b> et <b>PIN TONG</b> [II-4] 1980</p>	$\sigma_{ij} = \frac{K^*}{\sqrt{2 \pi r}^{1-\beta}} f_{ij}(\theta, \alpha) h(\lambda)$ <p>Entaille infiniment aiguë</p>	$r^{-\alpha}$ avec $\alpha = 1 - \beta$
<p><b>KNESL</b> [II-5] 1991</p>	$\sigma_{ij} = \frac{K^*}{\sqrt{2 \pi r}^\alpha} f_{ij}(\theta, \alpha) h(\psi)$ <p>Entaille infiniment aiguë</p>	$r^{-\alpha}$
<p><b>HASEBE</b> [II-6] 1978</p>	$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K^*}{\sqrt{2 r}^\alpha}$ <p>Entaille infiniment aiguë</p>	$r^{-\alpha}$

Tableau (II-1) : Expressions de la distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille

Dans ce tableau, K et K\* représentent successivement les facteurs d'intensité de contraintes dans le cas d'une fissure et celui d'une entaille.

L'analyse élastique de la distribution des contraintes montre l'existence d'une singularité des contraintes à la pointe du défaut.

La représentation dans un graphique des paramètres addimensionnels ( contrainte normalisée par la contrainte nominale en fonction de la distance normalisée par le ligament ), fait apparaître une zone où la pente  $\alpha$  de la courbe est du même ordre que la singularité du champ des contraintes. L'exposant de la singularité des contraintes est égal à la pente de la courbe représentant les paramètres addimensionnels dans un diagramme bi-logarithmique.

Les valeurs prises par  $\alpha$  dépendent de l'angle d'ouverture  $\psi$  et du rayon d'entaille  $\rho$ .

$\alpha = 0,5$  pour une fissure.

$\alpha < 0,5$  pour une entaille infiniment aiguë.

Après avoir présenté les différentes expressions permettant de déterminer la distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille aiguë, nous évoquons les principaux travaux liés à la répartition des contraintes au fond d'une simple entaille.

## II. 4 Distribution des contraintes au voisinage d'une simple entaille

Dans le cas d'une fissure émoussée, le champ des contraintes se trouve influencé par le rayon en fond d'entaille. Diverses méthodes d'analyses permettent de décrire le champs de distribution des contraintes à l'aide du facteur d'intensité de contraintes. Seuls les modèles qui décrivent la distribution des contraintes en fond d'une simple entaille en fonction du facteur de concentration des contraintes, et du rayon d'entaille seront évoqués dans ce paragraphe.

### II. 4. 1 Distribution des contraintes élastiques en fond d'entaille

Plusieurs auteurs ont proposé de définir la répartition des contraintes élastiques en fond d'entaille par des paramètres autres que le facteur d'intensité de contraintes :

- $\sigma_{yy}$  : contrainte en fond d'entaille.
- $k_t$  : facteur de concentration de contraintes.
- $\sigma_N$  : contrainte nominale.
- $a$  : La distance à partir du fond d'entaille.
- $\rho$  : valeur du rayon d'entaille.

Le tableau (II-2) regroupe les différentes formulations permettant de décrire la répartition des contraintes normales au plan d'entaille  $\sigma_{yy}$  trouvées dans la bibliographie.

<p><b>THIMOSHENKO</b> [II-7] 1951</p>	$\sigma_{yy} = \sigma_N \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{r}{2\rho} \right)^{-2} + \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{r}{3\rho} \right)^{-4} \right]$ <p>Entaille circulaire dans une plaque infinie soumise à la traction.</p>
<p><b>NEUBER</b> [II-8] 1961</p>	$\sigma_{yy} = \sigma_{\max} \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 4r}}$
<p><b>CHEN et PAN</b> [II-9] 1978</p>	$\sigma_{yy} = \sigma_{\max} \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 8r}}$
<p><b>USAMI</b> [II-10] 1985</p>	$\sigma_{yy} = \frac{k_t \sigma_N}{3} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{r}{\rho} \right)^{-2} + \frac{3}{2} \left( 1 + \frac{r}{\rho} \right)^{-4} \right]$ <p>C'est une généralisation de la formule de Timoshenko.</p>

<p><b>GLINKA</b> et <b>NEWPORT</b> [II-11] 1987</p>	<p>- Entaille émoussée sous tension, <math>k_t \leq 4,5</math> :</p> $\sigma_{yy} = k_t \sigma_N \begin{bmatrix} 1 - 2,33 \left(\frac{r}{\rho}\right) + 2,59 \left(\frac{r}{\rho}\right)^{3/2} \\ -0,907 \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + 0,037 \left(\frac{r}{\rho}\right)^3 \end{bmatrix}$ <p>- Entaille aiguë sous tension, <math>k_t &gt; 4,5</math></p> $\sigma_{yy} = k_t \sigma_N \begin{bmatrix} 1 - 0,235 \left(\frac{r}{\rho}\right)^{1/2} - 1,33 \left(\frac{r}{\rho}\right) \\ + 1,28 \left(\frac{r}{\rho}\right)^{3/2} + 0,337 \left(\frac{r}{\rho}\right)^2 \end{bmatrix}$
<p><b>KUJAWSKI</b> [II-12] 1991</p>	$\sigma_{yy} = f \frac{\sigma_{\max}}{2} \left[ \left(1 + \frac{2r}{\rho}\right)^{-1/2} + \left(1 + \frac{2r}{\rho}\right)^{-3/2} \right]$ <p>Si <math>(r/\rho) &lt; 0,2</math>     <math>f = 1</math>          Si <math>(r/\rho) &gt; 0,2</math>     <math>f = 1 + \frac{\tan(\pi/2 k_t)}{2,8} \left(\frac{r}{\rho} - 0,2\right)</math></p>
<p><b>KEWEIN et JIAWEN</b> [II-13] 1992</p>	$\sigma_{yy} = k_t \sigma_{\max} \left(1 + \frac{mr}{\rho}\right)^{-1/2} ; m \text{ est une constante}$
<p><b>KUMAR</b> et <b>BHATTACHARYA</b> [II-14] 1995</p>	<p><math>\sigma_{yy} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 ; \begin{cases} 1 \text{ et } 2 \text{ contraintes de traction} \\ 3 \text{ contrainte de compression} \end{cases}</math></p> $\sigma_1 = k_t \sigma_N \sqrt{\frac{\rho}{\rho + 4r}} \quad \text{si } 0 \leq r \leq \frac{\rho}{4} (k_t - 1)$ $\sigma_2 = \frac{M}{I} \left[ \frac{(W-a)}{2} - r \right] \quad \text{si } 0 \leq r \leq \frac{(W-a)}{2}$ $\sigma_3 = \frac{M}{I} \left[ \frac{(W-a)}{2} - r \right] \quad \text{si } \frac{(W-a)}{2} \leq r \leq (W-a)$ <p>M : Moment de flexion. I : Moment quadratique.          Solution obtenue par superposition dans le cas de la flexion 3 points.</p>

Tableau (II-2) : Expressions des contraintes élastiques normales au plan de l'entaille

La figure (II-9) représente la distribution des contraintes calculée à l'aide de quelques modèles répertoriés sur le tableau (II-2), dans les conditions suivantes :

- éprouvettes SENB en verre
- rayon d'entaille 0,5 mm
- largeur 16 mm
- épaisseur 8 mm
- longueur 94 mm
- contrainte nominale 50 MPa.

Si l'on considère comme courbe de référence la courbe obtenue par calcul aux éléments finis, apparaît de manière générale que les expressions de NEUBER, CHEN - PAN, USAMI et KUJAWSKI donnent des résultats satisfaisants.

Le modèle de THIMOSHENKO surestime fortement la distribution des contraintes. L'écart avec les résultats obtenus par calcul aux éléments finis est de l'ordre de 25%.

Pour une distance  $r$  inférieure à  $2 \rho$  la distribution de GLINKA - NEWPORT est une bonne approximation des valeurs obtenues par un calcul aux éléments finis. Au-delà de cette valeur, elle présente une forte dérive.

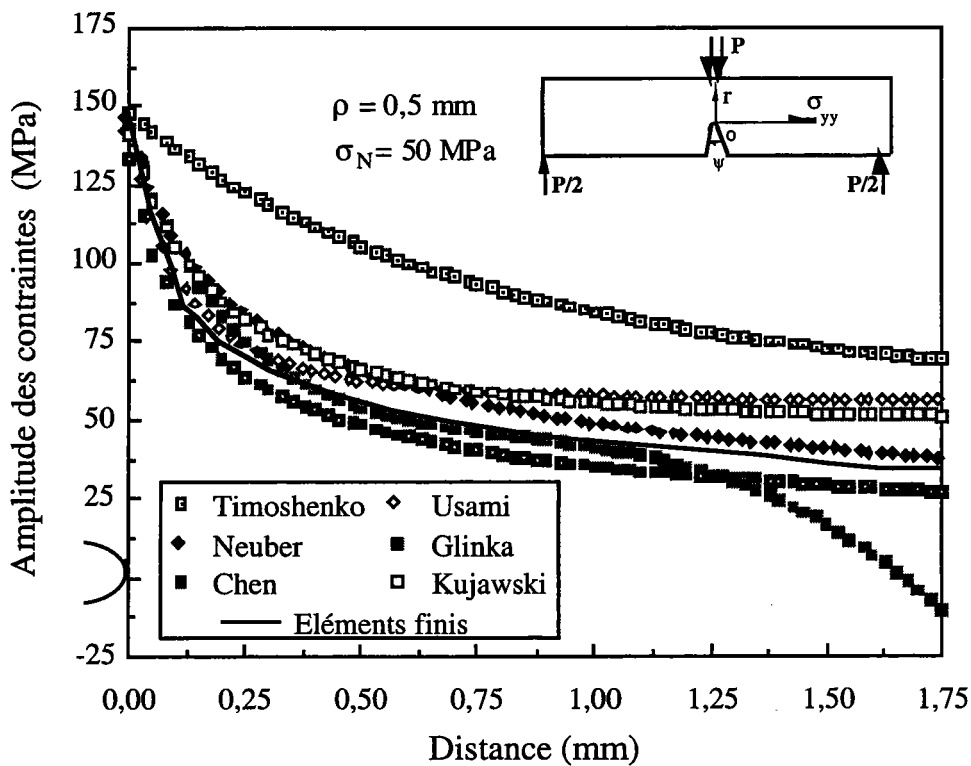


Figure (II-9) : Distribution des contraintes élastiques normales au plan de l'entaille

### II. 4. 2. Distribution des contraintes dans un diagramme bi logarithmique

Le rayon d'entaille a une influence sur la distribution des contraintes et notamment sur les contraintes normales au plan d'entaille. Pour chacune des valeurs du rayon d'entaille, la distribution des contraintes en fonction de la distance  $r$ , mesurée à partir du fond d'entaille, présente deux parties : une partie non linéaire et une zone de pseudo singularité, figure (II-10). Quand le rayon d'entaille diminue, toutes les courbes ont une pente identique; la partie non linéaire augmente; la courbe rejoint progressivement la droite asymptotique de pente  $\alpha$ , égale à l'exposant de la singularité des contraintes.

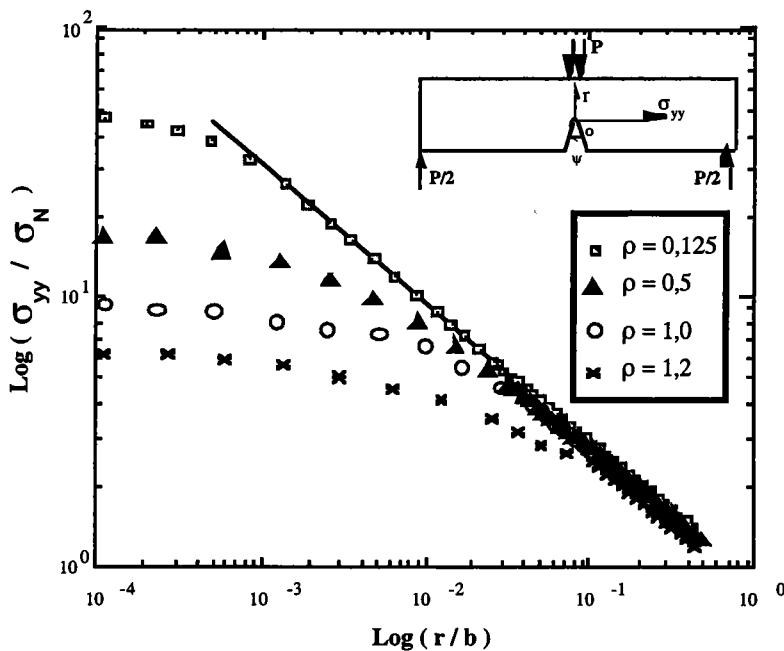


Figure (II-10) : Distribution des contraintes addimensionnelles au fond d'une entaille représentée dans un diagramme bi - logarithmique.

### II. 4. 3 Travaux de CREAGER

CREAGER [II-15] a étendu l'analyse d'IRWIN pour exprimer le champ des contraintes au voisinage d'une entaille en U. Il considère un trou elliptique dans une plaque de dimension infinie soumise à une contrainte globale de traction  $\sigma_g$  dans la direction du petit axe de l'ellipse, et détermine la distribution des contraintes au voisinage du trou.

CREAGER et PARIS proposent l'hypothèse suivante :

la distribution des contraintes en fond d'entaille est identique à celle d'une fissure, mais décalée dans la direction du fond d'entaille d'une distance égale à  $\rho/2$ . Dans ces conditions, le champ des contraintes en mode I s'exprime par :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \sin \frac{3\theta}{2} \end{aligned} \quad (\text{II-15})$$

Dans le cas d'une fissure émoussée, le champ des contraintes se trouve modifié par l'influence du rayon en fond d'entaille. La distribution des contraintes ainsi obtenue est représentée dans la figure (II-11).

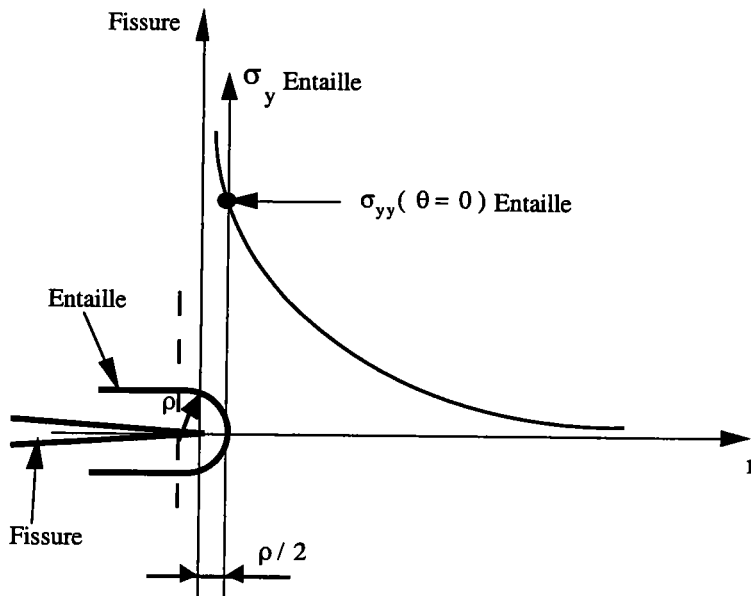


Figure (II-11) : Schéma de la distribution des contraintes de Creager

Lorsque le rayon d'entaille tend vers zéro, le facteur d'intensité de contraintes critique dans ce cas particulier est défini par l'expression :

$$K_I^* = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sigma_{yy}^{\max} \left( r = \frac{\rho}{2}; \theta = 0 \right) \rho^{1/2} \tag{II-16}$$

Dans la représentation graphique de cette distribution des contraintes sur un diagramme bi-logarithmique, on reporte en abscisse la contrainte d'ouverture de la fissure normalisée par la contrainte nominale, et en ordonnée la longueur du ligament normalisée par l'épaisseur de l'éprouvette.

84

Comme le montre le figure (II-12), cette distribution est décalée de  $\rho/2$  sur l'axe des abscisses, et la pente  $\alpha$  de sa partie linéaire représente l'ordre de la singularité du champ de contraintes.

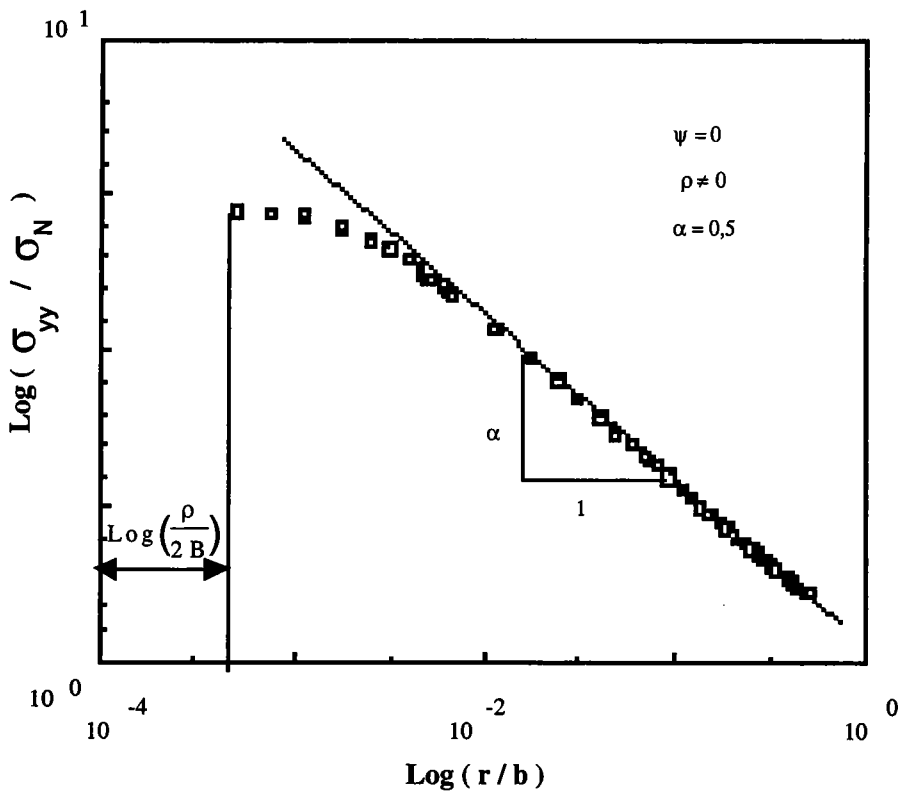


Figure (II-12) : Schéma de la distribution des contraintes en fond d'entaille : modèle de Creager

#### II. 4. 4 Travaux de VERREMAN

Dans le cadre d'essais réalisés sur des assemblages soudés, VERREMAN et Col [II-16] expriment le facteur d'intensité de contraintes en mode I, à partir du champ des contraintes proposées par WILLIAMS. Considérant un cordon de soudure comme une entaille à angle obtu,

VERREMAN et Col représentent sur un diagramme bi-logarithmique le rapport des contraintes  $\sigma_{yy} / \sigma_g$  en fonction du rapport des distances  $a / B$ .

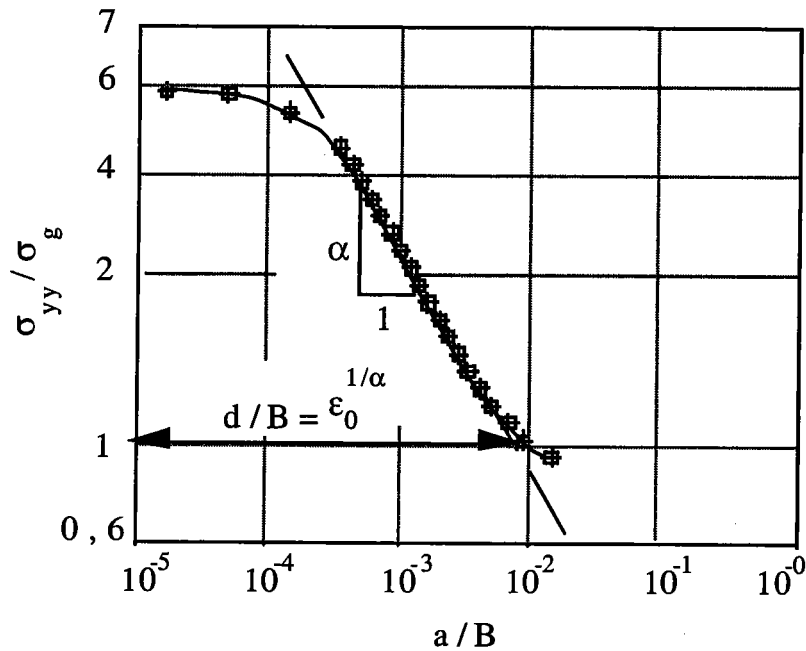


Figure (II-13) : Schéma d'une distribution des contraintes selon Verreman

$d$  étant la distance mesurée à partir du fond d'entaille jusqu'à la droite d'équation  $\sigma_{yy} = \sigma_g$ . Les expressions de la distribution des contraintes à la pointe d'une entaille déduites de cette étude sont :

$$\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_g} = \frac{K_I(\psi, \rho = 0)}{\sigma_g} \frac{a^{-\alpha}}{\sqrt{2\pi}} \tag{II-17}$$

$$\frac{K_I(\psi, \rho = 0)}{\sigma_g} = \epsilon_0 B^\alpha \sqrt{2\pi}$$

② 6

$K_I(\rho = 0, \psi)$  : Facteur d'intensité de contraintes d'entaille et  $\psi$  l'angle d'entaille.

$\epsilon_0$  : Constante qui dépend de l'angle d'entaille et des dimensions de l'éprouvette.

$B$  : épaisseur de l'éprouvette.

### II. 4. 5 Travaux de NUI.

Récemment, NUI [II-17] a analysé la distribution des contraintes au voisinage du fond d'entaille en V, par une méthode améliorée de la transformation conforme de SCHWARTZ - CRISTOFFEL intégrant les équations d'élasticité. Ils proposent de caractériser les conditions de rupture d'un matériau entaillé à partir du gradient réel des contraintes en fond d'entaille. Celui-ci peut être caractérisé par sa dépendance en fonction d'une distance différente de  $\sqrt{r}$ , et d'un paramètre appelé facteur d'intensité de contraintes d'entaille.

Cette méthode nécessite la détermination par un calcul aux Eléments Finis de la distribution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  normale au plan d'entaille.

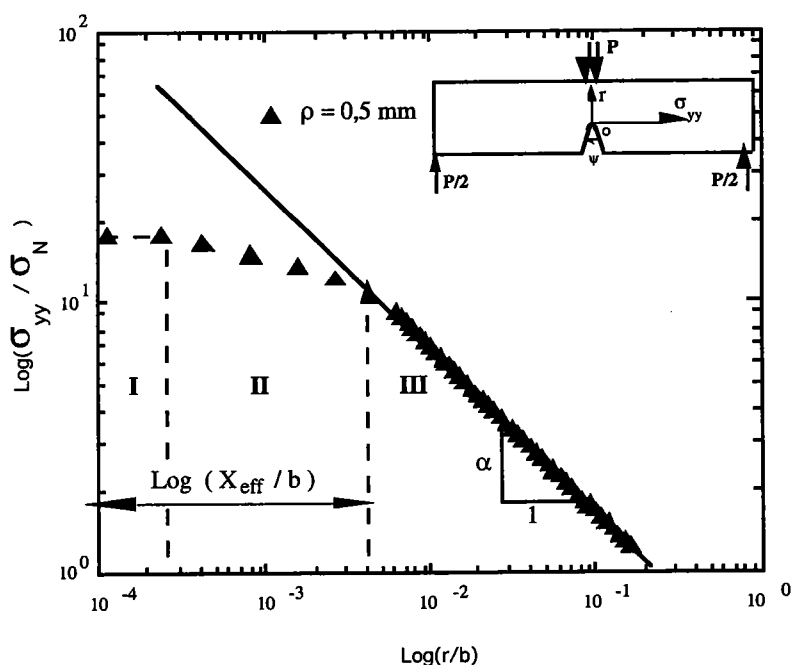


Figure (II-14) : Représentation des trois zones de la distribution des contraintes sur un diagramme bi logarithmique.

Dans le cas d'une éprouvette soumise à une sollicitation de flexion trois points statique, la représentation dans un diagramme bilogarithmique de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  au plan d'entaille normalisée par la contrainte nominale  $\sigma_N$  reportée en fonction de la distance au fond d'entaille  $r$  normalisée par la taille du ligament  $b$ , fait apparaître trois zones distinctes, figure (II-14) :

- Zone I : la contrainte est pratiquement constante et égale à la contrainte effective  $\sigma_{eff}$  sur une petite distance caractéristique  $X_{eff}$ . Elle est égale au produit de la contrainte nominale par le facteur de concentration de contraintes :

$$\sigma_{max} = \sigma_N k_t \tag{II-18}$$

- Zone II : Domaine intermédiaire entre les Zones I et III.
- Zone III : où, pour une distance  $r \geq X_{\text{eff}}$ , la distribution des contraintes  $\sigma_{yy}$  obéit à la relation :

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{\rho} (\rho \neq 0, \psi \neq 0)}{(2\pi r)^{\alpha}} \quad (\text{II-19})$$

Le coefficient directeur de la partie linéaire de la distribution des contraintes s'exprime en fonction de l'angle de l'entaille  $\psi$  [II-18] par :

$$\alpha = 0,5 - 0,089 \left(\frac{\psi}{\pi}\right) + 0,442 \left(\frac{\psi}{\pi}\right)^2 - 0,853 \left(\frac{\psi}{\pi}\right)^3 \quad (\text{II-20})$$

$\psi = 0$  ;  $\alpha = 0,5$  ; pour une fissure.

$\psi = 180$  ;  $\alpha = 0$  ; pour une éprouvette lisse.

$K_{\rho}$  caractérise la distribution de la contrainte en fond d'entaille, et est appelé facteur d'intensité de contraintes d'entaille. Ce facteur est défini par la relation (II-21), comme le montre la figure (II-14) :

$$K_{\rho} (\rho \neq 0, \psi \neq 0) = \sigma_{\text{max}} (2\pi X_{\text{eff}})^{\alpha} \quad (\text{II-21})$$

$X_{\text{eff}}$  est le diamètre de la zone d'élaboration de la rupture supposée cylindrique.

## II. 4. 7 CONCLUSION

D'un point de vue géométrique, la présence d'une entaille dans une structure se caractérise par une séparation ou enlèvement de matière, ce qui conduit à une augmentation de la contrainte nominale qui règne dans le matériau. Plusieurs modèles ont été définis pour décrire la distribution des contraintes en fond d'entaille : IRWIN étudie, dans le cadre de l'élasticité linéaire, les singularités du champs des contraintes au voisinage du front d'une fissure. La quasi totalité des travaux réalisés sur les entailles aiguës s'inspire des résultats de WILLIAMS. Afin de prendre en compte l'effet d'entaille, CREAGER exprime la distribution des contraintes au

voisinage du fond d'entaille en décalant son repère d'une distance égale à  $\rho / 2$  par rapport au fond d'entaille. D'une manière générale, la singularité des contraintes en fond d'entaille est de la forme  $r^{-\alpha}$  :

$$\alpha = 0,5 \text{ pour une fissure}$$

$$\alpha < 0,5 \text{ pour une entaille}$$

L'exposant définissant l'ordre de singularité est égale à la pente, dans un diagramme bi logarithmique, de la distribution de la contrainte normalisée  $\sigma_{yy} / \sigma_N$  en fonction du coefficient addimensionnel  $r / b$ .

De part sa facilité d'analyse et sa simplicité d'expression, le calcul de la distribution des contraintes et du facteur d'intensité de contraintes d'une entaille infiniment aiguë a été plus abordé que celui d'une simple entaille. Cet engouement fut d'autant plus justifié que, en situation d'instabilité, la présence d'une fissure est beaucoup plus pénalisante que celle d'une entaille. Nous évoquerons dans la suite les critères établis pour prédire le comportement à la rupture des structures entaillées

## II. 5 Critères de rupture

### II. 5. 1 Introduction

Afin de garantir la fiabilité des structures, il convient de définir pour leur dimensionnement les conditions ultimes de chargement qu'elles peuvent tolérer sans risquer la ruine. La limite d'élasticité et la résistance ultime du matériau sont les caractéristiques les plus utilisées dans les bureaux d'études. Toutefois en présence d'un défaut, la contrainte de rupture est généralement inférieure à la contrainte ultime.

La figure (II-15) représente la contrainte globale critique de rupture en fonction du rapport "longueur d'entaille sur épaisseur de l'éprouvette", dans le cas d'une étude [II-18] sur des éprouvettes C.T en acier E 24 de caractéristiques suivantes :

$$\text{limite d'élasticité : } Re = 323 \text{ MPa}$$

$$\text{résistance ultime : } Rm = 443 \text{ MPa}$$

Ce diagramme permet de mettre en évidence l'influence simultanée de la présence d'une entaille, et de sa géométrie.

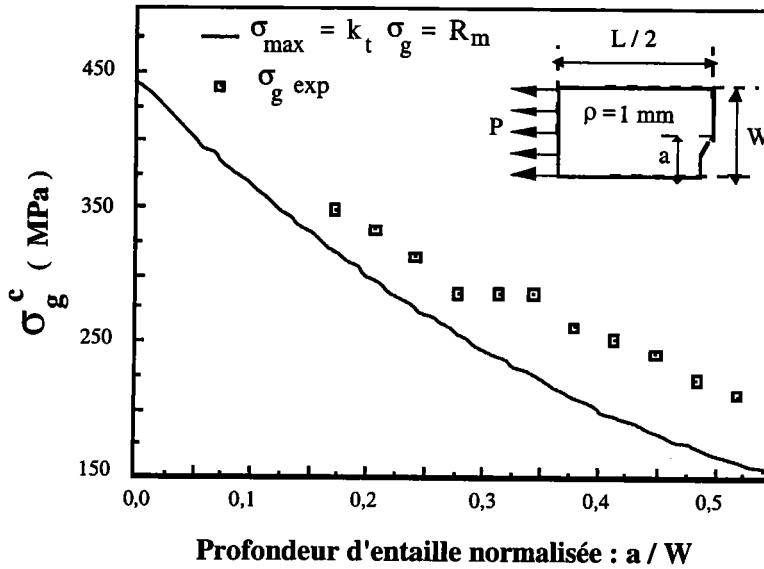


Figure (II-15) : Evolution de la contrainte globale critique en fonction de la profondeur d'entaille normalisée  $a/W$

L'écart entre les résultats expérimentaux et la courbe d'équation :

$$\sigma_{\max} = k_t \sigma_g = R_m \tag{II-22}$$

montre que le critère de rupture selon lequel “ la contrainte maximale est à la résistance ultime du matériau “ ne suffit pas à lui seul de rendre compte du mécanisme de rupture et n'explique pas l'influence de la taille du défaut sur la contrainte globale critique. Pour rendre compte de cet effet, deux familles de critères de rupture ont été proposées :

- critères globaux
- critères locaux

### II. 5. 2 Critères de rupture en terme de contraintes

Les défauts présents dans les structures sont le siège de concentration de contraintes et des sites privilégiés où naissent les fissures. En Mécanique de la Rupture, l'étude des conditions d'amorçage de la rupture des structures entaillées peut être abordée selon deux approches :

**Approche globale** : décrit les conditions d'instabilité du défaut au moyen de paramètres globaux de la structure et de ses caractéristiques géométriques. Le champ des contraintes est souvent décrit par un seul paramètre de chargement (le facteur d'intensité de contraintes ou l'intégrale J). De récentes approches permettent de prendre en compte l'effet de la

géométrie et de la triaxialité.

**Approche locale** : suggérée, après la deuxième guerre mondiale, par OROWAN [II-19], repose sur l'identification des phénomènes physiques qui gouvernent la rupture et leur association au champ local de contraintes à la pointe du défaut. De récents travaux font appel aux concepts d'endommagement [II-20] et à celui de la mécanique probabiliste de la rupture [II-21].

Les critères de rupture issus de ces deux approches peuvent être exprimés en terme de :

- Contrainte
- Déformation
- Energie.

Ces critères étant largement décrits dans la bibliographie [II-22]. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux critères exprimés en terme de contrainte.

## II. 5. 2. 1 Critères Globaux de rupture

### II. 5. 2. 1. 2 Critères Globaux de rupture appliqués aux entailles

Le facteur d'intensité de contraintes caractérise la distribution des contraintes et des déformations de fissures. On postule que l'extension de la fissure en mode I de rupture se produit si, à la pointe de la fissure, le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  atteint une valeur critique  $K_{IC}^c$  appelée ténacité du matériau.

$$K_I = K_{IC}^c \quad (\text{II-26})$$

Par analogie aux cas des fissures, l'état des contraintes au voisinage du fond d'entaille dans les conditions critiques est :

$$\sigma_{yy} = \sigma_{\max}^c \quad (\text{II-27})$$

Les conditions de rupture seront réunies, lorsque le facteur d'intensité de contraintes d'entaille  $K_\rho$  atteindra une valeur critique  $K_\rho^c$  :

$$K_\rho = K_\rho^c \quad (\text{II-28})$$

## II. 5. 2. 2 Critères Locaux de rupture

### II. 5. 2. 2. 1 Critère de RITCHIE, KNOTT et RICE

Même pour un faible niveau de contrainte globale appliquée, la distribution des contraintes au voisinage du fond d'une fissure présente un maximum pouvant dépasser la valeur de la contrainte de clivage  $\sigma_c^*$ . Les conditions de rupture de l'échantillon sont satisfaites lorsque la contrainte critique dépasse, sur une certaine distance caractéristique  $X_c$ , la contrainte de clivage.

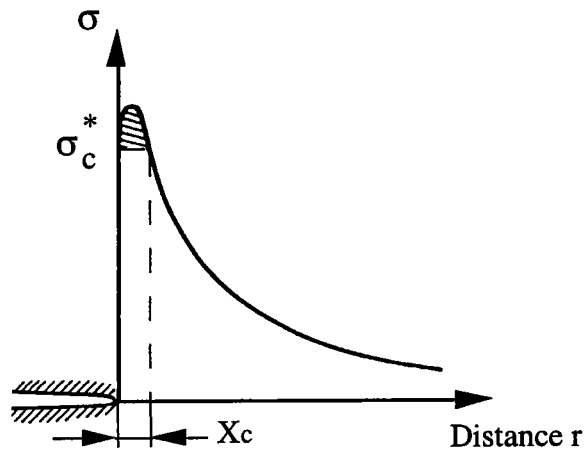


Figure (II-16) : Schéma du modèle de RITCHIE, KNOTT RICE

En étudiant un acier doux, RITCHIE, KNOTT et RICE [II-23] ont trouvé que la distance caractéristique est équivalente à deux fois la taille du grain.

### II. 5. 2. 2. 2 Critères locaux de rupture appliqués aux entailles

Le processus de rupture nécessite un volume d'élaboration de la rupture régi par une distance effective. Lors de la ruine de la structure, la contrainte effective atteint la valeur critique :

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_{\text{eff}}^c \quad (\text{II-29})$$

la distance caractéristique atteint une valeur maximale :

$$X_{\text{eff}} = X_{\text{eff}}^c \quad (\text{II-30})$$

A la rupture, le facteur d'intensité de contraintes d'entaille est maximum. La contrainte effective atteint sa valeur critique à la pointe de l'entaille.

$$K_{\rho} = K_{\rho}^c = \sigma_{\text{eff}} (2\pi X_{\text{eff}})^{\alpha} \quad (\text{II-31})$$

### II. 5. 3 Conclusion

A la pointe d'une discontinuité géométrique règne une contrainte plus importante que partout ailleurs dans la structure. D'une manière générale, cette contrainte permet l'amorçage de la rupture.

Nous avons présenté, en terme de contraintes, les deux grandes familles de critères permettant de prédire la rupture d'une structure.

L'approche globale : simple à exprimer, les critères globaux ne nécessitent que la connaissance de la loi de comportement du matériau. La mesure de la contrainte se fait loin de la zone de perturbation introduite par la présence de l'entaille.

L'approche locale : indépendants de la géométrie du défaut et du mode de chargement, les critères locaux permettent de rendre compte des phénomènes physiques de rupture et de l'état d'endommagement du matériau au voisinage du fond d'entaille.

Les deux principaux obstacles à l'expression des critères locaux, que sont la détermination précise de la valeur de la contrainte locale et de la localisation de la distance caractéristique où elle agit, sont levés dans cette étude.

## II. 6 Conclusion sur la Mécanique de la rupture sous entaille

Dans ce chapitre intitulé Mécanique de la Rupture Sous Entaille, nous avons rappelé les principaux travaux relatifs à la détermination du champ des contraintes au voisinage d'une entaille contenue dans une plaque infinie, ainsi que la détermination du facteur d'intensité de contraintes.

L'analyse du champ des contraintes au voisinage du fond d'entaille a été largement abordée pour le mode I de rupture.

Nous constatons que pour un défaut elliptique, le tenseur des contraintes s'exprime en fonction du facteur d'intensité de contraintes d'une fissure et de l'acuité d'entaille. Pour une entaille en V, seul l'angle d'entaille est considéré dans le calcul de la distribution des contraintes.

La majorité des modèles permettant de déterminer la distribution des contraintes au voisinage du fond d'entaille sont basés sur les travaux de WILLIAMS.

Le facteur d'intensité de contraintes caractérise la singularité du champ des contraintes, et est étudié pour différentes géométries de défauts.

Dans le cas d'une fissure, l'ordre de singularité est de  $\alpha = 0,5$ . Cette valeur a été établie pour la première fois par IRWIN, pour une plaque infinie soumise au mode I de rupture.

Dans le cas d'une entaille émoussée, si le rayon en fond de fissure est très petit par rapport à la longueur de fissure, l'ordre de singularité est le même que celui d'une fissure aiguë.

En présence d'une entaille aiguë, l'ordre de singularité est fonction de l'angle d'ouverture de l'entaille. Dans ces conditions, le facteur d'intensité de contraintes est calculé à partir du modèle de WILLIAMS, pour une plaque infinie et en mode I.

Le concept du facteur d'intensité de contraintes d'entaille permet d'analyser les caractéristiques du facteur d'intensité de contraintes associées à une structure entaillée. La distribution des contraintes au voisinage d'une entaille émoussée en V peut être approximativement formulée par les caractéristiques comme la distance effective, l'exposant de singularité, l'acuité d'entaille et le facteur d'intensité de contraintes.

### **CHAPITRE III**

## **RUPTURE DYNAMIQUE EN PRESENCE D'UNE FISSURE**

### III - RUPTURE DYNAMIQUE EN PRESENCE D'UNE FISSURE

#### III. 1 Introduction

La Mécanique de la Rupture Dynamique ne concerne pas seulement les structures chargées de façon rapide, où se pose le problème des effets d'inertie, mais aussi les cas de propagation rapide des fissures sans pour autant que les effets d'inertie soient importants.

En Mécanique de la Rupture Dynamique, l'étude du facteur d'intensité de contraintes critique englobe plusieurs types de problèmes :

- amorçage de la fissure
- propagation de la fissure
- arrêt de la fissure

Dans ce paragraphe nous présenterons quelques aspects de la rupture dynamique sous chargement rapide.

#### III. 1.1 Amorçage de la fissure

L'état des contraintes, dans une structure contenant une fissure stationnaire et soumise à une variation rapide du chargement, est caractérisé par le facteur d'intensité de contraintes dynamiques noté :

$$K_{Id} = K_I^d(T, \dot{a} = 0) \quad (\text{III-1})$$

$\dot{a}$  : vitesse de propagation de la fissure

T : température

Cette ténacité dite d'amorçage dynamique de la fissure est une caractéristique du matériau, pour une vitesse de sollicitation et une température donnée.

Les travaux de YOKOYAMA [III-1], sur la détermination de la ténacité à l'amorçage sur une éprouvette de flexion trois points, montrent que l'extension du calcul quasi statique aux sollicitations dynamiques conduit dans la plupart des cas à des résultats erronés. La figure (III-1) représente l'évolution des facteurs d'intensité de contraintes statiques et dynamiques obtenue par cet auteur. Le facteur d'intensité de contraintes dynamiques est déterminé par un calcul aux éléments finis.

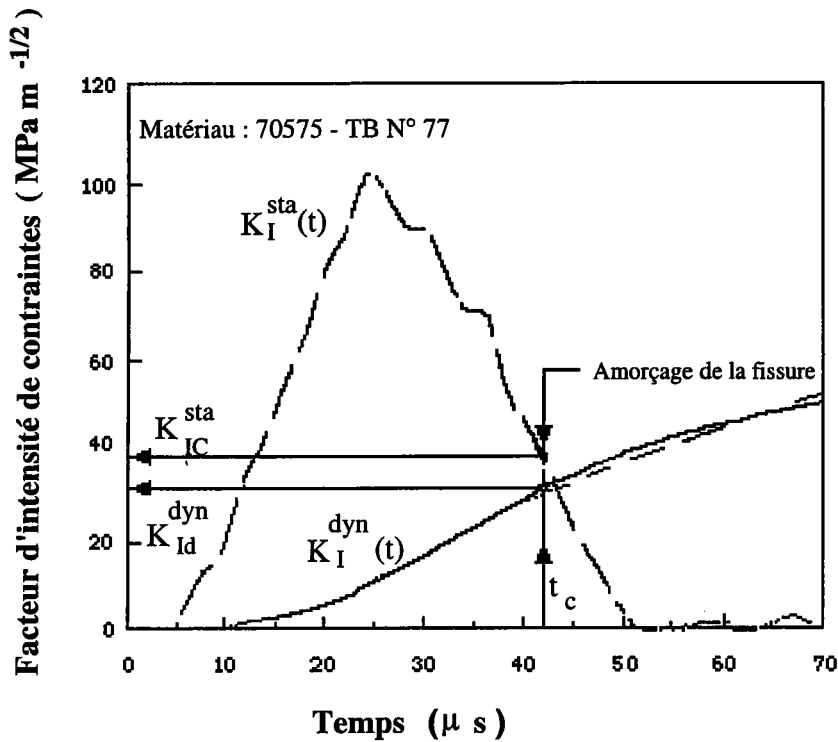


Figure (III-1) : l'évolution des facteurs d'intensités de contraintes à l'amorçage de la fissure

### III. 1. 2 Propagation de la fissure

Lorsque la force qui gouverne l'extension de la fissure excède la résistance mécanique du matériau, la structure devient instable et la propagation rapide de la fissure apparaît. L'analyse du facteur d'intensité de contraintes lors de la propagation de la fissure nécessite la connaissance de la vitesse avec laquelle la fissure se déplacera ensuite. Le critère de propagation instable de la fissure s'écrit alors :

$$K_{ID}(\dot{a}) = K_{IC} f(\dot{a}) \tag{III-2}$$

$f(\dot{a})$  : fonction de correction de vitesse de propagation.

A partir de travaux expérimentaux sur un acier AISI 4340, ROSAKIS [III-2] montre que le facteur d'intensité de contraintes dynamique dépend de la vitesse de propagation de la fissure. La figure (III-2) montre les résultats obtenus lors de cette étude.

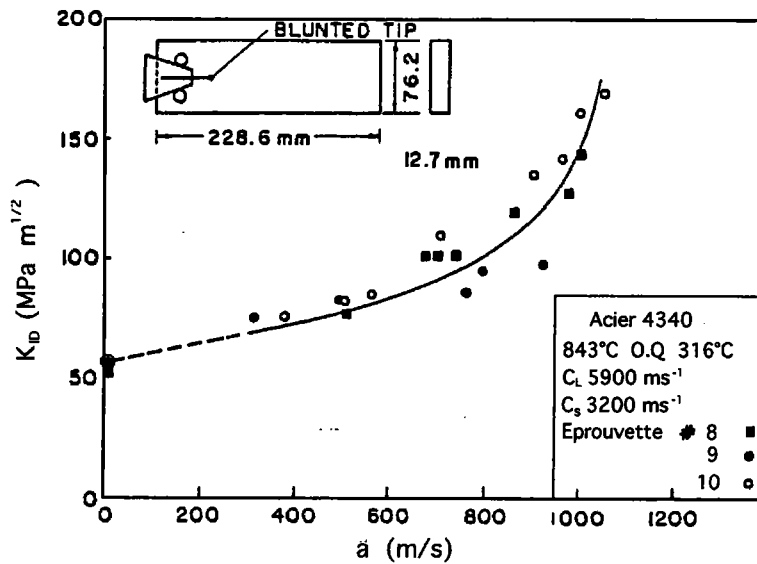


Figure (III-2) : Evolution de la ténacité dynamique de l'acier 4340 en fonction de la vitesse de propagation de la fissure [III-2]

### III. 1. 3 Arrêt de la fissure.

Il est d'usage d'associer l'arrêt de la propagation de la fissure au facteur d'intensité de contraintes. On définit alors un paramètre  $K_{Ia}$  appelé ténacité d'arrêt de la fissure pour lequel la fissure s'arrête dès que la ténacité de propagation  $K_{ID}$  devient inférieur à  $K_{Ia}$ . La valeur de  $K_{Ia}$  est difficile à définir avec précision du fait des effets dûs aux multiples réflexions des ondes sur les surfaces libres de l'éprouvette, qui modifient sans cesse l'état des contraintes à la pointe de la fissure. **BONEMBERGER** [III-3] définit la ténacité d'arrêt de la propagation de la fissure au moment où la vitesse de propagation de la fissure est minimale. La ténacité apparente d'arrêt  $K_{Ia}$  est généralement inférieure à la résistance réelle du matériau  $K_{IA}$ . la différence entre  $K_{Ia}$  et  $K_{IA}$  est gouvernée par l'énergie cinétique créée pendant l'extension de la fissure.  $K_{IA}$  est une propriété du matériau, alors que  $K_{Ia}$  dépend de la géométrie de l'éprouvette. Le critère d'arrêt de la fissure est de la forme :

$$K_I(t) = K_{IA} = \min [ K_{ID}(\dot{a}) ] \quad (\text{III-3})$$

L'hypothèse d'un changement du comportement mécanique des matériaux avec le vitesse de sollicitation pouvant être étudiée à partir de la variation de la ténacité. Nous passerons de manière succincte en revue les principales méthodes expérimentales et analytiques de détermination du facteur d'intensité de contraintes dynamiques.

### III. 2 Facteur d'intensité de contraintes dynamiques

La singularité des champs mécaniques à la pointe de la fissure est la même en élastostatique et en élastodynamique pour les déplacements et les contraintes. La différence entre les modes de sollicitations statiques et dynamiques réside dans la définition des fonctions angulaires. En dynamique, elles dépendent explicitement de la vitesse de propagation de la fissure  $\dot{a}$ .

$$\sigma_{ij}(\theta, \dot{a}) = \frac{K_I(\theta, \dot{a})}{\sqrt{2\pi r}} F_{ij}^I(\theta, \dot{a}) \quad (\text{III-4})$$

Le facteur d'intensité de contraintes dynamique  $K_I \text{ dyn}$  peut être défini en fonction du facteur d'intensité de contraintes quasi statique  $K_I \text{ qstat}$  par la relation :

$$K_I \text{ dyn} = k_I \cdot K_I \text{ qstat} \quad (\text{III-5})$$

La fonction de correction dynamique  $k_I$  décrit la différence entre les états quasi statiques et dynamiques, prenant en compte l'influence des effets dynamiques au niveau de la fissure. L'évolution de cette fonction est représentée sur la figure (III-3).

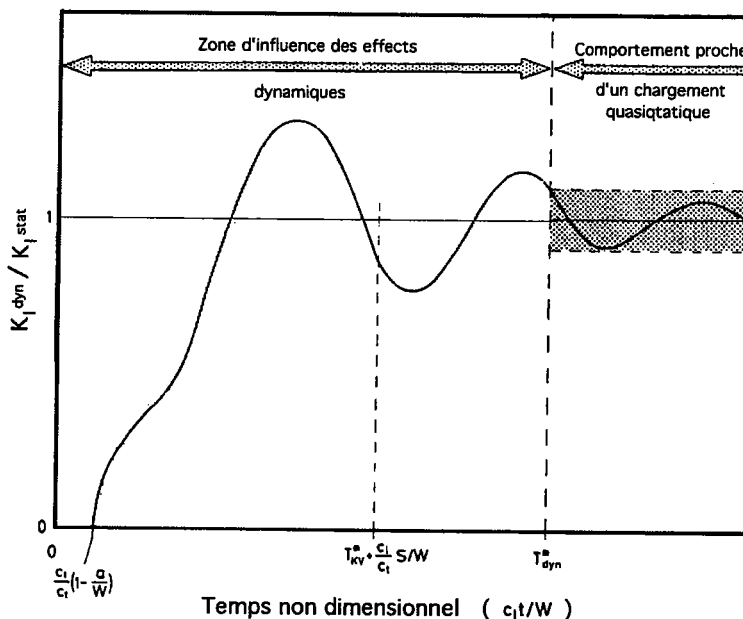


Figure (III-3) : Représentation schématique de l'évolution temporelle de la fonction de correction dynamique.

Pour des temps courts de rupture, les effets dynamiques sont importants et le facteur d'intensité de contraintes dynamiques peut dépasser de 30% sa valeur quasi statique.

Par contre, lorsque le temps de sollicitation est très supérieur au temps de parcours de l'onde longitudinale dans l'éprouvette, les oscillations dynamiques sont de faibles amplitudes, et la rupture se produit dans un état de chargement proche de l'état quasi statique pour lequel la fonction  $k_1$  est égale à 1.

### III. 3 Méthode expérimentale de mesure de la ténacité dynamique en flexion trois points

Avant d'aborder le problème des effets dynamiques, il convient de rappeler quelques méthodes de mesures expérimentales de la ténacité dynamique.

Les techniques mises en oeuvre pour l'étude des caractéristiques des matériaux sont variées. Le tableau (III-1) présente la gamme des vitesses de déformation atteintes par quelques unes d'elles.

$\dot{\epsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	Type d'appareil	Difficultés expérimentales
< 10 <sup>-4</sup>	Fluage	-
10 <sup>-4</sup> à 1	Hydraulique	-
1 à 10 <sup>2</sup>	Hydraulique et pneumatique	Résonance de l'appareil
10 <sup>2</sup> à 5.10 <sup>3</sup>	Machines à chocs, barre de Hopkinson	Propagation d'ondes Echauffement adiabatique
> 5.10 <sup>3</sup>	Impacts de projectiles	Propagation d'ondes Pressions élevées Echauffement adiabatique
5.10 <sup>3</sup> à 10 <sup>6</sup>	Expansion de structure par explosifs	Pressions élevées Difficultés de mesures

Tableau (III-1) : Dispositif d'essais dynamiques et leurs gammes de vitesses de sollicitations.

Nous évoquerons les méthodes expérimentales qui permettent une mesure globale de la ténacité dynamique, puis celle de mesure locale généralement connue.

#### III. 3. 1 Essai Charpy

L'essai dynamique le plus ancien et le plus répandu est l'essai Charpy. Cet essai permet d'obtenir les valeurs de référence de la résilience des matériaux ( énergie par surface rompue ) soumis à un chargement rapide de flexion trois points.

Le principe de cet essai est la mesure de l'énergie consommée par la rupture d'une éprouvette à la suite d'un choc par une masse en mouvement pendulaire, lâchée à une vitesse fixe de 5,53 m/s. HOLT [III-4] définit l'énergie mesurée comme étant une énergie globale de rupture comprenant :

- l'énergie d'amorçage de la rupture,
- l'énergie de propagation de la rupture à travers l'éprouvette,
- des énergies parasites (poinçonnement de l'éprouvette au niveau de la ligne d'impact, interactions Impacteur, Eprouvette et Appui, et l'énergie cinétique des morceaux rompus).

L'instrumentation de l'essai à l'aide des jauges de déformation collées sur le couteau permet de remonter à l'histoire du chargement de l'éprouvette. Cette technique permet d'une part, d'identifier les énergies correspondantes à chaque phase de rupture. D'autre part, l'observation des courbes charge - temps fournit des renseignements sur le caractère fragile ou ductile de la rupture et permet l'analyse des mécanismes mis en jeu.

IRELAND [III-5] définit, en fonction de la position des jauges, les différentes méthodes d'instrumentation de l'essai Charpy.

### III. 3. 2 Barres d'HOPKINSON

Très utilisée dans l'étude de la rupture des matériaux à grande vitesse de déformation, la méthode des barres de HOPKINSON [III-6] est une application de la théorie élémentaire de propagation des ondes longitudinales élastiques. Cette technique consiste à charger par un train d'ondes un échantillon court placé entre les deux barres à impédance mécanique identique.

L'amélioration significative fût apportée par KOLSKY [III-7] en déterminant les déformations et les contraintes auxquelles sont soumis les échantillons. Depuis, de nombreux dispositifs d'essais inspirés des barres de HOPKINSON ont été mis en oeuvre pour obtenir différents types de sollicitations : traction, compression, flexion ou torsion.

Notre présentation se limitera aux techniques se rapportant à l'essai de flexion trois points dynamique.

### III. 3. 3 Méthodes expérimentales en flexion trois points dynamique

Plusieurs dispositifs expérimentaux des barres de HOPKINSON en flexion trois points ont été proposés . Ils sont tous basés sur le même principe, à savoir, l'impact d'un projectile sur la barre incidente provoquant une onde rectangulaire d'amplitude  $\sigma$  et de durée  $t$  . Seule change la méthode de dépouillement des signaux enregistrés.

La charge de rupture et la vitesse particulaire sont données à partir des ondes incidentes  $\varepsilon_i$  et réfléchies  $\varepsilon_r$ . La déformée centrale est obtenue par intégration de la vitesse particulaire  $v(t)$ .

$$\begin{aligned} P(t) &= E_b A_b (\varepsilon_i - \varepsilon_r) \\ v(t) &= C_e (\varepsilon_i + \varepsilon_r) \end{aligned} \quad \text{(III-6)}$$

$E_b$  : module de Young de la barre incidente

$A_b$  : section de la barre incidente

$C_e$  : célérité de l'onde dans le matériau

### III. 3. 3. 1 dispositif à un pont de jauges

Le pont de jauge extensométrique, collé sur la barre d'entrée, mesure l'onde incidente puis l'onde réfléchie. L'onde transmise  $\varepsilon_t$ , qui provoque la rupture de l'éprouvette, est calculée par :

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_i - \varepsilon_r) \quad \text{(III-7)}$$

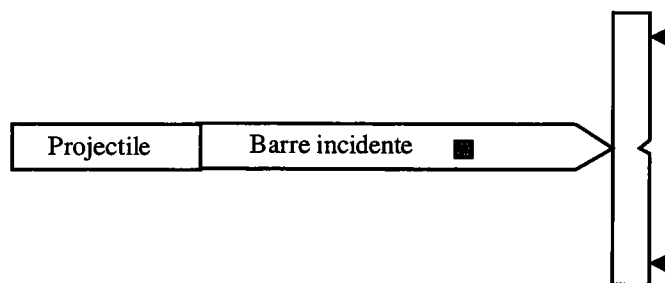


Figure (III-4) : Dispositif de flexion trois points à une jauge de déformation

### III. 3. 3. 2 dispositif de RUIZ

Le dispositif de flexion trois points sur les barres de HOPKINSON, présenté dans la figure (III-5) par RUIZ et MINES [III-8], est composé d'un projectile et d'une barre incidente de longueur et de diamètre identiques. Les jauges  $J_1$  et  $J_2$  collées sur la barre incidente enregistrent respectivement le passage de l'onde incidente et de la superposition des ondes incidentes et réfléchies.

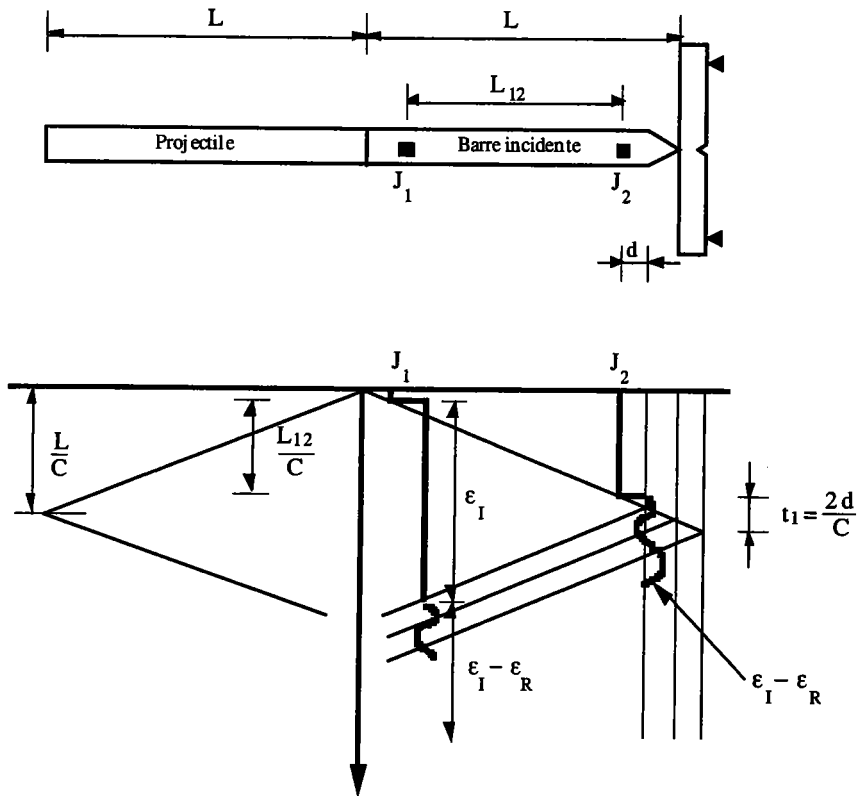


Figure (III-5) : Dispositif expérimental de flexion trois points dynamique, et diagramme des ondes de contraintes [III-7]

### II. 3. 3. 3 dispositif de YOKOYAMA

YOKOYAMA et KISHIDA [III-1] ont utilisé le dispositif de la figure (III-6). Les deux barres supplémentaires instrumentées déterminent les efforts sur les appuis.

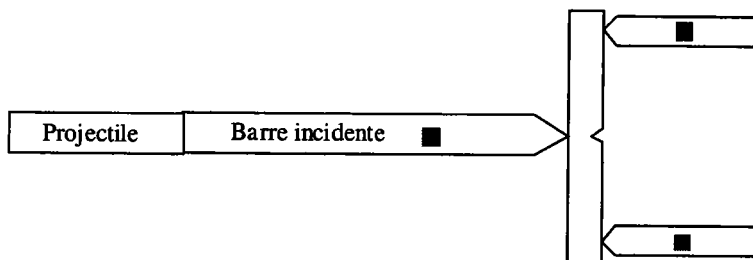


Figure (III-6) : Essai de flexion trois points dynamique, dispositif expérimental de YOKOYAMA [III-1]

Les jauges de déformation collées sur chacune des barres transmettrices, autorisent la mesure de l'onde transmise  $\epsilon_r$ . Dans ce cas, la force  $P(t)$  utilisée pour la mesure de la ténacité dynamique est :

$$P(t) = E_b A_b \varepsilon_t \quad (\text{III-9})$$

Ce montage permet en plus de mettre en évidence le phénomène de perte de contact sur les appuis, bien connu en flexion trois points.

### III. 4 Détermination expérimentale du facteur d'intensité de contraintes dynamique

#### III. 4. 1 Courbe de réponse à l'impact

Afin de quantifier les effets dynamiques dans une éprouvette de flexion trois points, KALTHOFF [III-9] propose une méthode numérique relativement simple dont le principe est illustré sur la figure (III-7).

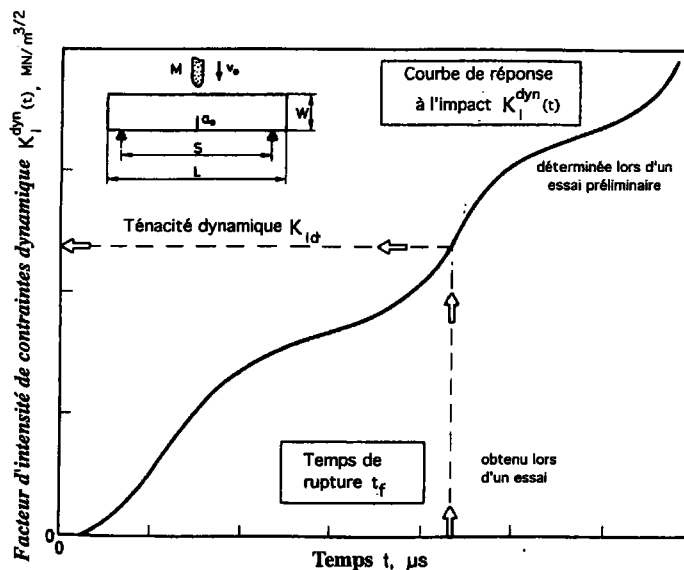


Figure (III-7) : Concept de la courbe de réponse à l'impact. Mesure de la ténacité dynamique.

Pour des conditions d'essais données ( géométrie d'éprouvette, vitesse d'impact,... ), l'évolution du facteur d'intensité de contraintes dynamiques d'une classe de matériau en fonction du temps est décrit par une courbe unique appelée courbe de réponse à l'impact. Cette méthode comprend deux étapes :

- établissement préalable de la courbe de réponse à l'impact du matériau
- mesure de l'instant de l'amorçage de la rupture d'une éprouvette testée dans les mêmes conditions

La valeur de la ténacité dynamique est obtenue en reportant le temps de rupture sur la courbe de réponse à l'impact.

Cette mesure ne comporte aucune restriction sur la situation du temps de rupture par rapport à la période d'oscillation de l'éprouvette testée.

### III. 4. 2 Méthode des caustiques

Proposée pour la première fois en 1966 par MANOGG [III-10], ce moyen d'investigation est largement étudié par THEOCARIS [III-11] puis par KALTHOFF [III-12]. La technique des caustiques est un outil optique particulièrement adapté aux problèmes des éprouvettes fissurées. Elle permet de déterminer les caractéristiques de rupture des matériaux à partir de l'analyse des figures engendrées par une onde monochromatique réfléchie ou transmise par la surface déformée en fond de fissure.

L'éprouvette fissurée, soumise à un chargement, voit son indice de réfraction diminuer surtout au niveau de l'aire entourant la pointe de la fissure. Elle se comporte alors comme une lentille divergente et provoque une forte déviation du faisceau lumineux qui la traverse. Les caustiques sont des franges lumineuses qui entourent la tâche d'ombre formée sur un écran plat placé à une distance  $z_0$  de l'éprouvette.

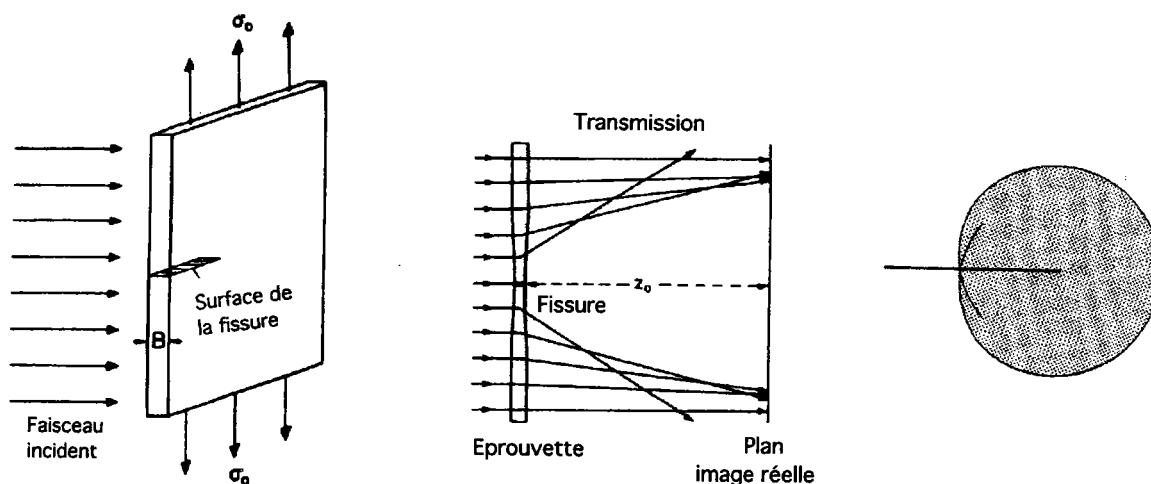


Figure (III-8) : Principe physique de la méthode des caustiques.

KALTHOFF [III-13] applique cette technique afin d'observer les phénomènes de sollicitations dynamiques. Il introduit un facteur de correction  $F(v)$  inférieur ou égal à 1, qui tient compte des effets d'inertie. Le facteur d'intensité de contraintes est donné par la relation :

$$K_I = \frac{2 \sqrt{2 \pi} F(v)}{3 f_{o,i}^{5/2} z_0 c d_{eff}} D_{o,i}^{5/2} \quad (\text{III-10})$$

- $c$  : constante photoélastique du matériau ( $m^2 / N$ )  
 $d_{eff}$  : épaisseur effective de l'éprouvette (mm)  
 $f_{o,i}$  : facteur de forme de la caustique  
 $D_{o,i}$  : diamètre de la caustique (m)  
 $z_0$  : distance entre l'éprouvette et la caustique (mm)  
 $F(v)$  : facteur de correction de la vitesse de fissuration

La méthode des caustiques est une mesure locale, dont la validité n'est assurée que pour un comportement élastique du matériau. Elle est généralement mise en oeuvre pour des vitesses de sollicitation moyenne de l'ordre de  $10^4 \text{ MPa } \sqrt{\text{mm}} / \text{s}$ .

### III. 5 Détermination analytique du facteur d'intensité de contraintes dynamiques

#### III. 5. 1 Taux de restitution d'énergie dynamique

En dynamique, le bilan énergétique d'un solide contenant une fissure doit prendre en compte le fait que l'énergie cinétique peut être dissipée en énergie de rupture. L'expression du taux de restitution énergie dynamique d'une fissure stationnaire s'écrit :

$$G = \int_{\Gamma \rightarrow 0} \left[ \left( W + \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 \right) \vec{n} - T \delta u \right] ds \quad (\text{III-11})$$

- $W$  : énergie de déformation  
 $\vec{n}$  : normale extérieure  
 $u$  : déplacement de la fissure  
 $\rho$  : masse volumique

**FREUND** [III-14] montre que  $G$  est indépendant du contour d'intégration. La relation liant le taux de restitution d'énergie dynamique au facteur d'intensité de contraintes dynamiques s'exprime par :

$$G_I(t, \dot{a}) = \frac{1 - \nu}{E} A_I(\dot{a}) K_I^2(t, \dot{a}) \quad (\text{III-12})$$

$\nu$  : coefficient de poisson

En déformation plane, CRAGG [III-15] définit une fonction de vitesse de fissuration appelée  $A(\dot{a})$  :

$$A(\dot{a}) = \frac{\dot{a}^2 \alpha_d}{(1 - 2\nu) \dot{a}^2 R(\dot{a})} \quad (\text{III-13})$$

$\alpha_d$  : dépend de la vitesse de l'onde de dilatation

$R(\dot{a})$  : fonction de Rayleigh

Si l'on considère que la vitesse de propagation de la fissure est nulle, le taux de restitution d'énergie dynamique  $G$  se ramène à l'expression de l'intégrale  $J$  de RICE [III-16].

### III. 5. 2 Intégrale H

Récemment, BUI et MAIGRE [III-17] ont proposé une méthode d'identification du facteur d'intensité de contraintes dynamiques basée sur une intégrale de contour invariante  $H$ . Cette méthode originale associe la connaissance des champs de contraintes  $\sigma[u](x;t)$  et des déplacements  $u(x;t)$  dans la zone de chargement, à une simulation numérique donnant des champs virtuels de chargement  $\sigma[v](x;t)$  et de déplacement  $v(x;t)$ .

La variation des champs de contraintes  $\sigma[u](x;t)$  et de déplacements  $u(x;t)$  crée un chargement en fond de fissure caractérisé par :

$$H(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\Gamma} n \left\{ \sigma[u]_{,t}^* \frac{\delta v}{\delta a} - \frac{\delta}{\delta a} \sigma[v]_{,t}^* u \right\} d\Gamma \quad (\text{III-14})$$

$a$  est la longueur de la fissure stationnaire.

A partir de l'intégrale  $H$ , le facteur d'intensité de contraintes dynamique est déterminé en suivant ces différentes étapes :

- détermination par calcul numérique des grandeurs liées au champ de déplacement virtuel,
- les quantités (u) sont mesurées expérimentalement,
- calcul de l'intégrale H,
- le facteur d'intensité de contraintes dynamiques est obtenu par déconvolution.

$$H(\tau) = \frac{1 - \nu^2}{E} \{ K_I^{\text{dyn}}[u] \cdot K_I^{\text{dyn}}[v] \} \quad (\text{III-15})$$

### III. 6 Prise en compte des effets dynamiques

#### III. 6. 1 Méthode ASTM

Dans le cadre des essais de flexion trois points dynamique, la norme ASTM E 399 [III-19] fixe un ensemble d'hypothèses qui permettent de définir les conditions de validité de l'essai :

- Le temps de rupture  $t_f$  doit être suffisamment long par rapport à la période apparente d'oscillation de l'éprouvette  $\tau$ , pour permettre à l'échantillon d'atteindre un état quasi statique :

$$t_f \geq 3 \tau \quad (\text{III-16})$$

- La période d'oscillation apparente  $\tau$  est définie à partir des caractéristiques de l'échantillon et du mouton pendule :

$$\tau = 1,68 \frac{S}{C_0} \left( \frac{W}{S} \right)^{1/2} (E \cdot B \cdot C_{st})^{1/2} \quad (\text{III-17})$$

E : module de Young de l'éprouvette  
 S : distance entre les appuis  
 B : épaisseur de l'éprouvette  
 W : hauteur de l'éprouvette  
 C<sub>st</sub> : complaisance de l'éprouvette  
 C<sub>0</sub> : vitesse du son dans l'échantillon

- L'énergie disponible  $E_0$  doit être suffisamment élevée par rapport à l'énergie dissipée jusqu'à la rupture de l'éprouvette  $E_r$  :

$$E_0 \geq 3 E_r \quad (\text{III-18})$$

- La chaîne de mesure doit être convenablement choisie de manière à minimiser toute atténuation du signal force :

$$t_f = \frac{3}{2} t_r \quad (\text{III-19})$$

$t_f$  : temps de rupture

$t_r$  : temps de réponse

- Le temps de réponse  $t_r$  du système doit être supérieur à la fréquence de coupure à 0,9 dB de l'appareil de mesure électronique :

$$t_r \geq \frac{0,35}{f_{0,9 \text{ dB}}} \quad (\text{III-20})$$

Les essais de flexion trois points sous impact se caractérisent par la mise en vibration du système. Les mécanismes mis en jeu lors de cette sollicitation sont, à la seule vue de la force et du déplacement mesurés sur le projectile, difficiles à analyser. Les forces d'inertie induites dans l'éprouvette lors de l'impact sont prises en compte afin de calculer la ténacité du matériau.

### III. 6. 2 Modèle masse - ressort

L'analyse phénoménologique de l'essai de flexion trois points en dynamique et la recherche des paramètres influençant la réponse du système ont conduit de nombreux auteurs à modéliser cet essai à l'aide d'un système masse - ressort à un ou deux degrés de liberté. Nous nous limiterons à la présentation du modèle masse - ressort à un degré de liberté.

#### III. 6. 2. 1 Modèle à un degré de liberté

Ce modèle consiste à assimiler le projectile à une masse indéformable  $m_1$  et l'éprouvette à un ressort de masse négligeable de rigidité  $k_2$ . Ces paramètres sont déterminés à partir d'un essai de rebond. Une variante du modèle masse ressort à un paramètre développée par BACON [III-19] est représentée sur la figure (III-9).

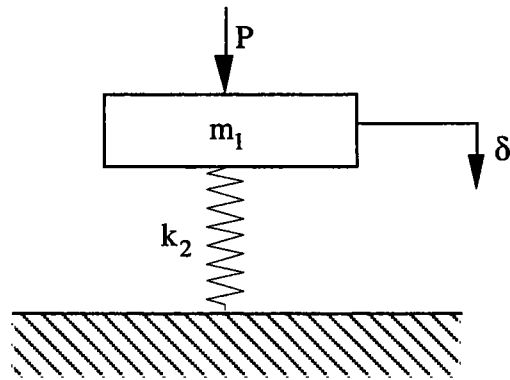


Figure (III-9) : Schéma du modèle Masse - Ressort à un paramètre [III-19]

En résolvant l'équation du mouvement du système par la transformée de Laplace, avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} t &= 0 \\ x(0) &= 0 \\ \dot{x}(0) &= 0 \end{aligned} \quad \text{(III-21)}$$

il obtient l'expression théorique du déplacement :

$$\delta(t) = \frac{\omega_1}{k} \int_0^t F(\eta) \sin \omega_1(t - \eta) d\eta$$

avec

(III-22)

$$\omega_1^2 = k_2 / m_1$$

et exprime le facteur d'intensité de contraintes dynamiques en flexion trois points en fonction de la déformée centrale de l'éprouvette par :

$$K_I(t) = k_e K_{IC} \delta(t) \quad \text{(III-23)}$$

$k_e$  : raideur de l'éprouvette  
 $K_{IC}$  : ténacité statique

### III. 6. 3 Correction dynamique de KISHIMOTO

En analysant les vibrations transversales d'une poutre entaillée reposant sur deux appuis et soumise à un chargement  $P(t)$ , NASH [III-20] donne l'expression de la flèche centrale d'une éprouvette en fonction du temps :

$$u(\xi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \sin \omega_i t + B_i \cos \omega_i t) Y_i(\xi) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i(\xi) Y_i(1/2)}{\omega_i W_i S} \int_0^t P(\eta) \sin \omega_i (t - \eta) d\eta \quad (\text{III-24})$$

$\xi$  est la coordonnée réduite de l'axe longitudinale de la poutre  $\xi = x / S$ . Les coefficients  $A_i$ ,  $B_i$  et  $W_i$ , sont respectivement définis par :

$$W_i = \rho A \int_0^1 Y_i^2(\xi) d\xi$$

$$B_i = \frac{\rho A}{W_i} \int_0^1 u(\xi, 0) Y_i^2(\xi) d\xi$$

$$A_i = \frac{\rho A}{\omega_i W_i} \int_0^1 \dot{u}(\xi, 0) Y_i^2(\xi) d\xi \quad (\text{III-25})$$

L'indice  $i$  est relatif aux modes symétriques dont la forme est donnée par l'expression :

$$Y_i(\xi) = 2 D n_i^2 I \left[ \frac{\sin n_i \sinh \frac{n_i}{2} \sinh n_i \xi + \sin \frac{n_i}{2} \sinh n_i \sin n_i \xi}{D I n_i (\sin \frac{n_i}{2} \sinh n_i - \sinh n_i 2 \sin n_i) - \frac{4S}{n_i} \sin \frac{n_i}{2} \sinh n_i} \right] \quad (\text{III-26})$$

la pulsation propre est obtenue par :

$$\omega_i^2 = \left[ \frac{n_i}{S} \right]^4 \frac{E I}{\rho A} \quad (\text{III-27})$$

$S$  : distance entre appuis

$A$  : section de l'éprouvette

$I$  : moment d'inertie

$n_i$  : racine  $i$ ème de l'équation (III-28).

$$\tan \left( \frac{n_i}{2} \right) = \frac{2 S}{D I \frac{n_i}{2}} + \tanh \left( \frac{n_i}{2} \right) \quad (\text{III-28})$$

$$D = \frac{W}{6I} \phi \left( \frac{a}{W} \right) = 65 \left( \frac{a}{W} \right)^2 - 87,3 \left( \frac{a}{W} \right)^3 + 205 \left( \frac{a}{W} \right)^4 \quad (\text{III-29})$$

Cette étude est à la base de la correction dynamique proposée par KISHIMOTO [III-21], qui remarque en raison de la proportionnalité entre le moment fléchissant au milieu de l'éprouvette et la flèche, que le facteur d'intensité de contraintes doit être lui aussi proportionnel à la flèche de l'éprouvette.

$$K_I(t) = k u(1/2, t) \quad (\text{III-30})$$

En utilisant alors l'hypothèse que ce facteur de proportionnalité est le même en statique qu'en dynamique, et en montrant que pour une variation linéaire de la force d'impact en fonction du temps le premier mode de vibration est prépondérant, le facteur d'intensité de contraintes dynamiques s'exprime alors sous la forme :

$$K_I(t) = \frac{3}{2} \frac{S}{B W^2} \sqrt{a} f\left(\frac{a}{W}\right) \omega_1 \int_0^t P(\eta) \sin \omega_m(t - \eta) d\eta \quad (\text{III-31})$$

### III. 6. 4 Correction dynamique de ORYNYAK

ORYNYAK [III-22] propose la modélisation de l'essai de flexion trois points dynamiques qui intègre l'influence de la raideur des appuis. Il considère l'éprouvette comme un solide indéformable pouvant se déplacer en translation dans l'axe du chargement, et donc les deux moitiés situées de part et d'autre de l'entaille peuvent tourner l'une par rapport à l'autre d'un angle  $\alpha(t)$ .

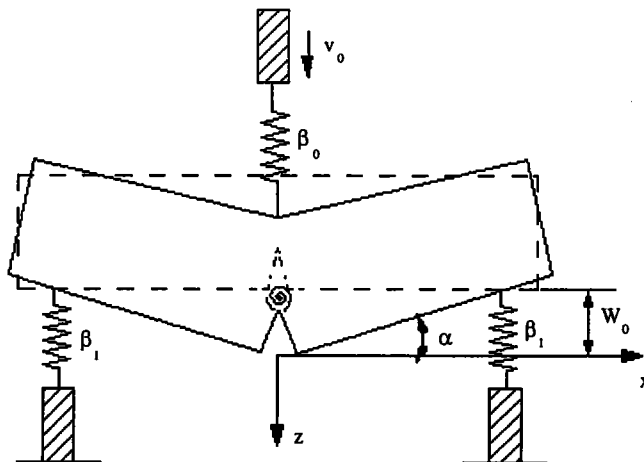


Figure (III-10) : Essai de flexion trois points dynamiques, modèle d'ORYNYAK

Les contacts avec l'éprouvette sont représentés par des ressorts linéaires de compliance  $\beta(0)$  et  $\beta(1)$ . L'angle  $\alpha(t)$ , proportionnel au moment de flexion  $M(t)$  est déterminée par une mesure statique .

$$\alpha(t) = 8 M(t) C_{st} / S^2 \quad (\text{III-32})$$

En mesurant les forces de contact au niveau du percuteur  $P_0$  et des appuis  $P_1$ , **ORYNYAK** propose de calculer le facteur d'intensité de contraintes dynamiques par :

$$\frac{K_I(t)}{K_I^{qstat}(t)} = \frac{\omega z_1}{P_0(t)} \int_0^t D(\eta) \sin \omega(t - \eta) d\eta \quad (\text{III-33})$$

$K_I^{qstat}$  : ténacité quasi statique

avec

$$D(\eta) = P_0(\eta) \left( 4 \frac{S}{L} \right) P_1(\eta) \quad (\text{III-34})$$

$$z_1 = \frac{1}{2} \frac{L}{S}$$

Dans ce modèle, la pulsation propre est obtenue par :

$$\omega^2 = \frac{12 S^2}{m L^2 C_{st}} \quad (\text{III-35})$$

### III. 7. Conclusion

Après avoir défini les ténacités dynamiques d'amorçage, de propagation et d'arrêt des fissures, et évoqué quelques méthodes expérimentales et analytiques de détermination de la ténacité dynamique, nous avons présenté dans ce chapitre, les principaux dispositifs expérimentaux utilisés pour les essais dynamiques.

Nous avons également vu qu'en flexion trois points dynamiques, la mesure de la contrainte de rupture et de la ténacité sont étroitement liées à l'analyse des phénomènes vibratoires et inertiels induits par cet essai. Ces phénomènes sont maintenant bien identifiés et modélisés, notamment par **KALTHOFF**, **KISHIMOTO** et **ORINYACK**.

Dans le cas des matériaux très fragiles, l'étude de l'influence de la microstructure revêt une grande importance dans la compréhension des mécanismes de rupture dynamique. Contrairement à la ténacité qui traite de l'instabilité et la propagation d'une seule fissure isolée dans un champ de déformation, l'écaillage est causée par l'évolution d'une zone de microdommages indépendants les uns des autres. Dans le paragraphe suivant, nous évoquons le principe de l'écaillage par impact de barres et les principaux critères rencontrés dans la bibliographie.

### III. 8 Phénomène d'écaillage

L'écaillage, cas de rupture dynamique sans défaut précurseur, est engendré par la mise en traction d'un matériau au croisement de deux ondes de détente. L'impact d'un projectile sur l'échantillon génère deux ondes de compression qui se propagent respectivement sur l'éprouvette et sur l'impacteur. Par réflexion sur les surfaces libres, ces ondes incidentes sont transformées en ondes de détente. Le principe de l'écaillage est schématisé sur la figure (III-11).

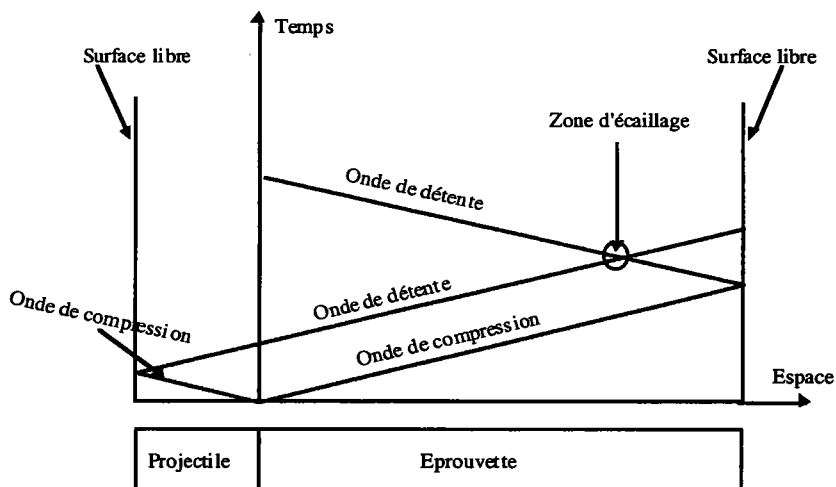


Figure (III-11) : Principe de l'écaillage par impact de barre. Localisation de la zone de rupture.

Le mouvement des particules qui en résulte produit un état de traction à l'intérieur de l'éprouvette. La coalescence des micros cavités, qui entraîne la formation d'écaillures au sein du matériau, se produit si la contrainte engendrée par le choc est supérieure à la résistance à la traction du matériau.

Des expériences ont montré que pour les grandes vitesses de déformation, la rupture dynamique par écaillage dépend non seulement de l'amplitude de la contrainte de tension, mais aussi de son temps d'application. La figure (III-11) montre une courbe représentant la contrainte seuil d'écaillage en fonction du temps de chargement, obtenue lors de l'impact d'un projectile sphérique sur une plaque de verre, BOUZID [III-23].

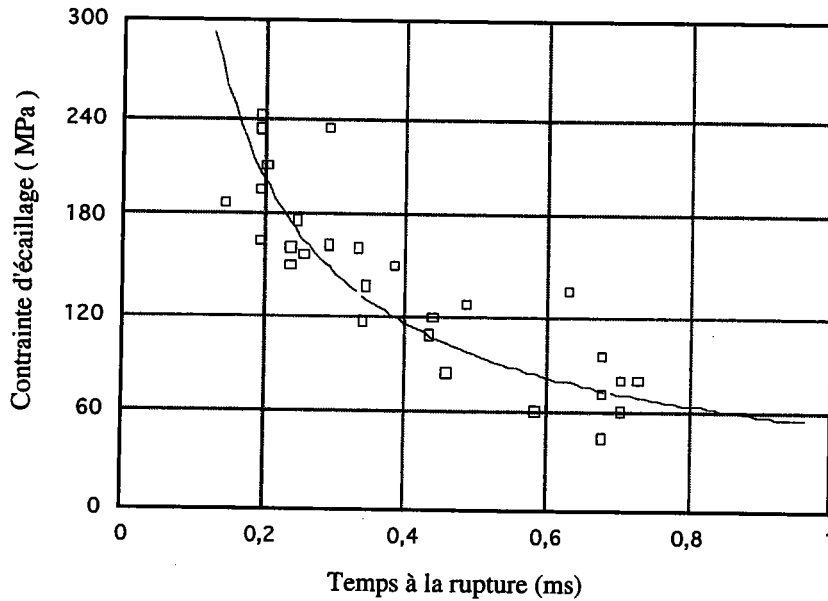


Figure (III-12) : Evolution de la contrainte d'écaillage en fonction du temps de rupture [III-23].

Pour un choc avec un temps de chargement très court, impact de plaque par exemple, de nombreuses études montrent que la contrainte de rupture décroît lorsque le temps de chargement augmente.

### III. 10 Critère de rupture

Un grand nombre de critères est proposé pour modéliser la rupture dynamique par écaillage des matériaux. Déduite de travaux expérimentaux, la majorité de ces critères est spécifique à un type de sollicitation ( impact de plaques ou de barres, choc laser )

#### III. 10. 1 Critère de TULER

Les expériences ont montré que la rupture par écaillage d'une cible ne survient que si elle est soumise à une contrainte d'intensité donnée pendant un certain temps  $\Delta t$ . Ces résultats ont conduit TULER [III-24] à exprimer la contrainte de rupture par une loi empirique de la forme :

$$\sigma^\lambda * \Delta t = C \quad (\text{III-36})$$

Dans cette equation,  $\lambda$  et  $C$  sont des constantes et  $\sigma$  la contrainte de rupture.

Pour un temps de maintien très long, il faut :

$$\sigma^\lambda \rightarrow 0 \quad (\text{III-37})$$

lorsque le temps de chargement est très court, la rupture a lieu sous une contrainte  $\sigma$  égale à la contrainte de rupture en statique  $\sigma_r$

$$(\sigma - \sigma_r)^\lambda * \Delta t = C \quad (\text{III-38})$$

Le critère écrit ainsi suppose que la contrainte est constante pendant un temps  $\Delta t$ . On peut alors étendre ce critère sous une forme cumulative pendant des incréments de temps  $dt$ .

$$\int_0^{t_c} (\sigma - \sigma_r)^\lambda dt = C \quad (\text{III-39})$$

### III. 10. 2 Critère de CAGNOUX

CAGNOUX [III-25] a modélisé l'écaillage du verre Pyrex dans le cadre de la mécanique de l'endommagement. Le paramètre d'endommagement est défini en déformation uniaxiale par une approche phénoménologique. En utilisant la notion de contrainte effective opérant sur le matériau vierge, la variable d'endommagement notée  $D$  est définie par la relation :

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (\text{III-40})$$

l'évolution du paramètre d'endommagement inspiré du critère de TULER s'écrit alors :

$$D = \frac{1}{B} \int_{t_0}^t \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{1 - D} \right) (1 - D)^{\gamma - b(\sigma)} dt \quad (\text{III-41})$$

Les paramètres de cette loi empirique sont identifiés à partir de résultats expérimentaux d'écaillage sous impact de plaque. Ce critère tient compte, par son caractère cumulatif, des effets du temps et de l'amplitude du chargement.

### III. 10. 3 Critère de KLEPACZKO

KLEPACZKO [III-26] propose un modèle inspiré de celui de TULER et intégrant l'influence de la température sur le processus d'écaillage. Ce critère de rupture s'écrit sous la forme suivante :

$$t_{C0} = \int_0^{t_c} \left( \frac{\sigma_F(t)}{\sigma_{F0}} \right)^{\alpha(T)} dt \quad \text{(III-42)}$$

l'exposant alpha s'exprime :

$$\alpha(T) = \frac{\Delta G_0}{kT} \quad \text{(III-43)}$$

$\Delta G_0$  : énergie d'activation

$k$  : constante de Boltzmann

$T$  : température absolue

### III. 10. 4 Critère de BOUZID

En analysant du choc d'un impacteur sphérique sur une cible plane en verre, BOUZID observe que l'endommagement dû au contact entre les deux solides se décrit dans un volume. La fonction d'endommagement représentant l'activation des microfissures se trouvant à l'intérieur de ce volume est définie par la relation :

$$D = 1 - \frac{V_0}{V_i} \quad \text{(III-44)}$$

$V_0$  : volume affecté par l'impact initial

$V_i$  : volume affecté par l'impact courant

en exprimant le taux d'endommagement d'une part, en fonction de la contrainte appliquée et du niveau d'endommagement, et d'autre part en fonction de la variation du volume de contact entre l'impacteur sphérique et la cible plane, le critère proposé par BOUZID est décrit par la relation suivante :

$$\int_0^{t_c} (\sigma - \sigma_r)^n dt = \left( \frac{1}{A(n+1)} \right) \left( 1 - \frac{V_0^{n+1}}{V_c^{n+1}} \right) \quad \text{(III-45)}$$

A et n sont des constantes qui dépendent du matériau.

Si le second membre de cette équation est constant, on retrouve le modèle proposé par TULER.

### III. 11 Conclusion

La rupture d'un matériau par écaillage résulte de l'interaction de deux ondes de détente, qui induisent une contrainte de tension. Les critères d'endommagement proposés dans la bibliographie peuvent être regroupés en deux grandes catégories :

- les modèles qui prédisent la rupture de la structure à partir de la seule connaissance de la variation temporelle du niveau des contraintes et déformations dans la structure,
- les modèles tenant compte de l'évolution de l'endommagement au cours du temps, et sa répercussion sur l'histoire du chargement du matériau.

# **ETUDE EXPERIMENTALE**

## **CHAPITRE IV**

### **METHODES EXPERIMENTALES**

## IV- METHODES EXPERIMENTALES

### IV. 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons le matériau testé et les dispositifs expérimentaux utilisés lors des différents essais. Dans un premier temps, nous évoquerons les méthodes expérimentales et le système d'acquisition des données des essais statiques.

La seconde partie sera consacrée à l'étude de la machine d'essai dynamique. La technique dite des barres d'HOPKINSON [IV-1] étant la plus utilisée pour les essais à grande vitesse de déformation. Nous décrivons dans la seconde partie de ce chapitre le dispositif des barres d'HOPKINSON mis au point au Laboratoire de Fiabilité Mécanique.

### IV. 2 Matériau

Toutes les éprouvettes testées ont été découpées dans du verre float sans traitement de surface. Ce verre présente la composition chimique indiquée dans le tableau (VII-1).

Oxydes	SiO <sub>2</sub>	CaO	Na <sub>2</sub> O	MgO	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	K <sub>2</sub> O	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
% en masse	70,6	9,8	13,8	4	1,1	0,5	0,1

Tableau (IV-1) : Composition chimique du verre Float

Les propriétés mécaniques principales sont présentées dans le tableau (VII-2).

Module de Young (MPa)	Densité ( kg/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson
70000	2508	0,23

Tableau (IV-2) : Propriétés mécaniques du verre Float

### IV. 3 Essais quasi statiques

#### IV. 3. 1 Description du dispositif

Nous avons utilisé une machine de traction - compression conventionnelle de type INSTRON 4302 pour réaliser des essais quasi statique de flexion trois points et de compression diamétrale

sur les éprouvettes de verre. La figure (IV-1) présente l'ensemble du dispositif utilisé lors des essais quasi statiques.

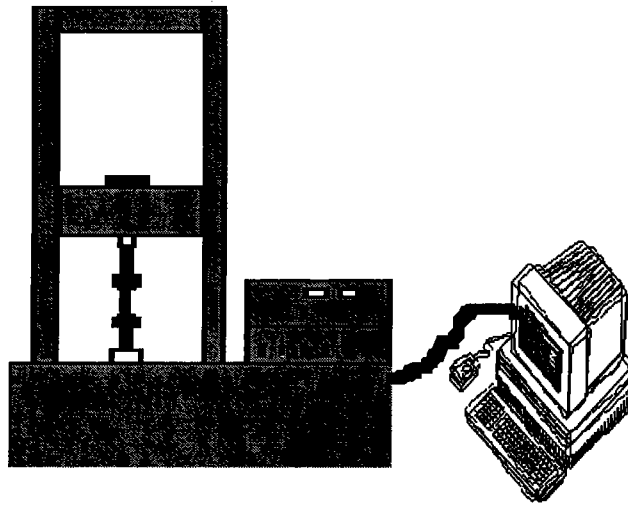


Figure (IV-1) : Dispositif d'essai quasi statique.

Le pilotage des essais et l'acquisition des données expérimentales se font à travers une interface numérique IEEE par l'intermédiaire d'un micro ordinateur Macintosh et d'un programme réalisé sous LABVIEW.

Pendant l'essai, le déplacement de la traverse se fait à la vitesse régulière de 0,5 mm/mn, ce qui a pour effet d'appliquer un chargement progressif. Pour une bonne sensibilité de la mesure, les caractéristiques de la cellule de charge équipant la machine sont déterminées en fonction de la nature de l'essai : 10 kN pour les essais de fendage et 1 kN pour ceux de flexion trois points. Le niveau de chargement étant plus faible en flexion trois points, on utilise la plus petite cellule pour cet essai.

### IV. 3. 2 Dépouillement des signaux expérimentaux

Pour chaque essai, deux types de mesures sont réalisées, la charge appliquée et le déplacement de la traverse qui est supposé correspondre à celui de l'élément testé. Dès la rupture de l'éprouvette, les valeurs du déplacement critique et de la charge atteinte à la rupture de l'éprouvette sont enregistrées et conservées en mémoire dans la machine.

La figure (IV-2) montre une courbe expérimentale représentant l'évolution de la charge globale en fonction de la déformée de l'éprouvette, obtenue à partir d'un essai statique sur une éprouvette de rayon d'entaille égale à 0,5 mm.

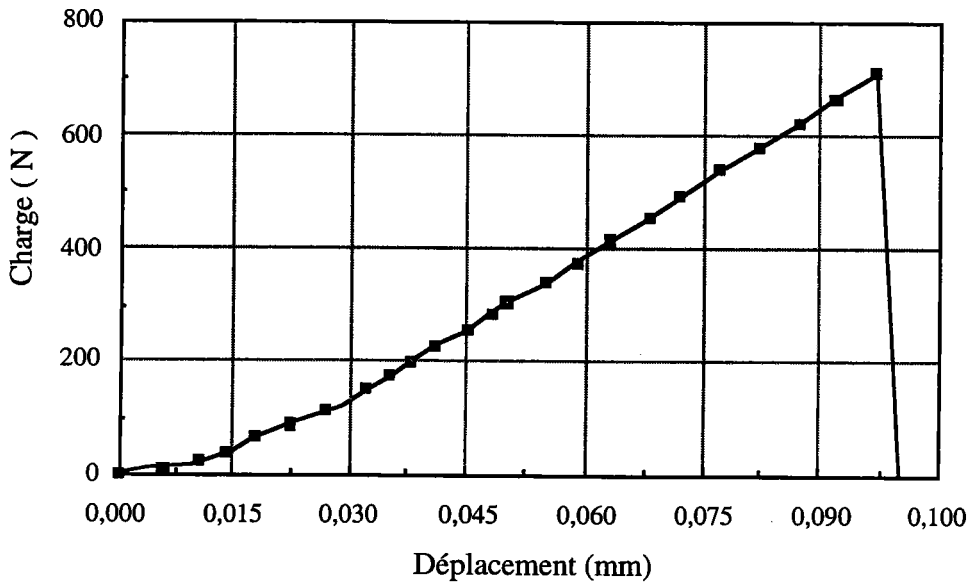
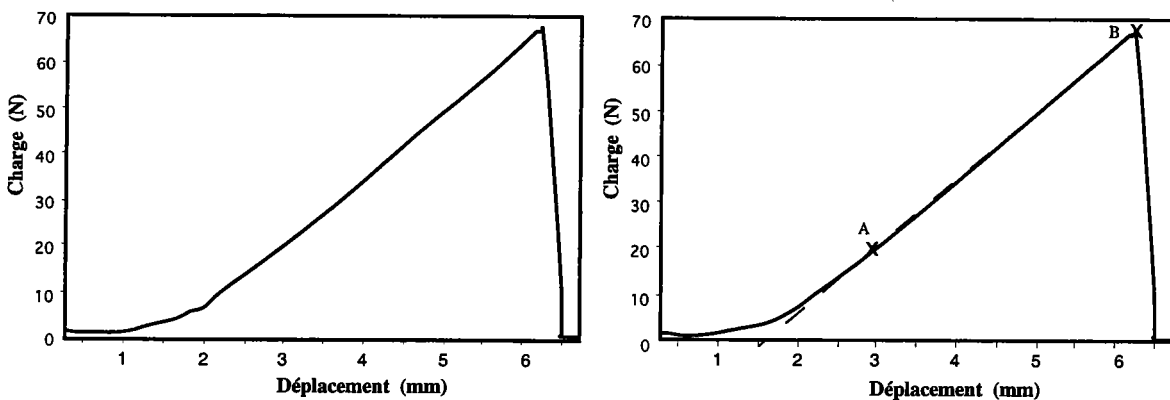


Figure (IV-2) : Courbe charge - déplacement centrale d'une éprouvette lisse

On remarque un manque de linéarité de la courbe au départ de l'essai, qui est sûrement dû au changement de la position des appuis par rapport à l'échantillon, au repositionnement relatif des éléments du montage lors de l'augmentation de la sollicitation et au rattrapage des jeux dans le montage.

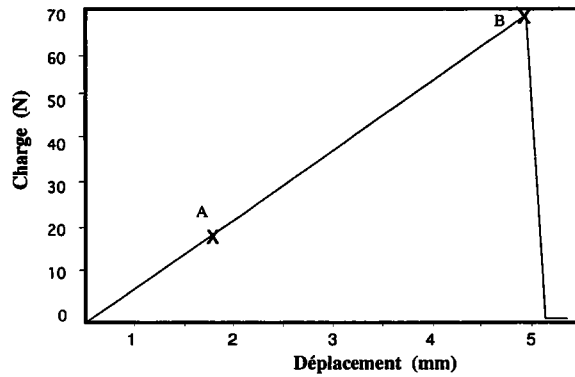
Il nous a semblé impératif de caler correctement ces courbes expérimentales suivant les deux axes en supprimant la partie non linéaire et en les faisant partir de l'origine du repère.

Afin de permettre un dépouillement rapide du grand nombre de courbes obtenues, cette procédure a été informatisée par une macro réalisée sur le logiciel EXCEL. Les graphiques de la figure (IV-3) expliquent le traitement effectué sur les courbes lors du dépouillement des données expérimentales.



a) : Courbe expérimentale brute

b) : Détermination des points A et B

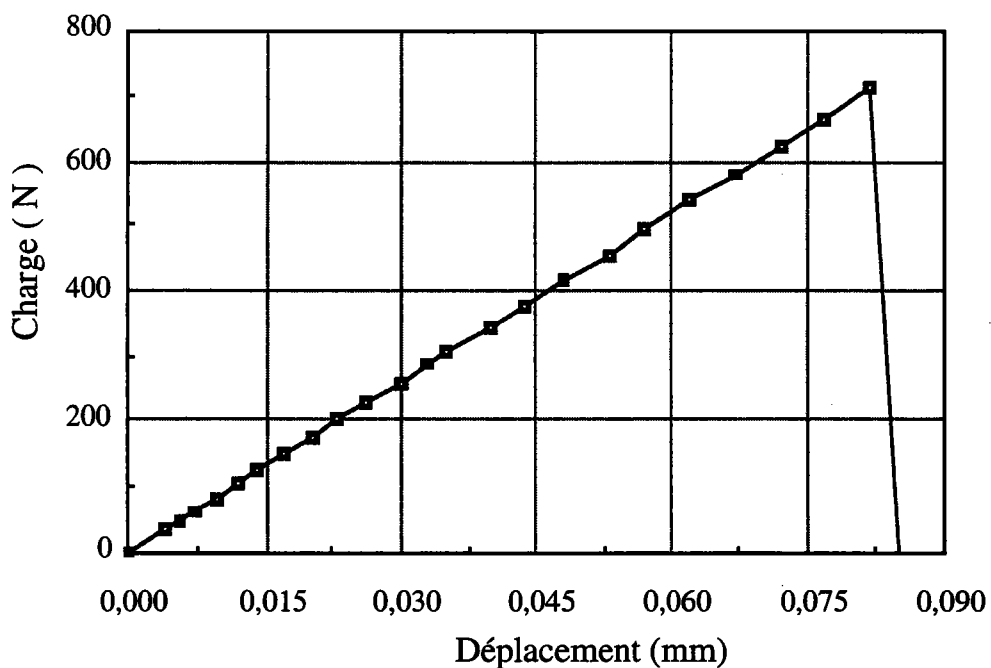


C) : Calcul de la pente et reconstitution de la courbe

**Figure (IV-3) :** Principe du dépouillement des courbes charge - déplacement central de l'éprouvette : essai quasi statique .

La méthode consiste à déterminer deux points A et B en remontant la courbe. Obtenu par un calcul de dérivation sur la courbe, le point A correspond au point où la dérivée de la force par rapport à la flèche devient constante. Quant au point B, il correspond au point de rupture de l'éprouvette (maximum de la charge). La connaissance de ces deux points permet de calculer la pente suivant laquelle est reconstituée le début de la courbe. Cette procédure de traitement des courbes expérimentales a donné des résultats satisfaisants.

La figure (IV-4) montre un exemple de courbe représentant l'évolution de la charge en fonction de la flèche obtenue après le traitement informatique.



**Figure (IV-4) :** Courbe charge - déplacement centrale d'une éprouvette lisse

Dans le cas des essais de flexion trois points, la mesure de la flèche centrale de l'éprouvette est directe. Elle est réalisée à l'aide d'un capteur à jauge collé sur l'échantillon. Ce capteur donne aussi l'instant exact de rupture, ce qui permet un dépouillement plus fin des essais dynamiques.

#### IV. 4 Essais dynamiques

Les grandes vitesses de déformation ont une forte influence sur les lois de comportement des matériaux. La connaissance de la réponse des matériaux, sous sollicitation dynamique, fournit un complément d'information sur le processus de rupture déjà étudié aux faibles vitesses de déformation.

L'histoire des dispositifs des barres d'HOPKINSON est maintenant bien connue et largement étudiée dans de nombreuses thèses [IV-2, IV-3, IV-4]. Dans ce paragraphe, nous nous limiterons aux rappels des principes de mesure de cette technique et à la présentation du dispositif utilisé.

##### IV. 4. 1 Montage des barres d'HOPKINSON

###### IV. 4. 1. 1 Description du dispositif d'essai

Très utilisée dans l'étude de la rupture des matériaux à grande vitesse de déformation, la technique des barres d'HOPKINSON basée sur la propagation des ondes longitudinales forme aujourd'hui la base des études expérimentales dans le domaine des sollicitations dynamiques. Le dispositif adopté est constitué principalement de deux barres dites incidente et transmettrice. L'éprouvette testée est interposée entre les deux barres. Le projectile est propulsé à l'aide d'un dispositif à air comprimé.

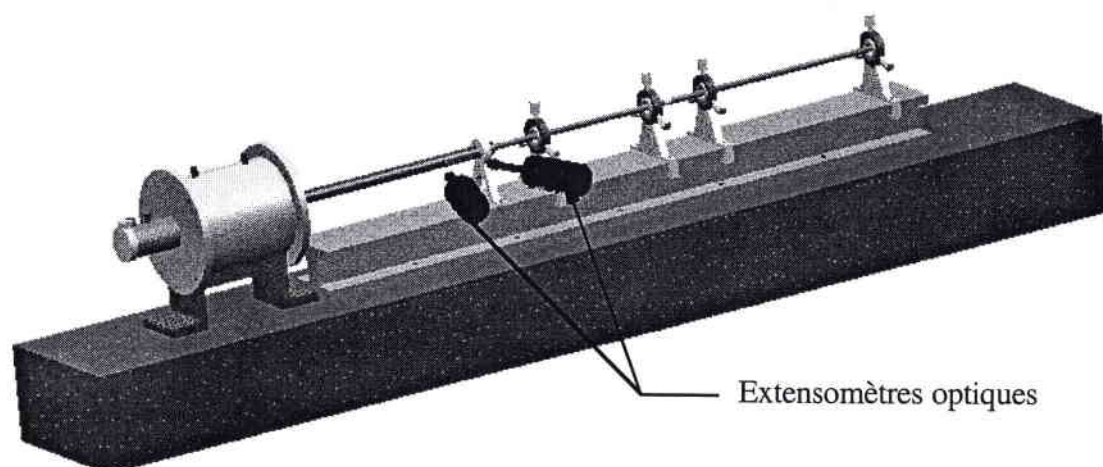


Figure (IV-5) : Dispositif des barres d'HOPKINSON.

Dans le cadre de nos essais, nous avons utilisé des barres de 20 mm de diamètre en alliage d'aluminium. Les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont reportées dans le tableau (IV-3).

E ( MPa )	C <sub>0</sub> ( m / s )	$\nu$	$\rho$ ( Kg/m <sup>3</sup> )
71000	5050	0.33	2900

Tableau (IV-3) : Caractéristiques mécanique de l'aluminium

Bien que suffisamment expliqués dans des ouvrages de références, nous rappelons les principes de base de la mesure du chargement dynamique par la technique des barres d'HOPKINSON.

#### IV. 4. 1. 2 Principes de mesure du chargement dynamique

La technique des barres d'HOPKINSON est basée sur la désadaptation d'impédance mécanique due à la présence d'un échantillon intercalé entre les deux barres du même matériau. Les premiers appareils ont été conçus pour les essais de compression dynamique. Dans le cas d'un choc à moyenne énergie, le chargement de l'éprouvette se fait par génération d'une onde élastique se propageant dans les barres.

Du choc entre le projectile et la barre d'entrée, naissent deux ondes de compression qui se propagent simultanément, l'une dans la barre d'entrée et l'autre dans le projectile. La connaissance des ondes incidentes et réfléchies permet de reconstituer l'histoire des contraintes et des déformations subies par l'éprouvette.

La mesure de la charge et du déplacement dans les barres et dans l'échantillon à l'instant t est déduite de l'application de la théorie élémentaire de propagation des ondes longitudinales dans un milieu élastique.

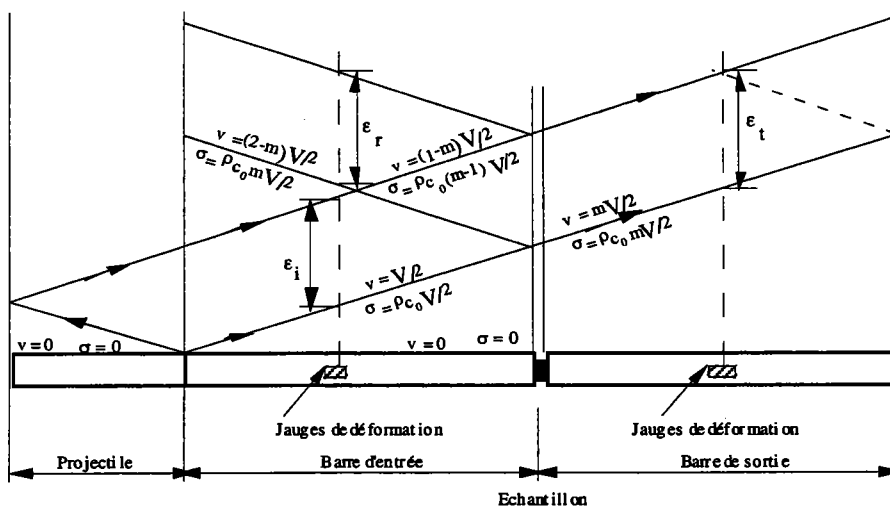


Figure (IV-6) : Représentation lagrangienne d'un essai d'HOPKINSON en compression

L'impédance mécanique des barres étant différente de celle de l'échantillon, l'éprouvette ne laissera passer qu'une partie de l'onde incidente. Les jauges de déformation placées sur les barres d'entrée et de sortie, à égale distance de part et d'autre de l'échantillon, permettent de mesurer les déformations des barres en ces points au passage du train d'ondes.

#### IV. 4. 1. 3 Jauges de déformation

Pour la mesure de la déformation, quatre jauges de déformation montées en pont de WEAHSTONE sont disposées sur chacune des barres de façon à former deux couples longitudinal - transversal diamétralement opposés afin d'éviter des effets parasites induits par d'éventuelles flexions locales des barres. La figure (IV-7) représente un exemple de montage en pont de WEAHSTONE.

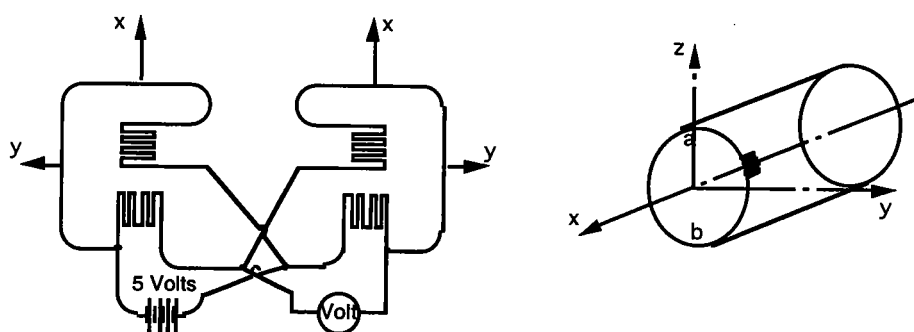


Figure (IV-7) : Capteur à jauges de déformation

Les jauges utilisées présentent les caractéristiques suivantes :

- 3 mm de longueur active ; cette petite longueur supprime les effets de défilement du signal pendant la mesure,
- faible facteur de dérive ( 0,002mV/°C ) et très bonne linéarité,
- par contre un très faible facteur de jauge (  $k = 2$  ).

La distance séparant les capteurs, constitués suivant la figure (IV-7), est égale à quatre fois la longueur du projectile. Cette précaution permet de s'assurer du découplage parfait des ondes incidentes  $\epsilon_i$  et réfléchies  $\epsilon_r$ .

Malgré cette précaution les erreurs expérimentales dues à un positionnement imparfait des jauges de déformation ou à une coaxialité insuffisante des barres sont fréquentes. Il est donc important de vérifier la précision des valeurs de déformation mesurées expérimentalement  $\epsilon_{exp}$ . Nous vérifions l'erreur admissible de 0,1% fixée dans le cadre de notre étude de la manière suivante :

lors d'un impact entre deux barres, l'équation reliant la vitesse particulière de la barre  $V^*$  à celle du projectile  $V_p$  est donnée par la théorie de la propagation des ondes :

$$V^* = \frac{(\rho_0 C_v)_1 V_p}{(\rho_0 C_v)_1 + (\rho_0 C_v)_2} \quad (\text{IV-1})$$

$\rho_0$  est la masse volumique de la barre, et  $C_v$  la célérité de l'onde le long de la barre.

Lorsque le projectile et la barre sont du même matériau, cette relation s'écrit :

$$V^* = \frac{V_p}{2} \quad (\text{IV-2})$$

par conséquent la déformation théorique s'écrit :

$$\varepsilon_{th} = \frac{V_p}{2 C_v} \quad (\text{IV-3})$$

Cette dernière relation permet de relier la déformation à la célérité ainsi qu'à la vitesse du projectile.

La vitesse du projectile  $V_p$  à l'impact est mesurée par l'extensomètre optique, et la célérité de l'onde  $C_v$  est une constante du matériau dont la valeur peut être vérifiée, si on connaît le temps de déplacement de l'onde d'un point  $x_1$  à un autre  $x_2$ .

$$C_v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (\text{IV-4})$$

Nous traçons dans la figure (IV-8) la courbe de calibration des déformations théoriques et expérimentales en fonction de la vitesse lors de l'impact d'une barre et d'un projectile en aluminium.

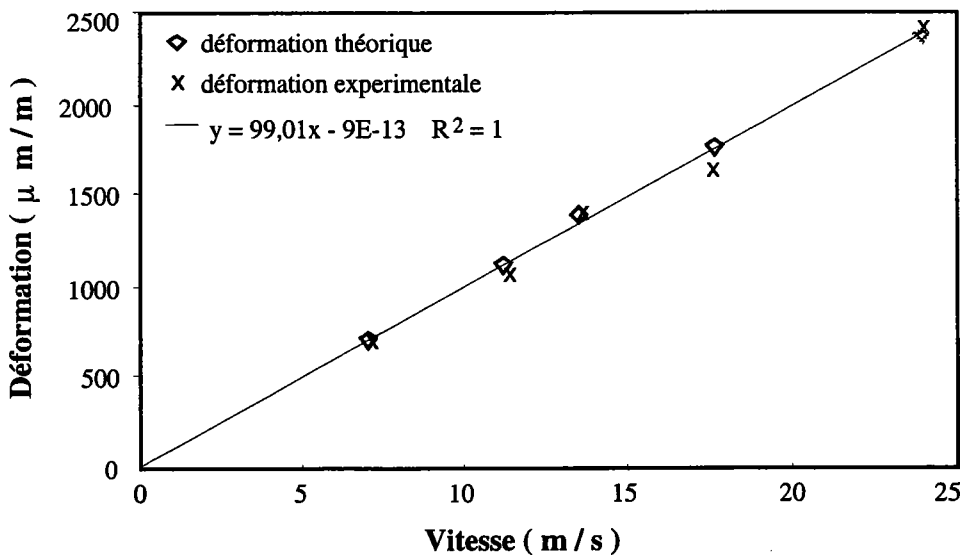


Figure (IV-8) : Calibration de la déformation mesurée sur une barre en aluminium

## IV. 4. 2 Chaîne de mesure

La chaîne d'acquisition des données est composée d'un extensomètre optique, d'un oscilloscope numérique et d'un amplificateur de signal.

### IV. 4. 2. 1 Amplificateur de signal

Les ponts de jauges ainsi constitués sont câblés et reliés à un conditionneur de signal "VISHAY 2210" à large bande passante. Le facteur des jauges utilisées étant faible, cet appareil permet une amplification du signal obtenu par les jauges de déformation collées sur les deux barres.

Ces ponts dynamiques "VISHAY" permettent en outre, avant chaque essai, de faire une calibration statique du dispositif expérimental par la mise en parallèle des résistances sur une des branches du pont. On simule de cette manière une déformation dont la valeur permettra de dépouiller les signaux électriques obtenus pendant les essais.

### IV. 4. 2. 2 Extensomètre optique

Dans le cadre de notre travail, le système optique de mesure est exclusivement utilisé pour mesurer la vitesse du projectile.

Les instants de passage du projectile, propulsé par un canon à air, devant chacun des objectifs de l'extensomètre optique, sont enregistrés par le déclenchement du trigger de l'oscilloscope numérique. La vitesse du projectile est déduite de la connaissance de la distance entre les cibles et du temps écoulé entre les deux déplacements. La figure (IV-9) représente l'évolution de la vitesse du projectile en fonction de la pression de lancement.

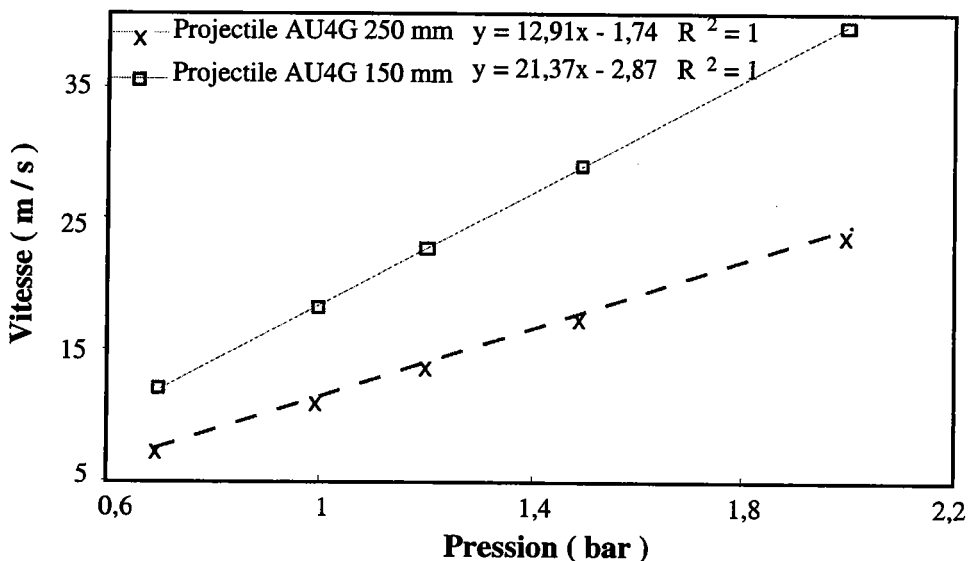


Figure (IV-9) : Relation entre la vitesse du projectile et la pression de lancement.

#### **IV. 4. 2. 3 Oscilloscope numérique**

Les sorties de l'amplificateur "VISHAY" et du pont d'extensométrie sont reliées à un oscilloscope numérique NICOLET 440 à quatre voies. L'emploi d'oscilloscope numérique est très utile dans la mesure où l'acquisition des signaux expérimentaux se fait en temps réel.

Après une conversion analogique numérique, cette unité de contrôle permet de visualiser chaque signal de l'essai, favorisant ainsi certaines vérifications avant le stockage sur disquette.

#### **IV. 5 Conclusion**

Nous avons présenté, dans ce chapitre, les caractéristiques mécaniques du verre float et les dispositifs expérimentaux utilisés lors des différents essais :

- machine conventionnelle de traction INSTRON pour les essais statiques,
- barres d'HOPKINSON pour les essais dynamiques.

Malgré les hypothèses faites sur l'uniaxialité des contraintes, l'homogénéité des contraintes et la déformation dans l'éprouvette, la théorie élémentaire de la propagation des ondes élastiques constitue une bonne approche dans le dépouillement des essais sur les barres d'HOPKINSON.

En facilitant l'accès à l'histoire du chargement dynamique des éprouvettes, le dispositif des barres d'HOPKINSON permet de déterminer l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement des matériaux.

# **RESULTATS ET DISCUSSIONS**

## **CHAPITRE V**

### **ESSAIS DE FLEXION TROIS POINTS**

## V- FLEXION TROIS POINTS

### V. 1 Introduction

Le verre est un matériau à rupture fragile, comportant des micro défauts. Contrairement aux matériaux ductiles où l'application d'un chargement produit, au niveau du défaut le plus critique, une micro plasticité conduisant à un durcissement localisé du matériau et une redistribution des contraintes dans la structure, la rupture inéluctable du verre est amorcée dès l'activation du premier défaut critique.

Etant donnée la difficulté d'alignement et de serrage des éprouvettes de traction en matériau fragile, les essais de rupture du verre sont généralement réalisés en flexion trois points, pour des raisons de simplicité de mise en oeuvre, sur des barrettes de verre de section circulaire ou rectangulaire.

Les caractéristiques mécaniques mesurées sont la contrainte de rupture et la ténacité. Nous allons mettre l'accent sur l'influence du rayon d'entaille et de la vitesse de chargement sur la ténacité. L'aspect stochastique de la rupture du verre est étudié en appliquant le modèle de WEIBULL [V-1] pour l'évaluation des dispersions des résultats expérimentaux obtenus sous sollicitations statiques et dynamiques. Le test de KOLMOGOROV - SMIRNOV [V-2] a permis de vérifier le bon ajustement du modèle de WEIBULL.

### V. 2 Eprouvettes de flexion trois points

La géométrie des éprouvettes adoptée, dans cette partie de notre étude, est un barreau de verre lisse ou entaillé de section rectangulaire. Les différents rayons d'entaille choisis pour étudier les phénomènes de rupture sont : ( $\rho = 0,125 ; 0,5 ; 0,75; 1$  et  $1,2$  mm). Les caractéristiques géométriques de ces éprouvettes sont données dans la figure (V-1).

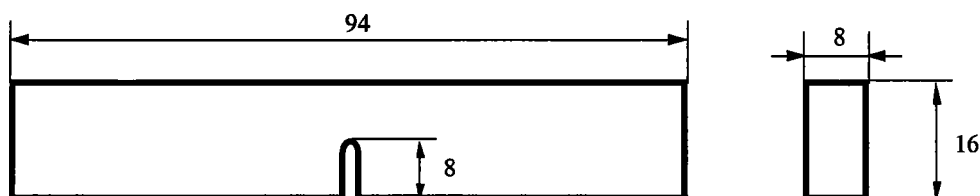


Figure (V-1) : Géométrie des éprouvettes utilisées lors des essais de flexion trois points

Dans cette partie, nous étudions le comportement à la rupture du verre sous chargements statiques et dynamiques. La comparaison des résultats obtenus permettra d'évaluer l'influence de la vitesse de déformation sur la résistance à la rupture du verre.

### V. 3 Essais statiques

#### V. 3. 1 Dispositif d'essai

L'étude expérimentale du comportement mécanique du verre en flexion trois points quasi statiques a été réalisée sur le dispositif schématisé sur la figure (V-2). La mise en charge de l'éprouvette s'effectue par déplacement de la traverse à une vitesse de 0,5 mm / min.

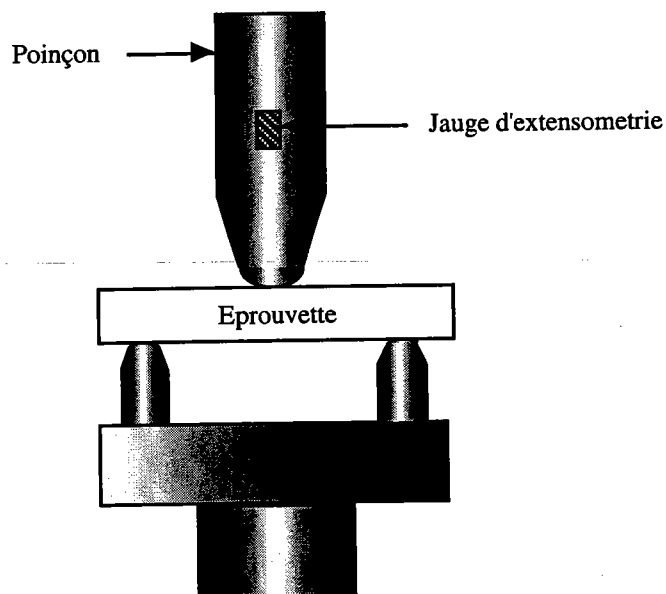


Figure (V-2) : Schéma du dispositif flexion trois points quasi statique

Les mesures réalisées avec ce dispositif expérimental fournissent directement l'évolution de la charge en fonction de la flèche centrale de l'éprouvette.

#### V. 3. 2 Résultats expérimentaux

##### V. 3. 2. 1 Analyse des contraintes

Pendant l'essai, la face opposée au point d'application de la charge est sollicitée en traction. La déformation de l'éprouvette est obtenue à l'aide de la jauge d'extensométrie collée sur le poinçon.

La contrainte critique de rupture est calculée par la relation classique de la résistance des matériaux. Elle correspond à la contrainte maximale induite dans la structure par l'effort enregistré lors de l'essai :

$$\sigma_r = \frac{3 P_r S}{2 W B^2} \quad (\text{V-1})$$

$P_r$ ,  $S$ ,  $B$ , et  $W$  sont respectivement la force maximale enregistrée, la distance entre deux appuis, la hauteur et l'épaisseur de l'éprouvette.

La déformation globale  $\epsilon_g$  étant déterminée à partir de la flèche centrale de l'éprouvette "f" par la relation :

$$\epsilon_g = \frac{6 f W}{S^2} \quad (\text{V-2})$$

La figure (V-3) montre un exemple de courbe représentant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation de l'éprouvette obtenue à partir d'un essai statique. Cette loi de comportement statique est déduite des enregistrements des courbes charge - déplacement, obtenues pendant les essais sur une éprouvette de 0,5 mm de rayon d'entaille.

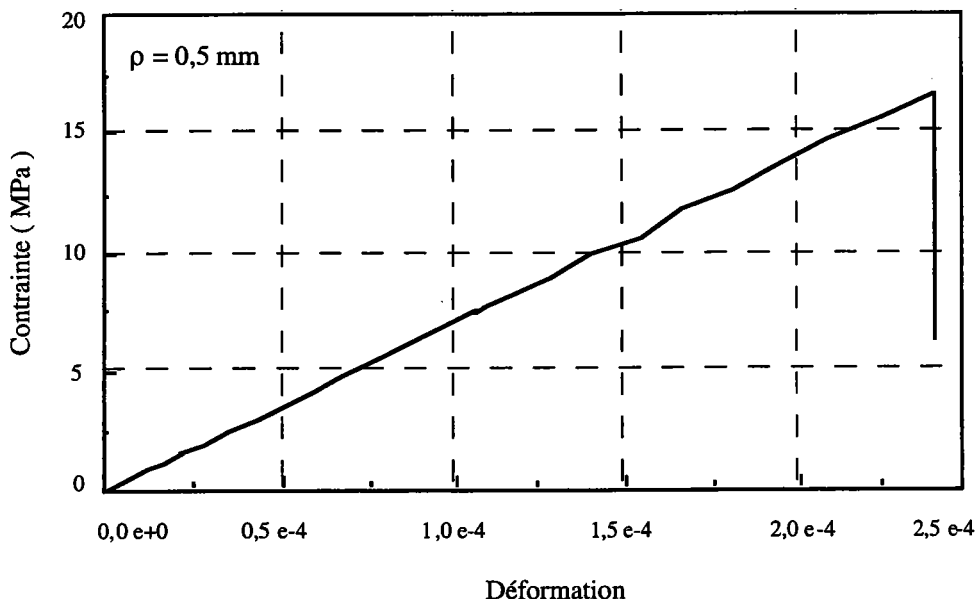


Figure (V-3) : Exemple de courbe charge - déformation, obtenue pendant les essais de flexion trois points statiques

Cette courbe montre que le matériau a un comportement linéaire élastique tout au long de l'essai. La rupture de l'éprouvette se faisant de manière brutale au pic de chargement.

Le tableau (V-1) rassemble l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus lors des essais sur les éprouvettes lisses. Ces résultats représentent les valeurs moyennes calculées par rayon d'entaille.

rayon d'entaille	Nombre d'essais	$\sigma_r$ (MPa)	E (MPa)
0,125	15	14,14 $\pm$ 6,03	71936 $\pm$ 3430
0,5	15	16,25 $\pm$ 3,19	69187 $\pm$ 2143
0,75	15	17,6 $\pm$ 5,35	67977 $\pm$ 4201
1	15	18,5 $\pm$ 5,16	73580 $\pm$ 1427
1,2	15	19,29 $\pm$ 4,92	68452 $\pm$ 1698

Tableau (V-1) : Récapitulatif des résultats expérimentaux

On remarque d'après le résultat du tableau (V-1) que les valeurs moyennes des contraintes critiques de rupture augmentent avec le rayon d'entaille. Cette augmentation est attribuée à l'influence de la géométrie de l'entaille et confirme en même temps le résultat très bien connu selon lequel pour une structure, la présence d'une fissure est nettement plus nocive que celle d'une entaille.

### V. 3. 2. 2 Conclusion

Les valeurs de contrainte de rupture obtenues sont, pour l'ensemble des essais, inférieures d'une part à celles des éprouvettes lisses [V-3], et d'autre part à la limite élastique du verre qui, d'après les données bibliographiques [V-4; V-5], est comprise entre 50 MPa et 110 MPa. Les faibles valeurs de contrainte de rupture s'expliquent par la présence de l'entaille qui, non seulement réduit la largeur du ligament supportant la charge mais influence la distribution des contraintes en fond d'entaille.

L'écart type important des valeurs de contrainte de rupture met en évidence la grande dispersion des résultats. Cette dispersion généralement observée, due à la présence sur la surface du verre de micro défauts de tailles variables et d'orientations aléatoires, sera analysée par la loi statistique de WEIBULL.

La moyenne des valeurs expérimentales du module de Young, observée pendant les essais sur le verre float, est du même ordre de grandeur que celle rencontrée dans la littérature. La faible valeur de l'écart type indique que les dispersions notées sur le module de Young sont plus liées au dispositif expérimental qu'à la nature du matériau.

### V. 3. 3 Ténacité statique

La réalisation des préfissures de fatigue sur les échantillons de verre, comme le préconise la norme, est très difficile et conduit généralement à leur rupture inopinée. La mesure de la ténacité du verre est généralement faite à partir d'éprouvettes entaillées. En fonction de la géométrie et du caractère du défaut (aiguë ou émoussée), le formalisme de la définition du facteur d'intensité de contraintes s'exprime de manière différente .

Actuellement, les modèles de **CREAGER** [V-6] et de l'**ASTM** [V-7] sont les plus utilisés pour le calcul de la ténacité statique des structures entaillées en matériaux fragiles.

Rappelons que dans le cas du modèle de **CREAGER**, la distribution des contraintes en fond d'entaille est identique à celle d'une fissure, mais décalée dans la direction du fond d'entaille d'une distance égale à  $\rho / 2$ . Lorsque le rayon d'entaille  $\rho$  tend vers zéro, le facteur d'intensité de contraintes est lié à la contrainte maximale par la relation :

$$K_{IC}^* = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sigma_{yy} \left( \rho = \frac{\rho}{2} \right) \sqrt{\rho} \quad (V-3)$$

Par contre pour les essais statiques de flexion trois points sur des éprouvettes de dimensions finies, la formule issue de la norme **ASTM**, le facteur d'intensité de contrainte critique  $K_{IC}$  se calcule à partir de l'expression :

$$K_{IC} = \frac{P_c}{B \sqrt{W}} F_p(a/W) \quad (V-4)$$

a : longueur de la fissure

W : largeur de l'éprouvette

$F_p(a/W)$  est un coefficient de correction qui est fonction de la géométrie de l'éprouvette et de la configuration d'essai.

Dans le cas de la géométrie d'éprouvette que nous utilisons ( $a/W = 4$ ), **EVANS** [V-8], afin de tenir compte de l'évolution de la complaisance de l'échantillon fonction de la longueur a du défaut, propose d'écrire la fonction de correction de géométrie  $F_p(a/W)$  sous une forme polynomiale :

$$F_p(a/W) = 1,93 - 3,07(a/W) + 14,53(a/W)^2 - 21,12(a/W)^3 + 25,80(a/W)^4 \quad (V-5)$$

### V. 3. 3. 1 Concept du Facteur d'Intensité de Contraintes d'Entaille

Le champ des contraintes à la pointe d'une fissure étant différent de celui qui règne au voisinage du fond d'entaille, le dépouillement des résultats expérimentaux à l'aide de la contrainte globale, comme le préconise la méthode ASTM, présente l'inconvénient de ne pas incorporer tous les paramètres géométriques du défaut. En effet, dans le cas où la structure comporte une entaille, l'influence de celle-ci doit être prise en compte dans l'évaluation de sa résistance. On se doit d'adopter un critère qui décrit de la façon la plus complète la présence du rayon et de l'angle d'entaille.

Dans cette optique, nous utiliserons le concept du facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille pour déterminer la ténacité du verre float. Les résultats obtenus par cette démarche seront comparés aux méthodes classiques de détermination de ténacité des matériaux fragiles tels que le verre et les céramiques.

#### V. 3. 3. 1. 1 Distribution des contraintes en fond d'entaille

Le calcul aux éléments finis permet d'obtenir la distribution des contraintes en fond d'entaille d'une éprouvette sollicitée en flexion trois points. Pour cette analyse, nous avons utilisé le code de calcul CASTEM 2000, développé par le Département de Mécanique et de Technologie du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA).

Compte tenu de la symétrie de la géométrie, une seule moitié de l'éprouvette a été modélisée. Nous avons fait un calcul en deux dimensions et utilisé pour cela des éléments quadrangulaires isoparamétriques de 8 noeuds. Afin d'assurer la précision du calcul, le maillage au voisinage du fond d'entaille est plus dense que partout ailleurs. Sur la figure (V-4), nous avons représenté un exemple du maillage utilisé lors de la modélisation de l'éprouvette.

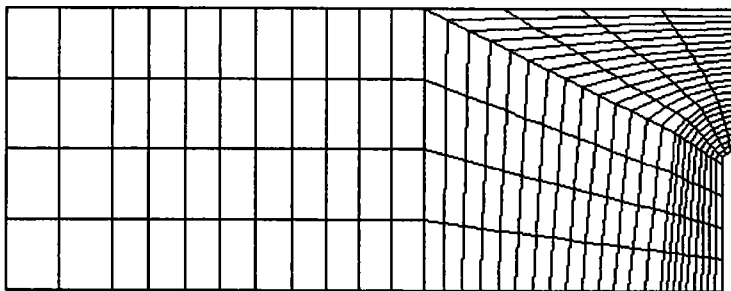


Figure (V-4) : Modélisation par éléments finis de l'éprouvette.

La résolution numérique a été faite en déformation plane, et les valeurs du chargement imposées lors du calcul sont celles obtenues pendant les essais. Nous représentons dans la

figure (V-5), le champ des contraintes d'ouverture obtenus à partir de la simulation numérique des éprouvettes de 0,5 mm de rayon d'entaille.

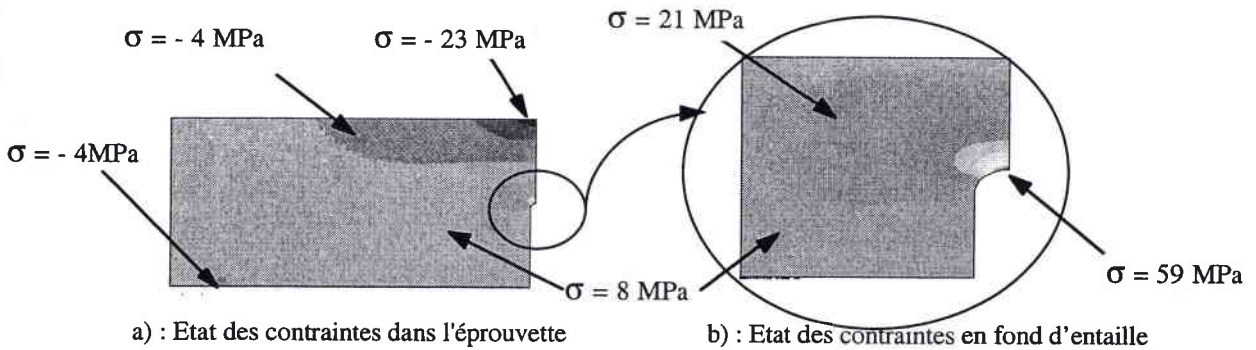


Figure (V-5) : Modélisation par éléments finis de l'éprouvette

Ce résultat montre, qu'en état de contraintes quasi statiques, l'amorçage de la fissure se fait à partir du fond d'entaille.

Nous représentons dans la figure (V-6), l'évolution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  d'ouverture le long du ligament obtenue par calculs aux éléments finis, pour un rayon d'entaille de 0,5 mm.

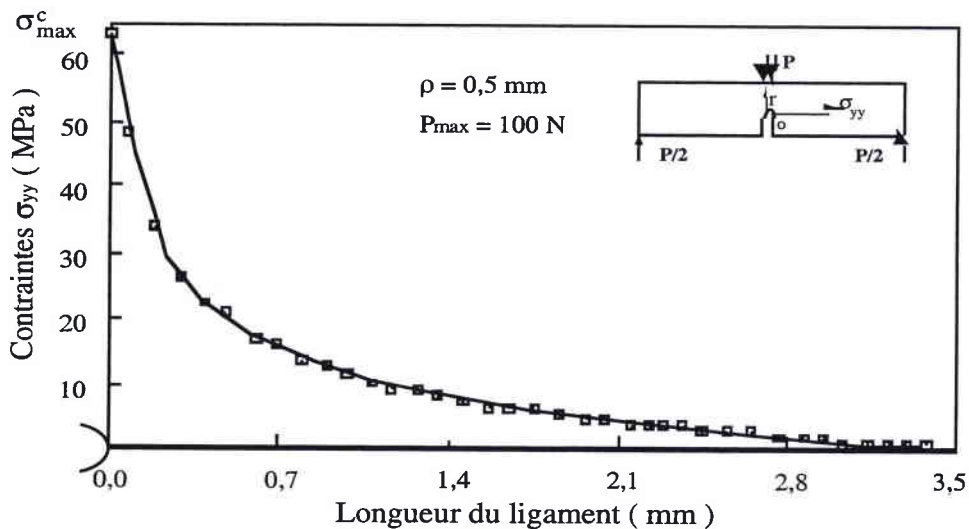


Figure (V-6) : Distribution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  normale au plan d'entaille en fonction de la longueur du ligament, pour un chargement  $P = 100$  N.

L'analyse de ce diagramme montre que la distribution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  normale au plan d'entaille présente un fort gradient qui joue un rôle particulier dans la rupture de l'éprouvette. Il est particulièrement intéressant de représenter cette distribution de la contrainte dans une échelle bi-logarithmique.

Pour l'ensemble des rayons d'entaille, la figure (V-7) donne une vue générale de la représentation dans un diagramme bi-logarithmique des distributions des contraintes dans des éprouvettes SENB soumises à une sollicitation de flexion trois points statiques.

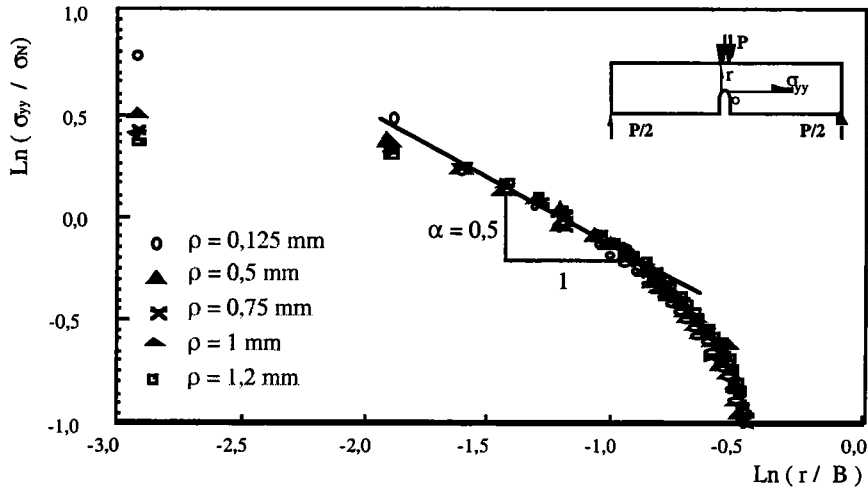


Figure (V-7) : Influence du rayon d'entaille sur la distribution de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$

Comme on peut le constater, le rayon d'entaille a une influence sur la distribution des contraintes, et notamment celle normale au plan d'entaille. Pour chaque rayon d'entaille, la courbe de la contrainte d'ouverture  $\sigma_{yy}$ , en fonction de la distance  $r$  est d'abord non linéaire dans un diagramme bi-logarithmique.

Il est important de noter que les parties linéaires de toutes les courbes possèdent une pente identique. Cette droite unique correspond au cas d'une fissure ( $\rho = 0$ ). Quand le rayon d'entaille diminue, la longueur de la partie linéaire de la courbe augmente.

### V. 3. 3. 1. 2 Facteur d'intensité des contraintes d'entailles en mode I

Chacune des courbes représentées dans la figure (V-7) fait apparaître trois zones distinctes :

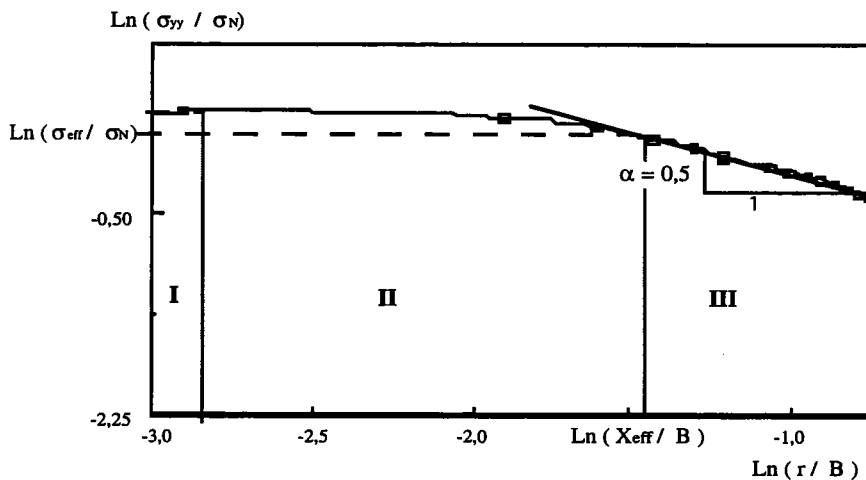


Figure (V-8) : Contrainte normale normalisée en fonction de la distance normalisée dans un diagramme bi-logarithmique

D'après la définition des zones I, II et III, le facteur d'intensité de contraintes d'entaille critique s'exprime par une contrainte effective, une distance effective et une constante qui dépend de l'angle d'entaille.

$$K_{\rho} = \sigma_{\text{eff}} (2 \pi X_{\text{eff}})^{\alpha} \quad (\text{V-6})$$

Dans cette expression, il n'y a plus de singularité de contraintes en fond d'entaille, mais une contrainte effective. Cette remarque est à la base de la méthode proposée pour la détermination de la ténacité des structures entaillées.

La figure (V-9) représente simultanément les variations de la distance effective et de la contrainte effective en fonction du rayon d'entaille. On trouve que la contrainte effective  $\sigma_{\text{eff}}$  diminue lorsque le rayon d'entaille augmente. La distance effective  $X_{\text{eff}}$  croît de manière presque linéaire avec le rayon d'entaille et peut être décrite par la relation :

$$X_{\text{eff}} = A(\psi) \rho + B(\psi) \quad (\text{V-7})$$

où  $A(\psi)$  et  $B(\psi)$  sont des constantes pour un angle d'entaille donné.

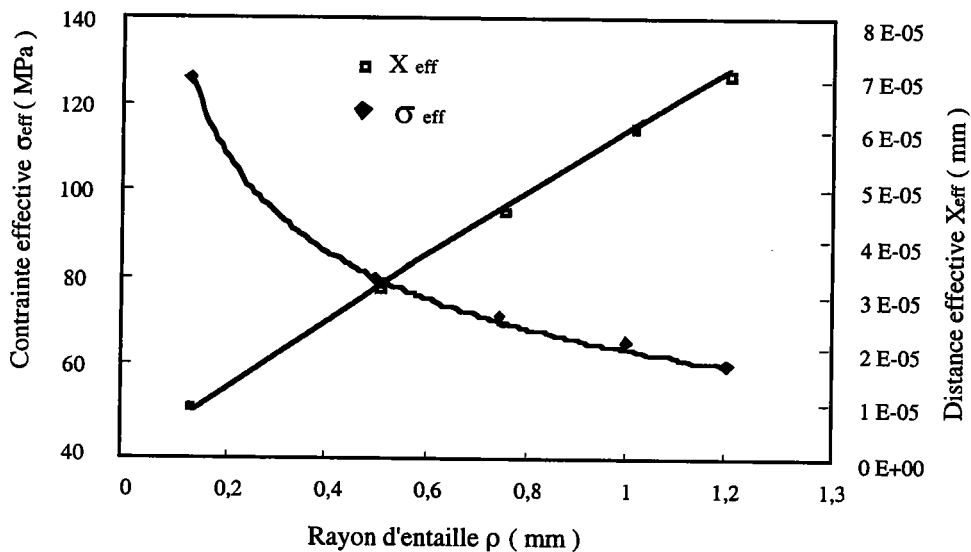


Figure (V-9) : Influence du rayon d'entaille sur la contrainte maximale critique et la distance effective

Il est important de souligner le rôle du gradient de contraintes dans le processus de rupture qui physiquement nécessite un certain volume d'élaboration. Le volume d'élaboration de la rupture est supposé régi par la distance effective  $X_{\text{eff}}$ .

### V. 3. 3. 1. 3 Ténacité du verre pour différents rayons d'entaille

Les valeurs de ténacité statique du verre calculées respectivement selon les méthodes ASTM, CREAGER et le concept du facteur d'intensité de contraintes d'entaille  $K_{IC}$ ,  $K_{IC}^*$  et  $K_{\rho}^c$  sont reportées sur la figure (V-10) en fonction de la racine carrée du rayon d'entaille.

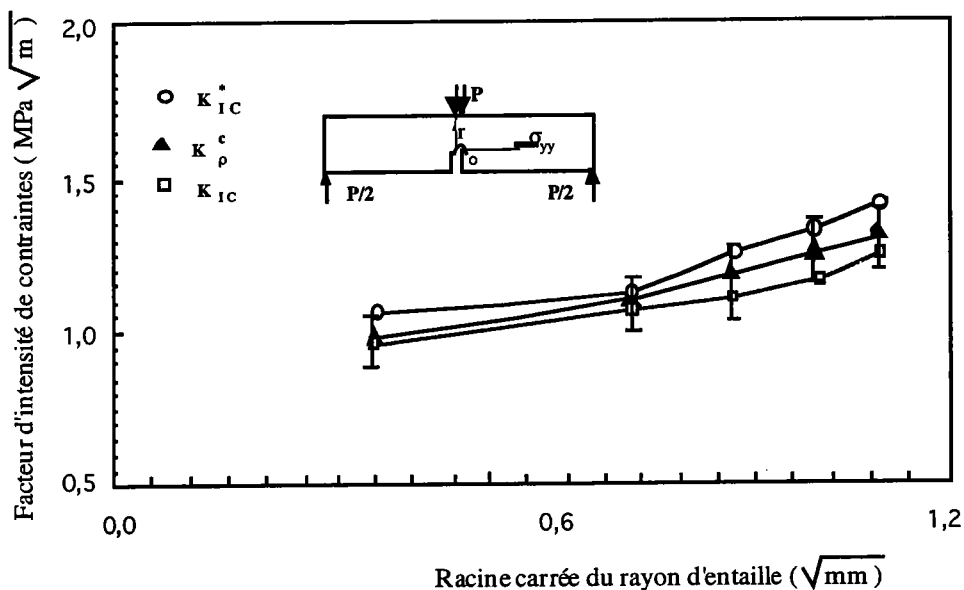


Figure (V-10) : Influence du rayon d'entaille sur la ténacité statique

Comme l'indique ces courbes, les résultats expérimentaux révèlent une sensibilité de la ténacité statique du verre avec le rayon d'entaille. D'une manière générale et malgré la forte dispersion des caractéristiques mécaniques du matériau, on observe que la ténacité statique du verre augmente avec le rayon d'entaille.

Pour de faibles rayons d'entaille, inférieures à 0,5 mm, les valeurs de ténacité obtenues à partir des trois modèles précédemment cités sont sensiblement égales. Lorsque le rayon d'entaille devient supérieur à 0,5 mm, l'écart entre les résultats des différents modèles devient plus sensible. Pour un rayon d'entaille de 1,2 mm par exemple, on observe une différence de 25% entre le modèle de CREAGER et le facteur d'intensité de contraintes critiques, et de 20% entre ceux proposés par l'ASTM et CREAGER,

Lorsque le rayon d'entaille tend vers zéro (cas d'une fissure), l'extrapolation des courbes de la figure (V-10) donne des valeurs de ténacité du verre comprises entre 0,8 et 0,9 MPa  $\sqrt{m}$ . Ces valeurs obtenues sont du même ordre de grandeurs que celles rencontrées dans la littérature.

Malgré l'importance du sujet, il existe à notre connaissance très peu de chercheurs qui se soient investis dans l'étude de la résistance mécanique du verre. Le tableau (V-2) regroupe les résultats significatifs de ténacité statique présents dans la littérature.

Verre	$K_{IC}$ (MPa)	Références
SiO <sub>2</sub>	0,79	[V-9]
Aluminosilicate	0,91	[V-9]
Silico sodo calcique	0,75	[V-9]
Borosilicate	0,77	[V-9]
Float	0,81	[V-10]

Tableau (V-2) : Ténacité statique de quelques verres.

Comme l'indiquent les valeurs mentionnées dans ce tableau, la ténacité statique du verre est comprise dans l'intervalle allant de 0,77 MPa  $\sqrt{m}$  à 0,91 MPa  $\sqrt{m}$ .

#### V. 3. 3. 1. 4 Conclusion

La ténacité statique est calculée par trois méthodes différentes. Les modèles proposés par l'ASTM et CREAGER donnent la ténacité statique  $K_{IC}$  et  $K_{IC}^*$  à partir de la valeur maximale de charge obtenue pendant chaque essai de flexion trois points. La valeur du facteur d'intensité de contraintes critiques est obtenu à partir de la détermination d'une contrainte et d'une distance effective.

Le critère du facteur d'intensité de contraintes d'entaille exprime l'existence d'un volume d'élaboration de la rupture où le niveau de contrainte  $\sigma$  doit atteindre la valeur dite effective  $\sigma_{eff}$  pour provoquer l'instabilité de la fissure. En tenant compte de la géométrie de l'entaille et de l'influence du gradient de contrainte, le facteur d'intensité de contraintes d'entaille permet d'évaluer, avec une bonne précision, la résistance à la rupture de matériau tel que le verre.

La fissure n'étant qu'une entaille particulière, les méthodes classiques de détermination de la ténacité proposées par l'ASTM et CREAGER ne sont pas adaptées à la mesure de la ténacité des matériaux fragiles.

#### V. 3. 4 Analyse statistique

Le fait que les mécanismes de rupture du verre s'amorcent à partir de défauts microstructuraux, répartis de manière aléatoire, introduit une certaine dispersion dans la mesure de la contrainte de rupture du verre. Cette contrainte de rupture ne serait donc qu'une grandeur

indicative. Elle ne permet pas d'affirmer que, d'une éprouvette à l'autre, le matériau pourra résister à la charge mesurée précédemment. Pour cela, une analyse statistique des résultats des valeurs expérimentales de contraintes de rupture est recommandée. Cette analyse consiste à déterminer les paramètres du modèle de WEIBULL.

### V. 3. 4. 1 Loi statistiques de WEIBULL

L'analyse statistique des données expérimentales de contrainte de rupture proposée par WEIBULL est maintenant largement connue et adaptée pour décrire le comportement à la rupture des matériaux fragiles. Ce modèle statistique ne sera utilisé que sous certaines hypothèses :

- la contrainte provoquant la rupture de l'échantillon est supposée uniforme.
- l'échantillon est assimilé à un ensemble de volume, et sa rupture est amorcée à partir du lieu contenant le défaut le plus important et le mieux orienté par rapport à la sollicitation.
- Les défauts présents sur l'échantillon sont distribués de manière aléatoire et supposés indépendants. Pris individuellement, ils entraînent une contrainte de rupture  $\sigma_r$ .

Dans le cas d'une traction uniaxiale, la relation permettant de calculer la contrainte moyenne de WEIBULL et le coefficient de variation  $c_v$ , s'écrivent à l'aide de la fonction Gamma :

$$\bar{\sigma} = \sigma_s + \left| \sigma_o / V^{1/m_w} \right| \Gamma(1 + (1/m_w)) \quad (\text{V-8})$$

$$c_v = \sqrt{\Gamma(1 + (1/m_w)) / \Gamma^2(1 + (1/m_w)) - 1}$$

Dans ces expressions, la fonction Gamma  $\Gamma(x)$  est telle que :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} \exp(-t) t^{x-1} dt \quad (\text{V-9})$$

Le succès du modèle statistique de WEIBULL est essentiellement dû à sa simplicité et à son lien historique avec la théorie statistique du maillon le plus faible. Si toutes les hypothèses précédemment citées sont satisfaites, la probabilité de rupture  $P_r$  sous une contrainte donnée proposée par WEIBULL s'exprime par :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left\{ -V \left[ \frac{(\sigma - \sigma_s)^{m_w}}{\sigma_o} \right] \right\} \quad \text{pour } \sigma > \sigma_s \quad (\text{V-10})$$

- $\sigma_0$  est la contrainte de normalisation. Plus  $\sigma_0$  est grand, plus la contrainte moyenne est élevée.
- $\sigma_s$  définit la contrainte seuil en dessous de laquelle la probabilité de rupture est nulle. Dans le modèle de WEIBULL, à deux paramètres, cette valeur est prise égale à zéro.
- $m_w$  est le module de WEIBULL. Il représente l'inhomogénéité des tailles de défauts pouvant conduire à la rupture. Une faible valeur de  $m_w$  est signe d'une grande dispersion.

### V. 3. 4. 2 Détermination des paramètres du modèle WEIBULL

Les essais quasi statiques ont permis de déterminer la contrainte critique de rupture du verre. Les résultats expérimentaux sont analysés suivant le modèle statistique de WEIBULL à deux paramètres. En effectuant plusieurs fois le même type d'essai et en rangeant les valeurs expérimentales par ordre croissant, la probabilité cumulée des données expérimentales est déterminée par la méthode des rangs moyens proposée par GUMBEL (V-11) :

$$P_{\text{exp}} = \frac{i}{n+1} \quad (\text{V-11})$$

$i$  : rang de la contrainte

$n$  : nombre d'éprouvettes

En analyse statistique des propriétés des matériaux, le moyen de présentation classique des résultats expérimentaux est le diagramme de WEIBULL. Dans ce diagramme représenté sur la figure (V-11), les paramètres du modèle de WEIBULL  $m_w$  et  $\sigma_0$  sont déterminés par une régression linéaire sur la courbe d'équation :

$$\text{Ln Ln} \left( \frac{1}{1 - P_r(\sigma)} \right) = m_w \text{Ln}(\sigma) - m_w \text{Ln}(\sigma_0) \quad (\text{V-12})$$

$m_w$  est la pente de cette droite, et la valeur de la contrainte de normalisation  $\sigma_0$  est donnée par l'intersection de la droite d'équation (V-11) avec l'axe des abscisses .

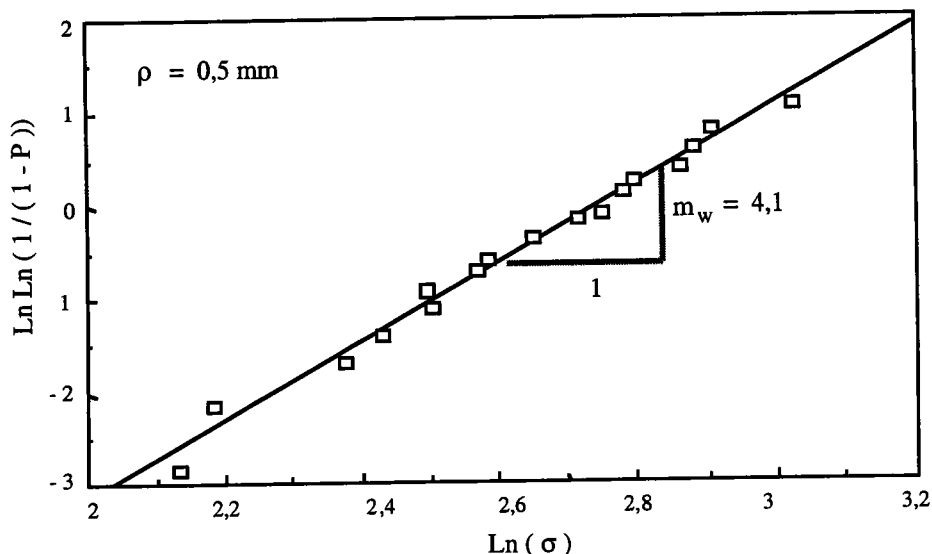


Figure (V-11) : Estimation des paramètres de WEIBULL, essai statique

### V. 3. 4. 3 Test de KOLMOGOROV - SMIRNOV

Le test d'ajustement de KOLMOGOROV - SMIRNOV permettra de vérifier que la distribution statistique choisie ajuste bien les données expérimentales. Ce test fait partie d'un sous groupe de tests d'hypothèses pour lesquelles un seuil de signification est donné. Celui-ci fixe le risque d'erreur soit de première espèce (rejet d'une hypothèse vraie), soit de deuxième espèce (acceptation d'une hypothèse fausse).

Le test de KOLMOGOROV - SMIRNOV présente l'avantage de ne pas nécessiter le regroupement en classe des données et surtout de pouvoir être utilisé même si l'effectif de l'échantillon est petit.

La comparaison de la fonction de répartition des données expérimentales  $F(t)$  avec une fonction de répartition théorique  $F(t)$  se fait par la mesure point par point de leur plus grande différence  $D_n$ .

$$D_n = \max |F(t) - F(t)| \quad (\text{V-13})$$

L'acceptation de l'hypothèse est décidée si :

$$D_n < D_{n,\alpha} \quad (\text{V-14})$$

$D_{n,\alpha}$  étant une valeur de la table en fonction du risque  $\alpha$  choisi.

### V. 3. 4. 4 Probabilité cumulée

La figure (V-15) montre l'évolution de la probabilité cumulée de rupture en fonction de la contrainte critique de rupture des échantillons sous sollicitation quasi statique pour un rayon d'entaille égale à 0,5 mm, ainsi que les bornes supérieures et inférieures définies par le test de KOLMOGOROV-SMIRNOV, equation (V-13).

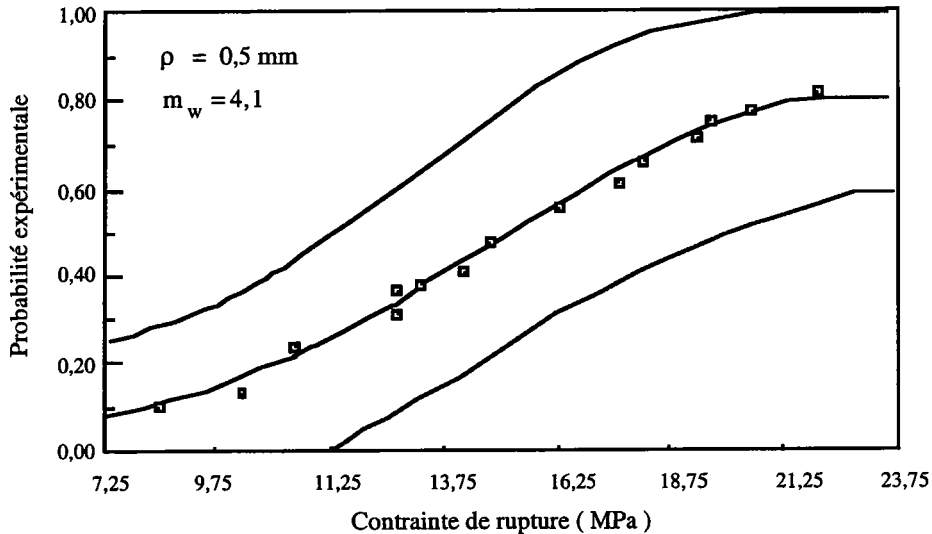


Figure (V-15) : Probabilité cumulée expérimentale : (test de KOLMOGOROV - SMIRNOV)

Ce diagramme montre que toutes les valeurs expérimentales de probabilité cumulée sont à l'intérieur du domaine défini par l'équation (V-13) du test de KOLMOGOROV - SMIRNOV. On peut donc conclure de la validité du modèle de WEIBULL à deux paramètres pour l'ajustement des valeurs expérimentales de contraintes de rupture du verre.

### V. 3. 4. 5 Conclusion

Le coefficient de dispersion obtenu lors du dépouillement statistique des contraintes dynamiques de rupture est égal à 22,4 %. Il est important de noter que cette valeur est supérieure à celle obtenue sous sollicitation quasi statique.

Les valeurs des écarts types observées montrent que la dispersion des contraintes critiques de rupture est indépendante du rayon d'entaille.

Les caractéristiques d'un matériau étant sensibles à la vitesse de déformation pour laquelle elles sont mesurées, il était intéressant, dans le cadre de cette thèse, de comparer les caractéristiques mécaniques du verre sous sollicitations quasi statiques et dynamiques.

## V. 4 Essais dynamiques

Le but de ce paragraphe est de réaliser une analyse détaillée du comportement d'une éprouvette de verre sollicitée en flexion trois points dynamiques. Notre étude se résume à proposer une démarche permettant de faire une mesure fiable de la ténacité dynamique des matériaux fragiles, qui tienne compte de l'influence du gradient de contrainte en fond d'entaille.

### V. 4. 1 Dispositif expérimental

Les essais de flexion trois points dynamiques ont été réalisés sur le dispositif des barres de HOPKINSON [V-12] de la figure (IV-5). Les éprouvettes utilisées présentent les mêmes caractéristiques mécaniques et géométriques que celles testées dans le paragraphe précédent, à savoir des barrettes de verre avec différents rayons d'entailles ( $\rho = 0,125 ; 0,5 ; 0,75 ; 1$  et  $1,2$  mm).

La configuration d'essai adoptée est identique à celle mise au point par RUIZ [V-13]. Le support théorique associé à cette méthode ainsi que la méthode de détermination expérimentale des contraintes et des déformations ont été exposés dans la partie bibliographique. Nous rappelons les relations permettant de déterminer la valeur de la contrainte et de la déformation à la rupture d'une éprouvette sollicitée en flexion trois points dynamiques. L'utilisation de ces relations est basée sur l'hypothèse de l'homogénéité quasi statique des contraintes et des déformations. Dans ce cas, la charge appliquée sur l'échantillon est directement proportionnelle à l'onde transmise :

$$P_s = E_b A_b \varepsilon_t(t) \quad (\text{V-15})$$

avec :

$$\varepsilon_t(t) = \varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)$$

et le déplacement de ses points d'application est proportionnel à l'intégrale de l'onde réfléchie.

$$\delta_s = 2 C_{0b} \int_0^t \varepsilon_r(\xi) d\xi \quad (\text{V-16})$$

Dans ces relations, les indices s et b désignent respectivement l'échantillon et la barre

$C_0$  : la vitesse de propagation longitudinale des ondes élastiques

$E$  : module de young

$A$  : section droite de la barre

$\xi$  : variable de temps

## V. 4. 2 Résultats expérimentaux

L'une des difficultés majeures que pose la conduite des essais dynamiques sur des matériaux fragiles, est l'interprétation des données issues de ces expérimentations et la détermination de la charge critique obtenue pour un temps de rupture extrêmement court.

Dans notre cas, surmonter cette difficulté revient à identifier de manière exacte l'instant réel de rupture sur une courbe représentant l'évolution temporelle du chargement des éprouvettes.

Pour déterminer l'instant exact d'amorçage de la rupture, nous nous sommes proposés d'instrumenter les éprouvettes d'essais au moyen de jauges de déformation. L'intérêt de ces jauges réside dans la possibilité d'obtenir un signal continu pendant toute la durée de l'essai.

### V. 4. 2. 1 Temps de rupture

Dans un premier temps les éprouvettes instrumentées sont testées en flexion trois points quasi statiques. Ces essais confirment que l'instant d'amorçage correspond bien au maximum de la charge appliquée sur l'éprouvette.

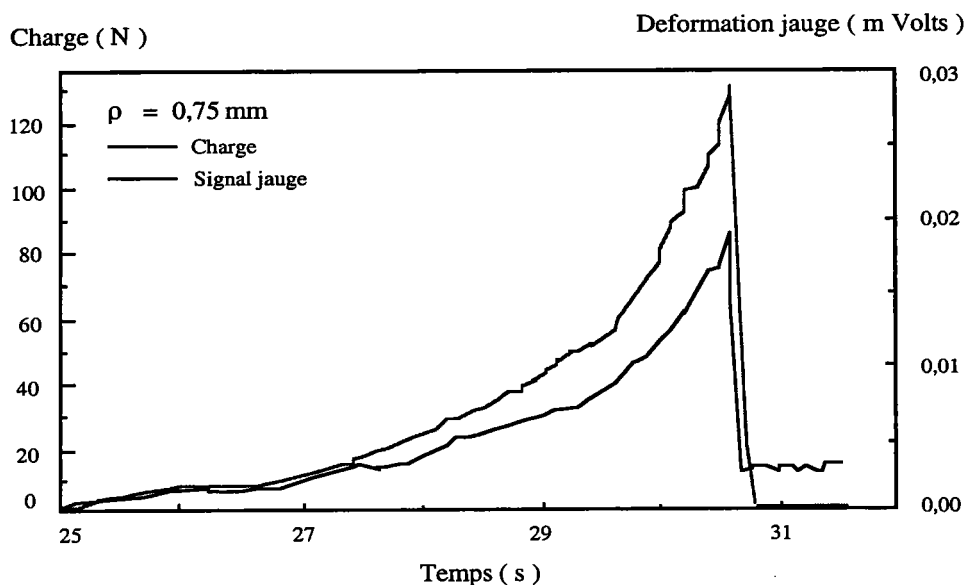


Figure (V-16) : Courbe d'un essai statique  $\rho = 0,75 \text{ mm}$ .

La figure (V-16) montre l'exemple d'une courbe obtenue sur l'une des éprouvettes de rayon d'entaille égal à 0,75 mm.

D'après les mesures effectuées, le signal obtenu par la jauge collée au voisinage du front de fissure montre que la chute de la charge enregistrée par la machine d'essai coïncide avec la décharge de la jauge. Concluant que l'instant d'amorçage de la rupture de l'éprouvette correspond à la décharge de la jauge, nous analysons la contrainte de rupture du verre en flexion trois points dynamiques.

#### V. 4. 2. 2 Contrainte de rupture

Le verre étant un matériau fragile par excellence, son comportement à température ambiante est généralement linéaire élastique aussi bien sous sollicitation statique que dynamique.

Partant de ce constat et en observant la décharge du signal de la jauge de déformation, nous avons pu déterminer avec précision l'instant d'amorçage de la rupture pour chaque essai dynamique.

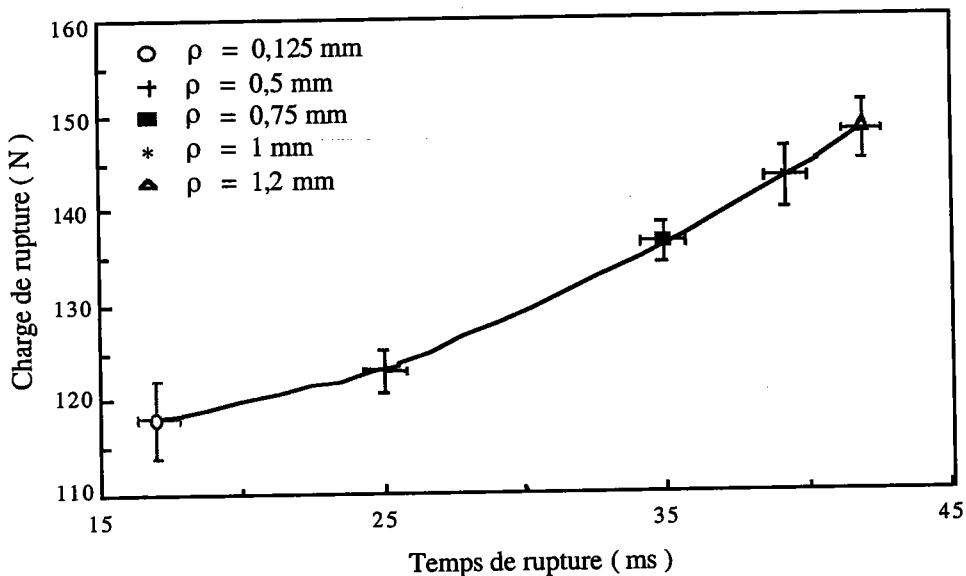


Figure (V-17) : Evolution de la charge en fonction du temps de rupture

La courbe montrant l'évolution des valeurs expérimentales de la charge de rupture en fonction des temps de rupture dynamiques pour différents rayons d'entailles ( $\rho = 0,125; 0,5; 0,75; 1$  et  $1,2$  mm), est représenté par la figure (V-17). Chaque point de la courbe représente la moyenne des valeurs expérimentales pour un rayon d'entaille, obtenue lors des essais dynamiques.

Nous remarquons que ce graphique fait apparaître une augmentation de la charge et le temps moyen de rupture dynamique avec l'acuité d'entaille. Par contre, nous ne pouvons conclure sur le caractère de la dispersion des temps de rupture en fonction des rayons d'entaille.

## V. 5 Ténacité dynamique

Du fait de la présence des effets d'inertie, il n'existe aucune relation simple en dynamique entre le facteur d'intensité de contraintes et la charge de rupture. Plusieurs modèles permettant de tenir compte de l'influence du chargement d'inertie dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes dynamique sont présentés dans la littérature.

Parmi toutes ces méthodes de détermination de facteur d'intensité de contraintes dynamiques, nous en avons choisis quatre pour évaluer la ténacité du verre en flexion trois points dynamiques. Dans un premier temps, cette ténacité sera calculée en suivant respectivement les modèles proposés par la norme ASTM, KISHIMOTO [V-14] et ORYNIAK [V-15]. Nous avons ensuite été amenés à étendre le concept du facteur d'intensité de contraintes d'entaille aux grandes vitesses de sollicitation.

### V. 5. 1 Ténacité dynamique selon la norme ASTM

La norme ASTM E 399-83 exprime le facteur d'intensité de contraintes dynamiques de la même manière que pour les sollicitations quasi statiques, à la différence près que le chargement considéré est fonction du temps.

$$K_{IC}^{dyn} = \frac{P_r(t) S}{B W^{3/2}} F(a/W) \quad (V-17)$$

$$F(a/W) = 3 (a/W)^{1/2} \frac{\left[ 1,99 - (a/W) (1 - a/W) \left( 2,15 - 3,93 (a/W) + 2,7 (a/W)^2 \right) \right]}{2 [1 + 2 (a/W)] (1 + a/W)^{3/2}} \quad (V-18)$$

Pour chacun des rayons d'entaille, nous avons déterminé la ténacité dynamique en suivant la méthode préconisée par la norme ASTM. La figure (V-18) montre un exemple de courbe représentant l'évolution, au cours du temps, du facteur d'intensité de contraintes dynamiques. ce résultat est obtenu pour les rayons d'entaille de 0,125; 0,5 et 1,2 mm.

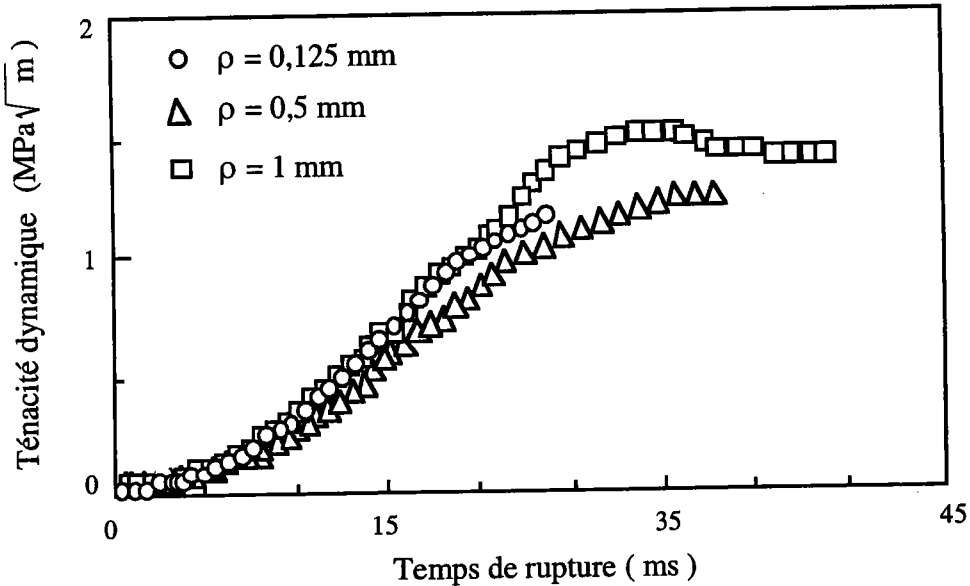


Figure (V-18) : Ténacité dynamique du verre float

Ce graphique illustre l'impact de l'augmentation du rayon d'entaille sur le comportement mécanique de la structure. Nous observons un accroissement de la ténacité dynamique et du temps de rupture avec le rayon d'entaille.

## V. 5. 2 Ténacité dynamique selon les modèles de KISHIMOTO et ORYNIAK

Dans les modèles de détermination de la ténacité dynamique des matériaux, à partir des essais de flexion trois points proposés respectivement par KISHIMOTO et ORYNIAK, la part des effets d'inertie dans le processus de rupture est prise en compte par l'identification des modes de vibration propres des éprouvettes.

### V. 5. 2. 1 Modèle de KISHIMOTO

Partant de l'analyse des modes propres de vibration d'une éprouvette entaillée reposant sur deux appuis et soumise à un choc transversal présentée par NASH [V-14]. Nous faisons l'hypothèse d'une proportionnalité entre le moment fléchissant et la flèche centrale de l'éprouvette. Le modèle de détermination de la ténacité proposé par KISHIMOTO s'écrit :

$$K_1(t) = \frac{3}{2} \frac{S}{B W^2} \sqrt{a} F(a/W) \omega_1 \int_0^t P(\eta) \sin \omega_m(t - \eta) d\eta \quad (\text{V-19})$$

On suppose une liaison rigide entre l'éprouvette et les appuis, cette analyse ne tient pas compte de la perte de contact entre l'éprouvette et les appuis démontrés notamment par **KALTHOFF** [V-15] et **ORYNIAK** [V-16].

### V. 5. 2. 2 Modèle d'ORYNIAK

En modélisant le contact entre l'éprouvette et les appuis par des liaisons élastiques, **ORYNIAK** suggère que la détermination du facteur d'intensité de contraintes devrait se faire à l'aide de l'équation :

$$\frac{K_I(t)}{K_I^{qstat}(t)} = \frac{\omega z_1}{P_0(t)} \int_0^t D(\eta) \sin \omega(t - \eta) d\eta \quad (V-20)$$

Il est important de noter que, outre la différence dans la modélisation du contact entre l'éprouvette et les appuis, les modèles de **KISHIMOTO** et **ORYNIAK** divergent également sur les expressions permettant de déterminer les pulsations propres des éprouvettes.

Les résultats de ténacité obtenus en utilisant les modèles de **KISHIMOTO** et **ORYNIAK** sont reportés dans la figure (V-21).

### V. 5. 3 Facteur d'intensité de contraintes d'entaille dynamique

L'effet d'entaille sous sollicitation statique ayant été mis en évidence dans la figure (V-10), nous nous proposons d'étendre le champ d'application du concept du facteur d'intensité de contraintes d'entaille aux sollicitations dynamiques. La démarche utilisée est identique à celle mise au point lors de son application sur les résultats des essais quasi statiques.

#### V. 5. 3. 1 Distribution des contraintes

La première étape dans le calcul du facteur d'intensité de contraintes d'entaille est la détermination de l'évolution des contraintes d'ouverture le long du ligament.

Le calcul dynamique par la méthode des éléments finis est réalisé à l'aide du code **CASTEM 2000**. Pour cette simulation numérique des essais dynamiques, nous avons utilisé une modélisation 2D. Du fait de la symétrie du chargement et de sa géométrie, seule la moitié de l'éprouvette a été modélisée.

Le maillage des éprouvettes, constitué d'éléments cubiques à quatre nœuds, est identique à celui de la figure (V-5) utilisé pour les simulations numériques des essais quasi statiques.

Le chargement imposé à l'éprouvette lors du calcul numérique est obtenu au moyen d'une courbe de vitesse de forme trapézoïdale correspondant à l'impulsion d'onde incidente dans la barre d'entrée.

L'évolution temporelle du champ dynamique des contraintes induit dans l'éprouvette lors de la simulation numérique des essais sur les éprouvettes 0,125 mm de rayon d'entaille est représentée dans la figure (V-19).

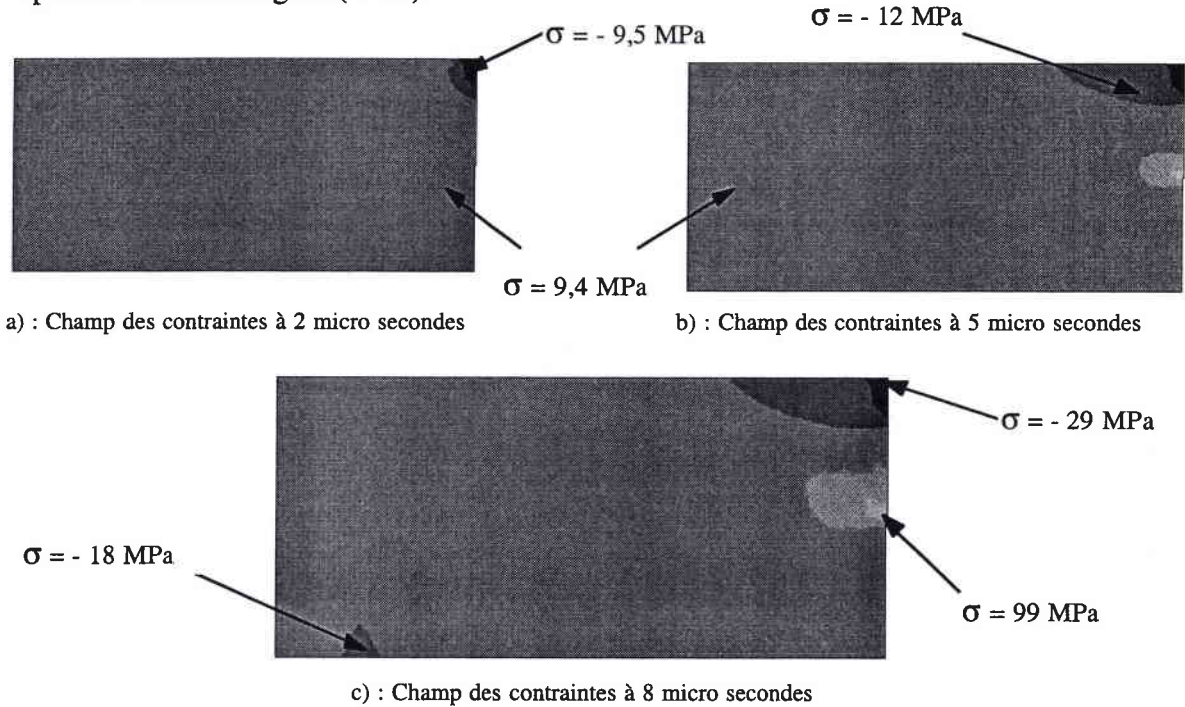


Figure (V-19) : Evolution du champ des contraintes dynamique

### V. 5. 3. 2 Facteur d'intensité de contraintes dynamique d'entaille

L'objectif de cette simulation est d'évaluer l'influence du gradient de contraintes en fond d'entaille d'une éprouvette sollicitée en flexion trois points dynamiques et son évolution en fonction du rayon d'entaille. La représentation dans un diagramme bi-logarithmique de la distribution des contraintes dynamiques d'ouverture le long du ligament à l'instant de rupture est donnée dans la figure (V-20). Cette courbe est obtenue à partir de la simulation d'une éprouvette de rayon d'entaille égale à 0,5 mm.

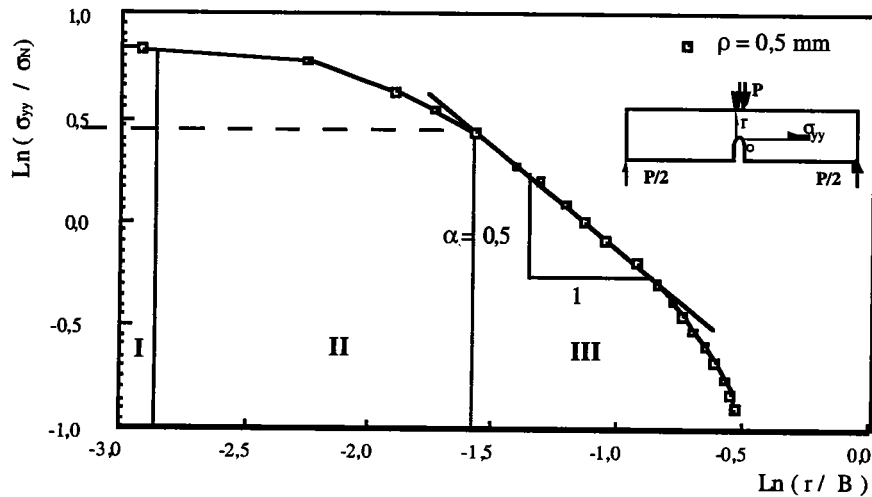


Figure (V-20) : Evolution du champ des contraintes dynamiques

Nous retrouvons dans cette représentation bi-logarithmique des contraintes dynamiques d'ouverture le long du ligament la zone de pseudo singularité des contraintes où l'on définit le facteur d'intensité de contraintes d'entaille.

Par analogie à la ténacité d'entaille définie dans le cas du chargement quasi statique, et en se servant de la correction dynamique proposée par ORYNIAK, nous exprimons le facteur d'intensité de contraintes dynamiques d'entaille sous la forme :

$$K_{\rho}^{\text{dyn}} = \sigma_{\text{eff}} (2 \pi X_{\text{eff}})^{\alpha} \frac{\omega z_1}{P_0(t)} \int_0^t D(\eta) \sin \omega (t - \eta) d\eta \quad (\text{V-21})$$

Cette formulation de la ténacité dynamique des matériaux fragiles tient compte à la fois, des effets d'inertie propres aux essais de flexion trois points dynamiques et de l'influence du gradient de contrainte en fond d'entaille.

#### V. 5. 4 Ténacité dynamique du verre pour différents rayons d'entaille

La ténacité dynamique du verre float a été calculée à l'aide des quatre méthodes, à savoir les modèles ASTM, KISHIMOTO, ORYNIAK et le Facteur d'Intensité de Contraintes Dynamiques d'Entaille. Les courbes présentées dans la figure (V-21) montrent, pour chaque modèle, l'évolution de la ténacité dynamique du verre en fonction de la racine carrée du rayon d'entaille.

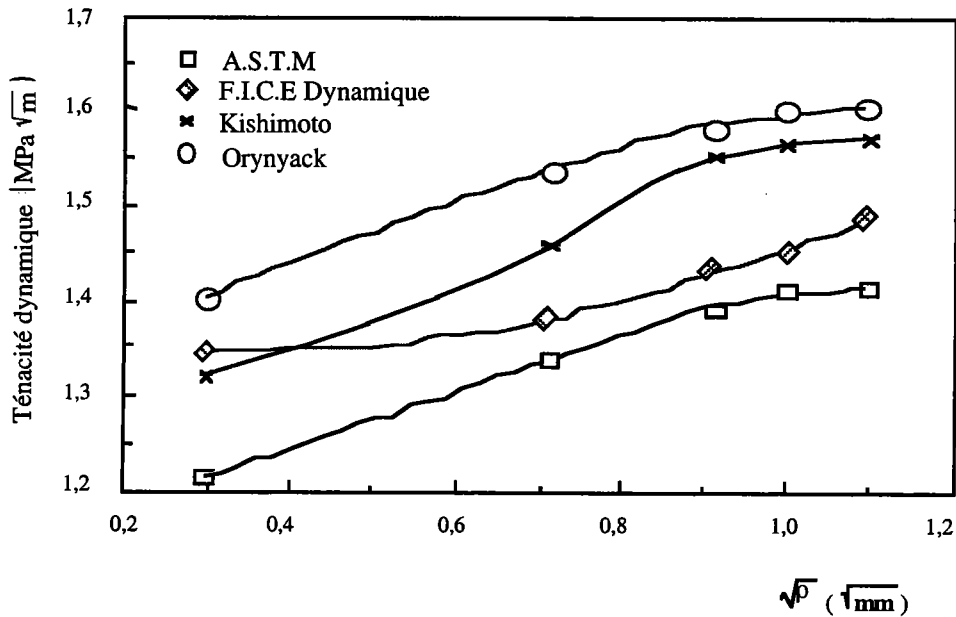


Figure (V-21) : Ténacité dynamique du verre float

A l'évidence on observe d'après ces résultats que, quelque soit le modèle utilisé, la ténacité dynamique du verre augmente avec le rayon d'entaille.

Néanmoins, la plus faible variation de la ténacité dynamique du verre en fonction du rayon d'entaille est obtenue par le concept du Facteur d'Intensité de Contraintes Dynamiques d'Entaille : pour des rayons d'entailles allant de 0,125 mm à 1,2 mm, la ténacité dynamique du verre passe de 1,35 à 1,47  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , ce qui donne une variation de 8%.

Les valeurs maximales de ténacité sont obtenues à l'aide du modèle de ORYNIK. Ce modèle donne des valeurs de ténacité comprises entre 1,41 et 1,6  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ , lorsque le rayon d'entaille passe de 0,125 mm à 1,2 mm.

D'autre part, cette figure montre clairement que la démarche proposée par le modèle ASTM a tendance à minimiser les effets dynamiques. Ce qui conduit à une sous estimation de la ténacité dynamique du verre. Pour des rayons d'entaille compris entre 0,125 mm et 1,2 mm, les valeurs de ténacité dynamique obtenues vont de 1,21 à 1,42  $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Il est important de souligner que sur le même matériau, BACON [V-16] trouve des valeurs de ténacité dynamique constantes et ce quelque soit la valeur du rayon d'entaille. Par contre, cette conclusion se justifie par le nombre de mesures réalisées par cet auteur (6 éprouvettes par rayon d'entaille), qui pour des matériaux aussi dispersifs que le verre, ne permet pas de décrire une tendance dans l'évolution des valeurs expérimentales.

### V. 5. 5 Influence de la vitesse de sollicitation

La variation de la résistance à la rupture des matériaux fragiles avec la vitesse de chargement a été maintes fois étudiée. Dans la majorité des cas, la sensibilité de la ténacité à la vitesse de

sollicitation est due à l'impact de la vitesse de déformation sur les caractéristiques mécaniques des matériaux, en particulier les lois de comportement et les processus d'endommagement. La figure (V-21) représentant, sous sollicitations quasi statiques et dynamiques, l'évolution de la ténacité du verre float en fonction du rayon d'entaille met en évidence ce phénomène.

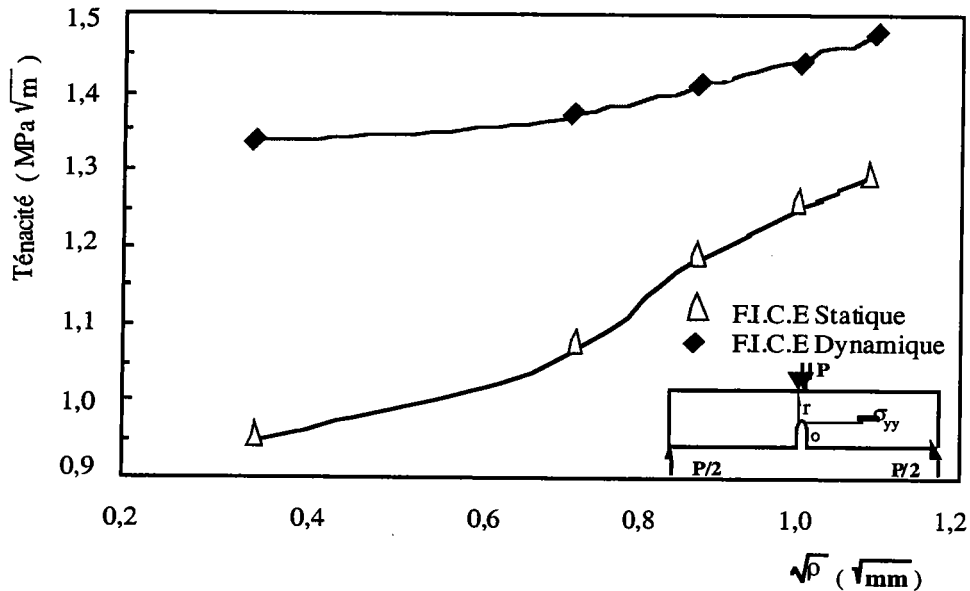


Figure (V-22) : Evolution des Facteurs d'Intensité de Contraintes statique et dynamique d'Entaille du verre float

Ces courbes montrent que la ténacité du verre float augmente avec la vitesse de déformation. D'un point de vue phénoménologique, cet accroissement est généralement attribué à un processus de multiactivation des défauts se produisant à grande vitesse de déformation et s'accompagnant d'une plus grande fragilité du matériau. Cette multiactivation des défauts peut être mesurable par une baisse du module de WEIBULL.

## V. 6 Analyse statistique des essais dynamiques

### V. 6. 1 Digramme de WEIBULL

Les résultats expérimentaux de contrainte dynamique de rupture sont analysés suivant le modèle statistique de WEIBULL à deux paramètres. De la même manière que pour les sollicitations quasi statiques, les paramètres du modèle de WEIBULL  $m_w$  et  $\sigma_0$  sont obtenus par régression linéaire de l'expression de la fonction de probabilité, équation (V-12).

La figure (V-23) représente le diagramme de WEIBULL obtenu pour les essais dynamiques sur des éprouvettes de rayon d'entaille égal à 0,5 mm.

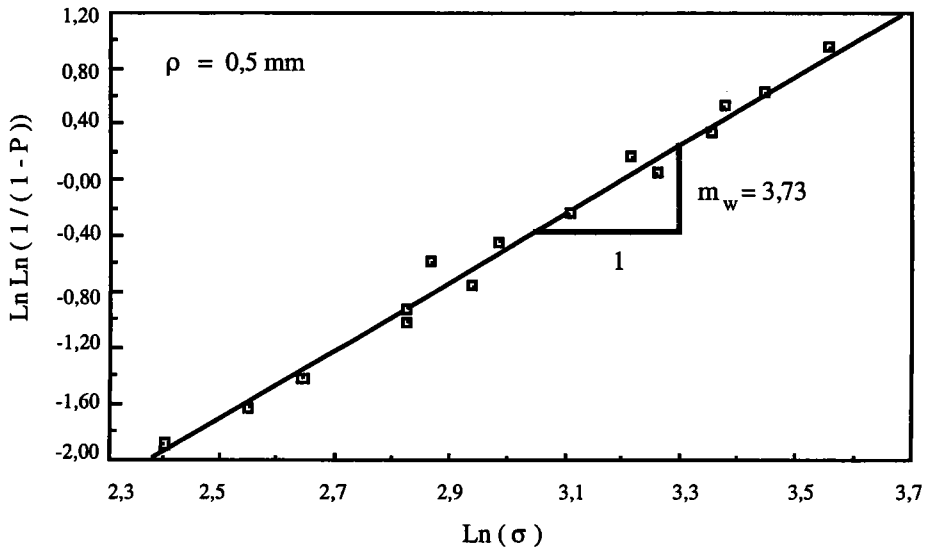


Figure (V-23) : Estimation des paramètres de WEIBULL, essai dynamique

## V. 6. 2 Probabilité cumulée

La figure (V-24) montre l'évolution de la probabilité cumulée de rupture en fonction de la contrainte critique de rupture des échantillons sous sollicitation dynamique pour un rayon d'entaille égal à 0,5 mm, ainsi que les bornes définies par le test de KOLMOGOROV - SMIRNOV.

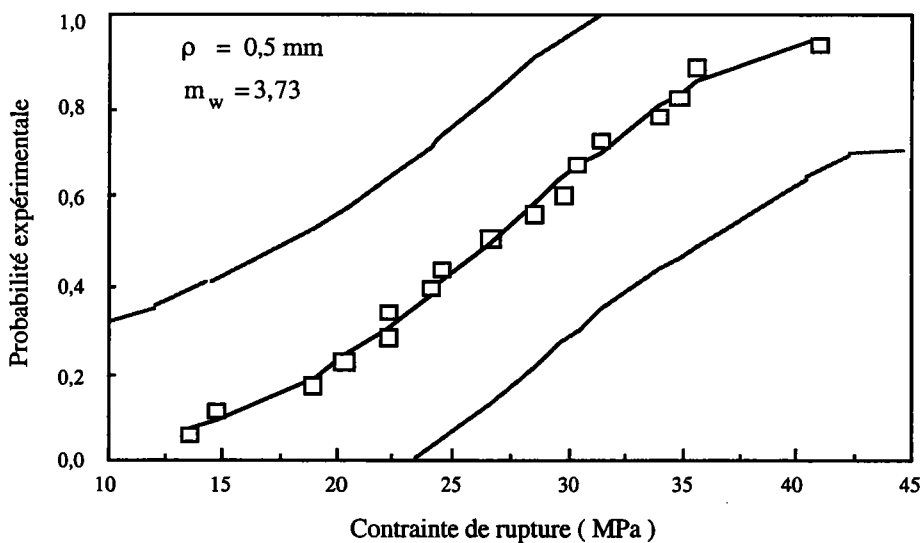


Figure (V-24) : Probabilité cumulée expérimentale  $\rho = 0,5 \text{ mm}$  et test de KOLMOGOROV - SMIRNOV à 95%

Toutes les valeurs expérimentales de probabilité cumulée sont à l'intérieur du domaine défini par la formule (V-13) du test de KOLMOGOROV-SMIRNOV. On peut donc conclure de la

validité du modèle de WEIBULL à deux paramètres ajuste bien des valeurs expérimentales de contraintes de rupture du verre.

### V. 6. 3 Conclusion de l'analyse statistique

Pour les sollicitations quasi statiques et dynamiques, les figures (V-16) et (V23) montrent que le modèle de WEIBULL à deux paramètres ajuste bien les valeurs expérimentales. La grande dispersion des résultats de la contrainte de rupture et de ténacité est matérialisée ici par la faiblesse du module de WEIBULL.

Les paramètres de la distribution de WEIBULL, pour les essais statiques et dynamiques, sont regroupés dans le tableau (V-3).

$\rho$ (mm)	Essais quasi statiques			Essais dynamiques		
	$\sigma_r$	$m_w$	$\sigma_0$	$\sigma_r$	$m_w$	$\sigma_0$
0,125	14,14	3,27	15,81	23,38	3,24	26,6
0,5	16,25	4,1	17,4	25,89	3,73	28,16
0,75	17,6	3,84	19,05	26,87	4,31	28,57
1	18,5	4,33	19,66	27,25	2,96	31,32
1,2	19,29	3,7	21,01	28,13	3,9	30,34

Tableau (I-3) : paramètres de la loi de WEIBULL à deux paramètres

La grande fragilité du verre est matérialisée ici par la faiblesse des valeurs mesurées du module de WEIBULL. Pour l'ensemble des rayons d'entaille, le module de WEIBULL varie entre 2,96 et 4,33. Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles obtenues lors des essais quasi statiques de flexion trois points.

### V. 7 Conclusion du chapitre V

Les caractéristiques mécaniques des matériaux étant le plus souvent sensibles à la vitesse de chargement, l'étude de la réponse du verre aux grandes vitesses de déformation revêt donc un intérêt pratique. Les résultats des essais de flexion trois points présentés dans ce chapitre ont permis de valider la démarche menée pour calculer la ténacité du verre, à savoir :

- l'instrumentation des éprouvettes, qui permet de déterminer l'instant exact de la rupture

- l'extension du concept du Facteur d'Intensité de Contraintes d'Entaille aux sollicitations dynamiques.

La méthode de détermination de la ténacité dynamique des matériaux fragiles proposée dans cette étude tient compte de l'influence conjointe du gradient de contraintes en fond d'entaille et de la vitesse de sollicitation.

L'augmentation de la fragilité du verre avec la vitesse de chargement mesurable par une baisse du module de WEIBULL n'a pu être mise en évidence par les essais que nous avons effectués. Le fait que pour les deux modes de sollicitation, quasi statiques et dynamiques, le module de WEIBULL  $m_w$  soit du même ordre de grandeur ne permet pas de se prononcer sur le phénomène de multi activation des défauts, qui expliquerait la hausse de la ténacité du verre sous sollicitation dynamique.

## **CHAPITRE VI**

### **ESSAIS SUR DISQUE BRESILIEN**

## VI- ESSAIS DE DISQUE BRÉSILIEN

### VI. 1 Introduction

La symétrie parfaite du disque et la facilité de la mise en place du chargement ont permis à l'essai sur le disque brésilien de se développer d'une façon constante. L'échantillon est chargé en compression le long de son diamètre, et la rupture apparaît lorsque la charge de traction générée atteint la valeur critique. L'essai brésilien représente donc une alternance à l'essai de flexion trois points et produit de bons résultats sur les matériaux tels que le béton, les céramiques ou le graphite). Cet essai, par la simplicité de sa mise en oeuvre et son application, est utilisé pour évaluer les caractéristiques mécaniques des matériaux fragiles et des roches.

### VI. 2 Description de l'essai

#### VI. 2. 1 Introduction

Le disque est placé horizontalement sur une machine de traction et comprimé le long de deux génératrices diamétralement opposées. La charge de compression induit une contrainte de traction horizontale perpendiculaire au plan de chargement. Le cylindre se rompt par fendage le long de son diamètre vertical.

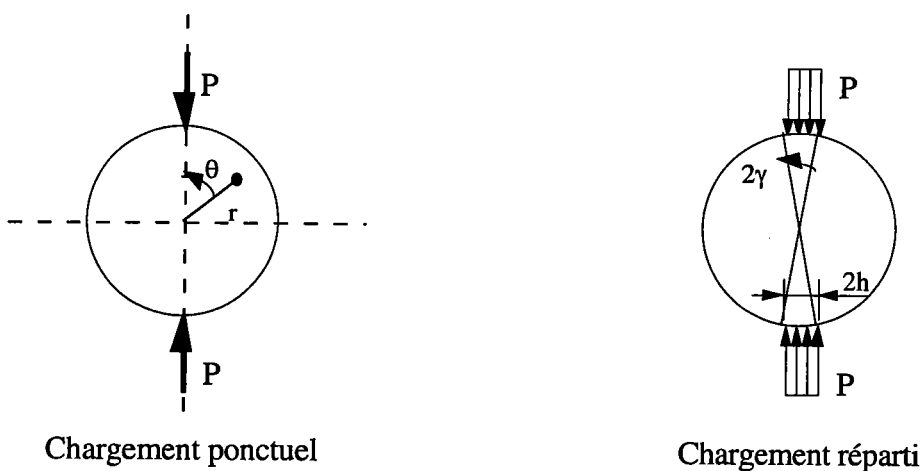


Figure (VI-1) : Description de l'essai de compression diamétrale.

## VI. 2. 2 Etude des contraintes de rupture

Le calcul du champ des contraintes le long d'un disque non fissuré peut être effectué en faisant l'hypothèse soit d'un chargement ponctuel, soit d'un chargement uniformément réparti sur une surface de contact de longueur  $2h$  définie par un angle  $2\gamma$ .

Pour un disque plein de rayon  $R$  et de longueur unité, TIMOSHENKO [VI-1] obtient à partir de la résolution des équations d'élasticité, la distribution des contraintes pour un chargement ponctuel. Dans un système de coordonnées polaires  $(r, \theta)$ , ces relations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{2P}{\pi R} \left[ \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{r}{R} \cos \theta\right) \left(\cos \theta - \frac{r}{R}\right)^2 \left(1 + \frac{r}{R} \cos \theta\right) \left(\cos \theta + \frac{r}{R}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} - \frac{\left(1 + \frac{r}{R} \cos \theta\right) \left(\cos \theta + \frac{r}{R}\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} \right] \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{2P}{\pi R} \left[ \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{r}{R} \cos \theta\right) \sin^2 \theta}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} - \frac{\left(1 + \frac{r}{R} \cos \theta\right) \sin^2 \theta}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} \right] \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{2P}{\pi R} \left[ \frac{1}{2} \frac{\left(1 - \frac{r}{R} \cos \theta\right) \left(\cos \theta - \frac{r}{R}\right) \sin \theta}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} - \frac{\left(1 + \frac{r}{R} \cos \theta\right) \left(\cos \theta + \frac{r}{R}\right) \sin \theta}{\left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 2 \frac{r}{R} \cos \theta\right)^2} \right] \end{aligned} \quad (VI-1)$$

En pratique le chargement ponctuel n'est pas réalisable, car la pression au niveau des points de contact deviendrait infinie. WRIGHT [VI-2] suggère que, pour un disque de diamètre  $D$ , le chargement soit uniformément réparti sur un arc de longueur  $2h$  :

$$2h < \frac{D}{10} \quad (VI-2)$$

En intégrant la théorie de hertz dans la solution de TIMOSHENKO, il détermine les expressions du champ des contraintes suivant le diamètre de chargement. Dans un système de coordonnées cartésiennes, les équations obtenues sont données par :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{2P}{\pi L D} \left[ 1 - \frac{D}{4h} (2\gamma - \sin 2\gamma) \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{2P}{\pi L D} \left[ \frac{D}{4h} (2\gamma + \sin 2\gamma) + \frac{D}{D-r} - 1 \right] \end{aligned} \quad (VI-3)$$

P : Charge appliquée

L : longueur de la surface de contact

Le long du diamètre de chargement, l'expression de la contrainte maximale d'ouverture d'un disque plein, est donnée par l'équation :

$$\sigma_{xx} = \frac{2 P_r}{\pi L D} \quad (\text{VI-4})$$

$P_r$  : charge de rupture.

Dans le cas d'un anneau (disque muni d'un trou de diamètre d), HIRAMATSU et OKA [VI-3] expriment cette contrainte de rupture par la formule :

$$\sigma_r = k \frac{2 P_r}{\pi L D} \quad (\text{VI-5})$$

k étant équivalent à un facteur de concentration de contrainte de la forme  $k(\lambda)$  avec  $\lambda = d/D$ . L'évolution de la fonction  $k(\lambda)$  est représentée sur la figure (VI-2).

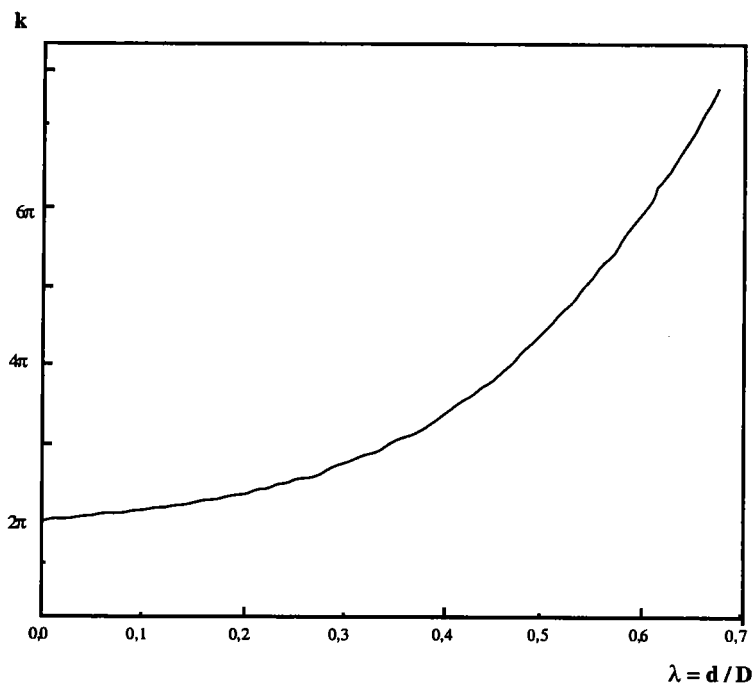


Figure (VI-2) : Evolution de la fonction  $k(\lambda)$  en fonction du rapport des diamètres  $\lambda = d/D$

### VI. 2. 3 Pression de contact

Les équations de HERTZ [VI-4] permettent de déterminer les dimensions d'une petite surface de contact entre le support et l'éprouvette. Si nous considérons que la charge appliquée sur l'éprouvette est uniformément répartie, la largeur du contact  $b$  est donnée par l'équation :

$$b = 2,82 \sqrt{\frac{P_r \chi}{L R^*}} \quad (\text{VI-6})$$

avec :  $\chi = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} - \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$  et  $\frac{1}{R^*} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]$

La pression maximale  $P_{\max}$  sur la génératrice médiane du rectangle de contact aura pour valeur :

$$P_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{P_r R^*}{L \chi}} \quad (\text{VI-7})$$

$P_r$  : Charge de rupture

$L$  : longueur de la surface de contact

$R^*$  : Rayon équivalent

$E_1$  et  $E_2$  : Modules de Young des solides 1 et 2 en contact

$\nu_1$  et  $\nu_2$  : Coefficients de poisson des solides 1 et 2 en contact

$R_1$  et  $R_2$  : Rayons respectifs des solides 1 et 2 en contact

### VI. 3 Procédure expérimentale

Les essais de compression latérale sur des anneaux de verre sont dans un premier temps menés sous sollicitation statique. L'étude est ensuite poursuivie pour les grandes vitesses de sollicitation.

Il s'agit pour ce type de géométrie, d'une part d'évaluer l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement à la rupture du verre, et d'autre part de caractériser la résistance à la rupture par le facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille.

Compte tenu de la grande fragilité du matériau étudié, une approche statistique permettra de quantifier le phénomène dispersif des résultats expérimentaux.

### VI. 3. 1 Eprouvettes.

La géométrie des éprouvettes utilisées, pour les essais brésiliens sous sollicitation quasi statique et dynamique, est donnée dans la figure (VI-3).

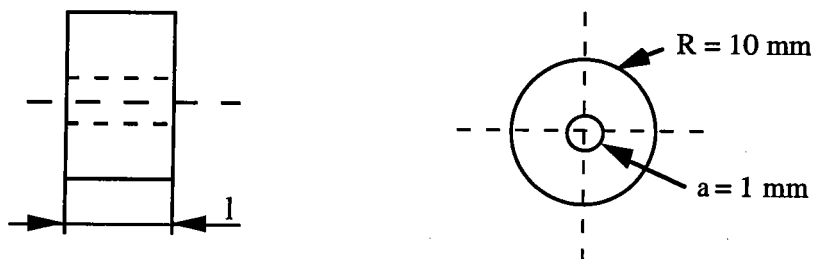


Figure (VI-3) : Géométrie des éprouvettes de compression latérale

Il s'agit d'un disque en verre de 20 mm de diamètre, dans lequel a été usiné un trou de diamètre  $d$  égal à 2 mm. Les différentes longueurs des éprouvettes utilisées pour chaque type de sollicitation sont répertoriées sur le tableau (VI-1).

	Longueurs d'éprouvette utilisées ( mm )			
Essais statiques	5	7	10	20
Essais dynamiques	5	7	10	-

Tableau (VI-1) : Longueurs des éprouvettes utilisées pour chaque type d'essai

Les caractéristiques mécaniques et la composition chimique du matériau sont identiques à celles des éprouvettes de verre utilisées dans les essais de flexion trois points.

## VI. 4 Essais quasi-statiques

### VI. 4. 1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental de compression latérale représenté sur la figure (VI-4), est conçu de manière à enregistrer la charge appliquée et le déplacement de l'éprouvette. Le pont de jauges d'extensométrie collées sur l'anneau constitue un capteur de déplacement. Ainsi, le signal enregistré est directement relié à la déformation de l'éprouvette pendant les essais. La mesure de la charge de rupture est obtenue par sa cellule de charge.

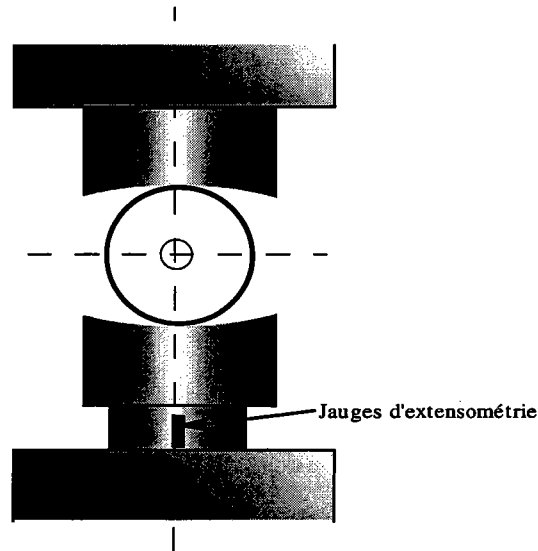


Figure (VI-4) : Schéma du dispositif expérimental de compression latérale

Le système d'acquisition des données expérimentales est similaire à celui utilisé pour les essais de flexion trois points quasi-statiques. Les essais quasi-statiques sont réalisés à une vitesse de traverse de 0,5 mm / s

## VI. 4. 2 Résultats des Essais quasi statiques

### VI. 4. 2. 1 Charge de rupture

Sous sollicitation quasi-statique, nous avons effectué 4 essais pour chaque longueur d'éprouvette. Les courbes charge - déplacement correspondant aux essais sur les éprouvettes de longueur 7 mm sont représentées sur la figure (VI-5). Etant donné le caractère fragile du verre, la déformation est élastique linéaire jusqu'à la rupture brutale de l'éprouvette.

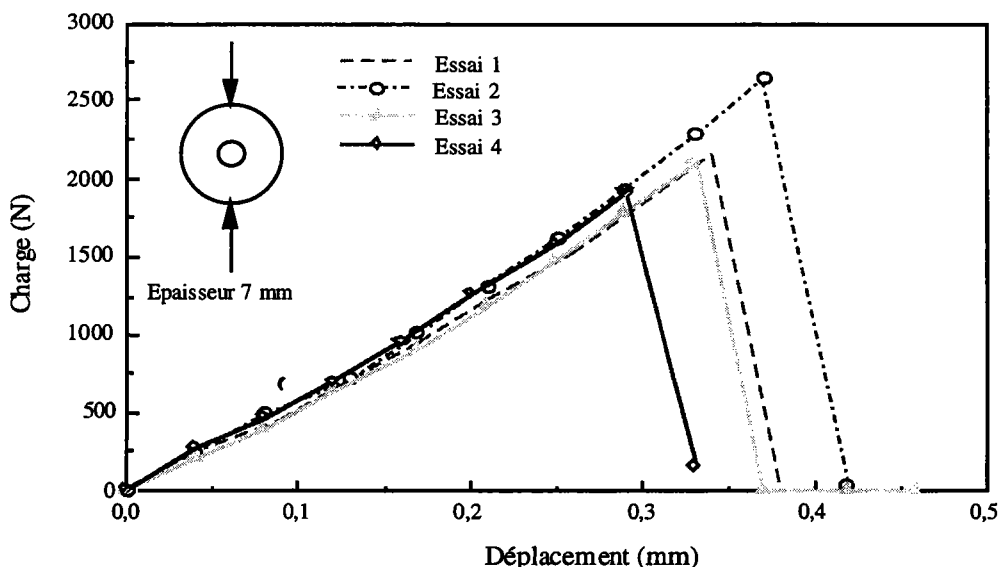


Figure (VI-5) : Courbes de compression obtenues pour une épaisseur de 7 mm

La grande dispersion des résultats expérimentaux observée justifie l'utilisation d'une approche statistique dans la caractérisation de la résistance à la rupture du verre. Pour chaque longueur d'éprouvette, la figure (VI-6) donne l'évolution moyenne des courbes charge - déplacement.

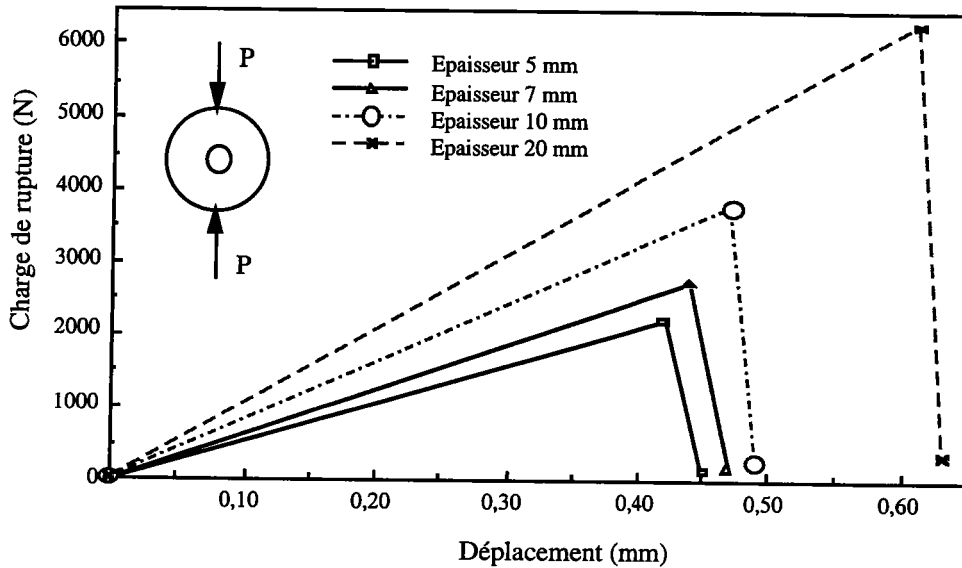


Figure (VI-6) : Courbes Charge - Déplacement obtenues pour l'ensemble des éprouvettes

Le tableau (VI-2) présente l'ensemble des résultats expérimentaux quasi-statiques. Ces données représentent les valeurs moyennes des quatre essais effectués pour chaque longueur d'éprouvette.

Longueur (mm)	Nombre	Charge $P_r$ (N)	Ecart type (N)	déplacement (mm)
5	4	2200	62,12	0,42
7	4	2171	33,39	0,44
10	4	3770	75,35	0,47
20	4	6290	44,19	0,61

Tableau (VI-2) : Résultats expérimentaux de la charge de rupture statique

#### VI. 4. 2. 2 Contrainte de rupture globale

A partir de l'équation de HIRAMATSU et OKA, nous avons déterminé la contrainte globale de rupture.

Le tableau (VI-3) regroupe les valeurs expérimentales de ces contraintes ( moyenne, écart - type ) déterminées à partir de l'équation (VI-5) et leurs paramètres statistiques. Ces valeurs représentent la moyenne arithmétique de 4 mesures réalisées pour chaque longueur d'éprouvettes.

La déformation du matériau en cours d'essai étant parfaitement élastique linéaire, la loi de HOOKE permet de déterminer les valeurs expérimentales moyennes des déformations pour chaque longueur d'éprouvette.

Longueur (mm)	Nombre	Contrainte $\sigma_r$ (MPa)	Ecart type MPa	largeur b (mm)	pression de Hertz (MPa)
5	4	96,3	13,66	0,96	435,76
7	4	91,98	7,35	0,94	425,23
10	4	82,94	21,63	0,85	383,60
20	4	69,19	10,40	0,82	381,8

Tableau (VI-3) : Résultats expérimentaux des contraintes de rupture et de la pression de contact

Il est important de noter la grande dispersion des valeurs de contraintes critiques de rupture obtenues. Le coefficient de variation donné par la formule (VI-8) est de l'ordre de 25%.

$$\text{Coefficient de variation} = \frac{\text{Ecart type}}{\text{Moyenne}} \quad (\text{VI-8})$$

La contrainte de tension étant considérée comme la seule susceptible de provoquer la rupture figure (VI-7), nous représentons son évolution en fonction de la longueur des éprouvettes.

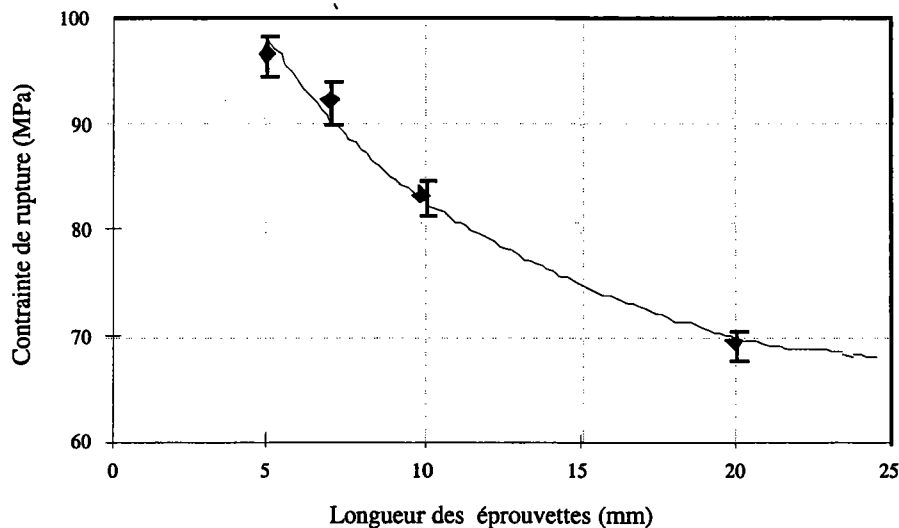


Figure (VI-7) : Evolution de la contrainte de rupture avec la longueur de l'éprouvette

Ces résultats montrent que la contrainte de rupture du verre en compression latérale diminue de près de 20%, lorsque la longueur des éprouvettes augmente. Ce qui traduit éventuellement soit :

- une influence de l'épaisseur des éprouvettes, qui induit un phénomène de transition entre les états de contraintes planes et de déformations planes, et conduirait à une non validité de la mesure,
- un effet volumique mis en évidence par une approche statistique,
- l'importance des contraintes résiduelles dans le matériau.

#### VI. 4. 2. 2. 1 Influence de l'épaisseur

Pour obtenir des mesures valides, dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture, les éprouvettes doivent posséder des dimensions suffisantes pour respecter la condition d'une rupture fragile dans un état de déformations planes.

Dans la norme E 399-72, l'ASTM [VI-5] recommande l'utilisation des éprouvettes dont l'épaisseur  $B$  et la profondeur de la fissure respectent la condition suivante :

$$B, a \geq \left( \frac{K_{IC}}{R_e} \right)^2 \quad (\text{VI-9})$$

Dans cette équation,  $R_e$  et  $K_{IC}$  représentent respectivement la limite élastique et la ténacité du matériau.

Nous avons calculé à l'aide de l'équation (VI-9) la valeur minimale admissible de l'épaisseur des éprouvettes. Pour un verre de ténacité  $K_{IC} = 0,95 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  et de limite élastique  $R_e = 70 \text{ MPa}$ , l'épaisseur minimale obtenue est de 0,2 mm. Cette valeur est 25 fois inférieure à la longueur de la plus petite éprouvette utilisée.

Ceci nous amène à conclure que dans le cadre de notre étude, la diminution de la contrainte de rupture au fur et à mesure de l'augmentation de l'épaisseur des éprouvettes, ne peut être corrélée au phénomène de transition entre les états de contraintes planes et de déformations planes. Nous développerons alors l'influence de l'augmentation du volume, donc du nombre de micro-défauts contenus dans les échantillons.

#### VI. 4. 2. 2. 2 Effet volumique

Les échantillons étant issus d'un même matériau, à égale probabilité de survie, la statistique de WEIBULL [VI-6] établit une relation entre le rapport des contraintes de rupture et les volumes des échantillons.

On considère que  $\sigma_0$  et  $V_0$  sont respectivement la contrainte de rupture et le volume d'une éprouvette de référence. Si  $\sigma$  est la contrainte de rupture d'un échantillon de volume  $V$ , la loi de WEIBULL s'écrit :

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = \left( \frac{V}{V_0} \right)^{1/m_w} \quad (\text{VI-10})$$

l'évolution du rapport  $\frac{\sigma_0}{\sigma}$  en fonction de  $\frac{V}{V_0}$  est donnée par la figure (VI-8), pour un module de WEIBULL  $m_w$  compris entre 2 et 5.

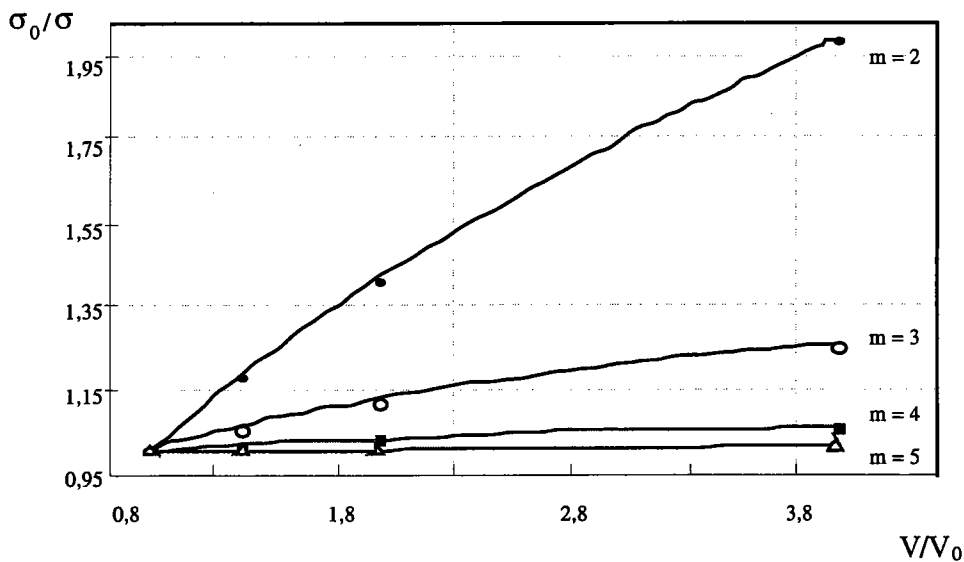


Figure (VI-8) : Evolution du rapport des contraintes en fonction de celui des volumes pour différents modules de WEIBULL

Pour un module de WEIBULL  $m_w$  égal à 5, la figure (VI-8) montre une évolution quasi constante du rapport des contraintes  $\frac{\sigma_0}{\sigma}$  en fonction du rapport des volumes  $\frac{V}{V_0}$ . Dans le cas du verre où le module de WEIBULL  $m_w$  est compris entre 3 et 4, la figure (VI-8) fait apparaître une influence de l'accroissement du volume des éprouvettes sur la contrainte de rupture comprise entre 10 et 20%. Le module de WEIBULL étant la mesure de la dispersion des caractéristiques mécaniques du matériau, l'augmentation du volume traduit l'accroissement de la probabilité présence des micro-défauts susceptibles de provoquer la rupture de l'échantillon. Ce qui peut expliquer la chute de la contrainte de rupture.

### VI. 4. 3 Distribution des contraintes locales et influence de la triaxialité des contraintes

#### VI. 4. 3. 1 Contraintes locales

##### VI. 4. 3. 1. 1 Méthode aux élément finis

La méthode des éléments finis en bidimensionnelle a été utilisée pour déterminer le champ des contraintes qui règne dans l'échantillon. Sur la figure (VI-9), nous représentons le maillage utilisé pour la modélisation de l'éprouvette. Grâce à sa symétrie, seul le quart de la structure a été modélisé. Nous avons utilisé pour cette simulation, des éléments quadrangulaires isoparamétriques de 8 noeuds

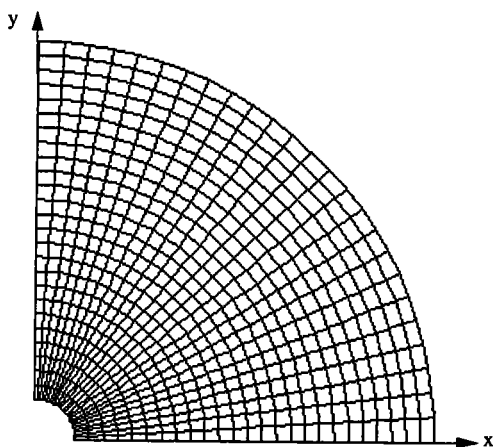


Figure (VI-9) : Représentation du maillage par élément fini du disque

Les calculs ont été réalisés en déformations planes, et les valeurs du chargement imposé sont celles obtenues pendant les essais quasi statiques.

##### VI. 4. 3. 1. 2 Distribution des contraintes

Pour chaque longueur d'éprouvette, nous avons déterminé la distribution des contraintes le long du ligament. La figure (VI-10) montre les distributions le long du ligament des contraintes obtenues, dans le cas des chargements statiques et pour une éprouvette de 7 mm d'épaisseur.

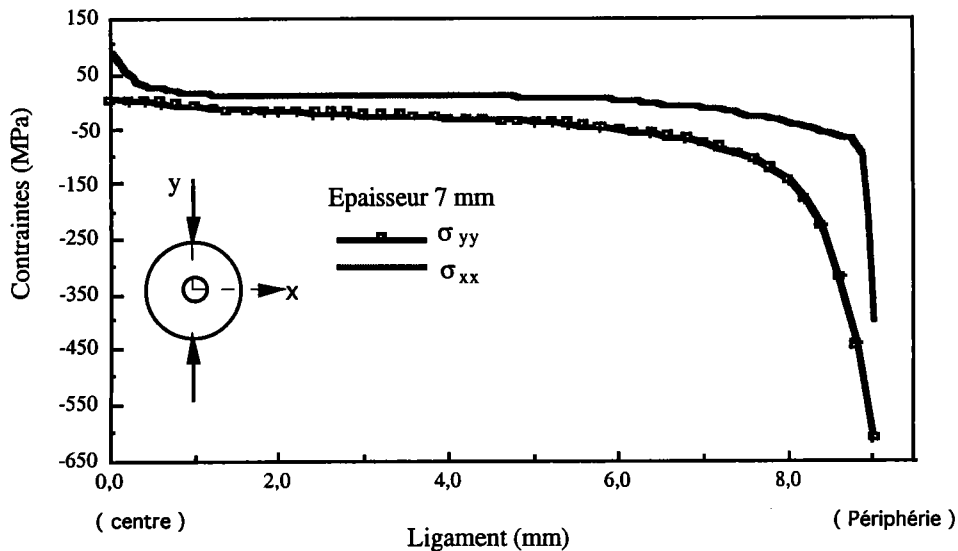


Figure (VI-10) : Distribution des contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  le long du ligament

L'observation de la distribution des contraintes le long du ligament montre qu'au proche voisinage du trou, la contrainte de traction présente un fort gradient. Cette contrainte se répartit ensuite uniformément le long du diamètre de chargement. Quant à la contrainte de compression, son évolution est quasiment constante, de la périphérie du trou jusqu'à presque une distance de 1 mm de la zone de contact.

#### VI. 4. 3. 2 Taux de triaxialité des contraintes

La triaxialité des contraintes a une influence sur les valeurs de l'amplitude de la déformation critique, et joue un rôle important sur le processus de croissance des micro-fissures contenues dans le matériau.

DAVIS et CONNELLY [VI-7] proposent de définir le taux de triaxialité des contraintes  $\beta$ , comme étant le rapport de la contrainte moyenne  $\sigma_m$  et de la contrainte équivalente de VON MISES  $\sigma_{VM}$ .

$$\beta = \frac{3 \sigma_m}{\sigma_{VM}} \quad (\text{VI-11})$$

avec

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$$

Si l'on désigne les contraintes principales par  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$ , la contrainte de VON MISES  $\sigma_{VM}$  s'exprime sous la forme :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \right)} \quad (\text{VI-12})$$

Après un calcul aux éléments finis, nous avons reporté sur la figure (VI-11) l'évolution le long du trou de la contrainte de VON MISES et de la triaxialité des contraintes pour une éprouvette de 7 mm d'épaisseur.

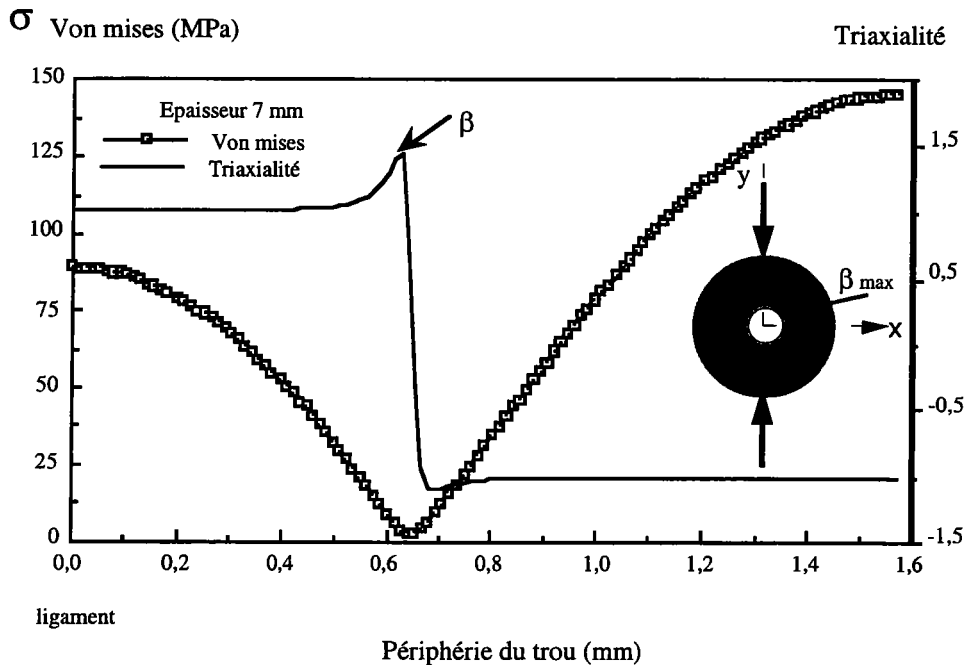


Figure (VI-11) : Description de l'essai de compression diamétrale

La courbe représentant le taux de triaxialité des contraintes le long du trou présente un maximum égal à 1,434 à une distance de 0,628 mm. De part et d'autre de ce point, son évolution est constante.

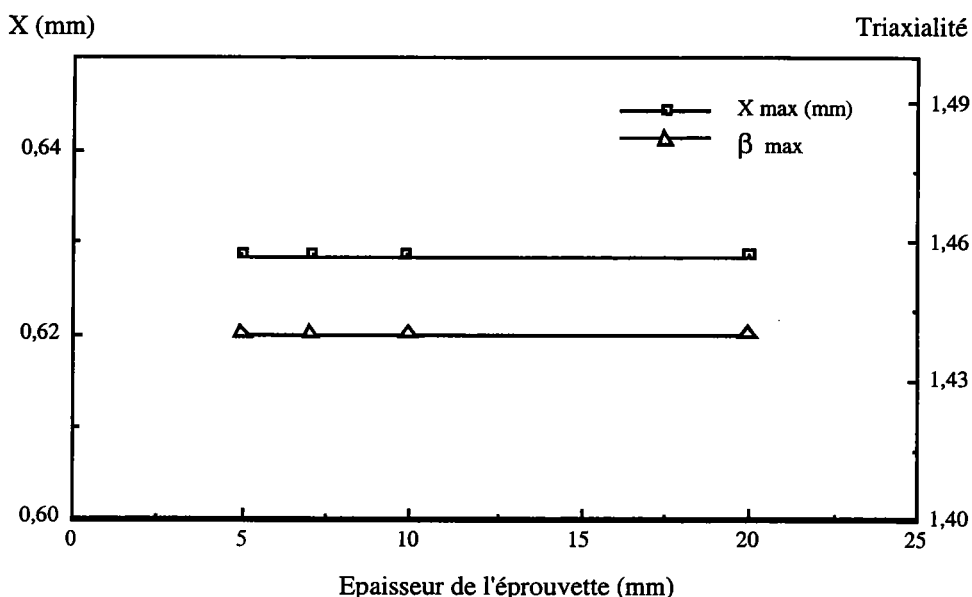


Figure (VI-12) : Evolution du coefficient de triaxialité des contraintes et de la distance X avec l'épaisseur des éprouvettes

Pour les différentes longueurs d'éprouvettes, nous représentons dans la figure (VI-12) la distance  $X_{\max}$  correspond à la triaxialité maximum des contraintes  $\beta_{\max}$ .

A l'observation de ces courbes, il apparaît que l'épaisseur des éprouvettes n'a aucune influence sur les paramètres ( $X_{\max}$  et  $\beta_{\max}$ ).

#### VI. 4. 4 Critères de rupture

Dans la présentation des résultats expérimentaux, nous avons voulu connaître, pour les quatre longueurs d'éprouvettes, l'évolution de la résistance à la rupture des disques de verre. Nous considérons dans un premier temps que la rupture de l'échantillon se produit lorsque la contrainte maximale de tension, le long du diamètre de chargement, atteint une valeur critique.

$$\sigma_{\max} = \sigma_c^* \quad (\text{VI-13})$$

Dans la seconde partie de cette analyse, en considérant le trou central de l'éprouvette comme une entaille de rayon 1 mm, le concept du Facteur d'intensité de contraintes d'entaille est utilisé pour caractériser le comportement à la rupture.

##### VI. 4. 4. 1 Facteur d'intensité de contraintes d'entaille

Le formalisme du facteur d'intensité de contraintes d'entaille nécessite la détermination, par une méthode numérique (calcul aux éléments finis), de l'évolution le long du ligament de la contrainte de traction .

Ceci a permis de déterminer le champ des contraintes qui agit au proche voisinage du trou. Pour les différentes épaisseurs d'éprouvettes, nous représentons dans la figure (VI-13), la distribution des contraintes d'ouverture le long du ligament, dans la zone où le gradient de contrainte est le plus élevé.

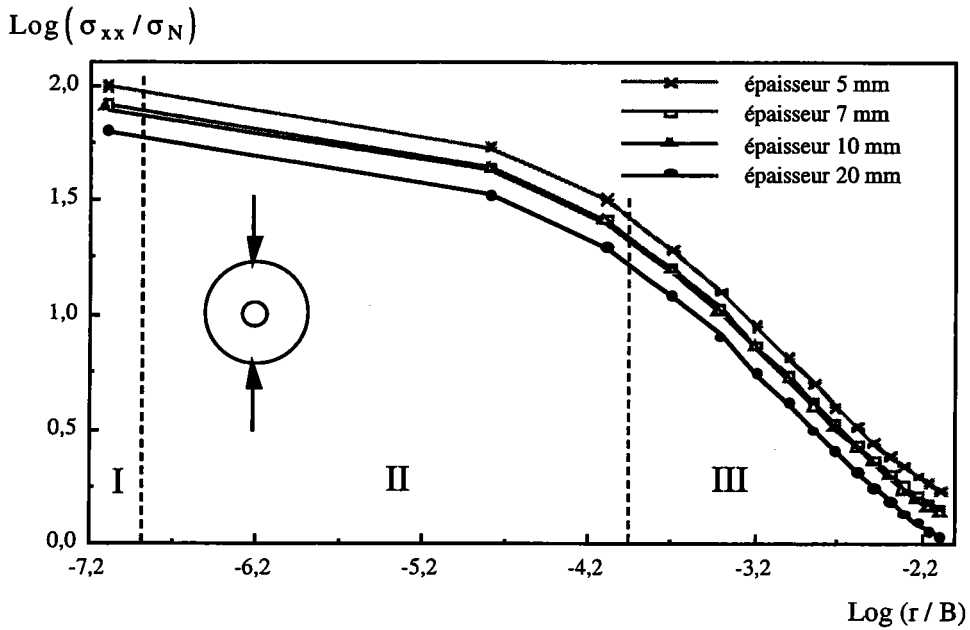


Figure (VI-13) : Distribution des contraintes  $\sigma_{xx}$  proche du trou pour les différentes longueurs d'éprouvettes

Dans le diagramme bilogarithmique de la figure (VI-14), nous représentons la méthode d'évaluation des paramètres qui permet de définir le facteur d'intensité de contraintes d'entaille.

Les différents paramètres sont :

- $\alpha$ , pente de la partie linéaire de la courbe,
- $X_{eff}$ , limite entre la zone II représentant la partie non linéaire de la courbe et la zone III où est mesurée la pente  $\alpha$ ,
- $\sigma_{eff}$  l'ordonnée du point  $X_{eff}$ .

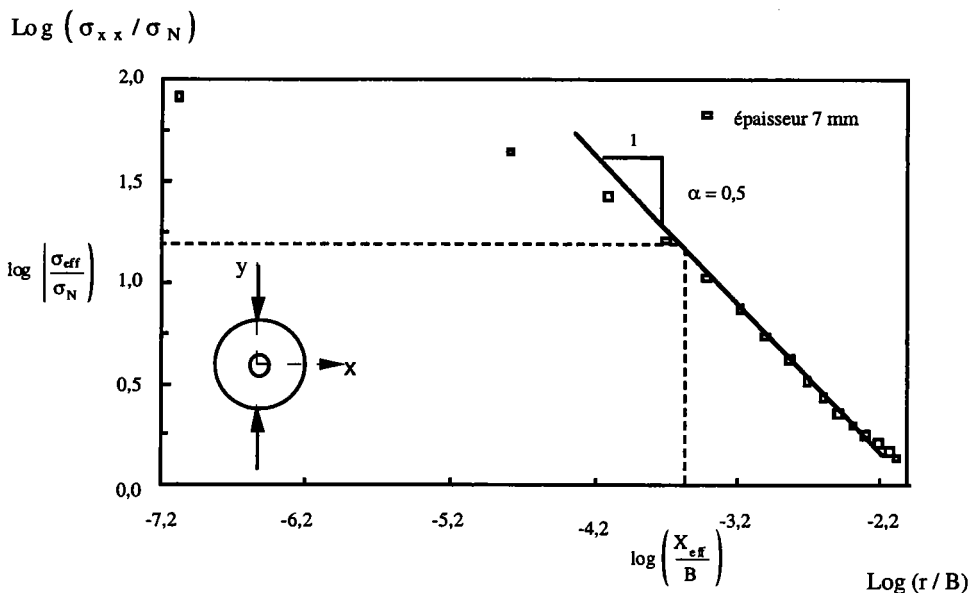


Figure (VI-14) : Détermination des paramètres  $\alpha$ ,  $\sigma_{eff}$  et  $X_{eff}$  du facteur d'intensité de contraintes d'entaille

Nous avons analysé l'évolution du facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille et de la contrainte critique de rupture en fonction de la longueur des éprouvettes. Les résultats de ces différents critères de rupture sont présentés dans la figure (VI-15). La contrainte critique est obtenue par simulation numérique, alors que le facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille est calculé par l'équation (VI-15).

$$K_{\rho} (\rho \neq 0, \psi \neq 0) = \sigma_{\text{eff}} (2\pi X_{\text{eff}})^{\alpha} \quad (\text{VI-15})$$

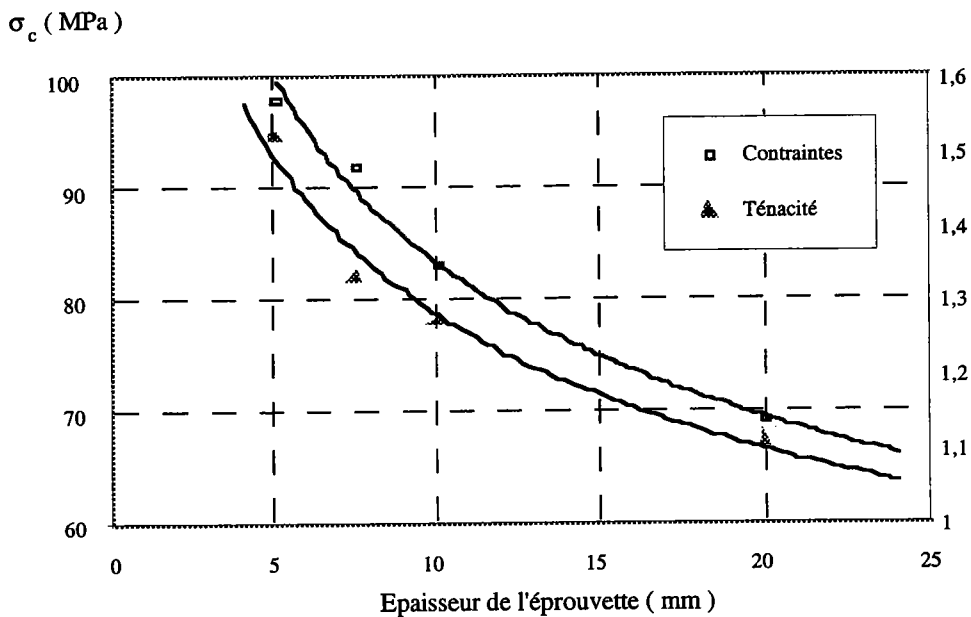


Figure (VI-15) : Evolution de la contrainte de rupture avec l'épaisseur des éprouvettes

D'après ces figures (VI-15), on constate que le facteur d'intensité de contraintes critique diminue lorsque l'épaisseur du disque augmente. Cette diminution s'explique par un effet d'échelle d'origine probabiliste selon lequel, pour les matériaux très fragiles comme le verre ou les céramiques, l'augmentation du volume produit inéluctablement une diminution de la résistance à la rupture de la structure proportionnelle au rapport  $(V_1/V_2)^{1/m_w}$ . Pour une épaisseur d'éprouvette supérieure à 25 mm, la ténacité statique du verre tend asymptotiquement vers  $1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ .

On peut conclure que les valeurs de ténacité trouvées pour des éprouvettes épaisses sont plus proches de celles rencontrées dans la bibliographie.

Cette étude ne pourrait s'envisager sans une comparaison des mesures de facteur d'intensité de contraintes d'entaille critique faites à partir des essais sur disques brésiliens, et celles obtenues en flexion trois points.

#### VI. 4. 5 Ténacité d'entaille : comparaison flexion trois points - disque brésilien

Pour des raisons de cohérence et de rigueur, la comparaison des résultats des essais statiques de flexion trois points et sur disque brésilien se fera uniquement entre les éprouvettes de flexion trois points et les éprouvettes annulaires de même rayon d'entaille de ( $\rho = 1 \text{ mm}$ ) l'épaisseur de 8 mm reste inchangée.

La figure (IV-3) représente les courbes d'évolution de l'épaisseur des éprouvettes annulaires et du rayon d'entaille des éprouvettes de flexion trois points en fonction du facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille, mesurées pendant les essais statiques de flexion trois points et sur disque brésilien.

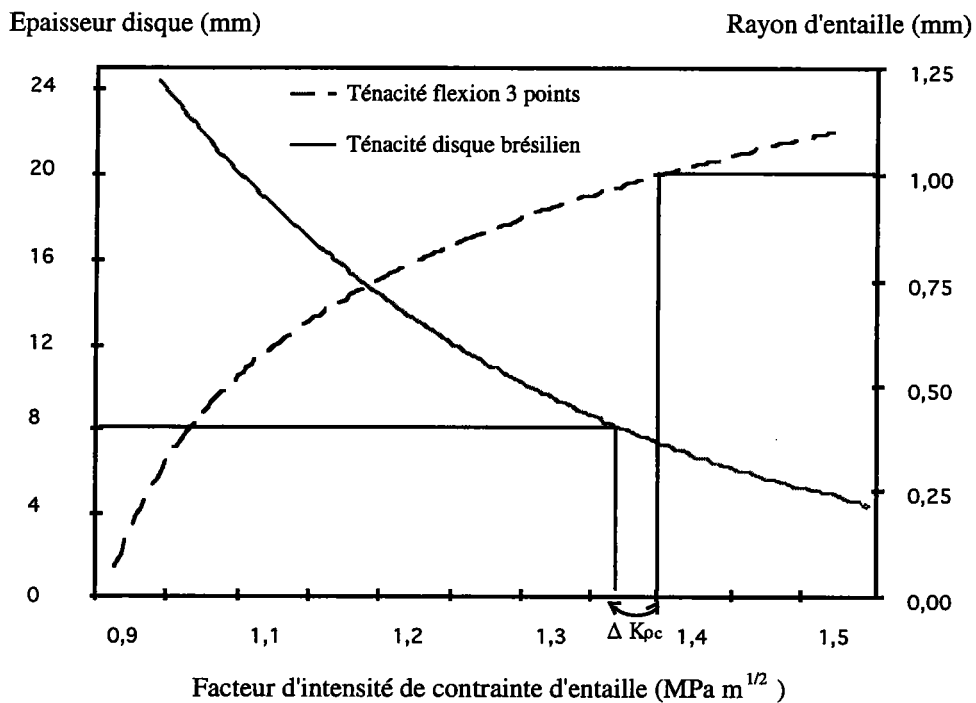


Figure (IV-3) : Evolution de l'épaisseur des disque et du rayon d'entaille des éprouvettes de flexion trois points en fonction de la ténacité

On constate que, pour des éprouvettes de même rayon d'entaille  $\rho = 1 \text{ mm}$  et la même épaisseur  $e = 8 \text{ mm}$ , les valeurs de la ténacité statique d'entaille, obtenues respectivement par des essais de flexion trois points et les essais de compression latérale sur les anneaux de verre, sont pratiquement identiques. Ceci montre que la géométrie de l'éprouvette n'a aucune influence sur la valeur du facteur d'intensité de contraintes critique d'entaille. Sous sollicitation statique les essais de flexion trois points peuvent se substituer aux essais de compression latérale sur disque brésilien. Par contre, la sensibilité du facteur d'intensité de contraintes d'entaille au rayon ayant été démontrée, les résultats obtenus sur les éprouvettes de rayon d'entaille  $\rho = 1 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $e = 8 \text{ mm}$  ne peuvent être généralisés à tous les rayons d'entaille et à toutes les épaisseurs sans une vérification préalable.

## VI. 4. 6 Conclusion

A l'issue de cette étude, portant sur la compression diamétrale des disques de verre, nous avons été amenés à mettre en évidence certains points :

- la tendance générale des verres à présenter une dispersion importante des résultats de contraintes de rupture,
- pour l'ensemble des essais menés sur les différentes longueurs d'éprouvettes, nous constatons une chute de la contrainte de rupture avec l'augmentation de l'épaisseur des échantillons, ce phénomène est dû à un effet volumique explicable par la statistique de WEIBULL,
- le calcul du facteur d'intensité de contraintes critique atteint asymptotiquement la valeur de  $1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$  lorsque l'épaisseur des éprouvettes augmente, ceci traduit l'effet volumique de la rupture du verre,
- l'utilisation des éprouvettes en forme d'anneau donne des valeurs de facteur d'intensité de contraintes proches de celles obtenues sur des éprouvettes de flexion trois points. Il est important de souligner ici que ces conclusions ne reposent que sur des mesures faites sur une seule épaisseur d'éprouvette  $e = 8 \text{ mm}$ , et un rayon d'entaille  $\rho = 1 \text{ mm}$ . Sa généralisation sur l'ensemble des rayons d'entaille restant à valider.

Cette étude ne sera complète que si elle évoque le mécanisme de rupture particulier observé pendant les essais quasi statiques.

## VI. 4. 7 Mécanismes de rupture des essais quasi statiques

### VI. 4. 7. 1 Introduction

Ce paragraphe présente le mécanisme de rupture d'un anneau de verre lors d'un essai brésilien. Nous proposons une étude fractographique des faciès de rupture des éprouvettes de verre, et particulièrement de la zone d'amorçage des fissures.

A partir de la confrontation des résultats obtenus par simulation numérique et par analyse fractographique, nous proposons un modèle chronologique expliquant le phénomène de rupture d'un anneau de verre sollicité en compression latérale.

### VI. 4. 7. 2 Modèles de rupture des disques non entaillés proposés dans la littérature

De nombreux modèles de rupture déterminent les conditions d'amorçage et de propagation des fissures sur des disques brésiliens non entaillés.

### VI. 4. 7. 2. 1 Modèle de BUCKLEY

D'après BUCKLEY [VI-8], la rupture prend naissance dans la zone centrale de l'éprouvette où l'état de contrainte de traction est uniforme. Une fissure amorcée se propage ensuite le long du diamètre vertical, vers l'extérieur du cylindre jusqu'à ce qu'elle rencontre la zone de contrainte de compression biaxiale. La rupture ne se produit que si la fissure dévie de part et d'autre de cette zone. Ce mécanisme de rupture est représenté sur la figure (VI-16).

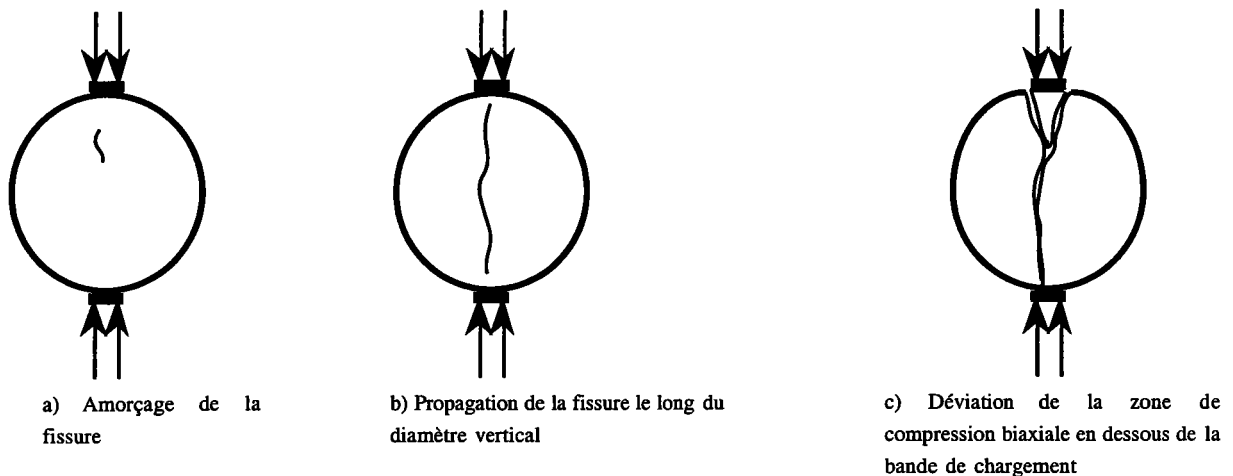


Figure (VI-1) : Description du mécanisme de rupture d'un disque comprimé selon BUCKLEY

### VI. 4. 7. 2. 2 Modèle de RIDNIK

Un autre mode de rupture dit de "triple fissuration" a été proposé par RIDNIK [VI-9]. Il constate que les éprouvettes en matériaux fragiles se fendent toujours en morceaux le long du diamètre de chargement, et justifie ce mode de rupture par le rôle joué par la contrainte normale de traction. A partir de l'observation par photoélasticité d'un disque semi-circulaire, RIDNIK constate que la contrainte de traction maximale est située le long du diamètre de chargement, et à une faible distance de la surface de l'éprouvette. Cette contrainte conduit à des amorçages de fissures latérales secondaires.

COLBACK [VI-10] observe le même phénomène sur des disques de granit, et propose le mécanisme de rupture représenté par la figure (VI-17).

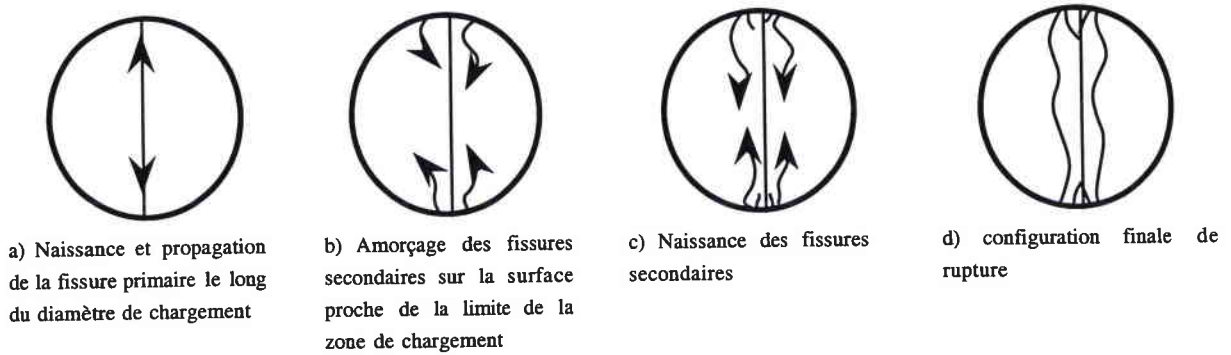


Figure (VI-17) : Description de l'essai sur disque brésilien selon **RIDNIK et COLBACK**

#### VI. 4. 7. 2. 3 Modèle de RUMMEL

L'analyse des contraintes dans une éprouvette soumise à un essai de compression sur un disque brésilien montre que les pressions de HERTZ sont nettement supérieures à la contrainte qui règne au centre de l'éprouvette. En basant son analyse sur le critère de la charge maximale, RUMMEL [VI-11] déduit que la rupture des éprouvettes pleines, sollicitées en compression diamétrale, s'amorce toujours sous le point de chargement. Le modèle de rupture proposé est décrit dans la figure (VI-18).

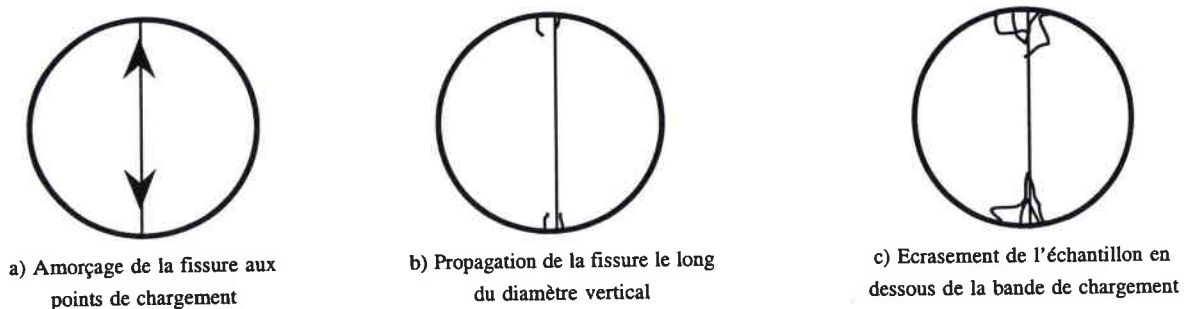


Figure (VI-18) : Description de l'essai de disque brésilien selon **RUMMEL**

#### VI. 4. 7. 2. 4 Conclusion

Les modèles de rupture des disques non entaillés montrent l'existence d'un désaccord sur l'interprétation physique des mécanismes qui gouvernent la rupture, notamment la localisation du point d'amorçage des fissures. Néanmoins, tout le monde est unanime sur le fait, que la rupture finale dans un essai de disque brésilien se fait par fendage de l'éprouvette le long du diamètre de chargement.

### VI. 4. 7. 3 Rupture d'un disque brésilien comportant un trou

Dans le cadre de nos essais, l'effet de concentration des contraintes provoquées par la présence d'un trou au centre de l'éprouvette, influence suffisamment la distribution du champ des contraintes qui règne dans l'échantillon, modifiant ainsi le mécanisme de rupture.

Nous constatons que pour les essais quasi statiques, et ce quelles que soient les épaisseurs, les éprouvettes se rompent systématiquement en 6 morceaux. Ce phénomène est illustré dans la figure (VI-19).

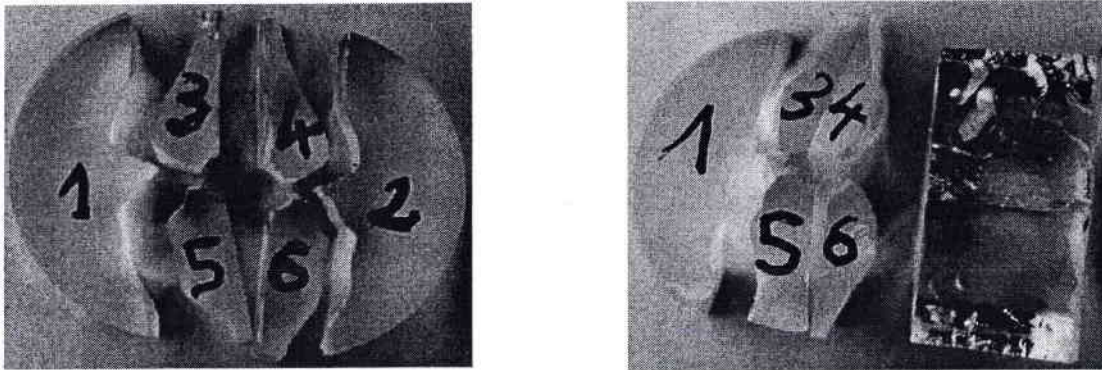


Figure (VI-19) : *Éprouvette après de l'essai de compression diamétrale.*

Une fissure, que nous qualifions de principale, se propage suivant le diamètre de chargement, fendait ainsi l'éprouvette en deux morceaux. Deux fissures dites secondaires s'amorcent au niveau de la zone de chargement complètent le phénomène de rupture des anneaux de verre.

#### VI. 4. 7. 3. 1 Examen macroscopique des surfaces de rupture

L'examen des surfaces principales et secondaires de ruptures réalisé au microscope optique, montre le caractère fragile de la rupture. La figure (VI-20) montre l'aspect des faciès de rupture obtenu par microscopie optique sur une surface créée par la fissure secondaire.

L'analyse de ces faciès met en évidence trois domaines différents. En se déplaçant de la zone de chargement vers le trou, on remarque que :

- la première zone rencontrée représente l'écrasement de l'éprouvette par le contact de hertz,
- l'amorçage des fissures secondaires se fait dans la seconde zone,
- la troisième zone est constituée d'un réseau de lignes courbes, le parallèle fait avec les lignes de WALNERR. Observées à proximité du point d'amorçage des fissures dans le verre et les polymères fragiles, ces stries sont orientées dans le sens de la propagation des fissures secondaires.

Toutes ces zones sont matérialisées sur la photographie de la figure (VI-20).

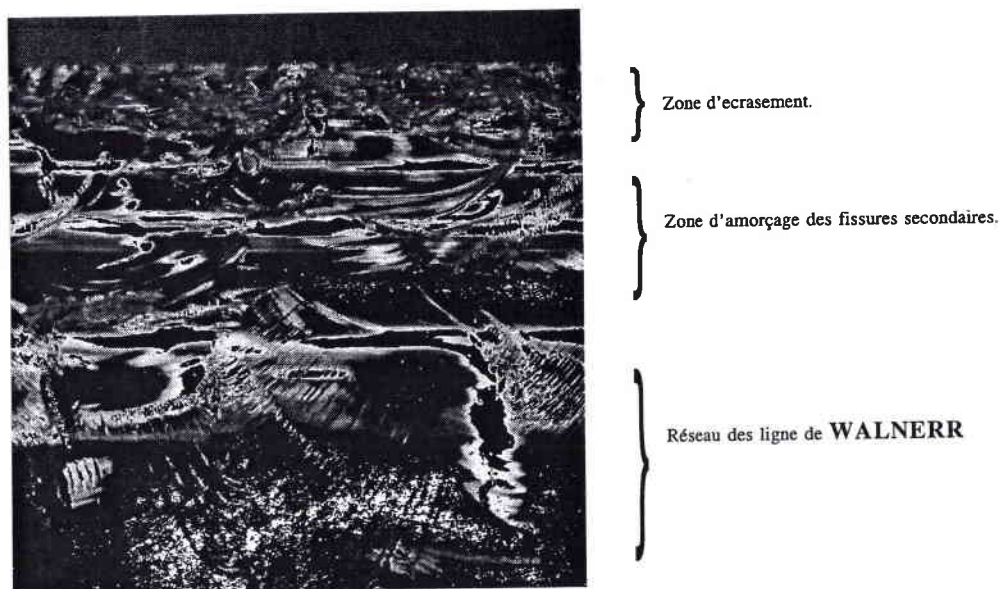


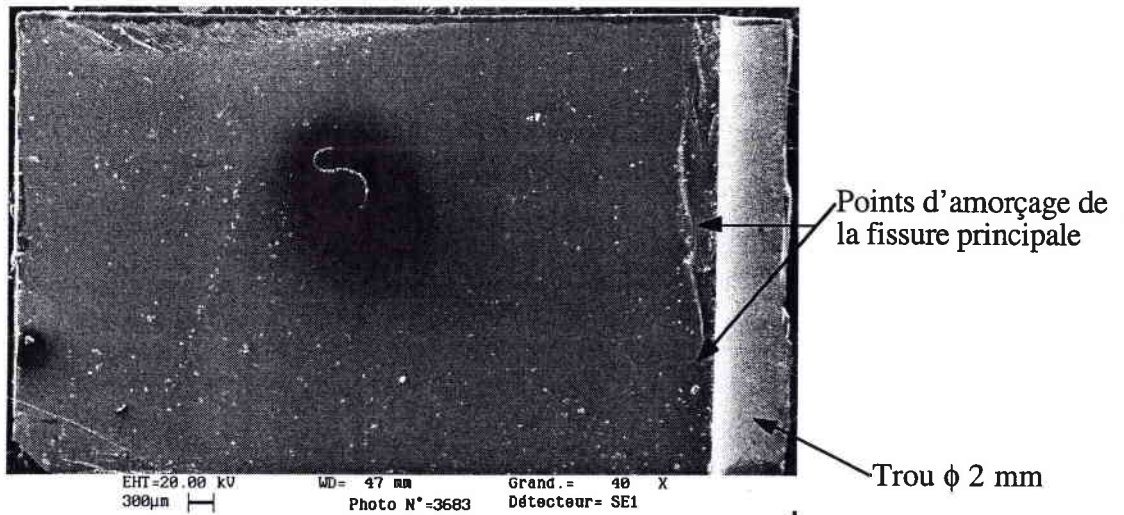
Figure (VI-20) : Micrographie de la surface de rupture créée par la fissure secondaire

#### VI. 4. 7. 3. 2 Aspect micro fractographique

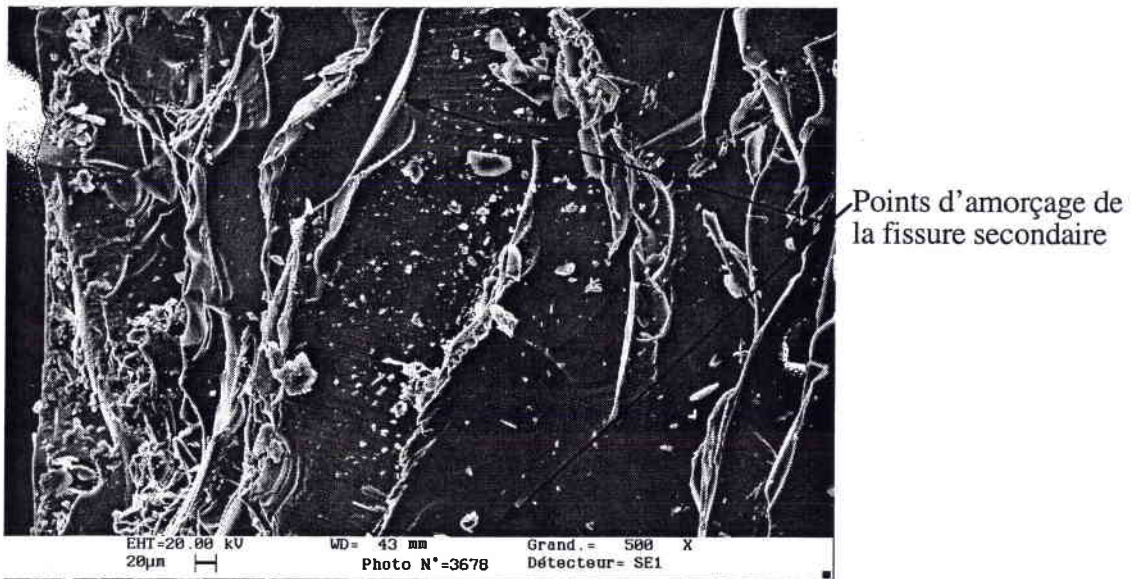
Dans le but de comprendre les étapes de la création des fissures principales et secondaires dans le processus de rupture des anneaux de verre, nous avons localisé, par microscopie électronique à balayage, les zones d'amorçage des fissures sur les différentes surfaces de rupture.

Les images représentées sur les Figures (VI-21 /a/ et /b/) correspondent respectivement à des agrandissements de la zone d'amorçage des fissures sur l'une des surfaces principales et sur l'une des secondaires. Cette observation est faite sur une éprouvette de 10 mm d'épaisseur.

On constate que, au voisinage du point d'amorçage des fissures, les deux surfaces de rupture présentent un aspect similaire.



a) - Point d'amorçage d'une fissure principale

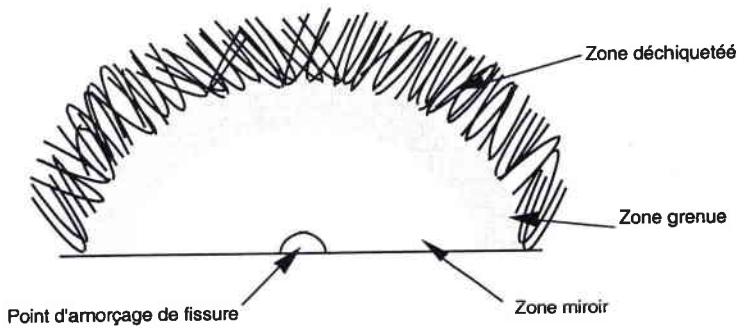


b) - Point d'amorçage d'une fissure secondaire

**Figure (VI-21) : Localisation des zones d'amorçage des fissures sur les surfaces de rupture**

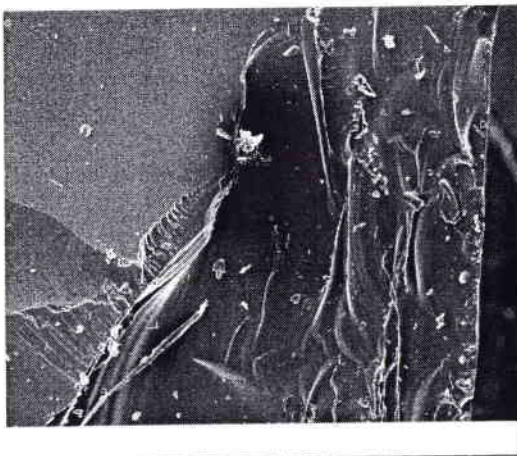
L'examen au microscope électronique à balayage a mis en évidence un aspect particulier obtenu lors d'un examen fractographique sur le faciès de rupture du verre. Quelque soit la surface de rupture examinée, on constate à partir du point d'amorçage, l'existence de trois zones concentriques par rapport au défaut amorçant la rupture :

- zone miroir (brillante)
- zone grenue (micro bifurcation)
- zone déchiquetée (ondulation)

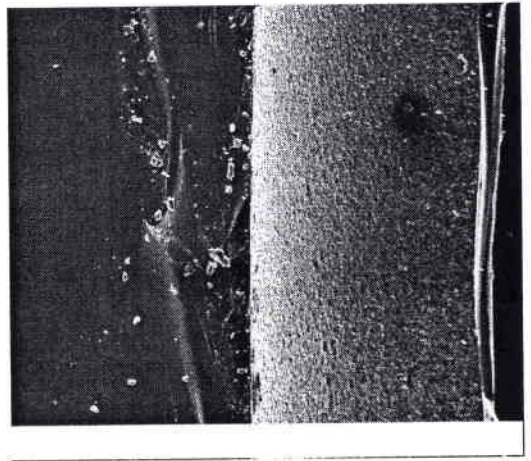


**Figure (VI-22) :** Représentation schématique de la zone d'amorçage du défaut.

Les faciès de rupture représentés sur les figures (VI-23) et (VI-24) montrent le déroulement du processus d'endommagement de l'anneau en verre float sur une fissure secondaire. Le contact du montage d'essai sur l'éprouvette provoque un écrasement (figure (VI-23 / a)). On observe dans cette zone d'écrasement, la présence de point d'amorçage de fissures qui, au vu de l'importance de la pression HERTZ, ne peuvent se propager. La propagation des fissures secondaire surviendra lorsque le champ de contraintes induit pas la pression de contact sera égale à la contrainte critique de rupture à l'intérieur de l'éprouvette. Sur la figure (VI-23 / b), on remarque une zone de transition entre l'amorçage et la propagation de fissure.



a) Différents modes de rupture : Zone d'écrasement et d'amorçage de fissure

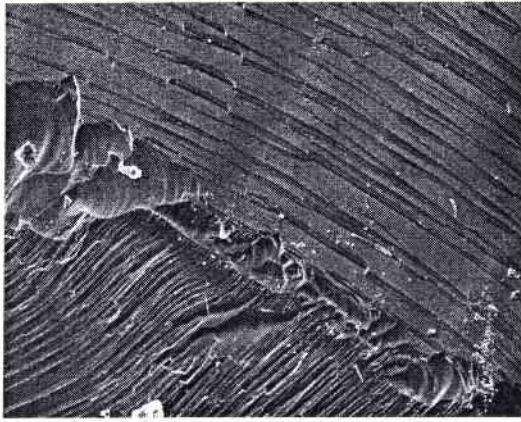


b) Zone de transition entre amorçage et propagation.

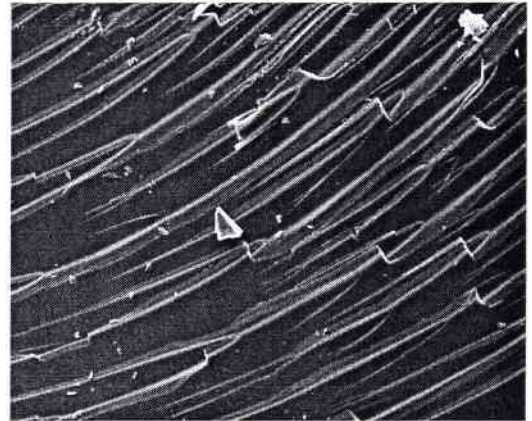
**Figure (VI-23) :** Morphologie de la surface de rupture d'une fissure secondaire : Zone d'écrasement

La figure (VI-24 / a) montre des directions multiples de propagation de fissures. Le changement de l'orientation des stries de propagation de fissures trouve son explication, d'une part dans l'origine du mécanisme de rupture (jonction de la fissure émanant de la zone d'écrasement et de celle amorcée à la périphérie du trou), et d'autre part, dans la modification de la trajectoire de

propagation de la fissure (la fissure secondaire amorcée près de la zone d'écrasement, du fait de l'influence des contraintes principales, change d'orientation pour rejoindre le point de triaxialité maximale sur la périphérie du trou). Sur la figure (VI-24 / b) nous avons réalisé un agrandissement de la surface de rupture fragile marquée par des stries ou rivières.



a) Propagation multiple des fissures



b) Faciès de rupture fragile : grossissement de la fissure en figure (VI-24 / a)

**Figure (VI-24) : Morphologie de la surface de rupture d'une fissure secondaire : propagation de fissures.**

### VI. 4. 7. 3. 3 Discussion sur le modèle de rupture observé

Dans le cas d'un essai brésilien, le calcul théorique de la distribution des contraintes montre une traction uniforme dans le plan contenant les génératrices suivant lesquelles s'appliquent les efforts. Dans le cas d'une éprouvette annulaire, cette distribution des contraintes est perturbée par la présence du trou.

Sous l'effet d'un chargement, on observe une amplification du champ des contraintes au voisinage du trou. La fissure principale est amorcée à partir de la périphérie du trou, dans la zone où la contrainte de traction est maximale. Cette fissure ainsi créée se propage ensuite verticalement jusqu'aux bords de l'éprouvette, en suivant la génératrice allant du centre de l'éprouvette au milieu de la zone de chargement. La rupture provoquée par cette fissure se faisant par une extension dans la direction perpendiculaire à l'axe du chargement.

En localisant parfaitement la zone miroir sur la surface de rupture, l'observation microscopique montre que la fissure principale démarre effectivement à partir d'un défaut situé au voisinage du trou, figure (VI-21).

La force exercée par les plateaux du montage sur l'échantillon crée une pression au niveau de la surface de contact, dont la valeur est calculée par la théorie de HERTZ, équation (VI-7). La figure (VI-25), obtenue par simulation numérique, représente l'évolution des contraintes sur le

périmètre extérieur de l'échantillon. La largeur  $l$  de la zone de contact éprouvette - montage d'essai où s'exerce la pression est d'environ 2 mm.

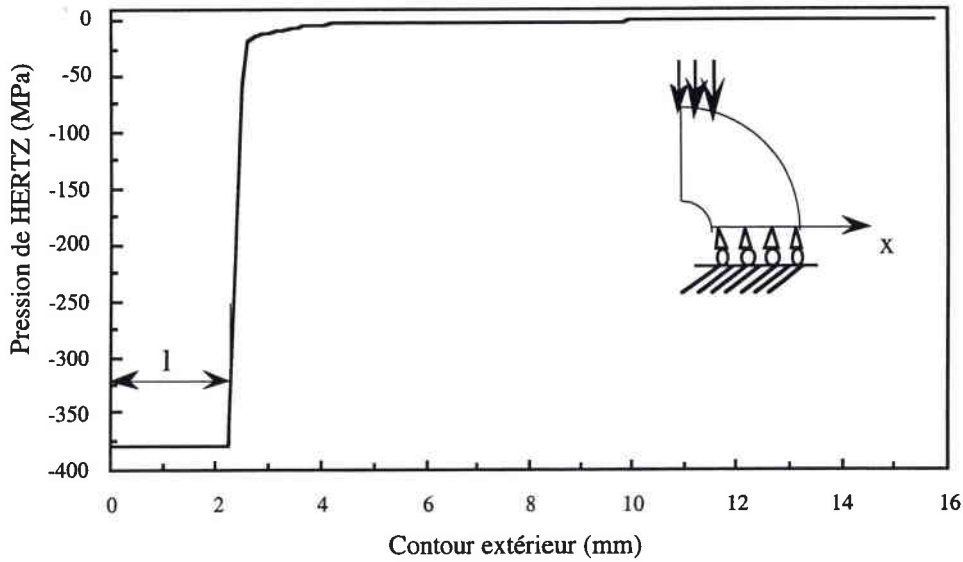


Figure (VI-25) : Evolution des contraintes sur le périmètre extérieur de l'échantillon.

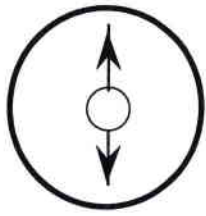
En valeur absolue cette pression de contact est, selon les valeurs reportées dans le tableau (VI-12), 6 à 10 fois supérieure à la limite élastique du verre.

Il est bien connu que dans le cas des matériaux fragiles, les valeurs très élevées des contraintes locales provoquent la rupture de la structure, même si les contraintes généralisées restent inférieure à sa limite élastique. Dans la situation présente, la zone de très haute amplitude de contrainte créée par les pressions de HERTZ, fait naître un autre réseau de fissures aux limites de la surface de contact.

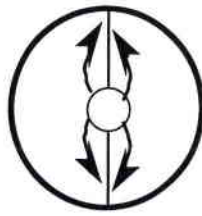
Les fissures secondaires ainsi créées ne se propagent pas verticalement comme le décrit le modèle de RIDNIK. Elle sont, au cours de leur propagation, déviées dans un premier temps par l'action des fissures principales qui tendent à écarter l'échantillon. Cette fissure dévie à nouveau pour se diriger vers le point de triaxialité maximale des contraintes. Le nouveau plan de rupture provoque une seconde fracture de l'éprouvette, mais cette fois en cisaillement (mode II de rupture).

L'analyse des informations données par la figure (VI-21) à savoir le point d'amorçage d'une fissure secondaire, et les évolutions simultanées des contraintes sur le périmètre extérieur du disque et de la triaxialité des contraintes sur la périphérie du trou, permettent de mettre en évidence la trajectoire des fissures secondaires.

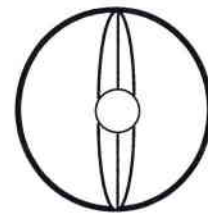
Le processus de rupture qui découle de cette observation est différent de celui constaté par RIDNIK et BUCKLEY. Les mécanismes de rupture des éprouvettes munies d'un trou sont représentés par la figure (VI-26).



a) Amorçage de la fissure principale



b) Propagation de la fissure principale le long du diamètre vertical, et naissance des fissures secondaires



c) configuration finale de rupture

**Figure (VI-26) : Description de l'essai de compression diamétrale**

Ces mécanismes de rupture des éprouvettes munis d'un trou se résument en :

- un amorçage à partir de la périphérie du trou de la fissure principale qui se propage ensuite verticalement le long du diamètre de chargement, la rupture se faisant en mode d'ouverture,
- l'écrasement de l'éprouvette au niveau des surfaces de contact précède la naissance, par cisaillement, des fissures secondaires, les fissures rejoindront par la suite la périphérie du trou aux points de triaxialité maximale.

#### VI. 4. 7. 3. 4 Conclusion

Le couplage de l'observation microscopique des surfaces de rupture et le calcul aux éléments finis a permis de mieux comprendre les mécanismes qui gouvernent la rupture des éprouvettes de disque brésilien comportant un trou. Nous déduisons de cette analyse que lors d'un essai brésilien sur un anneau en matériau fragile, la rupture de l'éprouvette résulte de la combinaison des deux premiers modes :

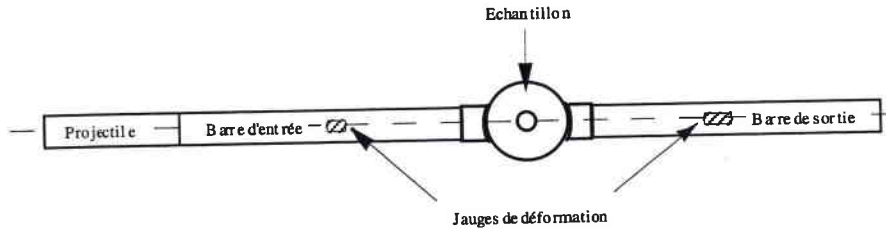
- le mode I de rupture initié à partir du trou par la fissure principale.
- le mode II de rupture survient après l'écrasement de la surface de contact, et la naissance par glissement des fissures secondaires.

Cette partie est complétée par l'étude du comportement de cette géométrie d'éprouvette lors des essais dynamiques.

### VI. 5 Essais dynamiques

#### VI. 5. 1 Méthode expérimentale

A chaque type d'essai, le dispositif des barres d'HOPKINSON est modifié de manière à tenir compte de la spécificité de la géométrie d'éprouvettes. La réalisation des essais dynamiques de compression latérale sur des anneaux de verre est représentée sur la figure (VI-25).



**Figure (VI-27) :** Schéma du dispositif des essais dynamiques sur des éprouvettes de type disque brésilien

Ce montage est constitué d'une éprouvette insérée entre deux barres, et d'un projectile. Comme pour les essais classiques sur les barres d'HOPKINSON, le dépouillement est basé sur l'établissement d'un état d'équilibre quasi statique des contraintes dans les barres. Ceci implique nécessairement une égalité des vitesses et des forces entre les interfaces barre d'entrée - éprouvette et barre de sortie - éprouvette, qui s'expriment par les relations :

$$v_1 = v_2 \rightarrow \varepsilon_i + \varepsilon_r = \varepsilon_t \quad (\text{VI-16})$$

$$F_1 = F_2 \rightarrow \varepsilon_i - \varepsilon_r = \varepsilon_t$$

Les essais ont été effectués à une vitesse d'impact de 13 m/s. Les caractéristiques géométriques des éprouvettes testées se trouvent sur la figure (VI-27). Pour ces essais, nous avons adopté trois épaisseurs d'éprouvettes : 5 mm, 7,5 mm et 10 mm.

## VI. 5. 2 Résultats des essais dynamiques

La connaissance de la réponse temporelle de l'éprouvette sous chargement dynamique caractérise de manière globale le comportement mécanique du matériau. Les essais dynamiques ont été réalisés sur des séries de 15 éprouvettes de différentes épaisseurs, dans les conditions expérimentales précédemment établies.

Ces résultats, présentés dans cette partie de l'étude, complètent ceux obtenus lors des essais quasi statiques, et évaluent le comportement mécanique du verre en compression diamétrale.

La figure (VI-28) montre la variation de la contrainte de rupture au cours du temps, courbe représentative des essais dynamiques, obtenue sur une éprouvette de 10 mm d'épaisseur.

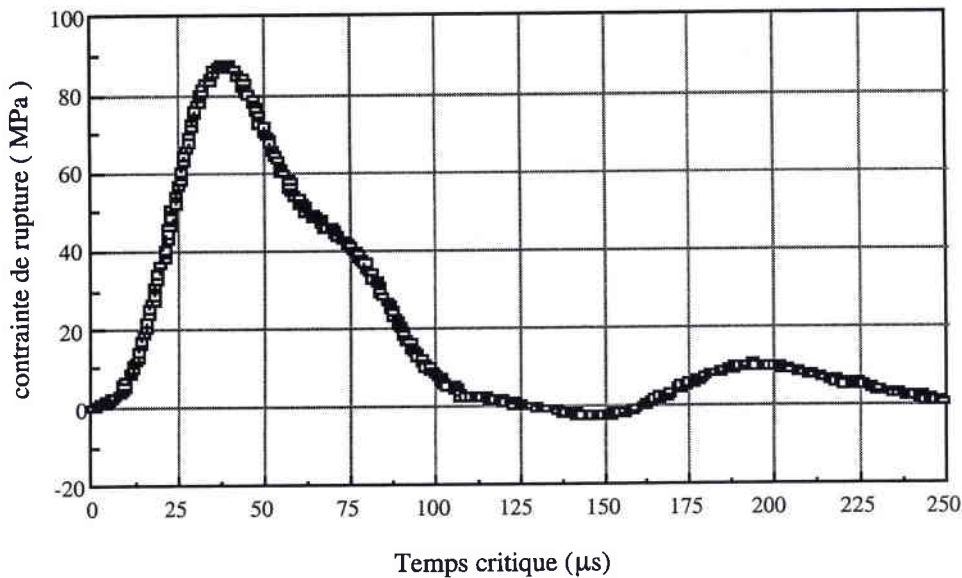


Figure (VI-28) : Evolution des contraintes dynamiques en fonction du temps

Les informations mises en évidence dans l'observation de cette courbe sont généralement :

- le caractère fragile de la rupture,
- l'instant d'amorçage de la rupture : du fait de la grande fragilité du verre, nous avons retenu, pour ces essais, l'instant de rupture correspondant au pic du chargement. Dans l'exemple présenté dans la figure (VI-28), la rupture a donc lieu 25  $\mu$ s après la mise en charge effective de l'éprouvette,
- la résistance à la rupture de l'éprouvette correspond à une contrainte d'une valeur de 87 MPa.

L'ensemble des caractéristiques du matériau, évaluées lors des essais de compression latérale, est regroupé sur le tableau (VI-4). Ces données représentent la moyenne des valeurs expérimentales mesurées.

Épaisseur des éprouvettes (mm)	Nombre d'éprouvettes	contrainte moyenne de rupture $\sigma_r$ (MPa)	temps moyen de rupture ( $\mu$ s)
5	15	165	19
7,5	15	139	24
10	15	115	29

Tableau (VI-4) : Moyenne des valeurs expérimentales

L'analyse de ces données montre que le temps moyen de rupture augmente avec l'épaisseur des éprouvettes.

Comparées aux sollicitations statiques, les valeurs de contraintes dynamiques de rupture sont plus élevées. Ceci montre une sensibilité des contraintes de rupture à la vitesse de déformation. La valeur des écarts types de contrainte de rupture observée, pour chaque épaisseur d'éprouvette, met en évidence l'importance de la dispersion des résultats de la contrainte critique de rupture. La prise en compte de cette dispersion justifie l'utilisation de la statistique de WEIBULL. Cette théorie a été présentée au chapitre V.

Épaisseurs des éprouvettes (mm)	Nombre	contrainte de rupture $\sigma_r$ (MPa)	$m_w$	$\sigma_0$ (MPa)
5	15	165	3,6	160
7,5	15	139	2,9	143
10	15	115	3,3	112

Tableau (VI-5) : Paramètres de la loi de WEIBULL Essais dynamiques sur disques brésiliens

Ce résultat, généralement observé, est dû à la présence sur la surface du verre des micro défauts de tailles variables et d'orientations aléatoires.

### VI. 5. 3 Conclusion

Après analyse des différents résultats expérimentaux, quelques remarques s'imposent :

- diminution de la contrainte de rupture lorsque l'épaisseur augmente,
- faiblesse du module de WEIBULL; caractéristique des matériaux fragiles,
- quelles que soient leurs épaisseurs, les échantillons sont complètement pulvérisés pendant les essais dynamiques. Il est donc difficile de différencier les fragments provenant des éprouvettes de 5 mm de celles de 10 mm d'épaisseur, ni de définir une quelconque zone d'amorçage de rupture.

Cette étude servira de support pour une simulation numérique des essais dynamiques sur cette géométrie d'éprouvettes.

### VI. 5. 4 Simulation numérique

Les essais dynamiques de compression diamétrale ayant entraîné la désintégration totale de l'éprouvette, l'intérêt de la simulation numérique par éléments finis sous cette configuration est double. Il s'agit d'une part de déterminer l'évolution de la contrainte de tension le long du ligament et sur la périphérie du trou, et d'autre part de vérifier l'hypothèse d'un état quasi

statique d'équilibre au moment de la ruine de l'éprouvette. Nous localiserons par la même occasion la zone d'amorçage de la fissure sur le ligament, qui par définition, sera le point où la contrainte de traction le long du diamètre de chargement atteint son maximum.

#### **VI. 5. 4. 1 Modèle numérique**

Les calculs aux éléments finis sont réalisés en 2 dimensions. Grâce à la symétrie des éprouvettes, seule la moitié de l'échantillon a été modélisée. Nous avons utilisé des éléments quadrangulaire à 8 noeuds pour le maillage de l'échantillon. Pour les barres et le projectile, notre modélisation s'est portée sur des éléments axisymétriques.

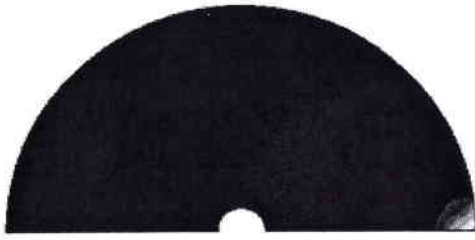
#### **VI. 5. 4. 2 Méthode de chargement**

Le chargement imposé lors du calcul numérique est obtenu au moyen d'une courbe de vitesse de forme trapézoïdale. Cette courbe correspond à l'impulsion de l'onde incidente que provoque le choc du projectile sur la barre d'impact.

#### **VI. 5. 4. 3 Champ des contraintes**

L'une des hypothèses fondamentales du dépouillement des essais dynamiques sur les barres de HOPKINSON est que l'éprouvette se rompt sous un état d'équilibre quasi statique. La rupture dynamique se produisant par désintégration complète des éprouvettes. La simulation numérique par visualisation de la distribution du champ des contraintes, vérifie cette hypothèse. Si la comparaison avec le champ des contraintes obtenu par modélisation quasi statique ne présentait aucune similitude, la validité des résultats obtenus serait mis en cause.

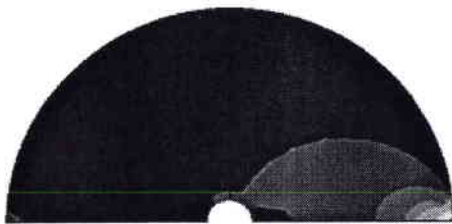
La figure (VI-29) permet de suivre l'évolution de la répartition du champ des contraintes sous sollicitation dynamique au cours du temps. Ces images représentent les iso valeurs de la contrainte principale, et cela pour une simulation sur une éprouvette de 7,5 mm d'épaisseur.



a) : 1 micro seconde après l'impact, l'onde de contrainte traverse la barre incidente et atteint le premier bord de l'éprouvette



b) : En 5 micro secondes, l'onde de contrainte atteint la région du trou. L'éprouvette n'étant que partiellement chargée, on ne peut pas encore parler de contrainte dans l'éprouvette



c) : Au bout de 7 micro secondes, l'onde de contrainte atteint le second bord de l'éprouvette



d) : Au bout de 16 micro secondes, l'état des contraintes s'homogénéise dans l'éprouvette. L'équilibre quasi statique est atteint. L'éprouvette rompra quelques instants plus tard

**Figure (VI-29) : Etat des contraintes dans l'éprouvette sous sollicitation dynamique**

Il est à noter, d'après les résultats issus de la simulation numérique, que lors des essais dynamiques, la rupture de l'éprouvette se produit sous un état d'équilibre quasi statique. Cette condition d'équilibre est atteinte avant la ruine de l'échantillon. Pour les éprouvettes de 7,5 mm d'épaisseur, nous l'observons à un temps de 16 micro secondes après le début du chargement.

### VI. 5. 5 Comparaison des résultats de contraintes simulations - expériences

Si l'on établit une similitude avec les essais sous sollicitation quasi statique, où la rupture de l'éprouvette est gouvernée par la contrainte d'ouverture, et que la première fissure prend naissance le long du diamètre de chargement, on peut admettre que la contrainte de rupture dynamique simulée est égale au maximum de la valeur de l'évolution des contraintes sur le ligament.

Pour chaque épaisseur d'éprouvette, les valeurs des contraintes de rupture expérimentales et simulées ont été calculées et consignées dans le tableau (VI-6).

épaisseur des éprouvettes	contrainte globale statique (MPa)	contrainte globale dynamique (MPa)	contrainte dynamique simulée (MPa)
5	96,3	165,72	175
7	91,96	139,1	130
10	82,94	115,35	126

**Tableau (VI-6) :** Principaux résultats obtenus sous sollicitation dynamique

Ces résultats montrent que les contraintes simulées sont légèrement supérieures aux valeurs expérimentales.

### VI. 5. 6 Critère de rupture

Comme pour les essais quasi statiques, nous définissons un critère de rupture permettant de caractériser la résistance à la rupture des éprouvettes de type 'disque brésilien entaillé' en verre, testée sous sollicitation dynamique. Dans cette démarche nous considérons le trou de l'éprouvette comme une entaille et observons l'évolution de la distribution du champ des contraintes le long du ligament.

A partir d'une analyse par de la courbe représentant l'évolution des contraintes dynamiques de rupture le long du ligament, et vu l'importance des vitesses de déformations mises en jeu lors des essais dynamiques sur des barres d'HOPKINSON, nous déduisons que les fissures amorçées sur la périphérie du trou naissant bien plus tard, ne se propagent que sur une petite partie du ligament avant la pulvérisation totale de l'éprouvette.

Pour les essais de rupture à grandes vitesses de sollicitation, l'amorçage de la fissure se fait de manière symétrique de part et d'autre de l'échantillon au niveau des zones de contact entre les barres incidente et de transmettrice, ce qui minimise les effets de la présence de l'entaille sur le comportement mécanique global de l'éprouvette. Cette faible influence de l'entaille sur le processus de rupture ne permet donc pas, sous sollicitation dynamique, de définir un facteur d'intensité de contraintes d'entaille pour les éprouvettes type disque brésilien. Dans ce cas, la résistance à la rupture des éprouvettes sera caractérisée non pas par la ténacité du matériau, mais par sa contrainte globale critique.

### VI. 5. 7 Conclusion

La simulation numérique a permis d'établir l'évolution temporelle du champ des contraintes dynamiques. En montrant que même sous sollicitation dynamique, les éprouvettes rompent en

état d'équilibre quasi statique, cette étude établit les zones d'amorçage des fissures aux points d'application du chargement. L'influence du trou sur la résistance globale du verre mesurée à l'aide d'éprouvettes de type disque brésilien devient secondaire. En résumé, si l'on utilise des éprouvettes de type disque brésilien, seule la détermination de la contrainte globale critique de rupture permettra de description du comportement à la rupture dynamique des matériaux aussi fragiles que le verre.

## **CHAPITRE VII**

### **ECAILLAGE PAR IMPACT DE BARRES**

## VII- ECAILLAGE PAR IMPACT DE BARRES

### VII. 1 Introduction

Le mécanisme d'endommagement dynamique par écaillage fait intervenir, d'un point de vue macroscopique, la propagation des ondes de contrainte et leurs interactions avec des frontières libres : la rupture dynamique se manifeste par la séparation partielle ou totale du matériau sollicité. La surface de rupture a un caractère hémisphérique en relation avec le front d'onde.

et au point de vue microscopique, des processus physiques ou micro mécaniques.

Dans ce cas on est en présence non pas d'une fissure isolée, mais d'un ensemble de fissures ou micro vides. L'écaillage n'est donc pas causé par la seule propagation de fissures mais plutôt par nucléation et croissance de régions endommagées à l'échelle microscopique.

Dans cette partie de notre étude, nous nous intéressons au processus d'écaillage du verre par impact de barre, l'onde de contrainte étant créée par le choc du projectile contre la barre d'entrée. Il s'agit de transmettre à l'éprouvette une impulsion de contrainte de compression qui se réfléchira à l'extrémité libre de l'échantillon. La mise en tension résulte de la superposition des ondes de détente à l'intérieur de l'éprouvette.

Les données expérimentales sont exprimées sous la forme de courbes de contrainte critique d'écaillage, en fonction du temps de chargement. Ces résultats seront validés par une modélisation numérique permettant de localiser entre autre la zone d'endommagement.

### VII. 2 Procédure expérimentale

#### VII. 2. 1 Eprouvettes

Les éprouvettes testées, pendant l'essai d'écaillage, sont des barres de verre de 8 mm de diamètre et de longueur 160 mm. Leurs caractéristiques géométriques sont représentées sur la figure (VII-1).

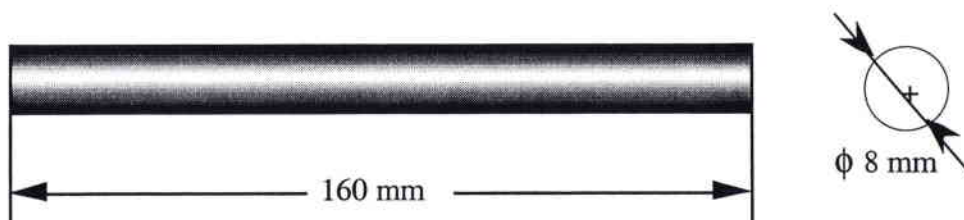


Figure (VII-1) : Eprouvette de traction dynamique utilisée pour l'étude de l'écaillage

Les caractéristiques mécaniques et la composition chimique de ce matériau sont consignées dans les tableaux (IV-1) et (IV-2).

## VII. 2. 2 Dispositif expérimental

La figure (VII-2) montre la représentation schématique du dispositif des barres d'HOPKINSON [VII-1], utilisé pour réaliser les essais d'écaillage. Ce montage identique à celui mis au point par NAJAR [VII-2] est principalement constitué :

- d'un projectile,
- d'une barre d'entrée de même diamètre que le projectile,
- d'une barre de mesure de même diamètre que l'éprouvette.

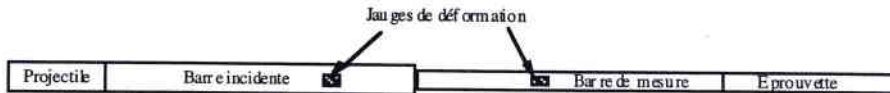


Figure (VII-2) : Schéma du dispositif expérimental d'écaillage par traction dynamique

Ce dispositif est basé sur les mêmes lois de propagation d'ondes élastiques que celles qui s'appliquent aux essais de compression dynamique sur les barres de HOPKINSON.

Le pont de jauges collées sur la barre incidente enregistre successivement l'onde de compression induite par le choc du projectile, et sa réflexion au niveau de l'interface entre la barre d'entrée et la barre de mesure. Le chargement de traction induit dans l'éprouvette est provoqué par la superposition de l'onde transmise à la barre de mesure et sa superposition sur le bord libre de l'échantillon.

En faisant l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire de l'éprouvette jusqu'à la rupture, la contrainte critique de traction se déduit assez facilement de la déformation maximale enregistrée au passage de l'onde transmise sur la barre de mesure.

## VII. 2. 2 Etalonnage du dispositif d'essai

La procédure d'étalonnage du dispositif d'essai consiste à réaliser plusieurs essais à vide (sans éprouvettes). L'analyse, sur un oscilloscope numérique, des enregistrements de la propagation des pulses d'ondes de contraintes dans les barres a permis de valider les hypothèses émises lors du dépouillement des essais d'écaillage.

### VII. 2. 2. 1 Etude théorique

#### VII. 2. 2. 1. 1 Réflexion des ondes sur une interface

Pendant sa propagation longitudinale, l'onde de contrainte rencontre des discontinuités de sections identiques à celles à l'interface entre les barres d'entrée et de mesure, figure (VII-3).

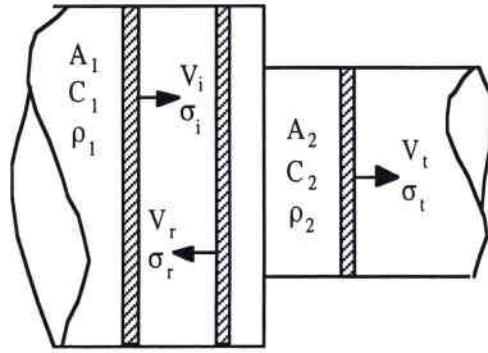


Figure (VII-3) : Réflexion des ondes aux interfaces d'une discontinuité géométrique

Les conditions aux limites d'égalité des forces ( $\sigma, A$ ), et des vitesses particulières ( $v$ ) à satisfaire s'écrivent :

$$\sigma_t A_2 = (\sigma_i + \sigma_r) A_1 \quad (\text{VII-1})$$

$$v_t = (v_i - v_r)$$

$A_1$  et  $A_2$  représentent successivement les sections des barres d'entrée et de mesure, et  $\sigma$  la contrainte. Les indices  $i, r, t, 1$  et  $2$  se réfèrent respectivement aux termes incident, réfléchi, transmis, barre d'entrée et barre de mesure.

A l'interface des barres d'entrée et de mesure, les contraintes transmises  $\sigma_t$  et réfléchie  $\sigma_r$  se déduisent de la contrainte incidente  $\sigma_i$  par les équations :

$$\sigma_t = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \sigma_i \quad (\text{VII-2})$$

$$\sigma_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \sigma_i$$

La quantité  $Z$  désignant l'impédance mécanique de la barre s'exprime par :

$$Z = A C_b \rho \quad (\text{VII-3})$$

$C_b$  et  $\rho$  désignent la célérité longitudinale et la masse volumique de la barre.

La figure (VII-4) montre les évolutions temporelles des ondes de contraintes se propageant dans les barres au moment de l'étalonnage du dispositif d'essai. Les courbes représentées dans ce

diagramme sont déduites des signaux émis par les jauges de déformation collées respectivement sur la barre d'entrée et sur celle de mesure.

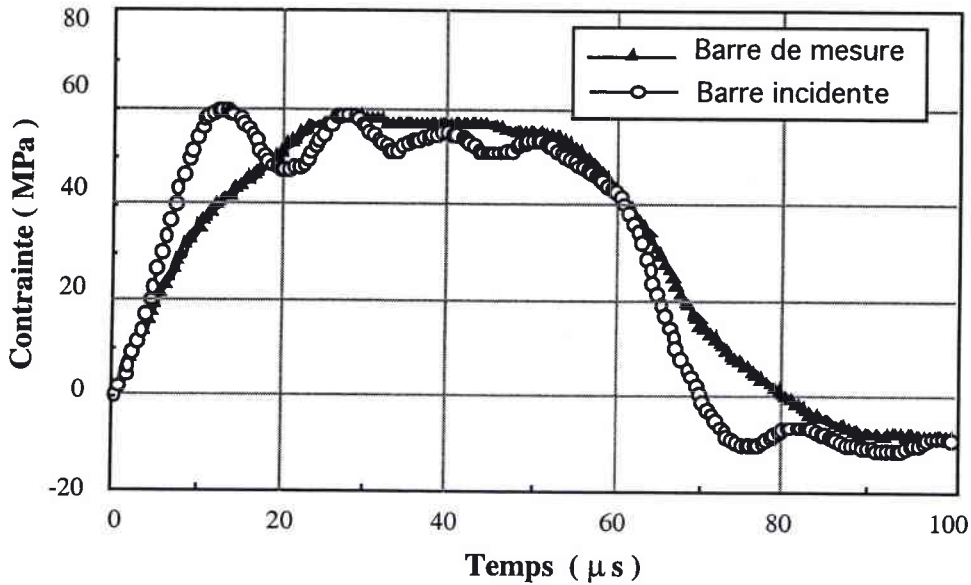


Figure (VII-4) : Evolution de la contrainte en fonction du temps les barres d'entrée et de mesure

Cette courbe met en évidence l'équivalence des deux approches permettant de mesurer l'amplitude de l'onde de contrainte transmise à l'échantillon. Le niveau de contrainte étant sensiblement le même, on peut opter pour l'une ou l'autre méthode de dépouillement.

### VII. 2. 2. 1. 2 Dispersion des ondes de contraintes dans un barreau

Dans une barre cylindrique de dimensions finies, la propagation longitudinale de l'onde résulte de ses réflexions multiples sur la surface du barreau, figure (VII-5). Ces effets de bord font que l'onde de compression générée lors d'un essai sur un dispositif de barres d'HOPKINSON se déplace moins vite qu'une onde de dilatation dans un milieu infini ou semi fini.

Dans les hypothèses faites lors d'une approche courante, il est d'usage de négliger l'inertie radiale des barres et de considérer que tout au long de sa propagation, le front d'onde reste plan.

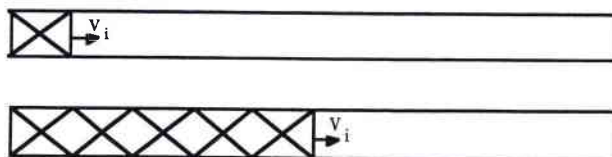


Figure (VII-5) : Représentation schématique de la propagation d'une onde de compression dans un barreau cylindrique

La figure (VII-6) montre l'évolution des contraintes incidente et réfléchiée dans la barre de mesure pendant l'étalonnage de l'essai.

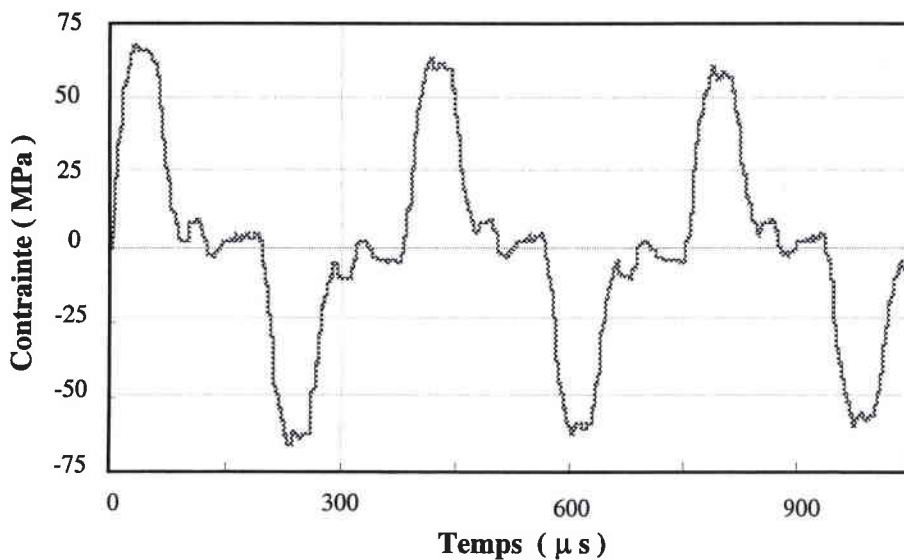


Figure (VII-6) : Réflexions d'une impulsion d'onde de contrainte sur la barre de mesure

On constate que l'amplitude moyenne des contraintes n'est pas affectée de manière significative lors de la propagation des ondes dans la barre de mesure, sur les 6 impulsions obtenues, les valeurs moyennes passent de 66,9 MPa à 58,8 MPa pour l'amplitude des contraintes. La longueur du pulse de contrainte varie entre 76 micro secondes et 102 micro secondes. Ceci représente une variation de 12,1 % sur les contraintes, et 25,4 % sur le temps.

### VII. 2. 2. 1. 3 Diagramme de Lagrange

Nous examinons, à l'aide du diagramme de Lagrange représenté sur la figure (VII-7), la propagation des ondes de contraintes élastiques dans l'éprouvette pendant les essais d'écaillage par impact de barre.

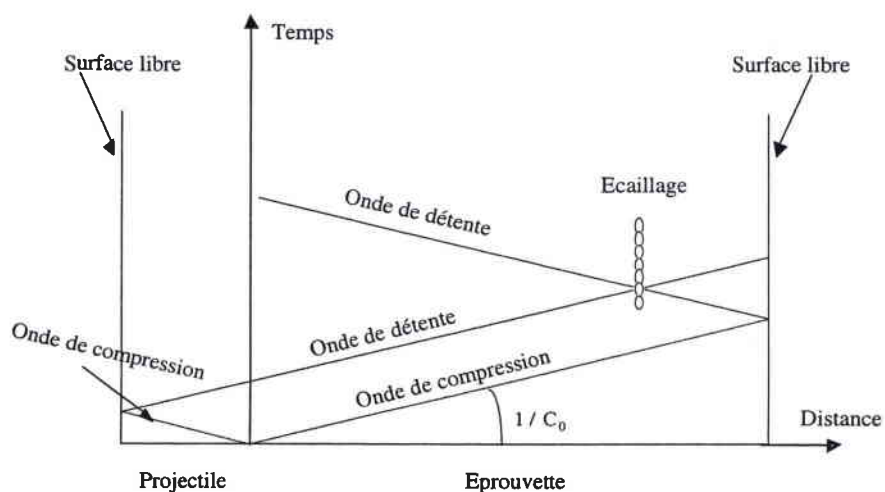


Figure (VII-7) : Diagramme lagrangien, cas d'un écaillage par impact de barres.

Le principe de fonctionnement est le suivant : le projectile vient percuter la barre d'entrée et engendre une onde élastique de compression. C'est l'évolution temporelle de cette onde qui est représentée à l'aide du diagramme de phase (x-t). Cette méthode permet de décrire les différentes étapes conduisant à l'écaillage de l'échantillon par traction dynamique.

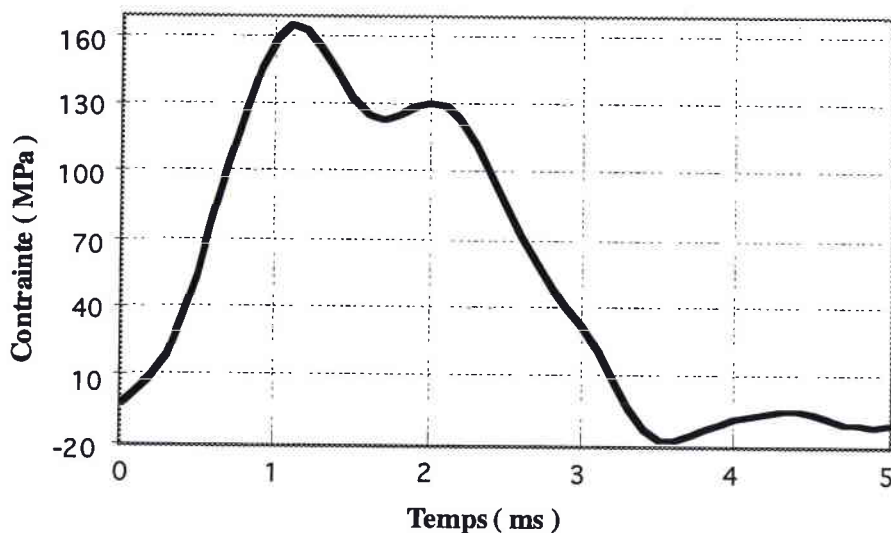
Le front d'onde de compression provoqué par le choc, à une vitesse  $V_0$  du projectile sur l'échantillon, se propage à la fois sur la cible et l'impacteur. Une fois que ces ondes atteignent les surfaces libres, elles se réfléchissent en ondes de détentes. La position du plan de rupture est définie par le croisement des ondes de détente incidentes et réfléchies. Si à cet instant l'intensité des contraintes de traction atteint un niveau suffisant, il se produit à cet endroit un endommagement dont le stade ultime est la rupture par écaillage de l'éprouvette. L'analyse des résultats expérimentaux permettra d'évaluer les paramètres de la fonction d'écaillage du matériau.

### VII. 3 Résultats expérimentaux de l'écaillage par traction dynamique

#### VII. 3. 1 Contrainte d'écaillage

La connaissance de l'histoire du chargement permet de caractériser de manière globale le comportement mécanique du matériau. Les essais d'écaillage ont été réalisés à deux vitesses d'impact : 7 m/s et 15 m/s, sur des séries de 15 éprouvettes de 8 mm de diamètre, dans les conditions expérimentales précédemment évoquées. Les résultats obtenus en terme de contrainte critique et temps de rupture sont présentés dans cette partie de l'étude.

La figure (VII-8) montre la variation de la contrainte de rupture au cours du temps. Cette courbe représentative des essais dynamiques a été obtenue sur une éprouvette de 8 mm de diamètre, avec une vitesse de chargement de 15 m/s.

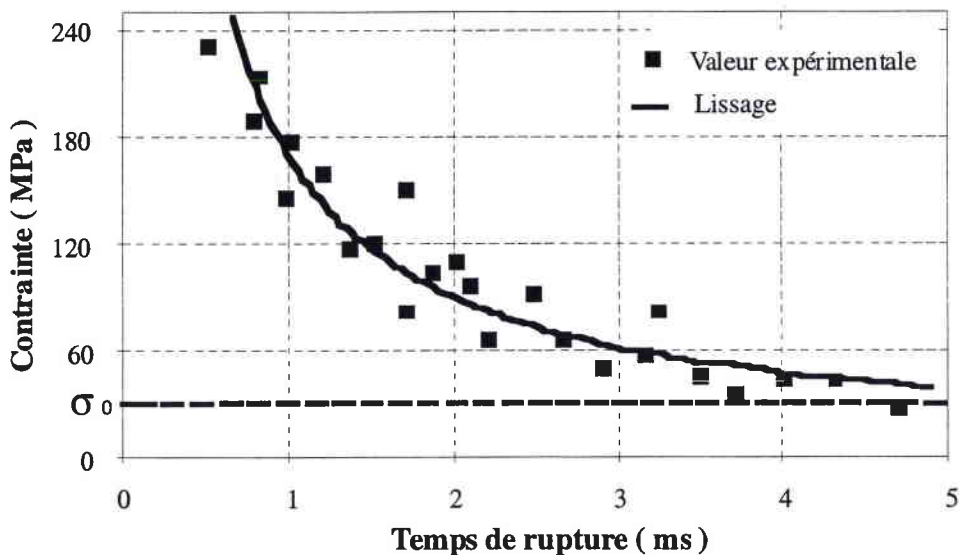


**Figure (VII-8) : Profil type de contrainte obtenu pendant les essais d'impact de barres**

Les informations mises en évidence dans l'observation de cette courbe sont généralement :

- le caractère fragile de la rupture
- l'instant d'amorçage de la rupture : du fait de la grande fragilité du verre, nous avons retenu, pour ces essais, l'instant de rupture comme correspondant au pic du chargement. Dans l'exemple présenté dans la figure (VII-8), la rupture a donc lieu 1,3 ms après la mise en charge effective de l'éprouvette.
- la résistance à la rupture de l'éprouvette correspond à une contrainte d'une valeur de 163 MPa.

La figure (VII-9) présente l'évolution moyenne de la contrainte d'écaillage en fonction du temps de rupture. On constate que l'amplitude des contraintes est une fonction décroissante du temps critique de rupture, cette courbe montre le caractère cumulatif du processus d'écaillage.



**Figure (VII-9) : Contrainte de rupture en fonction du temps critique pour éprouvettes en verre soumises à des essais d'impact de barres**

Les données expérimentales indiquent que, pour des temps de rupture assez longs, la contrainte critique est inférieure à celle mesurée pour des temps très courts. Ce résultat est en accord avec les observations, concernant la rupture dynamique par écaillage des matériaux fragiles, largement évoquée dans la littérature.

Par extrapolation sur les temps de chargement extrêmement grands, on obtient des amplitudes de contraintes proches des valeurs de contrainte critique de rupture sous sollicitation quasi statique.

En se référant à l'ensemble des essais, les valeurs moyennes expérimentales (contrainte critique d'écaillage et temps de rupture) mesurées aux deux vitesses d'impact, et les paramètres du

modèle statistique de WEIBULL à deux paramètres (module de WEIBULL  $m_w$  et contrainte de normalisation  $\sigma_{0W}$ ) sont présentés dans le tableau (VII-1).

	Vitesse d'impact : 7 m/s				Vitesse d'impact : 15 m/s			
	$\sigma_{crit}$ MPa	$\sigma_{0W}$ MPa	$m_w$	$t_R$ ms	$\sigma_{crit}$ MPa	$\sigma_{0W}$ MPa	$m_w$	$t_R$ ms
$\phi$ 8 mm	125	137,4	3,53	1,4	163	180	3,44	1,1

Tableau (VII-1) : Résultats des essais d'écaillage par impact de barres à 7 et 15 m/s

L'analyse des résultats contenus dans le tableau (VII-1) montre que la contrainte critique d'écaillage augmente avec la vitesse de sollicitation. Ce résultat a été observé sur d'autres matériaux fragiles, tels les céramiques [VII-3].

Après chaque essai, l'éprouvette est reconstituée à partir des fragments récupérés. Cette reconstitution a un double but : déterminer la position de la zone endommagée par rapport à la surface libre, et décrire la surface de rupture.

### VII. 3. 2 Localisation de la zone de rupture

La quasi totalité des éprouvettes testées se rompt en deux morceaux par fissuration dite simple. La position moyenne du plan de rupture des éprouvettes se situe généralement entre 45 mm et 60 mm du bord libre de l'éprouvette, ce qui représente à peu près le tiers de la longueur d'éprouvette.

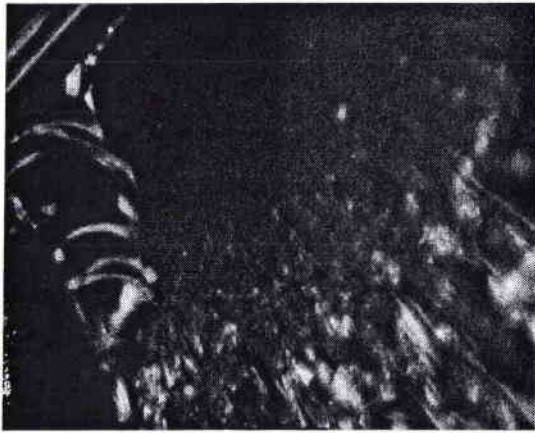
Pour cinq des trente éprouvettes testées, la rupture se fait sur plusieurs plans. Ce phénomène a été observé aux deux vitesses d'impact. Les ruptures multiples peuvent s'expliquer par la naissance d'une nouvelle zone d'écaillage au travers d'une réflexion d'onde sur la surface de rupture nouvellement créée. Vu le faible nombre de ruptures multiples observé, et le caractère dispersif des propriétés mécaniques du verre, l'étude de la rupture multiple n'a pas été approfondie.

### VII. 3. 3 Description de la zone de rupture

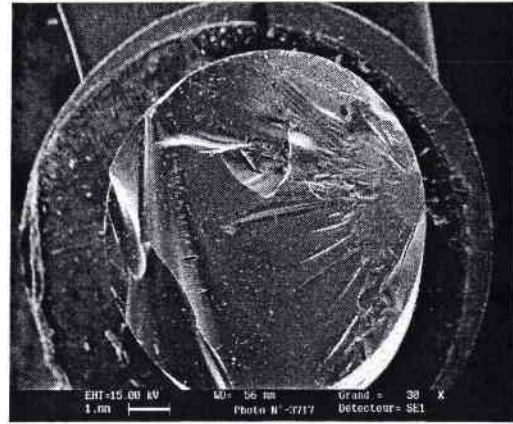
L'écaillage étant le résultat de la coalescence de plusieurs micro fissures l'idée de l'existence d'une zone d'écaillage est généralement admise. Par contre, la planéité de la surface de rupture observée à la reconstitution des éprouvettes et l'hypothèse d'une propagation unidimensionnelle des ondes de contrainte dans l'échantillon pendant les essais, conforte plutôt l'hypothèse de l'existence d'un plan unique d'écaillage. La rupture de l'échantillon est donc liée à l'activation d'un seul défaut critique.

L'analyse microscopique du faciès de rupture révèle une morphologie typique de rupture fragile, identique à celle observée lors des essais de compression latérale sur les anneaux de verre.

L'étude des surfaces de rupture n'a pas permis de situer le site privilégié d'amorçage des fissures. Nous avons constaté que le point d'amorçage de la fissure se situe de manière aléatoire sur la surface de rupture. Pour certains essais, la fissure s'amorce au milieu de la surface. Pour d'autres, elle démarre plutôt au bord de l'éprouvette, et le plus souvent entre le bord et le centre de la surface, mais jamais à la même distance du centre.



a) La fissure s'amorce près du centre de la surface de rupture



b) La fissure s'amorce au bord de la surface de rupture

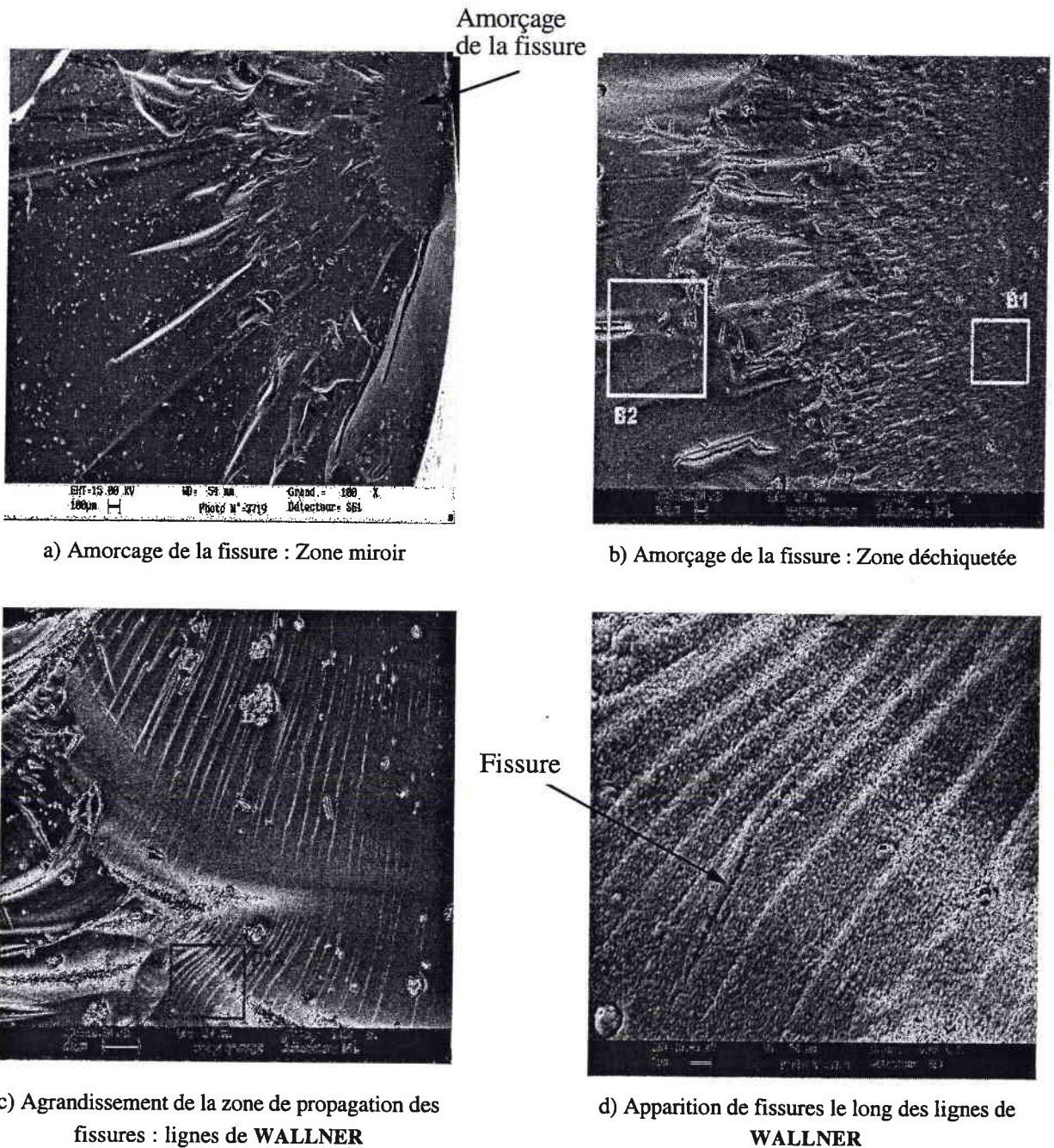
**Figure (VII-10) : Point d'amorçage des fissures : essais d'impact de barre**

La figure (VII-11) présente une vue d'ensemble de la surface de rupture d'une éprouvette, obtenue par microscopie électronique à balayage. Ce faciès de rupture montre les différents phénomènes qui interviennent pendant la rupture par écaillage. La brillance d'une partie de la figure (VII-12 / a) est la caractéristique de la zone d'amorçage de la fissure. Le grossissement de cette zone représenté par la figure (VII-12 / b), fait apparaître clairement deux parties de la zone d'amorçage de la rupture du verre : l'une grenue et l'autre déchiquetée.



**Figure (VII-11) : Vue globale de la surface de rupture; essai d'écaillage par impact de barres**

La figure (VII-12 / c) montre la présence des lignes de WALLNER, indiquant le sens de propagation de la rupture. Le grossissement de cette image, figure (VII-12 / d), présente un faciès de rivières indiquant le caractère fragile du verre.



a) Amorçage de la fissure : Zone miroir

b) Amorçage de la fissure : Zone déchiquetée

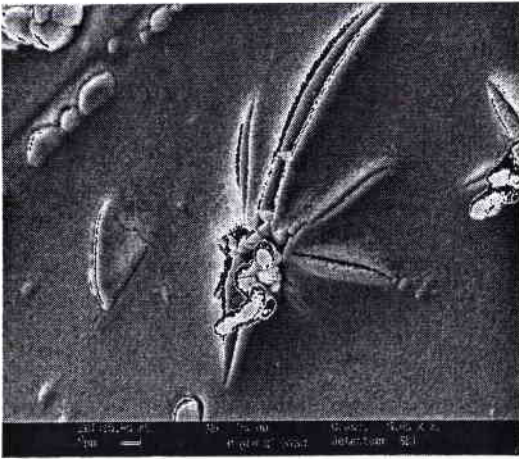
c) Agrandissement de la zone de propagation des fissures : lignes de WALLNER

d) Apparition de fissures le long des lignes de WALLNER

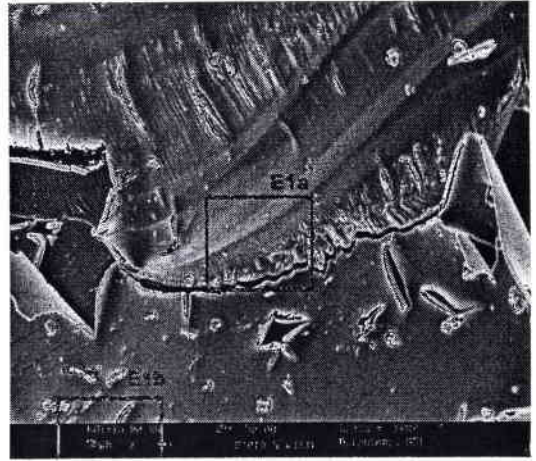
**Figure (VII-12) : Mécanisme type de rupture d'un matériau fragile**

Les faciès de rupture représenté sur la figure (VII-13) montrent des détails des différentes parties et l'évolution des fissures pendant l'endommagement du matériau. La figure (VII-13 / a) montre la propagation en forme d'étoile d'un réseau de fissures émanant d'un micro défaut ou d'une inclusion.

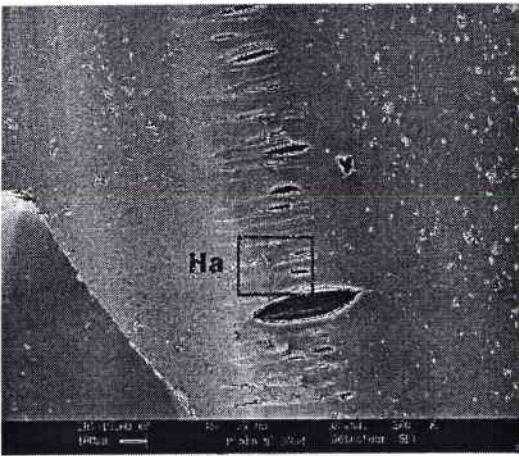
La figure (VII-13 / a) montre des fissures se développant en forme d'écailles. La formation de ces écailles est due à l'intensité des ondes de contraintes qui se propage dans l'éprouvette pendant l'essai.



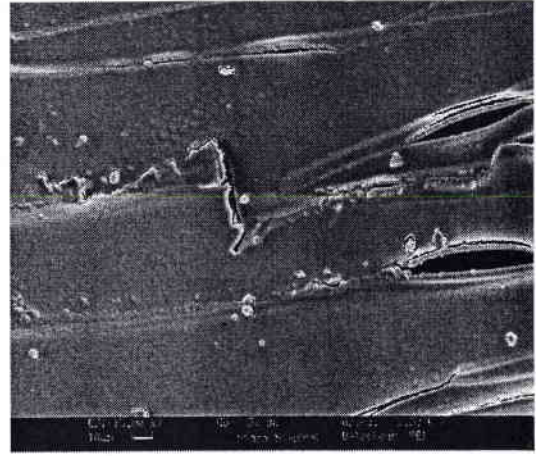
a) Naissance de plusieurs fissures émanantes d'une inclusion ou d'un micro défaut



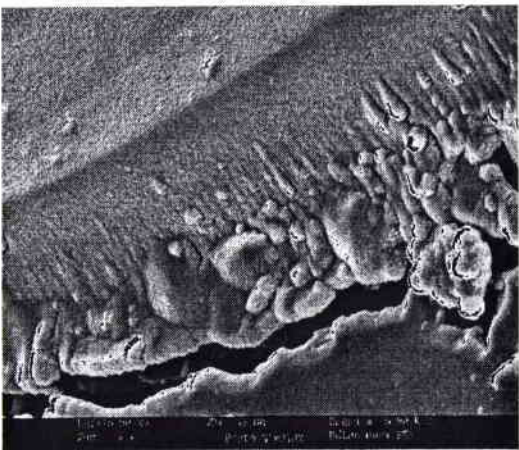
b) Rupture type par écaillage



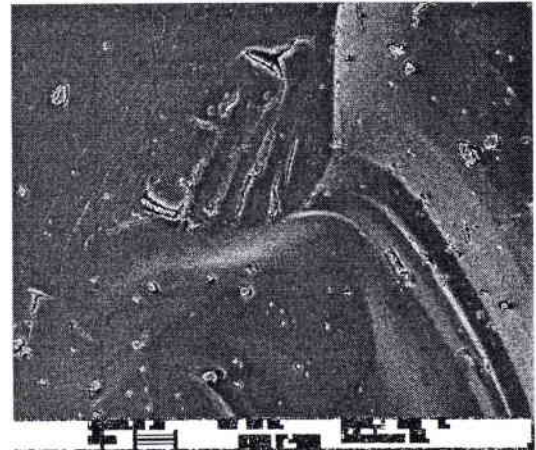
c) Apparition de plusieurs fissures parallèles



d) Grossissement des fissures de la figure (VII-13 / c)



e) Grossissement des fissures de la figure (VII-13 / b)



f) Amorçage de fissures et rupture sur différents plans

Figure (VII-13) : Mécanisme type de rupture d'un matériau fragile

Après examen des résultats expérimentaux, nous abordons la modélisation numérique du comportement à la rupture par écaillage d'un barreau de verre. Les résultats obtenus seront confrontés aux données expérimentales.

## VII. 4 Simulation numérique

Dans cette partie, nous présentons les résultats de la simulation par éléments finis des essais d'écaillage par impact de barres. La modélisation numérique est réalisée à l'aide du code de calcul ABAQUS explicite. Ce code utilise un schéma d'intégration explicite des équations différentielles des problèmes à résoudre. Nous l'utilisons ici comme assistance à la définition et à l'exploitation des essais d'écaillage par traction dynamique, et non pour reproduire les résultats expérimentaux.

Les simulations numériques sont réalisées à des vitesses d'impact de 7 et 15 m / s. Le profil trapézoïdal de la vitesse de déplacement, imposée sur les premiers éléments de l'une des faces de l'éprouvette, est représentative des conditions d'essais. La seconde face de l'éprouvette reste libre.

### VII. 4. 1 Maillage

Au regard de l'axisymétrie de l'éprouvette, du chargement et des conditions de bord, nous avons opté pour une modélisation à deux dimension des échantillons. L'éprouvette d'une longueur de 160 mm est représentée à l'aide d'éléments axisymétriques CAX8R, à interpolation quadratique et intégration réduite à 4 points de Gauss. Sur la figure (VII-11), nous représentons le maillage utilisé pour la modélisation de l'éprouvette.

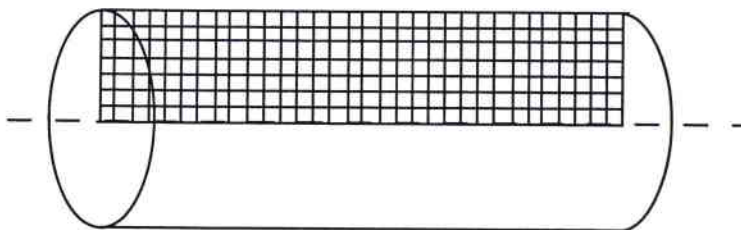


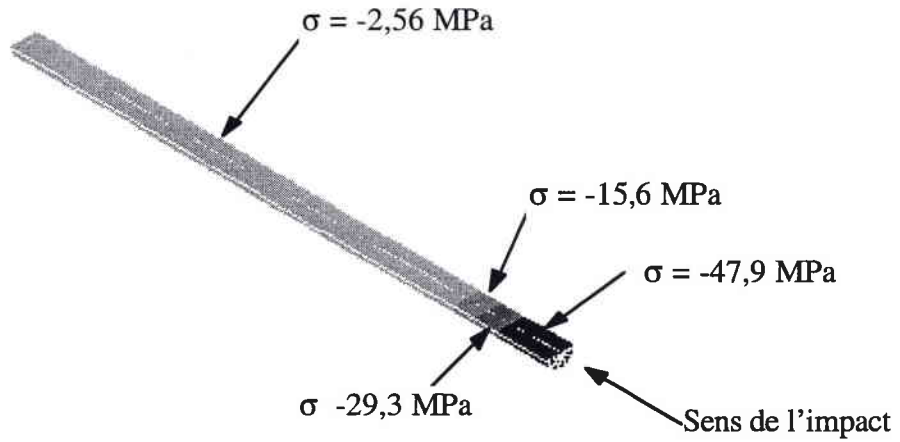
Figure (VII-14) : Dessin du maillage par élément fini du barreau de verre.

### VII. 4. 2 Résultats de la simulation

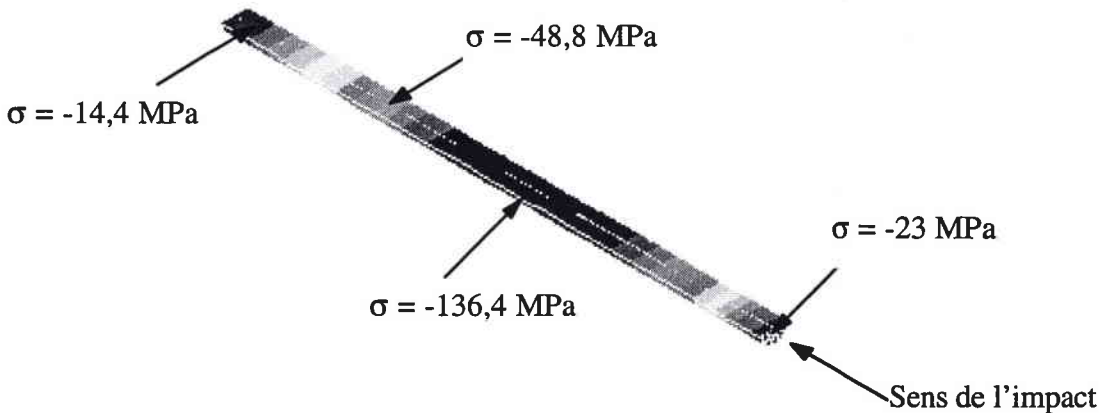
Pour l'analyse de la répartition des contraintes de traction du verre, nous avons adopté lors de la simulation numérique, l'hypothèse d'un comportement purement élastique. Considérant que

l'endommagement sera essentiellement provoqué par la contrainte de traction, nous ne nous intéresserons qu'aux contraintes longitudinales.

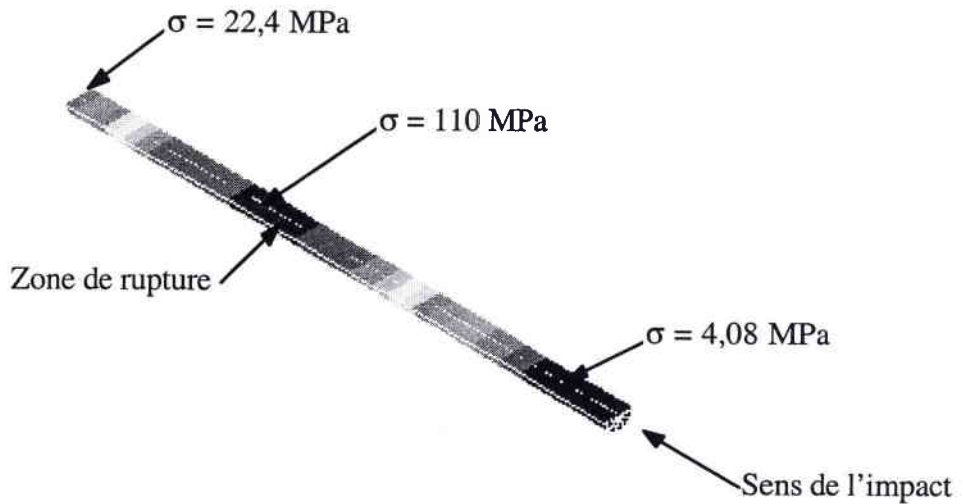
La figure (VII-12) montre l'évolution chronologique de la répartition du champ des contraintes sous sollicitation dynamique au cours du temps. Ces images représentent les iso valeurs de la contrainte de compression pour une vitesse d'impact de 7 m/s.



a) : Début de l'impact, l'éprouvette est partiellement chargée en compression



b) : L'éprouvette est totalement chargée; on observe un début de réflexion des ondes



c) : Localisation de la zone de rupture, le temps expérimental de rupture est imposé

**Figure (VI-15) : chronologie de l'évolution des contraintes dans l'éprouvette**

On constate que, conformément à la prédiction de la théorie bi dimensionnelle de la propagation des ondes, le profil des contraintes est uniforme sur chaque section droite de l'éprouvette. Nous faisons néanmoins l'hypothèse que, pour toute section droite, le maximum de contrainte se situe sur l'axe de l'éprouvette. Ce qui laisse supposer que la rupture s'amorce au centre de la section et se propage vers la périphérie.

Le point d'amorçage de la rupture a été défini en faisant l'hypothèse que l'endommagement se fait principalement dans la zone où la contrainte de traction est maximale. Le calcul aux éléments finis situe la position de la zone de rupture à 50 mm du bord libre de l'éprouvette. Ce résultat est proche de la valeur expérimentale moyenne, qui est de 53 mm.

Les valeurs simulées et expérimentales de la contrainte critique d'écaillage sont respectivement de 150 MPa et 163 MPa. La figure (VII-13) montre la comparaison entre la contrainte d'écaillage mesurée expérimentalement et celle obtenue par simulation numérique. la courbe calculée représente l'histoire de la contrainte de traction au point d'amorçage de la rupture (centre de la section droite située à 50 mm du bord libre).

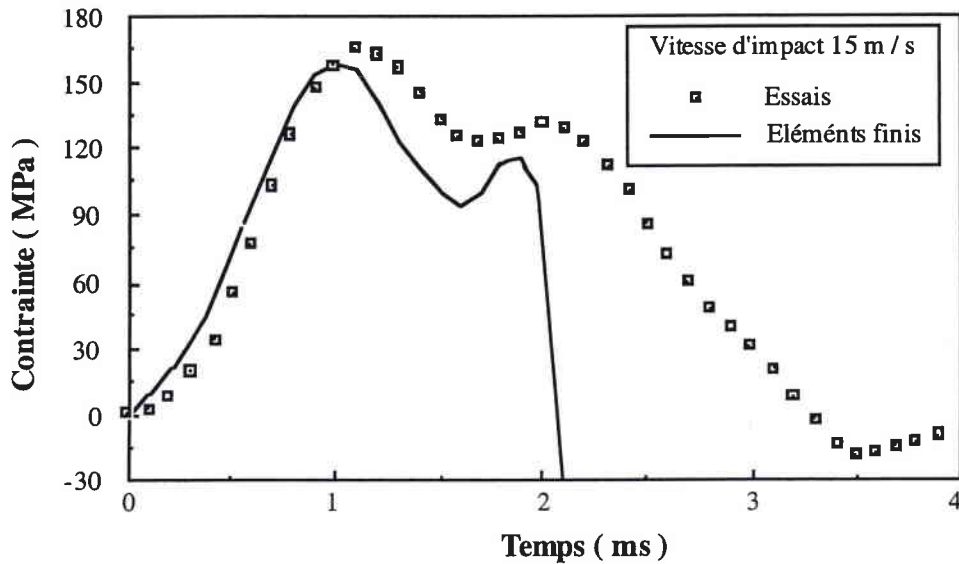


Figure (VII-16) : Contraintes de rupture simulées et expérimentales

En ce qui concerne le niveau de contrainte et la pente de chargement de l'éprouvette, on remarque un bon accord entre les résultats expérimentaux et simulés. L'instant de rupture simulé est de 10 ms, ce qui représente 3 ms de différence avec les valeurs mesurées expérimentalement. Cependant, une nette divergence apparaît entre les deux courbes pendant la détente des contraintes.

Le tableau (VII-2) regroupe les paramètres expérimentaux et simulés représentatifs des essais d'écaillage par traction dynamique (la contrainte critique de rupture et le temps de chargement). Ces valeurs représentent la moyenne arithmétique des 15 mesures réalisées pour chaque vitesse d'impact.

	Valeurs simulées		Valeurs expérimentales	
	$\sigma_{crit}$ MPa	$t_R$ ms	$\sigma_{crit}$ MPa	$t_R$ ms
7 m/s	110	1,06	125	1,4
15 m/s	150	0,78	163	1,1

Tableau (VII-2) : Contrainte critique d'écaillage et le temps de rupture; résultats expérimentaux et simulés

## VII. 5 Conclusion

L'impact de barre permet d'obtenir des valeurs de contraintes correspondantes à la résistance en traction du verre. Les valeurs de cette contrainte de rupture augmentent avec la vitesse de sollicitation.

La simulation numérique de l'impact de barres, en considérant un comportement élastique, a permis de retrouver avec une précision acceptable le niveau de contrainte et le temps de rupture

mesurés expérimentalement. La localisation des zones de rupture nous a permis d'établir un modèle d'endommagement.

## VII. 6 Description de l'endommagement de l'éprouvette par l'impact

Introduite par KATCHANOV [VII-4], la notion d'endommagement des structures a été définie comme la détérioration progressive d'un matériau sous l'action d'une sollicitation, et par développement des micro fissures.

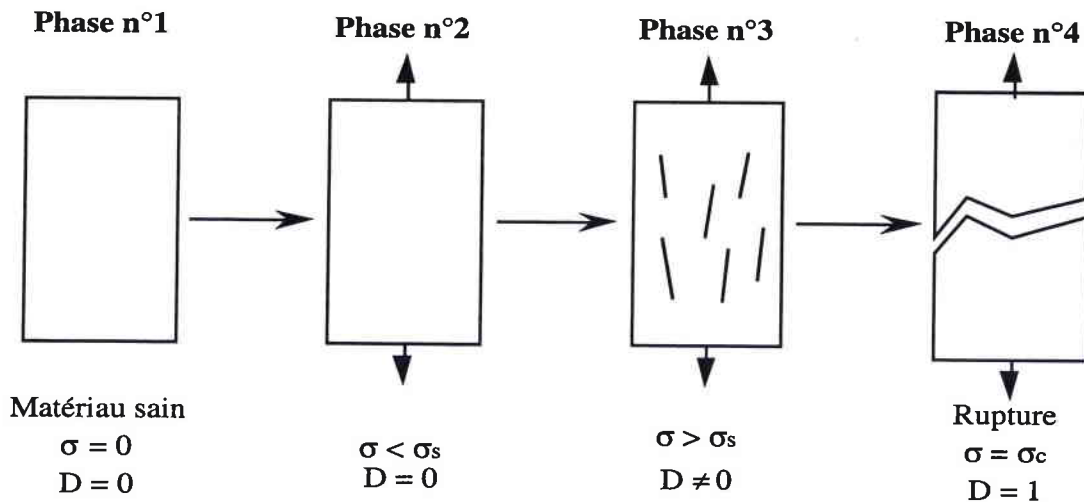


Figure (VII-17) : Point d'amorçage des fissures : essais d'impact de barre.

Le mécanisme de dégradation du matériau intervenant entre l'état vierge et la rupture finale peuvent être décrits par une seule variable macroscopique  $D$ . Le paramètre d'endommagement étant nul ( $D = 0$ ) pour un matériau vierge, et égale à l'unité ( $D = 1$ ) lorsque la structure atteint son état de ruine.

Nous avons présenté au chapitre III, les principaux critères proposés pour modéliser la rupture par écaillage dynamique. Ces critères, déduits des travaux expérimentaux pour différents matériaux, relie la contrainte critique d'écaillage au temps à rupture. Nous évoquerons dans le paragraphe suivant, la formulation proposée par TULER et BUTCHER [VII-5].

## VII. 7 Critère endommagement

### VII. 7. 1 Critère de TULER et BUTCHER

TULER et BUTCHER ont proposé un critère général basé sur le concept d'un endommagement cumulatif, et ont obtenu un bon accord entre leur critère et les valeurs expérimentales de contraintes critiques lors d'écaillage d'échantillons d'aluminium. Le critère de TULER et BUTCHER s'écrit :

$$\int_0^{t_c} (\sigma - \sigma_0)^\lambda dt = C \quad (\text{VII-4})$$

Dans ce critère  $\lambda$  et  $C$  sont des constantes,  $\sigma_0$  la contrainte seuil et  $t_c$  est le temps à rupture.

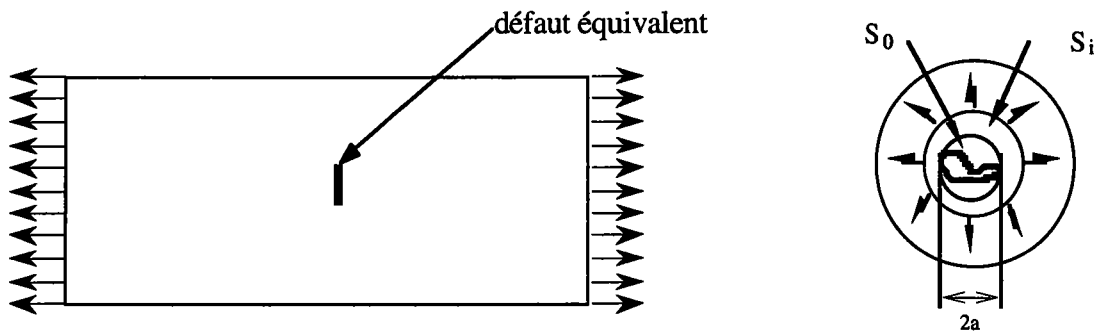
Ce critère, qui fait appel à l'intégrale contrainte - temps, a permis une bonne compréhension des phénomènes complexes qui entrent en jeu lors de la rupture dynamique par impact de plaques.

Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes inspiré d'une approche proposée par BOUZID et col [VII-6] pour modéliser l'endommagement du verre par impact de barre. Ce critère est basé sur une formulation simple ayant des bases physiques. Les constantes du modèle seront déterminées à partir des résultats expérimentaux.

## VII. 7. 2 Endommagement du verre par impact de barre

### VII. 7. 2. 1 Critère d'écaillage

La planéité de la surface de rupture des éprouvettes ayant été remarquée à l'issue des essais, nous avons considéré dans cette modélisation que l'évolution du dommage se fait dans un plan transversal de l'éprouvette, figure (VII-15). La rupture est amorcée au centre de la section droite endommagée, et se propage vers l'extérieur de l'éprouvette.



**Figure (VII-18) :** Définition de la zone d'amorçage de rupture et de la taille critique du défaut équivalent

Lors du chargement de l'éprouvette, les ondes de détente générées par l'impact des barres activent les micros défauts contenus dans le matériau, provoquant leur croissance. La rupture de l'éprouvette subviendra lorsque, au cours de son évolution, la surface endommagée initiale  $S_0$  atteindra sa valeur critique  $S_c$ . Pour un temps à rupture  $t_c$ , la surface affectée par l'impact critique  $S_c$  correspond à une contrainte de rupture  $\sigma_c$ .

Le degré d'endommagement est évalué par la sévérité du défaut induit par l'amplitude de la contrainte d'écaillage. La fonction d'endommagement est définie par une relation liant la surface

affectée par l'impact  $S_0$  à la surface  $S_i$ , et est fonction du niveau des contraintes  $\sigma_i$  et du temps de rupture  $t_c$ .

Du fait de l'hypothèse d'isotropie du matériau, le nombre de micro défauts activés est proportionnel à la surface de l'échantillon. Le paramètre  $D$ , variable interne, permettant de quantifier l'endommagement du matériau est défini par :

$$D = 1 - \frac{S_0}{S_i} \quad (\text{VII-5})$$

Dans une analyse purement statique, la surface critique affectée est définie par un cercle de rayon égal à la taille du défaut critique admissible dans le verre  $a_c$ . La taille de ce défaut critique admissible  $a_c$  pourrait être calculée par l'équation :

$$a_c = K_{IC}^2 / \pi \sigma_c^2 \quad (\text{VII-6})$$

$K_{IC}$  et  $\sigma_c$  sont respectivement la ténacité et la contrainte critique de rupture du matériau.

La prise en compte du caractère dynamique dans l'identification du critère de rupture par écaillage se fera par l'introduction de la surface endommagée initiale  $S_0$ , et de son évolution temporelle  $S_i$ . La rupture ne se produira que si la surface  $S_i$  est inférieure ou égale à la surface affectée par l'impact  $S_0$ . Dans ce cas, le paramètre d'endommagement  $D$  est nul. Par contre, lorsque l'évolution instantanée de la surface affectée par l'impact  $S_i$  est supérieure à sa valeur initiale  $S_0$ , les micro fissures présentes dans le matériau atteignent leur valeur critique.

L'évolution du paramètre d'endommagement entraînant la rupture de l'échantillon étant due à l'effet conjoint de la croissance des micro fissures et de leur accumulation, le taux d'endommagement  $D$  peut être exprimé soit, en fonction de l'évolution de la surface affectée par l'impact. En différentiant la fonction d'endommagement par rapport au temps:

$$dD / dt = A \left( \sigma - \sigma_0 \right)^n / (1 - D)^n \quad (\text{VII-7})$$

Dans cette équation,  $A$  et  $n$  sont des constantes qui dépendent du matériau.

ou encore sous la forme d'une équation différentielle proposé par WNUK [VII-7], dont les variables sont le paramètre d'endommagement  $D$  et la contrainte appliquée.

$$\frac{dD}{dt} = - \frac{1}{S_i} \frac{\delta S_0}{\delta t} + \frac{S_0}{S_i^2} \frac{\delta S_i}{\delta t} \quad (\text{VII-8})$$

Pour un niveau de contrainte appliquée où le paramètre d'endommagement est égal à l'unité après un temps critique  $t_r$  ( $D=1$ ,  $t=t_r$ ), la constante  $A$  se calcule par l'expression :

$$A = 1 / (1 + n) \int_{t_0}^{t_c} (\sigma - \sigma_0)^n dt \quad (\text{VII-9})$$

En faisant l'hypothèse que la surface affectée par l'impact seuil  $S_0$  est constante, l'égalité des équations (VII-7) et (VII-8) peut s'écrire :

$$\frac{A (\sigma - \sigma_0)^n}{(S_0 / S_i)^n} = \frac{S_0}{S_i^2} \frac{\delta S_i}{\delta t} \quad (\text{VII-10})$$

On en déduit donc l'expression :

$$\int_{t_0}^{t_c} (\sigma - \sigma_0)^n dt = \left( \frac{1}{A(n+1)} \right) \left( 1 - \frac{S_0^{n+1}}{S_i^{n+1}} \right) \quad (\text{VII-11})$$

Cette équation correspond bien à la fonction de **TULER** et **BUTCHER** décrite auparavant, équation (VII-4). Cependant au lieu d'être constant, le second membre décrit le degré d'endommagement de la structure.

Dans le cas d'un comportement élastique linéaire du matériau, le critère de rupture est analysé pour un chargement proportionnel. La proportionnalité entre la contrainte appliquée et la durée du chargement, qui se traduit sur les courbes expérimentales obtenues lors des essais, est exprimée par :

$$\sigma(t) = A_f \cdot t \quad (\text{VII-12})$$

Dans cette équation,  $A_f$  en (MPa/s) représente la vitesse de chargement.

En introduisant l'expression (VII-12) dans le premier terme de l'équation (VII-10), nous pouvons écrire la surface critique de rupture affectée par l'impact sous la forme :

$$\frac{S_C}{S_0} = \left[ 1 - \frac{A}{A_f} (s_c - s_0)^{n+1} \right]^{-1/(n+1)} \quad (\text{VII-13})$$

Cette expression de la surface critique de rupture, affectée par l'impact  $S_C / S_0$ , représente la sévérité de l'endommagement. Elle est fonction de la contrainte appliquée, la vitesse de chargement et des constantes du matériau.

### VII. 7. 2. 2 Evolution du paramètre d'endommagement

Nous quantifions l'endommagement du verre sous impact de barre à partir de la surface critique de rupture normalisée  $S_C / S_0$  et de l'expression de l'endommagement présenté. Les valeurs des paramètres du modèle d'endommagement, déduites des résultats expérimentaux de la figure (VII-9), sont :

$$\sigma_0 = 30,5 \text{ MPa}$$

$$n = 0,8$$

$$t_0 = 7 \text{ ms}$$

La constante A, calculée ensuite à l'aide de l'équation (VII ), a pour valeur :

$$A = 10^{-3} \text{ MPa}^{-0,8} \text{ s}^{-1}$$

La figure (VII-17) représente l'évolution de l'endommagement en fonction du chargement.

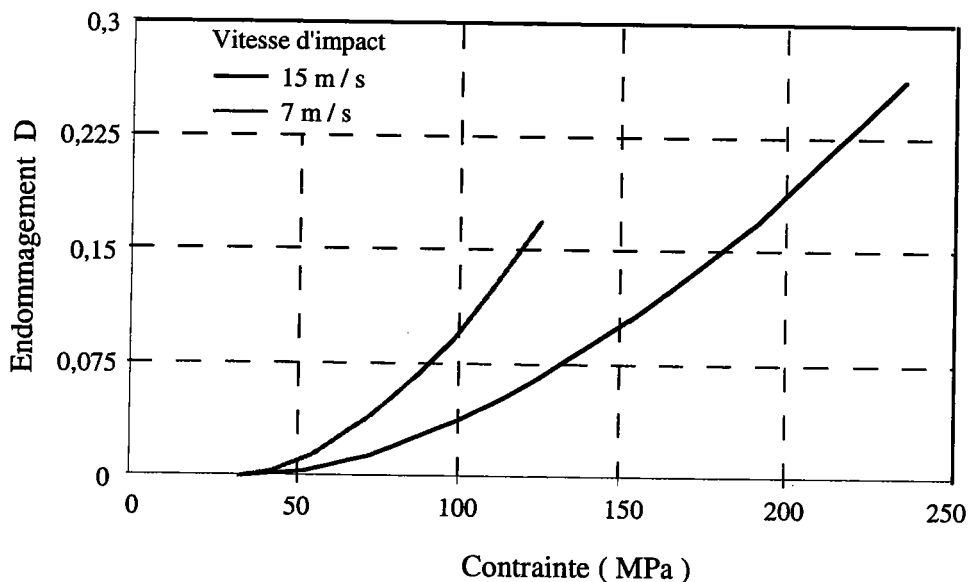


Figure (VII-19) : Evolution du paramètre d'endommagement D en fonction de la contrainte de rupture

Nous avons remarqué que pendant le processus d'écaillage, le degré d'endommagement est fonction de la vitesse de sollicitation. La valeur du paramètre d'endommagement critique varie de 0,17 à 0,26 pour des vitesses de chargement comprise entre 7 m/s et 15 m/s. Ces valeurs relativement peu élevées du paramètre d'endommagement D montrent d'une part que, même

pour un degré d'endommagement faible la fissure peut se propager de manière inéluctable. Ceci est une conséquence du caractère très fragile du verre. D'autre part, la planéité des surfaces de rupture observées lors des essais d'écaillage par impact de barres s'explique aussi par cette faiblesse de valeur du paramètre d'endommagement. En effet, la gamme de vitesse de chargement adoptée (entre 30 et 76 Mpa/ms) n'est pas assez élevée pour générer l'énergie cinétique nécessaire au changement de plan de fissuration et aux bifurcations multiples.

### VII. 7. 2. 3 Evolution de la surface affectée par l'impact

La valeur de la surface normalisée affectée lors de l'impact, reflète l'intensité de l'onde de contrainte qui se propage dans le matériau pendant l'essai. La figure (VII-18) montre l'évolution de la surface normalisée en fonction de la contrainte appliquée, pour les deux vitesses de chargement.

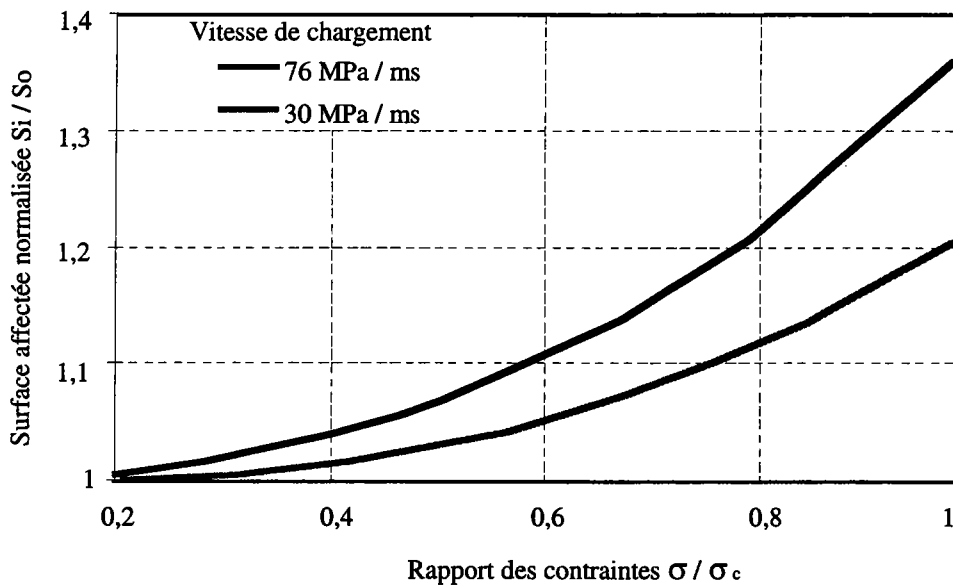


Figure (VII-20) : Evolution de la surface affectée par l'impact normalisée en fonction de la contrainte de rupture

Nous remarquons que, pour une vitesse de sollicitation de 76 MPa/ms et une contrainte d'écaillage de 210 MPa, la valeur maximale de la courbe représentant la surface affectée normalisée en fonction de la contrainte appliquée est de 1,35. Ceci représente une variation de 26% par rapport à la surface seuil, caractérisée par  $S_0$  dans un intervalle de temps de 0,2 ms. Par contre pour une vitesse de sollicitation de 30 MPa/ms et un niveau de contrainte d'écaillage de 120 MPa, la valeur maximale atteinte par la surface affectée normalisée est de 1,21; soit seulement une variation de 17% pour une durée d'impact plus grande (environ 7,5 ms).

En résumé, le rapport  $S_i / S_0$  représente le lien entre le niveau de contrainte soumis au matériau et le taux de micro défauts activés. Cette faible variation du rapport  $S_i / S_0$  à la rupture, entre les deux vitesses de sollicitation, est due au caractère très fragile du verre.

### VII. 7. 3 Conclusion

La campagne expérimentale sur les éprouvette de 8 mm de diamètre a consistée en 5 séries d'essais à des vitesses d'impact moyennes s'échelonnant de 7 à 15 m/s. Pour chaque vitesse d'impact, 15 éprouvettes ont été testées, pour lesquelles généralement 1 à 3 zones de ruptures quasi planes ont été obtenues. Vu le faible nombre de rupture multiple observé, et le caractère dispersif du verre, seuls les cas de rupture simples ont été analysés. Les plans de rupture sont situés généralement entre 45 à 60 mm du bord libre, ce qui représente à peu près le tiers de l'éprouvette.

Les résultats de la simulation par éléments finis des essais d'écaillage par impact de barres, réalisée à l'aide du code de calcul ABAQUS, ont permis de retrouver avec une précision acceptable le niveau de contrainte et le temps de rupture mesurés expérimentalement.

La réponse mécanique du verre float à l'impact de barre est présentée dans cette étude. Elle est basée sur un seuil minimal de contrainte nécessaire pour que l'endommagement s'initie, et une nouvelle formulation d'un paramètre d'endommagement défini comme étant la variation du volume normalisé affecté par l'impact ( $S_v = S_i / S_0$ ). Avec l'augmentation de ce paramètre, la probabilité qu'ont les micro défauts activés par les ondes de contrainte dues à l'impact augmentent.

Le modèle d'endommagement présenté peut être utilisé comme un outil de caractérisation des niveaux d'endommagement des surfaces en contact pour différents types de matériaux, et à des vitesses de chargement variés.

# **CONCLUSION GENERALE**

## **CHAPITRE VIII**

### **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

## VIII - CONCLUSION GENERALE

### VIII. 1 CONCLUSION

L'étude, menée dans le cadre de cette thèse, porte sur la caractérisation du comportement mécanique des matériaux fragiles à grande vitesse de sollicitation. Au cours de ce travail, où nous avons procédé à l'examen des mécanismes de rupture du verre float, deux volets ont été abordés :

#### 1- la Mécanique de la Rupture sous Entaille.

A l'issue de l'étude expérimentale, nous tirons les conclusions suivantes :

- le verre a un comportement élastique fragile sous sollicitations statiques et dynamiques.
- Le caractère dispersif de la contrainte de rupture du verre.
- la ténacité du verre augmente avec le rayon d'entaille et la vitesse de déformation

Le calcul par éléments finis a montré que la distribution des contraintes en fond d'entaille varie avec la géométrie du défaut (l'angle et l'acuité d'entaille). Le facteur d'intensité de contrainte critique d'entaille est établi comme un paramètre décrivant la ténacité des matériaux fragiles.

Ce concept, établi à partir de la définition d'une distance caractéristique, représente la zone d'élaboration du processus de rupture et la contrainte effective agissant en fond d'entaille.

- Pour une sollicitation statique : l'application du concept du facteur d'intensité de contrainte critique d'entaille dans la détermination de la résistance à la rupture du verre donne, pour des dimensions identiques rayon d'entaille  $\rho = 1$  mm et épaisseur  $e = 8$  mm, des résultats similaires pour des essais de flexion trois points et sur disque brésilien.
- Pour une sollicitation dynamique : Contrairement à l'essai de flexion trois point dynamique où les résultats sont satisfaisant, le concept du facteur d'intensité de contrainte d'entaille ne peut s'appliquer aux essais dynamiques sur disque brésilien, l'amorçage de la rupture se faisant aux interfaces de l'éprouvette et des barres et non à partir de la singularité géométrique.

#### 2- L'Ecaillage par Impact de Barre :

Cette partie essentiellement expérimentale de ce travail où la rupture du verre par impact de barre est étudiée se situe dans un domaine de vitesse de sollicitation compris entre 30 MPa/ms et 76 MPa/ms. Les résultats obtenus

ont permis de déterminer :

- une courbe caractéristique de l'écaillage,
- une contrainte de 30 MPa définie comme un seuil en dessous duquel l'écaillage ne se produit pas,
- la position de la zone d'endommagement. Le plan de rupture se situant à environ 50 mm du bord libre de l'échantillon. Ce qui représente à peu près le tiers de l'éprouvette.

Le calcul numérique par la méthode des éléments finis a permis, avec une assez bonne précision, de simuler le niveau de contraintes de rupture et la position de la zone d'écaillage.

Ce modèle est basé sur une nouvelle formulation d'un paramètre d'endommagement définie comme étant la variation de la surfase normalisée affectée par l'impact ( $S_v = S_i / S_o$ ). Il décrit parfaitement l'endommagement du verre et peut être utilisé comme un outil de caractérisation des niveaux de ruine des structures par impact pour différents types de matériaux et de vitesses de chargement.

## VIII. 2 PERSPECTIVES

Un travail effectué dans le cadre d'une thèse étant plutôt considéré comme une contribution à l'avancement de la recherche dans un domaine et non à son achèvement, quelques axes méritent d'être approfondis.

Le caractère dispersif des propriétés mécaniques du verre étant assez bien connu, une étude statistique de la fragmentation du verre à grandes vitesses de déformation peut être envisagée. La quantification du phénomène de multi activation des défauts et des énergies de fragmentation pourrait établir qu'à grandes vitesses de sollicitation la rupture des matériaux fragiles, tel que le verre, est amorcée par l'activation des micro défauts au détriment des plus grands. Ce qui amènerait à redéfinir la notion de défaut critique.

Lors de cette étude, L'analyse de l'endommagement et de la rupture du verre a été purement phénoménologique. La simulation numérique du modèle d'endommagement présentée, ainsi que son extension à la rupture par écaillage des matériaux fragiles par impact de barres est fortement recommandée.

# **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [I-1] A.G GRIFFITH "The phenomena of rupture and flow in solid." Phil. Trans. Royal Soc. of London. A 221 pp 163-193 (1920)
- [I-2] C.E INGLIS Trans. Inst. Naval Architects, (London), 55 pp. 219, (1913)
- [I-3] C.E FEDDERSEN "Evaluation and prediction of residual strength of centercracked tension panels." A.S.T.M. STP 486, PP.50 (1970)
- [I-4] G.R IRWIN "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate." Jour. of Applied Mechanics., N° 24, pp. 361-364 (1957).
- [I-5] J. HOPKINSON "A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by impact of bullets." Phil. Trans. Roy. Soc. (London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [I-6] I.V ORYNYAK "The modelling of elastic response of three points bending specimen at impact loading." Inter. Jour. of Fract. Vol. 5, pp 269-286 (1969)
- [II-1] G.R IRWIN "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate." Jour. of Applied Mech. N° 24, pp. 361-364 (1957).
- [II-2] M.L WILLIAMS "Stress singularity resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension." Jour. of Applied Mech. Vol. 19, N° 4, pp. 526-528, (1952).
- [II-3] B. GROSS "Plane elastoplastic analysis of V notched plates." Inter. Jour. of Fract. Vol. 48, pp. 79-83, (1991).
- [II-4] K.Y LIN "Singular finite elements for the V notched plate." Inter. Jour. for Numerical Methods in Engin., Vol. 15, pp. 503-512, (1995).
- [II-5] Z. KNESL "Criterion of V notched stability." Inter. Jour. of Fract. Vol. 48, pp. 79-83, (1991).

- [II-6] N. HASEBE  
Y. KUNTADA "Calculation of stress intensity factor from stress concentration factor." Engin. Fract. Mech., Vol. 10, NO. 2, pp. 215-221, (1978)
- [II-7] S. THIMOSHENKO  
J.N GOODIER "Theory of elasticity." Second Edition, McGraw-Hill Book Compagny, New York, (1951).
- [II-8] H. NEUBER "Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary non-linear stress-strain law." Jour. of Applied Mech., Vol. 28, N° 4, pp. 544-551, (1969).
- [II-9] C.C CHEN  
H.I PAN "Collection of papers on fracture of metals." Edition C. CHEN, Metallurgy Industry Press, Beijing, pp. 119-219, (1978).
- [II-10] S.I. USAMI "Current reseach on crack." Edition Tanaka, Jono, Komai, The Society of Material Science, Kyoto, Japan, pp. 119, (1985).
- [II-11] G. GLINKA  
A. NEWPORT "Universal feature of elastic notch tip stress fields" Inter.Jour. of Fract. Vol. 9, pp. 143, (1985).
- [II-12] D. KUJAWSKI "Estimation of stress intensity factors for small cracks at notches." Fatigue Fract. Mater. Struct., Vol. 14, N°14, pp. 953-965, (1991).
- [II-13] KEWEIN  
JIAWEN "study on fatigue crack propagation and extrinsic toughening of on AL LI alloy." Mater. Scien. and Engin. pp. 126-131, (2000).
- [II-14] A.N. KUMAR  
BHATTACHARYA "Rotational factor using bending moment approach under elastic plastic situation in three points bending notch geometry." Engineering Fracture Mechanics, Vol. 50, pp. 495-505, (1995).
- [II-15] M. CREAGER  
P.C PARIS "Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking." Int. Jour. of Fracture. Vol. 3, pp. 247-252, (1967).
- [II-16] Y. VERREMAN  
J.I DICKSON  
J.P BAILLON "Generalyzation of the KITAGAWA diagram to V nocth members." Advances in Fatigue Science and Technology, by Kluwer Academic Publishers pp. 785-798, (1989).

- [II-17] L. NUI "Etude du champ de contraintes d'une plaque possédant une entaille en V avec différentes acuités et application aux mesures de la ténacité des matériaux fragiles." Thèse de doctorat, Université de Metz (1994)
- [II-18] G. ANGOT "Etude de l'influence de l'entaille sur les champs de déformations dans le domaine plastique pour des aciers ductiles et peu ductiles." Thèse de doctorat, Université de Metz (1997)
- [II-19] E. OROWAN Jour. of Welding 33, pp.1574-1605, (1955)
- [II-20] R. ROUSSELIER "Finite deformation constitutive relation including ductile fracture damage." Three dimensionaal constitutive relations and ductile fracture. Nemat Nasser Editon pp. 331-355, (1981).
- [II-21] A. TOLBA  
P. BESKER  
G. PLUVINAGE "Ténacité en dynamique d'un céramique." Proc of 7th Inter Nat Cof on strength metal and Alloys Montreal Aout, (1985).
- [II-22] G. PLUVINNAGE "Mécanique élastoplastique de la rupture; Critères d'amorçage." Cepadues Editions, (1989).
- [II-23] R.O RITCHIE  
J.F KNOTT  
J.R RICE "On the relation-ship between criticaltensile stress and fracture toughness in steel." Jour. of mech. of Phys. and solids, 21 pp 395-410 (1973)
- [III-1] T. YOKOYAMA  
K. KISHIDA "A novel Impact Three-Point Bend Test Method for Determining Dynamic Fracture-Initiation Toughness." Exper. Mech. pp 188-194. (1989)
- [III-2] A.J ROSAKIS  
C. LIU  
L.B FREUND "The interpretation of optical caustics in the presence of dynamic non-uniform crack tip motion theory : A study based on a higher order transient crack tip expansion." Int. Jour. of Solids Struc. Vol.30 N°7, pp.875-897 (1993)
- [III-3] J. ZARZYCKI "Les verres et l'état vitreux." Editions Masson (1982).
- [III-4] D. HOLT "Source of error in notched bar testing." Tech. Rep. Br. Eng. Boil. Elect. Insur. Co. Vol.5, N°30, pp.30-57, (1963)

- [III-5] D.R IRELAND "Procedures and associated with reliable control of the instrumented impact test." ASTM STP 466. Amer. Soc. for testing Mat. pp 165-180 (1970)
- [III-6] J. HOPKINSON "A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by impact of bullets." Phil. Trans. Roy. Soc. (London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [III-7] H. KOLSKY "An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading " Proc. Soc. (London), Vol. 62, PP.676, (1949).
- [III-8] R. RUIZ "The dynamic behaviour of instrumented Charpy test." Jour. de C. MINES Phys. C5, Tome 46, pp. 187-196 (1985).
- [III-9] J.F KALTHOFF "On the validity of impact energies measured with polymeric specimens in instrumented impact tests." Impact and Dynamic Fracture of Polymers and Composites ESIS, Editeurs J.G.Williams et A. Pavan, pp 21-31. (1995)
- [III-10] P. MANOGG In Proceeding of the Inter.Conference on the Non-Cristaline Solids, Delft Netherlands, pp.481-490 (1964)
- [III-11] P.S THEOCARIS "Reflected shadow method for study of constrained zones in cracked plates." Applied Optics, N°10, pp.2240-2247 (1971)
- [III-12] J.F KALTHOFF "Shadow optical method of caustics." Handbook on Experimental Mechanics, A.S KOBAYASHI, Ed. Soc. ofr Exper. Mech., Prentice-Hall, Inc. Englewood, NJ, pp.2240-2247 (1987)
- [III-13] J.F KALTHOFF "On some current problems in experimental fracture mechanics." Worshop on Dynamic Fracture, California Institute of Technology, Pasadena, California (1983)
- [III-14] L.B FREUND "Energy flux into the tip of extending crack in an elastic solid." Jour. of Elasticity Vol.2, pp 341-349 (1972)

- [III-15] J.W CRAGG "On the propagation of a crack in elastic brittle material." Jour. Mech. Phys. Solid 8, pp 66-75 (1960)
- [III-16] G.R RICE "A path independant integral and the approximate analysis of strain concentration by notched crack." Jour. Appl. Mech. 35, pp 379-386 (1968)
- [III-17] H. BUI  
H. MAIGRE "Facteur d'intensité dynamique de contrainte tiré des grandeurs globales." C.R Acad. Scien. Paris Tome 306, serie II pp 1213-1216 (1920)
- [III-18] ASTM E 813-89 "A measure of fracture toughness of metallic materias", (1989)
- [III-19] C. BACON "Mesure de la ténacité dynamique des materiaux fragiles en flexion trois points à haute température. Utilisation des barres de Hopkinson." Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I (1993)
- [III-20] G.E NASH "An analysis of the force and bending moments generated during the notched beam impact test." Inter. Jour. of Fract. Vol. 5, pp 269-286 (1969)
- [III-21] K. KISHIMOTO  
S. AOKI  
M. SAKATA "Simple formula for dynamic stress intensity factor of pre-cracked Charpy specimen." Engin. Fract. Mech. Vol. 13, pp. 503-508, (1980)
- [III-22] I.V ORYNYAK  
A.J KRASOWSKY "The modelling of elastic response of three points bending specimen at impact loading." Inter. Jour. of Fract. Vol. 5, pp 269-286 (1969)
- [III-23] S. BOUZID  
A. NYOUNGUE  
Z. AZARI  
G. PLUVINAGE "Endommagement du verre sous différents modes d'impact." Verre, vol 5, N°6, pp 26-31 (2000)
- [III-24] F. R TULER  
B. M BUTCHER "A criterion for the time dependence of dynamic fracture." Int Jour. of Fract. Mech. Vol 4, pp. 431 (1968)

- [III-25] **J. CAGNOUX** "Modèle phénoménologique d'écaillage d'un verre pyrex." Jour. de Phys. C5, pp. 343-50 (1985)
- [III-26] **J. R KLEPACZKO** "Dynamic crack initiation, some experimental methods and modelling." In: Klepaczko JR, editor. Crack dynamics in metallic materials. Vienna: Springer, pp. 255-453 (1990)
- [IV-1] **J. HOPKINSON** "A method of mesuring the pressure in the deformation of high explosives by impact of bullets", Phil. Trans. Roy. Soc. (London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [IV-2] **NAIT ABDELAZIZ** "Ténacité dynamiqued'un propergol solide composite." Thèse de doctorat, I.N.P.L de Nancy (1985)
- [IV-3] **H. GOUAIR** "Approche probabiliste de la rupture fragile et ductile à grandes vitesses de déformations." Thèse de doctorat, Université de Metz (1994)
- [IV-4] **R. DEKIOUK** "Etude de l'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale et sur la ténacité d'un polycarbonate." Thèse de doctorat, Université de Metz (1997)
- [V-1] **W.J WEIBULL** "A statistical distribution function of wide applicability", Jour. of Appl. Mech., 18 pp. 293-297, (1951).
- [IV-1] **J. HOPKINSON** "A method of mesuring the pressure in the deformation of high explosives by impact of bullets", Phil. Trans. Roy. Soc. (London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [V-2] **K. WALLIN** "The size effect in Kic results." Eng. Fract. Mech., N°11 pp. 149-163. (1985)
- [V-3] **A. NYOUNGUE** "Approche statistique de la rupture dynamique du verre." Rapport de DESU. Université de Metz. (1996)
- [V-4] **B.R LAWN**  
**K.K JAKUS** "Sharp versus blunt crack hypotheses in the strength of glass : A critical study using indentation flaws." Jour. of Amer. Cer. Soc.

- A.C GONZALES Vol. 68, pp. 25 (1985).
- [V-5] J. ZARZYCKI "Les verres et l'état vitreux." Editions Masson (1982).
- [V-6] M. CREAGER "Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress  
P.C PARIS corrosion cracking." Inter. Jour. of. Fract. Vol. 3, pp. 247-252,  
(1967).
- [V-7] ASTM "Standard Methods for Notched Bar Impact Testing of Metallic  
Materials." Amer. Soc. Testing and Mater. pp 277-299. (1982)
- [V-8] A.G EVANS "Statistical analysis of bending strengths for brittle solids : a  
J. LAMON multiaxial fracture problem." Jour. of Amer. Ceram. Soc. , vol.  
66. n°3. pp 177-182. (1983).
- [V-9] S.M WEIDERHORN "Mechanical and thermal properties of ceramics", J.B Wachtman  
Edition, pp 217. (1969).
- [V-10] H. GOUAIR "Approche probabiliste de la rupture fragile et ductile à grandes  
vitesses de déformations." Thèse de doctorat, Université de Metz  
(1994)
- [V-11] E.J GUMBEL Nat. Bureau Stand. Applied Mathematics, serie N°33 (1954)
- [V-12] J. HOPKINSON "A method of mesuring the pressure in the deformation of high  
explosives by impact of bullets", Phil. Trans. Roy. Soc.  
(London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [V-13] R. RUIZ "The dynamic behaviour of instrumented Charpy test" Jour. de  
C. MINES Phys. C5, Tome 46, pp. 187-196 (1985).
- [V-14] K. KISHIMOTO "Simple formula for dynamic stress intensity factor of pre-cracked  
S. AOKI Charpy specimen", Engin. Fracture Mech.. Vol. 13, pp. 503-  
M. SAKATA 508, (1980)
- [V-15] I.V ORYNYAK "The modelling of elastic response of three points bending  
A.J KRASOWSKY

specimen at impact loading", Int. Jour. of Fracture. Vol. 5, pp 269-286 (1969)

- [V-16] **C. BACON** "Mesure de la ténacité dynamique des matériaux fragiles en flexion trois points à haute température. Utilisation des barres de Hopkinson" Thèse de doctorat, Université de Baurdeaux I (1993)
- [VI-1] **S. THIMOSHENKO** "Theory of elasticity." Second Edition, McGraw-Hill Book  
**J.N GOODIER** Compagny, New York, (1951).
- [VI-2] **P.J.F WRIGHT** Magazine of Concrete Research 7, pp. 87-96 (1985)
- [VI-3] **Y. HIRAMATSU** Proceeding for second congress of Inter.society of rock mechanic,  
**Y. OKA** Belgrad, pp. 190-206 (1970)
- [VI-4] **H. HERTZ** "Verhandlungen des Vereins zur Beforderung des gewerbe Fleisses." J. Reine Angew. Math., 92, pp. 156-171, (1881) reprinted in english, in Hertz's Miscellaneous Papiers (Macmillan, London, 1986).
- [VI-5] **ASTM E23-82** "Standard Methods for Notched Bar Impact Testing of Metallic Materials." Amer. Soc. for Testing and Mater. pp 277-299. (1982)
- [VI-6] **W.J WEIBULL** "A statistical distribution function of wide applicability." Jour. of Appl. Mech., 18 pp. 293-297, (1951).
- [VI-7] **E.A DAVIS** "Transactions American Society of Mechanical Engineers." Jour.  
**F.M CONNELLY** of Applied Mechanics, Series E, Vol. 81, N° 1, pp. 25-30, (March 1959).
- [VI-8] **K.J BUCKLEY** Materiaux et Construction 6, pp. 15-21, Rilem (1973)  
**D.J HANNANT**  
**J. CROFT**
- [VI-9] **A. RIDNIK** Materials Research and Standards 3, pp. 283-289, (1963)  
**A. R. HUNTER**

**F.C. HOLDEN**

- [VI-10] **P. S COLBACK** Proceedings of the of the First Congress of the ", Int. Soc. of. Rock Mech. Lisbon (September 1966).
- [VI-11] **J. A. HUDSON** Inter. Jour. of. Rock Mech. and Mining Science 9, pp. 241-248,  
**E. T. BRRONW** (1972).  
**F. RUMMEL**
- [VII-1] **J. HOPKINSON** "A method of mesuring the pressure in the deformation of high explosives by impact of bullets." Phil. Trans. Roy. Soc. (London), series A Vol. 213., pp. 437-452 (1957).
- [VII-2] **NAJAR** "High temperature spalling of alumina bars." Jour. de Phys. IV,  
**M. BECHTEL** Vol 4, pp. C3 145-150 (1997)
- [VII-3] **B. TOLBA** Thèse de doctorat de l'INPL de Nancy (1993)
- [VII-4] **M.L KATCHANOV** "Time of the rupture process under creep conditions." IZT. Akad. Navk. S.S.R Oddt. Tekh Navsk, n°8, pp 26-31. (1968)
- [VII-5] **F. R TULER** "A criterion for the time dependence of dynamic fracture." Inter.  
**B. M BUTCHER** Jour. of Fract. Mech. Vol 4, pp. 431 (1968)
- [VII-6] **S. BOUZID** "Endommagement du verre sous différents modes d'impact."  
**A. NYOUNGUE** Verre, vol 5, N°6, pp 26-31 (2000)  
**Z. AZARI**  
**G. PLUVINAGE**
- [VII-7] **M.P WNUK** "CDM model of damage accumulation in laminated composites"  
**R.D KRIZ** Inter. Jour. of Fract 28, pp. 121-138 (1985)