



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

Par

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	2001050S
Cote	S/MZ 01/17
Loc	magasin

PPN 60 970421

Anne-Sophie BONNET-LEBOUVIER

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ**SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur****OPTION : Mécanique des matériaux****Analyse de la propagation dynamique d'une bande de cisaillement adiabatique.**

Soutenue le 26 Octobre 2001 devant le jury composé de :

P. Lipinski	Professeur, ENIM	Codirecteur de thèse
T. Lodygowski	Professeur, Université Technologique de Poznan	Rapporteur
A. Molinari	Professeur, Université de Metz	Codirecteur de thèse
E. Patoor	Professeur, ENSAM de Metz	Examineur
A. Pineau	Professeur, Ecole des Mines de Paris	Examineur
M. Stelly	Ingénieur, CEA Saclay	Rapporteur

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

Par

Anne-Sophie BONNET-LEBOUVIER

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ**SPECIALITE : *Sciences de l'ingénieur*****OPTION : *Mécanique des matériaux***

Analyse de la propagation dynamique d'une bande de cisaillement adiabatique.

Soutenue le 26 Octobre 2001 devant le jury composé de :

P. Lipinski	Professeur, ENIM	Codirecteur de thèse
T. Lodygowski	Professeur, Université Technologique de Poznan	Rapporteur
A. Molinari	Professeur, Université de Metz	Codirecteur de thèse
E. Patoor	Professeur, ENSAM de Metz	Examineur
A. Pineau	Professeur, Ecole des Mines de Paris	Examineur
M. Stelly	Ingénieur, CEA Saclay	Rapporteur

*Pour le savant, croire la science achevée est
toujours une illusion aussi complète que le serait
pour l'historien de croire l'histoire terminée.*

Louis de Broglie (1892-1987)

A Nicolas,

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'Université de Metz sous la direction de Messieurs les Professeurs Alain Molinari et Pawel Lipinski. Je tiens à leur exprimer ma sincère reconnaissance pour la confiance qu'ils m'ont témoignée en me permettant de réaliser ces travaux. Je les remercie également pour les conseils et les connaissances qu'ils m'ont apportés durant cette thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Stelly, Ingénieur au Commissariat à l'Energie Atomique et à Monsieur Lodygowski, Professeur à l'Université Technologique de Poznan, d'avoir accepté la charge de rapporteur.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur Pineau, Professeur à l'Ecole des Mines de Paris et à Monsieur Patoor, Professeur à l'ENSAM de Metz, pour leur participation au jury de cette thèse.

Je remercie également Sébastien Mercier pour ses conseils avisés et sa disponibilité à mon égard.

J'exprime toute ma gratitude à mes parents, pour le soutien et les encouragements qu'ils m'ont toujours apportés.

Enfin, je remercie tout particulièrement mon mari pour son soutien, son aide ainsi que pour sa patience de tous les instants.

Sommaire

<i>Introduction</i>	5
CHAPITRE 1	8
<i>Les bandes de cisaillement adiabatique</i>	8
1.1 Mécanisme de formation des bandes de cisaillement adiabatique	9
1.2 Localisation de la déformation	10
1.2.1 Modèles analytiques et numériques	10
1.2.2 Mesures expérimentales de la largeur de bande	11
1.2.3 Détermination analytique et numérique de la largeur de bande	11
1.3 Propagation des bandes de cisaillement adiabatique	13
1.3.1 Etudes expérimentales	13
1.3.2 Modélisation de la propagation	19
CHAPITRE 2	31
<i>Formulation du problème</i>	31
2.1 Définition du cadre thermomécanique de l'étude	31
2.1.1 Principe des puissances virtuelles	31
2.1.2 Premier principe de la thermodynamique	35
2.1.3 Comportement thermomécanique du matériau	37
2.1.4 Comportement viscoplastique du matériau	47
2.2 Méthode des éléments finis	53
2.2.1 Partie mécanique	53
2.2.2 Partie thermique	55
2.3 Sensibilité des résultats à l'égard du maillage	56
2.3.1 Modèle utilisé	56
2.3.2 Maillage	58
2.3.3 Résultats	58
2.4 Influence de la vitesse de chargement sur la largeur de bande	62
2.4.1 Introduction	62
2.4.2 Résultats	63

CHAPITRE 3	66
<i>Modélisation de la propagation des bandes de cisaillement adiabatique</i>	66
3.1 Géométrie du modèle	66
3.2 Maillages utilisés	68
3.2.1 Détermination de la longueur L de l'éprouvette.....	69
3.2.2 Types de maillage.....	72
3.3 Résultats	74
3.3.1 Analyse des champs des différentes grandeurs mises en jeu.....	75
3.3.2 Influence de la vitesse appliquée sur la célérité de propagation de la bande.....	81
3.3.3 Bilan énergétique.....	90
3.3.4 Influence des conditions aux limites sur la vitesse de propagation de la bande.....	96
3.3.5 Influence de la dilatation thermique sur la vitesse de propagation de la bande.....	98
CHAPITRE 4	101
<i>Analyse dimensionnelle</i>	101
4.1 Théorème Π (ou de Vashy-Buckingham)	101
4.2 Calcul de la série complète de produits sans dimensions	102
4.3 Résultats	106
4.3.1 Stade I.....	106
4.3.2 Stade III.....	117
4.3.3 Synthèse de l'analyse dimensionnelle.....	125
4.4 Zone de transition	126
4.4.1 Définition.....	126
4.4.2 Influence des paramètres du problème sur la taille caractéristique de la zone de transition.....	127
4.4.3 Champs de température et de contrainte équivalente au sein de la zone de transition.....	132
4.4.4 Influence de l'adoucissement thermique sur la célérité de la bande.....	134
4.4.5 Résumé.....	137
4.4.6 Influence de l'endommagement sur la célérité de la bande.....	138
Conclusion générale	142
Annexe	144
Références bibliographiques	145

Introduction

Les procédés de mise en forme actuels mettent en jeu de très grandes vitesses de déformation. Dans de nombreux cas, une instabilité de l'écoulement plastique apparaît et conduit à la localisation de la déformation sous la forme de bandes de cisaillement. Ces bandes affaiblissent le matériau en constituant des sites privilégiés pour l'amorçage et la propagation de fissures. Suivant le type d'application considéré, il est donc particulièrement intéressant ou bien au contraire particulièrement dangereux de constater l'apparition de ces bandes. En effet, dans les procédés de mise en forme par forgeage pour lesquels la déformation la plus uniforme possible est recherchée, il sera nécessaire d'éviter la formation de ces bandes. En revanche dans d'autres procédés tels que l'usinage à grande vitesse, la formation d'une bande de cisaillement adiabatique permettra une chute significative des efforts de coupe ainsi qu'une segmentation du copeau au voisinage de la pointe de l'outil. Par conséquent, il devient indispensable, étant donné les conditions extrêmes d'utilisation des matériaux actuels, de maîtriser l'apparition et la propagation de ces bandes de cisaillement.

Le mécanisme de formation des bandes de cisaillement adiabatique est assez bien connu car il a fait l'objet de nombreux travaux au cours de ces dernières décennies. Le constat n'est pas le même en ce qui concerne le phénomène de propagation de ces bandes. Quelques études expérimentales ont été menées dans le but de reproduire la localisation par cisaillement adiabatique et de visualiser la propagation d'une bande de cisaillement. Parallèlement à ces expériences difficiles à réaliser et de surcroît onéreuses, plusieurs modèles analytiques et numériques ont été développés afin de mieux comprendre le phénomène de propagation. Ces modèles se sont intéressés, pour la plupart, à l'évaluation des vitesses de propagation des bandes et ont permis d'effectuer un certain nombre d'observations quant à l'évolution des différentes variables mises en jeu lors de la propagation. Cependant, très peu d'entre eux ont tenté d'explicitier les résultats obtenus et de trouver l'origine des phénomènes observés.

C'est pourquoi nous avons défini comme principal objectif de cette thèse de comprendre et d'expliquer le rôle des paramètres physiques intervenant dans le processus de propagation des bandes de cisaillement adiabatique. Pour ce faire, nous avons simulé numériquement, à l'aide

du logiciel d'éléments finis ABAQUS, la propagation dynamique d'une bande au sein d'une éprouvette sollicitée en cisaillement.

Notre travail se décompose de la façon suivante. Dans un premier temps, nous présentons de façon générale les bandes de cisaillement, en insistant principalement sur leur mécanisme de formation. Ensuite, nous effectuons une revue des travaux expérimentaux et théoriques réalisés dans le domaine du cisaillement adiabatique. Puis, pour tester la validité de notre modèle sur le problème de la sensibilité des résultats à l'égard du maillage, nous effectuons des simulations numériques unidimensionnelles modélisant la formation des bandes de cisaillement adiabatique. Ces premiers calculs nous permettent d'étudier une grandeur particulièrement importante : la largeur de la bande. Enfin, nous abordons le problème bidimensionnel de propagation de bandes, principal objectif de notre travail. Nous analysons l'influence des conditions de chargement sur la célérité de la bande et nous comparons nos résultats avec les travaux existants. Puis nous effectuons une analyse dimensionnelle intégrant l'ensemble des paramètres susceptibles d'influencer la propagation de la bande et nous concluons sur le rôle de chacun de ces paramètres. Une attention toute particulière est finalement accordée à la zone de transition (process zone), en insistant principalement sur le lien existant entre cette région et le processus de propagation. Le moteur de la propagation des bandes de cisaillement adiabatique est finalement mis en évidence.

***LES BANDES DE CISAILLEMENT
ADIABATIQUE***

CHAPITRE 1.

Les bandes de cisaillement adiabatique.

Les bandes de cisaillement adiabatique (BCA) sont de très fines zones rencontrées dans de nombreux métaux ainsi que dans certains polymères lorsqu'ils sont soumis à de grandes vitesses de sollicitation. Ces bandes d'épaisseur finie résultent de la localisation de la déformation et d'un accroissement très important de la température. Le terme de « bande de cisaillement adiabatique » recouvre deux catégories bien distinctes :

- les bandes de déformation dans lesquelles aucune altération des propriétés mécaniques du matériau n'est rencontrée,
- les bandes de transformation dans lesquelles un changement de phase peut avoir lieu à cause de l'échauffement produit par la localisation de la déformation. Il est ainsi très courant d'observer une phase martensitique dans un acier initialement de structure perlitique ou ferritique.

Cependant, il existe une autre catégorie de bande de cisaillement pour laquelle le rôle de la température est négligeable. Ces bandes portent par conséquent le nom de « bandes de cisaillement isotherme ». Les bandes de Lüders ainsi que les bandes de striction appartiennent à cette catégorie.

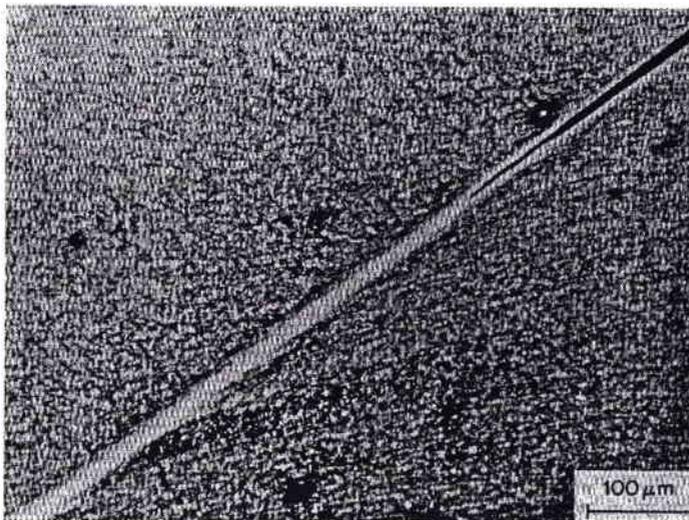


Figure 1.1. Bande de cisaillement adiabatique et fissure associée dans un acier martensitique déformé lors d'un essai de compression dynamique. D'après Dormeval (1987).

De nombreux auteurs parmi lesquels Rogers (1974), Stelly et Dorneval (1986) et Bai et Dodd (1992) fournissent de nombreuses informations sur les caractéristiques des bandes de cisaillement adiabatique. Nous nous intéresserons exclusivement dans ce travail à l'étude des bandes de cisaillement adiabatique de déformation.

1.1 Mécanisme de formation des bandes de cisaillement adiabatique.

Ce sont Trent et Met (1941) qui, à notre connaissance, ont réussi à obtenir et à visualiser en premier lieu ces bandes de cisaillement lors d'un essai de friction rapide sur un acier. Peu après, Zener et Hollomon (1944) ont expliqué de façon générale le mécanisme de formation de ces bandes. D'après eux, toute déformation plastique localisée sur une imperfection crée, lorsque le processus de déformation est suffisamment rapide, une élévation significative de température au voisinage de ce défaut. Cette augmentation de la température engendre une chute de la contrainte d'écoulement. C'est ce qu'on appelle l'adoucissement thermique. Si le phénomène d'écrouissage du matériau est suffisant pour compenser cette chute de contrainte, le processus reste stable. Si en revanche, l'adoucissement thermique l'emporte sur l'écrouissage, alors l'écoulement devient instable car la diminution de contrainte engendrée par l'adoucissement thermique favorise à nouveau l'augmentation de la déformation. Un cycle auto-catalytique s'instaure alors. Néanmoins, pour que ce processus s'active, il est indispensable que le chargement soit suffisamment rapide. En effet, une vitesse de déformation trop faible conduirait à une évacuation de la chaleur par conduction et empêcherait toute localisation de la déformation. Ceci suggère l'existence d'une vitesse seuil de propagation des bandes de cisaillement.

Ce raisonnement a été confirmé et illustré par les expériences de Marchand et Duffy (1988) sur des éprouvettes sollicitées en torsion. L'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement nominal a permis de mettre en évidence trois stades dans le développement de la bande, cf figure 1.2. Le premier correspond à un état de déformation homogène dans lequel la contrainte croît jusqu'à un maximum. Dans ce stade, l'écrouissage l'emporte sur l'adoucissement thermique. Puis dans une deuxième phase, la contrainte chute légèrement, indiquant que l'instabilité commence à se développer et que l'adoucissement thermique a pris le dessus. Enfin le stade 3 correspond à une chute violente de la contrainte. L'instabilité s'est alors développée de façon très rapide conduisant à la localisation de la

déformation. Cette localisation peut ensuite être à l'origine de la formation d'une bande de cisaillement adiabatique.

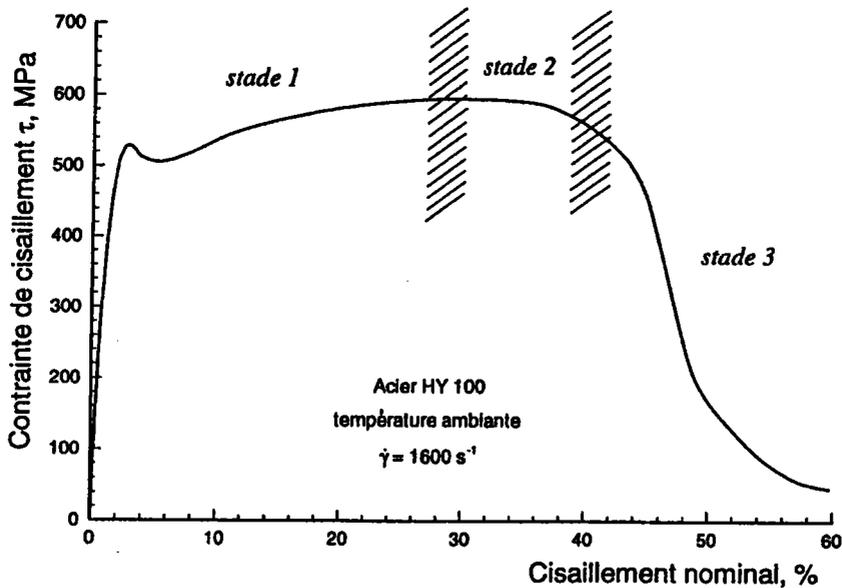


Figure 1.2. Courbe contrainte-déformation pour l'acier HY-1000. D'après Marchand et Duffy (1988).

1.2 Localisation de la déformation.

1.2.1 Modèles analytiques et numériques.

La localisation de la déformation a intéressé de très nombreux auteurs durant ces dernières années. Les conditions nécessaires à son apparition ont été établies grâce au développement de nombreux modèles analytiques et numériques. Ces modèles ont permis de mettre en évidence l'influence des paramètres du matériau, des conditions aux limites ainsi que de la géométrie de la structure sur la localisation. Des méthodes basées sur les techniques de perturbation linéaire ont ainsi été développées par Clifton (1980), Bai (1982), Molinari (1985, 1988), Fressengeas et Molinari (1987), Anand *et al.* (1987), pour définir les conditions d'initiation de la localisation. Des analyses non linéaires ont également permis de suivre le développement de l'instabilité et la formation des bandes de cisaillement (Litonski (1977), Merzer (1982), Molinari et Clifton (1983, 1987), Wright et Batra (1985), Batra (1987)). Nous ne développerons pas ces modèles de façon détaillée, de nombreux auteurs tels que Armstrong *et al.* (1994), Zbib *et al.* (1992) ou Batra et Zbib (1994) ayant déjà effectué la revue de l'ensemble des travaux réalisés dans ce domaine. Néanmoins, nous nous intéressons

à un point particulier lié à la formation de ces bandes, à savoir la caractérisation de la largeur de bande car nous reviendrons ultérieurement sur cet aspect.

1.2.2 Mesures expérimentales de la largeur de bande.

Grâce aux nombreuses expériences réalisées dans le but de reproduire le cisaillement adiabatique, des observations de bandes de cisaillement ont pu être réalisées. En effet, de par leur aspect blanchâtre après attaque (dans le cas des aciers), il est assez aisé de repérer et de délimiter les zones correspondant à ces bandes. Ainsi, certains auteurs comme Costin *et al.* (1979) mesurent, lors d'essais de torsion, des largeurs de bandes de l'ordre de $370\text{-}500\mu\text{m}$ sur un CRS 1018 soumis à une vitesse de cisaillement nominale $\dot{\gamma}=500\text{s}^{-1}$. Lindholm *et al.* (1980) effectuent également des essais de torsion sur des éprouvettes de cuivre pour des vitesses de déformation nominale variant de 0.009 à 330s^{-1} . Les essais effectués à $\dot{\gamma} < 9.6\text{s}^{-1}$ ne révèlent la présence d'aucune bande de cisaillement contrairement aux essais pratiqués à $\dot{\gamma} > 9.6\text{s}^{-1}$. Les largeurs de bande relevées aux fortes valeurs de vitesse de déformation sont de l'ordre de $340\mu\text{m}$.

Les expériences réalisées par Marchand et Duffy (1987, 1988) sur deux aciers de nuances différentes (CRS 1018 et HY 100) mais soumis aux mêmes conditions de chargement rapportent des largeurs de bandes respectives de 100 et $20\mu\text{m}$, ceci faisant clairement apparaître une grande dépendance de la largeur de bande avec la nuance de matériau considéré.

1.2.3 Détermination analytique et numérique de la largeur de bande.

De nombreuses analyses unidimensionnelles ont été réalisées dans le domaine des bandes de cisaillement adiabatique, pour tenter de déterminer l'influence des conditions de chargement, des paramètres géométriques et rhéologiques des matériaux sur la largeur de bande.

Un modèle numérique développé par Merzer (1982) montre la formation d'une bande de cisaillement à partir d'un défaut géométrique. La loi de comportement élasto-viscoplastique de Bodner et Partom (1975) est introduite. L'échantillon est soumis à une vitesse de déformation nominale de 500s^{-1} . L'auteur démontre que la largeur de la bande formée dans l'éprouvette est, d'une part, indépendante des propriétés du défaut initial mais d'autre part

fortement dépendante de la conductivité thermique et de la vitesse de déformation nominale imposée. Une conductivité plus élevée conduit à une largeur de bande plus importante. De plus, Merzer indique que la largeur de bande est inversement proportionnelle à la racine carrée de la vitesse de déformation nominale.

Dodd et Bai (1985) effectuent une analyse de perturbation dans le but d'obtenir une relation très simple définissant la largeur de la bande w en fonction des conditions de chargement et des paramètres du matériau. Ils obtiennent ainsi la relation suivante :

$$w \approx \sqrt{\frac{kT_*}{\beta\tau_*\dot{\gamma}_*}} \quad (1.1)$$

où le signe * correspond aux quantités mesurées à l'intérieur de la bande. k est la conductivité thermique, T est la température, β le coefficient de Taylor-Quinney, τ la contrainte de cisaillement et $\dot{\gamma}$ la vitesse de déformation. Cette formule présente pour principal inconvénient de faire intervenir des quantités devant être mesurées à l'intérieur de la bande.

Une étude analytique est également réalisée par Dinzart et Molinari (1998) afin de déterminer la largeur de bande. Un modèle unidimensionnel en conditions quasi-statiques permet de caractériser cette largeur en fonction des paramètres de chargement, de la géométrie de l'éprouvette et des paramètres rhéologiques du matériau. Une couche de largeur finie est sollicitée en cisaillement par l'intermédiaire de vitesses $\pm V$. La loi de comportement thermo-viscoplastique suivante, présentant une chute linéaire de la contrainte avec la température est utilisée :

$$\tau = \tau_0 \left(1 - a \frac{T}{T_0} \right) \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^m \quad (1.2)$$

où a est la sensibilité thermique, m la sensibilité à la vitesse, τ_0 une contrainte de référence, $\dot{\gamma}_0$ une vitesse de déformation de référence et T_0 une température de référence. Le modèle est basé sur l'hypothèse suivante (introduite précédemment par Wright et Ockendon (1992)) : la distribution des vitesses de déformation est supposée constante en fonction du temps à partir d'un certain niveau de déformation. L'introduction d'une longueur caractéristique de

conduction au-delà de laquelle les effets de diffusion peuvent être négligés, conduit à l'expression suivante définissant la largeur de la bande w :

$$w \approx 6\sqrt{2m} \frac{kT_0}{V\alpha_0} \quad (1.3)$$

avec k la conductivité thermique.

Batra et Kim (1991) s'intéressent principalement à l'effet de la conductivité thermique k sur la largeur de bande. Ils étudient la formation d'une bande de cisaillement dans un bloc soumis à un chargement de cisaillement en conditions adiabatiques. Trois lois de comportement sont testées, toutes dépendantes de l'érouissage, de la sensibilité à la vitesse de déformation et de l'adoucissement thermique. La première loi est de type Litonski, la seconde suit le modèle de Bodner-Partom et la dernière celui de Johnson-Cook. Les valeurs des paramètres rhéologiques de ces lois sont choisies de façon à ce qu'elles fournissent la même courbe contrainte-déformation que celle obtenue par Marchand et Duffy (1988) dans leurs essais pratiqués sur l'acier HY100 à $1600s^{-1}$. Cinq valeurs de conductivité thermique sont considérées : 0, 5, 50, 500 et $5000W/m^{\circ}K$. Les résultats des simulations numériques effectuées indiquent une diminution de la largeur de bande lorsque k diminue. Les lois de Litonski et de Johnson-Cook prédisent une largeur de bande nulle lorsque la conductivité chute à zéro alors que la loi de Bodner-Partom produit une valeur finie de la largeur de bande dans les mêmes conditions.

1.3 Propagation des bandes de cisaillement adiabatique.

Contrairement au processus de formation des bandes de cisaillement, le phénomène de propagation, lui, est beaucoup moins bien connu. Cependant ce problème retient depuis quelques années l'attention d'un nombre croissant de chercheurs, car il induit un endommagement très prononcé du matériau pouvant aller jusqu'à la ruine incontrôlée et brutale des structures.

1.3.1 Etudes expérimentales.

Deux voies ont été explorées pour visualiser la propagation des bandes de cisaillement adiabatique : des tests d'impact et des essais de torsion.

Kalthoff et Wrinkler (1987) tentent de visualiser et d'analyser la propagation de bandes de cisaillement en effectuant des tests d'impact sur des éprouvettes épaisses d'acier maraging Co-Mo. Ces éprouvettes comportent deux entailles et l'impact est réalisé à l'aide d'un projectile cylindrique frappant la plaque entre ces deux entailles, cf figure 1.3. Ils rapportent que pour une vitesse d'impact faible, une fissure émanant de l'entaille se propage dans l'éprouvette, alors que pour des vitesses d'impact plus élevées la rupture s'obtient par propagation d'une bande de cisaillement adiabatique.

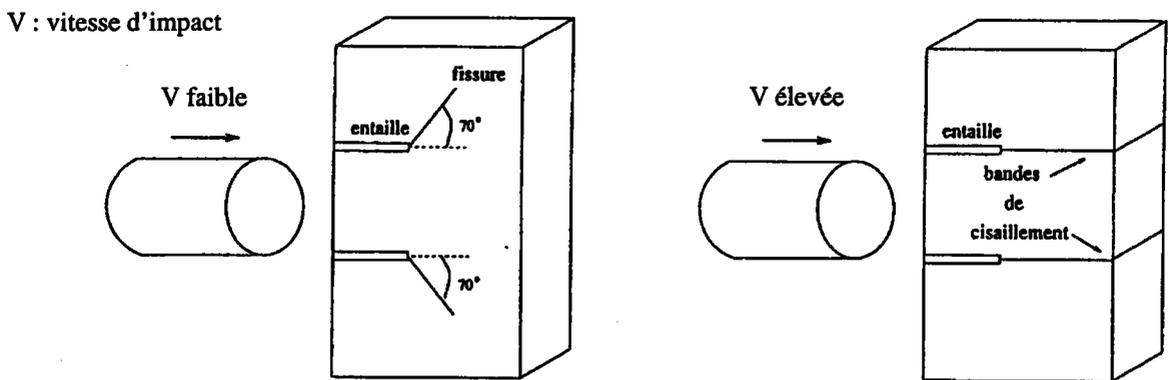


Figure 1.3. Schéma de principe du dispositif expérimental développé par Kalthoff et Wrinkler (1987).

Ravi-Chandar (1995) observe la même transition entre ces modes de rupture lors d'expériences effectuées sur un polycarbonate. Il adopte une configuration similaire à celle de Kalthoff et Wrinkler mais utilise des éprouvettes à une seule entaille.

Des expériences semblables sont reprises par Zhou *et al.* (1996a) sur des éprouvettes comportant une seule entaille, voir figure 1.4. Deux matériaux distincts, l'acier C300 et l'alliage de titane Ti-6Al-4V, sont testés. Des détecteurs infrarouges permettent d'effectuer des mesures de température sur l'échantillon et de suivre son évolution au cours du temps. La déformation d'une grille déposée sur l'éprouvette est également suivie au cours du temps par l'intermédiaire de caméras ultra-rapides. Pour l'acier C300, une bande de cisaillement s'initie à la pointe de l'entaille lorsque la vitesse d'impact V est supérieure à 20m/s. La bande se propage dans une direction parallèle à la direction de l'impact. Lorsque $20 < V < 29$ m/s, la bande s'arrête dans l'échantillon et une fissure se propage avec un angle de 30° par rapport à la direction de l'impact. Lorsque $V > 29$ m/s, la bande de cisaillement traverse l'éprouvette. La vitesse $V = 29$ m/s est notée V_t (vitesse de transition).

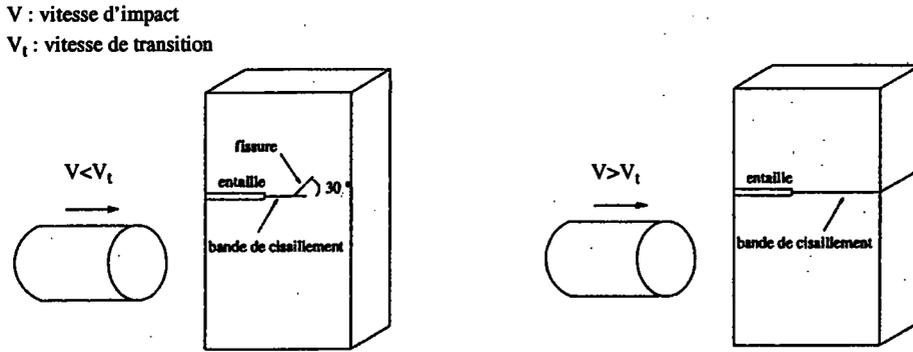


Figure 1.4. Schéma de principe du dispositif expérimental utilisé par Zhou et al. (1996a).

Les relevés de déformations obtenus grâce aux caméras ultra-rapides indiquent que la propagation n'est pas stationnaire, cf figure 1.5.

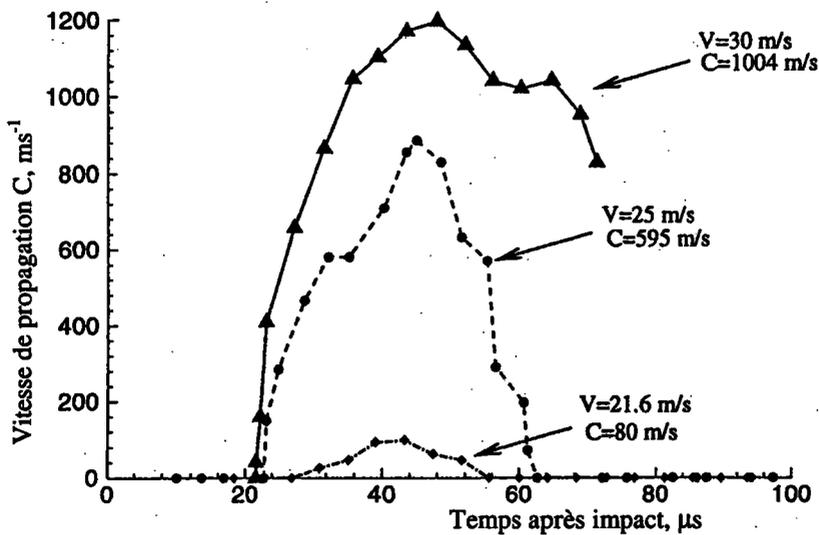


Figure 1.5. Evolution au cours du temps de la célérité de propagation de la bande pour l'acier C300. Différentes vitesses d'impact sont considérées. D'après Zhou et al. (1996a).

La figure 1.6, représentant l'évolution des vitesses de propagation moyennes et maximales en fonction de la vitesse d'impact, indique qu'il existe une valeur seuil en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage. Dès que la vitesse d'impact excède ce seuil, une forte croissance de la vitesse de la bande est observée.

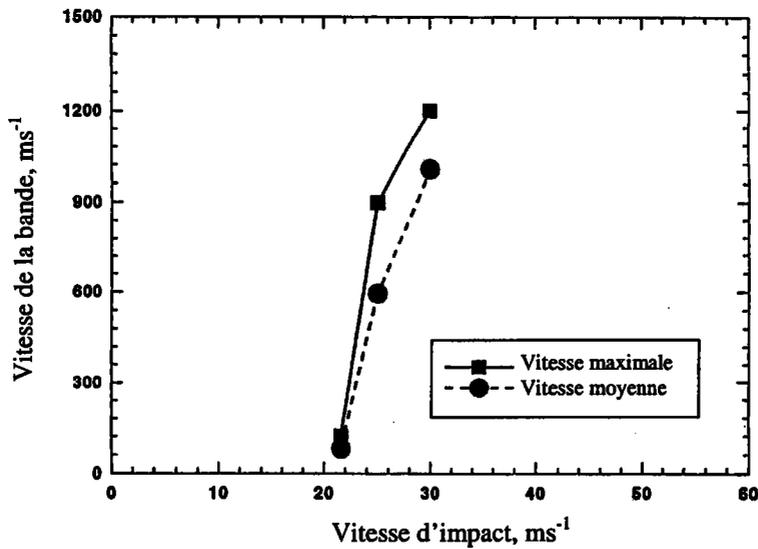


Figure 1.6. Evolution des vitesses maximales et vitesses moyennes de propagation de la bande en fonction de la vitesse d'impact. L'acier C300 est étudié. D'après Zhou *et al.* (1996b).

L'alliage de titane ne fournit pas les mêmes résultats. En effet, la transition ductile-fragile n'a pas lieu et le seul mode de ruine observé est la propagation de bandes de cisaillement. Une nette différence apparaît également dans le comportement de ces deux métaux sur les relevés de température. Pour l'acier C300, la température au sein de la bande atteint 1400°C , soit 90% de la température de fusion, alors que pour l'alliage de titane, la température maximale est de l'ordre de 450°C . La localisation de la déformation est donc moins prononcée dans le titane.

Les modes de ruine observés par Kalthoff et Wrinkler (1987) puis Zhou *et al.* (1996a) diffèrent de façon importante. Etant donné que les configurations utilisées par ces auteurs sont elles-mêmes différentes, il est difficile de comparer les résultats obtenus. De plus, les matériaux utilisés ne possèdent pas les mêmes propriétés mécaniques et thermiques. Zhou *et al.* (1996a, 1996b) testent alors chaque configuration avec le même matériau. Des simulations numériques sont également effectuées dans le but de corroborer les essais expérimentaux. Les résultats de ces essais ainsi que des simulations indiquent finalement une bonne corrélation entre les deux configurations mettant ainsi en avant l'importance des propriétés du matériau sur le mode de ruine.

Parallèlement à ces tests d'impact, Marchand et Duffy (1988) développent des essais expérimentaux sur des éprouvettes tubulaires à parois minces sollicitées en torsion par l'intermédiaire de barres de Kolsky. Une diminution d'épaisseur est introduite pour amorcer la bande, cf figure 1.7. Des détecteurs infrarouges mesurent l'évolution de la température sur l'éprouvette tout au long de l'expérience. De plus un système de prise de vue rapide permet d'observer l'état de la déformation à divers instants. Des essais réalisés à une vitesse de déformation nominale de 1600s^{-1} engendrent la formation d'une bande de cisaillement dans la zone du défaut géométrique. Les écarts relevés entre les valeurs de déformation (de 130% à 1900%) indiquent que la bande s'initie à un endroit puis se propage le long de la circonférence de l'éprouvette. Des mesures de températures effectuées sur plusieurs tests de torsion permettent d'évaluer la vitesse de propagation de la bande. Cependant, ce système de mesure ne permet pas aux auteurs de déterminer si la bande se propage dans une ou bien deux directions. La vitesse moyenne est donc estimée à 510m/s dans le cas où la bande se propage dans un seul sens et à 255m/s pour une propagation dans les deux directions. Les auteurs mesurent également la largeur de la bande, qu'ils évaluent à environ $20\mu\text{m}$ pour une vitesse de déformation nominale de 1600s^{-1} .

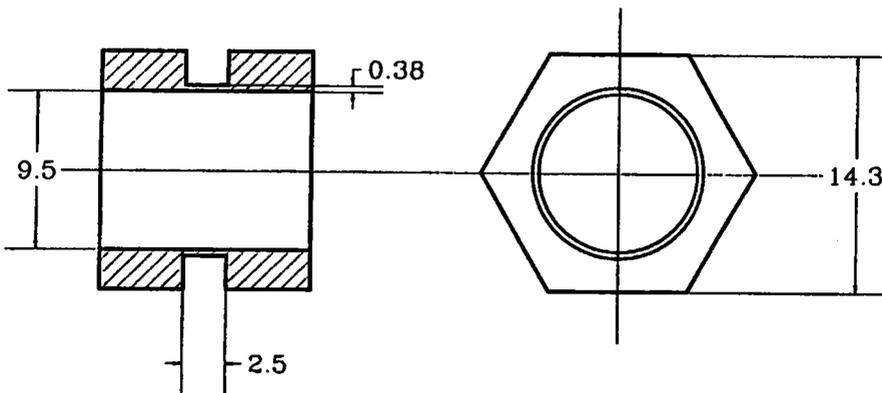
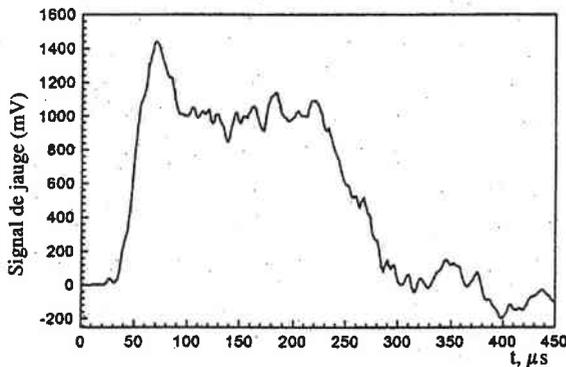


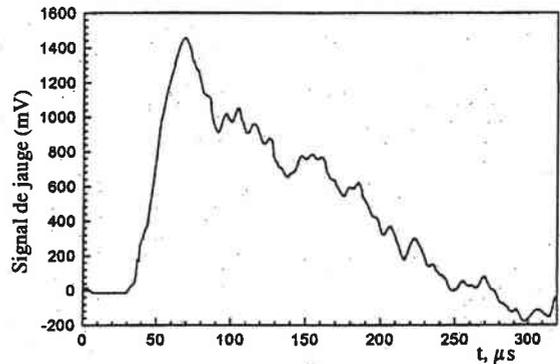
Figure 1.7. Détails de l'éprouvette de torsion utilisée par Marchand et Duffy (1988).

Faure *et al.* (2000) s'inspirent de la configuration de Kalthoff pour développer un système permettant d'évaluer la vitesse de propagation d'une bande de cisaillement dans une plaque possédant deux entailles. Des caméras ultra-rapides capturent l'évolution de la déformation par l'intermédiaire d'une grille imprimée au préalable sur l'éprouvette. La présence d'un tube de Hopkinson placé derrière la plaque permet de mesurer les efforts engendrés lors de l'impact. La figure 1.8 montre les différents signaux recueillis suivant qu'il y a ou non propagation de bandes de cisaillement. Une décroissance linéaire de l'effort est enregistrée

lorsque la bande se propage. Le signal s'annule lorsqu'elle a traversé l'éprouvette toute entière.



a) pas de BCA dans l'éprouvette



b) propagation d'une BCA dans l'éprouvette

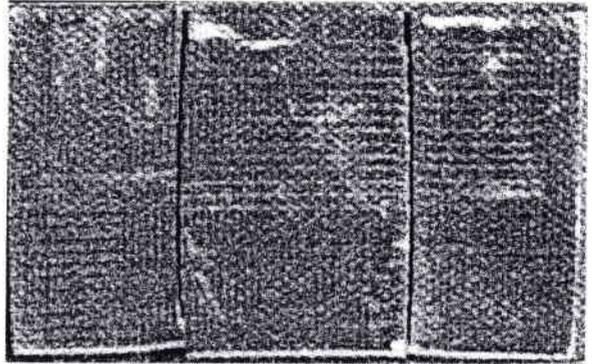
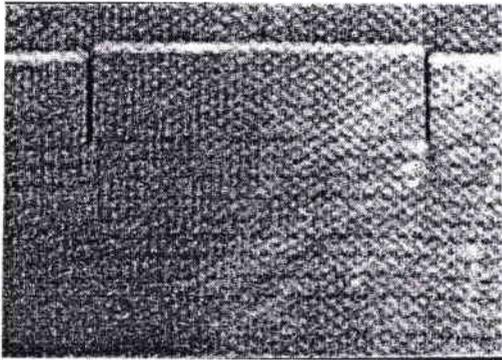


Figure 1.8. Représentation des signaux de jauge recueillis

a) en l'absence de BCA,

b) en présence de BCA.

Les photographies des éprouvettes testées sont également représentées. D'après Faure et al. (2000).

La connaissance de la largeur de l'éprouvette ainsi que de la durée de l'expérience permettent d'évaluer la vitesse moyenne de propagation de la bande dans l'hypothèse d'une propagation stationnaire. L'évolution de la vitesse de propagation de la bande C en fonction de la vitesse d'impact V est étudiée pour un alliage d'aluminium 7040. Les auteurs témoignent d'une vitesse seuil V_c en dessous de laquelle aucune bande de cisaillement ne se propage ($V_c \approx 24\text{m/s}$). Pour $V > V_c$, la dépendance de C avec V est de la forme $C = \alpha V$ où α est de l'ordre de 25.2, (figure 1.9). Ces résultats sont en accord avec les résultats de Zhou et al. (1996a).

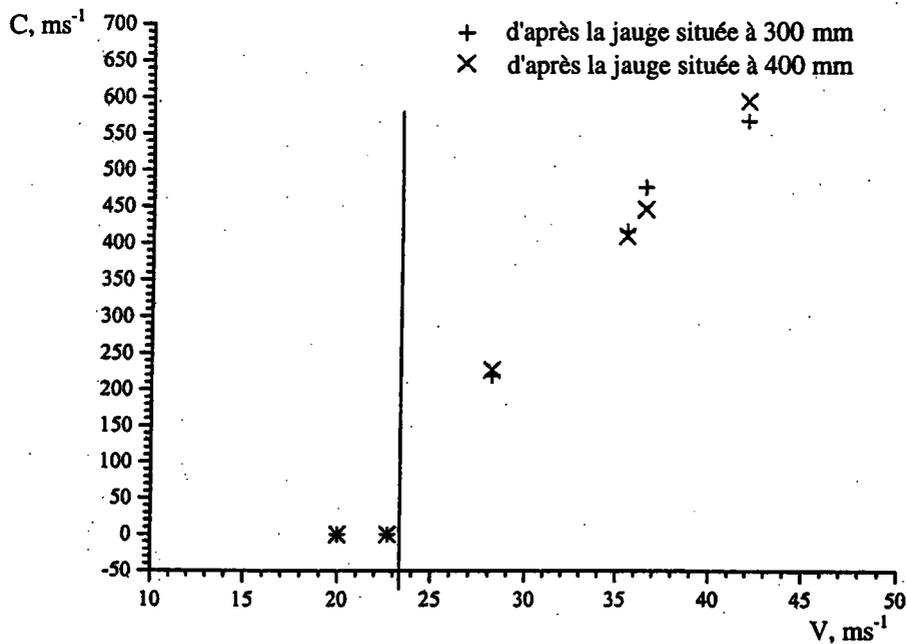


Figure 1.9. Evolution de la vitesse de propagation des BCA en fonction de la vitesse d'impact. D'après Faure et al. (2000).

La réalisation de telles expériences nécessite l'utilisation de moyens de mesure très performants étant donné l'amplitude des vitesses de propagation considérées. Les informations recueillies par ces essais restent, pour les mêmes raisons, très peu fournies. C'est pourquoi de nombreuses études théoriques ont été développées dans le but de modéliser analytiquement ou bien numériquement la propagation des bandes de cisaillement adiabatique.

1.3.2 Modélisation de la propagation.

Les chercheurs ont étudié la propagation des bandes de cisaillement à travers deux aspects principaux : certains ont mis l'accent sur la structure de la bande elle-même, ainsi que sur l'évolution des variables principales (contrainte, déformation, température) au sein de ces zones. D'autres se sont penchés sur l'évaluation de la vitesse de propagation des bandes et ont observé l'influence de certains paramètres (tels que les conditions de chargement ou les paramètres de la loi de comportement) sur cette vitesse.

1.3.2.1 Structure de la bande.

Une analyse unidimensionnelle est développée par Grady (1992) dans le but de définir la structure de la bande de cisaillement lors de sa propagation. La bande est composée de deux zones distinctes : la zone de transition, de longueur l_{sbpz} , à l'intérieur de laquelle s'effectue la majeure partie de l'échauffement adiabatique conduisant à une chute très prononcée de la contrainte, et la zone quasi-statique où plus aucune dissipation ne se produit, figure 1.10. En minimisant l'énergie dissipée, Grady caractérise la largeur de bande optimale l_{sbtw} . Il détermine également la longueur de la zone de transition (de l'ordre de 3mm) en utilisant la vitesse de propagation mesurée par Marchand et Duffy (1988). Enfin, par le calcul de l'énergie dissipée dans la bande, le concept de résistance à la propagation de bandes de cisaillement est introduit.

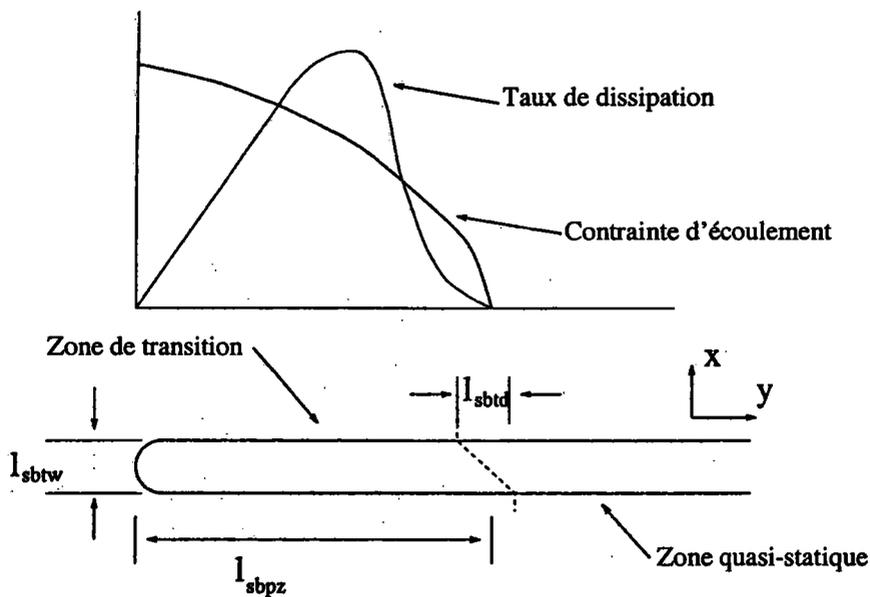


Figure 1.10. Géométrie du front de la bande de cisaillement. Deux zones distinctes sont identifiées: la zone de transition et la zone quasi-statique. La bande de cisaillement est définie par sa largeur l_{sbtw} , la taille de la zone de transition l_{sbpz} et le cisaillement cumulé l_{sbtcd} . La contrainte d'écoulement et la dissipation s'annulent en sortie de la zone de transition. D'après Grady (1992).

Wright et Walter (1996) proposent une analyse de la propagation de la bande dans un milieu semi-infini. Une vitesse de cisaillement est appliquée aux frontières du massif de manière à engendrer un mode III de cisaillement. Le modèle ne prend en compte ni l'élasticité, ni l'écroutissage du matériau. Les effets de la température et de la vitesse de déformation sont intégrés dans le comportement du matériau. Les structures bi-dimensionnelles des champs de

température, de déformation, de contraintes et de vitesses de déformation au voisinage de la pointe de la bande de cisaillement adiabatique sont étudiées. Les auteurs décrivent la variation rapide de toutes ces grandeurs au voisinage de l'extrémité de la bande au moyen d'une méthode asymptotique. Cependant, cette analyse ne permet pas de déterminer la célérité de la bande, qui est prise comme paramètre de l'étude.

Kuriyama et Meyers (1986) modélisent numériquement la propagation d'une bande de cisaillement adiabatique dans un matériau élastoplastique (HY-TUH steel). Leur travail repose sur trois hypothèses : premièrement le processus est considéré comme adiabatique, deuxièmement la contrainte de cisaillement est nulle à l'intérieur de la bande et troisièmement les effets dus à la propagation des ondes sont négligés. Ces auteurs caractérisent les champs de contraintes et de déformations à l'extrémité de la bande et concluent que les phénomènes déterminants pour la propagation de la bande se déroulent à l'intérieur de cette zone.

L'ensemble de ces travaux permet de mettre en évidence certains aspects importants tels que la présence à la pointe de la bande d'une zone influençant fortement la propagation. Néanmoins, la plupart des chercheurs se sont plutôt intéressés à la quantité physique représentative de la propagation, à savoir, la vitesse de déplacement de la bande.

1.3.2.2 Détermination de la vitesse de propagation de la bande.

Freund *et al.* (1985) étudient le cisaillement en mode III d'un bloc de hauteur constante et de longueur infinie. Le matériau est hyper-élastique et représenté par une loi de type Knowles :

$$\tau = \mu \gamma \left(1 + \frac{b}{n} \gamma^2 \right)^{n-1} \quad (1.4)$$

où μ est le module de cisaillement élastique et b et n sont des constantes adimensionnelles du matériau. Etant donné que l'existence d'un maximum sur la courbe contrainte-déformation est une condition nécessaire à l'apparition d'une bande de cisaillement, Freund *et al.* se placent dans la configuration où $0 < n < 0.5$. Un défaut est introduit dans le bloc par l'intermédiaire d'une zone de rigidité moindre par rapport au reste du massif. Une bande de cisaillement

s'initie dans le bloc et se propage avec une vitesse C . Cette vitesse est estimée grâce à la combinaison de l'équation de la quantité de mouvement et d'une analyse de propagation d'onde. La relation obtenue est de la forme :

$$C = C_2 \left(\frac{2 - 2n}{1 - 2n} \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (1.5)$$

où C_2 correspond à la célérité des ondes élastiques de cisaillement.

Batra et Zhang (1994) simulent numériquement les expériences de Marchand et Duffy (1988) réalisées en torsion. Ils modélisent, en trois dimensions, un tube à paroi mince d'acier 4340 qu'ils soumettent à des vitesses de déformation de 1000, 5000 et 25000s⁻¹. La loi de comportement est de type Johnson-Cook dans laquelle la contrainte chute à zéro lorsque la température de fusion du matériau est atteinte. L'équation de la chaleur ne prend pas en compte le terme de conduction (hypothèse adiabatique). Le défaut introduit pour initier la bande est constitué de quelques éléments possédant une plus faible limite d'écoulement. Ce défaut est situé au centre de l'éprouvette. Une bande de cisaillement se forme à partir de ce défaut et se propage dans les deux directions, voir figure 1.11. Pour évaluer la vitesse de propagation de cette bande, les lignes d'isodéformation $\gamma^p=2$ sont suivies au cours du temps. Les auteurs montrent que la propagation n'est pas stationnaire : elle dépend de l'état de déformation en un point donné. Pour une vitesse de déformation nominale de 1000s⁻¹, la vitesse de propagation de la bande varie de 40 à 260m/s. De plus, la vitesse de propagation est également fortement dépendante du chargement imposé. Ainsi une vitesse de déformation nominale de 5000s⁻¹ conduit à des vitesses de propagation variant de 180 à 1000m/s alors qu'une vitesse de 25000s⁻¹ produit des vitesses de propagation de 750 à 1700m/s.

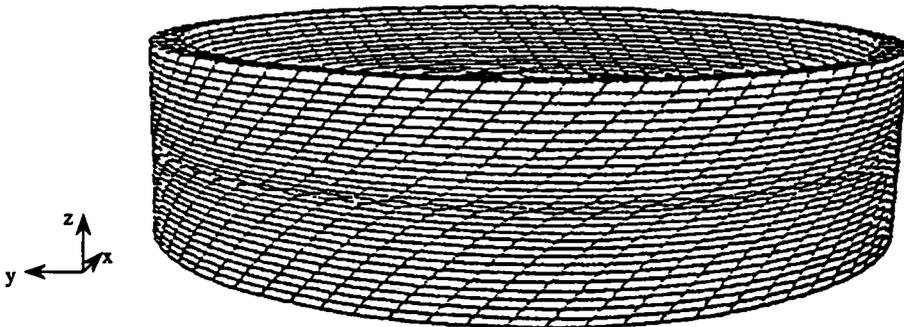


Figure 1.11. Représentation du maillage 3D utilisé lors de simulations numériques effectuées sur des éprouvettes sollicitées en torsion. Les bandes de cisaillement se sont formées au centre de l'échantillon et se sont propagées le long de la circonférence du tube. D'après Batra et Zhang (1994).

Gioia et Ortiz (1996) développent un modèle différent basé sur la théorie des couches limites dans le cadre des matériaux thermo-viscoplastiques. L'hypothèse simplificatrice suivante est considérée : la solution du problème varie beaucoup plus rapidement dans le sens transverse de la couche limite que dans le sens longitudinal. Le cas de l'impact d'un projectile lancé à une vitesse V sur une éprouvette entaillée est étudié, figure 1.12. La loi de comportement fait intervenir la température, la vitesse de déformation et l'écrouissage. Les auteurs montrent que pour une durée et une vitesse d'impact suffisamment élevées, une couche limite stationnaire peut s'établir dans le matériau. Une étude de stabilité est ensuite effectuée sur cette couche limite. Cette analyse démontre que la couche limite perd son caractère stable lorsque le critère de stabilité précédemment établi par Molinari et Clifton (1987), dans le cadre d'une théorie unidimensionnelle, est atteint. La perte de stabilité se manifeste par la « transformation » de la couche limite en une bande de cisaillement, définie comme étant la zone à l'intérieur de laquelle le travail plastique cumulé est supérieur à une valeur fixée w_c . Cette étude permet de suivre l'évolution dans le temps de la température, des champs de vitesse et de contraintes ainsi que de la célérité de la bande de cisaillement.

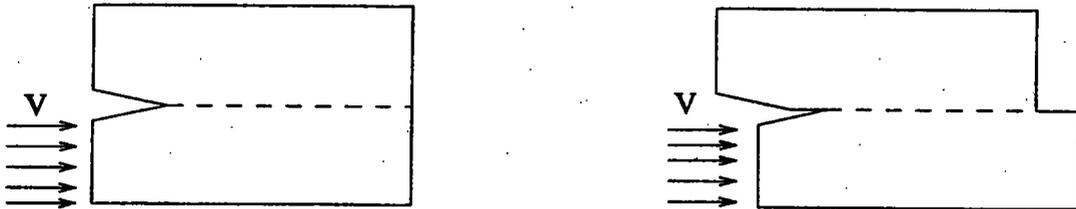


Figure 1.12. Géométrie de l'éprouvette et configuration du test d'impact. La plaque entaillée subit l'impact du projectile sur sa demi-hauteur inférieure. D'après Gioia et Ortiz (1996).

L'influence des paramètres rhéologiques du matériau est étudiée : une faible influence de la sensibilité à la vitesse m , de l'écrouissage n et de l'adoucissement thermique v est observée. Cependant, il faut noter que la sensibilité à la vitesse de déformation et l'écrouissage s'avèrent être déstabilisants alors qu'à contrario l'adoucissement thermique diminue la vitesse de propagation de la bande. L'introduction du nombre de Reynolds $R = \rho V^2 / \sigma_0$, avec ρ la masse volumique, V la vitesse d'impact et σ_0 une contrainte de référence, permet d'étudier l'évolution de la célérité de propagation de la bande en fonction de la vitesse d'impact. La figure 1.13 illustre clairement ce phénomène. Deux stades bien distincts sont identifiés : dans

le premier, la vitesse de propagation normalisée croît fortement avec R puis dans le second, une saturation de cette vitesse est observée.

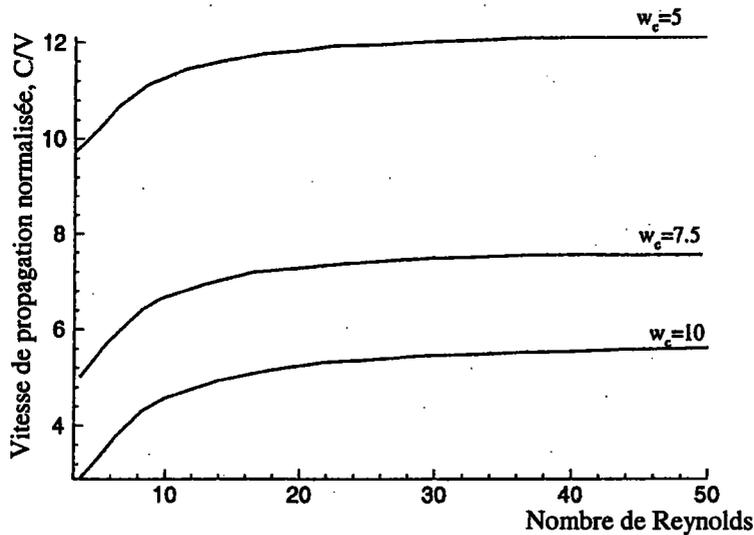


Figure 1.13. Influence des conditions de chargement sur la célérité de la bande. La dépendance en vitesse d'impact est représentée à travers le nombre de Reynolds. D'après Gioia et Ortiz (1996).

Zhou *et al.* (1996b) reprennent la configuration d'impact de plaque par un projectile pour effectuer des simulations numériques, le but étant de corroborer les essais expérimentaux déjà effectués par ces mêmes auteurs. Le matériau étudié est l'acier C300, en accord avec les expériences. La loi de comportement utilisée inclut les effets de l'érouissage, de la sensibilité à la vitesse de déformation et de l'adoucissement thermique. La conduction thermique est également prise en compte. Un critère d'endommagement est introduit dans le modèle : à partir d'une valeur de déformation critique ϵ_c , le matériau se comporte comme un fluide newtonien. Pour une valeur $\epsilon_c \approx 0.3$, les auteurs retrouvent les résultats précédemment obtenus par l'expérience, à savoir :

- il existe une vitesse seuil V_c (≈ 20 m/s) en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage.
- Pour $20 \leq V \leq 29$ m/s, une bande de cisaillement se propage dans l'éprouvette puis s'arrête pour laisser place à la propagation d'une fissure.
- Pour $V > 29$ m/s, la bande traverse toute l'éprouvette.

La présence d'une zone plastique « active », située devant la pointe de la bande, est également mise en évidence. Cette zone de déformation plastique est caractérisée par une augmentation importante de la température ($T \approx 500^\circ\text{K}$) ainsi que par le caractère quasi constant de la contrainte de cisaillement (excepté à la pointe même de la bande où de très fortes vitesses de déformation sont observées). La longueur de cette zone est évaluée à approximativement

9mm dans la direction de propagation. Loin derrière la pointe de la bande, de très hautes valeurs de température et de déformation sont obtenues, indiquant que la dissipation se poursuit après le passage de la pointe de la bande.

Une forte dépendance de la vitesse de propagation de la bande de cisaillement avec la vitesse d'impact est observée. La comparaison des valeurs estimées numériquement avec celles mesurées expérimentalement est très satisfaisante, cf figure 1.14. Etant donné que de plus grandes valeurs de vitesse d'impact peuvent être considérées lors des simulations numériques, une saturation de la vitesse de propagation de la bande est observée.

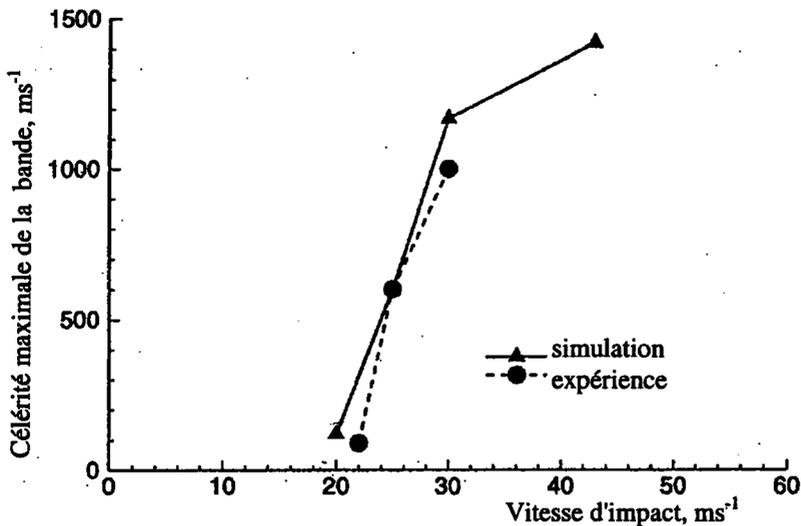


Figure 1.14. Evolution de la célérité moyenne de propagation en fonction de la vitesse d'impact. Un bon accord est observé entre simulations numériques et expériences. D'après Zhou et al. (1996a).

Batra et Ratazzi (1997) s'intéressent également à la modélisation de l'initiation et de la propagation d'une bande de cisaillement dans un tube à paroi épaisse d'acier 4340 comprenant une entaille en V en son milieu (figure 1.15). Deux chargements distincts sont considérés, l'un de torsion et l'autre de torsion combinée avec une pression axiale. La loi de comportement est de nouveau de type Johnson-Cook et l'hypothèse adiabatique est adoptée.

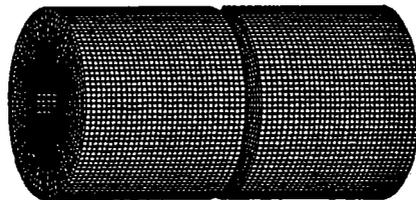


Figure 1.15. Représentation discrétisée de l'éprouvette cylindrique à paroi épaisse utilisée par Batra et Ratazzi (1997). Une entaille en V est introduite pour faciliter l'apparition d'une bande de cisaillement adiabatique.

Les auteurs évaluent la vitesse de propagation radiale de la bande s'initiant à la pointe de l'entaille. Différents critères sont utilisés pour estimer l'instant d'initiation de la bande. La figure 1.16 compare les vitesses de propagation mesurées radialement pour quatre critères distincts. Dans tous les cas, ces vitesses ne sont pas stationnaires et varient selon le critère appliqué. De plus, elles dépendent à la fois du chargement imposé et du caractère multiaxial ou non de ce chargement.

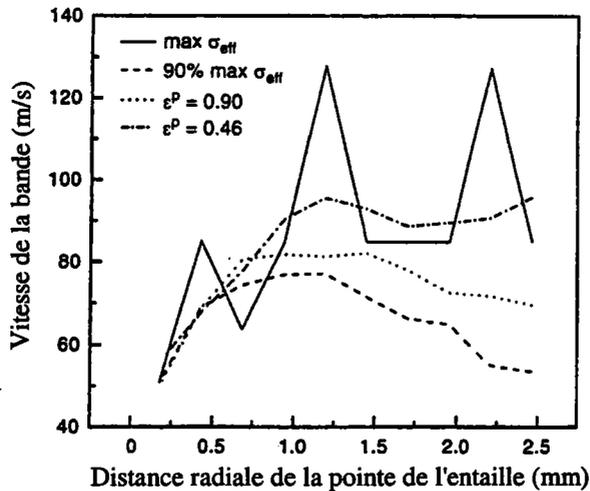


Figure 1.16. Evolution de la vitesse de propagation de la bande en fonction de la distance radiale. L'instant d'initiation de la bande est estimé par quatre critères distincts fournissant chacun des résultats différents. Le régime de propagation n'est pas stationnaire. D'après Batra et Rattazi (1997).

Une étude de l'influence de la profondeur du défaut est également effectuée. Elle conclut que ce paramètre modifie seulement la vitesse initiale de la bande. Une fois que cette bande s'est propagée radialement, sa vitesse devient indépendante de la profondeur de l'entaille. Les auteurs estiment également l'énergie nécessaire à la propagation de la bande. Finalement, les auteurs remplacent l'acier 4340 par l'acier C300 utilisé lors des expériences de Zhou *et al.* (1996a, 1996b). Ils obtiennent une vitesse de propagation maximale de l'ordre de 1000m/s, comparable à celle observée par Zhou *et al.*

Un modèle analytique destiné à analyser la propagation stationnaire d'une bande de cisaillement en mode II est proposé par Mercier et Molinari (1998). Une couche d'épaisseur finie $2h$ de CRS 1018 est soumise à un cisaillement engendré par des vitesses constantes $\pm V$ appliquées aux frontières du domaine d'étude. La bande de cisaillement est caractérisée par trois paramètres : sa largeur $2h_0$, la taille de la zone de transition Λ et la célérité de propagation C . En supposant l'écoulement incompressible et en utilisant une méthode

variationnelle, les auteurs définissent un système de deux équations non-linéaires, dont les solutions sont la célérité de la bande C et la taille de la zone de transition Λ . Le matériau est modélisé par différentes lois constitutives. Ainsi, son comportement peut être rigide parfaitement plastique, rigide viscoplastique avec adoucissement ou élastique thermo-viscoplastique. Dans ce dernier cas, l'évolution de la température est gouvernée par l'équation de la chaleur dans laquelle la conduction est négligée. Une étude paramétrique est réalisée pour comprendre le rôle des paramètres rhéologiques et géométriques sur la vitesse de propagation C et la largeur de la zone de transition Λ . L'inertie, la sensibilité à la vitesse de déformation et l'écrouissage s'avèrent être des facteurs stabilisants car une croissance de ces paramètres conduit à une diminution de C et de Λ . Au contraire l'adoucissement thermique et l'élasticité accélèrent la propagation. L'influence de la vitesse appliquée aux bords est également étudiée. Dans le cas d'un comportement élastique thermo-viscoplastique, une faible influence de la vitesse au bord est observée sur la célérité de propagation, voir figure 1.17. Enfin cette étude montre l'importance de la restitution d'énergie élastique sur la propagation.

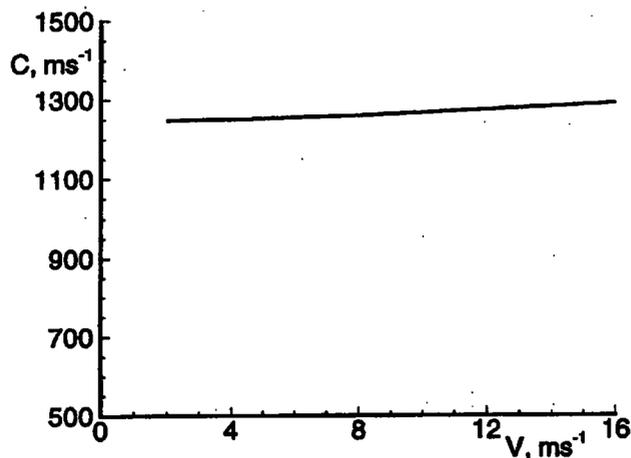


Figure 1.17. Evolution de la vitesse de propagation de la bande C en fonction de la vitesse appliquée V . Une faible influence de V sur C est observée. D'après Mercier et Molinari (1998).

Dans de récents travaux numériques, Lee et Prakash (1998) simulent la propagation d'une instabilité plastique dans une éprouvette de taille infinie comportant une entaille semi-infinie et soumise à un chargement de cisaillement pendant un temps très court. Ils utilisent une loi de comportement élastique viscoplastique comportant un adoucissement thermique et font varier les paramètres rhéologiques du matériau dans le but d'observer leur influence sur la

propagation de l'instabilité. Ils déterminent ainsi les champs de contrainte, de déformation et de température à la pointe de l'instabilité et montrent le caractère stabilisant de l'érouissage et de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la propagation. La vitesse de propagation de l'instabilité est également estimée pour plusieurs matériaux mais s'avère non stationnaire, voir figure 1.18. Puis, reprenant l'idée de Grady (1992) et de Zhou *et al.* (1996b), un concept de résistance à la propagation est également introduit par l'intermédiaire de l'intégrale J. Les auteurs montrent que les valeurs les plus élevées de cette quantité correspondent aux matériaux présentant la meilleure résistance à la propagation. Enfin, Lee et Prakash (1998) évaluent également la dissipation au sein de l'éprouvette et indiquent, contrairement à l'hypothèse de Grady (1992) suivant laquelle aucune dissipation n'a lieu derrière la pointe de la bande, que la valeur maximale de dissipation est observée à l'intérieur de la zone localisée.

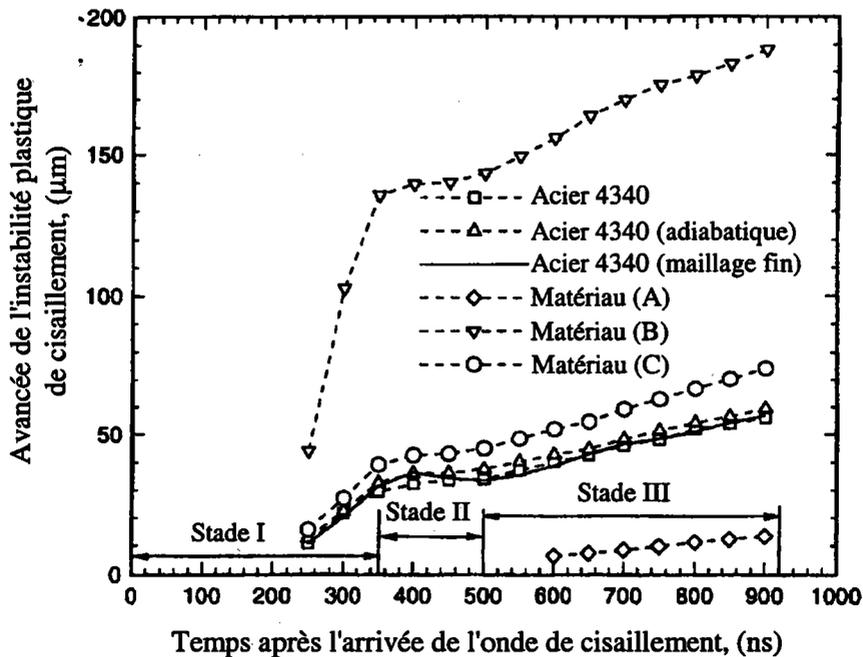


Figure 1.18. Evolution de l'avancée de l'instabilité plastique, en fonction du temps après l'arrivée, de l'onde de cisaillement pour différentes configurations. Trois régimes sont visualisables dans chacun des cas. D'après Lee et Prakash (1998).

Enfin Batra et Gummella (2000) simulent l'impact d'une plaque entaillée par un projectile de section rectangulaire. Une loi de comportement de type Johnson-Cook est utilisée. Les effets des paramètres du matériau et de la vitesse d'impact sur le mode de rupture observé sont étudiés. Ainsi, un érouissage important ou une limite d'élasticité élevée engendrent la propagation d'une bande de cisaillement suivant un angle de -10° par rapport à l'axe de l'entaille. La vitesse de propagation de la bande est estimée, dans ce cas, à 100m/s. Pour les

aciers à limite d'élasticité moyenne, deux bandes de cisaillement sont observées, l'une se propageant suivant un angle de -10° et l'autre suivant un angle de -128° par rapport à l'axe de l'entaille. La formation de ces bandes de cisaillement est observée pour de fortes valeurs de vitesses d'impact ($>30\text{m/s}$). Les vitesses inférieures à cette valeur seuil engendrent une rupture fragile, conformément aux expériences de Kalthoff.

Ces modèles, développés indépendamment les uns des autres, apportent chacun leur contribution à la connaissance du mécanisme de propagation des bandes de cisaillement adiabatique. Cependant, ils utilisent quasiment tous des configurations, des matériaux ou des lois de comportement différentes, ce qui rend la comparaison entre les résultats difficile. La plupart d'entre eux aboutissent à des constatations intéressantes mais qui restent non explicitées. Les phénomènes physiques mis en jeu ne peuvent être interprétés car aucun de ces modèles n'effectue une analyse systématique de l'ensemble des paramètres intervenant dans ce problème. Notre travail a donc consisté à effectuer cette analyse pour tenter de répondre aux interrogations liées à ce processus de propagation.

FORMULATION DU PROBLEME

CHAPITRE 2.

Formulation du problème.

Le rôle de ce chapitre est de préciser le cadre thermodynamique dans lequel nous abordons le problème de propagation des bandes de cisaillement adiabatique. Il nous permettra, entre autres, de fixer les notations que nous employons et de définir les hypothèses simplificatrices que nous avons adoptées dans ce travail. La majeure partie de ces hypothèses a été imposée par le choix du logiciel de simulation. Il s'agit du code commercial ABAQUS Explicit (2000), utilisant la technique des éléments finis. L'objectif principal de notre travail est de comprendre le rôle joué par les paramètres physiques, tels que les paramètres du matériau, les sollicitations extérieures ou la géométrie de la couche cisailée, dans le processus de propagation des bandes de cisaillement. Aucune routine spécifique (utilisateur) n'a été développée durant cette thèse pour particulariser le code. Nous utilisons celui-ci comme une « machine d'essai » permettant de réaliser des expériences numériques de cisaillement conduisant à la localisation de la déformation, et d'évaluer à tout instant les champs thermomécaniques liés au problème.

2.1 Définition du cadre thermomécanique de l'étude.

2.1.1 Principe des puissances virtuelles.

Nous considérons un milieu continu déformable dont les propriétés seront définies dans la suite. Le mouvement de ce milieu est repéré par rapport à un système d'axes orthonormés fixe. Dans la configuration initiale (de référence), la position d'un point matériel est donnée par le vecteur \mathbf{X} de coordonnées X_i . Le même point à un instant t est repéré par le vecteur $\mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ de coordonnées x_i . On introduit également le vecteur déplacement \mathbf{u} et le tenseur gradient de transformation \mathbf{F} respectivement définis par :

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}, \quad \mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.1)$$

$$u_i = x_i - X_i, \quad F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (2.2)$$

Ce dernier peut être décomposé d'une manière multiplicative en une partie élastique F^e et plastique F^p . Cette décomposition, proposée par Lee et Lin (1967), introduit la notion d'une configuration relâchée dans laquelle la déformation élastique est relaxée :

$$F = F^e \cdot F^p \quad (2.3)$$

La dérivation par rapport au temps du vecteur position $x(X,t)$ ou déplacement $u(X,t)$ définit le vecteur vitesse v :

$$v = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} = \dot{x} = \dot{u} \quad (2.4)$$

Le tenseur gradient des vitesses $L = \dot{F}F^{-1}$ est également introduit. Il est défini de la façon suivante :

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial v_i}{\partial X_K} \frac{\partial X_K}{\partial x_j} \quad (2.5)$$

En utilisant la décomposition de Lee, nous pouvons écrire :

$$L = L^e + L^p \quad (2.6)$$

où

$$L^e = \dot{F}^e (F^e)^{-1} \quad (2.7)$$

et

$$L^p = F^e \dot{F}^p (F^p)^{-1} (F^e)^{-1} \quad (2.8)$$

Le gradient des vitesses se décompose également en parties symétrique et antisymétrique nommées respectivement :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \text{ tenseur taux de déformation} \quad (2.9)$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \text{ tenseur taux de rotation} \quad (2.10)$$

Par conséquent, en combinant les deux décompositions, nous obtenons :

$$\mathbf{D}^e = \frac{1}{2}(\mathbf{L}^e + \mathbf{L}^{eT}) \quad (2.11)$$

et

$$\mathbf{W}^e = \frac{1}{2}(\mathbf{L}^e - \mathbf{L}^{eT}) \quad (2.12)$$

puis

$$\mathbf{D}^p = \frac{1}{2}(\mathbf{L}^p + \mathbf{L}^{pT}) \quad (2.13)$$

et

$$\mathbf{W}^p = \frac{1}{2}(\mathbf{L}^p - \mathbf{L}^{pT}) \quad (2.14)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit respectivement, dans la configuration eulérienne et lagrangienne :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \ddot{u}_i \text{ ou } \frac{\partial \Pi_{iJ}}{\partial X_J} + \rho_0 b_i = \rho_0 \ddot{u}_i \quad (2.15)$$

avec \mathbf{b} les forces massiques, $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes de Cauchy et $\boldsymbol{\Pi}$ le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff.

D'autres mesures de contraintes seront également utilisées dans ce travail.

En multipliant cette loi de conservation par le vecteur des vitesses virtuelles δv , et en intégrant le résultat sur le volume du solide, nous obtenons le principe des puissances virtuelles, base de la formulation de la méthode des éléments finis. Ce principe s'écrit de la façon suivante, dans la configuration lagrangienne :

$$\int_{V_0} \frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial X_J} \delta v_i dV_0 + \int_{V_0} \rho_0 b_i \delta v_i dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 \ddot{u}_i \delta v_i dV_0 \quad (2.16)$$

Puisque l'égalité suivante est vérifiée :

$$\frac{\partial \Pi_{ij}}{\partial X_J} \delta v_i = \frac{\partial(\Pi_{ij} \delta v_i)}{\partial X_J} - \Pi_{ij} \frac{\partial \delta v_i}{\partial X_J} = \frac{\partial(\Pi_{ij} \delta v_i)}{\partial X_J} - \Pi_{ij} \delta \dot{F}_{ij} \quad (2.17)$$

nous obtenons, en appliquant le théorème de la divergence :

$$- \int_{V_0} \Pi_{ij} \delta \dot{F}_{ij} dV_0 + \int_{S_0} \Pi_{ij} \delta v_i N_J dS_0 + \int_{V_0} \rho_0 b_i \delta v_i dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 \ddot{u}_i \delta v_i dV_0 \quad (2.18)$$

La puissance massique des efforts intérieurs est définie de la façon suivante :

$$- \mathcal{P}_{int} = \frac{1}{\rho_0} \Pi_{ij} \dot{F}_{ij} = \frac{1}{\rho_0} S_{IJ} \dot{E}_{IJ} = \frac{1}{\rho_0} \tau_{ij} D_{ij} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} D_{ij} \quad (2.19)$$

avec S le second tenseur de Piola-Kirchhoff, τ le tenseur de Kirchhoff et E le tenseur des déformations de Green-Lagrange. Nous utilisons dans la suite du problème le tenseur τ . Le principe des puissances virtuelles écrit en fonction de cette quantité devient :

$$- \int_{V_0} \tau_{ij} \delta D_{ij} dV_0 + \int_{S_0} \tau_{ij} F_{ij}^{-T} \delta v_i N_J dS_0 + \int_{V_0} \rho_0 b_i \delta v_i dV_0 = \int_{V_0} \rho_0 \ddot{u}_i \delta v_i dV_0 \quad (2.20)$$

Ce principe variationnel, valable quel que soit le comportement du matériau, sera utilisé plus loin pour définir l'approche aux éléments finis.

2.1.2 Premier principe de la thermodynamique.

Dans le chapitre précédent, nous avons mis l'accent sur le rôle de l'adoucissement thermique dans le processus d'initiation et de propagation des BCA. Il est donc à la fois naturel et indispensable de prendre en compte, dans la démarche que nous envisageons, le couplage thermomécanique. Une approche classique, basée sur les principes de la thermodynamique, est utilisée ici.

Le premier principe de la thermodynamique s'écrit pour un solide, ou une partie de ce solide :

$$\dot{E} + \dot{K} = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{cal}} \quad (2.21)$$

avec \dot{E} et \dot{K} les dérivées particulières des énergies interne et cinétique, \mathcal{P}_{ext} la puissance des efforts extérieurs et \mathcal{P}_{cal} le taux de chaleur reçue par le solide appelé aussi puissance calorifique. Par l'application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\dot{K} = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{int}} \quad (2.22)$$

ce bilan peut se réécrire sous la forme :

$$\dot{E} = \mathcal{P}_{\text{cal}} - \mathcal{P}_{\text{int}} \quad (2.23)$$

Dans ces expressions, \mathcal{P}_{int} correspond à la puissance des efforts intérieurs. Nous avons déjà introduit la puissance massique de ces efforts \mathcal{P}_{int} . Par conséquent, nous pouvons écrire :

$$\mathcal{P}_{\text{int}} = \int_V \mathcal{P}_{\text{int}} \, dm = \int_V \rho \mathcal{P}_{\text{int}} \, dV = \int_{V_0} \rho_0 \mathcal{P}_{\text{int}} \, dV_0 \quad (2.24)$$

où

$$-\mathcal{P}_{\text{int}} = \int_V \sigma_{ij} D_{ij} \, dV = \int_{V_0} \tau_{ij} D_{ij} \, dV_0 = \int_{V_0} \Pi_{IJ} F_{IJ} \, dV_0 = \int_{V_0} S_{IJ} \dot{E}_{IJ} \, dV_0 \quad (2.25)$$

Nous envisageons ensuite deux voies possibles de transmission de la chaleur au milieu : d'une part par conduction à travers la frontière du solide, d'autre part par l'existence d'une source volumique. Nous écrivons alors :

$$\mathcal{P}_{\text{cal}} = \int_S h(\mathbf{n})dS + \int_V r dV \quad (2.26)$$

où $h(\mathbf{n})$ est la densité surfacique du taux de chaleur reçue par conduction et r correspond à la densité volumique du taux de chaleur reçue par le milieu. La loi de Fourier postule la forme suivante de l'apport surfacique :

$$h(\mathbf{n}) = -\mathbf{q}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} \quad (2.27)$$

où $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ est le vecteur densité surfacique du taux de chaleur reçue par conduction (vecteur courant). Nous pouvons donc écrire, dans les deux configurations :

$$\mathcal{P}_{\text{cal}} = -\int_S \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} dS + \int_V r dV = -\int_{S_0} \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{N} dS_0 + \int_{V_0} r_0 dV_0 \quad (2.28)$$

où conformément à la formule de Nanson :

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\mathbf{q} \text{ avec } J = \det \mathbf{F} \quad (2.29)$$

En introduisant les expressions de \mathcal{P}_{cal} et \mathcal{P}_{int} dans le bilan énergétique (2.23) et en considérant que l'énergie interne admet une densité massique e , nous obtenons :

$$\int_{V_0} \rho_0 \dot{e} dV_0 = \int_{V_0} \tau_{ij} D_{ij} dV_0 + \int_{V_0} r_0 dV_0 - \int_{S_0} \mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{N} dS_0 \quad (2.30)$$

ou en appliquant le théorème de la divergence :

$$\int_{V_0} \rho_0 \dot{e} dV_0 = \int_{V_0} \tau_{ij} D_{ij} dV_0 + \int_{V_0} r_0 dV_0 - \int_{V_0} \text{Div} \mathbf{q}_0 dV_0 \quad (2.31)$$

Dans le cas d'un solide isolé thermiquement (évolution adiabatique), le taux de chaleur reçu par le solide devient nul. Les égalités suivantes sont vérifiées : $q_0=0$ et $r_0=0$. Il en résulte que :

$$\int_{V_0} \rho_0 \dot{e} dV_0 = \int_{V_0} \tau_{ij} D_{ij} dV_0 \quad (2.32)$$

Etant donné que nous avons admis la décomposition additive du taux de déformation \mathbf{D} en parties élastique \mathbf{D}^e et plastique \mathbf{D}^p , nous pouvons écrire \dot{E} sous la forme :

$$\dot{E} = \dot{E}^e + \dot{E}^p = \int_{V_0} \tau : \mathbf{D}^e dV_0 + \int_{V_0} \tau : \mathbf{D}^p dV_0 \quad (2.33)$$

Nous aboutissons à la relation finale définissant le premier principe de la thermodynamique en conditions adiabatiques :

$$\mathcal{P}_{\text{ext}} = \dot{E}^e + \dot{E}^p + \dot{K} \quad (2.34)$$

Nous exploiterons cette dernière relation dans l'analyse de la propagation des bandes de cisaillement adiabatique.

2.1.3 Comportement thermomécanique du matériau.

Pour identifier les paramètres susceptibles d'influencer la propagation des bandes de cisaillement adiabatique et comprendre leur rôle sur la propagation, il est nécessaire de définir l'ensemble des couplages thermomécaniques intervenant dans le problème.

Nous postulons que l'énergie interne est fonction de l'ensemble des variables d'état suivantes : l'entropie S et le sous-ensemble de variables ξ . Nous supposons aussi que S admet une entropie spécifique η , c'est-à-dire que :

$$S = \int_V \eta dm = \int_V \rho \eta dV = \int_{V_0} \rho_0 \eta dV_0 \quad (2.35)$$

Nous postulons ensuite que le sous-ensemble des variables d'état ξ est constitué du tenseur de déformation élastique lagrangien (par rapport à la configuration relâchée) $\mathbf{E}^e = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^e + \mathbf{I})$, qui est une variable observable, et de l'ensemble α^K des variables internes ou cachées. Ces dernières décrivent l'évolution de la structure interne du matériau au niveau microscopique, évolution se manifestant au niveau macroscopique par des irréversibilités. La dérivée particulière de l'énergie interne s'écrit alors :

$$\dot{e} = \frac{\partial e}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial e}{\partial \mathbf{E}^e} : \dot{\mathbf{E}}^e + \frac{\partial e}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K \quad (2.36)$$

L'équation d'état, qu'on appelle également équation de Gibbs, étant donnée par l'expression :

$$\dot{e}(\eta, \mathbf{E}^e, \alpha^K) = T \dot{\eta} + \frac{1}{\rho_0} \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e + \frac{1}{\rho_0} \mathbf{Y}^K \dot{\alpha}^K, \quad (2.37)$$

la comparaison de ces deux écritures permet les identifications suivantes :

- $T = \frac{\partial e}{\partial \eta}$. T est la température absolue.
- $\mathbf{T} = \rho_0 \frac{\partial e}{\partial \mathbf{E}^e}$. \mathbf{T} représente le tenseur des contraintes associé à la déformation élastique \mathbf{E}^e .

Il s'agit du second tenseur de Piola-Kirchhoff exprimé dans la configuration relâchée, c'est-à-dire :

$$\mathbf{T} = \mathbf{J}^e (\mathbf{F}^e)^{-1} \boldsymbol{\sigma} (\mathbf{F}^e)^{-T} \quad (2.38)$$

où $\mathbf{J}^e = \det \mathbf{F}^e$.

- $\mathbf{Y}^K = \rho_0 \frac{\partial e}{\partial \alpha^K}$ est un ensemble de forces thermodynamiques associées aux variables internes α^K .

Nous introduisons l'énergie libre de Helmholtz ϕ par la transformation de Legendre-Fenchel de l'énergie interne :

$$\phi(T, \mathbf{E}^e, \alpha^K) = e(\eta, \mathbf{E}^e, \alpha^K) - T \eta \quad (2.39)$$

puis l'énergie de Gibbs ψ par la transformation de Legendre-Fenchel de l'énergie libre :

$$\psi(T, \mathbf{T}, \alpha^K) = \phi(T, \mathbf{E}^e, \alpha^K) - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{E}^e : \mathbf{T} = e(\eta, \mathbf{E}^e, \alpha^K) - T\eta - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{E}^e : \mathbf{T} \quad (2.40)$$

Sa dérivée particulière est par conséquent :

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{T}} : \dot{\mathbf{T}} + \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K \quad (2.41)$$

De plus nous avons, à partir de (2.40) :

$$\dot{\psi} = \dot{e} - T\dot{\eta} - \eta\dot{T} - \frac{1}{\rho_0} \dot{\mathbf{E}}^e : \mathbf{T} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{E}^e : \dot{\mathbf{T}} \quad (2.42)$$

L'introduction de (2.37) dans cette dernière donne :

$$\dot{\psi} = -\eta\dot{T} - \frac{1}{\rho_0} \mathbf{E}^e : \dot{\mathbf{T}} + \frac{1}{\rho_0} \mathbf{Y}^K \dot{\alpha}^K \quad (2.43)$$

Par identification avec la formule (2.41) nous obtenons :

$$\eta = -\frac{\partial \psi}{\partial T}, \quad \mathbf{E}^e = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{T}} \quad \text{et} \quad \mathbf{Y}^K = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \quad (2.44)$$

L'introduction de cette nouvelle fonction d'état demande une réécriture du bilan d'énergie (2.31). En utilisant la relation (2.37) ainsi que l'identification effectuée précédemment concernant \mathbf{Y}^K , ce bilan devient :

$$\int_{V_0} \left(\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 \dot{\eta} T + \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e \right) dV_0 = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D} dV_0 + \int_{V_0} r_0 dV_0 - \int_{V_0} \text{Div} \mathbf{q}_0 dV_0 \quad (2.45)$$

L'équation ci-dessus définit tous les couplages qui interviennent dans le processus de déformation thermomécanique d'un solide. Certains de ces phénomènes sont relativement bien compris et modélisés, d'autres restent difficiles à interpréter, d'autres enfin sont négligeables pour une classe de matériaux donnée. Dans le paragraphe suivant nous discutons des simplifications qui nous semblent acceptables pour la modélisation de la propagation de bandes de cisaillement adiabatique.

2.1.3.1 Comportement thermique.

Dans l'équation (2.45) figure la dérivée particulière de l'entropie. Nous admettons que l'entropie spécifique est fonction des mêmes variables d'état que l'énergie libre de Gibbs Ψ , à savoir la température absolue T , le tenseur de contrainte \mathbf{T} et les variables α^K . Par conséquent :

$$\dot{\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{T}} \dot{\mathbf{T}} + \frac{\partial \eta}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K \quad (2.46)$$

Puisque, d'après (2.44), $\eta = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}$ nous obtenons, après multiplication par T :

$$T\dot{\eta} = -T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial T} \dot{T} - T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{T}} \dot{\mathbf{T}} + T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha^K \partial T} \dot{\alpha}^K \quad (2.47)$$

Cette équation décrit trois couplages thermomécaniques possibles. Premièrement le facteur associé à \dot{T} correspond à la chaleur spécifique à contrainte constante :

$$C_\sigma(T, \mathbf{T}) = -T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = T \frac{\partial \eta}{\partial T} \quad (2.48)$$

D'une manière générale, cette propriété thermique peut être fonction de la température et du niveau de contrainte. Dans nos simulations, nous supposons qu'elle reste constante. Par contre, nous analyserons l'influence de cette propriété sur le phénomène de propagation des BCA. La chaleur spécifique C_σ constitue ainsi le premier paramètre de notre analyse. Nous

admettons qu'elle peut être approchée par la chaleur spécifique à pression constante, C_p propriété plus aisée à obtenir des bases de données matériaux courantes.

$$C_\sigma \approx C_p.$$

Deuxièmement, le facteur associé à \dot{T} s'écrit, d'après (2.44) :

$$-T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial T} = \frac{T}{\rho_0} \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial T} = \frac{T}{\rho_0} \boldsymbol{\alpha} \quad (2.49)$$

où $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial T}$ est le tenseur des dilatations thermiques. L'expression ci-dessus (combinée avec \dot{T}) représente alors la production de chaleur liée à la déformation élastique du solide. Ce couplage thermomécanique a une influence non-négligeable pour des chargements à température élevée ou à très forte pression hydrostatique. Un chargement de cisaillement simple sera envisagé dans ce travail. Nous supposons donc que ce couplage peut être négligé dans notre analyse.

Le troisième terme associé à $\dot{\alpha}^K$ correspond à la chaleur de transformations internes. La dénomination plus précise de ce couplage dépend du choix des variables internes. Très peu d'études ont été consacrées à l'analyse de ce couplage, c'est pourquoi peu de données sont disponibles concernant ce phénomène. Nous sommes donc contraints à négliger son rôle sur la production d'entropie.

Finalement, le taux d'entropie est donné par l'expression :

$$T\dot{\eta} = C_p \dot{T} \quad (2.50)$$

Le bilan thermique (2.45) s'écrit alors :

$$\int_{V_0} \left(\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 C_p \dot{T} + \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e \right) dV_0 = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D} dV_0 + \int_{V_0} r_0 dV_0 - \int_{V_0} \text{Div} \mathbf{q}_0 dV_0 \quad (2.51)$$

Deux hypothèses supplémentaires sont admises dans la suite. Il est supposé que :

- le terme r_0 décrivant l'apport volumique de la chaleur est nul (pas de réaction chimique ou changement de phases) :

$$r_0=0 \quad (2.52)$$

- la loi de Fourier est valable :

$$\mathbf{q}_0 = -k \text{Grad} T \quad (2.53)$$

avec k le coefficient de conductivité thermique (cas isotrope). L'opérateur gradient dans la configuration de référence est noté **Grad**. L'introduction de ces relations dans (2.51) engendre une forme simplifiée du bilan thermique :

$$\int_{V_0} \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 C_p \dot{T} + \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e dV_0 = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D} dV_0 - \int_{V_0} \text{Div}(k \text{Grad} T) dV_0 \quad (2.54)$$

D'une manière générale, les deux propriétés k et ρ_0 figurant dans cette expression peuvent être fonction de la température. Dans nos simulations, nous supposons qu'elles sont constantes. Par contre, la conductivité thermique k et la masse volumique ρ_0 constituent deux nouveaux paramètres de notre étude.

2.1.3.2 Comportement élastique.

Nous définissons à présent les couplages liés au comportement élastique. Pour ce faire, nous étudions la variable \mathbf{E}^e . Nous admettons que cette dernière dépend des mêmes variables d'état que l'énergie libre de Gibbs ψ , à savoir la température absolue T , le tenseur des contraintes \mathbf{T} et les variables α^K . Par conséquent, la dérivée particulière de la déformation élastique figurant dans le bilan énergétique vaut :

$$\dot{\mathbf{E}}^e = \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial T} : \dot{T} + \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial \mathbf{T}} : \dot{\mathbf{T}} + \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K \quad (2.55)$$

Il a été identifié dans (2.44) que :

$$\mathbf{E}^e = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{T}}$$

ainsi :

$$\dot{\mathbf{E}}^e = -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{T}} : \dot{\mathbf{T}} - \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{T}} \dot{\mathbf{T}} - \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^K \partial \mathbf{T}} \dot{\alpha}^K \quad (2.56)$$

Analysons le premier terme de cette égalité. Il décrit la variation de la déformation élastique en fonction de la contrainte \mathbf{T} . Introduisons le tenseur d'ordre 4 des souplesses élastiques $\tilde{\mathbf{S}}^*$:

$$\tilde{\mathbf{S}}^*(\mathbf{T}, \mathbf{T}) = \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial \mathbf{T}} = -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{T}} \quad (2.57)$$

Dans notre étude, nous supposons que le comportement élastique du matériau est linéaire (indépendant du tenseur de contrainte \mathbf{T}) et isotrope.

Analysons à présent le deuxième terme de (2.56). Il décrit la variation de la déformation élastique en fonction de la température. Nous avons déjà introduit le tenseur des dilatations thermique α . Nous rappelons ici sa définition :

$$\alpha(\mathbf{T}, \mathbf{T}) = \frac{\partial \mathbf{E}^e}{\partial \mathbf{T}} = -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{T}} \quad (2.58)$$

La dilatation thermique, et par conséquent les contraintes thermiques, sont négligées dans notre analyse. Cette décision est argumentée par les motifs suivants : la dilatation thermique joue un rôle capital dans un problème où l'apport extérieur de chaleur est important. Or, dans notre cas, cet apport est nul. De plus, Mandel (1969) a démontré que l'influence du coefficient de dilatation thermique sur le comportement dynamique des matériaux métalliques viscoplastiques était négligeable. Nous vérifierons par la suite que la dilatation thermique ne modifie pratiquement pas la vitesse de propagation des bandes.

Le dernier terme de l'équation (2.56) décrit l'influence de l'évolution de la structure interne du matériau sur ses propriétés élastiques. Pour les matériaux métalliques habituels, cette influence est négligeable. Nous ne prenons donc pas en compte ce phénomène dans notre analyse.

De ces hypothèses simplificatrices résulte la loi de comportement élastique du matériau qui s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{E}}^e = \tilde{\mathbf{S}}^* : \dot{\mathbf{T}} \quad \text{ou la relation inverse} \quad \dot{\mathbf{T}} = \tilde{\mathbf{C}}^* : \dot{\mathbf{E}}^e$$

avec :

$$\tilde{\mathbf{C}}^* = (\tilde{\mathbf{S}}^*)^{-1} \quad (2.59)$$

Dans notre étude, l'hypothèse des petites déformations élastiques est adoptée. La loi de Hooke est décrite par la relation :

$$\boldsymbol{\tau}^J = \dot{\boldsymbol{\tau}} - \mathbf{W} \cdot \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W} = \tilde{\mathbf{C}} : \mathbf{D}^e \quad (2.60)$$

où

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^e \cdot \tilde{\mathbf{C}}^* \cdot \mathbf{F}^{eT} \cdot \mathbf{F}^{eT} \quad (2.61)$$

et où $\boldsymbol{\tau}^J$ correspond à la dérivée objective de Jaumann du tenseur des contraintes de Kirchhoff.

Le comportement élastique est supposé isotrope. Par conséquent, le tenseur des constantes élastiques est défini par deux constantes uniquement : le module de cisaillement μ et le coefficient de Poisson ν . ABAQUS admet la dépendance des constantes d'élasticité en fonction de la température, cependant, dans toutes les simulations que nous présentons ici, elles sont supposées constantes. Par contre, nous analysons l'influence du module de cisaillement du matériau μ sur la vitesse de propagation des bandes. Le module de cisaillement est le quatrième paramètre de notre analyse.

2.1.3.3 Energie bloquée.

Par la décomposition additive du taux de déformation \mathbf{D} en parties élastique \mathbf{D}^e et plastique \mathbf{D}^p , l'équation (2.54) devient :

$$\int_{V_0} \left(\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 C_p \dot{T} + \mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e \right) dV_0 = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^e dV_0 + \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^p dV_0 - \int_{V_0} \text{Div}(\mathbf{kGrad}T) dV_0 \quad (2.62)$$

Il est facile de démontrer que :

$$\mathbf{T} : \dot{\mathbf{E}}^e = \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^e \quad (2.63)$$

par conséquent :

$$\int_{V_0} \left(\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 C_p \dot{T} \right) dV_0 = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^p dV_0 - \int_{V_0} \text{Div}(\mathbf{kGrad}T) dV_0 \quad (2.64)$$

ou encore localement :

$$\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K + \rho_0 C_p \dot{T} = \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^p - \text{Div}(\mathbf{kGrad}T) \quad (2.65)$$

Pendant la déformation plastique des métaux à froid (pour des températures inférieures à la moitié de leur température de fusion), une forte proportion du travail de déformation plastique est convertie en chaleur. Nous notons β cette proportion. Cependant, une proportion $(1-\beta)$ de ce travail est également « emmagasinée » dans le matériau sous la forme d'une énergie bloquée, liée à la création de défauts microscopiques et à l'évolution de la structure interne du métal. Les premières investigations expérimentales publiées en 1934, dont le but était de caractériser la fraction d'énergie bloquée, sont liées aux noms de Taylor et Quinney (1934). Plus récemment en France, Chrysochoos (1987) a effectué des mesures de même type en affinant l'évolution de cette fraction avec la déformation plastique. Lipinski *et al.* (1990) ont retrouvé ce phénomène dans le cadre de la modélisation auto-cohérente du comportement

élasto-plastique des métaux. Après une courte phase croissante, allant jusqu'à environ 3 à 4% de la déformation plastique pour laquelle $(1-\beta)$ avoisine 10 % du travail plastique, la fraction de l'énergie bloquée décroît d'une manière monotone. Son niveau, en fonction du matériau, se stabilise entre 2 et 5 %. Dans ce travail, nous supposons que la fraction de l'énergie bloquée $(1-\beta)$ est constante. Nous analyserons son influence sur la propagation des bandes de cisaillement adiabatique. β constitue donc le cinquième paramètre de notre étude.

L'équation (2.65) prend alors la forme :

$$\rho_0 C_p \dot{T} - \beta \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P + \text{Div}(k \text{Grad} T) = (1-\beta) \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P - \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K \quad (2.66)$$

où

$$\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \alpha^K} \dot{\alpha}^K = (1-\beta) \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P \quad (2.67)$$

et

$$\rho_0 C_p \dot{T} + \text{Div}(k \text{Grad} T) = \beta \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P \quad (2.68)$$

conformément à la définition de la fraction d'énergie bloquée.

Finalement, le bilan d'énergie (2.64) s'écrit :

$$\int_{V_0} \rho C_p \dot{T} dV_0 = \int_{V_0} \beta \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P dV_0 - \int_{V_0} \text{Div}(k \text{Grad} T) dV_0 \quad (2.69)$$

La méthode des éléments finis, que nous rappellerons ultérieurement, fait appel à cette relation, multipliée de part et d'autre par la variation de température δT :

$$\int_{V_0} \rho C_p \dot{T} \delta T dV_0 = \int_{V_0} \beta \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^P \delta T dV_0 - \int_{V_0} \text{Div}(k \text{Grad} T) \delta T dV_0 \quad (2.70)$$

Pour caractériser totalement cette dernière relation, il reste à définir la loi reliant contrainte et vitesse de déformation plastique.

2.1.4 Comportement viscoplastique du matériau.

Dans notre cas, une seule variable interne scalaire α est choisie pour décrire l'évolution de la microstructure du matériau. Nous supposons, en effet, que le modèle d'érouissage isotrope est adapté à notre étude car le chargement que nous appliquerons sera quasi-radial. La variable choisie correspond à la déformation plastique cumulée $\bar{\epsilon}^P$, définie par intégration au cours du temps de la vitesse de déformation plastique équivalente D_{eq}^P :

$$\bar{\epsilon}^P(t) = \int_0^t D_{eq}^P(t') dt' \quad (2.71)$$

D_{eq}^P est elle-même donnée par la relation suivante :

$$D_{eq}^P = \left(\frac{2}{3} D_{ij}^P D_{ij}^P \right)^{1/2} \quad (2.72)$$

où D_{ij}^P représente les composantes du tenseur des vitesses de déformation plastique.

L'utilisation de la règle de normalité ainsi que du critère de von Mises permet de construire, dans le cas du comportement viscoplastique, une relation reliant le tenseur D^P au tenseur des contraintes déviatoriques s :

$$D_{ij}^P = \frac{3}{2} \frac{D_{eq}^P}{\sigma_e} s_{ij} \quad (2.73)$$

avec σ_e la contrainte équivalente de von Mises donnée par :

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.74)$$

Il existe un grand nombre de lois de formes très diverses et présentant un degré plus ou moins élevé de complexité pour relier contrainte et déformation. Nous présentons dans le paragraphe suivant quelques-uns de ces modèles, de structure généralement très simple, non pas dans le

but d'effectuer une revue exhaustive des lois de comportement existantes, mais afin d'explicitier notre choix.

2.1.4.1 Modèles usuels.

Dans le cas général, une équation décrivant la réponse macroscopique d'un élément de volume sous une sollicitation homogène donnée est appelée loi de comportement. Dans des configurations où les changements de température et les effets visqueux peuvent être négligés, la forme la plus simple des lois de comportement décrit l'évolution de la contrainte équivalente σ_e en fonction de la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^P$. L'une des expressions les plus fréquemment utilisées dans ce cas est la loi puissance de Ludwik (1927) :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^P)^n \quad (2.75)$$

où n est le coefficient d'érouissage.

Cependant, lorsque le matériau risque d'être sollicité par de grandes vitesses de déformation, il devient nécessaire de prendre en compte sa sensibilité à la vitesse de déformation. En effet, pour des matériaux métalliques, une augmentation de la vitesse de déformation conduit à augmenter le niveau de la contrainte pour une déformation donnée. Une formulation possible prenant en compte cette sensibilité à la vitesse est l'extension de la relation (2.75) sous forme puissance :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^P)^n (D_{eq}^P)^m \quad (2.76)$$

avec m la sensibilité à la vitesse de déformation.

Enfin, il est également très important de ne pas négliger l'effet de la température sur la contrainte d'écoulement dans le choix d'une loi de comportement. Lorsque le chargement est appliqué de façon très rapide et que le matériau est faiblement conducteur, les élévations locales de température dues à la conversion de l'énergie plastique en chaleur peuvent être très élevées. Ainsi, une forte altération des propriétés mécaniques du matériau peut être observée.

Une forme simple de loi de comportement introduisant les effets de la température est extrapolée de la relation (2.76) :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^P)^n (D_{eq}^P)^m T^{-\nu} \quad (2.77)$$

où ν est le coefficient d'adoucissement thermique ($\nu > 0$).

Les relations de la forme de l'équation (2.77) sont très souvent utilisées de par leur facilité d'écriture. De plus, les valeurs des paramètres de ces lois sont aisément caractérisables par l'expérience.

Cependant, l'évolution de la contrainte en fonction de la température peut également être de type linéaire, comme par exemple dans la loi de type Litonski (1977):

$$\sigma_e = c(1 - aT)(1 + bD_{eq}^P)^m (\bar{\epsilon}^P)^n \quad (2.78)$$

où bien encore dans celle de Kobayashi et Dodd (1988, 1989):

$$\sigma_e = B(\bar{\epsilon}^P)^n (D_{eq}^P)^m (1 - aT) \quad (2.79)$$

Parmi les nombreuses autres formes de loi de comportement existant dans la littérature, nous pouvons également citer celle de Johnson et Cook (1983), très fréquemment utilisée dans la modélisation de procédés dynamiques :

$$\sigma_e = (A + B(\bar{\epsilon}^P)^n) \left(1 + C \ln D_{eq}^{P*} \right) (1 - T^{*m}) \quad (2.80)$$

avec $D_{eq}^{P*} = D_{eq}^P / D_0^P$ et $T^* = (T - T_{amb}) / (T_f - T_{amb})$. Les valeurs D_0^P , T_{amb} et T_f sont respectivement la vitesse de déformation équivalente de référence, la température ambiante et la température de fusion.

Bien que l'ensemble de ces lois de comportement constituent, dans la plupart des cas, de bonnes approximations du comportement réel des matériaux, Lubahn (1947) et Klepaczko

(1965) démontrent qu'il est parfois nécessaire de considérer la dépendance des coefficients m et n avec la température. Klepaczko (1987) propose alors la loi suivante :

$$\sigma_e(\bar{\epsilon}^P, D_{eq}^P, T) = B(T)(\bar{\epsilon}^P + \epsilon_0^P)^{n(T)} (D_{eq}^P)^{m(T)} \quad (2.81)$$

où $n(T)$, $m(T)$ et $B(T)$ représentent respectivement le coefficient d'érouissage, la sensibilité à la vitesse de déformation et le module plastique en fonction de la température.

2.1.4.2 Choix de la loi de comportement.

2.1.4.2.1 Loi initiale.

De nombreux auteurs ont démontré que la présence d'un maximum sur la courbe contrainte-déformation était une condition nécessaire à l'apparition de bandes de cisaillement adiabatique. Or, la présence de ce maximum trouve son origine dans la compétition entre les effets stabilisants de l'érouissage et les effets déstabilisants de l'adoucissement thermique. Il convient donc d'utiliser des lois de comportement faisant appel à ces deux paramètres au minimum. De plus, les vitesses de déformation mises en jeu lors de la propagation de bandes de cisaillement pouvant être extrêmement élevées, il est nécessaire de prendre en compte la sensibilité à la vitesse de déformation. Enfin, l'objectif de notre travail étant d'explicitier les phénomènes physiques régissant la propagation des bandes de cisaillement adiabatique, une loi de forme très simple (à l'intérieur de laquelle les différents paramètres de l'étude puissent être facilement découplés) doit être utilisée.

C'est pourquoi nous avons choisi d'introduire dans notre modèle la loi puissance citée précédemment et employée par Molinari et Clifton (1987) :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^P + \epsilon_0^P)^n T^{-\nu} (D_{eq}^P + D_0^P)^m \quad (2.82)$$

où K contrôle le niveau de la contrainte, n est le coefficient d'érouissage ($n > 0$), m représente la sensibilité à la vitesse de déformation ($m > 0$) et ν caractérise l'adoucissement thermique ($\nu > 0$). Nous appellerons dorénavant cette loi : loi A. Une prédéformation plastique ϵ_0^P est

introduite. La valeur de ε_0^p (0.0057) est choisie de façon à correspondre au maximum de la courbe contrainte-déformation, pour une vitesse de déformation donnée. Puisque nous portons notre attention sur la propagation de la bande, la partie de la courbe contrainte-déformation précédent l'instabilité présente peu d'importance. Une vitesse de déformation initiale D_0^p (10^{-3}s^{-1}), correspondant à une vitesse quasi-statique, apparaît également dans l'expression (2.82) de façon à définir la limite d'élasticité.

Contrairement à la loi (2.81) de Klepaczko (1987) citée dans le paragraphe précédent, les coefficients n , ν et m de la loi A sont indépendants de la température. Cependant, ils constituent avec K quatre nouveaux paramètres dans notre analyse et leur influence sur la propagation de bandes de cisaillement sera étudiée plus loin. De plus de nombreuses études ont démontré que la valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation m n'est pas constante en fonction de la vitesse de déformation. En effet, la plupart des essais réalisés sur les aciers indiquent que cette valeur varie peu jusqu'à des vitesses de déformation équivalentes de l'ordre de 10^4s^{-1} et qu'elle croît fortement pour des valeurs plus élevées. Cette dépendance de la vitesse de déformation nominale sur la sensibilité à la vitesse de déformation m n'est pas prise en compte dans l'ensemble de nos calculs. Néanmoins, l'étude paramétrique réalisée plus loin permettra d'analyser l'influence d'une variation de m sur le processus de propagation des bandes de cisaillement.

Enfin, un argument supplémentaire justifie le choix de la loi A. En effet l'objectif initial de notre travail était d'effectuer une comparaison entre nos simulations numériques et les résultats fournis par le modèle analytique de Mercier et Molinari (1998). Il s'est donc avéré nécessaire d'utiliser la même loi de comportement, et a fortiori le même matériau, que ces auteurs. Les valeurs des paramètres physiques de l'acier CRS 1018 sont reportées en table 2.1.

Paramètres	C.R.S. 1018
K	6.3 GPa
m	0.019
n	0.015
ν	0.38
C_p	500 J/ kg K
β	0.9
k	50 W/m K
ρ	7800 kg/ m ³
μ	80 GPa

Table 2.1. Paramètres physiques de l'acier C.R.S. 1018.

2.1.4.2.2 Loi supplémentaire.

Les valeurs des paramètres de la loi A ont été caractérisées expérimentalement par Clifton *et al.* (1984) pour une gamme de vitesses de déformation nominale variant de 700 à 1200s⁻¹. Cependant, lorsque de très fortes températures sont mises en jeu, la loi de comportement A devient inadaptée car elle prévoit une diminution de la contrainte d'écoulement uniquement jusqu'à la moitié de sa valeur initiale lorsque la température de fusion est atteinte. La physique du problème n'est donc absolument plus respectée. Par conséquent, il nous a paru indispensable d'introduire une deuxième loi de comportement conservant la même structure que la loi initiale mais conduisant à une chute de la contrainte à zéro lorsque la température de fusion est atteinte. Cette loi est la suivante :

$$\sigma_e = K'(\bar{\epsilon}^p + \epsilon_0^p)^n (D_{eq}^p + D_0^p)^m \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)^p \right) \quad (2.83)$$

T₀ est la température initiale, K' vaut KT₀^{-v} et p est un nouveau paramètre permettant d'ajuster la chute de contrainte. Cette relation est nommée loi B.

La valeur de p est choisie de façon à rendre les lois de comportement A et B aussi proches que possible l'une de l'autre pour un intervalle de températures compris entre 300 et 500K et pour une vitesse de déformation nominale de 1000s⁻¹. Au-delà de cette température, la contrainte chute quasi-linéairement jusqu'à 0 (figure 2.1). La comparaison entre ces deux lois de comportement est effectuée dans le but de comprendre l'influence de la chute de contrainte sur la propagation d'une bande de cisaillement.

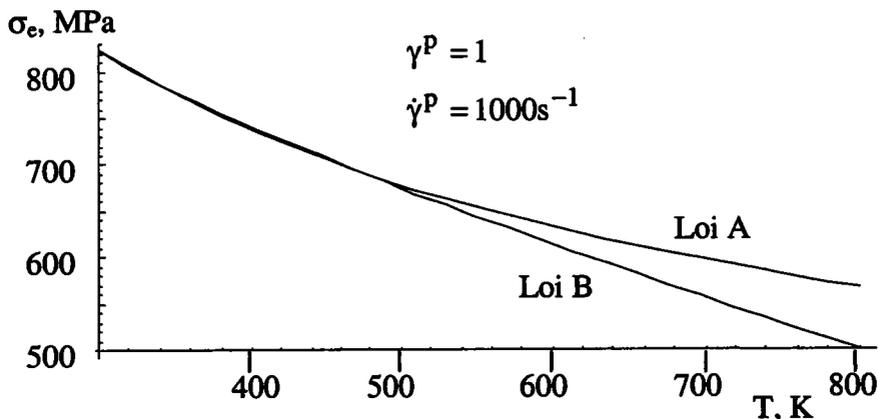


Figure 2.1. Comparaison entre les lois de comportement A et B. $\gamma^p = 1, \dot{\gamma}^p = 1000s^{-1}$, $p=0.85$. Pour $300 \leq T \leq 500K$, les deux lois sont très proches l'une de l'autre.

2.2 Méthode des éléments finis.

La discrétisation d'un solide en un nombre fini de points (nœuds) N et des sous-systèmes (éléments) E permet d'exprimer les équations (2.20) et (2.70) en fonction des variables nodales suivantes :

- u_i^I les composantes du vecteur déplacement au nœud I ,
- T^I la température au nœud I .

Les équations (2.22) et (2.73) peuvent alors s'écrire sous la forme :

$$\sum_{J=1}^N M^{IJ} \ddot{u}_i^J + I_i^I = P_i^I \quad (2.84)$$

$$\sum_{J=1}^N C^{IJ} \dot{T}^J + A^I = S^I \quad (2.85)$$

avec : M^{IJ} la matrice des masses

C^{IJ} la matrice de capacité thermique

I_i^I le vecteur des forces nodales intérieures (correspondant au terme $\tau : D$)

P_i^I le vecteur des forces nodales extérieures

A^I le vecteur de flux interne (correspondant au terme de conduction thermique)

S^I le vecteur des sources de chaleur (correspondant au terme $\beta\tau : D^p$)

Pour résoudre le système d'équations (2.84, 2.85), ABAQUS (2000) fait appel à un algorithme explicite.

2.2.1 Partie mécanique.

Les accélérations sont déterminées, au début de l'incrément, en résolvant l'équation (2.84) :

$$\sum_{J=1}^N M^{IJ} \ddot{u}_i^J + I_i^I = P_i^I$$

La procédure explicite utilise toujours une matrice de masse diagonale, de manière à ce qu'elle puisse être facilement inversée. Par conséquent, la résolution de ce problème est simple. Le calcul de l'accélération au nœud I revient en effet à résoudre l'équation :

$$\ddot{u}_i^I = M^{\Pi^{-1}} (P_i^I - I_i^I) \quad (2.86)$$

Le calcul des vitesses s'effectue ensuite en intégrant les accélérations au cours du temps et en utilisant la règle des différences finies centrées suivante :

$$\dot{u}_{(t_{i+1/2})}^I = \dot{u}_{(t_{i-1/2})}^I + \frac{\Delta t_{(i+1)} + \Delta t_{(i)}}{2} \ddot{u}_{(t_i)}^I \quad (2.87)$$

avec $\Delta t_{(i)} = t_{(i)} - t_{(i-1)}$ et $\Delta t_{(i+1)} = t_{(i+1)} - t_{(i)}$. Il faut noter que les accélérations sont supposées constantes durant l'incrément de temps tout entier.

Puis les vitesses sont à leur tour intégrées pour calculer la valeur des déplacements à la fin de l'incrément :

$$u_{(t_{i+1})}^I = u_{(t_i)}^I + \Delta t^{(i+1)} \dot{u}_{(t_{i+1/2})}^I \quad (2.88)$$

Pour fonctionner, cet algorithme doit être complété par les conditions initiales précisant la position initiale $u_{i(0)}^I$ et la vitesse initiale $\dot{u}_{i(0)}^I$ du nœud I.

En résumé, l'équation d'équilibre dynamique permet de fournir les accélérations au début de l'incrément. Connaissant les accélérations, les vitesses et les déplacements sont obtenus explicitement au cours du temps. Le terme « explicite » indique que l'état à la fin de l'incrément de temps est uniquement basé sur l'état des déplacements, vitesses et accélérations au début de l'incrément. Pour que la méthode produise des résultats précis, les incréments de temps doivent être suffisamment petits de telle sorte que les accélérations puissent être considérées comme constantes durant l'incrément de temps. Il existe une taille critique de l'incrément de temps (appelée incrément de temps stable) au-dessus de laquelle une instabilité numérique peut se produire. Cette limite est définie de la façon suivante :

$$\Delta t_{\text{stable}} = \min\left(\frac{L_e}{c_d}\right) \quad (2.89)$$

où L_e est la dimension caractéristique de l'élément considéré et c_d est la vitesse d'onde élastique longitudinale définie par $c_d = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ dans le cas isotrope. L'incrément de temps critique correspond alors au temps mis par une onde longitudinale pour traverser la plus petite dimension de la structure. Le logiciel ABAQUS détermine automatiquement la limite de stabilité au cours du calcul et utilise toujours des incréments de temps légèrement inférieurs afin d'éviter toute instabilité numérique.

2.2.2 Partie thermique.

La valeur de \dot{T}^I est déterminée au début de l'incrément en résolvant l'équation (2.85) :

$$\sum_{J=1}^N C^{IJ} \dot{T}^J + A^I = S^I$$

A nouveau, la matrice de capacité thermique est diagonale, de façon à faciliter les calculs. Le calcul de \dot{T}^I revient donc à résoudre l'équation :

$$\dot{T}^I = C^{\Pi^{-1}} (S^I - A^I) \quad (2.90)$$

Le calcul de la température au nœud I s'effectue ensuite en intégrant l'équation (2.90) et en utilisant la règle des différences décentrées à droite :

$$T_{(t_{i+1})}^I = T_{(t_i)}^I + \Delta t_{(t_{i+1})} \dot{T}_{(t_i)}^I \quad (2.91)$$

Pour amorcer la procédure, il est nécessaire de préciser la température initiale $T_{(0)}^I$ du nœud I. Il existe un incrément de temps critique pour la partie thermique. Cependant, dans la plupart des applications où les parties mécanique et thermique sont couplées, c'est la réponse

mécanique qui impose la limite de stabilité. L'incrément de temps critique est alors calculé comme indiqué précédemment dans la partie mécanique.

2.3 Sensibilité des résultats à l'égard du maillage.

Toute simulation numérique par éléments finis doit, pour être validée, fournir des résultats indépendants du maillage utilisé. Lorsque des phénomènes tels que la formation et la propagation de bandes de cisaillement sont abordés, se pose le problème de la largeur de bande. En effet, il se peut que la loi de comportement étudiée ne permette pas d'introduire une longueur caractéristique définissant la largeur de bande minimale. Le logiciel d'éléments finis, lui, possède cette longueur caractéristique qui correspond à la taille d'un élément. La bande de cisaillement formée est alors constituée d'une seule maille dans sa largeur. La solution ainsi fournie est directement liée à la taille de la maille et peut être fondamentalement différente si cette taille change.

Plusieurs méthodes ont ainsi été mises en évidence afin d'éliminer cette sensibilité au maillage. Parmi les plus couramment utilisées nous pouvons citer l'introduction dans la loi de comportement d'un terme de déformation du deuxième ordre (Belytschko (1989)) ou bien la prise en compte de la sensibilité à la vitesse de déformation selon Needleman (1988), Perzyna (1992) ou Lodygowski *et al.* (1994), ou bien encore l'introduction de la conduction thermique dans l'équation de la chaleur (Lemonds and Needleman (1986)).

2.3.1 Modèle utilisé.

Avant d'aborder la modélisation de la propagation d'une bande de cisaillement, nous vérifions que les équations de notre problème conduisent bien à une indépendance des résultats vis-à-vis du maillage. Pour cela, nous nous plaçons dans un cas simple, unidimensionnel, de formation de bande de cisaillement.

2.3.1.1 Conditions aux limites

Nous modélisons le cisaillement d'une couche de dimensions finies soumise, sur ses bords, à des vitesses $\pm V$. Grâce aux symétries du problème, il nous est possible de n'étudier qu'une moitié de l'éprouvette, voir figure 2.2. La présence d'un défaut thermique situé au milieu de

l'éprouvette mais sur toute sa longueur permet la formation d'une bande de cisaillement tout le long de l'échantillon. Le problème devient alors unidimensionnel dans le sens où il ne dépend plus que de la coordonnée y . Tout flux de chaleur à travers les frontières de l'échantillon est interdit ($q=0$).

2.3.1.2 Conditions initiales.

Un profil de vitesses variant linéairement de $v_x(x, 0)=0$ à $v_x(x, h)=V$ est imposé initialement de façon à établir un champ de vitesses homogène au moment où la bande se forme. La température initiale varie, dans le défaut, de 300 à 400K sur une hauteur δ composée de plusieurs éléments (voir figure 2.2). La valeur de δ est choisie arbitrairement car elle ne doit pas intervenir dans la définition de la largeur de la bande formée si le problème est correctement régularisé. Enfin, la température initiale est fixée à 300K à l'extérieur du défaut.

Résumé :

• conditions aux limites :

- $v_x(x, h, t)=V$
- $v_x(x, 0, t)=0$
- $v_y(x, 0, t)=0$ (2.92)
- $q(x, 0, t)=0$
- $q(x, h, t)=0$
- $q(0, y, t)=0$
- $q(l, y, t)=0$

• conditions initiales :

- $T(x, 0 \leq y \leq \delta, 0)=400-100 \frac{y}{\delta}$
- $T(x, y > \delta, 0)=300K$ (2.93)
- $v_x(x, y, 0)=V \frac{y}{h}$

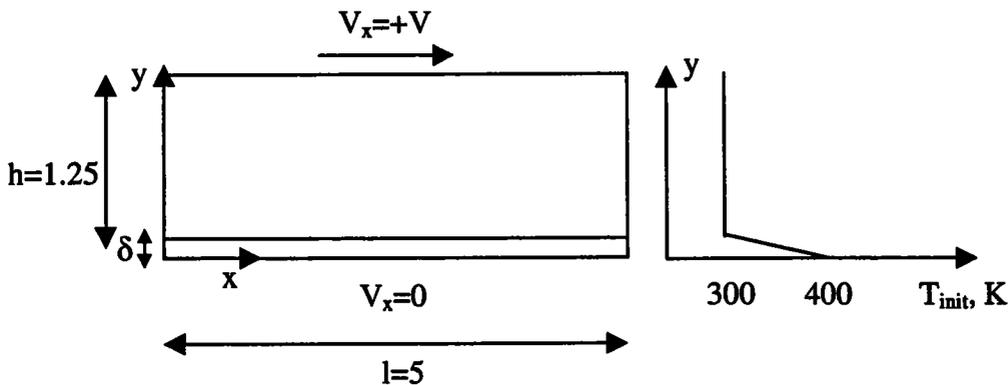


Figure 2.2. Configuration utilisée pour le modèle unidimensionnel. Une demi-couche de hauteur h est soumise à un chargement de cisaillement. Un défaut thermique est introduit sur toute la longueur de l'éprouvette pour permettre la formation de la bande.

2.3.2 Maillage.

Des expériences ont déjà été effectuées sur l'acier CRS 1018 par Marchand et Duffy (1987). L'ordre de grandeur de la largeur de bande (que nous notons dès à présent w) est donc connu, a priori, pour les conditions expérimentales utilisées par ces auteurs. Ainsi, pour une vitesse de déformation nominale de 1600s^{-1} , une largeur de bande de l'ordre de $100\mu\text{m}$ est observée dans l'acier CRS 1018. Une taille minimale de maille de $20\mu\text{m}$ est donc utilisée dans la zone susceptible de voir se former la bande de cisaillement. Puis la taille de la maille augmente progressivement au fur et à mesure que l'on s'éloigne de cette zone, voir figure 2.3.

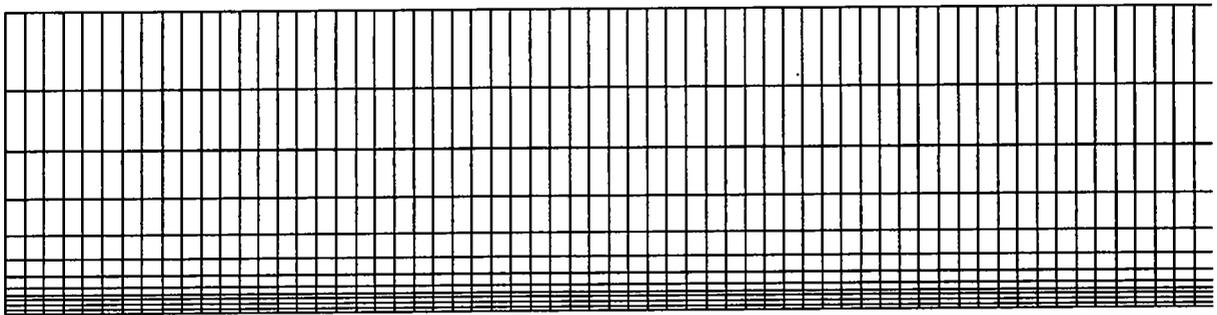


Figure 2.3. Représentation du maillage utilisé lors de l'étude unidimensionnelle. La hauteur minimale de maille est de $20\mu\text{m}$.

2.3.3 Résultats.

2.3.3.1 Cas d'une loi de comportement sensible à la vitesse en configuration adiabatique.

Nous analysons, dans un premier temps le cas adiabatique (c'est-à-dire sans terme de conduction) pour un matériau dont le comportement est décrit par la loi A (dépendante de la vitesse de déformation).

Plusieurs définitions ont été proposées dans la littérature, pour caractériser la largeur de bande. Celle de Batra et Kim (1991) consiste à évaluer la largeur de la bande comme étant la zone ayant une vitesse de déformation supérieure au dixième du maximum de cette vitesse. Une autre solution adoptée par Klepaczko utilise comme mesure de la largeur de bande la

distance séparant les maxima $\frac{\partial T}{\partial y}$ ou $\frac{\partial \gamma}{\partial y}$. Nous choisissons d'adopter la première méthode dans ce travail.

La configuration adiabatique fournit, pour une vitesse de déformation nominale $\dot{\gamma}_{\text{nom}}$ de 1600s^{-1} (correspondant à une vitesse de chargement $V = \dot{\gamma}_{\text{nom}} h$ de 2m/s), les résultats indiqués sur la figure 2.4. L'évolution des vitesses de déformation plastique équivalente est rapportée en fonction du temps pour trois éléments situés sur une section droite de l'éprouvette et au voisinage de l'axe $y=0$. Une stabilisation des valeurs de vitesses de déformation est observée à partir de $t=150\mu\text{s}$. Il apparaît clairement, d'après le critère de Batra et Kim (1991) que la localisation de la déformation s'effectue sur un seul élément.

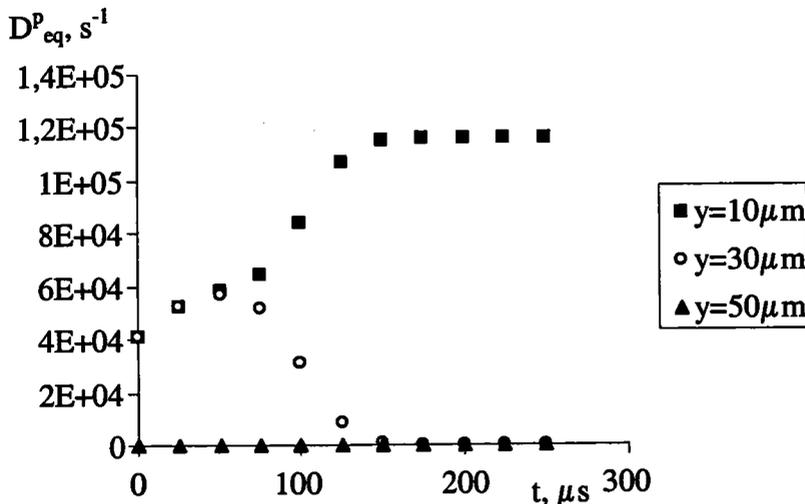


Figure 2.4. Evolution de la vitesse de déformation plastique équivalente D^p_{eq} en fonction du temps pour 3 éléments situés sur une section droite au voisinage de l'axe $y=0$. La coordonnée y indique la position du point d'intégration de chaque élément. La configuration adoptée est adiabatique et la loi de comportement sensible à la vitesse de déformation. Un maillage grossier est utilisé. Une vitesse V de 2m/s est appliquée.

Afin d'être certain que le problème ne provient pas d'une surestimation de la largeur de bande, un maillage plus fin est considéré. Celui-ci comporte des éléments de $5\mu\text{m}$ de largeur dans la zone proche de $y=0$. Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 2.5. A nouveau, la localisation s'effectue sur une seule rangée d'éléments, ce qui indique que la prise en compte de la sensibilité à la vitesse de déformation ne constitue pas, dans notre cas, un élément suffisant pour éliminer la dépendance des résultats à l'égard du maillage. Ce constat a déjà été effectué par Deltort (1993) lors de travaux réalisés sur la localisation de la déformation. De plus, Sluys *et al.* (1992) ont observé, au cours de simulations réalisées sur

une couche sollicitée en cisaillement, une localisation inconditionnelle de la déformation sur une seule rangée d'éléments, malgré l'utilisation d'une loi de comportement avec viscosité dans leurs calculs. Ils ont remarqué que ce résultat était obtenu lorsque les effets stabilisants de la viscosité étaient contrebalancés par une chute de contrainte due à un quelconque adoucissement. Dans le modèle analytique développé par Molinari et Clifton (1987), les auteurs démontrent également que la localisation de la déformation a lieu, dans le cas adiabatique, lorsque le ratio des déformations en deux points distincts (dont l'un se situe dans la zone localisée et l'autre à l'extérieur) tend vers l'infini en fonction du temps. Ainsi, toute la déformation se localise en un point donné. Si ce résultat est appliqué à un problème discrétisé, il est nécessaire que la localisation s'effectue sur une seule rangée d'éléments.

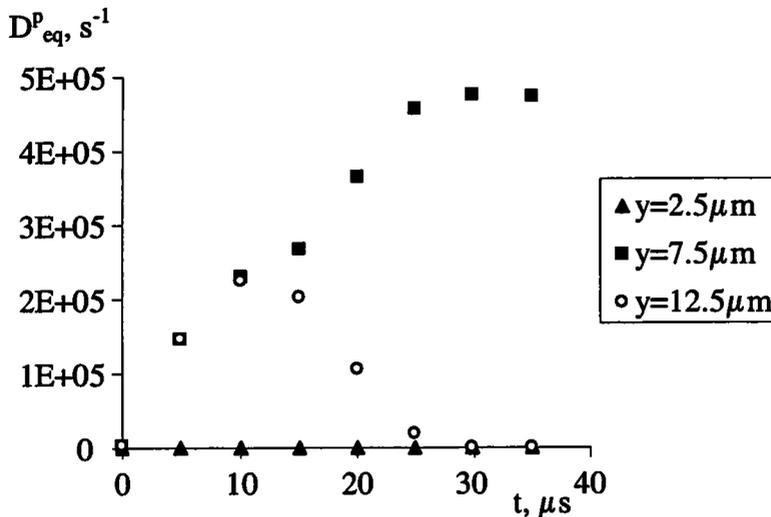


Figure 2.5. Evolution de la vitesse de déformation plastique équivalente D^p_{eq} en fonction du temps pour 3 éléments situés sur une section droite au voisinage de l'axe $y=0$. La coordonnée y indique la position du point d'intégration de chaque élément. La configuration adoptée est adiabatique et la loi de comportement sensible à la vitesse de déformation. Un maillage fin est utilisé. Une vitesse V de 2m/s est appliquée.

2.3.3.2 Cas avec conduction thermique pour une loi de comportement indépendante de la vitesse.

Nous nous plaçons ensuite dans le cas où la conductivité thermique est prise en compte dans l'équation de la chaleur. Le matériau est décrit par une loi de comportement indépendante de la vitesse de déformation. Cette loi possède la structure suivante :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^p + \epsilon_0^p)^n T^{-\nu} D_0^p{}^m \quad (2.94)$$

Un maillage grossier est considéré (taille minimale de l'élément $20\mu\text{m}$). Pour une vitesse imposée V de 2m/s , l'évolution des vitesses de déformation reportée sur la figure 2.6 indique qu'une fois encore la bande formée n'est constituée que d'une seule rangée d'éléments.

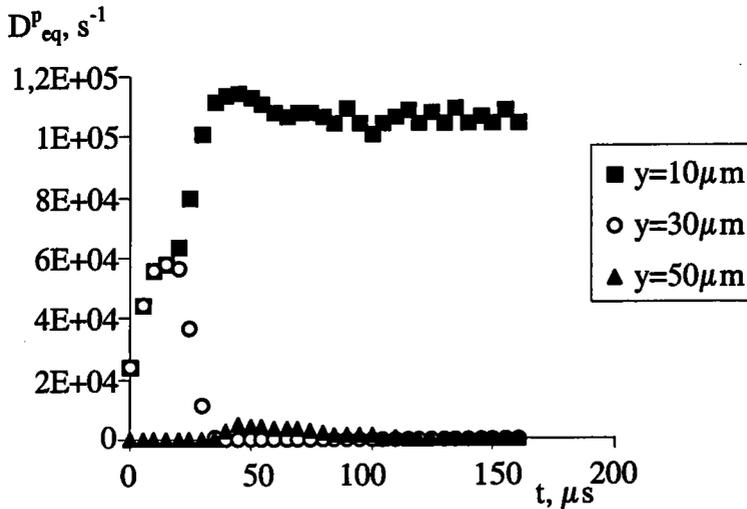


Figure 2.6. Evolution de la vitesse de déformation plastique équivalente D^p_{eq} en fonction du temps pour 3 éléments situés sur une section droite au voisinage de l'axe $y=0$. La coordonnée y indique la position du point d'intégration de chaque élément. La conduction thermique est prise en compte et la loi de comportement est insensible à la vitesse de déformation. Un maillage grossier est utilisé. Une vitesse V de 2m/s est appliquée.

Nous pouvons noter que des tests réalisés sur un maillage plus fin aboutissent à la même conclusion. Par conséquent, la conductivité thermique ne permet pas, à elle seule, de structurer la largeur de la bande de cisaillement (pour la configuration testée ici).

2.3.3.3 Conduction thermique et loi de comportement sensible à la vitesse.

Finalement, nous étudions simultanément les effets de la conductivité thermique et d'une loi de comportement sensible à la vitesse de déformation (loi A). La figure 2.7 montre que, cette fois, la bande se forme sur 2 éléments de $20\mu\text{m}$. Des essais réalisés avec un maillage plus fin conduisent à une localisation sur 8 éléments de $5\mu\text{m}$. La largeur de bande est donc physiquement définie et ne dépend plus de la taille minimale de maille imposée. Nous pouvons également indiquer que la valeur de $40\mu\text{m}$ relevée dans le cas du maillage grossier ne correspond pas à la taille de la zone du défaut thermique ($60\mu\text{m}$ ici). Ceci confirme également l'indépendance des résultats vis-à-vis du défaut initial. Finalement, pour le modèle entier la largeur de bande w est évaluée à $80\mu\text{m}$.

En conclusion, il apparaît comme indispensable de faire intervenir à la fois la conduction thermique et une loi de comportement sensible à la vitesse de déformation dans le problème que nous traitons, pour pouvoir obtenir une solution physique indépendante de la taille du maillage. La relation (1.3) obtenue par Dinzart et Molinari (1998) exprimant la largeur de bande w en fonction des paramètres de chargement et des paramètres matériau permet de confirmer cette remarque. En effet, selon cette relation, si la sensibilité à la vitesse m ou la conductivité thermique k s'annule, la largeur de bande w devient égale à zéro.

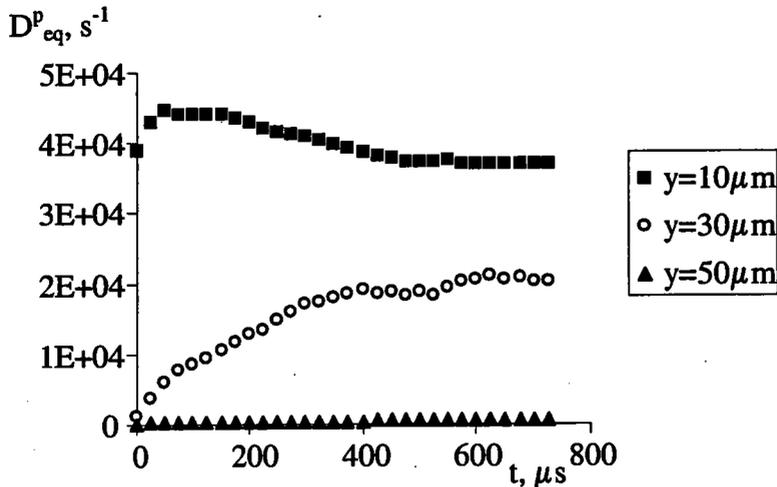


Figure 2.7. Evolution de la vitesse de déformation plastique équivalente D^p_{eq} en fonction du temps pour 3 éléments situés sur une section droite au voisinage de l'axe $y=0$. La coordonnée y indique la position du point d'intégration de chaque élément. La conduction thermique est incluse et la loi de comportement est sensible à la vitesse de déformation. Un maillage grossier est utilisé. Une vitesse V de 2m/s est appliquée.

Il vient d'être démontré que les équations de notre problème conduisent bien, en matière de largeur de bande, à une indépendance des résultats vis-à-vis du maillage. Il nous est donc possible d'étudier cette quantité plus en détail.

2.4 Influence de la vitesse de chargement sur la largeur de bande.

2.4.1 Introduction.

De nombreux auteurs ont cherché à obtenir une loi d'évolution de la largeur de bande de cisaillement adiabatique en fonction des paramètres rhéologiques du matériau ainsi que des conditions de chargement appliquées. Les divers modèles unidimensionnels, relatés au

chapitre 1, fournissent des résultats assez différents suivant les configurations et les lois de comportement adoptées. Nous profitons de ce paragraphe pour effectuer nos propres simulations afin de les comparer aux modèles existants. Nous nous intéresserons plus particulièrement ici, à l'influence de la vitesse appliquée V sur les valeurs de largeur de bande obtenues. Le modèle utilisé est identique à celui présenté pour les tests de sensibilité des résultats à l'égard du maillage. Les deux lois de comportement A et B sont introduites l'une après l'autre dans le modèle et les résultats obtenus sont comparés.

2.4.2 Résultats

Si la largeur de bande est influencée par la vitesse imposée aux bords, il est nécessaire d'utiliser un maillage fin permettant de rendre compte assez précisément des variations possibles. Un maillage comprenant des éléments de $5\mu\text{m}$ dans la zone susceptible de composer la bande de cisaillement est considéré dans la plupart des calculs. Les vitesses de déformation nominale étudiées varient de 560 à $120 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ (ce qui correspond à des vitesses aux bords comprises entre 0.7 et 150 m/s).

La figure 2.8 illustre les résultats obtenus avec les deux lois de comportement.

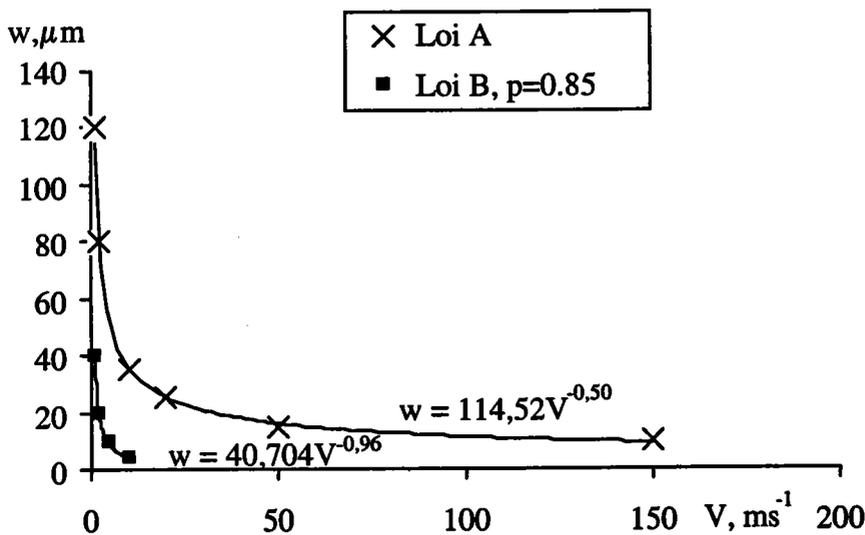


Figure 2.8. Evolution de la largeur de bande w en fonction de la vitesse appliquée V pour les deux lois de comportement A et B. Les résultats obtenus diffèrent fortement suivant la loi considérée.

Cette figure montre clairement la diminution de la largeur de bande avec la vitesse appliquée. Cette remarque se justifie par le fait qu'une augmentation de la vitesse V provoque une

croissance des vitesses de déformation mises en jeu, favorisant ainsi la localisation de la déformation.

Cependant, il apparaît sur cette même figure que les résultats obtenus diffèrent fortement suivant la loi de comportement utilisée. D'une part, la loi de comportement B, dans laquelle l'adoucissement thermique est le plus important, fournit des largeurs de bandes plus faibles que la loi de comportement A. Ceci s'explique par le fait qu'un adoucissement thermique plus important engendre une chute plus brutale de la contrainte, empêchant ainsi la conduction d'homogénéiser les températures et donc d'élargir la bande. D'autre part, la valeur des exposants fournis par les courbes de tendance indique que l'évolution de w est plus fortement influencée par la vitesse appliquée V dans le cas de la loi B que dans le cas de la loi A. En effet, la largeur de bande suit une évolution de la forme :

$$w \propto 1/\sqrt{V} \text{ pour la loi A} \quad (2.95)$$

et

$$w \propto 1/V \text{ pour la loi B.} \quad (2.96)$$

Il est intéressant de remarquer que ces deux tendances ont toutes deux été observées analytiquement ou numériquement dans la littérature. Ainsi, l'approche développée par Merzer (1982) permet d'obtenir une expression similaire à la relation (2.95) alors que le modèle développé par Dinziart et Molinari (1998), dans le cas d'une loi de comportement à adoucissement linéaire, aboutit à une équation de la forme de (2.96).

En ce qui concerne l'acier CRS 1018, les essais réalisés par Marchand et Duffy (1987) indiquent une largeur de bande de l'ordre de $100\mu\text{m}$ pour une vitesse imposée de 2m/s . Les résultats obtenus dans nos simulations fournissent, dans les mêmes conditions de chargement, une largeur de $80\mu\text{m}$ dans le cas de la loi A et une largeur de $20\mu\text{m}$ pour la loi B. Ceci semble indiquer que la loi de comportement A est la plus adaptée pour une telle configuration.

***MODELISATION DE LA PROPAGATION
DES BANDES DE CISAILLEMENT
ADIABATIQUE***

CHAPITRE 3.

Modélisation de la propagation des bandes de cisaillement adiabatique.

Le chapitre précédent nous a permis de définir les équations de notre problème en rappelant la formulation adoptée par ABAQUS, de justifier nos choix en matière de loi de comportement ainsi que de vérifier l'indépendance de nos résultats vis-à-vis du maillage. Nous avons également défini l'ensemble des paramètres matériau intervenant dans notre étude.

Nous abordons à présent le véritable objectif de notre travail, à savoir la modélisation de la propagation de bandes de cisaillement adiabatique. La description de notre modèle permet, dans un premier temps, d'achever la présentation des différents paramètres susceptibles d'influencer la propagation.

3.1 Géométrie du modèle.

La configuration choisie pour étudier la propagation d'une bande de cisaillement est une couche d'épaisseur finie $2h$, de longueur finie L soumise à un mode de cisaillement simple. Les dimensions h et L constituent ainsi deux paramètres géométriques de notre analyse. Le mode de déformation est obtenu par application de vitesses constantes $\pm V$ sur les frontières supérieure ($y = +h$) et inférieure ($y = -h$) de la couche. La vitesse V représente elle-aussi un paramètre de notre étude. Un repère Oxy est défini, Ox étant la direction de cisaillement.

Ce modèle est utilisé dans le but de reproduire les expériences de Marchand et Duffy (1988) réalisées sur des tubes à paroi mince soumis à un chargement de torsion. La couche cisailée représente la développée de la partie utile du tube (voir figure 1.6). Sa hauteur est donc fixée à $2h=2.5\text{mm}$. De plus, afin de modéliser plus rigoureusement le problème tubulaire, les bords $x=0$ et $x=L$ subissent les mêmes déplacements durant toute l'expérience et la condition $v_y=0$ est imposée sur les frontières supérieure et inférieure de l'échantillon, voir figure 3.1. Cette dernière condition, quoique extrêmement rigide, permet de représenter la matière située de part et d'autre de la partie utile du tube. Nous reviendrons ultérieurement sur ce point. Enfin, tout flux de chaleur est interdit vers l'extérieur de l'éprouvette ($q=0$ sur les bords).

La composante de la vitesse v_x présente initialement un profil linéaire variant de $v_x(x, -h)=-V$ à $v_x(x, h)=V$. Ce profil correspond au champ de vitesses présent à l'intérieur de l'éprouvette de Marchand et Duffy à l'instant où la bande s'initie. Un défaut géométrique est introduit au milieu de l'éprouvette, en $x=0$, pour favoriser la formation de la bande de cisaillement. Ce défaut, imposé sur une longueur d'environ $200\mu\text{m}$ et sur une hauteur d'environ $60\mu\text{m}$, est matérialisé par une réduction d'épaisseur de 20% par rapport au reste de l'éprouvette. L'épaisseur du défaut e_{def} s'ajoute aux paramètres géométriques h et L précédemment énoncés. L'amplitude du défaut conditionne en grande partie l'instant auquel débute la localisation de la déformation. Plus l'amplitude de ce défaut est élevée, plus tôt a lieu la localisation de la déformation. Cependant, nous ne nous intéressons pas au temps écoulé avant la localisation car notre attention porte sur le régime stationnaire de propagation de la bande. Nous choisissons donc une amplitude du défaut très importante de façon à économiser un maximum de temps de calculs. Nous vérifierons, dans le chapitre suivant, que cette amplitude n'exerce aucun rôle sur la vitesse de propagation stationnaire. Enfin, une température initiale T_0 de 300K est imposée à l'ensemble de l'éprouvette. T_0 constitue également un paramètre susceptible d'influencer la propagation.

Enfin, le matériau utilisé est l'acier CRS 1018 dont les paramètres rhéologiques sont reportés dans la table 2.1.

Remarque : l'éprouvette est représentée dans sa totalité (sans tenir compte des symétries), car le processus de propagation est bidimensionnel.

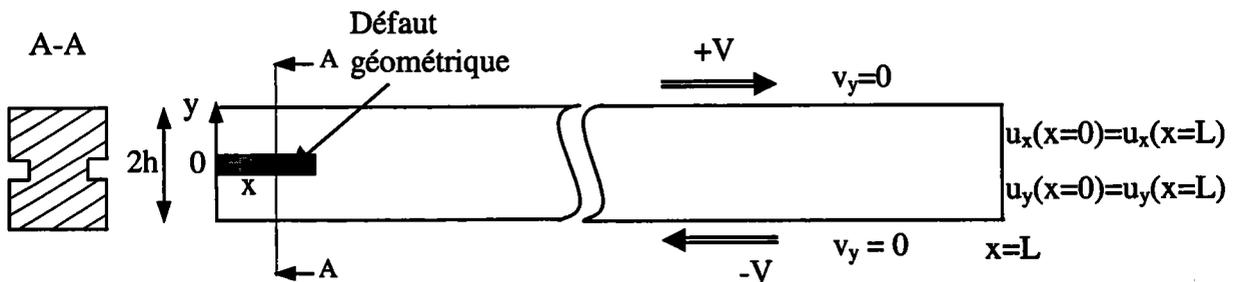


Figure 3.1. Schéma représentant la couche de longueur $L=100\text{mm}$ et de hauteur $2h=2.5\text{mm}$ soumise à un mode de cisaillement simple par l'intermédiaire de vitesses $\pm V$ appliquées aux frontières $y=\pm h$. La condition $v_y=0$ imposée sur ces mêmes frontières simule la présence de matière de part et d'autre de l'éprouvette. Les bords $x=0$ et $x=L$ se déplacent identiquement tout au long de l'expérience afin de mieux approcher la configuration tubulaire des travaux de Marchand et Duffy (1988). Un défaut géométrique est introduit pour initier la bande.

Résumé :

- conditions aux limites :
- $v_x(x, \pm h, t) = \pm V$
- $v_y(x, \pm h, t) = 0$
- $q(x, \pm h, t) = 0$
- $q(0, y, t) = 0$ (3.1)
- $q(L, y, t) = 0$
- $u_x(0, y, t) = u_x(L, y, t)$
- $u_y(0, y, t) = u_y(L, y, t)$
- conditions initiales :
- $T(x, y, 0) = 300K$ (3.2)
- $v_x(x, y, 0) = V \frac{y}{h}$

Tous les paramètres intervenant dans notre analyse sont à présent définis. Pour déterminer le rôle de chacun d'entre eux sur le processus de propagation, il est nécessaire de choisir une quantité, qui selon nous, représente le plus efficacement la propagation. Nous décidons d'utiliser la vitesse de propagation stationnaire de la bande C. Nous supposons, en effet, qu'après une phase transitoire, un régime stationnaire s'installe dans lequel la bande se propage avec une vitesse constante. L'objectif de cette thèse est donc de déterminer l'influence de chacun des paramètres cités précédemment sur la célérité C. Nous consacrerons l'intégralité de ce chapitre à étudier l'évolution de la vitesse de la bande en fonction de la vitesse imposée V. Cette dernière constitue, en effet, un paramètre extrêmement intéressant pour les expérimentateurs car elle est facilement contrôlable. L'analyse de tous les autres paramètres sera effectuée dans le chapitre suivant.

3.2 Maillages utilisés.

L'hypothèse de déformations planes est adoptée car l'épaisseur du tube ($\approx 0.38\text{mm}$) testé par Marchand et Duffy est importante par rapport aux valeurs de largeurs de bande relevées par ces auteurs ($\approx 100\mu\text{m}$). Les éléments classiques CPE4RT d'ABAQUS sont utilisés. Ces éléments quadrilatéraux comportent 4 nœuds et un point d'intégration central. La température constitue un degré de liberté au même titre que les déplacements.

3.2.1 Détermination de la longueur L de l'éprouvette.

Nous désirons évaluer la vitesse de propagation C d'une bande de cisaillement adiabatique formée à l'intérieur de l'éprouvette cisailée. L'estimation de cette vitesse C s'effectue en suivant l'avancée des lignes d'isodéformation de valeur $\bar{\epsilon}^p = 2$ en fonction du temps. Ce critère a déjà été utilisé par Batra et Zhang (1992).

Il convient dans un premier temps de définir la longueur L optimale pour le calcul. En effet, il est nécessaire que L soit suffisamment importante pour permettre à la bande d'atteindre un régime stationnaire de propagation. Mais, une valeur trop élevée de L conduit à la prise en compte d'un nombre très important d'éléments d'où un temps de calculs prohibitif. La loi de comportement A est utilisée pour déterminer la valeur optimale de L et la vitesse appliquée est de 2m/s. Les calculs menés au chapitre 1 sur l'évolution de la largeur de bande en fonction de la vitesse fournissent, pour cette configuration, une valeur de $80\mu\text{m}$ pour w. Le maillage représenté sur la figure 3.2 et comportant des éléments centraux de $100\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$ est donc utilisé. Une longueur L de 30mm est testée en premier lieu.

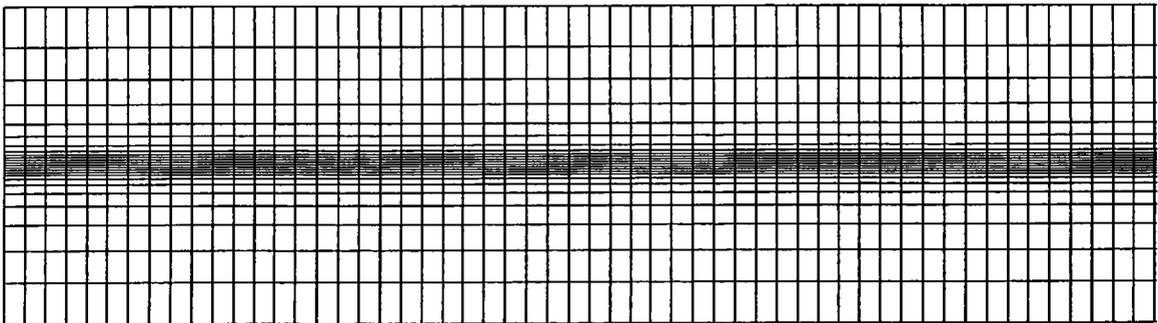


Figure 3.2. Maillage utilisé lors de la détermination de la longueur optimale de l'éprouvette cisailée. Les éléments centraux sont de dimension $100\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$.

La figure 3.3 représente les champs de déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^p$ obtenus à un instant $t=350\mu\text{s}$. Il est important de noter que deux bandes de cisaillement se sont formées à partir des extrémités de l'éprouvette et se sont propagées l'une vers l'autre. Ceci est dû au couplage des déplacements imposé entre ces extrémités.



Figure 3.3. Champs de déformation plastique équivalente visualisés, à $t=350\mu s$, dans l'éprouvette de longueur $L=30mm$ soumise à une vitesse de chargement $V=2m/s$. Deux bandes de cisaillement adiabatique se sont formées à partir des extrémités de l'éprouvette.

La figure 3.4 rapporte l'évolution de la vitesse de propagation de chacune des bandes en fonction du cisaillement nominal $\gamma_{nom} = \dot{\gamma}_{nom} t$ (avec $\dot{\gamma}_{nom} = V/h$). Cette figure montre que les deux bandes observées se propagent à la même vitesse et que la propagation de ces bandes n'est pas stationnaire.

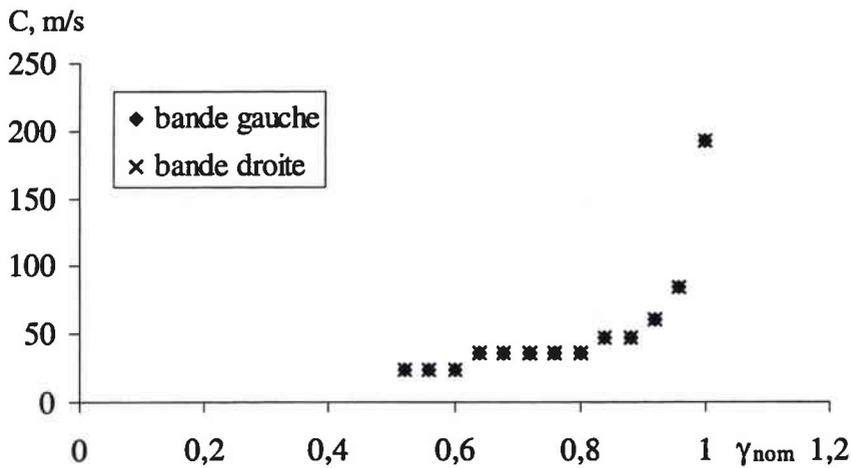


Figure 3.4. Evolution de la vitesse de propagation C des deux bandes de cisaillement adiabatique formées en fonction du cisaillement nominal γ_{nom} , pour une longueur de l'éprouvette $L=30mm$. La vitesse appliquée est $V=2m/s$. Les bandes se propagent à la même vitesse mais le régime n'est pas stationnaire. La loi de comportement A est considérée.

Nous considérons ensuite une longueur L plus élevée ($L=100\text{mm}$). La figure 3.5 compare les résultats obtenus pour $L=30\text{mm}$ et $L=100\text{mm}$. Il apparaît clairement qu'un régime stationnaire s'installe au sein de l'éprouvette de longueur 100mm . Nous évaluons la vitesse de propagation stationnaire C de chacune des bandes (droite et gauche) à 55m/s .

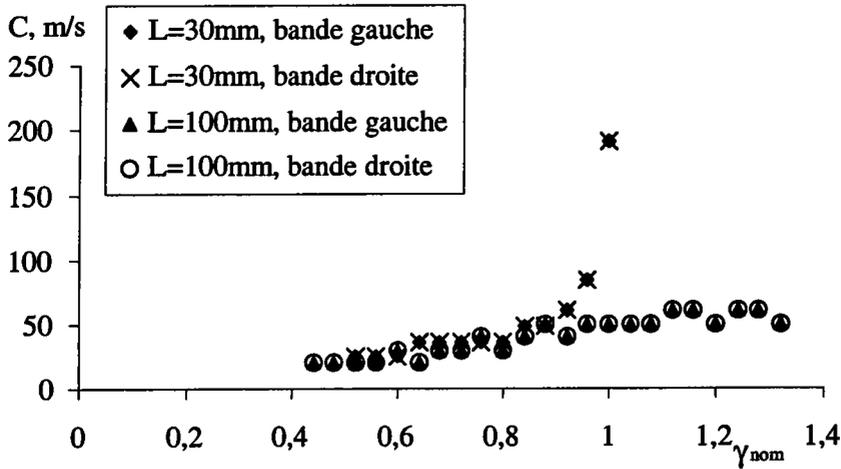


Figure 3.5. Evolution de la vitesse de propagation C (pour la loi de comportement A) des deux bandes formées en fonction du cisaillement nominal γ_{nom} . La vitesse appliquée est $V=2\text{m/s}$. Deux longueurs L d'éprouvette sont considérées (30 et 100mm). Les deux bandes se propagent à la même vitesse dans chacun des cas. Dans la configuration où $L=100\text{mm}$, la vitesse de propagation C se stabilise après une phase transitoire.

D'autres simulations réalisées pour des valeurs de L variant de 200 à 400mm conduisent à la même valeur de C . Une longueur de 100mm sera donc utilisée dans l'ensemble de nos calculs.

Nous vérifions également que les bandes formées sont constituées de plusieurs éléments. Nous utilisons le critère de Batra et Kim (1991) énoncé dans le chapitre précédent pour déterminer la largeur de la bande w . Une section droite, placée loin derrière la pointe de la bande, est considérée pour évaluer w . L'évolution des vitesses de déformation des éléments situés sur cette section est tracée en fonction du temps sur la figure 3.6. Le critère des 10% de vitesse de déformation maximale indique que la localisation de la déformation s'effectue sur quatre éléments.

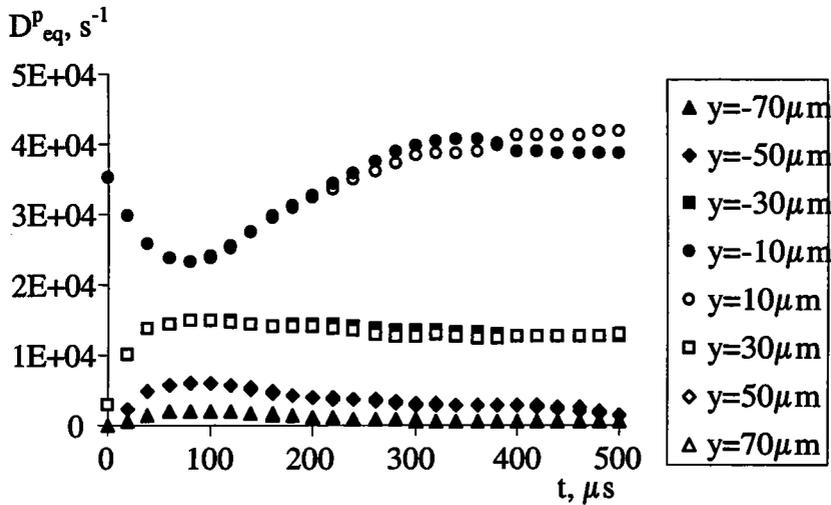


Figure 3.6. Evolution de la vitesse de déformation plastique équivalente D^p_{eq} en fonction du temps pour 8 éléments situés dans une section droite de part et d'autre de l'axe $y=0$. La coordonnée y indique la position du point d'intégration de chaque élément.

3.2.2 Types de maillage.

Comme énoncé précédemment, nous nous intéressons dans ce chapitre à l'influence de la vitesse imposée sur la célérité de la bande. Cette vitesse varie, dans nos calculs, de 0.5 à 300m/s (ou de 400 à $2,4 \cdot 10^5 s^{-1}$ pour $\dot{\gamma}_{nom} = V/h$). Or, nous avons vu, au chapitre 2, que les valeurs de w observées pour cette gamme de vitesses peuvent varier de plus de 120 à moins de $10 \mu m$ dans le cas unidimensionnel (figure 2.8). Il s'avère donc nécessaire d'utiliser plusieurs maillages pour couvrir la gamme de vitesses de déformation étudiée.

Nous faisons ainsi appel à deux types de maillage bien distincts représentés sur la figure 3.7. Dans les deux cas, les éléments les plus fins se situent au centre de l'éprouvette. Cependant, le premier type de maillage (maillage a) présente une progression régulière de la taille de maille depuis le centre vers les bords supérieur et inférieur de l'éprouvette alors que le second (maillage b) utilise des éléments de taille importante dès la sortie de la zone susceptible de voir se former la bande de cisaillement. Le principal avantage de ce type de maillage réside dans le faible nombre de degrés de liberté qu'il comporte. Cependant il présente pour principal inconvénient de fournir une solution médiocre lorsque la bande formée devient proche des éléments de taille importante. Nous n'utilisons donc ce type de maillage que pour les cas extrêmes, c'est-à-dire pour des vitesses très élevées conduisant à de faibles largeurs de

bande ou au contraire pour des vitesses faibles nécessitant des temps de calculs très importants.

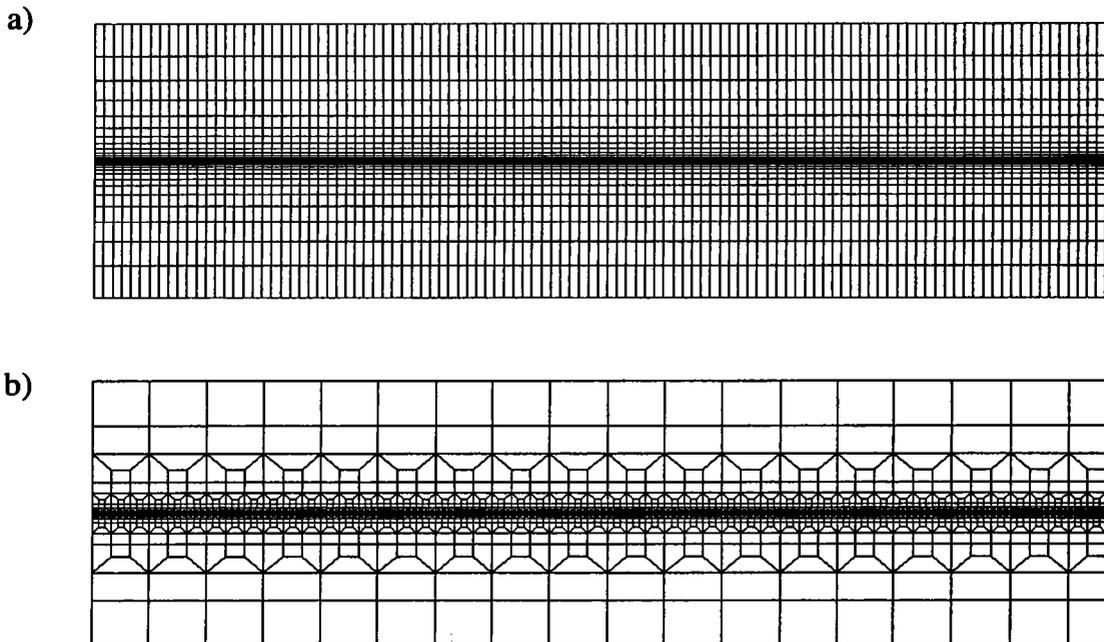


Figure 3.7. Types de maillage utilisés pour les simulations de propagation de bandes de cisaillement.

Les dimensions de maille minimales considérées dans le maillage a sont $20\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$ ou $80\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$ alors que celles du maillage b sont $8\mu\text{m} \times 2\mu\text{m}$ ou $100\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$ selon la vitesse de chargement appliquée. Ces dimensions ont été déterminées suite à une étude de convergence de la vitesse de propagation de la bande C pour les deux lois de comportement A et B. En ce qui concerne la largeur de la bande, nous avons considéré qu'une bande formée sur un minimum de deux rangées d'éléments fournissait un résultat satisfaisant. La figure 3.8 illustre l'étude de convergence réalisée pour une vitesse V de 50m/s et pour la loi de comportement A.

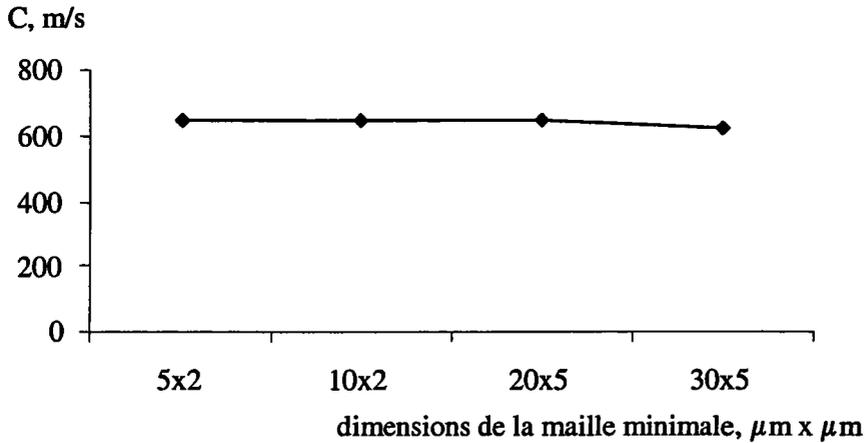


Figure 3.8. Influence du maillage sur la vitesse de propagation C pour la loi de comportement A. La convergence est atteinte pour une taille de maille de $20\mu\text{m} \times 5\mu\text{m}$. La vitesse appliquée est 50m/s .

3.3 Résultats.

Il a été démontré, dans le paragraphe précédent, que le chargement imposé à l'éprouvette conduit à l'apparition de deux bandes de cisaillement adiabatique se propageant l'une vers l'autre à la même vitesse. Un régime stationnaire caractérisé par une vitesse constante de propagation C est atteint par les deux bandes lorsque la longueur L de l'éprouvette est suffisamment longue. Dans la suite de ce travail, nous ne parlerons plus que de la propagation de l'une de ces deux bandes, dans un souci de simplicité.

Nous analysons, dans un premier temps les champs des différentes quantités (déformation, contrainte, température...) au sein de l'éprouvette pour les deux lois de comportement A et B. Une vitesse de chargement $V=50\text{m/s}$ est appliquée.

3.3.1 Analyse des champs des différentes grandeurs mises en jeu.

3.3.1.1 Champs de déformation.

Les champs de déformation plastique équivalente, représentés sur la figure 3.9 indiquent que, pour les deux lois de comportement, la déformation se localise en une bande de cisaillement adiabatique se propageant dans la direction de cisaillement. Les valeurs de déformation plastique équivalente atteintes dans la bande sont très élevées ($\approx 40-50$ dans le cas présent).

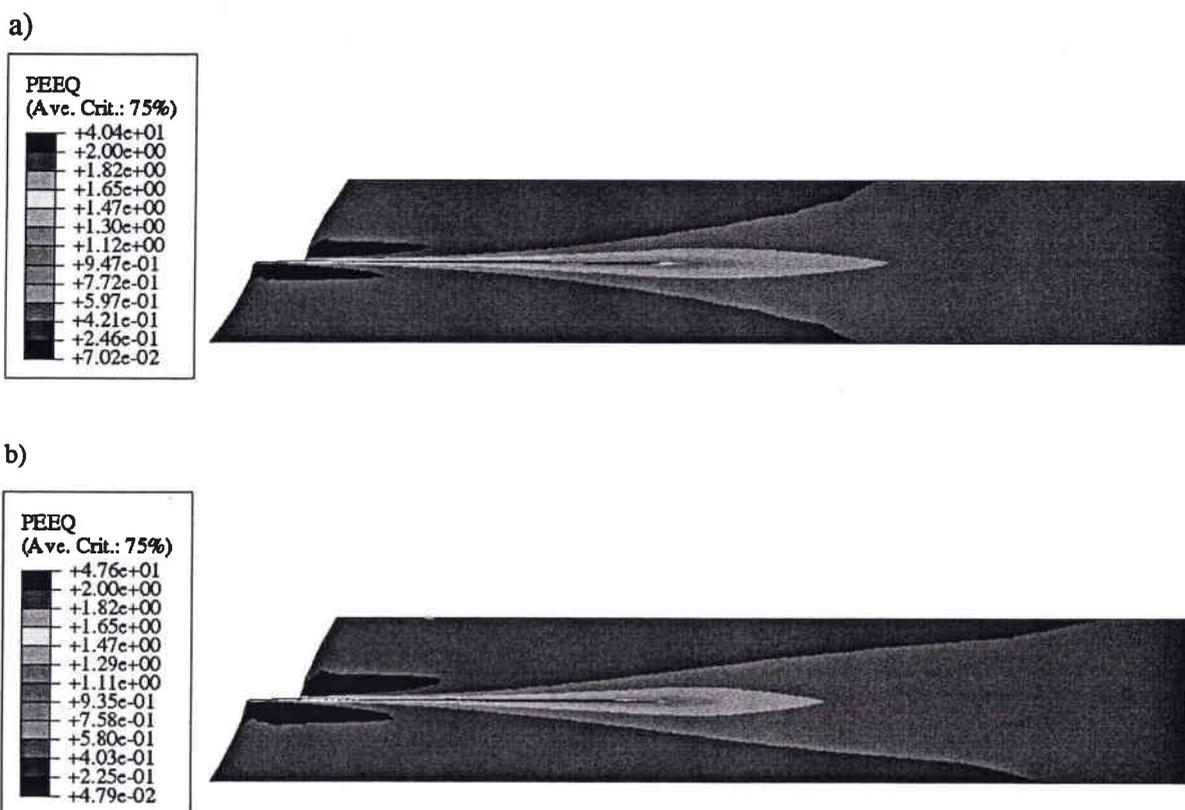


Figure 3.9. Champs de déformation plastique équivalente dans l'éprouvette cisillée à $t=21\mu\text{s}$, pour une vitesse appliquée de 50m/s.

a) loi de comportement A

b) loi de comportement B

La localisation de la déformation a conduit dans chacun des cas à la formation d'une bande de cisaillement adiabatique se propageant dans la direction de cisaillement.

La figure 3.10 montre, par ailleurs, que dans la zone située derrière la pointe, la quasi-totalité de la déformation se concentre dans la bande. Elle rapporte, en effet, l'évolution de la

déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^P$, en fonction du temps, pour deux éléments de matière de coordonnées respectives $(x_1, y=0)$ (élément 1 situé sur la trajectoire de la bande) et $(x_1, w/2 < y < h)$ (élément 2 situé à l'extérieur de la bande).

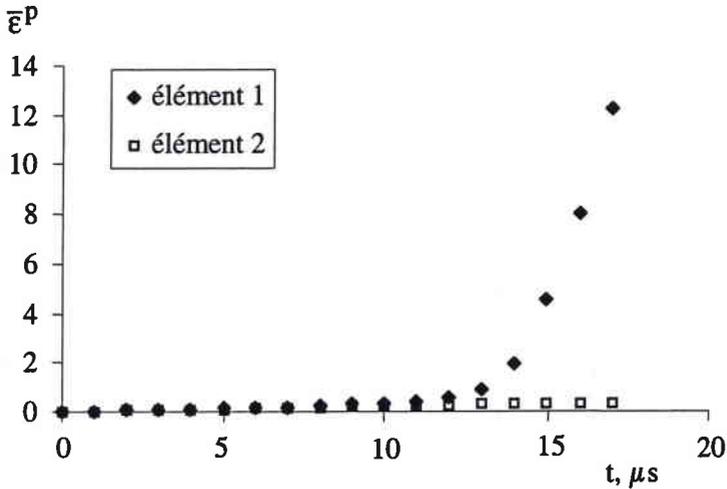


Figure 3.10. Evolution de la déformation plastique équivalente en fonction du temps pour deux éléments du maillage. L'élément 1 se trouve sur la trajectoire de la bande alors que l'élément 2 est situé à l'extérieur de la bande. La bande atteint l'élément 1 à $t \approx 12 \mu s$. La quasi-totalité de la déformation se concentre dans cet élément.

Il apparaît clairement, sur cette figure, qu'à l'instant de temps $t \approx 12 \mu s$, la déformation de l'élément 1 croît très fortement alors que celle de l'élément 2 reste constante. Toute la déformation se localise donc à l'intérieur de la bande.

3.3.1.2 Champs de contraintes.

La figure 3.11 illustre les différences enregistrées entre les lois A et B. En effet, dans les deux cas, une chute de la contrainte équivalente est observée à l'intérieur de la bande à cause de l'échauffement produit par la déformation plastique. Pour respecter les conditions d'équilibre, les zones situées autour de la bande se déchargent elles-aussi. Cependant, l'amplitude de cette chute de contrainte est beaucoup plus importante dans le cas de la loi B que de la loi A, étant donné que l'adoucissement thermique est plus élevé dans la loi B.

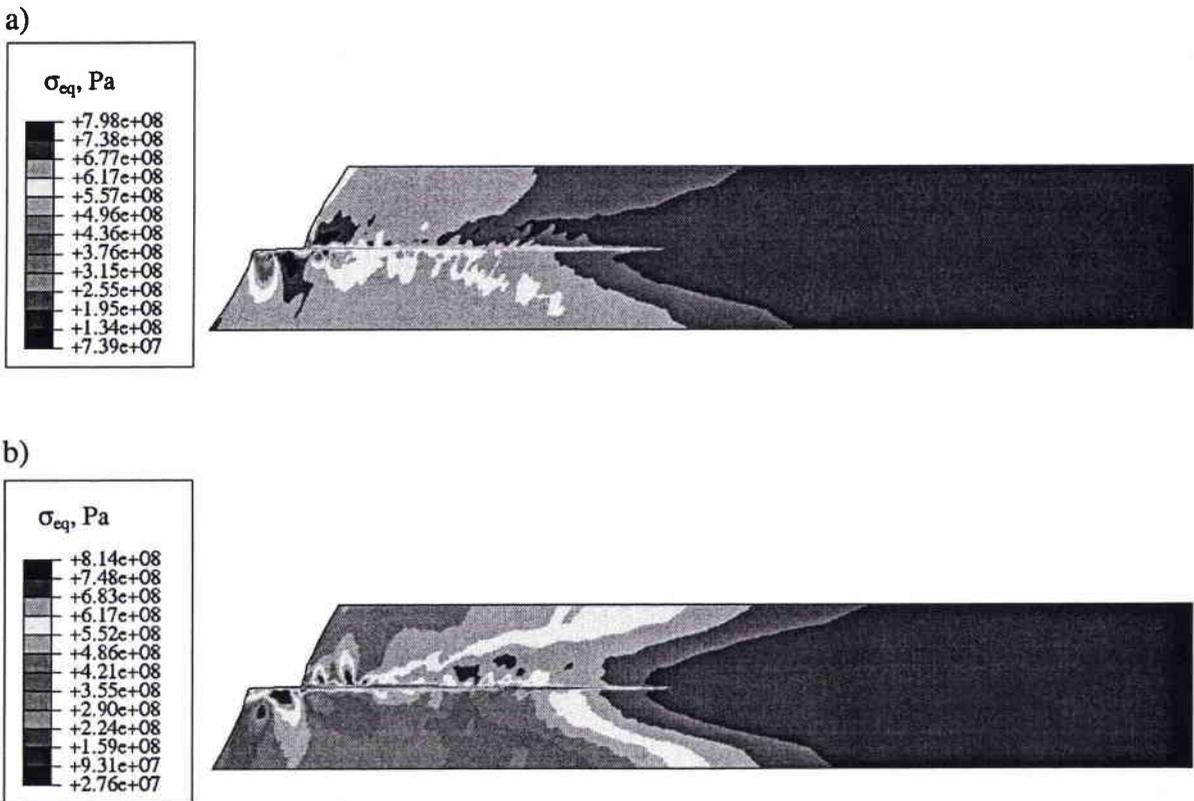


Figure 3.11. Représentation des champs de contrainte équivalente selon von Mises au sein d'une éprouvette soumise à une vitesse de 50m/s, $t=21\mu\text{s}$.

a) pour la loi de comportement A.

b) pour la loi de comportement B.

Un adoucissement thermique beaucoup plus prononcé est observé dans le cas b.

3.3.1.3 Champs de température.

La carte des champs de température (figure 3.12) est similaire à celle de la déformation plastique équivalente. Ceci démontre que le problème peut être considéré comme adiabatique pour la vitesse de chargement considérée. En effet, la quasi-totalité du travail plastique est convertie en chaleur, la conduction n'ayant pas le temps d'agir. Néanmoins, les valeurs de température relevées pour les deux lois de comportement diffèrent de façon significative. Il convient en effet de remarquer que les températures atteintes dans le cas de la loi A sont bien plus élevées que pour la loi B. Ceci s'explique aisément car nous venons d'observer que la loi B induisait une chute de contrainte plus importante que la loi A. Par conséquent, pour une même valeur de déformation plastique, le travail plastique produit un échauffement moindre.

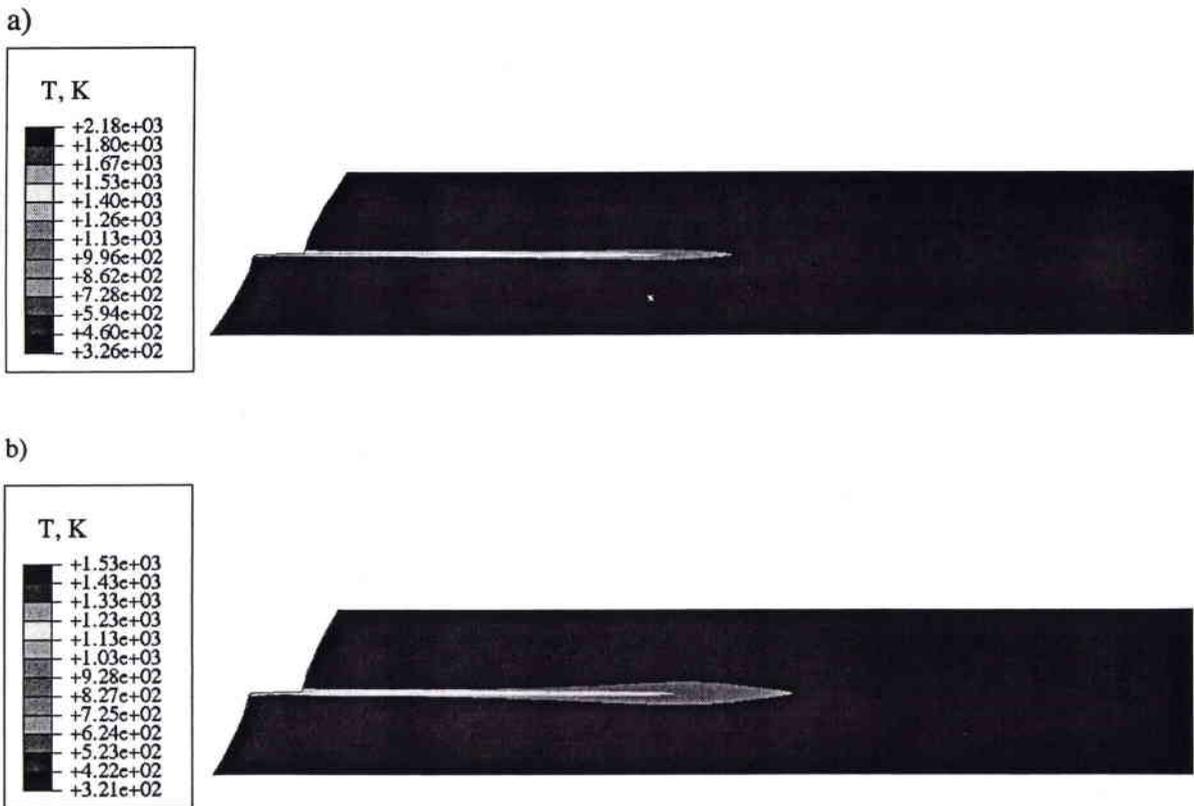


Figure 3.12. Représentation des champs de température, à $t=21\mu s$, pour une vitesse V de $50m/s$.

a) loi de comportement A.

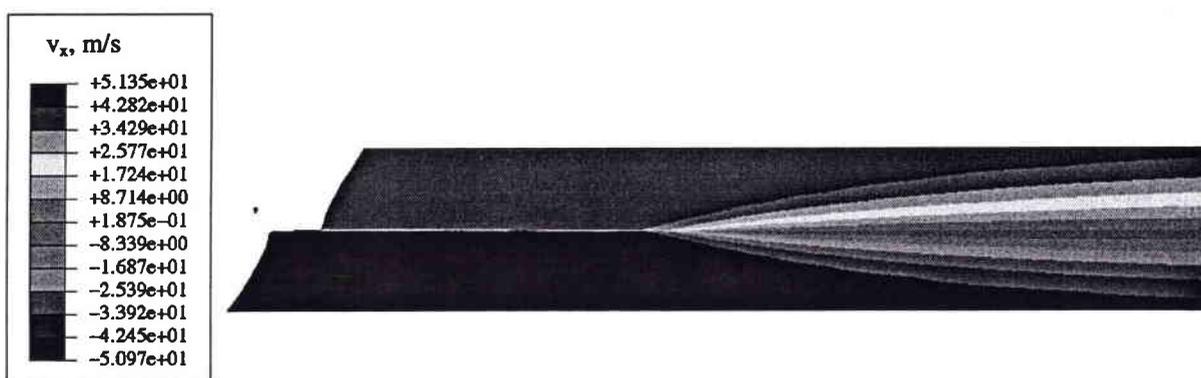
b) loi de comportement B.

Les valeurs relevées pour la loi B sont les plus faibles car la chute de contrainte observée dans ce cas est plus importante. Dans chaque cas, les pertes de chaleur par conduction sont faibles étant donnée la vitesse de sollicitation imposée.

3.3.1.4 Profils de vitesse v_x .

D'après la figure 3.13, deux profils bien distincts sont obtenus pour la composante de vitesse v_x . Loin devant la pointe de la bande, le matériau subit un cisaillement uniforme. La vitesse de déformation est $\dot{\gamma} = V/h$. Loin derrière, la localisation de la déformation est quasi-complète dans la bande de cisaillement. Ainsi, le matériau, à l'extérieur de la bande ($|y| > w/2$), a un mouvement de bloc rigide de vitesse $\pm V$. A l'intérieur ($|y| < w/2$), le matériau est soumis à un cisaillement uniforme $\dot{\gamma} = 2V/w$. Les profils observés sont identiques pour les deux lois de comportement A et B.

a)



b)

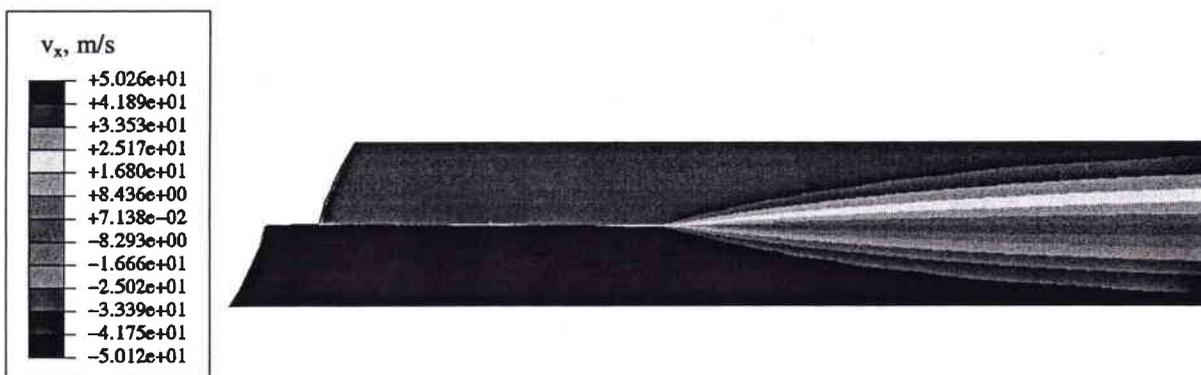


Figure 3.13. Représentation de la composante de vitesse v_x à $t=21\mu s$, pour une vitesse V de 50m/s.

a) pour la loi de comportement A.

b) pour la loi de comportement B.

Les résultats obtenus sont quasi-identiques. La région située loin devant la pointe de la bande est soumise à un profil de vitesse linéaire alors que la zone se trouvant derrière la pointe, mais à l'extérieur de la bande, subit un mouvement de corps rigide. A l'intérieur de la bande, le profil de vitesses est linéaire.

3.3.1.5 Profil de vitesse v_y .

Les valeurs négatives de la composante des vitesses v_y représentées sur la figure 3.14 indiquent qu'un transfert de matière s'effectue de la partie haute de l'éprouvette vers la partie basse au cours de la propagation de la bande. Ce transfert est important au voisinage de la pointe de la bande sur la zone où s'effectue progressivement le changement de profil de vitesse v_x . Il apparaît donc comme nécessaire, dans notre configuration (figure 3.1) d'obtenir un écoulement transversal de la matière pour permettre la propagation d'une bande de cisaillement. A nouveau, les résultats fournis par les deux lois de comportement sont très proches.

Remarque : Nous tenons à indiquer que l'extrémité droite de l'éprouvette subit, elle-aussi, un transfert de matière. Les valeurs de v_y relevées sont très proches, en valeur absolue, de celles fournies par la figure 3.14 mais de signe positif.

a)



b)

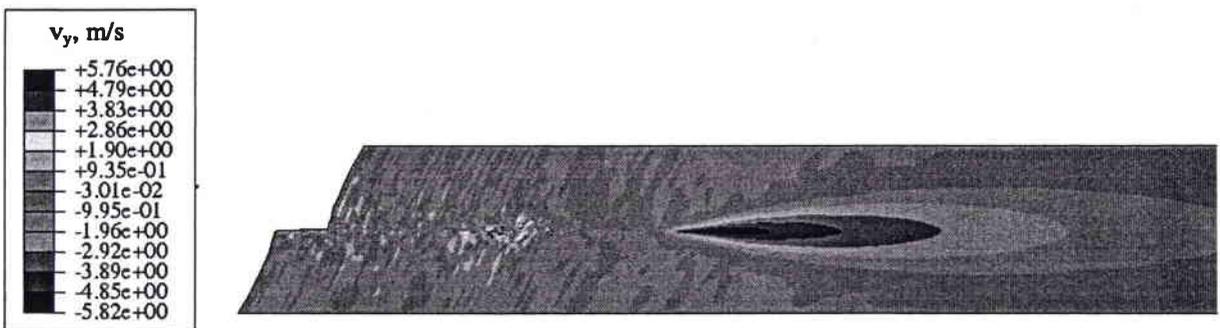


Figure 3.14. Représentation de la composante de vitesse v_x , à $t=21\mu s$, pour une vitesse $V=50m/s$.

a) pour la loi de comportement A.

b) pour la loi de comportement B.

Les résultats obtenus dans les deux configurations sont très proches. Les valeurs négatives de v_y indiquent un flux de matière de la partie haute de l'éprouvette vers la partie basse.

Mercier et Molinari (1998) ont déjà observé ce phénomène et ont quantifié le flux de matière traversant l'axe $y=0$. La figure 3.15 illustre l'évolution de la composante v_y visualisée par ces auteurs, en fonction de la coordonnée adimensionnelle x/Λ . Λ est définie comme la taille caractéristique de la zone de transition, cette zone représentant la région, au voisinage de la pointe de la bande, où un changement rapide du profil des vitesses est observé. x représente la position par rapport à un repère attaché à la pointe de la bande.

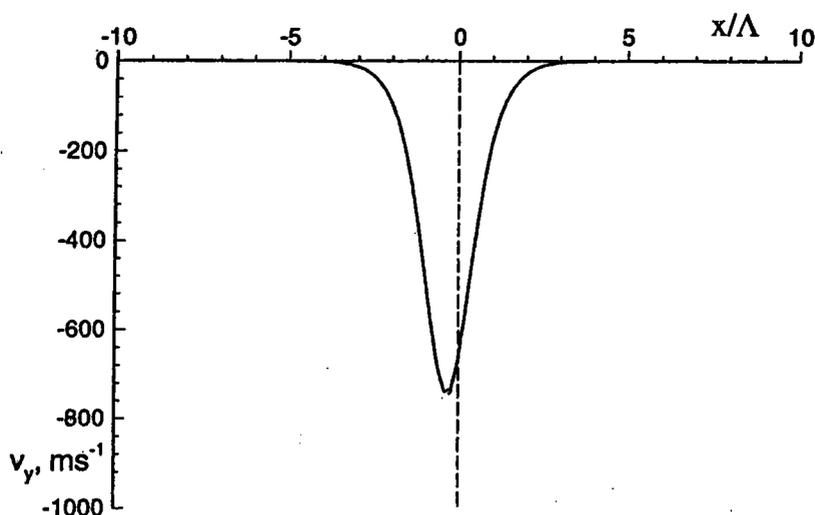


Figure 3.15. Représentation de la composante v_y du vecteur vitesse, le long de la ligne centrale ($y=0$). Le transfert de matière se produit près de la pointe de la bande de cisaillement ($x=0$), de la partie supérieure vers la partie inférieure de la couche. D'après Mercier et Molinari (1998).

3.3.2 Influence de la vitesse appliquée sur la célérité de propagation de la bande.

3.3.2.1 Cas avec conduction thermique.

Une gamme de vitesses appliquées variant de 0.5 à 300m/s (correspondant à des vitesses de déformation nominale comprises entre 400 et $2.4 \times 10^5 \text{s}^{-1}$) est étudiée. Après une période transitoire, un régime stationnaire s'installe dans lequel la bande se propage avec une vitesse C constante. La dépendance de la vitesse de propagation C avec la vitesse imposée V est illustrée par la figure 3.16 pour les deux lois de comportement A et B. Les résultats fournis par chacune de ces lois sont identiques, ce qui laisse supposer que, soit les phénomènes contrôlant la propagation de la bande se déroulent à une température comprise dans l'intervalle où les deux lois de comportement coïncident, soit que la différence de chute de la

contrainte entre ces deux lois n'influence pas la propagation. Trois stades sont ainsi mis en évidence :

- le stade I présentant une variation quasi-linéaire de C avec V ,
- le stade II où une tendance vers une stabilisation de C est observée,
- le stade III où C ne dépend que très légèrement de V .

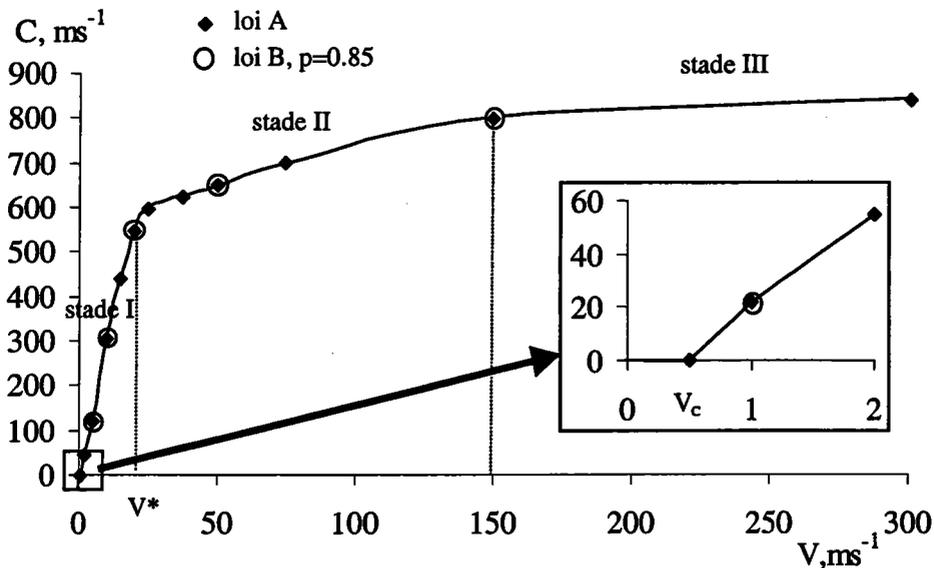


Figure 3.16. Effets de la vitesse de chargement V sur la célérité de propagation de la bande C pour les lois de comportement A et B. L'existence d'une vitesse seuil V_c en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage est démontrée. La vitesse de transition entre les stades I et II est notée V^* .

De plus, un zoom effectué sur les faibles valeurs de V montre qu'il existe une vitesse critique V_c en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage. Pour $V < V_c$, la chaleur produite lors de la déformation plastique est évacuée par la conduction thermique, empêchant ainsi la formation de la bande. Cette valeur seuil représente donc la transition entre les processus isotherme et adiabatique. L'existence de la vitesse critique a déjà été rapportée par Zhou *et al.* (1996a, 1996b) lors de travaux effectués sur l'impact de plaques entaillées. La présence des régimes I et II a également été mise en évidence par ces auteurs, mais le stade III n'a pu être atteint par manque de données aux très grandes valeurs de vitesses de déformation, (voir figure 1.13). Les expériences réalisées par Faure *et al.* (2000) et illustrés par la figure 1.8 ont également confirmé la présence d'une vitesse critique ainsi que du régime I. Les résultats fournis par nos simulations sont donc en accord avec les essais expérimentaux et numériques réalisés dans le domaine de la propagation de bandes, bien que les configurations étudiées soient différentes. La comparaison de ces différents résultats permet ainsi de valider notre loi

d'évolution de la vitesse de propagation de la bande C en fonction de la vitesse appliquée V. Il est, en revanche, difficile de comparer le niveau de vitesse C atteint dans chacun des cas car les matériaux étudiés sont différents.

Il est également possible de comparer nos résultats avec ceux fournis par les expériences de Marchand et Duffy (1988), car notre modèle a été établi de façon à reproduire les travaux de ces auteurs. Ils observent à la fin de leurs essais de torsion, réalisés sur des tubes à paroi mince, qu'une bande de cisaillement s'est propagée le long de la circonférence de l'éprouvette, mais ils ne peuvent déterminer si cette propagation s'est effectuée dans une ou deux directions. Pour une vitesse de cisaillement nominal de $1600s^{-1}$, ils estiment donc la vitesse de propagation moyenne de la bande formée à 510m/s dans le premier cas et à 255m/s dans le second. Des expériences numériques réalisées plus tard par Batra et Zhang (1994) sur l'acier 4340 dans la même configuration montrent que la bande s'est propagée dans les deux directions. De plus, ces auteurs relèvent une vitesse de propagation non stationnaire variant de 40m/s à 260m/s pour une vitesse de déformation nominale de $1000s^{-1}$.

Afin de pouvoir comparer correctement les résultats de nos simulations avec ceux fournis par les expériences de Marchand et Duffy, nous remplaçons, dans nos calculs, l'acier CRS 1018 par le HY 100 utilisé par ces auteurs. Nous soumettons ainsi l'éprouvette à un chargement nominal de $1600s^{-1}$. Les paramètres rhéologiques de l'acier HY 100 sont reportés en table 3.1. La vitesse de propagation de la bande suit, en fonction du cisaillement nominal, l'évolution représentée sur la figure 3.17.

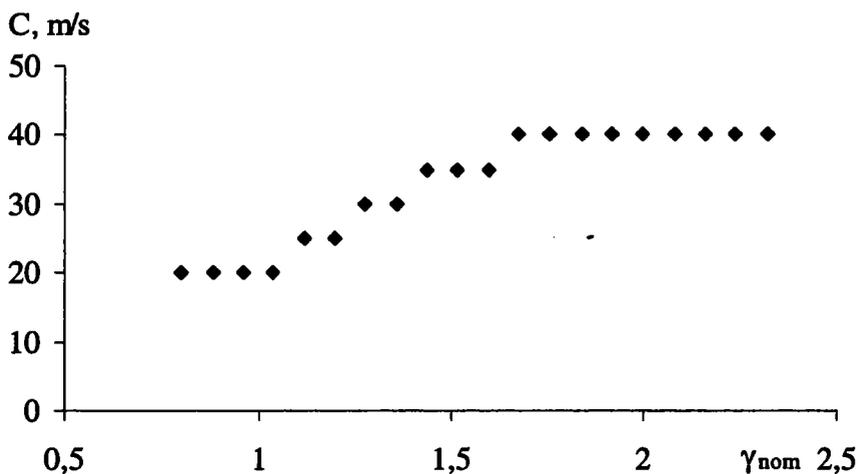


Figure 3.17. Evolution de la vitesse de propagation C en fonction du cisaillement nominal pour une vitesse de déformation de $1600s^{-1}$. La longueur de l'éprouvette est de 100mm.

Il apparaît clairement sur cette figure que la vitesse de propagation stationnaire de la bande est de 40m/s. Cette valeur ne concorde pas avec celle de 255m/s obtenue par Marchand et Duffy mais correspond à la valeur minimale enregistrée par Batra et Zhang. Si nous comparons les deux configurations testées, à savoir celle de Marchand et Duffy (ou de Batra et Zhang) et la nôtre, une grande différence subsiste. En effet, les dimensions reportées sur la figure 1.6 indiquent que le périmètre de l'éprouvette de Marchand et Duffy est d'environ 30mm, alors que la longueur de la couche que nous représentons est de 100mm. Or, nous avons vu au début de ce chapitre qu'il était indispensable de considérer cette valeur de 100mm pour permettre à la bande de se propager avec une vitesse stationnaire. Par conséquent, si nous renouvelons nos simulations numériques avec une éprouvette de 30mm de longueur, nous obtenons les résultats illustrés par la figure 3.18.

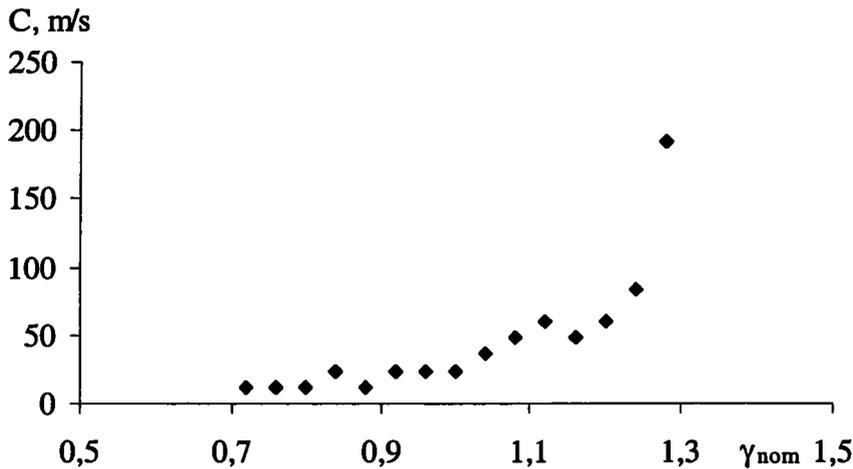


Figure 3.18. Evolution de la vitesse de propagation en fonction du cisaillement nominal. La vitesse de déformation nominale est de $1600s^{-1}$ et la longueur de l'éprouvette de 30mm.

Nous voyons que, cette fois, le régime de propagation n'est pas stationnaire et que les vitesses varient de 12 à 192m/s. Ces résultats diffèrent peu de ceux obtenus par Batra et Zhang (bien que la nuance d'acier étudiée ne soit pas strictement la même) et montrent que le cisaillement d'une couche de dimensions finies représente une bonne approximation de l'essai de torsion sur une éprouvette cylindrique à paroi mince. Il apparaît également que la géométrie d'éprouvette utilisée dans les expériences de Marchand et Duffy ne permet pas d'atteindre un régime stationnaire. Cependant, le fait que la vitesse moyenne de propagation relevée par ces auteurs ($C=255m/s$) soit supérieure à la valeur maximale fournie par nos simulations reste, pour le moment, inexpliqué. Il serait intéressant de renouveler les expériences de Marchand et

Duffy en imaginant un système de mesure de la célérité de propagation susceptible d'effectuer des relevés à différents instants de temps.

K	6906x10 ⁶ Pa
m	0.0117
n	0.107
v	0.33

Table 3.1. Paramètres rhéologiques de l'acier HY 100.

3.3.2.2 Cas adiabatique.

3.3.2.2.1 Largeur de bande imposée par le calcul avec conduction.

L'effet déterminant de la conductivité thermique k du point de vue sensibilité des résultats vis-à-vis du maillage a été mis en évidence au chapitre précédent. Il a été démontré que la prise en compte de la conduction thermique est nécessaire pour structurer et déterminer la largeur de la bande de cisaillement adiabatique. Cependant, nous nous intéressons à présent au rôle de k sur la vitesse de propagation de la bande. Des calculs analogues à ceux rapportés sur la figure 3.16 sont repris en introduisant une valeur de conductivité thermique k nulle (cas adiabatique). La largeur de la bande doit donc être introduite artificiellement en fixant la taille de l'élément central sur lequel s'effectuera la localisation de la déformation. Pour chaque vitesse de chargement appliquée, on attribue à cet élément central la taille correspondant à la largeur de bande relevée dans les calculs incluant la conductivité thermique. Etant donné que la figure 3.16 indique que les lois de comportement A et B fournissent les mêmes résultats, seule la loi de comportement A est utilisée ici. La figure 3.19 compare les résultats obtenus dans les cas adiabatique et avec conduction thermique.

Il apparaît clairement que les résultats obtenus sont très proches dans les deux configurations excepté pour les faibles valeurs de V . Pour $V < V_c$, les simulations sont effectuées pour plusieurs largeurs de bandes (150 et 250 μm) car aucune bande de cisaillement ne se forme pour cette gamme de vitesses lorsque la conduction thermique est prise en compte. Toutefois, ces deux largeurs de bande fournissent la même valeur de C . Il est également très important de remarquer que la vitesse critique devient nulle dans le cas adiabatique. En effet, dans cette configuration, la conversion du travail plastique en chaleur conduit nécessairement à la

localisation de la déformation car la chaleur ne peut être évacuée par conduction. Mercier et Molinari (1998) avaient déjà interprété l'existence de cette vitesse critique par la prise en compte de la conduction thermique.

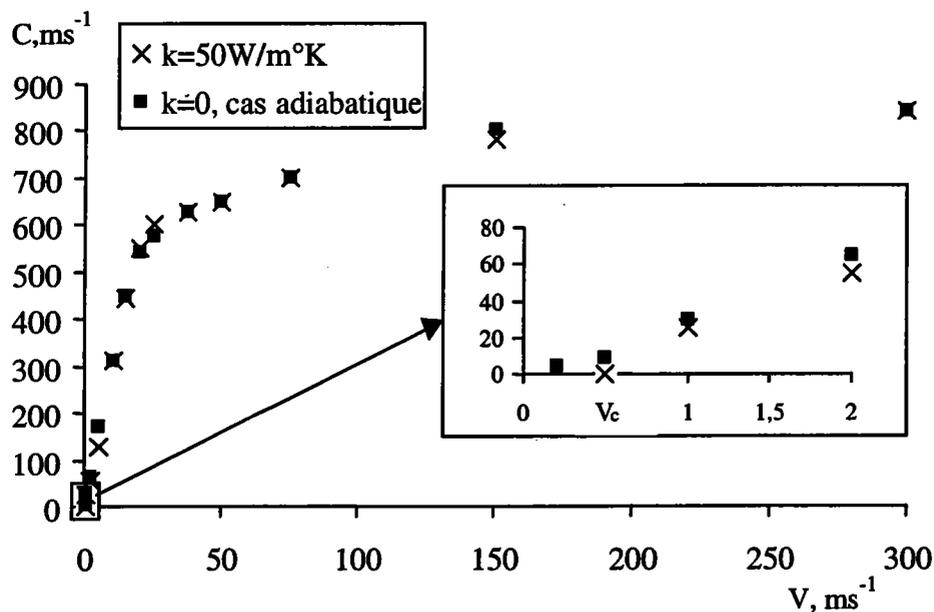


Figure 3.19. Effets de la vitesse appliquée V sur la célérité de propagation de la bande C ; comparaison entre les cas adiabatique et avec conduction thermique. Les calculs sont effectués en imposant la taille de l'élément central égale à la largeur de la bande mesurée dans le cas avec conduction thermique. La loi de comportement A est considérée.

3.3.2.2.2 Largeur de bande $w=100\mu\text{m}$.

Une valeur arbitraire et indépendante de la vitesse de chargement est ensuite imposée dans la configuration adiabatique pour la largeur de la bande. Une valeur de $100\mu\text{m}$ est choisie en référence aux essais de Marchand et Duffy (1988), tout en gardant à l'esprit que les calculs avec conduction ont fourni, dans le cas de la loi A, des largeurs de bandes comprises approximativement entre 10 et $150\mu\text{m}$ (pour $0.7 < V < 150\text{m/s}$). La figure 3.20 compare les résultats obtenus dans ce cas avec ceux fournis dans le cas où la largeur de la bande est imposée par le calcul avec conduction .

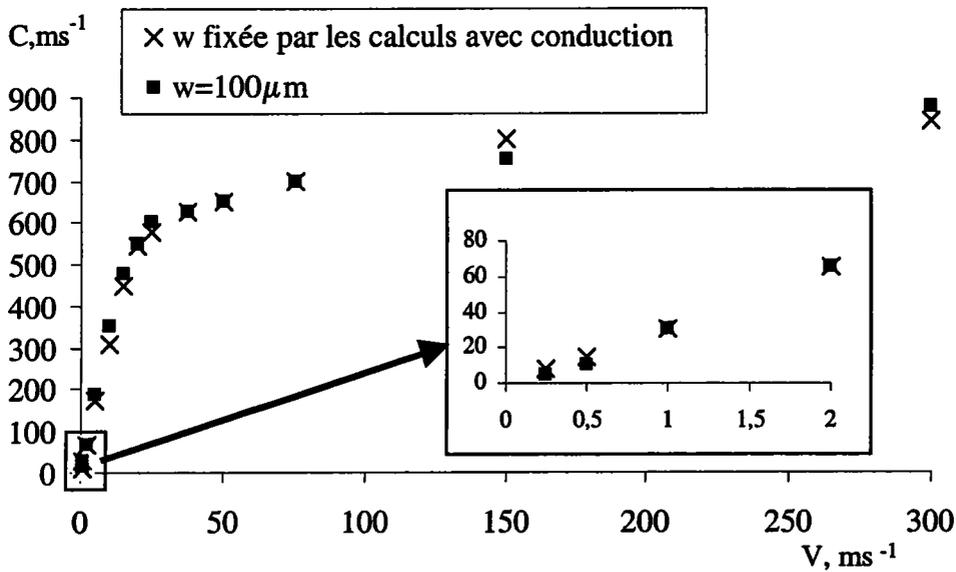


Figure 3.20. Influence de la vitesse imposée V sur la célérité de propagation C pour deux configurations adiabatiques. Dans le premier cas, la largeur de la bande w est fixée par les résultats fournis dans le calcul avec conduction thermique. Dans le second cas, une largeur de bande $w=100\mu\text{m}$ est imposée quelle que soit la vitesse de chargement. La loi de comportement A est considérée.

Cette fois encore, les courbes obtenues sont très proches l'une de l'autre, ce qui indique qu'une faible variation de la largeur de bande n'influence pas de manière significative la vitesse de propagation. Cet effet a déjà été observé par Mercier et Molinari (1998) dans le cas d'une loi de comportement viscoplastique avec adoucissement linéaire. Ces auteurs ont, en effet, mesuré l'influence de la largeur de la bande w sur la vitesse de propagation C pour une vitesse appliquée de 20m/s. La figure 3.21 illustre les résultats obtenus et montre une faible influence de la largeur de bande sur la vitesse de propagation lorsque $w/2 \leq 0.2h$. Cette limite ($w=0.4h$) correspond à une largeur de 500 μm , valeur que nous n'atteignons jamais dans nos calculs.

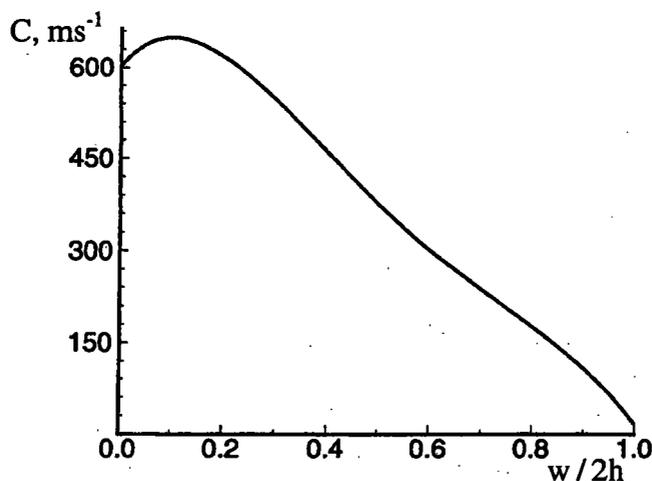


Figure 3.21. Influence de la largeur de la bande de cisaillement w sur la célérité de propagation C . Une faible influence de w sur la propagation est observée lorsque $w/2 \leq 0.2h$. Le matériau est rigide viscoplastique et présente un adoucissement linéaire de la contrainte avec la déformation. Une vitesse de 20m/s est utilisée. D'après Mercier et Molinari (1998).

En conclusion, les principaux effets de la conduction thermique ont été mis en évidence :

- elle permet de structurer la largeur de la bande,
- elle est responsable de l'existence d'une vitesse critique V_c en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage.

Pour $V > V_c$, le processus de propagation est quasi-adiabatique et la vitesse de la bande n'est pas affectée (ou presque) par une variation raisonnable de la largeur de bande. Par conséquent, il apparaît comme tout à fait acceptable, pour des vitesses de chargement $V \gg V_c$, de réaliser des simulations numériques de la propagation de bandes de cisaillement dans une configuration adiabatique, dès lors que la largeur de la bande peut être estimée approximativement. De plus un gain de temps de calculs considérable peut être réalisé en utilisant un maillage grossier, dans lequel la hauteur de l'élément sur lequel se forme la bande reste faible par rapport à la hauteur de la couche cisailée. Ainsi, l'utilisation d'un maillage de hauteur de maille $100\mu\text{m}$ fournit un gain de temps de calculs de 98% par rapport à une simulation réalisée avec une hauteur de maille de $10\mu\text{m}$.

3.3.2.2.3 Comparaison avec le modèle analytique de Mercier et Molinari (1998).

Nous profitons de la comparaison effectuée entre configuration adiabatique et configuration avec conduction thermique pour établir une comparaison entre nos résultats et ceux fournis par le modèle analytique développé par Mercier et Molinari (1998). Ces auteurs utilisent, en effet, une configuration adiabatique dans leurs calculs. Nous rappelons que le matériau, la loi de comportement et la géométrie du modèle sont identiques dans les deux études. La figure 3.22 présente les résultats fournis par leur modèle ainsi que ceux donnés par nos simulations numériques.

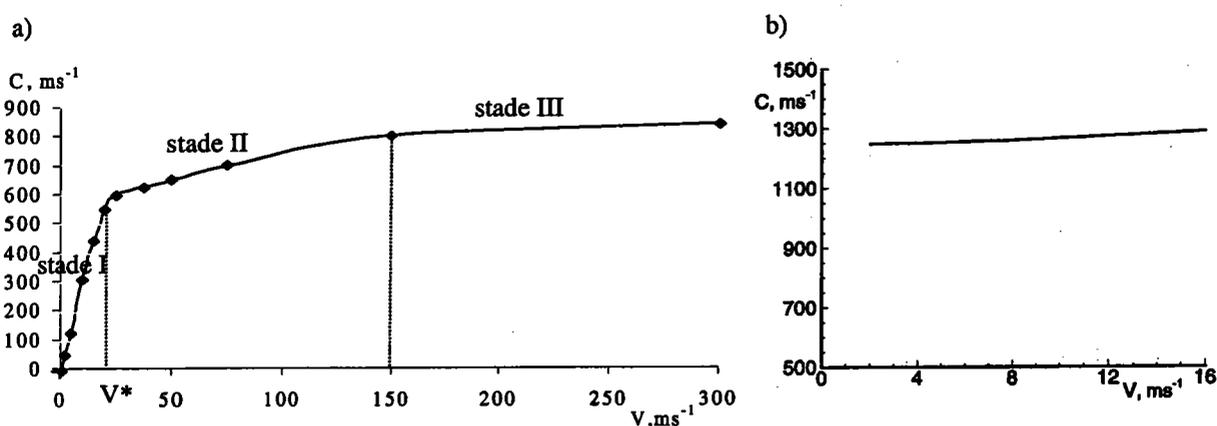


Figure 3.22. Evolution de la vitesse de propagation de la bande C en fonction de la vitesse appliquée V . Le matériau étudié est l'acier CRS 1018.

a) Résultats fournis par nos simulations numériques avec la loi de comportement A.

b) Résultats fournis par le modèle de Mercier et Molinari (1998).

Cette figure montre une forte différence entre les allures des courbes $C=f(V)$. La figure 3.22b ne présente qu'un seul régime de propagation alors que la figure 3.22a en comporte trois. Néanmoins, dans les deux cas une tendance à la saturation de C avec V est observée. Le niveau de la valeur asymptotique est du même ordre de grandeur, à savoir, 1200m/s pour la figure a et 800m/s pour la figure b. Nous pouvons donc supposer que le profil obtenu dans le modèle analytique de Mercier et Molinari correspond à la partie saturée de notre courbe (régime III). Cependant, il semble que le modèle analytique ne puisse pas rendre compte des deux régimes précédents (notés I et II).

3.3.3 Bilan énergétique.

Trois régimes de propagation ont été mis en évidence sur la figure 3.16. Un bilan énergétique est établi afin de tenter d'explicitier ces régimes. La relation suivante, établie au cours du chapitre 2, constitue notre bilan pour l'éprouvette toute entière dans le cas adiabatique :

$$\mathcal{P}_{\text{ext}} = \dot{E}^e + \dot{E}^p + \dot{K} \quad (3.3)$$

où $\mathcal{P}_{\text{ext}} = \int_{S_0} \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} dS_0$ représente la puissance des efforts extérieurs en l'absence de forces de volume (avec \mathbf{t} le vecteur contrainte), $\dot{E}^e = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^e dV_0$ le taux de variation d'énergie élastique, $\dot{E}^p = \int_{V_0} \boldsymbol{\tau} : \mathbf{D}^p dV_0$ le taux de variation du travail plastique et $\dot{K} = \frac{d}{dt} \int_{V_0} \rho_0 \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dV_0$ le taux de variation d'énergie cinétique. La variation d'énergie cinétique est due au changement de profils de vitesses résultant de la propagation de la bande, voir figure 3.13. La variation d'énergie élastique correspond à l'énergie restituée lors de la chute de contrainte, au passage de la bande.

Les simulations numériques fournissent les observations suivantes, illustrées, pour la loi A, par la figure 3.23 :

- $\dot{K} + \dot{E}^e < 0$ dans le régime I
- $\dot{K} + \dot{E}^e > 0$ dans les régimes II et III

La transition entre les stades I et II est donc donnée par l'égalité :

$$\dot{K} + \dot{E}^e = 0 \quad (3.4)$$

Selon la figure 3.23, la vitesse V^* correspondant à cette transition est estimée à 20m/s.

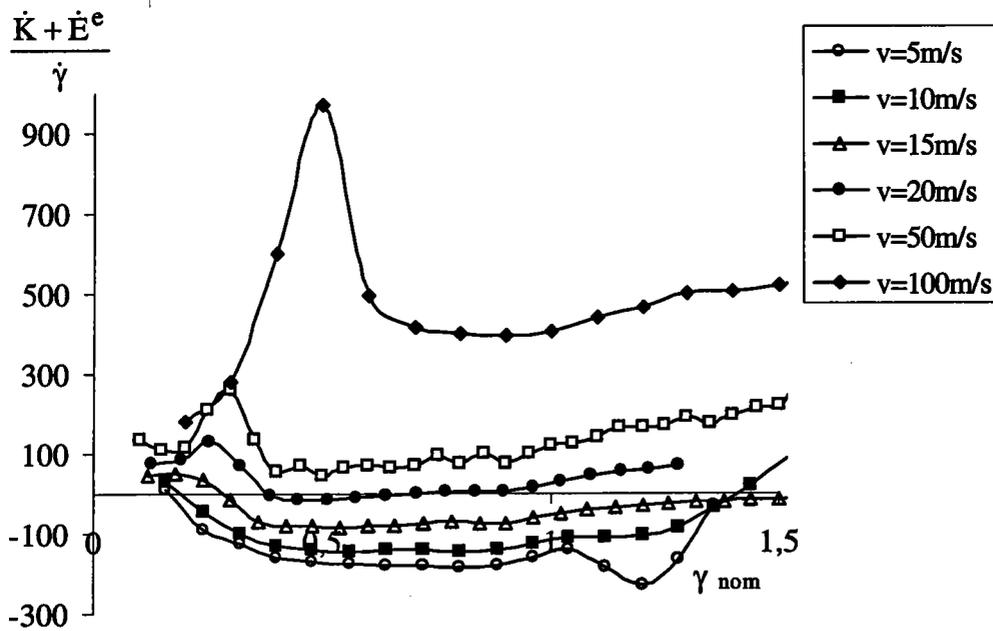


Figure 3.23. Evolution de $(\dot{K} + \dot{E}^e)/\dot{\gamma}$ en fonction de γ_{nom} pour différentes valeurs de vitesse appliquée. La vitesse $V=20\text{m/s}$ engendre une évolution quasi-nulle de $(\dot{K} + \dot{E}^e)/\dot{\gamma}$ en fonction du cisaillement nominal. La loi de comportement A est considérée.

Remarque :

le tracé des courbes $(\dot{K} + \dot{E}^e)/\dot{\gamma} = f(\gamma_{nom})$ pour la loi B conduit à la même estimation de V^* que pour la loi A. Ceci semble tout à fait normal, étant donné que les lois d'évolution de C en fonction de V sont quasiment identiques pour les deux lois de comportement (voir figure 3.16).

Nous allons, à présent, comparer la valeur de V^* fournie par ABAQUS à celle obtenue en établissant une expression approchée de \dot{K} et de \dot{E}^e .

3.3.3.1 Estimation de la variation d'énergie cinétique.

Nous estimons la variation d'énergie cinétique de l'éprouvette dans le cas du régime stationnaire. Seule la variation de profils de vitesse de la composante v_x est étudiée car v_y est négligeable devant v_x . Nous nous intéressons à la moitié de l'éprouvette, (de longueur $L/2$), car il a déjà été mentionné que le phénomène est symétrique, c'est-à-dire que deux bandes se propagent l'une vers l'autre à partir des extrémités de l'échantillon. Le concept de zone de

transition, de longueur caractéristique λ , est introduit. Elle définit la région où s'effectue le passage progressif entre les deux profils de vitesse, voir figure 3.24. L'éprouvette est découpée en trois régions qui sont respectivement : la zone de déformation homogène située loin devant la pointe de la bande (zone 1), la zone de transition (zone 2) et la région se trouvant derrière la pointe de la bande (zone 3). On évalue l'énergie cinétique à deux instants de temps t et $t+dt$. Pendant l'intervalle dt , la bande a parcouru la distance Cdt . Le taux de variation d'énergie cinétique \dot{K} est obtenu en considérant une tranche de longueur Cdt soumise au changement de profil de vitesses illustré sur la figure 3.24. Il convient de noter que la zone 2 n'intervient pas dans le calcul de \dot{K} car cette zone progresse avec la vitesse C au sein de l'éprouvette. Par conséquent, l'énergie cinétique reste constante en fonction du temps à l'intérieur de cette région.

Remarque :

La longueur λ introduite pour définir la taille caractéristique de la zone de transition est différente de celle introduite par Mercier et Molinari (1998) (Λ). En effet, pour ces auteurs, le passage d'un profil de vitesse homogène à un profil localisé s'effectue sur plusieurs Λ .

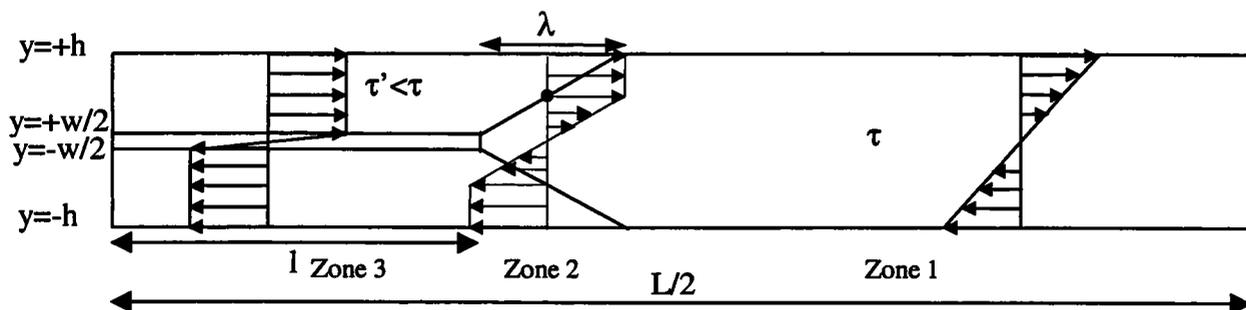


Figure 3.24. Schéma représentant le changement de profil de vitesse v_x au passage de la bande à un instant t donné. La modification du champ des vitesses s'accompagne d'une chute de la contrainte de cisaillement τ . λ caractérise la taille de la zone de transition. La zone 1 représente la région située loin devant la pointe de la bande, la zone 2 la zone de transition elle-même et la zone 3 la région derrière la pointe de la bande.

L'indice i utilisé dans la suite fait référence à la zone i .

La variation d'énergie cinétique dK de la demi-éprouvette, entre les instants t et $t+dt$, s'écrit :

$$dK = K_1^{t+dt} + K_3^{t+dt} - K_1^t - K_3^t = dK_1 + dK_3 \quad (3.5)$$

Etant donné que la bande parcourt la distance Cdt pendant l'intervalle dt , la variation d'énergie cinétique peut s'écrire :

$$dK = Cdt \int_{-h}^h \frac{1}{2} \rho v_1^2 dy - Cdt \int_{-h}^h \frac{1}{2} \rho v_3^2 dy \quad (3.6)$$

soit, en attribuant aux zones 1 et 3 les expressions de leurs profils de vitesse respectifs :

$$dK = -Cdt \int_{-h}^h \frac{1}{2} \rho \left(\frac{Vy}{h} \right)^2 dy + Cdt \left[\frac{1}{2} \rho V^2 2(h - w/2) + \int_{-w/2}^{w/2} \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2Vy}{w} \right)^2 dy \right] \quad (3.7)$$

Nous obtenons par conséquent :

$$\begin{aligned} dK &= \frac{1}{3} \rho V^2 (2h - w) Cdt \\ \text{et} & \\ \dot{K} &= \frac{1}{3} \rho V^2 (2h - w) C \end{aligned} \quad (3.8)$$

Pour l'éprouvette entière, le taux de variation d'énergie cinétique devient :

$$\dot{K} = \frac{2}{3} \rho V^2 (2h - w) C \quad (3.9)$$

3.3.3.2 Estimation de la variation d'énergie élastique.

La même démarche que pour l'énergie cinétique est adoptée. La contrainte loin devant la bande est représentée par τ . Nous faisons l'hypothèse que l'échauffement engendré par la déformation plastique homogène ne conduit pas à une température supérieure à 500K. Par conséquent, la valeur de τ est identique pour les deux lois de comportement A et B. A nouveau, l'estimation de l'énergie élastique au sein de la zone de transition (zone 2) ne présente pas d'intérêt car elle reste inchangée en fonction du temps pour un régime de propagation stationnaire.

La variation d'énergie élastique dE^e de la demi-éprouvette, entre les instants t et $t+dt$, s'écrit :

$$dE^e = E_1^{e^{t+dt}} + E_3^{e^{t+dt}} - E_1^{e^t} - E_3^{e^t} = dE_1^e + dE_3^e \quad (3.10)$$

Etant donné que la bande parcourt la distance Cdt pendant l'intervalle dt , la variation d'énergie élastique peut s'écrire :

$$dE^e = -Cdt \int_{-h}^h \frac{1}{2} \tau_1 \gamma_1^e dy + Cdt \int_{-h}^h \frac{1}{2} \tau_3 \gamma_3^e dy \quad (3.11)$$

A l'intérieur de la bande, les calculs démontrent que la contrainte loin derrière la pointe chute respectivement à $\approx \tau/2$ et à quasiment 0 pour les lois de comportement A et B, voir figure 3.11. Pour respecter les conditions d'équilibre, nous supposons que les valeurs de contrainte relevées à l'extérieur de la bande (et dans la zone 1) sont identiques aux valeurs mesurées à l'intérieur de celle-ci. L'expression de la variation d'énergie élastique devient donc:

$$dE^e = -Cdt \int_{-h}^h \frac{\tau^2}{2\mu} dy + Cdt \int_{-h}^h \frac{\tau^2}{8\mu} dy \quad \text{pour la loi A} \quad (3.12)$$

$$dE^e = -Cdt \int_{-h}^h \frac{\tau^2}{2\mu} dy \quad \text{pour la loi B} \quad (3.13)$$

Nous obtenons ainsi :

$$dE^e = -\frac{3}{4} \frac{\tau^2}{\mu} hCdt \quad \text{pour la loi A} \quad (3.14)$$

$$dE^e = -\frac{\tau^2}{\mu} hCdt \quad \text{pour la loi B} \quad (3.15)$$

et par conséquent, l'expression du taux de variation d'énergie élastique pour l'éprouvette entière devient :

$$\dot{E}^e = -\frac{3}{2} \frac{\tau^2}{\mu} hC \quad \text{pour la loi A} \quad (3.16)$$

et

$$\dot{E}^e = -2 \frac{\tau^2}{\mu} hC \quad \text{pour la loi B} \quad (3.17)$$

3.3.3.3 Expression de la vitesse de transition V^* .

La vitesse V^* définie par l'égalité $\dot{K} + \dot{E}^e = 0$ peut à présent être exprimée grâce aux relations (3.9), (3.16) et (3.17). Nous obtenons pour les deux lois de comportement :

$$V_A^* = \sqrt{\frac{9\tau^{*2} h}{8\mu\rho(h-w/2)}} \quad \text{pour la loi A} \quad (3.18)$$

$$V_B^* = \sqrt{\frac{3\tau^{*2} h}{2\mu\rho(h-w/2)}} \quad \text{pour la loi B} \quad (3.19)$$

où τ^* est la contrainte de cisaillement loin devant la pointe de la bande correspondant à la vitesse V^* . Etant donnée que la largeur de la bande w est petite par rapport à la hauteur de la couche cisailée $2h$, les expressions (3.18) et (3.19) peuvent être approximées par :

$$V_A^* = \sqrt{\frac{9\tau^{*2}}{8\mu\rho}} \quad \text{pour la loi A} \quad (3.20)$$

$$V_B^* = \sqrt{\frac{3\tau^{*2}}{2\mu\rho}} \quad \text{pour la loi B} \quad (3.21)$$

Pour déterminer les valeurs de V_A^* et V_B^* , il est nécessaire d'utiliser une méthode itérative. En effet, ces valeurs sont dépendantes de la contrainte τ^* , qui dépend elle-même de la vitesse V^* par l'intermédiaire de la loi de comportement.

Une valeur initiale (V^{*0}) est fixée pour V_A^{*0} et V_B^{*0} . Puis τ^{*0} est calculée par les lois de comportement A et B pour $V=V^{*0}$. L'amplitude de la déformation plastique considérée joue un rôle très faible dans le calcul de τ car le coefficient d'érouissage n est petit. L'hypothèse adiabatique est considérée. Les relations (3.20) et (3.21) permettent ensuite de calculer les valeurs V_A^{*1} et V_B^{*1} à partir de la valeur de τ^{*0} . Le calcul s'effectue ensuite itérativement jusqu'à ce que la solution converge. Nous obtenons finalement $V_A^*=19\text{m/s}$ et $V_B^*=22\text{m/s}$, ce qui présente un accord convenable avec la valeur d'environ 20m/s fournie

par ABAQUS. De plus, l'observation de la figure 3.16 montre que la fin du régime I est bien observable pour une vitesse V^* de l'ordre de 20m/s.

Les relations (3.20) et (3.21) illustrent le rôle du niveau de contrainte, du module de cisaillement et de la masse volumique sur les valeurs de V_A^* et V_B^* . En faisant varier l'un ou l'autre de ces paramètres, il est possible d'effectuer une comparaison entre les valeurs de V^* fournies par ces relations et celle donnée par ABAQUS. La table 3.2 montre ainsi qu'une bonne corrélation est obtenue.

Propriétés	V_A^* calculée, m/s	V_B^* calculée, m/s	V^* ABAQUS, m/s
$\mu=80\text{GPa}, \rho=7800\text{kg/m}^3, K=6300.10^6 \text{ Pa.}$	19	22	≈ 20
$\mu=40\text{GPa}, \rho=7800\text{kg/m}^3, K=6300.10^6 \text{ Pa.}$	27	31	≈ 30
$\mu=580\text{GPa}, \rho=7800\text{kg/m}^3, K=6300.10^6 \text{ Pa.}$	7	8	≈ 6
$\mu=80\text{GPa}, \rho=3900\text{kg/m}^3, K=6300.10^6 \text{ Pa.}$	25	29	≈ 30
$\mu=80\text{GPa}, \rho=15600\text{kg/m}^3, K=6300.10^6 \text{ Pa.}$	14	16	≈ 12.5
$\mu=80\text{GPa}, \rho=7800\text{kg/m}^3, K=9450.10^6 \text{ Pa.}$	27	32	≈ 30

Table 3.2. Comparaison entre les valeurs de V^* calculées avec (3.22) et celles fournies par les simulations numériques.

La loi d'évolution de la célérité de la bande en fonction de la vitesse appliquée est à présent caractérisée. Cependant, nous désirons clore ce chapitre en revenant sur quelques-unes des hypothèses effectuées au début de cette analyse afin de vérifier qu'elles n'influencent pas nos résultats. Nous étudions l'effet de la condition $v_y=0$ imposée sur les frontières supérieure et inférieure de notre éprouvette ainsi que l'influence de la dilatation thermique.

3.3.4 Influence des conditions aux limites sur la vitesse de propagation de la bande.

Les conditions aux limites peuvent influencer de manière capitale la solution d'un problème. Nous avons insisté, au début de ce chapitre, sur le caractère infiniment rigide de la condition $v_y=0$ imposée sur les frontières supérieure et inférieure de la couche cisailée. Cette condition était destinée à simuler la présence de matière de part et d'autre de la couche (en référence à l'éprouvette de Marchand et Duffy (1988)). Or elle conduit à l'apparition d'une forte pression hydrostatique $\sigma_m=(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33})/3$ au moment du passage de la bande, comme le montre la figure 3.25.

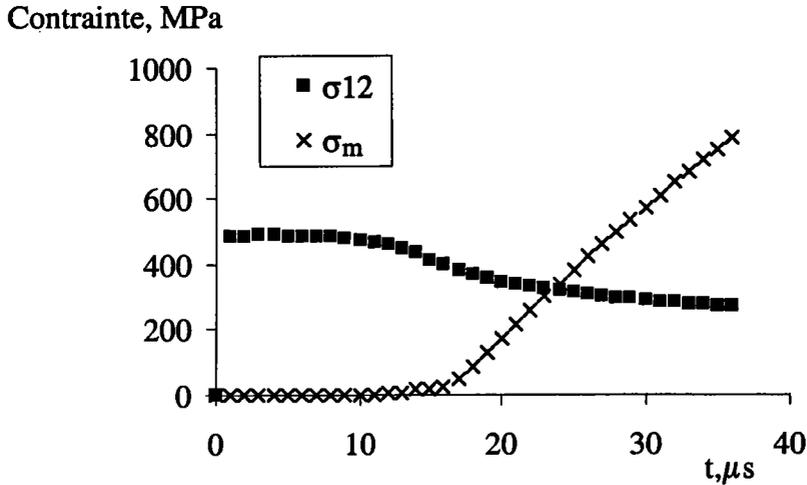


Figure 3.25. Evolution de la composante de cisaillement σ_{12} et de la pression hydrostatique $\sigma_m=(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33})/3$ d'un élément de matière situé loin devant le défaut initial, sur l'axe $y=0$. La condition $v_y=0$ est imposée sur les frontières $y=\pm h$. Au passage de la pointe de la bande, la pression hydrostatique devient élevée. La vitesse imposée est de 50m/s.

Pour vérifier que la célérité de la bande n'est pas influencée par cette condition cinématique, nous modifions donc les conditions aux limites imposées sur les bords $y=\pm h$. La condition $v_y=0$ est remplacée par l'ajout de deux couches d'éléments de rigidité élevée ($\mu=160\text{GPa}$) et d'épaisseur identique à celle de l'éprouvette, de part et d'autre de ces frontières. Le matériau constitutif de ces deux couches d'éléments est élastique. Ainsi un léger déplacement des frontières inférieure et supérieure est autorisé. Cet « assouplissement » du modèle a pour effet de faire chuter la pression hydrostatique à la pointe de la bande, comme illustré sur la figure 3.26.

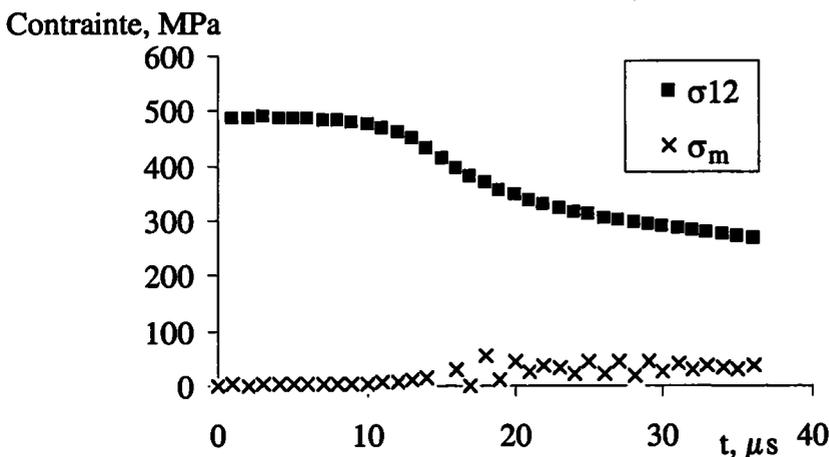


Figure 3.26. Evolution de la composante de cisaillement σ_{12} et de la pression hydrostatique $\sigma_m=(\sigma_{11}+\sigma_{22}+\sigma_{33})/3$ d'un élément de matière situé loin devant le défaut initial, sur l'axe $y=0$. La condition $v_y=0$ est remplacée par l'ajout de deux couches d'éléments de rigidité élevée de part et d'autre des frontières $y=\pm h$. La pression hydrostatique reste faible. La vitesse imposée est de 50m/s.

Cependant, la figure 3.27 nous montre que la chute de la pression hydrostatique n'a pas d'incidence significative sur la célérité de la bande. Par conséquent, la condition $v_y=0$ est conservée pour la suite des calculs.

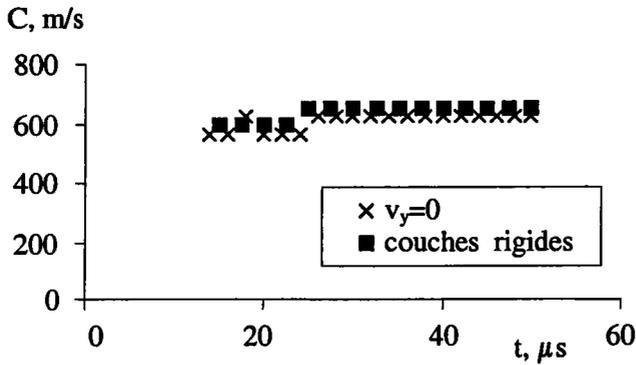


Figure 3.27. Evolution au cours du temps, de la vitesse de propagation de la bande pour deux types de conditions aux limites imposées sur les frontières $y=\pm h$. La vitesse imposée est de 50m/s. Les résultats obtenus sont quasiment identiques.

Remarque : ces calculs ont également été effectués pour une valeur de vitesse faible $V=2\text{m/s}$ (régime I de la figure 3.16) et une valeur élevée $V=150\text{m/s}$ (régime III). Ils ont conduit aux mêmes conclusions.

3.3.5 Influence de la dilatation thermique sur la vitesse de propagation de la bande.

Nous avons supposé, au début de notre travail, que la dilatation thermique α pouvait être négligée. Nous vérifions ici, la légitimité de cette hypothèse en effectuant deux calculs incluant la dilatation (avec $\alpha=12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), l'un pour une vitesse $V=10\text{m/s}$ et l'autre pour $V=150\text{m/s}$. La figure 3.28 compare l'évolution de la vitesse de propagation C pour chacune de ces vitesses, suivant que l'on tient compte ou non de la dilatation.

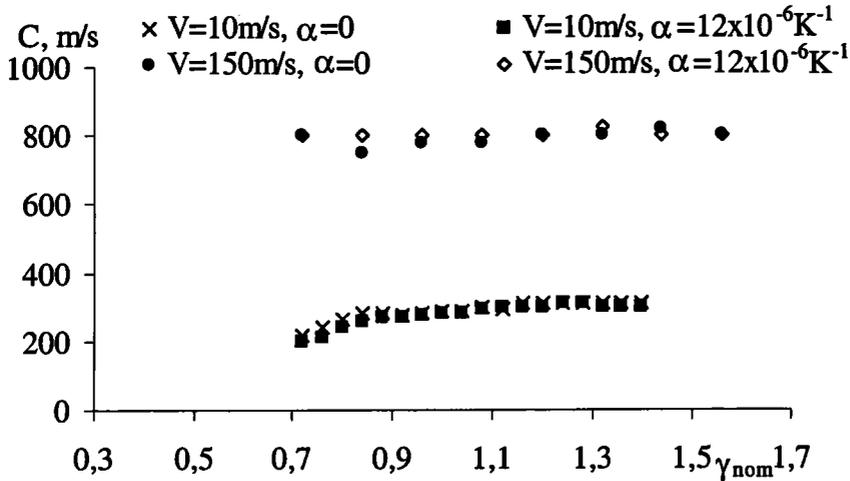


Figure 3.28. Effet de la dilatation thermique sur la célérité de la bande pour deux valeurs de vitesse imposées.

Cette figure indique que la prise en compte de la dilatation thermique n'engendre aucune modification des vitesses de propagation, ce qui confirme l'hypothèse initiale. Dans la suite de ce travail, nous considérons donc $\alpha=0$.

En conclusion, l'influence de la vitesse de chargement sur la célérité de propagation de la bande a été mise en évidence pour un matériau donné. Trois régimes de propagation ont été observés, et un lien a été établi entre ces trois régimes et le bilan des énergies mises en jeu. La comparaison avec des travaux existants a permis de valider les résultats obtenus. Cependant, pour tenter de comprendre le phénomène global de propagation de bandes de cisaillement adiabatique, il est nécessaire d'étudier l'ensemble des paramètres susceptibles d'influencer le processus. Le chapitre suivant, consacré à l'analyse dimensionnelle du problème permettra de répondre à cet objectif, en établissant une relation liant la vitesse de propagation de la bande à toutes les quantités présentes.

ANALYSE DIMENSIONNELLE

CHAPITRE 4.

Analyse dimensionnelle.

L'application de l'analyse dimensionnelle à un problème pratique est basée sur l'hypothèse que la solution du problème est exprimable au moyen d'une équation dimensionnellement homogène par rapport à des variables déterminées. Selon Buckingham (1914), elle peut donc se réduire à une relation entre une série complète de produits sans dimensions. La première étape dans tout problème d'analyse dimensionnelle est de décider quelles sont les variables qui entrent dans le problème. Les chapitres précédents ont permis, le plus souvent par l'intermédiaire des équations du problème, de dresser la liste de ces variables :

- variables de chargement : vitesse appliquée V et température initiale T_0 .
- variables géométriques : longueur de l'éprouvette L , hauteur de l'éprouvette h , amplitude du défaut e_{def} .
- paramètres du matériau : module d'élasticité en cisaillement μ , masse volumique ρ , chaleur spécifique C_p , conductivité thermique k , coefficient d'écrouissage n , sensibilité à la vitesse de déformation m , adoucissement thermique v , coefficient de Taylor-Quinney β , niveau de la contrainte équivalente K .
- paramètre résultat : vitesse de propagation de la bande C .

Dans la suite, l'analyse dimensionnelle sera effectuée uniquement pour la loi de comportement A , par conséquent le paramètre supplémentaire p lié à la loi B n'apparaît pas ici.

4.1 Théorème Π (ou de Vashy-Buckingham).

La théorie de l'analyse dimensionnelle utilise le théorème Π énoncé la première fois par Vashy en 1890, puis repris d'une manière plus précise par Buckingham en 1914. Il ne constitue pas une évidence mathématique et de nombreux auteurs en ont donné des démonstrations plus ou moins rigoureuses ou plus ou moins générales. Nous admettrons ici ce théorème sans démonstration.

Le théorème Π s'énonce comme suit :

a). La forme la plus générale de n'importe quelle équation physique complète :

$$f(E_1, E_2, \dots, E_p)=0 \quad (4.1)$$

s'écrit :

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{p-q})=0 \quad (4.2)$$

Les E_i désignent les grandeurs physiques du problème et les Π_i correspondent aux produits sans dimensions, indépendants, qui peuvent être constitués au moyen de ces p grandeurs physiques.

b). Le nombre de ces produits indépendants est égal à $p-q$, q étant le nombre des unités fondamentales intervenant dans la mesure des p grandeurs.

L'application de ce théorème fait surgir quelques remarques :

- 1) L'équation (4.1) doit être complète, c'est-à-dire que toutes les variables qui déterminent le phénomène doivent y figurer.
- 2) Les produits Π sont constitués par des groupements monômes contenant deux ou plusieurs des p variables figurant dans l'équation (4.1). Ils doivent être indépendants en ce sens que l'un d'eux ne doit pas être le résultat de la combinaison de deux ou plusieurs autres.
- 3) Le théorème Π nous apprend que le nombre de termes sans dimensions est égal à $p-q$ mais Bridgman (1932) a montré que cette règle n'était pas infaillible. Plusieurs auteurs ont, depuis, énoncé une règle plus rigoureuse sous différentes formes. Elle affirme que le nombre de produits sans dimensions d'une série complète est égal au nombre total de variables moins le rang de leur matrice dimensionnelle. C'est cette dernière règle que nous utiliserons.

4.2 Calcul de la série complète de produits sans dimensions.

La série est composée des 15 variables citées précédemment et 4 unités fondamentales (M : masse, L : longueur, T : temps, θ : température) interviennent dans la mesure des 15 grandeurs. La matrice dimensionnelle du problème est la suivante :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	C	V	C _p	k	h	e _{def}	K	μ	ρ	T ₀	L	n	m	β	v
M	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
L	1	1	2	1	1	1	-1	-1	-3	0	1	0	0	0	0
T	-1	-1	-2	-3	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	0
θ	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Pour déterminer l'ordre de cette matrice, on utilise la définition suivante :

« Si une matrice contient un déterminant d'ordre r non nul et si tous les déterminants d'ordre supérieur à r sont nuls, le rang de la matrice est r par définition. »

Le déterminant d'ordre 4 de la matrice associée aux variables μ, ρ, T₀ et L est différent de 0 :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

Par conséquent, le rang de la matrice dimensionnelle est 4. Le nombre de paramètres sans dimensions est donc égal à 15 - 4 = 11.

Tout produit Π des variables du problème s'écrit :

$$\Pi = C^{a1} V^{a2} C_p^{a3} k^{a4} h^{a5} e_{def}^{a6} K^{a7} \mu^{a8} \rho^{a9} T_0^{a10} L^{a11} n m \beta v \quad (4.3)$$

car n, m, β et v sont par définition adimensionnels.

Quelles que soient les valeurs des nombres « a » la dimension de Π est :

$$[\Pi] = [LT^{-1}]^{a1} [LT^{-1}]^{a2} [L^2T^{-2}\theta^{-1}]^{a3} [MLT^{-3}\theta^{-1}]^{a4} [L]^{a5} [L]^{a6} [ML^{-1}T^{-2}]^{a7} [ML^{-1}T^{-2}]^{a8} [ML^{-3}]^{a9} [\theta]^{a10} [L]^{a11} \quad (4.4)$$

Finalement l'expression dimensionnelle de Π peut s'écrire :

$$[\Pi] = [M^{a4+a7+a8+a9} L^{a1+a2+2a3+a4+a5+a6-a7-a8-3a9+a11} T^{-a1-a2-2a3-3a4-2a7-2a8} \theta^{-a3-a4+a10}] \quad (4.5)$$

Comme Π doit être sans dimensions, les exposants de M, L, T et θ doivent tous être égaux à zéro. D'où il résulte :

$$\begin{aligned} a4+a7+a8+a9 &= 0 \\ a1+a2+2a3+a4+a5+a6-a7-a8-3a9+a11 &= 0 \\ -a1-a2-2a3-3a4-2a7-2a8 &= 0 \\ -a3-a4+a10 &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nous vérifions que les coefficients de chaque équation correspondent aux lignes de la matrice dimensionnelle.

Le système (4.6) est composé de 4 équations à 11 inconnues. On suppose connues les valeurs de 7 d'entre elles et on exprime les 4 autres en fonction de celles-ci. Nous choisissons d'exprimer nos quantités Π_i en fonction des variables μ , ρ , T_0 et L car il est nécessaire que le déterminant de la matrice associée aux variables choisies soit différent de zéro (ce que nous venons de vérifier pour μ , ρ , T_0 et L). Par conséquent, nous exprimons les variables a_8 , a_9 , a_{10} et a_{11} en fonction de a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 et a_7 . Le résultat suivant est obtenu :

$$\begin{aligned} a_8 &= \frac{1}{2}(-a_1 - a_2 - 2a_3 - 3a_4 - 2a_7) \\ a_9 &= \frac{1}{2}(a_1 + a_2 + 2a_3 + a_4) \\ a_{10} &= a_3 + a_4 \\ a_{11} &= -a_4 - a_5 - a_6 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Les 7 solutions sont ensuite dégagées en considérant arbitrairement des valeurs simples pour les coefficients a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 et a_7 :

$$\begin{aligned} a_1=1, a_2=a_3=a_4=a_5=a_6=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=-1/2, a_9=1/2, a_{10}=0, a_{11}=0 \\ a_2=1, a_1=a_3=a_4=a_5=a_6=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=-1/2, a_9=1/2, a_{10}=0, a_{11}=0 \\ a_3=1, a_1=a_2=a_4=a_5=a_6=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=-1, a_9=1, a_{10}=1, a_{11}=0 \\ a_4=1, a_1=a_2=a_3=a_5=a_6=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=-3/2, a_9=1/2, a_{10}=1, a_{11}=-1 \\ a_5=1, a_1=a_2=a_3=a_4=a_6=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=0, a_9=0, a_{10}=0, a_{11}=-1 \\ a_6=1, a_1=a_2=a_3=a_4=a_5=a_7=0 & \text{ d'où } a_8=0, a_9=0, a_{10}=0, a_{11}=-1 \\ a_7=1, a_1=a_2=a_3=a_4=a_5=a_6=0 & \text{ d'où } a_8=-1, a_9=0, a_{10}=0, a_{11}=0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Les résultats complets (incluant les paramètres adimensionnels m , n , β et v) sont rassemblés dans la matrice des solutions suivante :

	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15
	C	V	C_p	k	h	e_{def}	K	μ	ρ	T_0	L	n	m	β	v
Π_1	1	0	0	0	0	0	0	-1/2	1/2	0	0	0	0	0	0
Π_2	0	1	0	0	0	0	0	-1/2	1/2	0	0	0	0	0	0
Π_3	0	0	1	0	0	0	0	-1	1	1	0	0	0	0	0
Π_4	0	0	0	1	0	0	0	-3/2	1/2	1	-1	0	0	0	0
Π_5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
Π_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
Π_7	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
Π_8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Π_9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Π_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Π_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Les 11 paramètres adimensionnels Π de notre problème sont donc :

$$\Pi_1 = C \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}, \quad \Pi_2 = V \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}, \quad \Pi_3 = \frac{\rho C_p T_0}{\mu}, \quad \Pi_4 = \frac{k T_0}{L \mu} \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}, \quad \Pi_5 = \frac{h}{L}, \quad \Pi_6 = \frac{e_{def}}{L}, \quad \Pi_7 = \frac{K}{\mu},$$

$$\Pi_8 = n, \quad \Pi_9 = m, \quad \Pi_{10} = \beta, \quad \Pi_{11} = v \quad (4.9)$$

Une infinité de séries complètes de produits sans dimensions peut être formée à partir d'une suite de variable données. Il est ainsi possible d'effectuer un réarrangement des paramètres Π afin de faciliter les calculs, sans que cela n'affecte l'équation globale. L'équation finale de notre problème, une fois ces changements effectués devient :

$$f\left(\frac{C}{V}, \frac{\rho V^2}{\mu}, \frac{\rho C_p T_0}{\mu}, \frac{k T_0}{V \mu h}, \frac{h}{L}, \frac{h}{e_{def}}, \frac{K}{\mu}, n, m, \beta, v\right) = 0 \quad (4.10)$$

Nous nous intéressons précisément à la variable C (vitesse de propagation de la bande) en tant que paramètre de sortie de nos calculs. Il est donc préférable d'écrire la relation (4.10) sous la forme :

$$\frac{C}{V} = F\left(\frac{\rho V^2}{\mu}, \frac{\rho C_p T_0}{\mu}, \frac{k T_0}{V \mu h}, \frac{h}{L}, \frac{h}{e_{def}}, \frac{K}{\mu}, n, m, \beta, v\right) \quad (4.11)$$

La suite de ce travail est donc consacrée à la détermination de la fonction F caractérisant le rôle de chacun des paramètres sur la vitesse de propagation de la bande.

4.3 Résultats.

L'évolution de la célérité C de la bande en fonction de la vitesse appliquée V a fait apparaître trois stades distincts. Une relation exprimant la valeur de la vitesse de transition V^* entre les régimes I et II a été énoncée. Selon cette relation, une variation des paramètres du problème engendre une modification de la valeur de V^* . La délimitation des trois régimes de propagation devient alors délicate. Pour cette raison, nous effectuons l'analyse dimensionnelle sur les stades I et III exclusivement. Pour le régime I, nous nous plaçons suffisamment loin de la vitesse critique V_c et de la vitesse de transition V^* . Pour le régime III, nous considérons des vitesses appliquées très élevées de façon à être certains que le régime III est atteint. Pour déterminer la fonction F , nous réalisons un grand nombre de simulations numériques en faisant varier chaque paramètre adimensionnel l'un après l'autre tout en prenant soin, à chaque fois, de conserver les autres constants. Ceci nous permet d'identifier les lois d'évolution de C/V en fonction de chacun des autres paramètres.

4.3.1 Stade I.

Les simulations numériques réalisées pour le stade I permettent d'exprimer la relation (4.11) sous la forme suivante :

$$\frac{C}{V - V_c} \approx \frac{C}{V} \approx \left(\frac{K}{\mu}\right)^{0,97} \left(\frac{\mu}{\rho C_p T_0}\right)^{0,98} \beta^{1,01} \frac{1}{m^{1,08}} (-An + B) f(v) \quad (4.12)$$

en considérant que l'approximation $\frac{C}{V - V_c} \approx \frac{C}{V}$ est raisonnable lorsque $V \gg V_c$.

La fonction f représentant la dépendance du paramètre C/V en fonction du coefficient d'adoucissement thermique v ne peut s'exprimer sous une forme simple (fonction puissance, logarithmique ou exponentielle). Elle sera néanmoins représentée plus loin de façon à expliciter le rôle de v . Les figures illustrant l'évolution de C/V en fonction de chacun des paramètres adimensionnels et permettant de construire la relation (4.12) seront également représentées ultérieurement, lors de la discussion.

L'évaluation des vitesses de propagation de bande s'accompagne d'une incertitude liée à la taille de l'élément et à la fréquence d'écriture des résultats. C'est pourquoi, il est acceptable de proposer une approximation des différentes puissances de la relation (4.12) par la valeur 1. Finalement, la relation (4.12) devient :

$$\frac{C}{V} = \left(\frac{K}{\mu} \right) \left(\frac{\mu}{\rho C_p T_0} \right) \frac{\beta}{m} (-An + B) f(v) = \frac{K\beta}{\rho C_p T_0 m} (-An + B) f(v) \quad (4.13)$$

avec $A \approx 257$ et $B \approx 38.2$.

Cette relation est établie pour la gamme de variation des différents paramètres citée ci-après. Au-delà de cette gamme, aucune extrapolation ne peut être effectuée.

$$\begin{aligned} 3,15 \cdot 10^3 &\leq K \leq 12,6 \cdot 10^3 \text{ MPa}, \\ 0,45 &\leq \beta \leq 1, \\ 1950 &\leq \rho \leq 15600 \text{ kg/m}^3, \\ 125 &\leq C_p \leq 1000 \text{ J/kgK}, \\ 75 &\leq T_0 \leq 600 \text{ K}, \\ 40 \cdot 10^3 &\leq \mu \leq 160 \cdot 10^3 \text{ MPa}, \\ 0 &\leq n \leq 0,12, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,005 &\leq m \leq 0,076, \\ 0,05 &\leq v \leq 0,76 \\ 0 &\leq k \leq 500 \text{ W/mK}, \\ 1,25 &\leq e/e_{def} \leq 2, \\ V_c &\ll V \ll V^* \\ 100 \text{ mm} &< L < 200 \text{ mm} \\ 1,25 \text{ mm} &< h < 3,75 \text{ mm} \end{aligned}$$

Pour tenter de comprendre la forme de la relation (4.13), nous discutons à présent le rôle de chacun des paramètres étudiés.

4.3.1.1 Influence du niveau de contrainte K .

Le niveau de contrainte K apparaît dans le terme adimensionnel K/μ . L'évolution du rapport C/V avec celui-ci est illustrée par la figure 4.1.

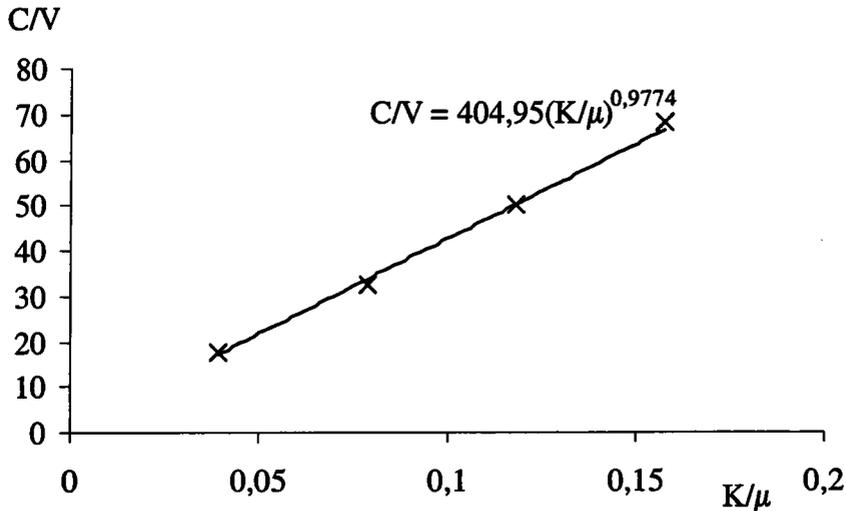


Figure 4.1. Evolution de la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V en fonction de K/μ . Les paramètres $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n , β et v restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

K intervient, par l'intermédiaire de la contrainte de cisaillement τ , dans l'écriture de deux quantités primordiales dans le processus de propagation, à savoir l'énergie élastique τ^2/μ et la puissance des efforts extérieurs τV . Etant donné que dans la relation (4.13), le rapport C/V dépend linéairement de K et ne dépend pas de μ , nous pouvons en déduire que, dans le régime I, la propagation de la bande est contrôlée par le travail des forces extérieures. De plus, nous remarquons qu'une augmentation de K conduit à un accroissement du rapport C/V . Ceci s'explique par le fait que K régit à la fois le niveau d'énergie injectée dans le système mais également la chute de contrainte due à l'adoucissement thermique, de par sa présence dans l'équation de la chaleur. Ainsi, une augmentation de K conduit à un accroissement de l'énergie injectée et à une récupération plus importante de cette énergie par la chute de contrainte due à l'échauffement.

4.3.1.2 Influence de l'inertie.

L'inertie est un phénomène observable physiquement par le terme d'énergie cinétique ρV^2 et par l'ensemble des termes relatifs à la propagation d'ondes. La figure 4.2 rapporte l'effet du paramètre adimensionnel $\rho V^2/\mu$ sur le rapport C/V . Ce paramètre fait intervenir à la fois le terme d'énergie cinétique mais également la vitesse des ondes élastiques de cisaillement par le rapport μ/ρ . La figure 4.2 fait clairement apparaître que la vitesse des ondes élastiques de cisaillement ne joue aucun rôle sur la propagation dans le stade I, et que l'énergie cinétique peut être négligée, bien que les vitesses de cisaillement nominal puissent atteindre 16000s^{-1} dans ce régime.

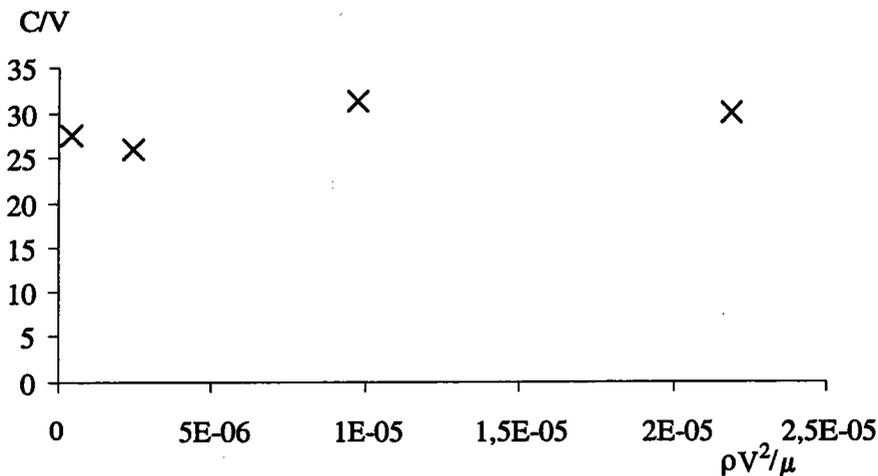


Figure 4.2. Effet du paramètre adimensionnel $\rho V^2/\mu$ sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n , β et v restent constants. Le stade I est étudié.

4.3.1.3 Influence de la production de chaleur.

La production de chaleur est associée à deux termes distincts de l'analyse dimensionnelle : $\rho C_p T_0/\mu$ et β . D'après la relation (4.13), une augmentation de ρ ou de C_p , ou bien une réduction de β engendre une diminution de la vitesse de propagation. En effet, les deux paramètres adimensionnels sont fortement liés à la vitesse de propagation de la bande (figure 4.3) car ils déterminent, par l'intermédiaire de l'équation de la chaleur, l'amplitude de la chute de contrainte due à l'adoucissement thermique. Ainsi une augmentation de ρ ou de C_p (ou un accroissement de β) augmente la capacité thermique du solide, conduisant alors à une

réduction de \dot{T} pour une valeur donnée de D_{eq}^p . Par conséquent, la chute de contrainte est moindre et la vitesse de propagation diminue. Un comportement similaire est obtenu pour la variable T_0 car elle contrôle le niveau initial de la contrainte. Une diminution de T_0 engendre une contrainte initiale plus élevée et donc un échauffement plus important. La chute de contrainte qui en résulte est donc plus prononcée et conduit à l'augmentation de la célérité de la bande.

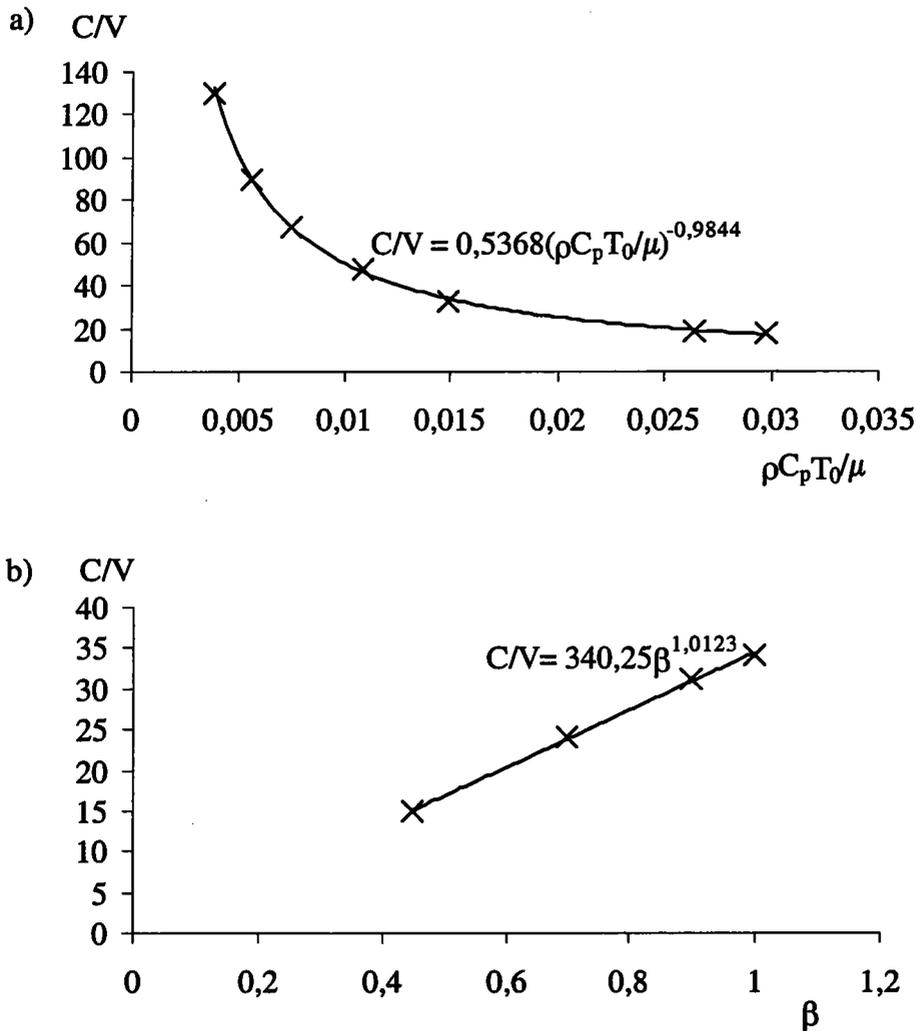


Figure 4.3. Effet des termes adimensionnels a) $\rho C_p T_0/\mu$, b) β sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n et v restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

4.3.1.4 Effet de la sensibilité à la vitesse de déformation.

Le caractère stabilisant de la sensibilité à la vitesse m sur la localisation de la déformation est bien connu. En ce qui concerne la propagation des bandes de cisaillement, ce caractère stabilisant se manifeste par une chute significative de la célérité des bandes lorsque m augmente. La loi d'évolution du rapport C/V en fonction de m fournie par la figure 4.4 est valide uniquement pour la gamme de valeurs considérée. Au-delà de cette gamme, il existe une valeur critique de m (de l'ordre de 0.12) à partir de laquelle il n'y a plus de localisation de la déformation. Ceci est conforme au critère d'instabilité établi par Molinari et Clifton (1987), qui, dans le cas d'un problème unidimensionnel, pour des conditions aux limites en vitesse et pour une configuration adiabatique, s'écrit de la façon suivante :

$$m(1+\nu)+n-\nu < 0 \quad (4.14)$$

Il convient de noter que la valeur critique de m donnée par cette relation (ici $m \approx 0.26$) ne correspond pas à celle obtenue par nos calculs car ce critère ne peut être appliqué directement aux problèmes bidimensionnels complexes de propagation de bande. Cependant, il fournit des indications concernant l'influence des paramètres matériau sur le phénomène d'instabilité.

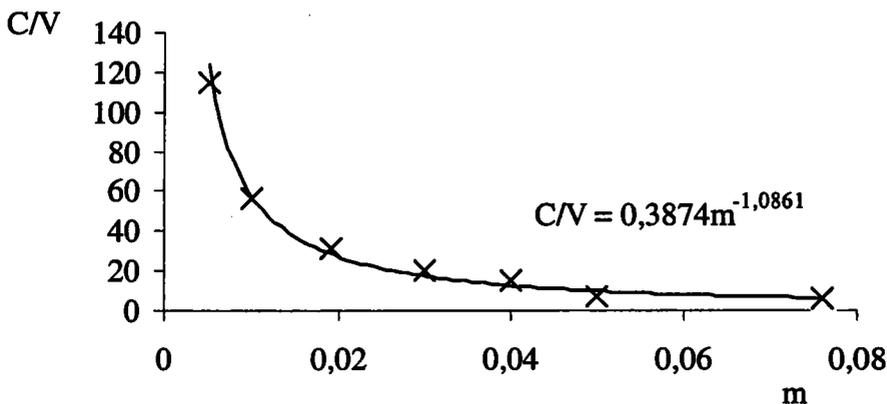


Figure 4.4. Effet de la sensibilité à la vitesse m sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $k T_0/V \mu h$, h/L , h/e_{def} , n , β et ν restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

4.3.1.5 Effet de l'écroutissage.

De même que la sensibilité à la vitesse de déformation, l'écroutissage n est également un paramètre stabilisant pour la propagation. La diminution de la vitesse de bande lorsque n augmente est illustrée par la figure 4.5. L'existence d'une valeur de n au-delà de laquelle aucune bande ne se forme est à nouveau conforme au critère de Molinari et Clifton (1987) cité précédemment, bien que les valeurs relevées soient assez éloignées ($n=0.15$ d'après nos simulations et $n=0.353$ d'après le critère).

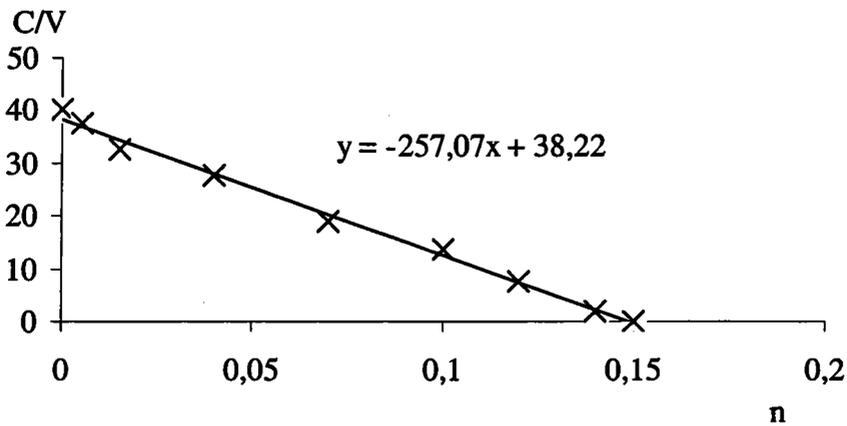


Figure 4.5. Effet de l'écroutissage sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , β et ν restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I). A partir de la valeur $n=0.15$, aucune bande ne se forme à l'intérieur de l'éprouvette.

4.3.1.6 Effet du module d'élasticité en cisaillement.

D'après la relation (4.13), la combinaison de tous les termes adimensionnels incluant le module d'élasticité μ rend le rapport C/V indépendant de celui-ci. Or, la physique du problème indique que μ intervient dans les termes suivants : l'énergie élastique $\tau^2/2\mu$ et la vitesse d'onde élastique en cisaillement $\sqrt{\mu/\rho}$. Comme aucune combinaison de ces deux quantités ne permet d'écrire une relation compatible avec l'équation (4.13), il peut être conclu que ni l'énergie élastique, ni la vitesse des ondes élastiques de cisaillement n'exercent une influence notable sur la propagation de la bande dans le stade I. Nous obtenons ainsi la confirmation que la source d'énergie responsable de la propagation dans le stade I est le travail des forces extérieures.

4.3.1.7 Influence de la conductivité thermique.

La conductivité thermique k n'apparaît que dans le paramètre $kT_0/V\mu h$. Il suffit donc d'analyser ce paramètre pour déterminer le rôle de la conductivité sur la propagation.

Il a été démontré dans le chapitre précédent que la propagation de la bande n'était pas affectée par la prise en compte ou non de la conductivité thermique, excepté au voisinage de la vitesse critique V_c (figure 3.17). Les résultats fournis par la figure 4.6 et réalisés pour une vitesse $V \gg V_c$ ne font que confirmer cette observation.

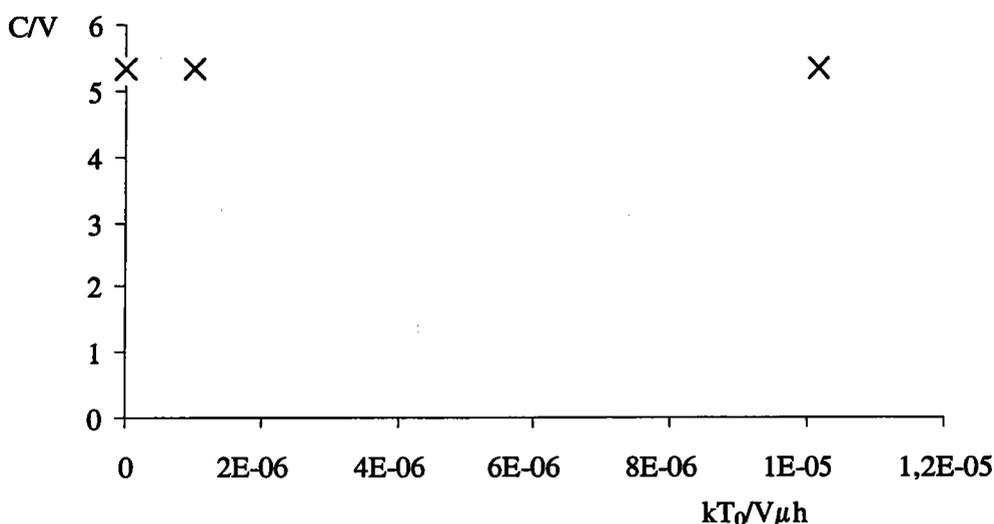


Figure 4.6. Effet du paramètre $kT_0/V\mu h$ sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, h/L , h/e_{def} , m , n , β et v restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

4.3.1.8 Influence du défaut géométrique.

L'amplitude du défaut géométrique e_{def} exerce un rôle direct sur l'instant auquel s'effectue la localisation de la déformation. Plus le défaut est important, plus la localisation se produit tôt. Le choix d'un défaut important se justifie donc par une volonté de réduire les temps de calculs. Cependant, une fois que le régime stationnaire de propagation est atteint, la valeur initiale de ce défaut n'exerce plus aucune influence sur la célérité de la bande. Ceci se confirme par les résultats de la figure 4.7.

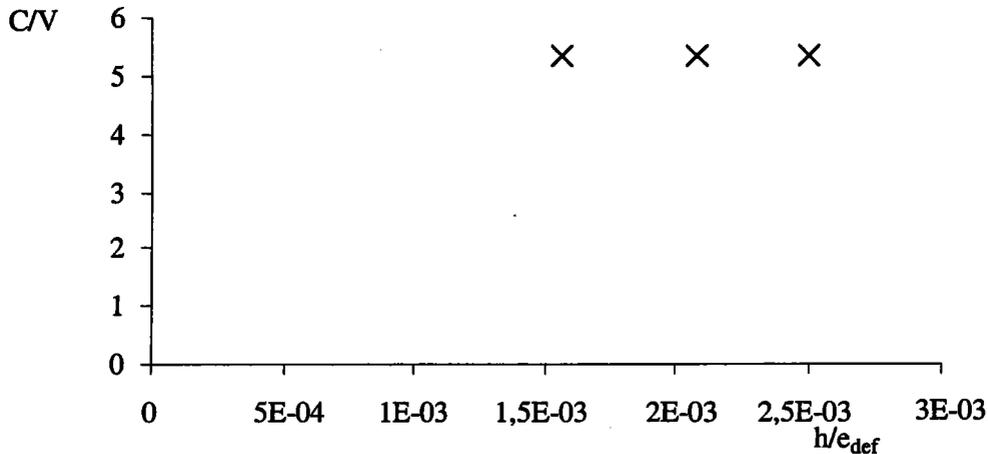


Figure 4.7. Effet du paramètre h/e_{def} sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , m , n , β et v restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

4.3.1.9 Influence des paramètres géométriques h et L .

La variable h est incluse dans trois paramètres distincts : $kT_0/V\mu h$, h/L et h/e_{def} mais n'apparaît pas dans la relation (4.13). Nous en déduisons donc qu'elle ne joue aucun rôle sur la propagation pour la gamme de valeurs considérée ($1.25\text{mm} < h < 3.75\text{mm}$). Cependant, nous pouvons supposer que le constat ne serait plus le même dans le cas où la valeur de h deviendrait proche de celle de $w/2$. En effet, la relation (3.20) du chapitre 3 indique que la valeur de la vitesse de transition entre les stades I et II serait fortement affectée par une forte diminution de h , ce qui laisserait envisager une modification des vitesses de propagation.

La figure 4.9 confirme l'indépendance de la célérité de la bande avec la longueur de l'éprouvette, constatée au chapitre 3, dès lors que la longueur minimale nécessaire à l'installation du régime stationnaire est atteinte.

Nous pouvons conclure, de l'analyse des paramètres $kT_0/V\mu h$, h/L et h/e_{def} que la vitesse de propagation de la bande est indépendante des paramètres géométriques de l'éprouvette dans le régime I. Cette quantité est donc bien spécifiquement liée aux paramètres du matériau et au chargement appliqué.

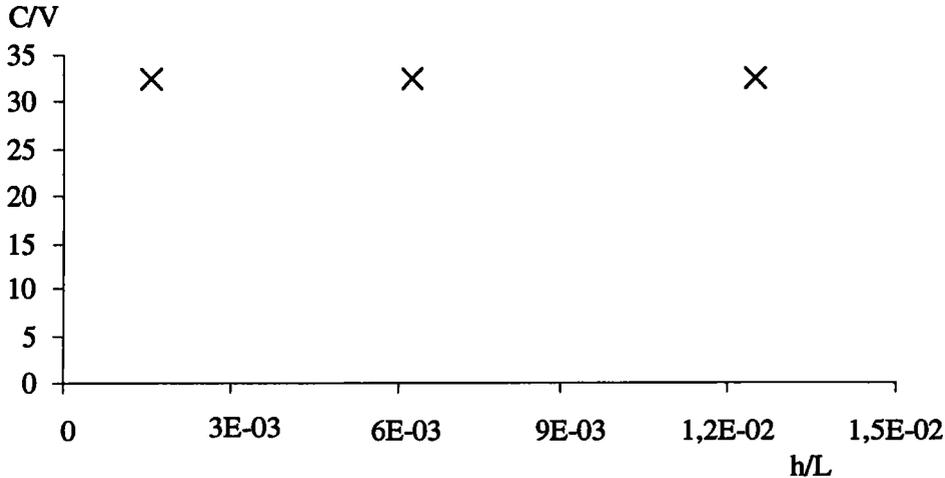


Figure 4.8. Effet du paramètre h/L sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/e_{def} , m , n , β et ν restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

4.3.1.10 Influence de l'adoucissement thermique.

Nous terminons cette analyse par l'étude de l'influence de l'adoucissement thermique ν . Nous rappelons tout d'abord la forme de la loi A :

$$\sigma_e = K(\bar{\epsilon}^p + \epsilon_0^p)^n T^{-\nu} (D_{eq}^p + D_0^p)^m$$

La figure 4.9 représentant l'évolution du paramètre C/V en fonction de ν (fonction f de la relation 4.13) indique que celle-ci passe par un maximum pour $\nu \approx 0.29$. La présence de ce maximum s'explique de la façon suivante. D'une part, lorsque ν est nul, le niveau initial de la contrainte est très élevé mais cette contrainte reste constante lorsque la température augmente. Par conséquent, aucune instabilité ne peut se développer. D'autre part, lorsque ν prend des valeurs élevées, l'adoucissement thermique est important mais la contrainte initiale est très faible, ce qui engendre une petite quantité d'énergie injectée dans le système. Deux effets antagonistes sont donc mis en compétition, d'un côté l'adoucissement thermique déstabilise l'écoulement et favorise la localisation mais de l'autre, il fait chuter le niveau de la contrainte. Cette compétition engendre donc, pour la loi A, la présence d'un maximum sur la courbe d'évolution de C en fonction de ν .

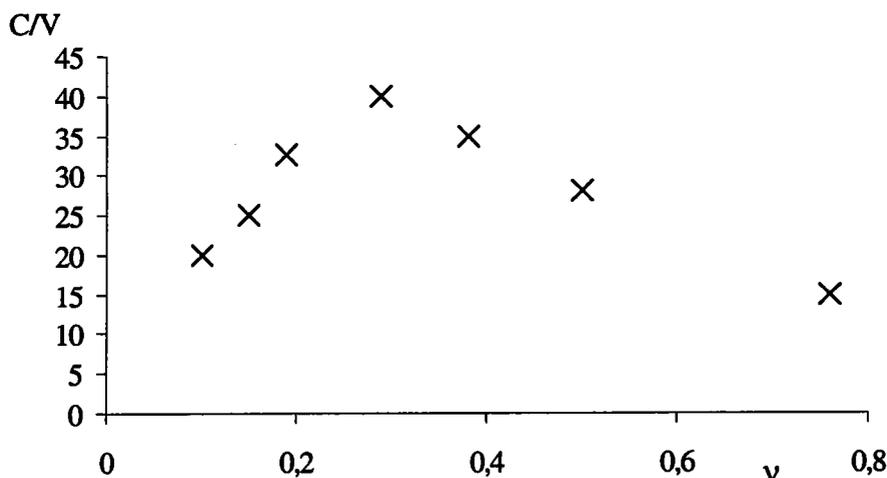


Figure 4.9. Evolution de la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V en fonction de v . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n , et β restent constants. La vitesse appliquée est de 10m/s (stade I).

Pour pouvoir réellement appréhender le rôle de l'adoucissement thermique sur la célérité de la bande, il faut ajuster l'un des autres paramètres de la loi de comportement, de manière à conserver le même niveau de contrainte initial tout en faisant varier v . Il est possible d'évacuer ce problème en étudiant le paramètre p de la loi de comportement B, caractérisant lui aussi l'adoucissement thermique. Le paramètre p contrôle la vitesse de chute de la contrainte en fonction de la température, mais le niveau initial de la contrainte est le même. D'après la figure 4.10, une diminution de p engendre une chute de contrainte plus importante aux faibles valeurs de température.

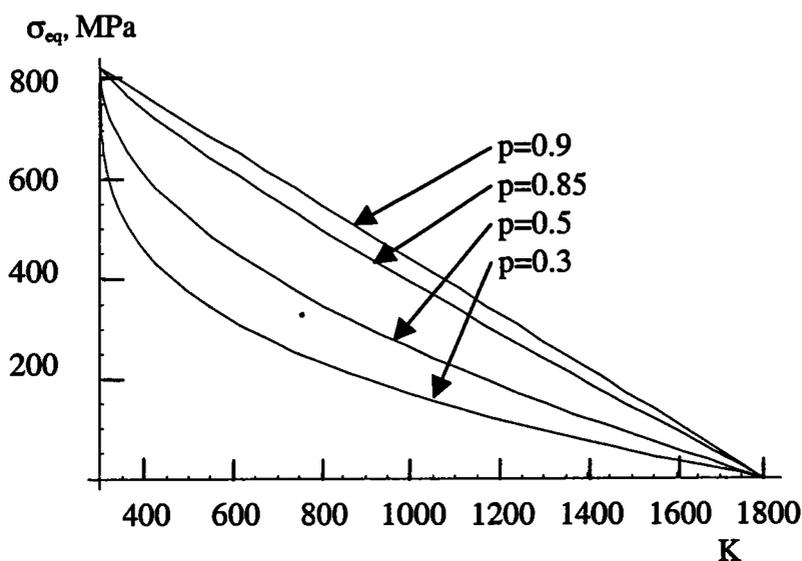


Figure 4.10. Evolution de la contrainte équivalente σ_{eq} en fonction de la température pour différentes valeurs de p .

Finalement, le rôle de p sur la célérité de la bande est illustré par la figure 4.11 pour une vitesse de 10m/s.

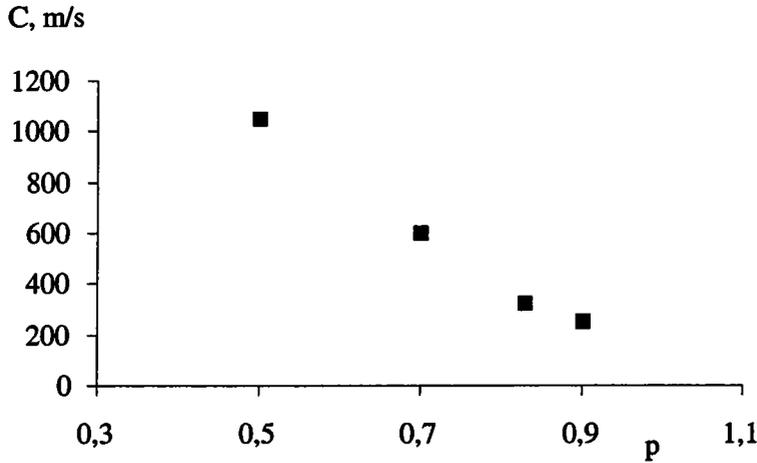


Figure 4.11. Influence du paramètre p sur la célérité de la bande C . La vitesse appliquée est de 10m/s.

D'après cette figure, la célérité de la bande augmente lorsque p diminue. Ceci démontre l'importance de l'adoucissement thermique aux faibles températures. Plus cet adoucissement est prononcé, plus les vitesses de propagation enregistrées sont importantes. Cette remarque sera expliquée ultérieurement de façon détaillée.

4.3.2 Stade III.

Pour le régime III, les simulations numériques conduisent à l'écriture de la relation (4.11) sous la forme :

$$\frac{C}{V} = \left(\frac{K}{\mu}\right)^{0.92} \left(\frac{\mu}{\rho V^2}\right)^{0.44} \left(\frac{\mu}{\rho C_p T_0}\right)^{0.45} \left(\frac{1}{m}\right)^{0.5} \beta^{0.52} (-A'n + B')g(v) \quad (4.15)$$

A nouveau la fonction g ne peut s'exprimer sous une forme simple. L'allure de cette fonction sera donnée plus loin. Les incertitudes liées aux mesures de la vitesse de bande permettent d'approximer cette relation par l'expression suivante :

$$C = C_2 \sqrt{\frac{K^2 \beta}{\mu \rho C_p T_0 m}} (-A'n + B')g(v) \quad (4.16)$$

où $C_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ représente la vitesse des ondes élastiques de cisaillement. Les valeurs obtenues pour A' et B' sont respectivement 34.6 et 5.8. La forme de la fonction g sera explicitée ultérieurement.

Les intervalles de variation des différents paramètres sont les suivants :

$3.15 \times 10^3 \leq K \leq 12.6 \times 10^3 \text{ MPa},$	$0.005 \leq n \leq 0.17,$
$0.3 \leq \beta \leq 1,$	$0.05 \leq v \leq 0.7$
$3900 \leq \rho \leq 31200 \text{ kg/m}^3,$	$0 \leq k \leq 500 \text{ W/mK},$
$250 \leq C_p \leq 2000 \text{ J/kgK},$	$1.25 \leq e/e_{def} \leq 2,$
$150 \leq T_0 \leq 1200 \text{ K},$	$V \gg V^*$
$40 \times 10^3 \leq \mu \leq 160 \times 10^3 \text{ MPa},$	$100 < L < 200 \text{ mm}$
$0.01 \leq m \leq 0.1,$	$1.25 < h < 3.75 \text{ mm}$

4.3.2.1 Influence du niveau de contrainte.

L'influence du niveau de contrainte est à nouveau étudiée par l'intermédiaire du paramètre K/μ . L'évolution du rapport C/V en fonction de K/μ est reportée sur la figure 4.12.

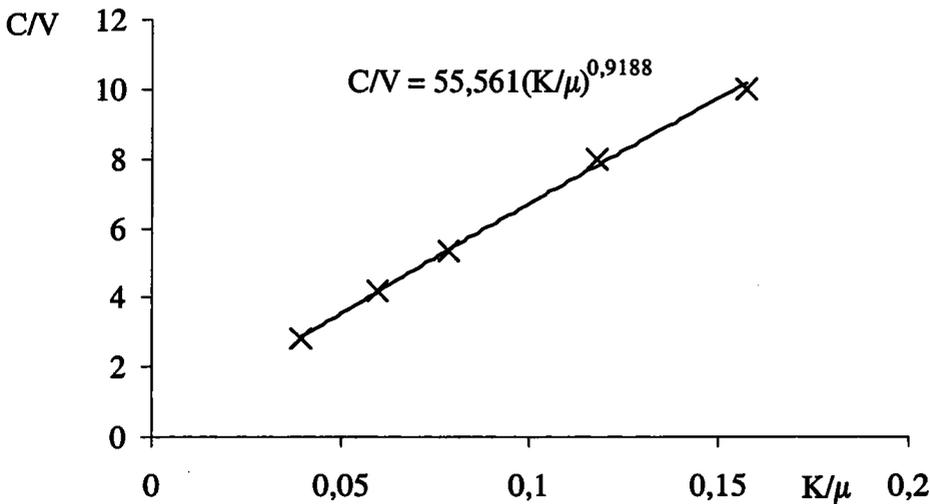


Figure 4.12. Effet du paramètre K/μ sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V. Les paramètres $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $k T_0/V \mu h$, h/e_{def} , h/L , m , n , β et v restent constants. La vitesse appliquée est de 150m/s (stade III).

Il nous est possible, pour le stade III, de comparer ce résultat à celui fourni par le modèle analytique de Mercier et Molinari (1998) car nous avons conclu dans le chapitre précédent que la courbe d'évolution de C en fonction de V obtenue par ces auteurs correspondait au stade III de notre propre courbe. L'influence du paramètre K sur la vitesse de propagation C

donnée par leur modèle analytique est illustrée sur la figure 4.13. Une évolution de C avec K similaire à celle fournie par nos simulations est observée.

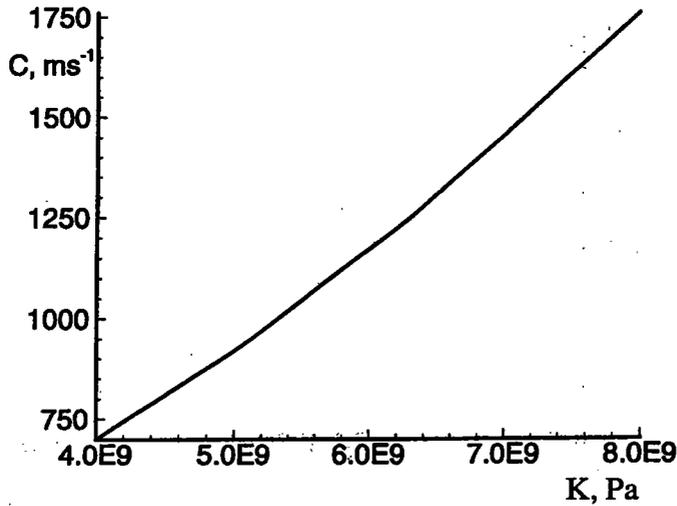


Figure 4.13. Influence du niveau de la contrainte d'écoulement sur la propagation de la bande de cisaillement. La vitesse appliquée est $V=2\text{m/s}$. D'après Mercier et Molinari (1998).

Si nous comparons à présent les figures 4.1 et 4.12 correspondant respectivement aux évolutions de C/V en fonction de K/μ pour les stades I et III, nous remarquons que les résultats obtenus sont semblables. Cependant la relation (4.16) indique que la vitesse de propagation C ne dépend pas de la vitesse appliquée V . Par conséquent, il est certain que la propagation de la bande n'est pas contrôlée par le travail des forces extérieures dans le régime III. De plus, le paramètre K apparaît, dans la relation (4.16), sous la forme d'un terme d'énergie élastique K^2/μ . Ainsi nous pouvons supposer que c'est la restitution d'énergie élastique qui régit la vitesse de propagation de la bande dans ce régime. Une augmentation de K conduit à un accroissement de l'énergie élastique restituée à la pointe de la bande et engendre une vitesse de propagation plus élevée.

4.3.2.2 Influence du module d'élasticité en cisaillement.

La relation (4.16) fait apparaître le module d'élasticité en cisaillement μ dans deux termes distincts : la vitesse des ondes élastiques de cisaillement $C_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ et l'énergie élastique K^2/μ . D'une part, comme le transport d'énergie élastique est assuré par la propagation des ondes, une augmentation de μ devrait favoriser le flux d'énergie à la pointe de la bande et donc accroître la vitesse de propagation C . Mais d'autre part, une augmentation de μ engendre

une diminution de l'énergie élastique stockée et devrait donc diminuer la vitesse C . La compétition régnant entre ces deux termes conduit à l'annihilation des deux effets, d'où finalement une indépendance de la célérité C en fonction de μ .

Il est à nouveau possible de comparer ce résultat à celui donné par l'étude analytique de Mercier et Molinari (1998). La figure 4.14 présente l'évolution de la célérité C en fonction du module de cisaillement μ .

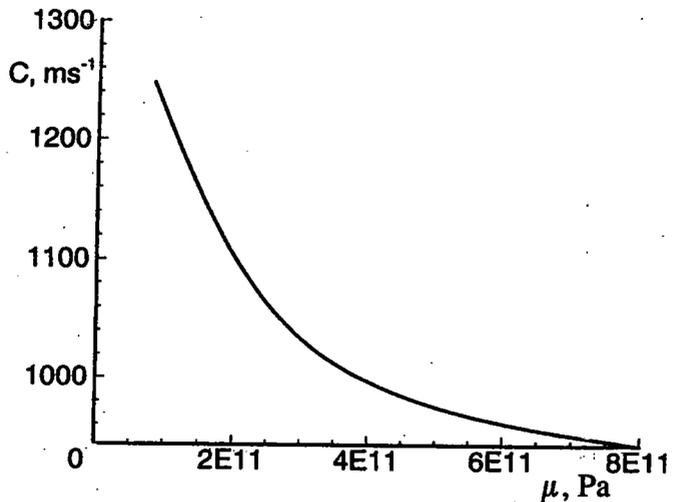


Figure 4.14. Influence du module de cisaillement μ sur la vitesse de propagation C . La vitesse appliquée est $V=2\text{m/s}$. D'après Mercier et Molinari (1998).

Cette fois, contrairement aux résultats fournis par nos simulations, une forte dépendance de la célérité de la bande en fonction de μ est observée. L'augmentation de μ entraîne une diminution de la célérité. Mercier et Molinari (1998) ont expliqué ce résultat par une diminution de la restitution de l'énergie élastique lorsque μ augmente. Il semble donc que leur modèle ne prenne pas en compte le phénomène de propagation d'ondes. Ainsi la célérité de la bande n'est liée, dans leurs travaux, qu'à la quantité d'énergie disponible et cette énergie est toujours amenée à la pointe de la bande avec la même vitesse.

4.3.2.3 Influence de l'inertie.

La figure 4.15 illustre les effets de l'inertie sur la célérité C normalisée par la vitesse appliquée V .

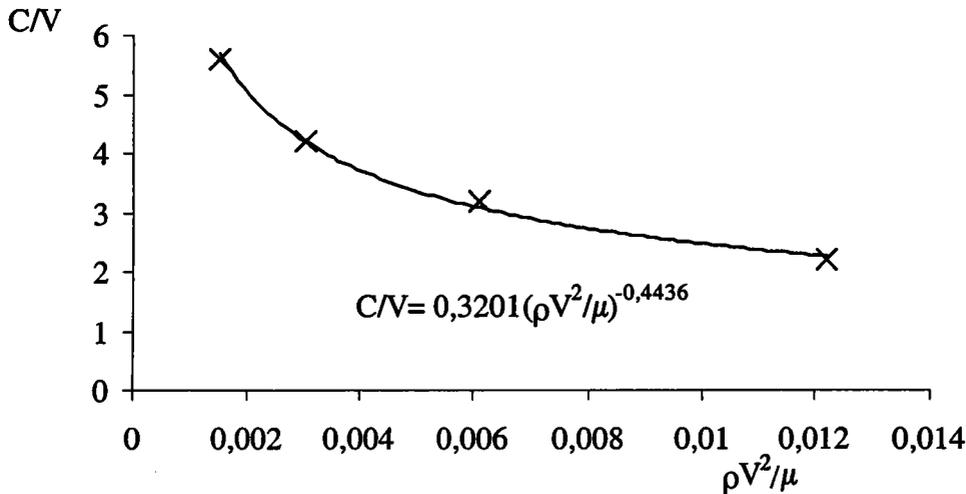


Figure 4.15. Effet du paramètre $\rho V^2/\mu$ sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/e_{def} , h/L , m , n , β et ν restent constants. Le stade III est étudié.

Les effets stabilisants de l'énergie cinétique sont clairement démontrés par cette figure. Une augmentation du terme ρV^2 produit une telle chute du rapport C/V que, d'après la relation (4.16), la vitesse de propagation C devient indépendante de la vitesse appliquée V . De plus, l'évolution de C/V en fonction de $\rho V^2/\mu$ permet également de faire apparaître, dans l'équation (4.16) la vitesse de propagation des ondes élastiques en cisaillement C_2 . Finalement, l'analyse dimensionnelle réalisée sur le régime III montre qu'il existe bien une vitesse asymptotique de propagation des BCA et que cette vitesse C est une fraction de la vitesse des ondes élastiques (dans le cas présent, il s'agit de la vitesse en cisaillement). Le modèle développé par Freund *et al.* (1985) sur la propagation de BCA à l'intérieur d'un massif sollicité en mode III et relaté au chapitre 1 avait déjà permis d'obtenir une relation similaire (notée 1.5). Un parallèle peut donc être effectué entre la propagation de BCA et la propagation de fissures car de nombreuses analyses ont démontré que la célérité des fissures était étroitement liée à la célérité des ondes élastiques. Parmi les premières études réalisées dans ce domaine, nous pouvons citer les travaux de Roberts et Wells (1954) et ceux de Berry (1960).

4.3.2.4 Influence de la production de chaleur.

L'effet des termes adimensionnels $\rho C_p T_0/\mu$ et β sur le rapport C/V est représenté sur la figure 4.16. Les tendances générales sont similaires à celles observées dans le stade I mais les

puissances sont plus faibles (en valeur absolue). Il semble donc que les effets thermiques soient moins stabilisants dans le régime III que dans le régime I.

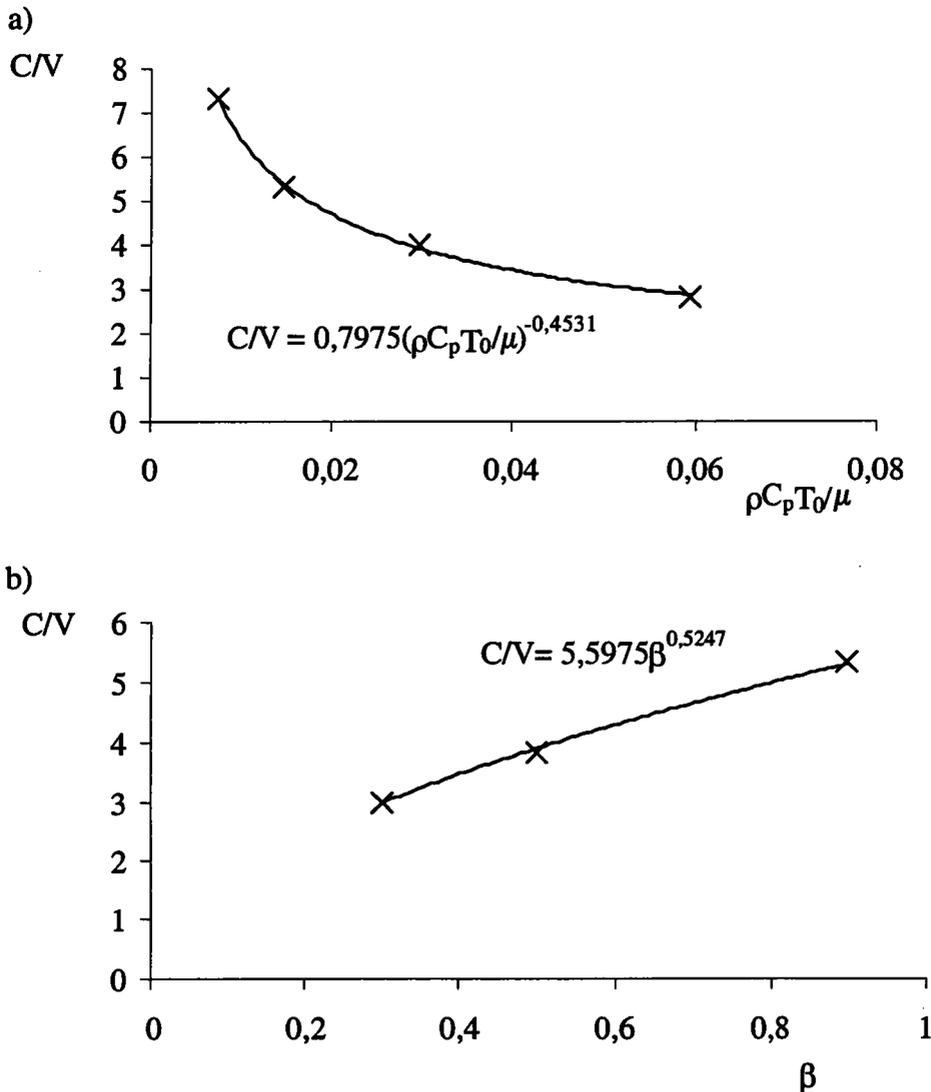


Figure 4.16. Effet des termes adimensionnels a) $\rho C_p T_0 / \mu$, b) β sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n et v restent constants. La vitesse appliquée est de 150m/s (stade III).

4.3.2.5 Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation et de l'écroutissage.

L'étude de l'influence des paramètres m et n conduit aux mêmes conclusions que les effets thermiques. En effet, la figure 4.17 indique que ces paramètres constituent toujours des facteurs stabilisants pour la propagation dans le régime III mais de façon moins prononcée que dans le stade I car les puissances relevées sont plus faibles. Il existe également une valeur

de m et de n , à partir de laquelle il n'y a plus de propagation. Cette valeur est de 0.12 pour m et de 0.17 pour n .

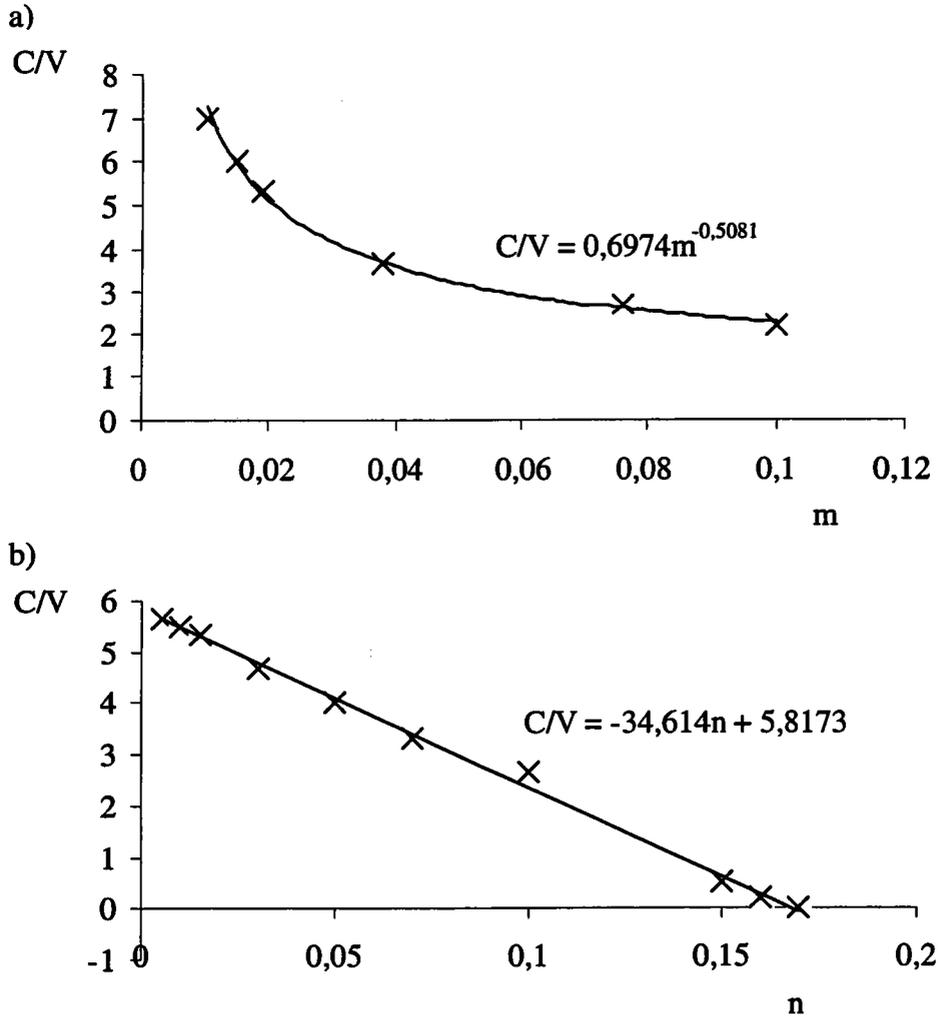


Figure 4.17. Effet des termes adimensionnels a) m , b) n sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, $\rho C_p T_0/\mu$, h/L , h/e_{def} et v restent constants. La vitesse appliquée est de 150m/s (stade III).

Ces résultats sont en assez bon accord avec ceux de Mercier et Molinari (1998) représentés sur la figure 4.18. En effet, les tendances générales montrant le caractère stabilisant de m et de n sont similaires, bien que le niveau de vitesse atteint soit différent.

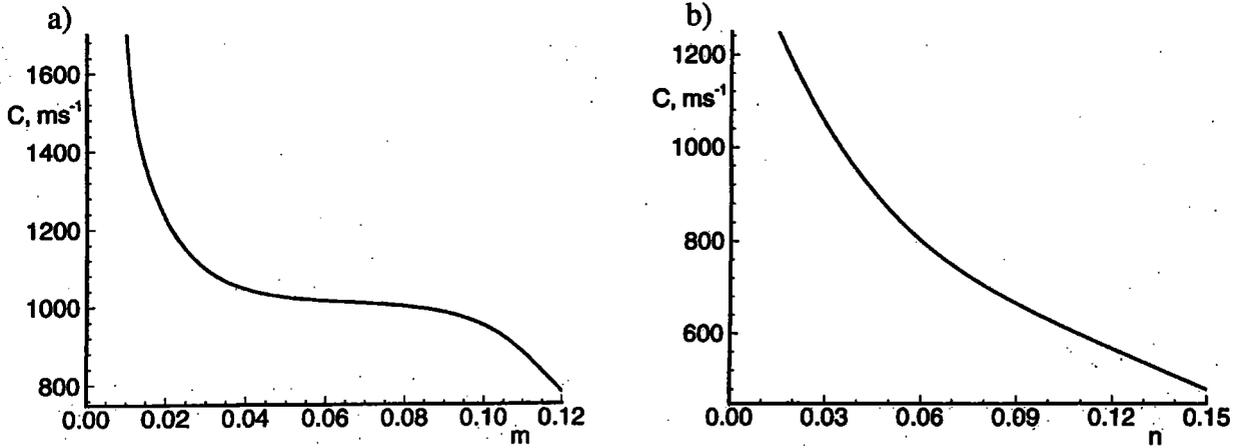


Figure 4.18. Effet stabilisant a) de la sensibilité à la vitesse de déformation m , b) de l'écroutissage n , sur la célérité C . La vitesse appliquée est $V=2\text{m/s}$. D'après Mercier et Molinari (1998).

4.3.2.6 Influence de la conductivité thermique.

L'indépendance de la vitesse de propagation de la bande C à l'égard de la conductivité thermique (figure 4.19) se confirme d'autant plus dans le régime III que les vitesses V considérées sont très largement supérieures à la vitesse critique V_c .

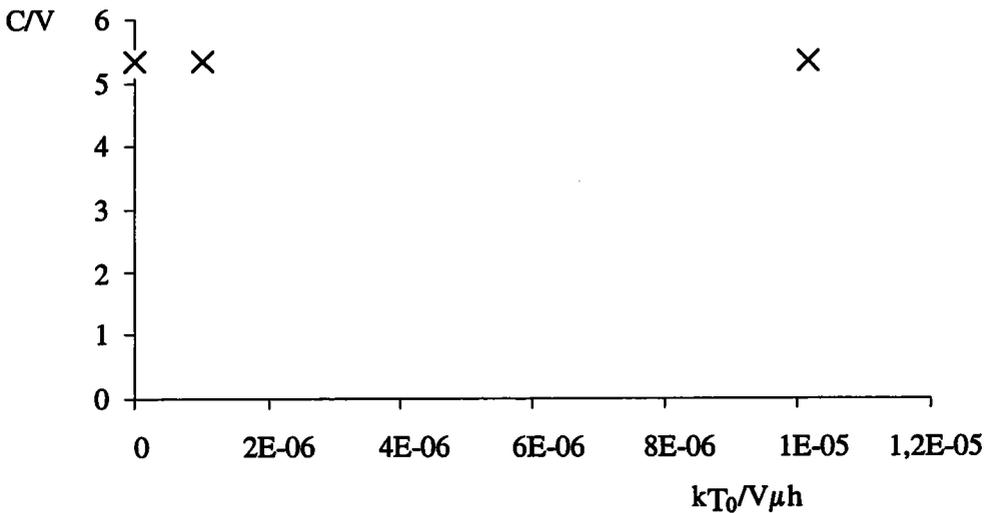


Figure 4.19. Effet du paramètre $kT_0/V\mu h$ sur la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, h/L , h/e_{def} , m , n , β et v restent constants. La vitesse appliquée est de 150m/s (stade III).

4.3.2.7 Influence des paramètres géométriques.

Les conclusions relatives aux paramètres géométriques sont identiques à celles formulées pour le stade I. Aucune influence de l'amplitude du défaut géométrique, de la hauteur et de la longueur de l'éprouvette n'est observée, d'après la relation (4.16).

4.3.2.8 Influence de l'adoucissement thermique.

La figure 4.20 montre que la courbe d'évolution du rapport C/V en fonction de l'adoucissement thermique v présente la même allure que pour le régime I. Les mêmes explications peuvent donc être formulées.

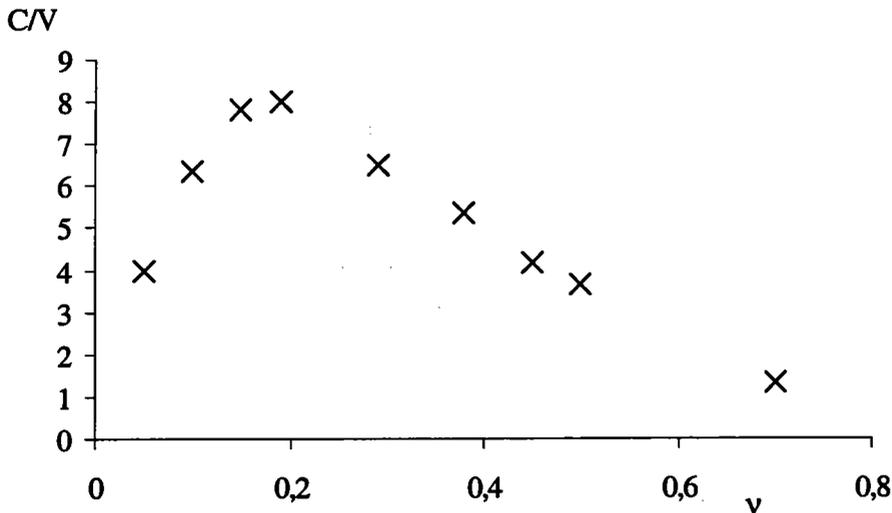


Figure 4.20. Evolution de la vitesse de propagation de la bande C normalisée par la vitesse appliquée V en fonction de v . Les paramètres K/μ , $\rho V^2/\mu$, $\rho C_p T_0/\mu$, $kT_0/V\mu h$, h/L , h/e_{def} , m , n , et β restent constants. La vitesse appliquée est de 150m/s (stade I).

4.3.3 Synthèse de l'analyse dimensionnelle.

L'analyse dimensionnelle nous a permis de caractériser l'ensemble des paramètres intervenant dans le processus de propagation des bandes de cisaillement adiabatique. Pour les régimes I et III, une relation définissant la célérité de la bande en fonction des conditions de chargement et des propriétés du matériau a été établie. Dans le régime I, la dépendance quasi-linéaire de la célérité C avec la vitesse de chargement V a été confirmée et il a été démontré que le phénomène de propagation était contrôlé, dans ce stade, par le travail des forces extérieures. Il

a également été observé que les effets de propagation d'ondes pouvaient être négligés, étant donné les faibles valeurs de célérité de bande observées. En revanche dans le régime III, l'analyse dimensionnelle a révélé que la propagation de la bande était, cette fois, gouvernée par la restitution d'énergie élastique (car les valeurs élevées de célérité de la bande ne permettent pas au travail des forces extérieures provenant des frontières de l'éprouvette de parvenir assez rapidement à la pointe de la bande) et que la célérité de la bande correspondait à une fraction de la vitesse des ondes élastiques de cisaillement. Ces ondes jouent, en effet, un rôle considérable dans ce régime car elles sont responsables du transport d'énergie élastique à la pointe de la bande. Un parallèle a pu ainsi être effectué entre propagation de bandes de cisaillement adiabatique et propagation de fissures. Enfin, il a aussi été remarqué que les effets stabilisants de la sensibilité à la vitesse et de l'écroutissage ou bien encore ceux liés à la production de chaleur étaient beaucoup moins prononcés dans le régime III que dans le régime I.

Ces conclusions permettent d'affirmer que les phénomènes intervenant à la pointe de la bande sont d'une importance primordiale lors de la propagation de bandes de cisaillement. Il devient donc nécessaire, pour accéder à une meilleure compréhension du problème, de réintroduire ici le concept de zone de transition.

4.4 Zone de transition.

4.4.1 Définition.

De nombreux auteurs, tels que Meyers et Kuriyama (1986) ou Grady (1992) ont déjà observé que la propagation des bandes de cisaillement adiabatique était déterminée par les phénomènes critiques intervenant à l'intérieur de la zone de transition. Mercier et Molinari (1998) se sont également intéressés à cette question en déterminant, à partir de leur modèle analytique, l'influence d'un certain nombre de paramètres matériau et de chargement sur la taille de cette zone de transition. De nombreuses définitions ont déjà été formulées pour déterminer la taille de la zone de transition. Nous choisissons ici de la définir à partir de la composante v_y du profil des vitesses. Cette composante matérialise, en effet, le flux de matière se produisant à la pointe de la bande lors de la propagation, entre la partie supérieure

de l'éprouvette et la partie inférieure. Nous représentons sur la figure 4.21 l'évolution de la composante v_y en fonction de la position x , le long de l'axe $y=0$, pour une vitesse V de 50m/s. Un instant t arbitraire est considéré et la loi de comportement A est utilisée.

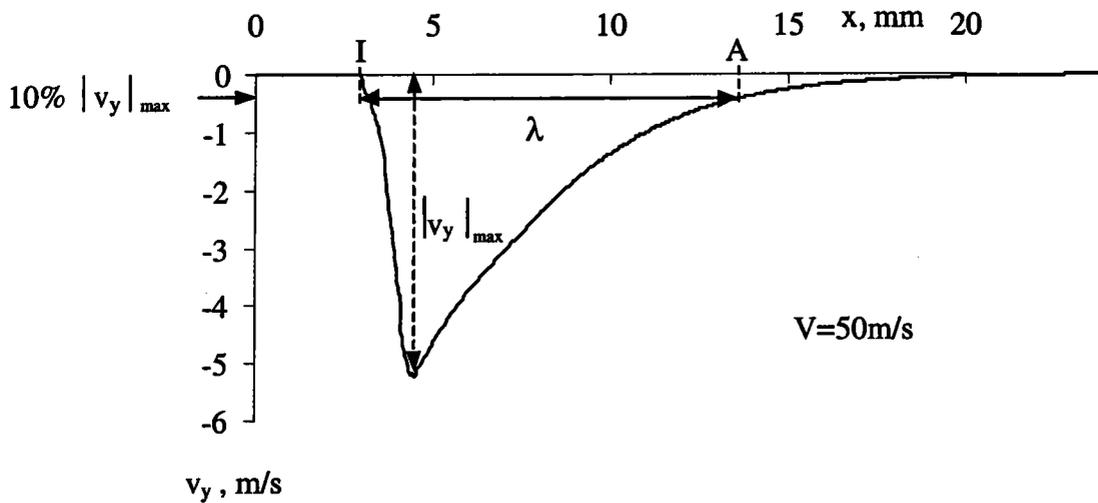


Figure 4.21. Définition de la taille caractéristique $\lambda=IA$ de la zone de transition. L'extrémité de la bande I est définie au point où le flux de matière transversal s'annule ($v_y=0$). Le point A correspond, sur l'axe y , à 10% de la valeur maximale de $|v_y|$ (branche ascendante de la courbe $v_y=f(x)$). La vitesse appliquée est de 50m/s et la loi de comportement A est utilisée.

La pointe de la bande est définie au point I où $v_y=0$. La taille caractéristique λ de la zone de transition correspond à la longueur IA, avec A le point correspondant à 10% de la valeur maximale de $|v_y|$ (sur la branche ascendante de la courbe $v_y=f(x)$).

4.4.2 Influence des paramètres du problème sur la taille caractéristique de la zone de transition.

Avant d'aborder l'analyse des phénomènes se déroulant au sein de la zone de transition lors de la propagation, nous étudions l'influence de quelques-unes des variables du problème sur sa taille caractéristique λ . Ceci nous permettra d'obtenir une meilleure représentation de la notion de zone de transition. Nous choisissons d'analyser les variables suivantes : la vitesse V , la hauteur de la couche h , le niveau de la contrainte K , la chaleur spécifique C_p et la sensibilité à la vitesse m .

4.4.2.1 Effet de la vitesse appliquée V .

Nous étudions dans un premier temps l'influence de la vitesse appliquée V sur la taille de la zone de transition, afin de déterminer s'il existe un lien entre cette taille et la célérité de la bande. La loi de comportement A est utilisée. La figure 4.22 illustre les résultats obtenus.

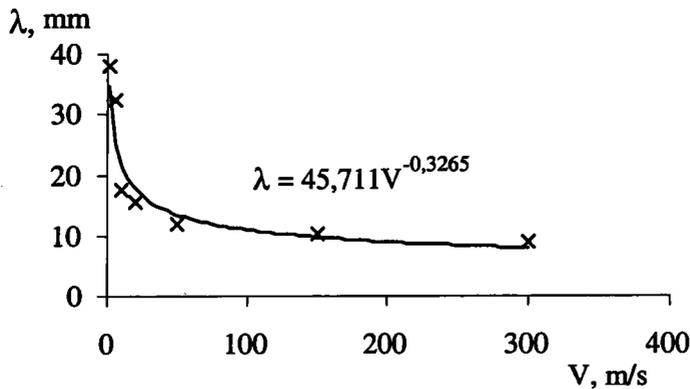


Figure 4.22. Evolution de la taille caractéristique λ de la zone de transition en fonction de la vitesse appliquée V . La loi de comportement A est utilisée.

D'après cette figure, la loi d'évolution de λ en fonction de V peut être approchée de la manière suivante :

$$\lambda \approx \Phi V^{-0.32} \quad (4.17)$$

avec $\Phi \approx 45.7$, ce qui indique que la zone de transition devient de plus en plus courte lorsque la vitesse appliquée augmente. Nous remarquons également que la courbe $\lambda=f(V)$ peut être décomposée, tout comme la courbe $C=g(V)$ en trois régimes distincts. Dans le premier régime ($V \leq 20$ m/s), la taille de la zone de transition décroît presque linéairement avec V . Dans le second (20 m/s $< V < 150$ m/s), une faible évolution de λ en fonction de C est observée. Enfin dans le troisième régime ($V \geq 150$ m/s), la valeur de λ est quasi constante. De plus les valeurs de vitesse V délimitant ces régimes coïncident avec celles obtenues pour la courbe $C=g(V)$ (voir figure 3.16). Nous pouvons donc conclure grâce à ces remarques, que la taille de la zone de transition et la célérité de la bande évoluent de façon inverse avec V . Si nous adoptons, pour la taille de la zone, la définition utilisée par Mercier et Molinari (1998), nous retrouvons la même tendance. Par conséquent, ces résultats sont en contradiction avec ceux obtenus par ces auteurs. Ils observent en effet une croissance simultanée de la taille de la zone de transition et de la célérité de la bande, en fonction de la vitesse appliquée. De plus, une forte

différence subsiste entre les valeurs de λ fournies par nos simulations (de l'ordre de quelques millimètres) et celles données par leurs calculs (de l'ordre de quelques microns). Cette différence peut être due à la forme de la fonction de courant introduite par ces auteurs pour représenter la cinématique de la propagation.

Si nous nous intéressons à présent au flux de matière (noté F_1) entre les parties supérieure et inférieure de l'éprouvette, la diminution de λ avec V indique que ce flux s'effectue sur une distance de plus en plus faible à mesure que V croît. Cependant, si nous considérons les valeurs de v_y caractérisant l'amplitude de F_1 sur l'axe $y=0$, il apparaît sur la figure 4.23 que la valeur maximale de $|v_y|$ augmente avec V . Il est d'ailleurs possible de relier ces deux quantités par l'expression suivante :

$$|v_y|_{\max} \approx \Psi V^{1.3} \quad (4.18)$$

En supposant à présent que F_1 est de l'ordre de $\lambda |v_y|_{\max}$, une relation de proportionnalité est obtenue entre F_1 et V . Ce résultat est en accord avec la relation $F_1=V(h-w/2)/2$, établie par Mercier et Molinari (1998).

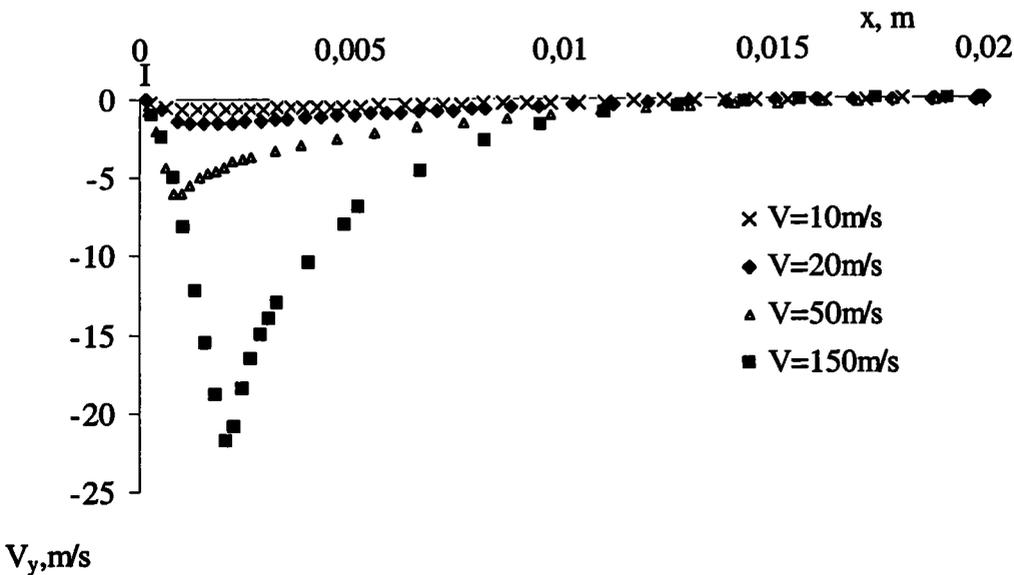


Figure 4.23. Evolution de la composante v_y de la vitesse en fonction de la coordonnée x sur l'axe $y=0$ pour différentes valeurs de V . L'origine du repère est située à la pointe de la bande I (où $v_y=0$). Une forte dépendance de v_y avec V est observée.

Remarque :

Etant donné que l'analyse de l'influence de la vitesse appliquée sur la taille de la zone de transition a révélé l'existence de plusieurs régimes, les études suivantes sont réalisées pour deux valeurs de vitesse appliquée : l'une appartenant au régime I ($V=10\text{m/s}$) et l'autre au régime III ($V=150\text{m/s}$).

4.4.2.2 Influence de la hauteur h de l'éprouvette.

La figure 4.24 montre que la hauteur de l'éprouvette h joue un rôle important sur la taille caractéristique de la zone de transition λ , aussi bien pour les faibles vitesses de chargement que pour les valeurs plus élevées. Notre définition de λ est donc fortement liée à la géométrie de l'échantillon.

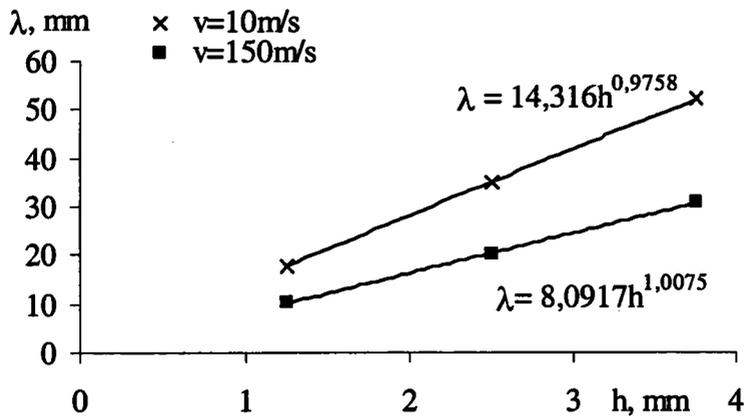


Figure 4.24. Evolution de la taille caractéristique de la zone de transition en fonction de la hauteur de l'éprouvette. Deux vitesses distinctes sont étudiées $V=10\text{m/s}$ et $V=150\text{m/s}$.

4.4.2.3 Influence des paramètres matériau K , C_p et m .

En revanche, l'examen des figures 4.25a, b et c indique que λ est indépendante des valeurs de K , C_p et m , quelle que soit la vitesse de chargement considérée. Ceci laisse supposer que les propriétés du matériau n'exercent aucune influence sur λ .

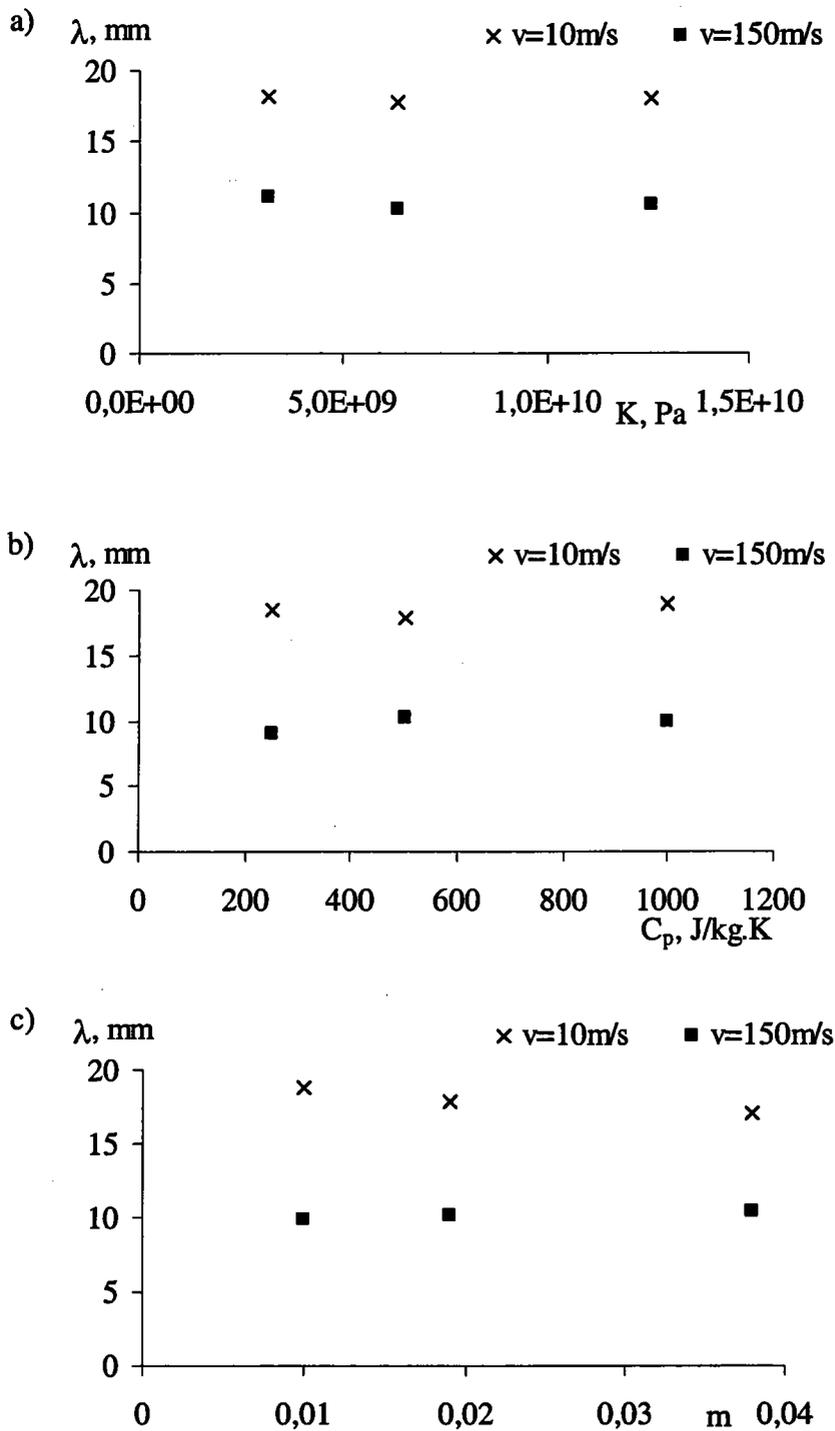


Figure 4.25. Evolution, pour deux vitesses de chargement distinctes $V=10\text{m/s}$ et $V=150\text{m/s}$, de la taille caractéristique λ de la zone de transition en fonction :

- a) du niveau de contrainte K ,
- b) de la chaleur spécifique C_p
- c) de la sensibilité à la vitesse m

Aucune influence de ces paramètres sur λ n'est observée.

En conclusion, il semble que la définition attribuée à la taille caractéristique de la zone de transition soit purement liée aux paramètres géométriques de l'éprouvette ainsi qu'au chargement. Cette quantité ne constitue donc pas, selon notre définition, une caractéristique intrinsèque du matériau. Néanmoins, nous avons constaté, par l'étude de l'influence de V sur λ , l'existence d'un lien entre la taille de cette zone et la célérité de la bande. Nous nous attachons donc, à présent, à analyser les phénomènes se déroulant à l'intérieur de la zone de transition, pour déterminer son rôle dans le processus de propagation.

4.4.3 Champs de température et de contrainte équivalente au sein de la zone de transition.

D'après l'analyse dimensionnelle, la propagation de la bande est contrôlée par le travail des forces extérieures dans le régime I et par la restitution d'énergie élastique dans le régime III. Cependant, quel que soit le régime considéré, l'énergie fournie à la bande de cisaillement pour permettre sa propagation est engendrée par la chute de contrainte due à l'adoucissement thermique. Nous analysons donc, dans un premier temps, la répartition des champs de température T et de contrainte équivalente σ_e au sein de la zone de transition. Une vitesse V de 50m/s est étudiée. La figure 4.26b rapporte l'évolution de σ_e et de T en fonction de la position x le long de l'axe $y=0$. En comparant ces deux profils à celui de la composante de vitesse v_y (figure 4.26a), il est aisé de repérer la position des points I et A caractérisant respectivement l'entrée et la sortie de la zone de transition. Nous observons ainsi que l'entrée dans la zone de transition s'accompagne d'une faible diminution de la contrainte σ_e et d'une légère augmentation de la température. En revanche, une très forte chute de la contrainte et une croissance très importante de la température sont visibles au point B où $|v_y|$ atteint sa valeur maximale. Le point B représente ainsi le cœur actif de la zone de transition (nous notons T_B la température au point B).

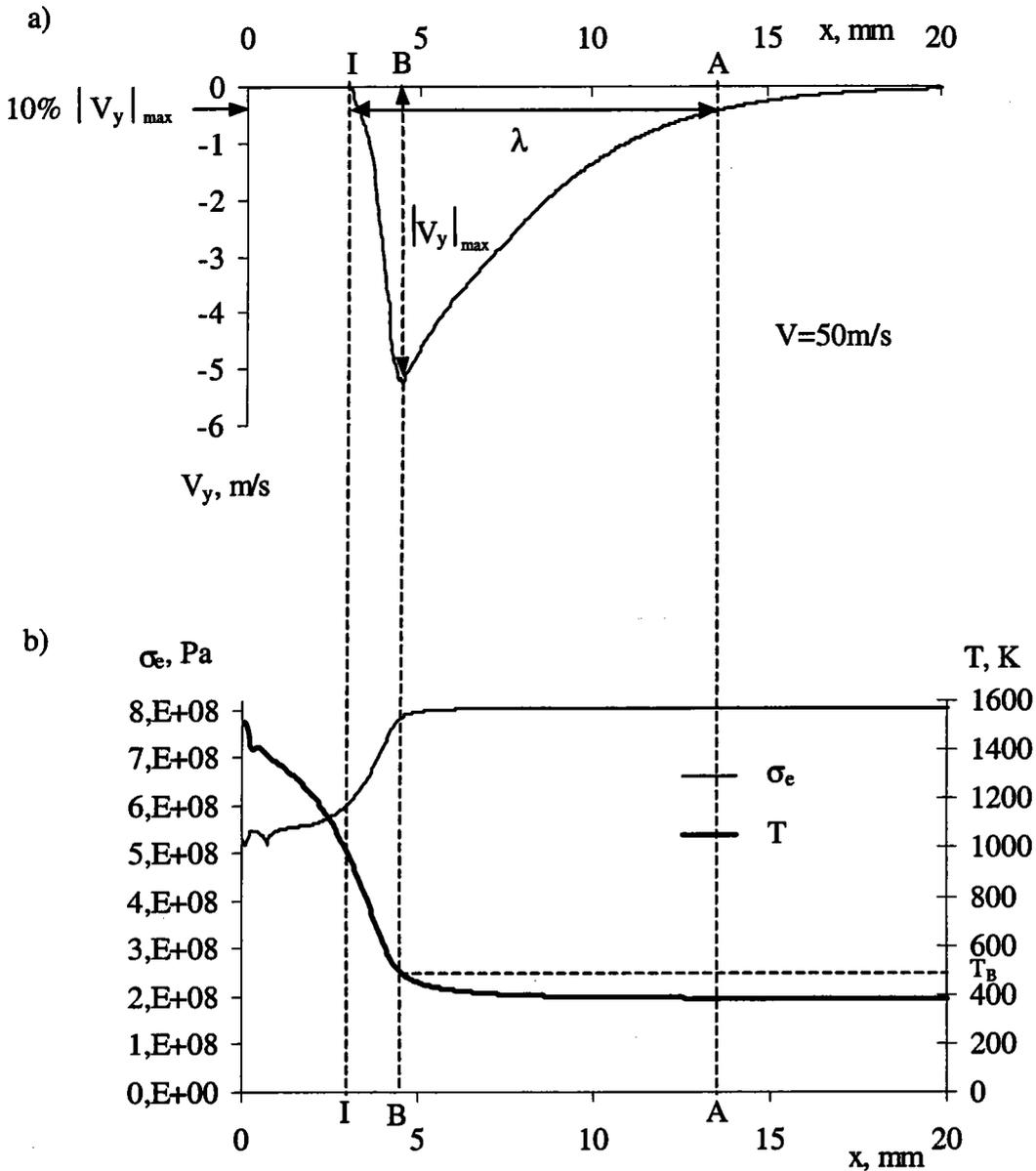


Figure 4.26.

- a) Définition de la taille caractéristique $\lambda=IA$ de la zone de transition.
- b) Evolution de la contrainte effective σ_e et de la température absolue T à l'intérieur de la zone de transition. Le cœur de la zone est le point B où $|v_y|$ atteint son maximum et où une importante chute de la contrainte et une forte augmentation de température sont enregistrées. Une vitesse de 50m/s est étudiée.

Il apparaît, d'après ces remarques, que les phénomènes déterminants pour la propagation d'une bande de cisaillement ont bien lieu au sein même de la zone de transition. Cependant, il reste à présent à définir précisément le moteur de la propagation. Ce peut être, en effet, l'amplitude totale de la chute de contrainte ou bien encore la vitesse de chute de cette contrainte en un point donné, etc.... Pour tenter de répondre à cette question, il est nécessaire de faire varier l'adoucissement thermique.

4.4.4 Influence de l'adoucissement thermique sur la célérité de la bande.

Pour tester l'influence de l'adoucissement thermique sur la célérité de la bande, nous faisons varier le paramètre p caractérisant l'évolution de la chute de contrainte en fonction de la température dans la loi B (d'après l'analyse dimensionnelle, l'étude du paramètre v ne permet pas de caractériser le rôle de l'adoucissement thermique de façon directe). La figure 4.27 représente pour une vitesse appliquée de 50m/s, l'évolution de la célérité de la bande et de la température au point B en fonction du paramètre p .

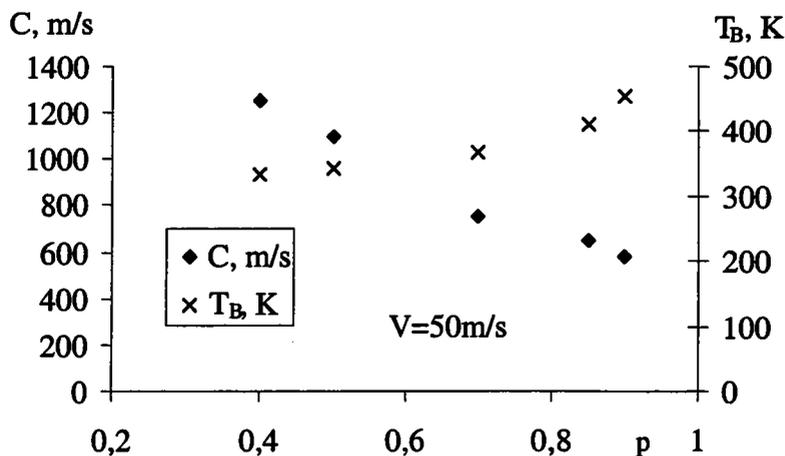


Figure 4.27. Evolution de la célérité de la bande C et de la température T_B au point B (le cœur de la zone de transition) en fonction du paramètre d'adoucissement thermique p de la loi de comportement B. Les faibles valeurs de p correspondent à des valeurs élevées de la vitesse de propagation C mais à de faibles valeurs de la température au point B.

Il apparaît sur cette figure que de faibles valeurs de p conduisent à de faibles valeurs de la température au point B. Ceci s'explique par le fait que de faibles valeurs de p engendrent une chute de contrainte très prononcée pour de petites valeurs de température (voir figure 4.10). Par conséquent, la localisation de la déformation s'effectue très rapidement sans que la température globale de l'éprouvette n'ait le temps de s'élever de façon importante. Mais le point le plus important illustré par la figure 4.27 est que la célérité de la bande augmente lorsque p diminue. Cette remarque, déjà effectuée dans l'analyse dimensionnelle, indique que le processus de propagation est gouverné par la façon dont chute la contrainte en fonction de la température. Pour confirmer ce point, nous analysons les résultats fournis par la figure 4.28a, où sont représentées les valeurs de l'adoucissement thermique $\partial\sigma_e/\partial T$ en fonction de T pour différentes valeurs de p . Etant donné que le point B constitue la partie la plus active de la zone de transition, il semble intéressant d'observer les valeurs de $\partial\sigma_e/\partial T$ en $T=T_B$ (les valeurs de T_B sont relevées sur la figure 4.27). En comparant ces valeurs avec celles des

vitesses de propagation C illustrées par la figure 4.27, il apparaît que plus les valeurs de $|\partial\sigma_e/\partial T|$ au point B sont élevées, plus les célérités sont importantes. De plus, la figure 4.28 fournit également les valeurs de $|\partial\sigma_e/\partial T|$ pour la loi de comportement A. Ces valeurs sont quasiment identiques, sur l'intervalle de température $300 < T < 500\text{K}$, à celles obtenues pour la loi B avec $p=0.85$. Ceci est tout à fait justifié puisque la valeur $p=0.85$ a été choisie de façon à ce que les lois de comportement A et B coïncident sur cette gamme de températures. Etant donné que la valeur de T_B pour ces deux lois est égale à environ 400K , les valeurs de $|\partial\sigma_e/\partial T|$ en T_B sont identiques. Or, il a été indiqué précédemment (sur la figure 3.16) que les vitesses de propagation relevées pour ces deux lois de comportement étaient les mêmes. Nous pouvons donc conclure, d'après l'ensemble de ces remarques, que la vitesse de propagation de la bande est contrôlée par l'intensité de l'adoucissement thermique $\partial\sigma_e/\partial T$ au cœur de la zone de transition (point B). La figure 4.28b, représentant la chute de contrainte $\partial\sigma_e/\partial x$ en fonction de la position x (sur l'axe $y=0$) confirme cette remarque. En effet, les lois de comportement présentant les chutes de contrainte les plus importantes au point B produisent les vitesses de propagation les plus élevées. Nous signalons que l'évolution de $\partial\sigma_e/\partial x$ est représentée, pour chaque loi de comportement, à l'instant où le cœur de la zone de transition atteint la position $x=5\text{mm}$.

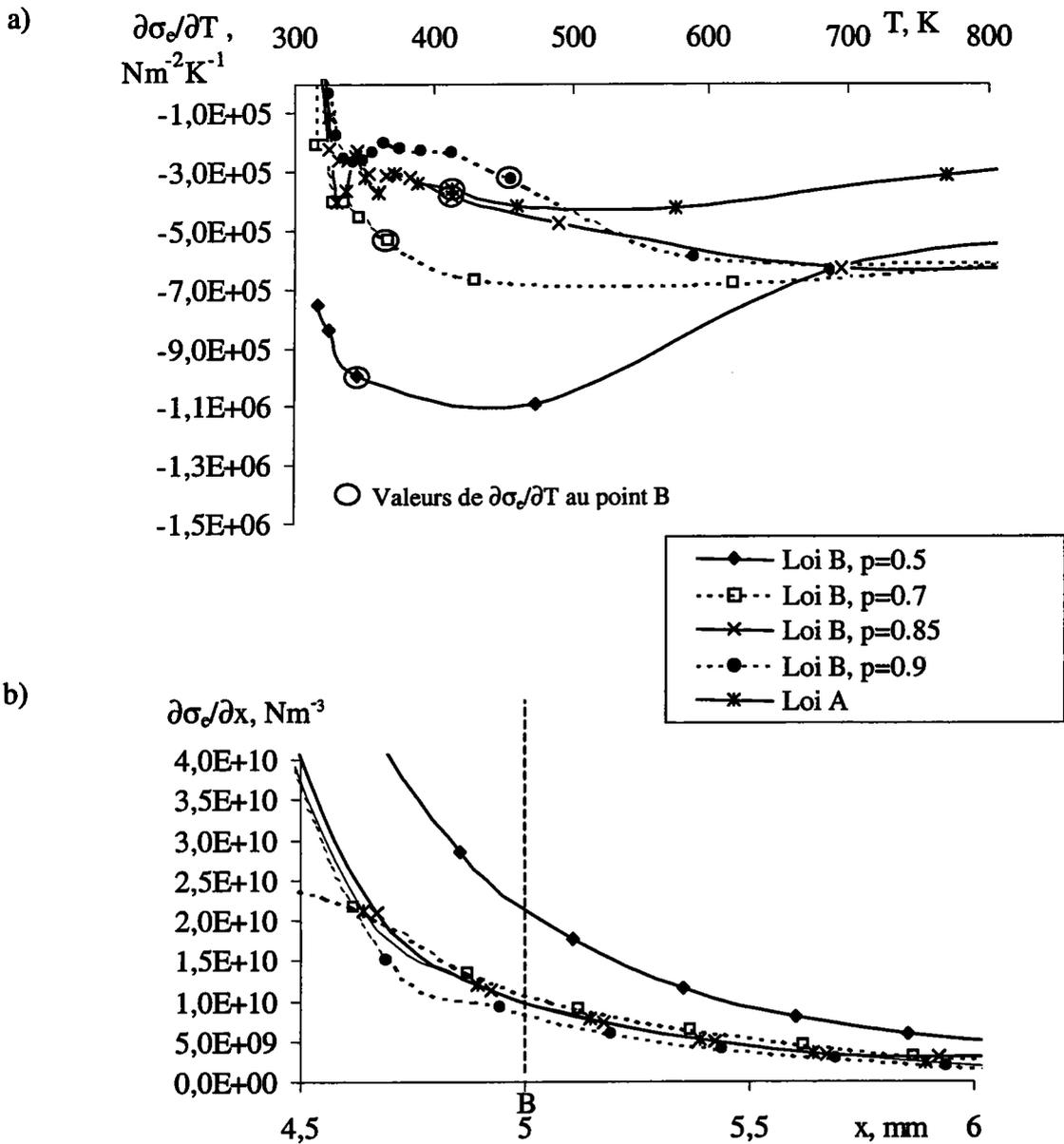


Figure 4.28.

a) Evolution de $\frac{\partial \sigma_e}{\partial T}$ en fonction de T pour plusieurs valeurs de p . Les valeurs de $\frac{\partial \sigma_e}{\partial T}$ correspondant à la température au cœur de la zone de transition sont entourées par des cercles. En comparant cette figure avec la figure 4.20, on peut noter que les valeurs de vitesse de propagation C les plus élevées sont obtenues pour les plus grandes valeurs d'adoucissement thermique $|\frac{\partial \sigma_e}{\partial T}|$ au point B.

b) Evolution de $\frac{\partial \sigma_e}{\partial x}$ par rapport à la position x , le long de l'axe $y=0$ de l'éprouvette. Pour chaque valeur de p , la distribution de $\frac{\partial \sigma_e}{\partial x}$ est représentée à l'instant de temps où le cœur B de la zone de transition atteint la position $x=5\text{mm}$. Ces résultats confirment ceux de la figure a. Les valeurs de p pour lesquelles les chutes de contrainte $\frac{\partial \sigma_e}{\partial x}$ au point B sont les plus élevées produisent les vitesses de propagation les plus importantes.

4.4.5 Résumé.

Cette étude nous a permis de prouver que les phénomènes déterminant le processus de propagation des bandes de cisaillement adiabatique ont lieu à l'intérieur de la zone de transition. Le moteur de la propagation a également été mis en évidence : il s'agit de l'intensité de l'adoucissement thermique $\partial\sigma_e/\partial T$ au cœur de la zone de transition (point B). Nous sommes, à présent, en mesure d'explicitier l'allure de la courbe représentant l'évolution de la vitesse de propagation C en fonction de la vitesse appliquée V . En effet, lorsque V varie, la courbe d'évolution de σ_e en fonction de T reste quasiment inchangée, puisque la sensibilité à la vitesse de déformation m est faible. Des relevés de température ne figurant pas dans ce travail nous indiquent également que les valeurs au point B diffèrent peu lorsque V change. Par conséquent, l'intensité de l'adoucissement thermique $\partial\sigma_e/\partial T$ en $T=T_B$ est (quasi) constante quelle que soit V . D'après les conclusions de notre analyse, la vitesse de propagation C devrait donc être constante elle aussi, quelle que soit V . Cependant, dans le régime I, la propagation de la bande est régie par le travail des forces extérieures. Ce travail est fonction de la contrainte dans la zone de transition mais également de la vitesse imposée V . Par conséquent, une augmentation de V conduit nécessairement, dans le régime I, à un accroissement de la célérité de la bande. Dans le régime III, étant donné que c'est la restitution d'énergie élastique qui contrôle la propagation et que celle-ci est indépendante de V , une valeur constante de la célérité C est observée.

Pour terminer ce travail, nous abordons un problème non mentionné jusqu'alors : l'endommagement. Ce phénomène intervient dans de nombreux matériaux soumis à de fortes déformations. Il se matérialise par une modification de la structure interne de la matière (formation de microvides ou de microfissures), ce qui conduit à un bouleversement de sa capacité à supporter une contrainte donnée. D'après notre loi de comportement initiale (loi A), le matériau que nous utilisons peut enregistrer des déformations extrêmement élevées sans modification significative de son comportement. Pour remédier à ce problème, nous introduisons une nouvelle loi de comportement faisant intervenir un endommagement progressif du matériau et imposant une valeur de déformation critique au-delà de laquelle le matériau ne supporte plus aucune contrainte. Cette étude est réalisée afin d'analyser l'influence de l'endommagement sur la célérité de la bande.

4.4.6 Influence de l'endommagement sur la célérité de la bande.

Nous choisissons d'adopter la loi de comportement suivante, de forme générale identique à celle de la loi A :

$$\sigma_e = K(\bar{\varepsilon}^p + \varepsilon_0^p)^n T^{-\nu} (D_{eq}^p + D_0^p)^m \left(1 - \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_c} \right) \quad (4.19)$$

avec ε_c la déformation critique à laquelle la contrainte s'annule. Cette loi est appelée loi C. La valeur de ε_c détermine la vitesse de rapidité de l'endommagement. En effet, pour une très grande valeur de ε_c , la loi de comportement C est quasiment identique à la loi A alors qu'une faible valeur de ε_c engendre une chute très rapide de la contrainte. Dans cette loi de comportement, deux effets sont combinés pour faire chuter la contrainte : le premier est l'adoucissement thermique (comme pour la loi A) et le second est l'endommagement lui-même. Il faut noter que l'effet de l'endommagement est prépondérant, étant donné son caractère linéaire.

La loi d'évolution de la célérité de la bande en fonction de la valeur de ε_c est illustrée sur la figure 4.29 pour une vitesse V de 5m/s (régime I) et une autre de 150m/s (régime III). Les simulations sont effectuées dans une configuration adiabatique. Cette figure montre que, quelle que soit la vitesse V étudiée, la célérité de la bande augmente lorsque la déformation critique diminue. Cependant cette croissance de C s'obtient pour des valeurs de ε_c inférieures à 100. Lorsque ε_c est supérieure à 100 une stabilisation est observée.

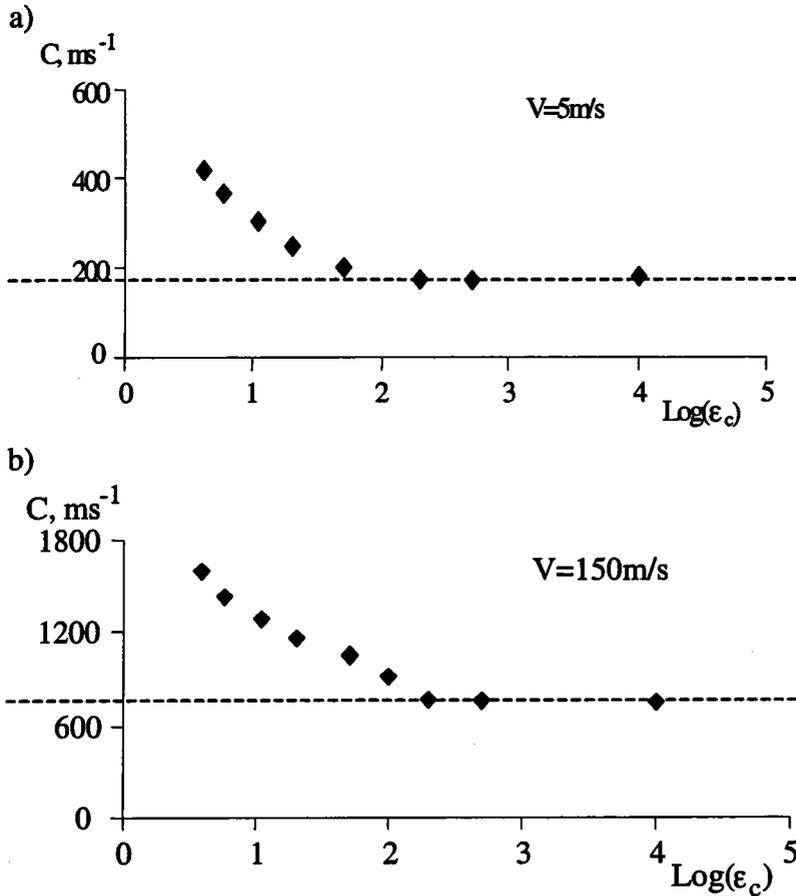


Figure 4.29. Evolution de la célérité de la bande C en fonction de la déformation critique ϵ_c pour $V=5\text{m/s}$ (régime I) et $V=150\text{m/s}$ (régime III). Une forte diminution de C est observée lorsque ϵ_c augmente. Une stabilisation est obtenue pour $\epsilon_c \approx 100$.

Plusieurs remarques peuvent être formulées à partir de ces observations :

- pour obtenir une solution acceptable physiquement, une valeur de ϵ_c de l'ordre de 20 peut être utilisée. Elle conduit, en effet, à l'annulation de la contrainte lorsque la température de fusion du matériau est atteinte. Selon la figure 4.29, les vitesses enregistrées pour cette valeur de déformation critique sont respectivement de 250m/s pour $V=5\text{m/s}$ et de 1100m/s pour $V=150\text{m/s}$. La loi A fournit, quant à elle, des valeurs respectives de 180m/s pour $V=5\text{m/s}$ et de 800m/s pour $V=150\text{m/s}$. Le fait de négliger l'endommagement conduit donc à une sous-estimation de la célérité de la bande, aussi bien dans le régime I que dans le régime III.
- La forte dépendance de la célérité de la bande C avec la déformation critique ϵ_c nous permet également de constater que nous pouvons faire coïncider nos propres résultats avec

n'importe quel autre donnée existante, en utilisant la valeur de déformation critique adaptée. Ainsi Zhou *et al.* (1996b) retrouvent une bonne corrélation entre leurs travaux expérimentaux et numériques dès lors qu'ils introduisent un critère d'endommagement à partir d'une déformation critique de l'ordre de 0.3. Il semble donc plus intéressant, dans le cas général, d'effectuer une comparaison qualitative entre divers résultats existants dans le but de dégager les tendances générales, plutôt que de s'attacher à des valeurs particulières.

- Enfin, les résultats illustrés sur la figure 4.29 permettent également de préciser la conclusion établie dans le paragraphe précédent, à savoir que la vitesse de propagation de la bande est contrôlée par l'intensité de $\partial\sigma_e / \partial T$ au cœur de la zone de transition. En fait, nous allons démontrer que le processus de propagation est régi par l'intensité de la chute de contrainte au cœur de la zone de transition, quelle que soit la cause de cette chute. En effet, les fortes vitesses de propagation sont enregistrées pour les faibles valeurs de ϵ_c . Or, une diminution de ϵ_c induit, d'après la loi C, une chute plus rapide de la contrainte en fonction de la déformation et donc un accroissement de l'intensité de $\left| \partial\sigma_e / \partial \bar{\epsilon}^P \right|$. Lorsque la valeur de ϵ_c n'est pas trop importante, cet accroissement est significatif dès les premiers stades de la déformation, (voir figure 4.30). Puisque les valeurs de déformation relevées au cœur de la zone de transition (point B), sont relativement peu élevées (de l'ordre de la déformation nominale), la zone de transition est donc affectée par l'augmentation de l'intensité de $\left| \partial\sigma_e / \partial \bar{\epsilon}^P \right|$ lorsque ϵ_c est faible. En revanche, lorsque ϵ_c devient très élevée (>100), la figure 4.30 montre qu'il faut atteindre de grandes valeurs de $\bar{\epsilon}^P$ pour enregistrer une chute significative de la contrainte. L'intensité de $\left| \partial\sigma_e / \partial \bar{\epsilon}^P \right|$ ne varie donc quasiment plus au sein de la zone de transition lorsque ϵ_c augmente. L'analyse de ces remarques combinée à l'étude des résultats fournis par la figure 4.29 nous indique que la célérité de la bande est contrôlée par l'intensité de $\left| \partial\sigma_e / \partial \bar{\epsilon}^P \right|$ au cœur de la zone de transition. En conclusion, le processus de propagation des BCA est régi par l'intensité de la chute de contrainte au cœur de la zone de transition quelle que soit la cause de cette chute (adoucissement thermique ou endommagement).

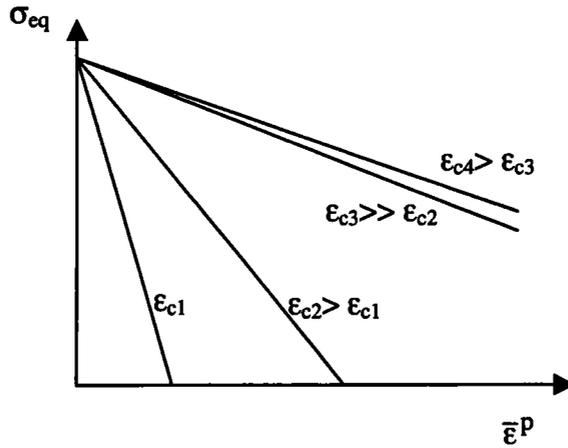


Figure 4.30. Représentation simplifiée de l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation plastique équivalente, selon la loi C, pour plusieurs valeurs de déformation critique.

Nous avons tenté d'effectuer, dans ce chapitre, une analyse globale du phénomène de propagation. La première partie, consacrée à l'analyse dimensionnelle, a permis de caractériser le rôle de chacun des paramètres du problème dans le processus de propagation des bandes de cisaillement adiabatique. Dans la seconde partie, une analyse de la zone de transition a été réalisée dans le but de déterminer son influence sur la propagation. Il a ainsi été clairement mis en évidence que le moteur de la propagation des bandes de cisaillement est l'amplitude de la chute de contrainte au cœur de la zone de transition.

Conclusion générale.

Des simulations numériques de la propagation dynamique d'une bande de cisaillement adiabatique ont été réalisées en adoptant la configuration des expériences de Marchand et Duffy (1988). Une couche de dimensions finies (longueur L et hauteur $2h$) est ainsi sollicitée en cisaillement par l'intermédiaire de vitesses $\pm V$ appliquées sur ses frontières supérieure et inférieure. La loi de comportement du matériau considéré inclut les effets de la sensibilité à la vitesse de déformation, de l'écroutissage et de l'adoucissement thermique. L'élasticité a également été prise en compte. L'étude de l'influence de la vitesse appliquée sur la célérité de la bande a révélé trois stades distincts : le premier (stade I) montrant une forte variation de la célérité C en fonction de la vitesse V , le deuxième (stade II) dans lequel une tendance vers une valeur asymptotique est observée et le troisième (stade III) où la célérité de la bande reste quasiment constante. Une valeur approchée de la vitesse V^* correspondant à la fin du régime I a été déterminée par un bilan énergétique.

La comparaison entre deux configurations thermiques distinctes : l'une adiabatique et l'autre incluant la conductivité thermique, a permis de révéler que la conductivité structure la largeur de bande et qu'elle est responsable de l'existence d'une vitesse critique V_c en-dessous de laquelle aucune bande ne se propage. Cette vitesse critique caractérise la transition entre les processus isotherme et adiabatique. Il s'est aussi avéré que la prise en compte de la conduction thermique n'est pas indispensable pour évaluer de façon correcte la célérité de la bande, dès lors que la largeur de bande peut être estimée a priori. La comparaison de ces résultats avec des travaux expérimentaux réalisés en impact a finalement abouti à la validation de notre modèle, bien que la configuration étudiée soit différente.

Une analyse dimensionnelle a permis d'identifier les différents paramètres gouvernant la propagation des bandes de cisaillement. Pour le stade I, la dépendance quasi-linéaire de la célérité C avec la vitesse V a été confirmée et il a été démontré que la propagation est contrôlée par le travail des forces extérieures fourni aux frontières de l'éprouvette. Dans ce régime, les effets liés à la propagation des ondes élastiques peuvent être négligés car les vitesses de bande relevées sont faibles. En revanche dans le stade III, l'analyse dimensionnelle a révélé que la propagation de la bande était, cette fois, gouvernée par la restitution d'énergie élastique et que la célérité de la bande correspondait à une fraction de la

vitesse des ondes élastiques de cisaillement. Ces ondes, responsables du transport d'énergie élastique à la pointe de la bande, ne peuvent donc plus être négligées. Pour chacun de ces régimes, une relation exprimant la dépendance de la célérité de la bande en fonction des conditions de chargement et des paramètres du matériau a pu être établie. Les tendances dégagées pour les paramètres matériau ont généralement confirmé les résultats obtenus par Mercier et Molinari (1998), excepté pour le module de cisaillement.

Le concept de zone de transition a finalement été introduit pour compléter la description de la propagation. Une définition de la taille caractéristique λ de cette zone a été établie de façon à pouvoir suivre son évolution lors d'une modification des conditions de chargement, des paramètres géométriques ou des paramètres matériau. Il a ainsi été établi que cette taille caractéristique est gouvernée uniquement, selon notre définition, par les conditions de chargement ainsi que par les conditions géométriques de l'éprouvette. Il s'est également avéré que sa loi d'évolution en fonction de la vitesse appliquée est contraire à celle de la célérité de la bande. Finalement, l'étude des champs de contrainte équivalente et de température a démontré que les phénomènes déterminant la propagation de la bande se déroulent au sein de la zone de transition et que la célérité de la bande est gouvernée par l'intensité de la chute de contrainte se produisant au cœur de cette zone.

A la suite de ce travail, certains points nous semblent intéressants à développer. Nous avons, en effet, fait appel à une loi de comportement de forme simple afin de pouvoir aisément caractériser les rôles respectifs des paramètres rhéologiques. Nous pourrions, à présent, introduire dans notre modèle une loi de comportement plus élaborée, en développant une routine utilisateur. Ceci nous permettrait d'affiner les lois d'évolution de la célérité de la bande en fonction des paramètres du problème. De plus, étant donnée l'importance que semble revêtir l'endommagement pour les vitesses de propagation de la bande, il apparaît nécessaire de l'intégrer à la loi de comportement.

Les phénomènes de changement de phase liés au refroidissement rapide du matériau au sein de la bande n'ont pas été abordés au cours de cette étude car nous nous sommes penchés exclusivement sur les bandes de déformation. La prise en compte de ces phénomènes pourrait constituer un axe de recherche intéressant et conduire à des modifications des vitesses de propagation enregistrées.

Enfin, une étude plus approfondie de la zone de transition pourrait être menée, en déterminant dans un premier temps si sa taille caractéristique est réellement indépendante des propriétés du matériau, quelle que soit la définition adoptée pour la caractériser.

Annexe

Précisions sur les aciers utilisés.

L'acier C.R.S.1018 (AISI 1018 cold rolled steel) est étudié dans cette thèse. Lors de l'analyse dimensionnelle du chapitre 4, les paramètres matériaux varient autour des valeurs définies pour cet acier. Nous présentons ici sa composition.

éléments	C	Mn	P	S
%	0.18	0.71	0.02	0.022

Table A.1. Composition de l'acier C.R.S. 1018.

Son comportement a été identifié au moyen de barres de torsion lors de tests dynamiques pour des vitesses de déformation nominales comprises entre 700 et 1200s⁻¹.

Nous étudions également dans ce mémoire l'acier HY100, afin de comparer les résultats de nos simulations avec ceux fournis par les travaux de Marchand et Duffy (1988). La composition de cet acier est la suivante :

éléments	C	Si	S	Mn	P	Ni
%	0.18	0.2	0.005	0.25	0.003	2.51
éléments	Cr	Mo	Cu	Ti	Va	
%	1.63	0.43	0.037	0.001	0.005	

Table A.2. Composition de l'acier HY100.

Les vitesses de déformation testées pour caractériser cet acier varient entre 300 et 5000s⁻¹, pour des températures comprises entre -190 et 250°C.

Références bibliographiques

- Abaqus Manuals. (2000). Version 6.1, Hibbit, Karlson & Sorensen, Inc. Providence, U.S.A.
- Armstrong, R., Batra, R. C., Meyers, M. A. & Wright, T. W. (1994). Special Issue on Shear Instabilities and Viscoplasticity Theories. *Mech. Mater.*, 17, 83-327.
- Anand, L., Kim, K. & Shawki, T. (1987). Onset of Shear Localization in Viscoplastic Solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 35, 407-429.
- Bai, Y. L. (1982). Thermo-Plastic Instability in Simple Shear. *J. Mech. Phys. Solids*, 30, 195-207.
- Bai, Y. L., Dodd, B. (1992). *Adiabatic Shear Localization*. Pergamon Press.
- Batra, R. C. (1987). *Int. J. Solids Struct.*, 23, 1435-1446.
- Batra, R. C. & Gummella, R. R. (2000). Effect of Material and Geometric Parameters on Deformations near the Notch-Tip of a Dynamically Loaded Prenotched Plate. *Int. J. Fracture*, 101, 99-140.
- Batra, R. C. & Kim, C. H. (1991). Effect of Thermal Conductivity on the Initiation, Growth, and Band Width of Adiabatic Shear Bands. *Int. J. Eng. Sci.*, 29, 949-960.
- Batra, R. C. & Ratazzi, D. (1997). Adiabatic Shear Banding in a Thick-Walled Steel Tube. *Comp. Mech.*, 20, 412-426.
- Batra, R. C. & Zbib, H. M. (1994). *Material Instabilities: Theory and Applications*. ASME Press, New York.
- Batra, R. C. & Zhang, X. (1994). On the Propagation of a Shear Band in a Steel Tube. *ASME J. Eng. Mat. Tech.*, 116, 155-161.

- Belytschko, T. & Larys, D. (1989). A Study of Localization Limiters for Strain-Softening in Statics and in Dynamics. *Comp. Struc.*, 33, 707-715.
- Berry, J. P. (1960). Some Kinetic Considerations of the Griffith Criterion for Fracture. I: Equations of Motion at Constant Force. *J. Mech. Phys. Solids*, 8, 194-206.
- Bodner, S. & Partom, Y. (1975). Constitutive Equations for Elastic-Viscoplastic Strain-Hardening Materials. *ASME J. Appl. Mech.*, 42, 385-389.
- Bridgman, P. W. (1932). *Analyse Dimensionnelle*. Yale University Press.
- Buckingham, E. (1914). *Phys. Rev.*, vol IV (4), 345.
- Chrysochoos, A. (1987). Dissipation et Blocage d'Énergie lors d'un Ecrouissage en Traction. *Thèse de Doctorat*, Université de Montpellier.
- Clifton, R. J. (1980). Adiabatic Shear Banding. In: *Material Response to Ultra-High Loading Rates*. Washington, D.C. NMAB-365, National Materials Advisory Board (NRC).
- Clifton, R. J., Duffy, J., Hartley, K. A. & Shawki, T. G. (1984). On Critical Conditions for Shear Band Formation at High Strain Rates. *Scripta Metal.*, 18, 443-448.
- Costin, L. S., Crisman, E. E., Hawley, R. H. & Duffy, J. (1979). In "Mechanical Properties at High Rates of Strain", *Inst. Phys. Conf. Ser.*, 47 (ed. J. Harding), 90, London, Institute of Physics.
- Deltort, B. (1993). Etude Expérimentale et Numérique du Cisaillement Adiabatique dans un acier Martensitique. *Thèse de Doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Dinzart, F. & Molinari, A. (1998). Structure of Adiabatic Shear Bands in Thermo-Viscoplastic Materials. *European J. Mech. Solids*, 17, 923-938.
- Dodd, B. & Bai, Y. (1985). Width of Adiabatic Shear Bands. *Mater. Sci. Technology*, 1, 38-40.

- Dormeval, R. (1987). In : *Materials at High Strain Rates (ed. Blazynski)*, 47-70, Elsevier Applied Science, Barking, Essex.
- Faure, L., Klepaczko, J. R. & Sutter, G. (2000). Experimental Study of Adiabatic Shear Band Propagation in Impacted Plates. *J. Phys. IV, 10 (9)*, 221-226.
- Freund, L., Wu, F. & Hawley, R. (1985). Initiation and Propagation of Shear Band in Antiplane Shear Deformation. In *Proc. of the Considere Memorial Symposium*, 125-143. Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Fressengeas, C. & Molinari, A. (1987). Instability and Localization of Plastic Flow in Shear at High Strain Rates. *J. Mech. Phys. Solids*, 35, 185-211.
- Gioia, G. & Ortiz, M. (1996). The two-dimensional Structure of Dynamic Shear Bands in Thermo-viscoplastic Solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 44, 251-292.
- Giovanola, J. H. (1988a). Adiabatic Shear Banding Under Pure Shear Loading. Part I : Direct Observation of Strain Localization and Energy Dissipation Measurements, *Mech. Mater.*, 7, 59-71.
- Giovanola, J. H. (1988b). Adiabatic Shear Banding under Pure Shear Loading. Part II : Fractographic and Metallographic Observations, *Mech. Mater.*, 7, 73-87.
- Grady, D. (1992). Properties of an Adiabatic Shear Band Process Zone. *J. Mech. Phys. Solids*, 40 (6), 1197-1215.
- Johnson, G. R. & Cook, W. H. (1983). In: *Proc. 7th Int. Symp. on Ballistics, The Hague*, 541-547.
- Kalthoff, J. & Wrinkler, S. (1987). Failure Mode Transition at High Rates of Shear Loading. In Chiem, Kunze & Meyer (Eds.), *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials, Vol. 1*, 185-195.

- Klepaczko, J. R. (1965). A Power Form of the Mechanical Equation of State with the Temperature. *Eng. Trans.*, 13, 561.
- Klepaczko, J. R. (1987). A Practical Stress/Strain/Strain-Rate/Temperature Constitutive Relation of the Power Form. *J. Mech. Working Technology*, 15, 143-165.
- Kobayashi, H. & Dodd, B. (1988). *J. Japan Soc. Tech. Plasticity*, 29, 1152-1158.
- Kobayashi, H. & Dodd, B. (1989). *Int. J. Impact Eng.*, 8, 1-13.
- Kuriyama, S. & Meyers, A. (1986). Numerical Modeling of the Propagation of an Adiabatic Shear Band. *Metallurgical Transactions*, 17A, 443-450.
- Lee, E. H. & Lin, D. T. (1967). Finite-Strain Elastic-Plastic Theory particularly for Plain Wave Analysis, *J. Appl. Phys.*, 38, 19.
- Lee, Y. & Prakash, V. (1998). Numerical Simulations of Dynamic Plastic Shear Instability under Conditions of Plane Strain. *Int. J. Solids Struct.*, Vol 35 (28-29), 3755-3591.
- Lemonds, J. & Needleman, A. (1986). Finite Element Analyses of Shear Localization in Rate and Temperature Dependent Solids. *Mech. Mater.*, 5, 339-361.
- Lindholm, U., Nagy, A., Johnson, G. & Hoegfeldt, J. (1980). Large Strain, High Strain Rate Testing of Copper. *ASME J. Eng. Mat. Tech.*, 102, 376-381.
- Lipinski, P., Krier, J. & Berveiller, M. (1990). Elastoplasticité des Métaux en Grandes Déformations : Comportement Global et Evolution de la Texture Interne, *Revue Phys. Appl.*, 25, 361-388.
- Litonski, J. (1977). Plastic Flow of a Tube under Adiabatic Torsion. *Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences*, 25, 1-8.

- Lodygowski, T., Lengnick, M., Perzyna, P. & Stein, E. (1994). Viscoplastic Numerical Analysis of Dynamic Plastic Strain Localization for a Ductile Material. *Arch. Mech.*, 46, 541-557.
- Lubahn, J. D. (1947). Derivation of Stress, Strain, Temperature, Strain-Rate Relation for Plastic Deformation, *J. Appl. Mech.*, 14, 229.
- Ludwik, P. (1927). *Z. Vereins. Deut. Ing.* 71, 1532-1538.
- Mandel, J. (1969). Thermodynamique et Ondes dans les Milieux Viscoplastiques, *J. Mech. Phys. Solids*, 17, 125-140.
- Marchand, A. & Duffy, J. (1988). An Experimental Study of the Formation Process of Adiabatic Shear Bands in a Structural Steel. *J. Mech. Phys. Solids*, 36 (3), 251-283.
- Mercier, S. & Molinari, A. (1998). Steady-State Shear Band Propagation under Dynamic Conditions. *J. Mech. Phys. Solids*, 46 (8), 1463-1495.
- Merzer, A. M. (1982). Modelling of Adiabatic Shear Band Development from Small Imperfections. *J. Mech. Phys. Solids*, 30 (5), 323-328.
- Meyers, M. A. & Kuriyama, S. (1986). Numerical Modeling of the Propagation of an Adiabatic Shear Band. *Metallurgical Transactions*, 17A, 443-450.
- Molinari, A. (1985). Instabilité Thermo-viscoplastique en Cisaillement Simple. *Journal de Mécanique Appliquée*, 4, 659-684.
- Molinari, A. (1988). Shear Band Analysis. In *Nonlinear Phenomena in Materials Sciences. Vol. 3 of Solid State Phenomena*, 447-468.
- Molinari, A. & Clifton, R. J. (1983). Localisation de la Déformation Viscoplastique en Cisaillement Simple. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 296, 1-4.

- Molinari, A. & Clifton, R. J. (1987). Analytical Characterization of Shear Localization in Thermo-viscoplastic Materials. *Trans. of ASME J. Appl. Mech.*, 54, 806-812.
- Needleman, A. (1988). Material Rate Dependence and Mesh Sensitivity in Localization Problems. *Comp. Meth. In Appl. Mech. Eng.*, 67, 69-85.
- Perzyna, P. (1992). Constitutive Equations of Dynamic Plasticity. In: D.R.J. Owen, E. Oñate, E. Hinton, eds., *COMPLAS III. Proc. Third Intern. Conference on Computational Plasticity, Fundamentals and Applications*, Barcelone.
- Ravi-Chandar, K. (1995). On the Failure Mode Transition in Polycarbonate under Dynamic Mixed-Mode Loading. *Int. J. Solids Struct.*, 32, 925-937.
- Roberts, D. K. & Wells, A. A. (1954). *Engineering*, 178, 220.
- Rogers, H. C. (1974). *Adiabatic Shearing-A Review*, Drexel Univ. Report for the US Army Research Office.
- Stelly, M. & Dorneval, R. (1986). In : *Metallurgical Applications of Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena* (eds. Murr, Staudhammer & Meyers), 607-632.
- Sluys, L. J., Block, J. & de Borst, R. (1992). Wave Propagation and Localization in Viscoplasticity. In: D.R.J. Owen, E. Oñate, E. Hinton, eds., *COMPLAS III. Proc. Third Intern. Conference on Computational Plasticity, Fundamentals and Applications*, Barcelone.
- Taylor, G. I. & Quinney, H. (1934). The Latent Energy Remaining in a Metal after Cold Working. *Proc. of the Royal Society of London*, A413, 307-326.
- Trent, E. M. & Met, M. (1941). The Formation and Properties of Martensite on the Surface of Rope Wire. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 1, 401-419.
- Wright, T. W. & Batra, R. C. (1985). The Initiation and Growth of Adiabatic Shear Bands. *Int. J. Plast.*, 1, 205-212.

- Wright, T.W. & Ockendon, H. (1992). A Model for Fully Formed Shear Bands *J. Mech. Phys. Solids*, 40 (6), 1217-1226.
- Wright, T. & Walter, J. (1996). The Asymptotic Structure of an Adiabatic Shear Band in Antiplane Motion. *J. Mech. Phys. Solids*, 44, 77-97.
- Zbib, H. M., Shawki, T. & Batra, R. C. (1992). Material Instabilities. *Appl. Mech. Rev.* 45:3, (Special Issue).
- Zener, C. & Hollomon, J. (1944). Effect of Strain Rate upon Plastic Flow of Steel. *J. Appl. Mech.*, 15, 22-32.
- Zhou, M., Rosakis, A. J. & Ravichandran, G. (1996a). Dynamically Propagating shear Band in Impact-Loaded Prenotched Plates I - Experimental Investigations of Temperature Signatures and Propagation Speed. *J. Mech. Phys. Solids*, 44, 981-1006.
- Zhou, M., Ravichandran, G. & Rosakis, A. J. (1996b). Dynamically Propagating Shear Band in Impact-Loaded Prenotched Plates II - Numerical Simulations. *J. Mech. Phys. Solids*, 44, 1007-1032.
- Zhou, M., Rosakis, A. J. & Ravichandran, G. (1998). On the Growth of Shear Bands and Failure Mode Transition in Prenotched Plates: A Comparison of Singly and Doubly Notched Specimens. *Int. J. Plast.*, 14, 435-451.

Résumé :

La propagation dynamique d'une bande de cisaillement adiabatique est analysée dans ce travail. La configuration des expériences de Marchand et Duffy (1988) est adoptée dans l'ensemble des simulations numériques réalisées. Une éprouvette de dimensions finies est soumise à un chargement de cisaillement simple par l'intermédiaire de vitesses $\pm V$ appliquées à ses bords. Après une période transitoire, un régime stationnaire s'installe dans lequel la bande se propage avec une vitesse constante. L'influence de la vitesse appliquée sur la célérité de la bande est caractérisée dans un premier temps. Une comparaison entre les configurations adiabatique et avec conduction thermique est effectuée afin de mettre en évidence le rôle de la conductivité thermique dans le processus de propagation. Une analyse dimensionnelle permet également d'établir une loi générale décrivant l'influence de chacun des paramètres du problème sur la vitesse de propagation de la bande. Finalement, le concept de zone de transition est introduit. Cette zone correspond à la région située à la pointe de la bande à l'intérieur de laquelle se produit une chute intense de la contrainte par couplage thermomécanique. Une analyse détaillée de la zone de transition permet de montrer comment la propagation de la bande est contrôlée par cette chute de contrainte.

Abstract :

The dynamic propagation of adiabatic shear bands is presently analysed. A configuration representing the experiments of Marchand and Duffy (1988) is considered in the numerical simulations. A layer of finite length and finite width is subjected to shear loading. After a transient, a steady state is attained in which adiabatic shear bands propagate with a constant velocity. The evolution of the shear band speed is firstly determined as a function of the applied velocity. A comparison between the configuration including heat conduction and the adiabatic case is made in order to show the influence of heat conductivity on the propagation process. A dimensional analysis allows to determine a general law describing the influence of each problem's parameter on the shear band speed. Finally, the concept of a process zone is introduced. The process zone is a region propagating with the shear band tip, where an intense stress softening is produced by thermo-mechanical coupling. It is shown how the shear band propagation is controlled by this stress softening.