



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

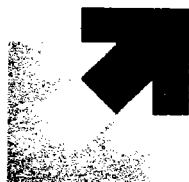
LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



UNIVERSITE
DE
METZ

Exclu
du
prêt

UNIVERSITE
POLYTECHNIQUE
DE TIRANA



EXCLU DU
PRÊT

THESE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE POLYTECHNIQUE DE TIRANA

Discipline : Mécanique

Non autorisée à la
reproduction.
Consultation sur place
uniquement.

Présentée et soutenue publiquement

Par

Genti QILAFKU

Le 7 mai 2000

Titre :

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	20000925
Cote	SM3 09/10
Loc	Magasin

EFFET D'ENTAILLE EN FATIGUE DE GRAND NOMBRE DE
CYCLES. EFFET DU GRADIENT

RAPPORTEURS

M. D. CIOCLOV :

Professeur à l'Université de Sarrebruck, Allemagne

M. Y. VERREMAN :

Professeur à l'Ecole Polytechnique de Montréal, Canada

JURY

M. G. PLUVINAGE :

Professeur à l'Université de Metz

(président)

M. M. GJONAJ :

Professeur à l'Université Polytechnique de Tirana

(président)

M. Z. AZARI :

Professeur à l'Université d'Amiens

(examinateur)

M. B. VALAIRE :

Aerospace Marine Defense - JACKSON, U.S.A.

(examinateur)

M. A. KRASOWSKY :

Professeur, Ins. for Problems of Strength, Ukraine

(examinateur)

M. A. QATIPI :

Professeur à l'Université Polytechnique de Tirana

(examinateur)

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur **Guy PLUVINAGE**, Directeur du Laboratoire de Fiabilité Mécanique, de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire. Mes remerciements s'adressent aussi à mon codirecteur de thèse, Monsieur le Professeur **Marenglen GJONAJ**. Qu'il me soit permis ici de leur exprimer ma profonde gratitude pour leur soutien personnel et la confiance qu'ils m'ont témoignée en toute circonstance.

J'associe également à ces remerciements Messieurs **Zitouni AZARI**, **Philippe JODIN** et **Joseph GILGERT** qui m'ont éclairé de tout leur savoir.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **Janos DOBRANSKY**, pour son aide importante et amicale, à Messieurs **Dragos CIOCLOV** et **Yves VERREMAN** qui ont jugé mon travail et à Messieurs **Guy PLUVINAGE**, **Marenglen GJONAJ**, **Zitouni AZARI**, **Bruce VALAIRE**, **Arnold KRASOWSKY** et **Adnand QATIPI** qui ont participé au jury.

Je remercie Monsieur **Stéphane BAKOWSKY** pour son soutien technique et sa disponibilité.

Mes remerciements vont enfin à tous ceux qui ont participé, de près ou de loin, à ce travail, en particulier les étudiants du Laboratoire de Fiabilité Mécanique et les membres de Département de Mécanique de l'Université Polytechnique de Tirana. Je suis particulièrement reconnaissant à mon collègue, Monsieur **Nawar KADI**, pour son soutien moral et scientifique.

SOMMAIRE

1. INTRODUCTION GENERALE.....	14
1.1. CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA FATIGUE DES PIÈCES EN PRÉSENCE D'ENTAILLE. MODÉLISATION DE LA DURÉE DE VIE.....	15
2. BIBLIOGRAPHIE	18
2.1. FATIGUE SOUS SOLICITATIONS SIMPLES	19
2.1.1. APPROCHES DE TYPE «POINT CHAUD».....	20
2.1.1.1. MODELE DE PETERSON [1,63]	21
2.1.1.2. LE MODELE DE SIEBEL ET STIELER [2,3,64]	22
2.1.1.3. FORMULE DE WANG ET ZHAO [4,19].....	23
2.1.1.4. MODELE DE HEYHOOD [5,6].....	24
2.1.1.5. MODELE DE BUCH ET SWITECK [7,8].....	24
2.1.2. MODELES BASES SUR LA CONTRAINTE MOYENNE.....	26
2.1.2.1. MODELE DE KUHN ET HARDRAHT [9]	26
2.1.2.2. MODELE DE NEUBER [10,11,12].....	27
2.1.3. METHODES BASEES SUR LE GRADIENT DE CONTRAINTE AU FOND D'ENTAILLE	28
2.1.3.1. METHODE DE BRAND [13,14,15].....	28
2.1.4. METHODES BASEES SUR LE CHAMP DE CONTRAINTE	32
2.1.4.1. MODELE DE WEIXING.....	32
2.1.5. APPROCHE VOLUMETRIQUE.....	36

2.1.6. RESUME DES MODELES TRADITIONNELS EN FATIGUE ET APPROCHE CRITIQUE.....	38
2.1.7. METHODE ELASTO – PLASTIQUE DE YE ET WANG [31].....	38
2.1.8. PASSAGE ENTRE COURBES DE FATIGUE SOUS DIFFERENTS MODES DE CHARGEMENT	41
2.1.8.1. PREDICTION DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE SOUS FLEXION ROTATIVE A PARTIR DES DONNEES SUR LA FATIGUE EN TRACTION-COMPRESSION – MODELE DE MANSON ET MURALIDHARAN	42
2.1.9. SYNTHESE DE DIFFÉRENTES MODES DE RUPTURE EN FATIGUE.	45
2.2. FATIGUE SOUS SOLLICITATIONS COMBINÉES.....	48
2.2.1. CRITÈRES DE FATIGUE MULTIAXIALE EMPIRIQUES ET BASÉS SUR LA CONTRAINTE ÉQUIVALENTE.....	48
2.2.1.1. MODÈLE DE LA FATIGUE MULTIAXIALE DE BRAND	50
2.2.2. CRITÈRES DU PLAN CRITIQUE.....	51
2.2.2.1. CRITÈRE DE DANG VAN	53
2.2.3. CRITÈRES BASÉS SUR LA DENSITÉ D'ÉNERGIE DE DÉFORMATION ET LE TRAVAIL PLASTIQUE	55
2.2.4. CRITÈRES COMBINÉS : ÉNERGIE DE DÉFORMATION/PLAN CRITIQUE	56
2.2.5. CRITÈRE DE L'ÉPAISSEUR DE COUCHE CRITIQUE.....	56
3. ETUDE EXPERIMENTALE MATERIAU - RESULTATS.....	59
3.1. MATERIAU ET ETUDE METALLOGRAPHIQUE	60
3.2. LA MACHINE D'ESSAIS STATIQUE.....	61

3.3. CARACTERISTIQUES DU MATERIAU, EPROUVETTE ET LOI DE COMPORTEMENT.....	62
3.4. LES ESSAIS DU COMPORTEMENT CYCLIQUE DU MATERIAU. MACHINE D'ESSAIS ET RESULTATS.....	64
3.5. ESSAIS DE FLEXION ROTATIVE.....	65
3.5.1. SCHEMAS DES EPROUVETTES UTILISEES	65
3.5.1.1. LES EPROUVETTES LISSES	65
3.5.1.2. LES EPROUVETTES ENTAILLEES	66
3.5.2. MACHINE DE FLEXION ROTATIVE	67
3.5.3. LES RESULTATS EXPERIMENTAUX EN FLEXION ROTATIVE.....	69
3.5.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (FLEXION ROTATIVE).....	70
3.5.4.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE.	70
3.5.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE A BALAYAGE.....	72
3.6. LES ESSAIS DE TRACTION - COMPRESSION CYCLIQUE.....	80
3.6.1. DESCRIPTION DE LA MACHINE D'ESSAIS	80
3.6.2. LES EPROUVETTES D'ESSAIS.....	83
3.6.2.1. LES EPROUVETTES LISSES	83
3.6.2.2. LES EPROUVETTES ENTAILLEES	83
3.6.3. LES RESULTATS D'ESSAIS DE TRACTION - COMPRESSION	84
3.6.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TRACTION – COMPRESSION)	85
3.6.4.1. ASPECTS MACROSCOPIQUES PAR STEREOMICROSCOPIE.....	85

3.6.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE A BALAYAGE.....	87
3.7. LES ESSAIS DE TORSION SIMPLE.....	91
3.7.1. EPROUVETTES D'ESSAIS	94
3.7.1.1. EPROUVETTES LISSES	94
3.7.1.2. EPROUVETTES ENTAILLEES	94
3.7.2. RESULTATS D'ESSAIS DE TORSION SIMPLE.....	94
3.7.3. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TORSION SIMPLE).....	96
3.7.3.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE	96
3.7.3.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE A BALAYAGE.....	98
3.8. ESSAIS SOUS CHARGEMENT COMBINE TRACTION – COMPRESSION - TORSION	103
3.8.1. REMARQUES GENERALES SUR LES ESSAIS.....	103
3.8.2. EPROUVETTES D'ESSAIS	103
3.8.2.1. EPROUVETTES LISSES	103
3.8.2.2. EPROUVETTES ENTAILLEES	104
3.8.3. RESULTATS EXPERIMENTAUX	104
3.8.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TRACTION – COMPRESSION – TORSION)	106
3.8.4.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE	106
3.8.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE A BALAYAGE.....	108

4. MODELISATION DE PREVISION DE DUREE DE VIE EN FATIGE	112
4.1. SIMULATION PAR LA METHODE D'ELEMENTS FINITS	113
4.1.1. PRESENTATION DU CODE DE CALCUL CASTEM2000	113
4.1.2. MODELISATION DE L'EPROUVETTE ENTAILLEE EN FLEXION ROTATIVE.....	114
4.1.3. MODELISATION DE L'EPROUVETTE ENTAILLEE EN TRACTION – COMPRESSION CYCLIQUE.....	115
4.1.4. MODELISATION DE L'EPROUVETTE ENTAILLE EN TORSION SIMPLE.....	115
4.1.5. MODELISATION DE L'EPROUVETTE ENTAILLEE EN CHARGEMENT BIAXIALE.....	116
4.2. ANALYSE DE LA DISTRIBUTION DE CONTRAINTE AU FOND D'ENTAILLE.....	118
4.2.1. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE SOUS CHARGEMENT DE FLEXION ROTATIVE.....	119
4.2.2. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE SOUS CHARGEMENT DE TRACTION-COMPRESSION	122
4.2.3. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE EN TORSION SIMPLE	123
4.3. MODELISATION DE LA DUREE DE VIE.....	125
4.3.1. EXPRESSION DU COEFFICIENT DE CONCENTRATION DE CONTRAINT EN FATIGUE k_f.....	125
4.3.2. FONCTION DU GRADIENT RELATIF DE CONTRAINTE.....	126
4.3.3. NOUVELLE FONCTION POIDS.....	127
4.3.4. DETERMINATION DE k_f ET DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE ...	130

4.4. MODÉLISATION DE LA PRÉVISION DE LA DURÉE DE VIE EN FATIGUE SOUS SOLlicitATION MULTIAXIALE.....	133
5. APPLICATION ET DISCUSSION	138
5.1. COMPARAISON DES RESULTATS EN FLEXION ROTATIVE	139
5.2. COMPARAISON DES RESULTATS EN TRACTION – COMPRESSION CYCLIQUE	145
5.3. COMPARAISON DES RESULTATS EN TORSION SIMPLE	150
5.4. DISCUSSIONS DES RÉSULTATS EN FATIGUE MULTIAXIALE	153
5.5. DISCUSSION GENERALE SUR L’EFFET D’ENTAILLE EN FATIGUE	158
6. PREVISION DE DUREE DE VIE EN FATIGUE, A PARTIR DE L’INFORMATION D’UN AUTRE MODE DE CHARGEMENT.....	163
6.1. CALCUL DU COEFFICIENT DE PASSAGE TRACTION – FLEXION ROTATIVE k_{ptf} EN UTILISANT LA LOI DU COMPORTEMENT CYCLIQUE DU MATERIAU	164
6.1.1. ANALYSE DE DONNEES EN FATIGUE ET CONCLUSION SUR LA VALIDITE DE LA METHODE DE DETEMINATION DE k_{ptf}	164
7. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	168
REFERENCES.....	171
ANNEXE I.....	183
I. NOUVEL SYSTEME D’AMARRAGE DES EPROUVETTES POUR LA MACHINE BIAXIALE DES «INSTRON 1343».....	183
II. LES INCONVÉNIENT DU MONTAGE D’ÉPROUVETTE BASÉE SUR LE MÉTAL DE WOOD.....	183
III. DESCRIPTION DU NOUVEAU SYSTÈME D’AMARRAGE.....	185

LISTES DES SYMBOLES

σ_{nom}	contrainte nominale en traction ou flexion
σ_{max}	contrainte maximale en traction ou flexion
τ_{nom}	contrainte nominale en torsion
τ_{max}	contrainte maximale en torsion
k_t	coefficient élastique de concentration de contrainte
σ_{DI}	limite d'endurance d'une éprouvette lisse en traction ou flexion
σ_{De}	limite d'endurance d'une éprouvette entaillée en traction ou flexion
τ_{DI}	limite d'endurance d'une éprouvette lisse en torsion
τ_{De}	limite d'endurance d'une éprouvette entaillée en torsion
k_f	coefficient de concentration de contrainte en fatigue pour une durée de vie correspondant à la limite d'endurance
$k_f(N_R)$	coefficient de concentration de contrainte en fatigue pour une durée de vie limité
$\sigma_l(N_R)$	limite d'endurance d'une éprouvette lisse
$\sigma_e(N_R)$	limite d'endurance d'une éprouvette entaillée
σ_{ef}	contrainte effective
x_{ef}	distance effective
ρ	rayon au fond d'entaille
a_p	paramètre de la formule de Peterson
R_m	résistance ultime du matériau
χ	gradient relatif de la contrainte

c_S	paramètre de la formule de Siebel et Stieler
B, b	paramètres de la formule de Wang et Zhao
c_H	constante de Heywood
A, h	paramètres de la formule de Buch et Switeck
c_{KH}	paramètres de la formule de Kuhn et Hardraht
ω	l'angle d'entaille dans la formule de k_f proposé par Kuhn et Hardraht
a_N	paramètre caractéristique de la formule de Neuber
A_B, B_B	les paramètres de la formule de Brand (méthode du gradient) pour la limite d'endurance
$\hat{\sigma}_{De}$	la valeur de la contrainte maximale supposée élastique pour une contrainte nominale appliquée égale à la limite d'endurance
$\hat{\sigma}_{D(Nr)}$	la valeur de la contrainte maximale supposée élastique pour une contrainte nominale appliquée égale à la limite de fatigue correspondant à une durée de vie limitée
A'_B, B'_B, C'_B	les paramètres de la formule de Brand pour la limite de fatigue correspondant à une durée de vie limitée
σ_{FI}	l'intensité du champ des contraintes
σ'_{FI}	l'intensité du champ des contraintes d'une éprouvette lisse
σ^e_{FI}	l'intensité du champ des contraintes d'une éprouvette entaillée
Ω	zone volumique de processus physique de la rupture par fatigue
V	le volume de la zone volumique de processus physique de la rupture par fatigue
σ_N	contrainte nominale
D	zone surfacique de processus physique de la rupture par fatigue

S	la surface de la zone surfacique D
σ_{ij}	la contrainte selon une des direction
$f(\sigma_{ij})$	la fonction de distribution de contrainte
φ	fonction poids
L	zone linéaire de processus physique de la rupture par fatigue
l	la longueur de la zone linéaire L
R_e	limite d'élasticité du matériau
$\vec{r}$	le vecteur distance d'un point du fond d'entaille
ε_p	l'amplitude de la déformation plastique
ε_e	l'amplitude de la déformation élastique
$\varepsilon_{\max}$	déformation maximale
k_ε	coefficient de concentration de déformation élasto – plastique
k_σ	coefficient de concentration de contrainte élasto – plastique
ε'_f	coefficient de ductilité en fatigue
c	exposant de la loi de Coffin
σ'_f	coefficient de résistance en fatigue
b	exposant de la loi de Basquin
$\Delta\varepsilon_e$	l'étendu de la déformation élastique
$\Delta\varepsilon_p$	l'étendu de la déformation plastique
$\Delta\varepsilon_t$	l'étendu de la déformation totale
N_T	durée de vie de transition
$\Delta\varepsilon_T$	l'étendu de la déformation totale correspondant à N_T

E	module de Young
ϵ_{yy}	distribution de la déformation selon la profondeur de la surface de l'éprouvette
ϵ_s	déformation à la surface
R	rayon de section de l'éprouvette lisse
S_f	contrainte nominale d'une éprouvette lisse en flexion rotative
S_t	contrainte nominale d'une éprouvette lisse en traction - compression
k_{ptf}	coefficient de passage de la courbe de Wöhler en traction à la courbe de Wöhler en flexion rotative
f_1, f_2	coefficients empiriques caractérisant la formule de k_{ptf} de Manson-Muralidharani
τ_a	amplitude de contrainte de cisaillement
σ_a	amplitude de contrainte d'ouverture
σ_{eq}	contrainte équivalente selon Von Mises
$\hat{\sigma}_{Deq}$	contrainte équivalente de Brand pour la fatigue multiaxiale
k_{tf}	coefficient élastique de concentration de contrainte en flexion
k_{ttr}	coefficient élastique de concentration de contrainte en traction
k_{tt}	coefficient élastique de concentration de contrainte en torsion
χ_{eq}	gradient relatif équivalent de contrainte
χ_f	gradient relatif de contrainte en flexion
χ_{tr}	gradient relatif de contrainte en traction
χ_t	gradient relatif de contrainte en torsion
λ, κ	coefficients du modèle de Sines

A_{DV}, B_{DV}	constantes du matériau selon Dang Van
ΔW_t	densité totale d'énergie de déformation
ΔW_e	densité d'énergie de déformation élastique
ΔW_p	densité d'énergie de déformation plastique
I_1, I_2	premier et deuxième invariant de contraintes
σ_{ij}	contrainte selon les directions i, j
ε_{ij}	déformation selon les directions i, j
$\bar{\rho}$	rapport des déformation
p	pression hydrostatique
x	distance de la surface d'éprouvette mesurée le long du ligament ou le diamètre de l'échantillon
C, α	constante de la partie puissance de la distribution de la contrainte élasto - plastique
σ_{yy}	contrainte d'ouverture
x_m	la distance du fond d'entaille correspondant au maximum de la contrainte d'ouverture
σ'	la première dérivée de la fonction de la distribution de contrainte d'ouverture
σ''	la deuxième dérivée de la fonction de la distribution de contrainte d'ouverture
χ'	la première dérivée du gradient relatif de contrainte
χ_{ef}	le gradient effectif, le gradient relatif correspondant à la distance effective
p_m	pression hydrostatique moyenne dans la zone effective

1. INTRODUCTION GENERALE

1. INTRODUCTION GENERALE

1.1. CONSIDERATIONS GENERALES SUR LA FATIGUE DES PIECES EN PRESENCE D'ENTAILLE. MODELISATION DE LA DUREE DE VIE.

Le dessin des pièces ayant une section constante ou changeant graduellement de géométrie, n'est pas une pratique générale. La présence des trous, des filetages, des clavettes etc., conduit à une modification de la distribution de contrainte, présentée dans la Figure 1.1. On constate une concentration des contraintes mesurée par le facteur de concentration de contrainte, qui est défini comme suit :

$$k_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad (1.1a)$$

pour le cas des contraintes normales (traction ou flexion). Pour le cas des contrainte de cisaillement :

$$k_t = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{nom}}} \quad (1.1b)$$

où $\sigma_{\max}$ et $\tau_{\max}$ sont respectivement les contraintes maximales normales et de cisaillement. Les contraintes nominales σ_{nom} et τ_{nom} sont obtenues à partir des formules élémentaires de la résistance des matériaux. L'indice « t » précise que c'est un facteur théorique (basé sur les hypothèses de la théorie d'élasticité – loi de Hooke, homogénéité etc.).

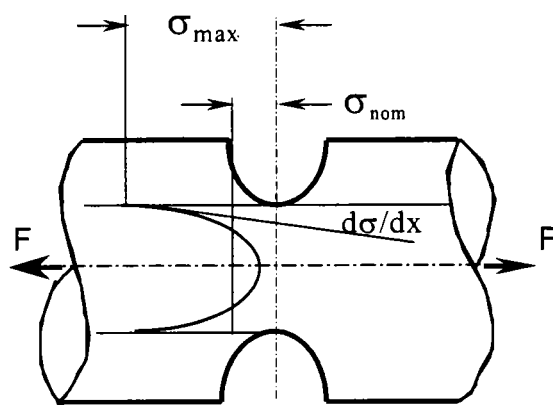
La contrainte de rupture ou l'endurance en fatigue est alors inférieure à celle du matériau mesurée sur barreau lisse. Cet effet est appelé effet d'entaille. Il est particulièrement important sur l'endurance en fatigue et varie considérablement avec la géométrie de l'entaille. Il est généralement plus petit que l'effet prévu par l'utilisation du coefficient élastique de concentration des contraintes k_t . C'est la raison pour laquelle la prévision de la durée de vie se mesure essentiellement par le biais du facteur de concentration de contraintes en fatigue k_f . Ce facteur a été initialement défini comme rapport de la limite d'endurance en fatigue d'une éprouvette lisse σ_{Dl} , à la limite d'endurance en fatigue d'une éprouvette entaillée σ_{De} , dans les mêmes conditions expérimentales :

$$k_f = \frac{\sigma_{Dl}}{\sigma_{De}} \quad (1.2a)$$

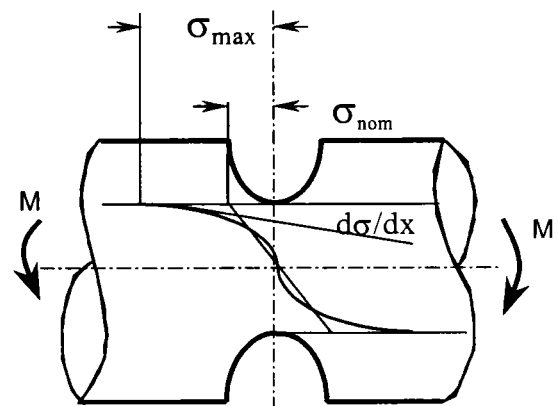
Cette formule est valable pour le cas des chargements axiaux. Dans le cas de torsion on peut écrire de même façon :

$$k_f = \frac{\tau_{Dl}}{\tau_{De}} \quad (1.2b)$$

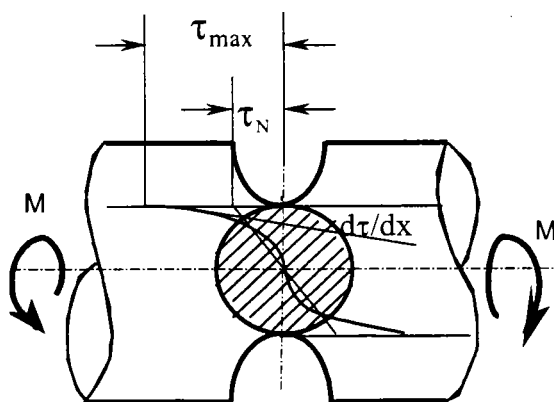
où τ_{Dl} est la limite d'endurance en fatigue d'une éprouvette lisse et τ_{De} est la limite d'endurance en fatigue d'une éprouvette entaillée sous un chargement de torsion.



(a)



(b)



(c)

Figure 1.1 Représentation schématique de l'effet de concentration de contrainte sous chargement de

- a) traction – compression,
- b) flexion rotative ou plane,
- c) torsion simple

Quelques auteurs ont étendu la définition (1.2a) pour un nombre de cycles inférieur à celui qui correspond à la limite d'endurance. Cette définition plus générale s'écrit :

$$k_f(N_R) = \frac{\sigma_l(N_R)}{\sigma_e(N_R)} \quad (1.3)$$

Les hypothèses sur les mécanismes de la rupture par fatigue et les approches principales d'estimation du facteur de concentration des contraintes en fatigue sont classées et expliquées dans les paragraphes suivants.

2. BIBLIOGRAPHIE

2.1. FATIGUE SOUS SOLICITATIONS SIMPLES

Les critères principaux, qui font la différence entre plusieurs modèles de prévision de la rupture par fatigue en grand nombre de cycles, sont basés sur la distribution des contraintes, et les considérations dérivant de ce facteur. Pour cette raison, une analyse de la distribution des contraintes est nécessaire avant la représentation de ces modèles.

Le fait, que le coefficient k_t ne peut pas caractériser la rupture par fatigue des pièces présentant des concentrations des contraintes signifie que la contrainte maximale élastique ne peut pas caractériser l'effet d'entaille. Autrement dit, il a fallu introduire une autre grandeur physique reliée à la distribution de contrainte pour caractériser l'effet d'entaille, notamment une contrainte effective σ_{ef} , inférieur à la contrainte maximale élastique, ($\sigma_{ef} < \sigma_{max}$) comme illustré dans la Figure 2.1.

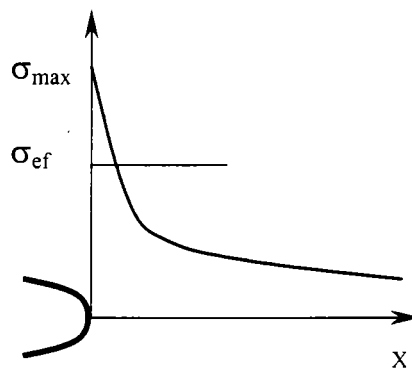


Figure 2.1 Concept de la contrainte effective $\sigma_{ef} < \sigma_{max}$

Plusieurs auteurs ont défini la contrainte effective de différentes façons, mais, on peut les classer dans deux grands groupes selon l'approche utilisée. Les approches traditionnelles principales sont l'approche de type «point chaud» et l'approche de type «contrainte moyenne».

Selon l'approche de type «point chaud», on considère la valeur de la contrainte en un point de la courbe de la distribution de la contrainte, choisi comme contrainte effective (Figure 2.2). La profondeur de la couche, dans laquelle on choisit la contrainte effective, est appelée distance effective et on la note x_{ef} .

Selon l'approche de type «contrainte moyenne», la contrainte effective σ_{ef} est la valeur moyenne de la courbe de la distribution de contrainte sur une couche du matériau à partir du fond d'entaille. Par analogie, la distance effective x_{ef} est la distance du fond d'entaille sur laquelle on moyenne la contrainte (Figure 2.3).

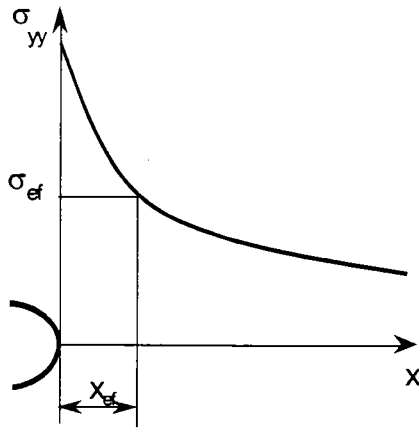


Figure 2.2 Schéma de principe des modèles de type «point chaud»

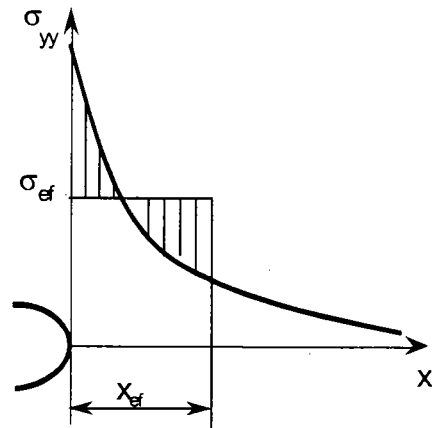


Figure 2.3 Schéma de principe des modèles de type «contrainte moyenne»

Selon le type de distribution de contrainte, on peut classer en modèles élastiques et élasto-plastiques. Les premiers considèrent une distribution élastique de contrainte et, donc que, la contrainte maximale est en fond d'entaille (cf. Figure 2.1, 2.2 et 2.3). Les deuxièmes considèrent une distribution élasto-plastique de contrainte, il n'y a pas une singularité, mais une relaxation, résultat du comportement non – linéaire du matériau, ce qui fait que la contrainte maximale est élargie du fond d'entaille.

2.1.1. APPROCHES DE TYPE «POINT CHAUD»

Par beaucoup d'auteurs, la rupture des pièces par fatigue peut être caractérisée en exprimant le coefficient de concentrations des contraintes en fatigue comme une fonction du coefficient de concentration de contrainte élastique k_t , et du rayon au fond d'entaille ρ :

$$k_f = f(k_t, \rho) \quad (2.1)$$

2.1.1.1. MODELE DE PETERSON [1,63]

Peterson [1] émis l'hypothèse que la rupture par fatigue se produit quand la contrainte à une certaine distance d_0 du fond d'entaille, est égale ou supérieure à la limite d'endurance d'une éprouvette lisse :

$$\sigma_{yy}(x,0)|_{x=d_0} = \sigma_{DI} \quad (2.2)$$

où σ_{yy} est la contrainte de rupture et σ_{DI} la limite d'endurance.

Le modèle de Peterson est donc un modèle typique «point chaud» (Figure 2.4). Il est directement basé sur le gradient de contrainte.

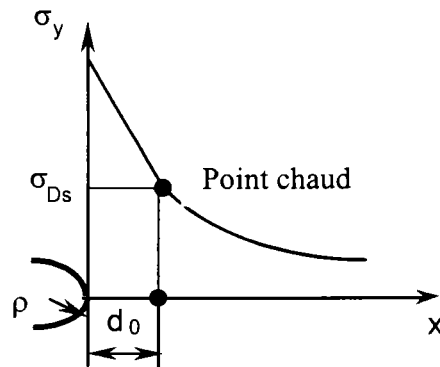


Figure 2.4 Représentation schématique de modèle de Peterson

En supposant aussi que la distribution de contrainte près du fond d'entaille décroît linéairement, Peterson a obtenu l'expression suivante pour k_f :

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \left(\frac{a_p}{\rho} \right)} \quad (2.3)$$

où ρ est le rayon au fond d'entaille et a_p un paramètre dépendant du matériau, qui est donné dans la Figure 2.5.

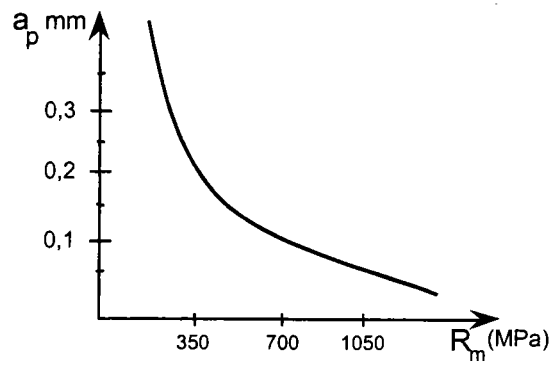


Figure 2.5 Evolution du coefficient caractéristique de la formule de Peterson pour le facteur de concentration de contrainte en fatigue.

Afin de déterminer les valeurs du paramètre a_p on peut également utiliser les valeurs donnée par Peterson, représentées au tableau 2.1 ou la relation empirique suivante :

$$a_p = \left(\frac{270}{R_m} \right)^{1,8} \quad (2.4)$$

Tableau 2.1 Valeurs du coefficient caractéristique de la formule de Peterson pour le factor de concentration de contrainte en fatigue.

$R_m(\text{MPa})$	350	525	700	875	1050	1400	1750
$a_p \text{ (mm)}$	0.381	0.254	0.1778	0.127	0.0889	0.0508	0.03302

2.1.1.2.LE MODELE DE SIEBEL ET STIELER [2,3,64]

En se basant sur les mêmes hypothèses que Peterson, Siebel et Stieler [2,3,64] ont obtenu une expression pour le facteur de concentration de contrainte en fatigue, en faisant intervenir directement le gradient relatif de contrainte :

$$k_f = \frac{k_t}{1 + \sqrt{1 + c_s \chi}} \quad (2.5)$$

où le coefficient c_s est une constante dépendant du matériau déterminée par le biais de sa limite d'élasticité, et χ est le gradient relatif de contrainte en fond d'entaille, qui s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$\chi = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{d\sigma}{dx} \Big|_{x=0} \quad (2.6)$$

Une illustration graphique de la signification du gradient relatif de contrainte en fond d'entaille est représentée à la Figure 2.6. Dans la formule du gradient, on divise par la contrainte maximale afin d'obtenir un paramètre sans unité.

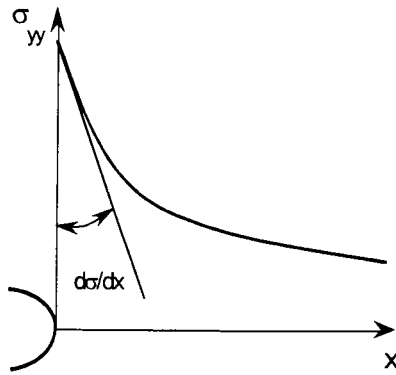


Figure 2.6 Illustration graphique de la signification du gradient relatif de contrainte

2.1.1.3.FORMULE DE WANG ET ZHAO [4,19]

Un autre modèle de type « point chaud » est le modèle de Wang et Zhao [4,19]. Après avoir dépouillé beaucoup de résultats expérimentaux, Wang et Zhao ont proposé une autre expression à deux paramètres pour le coefficient de concentration de contrainte en fatigue :

$$k_f = \frac{k_t}{0,88 + B\chi^b} \quad (2.7)$$

où B et b sont des constantes dépendant du matériau, χ le gradient relatif de la contrainte au fond d'entaille.

2.1.1.4. MODELE DE HEYHOOD [5,6]

On se basant sur les défauts intrinsèques du matériau, Heywood [5,6] a obtenu l'expression suivante pour le coefficient de concentration de contrainte en fatigue :

$$K_f = \frac{K_t}{1 + 2\sqrt{\frac{c_H}{\rho}}} \quad (2.8)$$

où c_H est la constante de Heywood qui dépend du matériau et la géométrie de l'entaille.

2.1.1.5. MODELE DE BUCH ET SWITECK [7,8]

Les formules de k_f proposés par Peterson, Heywood, Siebel et Stieler et autres auteurs qui seront cités ci-dessous, contiennent un seul paramètre, supposé caractéristique du matériau et invariant avec la géométrie d'entaille. Selon ces formules, k_f tend vers k_t quand le rayon d'entaille tend vers des valeurs importante. Buch et Switeck [7,8] ont proposé une formule à deux paramètres, qui représente la sensibilité à l'entaille comme une fonction du rayon d'entaille et de deux paramètres du matériau A et h.

$$k_f / k_t = f(\rho, A, h) \quad (2.9)$$

A et h varient selon le type de chargement.

Pour démontrer la relation liant k_f et k_t , les auteurs ont supposé que la rupture par fatigue se produit si les contraintes proches du fond d'entaille sont égales ou supérieures à une valeur critique, $\sigma_c = A\sigma_D$, et ce sur une couche critique de profondeur h. En supposant que A, h et σ_c sont des constantes, le gradient de contrainte s'exprime :

$$d\sigma/dx = (\sigma_{\max} - \sigma_k) / h \quad (2.10)$$

Le gradient de la contrainte s'écrit :

$$d\sigma / dx = C(\sigma_{\max} / \rho) \quad (2.11)$$

où ρ est le rayon d'entaille, $\sigma_{\max}$ est la contrainte maximale au fond d'entaille et C est un facteur de proportionnalité déterminé à partir de la solution élastique de la distribution des contraintes. On peut encore écrire :

$$(\sigma_{\max} - \sigma_k) / h = C(\sigma_{\max} / \rho)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_k / (1 - Ch / \rho) = A\sigma_D / (1 - Ch / \rho) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{\max} / \sigma_N = A\sigma_D / [\sigma_{De} (1 - Ch / \rho)]$$

en considérant que la contrainte nominale, σ_N , est égale à la limite de fatigue de l'éprouvette entaillée σ_{De} . Par conséquent :

$$k_t = \sigma_{\max} / \sigma_n \text{ et } k_f = \sigma_D / \sigma_{De}$$

$$k_f / k_t = [1 - (Ch / \rho)] / A = f(\rho, A, h)$$

Jusqu'à ici il n'y a aucune différence avec la formule de Peterson. Pour que $d\sigma/dx = C\sigma_{\max}/\rho$ ne tende pas vers l'infini, le terme de droite dans l'équation (2.13) est remplacée par $C\sigma_{\max}/(\rho + \rho_0)$. On peut alors écrire :

$$k_f = k_t \frac{\left(1 - 2,1 \frac{h}{\rho + \rho_0}\right)}{A} \quad (2.14)$$

où A et h dépendent du matériau et du type de l'éprouvette, ρ_0 est une fonction de A et h et peut être exprimé comme suit :

$$\rho_0 = 6.3h / (3 - A) \quad (2.15)$$

L'équation (2.14) est une formule de deux paramètres, puisque ρ_0 est relié à A et h .

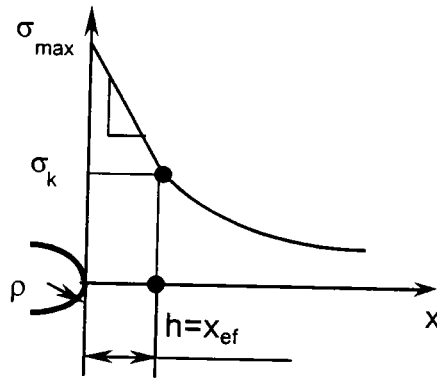


Figure 2.7 Présentation schématique du modèle de Buch et Switeck

2.1.2. MODELES BASES SUR LA CONTRAINTE MOYENNE

Les modèles basés sur la contrainte moyenne sont nombreux, mais les plus typiques sont le modèle de Kuhn et Hardraht [9] et le modèle de Neuber [10,11,12].

2.1.2.1. MODELE DE KUHN ET HARDRAHT [9]

Le modèle présenté par Kuhn et Hardraht [9] est le modèle de base fondé sur la contrainte moyenne. Il suppose que la rupture par fatigue a lieu quand la contrainte moyenne sur une distance D du fond d'entaille, est égale à la limite de fatigue de l'éprouvette lisse σ_{DI} (Figure 2.8).

$$\sigma_{DI} = \frac{1}{D} \int_0^D \sigma_{yy}(x,0) dx \quad (2.16)$$

L'expression de k_f résultant de ce modèle s'écrit :

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\pi}{\pi - \omega} \sqrt{\frac{c_{KH}}{\rho}}} \quad (2.17)$$

où ρ est le rayon au fond d'entaille, ω est l'angle de l'ouverture d'entaille et c_{KH} une constante du matériau fonction de la résistance ultime, R_m . Elle prend généralement des valeurs entre 0,025 et 0,51.

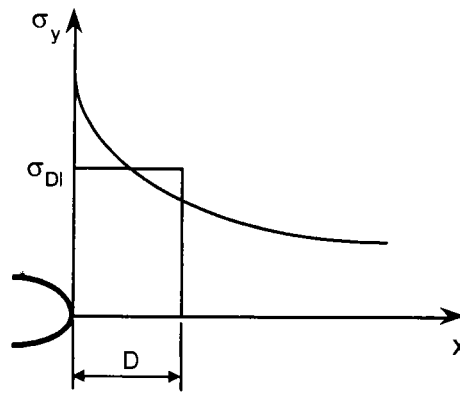


Figure 2.8 Représentation du modèle de fatigue de Kuhn et Hardraht

2.1.2.2. MODELE DE NEUBER [10,11,12]

Un autre modèle de contrainte moyenne a été proposé par Neuber [10,12,13]. Afin d'obtenir une valeur plus faible du facteur de concentration de contraintes, il considère une entaille équivalente avec un rayon plus grand. Il calcule la contrainte moyenne sur une certaine distance ρ' , considérant un rayon d'entaille équivalent $\rho + L\rho'$, où ρ est le rayon d'entaille géométrique, L une constante dépendant de la forme de l'éprouvette et de son mode chargement.

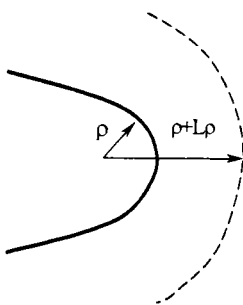


Figure 2.9 Illustration graphique de l'hypothèse de Neuber sur une entaille équivalente plus grande.

Le coefficient L dépend de la géométrie de l'éprouvette et du mode de chargement. Par exemple, il prend normalement la valeur 2 en flexion et traction des plaques avec entailles, trous, épaulements, barreaux avec une entaille circulaire et la valeur 1 dans les cas de la

torsion et du cisaillement. L'équation finale de Neuber pour le coefficient de concentration de contrainte en fatigue, k_f a la forme suivante :

$$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a_N}{\rho}}} \quad (2.18)$$

où a_N est le paramètre empirique de Neuber, donné par la Figure 2.10 :

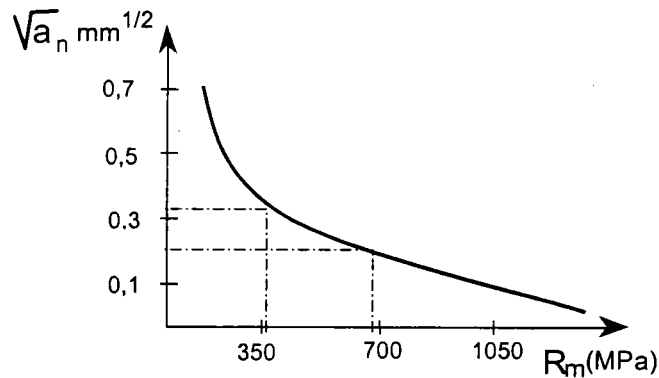


Figure 2.10 L'évolution du paramètre caractéristique de la formule Neuber donnant le facteur de concentration de contrainte en fatigue

2.1.3. METHODES BASEES SUR LE GRADIENT DE CONTRAINTE AU FOND D'ENTAILLE

2.1.3.1. METHODE DE BRAND [13,14,15]

La méthode dite du gradient est une méthode de calcul des pièces soumises à la fatigue fondée sur la notion de gradient de contrainte. Selon Brand [13,14,15], il est possible de rendre compte très correctement de l'effet d'échelle en fatigue en faisant intervenir le gradient relatif de contrainte au fond d'entaille. On appellera gradient de contrainte, la valeur χ de la pente de la tangente à fond d'entaille au champ de contrainte rapportée à la valeur maximale de la contrainte au même point (équation 2.6).

Selon cet approche, χ , de même que la répartition des contraintes dans une pièce, dépend à la fois de la géométrie et du type de sollicitation qui lui est appliquée.

Après avoir analysé un nombre considérable de données en fatigue sur des éprouvettes lisses et entaillées en acier, l'auteur propose la formulation suivante :

$$\hat{\sigma}_{De} = k_t \sigma_{De} = A_B \log \chi + B_B \quad (2.19)$$

où σ_{De} est la limite d'endurance du matériau déterminée sur l'éprouvette entaillée pour la sollicitation considérée, $\hat{\sigma}_{De}$ est la valeur de la contrainte maximale supposée élastique pour une contrainte nominale égale à la limite d'endurance. A_B et B_B sont des coefficients qui dépendent du matériau. Le tableau 2.2 donne les valeurs du gradient relatif de contrainte selon la géométrie et le tableau 2.3 les valeurs des constantes de la relation qui correspondent à une probabilité de survie de 90%.

Afin de prévoir la partie descendante de la courbe de Wöhler schématisée par une droite, Brand a proposé l'équation suivante :

$$\hat{\sigma}_{D(Nr)} = A'_B \log N + B'_B \log N + C'_B \quad (2.20)$$

où $\hat{\sigma}_{D(Nr)}$ est la valeur de la contrainte maximale supposée élastique pour une contrainte nominale appliquée égale à la limite de fatigue correspondant à une durée de vie limitée et A'_B, B'_B, C'_B les paramètres de la formule de Brand pour la limite de fatigue correspondant à une durée de vie limitée. On peut déterminer les valeurs des coefficients A'_B, B'_B, C'_B à l'aide de l'abaque, Figure 2.14.

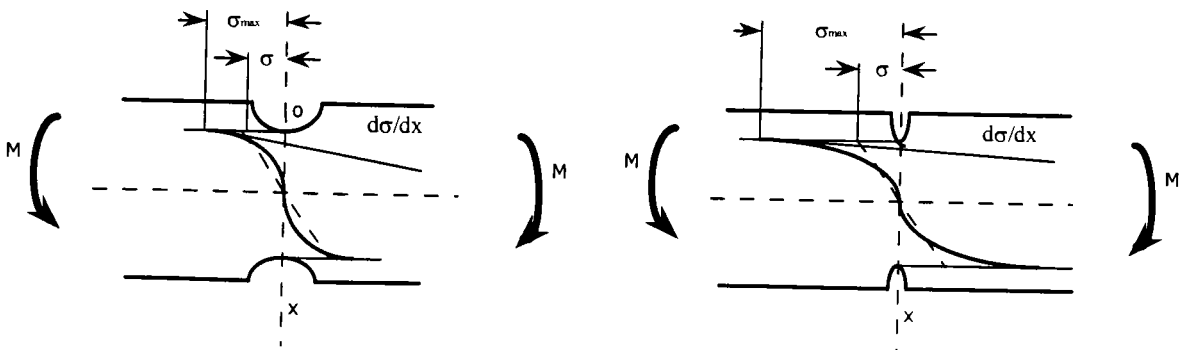
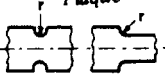
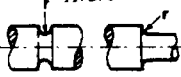
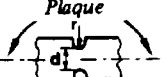
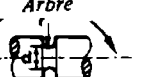
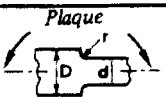
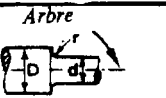
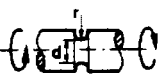
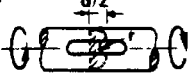
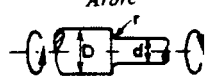
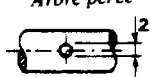
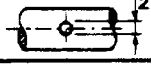


Figure 2.11 Illustration graphique de la caractérisation de l'effet d'entaille faisant intervenir le gradient relatif de contrainte

Tableau 2.2 Les valeurs du gradient de contrainte en fonction de la géométrie, selon Brand [13]

Sollicitations	Types de pièces	χ (mm ⁻¹)
TRACTION	<i>Plaque</i>  <i>Arbre</i> 	$\frac{2}{r}$
FLEXION	<i>Plaque</i>  <i>Arbre</i> 	$\frac{2}{r} + \frac{2}{d}$
	<i>Plaque</i>  <i>Arbre</i> 	$\frac{2}{r} + \frac{4}{d \cdot D}$
TORSION	 	$\frac{1}{r} + \frac{2}{d}$
		$\frac{1}{r} + \frac{4}{d \cdot D}$
FLEXION		$\frac{4}{r}$
TORSION		$\frac{3}{r}$

Dans le Tableau 2.2, r est l'équivalent de ρ , c'est à dire, le rayon en fond d'entaille ou en fond de la concentration géométrique de contrainte, d et D sont respectivement le diamètre intérieur d'un arbre ou la dimension intérieure d'une plaque et le diamètre extérieur du même arbre ou la dimension extérieure de la même plaque.

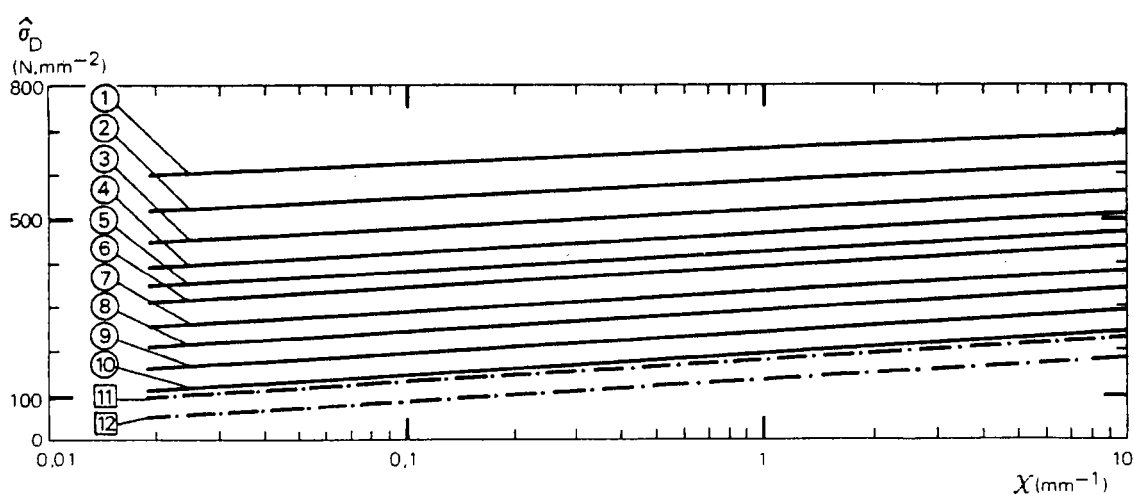


Figure 2.12 Abaque illustrant l'équation de Brand pour une durée de vie illimitée en fatigue

Tableau 2.3 Valeurs des coefficients A_B et B_B de la formule de Brand [13]

Relation générale pour 90% de survie ($\hat{\sigma}_{De}$ en MPa, N en mm^{-1})			
$\hat{\sigma}_{De} = k_t \sigma_{De} = A_B \log N + B_B$			
Classe	R_m (en MPa)	A_B	B_B
Aciers	$R_m \geq 1400$	100/3	655
	$1200 \leq R_m < 1400$	110/3	585
	$1000 \leq R_m < 1200$	120/3	520
	$900 \leq R_m < 1000$	130/3	465
	$800 \leq R_m < 900$	130/3	430
	$700 \leq R_m < 800$	135/3	390
	$600 \leq R_m < 700$	135/3	335
	$500 \leq R_m < 600$	140/3	295
	$400 \leq R_m < 500$	140/3	245
	$R_m < 400$	140/3	195
Classe acier moulés	$350 \leq R_m < 500$	140/3	180
	$R_m < 350$	140/3	135

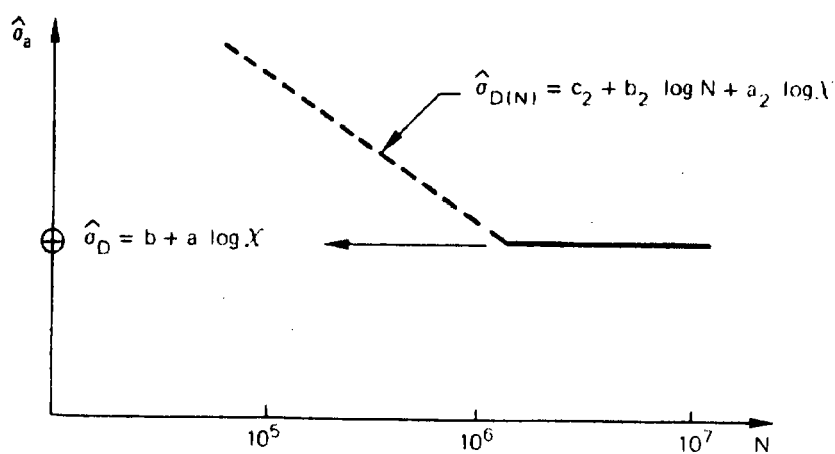


Figure 2.13 Présentation schématique de l'application des formules de Brand [13]

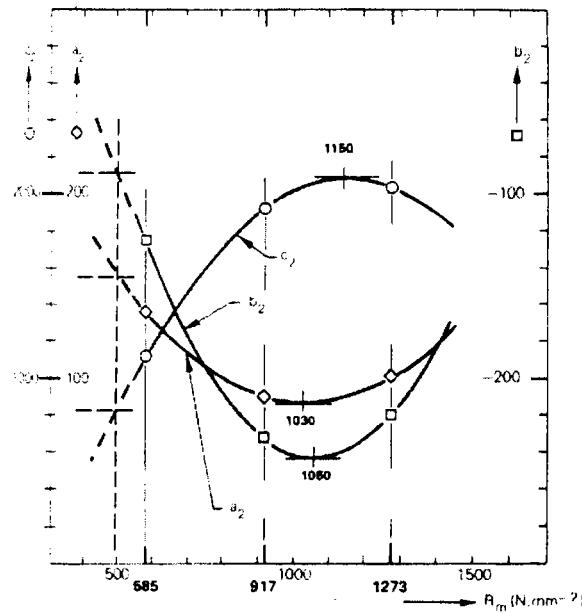


Figure 2.14 Abaque illustrant l'équation de Brand [13] pour une durée de vie limitée

2.1.4. METHODES BASEES SUR LE CHAMP DE CONTRAINTE

Les méthodes basées sur le champ de contrainte font partie des méthodes les plus récentes. Leur approche consiste à la détermination du coefficient de concentration de contrainte en fatigue k_f à partir du champ de contrainte dans une zone proche du fond d'entaille, afin de. Le modèle du champ de contrainte qui sera présenter ensuite est le modèle d'intensité du champs de contrainte de Weixing.

2.1.4.1. MODELE DE WEIXING

Le modèle d'intensité du champ de contrainte [17,18,19] a été introduit afin d'aboutir à une seule théorie sur la rupture par fatigue.

Selon ce modèle, la rupture par fatigue se produit en raison de l'accumulation d'endommagement de fatigue dans une zone d'endommagement locale ou zone du processus de fatigue. Cette hypothèse est en accord avec les recherches récentes sur les mécanismes de la rupture, qui ont prouvé que l'accumulation d'endommagement de fatigue se fait dans une zone, dont l'ordre de grandeur est de quelques grains. La résistance en fatigue des structures

ne dépend pas seulement de la contrainte au fond d'entaille, mais aussi de l'intensité du champ de contrainte dans la zone d'endommagement.

Dans cette approche, on définit une contrainte effective :

$$\sigma_{FI} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\sigma_{ij}) \varphi(\vec{r}) dV \quad (2.21)$$

où Ω est la région du processus de rupture par fatigue, V le volume de Ω , $\varphi(\vec{r})$ est une fonction poids, $f(\sigma_{ij})$ est la fonction distribution de contrainte et σ_{FI} , la contrainte effective selon ce modèle, que Weixing l'appelle l'intensité du champ de contraintes.

Weixing [17,18,19] suppose que Ω est une constante du matériau, dont l'étendue spatiale est de quelques grains (Fig. 2.15). Du point de vue des mécanismes de fatigue, l'amorçage de fissure a lieu généralement dans la région près de la surface d'entaille. Il n'a pas été encore possible de déterminer quantitativement la grandeur de la région, ni par le biais d'études macro - mécaniques, ni par des études micro - mécaniques. Etant un modèle macro - mécanique, la forme géométrique de la zone du processus de rupture par fatigue est considérée soit sphérique, soit elliptique, soit cylindrique avec son centre en fond d'entaille. Son étendue est donc à déterminer expérimentalement.

La fonction équivalente $f(\sigma_{ij})$ peut être différente pour différents matériaux. On peut utiliser la contrainte équivalente de Von Mises, la contrainte principale ou une autre grandeur reliée à la contrainte et qui a ses dimensions.

Selon Weixing, la fonction $\varphi(\vec{r})$ représente la contribution de la contrainte en un point P à la contrainte maximale au fond d'entaille pour $\vec{r}=0$. Elle est reliée, en outre, à la géométrie et au type de chargement. Cette fonction est obtenue analytiquement ou numériquement et elle a les caractéristiques suivantes :

- a) $0 \leq \varphi(\vec{r}) \leq 1$. $\varphi(\vec{r})$ est, généralement, une fonction monotone décroissante par rapport à $\vec{r}$.
- b) $\varphi(0) \equiv 1$, c'est à dire, la fonction poids est égale à l'unité sur la surface de l'entaille,
- c) quand le gradient relatif de la contrainte est nul, $\chi=0$, la fonction poids est égale à l'unité, $\varphi(\vec{r}) \equiv 1$

Pour satisfaire les conditions mentionnées ci-dessus, la fonction poids choisie dans ce modèle est :

$$\varphi(\vec{r}) = 1 - \chi|\vec{r}| \quad (2.22)$$

En utilisant cette méthode, on considère que l'intensité du champ de contrainte d'une éprouvette lisse est égale à sa limite d'endurance :

$$\sigma_{FI}^{\ell} = \sigma_{\ell} \quad (2.23)$$

Pour une éprouvette entaillée, l'intensité du champ de contrainte est :

$$\sigma_{FI}^e = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\hat{\sigma}_{ij}) \varphi(\vec{r}) dv \quad (2.24)$$

où $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\sigma_N)$ est une fonction de la contrainte nominale appliquée σ_N . Ainsi $f(\sigma_{ij}) = \sigma_N \cdot f(\hat{\sigma}_{ij})$ et $\hat{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}/\sigma_N$. Donc, l'équation (2.24) s'écrit :

$$\sigma_{FI}^e = \frac{\sigma_N}{V} \int_{\Omega} f(\hat{\sigma}_{ij}) \varphi(\vec{r}) dv \quad (2.25)$$

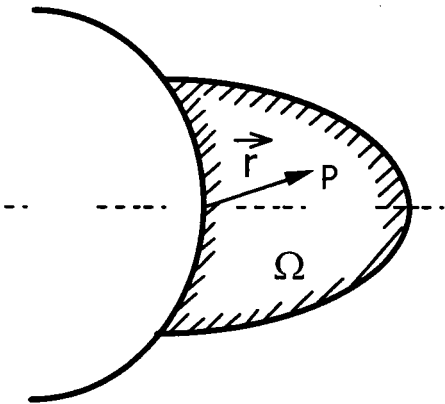


Figure 2.15 Modèle d'intensité du champ de contrainte

Dans ce modèle, le critère de rupture par fatigue s'écrit $\sigma_{FI}^e = \sigma_{FI}^{\ell} = \sigma_{cr}$. Ainsi, à partir des équations (2.23) et (2.25) on peut déduire la valeur du facteur de concentration de contrainte en fatigue :

$$k_f = \frac{\sigma_\ell}{\sigma_N} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\hat{\sigma}_{ij}) \varphi(\vec{r}) dv \quad (2.26)$$

Dans le cas d'une géométrie plane et une chargement dans le même plan, l'équation (2.26) s'écrit sous la forme suivante :

$$k_f = \frac{1}{S_D} \int f(\hat{\sigma}_{ij}) \varphi(\vec{r}) ds \quad (2.27)$$

où S est la surface de la zone surfacique D du processus de rupture par fatigue.

On peut encore simplifier l'équation (2.27), si la zone d'endommagement se réduit à une ligne L de longueur l :

$$k_f = \frac{1}{\ell} \int_L f(\hat{\sigma}_{yy}) \varphi(x) dx \quad (2.28)$$

où $f(\hat{\sigma}_y) = \sigma_{yy}(x,0)/\sigma_N$.

Si $\varphi(x)=1$, l'équation (2.24) prend la forme suivante :

$$k_f = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell \hat{\sigma}_{yy} dx = \frac{1}{\ell \sigma_N} \int_0^\ell \sigma_{yy} dx \quad (2.29)$$

qui correspond exactement au modèle de la contrainte moyenne de Neuber, Kuhn et Hardraht. En prenant comme fonction poids $\varphi(x)=\delta(x-d_0)l$, on retrouve le modèle du point chaud de Peterson :

$$k_f = \frac{\sigma_{yy}(d_0, 0)}{\sigma_N} \quad (2.30)$$

Ce modèle qui développe une approche améliorée, a beaucoup d'inconvénients.

Il ne donne aucune précision sur la nature de la distribution des contraintes en fond d'entaille (élastique ou élasto - plastique).

Le mécanisme de la rupture se base essentiellement sur la contribution de la contrainte d'un point P à la valeur maximale de la contrainte en considérant cette dernière comme la cause principale de la rupture par fatigue, ce qui revient indirectement à une approche de type «point

chaud». Plusieurs auteurs ont déjà prouvé que la valeur de l'amplitude de la contrainte maximale ne permet pas de rendre compte de la rupture par fatigue.

Selon Weixing, le coefficient de concentration de contrainte est égal à l'unité ($k_t=1$), quand le gradient relatif est nul ($\chi=0$), qui correspond au chargement axial de traction - compression. Donc, selon ce modèle, le facteur de concentration de contrainte en fatigue est supérieur à l'unité pour des éprouvettes lisses présentant un gradient relatif non nul.

2.1.5. APPROCHE VOLUMETRIQUE

Selon cette approche [20-29], la rupture par fatigue se fait essentiellement dans le volume d'élaboration du processus de fatigue. Cette hypothèse dérive logiquement de deux faits suivants :

- La large distribution caractérisant les résultats d'essais en fatigue, très bien décrit par l'approche de Weibull, conduit à l'hypothèse que la probabilité de l'amorçage de la fatigue est proportionnelle au volume où la probabilité de trouver un site d'amorçage est supposé uniforme.
- La résistance en fatigue des matériaux est influencée, dans une large mesure, par l'effet d'échelle et le gradient relatif de la contrainte, qui sont des paramètres dimensionnels.

Cette approche conduit à un critère d'amorçage en fatigue à deux paramètres :

- la contrainte effective σ_{ef} , qui est la contrainte moyenne agissant dans le volume de processus
- La distance effective x_{ef} , qui est le diamètre du volume du processus de la rupture par fatigue. Le volume est supposé avoir une forme cylindrique.

La validité de cette méthode est atténuée par le fait que la courbe de fatigue tracée avec les valeurs de la contrainte effective, doit se fusionner avec la courbe de référence en fatigue. Le facteur de la concentration de la contrainte dérivant de l'hypothèse ci-dessus s'écrit sous la forme suivante :

$$k_f(Nr) = \frac{\sigma_{ef}(\sigma_N, N_R)}{\sigma_N} \quad (2.31)$$

Des essais effectués en flexion rotative [23,25,28] ont montré que cette hypothèse est vérifiée pour des valeurs de la contrainte effective plus élevée que la limite d'élasticité ($\sigma_{ef} > R_e$). Ils ont montré que la contrainte élasto - plastique maximale n'est pas le facteur déterminant, influençant la rupture par fatigue.

Tableau 2.4 Quelques expressions mathématiques pour K_f

Type d'approche	Auteur	Expression	Paramètres du matériau	Réf.
Approches du point chaud	P	Peterson	$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \left(\frac{a_p}{\rho}\right)}$	a_p constant du matériau 1, 63
	H	Heywood	$k_f = \frac{k_t}{1 + 2\sqrt{\frac{c_H}{\rho}}}$	$c_H = f(R_m)$ dépend du matériau et l'éprouvette 6
	B	Buch & Switeck	$k_f = k_t \frac{\left(1 - 2,1 \frac{h}{\rho + \rho_0}\right)}{A}$	A, h dépendent du matériau et l'éprouvette, $\rho_0 = f(A, h)$ 7, 8
	SS	Siebel & Stieler	$k_f = \frac{k_t}{1 + \sqrt{1 + c_s N}}$	$c_s = f(R_{0,2})$ constante du matériau 2,3, 64
	WZ	Wang & Zhao	$k_f = \frac{k_t}{0,88 + B N^b}$	B, b constantes dépendant du matériau 4
Approches de la contrainte moyenne	N	Neuber	$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a_N}{\rho}}}$	$a_N = f(R_m)$ fonction de la résistance ultime 10-12
	KH	Kuhn & Hardraht	$k_f = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \frac{\pi}{\pi - \omega} \sqrt{\frac{c_{KH}}{\rho}}}$	$c_{KH} = f(R_m)$ fonction de la résistance ultime 9
Approches du gradient	Brand	$\hat{\sigma}_d = K_t \sigma_{dn} = A_B \log N + B_B$	A_B, B_B constantes du matériau	13-15

2.1.6. RESUME DES MODELES TRADITIONNELS EN FATIGUE ET APPROCHE CRITIQUE

Les divers formules appartenant aux approches traditionnelles sont résumées dans le Tableau 2.4. On peut les classer en trois types principaux :

- des approches qui considèrent comme critère de rupture par fatigue la contrainte en un point de la distribution de contrainte
- des approches qui considèrent comme critère de rupture par fatigue la contrainte moyenne sur un intervalle de la distribution de contrainte
- des approches basée sur le gradient relatif de contrainte en fond d'entaille.

Ces modèles ont les inconvénients suivantes :

- ces modèles ne s'appliquent, généralement, qu'au niveau de la limite d'endurance, c'est à dire, qu'ils ne peuvent être utilisés que pour la conception des pièces en fatigue à durée de vie illimitée
- ils nécessitent des constantes empiriques, ce qui complique leur application
- ils ne tiennent pas compte de la distribution réelle de contrainte.

2.1.7. METHODE ELASTO – PLASTIQUE DE YE ET WANG [31]

Leur approche élasto - plastique est, en principe, basée sur la règle de Neuber [30] modifiée pour la fatigue oligocyclique :

$$k_f = (k_\sigma k_\epsilon)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \cdot \frac{\epsilon_{\max}}{\epsilon_{\text{nom}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

où :

- $\sigma_{\max}$ et $\epsilon_{\max}$ sont respectivement la contrainte maximale et la déformation maximale en fond d'entaille,
- σ_{nom} et ϵ_{nom} la contrainte nominale et la déformation nominale,

- k_σ le coefficient de concentration de la contrainte élasto – plastique, égal au rapport entre la contrainte maximale élasto – plastique et la contrainte nominale et,
- k_ϵ , le coefficient de concentration de la déformation élasto – plastique, égal au rapport entre la déformation maximale élasto – plastique et la déformation nominale. Avec les valeurs nominales de la contrainte et de la déformation on sous-entend toujours les valeurs de la contrainte et de la déformation calculé par les formule de la résistance de matériau.

Ces auteurs considèrent aussi que la valeur du coefficient k_f est une fonction des caractéristiques du matériau, de déformation plastique ϵ_p en fond d'entaille et le coefficient de concentration de contrainte k_t :

$$k_f = k_f(\text{matériau}, \epsilon_p, k_t) \quad (2.33)$$

En se basant sur ces hypothèses, Ye et Wang [31] ont proposé la formule suivante pour exprimer k_f :

$$k_f = \frac{k_t}{\sqrt{1 + \frac{1-n'}{1+n'} \cdot \frac{1}{1 + \Delta\epsilon_e/\Delta\epsilon_p}}} \quad (2.34)$$

où :

- n' est le coefficient d'écrouissage cyclique,
- $\Delta\epsilon_e$ et $\Delta\epsilon_p$ sont respectivement les amplitudes de la déformation élastique et plastique, dont le rapport traduit le degré de plastification en fond d'entaille,
- k_t traduit l'effet de la forme géométrique de l'entaille.

Cette équation synthétise les facteurs principaux influant le comportement en fatigue du matériaux en présence d'entaille.

Les équations de Manson – Coffin :

$$\Delta \varepsilon_e = 2 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^b \quad (2.35a)$$

$$\Delta \varepsilon_p = 2 \varepsilon'_f (2N_R)^c \quad (2.35b)$$

où :

- σ'_f est le coefficient de la résistance en fatigue,
- b l'exposant de la résistance en fatigue,
- E le module de Young,
- ε'_f la ductilité en fatigue,
- c l'exposant de ductilité en fatigue.

Alors en remplaçant à l'équation (2.34) la déformation élastique et la déformation plastique par les expressions respectives (les équations 2.35a et 2.34b), on peut écrire l'expression de k_f en fonction de la durée de vie en fatigue exprimée en nombre de cycles à rupture :

$$k_f = \frac{k_t}{\sqrt{1 + \frac{1-n'}{1+n'} \left[1 + \frac{\sigma'_f}{E \varepsilon'_f} (2N_R)^{b-c} \right]^{-1}}} \quad (2.36)$$

En utilisant quelques approximations pratiques reliant le coefficient de la résistance en fatigue et le coefficient de ductilité avec les caractéristiques monotones du matériau et les exposants b et c avec le coefficient d'écrouissage cyclique n' :

$$\sigma'_f = \sigma_f \quad \varepsilon'_f = \varepsilon_f \quad b \approx \frac{-n'}{(1+5n')} \quad c \approx \frac{-1}{(1+5n')}$$

les auteurs ont simplifié l'équation (2.36) :

$$k_f = \frac{k_t}{\sqrt{1 + \frac{1-n'}{1+n'} \left[1 + \frac{\sigma_f}{E \varepsilon_f} (2N_R)^{\frac{1+n'}{1+5n'}} \right]^{-1}}} \quad (2.37)$$

Puisque l'équation (2.37) est basée sur quelques approximations reliées à σ'_f , b , ε'_f et c , c'est l'équation (2.36), qui sera considérée comme la formule de base de la méthode de Ye et Wang.

2.1.8. PASSAGE ENTRE COURBES DE FATIGUE SOUS DIFFERENTS MODES DE CHARGEMENT

Avec, peut-être, quelques exceptions, la plupart des essais en fatigue sont effectués sous chargements de tension - compression sur les machines hydrauliques universelles ou sur des machines de flexion rotative utilisées pour effectuer des essais à moment constant. Généralement, les essais de fatigues sont très coûteux : la fabrication des éprouvettes, l'utilisations des machines d'essais et la main d'œuvre, le temps de préparation de la machine et la durée d'essais. Dans ce contexte, il paraît très intéressant de réduire le temps et les coûts des essais en fatigue, spécialement dans les conditions de production industrielle des machines où la nécessité des examens rapides et des calculs des matériaux en fatigue est très importante, et notamment de pouvoir déduire le comportement en fatigue d'un matériau sous en chargement cyclique à partir du comportement du même matériau sous un autre chargement précédemment examiné ou à partir de données fournis par la littérature.

L'idée de base est de trouver un coefficient de passage d'une courbe à l'autre en fonction de durée de vie en fatigue $k_p = f(N_R)$, comme illustré dans la Figure 2.16 :

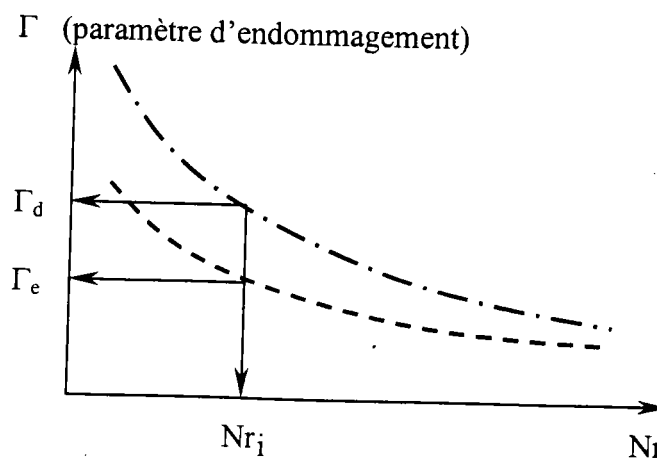


Figure 2.16 Illustration graphique de la signification du coefficient de passage k_p

Le coefficient de passage doit être exprimé comme le rapport entre deux valeurs différentes de même grandeur, utilisées comme paramètres d'endommagement par fatigue, correspondant à deux chargements différents :

$$k_p(N_R) = \frac{\Gamma_d(N_R)}{\Gamma_e(N_R)} \quad (2.38)$$

où Γ_d paramètre d'endommagement par fatigue correspondant au mode de chargement de type d et Γ_e le même paramètre d'endommagement correspondant au mode de chargement de type e . Le paramètre Γ peut être la contrainte, la déformation, densité d'énergie etc.

2.1.8.1.PREDICTION DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE SOUS FLEXION ROTATIVE A PARTIR DES DONNEES SUR LA FATIGUE EN TRACTION-COMPRESSION – MODELE DE MANSON ET MURALIDHARAN

Dans ce paragraphe, un modèle déjà formulé par Manson et Muralidharan [32,33] est présenté. Ce modèle consiste à prévoir la durée de vie en fatigue sous flexion rotative, c'est à dire, tracer la courbe de Wöhler sous ce mode de chargement en utilisant l'information donnée par la courbe de Wöhler en traction compression.

Selon les références [32,33], une bonne prévision de durée de vie en fatigue sous flexion rotative peut être obtenue en se basant sur des essais de fatigue oligocyclique et en grand nombre de cycles. Plus précisément, on peut réaliser cette opération en utilisant la courbe de Wöhler en traction - compression, le paramètre de Coffin c , le paramètre de Basquin b et le nombre de cycles correspondant à la transition entre la fatigue oligocyclique et la fatigue en grand nombre de cycles N_T . Ce paramètre est défini graphiquement dans la Figure 2.17, qui représente l'amplitude de déformation totale $\Delta\epsilon/2$ en fonction du nombre de cycles à rupture N_R en échelle logarithmique.

Si le matériau est soumis à une amplitude de déformation constante et une valeur moyenne nulle, on trouve que pendant les premiers cycles, la contrainte (ou d'une manière équivalente, la déformation élastique) peut changer considérablement. Au bout d'un certain nombre de

cycles il y a une stabilisation durant pendant la majeure partie de la durée de vie. Ce fait est montré dans la Figure 2.17.

L'équation relative à la déformation totale $\Delta \epsilon_t$ est la somme de la composante élastique et la composante plastique de la déformation :

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \epsilon'_f (2N_R)^c + \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^b \quad (2.39)$$

Dans la référence [34], le terme "durée de vie de transition" a été utilisé afin de distinguer le nombre de cycles correspondant au point d'intersection des courbes de la déformation plastique et élastique. Dans la Figure 2.17, cette durée de vie est noté N_T . L'étendue de déformation qui correspond à N_T est noté par $\Delta \epsilon_T$ et son amplitude par $\Delta \epsilon_T/2$. En écrivant l'égalité entre les équations (2.35a) et (2.35b), les valeurs de N_T et $\Delta \epsilon_T$ sont facilement déterminées :

$$N_T = \frac{1}{2} \left(\frac{E \epsilon'_f}{\sigma'_f} \right)^{1/(b-c)} \quad (2.40)$$

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{\Delta \epsilon_T} = \frac{\epsilon_t}{\epsilon_T} = \left(\frac{N_r}{N_T} \right)^c + \left(\frac{N_r}{N_T} \right)^b \quad (2.41)$$

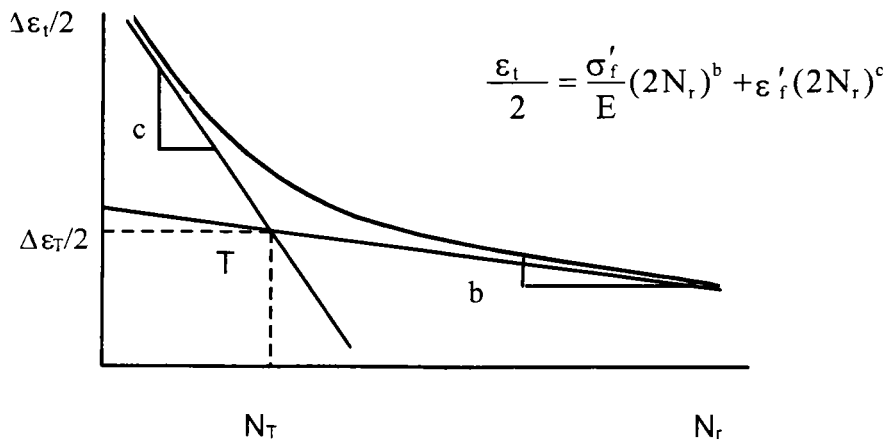


Figure 2.17 Modèle de la relation consistant des composantes linéaires élastique et plastique en coordonnées logarithmique

On fait l'hypothèse que, dans le cas d'un chargement de flexion rotative, la déformation totale varie d'une manière linéaire à travers la section. La déformation ϵ_{yy} à une distance z de l'axe neutre est :

$$\epsilon_{yy} = \frac{z}{R} \epsilon_s$$

$$y = R \sin \theta \quad dy = R \cos \theta d\theta \quad (2.42)$$

$$\epsilon_{yy} = \epsilon_s \sin \theta \quad (2.43)$$

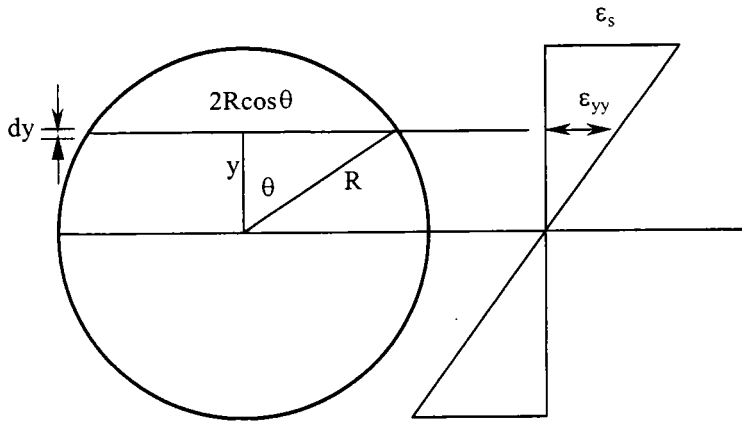


Figure 2.16 Illustration du modèle de Manson-Muralidharani pour le passage d'une courbe de traction à une courbe de flexion rotative

A partir du moment de la flexion nécessaire pour produire une certaine déformation sur la surface, on peut écrire :

$$dM = z \sigma_{yy} 2x t g \theta dz = 2R \cos \theta R \cos \theta d\theta \quad (2.44)$$

En remplaçant σ_{yy} par une fonction de ϵ_{yy} et en intégrant l'équation (2.44), après quelques transformations on peut trouver cette expression pour le moment de flexion [33] :

$$M = 2 \int_{y=0}^{y=R} dM = 4R^3 E \epsilon_T \int_0^{\pi/2} \left[\left(\frac{\epsilon_s \sin \theta}{\epsilon_T} \right)^{z/b} + \left(\frac{\epsilon_s \sin \theta}{\epsilon_T} \right)^{z/c} \right]^{b/z} \sin \theta \cos^2 \theta d\theta \quad (2.45)$$

où z est une fonction de l'expression et $(\epsilon_s \sin \theta / \epsilon_T)$ et du rapport (b/c) . A partir de l'équation (2.38), on déduit la contrainte nominale de flexion $S_f = 4M / \pi R^3$ et on peut écrire :

$$S_f(N_R) = k_{ptf} S_t(N_R) \quad (2.48)$$

où k_{ptf} est le coefficient de passage de la contrainte de traction à la contrainte de flexion pour la même durée de vie. L'expression mathématique de ce coefficient s'écrit :

$$k_{ptf} = \frac{1 + f_1 \left(\frac{N_s}{N_T} \right)^{(c-b)} + f_2 \left(\frac{N_s}{N_T} \right)^{2(c-b)}}{1 + 2 \left(\frac{N_s}{N_T} \right)^{(c-b)} + \left(\frac{N_s}{N_T} \right)^{2(c-b)}} \quad (2.49)$$

où les coefficients f_1 et f_2 sont des coefficients que, pour les aciers, dépendent du rapport $n=c/b$, comme suit :

$$f_1 = \frac{1 + 0,8432n}{0,6849 + 0,255n} \quad (2.50)$$

$$f_2 = \frac{2,6188n}{1 + 1,541 \ln n} \quad (2.51)$$

2.1.9. SYNTHÈSE DE DIFFÉRENTS MODES DE RUPTURE EN FATIGUE

La rupture des pièces en fatigue est due à l'amorçage, lieu d'initiation d'une fissure, la propagation des fissures initiées et la rupture finale brutale. La section utile restante ne peut résister au chargement appliqué. Les processus de rupture laissent des traces sur les surfaces de rupture, ce qui permet de déterminer les sites d'amorçage, discerner la direction de propagation et la forme du front d'une fissure. Cette information peut conduire à évaluer le niveau de contrainte et les conditions de rupture.

Un tableau récapitulatif des surfaces de rupture des pièces lisses et entaillées, soumises aux différents modes de chargement, est introduit dans la Figure 2.17 [15, 84-87]. Il est basé sur des constatations expérimentales sur les surfaces des ruptures et sur les principes suivants :

Quand les contraintes locales, dans des régions de haut potentiel de fissuration augmentent, le nombre des sites d'amorçage croît aussi. Pour cette raison, dans les conditions de concentration sévère de contrainte, plusieurs origines, qui tendent à former un seul front de fissure, sont observées. Avant de se réunir et former un seul front de fissure, les micro-fissures

sont séparées par des stries en forme des marches. En outre, dans la zone de la limite de fatigue ou dans les conditions de présence d'une contrainte minimale de rupture, on observe un site d'amorçage, lieu d'initiation du processus de la rupture.

En absence de concentration de contrainte à la surface, la fissure se propage plus rapidement vers le centre de la section qu'en surface. Ceci est due aux valeurs plus élevées de la triaxialité loin de la surface. En présence d'entaille, la triaxialité est plus élevée au voisinage de cette surface.

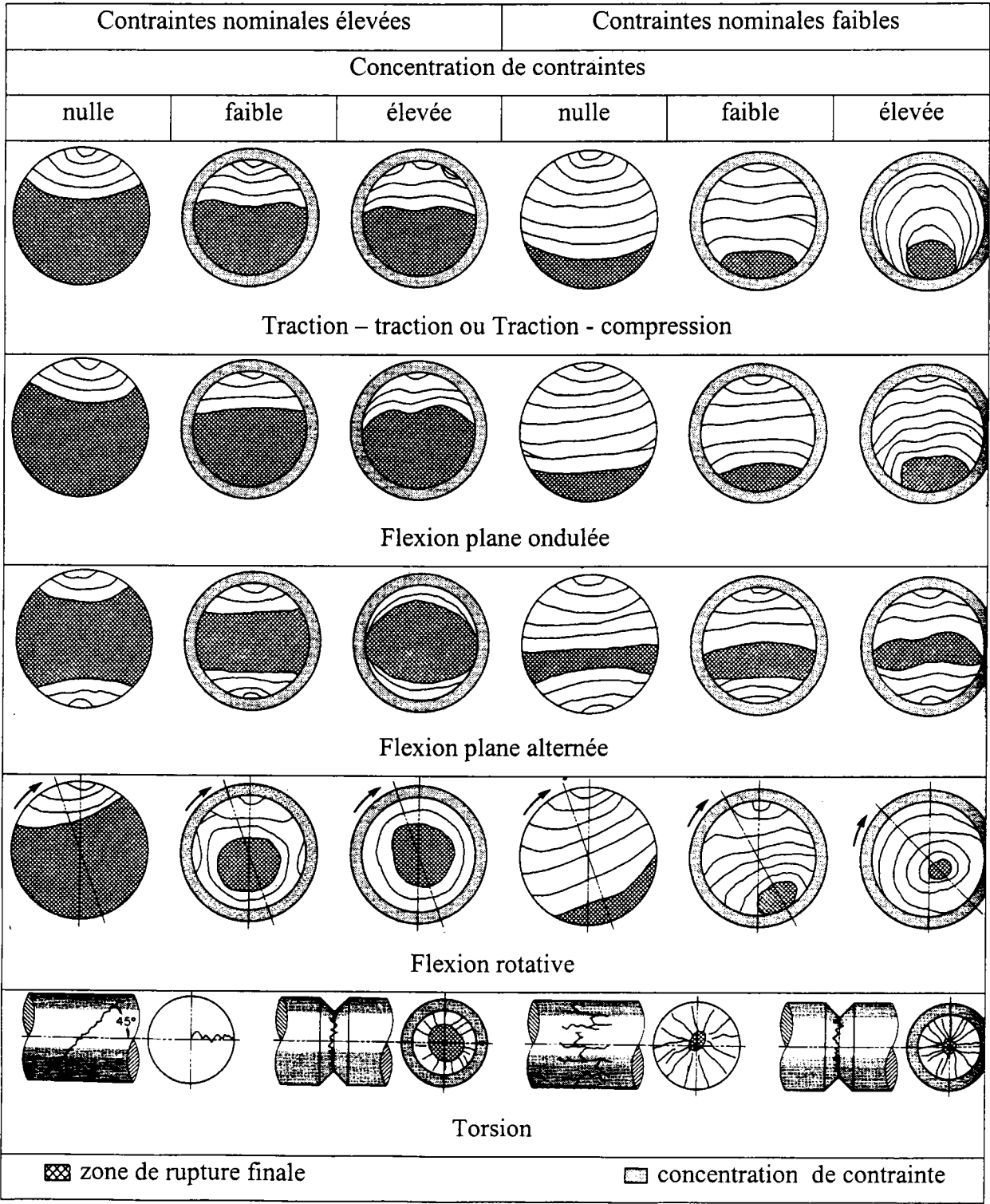
La zone de la rupture finale augmente par rapport à la zone de propagation de fissure, quand la contrainte nominale est plus élevée. Pour une contrainte faible, suffisante pour causer une rupture, la zone de rupture finale est relativement faible ; pour une contrainte beaucoup plus élevée, cette zone est relativement plus large.

En fatigue par flexion rotative, la zone de la rupture finale est souvent ou décalée vers l'origine, selon une direction opposée au sens de la rotation. Si les autres conditions sont les mêmes, cette zone est plus proche du centre de la section, quand la contrainte nominale est plus élevée.

Généralement, l'initiation de la rupture se produit sur ou proche de la surface. En flexion rotative ou en présence d'entaille, le champ de contrainte est plus important sur une couche surfacique. Les origines subsurfaciques sont observées dans des cas très particuliers en fatigue sous chargement de traction répétée ou alternée, en présence d'une large inclusion ou imperfection à l'intérieur de la pièce.

L'utilisation de ces principes conduit à une simple méthode d'observation et d'analyse des surfaces de rupture. Premièrement la surface de rupture est examinée du point de vue de nombre de sites d'amorçage. Plusieurs origines, indiquées par les stries, signifient une ou plusieurs concentrations sévères de contrainte à la zone d'origine. Un seul site de nucléation signifie une faible contrainte nominale et une faible concentration de contrainte. La forme et la location du front ou des fronts de propagation des fissures sont évaluées et interprétées en terme de mode de chargement (traction, flexion, torsion) et de concentration de contrainte. Finalement, la location et la grandeur relative de la zone de rupture finale sont considérées comme indice du niveau de contrainte nominale.

Figure 2.17 Représentation schématique des surfaces de rupture par fatigue des pièces lisses et entaillées soumises aux différents modes de chargement.



2.2. FATIGUE SOUS SOLLICITATIONS COMBINEES

Généralement, la plupart des structures métalliques sont soumises à la fatigue multiaxiale, dont deux ou plus contraintes principales varient en fonction du temps. En outre, plusieurs pièces mécaniques contiennent des concentrations de contraintes, qui amplifient les contraintes principales nominales et sont origine potentielle d'amorçage.

Les bases de donnée en fatigue ont été générées à partir de la fatigue sous chargement simple. Les méthodes de prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale, surtout dans le cas des pièces entaillées, sont relativement moins établies, à cause des complexités supplémentaires du comportement du matériau, des essais et d'analyse.

Pour ces raisons, quelques modèles de fatigue multiaxiale, sont utilisées seulement dans le cas des pièces lisses, d'autres sur les éprouvettes entaillées et, parfois sur tous les types d'éprouvettes.

Selon l'approche utilisée, les méthodes de prévision de durée de vie en fatigue des pièces lisses soumises aux chargements multiaxiaux, sont classées comme suit :

1. Les critères empiriques ou critères basés sur la contrainte équivalente,
2. Les critères du plan critique,
3. Les critères basés sur la densité d'énergie de déformation et le travail plastique,
4. Les critères combinés : énergie de déformation/plan critique.

2.2.1. CRITERES DE FATIGUE MULTIAXIALE EMPIRIQUES ET BASES SUR LA CONTRAINTE EQUIVALENTE

Un certain nombre de critères ont pu être élaborés. On peut énumérer la formule de Hohenemser et Prager [88], le critère de Nishihara et Kawamoto [89,90], la formule de Davis [91] etc. Mais le critère empirique le plus utilisé, malgré son ancienneté, est le critère de Gough et Pollard [92]. Bien que certaines études en fatigue multiaxiale datent des années 1900 et même antérieures, la première exploitation systématique des résultats expérimentaux dans le but d'élaborer un critère de fatigue, appartiennent à ces auteurs. Ils ont effectué un très

vaste programme d'expériences en flexion - torsion alternée, c'est à dire, pour des trajets de chargement de la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_a & \tau_a & 0 \\ \tau_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sin t \quad (2.51)$$

Avec la participation de Clenshaw [93], ce programme a été complété par des expériences en flexion - torsion proportionnelle autour d'un état de contraintes moyennes.

Pour ce type de trajets de chargement, énormément de métaux ont été testés. Ils ont été classés en deux catégories, métaux ductiles et fragiles. Deux courbes d'endurance ont été proposées dans le quart du plan (σ_a, τ_a) , ces deux quantités étant positives par définition.

Pour les métaux ductiles, la courbe d'endurance coïncide avec le premier quadrant de l'ellipse d'équation :

$$\frac{\sigma_a^2}{\sigma_{DI}^2} + \frac{\tau_a^2}{\tau_{DI}^2} \leq 1 \quad (2.52)$$

Pour les métaux fragiles, la courbe d'endurance est donnée par l'équation (arc d'ellipse) :

$$\frac{\tau_a^2}{\tau_{DI}^2} + \left(\frac{\sigma_{DI}}{\tau_{DI}} - 1 \right) \frac{\sigma_a^2}{\sigma_{DI}^2} + \left(2 - \frac{\sigma_{DI}}{\tau_{DI}} \right) \frac{\sigma_a}{\sigma_{DI}} = 1 \quad (2.53)$$

On peut remarquer que les deux critères coïncident pour $\sigma_{DI}/\tau_{DI}=2$.

Il est fondamental de souligner que chaque critère n'est à priori valable que pour des systèmes de chargements identiques à ceux utilisés dans les expériences et qui ont permis l'élaboration du dit critère.

Les méthodes de la contrainte équivalente sont des extensions du critère de Tresca (contrainte maximale de cisaillement) ou de Von Mises (contrainte octaédrique de cisaillement), où les valeurs statiques des contraintes sont remplacées par les amplitudes de contraintes et, la limite élastique par la limite de fatigue. Un tel critère est le critère de Lee [94]. Dans le cas des chargements proportionnels, ce dernier est similaire au critère de Gough, pour le éprouvettes lisses (équation 2.52).

Le critère de Gough [92,93,95] pour les éprouvettes entaillées, reste encore une des études les plus complètes sur le comportement des pièces en fatigue multiaxiale, en présence d'entaille. Gough a testé des éprouvettes de plusieurs types d'entaille, soumises aux sollicitations combinées flexion - torsion, sous le régime d'endurance. C'est un modèle basé sur le critère de Von Mises :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(k_{tb} \sigma_f)^2 + 3(k_{tt} \tau)^2} \quad (2.54)$$

où σ_{eq} est la contrainte équivalente, qui traduit l'effet du chargement multiaxial à la courbe de Wöhler, sous sollicitation de traction - compression. k_{tf} et k_{tt} sont respectivement les coefficients élastiques de concentration de contrainte en flexion et en torsion simple, σ_f et τ , respectivement les contraintes nominales en flexion et torsion.

2.2.1.1. MODELE DE LA FATIGUE MULTIAXIALE DE BRAND

Ce modèle de Brand [13] est une extension de son modèle de la fatigue sous sollicitations simples. Dans le cas des sollicitations combinées, la contrainte σ_{DI} , est remplacée par la contrainte équivalente de Von Mises :

$$\sigma_{Deq} = \sqrt{(k_{tr} \sigma_t + k_{tf} \sigma_f)^2 + 3(k_{tt} \tau)^2} \quad (2.55)$$

où :

- σ_t , σ_f , τ sont respectivement les contraintes de traction, de flexion et de cisaillement,
- k_{tr} , k_{tf} , k_{tt} les coefficients théoriques de concentration de contrainte respectivement en traction, flexion et torsion.

De la même manière, le gradient de la contrainte est remplacé par le gradient équivalent, défini par une relation, dont les paramètres utilisés sont les gradients de contraintes en traction, flexion et cisaillement :

$$\chi_{eq} = \sqrt{(\lambda_f \chi_f + \lambda_t \chi_t)^2 + 3(\lambda_{\tau} \chi_{\tau})^2} \quad (2.56)$$

où :

- χ_{tr} , χ_f , χ_t sont respectivement les gradients des contraintes en traction, flexion et cisaillement,

- λ_{tr} , λ_f , λ_t sont les contributions de chacun des contraintes calculées en utilisant les relations suivantes :

$$\lambda_{tr} = \frac{\sigma_{tr}}{\sigma_{eq}} \quad \lambda_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_{eq}} \quad \lambda_t = \frac{\tau_f}{\sigma_{eq}} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_f + \sigma_{tr})^2 + 3\tau_f^2} \quad (2.57)$$

A la fin, Brand arrive à cette formule générale :

$$\hat{\sigma}_{Deq} = B_B + \frac{A_B}{2} \log \frac{\left(\frac{\sigma_{atr} \cdot \chi_{tr} + \sigma_{af} \cdot \chi_f}{\sigma_{atr} + \sigma_{af}} \right)^2 + \frac{3}{\alpha^2} \chi_t^2}{1 + \frac{3}{\alpha^2}} \quad (2.58)$$

avec : $\alpha = \sigma_a / \tau_a$.

2.2.2. CRITERES DU PLAN CRITIQUE

Devant l'impossibilité d'explorer expérimentalement tous les types de trajets de chargement périodiques, il est apparu nécessaire de formuler des critères sur un minimum de bases physiques. Néanmoins, la complexité des phénomènes physiques et mécaniques mis en jeu en fatigue, fait qu'aucun modèle complet de la fatigue n'a pu être élaboré à ce jour. Néanmoins, des considérations physiques ont conduit à la formulation des critères énumérés. Les critères de ce type reposent sur la même base physique : l'observation expérimentale du premier stade de développement d'une fissure de fatigue, appelé *stade I de propagation* (travaux de Forsyth [96]).

Une fissure de fatigue, une fois amorcée, se propage initialement dans un plan de cisaillement, ce que l'on appelle *le stade I de propagation*. Après avoir atteint une certaine longueur, la fissure dévie de sa trajectoire initiale et se propage dans un plan perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale de traction. Cette seconde phase s'appelle *stade II de propagation*.

Durant le stade I, la propagation se produit selon un plan de cisaillement, ce qui permet à plusieurs auteurs de conclure que le paramètre mécanique qui gouverne l'amorçage d'une fissure est la contrainte de cisaillement. Néanmoins, il est reconnu que la contrainte normale sur le plan de cisaillement a aussi une influence sur l'amorçage d'une fissure de fatigue.

Ainsi, est-il naturel de choisir comme paramètre une combinaison de contraintes normales et de cisaillement sur un même plan. Le critère s'exprime alors par une limitation de cette contrainte équivalente sur le plan de propagation du stade I.

Les critères énumérés ci-après sont de ce type, mais ils se différencient sur deux points :

- La définition de la contrainte équivalente
- La choix du plan de propagation du stade I, appelé le plan du cisaillement critique.

Précisons dès maintenant que ce plan critique peut être différent des plans de cisaillement maximal et de la contrainte équivalente maximale.

Plusieurs auteurs ont préféré évaluer la contrainte équivalente à partir du couple de cisaillement maximal, pression hydrostatique ou, dans le but de réduire les calculs, souvent laborieux, des critères formulés à partir du couple cisaillement, tension. D'autres utilisent les invariants des contraintes.

Les grandeurs caractéristiques, considérées importantes dans les critères du plan critique sont la contrainte normale et la contrainte de cisaillement agissant dans un plan du matériau. Plusieurs formules sont classées comme des modèles du plan critique, mais la démarche à suivre pour appliquer ces méthodes est presque la même. Il faut premièrement préciser le plan critique du matériau et, deuxièmement, constater si le critère est satisfaisant dans ce plan. Si le critère n'est pas satisfaisant, une fissuration par fatigue peut avoir lieu dans le plan critique. L'orientation de la fissuration initiée coïncide avec l'orientation du plan critique. Parmi ces modèles, on peut citer les critères proposés par Stulen et Cummings [97], le critère de Findley [98-102], le critère de Matake [103] et le critère de Robert [104]. Selon McDiarmid [105,106], le plan critique est le plan sur lequel l'amplitude de la contrainte de cisaillement prend sa valeur maximale. Dans la formulation de son critère, Dietman [107] utilise le concept de la contrainte octaédrale et de la contrainte normale.

Quelques approches sont basées sur les invariants des contraintes. Les ingrédients de ces critères de fatigue sont la contrainte hydrostatique et le deuxième invariant du déviateur de la contrainte. En principe, chaque critère peut définir si la fissuration par fatigue apparaît sous un chargement cyclique. On peut citer le critère de Marin [108,109], critère basé sur l'amplitude et la valeur maximale de $(J_2)^{1/2}$. Le critère proposé par Sines [37-39] est peut-être le critère le plus populaire dans la fatigue en grand nombre de cycles. Ce critère s'écrit :

$$\sqrt{J_{2,a}} + \kappa \sigma_{H,m} \leq \lambda \quad (2.59)$$

où le terme $(J_{2,a})^{1/2}$ introduit le deuxième invariant, $\sigma_{H,m}$ la pression hydrostatique moyenne (superposée). Le critère formulé par Crossland [110] diffère du critère de Sines par l'influence de la contrainte hydrostatique, laquelle, selon Crossland, doit apparaître dans la formule par sa valeur maximale. Le critère de Kakuno et Kawada [111] a une formulation très similaire aux précédents.

2.2.2.1. CRITERE DE DANG VAN

Selon Dang Van [104, 112-117], l'amorçage des fissures de fatigue se produit dans des zones critiques de concentration de contraintes, à partir des glissements plastiques de certains grains. Ces grains particuliers ont une orientation défavorisée par rapport aux sollicitations extérieures imposées. Par conséquent, il convient d'évaluer les grandeurs locales des contraintes dans ces grains et de construire un critère d'endurance avec ces contraintes.

Le modèle est caractérisé par un passage de l'échelle microscopique au macroscopique. L'échelle macroscopique se réfère à un volume représentatif élémentaire $V(P)$ autour d'un point P , où les contraintes et les déformations sont supposées homogènes. L'échelle macroscopique est de l'ordre de la taille du grain ou de quelques grains.

Faisant l'hypothèse que l'état du matériau est proche de la limite d'endurance, où le niveau des contraintes et l'endommagement sont faibles et, à partir des considérations microscopiques, Dang Van a défini un critère d'amorçage des fissures, selon lequel, l'amorçage se produira si en un point, à un instant t du cycle de chargement, la relation suivante est satisfaite :

$$\tau(t) + A_{DV} \cdot p(t) \geq B_{DV} \quad (2.60)$$

où $p(t)=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$ est la pression hydrostatique, $\tau(t)$ le cisaillement microscopique dans le plan critique, A_{DV} et B_{DV} des constantes du matériau.

Le plan critique est défini comme celui qui donne la combinaison $(p(t), t(t))$ la plus défavorable vis-à-vis du critère.

L'interprétation physique du critère de Dang Van est la suivante : dans l'état d'adaptation du matériau, le critère de plasticité local, $\tau(t)+A_{DV}\cdot p(t)$, est vérifié pour tous t .

Les constatations expérimentales à l'origine de ce critère sont :

1. Le mécanisme de base pour l'amorçage des fissures de fatigues, est le cisaillement des plans cristallographiques les plus défavorablement orientés. Il est, donc, important de relier le critère de fatigue recherché au cisaillement maximal produit par le chargement.
2. L'influence de la pression hydrostatique est prépondérante.

On peut définir le critère Dang Van comme suit :

- Pour un chargement donné, on recherche le plan où l'amplitude de cisaillement (ou cisaillement alterné) sera maximale. Ce cisaillement s'exercera sur un plan fixé et lié à la structure étudiée. Selon l'auteur, c'est une grandeur intrinsèque.
- Le domaine d'endurance est défini par deux droites symétriques à l'axe des pressions hydrostatiques dans un diagramme (τ, p) .

On peut donc représenter la courbe limite du domaine d'endurance, d'après le critère de Dang Van par une droite selon l'équation (2.55). Les deux constantes A_{DV} et B_{DV} sont déterminées en se plaçant dans deux cas de figures particuliers :

- En torsion purement alternée, on obtient alors $B_{DV}=\tau_{DI}$, τ_{DI} étant la limite d'endurance en torsion.
- En traction purement alternée, la limite d'endurance étant σ_{DI} , on obtient :

$$A_{DV} = \left(\frac{\tau_{DI}}{\sigma_{DI}} - \frac{1}{2} \right) \quad (2.61)$$

La courbe limite du diagramme a donc l'équation suivante :

$$\tau + \left(\frac{\tau_D}{\sigma_D} - \frac{1}{2} \right) \cdot p_{\max} = \tau_D \quad (2.62)$$

2.2.3. CRITERES BASES SUR LA DENSITE D'ENERGIE DE DEFORMATION ET LE TRAVAIL PLASTIQUE

Les critères basés sur des approches énergétiques consistent à lier un paramètre énergétique, notamment la densité de l'énergie de déformation, au nombre de cycles à rupture N_R . Le modèle type est le critère d'Ellyin [118,119]. Le paramètre énergétique considéré, est la densité d'énergie totale de déformation :

$$\Delta W_t = k(\bar{\rho}) N r^\alpha + C \quad (2.63)$$

où α et C sont des constantes du matériau, W la densité totale de l'énergie de déformation composée par la densité de l'énergie de déformation élastique et plastique :

$$\Delta W = \Delta W_e + \Delta W_p \quad (2.64)$$

La densité de l'énergie de déformation élastique est donnée par la relation suivante :

$$\Delta W_e = \frac{1+\nu}{E} I_2^2 + \frac{1-2\nu}{6E} I_1^2 \quad (2.65)$$

où I_1 et I_2 sont respectivement le premier et le deuxième invariant des contraintes.

La densité de l'énergie de déformation plastique est calculée selon l'expression suivante :

$$\Delta W_p = \sum_{i,j \text{ cycle}} \oint \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.66)$$

Le coefficient $k(\bar{\rho})$ de l'équation (2.63) est une fonction linéaire du rapport des déformations

$$\bar{\rho} = 2\varepsilon_2 / (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) :$$

$$k(\bar{\rho}) = \varepsilon_1 \bar{\rho} + \varepsilon_2 \quad (2.67)$$

Par ce modèle, Ellyin essaye d'introduire un critère intrinsèque, puisque le coefficient traduit l'effet du mode de chargement dans la rupture par fatigue d'une pièce.

Findley [120] a réfuté expérimentalement l'emploi de l'énergie totale de déformation comme paramètre de fatigue sous sollicitations combinées. Ce modèle n'est pas applicable pour les éprouvette entaillées.

2.2.4. CRITERES COMBINES : ENERGIE DE DEFORMATION/PLAN CRITIQUE

Il a été suggéré [121] que, dans le cas de la fatigue sous sollicitation combinée, l'estimation de la durée de vie doit être basée sur la combinaison entre la déformation et la contrainte. Dans ce contexte, l'effet de la contrainte et de la déformation, est pris en compte par l'application d'une relation de densité d'énergie de déformation [122,123], formulée sur le plan critique :

$$W^* = \left(\frac{\Delta\gamma_{21}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\Delta\tau_{21}}{2} \right) + \left(\frac{\Delta\varepsilon_{22}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_{22}}{2} \right) \quad (2.68)$$

où $\Delta\varepsilon_{22}$ et $\Delta\gamma_{21}$ sont les étendues de la déformation normale et tangentielle, $\Delta\sigma_{22}$ et $\Delta\tau_{21}$ les étendues de la contrainte normale et du cisaillement. La nouveauté du paramètre W^* est la prise en compte de la fraction de l'énergie exprimée en terme de contrainte et de déformation dans le plan le plus dangereux.

Un critère analogue de densité d'énergie de déformation relié au concept du plan critique, a été proposé par Chu et al [124,125] :

$$W^* = 2\Delta\tau_{21}^{\max} \cdot \Delta\gamma_{21}^a + \Delta\sigma_{22}^{\max} \cdot \Delta\varepsilon_{22}^a \quad (2.62)$$

Ces approches sont de type "point chaud" et pas applicable, si le comportement non linéaire du matériau est pris en compte.

2.2.5. CRITERE DE L'EPAISSEUR DE COUCHE CRITIQUE

Exploitant, par ce critère, des résultats d'essais de fatigue sur éprouvettes lisses et entaillées, Flavenot et Skalli [126-128] ont obtenu plusieurs courbes pour des éprouvettes à différents niveaux de concentration de contraintes, soumises à la fatigue multiaxiale.

On ces auteurs, les points expérimentaux suivent bien une relation linéaire entre τ_a et $p_{\max}$. Toutefois, ce critère dépend de chaque géométrie et apparaît difficile à appliquer aux différentes formes d'éprouvettes.

Pour lieu de calculer τ_a et $p_{\max}$ à la surface de la pièce, les auteurs ont proposé de déterminer la valeur à une profondeur adéquate, fonction du matériau. Selon Flavenot et Skalli, les points expérimentaux s'alignent sur une même droite, quelle que soit la géométrie des éprouvettes. Cette droite correspond à la tenue en fatigue des éprouvettes sans entaille. Pour déterminer la bonne valeur de la profondeur à laquelle le calcul de τ_a et $p_{\max}$ doit être réalisé, on effectue, pour différentes valeurs de cette profondeur, un calcul adéquat. On porte les résultats obtenus sur une courbe et on retient la valeur qui conduit au meilleur alignement des points expérimentaux sur la courbe intrinsèque du matériau.

En examinant plusieurs groupes de résultats expérimentaux, ils ont mis en évidence, pour le matériau étudié, une profondeur caractéristique, à partir de laquelle, il est possible de faire compte de ces résultats à l'aide du critère ci-dessus.

Le critère peut se résumer de la manière suivante :

Pour tout matériau, il est possible de définir une épaisseur de couche critique, caractéristique du matériau et de son état structural au regard de sa tenue à la fatigue. Cette épaisseur est liée à la structure métallurgique et correspond au volume élémentaire de matière intervenant dans le processus d'endommagement.

Pour qu'un matériau se rompe en fatigue, il faut que sur l'épaisseur de couche critique, le cisaillement alterné, calculé sur le plan de cisaillement le plus défavorisé, dépasse une valeur critique. Cette valeur critique est fonction de la pression hydrostatique maximale appliquée à cette profondeur.

Le cisaillement critique admissible pour un chargement et une géométrie donnée, peut être calculé à l'aide d'une courbe intrinsèque $\tau_a, p_{\max}$ caractéristique du matériau.

En cas de fatigue en traction et torsion purement alternée, le cisaillement critique alterné admissible est lié à la pression hydrostatique maximale par une relation linéaire :

$$\tau_a + 3 \frac{2\tau_{DI} - \sigma_{DI}}{2\tau_{DI}\sigma_{DI}} p_{\max} = \tau_{DI} \quad (2.63)$$

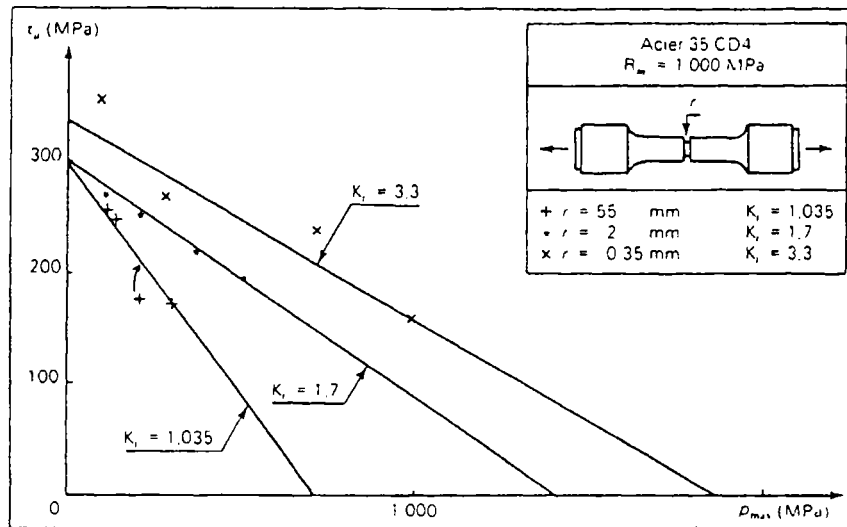


Figure 2.18 Evolution de cisaillement alterné τ_a et de la pression hydrostatique maximale $p_{\max}$, pour différents niveaux de concentrations de contraintes.

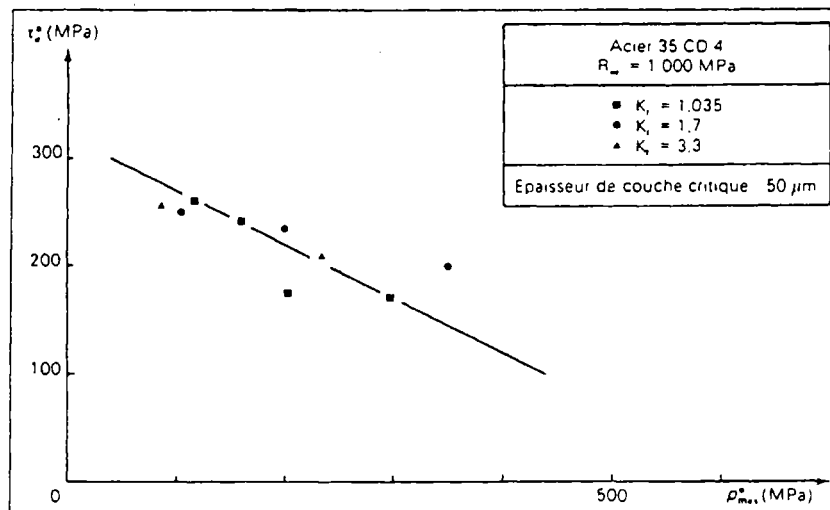


Figure 2.19 Evolution de cisaillement alterné τ_a et de la pression hydrostatique maximale $p_{\max}$, pour diverses géométries et chargements. Les valeurs ont été calculées à la même profondeur $50\text{ }\mu\text{m}$, supposée la couche critique du matériau observé.

3. ETUDE EXPERIMENTALE

MATERIAU - RESULTATS

3.1. MATERIAU ET ETUDE METALLOGRAPHIQUE

Le matériau choisi afin d'effectuer pour cette étude est un acier produit à l'Usine Sidérurgique d'Elbasan (Albanie). Supposé homogène et isotrope, il a été jugé intéressant pour réaliser les essais de fatigue.

La dureté Vickers pour ce matériau est $HV_{30} = 155$.

L'étude métallographique réalisée (Figure 3.1), montre que l'acier a les caractéristiques suivantes :

- Grosseur de grain : $30 \mu\text{m}$.
- Refroidi par air.
- Probablement dressé à chaud $< 500^\circ\text{C}$.
- Analyse chimique : $0,3\%\text{C}$.
- Acier propre et homogène chimiquement.



Figure 3.1 Photo métallographique de l'acier utilisé

3.2. LA MACHINE D'ESSAIS STATIQUE

Un essai de traction statique a été effectué afin de déterminer les propriétés mécaniques de ce matériau, notamment la loi de comportement statique (courbe contrainte – déformation). La machine de traction utilisée est de type «INSTRON 1302». Ces caractéristiques sont :

- Capacité maximale de charge est de ± 10 KN.
- Vitesse de traverse allant de 0.01 à 500 mm/min
- Pilotage et acquisition se faisant par l'intermédiaire d'un micro-ordinateur de type Macintosh munie d'une carte IEEE.

Un schéma de fonctionnement et une photo de cette machine sont présentés respectivement dans les Figures 3.2 et 3.3.

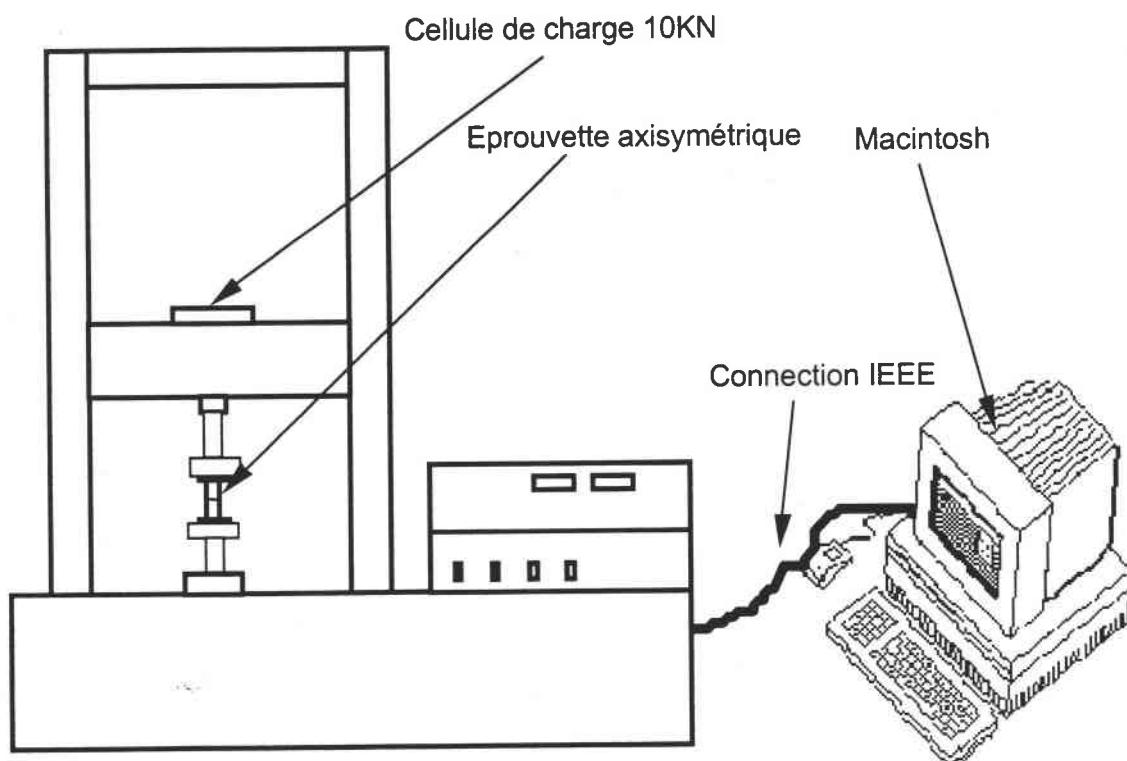


Figure 3.2 Schéma de la machine conventionnelle de traction.



Figure 3.3 Photo de la machine d'essais de traction statique

3.3. CARACTERISTIQUES DU MATERIAU, EPROUVETTE ET LOI DE COMPORTEMENT.

Le dessin de l'éprouvette d'essais est présenté dans la Figure 3.4.

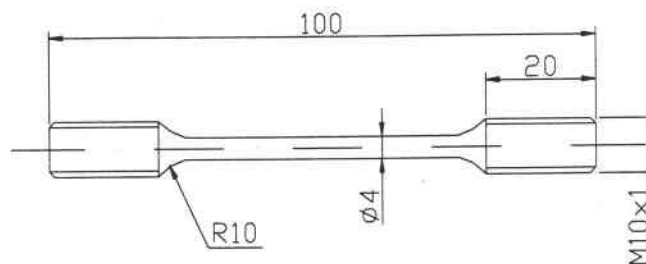


Figure 3.4 Schéma d'éprouvette d'essais pour la détermination de la loi de comportement statique du matériau

Les caractéristiques mécaniques, obtenues à partir des essais de traction simple, sont :

Résistance ultime $R_m = 500 \text{ MPa}$.

Limite d'élasticité $R_e = 312 \text{ MPa}$.

Module de Young $E = 186000 \text{ MPa}$.

La loi de comportement du matériau est représentée dans la Figure 3.5 :

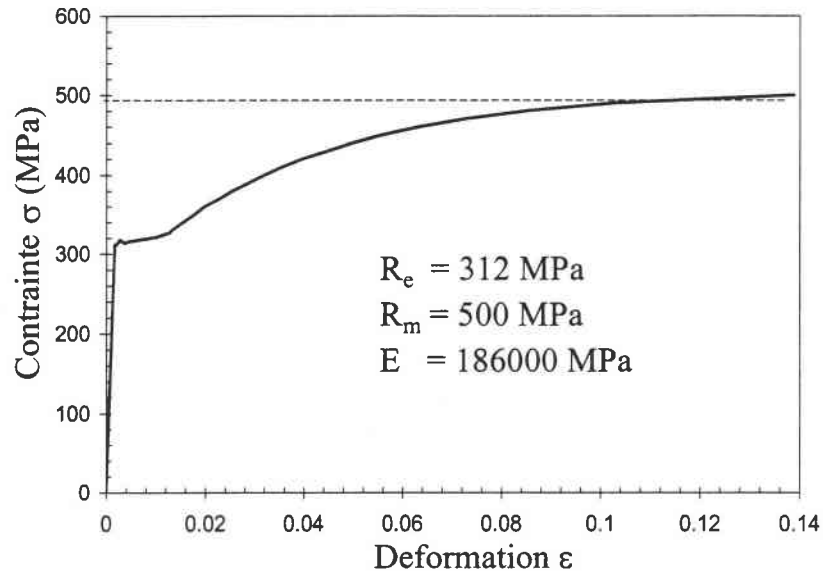


Figure 3.5 Loi de comportement du matériau



Figure 3.6 Photo de la machine utilisée pour déterminer la loi de comportement cyclique

3.4. LES ESSAIS DU COMPORTEMENT CYCLIQUE DU MATERIAU.

MACHINE D'ESSAIS ET RESULTATS

Une machine de fatigue SHENCK, présentée sur la Figure 3.6, permet d'effectuer les essais de comportement cyclique du matériau.

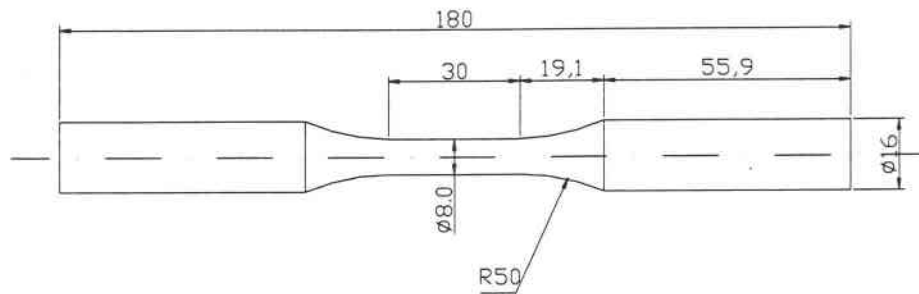


Figure 3.7 Schéma d'éprouvette utilisée pour la détermination de la loi d'écrouissage cyclique

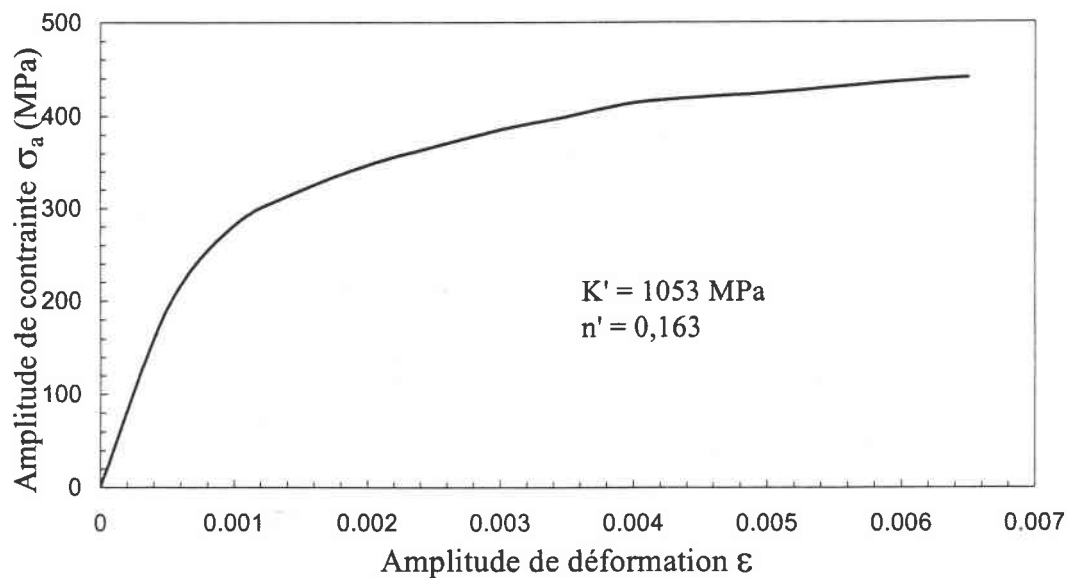


Figure 3.8 Loi d'écrouissage cyclique du matériau.

Cet essai consiste à déterminer la courbe d'écrouissage cyclique du matériau par la méthode des paliers successifs. Selon cette méthode [35], on n'utilise, en principe, qu'une seule éprouvette, qui est sollicitée à différents paliers croissants de déformation. A chaque palier et

pour chaque stabilisation de la contrainte, on enregistre le cycle correspondant. La géométrie de l'éprouvette utilisée est présentée dans la Figure 3.7.

La loi de comportement cyclique du matériau est présentée dans la Figure 3.8. Les coefficients de la loi de Ludwik ($\sigma = K' \epsilon^{n'}$) sont $K' = 1053$ MPa et $n' = 0,163$.

3.5. ESSAIS DE FLEXION ROTATIVE

Des essais de fatigue ont été effectués sous un mode de chargement en flexion rotative sur des éprouvettes lisses et entaillées. Toutes les éprouvettes sont cylindriques.

3.5.1. SCHEMAS DES EPROUVETTES UTILISEES

3.5.1.1. LES EPROUVETTES LISSES

Afin d'obtenir des conditions d'essais reproductibles, des éprouvettes lisses (cf. Figure 3.9) ont été usinées avec une légère réduction de la section en forme d'arc de cercle. Le coefficient élastique de concentration de contrainte k_t est égale à 1,09. Cette légère courbure favorise la rupture des éprouvettes au milieu de la courbure. Cette géométrie d'éprouvette a été proposée par l'Institut de Recherches de la Sidérurgie IRSID. Elle tient compte en même temps de la plage d'utilisation de la machine d'essais en flexion rotative.

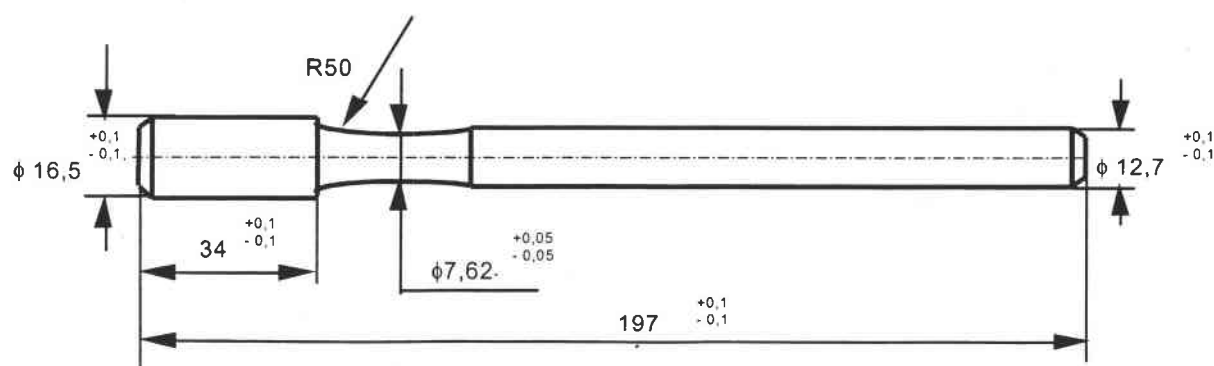


Figure 3.9 Schéma des éprouvettes lisses.

3.5.1.2. LES EPROUVETTES ENTAILLEES

La géométrie des éprouvettes entaillées a été déterminée en tenant compte des conditions suivantes :

- la plage d'utilisation de la machine de flexion rotative,
- la géométrie des éprouvettes entaillées doit être telle que la contrainte nominale en fond d'entaille soit égale à la contrainte nominale de l'éprouvette lisse.

Selon la géométrie de l'entaille, deux types d'éprouvettes entaillées ont été utilisés : des éprouvettes entaillées avec un rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm et $\rho = 0,4$ mm. La géométrie et les dimensions des éprouvettes entaillées sont représentées dans la Figure 3.10a et 3.10b.

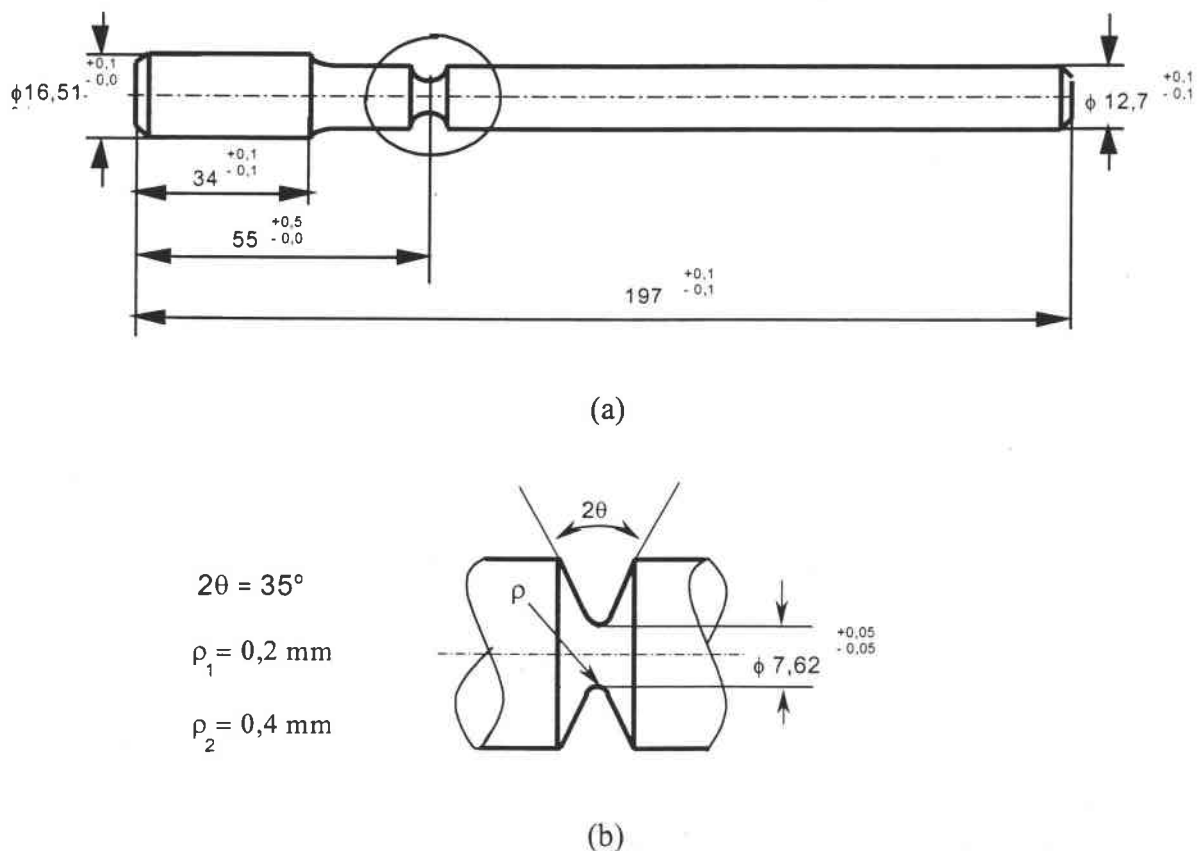


Figure 3.10 Schéma des éprouvettes entaillées :

- a) dessin général
- b) géométrie et dimensions de l'entaille

3.5.2. MACHINE DE FLEXION ROTATIVE

Le principe de la machine de flexion rotative consiste à appliquer un moment de flexion constant sur une éprouvette en rotation de vitesse constante. Pour cette raison, le trajet de chargement obtenu par ce type d'essai, est un trajet sinusoïdal. La machine d'essais de flexion rotative est composée de deux parties principales (cf. Figures 3.11 et 3.12) :

La partie tournante qui contient :

- 1- Un boîtier intérieur sur lequel se trouve un fourreau monté sur roulements. La fonction de ce boîtier est de maintenir l'éprouvette et de transmettre un moment de flexion, qui se distribue d'une manière constante sur la partie utile de l'éprouvette. Les dessins de cette partie de la machine, qui a été modifié, sont présentées dans l'Annexe II.
- 2- Une éprouvette d'essais.
- 3- Un ensemble composé d'un moteur électrique synchrone et un système de liaison moteur - éprouvette. Le système de liaison moteur - éprouvette garantie la tenue axiale de l'éprouvette soumise à un moment de flexion.
- 4- Un compte-tours.

La partie fixe contient :

- 5- Des masses, de plusieurs types, permettant d'obtenir une vaste gamme de moments de flexion en les fixant sur un levier. La position de ces masses sur le levier 6 détermine le moment appliqué.
- 6- Des bras de levier reliés au boîtier qui maintiennent l'éprouvette. L'utilisateur peut faire varier la position d'une masse sur le bras de levier gradué, et ainsi appliquer le moment de flexion voulu sur l'éprouvette.
- 7- Un capteur d'arrêt. Ce capteur a pour fonction d'arrêter le moteur, lorsque l'éprouvette est rompue.

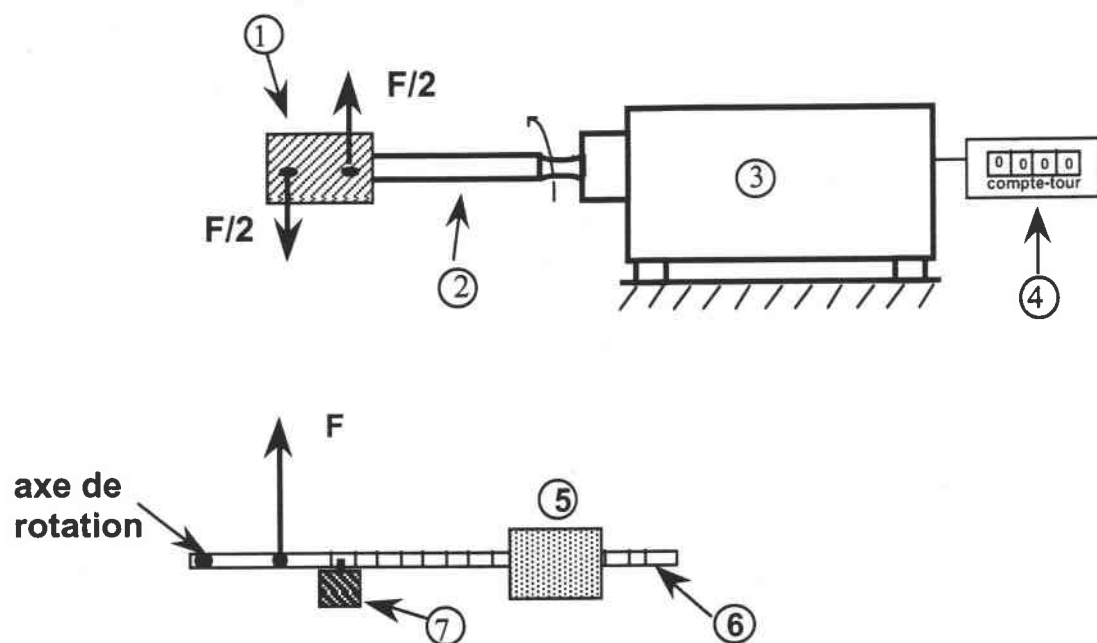


Figure 3.11 Schéma de la machine de flexion rotative

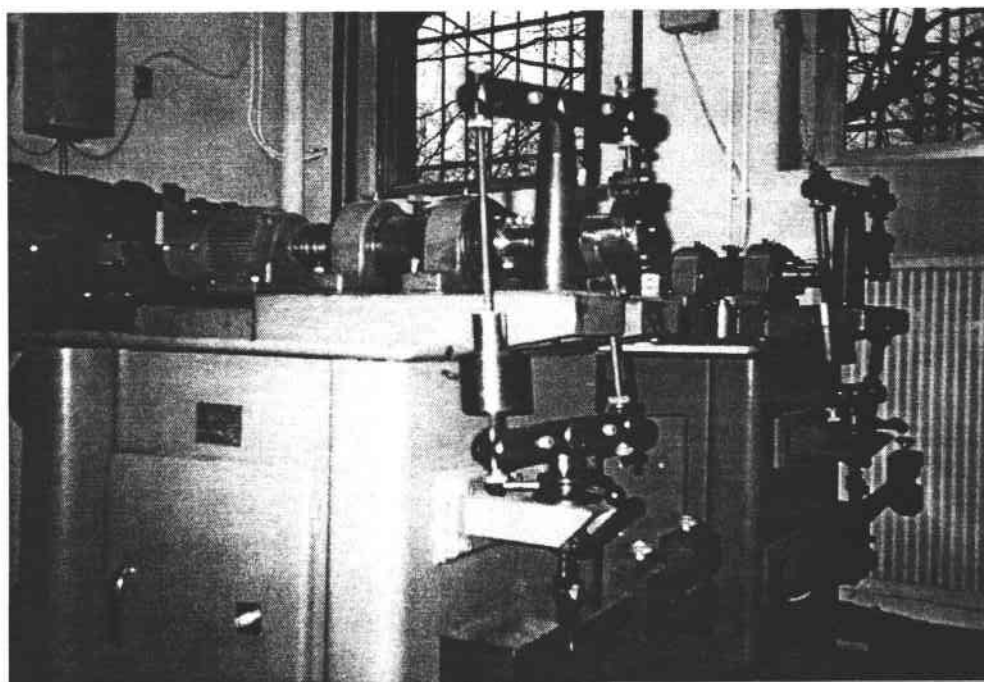


Figure 3.12 Photo de la machine de flexion rotative

3.5.3. LES RESULTATS EXPERIMENTAUX EN FLEXION ROTATIVE

Les courbes de Wöhler expérimentales résultant des essais effectués en fatigue sous flexion rotative, sont représentées dans la Figure 3.13 pour tous les types d'éprouvettes soumises à la flexion rotative. Elles ont été tracées en appliquant plusieurs niveaux de charges sur les éprouvettes. La durée de vie correspondant en fatigue est exprimé en nombre de cycles.

Afin de décrire mathématiquement les courbes expérimentales de fatigue, on applique la méthode de régression linéaire. On peut ainsi écrire la loi de Basquin comme suit :

$$\sigma = \sigma'_f (N_R)^b \quad (29)$$

où σ'_f est la résistance en fatigue, b l'exposant de la loi de Basquin.

Les valeurs des coefficients de la loi de Basquin sont reportées dans le Tableau 3.1.

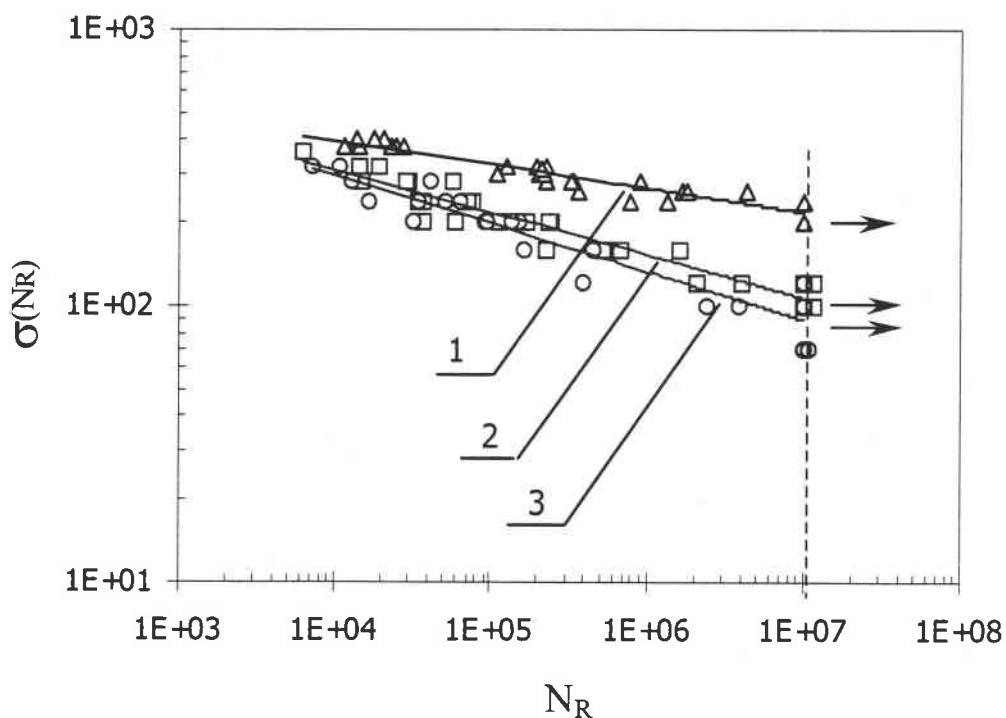


Figure 3.13 Courbes expérimentales de fatigue sous flexion rotative :

- 1) courbe de référence,
- 2) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$,
- 3) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,2\text{mm}$.

Tableau 3.1 Valeurs des exposants de la loi de Basquin résultants de dépouillement des résultats expérimentaux en flexion rotative.

Type d'éprouvette	σ'_f (MPa)	B	R^2
Lisse	887,59	-0,0871	0,8901
Entaillée $\rho=0,4$ mm	1284,3	-0,154	0,8932
Entaillée $\rho=0,2$ mm	1449,4	-0,1727	0,9131

3.5.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (FLEXION ROTATIVE).

3.5.4.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE.

L'aspect macroscopique des éprouvettes lisses, en flexion rotative, est présenté dans la Figure 3.14. La surface de rupture est divisée en quatre zones de différents types et presque symétriques. On constate l'existence de deux sites d'amorçage, lieu d'initiation de fissures.

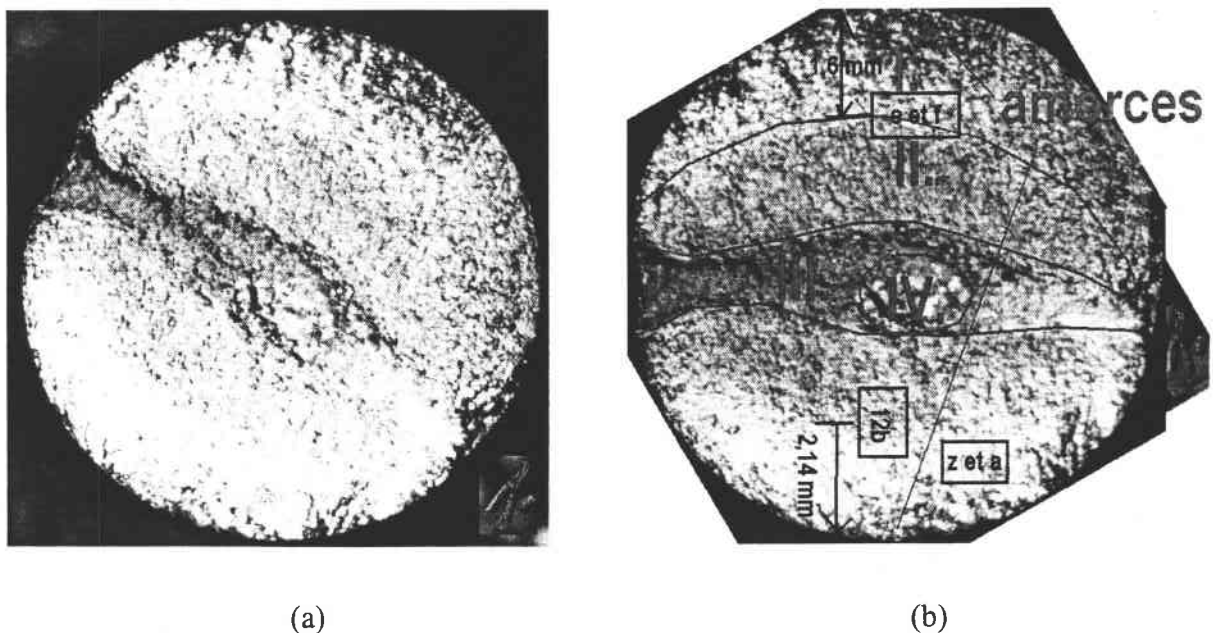


Figure 3.14 Aspect macroscopique d'une éprouvette lisse soumise à flexion rotative :
a) vue générale b) mise en évidence des quatre zones.

La première zone a un relief beaucoup plus brisé que la deuxième. La troisième zone représente l'épaisseur restante jusqu'à la rupture finale, c'est à dire, la zone centrale (IV). La surface de rupture est brillante (cette brillance est une propriété très connue de la fissuration rapide par clivage). La position un peu excentrique de cette tache est une caractéristique des sollicitations en flexion rotative.

L'aspect macrographique d'éprouvettes entaillées est présenté dans les Figures 3.15 et 3.16 pour les deux rayons d'entaille $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm.

Dans le premier cas (Figure 3.15), la surface de rupture est divisée en un anneau d'épaisseur variable (I), un noyau excentrique (III) de $2,0 \times 1,7$ mm² et une zone de propagation lente (II) (zone intermédiaire). L'anneau extérieur est constitué par les plans de différentes orientations de la propagation, formés immédiatement après l'amorçage. La deuxième zone commence quand ces plans s'unissent. Dans l'anneau extérieur, des lignes radiales marquantes, montrent la rencontre de ces plans, origine de plusieurs amorces. En certains points de la cassure, la surface est localement endommagée par usure métallique.

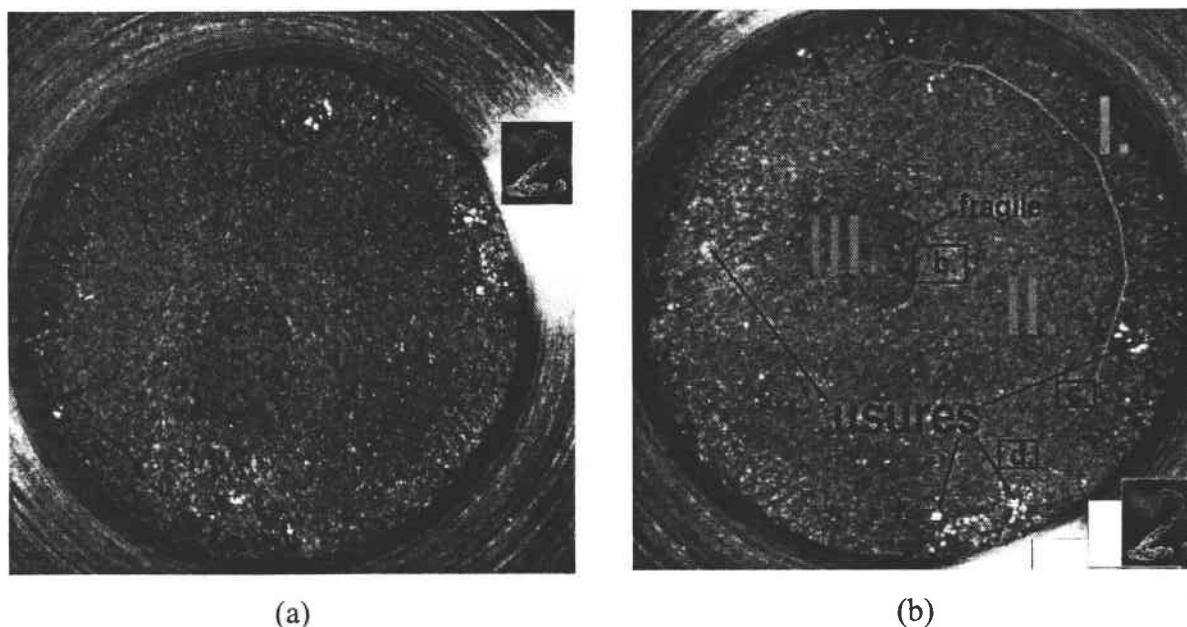


Figure 3.15 Aspect macrographique d'éprouvettes entaillées ($\rho = 0,4$ mm) soumises au chargement de flexion rotative : a) vue générale b) division de la surface.

Malgré quelques différences, dans le deuxième cas (Figure 3.16), la surface de rupture est très similaire à celle de l'autre éprouvette entaillée ($\rho = 0,4$ mm). Dans le noyau excentrique (III) de $2,0 \times 1,7$ mm², la proportion de rupture fragile beaucoup plus grande est due à la concentration

très élevée de contrainte. L'anneau extérieur (I), formé par différents plans la propagation des fissures initiées par plus de sites d'amorçage, est plus marqué. Dans cette zone, des lignes radiales montrent la rencontre de ces plans, origine de plusieurs amorces. La deuxième zone commence où ces plans s'unissent. Dans ce cas la surface de rupture est localement endommagée par usure métallique. En outre, l'anneau extérieur est plus marqué : le nombre d'amorces est beaucoup plus élevé.

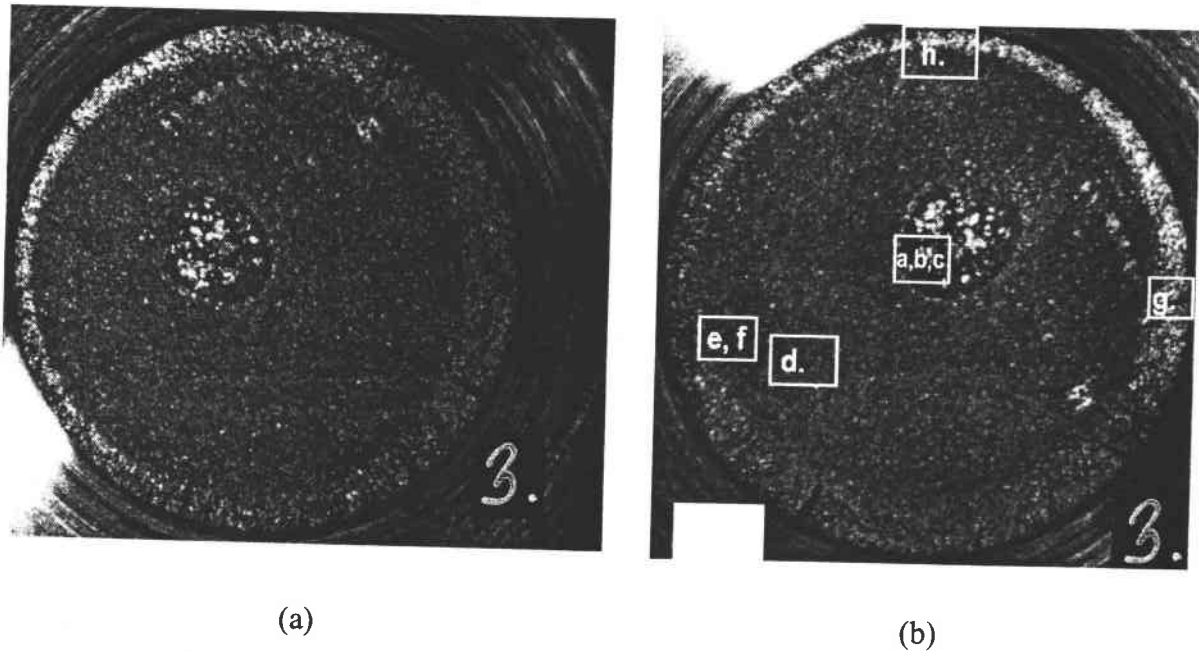


Figure 3.16 Aspect macroscopique d'éprouvettes entaillées ($\rho = 0,2 \text{ mm}$) soumises au chargement de flexion rotative: a) vue générale b) division de la surface.

3.5.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE.

Généralement les images de types SE (dites "secondary electron image") sont des images obtenues par les électrons secondaires, lesquels peuvent composer une vue topographique d'une grande profondeur de champ.

Les images de type BSE (dites "back-scattered electron image") sont des images obtenues par les électrons réfléchis. Elles comportent des informations chimiques, car l'énergie des électrons réfléchis dépend de la nature du matériau à observer. Cette méthode d'observation,

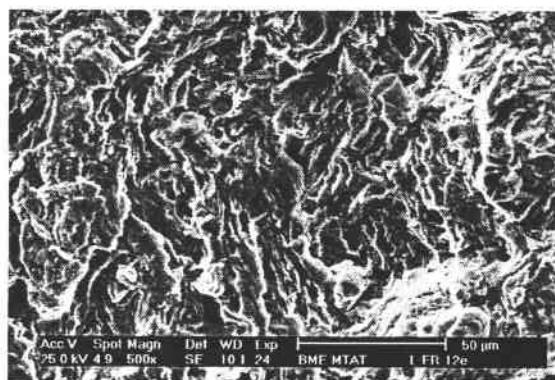
d'une manière générale, nécessite une surface fine, préparée par polissage. Elle est utile pour mieux constater et analyser les fissures sur une surface de cassure brutale.

L'analyse micrographique de la surface de rupture d'éprouvettes lisses montre que la sollicitation complexe résulte des faciès à double caractère de la propagation de la fissure : la flexion force la propagation selon la direction radiale avec des micro-fissures surtout perpendiculaires au rayon (Figure 3.17). Ces micro-fissures séparent les bandes, sur lesquelles on observe les stries très fines de fatigue qui montrent la direction de la propagation locale.

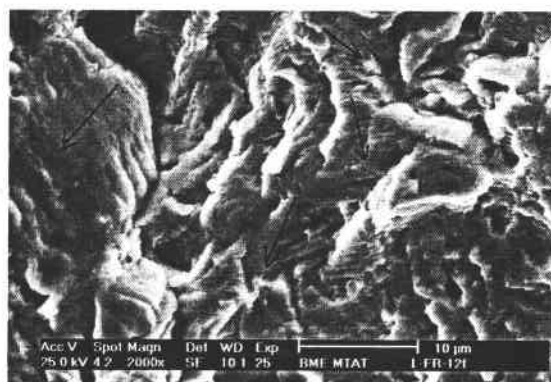
Dans la Figure 3.18, on remarque cette différence qui existe entre la propagation locale dans une structure ferrito - perlitique déterminée par la distribution de la contrainte locale mixte (détail central).

L'image de la Figure 3.19 représente la transition correspondant à l'apparition des grosses fissures.

La rupture finale dans la bande centrale de l'éprouvette, est une rupture ductile (sauf la quatrième zone). Les axes des cupules, Figure 3.20 (a), sont perpendiculaires à la surface. Ceci montre la direction de la traction finale. La paroi des cupules contient des "glissements", (schéma de la Figure 3.20 (b) [84]).

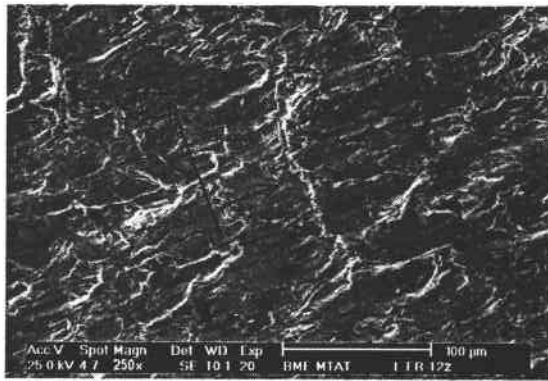


(a)

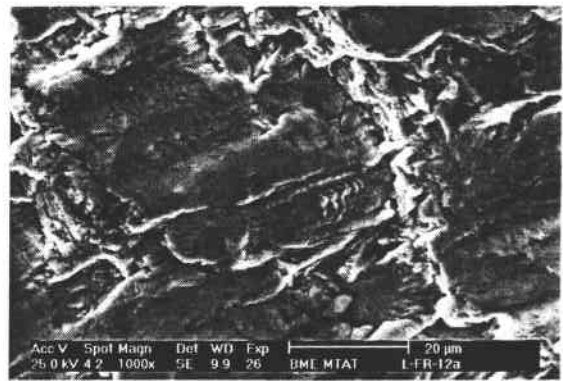


(b)

Figure 3.17 Illustration de la propagation des fissures selon la direction radiale de la surface (éprouvette lisse). Images de type SE.



(a)



(b)

Figure 3.18 Illustration de la propagation des fissures selon la direction radiale de la surface (éprouvette lisse). Images de type SE.

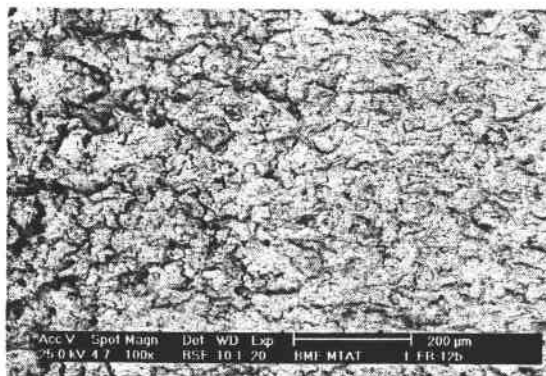
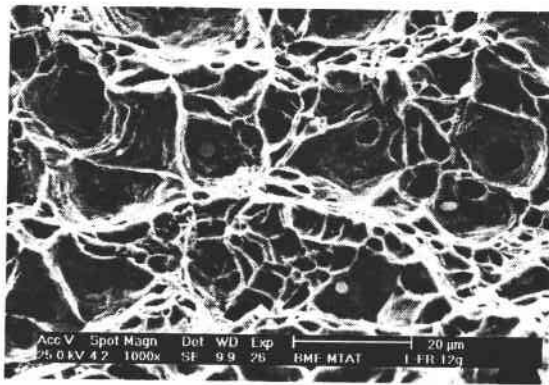
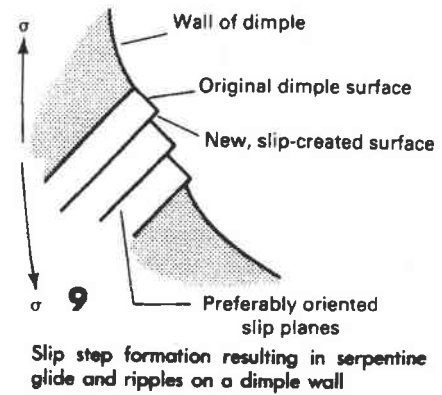


Figure 3.19 La limite entre la premier et la deuxième zone de la surface de la rupture (éprouvette lisse). Image de type SE.

Les dimensions de la partie centrale de l'éprouvette (la zone IV) sont $1,23 \times 0,79 \text{ mm}^2$. Les images de la Figure 3.21 montrent, que dans la quatrième zone, la rupture est fragile par clivage (de type rivière). Une faible déformation plastique conduit à la naissance d'une petite cupule autour des inclusions traversées par le clivage.

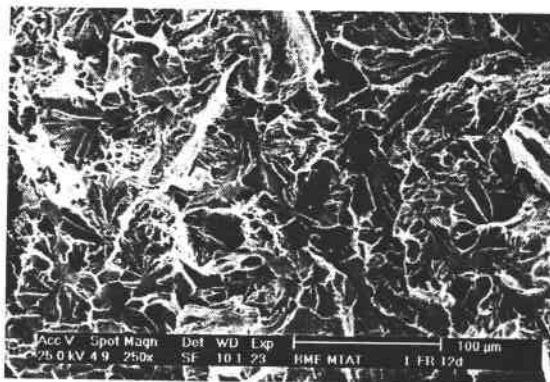


(a)

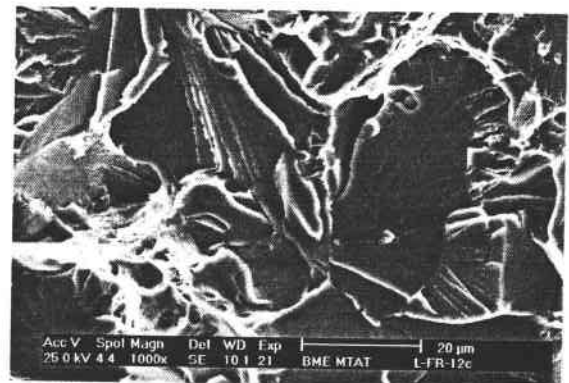


(b)

Figure 3.20 a) présentation des cupules équiaxes de la rupture ductile (éprouvette lisse),
b) illustration schématique des glissements sur la paroi des cupules [84]



(a)



(b)

Figure 3.21 Rupture fragile par clivage dans la quatrième zone (éprouvette lisse).

Les images suivantes correspondent à l'éprouvette de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$. Le faciès du noyau (image de la Figure 3.22) témoigne d'une rupture ductile. Sur une petite partie on observe une rupture fragile par clivage (c'est le stade final). Dans la deuxième zone, en passant vers la limite du noyau, la propagation par fatigue résulte de micro-fissures (Figure 3.23).

Dans la deuxième zone, au voisinage de l'anneau extérieur on trouve des endroits où la propagation est transgranulaire. Ceci est expliqué par la décohésion locale des joints des grains, dont l'orientation est particulière (indice de Miller : $\langle 111 \rangle$). A leur voisinage se trouvent les domaines perlitiques (Figure 3.24, a et b).

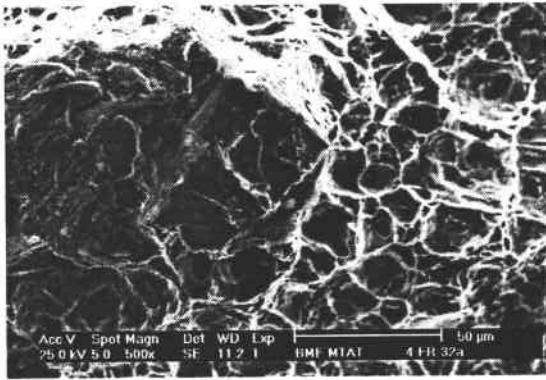


Figure 3.22 Image illustrant le passage de la zone de rupture ductile à la zone de rupture finale fragile par clivage ($\rho = 0,4$ mm).

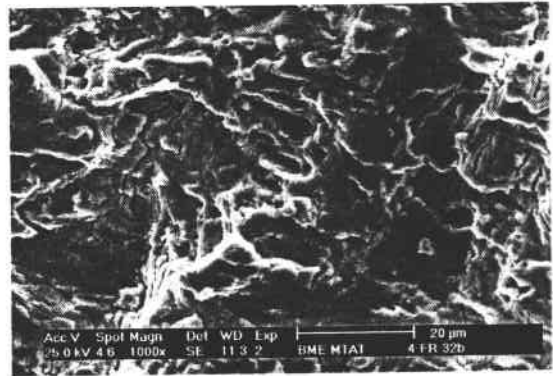
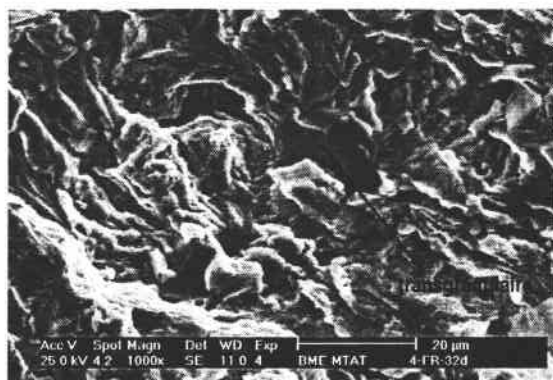
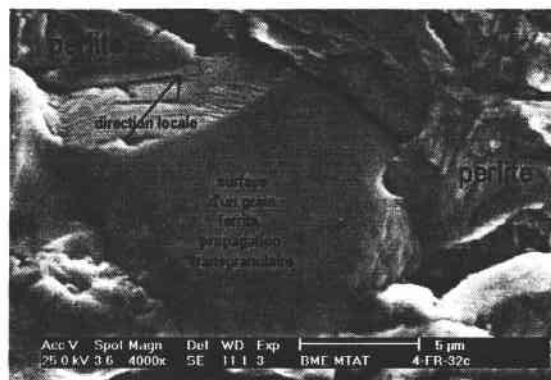


Figure 3.23 Micro-fissures caractéristiques dans la deuxième zone, vers la limite du noyau ($\rho = 0,4$ mm).

Les trois dernières images (Figures 3.25, a et b) contiennent une partie du contour de l'éprouvette. A cause de la concentration de la contrainte par la présence d'entaille, on constate plusieurs points d'amorçages. La propagation se fait sur des plans différents de celui de la cassure. Ces plans, comme les lignes de glissements et les micro-fissures latérales, se sont apparus sur la face latérale de l'éprouvette (Figure 3.26, a et b). Par conséquent, on observe l'application réelle de la théorie d'amorçage par les "bandes de glissement persistant". Les images des Figures 3.27, a, b et c (éprouvette de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm, soumise à la flexion rotative), sont prises du noyau de cette éprouvette, où la rupture finale s'est produite. Les faciès contiennent surtout la rupture fragile par clivage de forme de rivières. Sur l'image de la Figure 3.27c, des flèches montrent la direction de clivage sur les facettes individuelles.

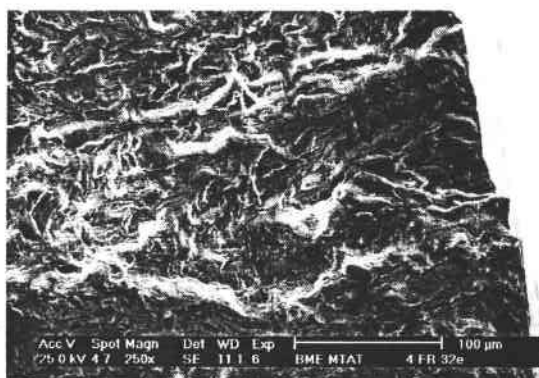


(a)

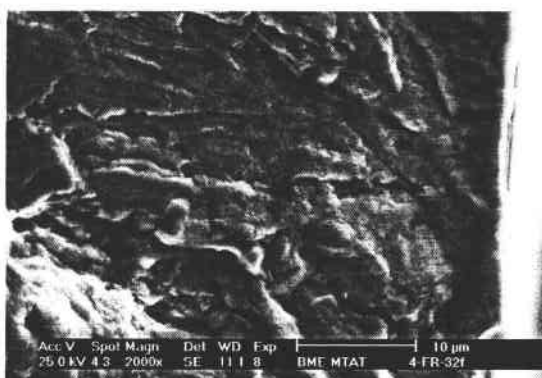


(b)

Figure 3.24 Propagation transgranulaire due à la décohéson locale de joints des grains, où se trouvent des domaines perlitiques ($\rho = 0,4 \text{ mm}$).



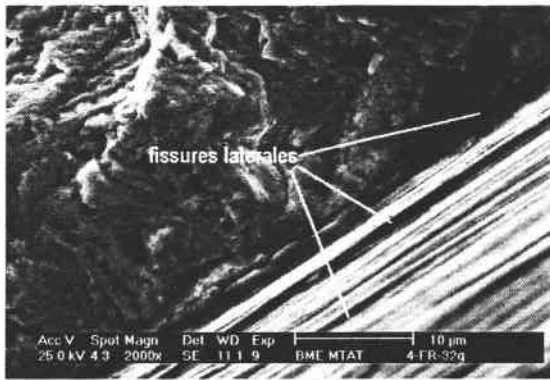
(a)



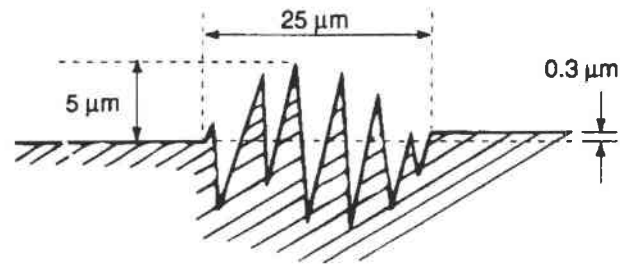
(b)

Figure 3.25 Illustration de l'existence de plusieurs points d'amorçage et de propagation, selon des plans différents de celle de la cassure ($\rho = 0,4 \text{ mm}$).

Dans la zone de la propagation lente, la nature de la rupture est déterminée par la contrainte mixte et par les propriétés de la structure ferrite - perlitique, c'est à dire, ce sont des formations brutes dans les domaines perlitiques et des micro-fissures (perpendiculaires à la direction de la propagation) qui se sont formés. La direction locale de la propagation change à nouveau, (zone fléchée) (Figures 3.28, a, b et c).

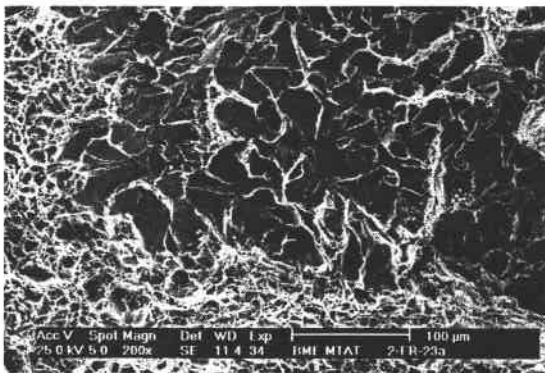


(a)

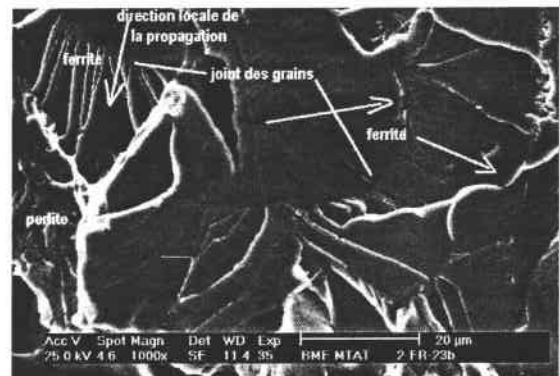


(b)

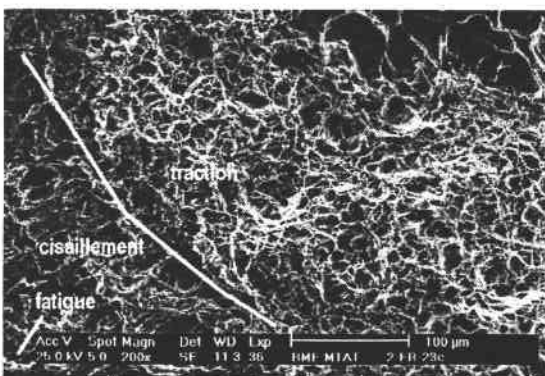
Figure 3.26 a) Création des fissures latérales ($\rho = 0,4$ mm), b) profile approximatif des "bandes de glissement persistant" déterminé d'une interférogamme [84]



(a)



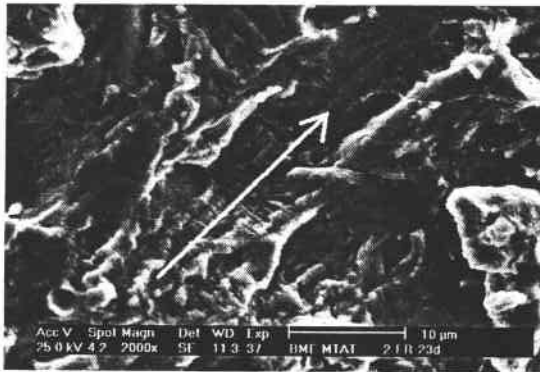
(b)



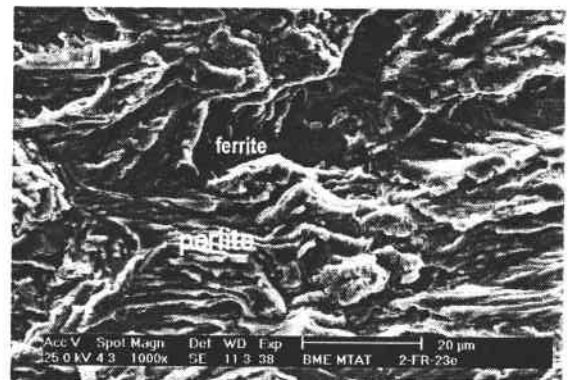
(c)

Figure 3.27 Images de la zone de rupture finale par clivage ($\rho = 0,2$ mm)

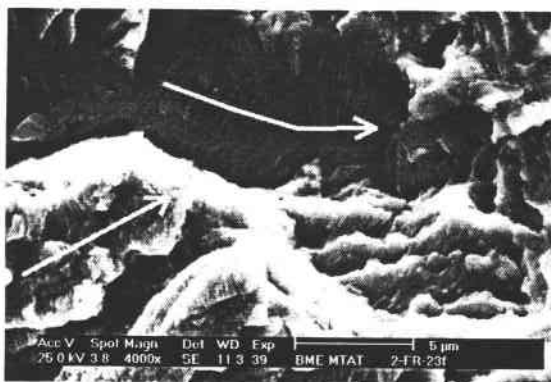
Un point d'amorçage est représenté sur les images des Figures 3.29, a et b. Les micro-fissures sont perpendiculaires à la direction de la propagation générale. C'est pourquoi il est intéressant de constater qu'au voisinage du contour de l'éprouvette, tout proche d'une ligne radiale (qui forme un escalier), la direction de ces micro-fissures est radiale. La contrainte résultante doit être tangente immédiatement avant la formation de la ligne radiale où les plans de propagation se rencontrent (Figure 3.29a).



(a)



(b)

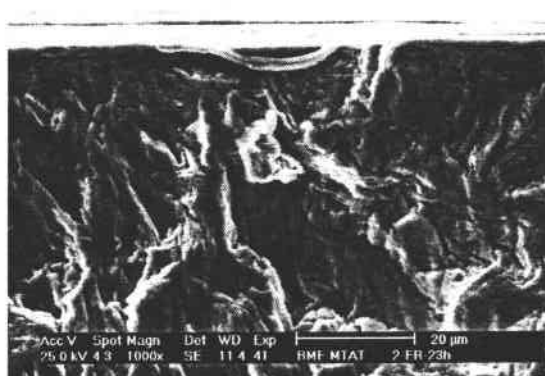


(c)

Figure 3.28 Changement de la direction locale de propagation dans la zone de la propagation lente de fissuration ($\rho = 0,2$ mm)



(a)



(b)

Figure 3.29 Image d'un point caractéristique d'amorçage

3.6. LES ESSAIS DE TRACTION - COMPRESSION CYCLIQUE

3.6.1. DESCRIPTION DE LA MACHINE D'ESSAIS

La machine utilisée pour les essais de traction compression, est une de type INSTRON 1343. Elle est équipée d'un système de pilotage électronique INSTRON 8500 et d'un contrôleur servo - hydraulique conçu pour tester les propriétés mécaniques d'un large éventail de matériaux et/ou de structures.

Le contrôleur permet d'appliquer des charges sur une éprouvette, à l'aide d'un vérin hydraulique. Les charges peuvent être appliquées sous un signal cyclique et suivant l'axe de l'éprouvette. On détermine ainsi, les résistances à la traction, à la compression, à la fatigue etc., sur pratiquement tous les matériaux solides.

Le contrôleur peut également servir à des applications de traction/torsion. Une photo de la machine est présentée dans la Figure 3.30, et un schéma de fonctionnement dans la Figure 3.31.

Dans cette figure on peut distinguer les parties principales de la machines :

1. Les deux colonnes de la machine

2. La traverse de la machine
3. La cellule de charge en torsion
4. La cellule de charge en traction
5. Le système de montage de l'éprouvette
6. L'éprouvette d'essais
7. Le vérin hydraulique
8. Le mécanisme servo - hydraulique

Un schéma simplifié du système de pilotage de la machine est présenté.

Un système de montage mécanique est conçu afin d'installer l'éprouvette d'essais et permet d'effectuer des essais de traction – compression, torsion et combinaison des deux sollicitation. Le principe et les dessins de conception de ce montage sont présentés dans l'Annexe I.

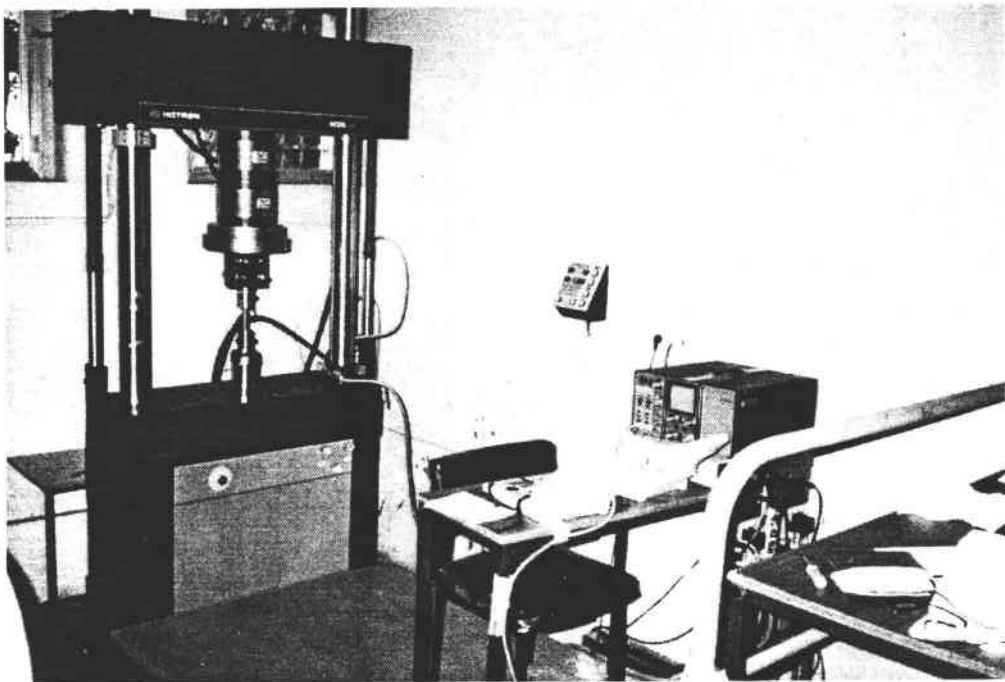


Figure 3.30 Photo de la machine d'essais INSTRON 1343 et du système de pilotage INSTRON 8500

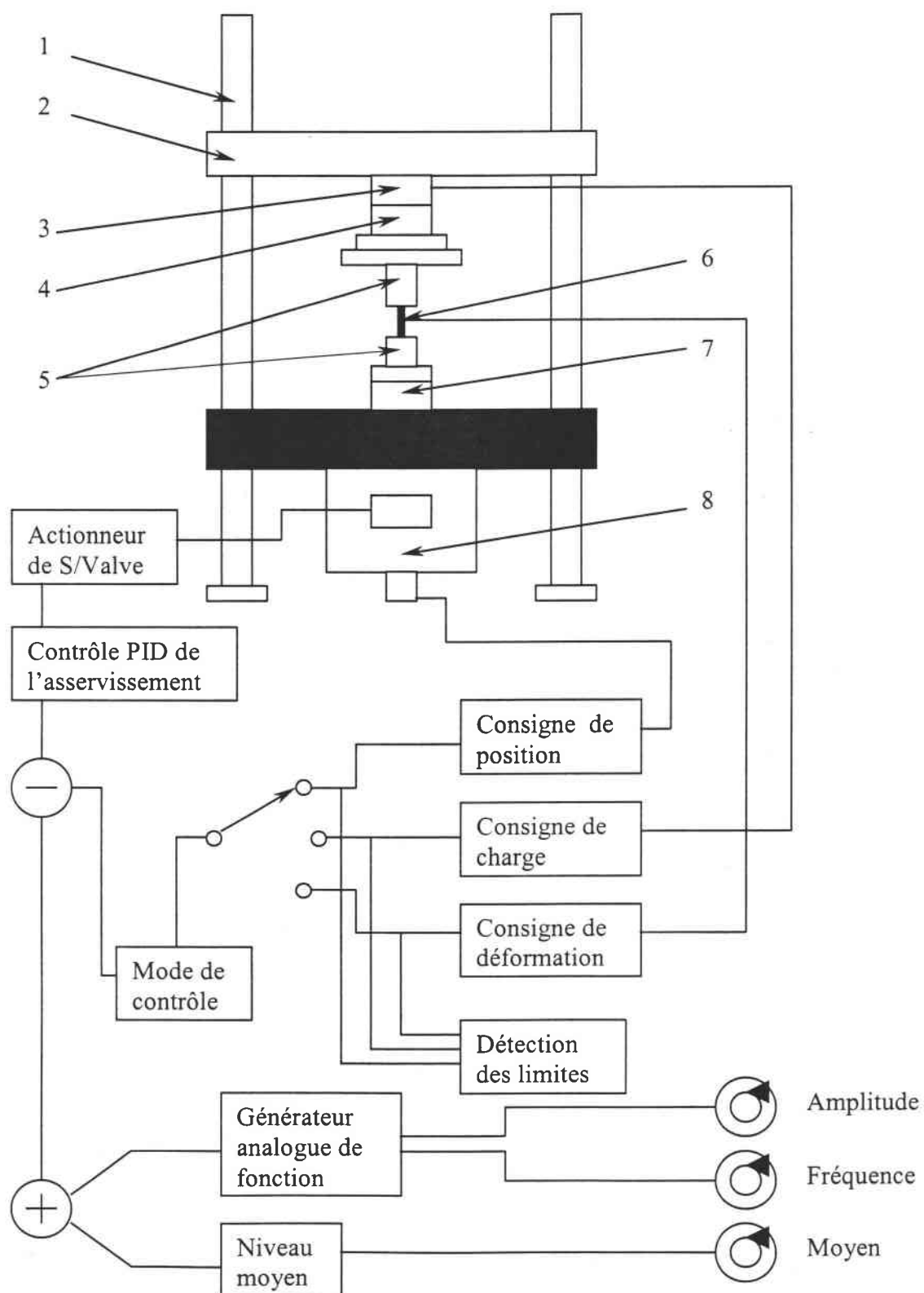


Figure 3.31 Schéma de fonctionnement de la machine d'essais INSTRON 1343, et du système de pilotage INSTRON 8500

3.6.2. LES EPROUVETTES D'ESSAIS

3.6.2.1. LES EPROUVETTES LISSES

La conception des éprouvettes lisses de traction – compression (Figure 3.9) est analogue à celle des éprouvettes lisses de flexion rotative, mais adaptée aux conditions géométriques de la machine d'essais en traction - compression.

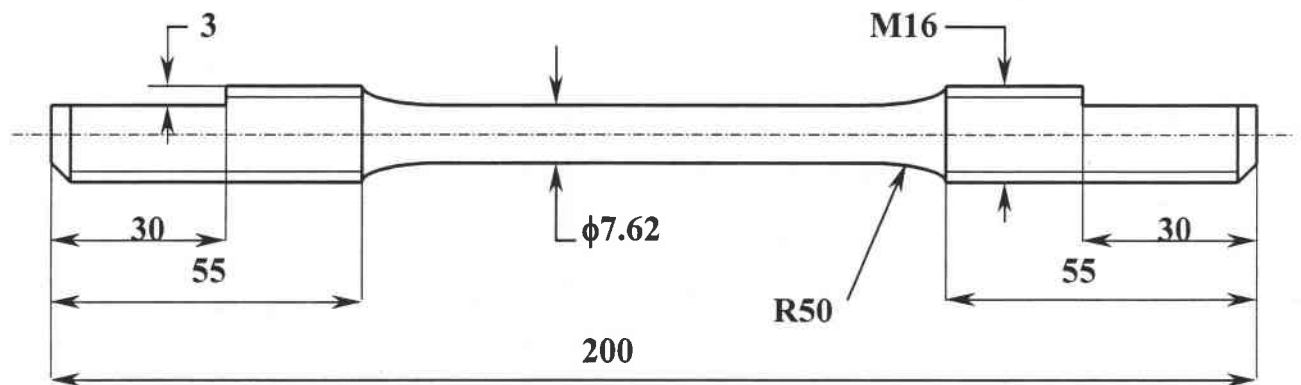


Figure 3.32 Schéma des éprouvettes lisses soumises à traction - compression

3.6.2.2. LES EPROUVETTES ENTAILLEES

Un schéma des éprouvettes entaillées est représenté dans la figure 3.33. Les éprouvettes entaillées de traction - compression, comme les éprouvettes lisses, ont été conçues par analogie au dessin des éprouvettes entaillées de flexion rotative, mais adapté aux conditions géométriques de la machine d'essais en traction - compression. La géométrie de l'entaille, pour les rayons au fond d'entaille $\rho = 0,2\text{mm}$ et $\rho = 0,4\text{mm}$, est identique à celle utilisée dans le cas des éprouvettes de flexion rotative.

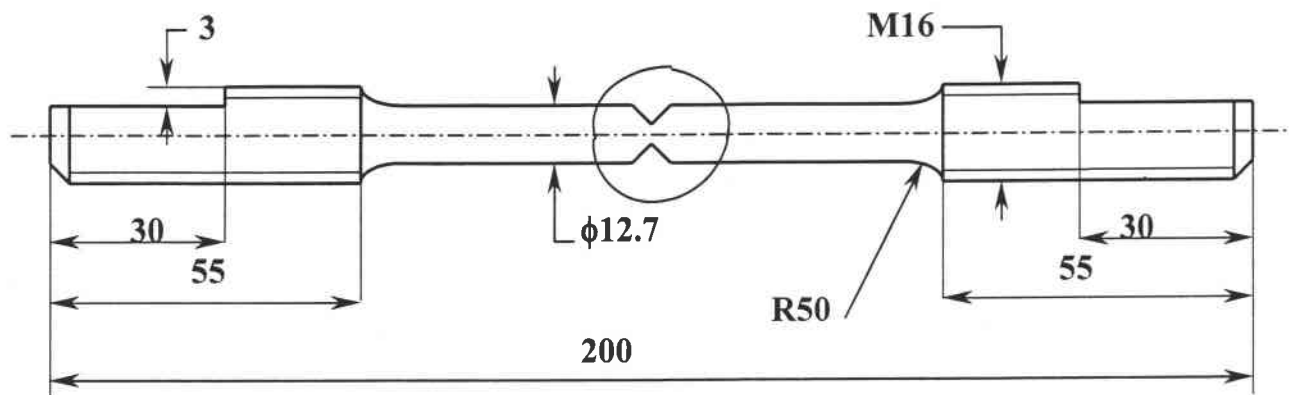


Figure 3.33 Schéma des éprouvettes entaillées soumises à traction - compression

3.6.3. LES RESULTATS D'ESSAIS DE TRACTION - COMPRESSION

Les courbes de Wöhler expérimentales résultant des essais effectués en fatigue sous traction - compression, sont représentées dans la Figure 3.34. Elles ont été tracées par application de plusieurs niveaux de chargement sur les éprouvettes et en observant ensuite la durée de vie correspondant en fatigue, exprimée en nombre de cycles.

Comme pour les essais de flexion rotative, les valeurs des coefficients de la loi de Basquin sont reportées dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Les valeurs des exposants de la loi de Basquin résultant de dépouillement des résultats expérimentaux en traction - compression

Type d'éprouvette	σ'_f (MPa)	b	R^2
Lisse	468,77	-0,0495	0,8377
Entaillée $\rho=0,4$ mm	633,83	-0,1221	0,8832
Entaillée $\rho=0,2$ mm	829,14	-0,1526	0,7903

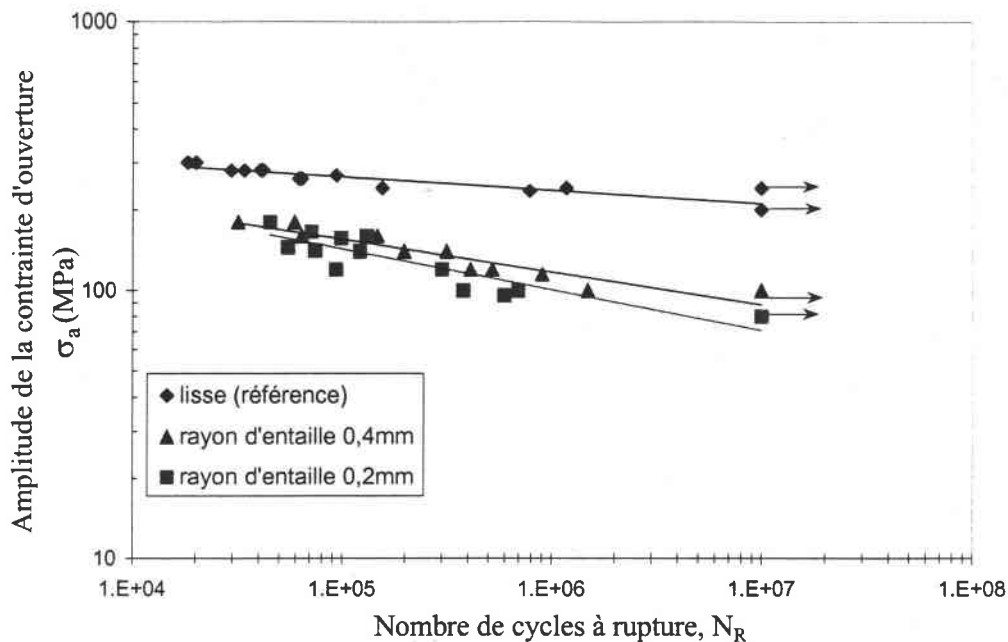


Figure 3.34 Courbes expérimentales de fatigue sous traction - compression

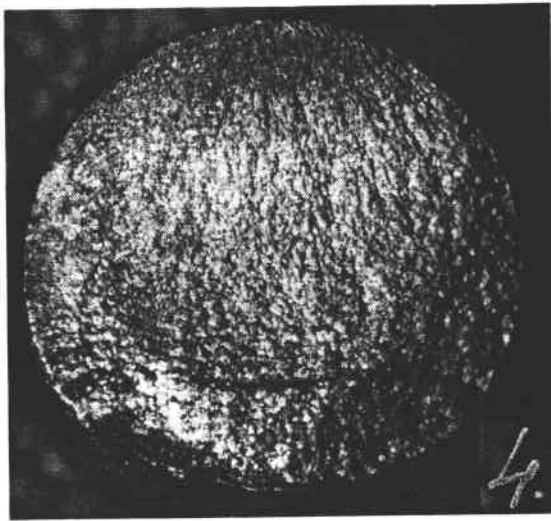
- 1) courbe de référence,
- 2) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,4$ mm,
- 3) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,2$ mm.

3.6.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TRACTION – COMPRESSION)

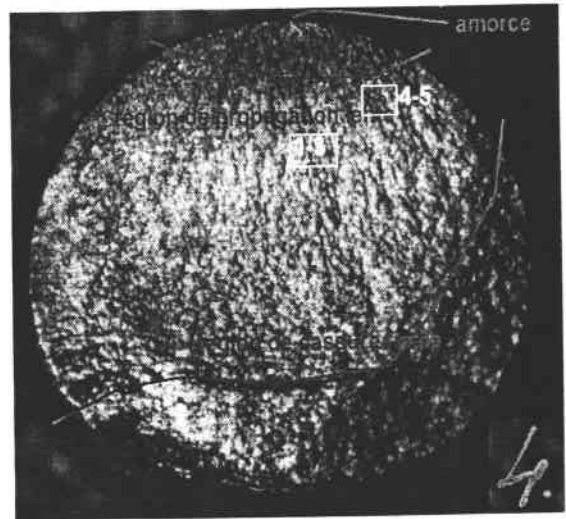
3.6.4.1. ASPECTS MACROSCOPIQUES PAR STEREO-MICROSCOPIE

Comme dans le cas d'éprouvettes soumises à flexion rotative, une analyse fractographique a été effectuée sur une éprouvette lisse, sur une éprouvette entaillée de rayon d'entaille $\rho=0,4$ mm et une autre de rayon d'entaille $\rho=0,2$ mm. Toutes les éprouvettes analysées ont été rompues après une durée de vie proche de la limite d'endurance.

L'aspect macroscopique de l'éprouvette lisse soumise à traction – compression, est présenté dans la Figure 3.35. On constate un seul point d'amorçage, d'où, la fissuration se propage perpendiculairement à la direction de la contrainte jusqu'au stade final de la rupture par fatigue. La rupture finale est instantanée et brutale. La surface de rupture est importante et endommagée par les demi - cycles de compression.



(a)

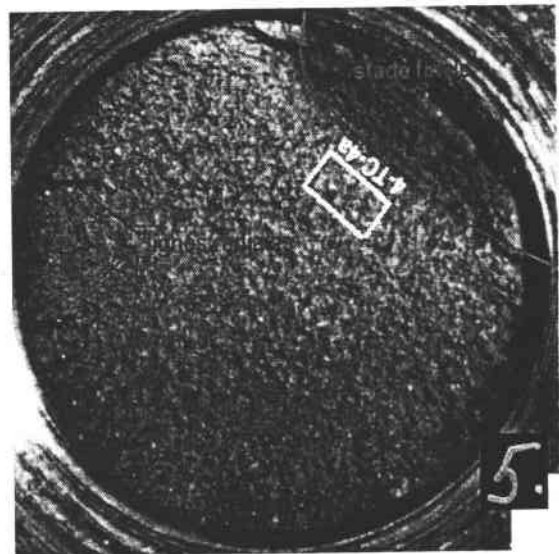


(b)

Figure 3.35 Aspect macroscopique d'une éprouvette lisse soumise au chargement de traction-compression : a) vue générale, b) division de la surface.



(a)



(b)

Figure 3.36 Aspect macroscopique de l'éprouvette entaillée ($\rho=0,4\text{mm}$) soumise au chargement de traction – compression : a) vue générale, b) division de la surface.

Les aspects macroscopiques des éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$ et $\rho = 0,2\text{mm}$, sont présentés respectivement dans la Figure 3.36 et 3.37. On constate l'existence de plusieurs point amorçage, où la fissuration par fatigue s'initie et se propage presque perpendiculairement à la direction de la contrainte. Les plans de propagation se rencontrent formant des lignes radiales. Il y a plusieurs lignes, qui sont plus caractéristiques dans le cas de l'entaille de rayon inférieur. La multiplication de ces lignes radiales signifie que le premier stade de la fissuration (l'amorçage) se produit en plusieurs point de l'éprouvette, due à la forte concentration de contrainte.

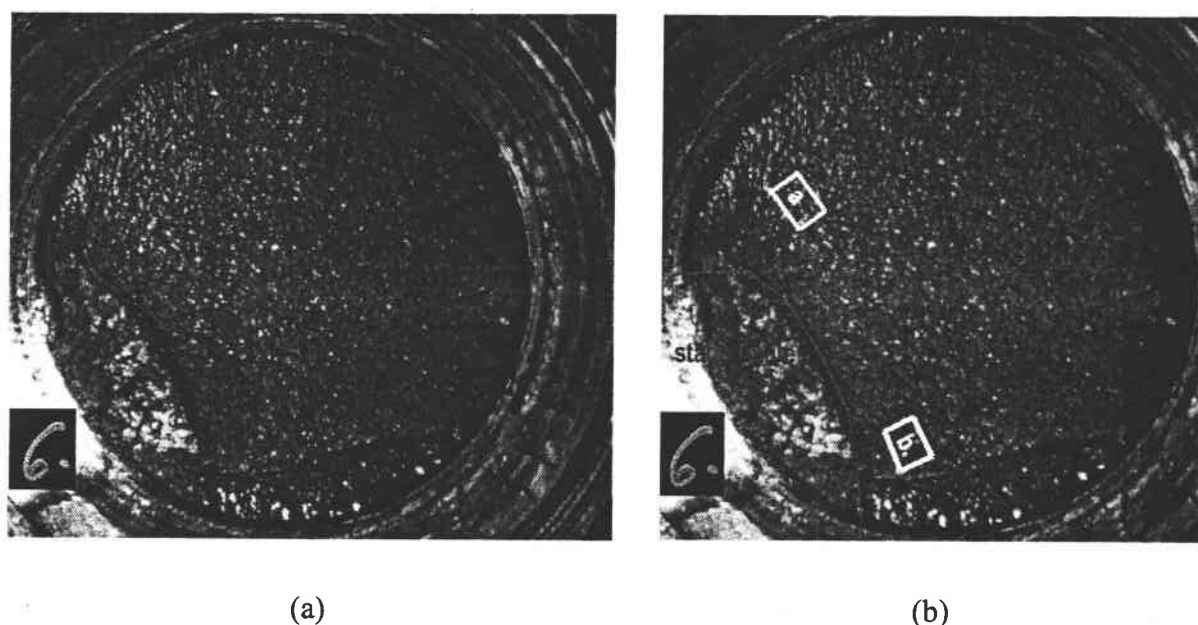
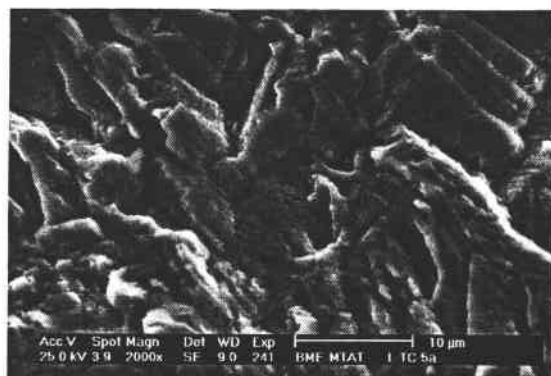


Figure 3.37 Aspect macroscopique de l'éprouvette entaillée ($\rho = 0,2\text{mm}$) soumise au chargement de traction – compression : a) vue générale b) division de la surface.

3.6.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE

Les images de la Figure 3.38, a, b et c, représentent le changement local de la propagation des fissures sous l'effet des facteurs influençant la microstructure (joints, orientation des grains etc.). L'image de la Figure 3.38 (c) est le grossissement de l'image de la Figure 3.38 (b). Elle montre des lignes (dites "track-lines") formées sur la ferrite.



(a)



(b)



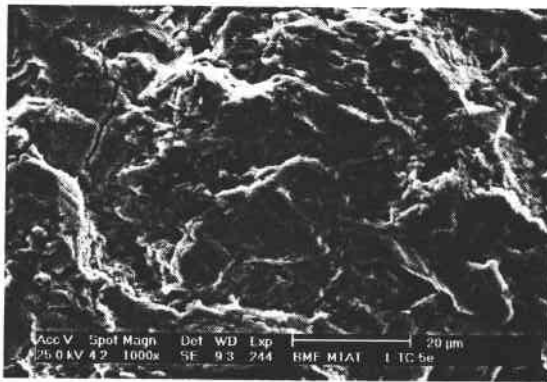
(c)

Figure 3.38 a, b) Illustration du changement local de la propagation des fissures sous l'effet des facteurs micro-structuraux, c) grossissement de l'image (b)

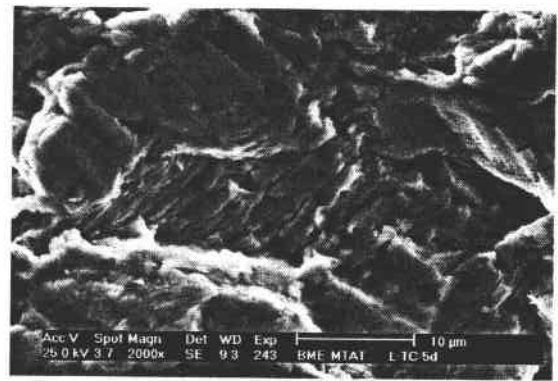
Dans les zones éloignées du point d'amorçage, on constate l'existence des stries causées par la propagation lente de la fissure par fatigue et des petites micro-fissures dans les domaines perlitiques (les images des Figures 3.39, a et b). Elles se situent à 450 micromètres de la surface de l'éprouvette. Le perlite a la tendance de former des micro-fissures à cause de sa structure lamellaire composée de cémentite fragile.

L'image à petit grossissement de type BSE, présentée dans la Figure 3.40, montre comment les fissures grossissent (du haut vers le bas), quand la propagation s'approche du stade final de rupture. Les fissures sont représentées par les zigzags noirs.

L'image de type SE dans la Figure 3.41 présente la zone d'initiation de rupture avec quelques lignes d'usinage. La surface originelle de rupture, composée de grains ferritiques, a été très endommagée par les compressions.



(a)



(b)

Figure 3.39 Stries causées par la propagation lente de la fissuration par fatigue et de petites micro-fissures dans les domaines perlitiques dans les zones éloignées du point d'amorçage.

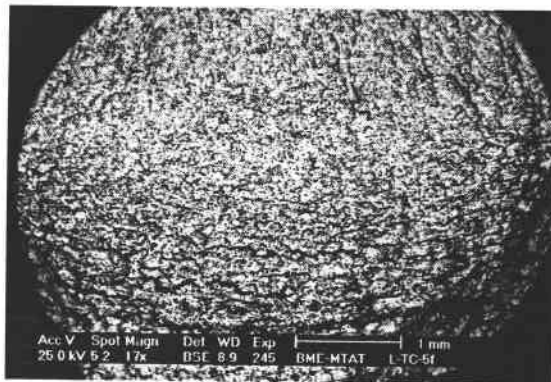


Figure 3.40 Grossissement des fissures (du haut vers le bas), quand la propagation s'approche du stade final de rupture.

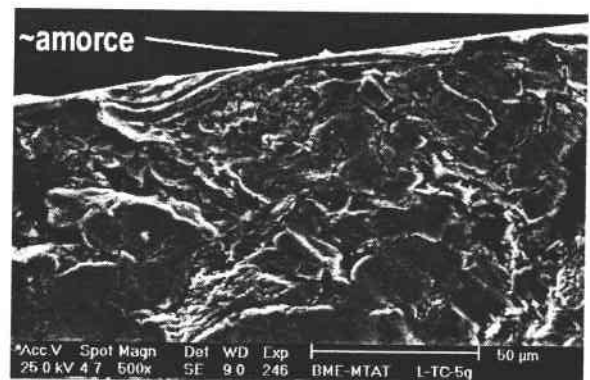


Figure 3.41 Zone d'initiation de la rupture avec quelques lignes d'usinage.

Les analyses microscopiques suivantes appartiennent aux éprouvettes entaillées.

L'image de type SE présentée dans la Figure 3.42 représente des stries caractéristiques avec des fissures et des inclusions de MnS, dans le cas de l'éprouvette de rayon d'entaille $\rho=0,4\text{mm}$. L'image de la Figure 3.43 représente la rupture ductile finale pour la même

éprouvette. On constate de grandes cupules équiaxes et les inclusions, autour desquels les cupules sphériques se sont formées.

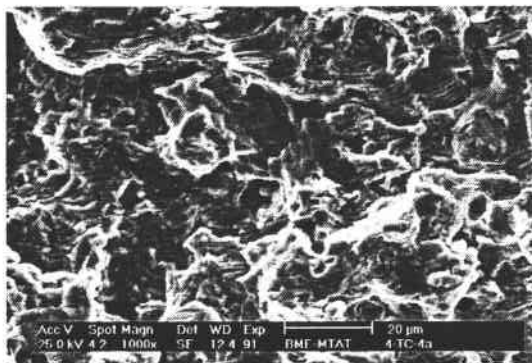


Figure 3.42 Stries caractéristiques avec fissures et inclusions de MnS, ($\rho=0,4\text{mm}$). Image de type SE.

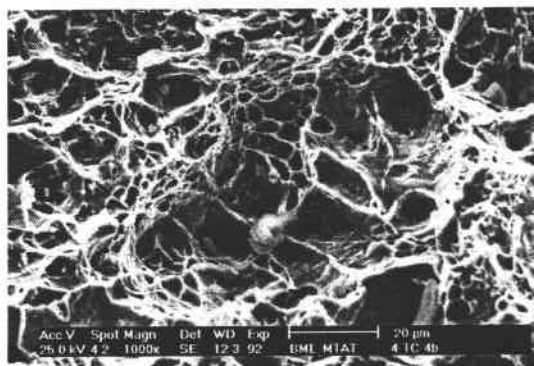
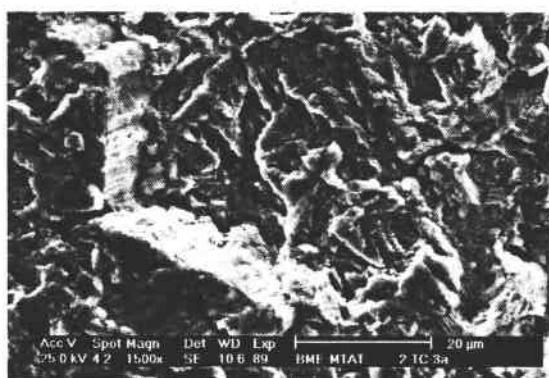
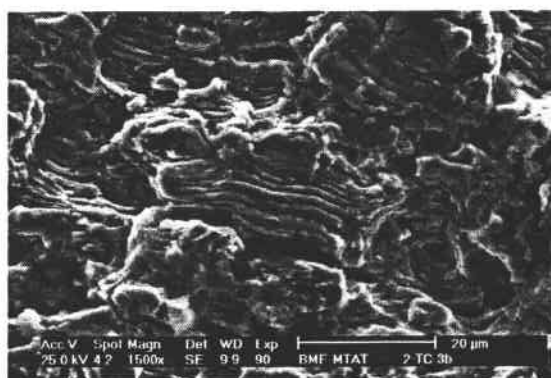


Figure 3.43 Rupture ductile finale ($\rho=0,4\text{mm}$), caractérisée par la présence de grandes cupules équiaxes et d'inclusions.

Les images des Figures 3.44 et 3.45 représentent respectivement les stries caractéristiques avec la présence des fissures et des micro-fissures sur la surface latérale. Il faut noter que la finesse des stries change à proximité de la zone finale de la propagation de la fissure.



Figures 3.44 Stries caractéristiques avec fissures



Figures 3.45 Surfaces latérales des micro-fissures

3.7. LES ESSAIS DE TORSION SIMPLE

Pour les essais de torsion simple, la même machine d'essais INSTRON 1343 a été utilisée. Dans ce cas-là, on utilise le vérin de torsion, en tenant immobile le vérin de traction – compression.

Afin d'effectuer ces essais, il a été nécessaire d'appliquer une force de traction constante sur les éprouvettes, afin d'éviter le phénomène de friction. Ce phénomène est le résultat du mode III de chargement, qui correspond au cas de la torsion simple. Les surfaces créées par la propagation de la fissure déjà initiée, exercent mutuellement une friction accompagnée d'un dégagement de chaleur et, par conséquent, il y a une oxydation très accélérée des surfaces de rupture, ce qui rend impossible l'étude microscopique des faciès de rupture.

Pour cette raison, il a été jugé nécessaire d'appliquer une force constante de traction, basée sur les arguments suivants :

- a) L'application d'une force constante de traction permet d'éviter le frottement et facilite l'analyse microscopique de ces surfaces. La compréhension du mécanisme de rupture en torsion simple est simplifiée. Dans ce cas là, le mode de rupture change de mode de type III au mode de rupture combinée I+III [36].
- b) Dans la pratique de conception des pièces en fatigue, on ne trouve presque jamais un chargement pur de torsion simple ; il est toujours combiné avec d'autre mode de chargement axial, comme la traction ou la flexion. Par conséquent, le frottement dans le cas des structures réelles est inexistant. Pour cette raison, il faut d'une manière ou d'une autre éviter ce phénomène, afin d'observer l'influence de la torsion dans la rupture par fatigue des pièces, sans modifications causées par la simulation expérimentale de ce type de chargement.
- c) La valeur de la force axiale appliquée sur les éprouvettes, lors des essais de torsion, a été déterminée par la méthode essai – erreur. Quelques essais ont été effectués afin de déterminer la force axiale optimale, c'est à dire, la force axiale minimale pour obtenir l'ouverture nécessaire des lèvres de la surface de rupture, afin d'éviter les frottements. A partir de cette observation, on trouve que cette valeur optimale de la force est telle que la contrainte de traction générée dans la section de la pièce, est très inférieure à la limite d'endurance en fatigue sous traction–compression cyclique. La force axiale exercée est

maintenue constante par la commande électronique de la machine. Par conséquent, l'endommagement causé par cette force est négligeable et son influence est négligeable.

- d) Après l'application de cette force constante d'ouverture, on a constaté qu'en raison du frottement, qui absorbe une grande partie d'énergie des forces extérieures, la durée de vie des éprouvettes soumises à la méthode essai – erreur pour trouver la charge axiale optimale d'ouverture, est généralement plus longue que celle des éprouvettes soumises à une contrainte constante de traction simple. Cette modification de la durée de vie en fatigue causerait des résultats irréalistes dans la prévision de l'influence de la torsion dans la durée de vie des structures soumises aux chargements combinés entre la torsion et un autre chargement, si cette démarche n'était pas respectée.

L'application de la force axiale superposée à la torsion a été faite en accord avec la littérature [37-39]. L'effet de l'application de cette force est illustré dans les Figures 3.46, 3.47 et 3.48.

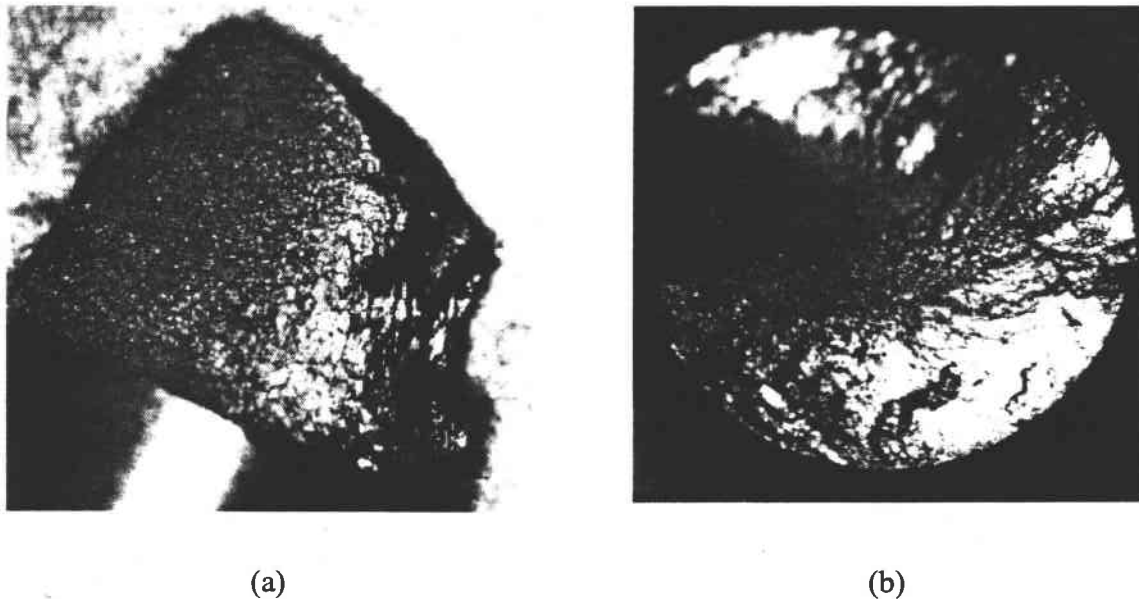
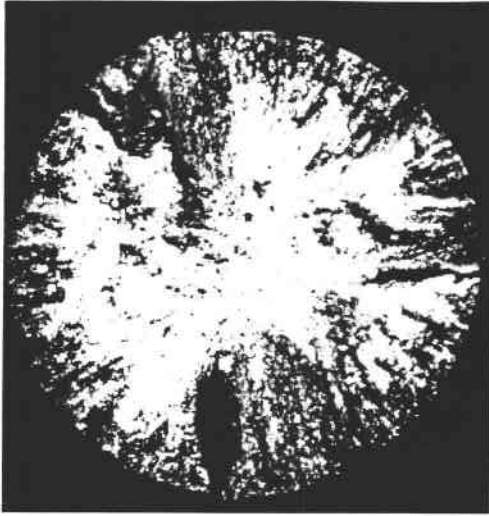
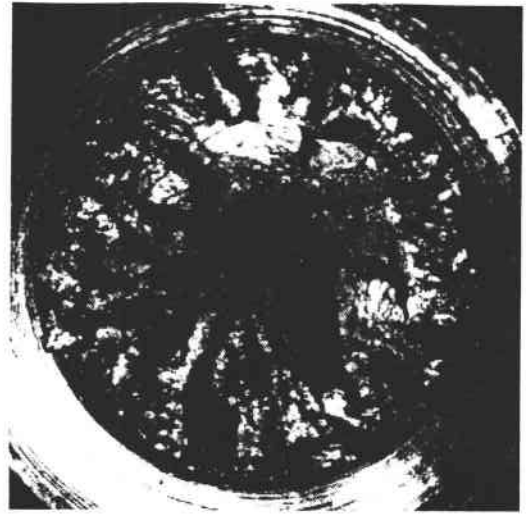


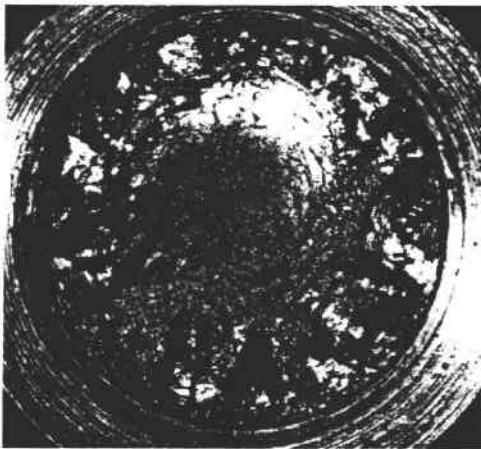
Figure 3.46 Faciès de rupture d'une éprouvette lisse de torsion soumise à une traction constante superposée: a) vue normale, un point d'amorçage, b) vue latérale. La surface de rupture est inclinée et a une forme hélicoïdale due à l'existence d'un point unique d'amorçage.



(a)



(b)



(c)

Figure 3.47 Faciès de rupture d'éprouvettes de torsion soumises à une traction constante superposée :

- a) Eprouvette lisse avec plusieurs point d'amorçage,
- b) Eprouvette entaillée ($\rho = 0,4\text{mm}$),
- c) Eprouvette entaillée ($\rho = 0,2\text{mm}$).

Les surfaces ont la forme d'une fraise et la rupture finale est bien centrée.

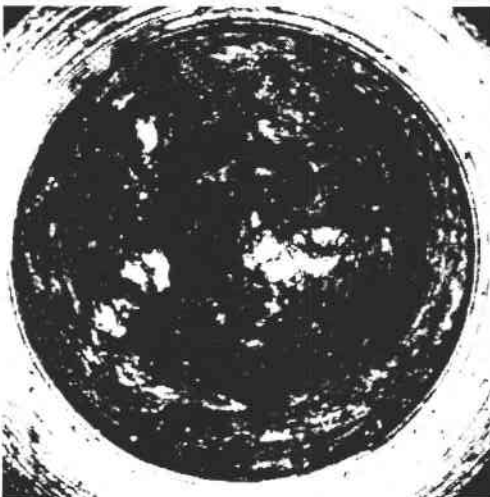


Figure 3.48 Faciès de rupture d'une éprouvette soumise à la torsion simple, sans superposition de la traction constante. On remarque la présence de traces nettes de frottement.

3.7.1. EPROUVETTES D'ESSAIS

3.7.1.1. EPROUVETTES LISSES

Un schéma d'éprouvettes lisses de torsion est représenté dans la figure 3.19. La conception de ces éprouvettes est analogue à celle d'éprouvettes lisses de flexion rotative, mais adapté aux conditions géométriques de la machine d'essais utilisée pour cet essai.

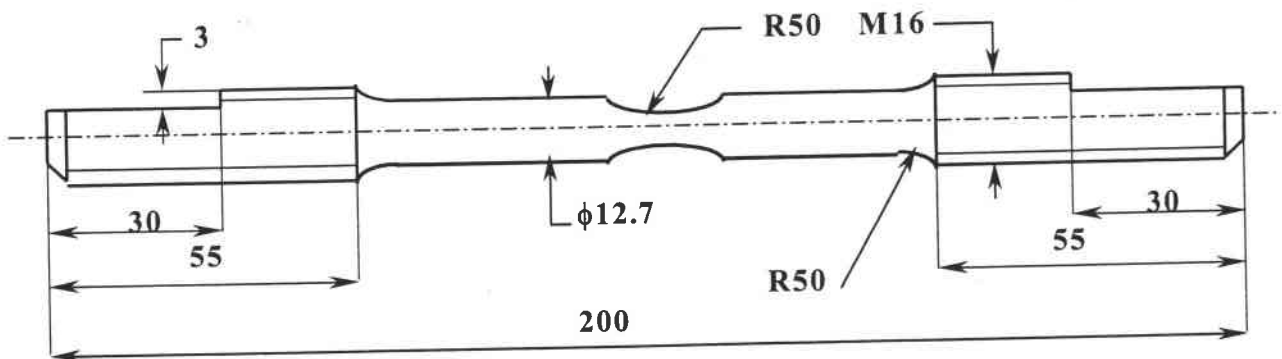


Figure 3.49 Schéma d'éprouvettes lisses soumises à la torsion simple

3.7.1.2. EPROUVETTES ENTAILLEES

Les éprouvettes entaillées de torsion simple ont la même géométrie que les éprouvettes entaillées de flexion rotative, illustrée sur la Figure 3.33.

3.7.2. RESULTATS D'ESSAIS DE TORSION SIMPLE

Les courbes de Wöhler expérimentales résultant des essais effectués en fatigue sous torsion simple, sont représentées dans la Figure 3.20 pour tous les types d'éprouvettes soumises à ce mode de chargement. Elles ont été tracées en appliquant plusieurs niveaux de chargement et en observant la durée de vie correspondant en fatigue, exprimée en nombre de cycles.

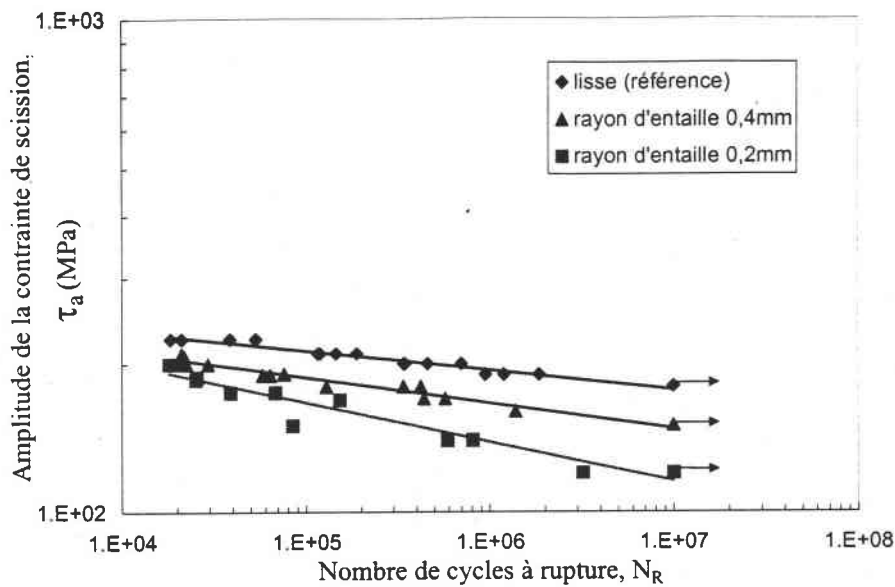


Figure 3.50 Courbes expérimentales de fatigue sous torsion simple :

- 1) référence,
- 2) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,4$ mm,
- 3) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,2$ mm.

Comme pour les essais de flexion rotative et de traction - compression, les valeurs des coefficients de la loi de Basquin sont représentées dans le Tableau 3.3.

Tableau 3.3 Valeurs des coefficients de la loi de Basquin résultant du dépouillement des résultats expérimentaux en torsion simple

Type d'éprouvette	τ'_f (MPa)	b	R^2
Lisse	337,62	-0,0401	0,9556
Entaillée $\rho=0,4$ mm	343,89	-0,0525	0,9536
Entaillée $\rho=0,2$ mm	829,14	-0,0802	0,9348

3.7.3. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TORSION SIMPLE)

3.7.3.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE

L'aspect macroscopique d'une éprouvette lisse, soumise au chargement de torsion simple, est présenté dans la Figure 3.51. La cassure est fortement articulée et d'un caractère découpé. Enormément d'amorces se sont produites. La propagation des fissures se fait selon différents plans, jusqu'à la rupture finale. La cassure contient des lignes radiales. Les surfaces opposées se sont fortement déformées.

Les aspects macroscopiques des éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$ et $\rho = 0,2\text{mm}$, soumises au chargement de torsion simple, sont présentées respectivement dans les Figures 3.52 et 3.53.

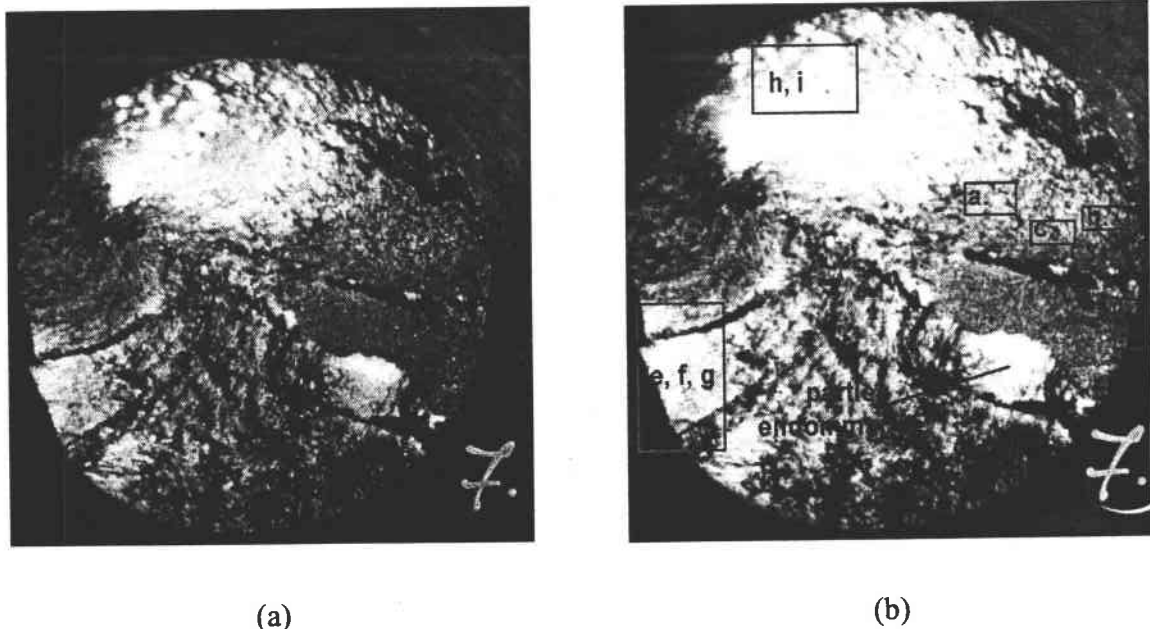
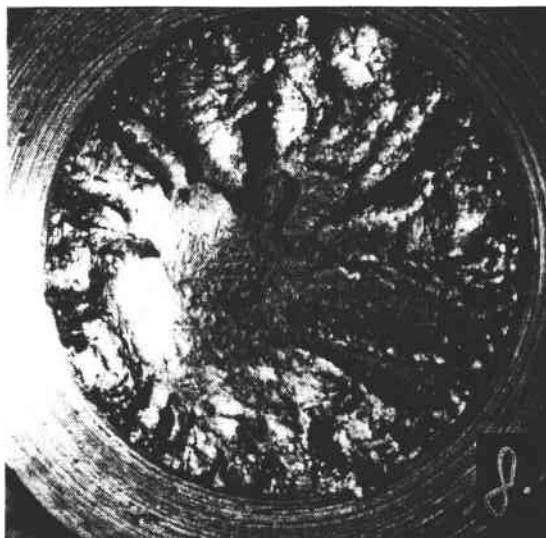
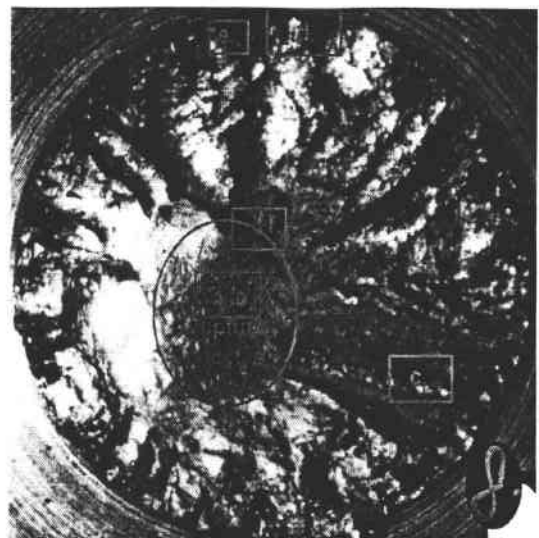


Figure 3.51 Aspect microscopique d'une éprouvette lisse soumise à la torsion simple :
a) vue générale b) division de la surface



(a)

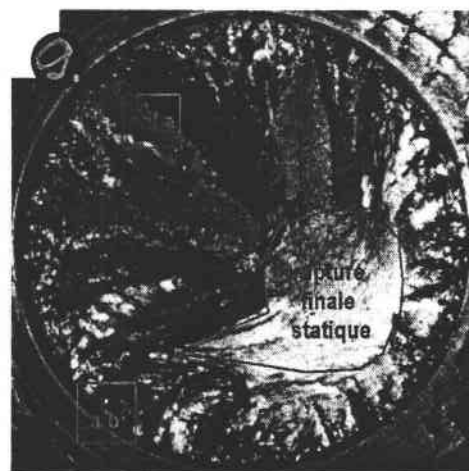


(b)

Figure 3.52 Aspect microscopique d'une éprouvette entaillée ($\rho = 0,4\text{mm}$) soumise à torsion simple : a) vue générale b) division de la surface.



(a)



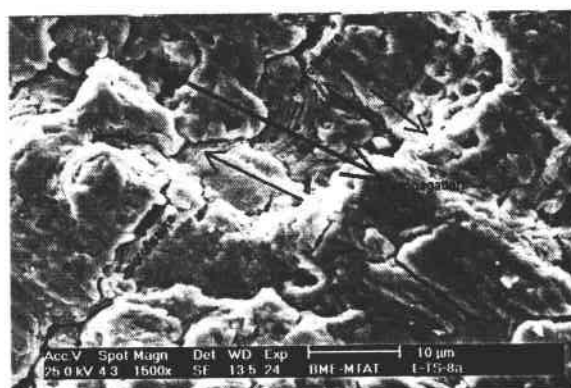
(b)

Figure 3.53 Aspect microscopique d'éprouvette entaillée ($\rho = 0,2\text{mm}$) soumise à torsion simple : a) vue générale b) division de la surface.

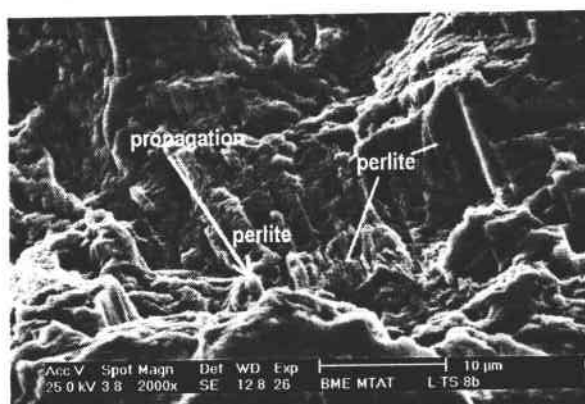
3.7.3.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE

Une analyse microscopique a été effectuée pour tous les types d'éprouvettes, soumises au chargement de traction simple.

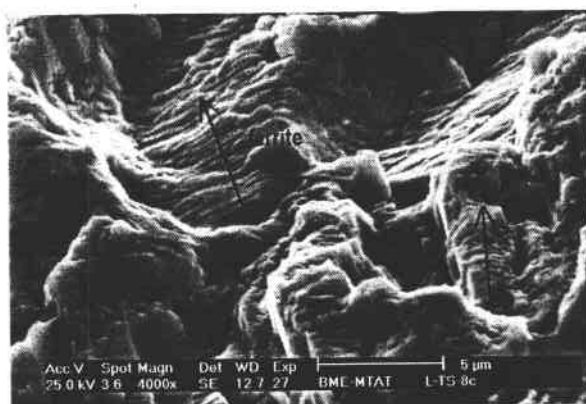
Les images des Figures 3.54, a, b et c, montrent la direction de propagation des micro-fissures dans une zone ferritique de l'éprouvette lisse. Probablement, les micro-fissures présentées dans l'images de la Figure 3.54 (a), sont des micro-fissures de type CCN (dites "crack closure at a notch" ou "stop - go fracture"). C'est un type de propagation discontinue qui a lieu dans les cas où la vitesse de propagation ou de l'intensité de contrainte dynamique K_d , change localement ou sont alternées.



(a)



(b)



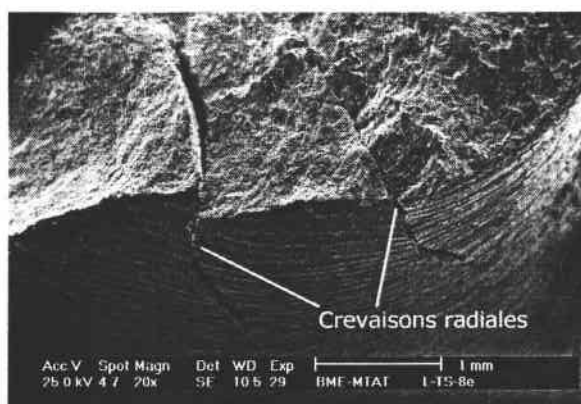
(c)

Figure 3.54 La direction de la propagation des micro-fissures (éprouvette lisse).

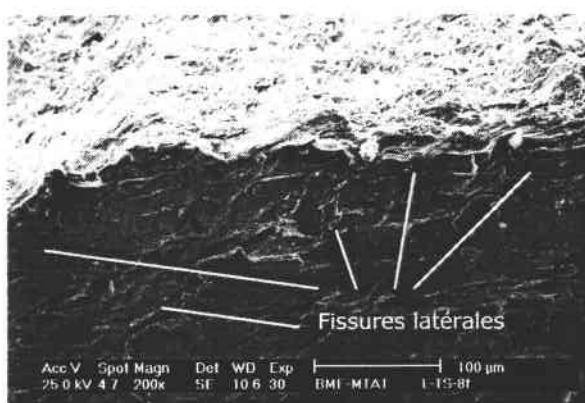
Les images des Figures 3.55, a, b, c et d, montrent des diverses parties de la surface latérale de l'éprouvette. Sur ces images, on observe des amorces et d'autres fissures formées avant la rupture finale. Ces crevaisons radiaux se développent parallèlement à l'axe de torsion. Les fissures latérales des Figures 3.55, c et d, signifient que les sites d'amorçage se situent sur un anneau peu étroit.



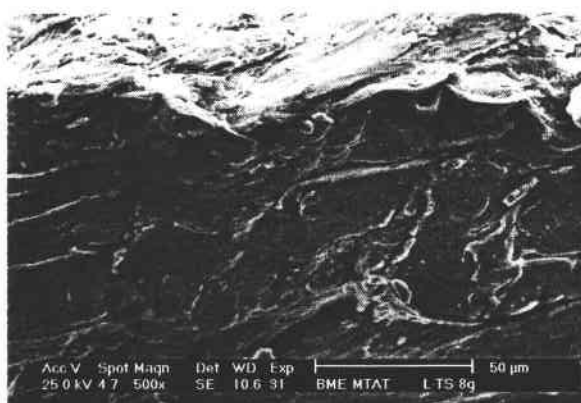
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3.55 Points d'amorçage (a), crevaisons radiaux se développant parallèlement à l'axe de torsion (b), autres fissures latérales (c, d), formées avant la rupture finale sur des diverses parties de la surface latérale de l'éprouvette lisse.

Les stries caractéristiques (dites "track-lines") sont le résultat de la déformation plastique locale de la surface de rupture. Les micro-fissures se propagent surtout perpendiculairement à la contrainte locale. Si la concentration de contrainte est assez élevée vis-à-vis de la cohésion du joint des grains, elles suivent les joints.

La dernière image de cette série est de type BSE. Elle représente très visiblement les microfissures perpendiculaires à la surface de rupture, formées sous l'effet de la torsion.

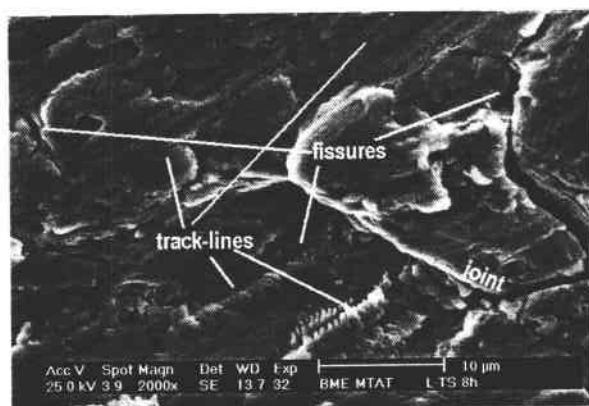


Figure 3.56 Stries caractéristiques, résultat de la déformation plastique locale de la surface de rupture. Image de type SE.

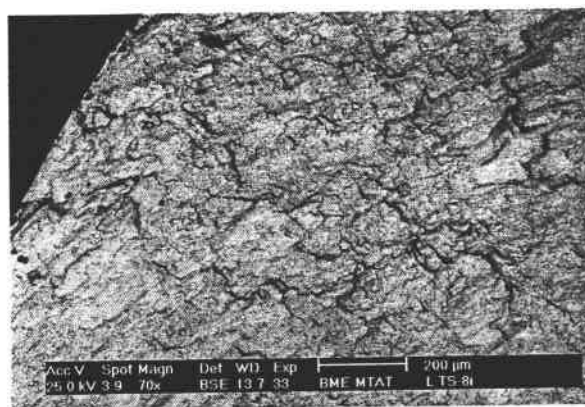
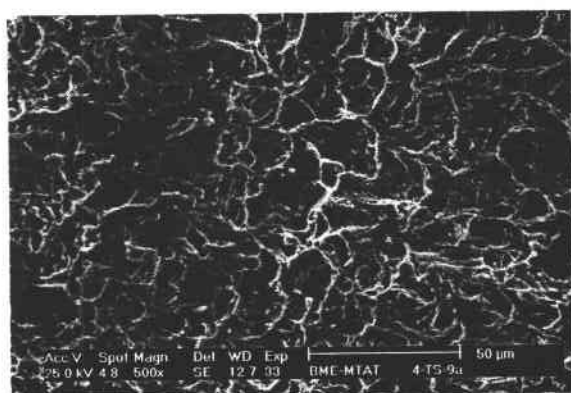
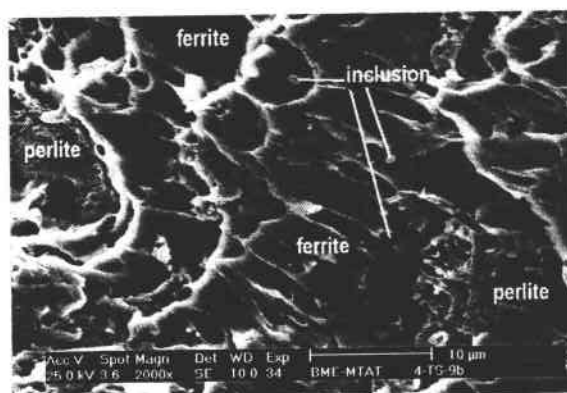


Figure 3.57 Micro-fissures perpendiculaires à la surface de rupture, formées sous l'effet de la torsion. Image de type BSE.

La série suivante d'images est obtenue à partir de l'analyse microscopique de l'éprouvette entaillée de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$. La rupture finale par cisaillement est caractérisée par la présence de cupules équiaxes inclinées (Figure 3.58). Cela est dû à la présence d'une traction superposée à la traction simple.



(a)



(b)

Figure 3.58 Cupules équiaxes inclinées dans la zone de rupture finale ($\rho = 0,4\text{ mm}$).

L'image de la Figure 3.61 montre la rupture d'un domaine uniquement perlitique.

L'image de la Figure 3.62 montre la direction de la propagation immédiate au voisinage du domaine de la rupture finale statique.

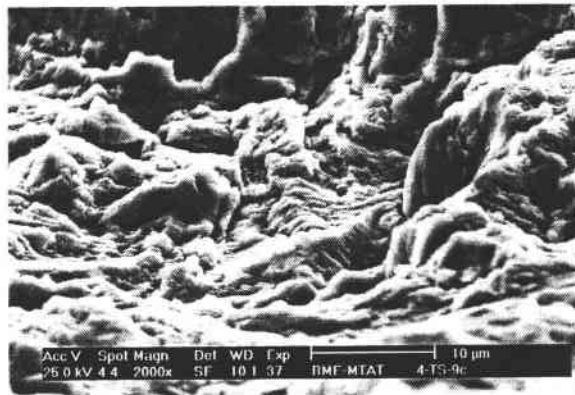


Figure 3.59 Rupture d'un domaine purement perlitique.

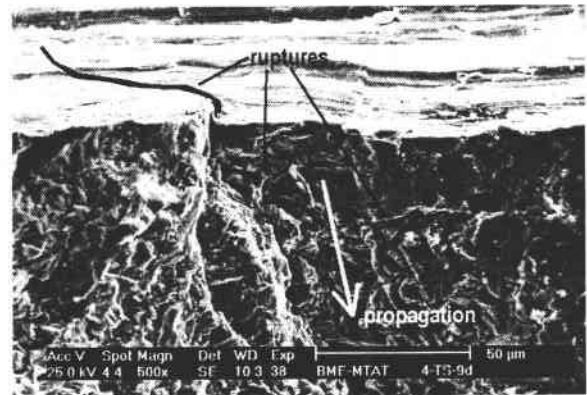


Figure 3.60 Illustration de la direction de propagation de fissures par fatigue.

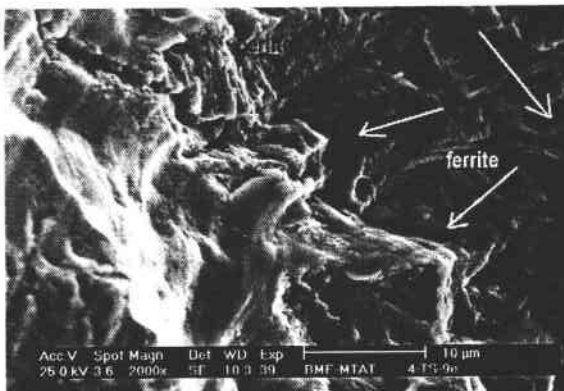


Figure 3.61 Propagation transgranulaire causée par la décohésion locale des joints des grains de différente composition.

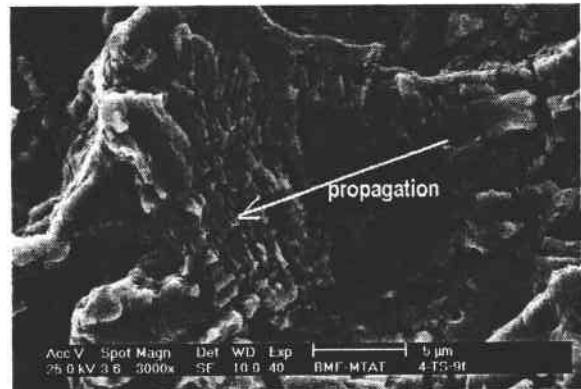


Figure 3.62 Direction de la propagation de fissure au voisinage de la zone de rupture finale.

Les images suivantes appartiennent à l'éprouvette entaillée de rayon d'entaille $\rho = 0,2\text{mm}$ soumise à la traction simple. Elles représentent des stries externes et internes avec des fissures dans la ferrite et aux joints entre ferrite – perlite (Figures 3.63 et 3.64).

L'image de la Figure 3.65 (b) est le grossissement de l'image (a). Elles donnent une très belle vue sur les terrasses d'une colonie de perlite.

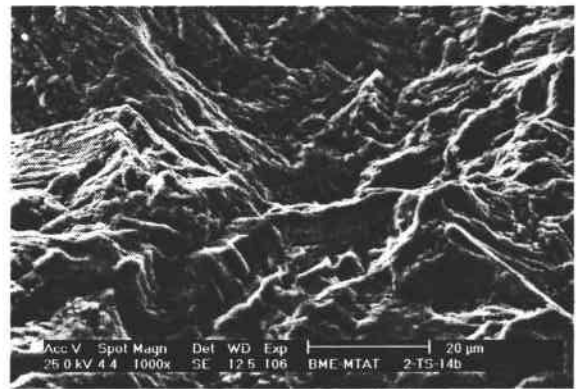
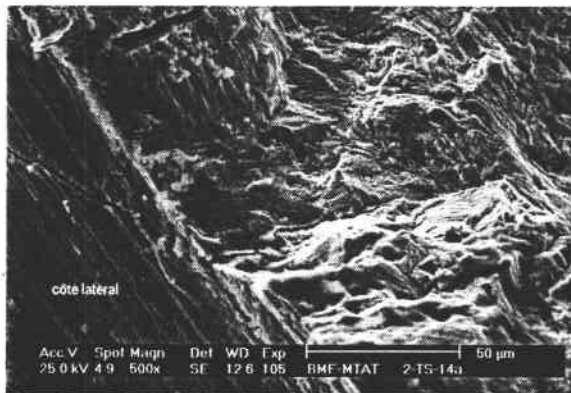
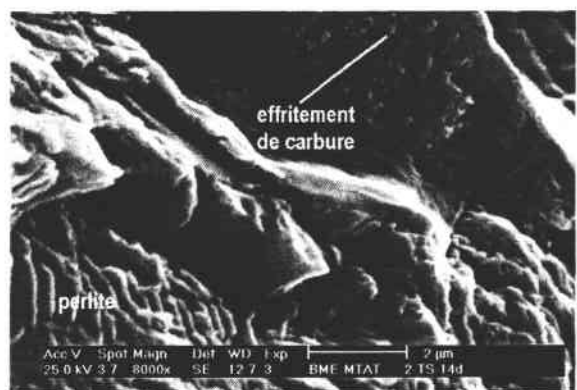
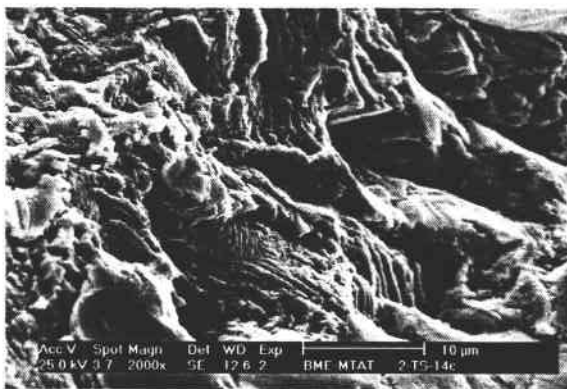


Figure 3.63 Stries externes et internes et fissures dans la ferrite, et aux joints ferrite–perlite. **Figure 3.64** Fissures internes.



(a)

(b)

Figure 3.65 Vue sur les terrasses d'une colonie de perlite avec des effritements de carbure.

L'image (b) est un détail de l'image (a) (éprouvette entaillée, $\rho = 0,2\text{mm}$)

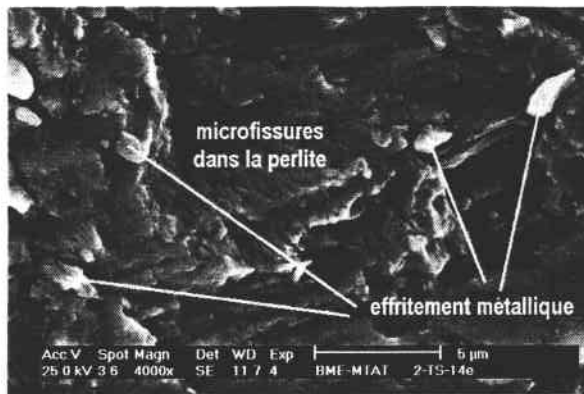


Figure 3.66 Vue sur les terrasses d'une colonie de perlite avec des effritements métalliques.

3.8. ESSAIS SOUS CHARGEMENT COMBINÉ TRACTION – COMPRESSION - TORSION

3.8.1. REMARQUES GENERALES SUR LES ESSAIS

Les essais sous chargement combiné traction – compression et torsion ont été effectués sur la même machine de chargement biaxial. Différemment des essais précédents, les deux vérins sont mobiles et chacun exerce respectivement son chargement indépendamment de l'autre. Le contrôle électronique de la machine, qui commande les vérins hydrauliques, vérifie la différence de phase entre les deux chargements cycliques, qui a été préalablement choisi égale à zéro et maintenu constante par le biais du système de réglage.

3.8.2. EPROUVETTES D'ESSAIS

3.8.2.1. EPROUVETTES LISSES

La géométrie des éprouvettes lisses, utilisées sous chargement combiné, est présentée dans la Figure 3.67.

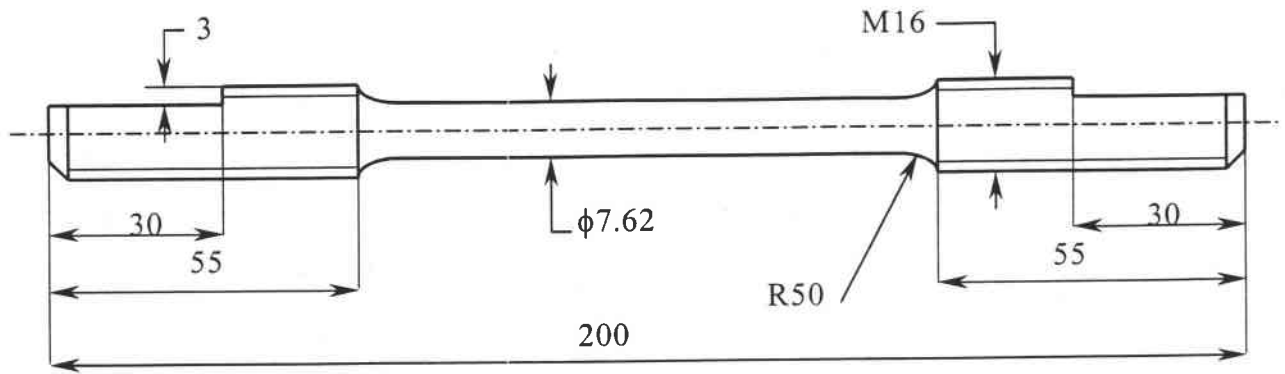


Figure 3.67 Schéma d'éprouvette lisse sous chargement combiné

3.8.2.2. EPROUVETTES ENTAILLEES

La géométrie des éprouvettes entaillées, utilisées sous chargement combiné, est identique à la géométrie des éprouvettes utilisées sous chargement traction – compression et torsion simple, présentée dans la Figure 3.33.

3.8.3. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les courbes de Wöhler, résultant des travaux expérimentaux sous chargement combiné, sont présentées dans la Figure 3.68. Le tracé des courbes de Wöhler se fait différemment dans le cas des chargements biaxiaux. La contrainte équivalente selon Tresca a été utilisée au lieu de la contrainte simple de scission ou d'ouverture, correspondant aux chargements simples.

Les valeurs des coefficients de la loi de Basquin sont reportées dans le Tableau 3.4.

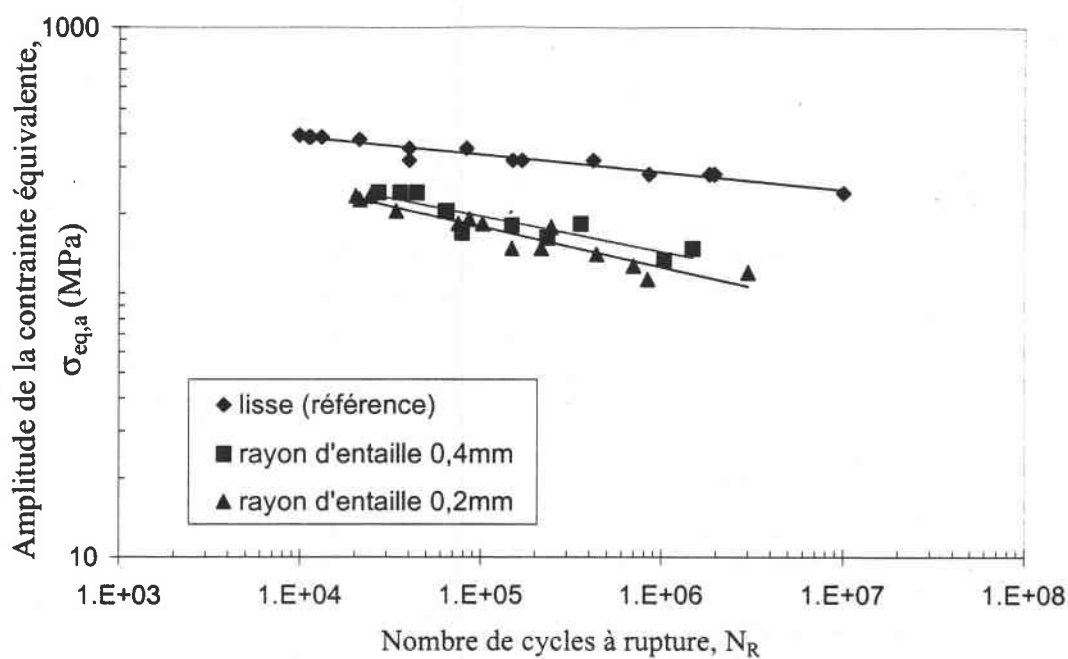


Figure 3.68 Courbes expérimentales de fatigue sous chargement combiné

- 1) courbe de référence
- 2) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,4$ mm
- 3) éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho=0,2$ mm

Tableau 3.4 Valeurs des coefficients de la loi de Basquin résultant de dépouillement des résultats expérimentaux sous chargement combiné.

Type d'éprouvette	σ'_f (MPa)	b	R^2
Lisse	718,23	-0,0663	0,9345
Entaillée $\rho=0,4$ mm	911,6	-0,1335	0,8137
Entaillée $\rho=0,2$ mm	1035,7	-0,1526	0,8974

3.8.4. ANALYSE FRACTOGRAPHIQUE (TRACTION – COMPRESSION – TORSION)

3.8.4.1. ASPECT MACROSCOPIQUE PAR STEREOMICROSCOPIE

L'aspect microscopique d'une éprouvette lisse soumise, au chargement combiné est présenté dans la Figure 3.69. La surface de rupture est divisée en trois parties, mais seulement un point d'amorçage existe. La propagation de rupture est progressive et uniforme jusqu'à 50% du diamètre. Ensuite, le plan initial s'est détourné par la torsion symétrique. La zone de la rupture finale est contournée par deux lignes de forme de l'arc.

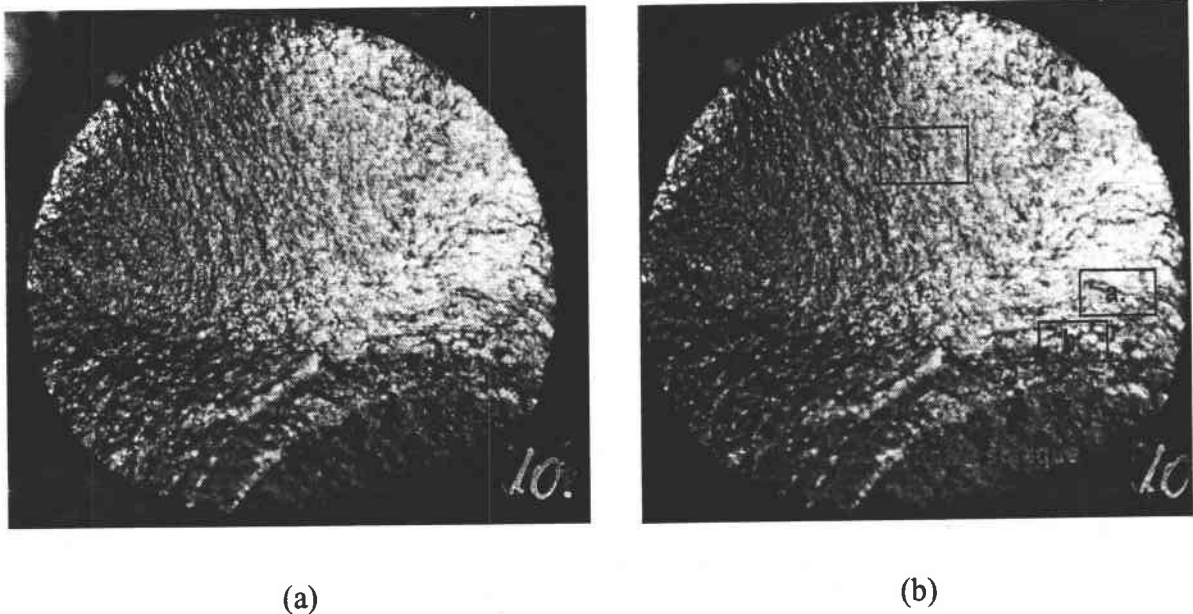


Figure 3.69 Aspect microscopique d'une éprouvette lisse soumise au chargement combiné :
a) vue générale, b) division de la surface.

Les aspects microscopiques des éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$ et $\rho = 0,2\text{mm}$, soumises au chargement combiné, sont présentés respectivement au Figures 3.70 et 3.71. On constate l'existence de plusieurs points d'amorçage, qui sont plus accentués dans le cas de l'entaille plus aiguë. Les lignes radiales se sont incurvées quand l'effet de la torsion augmente. La partie de la rupture finale et brutale est très petite et se trouve presque sur le diamètre. Les fissures latérales sont très fortes.



(a)

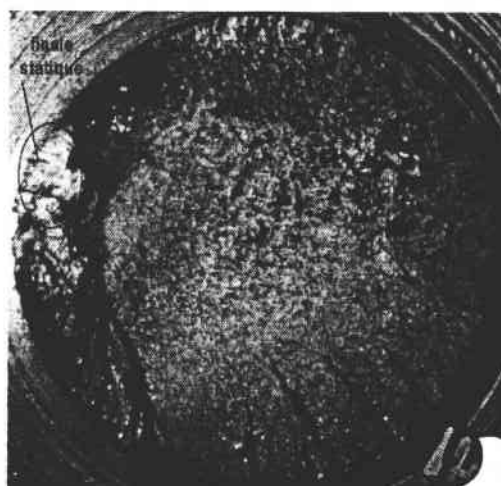


(b)

Figure 3.70 Aspect microscopique d'une éprouvette entaillée ($\rho = 0,4\text{mm}$) soumise au chargement combiné : a) vue générale, b) division de la surface.



(a)

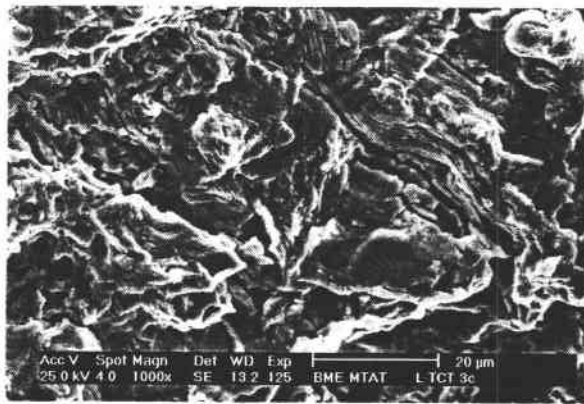


(b)

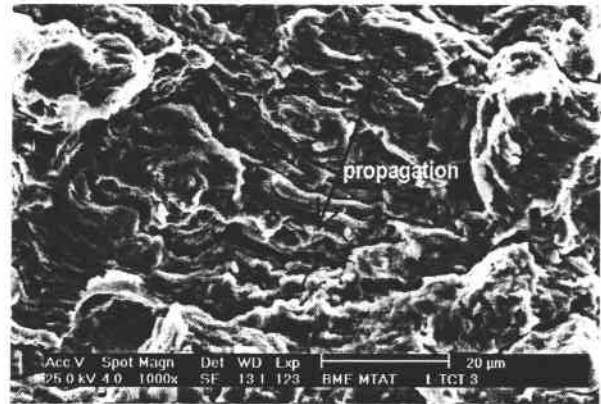
Figure 3.71 Aspect microscopique d'une éprouvette entaillée ($\rho = 0,2\text{mm}$) soumise au chargement combiné : a) vue générale, b) division de la surface.

3.8.4.2. ASPECT MICROSCOPIQUE UTILISANT LE MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE

Les faciès de rupture présentés dans les Figures 3.72, représentent le caractère de la propagation des fissures par fatigue. Leur direction est perpendiculaire à celle des grandes fissures.



(a)



(b)

Figure 3.72 Illustration du caractère de la propagation des fissures par fatigue, dont la direction est perpendiculaire à celle des fissures grosses (éprouvette lisse). Images de type SE.

Entre les deux arcs, qui contournent la zone de la rupture finale, l'affinement des fissures est différent. Il change presque graduellement. D'un coté les fissures sont fines et de l'autre, elles sont grandes, jusqu'à rupture finale.

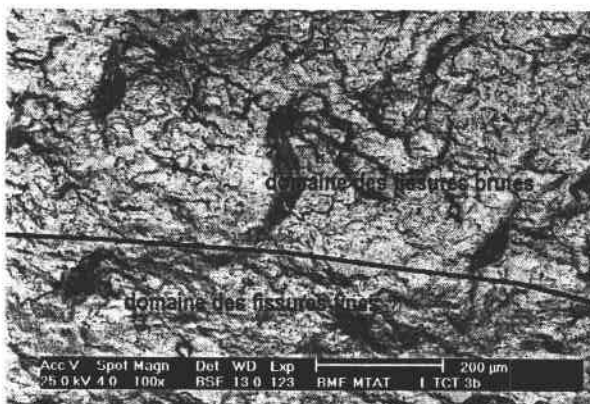


Figure 3.73 Changement de l'affinement des fissures dans la zone de rupture finale (éprouvette lisse).

Les images suivantes appartiennent aux éprouvettes entaillées de rayon d'entaille $\rho = 0,4\text{mm}$. La Figure 3.74 représente une propagation bien connue des fissures avec des stries accentuées. La Figure 3.75 représente une partie de la zone de rupture ductile finale, caractérisée par les cupules sphériques. Au centre, on remarque une surface limite perlite – ferrite.

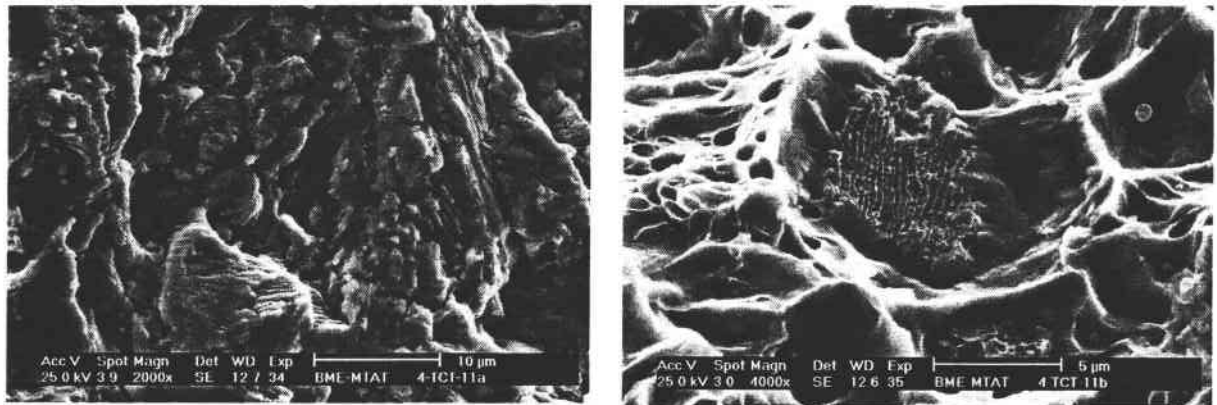
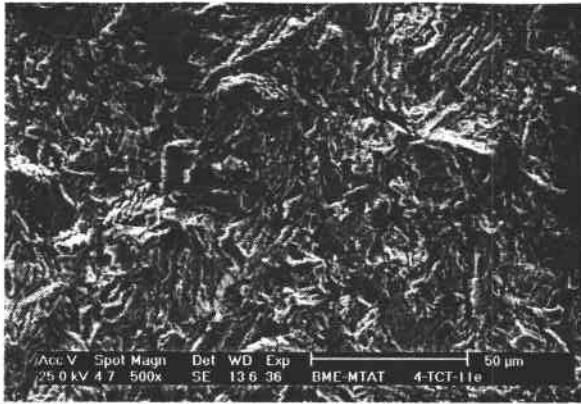


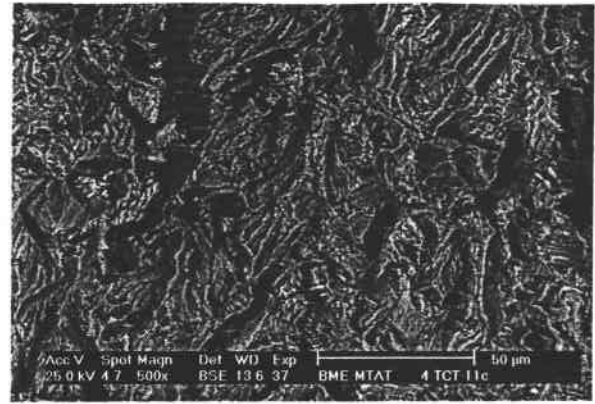
Figure 3.74 Nature de la propagation de fissures avec des stries accentuées. ($\rho=0,4\text{mm}$). **Figure 3.75** Cupules sphériques caractérisant la zone de la rupture ductile finale ($\rho=0,4\text{mm}$).

Les Figures 3.76, a, b, c et d, présentent la même zone. La différence entre les images (a) et (b) est que la première est de type SE et la deuxième de type BSE. Les images (c) et (d) de cette figure sont des grossissements des images précédentes et montrent une propagation intergranulaire locale des fissures.

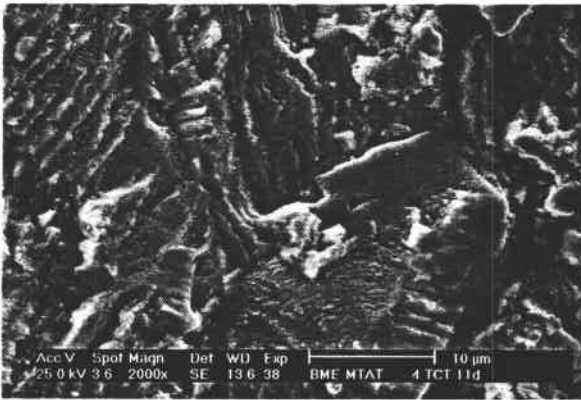
La Figure 3.77 montre un grain ferritique, dont le contour est fissuré. Une belle strie ("track-line"), présentée dans l'image de la Figure 3.78, se trouve dans la zone extérieure de l'éprouvette.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3.76 Propagation intergranulaire locale des fissures.

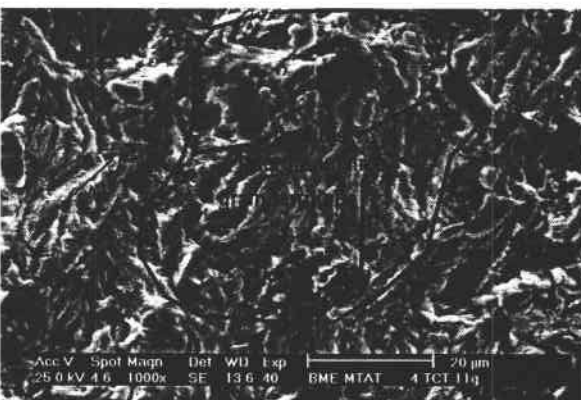


Figure 3.77 Fissuration du contour d'un grain ferritique.

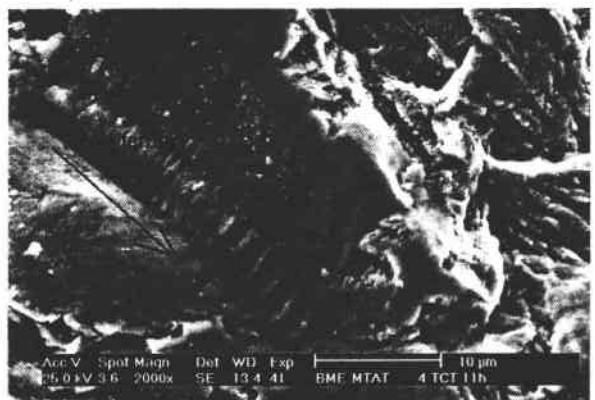


Figure 3.78 Une strie de la zone extérieure de l'éprouvette.

Les images suivantes correspondent à l'éprouvette entaillée de rayon d'entaille $\rho = 0,2\text{mm}$. Dans ce cas là, la fissuration en profondeur est plus significative et plus importante brute que celle d'une éprouvette de rayon $\rho = 0,4\text{mm}$. Ce fait est appuyé par les Figures 3.79 et 3.80. On note que le nombre de sites d'amorçage est plus élevé.

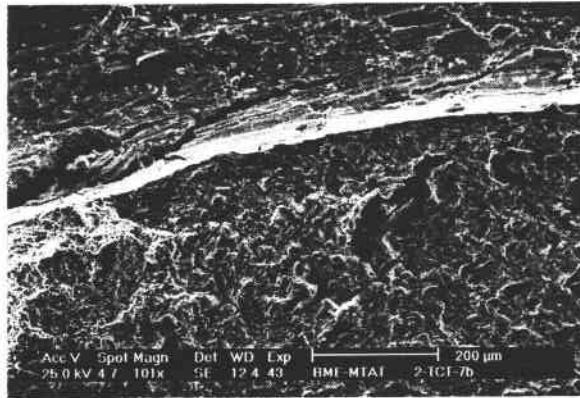


Figure 3.79 Fissuration de la surface au voisinage du fond d'entaille. ($\rho = 0,2\text{mm}$)

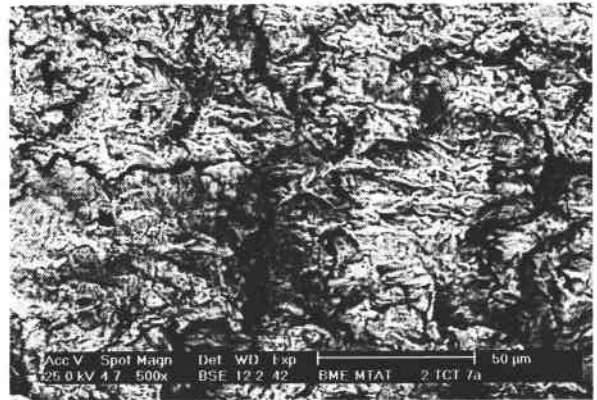


Figure 3.80 Fissuration en profondeur du matériau. ($\rho = 0,2\text{mm}$)

4. MODELISATION DE PREVISION DE DUREE DE VIE EN FATIGE

4.1. SIMULATION PAR LA METHODE D'ELEMENTS FINITS

4.1.1. PRESENTATION DU CODE DE CALCUL CASTEM2000

CASTEM2000 est un code de calcul qui permet l'analyse de structures par la méthode des éléments finis (E.F.). A l'origine, ce code a été développé par le Département de Mécanique et de Technologie (DMT) du Commissariat français à l'Energie Atomique (CEA). Il est un instrument de haut niveau, pouvant servir de support valable pour la conception, le dimensionnement et l'analyse des structures et des composants. Dans cette optique, CASTEM2000 présente un système complet, intégrant non seulement les fonctions de calcul proprement dites, mais également des fonctions de construction du modèle (pré - processeur) et de traitement de résultats (post - processeur). CASTEM2000 permet de traiter des problèmes d'élasticité linéaire dans les domaines statiques et dynamiques (extraction des valeurs propres), des problèmes thermiques, des problèmes non - linéaires etc....

Le langage utilisé pour définir les instructions fonctionnelles de traitement est un langage de haut niveau GIBIANE, permettant, en particulier, un échange aisé d'informations entre l'utilisateur et le programme.

L'organisation du processus de calcul par la méthode des éléments finis peut, se scinder en 3 phases successives, chacune d'entre elles pouvant, à son tour être subdivisée en une série de processus élémentaires. Les différentes phases peuvent être décrites comme suit :

Phase 1. Définition du modèle mathématique

- discrétisation géométrique du domaine étudié ;
- définition des données caractérisant le modèle, parmi lesquelles figurent :
le type d'analyse (déformations ou contraintes planes, axisymétrie, etc. ...),
le type d'éléments (poutres, coques, etc. ...), les propriétés du matériau, les caractéristiques géométriques qui ne peuvent être déduites des maillages et des conditions aux limites;

Phase 2. Résolution du problème discrétisé

- calcul des matrices de rigidité et de masse de chaque élément fini
- assemblage des matrices de rigidité et de masse de la structure complète

- application des chargements externes
- application des conditions aux limites
- résolution du système d'équations linéaires d'équilibre.

Phase 3. Analyse et post - traitement des résultats

Les résultats peuvent être, soit des quantités locales comme les déplacements, les contraintes, les déformations, soit des quantités globales, telles que l'énergie de déformation ou encore la déformation maximale.

Les programmes de calcul sont rigoureusement structurés selon cette logique, chaque phase étant associée à un module déterminé du code :

1. un pré - processeur pour la définition du modèle complet, qui transmet les données au programme de calcul proprement dit, dès que ces dernières sont élaborées ;
2. le programme de calcul qui, dès que la sélection d'une procédure de résolution est donnée, envoie une série de processus que l'utilisateur est contraint d'utiliser en " boîte noire " ;
3. un post - processeur qui, dès qu'il a reçu les résultats de ces processus, procède aux traitements nécessaires.

4.1.2. MODELISATION DE L'ÉPROUVETTE ENTAILLÉE EN FLEXION ROTATIVE

La modélisation de l'éprouvette entaillée soumise au chargement de flexion rotative a été réalisée suivant les options :

1. Modélisation géométrique tridimensionnelle présentée dans la figure 4.1a.
2. Type d'élément : cubique à 8 nœud (cub8).
3. Loi de comportement élasto - plastique isotrope, introduite dans le programme, est identique à celle obtenue par l'essai de traction simple quasi-statique.
4. Les conditions limites : encastrement selon X, Y et Z à l'extrémité du modèle géométrique de l'éprouvette.

5. Le chargement : On applique deux forces décalées sur le plan Y-Z (Figure 4.1a), afin d'obtenir un moment équivalent au moment expérimental de la flexion rotative.

4.1.3. MODELISATION DE L'ÉPROUVETTE ENTAILLÉE EN TRACTION – COMPRESSION CYCLIQUE

La modélisation de l'éprouvette entaillée soumise au chargement de traction – compression cyclique a été réalisée suivant les options :

1. Modélisation géométrique tridimensionnelle présentée dans la figure 4.1b.
2. Type d'élément : cubique à 8 nœud (cub8).
3. Loi de comportement élasto - plastique isotrope, introduite dans le programme, est identique à celle obtenue par l'essai de traction simple quasi-statique.
4. Les conditions limites : encastrement selon X, Y et Z à l'extrémité du modèle géométrique de l'éprouvette.
5. Le chargement : On applique une force sous forme de pression négative sur la surface frontale du modèle (Figure 4.1b), afin d'obtenir une force équivalente à la force expérimentale de traction.

4.1.4. MODELISATION DE L'ÉPROUVETTE ENTAILLÉE EN TORSION SIMPLE

La modélisation de l'éprouvette entaillée soumise au chargement de torsion simple a été réalisée suivant les options :

1. Modélisation géométrique tridimensionnelle présentée dans la figure 4.1c.
2. Type d'élément : cubique à 8 nœud (cub8).
3. Loi de comportement élasto - plastique isotrope, introduite dans le programme, est identique à celle obtenue par l'essai de traction simple quasi-statique.
4. Les conditions limites - encastrement selon X, Y et Z à l'extrémité du modèle géométrique de l'éprouvette.
5. Le chargement - On applique deux forces parallèles au plan Y-Z (Figure 4.1c) qui forme un moment de torsion simple sur l'axe X, qui est, en même temps l'axe de symétrie de l'éprouvette, afin d'obtenir un moment équivalent au moment expérimental de flexion rotative.

4.1.5. MODELISATION DE L'ÉPROUVETTE ENTAILLEE EN CHARGEMENT BIAXIALE

La modélisation de l'éprouvette entaillée soumise au chargement combiné de traction – compression – torsion cyclique a été réalisée suivant les options :

1. Modélisation géométrique tridimensionnelle présentée dans la figure 4.1d.
2. Type d'élément cubique à 8 nœud (cub8).
3. Loi de comportement élasto - plastique isotrope introduite dans le programme identique à celle obtenue par les essais.
4. Les conditions limites : encastrement selon X, Y et Z à l'extrémité du modèle géométrique de l'éprouvette.
5. Le chargement : on applique deux forces parallèles au plan Y-Z afin d'obtenir un moment équivalent au moment expérimental de flexion rotative et à la fois une force sous forme de pression négative sur la surface frontale du modèle afin d'obtenir une force équivalente à la force expérimentale de traction. (Figure 4.1d).

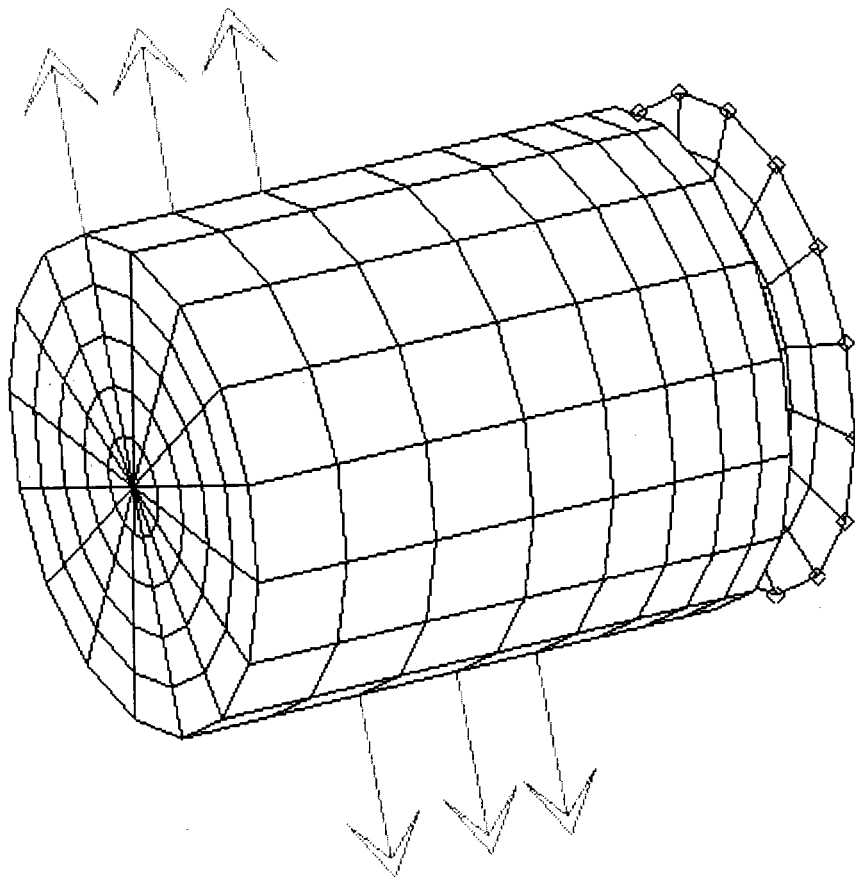


Figure 4.1a Simulation par éléments finis de la géométrie, des forces extérieures et des conditions limites de l'éprouvette entaillée soumise à la flexion rotative

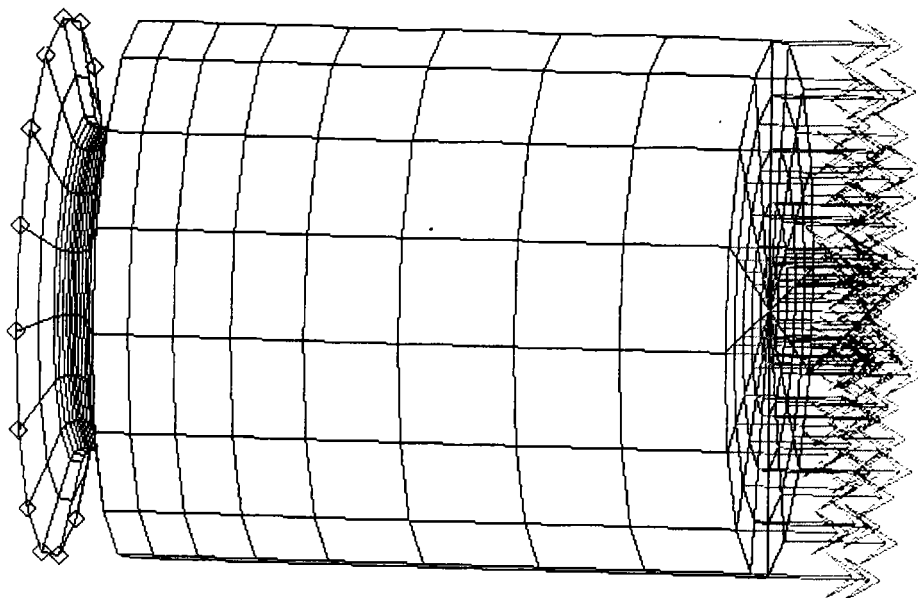


Figure 4.1b Simulation par éléments finis de la géométrie, des forces extérieures et des conditions limites de l'éprouvette entaillée soumise à la traction – compression

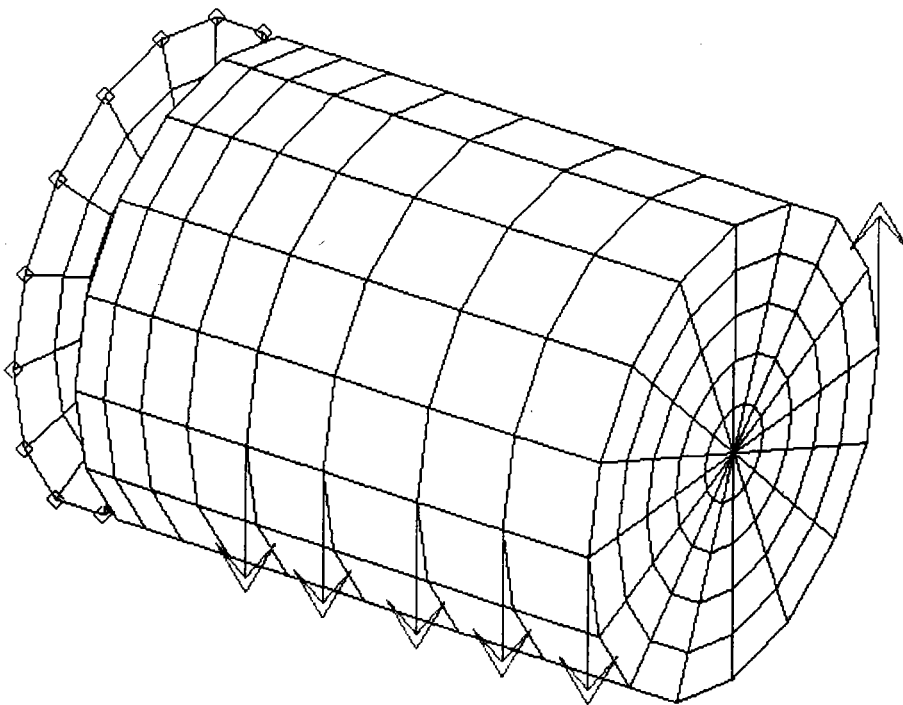


Figure 4.1c Simulation par éléments finis de la géométrie, des forces extérieures et des conditions limites de l'éprouvette entaillée soumise à la torsion simple

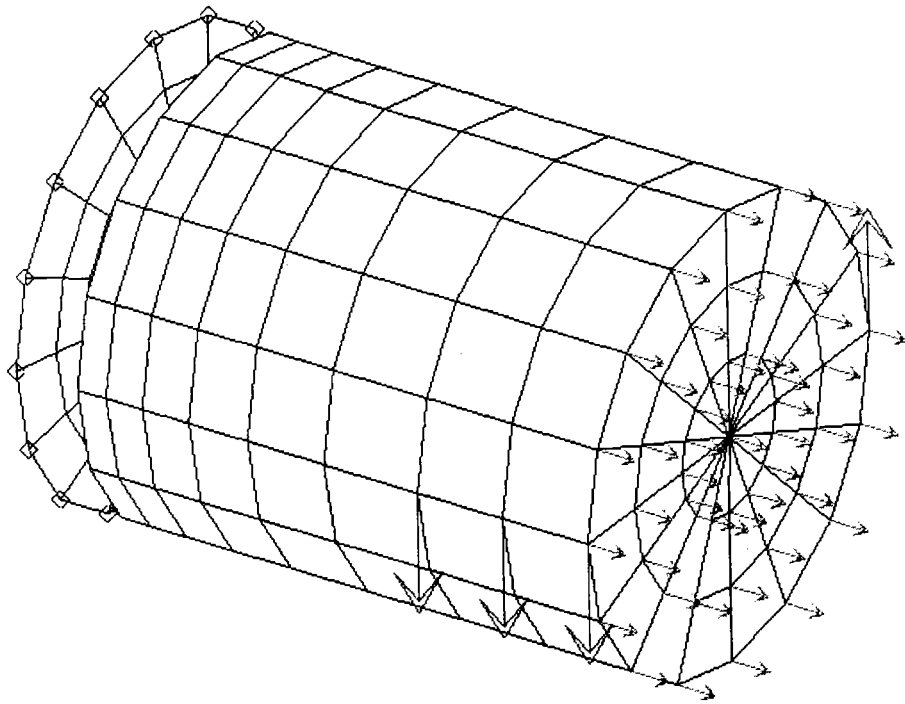


Figure 4.1d Simulation par éléments finis de la géométrie, des forces extérieures et des conditions limites de l'éprouvette entaillée soumise au chargement combiné traction – compression – torsion

4.2. ANALYSE DE LA DISTRIBUTION DE CONTRAINTE AU FOND D'ENTAILLE

Si on analyse la distribution des contrainte par un calcul par élément fini, on peut remarquer que, selon l'approche utilisée (élastique ou élasto – plastique), on obtient différentes distributions de contrainte. Ce fait est illustré par la Figure 4.2. On remarque que la distribution de contrainte par un calcul élastique est caractérisée par une contrainte maximale en fond d'entaille [1-16]. Cette distribution correspond aux approches traditionnelles du point chaud et de la contrainte moyenne décrit au première chapitre.

Mais en réalité, si on caractérise mieux le comportement du matériau en fatigue, il faut tenir compte de ses caractéristique non linéaires. En utilisant un calcul non linéaire, on constate que la distribution de contrainte obtenue n'est pas caractérisée par une singularité, mais d'une relaxation de contrainte en fond d'entaille due au comportement non linéaire du matériau [61,62,70]. Ceci explique le fait que le facteur de concentration de contrainte en fatigue est généralement, inférieur au coefficient élastique de concentration de contrainte, $k_f \leq k_t$.

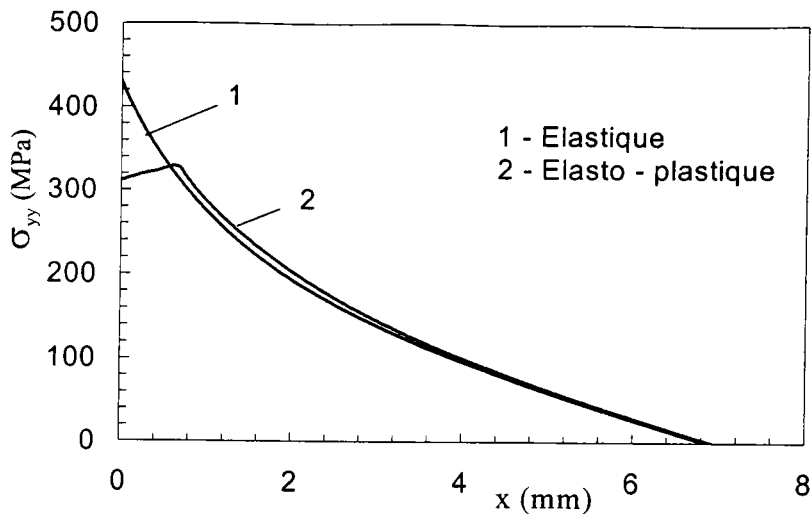


Figure 4.2 Comparaison entre la distribution de contrainte σ_{yy} en fonction de la distance x , obtenue par : (1) un calcul élastique (2) un calcul élasto - plastique

Le modèle de prévision de la durée de vie qu'on va présenter dans les prochains paragraphes, est entièrement basé sur ce type de distribution.

4.2.1. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE SOUS CHARGEMENT DE FLEXION ROTATIVE

A partir d'un calcul tridimensionnel élasto - plastique par la méthode d'éléments finis, on détermine la distribution de la contrainte en fonction de la distance du fond d'entaille, qui correspond à ce mode de chargement. Cette distribution est présentée dans la Figure 4.3. Dans cette figure, la contrainte normale et la distance du fond d'entaille sont exprimées en coordonnées logarithmiques. La courbe de la distribution de contrainte est obtenue en traitant les résultats des calculs numériques de type élasto - plastique pas à pas.

Une telle analyse de la distribution de contrainte, en échelle bi-logarithmique, a été introduite par Pluvinaige [20,22,27] sur une distribution élastique de la contrainte. Cette analyse a été également étendue sur une distribution élasto - plastique [23,25,28,29,79-81].

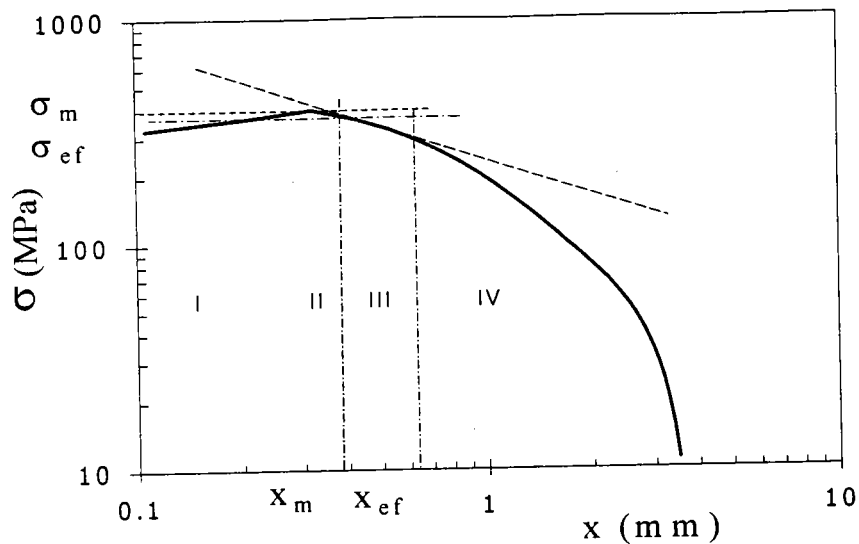


Figure 4.3 Diagramme bi - logarithmique de la distribution élasto - plastique en fonction de la distance du fond d'entaille

Dans cette figure, la distribution élasto - plastique de la contrainte près du fond d'entaille, représente un maximum suivi d'une décroissance. Cette distribution peut se diviser en quatre zones [81] :

La première zone contient le maximum de la distribution élasto - plastique de la contrainte

La deuxième zone est intermédiaire entre la première et la troisième partie du diagramme

La troisième zone où on considère la distribution de la contrainte comme une fonction puissance de la distance

$$\sigma_{yy} = \frac{C}{x^\alpha} \quad (4.1)$$

où α et C sont des fonctions constants.

La quatrième zone, les contraintes sont faibles et n'influencent pas la rupture par fatigue.

Le début de la troisième zone, c'est à dire, le point le plus proche du maximum de la courbe bi-logarithmique correspondant à la distance effective x_{ef} , est supposée comme étant la limite de la zone d'élaboration du processus de fatigue [25,29]. La contrainte qui correspond à cette

distance s'appelle la contrainte effective et est supposée avoir un rôle prépondérant dans les mécanismes de fatigue.

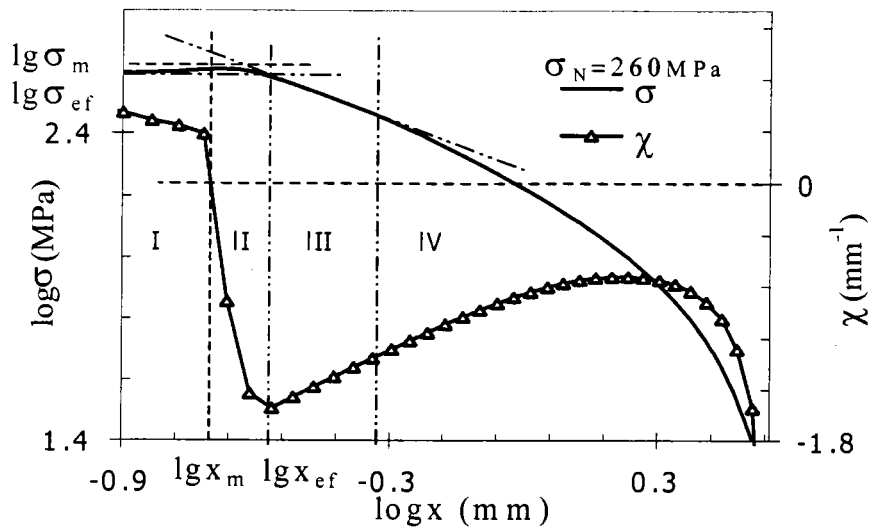


Figure 4.4 Représentation du logarithme de la contrainte élasto - plastique et du gradient relatif de contrainte en fonction du logarithme de la distance du fond d'entaille, dans le cas du chargement de flexion rotative

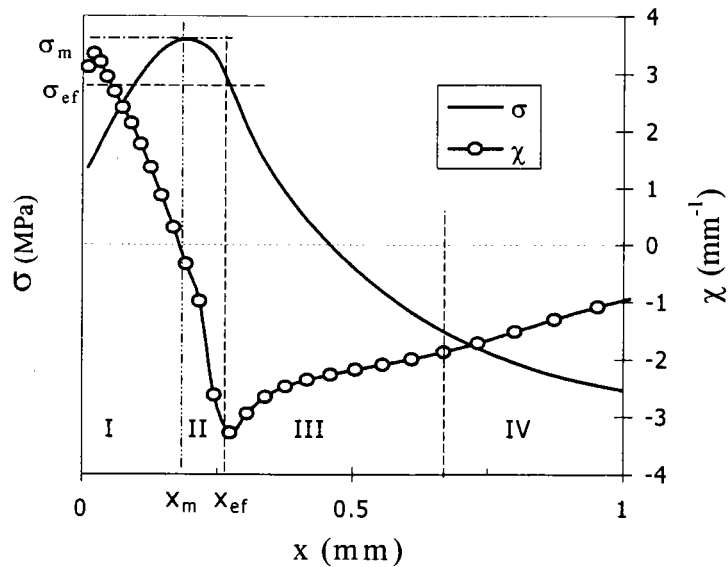


Figure 4.5 Représentation de la distribution de la contrainte élasto - plastique et du gradient relatif vers la distance du fond d'entaille, en coordonnées normale, dans le cas du chargement de flexion rotative

4.2.2. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE SOUS CHARGEMENT DE TRACTION-COMPRESSION

La distribution de contrainte en traction – compression est très similaire à la distribution de contrainte en flexion (Figures 4.6 et 4.7). La seule différence consiste en des valeurs moins élevées du gradient relatif de contrainte. Ceci est due à une distribution différente de la contrainte nominale, du mode de chargement et au fait que la contrainte de traction n'est pas nulle sur la longueur du ligament.

Comme dans le cas du chargement en flexion rotative, on remarque aussi quatre zones :

La première zone contient le maximum de la distribution élasto - plastique de la contrainte de cisaillement

La deuxième zone est intermédiaire entre la première et la troisième partie du diagramme

La troisième zone dans laquelle on considère la distribution de la contrainte comme une fonction puissance de la distance du fond d'entaille.

La quatrième zone dans laquelle les contraintes ne sont pas élevées et n'influencent pas la rupture par fatigue.

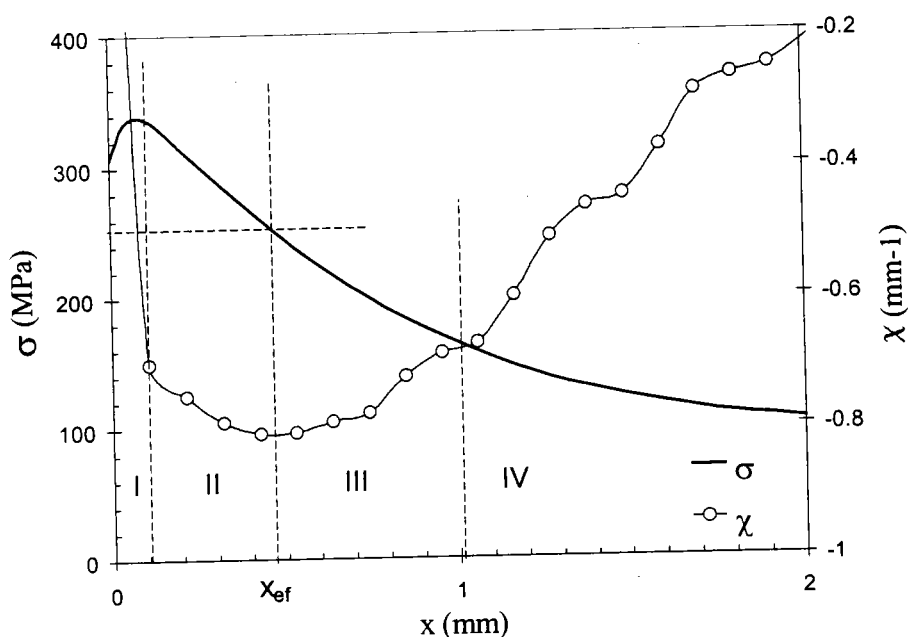


Figure 4.6 Distribution de la contrainte d'ouverture et du gradient relatif de contrainte en fonction de la distance du fond d'entaille dans le cas de chargement de traction simple

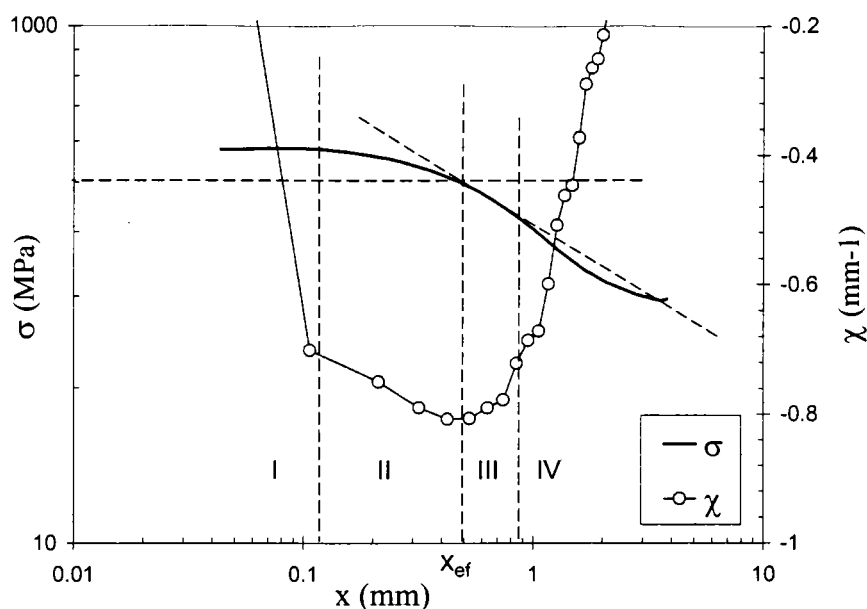


Figure 4.7 Distribution du logarithme de la contrainte de l'ouverture en traction et du gradient relatif de contrainte en fonction du logarithme de la distance du fond d'entaille, dans le cas de chargement de traction simple

4.2.3. DISTRIBUTION DE CONTRAINTE EN TORSION SIMPLE

La distribution de contrainte en torsion simple n'est pas tout à fait similaire à la distribution de contrainte en flexion rotative et en traction – compression. La distribution de la contrainte de cisaillement est présentée dans les Figures 4.8 et 4.9, respectivement en coordonnées logarithmiques et normales.

On peut normalement partager d'une façon très analogue, la région au voisinage du fond d'entaille en quatre zones. Dans la première zone on ne constate aucune pas la croissance de la contrainte jusqu'à une valeur maximale ; la valeur de contrainte reste presque constante et ensuite décroît de la même façon que dans le cas de la flexion rotative. Pour cette raison la deuxième et la troisième zone ont la même évolution du gradient relatif de contrainte. On peut, donc, définir de façon similaire aux cas précédents la répartition des différentes zones chargées.

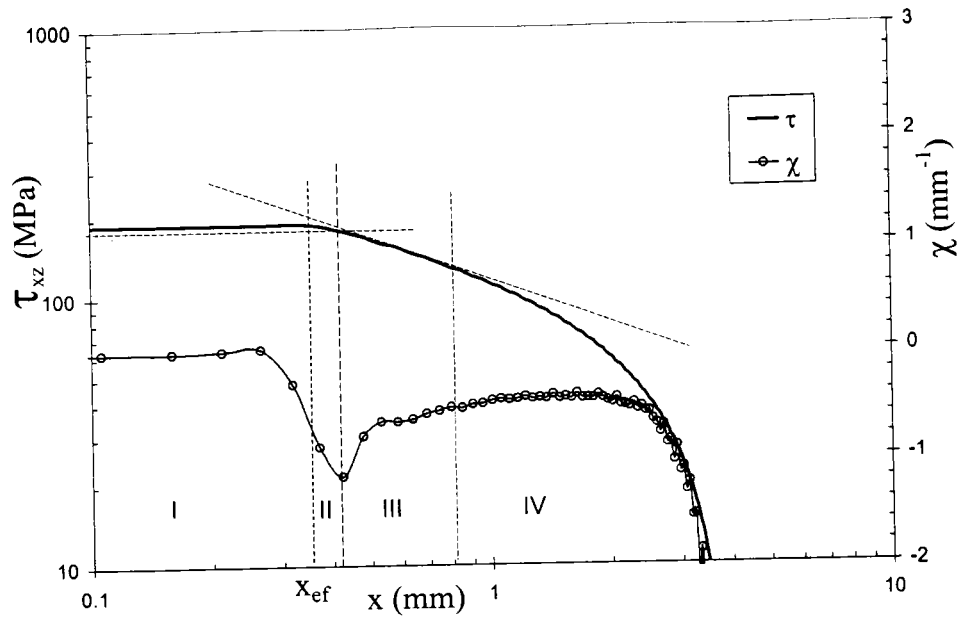


Figure 4.8 La distribution du logarithme de la contrainte de cisaillement et du gradient relatif de contrainte en fonction du logarithme de la distance du fond d'entaille, dans le cas de torsion simple

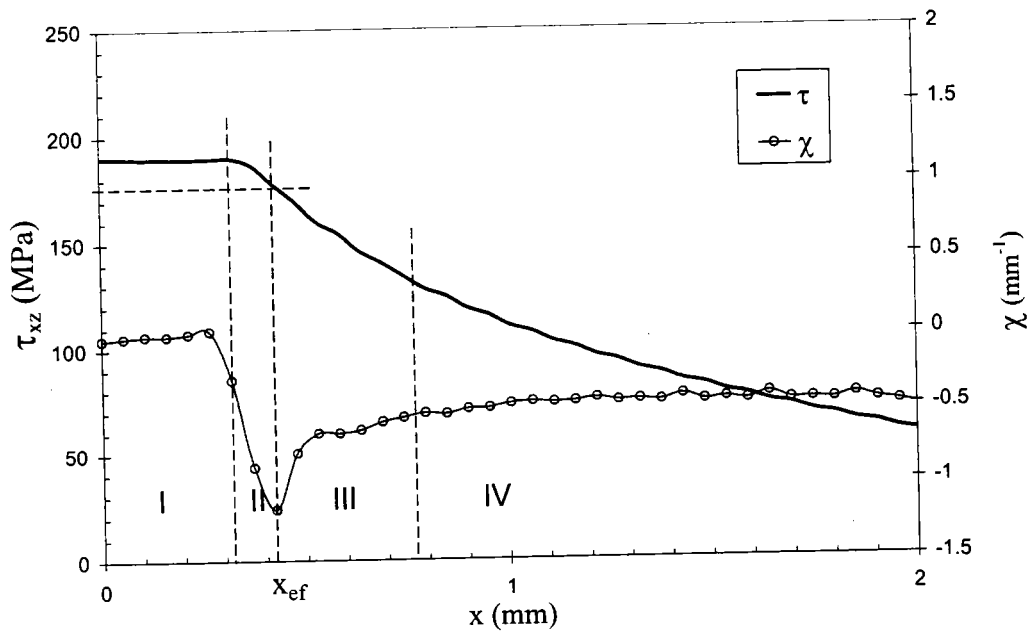


Figure 4.9 La distribution de la contrainte de cisaillement et du gradient relatif de contrainte en fonction de la distance du fond d'entaille dans le cas du chargement en torsion simple

4.3. MODELISATION DE LA DUREE DE VIE

4.3.1. EXPRESSION DU COEFFICIENT DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE EN FATIGUE k_f

A partir du modèle de l'intensité du champ de contrainte de Weixing [17-19] et de la méthode volumétrique [20-29], décrites dans le premier chapitre, des améliorations ont été proposées afin de mieux tenir compte du rôle de la distribution réelle élasto - plastique de la contrainte du gradient relatif de la contrainte correspondant à cette distribution de contrainte. Afin de tenir compte de la région endommagée dans le mécanisme de la rupture par fatigue on traduit le rôle de ses dimensions par l'intermédiaire d'autres paramètres.

Il est admis l'existence d'une petite zone d'endommagement dans le processus de rupture par fatigue, dont la taille est définie par la distance effective décrite précédemment. Cette zone est identifiée de plus en plus facilement au fur et à mesure que le maillage s'affine, dans le cas d'un calcul numérique avec une procédure élasto - plastique pas-à-pas. La plastification dans cette zone provoque une relaxation de la contrainte au voisinage du fond d'entaille, dont la limite est la distance effective.

La formulation mathématique du facteur de concentration de contrainte en fatigue sous chargement de traction - compression et flexion rotative s'écrit :

$$k_f = \frac{1}{\ell} \int_L f(\hat{\sigma}) \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_L \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_N} \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef} \sigma_N} \int_0^{x_{ef}} \sigma_{yy} (1 - \chi x) dx \quad (4.2a)$$

et sous chargement de torsion simple :

$$k_f = \frac{1}{\ell} \int_L f(\hat{\tau}) \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_L \frac{\tau_{yz}}{\tau_N} \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef} \tau_N} \int_0^{x_{ef}} \tau_{yz} (1 - \chi x) dx \quad (4.2b)$$

où x_{ef} est la distance effective, $f(\hat{\sigma}_{yy}) = \sigma_{yy}/\sigma_N$ ou $f(\hat{\tau}) = \tau_{yz}/\tau_N$ est la fonction équivalente du champ de contrainte, et, $\varphi(x) = 1 - \chi \cdot x$ est la fonction poids. Des détails concernant tous les variables de cette formule, sont présentés dans les paragraphes suivants.

4.3.2. FONCTION DU GRADIENT RELATIF DE CONTRAINTE

Comme mentionné ci-dessus, la définition du gradient relative de contrainte à un point x , est le rapport de sa dérivée avec la valeur de la contrainte sur ce point.

$$\chi = \frac{1}{\sigma(x)} \cdot \frac{d\sigma(x)}{dx} \quad (4.3)$$

où $\sigma = \sigma(x) = \sigma_{yy}(x)$.

Cette approche diffère de celles décrites dans la bibliographie [2,3,4,13-15,64], utilisant le gradient relatif de contrainte juste en fond d'entaille, où (à cause de leur approche complètement élastique) le gradient relatif de contrainte χ est considéré comme la limite de cette fonction au fond d'entaille, c'est à dire, pour $x=0$. En conséquence, χ prend une valeur constante. Dans notre approche, le gradient relatif de contrainte est fonction de la distance du fond d'entaille. On émis l'hypothèse comme Brand, Siebel et Stieler, etc., que le gradient relatif influe sur le processus de fatigue.

Il prend une valeur minimale dans à la distance $x = x_{ef}$ du fond d'entaille. Ce fait peut être démontré mathématiquement. Pour cela, il est nécessaire d'étudier l'évolution de la fonction $\chi(x)$ par le biais de sa dérivée :

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{\sigma''}{\sigma} - \left(\frac{\sigma'}{\sigma} \right)^2 = \frac{\sigma''}{\sigma} - \chi^2 \quad (4.4)$$

La fonction $\sigma = \sigma(x)$ a un point d'inflexion pour $x = x_{ef}$ (voir Figures 4.4 – 4.9). Pour $x \leq x_{ef}$ très proche de x_{ef} la distribution de la contrainte est représentée par une courbe convexe et pour $x \geq x_{ef}$ très proche de x_{ef} par une courbe concave, dont l'équation est $\sigma = C/x^\alpha$. Cela veut dire que pour $x \leq x_{ef}$, proche de x_{ef} , la deuxième dérivée de la fonction de la distribution de contrainte $d^2\sigma/dx^2$ est toujours négative et, pour $x \geq x_{ef}$, proche de x_{ef} , elle prend une valeur positive. Par conséquent, $d\chi/dx$ est toujours négatif pour $x \leq x_{ef}$ proche de x_{ef} . Pour $x \geq x_{ef}$ proche de x_{ef} , l'expression de la distribution de la contrainte dans la troisième zone $\sigma = C/x^\alpha$ peut être utilisée. On remplace σ' et σ'' par $\sigma' = C\alpha/x^{\alpha+1}$ et $\sigma'' = C\alpha(\alpha+1)/x^{\alpha+2}$ respectivement. Alors on obtient l'expression suivante :

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{\alpha}{x^2} \geq 0 \quad (4.5)$$

qui est toujours positive, puisque α est toujours positif. La valeur du gradient relatif de contrainte correspondant à ce point de valeur minimale pour $x=x_{ef}$, est appelée le gradient relatif effectif de contrainte.

Puisque la première dérivée de χ est négative pour $x \leq x_{ef}$, dans la deuxième zone de la distribution de la contrainte définie ci-dessus, le gradient relatif de la contrainte est une fonction décroissante d'une manière monotone. Dans la troisième zone, puisque sa dérivée est positive pour $x \geq x_{ef}$, le gradient relatif de contrainte représente une fonction croissante. Au point (x_{ef}, χ_{ef}) , le gradient relatif de contrainte prend sa valeur minimale.

Le même raisonnement aura lieu si au lieu de la contrainte d'ouverture en traction-compression ou de flexion rotative, on considère la contrainte de cisaillement.

4.3.3. NOUVELLE FONCTION POIDS

La fonction poids $\varphi(x)=1-\chi(x) \cdot x$ évolue en même temps que le gradient relatif de contrainte. On admet que la fonction poids est :

- égale à l'unité au fond d'entaille, où l'amplitude de la contrainte joue tout son rôle, ($x=0 \Rightarrow \varphi(x)=1$).
- égale à l'unité à la distance x_m . L'influence décroissante de la distance est compensée par l'incrément de la contrainte ($\sigma'=0 \Rightarrow \varphi(x)=1$).

Comme présenté dans la Figure 4.10, entre ces deux limites, la fonction poids est inférieure à l'unité, $\varphi(x) \leq 1$, parce que le gradient de contrainte est positif entre les points $x=0$ et $x=x_m$, qui correspondent respectivement au fond d'entaille et à la contrainte maximale. Au delà de la contrainte maximale, cette fonction a une croissance monotone, puisque $\chi < 0$ dans l'intervalle $[x_m, x_{ef}]$. Cette méthode pondère la contrainte effective σ_{ef} , supposée avoir le rôle principal dans la durée de vie en fatigue.

Pour le cas de la torsion simple, on utilise le même raisonnement, sauf dans l'intervalle $[x_m, x_{ef}]$ où la fonction poids, dans ce cas là, est presque constante, selon la Figure 4.11.

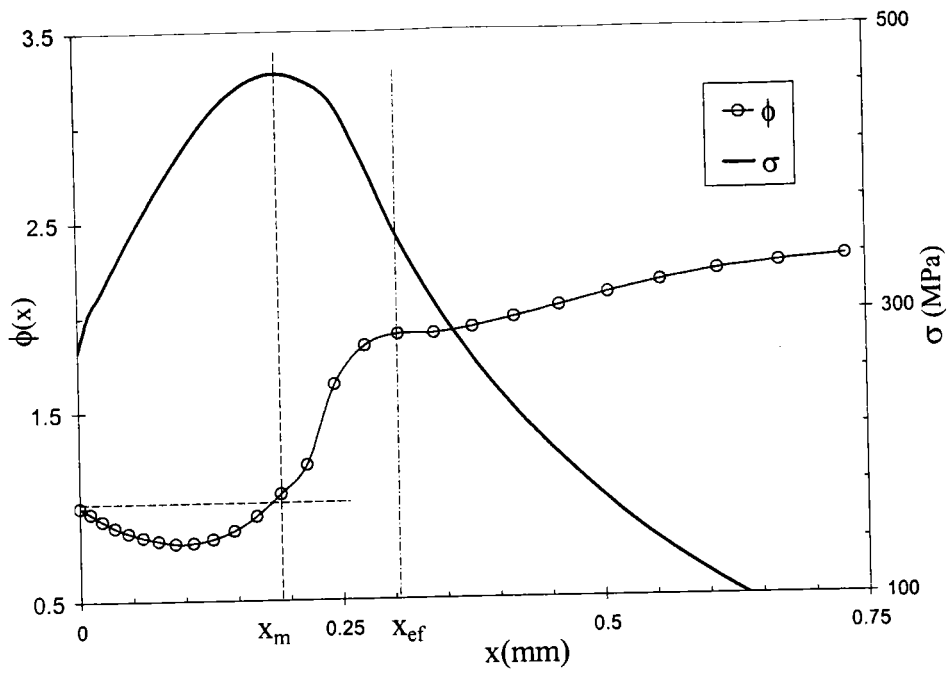


Figure 4.10 Evolution de la fonction poids et la distribution de la contrainte normale en fonction de la distance du fond d'entaille, dans le cas du chargement de flexion rotative

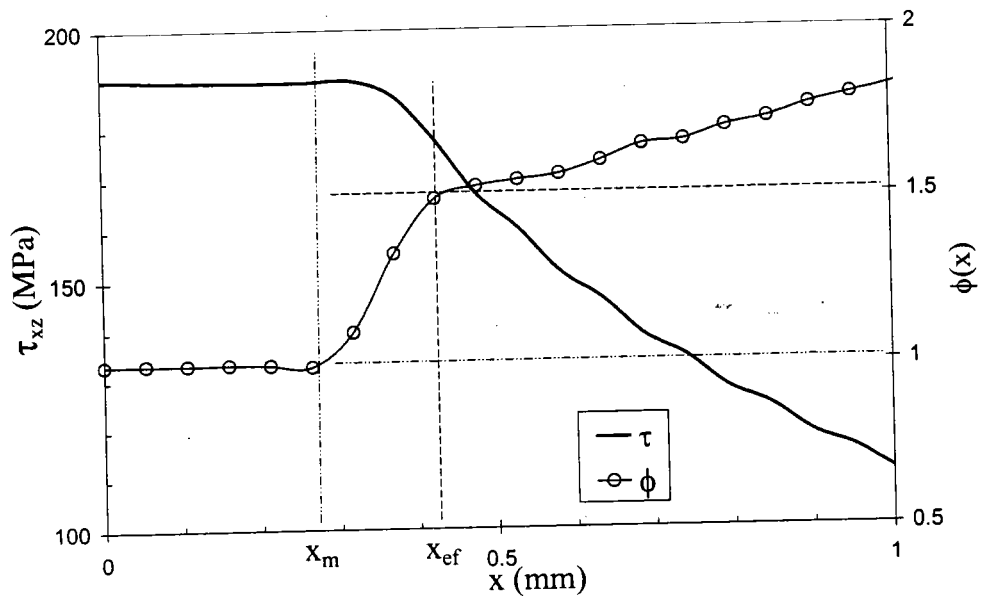


Figure 4.11 Evolution de la fonction poids et la distribution de la contrainte de cisaillement en fonction de la distance du fond d'entaille, dans le cas de torsion simple

Ce type de fonction poids satisfait la condition qui stipule que la formulation de k_f doit être applicable à la fois sur éprouvettes lisses et sur les éprouvettes entaillées. Le gradient relatif de la contrainte en traction-compression est égale à zéro, $\chi=0$. Pour ce type de chargement, la fonction poids est égale à l'unité, $\varphi(x)=1$, quelque soit la distance de la surface de l'éprouvette. On peut écrire :

$$k_f = \frac{1}{\sigma_N \ell} \int_L \sigma_y dx = 1 \quad (4.6)$$

Pour le cas d'une éprouvette lisse en flexion rotative, on peut écrire :

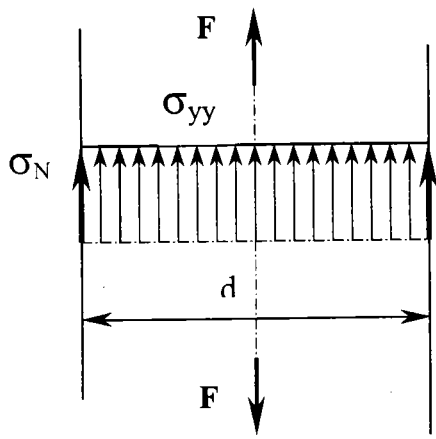
$$\begin{aligned} k_f &= \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\sigma_y}{\sigma_N} \left(1 + \frac{1}{\sigma_{yy}} \frac{d\sigma_{yy}}{dx} x \right) dx = \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_N} \left(1 + \frac{2}{\sigma_{yy}} \frac{\sigma_N}{d} x \right) dx = \\ &= \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\sigma_{yy}}{\sigma_N} dx + \frac{1}{\ell} \int_L \frac{2x}{d} dx = \frac{1}{\ell} \int_L \left(1 - \frac{2x}{d} \right) dx + \frac{1}{\ell} \int_L \frac{2x}{d} dx = 1 \end{aligned} \quad (4.7)$$

où l est la longueur de la zone d'endommagement L , et d le diamètre de l'éprouvette. La valeur de k_f dans les équations (4.6) et (4.7) est indépendante des limites d'intégration.

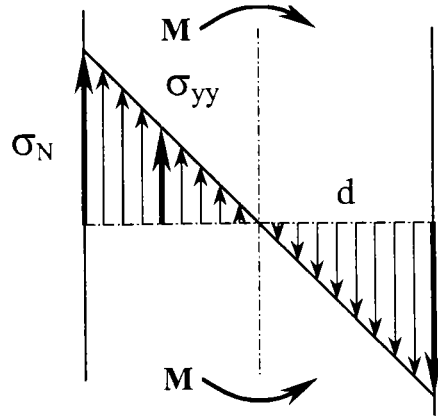
On peut écrire une expression analogue à celle correspondant au chargement de flexion rotative pour une éprouvette lisse en torsion simple :

$$\begin{aligned} k_f &= \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\tau_{yz}}{\tau_N} \left(1 + \frac{1}{\tau_{yz}} \frac{d\tau_{yz}}{dx} x \right) dx = \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\tau_{yz}}{\tau_N} \left(1 + \frac{2}{\tau_{yz}} \frac{\tau_N}{d} x \right) dx = \\ &= \frac{1}{\ell} \int_L \frac{\tau_{yz}}{\tau_N} dx + \frac{1}{\ell} \int_L \frac{2x}{d} dx = \frac{1}{\ell} \int_L \left(1 - \frac{2x}{d} \right) dx + \frac{1}{\ell} \int_L \frac{2x}{d} dx = 1 \end{aligned} \quad (4.8)$$

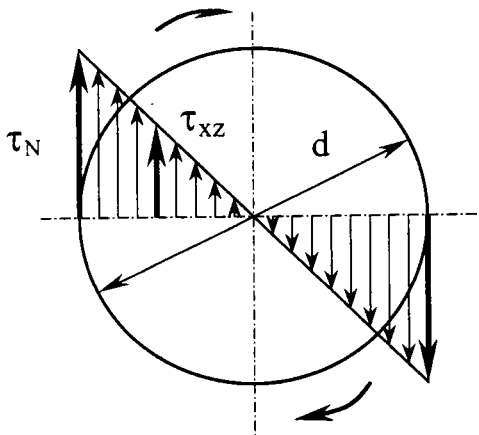
où τ_N est la contrainte nominale de torsion simple. Une illustration graphique des équations 4.6, 4.7 et 4.8 est présentée dans la Figure 4.12.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.12 Illustration graphique des équations 4.6, 4.7 et 4.8 :

- a) traction – compression
- b) flexion rotative
- c) torsion simple

4.3.4. DETERMINATION DE k_f ET DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE

A partir des équations (4.2a) et (4.2b), pour une éprouvette d'essais donné, un type de chargement et une valeur de la contrainte nominale appliquée, σ_N ou τ_N , on détermine la valeur de k_f . Dans le cas de la traction - compression ou la flexion rotative l'équation de k_f s'écrit :

$$k_f = \frac{1}{x_{ef} \sigma_N} \int_0^{x_{ef}} \sigma_{yy} (1 - \xi x) dx \quad (4.8a)$$

Dans le cas de la torsion simple :

$$k_f = \frac{1}{x_{ef} \tau_N} \int_0^{x_{ef}} \tau_{xz} (1 - \frac{x}{x_{ef}}) dx \quad (4.8b)$$

On peut ainsi réduire la détermination de k_f à la détermination de la valeur de la fonction $k_f = f(x_{ef}, \sigma_N)$. Dans ce contexte, on peut tracer numériquement la courbe représentant cette fonction et déterminer la valeur de k_f correspondant à la distance effective. Ce formalisme mathématique est présenté dans la Figure 4.13 dans le cas d'un chargement de flexion rotative, et dans la Figure 4.14 dans le cas d'un chargement de torsion simple.

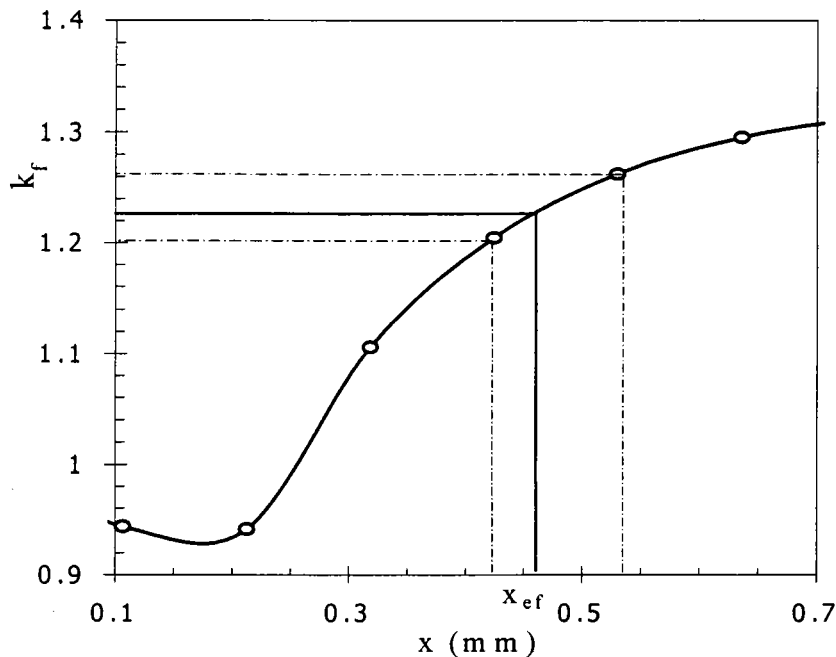


Figure 4.13 Détermination de k_f correspondant à la distance effective en flexion rotative

Cette procédure est répétée pour différentes valeurs de la contrainte nominale appliquée et on trouve pour chacune, la valeur correspondante du coefficient de concentration de contrainte en fatigue k_f , par le biais de la méthode décrite ci-dessus. Ensuite, pour chaque niveau de la contrainte appliquée σ_N (ou τ_N), on peut ainsi déterminer la durée de vie correspondante, connaissant la courbe de Wöhler de l'éprouvette lisse (la courbe de référence).

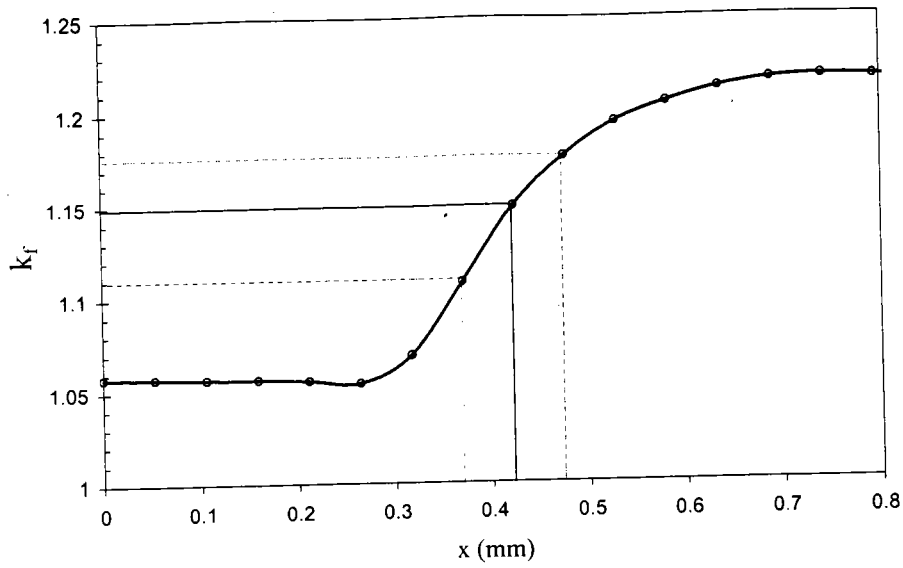


Figure 4.14 La détermination de k_f correspondant à la distance effective en torsion simple

A partir des Figures 4.13 et 4.14, on déduit que l'erreur de la détermination du coefficient k_f dépend aussi de la finesse du maillage, notamment de la distance entre les nœuds proches de la distance effective. Dans le cas des figures ci-dessus, l'erreur de détermination de k_f s'étend dans l'intervalle $[1,2 ; 1,25]$ pour le cas de flexion rotative et dans l'intervalle $[1,11 ; 1,17]$ pour le cas de la torsion.

La contrainte effective selon cette modèle est déterminée par les équations suivantes :

$$\sigma_{ef} = \frac{\sigma_N}{\ell} \int_L f(\hat{\sigma}) \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_L \sigma_{yy} \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_0^{x_{ef}} \sigma_{yy} (1 - \chi x) dx \quad (4.9a)$$

dans le cas des charges axiales et :

$$\tau_{ef} = \frac{\tau_N}{\ell} \int_L f(\hat{\tau}) \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_L \tau_{yz} \varphi(x) dx = \frac{1}{x_{ef}} \int_0^{x_{ef}} \tau_{yz} (1 - \chi x) dx \quad (4.9b)$$

dans le cas de torsion simple.

4.4. MODELISATION DE LA PREVISION DE LA DUREE DE VIE EN FATIGUE SOUS SOLLICITATION MULTIAXIALE

Dans le cas des sollicitations multiaxiales, le champ de contraintes est modifié à cause de la multiaxialité. Si on construit les cercles de Mohr (Figure 4.15) pour un élément chargé respectivement en traction simple, torsion simple et traction - torsion, on constate que, dans le cas de la torsion simple, les contraintes principales sont $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 = 0$ et $\sigma_3 = -\sigma_1$. En outre, la contrainte principale maximale est égale au cisaillement maximal, $\sigma_1 = \tau_{\max}$. Par conséquent, la pression hydrostatique, dans le cas de torsion simple, est nulle, c'est à dire, $p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$. Dans le cas de la traction simple, les contraintes principales sont $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ et le cisaillement maximal $\tau_{\max} = \sigma_1/2$. Dans le cas d'un chargement combiné traction - torsion, on a $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 < 0$ et $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$. La pression hydrostatique, en présence de la traction, est différente de zéro ($p \neq 0$).

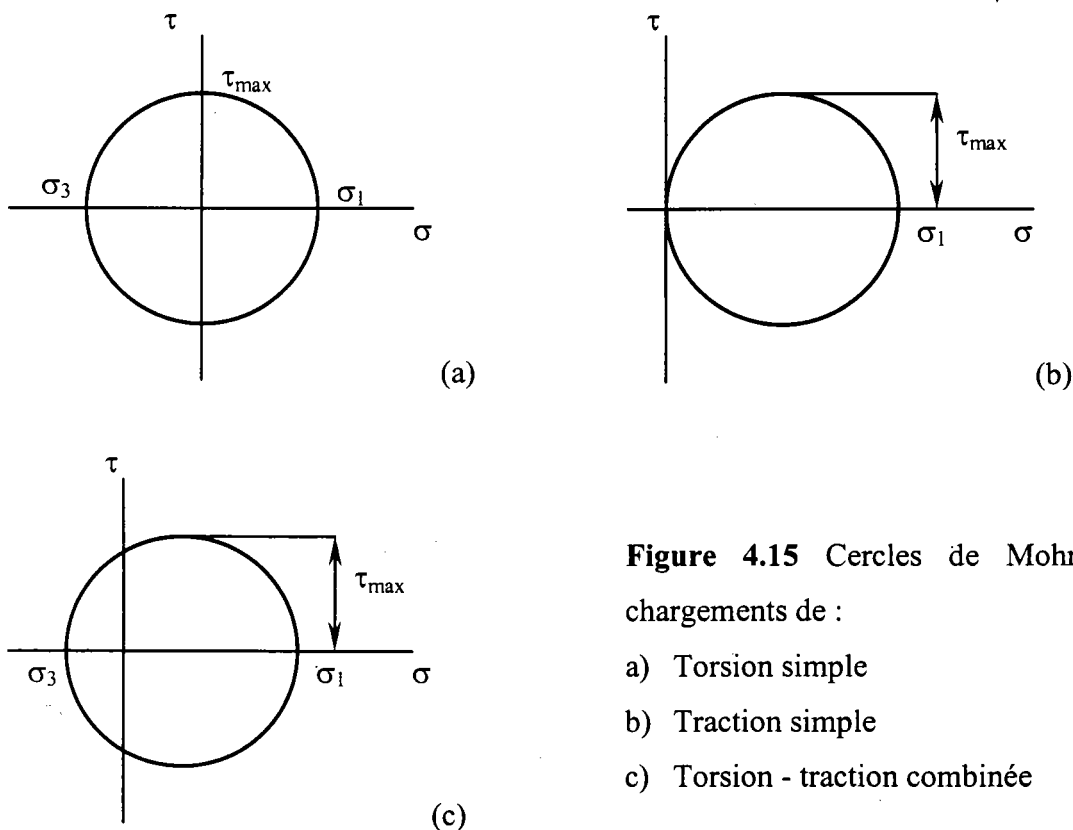


Figure 4.15 Cercles de Mohr pour les chargements de :

- a) Torsion simple
- b) Traction simple
- c) Torsion - traction combinée

Dans les éprouvettes réelles, le champ idéal des contraintes, calculé par les principes de la résistance des matériaux, est modifié. Les causes de cette modification sont :

- a) La présence, dans tous les types d'éprouvettes (lisse ou entaillée), de la surface libre et de la striction, même s'il n'est pas important. Près de la surface, le champ des contraintes des éléments, est plus proche à l'état de contrainte plane. A l'intérieur du matériau, ce champ correspond à l'état de déformation plane. Pour un haut niveau de contrainte, on observe des relaxations accentuées des contraintes, même dans les éprouvettes lisses.
- b) La présence des défauts ou des discontinuités géométriques, modifie encore plus le champ des contraintes dans le volume de la pièce.

Les considérations précédentes sont évidentes à partir des calculs par éléments finis, même dans le cas de la modélisation d'une éprouvette lisse. Ce fait se traduit par le gradient relatif de contrainte, qui, dans tous les cas, n'est pas constant.

En outre, on constate que, dans le cas de la traction ou traction - torsion combinée, le gradient de contrainte n'est pas le seul à être modifié, mais aussi les valeurs des contraintes principales dans chaque élément, notamment $\sigma_2 \neq 0$. Les valeurs de σ_1 , σ_3 et $\tau_{\max}$ changent aussi. Dans le cas de la torsion simple, le gradient de la distribution des contraintes est modifié, mais la forme de l'état des contraintes dans un élément infiniment petit, ne change pas. Par conséquent, on a $\sigma_1 > 0$, $\sigma_3 = -\sigma_1$, $\tau_{\max} = \sigma_1/2$ et $p = 0$. Le chargement de la torsion simple est le mode plus simple.

Dans la Figure 4.16, la distribution de la contrainte principale maximale σ_1 , de la pression hydrostatique p , du cisaillement maximal $\tau_{\max}$ et de son gradient relatif χ_t , en fonction du logarithme de la distance de la surface libre d'une éprouvette lisse en traction simple, sont présentés. Ces distributions sont obtenues à partir d'un calcul élasto - plastique d'une éprouvette lisse soumise au chargement de traction simple.

La Figure 4.17 donne la distribution de la contrainte principale maximale σ_1 , de la pression hydrostatique p , du cisaillement maximal $\tau_{\max}$ et de son gradient relatif χ_t , en fonction de la distance du fond d'entaille, d'une éprouvette entaillée, soumise au chargement combiné traction - torsion. Les mêmes distributions sont présentées dans la Figure 4.18, mais en échelle logarithmique.

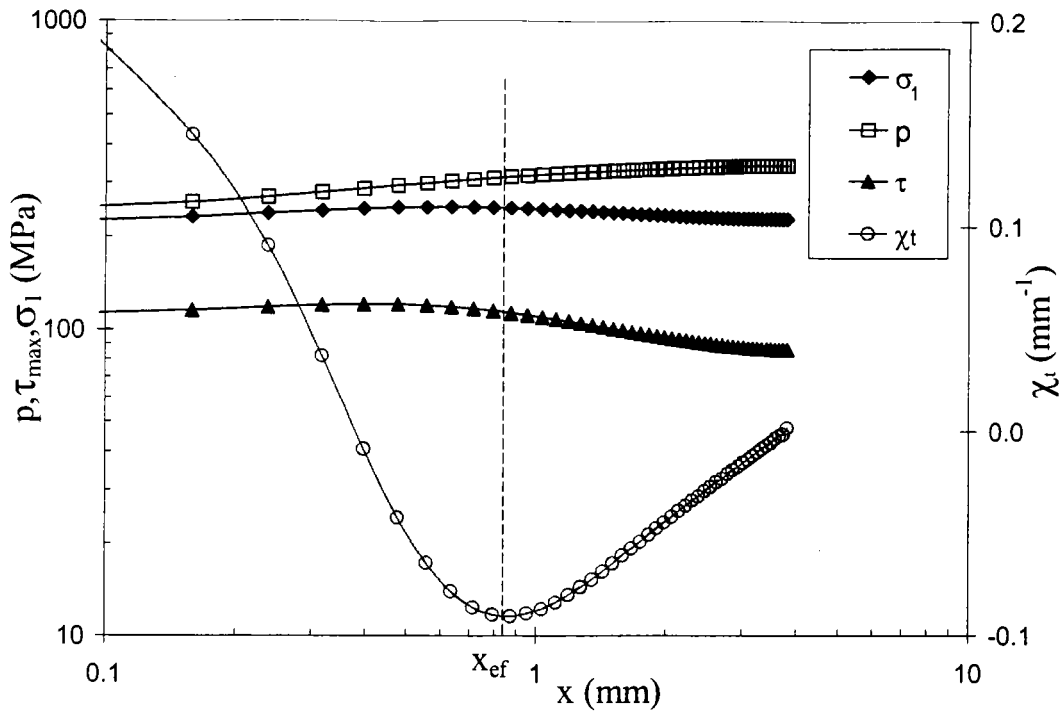


Figure 4.16 Distribution de la contrainte principale maximale σ_1 , de la pression hydrostatique p , du cisaillement maximal $\tau_{\max}$ et de son gradient relatif χ_t , en fonction du logarithme de la distance de la surface libre d'une éprouvette lisse en traction simple.

A partir des Figures 4.16, 4.17 et 4.18, et de l'analyse des résultats des calculs, on peut constater que :

- Dans le cas des éprouvettes lisses, il y a un certain gradient faible non constant. Dans le cas d'une éprouvette entaillée, le gradient de contrainte est fortement modifié.
- La zone de relaxation de contraintes est plus grande pour une éprouvette lisse et plus petite pour une entaille importante. Autrement dit, la rupture par fatigue nécessite un volume plus important d'élaboration du processus de fatigue pour un niveau moins élevé de concentration de contrainte.
- Quel que soit le mode de chargement, simple ou combiné et, quel que soit le type d'éprouvette, lisse ou entaillé, le champ de contraintes dans le volume de l'éprouvette est multiaxial. Le cas le plus simple est l'éprouvette sollicitée en torsion simple, dont la pression hydrostatique est nulle. Les autres modes de chargement, différents de la torsion

simple, à cause de la valeur non nulle de la pression hydrostatique superposée dans le volume d'élaboration du processus de rupture.

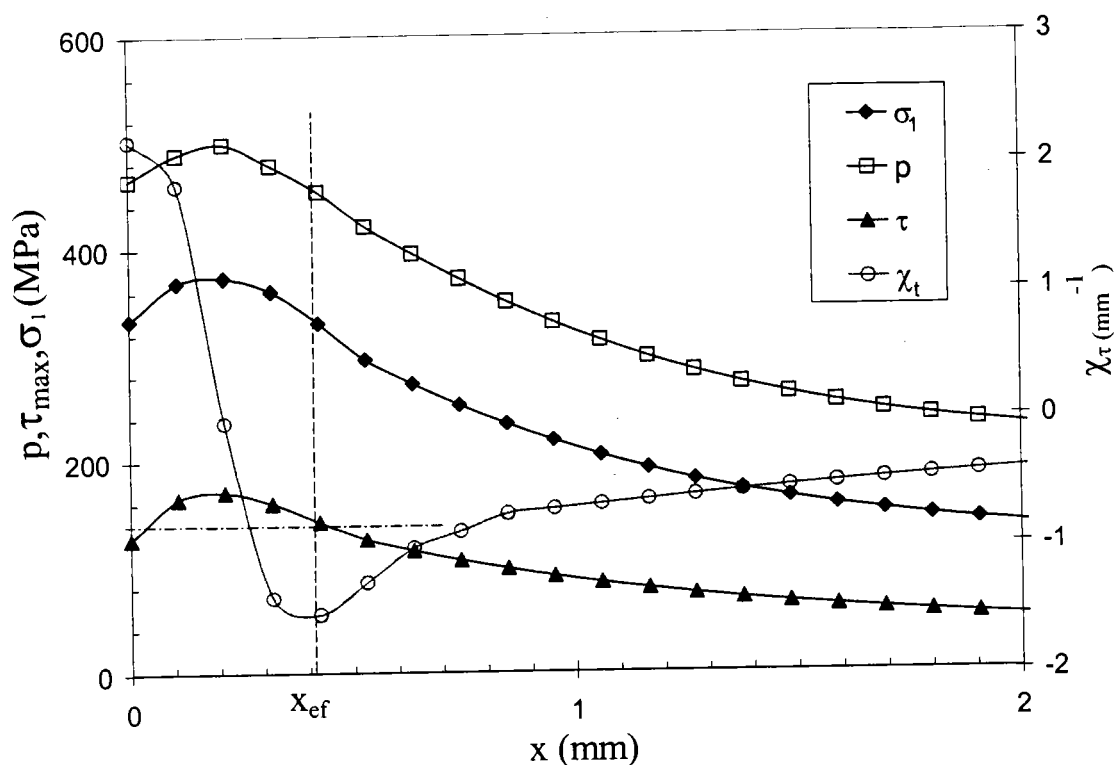


Figure 4.17 Distribution de la contrainte principale maximale σ_1 , de la pression hydrostatique p , du cisaillement maximal $\tau_{\max}$ et de son gradient relatif χ_t , en fonction de la distance du fond d'entaille ($\rho=0,4\text{mm}$), pour une éprouvette soumise à un chargement combiné.

Tenant compte de ces raisonnements et de la modélisation de la rupture par fatigue des pièces soumises à la torsion simple (paragraphe 4.2.3), il paraît logique de chercher un critère de rupture par fatigue, utilisant une contrainte effective calculée sur une zone effective déterminée à partir de la distribution du cisaillement maximale et, la valeur moyenne de la pression hydrostatique dans cette zone. Dans tous les modes de chargement et pour tous les types d'éprouvettes, on constate que la zone effective déterminée à partir de la distribution de la contrainte de cisaillement, coïncide avec celle déterminée de la même façon à partir de la distribution de contrainte principale maximale, en fonction de la distance de la surface de l'éprouvette. Une combinaison entre la contrainte effective de cisaillement et de la pression

hydrostatique moyenne dans la zone effective, peut servir comme un critère de rupture par fatigue.

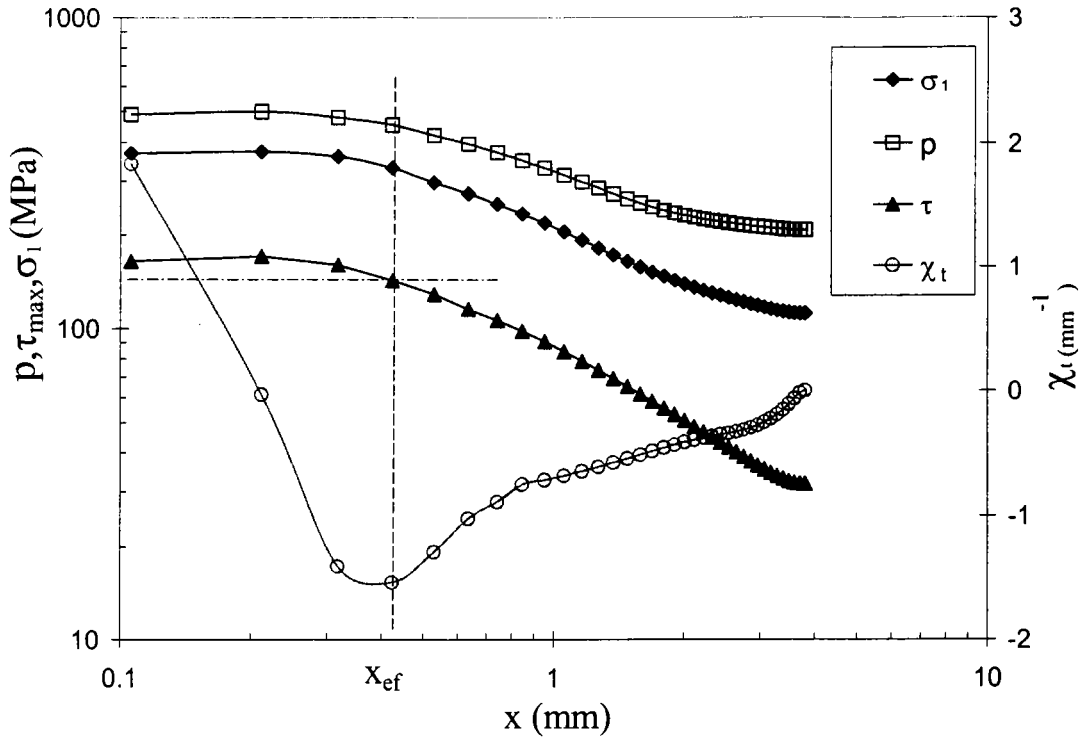


Figure 4.18 Distribution de la contrainte principale maximale σ_1 , de la pression hydrostatique p , du cisaillement maximal $\tau_{\max}$ et de son gradient relatif χ_t , en fonction de la distance du fond d'entaille pour une éprouvette soumise au chargement combiné, en échelle logarithmique.

Ce critère doit consister à la prévision de durée de vie en fatigue ayant deux courbes de Wöhler différentes, utilisées comme courbes de référence. Comme courbe de référence, on peut utiliser les courbes de fatigue en traction - compression et en torsion simple d'une éprouvette lisse.

5.APPLICATION ET DISCUSSION

Afin de valider les modèles mentionnés ci-dessus, on les compare aux résultats expérimentaux, selon les différents modes de chargement. La comparaison est basée sur l'utilisation de l'équation (2.3) pour le modèle de Peterson, (2.17) pour le modèle de Kuhn et Hardraht, de l'équation (2.18) pour le modèle de Neuber, des équations (2.19) et (2.20) pour le modèle de Brand, de l'équation (2.36) pour le modèle de Ye et Wang, des équation (4.8a), (4.8b), (4.9a), (4.9b) pour le modèle proposé dans le chapitre précédent et sur les remarques exprimées pour chaque méthode dans la bibliographie ou dans le quatrième chapitre.

5.1. COMPARAISON DES RESULTATS EN FLEXION ROTATIVE

On compare les résultats expérimentaux en flexion rotative aux valeurs de la limite d'endurance, calculées selon les modèles traditionnels décrits dans la bibliographie et ensuite aux courbes de fatigue déduites par les méthodes relatives. Les valeurs de la limite d'endurance ont été calculées selon le modèle de Peterson, de Neuber, de Kuhn et Hardraht et le modèle de Brand. Avec ces modèles, (le modèle de Brand fait exception) le calcul des pièces en fatigue se limite au calcul de la limite d'endurance. Les valeurs calculées sont reportées dans le Tableau 5.1.

Tableau 5.1 Comparaison entre les modèles en terme de limite d'endurance des éprouvettes entaillées soumises au chargement de flexion rotative, σ_{De} (MPa)

Type de l'éprouvette	P	N	KH	Brand	Notre modèle	Les essais
$\rho=0,4$ mm	122,3	127,34	133,6	196*	106,34	107,3
$\rho=0,2$ mm	130,6	125,25	132,48	249*	87,09	89,6

Dans ce tableau, les valeurs calculées selon la théorie de Brand, correspondent à la courbe de Wöhler de 90% d'équiprobabilité.

Il faut aussi noter que les valeurs de k_t dans les modèles mentionnés ci-dessus, sont prises des calculs élastiques par élément finis. Les valeurs de k_t résultant de ces calculs sont $k_t = 2,5$ pour

les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,4 \text{ mm}$ et $k_t = 2,925$ pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,2 \text{ mm}$. Ces valeurs sont très raisonnables comparées aux valeurs recommandées par les références [1,8,82].

La comparaison des courbes de fatigue a été réalisée en utilisant le modèle volumétrique, le modèle de Brand et le modèle Ye et Wang. Ces modèles prévoient aussi le calcul des pièces en fatigue pour une durée de vie limitée.

Une comparaison entre le modèle proposé et l'approche volumétrique décrit dans la bibliographie, est aussi effectuée. Notre modèle est un modèle volumétrique aussi, puisque il considère un volume physique d'élaboration du processus de rupture par fatigue, il a la particularité de tenir compte du gradient relatif de contrainte. Donc, ils diffèrent de la façon de calculer la contrainte effective.

Selon les modèles volumétriques, la contrainte effective d'une éprouvette entaillée pour un certain niveau de contrainte nominale appliquée, doit être égale à la contrainte nominale de l'éprouvette lisse pour la même durée de vie. Théoriquement, cette contrainte doit se trouver dans la courbe dite «courbe de référence». Pour cette raison, la comparaison entre les modèles volumétriques se fait en terme de contrainte effective, comparée avec la courbe de référence. Cette comparaison est présentée dans la Figure 5.1 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,4 \text{ mm}$ et dans la Figure 5.2 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,2 \text{ mm}$.

Les valeurs des coefficients de corrélation sont déterminées par différentiation entre les deux méthodes volumétriques et la courbe de référence, Tableau 5.2.

Tableau 5.2 Valeurs des coefficients de corrélation avec la courbe de référence

Méthode	$\rho=0,4 \text{ mm}$	$\rho=0,2 \text{ mm}$
Méthode volumétrique	$R^2=0,814$	$R^2=0,826$
Notre méthode	$R^2=0,9095$	$R^2=0,93262$

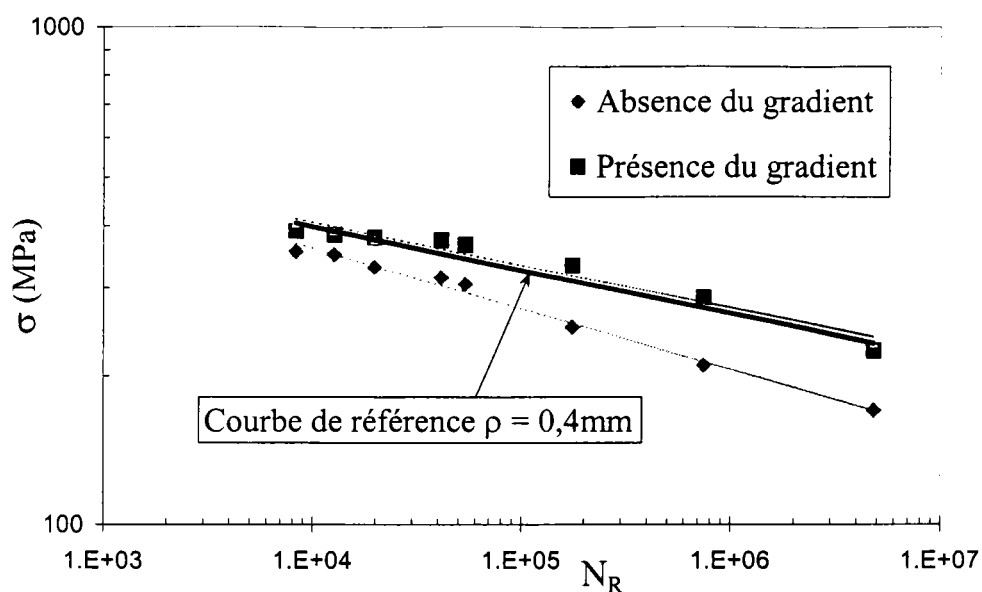


Figure 5.1 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de flexion rotative :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

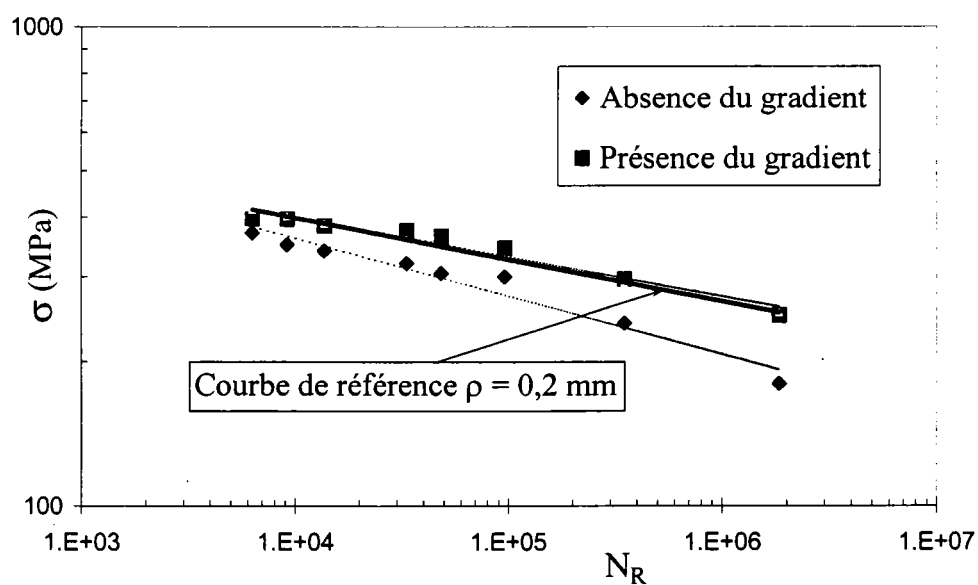


Figure 5.2 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm, soumises au chargement de flexion rotative :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

La comparaison entre notre modèle, le modèle de Brand et les résultats expérimentaux a été effectuée en terme de la contrainte nominale appliquée, qui correspond à une durée de vie donnée. Les diagrammes de comparaison sont présentés dans les Figures 5.3 et 5.4 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm respectivement.

Les deux méthodes coïncident très bien avec les résultats expérimentaux, mais il faut noter que la formule de Brand (équation 2.20) fait référence à la courbe de fatigue de 90% d'équiprobabilité. La courbe de fatigue obtenue expérimentalement correspond à 50% d'équiprobabilité. Ceci signifie que le modèle de Brand est très optimiste en flexion rotative.

Comme paramètre de comparaison entre notre modèle et le modèle de Ye et Wang, le choix s'est porté sur le coefficient de concentration de contrainte en fatigue k_f . Les diagrammes de comparaison sont présentés dans les Figures 5.5 et 5.6 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille respectivement $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm.

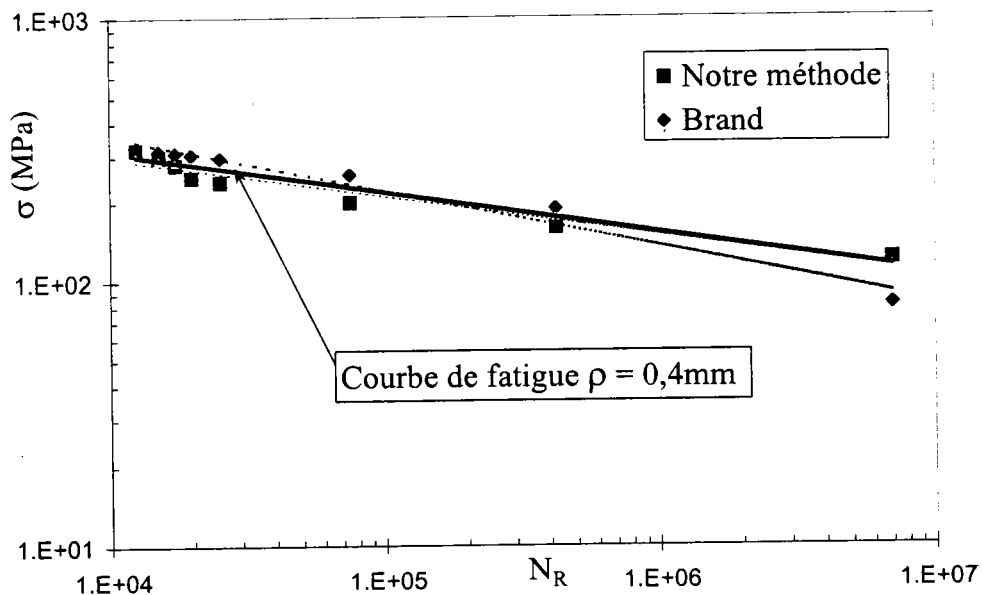


Figure 5.3 Comparaison de notre modèle et du modèle de Brand avec la courbe de fatigue obtenue expérimentalement pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et qui sont soumises au chargement de flexion rotative

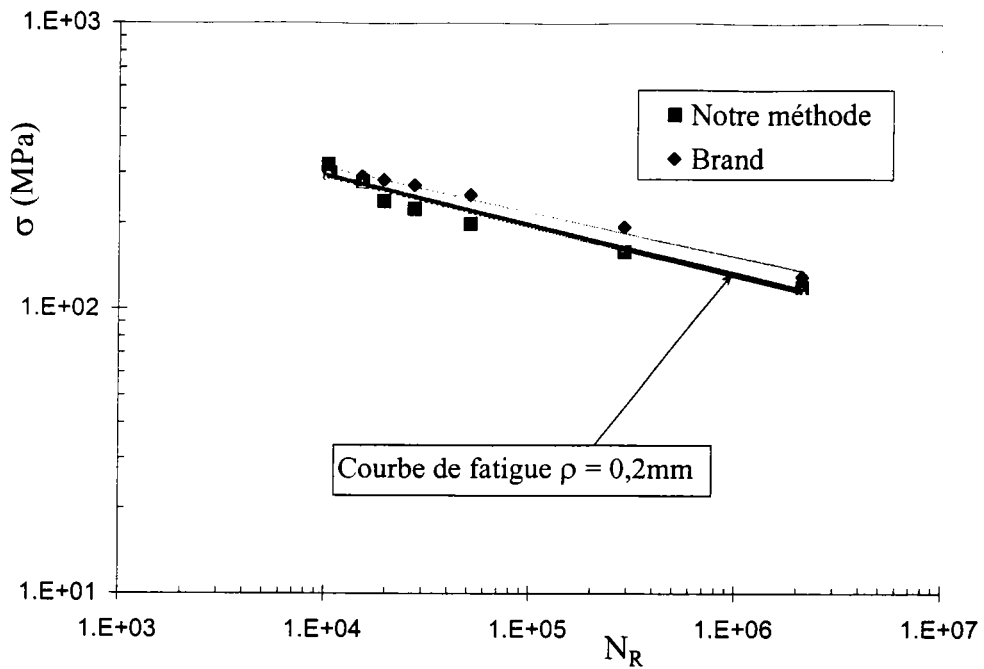


Figure 5.4 Comparaison de notre modèle et du modèle de Brand avec la courbe de fatigue obtenue expérimentalement pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm et qui sont soumises au chargement de flexion rotative

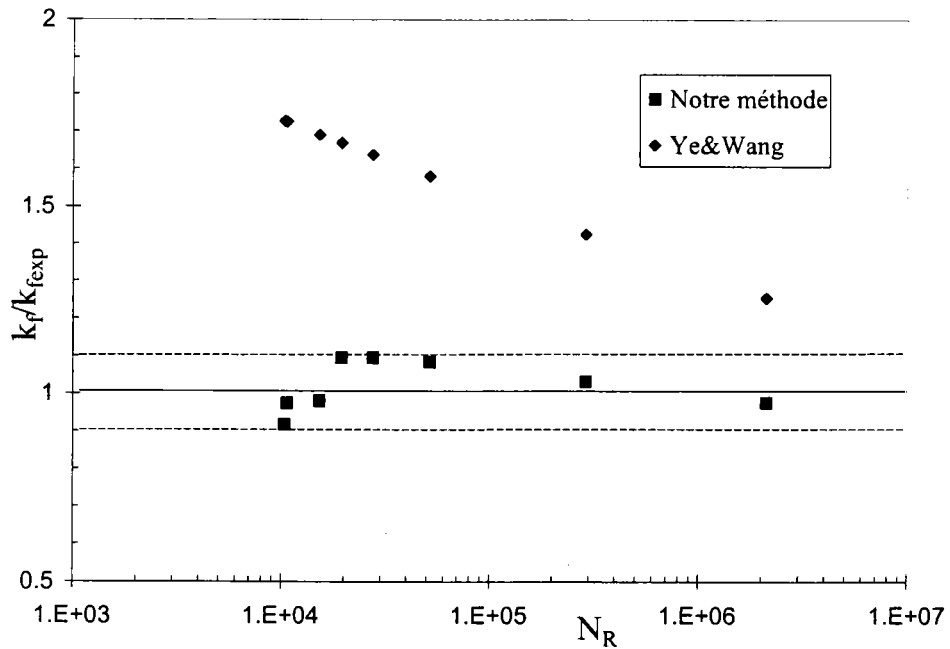


Figure 5.5 Comparaison de notre modèle et du modèle de Ye & Wang avec les résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et qui sont soumises au chargement de flexion rotative

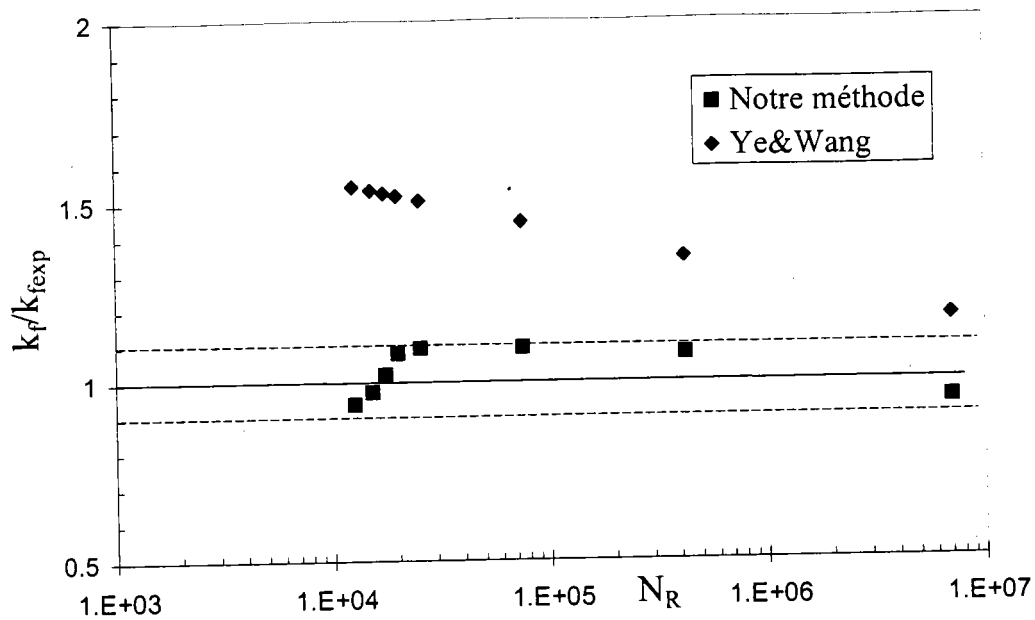


Figure 5.6 Comparaison de notre modèle et le modèle de Ye & Wang avec les résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm et qui sont soumises au chargement de flexion rotative

Pour les essais de flexion rotative, on constate que selon le modèle proposé, l'erreur de prévision de k_f ne dépasse pas la valeur de 10% pour les deux entailles utilisées. Les valeurs de k_f , calculées selon Ye et Wang, sont assez éloignées.

Vu les comparaisons reportées dans les Tableaux 5.1 et 5.2 et les figures 5.1-5.6, on constate que le modèle proposé permet d'avoir une meilleure prévision de durée de vie en fatigue, comparé aux autres méthodes mentionnées.

En résumant, on peut conclure que, dans le cas de flexion rotative, les méthodes de Brand et de Ye et Wang sont très conservatrices et, que notre méthode est plus proche à l'expérience que l'autre méthode volumétrique présentée dans la bibliographie. Les valeurs des coefficients de la corrélation avec la courbe de référence sont plus élevées.

5.2. COMPARAISON DES RESULTATS EN TRACTION – COMPRESSION CYCLIQUE

Les comparaisons des résultats en traction - compression sont les mêmes effectuées dans le cas de la flexion rotative. Les valeurs de la limite d'endurance, calculées selon les modèles traditionnels de Peterson, Neuber, Kuhn et Hardraht et le modèle de Brand sont reportées dans le Tableau 5.3. Dans ce tableau, les valeurs calculées selon la théorie de Brand correspondent à la courbe de Wöhler de 90% d'équiprobabilité. Les autres modèles correspondent à 50% d'équiprobabilité.

Tableau 5.3 Comparaison entre les modèles en terme de la limite d'endurance des éprouvettes entaillées soumises au chargement de traction – compression, σ_{De} (MPa)

Type d'éprouvette	P	N	KH	Brand	Notre modèle	Les essais
$\rho=0,4$ mm	100	105	111,6	104*	93,4	88,6
$\rho=0,2$ mm	97,2	92,2	99	82*	78,5	70,9

Les valeurs de k_t , intervenant dans les modèles utilisés dans le Tableau 5.3, ont été obtenues à partir des calculs élastiques par élément finis. Les valeurs de ce coefficient sont $k_t = 3,15$ pour les éprouvettes entaille avec rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et $k_t = 4,3$ pour $\rho = 0,2$ mm. Ces valeurs sont très raisonnables par rapport aux valeurs recommandées par les références [1,8,82].

Comme dans le cas de la flexion rotative, pour une durée de vie limitée en fatigue, les résultats obtenus selon notre méthode, la méthode volumétrique présentée dans la bibliographie [20-29], la méthode de Brand et celle de Ye et Wang ont été comparés aux résultats expérimentaux.

Les deux modèles volumétriques sont comparés à la courbe de référence et sont présentés dans les Figures 5.7 et 5.8 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm respectivement.

Les diagrammes de comparaison entre notre modèle, le modèle de Brand et les résultats expérimentaux en terme de la contrainte nominale appliquée, qui correspond à une durée de vie limitée, sont présentés dans les Figures 5.9 et 5.10 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille respectivement $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm. Notre méthode coïncide bien avec la courbe de Wöhler dans les deux cas d'entaille, 0,2 mm et 0,4 mm. La prévision de fatigue, obtenue par la méthode de Brand, coïncide bien avec une partie de la courbe expérimentale de fatigue jusque vers 10^5 cycles. Tenant compte du fait que la formule de Brand est valable pour une courbe de fatigue correspondant à 90% de probabilité, on peut dire que cette méthode ne peut donner une bonne prévision pour le cas de traction – compression.

Les diagrammes de comparaison entre le modèle proposé et le modèle de Ye et Wang sont présentés dans les Figures 5.11 et 5.12 pour les éprouvettes entaillées de rayon d'entaille respectivement $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm.

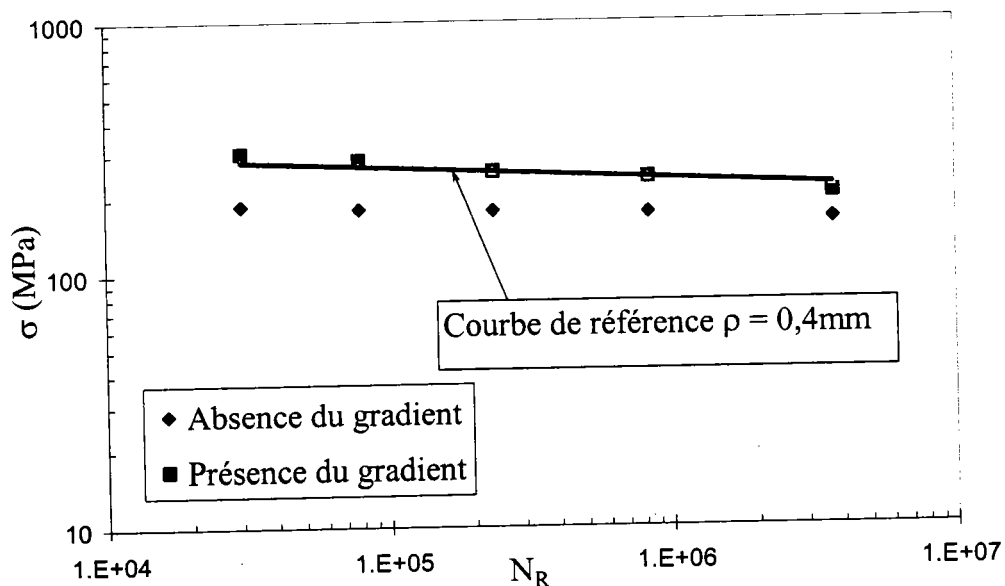


Figure 5.7 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de traction- compression :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

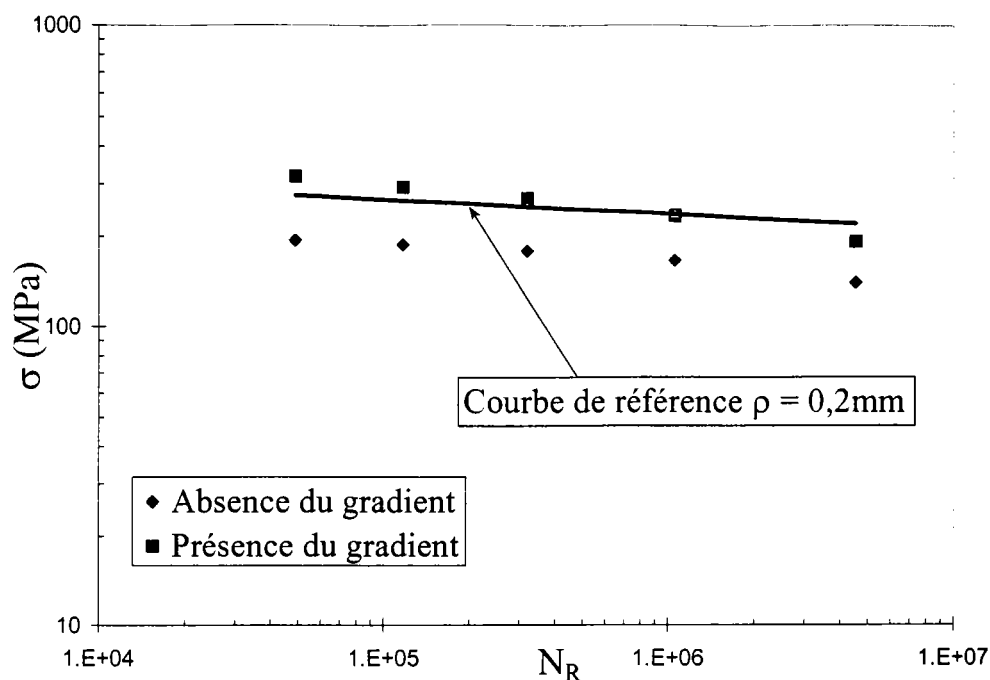


Figure 5.8 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm, soumises au chargement de traction- compression :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

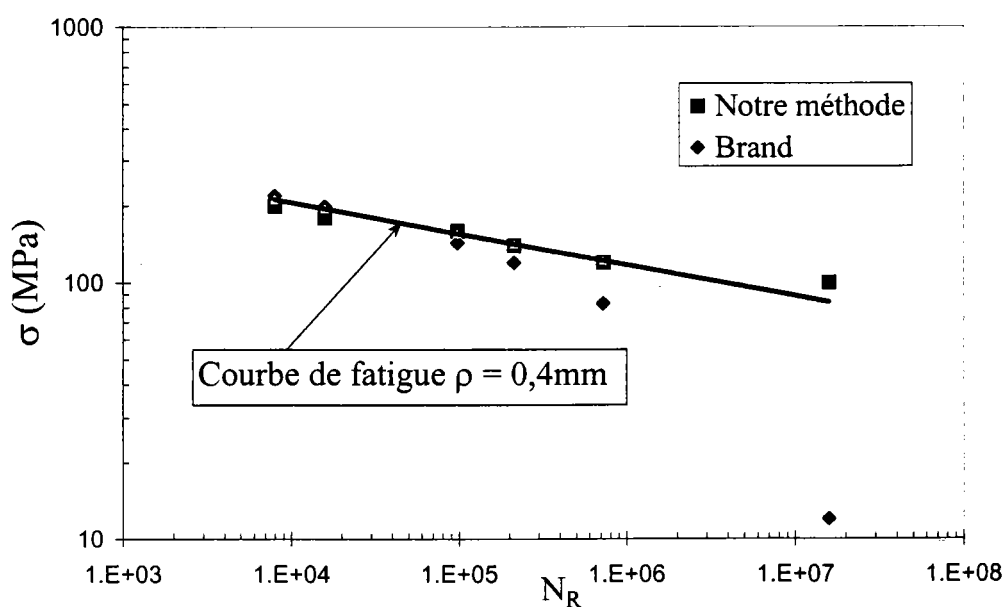


Figure 5.9 Comparaison de notre modèle et le modèle de Brand avec la courbe de fatigue expérimentales pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de traction - compression

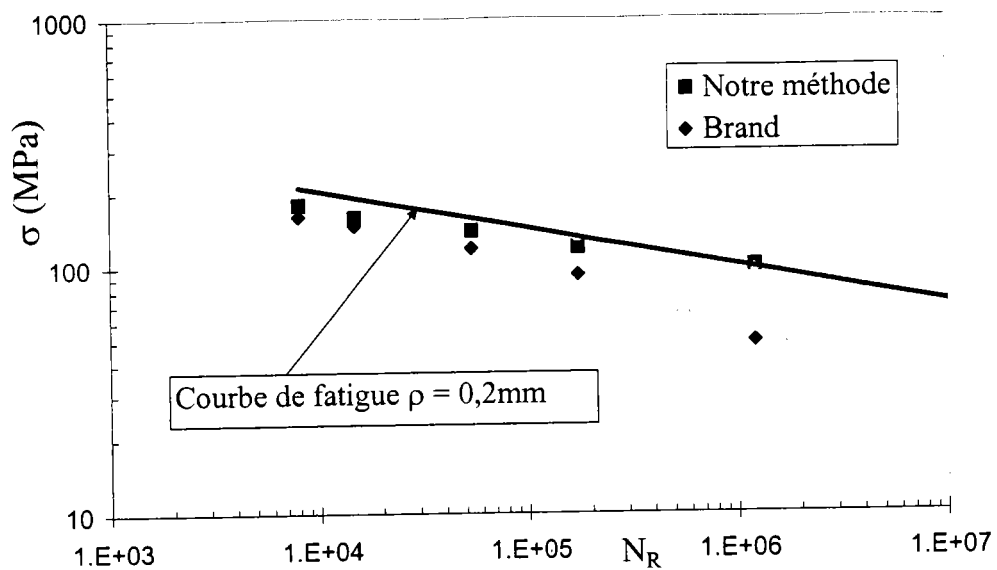


Figure 5.10 Comparaison de notre modèle et du modèle de Brand avec la courbe de fatigue expérimentales pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2 \text{ mm}$, soumises au chargement de traction – compression

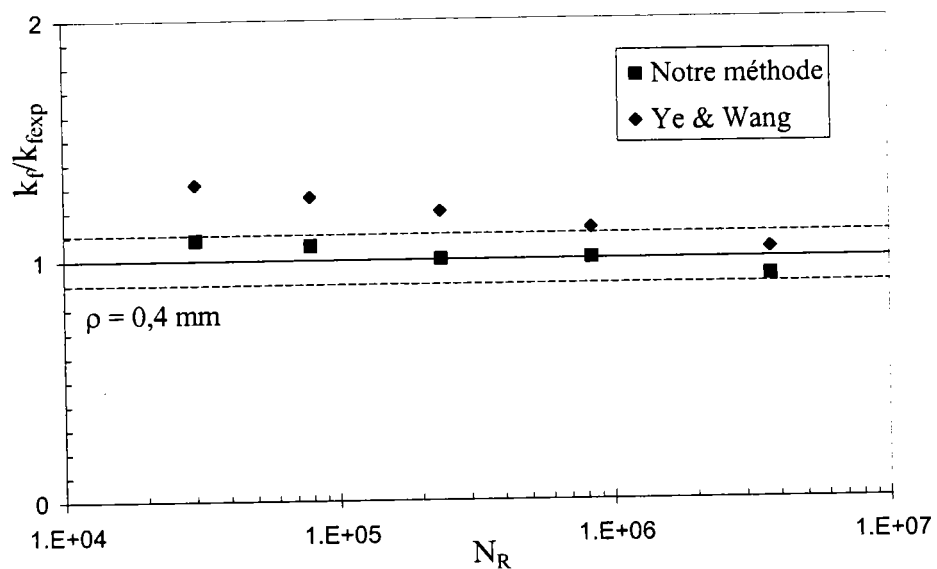


Figure 5.11 Comparaison de notre méthode et celle de Ye & Wang avec les résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4 \text{ mm}$, soumises au chargement de traction - compression

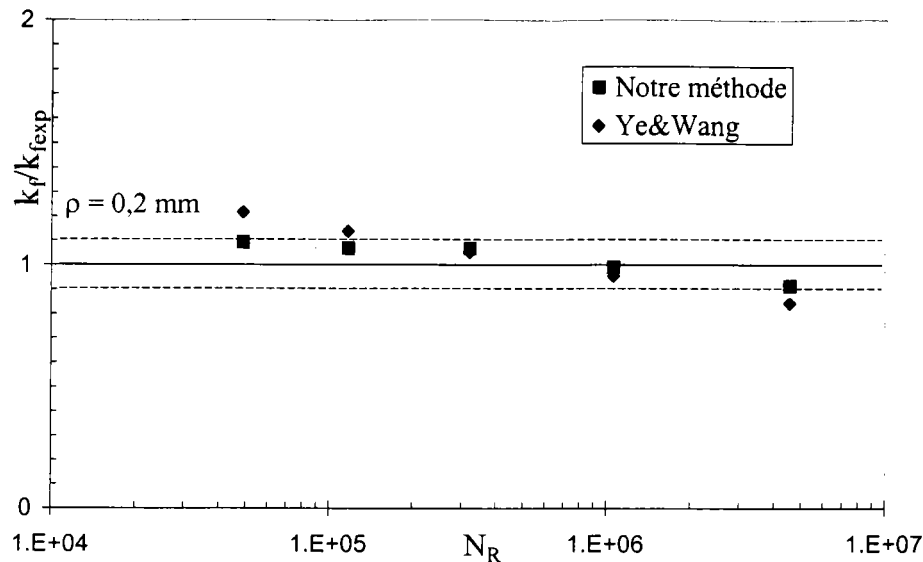


Figure 5.12 Comparaison de notre méthode et celle de Ye & Wang avec les résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de traction - compression

Comme dans le cas de la flexion rotative, on constate que pour le chargement de traction – compression, selon le modèle proposé, l'erreur de prévision de k_f ne dépasse pas la valeur de 10%, pour les deux entailles utilisées. En traction – compression, les valeurs de k_f , calculées selon Ye et Wang donnent relativement une meilleure prévision du coefficient de concentration de contrainte en fatigue, k_f , par rapport au chargement de flexion rotative, prévision, qui, en tous cas, n'est pas satisfaisante.

Vu les comparaisons faites dans le Tableau 5.3 et les figures 5.7-512, on constate généralement que le modèle proposé permet d'avoir une meilleure prévision de durée de vie en fatigue que les autres méthodes utilisées.

On peut conclure que, dans le cas du chargement de la traction - compression, la méthode proposée est plus proche de l'expérience que les autres méthodes présentées dans la bibliographie.

5.3. COMPARAISON DES RESULTATS EN TORSION SIMPLE

La comparaison des résultats en torsion simple s'effectue en terme de limite d'endurance calculée selon les modèles traditionnels de Peterson, Neuber, Kuhn et Hardraht et le modèle de Brand. Les valeurs respectives sont reportées dans le Tableau 5.4. Dans ce tableau, les valeurs calculées selon la théorie de Brand correspondent à la courbe de Wöhler à 90% d'équiprobabilité et les autres théories à 50% d'équiprobabilité.

Tableau 5.4 Comparaison entre les modèles en terme de limite d'endurance des éprouvettes entaillées soumises au chargement de torsion simple, τ_{De} (MPa)

Type de l'éprouvette	P	N	KH	Brand	Nouveau model	Les essais
$\rho=0,4$ mm	133,1	101,2	126,5	166*	152,4	147,5
$\rho=0,2$ mm	115,7	108,6	113,5	116,1*	118,3	115,5

Les valeurs de k_t dans les modèles mentionnés ci-dessus, ont été obtenues à partir des calculs élastiques relatifs par élément finis. Les valeurs de k_t résultant de ces calculs sont $k_t=1,6$ pour $\rho = 0,4$ mm et $k_t = 2,4$ pour $\rho = 0,2$ mm. Ces valeurs sont raisonnables comparées aux valeurs recommandées par les références [1,8,82].

Une comparaison entre le modèle proposé (avec présence du gradient) et le modèle volumétrique (avec présence du gradient), est réalisée dans le cas du chargement de torsion simple. Selon le modèle sans gradient, la contrainte effective est la contrainte qui correspond à la distance effective sur la courbe de distribution de contrainte. La contrainte effective dans le modèle proposée est la valeurs calculée par l'équation (4.9b). Cette comparaison est présentée sur les Figures 5.13 et 5.14 pour les éprouvettes entaillées de rayon d'entaille respectivement $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm.

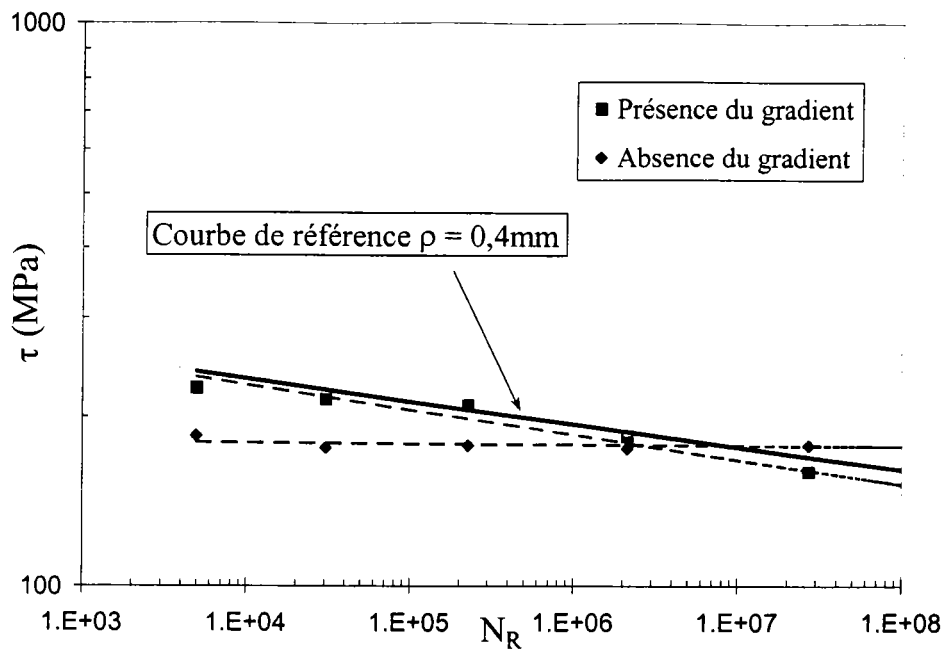


Figure 5.13 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de torsion simple :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

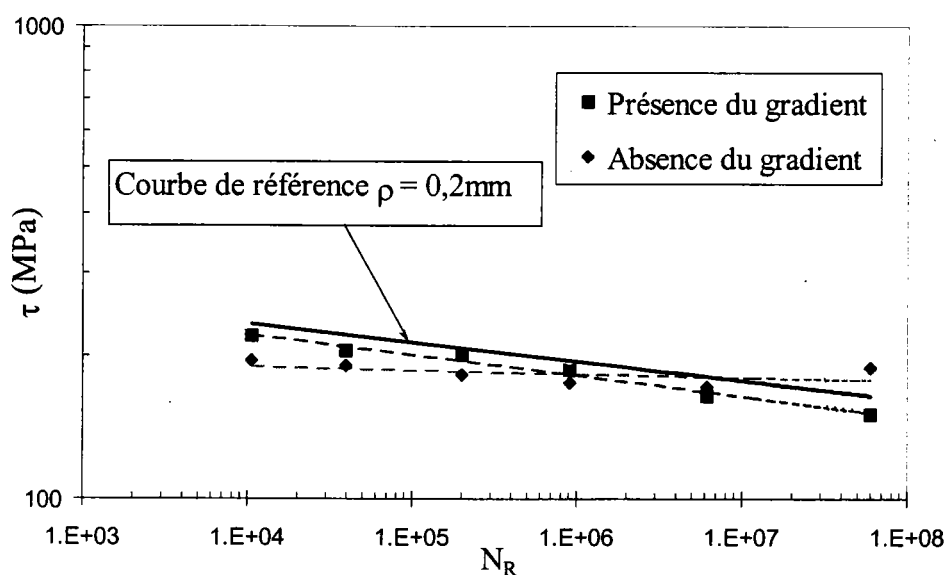


Figure 5.14 Comparaison entre les deux modèles volumétriques pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm, soumises au chargement de torsion simple :

- modèle proposé (présence du gradient)
- modèle avec absence du gradient

A partir des figures 5.13 et 5.14, on constate que la contrainte effective calculée selon le modèle volumétrique (sans gradient) change trop peu avec le niveau de charge. Ceci est dû à la distribution de la contrainte et de son gradient en torsion simple.

Les diagrammes de comparaison entre notre modèle, le modèle de Brand et les résultats expérimentaux en terme de contrainte nominale appliquée, qui correspond à une durée de vie limitée, sont présentés dans les Figures 5.15 et 5.16 pour les éprouvettes entaillées avec rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm et $\rho = 0,2$ mm respectivement. La méthode proposée coïncide bien avec la courbe de Wöhler dans les deux cas d'entaille. Tenant compte du fait que la formule de Brand est valable pour une courbe de fatigue correspondant à 90% de probabilité, on peut réaffirmer que cette théorie ne peut donner une bonne prévision dans le cas de la torsion simple.

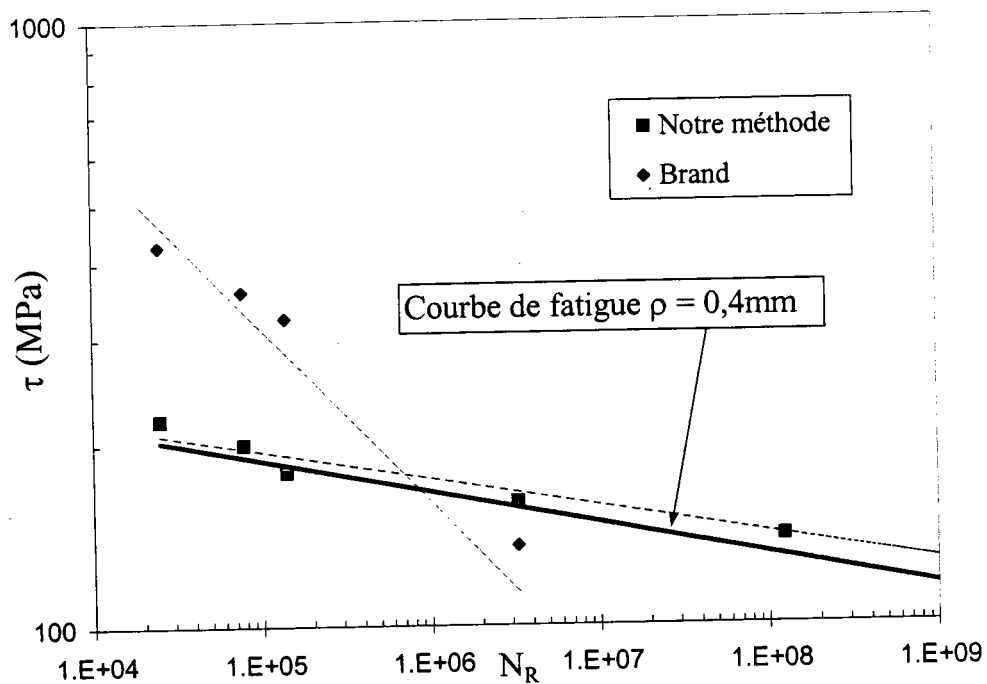


Figure 5.15 Comparaison du modèle proposé et du modèle de Brand avec la courbe de fatigue obtenue des résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,4$ mm, soumises au chargement de torsion simple

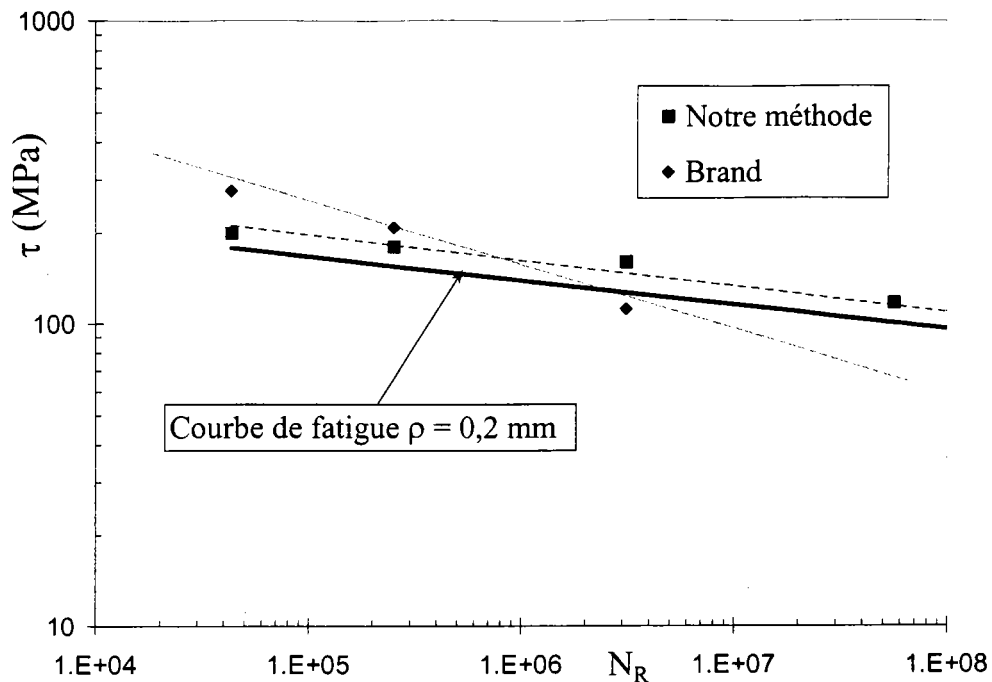


Figure 5.16 Comparaison du modèle proposé et du modèle de Brand avec la courbe de fatigue obtenue des résultats expérimentaux pour les éprouvettes de rayon d'entaille $\rho = 0,2$ mm, soumises au chargement de torsion simple

La méthode de Ye et Wang dans le cas de torsion simple n'est pas applicable, puisqu'on ne peut déterminer les coefficients des courbes de Manson – Coffin en torsion simple.

Donc, la méthode proposée donne des meilleures prévisions en fatigue sous chargement de torsion simple.

5.4. DISCUSSIONS DES RESULTATS EN FATIGUE MULTIAXIALE

Afin d'observer la validité des méthodes, une comparaison avec les résultats expérimentaux est effectuée. Cette comparaison est réalisée en terme de la limite d'endurance. Le modèle empirique de Gough pour les éprouvettes lisses (équation 2.52) est présenté par une ellipse, dont les axes sont égaux respectivement à la limite d'endurance en traction - compression alternée et en torsion simple. Le critère de Gough est applicable que pour la limite d'endurance en fatigue.

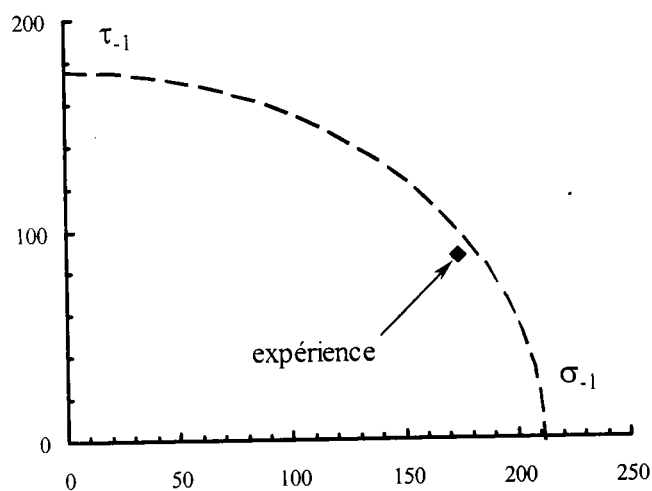


Figure 5.17 Comparaison de la formule de Gough avec l'expérience, pour les éprouvettes lisses soumises au chargement de fatigue multiaxiale.

Les comparaisons des modèles de fatigue, basées sur la contrainte équivalente de Von Mises, avec les résultats expérimentaux, sont présentées dans le Tableau 5.5. Dans ce tableau, la contrainte équivalente au sens de Von Mises, est comparée à la limite d'endurance en traction simple. Deux modèles sont utilisés, le modèle de Gough pour les éprouvettes entaillées (équation 2.54) et le modèle de Brand (équation 2.58). Les deux sont applicables que pour le calcul de la limite d'endurance en fatigue. On constate que les deux modèles sont très conservatives.

Tableau 5.5 La contrainte équivalente selon Gough et Brand, comparée avec la limite d'endurance en traction simple.

Rayon d'entaille	Gough	Brand	σ_{DI}
$\rho = 0,4 \text{ mm}$	258 MPa	324 MPa	211 MPa
$\rho = 0,2 \text{ mm}$	326 MPa	339 MPa	211 MPa

Dans la Figure 5.18, le modèle de Dang Van, est appliqué pour différentes durées de vie en fatigue. Les valeurs du cisaillement maximal et de la pression hydrostatique, ont été obtenues

à partir des calculs par éléments finis de type élasto - plastique. On a constaté que les coefficients de corrélation avec les courbes linéaires sont très faibles.

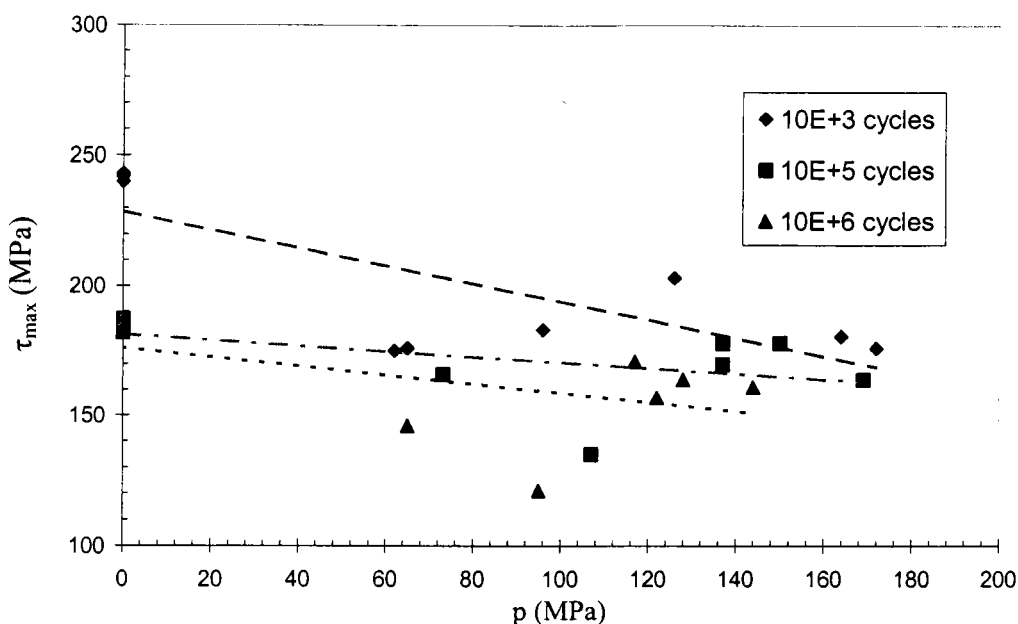


Figure 5.18 Application du modèle de Dang Van pour différentes durées de vie en fatigue.

Dans la Figure 5.19, les combinaisons entre le cisaillement effectif et la pression hydrostatique moyenne dans la zone effective, pour certaines durées de vie en fatigue, sont tracés. On constate que, indépendamment du type de charge ou d'éprouvette, les couples (τ_{ef} , p_m) suivent, pour chaque durée de vie donnée, une courbe elliptique. Les valeurs respectives des coefficients de corrélation sont très acceptables. Les valeurs des coefficients de corrélations et des axes d'ellipses, sont reportées dans Tableau 5.6. On constate que les courbes elliptiques de durée de vie en fatigue multiaxiale, ne sont pas homothétiques.

L'évolution des axes de ces courbes est présentée dans la Figure 5.20. On constate que cette évolution correspond, avec une très bonne corrélation, à une loi puissance, similaire à la loi de Basquin pour les éprouvettes soumises à une sollicitation simple. Ce fait est évident pour les axes verticaux, puisqu'ils correspondent aux valeurs de la courbe de référence en torsion simple.

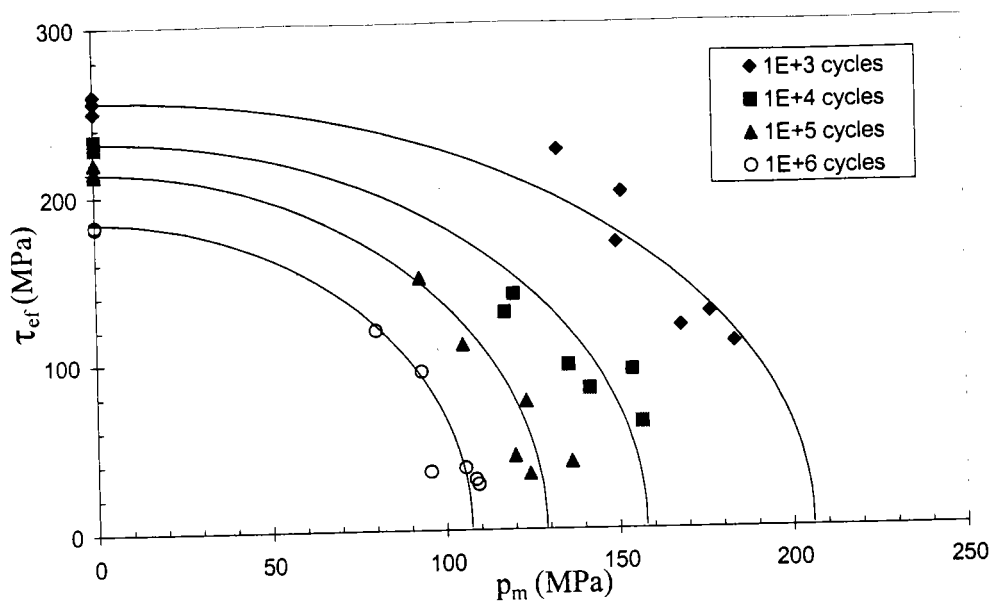


Figure 5.19 Courbes elliptiques représentant la corrélation entre le cisaillement effectif et la pression hydrostatique moyenne dans la zone effective, pour différentes durées de vie.

Tableau 5.6 Valeurs des coefficients de corrélation et des axes d'ellipses correspondant aux différentes durées de vie en fatigue multiaxiale.

Durée de vie (No. de cycles)	10^3 cycles	10^4 cycles	10^5 cycles	10^6 cycles
Axe horizontal (MPa)	206	157,2	129,6	107,4
Axe vertical (MPa)	259	227,3	214,1	181,4
Coefficient de corrélation (R^2)	0,93	0,964	0,97	0,978

On constate que le modèle proposé donne une très bonne corrélation des résultats expérimentaux.

Bien entendu, les valeurs du cisaillement effectif s'obtiennent à partir de la courbe de référence en torsion simple. Pour cette raison, une autre courbe de référence serait nécessaire pour tracer les courbes elliptiques équi - durée de vie en fatigue. La démarche à suivre est la suivante :

- a) Déterminer la distribution de contraintes et la zone effective à partir des calculs numériques.
- b) Calculer la contrainte effective de cisaillement et la pression hydrostatique moyenne dans la zone effective.

Reporter les valeurs calculées dans un diagramme $\tau_{ef} - p_m$ pour différentes durées de vie en fatigue. Tenant compte du fait que les valeurs de la courbe de la référence en torsion simple sont les valeurs des axes verticaux des ellipses, on dispose, ainsi, de deux points pour chaque durée de vie, suffisants pour déterminer l'équation d'ellipse correspondante.

Après avoir déterminé la famille des courbes elliptiques correspondant aux différentes durées de vie en fatigue multiaxiale, on peut déterminer la durée de vie d'une pièce quelconque. A partir des calculs numériques, on détermine le cisaillement effectif et la pression hydrostatique moyenne dans la zone effective, et on les reporte dans le diagramme $\tau_{ef}-p_m$. On détermine, ainsi, le point de fonction. En faisant l'interpolation entre les deux courbes voisines, on détermine la durée de vie qui lui correspond. Le principe de cette méthode est schématiquement présenté dans la Figure 5.21.

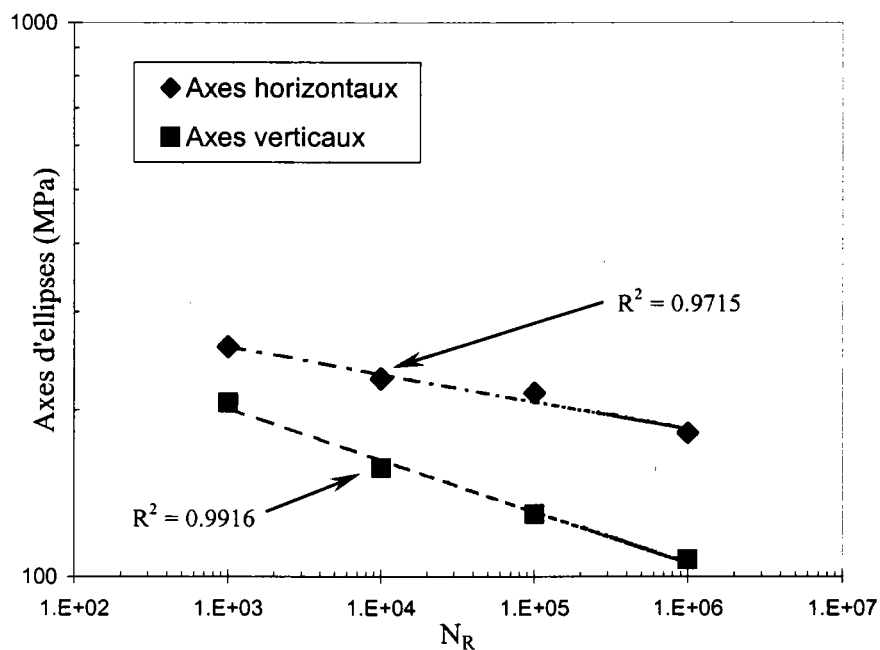


Figure 5.20 Evolution des axes des courbes elliptiques de fatigue multiaxiale

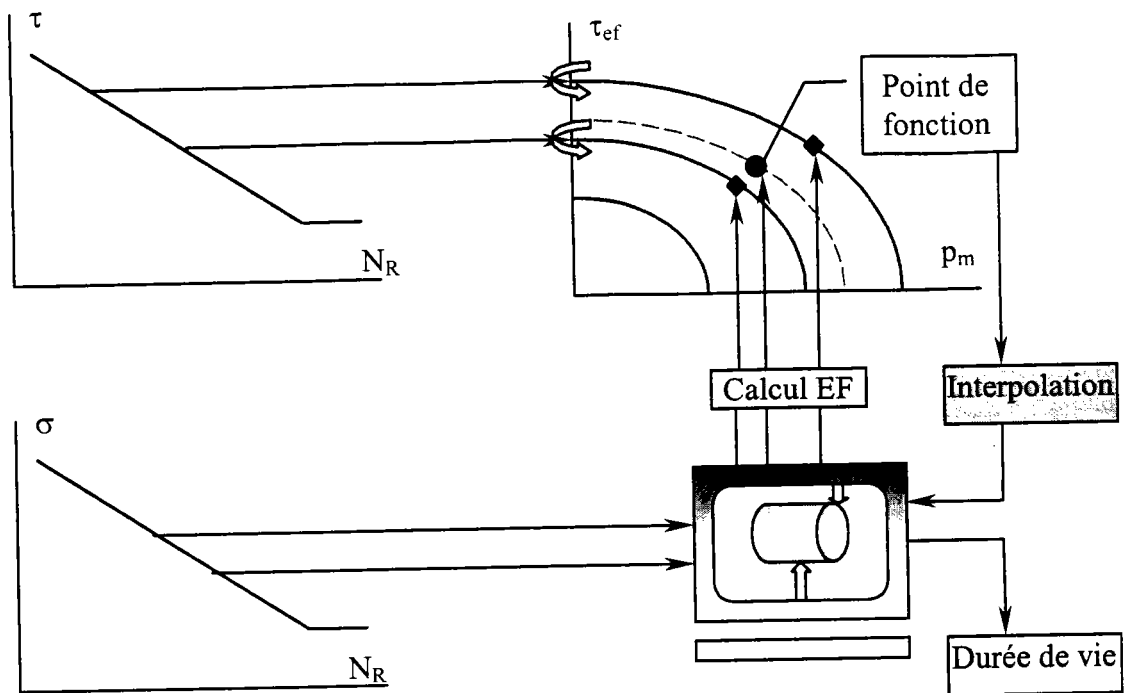


Figure 5.21 Présentation schématique du critère proposé pour la fatigue sous sollicitations multiaxiales

5.5. DISCUSSION GENERALE SUR L'EFFET D'ENTAILLE EN FATIGUE

A partir des comparaisons des différents modèles analysés et les résultats expérimentaux en fatigue, on propose quelques conclusions importantes.

Vu les mécanismes de rupture par fatigue, établies par les modèles traditionnels de la contrainte en un point et de la contrainte moyenne, on conclue que ces modèles sont très simplifiés et ne sont pas très satisfaisants pour caractériser la rupture par fatigue en présence d'entaille.

Le modèle proposé tient compte à la fois de quelques facteurs déterminants à la fatigue :

- la loi de comportement élasto – plastique du matériau,
- la distribution de contrainte en fond d'entaille, spécialement de la relaxation et du gradient relatif de contrainte,
- la zone d'élaboration du processus de la rupture par fatigue, introduite par la distance effective

Les modèles traditionnels ne tiennent pas compte du comportement élasto – plastique du matériau et notamment de la relaxation de contrainte en fond d'entaille. La relaxation de contrainte, à une certaine distance du fond d'entaille, est évidente à partir des calculs. La loi de comportement utilisée est la loi de comportement réelle du matériau. Par expérience, ce fait devient très évident pour des discrétisations de plus en plus fines de la structure métallique analysée.

La méthode de Ye et Wang établie qu'en fond d'entaille il y a une plastification du matériau et une valeur maximale de la déformation et de la contrainte. Mais, à partir des comparaisons, on peut constater qu'il n'est pas suffisant de tenir compte du comportement élasto – plastique du matériau. En outre, les auteurs de la méthode volumétrique (absence du gradient) [20-29] ont démontré que la contrainte maximale en un point ne peut pas caractériser la rupture par fatigue. Les valeurs des déformations en fond d'entaille sont trouvées très élevées pour caractériser le coefficient de concentration de contrainte en fatigue. La méthode de Ye et Wang caractérise le comportement élasto – plastique du matériau, mais la prévision de la rupture par fatigue par cette méthode n'est pas très satisfaisante. Le défaut principal de cette méthode, pour différents chargements et caractéristiques géométriques, pour les mêmes valeurs de la contrainte maximale ou déformation maximale et du coefficient théorique de concentration de contrainte, est qu'elle prévoit les mêmes valeurs du coefficient de concentration de contrainte en fatigue, ce qui n'est pas toujours vrai. Autrement dit, elle ne tient pas compte de la distribution de contrainte et par conséquent du rôle des valeurs de contrainte à l'entourage du fond d'entaille et du point où la contrainte maximale se produit.

Le modèle d'intensité du champ de contrainte, comme plusieurs études récentes dans le domaine de fatigue des matériaux [65,66,67], accepte l'existence d'une zone appelée «zone d'endommagement par fatigue». L'inconvénient de ces modèles consiste à la difficulté de déterminer géométriquement et quantitativement cette zone d'endommagement par fatigue.

L'avancement de la méthode volumétrique (absence du gradient) des références [20-29] consiste à formuler l'hypothèse de l'existence d'un volume physique d'élaboration de processus de la rupture par fatigue. En outre, ils définissent la distance effective comme la limite de la zone d'élaboration de processus de la rupture par fatigue.

Le modèle volumétrique (présence du gradient) introduit dans quatrième chapitre est fortement basé sur la méthode volumétrique des références [20-29] et le modèle du champ d'intensité de la contrainte [17-19]. La même hypothèse pour la méthode de Pluvinaud et Kadi sur l'existence d'une zone d'élaboration du processus de rupture par fatigue, est utilisée. Le

modèle proposé confirme que la distance effective est la limite de cette zone. En analysant la distribution de contrainte en fonction de la distance du fond d'entaille et l'allure du gradient relatif de la contrainte, ce modèle montre que la distance effective est en même temps, la limite spatiale qui divise la zone à un comportement élasto – plastique de la zone à comportement élastique du matériau. Selon le modèle proposé, la forme et les dimensions spatiales de cette zone, de même que la distribution des contraintes dans une pièce, dépendent à la fois de la géométrie, du matériau, du type de sollicitation et du niveau de chargement. L'existence d'une zone est illustrée par les images des Figures 5.22-5.25, obtenue à partir des calculs par éléments finis.

En faisant intervenir le gradient relatif de la contrainte dans la formule de calcul du coefficient de concentration de contrainte en fatigue, et dans la formule de la contrainte effective, cette méthode donne de meilleurs résultats de prévision de la durée de vie en fatigue pour tous les types de sollicitations.

Les mêmes conclusions sont valables pour le cas de la fatigue sous sollicitations multiaxiales.

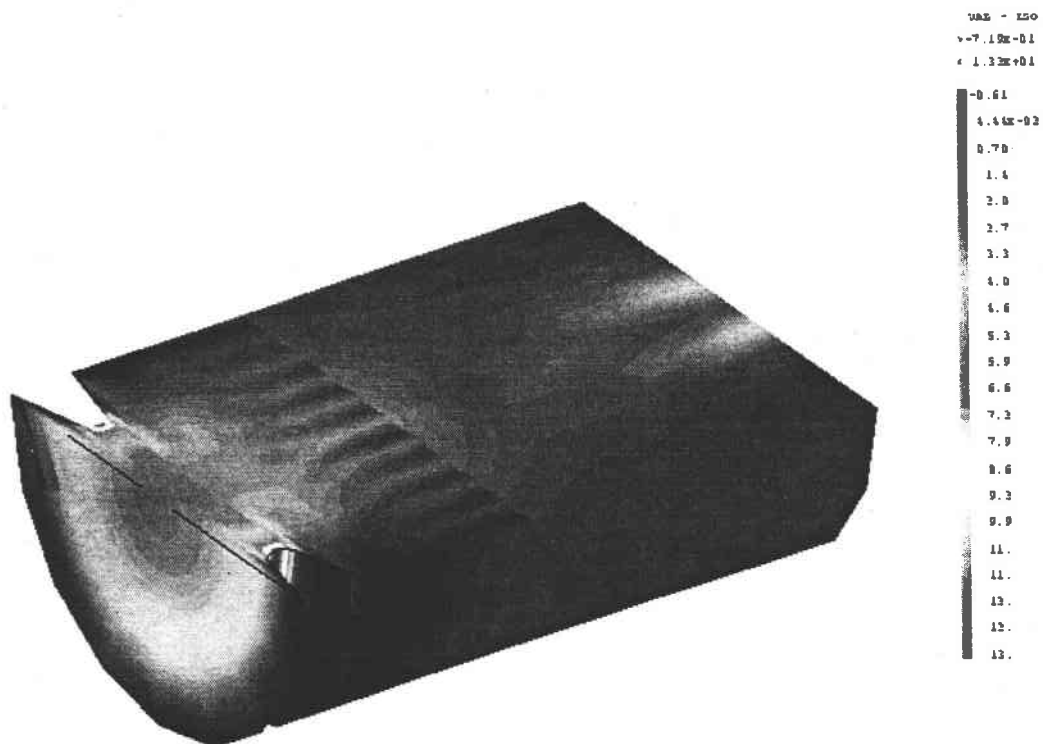
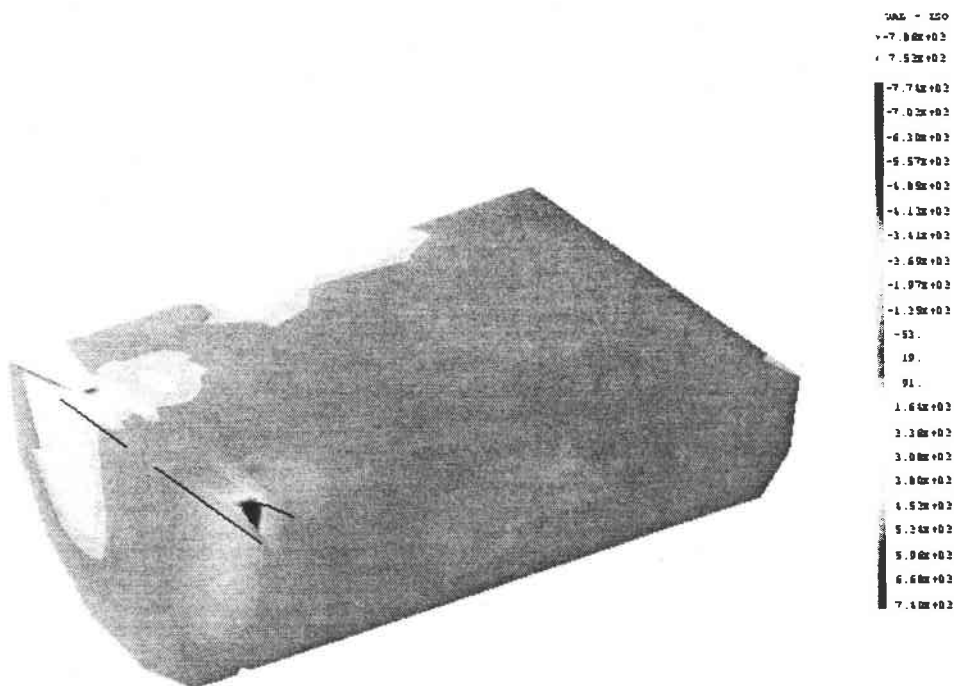
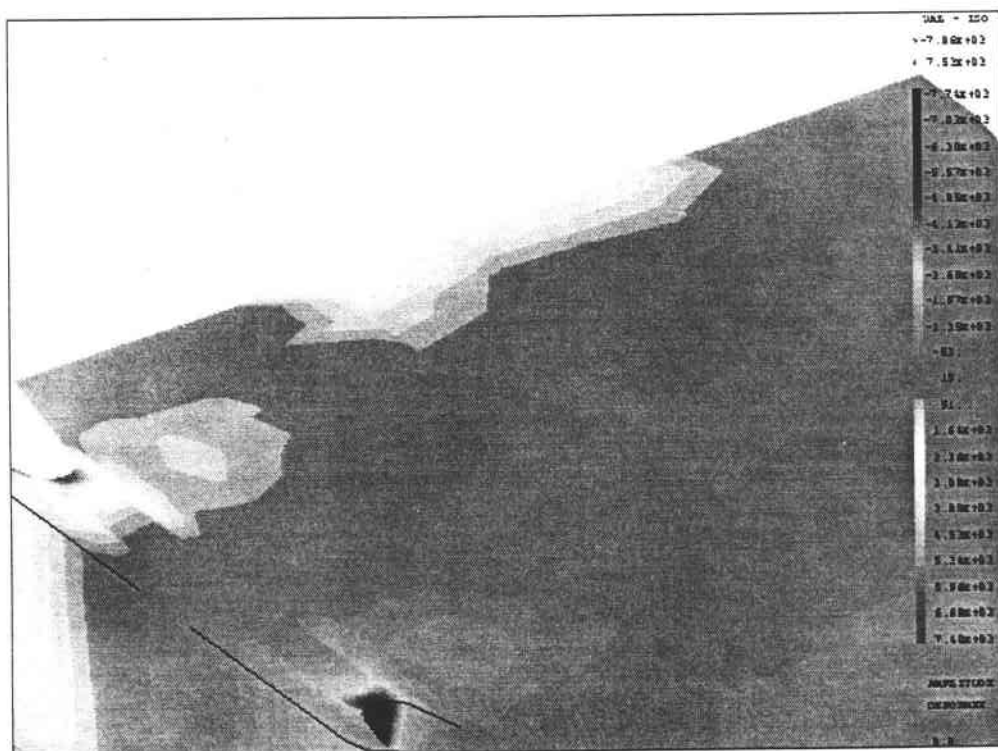


Figure 5.22 Image du champ de contrainte d'ouverture obtenue à partir des calculs par éléments finis dans le cas du chargement de traction - compression



(a)



(b)

Figure 5.23 Image du champs de contrainte d'ouverture obtenue à partir des calculs par éléments finis dans le cas du chargement de flexion rotative: a) présentation totale, coupe selon le plan du chargement b) zone à l'entourage de la zone la plus chargée

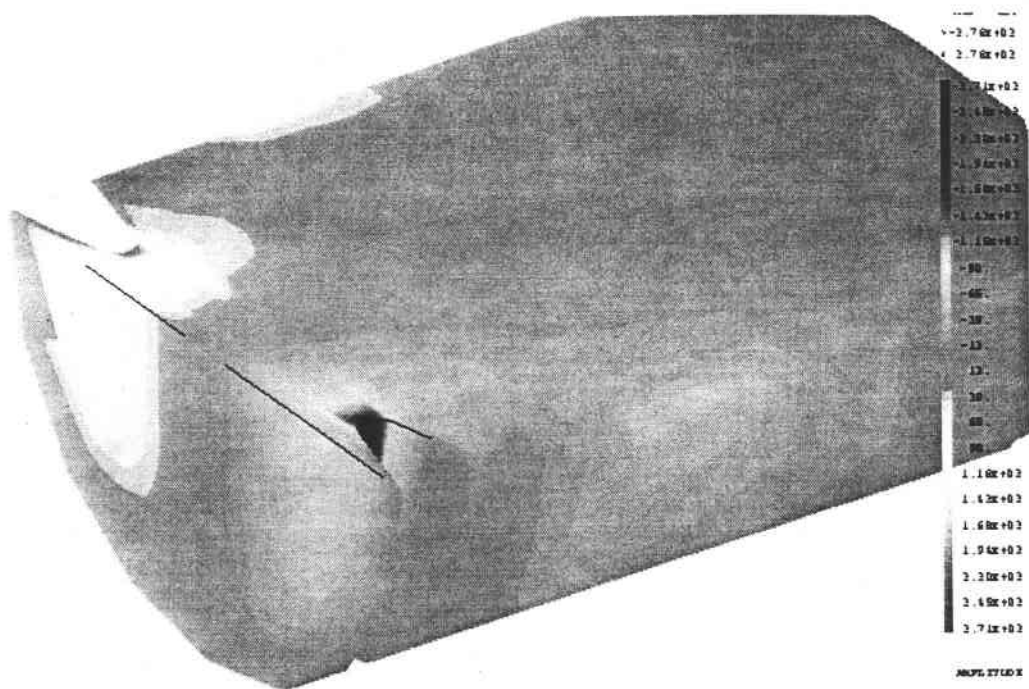


Figure 5.24 Image du champ de contrainte de cisaillement obtenue à partir des calculs par éléments finis dans le cas du chargement de torsion simple



Figure 5.25 Image du champ de contrainte principale obtenue à partir des calculs par éléments finis dans le cas du chargement combiné

6. PREVISION DE DUREE DE VIE EN FATIGUE, A PARTIR DE L'INFORMATION D'UN AUTRE MODE DE CHARGEMENT

6.1. CALCUL DU COEFFICIENT DE PASSAGE TRACTION – FLEXION ROTATIVE k_{ptf} EN UTILISANT LA LOI DU COMPORTEMENT CYCLIQUE DU MATERIAU

La méthode introduite dans le deuxième chapitre concernant le passage de la courbe de traction – compression à la courbe de flexion rotative (voir référence [33]), donne avec une bonne précision, les valeurs d'essais de fatigue de flexion rotative à partir des résultats obtenus en traction - compression pour une large gamme d'aciers. Afin d'appliquer la méthode, il est nécessaire connaître les courbes de fatigue oligocyclique du matériau. Une modification de cette méthode est proposée dans ce paragraphe afin d'améliorer la méthode. Ceci consiste en l'utilisation du comportement cyclique du matériau afin de déduire les courbes de fatigue oligocyclique. Pour obtenir le comportement cyclique du matériau, beaucoup de méthodes sont disponibles [35], mais la méthode la plus économique est la méthode par incréments, qui consiste à utiliser seulement une éprouvette d'essais et à augmenter par incréments la déformation appliquée sur l'éprouvette d'essais. La contrainte correspondante est choisie à saturation. Trois méthodes approximatives pour tracer la courbe de Basquin (déformation élastique en fonction de durée de vie) et la courbe de Coffin (déformation plastique en fonction de durée de vie) sont disponible [35]. Elles nécessitent la connaissance de la ductilité en rupture, ϵ'_f . Cependant, ce facteur ne peut être connu qu'après avoir effectué quelques essais au préalable.

A partir de la courbe de la loi du comportement cyclique du matériau et de la courbe de Wöhler en traction – compression, on détermine les droites qui expriment l'évolution de déformation élastique et la déformation plastique en fonction du nombre de cycles à rupture. Le point d'intersection de ces deux courbes correspond à la durée de vie de transition (Figure 6.1).

6.1.1. ANALYSE DE DONNEES EN FATIGUE ET CONCLUSION SUR LA VALIDITE DE LA METHODE DE DETERMINATION DE k_{ptf}

Afin de valider cette méthode, une analyse de résultats d'essais en fatigue a été effectuée'. Les données utilisées sur le matériau sont la courbe du comportement cyclique, la courbe de fatigue sous chargement de traction - compression et flexion rotative.

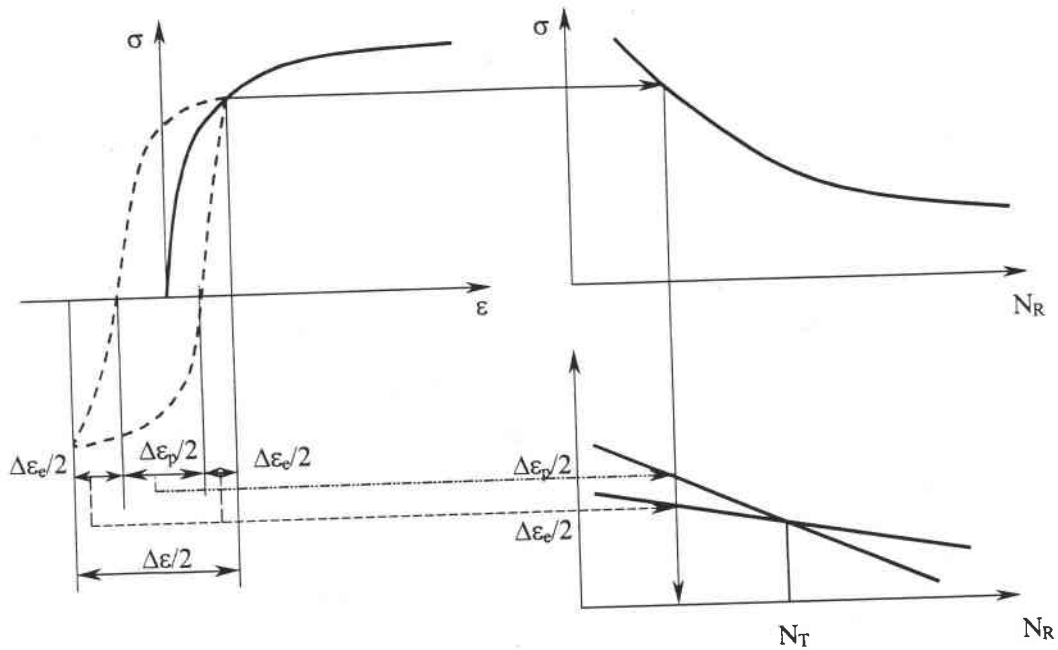


Figure 6.1 Description schématique de l'obtention des courbes oligocyclique du matériau et détermination de durée de vie de transition

En appliquant la procédure présentée schématiquement dans la Figure 6.1, on détermine d'abord les courbes déduites de Manson - Coffin caractérisant la fatigue oligocyclique de notre matériau. Ces courbes sont présentées dans la Figure 6.3. Les valeurs des coefficients de Coffin et de Basquin, celles du coefficients $n = c/b$ et des coefficients f_1 et f_2 définis dans la bibliographie (équations 2.50 et 2.51), sont affichées dans le Tableau 6.1.

A partir des valeurs des coefficients f_1 et f_2 , on détermine le coefficient de passage en fonction de la durée de vie en fatigue $k_{ptf} = f(N_R)$. Le diagramme de comparaison entre la courbe des valeurs du coefficient de passage calculées à partir des courbes expérimentales de fatigue, et celles obtenues par le biais de cette méthode, est présenté dans la Figure 6.3.

La comparaison effectuée dans la Figure 6.3, peut s'exprimer en terme de courbes de Wöhler. La courbe de prévision de la durée de vie sous flexion rotative et la courbe d'erreur correspondante sont tracées dans la Figure 6.4. Il est concevable que l'erreur est la même dans le cas de comparaison avec l'expérience en terme du coefficient de passage.

Tableau 6.1 Les valeurs de coefficients de Basquin et de Coffin

σ'_f	b	ε'_f	c	$n=c/b$	f_1	f_2
251 MPa	-0,0562	$7.99 \cdot 10^{-3}$	-0,2969	5,283	2,68	1,51

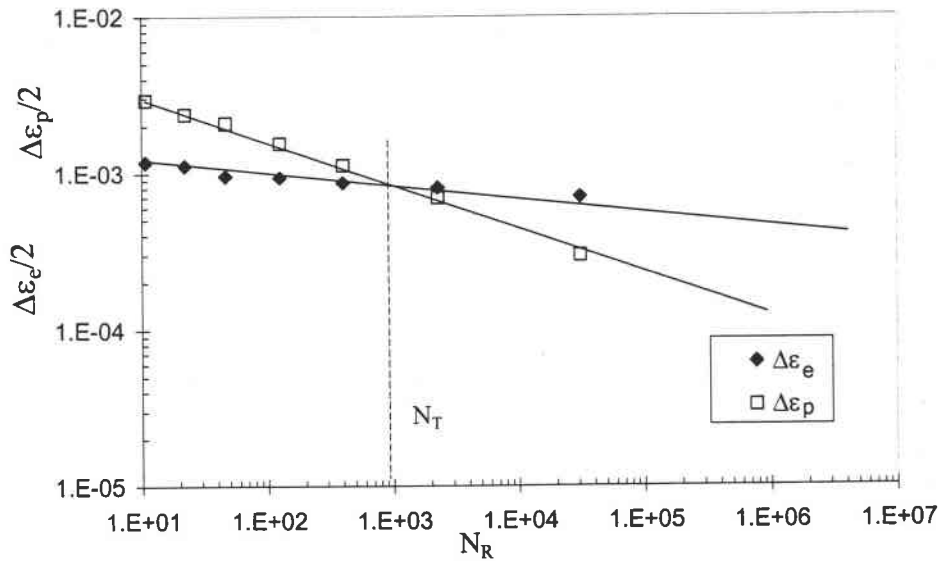


Figure 6.2 Les courbes déduites de fatigue oligocyclique du matériau

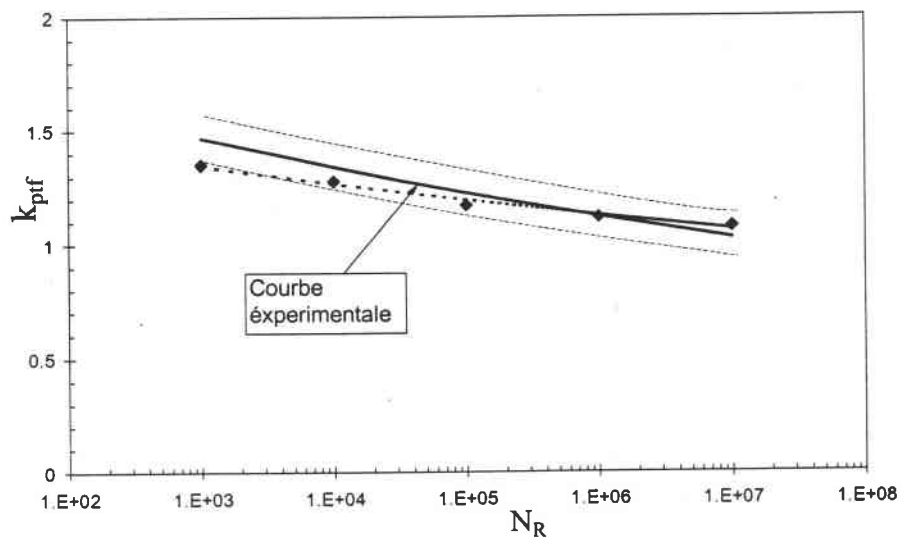


Figure 6.3 Comparaison des valeurs déduites du coefficient de passage avec les valeurs obtenues par le rapport des deux courbes respective de fatigue

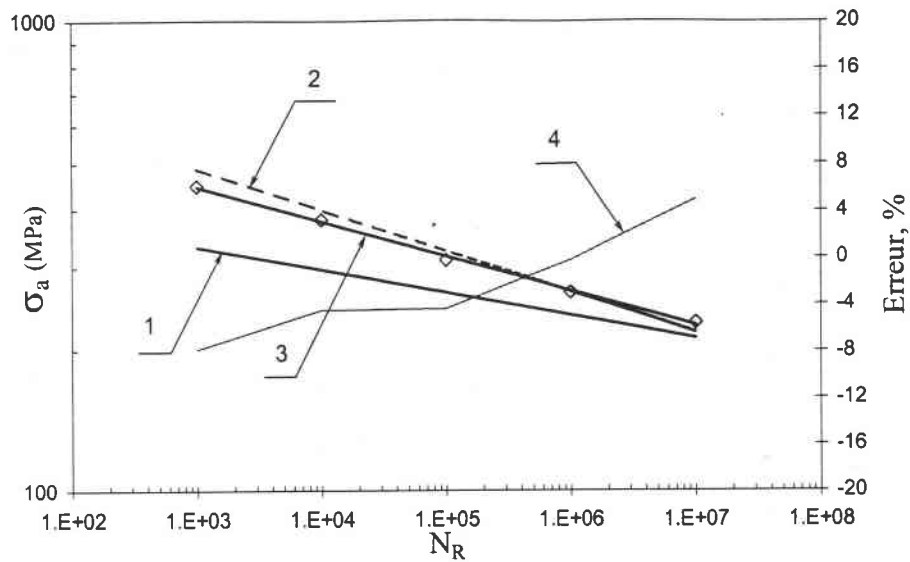


Figure 6.4 1. Courbe expérimentale de fatigue en traction - compression,
 2. courbe expérimentale de fatigue en flexion rotative,
 3. courbe de prévision de fatigue en traction - compression,
 4. l'erreur de la prévision de la durée de vie sous flexion rotative.

De l'analyse des résultats, on déduit que l'application de cette méthode donne une bonne prévision de durée de vie et les valeurs d'erreur varie entre -8% and 5%.

7. CONCLUSION GENERALE

A partir des hypothèses et des résultats expérimentaux présentés dans ce travail, on conclut que les modèles traditionnels de la fatigue sous sollicitations : flexion rotative, traction - compression, torsion simple et combinée, sont très conservatifs.

Les mécanismes de rupture par fatigue, établies par ces modèles, sont simplifiés et ne sont pas très satisfaisants pour caractériser la rupture par fatigue en présence d'entaille. En outre, leur mécanisme de fatigue, dans la plupart des cas, est limité à la prévision de la limite d'endurance. Ils ne tiennent pas compte du comportement élasto - plastique du matériau, notamment la relaxation de contrainte en fond d'entaille due à l'effet géométrique. Cette relaxation se produit à une certaine distance du fond d'entaille.

Nous avons proposé un modèle qui permet d'obtenir une meilleure prévision de durée de vie en fatigue comparée aux autres méthodes. Ce modèle tient compte de quelques facteurs déterminants à la fatigue, entièrement ou partiellement négligés par les modèles traditionnels :

- la loi de comportement élasto - plastique du matériau,
- la distribution de contrainte en fond d'entaille, spécialement de la relaxation et du gradient relatif de contrainte,
- la zone d'élaboration du processus de la rupture par fatigue, introduite par la distance effective.

La rupture par fatigue n'est pas tributaire d'un point, mais d'un volume physique, suffisant pour présenter le comportement en fatigue d'une pièce.

La méthode volumétrique proposée consiste à formuler l'hypothèse de l'existence d'un volume physique d'élaboration du processus de la rupture par fatigue, correspondant à une distance effective. Les résultats expérimentaux confirment l'existence de ce volume. En faisant intervenir le gradient relatif de la contrainte dans le calcul du coefficient de concentration de contrainte en fatigue, et de la contrainte effective, cette méthode donne de meilleurs résultats de prévision de la durée de vie en fatigue, pour tout type de sollicitations.

En analysant la distribution des contraintes en fonction de la distance du fond d'entaille et l'allure du gradient relatif de la contrainte, ce modèle montre que la distance effective limite la zone à comportement élasto - plastique, de la zone à comportement

élastique du matériau. Cette zone dépend à la fois de la géométrie, du matériau, du type de sollicitation et du niveau de chargement.

Pour les essais multiaxiaux, une extension de la méthode volumétrique prévoit la rupture par fatigue, quel que soit le chargement.

Enfin, une méthode pratique de passage de la courbe de fatigue en traction - compression à la courbe de fatigue de flexion rotative, est introduite. Cette méthode permet à l'ingénieur du bureau d'étude, de disposer d'un moyen rapide de calcul.

REFERENCES

- [1] Peterson R.E.
"Stress concentration factors"
USA, John Wiley & Sons, 1974, 317 p.
- [2] Stieler M.,
"Untersuchung über die dauerschwing festigkeit metallischer bauteile bei raumtemeperatur"
Th: Stuttgart, Technische Hochschule, 1954.
- [3] E. Siebel, M. Stieler,
"Non-Uniform Stress Distribution during Fatigue Loading",
VDI-Z, 97, 1955.
- [4] Wang Z., Zhao S.,
"Fatigue Design"
Chine, Mechanical Industrial Publisher, 1992 (en chinois).
- [5] Heywood R. B.,
"Designing by photo-elasticity",
London, Chapman & Hall, 1952.
- [6] Heywood R. E.,
"Designing Against Fatigue",
London, Chapman & Hall, 1962.
- [7] Buch A.,
"Analytical approach to size and notch size effects in fatigue of aircraft material specimens"
Material Science and Engineering, 1974, Vol. 15, pp 75-85.
- [8] Buch A.,
"Fatigue Strength Calculation"
USA, Material Science Surveys, N° 6, 1988, 465 p.
- [9] Kuhn P., Hardraht H. F.
"An engineering method for estimating notch size effect in fatigue tests on steel"
NACA, Technical Note, 1952, No 2805.
- [10] Neuber H.
"Theory of Notch Stresses"
Michigan: JW. Edwards Co, Ann Arbor, 1946.
- [11] Neuber H.
"Theoretical determination of fatigue strength and stress concentration"
Air Force Material Laboratory, Report AFML-TR-68-20, April 1968.

- [12] Neuber H., Frost N. E., Marsh K., Pook L. P.
 "Effect of stresses concentration and cracks on fatigue strength"
 Metal Fatigue, Ed. Oxford U., London W. I., 1974, pp 130-200.
- [13] Brand A., Sutterlin R.
 "Calcul des pièces à la fatigue. Méthode du gradient"
 CETIM, France, 1980, 157p.
- [14] Brand A., Flavenot J. F., Gregoire R., Tournier C.
 "Recueil de données technologiques sur la fatigue"
 CETIM 1^{re} édition, France, 1980.
- [15] Brand A., Flavenot J. F., Gregoire R., Tournier C.
 "Données technologiques sur la fatigue"
 CETIM 2^d édition, France, 1991.
- [16] Lieurade HP., Troughon M., Flavenot J. F.
 La prévision de l'amorçage des fissures de fatigue à partir d'entailles.
 Revue Française de Mécanique, 1992, NR. 1992-1, pp 25-39.
- [17] Weixing Y.
 "On the notched strength of composite laminates"
 Composites Science and Technology, Vol. 45, 1992, pp 105-110.
- [18] Weixing Y.
 "Stress field intensity approach for predicting fatigue life"
 International Journal of Fatigue, Vol. 15, No. 3, 1993, pp 243-245.
- [19] Weixing Y., Kaiquan X., Yi G.,
 "On the fatigue notch factor, k_f "
 International Journal of Fatigue, Vol. 17, No. 4, 1995, pp 245-251.
- [20] Pluvinage G.
 "Notch effect in high cycle fatigue"
 Advances in Fracture Research, ICF9, Fatigue of Metallic and Non-metallic
 Materials and Structures, 3.
 Sidney, Pergamon, 1997, pp 1239-1250.
- [22] Pluvinage G.
 "Application of notch fracture mechanics to fracture emanating from stress
 concentrators"
 Advances in Computational Engineering Sciences 97
 San Jose, 1997, pp 213-218.
- [23] Kadi N.
 "Rupture par fatigue des arbres entaillés et clavetés"
 DEA, Laboratoire de Fiabilité Mécanique, Université de Metz, 1997.

- [24] Pluvinage G.
"Application of notch fracture mechanics to fracture emanating from stress concentrations"
Nuclear Engineering, 185, 1998, pp 173-184.
- [25] Kadi N., Gjonaj M., Pluvinage G.
"Volumic approach of fatigue failure of notched specimens"
Miskolc, Hungary, Proceedings of COPERNICUS Annual Meeting, 1997.
- [26] Pluvinage G.
"Hot spot and volumetric approaches to the high cycle fatigue of notched components"
Technology, Law and insurance, Vol. 4, 1999, pp. 145-153.
- [27] Pluvinage G.
"Fracture Mechanics from notches"
Physicochemical Mechanics of Materials, Tome 34, No 6, 1998 pp 7-20.
- [28] Kadi N., Azari Z., Pluvinage G.
"La rupture par fatigue des arbres entaillés"
Syria : 38th Science Week, 7-12 Novembre 1998.
- [29] Pluvinage G., Azari Z., Kadi N., Dlouhy I., Kosack V.
"Effect of ferritic microstructure on local damage zone distance associated with fracture near notch"
Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 1999, Vol. 31, pp 149-156.
- [30] Neuber H.
"Theory of stresses concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary non-linear stress-strain law"
Journal of Applied Mechanics, Vol. 28, 1969, pp 544-551.
- [31] Ye D. Y., Wang D. J.
"A new approach to the prediction of fatigue notch reduction factor k_f "
Int. J. Fatigue, 1996, Vol. 18, No. 2, pp. 105-109.
- [32] Manson S. S., Muralidharan U.,
"A single expression formula for inverting strain-life and strain-strain relationship"
Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1987, Vol. 9, No. 5, pp. 343-356.
- [33] Manson S. S., Muralidharan U.,
"Fatigue life prediction in bending from axial fatigue information"
Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1987, Vol. 9, No. 5, pp. 357-372.
- [34] Smith R. W., Hirschberg M. H., Manson S. S.
"Fatigue behaviour of materials under strain cycling in low and intermediate life range", NASA-TN-D-1574, 1963.

- [35] Lieurade HP.
La pratique des essais de fatigue, PYC Edition – Paris, 1982, p 280.
- [36] Suresh S.,
“Fatigue of Materials”
Cambridge Solid State Science Series, 1991.
- [37] Sines G.
“Failure of Materials under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses”
National Advisory Committee for Aeronautics Technology Note 3495, Nov. 1955.
- [38] Sines G.
“Behaviour of Metals under complex stresses” in “Metal Fatigue”, Sines G., Waisman J. L.
New York, Ed.: McGraw-Hill, 1959.
- [39] Sines G., Ohgi G.
“Fatigue Criteria Under Combined Stresses or Strains”
Journal of Engineering Materials and Technology, Trans. ASME, April 1981, Vol. 103, pp 82-91.
- [39] “Standard Testing Methods for Tension Testing of Metallic Materials [Metric]”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 8M-98 Metric, pp 78-98.
- [40] “Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 466-96, pp 471-475.
- [41] “Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 468-90, pp 481-486.
- [42] “Standard Test Methods for Sharp-Notch Tension Testing with Cylindrical Specimens”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 8M-98, pp 513-519.
- [43] “Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 606-92, pp 528-542.
- [44] “Standard Practice for Verification of Specimen Alignment Under Tensile Loading”
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 1012-97, pp 685-691.

- [45] "Standard Practices for Force Verification of Testing Machines"
Metals Test Methods and Analytical Procedures, ASTM Standard,
Designation: E 4-98, pp 9-16.
- [46] "Essais de traction de l'acier"
AFNOR, Produit Siderurgique, Essais Mécanique, Partie 1, Tome 8,
NF A 03-151, Recueil des Normes Françaises, 1988, pp 23-36.
- [47] "Essais de fatigue"
AFNOR, Produit Sidérurgique, Essais Mécanique, Partie 2, Tome 9,
NF A 03-400, Recueil des Normes Françaises, 1988, pp 198-212.
- [48] "Essais de fatigue par charge axiale"
AFNOR, Produit Sidérurgique, Essais Mécanique, Partie 2, Tome 9,
NF A 03-401, Recueil des Normes Françaises, 1988, pp 213-220.
- [49] "Essais de fatigue par flexion rotative"
AFNOR, Produit Sidérurgique, Essais Mécanique, Partie 2, Tome 9,
NF A 03-402, Recueil des Normes Françaises, 1988, pp 221-228.
- [50] "Mechanical Behaviour of Materials Under Tension"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 20-27.
- [51] "Effect of Specimen Preparation, Set-up and Test Procedures on Test Results"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 29-33.
- [52] "Tension Testing Machines and Extensometers"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 47-51.
- [53] "Bend Testing"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 115-124.
- [54] "Fundamental Aspects of Torsional Loading"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 139-144.
- [55] "Cyclic Torsional Testing"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 149-153.
- [56] "Fatigue Testing"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 354-402.
- [57] "Microstructure and Fracture"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 476-491.
- [58] "Fatigue Data Analysis"
ASM Handbook, Vol. 8, Mechanical Testing, 1992, pp 695-720.
- [59] "Fatigue failures"
Metals Handbook, Vol. 10, Failure Analysis and Prevention, 8th Edition, 1975, pp
95-122.

- [61] Carpinteri A., Brighenti R.
 "Stress field near a notch root under pure bending"
 Physicochemical Mechanics of Materials, International Scientific-Technical Journal, Vol. 34, 1 5, 1998, pp 43-48.
- [62] Zheng M., Niemi E.
 "Analysis of the stress concentration factor for shallow notch by the slip-line field method"
 International Journal of Fatigue, Vol. 19, No. 3, 1997, pp 191-194.
- [63] Peterson R. E.
 "Notch sensitivity"
 Metal Fatigue, Sines G., Waisman J. L., editors.
 New York: McGraw Hill, 1959, 293-306.
- [64] Siebel E., Stieler M.
 "Dissimilar stress distribution and cycling loading"
 Z. Ver Deutsch Ing. 1955, 97, pp 121-131.
- [65] Bomas H., Linkewitz T., Mayr P.
 "Fatigue Limit Prediction of Notched Hard Steel Parts under Uniaxial and Torsional Loading"
 5th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, Cracow, Poland, 1997.
- [66] Bomas H., Linkewitz T., Mayr P., Jablonski F., Kienzler R., Kutchan K., Bacher-Hochst M., Mühleder F., Seitter M., Wicke D.
 "Application of the Weakest Link Model to the Fatigue Limit of a Hard Bainitic Steel"
 Advances in Fracture Research ICF9, 3, Fatigue of Metallic and Non-metallic Materials and Structures, Sidney, Australia, 1997, pp 1321-1328.
- [67] Taylor D.
 "Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model"
 International Journal of Fatigue, Vol. 21, 1999, pp 413-420.
- [68] Buch A.
 "Effect of notch on the fatigue strength of steel and Al-alloy specimens in pulsating-tension and tension-compression"
 Materialprüf., Vol. 26, No. 9, 1984, pp 319-321.
- [69] Du Quesnay D. L., Yu M. T., Topper T. H.
 "An analysis of Notch-Size Effects at the Fatigue Limit"
 Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, Vol. 16, July 1998, pp. 375-385.
- [70] Gouair H., Azari Z., Toth L., Pluvinaige G.
 "Modélisation de la transition rupture fragile-ductile sur des éprouvettes axisymétriques entaillées. Approche statique et dynamique"
 Revue Française de Mécanique, No. 1995-1.

- [71] Zhi-Zhong H., Shu-Zhen C.
"Relationship between fatigue notch factor and strength"
Engineering Fracture Mechanics, Vol. 48, No. 1, 1994, pp 127-136.
- [72] Nie H., Wu F. M., Liu J. F.
"A variable K_t -Neuber's rule for predicting fatigue crack initiation life"
Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 17, No. 9, 1994, pp 1015-1023.
- [73] Downing S. D., Galliard D. R.
"A fatigue test system for a notched shaft in combined bending and torsion"
Multiaxial Fatigue, ASTM STP 853, K. J. Miller and M. W. Brown, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1985, pp. 24-32.
- [74] Akid R., Dmytrakh I.
"Influence of surface deformation and electrochemical variables on corrosion and corrosion fatigue crack development"
Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Blackwell Science Ltd, 21, 1998, pp 903-911.
- [75] Dmytrakh I. M., Akid R., Miller K. J.
"Electrochemistry of deformed smooth surfaces and short corrosion fatigue crack growth behaviour"
British Corrosion Journal, Vol. 32, No. 2, 1997, pp 138-144.
- [76] Shijve J.
"Stress gradient around notches"
Fatigue of Engineering Materials and Structures, Vol. 3, No. 4, 1980, pp 325-338.
- [77] Noda N. A., Sera M., Takase Y.
"Stress concentration factors for round and flat test specimens with notches"
International Journal of Fatigue, Elsevier Science Ltd, Vol. 17, No. 3, 1995, pp 163-178.
- [78] Panasyuk V. V., Dmytrakh I. M., Pluvina G., Qylafku G.,
"On corrosion fatigue emanating from notches : stress field and electrochemistry"
Physicochemical Mechanics of Materials, International Scientific-Technical Journal, Vol. 36, 1 6, 2000, (to be published).
- [79] Qylafku G., Azari Z., Gjonaj M., Pluvina G.,
"On the fatigue failure and fatigue life prediction of the notched specimens"
Physicochemical Mechanics of Materials, International Scientific-Technical Journal, Vol. 34, 1 5, 1998, pp 17-27.
- [80] Qylafku G., Azari Z., Gjonaj M., Pluvina G.,
"On the fatigue failure and fatigue life prediction of the notched specimens"
Materials Science, Kluwer Academic/Plenum Publishers, Vol. 34, 5, 1999, pp 604-618.

- [81] Qylafku G., Azari Z., Kadi N., Gjonaj M., Pluvillage G.,
 "Application of a new model proposal for the fatigue life prediction on notches and key-seats"
 International Journal of Fatigue, Elsevier Science Ltd, Vol. 21, No. 8, pp 753-760, 1999.
- [82] Warren C. Young,
 ROARK'S Formulas for Stress & Strain, McGraw-Hill Book Company, 6th Edition, 1989, pp 728-741.
- [83] Yates J. R., Miller K. J.,
 "A torsion-bending loading frame for a uniaxial fatigue test machine"
 Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 11, No. 5, 1988, pp 321-330.
- [84] Metals Handbook, Vol. 9, Fractography and Atlas of Fractographs, 8th Edition, Metals Parc, Ohio, USA, 1974.
- [85] Lipson Ch.,
 Why machine parts fail,
 Part 5, Bending and Tensile Failures, Machine Design, Vol. 22, Sept. 1950, pp. 147-150.
- [86] Jacoby G.,
 "Fractographic Methods in Fatigue Research"
 Experimental Mechanics, Vol. 5, 1965, pp 65-82.
- [87] Jacoby G.,
 "Application of the microfractography to the Study of Crack Propagation under Fatigue Stresses"
 NATO-AGARD Report, 541, 1966, 187p.
- [88] Hohenemser K., Prager W.,
 "The Problem of Fatigue Strength under Complex Stresses",
 Metallwirtschaft, XII, 24, 1933.
- [89] Nishihara T., Kawamoto M.,
 "The strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion",
 Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. 10, No. 6, 1941.
- [90] Nishihara T., Kawamoto M.,
 "The strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion with Phase Difference",
 Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, Vol. 11, No. 5, 1954.
- [91] Davis V. C.,
 "Discussion of "The strength of metals under combined alternating stresses" by Gough H. J. and Pollard H. V.",

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, London, Vol. 131, No. 3, 1935.

- [92] Gough H. J., Pollard H. V.,
"The strength of metals under combined alternating stresses",
Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vol. 131, No. 3, 1935.
- [93] Gough H. J., Pollard H. V., Clenshaw W. J.,
"Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stress",
Reports and Memoranda N. 2522, Aeronautical Research Council, His Majesty
Stationary Office, London, 1951.
- [94] You B. R., Lee S. B.,
"A critical review on multiaxial fatigue assessments of metals",
International Journal of Fatigue, Vol. 18, No. 4, 1996, pp. 235-244.
- [95] Tipton S. M., Nelson D. V.,
"Advances in multiaxial fatigue life prediction for components with stress
concentrations",
International Journal of Fatigue, Vol. 19, No. 6, 1997, pp. 503-515.
- [96] Forsyth P. J. E.,
"A two stage Fatigue Fracture Mechanism",
Proceedings of Cranfield Symposium of Fatigue Crack Propagation, 1, 76, 1961.
- [97] Stulen F. B., Cummings H. N.,
"A failure criterion for multiaxial fatigue stresses",
Proceedings of the American Society for Testing and Materials, Vol. 54,
Philadelphia, 1954.
- [98] Findley W. N.,
"Experiments in fatigue under ranges of stress in torsion and axial load from
tension to extreme compression",
Proceedings of the American Society for Testing Materials, Vol. 54, 1954.
- [99] Findley W. N., Coleman J. J., Hanley B. G.,
"Theory of combined bending and torsion fatigue with data for SAE 4340 steel",
Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of
Mechanical Engineers, London, 1956.
- [100] Findley W. N., Tracy J. F.,
"The effect of the intermediate principal stress on triaxial fatigue of 707S-T6
aluminium alloy",
Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, Vol. 1, No. 5, 1973.
- [101] Findley W. N., Mitchell W. I., Strohbeck D. D.,
"Effect of range of stress in combined bending and torsion fatigue tests of 25S-T6
aluminium alloy",
Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 78, 1956.

- [102] Findley W. N.,
"Fatigue of metals under combinations of stresses",
Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 79, 1957.
- [103] Matake T.,
"An explanation on fatigue limit under combined stress",
Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 20, No. 141, 1977.
- [104] Papadopoulos I. V.,
"Critical plane approaches in high-cycle fatigue: On the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane",
Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 21, 1998, pp. 269-285.
- [105] McDiarmid D. L.,
"A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress",
Proceedings of Second International Conference on Pressure Vessel Technology, American Society of Mechanical Engineers, San Antonio, Texas, USA, 1973.
- [106] McDiarmid D. L.,
"Fatigue under out-of-phase bending and torsion",
Fatigue of Engineering Materials and Structures, Vol. 9, No. 6, 1987, pp. 457-475.
- [107] Dietmann H., Issler L.,
"Strength calculation under multiaxial out-of-phase fatigue loading",
Proceedings of the 6th Congress on Material Testing, Budapest, 1974.
- [108] Marin J.,
"Mechanical behaviour of engineering materials",
Prentice Hall, New York, 1962.
- [109] Marin J.,
"Interpretation of Fatigue Strengths for Combined Stresses",
Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956.
- [110] Crossland B.,
"Effect of large hydrostatic pressure on the torsional fatigue of an alloy steel",
Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956.
- [111] Kakuno H., Kawada Y.,
"A new criterion of fatigue strength of a round bar subjected to combined static and repeated bending and torsion",
Fatigue of Engineering Materials and Structures, Vol. 2, 1979.
- [112] Dang Van K., Papadopoulos Y. V.,
"Multiaxial Fatigue Failure Criterion: A new Approach",
Fatigue 87, Volume II, 3d Int. Conference on Fatigue and Fatigue Threshold, July 1987.

- [113] Dang Van K., Cailletaud, Flavenot J. F., Le Douaron, Lieurade H. P.,
 "Critère d'amorçage en fatigue à grands nombres de cycles sous sollicitations multiaxiales",
 Fatigue 87, Volume II, 3d Int. Conference on Fatigue and Fatigue Threshold, July 1987.
- [114] Dang Van K.,
 "High Cycle Fatigue Analysis in Mechanical Design",
 Advances in Fracture Research ICF9, 3, Fatigue of Metallic and Non-metallic Materials and Structures, Sidney, Australia, 1997, pp. 1225-1237.
- [115] Papadopoulos Y. V., Dang Van K.,
 "Sur la nucléation des fissures en fatigue polycyclique sous chargement multiaxial"
 Archives of Mechanics, Warsaw, Vol. 40, 1998, pp. 759-774.
- [116] Papadopoulos I. V.,
 "Exploring the high-cycle fatigue behaviour of metals from the mesoscopic scale",
 Journal of the Mechanical Behaviour of Mechanical Behaviour of Materials, Vol. 6, No. 2, 1996.
- [117] Papadopoulos I. V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A.,
 "A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals",
 International Journal of Fatigue, Vol. 19, No. 3, 1997, pp. 219-235.
- [118] Ellyin F., Golos K.,
 "Multiaxial fatigue damage criterion",
 Journal of Engineering materials and Technology, ASME, No. 110, 1988, pp. 63-68.
- [119] Ellyin F.,
 "The influence of multiaxial stresses on fatigue failure",
 Proceedings of the 4th International Conference on Fatigue and Fatigue Thresholds, Honolulu, Hawaii, 15-20 July 1990, pp. 559-565.
- [120] Findley W. M., Mathur P. N., Szczepanski E., Temel A. O.,
 "Energy versus stress theories for combined stress - A fatigue experiment using a rotating disk",
 Journal of Basic Engineering, Trans. ASME 83D, 1961.
- [121] Bannantine J. A., Socie D. F.,
 "Multiaxial fatigue life estimation technique",
 Symposium on Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1122, Eds. Mitchell M. R. and Landgraf R. W., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992, pp. 249-275.
- [122] Glinka G., Plumtree A., Shen G.,
 "A multiaxial fatigue strain energy parameter related to the critical plane", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol.18, 1995, pp. 37-46.

- [123] Glinka G.,
"Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks",
Engineering Fracture Mechanics, Vol. 22, No. 3, 1985, pp. 485-508.
- [124] Chu C. C., Conle F., Bonnen J. J.,
"Multiaxial stress modelling and fatigue life prediction of axle shafts",
Symposium on Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1122, Eds. Mitchell M. R. and Landgraf R. W., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992, pp. 249-275.
- [125] Chu C. C.,
"Fatigue damage calculation using the critical plane approach",
Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 117, No. 41, 1995, pp. 41-49.
- [126] Flavenot J. F., Skalli N.,
"L'épaisseur de couche critique ou une nouvelle approche du calcul en fatigue des structures des structures soumises à des sollicitations multiaxiales",
Rapport CETIM 12G254, Septembre 1982, pp. 15-25.
- [127] Flavenot J. F., Skalli N.,
"L'épaisseur de couche critique : Une nouvelle approche du calcul en fatigue à long terme des structures soumises à des chargements multiaxiaux",
CETIM - Information No. 78, Décembre 1982, pp. 57-59.
- [128] Lieurade H. P., Troughon M., Flavenot J. F.,
"La prévision de l'amorçage des fissures de fatigue à partir d'entaille",
Revue Française de Mécanique, No. 1992-1, 1992, pp. 25-39.
- [129] Tipton S. M., Nelson D. V.
"Advances in multiaxial fatigue life prediction for components with stress concentrations",
Int. J. Fatigue, Vol. 19, No. 6, pp. 503-515, 1997.
- [130] Bentachfine S.
"L'étude de l'effet d'entaille et de l'influence de déphasage en fatigue oligocyclique multiaxiale",
Th : Université de Metz, 1998.
- [131] Dubar L., Froustey C., Lasserre S.,
"L'effet d'entaille en fatigue multiaxiale. Validité comparée de quelques critères. Application à l'acier 30NCD16",
Revue Française de Mécanique, No. 1992-1, 1992, pp. 89-97.
- [132] Yang X. H., Chen Y. L.,
"Fatigue life calculation with stress field intensity (SFI) method",
Fatigue '99, Proceedings of the 7th International Fatigue Congress, Beijing, P.R. China, 1999, pp. 1145-1150.

ANNEXE I

I. NOUVEL SYSTEME D'AMARRAGE DES EPROUVETTES POUR LA MACHINE BIAXIALE DES «INSTRON 1343»

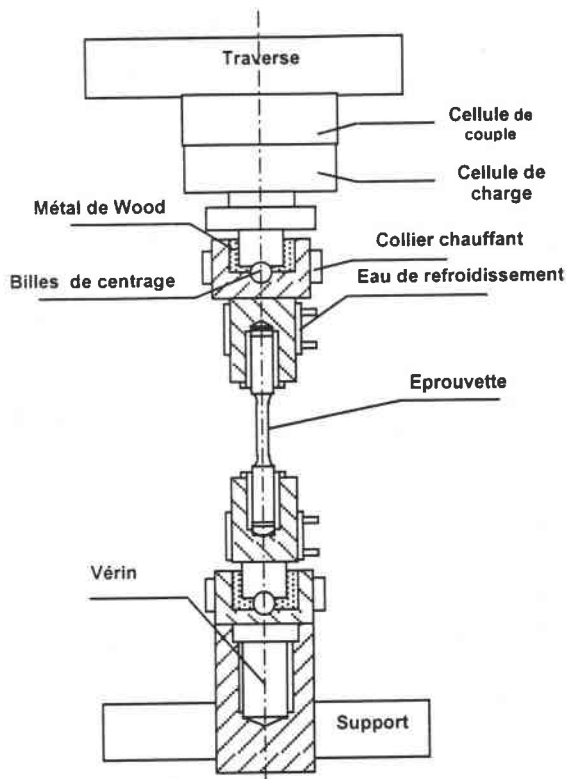
Comme mentionné dans le deuxième chapitre, un système d'amarrage des éprouvettes a été conçu afin de l'utiliser sur la machine biaxiale servo - hydraulique pour les essais de traction - compression, torsion simple et combinée. La description générale de la machine a été faite dans le deuxième chapitre. Dans cette annexe, on va décrire un nouveau système d'amarrage.

Ce système a été conçu afin de remplacer le système de montage traditionnel pour ce type de machine, qui consiste à l'utilisation du métal de Wood. Celui-ci présentait pour nos essais de fatigue de longue durée de vie des inconvénients qui sont décrits dans ce qui suit.

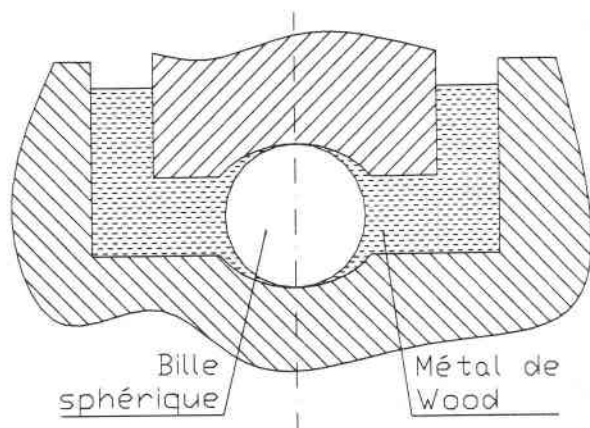
II. LES INCONVENIENT DU MONTAGE D'EPROUVETTE BASEE SUR LE METAL DE WOOD

Le système d'amarrage d'éprouvettes d'essais basé sur le métal de Wood a été utilisé depuis long temps afin d'éliminer les composantes en flexion qui peuvent augmenter les possibilités de flambage d'éprouvette. Dans ce système, l'axialité est assurée par un système à billes et à métal de Wood, dont sa température de fusion est vers 120°C. Le métal de Wood est chauffé par un collier chauffant en haut et refroidi ensuite par une circulation d'eau. Une fois que le système est complètement refroidi, on applique la même procédure pour la tête inférieure d'amarrage. A la fin de cette procédure, un contrôle d'alignement de l'éprouvette est nécessaire. L'erreur d'alignement ne doit pas passer 5%, tolérance relativement large. En outre, dans les conditions d'essais de longue durée de vie cette erreur est relativement plus importante si l'éprouvette est soumise à des chargements oligocycliques, dont la proportion de chargement en flexion causé par les défauts d'alignement est inférieur.

Un schéma général du fonctionnement de l'amarrage à métal de Wood est présenté à la Figure A1.1a. La Figure A1.1b représente un schéma des billes de centrage.



(a)



(b)

Figure A1.1 Le système d'arrimage basé sur le métal de Wood :

a) conception générale, b) schéma détaillé du système d'alignement à billes

A partir de cette simple description de la mode de fonctionnement du dispositif basé sur le métal de Wood, il est évident que ce système présente quelques inconvénients importants d'utilisation :

- premièrement, la procédure d'utilisation d'un tel système basé sur un métal qui est chauffé jusqu'à une température à peu près 120°C est difficile, encombrante et parfois même dangereuse pour l'opérateur et pour la machine,
- le métal de Wood, a des telles caractéristiques mécaniques faibles et notamment en fatigue de longue durée de vie, qui peut être inférieure à la durée de vie du métal à tester. Pour cette raison, l'utilisation de ce système est plutôt destinée à effectuer des essais de fatigue oligocyclique.

Par rapport à un système mécanique (si un tel système avec les même avantage de fonctionnement pouvait exister), l'amarrage à métal de Wood présente aussi les désavantages suivants :

- le système a besoin de ressources considérable d'énergie pour le chauffage du métal de Wood et d'eau pour son refroidissement et donc, des coûts d'utilisation de machine et d'essais assez élevés.
- Afin de chauffer et de refroidir le métal de Wood, un intervalle du temps relativement long est nécessaire.

Afin de pouvoir effectuer des essais de fatigue de grand nombre de cycles et, si possible, évitant les inconvénients de l'amarrage à métal de Wood mentionnés ci-dessus, il a été nécessaire de concevoir et réaliser un système mécanique d'amarrage qui sera décrit dans le paragraphe qui suit.

III. DESCRIPTION DU NOUVEAU SYSTEME D'AMARRAGE

Le principe du fonctionnement du nouveau système d'amarrage est entièrement mécanique et il assure un très bon alignement. Sa conception est présentée à la Figure A1.2.

Comme on peut voir de cette figure, le système est composé de plusieurs pièces. La pièce numéro 12 est montée sur le vérin de la machine d'essais par le biais de vis appropriées. Les autres pièces du système d'amarrage sont installées sous les cellules de charge comme indiqué dans la figure. Généralement les pièces 1, 2, 3, 4 sont fixes sous les deux cellules de charge. On peut démonter les pièces 5 et 6 afin de monter l'éprouvette. L'éprouvette est d'abord vissée sur la pièce 6 et serrée par le biais des pièces 7, 8 et 9. L'ensemble composé par l'éprouvette et la pièce 6 est ensuite installé sur la partie inférieure de l'amarrage et on le serre de façon similaire à l'éprouvette sur la pièce 6. Par la suite, on peut baisser la traverse et après on élève le vérin, jusqu'au niveau où les canaux coniques de la pièce 6 arrivent au niveau des trous respectifs de la pièce fixe 3. Les surfaces de ces canaux représentent géométriquement l'intersection entre une surface cylindrique (la surface de la pièce 6) les et surfaces coniques, dont les axes sont perpendiculaires à l'axe du cylindre (pièce 6). Ensuite on peut monter les coins coniques (pièces numéro 5), dont la surface conique s'insère dans la même conique de la pièce 6, et après les serrer. Le serrage se fait doucement après avoir commandé

l'électronique (système INSTRON 8500) pour maintenir le vérin de la machine dans les conditions de charge nulle soit en traction - compression, soit en torsion simple, afin de ne pas endommager l'éprouvette pendant le montage. Cette procédure peut aussi se réaliser en serrant pas à pas les coins 5 à un très faible niveau de force ou de moment. Le vérin revient lentement à charge nulle manuellement, jusqu'à un serrage adéquat.

L'alignement de l'éprouvette est assuré par le biais de conditions géométriques très strictes imposées pendant la fabrication de la pièce 12. Elle est affichée à la droite de la Figure A1.2. Les tolérances géométriques de fabrication ne doivent pas être plus précises par rapport à celle des éprouvettes utilisées avec le système d'amarrage à métal de Wood. Les conditions géométriques prévues par les normes françaises concernant les essais mécaniques sont présentées dans la Figure A1.3.

Le matériau utilisé pour la fabrication de l'amarrage est l'acier 35NCD16 trempé – revenu selon la norme française. Ses propriétés mécaniques sont :

Limite d'élasticité $R_e \cong 1200 \text{ MPa}$

Résistance ultime $R_m \cong 1700 \text{ MPa}$

Une photographie du système d'amarrage est présentée à la Figure A1.4.

Afin de juger sur la réalisation correcte des essais et de la qualité de centrage des éprouvettes, les surfaces de rupture de rupture des éprouvettes ont été analysées. On a constaté que les surfaces de rupture représentent des faciès typiques associés aux modes de chargement. Quelques-unes sont présentées sur les photos des Figures A1.5, A1.6 et A1.7.

Dans la Figure A1.5a, b, c, les surfaces de rupture obtenues par chargement de traction - compression alternée sur les éprouvettes lisses et entaillées sont présentées. La surface de rupture de l'éprouvette lisse correspond à une durée de vie plus de 10^6 , c'est à dire, proche de la limite d'endurance. La surface présentée sur la Figure A1.5b est relative à une éprouvette lisse de rayon d'entaille 0,4mm. L'éprouvette entaillée de la Figure A1.5c, d'un rayon d'entaille 0,2mm, correspond à une durée de vie de $4 \cdot 10^5$.

Dans la Figure A1.6 on a présenté des surfaces de rupture correspondant aux éprouvettes soumises à la torsion simple. La surface de rupture représentée à la Figure A1.6a appartient à une éprouvette soumise à un niveau moyen de chargement et de durée de vie de l'ordre $4 \cdot 10^5$.

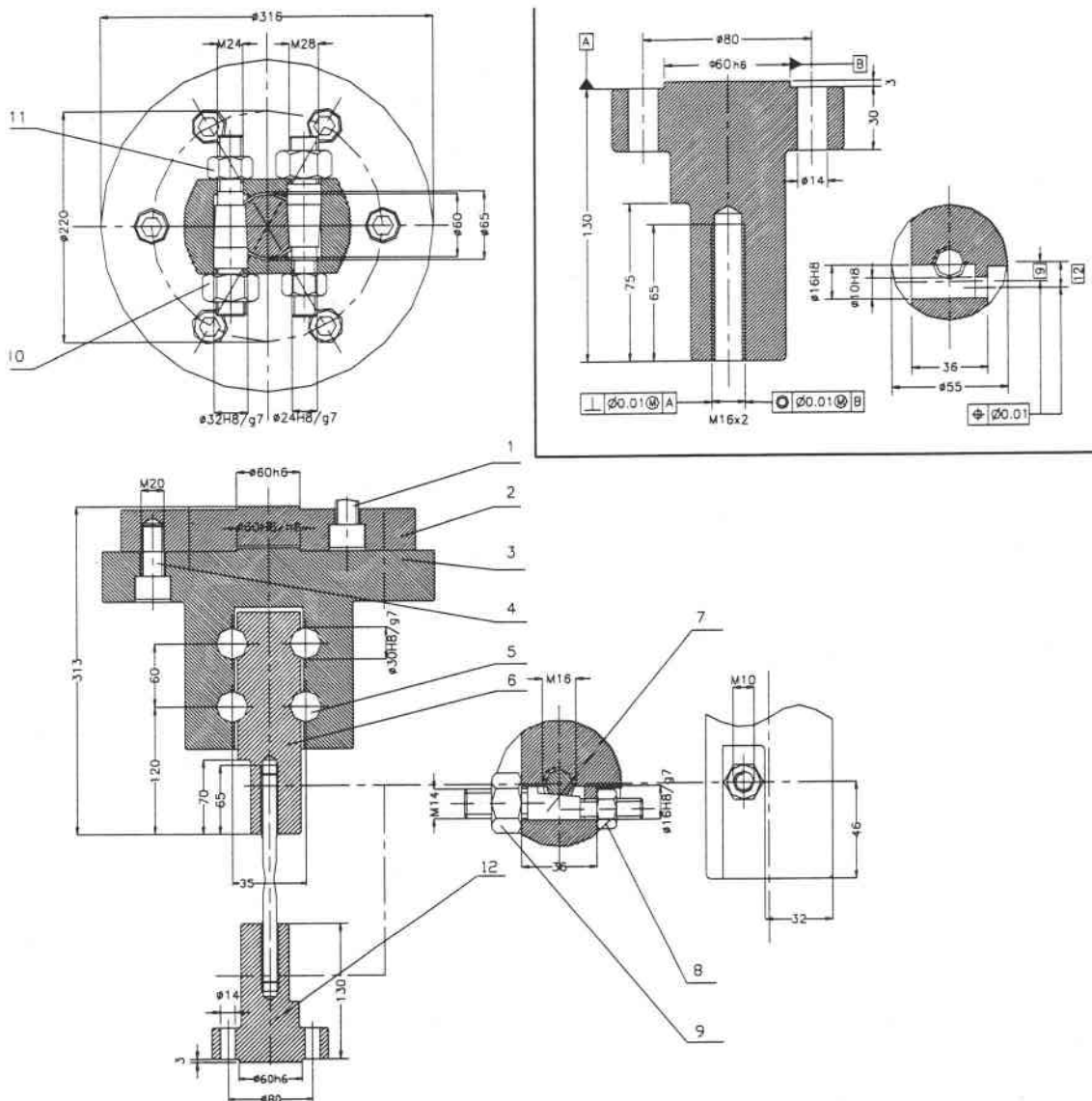


Figure A1.2 Représentation de la conception du système d'amarrage pour la machine d'essais multiaxiaux : 1- Les visser de la machine ; 2- Plaque intermédiaire ; 3- La pièce principale de la partie supérieure de l'amarrage ; 4- Visser intermédiaires ; 5- Coins coniques ; 6- Élément intermédiaire entre l'éprouvette et la pièce 3 ; 7- Pin ; 8,9,10,11- Ecrous ; 12- La partie inférieure de l'amarrage

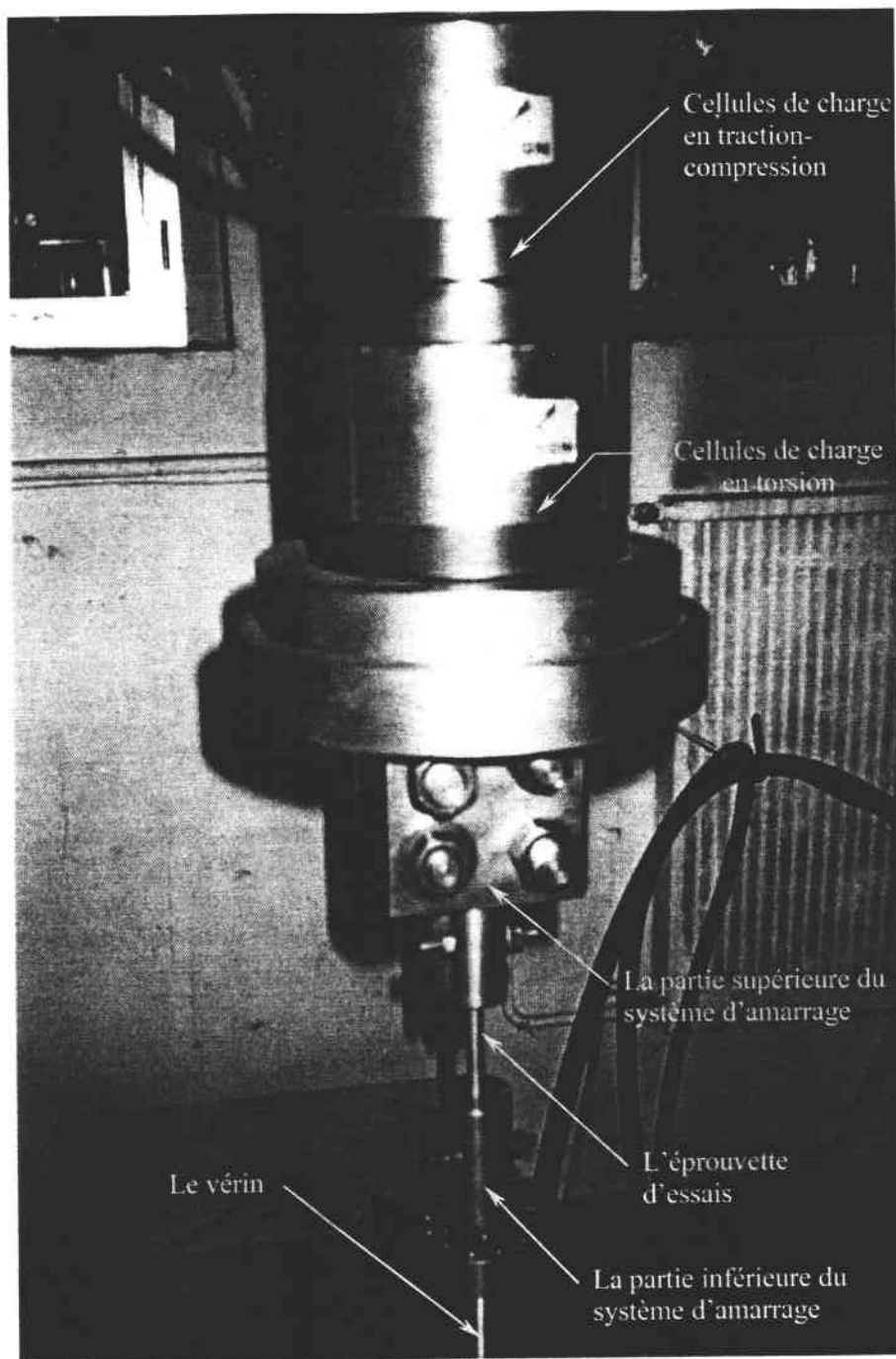


Figure A1.3 Photographie du nouveau système d'amarrage adopté à la machine servo-hydraulique biaxiale INSTRON 1343

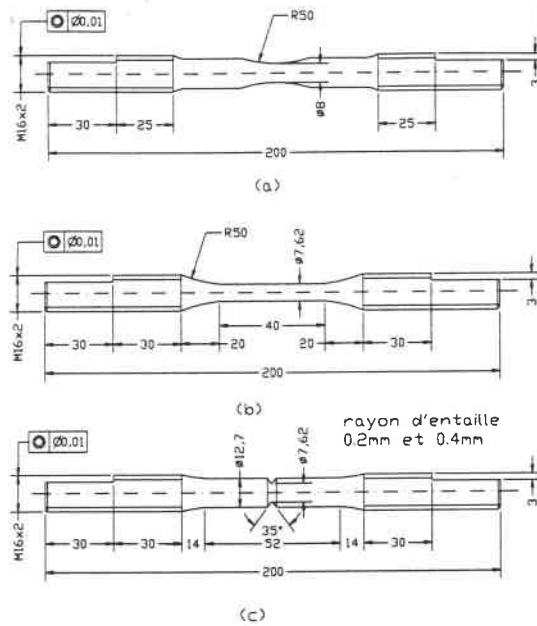


Figure A1.4 Dessin des éprouvettes entaillées et lisses : a) éprouvette lisse chargée en torsion
 b) éprouvette lisse chargée en torsion - compression et chargement combiné c) éprouvette entaillée pour tous les types de chargement

Les surface de ruptures présentées aux Figures A1.6b and A1.6c appartient à la même éprouvette lisse, dont la rupture a eu lieu après $2 \cdot 10^6$ cycles. Les surfaces de rupture présentées dans les Figures A1.6d and A1.6c représentent respectivement la surface de rupture d'une éprouvette avec un rayon d'entaille 0,4mm dont la rupture s'est produite pour une durée de vie supérieure à 10^6 et la surface de rupture d'une éprouvette de rayon d'entaille 0,2mm rompue pour une durée de vie moyenne un peu supérieure à 10^5 . Ce sont des surfaces typiques de rupture en fatigue par torsion simple. Les surface de ruptures des Figures A1.6a, A1.6d et A1.6e sont des surfaces complexes consistant de faciès de rupture inclinées, connues comme surface de rupture en forme de «fraise» ou, autrement dit, de «toit d'usine». La surface de rupture de l'éprouvette des Figures A1.6b et c n'a pas cette caractéristique, parce qu'elle a été soumise à un niveau de charge moins élevé. Il y a eu moins de sites d'amorçages par fatigue, qui se sont créés et qui se sont développées plus largement sans interférant avec les autres surfaces de propagation, comme dans le cas de la Figure A1.6a. Pour cette raison, la surface de rupture prend une forme hélicoïdale, dont l'axe coïncide bien avec l'axe géométrique de l'éprouvette.

Dans la Figure A1.7a, b, c, les surfaces de rupture appartiennent respectivement à une éprouvette lisse, à une éprouvette avec rayon d'entaille 0,4mm et à une éprouvette avec un rayon d'entaille 0,2mm. Elles se sont rompues pour une durée de vie moyenne.

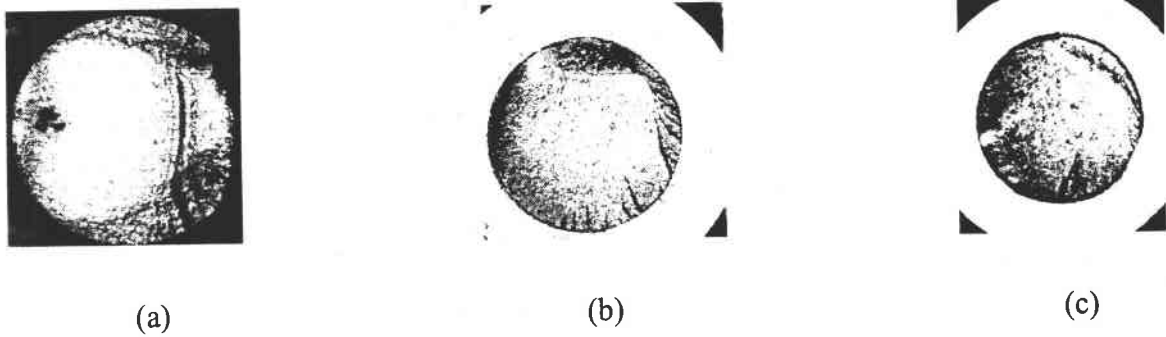


Figure A1.5 Surface de rupture de traction - compression a) éprouvette lisse
a) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,4\text{mm}$ c) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,2\text{mm}$

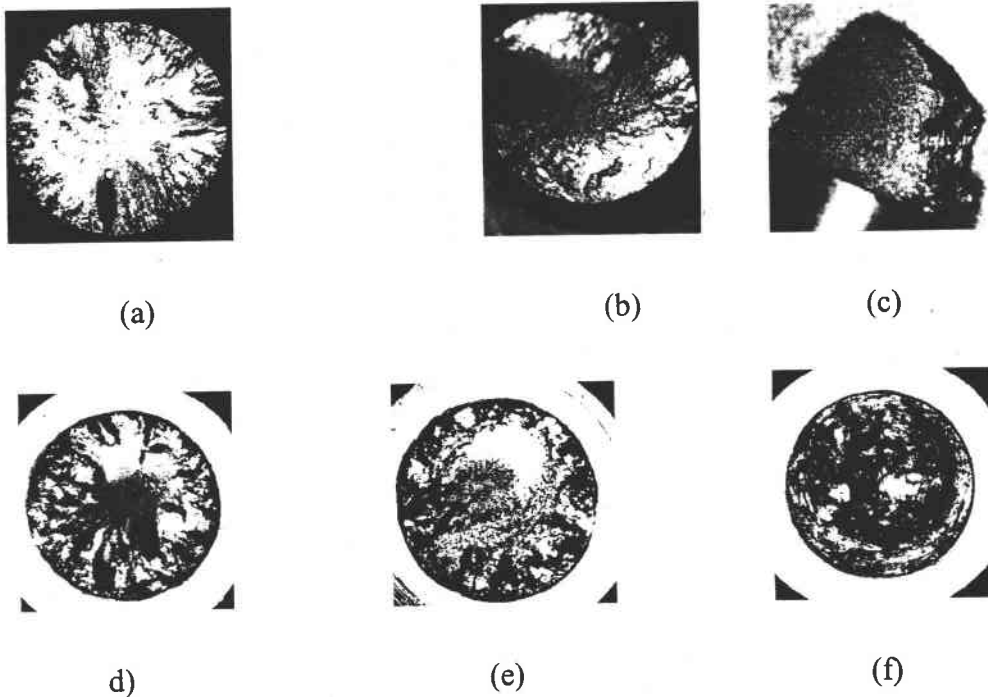
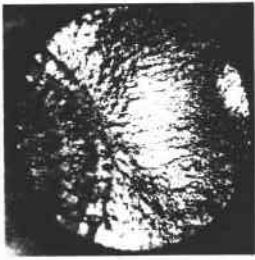


Figure A1.6 Surfaces de rupture en torsion simple a) éprouvette lisse b, c) une autre éprouvette lisse de deux point de vue d) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,4\text{mm}$ e) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,2\text{mm}$ f) entaillée avec surface de rupture présentant un échauffement à cause du phénomène du frottement



(a)



(b)



(c)

Figure A1.7 Surfaces de rupture en chargement biaxial combiné a) éprouvette lisse
b) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,4\text{mm}$ c) entaillée avec rayon d'entaille $\rho=0,2\text{mm}$

La présentation de ces surfaces de ruptures avait pour but de montrer qu'il n'y avait pas de flexion ou flambage parasites. Les surface de torsion simple sont, en fait, les indicateurs les plus significatifs concernant le problème de centrage. On voit bien sur ces surfaces, une «fraise» bien centrée, ce qui signifie que l'axe du moment de torsion coïncide bien avec l'axe géométrique de l'éprouvette.