



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THESE

Présentée à

L'UNIVERSITE DE METZ

par

Benoit MORAS

En vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ

Mention: Sciences de l'Ingénieur n°7642

Intitulé: Génie Mécanique

ETUDE DE L'EFFET D'ECHELLE SUR LA DEFORMATION A RUPTURE DES ACIERS A HAUTES VITESSES DE DEFORMATION

Soutenue le 13 Octobre 2000, devant la commission d'examen:

Pr. PLUVINAGE G. :	Université de Metz	Président
Pr. AZARI Z. :	Université d'Amiens	Rapporteur
Pr. NAIT-ABDELAZIZ M. :	Université de Lille	Rapporteur
M. SOLOMOS G. :	CCR Euratom - Italie	Examineur

THESE

Présentée à

L'UNIVERSITE DE METZ

par

Benoit MORAS

En vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ

Mention: Sciences de l'Ingénieur n°7642
Intitulé: Génie Mécanique

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	2000 0205
Cote	S/M3 20/28
Loc	Magasin

ETUDE DE L'EFFET D'ECHELLE SUR LA DEFORMATION A RUPTURE DES ACIERS A HAUTES VITESSES DE DEFORMATION

Soutenue le 13 Octobre 2000, devant la commission d'examen:

Pr. PLUVINAGE G. : Université de Metz
Pr. AZARI Z. : Université d'Amiens
Pr. NAIT-ABDELAZIZ M. : Université de Lille
M. SOLOMOS G. : CCR Euratom - Italie

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur

LISTE DE DISTRIBUTION

C. Albertini, CCR Euratom, LDTF sector, Chef de service
Z. Azari, Université d'Amiens, Rapporteur
J. Devos, CEA Saclay, coordinateur du programme REVISA
M. Gérardin, CCR Euratom, Chef d'unité
B. Moras (4 copies)
T. Malmberg, FZK/IRS
M. Nait-Abdelaziz, Université de Lille, Rapporteur
G. Pluinage, Université de Metz, Laboratoire de fiabilité mécanique, Directeur
G. Solomos, CCR Euratom, LDTF sector, Examineur
Université de Metz (5 copies)
A. Zurita, Commission Européenne, DG XII

Je tiens tout d'abord remercier la Direction Générale XII de la Commission Européenne et le CCR Euratom pour avoir financé respectivement les deux premières années et la dernière année de ce travail de thèse.

Mes remerciements vont aussi au personnel du laboratoire d'essais mécaniques LDTF Sector responsables et techniciens pour m'avoir accueilli pendant trois années, pour m'avoir formé dans le domaine de la dynamique rapide et avoir réalisés les essais mécaniques dont les résultats sont analysés dans ce mémoire.

Finalement, j'exprime toute ma reconnaissance à M. Pluinage qui m'a suivi au cours de la réalisation de ce travail et qui a corrigé les différentes épreuves de ce rapport.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
PREMIERE PARTIE: ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	2
Introduction.....	2
Chapitre 1	5
Lois de comportement dépendantes de la vitesse de déformation.....	5
1.1 Introduction	5
1.2 Relations définissant le comportement du matériau	6
1.3 Lois de comportement sélectionnées	8
1.4 Fonction d'un sous-programme de remise à jour des variables matériau dans un code de calcul explicite	10
1.5 Architecture générale d'un sous-programme matériau pour une loi de comportement plastique ou viscoplastique	11
1.6 Méthode du retour radial	13
Chapitre 2	15
Similarités.....	15
2.1 Introduction	15
2.2 Méthodes aux équations différentielles.....	16
2.3 Théorème de Buckingham.....	20
Chapitre 3	24
Effets d'échelle – Aspects phénoménologiques	24
3.1 Introduction	24
3.2 Effets d'échelle et effet de la vitesse de déformation	25
3.3 Effets d'échelle et transition dans le mode rupture.....	28
3.4 Effets d'échelle sur la ductilité de barres chargées dynamiquement	33
3.5 Effets d'échelle et champs de déformation non homogènes	35
3.6 Effets d'échelle en traction sur des éprouvettes lisses	47
Chapitre 4	53
Effets d'échelle et mécanique de la rupture	53
4.1 Introduction	53
4.2 Effets d'échelle et mécanique linéaire de la rupture.....	54
4.3 Effets d'échelle et mécanique non-linéaire de la rupture.....	57
Chapitre 5	58
Approches basées sur la forme et la distribution des défauts.....	58
5.1 Introduction	58
5.2 Loi d'effet d'échelle et défauts prédominants	59
5.3 Loi d'effet d'échelle et défauts microscopiques.....	62

Chapitre 6	67
Effet d'échelle – Approches probabilistes.....	67
6.1 Introduction	67
6.2 Théorie de Weibull.....	68
6.3 Extensions de la théorie de Weibull.....	69
6.4. Approches probabilistes pour matériaux ductiles.....	73
Chapitre 7	76
Approche asymptotique basée sur une analyse énergétique.....	76
7.1 Introduction	76
7.2 Loi d'effet d'échelle pour structure fissurée (ou entaillée).....	77
7.3 Loi d'effet d'échelle pour structures lisses (ou non entaillées).....	81
7.4 Loi d'effet d'échelle universelle.....	81
Chapitre 8	83
Effet d'échelle et Approches Fractales.....	83
8.1 Introduction	83
8.2 Fractales et caractère fractal des matériaux.....	84
8.3 Fractales "densifiées" et loi d'effet d'échelle sur G_f	87
8.4 Fractales "lacunaires" et loi d'effet d'échelle sur σ_c	88
8.5 Fractales et fissure de Griffith	90
8.6 Courbe R et matériaux hétérogènes	91
Chapitre 9	92
Modèle de fissures fictives et effet d'échelle	92
9.1 Introduction	92
9.2 Concept de fissures fictives.....	93
9.3 Fissures fictives et transition ductile-fragile.....	94
9.4 Fissures fictives: simulations numériques.....	98
Chapitre 10	99
Approches non-locales et théorie des gradients en plasticité.....	99
10.1 Introduction.....	99
10.2 Modèle à bande endommagée par fissuration	100
10.3 Approches non-locales	100
10.4 Théorie des gradients en plasticité.....	101
10.5 Lien existant entre la plasticité enrichie par des termes de gradients et les approches non-locales.....	103
10.6 Application analytique d'un modèle basé sur les gradients de déformation.....	103
Chapitre 11	105
Modèles de rupture ductile et effet d'échelle	105
11.1 Introduction.....	105
11.2 Critères de rupture ductile	106
Discussion.....	110

DEUXIEME PARTIE:ETUDE EXPERIMENTALE.....	114
Introduction.....	114
Chapitre 12	115
Appareillages d'essais et éprouvettes testées	115
12.1 Introduction.....	115
12.2 Description des éprouvettes.....	117
12.3 Tensiomètre de Hounsfield.....	118
12.3 Machine hydropneumatique.....	119
12.4. Barre d'Hopkinson-Davies	121
Chapitre 13	127
Analyse qualité des lots de matière.....	127
13.1 Introduction.....	127
13.2 Acier austénitique X6CrNiNb1810.....	128
13.3 Acier ferritique 20MnMoNi55.....	129
Chapitre 14	134
Dépouillement des résultats expérimentaux.....	134
14.1 Introduction.....	134
14.2 Détermination des courbes contrainte-déformation.....	135
14.3 Détermination des caractéristiques matériaux.....	145
14.4 Détermination des courbes charge-déplacement	147
14.5 Détermination des caractéristiques des éprouvettes entaillées.....	148
Chapitre 15	150
Résultats expérimentaux.....	150
15.1 Introduction.....	150
15.2 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes lisses.....	151
15.3 Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvettes lisses.....	162
15.4 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes entaillées	172
15.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvettes entaillées.....	181
Chapitre 16	190
Simulations numériques	190
16.1 Introduction.....	190
16.2 Simulations numériques d'essais Hopkinson sur des éprouvettes lisses.....	191
Discussion.....	200

TROISIEME PARTIE: ETUDE THEORIQUE.....	206
Introduction.....	206
Chapitre 17	208
Lois d'effet d'échelle en fonction puissance.....	208
17.1 Introduction.....	208
17.2 Loi d'effet d'échelle en fonction puissance.....	209
17.3 Effet d'échelle à la déformation à rupture et loi d'effet d'échelle en fonction puissance	210
17.4 Acier ferritique 20MnMoNi55.....	211
17.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810.....	213
Chapitre 18	215
Approche basée sur un critère de rupture ductile.....	215
18.1 Introduction.....	215
18.2 Présentation du critère de rupture utilisé.....	216
18.3 Simulations numériques	217
18.4 Ensemble de résultats relevés dans la littérature	219
18.5 Discussion.....	222
Chapitre 19	224
Effet d'échelle et processus de rupture	224
19.1 Introduction.....	224
19.2 Présentation du modèle de rupture et de son implantation éléments finis ...	225
19.3 Détermination des constantes du modèle adopté.....	226
19.4 Simulations numériques	227
19.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810.....	228
19.6 Acier ferritique 20MnMoNi55.....	235
Discussion.....	242
CONCLUSION GENERALE.....	245
ANNEXE A.....	246
ANNEXE B.....	250
ANNEXE C.....	256
ANNEXE D.....	259
ANNEXE E.....	262
ANNEXE F.....	271
ANNEXE G.....	274
ANNEXE H.....	288
ANNEXE I.....	290
ANNEXE J.....	303
ANNEXE K.....	307
ANNEXE L.....	314
ANNEXE M.....	323
ANNEXE N.....	327
REFERENCES	336

INTRODUCTION GENERALE

Le sujet de ce projet de thèse est tiré d'un des thèmes de recherche d'un programme européen de recherche sur la sûreté des centrales nucléaires.

Ce programme de recherche européen a pour but de constituer une base de données sur les caractéristiques des matériaux utilisés dans la construction des cuves de réacteur nucléaire. Cette base de données permettra ensuite de calibrer des lois de comportement et des critères de rupture qui pourront être introduit dans des codes de calcul afin d'effectuer des simulations numériques suffisamment fiables de scénarios d'accidents.

Un des autres objectifs du programme de recherche européen est d'accompagner les activités du laboratoire Forschungszentrum de Karlsruhe. Ce laboratoire dispose d'équipements d'essais lui permettant de réaliser des simulations d'explosion sur des maquettes de couvercle de cuve de centrale nucléaire. Ces expériences sont censées reproduire ce qui pourrait se passer si une rupture de tuyauterie contenant de la vapeur sous pression se produisait à l'intérieure d'une cuve de réacteur nucléaire. Afin d'extrapoler les résultats expérimentaux obtenus sur la maquette du centre de Karlsruhe à des cuves de réacteurs de grandeurs réelles, une bonne connaissance de l'effet de la température, de l'effet de la vitesse de déformation et de l'effet d'échelle sur les propriétés mécaniques des aciers constituant une cuve de réacteur est apparue indispensable.

Dans ce mémoire de thèse nous limiterons à l'étude de l'effet d'échelle sur les propriétés mécaniques de deux des aciers constituant les principaux éléments d'une cuve de centrale nucléaire. Ces deux aciers ferritique et austénitique étant supposés être sollicités de manière dynamique lors d'une hypothétique explosion d'une cuve de centrale nucléaire, nous attacherons une attention particulière au comportement de ces aciers à hautes vitesses de déformation.

PREMIERE PARTIE: ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction

Les aciers austénitique et ferritique étudiés dans le cadre de ce travail de thèse ayant des caractéristiques mécaniques dépendantes de la vitesse de déformation, il a semblé qu'il pouvait être intéressant d'effectuer des simulations numériques par la méthode éléments finis avec des lois de comportement de matériaux dépendantes de la vitesse de déformation.

En plus de l'étude de l'effet d'échelle proprement dit, les modélisations éléments finis effectuées ont permis de vérifier la reproductibilité numérique des expériences réalisées, de vérifier la validité des méthodes de dépouillement utilisées et de vérifier que les essais réalisés avaient bien été effectués dans des conditions acceptables et similaires (i.e. état d'équilibre dans les éprouvettes testées, similarités des expériences effectuées sur des éprouvettes de différents diamètres).

La prise en compte des phénomènes de propagation d'onde est d'une importance primordiale lorsqu'on veut simuler le comportement mécanique d'une éprouvette insérée dans des barres d'Hopkinson. Pour cette raison nous avons retenu le logiciel de calcul éléments finis explicite, PLEXIS-3C, dans le cadre de notre étude.

Ce logiciel de calcul éléments finis ne disposant pas de loi de comportement dépendante de la vitesse de déformation, une première partie de ce travail de thèse a consisté à implanter dans PLEXIS-3C une sélection de lois de comportement prenant en compte l'influence de la vitesse de déformation.

Dans la première partie de cette étude bibliographique, la sélection des lois de comportement implantées et les méthodes d'implantation retenues lors de ce travail sont présentées.

Dans une deuxième partie de cette étude bibliographique, sera abordé le problème de la similarité des expériences réalisées. On dira que deux expériences affichent des résultats similaires si les paramètres sans dimension caractérisant ces expériences restent invariants d'une expérience à une autre. Pour que l'on puisse espérer obtenir des résultats similaires, il faut bien entendu que les expériences effectuées aient été réalisées de manière similaire ce qui implique des conditions de similarités. Dans la littérature on trouve généralement deux types d'approches permettant de générer des paramètres sans dimension caractérisant une expérience et d'établir les conditions de similarités.

La première de ces approches est basée sur le théorème de Buckingham. Cette approche nécessite dans un premier temps de répertorier toutes les grandeurs physiques représentatives du processus étudié (données en entrée et réponse attendue). La pertinence de cet inventaire est bien entendue dépendante de l'expérience de la personne effectuant l'étude. La deuxième étape de cette approche consiste en une étude dimensionnelle; les unités physiques (mètre, seconde, kilogramme) des différents paramètres répertoriés sont élevées à des puissances respectives a_1, a_2, \dots, a_n . Le produit de ces paramètres est considéré comme étant de dimension nulle, un système d'équations en a_1, a_2, \dots, a_n est obtenu, une fois ce système résolu les paramètres sans dimension représentatifs de l'expérience étudiée apparaissent naturellement.

Il existe une deuxième méthode de similarité connue sous le nom de méthode aux équations différentielles. Cette méthode exige que l'on puisse écrire un jeu d'équations décrivant le processus étudié (ce n'est pas toujours possible). Ensuite, il suffit juste de réécrire ces équations sous forme non dimensionnelles à l'aide de quelques paramètres bases choisis comme référence afin de faire apparaître les paramètres sans dimension décrivant l'expérience étudiée. Les paramètres sans dimension ainsi définis doivent rester constants d'une expérience à l'autre si l'on veut que la solution des équations définissant le processus étudié demeure inchangée.

La méthode aux équations différentielles est peu populaire même si elle n'offre que peu de risque de générer des paramètres sans dimension n'ayant pas de sens physique.

La dernière partie de cette étude bibliographique concerne l'effet d'échelle proprement dit. L'effet d'échelle est généralement compris comme étant une déviation par rapport aux conditions de similarité établies, des paramètres sans dimension variant d'une expérience à l'autre.

On notera qu'il n'est pas toujours possible, d'établir des conditions d'expérience similaires. Par exemple, lorsque l'on étudie les problèmes d'impact de projectiles de différentes tailles, les conditions de similarités imposent généralement de conserver une vitesse d'impact identique pour chaque projectile étudié. Cette condition est dictée par la nécessité de fournir une énergie cinétique d'impact proportionnelle au volume de chaque projectile considéré. D'autre part, il n'est pas rare que les projectiles étudiés soient constitués de matériaux dont les caractéristiques mécaniques dépendent de la vitesse de déformation. Pour obtenir un même niveau de contrainte dans chaque projectile considéré, il est alors nécessaire de maintenir une même vitesse de déformation d'une expérience à l'autre. Or, il est impossible de conserver à la fois une vitesse d'impact constante et une vitesse de déformation initiale constante pour différentes tailles de projectile ($\dot{\epsilon}_{initiale} = \frac{V_{impact}}{l_{projectile}}$). Donc dans le cas d'impact de projectiles, il n'est pas possible de satisfaire aux conditions de similarité.

Divers phénomènes ont été répertoriés comme étant à l'origine d'effet d'échelle:

- De nombreux matériaux tendent à se comporter de manière fragile lorsque la taille de l'échantillon considéré augmente et de manière ductile lorsque la taille de celui-ci diminue. Des transitions ductile-fragile peuvent donc prendre place lorsque l'on étudie des éprouvettes de différentes tailles.

- Le caractère aléatoire de la contrainte à rupture dans les matériaux est une autre source d'effet d'échelle. En effet, la probabilité de trouver un défaut pouvant occasionner la rupture de la structure étudiée sous une sollicitation donnée est plus importante dans un grand volume que dans un petit.

- L'énergie élastique stockée dans une structure et libérée lors de la propagation d'une fissure est une des sources les plus importantes d'effet d'échelle. En effet, si l'on considère D comme étant une dimension représentative de la taille des structures étudiées, l'énergie élastique stockée varie avec le cube de cette dimension caractéristique alors que l'énergie nécessaire à la propagation d'une fissure varie avec le carré de cette dimension caractéristique.

- L'existence d'une longueur intrinsèque au matériau est source d'effet d'échelle. Cette longueur intrinsèque peut correspondre à la taille d'un agrégat dans les bétons, à la taille d'un motif dans les matériaux composites ou à la distance entre deux inclusions dans les métaux.

L'effet d'échelle peut être caractérisé soit à partir du comportement global des structures étudiées soit à partir de caractéristiques ponctuelles comme la limite d'élasticité, la contrainte à la rupture ou l'allongement à rupture, etc. Dans l'étude bibliographique qui suit, les méthodes de caractérisation de l'effet d'échelle appartenant à ces deux familles sont passées en revue.

Chapitre 1

Lois de comportement dépendantes de la vitesse de déformation

1.1 Introduction

Une première partie de ce travail de thèse a consisté à implanter une sélection de lois de comportement prenant en compte la vitesse de déformation dans un code de calcul prenant en compte les phénomènes de propagation d'ondes.

Ce chapitre est consacré à la présentation des lois de comportement retenues pour implantation, à la description des relations retenues pour décrire le comportement des matériaux élastoplastique et viscoplastique que nous étudions, à la présentation succincte de l'architecture des codes de calcul explicites et à la présentation d'une méthode implantation de loi de comportement.

Deux autres méthodes d'implantation de lois de comportement (plus évoluées) ainsi que les algorithmes écrits lors de ce travail sont présentés respectivement en annexe A et B.

1.2 Relations définissant le comportement du matériau

Loi d'écoulement plastique

La loi d'écoulement plastique assure l'incompressibilité de l'écoulement ; elle peut être écrite sous la forme:

$$d_{ij}^{pl} = \dot{\Lambda} \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1.1)$$

où $\dot{\Lambda}$ est un coefficient de proportionnalité, d le tenseur des vitesses de déformation, (i.e. la partie symétrique du tenseur du gradient des vitesses $\frac{\partial \dot{x}}{\partial x}$ où x est la position courante d'une particule), l'exposant pl est utilisé ici afin de distinguer la composante plastique du tenseur des vitesses de déformation de sa composante élastique et Ψ le potentiel de dissipation. Une loi d'écoulement plastique est dite associative lorsque la fonction d'écrouissage f est retenue comme potentiel de dissipation Ψ . On se limitera ici à la présentation de lois d'écoulement plastique de type associatif.

La normale extérieure au critère de Von Mises est donnée par:

$$N_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}}, \text{ la loi d'écoulement peut alors s'écrire sous la forme}$$

$$d_{ij}^{pl} = \frac{3}{2} \dot{\Lambda} \frac{s_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}} \quad (1.2)$$

ou en prenant en compte la définition de la vitesse de déformation plastique équivalente:

$$d_{ij}^{pl} = \frac{3}{2} \dot{\varepsilon}^{pl,eq} \frac{s_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}} \quad (1.3)$$

$\dot{\varepsilon}^{pl,eq}$ est la vitesse de déformation plastique et la déformation plastique équivalente $\varepsilon^{pl,eq}$:

$$\varepsilon^{pl,eq} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} d^{pl} : d^{pl}} dt \text{ et } \dot{\varepsilon}^{pl,eq} = \sqrt{\frac{2}{3} d^{pl} : d^{pl}} \quad (1.4)$$

Fonction d'érouissage

Les lois de comportement qui ont été sélectionnées en vue de leur implantation dans le code de calcul PLEXIS-3C font toutes appeller un critère de plasticité de type Von Mises avec érouissage isotrope.

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} - \Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}) \quad (1.5)$$

Avec s la partie déviatrice du tenseur des contraintes, Φ la contrainte d'écoulement donnée par la loi de comportement et f la fonction d'érouissage.

Les lois de comportement retenues dans notre étude sont telles que Φ dépend à la fois de

Condition de charge/décharge

La condition de charge/décharge pour les fonctions d'érouissage considérées peut être exprimée sous la forme des conditions de Kuhn-Tucker:

$$f \leq 0; \dot{\Lambda} \geq 0; f * \dot{\Lambda} = 0 \quad (1.6)$$

Les conditions de Kuhn-Tucker doivent être remplies à tout moment. Si $f < 0$, $\dot{\Lambda} = 0$, le matériau considéré aura un comportement élastique et si le matériau à un comportement plastique, les conditions $\dot{\Lambda} > 0$ et $f = 0$ seront satisfaites simultanément. Dans ce dernier cas, $\dot{\Lambda}$ est déterminé en résolvant la condition de consistance i.e. $\dot{f} = 0$ ou $f = 0$.

Echauffement adiabatique

L'échauffement adiabatique du matériau peut être calculé à partir de l'équation énergétique qui suit:

$$\rho c_p \Delta T = \chi (\Phi \cdot \Delta \varepsilon^{pl,eq}) \quad (1.7)$$

avec ρ la densité du matériau, c_p la capacité calorifique du matériau et χ un paramètre définissant la proportion du travail plastique transformé en chaleur.

Condition de consistance

La condition de consistance définit l'évolution de la surface d'écoulement. Pour un matériau insensible à la vitesse de déformation, la condition de consistance peut se mettre sous la forme:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^{pl,eq}} \dot{\varepsilon}^{pl,eq} = 0 \text{ et, ou } f = 0 \quad (1.8)$$

Pour un matériau sensible à la vitesse de déformation, la condition consistance devient:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^{pl,eq}} \dot{\varepsilon}^{pl,eq} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}} \ddot{\varepsilon}^{pl,eq} = 0 \text{ et, ou } f = 0 \quad (1.9)$$

1.3 Lois de comportement sélectionnées

Les modèles implantés ne se différencient que par leur loi de comportement, l'ensemble des relations décrivant le comportement élastoplastique (ou viscoplastique) du matériau ont été données dans le paragraphe précédent et sont communes à l'ensemble des lois implantées.

Modèle de Ludwik

Le modèle de Ludwik est un modèle purement plastique indépendant de la vitesse de déformation.

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}) = \Phi(\varepsilon^{pl,eq}) = A_1 + A_2 (\varepsilon^{pl,eq})^{\lambda_2} \quad (1.10)$$

Son algorithme d'implantation a été directement calqué sur ceux développés pour les modèles dépendant de la vitesse de déformation.

A_1, A_2, λ_2 sont des constantes à déterminer (A_1 est la limite d'élasticité).

Modèle de Johnson-Cook

Le modèle de G.R. Johnson & W.H. Cook [1.1] (1983) est une simple généralisation empirique du modèle de Ludwik:

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}, T_{ad}) = (A_1 + A_2 (\varepsilon^{pl,eq})^{\lambda_2}) \left(1 + \lambda_1 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}} \right) \right) (1 - T_{ad}^{\lambda_3}) \quad (1.11)$$

Où $\dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}$ est la vitesse minimale de déformation plastique pour laquelle a été effectuée la calibration du modèle, $T_{ad} = \frac{T - T_{ambiante}}{T_{fusion} - T_{ambiante}}$ est un nombre sans

dimension représentatif de la température. Et $A_1, A_2, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1$ sont cinq constantes (A_1 est la limite d'élasticité).

Dans la relation (1.11), le modèle de Ludwik est multiplié par une fonction de la vitesse de déformation. La forme de cette fonction est issue de l'observation expérimentale que la contrainte d'écoulement est une fonction logarithmique de la vitesse de déformation. L'effet de l'échauffement adiabatique inclus dans la loi de Johnson-Cook a été pris en compte dans certain des calculs effectués de manière succincte, sans résolution de la condition de consistance. Cette méthode de prise en compte des effets de l'échauffement adiabatique des matériaux reste valable tant que les variations de température ne sont pas trop brutales.

Modèle de Zerilli-Armstrong

F. J. Zerilli & R. W. Armstrong [1.2] (1987) ont développé une famille de modèles de matériau basée sur la théorie des dislocations. Ces modèles s'appliquent aux matériaux présentant des mailles de type cubique centré (cc) et cubique à face centrée (cfc).

Cas des cubiques centrés:

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}, T, l_{grain}) = C_1 + C_2 (\varepsilon^{pl,eq})^n + C_{3b} e^{-\beta_1 T} (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{C_4 T} + C_5 l_{grain}^{-\frac{1}{2}} \quad (1.12)$$

Cas des cubiques à faces centrées:

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}, T, l_{grain}) = C_1 + C_{3f} (\varepsilon^{pl,eq})^{\frac{1}{2}} e^{-\beta_1 T} (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{C_4 T} + C_5 l_{grain}^{-\frac{1}{2}} \quad (1.13)$$

Avec l_{grain} la taille de grain, $C_1, C_2, C_{3b}, C_{3f}, C_4, C_5, n, \beta_1$ des constantes à déterminer à partir de l'expérience et T la température absolue.

Plus récemment, R. W. Armstrong & F. J. Zerilli [1.3] (1997) ont proposé une formulation unifiée des lois de comportement (1.12) et (1.13).

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}, T) = C_1^n + C_3 e^{-\beta_1 T} (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{C_3 T} + C_4 e^{-\beta_2 T} (\varepsilon^{pl,eq})^{\frac{1}{2}} (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{C_4 T} \quad (1.14)$$

M. Mićunović [1.4] (1997) a réintroduit dans l'équation (1.14) le second terme de l'équation (1.13) qui avait été enlevé par F. J. Zerilli & R. W. Armstrong.

La version de la loi de comportement de Zerilli-Armstrong implantée dans PLEXIS-3C ne prend pas en compte l'effet de la température.

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}) = A_1 + A_2 (\varepsilon^{pl,eq})^{\lambda_1} + A_3 (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{\lambda_2} + A_4 (\varepsilon^{pl,eq})^{\frac{1}{2}} (\dot{\varepsilon}^{pl,eq})^{\lambda_3} \quad (1.15)$$

Cette équation nécessite la détermination de sept constantes $A_1, A_2, A_3, A_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Modèle de Ludwig-Prandtl modifié

Suite à des recherches dans le domaine stochastique, M. Mićunović [1.5] (1987) a proposé une version simplifiée de la loi de comportement de Ludwig-Prandtl.

$$\Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}) = A_1 (\lambda_1 + \varepsilon^{pl,eq})^{\lambda_2} \left(1 + A_2 \exp(-\lambda_3 \varepsilon^{pl,eq}) \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\lambda_4} \right) \right) \quad (1.16)$$

La constante λ_4 correspond à la vitesse minimale de déformation plastique comme dans le modèle de Johnson-Cook. Ce modèle nécessite la détermination de six constantes $A_1, A_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$.

1.4 Fonction d'un sous-programme de remise à jour des variables matériau dans un code de calcul explicite

Dans un code de calcul éléments finis explicite, le calcul est divisé en pas de temps ($t^{n+1} = t^n + \Delta t$). A la fin de chaque pas de temps, l'équation d'équilibre est résolue afin de déterminer les accélérations:

$$M\ddot{u} = f^{\text{ext}} - \sum_e \int_{V^e} (\mathbf{B})^T \sigma(\mathbf{u}) dV \quad (1.17)$$

$\sum_e \int_{V^e} (\mathbf{B})^T \sigma(\mathbf{u}) dV$ est la somme des forces internes sur l'ensemble de la structure étudiée,

σ est le tenseur des contraintes (de Cauchy) agissant sur la structure,

M est la matrice de masse,

\ddot{u} est le vecteur nodal des accélérations,

u est le vecteur nodal des déplacements,

f^{ext} est le vecteur des forces extérieures appliquées,

B est la matrice des dérivées des fonctions de forme,

V^e représente le volume (ou la superficie) d'un élément dans la configuration courante.

Les accélérations étant connues au temps (n), les déplacements peuvent être calculés au temps ($n+1$) à l'aide d'un schéma de différences centrées:

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t \left(\dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}^n \right) \quad (1.18)$$

Où \dot{u}^n et u^n sont donnés à t_0 par les conditions initiales et \dot{u}^n est calculé au temps ($n+1$) à partir de la relation:

$$\dot{u}^{n+1} = \dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}^n + \ddot{u}^{n+1}) \quad (1.19)$$

Les déplacements étant connus, les efforts internes peuvent être à nouveau calculés en vue d'une nouvelle évaluation de l'équation d'équilibre. Les efforts internes sont calculés sur chaque élément à l'aide d'une méthode d'intégration de Gauss. L'application de cette méthode d'intégration nécessite la connaissance de l'état de contrainte en des points spécifiques appelés points de Gauss.

C'est aux points de Gauss que prend place "le sous-programme matériau": Le sous-programme matériau a pour fonction de calculer de l'état de contrainte au temps $(n+1)$ connaissant,

- σ_n l'état de contrainte au point de Gauss considéré au temps (n) ,
- $\Delta\varepsilon_{n+1}$ les incréments de déformation (totaux) entre les temps (n) et $(n+1)$ (ces déformations sont calculées à partir des déplacements),
- $\varepsilon_n^{pl,eq}$ la déformation plastique au temps (n) ,
- et Δt_{n+1} le pas de temps.

σ_n étant connu, c'est en fait l'incrément des contraintes qui est calculé par le sous-programme matériau entre les temps (n) et $(n+1)$. Précédemment à l'appel du sous-programme matériau, le tenseur des contraintes est actualisé à l'aide d'une méthode objective non développée dans ce mémoire.

1.5 Architecture générale d'un sous-programme matériau pour une loi de comportement plastique ou viscoplastique

La plupart des algorithmes présentés dans la littérature font usage de la décomposition additive du tenseur des vitesses de déformation (par opposition à une décomposition multiplicative).

$$d = d^e + d^{pl} \quad (1.20)$$

Avec d^e tenseur des vitesses de déformation élastique et d^{pl} tenseur des vitesses de déformation plastique.

La décomposition additive du tenseur des déformations permet de scinder l'algorithme en deux phases.

Utilisant, la décomposition additive (1.20) la loi de Hooke peut être réécrite sous la forme:

$$\dot{\sigma} = C : d^e = C : (d - d^{pl}) \text{ ou en prenant en compte (1.3), la loi d'écoulement} \quad (1.21)$$

$$\dot{\sigma} = C : d - \dot{\varepsilon}^{pl,eq} (C : N) \quad (1.22)$$

La relation ci-dessus montre clairement que l'algorithme peut être décomposé en deux phases. Dans la première de ces phases, l'état de contrainte est estimé en faisant l'hypothèse d'un comportement purement élastique du matériau. C'est la phase de "prédiction" (noté pr).

$$\dot{\sigma}_{n+1}^{pr} = C : d \text{ ou encore sous forme incrémentale} \quad (1.23)$$

$$\sigma_{n+1}^{pr} = C : \Delta\varepsilon + \sigma_n \text{ avec } d = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} \quad (1.24)$$

Suite à cette phase de prédiction, le critère de plasticité est évalué:

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} \cdot s_{n+1}^{pr}} - \Phi_n \quad (1.25)$$

Si $f \leq 0$, le processus est entièrement élastique et le nouvel état de contrainte est celui calculé lors de la phase de prédiction. Si $f > 0$, le processus de déformation est élastoplastique et l'état de contrainte calculé lors de la phase de prédiction doit être corrigé en accord avec l'équation (1.22):

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}^{pr} - \dot{\sigma}^{cor} \text{ avec}$$

$$\dot{\sigma}^{cor} = \dot{\varepsilon}^{pl,eq} (\text{C:N}) \text{ ou encore sous forme incrémentale,} \quad (1.26)$$

$$\Delta\sigma^{cor} = \Delta\varepsilon^{pl,eq} (\text{C:N}) \quad (1.27)$$

avec $\Delta\sigma^{cor}$ correcteur plastique.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de calculer le correcteur plastique. La plus connue d'entre elles "la méthode du retour radial" est présentée dans le paragraphe qui suit. Deux autres méthodes utilisées lors de la réalisation de ce travail sont données en annexe A et B.

Avant de passer à l'exposé de la méthode dite du retour radial, on rappelle ci-dessous les trois schémas d'intégration possible permettant d'approximer l'incrément de déformation plastique équivalent $\Delta\varepsilon^{pl,eq}$ à partir de la vitesse de déformation plastique équivalente aux temps t_n et t_{n+1} . Ces schémas d'intégration nous serviront à estimer la vitesse de déformation plastique équivalente qui apparaît de manière explicite dans les lois de comportement sélectionnées.

$$\Delta\varepsilon^{pl,eq} = \Delta t \left[(1 - \Theta) \dot{\varepsilon}_n^{pl,eq} + \Theta \dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq} \right] \quad (1.28)$$

$\Delta t = t_{n+1} - t_n$ et Θ une constante pouvant prendre trois valeurs suivant le schéma d'intégration retenu:

- $\Theta = 0$ correspond au schéma d'Euler "avant",
- $\Theta = \frac{1}{2}$ correspond au schéma de différences centrées aussi connu sous le nom de règle de Crank-Nicolson,
- $\Theta = 1$ correspond au schéma d'Euler "arrière".

Le schéma d'Euler "arrière" est intrinsèquement stable et le schéma d'Euler "avant" est intrinsèquement instable.

1.6 Méthode du retour radial

La méthode du retour radial consiste à ramener l'état de contrainte calculé lors de la phase de prédiction sur la surface d'écoulement suivant un rayon normal à la surface d'écoulement (fig. 1.1) i.e.:

$$\Delta\sigma^{cor} = \alpha s^{pr} \quad (1.29)$$

s^{pr} étant la partie déviatrice du tenseur des contraintes obtenues lors de la phase de prédiction, la constante α doit être telle que l'état de contrainte ($\sigma = \sigma^{pr} - \Delta\sigma^{cor}$) soit sur la surface d'écoulement, i.e.:

$$(1 - \alpha) \sigma^{pr,eq} = \Phi \quad (1.30)$$

Φ est la contrainte d'écoulement et $\sigma^{pr,eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s^{pr} : s^{pr}}$ est la contrainte équivalente au sens de Von Mises obtenue lors de la phase de prédiction.

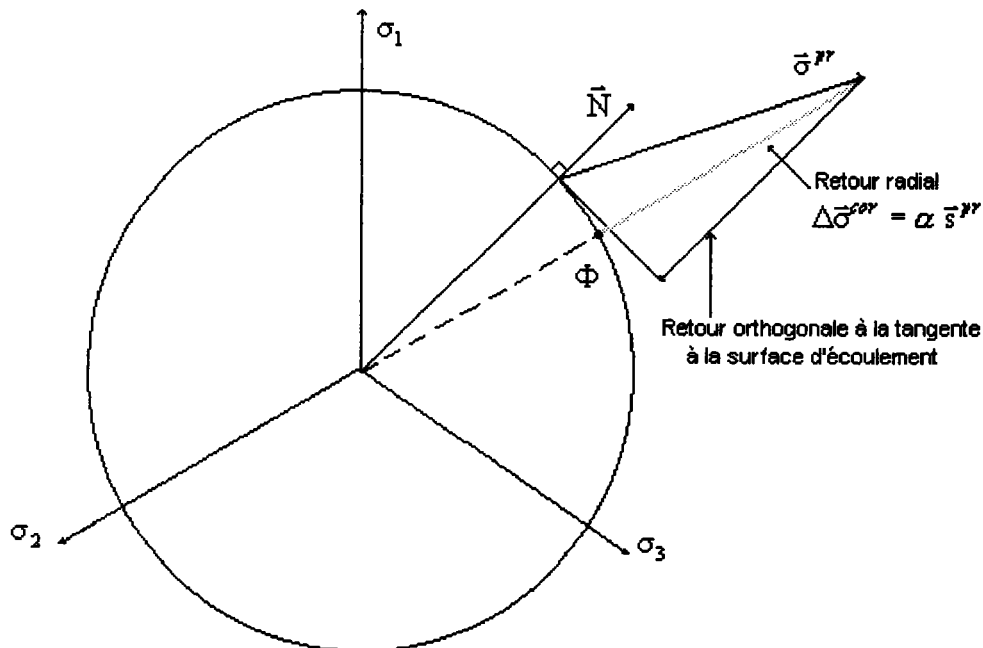


Fig. 1.1 Retour radial pour un matériau parfaitement plastique

Le correcteur est alors défini par:

$$\Delta\sigma^{cor} = \left(1 - \frac{\Phi}{\sigma^{pr,eq}}\right) s^{pr} \quad (1.31)$$

La méthode de correction dite du retour radial n'est infiniment exacte que si les pas de temps de calcul sont infiniment petits ou infiniment grands. Pour davantage d'information sur cette méthode se référer à J.C. Simo & T.J.R. Hughes [1.6] (1998).

La méthode du retour radial peut facilement être appliquée à la loi de Johnson-Cook (1.11). L'effet de la température n'a pas été pris en compte dans l'exposé qui suit.

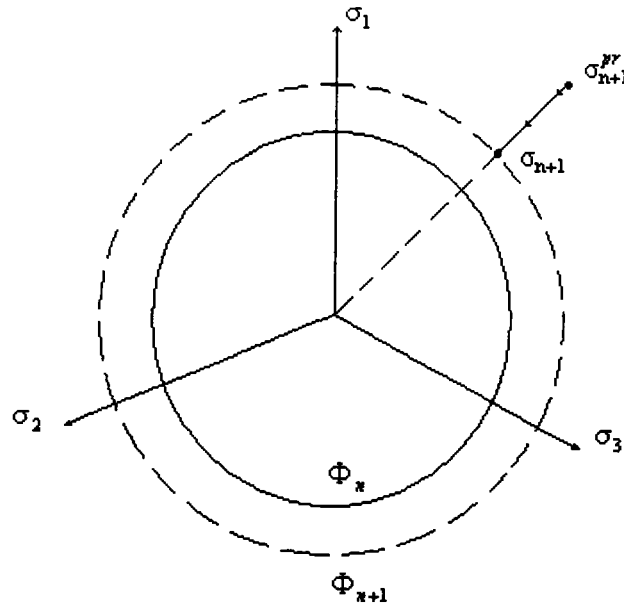


Fig. 1.2 Retour radial pour une loi de comportement à écrouissage isotrope

L'incrément de déformation plastique est donné par:

$$\Delta \varepsilon^{pl} = \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon^e = \Delta \varepsilon - C^{-1} : \Delta \sigma = \Delta \varepsilon - C^{-1} : (\Delta \sigma^{pr} - \Delta \sigma^{cor}) \quad (1.32)$$

$$\Delta \varepsilon^{pl} = \Delta \varepsilon - C^{-1} : (C : \Delta \varepsilon - \alpha s_{n+1}^{pr}) = \alpha C^{-1} : s_{n+1}^{pr} = \frac{\alpha s_{n+1}^{pr}}{2\mu} \quad (1.33)$$

Où μ est le second coefficient de Lamé.

En utilisant (1.33), on peut écrire $\varepsilon_{n+1}^{pl,eq}$ sous la forme:

$$\varepsilon_{n+1}^{pl,eq} = \varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon^{pl,eq} = \varepsilon_n^{pl,eq} + \frac{\alpha}{2\mu} \left(\frac{2}{3} s_{n+1}^{pr} : s_{n+1}^{pr} \right)^{\frac{1}{2}} = \varepsilon_n^{pl,eq} + \frac{\alpha s_{n+1}^{pr,eq}}{3\mu} \quad (1.34)$$

En adoptant un schéma d'intégration de type Euler "arrière", la vitesse de déformation plastique prend la forme:

$$\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq} = \frac{\Delta \varepsilon^{pl,eq}}{\Delta t_{n+1}} = \frac{\alpha s_{n+1}^{pr,eq}}{3\mu \Delta t_{n+1}} \quad (1.35)$$

D'autre part d'après (1.11) et (1.30), la condition de consistance peut s'écrire comme suit:

$$(1 - \alpha) s_{n+1}^{pr,eq} = \left(A_1 + A_2 (\varepsilon_{n+1}^{pl,eq})^{\lambda_2} \right) \left(1 + \lambda_1 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq}}{\dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}} \right) \right) \quad (1.36)$$

Puis en substituant (1.34) et (1.35) dans l'équation (1.36) on obtient:

$$(1 - \alpha) s_{n+1}^{pr,eq} = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \frac{\alpha s_{n+1}^{pr,eq}}{3\mu} \right)^{\lambda_2} \right) \left(1 + \lambda_1 \ln \left(\frac{\alpha s_{n+1}^{pr,eq}}{3\mu \Delta t_{n+1} \dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}} \right) \right) \quad (1.37)$$

Cette dernière équation en α peut être résolue par une méthode de type Newton-Raphson ou méthode de la sécante (voir annexe C). Une fois résolue cette équation, le correcteur est donné par la relation (1.29).

Chapitre 2

Similarités

2.1 Introduction

Pour que deux expériences soient comparables, il faut d'une part qu'elles aient été réalisées de manière similaire et d'autre part que les résultats expérimentaux obtenus, soit présentés sous forme de paramètres sans dimension.

On peut trouver dans la littérature deux méthodes permettant de définir les conditions de similarités entre deux expériences et d'établir une liste de paramètres sans dimension pour caractériser ces expériences. Ces méthodes sont la méthode aux équations différentielles et la méthode dite du théorème de Buckingham.

Dans ce chapitre, ces deux approches sont présentées et appliquées à un cas qui nous concerne plus particulièrement: la caractérisation de matériaux.

(Certains éléments de ce chapitre sont issus des ouvrages de T. Malmberg (1995) [2.1] et W.E. Baker, P.S. Westine & F.T. Dodge (1991) [2.2].)

2.2 Méthodes aux équations différentielles

La méthode aux équations différentielles nécessite l'écriture du système complet d'équations décrivant le processus étudié. Afin d'illustrer cette première approche, nous allons étudier la réponse d'un matériau élastoplastique et d'un matériau viscoplastique soumis à un chargement dynamique.

Pour les besoins de cette étude dimensionnelle, trois grandeurs physiques de référence ont été introduites:

- une longueur de référence $l_{Réf}$,
- une vitesse de référence $V_{Réf}$,
- et une densité de référence $\rho_{Réf}$.

Chaque paramètre de base apparaissant dans les équations différentielles décrivant le processus physique étudié est mis sous forme non dimensionnelle en utilisant ces trois grandeurs de référence.

Table 2.1 Paramètres sans dimension	
Coordonnées cartésiennes	$x'_k = x_k / l_{Réf}$
Déplacements	$u'_k = u_k / l_{Réf}$
Temps	$t' = t V_{Réf} / l_{Réf}$
Vitesses	$V'_k = V_k / V_{Réf}$
	$\frac{\partial u'_k}{\partial t'} = \frac{\partial u_k}{\partial t} \frac{1}{V_{Réf}}$
Accélération	$\frac{\partial^2 u'_k}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} l_{Réf} / V_{Réf}^2$
Déformations	$\varepsilon'_{kl} = \varepsilon_{kl}$
Vitesse de déformation	$\frac{\partial \varepsilon'_{kl}}{\partial t'} = \frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial t} l_{Réf} / V_{Réf}$
Contraintes	$\sigma'_{kl} = \sigma_{kl} / (\rho_{Réf} V_{Réf}^2)$

(' est utilisé pour différencier les paramètres sans dimension des paramètres standards)

Les équations différentielles régissant notre expérience peuvent alors être écrites comme suit:

Equation du mouvement

$$\frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial x_k} + \rho \left(g - \frac{\partial^2 u_l}{\partial t^2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \sigma_{kl}'}{\partial x_k'} + \frac{\rho}{\rho_{Réf}} \left(\frac{l_{Réf}}{V_{Réf}^2} g - \frac{\partial^2 u_l'}{\partial t'^2} \right) = 0 \quad (2.1)$$

g Accélération gravitationnelle.

Relation déformation-déplacement et décomposition additive des déformations

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \Rightarrow \varepsilon_{kl} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k'}{\partial x_l'} + \frac{\partial u_l'}{\partial x_k'} \right) = \varepsilon_{kl}' \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{kl}' = \varepsilon_{kl}^e + \varepsilon_{kl}^{pl}$$

Loi de Hooke

$$\varepsilon_{kl}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{kl} - \frac{\nu}{E} \sigma_{mm} \delta_{kl} \Rightarrow \varepsilon_{kl}^e = \frac{1+\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2 \sigma_{kl}' - \frac{\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2 \sigma_{mm}' \delta_{kl} \quad (2.3)$$

Fonction d'écroissage

$$f = \sigma_{eq} - \Phi \Rightarrow f' = \frac{f}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2} = \sigma_{eq}' - \Phi' \quad (2.4)$$

Où $\sigma_{eq}' = \frac{\sigma_{eq}}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}$ avec σ_{eq} la contrainte équivalente au sens de Von Mises et

$$\Phi' = \frac{\Phi}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}$$

Lois de comportement des matériaux élastoplastique et viscoplastique

Loi de comportement élastoplastique

$$\Phi' = \sigma_y' + \hat{R}'(\varepsilon^{pl,eq'}) \quad (2.5)$$

$\sigma_y' = \frac{\sigma_y}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}$: σ_y est la limite d'élasticité et

$$\hat{R}'(\varepsilon^{pl,eq'}) = \frac{\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq})}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2} \quad (2.6)$$

$\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq}) \geq 0$ est l'accroissement de la limite d'élasticité dû à l'écroutissage isotropique (pour une loi de comportement de type Ludwik, on aurait $\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq}) = A_2 (\varepsilon^{pl,eq})^{1/2}$).

$$\varepsilon^{pl,eq'} = \varepsilon^{pl,eq} \quad (2.7)$$

Dans le cas du matériau viscoplastique, on a en plus la relation:

$$\frac{\partial \varepsilon_{kl}^{pl}}{\partial t} = A \langle f \rangle^n \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} \Rightarrow \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{pl'}}{\partial t'} = \frac{l_{Réf}}{V_{Réf}} A \left(\frac{1}{\sigma_H / \rho_{Réf} V_{Réf}^2} \right)^n \langle f' \rangle^n \frac{\partial f'}{\partial \sigma'_{kl}} \quad (2.8)$$

A est paramètre de relaxation (constante), σ_H est une constante, et les crochets de Macauley $\langle \rangle$ sont définis comme suit:

$$\langle f' \rangle = \begin{cases} f', & f' > 0 \\ 0, & f' \leq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Conditions aux limites

$$u_k = U_k \text{ sur } \partial B_u \Rightarrow u_k' = U_k' = U_k / l_{Réf} \text{ sur } \partial B_u' \quad (2.10)$$

$$\sigma_{kl} n_l = F_k \text{ sur } \partial B_\sigma \Rightarrow \sigma_{kl}' n_l = F_k' = F_k / (\rho_{Réf} V_{Réf}^2) \text{ sur } \partial B_\sigma' \quad (2.11)$$

Conditions initiales

$$\begin{aligned} u_k = 0 \\ \frac{\partial u_k}{\partial t} = 0 \text{ pour } t = 0 \text{ et } x_k \in B \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} u_k' = 0 \\ \frac{\partial u_k'}{\partial t'} = 0 \text{ pour } t' = 0 \text{ et } x_k' \in B' \end{aligned} \quad (2.12)$$

Considérant que l'on teste la réponse d'un matériau (viscoplastique ou élastoplastique) sur une éprouvette de grande taille appelée "prototype" et sur une éprouvette de petite taille appelée "maquette". La similarité géométrique et physique des expériences sera assurée si les équations sans dimensions définies ci-dessus sont identiques pour les "prototypes" et "maquettes". D'où les conditions de similarités définies dans le tableau suivant.

Table 2.2 Conditions de similarité		
Equation concernée	Conditions de similarité	Réf.
(2.1)	$\left(\frac{l_{Réf} g}{V_{Réf}^2}\right)_p = \left(\frac{l_{Réf} g}{V_{Réf}^2}\right)_m$	A
(2.1)	$\left(\frac{\rho(x)}{\rho_{Réf}}\right)_p = \left(\frac{\rho(x)}{\rho_{Réf}}\right)_m, \forall p$	B
(2.3)	$\left(\frac{1+\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2\right)_p = \left(\frac{1+\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2\right)_m$	C
(2.3)	$\left(\frac{\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2\right)_p = \left(\frac{\nu}{E} \rho_{Réf} V_{Réf}^2\right)_m$	D
(2.5)	$\left(\frac{\sigma_y}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_p = \left(\frac{\sigma_y}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_m$	E
(2.6)	$\left(\frac{\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq})}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_p = \left(\frac{\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq})}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_m$	F
(2.8)	$\left(\frac{l_{Réf}}{V_{Réf}} A \left(\frac{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}{\sigma_H}\right)^n\right)_p = \left(\frac{l_{Réf}}{V_{Réf}} A \left(\frac{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}{\sigma_H}\right)^n\right)_m$	G
(2.8)	$(n)_p = (n)_m$	H
(2.10)	$\left(\frac{U_k}{l_{Réf}}\right)_p = \left(\frac{U_k}{l_{Réf}}\right)_m, \text{ on } \partial B'_u$	I
(2.11)	$\left(\frac{F_k}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_p = \left(\frac{F_k}{\rho_{Réf} V_{Réf}^2}\right)_m, \text{ on } \partial B'_\sigma$	J

(L'indice ' m ' désigne la maquette et l'indice ' p ' désigne le prototype.)

On reconnaîtra dans la condition (A) le nombre de Froude et dans la condition (C) le nombre de Cauchy.

La condition (A) ne sera pas prise en compte du fait du peu d'importance de la force de gravité dans notre cas. De plus, notre prototype et notre maquette étant constitué d'un même matériau, la condition (B) est automatiquement remplie.

Si l'on considère que les paramètres E , σ_y et $\hat{R}(\varepsilon^{pl,eq})$ sont des propriétés intrinsèques au matériau, les relations (C), (D), (E) et (F) impliquent que les vitesses de référence adoptées pour le prototype et la maquette soient égales.

$$\frac{V_{Réf,m}}{V_{Réf,p}} = \sqrt{\frac{\rho_{Réf,p} \sigma_{y,m}}{\rho_{Réf,m} \sigma_{y,p}}} \approx \sqrt{\frac{\sigma_{y,m}}{\sigma_{y,p}}} = \sqrt{\frac{E_m}{E_p}} = 1 \quad (2.13)$$

Cette condition de similarité doit être vérifiée que le matériau étudié soit viscoplastique ou élastoplastique.

$$V_{Réf,m} = V_{Réf,p} \quad (2.14)$$

Dans le cas où l'on considère un matériau viscoplastique, la condition (G) et la relation (2.13) imposent en plus que:

$$l_{Réf,m} = l_{Réf,p} \quad (2.15)$$

La maquette doit donc être obligatoirement de taille identique au prototype si l'on veut que les conditions de similarité soient remplies !

Il apparaît impossible de tester dans des conditions strictement similaires des éprouvettes de différentes tailles constituées d'un matériau viscoplastique.

2.3 Théorème de Buckingham

La deuxième méthode de similarité présentée ici est basée sur le théorème de Buckingham. Ce théorème affirme que tout processus physique peut être décrit par un ensemble de paramètres indépendant et sans dimension produit (ou quotient) des paramètres physiques de base représentatifs du processus physique étudié. Ces paramètres sans dimension et indépendant sont en général symbolisés par la lettre Π .

Afin d'illustrer le théorème Buckingham sur un exemple, nous l'avons appliqué au programme expérimental en relation avec cette thèse.

Dans le cadre de ce programme d'essais, des éprouvettes cylindriques lisses et entaillées ont été testées sur des barres d'Hopkinson, des machines hydropneumatiques et des machines d'essais statiques à des vitesses de déformation de 0.001/s, 0.1/s 10/s et 200/s. Trois diamètres d'éprouvettes ont été considérés 3, 9 et 30 mm. (Pour plus de détail sur ce programme expérimental voir chapitre 11, deuxième partie)

Pour appliquer le théorème de Buckingham, il faut tout d'abord identifier les paramètres physiques de base représentatifs des expériences effectuées. Ce recensement doit inclure les paramètres géométriques, les paramètres décrivant la réponse attendue et les données en entrée.

Dans notre cas la seule donnée en entrée recensée est la vitesse de déformation. En effet, chaque série d'expériences est effectuée à une vitesse de déformation donnée. Une série comprend des éprouvettes de trois diamètres 3, 9 et 30 mm.

Table 2.3 Donnée en entrée		
Paramètre	Unité typique	Unité fondamentale
$\dot{\varepsilon}$	s^{-1}	t^{-1}

t est un symbole représentatif du temps.

Les paramètres retenus pour décrire la réponse des éprouvettes sont:

t_r , le temps de réponse (temps écoulé entre l'instant de mise en charge des éprouvettes et la rupture), ε le niveau de déformation dans une éprouvette (on supposera ici que $\varepsilon \approx \varepsilon^{pl,eq}$) et ε_f la déformation à rupture.

On supposera que la réponse du matériau testé peut être donnée par une loi de comportement de type Ludwik (1.10).

$$\Phi(\varepsilon) = A_1 + A_2 (\varepsilon)^{\lambda_2} \tag{2.16}$$

Avec Φ la contrainte d'écoulement, A_1 la limite d'élasticité, A_2 une constante matériau et λ_2 un coefficient d'écrouissage.

Table 2.4 Paramètres de réponse		
Paramètres	Unités typiques	Unités fondamentales
Φ	Pa	$m t^{-2} l^{-1}$
t_r	s	t
ε	-	-
ε_f	-	-
A_1	Pa	$m t^{-2} l^{-1}$
A_2	Pa	$m t^{-2} l^{-1}$
λ_2	-	-

m est un symbole représentatif de la masse, l est un symbole représentatif de la longueur.

Les paramètres caractéristiques de la géométrie des éprouvettes sont L_o longueur utile des éprouvettes, $D_{ép}$ le diamètre des éprouvettes et r_{ent} le rayon d'entaille (pour les éprouvettes entaillées).

Table 2.5 Paramètres géométriques		
Paramètres	Unités typiques	Unités fondamentales
L_o	m	l
$D_{ép}$	m	l
r_{ent}	m	l

Les paramètres Π sans dimension sont des produits (ou quotients) des paramètres de base représentatifs de l'expérience.

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha_1} \Phi^{\alpha_2} t_r^{\alpha_3} L_o^{\alpha_4} D_{\dot{\varepsilon}p}^{\alpha_5} r_{ent}^{\alpha_6} A_1^{\alpha_7} A_2^{\alpha_8} = m^0 l^0 t^0 \quad (2.17)$$

L'équation ci-dessus est une équation d'homogénéité dimensionnelle. Le symbole, $\stackrel{d}{=}$, signifie dimensionnellement égal à.

Afin d'obtenir de manière systématique l'ensemble des paramètres Π décrivant l'expérience, on substituera dans l'équation (2.17), chaque paramètre par son unité fondamentale.

$$(t^{-1})^{\alpha_1} (m t^{-2} l^{-1})^{\alpha_2} (t)^{\alpha_3} (l)^{\alpha_4} (l)^{\alpha_5} (l)^{\alpha_6} (m t^{-2} l^{-1})^{\alpha_7} (m t^{-2} l^{-1})^{\alpha_8} \stackrel{d}{=} m^0 l^0 t^0 \quad (2.18)$$

On peut réécrire l'équation (2.18) sous la forme:

$$m^{\alpha_2 + \alpha_7 + \alpha_8} l^{-\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 - \alpha_7 - \alpha_8} t^{-\alpha_1 + \alpha_3 - 2\alpha_7 - 2\alpha_8 - 2\alpha_2} \stackrel{d}{=} m^0 l^0 t^0 \quad (2.19)$$

L'exposant de chaque dimension de masse, longueur, et temps doit être nul si les expériences sont réalisées de manière similaire:

$$\begin{aligned} m &: \alpha_2 + \alpha_7 + \alpha_8 = 0 \\ l &: -\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 - \alpha_7 - \alpha_8 = 0 \\ t &: -\alpha_1 + \alpha_3 - 2\alpha_7 - 2\alpha_8 - 2\alpha_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

On a trois équations à huit inconnues, on peut déterminer trois des inconnues en fonction des cinq autres $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_5, \alpha_6$ et α_8 .

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_3 \\ \alpha_4 &= -(\alpha_5 + \alpha_6) \\ \alpha_7 &= -(\alpha_2 + \alpha_8) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Substituant (2.21) dans (2.19), on obtient:

$$(\dot{\varepsilon} t_r)^{\alpha_1} \left(\frac{D_{\dot{\varepsilon}p}}{L_o} \right)^{\alpha_3} \left(\frac{r_{ent}}{L_o} \right)^{\alpha_6} \left(\frac{\Phi}{A_1} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{\alpha_8} \stackrel{d}{=} m^0 l^0 t^0 \quad (2.22)$$

Chaque produit ou quotient de paramètres placé sous un même exposant forme un terme sans dimension. A cette liste de terme sans dimension on ajoutera les paramètres sans dimension λ_2 , ε et ε_f non introduit dans cette étude dimensionnelle.

$\Pi_1 = \frac{D_{ép}}{L_o}$	$\Pi_4 = \frac{\Phi}{A_1}$	$\Pi_7 = \varepsilon$
$\Pi_2 = \frac{r_{ent}}{L_o}$	$\Pi_5 = \frac{A_2}{A_1}$	$\Pi_8 = \dot{\varepsilon} t_r$
$\Pi_3 = \varepsilon_f$	$\Pi_6 = \lambda_2$	

La liste de termes sans dimension que l'on peut générer à partir du théorème de Buckingham n'est pas unique. De plus, un minimum d'expérience de la part de la personne effectuant l'étude dimensionnelle est nécessaire afin de pas générer de termes Π sans signification physique.

On dira que deux expériences se déroulent de manière similaire, si d'une expérience à l'autre les termes Π évoluent de manière identique. Si en plus des termes Π définis ci-dessus on prend en compte la similarité géométrique des éprouvettes étudiées, on peut alors réécrire l'évolution de chaque paramètre décrivant une expérience en fonction du facteur d'échelle λ .

	Paramètres	Facteur d'échelle
Entrée	L	λ
	$D_{ép}$	λ
	r_{ent}	λ
	L_o	λ
	A_1	1
	E	1
	A_2	1
	λ_2	1
	$\dot{\varepsilon}$	1
	Sortie	ε
ε_f		1
t_r		1
Φ		1

Chapitre 3

Effets d'échelle – Aspects phénoménologiques

3.1 Introduction

Ce chapitre contient tout d'abord une analyse de diverses causes connues comme étant l'origine de l'effet d'échelle dans les structures et matériaux. On parlera notamment de la transition ductile-fragile, de l'effet d'échelle induit par la vitesse de déformation pour les matériaux sensibles à la vitesse de déformation et de l'effet d'échelle induit par les phénomènes transitoires de propagation d'ondes.

De nombreuses origines de l'effet d'échelle sur lesquelles nous nous n'aurons pas le temps de nous appesantir pourrait être décrite dans ce chapitre.

Parmi ces sources possibles de l'effet d'échelle on citera, la possible existence d'une couche limite à la surface des matériaux. Celle-ci pourrait être due à un traitement thermique, aux méthodes d'usinage des échantillons, à l'hétérogénéité du lot de matière duquel sont issus les échantillons ou à la nature même du matériau. Dans les bétons par exemple, on ne trouve jamais de gros agrégats en surface.

Une deuxième partie de ce chapitre est consacré à la présentation des résultats de différentes études expérimentales portant sur l'influence de la taille des éprouvettes métalliques sur leur comportement à la déformation plastique et à rupture. On distinguera les cas de chargement uniformes, comme les essais de traction sur des éprouvettes lisses et les cas de chargement non uniformes, comme les cas de poutre en flexion ou les cas d'éprouvettes entaillées en traction.

Cette présentation bibliographique est en partie inspirée de la revue bibliographique effectuée par T. Malmberg [3.1] (1999) sur ce sujet. Seules quelques-unes des références citées par cet auteur et ses conclusions générales sont données ici.

Bien qu'aucun détail ne soit donné ici concernant l'homogénéité des lots de matière dont sont issues les éprouvettes utilisées dans les études présentées, celle-ci a dans de nombreux cas fait l'objet d'une étude approfondie.

3.2 Effets d'échelle et effet de la vitesse de déformation

Dans le domaine des impacts à grandes vitesses de nombreuses études visant à quantifier l'effet d'échelle dû à la vitesse de déformation ont été effectuées.

C.E. Anderson & al. [3.2] (1993) a effectué une série de simulations numériques de pénétrations et de perforations.

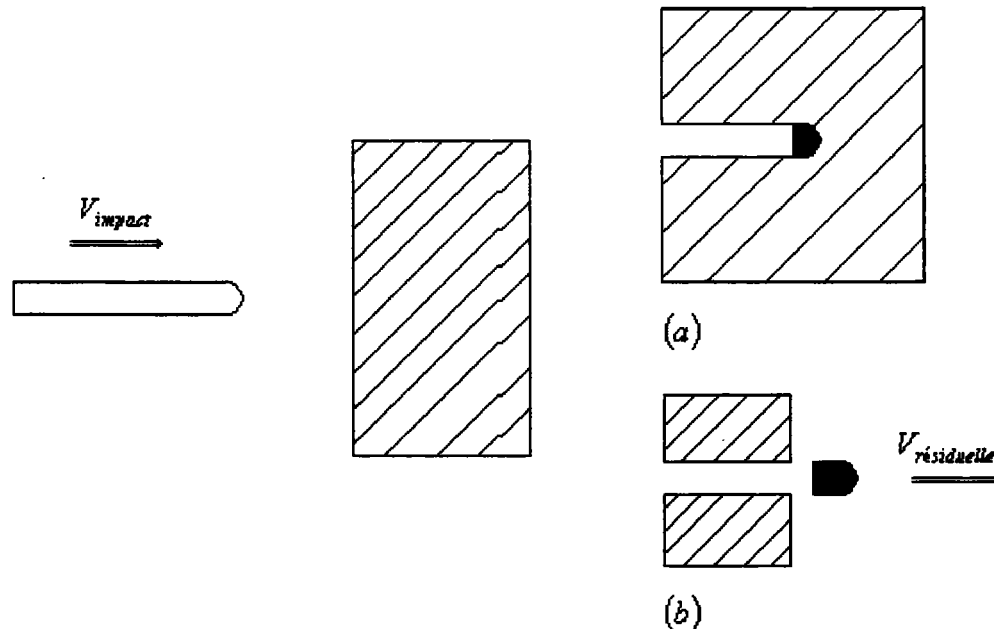


Fig. 3.1 (a) pénétration; (b) perforation

C.E. Anderson a identifié vingt-deux paramètres décrivant complètement ses simulations numériques. Faisant appelle au théorème de Buckingham, il en a déduit dix-huit paramètres sans dimension.

C'est dans ce contexte de similarité que C.E. Anderson a étudié l'impact de longues barres de tungstène sur un bouclier en acier. Les simulations numériques effectuées ont couvert un facteur d'échelle de 10. Une vitesse d'impact initiale de 1.5 km/s a été prise en compte pour tous les projectiles. Une loi de comportement de type Johnson-Cook [1.1] (1985) a été adopté pour la cible alors que pour le projectile une loi de type C.E. Anderson & Walker [3.3] (1991) a été retenue.

$$\sigma_{eq} = 1350 \left[\left(1 + A_5 \varepsilon^{pl,eq} \right)^n + 0,06 \ln \dot{\varepsilon}^{pl,eq*} \right] \quad (3.1)$$

Avec $\dot{\varepsilon}^{pl,eq*} = \dot{\varepsilon}^{pl,eq} / \dot{\varepsilon}_o$ vitesse de déformation plastique sans dimension, $\dot{\varepsilon}^{pl,eq}$ vitesse de déformation plastique équivalente, $\dot{\varepsilon}_o = 1.0/s$, A_5 et n ont été pris comme étant nuls.

Les résultats numériques obtenus ont montré, qu'une expérience effectuée à l'échelle 1/10 pouvait permettre d'évaluer à 5% d'erreur près les résultats d'une expérience à échelle 1. Les critères de comparaison retenus entre les différentes expériences simulées sont la profondeur de pénétration pour les simulations de pénétration et la vitesse résiduelle pour les simulations de perforation.

B.R. Sorenson & al. [3.4] (1991) ont publié une série de résultats expérimentaux relatifs à des problèmes d'impacts de projectiles en alliage de tungstène sur des plaques en acier.

B.R. Sorenson a effectué ses expériences à une vitesse d'impact de 2 km/s. Les dimensions des projectiles considérés étaient respectivement de 380 mm de long pour un diamètre de 19 mm pour les prototypes et de moitié pour les maquettes.

Les profondeurs de pénétration mesurées dans les plaques d'acier ont été de 480 mm pour les prototypes et de 244 et 250 mm pour les maquettes. Une extrapolation des résultats obtenus sur la maquette au prototype a permis une approximation de la profondeur de pénétration à 4 % près.

Les vitesses de déformation rencontrées dans les simulations de C.E. Anderson et dans les expériences de B.R. Sorenson & al. sont bien supérieures à celle prises en compte dans le cadre du programme expérimental qui nous concerne.

T. Malmberg [2.1] (1995) a étudié l'effet d'échelle induit dans une barre percutee par une masse rigide.

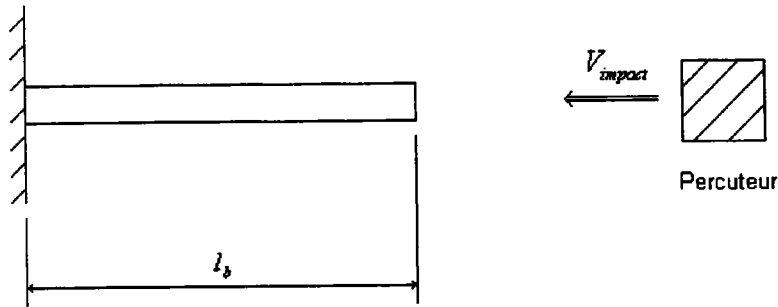


Fig. 3.2 Schéma du dispositif d'impact

Le matériau de la barre est supposé avoir une réponse du type:

$$\sigma = \sigma_y \left(1 + \frac{\dot{\epsilon}}{A_6} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n > 1 \quad (3.2)$$

avec σ_y la limite d'élasticité et A_6 constante matériau.

L'équation régissant le mouvement d'un point de la barre est donnée par :

$$\rho_p v_p \ddot{x}_p = -\sigma S_b \quad (3.3)$$

avec v_p volume du percuteur, ρ_p la masse volumique du percuteur, S_b la section de la barre et \ddot{x}_p l'accélération du percuteur.

A l'aide des équations (3.2) et (3.3) on obtient la relation:

$$\ddot{\epsilon} = \frac{1}{\rho_p l_b v_p} \sigma_y \left(1 + \frac{\dot{\epsilon}}{A_6} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.4)$$

l_b longueur de la barre.

L'équation (3.4) peut-être réécrite sous la forme d'une intégrale comme suit:

$$\int_{\dot{\varepsilon}_o}^{\dot{\varepsilon}} \frac{d\dot{\varepsilon}}{\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}}{A_6}\right)^{\frac{1}{n}}} = - \frac{1}{\rho_p l_b V_p} \frac{S_b}{V_p} \sigma_y t \quad (3.5)$$

avec $\dot{\varepsilon}_o = \frac{V_{impact}}{l_b}$ vitesse de déformation initiale et V_{impact} la vitesse d'impact du percuteur.

En intégrant l'équation (3.5), on peut déterminer la loi d'effet d'échelle applicable à la déformation finale de la barre :

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p} = \frac{1}{\lambda^2} \left\{ \frac{n-1}{2n-1} \left[\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{op}}{A_6} \lambda\right)^{\frac{2n-1}{n}} - 1 \right] - \left[\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{op}}{A_6} \lambda\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \right\} \cdot \left\{ \frac{n-1}{2n-1} \left[\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{op}}{A_6}\right)^{\frac{2n-1}{n}} - 1 \right] - \left[\left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{op}}{A_6}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \right\}^{-1} \quad (3.6)$$

L'indice m réfère à la maquette et l'indice p réfère au prototype, λ est le facteur d'échelle.

Considérant les caractéristiques d'un acier inoxydable AISI 304 :

$$\sigma_y = 172,34 MPa = 25.10^3 psi$$

$$A_6 = 1,647.10^{-2}$$

$$n = 12,568$$

$$\dot{\varepsilon}_{op} = 100 s^{-1}$$

l'effet d'échelle donné par l'équation (3.6) peut être quantifié comme suit :

	$\lambda=2$	$\lambda=10$	$\lambda=50$
$\varepsilon_m / \varepsilon_p$	0,95	0,83	0,73

C.R. Calladine [3.5] (1983) a montré que l'effet d'échelle induit par la vitesse de déformation pouvait être accru lorsque le matériau s'adoucit.

En effet, si l'on considère que l'énergie de déformation plastique spécifique dissipée à rupture est constante quelle que soit la taille de la structure considérée, on s'aperçoit qu'une contrainte d'écoulement maximale légèrement plus importante (résultant d'une vitesse de déformation plus importante dans les maquettes) mène à une déformation à rupture plus petite.

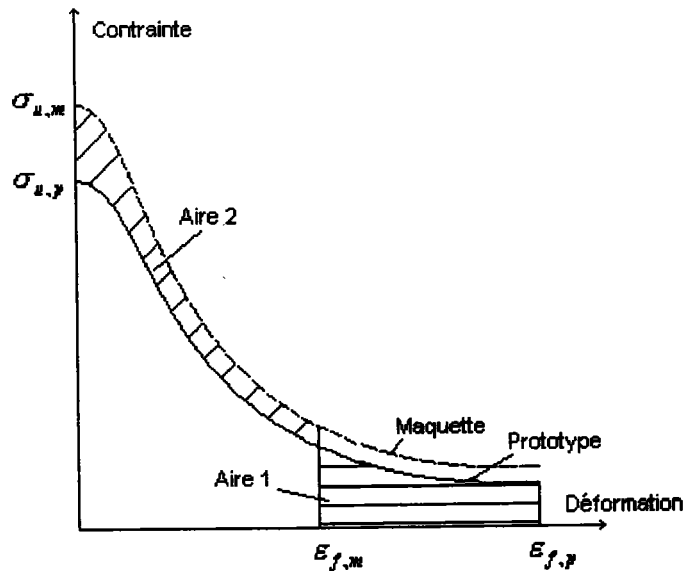


Fig. 3.3 Effet d'échelle sur les déformations à rupture

$\epsilon_{f,m}$; $\epsilon_{f,p}$ déformation rupture de la maquette et du prototype.

$\sigma_{u,m}$; $\sigma_{u,p}$ contrainte maximale dans la maquette et le prototype.

$Aire\ 1 = Aire\ 2$.

3.3 Effets d'échelle et transition dans le mode rupture

Deux modes de rupture entre en compétition dans une structure dont on fait varier la taille.

D'une manière générale on peut dire qu'une structure tend à se comporter de manière fragile lorsque sa taille augmente. Typiquement une structure de grande taille rompra suite à la propagation rapide d'une fissure.

Au contraire, une structure de petite taille n'est que peu sensible à la présence d'une fissure. Une structure de petite taille aura donc tendance à se comporter de manière ductile et à rompre par instabilité plastique.

L'analyse plastique limite se rapporte aux conditions de charge maximale correspondant à la formation de rotules plastiques produisant une instabilité structurale. L'analyse plastique limite est particulièrement adaptée au matériau ductile.

La mécanique de la rupture se rapporte aux conditions de charge maximale correspondant à la propagation rapide de fissure menant à la destruction de la structure. La mécanique de la rupture est particulièrement adaptée au matériau fragile.

En conclusion, on peut dire que l'analyse plastique limite est adaptée à l'étude de structure de petite taille et que la mécanique de la rupture est adaptée aux structures de grandes tailles et ce indépendamment du type de matériau considéré.

T. Malmberg [3.6] (1997) a illustré ce problème de transition sur un court exemple. Considérons l'éprouvette ci-dessous:

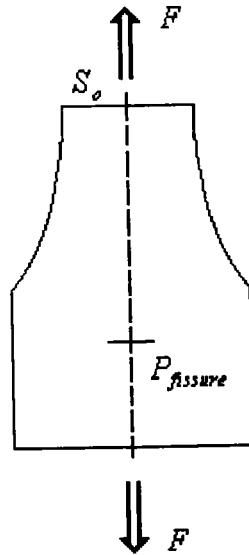


Fig. 3.4 Epreuve sujette à rupture par instabilité plastique ou propagation de fissure

Les deux modes de rupture possible de l'éprouvette ci-dessus sont:

- instabilité plastique au centre de l'éprouvette en S_o sous une force F_{inst} ,
- propagation de fissure en " $P_{fissure}$ " sous une force F_{fiss} dans un matériau supposé avoir un comportement non-linéaire.

La rupture de l'éprouvette se produira lorsque le minimum de σ_{inst} ou σ_c sera atteint.

$$\frac{F_{inst}}{F_c} = \begin{cases} > 1 & \text{propagation de fissure} \\ < 1 & \text{instabilité plastique} \end{cases} \quad (3.7)$$

L'analyse plastique limite ne prévoit pas d'effet d'échelle à la contrainte critique.

$$\frac{\sigma_{inst}^p}{\sigma_{inst}^m} = 1 \quad (3.8)$$

σ_{inst}^p contrainte à l'instabilité plastique dans le prototype et σ_{inst}^m contrainte à l'instabilité plastique dans la maquette.

En mécanique non-linéaire de la rupture on a la loi d'effet d'échelle (voir chapitre 4):

$$\frac{\sigma_{fiss}^m}{\sigma_{fiss}^p} = \lambda^{\frac{1}{n+1}} \quad (3.9)$$

σ_{fiss}^p contrainte nécessaire à la propagation d'une fissure dans le prototype et σ_{fiss}^m contrainte nécessaire à la propagation d'une fissure dans la maquette.

A partir de (3.7), (3.8) et (3.9), on peut établir une relation caractérisant la transition de mode de rupture entre deux structures de différentes tailles.

$$\frac{\left(\frac{F_{inst}}{F_{fiss}}\right)_p}{\left(\frac{F_{inst}}{F_{fiss}}\right)_m} = \lambda^{n+1} \tag{3.10}$$

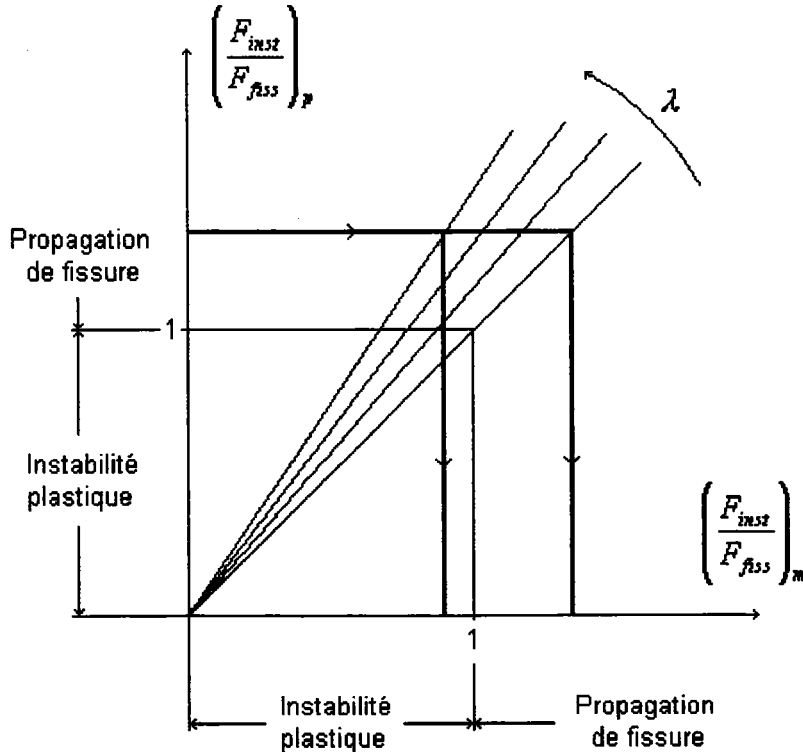


Fig. 3.5 Exemple de transition de mode de rupture

D'après la figure ci-dessus, il apparaît clairement qu'un prototype n'aura pas nécessairement le même comportement à rupture que sa maquette suivant le facteur d'échelle retenu entre les deux.

Un nombre capable de caractériser la transition ductile-fragile est communément utilisé. Ce nombre est connu sous le nom de "nombre de fragilité".

Il est défini comme étant le rapport de l'énergie élastique stockée dans la structure sur l'énergie nécessaire à la propagation d'une fissure.

$$\beta = \frac{\text{Energie élastique}}{\text{Energie à rupture}} = \frac{\alpha' D^3 (\sigma_y^2 / E)}{\alpha'' D^2 G_f} = \alpha''' \frac{D \sigma_y^2}{G_f E} \tag{3.11}$$

G_f Energie de rupture par unité de surface (de fissure), D dimension représentative de la taille de la structure, $\alpha', \alpha'', \alpha'''$ paramètres dépendant de la forme de la structure, α''' est souvent omis.

Le terme EG_f / σ_y^2 de la relation ci-dessus peut être assimilé à la zone plastique défini par Irwin.

Certains auteurs comme Z.P. Bazant [3.7] (1997), considère l'énergie élastique à rupture au lieu de l'énergie élastique à la limite d'élasticité

$$\beta = \frac{D f_t^2}{G_f E} \tag{3.12}$$

avec f_t contrainte à rupture en traction lisse.

On peut alors réécrire β sous la forme :

$$\beta = \frac{D}{c_f} \tag{3.13}$$

où $c_f = \frac{E G_f}{f_t^2}$ est proportionnel à la taille de la zone inélastique, β est donc représentatif de l'espace occupé par la zone inélastique dans une structure.

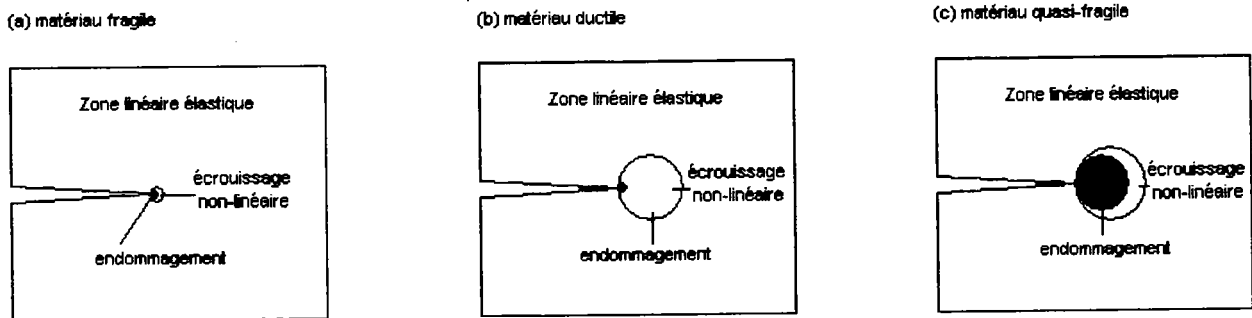


Fig. 3.6 Zones non-linéaires en pointe de fissures pour (a) un matériau fragile, (b) un matériau ductile, (c) un matériau quasi-fragile

Une illustration concrète de l'intérêt du "nombre de fragilité" issue des travaux de K. Kendall [3.8] (1976, 1978a, 1978b) est présenté dans ce qui suit. Une structure entaillée soumise à une force de pression par l'intermédiaire d'une plaque de largeur l_p est considérée. Le matériau de cette structure est supposé avoir un comportement élastique parfaitement plastique.

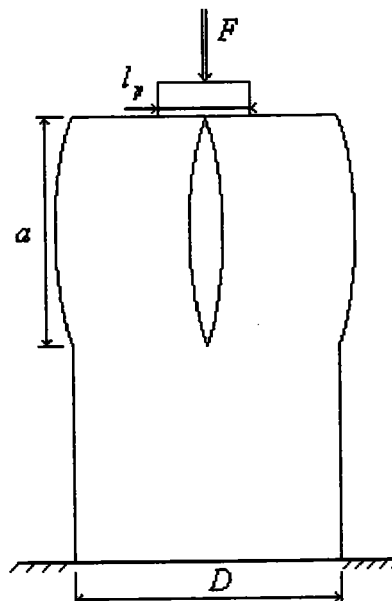


Fig. 3.7 Géométrie de la structure étudiée par K. Kendall [3.8]

Les deux bras de cette structure ont été idéalisés comme étant deux poutres encastrées soumises à une force axiale de $F/2$ avec une excentricité de $(D - l_p)/4$. L'énergie élastique contenu dans chacun de ces bras est:

$$3F^2 (D - l_p)^2 \alpha / 4EB D^3 \quad (3.14)$$

avec α longueur de la fissure, F la force appliquée, D la largeur de la structure (dimension représentative de la taille de la structure), B l'épaisseur de la structure.

Le travail fournit en surplus à la structure $G_f B \alpha$ pourra être utilisé pour faire propager la fissure, le travail total fournit s'écrit alors:

$$U_T = 3F^2 (D - l_p)^2 \alpha / 4EB D^3 + G_f B \alpha \quad (3.15)$$

U_T énergie totale fournie à la structure.

Sachant que la fissure se propage pour $dU_T/da = 0$ on peut déduire de la relation (3.15) la force nécessaire à la propagation de la fissure:

$$F_1 = B (2EG_f D/3)^{1/2} / (1 - l_p/D) \quad (3.16)$$

La rupture par instabilité plastique se produira pour une force F_2 .

$$F_2 = B l_p \sigma_y \text{ ou } l_p = F_2 / (B \sigma_y) \quad (3.17)$$

En remplaçant l_p dans (3.16) on obtient une équation caractérisant la transition ductile-fragile:

$$(F/B)^2 / \sigma_y D - F/B + (2EG_f D/3)^{1/2} = 0 \quad (3.18)$$

L'équation (3.18) a pour solution

$$D_c = 32EG_f / 3\sigma_y^2 \quad (3.19)$$

On aura une rupture de type fragile pour $D \geq D_c$.

3.4 Effets d'échelle sur la ductilité de barres chargées dynamiquement

P. Knocke & A. Needleman [3.9] (1993) ont étudié numériquement l'effet d'échelle induit par les phénomènes transitoires de propagation d'ondes dans des barres d'acier cylindriques. P. Knocke & A. Needleman ont supposé que l'acier des barres simulées était sensible à la vitesse de déformation et à l'adoucissement thermique. La présence des inclusions dans cet acier a été simulé à l'aide d'une surface d'écoulement plastique de type Gurson (voir Eq. (6.20)). Il a été supposé que l'acier des barres étudiées rompait pour une valeur critique de la fraction volumique de cavités. Des éprouvettes de longueur variant de 0,006 à 0,1 m ont été considérées. Un rapport longueur d'éprouvette sur rayon d'éprouvette de 4 a été retenu par P. Knocke & A. Needleman pour toutes les simulations effectuées. Ces simulations ont été réalisées à la vitesse de déformation de 1000 /s.

Les résultats des simulations numériques obtenues ont montré que pour les éprouvettes plus petites le phénomène de striction se produisait au centre des éprouvettes et que la déformation conventionnelle à rupture des éprouvettes augmentait avec la taille de celles-ci.

Pour des éprouvettes un peu plus grandes un double phénomène de striction a fait son apparition. Ces deux strictions voyageant du centre des éprouvettes vers ces extrémités lorsque la taille de celles-ci augmente.

Pour des éprouvettes encore plus grandes deux strictions apparaissent systématiquement à chaque extrémité des éprouvettes considérées et la déformation conventionnelle à rupture des éprouvettes diminue lorsque la taille des éprouvettes augmente.

Sur le graphique (Fig. 3.8) page suivante, la déformation conventionnelle à rupture des éprouvettes calculée pour deux valeurs de fraction volumique critique de cavités est donnée en fonction de la longueur des éprouvettes.

Sur ce graphique les longueurs des éprouvettes ont été normalisées à l'aide d'une longueur L_c définit comme suit:

$$L_c = L_o c_o / V_d \quad (3.20)$$

avec L_o est la longueur utile de l'éprouvette, c_o la vitesse de propagation d'onde et V_d la vitesse déplacement des extrémités des éprouvettes.

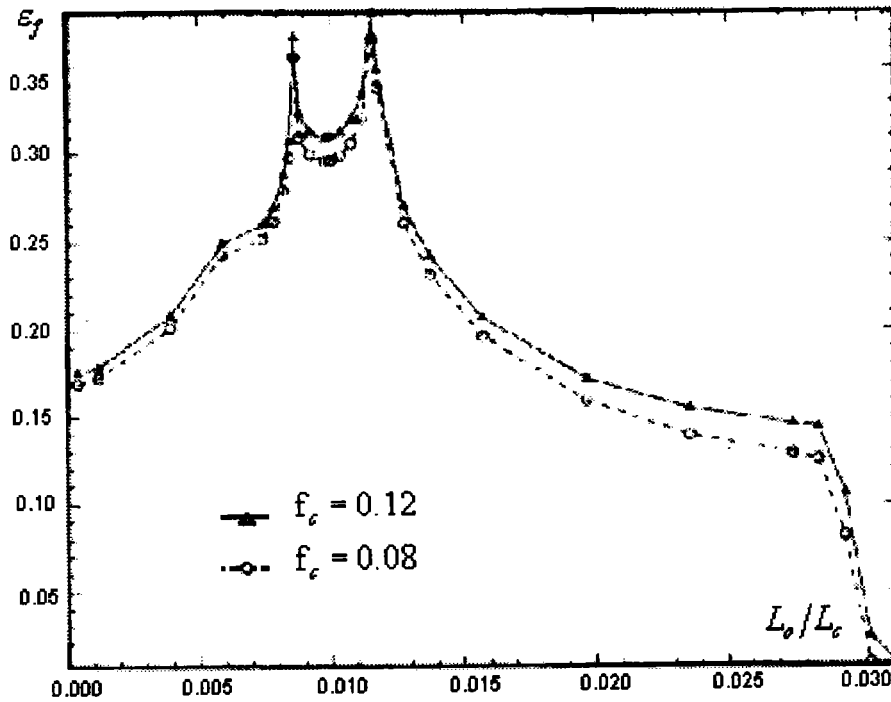


Fig. 3.8 Courbes déformation conventionnelle à rupture - longueur d'éprouvette (P. Knocke & A. Needleman [3.9])

Dans leur article, P. Knocke & A. Needleman présentent aussi les courbes contrainte conventionnelle - déformation conventionnelle obtenues pour les différentes tailles d'éprouvettes simulées.

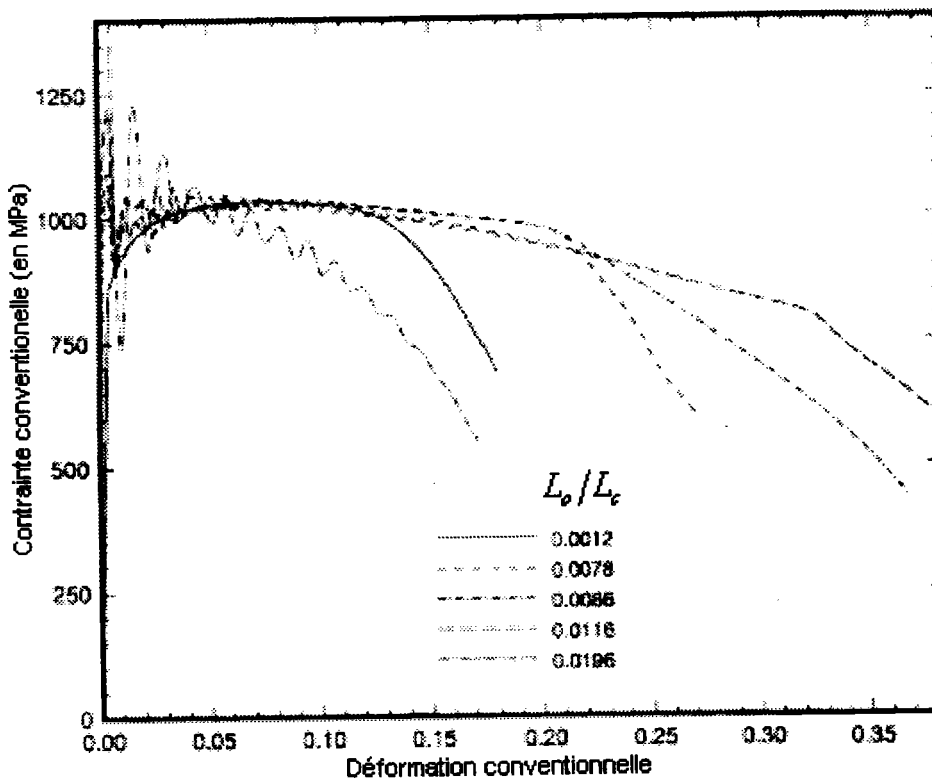


Fig. 3.9 Courbes contrainte conventionnelle - déformation conventionnelle (P. Knocke & A. Needleman [3.9])

3.5 Effets d'échelle et champs de déformation non homogènes

G. Cook [3.9] (1931) a étudié l'effet d'échelle à la limite d'élasticité dans des tubes sous pression. Trois types d'acier doux et des tubes de six diamètres strictement similaires ont été considérés. Le rapport entre le diamètre interne et le diamètre externe de chaque tube est de 3. G. Cook a supposé que l'effet d'échelle à la limite d'élasticité en traction était inexistant et a utilisé la limite d'élasticité (haute) en traction afin de normaliser les résultats obtenus. Les résultats expérimentaux de G. Cook font apparaître une décroissance significative de la limite d'élasticité avec le diamètre des tubes considérés.

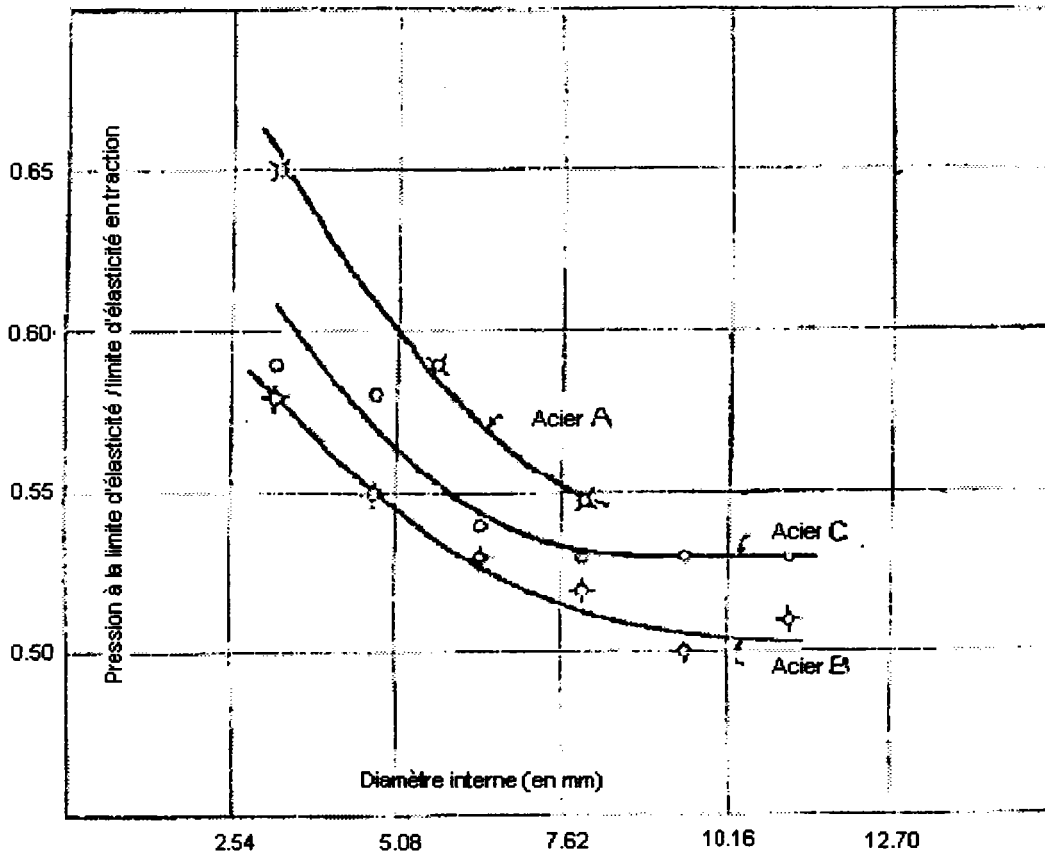


Fig. 3.10 Effet d'échelle à la limite d'élasticité dans des cylindres d'acier doux (G.Cook [3.9])

A la vue des résultats expérimentaux obtenus, G. Cook a suggéré qu'il existe une couche limite à la surface des structures sur laquelle la limite d'élasticité avait une valeur plus élevée qu'à l'intérieur de la structure (Dans l'esprit de G. Cook cette couche limite n'est pas à associer à une quelconque hétérogénéité du matériau). Cette remarque suggère que pour un tube donné, la limite d'élasticité apparente est atteinte lorsque la limite d'élasticité en traction est elle-même atteinte sur une certaine épaisseur à la surface des éprouvettes.

J.L.M. Morrison [3.10] (1939) a étudié les caractéristiques d'un acier doux en traction, en flexion et en torsion sur des éprouvettes cylindriques de différents diamètres. Seul les résultats obtenus en traction et en torsion seront commentés ici.

Des éprouvettes de trois diamètres couvrant un facteur d'échelle de 3.55 (de 7.16 mm à 25.4 mm) ont été testées en traction, aucune variation significative de la limite d'élasticité n'a été mise en évidence.

Deux séries de tests en torsion couvrant une gamme de diamètre d'éprouvettes allant de 2.586 mm à 25.4 mm (facteur d'échelle de 9.83) ont été effectuées par J.L.M. Morrison. Les résultats obtenus présentés ci-dessous sous forme normalisée montre une nouvelle fois une nette décroissance de la limite d'élasticité lorsque la taille des éprouvettes croît.

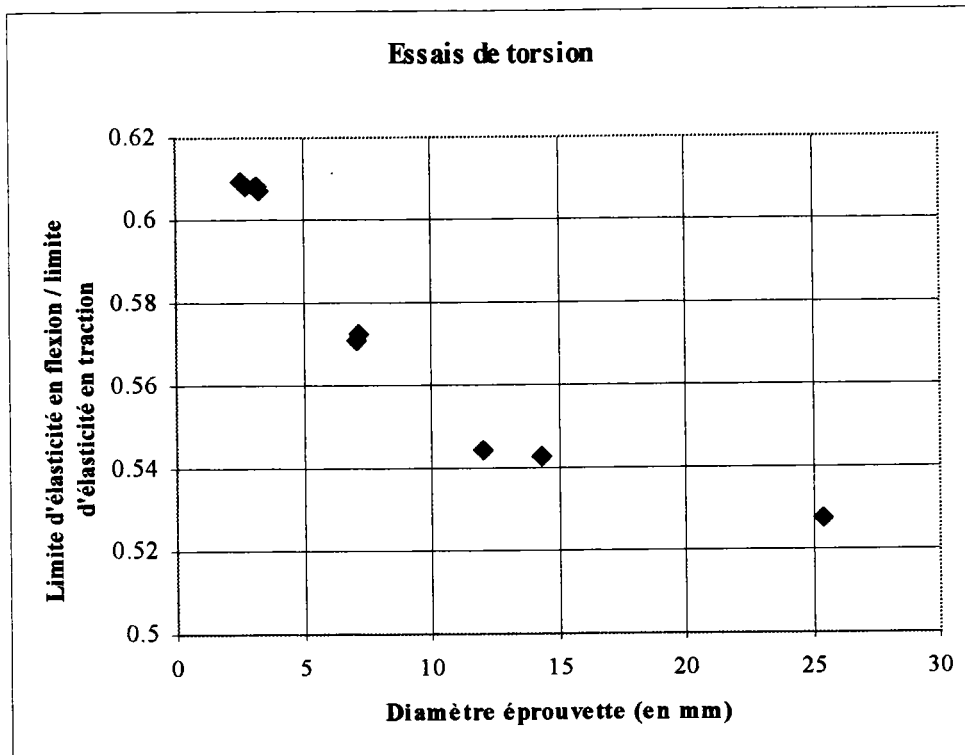


Fig. 3.11 Effet d'échelle observé sur la limite d'élasticité en flexion (J.L.M. Morrison [3.10])

J.L.M. Morrison a suggéré que le cristal d'un matériau quel qu'il soit ne pouvait pas se plastifier si son entourage était composé de cristaux de matériau non plastifié. Ainsi la plasticité ne peut se développer qu'une fois la limite d'élasticité en traction atteinte sur une certaine épaisseur en surface de la structure étudiée.

T. Malmberg [2.1] (1995) a tenté d'expliquer l'effet d'échelle observé en torsion par J.L.M. Morrison en postulant successivement les existences d'une distance caractéristique d^* puis d'une surface caractéristique A^* sur lesquelles la limite d'élasticité doit être atteinte pour qu'un matériau puisse se plastifier.

Le critère de plastification peut s'écrire comme suit:

$$\frac{1}{A^*} \int_{R_{ép}-d^*}^{R_{ép}} 2\tau \pi r dr \leq \tau_y \quad (3.21)$$

avec $R_{ép}$ rayon de l'éprouvette et τ la scission.

Utilisant un critère de type Von Mises ou Tresca, la limite d'élasticité en cisaillement peut être exprimée en fonction de la limite d'élasticité en traction:

$$\tau_y = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_y & \text{Von Mises} \\ \frac{1}{2} \sigma_y & \text{Tresca} \end{cases} \quad (3.22)$$

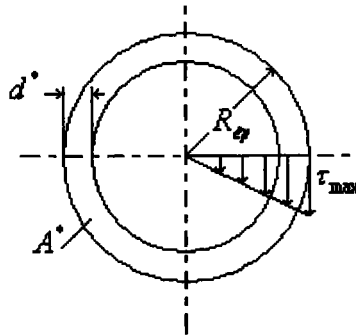


Fig. 3.12 Géométrie d'une éprouvette de torsion

En intégrant le membre gauche de l'équation (3.21), on obtient:

$$\frac{1}{A^*} \int_{R_{ép}-d^*}^{R_{ép}} 2\tau \pi r dr = \tau_{\max} \frac{\pi R_{ép}^2}{A^*} \frac{2}{3} \left[1 - \left(1 - \frac{d^*}{R_{ép}} \right)^3 \right] \quad (3.23)$$

La limite d'élasticité apparente de cisaillement τ_{\max} est alors donné par:

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau_y} = a^* \frac{3/2}{1 - \left(1 - \frac{d^*}{R_{ép}} \right)^3}$$

$$\text{avec } a^* = \frac{A^*}{\pi R_{ép}^2},$$

ou encore en faisant usage de la relation (3.22)

$$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_y} = \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\sigma_y} \frac{a^*}{1 - (1 - a^*)^{3/2}} \quad (3.24)$$

Effectuant des essais successifs T. Malmberg a calibré la loi d'effet d'échelle (3.4) à partir des résultats expérimentaux obtenus sur les éprouvettes les plus petites postulant les existences d'une aire caractéristique et d'une épaisseur caractéristique.

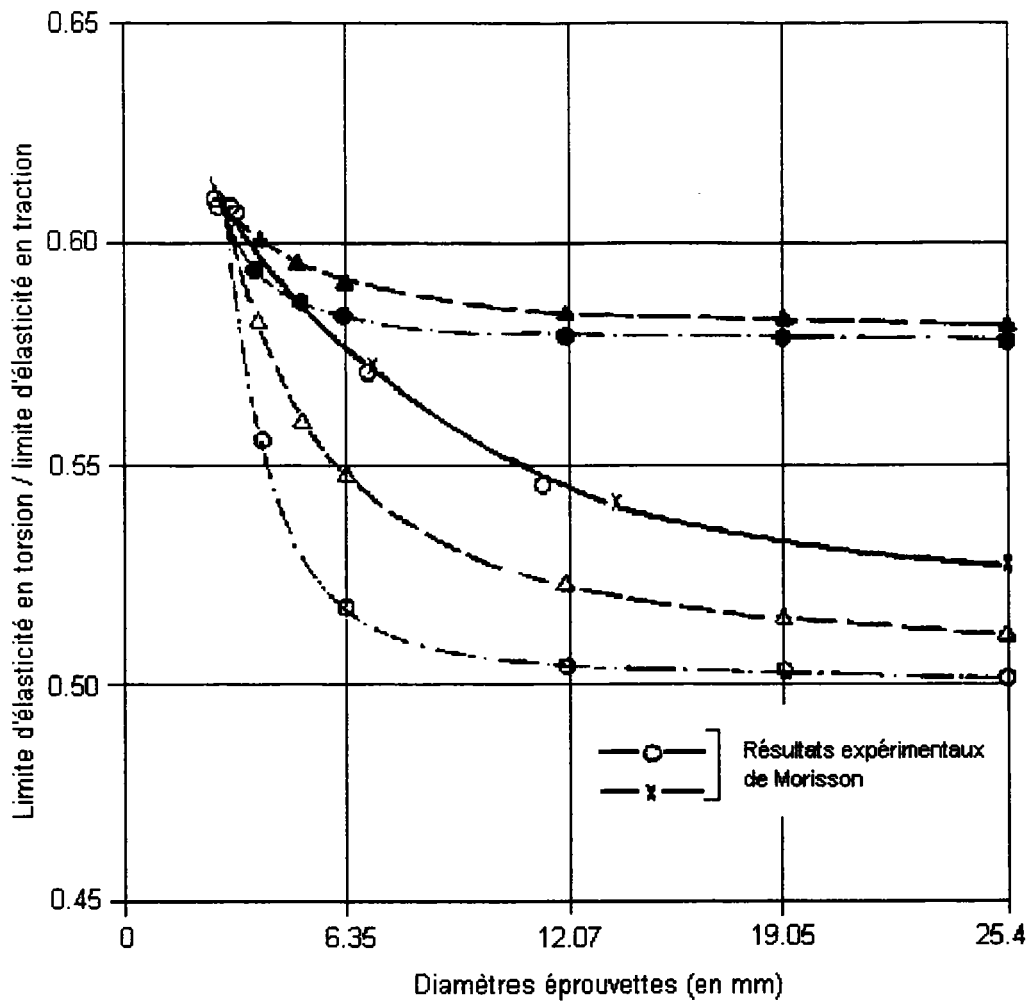


Fig. 3.13 Modèle de T. Malmberg [3.5] et résultats expérimentaux de J.L.M Morrison [3.10]

	$A^* = \text{constante (en mm}^2\text{)}$	$d^* = \text{constante (en mm)}$
Von Mises	$1.306 \cdot 10^{-3}$ —●—	$14.95 \cdot 10^{-2}$ —▲—
Tresca	$4.199 \cdot 10^{-3}$ —○—	$56.48 \cdot 10^{-3}$ —△—

Comme on peut le voir l'approche proposée par T. Malmberg ne semble pas amène d'expliquer les résultats expérimentaux de J.L.M. Morrison.

C.W. Richards [3.11] (1958) a effectué une série d'essais sur des poutres d'acier doux C1020 en flexion quatre points (flexion pure). Les poutres de C.W. Richards sont de section rectangulaire et ont une hauteur variant de 4.026 mm à 25.4 mm (pour un facteur d'échelle de 6.3). L'envergure, l'épaisseur des poutres et l'écartement des points d'application des efforts ont été pris comme étant proportionnel à la hauteur des poutres considérées (respectivement $g = 11.6h$, $b = 0.4h$ et $e = 2.9h$).

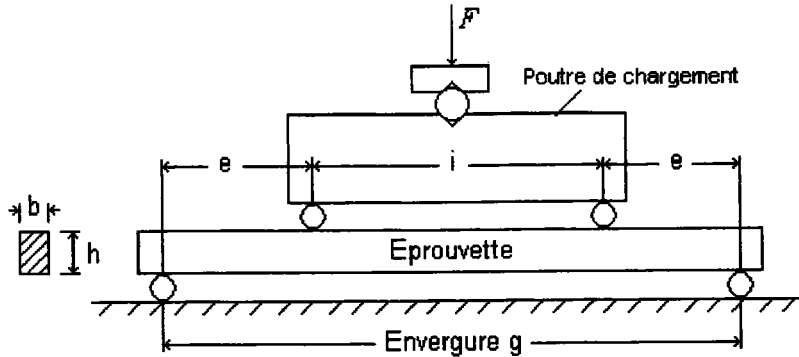


Fig. 3.14 Dispositif de chargement des éprouvettes de flexion pure (C. W. Richards [3.11])

Une fois encore une nette décroissance de la limite d'élasticité avec la taille des éprouvettes est mise en évidence.

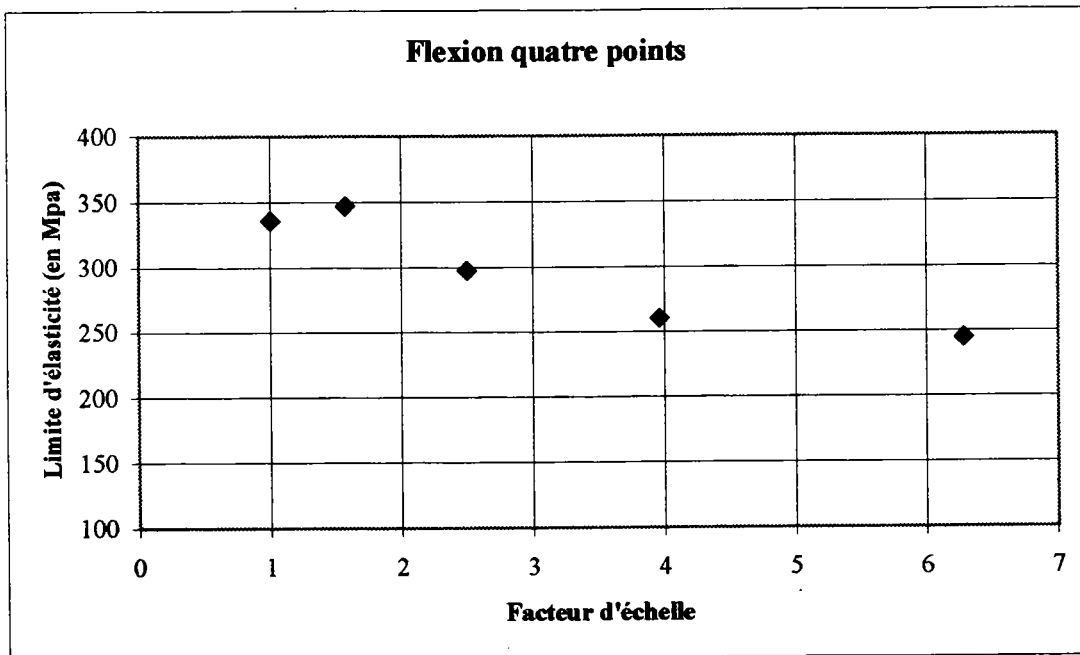


Fig. 3.15 Effet d'échelle à la limite d'élasticité en flexion pure (C. W. Richards [3.11])

S. Carassou, M. Soileux & B. Marini [3.12] (1998) ont étudié l'effet de la taille d'éprouvettes axisymétriques entaillées sur leur déformation à rupture à la température de 100 °C. Le matériau étudié est un acier au carbone Manganèse. Des éprouvettes de quatre diamètres couvrant une plage de facteur d'échelle de 4.16 ont été testées.

Diamètre interne D_{int} (en mm)	3.6	6	10	15
Rayon d'entaille r_{ent} (en mm)	1.42	2.4	4	6

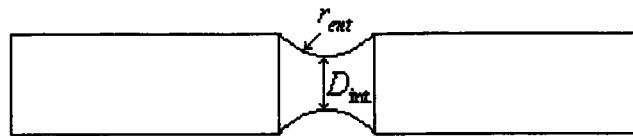


Fig. 3.16 Schéma des éprouvettes utilisées par S. Carassou & al. [3.12]

Les résultats expérimentaux obtenus par S. Carassou & al. ont montré d'une part que la dispersion des résultats expérimentaux est d'autant plus importante que le diamètre des éprouvettes considérées est petit et d'autre part que la déformation globale à rupture au niveau de la surface de rupture décroît de manière significative lorsque le diamètre des éprouvettes augmente.

J.H. Giovanola & S.W. Kirkpatrick [3.13] (1998) ont discuté l'effet d'échelle induit par le processus de rupture ductile dans des éprouvettes entaillées et des éprouvettes ou fissurées ou présentant une entaille aiguë.

Ces auteurs ont supposé que pour qu'une structure rompe ductilement il faut:

- qu'une certaine combinaison de l'état de contrainte et de déformation à laquelle est soumise la structure considérée atteigne une valeur critique,
- et que cet état critique couvre un certain volume caractéristique, appelé zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture.

La déformation critique des matériaux ductiles est donnée par de nombreux auteurs comme étant fonction de la triaxialité des contraintes. La raison en est que la triaxialité des contraintes agit directement sur la croissance des inclusions présentes dans les métaux et que la rupture des matériaux ductiles se produit par coalescence de ces cavités. La zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture est une zone sur laquelle le critère de rupture doit être satisfait pour que le matériau rompe. Dans les matériaux ductiles on pourra assimiler cette zone à une sphère dont le diamètre serait la distance entre deux cavités, l'amorçage et la propagation d'une fissure se produisant par instabilité plastique entre deux cavités.

Lorsque l'on commence à appliquer un chargement à une structure présentant une entaille aiguë ou une fissure, la zone soumise à d'importantes sollicitations (déformation et contrainte) est de dimension infiniment petite par rapport à la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Dans ces conditions pour qu'une fissure se s'amorce ou se propage, il faudra charger suffisamment la structure considérée pour que la zone où règne de fortes sollicitations viennent couvrir la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Le processus de rupture sera donc directement contrôlé par la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Etant donné que la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture est constante quelle que soit la taille des structures étudiées, une dissimilarité est systématiquement introduite lorsque l'on considère des structures de

différentes tailles. Pour deux structures fissurées (ou présentant une entaille aiguë) de différentes tailles il y aura donc effet d'échelle à la propagation et à l'amorçage du processus de fissuration.

Pour une structure présentant une entaille émoussée, la répartition des sollicitations en fond d'entaille est beaucoup plus homogène que dans le cas d'une éprouvette fissurée. Ainsi, lorsque les conditions de rupture dictées par le critère de rupture retenues sont remplies, elles le sont sur un domaine beaucoup plus important que la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. L'amorçage du processus de fissuration pour une structure présentant une entaille émoussée n'est donc pas régi par la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Il ne devrait donc pas y avoir d'effet d'échelle à l'amorçage du processus de fissuration pour les structures présentant des entailles émoussées. Toutefois, une fois que le processus de fissuration est amorcé en fond d'entaille on se retrouve dans le cas d'une structure fissurée. On devrait donc observer un effet d'échelle lors de la propagation de fissure dans les structures présentant une entaille émoussée.

J.C. Devaux, G. Rousselier, F. Mudry & A. Pineau [3.14] (1985) ont effectué un ensemble d'expériences sur des éprouvettes CT et des éprouvettes axisymétriques entaillées et préfissurées par fatigue. Toutes les éprouvettes testées par ces auteurs ont été usinées dans un lot d'acier A508 et tous les essais ont été effectués à la température de 100°C.

Des éprouvettes axisymétriques préfissurées de trois diamètres ont été construites ($\varnothing = 15, 30$ et 50 millimètres) les longueurs préfissurées étant proportionnelles au diamètre de chaque éprouvette, soit $3.40, 6.80$ et 11.30 millimètres. Des éprouvettes CT homothétiques de deux épaisseurs 25 et 50 millimètres ont été usinées.

Pour chaque type et dimension d'éprouvettes considérées, 9 éprouvettes ont été fabriquées.

Pour chaque type d'éprouvettes testées, J.C. Devaux & al. (1985) ont déterminé les courbes de résistance à la propagation de fissure ($J - \Delta a$). L'avancement de la fissure Δa a été déterminé à l'aide d'essais interrompus et de la mesure expérimentale de l'ouverture de fissure. L'intégrale J a été évaluée suivant les recommandations ASTM pour les éprouvettes CT et suivant une formule empirique pour les éprouvettes axisymétriques.

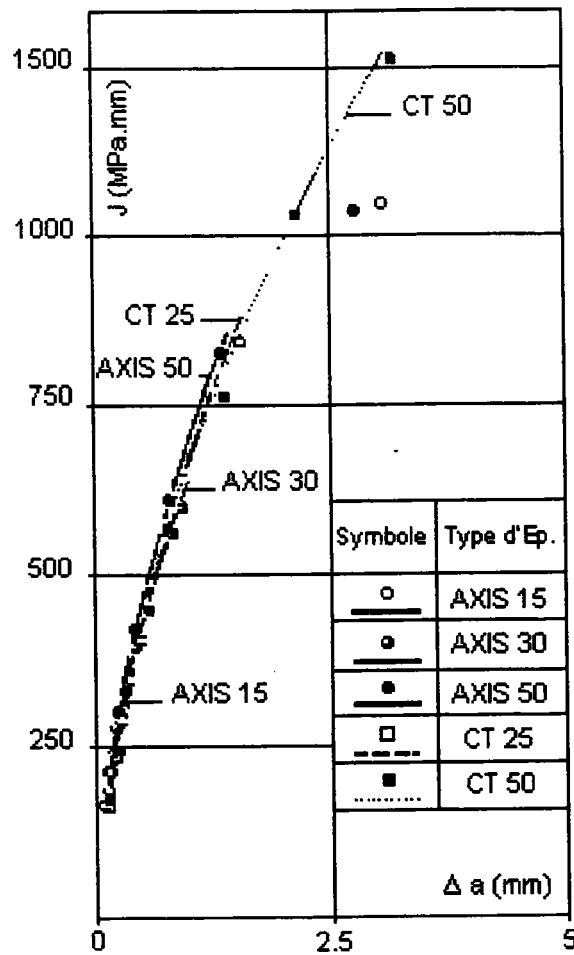


Fig. 3.17 Courbe de résistance à la propagation de fissure (J.C. Devaux & al. [3.14])

Les courbes ($J - \Delta a$) présentées ci-dessus sont presque toutes confondues, toutefois à rupture il a été observé que les valeurs critiques de l'intégrale J sont d'autant plus petites que les dimensions des éprouvettes considérées sont petites.

Dans leur article, J.C. Devaux & al. présentent aussi les relevés des courbes charge-déplacement (des points d'application de la charge) obtenus pour chaque type et dimension d'éprouvettes testées. La charge portée en ordonnée sur ces courbes a été normalisée à l'aide de la charge limite (charge correspondant à la limite d'élasticité). Les déplacements portés en abscisse sur ces courbes ont été normalisés par le diamètre extérieur des éprouvettes pour les éprouvettes axisymétriques et par le ligament des éprouvettes pour les éprouvettes CT. Le point d'amorçage du processus de fissuration déterminé à l'aide d'essais interrompus a été porté sur chacune de ces courbes.

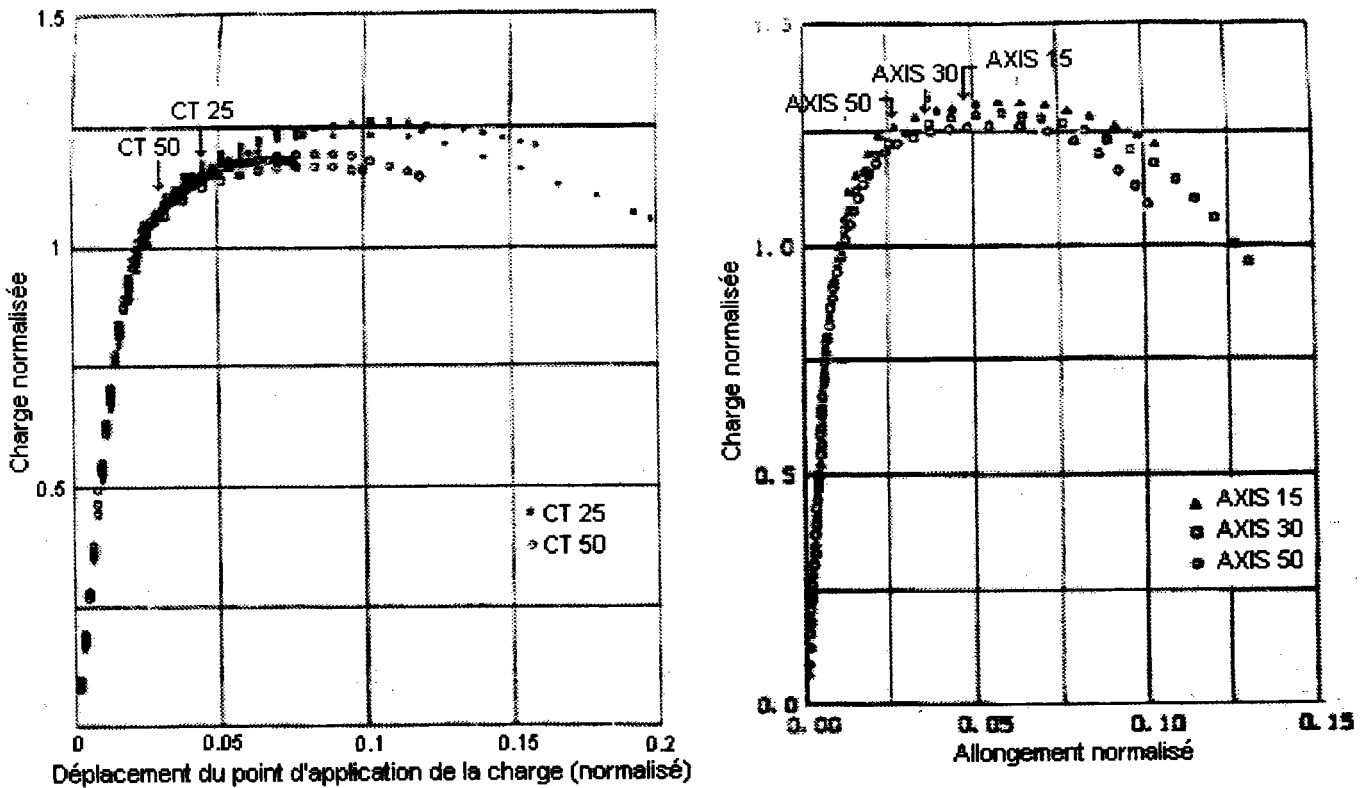


Fig. 3.18 Courbes charge-déplacement (J.C. Devaux & al. [3.14])

Les courbes de charge-déplacement obtenues par J.C. Devaux & al. mettent en évidence un effet d'échelle marqué pour des allongements supérieurs aux allongements à la charge maximale. Pour des allongements inférieurs aux allongements à la charge maximale l'effet des dimensions des éprouvettes est moins marqué ou même inexistant. A la vue des figures ci-dessus, on remarquera que l'amorçage du processus de fissuration est d'autant plus tardif que les dimensions des éprouvettes considérées sont petites.

J.C. Devaux & al. ont attribué l'effet d'échelle observé à l'existence d'une zone d'élaboration du processus de rupture en pointe de fissure. Selon, une approche proposée par ces auteurs (voir chapitre 11), la rupture des éprouvettes se produit lorsque la fraction volumique de cavités au sein de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture atteint une valeur critique. L'analyse de J.C. Devaux & al. donc proche celle de J.H. Giovanola & S.W. Kirkpatrick.

R.E. Link [3.15] (1994) a testé des éprouvettes CT homothétiques de deux tailles distinctes couvrant un facteur d'échelle de 4. Les éprouvettes de R.E. Link ont été construites dans un acier HY-130. Les préfissures pratiquées dans ces éprouvettes ont été obtenues par fatigue et couvrent 70 % de la largeur des éprouvettes. Les éprouvettes CT de R.E. Link ont été testées comme le recommande les normes ASTM pour l'obtention des courbes J de résistance à la propagation de fissure.

Les courbes de charge-déplacement et les courbes de propagation de fissure obtenues par R.E. Link sont présentées ci-dessous sous forme normalisée.

La charge placée en ordonnée sur ces courbes, a été normalisée par sa valeur limite donnée comme suit par Kumar & al. [3.16] (1981) :

$$P_L = 1.455 \eta_L (W - a) \sigma_y B \tag{3.25}$$

où P_L est la charge limite, W la largeur de l'éprouvette, a la longueur de fissure, σ_y la limite d'élasticité, B épaisseur de l'éprouvette et η_L est donnée par l'équation :

$$\eta_L = \left[\left(\frac{2a}{W-a} \right)^2 + 2 \left(\frac{2a}{W-a} \right) + 2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[\left(\frac{2a}{W-a} \right) + 1 \right] \tag{3.26}$$

Les déplacements et la longueur de fissure ont été normalisées par la largeur des éprouvettes W .

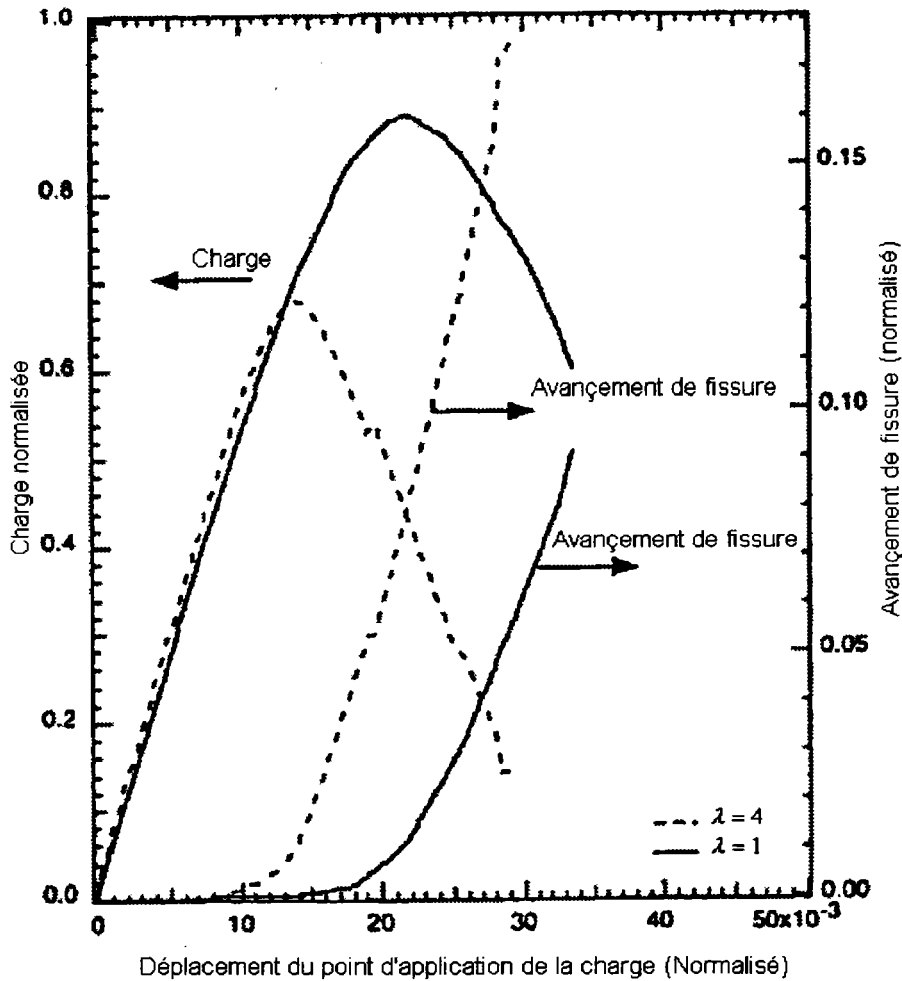


Fig. 3.19 Courbe de charge-déplacement et courbe de résistance à la propagation de fissure – Epreuves CT (J.H. Giovanola & al. [3.13])

Les courbes de charge-déplacement et de propagation de fissure figure (3.19) laissent apparaître un effet d'échelle significatif à l'amorçage du processus de fissuration et à la propagation de fissure. Pour les éprouvettes les plus petites, l'amorçage du processus de fissuration intervient pour des charges (ou déplacement du point de chargement) nettement plus importantes que pour les éprouvettes de grandes dimensions.

J.H. Giovanola, S.W. Kirkpatrick & J.E. Crocker [3.17] (1999) ont effectué une série d'expériences sur des éprouvettes entaillées sujettes à un chargement de flexion trois points. Ces éprouvettes usinées dans un acier HY-130 ont été dessinées suivant les recommandations ASTM Standard E 1152-57 pour les éprouvettes de flexion. La fissure prévue par cette norme a été remplacée par une entaille. Des éprouvettes de trois dimensions ayant pour largeur respective $W = 12.7, 25.4$ et 50.8 millimètres ont été utilisées. Les rapports rayon d'entaille sur largeur d'éprouvette, profondeur d'entaille sur largeur d'éprouvette et épaisseur d'éprouvette sur largeur d'éprouvette adoptés sont respectivement de $0.5, 0.125$ et 1 . Dix éprouvettes ont été testées, trois de 12.7 millimètres de large, trois 25.4 millimètres de large et quatre de 50.8 millimètres de large. Les dispositifs de chargement et de support des éprouvettes ont été adaptés à la taille de chaque éprouvette. Pour chaque expérience, la charge appliquée et le déplacement du point d'application de la charge ont été mesurés à l'aide de transducteurs. L'amorçage du processus de fissuration a été détecté de manière précise d'une part par une méthode acoustique et d'autre part à l'aide d'une caméra dotée d'un microscope.

Les courbes de charge-déplacement obtenues par J.H. Giovanola & al. sont présentées ci-dessous. La charge en ordonnée sur ces courbes a été normalisée par la charge limite définie comme suit :

$$P_L = \frac{0.728 B b^2 \sigma_y}{S} \tag{3.27}$$

avec B est l'épaisseur de l'éprouvette, b le ligament de l'éprouvette et σ_y la limite d'élasticité.

Le déplacement du point d'application de la charge a été normalisé par la largeur des éprouvettes et le point d'amorçage du processus de fissuration a été porté sur chacune des courbes présentées.

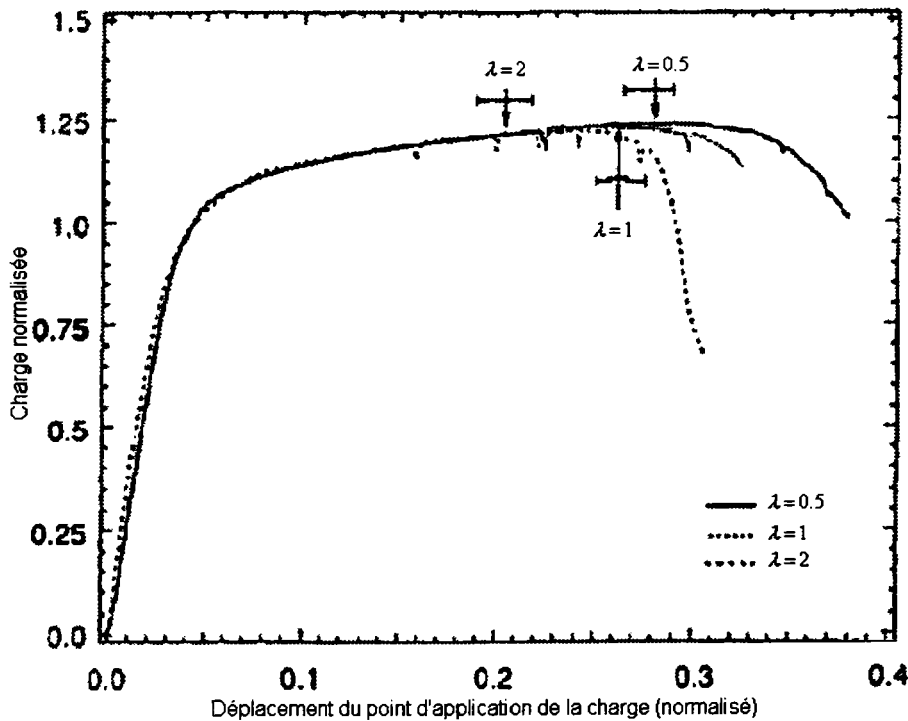


Fig. 3.20 Courbes charge-déplacement – Eprouvettes de flexion trois points (J.H. Giovanola & al. [3.17])

Sur les figures ci-dessus, l'influence de la taille des éprouvettes sur le point d'amorçage des fissures apparaît clairement. La bonne reproductibilité des résultats d'essais obtenus permet d'affirmer que l'effet d'échelle observé n'est pas lié à la dispersion des résultats d'essais. Une longueur de fissure à l'amorçage de 100 à 200 μm de long a été mesurée sur toutes les éprouvettes indépendamment de leur taille. Il a par ailleurs été observé que le processus d'amorçage des fissures et le processus de fissuration des éprouvettes de flexion pouvait se décomposer en trois phases:

- localisation des déformations plastiques et glissement significatif suivant un plan faisant un angle approximatif 45° par rapport à la surface d'entaille,
- rupture par nucléation et croissance des inclusions présentes en mode mixte (traction et cisaillement) suivant le plan de glissement,
- propagation de la fissure en mode I.

L'effet d'échelle observé par J.H. Giovanola à l'amorçage des fissures n'étant pas en accord avec sa précédente analyse (voir page), J.H. Giovanola a supposé que cet effet d'échelle pouvait être dû à l'existence d'une longueur caractéristique autre que celle liée à la coalescence des inclusions présentes. Cette longueur caractéristique pourrait par exemple être liée à l'espacement entre les fissures secondaires observées en fond d'entaille par J.H. Giovanola ou bien à la longueur de ces fissures secondaires. D'autre part, J.H. Giovanola fait remarquer que la localisation des déformations modifie considérablement la distribution des contraintes et déformations et influe sur l'effet d'échelle.

Toutes ces observations font dire à J.H. Giovanola qu'il est nécessaire de s'assurer des micromécanismes prenant place dans une structure lors du processus de rupture avant de discuter de l'effet d'échelle. Ces micromécanismes sont à la fois dépendant du matériau, de la géométrie de la structure adoptée et du chargement appliqué.

3.6 Effets d'échelle en traction sur des éprouvettes lisses

C.W. Richards [3.18] (1954) a mené une série d'essais de traction sur un grand nombre d'éprouvettes lisses de trois diamètres différents 3.175 mm, 12.7 mm et 31.75 mm couvrant un facteur d'échelle de 10. Ces éprouvettes ont été usinées dans une barre d'acier doux C1020.

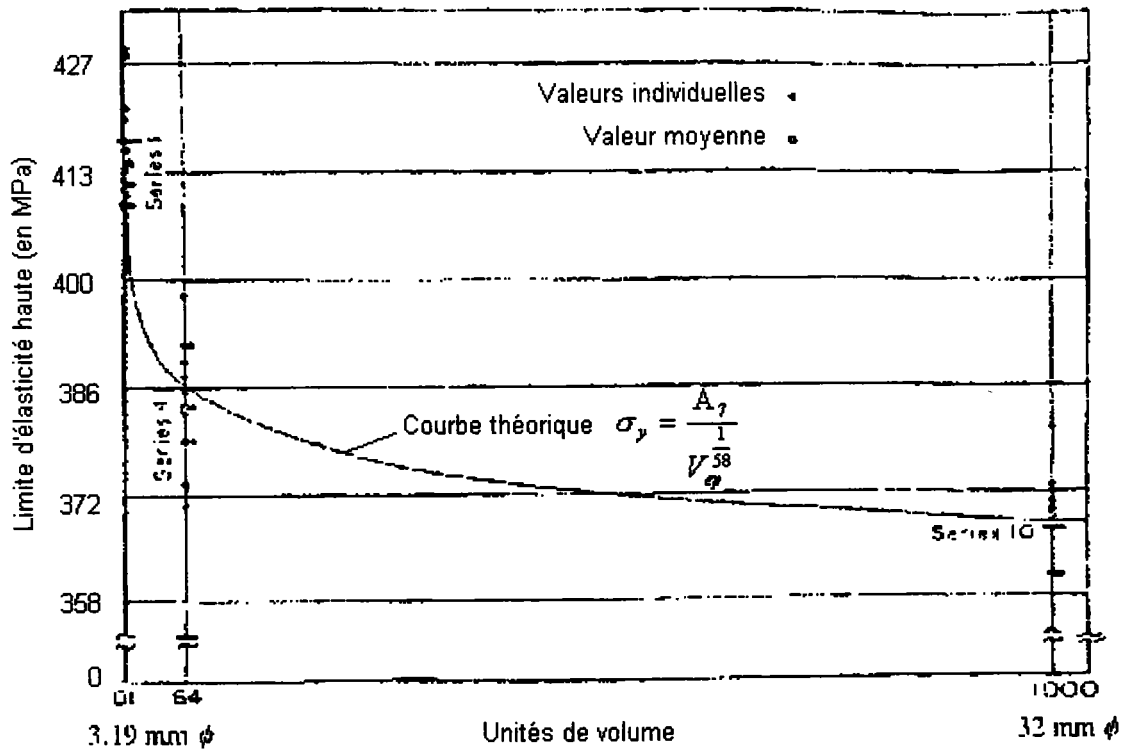


Fig. 3.21 Effet d'échelle en traction dans un acier doux (C.W. Richards [3.18])

Sur la figure (3.21), l'axe des abscisses correspond au volume des éprouvettes normalisé par le volume de l'éprouvette de plus petit diamètre.

Les résultats expérimentaux de C.W. Richards mettent en évidence un effet d'échelle marqué et une forte dispersion des résultats pour les éprouvettes de petites dimensions.

C.W. Richards a réalisé une analyse statistique des résultats expérimentaux obtenus se basant sur la théorie du maillon le plus faible de Weibull (voir chapitre 6). Selon la théorie statistique de Weibull, la limite d'élasticité des éprouvettes est une fonction puissance du volume des éprouvettes.

$$\sigma_y = \frac{A_7}{V_{ep}^{58}} [\text{psi}] \quad (3.28)$$

Avec σ_y la limite d'élasticité moyenne, V_{ep} volume de l'éprouvette considérée, A_7 constante et 58 la valeur du module de Weibull.

C. Bach [3.19] (1920) a effectué une analyse des résultats des travaux de Barba [3.20] (1880) et Bauschinger [3.21] (1892). Ces travaux portent sur l'étude de l'influence de la longueur utile et du diamètre des éprouvettes sur les caractéristiques mécaniques apparentes de celles-ci.

Les conclusions de C. Bach sont les suivantes:

- la contrainte maximale diminue légèrement lorsque le diamètre des éprouvettes augmente. C. Bach fait toutefois remarquer que ce phénomène peut être lié à l'hétérogénéité du lot de matière dont sont issues les éprouvettes,
- le paramètre caractérisant la réduction d'aire des sections d'éprouvettes à rupture^(*) semble indépendant du diamètre des éprouvettes,
- pour des éprouvettes géométriquement similaires, la déformation conventionnelle à rupture reste inchangée,
- la contrainte maximale est indépendante de la forme de la section des éprouvettes,
- le paramètre caractérisant la réduction d'aire des sections d'éprouvettes à rupture est indépendant de la forme et de la taille des éprouvettes,
- la déformation conventionnelle à rupture croît avec linéairement avec le rayon (ou la racine carrée de l'aire d'une section d'éprouvette) des éprouvettes,
- la déformation conventionnelle à rupture reste inchangée lorsque l'élançement (i.e. rapport diamètre sur longueur utile) des éprouvettes reste inchangé,
- il n'y a pas de relation évidente entre la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues et la déformation conventionnelle à rupture,
- la limite de proportionnalité (fin de la partie linéaire d'une courbe contrainte-déformation) et la limite d'élasticité peuvent varier considérablement dans un lot de matière et ce même après un recuit.

B.B. Chechulin [3.22] (1954) a effectué une série d'expériences visant étudier les effets de la taille des éprouvettes sur les caractéristiques des matériaux suivant:

- (1) fer pur
- (2) acier St3-GOST
- (3) Cr Ni Steel 30XH3-GOST
- (4) Cr Ni Steel 37XH3A-GOST, de dureté Brimell $H_B=241$
- (5) Cr Ni Steel 37XH3A-GOST, de dureté Brimell $H_B=293$
- (6) Cr Ni Steel 37XH3A-GOST, de dureté Brimell $H_B=352$
- (7) Cr Ni Steel 40XH-GOST

Des éprouvettes cylindriques géométriquement similaires de diamètres 1.5, 3, 6 et 15 millimètres ont été testés pour tous les matériaux listés ci-dessus. Pour les matériaux référencés (1) et (2) une série d'éprouvettes de diamètre 20 millimètres a été ajoutée. Pour chaque matériau et chaque taille d'éprouvettes, 6 à 10 éprouvettes ont été fabriquées.

Les paramètres sur lesquels B.B. Chechulin a porté son attention sont, la contrainte maximale σ_u , la limite d'élasticité σ_y , la réduction d'aire d'une section d'éprouvette à la contrainte maximale ψ_u , la réduction d'aire de la section rompue des éprouvettes ψ et la contrainte rationnelle à rupture σ_f .

(^{*}) $\psi = 100 \left(R_{ép}^0{}^2 - R_{ép}^f{}^2 \right) / R_{ép}^0{}^2$ avec $R_{ép}^0$ rayon initial des éprouvettes et $R_{ép}^f$ rayon des éprouvettes rompues.)

Comme le montre les graphiques ci-dessous, les paramètres que sont la contrainte maximale, la limite d'élasticité et la réduction d'aire d'une section d'éprouvette à la contrainte maximale ne varient pas avec la taille des éprouvettes considérées.

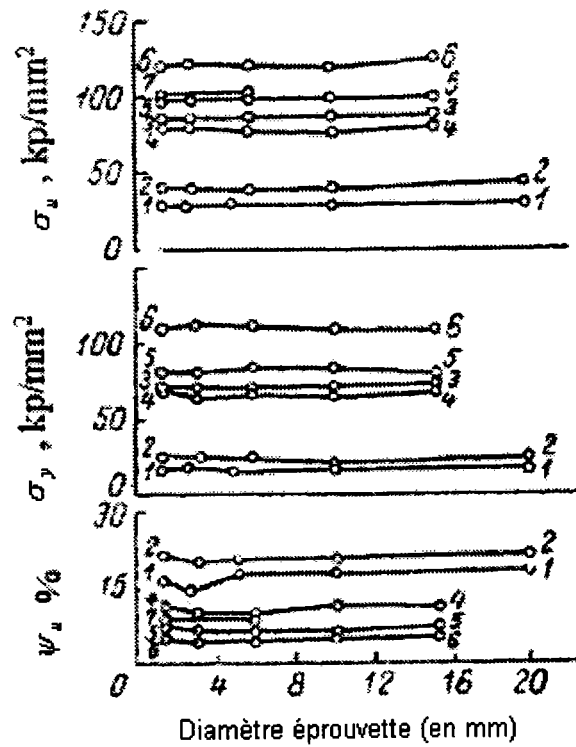


Fig. 3.22 Effet d'échelle sur σ_u , σ_y , ψ_u (B.B. Checulin [3.22])

Par ailleurs, B.B. Checulin remarque que pour un matériau donné, les courbes contrainte-déformation rationnelles obtenues sont essentiellement identiques exceptées dans une zone proche à la rupture.

Les paramètres mesurés à rupture, la réduction d'aire de la section rompue des éprouvettes ψ et la contrainte vraie à rupture σ_f décroissent clairement lorsque la taille des éprouvettes augmente excepté pour les matériaux référencés (1) et (2). B.B. Checulin attribut ces deux exceptions à l'irrégularité des surfaces des ruptures obtenues dans ces deux cas et corrige les résultats expérimentaux en conséquence.

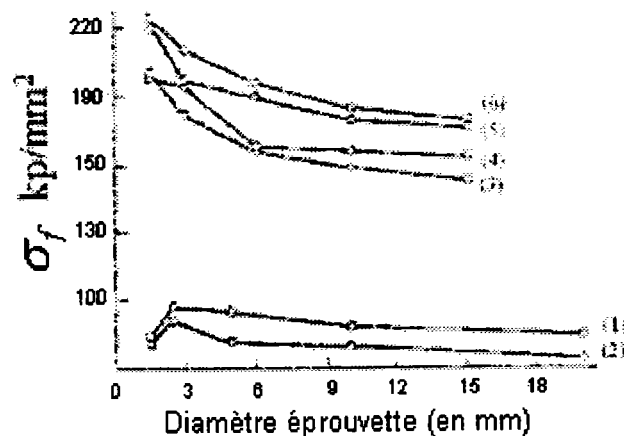


Fig. 3.23 Effet d'échelle sur la contrainte à rupture (B.B. Checulin [3.22])

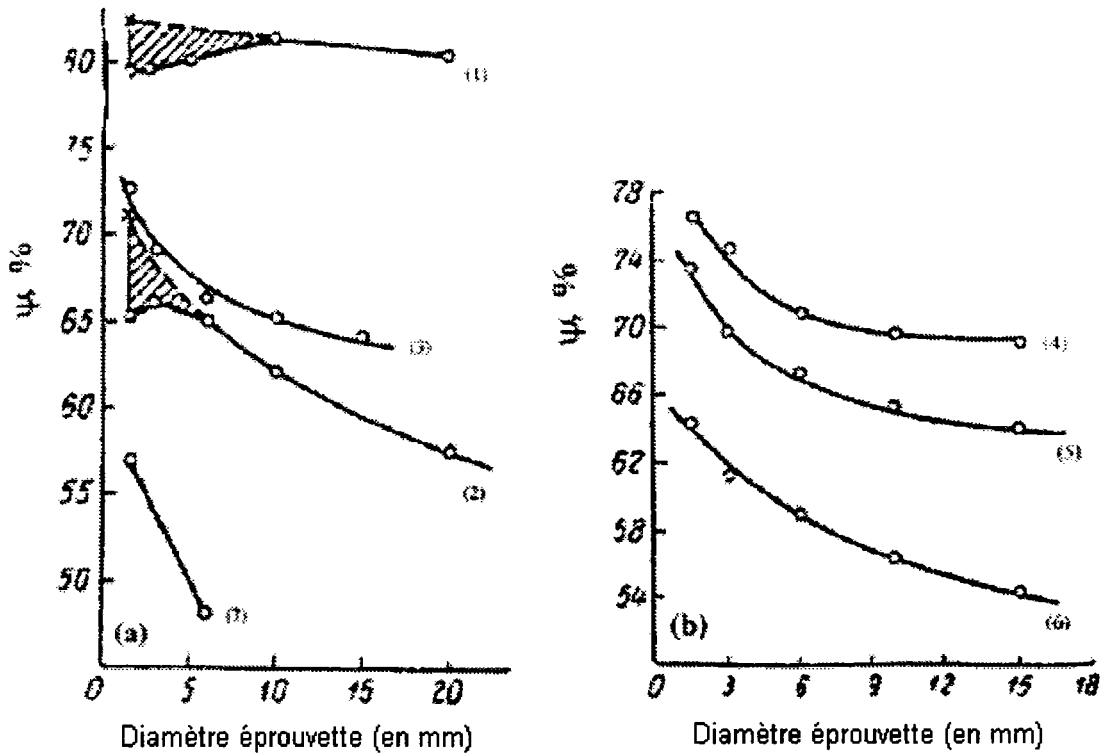


Fig. 3.24 Effet d'échelle sur l'aire de la surface à rupture (B.B. Chechulin [3.22])

Les travaux de B.B. Chechulin et C. Bach ont été cités ici par ce qu'ils ont été jugés représentative de certaines tendances générales constatées à la lecture de la revue bibliographique de T. Malmberg [3.1].

En effet, dans de nombreux travaux comme dans celui de B.B. Chechulin on peut relever une décroissance significative de la réduction d'aire de la section des éprouvettes rompues et de la contrainte à rupture lorsque la taille des éprouvettes considérées augmentent. D'une manière générale, il a été aussi constaté que la taille des échantillons considérés influe peu sur la contrainte maximale et sur la déformation conventionnelle à rupture.

Dans une étude sur l'influence de la géométrie et de la taille des éprouvettes sur les caractéristiques apparentes d'un acier HY-100 P. Matic, G.C. Kirby III & M.I. Jolles [3.23] (1988) font remarquer que la striction se formant à l'instabilité plastique dans toute éprouvette, évolue de manière géométriquement similaire entre des éprouvettes de différentes tailles. Si on appelle L_s la largeur de la striction d'une éprouvette et $D_{ép}$ le diamètre d'une éprouvette on aura la relation:

$$\frac{L_s}{D_{ép}} = \hat{c} = \text{constante} \quad (3.29)$$

La longueur utile (courante) εL_0 d'une éprouvette pourra être définie comme suit:

$$\varepsilon L_0 = \varepsilon_u (L_0 - L_s) + \varepsilon_s L_s \quad (3.30)$$

avec ε la déformation de la partie utile, ε_u la déformation de l'éprouvette à la contrainte maximale, ε_s la déformation dans la striction (supposée uniforme) et L_0 la longueur utile de l'éprouvette avant déformation.

On peut réécrire (3.29) sous la forme:

$$\varepsilon = \frac{L_s}{L_0} (\varepsilon_s - \varepsilon_u) + \varepsilon_u \quad (3.31)$$

Si de plus on considère une éprouvette de section cylindrique, la déformation (conventionnelle) totale de l'éprouvette peut s'écrire sous la forme:

$$\varepsilon = \frac{D_{ep}}{L_0} \hat{c} (\varepsilon_s - \varepsilon_u) + \varepsilon_u \quad (3.32)$$

ou encore

$$\varepsilon = c_1 + c_2 \frac{\sqrt{S_0}}{L_0} \quad (3.33)$$

avec

$$\begin{aligned} c_1 &= \varepsilon_u \\ c_2 &= \hat{c} \sqrt{\frac{4}{\pi}} (\varepsilon_s - \varepsilon_u) \end{aligned} \quad (3.34)$$

La relation (3.32) fait apparaître qu'à un instant donné, les déformations dans des éprouvettes géométriquement similaires sont identiques. Selon cette même relation, la déformation à un instant donné dans une éprouvette croît linéairement lorsque son diamètre augmente. Ceci est en accord avec l'analyse de C. Bach et les données expérimentales d'autres auteurs.

Parmi les autres travaux cités par T. Malmberg on notera l'étude de A. Buch [3.24] (1966) qui a mis en évidence l'influence de la présence d'inclusions sur l'effet d'échelle dans des aciers 36CrNiMo4 et X20Cr13. Dans chacun de ces deux matériaux, deux densités d'inclusions ont été introduites et des éprouvettes de 3 et 5 millimètres de diamètre ont été usinées dans le sens de laminage et orthogonalement au sens de laminage.

Pour l'acier 36CrNiMo4 contenant la plus importante fraction volumique d'inclusions, la contrainte maximale décroît de 10% lorsque l'on passe des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre aux éprouvettes de 5 millimètres de diamètre et ce pour les deux sens de laminage considérés. La déformation conventionnelle à rupture et la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues diminuent aussi nettement lorsque le diamètre des éprouvettes croît (pour les éprouvettes testées dans le sens travers une diminution de la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues de 23% a été observée lorsque l'on passe des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre aux éprouvettes de 5 millimètres de diamètre). Une tendance identique a été observée sur la contrainte à rupture (diminution de 24% de la contrainte à rupture pour les éprouvettes testées dans le sens de laminage lorsque l'on passe des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre aux éprouvettes de 5 millimètres de diamètre et une diminution de 16% pour les éprouvettes testées dans le sens travers).

Dans le cas de l'acier 36CrNiMo4 contenant le moins d'inclusions, la contrainte maximale reste globalement identique pour les deux diamètres d'éprouvettes considérées. La déformation conventionnelle à rupture, la contrainte à rupture et la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues diminuent toujours lorsque le diamètre des éprouvettes croît mais dans des proportions plus mesurées que le cas de l'acier présentant la plus grande fraction volumique d'inclusions. Environ 5% de diminution pour la déformation conventionnelle à rupture quel que soit le sens de laminage considéré et respectivement 24% et 6% de diminution pour la contrainte à rupture dans les sens long et travers.

Pour l'acier X20Cr13 contenant le plus d'inclusions une légère croissance de la contrainte maximale a été constatée pour les éprouvettes testées dans le sens long lorsque le diamètre des éprouvettes croît. A l'opposé une légère décroissance de la contrainte maximale a été constatée pour les éprouvettes testées dans le sens travers lorsque le diamètre des éprouvettes croît. La déformation à rupture et la réduction d'aire de la surface de rupture diminue quel que soit le sens de laminage considéré. Des tendances identiques mais moins prononcées ont été observées pour l'acier X20Cr13 contenant le moins d'inclusions.

Sans entrer dans les détails, on remarquera que selon les observations faites par N.N. Davidenko [3.25] (1960) sur des éprouvettes lisses en acier 37XH3A, la première fissure apparaît plus tard (pour des déformations plus importantes) dans des éprouvettes de petites tailles que dans des éprouvettes de grande taille.

Remarque

On notera que l'expression (3.11) peut être rapprochée du critère de l'ASTM utilisé pour le dimensionnement de l'épaisseur minimale des éprouvettes de la mécanique de la rupture.

$$B \geq 2,5 \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (3.35)$$

avec $G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E}(1-\nu)$ en contraintes planes (K_{IC} valeur critique du facteur d'intensité de contrainte en fond d'entaille), B épaisseur de l'éprouvette.

Chapitre 4

Effets d'échelle et mécanique de la rupture

4.1 Introduction

La mécanique de la rupture permet d'évaluer les conditions de chargement critiques d'une structure fissurée. Les critères établis à partir de la mécanique de la rupture peuvent être énergétiques et prendre en compte l'énergie disponible et l'énergie nécessaire pour amorcer et propager une fissure. Comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre 3 au paragraphe consacré aux transitions ductile-fragile, l'énergie disponible pour faire propager une fissure est proportionnelle au volume de la structure considérée alors que l'énergie nécessaire pour faire propager une fissure est proportionnelle à une surface.

On distinguera la mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture suivant que le matériau considéré a un comportement élastique ou élastoplastique.

La première famille de loi d'effet d'échelle présentée dans ce chapitre est basée sur la mécanique linéaire de la rupture. Cette famille de loi est particulièrement adaptée pour traiter les problèmes d'effet d'échelle à rupture dans les structures fissurées à comportement fragile.

On trouvera aussi dans ce chapitre une deuxième famille de loi d'effet d'échelle basée sur la mécanique non-linéaire de la rupture, ces lois sont adaptées aux structures présentant un comportement non-linéaire en pointe fissure.

Finalement, une confrontation entre des résultats expérimentaux issues de la littérature et la loi d'effet d'échelle sur la contrainte à rupture issue de la mécanique linéaire de la rupture est présentée.

Les lois d'effet d'échelle présentées dans ce chapitre sont démontrées pour des fissures sollicitées en mode I, cependant ces lois d'effet d'échelle restent valables quelque soit le mode de sollicitation I, II ou III.

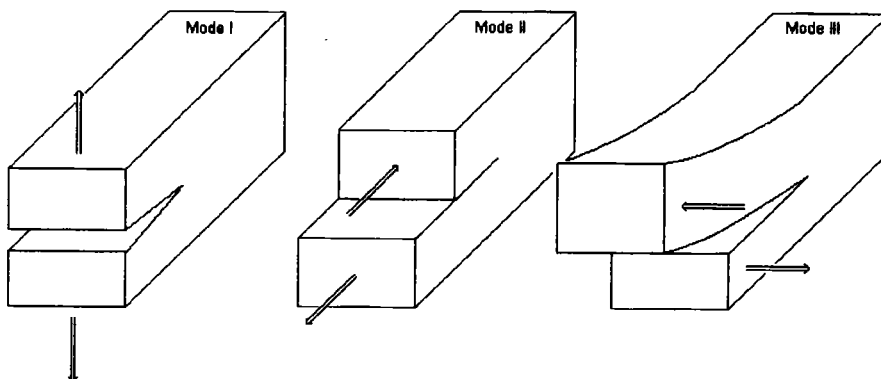


Fig. 4.1 Fissures sollicitées en mode I, II et III

4.2 Effets d'échelle et mécanique linéaire de la rupture

Les fondateurs de la mécanique linéaire de la rupture (Inglis, Irwin et Griffith) ont établi que la distribution des contraintes en fond de fissure dans un corps élastique tend vers l'infini lorsque l'on se rapproche de la pointe de fissure.

Irwin [4.1] (1958) a établi l'expression du facteur d'intensité de contraintes K_I caractérisant la distribution des contraintes en fond d'entaille.

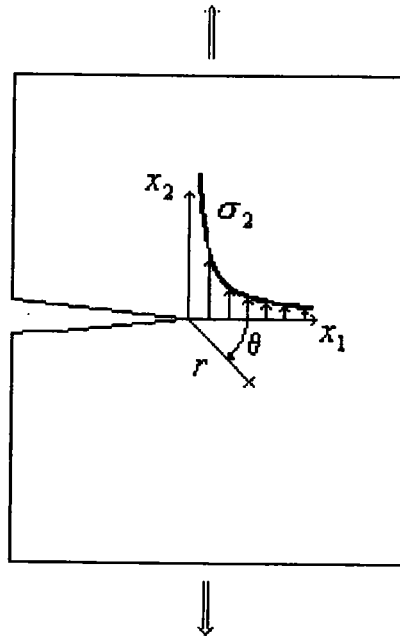


Fig. 4.2 Répartition des contraintes en fond d'entaille selon la mécanique linéaire de la rupture

Dans le cas d'une structure sollicitée en " mode I ", comme ci-dessus, l'expression du facteur d'intensité de contrainte est la suivante:

$$K_I = \sigma_g \sqrt{a\pi} f(a/W) \quad (4.1)$$

avec K_I le facteur d'intensité de contrainte, σ_g la contrainte globale, $f(a/W)$ la fonction de forme, a la longueur de fissure, et W la largeur de l'éprouvette.

L'expression de la répartition des contraintes en fond d'entaille pour l'exemple présenté est donnée par la relation:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}(r, \theta) \quad (4.2)$$

avec $\tilde{\sigma}_{ij}(r, \theta)$ fonction en coordonnées polaires, et σ_{ij} tenseur des contraintes.

Une structure fissurée dès lors que le facteur d'intensité de contraintes atteint une certaine valeur critique K_{IC} . Cette valeur critique du facteur d'intensité de contraintes est une caractéristique du matériau fonction de l'énergie nécessaire à la propagation d'une fissure.

De part sa définition, la mécanique de la rupture contient une loi d'effet d'échelle. Considérons deux éprouvettes fissurées "un prototype" et "une maquette" identiques à un facteur d'échelle λ près.

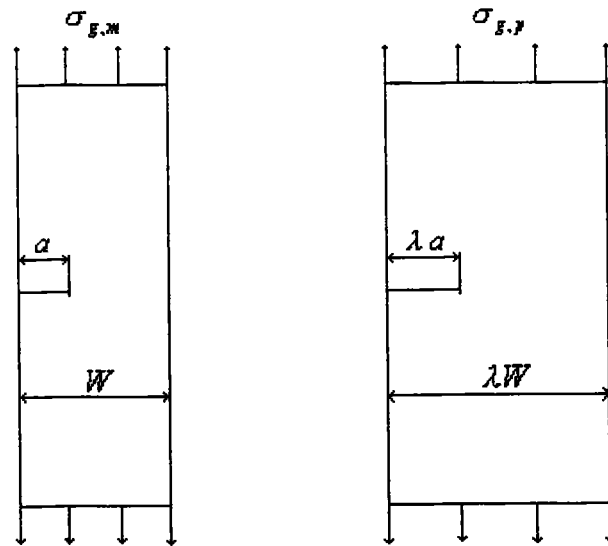


Fig. 4.3 Eprouvettes fissurées "maquette" et "prototype"

Reprenant la relation (4.1), on peut écrire la condition de rupture pour les deux éprouvettes considérées.

$$K_{IC} = \sigma_{f,m} \sqrt{a\pi} f(a/W) \qquad K_{IC} = \sigma_{f,p} \sqrt{\lambda a\pi} f(\lambda a/\lambda W) \qquad (4.3)$$

$\sigma_{f,m}$, $\sigma_{f,p}$ contraintes globales critiques pour la maquette et le prototype.

Egalant les deux relations (4.3) on obtient la loi d'effet d'échelle suivante:

$$\frac{\sigma_{f,m}}{\sigma_{f,p}} = \sqrt{\lambda} \qquad (4.4)$$

Selon la mécanique linéaire de la rupture la contrainte d'une éprouvette de petite taille est plus élevée que celle d'une éprouvette de taille plus importante.

A partir de la mécanique linéaire de la rupture il est aussi possible d'établir une loi d'effet d'échelle basée sur les déformations à rupture.

$$\frac{\varepsilon_{f,p}}{\varepsilon_{f,m}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \qquad (4.5)$$

$\varepsilon_{f,m}$, $\varepsilon_{f,p}$ déformations globales à rupture pour la maquette et le prototype.

Les lois d'effet d'échelle issues de la mécanique linéaire de la rupture sont particulièrement bien adaptées au traitement de l'effet d'échelle à rupture dans les matériaux fragiles en déformations planes. G.B. Sinclair & A.E. Chambers [4.2] (1987) ont comparé la loi d'effet d'échelle donnée par la mécanique linéaire de la rupture (4.5) avec une sélection de divers résultats expérimentaux pris dans la littérature.

Les résultats expérimentaux répertoriés par G.B. Sinclair & A.E. Chambers ont été classé en fonction du type de matériaux testés ductile ou fragile et en fonction de l'état de contrainte dans les éprouvettes testées.

Deux graphes issus de l'étude de G.B. Sinclair & A.E. Chambers sont présentés ci-dessous; ils correspondent respectivement à des matériaux fragiles soumis à un état de déformations planes et à des matériaux ductiles soumis à un état de contraintes planes. Ce dernier cas est sensé ne pas être couvert par la mécanique linéaire de la rupture.

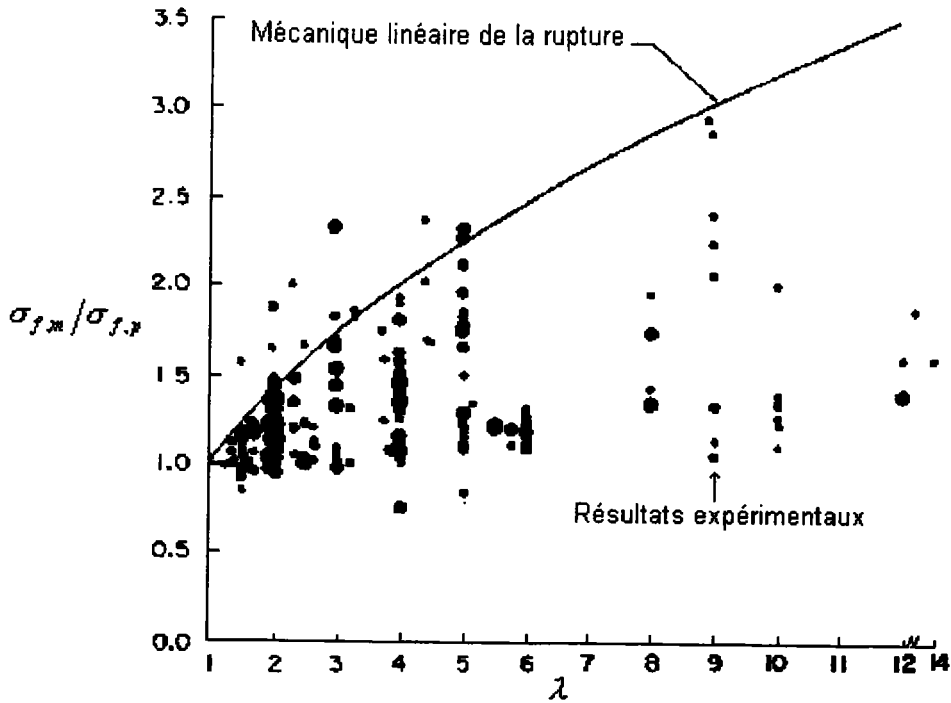


Fig. 4.4 Comparaison résultats d'essais en déformation plane, matériau fragile et mécanique linéaire de la rupture (G.B. Sinclair & A.E. Chambers [4.2])

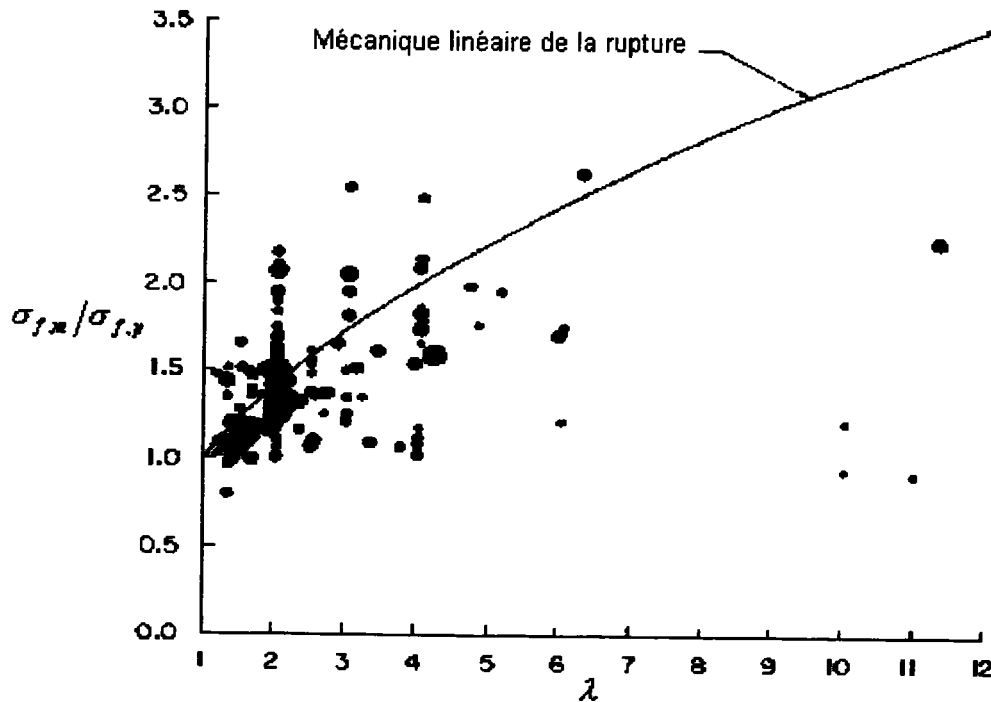


Fig. 4.5 Comparaison résultats d'essais en contrainte plane, matériau ductile et mécanique linéaire de la rupture (G.B. Sinclair & A.E. Chambers [4.2])

Les résultats expérimentaux répertoriés par G.B. Sinclair & A.E. Chambers ne semblent pas en accord avec la mécanique linéaire de la rupture, et ce même dans le cas des matériaux fragiles en déformations planes, domaine de validité de prédilection de mécanique de la rupture.

Toutefois, il semble que la mécanique de la rupture permette d'évaluer de manière relativement conservatoire la contrainte à rupture d'une éprouvette de grande taille à partir de résultats expérimentaux obtenus sur une éprouvette de petite taille.

Pour des structures fissurées présentant une petite zone de plastification en fond d'entaille, une loi d'effet sur la déformation à rupture et une loi d'effet d'échelle sur la contrainte à rupture peuvent être établies à partir de la mécanique non-linéaire de la rupture.

4.3 Effets d'échelle et mécanique non-linéaire de la rupture

Pour des matériaux ductiles suivant une loi de comportement de type Ramberg-Osgood:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + A_7 \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n \quad (4.6)$$

avec n coefficient d'écroûissage, E module d'élasticité, σ_y limite d'élasticité, A_7 constante,

J.W. Hutchinson [4.3] (1968), J.R. Rice & G.F. Rosengreen [4.4] (1968) ont établi les expressions des répartitions des contraintes et déformations en fond de fissure:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{r^{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(r, \theta) \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_{ij} = A_7 \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{K_I}{\sigma_y} \right)^n \frac{1}{r^{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(r, \theta) \quad (4.8)$$

avec $\tilde{\sigma}_{ij}$, $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ fonctions de forme en coordonnées polaires et K_I facteur d'intensité de contrainte.

A partir des relations (4.7) et (4.8) on peut établir les lois d'effet d'échelle sur les contraintes et les déformations à rupture applicables à la mécanique non-linéaire de la rupture.

$$\frac{\sigma_{f,m}}{\sigma_{f,p}} = \lambda^{\frac{1}{n+1}} \quad (4.9)$$

$$\frac{\varepsilon_{f,m}}{\varepsilon_{f,p}} = \lambda^{\frac{n}{n+1}} \quad (4.10)$$

Chapitre 5

Approches basées sur la forme et la distribution des défauts

5.1 Introduction

Dans une première partie de ce chapitre, la loi d'effet d'échelle sur la contrainte à rupture établie dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture pour des structures fissurées sera étendue aux structures présentant des angles rentrant et des cavités.

De plus, on montrera que les lois d'effet d'échelle obtenues sont valables non seulement quel que soit le mode sollicitation mode I, II ou III mais aussi en mode mixte (I et II par exemple).

Comme dans le cas d'une fissure simple, les lois d'effets d'échelles obtenues sont des fonctions puissances du facteur d'échelle. On verra que l'exposant de ces fonctions puissance n'est ni fonction de la géométrie des structures pris en compte, ni du matériau mais dépend uniquement de l'intensité de la singularité considérée.

Dans une deuxième partie de ce chapitre, nous étudierons l'influence de la distribution de microdéfauts sur le comportement global d'une structure ne possédant pas de défauts prédominant.

Les différents développements présentés dans ce chapitre sont issus des travaux de A. Carpinteri [5.1] (1989) et G. Ferro [5.2] (1994). Les travaux de ces deux auteurs portaient sur l'étude de l'effet de la taille de structures lisses sur leur résistance en traction.

5.2 Loi d'effet d'échelle et défauts prédominants

Pour les besoins des démonstrations qui vont suivre, on introduira une expression du facteur d'intensité de contraintes critique (en mode I et pour pièces fissurées) légèrement différente de celle introduite dans le chapitre relatif à la mécanique linéaire de la rupture, relation (4.1).

$$K_{IC} = \sigma_f \sqrt{W} f_1\left(\frac{a}{W}\right) \quad (5.1)$$

$$\text{avec } \left(\frac{\pi a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{a}{W}\right) = f_1\left(\frac{a}{W}\right)$$

Partant de l'expression (5.1), on peut mettre en évidence une loi d'effet d'échelle pour les structures fissurées du même type que celle établie dans le chapitre précédent (4.4):

$$\ln \sigma_f = \left[\ln K_{IC} - \ln f_1\left(\frac{a}{W}\right) \right] - \frac{1}{2} \ln W \quad (5.2)$$

ou encore sous une forme plus générale,

$$\ln \sigma_f = f_2\left(K_{IC}, \frac{a}{W}\right) - \frac{1}{2} \ln W \quad (5.3)$$

f_2 étant une fonction de la géométrie de la structure et du matériau étudié.

Pour une entaille de géométrie quelconque, sollicité de manière quelconque, le facteur d'intensité de contrainte peut être défini comme suit:

$$K_{\rho_{iC}} = \sigma_f W^{-\alpha(\gamma)} g_i\left(\frac{a}{W}\right) \quad (5.4)$$

avec $K_{\rho_{iC}}$ facteur d'intensité de contraintes critique pour une entaille en mode $i=I, II$ ou III , $g_i\left(\frac{a}{W}\right)$ fonction de forme et $\alpha(\gamma)$ l'intensité de la singularité d'une entaille d'angle γ (voir figure 5.1). $\alpha(\gamma)$ peut varier de 0 à $\frac{1}{2}$ pour γ (angle rentrant formé par l'entaille) variant de 0 à π .

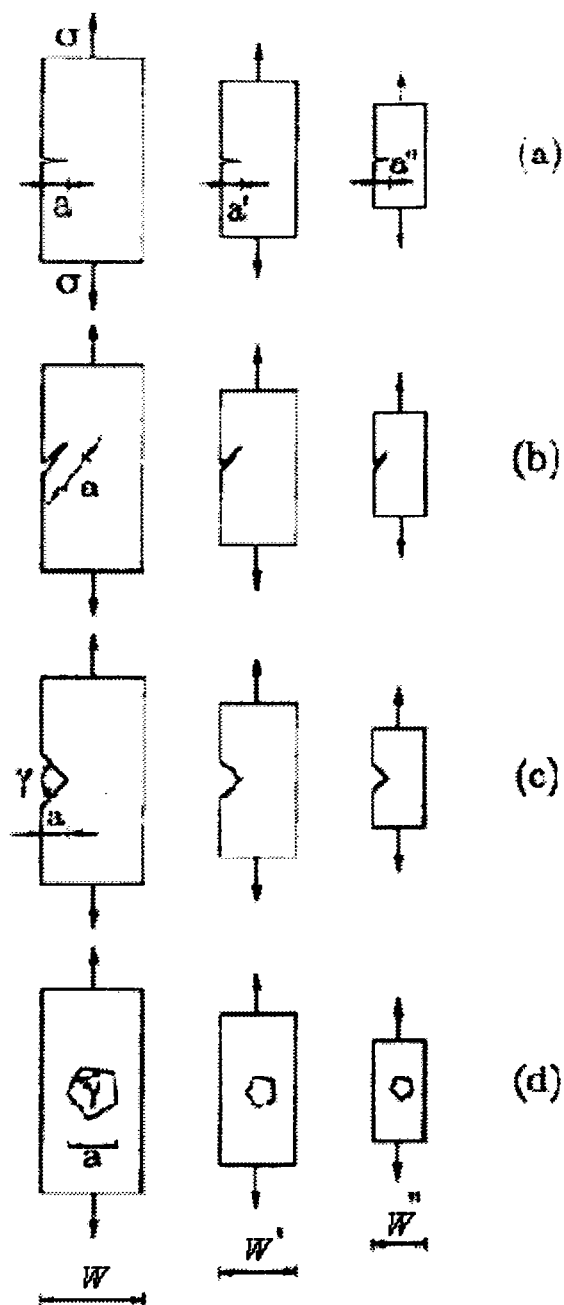


Fig. 5.1 Structures avec des défauts prédominants : (a) fissure en mode I, (b) fissure en mode mixte, (c) angle rentrant, (d) cavité polygonale (G. Ferro [5.2])

Pour une entaille d'ouverture quelconque, on peut établir une loi d'effet d'échelle du type:

$$\ln \sigma_f = g_1 \left(K \rho_{ic}, \frac{a}{W} \right) - \alpha(\gamma) \ln W \quad (5.5)$$

où g_1 est une fonction de la géométrie de la structure et du matériau étudié.

Sachant que pour des structures de petite taille, la rupture par instabilité plastique peut précéder la rupture par fissuration, A. Carpinteri a proposé une loi d'effet d'échelle très semblable à celle développée par Z.P. Bazant (voir chapitre 7), mais qui inclue en plus l'intensité des singularités prise en compte. σ_c est la contrainte critique.

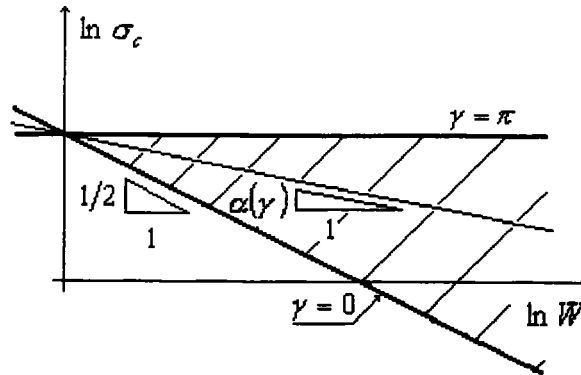


Fig. 5.2 Loi d'effet d'échelle cas d'un angle rentrant (A. Carpinteri [5.1])

Le facteur d'intensité de contraintes critique pour une entaille sollicitée simultanément suivant plusieurs modes, peut être donné par la fonction elliptique de Di Leonardo [5.3] (1979).

$$K\rho_{IC}^2 + qK\rho_{IIC}^2 = K\rho_C^2 \quad (5.6)$$

q mesurant l'influence du mode II sur la propagation de fissure.

Substituant les expressions de $K\rho_{IC}$ et $K\rho_{IIC}$ dans (5.6), on obtient:

$$\sigma_f^2 W^{\alpha(\gamma)} [g_{IC}^2 + q g_{IIC}^2] = K\rho_C^2 \quad (5.7)$$

D'après, l'expression ci-dessus il apparaît clairement que la pente de la loi d'effet d'échelle établie précédemment (5.5) reste inchangée dans le cas de sollicitation en mode mixte.

Pour une cavité polygonale régulière possédant un nombre de cotés M , chaque angle de la cavité aura pour valeur:

$$\gamma = \pi \left(\frac{M-2}{M} \right) \quad (5.8)$$

Le comportement d'une structure dans laquelle est insérée une cavité polygonale régulière dépend de l'angle de la cavité polygonale supportant le champ de contrainte le plus sévère. La loi d'effet d'échelle suivie par cette structure sera donc similaire à celle rencontrée dans le cas d'une entaille simple.

Pour $M = 2$, on retrouve une fissure avec $\gamma = 0$. Et pour $M \rightarrow \infty$, notre cavité polygonale devient un trou circulaire avec $\gamma = \pi$. Dans ce cas tout effet d'échelle disparaît.

Regardons maintenant, l'influence des microdéfauts sur le comportement d'une structure ne possédant pas de défauts macroscopiques initiaux.

5.3 Loi d'effet d'échelle et défauts microscopiques

Dans ce paragraphe, on supposera d'une part que les matériaux des structures pris en compte, ont un aspect macroscopique homogène et isotrope et d'autre part qu'il n'y a pas d'interaction entre les microdéfauts prenant place de ces matériaux.

Pour les besoins de cet exposé nous allons analyser le comportement de structures possédant trois types de distribution de défauts.

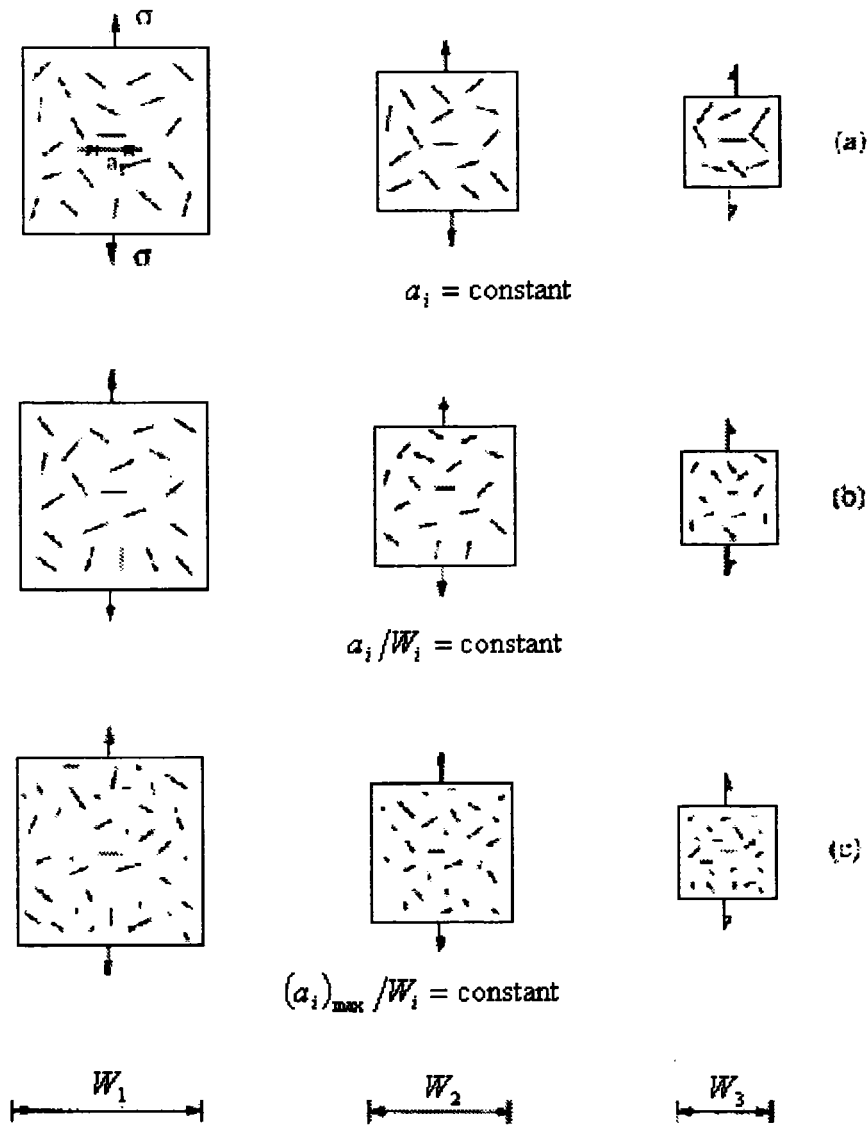


Fig. 5.3 Structures géométriquement similaires avec une distribution de défauts (a) de tailles constantes, (b) de tailles proportionnelles à la dimension des structures, (c) avec un défaut de taille maximum de taille proportionnelle à la dimension des structures (A. Carpinteri [5.1])

a_i , taille des défauts dans l'éprouvette i et W_i , largeur de l'éprouvette i .

Dans un premier temps analysons le comportement de structures géométriquement similaires possédant une distribution de défauts ou cavités de tailles constantes (voir figure 5.3(a)). Cet ensemble de structures peut être considéré comme étant constitué d'un unique matériau, la rupture de ces structures se produisant lorsque le microdéfaut possédant l'orientation la plus dangereuse est soumis à un chargement critique. Etant donné que les défauts de ce jeu de structures sont tous identiques, l'effet d'échelle est absent.

Dans le deuxième jeu de structures (figure 5.3(b)) prennent place des défauts de taille constante et proportionnelle aux dimensions des structures considérées. Pour ce deuxième jeu de structures la rupture se produit toujours lorsque le microdéfaut ayant l'orientation la plus dangereuse est soumis à un chargement critique. Ce défaut ayant une taille proportionnelle à la dimension des structures étudiées, la loi d'effet d'échelle à rupture suivit par ce jeu de structures sera la même que celle rencontrée dans le cas d'une simple entaille (voir équation (5.5)). Soit une fonction puissance d'une dimension représentative des structures étudiées ayant pour exposant $-\alpha(\gamma)$, où $\alpha(\gamma)$ est représentatif de l'intensité de la singularité présentée par le microdéfaut le plus dangereux.

Pour le dernier des jeux de structures considéré (figure 5.3(c)) on supposera que les défauts ayant la forme la plus dangereuse ($\alpha(\gamma) = \alpha(\gamma)_{\max}$) sont distribués avec une densité de probabilité $p(a)$. Et on supposera que la distribution de ces défauts est telle que les défauts de taille maximum a_{\max} sont de taille proportionnelle aux dimensions des structures considérées, la loi d'effet d'échelle suivit par ce jeu de structures sera une fonction puissance d'exposant $-\alpha(\gamma)_{\max}$. Les hypothèses faites sont évidemment très restrictives.

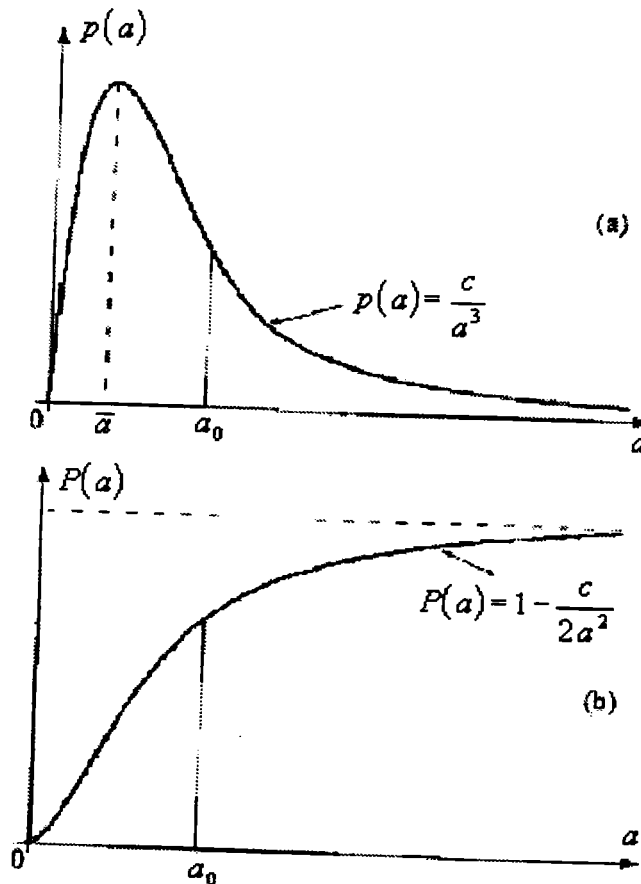


Fig. 5.4 Distribution des défauts : (a) densité de probabilité, (b) distribution cumulée (A. Carpinteri [5.1])

a_0 taille de défaut au-dessus de laquelle la fonction de densité de probabilité de défaut peut être approximé par $p(a) = \frac{c}{a^3}$, \bar{a} taille moyenne des défauts.

Notant ρ_d la densité de microdéfauts, la dimension du défaut de taille maximale a_{\max} peut être défini comme suit:

$$\rho_d D^3 p(a_{\max}) \Delta a \frac{1}{4\pi} \sin \theta \Delta \varphi \Delta \theta = 1 \quad (5.9)$$

où φ et θ représente la longitude et la latitude de l'orientation des défauts. Le facteur $\frac{1}{4\pi}$ indique que tous les angles d'orientation des microdéfauts sont statistiquement équivalents. La valeur unitaire du second membre indique la certitude de rencontrer le défaut a_{\max} . D est une dimension représentative de la taille de la structure considérée.

Considérons maintenant deuxième structure géométriquement similaire à la première ayant pour dimension caractéristique kD . Pour cette structure on peut réécrire la relation (5.9) de la manière suivante:

$$\rho_d (kD)^3 p(ka_{\max}) \Delta a \frac{1}{4\pi} \sin \theta \Delta \varphi \Delta \theta = 1 \quad (5.10)$$

Les équations (5.9) et (5.10) doivent être valables quelles que soit la taille du défaut considéré a .

$$\rho_d D^3 p(a) \Delta a \frac{1}{4\pi} \sin \theta \Delta \varphi \Delta \theta = 1 \quad (5.11)$$

$$\rho_d (kD)^3 p(ka) \Delta a \frac{1}{4\pi} \sin \theta \Delta \varphi \Delta \theta = 1 \quad (5.12)$$

Les équations (5.11) et (5.12) impliquent que:

$$p(a) = k^3 p(ka), \quad \forall a \gg \bar{a}, \quad \forall k \in \mathfrak{R}^+ \quad (5.13)$$

$p(a)$ peut être mis sous la forme:

$$p(a) = \frac{c}{a^3}, \quad \forall a \gg \bar{a} \quad (5.14)$$

où c est une constante et \bar{a} la taille moyenne d'un défaut.

La fonction de distribution cumulative P est donnée par:

$$P(a) = \int_0^a p(x) dx = \int_0^{a_0} p(x) dx + \int_{a_0}^a \frac{c}{x^3} dx \quad (5.15)$$

a_0 est un défaut ayant une taille supérieure au défaut de taille moyenne \bar{a} et P_0 la probabilité d'existence de a_0 .

Intégrant l'équation (5.15), la constante c peut être déterminée sachant que pour $a \rightarrow \infty$, $P(a) \rightarrow 1$.

$$P(a) = 1 - \frac{c}{2a^2} \tag{5.16}$$

Avec $c = 2(1 - P_0)a_0^2$.

Les hypothèses très restrictives que nous avons faites au début de cet exposé n'étant en général pas respectées, (i.e. existence d'un défaut de dimension maximale proportionnelle à la structure considérée) A. Carpinteri a réécrit la distribution cumulative (5.16) sous une forme plus générale.

$$P(a) = 1 - \frac{c}{Na^N} \text{ pour } a > a_0 \tag{5.17}$$

Avec $c = N(1 - P_0)a_0^N$ et N ($1 < N < \infty$) un exposant représentatif du désordre régnant dans le matériau considéré.

Ainsi pour une structure ne possédant pas de défauts macroscopiques, une loi d'effet d'échelle sur la résistance à rupture peut être réécrite sous la forme d'une fonction puissance d'une dimension caractéristique de la structure considérée ayant pour exposant $-\alpha_N(\gamma, N)$.

$$\alpha(\gamma, N) = \frac{\alpha(\gamma)}{(N-1)^\zeta} \tag{5.18}$$

Où γ est l'angle des cavités et ζ un exposant dépendant de la densité des microdéfauts et de la distribution des défauts les moins dangereux.

A. Carpinteri a appliqué la loi d'effet d'échelle (5.18) à des résultats d'essais obtenus en flexion quatre points sur du béton par Sabnis & Mirza [5.4] (1979).

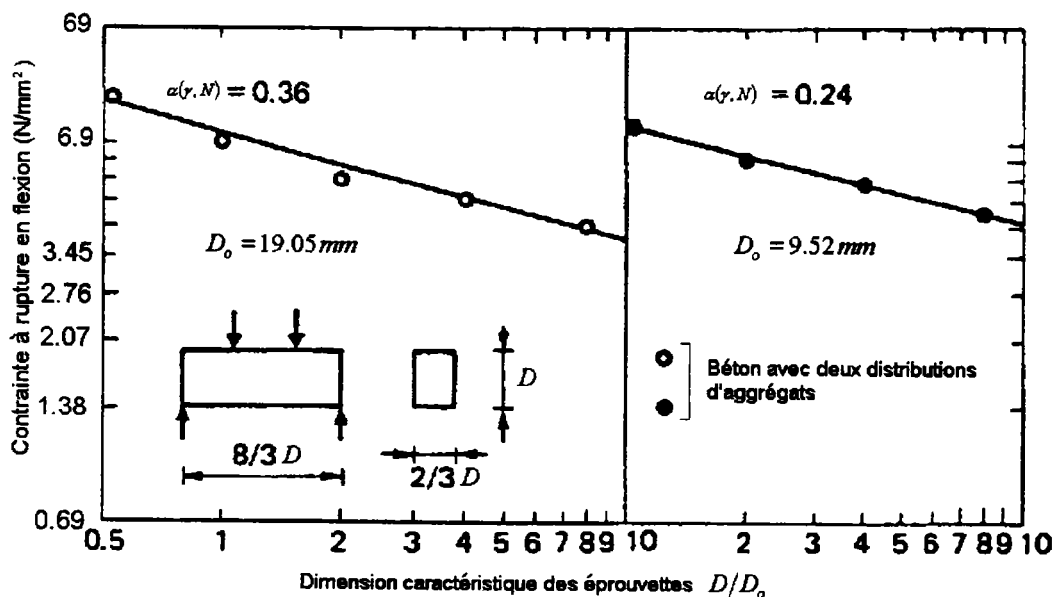


Fig. 5.5 Effets d'échelle à rupture en flexion quatre points sur du béton (A. Carpinteri [5.1])

On pourrait aussi montrer que dans le cas d'un matériau élastoplastique suivant une loi de comportement de type Ramberg-Osgood, la pente de la loi d'effet d'échelle est donnée par:

$$\alpha(\gamma, n, N) = \frac{2\alpha(\gamma)}{(n+1)(N-1)^2} \quad (5.19)$$

où n est le coefficient d'écroutissage.

Selon A. Carpinteri et G. Ferro la pente maximale de la loi d'effet d'échelle est de $\frac{1}{2}$, les résultats expérimentaux ont démontrés que cette limite n'était jamais dépassée.

On peut rencontrer cette pente maximale lorsque trois conditions sont réunies:

- i. matériaux linéaires élastiques ;
- ii. structures fissurées ;
- iii. désordre maximum ($N = 2$, le défaut de taille maximale est de dimension proportionnelle aux structures étudiées.)

Par ailleurs, l'effet d'échelle s'annule lorsque au moins une des trois conditions suivantes est remplie :

- i. matériaux élastiques parfaitement plastiques ($n \rightarrow \infty$) ;
- ii. défauts ne produisant pas de singularités ;
- iii. ordre maximum ($N \rightarrow \infty$).

Chapitre 6

Effet d'échelle – Approches probabilistes

6.1 Introduction

Les théories statistiques de l'effet d'échelle sont en générales basées sur le caractère aléatoire de la contrainte à rupture d'un volume élémentaire de structure. La théorie statistique la plus connue est la théorie de Weibull [6.1] (1939, 1951). Cette théorie est basée sur le concept du maillon le plus faible (a), par opposition à un concept de maillons parallèles (b).

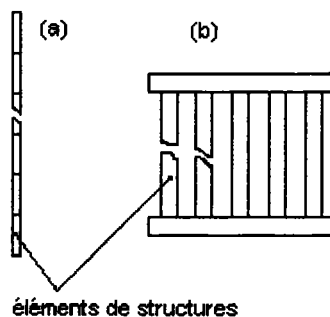


Fig. 6.1 Théorie probabiliste (a) concept série; (b) concept parallèle

La théorie de Weibull est applicable aux structures rompant à l'amorçage de la première fissure, sans développer une importante zone d'élaboration du processus de rupture et sans causer de redistribution de contraintes.

L'approche développée par Weibull n'est donc pas adaptée pour traiter de l'effet d'échelle dans les matériaux quasi-fragile (type béton). La théorie de base de Weibull n'est pas non plus adaptée pour traiter de l'effet d'échelle en présence de singularités (fissure) car la théorie de Weibull nécessite l'intégration d'une fonction de probabilité de sur un domaine où l'état de contrainte est fini (non infini).

Z.P. Bazant & al. ont développé à partir de la théorie de base de Weibull deux approches, une approche non locale permettant de prendre en compte la redistribution des contraintes et une approche permettant d'utiliser la théorie de Weibull en présence de fissures.

S. Carassou, M. Soileux & B. Marini [3.12] (1998) ont eux aussi dérivée de la théorie de Weibull deux approches permettant de rendre compte de l'effet d'échelle à la déformation à rupture dans les matériaux ductiles. La première de ces approches est basée sur le modèle de A.L. Gurson [6.2] (1977) et sur une fonction de distribution des inclusions présentes dans les aciers. La deuxième des approches proposée par S. Carassou & al. est une approche discrète basée sur le caractère aléatoire du taux de croissance critique des cavités et sur le concept du maillon le plus faible.

On trouvera dans ce chapitre une description détaillée de la théorie de Weibull, ainsi que quelques informations succinctes concernant les approches proposées par de S. Carassou & al. et Z.P. Bazant & al.

6.2 Théorie de Weibull

Considérons un volume total V_T chargé uniformément et un volume V inclus dans le volume total V_T . Les probabilités de rupture des volumes V_T , V et $(V_T - V)$ pour une contrainte donnée sont alors respectivement $P_r(V_T)$, $P_r(V)$ et $P_r(V_T - V)$. La probabilité de survie de chaque sous-ensemble (V) et $(V_T - V)$ étant supposée indépendante l'une de l'autre, la probabilité de rupture du volume complet est définie comme suit :

$$1 - P_r(V_T) = (1 - P_r(V))(1 - P_r(V_T - V)) \quad (6.1)$$

Afin d'obtenir la forme de la fonction de probabilité de rupture P_r , différencions l'équation ci-dessus.

$$0 = -P_r'(V_T)[1 - P_r(V_T - V)] + [1 - P_r(V)]P_r'(V_T - V) \quad (6.2)$$

La relation (6.2) peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{P_r'(V)}{1 - P_r(V)} = \frac{P_r'(V_T - V)}{1 - P_r(V_T - V)} \quad (6.3)$$

La seule fonction satisfaisant l'égalité (6.3) est une constante f_w .

$$\frac{P_r'(V)}{1 - P_r(V)} = f_w \quad (6.4)$$

En intégrant l'équation (6.4), on obtient l'expression de la probabilité de rupture d'une structure de volume V pour un niveau de contrainte donné σ :

$$P_r(V) = 1 - c e^{-f_w V}$$

ou

$$P_r(\sigma, V) = 1 - c e^{-f_w(\sigma) V} \quad (6.5)$$

où c est une constante d'intégration et la constante $f_w(\sigma)$ est représentative de la concentration de défauts par unité de volume.

Weibull [6.1] (1939, 1951) a introduit une formulation empirique de cette fonction de concentration:

$$f_w(\sigma) = \frac{1}{V_0} \left\langle \frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_0} \right\rangle^m \quad (6.6)$$

$\langle \rangle$ indique que l'argument entre crochet sera pris comme nul s'il n'est pas supérieur à zéro. m est connu sous le nom de paramètre de Weibull, σ_1 est une contrainte seuil en dessous de laquelle la structure ne rompt jamais, σ_0 est un paramètre de normalisation. V_0 est un volume de référence introduit pour des raisons dimensionnelles, il peut être compris comme étant le volume de la structure considérée lors de la détermination des différents paramètres.

Le seuil de contrainte en dessous duquel la structure considérée ne va jamais rompre étant difficile à déterminer, σ_1 est souvent considérée comme nulle. Dans ce cas, la relation (6.5) peut être réécrite sous la forme:

$$P_r(\sigma, V) = 1 - c \exp \left[- \frac{V}{V_0} \left\langle \frac{\sigma}{\sigma_0} \right\rangle^m \right] \quad (6.7)$$

La contrainte moyenne à rupture σ_f d'une structure quelconque est définie par l'intégrale:

$$\sigma_f = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma dP_r(\sigma) \quad (6.8)$$

Pour une structure soumise à un chargement uniforme (par exemple pour un cas de traction pure), on peut calculer l'intégrale (6.8) en substituant dans celle-ci l'expression de la probabilité de rupture (6.7):

$$\sigma_f = \frac{V m}{V_0 \sigma_0^m} \int_0^{\infty} \sigma^m \exp \left[- \frac{V \sigma^m}{V_0 \sigma_0^m} \right] d\sigma = \sigma_0 \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (6.9)$$

où Γ est la fonction gamma d'Euler.

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} u^{p-1} e^{-u} du \text{ avec } u = \left(\frac{V}{V_0} \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (6.10)$$

Si l'on considère deux solides de volume V_1 et V_2 chargés uniformément, on peut aisément établir à partir de la relation (6.9) la loi d'effet d'échelle reliant la contrainte moyenne à rupture respective σ_f^1 et σ_f^2 de ces deux solides.

$$\sigma_f^1 = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{1}{m}} \sigma_f^2 \quad (6.11)$$

Dans le cas de chargements non-uniformes, la fonction de distribution de Weibull (6.6) devra être intégrée sur l'ensemble du volume de la structure considérée pour obtenir la probabilité de rupture de cette structure.

$$P_r(\sigma, V) = 1 - \exp \left[- \int_V f_w[\sigma(x)] dV(x) \right] \quad (6.12)$$

La structure considérée est alors supposée être composée d'une infinité de sous-structure soumis à des chargements de traction (ou compression) simples.

Dans le cas d'une poutre soumise à un chargement élastique de flexion pure, la distribution de contrainte dans une section de poutre est donnée par:

$$\sigma(y) = \frac{2y}{D} \sigma_{\max i} \quad (6.13)$$

avec $\sigma_{\max i}$ la contrainte maximale à la surface de la poutre.

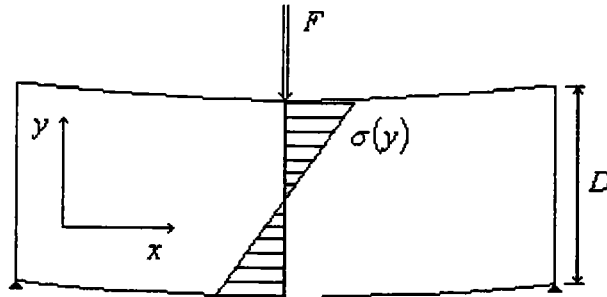


Fig. 6.2 Répartition de contrainte dans une poutre élastique en flexion trois points

Et l'intégrale de la fonction de distribution de Weibull dans la section de poutre considérée est alors donnée par:

$$\int_V f_w[\sigma(y)] dV = \frac{Lb}{V_0} \left(\frac{2\sigma^{flexion}}{D\sigma_0} \right)^m \int_0^{D/2} y^m dy = \frac{V}{2(1+m)V_0} \left(\frac{\sigma^{flexion}}{\sigma_0} \right)^m \quad (6.14)$$

En comparant les relations (6.7) et (6.14), on s'aperçoit que d'un point de vue statistique une poutre soumise à un chargement de flexion est équivalente à une poutre soumise à un chargement de traction de volume $2(m+1)$ fois plus faible. Ainsi, partant de la relation (6.11) on peut établir la relation existante entre la contrainte moyenne à rupture en traction et en flexion pour des poutres de volumes identiques.

$$\frac{\sigma_f^{flexion}}{\sigma_f^{traction}} = [2(1+m)]^{1/m} \quad (6.15)$$

Avec $\sigma_f^{flexion}$ contrainte moyenne à rupture en flexion et $\sigma_f^{traction}$ contrainte moyenne à rupture en traction.

Des relations similaires à la relation (6.15) peuvent être obtenues dans le cas de chargement en torsion ou pour tout autre type de chargement.

Les lois d'effet d'échelle données dans cette étude bibliographique sont souvent exprimées en fonction d'une dimension représentative de la structure considérée, la loi d'effet d'échelle de Weibull (6.11) peut être réécrite en utilisant ce formalisme:

$$\sigma_f^1 = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^{\frac{d_e}{m}} \sigma_f^2 \quad (6.16)$$

avec d_e la dimension de l'espace considéré (égale à 1 dans le cas d'un chargement uniaxial, 2 en contrainte plane, etc.) et D_1, D_2 les valeurs de la dimension caractéristique des deux structures considérées.

La théorie de Weibull a montré être en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus par Batford & Sines [6.3] (1980) sur de l'aluminium et des barres en fibre de carbone et avec les résultats expérimentaux obtenus par Margetson & Sherwood [6.4] (1979) sur du tungstène.

Le graphe ci-dessous met en évidence la bonne corrélation entre la fonction de probabilité de rupture de Weibull et des résultats d'essais de compression obtenus sur des cylindres de verre par P. Kittl & G. Diaz [6.5] (1988).

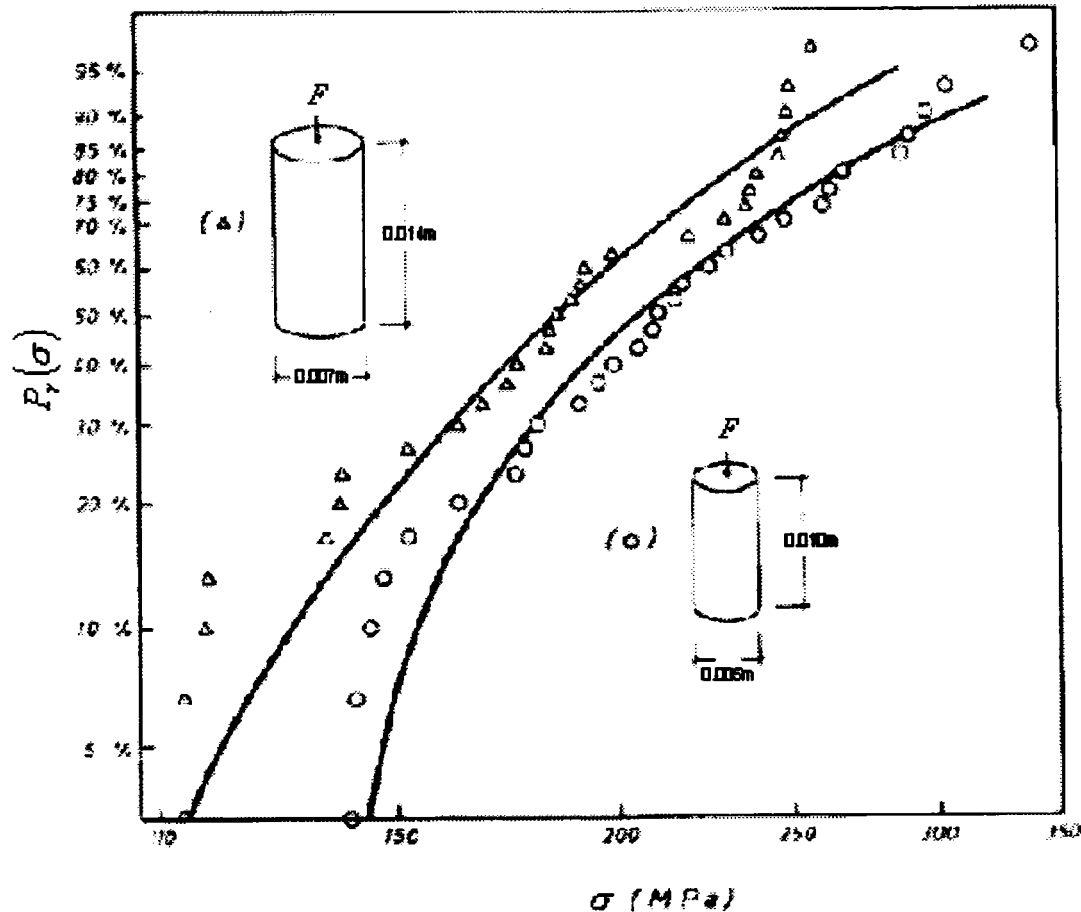


Fig. 6.3 Résultats expérimentaux obtenus sur des cylindres de verre en compression et loi d'effet d'échelle de Weibull (P. Kittl & G. Diaz [6.5])

Par ailleurs, les résultats expérimentaux obtenus sur les aciers fragilisés par fatigue sont en général en accord avec la théorie de Weibull.

L'approche proposée par Weibull est principalement adaptée aux matériaux fragiles rompant sans redistribution de contrainte.

Dans les matériaux hétérogènes, la zone d'élaboration du processus de rupture joue un rôle particulièrement important. De plus, la rupture de ce type de matériaux est précédée par un large processus d'endommagement et de redistribution des contraintes, l'approche proposée par Weibull est donc inadaptée aux matériaux hétérogènes tels que le béton.

On notera aussi que la théorie statistique de Weibull n'est pas directement applicable aux structures fissurées (ou entaillée) présentant une distribution de contrainte donnée par la mécanique linéaire de la rupture. En effet dans ce cas, la singularité du champ de contrainte en fond de fissure ne permet pas d'intégrer la fonction de concentration de défauts de Weibull.

6.3 Extensions de la théorie de Weibull

J. Planas et Z.P. Bazant [6.6] (1997) ont montré qu'il était possible d'obtenir une loi d'effet d'échelle basée sur la théorie de Weibull en présence de singularités (fissures). Pour établir cette loi d'effet d'échelle ces deux auteurs ont supposé qu'il existait une petite zone non-linéaire en fond de fissure et ont tronqué la distribution de contrainte donnée par la mécanique linéaire de la rupture sur cette petite zone.

$$K_{Ic}^1 = \left(\frac{B_2}{B_1} \right)^{\frac{1}{m}} K_{Ic}^2 \quad (6.17)$$

K_{Ic} est la valeur moyenne du facteur d'intensité de contraintes à critique (en mode I) et B l'épaisseur des éprouvettes considérées.

Z.P. Bazant & Y. Xi [6.7] (1991) ont développé une généralisation de l'approche de Weibull permettant de rendre compte de la redistribution des contraintes lors de la propagation du dommage. Pour ce faire ces deux auteurs ont introduit un champ de déformation non-local dans la distribution de concentration de défauts de Weibull.

$$\int_V f_w(\sigma) dV \text{ avec } \sigma = E\bar{\varepsilon} \quad (6.18)$$

Avec E module de Young et $\bar{\varepsilon}$ moyenne des déformations au voisinage du point considéré.

L'évaluation de l'intégrale (6.18) présentant une certaine difficulté. Z.P. Bazant & Y. Xi se sont limités à une étude asymptotique de celle-ci, pour des éprouvettes entaillées de très petites tailles et de très grandes tailles.

Ils en ont déduit une loi d'effet d'échelle dictée par deux comportements asymptotiques, la mécanique linéaire de la rupture pour les éprouvettes entaillées (ou fissurées) de grande dimension et la théorie probabiliste de Weibull pour les éprouvettes de petites dimensions.

$$\sigma_c = \frac{\sigma_p}{\sqrt{\beta^{2d_e/m} + \beta}}, \quad \beta = \frac{D}{D_0} \quad (6.19)$$

Où d_e est la dimension de l'espace considéré ($d_e = 1, 2$ ou 3) et σ_p et D_0 sont des constantes.

6.4. Approches probabilistes pour matériaux ductiles

S. Carassou & al. (1998) [3.12] ont développé deux méthodes permettant de traiter de l'effet de d'échelle à la déformation à rupture dans les matériaux ductiles. Ces auteurs ont introduit les méthodes proposées au niveau du post-traitement d'un logiciel de calcul éléments finis. Les résultats obtenus à partir de ces approches ont montré être en bon accord avec des résultats expérimentaux obtenus sur des éprouvettes entaillées d'acier au carbone manganèse testées en traction à la température de 100 °C (voir chapitre 3).

Dans la première approche proposée par S. Carassou & al., la nucléation des inclusions est supposée s'effectuer sous un niveau de contrainte donné par une relation empirique tandis que la croissance des cavités est régie par le modèle poreux de Gurson [6.2] (1977).

L'équation de la surface d'écoulement du modèle poreux de Gurson est donnée par:

$$\frac{\sigma_{eq}^2}{\Phi^2} + 2 f_v q_1 \cosh\left(\frac{3 q_2 \sigma_m}{2 \Phi}\right) - (1 + q_3 f_v^2) = 0 \quad (6.20)$$

σ_{eq} est la contrainte équivalente auquel est soumis le matériau poreux, Φ est la loi de comportement suivit par la matrice du matériau, $\sigma_m = \frac{\sigma_{ii}}{3}$ est la contrainte hydrostatique et f_v est la fraction volumique de porosités. q_1, q_2 et q_3 sont des paramètres introduits par V. Tvergaard [6.8] (1981) afin de faire coïncider le modèle de Gurson avec les résultats d'une analyse numérique portant l'étude de la croissance d'un ensemble de cavités disposées en tableau. Les valeurs numériques de ces paramètres sont $q_1 = 1.50, q_2 = 1, q_3 = q_1^2$.

Prenant en compte une loi de comportement de type Ludwik ($\Phi = A_2 (\varepsilon^{pl,eq})^2$) et faisant l'hypothèse d'incompressibilité de la matrice du matériau, l'évolution de la fraction volumique de cavités peut être établie à partir de la relation (6.20) comme suit:

$$f_v(\varepsilon^{pl,eq}) = f_{v_0} e^I \quad \text{où } I = \left\{ \int_{\varepsilon_{Nuc}^{pl,eq}}^{\varepsilon^{pl,eq}} \left(\frac{3}{2} q_1 \sinh\left(\frac{3 \sigma_m}{2 \Phi}(\varepsilon^{pl,eq})\right) \right) d\varepsilon^{pl,eq} \right\} \quad (6.21)$$

avec $\varepsilon_{Nuc}^{pl,eq}$ la déformation plastique équivalente à laquelle il y a nucléation des inclusions et f_{v_0} la fraction volumique initiale d'inclusions.

Dans le modèle proposé par S. Carassou & al. la coalescence des cavités est supposée se produire à l'instabilité plastique du matériau poreux.

$$\frac{d\sigma_{eq}}{d\varepsilon_{eq}} = 0 \quad (6.22)$$

Considérant que la fraction volumique d'inclusions reste relativement faible, on peut établir l'expression de la contrainte équivalente du matériau poreux comme suit:

$$\sigma_{eq}(\varepsilon^{pl,eq}) = \Phi(\varepsilon^{pl,eq}) \sqrt{1 - 2 f_v(\varepsilon^{pl,eq}) q_1 \cosh\left(\frac{3 \sigma_m}{2 \Phi}(\varepsilon^{pl,eq})\right)} \quad (6.23)$$

Pour chaque incrément de charge appliquée aux éprouvettes lors du calcul éléments finis, la déformation plastique dans chaque élément du maillage est relevée et la valeur de f_{v_0} la fraction volumique initiale d'inclusions qui rendrait cette déformation plastique critique est calculée à partir des relations (6.21), (6.22) et (6.23). On notera la fraction volumique critique initiale d'inclusions $f_{v_0}^c$.

D'autre part, l'analyse métallographique de l'acier étudié a permis à S. Carassou & al. de définir la distribution de la fraction volumique initiale d'inclusions. S. Carassou & al. ont supposé que cette fraction volumique d'inclusions suivait une loi de distribution Log-normal. Cette distribution de la fraction volumique d'inclusions a ensuite été normalisée par la valeur moyenne de densité d'inclusions (notée nf_v).

$$f_v(nf_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \frac{1}{nf_v} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(nf_v) - m}{s}\right)^2\right) \quad (6.24)$$

m et s sont respectivement la moyenne et la déviation standard de $\ln(nf_v)$.

La probabilité de rupture dans un élément de maillage de volume V_{elt} sous une déformation plastique donnée, peut être définie comme étant égale à la probabilité de rencontrer une fraction volumique initiale d'inclusions supérieure ou égale à $f_{v_0}^c$.

$$P_r(V_{elt}, \varepsilon^{pl,eq}) = prob.[f_{v_0} \geq f_{v_0}^c(\varepsilon^{pl,eq})] = \int_{nf_{v_0}^c}^{\infty} f_v(nf_v) dnf_v \quad (6.25)$$

Afin d'obtenir une bonne corrélation entre la dispersion des résultats expérimentaux et la dispersion donnée par le modèle proposé, S. Carassou & al. ont jugé qu'il pouvait être nécessaire de remplacer la borne infinie de l'équation (6.25) par une valeur finie.

Finalement, pour un chargement donné la probabilité de rupture d'une éprouvette peut être déterminée à partir de la probabilité de rupture de chaque élément (relation (6.25)) et de la théorie probabiliste basée sur le concept du maillon le plus faible.

$$(1 - P_r(V_{ép})) = \prod_{V_{ép}} (1 - P_r(V_{elt})) \quad (6.26)$$

$V_{ép}$ est le volume de l'éprouvette.

On remarquera, qu'à partir de la théorie du maillon le plus faible il est possible d'établir une relation entre la probabilité de rupture de deux éprouvettes homothétiques ne contenant pas de singularités, la répétition des calculs pour chaque taille d'éprouvette étudiée n'est donc pas utile.

$$P_r(V_{ép,2}) = 1 - (1 - P_r(V_{ép,1}))^{\frac{V_{ép,2}}{V_{ép,1}}} \quad (6.27)$$

Avec $V_{ép,1}$ et $V_{ép,2}$ les volumes de deux éprouvettes distinctes.

La deuxième approche proposée par S. Carassou & al. est basée sur le caractère aléatoire du taux de croissance critique des cavités. A partir de l'analyse de leurs éprouvettes rompues S. Carassou & al. ont établi que le taux de croissance critique des cavités était compris entre 1.6 et 1.8. Par ailleurs, ces auteurs ont supposé que ce taux de croissance critique suivait une distribution uniforme.

Les éprouvettes ont été découpées fictivement en pavé de 0.5 millimètres de coté. Pour chacun de ces pavés, une valeur du taux de croissance critique des cavités a été prise au hasard dans la fonction de distribution.

D'autre part, le taux de croissance effectif des cavités a été déterminé à chaque instant à partir des résultats de calcul éléments finis et du modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey [6.9] (1969).

$$\frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.283 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon^{pl,eq} \quad (6.28)$$

Avec R_{cav} rayon d'une cavité, σ_m contrainte hydrostatique et la σ_{eq} contrainte équivalente.

En comparant le taux de croissance critique des cavités au taux de croissance des cavités calculés à partir du modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey, S. Carassou & al. ont pu déterminer les conditions de rupture de chaque pavé d'éprouvette, puis en accord avec la théorie du maillon le plus faible S. Carassou & al. ont supposé que les éprouvettes rompaient dès lors qu'un volume élémentaire de structure rompait.

Le graphique ci-dessous montrent que les approches proposées par S. Carassou & al. sont en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus par ces mêmes auteurs sur des éprouvettes entaillées en acier au carbone manganèse.

Pour la seconde approche proposée par S. Carassou & al., quarante expériences ont été simulées pour chaque taille d'éprouvette testée.

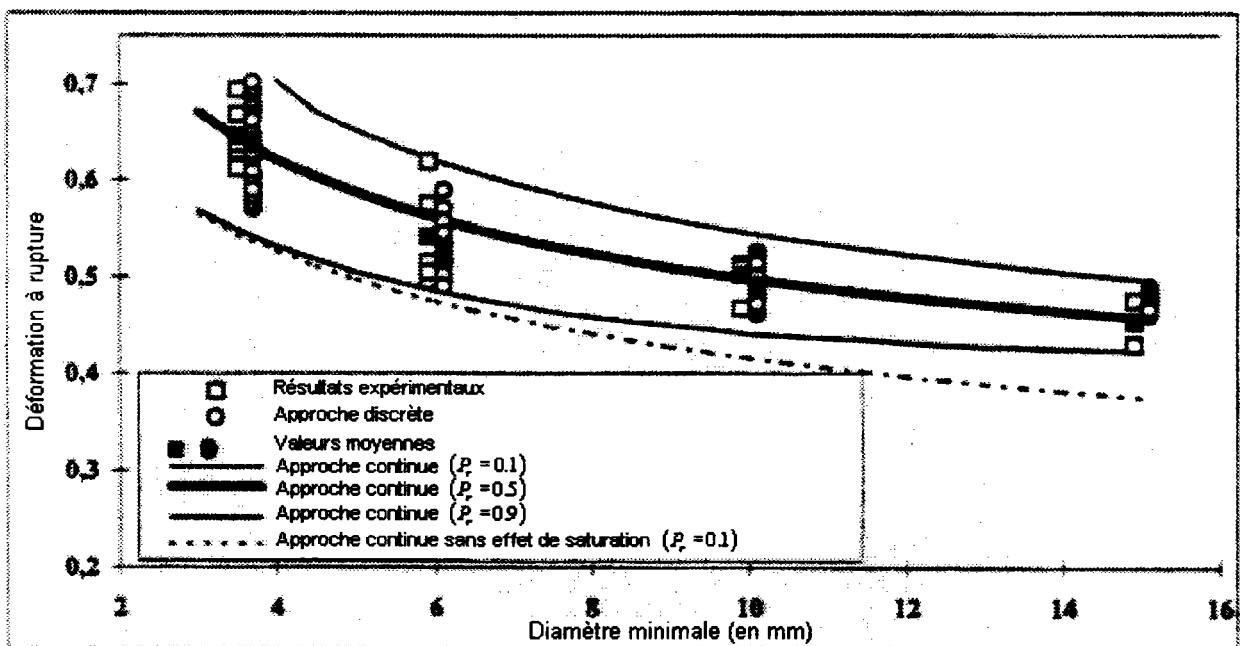


Fig. 6.4 Effet d'échelle à rupture – Expériences et modélisations (S. Carassou & al. [3.12])

Chapitre 7

Approche asymptotique basée sur une analyse énergétique

7.1 Introduction

Z. P. Bazant [7.1] (1984, 1997) a développé plusieurs lois d'effet d'échelle basées sur une approche asymptotique et énergétique.

La plus connue de ces lois d'effet d'échelle sur la contrainte critique à rupture a été introduite dès 1984 et est dictée par deux comportements asymptotiques, un comportement plastique où l'effet d'échelle est inexistant et un comportement fragile où l'effet d'échelle est maximal. Cette loi d'effet d'échelle est adaptée aux cas de structures préfissurées ou entaillées rompant après la propagation stable d'une fissure.

Plus récemment, Z.P. Bazant (1997) a introduit deux nouvelles lois d'effet d'échelle. La première de ces lois permet de traiter de l'effet d'échelle dans les cas de structures rompant à l'amorçage d'un défaut se formant à partir d'une surface lisse.

Finalement, une dernière des lois d'effet d'échelle introduite par Z.P. Bazant dite universelle permet de traiter simultanément les deux cas précités.

7.2 Loi d'effet d'échelle pour structure fissurée (ou entaillée)

L'énergie stockée dans une structure peut être caractérisée par un terme d'énergie complémentaire Π^* . L'énergie stockée est fonction de la géométrie de la structure considérée.

En deux dimensions (contraintes planes ou déformations planes), l'expression de l'énergie complémentaire caractérisant l'énergie stockée dans une structure peut être donnée sous la forme:

$$\Pi^* = \frac{\sigma_g^2}{E'} B D^2 f_3(\eta, \eta_o, \eta_c) \quad (7.1)$$

avec B l'épaisseur de la structure considérée, D une dimension représentative de la taille de la structure, σ_g la contrainte globale appliquée à la structure, E' le module de Young ($E' = E/(1 - \nu^2)$ en contrainte plane), f_3 une fonction de forme, $\eta = \frac{a}{D}$ la

longueur effective de la fissure sous forme normalisée, $\eta_o = \frac{a_o}{D}$ la longueur initiale

de la fissure sous forme normalisée et $\eta_{rup} = \frac{c_f}{D}$ une dimension caractéristique de la zone d'élaboration du processus de rupture sous forme normalisée.

De plus on a, la relation $\eta = \eta_o + \eta_{rup}$.

L'énergie R caractéristique de la résistance du matériau à la propagation d'une fissure est dépendante des mêmes paramètres géométriques que l'énergie complémentaire.

$$R = G_f r(\eta, \eta_o, \eta_{rup}) \quad (7.2)$$

Une fissure peut se propager dans une structure lorsque l'énergie stockée dans celle-ci est supérieure ou égale à R .

$$G = \frac{1}{b} \left[\frac{\partial \Pi^*}{\partial a} \right]_{\sigma_f} = R \quad (7.3)$$

Utilisant les expressions (7.1) et (7.2), l'équation (7.3) peut être réécrite sous la forme:

$$G = \frac{\sigma_c^2}{E'} D \tilde{g}(\eta_o, \eta, \eta_{rup}) = G_f r(\eta, \eta_o, \eta_{rup}) \quad (7.4)$$

avec $\tilde{g}(\eta_o, \eta, \eta_{rup}) = \frac{\partial f_3(\eta, \eta_o, \eta_{rup})}{\partial \eta}$ et σ_c la contrainte globale critique supportée par la structure.

La charge maximale que peut soutenir une structure est atteinte lorsque les courbes définies par R et G sont tangentes.

$$\left[\frac{\partial G}{\partial \eta} \right]_{\sigma_c} = \frac{\partial R}{\partial \eta} \quad (7.5)$$

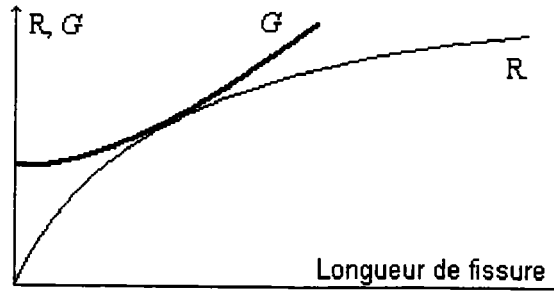


Fig. 7.1 Condition de charge maximale

Cette condition de charge maximale peut être réécrite sous la forme:

$$\frac{1}{G} \left[\frac{\partial G}{\partial \eta} \right]_{\sigma_c} = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \eta} \quad \text{ou} \quad \left[\frac{\partial(\ln G)}{\partial \eta} \right]_{\sigma_c} = \frac{\partial(\ln R)}{\partial \eta} \quad (7.6)$$

et une solution à cette équation (7.6) pourra être écrite sous la forme:

$$\eta = \eta_m(\eta_o, \eta_{rup}) \quad (7.7)$$

η_m étant représentatif de la longueur de fissure atteinte à la charge maximale.

Utilisant ce résultat et la relation (7.4) on peut établir l'expression de la contrainte globale à la charge critique comme suit:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E'G_f}{D\hat{g}(\eta_o, \eta_{rup})}} \quad (7.8)$$

$$\text{avec } \hat{g}(\eta_o, \eta_{rup}) = \frac{\tilde{g}(\eta_o, \eta_m, \eta_{rup})}{r(\eta_o, \eta_m, \eta_{rup})}$$

Si la zone d'élaboration du processus de rupture est de dimension modeste par rapport au reste de la structure, on pourra approximer la fonction $\hat{g}(\eta_o, \eta_{rup})$ par un développement de Taylor autour du point $(\eta_o, 0)$.

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E'G_f}{D}} \left[\hat{g}(\eta_o, 0) + \frac{\partial \hat{g}(\eta_o, 0)}{\partial \vartheta} \frac{c_f}{D} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \hat{g}(\eta_o, 0)}{\partial \vartheta^2} \left(\frac{c_f}{D} \right)^2 + \dots \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7.9)$$

En se limitant aux termes linéaires de ce développement de Taylor, on obtient l'expression:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E'G_f}{\hat{g}'(\eta_o)c_f + \hat{g}(\eta_o)D}} \quad (7.10)$$

Cette équation est généralement donnée sous la forme:

$$\sigma_c = \frac{Cf_t}{\sqrt{1+\beta}} \quad (7.11)$$

avec $\beta = \frac{D}{D_o}$, $D_o = c_f \hat{g}'(\eta_o) / \hat{g}(\eta_o)$, $C = [E'G_f / \hat{g}'(\eta_o)c_f]^{\frac{1}{2}} (1/f_t)$ et f_t la contrainte à rupture en traction.

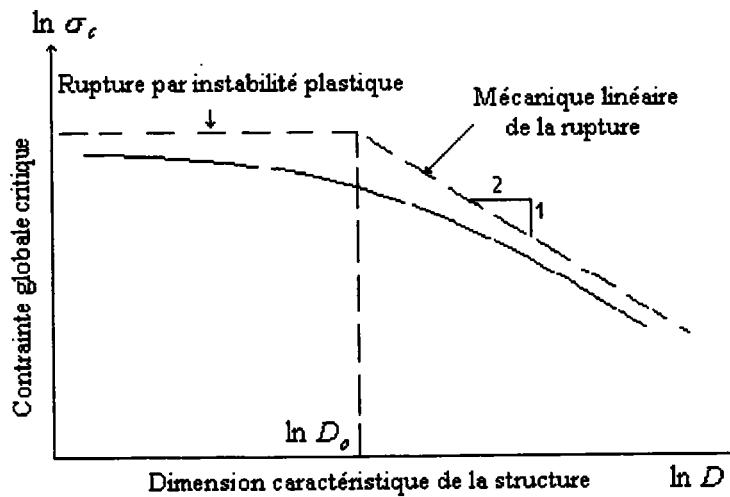


Fig. 7.2 Loi d'effet d'échelle proposée par Z.P. Bazant [7.1] (1984)

Pour des valeurs de D tendant vers zéro, l'équation (7.11) montre clairement une asymptote ductile. La contrainte critique est alors donnée par Cf_t , et il y a absence d'effet d'échelle.

Lorsque au contraire D tend vers l'infinie, l'équation (7.11) présente une asymptote fragile, la rupture est alors dictée par la mécanique linéaire de la rupture, $\sigma_c = \frac{Cf_t}{\sqrt{\beta}}$.

On peut aisément montrer que ces deux asymptotes se coupent en un point d'abscisse D_o , cette dimension D_o caractérise la transition ductile-fragile.

La loi d'effet d'échelle (7.11) proposé par Z.P. Bazant a montré être en accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur des matériaux quasi-fragile en mode I. (Z.P. Bazant & Pfeiffer [7.2] (1987)), en mode II, (Z.P. Bazant & Pfeiffer [7.3] (1986)) et en mode III, (Z.P. Bazant & Pratt [7.4] (1988)).

Cette loi d'effet d'échelle a aussi été confrontée avec succès des résultats expérimentaux obtenus par Z.P. Bazant, S.G. Lee & P. Pfeiffer [7.5] (1987) sur des éprouvettes d'aluminium entaillées sollicitées en flexion trois points (voir Fig. 7.3).

L'épaisseur B des éprouvettes étudiées par Z.P. Bazant & al. a été conservée constante pour tous les essais, D la dimension représentative de la taille des structures considérées variant de 6,54 mm à 25,4 mm.

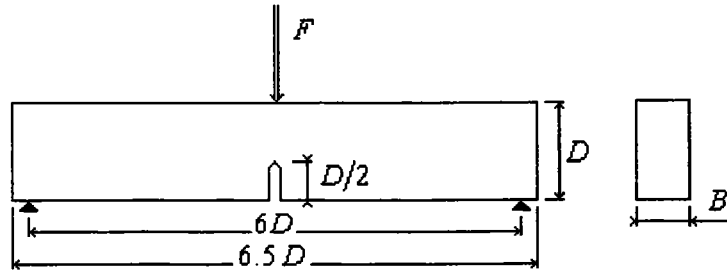


Fig. 7.3 Géométrie des éprouvettes testées (répondant aux normes ASTM)

Trois essais ont été réalisés pour chaque taille d'éprouvettes pris en compte et seul la moyenne de ces trois essais est présentée sur le diagramme ci-dessous.

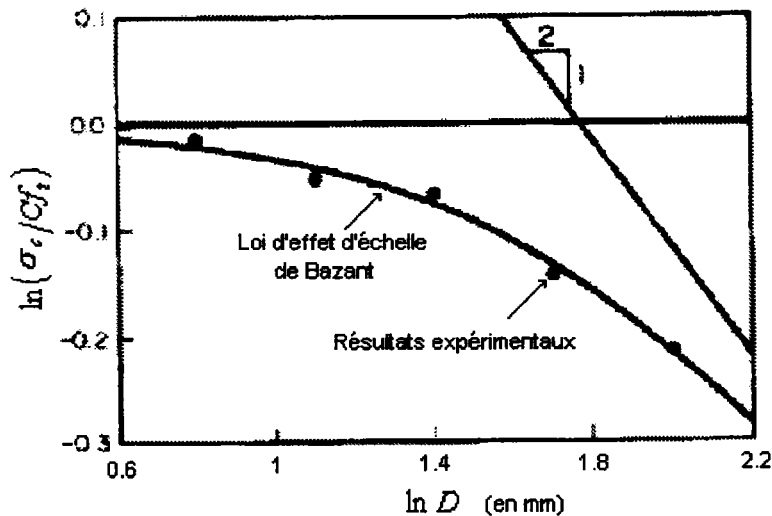


Fig. 7.4 Résultats expérimentaux obtenus en flexion trois points sur des éprouvettes d'aluminium entaillées et loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant [7.5]

Une généralisation de la loi d'effet d'échelle (7.11) a été développée par Z.P. Bazant [7.6] (1985), elle est donnée ici sans démonstration. Cette loi d'effet d'échelle généralisée permet d'adapter la loi d'effet d'échelle à certains cas particuliers, lorsque les résultats expérimentaux couvrent une gamme de facteurs d'échelle trop importante par exemple.

$$\sigma_c = \frac{Cf_1}{(1 + \beta^p)^{\frac{1}{2p}}} \tag{7.12}$$

p exposant.

7.3 Loi d'effet d'échelle pour structures lisses (ou non entaillées)

En remplaçant $\eta_o = 0$ (i.e. pas de fissure initiale) dans la relation (7.9) et en tronquant ce développement limité après le terme quadratique, on obtient une loi d'effet d'échelle valable pour des structures non préfissurées, ou lisses. Pour une fissure initiale nulle, on a $\hat{g}(\eta_o, 0) = \hat{g}(0, 0) = 0$, d'où la loi d'effet d'échelle obtenue:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E'G_f}{\hat{g}'(0)c_f + \frac{1}{2}\hat{g}''(0)c_f^2 D^{-1}}} = f_t^\infty \left(1 - 2\frac{D_b}{D}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (7.13)$$

$$\text{avec } f_t^\infty = \sqrt{\frac{E'G_f}{\hat{g}'(0)c_f}}, \quad D_b = \frac{\langle -\hat{g}''(0) \rangle}{4\hat{g}'(0)} \bar{c}_f, \quad \bar{c}_f = \kappa c_f$$

Z.P. Bazant a introduit des crochets de Macauley $\langle \rangle$ parce que $\hat{g}''(0)$ peut être négative dans les cas où l'amorçage de la rupture ne se produit pas en surface.

κ a été introduit par Z.P. Bazant afin de montrer que la zone d'élaboration du processus de rupture occupe une place plus importante à la surface d'une structure lisse qu'en fond de fissure.

Si l'on considère que la zone d'élaboration du processus de rupture est de taille modeste par rapport au reste de la structure, $\frac{D_b}{D} \ll 1$, une approximation de l'équation (7.13) est donnée par:

$$\sigma_c = f_t^\infty \left(1 - 2\frac{D_b}{D}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx f_t^\infty \left(1 + \frac{D_b}{D + \varpi D_b}\right) \quad (7.14)$$

ϖ est une constante empirique introduite par Z.P. Bazant afin de limiter la valeur de la contrainte globale critique à des valeurs finies lorsque $D \rightarrow 0$.

7.4 Loi d'effet d'échelle universelle

En retenant les trois premiers termes de l'équation (7.9), Z.P. Bazant [7.1] (1997) a développé une loi d'effet d'échelle universelle, à la fois valable pour les structures fissurées et lisses.

$$\sigma_c = \sigma_o \left(1 + \frac{D_b}{D_o}\right)^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \left[\left(\frac{D_b}{D + \varpi D_b} \right) \left(1 + \frac{D}{D_o} \right) \right]^{-1} \right\} \quad (7.15)$$

$$\text{Avec } \sigma_o = \sqrt{\frac{E'G_f}{c_f \hat{g}'(\eta_o)}}, \quad D_o = \frac{c_f \hat{g}'(\eta_o)}{\hat{g}(\eta_o)}, \quad D_b = \bar{c}_f \frac{\langle -\hat{g}''(\eta_o) \rangle}{4\hat{g}(\eta_o)}$$

Dans cette équation on reconnaîtra à la fois les paramètres c_f et \bar{c}_f respectivement représentatifs de la zone d'élaboration du processus de rupture en fond de fissure et sur une surface lisse.

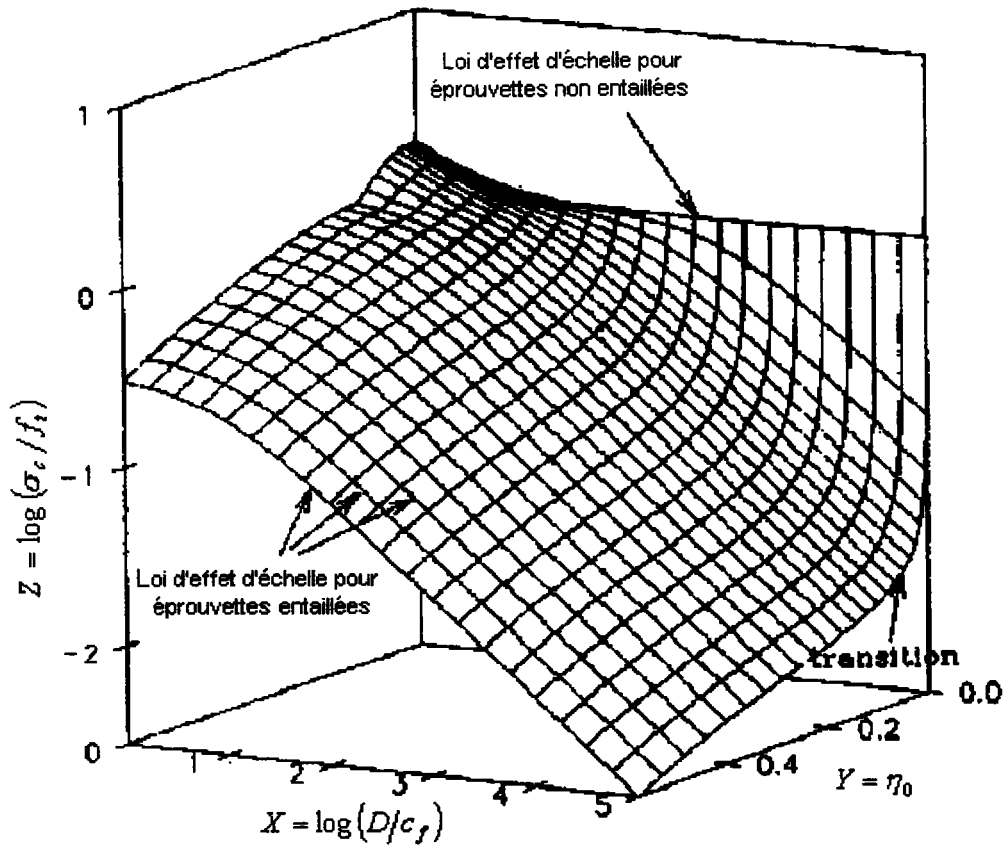


Fig. 7.5 Loi d'effet d'échelle universelle (Z.P. Bazant [7.1])

L'équation (7.15) peut être donnée sous une forme généralisée comme suit:

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(1 + \left(\frac{D_b}{D_o} \right)^p \right)^{-\frac{1}{2p}} \left\{ 1 + s \left[\left(\frac{D_b}{D + \varpi D_b} \right) \left(1 + \frac{D}{D_o} \right) \right]^{-1} \right\}^{\frac{1}{s}} \quad (7.16)$$

Cependant, selon Z.P. Bazant la valeur la plus appropriée pour p et s est $p = s = 1$.

Chapitre 8

Effet d'échelle et Approches Fractales

8.1 Introduction

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, A. Carpinteri a développé une approche statistique dans laquelle il est supposé que parmi tous les défauts présents dans une structure, seul le plus dangereux influe sur la rupture de la structure. D'autre part dans ces développements, A. Carpinteri suppose que ce défaut est de taille proportionnelle aux dimensions des structures considérées.

Cette approche ne permettant pas de décrire manière précise le caractère désordonné de la microstructure de certains matériaux, A. Carpinteri & al. ont développé une approche fractale permettant de caractériser l'effet d'échelle à la contrainte critique et l'effet d'échelle sur l'énergie de rupture (taux de restitution d'énergie à rupture).

Cette approche fractale a aussi permis à A. Carpinteri d'expliquer la diminution de l'intensité des singularités en pointe de fissure observée dans les matériaux désordonnés.

Ce chapitre comprend dans une première partie une courte introduction à la géométrie fractale et une présentation des caractéristiques fractales des matériaux.

Une deuxième partie de ce chapitre est consacré à l'exposé des principaux résultats obtenus par A. Carpinteri & al. à partir d'approches fractales.

Pour davantage d'information concernant les approches fractales, le lecteur pourra se référer aux articles de A. Carpinteri [8.1] (1994), A. Carpinteri & B. Chiaia [8.2] (1996) et au mémoire de thèse de G. Ferro [5.2] (1994).

8.2 Fractales et caractère fractal des matériaux

Les surfaces de rupture de nombreux matériaux comme les roches, les bétons, les aciers, les céramiques présentent un caractère fractal ou irrégulier.

La géométrie fractale s'applique à toute forme géométrique possédant la propriété d'auto-similarité i.e. statistiquement similaire à elle-même quelle que soit l'échelle d'observation. Une forme géométrique quelconque possédant la propriété d'auto-similarité apparaît de manière d'autant plus tortueuse que l'échelle à laquelle on l'observe est grande.

Le caractère tortueux d'une ligne, d'une surface ou d'un volume fractal est caractérisé par sa dimension fractale d_f .

Dans les espaces Euclidiens classiques, la longueur d'une ligne agrandie par un facteur d'échelle λ est égale à λ fois sa longueur originale (échelle 1), de même une surface agrandie par un facteur d'échelle λ a pour superficie, sa superficie originale multipliée par λ^2 et un volume agrandi λ fois voit son domaine multiplié par le cube du facteur d'échelle.

Dans chacun de ces trois cas, le facteur multiplicatif à appliquer au motif géométrique (ligne, surface, volume) original pour retrouver ce même motif à l'échelle λ est donné par le facteur d'échelle élevé à une puissance entière d_e ($d_e = 1$ pour une ligne, $d_e = 2$ pour un plan, $d_e = 3$ pour un volume). d_e est la dimension euclidienne de l'espace considéré.

$$Y_\lambda = \lambda^{d_e} Y_1 \quad (8.1)$$

Y_λ motif considéré à l'échelle λ , Y_1 motif considéré à l'échelle 1.

La dimension fractale peut être définie par extension du concept de dimension Euclidienne:

$$Y_\lambda = \lambda^{d_f} Y_1 \quad (8.2)$$

La définition ci-dessus peut être réécrite comme suit:

$$N_m = \lambda^{d_f} \quad (8.3)$$

N_m étant le nombre de fois que l'on peut superposer un motif de l'espace considéré à l'échelle 1 sur ce même motif à l'échelle λ .

La dimension d'un espace fractale d_f est un nombre réel (non entier) supérieur ou inférieur aux dimensions conventionnelles des espaces Euclidiens. L'incrément ou décrétement dimensionnel séparant dimension fractale et euclidienne sera noté ϕ , on aura alors la relation:

$$d_f = \phi + d_e \quad (8.4)$$

Si $\phi > 0$, l'espace fractale considéré sera dit "densifié", si au contraire $\phi < 0$, l'espace fractale sera dit "lacunaire" ou "raréfié".

Le graphique ci-dessous est représentation d'une même surface fractale à deux échelles d'observation différentes, les zones non grisées correspondent à des trous. Cette surface fractale est un exemple de surface fractale de type lacunaire. En effet, pour cette surface on a $N_m = 12$ et $\lambda = 4$ d'où $d_f = 1.792$ et $\phi = d_f - 2 = -0.2075$.

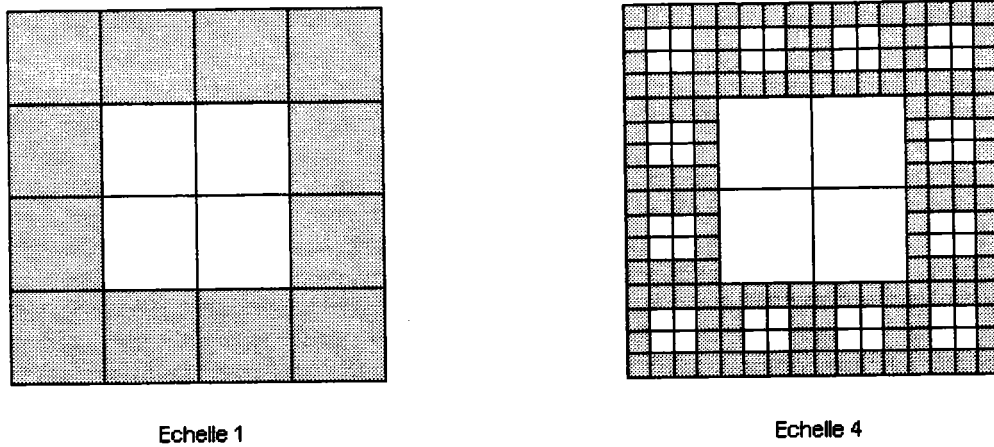


Fig. 8.1 Surface fractale à deux échelles d'observation (Z.P. Bazant & J. Planas [8.3] (1998))

Les surfaces de rupture ne possèdent pas la propriété d'auto-similarité à toutes les échelles d'observation. Il existe en effet une limite supérieure et une limite inférieure à cette propriété. La limite supérieure du domaine dans lequel la propriété d'auto-similarité est vérifiée, est donnée par la taille de la structure géométrique étudiée alors que la limite inférieure est liée à une dimension caractéristique du matériau étudié (taille de grain pour les métaux, taille d'un agrégat pour les bétons).

Par ailleurs, A. Carpinteri & B. Chiaia ont observé que les surfaces de rupture présentent un caractère multifractales, i.e. les dimensions fractales mesurées sont dépendantes de l'échelle observation. Lorsque de petites échelles d'observation sont prises en compte les dimensions fractales mesurées sur les surfaces de rupture sont données par des nombres réels caractérisant un désordre intense. Au contraire pour des échelles d'observation de même ordre de grandeur que les dimensions de la structure étudiée, les dimensions fractales mesurées correspondent aux dimensions euclidiennes classiques caractérisant l'ordre apparent de la surface de rupture.

Aux petites échelles d'observation, le désordre le plus important que l'on puisse observer sur les surfaces de rupture correspond au désordre Brownien. Le désordre Brownien a pour dimension fractale de 2,5.

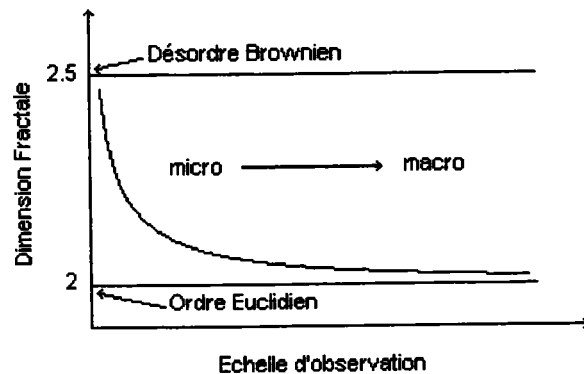


Fig. 8.2 Aspect multifractales des surfaces de rupture (A. Carpinteri & B. Chiaia [8.2])

Prenant en compte d'une part le caractère fractal "densifié" des surfaces de rupture A. Carpinteri [8.1] (1994) nous propose une explication de l'effet d'échelle constaté sur le taux de restitution d'énergie à rupture G_f et prenant en compte d'autre part l'aspect fractal "lacunaire" des ligaments des pièces de structures cet auteur nous propose une explication de l'effet d'échelle rencontré sur la contrainte critique σ_c .

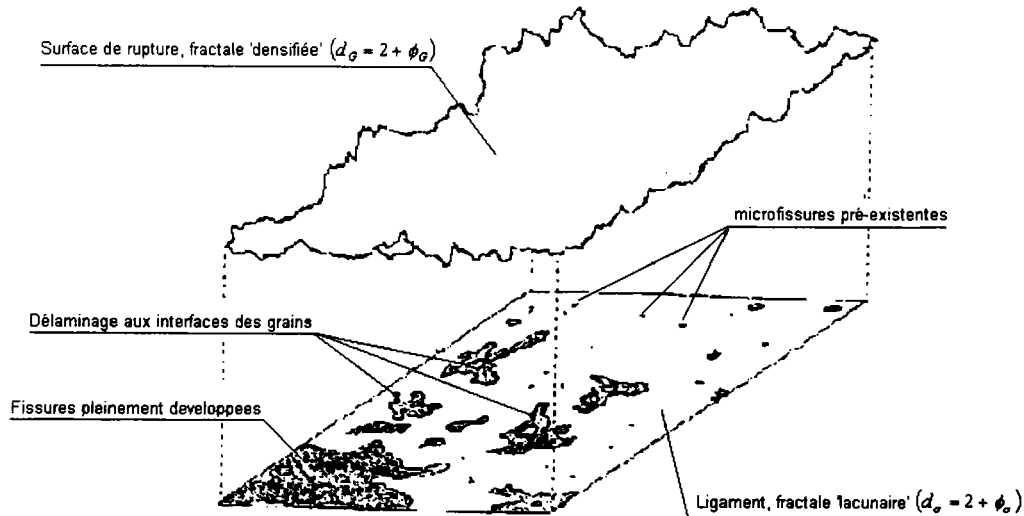


Fig. 8.3 Géométries fractales du ligament et de la surface de rupture (A. Carpinteri [8.4] (1997))

Le taux de restitution d'énergie à rupture et la contrainte critique usuellement définie dans un espace euclidien sont ici renormalisés en fonction de la dimension fractale de la surface à considérer.

Dans un espace euclidien, le ligament d'une pièce de structure supportant une charge est supposée comme étant lisse quelle que soit l'échelle d'observation. Dans la réalité de nombreux défauts peuvent prendre place dans un ligament (microfissures, cavités, délaminage, etc.) ce qui réduit d'autant la dimension fractale du ligament. Le ligament d'une pièce de structure est de type fractal lacunaire. La contrainte critique σ_c^* donnée dans l'espace fractal lié au ligament a pour dimension $[\text{force}] \times [\text{longueur}]^{-(2-\phi_\sigma)}$ (avec ϕ_σ décrement dimensionnel du au caractère lacunaire de la surface de rupture).

Par ailleurs, l'énergie de rupture est dissipée au travers d'une surface de rupture présentant un caractère fractal densifié. L'énergie dissipée à rupture G_f^* donnée dans un espace fractal lié à la surface de rupture a pour dimension $[\text{force}] \times [\text{longueur}]^{-(2+\phi_G)}$ (avec ϕ_G incrément dimensionnel du à la rugosité de la surface de rupture).

8.3 Fractales "densifiées" et loi d'effet d'échelle sur G_f

A. Carpinteri part de l'hypothèse qu'il n'y a pas d'effet d'échelle sur le taux de restitution d'énergie à rupture lorsque celui-ci est défini en tenant compte du caractère fractal des surfaces de rupture. Pour deux éprouvettes similaires géométriquement mais de taille différente on peut écrire:

$$G_f^* = \frac{W_p}{D_p^{2+\phi_G}} = \frac{W_m}{D_m^{2+\phi_G}} \quad (8.5)$$

avec G_f^* l'énergie de rupture renormalisée, W_p l'énergie de rupture dans l'éprouvette de grande taille (indice p comme prototype), W_m l'énergie de rupture dans l'éprouvette de petite taille (indice m comme maquette) et D_p, D_m les dimensions représentatives de la taille du 'prototype' (éprouvette de grande taille) et de la 'maquette' (éprouvette de petite taille).

Dans l'espace Euclidien, les énergies de rupture pour le prototype et la maquette sont respectivement données par:

$$G_f^p = \frac{W_p}{D_p^2} \text{ et } G_f^m = \frac{W_m}{D_m^2} \quad (8.6)$$

Des relations (8.5) et (8.6) on peut déduire aisément la loi d'effet d'échelle:

$$G_f^p = G_f^m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^{\phi_G} \quad (8.7)$$

Le comportement global d'une structure est directement lié au désordre apparent, i.e. aux rapports entre la taille des irrégularités rencontrées et la taille de la structure considérée. Compte tenu de l'aspect multifractale des surfaces de rupture, l'exposant ϕ_G à prendre en compte dans la loi d'effet d'échelle (8.7) tends vers 0,5 ($d_G \rightarrow 2,5$) pour les structures de très petites tailles et vers 0 ($d_G \rightarrow 2$) lorsque la taille des structures considérées tends vers l'infini.

Partant des remarques ci-dessus, A. Carpinteri & B. Chiaia ont établi une loi d'effet d'échelle multifractales valable quelle que soit la taille de la structure prise en compte.

$$G_f = G_f^\infty \left[1 + \frac{l_{ch}}{D} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (8.8)$$

Avec G_f^∞ valeur asymptotique du taux de restitution d'énergie à rupture pour des éprouvettes de grandes dimensions et l_{ch} une longueur caractéristique interne qui contrôle la transition le passage du comportement fractal au comportement Euclidien.

A. Carpinteri a déterminé les constantes de sa loi d'effet d'échelle multifractales à partir des résultats expérimentaux issues d'une étude de J.K. Kim & al. [8.5] (1992). Dans leur étude, J.K. Kim & al. ont effectué des essais de rupture sur deux nuances de béton, le chargement étant appliqué aux éprouvettes par l'intermédiaire d'un coin placé dans une entaille pratiquée dans les éprouvettes. L'énergie à rupture a été relevée pour chacune des différentes tailles d'éprouvettes couvrant un facteur d'échelle de 5.

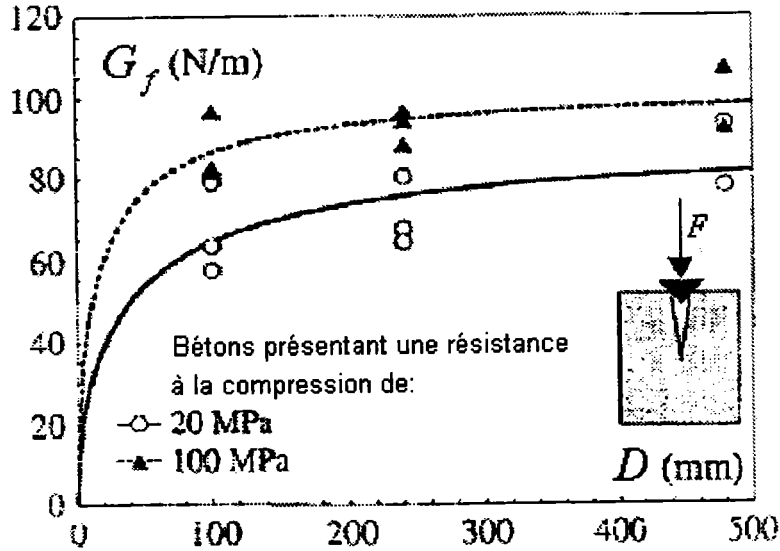


Fig. 8.4 Corrélation obtenue entre la loi d'effet d'échelle multifractales de A. Carpinteri & B. Chiaia [8.2] et les résultats expérimentaux de J.K. Kim & al. [8.5]

8.4 Fractales "lacunaires" et loi d'effet d'échelle sur σ_c

Suivant un raisonnement analogue à celui explicité dans le paragraphe précédent, on peut établir une loi d'effet d'échelle pour la contrainte critique dans le régime monofractale de la forme suivante:

$$\sigma_{c,p} = \sigma_{c,m} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^{-\phi_\sigma} \tag{8.9}$$

avec $\sigma_{c,p}$ la contrainte critique de l'éprouvette de grande taille et $\sigma_{c,m}$ la contrainte critique de l'éprouvette de petite taille.

G. Ferro (1994) a étudié l'effet d'échelle à rupture sur des éprouvettes de béton en traction. Une série de résultats expérimentaux issues ses travaux est présentée ci-dessous. Il semble que G. Ferro ait testé qu'une seule éprouvette pour chaque taille d'éprouvette considérée. L'épaisseur des éprouvettes a été conservée constante pour chaque taille d'éprouvette considérée. Les résultats de G. Ferro montrent que la contrainte critique normalisée en tenant compte de la dimension fractale du ligament est invariante quelle que soit la taille de l'éprouvette considérée.

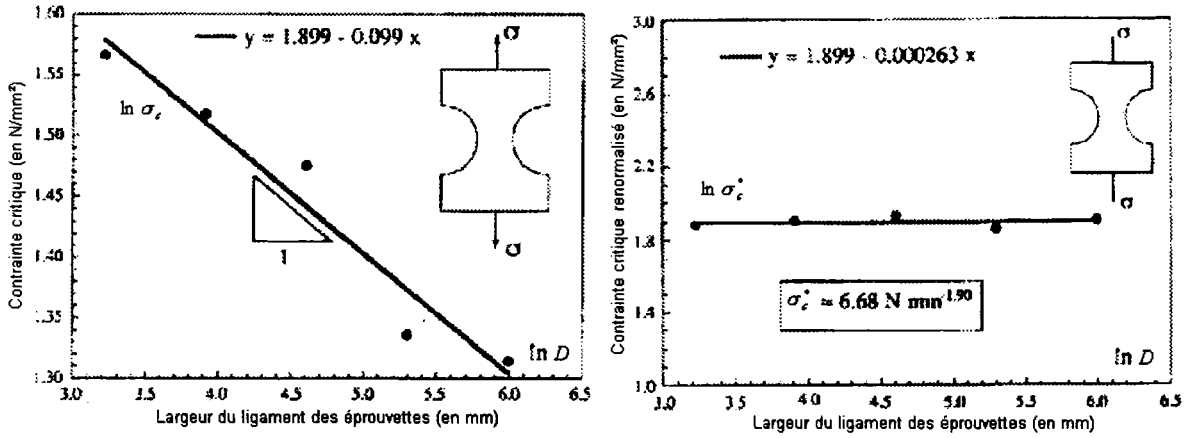


Fig. 8.5 Effet d'échelle à rupture en traction sur du béton (G. Ferro [5.2])

La loi d'effet d'échelle monofractale ne peut être valable que sur une plage limitée de facteur d'échelle. Tenant compte de l'aspect multifractales du ligament et de son aspect plus ou moins lacunaire ou lisse suivant l'échelle d'observation, A. Carpinteri (1994) a dérivé une loi d'effet d'échelle multifractales applicable à la contrainte critique et valable quelle que soit la plage de facteur d'échelle considérée.

$$\sigma_c = \sigma_c^\infty \left[1 + \frac{l_{ch}}{D} \right]^{\frac{1}{2}} \tag{8.10}$$

Avec σ_c^∞ asymptote correspondant à la contrainte critique pour des éprouvettes de très grande taille.

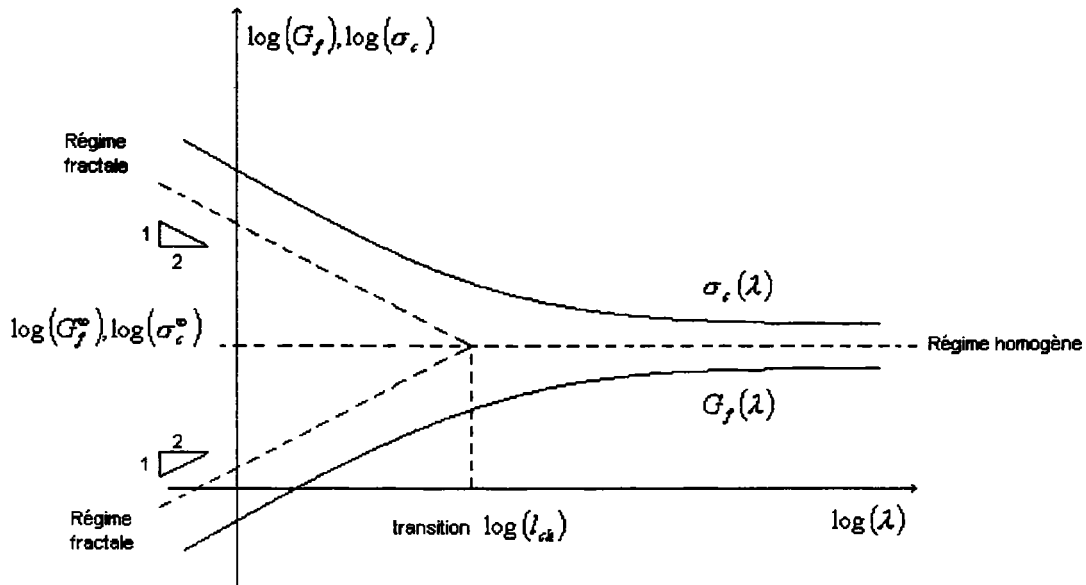


Fig. 8.6 Lois d'effet d'échelle multifractales (A. carpinteri [8.1])

8.5 Fractales et fissure de Griffith

La théorie fractale proposée par A. Carpinteri est à même de proposer une explication à l'atténuation de la singularité des contraintes rencontrée en pointe de fissure dans les matériaux hétérogènes.

Pour une fissure de longueur $2a$ prenant place dans une plaque mince de dimension infinie, Griffith a défini la condition de propagation instable de cette fissure comme suit (formulation identique à l'équation (7.5)):

$$\frac{dG}{da} = \frac{dR}{da} \tag{8.11}$$

où $\frac{dG}{da}$ est l'énergie élastique restituée lors de la propagation de la fissure et contenue dans un cylindre d'épaisseur da et de rayon intérieur a . $\frac{dR}{da}$ est l'énergie dissipée lors de la propagation de la fissure.

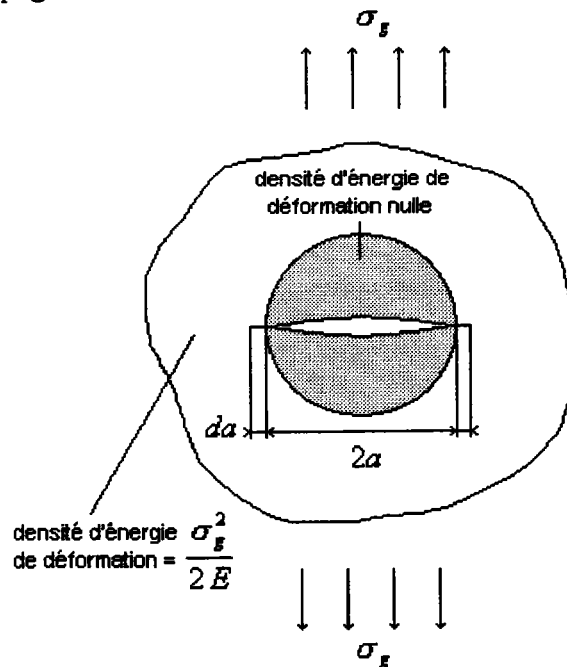


Fig. 8.7 Plaque fissurée

Si l'on considère une fissure sollicitée en mode I, l'énergie élastique restituée lors de la propagation cette fissure sur une longueur da est donnée par: $\frac{\sigma_f^2}{2E}$

$$\frac{dG}{da} = \frac{d}{da} \left(\frac{\sigma_f^2 \pi a^2}{E} \right)_{\sigma_f} = \frac{2\sigma_f^2 \pi a}{E} \tag{8.12}$$

Par ailleurs, l'énergie dissipée lors de la propagation de la fissure normalisée en tenant compte de la géométrie fractale de la fissure est donnée par:

$$\frac{dR}{da} = \frac{dR}{da^*} \frac{d(a^*)}{da} = 2G_f^* \frac{d(a^*)}{da} = 2(1+d_G)G_f^* a^{d_G} \tag{8.13}$$

a^* étant la longueur fractale de la fissure, $a^* = a^{(1+d_G)}$.

A partir des relations (8.11), (8.12) et (8.13), on obtient l'égalité:

$$\sigma_c^2 \pi a^{(1-d_G)} = (1 + d_G) G_f^* E \tag{8.14}$$

Cette expression peut être réécrite en fonction du facteur d'intensité de contraintes $(K_I^*)^2 = (K_{IC}^*)^2$. Dans le domaine fractal, la dimension physique du facteur d'intensité de contraintes est donc donnée par:

$$[K_I^*] = [F][L]^{-(3+d_G)/2} \tag{8.15}$$

Pour $d_G = 0$, on retrouve à nouveau la définition du facteur d'intensité de contraintes telle que proposé par Griffith et Irwin. Pour $d_G = 1$, cas correspondant aux matériaux fortement désordonnés, la singularité à l'extrémité de fissure disparaît.

8.6 Courbe R et matériaux hétérogènes

A partir de la relation (8.13), on peut établir le lien qu'il y a entre le taux de restitution d'énergie à rupture défini dans un domaine euclidien et le taux de restitution critique normalisé en tenant compte de la dimension fractale de la fissure.

$$G_f = (1 + d_G) G_f^* a^{d_G} \tag{8.16}$$

Dans le cas de matériaux homogènes, le taux de restitution d'énergie à rupture est indépendant de la longueur de fissure. Pour les matériaux hétérogènes, l'expression (8.16) montre clairement que, le taux de restitution critique dépend de la longueur de fissure.

Prenant en compte, le caractère multifractale des surfaces de fissures, A. Carpinteri (1996) a proposé une courbe R basée sur une dimension fractale tendant vers zéro pour les fissures de grandes tailles.

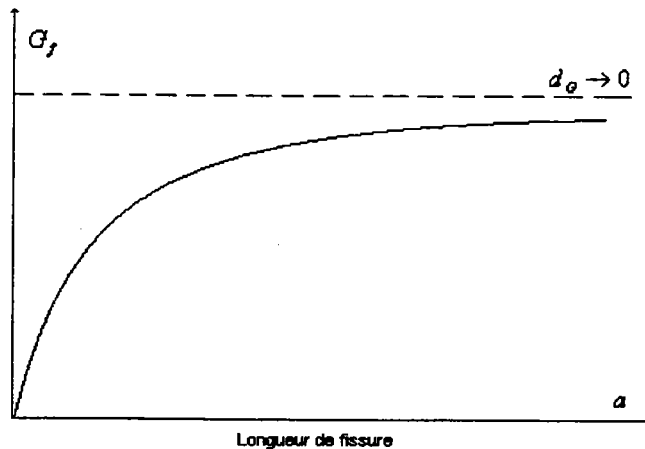


Fig. 8.8 Courbe R dans le domaine multifractales (A. carpinteri [8.1])

Ceci signifie que l'intensité de la singularité en pointe de fissure croît simultanément avec la longueur de fissure.

Un certain nombre de résultats expérimentaux obtenu sur des éprouvettes en béton ont montré être en accord avec les propositions de A. Carpinteri.

Chapitre 9

Modèle de fissures fictives et effet d'échelle

9.1 Introduction

Les premiers modèle de fissures fictives ont été introduit dans les années soixante par Barenblatt & Dugdale [9.1] (1960) afin de rendre compte du comportement non-linéaire des métaux en fond d'entailles.

A la fin des années soixante-dix Hilleborg, Modéer & Petersson ont étendu le concept de fissure fictive aux matériaux quasi-fragiles afin d'en modéliser l'endommagement lors du processus de rupture.

La famille des modèles de fissures fictives introduite par Hilleborg, Modéer et Petersson permet de rendre compte de la transition ductile-fragile pouvant prendre place lorsque l'on considère des structures de différentes tailles.

Introduit dans des codes de calcul éléments finis, ces modèles de fissures fictives permettent de simuler l'effet de la taille d'une structure sur son comportement globale.

Il apparaît encore une fois de plus dans ce chapitre que l'effet d'échelle rencontrée dans les structures est directement lié aux dimensions de la zone d'élaboration du processus de rupture.

A. Carpinteri [5.1] (1989) a mis en évidence l'intérêt du concept de fissure fictive pour caractériser la transition ductile-fragile et a effectué une série de simulations numériques avec un modèle de fissure fictive sur des poutres de béton sollicité en flexion.

Les travaux de A. Carpinteri qui ont été choisis afin d'illustrer de manière simple le concept de fissures fictives sont détaillés dans le chapitre qui suit.

9.2 Concept de fissures fictives

Dugdale a considéré qu'une fissure réelle est prolongée sur une distance R_D par une fissure fictive maintenue fermée par une force de cohésion uniformément répartie. La distance R_D sur laquelle la force de cohésion agit peut être déterminée en partant de l'hypothèse que les facteurs d'intensité de contraintes dus à la force de cohésion et au chargement appliqué à la structure s'annulent à la pointe de fissure fictive.

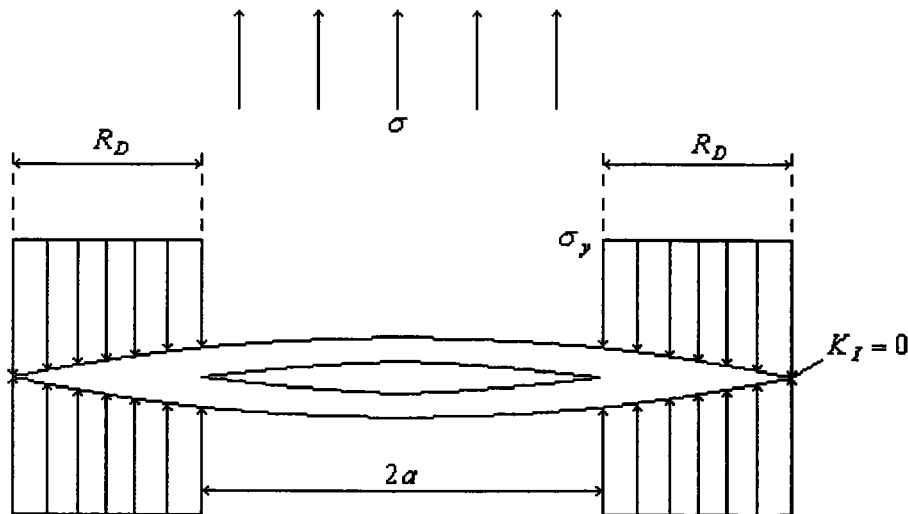


Fig. 9.1 Modèle de Dugdale

Le modèle de Barenblatt et Dugdale a été introduit de façon à rendre compte du comportement non-linéaire des métaux en pointe de fissure.

Hilleborg, Modéer et Petersson ont étendu le concept de fissure fictive aux matériaux quasi-fragiles afin de modéliser le processus de fissuration et d'endommagement menant à la rupture. Le processus de fissuration est supposé prendre place dès lors que la contrainte à rupture du matériau est atteinte en un point quelconque de la structure. Cette approche est donc capable de traiter les cas de fissures naissantes à partir d'une surface lisse.

Les modèles proposés par Hilleborg, Modéer et Petersson se différencient de ceux de Barenblatt et Dugdale par l'adoption d'une force de cohésion évolutive en fonction de l'ouverture de fissure. Le profil évolutif de la force de cohésion est choisi de manière à rendre compte du processus d'endommagement du matériau.

Dans l'approche de Hilleborg, Modéer et Petersson le comportement du matériau est caractérisé par une double loi de comportement, une loi de comportement contrainte-déformation classique et une loi décrivant l'évolution de la force de cohésion en fonction de l'ouverture de fissure fictive.

La figure ci-dessous est une illustration du concept de fissure fictive proposé. Dans la zone (I) la fissure est pleinement propagée. La zone (II) correspond à la fissure fictive, dans cette zone le profil des contraintes est fonction de l'ouverture de fissure ($\sigma = f(\delta)$ avec δ ouverture de fissure). Dans la zone (III), la distribution de contrainte est donnée par la loi de comportement du matériau (ici linéaire élastique).

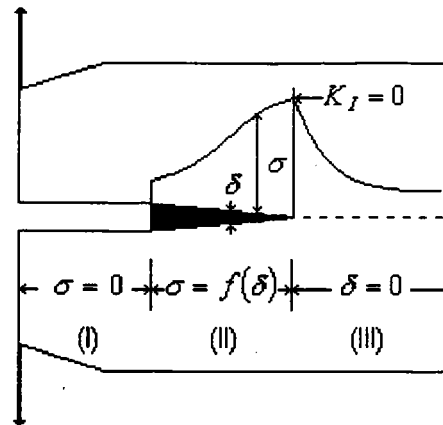


Fig. 9.2 Modèle de fissure fictive (type Hilleborg, Modéer et Petersson)

9.3 Fissures fictives et transition ductile-fragile

Utilisant une double loi linéaire de comportement, A. Carpinteri a mis en évidence la transition ductile-fragile pouvant prendre place dans les éprouvettes de traction.

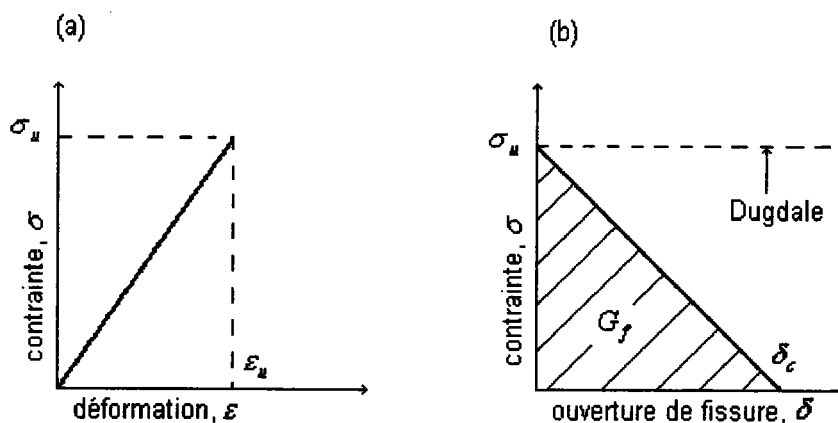


Fig. 9.3 Double loi de comportement : (a) courbe contrainte-déformation; (b) force de cohésion (A. Carpinteri [5.1])

Selon la double loi de comportement ci-dessus, l'histoire en contrainte du matériau est définie en trois étapes:

$$\sigma = E\varepsilon, \text{ pour } \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (9.1)$$

$$\sigma = \sigma_u \left(1 - \frac{\delta}{\delta_c} \right), \text{ pour } \delta \leq \delta_c \quad (9.2)$$

$$\sigma = 0, \text{ pour } \delta > \delta_c \quad (9.3)$$

avec δ_c écartement critique au-delà duquel la fissure fictive devient une fissure réelle.

De la même manière, l'histoire en déplacement peut être définie en trois étapes.

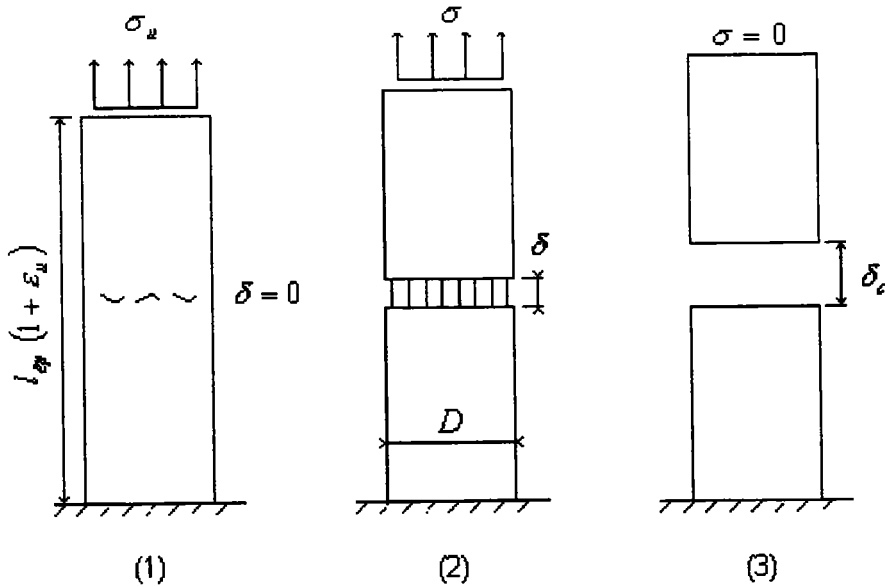


Fig. 9.4 Histoire en déplacement: (1) chargement élastique; (2) élaboration du processus de rupture; (3) rupture (A. Carpinteri [5.1])

Premièrement, une phase de chargement élastique:

$$u = \frac{\sigma}{E} l_{ép}, \text{ pour } \varepsilon \leq \varepsilon_u \tag{9.4}$$

u déplacement de la ligne supérieure de l'éprouvette et $l_{ép}$ la longueur de l'éprouvette.

L'équation (9.4) peut être écrit de façon équivalente sous la forme:

$$\sigma = E \frac{u}{l_{ép}}, \text{ pour } u \leq \varepsilon_u l_{ép} \tag{9.5}$$

Deuxième phase, la contrainte maximale est atteinte et la localisation des déformations et le processus d'endommagement prennent place.

$$u = \frac{\sigma}{E} l_{ép} + \delta, \text{ pour } \delta \leq \delta_c \tag{9.6}$$

En reprenant l'équation (9.2), la relation ci-dessus peut être réécrite sous la forme:

$$u = \frac{\sigma}{E} l_{ép} + \delta_c \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u} \right), \text{ pour } \delta \leq \delta_c \tag{9.7}$$

Selon la double loi de comportement (Fig. 9.3), le processus d'adoucissement aura lieu seulement si $\delta_c > \varepsilon_u l_{ép}$. Pour $\delta_c = \varepsilon_u l_{ép}$ le niveau de contrainte chutera brutalement jusqu'à zéro. Et pour $\delta_c < \varepsilon_u l_{ép}$, on aura un saut de déplacement négatif.

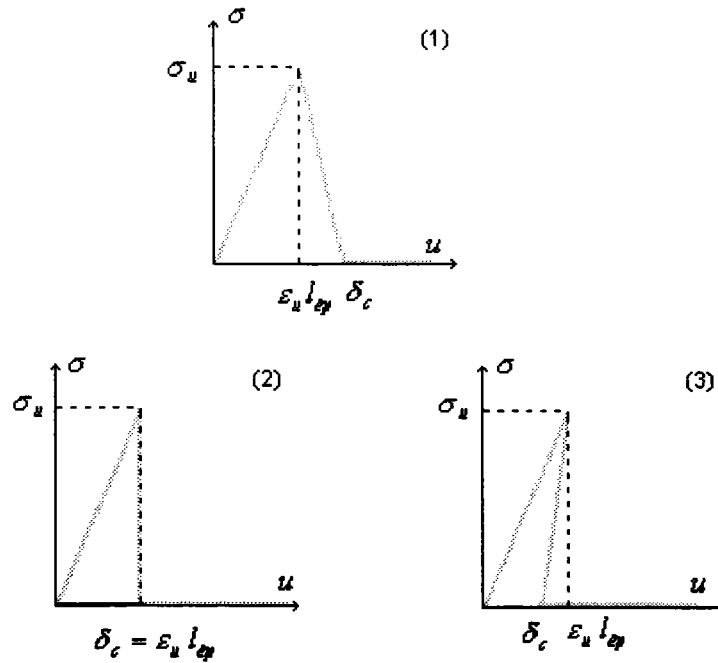


Fig. 9.5 Réponse de la structure en contrainte-déplacement; (1) adoucissement normal; (2) et (3) rupture brutale (A. Carpinteri [5.1])

L'équation (9.7) peut être réarrangée de manière à faire apparaître la condition d'adoucissement.

$$u = \delta_c + \sigma \left(\frac{l_{ép}}{E} - \frac{\delta_c}{\sigma_u} \right) \quad (9.8)$$

D'où la condition

$$\left(\frac{l_{ép}}{E} - \frac{\delta_c}{\sigma_u} \right) < 0 \quad (9.9)$$

Pour $\left(\frac{l_{ép}}{E} - \frac{\delta_c}{\sigma_u} \right) < 0$, la rupture sera la conséquence d'un développement stable de l'endommagement. Pour $\left(\frac{l_{ép}}{E} - \frac{\delta_c}{\sigma_u} \right) \geq 0$, on aura au contraire rupture brutale de type fragile.

La condition de rupture brutale peut être mise sous forme non dimensionnelle comme suit:

$$\frac{(\delta_c/2D)}{\varepsilon_u (l_{ép}/D)} \leq \frac{1}{2} \quad (9.10)$$

avec D largeur de l'éprouvette considérée.

Le rapport $(\delta_c/2D)$ est défini par A. Carpinteri comme étant un nombre caractéristique de la transition ductile-fragile, "nombre de fragilité".

$$S_E = \frac{\delta_c}{2D} = \frac{G_f}{\sigma_u D} \quad (9.11)$$

La relation (9.10) peut alors être réécrite sous la forme:

$$\frac{S_E}{\varepsilon_u \xi} \leq \frac{1}{2} \text{ avec } \xi = \frac{l_{ep}}{D} \text{ l'élancement de l'éprouvette.} \quad (9.12)$$

Suivant une procédure similaire à celle développée ci-dessus A. Carpinteri a montré que dans le cas d'une poutre en béton sujette à une flexion trois la transition ductile-fragile se produit pour :

$$\frac{S_E}{\varepsilon_u \xi} \leq \frac{1}{3} \quad (9.13)$$

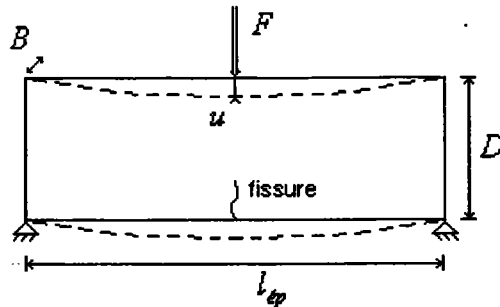


Fig. 9.6 Poutre en flexion trois points

9.4 Fissures fictives: simulations numériques

Par ailleurs, A. Carpinteri a implanté un modèle de fissure fictive basé sur une double loi de comportement linéaire dans un code éléments finis. Quelques uns des résultats des simulations numériques obtenus par A. Carpinteri sur des poutres sollicités en flexion trois points (voir Fig. 9.6) sont donnés ci-dessous.

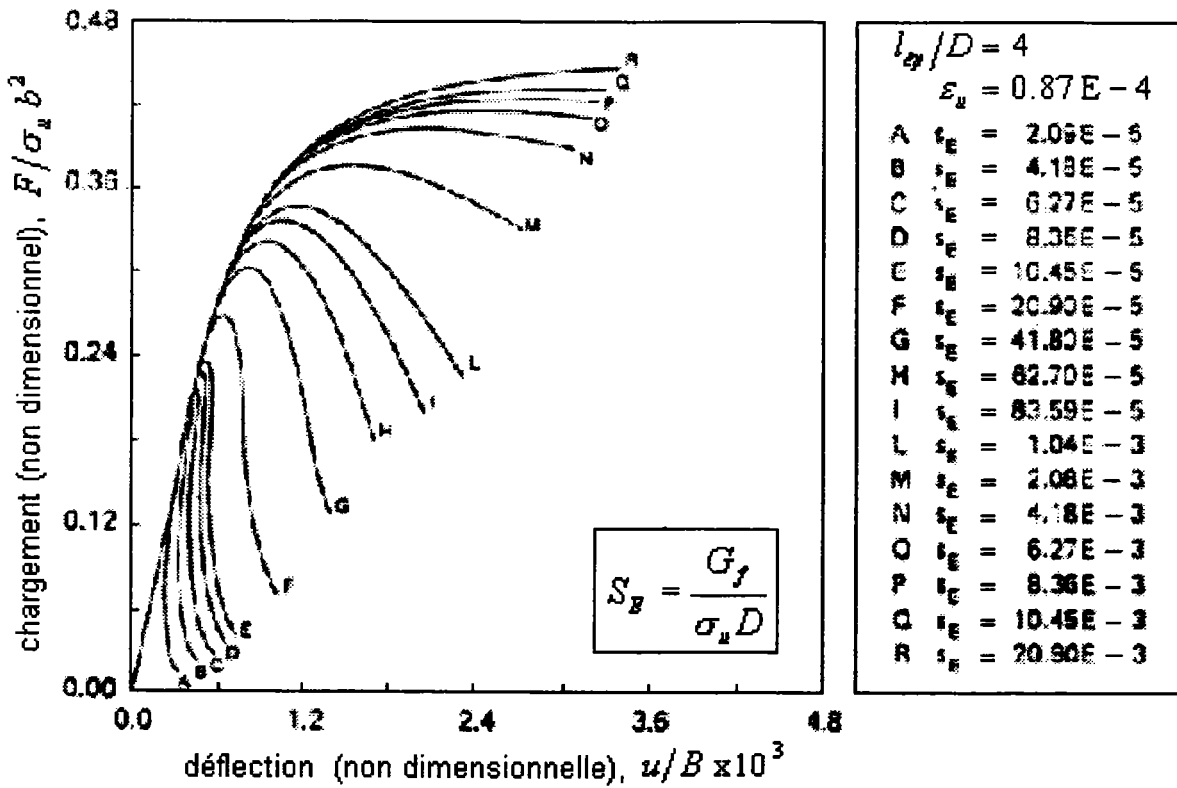


Fig. 9.7 Réponse d'une poutre sollicitée en flexion trois points (A. Carpinteri [5.1])

Le matériau considéré par A. Carpinteri est un béton ayant pour constantes matériau $\varepsilon_u = 0,87E-04$, $\nu = 0,1$ et pour constantes géométriques $B = D$ et $l_{ep} = 4D$.

A chaque valeur de S_E pour lesquelles A. Carpinteri a effectué des simulations numériques correspond une structure d'une certaine dimension. La figure 9.7 met donc en évidence la capacité des modèles de fissures fictives à rendre compte de l'effet d'échelle sur le comportement global des structures.

Chapitre 10

Approches non-locales et théorie des gradients en plasticité

10.1 Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la modélisation du processus d'endommagement d'un matériau est parfois nécessaire lors que l'on veut rendre compte de l'effet de la taille d'une structure sur son comportement global.

L'utilisation des codes de calcul numériques ont fait apparaître plusieurs problèmes liés à l'utilisation de loi de comportement prenant en compte l'endommagement (i.e. l'adoucissement) du matériau.

G. Pijaudier, Z.P. Bazant & M. Tabbara [10.1] (1988) ont montré d'une part que la localisation de l'endommagement et des déformations est liée au raffinement du maillage adopté et d'autre part que la taille de cette zone de localisation tend vers zéro pour un maillage infiniment fin. Ce dernier point tendrait à dire que l'énergie dissipée à rupture peut être nulle !

Diverses approches visant à contrôler la taille de la zone de localisation des déformations ont été développées. Certaines font appel à de simple moyenne sur un certain volume caractéristique d'une des variables contrôlant le comportement du matériau (déformation plastique équivalente, fraction volumique des porosités, etc.), d'autres font appel à dérivées premières ou secondes de ces mêmes variables internes.

Les approches basées sur des moyennes, approches dites non-locales, intéressent principalement les matériaux endommageable type bétons, métaux poreux ou les matériaux présentant un motif interne type matériaux composites tissés. Toutefois, il existe un lien réel entre ces modèles non-locaux et les modèles basés sur les gradients de déformations développés à l'origine afin de modéliser le comportement plastique des métaux.

Ce chapitre comprend une synthèse de toutes des approches non-locales et des approches basées sur des gradients de déformation ainsi qu'une brève description du modèle à bande de fissuration de Z.P. Bazant. Ce modèle à bande de fissuration qui constitue probablement la méthode la plus rudimentaire pour contrôler la taille de la zone d'élaboration du processus de rupture consiste à donner aux éléments d'un maillage (finis) une largeur égale à la taille de la bande endommagée par fissuration rencontrée dans les bétons.

Finalement, on présentera aussi la relation existante entre les modèles non-locaux et les approches basées sur les gradients de déformation et un exemple d'application d'un modèle basé sur les gradients de déformation.

10.2 Modèle à bande endommagée par fissuration

Z.P. Bazant [10.2] (1982) et Z.P. Bazant & Oh [10.3] (1983) ont développé une approche visant à contrôler la taille de la zone de localisation du dommage. Dans leur étude, ils se sont plus particulièrement attachés à modéliser la présence des bandes endommagées par fissuration que l'on rencontre habituellement dans les bétons. Numériquement parlant, cette bande endommagée par fissuration est modélisée par une bande d'éléments de largeur égale à la zone fissurée. A cette bande d'éléments est associé une loi de comportement prenant en compte l'endommagement du matériau. La largeur de cette bande constitue une longueur caractéristique interne au matériau. L'introduction d'une longueur caractéristique du processus de fissuration dans les calculs de structure permet, comme on peut s'y attendre, de rendre compte de l'effet d'échelle.

Considérant l'éprouvette de traction et la double loi de comportement présentée précédemment (voir Chapitre 9) il est possible de dresser un parallèle entre les modèles de fissures fictives et le modèle à bande endommagée par fissuration de Z.P. Bazant.

En effet, si l'on considère ε_{fiss} comme étant la déformation inélastique dans la zone de fissuration et la largeur de la bande de fissuration h , il est alors possible d'identifier le produit $h\varepsilon_{fiss}$ avec le déplacement lors de l'ouverture de la fissure.

Contrairement aux modèles à bande de fissuration, les approches non-locales et celles basées sur des gradients de déformations ne présupposent pas la connaissance l'endroit où la rupture va prendre place.

10.3 Approches non-locales

Dans les approches non-locales, la variable non-locale considérée peut être la limite élastique, l'énergie dissipée, la déformation plastique, etc. Dans le cas où la déformation plastique est retenue comme variable non-locale, la contrainte en un point est supposée dépendre non seulement de la déformation en ce point mais aussi des déformations dans le voisinage de ce point. La déformation non-locale prise en compte dans la loi de comportement considérée est alors obtenue par simple moyenne avec fonction de poids des déformations sur un volume, une surface ou un segment caractéristique suivant que respectivement le calcul est tri, bi ou monodimensionnel.

$$\bar{\varepsilon}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \alpha_p(x-s) \varepsilon(s) dV(s) \text{ avec} \quad (10.1)$$

$$V_r(x) = \int_V \alpha_p(x-s) dV(s). \quad (10.2)$$

$\varepsilon(s)$ est la déformation en un point du volume caractéristique V_r , $\bar{\varepsilon}(x)$ est la déformation moyenne et α_p une fonction de poids.

Pour des questions de convergence de l'algorithme, on peut montrer qu'il est préférable de retenir des fonctions de poids lisses ne prenant jamais la valeur zéro sur le zone caractéristique considérée.

La fonction de Gauss ou la fonction en cloche sont deux choix judicieux.

Fonction en cloche:

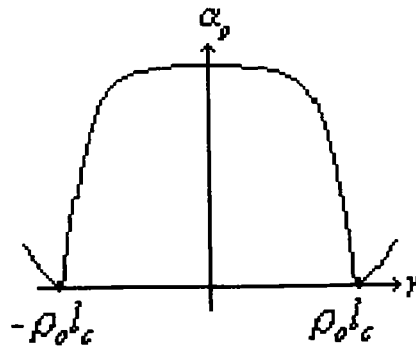


Fig. 10.1 Fonction cloche (Z.P. Bazant [10.4])

avec

$$\alpha_p = \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_0 l_c} \right)^2 \right]^2 \text{ si } |r| < \rho_0 l_c$$

$$\alpha_p = 0 \text{ si } |r| \geq \rho_0 l_c \tag{10.3}$$

où $r = |x - s|$ est la distance entre un point quelconque et le centre de la zone, l_c est la distance caractéristique définissant la zone sur laquelle la moyenne sur laquelle est effectuée la moyenne, ρ_0 est un coefficient choisi de telle manière que le volume en dessous de la fonction α soit égale à 1 pour $|r| \leq l_c/2$ et 0 pour $|r| > l_c/2$.

Certains modèles non-locaux comme le modèle développé par Z.P. Bazant, M. Jirasek & al. [10.5] (1994) et M. Jirasek [10.6] (1996) prennent aussi en compte l'interaction des microfissures entre elles. Ce modèle a été développé pour des matériaux à comportement élastiques.

$$\Delta \bar{S}^{(1)}(x) = \int_V \Lambda(x, s) \Delta \bar{S}^{(1)}(s) dV(s) + \int_V \Phi(x, s) \Delta S^{(1)}(s) dV(s) \tag{10.4}$$

Avec V volume de la structure, $\Lambda(x, s)$ fonction décrivant l'influence des fissures entre elles, $\Delta \bar{S}^{(1)}$ incrément de contraintes principales maximales moyennes, $\Delta S^{(1)}$ valeur locale des incréments de contraintes principales maximales.

10.4 Théorie des gradients en plasticité

E.C. Aifantis [10.7] (1984, 1987) a proposé une simple modification des lois de comportement classique incluant un Laplacien de la déformation plastique.

$$f = \sigma^{eq} - \left(\Phi(\varepsilon^{pl,eq}) - c \nabla^2 \varepsilon^{pl,eq} \right) = 0 \tag{10.5}$$

σ^{eq} est la contrainte équivalent au sens de Von Mises, $\varepsilon^{pl,eq}$ la déformation équivalente plastique, Φ une loi de comportement classique et c une constante (les notations adoptées sont identiques à celles du chapitre 1).

L'introduction d'une telle loi dans un logiciel de calcul éléments finis pose des problèmes particuliers notamment en ce qui concerne les conditions aux limites; toutefois nous n'aborderons pas ce sujet dans cette bibliographie.

Une approche alternative à celle présentée ci-dessus prenant en compte des termes de courbures dans la définition de la déformation équivalente, a récemment été proposé par N.A. Fleck & J.W. Hutchinson [10.8] (1993).

$$\dot{E}^{pl,eq} = \sqrt{\left(\dot{\epsilon}^{pl,eq}\right)^2 + \left(l_{ch}\dot{\chi}^{pl,eq}\right)^2} \quad (10.6)$$

Avec $\dot{E}^{pl,eq}$ la vitesse de déformation plastique équivalente prenant en compte des termes de courbures,

$$\dot{\epsilon}^{pl,eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\dot{\epsilon}_{ij}^{pl}\dot{\epsilon}_{ij}^{pl}} \text{ la vitesse déformation plastique au sens de Von Mises,}$$

l_{ch} une longueur caractéristique du matériau et,

$$\dot{\chi}^{pl,eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\dot{\chi}_{ij}^{pl}\dot{\chi}_{ij}^{pl}} \text{ la vitesse de courbure plastique équivalente, avec}$$

$$\dot{\chi}_{ij}^{pl} = \alpha_{ikl}\dot{\epsilon}_{jl,k}^{pl} \text{ et } \alpha_{ikl} \text{ une matrice de permutation.}$$

L'expression de la déformation équivalente est alors donnée par:

$$E^{pl,eq} = \int_0^t \dot{E}^{pl,eq} dt \quad (10.7)$$

A partir de la nouvelle définition de la déformation équivalente qu'il ont introduit N.A. Fleck & J.W. Hutchinson ont établi une nouvelle définition de la contrainte équivalente en utilisant la définition de la puissance plastique dissipée.

$$\dot{W}^{pl} = s_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^{pl} + m_{ij}\dot{\chi}_{ij}^{pl} = \Sigma^{eq}\dot{E}^{pl,eq} \quad (10.8)$$

Avec \dot{W}^{pl} la puissance plastique dissipée, m_{ij} le tenseur des moments par unité de surface, s_{ij} le déviateur des contraintes et Σ^{eq} la définition de la nouvelle contrainte équivalente.

$$\Sigma^{eq} = \sqrt{\sigma^{eq} + l_{ch}^{-2}m^{eq}} \quad (10.9)$$

$$\text{Avec } \sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \text{ et } m^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}m_{ij}m_{ij}}.$$

N.A. Fleck & J.W. Hutchinson propose ensuite de relier la contrainte équivalente et la déformation équivalente définies par (10.7) et (10.9) par une loi de comportement à établir:

$$\Sigma^{eq} - \Phi(E^{pl,eq}) = 0 \quad (10.10)$$

10.5 Lien existant entre la plasticité enrichie par des termes de gradients et les approches non-locales

Alors que les approches basées sur les gradients de déformation ont été développées à l'origine pour modéliser le comportement plastique des matériaux (type métaux), le domaine d'application des approches non-locales s'est souvent limité à la modélisation de matériaux endommageables (type béton).

Il existe cependant une relation étroite en ces deux types d'approches. Considérons une barre de longueur l_b pour laquelle on a retenu comme variable non-locale la déformation plastique et comme fonction de poids la fonction cloche.

$$\bar{\varepsilon}^{pl,eq} = \frac{1}{l_c} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(|u|) \varepsilon^{pl,eq}(x+u) du \quad \text{avec } u = s - x \quad (10.11)$$

Si l'on suppose que $\varepsilon^{pl,eq}$ n'évolue que lentement sur le segment de longueur $\rho_0 l_c$ centré en x , on peut alors approximer $\varepsilon^{pl,eq}(x+u)$ par un développement de Taylor. Substituant ce développement limité dans la relation (10.11), on obtient alors:

$$\bar{\varepsilon}^{pl,eq}(x) = \varepsilon^{pl,eq}(x) + \frac{\partial \varepsilon^{pl,eq}}{\partial x}(x) l_c \mu_1 + \frac{\partial^2 \varepsilon^{pl,eq}}{\partial x^2}(x) l_c^2 \mu_2 + \dots + \frac{\partial^n \varepsilon^{pl,eq}}{n! \partial x^n}(x) l_c^n \mu_n \quad (10.12)$$

$$\text{où } \mu_i \text{ est défini par } \mu_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(|s|) \frac{s^n ds}{l_c^{n+1}}.$$

$\alpha(|s|)$ étant une fonction paire, les constantes μ_i sont nulles pour les valeurs impaires de i .

Si d'autre part, on se limite aux termes d'ordre deux, on obtient la relation:

$$\bar{\varepsilon}^{pl,eq} \approx \varepsilon^{pl,eq}(x) + l_c^2 \mu_2 \frac{\partial^2 \varepsilon^{pl,eq}}{2 \partial x^2}(x) \quad (10.13)$$

En substituant le membre droit de l'expression (10.13) dans une loi de comportement non-locale on obtiendra un modèle basé sur les gradients de déformation.

10.6 Application analytique d'un modèle basé sur les gradients de déformation

Afin d'expliquer l'effet d'échelle rencontré à la limite d'élasticité par Morrison lors de ces expériences sur des éprouvettes en torsion (voir chapitre 3), T. Malmberg [10.9] (1998) a utilisé une approche basée sur les gradients de déformation.

Le comportement élastique d'une éprouvette en torsion est caractérisé par la relation:

$$\tau = G \gamma_G \quad \text{ou} \quad \tau = G \varphi r \quad (10.14)$$

avec G module de cisaillement, γ_G angle de glissement, r rayon de courant de l'éprouvette (voir figure 3.12), φ angle de rotation.

La région plastique de l'éprouvette est caractérisée par une loi de comportement incluant des termes de gradients:

$$\tau = \tau_o - c_1 |\nabla \gamma_G| - c_2 \nabla^2 \gamma_G \text{ ou } \tau = \tau_o - c_1 \varphi - c_2 \frac{\varphi}{r} \quad (10.15)$$

avec τ_o la limite d'élasticité et c_1, c_2 des constantes.

A la frontière des zones élastique et plastique on a:

$$r = r_{el}, \tau = \tau_y \text{ et } \tau_y = G \varphi r_{el} = \tau_o - c_1 \varphi - c_2 \frac{\varphi}{r_{el}} \quad (10.16)$$

avec τ_y limite d'élasticité apparente et r_{el} frontière élastoplastique.

La limite d'élasticité apparente d'une éprouvette de torsion est atteinte lorsque $r_{el} = R_{ep}$, R_{ep} étant le rayon de l'éprouvette considérée.

D'après la relation (10.16) une loi d'effet d'échelle sur la limite d'élasticité peut être écrite sous la forme:

$$\tau_y = \frac{\tau_o}{\left(1 + \frac{(c_2/G) + (c_2/G)R_{ep}}{R_{ep}^2}\right)} \quad (10.17)$$

Comme on peut le voir ci-dessous les résultats expérimentaux de Morrison sont en bon accord avec le modèle proposé.

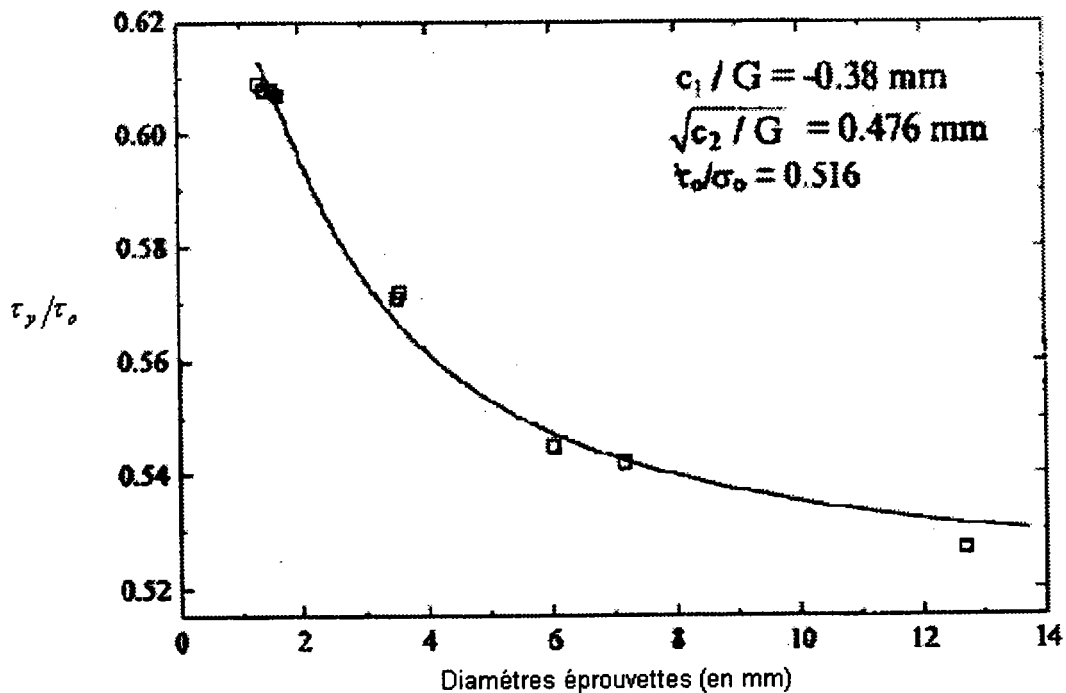


Fig. 10.2 Modèle de T. Mamlberg et résultats expérimentaux de Morrison [10.9]

Chapitre 11

Modèles de rupture ductile et effet d'échelle

11.1 Introduction

Dans ce chapitre sont présentés deux modèles de rupture ductile issus des travaux de Y. d'Escatha & J.C. Devaux [11.1] (1979) et J.C. Devaux, F. Mudry, A. Pineau & G. Rousselier [11.2] (1989) pour le premier de ces modèles et des travaux de J.H. Giovanola, S.W. Kirkpatrick & J.E. Crocker [3.17] (1999) et J.H. Giovanola & S.W. Kirkpatrick [3.13] (1998) pour le second de ces modèles.

Ces deux modèles de rupture prennent en compte la croissance isotropique et la coalescence des inclusions présentes dans les métaux ductiles.

Les deux critères de rupture proposés sont tout deux des critères à deux paramètres:

- une zone de dimension indépendante de la taille de structure considérée jouant un rôle particulier dans l'élaboration du processus de rupture,
- et un critère de rupture local.

J.C. Devaux & al. ont supposé que la rupture d'un matériau ductile pouvait être caractérisée par une valeur critique du taux de croissance des cavités.

J.H. Giovanola & al. ont utilisé une fonction de dommage établie à partir du critère de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie [11.3] (1976) pour caractériser la rupture des matériaux ductiles.

Pour J.C. Devaux & al. et J.H. Giovanola & al. la rupture ductile d'un matériau se produit dès lors que la totalité de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture est soumise à des conditions critiques.

11.2 Critères de rupture ductile

Le critère proposé par J.C.Devaux & al. a été adapté par ces auteurs à la méthode éléments finis. Ces auteurs ont considéré que la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture avait la taille d'un élément.

La phase de nucléation des inclusions présentent dans le matériau a été négligée. La croissance des cavités a été simulée à partir de deux formulations différentes.

La première de ces formulations est due à J.R. Rice & D.M. Tracey [6.9] (1969) a été développé à l'origine pour rendre compte de la croissance isotropique d'une cavité dans un matériau élastique parfaitement plastique. Afin de prendre en compte l'écrouissage du matériau, J.C.Devaux & al. ont remplacé la limite d'élasticité apparaissant dans la formulation originale de cette loi par la contrainte d'écoulement.

$$\frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.283 \exp\left[\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right] d\varepsilon^{pl,eq} \quad (6.27)$$

Avec σ_m la contrainte hydrostatique, σ_{eq} la contrainte équivalente, R_{cav} rayon d'une cavité et $d\varepsilon^{pl,eq}$ l'incrément de déformation plastique équivalente.

Une autre formulation de la croissance isotropique d'une cavité dans un matériau écrouissable issue des travaux de R. Hill [11.4] (1985) a été utilisé dans cette étude.

$$\frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.183 \exp\left[\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right] d\varepsilon^{pl,eq} \quad (11.1)$$

En intégrant une des deux relations ci-dessus tout au long du processus déformation du matériau, le rayon d'une cavité peut être calculé à chaque instant.

En prenant par exemple la relation (6.27) on obtient,

$$\ln\left(\frac{R_{cav}}{R_{cav}^0}\right) = \int 0.283 \exp\left[\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right] d\varepsilon^{pl,eq} \quad (11.2)$$

avec R_{cav}^0 le rayon initial d'une cavité.

Après étude de différents critères de rupture, J.C.Devaux & al. ont finalement retenu un critère basé sur le taux de croissance critique des cavités $\ln\left(\frac{R_{cav}}{R_0}\right)_c$.

L'approche proposée ci-dessus a été confrontée aux résultats expérimentaux de J.C. Devaux, G. Rousselier, F. Mudry & A. Pineau [3.14] (1985) décrit chapitre 3. On rappelle que le programme expérimental réalisé par ces auteurs incluait des essais de traction sur des éprouvettes entaillées et préfiissurées de trois diamètres 15, 30 et 50 millimètres et des essais sur ces éprouvettes CT de deux épaisseurs 25 et 50 millimètres.

Les simulations numériques effectuées par J.C.Devaux & al. ont permis à ses auteurs de reproduire de façon satisfaisante les phases d'amorçage et de propagation de la fissure pour tout les types et dimensions d'éprouvettes testées exceptées les éprouvettes de 15 millimètres de diamètre. La forte déviation observé entre les résultats des simulations et les résultats expérimentaux obtenus pour ces éprouvettes a été attribuée à l'inadéquation de la courbe contrainte-déformation utilisée dans le domaine des grandes déformations.

Ci-dessous sont présentés les courbes d'avancement de fissure-déplacement obtenues pour les éprouvettes axisymétriques de 50 millimètres diamètre et pour les éprouvettes CT d'épaisseur 50 millimètres.

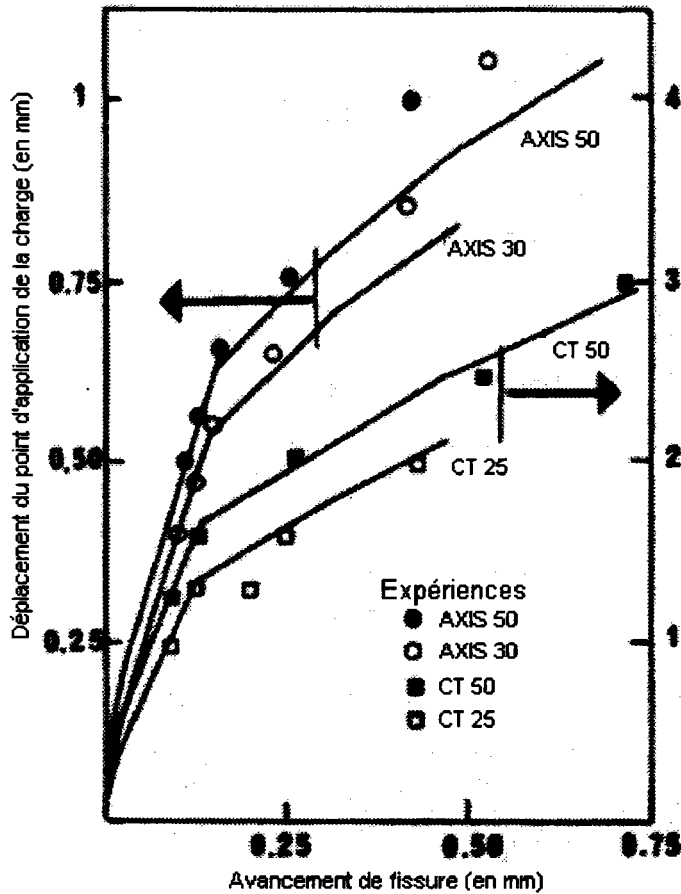


Fig. 11.1 Courbes déplacement-avancement de fissure (J.C.Devaux & al. [3.14])

Le premier paramètre de l'approche proposée par J.H. Giovanola & al. [3.13] (1998) est le dommage dans le matériau :

$$D = \int \frac{d\varepsilon^{pl,eq}}{\varepsilon_f(\sigma_m/\sigma_{eq})} \tag{11.3}$$

ε_f la déformation critique à rupture est définie à partir du critère de rupture de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie.

$$\varepsilon_f = \varepsilon_n + A_3 \exp(-3\sigma_m/2\sigma_{eq}) \tag{11.4}$$

Avec ε_n la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions et A_3 une constante dépendante du taux de croissance critique des cavités au moment de la rupture.

Le deuxième paramètre de l'approche de J.H. Giovanola & al. est le volume du matériau représentatif de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture.

Selon J.H. Giovanola & al. la rupture du matériau se produit dès lors que la moyenne du dommage sur la zone nécessaire à l'élaboration du processus est égale 1.

J.H. Giovanola & al. ont introduit l'approche qu'il propose dans un code de calcul aux éléments finis. Dans la méthode d'implantation retenue, la variable de dommage est tout d'abord calculée localement en chaque nœud du maillage, puis la moyenne de cette variable sur un volume égale à la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture est effectuée (en chaque nœud) est comparé au critère de rupture.

J.H. Giovanola & al. ont simulé numériquement l'effet d'échelle à l'amorçage et à la propagation de fissure sur des éprouvettes CT du même type que celles testées par R.E. Link [3.15] (1994) (Les résultats d'essais de R.E. Link ont été présenté chapitre 3, on rappelle qu'il s'agit d'essais sur des éprouvettes CT d'acier HY 130.).

On notera toutefois, que les dimensions d'éprouvettes retenues par J.H. Giovanola & al. sont différentes de celles des éprouvettes de R.E. Link.

Les courbes de charge-déplacement et de déplacement-avancement de fissure obtenues par J.H. Giovanola & al. sont présentées ci-dessous sous formes normalisées (les méthodes de normalisations de la charge, des déplacements et de l'avancement de fissure sont celles données au chapitre 3).

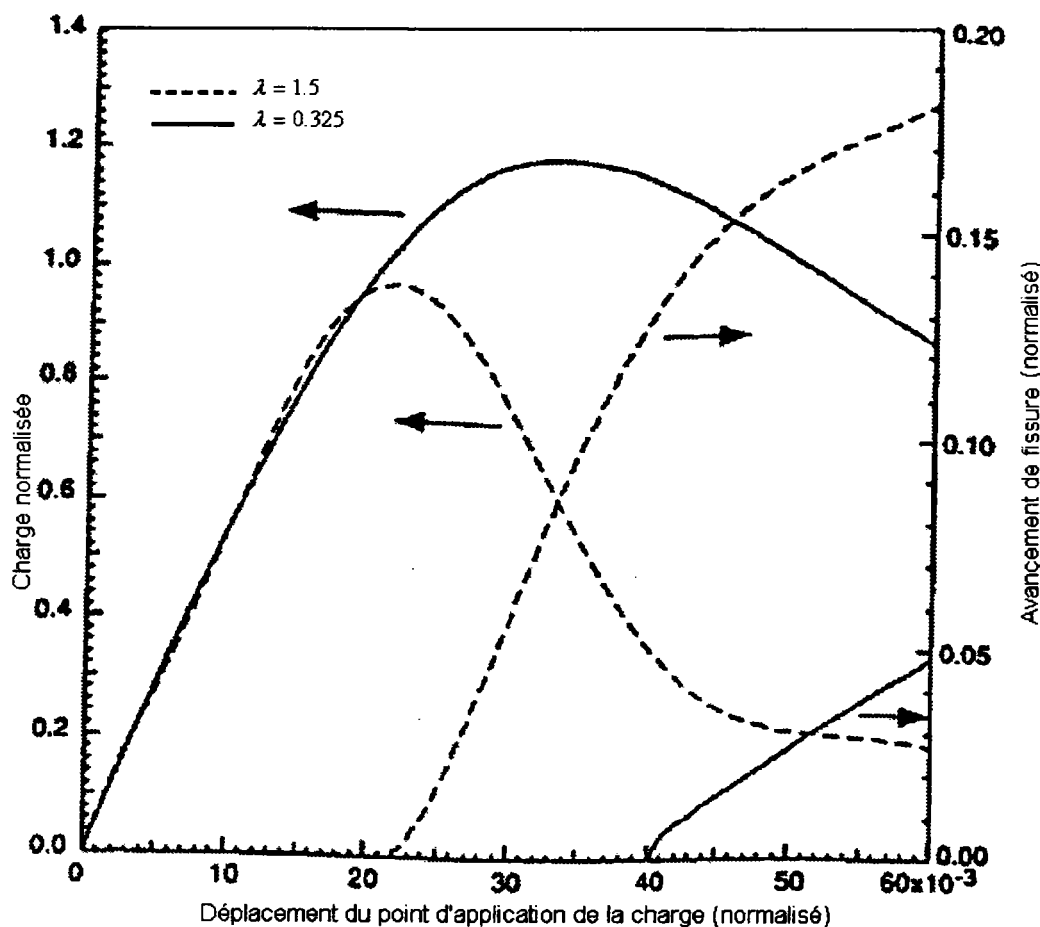


Fig. 11.2 Courbes charge-déplacement et déplacement-avancement de fissure – éprouvette CT (J.H. Giovanola & al. [3.14])

Les résultats des simulations numériques effectuées par J.H. Giovanola & al. sont qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux obtenus par R.E. Link (chapitre 3). L'effet d'échelle à l'amorçage et à la propagation de fissure est relativement bien rendu.

Dans leur article référencé [3.13], J.H. Giovanola & al. présentent aussi les résultats des simulations numériques relatifs aux essais d'éprouvettes de flexion trois points effectués par J.H. Giovanola & al. (réf. [3.17]). A la vu des résultats obtenus, on dire que le modèle numérique de J.H. Giovanola & al. n'est pas capable de rendre compte du processus de fissuration intervenant dans les éprouvettes entaillées de flexion trois points. Cette absence de corrélation entre résultats expérimentaux et résultats numériques peut s'expliquer par la différence entre les micromécanismes pris en compte par le modèle de J.H. Giovanola et les micromécanismes de rupture intervenant dans la réalité.

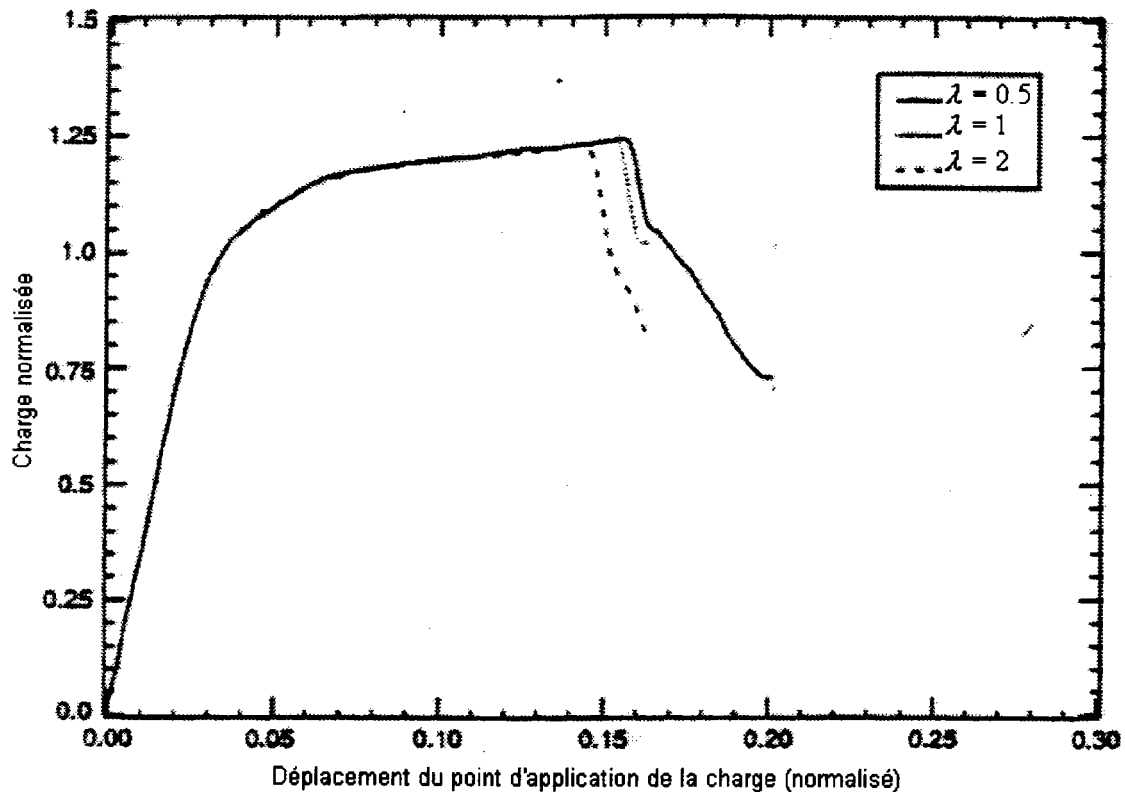


Fig. 11.3 Courbes charge-déplacement – Eprouvette entaillée de flexion trois points (J.H. Giovanola & al. [3.13])

Discussion

Cette revue bibliographique nous a permis de nous rendre compte que l'étude de l'effet d'échelle dans les métaux ductiles est un sujet qui n'a que peu suscité d'intérêt. Ceci est probablement dû au fait que l'effet d'échelle rencontré dans ces métaux est peu marqué. A l'opposer l'étude de l'effet d'échelle dans les matériaux hétérogènes (béton, ciment, matériaux composites) est un des secteurs de la recherche en mécanique des matériaux les plus actifs. L'effet d'échelle prononcé rencontré dans ces matériaux est en grande partie lié à la taille des hétérogénéités qu'ils contiennent (agrégats dans les bétons, motifs de tissage dans les matériaux composites).

Dans le chapitre 3 de cette étude bibliographique "effet d'échelle - aspects phénoménologiques", nous avons vu qu'il était parfois impossible de remplir toutes les conditions de similarités ce qui mène à un effet d'échelle apparent qui n'est pas lié aux propriétés du matériau. Nous avons vu en particulier qu'il n'était pas possible de fournir à deux projectiles de taille différente une même puissance cinétique spécifique à l'impact et conserver simultanément des vitesses de déformation identiques dans ces projectiles. On rencontra ce même problème dans le cas d'essais Hopkinson, en effet pour que les conditions de similarités soient respectées, il faudrait à la fois que la vitesse de déplacement des têtes d'éprouvettes et que la vitesse de déformation dans les éprouvettes restent identiques quelque soit la taille des éprouvettes testées. Ceci est bien entendu rigoureusement impossible. Il semblerait toutefois que l'impact de ce problème soit très limité.

En dynamique rapide des phénomènes transitoires de propagation d'ondes peuvent être à l'origine du comportement dissimilaire de structures de différentes tailles. Toutefois, les éprouvettes utilisées lors des essais d'Hopkinson que nous allons étudier ont été dimensionnées de façon à limiter la durée de ces phénomènes transitoires de propagation d'ondes au minimum. On ne devrait donc pas rencontrer de problèmes liés aux propagations d'ondes dans notre cas.

Le chapitre 3 de cette étude bibliographique contient une revue de différentes études expérimentales portant sur l'effet d'échelle dans les métaux en présence de champs de déformation uniforme, éprouvettes lisses en traction et en présence de champs de déformation non-uniforme essais de torsion, poutres en flexion, éprouvettes entaillées, etc. A la vu cette revue bibliographique, il apparaît que l'effet d'échelle concerne principalement les caractéristiques à rupture des éprouvettes et leur comportement dans le domaine instable (domaine compris entre la charge maximale supportée par les éprouvettes et la rupture) et ce aussi bien en présence de gradients de déformation que dans des champs de déformation uniforme. On notera en particulier, que la déformation à rupture (caractérisé par le diamètre des éprouvettes rompues) et la contrainte à rupture décroissent de manière systématique lorsque la taille des éprouvettes étudiées augmente.

Un effet d'échelle a aussi été mis en évidence à l'amorçage et la propagation des fissures dans les structures préfissurées. Pour des éprouvettes préfissurées l'amorçage du processus de fissuration est d'autant plus précoce que les dimensions des éprouvettes considérées sont grandes. J.H. Giovanola & al. [3.13] (1998) a pour sa part suggérer qu'il n'y avait pas d'effet d'échelle à l'amorçage du processus de fissuration dans les éprouvettes présentant un rayon d'entaille suffisamment grand. Toutefois les résultats expérimentaux obtenus par cet auteur sur des éprouvettes entaillées en flexion ne confirme pas cette hypothèse.

Les études répertoriées dans ce mémoire ont aussi permis de mettre en évidence un effet de la taille des éprouvettes sur la limite d'élasticité dans les aciers en présence de gradient de déformation. En effet, les résultats des études présentées font apparaître qu'en présence de gradient de déformation la limite d'élasticité diminue lorsque la taille des éprouvettes considérées augmente. De plus, dans les champs de déformations non-uniformes la limite d'élasticité apparente est toujours clairement supérieure à celle mesurée en traction ou compression lisse. Certains auteurs ont suggéré qu'il pouvait exister une zone à la surface du matériau à l'intérieure de laquelle la limite d'élasticité (de traction) doit être atteinte pour que le matériau puisse plastifier. Toutefois, les tentatives de développement de T. Malmberg visant à confirmer cette hypothèse ne semble pas être concluantes.

La mécanique linéaire de la rupture permet de traiter de l'effet d'échelle à rupture en présence de singularité (fissures, entailles, etc.) dans les matériaux fragiles. La mécanique non-linéaire de la rupture devrait permettre de traiter de l'effet d'échelle à rupture dans les matériaux ductiles lorsque les dimensions de la zone plastique en pointe de fissure ou d'entaille est de petite dimension par rapport au reste de la structure, toutefois, aucune étude expérimentale venant confirmer la validité de la loi d'effet d'échelle issue de la mécanique non-linéaire de la rupture n'a pu être trouvée dans la littérature.

A. Carpinteri [5.1] (1989) a développé une approche basée sur la mécanique de la rupture prenant en compte la taille et la distribution des microdéfauts et permettant de traiter de l'effet d'échelle à la charge critique en traction lisse. Cette loi d'effet d'échelle semble en bon accord avec les résultats expérimentaux (obtenus sur des matériaux quasi-fragile) obtenus par A. Carpinteri.

Weibull [6.1] (1939, 1951) a proposé et mis en forme une approche statistique permettant de caractériser l'effet d'échelle sur la contrainte à rupture. Cette approche qui est basée sur la théorie du maillon le plus faible, prévoit qu'une structure rompt à l'amorçage de la première fissure dès lors que la contrainte à rupture a été atteinte en un point quelconque de la structure considérée. De par sa formulation l'approche de Weibull n'est pas adapté au traitement de l'effet d'échelle dans les matériaux subissant un long processus d'endommagement et de redistribution de contrainte avant rupture. La loi d'effet d'échelle de Weibull n'est donc pas apte à caractériser l'effet d'échelle à rupture dans les matériaux quasi-fragile.

Dans les matériaux ductiles, deux cas peuvent se présenter en fonction de la géométrie de la structure considérée et du chargement qui lui est appliqué. Soit la structure étudiée rompt après un long processus de rupture accompagné d'une redistribution des contraintes, soit le phénomène d'instabilité plastique précède l'amorçage du processus de rupture et la structure rompt instantanément.

S. Carassou & al. [3.12] (1998) ont développé à partir du concept du maillon le plus faible deux approches permettant de traiter de l'effet d'échelle à la déformation rupture dans les matériaux ductiles rompant à l'instabilité plastique. La première de ces approches est basée sur le modèle de Gurson et la distribution des inclusions dans les métaux. Tandis que la seconde ces approches est basée sur le caractère aléatoire de la fraction volumique critique de cavités et sur le modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey. Ces deux approches ont montré être en excellent accord avec les résultats expérimentaux obtenus par S. Carassou & al. sur des éprouvettes entaillées.

Z.P. Bazant [7.1] (1984, 1997) a développé une famille de lois d'effet d'échelle sur la contrainte critique à rupture basée sur des considérations asymptotiques. Les lois d'effet d'échelle proposées par Z.P. Bazant permettent de traiter l'effet d'échelle aussi bien présence de singularités que dans les cas de fissures naissantes à la surface de structures lisses. Bien que les travaux de Z.P. Bazant aient été fortement axés sur la caractérisation de l'effet d'échelle dans les matériaux quasi-fragile, les résultats expérimentaux obtenus par Z.P. Bazant & al. [7.5] (1987) sur des éprouvettes d'aluminium entaillées semblent être en accord avec une des lois d'effet d'échelle proposé par Z.P. Bazant.

A. Carpinteri [8.1, 8.2] a introduit une approche fractale permettant de caractériser l'effet d'échelle à rupture dans les matériaux désordonnés. Dans cette approche il est supposé que la contrainte critique et l'énergie à rupture habituellement définie dans l'espace euclidien ne sont pas des constantes matériaux. Pour obtenir des valeurs de la contrainte critique et l'énergie à rupture intrinsèques au matériau, il convient de renormaliser ces quantités en tenant compte du caractère fractal raréfié (ou lacunaire) du ligament supportant la charge et du caractère fractal densifié de la surface de rupture. La théorie fractale a permis à A. Carpinteri d'expliquer d'une part l'effet d'échelle rencontré à la rupture dans des éprouvettes de béton lisses (G. Ferro [5.2] (1994)) et d'autre part d'expliqué la diminution du facteur d'intensité de contraintes dans les matériaux désordonnés.

Le concept de fissure fictive a été introduit à l'origine par Barenblatt & Dugdale [9.1] afin de rendre compte du comportement non-linéaire des métaux en fond d'entaille. Ce concept a été étendu par Hilleborg, Modéer & Petersson afin de modéliser le processus d'endommagement (et d'adoucissement associé) rencontré dans les matériaux quasi-fragiles. Les modèles de fissures fictives introduits par Hilleborg, Modéer et Petersson se différencient des modèles de Barenblatt & Dugdale par l'adoption d'un critère de rupture qui permet de simuler l'avancement de la fissure et par l'adoption d'une force de cohésion évoluant en fonction de l'ouverture de la fissure fictive. Les modèles de fissures fictives introduits par Hilleborg & al. permettent de simuler de l'effet d'échelle rencontré au niveau du comportement global des structures (voir l'exemple de calcul numérique effectué par A. Carpinteri Fig. 9.7)).

Les modèles de loi de comportement non-locales ont été introduites à l'origine afin de faciliter la modélisation de la localisation des déformations (et de l'endommagement) dans les matériaux quasi-fragiles lors des calculs élément finis. Des calculs numériques effectués par Z.P. Bazant & P.A. Pfeiffer [I.2] (1987) à partir de modèles non-locaux ont permis de confirmer la loi d'effet d'échelle introduite par Z.P. Bazant pour les structures entaillées et fissurées (Eq. 7.11).

Les lois de comportement incorporant des termes de gradients ont été introduites à l'origine afin d'enrichir les lois de comportement plastique classique.

Comme cela a été montré dans cette bibliographie, il existe un lien réel entre les modèles non-locaux ayant pour variable non-locale la déformation plastique et les modèles incluant des termes de gradients de déformation plastique.

Les modèles non-locaux et les modèles incluant des termes de gradients s'avèrent intéressants car ils ne présupposent pas la connaissance de l'endroit où la localisation des déformations apparaîtra contrairement aux modèles de fissures fictives (et aux modèles à bandes de fissurations). Cependant, ils ne permettent pas de prévoir la rupture contrairement aux modèles de fissures fictives, à moins qu'ils ne soient associés à un critère de rupture. Par ailleurs, l'utilisation de modèles non-locaux est très coûteuse en terme de temps de calcul et l'implantation de modèle incluant des termes de gradients dans les codes éléments finis est une chose peu aisée du fait de l'apparition de conditions aux limites non-conventionnelles.

On notera aussi que dans les modèles de fissures fictives tout comme les modèles non-locaux ayant pour variable non-locale la déformation plastique et les modèles basés sur des lois de comportement enrichies avec des termes de gradients de déformation plastique ne prévoient pas d'effet dans les éprouvettes lisses en traction avant que la contrainte maximale ne soit atteinte. Ceci est cohérent avec les expérimentaux obtenus par B.B. Chechulin [3.22], mais opposé aux observations expérimentales de A. Buch [3.24]. Dans son étude A. Buch avait considéré des aciers contenant une densité significative d'inclusions, il donc est probable que se soit la dimension intrinsèque liée à la taille des inclusions présentent qui soit à l'origine de l'effet d'échelle observé.

En présence de gradient de déformation, en flexion, en torsion, ou présence de singularités, les modèles de fissures fictives, les modèles non-locaux ayant pour variable non-locale la déformation plastique et les modèles basés sur des lois de comportement enrichies avec des termes de gradients de déformation mettent en évidence un effet d'échelle dès la limite d'élasticité. Les résultats expérimentaux obtenus par J.H. Giovanola & al. [3.17] sur des éprouvettes entaillées soumises à un chargement de flexion trois points ne laissent pas apparaître d'effet d'échelle avant l'amorçage du processus de fissuration. Les points d'amorçage du processus de fissuration relevé par J.H. Giovanola & al. se situent un peu avant le point de charge maximale et donc à des déplacements bien supérieurs au déplacement à la charge limite (charge correspondant à la limite d'élasticité). Les modèles non-locaux ayant pour variable non-locale la déformation plastique et les modèles basés sur des lois de comportement enrichies avec des termes de gradients de déformation ne sont donc pas adaptés pour traiter l'effet d'échelle rencontré par J.H. Giovanola & al.

J.C. Devaux & al. et J.H. Giovanola & al. ont proposé des modèles de rupture ductile basés directement ou indirectement sur la croissance et la coalescence des cavités présentes dans les matériaux ductiles. Ces modèles introduit dans des logiciels éléments finis ont permis de rendre compte de l'effet d'échelle dans des structures pré-fissurées lors de l'amorçage et de la propagation de fissures. Pour des éprouvettes entaillées ou lisses la validité de ces modèles reste à vérifier. Toutefois, on remarquera les approches proposées par J.C. Devaux & al. et J.H. Giovanola & al. reposent sur une description physique du processus de rupture rencontré dans les matériaux ductile contrairement aux modèles basés sur une déformation non-locale (ou des gradients de déformation) où la modélisation du dommage intervenant n'apparaît pas.

DEUXIEME PARTIE: ETUDE EXPERIMENTALE

Introduction

Trois types d'acier constituant les principaux éléments d'un couvercle de réacteur nucléaire ont été testés dans le cadre de ce programme de recherche. Un acier austénitique X6CrNiNb1810 dont est constitué un support de tuyauterie interne aux réacteurs. Ce support de tuyauterie se situe entre le cœur du réacteur et son couvercle, un acier ferritique 20MnMoNi55 dont est composé le couvercle du réacteur proprement dit et un acier ferritique 26NiCrMo145 constituant du système de fixation du couvercle. Ce système de fixation est basé sur un ensemble tiges filetées-boulons.

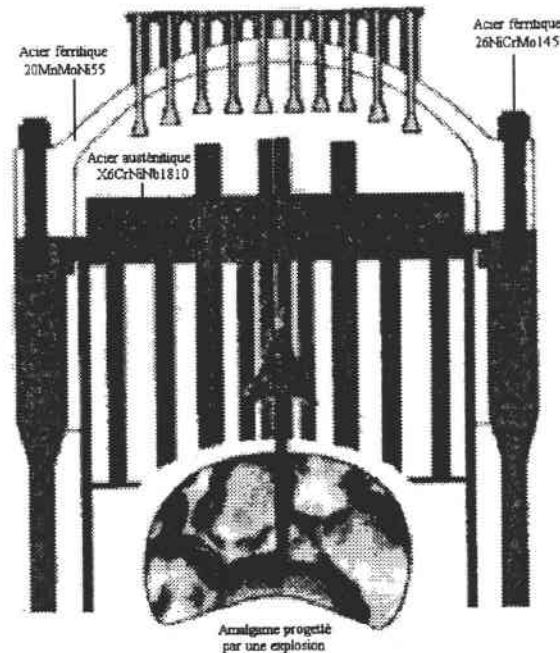


Fig. II.1 Couvercle d'une cuve de centrale nucléaire

Dans le cadre de ce programme de recherche, des essais de traction sur des éprouvettes lisses et entaillées, des essais de Charpy et des essais de sollicitations biaxiales ont été effectués.

Les conditions d'essais, température et vitesse de déformation ont été définies de façon à être représentative des conditions rencontrées lors des différents scénarios possibles d'accidents dans les réacteurs. Typiquement des vitesses de déformation allant de 100/s à 500/s sont atteintes dans les matériaux constituant les différents éléments d'une cuve de réacteur lors d'une explosion.

Chapitre 12

Appareillages d'essais et éprouvettes testées

12.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous ne nous intéresserons qu'aux essais mécaniques en rapport avec ce travail de thèse portant sur l'étude de l'effet d'échelle sur les propriétés mécanique des aciers à hautes vitesses de déformation et à température ambiante. Seuls l'acier austénitique X6CrNiNb1810 et l'acier ferritique 20MnMoNi55 ont fait l'objet d'une étude concernant l'influence de la taille des éprouvettes considérées sur leurs caractéristiques mécaniques.

Pour chacun de ces deux aciers, des éprouvettes de traction de trois diamètres, 3 millimètres, 9 millimètres et 30 millimètres ont été étudiées. Des éprouvettes lisses et entaillées ont été testées afin de permettre la caractérisation de l'effet d'échelle sur les propriétés mécaniques des matériaux dans des champs de déformation homogènes et en présence de gradient de déformation. Les rayons des entailles des éprouvettes entaillées ont été définis comme étant proportionnels aux diamètres de chaque taille d'éprouvettes testées de manière à conserver des conditions de similarités géométriques parfaites (0.3, 0.9 et 3 millimètres). Quatre niveaux de vitesses de déformation ont été considérés 10^{-3} , 0.1, 10 et 200/s pour chacun des trois diamètres d'éprouvettes lisses testées. De même, quatre niveaux de vitesse de déplacement ont été appliqués à chaque type d'éprouvettes entaillées.

Les essais de caractérisation en traction à hautes vitesses de déformation des aciers ferritique 20MnMoNi55 et austénitique X6CrNiNb1810 effectués dans le cadre de ce programme de recherche ont été confiés au laboratoire d'essais dynamique "LDTF" d'Ispra qui dispose de moyen d'essais étendu dans ce domaine.

Les équipements disponibles au sein du laboratoire d'essais dynamique "LDTF" ne permettant pas d'effectuer les essais de traction statique (vitesse de déformation $\sim 0.001\text{s}^{-1}$) et les essais à la vitesse de 0.1/s pour les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre ceux-ci ont été délégués à des laboratoires externes.

Les différentes machines du laboratoire d'essais dynamiques "LDTF" utilisées dans le cadre de ce projet sont les suivantes:

- un tensiomètre de Hounsfield permettant d'obtenir des vitesses de déformation allant de 10^{-4} à 10^{-2} /s pour des diamètres d'éprouvettes n'excédant pas 3 millimètres. Cette machine a été retenue pour effectuer les essais statiques prévus sur les éprouvettes de diamètre 3 lisses et entaillées.
- une machine hydropneumatique dont la vitesse de déplacement du piston tirant sur les éprouvettes imposée par un gaz sous pression est contrôlée par l'écoulement d'un jet d'eau au travers d'une électrovanne. Cette machine permet d'obtenir des vitesses de déformation allant de 10^{-1} /s à 50/s pour des diamètres d'éprouvettes n'excédant pas 3 millimètres. Cette machine a été retenue pour effectuer les essais aux vitesses de déformation de 0.1/s et 10/s sur les éprouvettes de diamètre 3 lisses et entaillées.
- une barre d'Hopkinson modifiée ayant un système de chargement basé sur une barre d'acier prétendue. Cette barre d'Hopkinson permet d'effectuer des essais à des vitesses de déformation allant de 10^2 à $5 \cdot 10^3$ /s pour des diamètres d'éprouvettes n'excédant pas 3 millimètres. Cette machine d'essais a été retenue pour les essais sur les éprouvettes de diamètre 3 à la vitesse de déformation de 200/s.
- une barre d'Hopkinson modifiée de grande dimension "LDTF" (Large Dynamic Tests Facilities) ayant un système de chargement basé sur des câbles d'acier prétendus. Cette barre d'Hopkinson peut générer des ondes de traction d'amplitude allant jusqu'à 2.5 MN. Cette machine d'essais a été retenue pour les essais effectués sur les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre à la vitesse de déformation de 10/s et 200/s.

Dans ce chapitre on trouvera une description de toutes les machines d'essais et des appareils de mesure utilisés au sein du laboratoire d'essais dynamique d'Ispra afin de caractériser nos aciers ferritique et austénitique en traction. Un exemple de relevés expérimentaux obtenu avec chaque type de machine utilisé sera donné. Par ailleurs, les principes de bases à partir desquels ont été développés la barre d'Hopkinson et les modifications proposées par M. Montagnani, C. Albertini & al. [12.1] et C. Albertini & M. Montagnani [12.2] permettant l'usage des barres d'Hopkinson pour des essais de traction seront décrit.

Les machines d'essais utilisées par les laboratoires externes ayant participé à la campagne d'essais nous concernant ne sont pas décrites dans ce qui suit. On notera toutefois, que les relevés expérimentaux qui nous ont été fournis par ces laboratoires sont identiques à ceux obtenus à l'aide de la machine de Hounsfield, figure (12.4).

Dans ce chapitre on trouvera également une brève description de la géométrie des éprouvettes testées; pour davantage de détails concernant la géométrie de ces éprouvettes le lecteur pourra éventuellement se référer à l'annexe D.

12.2 Description des éprouvettes

Éprouvettes lisses

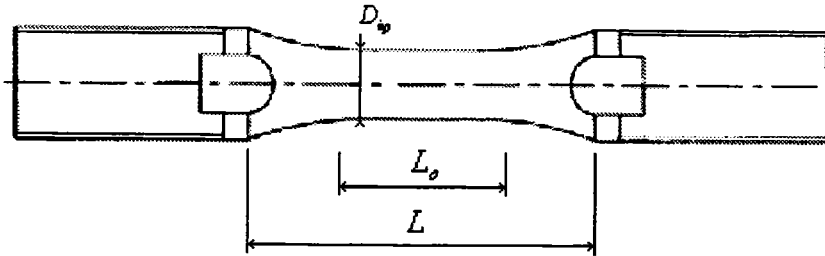


Fig. 12.1 Schéma des éprouvettes lisses

Les dimensions des éprouvettes des 3 diamètres considérés ont été proportionnées en fonction du diamètre D_{ep} de chaque éprouvette de façon à conserver des éprouvettes géométriquement similaires.

Des longueurs utiles L_o de 7, 21 et 70 millimètres ont été prises en compte respectivement pour les éprouvettes de 3, 9 et 30 millimètres de diamètre.

Trois à quatre éprouvettes ont été rompues pour chaque condition d'essai donnée.

Éprouvettes entaillées

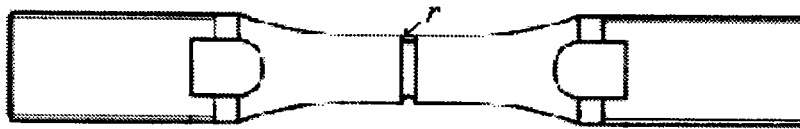


Fig. 12.2 Schéma des éprouvettes entaillées

Les éprouvettes entaillées géométriquement identiques aux éprouvettes lisses ont été testées dans des conditions similaires aux éprouvettes lisses.

Les rayons d'entailles r considérés pour les éprouvettes 3, 9 et 30 millimètres de diamètre sont respectivement de 0.3, 0.9 et 3 millimètres.

Les longueurs utiles prises en compte pour les éprouvettes de 3, 9 et 30 millimètres de diamètre sont respectivement de 5, 15 et 30 millimètres.

12.3 Tensiomètre de Hounsfield

Le tensiomètre de Hounsfield est un système composé d'un ensemble moteur électrique-réducteur monté en série avec une barre de chargement connectée à l'éprouvette à tester.

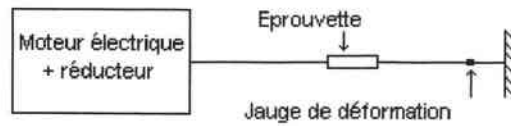


Fig. 12.3 Schéma de principe du tensiomètre de Hounsfield

Le tensiomètre de Hounsfield présent au sein du laboratoire LDTF est équipé d'une jauge de déformation permettant de mesurer l'état de contrainte dans l'éprouvette testée et d'un transducteur de déplacement permettant d'évaluer les déformations dans les éprouvettes.

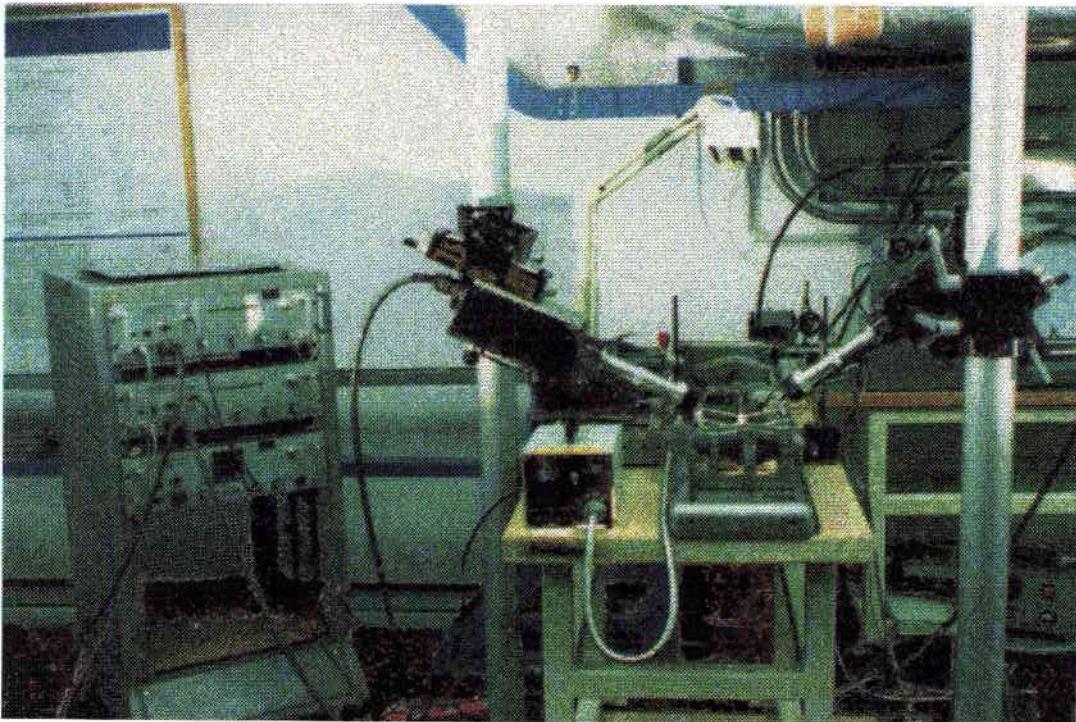


Fig. 12.4 Tensiomètre de Hounsfield

Un exemple de relevés obtenus à partir du Tensiomètre de Hounsfield est donné ci-dessous.

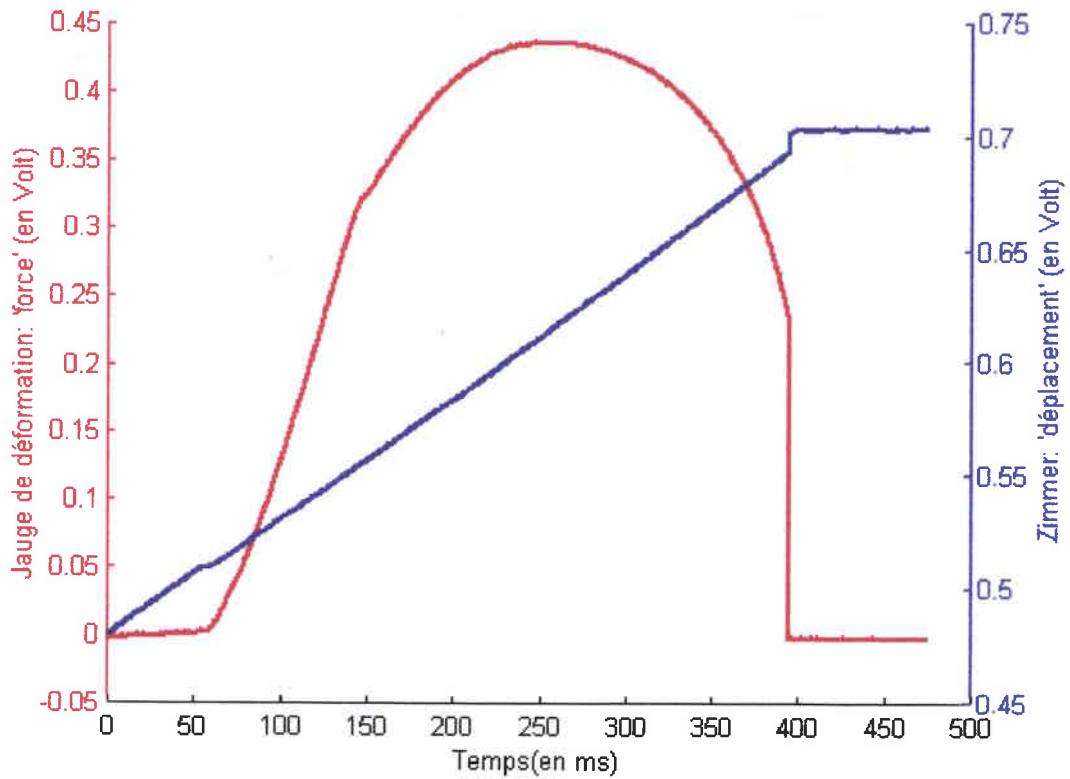


Fig. 12.5 Exemple d'un relevé expérimental obtenu à partir du tensiomètre de Hounsfield – éprouvette lisse

12.3 Machine hydropneumatique

La machine hydropneumatique ci-dessous développée au sein du laboratoire d'essais dynamique d'Ispra permet d'effectuer des essais à vitesse de déformation constante.

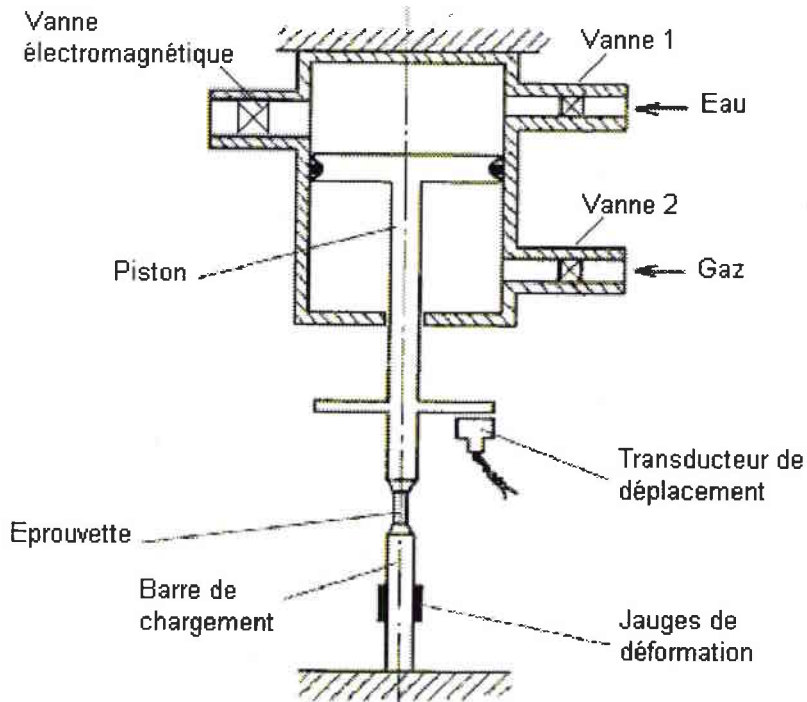


Fig. 12.6 Machine hydropneumatique du laboratoire LDTF

Cette machine est constituée d'un piston hydropneumatique monté en série avec l'éprouvette à tester.

Pour effectuer un essai à vitesse de déformation constante, il faut premièrement charger les deux chambres du piston à pression identique, la chambre supérieure du piston étant remplie avec de l'eau et la chambre inférieure avec un gaz quelconque.

Ensuite, l'électrovanne obturant l'un des orifices de la chambre supérieure est ouverte et l'eau s'écoulant par cette électrovanne à débit constant impose une vitesse de déformation constante à l'éprouvette.

L'état de contrainte dans les éprouvettes est déterminé à l'aide d'une jauge de déformation placée sur la barre supportant l'éprouvette. L'état de déformation dans les éprouvettes a été mesuré à l'aide d'un transducteur de déplacement.

Un exemple de relevé expérimental est donné ci-dessous. On remarquera que pendant toute la phase précédant l'apparition du phénomène de striction de l'éprouvette, la vitesse de déformation dans l'éprouvette est bien constante. A l'apparition du phénomène de striction, la vitesse de déformation se met à croître de manière quasi-exponentielle.

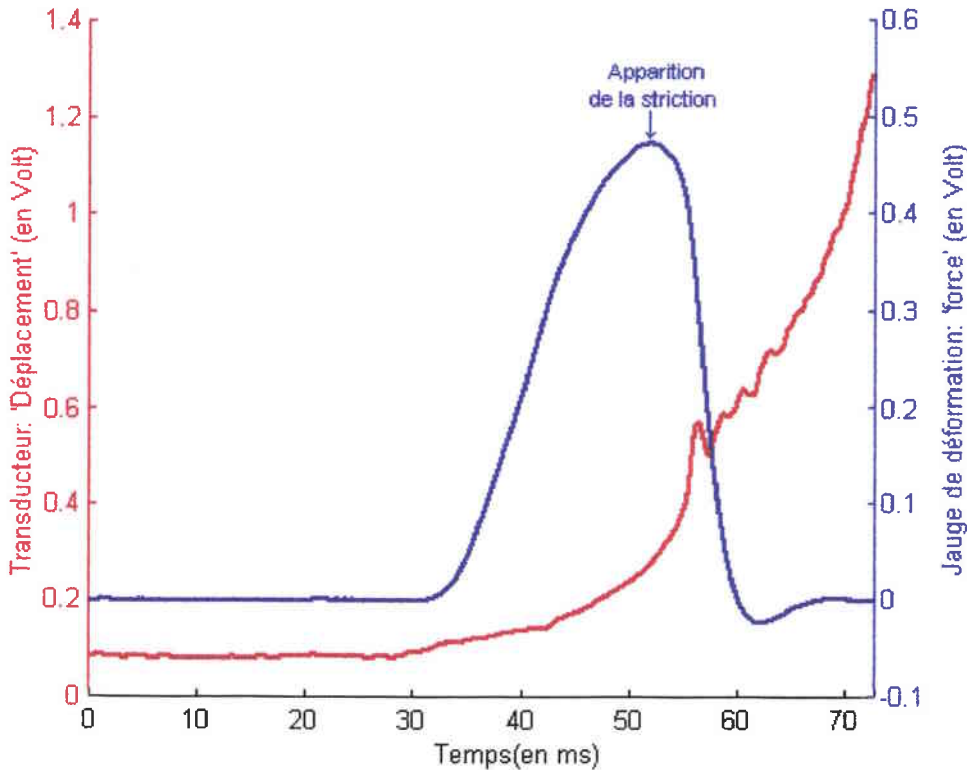


Fig. 12.7 Exemple de relevés expérimentaux obtenus à partir de la machine hydropneumatique – éprouvette lisse

12.4. Barre d'Hopkinson-Davies

Principe de la barre d'Hopkinson-Davies

La barre d'Hopkinson-Davies telle qu'elle a été développée à l'origine est un appareillage permettant de déterminer les caractéristiques d'un matériau en compression à haute vitesse de déformation. Cet appareillage est constitué d'un ensemble de deux barres entre lesquelles vient prendre place l'éprouvette à tester.

Lors du déroulement d'un essai, un projectile propulsé par un canon à gaz, ou tout autre dispositif, vient frapper l'extrémité gauche de la première demi-barre générant une onde de compression dont la longueur est dépendante de la longueur du projectile. Cette onde dite "onde incidente" se propage dans la première demi-barre jusqu'à l'interface barre-éprouvette où elle est partiellement réfléchiée. La partie de l'onde transmise poursuit son chemin à travers l'éprouvette et la deuxième demi-barre. La proportion de l'onde incidente transmise et réfléchiée est directement dépendante des caractéristiques du matériau et de la géométrie de l'éprouvette placée entre les deux demi-barres.

L'onde de compression se propageant dans la barre d'Hopkinson-Davies étant d'une part de grande longueur par rapport aux diamètres des deux demi-barres et d'autre part d'amplitude inférieure à la limite d'élasticité du matériau de ces deux demi-barres, la théorie élastique de propagation des ondes monodimensionnelles pourra être utilisée lors du dépouillement des données expérimentales.

La première demi-barre percutée par le projectile est appelée "barre incidente" et la deuxième barre "barre transmettrice".

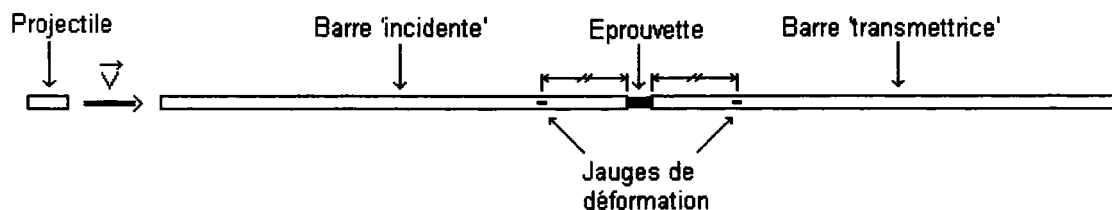


Fig. 12.8 Schéma de principe d'une barre d'Hopkinson-Davies

La longueur du pulse de compression généré par le projectile étant importante par rapport à la longueur de l'éprouvette, de nombreuses réflexions prennent place aux interfaces barres-éprouvette et l'état d'équilibre dans l'éprouvette est atteint rapidement.

Deux jauges de déformation placées sur les barres "incidente" et "transmettrice" à égale distance des interfaces barres-éprouvette permettent l'enregistrement des signaux incidents ε_I , transmis ε_T et réfléchis ε_R de manière synchronisée. La distance entre les jauges de déformation et les interfaces barres-éprouvette est choisie en fonction de la longueur de l'onde incidente de manière à éviter la superposition des signaux incident et réfléchi. Les enregistrements des signaux incident, transmis et réfléchi permettent de connaître l'état de contrainte et les déplacements aux interfaces barres-éprouvette avec un certain décalage dans le temps.

Partant du principe de la barre d'Hopkinson-Davies permettant de caractériser le comportement de matériaux en compression, divers dispositifs permettant de d'étudier le comportement des matériaux en traction à hautes vitesses ont été imaginés. On remarquera en particulier le dispositif proposé par Nicolas (1980).

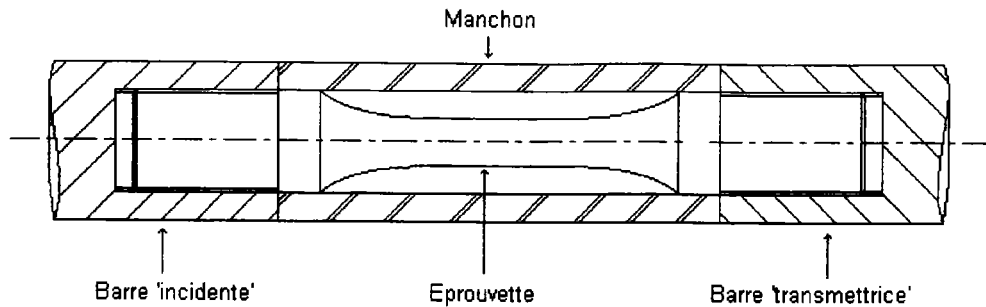


Fig. 12.9 Dispositif d'essais dynamique de traction

Nicolas utilise une barre d'Hopkinson-Davies identique à celle utilisée dans les essais de compression sur laquelle il a ajouté un manchon enveloppant l'éprouvette. Ce manchon permet à l'onde de compression d'atteindre l'extrémité libre de la barre transmettrice sans endommager l'éprouvette. L'onde de compression se réfléchissant en onde de traction à l'extrémité libre de la barre transmettrice vient en retour charger l'éprouvette.

Barre d'Hopkinson modifiée

M. Montagnani, C. Albertini & al. [12.1] et C. Albertini & M. Montagnani [12.2] (1974) ont développé un système de mise en charge des barres d'Hopkinson permettant de générer des ondes de traction. Ce système repose sur une barre de pré-tension en acier dans laquelle est stockée de l'énergie élastique de déformation. Cette barre de pré-tension est connectée à une de ses extrémités à un piston. À l'autre de ces extrémités la barre de pré-tension est fixée d'une part à la fois à la barre incidente et d'autre part au bâti machine par l'intermédiaire d'un élément fragile rompant sous une charge donnée. Cet élément fragile rompant sans se déformer de manière significative, il est possible d'obtenir des temps de montée pour l'onde traction incidente de l'ordre de 25 μ s.

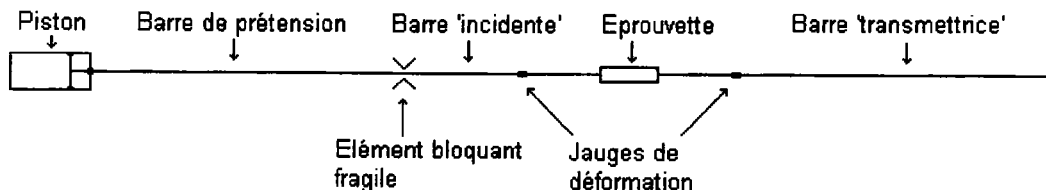


Fig. 12.10 Schéma de principe de la barre d'Hopkinson modifiée

Cette barre d'Hopkinson modifiée permet de générer des pulses de durée atteignant $2.5 \cdot 10^{-3}$ s et de couvrir des plages de vitesses de déformation allant de 100 à $5 \cdot 10^3$ /s.

Comme cela a déjà mentionné en introduction, il a été estimé qu'en cas d'explosion dans une cuve de réacteur nucléaire les vitesses de déformation subies par les différents éléments composant la cuve seraient de l'ordre de 100 à 500/s. Sachant que les barres d'Hopkinson-Davies classique sont de par leur (relative) faible longueur de pulse de chargement limité dans le domaine des basses vitesses de déformation, on comprendra tout l'intérêt du dispositif développé par C. Albertini et M. Montagnani pour le type d'applications qui nous concerne.

La barre d'Hopkinson modifiée utilisée dans le cadre de projet possède une barre de pré-tension d'une longueur de 6 mètres, une barre incidente d'une longueur de 2 mètres et une barre transmettrice d'une longueur de 6 mètres. Ces trois barres d'acier cylindriques ont un diamètre de 10 millimètres pour un module d'élasticité de 200 GPa.

Le graphique ci-dessous est un relevé effectué lors d'un essai sur la barre d'Hopkinson modifiée. On remarquera que la jauge de déformation placée sur la barre incidente (en bleu sur ce graphique) donne une onde réfléchie venant partiellement recouvrir l'onde incidente. Ceci est dû à la faible distance séparant cette jauge de déformation de l'interface barre incidente-éprouvette. Par ailleurs, on remarquera que l'amplitude des ondes incidente + réfléchie est égale à l'amplitude de l'onde transmise pendant toute la durée de l'essai nous confirmant ainsi qu'il y a bien état d'équilibre pendant toute la durée de l'essai.

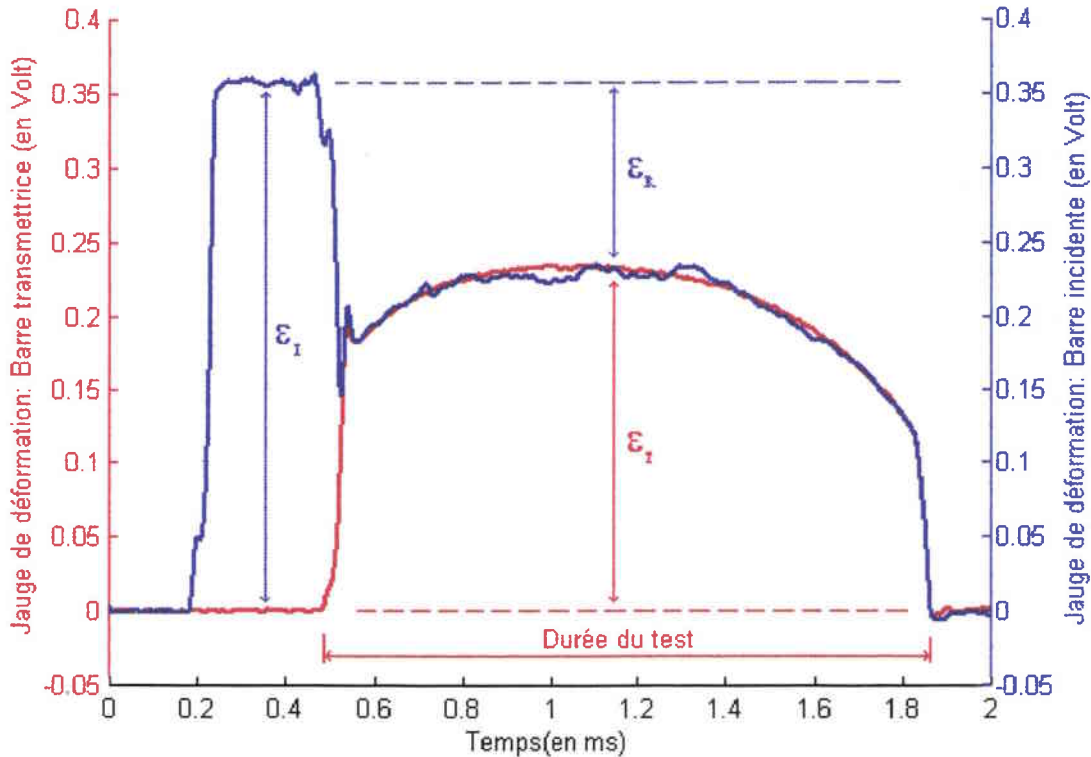


Fig. 12.11 Exemple de signaux expérimentaux obtenus à partir d'une barre d'Hopkinson modifiée

$\epsilon_I, \epsilon_R, \epsilon_T$: correspondent respectivement aux déformations générées par les ondes incidentes, réfléchies et transmises.

Le LDTF

Le LDTF (Large Dynamic Test Facility) est une adaptation du principe de la barre d'Hopkinson modifiée aux essais dynamiques sur des éprouvettes ou des structures de grande dimension. Cet équipement est composé d'un ensemble de câbles d'acier d'une longueur de cent mètres constituant le système de pré-tension et de barres incidente et transmettrice interchangeables suivant les besoins. Les câbles de pré-tension du LDTF sont liés à une leur extrémité à un piston hydraulique assurant leur mise en tension et à leur autre extrémité à la barre incidente d'une part et d'autre part au bâti machine par l'intermédiaire d'un boulon explosif. Pour effectuer un essai, il suffit de faire exploser le boulon explosif après avoir prétendu les câbles d'acier. Les barres incidente et transmise montées sur le LDTF pour tester les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre ont un diamètre 72 millimètres et sont constituées d'un acier de module d'élasticité 200Gpa. Pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre des barres d'acier de 26 millimètres de diamètre ont été retenues.



Fig. 12.12 Vu extérieure du LDTF

La barre incidente montée initialement sur le "LDTF" pour tester les éprouvettes lisses de 30 millimètres de diamètre étant un peu courte, de multiples réflexions d'onde ont pris place à chaque extrémité de cette barre rendant impossible la détermination de l'état de déformation dans les éprouvettes (voir relation (14.13)) à partir du signal incident. Un système optique de type "Zimmer" permettant de lire directement la variation de la distance entre deux lignes définissant la partie utile des éprouvettes lisses a donc été utilisé. Pour la dernière partie des essais effectués sur les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre la longueur de la barre incidente a été modifiée permettant ainsi l'utilisation du signal incident (onde incidente + réfléchi) lors du dépouillement des résultats.

Les barres incidentes et transmises utilisées pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre étant-elles aussi un peu courtes, il n'a pas toujours été possible d'exploiter les enregistrements donnés par les jauges incidentes et transmises pour toute la durée des essais. L'appareil optique de type "Zimmer" utilisé pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre n'a pas été utilisé pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre.

Le graphique ci-dessous est illustratif d'un relevé effectué à partir d'un appareil optique de type "Zimmer" et d'une jauge de déformation placée sur la barre transmettrice de 72 du "LDTF".

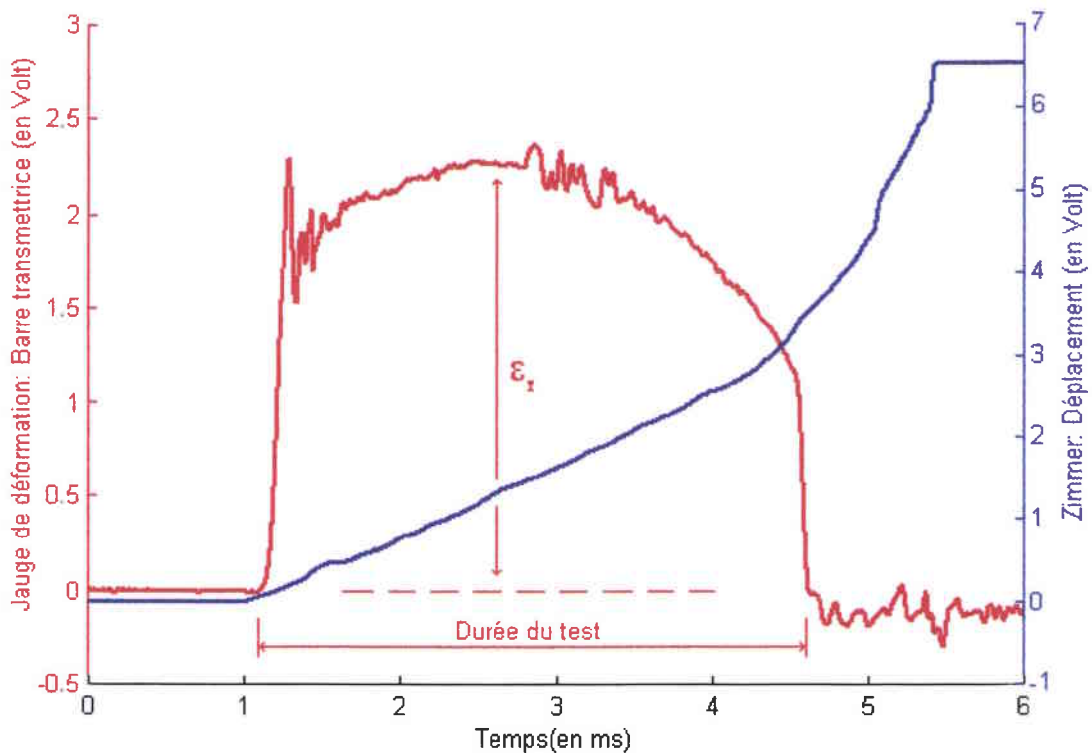


Fig. 12.13 Relevés expérimentaux obtenus sur le LDTF

Comparons en terme de capacité d'énergie, le "LTDF" à une barre d'Hopkinson-Davies classique: dans le cas d'un test d'Hopkinson classique l'énergie fournie à l'éprouvette est stockée sous forme d'énergie cinétique, dans le cas du "LDTF" l'énergie fournie à l'éprouvette ou à la structure testée est stockée sous forme d'énergie élastique de déformation.

$$\frac{1}{2}F\Delta L = \frac{1}{2}MV^2 \quad (12.1)$$

Avec ΔL élongation du câble,

F force de prétension,

V vitesse d'impact d'un projectile hypothétique et,

M masse du projectile.

Considérant une force de prétension maximum de 5MN pour une élongation des câbles de prétension de 0.75 mètres, la relation (12.1) permet d'établir que pour obtenir des conditions de test équivalentes à partir d'une barre d'Hopkinson classique, il faudrait projeter un projectile d'une masse de trois tonnes à vitesse avoisinant 35 m.s⁻¹ sur la barre incidente.

Chapitre 13

Analyse qualité des lots de matière

13.1 Introduction

Ce chapitre est une présentation des grandes lignes de l'étude d'assurance qualité effectuée par l'Institut Paul Scherrer (K. Krompholz [13.1]) en vue de s'assurer de l'homogénéité des lots de matière à partir desquels ont été construit les éprouvettes nous concernant. L'étude d'assurance qualité menée par l'Institut Paul Scherrer a mis en évidence une certaine hétérogénéité des lots de matière d'acier ferritique et austénitique, il conviendra de tenir compte de cette hétérogénéité lors de l'interprétation de nos résultats expérimentaux.

13.2 Acier austénitique X6CrNiNb1810

Un programme intensif d'assurance qualité a été conduit par l'Institut Paul Scherrer sur le lot de matière d'acier austénitique utilisé dans le cadre de ce projet de recherche. Ce lot de matière a été fourni à l'Institut Paul Scherrer sous forme de quatre plaques de dimensions 1000x300x70 mm. Ces quatre plaques ont subi un même traitement thermique. Les plans de découpe de ces plaques ainsi que le symbolisme utilisé pour repérer la position d'origine de chaque éprouvette dans le lot de matière est présenté en annexe E. La composition chimique et la dureté Brinell de cet acier, données par le fournisseur sont indiquées ci-dessous.

Composition chimique

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Co	Nb
0.025	0.32	1.70	0.028	0.002	18.00	10.36	-	0.08	0.43

Dureté Brinell

156/152 HB

L'étude qualité effectuée par l'Institut Paul Scherrer a porté sur trois points, la détermination de la composition chimique du matériau, la détermination de la taille de grain et de la dureté Brinell du matériau. Pour les besoins de cette étude qualité, trois échantillons de matière ont été prélevés suivant la diagonale à chaque plaque. Ces échantillons portent les références AX34, AX17 et AX03, A pour austénitique, X pour le numéro de plaque correspondante (1, 2, 3, et 4) et un nombre a deux chiffres pour repérer la position de l'échantillon dans la plaque.

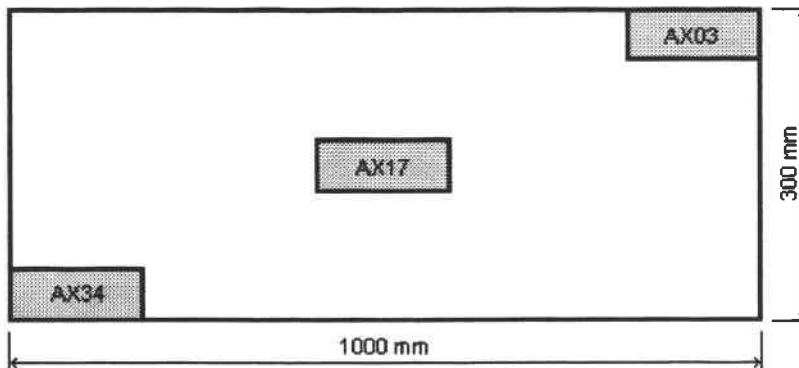


Fig. 13.1 Positionnement de chaque échantillon prélevé pour l'analyse qualité

Les analyses chimiques effectuées ont fait apparaître un taux de concentration de carbone supérieure aux spécifications fournisseur, soit une moyenne de 0.03 %. Par ailleurs, les analyses chimiques effectuées sur chaque échantillon prélevé ont permis de mettre en évidence un lot de matière relativement homogène du point de vue chimique.

La taille de grain a été mesurée à la surface de chaque échantillon. Une taille de grain variant de 30 à 55 μm a été relevée. Aucune dépendance notable entre la taille des grains et l'origine de provenance des échantillons n'a pu être mise en évidence.

La dureté Brinell a été mesurée en six points suivant l'épaisseur de chaque échantillon et en deux points de part et d'autre de chaque morceau de plaque prélevé.

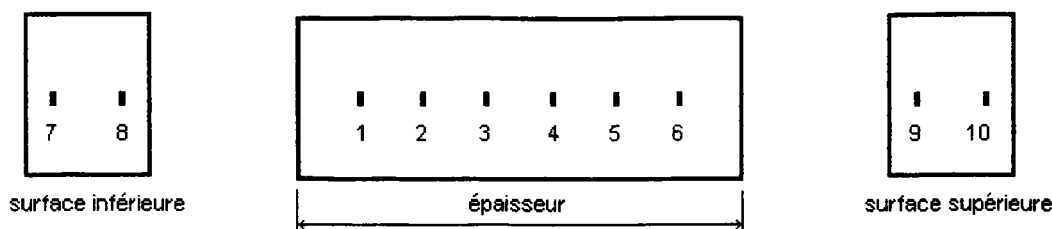


Fig. 13.2 Points de relevés de la dureté Brinell

Les moyennes de chaque groupe de valeurs (valeur moyenne à la surface supérieure, valeur moyenne à la surface inférieure, valeur moyenne sur l'épaisseur) sont données dans le tableau qui suit :

Table 13.2 Dureté Brinell			
Echantillon	Epaisseur	Surface inf.	Surface sup.
A103	146.5±5.5	166.5±0.5	172±1
A117	141.2±8.	164.5±1.5	165±4
A134	143.7±5.3	158.5±1.5	164±3
A203	147±6	158.5±1.5	182±15
A217	144.3±5	158±0.5	163.5±0.5
A234	147.3±3.3	159±1	197.5±15.5
A303	144.7±6.8	168±2	158.5±2.5
A317	141±6	157±1	163.5±5.5
A334	148.3±3.3	165.5±4.5	170±1
A403	152.5±5.5	160.5±2.5	179±1
A417	146.2±5.2	163±1	162.5±4.5
A434	154±5	161.5±	179±5

Les relevés de dureté Brinell présentés dans le tableau ci-dessus, font clairement apparaître que les plaques de ce matériau austénitique sont plus dures en surface qu'à cœur. La plaque numéro 4 dont le cœur semble un peu plus dur est une exception.

On notera aussi la dispersion relativement importante des relevés de dureté Brinell (d'une plaque à une autre) caractérise un lot de matière relativement hétérogène.

L'ensemble des résultats issus de cette analyse qualité est donné en annexe F.

13.3 Acier ferritique 20MnMoNi55

Le matériau ferritique 20MnMoNi55 utilisé dans le cadre ce programme de recherche a subi un traitement thermique à 900°C, une trempe à l'eau, un chauffage à 730°C et un refroidissement à l'air. Ce matériau a été fournit à l'Institut Paul Scherrer sous la forme de sept plaques de dimensions 1000x500x70 mm. Seul les six plaques utilisées pour l'usinage des éprouvettes destinées à l'étude sur l'effet d'échelle ont fait l'objet d'une étude qualité. Ces plaques portent les numéros 02, 03, 04, 05, 08 et 09. Le contrôle qualité du lot de matière d'acier ferritique a consisté en une analyse chimique, une analyse métallographique, des essais de dureté, des essais de traction, des essais d'impact et une analyse fractographique restreinte. Tous les échantillons utilisés lors de l'étude d'analyse qualité ont été prélevés grosso modo suivant une diagonale à chaque plaque en trois positions, aux bords extérieurs et au centre.

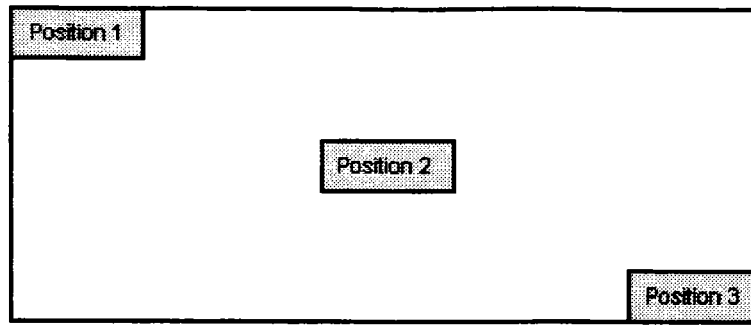


Fig. 13.3 Positionnement de chaque échantillon prélevé pour l'analyse qualité

La composition chimique, la dureté Brinell et les caractéristiques en traction de l'acier considéré déterminées par le fournisseur sont données dans les tableaux ci-dessous.

Composition chimique

Table 13.3 Composition chimique en % certifié par le fournisseur

C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Co	Ta	Cu	N	V	Al	Sn
.200	.280	1.30	.009	.002	.11	.65	.47	.01		.030		.005		
-	-	-	-	-	-	-	-	-	.005	-	.005	-	.028	.006
.230	.330	1.21	.009	.005	.11	.71	.44	.02		.036		.003		

(Les cases grisées indiquent les principaux constituants de l'acier ferritique considéré.)

Dureté Brinell

Table 13.4 Dureté Brinell

Numéro de plaque	Position 1	Position 2	Position 3
02	198	199	197
03	195	189	197
04	195	198	200
05	182	182	200
08	200	197	208
09	193	198	202

Caractéristiques matériau en traction

Table 13.5 Caractéristiques matériau en traction certifiées par le fournisseur

T (en °C)	σ_y (en MPa)	σ_f (en MPa)	ϵ_f (en %)	ψ (en %)
20	≥ 390	560-700	≥ 19	≥ 45
300	≥ 350	≥ 505	≥ 16	

σ_y est la limite d'élasticité, σ_f la contrainte à rupture, ϵ_f la déformation à rupture et ψ la réduction d'aire de la section d'éprouvette correspondant à la surface de rupture.

$$\psi = 100 \frac{(R_o^2 - R_{ép}^f)^2}{R_o^2} \quad (13.1)$$

Avec R_o rayon initiale des éprouvettes et $R_{ép}^f$ rayon des éprouvettes à rupture.

L'analyse de la composition chimique des six plaques d'acier ferritique à chacune des trois positions repérées figure (13.3) n'a pas permis de révéler de divergence significative par rapport aux spécifications du fournisseur. On notera juste que la plaque 08 possède un taux de carbone un peu faible (0.1860 ± 0.00954) et que d'une manière générale le taux d'aluminium est un peu en dessous des spécifications du fabricant.

De même, une taille de grain homogène de 11 à 15 μm a pu être mesurée sur l'ensemble du lot de matière.

La dureté Brinell a été mesurée en six points suivant l'épaisseur et en trois points à la surface de chaque échantillon prélevé. Une dureté Brinell moyenne de 192 HB a été relevée pour l'ensemble des échantillons. L'ensemble des relevés effectués traduit une grande homogénéité du lot de matière en ce qui concerne la dureté Brinell aussi bien à la surface et que dans l'épaisseur de chaque plaque.

Des éprouvettes de traction ont été usinées à partir d'échantillons prélevés dans chaque plaque aux trois positions référencées figure (13.3). Ces éprouvettes ont été usinées dans la partie centrale et à la surface de chaque échantillon comme le montre le schéma ci-dessous.

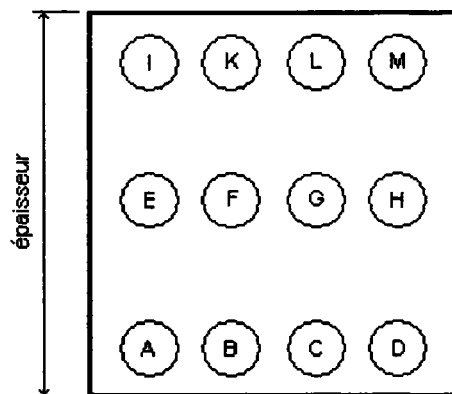


Fig. 13.4 Positionnement des éprouvettes dans chaque échantillon prélevé

Des essais de traction ont été réalisés à température ambiante et à 300 C. Seul les résultats des essais d'assurances qualités effectués à température ambiante seront brièvement commentés ici, soit 126 tests. Les paramètres relevés lors des essais effectués sont la limite d'élasticité haute (σ_{y_haut}) et basse (σ_{y_bas}), la limite d'élasticité à 0.2% (σ_y ou $\sigma_{0.2\%}$) et à 0.1% ($\sigma_{0.1\%}$) de déformation résiduelle, la contrainte à 0.5% de déformation totale ($\sigma_{0.5\%}$), la déformation uniforme maximale (ε_u), la déformation à rupture (ε_f) et la contrainte à rupture (σ_f).

Ces résultats d'essais de traction ainsi que l'ensemble des résultats de l'analyse qualité effectué sur le lot de matière d'acier ferritique sont donnés en annexe G.

Les résultats d'essais de traction laissent clairement apparaître l'hétérogénéité du lot de matière. En effet, les courbes contrainte-déformation déterminées à partir des échantillons prélevés aux positions 2 et 3 présentent toute une limite d'élasticité avec un point haut et bas contrairement aux courbes contrainte-déformation déterminées à partir des échantillons prélevés à la position 1 plaques 02, 04, 05, 08 et 09. Cette absence de points haut et bas à la limite d'élasticité semble avoir une répercussion sur les valeurs de la limite d'élasticité à 0.1% et à 0.2% de déformation résiduelle et sur la contrainte à 0.5% de déformation totale, ces trois paramètres variant fortement entre les positions 2 et 3 (pour toutes les plaques) et la position 1 pour les plaques 02, 04, 05, 08 et 09.

Les courbes contrainte-déformation déterminées à partir des éprouvettes issues de la plaque 3 présentent une limite d'élasticité avec un point haut et bas quelle que soit la position d'origine des éprouvettes testées. Le matériau de cette plaque semble par ailleurs présenter une relativement bonne homogénéité.

On remarquera aussi que l'ensemble des caractéristiques mécaniques des matériaux relevés aux positions 1, 2 et 3 varient sensiblement d'une plaque à une autre, par exemple entre la plaque 02 et 08.

Des essais d'impact de Charpy ont été réalisés à température ambiante, à 300°C et à -20°C. Seul les essais réalisés à température ambiante seront commentés ici, soit 126 essais. Pour chaque essai effectué, la force appliquée aux éprouvettes ainsi que le déplacement du point d'application de la charge ont été mesurés. L'aire sous les courbes force-déplacement obtenues est représentative de l'énergie d'impact. Les capacités de la machine utilisée lors de ces essais de Charpy étant limitées, il n'a pas toujours été possible de rompre les éprouvettes et par conséquent, il n'a pas toujours été possible de déterminer l'énergie d'impact à rupture ainsi dans de nombreux cas seul l'énergie d'impact à la charge maximale a été déterminée (voir un exemple de relevé en annexe H).

Les mêmes tendances que celles relevées lors des essais de traction ont été observées lors des essais d'impact Charpy. Les charges maximales relevées pour les éprouvettes usinées à partir des échantillons prélevés à la position 1, excepté celles issues de la plaque 3, sont toujours supérieures à celles obtenues pour les positions 2 et 3 de toutes les plaques et pour la position 1 de la plaque 3.

Les éprouvettes usinées à partir des échantillons position 1, exceptées celles issues de la plaque 3 se sont rompues de manière fragile contrairement aux éprouvettes issues des positions 2 et 3 pour toutes les plaques et de la position 1 pour la plaque 3. Des photos des surfaces de rupture des éprouvettes issues de la plaque 9 position 1 et 2 ont été prises. La photo de la surface de rupture de l'éprouvette issue de la position 2 plaque 9 caractérise un comportement ductile (cônes et cupules) à l'opposé la photo de l'éprouvette issue de la plaque 9 position 1 caractérise un comportement fragile, rupture par clivage.

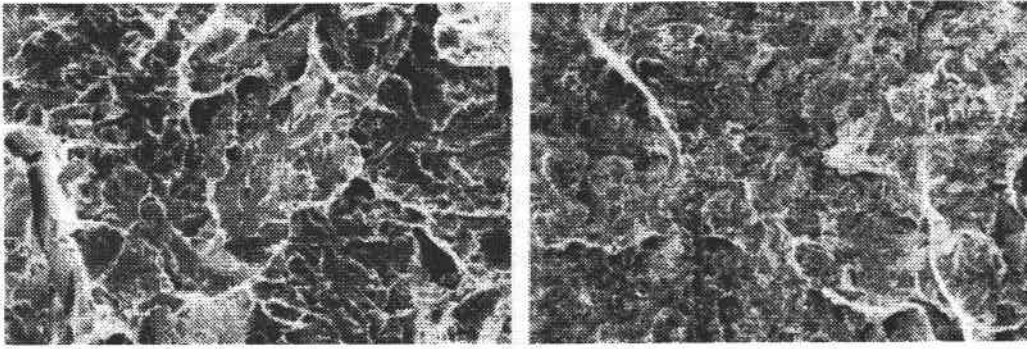


Fig. 13.5 Photos de la surface de rupture plaque 9, position 1
(vue de détail à gauche, vue globale à droite)

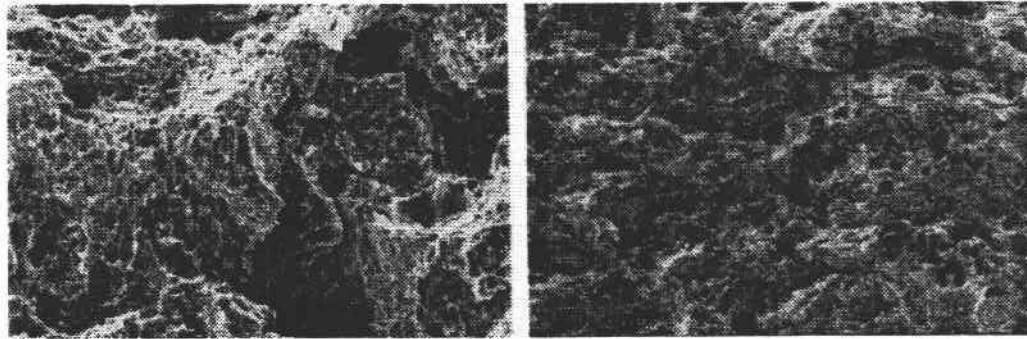


Fig. 13.6 Photos de la surface de rupture plaque 9, position 2
(vue de détail à gauche, vue globale à droite)

Les plans de découpe des plaques d'acier ferritique ainsi que le symbolisme utilisé pour repérer la position d'origine de chaque éprouvette dans le lot de matière est présenté en annexe I.

Chapitre 14

Dépouillement des résultats expérimentaux

14.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous verrons comment ont été obtenus les courbes contrainte-déformation relatives aux éprouvettes lisses et les courbes charge-déplacement relatives aux éprouvettes entaillées. Par ailleurs, les paramètres retenus pour caractériser le comportement des éprouvettes lisses et entaillées à la limite d'élasticité, à rupture et à la charge maximale seront définis.

L'accent sera mis sur le dépouillement des essais Hopkinson relatifs aux éprouvettes lisses. Lors de ces essais les déformations dans les éprouvettes ont été calculées soit en utilisant un extensomètre optique, soit à partir d'une jauge de déformation placée sur la barre incidente.

Les caractéristiques des matériaux relevées lors du dépouillement des résultats expérimentaux sont la limite d'élasticité, la contrainte d'écoulement à 1% et 5% de déformation, la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues (paramètre défini p. 48)), la déformation conventionnelle à rupture, la contrainte conventionnelle à rupture, la contrainte maximale, la déformation uniforme maximale, le travail spécifique à rupture et à la contrainte maximale.

Les caractéristiques des éprouvettes entaillées relevées lors du dépouillement des résultats expérimentaux sont la charge à 5% d'allongement résiduel, l'allongement (des éprouvettes) à la charge maximale, la charge et l'allongement des éprouvettes à rupture, la charge et l'allongement des éprouvettes à la charge maximale, le rapport du travail à rupture sur le travail à la maximale et la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues.

14.2 Détermination des courbes contrainte-déformation

Dépouillement d'un essai Hopkinson

Considérons les deux demi-barres d'une barre d'Hopkinson entre lesquelles on a placé un petit cylindre constitué d'un matériau quelconque.

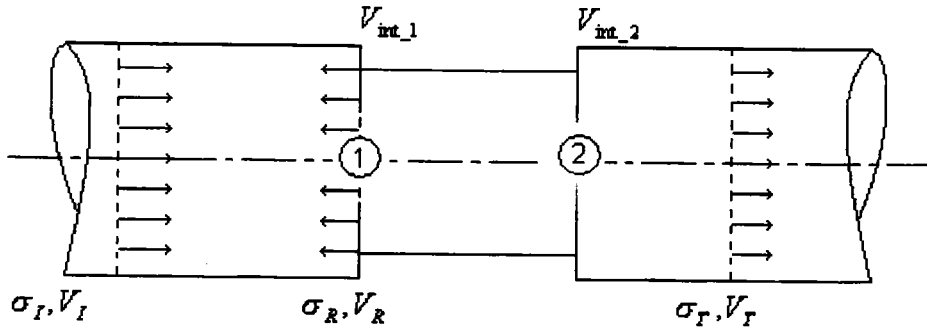


Fig. 14.1 Barre Hopkinson et éprouvette

Pour une onde se propageant à travers les deux demi-barres et le cylindre, les expressions des vitesses de déplacement aux interfaces barres-cylindre peuvent être établies à partir de la théorie de propagation des ondes élastiques monodimensionnelles. Cette théorie est basée sur les hypothèses que les inerties radiales mises en jeu sont faibles et que les ondes se propagent sans se déformer. (Le lecteur qui le désire pourra éventuellement se référer à l'annexe J pour quelques rappels succincts concernant la théorie de propagation des ondes.)

Vitesses de déplacement aux interfaces :

$$V_{\text{int}_1} = c_b (\varepsilon_I - \varepsilon_R) \quad (14.1)$$

$$V_{\text{int}_2} = c_b \varepsilon_T \quad (14.2)$$

avec $c_b = \sqrt{\frac{E_b}{\rho_b}}$ la vitesse de propagation de l'onde dans la barre, E_b le module d'élasticité de la barre, ρ_b la masse volumique de la barre, ε_T la déformation induite dans la barre "transmetrice" par l'onde transmise, ε_I la déformation induite dans la barre "incidente" par l'onde incidente, ε_R la déformation induite dans la barre "incidente" par l'onde réfléchie et V_{int_2} et V_{int_1} les vitesses de déplacement aux interfaces 1 et 2.

Des relations (14.1) et (14.2) on peut déduire les expressions des déplacements aux interfaces barres-cylindres.

$$u_1 = c_b \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R) dt' \quad (14.3)$$

$$u_2 = c_b \int_0^t \varepsilon_T dt' \quad (14.4)$$

Si l'on considère A_{cy} comme étant l'aire initiale d'une section du cylindre, A_b l'aire d'une section de barre et L_{cy} la longueur du cylindre situé entre les deux barres, les expressions de la déformation moyenne conventionnelle ε_{conv} , de la vitesse de déformation moyenne conventionnelle $\dot{\varepsilon}_{conv}$ et de la contrainte moyenne conventionnelle σ_{conv} dans le cylindre peuvent être établies comme suit :

$$\varepsilon_{conv} = \frac{u_1 - u_2}{L_{cy}} = \pm \frac{c_b}{L_{cy}} \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R - \varepsilon_T) dt \quad (14.5)$$

$$\dot{\varepsilon}_{conv} = \frac{\dot{u}_1 - \dot{u}_2}{L_{cy}} = \pm \frac{c_b}{L_{cy}} (\dot{\varepsilon}_I - \dot{\varepsilon}_R - \dot{\varepsilon}_T) \quad (14.6)$$

$$\sigma_{conv} = \frac{F_1 + F_2}{2A_{cy}} = \pm \frac{1}{2} E_b \frac{A_b}{A_{cy}} (\varepsilon_I + \varepsilon_R + \varepsilon_T) \quad (14.7)$$

(Par valeur conventionnelle, on entend rapporté aux dimensions initiales de l'éprouvette, longueur utile et section.)

F_1 et F_2 sont les efforts aux interfaces barres-cylindre. Par ailleurs, le signe \pm permet de différencier les essais de traction des essais de compression, la compression étant prise comme positive.

Compte tenu des nombreuses et rapides réflexions d'ondes aux interfaces barres-cylindre, on peut considérer que les conditions d'équilibre à l'intérieure du cylindre sont satisfaites pendant la quasi-totalité de l'essai.

$$\varepsilon_I + \varepsilon_R \approx \varepsilon_T \text{ ou } F_1 \approx F_2 \quad (14.8)$$

Les équations (14.5), (14.6) et (14.7) peuvent donc être réécrites comme suit :

$$\varepsilon_{conv} \approx \pm \frac{2c_b}{L_{cy}} \int_0^t \varepsilon_R dt \quad (14.9)$$

$$\dot{\varepsilon}_{conv} \approx \pm \frac{2c_b}{L_{cy}} \dot{\varepsilon}_R \quad (14.10)$$

$$\sigma_{conv} \approx \pm E_b \frac{A_b}{A_{cy}} \varepsilon_T \quad (14.11)$$

Dans la pratique les signaux ε_R et ε_T ne sont pas enregistrés aux interfaces barres-cylindre mais à distance égale de part et d'autre des interfaces barres-cylindre. La déformation moyenne conventionnelle ε_{conv} , la vitesse de déformation moyenne conventionnelle $\dot{\varepsilon}_{conv}$ et de la contrainte moyenne conventionnelle σ_{conv} dans les cylindres sont donc enregistrées avec un certain décalage dans le temps mais de manière synchronisée.

Les éprouvettes utilisées dans le cadre du programme d'essais qui nous concerne ont une géométrie plus élaborée que le cylindre que nous avons considéré jusqu'ici. Il y a deux raisons pour cela. D'une part il est nécessaire d'adapter aux éprouvettes un système permettant de connecter celles-ci aux barres "incidente" et "transmettrice". Un système de vis-écrou a été adopté, et d'autre part la forme des éprouvettes a été étudiée de manière à obtenir un état de déformation uniforme dans la partie utile de l'éprouvette au moins pendant une partie de l'essai.

Compte tenu de la géométrie élaborée de l'ensemble barres-éprouvette, les positions des interfaces barres-éprouvette ne peuvent pas être définies de manière précise comme dans le cas du cylindre. Les interfaces se situent entre la fin de la partie utile des éprouvettes et l'extrémité de la partie filetée des éprouvettes vissées sur les barres.

D'autre part, les équations (14.9) et (14.10) donnent la moyenne des déformations et la vitesse de déformation moyenne entre les deux interfaces barres-éprouvette alors que seule la partie utile des éprouvettes intéresse l'expérimentateur.

Par mesure de facilité, on associe en général les extrémités de la partie utile des éprouvettes aux interfaces barres-éprouvette. Ce qui revient à considérer que les éprouvettes ne se déforment pas en dehors de leur partie utile. Toutefois, de nombreux résultats expérimentaux obtenus au sein du laboratoire d'essais dynamique d'Ispra ont montré que les éprouvettes se déforment plastiquement en dehors de leur partie utile au niveau de leurs épaulements. Ce constat a conduit C. Albertini & al. (1985) [14.1] à introduire une méthode permettant de définir une longueur utile corrigée. Cette longueur utile corrigée est définie comme étant la longueur sur laquelle l'éprouvette considérée a eu une déformation plastique identique à la déformation plastique de la partie utile. La méthode introduite par C. Albertini & al. pour définir la longueur utile corrigée nécessite la connaissance de la longueur à rupture de la partie utile de l'éprouvette $L_o + \Delta L_o$, de la longueur initiale de la partie utile L_o , de la distance initiale entre les épaulements (voir figure (12.1)) des éprouvettes $L_{ép}$ et la distance à rupture entre épaulements des éprouvettes $L_{ép} + \Delta L_{ép}$. Bien qu'étant a priori connu la longueur initiale de la partie utile et la distance initiale entre épaulements ont été remesurées sur chaque éprouvette. Toutes ces mesures ont été effectuées deux fois sous microscope en tournant les éprouvettes de 90° entre chaque mesure, la valeur moyenne de chaque couple de mesures a ensuite été retenue.

Méthode de correction introduite par C. Albertini & al.:

$$\frac{\Delta L_o}{L_o} = \frac{\Delta L_{ép}}{L_{cor}} \quad (14.12)$$

La longueur utile corrigée L_{cor} définie par C. Albertini & al. est ensuite assimilée à la distance entre les interfaces barres-éprouvette. La déformation conventionnelle et la vitesse de déformation dans les éprouvettes sont alors données par les relations :

$$\varepsilon_{comv} \approx \pm \frac{2c_b}{L_{cor}} \int_0^t \varepsilon_R dt \quad (14.13)$$

$$\dot{\varepsilon}_{comv} \approx \pm \frac{2c_b}{L_{cor}} \varepsilon_R \quad (14.14)$$

L'application des équations ci-dessus nécessite la connaissance du signal réfléchi qui est enregistré par l'intermédiaire d'une jauge de déformation collée à la barre incidente. Hors, comme cela a été déjà mentionné dans le chapitre sur la description du matériel utilisé, il n'a pas toujours été possible d'exploiter ce signal sur le "LDTF" du fait de la faible longueur des barres incidentes utilisées. Dans ces cas particuliers, un appareil optique de type "Zimmer" a été utilisé afin de déterminer le niveau de déformation dans les éprouvettes testées. Cet appareil donne directement la variation de distance entre les interfaces de la partie utile des éprouvettes.

Les déformations dans les éprouvettes sont alors données par la relation :

$$\varepsilon_{conv} = \frac{\Delta L_o}{L_o} \quad (14.15)$$

avec ΔL_o l'élongation de la partie utile de l'éprouvette.

La vitesse de déformation dans les éprouvettes peut aisément être calculée à partir de la relation (14.15) connaissant le pas de temps entre chaque prise de mesure.

Les courbes conventionnelles de contrainte-déformation peuvent être obtenues en combinant les signaux de contrainte et de déformation obtenus par les méthodes décrites ci-dessus. Cependant ces courbes de contrainte-déformation nécessitent encore une correction avant d'être exploitables. En effet, nous avons supposé jusqu'ici que les conditions d'équilibres dans les éprouvettes étaient remplies pendant tout le processus de déformation des éprouvettes. Cette hypothèse n'est pas totalement vérifiée, un certain laps de temps étant nécessaire pour que l'équilibre prenne place. Cette courte phase transitoire empêche la détermination exacte de la pente initiale des courbes contrainte-déformation qui doivent être recalées en tenant du module d'élasticité E évalué lors d'essais statiques. Pour effectuer ces recalages on a supposé que les comportements élastiques du matériau en statique et en dynamique sont identiques.

On notera ε_{conv}^{av} la déformation avant correction et E^{av} le module de Young apparent avant correction. La correction à apporter peut alors être définie par :

$$\varepsilon_{conv} = \varepsilon_{conv}^{av} - \sigma_{conv} \frac{E - E^{av}}{E \cdot E^{av}} \quad (14.16)$$

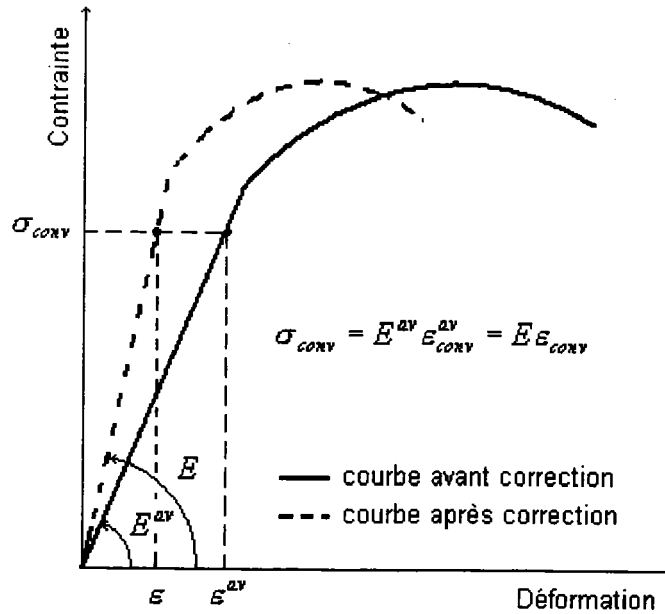


Fig. 14.2 Recalage du module de Young

Pour que le comportement plastique du matériau soit correctement décrit il faut prendre en compte le changement de géométrie des éprouvettes aux cours des essais (i.e. diminution du diamètre des éprouvettes). Il est donc préférable de présenter les courbes contrainte-déformation sous leur forme rationnelle, i.e. déformation et contrainte actualisées en fonction du diamètre de l'éprouvette à l'instant considéré.

La définition de la déformation rationnelle ε_{ratio} est donnée par :

$$\varepsilon_{ratio} = \int_{L_o}^{L_{ép}} \frac{dL_{ép}}{L_{ép}} \quad (14.17)$$

A partir de cette définition, on peut établir la relation existante entre la déformation conventionnelle et la déformation rationnelle.

$$\varepsilon_{ratio} = \ln(1 + \varepsilon_{conv}) \quad (14.18)$$

Une relation entre la contrainte rationnelle σ_{ratio} et la contrainte conventionnelle peut être donnée comme suit :

$$\sigma_{ratio} = \sigma_{conv} \frac{A_o}{A_{ép}} \quad (14.19)$$

avec A_o section initiale de l'éprouvette et $A_{ép}$ section courante de l'éprouvette.

La surface de la section courante de l'éprouvette ne peut être déterminée qu'à l'aide de clichés obtenus avec une caméra rapide. Toutefois, sachant que les déformations plastiques se font à volume constant, on peut établir une relation entre les déformations conventionnelles mesurées et le rapport de la surface de la section initiale de l'éprouvette sur sa section courante.

$$L_{ép} A_{ép} \approx L_o A_o \text{ ou encore } \frac{A_o}{A_{ép}} \approx 1 + \varepsilon_{conv} \quad (14.20)$$

La relation (14.19) peut donc être réécrite comme suit :

$$\sigma_{ratio} \approx \sigma_{conv} (1 + \varepsilon_{conv}) \quad (14.21)$$

Dés lors que le phénomène de striction de l'éprouvette apparaît, les relations (14.20) et (14.21) perdent de leurs valeurs car la déformation globale de la partie utile de l'éprouvette ε_{conv} n'est pas égale à la déformation au niveau de la striction.

Toutefois, quelque uns des essais Hopkinson effectués, ont été filmés à l'aide d'une caméra rapide permettant d'effectuer 3000 prises de vue par seconde de la zone de striction. Les clichés obtenus ont été digitalisés à l'aide d'une caméra CCD, la surface des sections des éprouvettes au niveau de la striction a alors pu être mesurée en utilisant un programme informatique d'analyse d'images.

Connaissant la surface de la section initiale et courante des éprouvettes au niveau de la striction, les contraintes rationnelles correspondant à chaque instant auxquels ont été effectués les clichés peuvent être obtenues à l'aide de la relation (14.19).

Cependant, dès qu'apparaît le phénomène de striction, l'état de contrainte dans une section de l'éprouvette au niveau de la striction n'est plus ni uniforme, ni uniaxial. En effet, des termes de tension hydrostatiques viennent s'ajouter à la contrainte d'écoulement plastique uniaxiale. Ces termes de tension hydrostatiques sont maxima au centre de l'éprouvette et nuls à la surface de l'éprouvette où l'état de contrainte demeure uniaxiale pendant toute la durée de l'essai de traction.

Une fois le phénomène de striction initié, les contraintes rationnelles et conventionnelles calculées à partir des relations (14.8) et (14.19) ne correspondent donc plus qu'à une moyenne sur un champ de contrainte non uniforme et non uniaxial. Afin, de maintenir une certaine cohérence lors de la détermination des courbes contrainte-déformation, i.e. caractériser le comportement uniaxiale du matériau du début à la fin de l'essai de traction, il peut être intéressant de connaître la valeur de la contrainte en superficie de l'éprouvette pendant la phase de striction.

P.W. Bridgman (1952) [14.2] a établi de manière approchée, l'expression des différentes composantes du tenseur des contraintes au niveau de la section de la striction pour une éprouvette axisymétrique.

L'expression du champ de contraintes établi par P.W. Bridgman satisfait aux conditions d'équilibre, aux conditions aux limites et au critère de Von Mises. Pour arriver à déterminer l'expression du tenseur des contraintes P.W. Bridgman a supposé qu'au niveau de la striction une section de l'éprouvette se déformait de manière uniforme, que les composantes tangentielle $\sigma_{\theta\theta}$ et radiale σ_{rr} du tenseur des contraintes étaient nulles à la superficie de l'éprouvette et que le profil de la striction pouvait être approché par un cercle osculateur de rayon R_{osc} .

Les rayons des cercles osculateurs aux strictions des éprouvettes ont été mesurés de part et d'autre aux éprouvettes. La moyenne de ces deux mesures a ensuite été retenue.

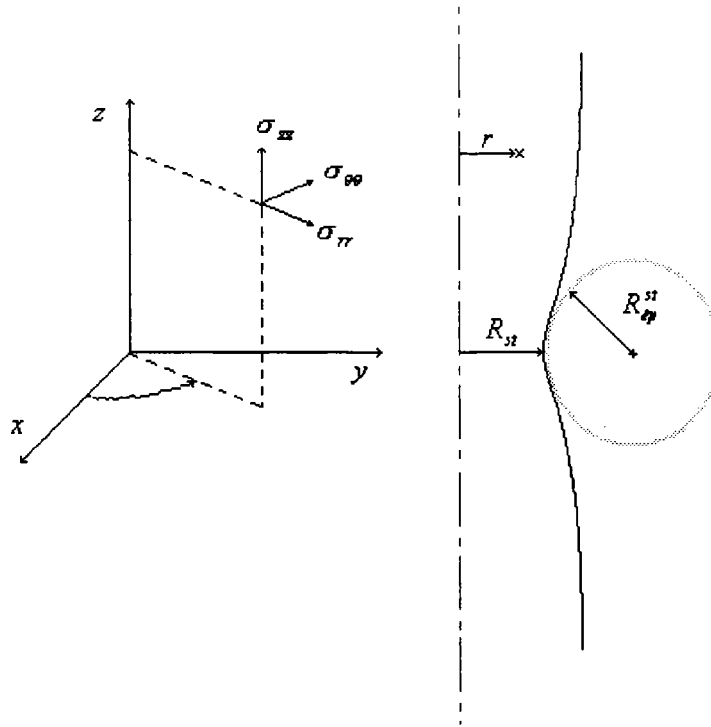


Fig. 14.3 Striction de l'éprouvette

Tenseur des contraintes au niveau de la striction :

$$\sigma_{rr}^{st} = \sigma_{\theta\theta}^{st} = \sigma_{zz}^{\text{sup}} \ln \left(\frac{R_{\text{ép}}^{st2} + 2R_{\text{ép}}^{st}R_{\text{osc}} - r^2}{2R_{\text{ép}}^{st}R_{\text{osc}}} \right) \quad (14.22)$$

$$\sigma_{zz}^{st} = \sigma_{zz}^{\text{sup}} \left(1 + \ln \left(\frac{R_{\text{ép}}^{st2} + 2R_{\text{ép}}^{st}R_{\text{osc}} - r^2}{2R_{\text{ép}}^{st}R_{\text{osc}}} \right) \right) \quad (14.23)$$

σ_{rr}^{st} , $\sigma_{\theta\theta}^{st}$, σ_{zz}^{st} sont les différentes composantes du tenseur des contraintes, en coordonnée cylindrique. σ_{zz}^{sup} est la composante axiale du tenseur des contraintes à la superficie de la striction.

P.W. Bridgman [14.2] (1952) a établi une relation entre la contrainte rationnelle "moyenne" et σ_{zz}^{sup} comme suit :

$$\sigma_{\text{ratio}} = \int_0^{R_{\text{ép}}^{st}} 2\pi r \sigma_{zz} dr \quad (14.24)$$

ou encore

$$\sigma_{\text{ratio}} = \sigma_{zz}^{\text{sup}} \left(1 + 2 \frac{R_{\text{osc}}}{R_{\text{ép}}^{st}} \right) \ln \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R_{\text{ép}}^{st}}{R_{\text{osc}}} \right) \quad (14.25)$$

L'expression de la déformation correspondant à la contrainte uniaxiale déterminée à partir de la (14.25) peut être établie en partant des hypothèses d'uniformité des déformations au niveau de la section de la striction et d'incompressibilité de l'écoulement plastique.

$$\pi R_{ép}^{st2} L_{ép}^{st} = \pi R_o^2 L_o^{st} \quad (14.26)$$

Avec R_o rayon initial de l'éprouvette, L_o^{st} longueur initiale (avant déformation) de la partie de l'éprouvette correspondant à la striction et $L_{ép}^{st}$ longueur courante de la partie correspondant à la striction.

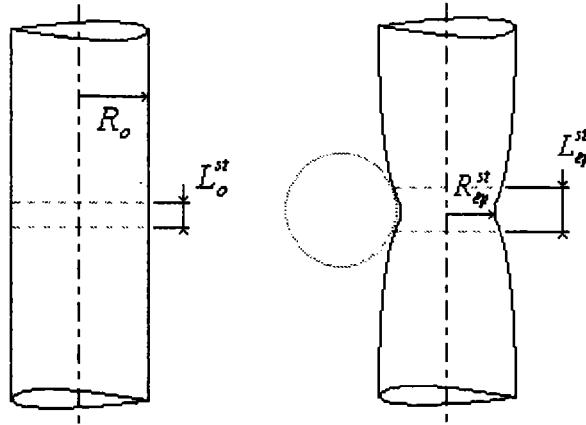


Fig. 14.4 Partie centrale de l'éprouvette avant et après striction

D'après les équations (14.26) et (14.18), l'expression de la déformation rationnelle au niveau de la striction peut être établie comme suit :

$$\varepsilon_{ratio}^{st} = 2 \ln \left(\frac{R_o}{R_{ép}^{st}} \right) \quad (14.27)$$

Les clichés photos pris à l'aide de la caméra rapide et les relations (14.27) et (14.25) ont permis de compléter les courbes contrainte-déformation rationnelles par quelques points pour des déformations supérieures à la déformation uniforme maximale.

Pour tous les essais n'ayant pas fait l'objet de prises de vue à l'aide de la caméra rapide, un point correspondant au point de rupture des éprouvettes a toutefois été ajouté aux courbes contrainte-déformation rationnelles. Pour calculer ce point, il faut tout d'abord déterminer la contrainte conventionnelle à rupture. Les courbes de contrainte-déformation conventionnelles que nous avons obtenues sont issues des signaux recueillis par les jauges de déformation dont les enregistrements ne s'arrêtent pas au moment de la rupture des éprouvettes. Toutefois, la chute de pente plus ou moins nette que présente les courbes de contrainte-déformation conventionnelles au moment de la rupture des éprouvettes nous a permis de déterminer la contrainte conventionnelle à rupture.

Pour déterminer la contrainte rationnelle et la déformation rationnelle à rupture il est nécessaire de connaître la géométrie de l'éprouvette au moment de la rupture. Deux clichés photos ont été pris des deux morceaux chaque éprouvette rompu remis bout à bout du mieux possible, l'éprouvette étant tournée de 90° entre chaque cliché. A partir des deux clichés effectués et d'un programme d'analyse d'image, quatre cercles osculateurs à la striction à rupture et deux diamètres de la striction à rupture ont pu être mesuré pour chaque éprouvette. C'est la moyenne des mesures correspondant à chacun de ces deux paramètres qui est utilisée par la suite.

Connaissant le diamètre du cercle osculateur à la striction, le diamètre de la striction à rupture et la contrainte conventionnelle à rupture, la contrainte rationnelle à rupture peut être déterminée (relation (14.19)) et la correction de P.W. Bridgman appliquée.

La déformation rationnelle à rupture a pu être déterminée à partir de la relation (14.27).

On remarquera que dans la procédure décrite ci-dessus, la contrainte et la déformation à rupture sont définies à partir de mesures effectuées sur les éprouvettes rompues et par conséquent les déformations élastiques existantes à l'amorçage de la rupture ne sont pas prises en compte.

Sur les deux graphes ci-dessous, on pourra voir les différentes étapes de l'élaboration des données pour un essai Hopkinson.

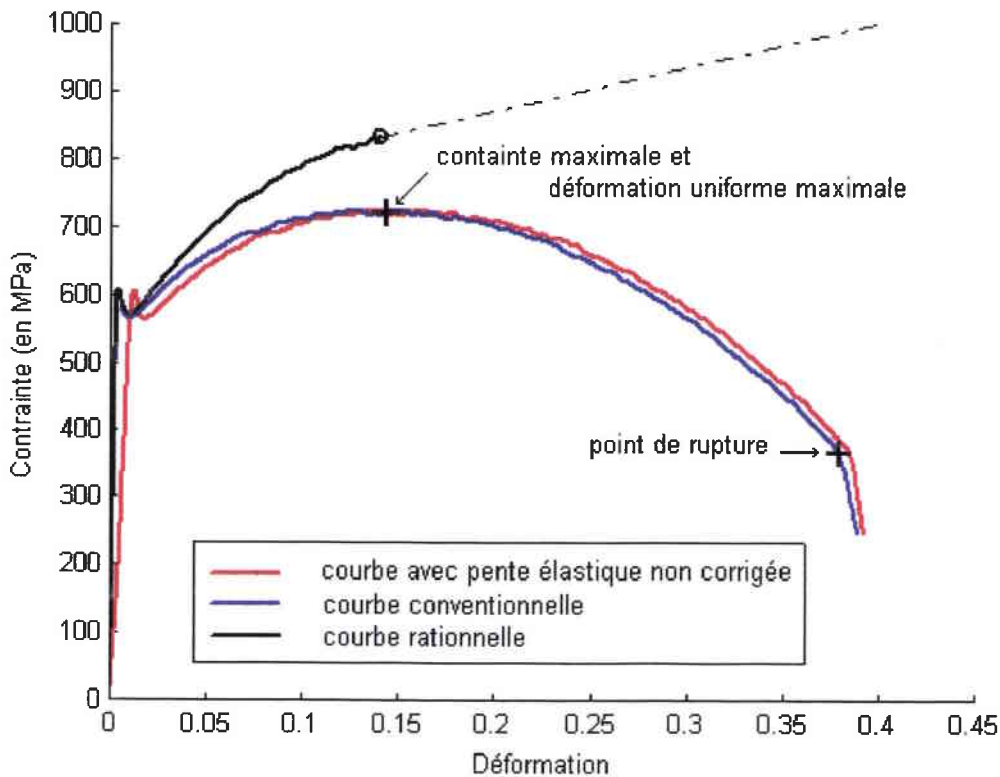


Fig. 14.5 Représentation des différentes étapes de mises en forme des données expérimentales de traction - éprouvette lisse

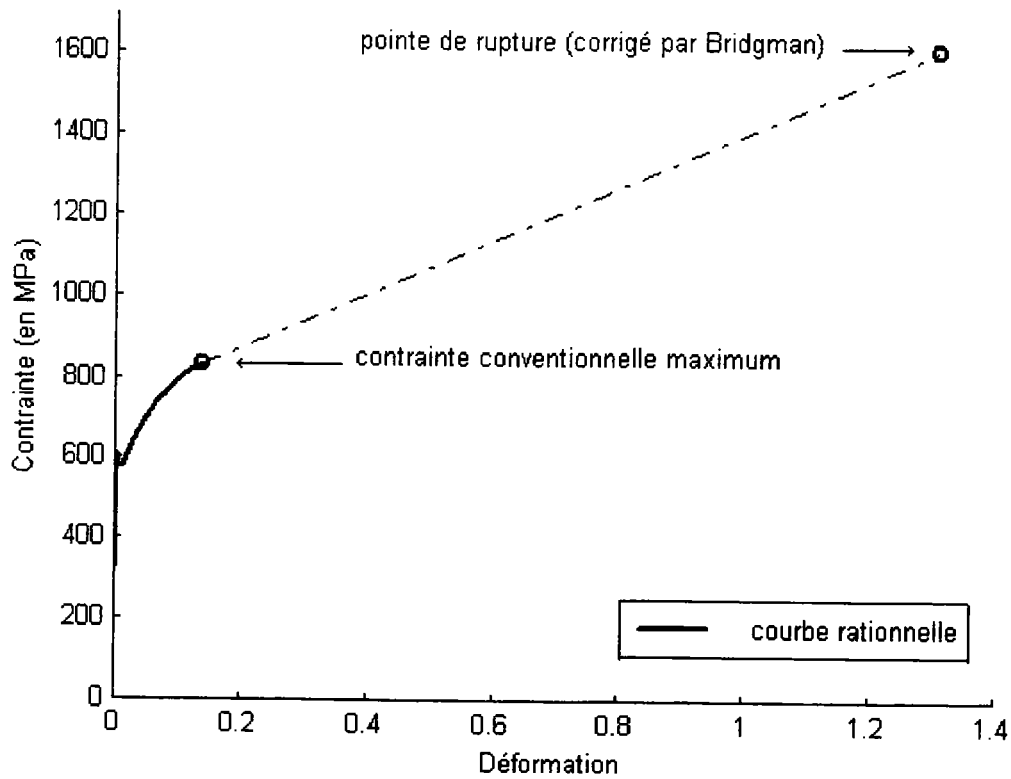


Fig. 14.6 Courbe contrainte-déformation rationnelle

Dépouillement des tests sur machine Hounsfield et hydropneumatique

Dans le cas des essais effectués sur les machines de Hounsfield et hydropneumatique, les déplacements des têtes d'éprouvettes ont été mesurés avec un transducteur. Les déformations conventionnelles ont donc pu être déterminées suivant la même procédure que dans le cas des essais Hopkinson avec "Zimmer", relation (14.15).

L'état de contrainte dans les éprouvettes a été déterminé à l'aide d'une jauge de déformation positionnée sur les barres supportant l'éprouvette.

$$\sigma_{conv} = \frac{F}{A_0} \quad (14.28)$$

F étant la force lue à partir d'une jauge de déformation calibrée.

Les courbes de contrainte-déformation conventionnelles ont ensuite pu être déduites des relations (14.28) et (14.15).

Par ailleurs, la mesure de la pente élastique des courbes contrainte-déformation ayant pu être affectées par les déformations élastiques des éprouvettes et de la barre supportant les éprouvettes, les courbes contrainte-déformation conventionnelles ont été recalées en suivant une démarche similaire à celle adoptée lors du dépouillement des essais Hopkinson, relation (14.16).

Pour obtenir les courbes de contrainte-déformation rationnelles, une procédure identique à celle adoptée pour les essais Hopkinson a été utilisée.

14.3 Détermination des caractéristiques matériaux

Détermination de la limite d'élasticité et de la contrainte à 1% de déformation résiduelle et à 5% de déformation totale

La limite d'élasticité est conventionnellement définie comme étant la contrainte à 0.2% de déformation résiduelle. De manière pratique, la limite d'élasticité peut être déterminée en prenant l'intersection de la courbe contrainte-déformation conventionnelle avec une droite ayant pour pente le module de Young et coupant l'axe des abscisses à 0.2% de déformation. Cette même méthode a aussi été utilisée pour déterminer les contraintes à 1% de déformation résiduelle. La contrainte à 5% de déformation a été lue directement sur la courbe contrainte-déformation conventionnelle.

Compte tenu du fait que la droite utilisée pour déterminer la limite d'élasticité et la courbe contrainte-déformation sont quasiment parallèles au voisinage de la limite d'élasticité, la limite d'élasticité n'est pas toujours déterminée de manière très précise.

Lorsque l'on effectue des essais de caractérisation de matériau à hautes vitesses de déformation il n'est pas rare de rencontrer une oscillation des courbes contrainte-déformation au niveau de la limite d'élasticité (voir figure (14.5)).

Pour toutes les courbes contrainte-déformation présentant cette oscillation, des limites d'élasticité haute et basse ont été définies en lieu et place de la limite d'élasticité à 0.2% de déformation résiduelle.

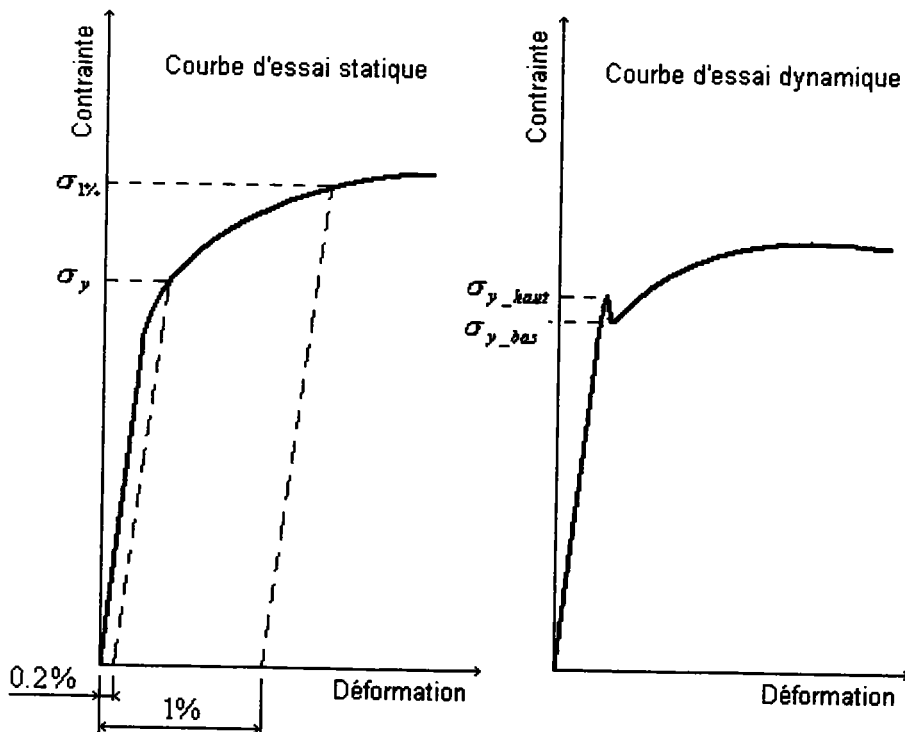


Fig. 14.7 Limite d'élasticité en statique et dynamique

Détermination de la déformation à rupture et de la contrainte à rupture

Dans le paragraphe portant sur le dépouillement des essais Hopkinson nous avons vu comment la déformation rationnelle à rupture avait été déterminée pour chaque essai réalisé. La déformation conventionnelle à rupture a aussi été déterminée lors du dépouillement des essais, sa valeur été lue directement sur les courbes contrainte-déformation conventionnelles.

Parmi les résultats d'essais donnés au chapitre 15 et en annexe K, on trouvera aussi les contraintes conventionnelles à rupture qui ont été lues directement sur les courbes contrainte-déformation et les contraintes rationnelles à rupture auxquelles ont été apportées la correction de P.W. Bridgman, relation (14.24).

Contrainte maximale, déformation uniforme maximale, travail spécifique à la contrainte maximale, travail spécifique à rupture et réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues

La contrainte maximale conventionnelle σ_u et la déformation uniforme maximale conventionnelle ε_u correspondent au point d'amorçage du phénomène d'instabilité plastique (striction de l'éprouvette). Les valeurs de ces deux paramètres peuvent facilement être déterminées par lecture directe sur les courbes contrainte-déformation conventionnelles.

Le travail spécifique dissipé jusqu'à la contrainte maximale et le travail spécifique dissipé à rupture ont été calculés pour chacune des expériences effectuées. Ces deux travaux correspondent à l'intégrale de l'aire sous la courbe contrainte-déformation conventionnelle bornée à droite par la contrainte maximale pour le travail spécifique à la contrainte maximale et par la contrainte à rupture pour le travail spécifique à rupture.

Travail spécifique dissipé jusqu'à la contrainte maximale :

$$W_u = \int_0^{\varepsilon_u} \sigma d\varepsilon \quad (14.29)$$

Travail spécifique dissipé à rupture :

$$W_f = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma d\varepsilon \quad (14.30)$$

Par ailleurs, la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues a été calculée pour chaque éprouvette rompue à partir de la relation :

$$\psi = 100 \frac{(R_o^2 - R_{ép}^f)}{R_o^2} \quad (14.31)$$

avec $R_{ép}^f$ rayon des éprouvettes au niveau de la striction à rupture.

14.4 Détermination des courbes charge-déplacement

Dépouillement d'un essai Hopkinson

Afin d'établir une méthode permettant d'obtenir les courbes charge-déplacement relatives aux essais effectués sur les éprouvettes entaillées, nous réutiliserons les expressions (14.9), (14.10) et (14.11) donnant l'état de déformation, la vitesse de déformation et l'état de contrainte dans un cylindre placée entre les deux demi-barres d'une barre d'Hopkinson.

Ces trois expressions peuvent être réécrites de manière à nous donner le déplacement relatif des deux interfaces barres-cylindre, la vitesse de déplacement relative des interfaces barres-cylindre et l'effort appliqué au cylindre.

$$\Delta u(t) \approx \pm 2c_b \int_0^t \varepsilon_R dt \quad (14.32)$$

$$\dot{u}(t) \approx \pm 2c_b \varepsilon_R \quad (14.33)$$

$$F \approx \pm E_b A \varepsilon_T \quad (14.34)$$

$\Delta u(t)$ déplacement relatif des interfaces barres-cylindre à un instant t , $\dot{u}(t)$ vitesse de déplacement relatif des interfaces barres-cylindre, F charge appliquée aux interfaces barres-cylindre (équivalent à F_1 et F_2 défini précédemment).

Comme cela a déjà été mentionné dans un paragraphe précédent, la géométrie complexe de l'ensemble barres-éprouvette ne permet pas de définir la position des interfaces barres-éprouvette de façon aussi aisée que dans le cas de l'ensemble barres-cylindre, figure (14.1). Cependant, dans le cas d'éprouvettes entaillées, les déformations plastiques se concentrent au niveau de l'entaille et dans son voisinage immédiat, le reste de l'éprouvette ne se déformant que relativement peu. On pourra donc choisir de définir la position des interfaces barres-éprouvette de façon quasi-arbitraire et assimiler la position de celles-ci à la longueur utile des éprouvettes. Pour les éprouvettes de 30, 9 et 3 millimètres de diamètre les valeurs retenues pour les longueurs utiles des éprouvettes sont respectivement de 50, 15 et 5 millimètres.

Il convient de noter que la longueur utile définie ici ne correspond pas à une région sur laquelle les éprouvettes se déforment de manière uniforme comme dans le cas des éprouvettes lisses.

A partir des relations (14.32) et (14.34), les courbes charge-déplacement correspondant aux essais Hopkinson réalisés avec les éprouvettes entaillées peuvent être établies. Toutefois, la phase transitoire prenant place au début des essais d'Hopkinson empêche la détermination exacte de la pente initiale des courbes charge-déplacement. La pente initiale des courbes expérimentales charge-déplacement a donc été recalée à partir de la pente initiale (et élastique) exacte établie par calcul élément fini. Pour ce faire le logiciel de calcul éléments finis Castem 2000 a été utilisé. La procédure de recalage adoptée est identique à celle adoptée pour les courbes contrainte-déformation.

Pour que les résultats expérimentaux obtenus pour les différents diamètres d'éprouvettes testées soient comparables, il faut encore que les résultats obtenus soient normalisés.

La charge appliquée aux éprouvettes a donc été divisée par la section nette des éprouvettes entaillées :

$$F_N = F / A_{nette} \quad (14.35)$$

F_N charge normalisée, A_{nette} section nette de l'éprouvette.

Et le déplacement relatif des interfaces de la partie utile normalisé par la longueur utile des éprouvettes :

$$u_N = \Delta u(t) / L_o \quad (14.36)$$

u_N déplacement relatif des interfaces de la partie utile des éprouvettes normalisé.

Dépouillement des tests sur machine Hounsfield et hydropneumatique

Dans le cas des essais effectués sur les machines de Hounsfield et hydropneumatique, les déplacements ont été mesurés comme pour les éprouvettes lisses à l'aide d'un transducteur de déplacement. La charge appliquée a été mesurée à l'aide d'une jauge de déformation positionnée sur les barres supportant l'éprouvette. Par ailleurs, les mêmes procédures de correction de la pente de la courbe charge-déplacement et de normalisation des résultats que celles employées pour les résultats obtenus avec la barre d'Hopkinson ont été utilisées.

14.5 Détermination des caractéristiques des éprouvettes entaillées

Détermination de la charge à 5% d'allongement des éprouvettes

Ce paramètre a été introduit afin de caractériser l'effet de la taille des éprouvettes sur la contrainte d'écoulement pour des allongements des éprouvettes inférieures à l'allongement à la charge maximale. Ce paramètre a été lu directement sur les courbes charge-déplacement normalisées.

Charge maximale et allongement à la charge maximale

La charge maximale et l'allongement à la charge maximale marquent le début du comportement instable des éprouvettes. Ces deux paramètres ont été lus directement sur les courbes charge-déplacement normalisées.

Détermination de l'allongement et de la charge à rupture

L'allongement à rupture des éprouvettes et la charge à rupture des éprouvettes rendent compte de la ductilité des éprouvettes testées. Ces deux paramètres ont été lus directement sur les courbes charge-déplacement normalisées.

Détermination du rapport travail à la charge maximale / travail à rupture

Ce paramètre a été déterminé en intégrant l'aire sous les courbes charge-déplacement (non-normalisée) jusqu'au point de charge maximale et jusqu'à rupture.

Détermination de la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues

Ce paramètre a été déterminé à l'aide des rayons d'éprouvettes mesurés sur les éprouvettes rompues en fond d'entaille au niveau de la striction (relation (14.31)).

Chapitre 15

Résultats expérimentaux

15.1 Introduction

L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus à partir des éprouvettes lisses et entaillées est présenté dans ce chapitre.

Pour ce qui concerne les éprouvettes lisses, les résultats obtenus sont présentés sous la forme de courbes contrainte-déformation conventionnelles et de différents graphes relatifs aux paramètres nous intéressant. L'ensemble des courbes contrainte-déformation rationnelles est donné en annexe L.

L'effet de la taille des éprouvettes et de la vitesse de déformation sur les caractéristiques mécaniques des matériaux est brièvement discutée. Dans cette courte discussion l'accent a été mis sur l'identification d'éventuelles erreurs expérimentales ainsi que sur les conséquences possibles de l'hétérogénéité des lots de matière dont sont issues les éprouvettes.

Pour ce qui concerne les éprouvettes entaillées, les résultats obtenus sont présentés sous la forme de courbes charge-déplacement. La charge portée en ordonné sur ces courbes et le déplacement porté en abscisse ont été normalisé afin de rendre comparable les courbes obtenues pour les différents diamètres d'éprouvettes testées. On trouvera aussi dans ce chapitre un ensemble de graphiques sur lesquels ont été portés les paramètres caractérisant le comportement des éprouvettes entaillées. De la même manière que pour les éprouvettes lisses, les résultats obtenus à partir des éprouvettes entaillées sont brièvement discutés.

Une discussion plus générale de l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus et une confrontation de ces résultats avec les résultats des études présentées dans la partie "étude bibliographique" de ce mémoire est renvoyée à la partie discussion de cette deuxième partie de document, "étude expérimentale".

(En annexe K on trouvera l'ensemble des résultats obtenues à partir les éprouvettes lisses et en annexe M l'ensemble des résultats obtenus à partir des éprouvettes entaillées.)

15.2 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes lisses

Commentaires des graphiques

Fig. 15.1, Fig. 15.2, Fig. 15.3 et Fig. 15.4 Acier ferritique - éprouvettes lisses - effet d'échelle

Sur les figures (15.1), (15.2), (15.3) et (15.4) les courbes contrainte-déformation obtenues pour les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre ne font pas apparaître de dispersion des résultats expérimentaux. Aucune influence de l'hétérogénéité du lot de matière d'acier ferritique n'est à noter pour ces deux diamètres d'éprouvettes.

Sur la figure (15.1), les courbes contrainte-déformation obtenues à partir des éprouvettes référencées h1012 et h1013 se détachent de la courbe contrainte-déformation obtenue à partir de l'éprouvette h1017 et de l'ensemble des autres courbes. Les éprouvettes h1012, h1013 et h1017 proviennent du même échantillon, on remarquera toutefois que les éprouvettes h1012 et h1013 ont été usinées en surface de cet échantillon alors que l'éprouvette h1017 a été usinée au cœur de la plaque de métal numéro 2.

Sur la figure (15.2), les courbes contrainte-déformation obtenues pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre sont relativement dispersées, il est cependant difficile de dire s'il s'agit d'erreurs expérimentales ou bien d'un problème lié à l'hétérogénéité du lot de matière.

Sur la figure (15.3), l'unique résultat d'essai obtenu à la vitesse de déformation de 10/s semble sujet à caution.

Sur la figure (15.4), les courbes contrainte-déformation référencées h1002, h1003 et h1004 ont été obtenues à partir d'éprouvettes de 3 millimètres de diamètre provenant de positions voisines d'un même échantillon. La dispersion des résultats d'essais obtenus ne peut donc pas s'expliquer par l'hétérogénéité du lot de matière. Par ailleurs, les courbes h1002, h1003 et h1004 font apparaître une contrainte d'écoulement plus importante que les courbes obtenues pour les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre. Il n'est pas impossible que des erreurs expérimentales soient venues se greffer aux résultats correspondant aux éprouvettes de 3 millimètres de diamètre.

Sur les figures (15.3) et (15.4), on notera que les résultats d'essais obtenus à partir des éprouvettes de 9 millimètres de diamètre affichent une limite d'élasticité haute et basse fortement marquée contrairement aux courbes obtenues à partir des éprouvettes de 3 et 30 millimètres de diamètre. Comme cela sera montré dans un chapitre ultérieur de ce mémoire de thèse la limite d'élasticité haute et basse que l'on peut observer pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre ne caractérise pas forcément le comportement plastique du matériau, mais peu caractériser la réponse élastique (principalement élastique) de l'ensemble machine d'essai - éprouvette.

Les courbes de contrainte-déformation présentées sur les quatre figures commentées ici ne permettent pas de conclure à l'existence d'un effet d'échelle significatif sauf peut-être dans la phase de comportement instable des éprouvettes aux basses vitesses de déformation.

Fig. 15.5, Fig. 15.6 et Fig. 15.7 Acier ferritique - éprouvettes lisses - effet de la vitesse de déformation

La plage de vitesse de déformation sur laquelle ont été testées les éprouvettes est relativement petite, toutefois, les figures (15.5), (15.6) et (15.7) montrent bien l'augmentation des contraintes d'écoulement avec la vitesse de déformation.

Fig. 15.8 Acier ferritique - éprouvettes lisses - limite d'élasticité

Les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre ont une limite d'élasticité augmentant légèrement avec la vitesse de déformation. Pour ces deux diamètres d'éprouvettes une limite d'élasticité haute et basse fait son apparition à partir d'une vitesse de déformation de 10/s.

La limite d'élasticité des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre est à peu près constante aux basses vitesses de déformation et présente une valeur haute et basse à la vitesse de déformation de 200/s.

Les résultats d'essais obtenus ne permettent pas d'identifier un effet quelconque de la taille des éprouvettes à la limite d'élasticité.

Fig. 15.9 et fig. 15.10 Acier ferritique - éprouvettes lisses - contrainte à 1% et 5% de déformation

Figures (15.9) et (15.10), on notera que pour des vitesses de déformation inférieure à approximativement 10/s, les contraintes d'écoulement atteintes sont fonction logarithmique de la vitesse de déformation. Pour des vitesses de déformation supérieure à 10/s, la contrainte d'écoulement croît exponentiellement.

Ces deux types de comportement sont typiques des aciers et d'autres métaux.

Aucun effet sensible de la taille des éprouvettes sur la contrainte d'écoulement à 1% de déformation n'est à noter. A 5% de déformation on notera que la contrainte d'écoulement augmente légèrement lorsque le diamètre des éprouvettes considérées diminue.

Fig. 15.11 et fig. 15.13 Acier ferritique - éprouvettes lisses - contrainte maximale et déformation uniforme maximale

La contrainte maximale croît légèrement lorsque le diamètre des éprouvettes considérées diminue et lorsque la vitesse de déformation augmente.

La déformation uniforme maximale, figure (15.13), semble insensible aux variations du diamètre des éprouvettes et aux variations de la vitesse de déformation.

Fig. 15.12 et fig. 15.14 Acier ferritique - éprouvettes lisses - contrainte à rupture et déformation à rupture

Les valeurs des contraintes et déformations à rupture, figure (15.12) et figure (15.14), ont été lues directement sur les courbes contrainte-déformation conventionnelles où elles apparaissent plus ou moins clairement, ces valeurs peuvent donc avoir été relevées avec un certain manque de fiabilité.

La contrainte à rupture semble peu sensible à la vitesse de déformation, l'étonnant pic observé figure (15.12) à la vitesse de déformation $\sim 10/s$ est lié aux résultats d'essais douteux obtenus pour l'éprouvette de 30 millimètres de diamètre et à la difficulté d'identification de l'instant de la rupture pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre. En effet, comme on peut le voir figure (15.3), les courbes contrainte-déformation obtenues à la vitesse de déformation $\sim 10/s$ pour les éprouvettes de 3 millimètres diamètre diminuent très progressivement après le point de contrainte maximale sans laisser apparaître de chute de pente très franche au moment de la rupture. La contrainte à rupture ne semble pas être affectée par la taille des éprouvettes. La déformation à rupture semble insensible à la taille des éprouvettes aux vitesses de déformation de 0.1/s et 200/s, en revanche aux vitesses de déformation de 0.001/s et 10/s la déformation à rupture croît lorsque les dimensions des éprouvettes diminuent.

Fig. 15.15 Acier ferritique - éprouvettes lisses - travail à la contrainte maximale/travail à rupture

Ce paramètre est représentatif du rapport entre l'énergie de déformation dissipée jusqu'à l'apparition de la striction et l'énergie de déformation dissipée jusqu'à la rupture.

L'unique résultat d'essais obtenu à la vitesse de déformation de 10/s pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre est erroné.

Fig. 15.16 Acier ferritique - éprouvettes lisses - réduction d'aire de la section d'éprouvette correspondant à la surface de rupture

L'aire de la surface de rupture des éprouvettes est représentative de la déformation plastique rationnelle de l'éprouvette au niveau de la striction au moment de la rupture. Aux basses vitesses de déformation le graphique (15.16) semble indiquer que les éprouvettes de petit diamètre se comporte de manière plus ductile que les éprouvettes de grand diamètre. Aux vitesses de déformation les plus élevées l'état de déformation plastique à rupture des éprouvettes est insensible à la taille de celles-ci.

Les courbes ψ sont légèrement croissantes pour les éprouvettes de diamètre 30 et légèrement décroissantes pour les éprouvettes de diamètre 3.

Courbes conventionnelles contrainte-déformation

Effet d'échelle

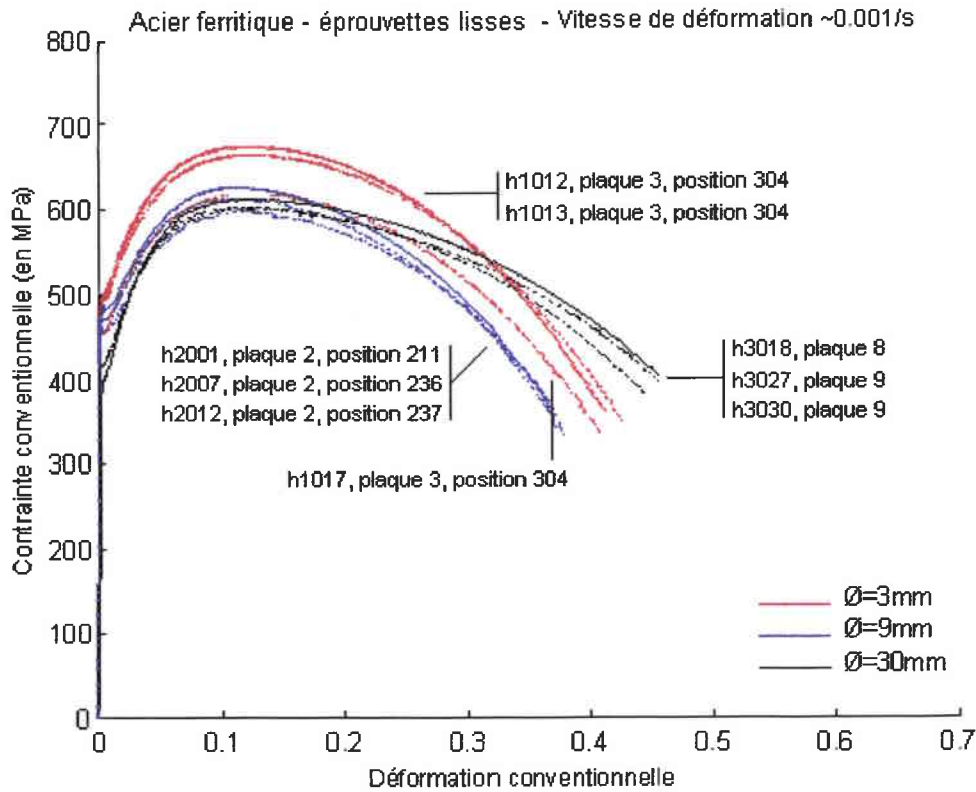


Fig. 15.1 Acier ferritique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 0.001/s$

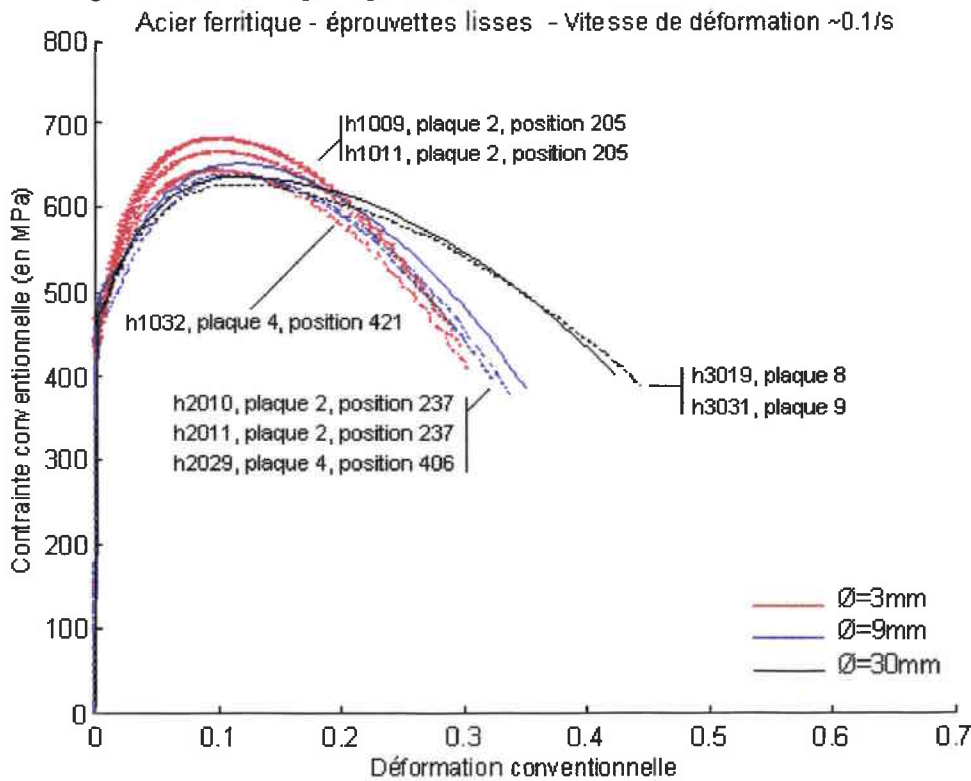


Fig. 15.2 Acier ferritique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 0.1/s$

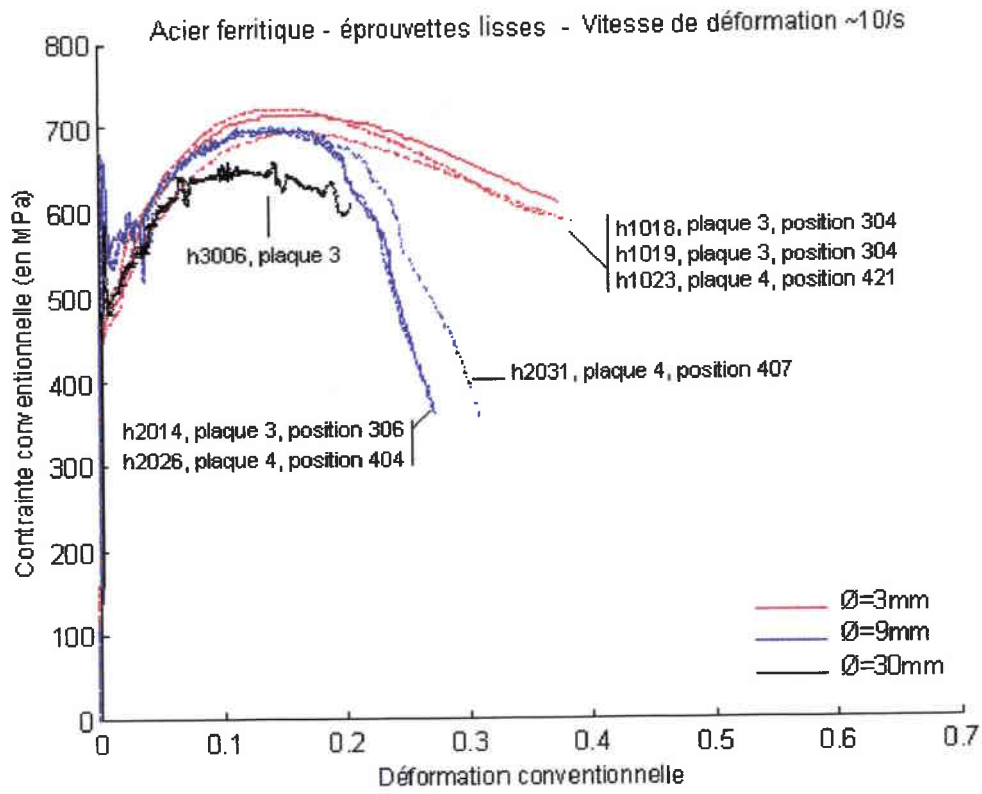


Fig. 15.3 Acier ferritique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 10/s$

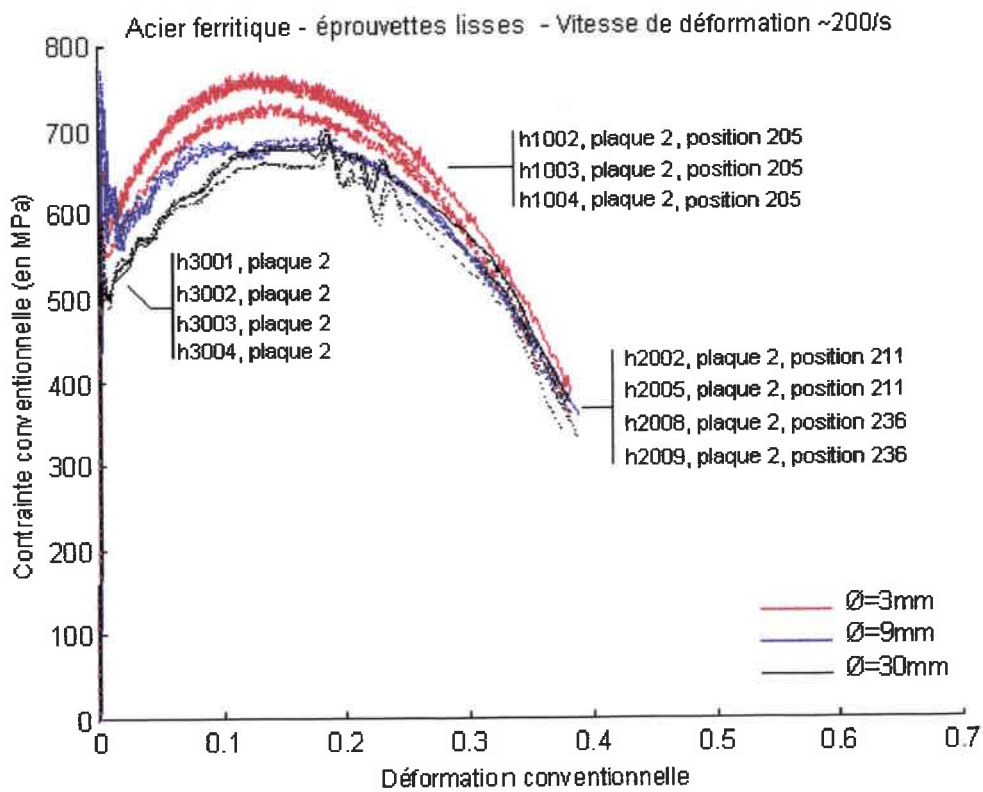


Fig. 15.4 Acier ferritique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 200/s$

Effet de la vitesse de déformation

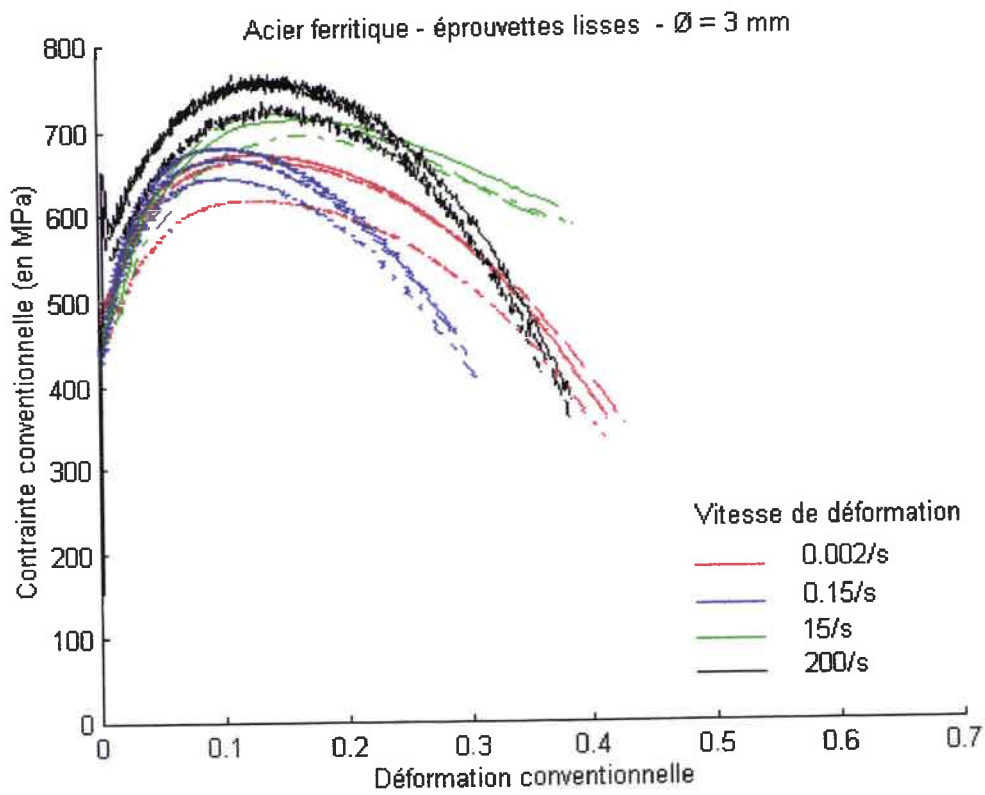


Fig. 15.5 Acier ferritique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 3 \text{ mm}$

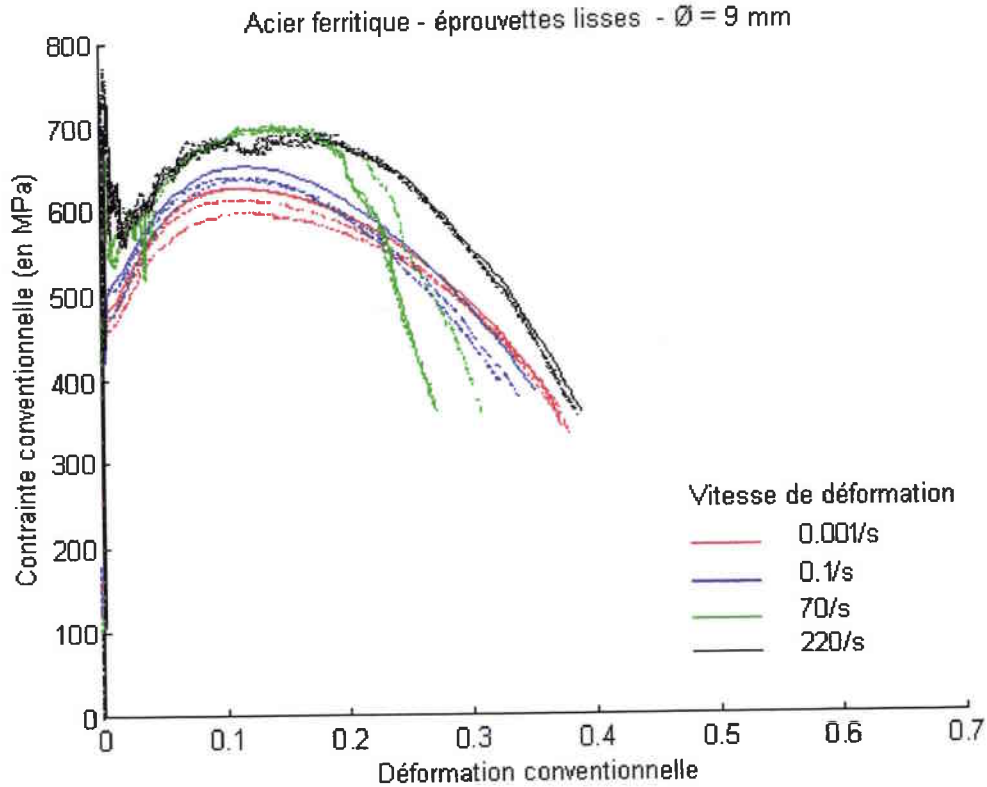


Fig. 15.6 Acier ferritique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 9 \text{ mm}$

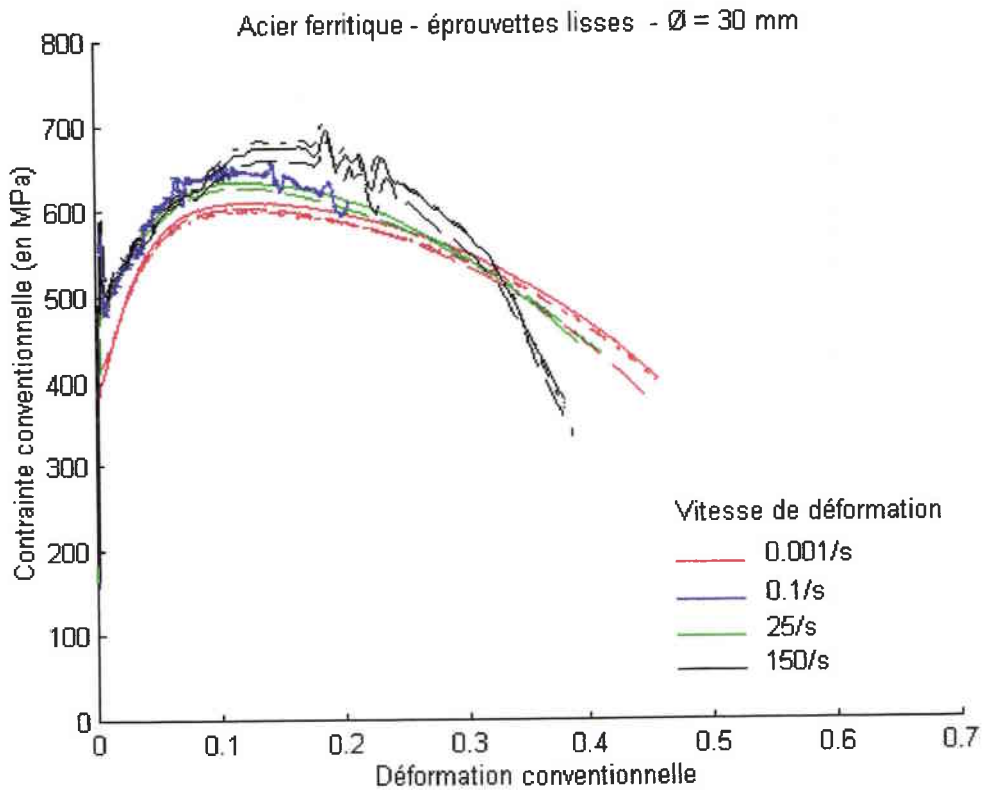


Fig. 15.7 Acier ferritique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 30$ mm

Graphiques représentatifs des différents paramètres étudiés

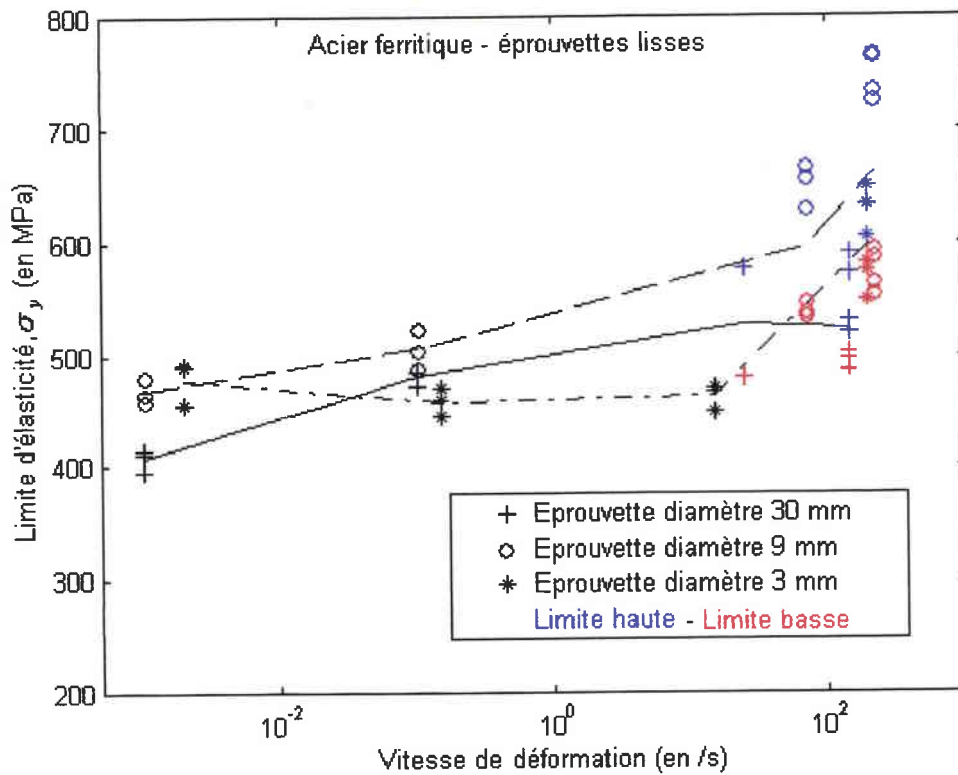


Fig. 15.8 Acier ferritique - limite d'élasticité

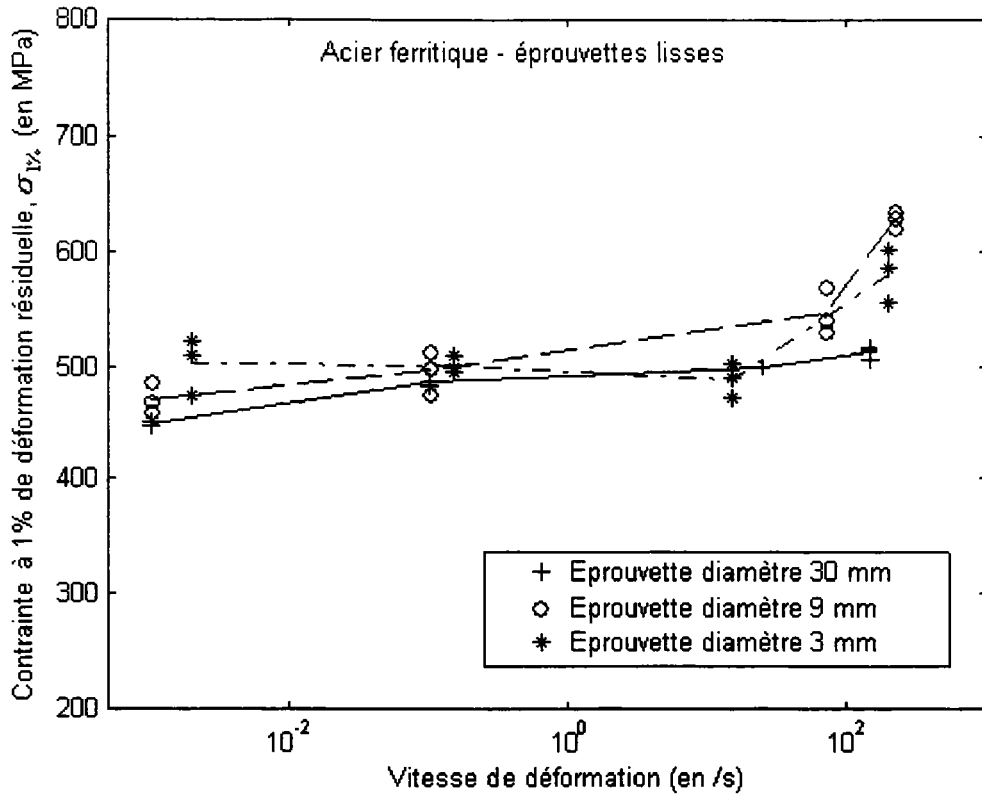


Fig. 15.9 Acier ferritique - contrainte à 1% de déformation résiduelle

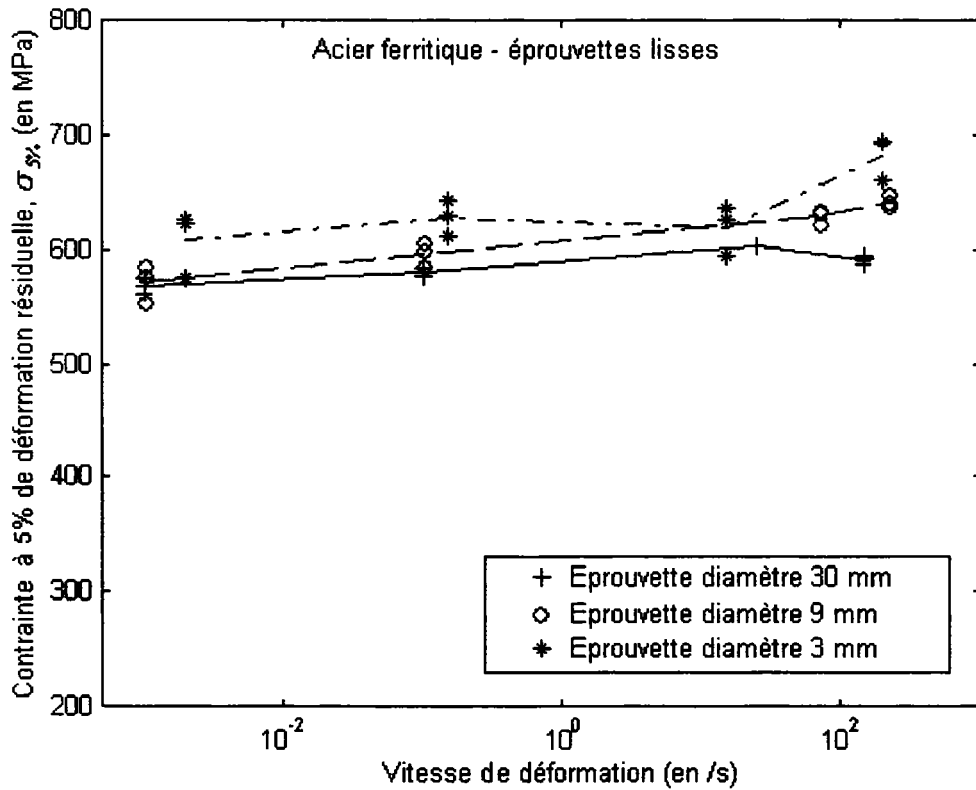


Fig. 15.10 Acier ferritique - contrainte à 5% de déformation

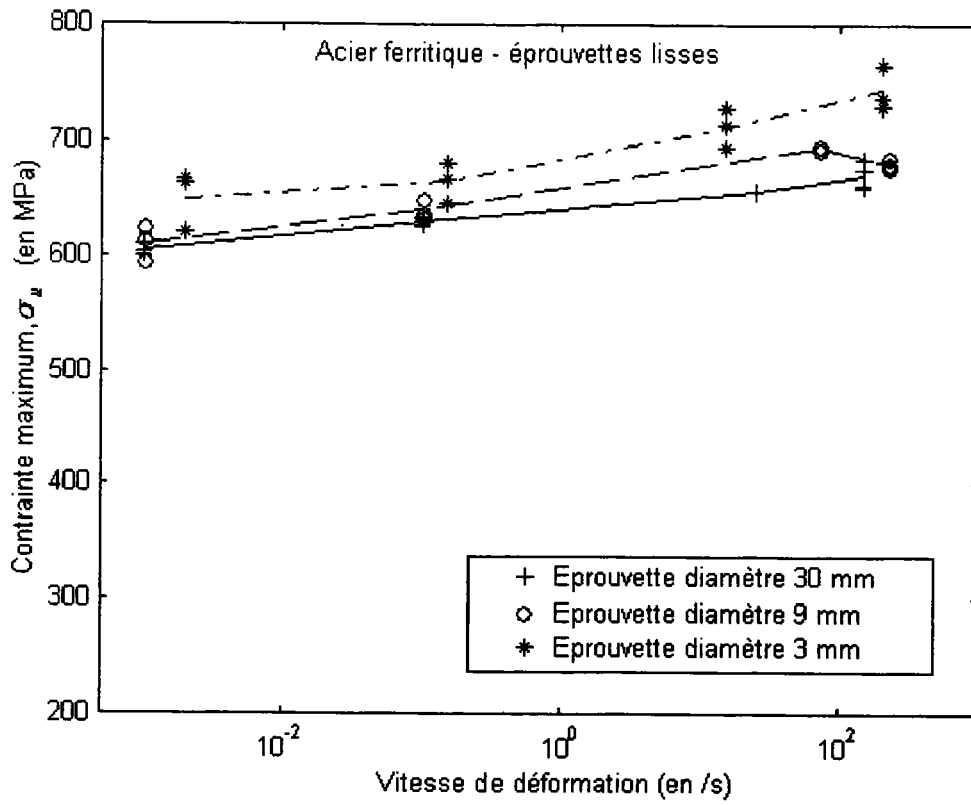


Fig. 15.11 Acier ferritique - contrainte maximale

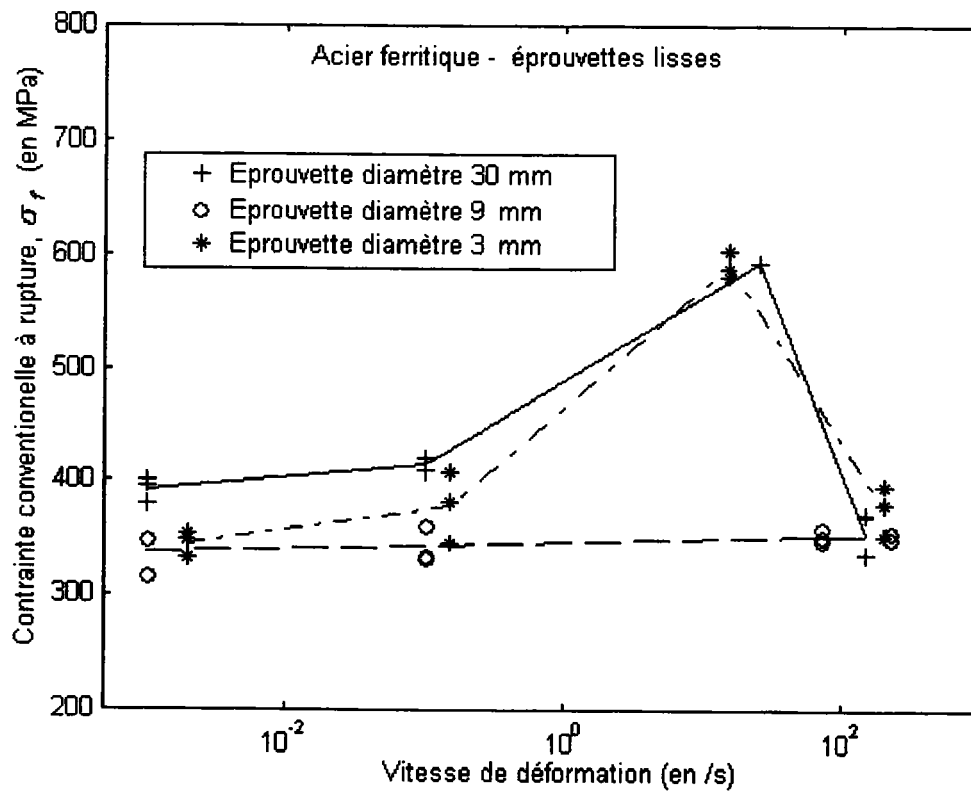


Fig. 15.12 Acier ferritique - contrainte à rupture

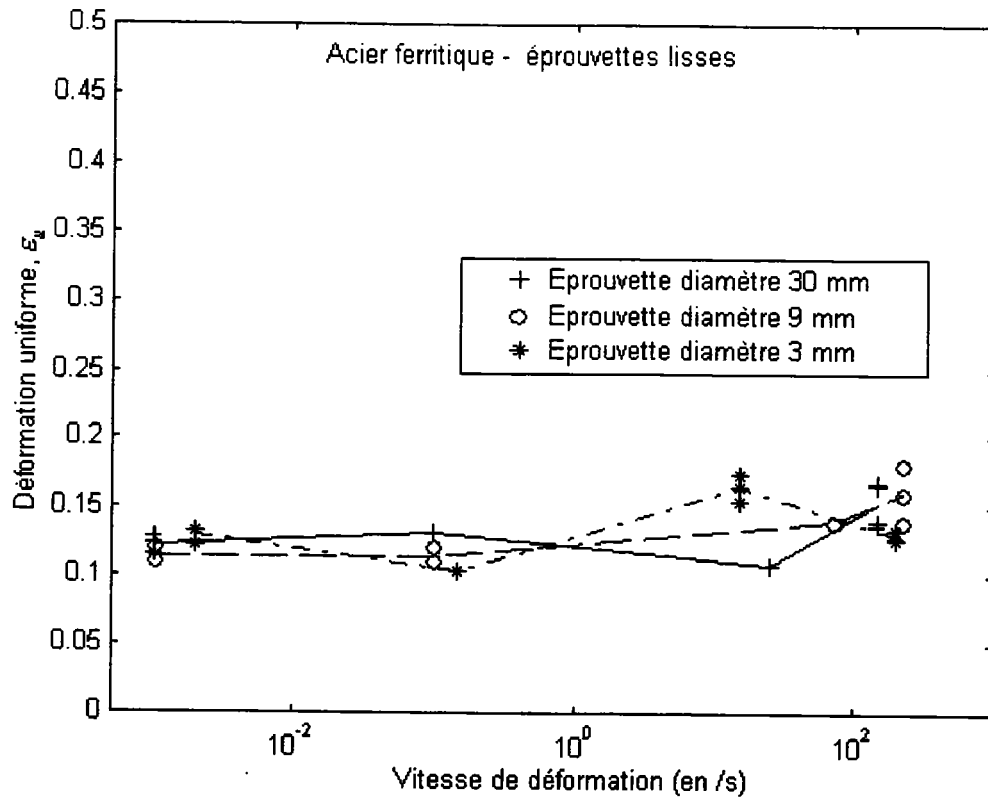


Fig. 15.13 Acier ferritique - déformation uniforme maximale

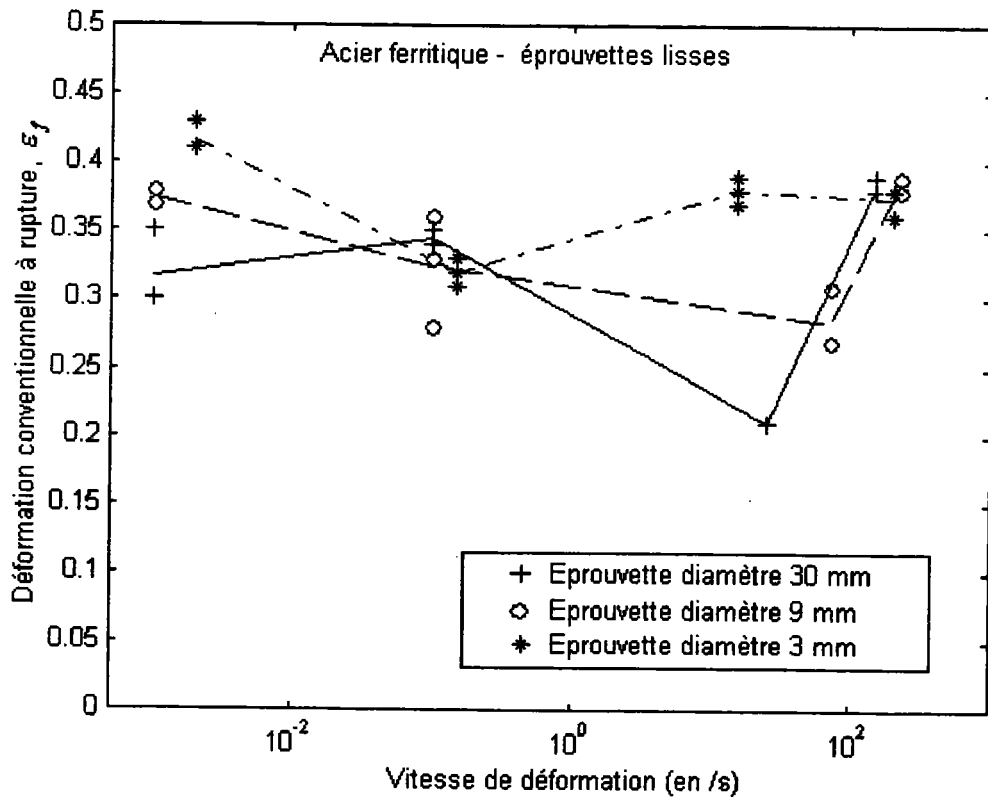


Fig. 15.14 Acier ferritique - déformation à rupture

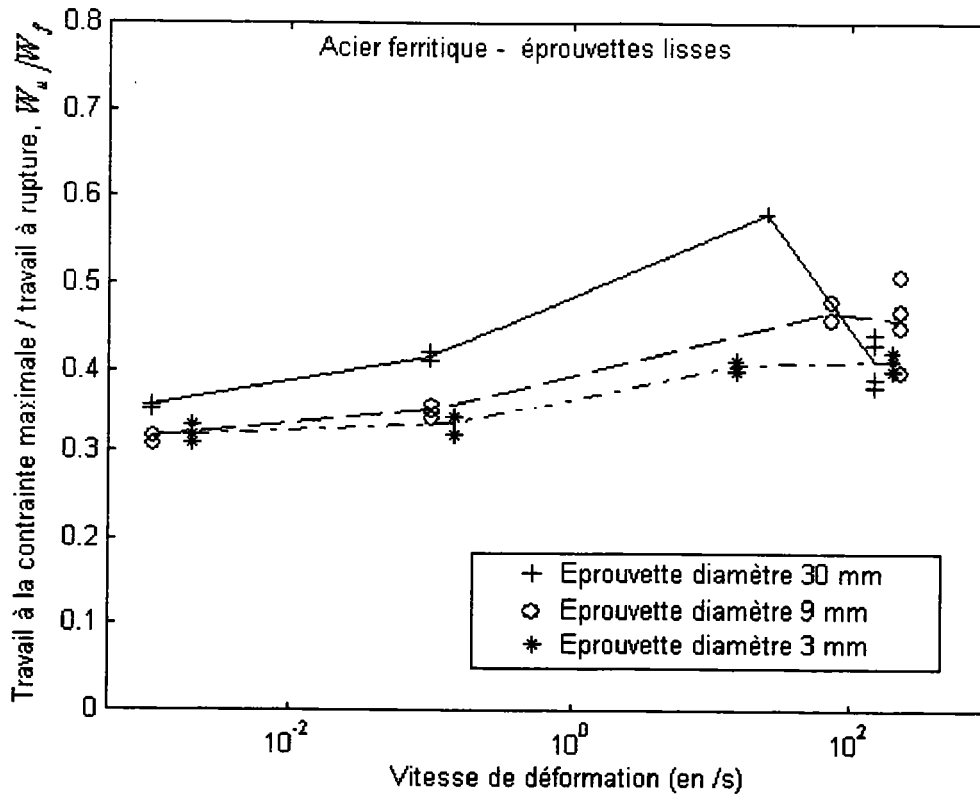


Fig. 15.15 Acier ferritique - travail à la contrainte maximale/travail à rupture

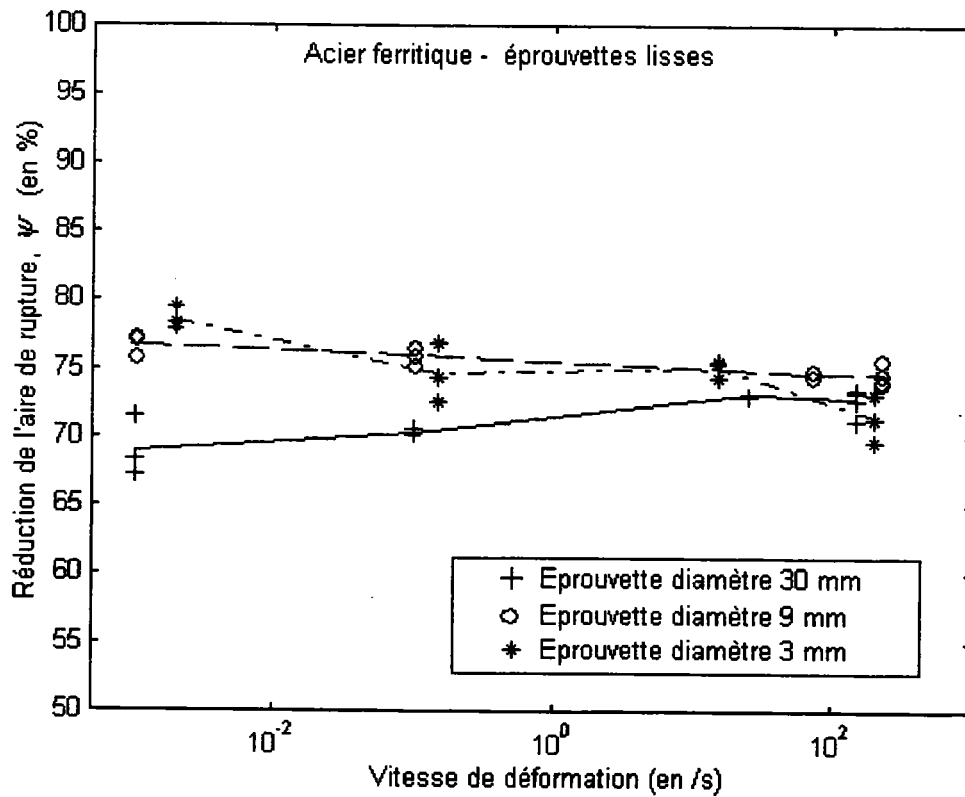


Fig. 15.16 Acier ferritique - réduction d'aire de la surface de rupture

15.3 Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvettes lisses

Commentaires des graphiques

Fig. 15.17, Fig. 15.18, Fig. 15.19 et Fig. 15.20 Acier austénitique - éprouvettes lisses - effet d'échelle

Comme pour l'acier ferritique, le problème de la dispersion des résultats expérimentaux concerne principalement les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre. Sur la figure (15.18), on notera que la courbe contrainte-déformation obtenue pour l'éprouvette référencée h1a31 issue de la plaque 4 se détache des courbes obtenues pour les éprouvettes référencées h1a29 et h1a30 issues de la plaque 3. Il est possible que ceci soit dû à l'hétérogénéité du lot de matière toutefois on ne peut pas véritablement le démontrer. Figure (15.19), l'écart important existant entre les courbes référencées h1a10 et h1a09 pourra être attribué à des problèmes expérimentaux car les éprouvettes h1a10 et h1a09 proviennent de la même plaque, du même échantillon et ont une position voisine dans cet échantillon.

L'ensemble des courbes présentées figures (15.17), (15.18), (15.19) et (15.20) ne font pas apparaître d'effet d'échelle pour des déformations inférieures à la déformation uniforme maximale. A l'instabilité plastique (pour des déformations supérieures à la déformation uniforme maximale), le comportement des éprouvettes est dépendant à la fois de leur taille et de la vitesse de déformation. En statique, le phénomène d'instabilité plastique est plus tardif pour les éprouvettes de petit diamètre. A l'opposé, à la vitesse de déformation de 200/s, le point d'instabilité plastique est plus précoce pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre que pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre.

Fig. 15.21, Fig. 15.22 et Fig. 15.23 Acier austénitique - éprouvettes lisses - effet de la vitesse de déformation

Figures (15.21), (15.22) et (15.23) on notera l'effet de la vitesse de déformation sur la contrainte d'écoulement. Cet effet reste modéré compte tenu de la petite plage de vitesses de déformation couverte. On remarquera toutefois, que la rupture est d'autant plus brutale et précoce que la vitesse de déformation considérée est importante.

Fig. 15.24 Acier austénitique - éprouvettes lisses - limite d'élasticité

Pour des vitesses de déformation de 0.001/s, 0.1/s et 10/s les limites d'élasticité des éprouvettes de 3 et 30 millimètres de diamètre sont semblables.

A la vitesse de déformation de $\sim 10/s$, pour les éprouvettes de diamètre 3, une des valeurs de la limite d'élasticité se détache de l'ensemble des autres valeurs. Cette valeur de la limite d'élasticité correspond à l'essai référencé h1a10 qui semble douteux.

A la vitesse de déformation de 200/s, pour les éprouvettes de diamètre 3, une limite d'élasticité haute et basse fait son apparition. Dans les mêmes conditions, pour les éprouvettes de diamètre 9 et 30, aucune "oscillation" de la limite d'élasticité n'a été observée. Ceci semble d'autant plus étrange que le temps nécessaire à l'établissement de l'équilibre dans les éprouvettes est bien entendu plus important pour les éprouvettes de diamètres 30 millimètres de diamètre que pour les éprouvettes de 3 et 9 millimètres de diamètre.

Aucune conclusion concernant l'effet d'échelle à la limite d'élasticité ne semble pouvoir être tirée des courbes figure (15.24).

Fig. 15.25 et fig. 15.26 Acier austénitique - éprouvettes lisses - contrainte d'écoulement à 1% et 5% de déformation

Si on exclut les valeurs des contraintes d'écoulement à 1% et 5% de déformation obtenues à la vitesse de déformation de $\sim 10/s$, on peut conclure à l'absence d'effet d'échelle.

On notera par ailleurs que les valeurs contraintes d'écoulement à 1% et 5% de déformation sont fonction logarithmique de la vitesse de déformation.

Fig. 15.27 et fig. 15.29 Acier austénitique - éprouvettes lisses - contrainte maximale et déformation uniforme (maximale)

Figure (15.27) aucun effet d'échelle à la contrainte maximale n'apparaît. De plus on remarquera que la contrainte maximale n'est que très peu sensible à la vitesse de déformation.

Figure(15.29) aucun effet d'échelle n'est observé à la déformation uniforme maximale aux vitesses de déformation de $\sim 0.1/s$, $10/s$ et $200/s$. En revanche à la vitesse de déformation de $\sim 0.001/s$ on notera que la déformation uniforme maximale est d'autant plus importante que le diamètre des éprouvettes considérées est petit.

Fig. 15.28 et fig. 15.30 Acier austénitique - éprouvettes lisses - contrainte et déformation à rupture

Figure (15.28) la forte dispersion des résultats présentés témoigne de la difficulté de lire la contrainte à rupture directement sur les courbes contrainte-déformation.

La déformation à rupture, figure (15.30), décroît avec la vitesse de déformation. En statique (vitesse de déformation de $\sim 0.001/s$), la déformation à rupture est d'autant plus grande que le diamètre des éprouvettes considérées est petit.

Fig. 15.31 Acier austénitique - éprouvettes lisses - travail à la contrainte maximale / travail à rupture

Figure (15.31), les résultats obtenus sont fortement dispersés et semblent fortement dépendant des conditions d'essais.

La figure (15.31) ne permet pas d'établir de lien entre de la taille des éprouvettes et le rapport W_u/W_f .

Fig. 15.32 Acier austénitique - éprouvettes lisses - réduction d'aire de la section d'éprouvette correspondant à la surface de rupture

Les courbes figure (15.29) font apparaître une décroissance de ψ lorsque la vitesse de déformation augmente. En d'autres termes, l'augmentation de la vitesse de déformation a tendance à fragiliser le matériau.

Aux basses vitesses de déformation, les éprouvettes de petits diamètres se comportent de manière plus ductile que les éprouvettes de grands diamètres et l'effet de la taille des éprouvettes est clairement visible.

Les hautes vitesses de déformation fragilisent les éprouvettes des deux diamètres considérés tendant à annuler l'effet d'échelle observé.

Courbes conventionnelles contrainte-déformation

Effet d'échelle

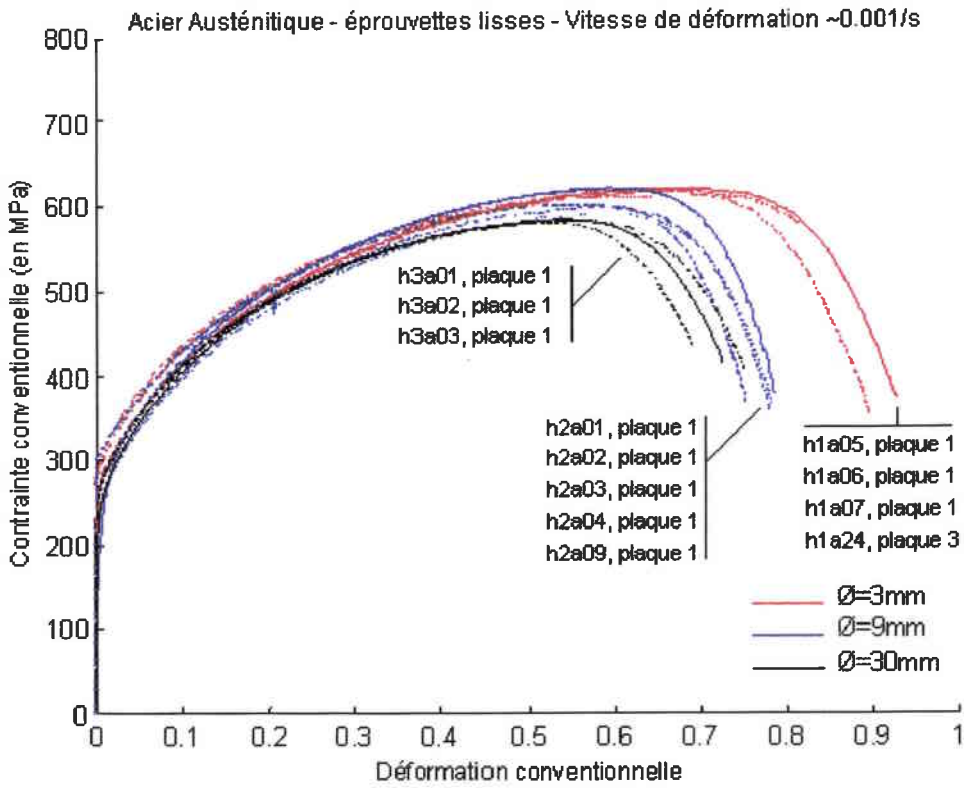


Fig. 15.17 Acier austénitique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 0.001/s$

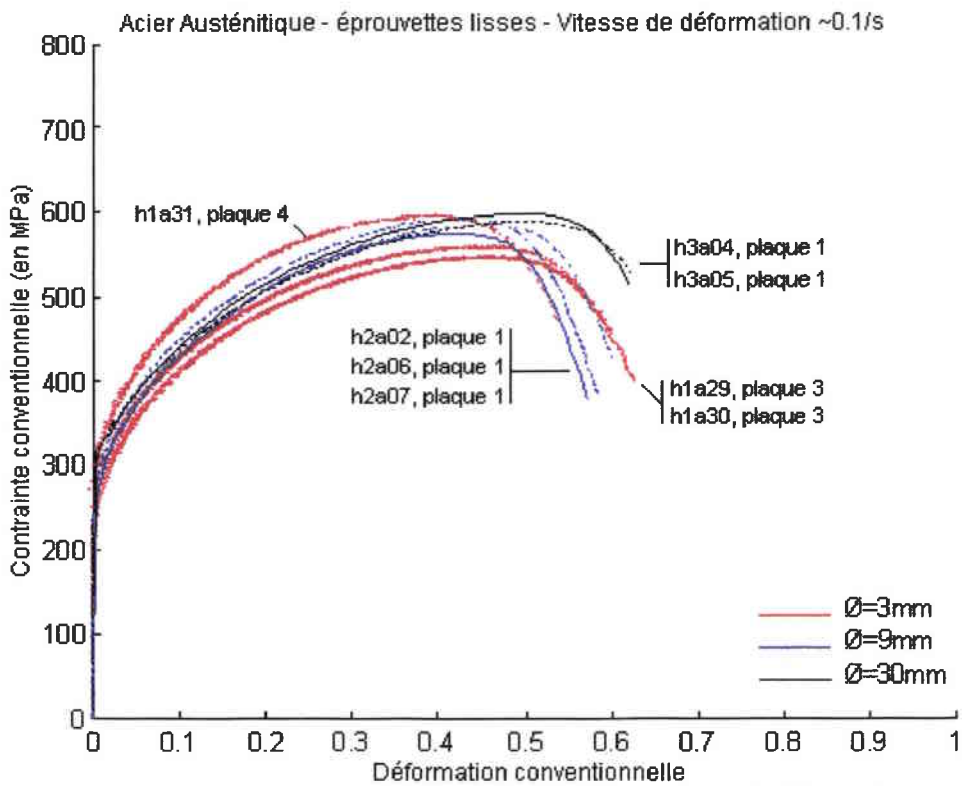


Fig. 15.18 Acier austénitique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation $\sim 0.1/s$

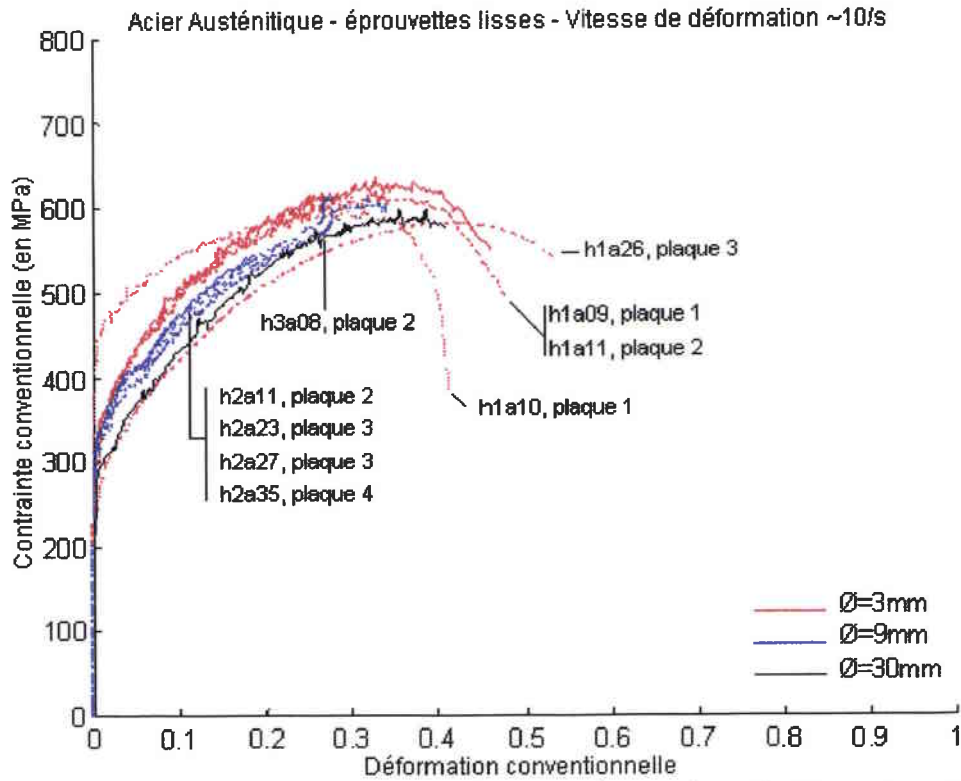


Fig. 15.19 Acier austénitique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation ~ 10/s

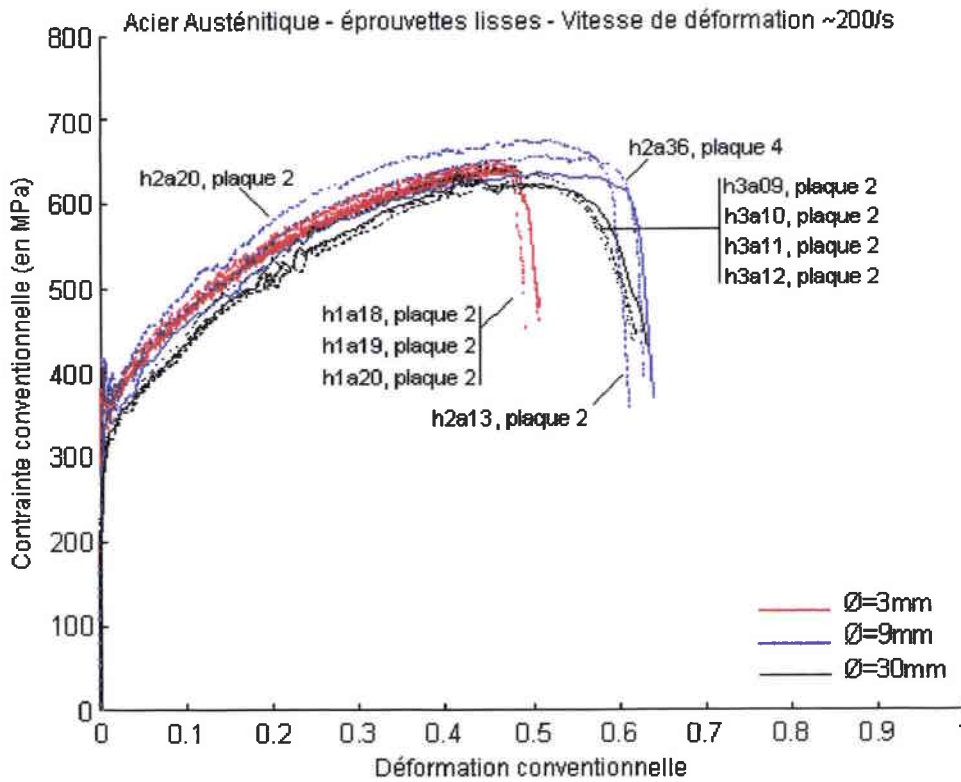


Fig. 15.20 Acier austénitique - éprouvettes lisses - vitesse de déformation ~ 200/s

Effet de la vitesse de déformation

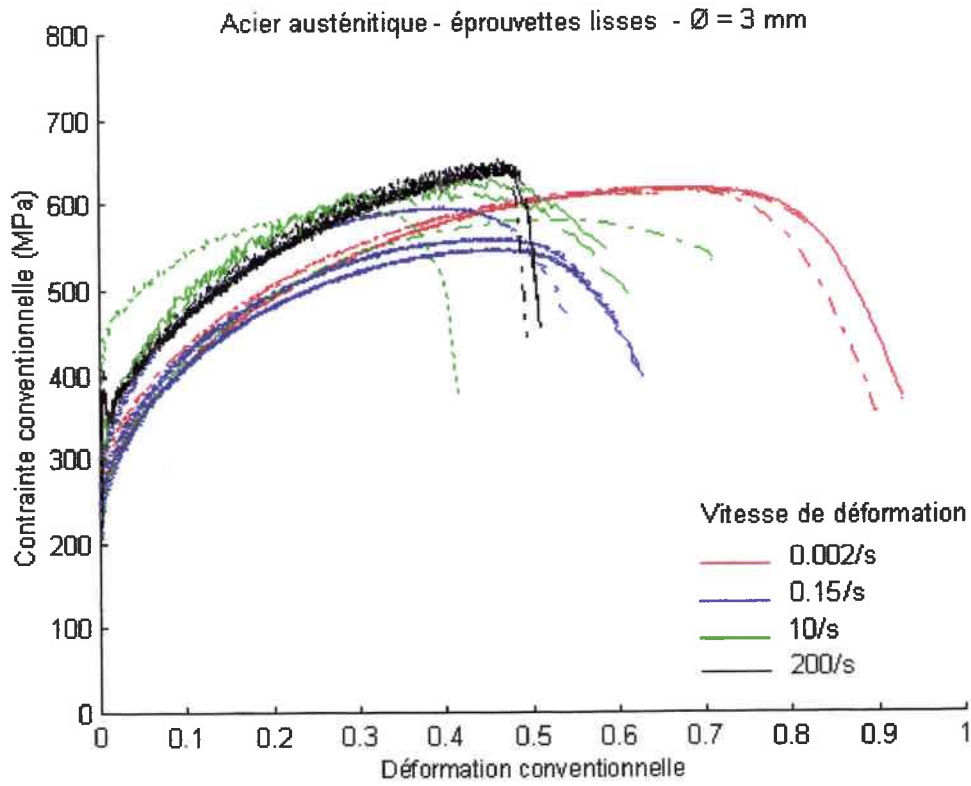


Fig. 15.21 Acier austénitique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 3 \text{ mm}$

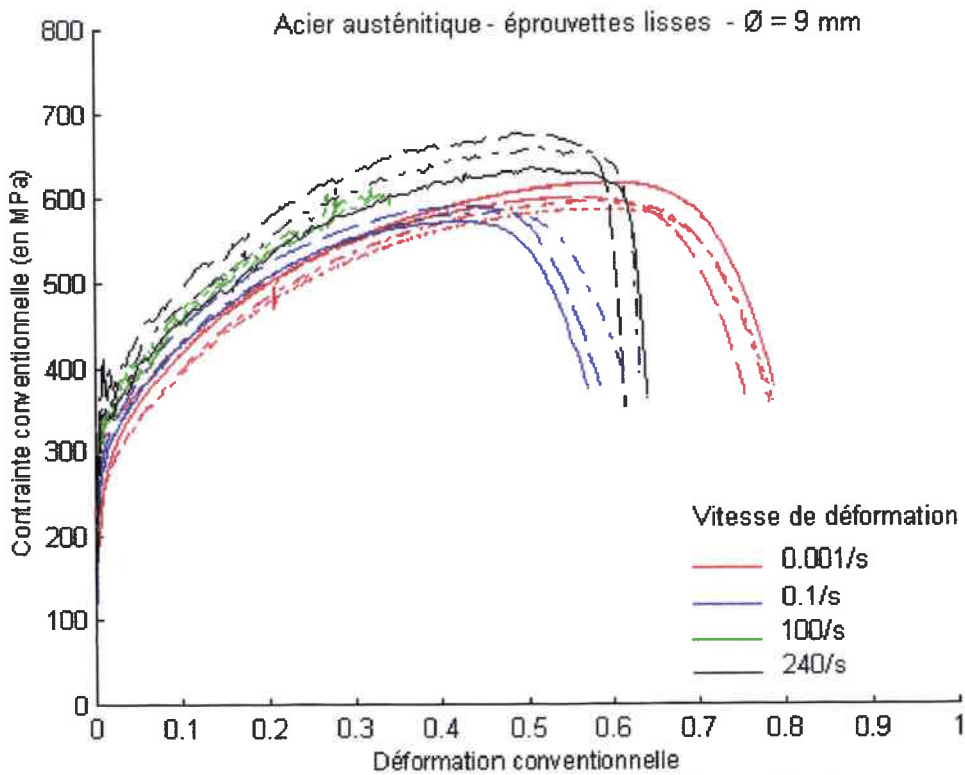


Fig. 15.22 Acier austénitique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 9 \text{ mm}$

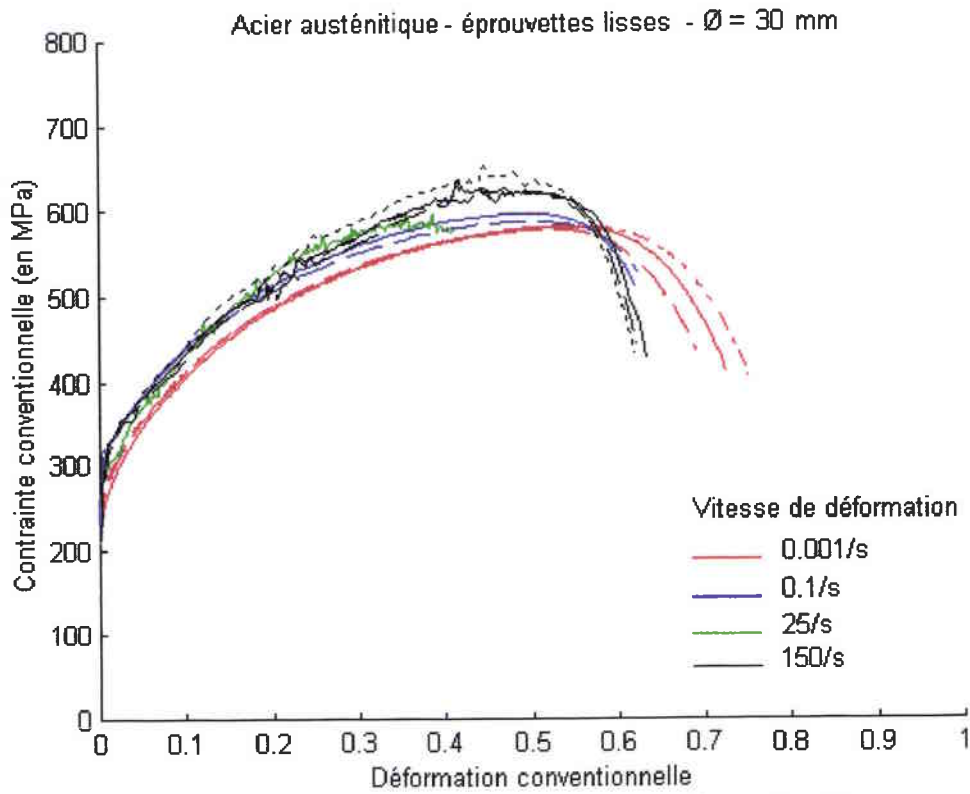


Fig. 15.23 Acier austénitique - éprouvettes lisses - $\varnothing = 30$ mm

Graphiques représentatifs des différents paramètres étudiés

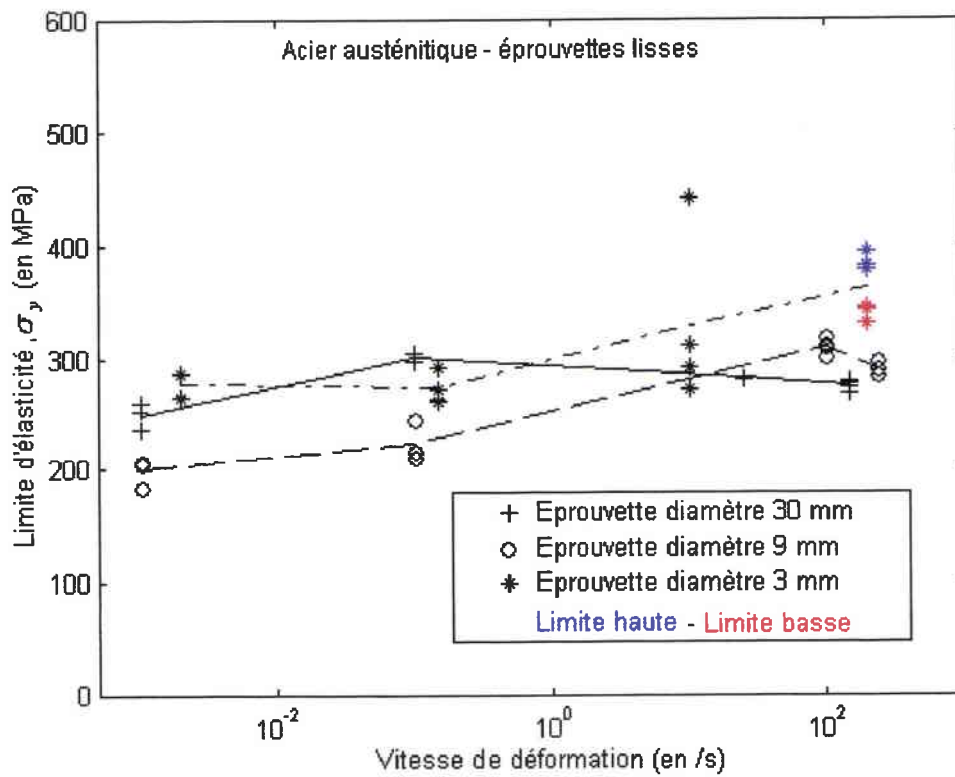


Fig. 15.24 Acier austénitique - limite d'élasticité

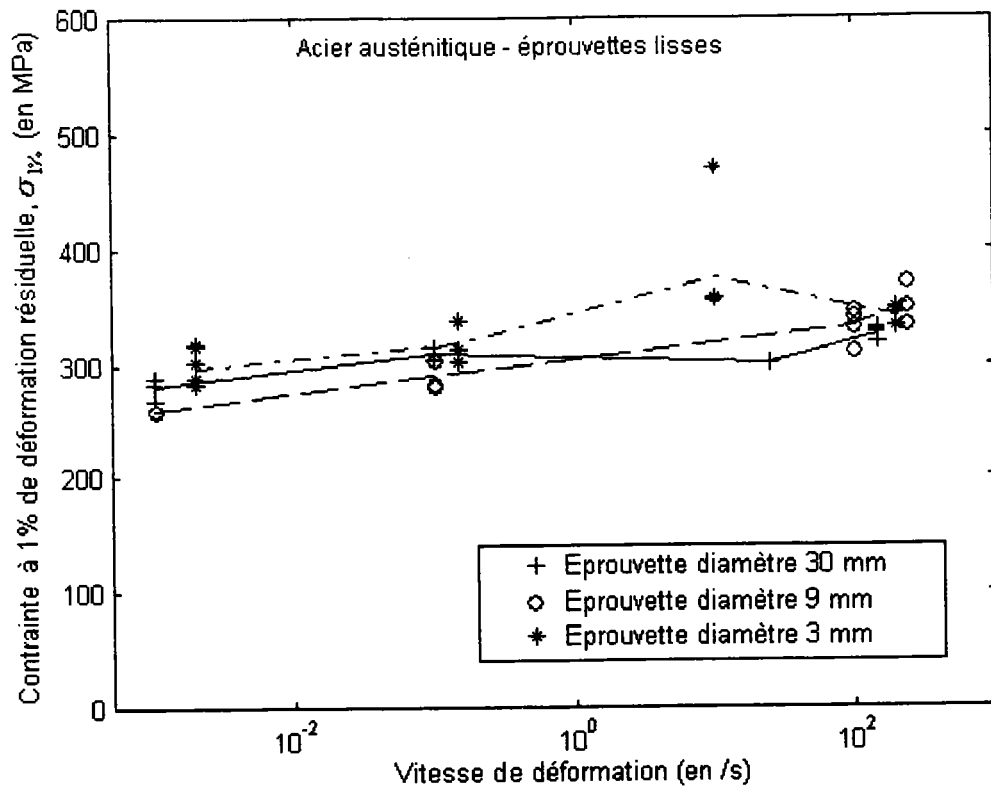


Fig. 15.25 Acier austénitique - contrainte à 1% de déformation résiduelle

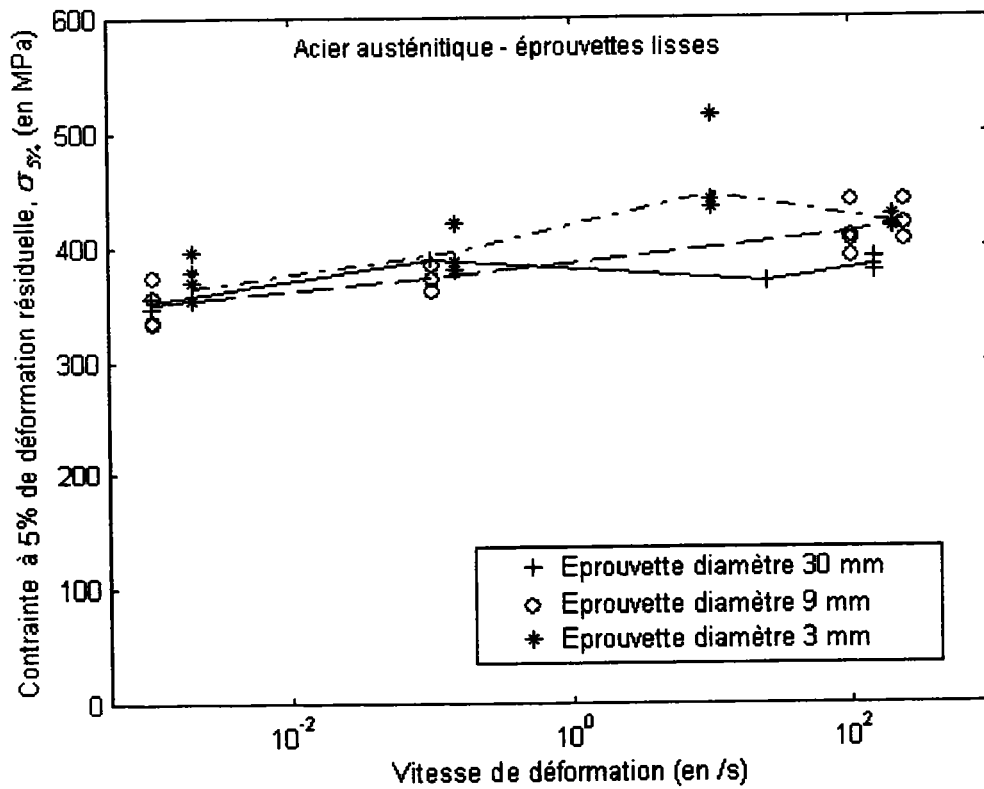


Fig. 15.26 Acier austénitique - contrainte à 5% de déformation

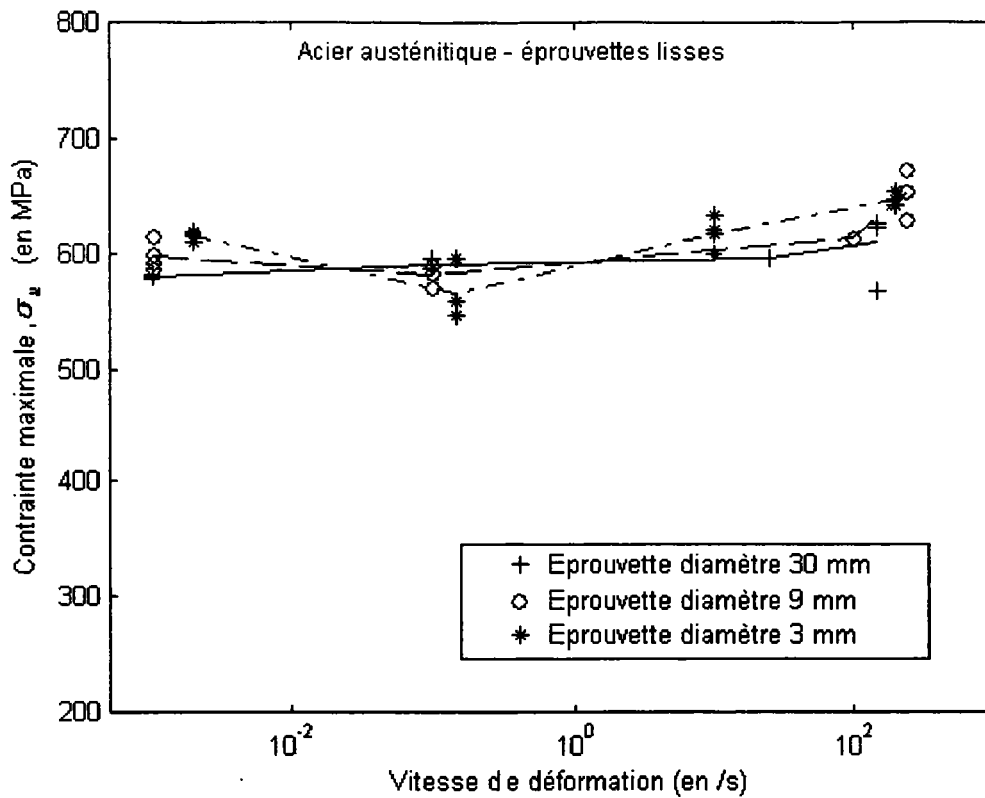


Fig. 15.27 Acier austénitique - contrainte maximale

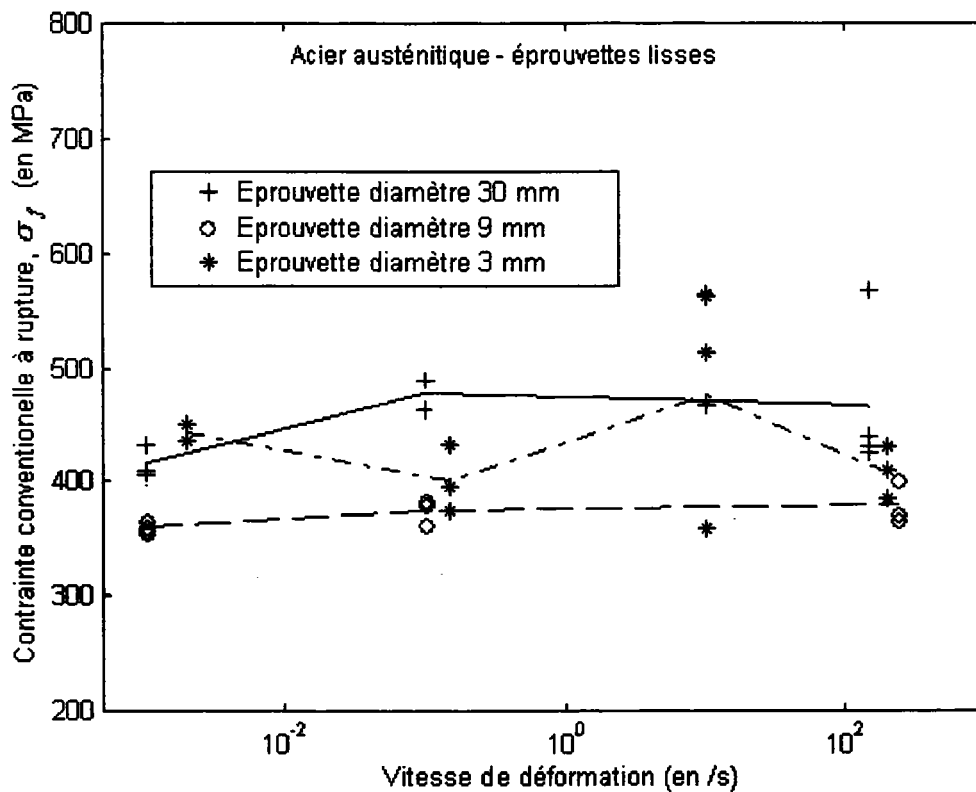


Fig. 15.28 Acier austénitique - contrainte à rupture

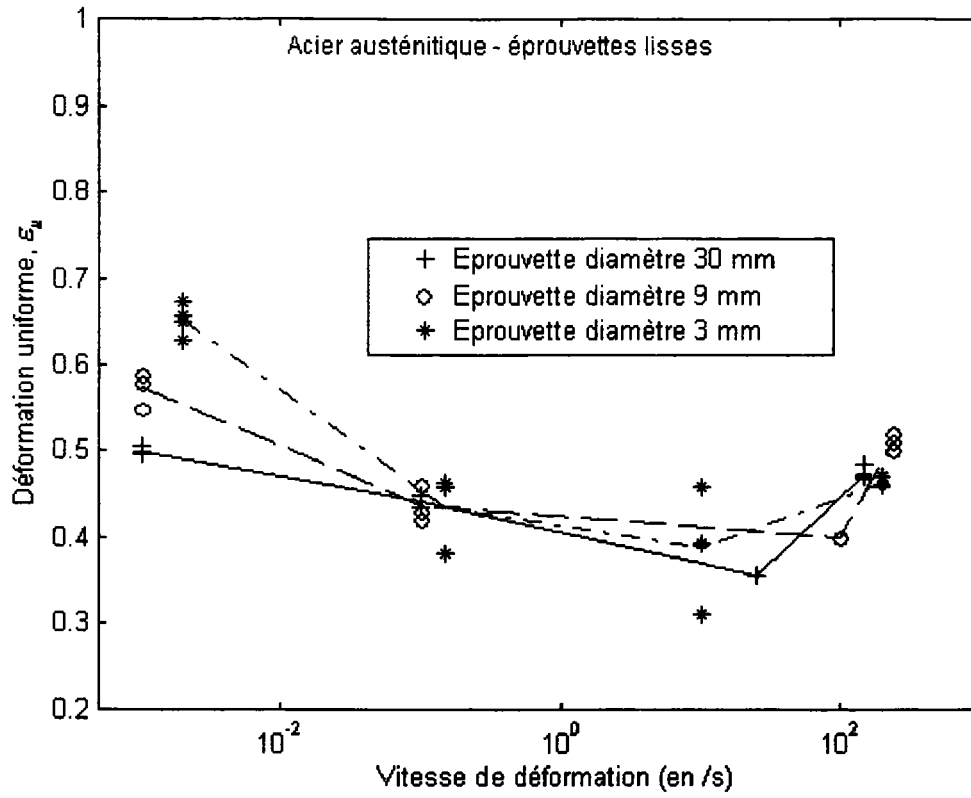


Fig. 15.29 Acier austénitique - déformation uniforme (maximale)

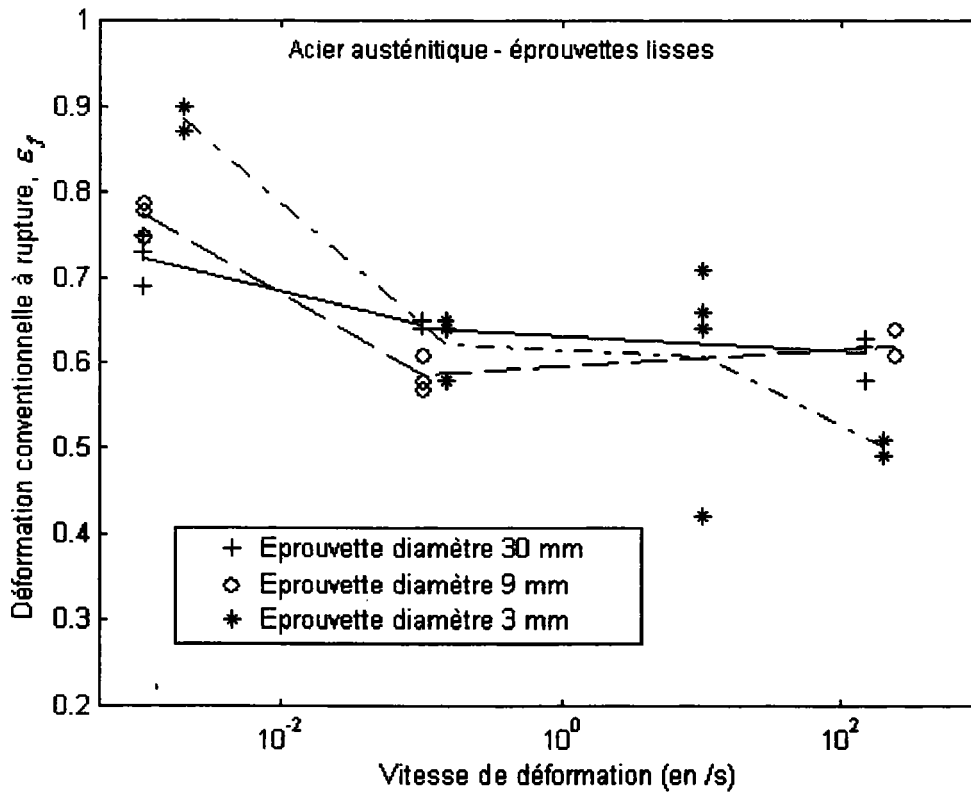


Fig. 15.30 Acier austénitique - déformation à rupture

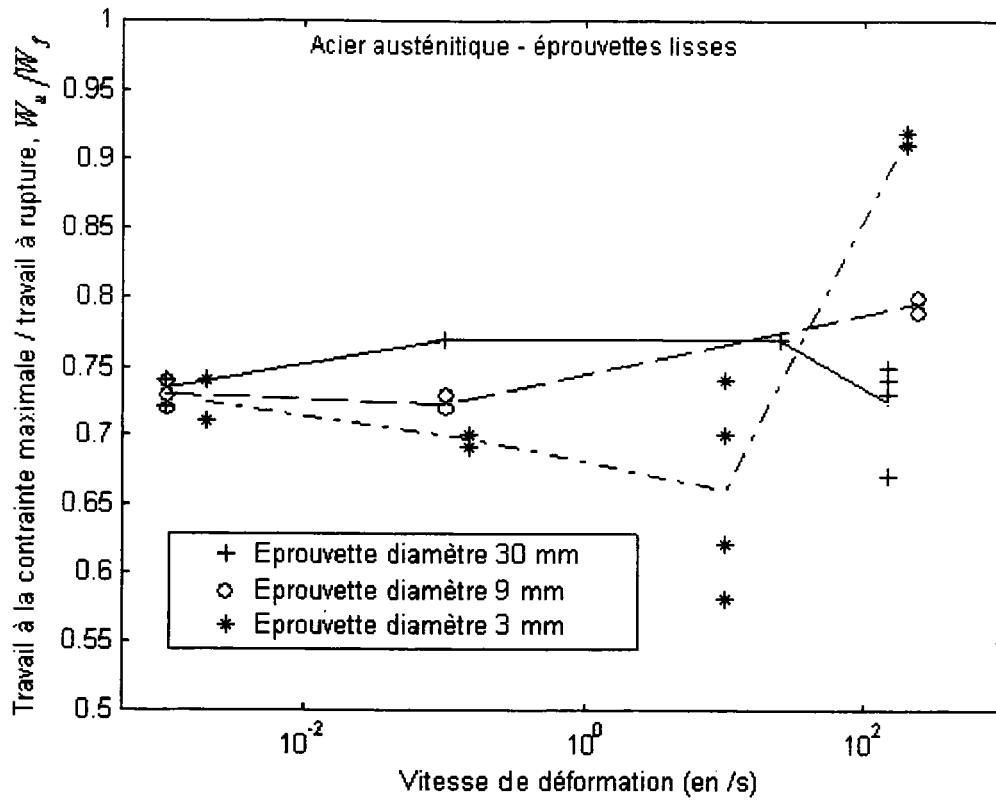


Fig. 15.31 Acier austénitique - travail à la contrainte maximale/travail à rupture

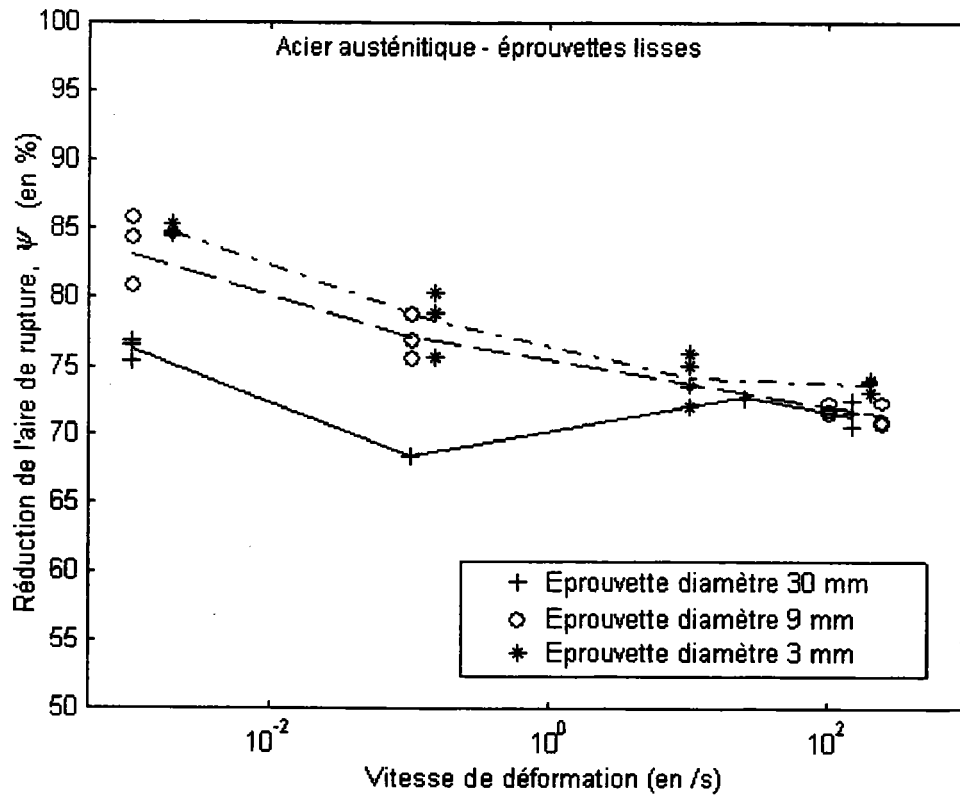


Fig. 15.32 Acier austénitique - Réduction d'aire de la surface de rupture

15.4 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes entaillées

Commentaires des graphiques

Fig. 15.33, Fig. 15.34, Fig. 15.35 et Fig. 15.36 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - effet d'échelle

En statique (vitesse de déplacement de 0.001/s, fig. 15.33) et à la vitesse de déplacement normalisée de 0.1/s (fig. 15.34) aucun effet d'échelle n'est à noter pour des allongements inférieurs aux allongements à la charge maximale.

Sur la figure (15.33), une des courbes obtenues pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre est visiblement fautive.

Avant de commenter les figures (15.35) et (15.36), il convient de noter qu'il existe une réelle différence entre les vitesses de déplacements appliquées à chacun des trois diamètres d'éprouvettes testés.

Sur la figure (15.35), les courbes correspondant aux éprouvettes de 9 millimètres de diamètre ont été obtenues pour une vitesse de déplacement normalisée de 120/s au lieu des 10/s espéré. Les courbes obtenues pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre présentées sur cette même figure ont été obtenues à la vitesse de déplacement 30/s. Il apparaît donc normal qu'à allongements identiques la charge supportée par les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre soit légèrement supérieure à la charge supportée par les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre. Toujours figure (15.35), on notera que les éprouvettes de 3 millimètres de diamètres supportent une charge supérieure à celles deux autres diamètres d'éprouvettes et ce bien que ces éprouvettes aient été testées à une vitesse de déplacement de 10/s. Cet "effet d'échelle" significatif ne se retrouvant pas aux vitesses de déplacement de 0.001/s et 0.1/s, on peut penser que les résultats d'essais obtenus pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre à la vitesse de déplacement de 10/s sont erronés.

Sur la figure (15.36), les courbes charge-déplacement obtenues à partir des éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre sont d'allures très semblables. On notera toutefois que les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre rompent de manière un peu plus précoce que les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre. Les éprouvettes de 30 millimètres et 9 millimètres de diamètre ont été testés respectivement à des vitesses de déplacement de 130/s et 290/s.

Fig. 15.37, Fig. 15.38 et Fig. 15.39 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - effet de la vitesse de déformation

Sur la figure (15.37), les résultats d'essais obtenus pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre mettent en évidence un effet de la vitesse de déplacement particulièrement prononcé. On notera en particulier, que l'allongement à rupture et la charge supportée par les éprouvettes pour un allongement donné sont dépendant de la vitesse de déplacement imposée. Il est possible que certaines erreurs expérimentales soit à l'origine de cet effet peut être trop prononcé de la vitesse de déformation.

Pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre, figure (15.38), on note une nette augmentation de la charge supportée par les éprouvettes pour un allongement donné lorsque la vitesse de déplacement augmente.

La vitesse de déplacement imposée semble avoir eu peu d'influence sur le comportement à rupture des éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre.

Pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre, figure (15.39), l'effet de la vitesse de déformation sur la charge supportée par les éprouvettes est un moins important que pour les deux autres diamètres d'éprouvettes étudiés.

Fig. 15.40 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - charge normalisée à 5% d'allongement

A 5% d'allongement, l'effet d'échelle sur la charge normalisée est inexistant ou peu prononcé, à l'opposé l'effet de la vitesse de déplacement apparaît nettement.

Fig. 15.41 et fig. 15.42 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - charge maximale normalisée et allongement normalisé à la charge maximale

Sur la figure (15.41), la charge maximale supportée par les éprouvettes croît avec la vitesse de déplacement. Par ailleurs, la charge maximale supportée par les éprouvettes ne semble pas très sensible à l'effet d'échelle.

Sur la figure (15.42), l'allongement à la charge maximale apparaît comme étant totalement insensible aux dimensions des éprouvettes et aux vitesses de déplacements imposées lors des essais.

Fig. 15.43 et fig. 15.44 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - charge normalisée à rupture et allongement normalisé à rupture

Sur la figure (15.43), la dispersion des résultats d'essais correspondant à la charge à rupture témoigne de la difficulté d'appréciation de ce paramètre.

Sur la figure (15.44), on remarquera que l'allongement à rupture décroît avec le diamètre des éprouvettes.

Fig. 15.45 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - travail à la charge maximale / travail à rupture

Les relevés expérimentaux présentés figure (15.45) traduisent une nouvelle fois une rupture plus précoce pour les éprouvettes de petit diamètre que pour les éprouvettes de grand diamètre.

Fig. 15.46 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues

Ce paramètre est représentatif de la déformation à rupture des éprouvettes. Les déformations à rupture mesurées sur les éprouvettes d'acier ferritique ne laissent pas apparaître d'effet d'échelle. On remarquera par ailleurs la forte dispersion des résultats expérimentaux obtenus.

Courbes charge-déplacement

Effet d'échelle

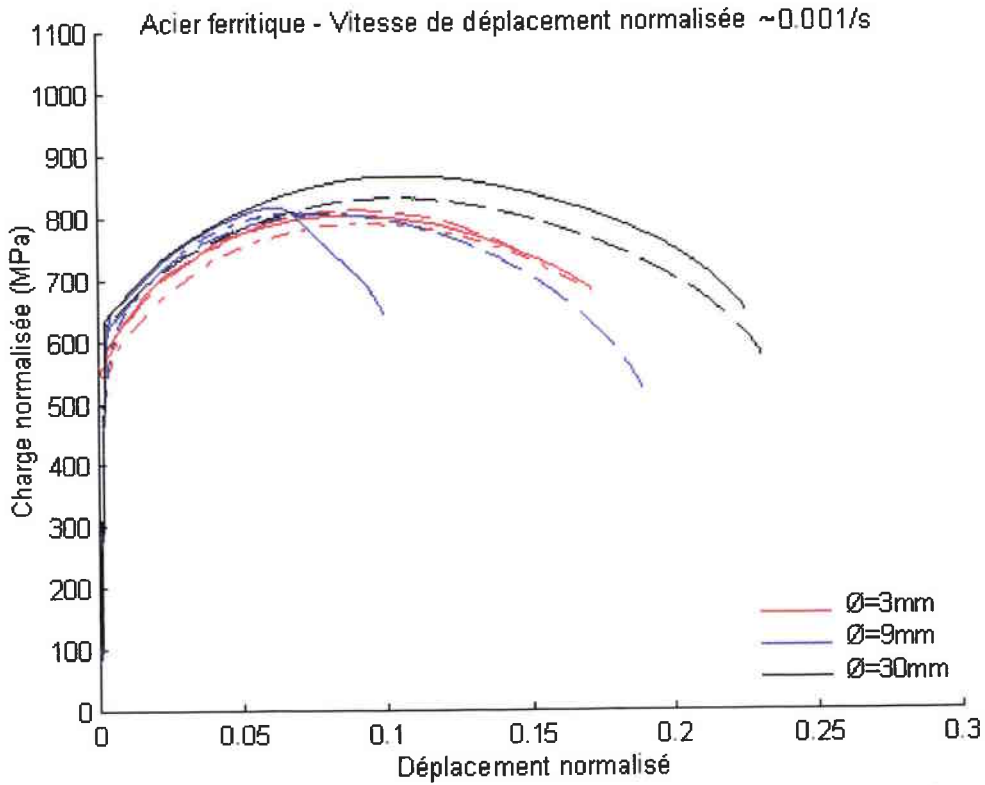


Fig. 15.33 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - vitesse de déformation $\sim 0.001/s$

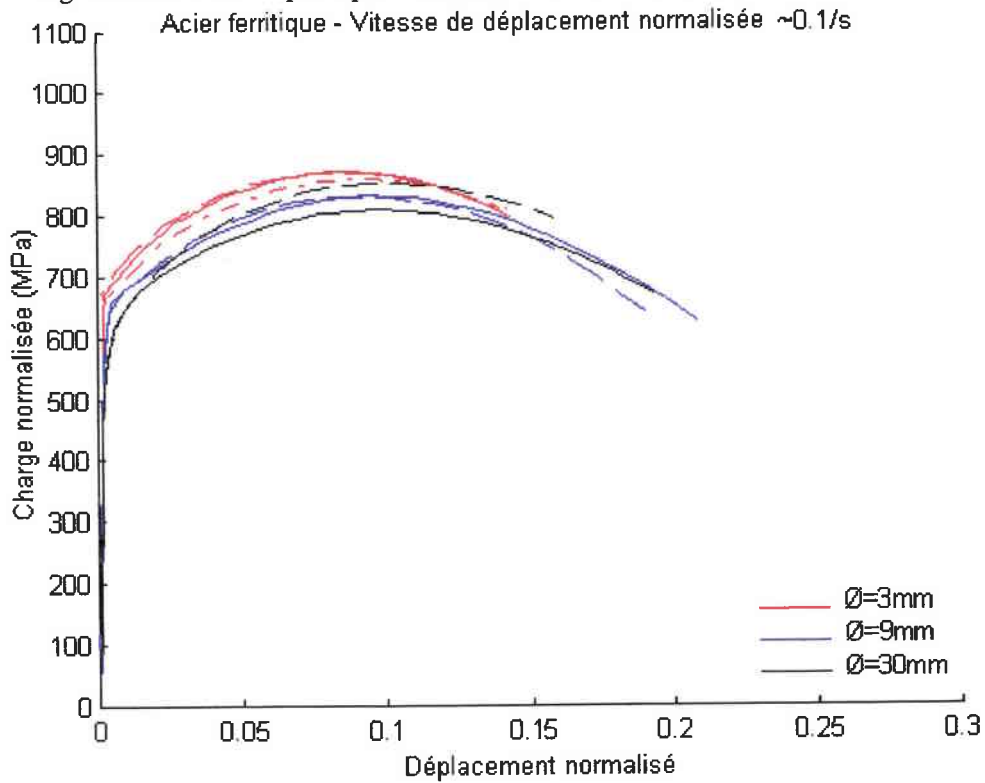


Fig. 15.34 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - vitesse de déformation $\sim 0.1/s$

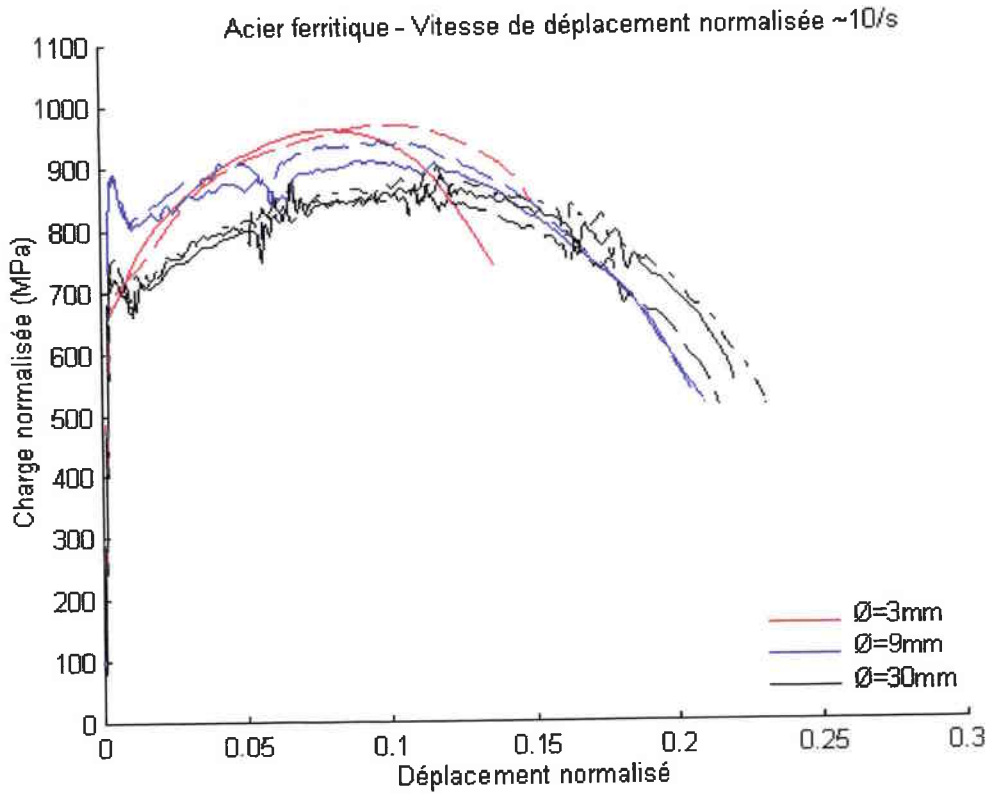


Fig. 15.35 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - vitesse de déformation $\sim 10/s$

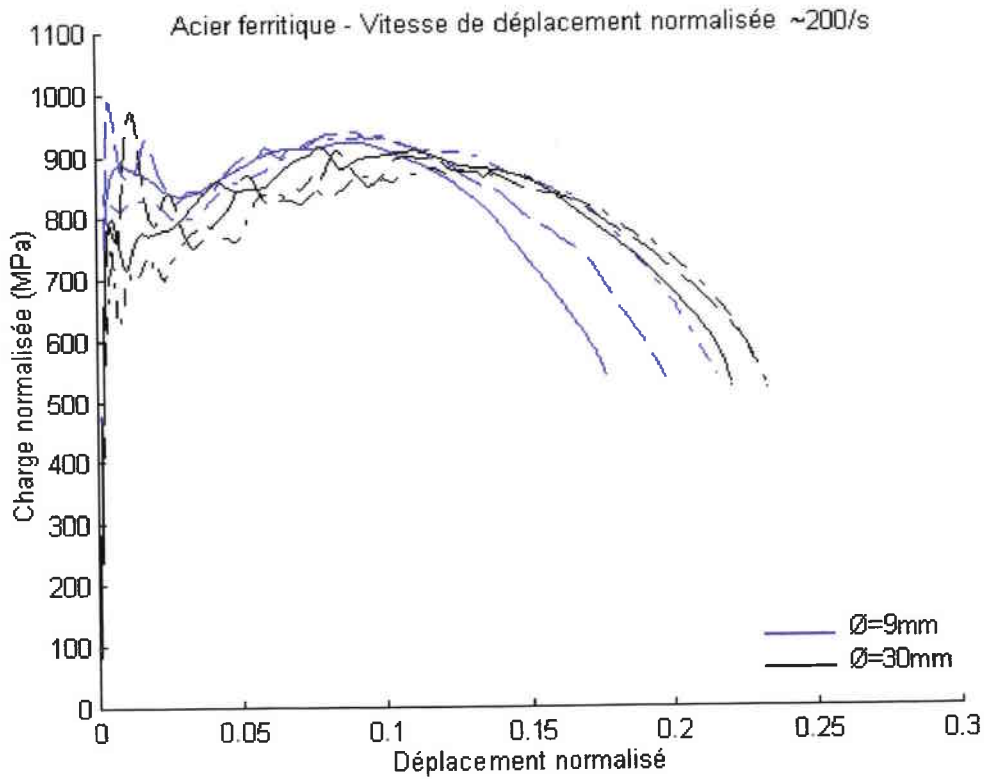


Fig. 15.36 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - vitesse de déformation $\sim 200/s$

Effet de la vitesse de déformation

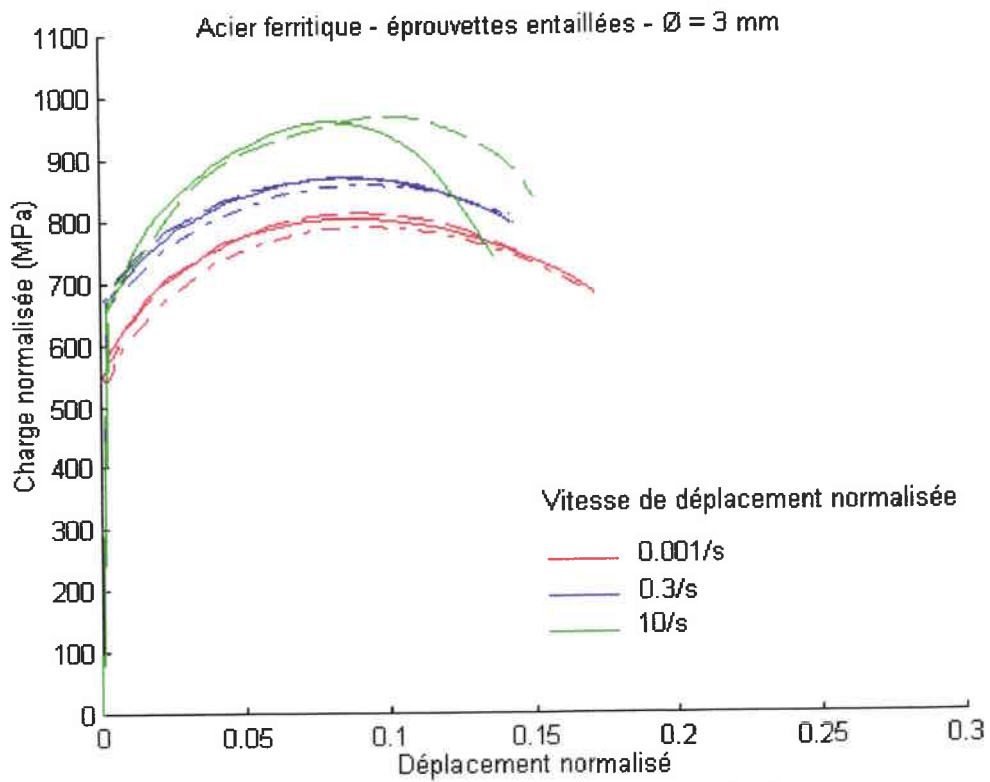


Fig. 15.37 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 3$ mm

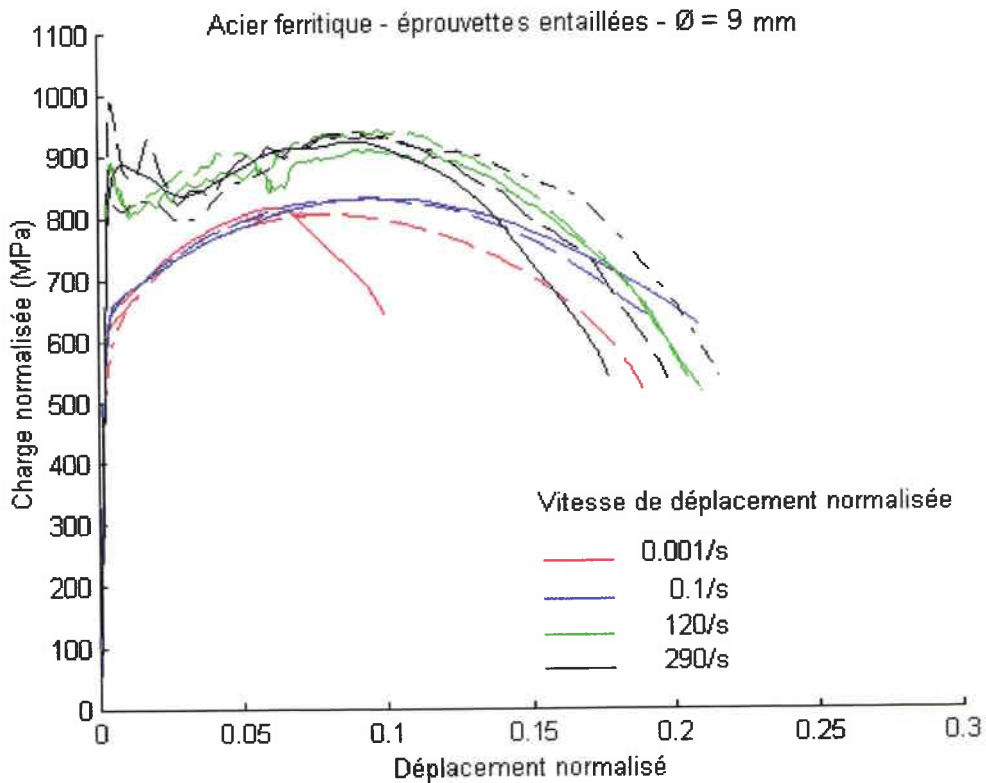


Fig. 15.38 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9$ mm

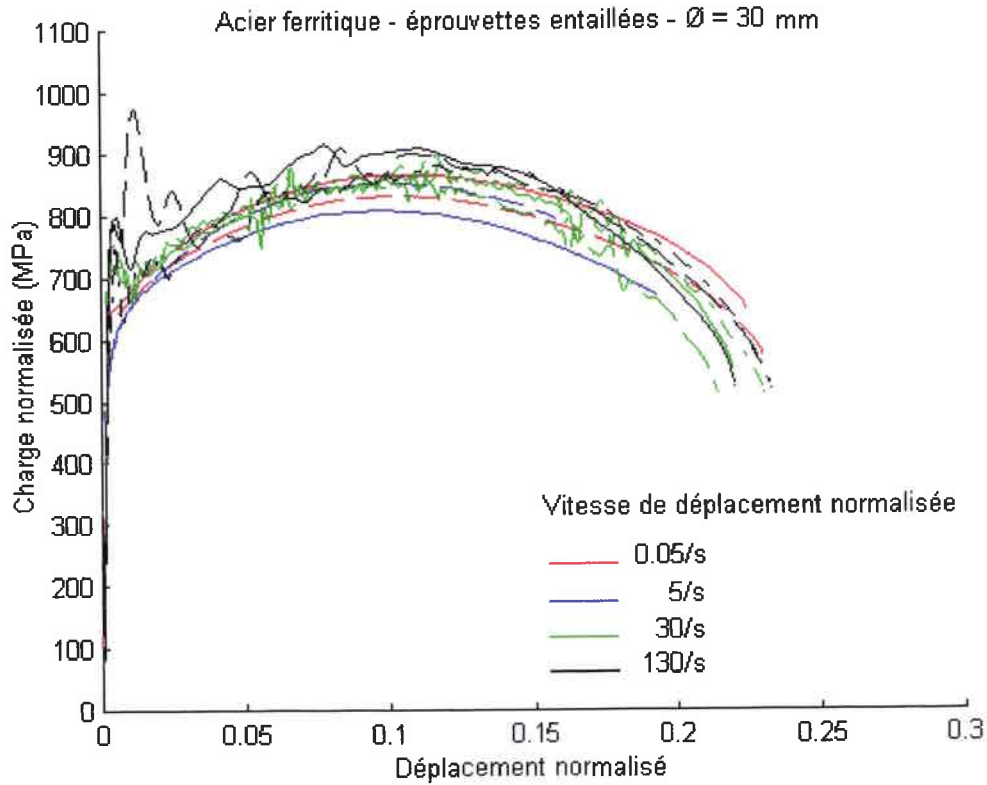


Fig. 15.39 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - Ø = 30 mm

Graphiques représentatifs des différents paramètres étudiés

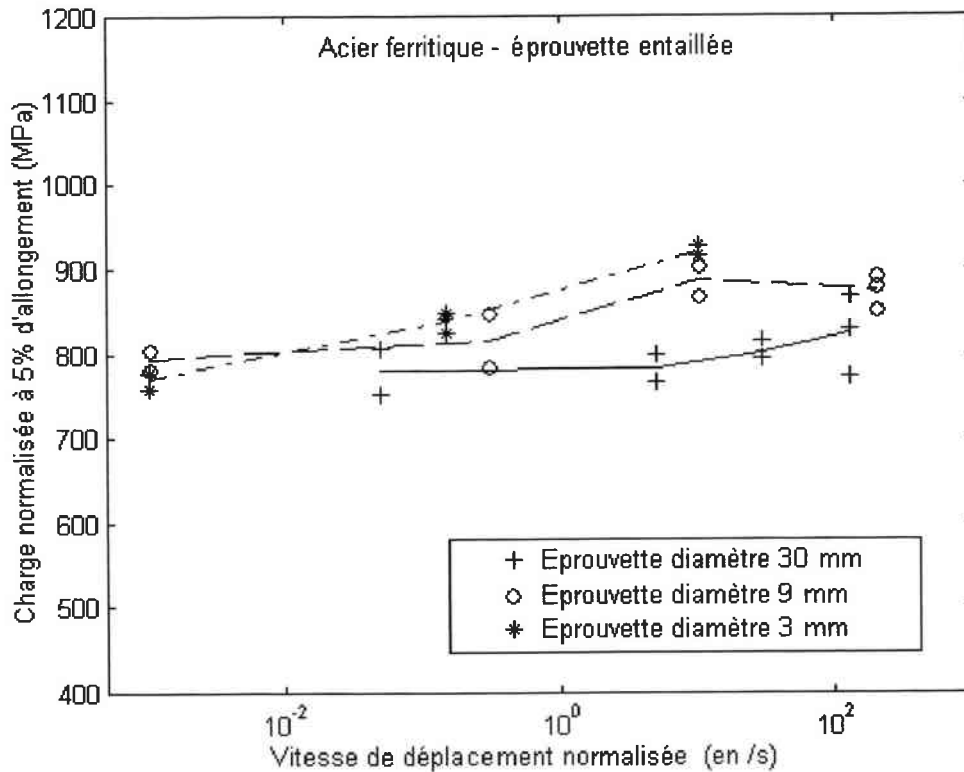


Fig. 15.40 Acier ferritique - charge normalisée à 5% d'allongement résiduel

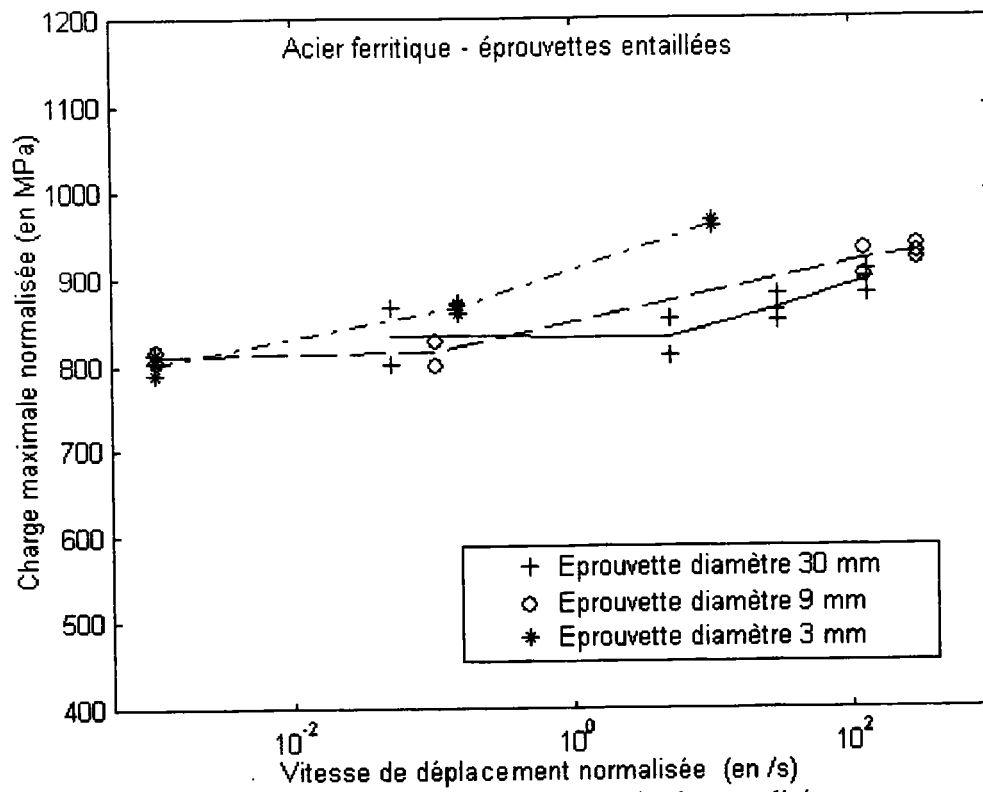


Fig. 15.41 Acier ferritique - charge maximale normalisée

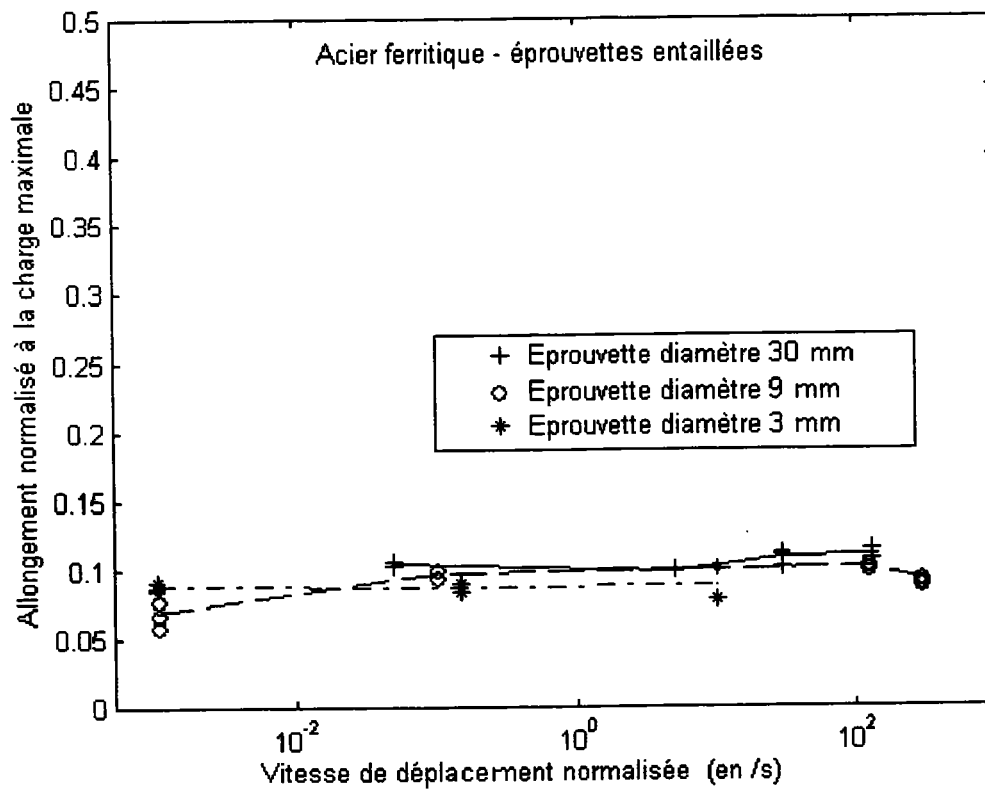


Fig. 15.42 Acier ferritique - allongement à la charge maximale

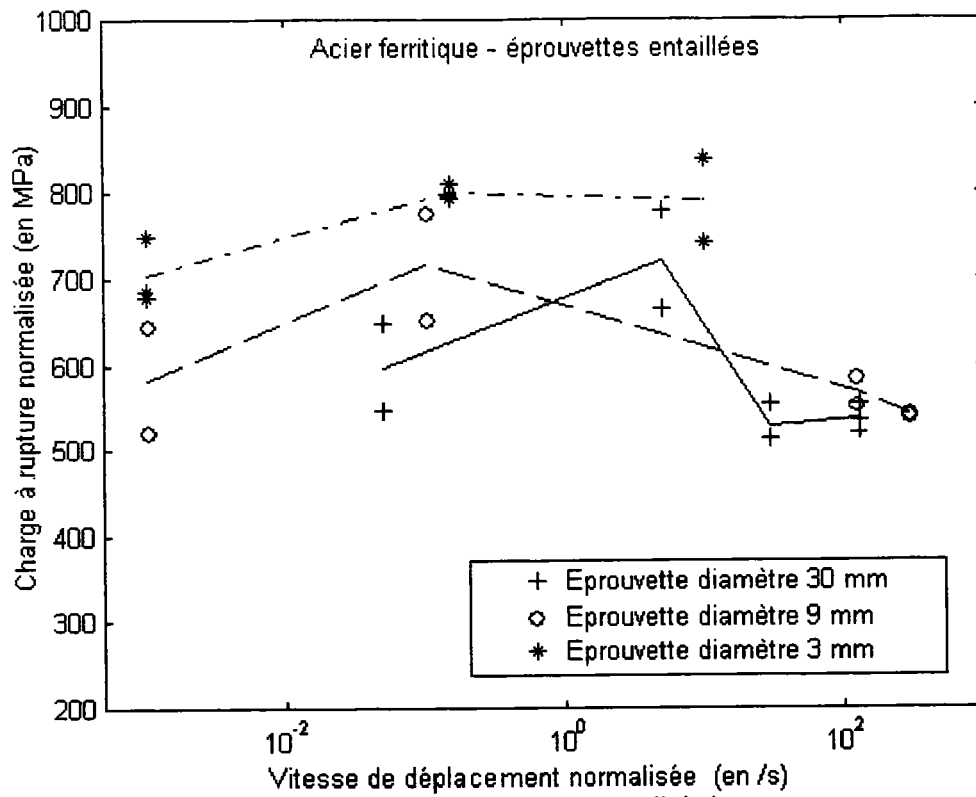


Fig. 15.43 Acier ferritique - charge normalisée à rupture

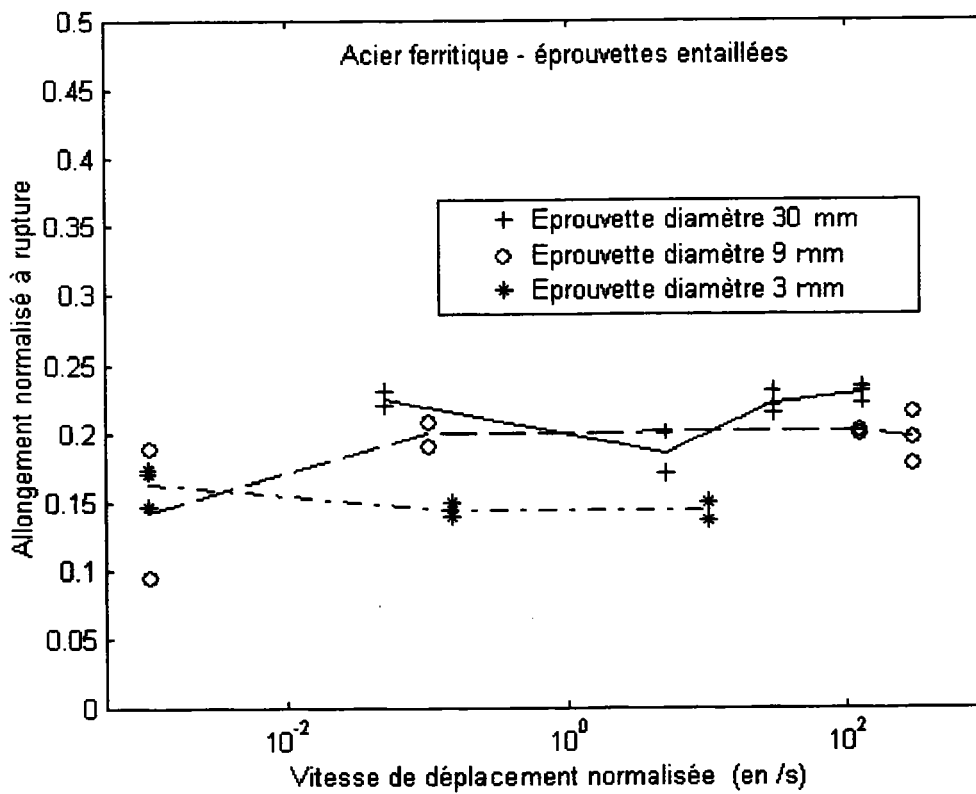


Fig. 15.44 Acier ferritique - allongement normalisé à rupture

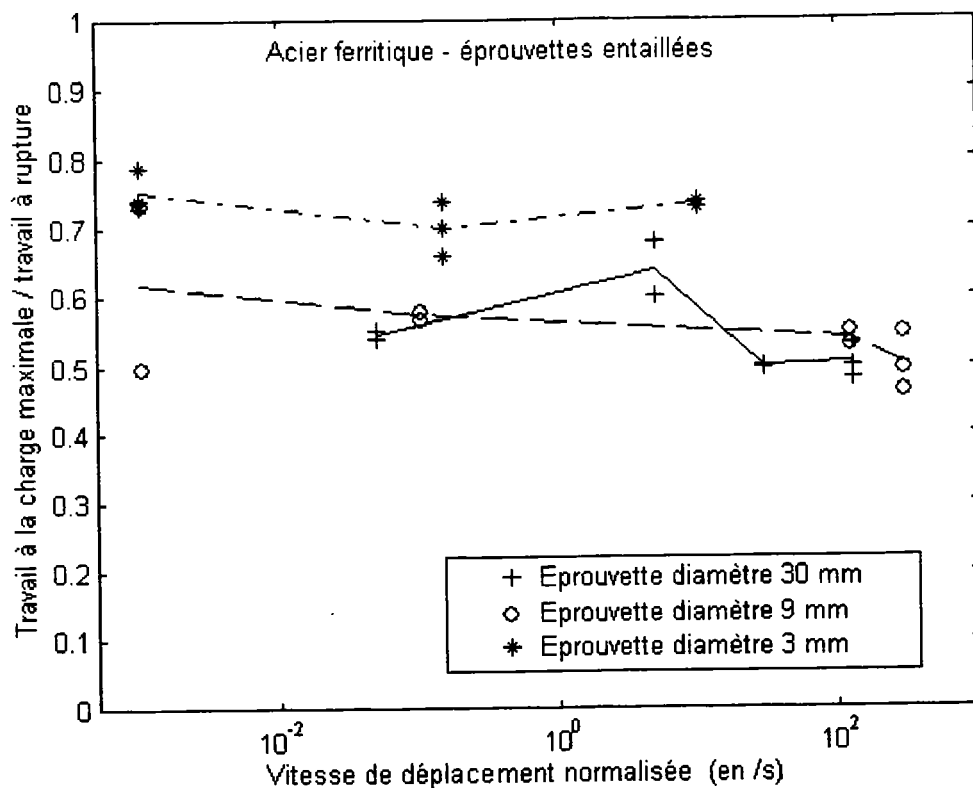


Fig. 15.45 Acier ferritique - travail à la charge maximale/travail à rupture

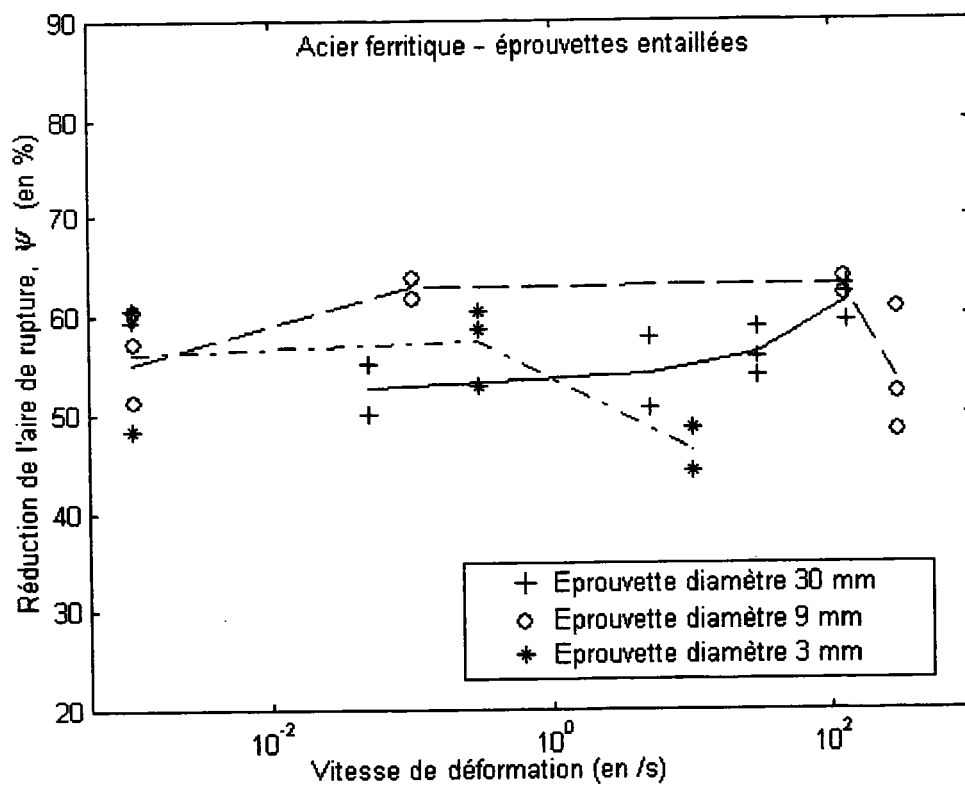


Fig. 15.46 Acier ferritique - réduction d'aire de la surface de rupture

15.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvettes entaillées

Commentaires des graphiques

Fig. 15.46, Fig. 15.47, Fig. 15.48 et Fig. 15.49 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - effet d'échelle

Aux vitesses de déplacement de 0.001/s et 0.1/s, les relevés des déplacements et efforts appliqués aux éprouvettes de 30 millimètres de diamètre n'ont pas été enregistrés jusqu'à rupture. Les phases d'instabilité plastique et la phase de rupture manquent.

A la vitesse de déplacement de 0.001/s, aucun effet de la taille des éprouvettes sur les courbes force-déplacement n'est à noter pour des allongements inférieurs aux allongements à la charge maximale. En revanche, on notera que les déformations à rupture obtenues pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre sont plus importantes que celles obtenues pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre.

Figure (15.47), la charge supportée par les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre apparaît comme supérieure à celle supportée par les éprouvettes de diamètre inférieures. Ceci peut s'expliquer soit par la vitesse de déplacement légèrement supérieure appliquée aux éprouvettes de 30 millimètres de diamètre 5/s au lieu 0.1/s pour les éprouvettes de plus petit diamètre ou soit par des erreurs expérimentales. Il semble peu probable que ceci soit imputable à un quelconque effet de la taille des éprouvettes.

Figure (15.48), deux des courbes charge-déplacement correspondant aux éprouvettes de 30 millimètres de diamètre n'ont pu être déterminées jusqu'à rupture. En effet, les barres d'Hopkinson incidente et transmise utilisées pour ces essais étant trop courtes des réflexions d'ondes sont venues perturber les signaux incidents et transmis. Une courbe charge-déplacement complète correspondant à une éprouvette de 30 millimètres de diamètre est présentée sur cette figure, celle-ci a été obtenue à la vitesse de déplacement de 120/s au lieu de 25/s pour les deux autres éprouvettes, cette vitesse de déplacement a été appliquée par erreur.

Toujours figure (15.48), les courbes obtenues pour les trois diamètres d'éprouvettes considérés se superposent ne laissant apparaître aucun effet d'échelle. Ceci peut paraître étonnant car les vitesses de déplacement appliquées aux différents diamètres d'éprouvettes testées sont très variées. 120/s et 25/s pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre, 180/s pour les éprouvettes 9 millimètres de diamètre et 10/s pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre.

Figure (15.49), les courbes charge-déplacement obtenues pour les éprouvettes de 9 millimètres et 30 millimètres de diamètre sont quasiment identiques. Toutefois, à déplacements égaux la charge supportée par les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre est légèrement supérieure, ceci peut s'expliquer par le fait que les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre ont été testées à la vitesse de déplacement de 340/s tandis que les éprouvettes ont été testées à la vitesse de déplacement de 170/s.

Fig. 15.50, Fig. 15.51, et Fig. 15.52 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - effet de la vitesse de déformation

Figures (15.50), (15.51) et (15.52) on notera que pour un déplacement donné la charge supportée par les éprouvettes est d'autant plus importante que la vitesse de déplacement imposée est importante. De même, on notera que le matériau rompt de manière d'autant plus précoce que la vitesse de déplacement imposée aux extrémités des éprouvettes est importante.

Fig. 15.53 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - charge normalisée à 5% d'allongement normalisé

Les résultats présentés figure (15.53) ne permettent pas de conclure à l'existence ou non d'un effet d'échelle à 5% de déplacement résiduel. On remarquera toutefois, que la charge supportée par les éprouvettes croît lorsque la vitesse de déplacement appliquée aux éprouvettes augmentent.

Fig. 15.54 et fig. 15.55 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - charge maximale normalisée et allongement normalisé à la charge maximale

Les résultats d'essais obtenus à partir des éprouvettes de 30 millimètres de diamètre à la vitesse de déplacement de 5/s n'ont pas été enregistré de manière correcte pendant toute la durée des expériences nous excluons donc ces résultats de nos commentaires.

D'après les résultats d'essais présentés figures (15.54) et (15.55) on peut conclure à l'inexistence d'effet d'échelle à la charge maximale.

L'allongement à la charge maximale diminue légèrement lorsque la vitesse de déplacement imposée aux éprouvettes croît, la charge maximale imposée aux éprouvettes augmentant dans le même temps.

Fig. 15.56 et fig. 15.57 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - charge normalisée à rupture et allongement normalisé à rupture

Aux basses vitesses de déplacement les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre se sont davantage déformées que les éprouvettes 9 millimètre de diamètre. Aux vitesses de déformation plus élevées, l'allongement à rupture des éprouvettes de 30 et 9 millimètres de diamètre sont identiques.

Fig. 15.58 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - travail à la charge maximale / travail à rupture

Les résultats d'essai présentés sur cette figure ne permettent pas de conclure à l'existence ou non d'un quelconque effet d'échelle.

Fig. 15.59 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues

Les résultats d'essai présentés sur cette figure font clairement apparaître un effet d'échelle sur la déformation à rupture. Les éprouvettes de petit diamètre se sont systématiquement plus déformées que les éprouvettes de grand diamètre.

Courbes charge-déplacement

Effet d'échelle

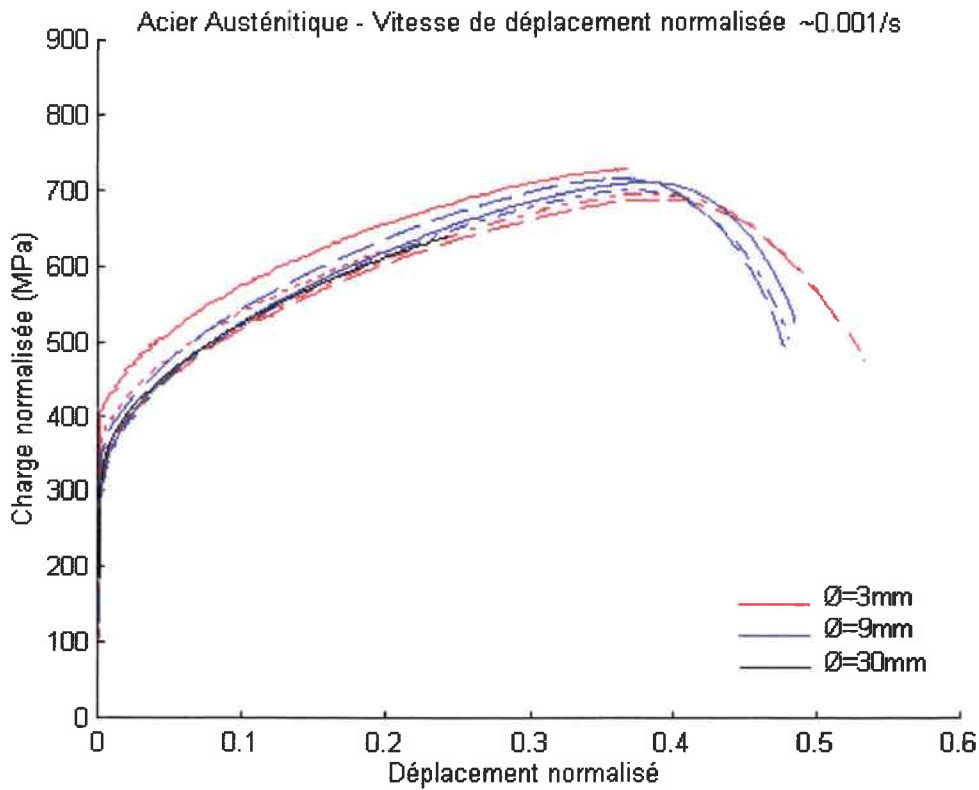


Fig. 15.46 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - vitesse de déplacement $\sim 0.001/s$

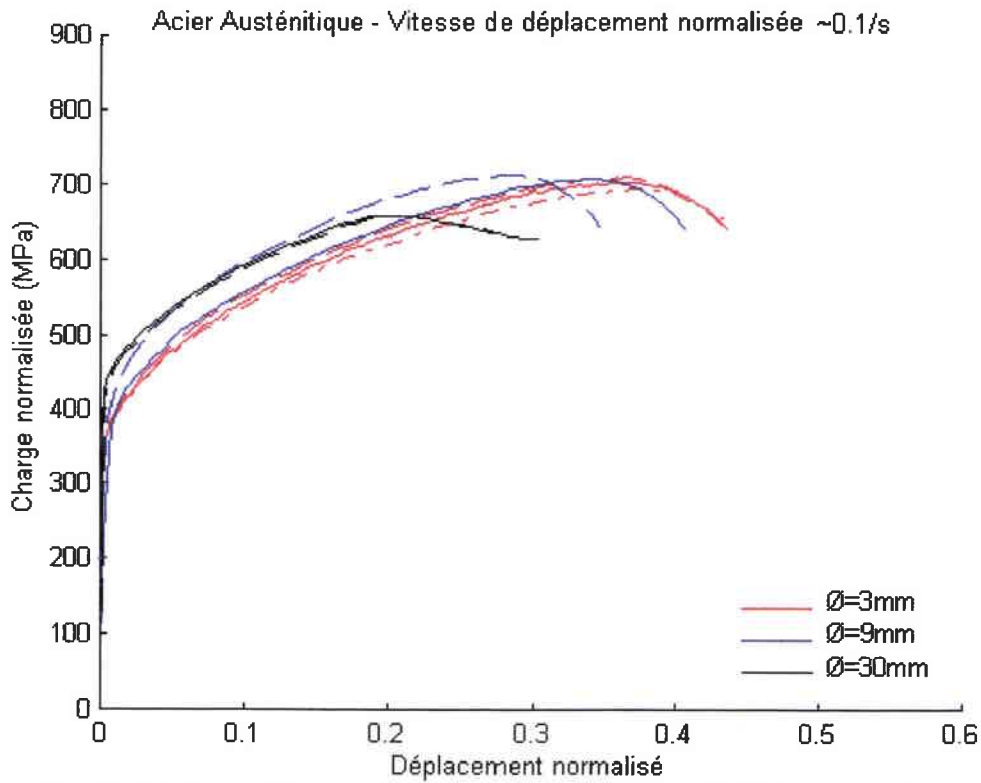


Fig. 15.47 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - vitesse de déplacement $\sim 0.1/s$

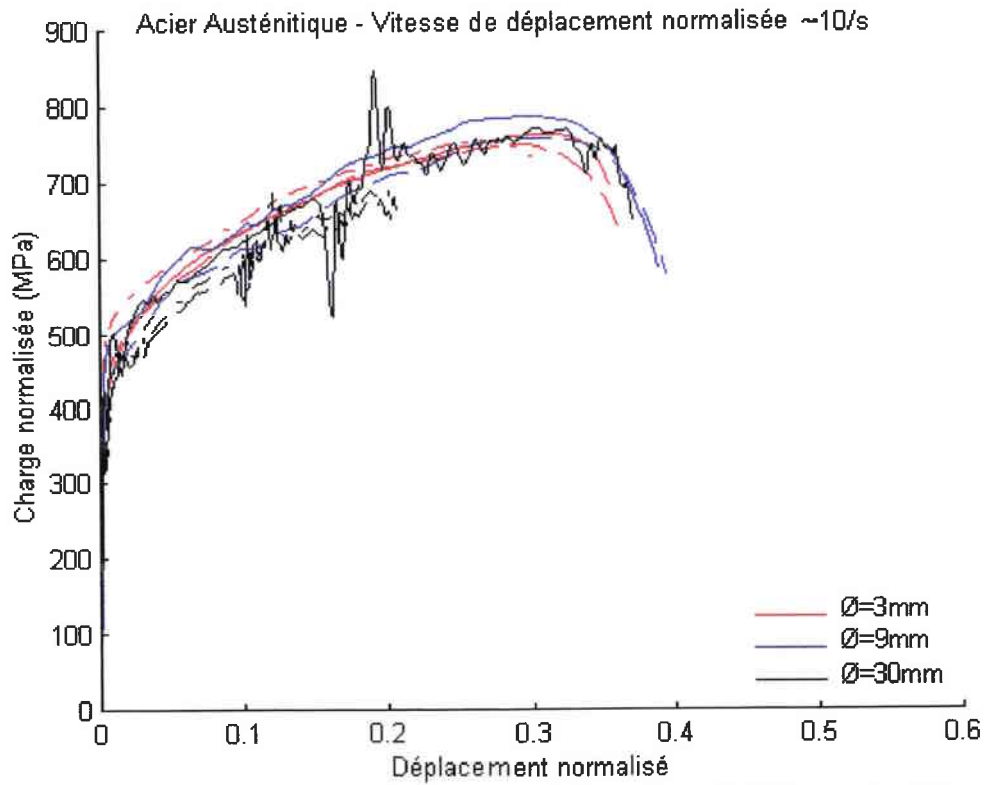


Fig. 15.48 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - vitesse de déplacement $\sim 10/s$

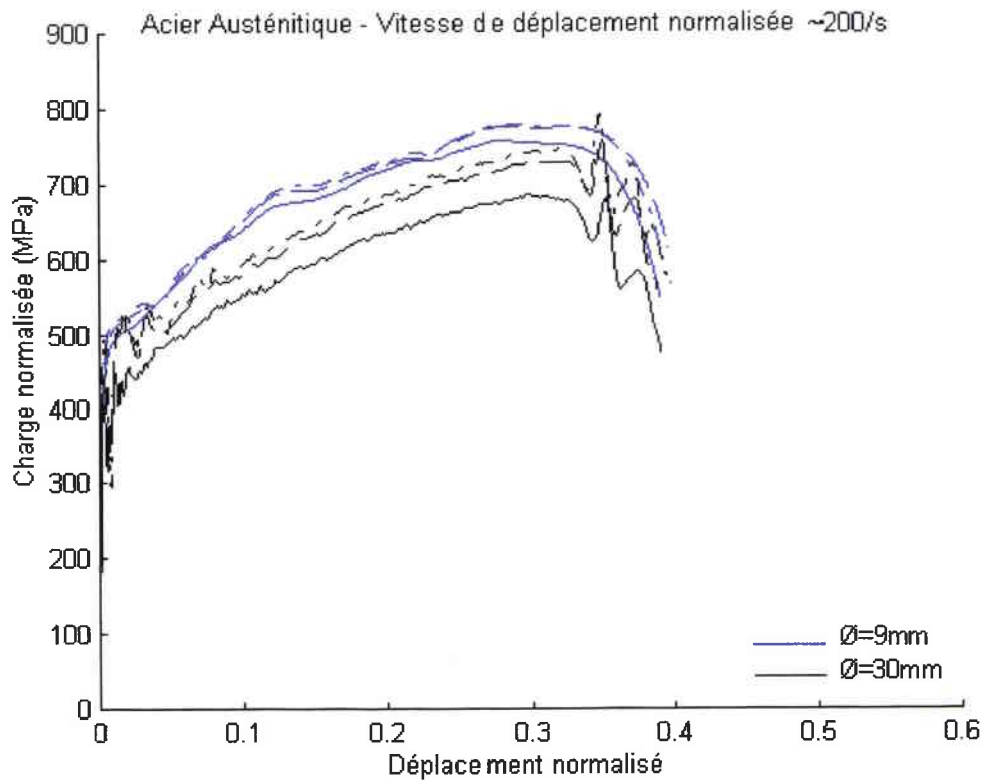


Fig. 15.49 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - vitesse de déplacement $\sim 200/s$

Effet de la vitesse de déformation

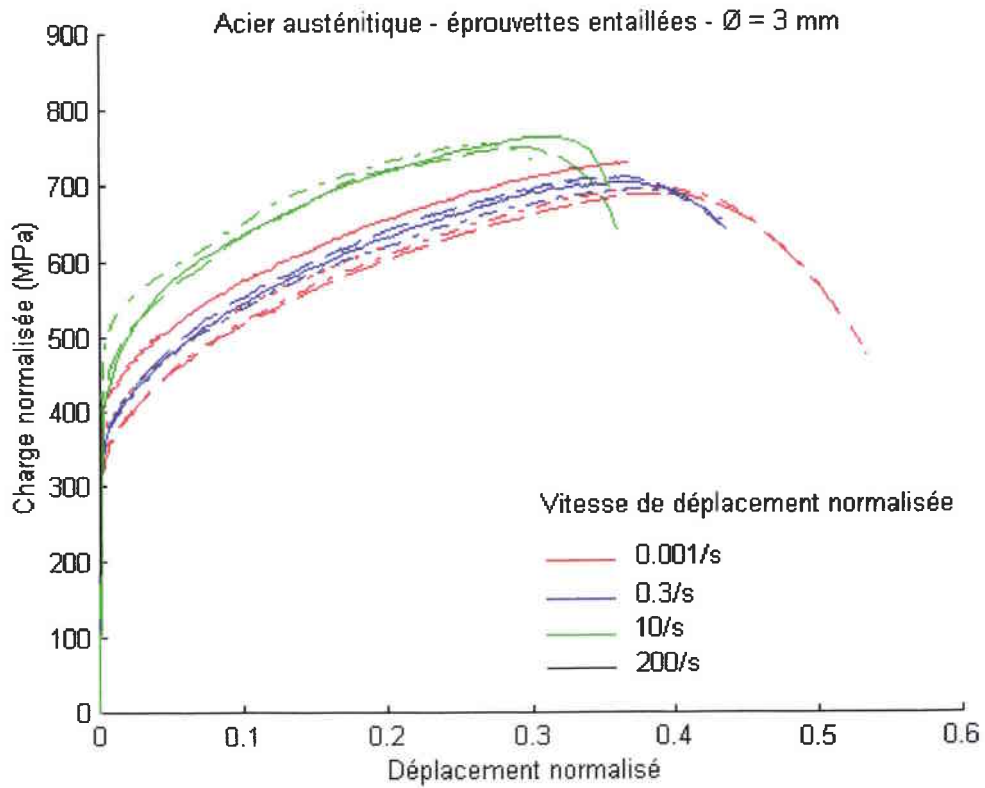


Fig. 15.50 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 3$ mm

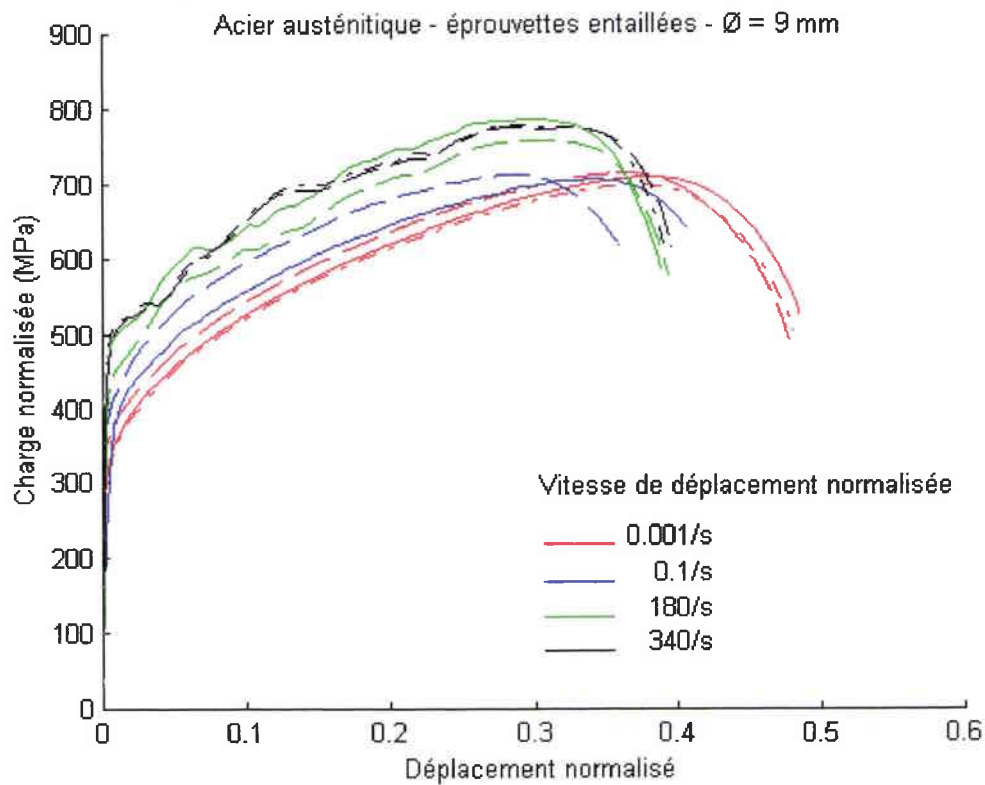


Fig. 15.51 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9$ mm

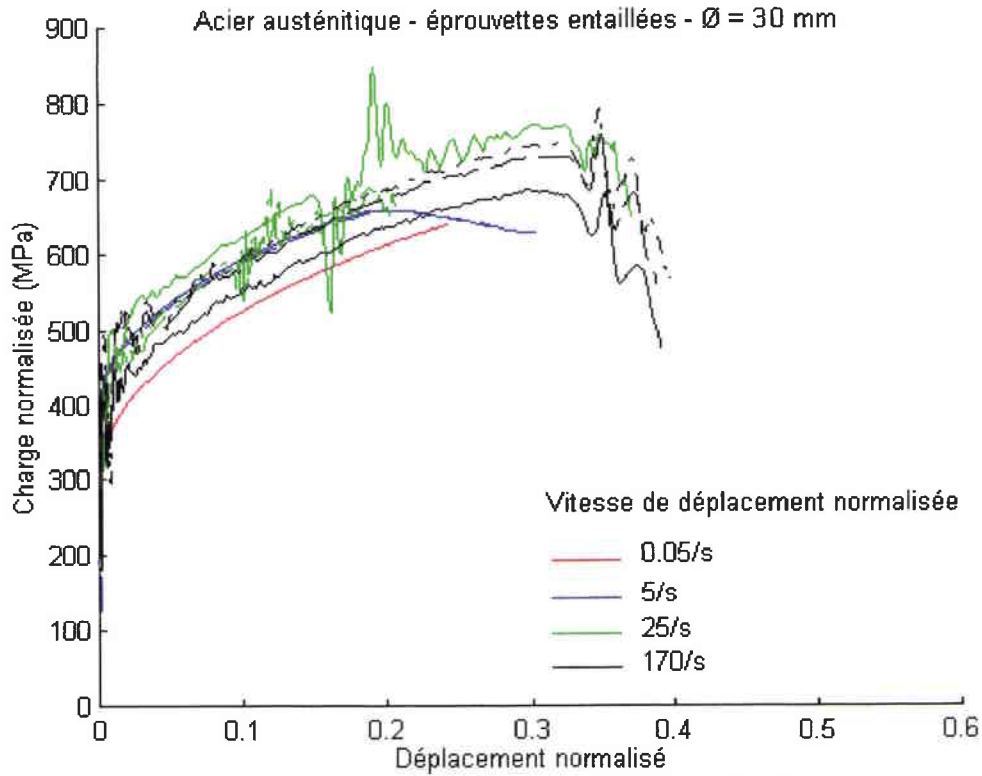


Fig. 15.52 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - Ø = 30 mm

Graphiques représentatifs des différents paramètres étudiés

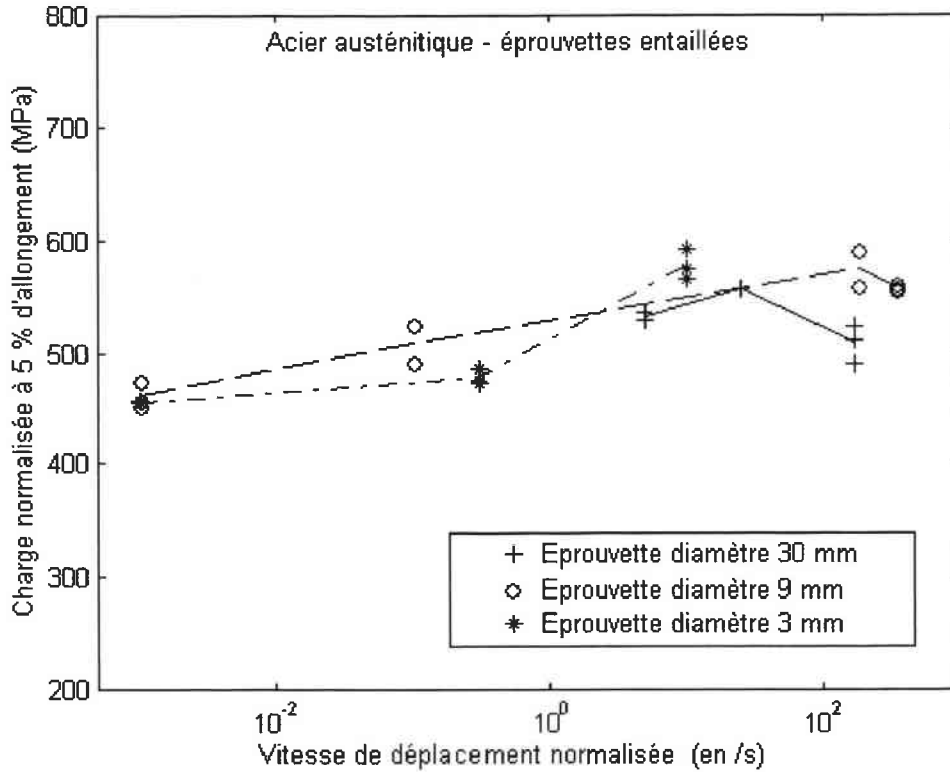


Fig. 15.53 Acier austénitique - charge normalisée à 5% d'allongement normalisé

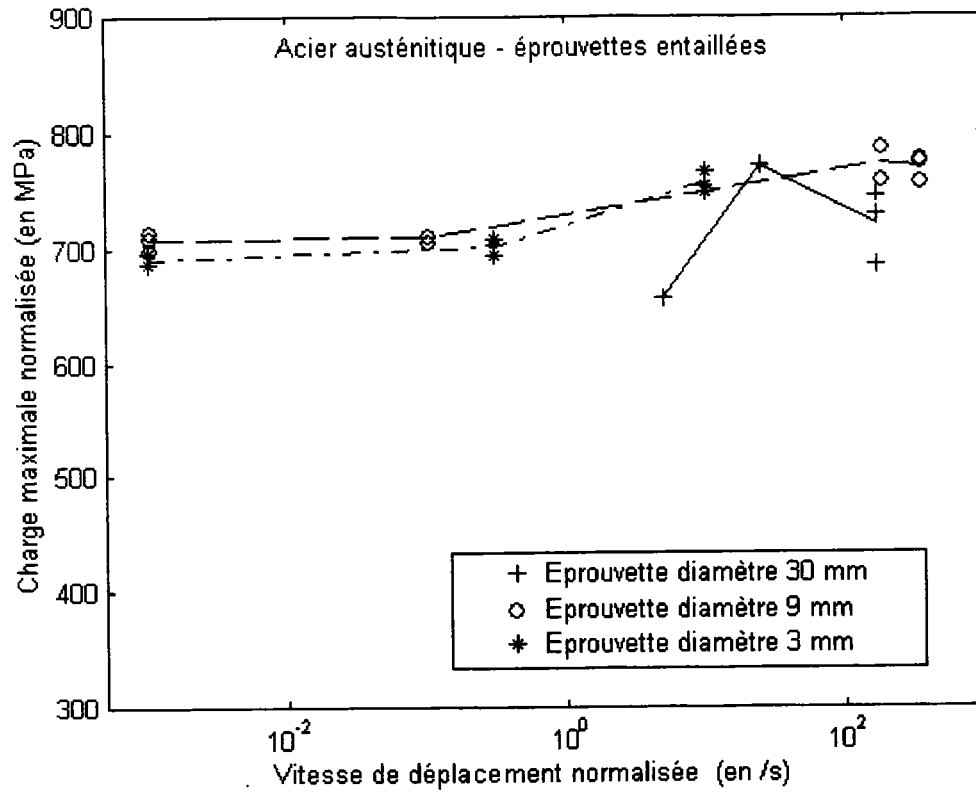


Fig. 15.54 Acier austénitique - charge maximale normalisée

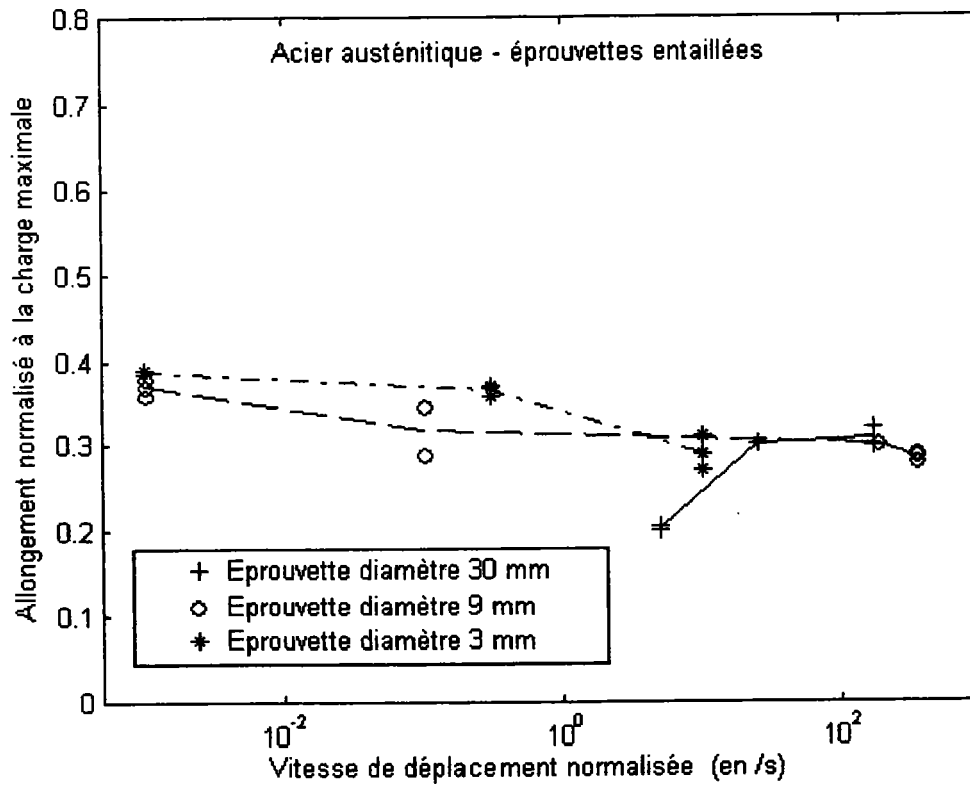


Fig. 15.55 Acier austénitique - allongement à la charge maximale

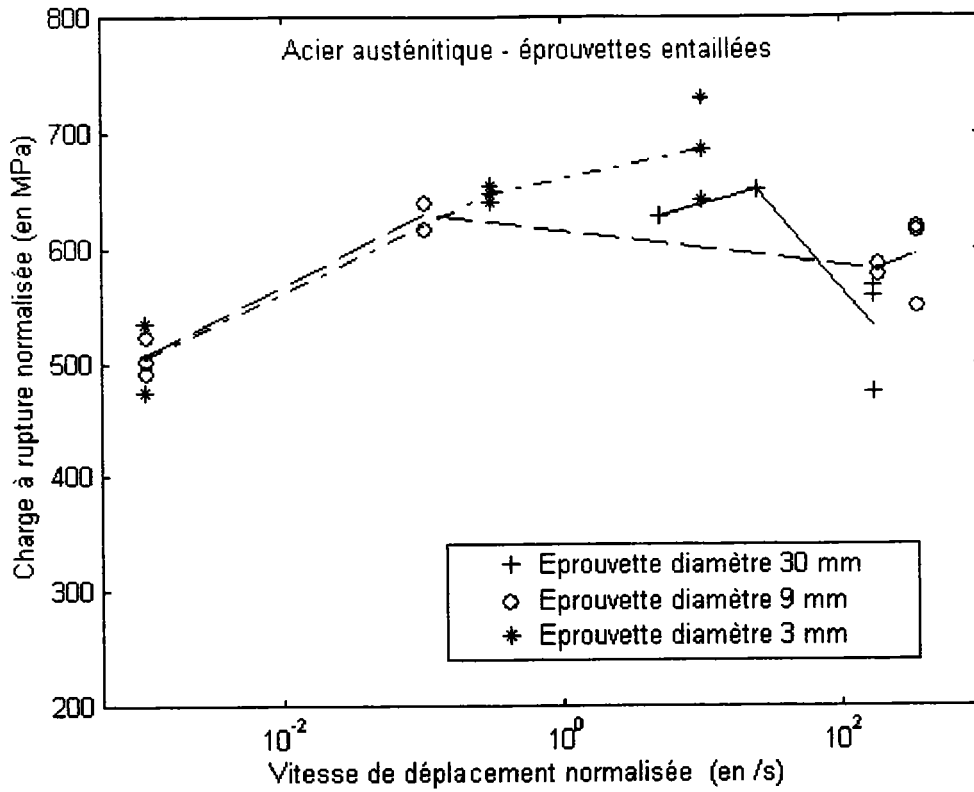


Fig. 15.56 Acier austénitique - charge normalisée à rupture

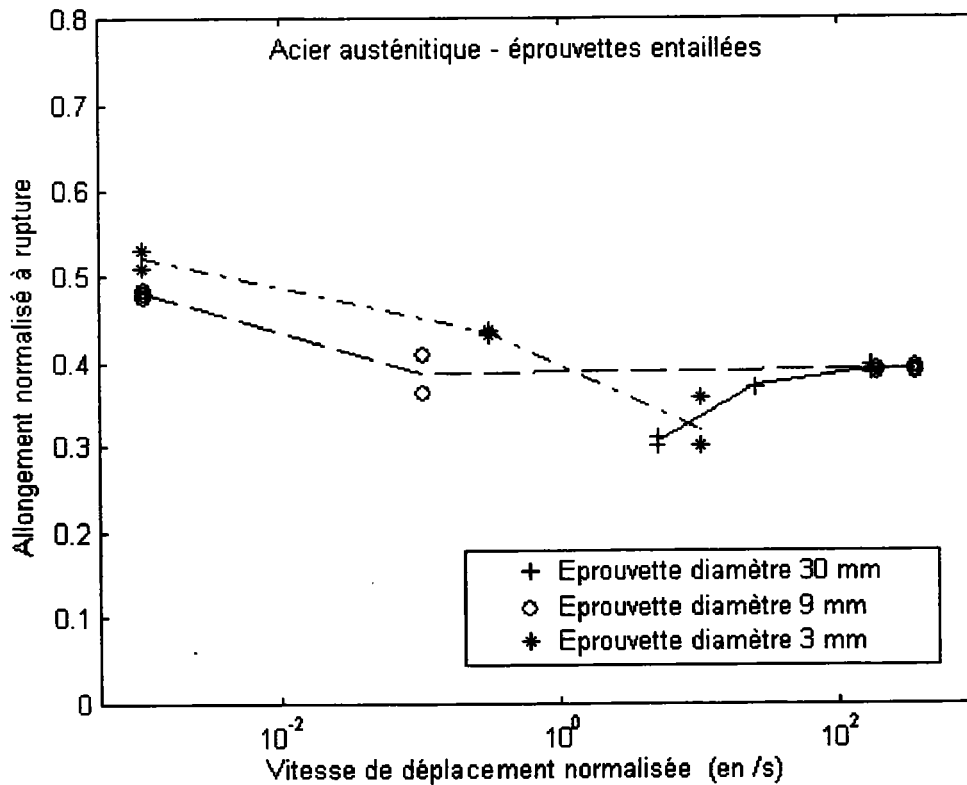


Fig. 15.57 Acier austénitique - allongement normalisé à rupture

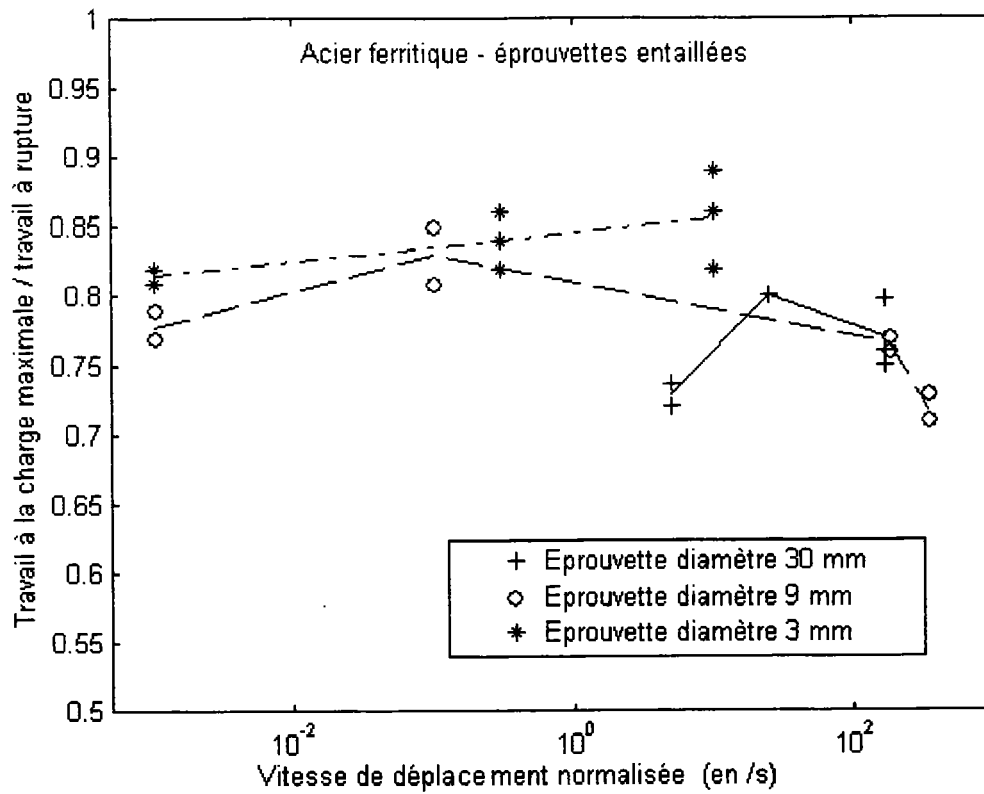


Fig. 15.58 Acier austénitique – travail à la charge maximale/travail à rupture

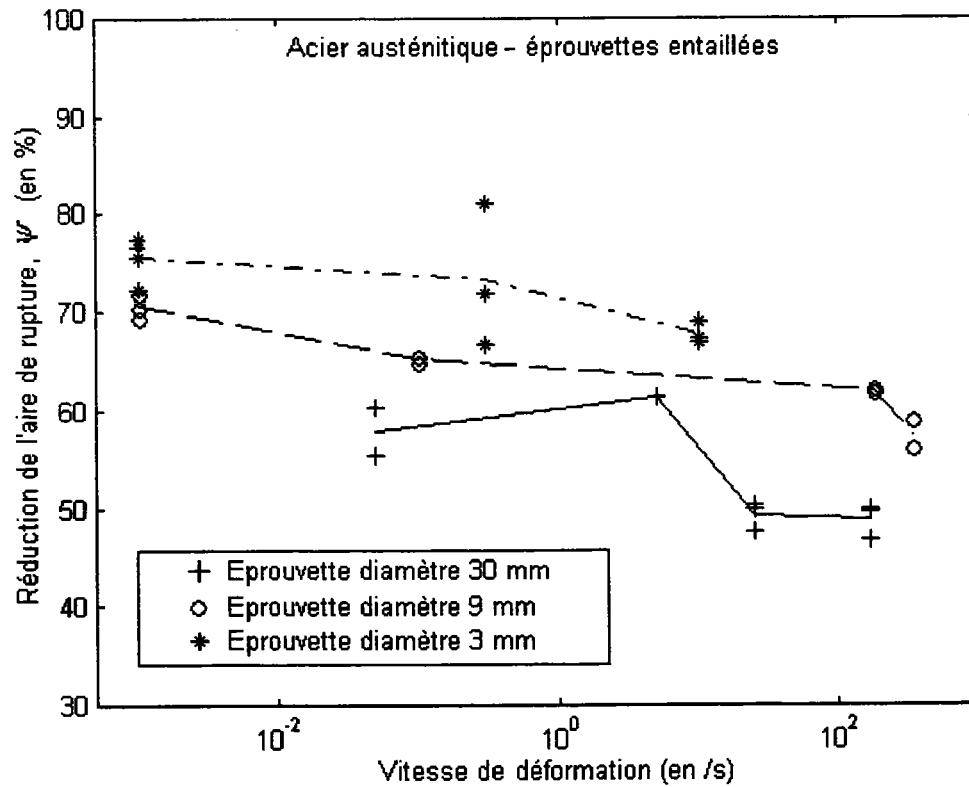


Fig. 15.59 Acier austénitique – réduction d'aire de la surface de rupture

Chapitre 16

Simulations numériques

16.1 Introduction

Dans ce chapitre on trouvera un ensemble de résultats de simulations numériques effectuées à partir du code de calcul éléments finis Plexis-3C.

Ces simulations numériques ont permis :

- d'étudier la reproductibilité des essais Hopkinson à partir de simulations numériques,
- de vérifier que des effets de structures quelconques n'allaient pas générer d'effets d'échelle fictifs,
- de vérifier que les dissimilarités entre les équipements d'Hopkinson utilisés pour les différents diamètres d'éprouvettes considérées n'allaient pas induire d'effets d'échelle fictifs (pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre la barre d'Hopkinson utilisée avait des barres incidente et transmise de 1 centimètre de diamètre alors que les barres incidente et transmise du LDTF utilisées pour les essais sur les éprouvettes de 30 et 9 millimètres de diamètre avaient respectivement des diamètres de 72 et 26 millimètres).
- et de vérifier que les approximations effectuées dans nos méthodes de dépouillement étaient acceptables.

16.2 Simulations numériques d'essais Hopkinson sur des éprouvettes lisses

Maillages et lois de comportement

La loi de comportement de Johnson-Cook (1.11) sans prise en compte de l'effet de la température a été retenu pour les besoins des simulations numériques des essais Hopkinson sur les éprouvettes lisses. Les constantes de cette loi ont été déterminées d'une part à partir de résultats expérimentaux d'essais statiques et Hopkinson obtenus à partir des éprouvettes d'acier ferritique de 3 millimètres de diamètre (références h1012 et h1002) et d'autre part à partir des résultats d'essais des éprouvettes d'acier ferritique de diamètre 30 (références h3002 et h3027). Les deux séries de constantes obtenues à partir d'éprouvettes de 30 et 3 millimètres de diamètre ont été déterminées de manière à obtenir une bonne corrélation entre les résultats expérimentaux et le modèle de Johnson-Cook pour des petites déformations. Il ne faudra donc pas s'attendre à pouvoir simuler le processus de striction de manière correcte à partir de ces modèles.

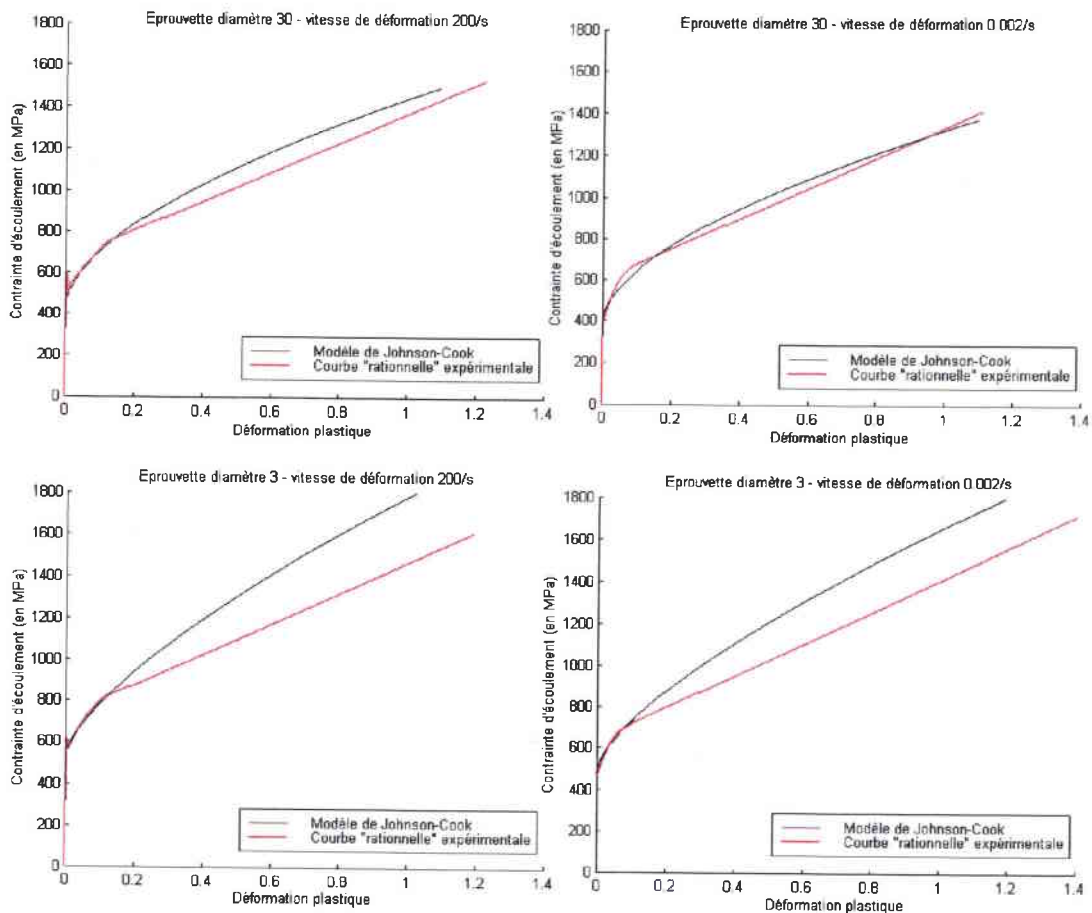


Fig. 16.1 Détermination des constantes du modèle de Johnson-Cook

Contenu de leur symétrie de révolution les éprouvettes ont été modélisées en deux dimensions en faisant usage de l'option axisymétrique. Des éléments à neuf nœuds et neuf points de Gauss ont été utilisés pour discrétiser les éprouvettes.

Dans la pratique les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre ont été visées directement sur les barres d'Hopkinson de 10 millimètres de diamètre, sans dispositif de fixation intermédiaire. Par conséquent, seule la partie hors filetage des éprouvettes a été modélisée et directement connectée aux barres d'Hopkinson. Seul 4 mètres de barres ont été modélisés de part et d'autre des éprouvettes. Ces deux demi-barres ont été discrétisées chacune en 400 éléments à un point de Gauss.



Fig. 16.2 Maillage de l'éprouvette lisse de diamètre 3

Les signaux numériques issus des éléments repérés en jaune figure (16.2) ont été utilisés lors de l'élaboration des données. Les déplacements au niveau des deux éléments jaunes situés de part et d'autre de la partie utile de l'éprouvette ont été utilisés afin de simuler la présence d'un appareil optique de type Zimmer. Le signal numérique issu de l'élément jaune central a été utilisé afin de connaître à chaque instant l'état de contrainte déformation dans l'éprouvette.

Les signaux incident et transmis ont été enregistrés au niveau de deux éléments situés de part et d'autre de l'éprouvette sur les deux demi-barres d'Hopkinson. Un chargement a été introduit à l'extrémité libre de la barre incidente sous la forme d'un pulse incident d'amplitude égal au pulse incident mesuré lors d'une expérience sur des barres d'Hopkinson.

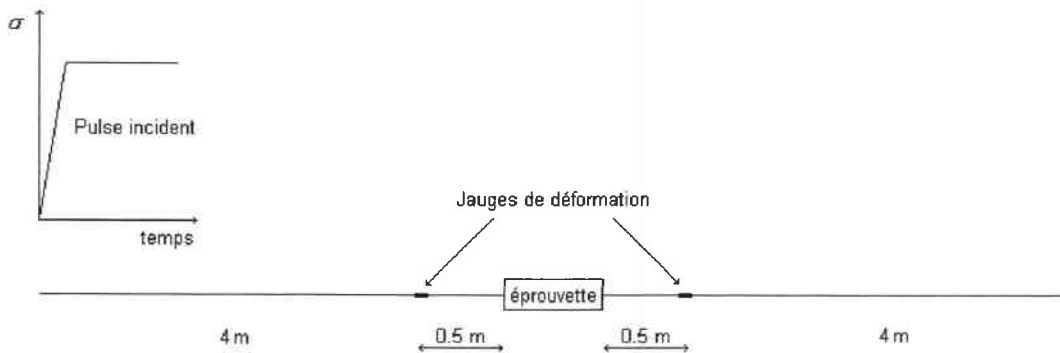


Fig. 16.3 Configuration retenue pour la simulation numérique

Pour ce qui concerne les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre, il a été jugé utile de modéliser le système de fixation des éprouvettes aux barres afin d'avoir idée exacte du délai nécessaire à l'établissement de l'état d'équilibre dans ces éprouvettes.



Fig. 16.4 Maillage de l'éprouvette lisse de diamètre 30

Vérification des méthodes de dépouillement – éprouvettes lisses de diamètre 3

Une première simulation numérique a été effectuée sur une éprouvette de diamètre 3 en faisant usage du modèle de Johnson-Cook dont les constantes ont été déterminées à partir des résultats expérimentaux obtenus sur les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre.

Sur le graphique (16.5) sont présentés les pulses incident et transmis obtenus lors de cette simulation numérique et les pulses incident et transmis enregistrés lors de l'expérience référencée h1002. La reproductibilité numérique de l'expérience h1002 semble satisfaisante pour des déformations inférieures à la déformation uniforme maximale.

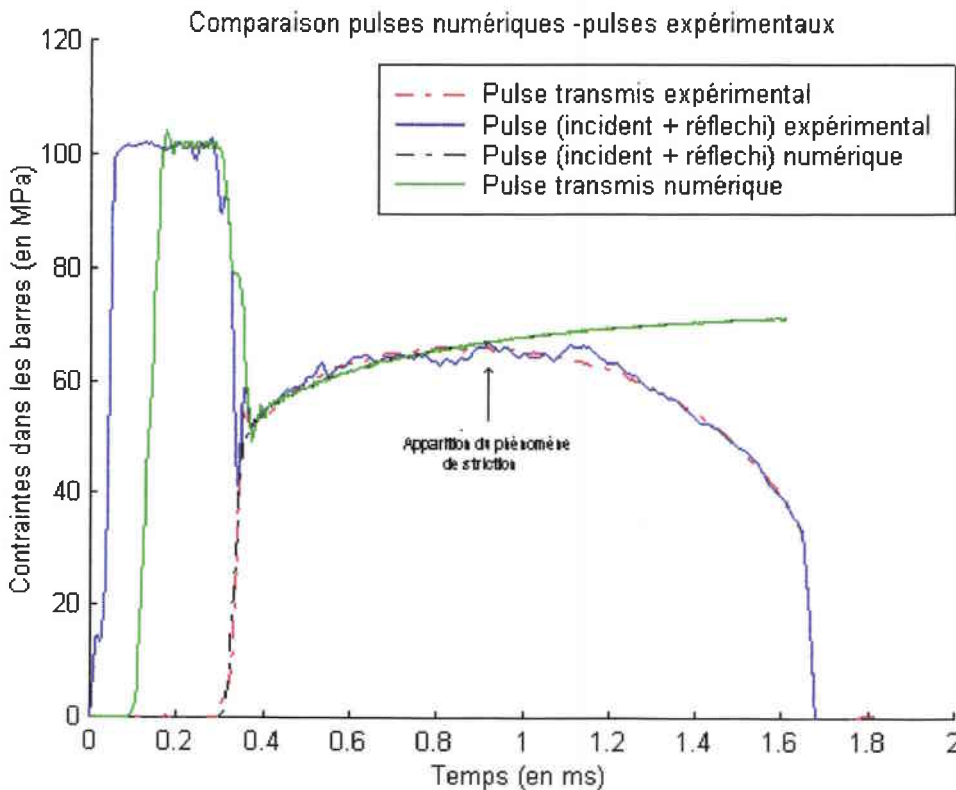


Fig. 16.5 Pulses incident et transmis – numériques et expérimentaux

Aux signaux numériques incident et transmis présentés figure (16.5) ont été appliqués les mêmes méthodes de dépouillement que celles appliquées aux signaux relevés lors de l'expérience h1002.

Figure (16.6) sont présentées les courbes de contrainte-déformation rationnelles :

- déterminées à partir des signaux numériques (en bleu),
- et à partir des signaux expérimentaux (h1002, en rouge),
- relevée au centre de l'éprouvette lors de la simulation numérique (en vert),
- et définie à partir du modèle de Johnson-Cook (en noir).

Les différentes courbes obtenues sont toutes plus ou moins confondues, ce qui confirme la validité des méthodes de dépouillement employées. Par ailleurs, on notera que les variations plus ou moins importante de la vitesse déformation autour d'une valeur moyenne de 200/s (voir figure (16.7)) n'est pas de nature à fausser un essai Hopkinson.

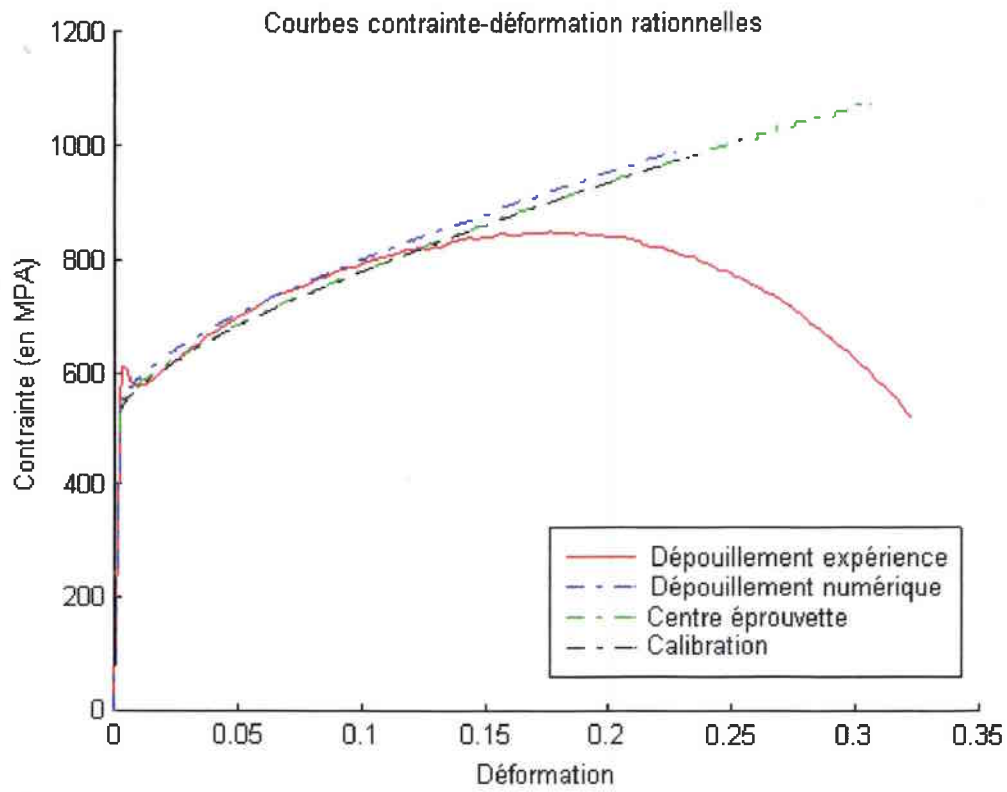


Fig. 16.6 Courbes contrainte-déformation relatives aux éprouvettes lisses de 3 mm de diamètre

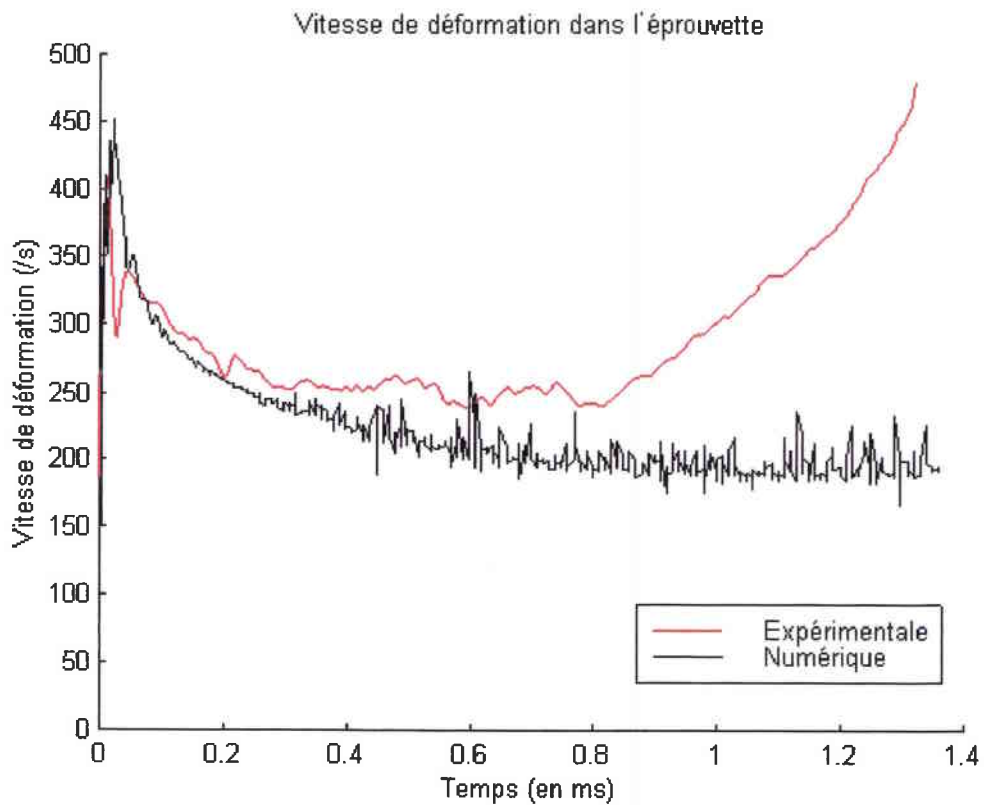


Fig. 16.7 Vitesse de déformation dans les éprouvettes lisses de 3 mm de diamètre

Vérification des méthodes de dépouillement et conditions d'équilibre – éprouvettes lisses de diamètre 30

La validité des méthodes de dépouillement a été une nouvelle fois vérifiée. Une simulation d'un dépouillement utilisant un signal de Zimmer "numérique" a été effectuée en plus de la simulation de dépouillement utilisant le signal numérique incident.

L'amplitude du pulse incident expérimental de l'expérience référencée h3002 étant inconnue, elle a du être estimée pour effectuer cette simulation.

L'ensemble des courbes contrainte-déformation déterminées à partir des différentes méthodes proposées sont présentées figure (16.9) avec

- en bleu la simulation de dépouillement utilisant les signaux numériques incident et transmis,
- en mauve la simulation numérique utilisant le signal du Zimmer "numérique" et le signal numérique recueilli sur la barre transmettrice,
- en rouge la courbe contrainte-déformation obtenue à partir de l'expérience référencée h3002,
- en noir le modèle Johnson-Cook dont les constantes ont été déterminées à partir des résultats expérimentaux h3002 et h3027,
- et en vert l'état de contrainte-déformation relevée au centre de l'éprouvette lors de la simulation numérique.

Le délai nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre dans les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre peut être estimé à partir du graphique (16.8) à 0.2 ms pour une durée totale d'essai (relevé lors d'une expérience) d'environ 2.5 millisecondes. Bien que les méthodes de dépouillement adoptées soient basées sur la condition d'équilibre dans les éprouvettes pour toute la durée de l'essai, les courbes contrainte-déformation figure (16.8) sont toutes plus ou moins confondues, ce qui confirme la validité des méthodes de dépouillement adoptées.

Comme on peut le voir figure (16.8) de fortes oscillations caractérisent les pulses incident + réfléchi et le pulse transmis lors du régime transitoire précédent l'établissement de l'état d'équilibre dans l'éprouvette. Ces oscillations ne se retrouvent pas sur la courbe contrainte (de Von Mises)-déformation relevée au centre de l'éprouvette (en noir figure (16.9)).

Si l'on considère la composante suivant l'axe de l'éprouvette du tenseur des contraintes au centre de l'éprouvette, en rouge figure (16.10), on voit à nouveau apparaître des oscillations même si, celles-ci sont d'amplitude moindre que celles observées au niveau des jauges de déformation.

Si à la composante axiale du tenseur des contraintes au centre de l'éprouvette on retranche sa composante hydrostatique, on s'aperçoit que les oscillations observées sont fortement atténuées, courbe en noir figure (16.10). Ceci signifie que les oscillations observées sont quasi exclusivement d'origine hydrostatique, i.e. quasi exclusivement d'origine élastique.

Contenu de ces diverses observations faites ci-dessus on peut se demander si la limite élastique haute et basse observée à haute vitesse de déformation lors des expériences effectuées caractérisent effectivement le comportement plastique du matériau ou bien s'il s'agit d'effet parasite, i.e. problème d'équilibre, problème lié l'inertie radiale des barres ou peut-être problème de réflexions d'ondes du au changement de section à l'interface barres-éprouvette.

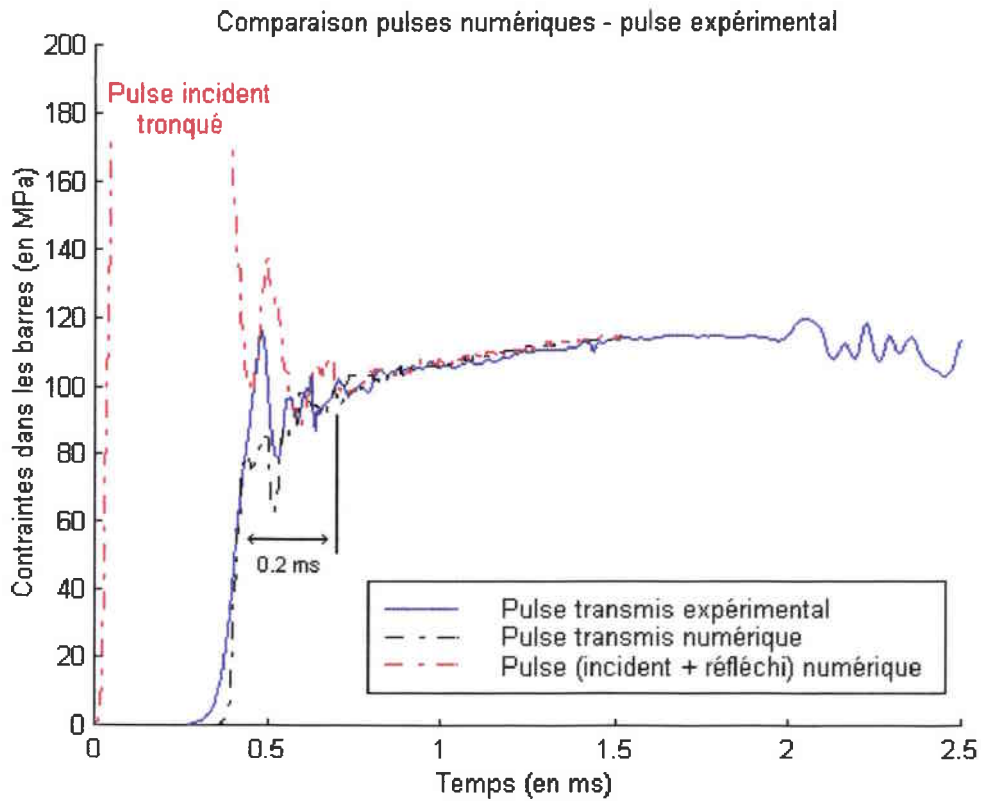


Fig. 16.8 Pulses incident numérique et pulses incident et transmis expérimentaux

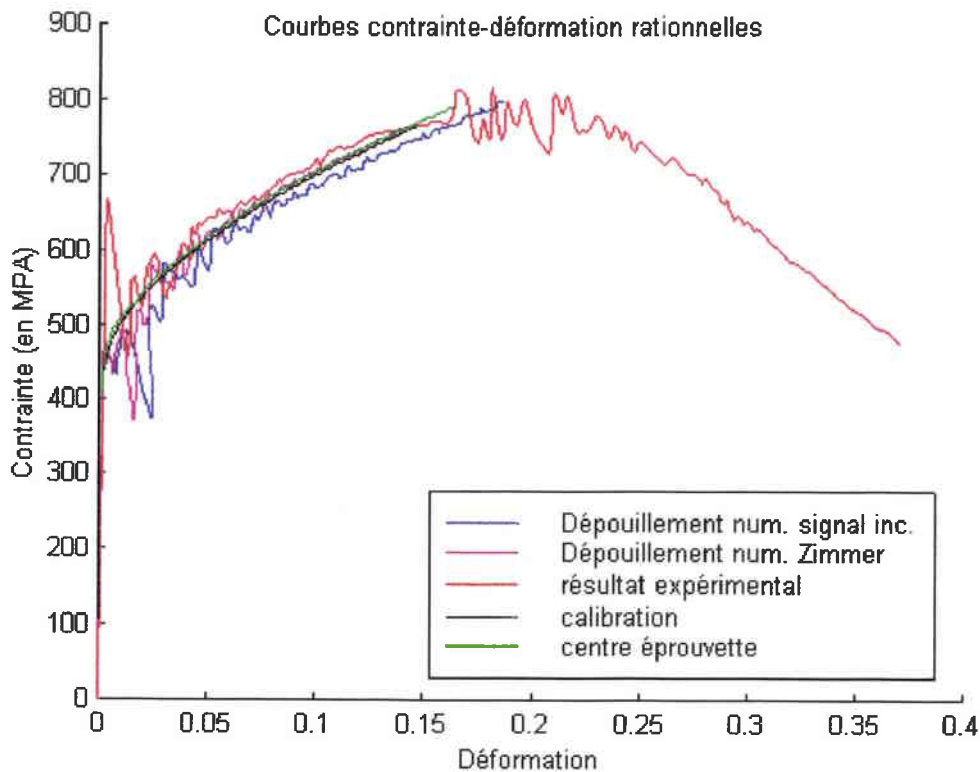


Fig. 16.9 Courbes contrainte-déformation relatives aux éprouvettes lisses de diamètre 30

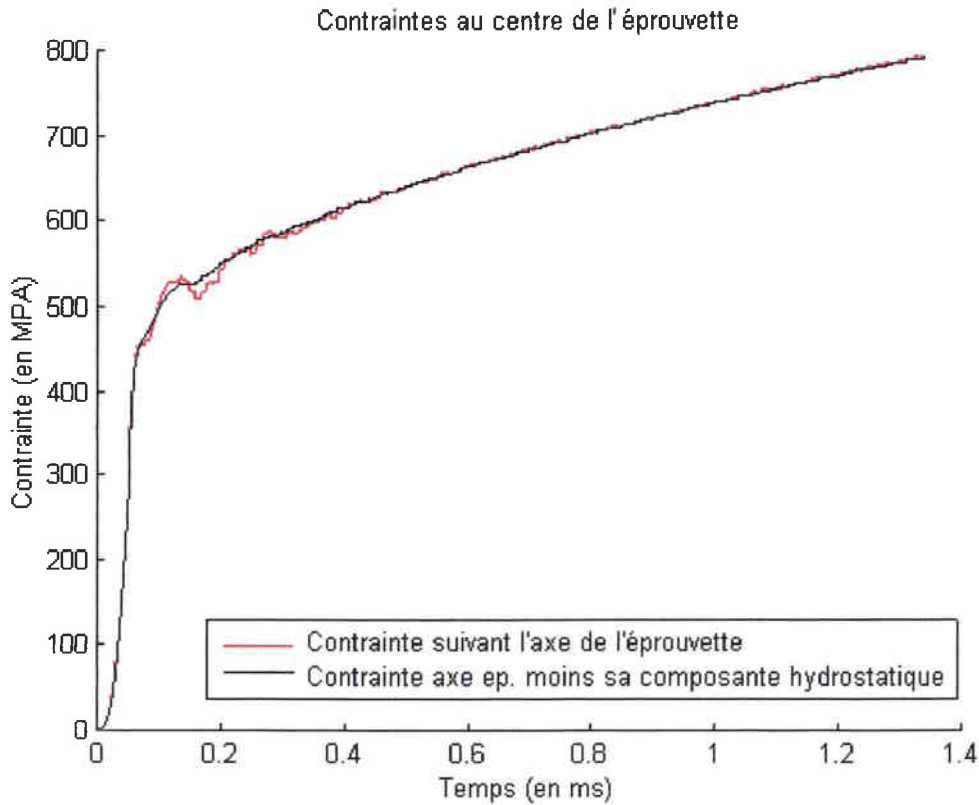


Fig. 16.10 Composante axiale du tenseur des contraintes au centre de l'éprouvette

Problème de la similarité des expériences effectuées sur les trois diamètres d'éprouvettes considérées

Comme cela a été mentionné lors de la description du matériel d'essais, la machine d'Hopkinson utilisée pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre est équipée de barres de 10 millimètres de diamètre alors que les barres d'Hopkinson utilisées pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre ont un diamètre de 72 millimètres et les barres d'Hopkinson utilisées pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre un diamètre de 9 millimètres.

Afin, d'évaluer les conséquences de cette dissimilarité sur les essais de caractérisation des matériaux, deux simulations numériques ont été effectuées en considérant des éprouvettes de 30 millimètres de diamètre montées sur des barres d'Hopkinson de 100 et 72 millimètres de diamètre.

Ces simulations ont été effectuées en considérant une amplitude en force du pulse incident identique pour les deux diamètres de barres considérées de façon obtenir une même vitesse de déformation dans les éprouvettes pour chacune des simulations effectuées. Les contraintes dans les barres d'Hopkinson de diamètre 72 et 100 étant différentes, les vitesses de déplacement de deux points matériels situés à une même abscisse sur ces deux diamètres de barre seront (selon la théorie de propagation des ondes élastiques monodimensionnelles) différentes.

Lors de ces simulations, les fixations des éprouvettes aux barres d'Hopkinson n'ont pas été modélisées et le maillage retenu est identique à celui présenté figure (16.2).

Les pulses incident et transmis obtenus lors de ces deux simulations sont présentées figure (16.11).

Les contraintes d'écoulement (au sens de Von Mises) relevées au centre de l'éprouvette pour les deux diamètres de barre considérés sont présentées figure (16.12). Comme prévu, on observe un décalage dans le temps entre les deux courbes présentées.

Les deux courbes contrainte-déformation obtenues (figure (16.13)) ne laissent apparaître aucune influence du diamètre des barres d'Hopkinson.

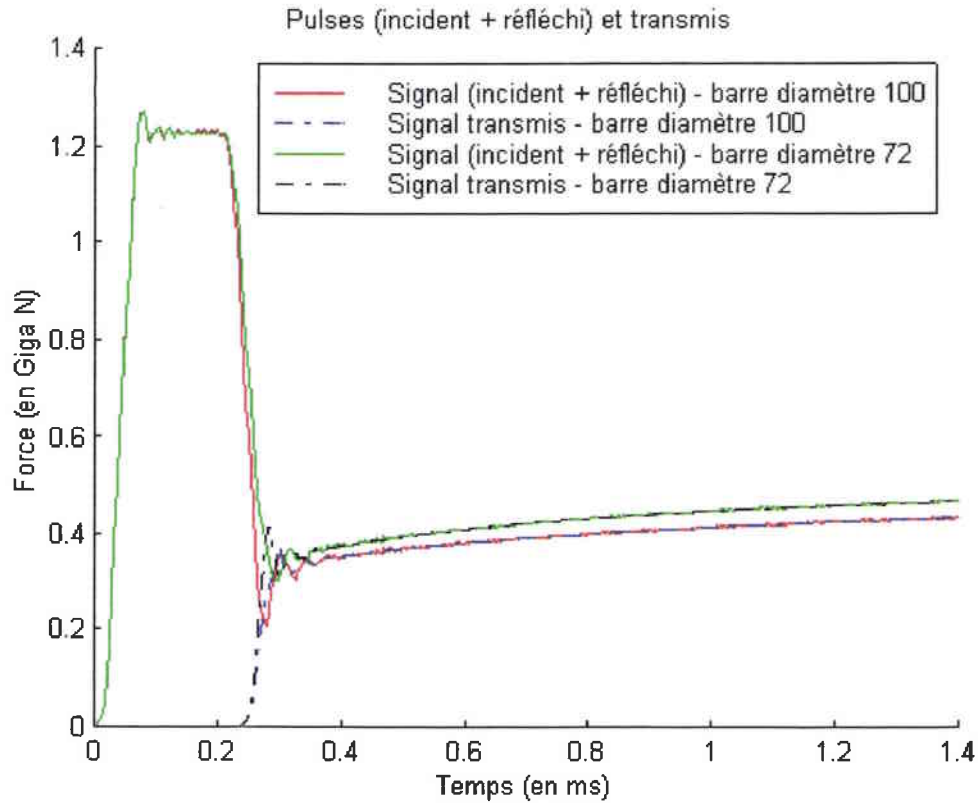


Fig. 16.11 Pulses (incident + réfléchi) et transmis dans les barres de diamètre 72 et 100

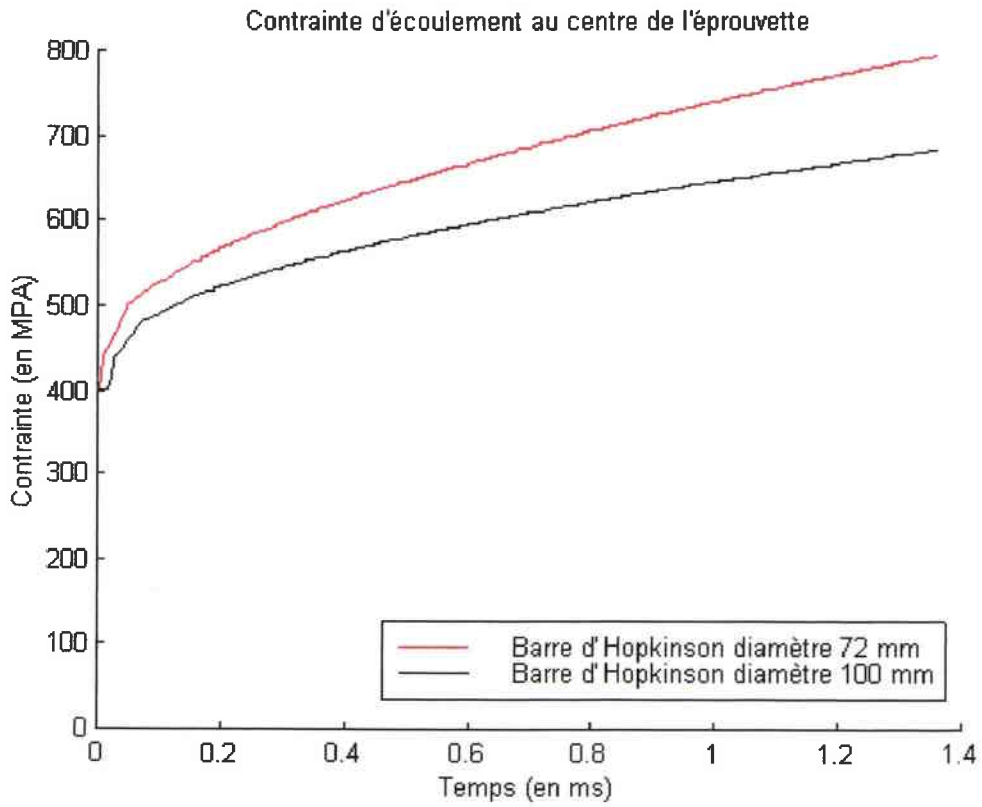


Fig. 16.12 Contrainte d'écoulement au centre de l'éprouvette

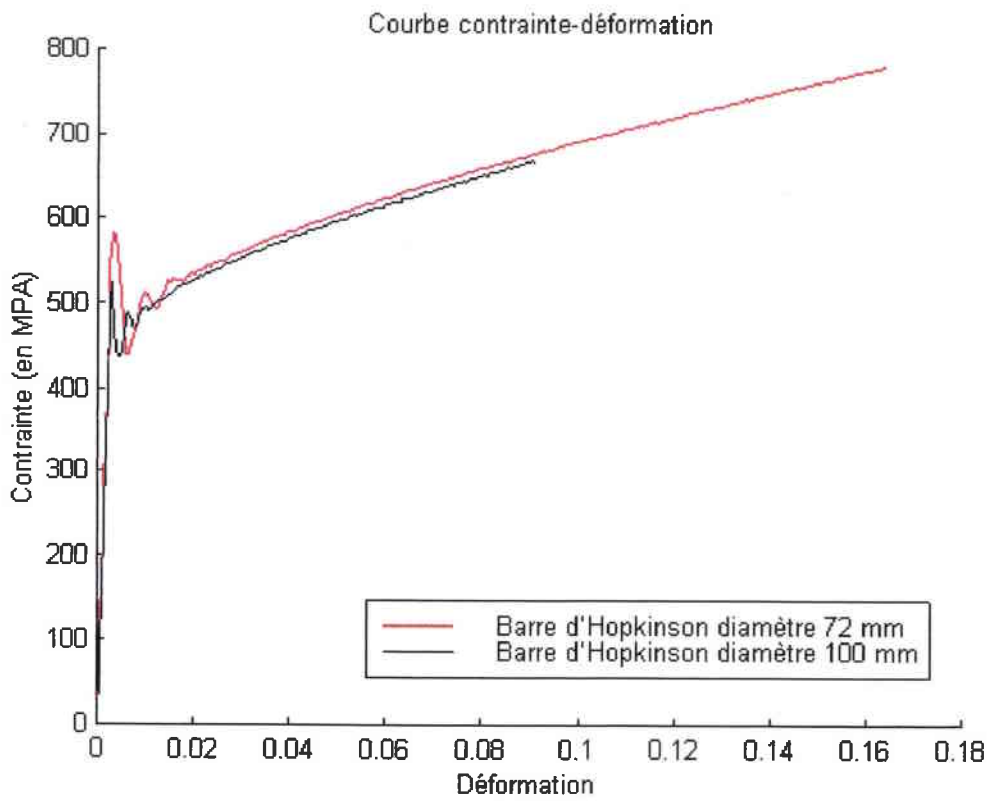


Fig. 16.13 Courbe contrainte-déformation

Discussion

Cette étude expérimentale nous a permis d'identifier un certain nombre de problèmes potentiels qui pourraient éventuellement fausser nos conclusions sur l'existence ou non de l'effet d'échelle.

Un premier problème pourrait concerner les essais effectués en statique. Pour que les résultats d'essais statiques effectués sur les différents diamètres éprouvettes testés soient comparables, il faut que les différentes machines d'essais utilisées aient une rigidité importante. En effet, dès lors que le phénomène d'instabilité plastique s'amorce dans une éprouvette, toute l'énergie de déformation élastique stockée dans cette éprouvette se libère et est transformée en déformation plastique au niveau de la striction. Si la machine d'essais utilisée n'est pas parfaitement rigide, l'énergie élastique emmagasinée dans la machine est-elle aussi libérée lors de l'amorçage du phénomène de striction dans l'éprouvette, la vitesse de déformation (ou la vitesse de déplacement) appliquée à l'éprouvette et l'énergie fournie à l'éprouvette ne sont alors plus maîtrisées.

Sur la figure (12.5) est présenté un relevé expérimental d'une expérience effectuée à partir d'une machine de Hounsfield. La courbe bleue de cette figure correspondant aux relevés des déplacements dans l'éprouvette témoigne de la constance de la vitesse de déformation tout au long de l'essai. On peut donc conclure que les conditions d'essais pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre ont été tout à fait satisfaisantes. Pour les éprouvettes de diamètre plus important dont les relevés expérimentaux nous ont été fournis par des laboratoires extérieurs, il ne semble pas non plus qu'il y ait eu d'importante variation de la vitesse de déformation (ou de la vitesse de déplacement) au cours des essais. On peut donc penser que ce problème lié à la rigidité des équipements d'essais est relativement minime. Dans tous les cas, ce problème s'il existe ne concerne que la phase comportement instable des éprouvettes.

La question du respect d'une vitesse de déformation constante au cours des essais peut aussi se poser pour les essais effectués sur la machine hydropneumatique et les barres d'Hopkinson. Pour l'essai effectué sur la machine hydropneumatique présenté figure (12.7), on peut estimer que la vitesse de déformation au moment de la rupture est d'environ 70/s alors que la vitesse de déformation moyenne sur toute la durée de l'essai n'est que de 15/s. Pour l'essai Hopkinson présenté figure (16.7) la vitesse de déformation varie entre 250/s et de 450/s au cours de l'essai.

La contrainte d'écoulement dans les aciers augmentant de manière logarithmique avec la vitesse de déformation il est peu probable que les variations de la vitesse de déformation observées au cours des essais effectués sur la machine hydropneumatique et la machine d'Hopkinson aient eu une influence importante sur le comportement des éprouvettes (A partir de la loi de Johnson-Cook on peut estimer que les erreurs commises sur la contrainte d'écoulement lors des essais de caractérisation effectués sur les machines d'Hopkinson et hydropneumatique sont de l'ordre du pour-cent). L'influence de ces variations de la vitesse de déformation au cours des essais sur le

comportement à rupture des éprouvettes semble plus difficile à estimer même s'il est peu vraisemblable qu'il soit important.

Les résultats des simulations numériques présentées chapitre 16 semblent montrer que les limites d'élasticité haute et basse observées lors de certaines expériences à hautes vitesses de déformation caractérisent davantage la réponse structurale de l'ensemble barres d'Hopkinson-éprouvette que le comportement plastique du matériau étudié. Il est possible que ces oscillations de la limite d'élasticité soient liées au délai nécessaire pour atteindre l'état d'équilibre dans les éprouvettes ou au passage de l'onde traction au travers des interfaces barres-éprouvette.

Les simulations numériques effectuées ont aussi permis de vérifier que les méthodes de dépouillement employées permettait bien de caractériser le comportement de la partie utile des éprouvettes lisses.

Dans la partie "étude théorique" de ce mémoire de thèse, on trouvera certain nombre de simulations numériques qui nous permettent de confirmer la validité des méthodes de dépouillement utilisées pour les éprouvettes entaillées.

Les essais d'assurance qualité effectués par l'Institut Paul Scherrer ont révélé une certaine hétérogénéité des lots de matière d'acier austénitique et ferritique utilisé dans le cadre de ce projet.

Les plaques d'acier austénitique sont plus dures en surface qu'au centre. Toutes les éprouvettes lisses de 3 millimètres de diamètre d'acier austénitique ont été usinées dans le même échantillon (AX29) certaines ayant été usinées en surface et d'autres au cœur de l'échantillon. On aurait donc pu s'attendre à trouver un certain lien entre l'origine de provenance des éprouvettes lisses de diamètre 3 et les résultats expérimentaux obtenus (Les éprouvettes de diamètre 30 englobant un volume plus important de matière sont moins sensibles à l'hétérogénéité du matériau des plaques d'acier.). Toutefois, les résultats d'essais obtenus à partir des éprouvettes lisses aux vitesses de déformation de 0.001/s et 200/s sont relativement groupés et ne font pas apparaître de lien significatif entre l'origine de provenance des éprouvettes et les résultats expérimentaux obtenus. Aux vitesses de déformation de 0.1/s et 10/s la forte dispersion des résultats expérimentaux obtenus semble davantage liée à des problèmes expérimentaux qu'à l'hétérogénéité du matériau dont proviennent les éprouvettes lisses.

Les plaques d'acier ferritique utilisées lors de cette campagne d'essais présentent-elles aussi une certaine hétérogénéité. Notamment, à la position référencée 1 où l'on n'a pas observé de limites d'élasticités hautes et basses alors que l'on en a observé une aux positions référencées 2 et 3 (excepté pour la plaque 3). D'après les résultats d'essais d'assurance qualité obtenus, il semblerait que cette absence de limite d'élasticité haute et basse à la position 1 se soit répercutée sur les autres caractéristiques du matériau des plaques d'acier ferritique à cette position. Cependant, les résultats d'essais que nous avons obtenu pour les éprouvettes lisses d'acier ferritique ne nous ont pas permis d'établir de lien systématique entre l'origine de provenance des éprouvettes et leur comportement.

L'influence de l'hétérogénéité des lots de matière sur le comportement des éprouvettes entaillées n'a pas été étudié en détail, toutefois il ne semble pas que ces problèmes d'hétérogénéité puissent entraver nos conclusions.

Les conditions d'essais très variées appliquées à chaque type d'éprouvette à chaque vitesse de déformation et les erreurs expérimentales ont probablement influées de manière beaucoup plus sensible sur les résultats d'essais que l'hétérogénéité des lots de matière.

Quelques résultats d'essais supplémentaires auraient été utiles pour pouvoir conclure à l'existence ou non d'un effet d'échelle sur les caractéristiques de l'acier austénitique aux vitesses de déformation de 0.1/s et 10/s (figures 15.18, 15.19). Cependant, l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus semble indiquer que la taille des éprouvettes lisses n'a pas d'influence ou seulement une faible influence sur les caractéristiques mécaniques de l'acier austénitique, excepté pour ce qui concerne le paramètre caractérisant la réduction d'aire des sections d'éprouvettes rompues (ψ) (Ce paramètre caractérise la diminution de l'aire des sections d'éprouvettes au niveau de la striction ou encore la déformation rationnelle à rupture des éprouvettes.). En effet, les valeurs obtenues pour (ψ) pour les éprouvettes de petit diamètre sont systématiquement plus importantes que celles obtenues pour les éprouvettes de grands diamètres. Cet effet d'échelle à la déformation à rupture tend à s'annuler lorsque la vitesse de déformation augmente. Les résultats obtenus semblent cohérents avec les observations de B.B. Chechulin (1954) [3.22] qui avait mis en évidence une diminution de la déformation à rupture lorsque la taille des éprouvettes croît.

La forte dispersion des résultats d'essais obtenus à la contrainte et à la déformation conventionnelle à rupture (lues sur les courbes contrainte-déformation) pour l'acier austénitique ne permettent pas de conclure ou non à l'existence d'un effet de la taille des éprouvettes ou de la vitesse de déformation sur ces deux paramètres.

Pour l'acier austénitique, la contrainte d'écoulement à 1% et 5% de déformation et la contrainte (conventionnelle) maximale sont visiblement insensible à la taille des éprouvettes et croît légèrement avec la vitesse de déformation. La déformation uniforme maximale semble, elle aussi insensible à la taille des éprouvettes et décroît nettement avec la vitesse de déformation.

Les différentes observations faites nous permettent de conclure à l'inexistence de l'effet d'échelle dans l'acier austénitique pour des déformations inférieures à la déformation uniforme maximale.

Les résultats expérimentaux obtenus à partir des éprouvettes lisses pour l'acier ferritique font apparaître un effet de la taille des éprouvettes et un effet de la vitesse de déformation sur la réduction d'aire des surfaces d'éprouvettes rompues (ψ) moins marqué que dans le cas de l'acier austénitique.

Aux vitesses de déformation de 0.1/s et 200/s la déformation conventionnelle à rupture est indépendante de la taille des éprouvettes lisses d'acier ferritique, cette observation correspond aux observations faites par P. Matic & al. [3.23] et B.B. Chechulin [3.22].

La contrainte à rupture de l'acier ferritique ne varie pas avec la vitesse de déformation excepté à la vitesse de déformation de 10/s où la contrainte à rupture croît brusquement, cette brusque croissance de la contrainte à rupture ne caractérise pas la réponse du matériau mais des erreurs expérimentales. Les résultats d'essais que nous avons obtenus à partir de l'acier ferritique ne font pas apparaître d'effet d'échelle marqué à la contrainte à rupture. Les résultats expérimentaux obtenus par B.B. Chechulin [3.22] ont mis en évidence une diminution de la contrainte à rupture lorsque la taille des éprouvettes croît pour certaines nuances d'acier et l'invariance de celle-ci pour d'autres nuances d'acier. Les résultats que nous avons obtenus sont donc globalement en accord avec les observations de B.B. Chechulin.

Pour l'acier ferritique, les contraintes d'écoulement observées 5% de déformation et à la déformation uniforme maximale pour les éprouvettes de petits diamètres sont supérieures à celles des éprouvettes de grand diamètre. Ces observations peuvent correspondre aux observations faites par A. Buch [3.24] qui a mis en évidence un effet de la taille des éprouvettes sur la contrainte maximale pour un acier présentant une densité significative d'inclusions. Toutefois, si la présence d'une densité d'inclusions particulièrement significative était à l'origine d'un effet d'échelle sur la contrainte d'écoulement dans les éprouvettes lisses on observerait de la même manière dans les éprouvettes entaillées une charge maximale normalisée et une charge normalisée à 5% d'allongement plus grandes pour les éprouvettes de petits diamètres que pour les éprouvettes de grands diamètres or ce n'est le cas. Par ailleurs, la dispersion des résultats expérimentaux observés pour les éprouvettes de petits diamètres et les erreurs expérimentales nous permettent de douter de l'existence d'un effet d'échelle sur la contrainte d'écoulement dans les éprouvettes lisses d'acier ferritique.

Pour l'acier ferritique, la déformation uniforme maximale est strictement indépendante de la vitesse de déformation et de la taille des éprouvettes considérées. Cette dernière observation est en cohérence avec les résultats de B.B. Chechulin.

Concernant les éprouvettes entaillées d'acier austénitique, nous avons noté la présence d'erreurs expérimentales aux vitesses de déplacement normalisées de 0.1/s et 10/s. Excluant de notre discussion les résultats d'essai jugés douteux, on conclura qu'il n'y a pas ou peu d'effet d'échelle à la charge rupture pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique. Par ailleurs, on notera que pour ces éprouvettes l'allongement normalisé à rupture aux vitesses de déplacement normalisé de $\sim 0.001/s$ et 0.1/s est légèrement plus important pour les éprouvettes d'acier austénitique de 3 millimètres de diamètre que pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre. Aux hautes vitesses de déformation, les allongements normalisés à rupture obtenus pour les éprouvettes 9 millimètres et 30 millimètres de diamètre sont identiques.

Pour les éprouvettes lisses d'acier austénitique nous avons constaté l'existence d'un effet d'échelle sur le paramètre (ψ) caractérisant une déformation à rupture plus importante pour les éprouvettes de petits diamètres que pour les éprouvettes de grand diamètre. Nous avons aussi noté que cette effet d'échelle diminuait lorsque la vitesse de déformation augmente. Pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique on retrouve un effet d'échelle identique à celui observé sur les éprouvettes lisses, toutefois l'effet d'échelle observé cette fois-ci ne diminue pas avec la vitesse de déformation.

Pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique, la charge maximale et la charge à 5% d'allongement résiduel sont insensibles à la taille des éprouvettes et croient légèrement avec la vitesse de déplacement normalisée.

L'allongement normalisé à la charge maximale aux vitesses de déplacement normalisé de $\sim 0.001/s$ et 0.1/s est légèrement plus grand pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre que pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre. Aux hautes vitesses de déformation, les allongements normalisés à la charge maximale obtenus pour les éprouvettes 9 millimètres et 30 millimètres de diamètre sont identiques.

Les charges à rupture normalisées obtenues pour les éprouvettes entaillées d'acier ferritique de 3 millimètres de diamètre sont supérieures aux charges à rupture obtenues pour les autres diamètres d'éprouvettes entaillées d'acier ferritique. Par ailleurs, les allongements à rupture relevés pour les éprouvettes d'acier ferritique de 30 millimètres de diamètre sont supérieurs aux allongements à rupture mesurés pour les éprouvettes de 3 et 9 millimètres de diamètre.

Les valeurs relevées pour le paramètre (ψ) caractérisant la déformation à rupture des éprouvettes entaillées d'acier ferritique sont d'une part très dispersées et d'autre part ne permettent pas de conclure à l'existence d'un effet d'échelle à la déformation à rupture.

Les charges maximales normalisées, les allongements normalisés à la charge maximale et les charges normalisées à 5% d'allongements normalisés relevés pour les différents diamètres d'éprouvettes d'acier ferritique testés ne font pas apparaître d'effet d'échelle.

Au cours de cette étude expérimentale, il est apparu que la déformation rationnelle à rupture était la caractéristique des éprouvettes lisses et entaillées la plus sensible à l'effet d'échelle. Dans les quatre tableaux ci-dessous sont donnés les valeurs moyennes du paramètre (ψ) caractérisant la réduction d'aire des sections des éprouvettes lisses et entaillées rompues.

Tableau II.1 Réduction d'aire de la surface de rupture ψ (en %)				
Acier austénitique – éprouvettes lisses				
Vitesse de déformation	~ 0.001/s	~ 0.1/s	~ 10/s	~ 200/s
Ø 30 mm	76.2	68.4	72.8	71.3
Ø 9 mm	83.1	77.1	72.0	71.4
Ø 3 mm	84.8	78.3	74.2	73.7

Tableau II.2 Réduction d'aire de la surface de rupture ψ (en %)				
Acier ferritique – éprouvettes lisses				
Vitesse de déformation	~ 0.001/s	~ 0.1/s	~ 10/s	~ 200/s
Ø 30 mm	68.9	70.3	73.0	72.7
Ø 9 mm	76.7	75.9	74.6	74.6
Ø 3 mm	78.5	74.5	75.0	71.4

Tableau II.3 Réduction d'aire de la surface de rupture ψ (en %)				
Acier austénitique – éprouvettes entaillées				
Vitesse de déformation	~ 0.001/s	~ 0.1/s	~ 10/s	~ 200/s
Ø 30 mm	57.97	61.41	49.27	48.81
Ø 9 mm	70.66	65.21	61.93	57.48
Ø 3 mm	75.52	73.25	67.74	-

Tableau II.4 Réduction d'aire de la surface de rupture ψ (en %)				
Acier ferritique – éprouvettes entaillées				
Vitesse de déformation	~ 0.001/s	~ 0.1/s	~ 10/s	~ 200/s
Ø 30 mm	52.54	54.15	56.14	61.56
Ø 9 mm	55.14	62.81	63.04	53.73
Ø 3 mm	56.10	57.27	46.30	-

TROISIEME PARTIE: ETUDE THEORIQUE

Introduction

Les résultats d'essais obtenus dans le cadre de ce projet de recherche nous ont permis de conclure à l'existence d'un effet d'échelle concernant le comportement à l'instabilité plastique et à rupture des aciers austénitique et ferritique. Cet effet d'échelle est apparu de manière particulièrement prononcé à la déformation à rupture dans l'acier austénitique et de manière beaucoup plus modéré à la déformation à rupture dans l'acier ferritique.

Les aciers ferritique et austénitique que nous avons étudié ont un comportement ductile. Dans la partie étude bibliographique de ce mémoire nous avons vu plusieurs approches permettant de traiter de l'effet d'échelle à l'instabilité plastique et à rupture dans les matériaux ductiles.

Les lois de comportement non-locales et les lois de comportement enrichies par des termes de gradient peuvent permettre d'expliquer un éventuel effet d'échelle sur la contrainte d'écoulement. Le comportement non-local d'un matériau peut s'expliquer par l'hétérogénéité de celui-ci. Les lois de comportement non-locales et les lois de comportement enrichies par des termes de gradient ne se différencient des lois de comportement locales qu'en présence de champs de déformation ou de contrainte non uniforme. Les lois de comportement non-locales et les lois de comportements enrichies avec des termes de gradient ne prédisent donc pas d'effet d'échelle dans les éprouvettes lisses avant l'apparition du phénomène de striction qui introduit un gradient de déformation. Au contraire, dans les éprouvettes entaillées ces approches doivent logiquement prédire un effet d'échelle dès l'apparition d'une zone plastique. Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus pour les aciers ferritique et austénitique ne nous ont pas permis de mettre en évidence d'échelle significatif sur la contrainte d'écoulement dans les éprouvettes entaillées pour des allongements inférieurs à l'allongement à la charge maximale. Les lois de comportement non-locales et les lois de comportement enrichies par des termes de gradient ne semblent donc pas adaptées pour traiter de l'effet d'échelle que nous avons rencontré.

Pour tenter d'expliquer l'effet d'échelle que nous avons rencontré on pourrait aussi penser à une approche de la même famille que celles proposées par J.H. Giovanola & al. [3.13] ou J.C. Devaux & al. [11.2]. Ces approches consistent en un critère de rupture ductile associé une longueur (surface ou volume) caractéristique représentative de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Dans notre cas, cette longueur caractéristique pourrait être associée à la distance entre les inclusions présentes dans nos aciers. Les résultats expérimentaux obtenus par J.H. Giovanola & al. [3.17] et J.C. Devaux & al. [3.14] sur des éprouvettes entaillées et fissurées font apparaître un lien réel entre l'effet d'échelle observé lors de la phase de comportement instable des éprouvettes et le processus de fissuration. A première vue on peut donc penser qu'un modèle basé sur un critère de rupture et une longueur caractéristique puisse expliquer l'effet d'échelle que nous avons observé.

S. Carassou & al. [3.12] ont proposé deux approches permettant de traiter de l'effet d'échelle à rupture. Ces approches qui sont basées sur la probabilité de rencontrer une fraction volumique critique d'inclusions semblent relativement bien adaptées au traitement de notre problème. Toutefois, pour mettre en œuvre les approches proposées par S. Carassou & al., il est préférable de connaître la distribution de la fraction volumique initiale et critique d'inclusions présent dans le matériau étudié or nous ne disposons pas de cette information.

Dans le cadre de l'étude théorique proposée dans ce mémoire, nous tenterons de caractériser l'effet d'échelle à rupture à partir de trois méthodes déterministes:

- une méthode basée sur un critère de rupture ductile local développé à partir du critère J.R. Rice & D.M. Tracey [6.9]. Ce critère ne prend en compte que la triaxialité des contraintes et dans la méthode proposée l'effet d'échelle à rupture est attribué à la redistribution plus lente du champ de triaxialité des contraintes dans les éprouvettes de grand diamètre que dans les éprouvettes de petit diamètre,
- une méthode basée sur un critère de rupture ductile associé une longueur intrinsèque au processus de rupture a été étudiée. Le critère de rupture adopté prend en compte à la fois la triaxialité des contraintes et l'histoire en déformation des éprouvettes. Dans cette méthode l'effet d'échelle observé est attribué à l'existence d'une dimension intrinsèque au matériau gouvernant le processus de rupture,
- et une loi d'effet d'échelle en fonction puissance issue des travaux de Z.P. Bazant [3.7] (1997). Cette loi d'effet d'échelle est applicable à tout matériau ne possédant pas de dimension intrinsèque.

Chapitre 17

Lois d'effet d'échelle en fonction puissance

17.1 Introduction

Z.P. Bazant [17.1] (1997) a démontré que pour tout matériau ductile ou fragile ne possédant pas de dimension intrinsèque interne (taille d'un agrégat, etc.), une loi d'effet d'échelle portant sur n'importe quelle caractéristique mécanique du matériau considéré pouvait être écrite sous la forme d'une fonction puissance.

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus ont montré que la taille des éprouvettes avait une influence sur la déformation à rupture des éprouvettes d'acier austénitique et dans une moindre mesure sur la déformation à rupture des éprouvettes d'acier ferritique.

Dans ce chapitre, nous regarderons s'il est possible d'utiliser une loi d'effet d'échelle en fonction puissance pour traiter de l'effet d'échelle que nous avons rencontré à la déformation à rupture.

17.2 Loi d'effet d'échelle en fonction puissance

Considérons un ensemble de trois poutres fissurées géométriquement similaires soumises à un chargement de flexion trois points et appelons Y la caractéristique mécanique de ces poutres pour laquelle on cherche à écrire une loi d'effet d'échelle.

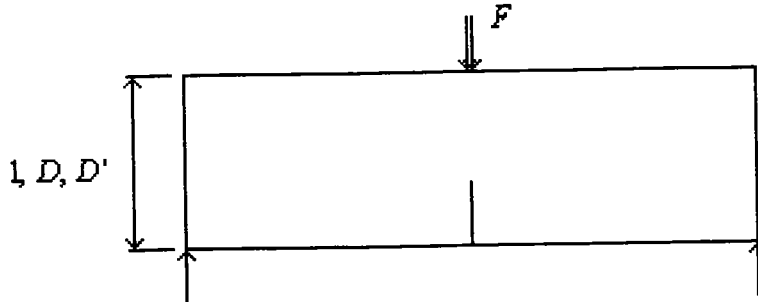


Fig. 17.1 Géométrie des poutres de flexion trois points considérées

On notera respectivement $1, D$ et D' les valeurs de la dimension représentative de la taille de chacune des trois poutres.

Si l'on choisit la poutre de taille 1 comme référence, on pourra écrire la loi d'effet d'échelle suivit par le paramètre Y pour les poutres de taille D et D' comme suit :

$$Y = Y_0 h(D) \text{ et } Y' = Y_0 h(D') \quad (17.1)$$

avec h la loi d'effet d'échelle et Y_0 la valeur de Y pour la poutre de taille 1 .

Si l'on considère que le matériau qui constitue nos trois poutres ne possèdent pas de dimension intrinsèque, on pourra réécrire notre loi d'effet d'échelle h en prenant la poutre de taille D comme référence.

$$\frac{Y'}{Y} = h\left(\frac{D'}{D}\right) \quad (17.2)$$

En combinant les équations (17.1) et (17.2) on obtient la relation :

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{h(D')}{h(D)} = h\left(\frac{D'}{D}\right) \quad (17.3)$$

En différentiant l'équation (17.3) par rapport à D puis en substituant dans cette équation D' par D , on obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dh(D)}{h(D)} = A_1 \frac{dD}{D} \quad (17.4)$$

avec $A_1 = \frac{dh(D)}{h(D)}$ pour $D = 1$.

L'équation différentielle (17.4) peut être résolue par la méthode de séparation des variables en prenant pour condition initiale $h(D) = 1$.

La solution de cette équation est une fonction puissance d'exposant A_1 .

$$h(D) = D^{A_1} \quad (17.5)$$

Si l'on suppose que la caractéristique mécanique des poutres auquel on s'intéresse est la contrainte maximale admissible. La valeur de l'exposant A_1 pourra alors être déterminée en adoptant un critère de rupture.

Si l'on suppose que le comportement des poutres que l'on étudie est régi par la mécanique linéaire de la rupture on aura $A_1 = -\frac{1}{2}$ et si on contraire on suppose que nos des poutres rompent à l'instabilité plastique on aura $A_1 = 0$.

La loi d'effet d'échelle rudimentaire proposée ici ne permet pas de traiter des changements de modes de rupture.

17.3 Effet d'échelle à la déformation à rupture et loi d'effet d'échelle en fonction puissance

Les déformations à rupture de nos éprouvettes lisses et entaillées ont été déterminées à partir des mesures des diamètres des éprouvettes avant et après rupture (relation (14.27)), les déformations à rupture ainsi obtenues sont données sur les figures (17.2), (17.3), (17.4) et (17.5) en fonction du diamètre des éprouvettes.

En s'inspirant des travaux de Z.P. Bazant et des relations (17.3) et (17.5) une loi d'effet d'échelle sur la déformation à rupture a été établie comme suit :

$$\frac{\varepsilon_f(D_{ép})}{\varepsilon_f(D_{ép}^{03})} = A_2 \left(\frac{D_{ép}}{D_{ép}^{03}} \right)^{A_1} \quad (17.6)$$

avec $D_{ép}$ le diamètre initial des éprouvettes (caractérisant la taille des éprouvettes), ce diamètre est égal à 3, 9 ou 30 millimètres. $D_{ép}^{03}$ le diamètre des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre ($D_{ép}^{03} = 3$), A_1 l'exposant de la loi d'effet d'échelle en fonction puissance et A_2 une constante introduite par généralisation de la loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant (pour Z.P. Bazant $A_2 = 1$).

Pour chacun des quatre niveaux de vitesse de déformation auxquels les essais sur les éprouvettes lisses et entaillées ont été réalisés, les constantes de la loi d'effet d'échelle (17.6) ont été déterminées.

Il est à noter que dans certains cas les vitesses de déformation mesurées lors des expériences étaient assez éloignées des vitesses de déformation que l'on voulait réellement appliquer aux éprouvettes.

17.4 Acier ferritique 20MnMoNi55

Sur les graphiques qui vont suivre les traits mixtes correspondent à la loi d'effet d'échelle (17.6).

Commentaires des graphiques

Fig. 17.2 Acier ferritique - éprouvettes lisses

Les relevés expérimentaux présentés figure (17.2) font apparaître une diminution de la déformation à rupture lorsque le diamètre des éprouvettes croît aux basses vitesses de déformation et une absence d'effet d'échelle à haute vitesse de déformation.

Les valeurs des constantes A_1 et A_2 déterminées pour les éprouvettes d'acier ferritique lisses à chacun des quatre niveaux de vitesses de déformation auxquels ont été réalisées les expériences sont données dans la table (17.1). Pour la constante A_2 les valeurs obtenues sont toutes très proche de 1. L'effet d'échelle à la déformation à rupture sur les éprouvettes d'acier ferritique lisses peut donc être décrit à l'aide de la loi d'effet d'échelle en fonction puissance proposée par Z.P. Bazant.

Les valeurs obtenues pour la constante A_1 sont sensibles à la vitesse de déformation. L'évolution de cette constante en fonction de la vitesse de déformation peut vraisemblablement être décrite à l'aide une relation empirique.

Les résultats expérimentaux obtenus montre aussi que la loi d'effet d'échelle donnée par la mécanique linéaire de la rupture (4.5) peut être utilisée de façon conservatoire pour établir la déformation à ne jamais dépassée pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre connaissant la déformation à rupture des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre (cette remarque reste valable pour l'ensemble des résultats expérimentaux que nous avons obtenus.).

Vitesse de déformation	A_2	A_1
~0.001/s	1.02	-0.1208
~0.1/s	1.03	-0.0539
~10/s	1.00	0.0258
~200/s	1.02	0.0146

Fig. 17.3 Acier ferritique - éprouvettes entaillées

L'effet d'échelle rencontré pour les éprouvettes entaillées d'acier ferritique aux basses vitesses de déformation (peu prononcé) est du même ordre de grandeur que celui rencontré que l'effet d'échelle pour les éprouvettes lisses. Aux hautes vitesses de déformation on note que l'effet d'échelle à la déformation à rupture s'inverse, la déformation à rupture croît avec lorsque le diamètre des éprouvettes augmente.

Vitesse de déformation	A_2	A_1
~0.001/s	1.02	-0.0470
~0.1/s	1.06	-0.0387
~10/s	1.12	0.1100
~200/s	1.00	0.1700

Graphiques

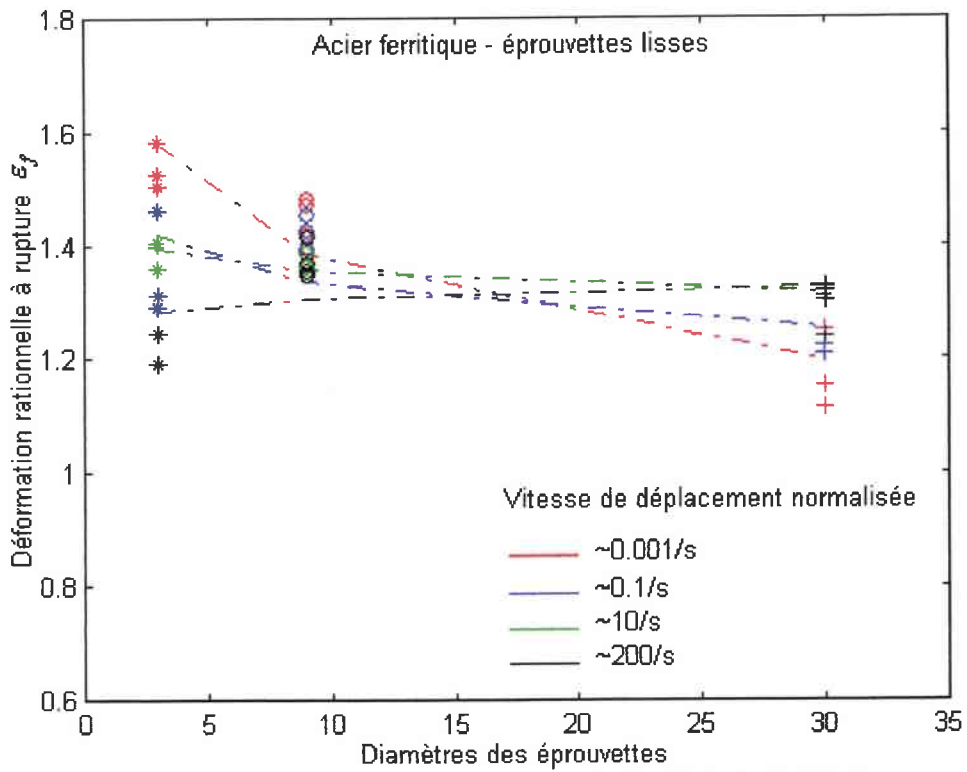


Fig. 17.2 Acier ferritique - éprouvettes lisses - loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant

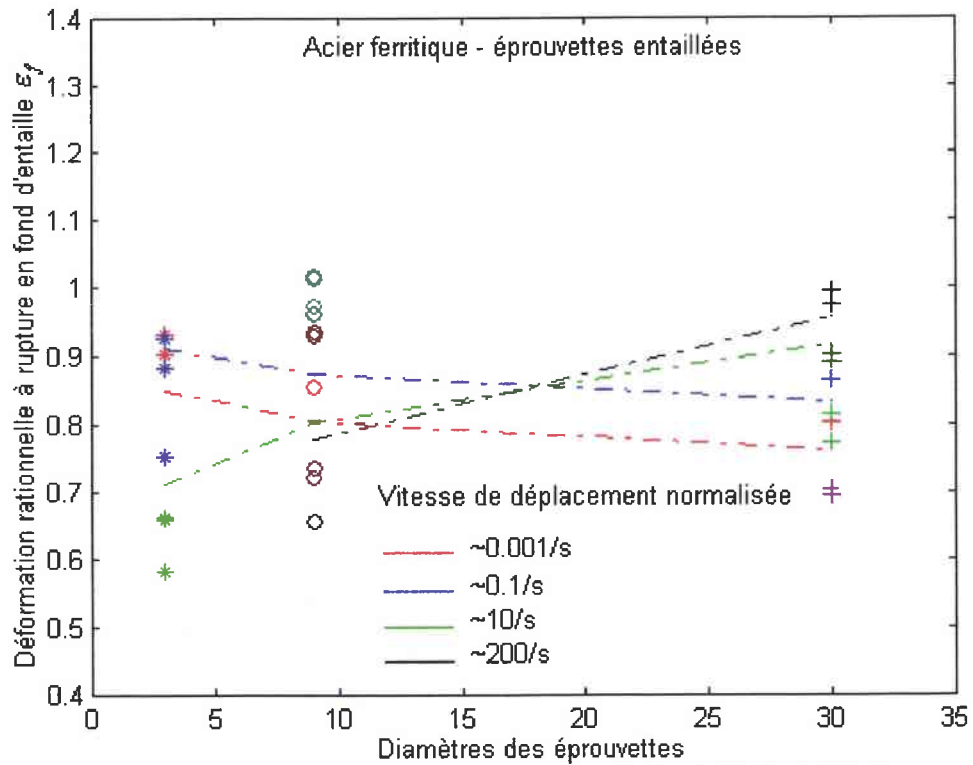


Fig. 17.3 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant

17.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810

Commentaires des graphiques

Fig. 17.4 Acier austénitique - éprouvettes lisses

Les relevés expérimentaux présentés figure (17.2) font apparaître une diminution de la déformation à rupture lorsque le diamètre des éprouvettes croît aux basses vitesses de déformation et une absence d'effet d'échelle à haute vitesse de déformation.

Table 17.3 constantes de la loi d'effet d'échelle pour les éprouvettes lisses d'acier austénitique		
Vitesse de déformation	A_2	A_1
~0.001/s	1.00	-0.1177
~0.1/s	1.03	-0.1243
~10/s	0.99	-0.0174
~200/s	0.99	-0.0322

Fig. 17.5 Acier austénitique - éprouvettes entaillées

L'effet d'échelle observé pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique est nettement plus prononcé que celui observé pour les éprouvettes lisses d'acier austénitique. La déformation à rupture des éprouvettes diminue systématiquement lorsque le diamètre des éprouvettes augmente. On notera par ailleurs que les valeurs obtenues pour la constante A_1 sont peu sensibles à la vitesse de déformation.

Table 17.4 constantes de la loi d'effet d'échelle pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique		
Vitesse de déformation	A_2	A_1
~0.001/s	1.03	-0.2117
~0.1/s	0.97	-0.1492
~10/s	1.03	-0.2230
~200/s	1.00	-0.2036

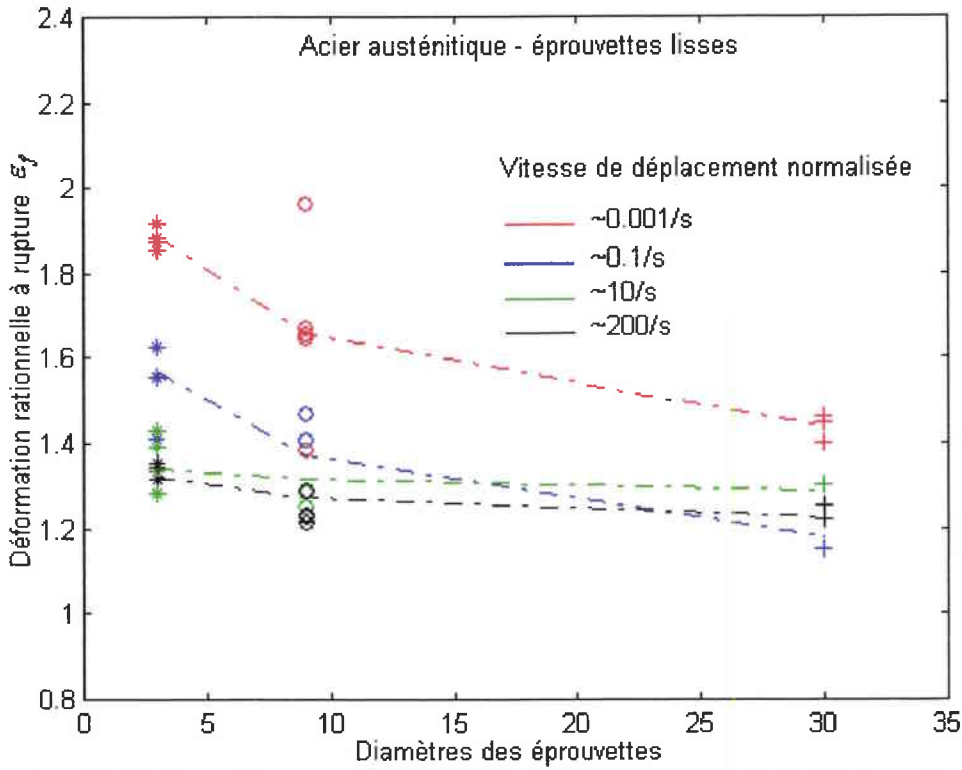


Fig. 17.4 Acier austénitique - éprouvettes lisses - loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant

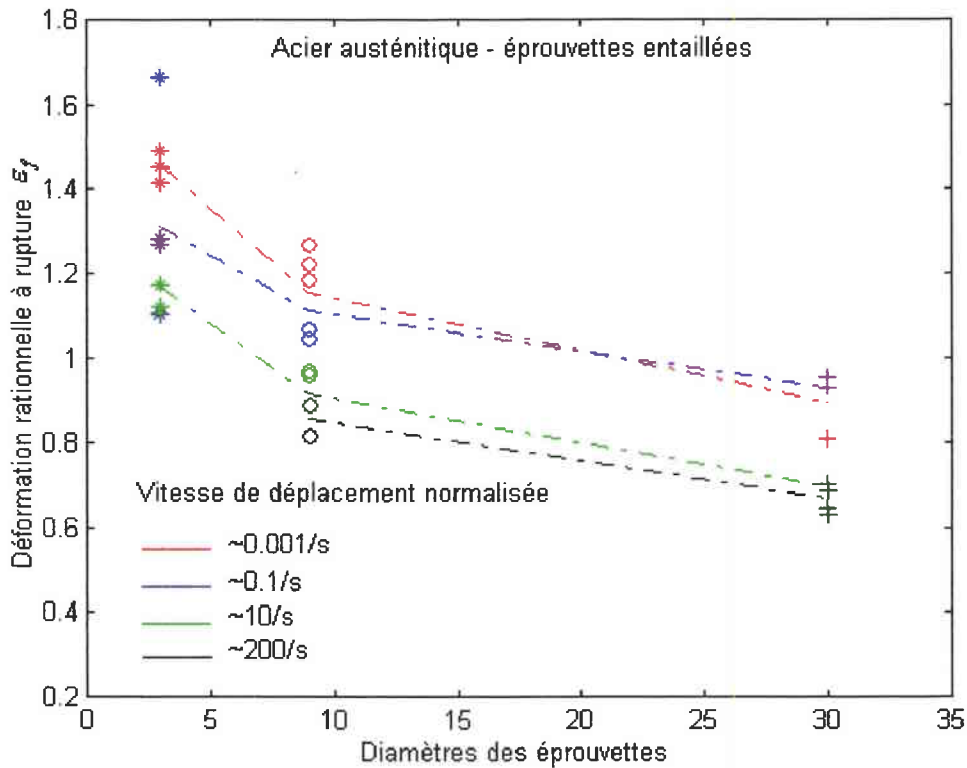


Fig. 17.5 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - loi d'effet d'échelle de Z.P. Bazant

Chapitre 18

Approche basée sur un critère de rupture ductile

18.1 Introduction

Les critères de rupture ductile que l'on rencontre dans la littérature sont généralement basés sur la modélisation des phénomènes de nucléation, croissance et coalescence des inclusions présentes dans les matériaux.

Ces critères de rupture ductile peuvent être classés en deux catégories :

- Dans la première de ces catégories, le dommage induit par les phénomènes de nucléation, croissance et coalescence des vides est inclus dans la définition de la surface d'écoulement du matériau. L'instant de la rupture est alors associé à une fraction volumique critique de cavités. Dans cette catégorie d'approches on peut classer le modèle de A.L. Gurson (1977) [6.2] et les diverses améliorations de ce modèle proposé par V. Tvergaard (1984) [6.8].

- La seconde catégorie de ces critères de rupture ductile est basée sur la modélisation de l'expansion isotropique d'une inclusion dans une matrice composée d'un matériau ductile. Dans ces critères de rupture la phase de nucléation des inclusions n'est pas toujours prise en compte. Ces critères de rupture sont en général basés sur les modèles de R. Hill (1985) [11.4], McClintock (1968) [18.1] et J.R. Rice & D.M. Tracey (1969) [6.9]. Dans cette catégorie de critères, il n'y a pas d'endommagement progressif du matériau comme dans le modèle de A.L. Gurson mais rupture brutale.

Dans ce chapitre, un critère de rupture ductile local basé sur le modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey a été adopté et appliqué aux résultats expérimentaux obtenus à partir des éprouvettes entaillées. Dans ce critère de rupture la croissance et la coalescence des cavités est supposée dépendre uniquement de la triaxialité des contraintes, l'effet de la vitesse de déformation sur la rupture jugé négligeable n'a pas été pris en compte.

18.2 Présentation du critère de rupture utilisé

J.R. Rice & D.M. Tracey (1969) [6.9] ont établi l'expression de la croissance isotropique d'une cavité sphérique sous l'effet de la triaxialité des contraintes et des déformations plastiques dans un matériau élastique parfaitement plastique. Afin de prendre en compte l'écroutissage des matériaux certains auteurs ont jugé utile de remplacer la limite d'élasticité incluse dans le modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey par la contrainte équivalente au sens de Von Mises (voir par exemple la référence [11.1]).

Modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey :

$$\frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.283 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon^{pl,eq} \quad (18.1)$$

avec σ_m la contrainte hydrostatique, σ_{eq} la contrainte équivalente, R_{cav} rayon d'une cavité et $d\varepsilon^{pl,eq}$ l'incrément de déformation plastique équivalente.

Partant du modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey, J.W. Hancock & A.C. Mackenzie (1976) [11.3], on établit un critère de rupture basé sur le taux de croissance critique des cavités. Pour établir ce critère, J.W. Hancock & A.C. Mackenzie ont dû faire l'hypothèse que la triaxialité des contraintes ne variait pas (ou peu) au cours du processus de croissance des inclusions.

Par ailleurs, J.W. Hancock & A.C. Mackenzie ont observé qu'il est nécessaire qu'un certain niveau de déformation soit atteint pour que la nucléation des inclusions présentes dans le matériau prennent place.

$$\varepsilon_f = \varepsilon_n + A_3 \exp\left(-3\sigma_m/2\sigma_{eq}\right) \quad (18.2)$$

Avec ε_n la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions et A_3 une constante dépendante du taux de croissance critique des cavités au moment de la rupture.

G.R. Johnson & W.H. Cook (1985) [18.2] ont ajouté deux termes au critère de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie afin de prendre en compte l'effet de la vitesse de déformation et de la température sur le processus de rupture. L'expression de ces deux termes a été déterminée de manière empirique.

$$\varepsilon_f = \left(\varepsilon_n + A_3 \exp\left(-A_4 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}\right) \right) \left(1 + A_5 \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}}\right) \right) (1 - A_6 T_{ad}) \quad (18.3)$$

Où $T_{ad} = \frac{T - T_{ambiante}}{T_{fusion} - T_{ambiante}}$ est un nombre sans dimension représentatif de la température, A_3, A_4, A_5, A_6 des constantes à déterminer et $\dot{\varepsilon}_{min}^{pl,eq}$ est la vitesse de déformation plastique minimale pour laquelle ont été déterminées les constantes A_3, A_4, A_5, A_6 .

De nombreux auteurs (comme M.S Mirza, D.C. Barton & P. Church (1996) [18.3]) ont supposé que la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions était nulle. Soit que ces auteurs ne disposaient pas d'éléments leur permettant de définir exactement la valeur de la déformation à la nucléation des inclusions, soit parce qu'ils ont jugé cette déformation négligeable. Pour ce qui nous concerne, nous négligerons aussi la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions.

Le terme correspondant à l'effet de la vitesse de déformation dans le critère de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie n'a pas non plus été pris en compte dans notre étude. On notera toutefois que dès lors que l'on adopte une loi de comportement prenant en compte l'effet de la vitesse de déformation (sur la contrainte d'écoulement), l'effet de la vitesse de déformation sur la déformation à rupture est indirectement pris en compte.

Finalement, l'effet de l'échauffement adiabatique des éprouvettes sur le processus de rupture a été négligé. Le critère retenu s'écrit donc comme suit :

$$\varepsilon_f = A_3 \exp\left(-A_4 \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}\right) \quad (18.4)$$

18.3 Simulations numériques

Les constantes A_3 et A_4 du critère de rupture (18.4) ont été déterminées de manière à obtenir la meilleure corrélation possible entre le modèle proposé et les résultats expérimentaux obtenus pour les éprouvettes entaillées d'acier ferritique et d'acier austénitique.

Pour ce faire, la triaxialité des contraintes en fond d'entaille au moment de la rupture a été déterminée à l'aide du logiciel de calcul éléments finis Castem 2000. Les simulations numériques effectuées ont été réalisées en faisant usage de l'option axisymétrique de Castem 2000 et seule la moitié supérieure des éprouvettes a été modélisée. Le chargement appliqué aux éprouvettes lors de ces simulations numériques correspond aux allongements à rupture relevés sur les courbes charge-déplacement. Une loi de comportement de type Johnson-Cook a été utilisée pour l'ensemble des calculs réalisés. Toutefois, la vitesse de déformation présente dans la loi de comportement de Johnson-Cook n'a pas été calculée par le logiciel Castem 2000 mais a été imposée de manière fixe et approximative lors du lancement des calculs.

Les simulations numériques effectuées ont fait apparaître qu'au moment de la rupture la triaxialité des contraintes est maximale aux centres des éprouvettes. On notera aussi que le point d'instabilité plastique est visiblement dépassé lorsque s'amorce le processus de rupture.

Les déformations locales critiques et la triaxialité locale à rupture calculées pour chaque expérience réalisée et chaque type d'acier testé sont présentées figures (18.1) et (18.2). Une courbe correspondant au critère de rupture (18.4) a été placée sur chacune des deux figures correspondant aux aciers ferritique et austénitique.

Pour l'acier austénitique, la dispersion des résultats obtenus autour de la courbe idéale définie par le critère de rupture est relativement faible. A l'opposé, pour l'acier ferritique, les résultats obtenus sont plus éloignés de la courbe définissant le critère de rupture.

Ces deux observations semblent être directement liées à l'effet d'échelle observé à l'allongement à rupture. En effet, l'effet d'échelle mis en évidence à l'allongement à rupture pour les éprouvettes d'acier ferritique est plus prononcé que celui obtenu pour les éprouvettes d'acier austénitique.

Pour l'acier austénitique on remarquera aussi que l'effet la vitesse de déformation sur l'état contrainte et déformation à rupture est plus important pour les petites éprouvettes que pour les plus grandes éprouvettes.

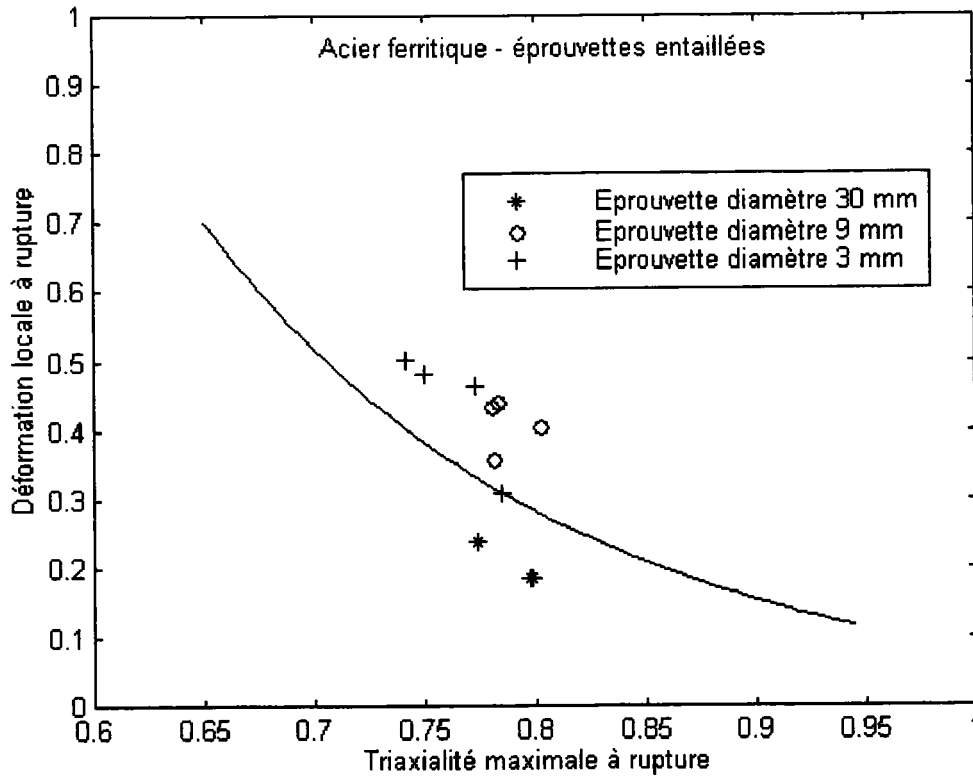


Fig. 18.1 Triaxialité maximale à rupture en fonction de la déformation locale à rupture - Acier ferritique

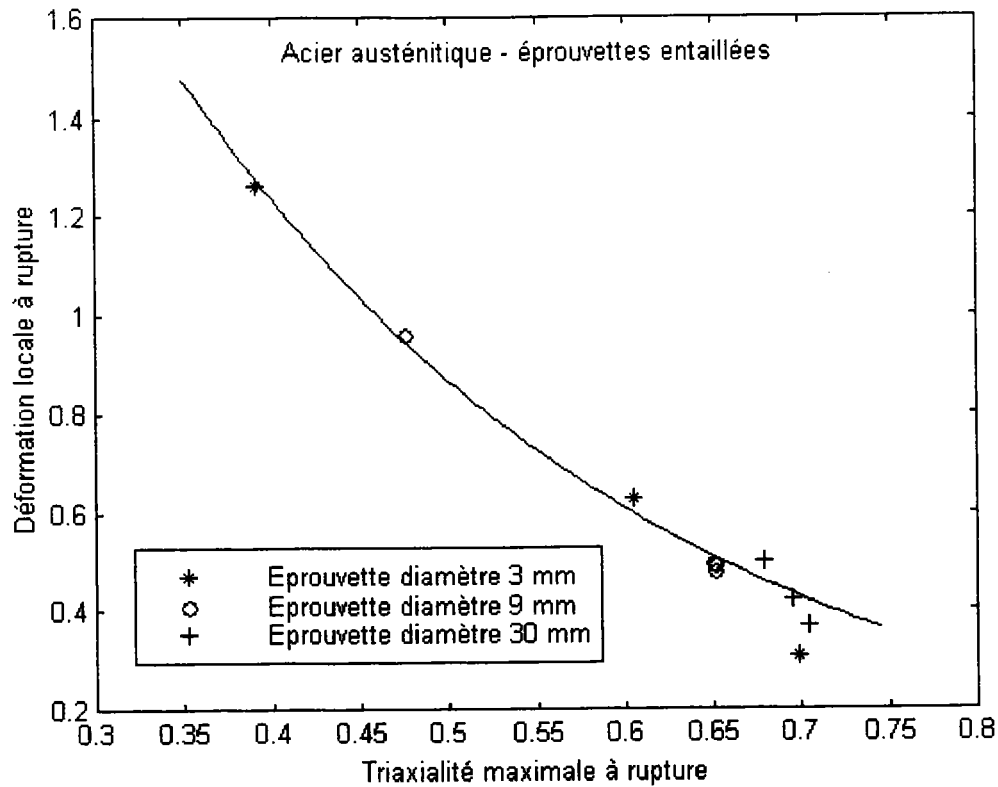


Fig. 18.2 Triaxialité maximale à rupture en fonction de la déformation locale à rupture - Acier austénitique

	A_3	A_4
Acier austénitique X6CrNiNb1810	5.14	3.56
Acier ferritique 20MnMoNi55	36.27	6.07

Les valeurs des constantes obtenues pour le critère de rupture retenu sont données dans le tableau ci-dessus. On notera que les valeurs obtenues pour la constante A_4 sont très différentes de la valeur de 1.5 proposé par J.R. Rice & D.M. Tracey pour cette constante. Toutefois, de nombreuses études présentées dans la littérature font état de valeurs très différentes de 1.5 pour la constante A_4 .

18.4 Ensemble de résultats relevés dans la littérature

M.S Mirza, D.C. Barton & P. Church (1996) [18.3] ont effectué un travail portant sur l'étude des effets de la triaxialité des contraintes et de la vitesse de déformation sur les caractéristiques à rupture des matériaux ductiles. Trois types de matériaux ont été considérés par ces auteurs, un acier doux, un alliage d'aluminium et du fer pur AQ85.

A partir de l'acier doux des éprouvettes entaillées 15 et 9 millimètres de diamètres ont été réalisées. Dans les éprouvettes de 15 millimètres de diamètre des entailles 0.5, 1, 2, 4 et 8 millimètres de rayon ont été pratiqués. Pour les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre des rayons d'entaille de 0.5, 1, 2, 4 millimètres ont été considérés.

A partir de l'alliage d'aluminium des éprouvettes de 15 millimètres de diamètre identiques aux éprouvettes d'acier doux ont été réalisées. De même, à partir du fer pur, des éprouvettes de 9 millimètres de diamètre identiques aux éprouvettes d'acier doux ont été construites par M.S Mirza & al.

Toutes ces éprouvettes entaillées ont été testées à des vitesses de déformation allant de $10^{-2}/s$ à $10^4/s$.

Les résultats expérimentaux obtenus par M.S Mirza & al. ne laissent pas apparaître d'effet de la vitesse de déformation sur la déformation à rupture des éprouvettes des trois matériaux étudiés. Toutefois, pour les éprouvettes d'acier doux une transition ductile-fragile a été observée. M.S Mirza & al. ont attribué cette transition ductile-fragile à la fois triaxialité des contraintes et à la vitesse de déformation. On notera aussi que les résultats obtenus par M.S Mirza & al. sur l'acier doux n'ont pas permis de mettre en évidence d'effet d'échelle sur la déformation à rupture.

Pour chaque expérience effectuée M.S Mirza & al. ont déterminé la triaxialité des contraintes en fond d'entaille à l'aide de calculs éléments finis. Négligeant les effets de la vitesse de déformation et les effets de la température M.S. Mirza & al. ont retenu un critère de rupture identique à celui que nous avons retenu pour modéliser la rupture de nos éprouvettes. Les valeurs des constantes A_3 et A_4 obtenues par M.S Mirza & al. pour les trois matériaux qu'ils ont étudiés sont donnés ci-dessous.

Table 18.2 Constantes du critère de rupture (18.4) (M.S. Mirza & al. [18.3])		
	A_3	A_4
Acier doux	8.54	2.50
Fer AQ85	8.71	1.53
Alliage d'aluminium	2.03	1.09

G.R. Johnson & W.H. Cook (1985) [18.2] ont étudié l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur les caractéristiques à rupture du cuivre OFHC, du fer Armco et de l'acier 4340. Ces auteurs ont effectué des essais de torsion pour les trois matériaux considérés sur une plage de vitesse de déformation allant d'environ $10^{-2}/s$ à $10^2/s$. De même, des essais de traction sur des éprouvettes lisses ont été réalisés à une vitesse de déformation d'environ 500/s à trois niveaux de température distincts ($T_{ad} = 0., 0.135, 0.292$). Finalement, G.R. Johnson & W.H. Cook ont réalisé des essais de traction statique sur des éprouvettes lisses et des éprouvettes entaillées de 15.2 millimètres de diamètre présentant des rayons entailles de 2.54 et 6.34 millimètres.

A l'aide des résultats qu'ils ont obtenus en statique à température ambiante à partir des éprouvettes de traction lisses et entaillées et à partir des éprouvettes de torsion, G.R. Johnson & W.H. Cook ont déterminé les constantes ε_n , A_3 et A_4 du critère de rupture (18.3). La triaxialité maximale au moment de la rupture dans les éprouvettes lisses et entaillées a été déterminée à l'aide de calculs éléments finis.

La constante A_5 du critère de G.R. Johnson & W.H. Cook a visiblement été déterminée à partir des résultats d'essais réalisés à température ambiante aux vitesses de déformation de $10^{-2}/s$ à $500/s$. La constante A_6 a pour sa part été déterminé à partir des résultats d'essais effectués en température.

L'ensemble des constantes obtenues par G.R Johnson & W.H. Cook pour les trois matériaux qu'ils ont étudiés sont données ci-dessous.

Table 18.3 Constantes du critère de rupture (18.3) (G.R Johnson & W.H. Cook [18.2])					
	ϵ_n	A_3	A_4	A_5	A_6
Cuivre OFHC	0.54	4.89	3.03	0.014	1.12
Fer Armco	-2.20	5.43	0.47	0.016	0.63
Acier 4340	0.05	3.44	2.12	0.002	0.61

A. Dhiab, H. Gouair, Z. Azari, G. Pluinage & A. Abdelhadi [18.4] ont déterminé les constantes ϵ_n , A_3 et A_4 du critère de rupture de G.R. Johnson & W.H. Cook pour un acier XC18, un acier gazoduc et du laiton. Pour chacun des trois matériaux précités A. Dhiab & al. ont testé des éprouvettes entaillées de 4 millimètres de diamètre intérieur ayant des rayons d'entaille de 0.25, 0.5, 0.8, 1. et 1.2 millimètres. Pour l'acier XC18 une seconde série d'essais a été réalisée à la vitesse de déformation de $1000/s$.

La triaxialité maximale en fond d'entaille a été déterminée par Dhiab A. & al. à l'aide de la formule de Bridgeman et des caractéristiques géométriques initiales des éprouvettes.

Table 18.4 Constantes du critère de rupture (Dhiab A. & al. [18.4])			
	ϵ_n	A_3	A_4
Laiton	-	-	1.87
Acier gazoduc	0.801	0.6	0.25
Acier XC18	0.2015	1.62	1.53

Table 18.5 Constantes du critère de rupture (Dhiab A. & al. [18.4])			
Acier XC18	ϵ_n	A_3	A_4
Statique	0.2015	1.62	1.53
Dynamique	0.208	1.11	1.49

A titre comparatif, les différentes valeurs des constantes des critères de rupture ductile répertoriées dans ce chapitre sont données ci-dessous.

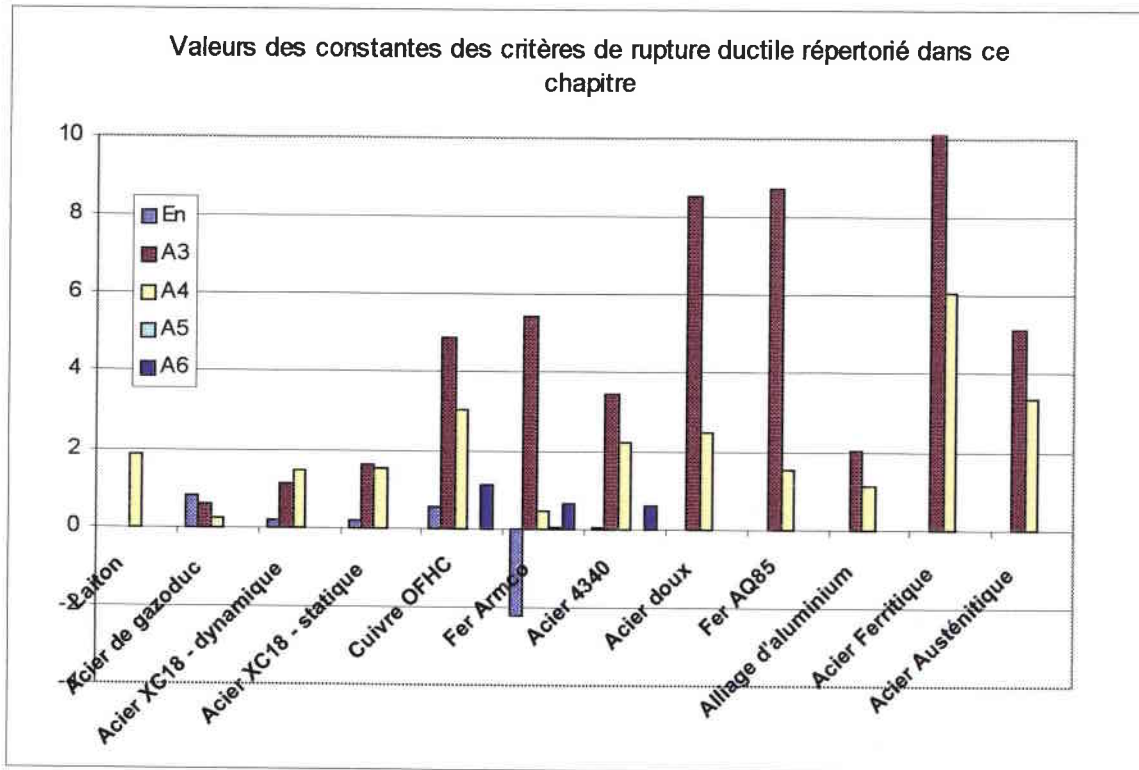


Fig. 18.3 Valeurs des constantes des critères de rupture ductile répertoriées dans ce chapitre

18.5 Discussion

Pour le Fer AQ85 M.S Mirza & al. ont trouvé une valeur de la constante A_4 très proche de la valeur de 1.5 proposé par J.R. Rice & D.M. Tracey. Pour l'acier doux et l'alliage d'aluminium M.S Mirza & al. ont trouvé des valeurs pour A_4 différentes de 1.5 mais toujours du même ordre de grandeur. Par ailleurs, les valeurs trouvées par M.S Mirza & al. pour la constante A_3 semblent cohérentes avec ce que l'on peut rencontrer dans la littérature.

Dans le tableau (18.3), on notera que les valeurs des constantes du critère de G.R. Johnson & W.H. Cook déterminées par ces mêmes auteurs pour le fer Armco n'ont pas toutes de sens physique. On remarquera en particulier la valeur négative de la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions. On remarquera aussi que pour déterminer les valeurs des constantes de leur critère de rupture G.R. Johnson & W.H. Cook ont utilisé de manière conjugué des résultats d'essais de torsion et de traction. Or les processus de croissance et coalescence des inclusions en torsion et en traction sont probablement très différents. D'autre part le modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey dont est issue le critère de G.R. Johnson & W.H. Cook a été établi pour des inclusions augmentant de volume de manière isotrope or il est peu probable que l'on soit dans ce type de situation dans le cas des essais de torsion.

Les valeurs des constantes A_4 déterminées par G.R. Johnson & W.H. Cook pour l'acier 4340, le fer Armco et le cuivre OFHC sont différentes de la valeur de 1.5 proposée par J.R. Rice & D.M. Tracey tout en étant du même ordre de grandeur.

A. Dhiab & al. ont déterminé les valeurs des constantes du critère J.W. Hancock & A.C. Mackenzie pour du laiton, un acier de gazoduc et un acier XC18. Les valeurs de ces constantes déterminées par A. Dhiab & al. correspondent aux valeurs que l'on peut rencontrer dans la littérature pour ces constantes, excepté pour ce qui concerne l'acier de gazoduc. On pourrait reprocher à A. Dhiab & al. de pas avoir tenu compte de la déformation des éprouvettes à rupture pour déterminer la triaxialité maximale des contraintes. Il faut toutefois se rappeler que le critère de rupture de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie a été établi à partant de l'hypothèse que la triaxialité des contraintes étaient constante pendant la phase de croissance des inclusions.

Les valeurs des constantes A_3 et A_4 qui ont été déterminées dans le cadre de cette étude de thèse pour l'acier ferritique semblent un peu éloignées des valeurs définies pour ces mêmes constantes par Dhiab & al., M.S Mirza & al. et G.R. Johnson & W.H. Cook. Ceci semble dû au fait que la plage des valeurs de la triaxialité maximale des contraintes à rupture déterminées à partir des différentes expériences réalisées à partir de l'acier ferritique est relativement faible. Pour pouvoir déterminer de manière plus précise les valeurs constantes A_3 et A_4 pour l'acier ferritique, il aurait été souhaitable d'effectuer des essais sur des éprouvettes présentant différents rayons d'entaille.

Pour l'acier austénitique la plage de triaxialité maximale à rupture couverte est beaucoup plus importante que dans le cas de l'acier ferritique et les valeurs des constantes A_3 et A_4 obtenues pour cet acier sont du même ordre de grandeur que les valeurs que l'on peut trouver pour ces constantes dans la littérature.

On notera aussi que l'introduction d'une déformation nécessaire à la nucléation des inclusions peu entraîner un changement significatif des valeurs des constantes A_3 et A_4 . Toutefois, l'étude des résultats expérimentaux obtenus ici a montré qu'il était préférable de choisir une valeur de la déformation nécessaire à la nucléation des inclusions nulle.

Finalement, on remarquera que le critère de rupture proposé permet de prédire de manière tout à fait acceptable la rupture d'éprouvettes de différents diamètres.

Chapitre 19

Effet d'échelle et processus de rupture

19.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons regarder si l'existence longueur intrinsèque au processus de rupture peut expliquer l'effet d'échelle que nous avons observé à la déformation à rupture. L'approche proposée ici est de la même famille que celles proposées par J.H. Giovanola & al. [3.13] (1998) et J.C. Devaux & al. [11.1] (1979). Cette approche consiste en un critère de rupture ductile auquel est associé une longueur caractéristique représentative de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Le critère de rupture retenu pour cette étude est directement issu du modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey (1969) [6.9]. Ce critère prend en compte à la fois l'histoire en déformation du matériau et la triaxialité des contraintes. Ce critère de rupture a été implanté dans le code de calcul Plexis-3C. Le logiciel de calcul Plexis-3C ne permettant pas de simulations d'essais statiques seules les simulations d'essais Hopkinson ont été réalisées.

Pour les simulations numériques effectuées la longueur caractéristique associée au critère de rupture retenu a été définie comme ayant la taille d'un élément de maillage.

19.2 Présentation du modèle de rupture et de son implantation éléments finis

Le critère de rupture proposé ici est issu du modèle de J.R. Rice & D.M. Tracey [6.9] déjà présenté dans les chapitres précédents.

$$\frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.283 \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon^{pl,eq} \quad (19.1)$$

Avec σ_m la contrainte hydrostatique, σ_{eq} la contrainte équivalente, R_{cav} le rayon d'une cavité et $d\varepsilon^{pl,eq}$ l'incrément de déformation plastique équivalente.

Pour obtenir l'expression de notre critère de rupture on a intégré l'expression (19.1) tout au long du processus de déformation du matériau.

$$\int_{R_{cav}^0}^{R_{cav}^c} \frac{dR_{cav}}{R_{cav}} = 0.283 \int_0^{\varepsilon_f} \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon^{pl,eq} \quad (19.2)$$

R_{cav}^c est le rayon d'une cavité de taille critique, R_{cav}^0 est le rayon d'une inclusion initiale et ε_f est la déformation critique à rupture.

Le critère de rupture (19.2) peut être réécrit sous la forme d'une fonction de dommage.

$$D_{cav} = A_7 \int_0^{\varepsilon_f} \exp\left(\frac{3\sigma_m}{2\sigma_{eq}}\right) d\varepsilon^{pl,eq} \quad (19.3)$$

Avec D_{cav} la variable de dommage et A_7 une constante dépendante du taux de croissance critique des inclusions.

C'est sous la forme présentée ci-dessus que le critère de J.R. Rice & D.M. Tracey a été introduit dans le code de calcul aux éléments finis Plexis-3C. Dans Plexis-3C, ce critère de rupture a été associé à la loi de comportement de G.R. Johnson & W.H. Cook prenant l'effet de la vitesse de déformation et de l'échauffement adiabatique du matériau. Le critère de rupture (19.3) a été implanté dans Plexis-3C de telle manière que lorsque les conditions de rupture sont remplies sur un élément ($D_{cav} \geq 1$) du maillage, les différentes composantes du tenseur des contraintes sont fixées à zéro. Les éléments rompus ne sont pas enlevés du maillage.

La dimension caractéristique représentative de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture qui fait partie de notre modèle a été associée à la taille des éléments du maillage des éprouvettes dans la région du maillage l'on s'attendait que les éprouvettes rompent (en fond d'entaille). Le critère de rupture adopté a été appliqué à la totalité des éléments du maillage des éprouvettes simulées.

Les éléments utilisés pour mailler nos éprouvettes sont des éléments à un point d'intégration (un point de Gauss). Ces éléments se caractérisent par un état de contrainte et déformation uniforme sur toute leur surface.

Pour que le processus de rupture prenne place il faut que le dommage soit supérieur ou égal à 1 sur une zone de dimension au moins égale à un élément. Les dimensions des éléments étant constantes pour toutes les tailles d'éprouvettes considérées, une dissimilarité est introduite dans le calcul du comportement à rupture des éprouvettes.

19.3 Détermination des constantes du modèle adopté

Dans leur article référencé [11.1], J.C. Devaux & al. proposent plusieurs méthodes permettant d'estimer la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture.

La première de ces méthodes nécessite la mesure du nombre d'inclusions par unité de volume dans le matériau considéré.

L'autre méthode proposée par J.C. Devaux & al. est basée sur une formule empirique de la valeur critique de l'intégrale J et nécessite la réalisation d'essais sur des éprouvettes CT. Dans cette méthode, la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture est assimilée à la longueur de fissure à l'amorçage du processus de rupture.

Aucun élément en provenance de nos résultats expérimentaux ne nous permettant d'estimer la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture, il a été décidé arbitrairement de prendre des éléments de 0.2 millimètres de large. Cette valeur correspond à la taille de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture estimée par J.C. Devaux & al. [11.1] pour un acier A508.

Nos simulations numériques étant effectuées en faisant usage de l'option axisymétrique de Plexis-3C, les éléments en contact avec l'axe d'axisymétrie ont donc bien entendu une largeur de 0.1 millimètres et non pas 0.2 millimètres.

Pour déterminer la valeur de la constante A_7 apparaissant dans notre modèle, une première simulation numérique de l'expérience dont on veut modéliser le processus de rupture est réalisée. Dans cette première simulation numérique, la valeur de l'intégrale de l'expression (19.3) est calculée sans que le critère de rupture soit introduit. A partir des résultats de cette simulation numérique la courbe charge-déplacement numérique est déterminée et comparée à la courbe charge-déplacement obtenue expérimentalement. Le point de divergence entre les courbes charge-déplacement numérique et expérimentale est alors défini approximativement afin de déterminer l'instant auquel s'amorce le processus de rupture. La valeur maximale de l'intégrale de l'expression (19.3) sur la structure dont étudie le comportement à l'instant auquel s'amorce le processus de rupture permet ensuite de déterminer l'endroit où s'amorce le processus de rupture et la valeur de la constante A_7 .

Lors de la procédure de détermination de la valeur de A_7 , il faut bien entendu tenir compte du fait que les pulses incident+réfléchi et transmis utilisés pour déterminer les courbes charge-déplacement sont le reflet de l'état de contrainte-déformation régnant dans les éprouvettes mais avec un certain décalage dans le temps.

D'autre part, on notera que pour que cette méthode de détermination de la constante A_7 soit valable, il faut que la corrélation expérience-simulation numérique soit la meilleure possible.

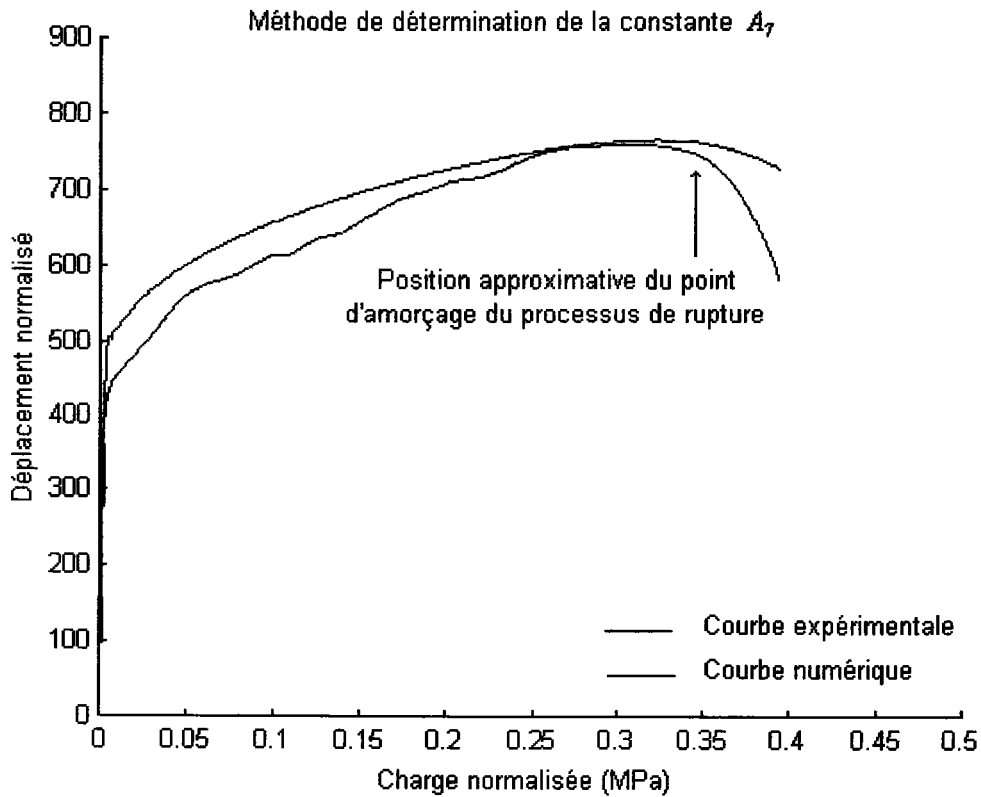


Fig. 19.1 Méthode de détermination de la constante du critère de rupture

19.4 Simulations numériques

Des simulations numériques d'essais Hopkinson ont été réalisées pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique et ferritique de 3, 9 et 30 millimètres de diamètre. Pour chaque type d'acier et chaque diamètre d'éprouvette des simulations ont été réalisées à trois niveaux de vitesses de déformation. Les deux vitesses de déformation les plus basses pour lesquelles ont été effectuées des simulations correspondent aux vitesses de déformation relevées expérimentalement lors des essais sur les éprouvettes de 9 et 30 millimètres de diamètre. Soit grosso modo 120/s et 290/s pour l'acier ferritique et 180/s et 340/s pour l'acier austénitique. Une dernière série de simulations numériques a été réalisée à la vitesse de déformation 600/s afin d'évaluer les effets possibles de la vitesse de déformation sur le processus de rupture.

La constante A_7 du critère de rupture a été déterminée à partir des simulations numériques et des résultats expérimentaux obtenus avec les éprouvettes de 9 millimètres de diamètre aux vitesses de déformation de 290/s et 340/s respectivement pour l'acier ferritique et austénitique.

Table 19.1 Constante du critère	
	A_7
Acier austénitique	0.43
Acier ferritique	0.27

L'agencement des barres et éprouvettes retenu pour toutes les simulations effectuées sur les éprouvettes entaillées est identique à celui retenu pour les simulations effectuées sur les éprouvettes lisses chapitre 16. Les diamètres des barres d'Hopkinson utilisés pour ces simulations numériques sont respectivement de 10, 26 et 72 millimètres pour les éprouvettes de 3, 9, et 30 millimètres de diamètre

19.5 Acier austénitique X6CrNiNb1810

Commentaires des graphiques

Contrairement à nos attentes, le critère de rupture adopté a prédit pour toutes les simulations numériques réalisées à partir de l'acier austénitique, un amorçage du processus de rupture en fond d'entaille à la surface des éprouvettes et non pas au centre des éprouvettes (voir figure 19.2). Compte tenu du fait que le critère de rupture que nous avons adopté prend en compte à la fois la triaxialité des contraintes et l'état de déformation des éprouvettes, les résultats obtenus sont cohérents. Pour comprendre ceci il faut tout d'abord savoir que la triaxialité au centre des éprouvettes n'augmentent de manière significative qu'une fois le phénomène de striction des éprouvettes amorcé. Hors, pour nos éprouvettes d'acier austénitique le phénomène de striction des éprouvettes n'apparaît que très tard, et d'importantes déformations prennent place en fond d'entaille à la surface des éprouvettes pendant tout le processus de déformation. Le critère adopté prenant en compte l'histoire en contrainte-déformation du matériau les résultats obtenus sont logiques.

La triaxialité des contraintes étant maximale aux centres des éprouvettes (voir figure 19.3) au moment de la rupture, le critère de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie aurait prédit dans des conditions identiques un amorçage du processus de rupture au centre des éprouvettes. Il conviendrait donc de s'assurer des micromécanismes prenant à place rupture avant d'adopter un critère de rupture ou un autre.

Bien que le gradient de la fonction de dommage en fond d'entaille au moment de la rupture soit relativement important (voir figure 19.4) l'effet d'échelle induit par le modèle de rupture proposé est limité ou même inexistant. En effet, les simulations numériques réalisées montrent que les déformations à rupture obtenues pour les différents diamètres d'éprouvettes sont identiques à 1 ou 2% près. De plus, on notera que ce faible effet d'échelle ne concerne pas uniquement le processus de fissuration mais l'ensemble du comportement des éprouvettes à l'instabilité plastique.

On aurait pu penser que ce faible effet d'échelle pouvait être dû aux éléments de maillage de taille constante qu'impose le modèle de rupture adopté. En effet, selon G. Pijaudier, Z.P. Bazant & M. Tabbara (1988) [10.1], lorsque l'on utilise des lois de comportement incluant l'adoucissement du matériau la localisation des déformations est sensible à la taille des éléments du maillage adopté. Hors, dans nos calculs nous avons pris en compte les effets adoucissant de l'échauffement adiabatique des aciers. Toutefois, les résultats d'une simulation numérique du comportement d'une éprouvette de 9 millimètres de diamètre effectué avec un maillage similaire à celui des éprouvettes de 3 millimètres de diamètre nous ont permis d'exclure cette hypothèse.

Il a aussi été vérifié numériquement que l'effet d'échelle observé n'était pas dû au diamètre des barres d'Hopkinson utilisées lors des simulations numériques effectuées.

L'effet de la vitesse de déformation est inexistant pour les éprouvettes de 3 et 9 millimètres de diamètre. Pour les éprouvettes de 30 millimètres de diamètre on note que les courbes charge-déplacement obtenues à la vitesse de déformation de 180/s et 340/s se distinguent de la courbe obtenue à la vitesse de déformation de 600/s. Ceci s'explique par le fait qu'à la vitesse de déformation de 600/s seules (approximativement) 20 réflexions prennent place aux interfaces barres d'Hopkinson-éprouvettes pendant tout le processus de déformation des éprouvettes. Une partie du processus de déformation des éprouvettes de 30 millimètres de diamètre a donc lieu alors que les conditions d'équilibre dans les éprouvettes ne sont pas réunies.

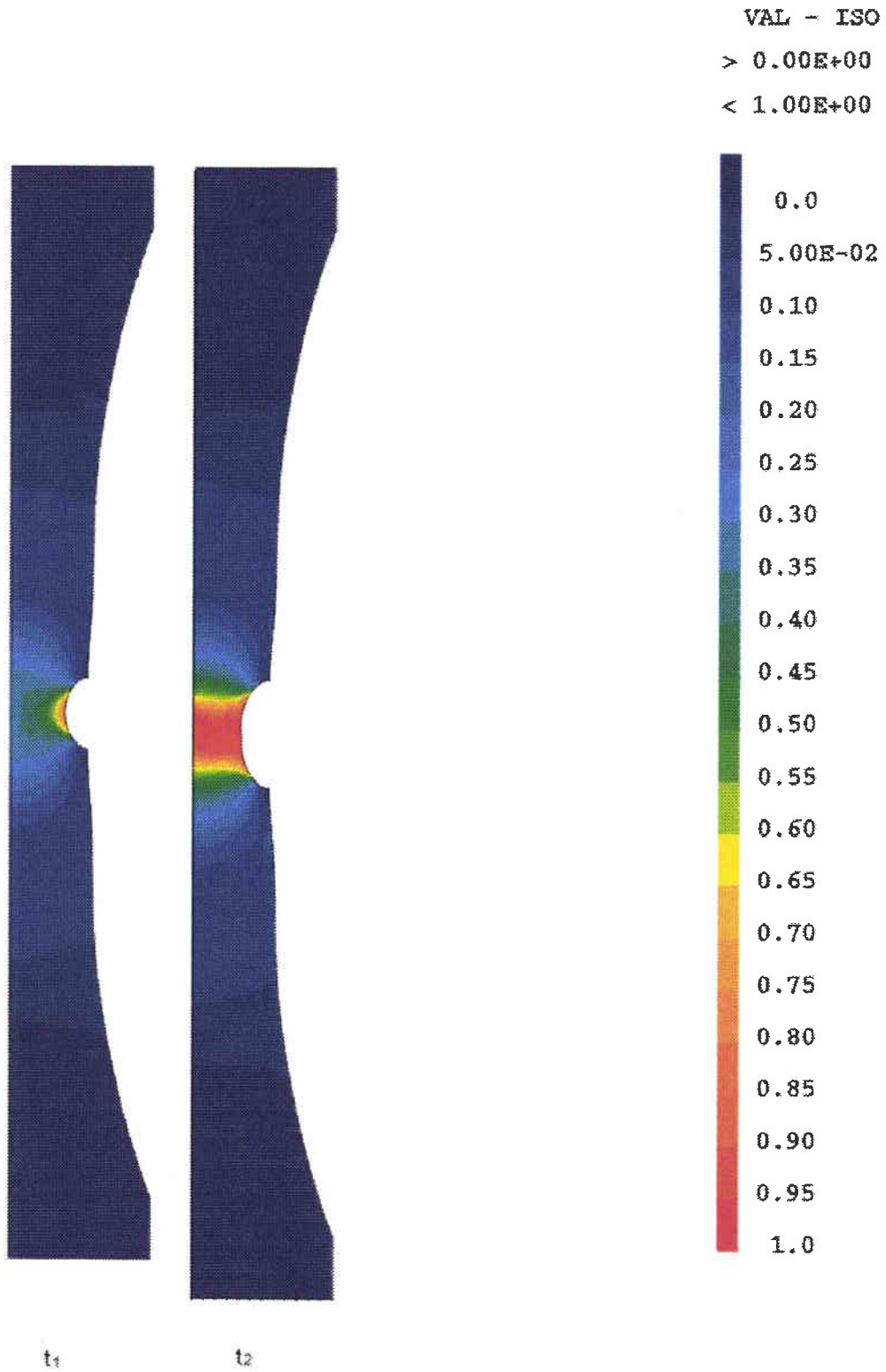


Fig. 19.2 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30$ mm - vitesse de déformation $\sim 600/s$
Fonction de dommage (19.3) au moment de la rupture

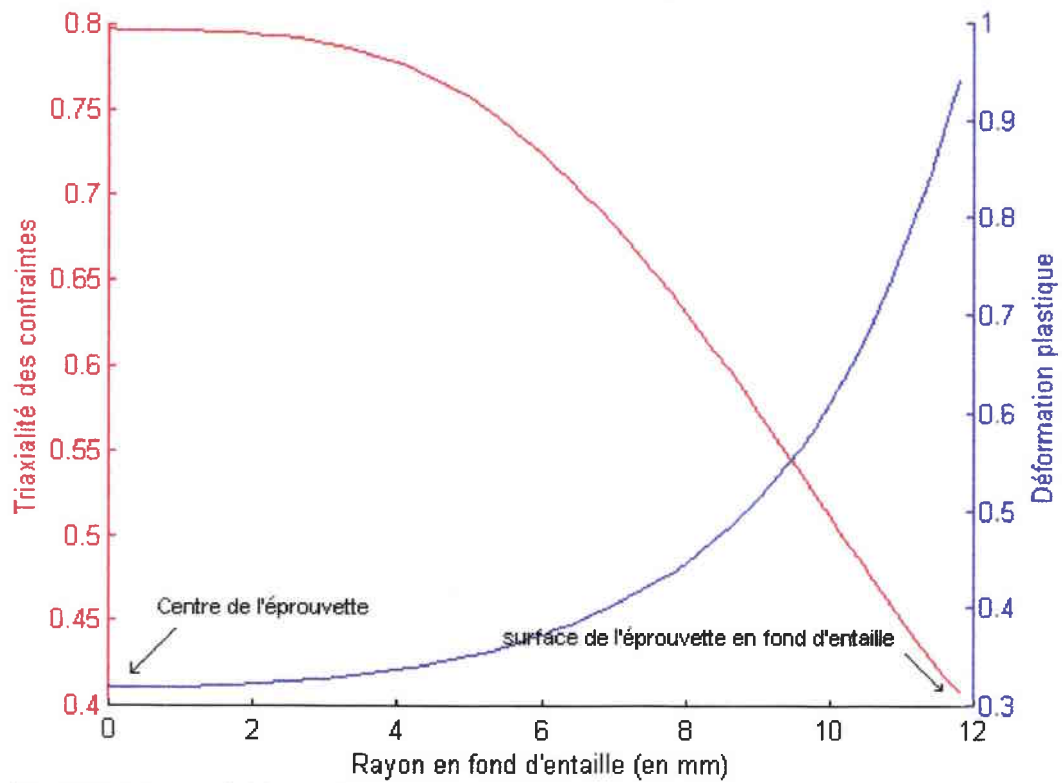


Fig. 19.3 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30$ mm - vitesse de déformation $\sim 600/s$
 Triaxialité des contraintes et déformation plastique en fond d'entaille

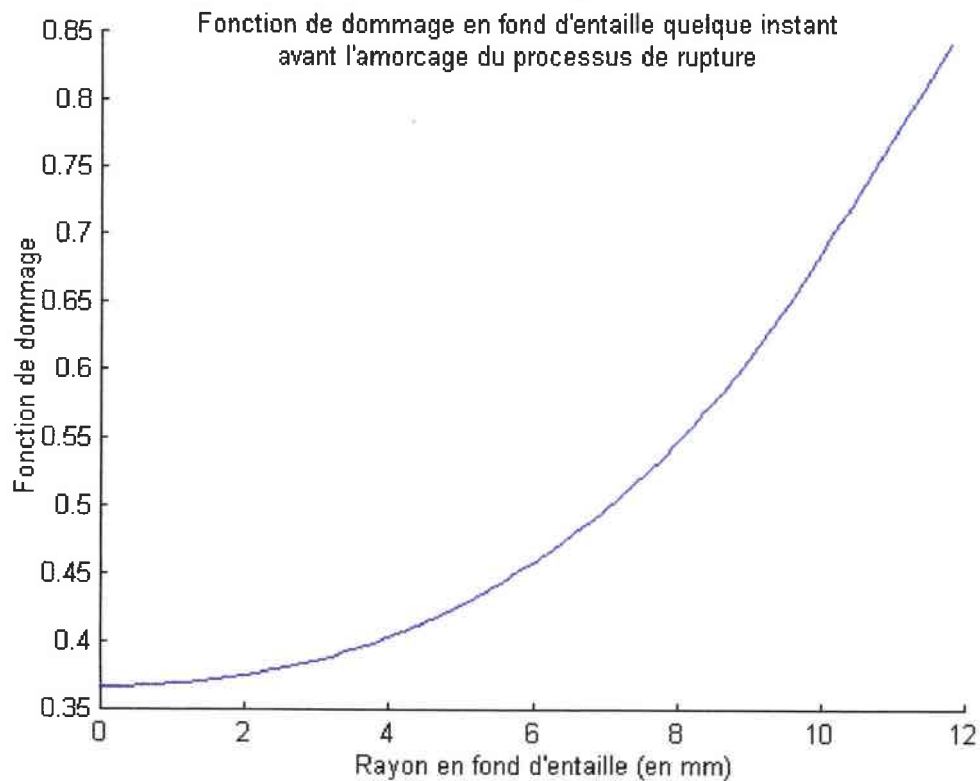
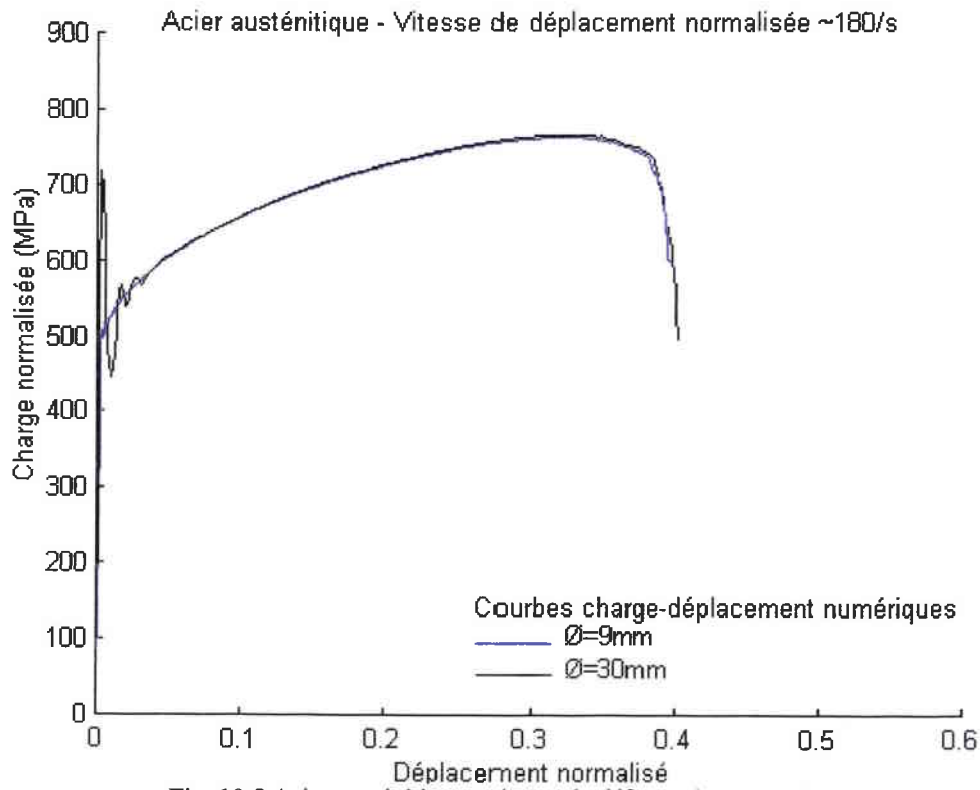
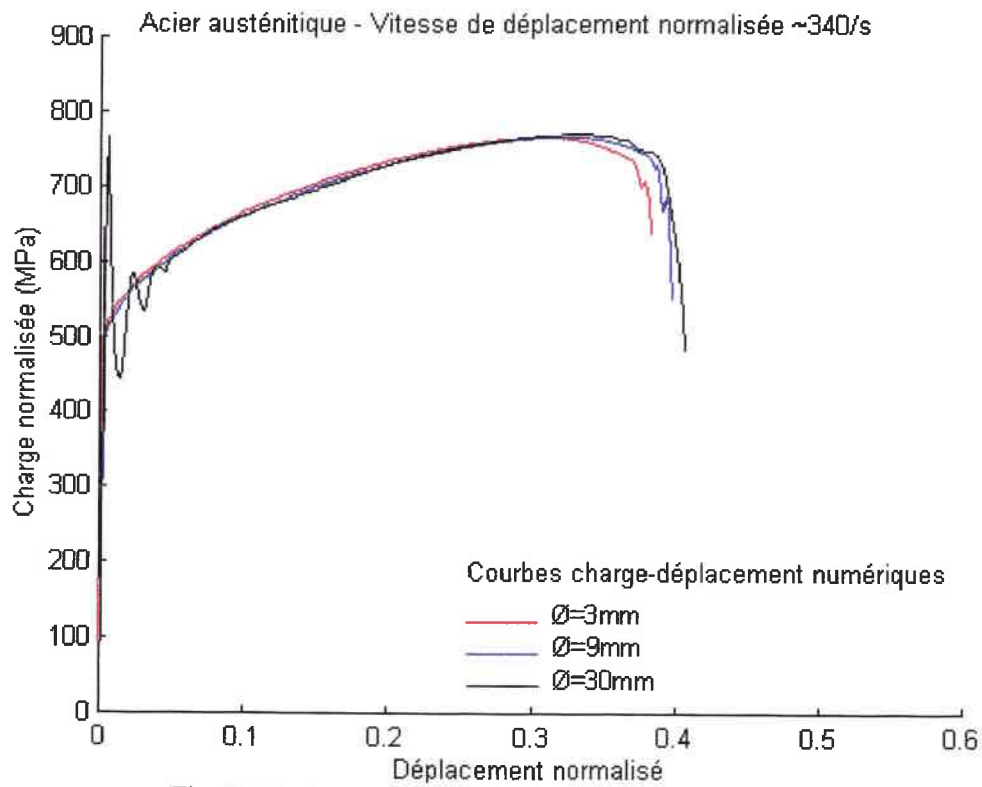


Fig. 19.4 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30$ mm - vitesse de déformation $\sim 600/s$
 Fonction de dommage en fond d'entaille quelques instants avant l'amorçage du processus de rupture

Effet d'échelle

Fig. 19.5 Acier austénitique - vitesse de déformation $\sim 180/s$ Fig. 19.6 Acier austénitique - vitesse de déformation $\sim 340/s$

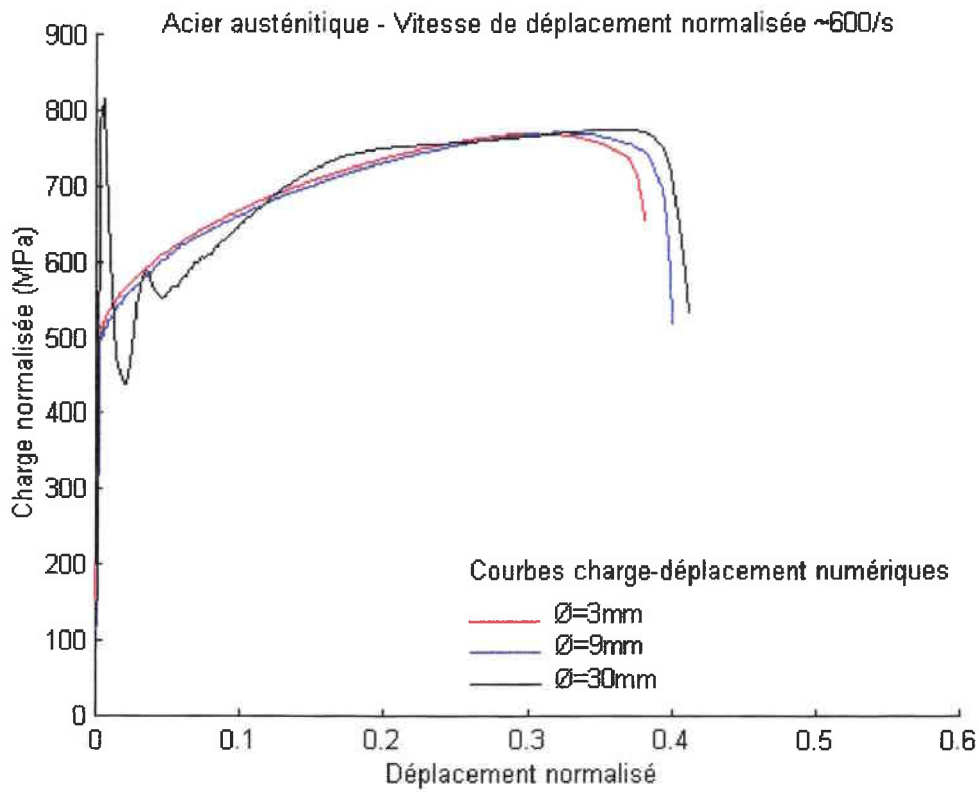


Fig. 19.7 Acier austénitique - vitesse de déformation ~ 600/s

Effet de la vitesse de déformation

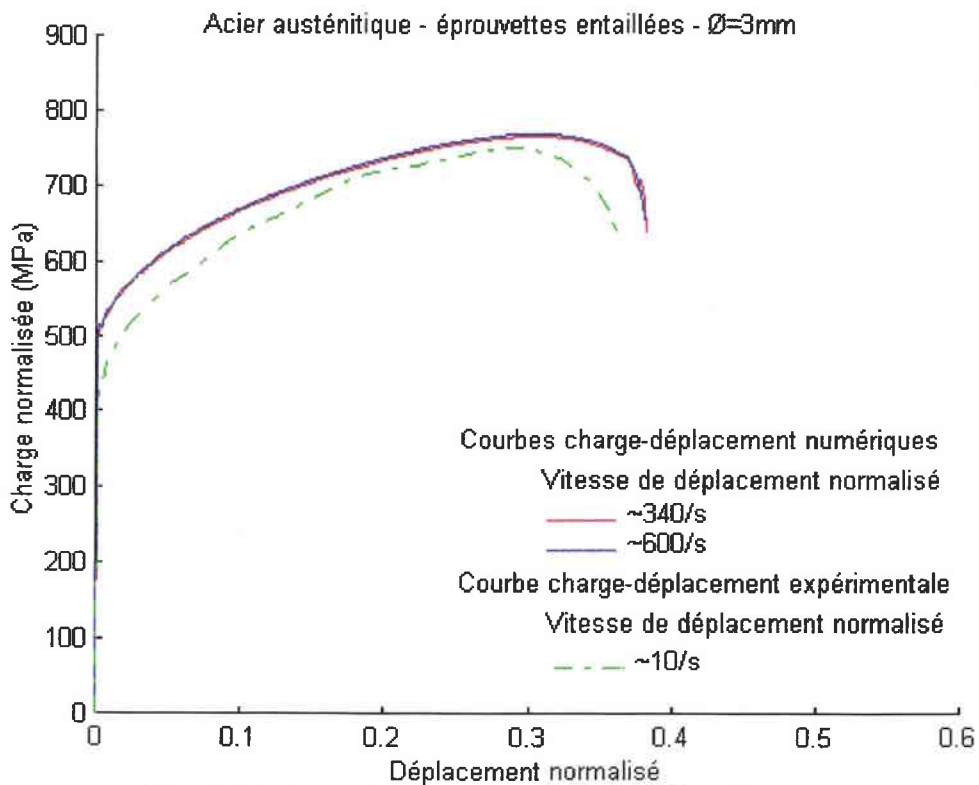


Fig. 19.8 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - Ø = 3 mm

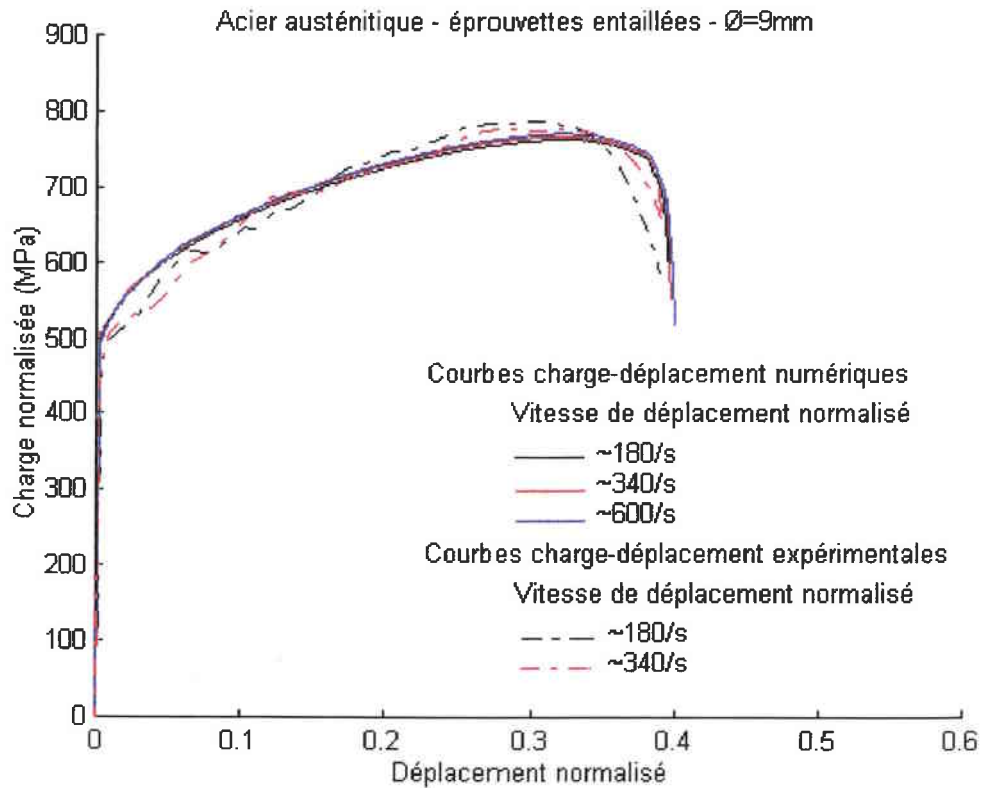


Fig. 19.9 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9 \text{ mm}$

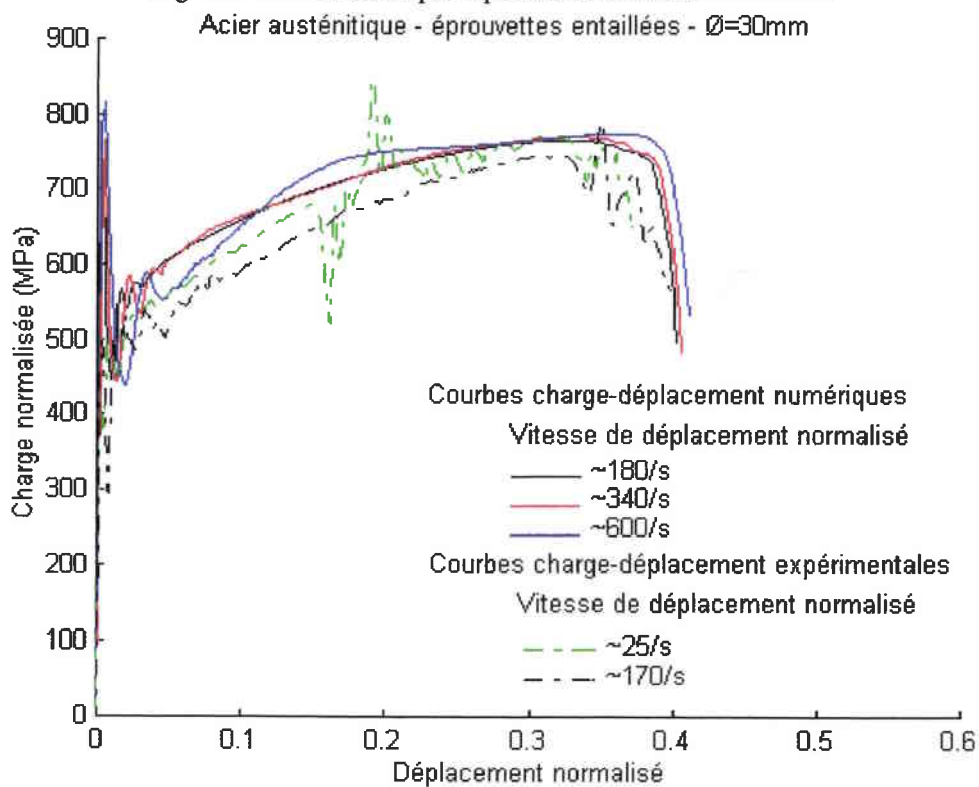


Fig. 19.10 Acier austénitique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30 \text{ mm}$

19.6 Acier ferritique 20MnMoNi55

Commentaires des graphiques

Pour l'acier ferritique le modèle de rupture utilisée prédit bien un amorçage du processus de fissuration au centre des éprouvettes. On notera toutefois, que le dommage aux centres des éprouvettes ne devient supérieur au dommage à la surface des éprouvettes en fond d'entaille que dans les ultimes instants précédents la rupture des éprouvettes (voir figure 19.15). On remarquera aussi que la distribution du dommage en fond d'entaille dans les instants qui précède l'amorçage du processus de rupture est relativement uniforme (voir figure 19.14).

Sur les figures (19.20) et (19.21), on verra que les résultats des simulations numériques ne sont pas en aussi bon accord avec les résultats expérimentaux que dans le cas de l'acier austénitique. Cependant, les résultats des simulations numériques obtenus sont suffisamment fiable pour une étude qualitative.

Aucun effet de la vitesse de déformation sur le comportement des éprouvettes de petit diamètre n'est à noter.

Sur les figures (19.16), (19.17) et (19.18) on note un net effet d'échelle sur la contrainte d'écoulement à l'instabilité plastique et sur l'allongement rupture. Afin de vérifier que cet effet d'échelle n'était pas dû à la taille des éléments du maillage adopté, une simulation numérique d'un essai Hopkinson sur une éprouvette de 9 millimètres de diamètre a été réalisée en faisant usage d'un maillage similaire au maillage utilisé pour les éprouvettes de 3 millimètres de diamètre, figure (19.12). De même, il a été vérifié que l'effet d'échelle observé n'était pas dû aux dimensions des barres d'Hopkinson utilisées pour les simulations numériques, figure (19.13). Finalement, en mesurant sur les maillages les diamètres à rupture des éprouvettes on remarquera qu'il n'y a aucun effet d'échelle à rupture. L'effet d'échelle observé sur les figures (19.16), (19.17) et (19.18) est donc probablement lié aux approximations introduites dans les méthodes de dépouillements des résultats.

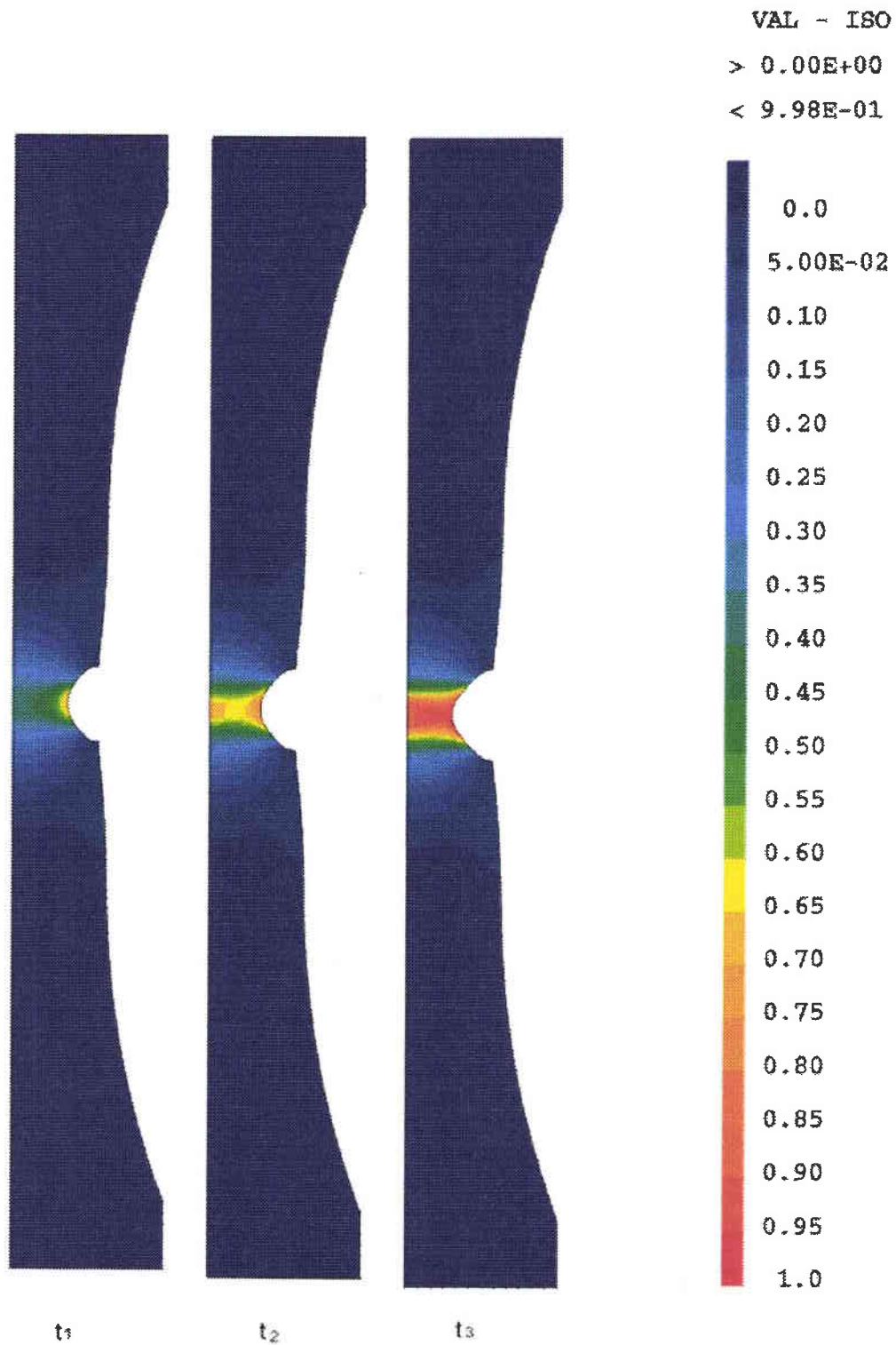


Fig. 19.11 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30$ mm - vitesse de déformation $\sim 120/s$
 Fonction de dommage (19.3) au moment de la rupture

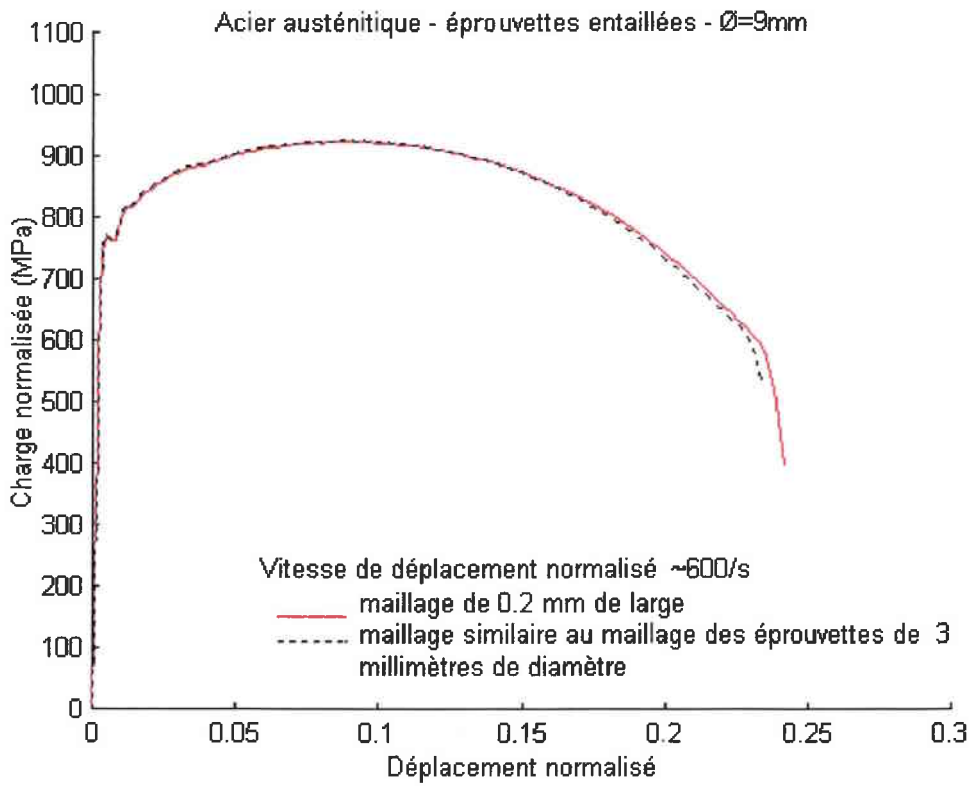


Fig. 19.12 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9 \text{ mm}$ - vitesse de déformation $\sim 600/\text{s}$
Etude de l'effet de la discrétisation des éprouvettes

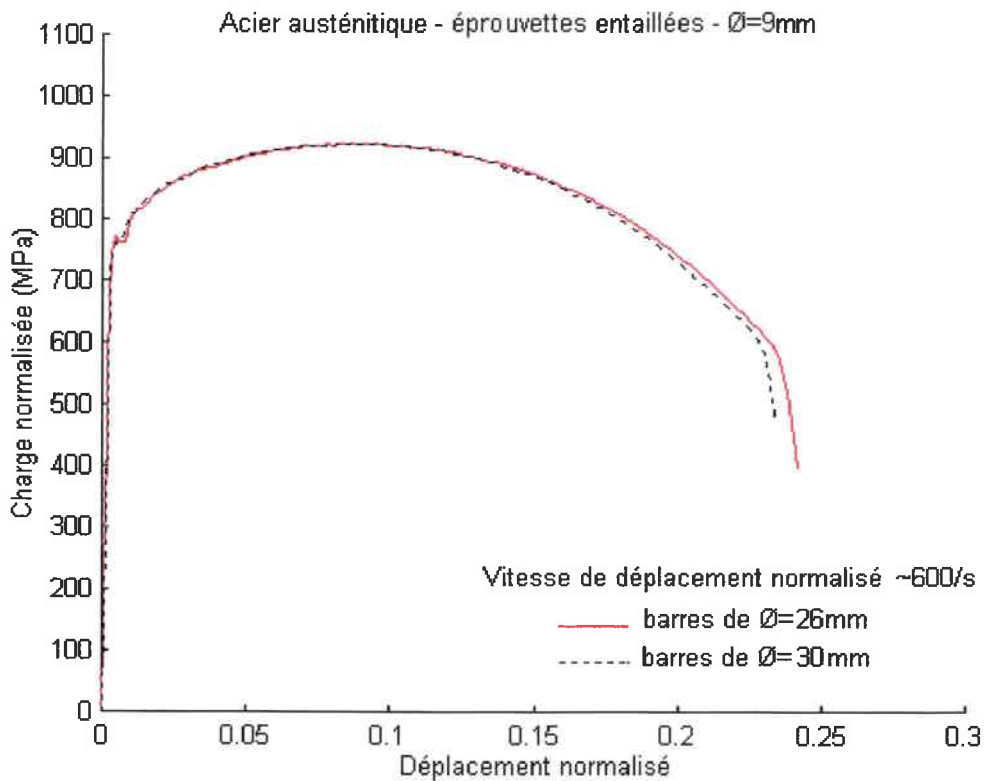


Fig. 19.13 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9 \text{ mm}$ - vitesse de déformation $\sim 600/\text{s}$
Etude de l'influence du diamètre des barres d'Hopkinson utilisées

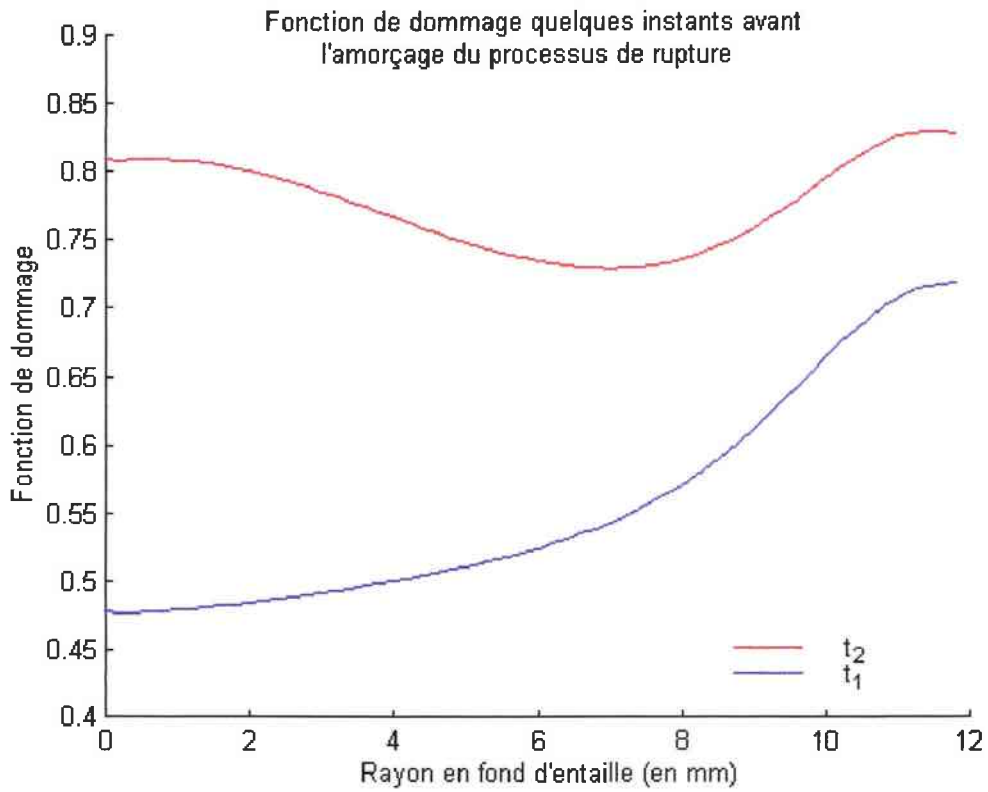


Fig. 19.14 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9$ mm - vitesse de déformation $\sim 120/s$
Fonction de dommage en fond d'entaille à deux instants distincts

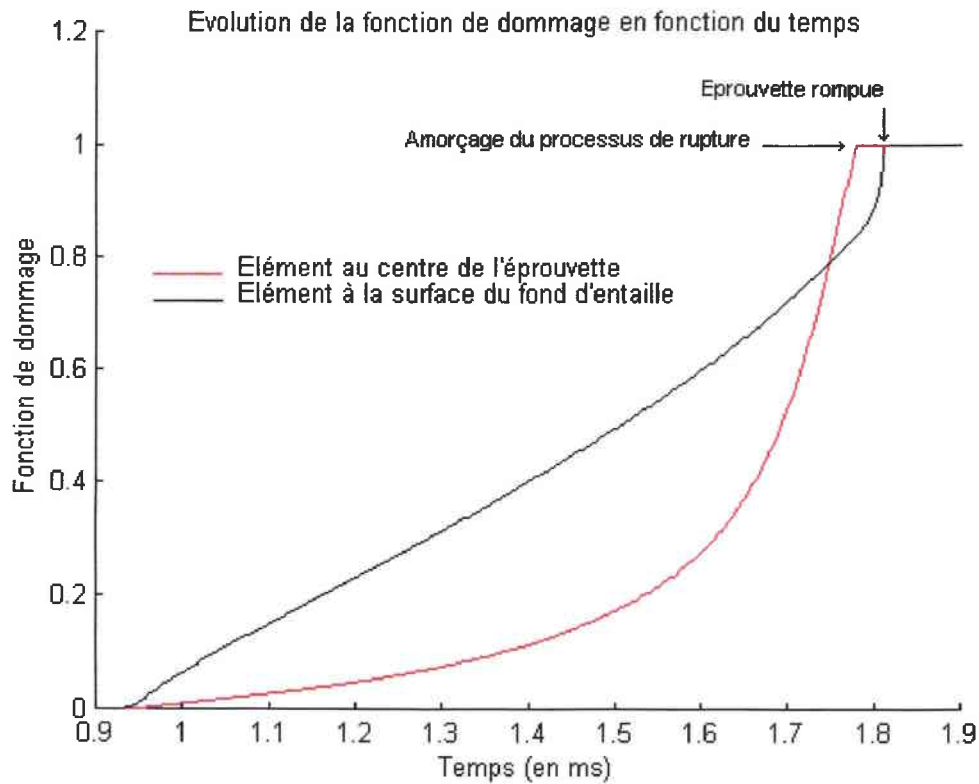
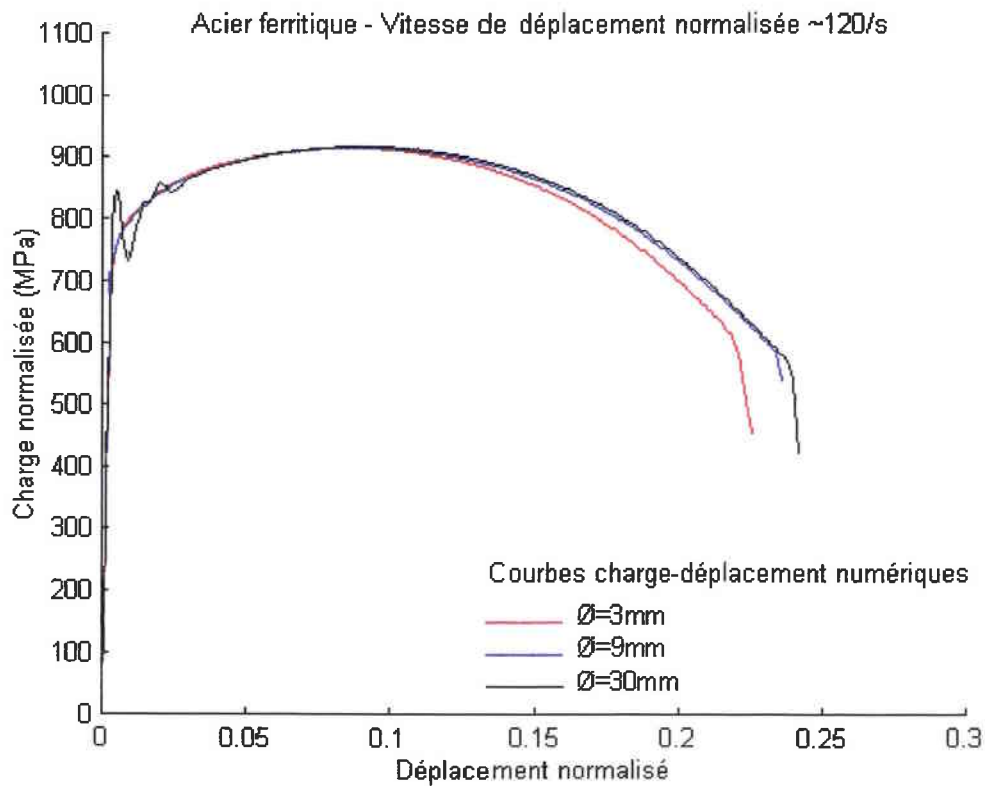
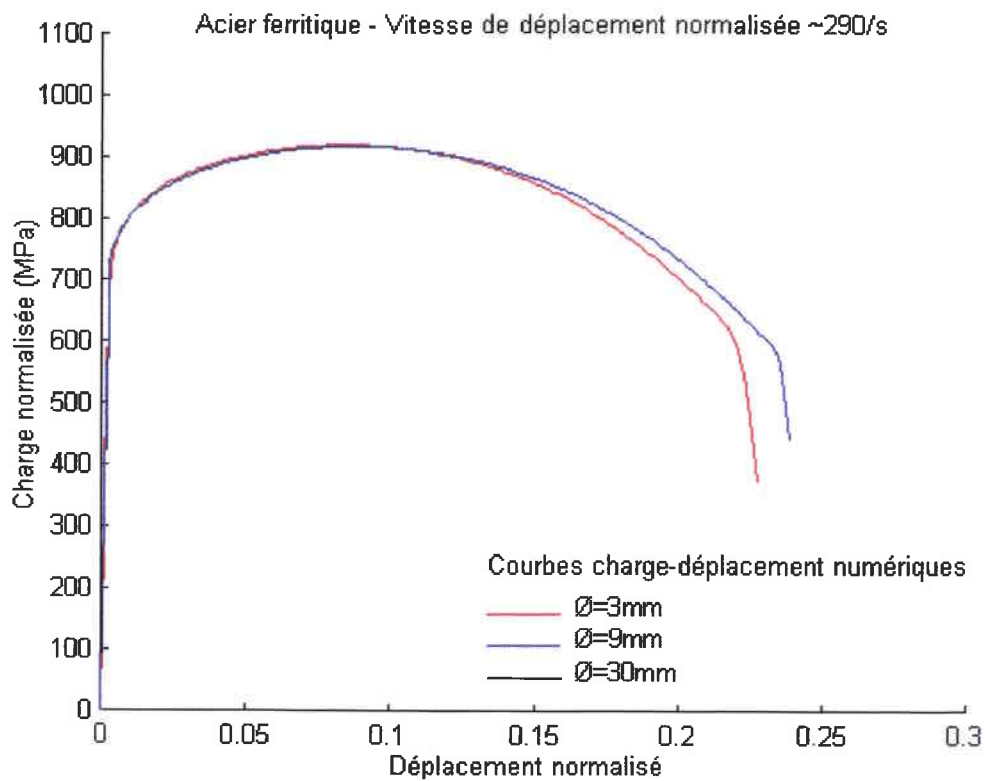


Fig. 19.15 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9$ mm - vitesse de déformation $\sim 120/s$
Evolution de la fonction de dommage

Effet d'échelle

Fig. 19.16 Acier ferritique - vitesse de déformation $\sim 120/s$ Fig. 19.17 Acier ferritique - vitesse de déformation $\sim 290/s$

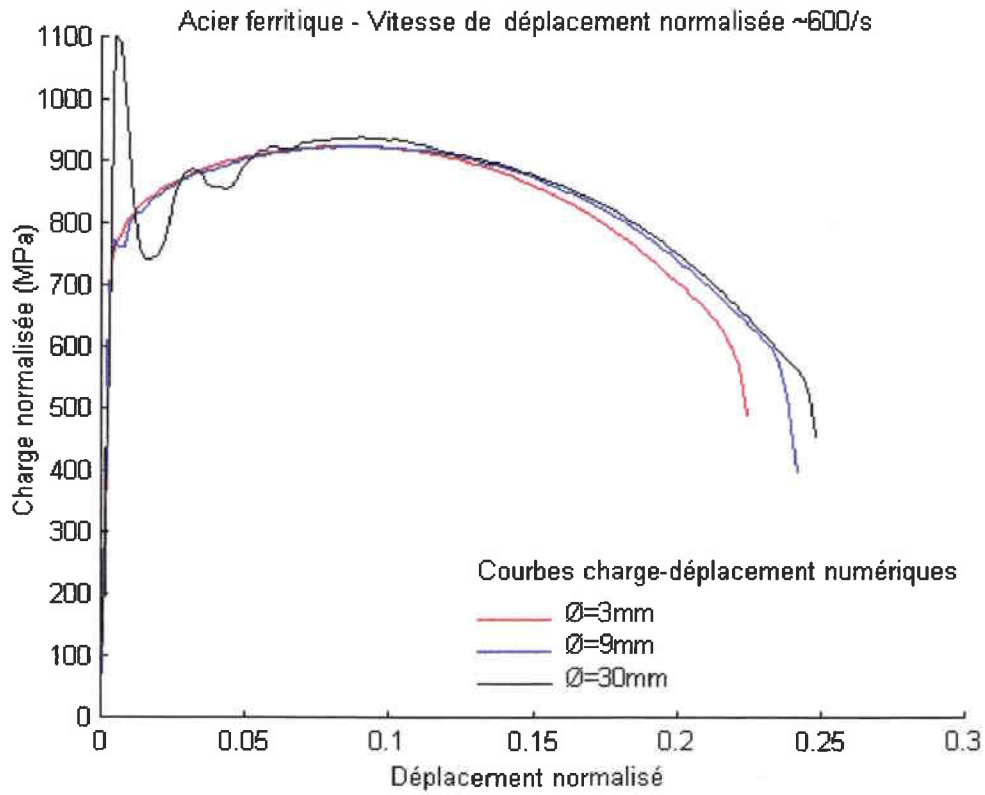


Fig. 19.18 Acier ferritique - vitesse de déformation ~ 600/s

Effet de la vitesse de déformation

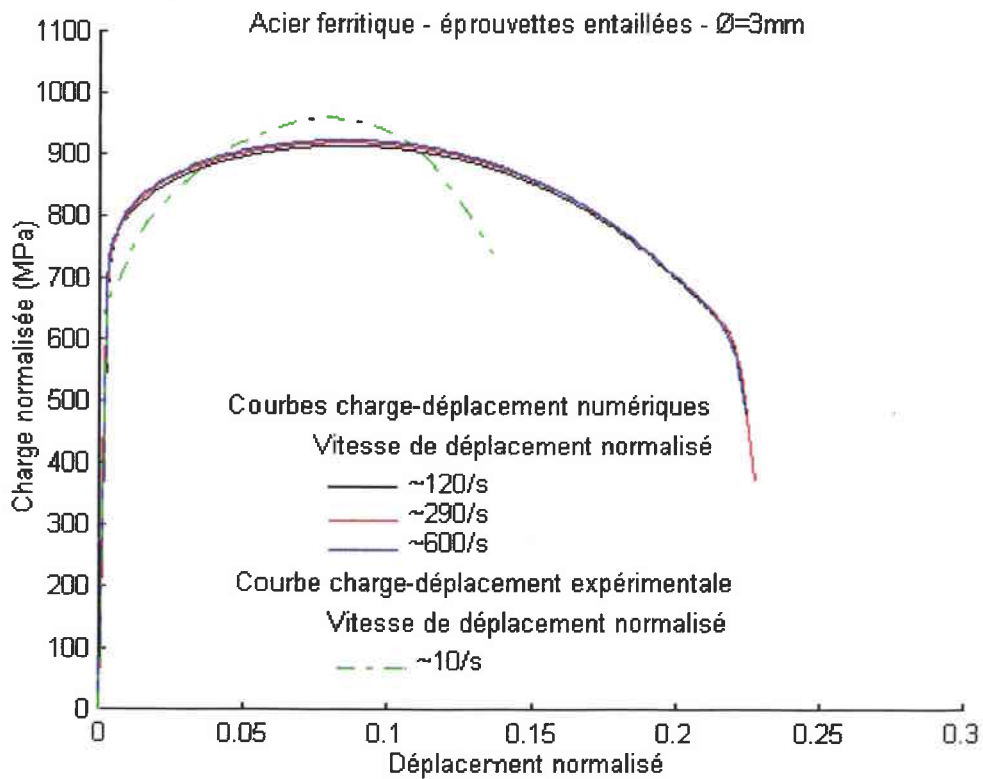


Fig. 19.19 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - Ø = 3 mm

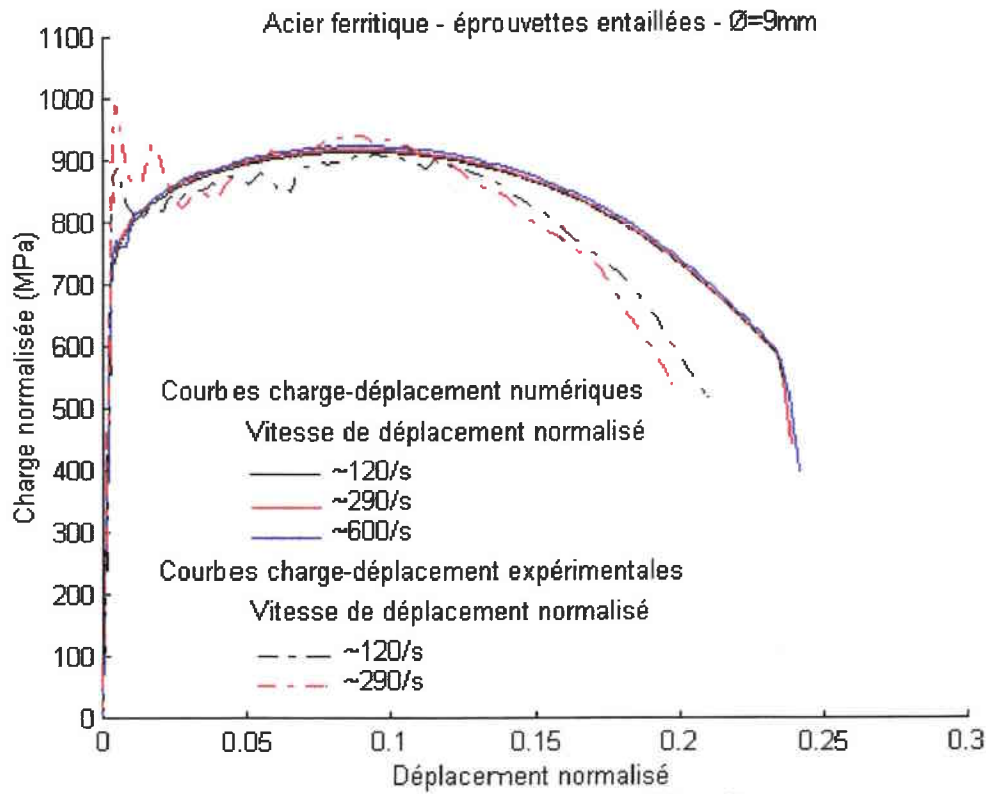


Fig. 19.20 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 9 \text{ mm}$
Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing=30\text{mm}$

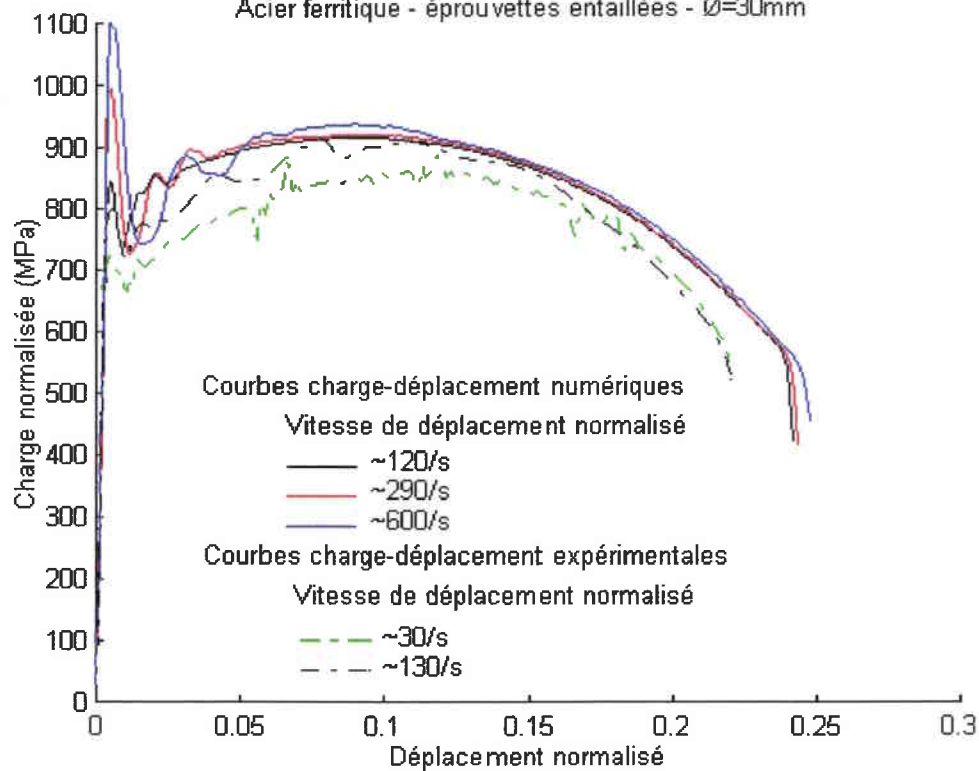


Fig. 19.21 Acier ferritique - éprouvettes entaillées - $\varnothing = 30 \text{ mm}$

Discussion

Dans cette étude théorique nous avons tenté de caractériser l'effet d'échelle à la déformation à rupture dans des éprouvettes lisses et entaillées d'acier austénitique et ferritique. Pour les éprouvettes d'acier austénitique un effet d'échelle significatif a été observé, à l'opposé pour les éprouvettes d'acier ferritique l'effet d'échelle mis en évidence est faible.

Deux approches basées sur des concepts opposés ont été évaluées à partir des données expérimentales à notre disposition. La première de ces approches est basée sur une loi d'effet d'échelle valide pour tout les matériaux ne possédant pas de dimension intrinsèque. A l'opposé dans la seconde des approches que nous avons évalué l'effet d'échelle observé est supposé être lié à l'existence d'une dimension intrinsèque au processus de rupture.

Les constantes de la loi d'effet d'échelle proposée chapitre 17 ont été déterminées pour chaque niveau de vitesse de déformation et type d'éprouvette testée. Pour chacun des cas étudiés la loi d'effet d'échelle proposée a montré être bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus.

Pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique les valeurs des constantes obtenues sont insensibles à la vitesse de déformation. On notera par ailleurs que les valeurs des constantes déterminées pour les éprouvettes lisses d'acier austénitique sont différentes de celles obtenues pour les éprouvettes entaillées d'acier austénitique. Ceci confirme que l'effet d'échelle dépend à la fois du matériau utilisé, du chargement appliqué et de la géométrie de la structure considérée.

Pour les éprouvettes d'acier ferritique lisses et entaillées les courbes données par la loi d'effet d'échelle proposée changent de courbure suivant la vitesse de déformation considérée. Un changement de mode de rupture des éprouvettes est peut être à l'origine de ce phénomène. Toutefois, aucune étude systématique des surfaces de rupture n'ayant été réalisée pour le moment, il ne nous est pas possible de confirmer ou d'infirmer cette hypothèse.

Le modèle de rupture évalué au chapitre 19 n'a visiblement induit aucun effet d'échelle à rupture dans nos éprouvettes entaillées. Dans ce modèle de rupture l'effet d'échelle est sensé être dû à l'existence d'une zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Pour ce qui concerne l'acier ferritique que nous avons étudié, la distribution du dommage en fond d'entaille au moment de la rupture est relativement uniforme (voir figure 19.14). Ceci veut dire, qu'au moment de l'amorçage du processus de rupture les conditions de rupture sont remplies sur une zone de taille bien supérieure aux dimensions de la zone nécessaire à l'élaboration du processus de rupture. Les dimensions de la zone d'élaboration du processus n'ont donc pas d'impact sur le processus de rupture.

Dans le cas des éprouvettes entaillées d'acier austénitique, la distribution du dommage en fond d'entaille présente une forte pente à l'endroit et à l'instant où le processus de rupture s'amorce. Cependant, le modèle de rupture que nous avons utilisé n'induit pas plus d'effet d'échelle dans les éprouvettes entaillées d'acier austénitique que dans les éprouvettes entaillées d'acier ferritique.

Il est possible que le modèle de rupture que nous avons étudié n'induisse d'effet d'échelle que dans les cas où le processus de rupture s'amorce dans une zone plastique confinée dans une structure se déformant élastiquement comme c'est le cas dans les études de J.C. Devaux & al. [11.1, 11.2] et J.H. Giovanola & al. [3.13]. On conclura en disant le comportement des éprouvettes ne semble pas régir par une quelconque dimension intrinsèque au processus de rupture.

Au chapitre 18, nous avons vu que le critère de rupture de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie [11.3] était en bon accord avec les résultats d'essais que nous avons obtenus à partir des éprouvettes entaillées d'acier ferritique et austénitique. Toutefois, nous avons aussi remarquer que pour déterminer de manière précise les valeurs des constantes du critère de J.W. Hancock & A.C. Mackenzie, il aurait fallu impérativement que soit réalisé des essais sur des éprouvettes entaillées présentant différents rayons d'entaille.

De cette étude théorique, il ressort que l'effet d'échelle à la déformation à rupture dans les matériaux ductile est principalement imputable au processus de rupture prenant place. Pour choisir une méthode permettant de traiter de l'effet d'échelle à rupture dans les matériaux ductiles, une identification précise du mode de rupture des structures étudiées est impérative. Une étude fractographique des éprouvettes étudiées dans le cadre de cette thèse sera effectuée dans les années avenir dans le cadre d'un programme de recherche Européen complémentaire.

Dans le cadre de cette thèse nous n'avons pas eu le temps de nous appesantir sur les approches probabilistes qui restent cependant des approches intéressantes pour traiter de l'effet d'échelle. Comme l'on suggéré S. Carassou & al. [3.12] l'effet d'échelle dans les matériaux ductiles peut être du au caractère aléatoire de la fraction volumique critique des cavités mais peut être aussi au caractère aléatoire de la courbe contrainte-déformation suivit par le matériau des structures étudiées. En effet, la courbe contrainte-déformation suivit par le matériau influe directement sur la triaxialité des contraintes dans les structures étudiées et par voie de conséquence sur leur rupture ductile.

On notera aussi que pour pouvoir évaluer de manière fiable une approche probabiliste il faut avoir à sa disposition un nombre suffisant de résultats d'essais pour chaque taille d'éprouvettes considérées. Hors, dans le cadre de notre programme d'essais seul trois à quatre éprouvettes rompues pour chaque condition d'essais données. Par ailleurs, un nombre plus important de résultats d'essais aurait permis avant même de se lancer dans toute étude de juger à l'œil nu de la dispersion des résultats expérimentaux et de l'intérêt que pouvait présenter une approche probabiliste pour notre étude.

Dans le cadre de cette étude de thèse une loi de comportement non-locale (de type Ludwig) prenant en compte une déformation moyenne a été développée et implantée dans le code de calcul Plexis-3C. L'intérêt de cette loi de comportement non-locale n'a toutefois pas été étudié car les résultats expérimentaux n'ont pas mis en évidence de comportement non-local des matériaux étudiés. Les grandes lignes de la méthode utilisée pour implémenter cette loi de comportement dans Plexis-3C sont données dans le document référencé [III.1] partiellement reproduit en annexe N. Toutefois, les astuces permettant d'utiliser cette loi de comportement non-locale pour des calculs axisymétriques ne sont pas décrites dans cette annexe.

Nous allons finalement terminer cette discussion par une remarque. Afin, d'évaluer certaines approches permettant de traiter de l'effet d'échelle des simulations numériques du comportement des éprouvettes ont été réalisées. Les déformations atteintes en certains points des éprouvettes lors de ces simulations atteignent des valeurs allant jusqu'à ~ 1 (voir figure (19.3)). Hors, les courbes contrainte-déformation obtenues expérimentalement à partir des aciers austénitiques et ferritiques ne sont correctement définies que pour des déformations inférieures à la déformation uniforme maximale, soit pour des déformations inférieures à ~ 0.15 pour l'acier ferritique et ~ 0.5 pour l'acier austénitique. Pour effectuer certains des calculs présentés dans ce document de thèse il a donc été nécessaire de déterminer de manière itérative les courbes contrainte-déformation valables en grande déformation. A chaque itération, un calcul a été effectué et le résultat de ce calcul a été comparé aux résultats expérimentaux afin de déterminer les modifications à apporter aux courbes contrainte-déformation. Le lecteur qui serait intéressé par ce problème peut se référer à l'article référencé [3.23] où une méthode de détermination des courbes contrainte-déformation utilisables en grande déformation est décrite.

CONCLUSION GENERALE

L'étude de l'effet d'échelle dans les matériaux ductiles n'ayant pas jusqu'à ce jour fait l'objet d'un nombre important d'études une première grosse partie de ce travail de thèse a consisté à effectuer une étude bibliographique la plus étendue possible. Cette vaste étude bibliographique nous a permis d'identifier les origines possibles de l'effet d'échelle mais aussi d'aller trouver des idées d'approches pour traiter l'effet d'échelle dans tout les domaines de la mécanique des matériaux.

De même un vaste programme d'essais a été réalisé afin d'identifier quelles caractéristiques mécaniques des matériaux ductiles pouvaient être sensible à l'effet d'échelle et dans quelles conditions. Seule une partie des résultats de ce programme d'essais ont été rapportés dans ce mémoire de thèse.

Les résultats expérimentaux obtenus ont montré que l'unique caractéristique des matériaux affectée de manière significative par la taille des éprouvettes considérées était la déformation à rupture.

Par ailleurs, dans ce mémoire de thèse nous avons vu que l'effet d'échelle à la déformation à rupture dépendait non seulement du matériau considéré mais aussi de la géométrie de la structure étudiée et du chargement qui lui est appliqué.

Toutefois, les résultats expérimentaux ont montré que d'une manière générale la déformation à rupture des structures de petite taille est plus importante que celle des structures de taille plus grande. Les résultats d'étude sur la déformation à rupture de structures de petite taille ne peuvent donc pas être utilisées tels quels pour estimer le comportement à rupture de structures de plus grande taille.

Dans ce mémoire de thèse, il a été fait remarquer que la mécanique linéaire de la rupture pouvait permettre d'évaluer de manière conservatoire la déformation à rupture d'une éprouvette grande taille connaissant la déformation à rupture d'une éprouvette de taille plus petite. Nous avons aussi vu qu'une loi d'effet d'échelle en fonction puissance moins restrictive que la loi d'effet d'échelle issue la mécanique linéaire de la rupture pouvait être utilisée pour traiter de l'effet d'échelle à la déformation à rupture. Nous avons encore vu que la triaxialité des contraintes et l'existence d'une dimension intrinsèque au processus de rupture pouvait permettre d'expliquer dans certain cas l'effet à la déformation à rupture.

Afin de mieux comprendre l'effet d'échelle à la déformation à rupture, il apparaît essentiel de compléter la présente étude par une étude approfondie du processus de rupture de nos éprouvettes qui est visiblement à l'origine de l'effet d'échelle observé. De même, il serait intéressant d'évaluer de manière précise l'intérêt des approches probabilistes pour traiter de l'effet d'échelle à la déformation à rupture dans les matériaux ductiles.

Annexe A

Dans cette annexe sont présentées deux méthodes permettant de calculer l'état de contrainte à la fin de chaque pas de temps de calcul dans les codes explicites pour des lois de comportement sensible à la vitesse de déformation.

Ces méthodes sont :

- la méthode "dite de la tangente"
- et une méthode basée sur une décomposition en base propre.

Méthode de la tangente pour loi de comportement dépendante de la vitesse de déformation

Cette méthode due à Pierce et Al. (1984) [A.1] est basée sur un développement de Taylor de $\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq}$ au voisinage de $\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq}$,

$$\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq} = \dot{\varepsilon}_n^{pl,eq} + \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \sigma^{eq}} \right)_{(at_n)} \Delta \sigma^{eq} + \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \varepsilon^{pl,eq}} \right)_{(at_n)} \Delta \varepsilon^{pl,eq} \quad (A.1)$$

L'équation (1.22) peut être réécrite sous forme incrémentale comme suit :

$$\Delta \sigma = C : \Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon^{pl,eq} (C : N) \quad (A.2)$$

L'incrément de contrainte équivalente est alors donné par :

$$\Delta \sigma^{eq} = \frac{\partial \sigma^{eq}}{\partial \sigma} \Delta \sigma = N : \Delta \sigma = N : C : \Delta \varepsilon - (N : C : N) \Delta \varepsilon^{pl,eq} = H : \Delta \varepsilon - 3\mu \Delta \varepsilon^{pl,eq} \quad (A.3)$$

Où $H = C : N$

Substituant (A.3) dans (A.1) et faisant usage du schéma d'intégration d'Euler (1.28) pour l'incrément de déformation plastique équivalente, on obtient :

$$\Delta \varepsilon^{pl,eq} = \Delta t \left[\frac{\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq}}{1 + \xi} + \frac{1}{h} \left(H : \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} \right) \frac{\xi}{1 + \xi} \right] \quad (A.4)$$

Où

$$\left. \begin{aligned} h &= 3\mu - \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \varepsilon^{pl,eq}} \right)_{(at_n)} \cdot \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \sigma^{eq}} \right)_{(at_n)}^{-1} \\ \xi &= (\Theta \Delta t) h \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \sigma^{eq}} \right)_{(at_n)} \end{aligned} \right\} \quad (A.5)$$

$\Delta \varepsilon^{pl,eq}$ étant connu, on peut calculer le terme de correction plastique:

$$\Delta \sigma^{cor} = \Delta \varepsilon^{pl,eq} (C : N) \quad (A.6)$$

Remarque:

Cet algorithme requière le calcul explicite de la dérivée $\dot{\varepsilon}^{pl,eq}$ par rapport à σ^{eq} et $\varepsilon^{pl,eq}$. Ce qui présuppose que $\dot{\varepsilon}^{pl,eq}$ puisse être extrait de la loi d'écoulement : or ceci n'est pas possible pour la loi de comportement unifié de Zerilli-Armstrong (1.15).

De plus la dérivée $\left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{pl,eq}}{\partial \varepsilon^{pl,eq}} \right)_{(at_n)}$ doit être finie quelque soit $\varepsilon^{pl,eq}$: ce n'est pas le cas pour les lois de comportement de Ludwik et de Johnson-Cook, en effet celles-ci présentent une dérivée infinie en $\varepsilon^{pl,eq} = 0$.

Par conséquent cet algorithme n'a été retenu que pour la loi de comportement de Ludwig-Prandtl. (Pour l'algorithme voir annexe B)

Un algorithme faisant usage d'une décomposition en base propre

Cet algorithme du à Berstad and Al. (1994) [A.2] est basé sur une méthode de décomposition proposée par Matthies (1989) [A.3], il est adapté à tout modèle faisant usage d'un critère de plastification de type quadratique.

Dans cet algorithme l'incrément de déformation plastique équivalent sera approximé par un schéma d'Euler "arrière", $\Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq} = \Delta t \dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq}$.

Pour les besoins de la décomposition en base propre utilisée dans cet algorithme une matrice P symétrique définie semi-positive est introduite.

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (A.7)$$

Utilisant cette matrice P le critère de plastification et les variables à remettre à jour par la routine matériau sont donnés par les relations :

$$f = \sqrt{\sigma \cdot P \cdot \sigma} - \Phi(\varepsilon^{pl,eq}, \dot{\varepsilon}^{pl,eq}) \text{ ou } f_{n+1} = \sqrt{\sigma_{n+1} \cdot P \cdot \sigma_{n+1}} - \Phi_{n+1} \quad (A.8)$$

où σ est la représentation vectorielle du tenseur des contraintes, i.e. $\sigma = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx})^T$.

$$\varepsilon_{n+1}^{pl} = \varepsilon_n^{pl} + \Delta \varepsilon^{pl,eq} \left(P \cdot \frac{\sigma_{n+1}}{\Phi_{n+1}} \right), \quad (A.9)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr} - \Delta \varepsilon^{pl,eq} \left(C \cdot P \cdot \frac{\sigma_{n+1}}{\Phi_{n+1}} \right). \quad (A.10)$$

La matrice C est symétrique définie positive, ainsi en résolvant le problème aux valeurs propres donné par :

$$P v = \omega C^{-1} v, \quad (A.11)$$

une base de vecteurs propres v_k peut toujours être trouvée et donnée sous la forme :

$$v_k^T C^{-1} v_l = \delta_{kl}; v_k^T P v_l = \omega_k \delta_{kl} \geq 0; P v_k = \omega_k C^{-1} v_k. \quad (A.12)$$

En multipliant (A.9) par C^{-1} , une expression ajournée du vecteur des contraintes est donnée par :

$$\left(C^{-1} + \Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq} \frac{P}{\sigma_{n+1}^{pl,eq}} \right) \sigma_{n+1} = C^{-1} \sigma_{n+1}^{pr} \quad (A.13)$$

La représentation de σ_{n+1} dans une base v_k , est donnée par

$$\sigma_{n+1} = \sum_{k=1}^K \zeta_k v_k \quad (\text{En 3D, } K = 6), \quad (\text{A.14})$$

est inséré dans l'équation (A.13). En multipliant l'équation (A.13) par v_k ($k = 1, K$) et en utilisant l'équation (A.12), on obtient

$$\zeta_k = v_k C^{-1} \sigma_{n+1}^{pr} \left[1 + \frac{\Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq}}{\sigma_{n+1}^{pl,eq}} \omega_k \right]^{-1} \quad (\text{A.15})$$

En insérant les équations (A.14) et (A.15) dans la condition de consistance au temps $(n+1)$ on obtient

$$f_{n+1} = \sqrt{\sum_{k=1}^K \omega_k \left(v_k^T C^{-1} \sigma_{n+1}^{pr} \right)^2 \left[1 + \frac{\Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq}}{\Phi_{n+1}} \omega_k \right]^{-2}} - \Phi_{n+1} = 0 \quad (\text{A.16})$$

Φ_{n+1} étant une fonction de $\Delta \varepsilon^{pl,eq}$ ($\varepsilon_{n+1}^{pl,eq} = \varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon^{pl,eq}$ et $\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq} = \frac{\Delta \varepsilon^{pl,eq}}{\Delta t}$), on peut déterminer la valeur de $\Delta \varepsilon^{pl,eq}$ satisfaisant la condition de consistance (A.16) par une méthode de la sécante ou une méthode de Newton-Raphson (voir annexe C). Une fois $\Delta \varepsilon^{pl,eq}$ connu, la mise à jour du vecteur de contraintes est donnée par (A.14).

Pour un cas 3D, les valeurs propres et vecteurs propres sont donnés par :

$$\begin{aligned} \omega_1 = 3\mu & \quad v_1 = [0, 0, 0, 0, 0, \eta] \\ \omega_2 = 3\mu & \quad v_2 = [0, 0, 0, 0, \eta, 0] \\ \omega_3 = 3\mu & \quad v_3 = [0, 0, 0, \eta, 0, 0] \\ \omega_4 = 3\mu & \quad v_4 = [\phi, \phi, -2\phi, 0, 0, 0] \\ \omega_5 = 3\mu & \quad v_5 = [-\eta, \eta, 0, 0, 0, 0] \\ \omega_6 = 0 & \quad v_6 = [\chi, \chi, \chi, 0, 0, 0] \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Où

$$\eta = \sqrt{\mu} \quad \phi = \sqrt{\frac{\mu}{3}} \quad \chi = \sqrt{K}$$

Cette méthode d'implémentation a été retenue pour les lois de comportement de Ludwik, Johnson-Cook et Zerilli-Armstrong (Les algorithmes sont donnés en annexe B).

Annexe B

Dans cette annexe sont regroupés les algorithmes des sous-programmes implémentés dans Plexis-3C. On rappelle que la méthode d'implémentation faisant appelle à une décomposition en base propre (annexe A) a été retenue pour les lois de comportement de Ludwik, Johnson-Cook et Zerilli-Armstrong. Pour ces trois algorithmes c'est une méthode mixte qui a été retenue pour la résolution de la condition de consistance. Méthode de la sécante simplifiée puis méthode de la sécante originale, voir annexe C.

La loi de comportement de Ludwig-Prandtl a quant elle été implémentée à l'aide de méthode de la tangente.

Algorithme d'implémentation du modèle de Ludwik

Etape 1: Calcul du prédicteur

$$\sigma_{n+1}^{pr} = \sigma_n + C : \Delta \varepsilon_{n+1}$$

Etape 2: Calcul du critère de plastification

$$\Phi_n = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} \right)$$

$$f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_n$$

Si ($f < 0$) (i.e. processus élastique), alors :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr}, \sigma_{n+1}^{eq} = \sigma_n^{eq}, \text{ fin de la routine.}$$

Sinon (i.e. processus plastique), on continue.

Etape 3: Initialisation du processus itératif de résolution de la condition de consistance

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon^{eq}$$

$$\Phi_i = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} \right)$$

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = 0; \quad f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_i$$

Etape 4: Processus itératif

Si (*nombre d'iteration* > 1000) (i.e. limiteur d'itérations) alors

Arrêt du programme

Sinon, on continue

$$\Phi_{i+1} = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} \right)$$

$$f = \left(\frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \right) - \Phi_{i+1}$$

* Remise à jour des variables

Si ($\Phi_{i+1} = \Phi_i$) alors

$$\Delta inc = 0$$

Sinon

$$\Delta inc = - \Phi_{i+1} \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} - \Delta \varepsilon_i^{pl,eq}}{\Phi_{i+1} - \Phi_i}$$

On continue

Si $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| < 0,01 \right)$ (i.e. méthode de la sécante simplifiée ou originale) alors

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}$$

$$\Phi_i = \Phi_{i+1}$$

On continue

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} + \Delta inc$$

Si $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| > 1 E^{-6} \right)$ nouvelle itération

Sinon, on continue.

Etape 5: Remise à jour du tenseur des contraintes

$$\sigma_{ij,(n+1)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \left(\sigma_{ij}^{pr} - \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr}) \right) + \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr})$$

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)}$$

Algorithme d'implémentation du modèle de Johnson-Cook

Etape 1: Calcul du prédicteur

$$\sigma_{n+1}^{pr} = \sigma_n + \mathbf{C} : \Delta \varepsilon_{n+1}$$

Etape 2: Calcul du critère de plastification

$$\Phi_n = \left(A_1 + A_2 (\varepsilon_n^{pl,eq})^{\lambda_2} \right) \left(1 + \lambda_1 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq}}{\dot{\varepsilon}_{\min}^{pl,eq}} \right) \right)$$

$$f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_n$$

Si ($f < 0$) (i.e. processus élastique), alors :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr}, \sigma_{n+1}^{eq} = \sigma_n^{eq}, \text{ fin de la routine.}$$

Sinon (i.e. processus plastique), on continue.

Etape 3: Initialisation du processus itératif de résolution de la condition de consistance

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon^{eq}$$

$$\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} = \dot{\varepsilon}^{eq}$$

If ($\dot{\varepsilon}^{pl,eq} < \dot{\varepsilon}_{\min}^{pl,eq}$) then

$$\Phi_i = \left(A_1 + A_2 (\varepsilon_n^{pl,eq})^{\lambda_2} \right)$$

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = 0; \quad f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_i$$

$test = 1$ (i.e. test de comportement statique)

Sinon

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = \dot{\varepsilon}_{\min}^{pl,eq} \Delta t$$

$$\Phi_i = \left(A_1 + A_2 (\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_i^{pl,eq})^{\lambda_2} \right)$$

$$f = \left(\frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : \mathbf{P} : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_i^{pl,eq}}{\Phi_i} \right)} \right) - \Phi_i$$

$test = 0$

On continue

Etape 4: Processus itératif

Si (*nombre d'iteration* > 1000) (i.e. limiteur d'itérations) alors

Arrêt du programme

Sinon, on continue

Si ($test = 1$) alors

$$\Phi_{i+1} = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} \right)$$

Sinon

$$\Phi_{i+1} = \left(A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} \right) \left(1 + \lambda_1 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq}}{\dot{\varepsilon}_{\min}^{pl,eq}} \right) \right)$$

On continue

$$f = \left(\frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \right) - \Phi_{i+1}$$

*** Remise à jour des variables**

Si ($\Phi_{i+1} = \Phi_i$) alors

$$\Delta inc = 0$$

Sinon

$$\Delta inc = - \Phi_{i+1} \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} - \Delta \varepsilon_i^{pl,eq}}{\Phi_{i+1} - \Phi_i}$$

On continue

Si $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| < 0,01 \right)$ (i.e. méthode de la sécante simplifiée ou originale) alors

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}$$

$$\Phi_i = \Phi_{i+1}$$

Continue

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} + \Delta inc$$

$$\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} = \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Delta t}$$

Si $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| > 1.E^{-6} \right)$ nouvelle itération

Si ($\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} < \dot{\varepsilon}_{\min}^{pl,eq}$) alors

$$test = 1$$

retour à la première itération

Sinon, on continue.

Etape 5: Remise à jour du tenseur des contraintes

$$\sigma_{ij,(n+1)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \left(\sigma_{ij}^{pr} - \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr}) \right) + \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr})$$

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)}$$

Algorithme d'implémentation de Zerilli-Armstrong

Etape 1: Calcul du prédicteur

$$\sigma_{n+1}^{pr} = \sigma_n + C : \Delta \varepsilon_{n+1}$$

Etape 2: Calcul du critère de plastification

$$\Phi_n = A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_1} + A_3 \left(\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} + A_4 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_3}$$

$$f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_n$$

Si ($f < 0$) (i.e. processus élastique), alors :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr}, \sigma_{n+1}^{eq} = \sigma_n^{eq}, \text{ fin de la routine.}$$

Sinon (i.e. processus plastique), on continue.

Etape 3: Initialisation du processus itératif de résolution de la condition de consistance

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon^{eq}$$

$$\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} = \dot{\varepsilon}^{eq}$$

$$\Phi_i = A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^{\lambda_1}$$

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = 0; \quad f = \sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}} - \Phi_i$$

Etape 4: Processus itératif

Si (*nombre d'iteration* > 1000) (i.e. limiteur d'itérations) alors

Arrêt du programme

Sinon, on continue

$$\Phi_{i+1} = A_1 + A_2 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_1} + A_3 \left(\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_2} + A_4 \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} \right)^{\lambda_3}$$

$$f = \left(\frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \right) - \Phi_{i+1}$$

*** Remise à jour des variables**

Si ($\Phi_{i+1} = \Phi_i$) alors

$$\Delta inc = 0$$

Sinon

$$\Delta inc = - \Phi_{i+1} \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} - \Delta \varepsilon_i^{pl,eq}}{\Phi_{i+1} - \Phi_i}$$

On continue

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} + \Delta inc$$

$$\dot{\varepsilon}_{i+1}^{pl,eq} = \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Delta t}$$

Si $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| > 1.E^{-6} \right)$ nouvelle itération

Etape 5: Remise à jour du tenseur des contraintes

$$\sigma_{ij,(n+1)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \left(\sigma_{ij}^{pr} - \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr}) \right) + \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr})$$

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \frac{\sqrt{\sigma_{n+1}^{pr} : P : \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)}$$

Algorithme d'implémentation de Ludwig-Prandl

Etape 1: Calcul du prédicteur

$$\sigma_{n+1}^{pr} = \sigma_n + C : \Delta \varepsilon_{n+1}$$

Etape 2: Calcul du critère de plastification

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} : s_{n+1}^{pr} - A_1 (\lambda_1 + \varepsilon_n^{pl,eq})^{\lambda_2}} \left(1 + A_2 \exp(-\lambda_3 \varepsilon_n^{pl}) \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq}}{\lambda_4} \right) \right)$$

Si ($f < 0$) (i.e. processus élastique), alors :

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr}, \sigma_{n+1}^{eq} = \sigma_n^{eq}, \text{ fin de la routine.}$$

Sinon (i.e. processus plastique), on continue.

Etape 3: Calcul de la normale à la surface d'écoulement et de la matrice H

$$N = \frac{3}{2} \frac{s_n}{\sigma_n^{eq}}, H = C : N$$

Etape 4: Calcul de l'incrément de déformation plastique équivalent

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \Theta \Delta t h \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\exp(\lambda_3 \varepsilon_n^{pl,eq})}{(\lambda_1 + \varepsilon_n^{pl,eq})^{\lambda_2}} \\ h &= 3\mu - \frac{1}{A_2} \exp(\lambda_3 \varepsilon_n^{pl,eq}) \left[\sigma_n^{eq} \frac{[\lambda_3 (\lambda_1 + \varepsilon_n^{pl,eq}) - \lambda_2]}{A_1 (\lambda_1 + \varepsilon_n^{pl,eq})^{\lambda_2+1}} - \lambda_3 \right] \end{aligned} \right\},$$

$$\Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq} = \Delta t \left[\frac{\dot{\varepsilon}_n^{pl,eq}}{1 + \xi} + \frac{1}{h} (H : d) \frac{\xi}{1 + \xi} \right]$$

Etape 5: Remise à jour

Déformation plastique équivalente :

$$\varepsilon_{n+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq} + \varepsilon_n^{pl,eq}$$

Etat de contrainte

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{pr} - H \Delta \varepsilon_{n+1}^{pl,eq}$$

Contrainte équivalente

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} s_{n+1} : s_{n+1}}$$

Vitesse de déformation plastique équivalente

$$\dot{\varepsilon}_{n+1}^{pl,eq} = \lambda_4 \exp \left[\left(\frac{\sigma_{n+1}^{eq}}{A_1 (\lambda_1 + \varepsilon_{n+1}^{pl,eq})^{\lambda_2}} - 1 \right) \frac{1}{A_2} \exp(\lambda_3 \varepsilon_{n+1}^{pl,eq}) \right]$$

Annexe C

Dans cette annexe sont présentées trois méthodes permettant de résoudre la condition de consistance. La méthode de Newton-Raphson et deux méthodes de la sécante, une du première ordre et une du deuxième ordre.

Méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson est une méthode itérative permettant de résoudre des équations du type $f(x) = 0$, où f est supposé avoir une dérivée continue et non nulle dans l'intervalle sur lequel la solution est cherchée. Cette méthode est communément utilisée pour sa simplicité et sa vitesse de convergence. Pour initier le processus itératif de résolution on choisit un point quelconque x_0 de l'intervalle considéré, ensuite le point x_{i+1} à l'itération $(i+1)$ est calculé à partir du point x_i à l'itération (i) à l'aide de la relation:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (\text{C.1})$$

Cela équivaut à approximer f par sa tangente en x_i . Le processus itératif est stoppé lorsque $|f(x_i)|$ est inférieure à un certain seuil. Si x_{i+1} sort de l'intervalle, x_{i+1} est remplacé par la valeur de la borne la plus proche.

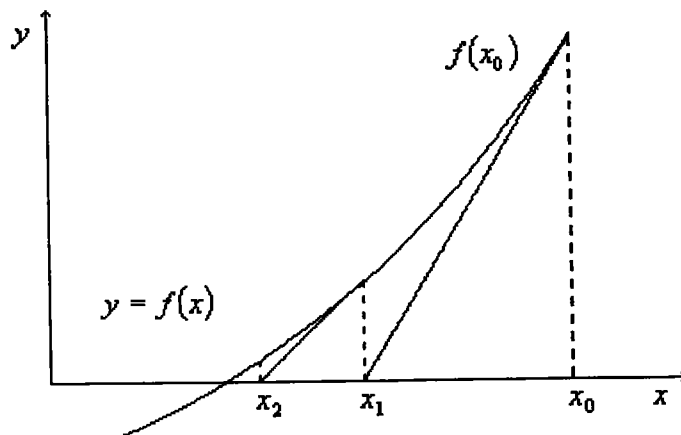


Fig. C.1 Méthode de résolution de Newton-Raphson

Méthode de la sécante

Cette méthode peut être dérivée de la méthode de Newton-Raphson en remplaçant la tangente en x_i par une sécante entre x_i et x_{i-1} :

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) \frac{x_i - x_{i-1}}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \quad (\text{C.2})$$

On pourra utiliser les deux bornes de l'intervalle pour lancer le processus itératif.

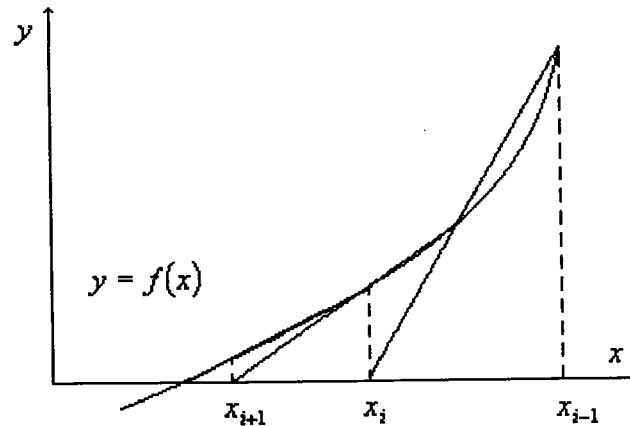


Fig. C.2 Méthode de la sécante

Méthode de la sécante simplifiée

La méthode de la sécante peut être simplifiée de manière à éviter de sortir de l'intervalle, cependant la méthode de résolution obtenue converge moins vite que la méthode de la tangente originale. Dans cette méthode un des points définissant la sécante n'est jamais remis à jour.

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) \frac{x_i - x_0}{f(x_i) - f(x_0)} \quad (\text{C.3})$$

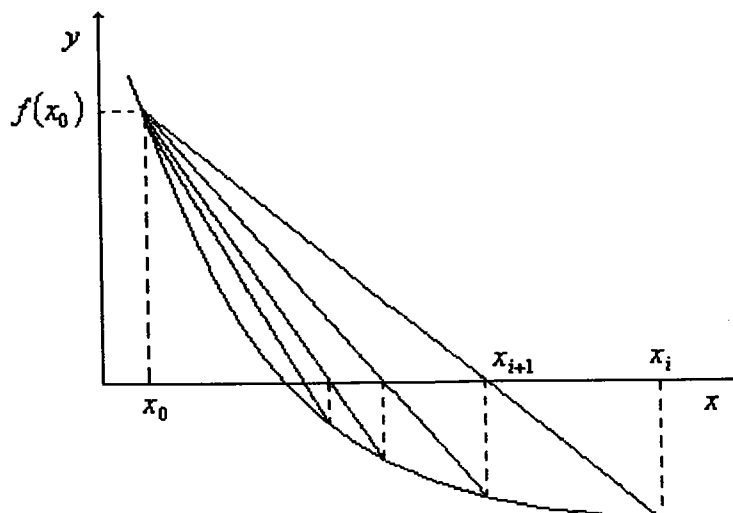


Fig. C.3 Méthode de la sécante simplifiée

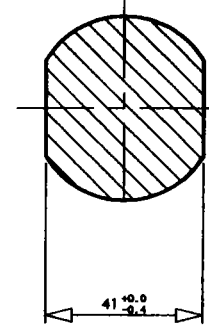
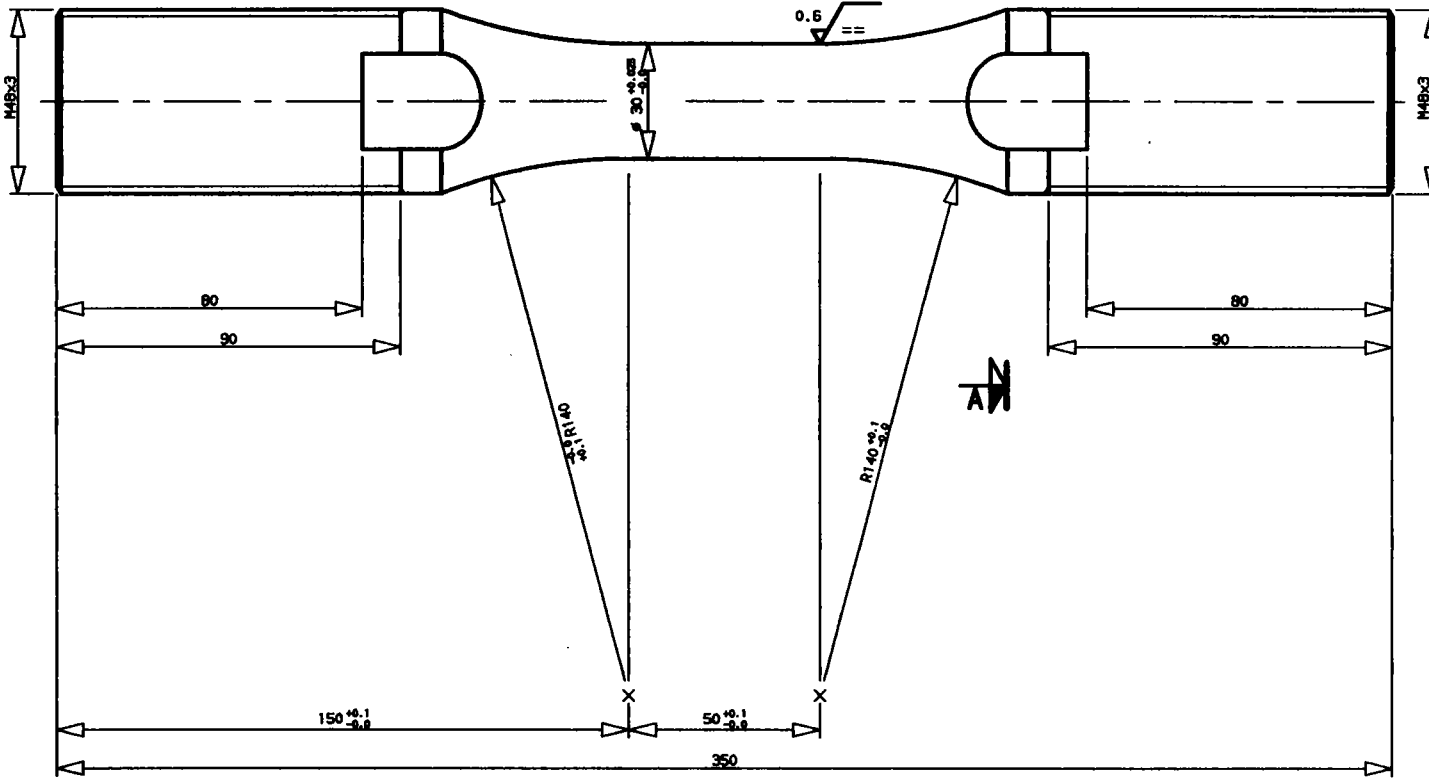
Annexe D

Dessins cotés des éprouvettes d'acier austénitique X6CrNiNb1810 et ferritique 20MnMoNi55 testées.

3 $\sqrt{1.6}$ $\sqrt{0.6}$

AN

Sez A-A



260

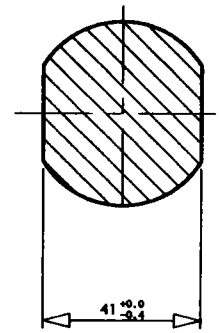
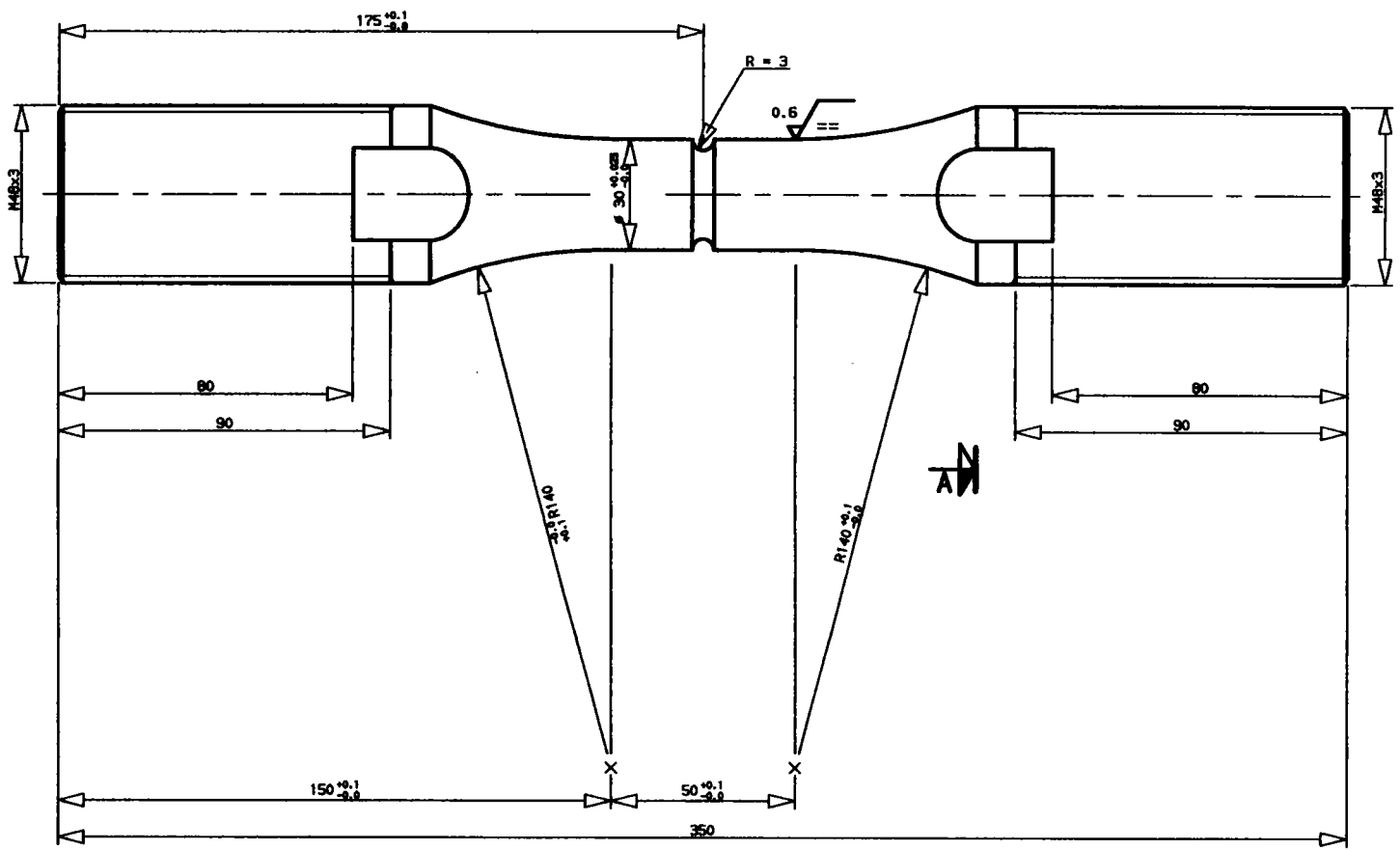
TOLLERANZE GENERALI		Valori generali		N.		Denominazione		Qt.		Materiali		Norme / Note	
Raccordi R _{max} = 0.4		Quote lineari +0.2 / +0.0		3		Provetta Ø 30 mm		/		/		/	
Seussi S _{max} = 0.2x45°		Quote angolari ±15°		0		Emissione disegno		/		/		ROCHEZ E. P. 3-02-1997	
				Id.		MODIFICA		DISEGNATO		DATA		VERIFICATO	
						ROCHEZ E. P.		/		1.1		3-02-1997	
				CENTRO COMUNE RICERCA ISPRA		TITOLO		PROGETTO		DATA		REVISIONE	
				ISIS		Provetta Ø 30 mm		RPVSA - REVISA					

ANNEXED

3 1.6 $\sqrt{\quad} \approx$ 0.6 $\sqrt{\quad} \approx$

AN

Sez A-A



TOLLERANZE GENERALI Valori generali		/ /		/ /		/ /	
Raccordi R _{max} = 0.4	Quote Lineari +0.2 +0.0	/ /		/ /		/ /	
Smussi S _{max} = 0.2x45°	Quote angolari ±15°	/ /		/ /		/ /	
/ /	/ /	/ /		/ /		/ /	
/ /	/ /	/ /		/ /		/ /	

N.	3	Denominazione	Provetta ø 30 mm	Qnt.	Materiali	Norme / note	ANNESSO
0		Emissione disegno				ROCHEZ E. P.	3-02-1997
Id.		MODIFICA				DISEGNATO	DATA
		DISEGNATO	ROCHEZ E. P.	VERIFICATO	/	SCALA	1 : 1
		CENTRO COMUNE RICERCA ISPRA				TITOLO	PROGETTO
		ISIS				RPVSA - REVISA	
		IDTE sector	Provetta ø 30mm Intagliata				3-02-1997

Annexe E

On trouvera cette annexe :

- les plans de découpe des plaques d'acier austénitique X6CrNiNb1810,
- ainsi qu'une description du symbolisme utilisé pour repérer la position d'origine des éprouvettes dans le lot de matière d'acier austénitique.

AUSTENITIC STEEL X6CrNiNb1810

Specimen identification

Plate / Platte No.: X=1

Specification - Stückliste

Section Abschnitt	Intended Use Verwendungszweck	Size/Grösse or/oder Specimen No. / Proben Nr. from ⇒ to / von ⇒ bis
AX01	Tensile test / Zugversuch	H3A03
AX02	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A01
AX03	Rest and QA / Rest u. QS	V1A01 - V1A03
AX04	QA tensile / QS Zugversuch	R4A01 - R4A06
AX05	Tensile test / Zugversuch	H2A01
AX06	Rest / Reserve	105 x 70 x 67
AX07	Tensile test / Zugversuch	H3A02
AX08	Rest / Reserve	50 x 70 x 105
AX09	Tensile test / Zugversuch	H2A02
AX10	Tensile test / Zugversuch	H3A03
AX11	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A02
AX12	QA tensile tests/QS Zugversuch, Rest	R4A49 - R4A51
AX13	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A01
AX14	Tensile test / Zugversuch	H3A04
AX15	Tensile test / Zugversuch	H2A03
AX16	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A03
AX17	QA impact tests / QS Kerbschlagvers.	V1A25 - V1A30
AX18	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A02
AX19	Tensile test / Zugversuch	H2A04
AX20	Tensile test / Zugversuch	H2A05
AX21	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A04
AX22	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A03
AX23	Tensile test / Zugversuch	H2A06
AX24	Tensile test / Zugversuch	H2A07
AX25	Tensile test / Zugversuch	H3A05
AX26	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A05
AX27	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A04
AX28	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A06
AX29	Tensile tests / Zugversuche	H1A01 - H1A10, N1A01 - N1A05
AX30	Tensile test / Zugversuch	H3A06
AX31	Tensile test / Zugversuch	H2A08
AX32	Tensile test / Zugversuch	H2A09
AX33	QA Tensile tests / QS Zugversuche	R4A25 - R4A30
AX34	QA Impact tests/QS Kerbschl., Rest	V1A04 - V1A06
AX35	Tensile test / Zugversuch	H2A10
AX36	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX37	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX38	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX39	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX40	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX41	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX42	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX43	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX44	Rest / Reserve	270 x 15 x 464
AX45	Rest / Reserve	270 x 15 x 464

Plate / Platte No.: X=2

Specification - Stückliste

Section Abschnitt	Intended Use Verwendungszweck	Size/Grösse or/oder Specimen No. / Proben Nr. from⇒ to / von⇒ bis
AX01	Tensile test / Zugversuch	H3A07
AX02	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A07
AX03	Rest and QA / Rest u. QS	V1A07 - V1A09
AX04	QA tensile / QS Zugversuch	R4A07 - R4A12
AX05	Tensile test / Zugversuch	H2A11
AX06	Rest / Reserve	105 x 70 x 67
AX07	Tensile test / Zugversuch	H3A08
AX08	Rest / Reserve	50 x 70 x 105
AX09	Tensile test / Zugversuch	H2A12
AX10	Tensile test / Zugversuch	H3A09
AX11	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A08
AX12	QA tensile tests/QS Zugversuch, Rest	R4A52 - R4A54
AX13	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A05
AX14	Tensile test / Zugversuch	H3A10
AX15	Tensile test / Zugversuch	H2A13
AX16	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A09
AX17	QA impact tests / QS Kerbschlagvers.	V1A31 - V1A36
AX18	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A06
AX19	Tensile test / Zugversuch	H2A14
AX20	Tensile test / Zugversuch	H2A15
AX21	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A10
AX22	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A07
AX23	Tensile test / Zugversuch	H2A16
AX24	Tensile test / Zugversuch	H2A17
AX25	Tensile test / Zugversuch	H3A11
AX26	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A11
AX27	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A08
AX28	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A12
AX29	Tensile tests / Zugversuche	H1A11 - H1A20 / N1A06 - N1A10
AX30	Tensile test / Zugversuch	H3A12
AX31	Tensile test / Zugversuch	H2A18
AX32	Tensile test / Zugversuch	H2A19
AX33	QA Tensile tests / QS Zugversuche	R4A31 - R4A36
AX34	QA Impact tests/QS Kerbschl., Rest	V1A10 - V1A12
AX35	Tensile test / Zugversuch	H2A20
AX36	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX37	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX38	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX39	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX40	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX41	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX42	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX43	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX44	Rest / Reserve	270 x 15 x 464
AX45	Rest / Reserve	270 x 15 x 464

Plate / Platte No.: X=3

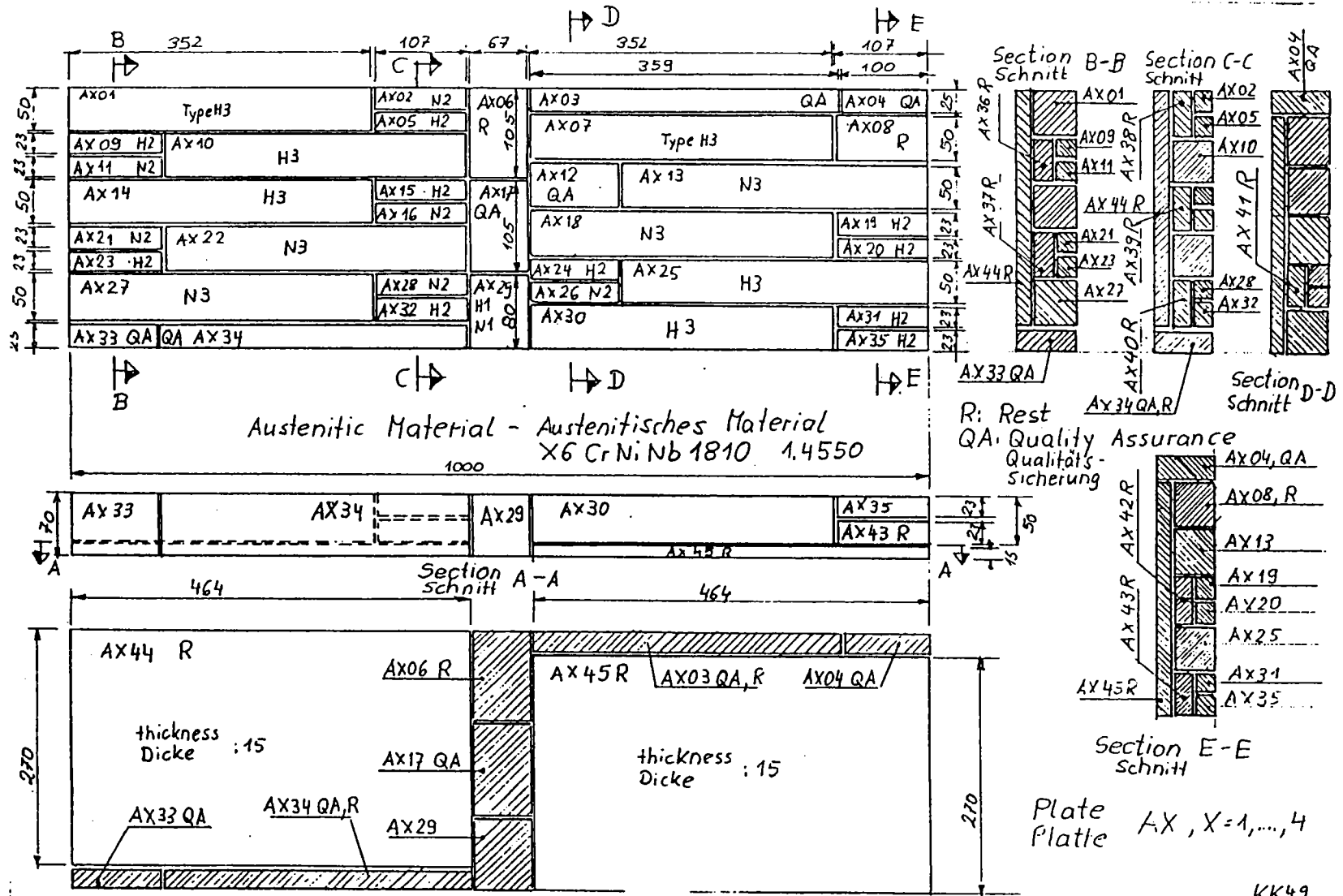
Specification - Stückliste

Section Abschnitt	Intended Use Verwendungszweck	Size/Grösse or/oder Specimen No. / Proben Nr. from⇒ to / von⇒ bis
AX01	Tensile test / Zugversuch	H3A13
AX02	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A13
AX03	Rest and QA / Rest u. QS	V1A13 - V1A15
AX04	QA tensile / QS Zugversuch	R4A13 - R4A18
AX05	Tensile test / Zugversuch	H2A21
AX06	Rest / Reserve	105 x 70 x 67
AX07	Tensile test / Zugversuch	H3A14 *
AX08	Rest / Reserve	50 x 70 x 105
AX09	Tensile test / Zugversuch	H2A22
AX10	Tensile test / Zugversuch	H3A15
AX11	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A14
AX12	QA tensile tests/QS Zugversuch, Rest	R4A55 - R4A57
AX13	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A09
AX14	Tensile test / Zugversuch	H3A16
AX15	Tensile test / Zugversuch	H2A23
AX16	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A15
AX17	QA impact tests / QS Kerbschlagvers.	V1A37 - V1A42
AX18	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A10
AX19	Tensile test / Zugversuch	H2A24
AX20	Tensile test / Zugversuch	H2A25
AX21	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A16
AX22	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A11
AX23	Tensile test / Zugversuch	H2A26
AX24	Tensile test / Zugversuch	H2A27
AX25	Tensile test / Zugversuch	H3A17
AX26	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A17
AX27	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A12
AX28	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A18
AX29	Tensile tests / Zugversuche	H1A21 - H1A30 N1A11 - N1A15
AX30	Tensile test / Zugversuch	H3A18
AX31	Tensile test / Zugversuch	H2A28
AX32	Tensile test / Zugversuch	H2A29
AX33	QA Tensile tests / QS Zugversuche	R4A37 - R4A42
AX34	QA Impact tests/QS Kerbschl., Rest	V1A16 - V1A18
AX35	Tensile test / Zugversuch	H2A30
AX36	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX37	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX38	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX39	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX40	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX41	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX42	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX43	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX44	Rest / Reserve	270 x 15 x 464
AX45	Rest / Reserve	270 x 15 x 464

Plate / Platte No.: X=4

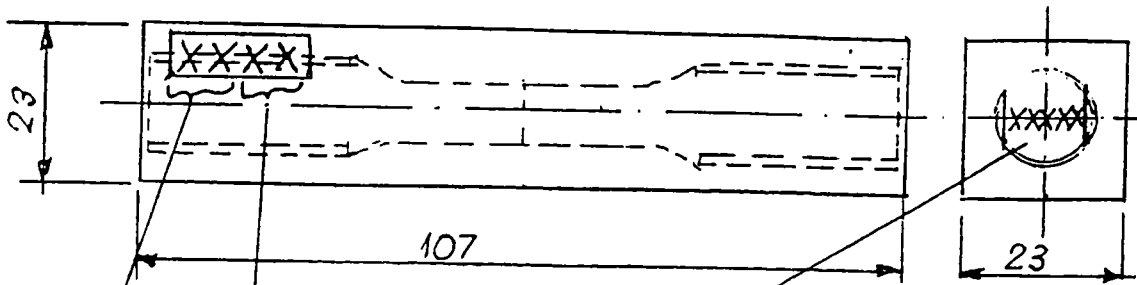
Specification - Stückliste

Section Abschnitt	Intended Use Verwendungszweck	Size/Grösse or/oder Specimen No. / Proben Nr. from⇒ to / von⇒ bis
AX01	Tensile test / Zugversuch	H3A19
AX02	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A19
AX03	Rest and QA / Rest u. QS	V1A19 - V1A21
AX04	QA tensile / QS Zugversuch	R4A19 - R4A24
AX05	Tensile test / Zugversuch	H2A31
AX06	Rest / Reserve	105 x 70 x 67
AX07	Tensile test / Zugversuch	H3A20
AX08	Rest / Reserve	50 x 70 x 105
AX09	Tensile test / Zugversuch	H2A32
AX10	Tensile test / Zugversuch	H3A21
AX11	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A20
AX12	QA tensile tests/QS Zugversuch, Rest	R4A58 - R4A60
AX13	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A13
AX14	Tensile test / Zugversuch	H3A22
AX15	Tensile test / Zugversuch	H2A33
AX16	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A21
AX17	QA impact tests / QS Kerbschlagvers.	V1A43 - V1A48
AX18	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A14
AX19	Tensile test / Zugversuch	H2A34
AX20	Tensile test / Zugversuch	H2A35
AX21	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A22
AX22	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A15
AX23	Tensile test / Zugversuch	H2A36
AX24	Tensile test / Zugversuch	H2A37
AX25	Tensile test / Zugversuch	H3A23
AX26	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A23
AX27	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N3A16
AX28	Notched tensile / gekerbt Zugvers.	N2A24
AX29	Tensile tests / Zugversuche	H1A31 - H1A40, N1A16 - N1A20
AX30	Tensile test / Zugversuch	H3A24
AX31	Tensile test / Zugversuch	H2A38
AX32	Tensile test / Zugversuch	H2A39
AX33	QA Tensile tests / QS Zugversuche	R4A43 - R4A48
AX34	QA Impact tests/QS Kerbschl., Rest	V1A22 - V1A24
AX35	Tensile test / Zugversuch	H2A40
AX36	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX37	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX38	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX39	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX40	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX41	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX42	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX43	Rest / Reserve	50 x 23 x 107
AX44	Rest / Reserve	270 x 15 x 464
AX45	Rest / Reserve	270 x 15 x 464



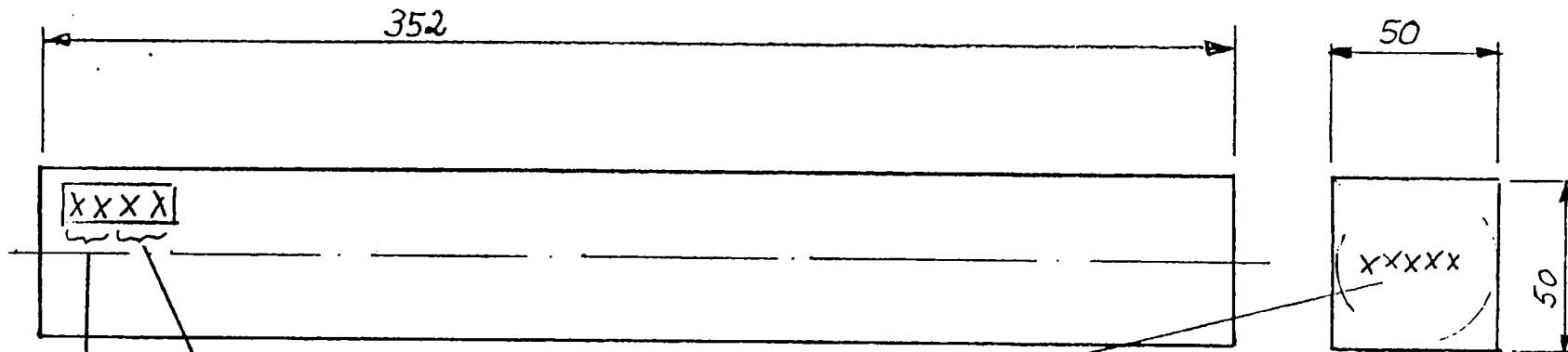
KK49
 23.07.97

Scale
Maßstab 1:1

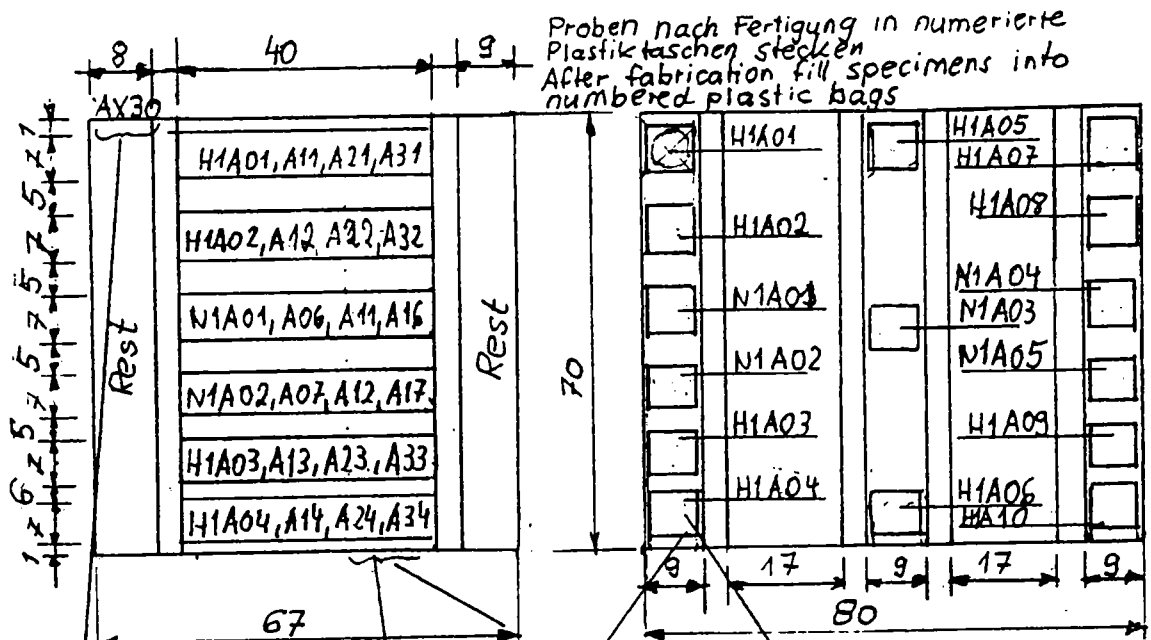


section Abschnitt from/von Plate Platte Nr	Section Abschnitt Nr	deliv. erg.	Specimen- Proben- Nr.	Section Abschnitt from/von Plate Platte Nr	Section Abschnitt Nr.	deliv. erg.	Specimen- Proben- Nr.
A1	02	→	N2A01	A3	02	→	N2A13
A1	05	→	H2A01	A3	05	→	H2A21
A1	09	→	H2A02	A3	09	→	H2A22
A1	11	→	N2A02	A3	11	→	N2A14
A1	15	→	H2A03	A3	15	→	H2A23
A1	16	→	N2A03	A3	16	→	N2A15
A1	19	→	H2A04	A3	19	→	H2A24
A1	20	→	H2A05	A3	20	→	H2A25
A1	21	→	N2A04	A3	21	→	N2A16
A1	23	→	H2A06	A3	23	→	H2A26
A1	24	→	H2A07	A3	24	→	H2A27
A1	26	→	N2A05	A3	26	→	N2A17
A1	28	→	N2A06	A3	28	→	N2A18
A1	31	→	H2A08	A3	31	→	H2A28
A1	32	→	H2A09	A3	32	→	H2A29
A1	35	→	H2A10	A3	35	→	H2A30
A2	02	→	N2A07	A4	02	→	N2A19
A2	05	→	H2A11	A4	05	→	H2A31
A2	09	→	H2A12	A4	09	→	H2A32
A2	11	→	N2A08	A4	11	→	N2A20
A2	15	→	H2A13	A4	15	→	H2A33
A2	16	→	N2A09	A4	16	→	N2A21
A2	19	→	H2A14	A4	19	→	H2A34
A2	20	→	H2A15	A4	20	→	H2A35
A2	21	→	N2A10	A4	21	→	N2A22
A2	23	→	H2A16	A4	23	→	H2A36
A2	24	→	H2A17	A4	24	→	H2A37
A2	26	→	N2A11	A4	26	→	N2A23
A2	28	→	N2A12	A4	28	→	N2A24
A2	31	→	H2A18	A4	31	→	H2A38
A2	32	→	H2A19	A4	32	→	H2A39
A2	35	→	H2A20	A4	35	→	H2A40

kk



Section from Plate Nr. / Platte Nr.	Section Abschnitt Nr.	delivers ergibt	Specimen-Proben-Nr.	Section from Plate Nr. / Platte Nr.	Section Abschnitt Nr.	delivers ergibt	Specimen-Proben-Nr.	Section from Plate Nr. / Platte Nr.	Section Abschnitt Nr.	del. erg.	Specimen-Proben-Nr.
A1	04	→	H3A01	A2	14	→	H3A10	A3	27	→	N3A12
A1	07	→	H3A02	A2	18	→	N3A06	A3	30	→	H3A18
A1	10	→	H3A03	A2	22	→	N3A07	A4	01	→	H3A19
A1	13	→	N3A01	A2	25	→	H3A11	A4	07	→	H3A20
A1	14	→	H3A04	A2	27	→	N3A08	A4	10	→	H3A21
A1	18	→	N3A02	A2	30	→	H3A12	A4	13	→	N3A13
A1	23	→	N3A03	A3	04	→	H3A13	A4	14	→	H3A22
A1	25	→	H3A05	A3	07	→	H3A14	A4	18	→	N3A14
A1	27	→	N3A04	A3	10	→	H3A15	A4	22	→	N3A15
A1	30	→	H3A06	A3	13	→	N3A09	A4	25	→	H3A23
A2	01	→	H3A07	A3	14	→	H3A16	A4	27	→	N3A16
A2	07	→	H3A08	A3	18	→	N3A10	A4	30	→	H3A24
A2	10	→	N3A09	A3	22	→	N3A11				
A2	13	→	N3A05	A3	25	→	H3A17				



Section AX29, $x = 1, \dots, 4$
 Abschnitt
 Plate X: Specimen Nr. $H1A1J + 10(x-1)$ $I=0$ Scale 1:1
 $x = 1, 2, 3, 4$ $I=0-1, J=1, 2, 3, \dots, 9, 0$
 $N1A1J + 5(x-1)$ $J=1-5$ Maßstab

Section Abschnitt from von Plate Platte	Section Abschnitt Nr.	delivers ergibt	Specimen Proben-Nr	Section Abschnitt from von Plate Platte	Section Abschnitt Nr.	delivers ergibt	Specimen Proben-Nr.
A1	29	→	H1A01	A3	29	→	H1A31
		→	H1A02			→	H1A32
		→	N1A01			→	N1A11
		→	N1A02			→	N1A12
		→	H1A03			→	H1A33
		→	H1A04			→	H1A34
		→	H1A05			→	H1A35
		→	N1A03			→	N1A13
		→	H1A06			→	H1A36
		→	H1A07			→	H1A37
A2	29	→	H1A08	A4	29	→	H1A38
		→	N1A04			→	N1A14
		→	N1A05			→	N1A15
		→	H1A09			→	H1A39
		→	H1A10			→	H1A40
		→	H1A11			→	H1A31
		→	H1A12			→	H1A32
		→	N1A06			→	N1A16
		→	N1A07			→	N1A17
		→	H1A13			→	H1A33
→	H1A14	→	H1A34				
→	H1A15	→	H1A35				
→	N1A08	→	N1A18				
→	H1A16	→	H1A36				
→	H1A17	→	H1A37				
→	H1A18	→	H1A38				
→	N1A09	→	N1A19				
→	N1A10	→	N1A20				
→	H1A19	→	H1A39				
→	H1A20	→	H1A40				

KK49

Annexe F

Cette annexe comprend les résultats des analyses chimiques et les tailles de grain relevées sur le lot de matière d'acier austénitique X6CrNiNb1810.

Table 1: Chemical Composition of X6 CrNiNb 1810 (1.4550)
Heat No. 381 380
Wt %

Pos.	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Mo	Co	Sn	Nb	Fe	Al	V
A103	.041	.314	1.73	.025	.006	17.8	10.4	.196	.0831	.028	.409	69.3	.0118	.0409
A117	.026	.308	1.71	.028	.005	17.8	10.5	.197	.0839	.025	.413	69.0	.0120	.0410
A134	.032	.316	1.73	.024	.004	17.9	10.5	.197	.0833	.029	.406	69.0	.0117	.0417
Aver.	.033	.313	1.72	.026	.005	17.8	10.5	.197	.0834	.027	.409	69.1	.0118	.0412
A203	.031	.321	1.75	.030	.004	18.0	10.2	.202	.0858	.026	.415	68.2	.0125	.0417
A217	.031	.312	1.72	.027	.005	17.8	10.2	.202	.0819	.027	.388	68.7	.0107	.0426
A234	.032	.316	1.76	.020	.004	18.2	10.3	.203	.0835	.030	.412	68.3	.0135	.0415
Aver.	.031	.316	1.74	.026	.004	18.0	10.2	.202	.0837	.028	.405	68.4	.0122	.0419
A303	.022	.320	1.74	.027	.004	17.8	10.3	.201	.0870	.029	.419	68.6	.0136	.0417
A317	.036	.319	1.73	.024	.004	18.1	10.2	.198	.0837	.029	.392	68.8	.0150	.0425
A334	.024	.317	1.74	.030	.004	18.1	10.4	.199	.0872	.028	.408	68.3	.0128	.0414
Aver.	.027	.319	1.74	.027	.004	18.0	10.3	.199	.0860	.029	.406	68.6	.0138	.0419
A403	.024	.314	1.71	.024	.006	18.0	10.5	.198	.0849	.026	.415	68.0	.0115	.0411
A417	.030	.307	1.77	.019	.009	18.4	10.6	.185	.0855	.027	.392	68.4	.0120	.0420
A434	.030	.316	1.80	.027	.010	18.7	10.5	.210	.0816	.030	.413	67.3	.0096	.0437
Aver.	.028	.312	1.76	.023	.008	18.4	10.5	.198	.0840	.028	.407	67.9	.0110	.0423
Aver.	.030	.315	1.74	.026	.007	18.1	10.4	.199	.0843	.028	.407	68.5	.0122	.0418

Table 2: Average Grain Size

Position	Aver. Grain Size/ μm	ASTM
A103l	45	6
A103u	55	5.5
A117l	45	6
A117u	45	6
A134l	45	6
A134u	45	6
A203l	35	6.5
A203u	45	6
A217l	35	6.5
A217u	55	5.5
A234l	45	6
A234u	55	5.5
A303l	55	5.5
A303u	55	5.5
A317l	55	5.5
A317u	55	5.5
A334l	55	5.5
A334u	45	6
A403l	45	6
A403u	30	7
A417l	55	5.5
A417u	55	5.5
A434l	55	5.5
A434u	45	6

l: lower part

u: upper part

Annexe G

Cette annexe comprend l'ensemble des résultats :

- des analyses chimiques,
- des essais de dureté,
- des essais d'impact de Charpy,
- et des essais de traction (statique) effectués dans le cadre du programme l'analyse qualité du lot de matière d'acier ferritique 20MnMoNi55.

Appendix 0

A01: Table 01: Chemical Composition of the Steel 20 MnMoNi 55.

Content given in weight percent (wt%) as analysed. Specimen numbers exhibit the positions of the probes.

Specim.	P	S	Sn	Zn	Co	Ni	Si	Mn	Cr	Mo	V	Cu	Ti	Al	C
0202	.007	.002	.004	.0003	.0105	.728	.287	1.40	.123	.525	.0033	.0310	.0008	.0233	.195
0217	.006	.002	.005	.0003	.0107	.715	.284	1.39	.122	.515	.0033	.0297	.0008	.0220	.211
0244	.002	.003	.002	.0003	.0100	.647	.267	1.25	.109	.467	.0032	.0312	.0005	.0230	.212
0303	.005	.001	.001	.0020	.0110	.719	.282	1.39	.121	.519	.0036	.0306	.0006	.0210	.190
0319	.005	.004	.005	.0003	.0105	.739	.288	1.40	.124	.523	.0026	.0315	.0007	.0214	.211
0331	.003	.003	.004	.0020	.0095	.608	.258	1.28	.115	.470	.0031	.0305	.0006	.0238	.193
0409	.002	.003	.001	.0012	.0098	.653	.273	1.27	.108	.470	.0035	.0296	.0005	.0214	.208
0430	.006	.003	.007	.0010	.0096	.649	.293	1.27	.109	.470	.0033	.0308	.0005	.0233	.208
0438	.003	.003	.007	.0003	.0097	.649	.290	1.25	.110	.469	.0027	.0313	.0006	.0245	.213
0503	.008	.003	.004	.0021	.0094	.624	.280	1.24	.106	.447	.0028	.0297	.0002	.0236	.200
0520	.002	.003	.005	.0003	.0118	.730	.308	1.40	.126	.518	.0027	.0306	.0005	.0201	.201
0535	.001	.002	.001	.0003	.0116	.726	.298	1.40	.123	.522	.0027	.0306	.0006	.0183	.202
0806	.003	.004	.003	.0003	.0115	.717	.300	1.42	.124	.523	.0034	.0306	.0004	.0209	.175
0821	.008	.002	.003	.0090	.0108	.721	.298	1.40	.126	.514	.0024	.0294	.0004	.0242	.191
0831	.001	.003	.004	.0003	.0102	.719	.300	1.41	.122	.520	.0026	.0293	.0005	.0222	.192
0902	.004	.003	.008	.0003	.0106	.659	.282	1.32	.111	.480	.0036	.0300	.0006	.0230	.199
0919	.003	.002	.005	.0003	.0103	.667	.268	1.34	.110	.430	.0032	.0308	.0005	.0225	.194
0931	.006	.003	.005	.0003	.0105	.704	.276	1.42	.117	.453	.0037	.0299	.0006	.0220	.194
F713	.002	.003	.005	.0003	.0112	.659	.284	1.29	.108	.478	.0026	.0310	.0005	.0227	.190
F724	.003	.003	.005	.0003	.0118	.669	.289	1.30	.110	.490	.0029	.0311	.0006	.0228	.187
F746	.004	.004	.004	.0003	.0117	.662	.290	1.28	.108	.480	.0029	.0295	.0006	.0198	.198

A02: Table 02: Brinell - Hardness as Determined across the Thickness and along the Surface for the Test Pieces 0XYZ, X = 2, 3, 4, 5, 8, 9

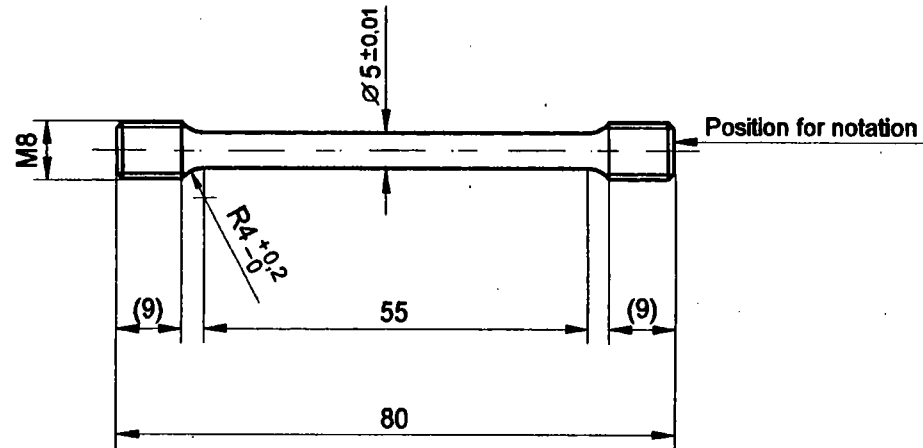
Plate	Section	Pos.1	Pos.2	Pos.3	Pos.4	Pos.5	Pos.6	Pos.7	Pos.8	Pos.9
02	0202	195	191	197	191	189	195	198	198	198
	0217	191	195	189	189	191	197	189	187	189
	0244	204	202	198	198	198	204	193	191	195
03	0303	191	191	193	195	191	193	193	193	197
	0319	185	187	185	187	184	191	187	184	191
	0331	191	187	187	193	191	195	191	193	191
04	0409	195	191	195	195	187	187	202	202	198
	0430	184	187	184	187	187	191	195	193	195
	0438	189	187	189	189	191	195	195	193	193
05	0503	197	191	195	195	191	198	195	198	198
	0520	184	185	184	184	187	191	184	191	193
	0535	193	191	189	191	187	191	193	197	189
08	0806	197	195	195	191	197	197	207	207	204
	0821	187	187	184	185	185	184	193	198	197
	0831	191	191	195	187	195	189	198	200	197
09	0902	195	193	193	197	198	204	197	197	193
	0919	191	184	187	191	187	187	193	189	191
	0931	189	187	191	195	189	187	191	189	191

The values given in this table reveal a very narrow scatter band. This can be derived from the following evaluations.

Tensile Specimen Type 4

Abbreviation: R4

Corresponds to the specimen DIN 50125 - B 5 x 50
(for quality assurance)



General tolerances f SN 258440



EU Projekt F14S - CT 96 - 0024

REVISA

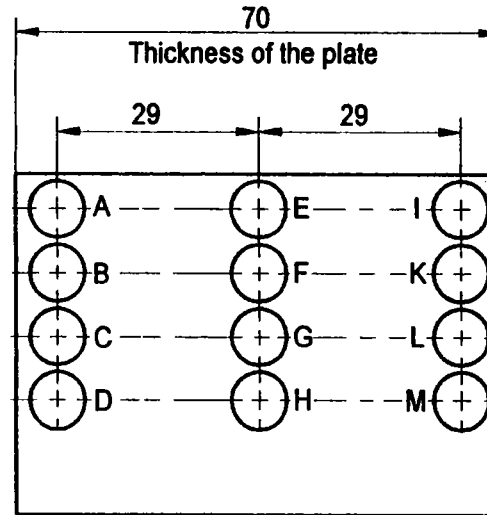
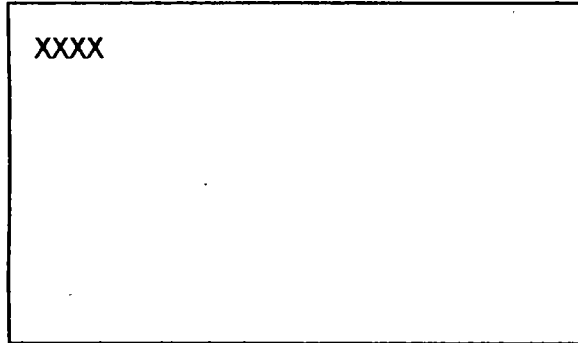
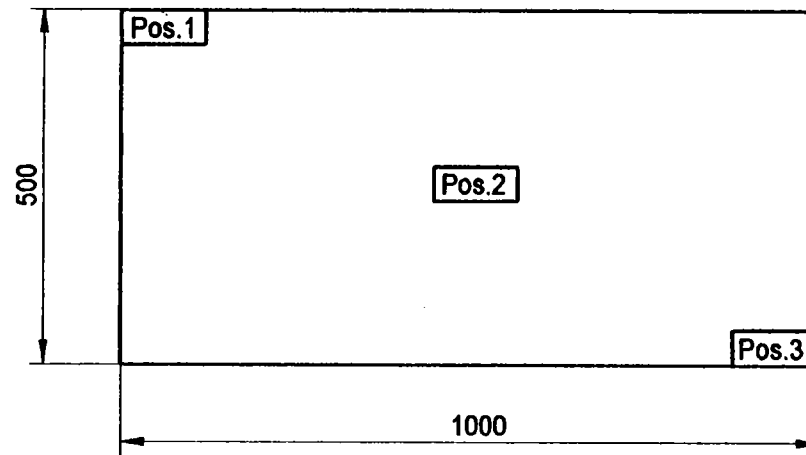
Paul Scherrer Institut

Labor LSU

Gez: KJ49 / 26.8.97

Tensile specimens Type 4 Abbreviation R4 for quality assurance

A3

Position of the specimens in the sectionPosition of the section in the plate

Tensile specimens type 4, abbreviation R4 for the quality assurance													A4	
Plate nr	Section nr	Position of the section in the Plate Pos.*	Position of the specimen in the section											
			A = spec.nr	B = spec.nr	C = spec.nr	D = spec.nr	E = spec.nr	F = spec.nr	G = spec.nr	H = spec.nr	I = spec.nr	K = spec.nr	L = spec.nr	M = spec.nr
02	02	1	R4 001	R4 002	R4 003	R4 004	R4 005	R4 006	R4 007	R4 008	R4 009	R4 010	R4 011	R4 012
02	17	2	R4 013	R4 014	R4 015	R4 016	R4 017	R4 018	R4 019	R4 020	R4 021	R4 022	R4 023	R4 024
02	44	3	R4 025	R4 026	R4 027	R4 028	R4 029	R4 030	R4 031	R4 032	R4 033	R4 034	R4 035	R4 036
03	03	1	R4 037	R4 038	R4 039	R4 040	R4 041	R4 042	R4 043	R4 044	R4 045	R4 046	R4 047	R4 048
03	19	2	R4 049	R4 050	R4 051	R4 052	R4 053	R4 054	R4 055	R4 056	R4 057	R4 058	R4 059	R4 060
03	31	3	R4 061	R4 062	R4 063	R4 064	R4 065	R4 066	R4 067	R4 068	R4 069	R4 070	R4 071	R4 072
04	09	1	R4 073	R4 074	R4 075	R4 076	R4 077	R4 078	R4 079	R4 080	R4 081	R4 082	R4 083	R4 084
04	30	2	R4 085	R4 086	R4 087	R4 088	R4 089	R4 090	R4 091	R4 092	R4 093	R4 094	R4 095	R4 096
04	38	3	R4 097	R4 098	R4 099	R4 100	R4 101	R4 102	R4 103	R4 104	R4 105	R4 106	R4 107	R4 108
05	03	1	R4 109	R4 110	R4 111	R4 112	R4 113	R4 114	R4 115	R4 116	R4 117	R4 118	R4 119	R4 120
05	20	2	R4 121	R4 122	R4 123	R4 124	R4 125	R4 126	R4 127	R4 128	R4 129	R4 130	R4 131	R4 132
05	35	3	R4 133	R4 134	R4 135	R4 136	R4 137	R4 138	R4 139	R4 140	R4 141	R4 142	R4 143	R4 144
08	06	1	R4 145	R4 146	R4 147	R4 148	R4 149	R4 150	R4 151	R4 152	R4 153	R4 154	R4 155	R4 156
08	21	2	R4 157	R4 158	R4 159	R4 160	R4 161	R4 162	R4 163	R4 164	R4 165	R4 166	R4 167	R4 168
08	31	3	R4 169	R4 170	R4 171	R4 172	R4 173	R4 174	R4 175	R4 176	R4 177	R4 178	R4 179	R4 180
09	02	1	R4 181	R4 182	R4 183	R4 184	R4 185	R4 186	R4 187	R4 188	R4 189	R4 190	R4 191	R4 192
09	19	2	R4 193	R4 194	R4 195	R4 196	R4 197	R4 198	R4 199	R4 200	R4 201	R4 202	R4 203	R4 204
09	31	3	R4 205	R4 206	R4 207	R4 208	R4 209	R4 210	R4 211	R4 212	R4 213	R4 214	R4 215	R4 216
Remarks:		* see A3												

A03: Table 03: Tensile Data obtained at Room Temperature.

Tensile data are presented indicating the specimen positions within the plates:

NA to ND indicates the neighbourhood of the lower surface

NE to NH the middle of the thickness (shadowed)

NI to NM the neighbourhood of the upper surface of the plates, N = 1, 2, 3.

Plate	Spec. Nr.	Pos.	Z/%	R _{eL} /MPa	R _{eH} /MPa	R _{p0.1} /MPa	R _{p0.2} /MPa	R _{0.5} /MPa	R _m /MPa	A _g /%	A _{11.3} /%	
02	R4 001	1A	70.4	----	----	413	420	425	666	11.3	19.8*	
	R4 003	1C	73.6	----	----	416	420	422	642	11.6	21.3*	
	R4 004	1D	74.0	----	----	418	421	424	639	11.5	21.4	
	R4 005	1E	71.4	----	----	401	405	409	641	11.6	21.3	
	R4 006	1F	71.1	----	----	401	404	408	635	11.8	19.1	
	R4 010	1K	68.8	----	----	387	396	404	651	11.5	19.9	
	R4 012	1M	69.8	----	----	387	394	400	636	11.7	20.6	
	R4 013	2A	79.0	495	535	503	505	506	642	10.7	21.5	
	R4 015	2C	78.9	485	523	493	498	500	640	10.4	18.2*	
	R4 016	2D	78.8	480	517	492	497	500	638	9.9	17.5*	
	R4 017	2E	77.3	449	485	453	456	457	596	11.1	19.5*	
	R4 018	2F	77.5	452	479	453	455	455	596	11.0	21.7	
	R4 022	2K	77.3	448	495	456	458	460	598	11.1	20.6	
	R4 024	2M	77.3	456	494	461	462	463	600	11.3	21.8	
	R4 025	3A	78.2	478	536	485	487	488	630	10.1	18.7	
	R4 027	3C	77.2	480	536	484	490	490	631	10.5	20.1	
	R4 028	3D	77.9	489	514	490	493	493	633	10.5	19.6	
	R4 029	3E	78.3	483	515	486	490	489	627	10.7	19.8*	
	R4 030	3F	78.6	485	526	491	492	493	628	11.0	20.7	
	R4 034	3K	77.7	471	522	477	480	480	621	10.1	19.2*	
	R4 036	3M	78.7	475	531	478	481	483	623	10.6	20.5*	
	03	R4 037	1A	77.9	460	471	462	465	467	649	11.3	24.0*
		R4 039	1C	78.0	459	482	464	467	469	635	11.1	21.2
		R4 040	1D	77.7	459	483	462	464	465	630	11.3	21.6*
		R4 041	1E	76.7	447	457	452	455	457	631	11.1	19.5*
		R4 042	1F	76.9	440	461	446	449	451	623	11.6	21.3*
		R4 046	1K	77.2	422	432	428	430	433	616	11.1	20.8
		R4 048	1M	76.9	437	450	441	443	445	618	11.3	21.4
		R4 049	2A	78.3	473	509	476	478	481	621	11.3	19.7*
		R4 051	2C	77.8	472	517	477	478	480	621	10.8	19.1*
		R4 052	2D	77.2	470	517	478	479	480	621	10.8	19.2
		R4 053	2E	77.6	457	500	459	460	461	597	11.1	20.5
		R4 054	2F	77.8	458	494	459	461	461	596	11.2	20.4*
		R4 058	2K	77.2	456	490	460	462	463	603	11.5	20.6
		R4 060	2M	77.8	461	498	463	465	466	607	11.3	20.5*
		R4 061	3A	76.7	463	528	468	475	475	612	10.8	19.9
R4 063		3C	78.0	479	519	482	482	482	616	10.7	20.3	
R4 064		3D	77.9	482	532	483	483	483	617	11.1	19.9	
R4 065		3E	79.9	458	504	467	468	468	597	11.1	20.0	
R4 066		3F	79.2	461	504	467	469	469	599	11.8	20.5	
R4 070		3K	77.8	469	510	472	473	474	610	10.9	20.1	
R4 072		3M	77.4	467	520	472	474	475	611	10.7	19.5	
04		R4 073	1A	72.3	----	----	379	392	404	647	11.5	19.4*
		R4 075	1C	74.0	----	----	382	393	402	639	10.1	17.4*
		R4 076	1D	73.3	----	----	381	391	401	635	10.2	18.3*
	R4 077	1E	68.8	----	----	369	383	397	643	10.0	17.8*	
	R4 078	1F	68.3	----	----	368	382	395	642	9.8	16.9*	
	R4 082	1K	67.0	----	----	359	378	394	654	11.3	18.4	
	R4 084	1M	70.0	----	----	366	381	394	639	9.9	17.7*	
	R4 085	2A	78.8	----	----	464	468	470	629	9.8	17.5*	
	R4 087	2C	77.7	460	473	464	466	468	626	9.2	17.1*	

	R4 088	2D	78.5	459	478	461	465	468	627	9.5	17.8*
	R4 089	2E	76.8	434	453	437	439	441	606	11.1	21.6
	R4 090	2F	77.0	432	448	437	439	441	603	11.0	20.4*
	R4 094	2K	77.4	431	431	431	434	436	604	10.8	19.2*
	R4 096	2M	77.6	428	441	430	433	436	604	10.9	19.1*
	R4 097	3A	78.6	459	487	466	469	470	620	11.0	21.0
	R4 099	3C	78.5	467	495	472	474	474	628	10.5	19.1*
	R4 100	3D	78.3	475	494	479	481	481	636	10.9	20.4*
	R4 101	3E	77.1	446	471	449	451	452	614	11.3	20.1
	R4 102	3F	77.6	450	474	453	454	455	616	11.4	20.7*
	R4 106	3K	77.7	445	462	447	447	449	611	11.2	21.4
	R4 108	3M	78.2	445	462	448	451	453	620	11.0	21.8
05	R4 109	1A	71.8	----	----	403	411	417	657	11.0	20.7
	R4 111	1C	72.4	----	----	403	406	411	636	10.9	18.8
	R4 112	1D	74.0	----	----	402	406	410	634	9.9	18.1
	R4 113	1E	70.5	----	----	388	395	404	644	11.0	18.7
	R4 114	1F	71.6	----	----	385	393	401	636	10.8	19.6
	R4 118	1K	70.9	----	----	371	390	404	670	11.5	21.0
	R4 120	1M	71.9	----	----	366	379	391	646	11.7	22.0*
	R4 121	2A	77.2	439	454	444	447	450	613	10.0	18.6*
	R4 123	2C	77.7	450	472	453	455	456	610	10.6	20.8
	R4 124	2D	78.1	----	----	451	454	455	612	10.4	20.0
	R4 125	2E	77.6	430	451	435	438	439	593	11.7	23.1
	R4 126	2F	76.9	430	450	435	438	440	594	11.2	22.4
	R4 130	2K	76.9	437	458	445	448	451	614	10.0	17.9*
	R4 132	2M	76.9	438	446	445	446	446	609	10.3	19.4*
	R4 133	3A	78.4	463	481	468	470	472	626	11.4	20.9
	R4 135	3C	78.8	464	484	469	471	472	626	10.8	20.3
	R4 136	3D	78.4	465	480	470	472	471	626	10.9	20.2*
	R4 137	3E	76.7	443	454	444	445	447	611	10.9	19.0*
	R4 138	3F	77.1	440	456	441	443	443	608	10.9	19.9*
	R4 142	3K	78.1	440	447	443	445	447	614	10.6	19.3*
	R4 144	3M	77.5	441	447	445	447	449	619	11.2	20.2*
08	R4 145	1A	68.3	----	----	358	379	395	694	11.5	21.0
	R4 147	1C	71.0	----	----	361	379	394	653	9.7	16.4*
	R4 148	1D	68.0	----	----	360	379	394	660	10.9	18.3
	R4 150	1F	66.3	----	----	375	387	396	645	11.4	20.3
	R4154	1K	71.2	----	----	396	407	415	659	11.2	20.6
	R4 156	1M	72.6	----	----	398	407	415	655	10.4	18.4*
	R4 157	2A	77.8	429	438	431	433	435	607	10.5	18.8*
	R4 159	2C	76.9	425	435	428	431	434	605	10.7	19.2*
	R4 160	2D	77.4	428	441	430	433	435	607	11.1	19.2*
	R4 161	2E	76.6	418	441	423	426	429	587	10.9	19.8*
	R4 162	2F	77.4	422	441	425	428	431	589	10.8	19.4*
	R4 166	2K	79.3	456	470	457	457	461	622	10.6	18.8*
	R4 168	2M	78.5	457	470	459	461	462	621	10.3	19.0*
	R4 169	3A	77.8	441	462	445	447	448	609	10.7	20.7
	R4 171	3C	78.2	443	463	447	450	451	612	10.8	20.4
	R4 172	3D	77.9	449	456	450	451	452	614	10.9	20.6
	R4 173	3E	77.3	444	462	446	448	448	606	11.1	21.3
	R4 174	3F	77.1	445	464	446	451	453	612	11.1	20.6
08	R4 178	3K	78.5	465	488	468	470	472	626	10.5	18.7*
	R4 180	3M	78.9	472	491	474	477	479	632	11.2	20.9
09	R4 181	1A	64.5	----	----	370	396	414	713	11.9	20.3*
	R4 183	1C	67.9	----	----	361	385	403	687	11.6	19.7*
	R4 184	1D	67.2	----	----	359	382	400	679	11.0	19.5*
	R4 185	1E	70.8	----	----	371	387	400	657	11.5	19.5
	R4 186	1F	68.7	----	----	371	385	398	652	11.2	19.0*
	R4 190	1K	73.0	----	----	393	403	411	648	11.2	19.4
	R4 192	1M	73.2	----	----	393	401	407	633	11.1	19.0

R4 193	2A	78.7	448	448	448	447	448	618	11.4	24.8
R4 195	2C	78.2	444	458	448	450	452	617	11.3	22.4
R4 196	2D	78.0	445	457	448	450	452	616	11.5	21.4
R4 197	2E	76.1	445	461	450	452	452	609	10.6	19.4
R4 198	2F	76.2	445	463	451	452	454	611	10.7	18.8*
R4 202	2K	78.1	457	481	462	462	464	618	11.2	21.0
R4 204	2M	77.6	459	464	463	463	463	617	10.9	21.5
R4 205	3A	77.8	445	455	449	446	447	614	11.5	20.8
R4 207	3C	77.4	444	462	447	449	451	617	10.7	20.3
R4 208	3D	77.8	444	459	447	449	451	618	10.7	19.3*
R4 209	3E	77.0	448	464	453	454	455	614	10.8	19.8
R4 210	3F	78.0	448	470	449	451	452	613	11.0	21.1
R4 214	3K	77.8	457	487	462	464	465	615	10.9	19.5
R4 216	3M	78.1	458	482	460	462	462	620	10.6	19.2*

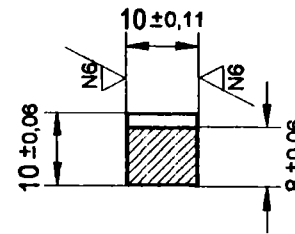
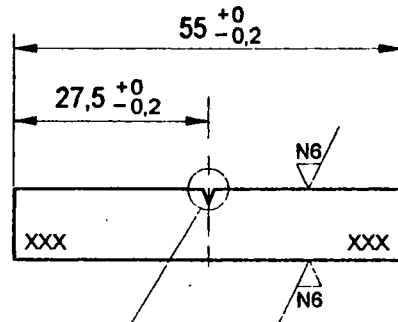
*) : The distance between fracture position and the next fiducial marker is less than 1/3 of the initial measurement length l_0 .

Charpy Impact Specimens Type Charpy-V

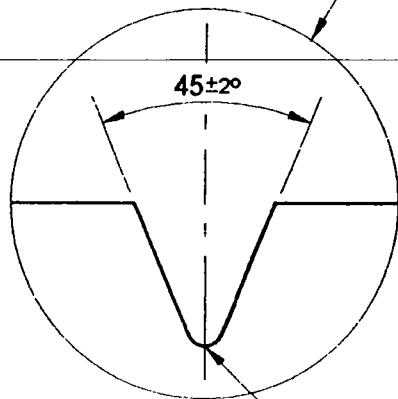
A5

Abbreviation: V1

Corresponds to EN 10045
(for quality assurance)



XXX = Position for notation



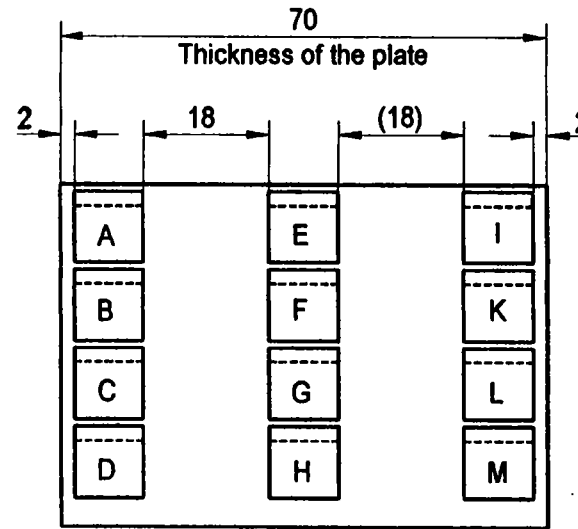
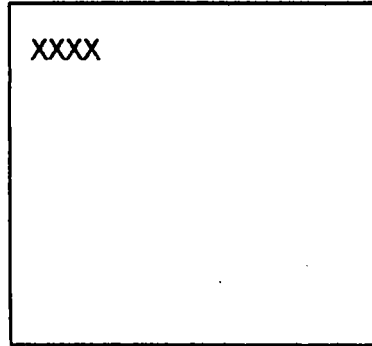
R 0,25 ± 0,025

EU Projekt F14S - CT 96 - 0024
REVISA
Paul Scherrer Institut
Labor LSU
Gez: KJ49 / 1.9.97

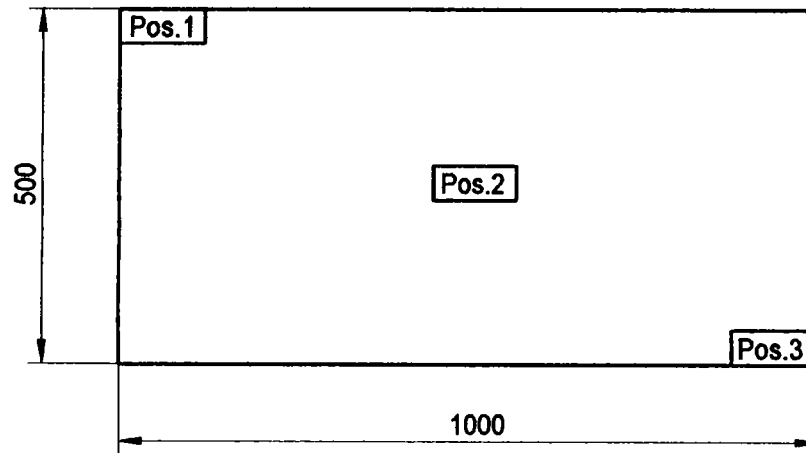
Impact Specimens Type Charpy-V Abbreviation V1 for the quality assurance

A6

Position of the specimens in the section



Position of the section in the plate



Impact specimens type Charpy-V abbreviation V1 for quality assurance

A7

Plate nr	Section nr	Position of the section in the Plate Pos.*	Position of the specimen in the section											
			A = spec.nr	B = spec.nr	C = spec.nr	D = spec.nr	E = spec.nr	F = spec.nr	G = spec.nr	H = spec.nr	I = spec.nr	K = spec.nr	L = spec.nr	M = spec.nr
02	01	1	V1 001	V1 002	V1 003	V1 004	V1 005	V1 006	V1 007	V1 008	V1 009	V1 010	V1 011	V1 012
02	16	2	V1 013	V1 014	V1 015	V1 016	V1 017	V1 018	V1 019	V1 020	V1 021	V1 022	V1 023	V1 024
02	43	3	V1 025	V1 026	V1 027	V1 028	V1 029	V1 030	V1 031	V1 032	V1 033	V1 034	V1 035	V1 036
03	02	1	V1 037	V1 038	V1 039	V1 040	V1 041	V1 042	V1 043	V1 044	V1 045	V1 046	V1 047	V1 048
03	18	2	V1 049	V1 050	V1 051	V1 052	V1 053	V1 054	V1 055	V1 056	V1 057	V1 058	V1 059	V1 060
03	30	3	V1 061	V1 062	V1 063	V1 064	V1 065	V1 066	V1 067	V1 068	V1 069	V1 070	V1 071	V1 072
04	08	1	V1 073	V1 074	V1 075	V1 076	V1 077	V1 078	V1 079	V1 080	V1 081	V1 082	V1 083	V1 084
04	29	2	V1 085	V1 086	V1 087	V1 088	V1 089	V1 090	V1 091	V1 092	V1 093	V1 094	V1 095	V1 096
04	37	3	V1 097	V1 098	V1 099	V1 100	V1 101	V1 102	V1 103	V1 104	V1 105	V1 106	V1 107	V1 108
05	02	1	V1 109	V1 110	V1 111	V1 112	V1 113	V1 114	V1 115	V1 116	V1 117	V1 118	V1 119	V1 120
05	19	2	V1 121	V1 122	V1 123	V1 124	V1 125	V1 126	V1 127	V1 128	V1 129	V1 130	V1 131	V1 132
05	34	3	V1 133	V1 134	V1 135	V1 136	V1 137	V1 138	V1 139	V1 140	V1 141	V1 142	V1 143	V1 144
08	05	1	V1 145	V1 146	V1 147	V1 148	V1 149	V1 150	V1 151	V1 152	V1 153	V1 154	V1 155	V1 156
08	20	2	V1 157	V1 158	V1 159	V1 160	V1 161	V1 162	V1 163	V1 164	V1 165	V1 166	V1 167	V1 168
08	30	3	V1 169	V1 170	V1 171	V1 172	V1 173	V1 174	V1 175	V1 176	V1 177	V1 178	V1 179	V1 180
09	01	1	V1 181	V1 182	V1 183	V1 184	V1 185	V1 186	V1 187	V1 188	V1 189	V1 190	V1 191	V1 192
09	18	2	V1 193	V1 194	V1 195	V1 196	V1 197	V1 198	V1 199	V1 200	V1 201	V1 202	V1 203	V1 204
09	30	3	V1 205	V1 206	V1 207	V1 208	V1 209	V1 210	V1 211	V1 212	V1 213	V1 214	V1 215	V1 216

Remarks:

* see A6

A05: Table 05: Impact Data obtained at Room Temperature

Impact data are presented indicating the specimen positions within the plates:

NA to ND indicates the neighbourhood of the lower surface

NE to NH the middle of the thickness (shadowed)

NI to NM the neighbourhood of the upper surface of the plates, $N = 1, 2, 3$.

Plate	Spec. Nr.	Position	A/J	E(1)/J	E_m/J	F_{max}/kN	
02	V1 001	01A	204*	216	69	19.2	
	V1 003	01C	209*	224	73	18.7	
	V1 005	01E	199*	213	69	18.1	
	V1 006	01F	203*	244	64	18.3	
	V1 010	01K	175*	193	57	18.6	
	V1 011	01L	188*	199	60	18.7	
	V1 012	01M	189*	205	66	18.8	
	V1 013	02A	>225	-	-	18.1	
	V1 015	02C	>225	-	-	18.4	
	V1 017	02E	>225	-	-	17.4	
	V1 018	02F	>225	-	-	17.5	
	V1 022	02K	>225	-	-	17.6	
	V1 023	02L	>225	-	-	17.6	
	V1 024	02M	>225	-	-	17.8	
	V1 025	03A	>225	-	-	18.4	
	V1 027	03C	>225	-	-	18.3	
	V1 029	03E	>225	-	-	18.2	
	V1 030	03F	>225	-	-	18.2	
	V1 034	03K	>225	-	-	17.9	
	V1 035	03L	>225	-	-	18.0	
	V1 036	03M	>225	-	-	18.1	
	03	V1 037	01A	>225	-	-	18.5
		V1 039	01C	>225	-	-	18.4
		V1 041	01E	>225	-	-	18.4
		V1 042	01F	>225	-	-	18.4
		V1 046	01K	>225	-	-	18.4
		V1 047	01L	>225	-	-	18.3
		V1 048	01M	>225	-	-	18.0
		V1 049	02A	>225	-	-	18.0
		V1 051	02C	>225	-	-	18.1
		V1 053	02E	>225	-	-	17.7
		V1 054	02F	>225	-	-	17.7
		V1 058	02K	>225	-	-	17.8
		V1 059	02L	>225	-	-	17.7
		V1 060	02M	>225	-	-	17.8
		V1 061	03A	>225	-	-	17.9
V1 063		03C	>225	-	-	18.1	
V1 065		03E	>225	-	-	17.7	
V1 066		03F	>225	-	-	17.6	
V1 070		03K	>225	-	-	18.0	
03		V1 071	03L	>225	-	-	17.9
		V1 072	03M	>225	-	-	17.8
	04	V1 073	01A	165	175	66	18.9
V1 075		01C	167	177	70	18.5	
V1 077		01E	120	130	57	18.6	
V1 078		01F	115	125	60	18.6	
V1 082		01K	104	113	62	18.9	
V1 083		01L	106	114	60	18.6	

	V1 084	01M	103	110	58	18.5
	V1 085	02A	>225	-	-	18.5
	V1 087	02C	>225	-	-	18.4
	V1 089	02E	>225	-	-	17.8
	V1 090	02F	>225	-	-	17.8
	V1 094	02K	>225	-	-	17.8
	V1 095	02L	221*	239	73	17.8
	V1 096	02M	>225	-	-	17.8
	V1 097	03A	>225	-	-	18.3
	V1 099	03C	>225	-	-	18.3
	V1 101	03E	>225	-	-	18.0
	V1 102	03F	>225	-	-	18.0
	V1 106	03K	>225	-	-	18.0
	V1 107	03L	>225	-	-	17.8
	V1 108	03M	>225	-	-	18.2
05	V1 109	01A	181*	191	60	18.9
	V1 111	01C	189*	204	61	18.8
	V1 113	01E	179*	195	72	18.9
	V1 114	01F	171*	183	66	18.4
	V1 118	01K	127	137	60	19.0
	V1 119	01L	119	128	62	18.8
	V1 120	01M	125	135	61	18.5
	V1 121	02A	>225	-	-	18.8
	V1 123	02C	>225	-	-	18.1
	V1 125	02E	>225	-	-	17.7
	V1 126	02F	>225	-	-	17.5
	V1 130	02K	>225	-	-	17.9
	V1 131	02L	>225	-	-	17.7
	V1 132	02M	>225	-	-	17.7
05	V1 133	03A	>225	-	-	18.2
	V1 135	03C	>225	-	-	18.1
	V1 137	03E	>225	-	-	18.1
	V1 138	03F	>225	-	-	17.8
	V1 142	03K	>225	-	-	18.0
	V1 143	03L	>225	-	-	18.1
	V1 144	03M	>225	-	-	18.1
	08	V1 145	01A	101	105	52
V1 147		01C	98	108	57	19.1
V1 149		01E	128	138	68	18.9
V1 150		01F	125	133	63	18.6
V1 154		01K	176*	183	50	18.6
V1 155		01L	167	178	66	18.5
V1 156		01M	170	179	71	18.8
V1 157		02A	>225	-	-	17.9
V1 159		02C	221*	238	71	17.9
V1 161		02E	>225	-	-	17.4
V1 162		02F	>225	-	-	17.6
V1 166		02K	>225	-	-	18.1
V1 167		02L	>225	-	-	18.2
V1 168		02M	>225	-	-	18.0
08	V1 169	03A	218*	239	61	17.9
	V1 171	03C	>225	-	-	18.0
	V1 173	03E	>225	-	-	17.8
	V1 174	03F	>225	-	-	18.0
	V1 178	03K	>225	-	-	18.3

	V1 179	03L	>225	-	-	17.7
	V1 180	03M	>225	-	-	18.4
09	V1 181	01A	82	86	48	19.3
	V1 183	01C	82	89	47	18.9
	V1 185	01E	115	124	56	18.8
	V1 186	01F	125	137	60	18.9
	V1 190	01K	141	147	59	18.4
	V1 191	01L	145	151	65	18.5
	V1 192	01M	163*	170	65	18.6
	V1 193	02A	>225	255	77	17.8
	V1 195	02C	>225	-	-	17.9
	V1 197	02E	>225	-	-	17.6
	V1 198	02F	>225	-	-	18.0
	V1 202	02K	>225	-	-	17.9
	V1 203	02L	>225	-	-	17.5
	V1 204	02M	>225	-	-	18.1
	V1 205	03A	>225	-	-	18.0
	V1 207	03C	>225	-	-	18.2
	V1 209	03E	>225	-	-	17.4
	V1 210	03F	>225	-	-	17.8
	V1 214	03K	>225	-	-	17.8
	V1 215	03L	>225	-	-	17.8
	V1 216	03M	>225	-	-	18.1

>225Joule: Necessary impact energy is larger than the capacity of the impact machine.

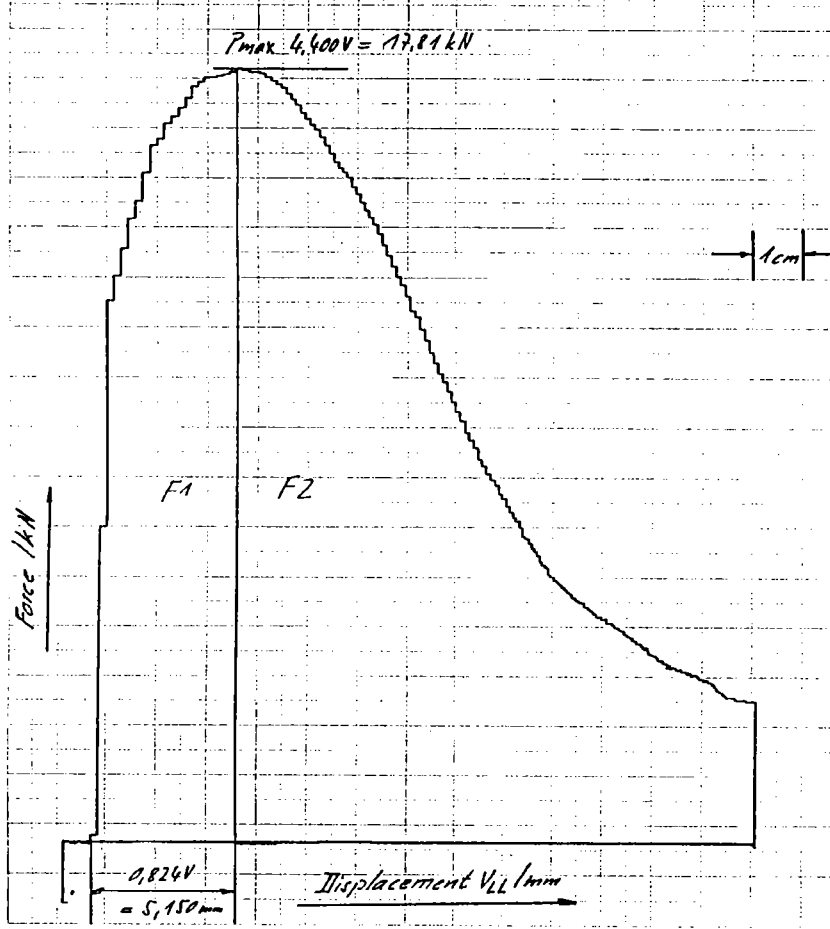
*: The specimen was pulled through without complete rupture

Annexe H

Exemple d'un relevé expérimental obtenu lors d'un des essais de Charpy réalisé dans le cadre du programme d'analyse qualité effectué sur l'acier Ferritique 20MnMoNi55.

Impact Machine-Nr. 56	
Material: 20 Mn Pb Ni 55	Heat: 63906
Pretreatment: _____	
Specimen-Nr. V1193	Specimen-Type: XV
Test Temperature: +22 °C	
Velocity: 4,98 m/s	
Absorbed Impact Energy: > 225 Joule	
Force: 1cm = 1,142 kN	Displacement: 1cm = 1,788 mm
Time: 1cm = _____	Date of Test: 19. Mai 1999

Force versus Displacement Diagr.



$$F1 = 37,5 \text{ cm}^2 = 76,6 \text{ J}$$

$$F2 = 87,3 \text{ cm}^2$$

$$F_{Total} = 124,8 \text{ cm}^2 = 254,8 \text{ J}$$

Annexe I

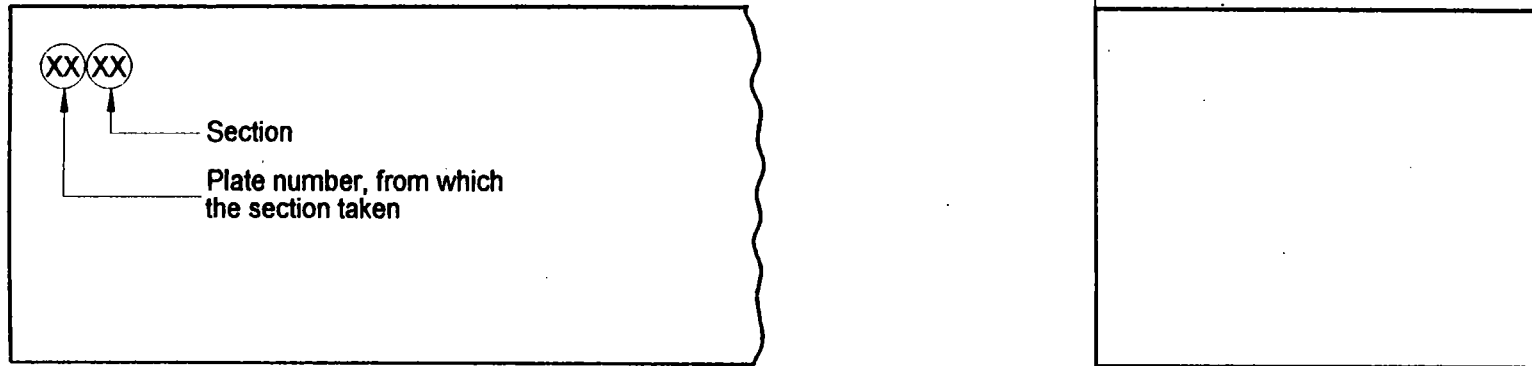
On trouvera dans cette annexe :

- les plans de découpe des plaques d'acier ferritique 20MnMoNi55,
- ainsi qu'une description du symbolisme utilisé pour repérer la position d'origine des éprouvettes dans le lot de matière d'acier ferritique.

Schlagzugproben ohne Kerbe Typ 1 Kurzbezeichnung: H1											Seite 2.9		
Proben-Nummern											Fertigung		Probenlage im Abchnitt Siehe Seite
											aus Platte	aus Abchnitt	
H1 001	H1 002	H1 003	H1 004	H1 005	H1 006	H1 007	H1 008	H1 009	H1 010	H1 011	02	05	3.3
H1 012	H1 013	H1 014	H1 015	H1 016	H1 017	H1 018	H1 019	H1 020	H1 021	H1 022	03	04	3.10
H1 023	H1 024	H1 025	H1 026	H1 027	H1 028	H1 029	H1 030	H1 031	H1 032	H1 033	04	21	3.20
H1 034	H1 035	H1 036	H1 037	H1 038	H1 039	H1 040					04	23	3.20

Schlagzugproben ohne Kerbe Typ 2 Kurzbezeichnung: H2													
Proben-Nummern											Fertigung		Probenlage im Abchnitt Siehe Seite
											aus Platte	aus Abchnitt	
H2 001	H2 002	H2 003	H2 004	H2 005	H2 006						02	11	3.3
H2 007	H2 008	H2 009									02	36	3.7
H2 010	H2 011	H2 012									02	37	3.8
H2 013	H2 014	H2 015	H2 016	H2 017	H2 018						03	06	3.11
H2 019	H2 020	H2 021	H2 022	H2 023	H2 024						03	22	3.14
H2 025	H2 026	H2 027									04	04	3.16
H2 028	H2 029										04	06	3.17
H2 030	H2 031	H2 032									04	07	3.18

Notation of the Section

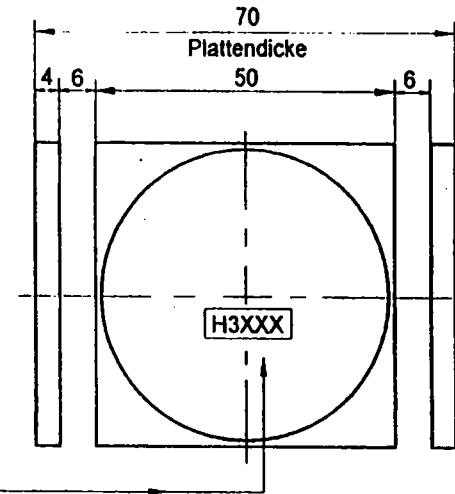
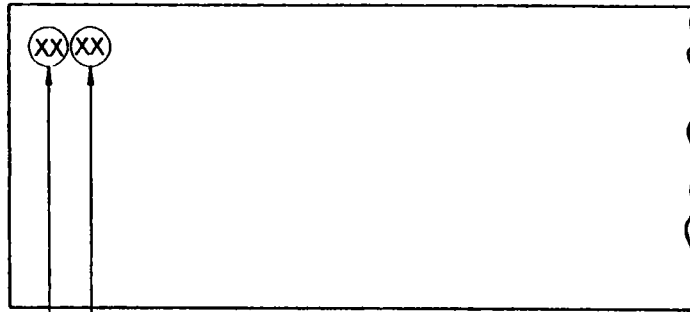


Notation of the specimen

X....	Type of specimen (abbreviation)
.X...	type
..XXX	specimen number

Schlagzugproben ohne Kerbe Typ 3 Kurzbezeichnung: H3

Seite 2.10

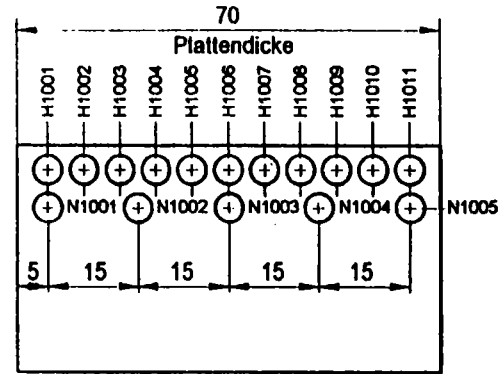


(Abschnitt aus) Platte-Nr.	Abschnitt Nr.	ergibt	Probe-Nr.
02	09	→	H3001
02	10	→	H3002
02	34	→	H3003
02	35	→	H3004
03	07	→	H3005
03	23	→	H3006
04	11	→	H3007
04	18	→	H3008
04	35	→	H3009
04	36	→	H3010
05	11	→	H3011

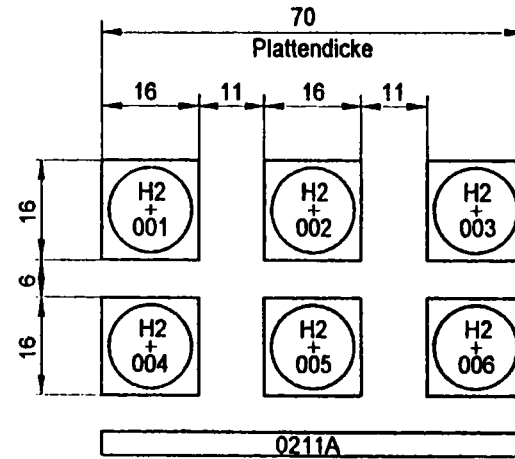
(Abschnitt aus) Platte-Nr.	Abschnitt Nr.	ergibt	Probe-Nr.
05	12	→	H3012
05	22	→	H3013
05	24	→	H3014
05	26	→	H3015
05	27	→	H3016
05	33	→	H3017
08	07	→	H3018
08	08	→	H3019
08	15	→	H3020
08	16	→	H3021
08	19	→	H3022

(Abschnitt aus) Platte-Nr.	Abschnitt Nr.	ergibt	Probe-Nr.
08	22	→	H3023
08	27	→	H3024
09	03	→	H3025
09	04	→	H3026
09	10	→	H3027
09	14	→	H3028
09	15	→	H3029
09	17	→	H3030
09	20	→	H3031
09	26	→	H3032

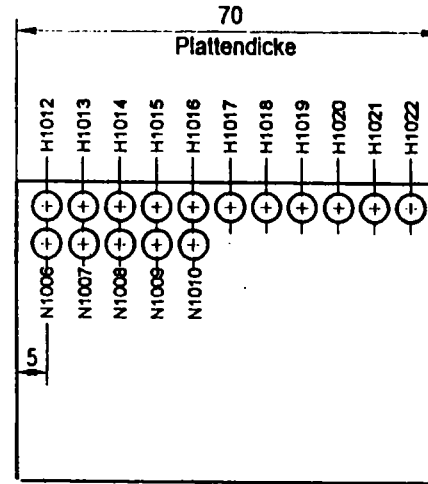
0205



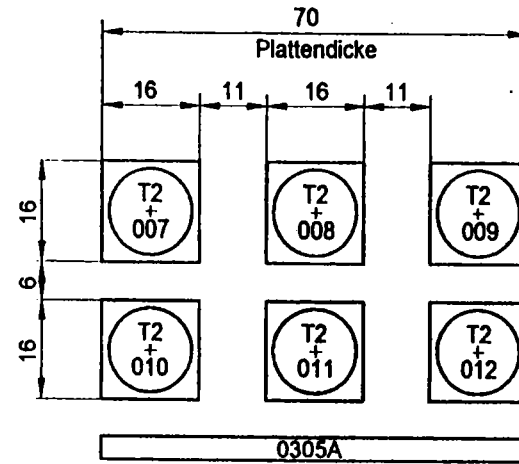
0211



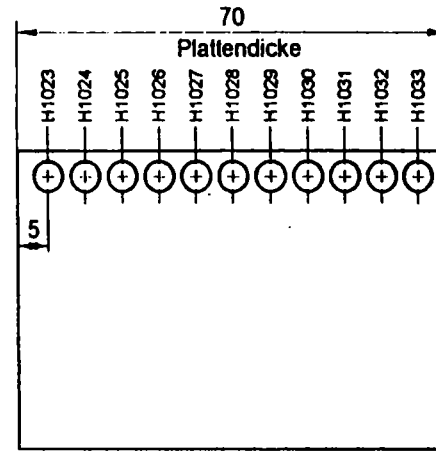
0304



0305

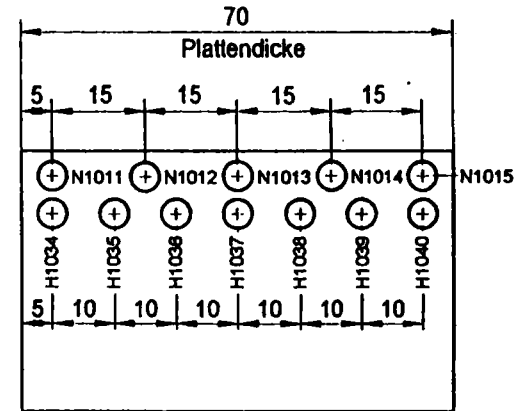


0421



Seite 3.20

0423



Survey of Plate 02

A8

0201	0202	0207				0208
	0203	A				
	0204	A				
	0205	0206				
0209		0210		0211	0212	0213
0214		0215	0216	0217	0218	
0219		0220	0221	0222	0223	0224
0226		0227		0228		0229
0230		0231		0232		0233
0234		0235		0236	0237	0238
0239	0240		0241		0242	0243
						0244



Notation of the supplier



Impact specimens type Charpy-V



Tensile specimens type 4

R = Reserve

A = Waste

Survey of Plate 03

A9

0301	0302	0303	0304	0305	0306	0307	0308	0309 R
0310							0311	A
							0312	A
							0313	A
							0314	A
0315	0316		0317	0318	0319	0320		0321
0323			0324			0325		0326
0327							0328	A
							0329	A
							0330	A
							0331	A
							0332	R



Notation of the supplier



Impact specimens type Charpy-V



Tensile specimens type 4

R = Reserve

A = Waste

Survey of Plate 04	A10
---------------------------	------------

0401	0402	0403	0404	0405	0406	0407	
0408	0409	0410		0411		0412	
0413		R		0414		0415	
0416			0417		0418		
0419		0420		0421	0422		
R		0423		0424		0425	
0426		0427		0428		0429	
0430		0431		0432		R	
0433		R		0434		0435	
0436		0437		0438		0439	



Notation of the supplier

Impact specimens type Charpy-V

Tensile specimens type 4

R = Reserve

Survey of Plate 05

A11

0501	0502	0503	0504	0505	0506
					R
0507	0508	0509	0510		
0511	0512	0513			R
0514	0515	0516			R
0517	0518	0519	0520	0521	0522
0523	R	0524	0525		
0526	0527	0528			R
0529	R	0530	R	0531	R
0532	0533	0534	0535	0536	



Notation of the supplier



Impact specimens type Charpy-V




Tensile specimens type 4

R = Reserve

Survey of Plate 08	A12
---------------------------	------------

0801	0802	0803	0804 R
0805	0806	0807	0808
0809	0810 R		
0811	0812	0813	0814
0815		0816	0817 R
0818 R	0819	0820	0821
0822		0823 R	
0824		0825 R	
0826	0827	0828	0829
0830		0831	0832 R
0833 R			



 Notation of the supplier


 Impact specimens type Charpy-V


 Tensile specimens type 4

R = Reserve

Survey of Plate 09

A13

0901	0902	0903	0904	0905
				R
0906	0907	0908	0909	
			R	
0910	0911	0912		
0913	0914	0915		
R				
0916	0917	0918	0919	0920
R				
0921	0922	0923	0924	0925
R				R
0926	0927			
			R	
0928				0929
			R	
		0930	0931	



Notation of the supplier



Impact specimens type Charpy-V



Tensile specimens type 4

R = Reserve

Annexe J

Dans cette annexe on trouvera un bref rappel sur la théorie de propagation et réflexion des ondes élastiques monodimensionnelles.

Pour davantage de détail sur la théorie de propagation des ondes le lecteur pourra se référer au livre de J.A. Zukas et al. (1982) [A.4].

Propagation d'une onde élastique dans une barre

Considérons une onde de contrainte se propageant dans une barre et faisons les hypothèses que les inerties radiales mises en jeu lors de la propagation de cette onde sont négligeables et que le front d'onde se déplace sans se déformer, alors on pourra écrire le jeu d'équations aux dérivées partielles suivantes régissant ce processus :

* équation du mouvement

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial t}\right) = \rho_b \left(\frac{\partial v_x}{\partial t}\right) \quad (J.1)$$

avec

σ_x contrainte en un point d'une section de la barre, $v_x = \left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right)$ vitesse d'une particule de matière suivant l'axe de la barre et ρ_b masse volumique de la barre.

* équation de continuité

$$\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial t}\right) = \rho_b \left(\frac{\partial v_x}{\partial t}\right) \quad (J.2)$$

avec

$v_x = \left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right)$ et $\varepsilon_x = \left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)$ où u_x représente le déplacement axial d'une particule de matière.

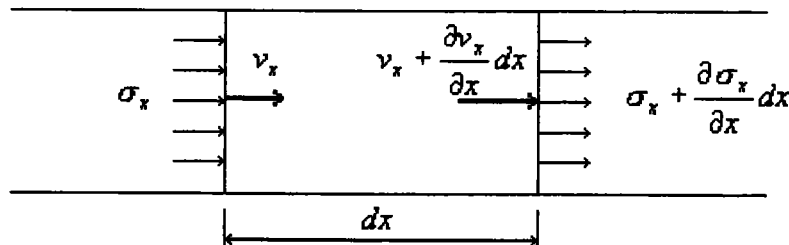


Fig. J.1 Élément de barre

Prenant comme hypothèse supplémentaire que le comportement de la barre est purement élastique, on peut écrire :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (J.3)$$

En combinant (J.1), (J.2) et (J.3) et exprimant l'équation obtenue en fonction de u_x , on arrive à l'expression :

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c_b} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (\text{J.4})$$

avec

$$c_b = \sqrt{\frac{E}{\rho_b}} \text{ vitesse de propagation de l'onde dans la barre.}$$

Une solution générale de l'équation (J.4) peut être trouvée sous la forme

$$u_x = j(x - c_b t) + k(x + c_b t) \quad (\text{J.5})$$

où j et k sont des fonctions arbitraires. La fonction j représente une onde se propageant suivant la direction des x positifs, tandis que la fonction k représente une onde similaire se propageant suivant la direction des x négatifs. Si l'on considère seulement une onde se propageant suivant les x négatifs, $u_x = k(x - c_b t)$ et que l'on remplace u_x par sa solution générale dans (J.4), on obtient :

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = c_b \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (\text{J.6})$$

ou encore

$$v_x = c_b \varepsilon_x \quad (\text{J.7})$$

Prenant en compte la loi de comportement (J.3) et en la substituant dans (J.7), on obtient :

$$v_x = \left(\frac{c_b}{E} \right) \sigma_x \quad (\text{J.8})$$

ou

$$\sigma_x = \rho_b c_b v_x \quad (\text{J.9})$$

Réflexion d'une onde sur une interface

Considérons deux barres de différentes sections et constituées de différents matériaux et supposons que la théorie de propagation des ondes élastiques monodimensionnelles peut s'appliquer dans ces barres. Si l'on met ces deux barres bout à bout et que l'on fait propager dans la première de ces barres une onde traction, une partie de cette onde se réfléchira en onde de compression à l'interface des deux barres tandis que l'autre partie l'onde poursuivra dans la seconde barre.

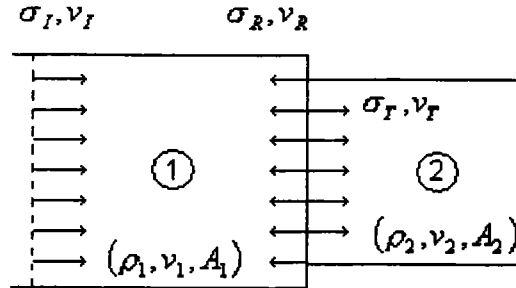


Fig. J.2 Interface entre deux barres

On notera ρ_1 , ν_1 et A_1 respectivement la masse volumique de la première barre, la vitesse de déplacement d'un point matériel de la première barre et section de la première barre. ρ_2 , ν_2 et A_2 correspondent aux caractéristiques de la seconde barre. On utilisera par ailleurs les indices I , R et T pour différencier les caractéristiques des ondes incidente, réfléchi et transmise.

À l'interface des deux barres l'équilibre des forces et la continuité des déplacements doivent être satisfaites.

$$A_1(\sigma_I + \sigma_R) = A_2 \sigma_T \quad (\text{J.10})$$

$$\nu_I - \nu_R = \nu_T \quad (\text{J.11})$$

En combinant les équations ci-dessus on obtient l'expression des niveaux de contrainte générés par les ondes réfléchi et transmis.

$$\sigma_T = \frac{2 \rho_2 c_{b2} A_1}{\rho_1 c_{b1} A_1 + \rho_2 c_{b2} A_2} \sigma_I \quad (\text{J.12})$$

$$\sigma_R = \frac{\rho_2 c_{b2} A_2 - \rho_1 c_{b1} A_1}{\rho_1 c_{b1} A_1 + \rho_2 c_{b2} A_2} \sigma_I \quad (\text{J.13})$$

Avec c_{b1} et c_{b2} les vitesses de propagation des ondes dans les barres 1 et 2.

Si l'on considère deux barres composées d'un même matériau les relations (J.12) et (J.13) peuvent être réécrites comme suit :

$$\sigma_T = \frac{2 A_1}{A_1 + A_2} \sigma_I \quad (\text{J.14})$$

$$\sigma_R = \frac{A_2 - A_1}{A_1 + A_2} \sigma_I \quad (\text{J.15})$$

Annexe K

Cette annexe regroupe l'ensemble des résultats expérimentaux relevés lors des essais effectués sur les éprouvettes lisses d'acier austénitique X6CrNiNb1810 et ferritique 20MnMoNi55.

Acier ferritique - éprouvettes de 3 millimètres de diamètre

Table .1 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvette diamètre 3													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ε_u	σ_f	ε_f	σ_f / ε_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.002/s													
h1012	494	552	626	665	0.12	353	0.41	1796/ 1.51	77.9	241.2	0.68	0.32	77.8
h1013	493	509	622	662	0.13	348	0.43	1844/ 1.53	76.3	245.5	0.69	0.31	78.3
h1017	454	475	575	621	0.13	332	0.41	1811/ 1.58	73.1	220.5	0.67	0.33	79.4
0.15/s													
h1009	468	509	644	681	0.10	408	0.31	1482/ 1.29	62.7	182.5	0.66	0.34	72.6
h1011	435	495	629	667	0.10	382	0.32	1498/ 1.36	63.2	183.6	0.66	0.34	74.3
h1032	465	499	612	645	0.10	345	0.33	1518/ 1.46	57.9	180.6	0.68	0.32	76.8
15/s													
h1018	466	490	625	714	0.16	603	0.38	2612/ 1.40	104.1	252.1	0.59	0.41	75.3
h1019	463	502	636	728	0.15	587	0.37	2600/ 1.40	97.9	245.0	0.60	0.40	75.5
h1023	449	473	594	645	0.17	580	0.39	2485/ 1.36	102.4	251.7	0.59	0.41	74.3
200/s													
h1002	648/ 582	601	693	736	0.12	380	0.38	1605/ 1.31	103.3	251.0	0.59	0.41	73.1
h1003	604/ 549	556	661	729	0.13	352	0.38	1347/ 1.25	100.0	239.2	0.58	0.42	71.3
h1004	633/ 575	585	694	764	0.13	396	0.36	1408/ 1.19	94.1	236.5	0.60	0.40	69.7

Acier ferritique - éprouvettes de 9 millimètres de diamètre

Table .2 Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvette diamètre 9													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ε_u	σ_f	ε_f	σ_f / ε_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.001/s													
h2001	482	487	585	624	0.11	348	0.37	1853/ 1.47	63.9	202.0	0.68	0.32	77.1
h2007	465	470	576	613	0.11	338	0.37	1859/ 1.48	62.4	200.3	0.69	0.31	77.3
h2012	458	458	554	595	0.12	317	0.38	1699/ 1.42	64.3	199.1	0.68	0.32	75.8
0.1/s													
h2010	505	514	606	649	0.12	332	0.36	1768/ 1.45	72.2	201.8	0.64	0.35	76.6
h2011	488	500	599	637	0.11	360	0.33	1805/ 1.39	64.6	185.9	0.65	0.34	75.2
h2029	436	477	585	633	0.12	333	0.35	1764/ 1.43	69.2	191.8	0.64	0.36	76.0
70/s													
h2014	656/ 547	569	635	696	0.14	351	0.27	1693.2/ 1.38	90.4	167.8	0.53	0.46	75.0
h2026	630/ 538	531	633	696	0.14	358	0.27	1572/ 1.36	90.0	168.3	0.53	0.48	74.5
h2031	667/ 534	542	622	692	0.14	347	0.31	1615/ 1.37	88.0	189.7	0.54	0.46	74.5
220/s													
h2002	726/ 595	629	642	677	0.16	350	0.39	1746/ 1.37	105	234.2	0.55	0.45	74.6
h2005	765/ 565	629	642	678	0.16	350	0.39	1707/ 1.35	92.5	232.3	0.60	0.40	74.2
h2008	735/ 587	620	638	680	0.14	350	0.38	1800/ 1.35	117	231.0	0.49	0.51	74.1
h2009	767/ 554	634	648	685	0.18	355	0.38	1845/ 1.41	108.9	231.0	0.53	0.47	75.7

Acier ferritique - éprouvettes de 30 millimètres de diamètre

Table .3 Acier ferritique 20MnMoNi55 - éprouvette diamètre 30													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ϵ_u	σ_f	ϵ_f	σ_f / ϵ_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.001/s													
h3018	417	447	561	603	0.13	380	0.35	1594/ 1.25	63.9	183.3	0.65	0.35	71.4
h3027	402	449	574	610	0.12	401	0.30	1411/ 1.11	58.1	162.8	0.64	0.36	67.1
h3030	416	450	567	600	0.11	395	0.30	1442/ 1.15	57.4	159.7	0.64	0.36	68.4
0.1/s													
h3019	473	484	584	633	0.13	420	0.34	1678/ 1.22	78.9	194.5	0.59	0.41	70.5
h3031	487	486	577	625	0.13	409	0.35	1635/ 1.21	81.4	194.7	0.58	0.42	70.1
25/s													
h3006	576/ 480	500	603	656	0.11	592	0.21	2305/ 1.31	72.8	125.1	0.42	0.58	73.0
150/s													
h3001	519/ 502	517	591	675	0.17	371	0.38	1505/ 1.24	99.1	227.5	0.56	0.44	71.1
h3002	590/ 497	515	592	660	0.14	336	0.39	1470/ 1.32	84.3	224.6	0.62	0.38	73.3
h3003	531/ 497	513	594	683	0.17	369	0.38	1575/ 1.30	98.6	228.8	0.57	0.43	72.8
h3004	573/ 486	507	587	660	0.14	335	0.38	1470/ 1.33	85.3	218.1	0.61	0.39	73.5

Acier austénitique - éprouvettes de 3 millimètres de diamètre

Table .4 Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvette diamètre 3													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ϵ_u	σ_f	ϵ_f	σ_f / ϵ_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.002/s													
h1a05	250	288	353	618	0.67	-	-	-/ 1.88	334.2	-	-	-	84.8
h1a06	266	284	353	616	0.65	450	0.90	3667/ 1.86	355.5	481.5	0.26	0.74	84.4
h1a07	282	302	369	617	0.63	436	0.87	4350/ 1.87	332.6	466.5	0.29	0.71	84.6
h1a24	293	316	379	610	0.65	-	-	-/ 1.92	342.0	-	-	-	85.3
0.15/s													
h1a29	272	303	380	546	0.46	374	0.65	2280/ 1.55	229.5	327.8	0.30	0.70	78.9
h1a30	283	313	387	559	0.46	395	0.64	2105/ 1.41	225.9	323.7	0.30	0.70	75.6
h1a31	300	337	420	595	0.38	433	0.58	2750/ 1.63	213.4	307.6	0.31	0.69	80.3
10/s													
h1a09	325	358	441	632	0.39	513	0.64	2610/ 1.33	222.3	360.4	0.38	0.62	73.6
h1a10	441	470	516	620	0.39	358	0.42	1630/ 1.39	173.0	232.8	0.26	0.74	75.1
h1a11	297	355	435	619	0.39	467	0.66	2675/ 1.43	208.9	361.6	0.42	0.58	75.9
h1a26	272	319	396	580	0.46	564	0.71	2850/ 1.28	276.8	393.8	0.30	0.70	72.2
200/s													
h1a18	385/ 343	343	417	641	0.46	430	0.51	1915/ 1.35	255.2	277.7	0.08	0.92	74.1
h1a19	381/ 331	333	418	648	0.47	385	0.51	1785/ 1.34	256.3	280.7	0.09	0.91	73.9
h1a20	404/ 345	348	428	653	0.46	410	0.49	1820/ 1.32	252.8	273.8	0.08	0.92	73.2

Acier austénitique - éprouvettes de 9 millimètres de diamètre

Table .5 Acier austénitique X6CrNiNb1810 - éprouvette diamètre 9													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ε_u	σ_f	ε_f	σ_f / ε_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.001/s													
h2a01	184	261	357	615	0.59	366	0.79	4344/ 1.96	308	416	0.26	0.74	85.9
h2a03	206	259	375	600	0.55	360	0.75	3121/ 1.67	285	393	0.27	0.72	84.4
h2a04	205	258	336	592	0.58	357	0.78	3014/ 1.65	288.7	397.7	0.27	0.73	81.0
h2a09	208	260	335	587	0.58	354	0.78	3051/ 1.65	394.0	287.0	0.27	0.73	81.0
0.1/s													
h2a02	216	282	363	572	0.42	361	0.57	2291/ 1.41	205.0	283.0	0.27	0.72	78.9
h2a06	244	305	385	590	0.43	380	0.58	2139/ 1.38	216.0	298.0	0.27	0.72	75.6
h2a07	211	283	373	583	0.46	383	0.61	2537.8/ 1.647	226.0	309.0	0.27	0.73	77.0
100/s													
h2a11	312	346	441	-	-	-	-	-	-	-	-	-	72.5
h2a23	301	312	392	-	-	-	-	-	-	-	-	-	72.4
h2a27	309	341	410	-	-	-	-	-	-	-	-	-	71.9
h2a35	318	332	406	613	0.40	-	-	-	170.6	-	-	-	71.5
240/s													
h2a13	298	334	406	630	0.52	365	0.64	1834/ 1.23	281.7	352.3	0.20	0.80	70.9
h2a20	285	372	442	673	0.50	371	0.61	1788/ 1.29	291.0	361.4	0.20	0.80	72.5
h2a36	290	351	420	654	0.51	401	0.61	2207.5/ 1.23	286	360	0.20	0.79	70.8

Acier austénitique - éprouvettes de 30 millimètres de diamètre

Table .6 Acier austénitique X6CrNiNb1810 - éprouvette diamètre 30													
Vitesse de défo.	σ_y ou σ_{y_haut} σ_{y_bas}	$\sigma_{1\%}$	$\sigma_{5\%}$	σ_u	ϵ_u	σ_f	ϵ_f	σ_f / ϵ_f (Bridgeman)	W_u	W_f	$\frac{W_f - W_u}{W_f}$	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)		(MPa)		(MPa/)	(MPa)	(MPa)			
0.001/s													
h3a01	237	270	346	581	0.50	409	0.73	2720/ 1.46	268.0	363.9	0.26	0.74	76.9
h3a02	250	283	355	578	0.50	433	0.69	2645/ 1.40	256.3	346.9	0.26	0.74	75.3
h3a03	260	288	356	582	0.50	405	0.75	2695/ 1.45	273.0	379.6	0.28	0.72	76.5
0.1/s													
h3a04	315	326	388	596	0.43	463	0.64	2170/ 1.15	261.0	337.2	0.31	0.77	68.4
h3a05	304	323	388	586	0.45	489	0.65	2285/ 1.15	259.4	335.1	0.23	0.77	68.4
25/s													
h3a08	281	301	369	595	0.35	-	-	-/ 1.30	183.9	-	-	-	72.8
150/s													
h3a09	280	330	383	626	0.48	425	0.63	2080/ 1.22	227.9	337.5	0.32	0.67	70.6
h3a10	270	318	378	621	0.47	440	0.62	2130/ 1.22	240.0	327.9	0.27	0.73	70.6
h3a11	280	329	384	626	0.47	568	0.58	2772/ 1.26	227.9	306.8	0.26	0.74	71.5
h3a12	278	327	390	643	0.47	430	0.62	2240/ 1.29	251.7	337.0	0.25	0.75	72.6

Annexe L

Cette annexe regroupe l'ensemble des courbes contrainte-déformation rationnelles. Chaque courbe contrainte-déformation présentée est repérée par son numéro d'éprouvette. Le point de rupture dont les coordonnées ont été calculées suivant la méthode de P.W. Bridgeman a été porté sur chaque courbe.

Acier ferritique – éprouvette de 3 millimètres de diamètre

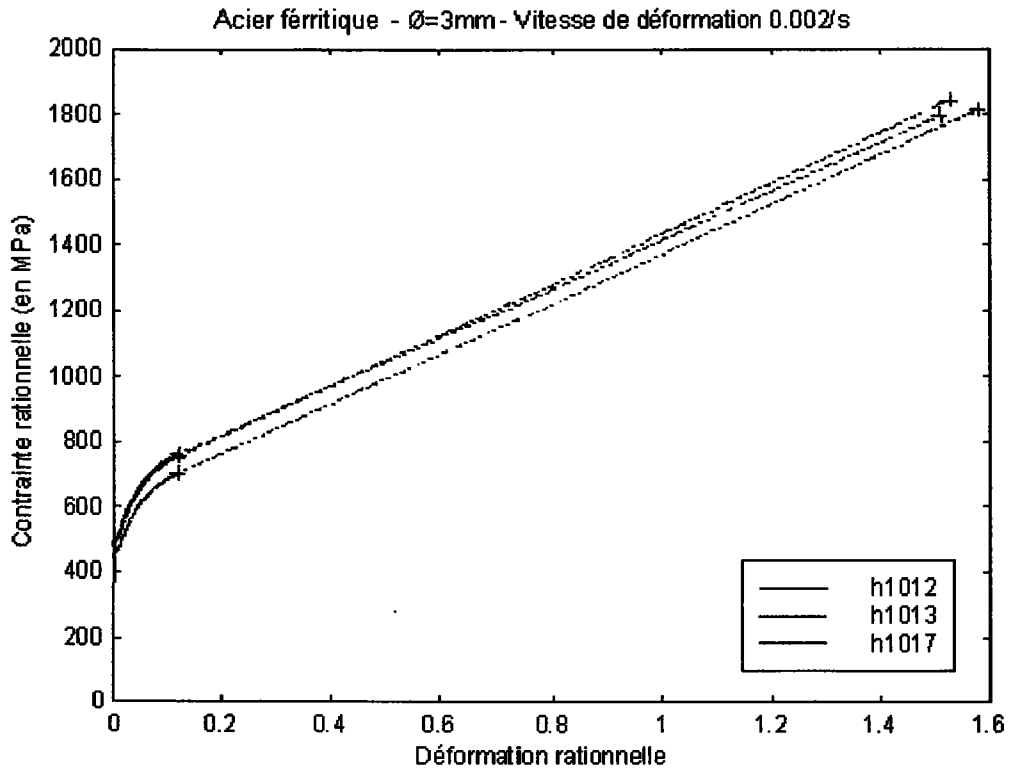


Fig. L.1 Acier ferritique - Ø3mm - vitesse de déformation 0.002/s

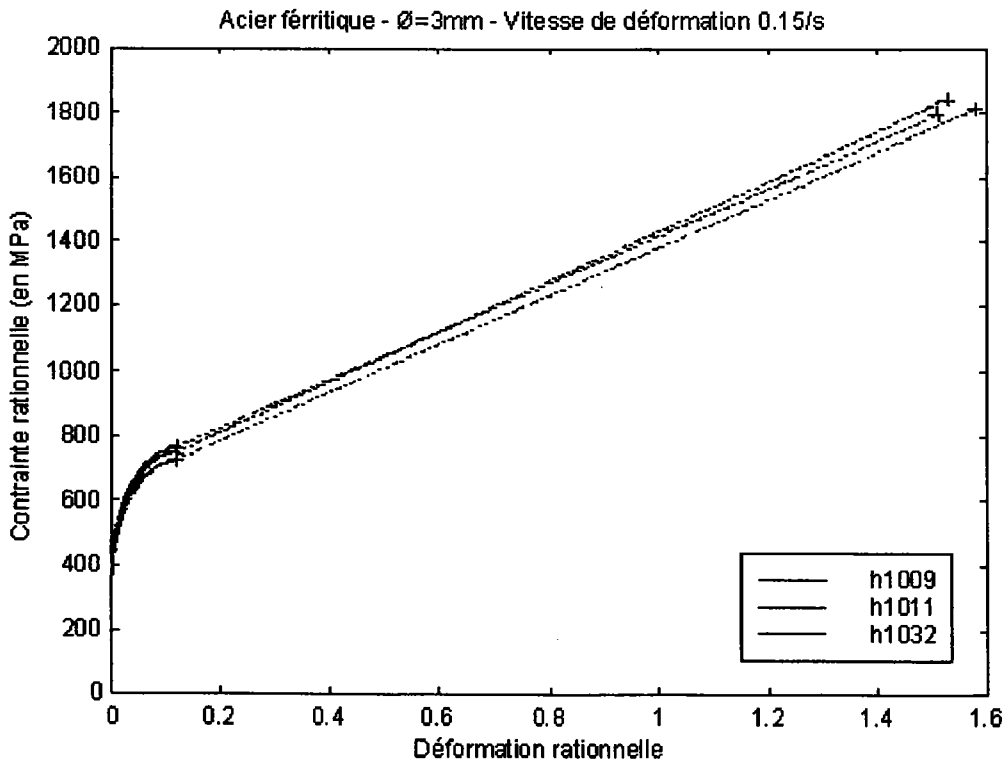
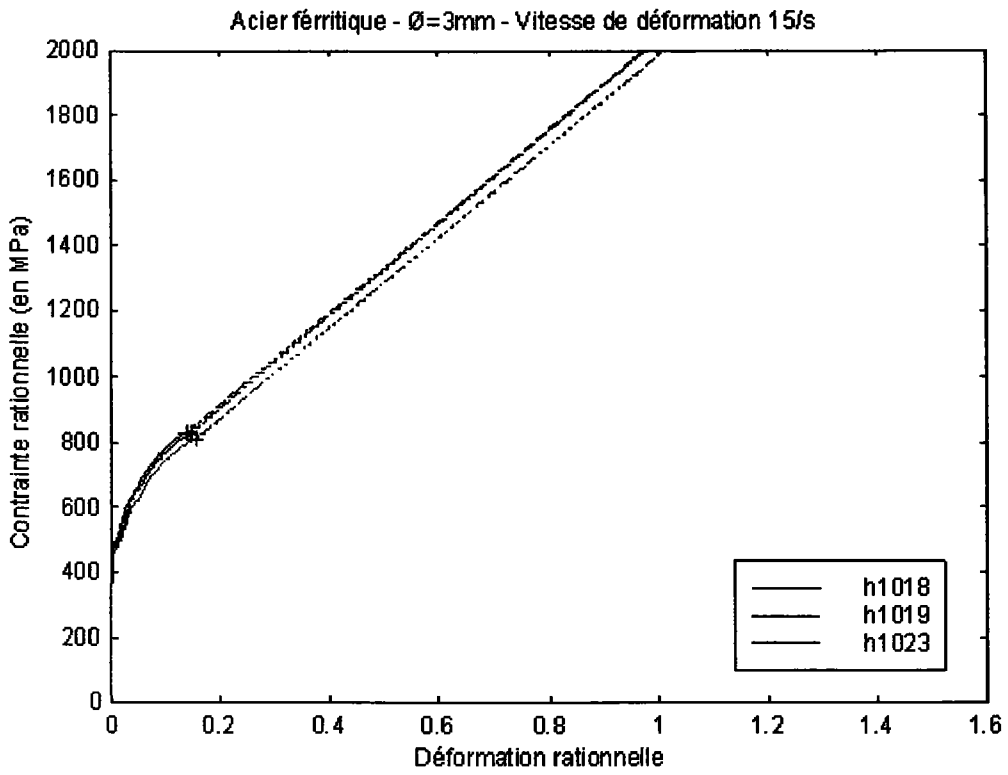
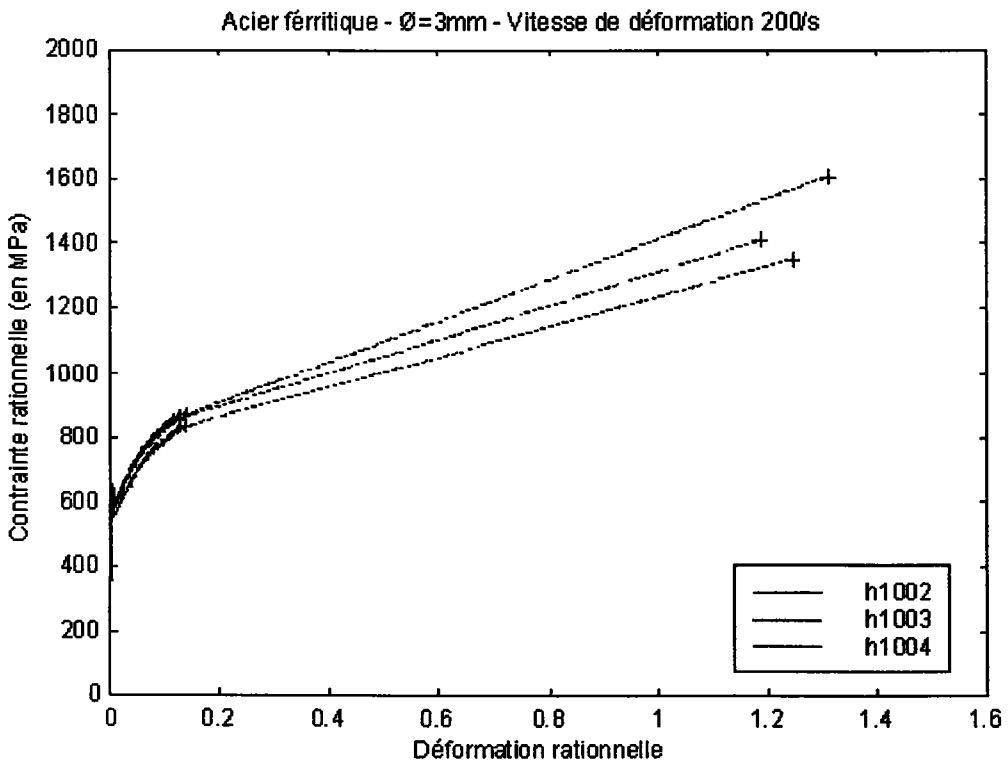


Fig. L.2 Acier ferritique - Ø3mm - vitesse de déformation 0.15/s

Fig. L.3 Acier ferritique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 15/sFig. L.4 Acier ferritique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 200/s

Acier ferritique – éprouvette de 30 millimètres de diamètre

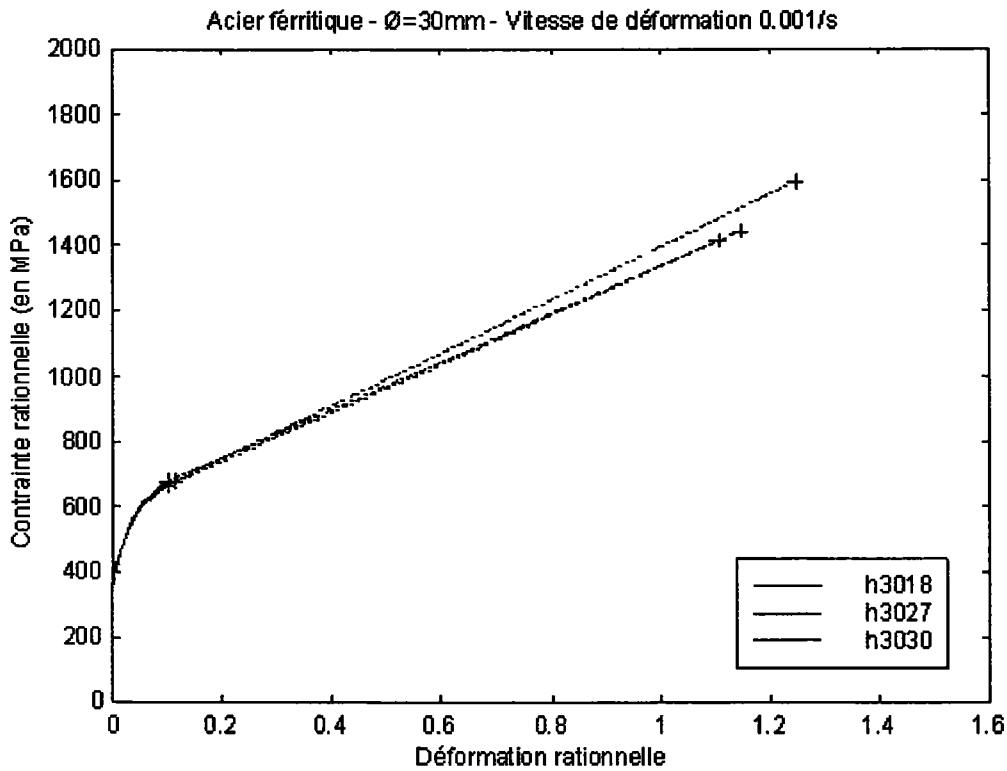


Fig. L.5 Acier ferritique - Ø3mm - vitesse de déformation 0.001/s

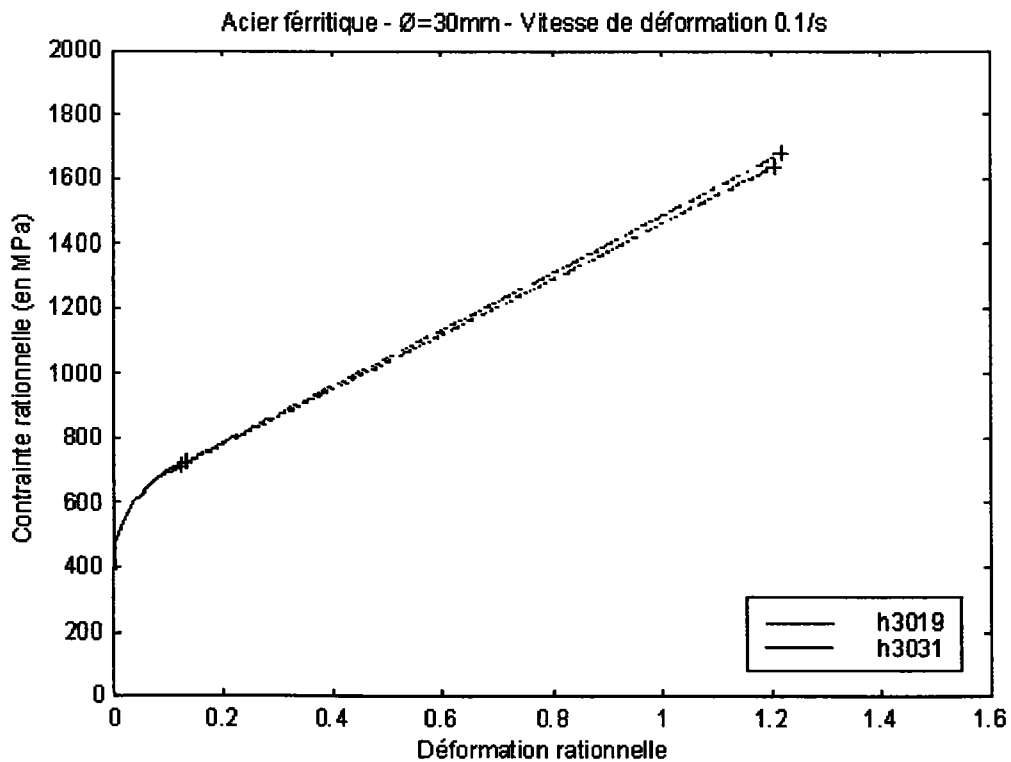
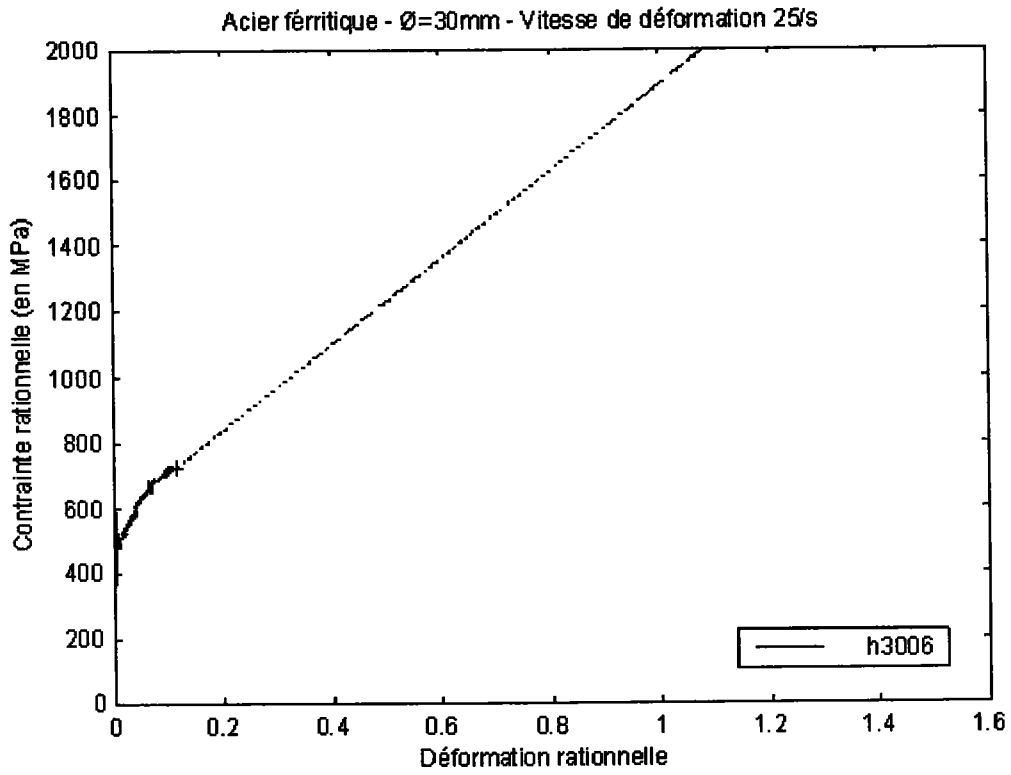
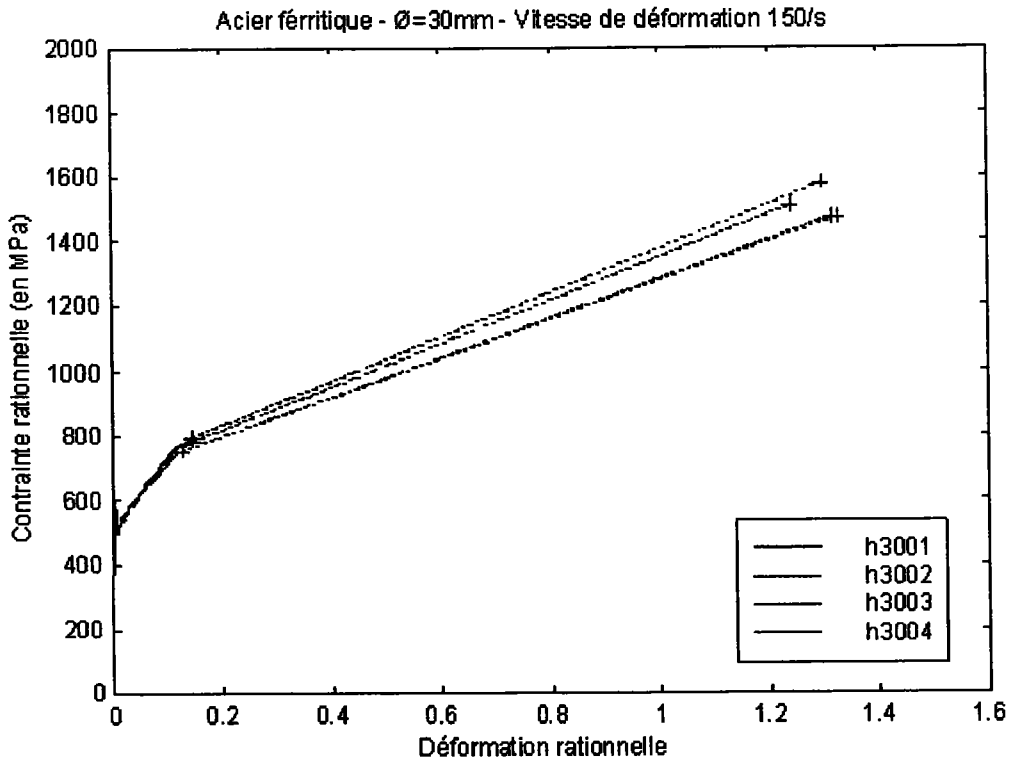


Fig. L.6 Acier ferritique - Ø3mm - vitesse de déformation 0.1/s

Fig. L.7 Acier ferritique - $\varnothing 3\text{mm}$ - vitesse de déformation 25/sFig. L.8 Acier ferritique - $\varnothing 3\text{mm}$ - vitesse de déformation 150/s

Acier austénitique – éprouvette de 3 millimètres de diamètre

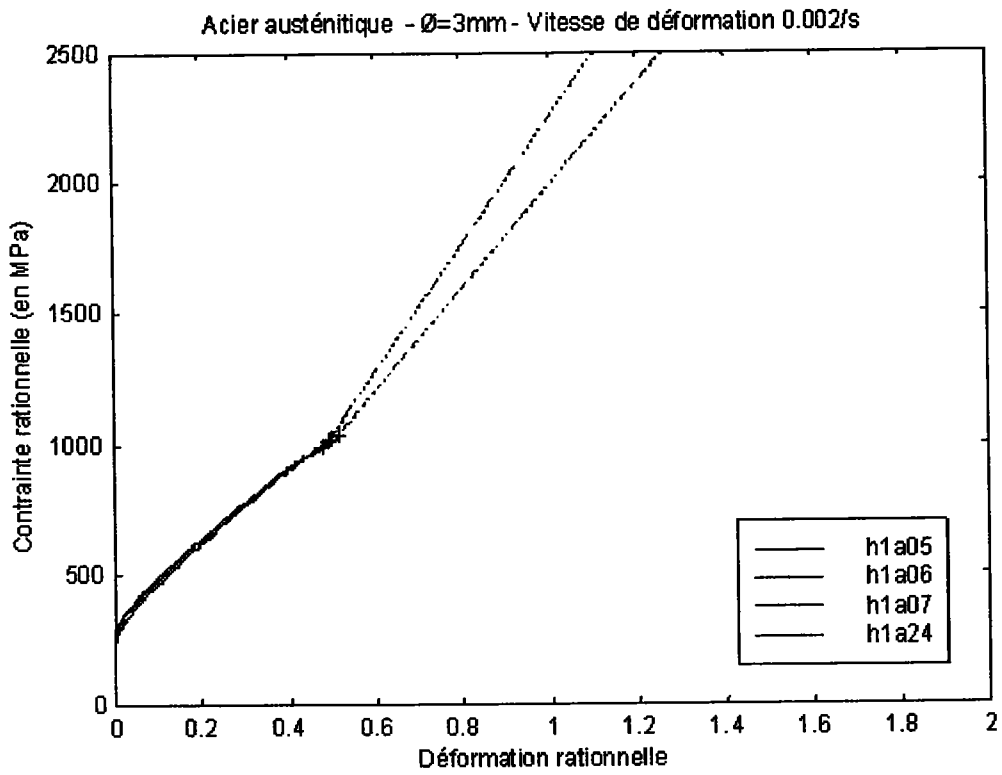


Fig. L.9 Acier austénitique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 0.002/s

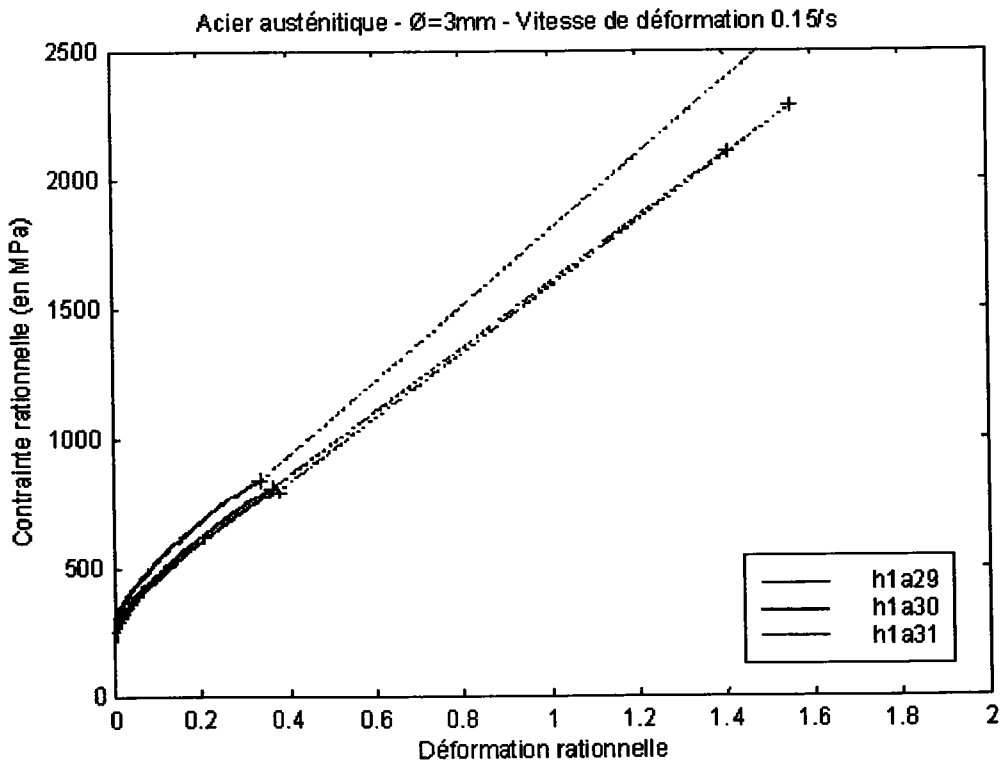
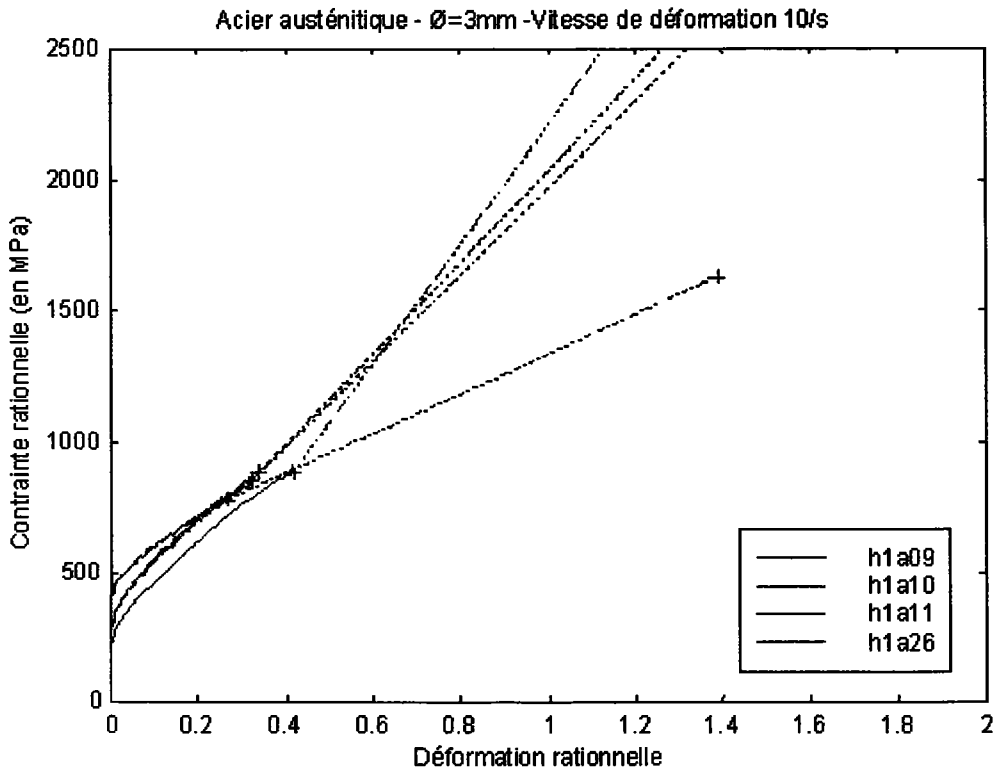
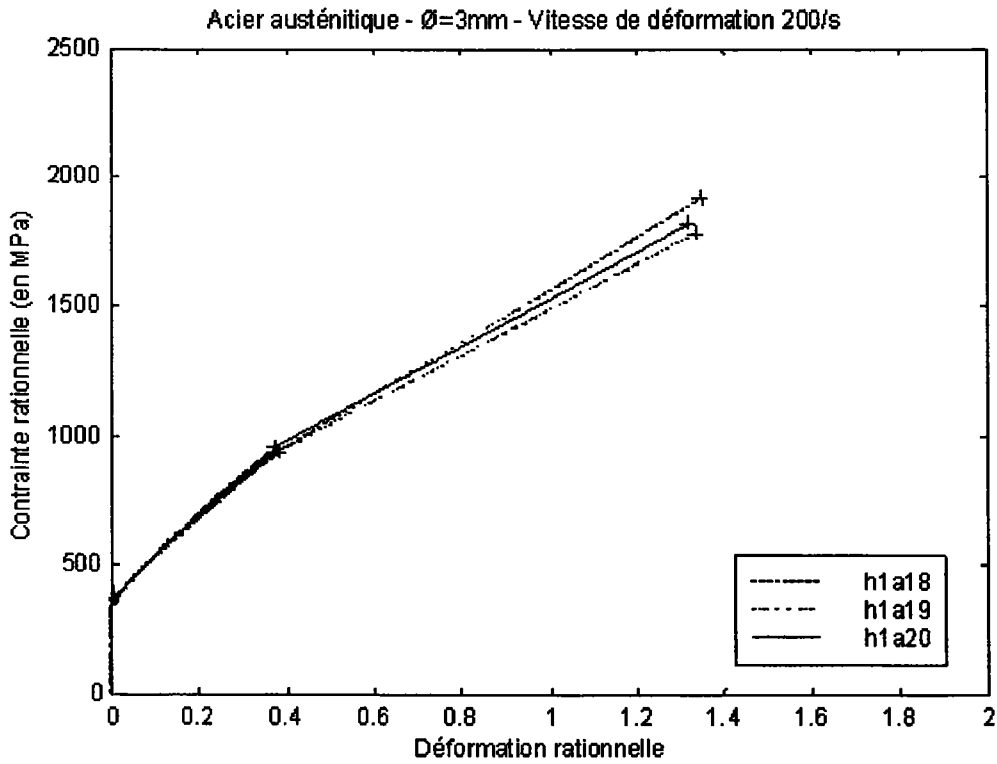


Fig. L.10 Acier austénitique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 0.15/s

Fig. L.11 Acier austénitique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 15/sFig. L.12 Acier austénitique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 0.001/s

Acier austénitique – éprouvette de 30 millimètres de diamètre

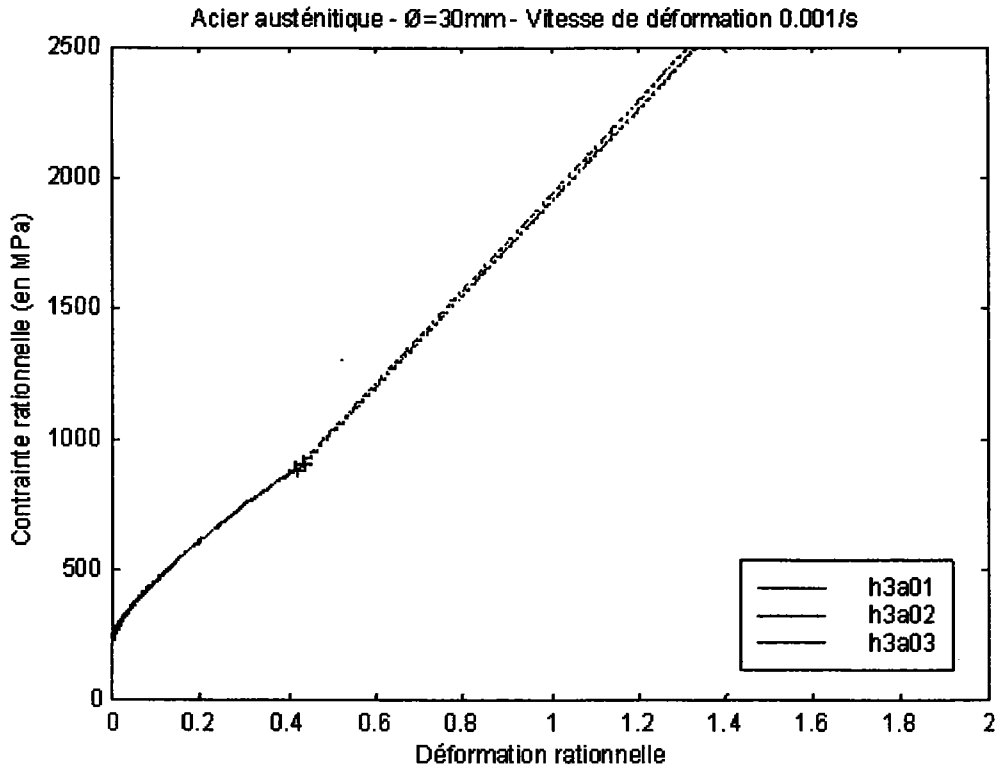


Fig. L.13 Acier austénitique - Ø=3mm - vitesse de déformation 0.001/s

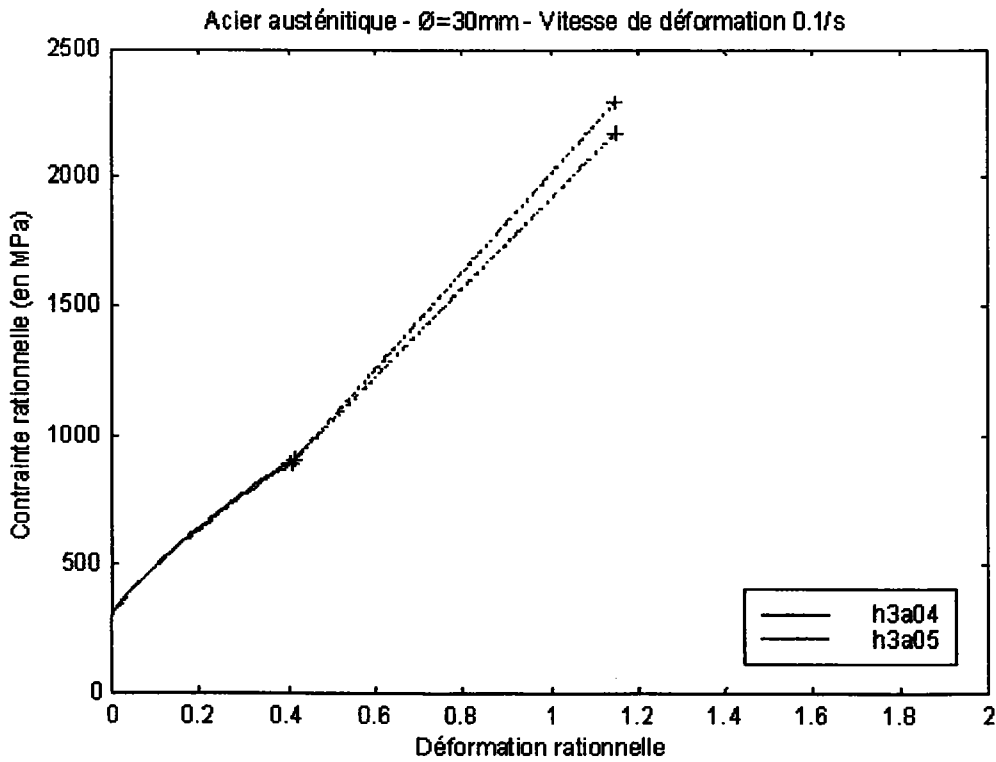
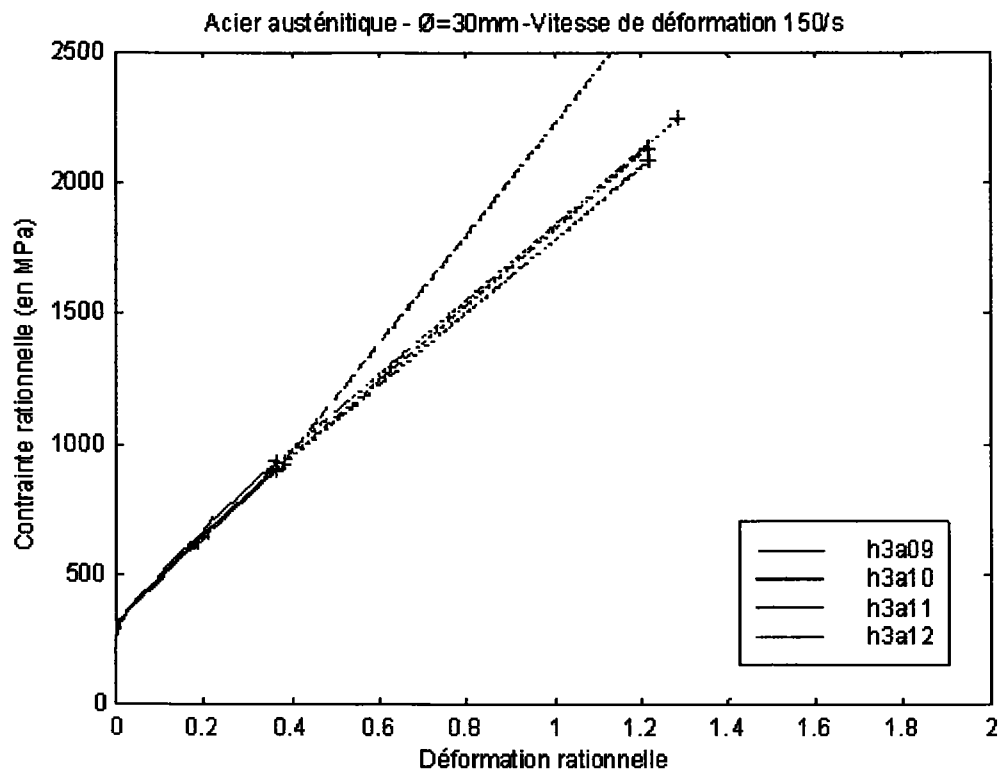


Fig. L.14 Acier austénitique - Ø=3mm - vitesse de déformation 0. 1/s

Fig. L.15 Acier austénitique - $\varnothing=3\text{mm}$ - vitesse de déformation 150/s

Annexe M

Cette annexe regroupe l'ensemble des résultats expérimentaux relevés lors des essais effectués sur les éprouvettes entaillées d'acier austénitique X6CrNiNb1810 et ferritique 20MnMoNi55.

Acier ferritique - éprouvettes de 3 millimètres de diamètre

Table 1. Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes entaillées diamètre 3							
Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.002/s							
N1001	778.5	804.0	0.085	685.0	0.17	0.73	59.36
N1002	778.5	811.8	0.087	749.7	0.146	0.79	48.37
N1003	758.3	789.6	0.091	679.2	0.17	0.74	60.56
0.15/s							
N1006	842	871.9	0.0836	797.8	0.143	0.66	58.55
N1007	847	868.9	0.084	811.0	0.139	0.74	60.35
N1008	825.2	859.8	0.090	794.8	0.149	0.70	52.91
10/s							
N1019	927.7	960.9	0.0782	743.0	0.137	0.73	44.17
N1020	915	967.0	0.099	839.0	0.15	0.74	48.43

Acier ferritique - éprouvettes de 9 millimètres de diamètre

Table 2. Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes entaillées diamètre 9							
Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.002/s							
N2001	806.7	817.3	0.059	645.4	0.096	0.73	60.62
N2006	783.19	806.1	0.078	521.4	0.189	0.50	57.39
0.2/s							
N2009	784.9	830.3	0.094	653.6	0.208	0.57	61.78
N2012	847	800.65	0.099	777.6	0.190	0.58	63.85
10/s							
N2002	870.17	903.56	0.102	552.45	0.20	0.53	63.83
N2004	905.5	935.8	0.10	583.6	0.203	0.55	62.25
200/s							
N2003	880.7	924.13	0.088	541.2	0.178	0.55	52.14
N2011	893.4	939.0	0.089	538.9	0.197	0.49	60.78
N2014	852.6	931.0	0.093	541.0	0.215	0.46	48.26

Acier ferritique - éprouvettes de 30 millimètres de diamètre

Table 3. Acier ferritique 20MnMoNi55 – éprouvettes entaillées diamètre 30

Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.05/s							
N3010	806.7	865.8	0.106	647.6	0.22	0.55	49.97
N3011	751.26	801.18	0.103	545.2	0.23	0.54	55.11
5/s							
N3014	766.4	809.4	0.0976	664.2	0.20	0.60	57.80
N3016	800.0	851.8	0.099	779.7	0.17	0.68	50.50
30/s							
N3001	794.6	861.0	0.11	553.0	0.22	0.50	53.87
N3002	794.6	850.0	0.1019	511.0	0.214	0.496	58.88
N3003	814.8	882.0	0.1121	513.0	0.23	0.50	55.68
130/s							
N3004	828.9	909.9	0.11	551.0	0.222	0.53	62.22
N3005	869.2	898.7	0.107	533.0	0.23	0.48	63.04
N3007	772.4	881.7	0.115	519.0	0.23	0.50	59.44

Acier austénitique - éprouvettes de 3 millimètres de diamètre

Table 4. Acier austénitique X6CrNiNb1810 – éprouvettes entaillées diamètre 3

Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.05/s							
N1a03	455.8	686.8	0.389	534.2	0.51	0.82	77.51
N1a04	456.14	695.8	0.384	475.0	0.53	0.81	75.66
5/s							
N1a11	476.6	702.8	0.369	640.7	0.436	0.84	81.07
N1a12	487.39	708.1	0.358	646.4	0.432	0.82	66.76
N1a13	473.9	693.8	0.370	653.6	0.433	0.86	71.93
30/s							
N1a17	574.8	767.0	0.31	686.0	0.36	0.86	69.06
N1a18	566.38	749.5	0.289	641.0	0.36	0.82	66.86
N1a19	593.0	754.16	0.27	730.0	0.30	0.89	67.29

Acier austénitique - éprouvettes de 9 millimètres de diamètre

Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.002/s							
N2a06	457.1	709.6	0.38	524.4	0.486	0.79	70.52
N2a14	475.6	714.9	0.36	503.5	0.480	0.77	69.50
N2a15	452.1	698.8	0.37	492.7	0.477	0.77	71.97
0.1/s							
N2a16	492.4	706.5	0.346	640.3	0.41	0.85	64.83
N2a18	526.05	712.4	0.289	617.4	0.37	0.81	65.61
180/s							
N2a03	589.9	787.7	0.3	586.3	0.389	0.76	61.72
N2a04	558.5	758.6	0.3	578.1	0.394	0.77	62.14
340/s							
N2a09	557.98	757.3	0.279	549.6	0.39	0.712	-
N2a11	555.50	775.5	0.286	615.9	0.397	0.71	58.99
N2a12	561.3	776.5	0.288	618.9	0.391	0.729	55.98

Acier austénitique - éprouvettes de 30 millimètres de diamètre

Vitesse de défo.	$F_{5\%}$	F_u	L_u	F_f	L_f	$\frac{W_u}{W_f}$	ψ
	(MPa)	(MPa)		(MPa)			
0.02/s							
N3a04	-	-	-	-	-	-	60.43
N3a09	459.06	-	-	-	-	-	55.51
N3a10	536.13	658.0	0.199	627.4	0.30	0.72	61.408
N3a12	529.20	657.0	0.205	627.0	0.30	0.737	-
25/s							
N3a01	558.0	771.6	0.30	650.0	0.37	0.80	49.82
N3a02	526.0	-	-	-	-	-	47.59
170/s							
N3a05	491.2	686.1	0.30	474.2	0.39	0.76	49.82
N3a06	510.9	729.6	0.299	558.5	0.388	0.75	49.78
N3a07	524.3	746.0	0.32	567.0	0.397	0.798	46.81

Annexe N

Extrait du document référencé [III.1]. Dans cet extrait est résumé la méthode à utiliser pour implanter une loi de comportement non-locale dans Plexis-3C.

V. A NON-LOCAL YIELD LIMIT APPROACH

V.1. *The theory*

For strain softening material local continuum model spurious strain localisation occurs in numerical calculations, giving rise, in the limit of vanishing mesh size, to physically unacceptable solutions without any dissipation of energy.

Z.P. Bazant and al. [5,6] postulated that strain localisation is governed by the characteristic length of a non-local continuum material model.

Nonlocal continuum is a continuum for which the constitutive relation for a point involves some variables obtained by averaging over a neighbourhood of this point.

The non-local variable may be the void density for porous metal, a damage variable for concrete, the equivalent strain, etc.

It is proposed here to develop here a non-local yield criterion from Z. P. Bazant basic idea.

The purpose being to obtain a non-local plastic model, the non-local variable retained is the equivalent plastic strain, this way the elastic behaviour will treat as local, while the plastic behaviour will be non-local.

The average equivalent plastic strain is defined as

$$\bar{\varepsilon}^{eq,pl}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \alpha(x-s) \varepsilon^{eq,pl}(s) dV(s) \quad (5.1)$$

with

$$V_r(x) = \int_V \alpha(x-s) dV(s) \quad (5.2)$$

$V_r(x)$ is a characteristic volume centred around the point s and having for radius the characteristic length l ,

$\varepsilon^{eq,pl}(s)$: local equivalent plastic strain at point s ,

α : Weight function,

$\bar{\varepsilon}^{eq,pl}$: non-local (averaged) equivalent plastic strain.

Convergence of numerical solutions is better if α is a smooth function. Here, a bell-shaped function has been retained (another possible weight function could have been the normal distribution function).

$$\alpha = \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_o l} \right)^2 \right]^2 \quad \text{if } |r| < \rho_o l$$

$$\alpha = 0 \quad \text{if } |r| \geq \rho_o l \quad (5.3)$$

where

$r = |x-s|$: is the distance from point x ,

l : characteristic length,

ρ_o : is a coefficient chosen in such a manner that the volume under function α is equal to the volume under function $\alpha=1$ for $|r| \leq l/2$ and $\alpha=0$ for $|r| > l/2$. From this requirement, $\rho_o = 0.9375$ for one dimension, $\rho_o = 0.9086$ for two dimensions, and $\rho_o = 0.8178$ for three dimensions.

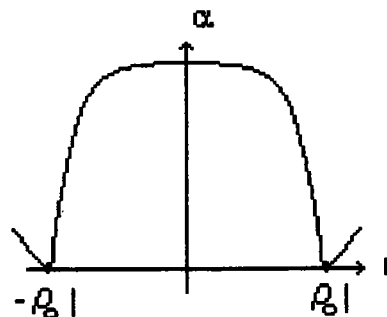


Fig. 10: Bell-shaped function

For finite element computation purpose, the integral (5.1) will be approximated by a finite sum over all the integration points of all the elements. In order to obtain a method capable to treat some very irregular mesh, a weight associated to the volume (in 3D, surface in 2D, length 1D) surrounding each Gauss point has been added to Z. P. Bazant and al.'s original non-local formulation.

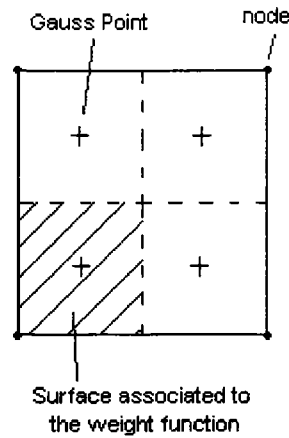


Fig. 11: Surface weight for a two element

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{eq,pl}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \sum_V \alpha(x-s) \Delta \varepsilon^{eq,pl}(s) \Delta V(s) \quad (5.4)$$

with

$$V_r(x) = \sum_V \alpha(x-s) \Delta V(s) \quad (5.5)$$

$\Delta V(s)$: weight associated to the volume surrounding the gauss point in s

The Ludwik's constitutive equation (3.1) has been retained to test then non-local yield criterion developed, whereas any other constitutive equation could have been retained.

V.2. Implementation

Two versions of the non-local Ludwik's constitutive equation have been implemented in the transient code Plexis-3C.

The first version, which is associated to four nodes, four gauss point elements is able to treat the plane stress and plane strain cases.

The second version is associated to three-dimensional elements (eight nodes, eight gauss points).

Little information from a local constitutive equation implementation method will be reminded herein. More information about the method to use to implement a constitutive equation in an explicit code may be found in reference [2].

In an explicit finite element code, the calculation is divided in time step, at each time step; the material routine has to calculate the state of stress at some specific point so-called Gauss points. For this purpose, the code can supply to the material routine,

- σ_n the state of stress at the Gauss point considered at time (n),
- $\Delta \varepsilon$ the strain increment between times (n) and ($n+1$) (calculated from the displacements),
- $\varepsilon_n^{pl,eq}$ the plastic deformation at time (n),
- and Δt_{n+1} the time increment.

The additive decomposition for the strain tensor has been adopted.

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^{el} + \Delta \varepsilon^{pl} \quad (5.6)$$

$\Delta \varepsilon^{el}$: elastic strain increment,

$\Delta \varepsilon^{pl}$: plastic strain increment.

Thus, the stress increment over a time step may be written as

$$\Delta \sigma = C : (\Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon^{pl}) \quad (5.7)$$

C : matrix rigidity

The flow rule, which imposes the incompressibility of the plastic flow reads:

$$\Delta \varepsilon^{pl} = \Delta \varepsilon^{pl,eq} N \quad (5.8)$$

N : normal to the flow stress

The equivalent plastic strain $\Delta \varepsilon^{pl,eq}$ in (5.8) is calculated resolving the consistency condition.

Using (5.7) and (5.8) ones can split the stress increment in two parts, predictor and corrector:

$$\Delta \sigma^{pre} = C : \Delta \varepsilon \quad (5.9)$$

$\Delta \sigma^{pre}$: predictor stress increment

$$\Delta \sigma^{cor} = \Delta \varepsilon^{pl,eq} (C : N) \quad (5.10)$$

$\Delta \sigma^{cor}$: corrector stress increment

The predictor is first apply to determine the state of stress at the end of the time step, if the state of stress computed this way protrudes the flow stress surface, the corrector has to be applied in order to calculate the exact state of stress. If the state of stress computed through the predictor does not protrude the flow stress surface the material behaves in an elastic manner and the state of stress corresponds to the one already computed.

About same implementation scheme as for the local constitutive model has been retained for the non-local constitutive equation. However, it has been found necessary to split the material routine in two routines and to make two loops over all the elements of the structure studied at each time step.

The first material routine is called during a first loop over all the elements. In this first routine, the predictor is computed, and then if the material behaves in a plastic manner the consistency condition is resolved in order to determined the local equivalent plastic strain increment.

If the material behaves in a plastic manner, during a second loop over all the elements, the non-local value of the equivalent plastic strain are computed according to equation (5.4) and the non-local corrector is applied.

$$\Delta \sigma^{cor} = \Delta \bar{\varepsilon}^{pl,eq} (C : N) \quad (5.11)$$

The material routines developed for two-dimensional and three-dimensional elements as well as the modified elements routine may be found in annex 3.

V.3. Material routine algorithm for two dimensional elements

Both routines are called once for each (current) Gauss points at each time step.

V.3.1. First routine

Step 1: Calculation of the predictor state of stress

$$\sigma_{n+1}^{pr} = \sigma_n + C : \Delta \varepsilon_{n+1}$$

Step 2: Calculation of the yield criterion

$$\Phi_n = \left(\sigma_y + K \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^m \right)$$

$$f = \sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} s_{n+1}^{pr}} - \Phi_n$$

(s_{n+1}^{pr} is the deviatoric part of σ_{n+1}^{pr})

If ($f < 0$) (i.e. elastic process), then:

Go to Step 5.

Otherwise (i.e. plastic process), continue.

Step 3: Initialisation of the iterative process

$$\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta \varepsilon^{eq}$$

$$\Phi_i = \left(\sigma_y + K \left(\varepsilon_n^{pl,eq} \right)^m \right)$$

$$\Delta \varepsilon_i^{pl,eq} = 0; \quad f = \sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} s_{n+1}^{pr}} - \Phi_i$$

Step 4: Iterative process

If (*iteration nb.* > 1000) (i.e. iteration limiter) then

Stop the program

Otherwise, continue

$$\Phi_{i+1} = \left(\sigma_y + K \left(\varepsilon_n^{pl,eq} + \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} \right)^m \right)$$

$$f = \left(\frac{\sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{n+1}^{pr} \sigma_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq}}{\Phi_{i+1}} \right)} \right) - \Phi_{i+1}$$

*** Variables updates**

If ($\Phi_{i+1} = \Phi_i$) then

$$\Delta inc = 0$$

Otherwise

$$\Delta inc = - \Phi_{i+1} \frac{\Delta \varepsilon_{i+1}^{pl,eq} - \Delta \varepsilon_i^{pl,eq}}{\Phi_{i+1} - \Phi_i}$$

Continue

If $((\Delta\varepsilon_{i+1}^{pl,eq} + \Delta inc) < 0)$ (i.e. iteration out of the interval) then

$$\Delta\varepsilon_i^{pl,eq} = 0$$

$$\Phi_i = (\sigma_y + K (\varepsilon_n^{pl,eq})^m)$$

$$\Delta inc = 1$$

Otherwise

$$\Delta\varepsilon_i^{pl,eq} = \Delta\varepsilon_{i+1}^{pl,eq}$$

$$\Phi_i = \Phi_{i+1}$$

$$\Delta\varepsilon_{i+1}^{pl,eq} = \Delta\varepsilon_{i+1}^{pl,eq} + \Delta inc$$

Continue

If $\left(\left| \frac{\Delta inc}{\Delta\varepsilon_{i+1}^{pl,eq}} \right| > 1.E^{-6} \right)$ New iteration

Step 5: Storage

(Storage of the data necessary for the second routine computation)

Predictor state of stress

$$\sigma_{n+1}^{pre}$$

Local equivalent plastic strain increment

$$\Delta\varepsilon^{pl,eq}$$

V.3.2. Second routine

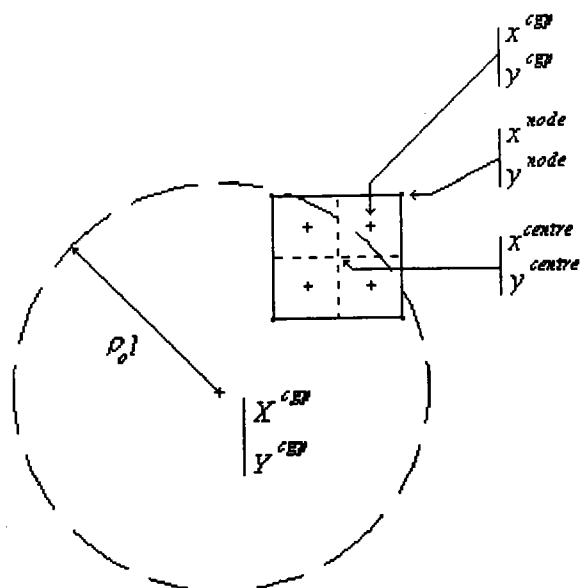


Fig. 12 :Non-local approach

X^{cgp}, Y^{cgp} : current Gauss points (global) coordinates

x^{cgp}, y^{cgp} : “capture” Gauss points (global) coordinates

x^{centre}, y^{centre} : “capture” element centre (global) coordinates

x^{node}, y^{node} : coordinates of the node associated to x^{cgp}, y^{cgp} .

$\rho_0 l$: characteristic distance

Surf : Surface associated to a Gauss point

$\Delta \varepsilon_{cap}^{eq, pl}$: plastic equivalent deformation of the capture Gauss point

Step 1: Variables initialisation

Somme = 0.

Poids = 0.

Step 2: Non-local equivalent plastic strain increment

Loop over all the structure Gauss Points

Distance Current Gauss point - "capture" Gauss point

$$r = \sqrt{(X^{cgp} - x^{cgp})^2 + (Y^{cgp} - y^{cgp})^2}$$

If ($r \leq \rho_0 l$) then

$$Surf = |x^{node} - x^{centre}| \cdot |y^{node} - y^{centre}|$$

$$Poids = Poids + \Delta \varepsilon_{cap}^{eq, pl} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_0 l} \right)^2 \right]^2 \cdot Surf$$

$$Somme = Somme + \left[1 - \left(\frac{r}{\rho_0 l} \right)^2 \right]^2 \cdot Surf$$

Continue

Continue

$$\Delta \bar{\varepsilon}^{eq, pl} = \frac{Poids}{Somme}$$

Step 3: Variables updates

If ($\Delta \bar{\varepsilon}^{eq, pl} > 0$) then

State of stress

$$\sigma_{ij, (n+1)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \bar{\varepsilon}_{i+1}^{pl, eq}}{\sigma_y + K (\Delta \bar{\varepsilon}^{pl, eq})^m} \right)} \left(\sigma_{ij}^{pr} - \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr}) \right) + \frac{1}{3} (\delta_{ij} \sigma_{kk}^{pr})$$

Equivalent stress

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} s_{n+1}^{pr}}}{1 + \left(\frac{3\mu \Delta \bar{\varepsilon}^{pl, eq}}{\sigma_y + K (\Delta \bar{\varepsilon}^{pl, eq})^m} \right)}$$

Equivalent plastic strain

$$\varepsilon_{n+1}^{pl, eq} = \varepsilon_n^{pl, eq} + \Delta \bar{\varepsilon}^{pl, eq}$$

Otherwise,

State of stress

$$\sigma_{ij, (n+1)} = \sigma_{ij, (n+1)}^{pr}$$

Equivalent stress

$$\sigma_{n+1}^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{n+1}^{pr} s_{n+1}^{pr}}$$

Equivalent plastic strain

$$\varepsilon_{n+1}^{pl, eq} = \varepsilon_n^{pl, eq}$$

Continue.

REFERENCES

Première Partie : Etude Bibliographique

Z.P. Bazant and J. Planas (1998*), "Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials", CRC Press.

B. Moras (1999*), "Size Effects in Steel: Part 1: Constitutive equations for rate sensitive metals in Plexis-3C", Technical Note No. I.99.41.

B. Moras (1998*), "Size effects and scaling laws: A state of art report", Technical Note No. I.98.29.

G. Pluvinage (1998*), "Effet de la taille sur les propriétés mécaniques des aciers en dynamique rapide.", Contract No. 11727-96-03 F1ED ISP F Report.

M. Quik, G. Bevilacqua, E. Brognieri, A. Del Grande, C. Delzano, R. Kiefer, K. Labibes, M. Murarotto, E.V. Pizzinato, R.W. Schnabel, R. Spinelli, C. Albertini (1997*), "Study of the strain rate influence in function of the deformation mode on two automotive steels. Precision crash-tests on longitudinal beams made of the same steels", Technical note No. I.97.132.

Chapitre I.1

[1.1] G.R. Johnson and W.H. Cook (1983), "A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures", in: Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistic, The Hague, pp. 541.

[1.2] F. J. Zerilli and R. W. Armstrong (1987), "Dislocation mechanics based constitutive relations for material dynamics calculations", Journal of Applied Physic, Vol. 61, pp. 1816-1825.

[1.3] F. J. Zerilli and R. W. Armstrong (1997), "Dislocation mechanics based analysis of material dynamics behavior: Enlaced ductility, Deformation twinning, Shock deformation, Shear instability, Dynamic recovery", Journal of Physic IV France 7, pp. C3-637.

[1.4] M. Mićunović (1997), "Critical review of constitutive equations of metals for computer codes used by automotive industry for crash and forming-cutting analysis", Contract No. 13101-9707 F1EI ISP PL, Final Report.

[1.5] M. Mićunović (1991), "Influence of irradiation on the inelastic behavior of AISI 316 austenitic stainless steels described by uniaxial dynamic experiments and constitutive equations". Contract No. 4020-90-06 ED ISP YU, Final Report.

[1.6] J.C. Simo and T.J.R. Hughes (1998), "Computational inelasticity", Interdisciplinary Applied Mathematics Vol. 7, Springer.

Chapitre I.2

[2.1] T. Malmberg (1995), "Aspects of similitude theory in solids mechanics, Part 1: Deformation behavior", (Private Publication).

[2.21] W.E. Baker, P.S. Westine and F.T. Dodge (1991), "Similarity methods in engineering dynamics", pp.7-12, Fundamental studies in engineering, 12, Elsevier.

Chapitre I.3

[3.1] T. Malmberg, I. Tsagrakis, E. Eleftheriadis and E.C. Aifantis (1999), "On the plasticity approach to size effects Part I: Reviews", Forschungszentrum Karlsruhe, Scientific Report FZKA 6321.

[3.2] C.E. Anderson, Jr. Scott A. Mullin and J. Kuhlman (1993), "Computer simulation of strain-Rrate effects in replica scale model penetration experiments", International Journal of Impact Engineering, Vol. 13, N 1, pp. 35-52.

[3.3] C.E. Anderson, J.D. Walker (1991), "An examination of long-rod penetration", Int. J. Impact Engng, 11, pp.481-501.

[3.4] B.R. Sorenson, K.D. Kimsey, G.F. Silsby, D.R. Scheffler, T.M. and S.W. de Rosset (1991), "High velocity penetration of steel targets", Int. J. Impact Engng, 11, pp. 107-119.

[3.5] C.R. Calladine (1983), "An investigation of impact scaling theory, Structural crashworthiness", N. Jones, T. wierzbicki Ed., pp. 169-174, Butterworths.

[3.6] T. Malmberg (1997), (Personal notes),

[3.7] Z.P. Bazant (1997), "Scaling of quasibrittle fracture : Asymptotic analysis", International Journal of Fracture, 83, pp.19-40.

[3.8] K. Kendall (1978a), "Complexities of compression failure", Proc. R. Soc. Lond., 361(A), pp. 245-63.

K. Kendall (1978b), "The impossibility of comminuting small particles by compression", Nature, London, 272, pp. 710-711.

K. Kendall (1976), "Interfacial cracking of a composite, Part 3, Compression", J. Mater Sci., 11, pp. 1267-69.

[3.8] P. Knocke and A. Neeldman (1993), "The effect of size on the ductility of dynamically loaded tensile bars", European Journal of Mechanics, A/Solids, n°4, pp. 585-601.

[3.9] G. Cook (1931), "The yield point and initial stages of plastic strain in mild steel subjected to uniform and non-uniform stress distributions", Phil Trans. Roy. Soc., A, Vol. 23, pp. 103-147.

[3.10] J.L.M. Morrison (1939), "The yield of mild steel with particular reference of the effect of size of specimen", Proc. Of the Inst. Of Mech. Eng. 142, 1, pp. 193-223.

[3.11] C.W. Richards (1958), "Effect of size on the yielding of mild steel", Proc. Am. Soc. Testing Mat., Vol. 58, pp. 955-970.

[3.12] S. Carassou, M. Soilleux & B. Marini (1998), "Probabilistic modelling of the size effect on ductility of a C-Mn steel", Journal de Physique IV, pp. 63-70.

- [3.13] J.H. Giovanola & S.W. Kirkpatrick (1998), "Using the local approach to evaluate scaling effects in ductile fracture", *International Journal of Fracture*, Vol. 92, pp. 101-116.
- [3.14] J.C. Devaux, G. Rousselier, F. Mudry & A. Pineau (1985), "An experimental program for the validation of local ductile fracture criteria using axisymmetrically cracked bars and compact tension specimens", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 2, pp. 273-283.
- [3.15] R.E. Link (1996), U.S. Naval Academy, Annapolis, Maryland, private communication.
- [3.16] V. Kumar, M.D. German & C.F. Shih (1981), "An engineering approach for elastic-plastic fracture analysis", General Electric Company Topical Report to Electric Power Research Institute, Research project 1237-1. Schenectady, NY.
- [3.17] J.H. Giovanola, S.W. Kirkpatrick & J.E. Crocker (1999), "Fracture of geometrically scaled, notched three-point-bend bars of high strength steel", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 62, pp. 291-310.
- [3.18] C.W. Richards (1954), "Size effect in the tension test of mild steel", *Proc. Am. Soc. Test. Mat.*, Vol. 54, pp. 995-1000.
- [3.19] C. Bach (1920), *Elastizität und Festigkeit* (8th edition), Springer Verlag.
- [3.20] J. Barba (1880), "Résistance des matériaux. épreuves de résistance à la traction. Etude sur les allongements des métaux après rupture", *Mémoires et Compte Rendu des Travaux de la Société des Ingénieurs Civil*, part 1, pp.682-714.
- [3.21] J. Bauschinger (1892), *Mitteilung XXV* _ "Über den einfluß der gestalt der probestäbe auf die ergebnisse der zugversuche mit denselben, Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der Königl". Technischen Hochschule in München, 21, 43 p. 43 graphs.
- [3.22] B.B. Chechulin (1954), "Influence of specimen size on the characteristic mechanical values of plastic fracture", (Russian), *Zhur. Tekh. Fiz.*, 24, 6, pp.1093-1100.
- [3.23] P. Matic, G.C. Kirby III, M.I. Jolles (1988), "The relation of tensile specimen size and geometry effects to unique constitutive parameters for ductile materials", *Proc. Roy. Soc. London, A* 417, pp.309-333.
- [3.24] A. Buch (1969), "Effect of specimen diameter on the tensile characteristics of small steel specimens of different purity", (German), *materialprüfung*, 11, 2, pp. 54-58.
- [3.25] N.N. Davidenko (1960), "Effect of the dimension factor on the mechanical properties of specimens", *Industrial Laboratory* (engl. Transl. Of *Zavodskaya Laboratoriya*), 26, 3, pp. 338-339.

Chapitre I.4

- [4.1] G.R. Irwin (1958), "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *J. Appl. Mech. -T. ASME*, Vol. 24, pp. 361-364.
- [4.2] G.B. Sinclair and A.E. Chambers (1987), "Strength size effects and fracture mechanics: What does the physical evidence say? ", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 26, No. 2, pp. 279-310.
- [4.3] J.W. Hutchinson (1968), "Singular behaviour at the end of a tensile crack in hardening material", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, pp.13-31.

[4.4] J.R. Rice & G.F. Rosengreen (1968), "Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 16, pp.1-12.

Chapitre I.5

[5.1] A. Carpinteri (1989), "Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: Two different explanations based on fracture mechanics", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 25, No 4, pp.407-429.

[5.2] G. Ferro (1994), "Effetti di scala sulla resistenza a trazione dei materiali", *Dottorato di Ricerca in Ingegneria Strutturale*, Politecnico di Torino.

[5.3] G. Di Leonardo (1976), "Fracture toughness characterization of materials under multiaxial loading", *International Journal of Fracture*, Vol. 15, pp. 537-552.

[5.4] G.M. Sabnis and S.M. Mirza (1979), "Size effects in model concretes", *J. Struct., Div. ASCE*, Vol. 105, pp. 1007-1020.

Chapitre I.6

[6.1] W. Weibull (1939), "A statistical theory of the strength of materials", *Ingeniörsvetenskapsakademiens Handlingar Nr 151*, Stockholm.

W. Weibull (1951), A statistical distribution function of wide applicability, *J. Appl. Mech.-T. ASME*, Vol. 18, pp. 293-297.

[6.2] A.L. Gurson (1980), "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I-yield criteria and flow rules for porous media", *J. Engng. Mat. Mech.*, Vol. 99, pp.214-8.

[6.3] S.B. Batford & G. Sines (1980), *J. Am. Ceram. Soc.*, 63, pp. 214-218.

[6.4] J. Margetson & P.J. Sherwood (1979), *J. Mater. Sci.*, 14, pp. 2575-2580.

[6.5] P. Kittl & G. Diaz (1988), "Weibull's fracture statistics or probabilistic strength of materials : State of the art", *Res. Mech.*, 24, pp.99-207.

[6.6] J. Planas & Z.P. Bazant (1997), "Statistics of crack growth based R-curves", Report No. 97-jp02, Departamento de Ciencia de Materiales, ETS de Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Madrid, Ciudad Universitaria sn. 28040 Madrid, Spain.

[6.7] Z.P. Bazant & Y. Xi (1991), "Statistical size effect in quasi-brittle structures: II. nonlocal theory", *J. Eng. Mech. – ASCE*, Vol. 117, No. 11, pp. 2623-2640.

[6.8] V. Tvergaard (1981), "Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions", *International Journal of Fracture*, Vol. 17, pp. 389-407.

[6.9] J.R. Rice & D.M. Tracey (1969), "Journal of the mechanics and physics of solids", Vol. 17, pp. 201-217.

Chapitre I.7

[7.1] Z.P. Bazant (1997), "Scaling of quasibrittle fracture: asymptotic analysis", *International Journal of Fracture*, 83, pp.19-40.

Z.P. Bazant (1984), "Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal"., *Journal of Engineering Mechanics – ASCE*, Vol. 110, pp.518-535.

[7.2] Z.P. Bazant and P.A. Pfeiffer (1987), "Determination of fracture energy from size effect and brittleness number", *ACI Materials Journal*, 84(6), pp. 463-80.

[7.3] Z.P. Bazant and P.A. Pfeiffer (1986), "Shear fracture tests of concrete", *Materials and Structures*, Vol. 19(11), pp. 111-21.

[7.4] Z.P. Bazant and Pratt (1988), "Measurement of mode III fracture energy of concrete", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 106, pp. 1-8.

[7.5] Z.P. Bazant, L. Soo-Gon and P.A. Pfeiffer (1987), "Size effect tests and fracture characteristics of aluminum", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 26, No. 1, pp.45-57.

[7.6] Z.P. Bazant (1985), "Fracture mechanics and strain-softening in concrete", In *Preprints U.S.-Japan Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*, Vol. 1, pp47-69.

Z.P. Bazant (1991*), "Stability of structures elastic, inelastic, fracture and damage theories", New-York, Oxford, Oxford University, Bazant-Cedolin, Press 91.

Chapitre I.8

[8.1] A. Carpinteri (1994), "Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials", *Int. J. Solids Structures*, 31, N 3, pp. 291-302.

[8.2] A. Carpinteri & B. Chiaia (1996), "Crack-resistance behavior as a consequence of self-similar fracture topologies", *International Journal of Fracture*, 76, pp. 327-340.

[8.3] Z.P. Bazant & J. Planas (1998), "Fracture and effect in concrete and other quasibrittle materials", CRC Press.

[8.4] A. Carpinteri & B. Chiaia (1997), "The fractal route to fracture: Achievements and open issues", *Conférence*.

[8.5] J.K. Kim, H. Mishahi, K. Kirikoshi and T. Narita (1992), in *Proceedings of the First International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures, FRAMCOS1*, Breckenridge, pp. 561-566.

Chapitre I.9

[9.1] D.S. Dugdale (1960), "Yielding of steel sheets containing slits", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 8, pp. 100-108.

Chapitre I.10

[10.1] G. Pijaudier-Cabot, Z.P. Bazant and M. Tabbara (1988), "Comparison of various models for strain-softening", *Eng. Comput.*, Vol. 5, pp. 141-150.

[10.2] Z.P. Bazant (1982), "Crack band model for fracture of geomaterials", In *Proc. 4th Int. Conf. On Numerical Methods in geomechanics*, Vol. 3, Z. Eisenstein, ed., Pergamon Press, Oxford, pp.1-93.

[10.3] Z.P. Bazant and B.H. Oh (1983), "Crack band theory for fracture of concrete", *Mater. Struct.*, Vol. 16, pp.155-177.

[10.4] Z.P. Bazant (1991), "Stability of structures elastic, inelastic, fracture and damage theories", New-York, Oxford, Oxford University, Bazant-Cedolin, Press 91.

[10.5] Z.P. Bazant, M. Jirásek, M. Xiang, Y.P.C. Prat (1994), "Microplane model with stress-strain boundaries and its identification from tests with localized damage", In *Computational Modeling of Concrete Structures*, H. Mang and al., eds. Pineridge Press, Swansea, pp. 255-261.

[10.6] M. Jirásek (1996), "Nonlocal models for concrete cracking", Oral Presentation at 38th Annual Technical Meeting of Society of Eng. Science in Tempe, Arizona.

[10.7] E.C. Aifantis (1984), "On the microstructural origin of certain inelastic models", J. Mat. Engng. Tech., Vol. 106, pp. 326-330.

E.C. Aifantis (1987), "The physics of plastic deformation", International Journal of Plasticity, Vol. 3, pp. 211-247.

[10.8] N.A. Fleck & J.W. Hutchinson (1993), "A phenomenologica theory for strain gradient effects in plasticity", J. Mech, Phys. Solids, vol. 41, No. 12, pp. 1825-1857.

[10.9] T. Malmberg (1998), Minutes of the Task 5-Group Meeting, European Commision, Joint Research Centre, EU-Project FI4S-CT96-0024.

Chapitre I.11

[11.1] Y. D'Escatha & J.C. Devaux (1979), "Numerical study of initiation, stable crack growth, and maximum load, with a ductile fracture criterion based on the growth of holes", Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 668, Vol. 5, pp. 229-248.

[11.2] J.C. Devaux, F. Mudry, A. Pineau & G. Rousselier (1989), "Experimental and numerical validation of a ductile fracture local criterion based on a simulation of cavity growth", Nonlinear Fracture Mechanics: Volume II Elastic-Plastic Fracture, ASTM STP 995, pp. 7-23.

[11.3] J.W. Hancock & A.C. Mackenzie (1976), "On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states", J. Mech, Phys. Solids, vol. 24, pp. 147-169.

[11.4] R. Hill (1985), "The mathematical theory of plasticity", Clarendon Press, Oxford, England, pp. 355.

Discussion (première partie)

[I.1] Z.P. Bazant and P.A. Pfeiffer (1987), "Determination of fracture energy from size effect and brittleness number", ACI Mater. J., 55, pp. 287-293.

Deuxième Partie : Etude Expérimentale

R. Dekiok (1997*), "Etude de l'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale et sur la ténacité d'un polycarbonate", Thèse de l'Université de Metz -ENIM.

U.S. Lindhom (1971*), "High strain rate test", Technics of metal research, Vol. V, Measurements of Mechanical Properties Part I, pp.199-271, Eds. R.F. Bunshah-John Wiley & Sons.

G. Solomos, C. Albertini and K. Labibes (1999*), "Experimental investigation of strain rate, temperature and size effects in nuclear steel; Part I: Smooth cylindrical specimens", Technical Note No. I.99.127.

Chapitre II.12

[12.1] M. Montagnani, C. Albertini, U. Buzzi and M. Forlani, "Dispositivo di carico ad accumulatore meccanico per prove di trazione in dinamica", EUR: patent réf. 1707.

[12.2] C. Albertini and M. Montagnani (1974), "Testing technics based on the split Hopkinson bar – Institute of Physics", Conference Serie N° 21, London 1974.

Chapitre II.13

[13.1] K. Krompholz, J. Kamber and D. Kalkhof (1999), "A preliminary study of material homogeneity for size effect investigations", Paul Scherrer Institut Bericht Nr. 99-03.

K. Krompholz (1999), "Quality assurance of the austenitic stainless steel X6CrNiNb 1810", Paul Scherrer Institut, TM-49-98-07.

Chapitre II.14

[14.1] C. Albertini, P.M. Boone and M. Montagnani (1985), "Development of the Hopkinson bar for testing large specimen in tension", journal de physique ColloqueC5, Supplément au No 8, Tome 46.

[14.2] P. W. Bridgman (1952), "Studies in large plastic flow and fracture", McGraw-Hill Book Company, New York.

Troisième Partie : Etude Théorique

[III.1] B. Moras (1999), "Size effects in steel: Part 2: Approaches proposed and experimental results", (Private Publication).

Chapitre III.17

[17.1] Z.P. Bazant and E. Chen (1997), "Scaling of structural failure", Applied Mechanics Review, Vol. 50, n°10, pp. 593-627.

Chapitre III.18

[18.1] F.A. Mc Clintock (1968), "A criterion for ductile fracture by the growth of holes", Journal of applied mechanics, pp. 363-371.

[18.2] G.R. Johnson and W.H. Cook (1985), "Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures", Engineering fracture mechanics, Vol. 21, N. 1, pp. 31-48.

[18.3] M.S. Mirza, D.C. Barton and P. Church (1996), "The effect of stress triaxiality and strain-rate on the fracture characteristics of ductile metals", Journal of materials science, Vol. 31, pp. 453-461.

[18.4] A. Dhiab, H. Gouair, Z. Azari, G. Pluvillage and A. Abdelhadi, "Influence de la triaxialité sur la rupture ductile dynamique".

Annexes

[A.1] D. Pierce, C.F. Shih and A. Needleman (1984), "A tangent modulus method for rate dependent solids", *Computers & Structures*, Vol. 18, No. 5, pp.875-887.

[A.2] T. Berstad, O.S. Hopperstad and M. Langseth (1994*), "Elasto-viscoplastic constitutive models in the explicit finite element code LS-DYNA3D".

[A.3] H. Matthies (1989), "A decomposition method for the integration of elastic-plastic problem", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 28, pp. 1-11.

[A.4] J.A. Zukas, T. Nicholas, H.F. Swift, L.B. Greszczuk and D.R. Curran (1982), "Impact dynamics", John Wiley & Sons editions.

(*) Référence non citée directement dans cette étude mais ayant été d'importantes sources d'inspiration.