



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



**INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIVE**

**THESE**

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

**Ahmed BRARA**

Pour l'obtention du grade de :

**DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ**

**SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur**

**OPTION : Mécanique**

**ETUDE EXPERIMENTALE DE LA TRACTION DYNAMIQUE  
DU BETON PAR ECAILLAGE**

**Soutenue le 15 octobre 1999, devant le Jury composé de :**

**BAILLY P.**

**Rapporteur (E.N.S.I.B. – Bourges)**

**DARVE F.**

**Rapporteur (I.N.P.G., L.S.S.S. – Grenoble)**

**DAUDEVILLE L.**

**Examineur (I.N.P.G., L.S.S.S. – Grenoble)**

**KLEPACZKO J. R.**

**Directeur (L.P.M.M. – Metz)**

**ROTH J. C.**

**Examineur (L.P.M.M. – Metz)**

**Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux U.R.A. C.N.R.S 1215**

**I.S.G.M.P., Ile de du Saulcy, 57045 METZ Cedex 01**



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIOUE

**THESE**

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

**Ahmed BRARA**

Pour l'obtention du grade de :

**DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ**

**SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur**  
**OPTION : Mécanique**

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19990745
Cote	S/M3 99/28
Loc	Majors

**ETUDE EXPERIMENTALE DE LA TRACTION DYNAMIQUE  
DU BETON PAR ECAILLAGE**

Soutenu le 15 octobre 1999, devant le Jury composé de :

**BAILLY P.**

**Rapporteur (E.N.S.I.B. – Bourges)**

**DARVE F.**

**Rapporteur (I.N.P.G., L.S.S.S. – Grenoble)**

**DAUDEVILLE L.**

**Examineur (I.N.P.G., L.S.S.S. – Grenoble)**

**KLEPACZKO J. R.**

**Directeur (L.P.M.M. – Metz)**

**ROTH J. C.**

**Examineur (L.P.M.M. – Metz)**

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux U.R.A. C.N.R.S 1215

I.S.G.M.P., Ile de du Saulcy, 57045 METZ Cedex 01

## Remerciements

Tout d'abord, je voudrais témoigner ma profonde gratitude au professeur Janusz R. KLEPACZKO, directeur de recherche C.N.R.S., pour m'avoir accueilli dans son équipe et octroyé sa confiance lors de l'accomplissement de ce travail. Travail qui n'aurait pu aboutir sans ses conseils avisés et son expérience époustouflante dans le domaine de la dynamique des matériaux. La recherche sous sa direction durant ces trois années de thèse a été un véritable plaisir eu égard à sa rigueur scientifique, sa disponibilité et son amabilité.

J'adresse ma reconnaissance aux professeurs Patrice BAILLY et Felix DARVE, qui m'ont accordé l'insigne honneur de rapporter cette thèse.

Mes remerciements particuliers à Mr BAILLY responsable du groupe «Comportement des Ouvrages en Dynamique Rapide» du projet GEO-réseau de laboratoires pour le parrainage et la sponsorship du thème de recherche et pour l'aimable accueil aux colloques annuels dudit projet lors du l'accomplissement de cette thèse. Ce cadre a été pour moi une source de motivation supplémentaire et a contribué notablement à l'avancement des travaux. La participation à ces colloques regroupant des équipes scientifiques pluridisciplinaires m'a été très instructive et enrichissante à plus d'un titre.

J'exprime également mes vifs remerciements aux professeurs Jean Claude ROTH et Laurent DAUDEVILLE pour l'honneur d'avoir accepté de participer au Jury de cette thèse.

Je sais énormément gré aux collègues numériques de mon équipe M. KLOSAK et A. RUSINEK, pour l'aide apportée lors des simulations avec ABAQUS et Melle N. SIREDEY, Maître de Conférence à l'Université de Metz pour la relecture du manuscrit.

Cette thèse a été financée par une bourse inter-gouvernementale Algéro-Française via le Ministère Français de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche et le Ministère Algérien de L'Habitat, tutelle du Centre Algérien de Recherche en Génie Parasismique (C.G.S). Que les autorités de mon pays Hôte et de mon pays d'Origine soient infiniment remerciés de m'avoir donné cette chance de progresser dans la recherche. Ma reconnaissance va également à Mr M. BELAZOUGHFI, Directeur du C.G.S., pour sa confiance indéfectible et ses encouragements, comme je tiens à dédier ce modeste travail à tous les collègues du C.G.S.



# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
-----------------------------------	----------

## **CHAPITRE I : COMPORTEMENT DU BETON A HAUTES VITESSES DE CHARGEMENT, CAS DE LA TRACTION**

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>6</b>
--------------------------	----------

<b>1. LES ESSAIS DE COMPRESSION ET DE RESILIENCE.....</b>	<b>6</b>
---	----------

<b>2. TRACTION DYNAMIQUE : METHODES D'ESSAI ET RESULTATS.....</b>	<b>10</b>
---	-----------

<b>2.1 Les méthodes expérimentales.....</b>	<b>10</b>
---	-----------

<b>2.2 Les résultats expérimentaux.....</b>	<b>16</b>
---	-----------

<b>2.3 Modèles d'interprétation et critères de rupture en traction dynamique.....</b>	<b>19</b>
---	-----------

<b>2.4 Efficacité des modèles d'interprétation et recommandations du Comité Euro-     international du Béton.....</b>	<b>30</b>
---	-----------

<b>CONCLUSION.....</b>	<b>32</b>
------------------------	-----------

**CHAPITRE II : PROPAGATION D'ONDES LONGITUDINALES  
DANS LES BARRES CYLINDRIQUES**

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>36</b>
<b>1. APPROCHE UNIDIMENSIONNELLE DE LA PROPAGATION DES ONDES DANS LES BARRES CYLINDRIQUES INFINIES ELASTIQUES.....</b>	<b>36</b>
<b>1.1 Equation de mouvement d'un élément de barre soumis à une impulsion de         pression.....</b>	<b>36</b>
<b>1.2 Collision coaxiale d'un projectile avec un système de deux barres .....</b>	<b>39</b>
<b>1.3 Synthèse et ébauche du principe de la nouvelle méthode d'essai.....</b>	<b>42</b>
<b>2. APPROCHE EXACTE DE LA PROPAGATION DES ONDES LONGITUDINALES DANS LES BARRES CYLINDRIQUES ELASTIQUES.....</b>	<b>45</b>
<b>2.1 Modélisation de la barre comme cylindre infini.....</b>	<b>45</b>
<b>2.2 Equation de Pochhammer-Chree pour un cylindre élastique infini.....</b>	<b>45</b>
<b>2.3 Résolution numérique de l'équation de fréquence.....</b>	<b>50</b>
<b>2.4 Application au traitement de la dispersion des ondes dans les barres.....</b>	<b>52</b>
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>56</b>

## CHAPITRE III : METHODE EXPERIMENTALE

INTRODUCTION.....	59
1. PRINCIPE GENERAL DE FONCTIONNEMENT.....	59
1.1 Le chargement.....	59
1.2 Acquisition de données.....	60
1.3 Dépouillement.....	60
2. BANC D'ESSAI EXPERIMENTAL.....	61
2.1 Dispositif de lancement.....	62
2.2 Projectiles.....	63
2.3 Barre de mesure.....	63
2.4 Les corps d'épreuves.....	64
2.5 Support des éprouvettes et amortisseur.....	65
2.6 Ajustement du contact barre-éprouvette.....	66
3. SYSTEME D'ACQUISITION DE MESURES.....	67
3.1 Mesure de vitesse d'impact du projectile.....	67
3.2 Mesure des impulsions de contraintes et leur amplification.....	68
3.3 Dispositif Vidéo Rapide.....	69
4. TRAITEMENT DE DONNEES ET DEPOUILLEMENT.....	72
4.1 Analyse de la dispersion dans la barre de mesure.....	72
4.2 Correction de la dispersion.....	74
4.3 Variation radiale des contraintes.....	76
4.4 Technique de séparation d'ondes dans les barres élastiques.....	78
4.5 Application au dépouillement des essais.....	82
4.6 Détermination du chargement de l'éprouvette.....	85
CONCLUSION.....	90

## CHAPITRE IV : RESULTATS EXPERIMENTAUX

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>92</b>
<b>1. CARACTERISATION DU BETON MB50 EN COMPRESSION QUASI-STATIQUE.....</b>	<b>92</b>
<b>2. RESULTATS DES ESSAIS DE TRACTION DYNAMIQUE PAR ECAILLAGE.....</b>	<b>94</b>
2.1 Influence de la vitesse de chargement sur la résistance à la traction dynamique...94	
2.2 Influence de l'humidité sur la résistance à l'écaillage.....100	
2.3 Temps de chargement et résistance critique.....101	
2.4 Observation micro- et macro-graphiques sur les éprouvettes testées.....102	
2.5 Comparaison avec les résultats de la littérature.....104	
<b>3. CRITERE DE RUPTURE PAR ECAILLAGE DU BETON.....</b>	<b>105</b>
3.1 Approche par modélisation de l'endommagement cumulatif.....106	
3.2 Approche statistique de l'écaillage comme processus thermiquement activé.....107	
3.3 Application des critères au microbéton étudié.....108	
<b>4. VALIDATION DES RESULTATS ET DU CRITERE PAR LES SIMULATIONS NUMERIQUES.....</b>	<b>113</b>
4.1 Méthode des éléments finis.....113	
4.2 Méthode des éléments discret.....118	
<b>CONCLUSION.....</b>	<b>123</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>125</b>
<b>REFERENCES.....</b>	<b>127</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>136</b>

## INTRODUCTION GENERALE

Certaines structures spéciales en béton (centrales nucléaires, plates-formes d'exploration, ouvrages stratégiques tels que les bâtiments névralgiques, les ponts... ) sont susceptibles d'être soumises à des actions accidentelles. Ces actions peuvent être des séismes, des impacts ou des explosions générant des chargements intenses et de courtes durées. La mise en charge brutale de la structure met en jeu des effets d'inertie importants mais également donne naissance à des désordres à l'endroit de l'application de la charge. Désordres résultants de diverses contraintes, notamment de traction dues à des tensions appliquées, des sollicitation de flexion et de cisaillement. La prédiction et l'évaluation de l'influence des effets dynamiques sur le matériau béton revêtent donc un intérêt important. Dans le domaine du génie civil, dans lequel le béton (armé ou non) est largement utilisé, ce problème est de prime importance puisqu'il renvoie à l'élaboration d'une méthodologie de conception optimale des ouvrages, Brara [1998-a]. Pour ce, le développement de modèles efficients tenant compte du comportement dynamique du béton est nécessaire. D'ailleurs, l'application des méthodes numériques dans le domaine de l'analyse des structures en béton et l'introduction de la Mécanique Linéaire (et Non-Linéaire) de la Rupture n'ont de sens qu'avec le développement de modèles précis tenant compte du comportement dynamique de ce matériau. Si le comportement quasi-statique de ce matériau est bien connu, il l'est par contre moins dans le domaine des grandes vitesses de chargement. Le comportement du béton sous des conditions extrêmes de chargements traité qualitativement ces trois dernières décennies fait actuellement l'objet d'un traitement quantitatif, et particulièrement dans le cas de la traction qui caractérise de manière la plus intrinsèque le matériau fragile qu'est le béton.

L'action de mise en charge intense avec une durée de maintien de l'effort très brève peut être désignée de manière générique par « chargement impulsif », Bailly [1988], englobant ainsi les impacts, les explosions et les séismes. Le point fondamental de ce type de chargement est que le temps caractéristique de la variation du chargement  $\tau$  est très faible devant la période propre  $T$  de vibration de la structure, Brara [1998-b]. Le rapport de ces deux quantités peut servir à classer les chargements : s'il est supérieur à 4 pour les tests quasi-statiques conventionnels, il s'échelonne entre 0.25 et  $10^{-6}$  pour les chargements impulsifs et les chocs durs, tableau 1. Une autre façon de caractériser cette action est l'établissement d'une échelle de vitesses de déformation, fig.1. Par rapport à la gamme quasi-statique des tests conventionnels comprise entre  $10^{-6}$  et  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , les vitesses de déformation pour les

chargements impulsionnels sont au moins de 1000 fois supérieures. Physiquement, les vitesses de déformations de  $10^{-5}$  à  $10^{-3}$  correspondent aux chargements classiques de trafic et les impacts de véhicules sur les ouvrages. Les explosions puissantes, les séismes et les chocs qu'ils induisent tel que l'effet de martèlement de structures (hammering effect) peuvent générer des vitesses de déformations allant de  $10^{-3}$  jusqu'à plus de  $100 \text{ s}^{-1}$ .

classification du chargement	$\tau/T$	type de chargement
quasi-statique	$>4$	tests conventionnels
quasi-impact	$\sim 1$	chargements transitoires
impulsionnel	$<0.25$	énergie cinétique, souffle
Chocs durs	$< 10^{-6}$	explosions puissantes

tableau 1. Classification des chargements

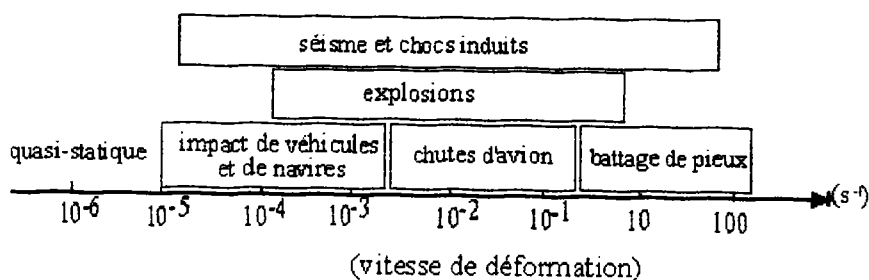


fig.1 Régimes de vitesses de déformation.

La réponse de la structure à la sollicitation d'un chargement de type impulsionnel inclut aussi bien les modes de déformations d'ensemble que les mécanismes de rupture rendant l'établissement des lois de comportement assez complexe. Toutefois, il est à distinguer une 'réponse primaire', localisée à l'emplacement où s'applique la charge, se produisant instantanément avec l'établissement du chargement, et une 'réponse secondaire' constituant la réponse *stricto sensu* de la structure dans son ensemble (modes de vibrations...), Takeda et al. [1982]. La réponse primaire relève essentiellement de la propagation des ondes dans le matériau, des lois de comportements et des critères de rupture des composants constitutifs du matériau (ciment, agrégats, armatures dans le cas du béton armé). Il est à remarquer que l'intensité et la vitesse du chargement influent sur la vitesse de déformation, qui elle a un effet sur la propagation des ondes et sur les mécanismes de rupture correspondants. Cette nature interactive des événements «chargement dynamique - propagation d'onde - lois de comportement» est à souligner pour la compréhension et la modélisation du comportement

du matériau soumis à des chargements rapides. En effet, la connaissance de la propagation des ondes et des lois de comportement des matériaux est nécessaire pour la détermination des propriétés dynamiques comme paramètres de modélisation. Cependant, pour la compréhension la propagation des ondes, ces mêmes propriétés dynamiques doivent être connues à priori comme données d'entrée des lois de comportement.

Le travail entrepris dans cette thèse s'inscrit dans cette problématique et constitue une contribution à la compréhension *in fine* du comportement dynamique du béton. Le cadre de travail est un vaste projet de recherche dénommé Géomatériaux-Environnement-Ouvrages (GEO) impliquant un réseau de laboratoires de recherche. L'objectif de ce projet est l'étude des ouvrages de Génie civil en interaction avec leur environnement, à travers des groupes de recherches sur les géomatériaux (sols, bétons et roches) et la modélisation numérique des ouvrages de Génie Civil. Cette thèse relève du groupe de recherche "Comportement des Ouvrages en Dynamique Rapide" sous la responsabilité de P. Bailly (Université d'Orléans). Ce groupe a pour objectif scientifique majeur l'amélioration de la connaissance et la maîtrise des phénomènes de perforation et d'écaillage du béton sous impact. Et ce, à travers une phase expérimentale et une phase de modélisation et de simulations numériques menées de concert. Ce projet regroupe, outre le L.P.M.M. de Metz, plusieurs laboratoires de recherche notamment le Laboratoire de Mécanique et de Technologie (L.M.T.) de L'E.N.S. de Cachan, le Laboratoire de Mécanique des Solides de Palaiseau (L.M.S.), le Laboratoire de Génie Civil de Nantes (L.G.C.) et le Laboratoire Energétique Explosion Structure d'Orléans (L.E.E.S). Y sont également associés plusieurs partenaires industriels dont le Commissariat à l'Energie Atomique, l'Aérospaciale-Missiles, MATRA-Défense et le Centre d'Etude de GRAMAT (C.E.G). La phase expérimentale portant sur un même béton couvre une large plage de chemins de chargement à l'aide de dispositifs parfois nouvellement mis au point. Dans la gamme quasi-statique, des essais de compression simple, triaxial et hydrostatique ont été menés au C.E.G. Dans le domaine de chargement dynamique, des essais «quasi-ouedométrique» et de compression avec confinement ont été réalisés au L.M.S. L'étude de la traction dynamique par écaillage du béton dont fait l'objet la présente thèse est dévolue au L.P.M.M. Pour cet objectif, le travail entrepris dans cette thèse consiste en la mise au point d'une nouvelle méthode expérimentale à même de fournir des données suffisantes et de qualité et un critère de rupture pour alimenter les simulations numériques afin d'évaluer les modèles de comportement étudiés par le groupe GEO. Cette thèse qui est donc essentiellement expérimentale est structurée en quatre chapitres. Le premier chapitre est

consacré à une revue critique des différentes méthodes expérimentales et de leurs résultats concernant le comportement en traction dynamique du béton. De cet état de l'art sont dégagées les forces et limitations de ces techniques expérimentales, les tendances du comportement et les modèles d'interprétations en traction dynamique du béton. La propagation des ondes élastiques dans les barres cylindriques fait l'objet du deuxième chapitre, et ce, afin d'explicitier les fondements de la conception du nouveau dispositif d'essai. La nouvelle méthode expérimentale est exposée *in extenso* dans le troisième chapitre. L'équipement mécanique et l'appareillage électronique d'acquisition de données y sont décrits, suivi par la proposition d'une méthode de dépouillement adaptée. Les résultats d'essai de traction par écaillage sont donnés dans le quatrième et dernier chapitre. De ces résultats d'essai, un critère de rupture du béton est proposé. La procédure analytique de dépouillement et le critère sont vérifiés par une simulation numérique sommaire aux éléments finis. Les résultats d'autres simulations numériques de ces essais entreprises dans le cadre GEO sont brièvement évoqués.



## **CHAPITRE I**

# **COMPORTEMENT DU BETON A HAUTES VITESSES DE CHARGEMENT**

### **CAS DE LA TRACTION DYNAMIQUE DU BETON**

## **INTRODUCTION**

Dans ce chapitre, une synthèse bibliographique est entreprise collectant les informations fondamentales concernant le comportement dynamique du béton. Cette synthèse est un résumé d'une compilation plus complète entreprise dans le cadre de ce travail, Brara et Klepaczko [1996], [1997]. Les essais à l'échelle du matériau et leurs résultats sont passés en revue. Les essais de compression et de résilience et les principaux résultats qui s'en sont dégagés sont brièvement récapitulés. La partie la plus importante est bien entendu réservée aux essais de traction, sujet de cette thèse. Les essais de traction relevant des projets de recherche les plus importants menés lors des quatre dernières décennies sont évoqués. Les méthodes expérimentales et les équipements d'essai sont succinctement décrits. L'étude synthétique de ces techniques expérimentales (dont les limitations sont mises en exergue) met la lumière sur les idées directrices pour la conception d'un nouveau dispositif expérimental. Les principaux résultats obtenus découlant de ces expériences sont rassemblés, constituant ainsi une mise à jour des synthèses analogues de Kormeling et al. [1980], John et Shah [1988], Ross [1990]. Les tendances principales du comportement dynamique du béton sont dégagées et discutées. Par la suite, une revue critique des modèles d'interprétation principaux de la rupture en traction dynamique est présentée. Ces modèles sont basés sur la théorie de la mécanique linéaire (et non linéaire) de la rupture et/ou de la thermodynamique avec parfois un traitement statistique.

### **1. LES ESSAIS DE COMPRESSION ET DE RESILIENCE**

La réponse du béton à de hautes vitesses en compression a été largement étudiée, et ce à partir des années quarante et de manière plus extensive ces trois dernières décennies. De nombreux essais à l'échelle du matériau ont été conduits, concernant la détermination de la résistance du béton soumis à de grandes vitesses de chargement en compression. Pour la caractérisation du comportement dynamique du béton en compression - principale propriété d'usage dans le génie civil- divers moyens et techniques d'essai ont été utilisés, à savoir des machines pneumatiques-hydrauliques, masse tombante et barre de Hopkinson. Toutefois, les hautes vitesses de chargement (entre 10 et 1000 s<sup>-1</sup>) n'ont été atteintes qu'avec le développement des essais utilisant la technique de la barre de Hopkinson.

Cette technique dont la configuration est restée la même depuis Lindholm [1964], est utilisée par pratiquement tous les expérimentateurs, fig.I.1. Le principe de cette technique, dont les fondements théoriques sont exposés au Chapitre II, est résumé succinctement. Une onde incidente de compression est générée dans la barre entrante par l'impact d'un projectile, propulsé avec une certaine vitesse. Cette onde ( $\epsilon_i$ ) se propageant le long de la barre est partiellement réfléchi ( $\epsilon_r$ ) à l'interface barre entrante-épreuve. Ces deux ondes sont enregistrées au niveau de la jauge A. Une partie de l'onde de compression ( $\epsilon_i$ ) sollicitant l'éprouvette est à son tour transmise à la barre sortante et enregistrée par la jauge de résistance B. La contrainte et la déformation de l'éprouvette insérée entre les deux barres sont déduites des signaux mesurés par les deux jauges.

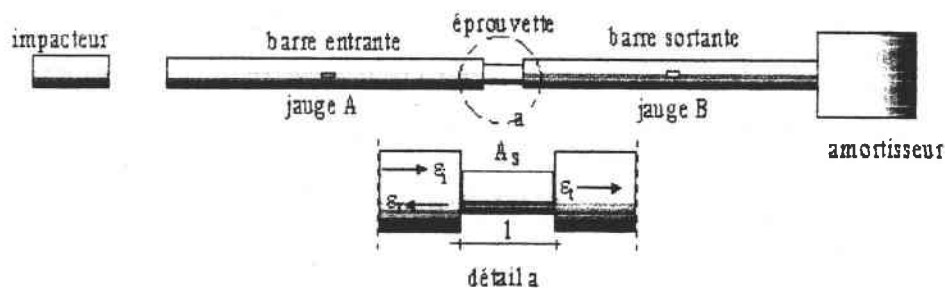


fig.I.1 : Schéma du dispositif d'essai aux barres de Hopkinson, Lindholm [1964]

Ces essais ont été poursuivis lors des années 90 avec l'introduction des perfectionnements techniques dans les barres de Hopkinson, Klepaczko et Gary [1992]. Une grande attention est accordée à l'amélioration du dépouillement (prise en compte de la dispersion géométrique dans les barres), Gong, Jenkins et Malvern [1990], Zhao et Gary [1996]. Une synthèse des résultats des essais sur le béton a été faite par Bischoff et Perry [1991], fig.I.2. Les essais varient essentiellement en fonction du type de béton étudié, conditions de maturité du matériau, dimensions de l'éprouvette et des vitesses atteintes suivant le moyen d'essai utilisé. La fig. I.2 met en évidence (en échelle logarithmique) l'influence de la vitesse de déformation sur l'accroissement relatif de la contrainte critique : une augmentation relativement lente de la résistance relative (de 1 à 1.5 fois) jusqu'à un seuil de  $10 \text{ s}^{-1}$ , suivie d'une augmentation rapide (jusqu'à 3 fois) au-delà de cette vitesse. Concernant la déformation critique enregistrée - sujet d'une grande controverse entre plusieurs chercheurs - il s'en est finalement dégagé qu'elle augmente également en fonction de la vitesse de chargement. Dans les recommandations du CEB [1988], la variation de la déformation longitudinale maximale est représentée par une fonction linéaire de la vitesse de déformation en échelle logarithmique. La

la pente de la droite est cependant inférieure (de moitié) à celle proposée pour l'évolution de la résistance maximale. Il en est de même pour le module d'Young, pour lequel il est admis qu'il reste constant ou augmente légèrement avec la vitesse de déformation, Bishoffs et Perry [1991]. Les recommandations du CEB [1988] préconisent également une relation linéaire entre la variation relative du module d'Young et la vitesse de déformation en échelle logarithmique.

Cette sensibilité à la vitesse de ces caractéristiques (résistance et déformation maximales, module d'Young) est plus marquée pour le béton humide et a tendance à diminuer avec l'amélioration de la qualité du béton.

L'augmentation rapide de la résistance en compression et de la déformation critique pour les grandes vitesses de chargement indique que le mécanisme de rupture est à l'origine de ce changement de comportement en compression.

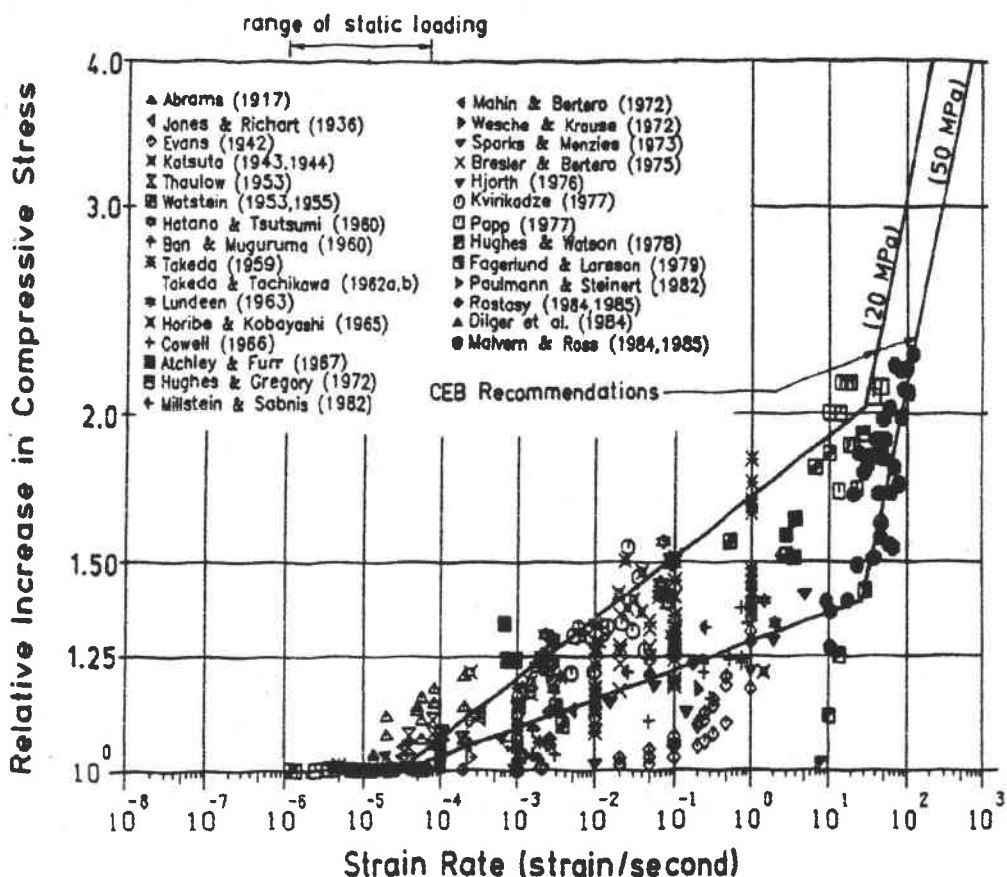


fig. I.2 : Accroissement relatif de la résistance en compression en fonction de la vitesse de déformation, Bischoff et Perry [1991].

Le béton est un matériau fragile dont la rupture en compression provient de la microfissuration interne et locale due à la traction. La dépendance de la vitesse de la déformation du comportement du béton est due à la transition du phénomène de fluage (contrôlant la rupture dans le domaine antérieur au quasi-statique) au mécanisme de la microfissuration en traction, qui lui dépend de la vitesse pour les chargements rapides. Le changement de comportement est du, primo à la résistance inertielle du matériau dans lequel le chemin de propagation se développe et secundo à une augmentation de la résistance à la fissuration nécessaire à la rupture. Dans le cas dynamique, la rupture intervient à un plus grand niveau de contrainte que pour le chargement quasi-statique car les fissures sont forcées de se propager à travers des zones de plus grandes résistances et aussi parce qu'un plus grand nombre de microfissures est nécessaire pour former une surface de rupture continue. L'importance de la résistance inertielle est à souligner dans le cas de la compression dynamique, pour laquelle la rupture du matériau survient si brutalement qu'il n'a pas le temps de se décharger dans sa direction latérale, produisant une contrainte de confinement effective dans le noyau central du béton testé. Ce confinement inertiel latéral dans le cas de la compression entraînerait non seulement une augmentation significative de la résistance dynamique, mais aussi une augmentation de la déformation critique et voire du degré de microfissuration.

Des essais de résilience sur le matériau ont été entrepris par plusieurs chercheurs afin d'identifier des paramètres de la mécanique linéaire de la rupture, notamment la ténacité, longueur de fissure caractéristique... Comme techniques d'essai, outre les machines d'essais universelles, ont été utilisés également le système à masse tombante instrumenté, Naaman et Golapartnam [1983], Bentur, Mindess et Banthia [1986], le mouton de Charpy instrumenté, Golapartnam, Shah et John [1984]. Lors de ces essais, les expérimentateurs se sont intéressés à la propagation dynamique des fissures dans le béton. Les effets de vitesse sur les propriétés mécaniques de ce matériau ont été attribués à la sensibilité à la vitesse de propagation en mode mixte (Mode I et II) de fissuration. Concernant le Mode II de rupture, très peu d'essais sont à relever dans la littérature. A noter toutefois que Takeda, Tachikawa et Fujimoto [1982], conduisant des essais de cisaillement sur des poutres, ont trouvé que les déplacements en cisaillement au pic de chargement décroissent avec l'augmentation des vitesses de chargement. Résultat inhabituel comparativement aux observations usuelles de l'augmentation des déformations au pic de chargement pour les essais de traction, de flexion et de compression avec la vitesse de chargement. Par contre, les essais portant sur la rupture

en Mode I du béton sont prépondérants dans la littérature, voir paragraphe I.2.3. Mais la plupart des auteurs relèvent la complexité de l'application de la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture (MELR) à un matériau aussi hétérogène que le béton. A titre d'exemple, la première difficulté d'ordre expérimental est le dimensionnement des éprouvettes : pour se placer dans le cadre des hypothèses de l'applicabilité de la MELR, le choix d'éprouvettes de grandes dimensions s'impose, mais ceci rend presque impossible leur chargement dynamique. D'autres difficultés tels l'état de contrainte non homogène, la non-stationnarité de la propagation des fissures rendent difficilement soutenable l'applicabilité des concepts de la mécanique de la rupture, Rossi [1988]

## **2. TRACTION DYNAMIQUE : METHODES D'ESSAI ET RESULTATS**

### **2.1 Méthodes expérimentales**

Les expériences de traction dynamiques, développées pour une meilleure compréhension des propriétés dynamiques du béton ont été conduites dans différentes configurations (traction directe, flexion...). La difficulté de ce type d'essai est à souligner à cause, en entre autres, de la complexité d'accès aux mesures (notamment les déformations généralement très faibles) et l'influence des appareillages. Il est à noter qu'il n'existe à ce jour aucune méthode standard universellement adoptée dans le domaine des vitesses élevées. Les résultats obtenus ont donc une valeur qualitative mais permettent néanmoins de dégager des tendances notables du comportement du béton en traction. Les expériences conduites durant les deux premières décennies, hormis celle conduite par Mellinger et Birkimer [1966], l'ont été à des vitesses de chargement faibles à intermédiaires. Ce n'est qu'avec l'adaptation de la technique des barres de Hopkinson aux essais de traction que des vitesses de chargement relativement élevées ont été quantitativement atteintes. Cette technique initiée par B. Hopkinson [1913] a d'ailleurs inauguré les essais de traction par écaillage sur le béton, London et Quinney [1923], comme il est vu par la suite. Globalement, les méthodes d'essai majeures en traction du béton peuvent être classées comme suit :

### 2.1.1 Essais à vitesse de déformation constante

Cette méthode d'essai est adaptée aux matériaux fragiles et endommageables tel que le béton et permet d'obtenir la courbe contrainte-déformation caractérisant le matériau dans le domaine quasi-statique. Avec cette méthode, les essais conduits en traction directe ou indirecte (flexion, fendage) sont effectués à vitesses de déformation maintenues constantes. En configuration de traction, elle a permis aux premiers expérimentateurs, entre autres Komlos [1964], Cowell [1966], Takeda et Tachikawa [1971], Heilman, Hilsdorf et Finsterwalder [1977] et plus tard aux utilisateurs de la technique de la barre de Hopkinson, voir paragraphe ci-après, d'étudier le comportement du béton dans la gamme allant du quasi-statique aux vitesses de déformations intermédiaires soit de  $10^{-6}$  à environ  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . En mode de flexion 3 ou 4 points, ont recouru à cette méthode, Butler et Keating [1981], Wright [1983], Suaris et Shah [1983], Soroushian, Choi et Fu [1985].

A noter cependant que la résistance en traction obtenue par essai de flexion est souvent de 40 à 80% plus élevée que celle obtenue par traction directe. Les résultats obtenus par traction directe sont jugés moins fiables car sensibles à différents paramètres tel que l'appareillage utilisé et la micro-fissuration initiale du matériau testé. Généralement pour ce genre de tests, si la réponse pré-pic est indépendante de l'appareillage et des dimensions de l'éprouvette, la réponse post-pic est nettement influencée par ces derniers. De grandes vitesses de déformations sont difficiles à atteindre avec ce genre d'essais, à cause des effets parasites de flexion, concentrations de contraintes au niveau des fixations de l'éprouvette et la difficulté d'accès aux mesures sur le matériau. Et ce, malgré la mise au point de machines hydrauliques-pneumatiques évoluées dotées de mors de fixation d'éprouvette spéciaux telle celle existant au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'université Metz pouvant atteindre des vitesses jusqu'à  $1 \text{ s}^{-1}$ , Gary et Klepaczko [1992].

### 2.1.2 Essais de traction dynamique par écaillage

Le principe de la méthode consiste à générer une impulsion de contrainte de compression à une extrémité d'une barre en béton, qui est réfléchi à l'autre extrémité en onde de traction entraînant la rupture du béton par écaillage. De la vitesse d'éjection des fragments est déduite la contrainte à la rupture par écaillage du béton. L'idée de cette technique d'écaillage du béton

remonte à la fin de la première guerre mondiale. London et Quiney [1923], inspirés par la technique du professeur Hopkinson, utilisèrent une charge explosive collée à l'extrémité d'une barre en béton de 914 mm de longueur et 76 mm de diamètre, fig.I.3. Le résultat de la détonation fut la pulvérisation sur 130mm de l'extrémité soumise à l'explosif, et l'éjection à des vitesses différentes de 4 fragments de 70 à 250 mm de longueur. Des vitesses d'éjection des fragments, estimées par les mesures des distances horizontales et verticales de projection, est déduit le profil approximatif de pression initiale le long de la barre.

La même technique est reprise plus tard par entre autres par Mellinger et Birkimer [1966] ainsi que par Goldsmith, Tang et Polivka [1966], recourant à des impacteurs en acier projetés par des canons à air comprimé sur des barres de Hopkinson en béton, suspendues. Les barres sont instrumentées à l'aide de plusieurs jauges de résistance, fig.I.4. A l'aide de ce système, la propagation des impulsions de contrainte de compression (de période de 60  $\mu$ sec) et l'écaillage provoqué par réflexion à l'extrémité libre de la barre des impulsions de contraintes de traction ont été étudiés pour des mortiers et des bétons de compositions différentes. Les temps de montée extrêmement courts (de 20 à 30  $\mu$ sec) des impulsions de chargement permirent à Birkimer et Lindeman [1971] d'atteindre des vitesses de déformation atteignant 3 à 25  $s^{-1}$ , à l'aide de cette méthode.

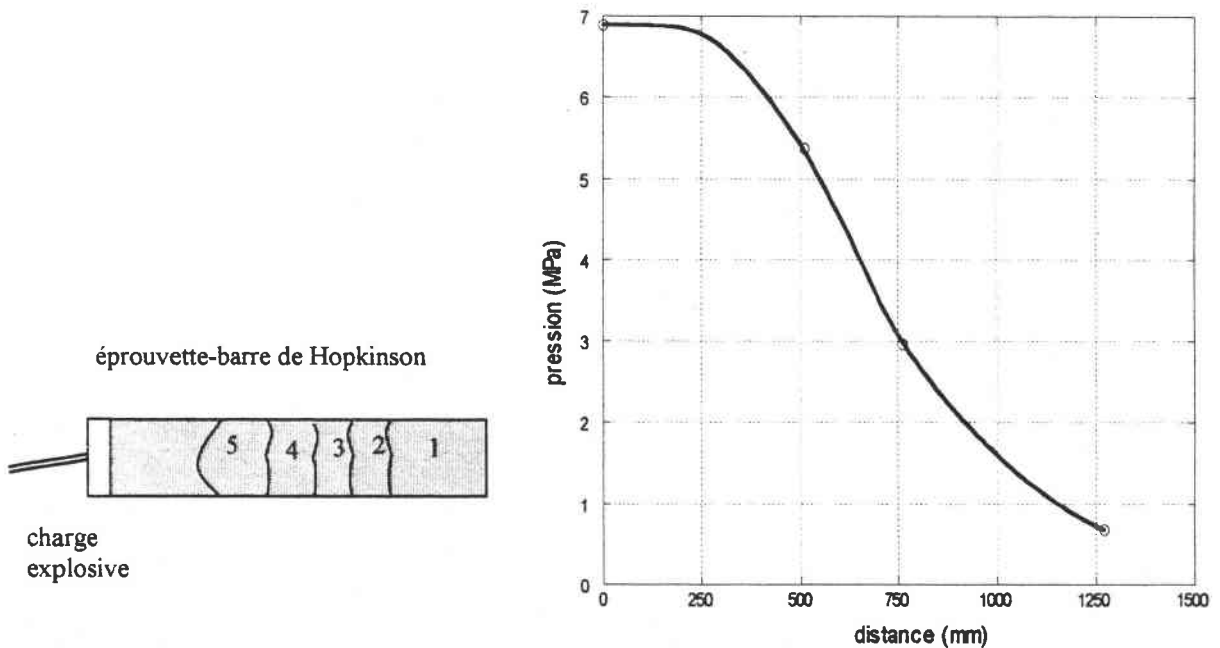


fig.I.3 : Schéma de l'expérience de London et Quiney [1923].



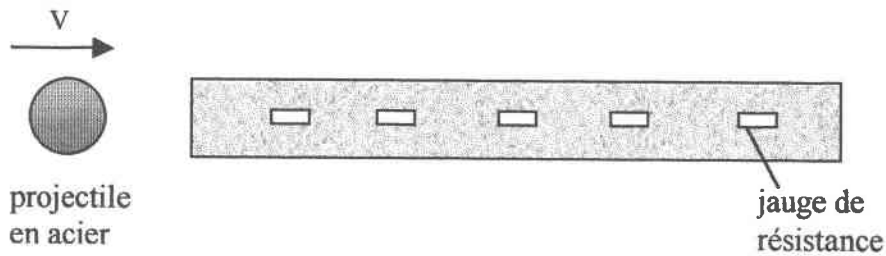


fig.I.4 : Schéma de l'essai de traction dynamique utilisé par Goldsmith [1966].

### 2.1.3 Essais aux barres de Hopkinson

La première expérimentation en traction basée sur le principe de la barre de Hopkinson a été développée à l'université de technologie de Delft, fig.I.5. Cet équipement de référence a été utilisé par plusieurs chercheurs tels que Kormeling, Zielinski et Reinhardt [1980], Zielinski [1982], Toutlemonde [1994]. Le dispositif expérimental consiste en deux barres élastiques coaxiales en aluminium de diamètre 74 mm entre lesquelles est insérée une éprouvette en béton de même diamètre.

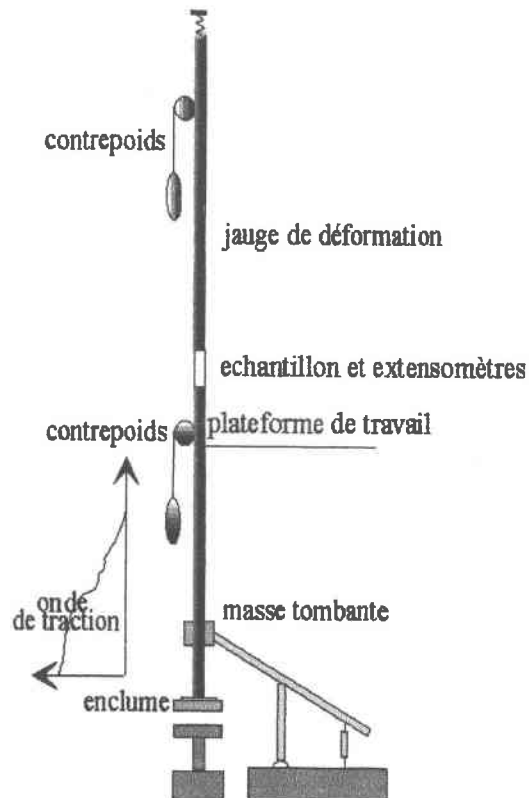


fig.I.5 Schéma du dispositif aux barres de Hopkinson de Delft.

Les longueurs respectives des barres supérieure et inférieure sont de 5900 et 3600 mm. Les éprouvettes testées par les différents auteurs sont de 100 mm de longueur. Les impulsions de contraintes de traction sont générées par une masse percutant une enclume fixée à l'extrémité de la barre incidente. Le temps de montée de l'impulsion est contrôlé par un choix combiné de la masse, de la hauteur de chute de cette dernière et de joints en caoutchouc placés entre la masse et l'enclume. La force agissant au niveau de l'éprouvette est calculée par la mesure de l'impulsion dans les barres en deux points de part et d'autre de l'éprouvette et les déformations sont mesurées par des jauges collées sur cette dernière. La plage des vitesses de déformation balayées à l'aide de ce dispositif est de  $5 \cdot 10^{-2}$  à environ  $1.5 \text{ s}^{-1}$ . Lors des campagnes expérimentales, ont été examinées successivement les influences sur le comportement dynamique de la teneur en eau, de la direction de carottage des éprouvettes, de la taille des granulats, du type de liant et de la teneur en pâte de ciment.

Un autre système basé sur la propagation des ondes élastiques dans la barre de Hopkinson a été développé au Joint Research Center d'Ispra, Albertini et al. [1991], fig.I.6. Celui-ci se distingue de celui de Delft par la génération de l'impulsion par l'énergie élastique stockée dans une barre précontrainte de 2300 mm de long et par la forme carrée des barres de Hopkinson (2000 mm de longueur pour 60 mm de coté).

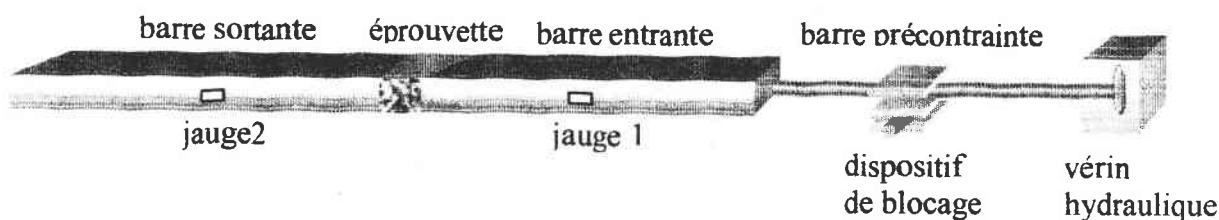


fig.I.6 : Schéma du dispositif construit au JRC d'Ispra.

Pour la conduite d'un essai de traction, en première étape, un vérin hydraulique précharge la barre en acier jusqu'à quasiment sa limite élastique par friction dans le dispositif de blocage. L'étape suivante est la rupture contrôlée d'une pièce intermédiaire fragile dans le dispositif de blocage, générant une impulsion de traction de forme rectangulaire se propageant successivement dans la barre incidente, l'éprouvette et la barre de transmission. L'impulsion de traction et les déformations sont mesurées respectivement via des jauges de déformations

collées sur la surface des barres et de l'éprouvette en mini-béton (de même section que la barre et de longueur 100 mm). A l'aide de ce dispositif une vitesse de déformation maximale de  $2.5 \text{ s}^{-1}$  est atteinte.

Une autre adaptation de la barre de Hopkinson en mode de compression pour des essais de traction dynamique est l'œuvre de Tedesco, Ross et Kuennen [1993], à l'université de Floride. Dans cette variante expérimentale, l'éprouvette en béton placée entre deux barres de Hopkinson est chargée diamétralement. L'essai est en configuration de fendage dynamique, fig.I. 7.

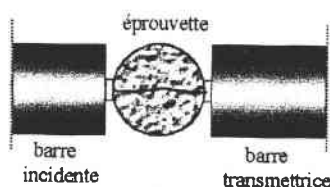


fig. I. 7 : Mode de chargement de l'éprouvette.

Les barres entrante et sortante de même diamètre 50.8 mm ont pour longueur respectives 3660 mm et 3350 mm, fig.I.8. La barre incidente est soumise à impact par le biais d'un projectile cylindrique.

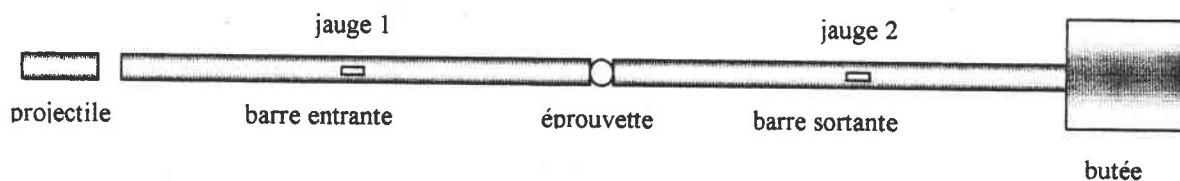


fig. I.8 : Schéma de la barre de Hopkinson en mode de compression, Ross et al. [1993].

L'éprouvette testée (de 50.8 mm de diamètre et de longueur) est rompue parallèlement à la direction de chargement. Un vaste programme expérimental sur du mini-béton (taille maximale d'agrégat 10 mm) est menée à l'aide de ce dispositif avec lequel la vitesse de déformation maximale atteinte est de l'ordre de  $8 \text{ s}^{-1}$ .

## 2.2 Résultats expérimentaux en traction

Les résultats expérimentaux concernant la résistance relative en traction du béton en fonction du logarithme de la vitesse de déformation sont rassemblés sur la fig. I.9. Comme pour la compression les résistances en traction obtenues sont rapportées à leurs valeurs quasi-statiques, pour masquer les éventuels effets d'échelle et les différences de maturité des bétons testés. Dans cette rétrospective des résultats obtenus par différentes méthodes expérimentales, des éprouvettes de forme cylindriques ou prismatiques de dimensions relativement modestes (hauteur inférieure à 200mm pour une dimension latérale inférieure à 100mm) ont été testées. Le matériau étudié est généralement du micro- ou du mini- béton humide et sec avec une taille de maximale de granulats de 20mm. Le béton testé est âgé de 3 jours à plusieurs mois et est caractérisé par une résistance à la compression quasi-statique variant de 14 à 62.5 MPa.

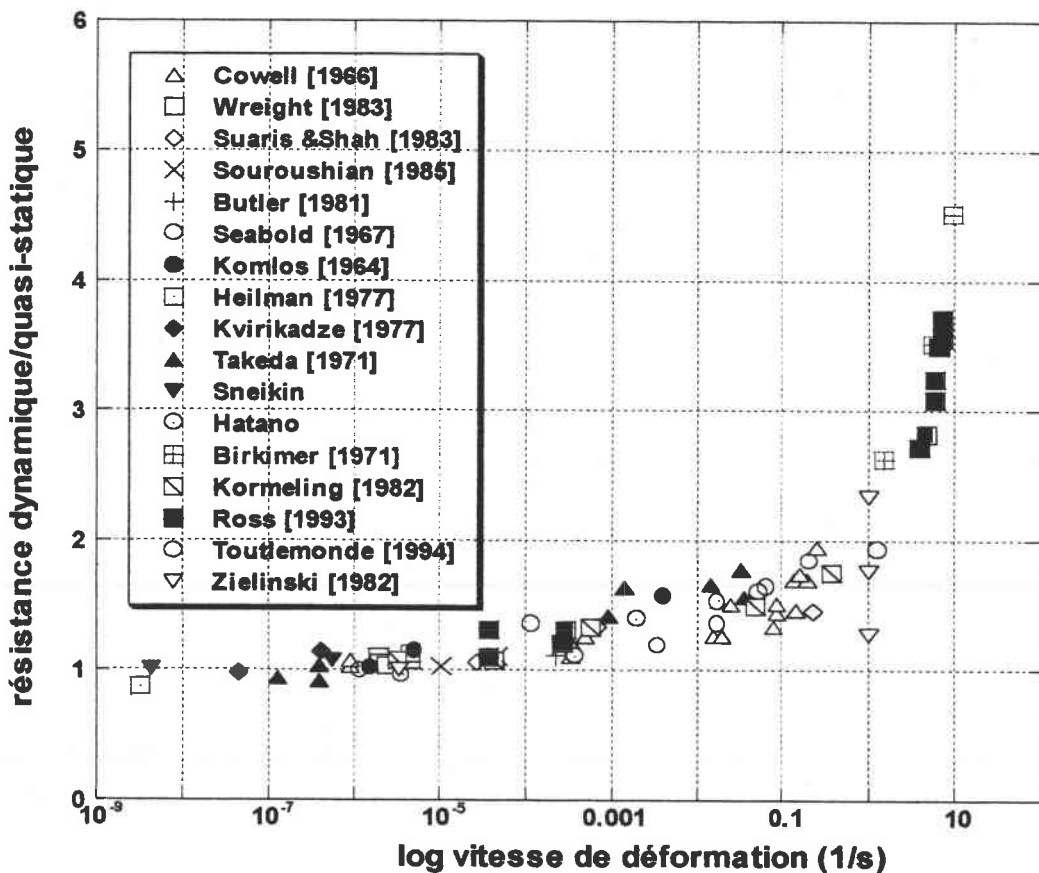


fig. I.9 : Evolution du rapport des résistances dynamique sur statique en fonction de la vitesse de déformation.

Les données expérimentales amassées concernant le comportement dynamique en traction du

béton ont mis clairement en exergue « l'effet de vitesse » : un accroissement modéré et continu de la résistance maximale enregistrée jusqu'à 100% dans la gamme allant du quasi-statique à une vitesse de déformation seuil de  $1 \text{ s}^{-1}$ , suivi d'une augmentation brutale atteignant 500% dans un ordre de magnitude de cette résistance pour des vitesses de déformation supérieures. La déformation maximale enregistrée suit quasiment la même évolution à des vitesses de déformation correspondantes, fig.I.10.

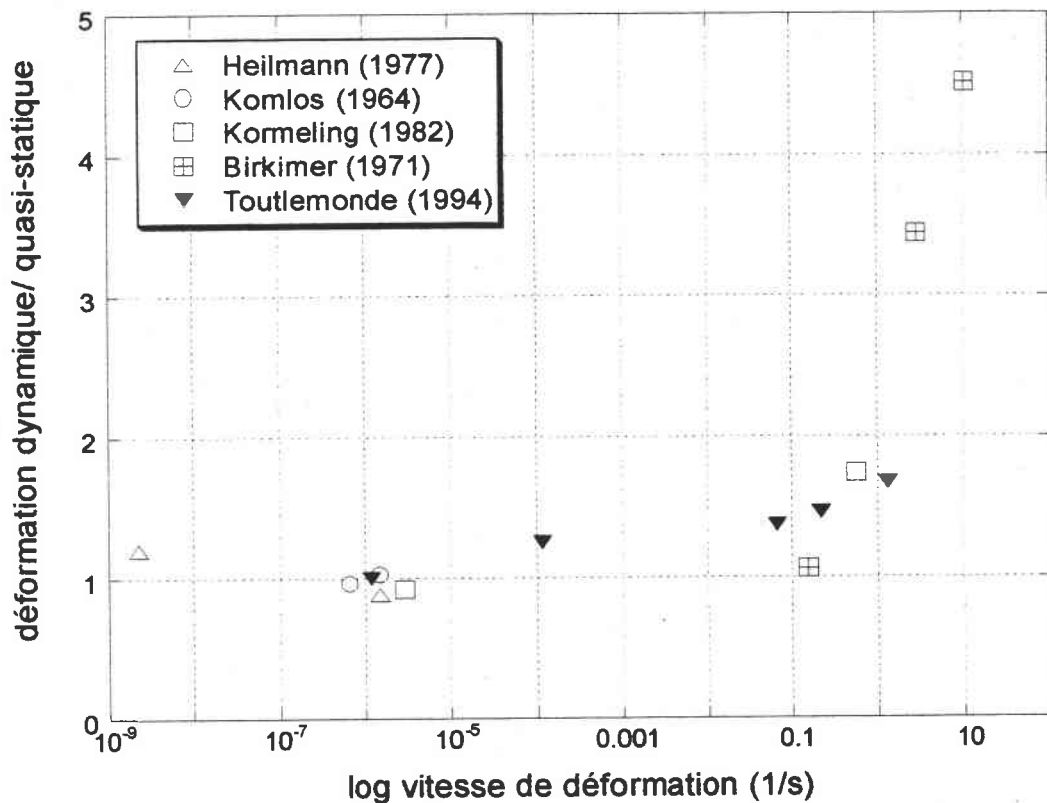


fig.I.10 : Dépendance de la déformation relative en fonction du logarithme de la vitesse de déformation.

En dépit de certaines confusions et de quelques résultats contradictoires, la banque de données constituée grâce aux essais dynamiques permet de dégager des tendances d'évolution des propriétés dynamiques du béton en fonction de certains paramètres. Ces tendances peuvent être brièvement récapitulées comme suit :

- En raison de la complexité de la mesure du module d'Young en dynamique peu de résultats sont disponibles dans la littérature. Tous les auteurs s'accordent toutefois sur le fait que le

module d'Young du béton augmente plus ou moins modérément avec l'augmentation de la vitesse de chargement et ce particulièrement pour le matériau saturé. Cette augmentation ne saurait dépasser 15% dans le cas le plus défavorable (module faible, béton saturé, vitesse la plus rapide), Toutlemonde [1994].

- L'effet de vitesse se réduit avec l'amélioration de la qualité du béton. Amélioration traduite par les auteurs soit par une bonne résistance à la compression, soit par un rapport eau-ciment réduit ou une faible porosité.

- Les effets d'une cure humide ont été clairement identifiés par la majorité des chercheurs, à l'exception de Zielinski [1982], comme étant responsable de la grande sensibilité à la vitesse du béton et ce tout au moins jusqu'au seuil atteint de  $10 \text{ s}^{-1}$ . L'eau libre présente dans les pores de la pâte de ciment est principalement à l'origine du changement de comportement du béton, Toutlemonde et Rossi [1995], Rossi et al. [1996].

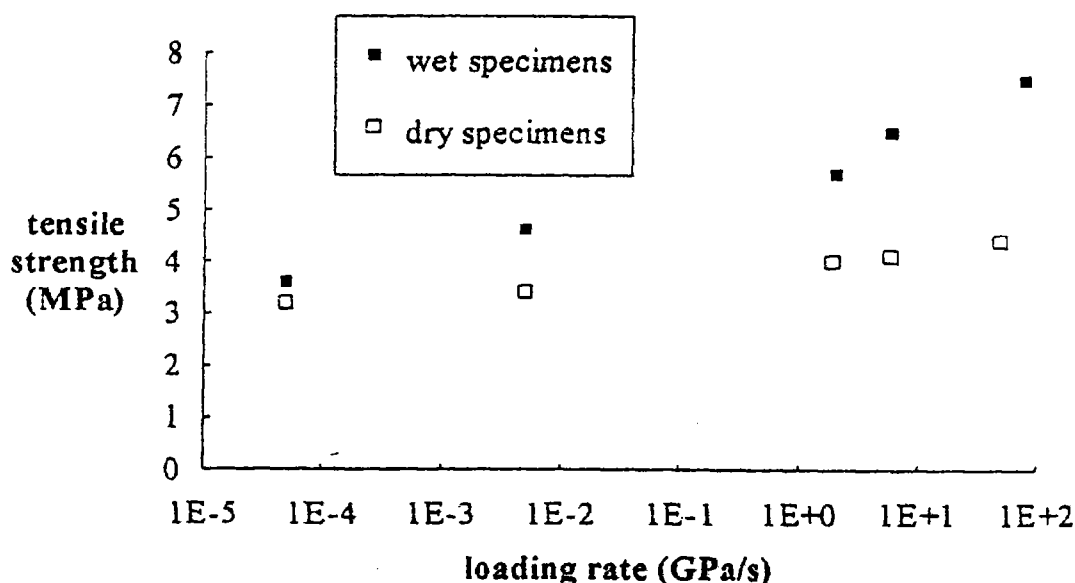


fig. I.11 : Influence de l'humidité sur la résistance en traction du béton, Toutlemonde et Rossi [1995].

- Les autres paramètres étudiés par les différents chercheurs (âge, tailles des granulats, teneur en ciment...) interviennent de manière secondaire dans l'effet de vitesse. Le rôle secondaire de

ces paramètres pourrait être du à leurs effets réduits ou carrément antagonistes. La variation simultanée de deux paramètres compliquée par leur effet sur les valeurs quasi-statiques empêche toute interprétation, Toutlemonde [1994]. La taille des agrégats par exemple intervient de la manière suivante : l'effet de vitesse a tendance à augmenter avec la diminution de la taille des granulats, ce constaté par plusieurs auteurs. Mais ce phénomène peut être attribué aussi bien à un effet d'échelle qu'à une faible teneur en pâte de ciment ou bien alors relié à la rugosité relative des granulats et leurs différents modules avec la pâte.

- Le processus de rupture en traction à de grandes vitesses de déformation se caractérise par la propagation d'une micro-fissuration multiple, un effet de fissuration empêchée qui pourrait expliquer l'augmentation de la résistance en traction et de la déformation à rupture observée dans les essais d'impact. Lors de l'accroissement de la vitesse de déformation, les fissures n'ont plus le temps de choisir le chemin de moindre résistance et sont forcées de prendre le chemin le plus court de plus grande résistance, passant à travers les granulats et les zones fortes de la matrice cimentaire, qui normalement sont évitées pour les basses vitesses, Zielinski [1982], Bischoff et Perry [1991].

### **2.3 Modèles d'interprétation et critères de rupture en traction dynamique**

Le béton est un matériau multiphase complexe consistant en des agrégats de différentes dimensions et de formes irrégulières, dispersés et pris dans une matrice cimentaire durcie. Les vides d'air, des micro-fissures interfaciales entre ciment et agrégat proviennent généralement de la composition et de la mise en œuvre. Quant à celles existant dans la matrice cimentaire, elles sont inhérentes au matériau et résultent des procédures de fabrication du liant et des processus physico-chimiques survenant lors de la phase de durcissement des composites à base de ciment. Quelques facteurs affectant le comportement sont récapitulés par Newman et Newman [1963] et qui peuvent être classés de manière condensée tel que suit

- éprouvette et caractéristiques environnementales : conditions moyennes d'humidité et de température de l'éprouvette et de l'environnement ;

- état de contrainte ou de déformation : magnitude de contraintes ou de déformations appliquées et leurs composantes sphériques et déviatoriques, distribution réelle des contraintes ou déformations, effet de la géométrie des éprouvettes, influence du mode de fixation et de l'appareillage de chargement sur les contraintes ou les déformations appliquées ;
- méthode de chargement : type de chargement, vitesse d'accroissement de la contrainte ou de la déformation soit un chargement à long terme (fluage), statique à court terme (quasi-statique) ou dynamique ;
- schéma de chargement : accroissement monotone jusqu'à rupture (quasi-statique ou dynamique), chargement statique permanent (fluage), chargement répétitif (fatigue), impulsionnel ou alternatif ;
- mode de chargement : compression, traction, flexion.

La multiplicité des facteurs affectant le comportement mécanique et la grande hétérogénéité du matériau béton, expliquent la complexité de la prédiction de la réponse sous des chargements divers. Durant ces dernières décennies plusieurs théories de rupture en traction ont été proposées aussi bien au niveau phénoménologique que structural.

De l'allure parabolique de la courbe des résultats obtenus, la sensibilité à la vitesse a été décrite depuis les premières expérimentations par le biais de relations empiriques exprimant de la résistance en traction en fonction du logarithme de la vitesse de chargement ou de déformation, Takeda et Tachikawa [1971], Birkimer et Lindeman [1971], Kvirikadze [1977]. Cette équation, entre autres, a été proposée par Souroushian et al. [1985], déduite du lissage par la formule des moindres carrés des résultats expérimentaux

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F_0}} = A + B \log(\dot{\epsilon}) + C \log(\dot{\epsilon})^2 \quad (I.1)$$

avec  $A=1.77$ ,  $B=0.219$  and  $C=0.0154$ .

Quelques auteurs introduisirent dans les relations citées supra, des paramètres du matériau influençant la sensibilité à la vitesse. Ainsi Glinicki [1993] propose, pour reproduire



correctement les résultats expérimentaux la formulation

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F_0}} = 1 + \alpha \left( \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}_0} \right)^\beta \quad (I.2)$$

où  $\alpha$  and  $\beta$  sont des paramètres du matériau linéairement reliés à la porosité totale du matériau.

Une formulation plus complète tenant compte de la présence de l'eau libre et des composants du matériau décrivant le plus correctement dans l'acception statistique les tendances mesurées est donnée par Toutlemonde [1994]

$$\sigma_F = \sigma_{F_0} + \phi(H) \left[ AV_{\text{CHS}} + B \left( \frac{g}{g^*} \right) - C \right] \log \left( \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}_0} \right) \quad (I.3)$$

dans laquelle  $V_{\text{csh}}$  représente la teneur massique en cristaux de CHS (silicates de calcium hydratés, en  $\text{kg/m}^3$ ),  $g/g^*$  le rapport de concentration réelle en granulats sur la concentration maximale possible. Le terme  $\phi(H)$  exprime l'effet de la quantité d'eau libre  $H$  (avec  $\phi(H)=\sin(\pi H)$  pour  $H < 50\%$  et  $\phi(H)=1$  pour  $H > 50\%$ ). La vitesse de chargement est rapportée à la vitesse de chargement normalisée  $\dot{\sigma}_0 = 5 * 10^{-2} \text{ MPa/s}$  (norme AFNOR 1981).

Les valeurs des constantes sont  $A=6.61 * 10^{-4}$ ,  $B=3.6$ ,  $C=2.8$  pour une résistance donnée en MPa.

Le module d'Young dynamique du béton selon le même auteur peut être estimée selon la formule

$$E_{\text{dyn}} = E_0 + \alpha \phi(H) \log \left( \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}_0} \right) \quad (I.4)$$

où  $\alpha$  représente un coefficient et  $E_0$  le module d'Young quasi-statique.

Glücklich [1963] affirma que la seule approche pour décrire le comportement du béton est la considération de l'énergie tenant compte de la structure du matériau. Dès lors apparaissent des modèles complexes combinant l'approche statistique à la structure du matériau à différentes échelles avec des concepts de mécanique élastique linéaire de la rupture (qui sera

désignée par abréviation MELR dans ce qui suit ) et/ou de thermodynamique. L'application de ces modèles au béton incluait l'influence de la vitesse de chargement sur la résistance de ce matériau. Il est à noter que le développement de ces modèles avec les différentes approches est intimement lié à l'échelle à laquelle le matériau est considéré. Pour faciliter la compréhension des modèles d'interprétation exposés, les différents niveaux sont récapitulés :

- niveau macroscopique : le béton est considéré comme un milieu élastique, homogène et isotrope. La taille des composants du matériau et des fissures dépasse une valeur minimale dépendant de la classe du béton ;
- niveau mésoscopique : le matériau est supposé être un composite formé de particules d'agrégats de forme variable et de provenance minéralogique différentes prises dans une matrice cimentaire homogène. Des fissures interfaciales de quelques millimètres entre les particules et la matrice sont prises en compte ;
- niveau microscopique : à cette échelle la matrice cimentaire n'est plus considérée homogène. Les propriétés de la pâte de ciment durcie varient à cause des différences locales de l'hydratation du ciment. Des pores et des micro-fissures d'un dixième de millimètre à un millimètre sont considérés résultant du séchage et des retraits.

### 2.3.1 Niveau macroscopique

#### Modèle de fissuration dynamique

Dans le domaine de MELR et dans le cas d'une fissure discrète, des solutions analytiques existent pour le facteur d'intensité de contrainte sous des chargements dynamiques. L'équation de mouvement tenant compte des termes d'inertie peut être utilisée pour la détermination de la distribution de la contrainte dynamique autour de l'extrémité d'une fissure se propageant rapidement. Des solutions élastodynamiques pour l'évolution de la fissure sous un chargement quelconque, il a été démontré, Freund [1972 ], que le facteur d'intensité de contrainte dynamique  $K_{ID}$  décroît avec l'augmentation la vitesse de la fissure  $\dot{a}$ , suivant la formule

$$K_{ID} = k(\dot{a}) K_{IC} \quad (I.5)$$

Où  $K_{IC}$  est le facteur d'intensité de contrainte quasi-statique et  $k(\dot{a})$  un facteur de correction

de la vitesse. La variation de  $k(\dot{\epsilon})$  en fonction de la vitesse de propagation de la fissure  $\dot{a}$  rapportée à la célérité des ondes de Rayleigh  $C_s$  est montré par la fig. I. 12

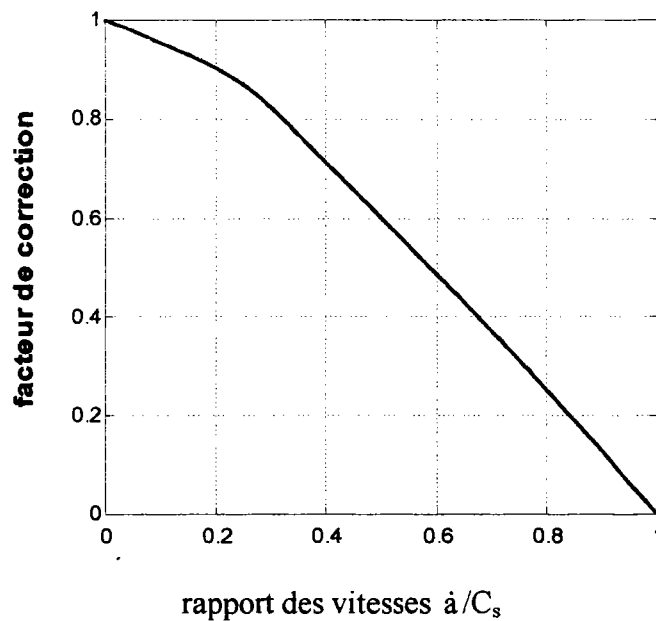


fig.I.12 : Variation de facteur de correction avec la vitesse de la fissure.

En utilisant la théorie de la mécanique linéaire élastodynamique, Kipp et al [1979], ont étendu la théorie de la contrainte constante à un chargement en contrainte arbitraire, en recourant à une relation contrainte-temps appropriée. Dans le cas particulier d'un chargement à vitesse de déformation constante et donc une vitesse de chargement constante pour un matériau élastique, une relation facteur d'intensité de contrainte quasi-statique-temps est déduite pour une fissure en forme de disque de décollement

$$K_1(t) = \left[ \frac{4\alpha}{3\sqrt{\pi}} \right] \dot{\sigma} \sqrt{C_s} t^{\frac{2}{3}} \quad (I.6)$$

Si  $K_{IC}$  est considéré comme le critère de rupture, une relation entre la résistance à la rupture  $\sigma_F$  et la vitesse de déformation peut être établie

$$\sigma_F = \left[ \frac{9\pi E K_{IC}^2}{16\alpha C_s} \right]^{\frac{1}{3}} (\dot{\epsilon})^{\frac{1}{3}} \quad (I.7)$$

où  $\alpha$  est un coefficient lié à la géométrie et  $E$  le module d'Young.

Cette loi puissance un tiers est valable pour les grandes vitesses de déformation et/ou des

fissures suffisamment grandes. Pour donner un ordre de grandeur : une vitesse de déformation de  $1 \text{ s}^{-1}$  nécessite une longueur de fissure de 100 mm ! D'autre part, l'équation (I.6) est établie sur l'hypothèse que la fissure après initiation se propage à la vitesse acoustique. Or d'après les observations expérimentales, la vitesse de propagation des fissures ne saurait dépasser le taux maximal de 25% de la célérité des ondes de Rayleigh, Curbach [1987]. Les hypothèses prises pour ce modèle sont donc en contradiction avec l'expérience ou carrément irréalistes.

### **Modèle de rupture à deux paramètres**

Dans les conditions d'applicabilité MELR, le facteur d'intensité de contrainte  $K_{IC}$  pour des essais sur poutre entaillée peut être calculé, en utilisant le pic de chargement mesuré et la profondeur d'entaille initiale  $a_0$ . Pour l'obtention des courbes facteur d'intensité de contrainte  $K_{ID}$  en fonction de la vitesse pour le béton soumis à de grandes vitesses de chargement, des essais d'impact utilisant le système du mouton de Charpy modifié (Modified Charpy Instrumented Impact Testing System) ont été conduits, John et Shah [1986]. La fig. I.13 a) montre la poutre entaillée (de dimensions : 229x76x25 mm) instrumentée par une jauge adaptée pour la mesure de la croissance de la fissure. Des résultats obtenus (chargement, déformation, extension de la fissure en fonction du temps), il a été observé l'existence significative d'une extension précritique non linéaire de la fissure (appelée croissance lente de la fissure), fig.I.13 b). Cette croissance précip doit être prise en compte pour la détermination d'un facteur d'intensité de contrainte  $K_{IC}$  indépendant de la taille de la fissure. Il s'est avéré toutefois difficile d'estimer la longueur de la fissure en se basant sur des mesures de surfaces, tant le front de fissure est discontinu et tortueux. Pour contourner cette difficulté, une approche recourant à une longueur de fissure effective pour la détermination d'une valeur correcte de la ténacité à la rupture a été proposée, Jenq et Shah [1985]. La longueur effective de la fissure est définie de manière telle que le déplacement mesuré de l'ouverture des lèvres de la fissure (Crack Mouth Opening Displacement) est le même que celui calculé en utilisant la mécanique linéaire de la rupture. Il a alors été observé que le  $K_{IC}$  (désigné par  $K_{IC}^s$ ) et l'ouverture critique de l'extrémité de la fissure (désigné par  $CTOD_c$ , Critical Tip Opening Displacement) ainsi déterminés sont indépendants de la taille des poutres testées. Ce modèle à deux paramètres est utilisé pour expliquer le phénomène d'effet d'échelle dans le béton. En se

basant sur ce modèle, John, Shah et Jenk [1987] en ont proposé un autre prédisant la sensibilité à la vitesse de la rupture en mode I du béton. Le module d'Young  $E$  et  $K_{IC}^3$  sont supposés indépendants de la vitesse ; quant au déplacement en ouverture de l'extrémité de la fissure  $(CTOD)_C$ , il est supposé diminuer avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Ce modèle a été utilisé pour l'étude des bétons à haute résistance et l'interaction de la résistance quasi-statique avec la vitesse de chargement. Le modèle proposé reproduit globalement les tendances observées des effets de vitesses de déformation dans la gamme de  $10^{-7}$  à  $1 \text{ s}^{-1}$ .

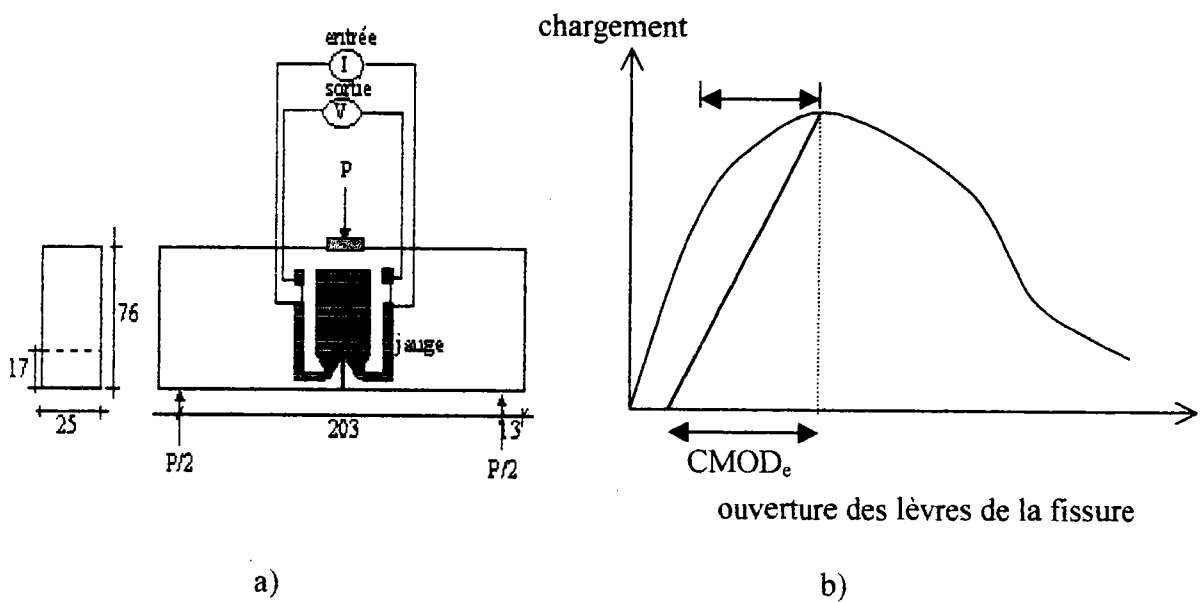


fig.I.13 : a) Mesure de l'accroissement de la fissure , b) courbe typique chargement-ouverture de fissure, John, Shah et Jenq [1987].

### 2.3.2 Niveau mésoscopique

#### Modèle de rupture d'un composite idéalisé

Un modèle de rupture en traction du béton a été développé par Zielinski [1982]. L'approche théorique adoptée est basée sur les concepts de la MELR et un traitement statistique appliqué à un matériau composite idéalisé consistant en des particules d'agrégats sphériques de

différentes tailles prises dans une phase matricielle homogène. En supposant une surface de rupture plane, l'extension d'une fissure est considérée se produire soit à travers les particules d'agrégats (extension intragranulaire) ou bien en contournant ces dernières (extension intergranulaire), fig.I.14.

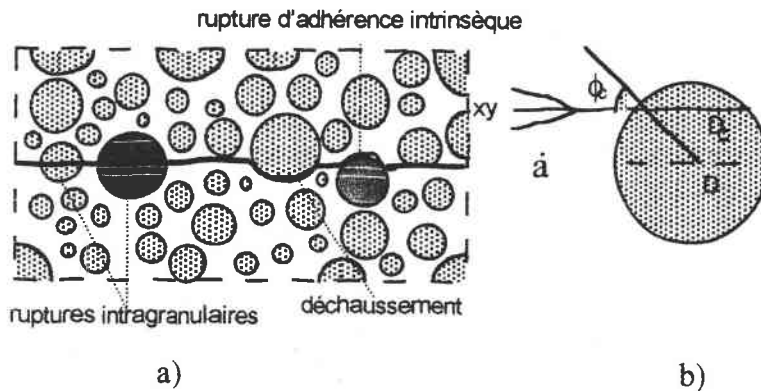


fig. I.14 : a) Composite idéalisé et chemin de rupture sous chargement d'impact  
b) Position d'une fissure approchant une particule, Zielinski [1982].

Un critère de rupture est appliqué déterminant qui des particules granulaires ou des adhérences interfaciales entre particule et phase matricielle seront rompus sous le chargement impulsif, à partir énergies de créations de surfaces nécessaires des composants  $\gamma_m$ ,  $\gamma_a$  et  $\gamma_b$  (trouvées dans la littérature). Le critère de rupture tient compte de la position de la particule d'agrégat et de la vitesse de chargement influençant la vitesse de la fissure. Partant de ce critère et de la considération statistique du matériau composite idéalisé, la contribution la plus probable des surfaces rompues de la matrice, des particules et des adhérences en fonction de la vitesse de chargement est déterminée. Connaissant les surfaces de rupture, l'énergie absorbée durant la rupture est exprimée comme étant la somme des énergies associées à l'extension de la fissure dans la phase matricielle, les particules et les adhérences interfaciales. L'énergie  $W_A$  absorbée lors de la rupture s'exprime par

$$W_A = 2\alpha(\dot{\sigma})[A_m\gamma_m + A_a(\dot{\sigma})\gamma_a + A_b(\dot{\sigma})\gamma_b] \quad (I.8)$$

Où  $\alpha$  représente le degré de fissuration multiple avec l'augmentation de la vitesse de chargement. Les coefficients  $A_m$ ,  $A_a$  et  $A_b$  étant la contribution probable des surfaces rompues

en fonction de la vitesse de chargement.

Le phénomène de rupture décrit par le modèle et les énergies de ruptures associées aux ruptures quasi-statique et sous impact du matériau béton chargé en traction ont été confrontées aux résultats expérimentaux. Les phénomènes observés expérimentalement sont en accord avec les mécanismes de rupture de base considérés dans le modèle. Toutefois, la concordance entre les énergies déterminées à partir de l'expérience et celle calculées avec le modèle est moins satisfaisante. L'auteur attribue cette différence entre les énergies de rupture réelles et celle théoriques du modèle à la grande hétérogénéité des éprouvettes testées.

### 2.3.3 Niveau microscopique:

#### Modèle basé sur l'énergie d'activation

Le traitement du matériau béton par la thermodynamique revient à le considérer à l'échelle atomique. Chaque atome des molécules constitutives du matériau est en mouvement perpétuel à un certain niveau d'énergie. Si une énergie externe est rajoutée au système d'atomes (par chargement mécanique, élévation de température ou gradient de concentration), les atomes pourraient franchir plus facilement cette barrière énergétique. Plus ces influences externes sont importantes, plus la probabilité de sauts atomiques est grande. Le changement de niveau des atomes peut se traduire de manière globale par des déformations, des fissurations ou des réactions chimiques. Mihashi et Izumi [1977] puis Mihashi et Wittman [1980], ont utilisé cette approche pour prédire l'effet de la vitesse de chargement sur la résistance du béton et ce en la combinant avec certains concepts de MELR. Dans leur modèle, la rupture du béton peut être causée par des séries de ruptures locales présentes dans la phase des produits hydratés du ciment et dans les interfaces entre les granulats et le ciment. Une dépendance en puissance entre la vitesse de chargement et la résistance relative a été proposée

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F0}} = \left( \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}_0} \right)^\alpha \quad (1.9)$$

Le coefficient  $\alpha$  dépend du matériau, de la température et de l'humidité. Plus  $\alpha$  est grand, plus la sensibilité à la vitesse est importante. Le modèle prédit de manière satisfaisante le comportement global en traction du béton. Mais à de hautes vitesses de déformations, ce

modèle ne concorde pas avec l'expérience. Le modèle est basé sur une prédiction de croissance de fissure sous un chargement constant ou un chargement monotone lentement appliqué, pour lesquelles l'extension des fissures est lente (vitesse de fissuration inférieure à  $1 \text{ mm s}^{-1}$ ). Cette théorie ne saurait être valable à des vitesses d'impact pour lesquelles la croissance de fissure est rapide.

### Modèle de fissures en forme de disques de décohésion

La MELR a été appliqué au béton à un niveau microscopique fictif par Weerheijm [1984], en supposant qu'avant chargement, des vides et des microfissures sont déjà présents dans le matériau. L'idée était d'exprimer le degré de cet endommagement interne par un simple paramètre géométrique : le rapport des volumes endommagés et non endommagés. Le béton est schématisé comme un matériau contenant des fissures en forme de disques de décollement équidistants et de même taille, représentant l'état endommagement avant chargement, fig.I15.

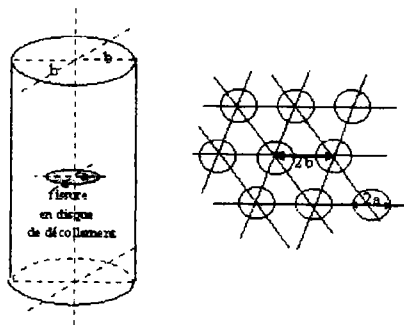


fig.I.15: Géométrie des éléments de volume représentatifs de béton fissurée.

Le rapport  $(a/b)$  du diamètre initial de la fissure sur la distance intermédiaire caractérise le ratio du matériau endommagé et non endommagé. Les valeurs absolues de  $a$  et  $b$  sont déterminées partant du facteur d'intensité de contrainte  $K_{IC}$ , estimé expérimentalement pour une fraction de la résistance en traction uniaxiale (soit  $0.6 \sigma_{F0}$ ). Connaissant les valeurs de  $a$  et  $b$ , l'aspect dynamique est traité en considérant l'énergie cinétique lors de la propagation de la fissure. L'énergie totale se décompose en trois parties : l'énergie libre de surface aux faces de la fissure, l'énergie irrécupérable due aux déformations plastiques et aux frottements et enfin l'énergie cinétique  $W_k$ . La somme des deux premières énergies est égale à la ténacité à la rupture  $G_{IC}$  intrinsèque au matériau. La somme totale des énergies correspond à celle externe



fournie  $G_I$ . Weerheijm a montré que  $W_k$  et  $G_I$  dépendent en fait de la contrainte, de la vitesse de chargement, de la longueur initiale de la fissure et de sa vitesse, du module d'Young et du coefficient de Poisson. De la condition

$$W_k = \int_{a_1}^{a_2} (G_I - G_{IC}) da \quad (I.10)$$

où  $a_1$  et  $a_2$  sont deux états de fissuration, il s'en déduit une relation entre la contrainte et le temps de rupture. Pour une vitesse de chargement constante, la résistance en traction peut être calculée. Selon ce modèle, l'augmentation de la résistance relative en traction est due complètement à la conversion de l'énergie extérieurement fournie en énergie cinétique. L'aspect intéressant de ce modèle est que la gamme complète des vitesses de chargement est couverte par la même approche. Il ressort toutefois que la position de l'augmentation brutale de la résistance en fonction de la vitesse de chargement donnée par l'expérience n'est pas exactement reproduite.

Une synthèse des deux approches micro-macroscopique a été faite par Weerheijm et Karthaus [1985] puis par Weerheijm et Reinhardt [1989]. Partant du même modèle que celui décrit précédemment, il a été mis en évidence un régime de comportement double : jusqu'à un seuil de l'ordre de 1 à 10 s<sup>-1</sup>, l'effet de vitesse est contrôlé par une énergie de rupture à fournir (interprétée comme une énergie de création de surface) croissante avec la vitesse. Au-delà, c'est la réponse mécanique de la zone entourant la macrofissure se développant, qui gouverne la quantité d'énergie à fournir, et non les variations d'énergie de surface (due par exemple à la microfissuration). Dans la première gamme de vitesse, survient la rupture des agrégats et une multiple fissuration mais le mécanisme d'extension de l'endommagement existant ne change pas ; la dépendance résistance-vitesse de chargement peut être exprimée comme une fonction puissance avec un exposant constant, éq. (I.9). Dans la deuxième plage de vitesses, l'effet d'inertie devient donc prépondérant et réduit la vitesse de propagation de la fissure, conduisant alors à une augmentation intense de la résistance. Ce modèle reproduit plus fidèlement comparativement aux autres les résultats expérimentaux dans toute la gamme de vitesse et prédit également la diminution de la sensibilité à la vitesse avec l'amélioration de la qualité du béton, fig. I.16.

### 2.3 Efficacité des modèles et recommandations du Comité Euro-international du Béton

Concernant les modèles d'interprétation, de la comparaison entre leurs prédictions et les résultats expérimentaux, il ressort que leurs efficacités sont différentes. A des vitesses de déformation allant jusqu'à  $10 \text{ s}^{-1}$ , tous les modèles présentés (exceptés ceux de Zielinski et Kipp et al.) reproduisent le comportement global du béton de manière appropriée, fig.I.16.

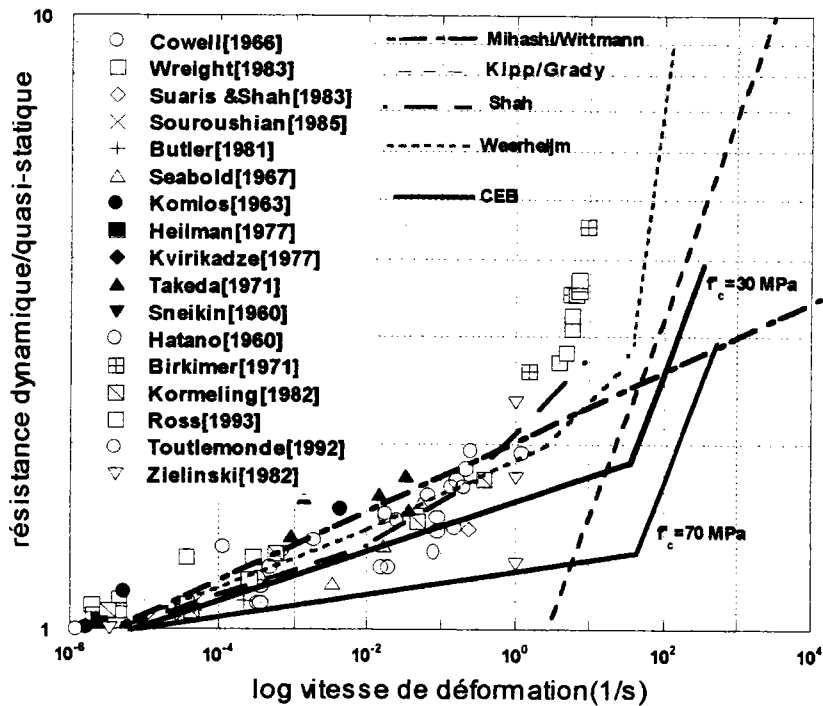


fig.I.16 : Résultats expérimentaux en traction et prédictions des différents modèles.

A des vitesses de déformation plus élevées, le modèle à deux paramètres et celui basé sur l'énergie d'activation sous-estiment les résultats expérimentaux. Le modèle basé sur la MELR proposé par Kipp prédit la forte augmentation de la résistance en traction et est globalement en accord avec les résultats expérimentaux dans le domaine des grandes vitesses de chargement. Le modèle du béton préfissuré en disque de décohérence est le seul à couvrir toute la gamme des vitesses de déformation, sans toutefois reproduire exactement l'augmentation brutale de la résistance en traction. Le modèle composite idéalisé de Zielinski, s'il décrit assez bien le phénomène de fracture, il ne rend pas compte par contre de l'effet de vitesse. Le dernier modèle proposé par Weerheijm et Reinhardt, est en bon accord avec les données en traction du béton et ce dans la gamme complète des vitesses. Il reflète également

l'effet de la qualité du béton. Toutefois, le problème avec ce modèle, outre qu'il est assez laborieux, est qu'il est notamment lié au degré d'approximation de l'approche du phénomène de rupture. La signification physique des fissures en forme de disques de décollement et de leurs tailles, de même que l'initiation de la fissure aux interfaces ne sont pas argumentées. Le mécanisme physique de la dépendance entre la vitesse et l'énergie de rupture n'est pas bien précisé. Dans une telle approche, les valeurs moyennes des variables sont normalement utilisées mais sans définition des procédures statistiques utilisées pour arriver aux valeurs des variables trouvées. La signification physique de certaines valeurs trouvées pourraient être appréhendées comme découlant d'une "approche phénoménologique rationnelle".

Il n'en demeure pas moins que ces modèles ont permis au Comité Euro-international du Béton dans son bulletin n°187, CEB [1988], de dégager une formulation pratique de l'accroissement de la résistance relative en fonction de la vitesse de déformation. Basée sur les modèles théoriques de Kipp et Grady, Mihashi et Witmann, et Weerheijm, cette formulation est

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F0}} = \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^\delta \quad \text{pour } \dot{\epsilon} \leq 30 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F0}} = \beta \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{pour } \dot{\epsilon} > 30 \text{ s}^{-1}$$
(I-11)

où la vitesse de déformation quasi-statique  $\dot{\epsilon}_0$  est de  $3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  et  $\log \beta = 7.11\delta - 2.33$

L'exposant  $\delta$  dépend du matériau et, dans le modèle, de la pâte de ciment. Il peut être identifié par des essais uniaxiaux. Le CEB propose pour ce paramètre, une formule sécuritaire liée à la résistance moyenne en compression, elle-même liée au rapport eau-ciment de la pâte

$$\delta = \frac{1}{10 + \frac{6f'_c}{f'_{c_0}}}$$
(1.12)

où  $f'_{c_0} = 10 \text{ MPa}$  et  $f'_c$  est la résistance à la compression. Dans cette formulation simple d'utilisation, le caractère hétérogène du matériau ne transparait pas, hormis la pâte de ciment. Ce modèle élude par exemple l'initiation des fissures par déchaussement. De même que la prédiction de différence de comportement pour deux bétons de même pâte se réduit à la

dépendance des résistances moyennes en compression. Cette formulation exprimée en log-log, fig. I.16, cadre bien avec les résultats expérimentaux bien que pour des grandes vitesses ces derniers soient légèrement décalés vers la gauche. Une correction proposée par Ross et al. [1998] remédie à cette différence en considérant un seuil de  $1 \text{ s}^{-1}$  (au lieu de  $30 \text{ s}^{-1}$ ), une déformation quasi-statique de  $10^{-6} \text{ s}^{-1}$  et une rectification induite des autres paramètres tel que

$$\delta = \frac{1}{1 + \frac{8f_c'}{f_{c0}'}} \quad (1.13)$$

avec  $\log \beta = 6\delta - 2$ . Les résultats expérimentaux sont bien reproduits par cette formulation tenant compte de deux qualités de béton différentes (traduites par leurs résistances à la compression soient 30 MPa pour un béton faible et 70 MPa pour un béton performant).

## CONCLUSION

La revue des essais de traction dynamique et leurs résultats ont mis en exergue un résultat important qui est la sensibilité de la résistance à la vitesse de déformation. Notamment à partir de la vitesse de déformation seuil de  $1 \text{ s}^{-1}$ , où la résistance augmente de manière brutale. Le peu de données expérimentales dans cette gamme de vitesses est à souligner. Cette revue aussi révélé les limitations expérimentales ainsi que certaines difficultés d'interprétation par rapport à la physique du matériau. Une des plus grandes difficultés rencontrées est la taille des éprouvettes qui doivent être suffisamment représentative du béton courant et ce tout en évitant les effets d'échelle dus à l'hétérogénéité du matériau. D'ailleurs pour cette raison, la plupart des essais précédemment décrits ont porté sur de relativement petits échantillons de mini- ou micro-béton. Des essais sur de plus grands échantillons nécessitent d'adapter les dimensions des barres de Hopkinson afin de limiter le problème de la dispersion géométrique et des oscillations radiales des ondes qui peuvent grever les mesures, (voir sous-chapitre II.2). Ceci entraîne des difficultés majeures d'asservissement et de contrôle des équipements d'essai, qui sont déjà de dimensions prohibitives (voir par exemple la hauteur moyenne de 10 m des équipements à la barre de Hopkinson de Delft, d'Ispra, et de Floride). Un autre problème majeur rencontré est l'accès aux mesures sur le matériau et notamment les faibles

déformations le caractérisant. Une jauge même ultrasensible mesure les déformations au niveau de l'endroit où elle est collée et cela constitue un handicap dans les cas des matériaux hétérogènes comme le béton. La même difficulté est aussi dans l'usage des extensomètres calibré généralement en statique, et dont les mesures sont perturbées par les effets parasites (la flexion par exemple). L'utilisation des capteurs de déplacement (LVDT) est aussi approximative, en raison du gradient de déformation le long de l'éprouvette. Au regard de tous ces problèmes, certains auteurs ont été amenés à se demander si les résultats d'essais antérieurs à grandes vitesses reflétaient réellement une dépendance du matériau à la vitesse de déformation ou n'étaient que des effets dynamiques inhérents aux dispositifs d'essai et/ou aux méthodes de mesure. En examinant avec attention les indications données par exemple sur les expériences à grandes vitesses, il a été donné de constater que la définition de la vitesse de déformation n'est pas toujours la même. Celle-ci est la pente de la courbe contrainte-temps, la réponse en déformation pour certains expérimentateurs ou plutôt le rapport de la vitesse de déplacement imposée du vérin sur la longueur de l'éprouvette pour d'autres. Cette dernière définition utilisée usuellement pour les machines de traction universelles doit être considérée avec circonspection en raison du gradient de déformation caractérisant la réponse du matériau. La vitesse de déformation selon cette définition est celle au niveau immédiat de la face de contact de l'éprouvette avec le vérin. Les utilisateurs de technique de la barre de Hopkinson, qui n'est pas un essai à vitesse imposée, donnent la valeur de vitesse de déformation moyenne. L'adjonction de capteurs de déplacements au niveau de l'éprouvette n'est pas d'une grande utilité pour la précision de la mesure de la vitesse de déformation (toujours à cause du gradient de déformation), Zielinski [1982] et Toutlemonde [1994]. Toutes ces raisons expliquent les résultats parfois confus ou voire contradictoires de certains chercheurs.

Concernant les modèles d'interprétation du comportement du béton en traction dynamique, malgré les quelques progrès importants réalisés, l'applicabilité de la MELR à un matériau aussi hétérogène tel que le béton est sujette à caution. Le degré de fiabilité des valeurs assez dispersées des énergies et des ténacités dynamiques à la rupture obtenues expérimentalement rendent difficile l'établissement d'un modèle prédictif. En fait, les différents essais de résilience confirment seulement que l'origine physique de la rupture se situe au sein de la pâte de ciment. Plus de recherche s'avère nécessaire aussi bien dans le domaine théorique qu'expérimental, notamment dans le domaine des grandes vitesses de déformations, objet de

la présente thèse. La confrontation entre les résultats expérimentaux et des simulations numériques avec l'application de critères de rupture locaux plus élaborés serait d'un grand apport.

Dans le cadre de ce travail, un dispositif amélioré basé sur le principe de la barre de Hopkinson est conçu, en partant des limitations expérimentales évoquées précédemment. Des améliorations portent notamment sur la contrôlabilité technique grâce à un dispositif réduit, le contournement du problème de l'accès aux mesures sur le matériau testé et une meilleure définition de la vitesse de chargement. Pour ce faire, afin de clarifier les fondements conceptuels, les théories de la propagation élastique simplifiée et exacte sont exposées dans le chapitre suivant.

**CHAPITRE II :**  
**PROPAGATION D ' ONDES LONGITUDINALES**  
**DANS LES BARRES CYLINDRIQUES**

## INTRODUCTION

Dans cette partie, la propagation d'ondes longitudinales dans une barre de section circulaire est examinée. Avant d'appréhender la solution élastique exacte du problème, l'approche simplifiée de la propagation longitudinale d'ondes planes (expansion et contraction uniforme à travers la section droite des éléments de la barre) est brièvement rappelée. Cette approche constitue la base des applications des essais dynamiques à la barre de Hopkinson, nonobstant certaines hypothèses simplificatrices. Par la suite la théorie plus exacte de la propagation dans les barres élastiques est exposée de manière extensive. Une méthode de résolution numérique précise régissant la propagation des ondes longitudinales découlant de cette théorie est proposée. Les résultats de cette résolution sont appliqués au traitement des signaux dans les barres cylindriques. Seront tenus en compte tous les progrès récents réalisés durant ces dernières décennies concernant la propagation des ondes dans les barres de Hopkinson. La présentation de ces aspects théoriques et expérimentaux de la propagation des ondes est donnée afin d'explicitier la conception et le dimensionnement du nouveau dispositif expérimental pour l'étude de la rupture en traction dynamique par écaillage du béton.

### 1. APPROCHE UNIDIMENSIONNELLE DE LA PROPAGATION DES ONDES DANS LES BARRES CYLINDRIQUES INFINIES ELASTIQUES

#### 1.1 Equation de mouvement d'un élément de barre soumis à une impulsion de pression

Soit une barre (d'un matériau de masse volumique  $\rho$ , de module d'Young  $E$ ) de diamètre très faible comparativement à sa longueur et  $A$  l'aire de sa section droite. Elle est soumise à une impulsion de pression uniforme  $p(t)$  à une de ses extrémités libres, fig.II.1.

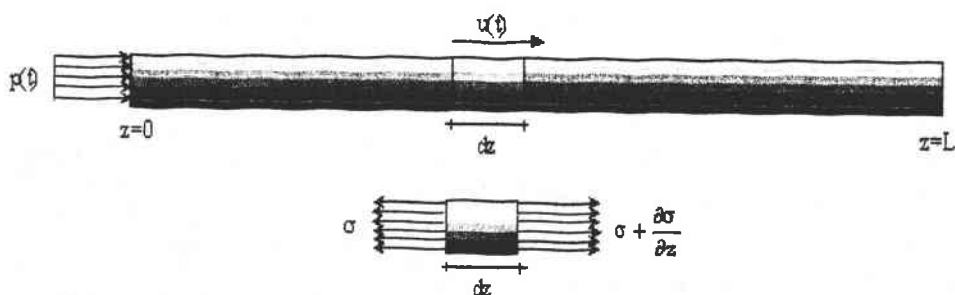


fig.II.1 : Barre fine soumise à une impulsion de pression.



Si on considère que les sections droites de la barre restent planes durant le mouvement et les contraintes à travers les sections uniformes, on peut obtenir l'équation de mouvement directement. Soit un élément de la barre de longueur  $dz$ , si  $u(t)$  est le déplacement de l'élément, la seconde loi de Newton donne

$$-\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz\right) A = \rho A dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{II.1})$$

soit 
$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{II.2})$$

Pour un comportement élastique linéaire du matériau, les relations  $\sigma = E \varepsilon$  et  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial z}$  portées dans (II.2) donnent

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{II.3})$$

où encore avec la célérité de l'onde longitudinale plane  $C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{II.4})$$

Cette équation différentielle régit la propagation des ondes longitudinales le long d'une barre parfaitement élastique.

### 1.1.2 Solution de l'équation de propagation unidimensionnelle

La solution de d'Alembert de l'équation aux dérivées partielles (II.4) est

$$u(z, t) = f(z - C_0 t) + g(z + C_0 t) \quad (\text{II.5})$$

Cette équation montre qu'une perturbation en déplacement  $u$  se propage avec une vitesse constante  $C_0$ . Les fonctions  $f(z, t)$  et  $g(z, t)$  représentent les formes mathématiques arbitraires dépendantes des conditions initiales des deux trains d'ondes se propageant dans la direction des  $z$  positifs et négatifs respectivement. Pour le comportement mécanique d'une barre soumise à une impulsion de forme  $u_I(z, t) = f(z - C_0 t)$

sachant que  $\sigma = E \frac{\partial u}{\partial z}$ , la contrainte à la distance  $z$  et à chaque instant  $t$  est

$$\sigma(z, t) = E f'(z - C_0 t) \quad (\text{II.6})$$

la vitesse massique en un point  $(z, t)$

$$v(z, t) = -C_0 f'(z - C_0 t) \quad (\text{II.7})$$

en tenant compte de (II.6), on a

$$\sigma(z, t) = \rho C_0 v(z, t) \quad (\text{II.8})$$

L'équation (II.8) montre la relation linéaire entre la contrainte de la barre et la vitesse massique en tout point de la barre. La quantité  $\rho C_0$  définit l'impédance acoustique de la barre du matériau donné.

### 1.1.3 Introduction des conditions aux bords de la barre

Soit l'onde incidente de forme  $u_I(z, t) = f(C_0 t - z)$  se propageant le long de la barre jusqu'à l'extrémité libre d'abscisse  $z = L$ . Elle se réfléchit en une onde de forme  $u_R(z, t) = g(C_0 t + z)$ . A l'extrémité libre, la contrainte et la déformation générées sont nulles, soit en tenant compte des relations précédentes

$$\left. \begin{array}{l} E[-f'(C_0 t - L) + g'(C_0 t + L)] = 0 \\ u_I(L, t) - u_R(L, t) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \sigma_I(L, t) = -\sigma_R(L, t) \\ u_I(L, t) = u_R(L, t) \end{array} \quad (\text{II.9})$$

Ainsi, l'onde réfléchie conserve la même forme que l'onde incidente mais avec un signe opposé. Une onde de compression se réfléchirait en onde de traction et vice versa. Quant aux déplacements à l'extrémité libre de la barre, ils sont doublés.

## 1.2 Collision coaxiale d'un projectile avec un système de deux barres

Sur la base uniquement de ce qui précède, notamment la relation linéaire simple entre la vitesse massique et la contrainte dans une barre élançée et les corollaires des conditions aux bords, un système pour le chargement d'un échantillon en traction peut être imaginé.

Soit à considérer un système coaxial constitué d'une barre de Hopkinson en contact simple avec une éprouvette soumis à l'impact d'un projectile cylindrique, voir fig.II.2.

Des relations définies précédemment, la répartition de l'onde incidente générée par l'impacteur et la transmission de cette dernière à l'éprouvette peuvent être formulées en fonction de la vitesse d'impact, de la géométrie et des caractéristiques mécaniques des matériaux. Dans ce qui suit, la masse volumique  $\rho$ , la section  $A$ , la longueur  $L$  et la célérité d'ondes longitudinales  $C_0$  du projectile, de la barre et de l'éprouvette sont indicés respectivement par  $p$ ,  $b$ , et  $s$ . Seront examinées les conditions de répartition de l'impulsion incidente au niveau des zones de contact du système et ce en fonction de la vitesse d'impact du projectile et des impédances acoustiques des matériaux utilisés.

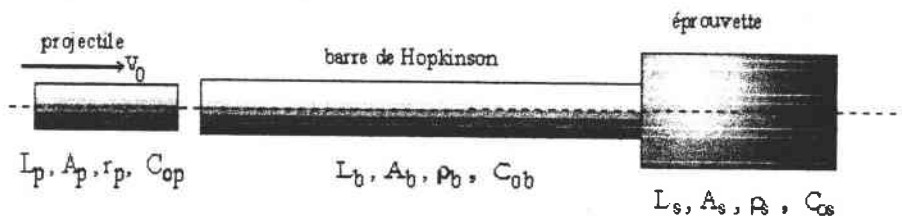


fig.II.2 : Schéma de la collision coaxiale d'un projectile avec un système de deux barres.

### 1.2.1 Zone de contact projectile-barre de Hopkinson

Pendant le temps de contact projectile-barre, l'équilibre des forces au niveau de cette zone implique  $A_p \sigma_p = A_b \sigma_b$ ,  $\sigma_p$  et  $\sigma_b$  étant les contraintes sur les faces du projectile et de la barre respectivement. En utilisant (II.8), il découle

$$A_p \rho_p C_{0p} v_{R1} = A_b \rho_b C_{0b} v_{T1} \quad (\text{II.10})$$

avec  $v_{T1}$  et  $v_{R1}$  les vitesses massiques réfléchié dans l'impacteur et transmise dans la barre de Hopkinson respectivement. D'autre part, la conservation des vitesses donne

$$V_0 = v_{T1} + v_{R1} \quad (\text{II.11})$$

de ces dernières relations, on déduit la vitesse massique des particules dans la barre incidente en fonction de la vitesse d'impact  $V_0$

soit

$$v_{T1} = \frac{1}{1 + \frac{A_b \rho_b C_{0b}}{A_p \rho_p C_{0p}}} V_0 \quad (\text{II.12})$$

La contrainte incidente correspondante tenant compte de (II-8) est égale à  $\sigma_{T1} = \rho_b C_{0b} v_{T1}$

De ces dernières relations, il se déduit que cette contrainte est directement proportionnelle à la vitesse d'impact du projectile et inversement proportionnelle aux rapports des aires et des impédances. Ainsi, pour un impacteur donné, plus l'impédance et l'aire de sa section droite sont supérieures à celles de la barre, plus la contrainte incidente diminue. Pour un projectile et barre issus d'un même matériau ayant la même section, la vitesse massique des particules est la moitié de la vitesse d'impact  $V_0$ .

### 1.2.2 Zone de contact barre-éprouvette

L'onde de contrainte transmise  $\sigma_{T1}$  dans la barre arrivant à la zone de contact barre-éprouvette, de même que précédemment, on a équilibre des forces soit

$$A_b (\sigma_{T1} + \sigma_{R2}) = A_s \sigma_s$$

La conservation des vitesses entraine :  $v_{T1} = v_{T2} - v_{R2}$

$v_{T2}$  et  $v_{R2}$  étant respectivement les vitesses réfléchi dans la barre et transmise dans l'éprouvette, qui s'expriment en tenant compte de ce qui précède par

$$v_{R2} = \frac{A_s \rho_s C_{0s} - A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s} + A_b \rho_b C_{0b}} v_{T1} \quad \text{et} \quad v_{T2} = \frac{2A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s} + A_b \rho_b C_{0b}} v_{T1} \quad (\text{II.13})$$

Les contraintes correspondantes sont respectivement  $\sigma_{R2} = \rho_b C_{0b} v_{R2}$  et  $\sigma_{T2} = \rho_s C_{0s} v_{T2}$ .

Ces contraintes rapportées à celle incidente issue de la collision soit  $\sigma_{T1}$  donnent

$$\frac{\sigma_{T2}}{\sigma_{T1}} = \frac{2 \frac{A_b}{A_s}}{1 + \frac{A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s}}} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{R2}}{\sigma_{T1}} = \frac{1 - \frac{A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s}}}{1 + \frac{A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s}}} \quad (\text{II.14})$$

Ces rapports de contraintes donnent le taux de répartition de la contrainte incidente (issue de la collision projectile-barre) au niveau de la zone de contact barre-éprouvette, et ce en fonction des rapports des impédances et des aires des sections. Ainsi le taux de contrainte transmise dans l'éprouvette décroît d'autant plus rapidement que le rapport des impédances pour un rapport des aires donné augmente, et ce, inversement au taux de contrainte réfléchi dans la barre. Autrement dit, plus la barre incidente est dense, plus le taux de transmission de la contrainte dans l'éprouvette est faible et inversement pour le taux de contrainte réfléchi dans la barre. Le signe de la contrainte réfléchi dépend du rapport  $\left( \frac{A_b \rho_b C_{0b}}{A_s \rho_s C_{0s}} \right)$ . Si ce

rapport est supérieur à l'unité, les contraintes incidente et réfléchi dans la barre sont de signes opposés. Dans le cadre de l'étude de la rupture d'un matériau, il est nécessaire d'avoir un signal transmis d'amplitude suffisante. Mais il n'en demeure pas moins que le signal réfléchi doit être d'amplitude mesurable dans le cas où la propagation des ondes dans le système serait contrôlée via la barre incidente. Ces considérations conduisent au choix d'un matériau de barre incidente dont l'impédance acoustique est de préférence proche (légèrement supérieure) de celle de l'éprouvette.

### I.3 Synthèse et ébauche du principe de la nouvelle méthode d'essai

L'analyse précédente est certes élémentaire, mais il n'en demeure pas moins qu'elle constitue le fondement des tests à la barre de Hopkinson, donnant une bonne approximation des caractéristiques dynamiques des matériaux. Pourvu que les hypothèses prises soient respectées à savoir :

- un rapport diamètre sur longueur de barre de Hopkinson faible pour simuler l'infinité de celle-ci et éviter l'effet de la condition de bord libre (réflexion en traction).
- un rapport diamètre sur longueur d'onde incidente assez faible.

De l'étude de la collision coaxiale d'un projectile avec un système de deux barres, un dispositif de rupture du béton par écaillage peut être conçu. Il s'agira de transmettre à l'éprouvette de béton une impulsion de contrainte de compression qui se réfléchira en impulsion de traction à l'extrémité libre de l'éprouvette. Si l'amplitude de l'impulsion de contrainte de traction est suffisante, l'éprouvette sera rompue à une certaine distance de son bord libre, voir diagramme de Lagrange, fig.II.3.

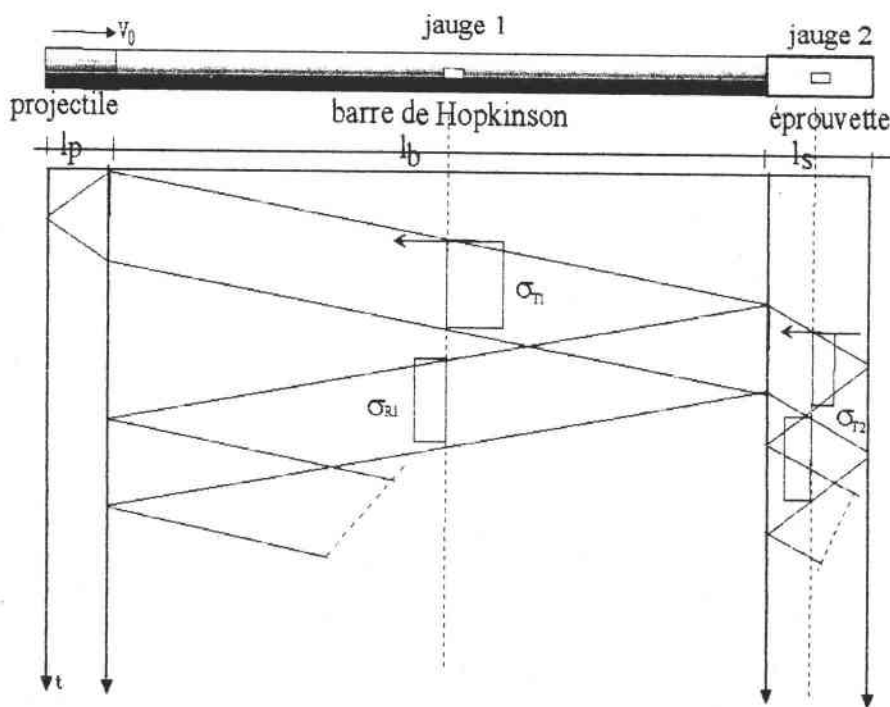


fig.II.3 : Schéma d'un dispositif de rupture d'un matériau fragile par écaillage.

Pour ce faire, le choix des dimensions et des caractéristiques mécaniques des matériaux entrant dans le dispositif doit être adéquat. Concernant les paramètres rapports des impédances et des aires de sections, il faut retenir que l'impédance acoustique et l'aire de la section de l'impacteur ne doivent pas dépasser celles de la barre incidente pour une meilleure transmission et lisibilité des signaux. De même, les impédances acoustiques et aires de la barre incidente et de l'éprouvette doivent rester proches pour un meilleur rendement de l'essai. Du choix de la longueur du projectile dépend la période de l'impulsion escomptée. La longueur d'onde de l'impulsion générée par la collision impacteur-barre est déterminée par la cessation du contact entre le projectile et la barre. Ce temps de contact est obtenu en écrivant que la vitesse massique des particules de la face de contact du projectile est inférieure à celle des particules de la face impactée de la barre. Et par suite, pour  $A_b \rho_b C_{0b} > A_p \rho_p C_{0p}$ , la séparation barre-éprouvette a lieu au retour complet (en onde de traction sur l'extrémité libre) de la contrainte de compression réfléchiée dans l'éprouvette. En écrivant cette condition, la longueur de l'onde  $\Lambda$  transmise dans la barre est alors le double de la longueur  $L_p$  de l'impacteur ( $\Lambda = 2 L_p$ ). Ceci est subordonné à la condition idéale d'un contact parfaitement plan. Dans la réalité et notamment pour les essais d'impact, cette condition est difficile à réaliser. La longueur d'onde est généralement supérieure au double de celle de l'éprouvette et dépend de géométrie et de la vitesse d'impact du projectile.

Il est clair également que la vitesse de l'impacteur ne doit pas générer une contrainte incidente  $\sigma_{T1}$  dépassant la limite élastique  $\sigma_e$  de la barre incidente, sinon il y a risque de plastification ou rupture de cette dernière, ce qui n'est pas l'objectif recherché. En négligeant l'effet de vitesse sur la résistance à la compression de la barre, et en exprimant la vitesse transmise en fonction de la vitesse d'impact, on obtient

$$V_0 < \left( \frac{A_b}{A_p} \frac{1}{\rho_p C_{0p}} + \frac{1}{\rho_p C_{0p}} \right) \sigma_e \quad (\text{II.15})$$

D'autre part, la rupture par compression des éprouvettes en béton ne présentant pas d'intérêt, l'intensité de l'onde transmise dans l'éprouvette ne doit pas outrepasser la résistance en compression dynamique du béton  $\sigma_e^c$ , pouvant être estimée selon la formule du CEB [1988].

Comme elle doit être au-delà de la résistance en traction de ce même matériau, soit en exprimant cette condition à l'aide de tous les paramètres, on a

$$\frac{\sigma_e^t}{\rho_s C_{0s}} < V_0 < \frac{\sigma_e^c}{\rho_s C_{0s}} \quad (\text{II.16})$$

A noter que pour des essais sur des matériaux fragiles, la condition (II-16) est plus forte que celle donnée par (II-15). A titre d'illustration, pour un dispositif composé de barres de même diamètre, l'impacteur et la barre incidente étant de même matériau (alliage d'aluminium 6060-T5) et l'éprouvette en béton humide dont les caractéristiques mécaniques sont donnés aux tableaux III.1 et IV.1, on trouve

$$0.8 \text{ m/s} < V_0 < 15 \text{ m/s}$$

Cette configuration d'essai a été utilisée respectivement par Najjar et Bierwirth [1982] et par Kruszka et Nowacki [1996] pour l'étude de la résistance à la traction dynamique des céramiques spéciales et des mortiers. Et tout récemment encore, cette technique simple est utilisée par Kobayachi et al. [1997] pour l'étude de l'écaillage de longues éprouvettes de béton (500 mm de longueur pour un diamètre de 50 mm). La barre de Hopkinson adoptée par les auteurs est de même diamètre que l'éprouvette et de 1500 mm de longueur. La résistance en traction par écaillage est mesurée par l'intermédiaire des jauges collées à la surface de l'éprouvette. Les résultats traités statistiquement avec les distributions de Weibull ont montré une dispersion notable. Cette dispersion des résultats est due entre autres au fait qu'avec les dimensions de la barre et de l'éprouvette adoptées, il est nettement dérogé aux conditions de la propagation unidimensionnelle. L'analyse simplifiée dans ce cas peut être à l'origine d'un dépouillement très approximatif. Car en réalité dans le cas de la propagation d'ondes l'expansion ou la contraction longitudinale des éléments de la barre entraîne nécessairement une contraction ou une expansion latérale de ces derniers. Ce mouvement latéral va entraîner une distribution non uniforme de la contrainte à travers la section de la barre et cette dernière va être distordue. Durant la propagation, la célérité et la forme de l'onde subissent un changement. Cette dispersion est d'autant plus prononcée que l'on s'éloigne des hypothèses de l'analyse unidimensionnelle. Dans le cas où l'objectif recherché est la rupture du béton en traction dynamique, cela implique d'une part l'utilisation d'impulsions courtes et intenses donc de faibles longueurs d'onde. D'autre part, le diamètre de l'éprouvette se doit d'être suffisamment grand pour s'approcher de l'étude d'un matériau représentatif d'un béton



courant. Ces deux coercitions entraînent inévitablement un phénomène de dispersion. Pour situer le problème, la dispersion de l'onde dans les barres cylindriques élastiques est l'objet du sous-chapitre suivant.

## 2. APPROCHE EXACTE DE LA PROPAGATION DES ONDES LONGITUDINALES DANS LES BARRES CYLINDRIQUES ELASTIQUES

### 2.1 Modélisation de la barre comme cylindre infini

Dans la théorie unidimensionnelle, il est supposé une propagation non déformée des ondes dans la barre. Toutefois, un phénomène dispersif dû à l'inertie radiale est toujours présent dans les barres métalliques parfaitement élastiques pour peu qu'on déroge un tant soit peu aux hypothèses de l'analyse simplifiée. Il importe donc de connaître les ondes de manière précise en corrigeant la dispersion aux points d'intérêt pour une meilleure caractérisation dynamique du matériau testé. Pour cela une meilleure modélisation du problème que celle de la théorie unidimensionnelle est nécessaire. En premier lieu, le cas de la dispersion géométrique due à l'inertie radiale dans les barres élastiques est examiné. Considérons un cylindre de rayon  $R$  dans l'espace, si sa longueur est très supérieure à son diamètre, cela permet de le considérer comme infini tel que montré par la fig.II.4. Le matériau constituant le cylindre est supposé parfaitement élastique (de masse volumique  $\rho$ , coefficients de Lamé  $\mu$  et  $\lambda$ ).

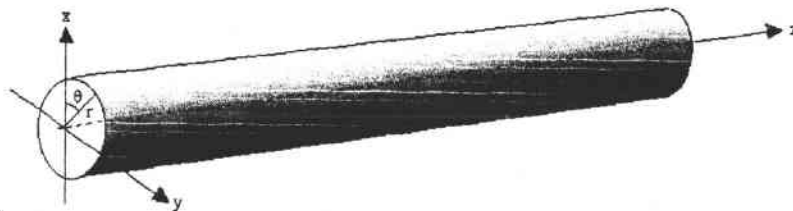


fig. II.4 : Cylindre de longueur infinie.

### 2.2 Equation de Pochhammer-Chree pour un cylindre élastique infini

En théorie élémentaire, il est possible de résoudre normalement n'importe quel problème de propagation de contrainte dans un solide élastique en injectant les conditions aux limites dans

l'équation de mouvement, comme cela été vu dans le sous-chapitre précédent. En pratique, la réalité est toute autre, dans la mesure où des solutions exactes n'ont même pas été trouvées pour le simple cas d'un cylindre de longueur finie, hormis la situation où on suppose que sa longueur est très supérieure à son diamètre. Le problème a été examiné dans le cadre général des équations élastiques par Pochhammer [1876] et indépendamment par Chree [1889], donnant une solution exacte tenant compte des caractéristiques mécaniques et de la géométrie du cylindre.

### 2.2.1 Propagation d'une onde élastique dans un milieu élastique infini

Soit  $\Omega$  un milieu élastique infini et  $u(x,t)$  un champ de déplacement. L'équation de mouvement s'énonce

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{II.1})$$

dans l'hypothèse des petites perturbations, il en découle

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{II.2})$$

la loi de comportement isotrope est

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (\text{II.3})$$

dans le cas d'absence de forces volumiques, on revient à l'équation de Navier

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu) u_{j,i} = \rho \ddot{u}_i \quad (\text{II.4})$$

en notant  $\nabla = \text{grad}$ ;  $\nabla \cdot = \text{div}$ ;  $\nabla \times = \text{rot}$ .

l'équation (II.4) devient

$$\mu \nabla^2 \underline{u} + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \underline{u} = \rho \ddot{\underline{u}} \quad (\text{II.5})$$

considérons une décomposition de  $\underline{u}$  du type

$$\underline{u} = \nabla\phi + \nabla_x \underline{H} \quad (\text{II.6})$$

dans laquelle  $\phi$  est une fonction scalaire et  $\underline{H}$  une fonction vectorielle.

en substituant cette écriture de  $\underline{u}$  dans (II.5) on obtient

$$\mu \nabla^2 (\nabla\phi + \nabla_x \underline{H}) + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot (\nabla\phi + \nabla_x \underline{H}) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla\phi + \nabla_x \underline{H}) \quad (\text{II.7})$$

sachant que  $\nabla \cdot \nabla\phi = \nabla^2\phi$  et  $\nabla \cdot \nabla_x \underline{H} = 0$ , l'équation (II.7) devient

$$\nabla [(\lambda + \mu) \nabla^2\phi - \rho \ddot{\phi}] + \nabla_x [\mu \nabla^2 \underline{H} - \ddot{\underline{H}}] = 0 \quad (\text{II.8})$$

Cette équation est vérifiée si

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{C_1^2} \ddot{\phi} \quad \text{et} \quad \nabla^2 \underline{H} = \frac{1}{C_2^2} \ddot{\underline{H}} \quad (\text{II.9})$$

où

$$C_1 = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}} \quad \text{et} \quad C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (\text{II-10})$$

Les équations différentielles (II.9) sont des équations de propagation d'onde. La première définit une onde irrotationnelle ou onde de dilatation se propageant avec une célérité  $C_1$  et la seconde une onde équivoluminale ou onde de distorsion se propageant avec une célérité  $C_2$  dans le matériau.

### 2.2.2 Propagation d'onde élastique dans un cylindre infini

La propagation d'une onde plane dans un milieu élastique infini est une combinaison d'une onde de dilatation et d'une onde de distorsion. Les conditions aux limites du problème du cylindre élastique infini permettent de définir cette combinaison. Les conditions aux limites dans ce cas sont l'annulation des contraintes à la surface du cylindre de rayon R. Dans un système de coordonnées cylindriques  $(\rho, \theta, z)$ , ces conditions s'énoncent

$$\sigma_{rr} = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0 \quad \text{pour } r = R \quad (\text{II.11})$$

la solution exacte de  $\underline{u}$  est complètement déterminée avec les équations (II.9), (II.10) et (II.11). Il s'agit donc de trouver la fonction scalaire  $\phi$  et la fonction vectorielle  $\underline{H}$  vérifiant ces équations. On cherche  $\phi$  et  $\underline{H}$  sous forme séparable tel que

$$\begin{aligned} \phi &= f(r)\psi(\theta)e^{i(\xi z - \omega t)} \\ H_i &= h_i(r)\Theta_i(r)e^{i(\xi z - \omega t)} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Le Laplacien en coordonnées cylindriques s'écrit

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{II.13})$$

En substituant les valeurs de  $\phi$  et  $\underline{H}$  dans (II.9) et (II.10) et tenant compte de (II.13), les formes des fonctions  $h_i$ ,  $\Theta_i$  et  $f$ ,  $\psi$  sont définies.

De (II.9) et (II.10) deux équations différentielles sont déduites

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} + \left( \frac{\omega^2}{C_1^2} - \xi^2 \right) f - \frac{n^2}{r^2} f = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$\frac{d^2 \psi}{d\theta^2} - n^2 \psi = 0 \quad (\text{II.15})$$

l'équation (III.14) est une équation de Bessel, dont la solution est une fonction de Bessel :

$$\phi = A J_n(\alpha r) \quad (\text{II.16})$$

$$\text{où} \quad \alpha^2 = \frac{\omega^2}{C_1^2} - \xi^2$$

Les solutions de (II.15) sont des fonctions sinusoïdales en  $n\theta$  où  $n$  est entier ou nul (à cause de l'unicité de la solution). D'autre part, l'équation (II.10) donne

$$\begin{aligned} h_1 &= B_1 J_{n-1}(\beta r) + B_2 J_{n-1}(\beta r) \\ h_2 &= B_1 J_{n-1}(\beta r) + B_1 J_{n-1}(\beta r) \\ h_3 &= B_3 J_n(\beta r) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{où} \quad \beta^2 = \frac{\omega^2}{C_2^2} - \xi^2$$

le vecteur  $\underline{u}$  est défini par

$$\begin{aligned} u_r &= \left\{ f' + \frac{nh_r}{r} + \xi h_z \right\} \cos(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \\ u_\theta &= \left\{ -\frac{nf}{r} + \xi h_z - h'_r \right\} \sin(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \\ u_z &= \left\{ -\xi f - h'_z \frac{n+1}{r} h'_z \right\} \cos(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Les contraintes sont alors

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \left\{ -\lambda(\alpha^2 + \xi^2) f + 2\mu' \left[ f'' + \frac{n}{r(h'_r - h_c/r)} + \xi h'_z \right] \right\} \cos(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \\ \tau_{r\theta} &= \left\{ -\frac{2n}{r} \left( f' - \frac{f}{r} \right) - (2h''_z - \beta^2 h_r) - \xi \left( \frac{n+1}{r} h_r - h'_z \right) \right\} \cos(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \\ u_z &= \mu \left\{ -2\xi f' - \frac{n}{r} \left[ h'_z + \frac{n+1}{r} - \beta^2 + \xi^2 \right] h_r \right\} \cos(n\theta) e^{i(\xi z - \omega t)} \end{aligned}$$

la condition d'annulation des contraintes à la surface déterminent  $\sigma_{rr}$ ,  $\tau_{r\theta}$ ,  $\tau_{rz}$  à trois constantes  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  prés. Pour trouver une solution non nulle, il faudrait que le déterminant de la

matrice des coefficients soit nul. Cette condition nous ramène alors à une équation dite de FREQUENCES reliant les variables  $\xi$  et  $\omega$ . Dans le cas des ondes longitudinales cette condition s'écrit

$$\left(2\xi^2 - \frac{\rho\omega^2}{\mu}\right)J_1(\beta R) \left[2\mu \frac{\partial^2 J_0(\alpha R)}{\partial R^2} - \rho \frac{\omega^2 \lambda}{\lambda + 2\mu} J_0(\alpha R)\right] - 4\mu\xi^2 \frac{\partial J_0(\alpha R)}{\partial R} \frac{\partial J_1(\beta R)}{\partial R} = 0 \quad (\text{II.20})$$

En utilisant les propriétés des fonctions de Bessel à savoir

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_0(\alpha R)}{\partial R} &= -\alpha J_1(\alpha R) \\ \frac{\partial J_1(\beta R)}{\partial R} &= \beta J_0(\beta R) - \frac{1}{R} J_1(\beta R) \\ \frac{\partial^2 J_0(\alpha R)}{\partial R^2} &= -\alpha^2 J_0(\alpha R) + \frac{\alpha}{R} J_1(\alpha R) \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

L'équation (II.20) prend une forme plus simplifiée et devient

$$2 \frac{\alpha}{R} (\beta^2 + \xi^2) J_1(\alpha R) J_1(\beta R) - (\beta^2 - \xi^2)^2 J_0(\alpha R) J_1(\beta R) - 4\xi^2 \alpha \beta J_1(\alpha R) J_0(\beta R) = 0 \quad (\text{II.22})$$

Cette équation contient en fait six paramètres : les constantes élastiques, la densité, le rayon R de la barre, la fréquence  $\omega / 2\pi$  ainsi que la longueur d'onde  $\Lambda = 2\pi / \xi$  ( $\xi$  étant le nombre d'onde) des composantes de l'onde.

### 2.3 Résolution numérique de l'équation de fréquence

Pour un matériau de caractéristiques mécaniques données, l'équation de Pochhammer et Chree donne une relation liant la pulsation  $\omega$  et le nombre d'onde. L'équation admet plusieurs racines en nombres d'onde correspondant à des modes de vibrations donnés de la barre. Le recours au calcul numérique est incontournable compte tenu de la résolution très complexe de l'équation. Davies [1948] a calculé les trois premières solutions de l'équation de fréquence pour un coefficient de Poisson  $\nu$  égal à 0.29. Bancroft [1941] a, quant à lui, calculé la première branche de solutions pour des coefficients de Poisson différents. Toutefois, les

résultats numériques publiés ont surtout porté sur la forme et les différents modes de la fonction de fréquence. D'ailleurs, la relation entre  $\xi$  et  $\omega$  est donnée sous la forme adimensionnelle

$$\frac{C_p}{C_0} = f\left(\frac{R}{\Lambda}\right)$$

Des investigations ont porté sur l'identification des modes de vibrations de barres longues sollicitées par impact. Davies [1948] est le premier à mettre en évidence que la barre de Hopkinson dans la condition d'impact par projectile vibre essentiellement dans le mode fondamental (nombre d'onde le plus petit). Autrement dit, l'énergie est pratiquement entièrement concentrée dans le mode de base. De plus, la bande de pulsation du mode fondamental où l'énergie n'est pas nulle est étroite, d'où la nécessité d'une résolution très précise de l'équation de fréquence dans cette plage de fréquence pour une bonne application aux barres de Hopkinson, Zhao [1992]. Dans l'optique de l'application à la correction de la dispersion des signaux, une résolution directe de l'équation de fréquence donnant la célérité de phase  $C_p = \omega / \xi$  en fonction de la pulsation  $\omega$  est préconisée.

### 2.3.1 Méthode de résolution de l'équation de fréquence

Afin de simplifier la résolution et l'établissement d'un algorithme, les fonctions de Bessel sont approchées par leurs développements avec un maximum de 20 termes :

$$\begin{aligned} J_0(z) &= 1 - \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 4^2} - \frac{z^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \\ J_1(z) &= z \left( \frac{1}{2} - \frac{z^2}{2^2 4} + \frac{z^4}{2^2 4^2 6} - \frac{z^6}{2^2 4^2 6^2 8} + \dots \right) \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

avec  $z = \alpha$  (ou  $\beta$ )  $R$

Tenant compte de (II.23), une fonction de Bessel auxiliaire  $J_1(z) = z J_1'(z)$  est introduite. L'équation (II.22) devient alors :

$$2\alpha^2(\beta^2 + \xi^2)J_1'(\alpha R)J_1'(\beta R) - (\beta^2 - \xi^2)^2 J_0(\alpha R)J_1'(\beta R) - 4\xi^2 \alpha^2 J_1'(\alpha R)J_0(\beta R) = 0 \quad (\text{II.24})$$

On obtient ainsi une équation où ne subsistent que des puissances paires de  $\alpha$ , permettant une résolution dans le corps des réels  $R$ . Par la suite, différentes méthodes peuvent être utilisées afin de déterminer la racine de l'équation, telles que celle de la sécante ou celle de Newton. Une relation explicite  $\xi(\omega)$  peut ainsi être obtenue, qui pourra être injectée dans le traitement de la propagation des ondes. A noter que cet algorithme de résolution peut être étendu au cas des barres viscoélastiques, auquel cas le nombre d'onde est un complexe, problème abordé dans le cadre du D.E.A., Brara et Klepaczko [1996-a].

## 2.4 Application au traitement de la dispersion des ondes dans les barres cylindriques

L'équation de fréquence a été résolue pour le cas de la barre en alliage d'aluminium 6060-T5 et l'éprouvette en béton de 40 mm de diamètre dont les caractéristiques mécaniques sont donnés par les tableaux III.1 et IV.1. Il peut être noté que la bande de fréquences pour laquelle les célérités des ondes planes longitudinales dans l'alliage d'aluminium et le béton varient peu (domaine d'application de l'analyse simplifiée) est assez élargie (fréquences inférieures à 250000 rad/s soit environ 40 kHz), fig. II.5.

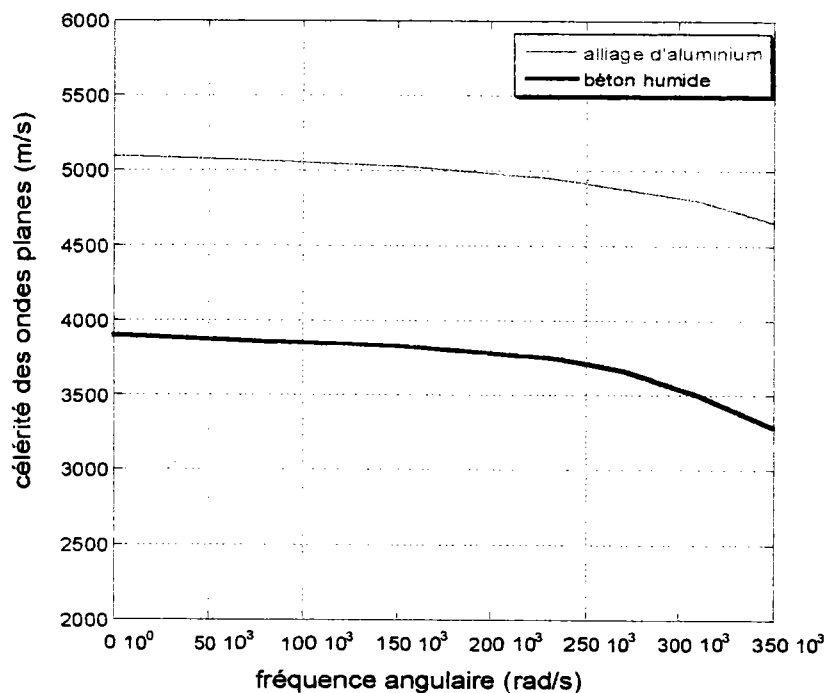


fig.II.5 : Célérité de phase en fonction de la fréquence dans les barres en alliage d'aluminium 6060 T5 et en béton.



La méthode de résolution proposée permet l'obtention des célérités pour une large gamme de fréquences, fig.II.6. On retrouve également par cette puissante méthode de résolution tel montré par Bancroft [1941], que pour les fréquences très élevées, les célérités tendent asymptotiquement vers celles des ondes de surfaces de Rayleigh  $C_s$ .

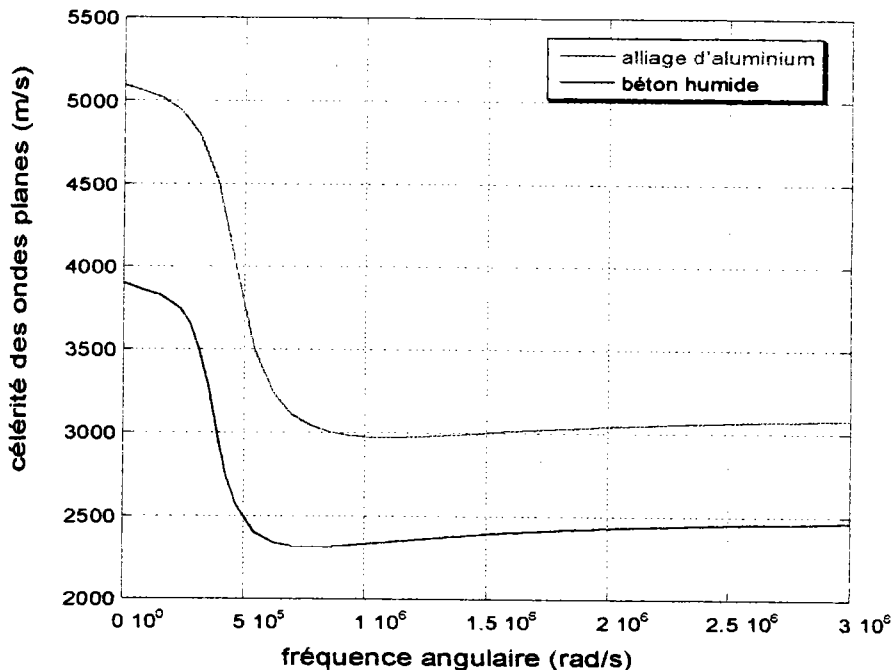


fig.II.6 : Célérité de phase en fonction des fréquences élevées dans les barres en alliage d'aluminium 6060 T5 et en béton humide.

#### 2.4.1 Correction de la dispersion dans les barres

La résolution directe de l'équation de fréquence permet de calculer donc la célérité de phase pour n'importe quelle longueur d'onde. La connaissance de cette relation a permis à Davies [1948], et plus tard à Franz et Follansbee [1983] de corriger de la dispersion des signaux dans les barres de Hopkinson, lors d'essai d'impact. Ainsi, pour un signal mesuré agissant en début de barre dont la forme est supposée trapézoïdale, il est possible de déterminer sa distorsion à une distance  $z$  quelconque de la barre. Si on considère une excitation de forme trapézoïdale, l'expansion en série de Fourier de la forme d'onde est

$$\frac{(u_z)_z}{(u_z)_0} = \frac{1}{2} - \frac{2}{2\pi^2 s} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(n-1)}{2}}}{n^2} \sin(n\pi s) \cos(n\omega_0 t) \quad (\text{II.25})$$

$(u_z)_z$  est l'amplitude du signal à la distance  $z$  de l'origine et  $2\pi s/\omega_0$  la durée de la partie inclinée (temps de montée) du signal.  $(u_z)_0$  représente la valeur maximum de l'amplitude du signal de période  $T=2\pi/\omega_0$  à l'origine. Le signal pouvant être un déplacement, une déformation ou une contrainte. L'équation de Pochhammer-Chree stipule que la célérité de phase  $C_n$  dépend de la longueur d'onde  $\Lambda$ ; ainsi à la position  $z$ , la série de Fourier devient

$$\frac{(u_z)_z}{(u_z)_0} = \frac{1}{2} - \frac{2}{2\pi^2 s} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{(n-1)}{2}}}{n^2} \sin(n\pi s) \cos\left[n\omega_0\left(t' - \frac{z}{C_n}\right)\right] \quad (\text{II.26})$$

dans laquelle  $C_n$  représente la célérité de phase de composante de fréquence  $n\omega_0$  et  $t'=t+z_0/C_0$  le temps mesuré lorsque toutes les composantes de fréquences sont en phase. Pour un matériau de caractéristiques mécaniques données, la connaissance de  $(u_z)_0$ ,  $\omega_0$ ,  $s$ ,  $z$  et  $t'$  permet de déterminer. L'équation (II.26) indique que l'amplitude des composantes de Fourier ne change ni avec le temps ni avec la distance ; seul l'angle de phase varie. De larges oscillations du signal enregistré avec la distance parcourue peuvent être observées. Ceci est dû au fait que les composantes de hautes fréquences se déplacent moins rapidement que celles de basses fréquences. Ainsi plus la distance parcourue est longue plus le signal est perturbé. Il a été montré par Davies [1948], que le signal transporté virtuellement moyennant l'équation (II.26) correspond de manière excellente avec le signal mesuré à la distance  $z$ , prouvant ainsi que la barre de Hopkinson soumise à impact vibre bien dans le mode fondamental.

Toutefois, lors des essais d'impact réel, les conditions aux bords de la zone de contact très complexe rendent illusoire l'hypothèse d'une forme trapézoïdale de l'impulsion initiale. Une technique plus élaborée partant du traitement avec la transformée de Fourier d'au moins deux signaux mesurés, corrigés mutuellement de la dispersion, élude cette difficulté, Gong, Malvern et Jenkins [1990]. La méthode consiste à considérer non pas un chargement périodique mais une impulsion unique et sa décomposition dans le domaine des fréquences en utilisant la technique de Transformée de Fourier Rapide (FFT). La forme de l'impulsion ayant parcouru une distance  $z$  est reconstruite par transformée inverse après avoir rajouté le déphasage approprié à chaque composante de l'impulsion.

Le problème consiste à prédire la forme de l'impulsion  $\sigma(z_0 + \Delta z, t)$  à la position  $z + \Delta z$ , sachant la forme en série de Fourier de cette impulsion à la position  $z$  donnée par  $\sigma(z_0, t)$ ,

$$\sigma(z_0, t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos[(n\omega_0 t - \phi_n)] \quad (\text{II.27})$$

où  $A_0$  et  $D_n$  sont des coefficients de Fourier et  $n\omega_0$  et  $\phi_n$  la fréquence angulaire et le déphasage de la  $n^{\text{ième}}$  composante de l'impulsion. Chaque composante ayant sa propre célérité de phase, en procédant à une translation de l'échelle des temps de la même manière que précédemment, la forme de l'impulsion à la nouvelle position  $z_0 + \Delta z$  est donnée par

$$\sigma(z_0 + \Delta z, t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos[(n\omega_0 t - \phi_n - \phi_{dn})] \quad (2.28)$$

avec  $\phi_{dn} = \frac{n\omega_0 \Delta z}{C_0} \left( \frac{C_0}{C_n} - 1 \right)$  l'incrément de phase de la  $n^{\text{ième}}$  composante de Fourier à la position  $z_0 + \Delta z$ . Ces incréments résultants de la différence de célérité de phase sont la cause de la dispersion de l'impulsion lors de sa propagation le long de la barre.

#### 2.4.2 Variation radiale des contraintes et des déformations longitudinales :

Tel énoncé par Davies [1948], lors de la résolution de l'équation de fréquence pour un cylindre infini sujet à une impulsion périodique, les contraintes et les déformations varient à travers la section. Cette variation dépend du rapport du rayon  $R$  de la barre sur la longueur d'onde  $\Lambda$ . Pour un rapport  $R/\Lambda \ll 1$ , on peut considérer que le profil des contraintes et des déformations est uniforme. Pour des longueurs d'ondes courtes, la variation peut être significative. D'autant plus que les déformations et les contraintes dans les barres de Hopkinson sont mesurées à la surface du cylindre, une importante variation du déplacement longitudinal est susceptible d'introduire de grossières erreurs dans l'estimation des contraintes et des déformations. Davies [1948] a montré que pour des rapports  $R/\Lambda < 0.1$ , la différence entre le déplacement longitudinal à la surface et à l'axe du cylindre ne peut dépasser 5% pour une composante de fréquence. La fig.II.7 représente la contrainte  $\sigma_z$  rapportée à la valeur axiale moyenne  $\sigma_0$  à travers la section d'une barre pour de courtes et grandes longueurs

d'ondes. Quand  $R/\Lambda$  augmente par rapport à cette valeur, Davies conclut que, pour certaines composantes de fréquences, le déplacement longitudinal change de signe de la surface du cylindre à son axe. La non-uniformité du profil de la contrainte longitudinale et du déplacement dépend de l'effet combiné du déplacement de chaque composante de fréquence et de l'intensité du coefficient de Fourier correspondant. Comme les coefficients de Fourier des composantes de hautes fréquences sont faibles, le profil du déplacement longitudinal de la somme ne doit pas être affecté sérieusement par le déplacement longitudinal non uniforme de ces composantes de hautes fréquences. Cependant seul la sommation de ces composantes comme fonction du rayon peut donner une étude qualitative détaillée du profil du déplacement.

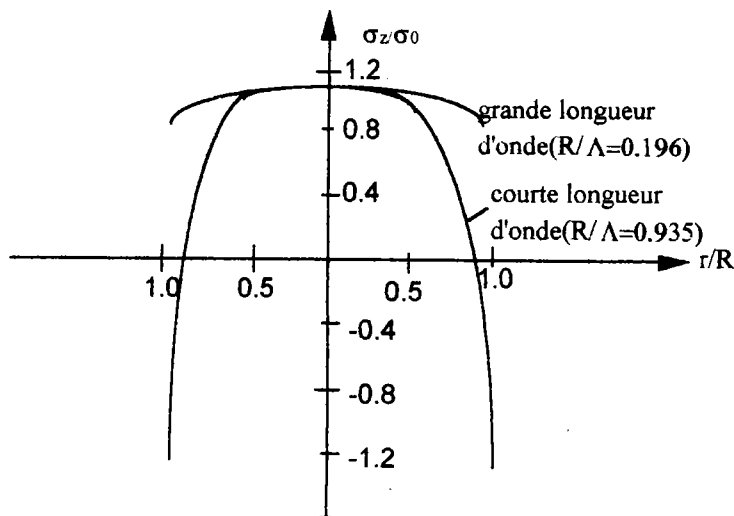


fig.II.7 : Répartition de la contrainte axiale à travers la section droite d'après Davies [1948].

## CONCLUSION

Des théories simplifiée et exacte de Pochhammer-Chrée décrivant la propagation d'ondes harmoniques longitudinales le long d'un cylindre élastique infini, se dégagent les différences suivantes :

- la théorie élémentaire stipule qu'une onde harmonique se propage indépendamment de la longueur d'onde  $\Lambda$  avec une célérité constante  $C_0$ , et ce contrairement à la théorie

bidimensionnelle où la célérité est dépendante du rayon de la barre et de ses caractéristiques mécaniques. Une perturbation somme de plusieurs composantes harmoniques de différentes longueurs d'ondes subit une dispersion en se propageant dans la barre car les phases des différentes composantes vont se décaler progressivement en s'éloignant de l'origine. Cette dispersion augmente en s'éloignant des conditions de l'analyse simplifiée.

- les contraintes et les déformations axiales sont uniformes à travers les sections des barres dans l'analyse unidimensionnelle, alors que dans la théorie générale ces grandeurs dépendent du rayon du cylindre. A partir d'un certain rapport rayon sur longueur d'onde une attention particulière doit être accordée à cet aspect pour la précision des mesures.

Dans le cadre de la théorie de Pochhammer-Chree, le cas du cylindre fini avec extrémité libre n'est pas exactement résolu. Mais l'expérience a montré, par exemple Yew et Chen [1980], Malvern, Gong, Jenkins [1990], que la correction de la dispersion basée sur l'équation de fréquence peut être appliquée de manière satisfaisante au cas de la propagation d'une impulsion dans une barre de longueur finie. Cette correction améliore notablement la qualité de l'exploitation des résultats des essais dynamiques. Ces auteurs subordonnent cette prise en compte de la dispersion à la condition d'avoir un enregistrement des signaux incident et réfléchi individualisés (sans superposition). Dans le chapitre III, une méthode de séparation d'onde élastique est proposée pour s'affranchir de cette contrainte. Ces aspects théoriques de la propagation d'onde sont appliqués pour le dimensionnement du dispositif et pour l'établissement d'une méthode de dépouillement spécifique tenant compte aussi bien de l'analyse unidimensionnelle que de la théorie plus exacte due à Pochhammer-Chree. Dans ce chapitre, la dispersion intrinsèque au matériau de la barre n'est pas évoquée notamment la viscoélasticité et la thermoélasticité car leurs effets sont négligeables. En effet, Lors des essais préliminaire d'impact, la barre en d'alliage d'aluminium n'a présenté aucune viscosité décelable à travers la propagation des signaux. Quant à l'effet thermoélastique (échauffement adiabatique en compression et refroidissement en traction), la perte d'énergie qui pourrait en découler est relativement négligeable compte tenu du choix des dimensions de la barre qui seront adopté.

## **CHAPITRE III :**

### **LA METHODE EXPERIMENTALE**

#### **Banc d'essai et dépouillement**

## INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la description de la méthode expérimentale pour l'étude de la rupture en traction dynamique du béton par écaillage. La mise au point de cette méthode découle de l'étude synthétique des techniques expérimentales de traction dynamique existantes, Brara et Klepaczko [1996-b], [1997], [1998]. Les limitations de ces techniques, notamment la taille des barres de Hopkinson et la difficulté d'accès aux mesures directes sur le matériau béton, ont suggéré la conception de ce nouveau dispositif. Le dimensionnement optimisé adopté pour le dispositif est le résultat de simulations numériques de la dispersion géométrique affectant les impulsions courtes se propageant dans les barres de Hopkinson.

Le chapitre est structuré comme suit : après une présentation des principes généraux de fonctionnement et du dépouillement adopté, l'équipement mécanique et électronique du dispositif expérimental est succinctement décrit. Par la suite, sur la base des signaux enregistrés une méthode de dépouillement est proposée. Cette méthode de dépouillement tient compte du savoir-faire théorique et expérimental accumulé lors de cette dernière décennie sur le traitement de la propagation des ondes dans les barres de Hopkinson.

## 1. PRINCIPE GENERAL DE FONCTIONNEMENT

### 1.1 Le chargement

Le chargement en traction est obtenu par réflexion d'une impulsion de compression à l'extrémité libre d'un ensemble de deux barres cylindriques coaxiales en contact simple (une barre de Hopkinson et une éprouvette de même diamètre 40 mm). Cette impulsion est générée par impact, à une vitesse  $V_0$ , d'un projectile cylindrique (de diamètre 40 mm également) sur barre de mesure, fig.III.1.

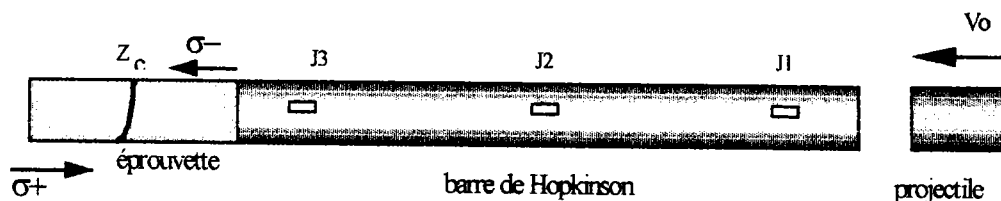


fig.III.1 : Schéma de chargement de l'éprouvette.

L'impulsion de compression transmise à l'éprouvette est réfléchiée en onde de traction à l'extrémité libre de cette dernière. La longueur d'onde de l'impulsion de compression transmise étant supérieure à la longueur de l'éprouvette, l'avant du front de l'impulsion se réfléchit progressivement en traction et se superpose avec la partie arrière encore en propagation. L'addition des deux parties de l'impulsion génère l'apparition d'une impulsion de traction croissant très rapidement le long et à travers les sections de l'éprouvette, conduisant à un écaillage lorsque la résistance à la traction du matériau est atteinte.

## 1.2 Acquisition de données

L'impulsion de chargement est contrôlée exclusivement par le biais de la barre de mesure. Pour ce faire, la barre est instrumentée en trois positions avec des jauges de résistance très sensibles, disposées en une configuration spatiale permettant le suivi chronologique de la propagation du signal, tout en évitant les effets parasites (composantes de flexion, perturbations locales...). Deux stations de mesure sont disposées à une distance équivalente à trois fois le diamètre de la barre (120 mm) des faces extrêmes de la barre. Dans le cas des barres de Hopkinson, cette distance triple du diamètre est prouvée expérimentalement suffisante pour l'atténuation progressive et la disparition des perturbations dues aux effets locaux aux interfaces de contact (impact et transmission), Franz et Follansbee [1983]. La troisième station est disposée à mi-longueur de la barre, constituant le canal de mesure de référence. Les signaux provenant des jauges des trois stations sont amplifiés, visualisés et enregistrés individuellement sous forme de fichiers numériques par un système d'amplificateurs, d'oscilloscopes numériques et d'ordinateurs.

## 1.3 Dépouillement

Le chargement de l'éprouvette est déduit à partir des impulsions de contrainte de compression incidente et contrainte de traction réfléchiée, mesurées à la surface de la barre. La propagation des signaux dans la barre est traitée sur la base de la théorie de Pochhammer-Chree, tenant compte de la dispersion géométrique, sous-chapitre II.2. L'équilibre des forces au niveau de l'interface de contact barre-éprouvette est considéré dans le cadre de l'analyse simplifiée,



sous-chapitre II.1. Le contact des faces de la barre de Hopkinson et de l'éprouvette est supposé axial et parfaitement plan. L'influence des imperfections des sections de contact est négligée.

Pour la simulation numérique de l'histoire du chargement de traction dans l'éprouvette lors du dépouillement, il est considéré à chaque pas de temps (donc de position) une répartition uniforme et régulière de la contrainte de traction à travers la section droite de l'éprouvette. Le matériau constitutif de l'éprouvette est supposé avoir une résistance homogène à la traction. Le temps d'activation de la rupture dynamique est très faible et est de l'ordre de quelques  $\mu\text{s}$ . pour le matériau béton. En raison de la quasi-instantanéité relative de la rupture, il peut être considéré que la contrainte maximale à l'instant de rupture correspond à l'endroit de la séparation des fragments de l'éprouvette. Si la position de la section de rupture est expérimentalement connue, la contrainte qui y prévaut est par conséquent déterminée numériquement. La détermination précise de cet instant critique de rupture constitue un paramètre primordial. Cette considération élude, il est vrai, les informations éventuelles sur le phénomène de rupture lui-même étant antérieur à l'instant de rupture. L'observation de ce phénomène par d'autres moyens est nécessaire comme par exemple des cameras rapides.

Pour la plupart des essais conduit, les éprouvettes testées présentent une, deux, voire quelquefois trois ruptures distinctes. Lors du dépouillement, seule celle ayant lieu en premier dans le temps est prise en compte. En effet, la première rupture induit des perturbations de hautes fréquences modifiant la poursuite du processus de genèse du chargement de traction. Ces perturbations rendent l'exploitation des ruptures secondaires aléatoire (les résultats seraient entachés d'erreurs). Et ce, même avec l'adjonction de moyens techniques supplémentaires. Il est donc important de déterminer l'ordre chronologique de ces ruptures.

## **2. BANC D'ESSAI EXPERIMENTAL - PARTIE MECANIQUE**

La partie mécanique est essentiellement composée, comme on peut le voir sur la fig. III.2, de trois parties distinctes : un système propulseur constitué d'un lanceur à air comprimé (1), prolongé par un tube de guidage de projectiles (2), d'une barre de mesure instrumentée (3), d'un support d'éprouvette (4) se terminant par un bac de récupération de fragment d'échantillons. L'ensemble est fixé sur deux profilés métalliques massifs (5) par l'intermédiaire de lunettes de fixation dotées de moyen de réglage de l'axialité. La conception

du dispositif est le résultat d'une étude de dimensionnement rigoureuse dans l'optique de l'obtention de très grandes vitesses de chargement. Hormis le lanceur ainsi que les profilés IPN en acier déjà existant au L.P.M.M. et conçu par Klepaczko, le dispositif a été projeté et mis en œuvre dans le cadre de ce travail.

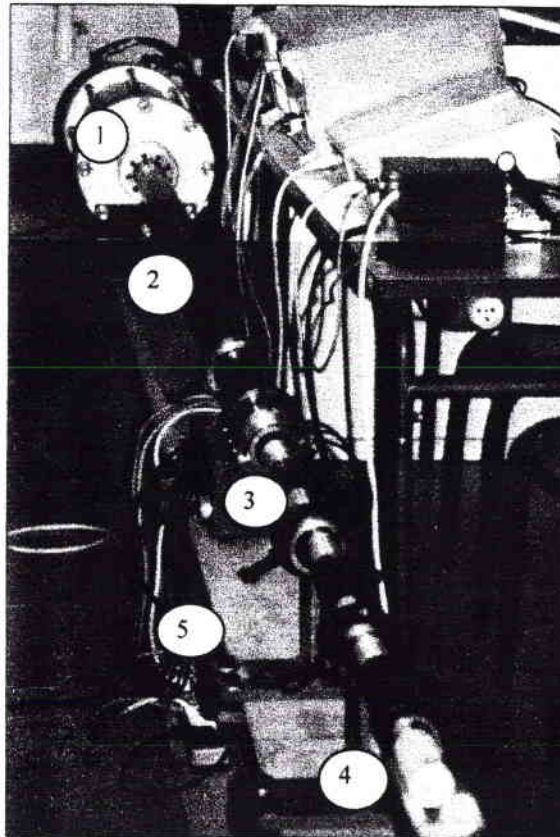


fig.III.2 : Vue du dispositif de lancement, de la barre de Hopkinson et de l'éprouvette.

## 2.1 Dispositif de lancement

Le projectile est propulsé par un dispositif constitué d'un lanceur à gaz comprimé sur lequel est fixé un tube en acier. Le lanceur à gaz est constitué de trois réservoirs séparés utilisés pour le chargement et le tir et peut développer jusqu'à 10 bar de pression de service.

Il est doté d'accessoires pour le pilotage extérieur et notamment d'une console permettant le choix des pressions d'éjection du projectile et donc de sa vitesse. La longueur du tube de lancement dans lequel se détend le gaz comprimé est de 2000 mm pour un diamètre intérieur

de 50 mm. Cette longueur a été retenue afin d'avoir des tolérances de rodage les plus faibles. L'embouchure du tube est dotée de trois orifices prévus pour le passage de fibres optiques et de diodes pour la mesure des vitesses du projectile.

## 2.2 Projectiles

Les projectiles sont de forme cylindrique et de même matériau et diamètre que la barre de mesure, fig.III.3. Trois longueurs différentes (80mm, 120mm, 160mm) ont été prévues pour les besoins de calibrage de la barre de mesure. Seul le projectile le plus court est utilisé dans les essais compte tenu de la longueur des éprouvettes testées (120 mm). Sur ces projectiles sont montées deux bagues de guidage en Téflon. Ces anneaux très légers ajustés au diamètre intérieur du canon, permettent la limitation de perte de charge, le glissement avec le minimum de frottement et sans pivotement du projectile.

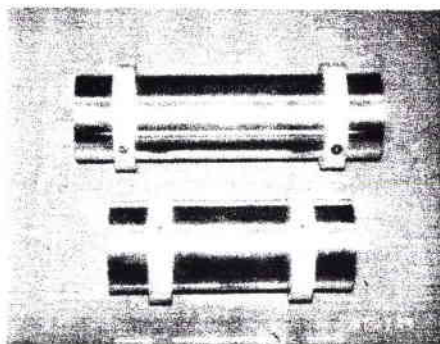


fig.III.3 : Projectiles avec bagues en Téflon.

## 2.3 La barre de mesure

La barre de mesure de 1000 mm de longueur et de 40 mm de diamètre assure essentiellement deux fonctions : le contrôle de la propagation de l'impulsion de contrainte et sa transmission à l'éprouvette. Le matériau constitutif de la barre est un alliage d'aluminium 6060 T5 de caractéristiques mécaniques adaptées à cette expérience. Les caractéristiques de l'alliage d'aluminium données par le constructeur et vérifiées expérimentalement sont les suivantes :

Il présente une impédance acoustique (de  $13.7 \text{ MPa s m}^{-1}$ ) légèrement supérieure à celle du béton étudié ( $9.90 \text{ MPa s m}^{-1}$ ) assurant un bon taux de transmission de l'impulsion incidente de compression à l'éprouvette, voir sous-chapitre I.1.

Module d'Young (GPa)	69.5
Masse volumique (gr/cm <sup>3</sup> )	2.7
Limite d'élasticité (MPa)	190
Coefficient de Poisson	0.32

Tableau III.1- caractéristiques de l'alliage d'aluminium

La barre est portée par deux systèmes d'appui fixés sur le bâti en IPN. Le système d'appui consiste en une lunette en acier de 80 mm de diamètre intérieur, dotée de trois vis équidistantes pour le réglage de l'axialité de la barre. Les extrémités coniques de ces vis sont surmontées de capsules en Téflon, qui constituent des appuis ponctuels simples pour la barre tout en n'influant pas sur la propagation des signaux. Les vis sont réglées de manière à permettre un léger coulissement horizontal et vertical de la barre afin d'éliminer ainsi des composantes de flexion parasites.

## 2.4 Les corps d'épreuves

Le béton testé désigné par MB50 a fait l'objet de différentes campagnes expérimentales entreprises dans le cadre du projet GRECO Géomatériaux auparavant et du projet GEO actuellement. Différents essais de caractérisation mécanique ont été menés sur ce béton notamment en compression quasi-statique et dynamique, Gary et Klépaczko et Hamelin [1991], Buzeau, Don et Cagnoux [1997]. Des essais en compression quasi-statique et dynamique sous confinement latéral ont également été conduits par Cagnoux et al. [1997], Gary et Burlion [1999]. Ce béton a été également étudié en traction quasi-statique et dynamique par Toutlemonde [1994]. Le béton étudié a été mis en œuvre à l'I.U.T. Cachan selon la composition indiquée au tableau III.2, et les techniques élaborées au L.C.P.C, assurant une bonne homogénéité du matériau tout en étant représentatif du béton courant. L'homogénéité du béton est assurée par une bonne vibration dans des prismes d'où sont

carottées des éprouvettes cylindriques afin de circonscrire les effets de paroi et les problèmes de ségrégation et d'inhomogénéité.

Béton MB50	Provenance	Dosage en kg/m <sup>3</sup>
Sable	0 /2 Leucate	1783
Ciment	CPA HP de Cormeille	400
Eau		200
Fluidifiant	Melment	12

Tableau III.2 : composition du microbéton MB50

Les éprouvettes carottées de 120 mm de longueur et de 40mm de diamètre sont enveloppées dans de l'aluminium adhésif puis enrobées dans des films plastiques alimentaires étirables permettant de conserver leur eau de gâchage, jusqu'au moment des essais. Les 48 éprouvettes livrées en trois lots (en novembre 96, avril 97 et mars 99) ont été stockées dans un local humide au LPMM, afin de minimiser les pertes d'humidité. Au moment des essais, les éprouvettes de masses initiales connues sont pesées afin d'évaluer les pertes en eau durant la période de stockage. Pour une durée maximale de 12 mois de stockage les valeurs des pertes trouvées sont inférieures à 4%, permettent de considérer les éprouvettes comme humides. Dans la campagne expérimentale, il a été prévu de tester le matériau sec. Le séchage des éprouvettes dans une étuve à 105°C, est conduit de manière à éviter les fissurations par les chocs thermiques en effectuant des montées en température de 10°C par heure, Toutlemonde [1994].

### 2.5 Support des éprouvettes et amortisseur

Le support des éprouvettes est une cornière en alliage d'aluminium de 1000 mm de long, simplement posée sur deux systèmes d'appui fixé sur le bâti en profilés métalliques, fig.III.4. Le système d'appui est une fourche dotée de deux vis de réglage de l'axialité. La partie du corps de l'éprouvette supportée par la cornière présente une surface de contact minimale assurant un glissement des fragments de l'éprouvette après écaillage avec un frottement négligeable. De plus, ce type d'appui n'introduit pas de réactions susceptibles d'influencer la

propagation de l'impulsion dans l'éprouvette. A l'extrémité de la cornière est placé un réceptacle amortisseur dont l'intérieur est tapissé de tissu où viennent buter les fragments d'éprouvette sans subir de chocs. La récupération des fragments intacts est essentielle pour la détermination de la position de rupture moyenne, donnée de base du dépouillement.

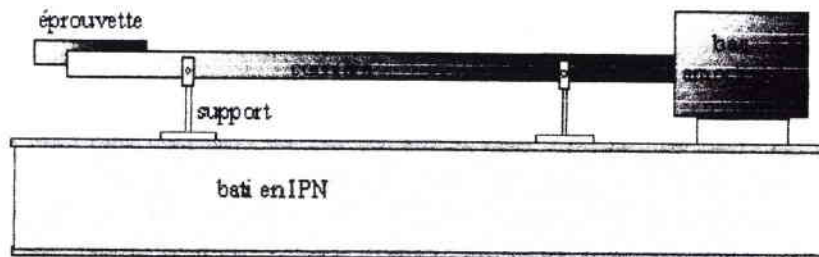


fig.III.4 : Support d'éprouvette et amortisseur.

## 2.6 Ajustement du contact barre-éprouvette

L'ajustement des faces de contact des barre et éprouvette est primordial pour un transfert complet (au prorata des impédances acoustiques des matériaux) de l'impulsion de contrainte. Le contact doit être théoriquement axial, concentrique et parfaitement plan. Techniquement, plusieurs défauts de contact peuvent être mis en exergue, et qui peuvent se résumer comme suit. Une disposition non axiale ou un défaut de parallélisme des faces peuvent introduire des composantes de flexion susceptibles d'entraîner la rupture de l'éprouvette ou de fausser le dépouillement, fig.5. a). La non-concentricité du contact influe sur le taux de transmission de l'impulsion incidente à l'éprouvette, fig.5.b). L'effet de cette non-concentricité non pris en compte dans le modèle de Pochhammer-Chree (contact supposé axisymétrique) ne peut être évalué que dans le cadre tridimensionnel. L'existence d'un interstice même minime entre les faces de contact entraîne un retard et une transmission partielle, voire nulle du signal à l'éprouvette, fig.5.c). Pour rester dans l'hypothèse du contact idéal, une très grande attention lors des essais est portée pour éviter les défauts précédemment cités aux interfaces de contact. La coaxialité et la concentricité sont obtenues grâce aux systèmes de vis de réglage dont sont dotés les supports de la barre. L'élimination de l'interstice entre face de contact barre-éprouvette est réalisé moyennant l'utilisation d'un faisceau lumineux amovible, délivré par une lampe halogène et convoyé par une fibre optique éclairant l'interface de contact, fig.5.c).



Les faces de contact sont accolées et ajustés verticalement et horizontalement jusqu'à absence totale de diffusion du rai de lumière à travers l'interface.

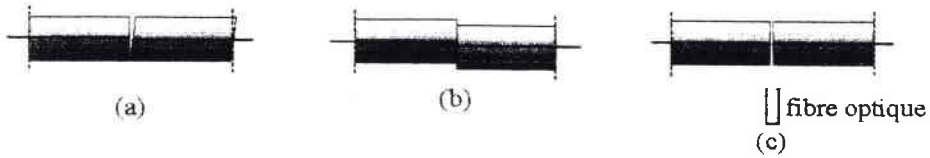


fig.III.5 : Défauts de contact interfacial barre-éprouvette

### 3. SYSTEME D'ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES

#### 3.1 Mesure de la vitesse d'impact du projectile

Pour cette expérience de caractérisation de la rupture en dynamique rapide, la détermination de la vitesse de l'impacteur n'est pas à vrai dire essentielle. Toutefois, la connaissance de ces vitesses par des essais préliminaires permet la calibration du lanceur (relation pression-vitesse) et renseigne sur le degré de validité de l'approche unidimensionnelle de la propagation des ondes. La vitesse d'impact du projectile est mesurée à l'aide des trois faisceaux lumineux traversant l'embouchure du tube, fig.III.6.

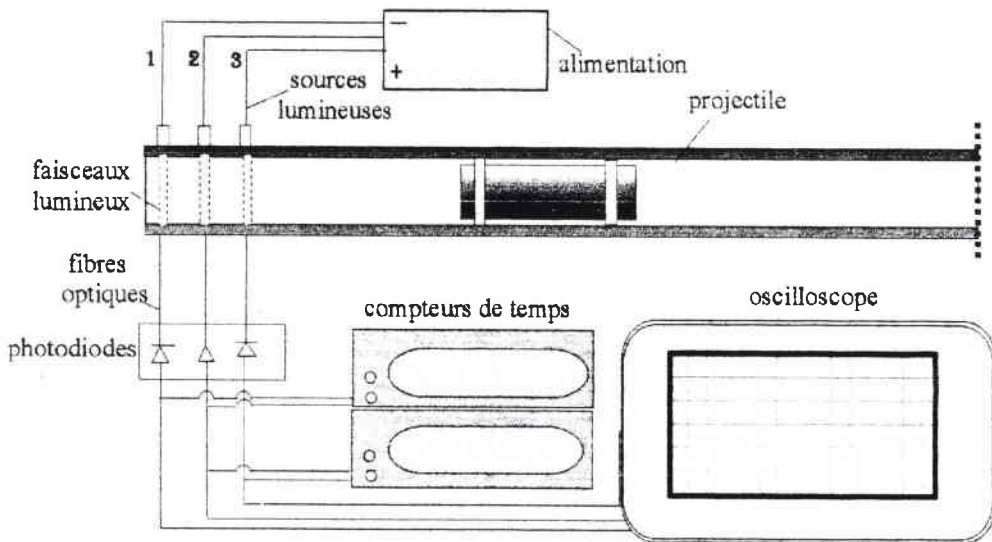


fig.III.6 : Dispositif de mesure de vitesse.

Ces derniers placés à équidistance de 50 mm à la sortie du tube sont captés et convoyés vers des photodiodes par des fibres optiques sises en vis à vis. Les photodiodes éclairées fournissent chacune une tension de quelques mV transmise à deux compteurs de temps et un oscilloscope. Le passage du projectile coupant successivement les faisceaux lumineux fait chuter cette tension. Ces chutes de tension captées chronologiquement par les compteurs de temps et l'oscilloscope permettent de déterminer la vitesse du projectile, la distance entre faisceaux et les écarts de temps de franchissement étant connues.

### 3.2 Mesure des impulsions de contraintes et leur amplification

La mesure des signaux et le contrôle de leur propagation sont assurés par le biais de trois stations disposées respectivement à 120 mm des faces extrêmes et à mi-longueur de la barre, fig.III.7. En chacune de ces positions, deux jauges de déformations montées en série sont collées sur deux génératrices opposées de la surface de la barre. Les jauges montées en série sont reliées à un amplificateur Tektronix (à deux voies) permettant un gain de 1 à 1000 et doté d'une bande de fréquence atteignant 1 MHz. Les signaux issus des jauges sont amplifiés et restitués quasiment en temps réel (retard inférieur à 1 microseconde).

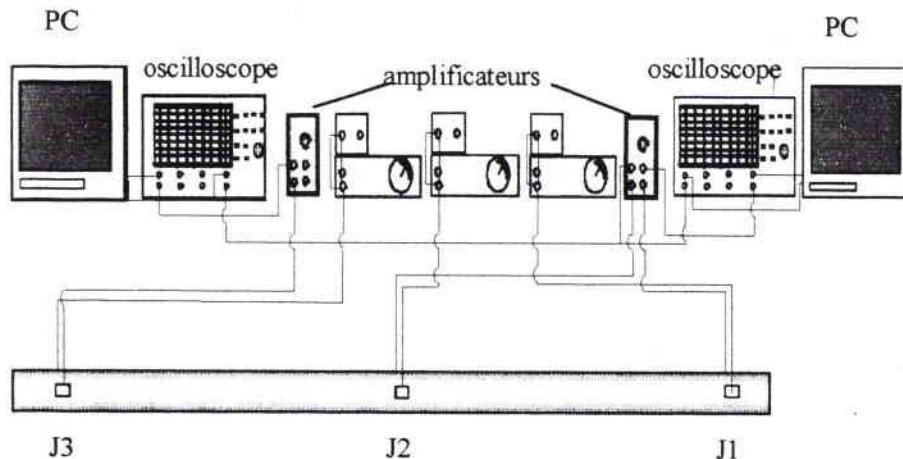


fig. III.7 : Schéma général du système d'acquisition de données.



### 3.2.1 Stockage des données et déclenchement de l'enregistrement

Après amplification, les signaux sont captés au niveau des trois stations de mesures par deux oscilloscopes numériques performants à 2x2 voies. Le premier oscilloscope (bande passante 1 MHz, 10 Mé/s de vitesse d'échantillonnage et de 500 points de mémoire) enregistre les signaux issus des deux premières stations (J1 et J2) à partir de la face d'impact. Ces impulsions enregistrées servent essentiellement au contrôle de la propagation (perturbations et dispersion). Les signaux de la deuxième et troisième stations (J2 et J3) servant pour le dépouillement sont enregistrés par le second oscilloscope (bande passante 250 MHz, 1 Gé/s de vitesse d'échantillonnage pour une profondeur de mémoire de 8000 points). Les plages de sensibilité de ces deux oscilloscopes sont de 1 mV à 5 V permettent le choix d'un seuil de déclenchement très bas. La tension de sortie  $\Delta e$  est une fonction quasi-linéaire (à moins de 0.01% près) de la déformation  $\epsilon$  de la barre et s'exprime par

$$\Delta e = \mathfrak{R} * \epsilon \quad (\text{III.1})$$

avec  $\mathfrak{R}$  facteur dépendant de la tension d'alimentation, du facteur de jauge et du gain.

## 3.3 Dispositif Vidéo CCD rapide

### 3.3.1 Principe de fonctionnement

Le dispositif d'essai est couplé à un système vidéo s'articulant sur une série de six caméras numériques rapides PROXITRONIC à cellule CCD-TV. Le système CCD Rapide a été conçu et mis au point au L.P.M.M., Faure et Klepaczko [1992], dans le cadre des expérimentations en dynamique rapide. Le principe de fonctionnement et la configuration adaptée à l'expérimentation sont schématisés par la fig.III.8. Les caméras sont déclenchées en rafale et synchronisées entre elles au moyen d'un ensemble de cartes électroniques appelé synchroniseur. Lors d'un essai dynamique, les caméras sont utilisées en mode mono-coup, fonctionnant ainsi comme des appareils photographiques numériques en ne prenant qu'une seule image chacune. Les caméras sont dotées individuellement d'unités de commandes réunissant plusieurs fonctions (alimentation, sélection des temps d'obturation...). Les temps

d'obturation des caméras et les délais entre les prises de vues sont programmés à l'aide du synchroniseur. Deux flashes à haute puissance sont utilisés pour éclairer l'éprouvette à filmer. Ils sont activés par une carte électronique qui détecte la variation du signal de sortie d'une photodiode placée juste à la sortie du canon lanceur. Le principe de déclenchement du synchroniseur est analogue à celui des flashes, à la différence que le signal donnant le top pour les prises de vues est délivré par la jauge de déformation placée près de la zone de contact barre-éprouvette. A la fin de l'essai, les images stockées dans les unités de commandes individuelles des caméras sont enregistrées sur magnéto-scope relié un écran T.V pour la visualisation. Ces images sont récupérées sur un P.C. via un logiciel d'acquisition approprié et un démultiplexeur permettant d'accéder à toutes les mémoires numériques des unités de commandes.

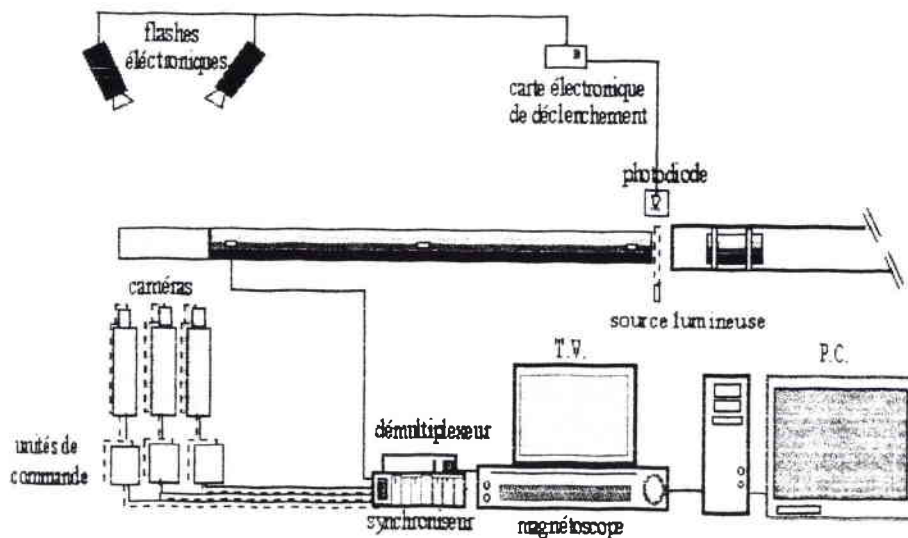


fig.III.8 : Schéma de la configuration de couplage dispositif d'essai-système vidéo rapide

### 3.3.2 Caméras ultra-rapides

Les caméras sont de type électronique numérique utilisant une cellule CCD-TV pour photographier l'image avec une résolution de 800 (H) x 590 (V) pixels. L'image obtenue en mode mono-coup est stockée dans une mémoire numérique de 460 kO et peut être directement visualisée sur un moniteur vidéo. La durée d'obturation est réglable de 1  $\mu$ sec à 5 msec en mode coup par coup et de 20 msec en mode continu. Les fonctions d'alimentation, de

réglage de la durée d'obturation, du mode de déclenchement (signal intérieur ou extérieur) et de stockage de l'image sont centralisées au niveau de l'unité de commande connectée à la caméra. Dans cette expérience, deux séries de trois caméras montées en parallèle permettent d'avoir autant de prises de vues du phénomène de l'écaillage de l'éprouvette. Les caméras sont dotées de supports réglables en alliage d'aluminium permettant leur positionnement (distance et position angulaire) par rapport à l'objectif à filmer. Les deux séries de caméras sont fixées sur deux panneaux parallèles montés sur un bâti modulable en profilés en aluminium extrudé.

### 3.3.3 Le synchroniseur

Le déclenchement en rafale des caméras est réalisé par le biais du synchroniseur, constitué d'un groupe de sept cartes électroniques. Une carte principale ou carte d'entrée gère un ensemble de six cartes de sortie identiques connectées chacune à des unités de commande des caméras. La carte d'entrée détecte le signal délivré par la jauge sise à la troisième station de mesure commandant tout le dispositif de prises de vues. L'arrivée du front d'onde donne donc le top de référence pour les cartes de sortie. Ces dernières à leur tour vont synchroniser les prises de vues en transmettant aux unités de commandes un signal TTL. Le retard par rapport au top avec lequel chaque carte de sortie va transmettre son signal est programmé grâce à une roue codeuse, actionnée manuellement. Le seuil de déclenchement sur l'entrée analogique de  $-9.5$  à  $9.5$  V est également réglé au moyen de roues codeuses. Le seuil peut être choisi en front montant ou descendant.

### 3.3.4 Eclairage

Les événements du phénomène de multiple rupture se déroulent en l'espace de moins d'une dizaine de  $\mu\text{sec}$  (les délais de temps moyens entre ruptures successives varient entre 1 à 6  $\mu\text{sec}$ ). Ceci entraîne le choix de temps d'obturation infimes (de l'ordre de quelques  $\mu\text{sec}$ ) et par conséquent l'utilisation de source lumineuse capable de délivrer dans un laps de temps suffisant un éclairage très puissant sur l'objectif à filmer. Les caméras numériques utilisées ont l'avantage de posséder un amplificateur de lumière couplé avec leur cellule CCD-TV.

Deux flashes électroniques de type courant sont amplement suffisant. Possédant un temps de montée de 140  $\mu$ sec, ils atteignent un palier de puissance maximum qu'ils conservent durant 3 msec. Ils sont déclenchés par une simple impulsion électrique délivrée par la carte électronique couplée à la photodiode placée à l'embouchure du canon. Le temps de montée correspond bien à celui mis par le front d'onde pour parcourir la barre de mesure. L'événement à filmer a lieu durant le temps d'éclairage maximum.

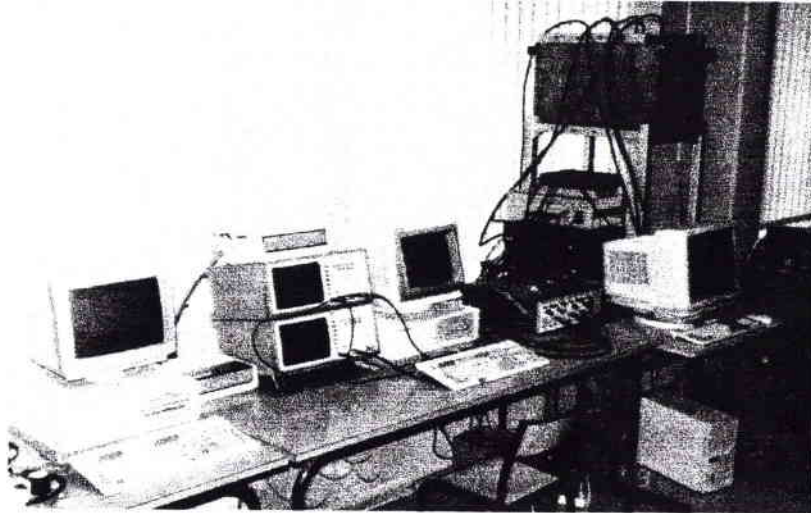


fig. III.9: Dispositif d'acquisition de signaux et système vidéo-rapide.

## 4. TRAITEMENT DE DONNEES ET DEPOUILLEMENT

### 4.1 Analyse de la dispersion dans la barre de mesure

Plusieurs essais d'impact sans éprouvette (plus d'une cinquantaine) ont été effectués à l'aide de différents projectiles et à des vitesses variables afin de calibrer le système en vitesse-pression mais aussi pour analyser la propagation des ondes dans la barre de mesure (mode de vibration, dispersion). Après impact à une vitesse arbitraire  $V_0$ , une impulsion de contrainte de compression se propage le long de la barre et est réfléchiée en impulsion de contrainte de traction au niveau de l'extrémité libre de la barre. Une série d'impulsions de compression-traction se propageant en aller-retour dans la barre est enregistrée au niveau des trois stations de mesure J1, J2 et J3. La fig. III.10 montre l'enregistrement au niveau de la station J2 de 6

impulsions de contrainte. L'essai est effectué à une pression de 0.3 bar avec un projectile de 80 mm.

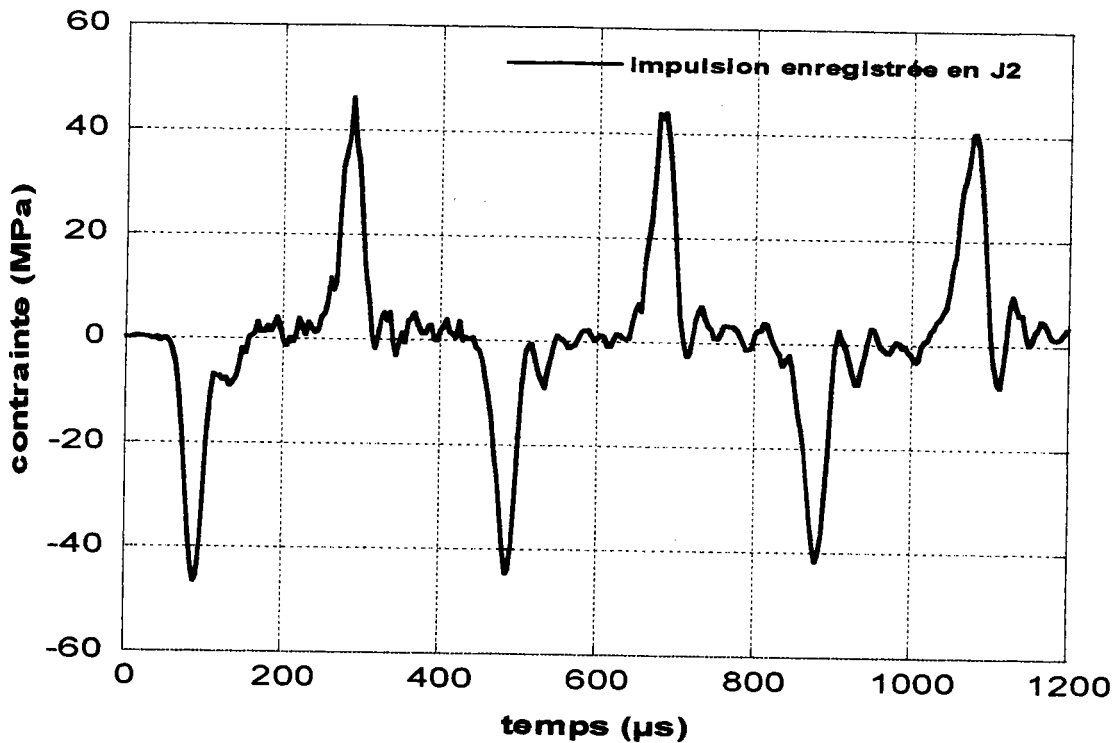


fig. III.10 : Impulsion incidente originelle et après cinq réflexions enregistré en J2

Le tableau III-5 montre les valeurs maximales des impulsions de contraintes successives relevées ainsi que leurs durées moyennes. Les pics de contraintes sont directement lus à partir des fichiers des oscillogrammes. Quant au début et fin de l'impulsion, ils sont estimés par la projection sur l'axe des temps des branches ascendantes et descendantes de chaque impulsion. La valeur moyenne des amplitudes des impulsions mesurées est de  $42.93 \pm 3$  MPa pour une durée moyenne de  $56.8 \pm 6$  µsec. L'amplitude moyenne de l'impulsion n'est donc pas affectée de manière significative lors de sa propagation mais cette impulsion a tendance à se déformer avec la distance comme en témoigne la variation notable de la période visible sur la fig. III.10. La célérité moyenne des ondes longitudinales estimée à partir du temps mis par le début de l'impulsion tel défini précédemment pour effectuer un aller-retour en J2 (soit un parcours de 1000 mm) est de  $5.090 \pm 0.01$  mm/µsec. Au regard des valeurs des incertitudes relativement élevées, la correction de la dispersion s'avère nécessaire dans l'optique d'un dépouillement fiable.

Impulsion n°	nature	Amplitude (MPa)	Durée (µsec.)
1	C	46.23	51.90
2	T	42.64	52.80
3	C	44.27	57.06
4	T	42.76	56.26
5	C	41.32	59.56
6	T	40.39	63.21

Tableau III-5 : Variation de l'impulsion lors de sa propagation dans la barre de mesure

#### 4.2 Correction de la dispersion dans la barre

Tel exposé dans le paragraphe II.2.4.1, en supposant que seul le premier mode de vibration de la barre est excité lors de l'essai d'impact, une impulsion mesurée à une distance  $z_0$  peut être reconstituée à la distance  $z_0 + \Delta z$  quelconque en corrigeant le déphasage de chaque composante de fréquence de l'impulsion. Considérons la première impulsion de contrainte de compression  $\sigma(z_0, t)$  échantillonnée à  $n$  points enregistrée en J2 soit à  $z_0 = 380$  mm, sa transformée de Fourier discrète est

$$\bar{\sigma}(v_m) = \sum_{n=0}^{n-1} \sigma(z_0, t_n) \exp[-i(2\pi v_m t_n)] \quad (\text{III.2})$$

et sa transformée de Fourier inverse est

$$\sigma(z_0, t) = \sum_{m=0}^{n-1} |\bar{\sigma}(v_m)| \exp[i(2\pi v_m t - \phi_m^0)] \quad (\text{III.3})$$

avec

$$|\bar{\sigma}(v_m)| = \sqrt{\text{Re}(\bar{\sigma}(v_m)) + \text{Im}(\bar{\sigma}(v_m))} \quad (\text{III.4})$$

$$\phi_m^0 = \text{Arctg} \left[ \frac{\text{Im}(\bar{\sigma}(v_m))}{\text{Re}(\bar{\sigma}(v_m))} \right] \quad (\text{III.5})$$

$|\bar{\sigma}(v_m)|$  et  $\phi_m^0$  sont respectivement l'amplitude et la phase de la  $m^{\text{ième}}$  composante de fréquence

$v_m$ .

Le problème est de prédire la forme de cette impulsion après chaque aller-retour complet soit à des distances multiples de  $\Delta z = 1000$  mm. A la distance  $z_0 + \Delta z$ , en utilisant une translation de l'échelle des temps  $t' = t - \Delta z / C_0$  l'impulsion par transformée de Fourier inverse peut être exprimée par

$$\sigma(z_0 + \Delta z, t') = \sum_{m=0}^{n-1} |\bar{\sigma}(v_m)| \exp[i(2\pi v_m t' - \phi_m^0 - \Delta\phi_m^{\Delta z})] \quad (\text{III.6})$$

ou encore 
$$\sigma(z_0 + \Delta z, t') = \sigma(z_0, t') \exp(-i\Delta\phi_m^{\Delta z}) \quad (\text{III.7})$$

avec  $\Delta\phi_m^{\Delta z} = \frac{2\pi v_m \Delta z}{C_0} \left( \frac{C_0}{C_m} - 1 \right)$  l'incrément de phase de la  $m^{\text{ième}}$  composante à la position

$z_0 + \Delta z$  pour un temps mesuré à  $t'$ .

Ces incréments dus aux différentes célérités de phase, sont à l'origine de la dispersion de l'impulsion lors de sa propagation dans la barre. Pour le calcul de l'incrément de phase, la connaissance précise de la célérité des ondes longitudinales élastiques  $C_0$  est nécessaire. Il a été montré d'ailleurs, Lifshitz et Leber [1994], que la correction de la dispersion des ondes est très sensible à la valeur de calcul de  $C_0$ . Généralement celle-ci est déterminée par calibration revenant à estimer le temps de parcours du début de l'impulsion sur une distance connue précisément (entre deux stations de mesures par exemple), Franz et Follansbee [1983]. Mais cette procédure peut entraîner des erreurs non négligeables à cause d'une part de la difficulté pour situer le début de chaque impulsion et d'autre part de la différence de forme des impulsions due à la dispersion.

#### 4.2.1 Détermination exacte de la célérité des ondes planes longitudinales

Pour contourner cette difficulté, la meilleure approche consiste à fixer une fenêtre de temps suffisante sur l'impulsion de référence  $\sigma(z_0, t)$ , de reconstituer par translation de  $\Delta z / C_0$  cette impulsion après correction de la dispersion en itérant sur la valeur de  $C_0$ . Cette itération est réalisée jusqu'à ce l'impulsion reconstituée se superpose correctement avec l'impulsion mesurée à  $z_0 + \Delta z$ .

En appliquant cette méthode de correction de la dispersion au signal enregistré en J2, la comparaison des signaux transportés théoriquement et ceux mesurés est tout à fait satisfaisante pour une valeur de  $C_0=5.0901$  mm/ $\mu$ s, voir fig. III.11. Ceci prouve bien que la barre vibre dans le mode fondamental.

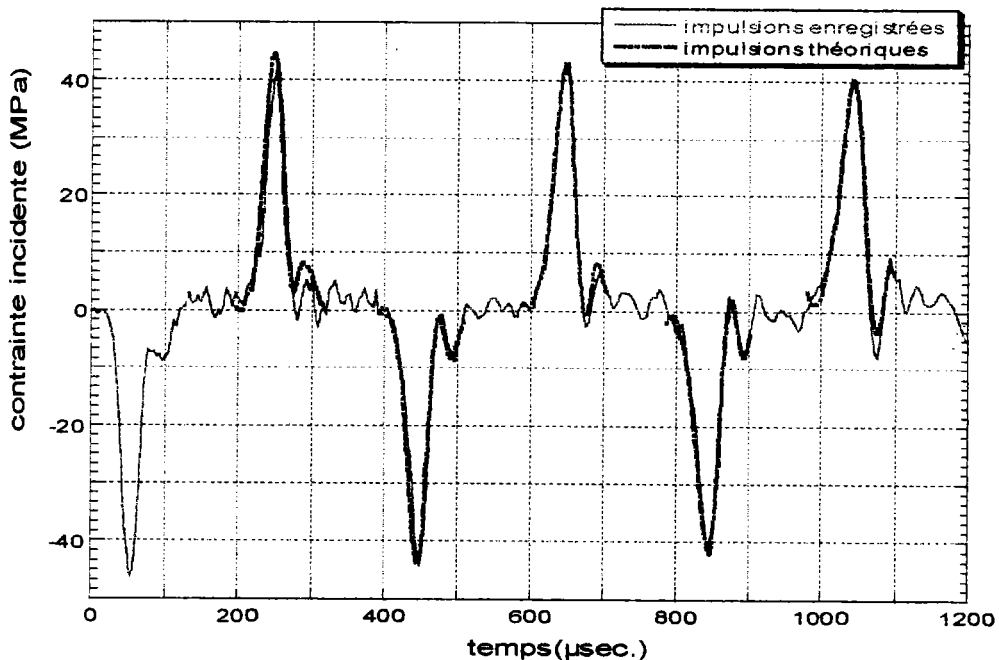


fig.III.11 : Comparaison entre impulsions de contraintes enregistrées et celles prédites

### 4.3 Variation radiale des contraintes longitudinales

Une des prédictions de la solution complète de Pochhammer-Chree du problème de la propagation des ondes élastiques dans les barres infinies élastiques est la variation radiale à travers la section droite des contraintes et déformations longitudinales. Cette variation est fonction du rapport du rayon de la barre sur la longueur d'onde  $R/\lambda$ . Dans cette méthode expérimentale, tout le dépouillement est basé sur la mesure des signaux via les jauges de résistance collées à la surface de la barre. Par conséquent une variation radiale significative des déformations mesurées peut introduire de grossières erreurs dans l'estimation de l'impulsion de contrainte transmise à l'éprouvette. Lors des essais de calibrage de la barre de mesure avec les projectiles de longueurs différentes, la variation des rapports des coefficients  $D_r/A_0$  de la décomposition en série de Fourier des impulsions en fonction de  $R/\lambda_n$  donnée



par l'éq. (II.28) est examinée avec attention. L'analyse des contributions des composantes des ondes courtes a permis de déterminer une longueur minimale de projectile à utiliser dans cette expérience. Le choix de cette longueur est un compromis entre le besoin d'une impulsion de contrainte d'amplitude suffisante et de brève durée tout en gardant une variation radiale acceptable de cette dernière. Le tableau III.6 montre la variation des rapports des coefficients de Fourier avec un projectile de longueur 80 mm en fonction de  $R/\Lambda_n$ . Le rapport rayon sur longueur d'onde est supérieur à 0.1 à partir de  $n=3$ . Pour des valeurs supérieures de  $n$ , le rapport des composantes de Fourier  $D_n/A_0$  reste inférieur à 0.02. La faible contribution des composantes de hautes fréquences (pour lesquelles le signe de la déformation longitudinale pourrait s'inverser de la surface au centre de la barre) entraîne que le profil des déformations longitudinales n'est pas significativement affecté.

n	$\omega_n$	$R/\Lambda_n$	$D_n/A_0$
1	77609	0.04870	0.47189
2	155217	0.09830	0.15259
3	232826	0.14980	0.05960
4	310434	0.20576	0.02607
5	388043	0.27318	0.01674
6	465651	0.37063	0.00826
7	543260	0.49436	0.00480
8	620868	0.60970	0.00364
9	698477	0.71411	0.00430
10	776085	0.81128	0.00387

Tableau III.6 : Rapports rayon sur longueur d'onde et composantes de Fourier associées.

Une manière indirecte de vérifier, la variation radiale de l'amplitude de l'impulsion est de comparer les valeurs expérimentales de cette dernière avec celles qui découleraient de l'approche unidimensionnelle. Comme le montre la fig. III.12, la droite de la régression linéaire des valeurs expérimentales de la contrainte incidente en fonction de la vitesse d'impact est proche de la droite théorique donnée par l'équation (II. 8)

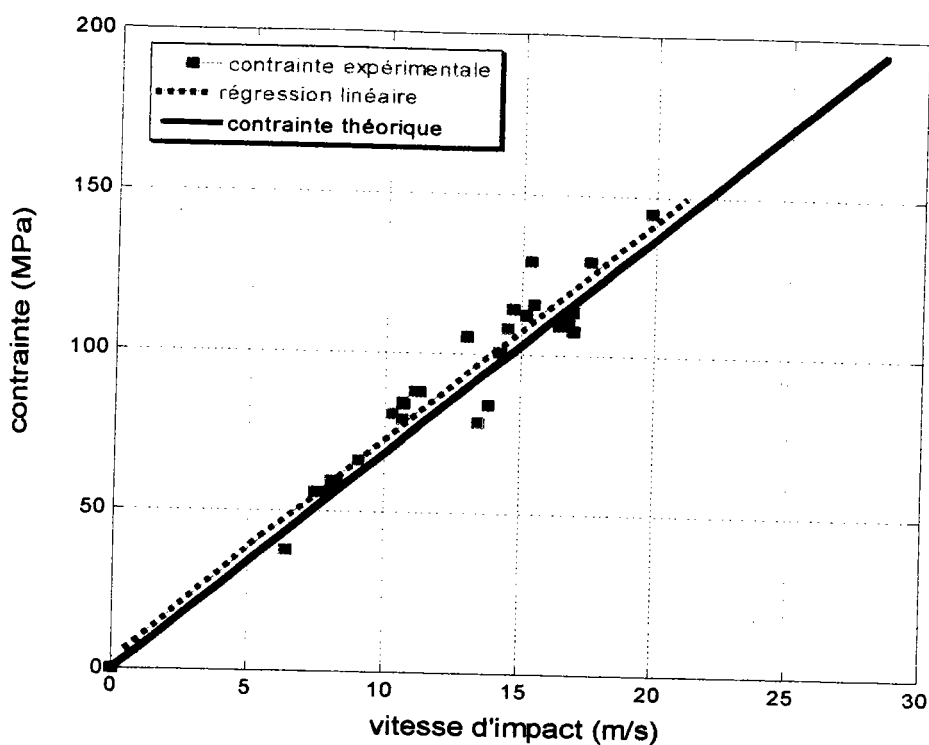


fig.III.12 : Comparaison contraintes expérimentales mesurées à la surface de la barre et celles de l'analyse unidimensionnelle.

#### 4.4 Technique de séparation d'onde dans les barres élastiques

Le choix du projectile de 80 mm pour lequel correspond une longueur moyenne de l'impulsion de 250 mm, entraîne une superposition des impulsions incidente et réfléchi au niveau des stations de mesure J1 et J3, située chacune à 120 mm de l'extrémité de la barre. Dans les systèmes de barres de Hopkinson classique, on s'imposait comme condition de métrologie de disposer d'un signal incident, réfléchi et transmis individualisés pour la détermination du chargement de l'éprouvette. Cette condition se répercute sur le dimensionnement du dispositif, obligeant au choix de longueurs de barres relativement grandes. En tenant compte de la dispersion avec la distance couverte par les ondes, il s'ensuit par ricochet la diminution du diamètre de ces barres pour rester dans le cadre de l'analyse unidimensionnelle. Dans ce qui suit, une technique de séparation des ondes superposées est proposée permettant de s'affranchir de cette coercition nonobstant la disposition d'un seul signal individualisé. Cette technique est basée sur la mécanique de la propagation élastique et

le principe de superposition linéaire des ondes. Une approche similaire a été développée par Zao et Gary [1996] et Bacon [1999] dans le cas de la propagation des ondes dans les barres viscoélastiques.

Dans le cadre de l'analyse simplifiée, soient deux signaux élémentaires se propageant dans les directions positive et négative de la barre, désignés respectivement par ascendant et descendant (indices asc et desc pour les signaux). En se référant à (II.28), la contrainte et la vitesse massique en un point quelconque d'une barre soumise à une impulsion sont décrites à chaque instant  $t$  par

$$\begin{aligned}\sigma(t) &= \sigma_{asc}(t) + \sigma_{desc}(t) \\ v(t) &= \rho C_0 (\sigma_{asc}(t) - \sigma_{desc}(t))\end{aligned}\quad (III.8)$$

De cette relation, il s'ensuit que la connaissance du signal ascendant permet de déduire celui descendant et vice-versa. Afin d'illustrer le problème, soient à considérer deux jauges de mesures A et B positionnées en  $z_A$  et  $z_B$  respectivement sur une barre de longueur  $L$ , enregistrant les histoires de contrainte en ces points, fig.III.13. Le signal enregistré en A est individualisé jusqu'à sa réflexion à l'autre extrémité de la barre, soit

$$\begin{cases} \sigma_{ascA}(t) = \sigma_A(t) & t \leq t_1 \\ \sigma_{descB}(t) = 0 & t > t_2 \end{cases}\quad (III.9)$$

avec  $t_1 = (2L - z_A)/C_0$  et  $t_2 = (L - z_B)/C_0$

Afin de déterminer individuellement et à chaque instant les signaux ascendant et descendant se superposant au fur et à mesure de leur propagation, une procédure itérative est construite. Les mesures de contraintes  $\sigma_A(t)$  et  $\sigma_B(t)$  sont subdivisées en petits intervalles de temps constant  $\Delta t$ , nécessaires à un signal pour parcourir deux fois la distance séparant les deux jauges A et B. Ainsi les paquets d'ondes  $\sigma_A^1(t)$ ,  $\sigma_A^2(t)$ , ...,  $\sigma_A^i(t)$  et  $\sigma_B^1(t)$ ,  $\sigma_B^2(t)$ , ...,  $\sigma_B^i(t)$  peuvent être exprimés en fonction des temps caractéristiques  $[(i-1)\Delta t, i\Delta t]$ ,  $i=1,2,\dots$  tel que suit

$$\sigma_A^i(t) = \begin{cases} \sigma_A(t) & t_1 + (i-2)\Delta t \leq t \leq t_1 + (i-1)\Delta t \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}\quad (III.10)$$

de même que

$$\sigma_B^i(t) = \begin{cases} \sigma_B(t) & t_2 + (i-1)\Delta t \leq t \leq t_2 + i\Delta t \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Cette opération peut être appliquée aux deux ondes virtuelles élémentaires ascendantes et descendantes aux points A et B pour l'obtention de  $\sigma_{ascA}^1(t)$ ,  $\sigma_{ascB}^1(t)$ ,  $\sigma_{descA}^1(t)$  et  $\sigma_{descB}^1(t)$ .

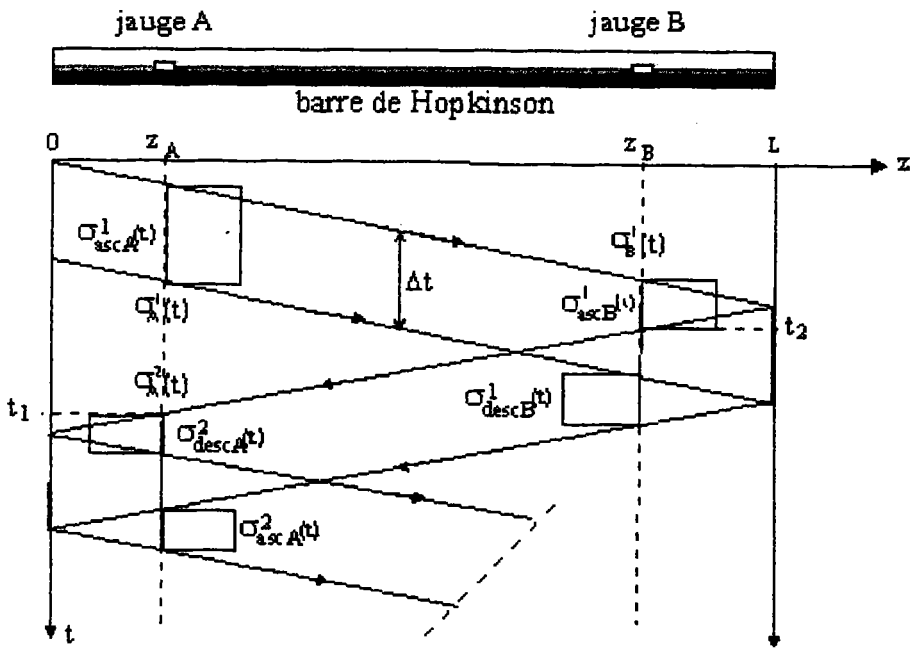


fig.III.13 : Diagramme de Lagrange de la séparation des ondes

Tenant compte de l'éq. III.8, l'onde ascendante  $\sigma_{ascA}^1(t)$ , en A pour  $i=1$  et  $t$  dans l'intervalle  $[t_1-\Delta t, t_1]$  est connue. Sachant comment l'onde se propage, l'onde ascendante au point B peut être reconstituée en appliquant la fonction de transport fictif désignée  $f_{trsp}$  à savoir

$$\sigma_{ascB}^1(t) = f_{trsp}(\sigma_{ascA}^1(t)) \quad (\text{III.12})$$

En réutilisant (III.8) au point B pour  $i=1$  et  $t$  appartenant à l'intervalle  $[t_2, t_2+\Delta t]$ , la partie correspondante de l'onde ascendante au point B est

$$\sigma_{descB}^1(t) = \sigma_B^1(t) - \sigma_{ascB}^1(t) \quad (\text{III.13})$$

Le même processus peut être appliqué pour déterminer l'onde ascendante au point A pour l'intervalle de temps suivant ( $i=2$ ) connaissant l'onde descendante donnée par (III.13). Ce processus itératif permet donc de définir les ondes ascendantes et descendantes pour tous les intervalles de temps successifs.

Le processus itératif étant clarifié, la correction de la dispersion peut y être introduite pour l'opération numérique de la séparation des ondes. Cette séparation peut être conduite dans le domaine des fréquences ou du temps.

### Approche dans le domaine des fréquences :

D'après (III. 7), il découle

$$\sigma(z_B, t) = \sigma(z_A, t) \exp(i\Delta\phi_m^{\Delta z}) \quad (\text{III.14})$$

et de manière équivalente par transformée inverse

$$\bar{\sigma}_B(\nu) = \bar{\sigma}_A(\nu) \exp(-i\Delta\phi_m^{\Delta z}) \quad (\text{III.15})$$

la linéarité de (III.8) permet d'écrire

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_A(\nu) = \bar{\sigma}_{ascA}(\nu) + \bar{\sigma}_{descA} \\ \bar{\sigma}_B(\nu) = \bar{\sigma}_{ascB}(\nu) + \bar{\sigma}_{descB} \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

Tenant compte de (III.15), l'onde descendante en A peut être remplacée par celle en B et vice-versa, tel que (III.16) devient alors

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{ascA}(\nu) = \frac{\bar{\sigma}_B(\nu) - \bar{\sigma}_A(\nu) e^{-i\Delta\phi_m^{\Delta z}}}{1 - e^{-i\Delta\phi_m^{\Delta z}}} \\ \bar{\sigma}_{descB}(\nu) = \frac{\bar{\sigma}_A(\nu) - \bar{\sigma}_B(\nu) e^{-i\Delta\phi_m^{\Delta z}}}{1 - e^{-i\Delta\phi_m^{\Delta z}}} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Toutefois, il s'avère difficile d'obtenir une exactitude suffisante avec cette séparation dans le domaine des fréquences. En effet, d'une part l'évaluation des composantes de hautes fréquences est difficile ; d'autre part, le dénominateur en (III.17) peut s'annuler pour des déphasages multiples de  $2\pi$ .

### Approche dans le domaine des temps :

En utilisant la méthode de correction de la dispersion lors du transport fictif des ondes et les résultats donnés par le paragraphe III.4.2, il est immédiat que

$$f_{\text{trsp}}(\sigma_{\text{asc, desc}}^i(t)) = \text{TFD}^{-1} \left[ e^{i\lambda_0 \frac{\Delta z}{m}} \text{TFD}(\sigma_{\text{asc, desc}}^i(t)) \right] \quad (\text{III.18})$$

On peut noter cependant que ce schéma de séparation dans le domaine des temps est théoriquement inexact, en raison de l'incompatibilité entre le découpage temporel et la théorie des ondes infinies stationnaires. Le choix de l'intervalle de temps constant  $\Delta t$  par exemple est approximatif à cause de la dispersion géométrique affectant l'onde lors de sa propagation. Toutefois, ce schéma de séparation donne des résultats satisfaisants, notamment pour un parcours modéré des impulsions considérées. Dans le cas de notre dispositif, cette technique est appliquée aux impulsions incidente et réfléchie mesurées entre les stations J2 et J3. Soient des parcours relativement modérés de 380 mm pour l'impulsion de compression incidente et de 620 mm pour l'impulsion de traction réfléchie.

### 4.5 Application au dépouillement des essais

Le dépouillement est basé sur la méthode exposée précédemment. Les oscillogrammes utilisés sont ceux des impulsions de compression incidentes et de traction réfléchies enregistrés au niveau des stations de mesures J1, J2 et J3. Les oscillogrammes sont enregistrés par paire par les deux oscilloscopes avec la même vitesse d'échantillonnage, fig.III.14. Les étapes du traitement de ces signaux pour aboutir à la détermination de l'impulsion de compression transmise à l'éprouvette sont les suivantes :

1- la première paire de signaux (J1, J2) permet la détermination de la célérité des ondes longitudinales  $C_0$  lors de l'essai. Une fenêtre de temps est fixée pour l'impulsion de contrainte de compression enregistrée en J1 puis transportée fictivement en J2 en tenant compte de la dispersion, en partant d'une valeur moyenne  $C_0$ . Des itérations sont faites sur la valeur de  $C_0$  jusqu'à ce que les deux impulsions superposent, fig.III.15 (a).

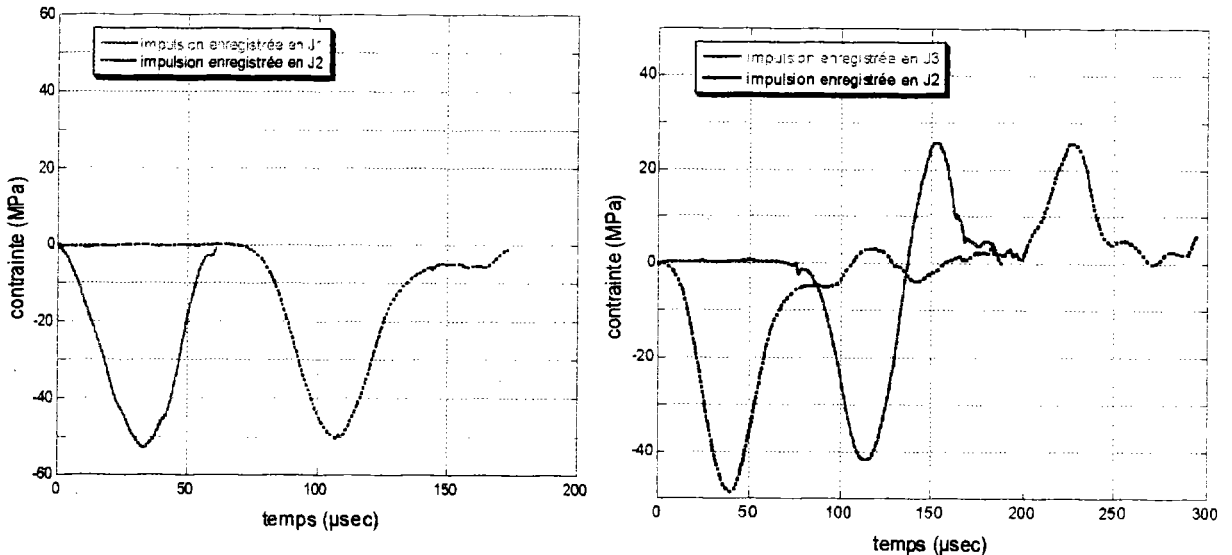


fig.III.14 : Oscillogrammes utilisés pour le dépouillement.

2- Connaissant la valeur exacte de  $C_0$ , la deuxième paire de signaux (J2, J3) sert à la reconstitution de l'impulsion de traction réfléchiée à la position J3 par le biais de la technique de séparation des ondes fig.III.15 (a). Une fenêtre de temps est fixée pour l'impulsion de compression en J2, qui est transportée en J3 et corrigée de la dispersion et soustraite de l'impulsion en J3. Il en résulte l'impulsion de traction réfléchiée, fig.III.15 (b). L'impulsion de traction est transportée fictivement jusqu'en J2 soit  $\Delta z=380$  mm et comparée avec celle enregistrée après un parcours de 1000 mm, fig.III.16 (a). Si les impulsions reconstituée et enregistrée superposent bien, la correction de la dispersion est considérée vérifiée.

3- L'impulsion de compression en J2 et celle de traction reconstituée en J3 sont transportées à l'extrémité de la barre (soit d'une distance de 500 mm, -120 mm resp.) et additionnées pour l'obtention du signal transmis à l'éprouvette, fig.III.16 (b).

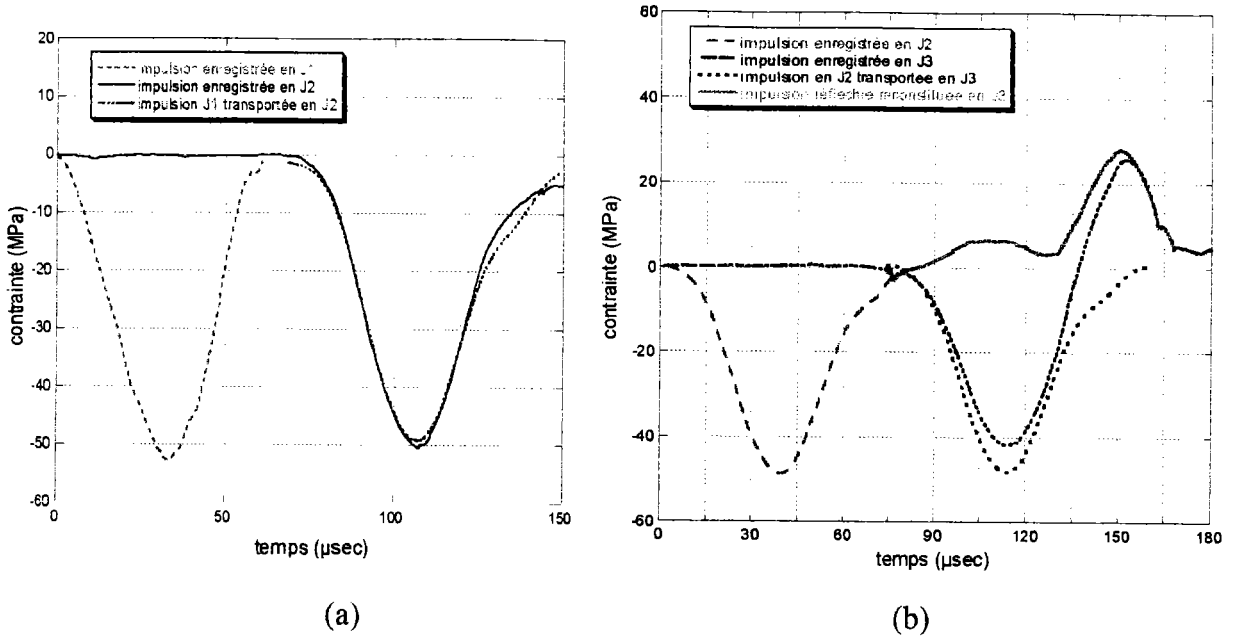


fig. III.15 : Transport fictif de l'impulsion incidente de J1 en J2 (a), obtention de l'impulsion réfléchie en J3 par la technique de séparation des ondes (b).

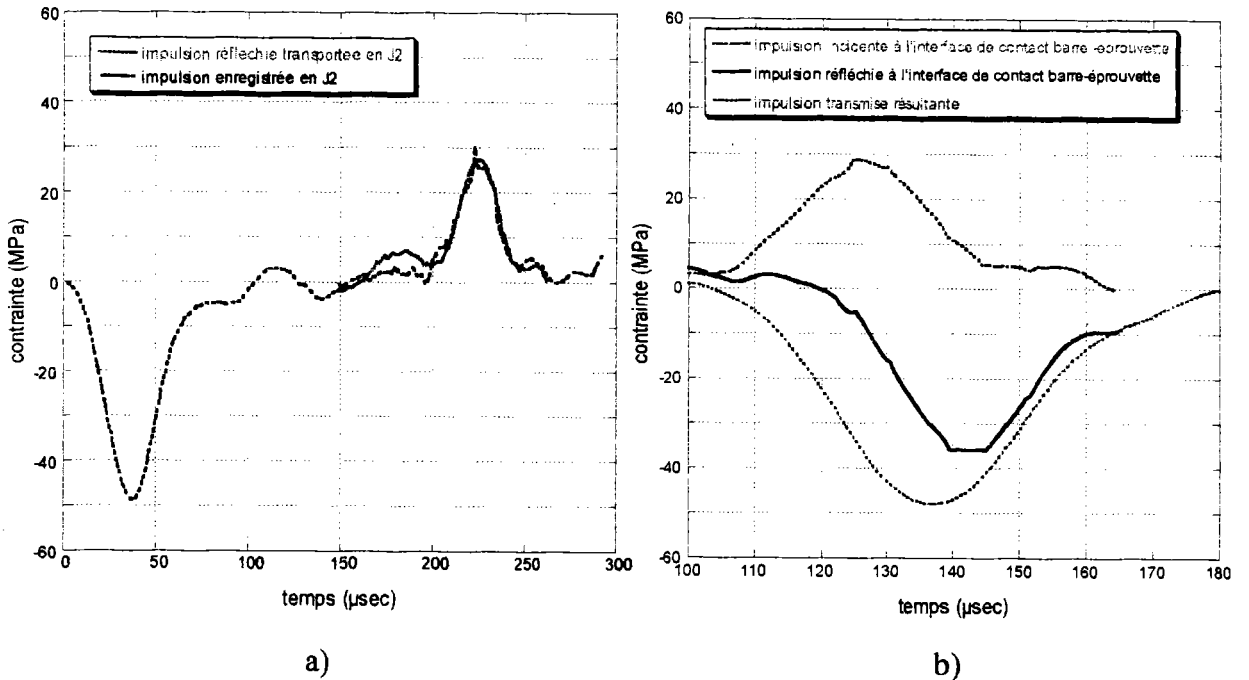


fig.III.16 : Vérification de l'impulsion réfléchie transportée par comparaison avec celle enregistrée (a), obtention de l'impulsion transmise à l'éprouvette (b).



## 4.6 Détermination du chargement de l'éprouvette

### 4.6.1 Positions de rupture des éprouvettes

Après chaque essai, les positions de rupture de l'éprouvette sont établies à partir des fragments récupérés dans le bac amortisseur. L'éprouvette reconstituée à partir de ses fragments (numérotés à partir de l'extrémité libre) est référencée et emballée. Les profils de rupture de chaque éprouvette sont tracés sur du papier millimétré transparent enroulé autour de l'éprouvette reconstituée. Les courbes tracées sont digitalisées, permettant ainsi de numériser de manière discrète les points de rupture en fonction de leurs positions par rapport à l'extrémité libre et de leurs orientations angulaires, fig.III.17. Ces données numériques sont ensuite entrées dans l'ordinateur pour un traitement statistique.

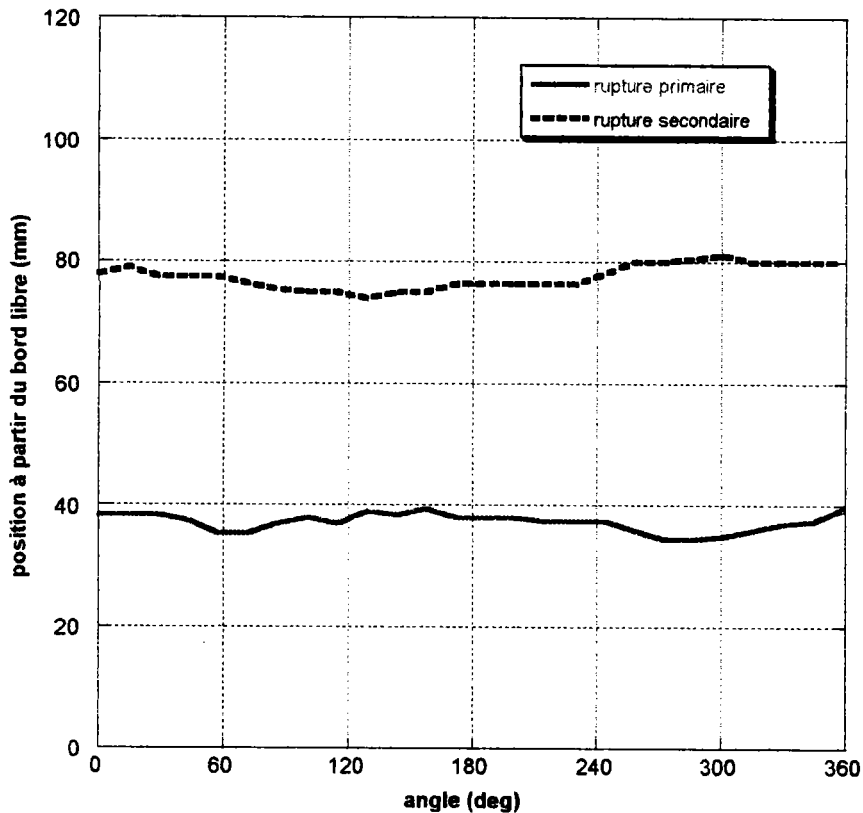


fig.III.17 : Détermination des profils de l'éprouvette rompue.

### 4.6.2 Dédution de la résistance à la traction dynamique

Le dépouillement de la résistance à l'écaillage est réalisé de manière interactive à l'aide d'un programme simulant numériquement le processus de superposition des parties incidente et réfléchie de l'impulsions de contrainte de compression transmise à l'éprouvette, fig.III.18. La superposition par incidence-réflexion est simulée avec un pas de temps inférieur à  $0.5 \mu s$  (correspondant à une longueur de 2 mm compte tenu de la célérité longitudinale moyenne des ondes dans le béton). L'histoire (et donc le parcours) des maxima de traction issus de la superposition est établie et la valeur de la contrainte critique de rupture recherchée est celle correspondant à la position de rupture expérimentale. Dans le cas des éprouvettes présentant plusieurs rupture, seule celle ayant lieu en premier chronologiquement est prise en compte à cause de l'incertitude associée à l'exploitation des ruptures postérieures au premier écaillage. La vitesse de chargement est le rapport de la contrainte critique sur le temps de chargement soit  $\dot{\sigma} = \sigma_F / t_c$ . Au regard de la quasi-linéarité de l'évolution de la contrainte de traction en fonction du temps de montée, la vitesse de chargement est prise comme la pente moyenne de la courbe  $\sigma_F = f(t_c)$  dans les dépouillement.

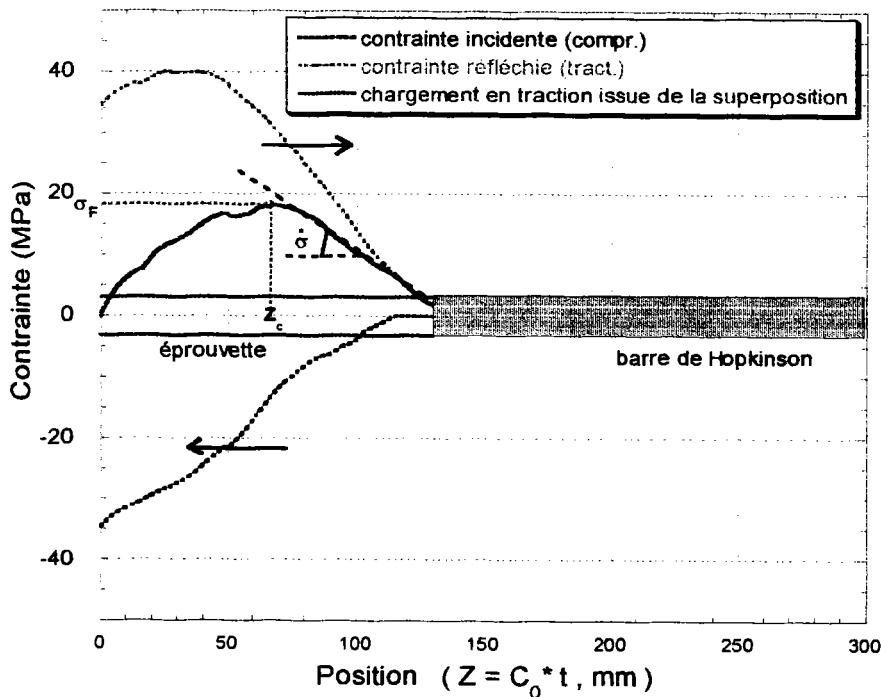


fig. III.18 : Transmission et réflexion de la contrainte générant la traction provoquant la rupture de l'éprouvette à la position  $Z_c$ .

### 4.6.3 Le phénomène de l'écaillage multiple

Pour la plupart des essais conduits, les éprouvettes présentent de une à trois positions de rupture disposées de manière irrégulière. Ces positions sont généralement comprises en moyenne entre le premier quart et les deux tiers de la longueur de l'éprouvette (de 30 à 80 mm) en partant de l'extrémité libre. Ceci était prévisible tenant compte de la forme quasi-symétrique de l'impulsion transmise et de sa longueur d'onde équivalent au double de la longueur de l'éprouvette. Les ruptures successives des éprouvettes sont séparées en moyenne de 20 à 30 mm. Cette proximité des ruptures témoigne qu'un autre processus de rupture est associé à celui provoquant le premier écaillage. La propagation de l'impulsion n'interagissant pas avec l'environnement, la rupture multiple ne pourrait s'expliquer que par le phénomène de traction dynamique. Deux explications peuvent être envisagées : la résistance à la traction est atteinte simultanément en plusieurs endroits de l'éprouvette ou bien la naissance d'un nouveau phénomène d'écaillage. Et ce, à travers la continuation du processus de superposition de l'impulsion de contrainte transmise au niveau de la nouvelle extrémité libre du fragment d'éprouvette issu du premier écaillage. Deux arguments majeurs plaident pour la seconde hypothèse :

- . Lors de l'activation de la rupture par allongement, par réaction des ondes de compression sont générées au niveau de la section de l'éprouvette soumise à l'effort. Ces effets de réaction ont tendance (tenant compte de l'énergie globale) à atténuer l'impulsion de traction au niveau de la zone immédiate de l'écaillage. Le temps d'activation très court de la rupture signifie une diminution notable de la contrainte de traction excluant par conséquent une rupture simultanée dans l'environnement immédiat de la position du premier écaillage.
- . La séparation de l'impulsion de contrainte lors du premier écaillage correspond à la naissance d'un paquet d'ondes courtes entraînant une dispersion de la croissance de la contrainte de traction, rendant probable une deuxième rupture seulement à une certaine distance de la première.

Une analyse détaillée de la suite chronologique des ruptures dans les éprouvettes montre que pour les formes d'impulsions enregistrées une rupture simultanée en plusieurs endroits est fortement improbable, à moins que ces éprouvettes présentent de très forte hétérogénéité lors de la mise en œuvre (bien que cela été le cas de quelques éprouvettes). Ces arguments évoqués ci-dessus mettent en exergue aussi le fait de l'inopportunité de la considération des ruptures

secondaires. Ceci, en raison de la difficulté d'estimation de la perte d'énergie consécutive au premier écaillage, et ce même avec le renfort de moyens techniques supplémentaires.

#### **4.6.4 Méthode de détermination de la position du premier écaillage**

Le premier écaillage est déterminé à partir de la comparaison de la suite des positions des maxima de contrainte simulée numériquement avec celle des ruptures expérimentales. Les essais à écaillage unique et à dépouillement idéal constituent la référence pour le dépouillement des autres essais à rupture multiple. De toutes les positions, celle qui donne une contrainte maximale proche de la celle critique attendue (tenant compte des essais antérieurs et des résultats de la littérature) est adoptée comme endroit du premier écaillage. A défaut de valeur évidente de dépouillement permettant de déterminer la position du premier écaillage, il peut être recouru à une méthode de combinaison des ordres des contraintes maximales. Cette combinaison est exécutée automatiquement à l'aide d'un programme simulant la répétition du processus de superposition de l'impulsion transmise après chaque rupture. A partir de cette combinaison, la valeur la plus cohérente en accord avec celles des essais antérieurs est considérée comme celle du premier écaillage. En fonction du positionnement des maxima de contrainte de traction simulé numériquement, plusieurs cas peuvent se présenter :

- . le maximum est apparent et se propage de manière monotone continûment croissante le long de l'éprouvette présentant expérimentalement une rupture unique. Il en résulte une correspondance univoque entre position de rupture et contrainte maximale de traction ;
- . l'éprouvette présente plusieurs ruptures successives provoquées par la propagation des maxima de contrainte de traction le long de l'éprouvette. Le maximum de contrainte simulé croit de manière continue monotone dans une même direction. La comparaison avec la série de positions de rupture expérimentale permet de déterminer une contrainte critique cohérente correspondant à une de ces positions. Mais souvent les positions des maxima numériques ne croissent pas de manière monotone dans une direction. Dans ce cas la correspondance contraintes critiques-positions de rupture et leurs ordres sont déterminés de manière itérative en cherchant une combinaison cohérente tenant compte des essais antérieurs ;
- . Ne sont pas pris en compte les (rares) essais dont la simulation numérique de l'histoire des maxima donne une croissance stationnaire. De même que certains cas où l'éprouvette présente

une rupture unique à laquelle correspondrait une contrainte critique obtenue numériquement aberrante (matériau de l'éprouvette hétérogène en raison d'une mauvaise vibration).

#### 4.6.5 Vérification expérimentale de l'ordre des ruptures

Pour la vérification de l'ordre chronologique des ruptures, plusieurs techniques peuvent être utilisées avec plus au moins de fiabilité. La première consisterait à fixer le long de l'éprouvette à tester un fil résistif branché à un oscilloscope, qui détecterait le changement brutal de résistance lors de la rupture. Le problème est de trouver un fil résistif ayant la même déformabilité que le béton. Quand bien même, cette technique donne des résultats trop imprécis sur la position de rupture. On pourrait également coller plusieurs jauges de déformation le long de l'éprouvette pour le suivi du phénomène d'écaillage par une technique de mesure. A cause de la rupture multiple, il faudrait instrumenter l'éprouvette sur toute sa longueur avec un grand nombre de jauges reliées à des amplificateurs et des oscilloscopes. Ce qui rend cette technique hors de prix. Le plus judicieux est de filmer la rupture de l'éprouvette. Les phénomènes apparaissant lors de cette rupture se déroulant dans un intervalle de temps extrêmement court (de l'ordre de quelques dizaine de  $\mu\text{s}$ ), l'utilisation de caméras ultra rapides est la technique la plus appropriée. D'autant plus, que cette technique permet aussi d'avoir la valeur de la contrainte critique tenant compte de la vitesse d'éjection des fragments d'éprouvette rompue (dans le cadre de l'approche unidimensionnelle), fig. III.19. En effet, en considérant une vitesse d'ensemble constante  $V$  lors du glissement (avec des frottement négligeable) de l'éprouvette sur le support, la vitesse d'éjection est

$$v_e = \frac{\Delta z(t_i) - \Delta z(t_{(i-1)})}{t_i - t_{(i-1)}}$$

Les six prises de vues permettent d'avoir une bonne approximation de la vitesse d'éjection moyenne et par la suite de la contrainte moyenne de rupture  $\sigma_F = \rho C_0 v_e$ .

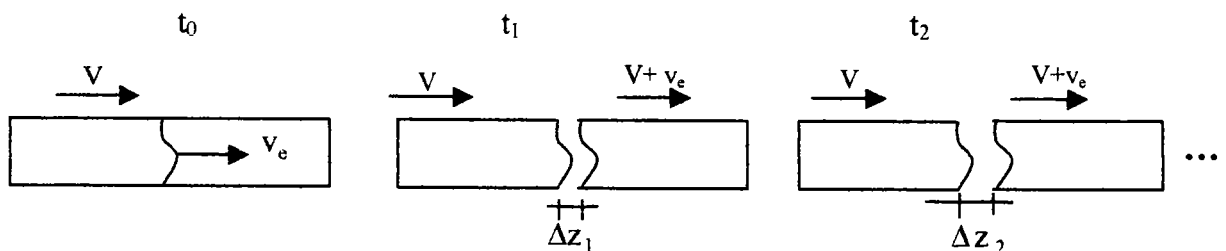


fig. III.9 : Estimation de la contrainte de rupture via la vitesse d'éjection du fragment.

## CONCLUSION

Le nouveau dispositif expérimental conçu pour l'étude de la rupture en traction dynamique par écaillage présente par rapport à ceux existant plusieurs avantages. De principe de fonctionnement simple, il est caractérisé par une taille réduite donc de contrôlabilité technique aisée. Ceci tout en permettant des essais sur des éprouvettes de dimensions permettant la représentativité du matériau béton courant. Ce résultat est atteint grâce à un choix des dimensions de la barre de Hopkinson guidé par un compromis entre la représentativité du béton et la dispersion géométrique des ondes s'y propageant. Le problème d'accès aux mesures sur le matériau est contourné par la détermination du chargement de manière indirecte mais néanmoins précise, nonobstant l'utilisation d'appareillages de mesures électroniques relativement sophistiqués. Les sources principales d'erreurs tels celles initiales (erreurs commises sur l'acquisition de données et dues à l'appareillage), erreurs de problème (dues aux hypothèses simplificatrices telle que l'uniformité du profil de contrainte dans la barre) et de méthode (calcul de la dispersion) ont été systématiquement recensées. La borne supérieure d'erreur relative trouvée sur le chargement de l'éprouvette est de 10%. Ce qui est appréciable pour ce type d'expérience très sensible.

L'atout majeur de cette méthode, comme il sera vu dans le chapitre suivant, est qu'elle permet d'atteindre des vitesses de chargement records. Et ce, pour des essais de traction exempts de tout effet parasite tels que la flexion, concentration d'efforts aux bords de l'éprouvette et les frottements aux interfaces. Les résultats d'essais permettront de remédier au manque de données sur le comportement en traction du béton aux grandes vitesses de déformation (supérieures à  $20 \text{ s}^{-1}$ ).

**CHAPITRE IV :**  
**RESULTATS EXPERIMENTAUX**

## INTRODUCTION

Dans ce chapitre sont présentés les résultats de la campagne expérimentale sur du béton MB50 humide et sec. En premier, une caractérisation du comportement en compression quasi-statique de ces bétons est entreprise, et ce à titre confirmatif des essais analogues précédents (ayant eu lieu dans le cadre des projets GRECO GEOMATERIAUX ET GEO). Par la suite, les résultats de la rupture du béton en traction dynamique par écaillage obtenus à l'aide du nouveau dispositif expérimental sont exposés. Les tendances du comportement en traction dynamique du béton dégagées au paragraphe I.2.2 sont examinées notamment l'effet de vitesse et l'influence de l'humidité sur la résistance. D'autres aspects théoriques et expérimentaux nouveaux concernant le comportement du béton inhérents à la nouvelle méthode de rupture par écaillage sont abordés et discutés de manière critique. Un critère de rupture en traction par écaillage est proposé, ayant quelques significations physiques en comparaison de ceux exposés en I.2.3. Ce critère ainsi que la procédure analytique pour l'obtention des résultats expérimentaux sont validés par une vérification qualitative aux éléments finis à l'aide de la version explicite du code ABAQUS 5.6. De même que sont présentés les résultats des quelques simulations numériques abouties des essais d'écaillage entreprises dans le cadre du GEO. Notamment, la simulation à l'aide des méthodes numériques des éléments discrets développées au CEA et au LMT Cachan.

### 1. CARACTERISATION DU BETON MB50 DANS LE DOMAINE QUASI- STATIQUE

Au regard de la dispersion constatée des valeurs données par les différents auteurs ayant étudié le béton en question, une série d'essais complémentaire en compression dans le domaine quasi-statique sur des éprouvettes humides et sèches a été faite à l'aide de la machine hydraulique Zwick REL du LPMM. Cette machine a été utilisée également en traction dynamique pour le compte du LCPC, Toutlemonde [1994], pour l'étude de l'influence du volume de pâte de ciment sur le comportement du béton. Cet équipement peut développer une force maximale de 100 kN et atteindre des vitesses de vérin de l'ordre de 5 m/s. Le principe de chargement de l'éprouvette et de l'enregistrement des déplacements et des forces sont schématisés par la fig. IV.1. L'éprouvette cylindrique est chargée en compression par deux plaques dont les mouvements relatifs  $\delta_1(t)$  et  $\delta_2(t)$  sont mesurés par deux capteurs extérieurs de déplacements (LVDT). En outre, le déplacement  $\delta(t)$  du vérin de la machine est mesuré par un capteur



intérieur. Quant à la force  $F(t)$ , elle est mesurée par un capteur de force incorporé à la machine. Afin de minimiser le problème de contact entre les plaques et les faces de l'éprouvette, une rotule en acier est incorporée à la plaque actionnée par le vérin. Cette rotule permet de rattraper les imperfections de planéité des faces de l'éprouvette et éviter ainsi des concentrations de contraintes et des flexions parasites, voir paragraphe I.2.1.

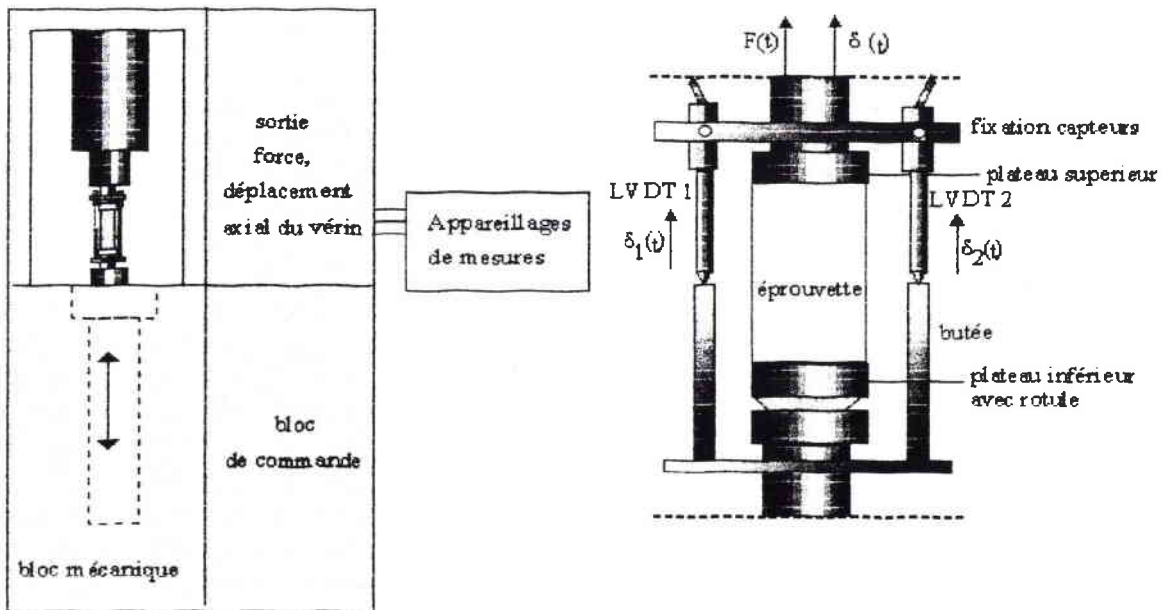


fig.IV.1 Schéma de la machine Zwick REL avec détail de fixation de l'éprouvette en configuration de compression améliorée.

Le système de mesure est assuré par un bloc électronique comprenant un pont extensométrique conditionneur de signal, un oscilloscope à 4 voies pour la visualisation des signaux de déplacements et de forces et un PC pour l'enregistrement sous format numérique de ces derniers. L'ensemble est piloté par un bloc de commande.

L'éprouvette est chargée en compression par les plaques dont les mouvements sont mesurés par les capteurs. Il est donc nécessaire de corriger les mesures de la rigidité du système pour une évaluation plus précise du déplacement des faces de l'éprouvette. Pour cela, des essais de quantification de cette rigidité ont été effectués sur une pièce cylindrique de l'alliage d'aluminium (6060 T5) utilisé pour la construction de la barre de Hopkinson, dont le module d'élasticité est connu, voir tableau III.1.

Pour la détermination du module d'Young du béton MB50, une douzaine d'essais de compression au total ont été effectués sur des éprouvettes humides. Le même nombre d'essais a

concerné les éprouvettes sèches. Ces essais ont été conduits à une vitesse de déformation constante de  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Afin de caractériser leur résistance à la compression, deux séries de trois éprouvettes humides et sèches ont été chargées jusqu'à rupture. Les valeurs quasi-statiques des modules d'Young et de résistances en compression obtenues sont cohérentes et caractérisées par une dispersion acceptable, voir résultats complets en annexe, Tableau 1 et 2. Les valeurs moyennes de résistances en compression quasi-statiques ainsi que les caractéristiques mécaniques du microbéton conservé humide et sec trouvées sont récapitulées dans le tableau IV.1.

Ces valeurs quasi-statiques des résistances et des modules d'Young des deux sortes de béton sont très proches à celles citées par Toulemonde [1992], relevées dans le rapport scientifique GRECO-GEOMATERIAUX. Les valeurs de résistance à la traction quasi-statique du microbéton humide et sec mentionnées par cet auteur sont adoptées dans cette étude. Quant au module d'Young dynamique du béton, il est estimé selon la formule (I.4) reflétant au mieux à notre sens la tendance relevée dans la littérature.

<b>Caractéristiques</b>	<b>Béton humide</b>	<b>Béton sec</b>
Masse (gr)	353.76	331.93
Masse volumique (gr/cm <sup>3</sup> )	2.3440	2.2017
Module d' Young (GPa)	35	31
Résistance Compression (MPa)	42	56
Résistance à la traction (MPa)	4	5

Tableau IV.1 : Caractéristiques des bétons testés.

## **2. RESULTATS DES ESSAIS DE TRACTION DYNAMIQUE PAR ECAILLAGE**

### **2.1 Influence de la vitesse de chargement sur la résistance à la traction dynamique**

#### **2.1.1 Essais sur le micro-béton humide**

La campagne expérimentale sur des éprouvettes en béton humide a consisté en 5 séries d'essais à des vitesses d'impact moyennes s'échelonnant de 7 à 14 m/s (correspondant à des

pressions successives dans la chambre des canons de 0.3, 0.35 et 0.4 bar), voir annexe Tableau 4. Pour chaque vitesse d'impact, 3 à 5 éprouvettes ont été testées, pour lesquelles généralement 1 à 2, voire 3 ruptures quasi planes ont été obtenues. Les ruptures sont situées généralement entre 30 à 80 mm du bord libre, fig.IV.2 et IV.3. Les ruptures uniques sont généralement obtenues pour une vitesse d'impact de 7 m/s (pression de d'éjection du projectile de 0.3 bar).

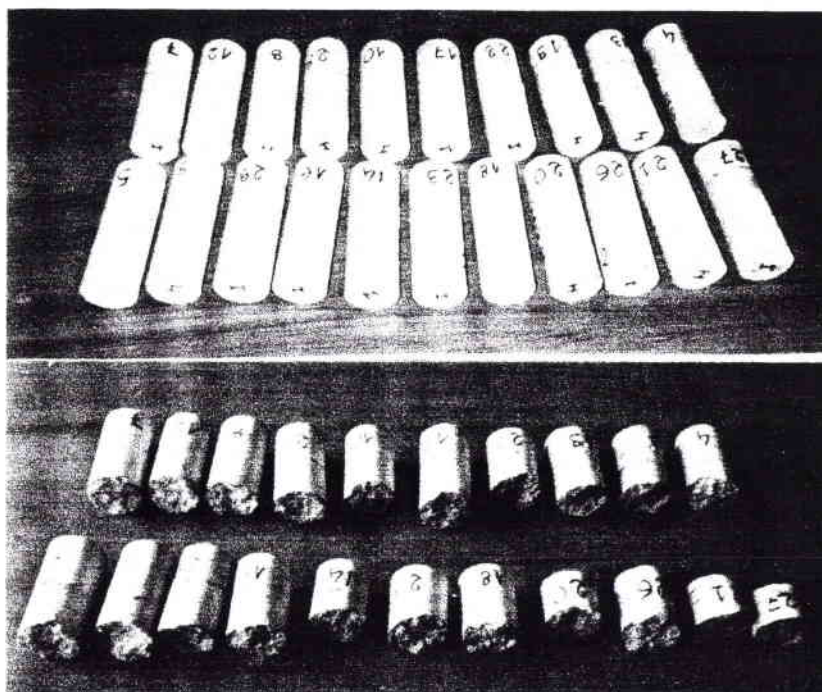


fig.IV.2 : Eprouvettes testées et fragments en béton humide (coté libre vers le haut des photos).

Les ruptures multiples le sont pour des vitesses d'impact supérieures, pour lesquelles l'amplitude moyenne de la contrainte de compression à l'éprouvette est supérieure à 50 MPa. Mais la correspondance vitesse d'impact du projectile-nombre de ruptures n'est pas univoque en raison de la non-homogénéité des corps d'épreuve, comme il est expliqué par la suite.

L'étude statistique (déviatoin standard) des profils de rupture (position des points de rupture par rapport au bord libre de l'éprouvette en fonction de leurs positions angulaire) ont montré une faible dispersion (coefficient de variation moyen inférieur à 5%). Cette planéité des profils de rupture conforte l'hypothèse de la considération de la propagation unidimensionnelle de l'onde de contrainte dans l'éprouvette.

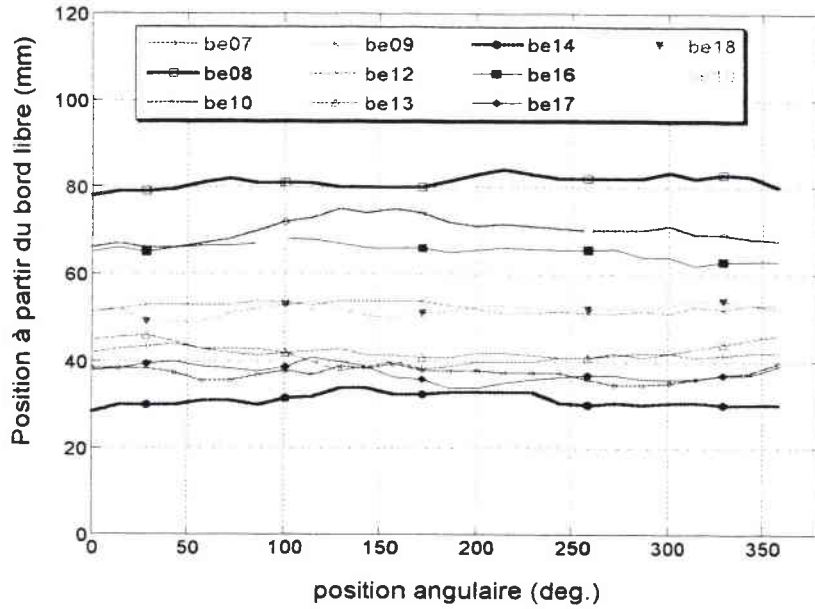


fig.IV.3 : Profils de rupture de quelques éprouvettes testées.

Les vitesses de chargement moyennes atteintes s'élèvent de 800 à 5000 GPa/s correspondant à des vitesses de déformation s'échelonnant entre 20 et 120 s<sup>-1</sup> (le module d'Young dynamique moyen du béton humide étant de 41.5 GPa). Comme montré par les fig.IV.4 et IV.5 respectivement, la résistance en traction augmente très fortement avec les vitesses de chargement et de déformation.

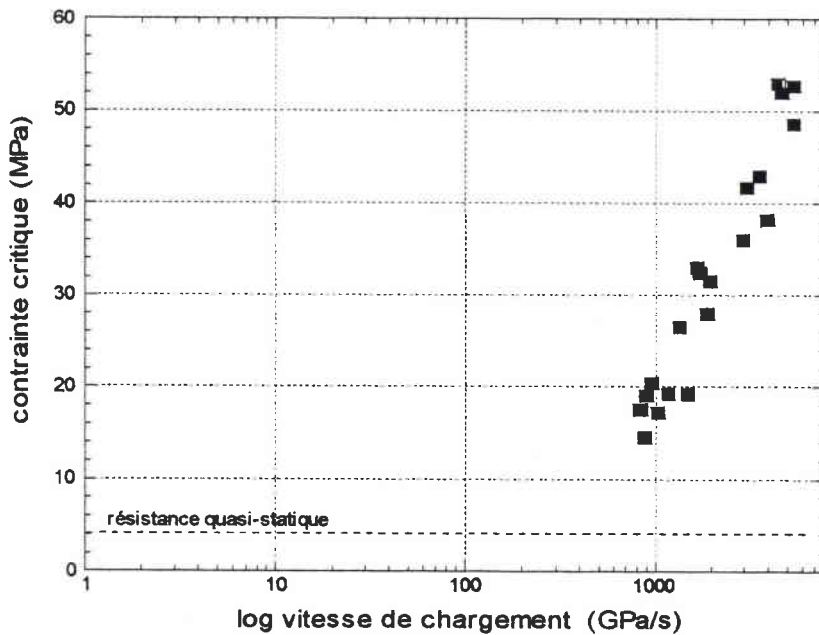


fig. IV.4 : Variation de la résistance en traction en fonction du logarithme de la vitesse de chargement

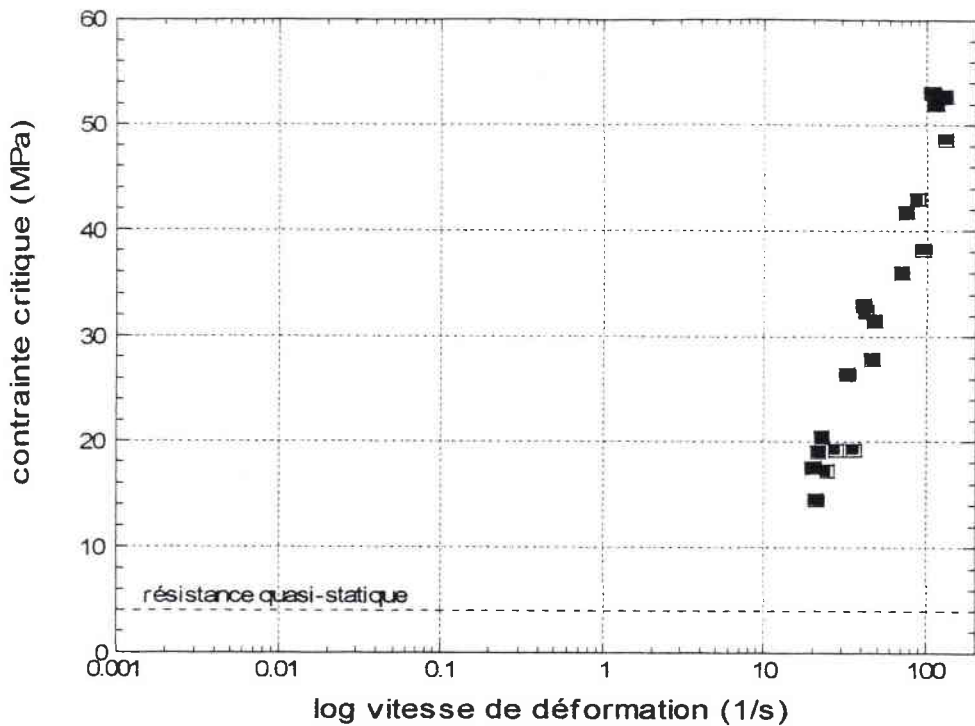


fig. IV.5 : Variation de la résistance en traction en fonction du logarithme de la vitesse de déformation.

Ces contraintes critiques sont confrontées à celles évaluées par l'intermédiaire des vitesses moyennes d'éjection des fragments de l'éprouvette rompue, mesurées grâce aux images numériques. L'accroissement considérable de la résistance en traction est corroboré par le traitement des images numériques obtenues à l'aide du système vidéo rapide. La fig. IV.6 montre quelques images du film du processus chronologique de rupture lors de l'essai be29, voir également les films d'autres essais en annexe.

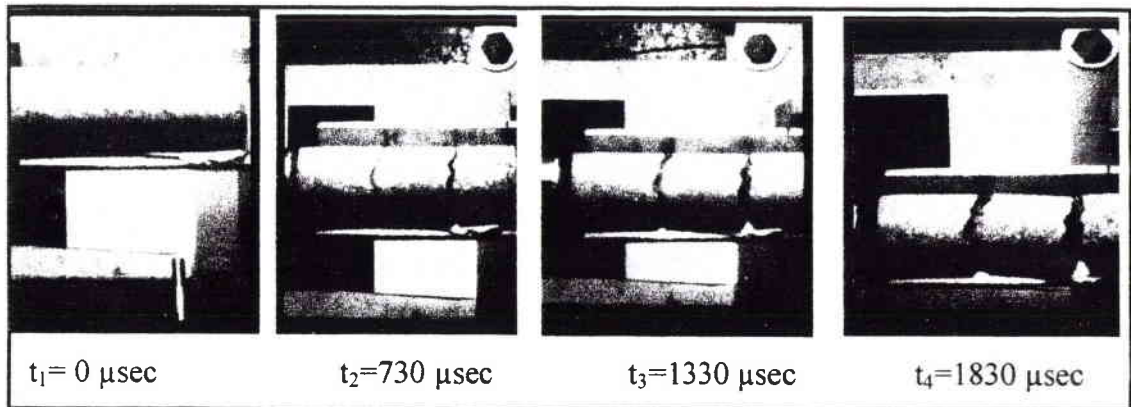


fig.IV.6 : Prise de vues d'une rupture multiple d'une éprouvette ( impact coté gauche).



Les contraintes de ruptures estimées à partir de la vitesse d'éjection absolue des fragments sont très proches de celles déterminées analytiquement. La contrainte déterminée analytiquement est de 33 MPa pour une vitesse de chargement moyenne de 1700 GPa/s. Celle estimée à partir de la vitesse d'éjection absolue du fragment situé du côté libre (correspondant à la première rupture chronologique) s'élève à 28 MPa

### 2.1.2 Essais sur le béton sec

Aux mêmes conditions d'essais que pour le béton humide, 5 séries d'éprouvettes sèches (0% d'humidité, hors eau chimiquement liée) ont été testées, voir résultats en annexe, Tableau 3. En comparaison des essais sur les éprouvettes humides, il a été constaté une meilleure transmission de l'impulsion de contrainte de la barre à l'éprouvette. Cette meilleure transmission est cohérente avec l'éq. (II.14), prévoyant une augmentation du taux de transmission avec la diminution de l'impédance acoustique du béton. Les positions de rupture quasi-planes sont situées également entre 30 et 80 mm du bord libre des éprouvettes, fig.IV.7.

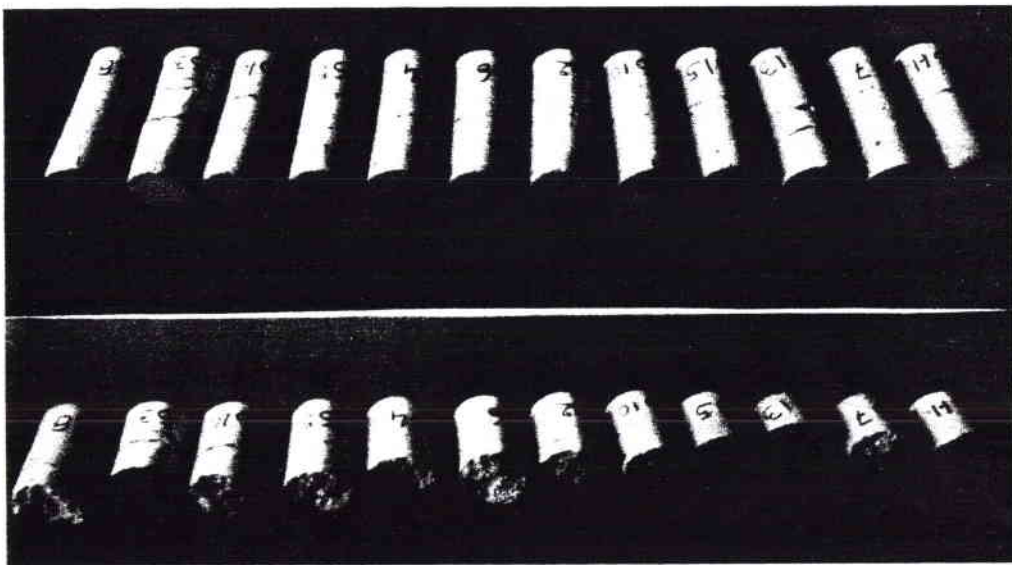


fig. IV.7 : Epreuves testées et fragments en béton sec (coté libre vers le haut des photos)

Les vitesses de chargement moyennes atteintes varient entre 800 et 3000 GPa/s (correspondant à des vitesses de déformation de 20 à 100 s<sup>-1</sup>). L'accroissement de la résistance à la traction du

béton sec avec les vitesses de chargement et de déformation est presque aussi important que pour le béton humide, fig.IV.8 et 9.

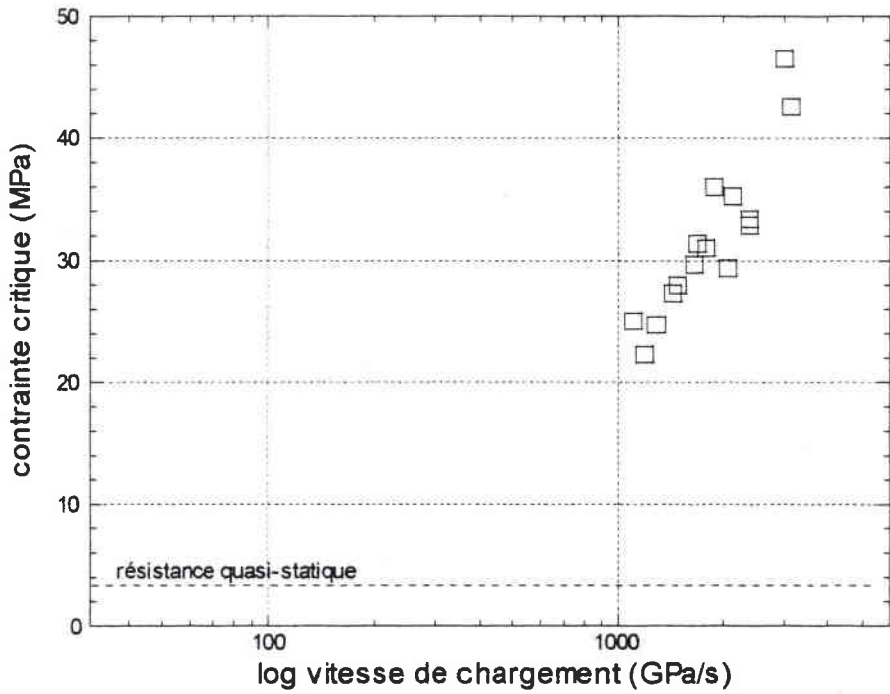


fig.IV.8 : Accroissement de la résistance en traction du béton sec en fonction du logarithme de la vitesse de chargement.

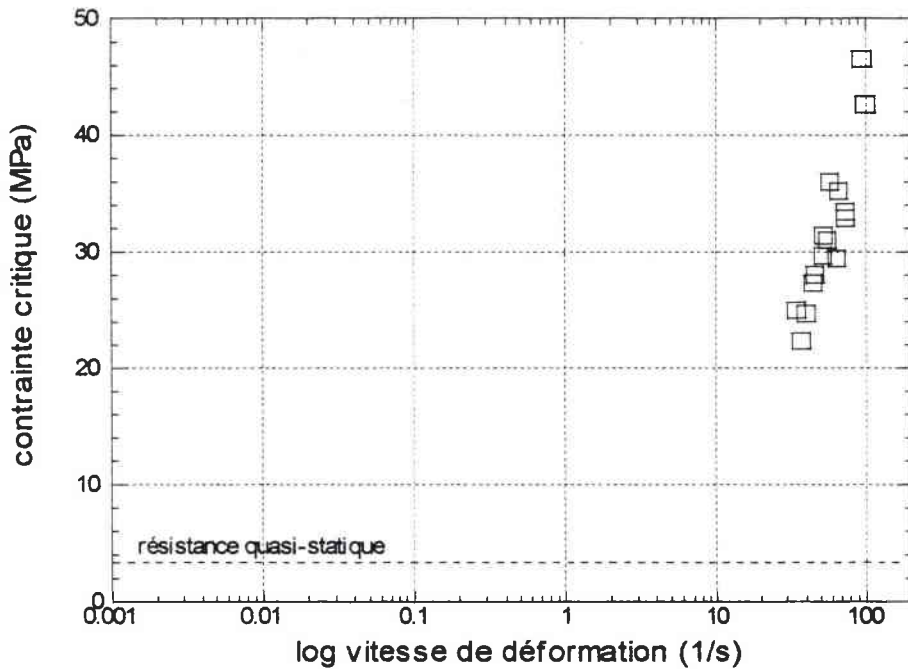


fig.IV.9 : Augmentation de la résistance en traction du béton sec en fonction du logarithme de la vitesse de déformation.

## 2.2 Influence de l'humidité sur la résistance à l'écaillage

Des résultats expérimentaux obtenus, il ressort que la résistance à la traction dynamique est quelque peu sensible à la teneur en eau du béton testé. Mais contrairement aux essais conduits à des vitesses basses ou intermédiaires, cette différence de sensibilité de la résistance des bétons humide et sec est à peine perceptible lorsqu'elle est exprimée par rapport aux grandes vitesses de chargement. Cela a été d'ailleurs le cas pour Zielinski [1982], qui conduisant des essais dynamiques à des vitesses de 100 GPa/s, conclut que l'effet de l'humidité sur la résistance en traction n'est pas évident. Elle apparaît par contre légèrement lorsque les résistances des deux états de béton sont rapportées au logarithme des vitesses de déformation, fig.IV.10. Toutefois il peut être avancé que cette influence de l'humidité reste quand même modérée. Ce qui signifierait que dans cette gamme de vitesses de déformation, l'origine de l'effet de vitesse prononcé ne serait pas uniquement la teneur en eau mais éventuellement un autre phénomène physique.

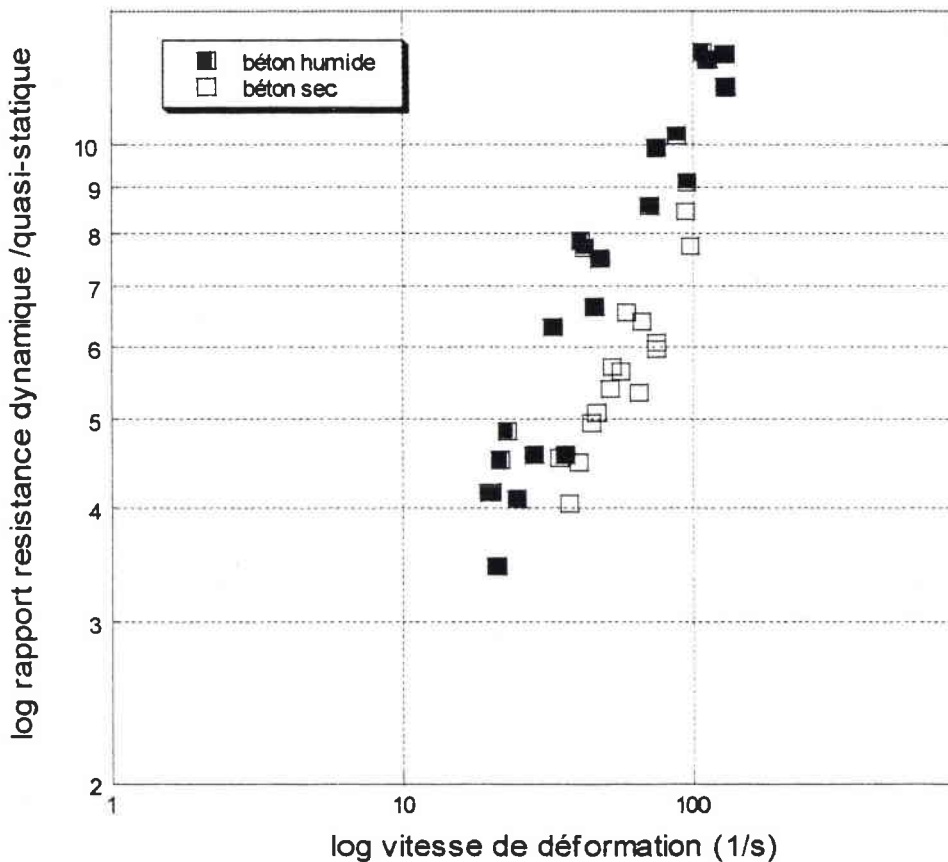


fig. IV.10 : Comparaison des résistances à la traction dynamique des bétons humide et sec.



### 2.3 Relation entre temps de chargement et résistance critique

En se référant aux résultats expérimentaux, il apparaît par contre clairement que la relation entre le temps critique de chargement et la résistance à la traction dynamique des bétons humide et sec est similaire. Pour les deux bétons testés, la résistance en traction évolue globalement de manière inverse par rapport au temps critique de chargement. En d'autres termes, plus le temps de chargement est court et plus la résistance en traction est forte. Comme le montre la fig.IV.11, les points représentant la résistance des bétons sec et humide en fonction du temps critique suivent pratiquement la même évolution hyperbolique. Cette courbe est obtenue par une régression en puissance des contraintes critiques en fonction du temps de chargement. Pour les temps de chargement long, la contrainte est supposée tendre vers la valeur quasi-statique.

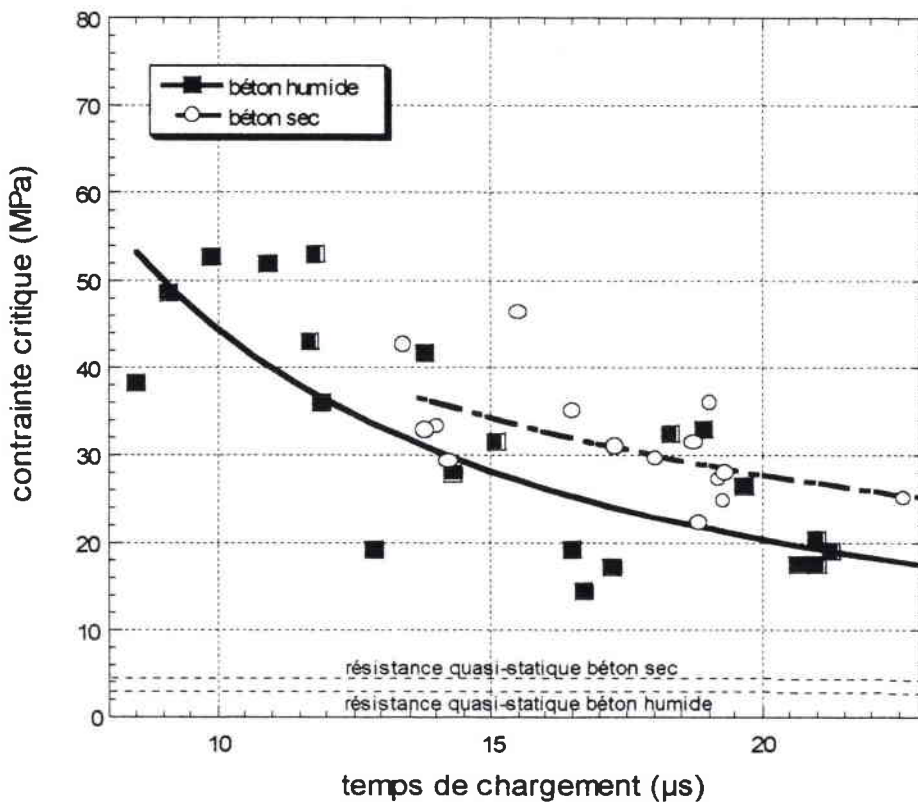


fig. IV.11 : Variation de la résistance en fonction du temps de chargement critique pour les bétons humide et sec.

Ceci laisse présager que ce paramètre revêt une importance particulière dans le comportement dynamique en traction. Cette tendance à la rupture retardée sous les chargements impulsionnels

est très souvent évoquée dans la littérature concernant la rupture dynamique par écaillage des matériaux fragiles notamment les métaux, voir références citées dans la synthèse bibliographique de Klepaczko et Chevrier [1997]. La prise en compte de la durée et de l'intensité du chargement impulsionnel est introduite en premier par Tuler et Butcher [1968] pour expliquer la variation de la contrainte critique d'écaillage (supposée auparavant caractéristique du matériau). L'interprétation physique donnée est que de très courtes durées de chargement ne permettent pas la pénétration et propagation de microfissures individualisées à travers de relativement grandes surfaces du matériau. L'effet d'interaction des fissures est moins prononcé, tel que celui observé dans les cas de chargement moins rapides. La rupture est provoquée plutôt par l'intersection des nombreuses microfissures de différentes longueurs générées par le chargement extérieur et conférant au matériau une plus grande résistance.

#### 2.4 Observations macro- et micro-graphiques sur les éprouvettes testées

De l'analyse des images numériques des processus et des faciès de rupture des éprouvettes testées plusieurs observations peuvent être dégagées. Pour la visualisation du phénomène de rupture, les images successives des différents essais sont prises à un intervalle moyen de 1 ms à partir du temps estimé du début du processus de superposition de l'impulsion de compression transmise à l'éprouvette. Invariablement, avec le choix de ce timing, le début de la première fissuration est capté. Ce qui démontre que la rupture est bien due à la traction par écaillage. L'analyse des faciès de rupture au microscope optique doté d'une caméra numérique CCD révèle le clivage de la presque totalité des granulats, fig.IV.12.

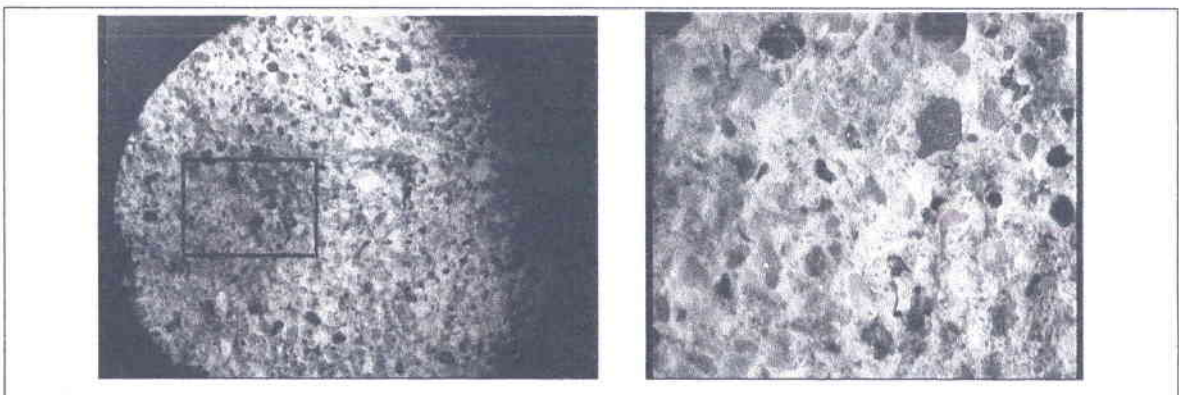


fig. IV.12 : Vue mésoscopique d'un faciès de rupture avec rupture transgranulaire dominante.

Avec l'augmentation de la vitesse de chargement, même les grains de petites tailles sont clivés. Ceci confirme les observations des différents auteurs, Zielinski [1982], Bischoffs et Perry [1991], quant à la prépondérance de la rupture intragranulaire aux grandes vitesses de chargement en traction, voir paragraphe I.2.2.

Les séries de photographies avec les caméras rapides CCD ont généralement montré que la rupture primaire est celle se produisant le plus près du bord libre de l'éprouvette. Mais quelques essais ont montré l'inverse contrairement à la logique. Le dépouillement tenant compte de cette chronologie donnait des contraintes critiques élevées qui ne correspondaient pas aux essais analogues, conférer Rapport n°2/98, LPMM, Brara et Klepaczko [1998]. Ce phénomène a trouvé son explication après analyse des faciès de rupture des éprouvettes rompues dans ce cas. La rupture se produisait en premier près du coté impact de l'éprouvette uniquement pour des éprouvettes présentant localement des zones de faiblesses dues à la présence de fortes porosités (entre 5 à 10 mm de diamètre en moyenne) provenant d'une mauvaise vibration du béton, voir fig.IV.13. Ces vides sont d'ailleurs visibles à l'œil nu. L'examen des faciès de rupture a montré que presque la moitié des éprouvettes n'étaient pas homogènes, voir tableau des résultats en annexe. Les éprouvettes sèches testées (derniers lot livré) présentent des porosités parfois de diamètre supérieur à 10 mm. Cette hétérogénéité implique que la rupture multiple n'est pas toujours forcément le résultat de la continuation du processus de superposition de l'impulsion de compression transmise, tel qu'énoncé dans le paragraphe III.4.6. Cet aspect expliquant la relative dispersion des résultats, est intégré lors du dépouillement des essais. Ainsi les essais sur les éprouvettes hétérogènes donnant des contraintes critiques trop faibles par rapport à la vitesse de chargement moyenne ne sont carrément pas pris en compte.

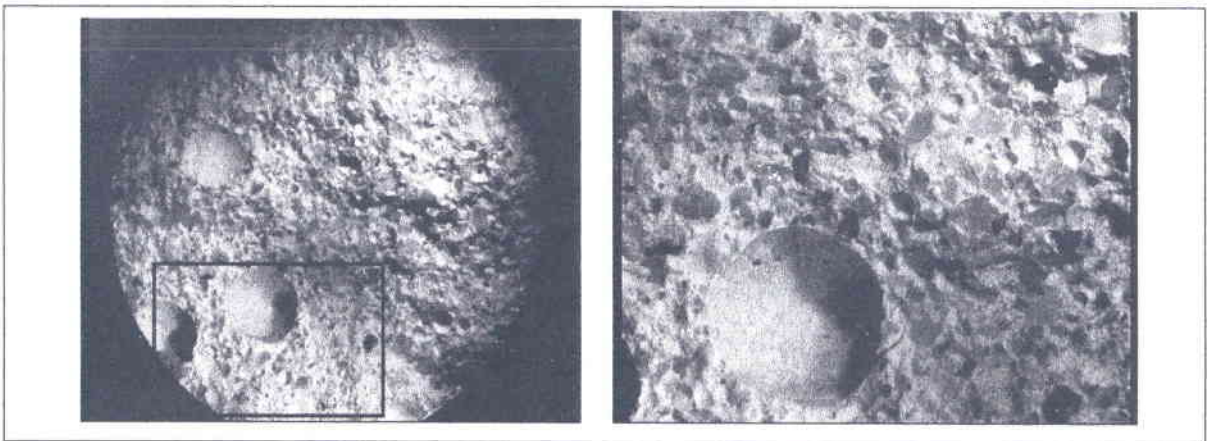


fig. IV.13 : Faciès de rupture d'éprouvette en béton mal vibré

## 2.5 Comparaison avec les résultats de la littérature

Les résultats obtenus par la nouvelle méthode expérimentale sont comparés à ceux de la littérature. Notamment les résultats des quelques auteurs ayant pu obtenir de grandes vitesses de chargement. La fig. IV.14 montre l'évolution des rapports de résistances critiques en traction sur celles quasi-statiques des bétons sec et humide de l'expérience et de ceux obtenus par d'autres auteurs en fonction du logarithme de la vitesse de déformation. Il en ressort qu'aux plus grandes vitesses de déformations (supérieures à  $30 \text{ s}^{-1}$ ), le rapport des résistances suit la même tendance d'évolution caractéristique amorcée à partir de  $1 \text{ s}^{-1}$ . Le rapport des résistances continue donc à augmenter rapidement en fonction de la vitesse de déformation. Et ce, jusqu'à ce la résistance dynamique atteigne plus de dix fois la résistance quasi-statique !

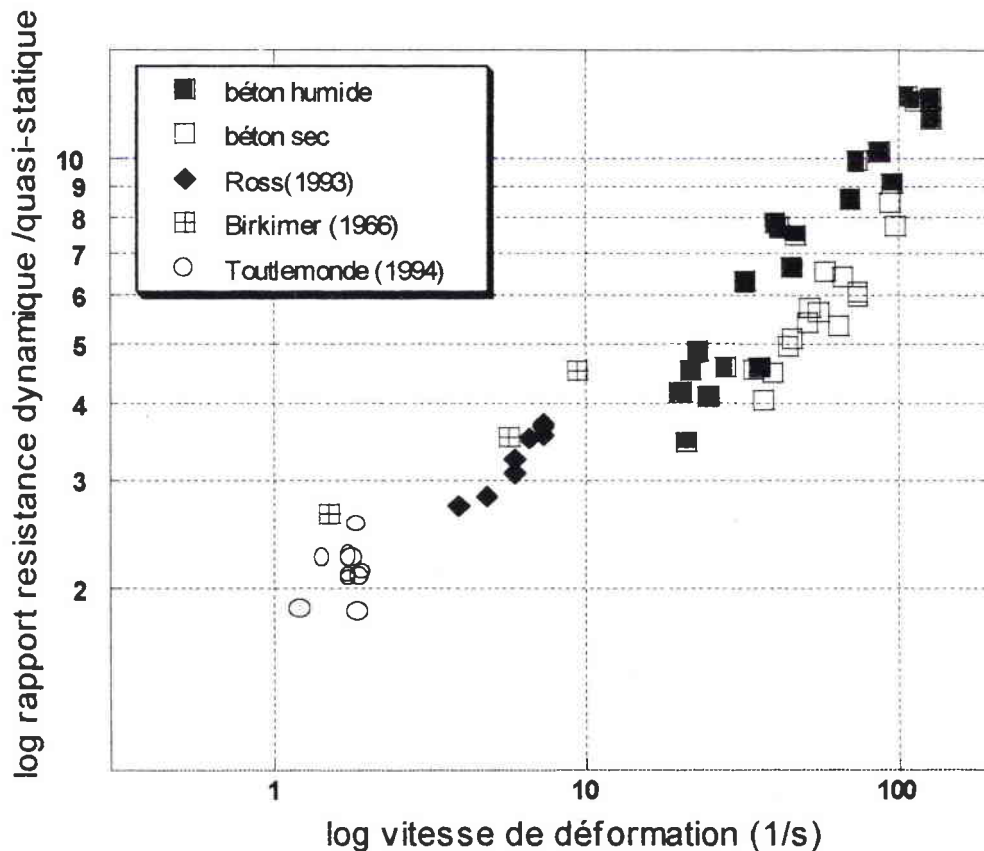


fig.IV.14 : Confrontation des résultats expérimentaux avec ceux de la littérature.

Les résultats obtenus sont confrontés aussi à ceux prédits pour les mêmes vitesses de déformation par la formulation du CEB modifiée par Ross [1998], formules (I.11) à (I.13). Cette dernière formulation est préférée car étant une synthèse des différents modèles d'interprétation présentés au parag. I.2.3. Les résultats expérimentaux obtenus par la nouvelle



méthode sont bien encadrés par la formulation, donné pour deux qualités de béton différentes, fig.IV.15. Cette qualité est traduite par leur résistance respective à la compression  $f'_c$ , qui est de 30 MPa pour un béton médiocre et de 70 MPa pour un béton performant. Il est remarquer cependant une sensibilité locale légèrement supérieure pour la résistance du béton MB50. Comme discuté en I.2.3, le modèle d'interprétation du CEB bien que reproduisant les données expérimentales demeure essentiellement phénoménologique. Pour ce, un critère de rupture ayant quelque signification physique est recherché.

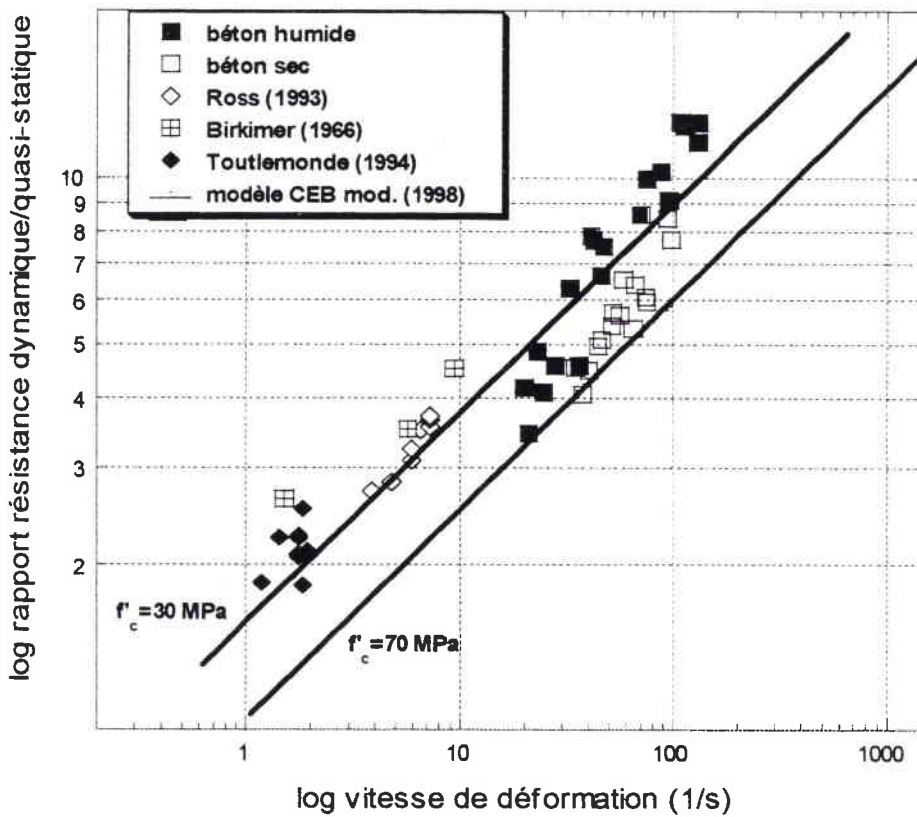


fig. IV.15 : Résultats expérimentaux et prédiction du modèle du CEB modifié.

### 3. CRITERE DE RUPTURE PAR ECAILLAGE DU BETON

L'écaillage peut être défini comme un type de rupture dans les solides engendrée par une impulsion de contrainte de traction résultant d'une réflexion d'ondes de compression aux interfaces adjacentes à des milieux de faibles impédances. Ces ondes de compressions peuvent

provenir d'impact de projectile, d'une détonation, d'explosifs puissants ou bien de l'application d'une impulsion d'énergie intense à la surface d'un solide-cible.

L'allure de la courbe donnée par la fig. IV.11 emmène à interpréter la rupture par écaillage comme un processus d'endommagement cumulatif. Une variété de processus micro- ou méso-mécaniques peut être introduite dans l'évaluation de l'accumulation d'endommagement et de l'écaillage, Klepaczko et Chevrier [1997]. Certains de ces processus notamment concernant les métaux et les alliages sont largement décrits dans la littérature. Cependant, cette variété de processus semble être à l'origine de l'inexistence d'un critère universel pour l'écaillage des matériaux.

Pour la formulation du critère d'écaillage, deux approches majeures peuvent être dégagées. La première approche, basée sur la modélisation d'un endommagement cumulatif présente l'avantage d'être facile à implémenter dans un code de calcul numérique. Quant à la seconde, elle consiste en une approche mathématique plus complexe introduisant l'évolution microscopique moyenne de la densité des microfissures comme une variable d'état interne. S'appuyant sur des statistiques de création et de propagation des microfissures, cette approche nécessite la connaissance préalable des microstatistiques du matériau.

### 3.1 Approche par modélisation de l'endommagement cumulatif

Dans le cas de l'écaillage, l'analyse individuelle de chaque microfissure est évidemment irrationnelle. Les critères locaux existants utilisés dans la dynamique de la rupture peuvent être introduits pour l'estimation de l'écaillage. Toutefois, dans la mécanique de l'écaillage, la longueur caractéristique introduite dans les critères basés sur la mécanique de la rupture est difficile à définir. Dans ce cas, les critères sont réduits à une approche cumulative avec un ou plusieurs paramètres, tel  $\sigma_F = f(t_c)$  décrit par la fig. IV.11. Partant du principe que le temps de chargement est une fonction décroissante de la contrainte de traction appliquée, durant l'intervalle de temps  $t_c$  requis pour l'écaillage sous une impulsion constante, le nombre critique de microvides est

$$N_c = \int_0^{t_c} g[\sigma(t)] dt \quad \text{et} \quad N_c = g(\sigma_F) t_c \quad (\text{IV.1})$$

Un critère phénoménologique simple découlant de cette approche a été proposé par Tuler et Butcher [1966]. Si  $N_c$  est une constante du matériau, le critère de rupture peut être écrit

$$C = \int_0^{t_c} (\sigma - \sigma_{F0})^\delta dt \quad (IV.2)$$

où la contrainte seuil  $\sigma_{F0}$ , C et  $\delta$  sont des constantes du matériau.

### 3.2 Approche statistique de l'écaillage comme processus thermiquement activé

Pour cette approche, le critère le plus plausible et le plus simple, avec des constantes ayant quelques significations physiques est celui basé sur les statistiques de Boltzmann, conf. I.2.2.3. Tout processus cinétique, y compris l'écaillage dépend nécessairement de la température et du temps. L'approche la plus indiquée pour le phénomène de rupture par écaillage est l'utilisation de la théorie du processus thermiquement activé, comme celui utilisé en plasticité dynamique. Classiquement dans cette théorie, la vitesse  $\dot{a}$  d'un système franchissant une barrière d'énergie est donnée par

$$\dot{a} = \dot{a}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (IV.3)$$

où  $\dot{a}_0$  est la fréquence caractéristique du système oscillant de la position d'équilibre au front de la barrière d'énergie, k la constante de Boltzmann et T la température en degré Kelvin ;  $\Delta G$  est la différence d'énergie libre entre la position d'équilibre et la position maximale de la barrière.

Quant au terme  $\exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right)$ , il est lié à la probabilité que le système soit excité par  $\Delta G$

jusqu'à atteindre l'état d'énergie libre supérieur. Dans la pratique, la forme exacte de l'équation (IV.3) est difficile à obtenir pour n'importe quel processus activé thermiquement. Dans le cas de l'écaillage, l'équation (IV.4) peut être appliquée en supposant que la vitesse du processus  $\dot{a}$  et l'énergie  $\Delta G$  sont fonction de la contrainte  $\sigma$ , elle peut alors se réécrire

$$\dot{a}_0 = \dot{a}(\sigma) \exp\left[\frac{\Delta G(\sigma)}{kT}\right] \quad (IV.4)$$

En d'autres termes, aussi bien la fréquence de séparation que l'énergie libre peuvent être affectés par la contrainte. L'équation (IV.4) constitue une large source de critères de ruptures. L'approche la plus logique consisterait à supposer par exemple que la fréquence de création ou le taux d'évolution des microfissures ait la forme suivante

$$\dot{N}_0 = \dot{N}(\sigma) \exp\left[\frac{\Delta G_0}{kT}\right] \quad (\text{IV.5})$$

pour laquelle  $\Delta G_0$  est l'énergie d'activation constante de ce processus,  $N(\sigma)$  étant une fonction croissante de  $\sigma$ . Une supposition raisonnable pour la déduction du critère de rupture est la constance du facteur de fréquence  $\dot{N}_0$ , combiné avec une relation de dépendance très simple entre l'énergie libre et la contrainte (dite expression de Yokobori pour l'énergie libre) qui est

$$\Delta G(\sigma) = \Delta G_0 \ln\left[\frac{\sigma}{\sigma_0}\right] \quad (\text{IV.6})$$

En combinant les équations (IV.4) et (IV.6), une forme de critère, Klepaczko [1990], est déduite

$$t_{c_0} = \int_0^{t_c} \left(\frac{\sigma_F(t)}{\sigma_{F_0}}\right)^{\alpha(T)} dt \quad \text{avec} \quad \alpha(T) = \frac{\Delta G_0}{kT} \quad (\text{IV.7})$$

dans laquelle  $\sigma_{F_0}$ ,  $t_{c_0}$  and  $\alpha(t)$  sont des constantes du matériau,  $t_{c_0}$  le temps de chargement plus long pour lequel  $\sigma_F(t_{c_0}) = \sigma_{F_0}$ , avec  $\sigma_F = \sigma_{F_0}$  pour  $t_c > t_{c_0}$ . L'exposant  $\alpha$  dépend de la température et est relié à l'énergie d'activation de séparation du matériau.

### 3.3 Application des critères au microbéton étudié

#### 3.3.1 Critère de Tuler-Butcher

L'analyse des résultats expérimentaux donne une relation puissance  $-0.789$  et  $-1.096$  entre la contrainte de rupture et le temps de chargement pour les bétons sec et humide respectivement (voir coefficients de la régression linéaire du logarithme de la contrainte critique en fonction du



logarithme du temps de chargement, fig. VI. 16). Ceci équivaut à environ  $\delta=1$  dans le critère de Tuler et Butcher. A noter que la considération de l'influence du temps de chargement sur la résistance de différents bétons (normal, fibreux et avec du polyester) en traction dynamique par écaillage a été déjà abordée par Birkimer et Lindeman [1971]. Il a été mis en exergue également une variation de la résistance en puissance  $-1/2$  du temps critique de chargement. Cette variation est trouvée sensible au type d'inclusion dans les bétons étudiés.

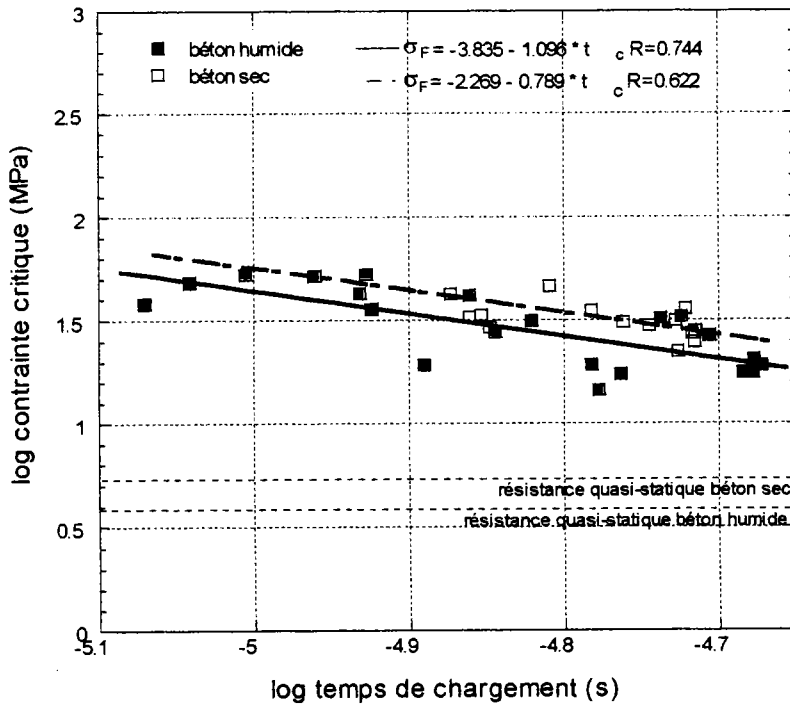


fig. IV. 16 : Evolution de la contrainte critique en fonction du temps de chargement.

Dans le cas de notre expérience par exemple, caractérisé par une impulsion courte et symétrique, un chargement proportionnel peut être considéré. Ce qui se traduirait par

$$\sigma_F = E \dot{\epsilon} t_c \tag{IV.8}$$

En supposant que  $\sigma$  est significativement plus grand que  $\sigma_{F0}$ , et en considérant une vitesse de chargement constante, l'équation (IV.2) devient

$$\sigma_F = \sqrt[\delta]{3CE} \dot{\epsilon}^{\left(\frac{1}{\delta+1}\right)} \tag{IV.9}$$

donnant un critère de rupture à constantes phénoménologiques, pour lequel la contrainte de rupture est une fonction puissance de la vitesse de déformation. Pour le cas du béton MB50 étudié, la contrainte critique et la vitesse de déformation sont reliées par un fonction puissance 1/2 ( $\delta$  est environ égal à l'unité).

### 3.3.2 Critère d'endommagement cumulatif (Klepaczko [1990])

Dans le cas du critère d'endommagement cumulatif issu de l'approche statistique, lorsque le chargement du corps du matériau n'est pas instantané par rapport au temps de chargement, il doit être intégré en conséquence. Pour un chargement instantané de type fonction de Heavyside par exemple, le critère intégré s'écrit

$$\sigma_F = \sigma_{F_0} t_{c_0}^{\frac{1}{\alpha}} t_c^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (\text{IV.10})$$

En considérant comme précédemment un chargement proportionnel, la forme intégrée du critère devient

$$\sigma_F = \sigma_{F_0} \left[ (\alpha + 1) t_{c_0} \right]^{\frac{1}{\alpha}} t_c^{-\frac{1}{\alpha}} \quad (\text{IV.11})$$

Dans ce cas, en considérant  $t_{c_0}$  comme celui se rapportant au chargement instantané, le temps le plus long est  $t_{c_0}^* = (\alpha + 1) t_{c_0}$ . L'éq. (IV.11) peut être alors écrite

$$\frac{\sigma_F}{\sigma_{F_0}} = \left[ \frac{t_{c_0}^*}{t_c} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (\text{IV.12})$$

En réutilisant encore (IV.9) dans (IV.11), on obtient

$$\sigma_F = \left[ t_{c_0}^* E \sigma_{F_0} \alpha \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} \dot{\epsilon}^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (\text{IV.13})$$

où  $E$  est le module d'Young et  $\dot{\epsilon}$  la vitesse de déformation.

Les valeurs numériques des constantes du matériau trouvées sont déterminées à partir de la régression linéaire des résultats selon le logarithme des éqs. (IV.12) et (IV.13), voir fig.IV.15 et fig.IV.17.

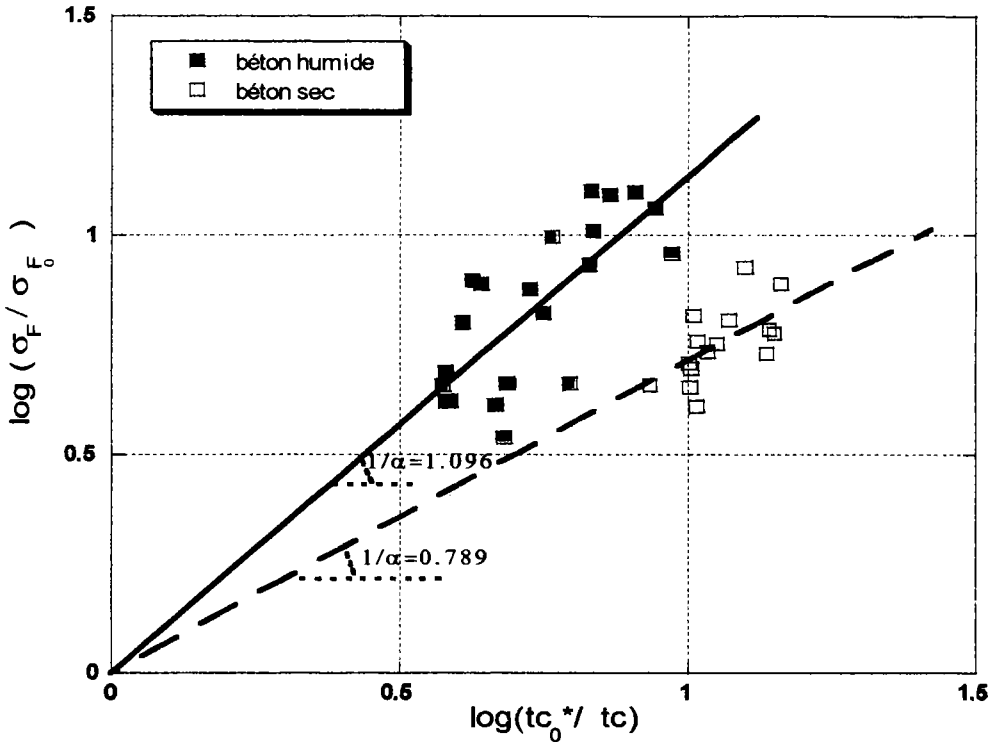


fig. IV.17: Régression linéaire des rapports de contraintes dynamique sur quasi-statique en fonction du temps le plus long sur la durée de chargement.

Les valeurs du temps le plus long  $t_{c_0}^*$  pour lequel  $\sigma_F(t_{c_0}^*) = \sigma_{F0}$ , de l'exposant  $\alpha$  et de l'énergie d'activation normalisée  $\Delta G$  (à la température ambiante de 301° K) pour les bétons humide et sec sont récapitulés dans le tableau IV.2.

Constantes	Béton humide	Béton sec
$t_{c_0}^*$ (ms)	0.1	0.2
$\alpha$ (T)	0.912	1.267
$\Delta G$ (eV)	0.0237	0.0328

Tableau IV.2 : Valeurs des constantes physiques du critère cumulatif.

Les valeurs de  $\alpha$  pour le béton humide et sec injectées dans l'équation (IV.13) donnent respectivement une relation puissance 0.477 et 0.558 entre la résistance critique et la vitesse de déformation. Soit encore un critère proche de la loi puissance 1/3 entre la contrainte de rupture et la vitesse de déformation, voir parag.I.2.3. Il est intéressant de noter la récurrence de cette relation puissance 1/3, qui semble indiquer qu'elle constitue une limite supérieure pour le processus de rupture dynamique fragile, Grady et Lipkin [1980]. D'après ce critère (désigné par critère d'endommagement cumulatif étendu), cette valeur récurrente de l'exposant pour les matériaux fragiles serait donc liée à l'énergie d'activation thermique.

La fig. VI.18 montre les résultats obtenus expérimentalement et ceux prédits par le critère. Les résultats issus de l'expérience sont correctement encadrés par les prédictions du critère cumulatif appliqué aux deux bétons humide et sec distingués comme il a été fait précédemment par leur résistance en compression quasi-statique. L'avantage certain de ce critère comparé aux autres en plus d'être efficace, est qu'il présente quelques significations physiques. D'autre part, le phénomène de rupture n'est pas forcément limité à la pâte de ciment comme c'est le cas pour la formulation du CEB [1988], mais relié à un processus statistique de quasi-clivage thermiquement activé. Ce critère de rupture en traction par écaillage est suggéré aux collègues numériciens des équipes relevant d'autres laboratoires travaillant dans le cadre du groupe GEO.

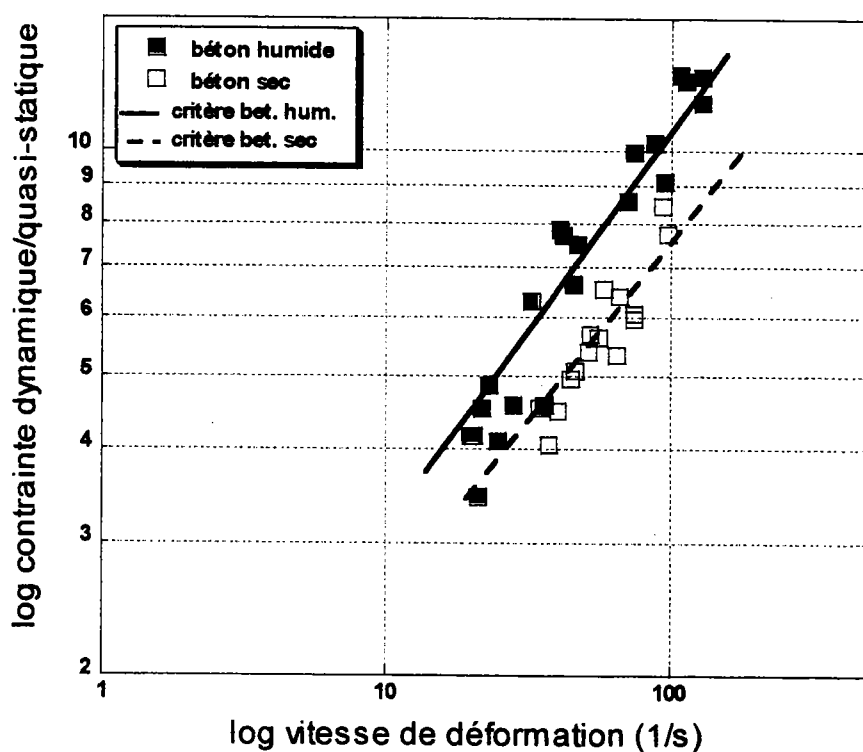


fig.IV.18 : Résultats expérimentaux et prédiction du critère cumulatif étendu.

La question qui survient de ce qui précède est naturellement la limite de l'augmentation de la résistance pour des temps de chargement de plus en plus court. En partant de l'assertion que l'écaillage est un processus de quasi-clivage thermiquement activé, les limites de ces paramètres seraient dépendantes de celles de granulats rentrant dans la composition du béton. En se référant aux mécanismes de clivage dans les solides cristallins (genre métaux, céramique), la rupture par clivage dans le béton se produit de façon analogue, bien que son plan ne suive pas de directions cristallographiques puisqu'elles sont inexistantes. Théoriquement, la contrainte normale nécessaire pour cliver un cristal peut être calculée, Zaoui et al. [1993]. Pour écarter les plans de clivage les uns des autres, la force à appliquer est la dérivée par rapport au déplacement de l'énergie de cohésion. La contrainte, nulle pour la distance interatomique d'équilibre  $b$ , passe lorsque la distance augmente, par un maximum qui est la valeur  $\sigma_F$  cherchée. Cette dernière est donnée par

$$\sigma_F = \left[ \frac{E\gamma_s}{b} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.14})$$

où  $E$  est le module d'Young,  $\gamma_s$  l'énergie de surface. Les contraintes de clivage des trichites (Whiskers en anglais) sont de l'ordre des grandeurs théoriques, preuve de la validité du calcul. En utilisant les valeurs typiques pour les cristaux, on trouve une contrainte  $\sigma_F$  comprise entre 0.1 et 0.2  $E$ . A remarquer que les valeurs théoriques trouvées par ce calcul soient de 10 à 20 GPa sont généralement plus élevées que celles usuelles trouvées (environ 1 GPa pour les aciers).

## 4. VALIDATION DES RESULTATS ET DU CRITERE PAR LES SIMULATIONS NUMERIQUES

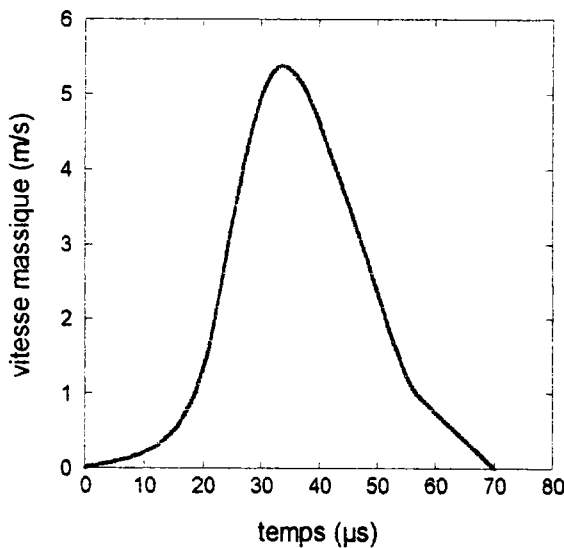
### 4.1 Méthode des éléments finis

Une modélisation par éléments finis de l'écaillage du béton MB50 est effectuée, afin de vérifier les hypothèses de travail concernant la propagation de l'impulsion de contrainte dans l'éprouvette et la validation du critère d'endommagement cumulatif étendu. Pour cela, le code de calcul par élément finis ABAQUS/Explicit est utilisé. Les code d'éléments finis

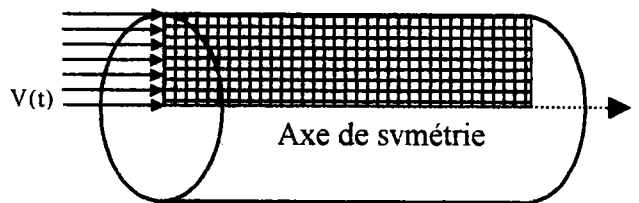
commercialisés tel qu'Abaqus comportent un programme principal incluant l'implantation d'éléments standards, des modèles classiques de comportement de matériaux et des solutions de procédures. Ce code utilise un schéma d'intégration explicite des équations différentielles des problèmes à résoudre. Pour l'analyse des problèmes spécifiques comme dans le cas de l'écaillage, le code offre la possibilité d'en modéliser une large variété au moyen de sous-programmes utilisateurs.

#### 4.1.1 Modélisation du problème, loi de comportement et critère implanté

Pour la modélisation des essais d'écaillage, au regard de l'axisymétrie de la géométrie de l'éprouvette, du chargement et des conditions aux bords, un maillage en deux dimensions est adopté, fig.IV.19 (a) et (b). L'éprouvette est discrétisée en 2000 éléments rectangulaires de type CAX4R (élément à quatre nœuds, intégration réduite à un point de Gauss). Ce nombre d'éléments retenu comme le minimum assurant une bonne convergence de la solution numérique vers celle expérimentale. Pour le chargement imposé à l'éprouvette, l'impulsion de compression corrigée de la dispersion de l'essai be29 est utilisée. L'impulsion réelle imposée sur une face de l'éprouvette est exprimée en terme de vitesse massique en fonction du temps, fig. IV.19 (a). L'autre face de l'éprouvette reste libre



(a)



(b)

Fig. IV.19 : Maillage et conditions aux bords.

Un modèle de comportement élastique fragile local dépendant de la vitesse de déformation et le critère d'endommagement cumulatif également au niveau local sont implantés. Concernant, la loi de comportement, un module d'Young dynamique constant est considéré, fig.IV.20. Ce qui constitue une bonne approximation étant donné que ce dernier, estimé à l'aide de l'éq. (I.4), varie peu dans la plage des vitesses de chargement obtenues durant les essais ( $E$  variant de 41 à 42 GPa pour  $\dot{\sigma}$  entre 800 et 5000 GPa/s). Lors de l'exécution du calcul par ABAQUS, l'histoire de la contrainte longitudinale et de la vitesse de déformation sont récupérées sous forme de fichiers numériques. Un programme annexe en Fortran permet de sélectionner les contraintes maximales en fonction des vitesses de déformation au cours du temps à partir de ce fichier numérique. Les valeurs de la contrainte maximale à l'axe de l'éprouvette en fonction de la vitesse de déformation obtenues par ABAQUS sont à chaque fois comparées à celles du critère. Une suppression des éléments du maillage pour lesquels le critère cumulatif étendu est satisfait localement est alors entreprise.

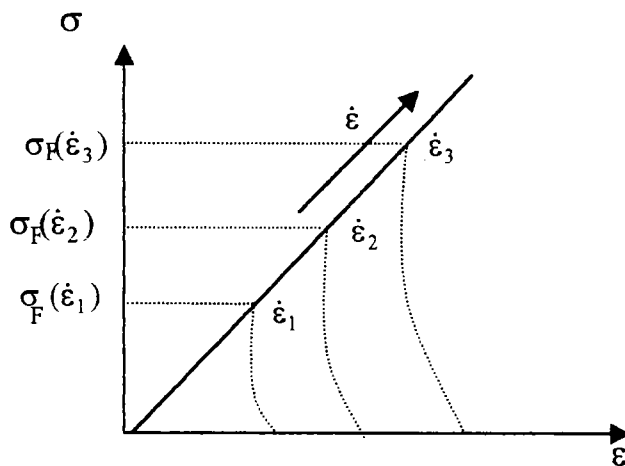


fig. IV. 20 : Loi de comportement locale implantée

#### 4.1.2 Résultats de la simulation

Plusieurs simulations numériques ont été effectuées, dont une de l'essai de traction be29, voir tableau annexe. La fig. IV. 21 montre l'évolution chronologique de l'impulsion de contrainte de compression le long de l'éprouvette. Les profils des contraintes incidente et réfléchi ne sont pas complètement uniformes à travers la section de l'éprouvette, comme le prédit la théorie de la propagation bidimensionnelle. Sur les fig. IV.21 et IV.22, il peut être constaté que la

variation radiale de la contrainte longitudinale est nette, mais néanmoins le maximum de cette contrainte se situe bien au niveau de l'axe de l'éprouvette, siège du début de la rupture.

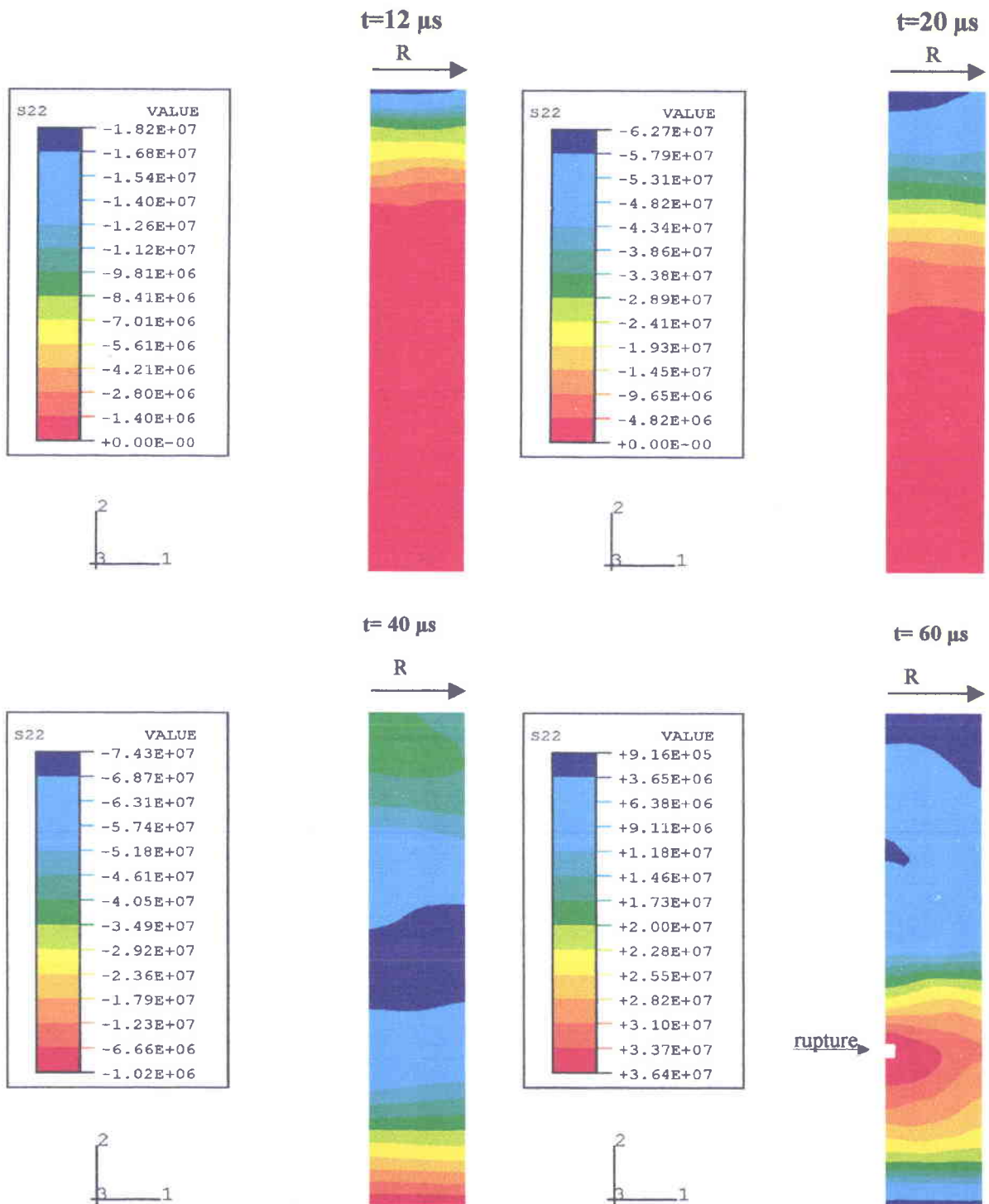


fig.IV.21 : Evolution chronologique du front d'onde de contrainte le long de l'éprouvette.



Ceci confirme une observation expérimentale via les images numériques du phénomène de rupture de tous les essais. En effet, les photos des débuts de la rupture montrent invariablement des fissurations circonférentielles filiformes très nettes, laissant deviner que la rupture démarre au centre de l'éprouvette et se propage vers la surface.

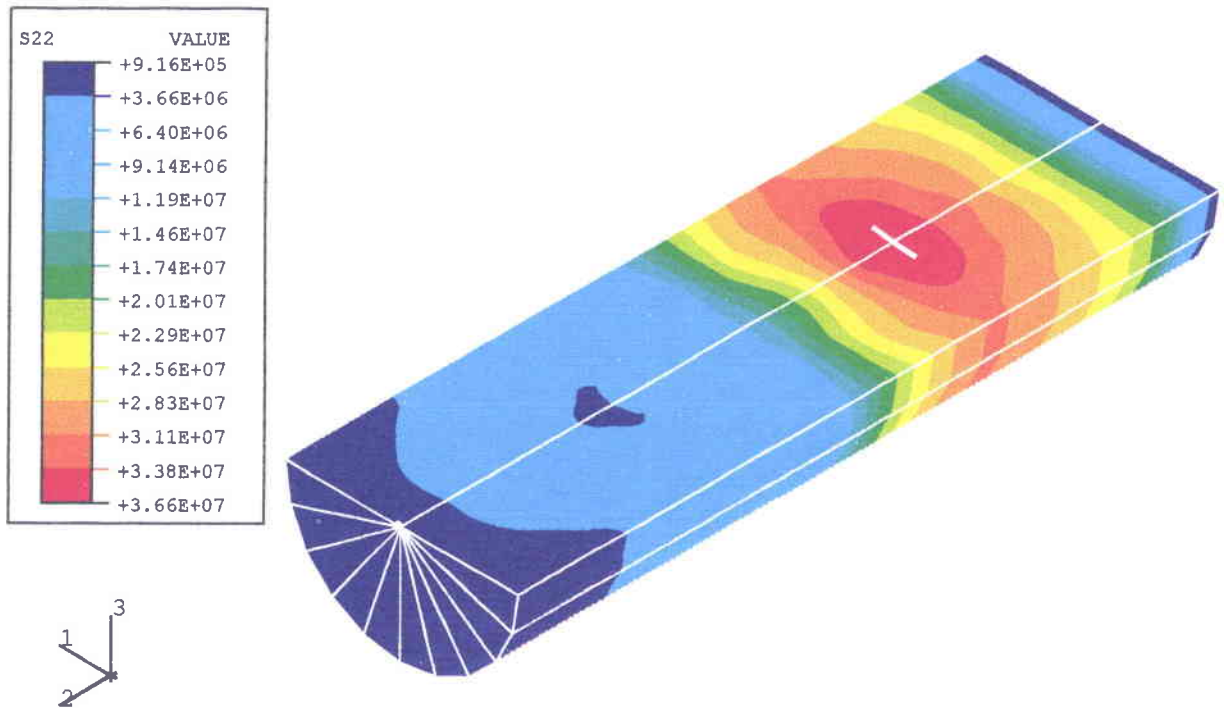


fig.IV.22 : Vue de la distribution de la contrainte longitudinale à l'instant de la rupture.

La simulation reproduit bien la position de rupture à savoir à 30 mm du bord libre, proche de celle expérimentale qui est de 36 mm (deviation standard  $s=4$ ). Il en est de même pour la contrainte critique de 36 MPa comparativement à la valeur analytique de 33 MPa. La fig. IV.23 montre l'évolution du maximum de contrainte le long de l'éprouvette pour différents temps de l'analyse. Le graphe est tracé partant des fichiers numériques Abaqus donnant la contrainte le long de l'axe de l'éprouvette, au temps  $t_1=20 \mu s$  correspondant à la transmission quasi-complète de l'impulsion de compression et aux instants  $t_2=56 \mu s$ ,  $t_3=58 \mu s$  précédant la rupture survenant à  $t_4=60 \mu s$ .

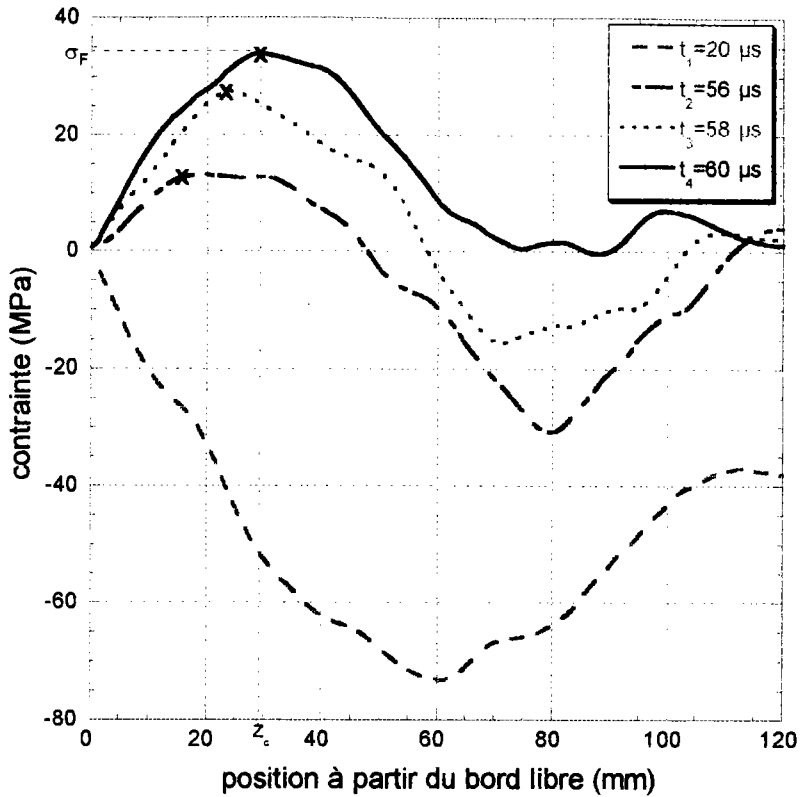


fig. IV.23 : Position des maxima de contrainte juste avant l’instant de rupture.

## 4.2 Méthode des éléments discret

### 4.2.1 Fondement théorique de la méthode

Les données et résultats de quelques essais ainsi que le critère d’endommagement cumulatif ont été proposés pour validation au Laboratoire de Détection et de Géophysique relevant du CEA (Commissariat à l’Energie Atomique, Bruyères le Chatel). La simulation de ces essais par une méthode numérique basée sur les éléments discrets développée au sein de ce laboratoire a révélé des conclusions très intéressantes, voir article Brara, Camborde, Klepaczko et Mariotti [1999]. La méthode numérique, objet de la thèse de F. Camborde est résumée succinctement (avec bien entendu l’aimable assentiment de ce dernier). La méthode consiste à décrire le milieu comme un assemblage de particules distinctes. Initialement utilisée pour les milieux granulaires, elle permet d’en calculer la réponse sous de grands déplacements. Cette méthode a été développée, pour l’étude des milieux cohérents (comme le béton) et notamment pour en

décrire, de manière quantitative, le comportement dynamique. Parmi les applications de ce type qui existent, c'est la seule à prendre en compte de manière complète la physique de ces matériaux. Le béton est discrétisé par des particules polygonales permettant un remplissage parfait. Le déplacement de chaque particule est calculé à l'aide des équations de la dynamique par l'intermédiaire de liaisons avec les particules voisines. Chaque particule est représentative d'une échelle mésoscopique composée de quelques granulats, de ciment et de vide. Initialement, chaque liaison qui est de type cohésif permet de transmettre les efforts en compression et en traction. Deux types de force élastique sont présentes: une force normale de raideur  $K_n$  et une force de cisaillement de raideur  $K_s$ , fig.IV.24. Pour tenir compte du comportement post-rupture ou d'éventuels contacts entre deux structures, on introduit la possibilité d'une interaction de type frictionnel non-cohésif. Cette dernière permet de transmettre les efforts de compression (une force  $F_n$ , raideur  $K_n$ ) et de friction ( $F_f$ , raideur  $K_s$ ) opposée au sens de la distorsion  $\Delta U_s$ . Dans ce cas, les contraintes de traction ne peuvent pas être transmises. La force totale s'exerçant sur chaque particule est ainsi déterminée de manière incrémentale.

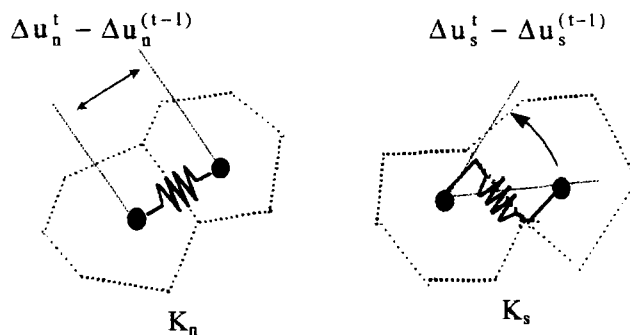


fig.IV.24 : Détails de l'interaction particulaire, avec  $\Delta U_n$  déplacement normal et  $\Delta U_s$  déplacement tangentiel (distorsion).

Dans l'étude du comportement du béton ou des roches soumis à des explosions, impacts ou chocs, il apparaît trois phénomènes fondamentaux de dégradation ou de modification du matériau :

- .fissuration par traction,
- .fissuration et glissement en Mode II provoqués par du cisaillement

. fermeture de la porosité sur elle-même ou la consolidation, provoquée par de fortes pressions hydrostatiques.

Les seuils de ruptures sont introduits à l'échelle de chaque interaction. Au niveau des lois de type cohésif, les deux premiers modes de rupture définis précédemment sont pris en compte par l'introduction d'une loi de comportement intégrant un seuil de rupture en traction  $T$  sur  $F_n$  et un seuil de rupture en cisaillement sur  $F_s$  de type Mohr-Coulomb défini par la cohésion  $C$  et l'angle de friction  $\phi$ , fig. IV.25.

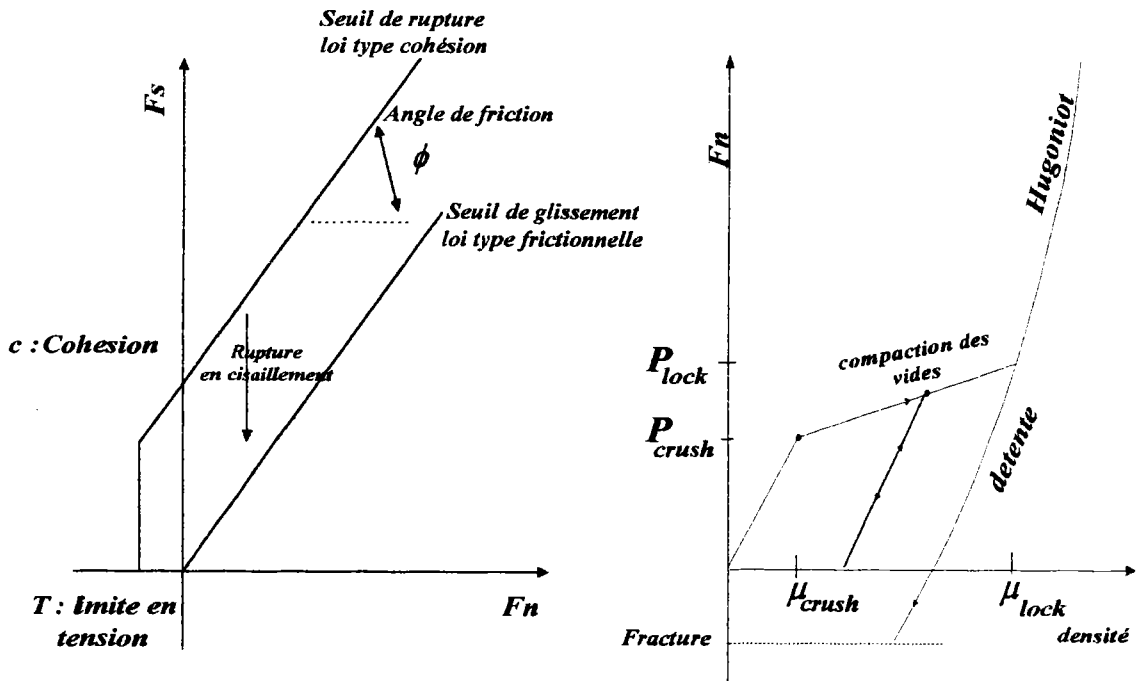


fig. IV.25 : Loi de comportement et équation d'état.

Lors d'une rupture en tension ( $F_n < 0$ ), le lien est simplement supprimé. Lors d'une rupture en cisaillement ( $F_n > 0$ ), on passe d'une loi de type cohésif à une loi de type contact frictionnel.

#### 4.2.2 Simulation des essais de traction par écaillage

Deux essais réels (be16 et be12) à des vitesses d'impact de 7.5 et 14 m/s, fig.IV.26, ont été simulé en 2D axisymétrique avec 5000 nœuds. L'onde incidente de compression est appliquée

sur la face gauche de l'éprouvette, l'autre restant libre fig.IV.17 (b). Les propriétés locales élastiques  $K_n$  et  $K_s$  sont évaluées partant des caractéristiques  $E$  and  $\nu$  du béton MB50.

La contrainte macroscopique au centre de l'éprouvette est obtenue à partir de la force évaluée sur une surface d'homogénéisation contenant environ 30 particules. Une série de simulations sans dépendance locale de la traction avec la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  est effectuée. Il est observé que l'augmentation de la résistance macroscopique en traction avec la vitesse n'est pas restituée. De même que le nombre et la position des ruptures ne sont pas bien décrits. Ceci signifie que le modèle ne tient pas compte implicitement de l'effet de vitesse mais aussi que les termes d'inertie ne jouent pas un rôle prépondérant en traction dynamique.

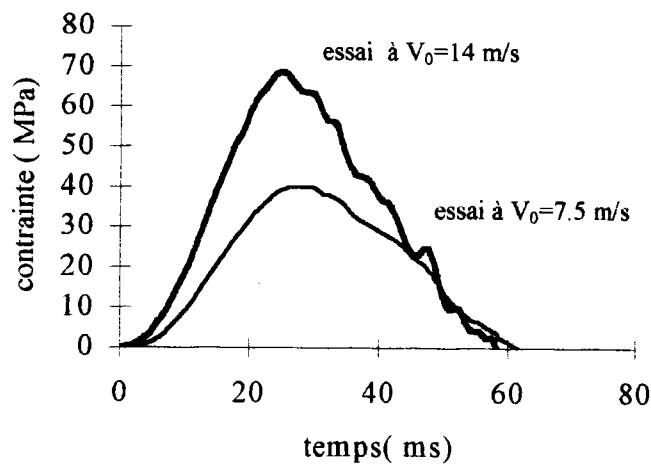


fig. IV.26 : Impulsions de contrainte de compression imposées sur la face gauche de l'éprouvette.

L'effet de vitesse est injecté explicitement au niveau de chaque lien, en utilisant la forme intégrée du critère cumulatif étendu, (IV. 13), avec une loi de comportement locale élastique fragile, fig. IV.20. Une méthode simplifiée pour l'estimation de  $\dot{\epsilon}$  consiste en l'étude de la vitesse de déformation de chaque lien, fig. IV. 27.

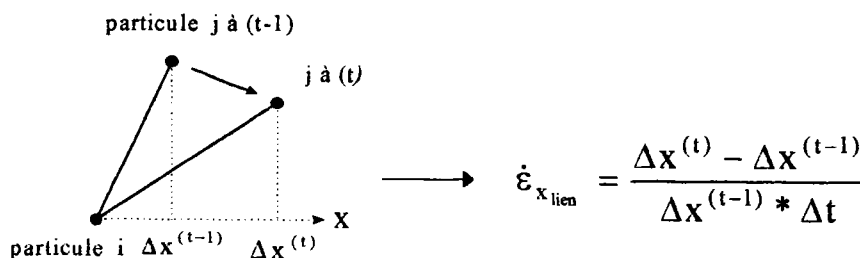


fig. IV.27 : Vitesse de déformation des liens.

Les deux simulations montrent la potentialité de l'approche numérique dans la prédiction la position de rupture dans le cas des deux essais réels, fig.IV.28. Dans le cas de la simulation de l'essai be16, une rupture unique située approximativement au centre de l'éprouvette est observée, conformément à l'expérience. Pour l'essai be12, le nombre et les positions de ruptures sont également bien restitués.

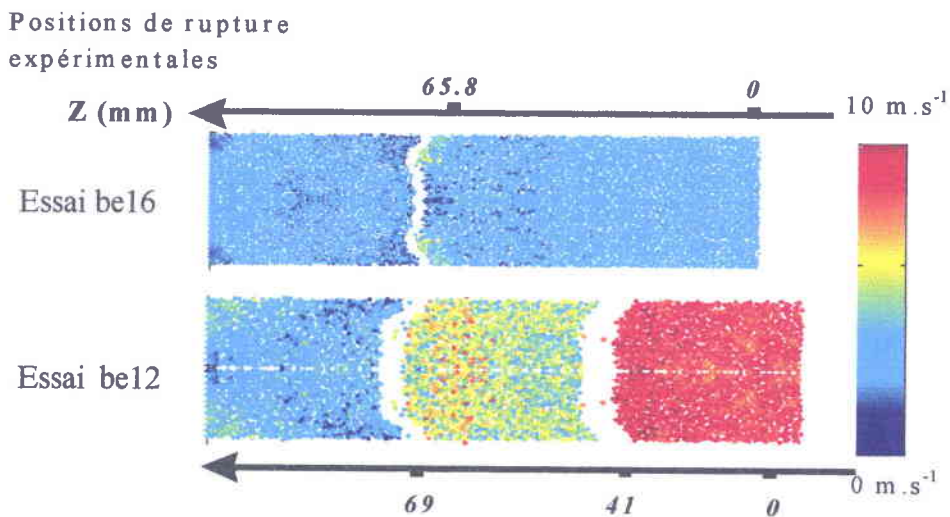


fig. IV.28 : Etat post-mortem des vitesses pour les deux essais simulés

Les vitesses massiques au niveau de chaque fragment de l'éprouvette sont mises en exergue par leur état post-mortem, indiqué par une gradation des couleurs sur la fig. IV.28. Les valeurs de ces vitesses à l'endroit du faciès de rupture (environ 2 m/s et 3 m/s pour les essais be16 et be12 respectivement) donnent le même ordre de grandeurs pour les contraintes critiques évaluées selon l'analyse unidimensionnelle. Les valeurs de contrainte de rupture sont montrées sur la fig. IV.27. Il peut être noté que pour les deux impulsions incidentes de 70 et 40 MPa, l'absence de perte d'énergie confirme leur propagation uniaxiale. La fig. IV.29 a) montre une contrainte critique de 20MPa pour l'essai be16 (analytiquement 19 MPa). Dans le cas de l'essai be12, deux ruptures sont à distinguer, fig.IV.29 b). La simulation numérique donne la même valeur critique au niveau des deux ruptures, à savoir 30 MPa (proche de celle analytique soit 33.5 MPa).

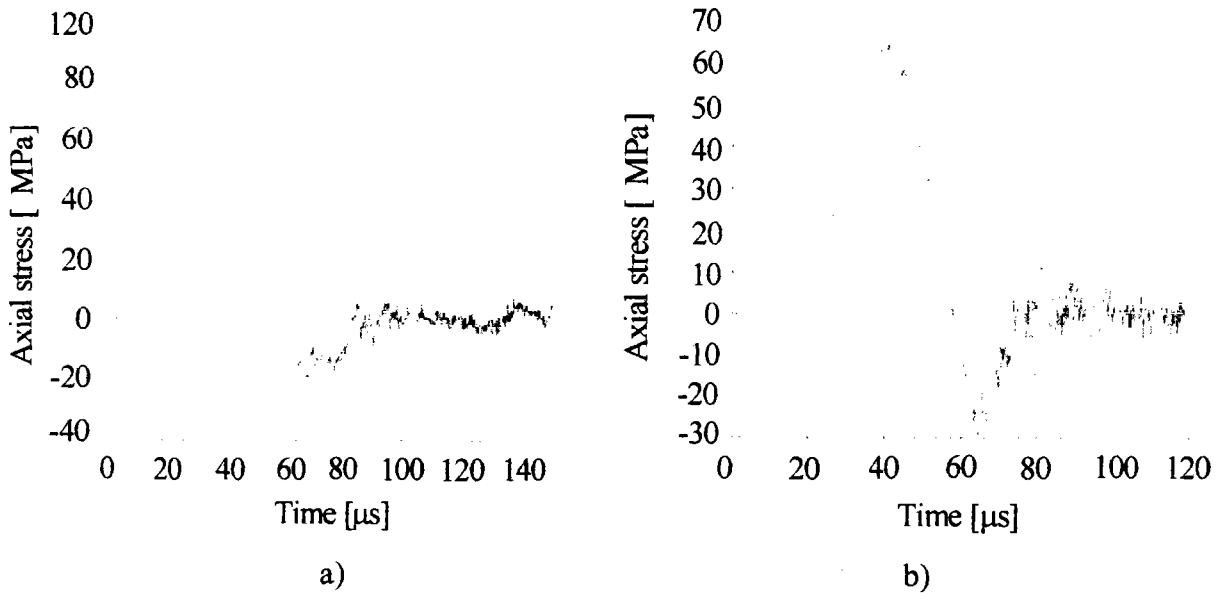


fig. IV.29 : Contrainte de rupture au centre de l'éprouvette pour les essais be16 (a) et be12 (b).

### Autres simulations des essais de traction dynamique

Il peut également être signalé qu'une simulation des essais de traction est effectuée à l'aide d'une technique numérique prometteuse basée sur les éléments discrets en 3D développée au LMT Cachan, Daudeville [1998]. Relevant de la même approche que la méthode précédente, le matériau est décrit en une collection de grains sphériques rigides. La simulation dynamique d'un essai donne de bons résultats sur le plan qualitatif. La position de rupture de l'éprouvette est bien restituée et localisée dans un plan. L'état de contrainte est trouvé quasi-uniforme dans une section confortant ainsi l'hypothèse de la propagation unidimensionnelle. Cependant, l'effet de vitesse n'a pas été introduit dans cette simulation et aucune information n'est donnée quant à la contrainte de rupture.

### CONCLUSION

La méthode expérimentale originale a fait montre d'une grande efficacité. A l'appui d'une technique de dépouillement perfectionnée, les résultats atteints ont été à la mesure des objectifs envisagés : à savoir la caractérisation du comportement en traction du béton aux vitesses de

déformations très élevées (supérieures à 20 s<sup>-1</sup>). Grâce à cette technique, les vitesses de déformations atteintes sont considérables et confèrent aux résultats un caractère quasiment inédit dans la littérature. En effet, en se référant à cette dernière, les vitesses de déformations par ce dispositif constituent un record. A signaler toutefois les résultats de recherches (non publiques) sur l'écaillage de murs en béton à l'aide de charges explosives conduites pour le compte de l'Armée Américaine par McVay, cité par Ross [1998] atteignant des vitesses de 167 s<sup>-1</sup>. Pour cette vitesse, l'auteur relève une augmentation de la résistance s'élevant à peu près à 7 fois la valeur quasi-statique. Globalement, les résultats expérimentaux obtenus confirment les tendances de comportement en traction dynamique du béton, évoquées au chapitre I.2, notamment l'effet de vitesse de chargement.

Concernant la relation contrainte critique-temps de chargement, il est retrouvé cette tendance à la rupture et la séparation retardée caractéristique des matériaux soumis à des chargements courts et intenses, à l'instar des métaux. Un critère de microfissuration cumulative inspiré de ce constat prédit correctement les résultats expérimentaux. Une explication de l'origine de l'augmentation brutale de la résistance liée au clivage des granulats est ébauchée et mérite d'être confirmée par des expériences supplémentaires. La justesse des hypothèses concernant la propagation des ondes dans l'éprouvette et de la procédure analytique de dépouillement ont été montrée à l'aide de simulations numériques aux éléments finis et discrets. Il en est de même pour le critère proposé qui reproduit correctement les résultats expérimentaux. D'après Camborde [1999], ce critère injecté dans la méthode des éléments discrets prédit également de manière très satisfaisante, l'écaillage de l'essai de structure de dalle soumise à une charge explosive réalisé à Gramat par Rouquant et Groufal [1999]. Certes ces méthodes numériques pèchent par quelques hypothèses simplificatrices telles que l'isotropie, l'échelle de considération du matériau et la loi de comportement simplifiée. Elles permettent néanmoins d'étayer les affirmations avancées quant à la propagation des ondes dans l'éprouvette et l'origine de l'effet de vitesse.



## CONCLUSION GENERALE

Le travail effectué au cours de cette thèse constitue une avancée modeste mais indéniable dans le domaine des techniques expérimentales mais aussi pour la compréhension de la rupture en traction par écaillage du béton. Le nouveau dispositif dont la conception et la construction ont duré plus de deux ans a répondu aux attentes concernant les données relatives à la traction dynamique aux grandes vitesses de déformation (plus de  $20 \text{ s}^{-1}$ ). Domaine des vitesses déformation pour lequel les données expérimentales sont plutôt rares. Cette technique originale peut être étendue en réalité à l'étude de l'écaillage de tous les matériaux fragiles. Les avantages présentés par cette technique par rapport à celles existantes sont nombreux. Entre autres avantages et non des moindres : la simplicité de fonctionnement, la taille réduite, la performance au regard des vitesses de chargement atteintes et une bonne définition des mesures. Comme pour tout prototype, des perfectionnements méritent d'être suggérés pour le dispositif en question. En premier, l'amélioration du guidage du projectile à l'intérieur du tube de lancement à savoir : un glissement rectiligne et sans rotation. De manière à obtenir un positionnement très précis du projectile à la sortie du tube et assurer ainsi le meilleur contact plan possible avec la barre de Hopkinson et par la même un calibrage fiable du dispositif. Cela pourrait se faire par l'adjonction d'un rail de guidage à l'intérieur du tube. En second lieu, l'axialité selon les trois directions du système canon-barre-éprouvette (mise au point manuellement pour chaque essai et prenant relativement trop de temps) mérite d'être mieux assurée techniquement par l'utilisation de visées laser par exemple.

Concernant les résultats de la campagne expérimentale, la tendance d'augmentation rapide de la contrainte critique aux grandes vitesses de chargement en traction relevée dans la littérature est confirmée. L'effet de l'humidité sur le comportement du béton a été examiné et s'est finalement révélé apparemment non prépondérant aux grandes vitesses de chargement. La brutale augmentation de la résistance critique au-delà du seuil de  $1 \text{ s}^{-1}$  serait plutôt reliée au clivage des granulats. Il n'en demeure pas moins que les perspectives ouvertes par cette technique restent nombreuses, et qui n'ont malheureusement pu être explorées par manque de temps et... d'éprouvettes ! Outre la confirmation de l'influence de la rigidité des granulats, il serait intéressant d'examiner l'influence des vitesses de chargement atteintes par ce dispositif sur le module d'Young du béton. Cela pourrait se faire par instrumentation des éprouvettes à l'aide de jauges de résistances et/ou l'utilisation de l'extensomètre optique dont dispose le

L.P.M.M. L'influence des paramètres dits secondaires telles que la taille des granulats, la teneur en eau et en pâte de ciment mériterait également d'être quantifiée.

Le critère cumulatif étendu proposé, Klepaczko [1990], et basé sur la considération de la rupture comme un processus statistique thermiquement activé reproduit correctement les données expérimentales. Cette piste doit faire l'objet d'investigation plus poussée notamment par l'étude d'un même béton sur une plage complète de vitesse de déformation allant du quasi-statique au dynamique rapide. Un aménagement du dispositif tel celui imaginé par Najjar et Bierwirth [1994] permettrait l'étude de l'effet de la température sur la contrainte de rupture et le temps critique de chargement. Cela renseignerait sur la validité de l'activation thermique du processus de rupture. L'aménagement consiste à placer l'éprouvette dans une étuve dans le prolongement du dispositif. La transmission de l'impulsion à l'éprouvette chauffée à une température voulue est assurée par une pièce intermédiaire en béton collée à l'éprouvette et émergeant de l'étuve pour le contact avec la barre de Hopkinson.

Concernant les modèles de comportement et les simulations numériques entreprises dans le cadre du GEO concomitamment aux expériences menées, les conclusions quant à l'origine physiques de l'effet de vitesse sur le comportement du béton semblent converger. Si pour la traction dynamique cet effet est intrinsèque au matériau, il serait d'origine inertielle dans le cas de la compression dynamique, Bailly [1999].

## REFERENCES

- Albertini C., Blery E., Montagniani M., Pizzinato E. V. [1991], Mechanical properties in tension and compression of plain concrete at a high strain rate, *SmiRT Transaction*, Tokyo, Japan, vol. H, 265-270.
- Bacon C. [1999], Separation of waves propagating in an elastic or viscoelastic Hopkinson pressure bar with three-dimensional effects, *International Journal of Impact Engineering*, 22, 55-69.
- Bailly P. [1988], Effets des explosions sur les constructions. Chargement et réponse de la structure, Thèse de Troisième Cycle, Université d'Orléans.
- Bailly P. [1999], in : *Recueil de communications 1999, GEO-réseau de laboratoires, groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapides »*, Aussois, France.
- Bancroft D. [1941], The velocity of longitudinal waves in cylindrical bars, *Phis. Rev.*, 59, 588-593.
- Bierwirth S., Najjar J. [1994], Verfahren zur bestimmung dynamischer Zugbruchparameter von Hochleistungskeramik, *VDI Fortschritt-Berichte n° 148, Reihe 18*, 1-148.
- Birkimer D.L., Lindemann R. [1971], Dynamic tensile strenght of concrete materials, *ACI Journal*, title n°68-8, 47-49.
- Bishoffs P. H., Perry S. H. [1991], Compressive behaviour of concrete under high strain rates, *Materials and Structures*, 24, 425-450.
- Brara A., Klepaczko J. R. [1996-a], Analyse d'un nouveau dispositif expérimental pour la détermination d'un critère de rupture du béton en traction aux grandes vitesses de chargement, mémoire de DEA , LPMM, Université de Metz, 1-40.

Brara A., Klepaczko J. R. [1996-b], Méthode expérimentale pour la détermination d'un critère de rupture en traction dynamique du béton, in : Rapport d'activités 1996, GEO-réseau de laboratoires, groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapides », Aussois, France.

Brara A., Klepaczko J.R., Kruszka, L., [1996], Behaviour of concrete under high loading rates, Tensile testing and modelling, Internal Report n°1/96/LPMM, Université de Metz, France, 1-39.

Brara A., Klepaczko J.R., Kruszka L., [1997], Tensile testing and modelling of concrete under high loading rates, in : Brandt, Li and Marshall eds., Brittle Matrix Composites 5 (BMC5), Warsaw, Poland, 281-290.

Brara A., Klepaczko, J. R. [1997], Nouveau dispositif expérimental d'étude de la rupture par écaillage du béton, in : Rapport d'activités 1997, GEO-réseau de laboratoires, groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapides », Aussois, France.

Brara A., Klepaczko, J.R. [1998], Etude expérimentale de la traction dynamique du béton par écaillage, Rapport d'activité 1996-98, pour le compte de G.E.O., groupe « comportement des Ouvrages en dynamique rapide », LPMM, Université de Metz, France, 1-10.

Brara A., [1998-a], Vulnérabilité au séisme des bâtiments, in : Proc. International Military Congress, Conference on Environmental Protection, WAT eds., Szlarszka Poreba, Poland, tome 1, 76-81.

Brara A., [1998-b], Comportement dynamique des structures en béton, in : Proc. International Military Congress, Conference on Environmental Protection, WAT eds., Szlarszka Poreba, Poland, tome 1, 70-75.

Brara, A. and Klepaczko, J. R. [1999], Etude expérimentale de la traction dynamique du béton par écaillage, in : recueil de communications GEO-réseau de laboratoires, groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapides », Aussois, France.

- Brara A., Klepaczko J. R., Camborde F., Mariotti [1999], Experimental and numerical study of concrete at high strain rate in tension, article soumis au Journal Mechanics of Materials.
- Burlion N. [1997], Compaction de bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale, Thèse de Doctorat, L.M.T., E.N.S. Cachan.
- Butler J.E., Keating J. [1981], Preliminary data derived using a flexural cyclic loading machine to test plain and fibrous concrete, Materials and Structures, 14, n°79, 25-33.
- Buzeaud E., Don D., Cagnoux J. [1997], Caractérisation du comportement du microbéton MB50 sous chargement quasi-statique, résultats d'essais, in : Rapport d'activité G.E.O., groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapide », Aussois, France.
- Chevrier P., Klepaczko J. R. [1997], Discussion of fracture criteria in spall mechanics, Engineering Transactions, 45, 1, 47-70.
- Chree, C., [1889], The equation of an isotropic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications, Cambridge Philosophical Society Transactions, 14, 250-369.
- Comité Euro-international du Béton [1988], Concrete structures under impact and impulsive loading, CEB bulletin 187, Lausanne, Suisse.
- Cowell W.C [1966], Dynamic properties of plain Portland cement concrete, Technical Report R447, U.S. Naval Engineering Laboratories, Port Hueneme, California.
- Curbach M. [1987], Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten, Schriftenreihe des Institut für Massivbau and Baustofftechnologie, Karlsruhe.
- Daudeville L. [1998], Contributions à l'étude de la rupture à différentes échelles au sein de structures et matériaux du génie civil, mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches, LMT, ENS de Cachan, 71-75.

- Davies R. M. [1948], A critical study of the Hopkinson pressure bar, *Philosophical Transactions*, A240, 375-457.
- Diamaruya M., Kobayashi H. and Nonaka T. [1997], Impact tensile strength and fracture of concrete, *Journal de Physique IV*, colloque C3, 253-258.
- Faure L., Klepaczko J. R. [1992], Dispositif Vidéo CCD rapide, Rapport dans le cadre du programme GDR : 972, impact des matériaux, LPMM, Université de Metz.
- François D., Pineau A., Zaoui A. [1993], Rupture par clivage, in : *Comportement mécanique des matériaux*, éditions Hermes, Paris , 128-148.
- Freund L.B. [1972], Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading-I. Constant rate of extension, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 20, 129-140.
- Franz, C. and Follansbee, P. S. [1983]. Wave propagation in the split Hopkinson pressure bar, *Journal of Engineering Material Technology*, 105, 61-66.
- Gong J. C., Malvern L. E., Jenkins D. A [1990], Dispersion investigations in the SHPB, *Journal of Engineering Material Technology*, 112, 309-314.
- Golapartnam V. S., Shah S. P., John R. [1984], A modified instrumented Charpy test for cement based composites, *Experimental mechanics*, 55-59.
- Goldsmith W., Polivka M. and Yang T. [1966], Dynamic behavior of concrete, *Experimental Mechanics*, 65-79.
- Grady D. E., Lipkin J. [1980], Criteria for impulsive Rock Fracture, *Geophysical Research Letters*, 7, n°4, 255-258 .
- Hopkinson B. [1913], A method of measuring the pressure produced in the detonation and high explosive or by impact of bullets, *Philosophical Transactions*, Royal Society of London, Series A, 213.

- Glinicki M. A. [1993], Tensile stress-strain behaviour of cementitious composites at high loading rates, *Journal of Materials Science*, 28, 2148-2156.
- Glucklich J. [1963], Fracture of plain concrete, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, in : Proc. ASCE, Kyoto, 4, 127-111.
- Heilmann H.G., Hilsdorf H., Finsterwalder K. [1977], Festigkeit and verformung von beton unter zugspannungen, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 203.
- Jenq Y.S. and Shah S.P. [1985], A two parameter fracture model for concrete, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 111 (10), 1227-1241.
- John R., Jenq Y.S. and Shah S.P. [1987], A fracture mechanics model to predict the rate sensitivity of mode I fracture of concrete, *Cement and Concrete Research*, 17 (2), 249-262.
- John R., Shah S. P. [1986], Fracture of concrete subjected to impact loading, *J. of Cement, Concretes and Aggregates*, ASTM 8 (1), 24-32.
- John R., Shah S. P. [1988], Constitutive modelling of concrete under impact loading, in : *Impact: Effects of transient Loading*, Amman et al. eds., Balkema, Rotterdam, 37-61.
- Kipp M.E., Grady D.E., Chen E.P. [1980], Strain rate dependent fracture initiation, *International Journal of Fracture*, 16, 471-478.
- Komlos R. [1964], Factor affecting the stress strain relation of concrete in uniaxial tension, *Journal of the American Concrete Institute*, 2, 66, 111-114.
- Klepaczko, J.R., [1990], Dynamic crack initiation. Some experimental methods and modelling, in : J.R. Klepaczko ed., *Crack Dynamics in Metallic Materials*, Springer-Verlag, Vienna-New-York, 428.
- Kruszka L., Nowacki W. K. [1996], New application of the Hopkinson pressure bar technique to determining dynamic behaviour of materials, *J. Theor. Appl. Mecha.*, Warsaw, Poland, 2, 34, 260-280.

Gary G., Klepaczko, J.R., Hamelin P., Rossi P. [1991], résultats concernant le comportement dynamique en compression du microbéton, GRECO Géomatériaux, Rapport scientifiques 1991, groupe 1, projet 1.3, « dynamique des bétons et des roches », 134-138.

Gary G., Klepaczko, J.R. [1992], Résumé des résultats expérimentaux sur mini-béton 1992, GRECO Géomatériaux, Rapport scientifiques 1992, groupe 1, projet 1.3, « dynamique des bétons et des roches », 105-118.

Körmeling H.A., Zielinski A.J., Reinhardt H.W., [1980]. Experiments on concrete under single and repeated uniaxial impact tensile loading, Stevin Report 5-80-3, Delft.

Kvirikadze O.P. [1977], Determination of the ultimate strength and the modulus of deformation of concrete at different rates of loading, in : Proc. Inter. Symp.: Testing in situ of concrete structures, Budapest, 109-117.

Lifhitz J. M., Leber H. [1994], Data processing in the SHPB tests, International Journal of Impact Engineering., 15, n°6, 723-733.

Lindholm U. S. [1964], Some experiment with the split Hopkinson pressure bar, Journal of the Mechanics and the Physics of Solids, 12, 317-335.

London J. W. and Quinney H. [1923], Experiment with the pressure Hopkinson bar, in : Proc. of the Royal Society of London, series A : Math. And Phys. Sciences, A103, 622-643.

Malvar L. J., Ross C. A. [1998], Review of strain rate effects for concrete in tension, ACI Materials Journal, 95, n°6, 735-739.

Mellinger F. M., Birkimer D. L. [1966], Measurement of stress and strain on cylindrical test specimens of rocks and concrete under impact loading, Technical report 4-46, U.S. Army Corps of Engineers, Ohio River Division Laboratories, Cincinnati, Ohio, 71.

Mihashi H, Izumi M. [1977], A stochastic theory for concrete fracture, Cement and Concrete Research, 7, 411-422.



- Mihashi H., Wittmann F.H. [1980], Stochastic approach to study the influence of rate of loading on strength of concrete, Delft, Heron 25, n° 3.
- Bentur A., Mindess S., Banthia N. [1986], The behaviour of concrete under impact in loading: experimental procedures and method of analysis, Material and structures, RILEM, 19, 113, 371-378.
- Naaman A. E., Golapartnam V. S. [1983], Impact properties of steel fiber reinforced concrete in bending, Int. J. of Cement Based Composites and Lightweight Concrete, 5, 225-233.
- Newman K., Newman J. B. [1963], Failure theories and design criteria for plain concrete, in : Proc. Intern. Conf.: Civil Engineering Materials, Southampton, 963-995.
- Pochhammer, L., [1876], On the propagation velocities of small oscillations in an unlimited isotropic circular cylinder, J. fur die Reine und Angewandte Mathematik, 81, 324-326.
- Rouquant A., Grouffal J. Y. [1999], Présentation des résultats des essais en dynamique rapide sur dalles en béton, in : Recueil de communications 1999, GEO-réseau de laboratoires, groupe « comportement des ouvrages en dynamique rapides », Aussois, France.
- Ross C. A., Jerome D. M., Tedesco J. W., Hughes L. H. [1996], Moisture and strain rate effects on concrete strength, ACI Materials Journal, 93, n°3, 293-300.
- Ross C. A. [1990], Fracture of concrete at high strain rate, NATO Advanced Research Workshop on Toughening Mechanisms in quasi-brittle Materials, Northwestern University.
- Rossi P. [1988], Fissuration du béton : du matériau à la structure. Application de la mécanique linéaire de la rupture, thèse de doctorat de l'E.N.P.C. , Paris ; Rapport de recherches des laboratoires des ponts et chaussées, n°150.
- Tedesco J. W., Ross C. A., Kuennen S. T. [1993], Experimental and numerical analysis of high strain rate splitting tensile Tests, ACI Materials Journal, 90, n°2, 162-169.

Seabold R.H. [1967], Dynamic shear strength of reinforced concrete beam-Part 2, Technical Report R-502, U.S. Naval Civil Engineering Laboratories, Port Hueneme, California.

Suaris W., Shah S.P. [1983], Constitutive model for dynamic loading of concrete, Journal of Structural Division, ASCE, 3, 3, 563-576.

Soroushian P., Choi K.B., Fu G. [1986], Tensile strength of concrete at different strain rate, in : Cement-Based Composites: Strain Rate Effects on Fracture, eds. S. Mindess and S. P. Shah, Material Research Society, Pittsburgh Pennsylvania, 87-92.

Takeda J., Tachikawa H. [1971], Deformation and fracture of concrete subjected to dynamic load, in : Proc. Inter. Conf. Mechanical Behaviour of Materials, Kyoto, vol. IV, 267-277.

Takeda J., Tachikawa H. and Fujimoto H. [1982], Basic concept on the response of structural members and structures under impact and impulsive loading, RILEM CEB, interassociation Symposium on concrete structures under impact and impulsive loading, BAM, Berlin.

Toutlemonde F. [1992], Rapport Annuel 1992, GRECO Géomatériaux, Rapport scientifiques 1992, groupe 1, projet 1.3, « dynamique des bétons et des roches », 119-122.

Toutlemonde F. [1994], Résistance au choc des structures en béton. Du comportement du matériau au calcul des ouvrages, Thèse de Doctorat, E.N.P.C., Paris.

Toutlemonde F., Rossi P. [1995], Major parameters governing concrete dynamic behaviour and dynamic failure of concrete structures, DYMAT Journal, 2, n°1, 69-77.

Tuler F. R., Butcher B. M. [1968], A criterion for the time dependence of dynamic fracture, International Journal of Fracture Mechanics, 4, 431.

Weerheijm J. [1984], Crack model for concrete under dynamic tensile load, Report TNO-PML, 1984-15, The Hague (in Dutch).

Weerheijm J., Karthaus W. [1985], The tensile strength of concrete under dynamic loading, in : Proc. of the second Symp. On the interaction of non nuclear munitions with structures, Panama, Florida, 17-21.

Weerheijm J., Reinhardt H. W. [1989], Modelling of concrete fracture under dynamic tensile loading, in : Proc. Int. Conf. on recent developments in the fracture of concrete and rock, Shah, Swartz and Barr eds., Cardiff, U. K., 721-728.

Wright P.J.F. [1982], The effects of the method of tests on the flexural strength of concrete, Magazine of Concrete Research, n°10, 57-76.

Yew E. H., Chen C. S. [1980], Experimental study of dispersive waves in beam and rod using FFT, ASME, Journal of applied Mechanics, 45, 940-942.

- Zhao H. [1992], Analyse de l'essai aux barres de Hopkinson. Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux, thèse de Doctorat, E.N.P.C., Paris.

Zhao H. and Gary G. [1996], On the use of the SHPB techniques to determine the dynamic behaviour of materials in the range of small strains, Intern. J. of Solids and Structures, 1-7.

- Zielinski A. J. [1982], Fracture of concrete and mortar under uniaxial impact tensile loading, thèse de Doctorat, Delft University of Technology, Hollande.

## **ANNEXES**

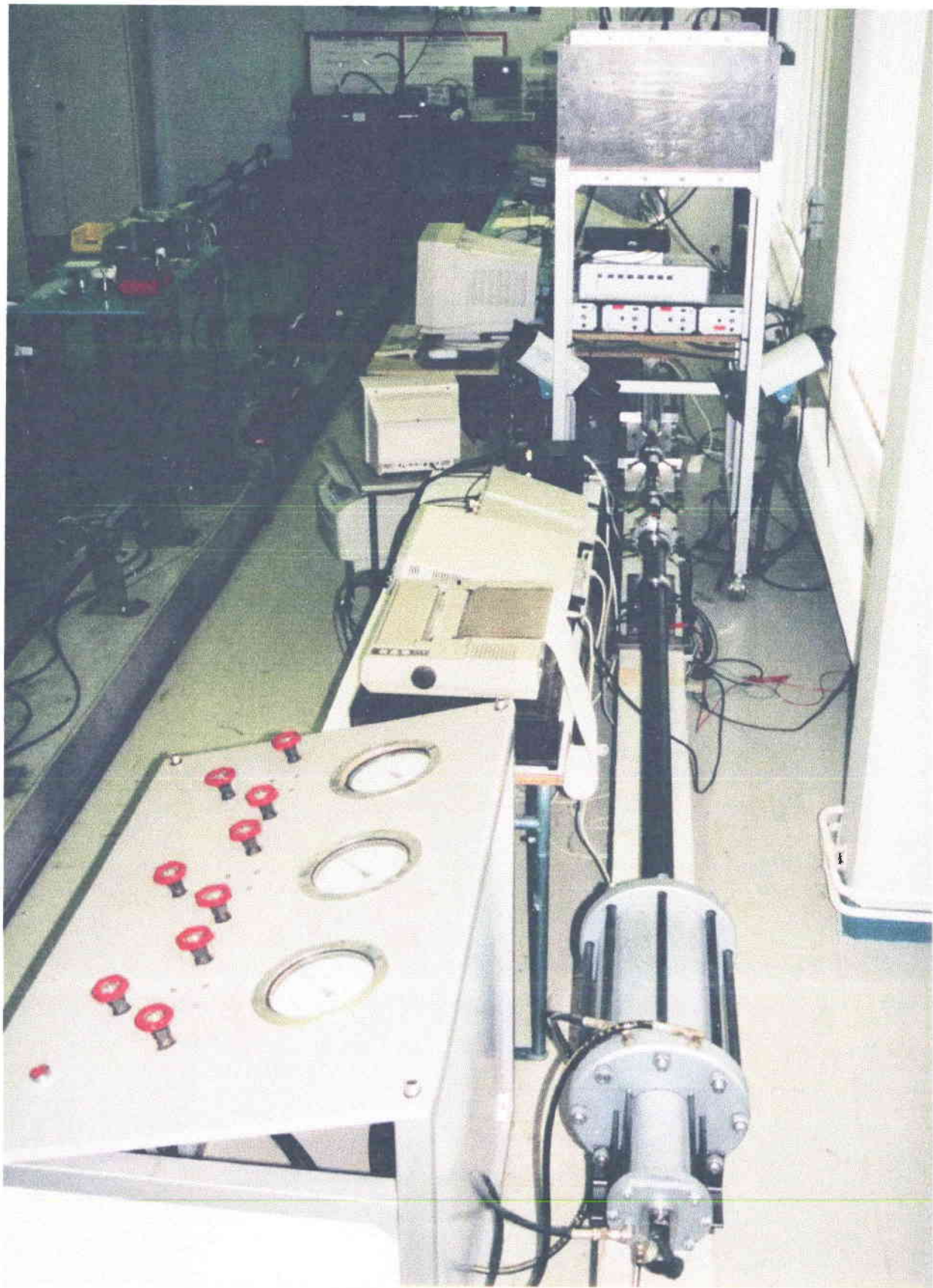


fig.1 : Vue d'ensemble du dispositif expérimental

## 1. RESULTATS DES ESSAIS DE COMPRESSION QUASI-STATIQUE

### 1.1 Détermination du module d'Young et de la résistance à la compression

Pour ces essais, une vitesse de déplacement du vérin de  $1.25 \cdot 10^{-3}$  mm/s est retenue. Ce qui correspond à une vitesse de déformation moyenne de l'éprouvette de  $1.04 \cdot 10^{-5}$ . Les valeurs du module d'Young tabulées ci-après sont corrigées de la rigidité de la machine.

Tableau 1 : Résultats des essais pour la détermination du module d'Young

	béton humide	béton sec
Module d'Young (GPa)	32.65	33.46
	39.65	30.65
	34.33	29.57
	33.06	31.16
	34.93	30.69
	36.63	30.34
	33.64	32.04
	36.37	30.29
	32.43	30.36
	35.34	31.9
	34.37	29.24
	34.41	34.12
37.90	30.39	
Moyenne (GPa)	35.05	31.09
Déviatoin standard	2.3	1.43
Coefficient de variation	6.5	4.6

Tableau 2 : Résultats des essais de compression quasi-statique

	béton humide	béton sec
Résistance à la compression (MPa)	40.96	56.0
	42.65	58.80
	41.78	55.46
Moyenne	41.8	56.42
Déviatoin standard	0.83	2.07
Coefficient de variation	2	3.7

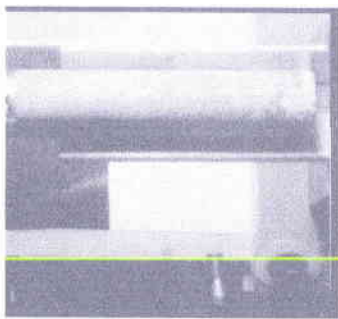
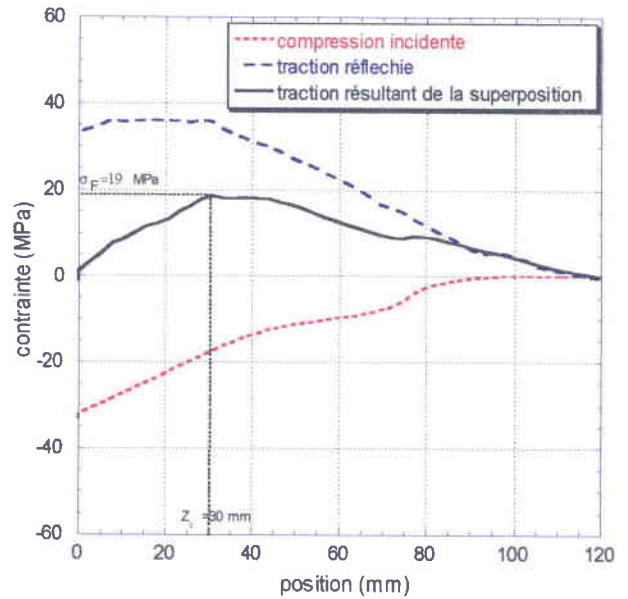
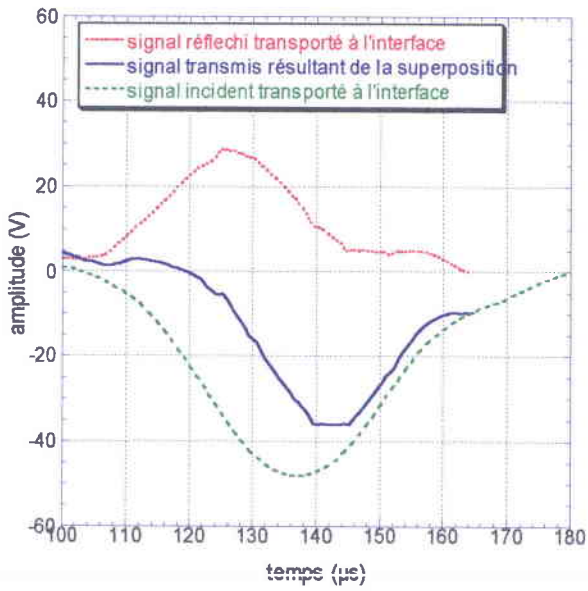
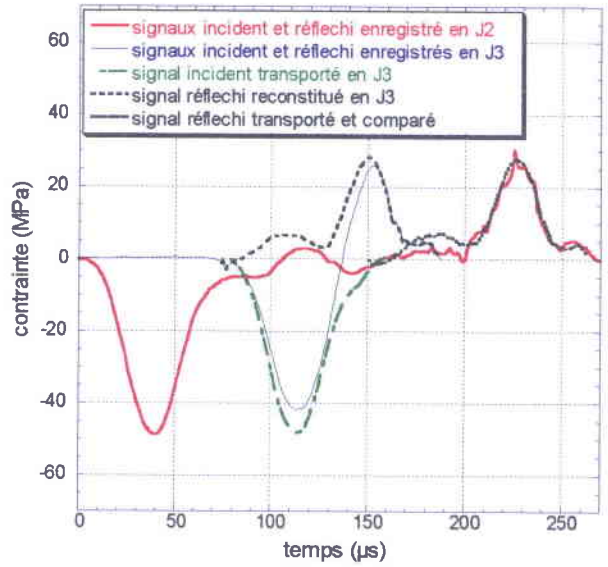
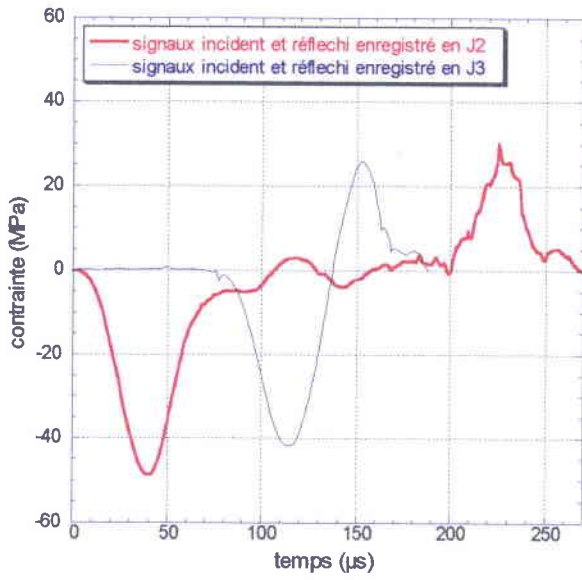
## 2.2 Béton MB50 humide

Tableau 4 : Résultats des essais de traction dynamique sur le béton MB50 humide

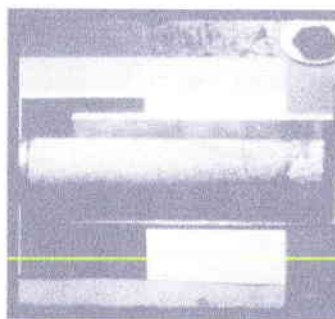
Identification de l'essai	$V_0$ (m/s)	$\sigma_T$ (MPa)	$Z_C$ (mm)	$\dot{\sigma}$ (GPa/s)	$\dot{\epsilon}$ (1/s)	$\sigma_F$ (MPa)	$t_c$ ( $\mu$ s)
be27* (HMG)	7.5	35.5	30.6 std=2, c=6%	894	21.5	19	21.2
be21* (HMG)	8.5	50.	33.4 std=4, c=12%	822	19.8	17.5	20.6
be26* (HMG)	8.	29.	48.7 std=2, c=4%	1163	28.	19.2	16.5
be20** (HMG)	8.5	50.	31.6 std=1, c=3%	837	20.2	17.5	20.9
be18*** (HTG)	10.5	68.	31.5 std=2, c=6%	949	22.8	20.4	21.
be23* (HTG)	8.	46.5	47.5 std=4.5, c=9%	1020	24.6	17.2	17.2
be14** (FHTG)	7.5	38.5	48. std=1.5, c=3%	868	20.9	14.5	16.7
be16* (FHTG)	7.5	44.	65.8 std=1.5, c=2%	1490	35.9	19.2	12.8
be29** (HMG)	11.5	58.	36. std=4, c=11%	1686	40.6	33.	18.9
be09** (MHMG)	8.5	54.5	52.5 std=1, c=2%	1963	47.3	31.5	15.1
be12** (HMG)	15.	100	41.8 std=1.2, c=3%	1790	42.8	33.5	18.7
be05** (HTG)	10.	65.	37. std=3, c=8%	1346	32.4	26.5	19.6
be04* (HTG)	7.	35.	56.5 std=2, c=3.5%	1889	45.5	27.9	14.3
be13*** (HTG)	14.	110.	42.7 std=1.7, c=4%	1741	41.9	32.4	18.3
be19* (HTG)	10.5	67.	69. std=1.6, c=2%	3625	87.3	43.	11.7
be22* (HTG)	7.5	47.	62. std=2, c=3%	3095	74.5	41.7	13.7
be17** (HTG)	9.5	68.	84.2 std=3, c=3.5%	3940	94.9	38.2	8.5
be10* (HTG)	7.5	47.5	67. std=3, c=4%	2924	70.4	36.	11.9
be28* (HMG)	12.5	86	81.7 std=5, c=6%	4666	112.4	51.9	10.9
be08** (HMG)	8.	55	81.2 std=1.5, c=2%	5338	128.6	48.6	9.1
be07** (HTG)	9.5	70.	77.5 std=2, c=2.5%	5332	128.5	52.7	9.8



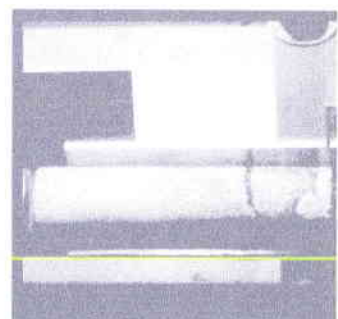
### Dépouillement de l'essai be27



$t_1 = 0$



$t_2 = 730 \mu\text{s}$

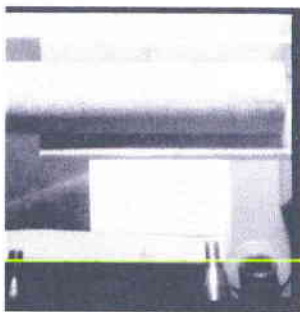
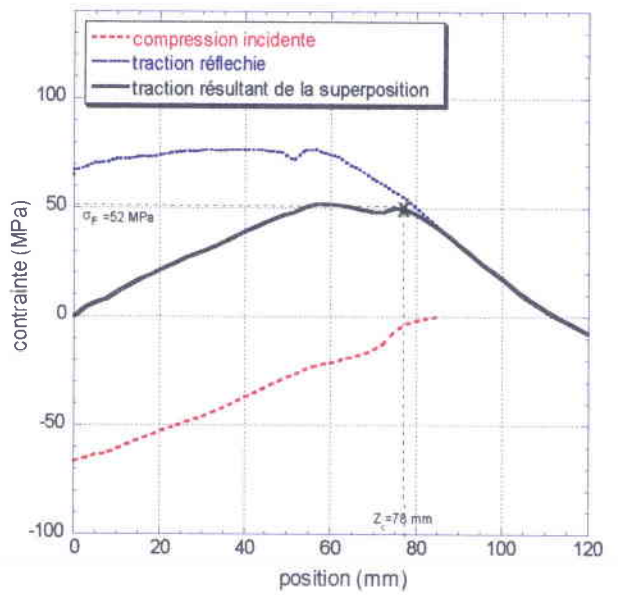
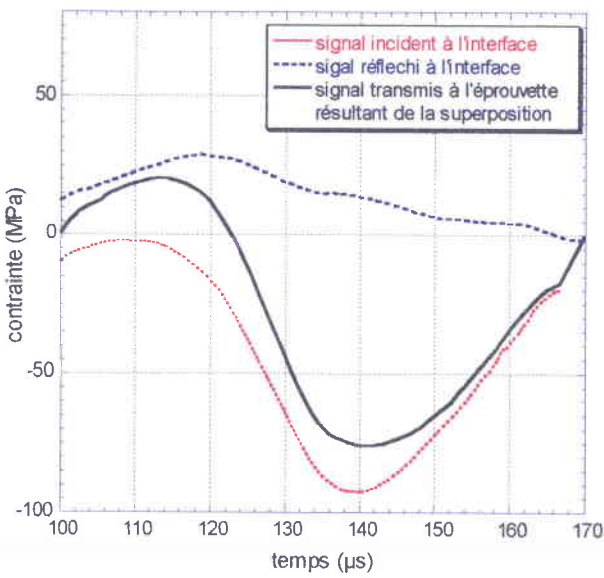
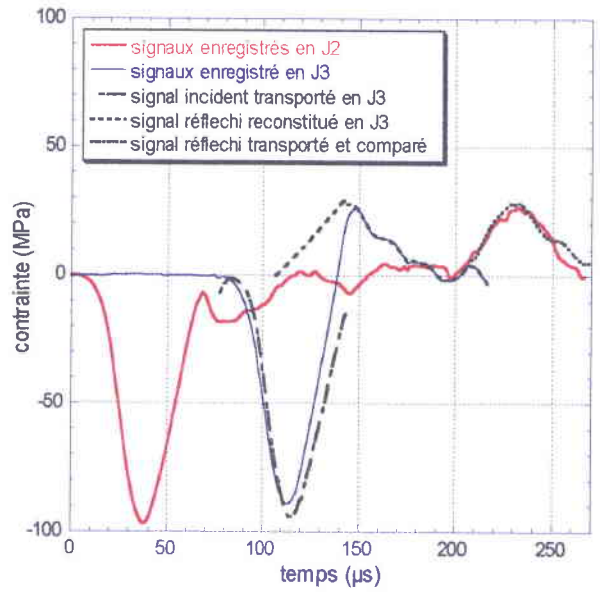
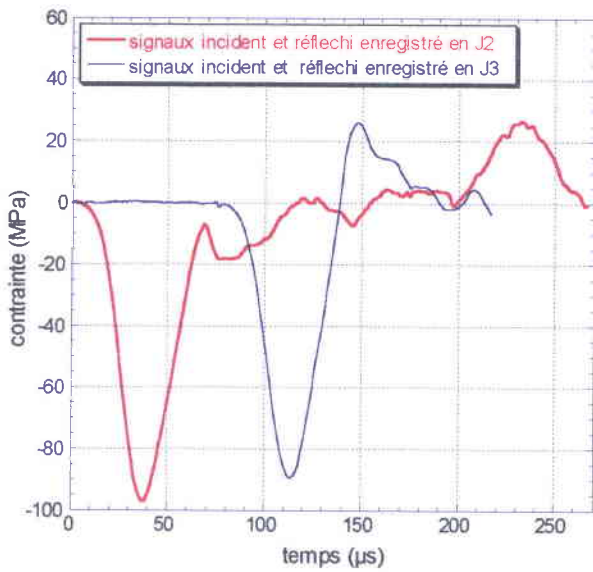


$t_3 = 1830 \mu\text{s}$

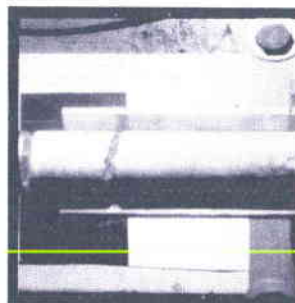
Vitesse d'éjection du fragment :  $V_i = 2 \text{ m/s}$ , contrainte critique correspondante  $\sigma_F = 20 \text{ MPa}$ .



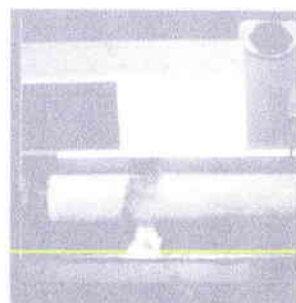
### Dépouillement de l'essai be28



$t_1 = 0$



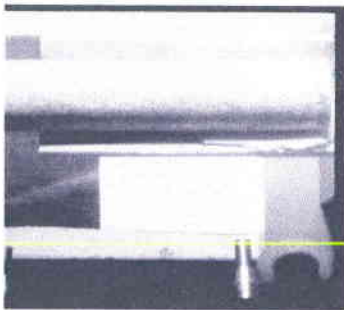
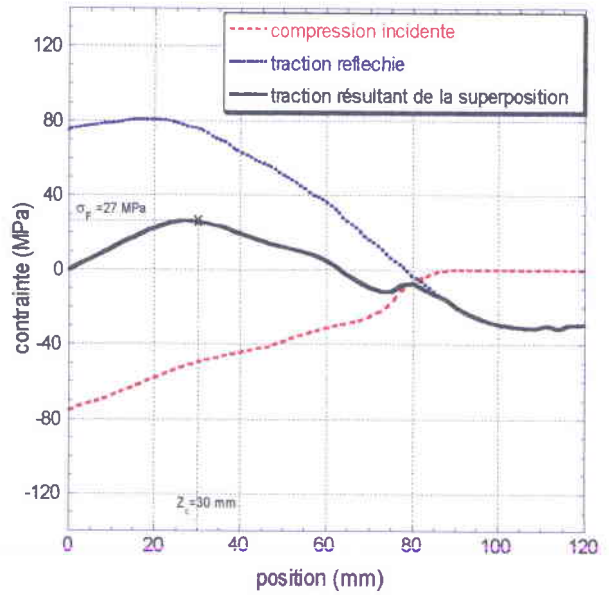
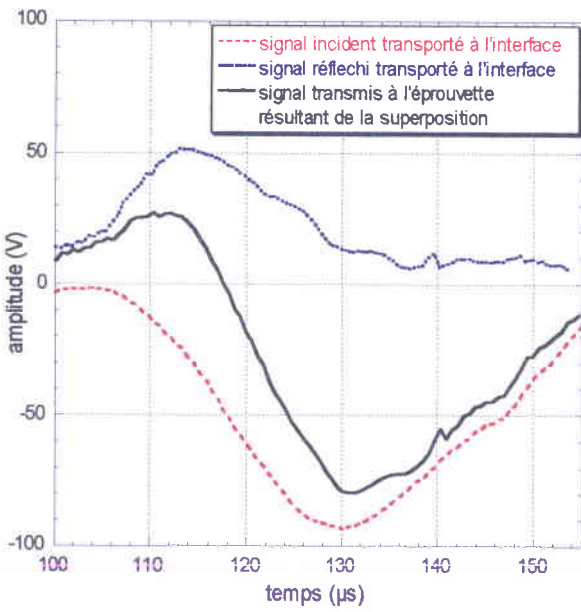
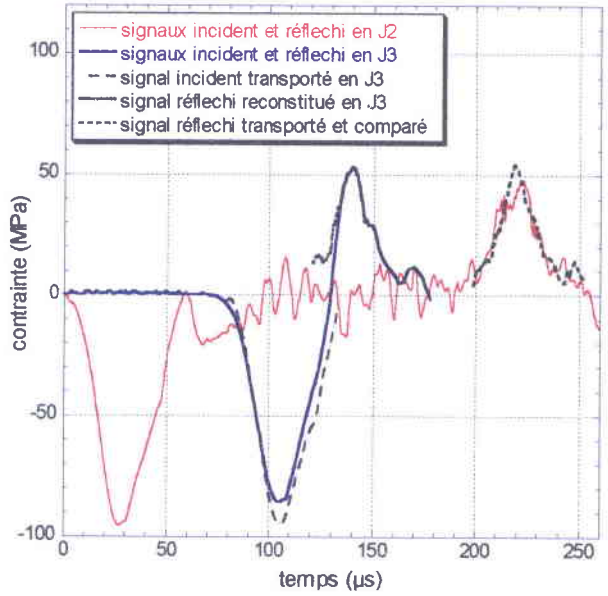
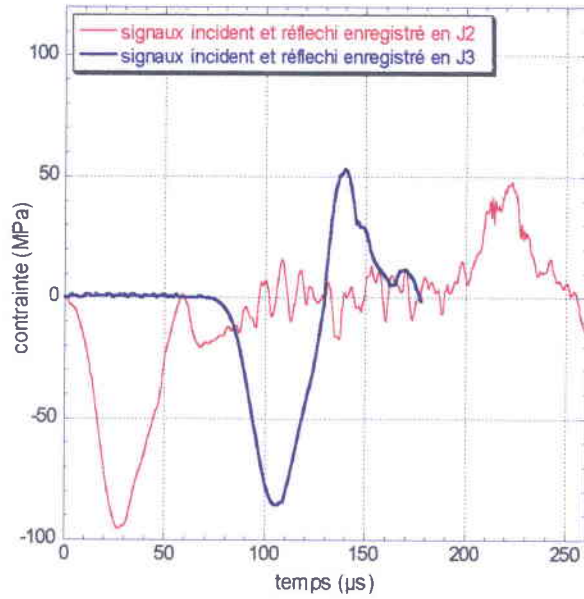
$t_2 = 1280 \mu\text{s}$



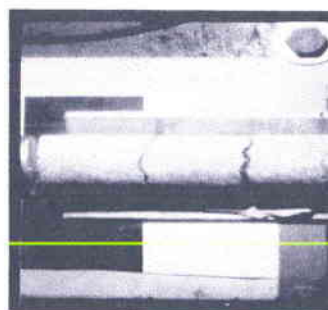
$t_3 = 3260 \mu\text{s}$

Vitesse d'éjection du fragment:  $V_i = 5.6 \text{ m/s}$ , contrainte critique correspondante  $\sigma_F = 57 \text{ MPa}$ .

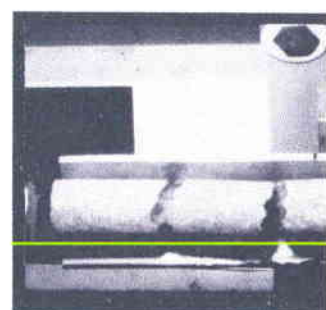
Dépouillement de l'essai be29



$t_1 = 0$



$t_2 = 1310 \mu\text{s}$



$t_3 = 3310 \mu\text{s}$

Vitesse d'éjection du fragment :  $V_1 = 2.7 \text{ m/s}$ , contrainte critique correspondante  $\sigma_F = 28 \text{ MPa}$ .