



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

138124

S/Mz 98/35

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE METZ

par

Franck KIRSCH

en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

Mention : Sciences de l'Ingénieur n° 7642
Intitulé : Sciences du bois

Titre

FATIGUE-FLUAGE DU BOIS

soutenue le 16 Juillet 1998, devant la Commission d'Examen :

Mr JODIN, Ingénieur de Recherche, Université de Metz
Mr LAKSIMI, Maître de conférence, U.T.C. Compiègne
Mr LEBIENVENU, Professeur, E.N.I. de Metz
Mr PLUVINAGE, Professeur, Université de Metz
Mr VALENTIN, Professeur, Université de Bordeaux I

: Rapporteur

: Rapporteur

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 236800 9

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE METZ

par

Franck KIRSCH

en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

Mention : Sciences de l'Ingénieur n° 7642
Intitulé : Sciences du bois

Titre

FATIGUE-FLUAGE DU BOIS

soutenue le 16 Juillet 1998, devant la Commission d'Examen :

Mr JODIN, Ingénieur de Recherche, Université de Metz
Mr LAKSIMI, Maître de conférence, U.T.C. Compiègne
Mr LEBIENVENU, Professeur, E.N.I. de Metz
Mr PLUVINAGE, Professeur, Université de Metz
Mr VALENTIN, Professeur, Université de Bordeaux I

: Rapporteur

: Rapporteur

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19980725
Cote	SIM3 98/35
Loc	Magasin

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du groupe Bois du Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Université de Metz. Je tiens à remercier Monsieur le Professeur **Guy PLUVINAGE** pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire et pour son aide et soutien moral et également scientifique.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur **Philippe JODIN**, Ingénieur de Recherche, pour les encouragements prodigués tout au long de cette étude et pour son aide pour les orientations scientifiques et techniques.

Je remercie chaleureusement Monsieur **LAKSIMI** de l'Université de Technologie de Compiègne et Monsieur le Professeur **VALENTIN** de l'Université de Bordeaux I d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse.

Que le membre du jury, Monsieur le Professeur **Michel LEBIENVENU** de l'École Nationale d'Ingénieurs de Metz, qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail, soient ici remerciés.

Merci aussi aux membres du Laboratoire qui ont su entretenir une communication sans laquelle rien n'est possible.

Que tous mes amis et collègues soient assurés de mon amitié et de l'estime que je leurs porte.

Mes remerciements vont aussi tout particulièrement à l'ensemble du personnel technique et administratif du Laboratoire de Fiabilité Mécanique et de l'Université de Metz. Leur contribution a été essentielle dans la réalisation de ce travail. Qu'il me soit donné ici de leur exprimer ma reconnaissance pour leur sollicitude et leur efficacité.

SOMMAIRE

Chapitre I : Étude bibliographique

I-1) Introduction

I-2) Le bois massif

I-2-1) Généralités

- I-2-1-1) Introduction**
- I-2-1-2) Structure anatomique du matériau bois**
- I-2-1-3) Directions du bois**
- I-2-1-4) Couches d'accroissement**
- I-2-1-5) Variabilité de la structure bois**

I-2-2) Propriétés du bois

- I-2-2-1) Généralités**
- I-2-2-2) Eau présente dans le bois et humidité**
- I-2-2-3) Retrait et gonflement du bois**
- I-2-2-4) Masse volumique et densité**

I-2-3) Comportement mécanique du bois

- I-2-3-1) Élasticité linéaire des matériaux anisotropes**
- I-2-3-2) Élasticité linéaire des matériaux orthotropes**
- I-2-3-3) Les grandeurs techniques du bois**
- I-2-3-4) Propriétés mécaniques du bois dans les différentes directions**

I-3) Le fluage

I-3-1) Définition du fluage

I-3-2) Fonction de fluage

I-3-3) Modèles rhéologiques pour décrire le comportement viscoélastique du bois dans le cas du fluage

- I-3-3-1) Modèle de Maxwell**
- I-3-3-2) Modèle de Kelvin-Voigt**
- I-3-3-3) Modèle linéaire standard**
- I-3-3-4) Modèle de Burger**
- I-3-3-5) Modèle de Kelvin-Voigt généralisé**
- I-3-3-6) Modèle de Maxwell généralisé**
- I-3-3-7) Modèles empiriques**

I-4) Étude du fluage en fatigue

I-4-1) Types de cycles envisageables

I-4-2) Cyclages à charge constante

I-5) Effets de l'environnement sur les effets mécaniques du bois

I-5-1) Introduction

I-5-2) Humidité dans le bois

I-5-2-1) Importance de l'humidité

I-5-2-2) Effets de l'humidité sur le comportement rhéologique

I-5-3) Relations Températures / Bois

I-5-3-1) Effets de la température

I-5-3-2) Niveau de température

I-5-3-3) Interaction température-humidité

I-6) Endommagement

I-6-1) Processus de la rupture

I-6-1-1) Définition du dommage

I-6-1-2) Définition de l'endommagement

I-6-1-3) Remarque

I-6-2) Méthodes d'évaluation

I-6-2-1) Méthodes quantifiant les dégâts

I-6-2-1-1) Mesure des longueurs de fissures

I-6-2-1-2) Mesure de rayons de cavités

I-6-2-2) Méthodes mesurant l'évolution d'une propriété

I-6-2-2-1) Évolution de l'amplitude de déformation plastique

I-6-2-2-2) Évolution du module de YOUNG

I-6-2-2-3) Évolution de la résistance électrique du matériau

I-6-2-2-4) Évolution de la densité

I-6-2-3) Remarque

I-6-3) Loi de comportement du dommage ou de l'endommagement

I-6-3-1) Loi linéaire de Miner et Palmgren

I-6-3-2) Loi non linéaire

I-6-3-2-1) Loi de Chaboche

I-6-3-2-2) Loi de Raguét

I-6-3-2-3) Loi de Corten-Dolan

I-6-3-2-4) Loi de Henry et Gatts

I-6-3-2-5) Loi de Bui-Quoc

I-6-3-2-6) Loi non linéaire en "forme de S"

I-6-4) Couplage élasticité et endommagement

I-6-4-1) Théorie de Katchanov et Rabotnov

I-6-4-2) Théorie de Lemaitre et Chaboche

I-6-5) Couplage niveau de contrainte et endommagement

I-6-5-1) Modèle de Barrett et Foschi

I-6-5-2) Modèle de Barret et Foschi associé au modèle Kelvin-Voigt

I-7) Conclusion

Chapitre II : Étude expérimentale

II-1) Introduction

II-2) Protocole expérimental

II-3) Eprouvettes

II-4) Enceinte climatique

II-4-1) Description de l'appareil

II-5) Le montage d'essai

II-5-1) Caractéristiques générales du montage d'essai

II-5-2) Caractéristiques géométriques du montage d'essai

II-6) Le bois

II-6-1) Caractéristiques de l'épicéa

II-6-2) Approvisionnement

II-7) Humidité

II-7-1) Généralités

II-7-2) Domaine d'application

II-7-3) Détermination de l'humidité d'une éprouvette

II-7-3-1) Appareillage utilisé

II-7-3-2) Mode opératoire

II-7-3-3) Expression des résultats

II-7-4) Résultats

II-7-4-1) Cycle de séchage

II-7-4-2) Humidité du lot d'éprouvettes

II-8) Masse volumique et densité

II-8-1) Généralités

II-8-2) Domaine d'application

II-8-3) Principe

II-8-4) Appareillage utilisé

II-8-5) Mode opératoire

II-8-6) Expression des résultats

II-8-6-1) Masse volumique du bois à l'humidité H

II-8-6-2) Remarque

II-8-7) Résultats

II-8-7-1) Remarque

II-8-7-2) Masse volumique à l'humidité H

II-9) Module d'élasticité longitudinal E ou module d'Young

II-9-1) Généralités

II-9-2) Calcul du module d'Young

II-9-3) Résultats

II-9-4) Comparaison des résultats avec ceux de la littérature

II-10) Les essais de fluage

II-10-1) Rappel des conditions d'essais

II-10-2) Principe d'un essais de fluage

II-10-3) Exemple pour l'éprouvette 1

II-10-4) Récapitulation des résultats

II-11) Les essais de fatigue-fluage

II-11-1) Principe d'un essais de fatigue-fluage

II-11-2) Exemple pour l'éprouvette 4

II-11-4) Récapitulation des résultats

II-11-5) Remarques

II-12) Les essais de fatigue

II-12-1) Principe d'un essais de fatigue

II-12-2) Résultats

II-12-3) Essais de fatigue avec un matériau endommagé

II-12-3-1) Introduction

II-12-3-2) Essai de fatigue avec 1 cycle de fluage précédent

II-12-3-3) Essai de fatigue avec 2 cycles de fluage précédent

II-12-3-4) Essai de fatigue avec 3 cycles de fluage précédent

II-12-3-5) Essai de fatigue avec 4 cycles de fluage précédent

II-12-3-6) Essai de fatigue avec 5 cycles de fluage précédent

II-12-3-7) Récapitulation des résultats

II-12-3-8) Conclusion

II-13) Conclusion

Chapitre 3 : Modélisation du comportement et de l'endommagement

3-1) Introduction

3-2) Modélisation du comportement

3-2-1) Modélisation du comportement en fluage

3-2-1-1) Choix du modèle rhéologique utilisé

3-2-1-2) Étude de l'éprouvette 1

3-2-1-3) Récapitulation des résultats

3-2-1-4) Conclusions sur le modèle proposé

3-2-2) Modélisation du comportement en fatigue-fluage

3-2-2-1) Introduction

3-2-2-2) Choix du modèle rhéologique utilisé

3-2-2-3) Étude de l'éprouvette 1

3-2-2-4) Récapitulation des résultats pour le calcul de K

3-2-2-5) Evolution des paramètres du modèle de Burger au cours des cycles

3-2-2-6) Conclusions sur le modèle proposé

3-2-3) Cas de la fatigue

3-2-4) Cas des essais de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables

3-2-5) Conclusion générale sur la modélisation du comportement

3-3) Modélisation de l'endommagement

3-3-1) Recherche d'un paramètre d'endommagement pour la modélisation de l'endommagement de fluage

3-3-2) Modélisation de l'endommagement en fluage

- 3-3-2-1) Recherche d'une fonction d'endommagement**
- 3-3-2-2) Étude de l'éprouvette 1 :**
- 3-3-2-3) Récapitulation des résultats**
- 3-3-2-4) Conclusions sur le modèle proposé**

3-3-3) Modélisation de l'endommagement en fatigue-fluage

- 3-3-3-1) Recherche d'une fonction d'endommagement**
- 3-3-3-2) Étude de l'éprouvette 1**
- 3-3-3-3) Récapitulation des résultats :**
- 3-3-3-4) Conclusions sur le modèle proposé :**

3-3-4) Modélisation de l'endommagement de fatigue d'un matériau endommagé par 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fatigue-fluage préalable

- 3-3-3-1) Introduction**
- 3-3-3-2) Recherche de la loi d'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable**
- 3-3-3-3) Identification des coefficients de la loi d'endommagement de fatigue**
- 3-3-3-4) Recherche de la loi d'endommagement de fatigue-fluage préalable**
- 3-3-3-5) Endommagement total subit par le matériau lors des essais de fatigues avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables**
- 3-3-3-6) Conclusions sur le modèle proposé :**

3-3-5) Recherche de la loi d'interaction entre l'endommagement de fatigue et celui de fatigue-fluage

- 3-3-5-1) Introduction**
- 3-3-5-2) Recherche de la loi d'interaction entre l'endommagement de fluage et celui de fatigue-fluage**

3-3-6) Discussion

3-3-7) Conclusion générale sur la modélisation de l'endommagement

CONCLUSION

ANNEXES

RÉFÉRENCES

INTRODUCTION

INTRODUCTION

L'ensemble de ce travail a pour objectif de déterminer le comportement mécanique du matériau bois lorsque celui-ci est soumis à des efforts de fatigue-fluage. Nous allons donc nous intéresser à l'évolution de la déformation d'une éprouvette au cours de plusieurs cycles de charge et de décharge. Nous allons aussi nous demander comment s'endommage le matériau en fatigue fluage. Nous allons pour cela essayer de comparer le comportement du matériau en fatigue fluage par rapport à son comportement en fatigue pure et en fluage pur. Nous pouvons aussi nous interroger s'il y a un effet mémoire du chargement et si tel est le cas où se loge cet effet mémoire.

Toutes les constructions, notamment dans le bâtiment, sont soumises à des efforts de fluage et parfois ceux-ci sont combinés à des efforts de fatigue. Indépendamment, ces deux types d'efforts ont été étudiés sous de nombreux aspects mais il existe peu de références lorsque l'on approche ce problème de manière simultanée.

L'on souhaite vérifier si la responsabilité de la rupture est due au fluage, à la fatigue ou alors si elle est due à une combinaison des deux phénomènes.

Pour ce faire, nous essayerons de déterminer un modèle d'endommagement à partir d'essais de flexion quatre points en fluage, fatigue et fatigue-fluage.

L'ensemble de ce travail se décompose en trois parties distinctes mais complémentaires.

Le premier chapitre présente l'étude bibliographique.

Le deuxième chapitre nous expose le protocole expérimental adopté et décrit les différentes étapes des expériences menées à partir de la fabrication des éprouvettes et présente les résultats obtenus lors des essais.

Le troisième chapitre s'attache à l'exploitation des données obtenues lors des essais et à leur traitement aboutissant à une loi de comportement en fatigue-fluage.

Enfin, une conclusion générale effectue la synthèse des remarques et résultats obtenus lors des différentes expériences.

CHAPITRE I

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre I : Étude bibliographique

I-1) Introduction

Nous commençons cette étude bibliographique par une présentation globale du matériau bois (les généralités, les propriétés du bois, son comportement mécanique...). Nous nous intéresserons par la suite au phénomène de fluage du bois ainsi qu'aux paramètres pouvant influencer ce phénomène, et finalement nous montrerons quelques résultats obtenus en fatigue fluage.

I-2) Le bois massif

I-2-1) Généralités

I-2-1-1) Introduction

Pour avoir une compréhension du comportement mécanique du matériau bois, il faut connaître certaines données de base, quant à l'anatomie et aux propriétés physico-chimiques de la matière ligneuse, en considérant à l'occasion une interprétation mécanique de certaines propriétés.

I-2-1-2) Structure anatomique du matériau bois [1]

D'une manière schématique, un arbre sur pied se compose de trois parties principales bien distinctes (voir figure 1-1) :

- le houppier : branches et feuillages
- le tronc : tige (partie utilisée en construction)
- la patte : la souche et les racines

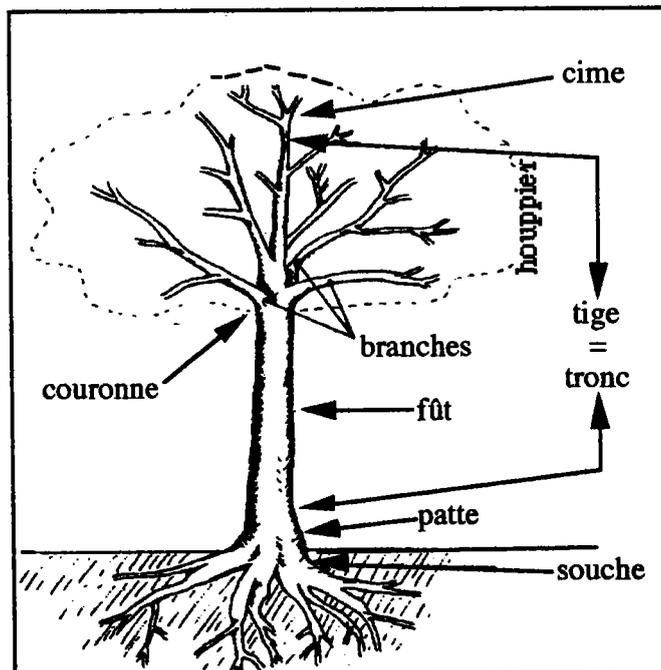


Figure 1-1 : Parties composant un arbre sur pied.

Le bois est le matériau qui constitue l'essentiel du tronc, des branches et des racines. Il remplit dans l'arbre des fonctions bien précises telles que :

- la fonction de conduction de la sève brute ascendante des racines vers le houppier,
- la fonction de soutien de l'arbre (résistance mécanique de la tige),
- les fonctions de stockage, de restitution, d'élaboration et de transformation chimique des substances.

Ces différentes fonctions sont assurées par différentes cellules issues par division de l'assise génératrice libéro ligneuse qui enveloppe l'ensemble des formations ligneuses de l'arbre. Certaines cellules sont présentes chez toutes les espèces ligneuses alors que d'autres ne sont présentes que chez certaines espèces.

Pour les mécaniciens, la fonction de soutien (de résistance mécanique) est la plus importante. Elle est réalisée par les cellules suivantes :

- les trachéides longitudinales du bois final, aussi appelé bois d'été, dans le cas des résineux [2],
- des éléments longitudinaux de type "fibre" : fibres libriformes simpliciponctuées et/ou fibres-trachéides et/ou trachéides et les vaisseaux pour les feuillus [2].

Le tableau ci-après regroupe les caractéristiques dimensionnelles des cellules assurant la fonction de soutien dans le cas des résineux et dans le cas des feuillus.

	Résineux (trachéides)	Feuillus (fibres)
Volume (%)	≈ 90	50 à 60
Longueur (mm)	1 à 8	2,5 maxi
Épaisseur e (µm)	25 à 75	20 à 40
Épaisseur paroi (µm)	2 à 7	1 à 11

Tableau 1-1 : Caractéristiques dimensionnelles des cellules assurant le soutien de l'arbre[1].

Une cellule est constituée de l'extérieur vers l'intérieur de trois parois distinctes (voir figure 1-2) :

- une couche intercellulaire qui soude la cellule à ses voisines,
- une paroi primaire,
- une paroi secondaire formée de trois couches S1, S2 et S3.

Les constituants chimiques des cellules sont principalement de la cellulose, des hémicelluloses et de la lignine.

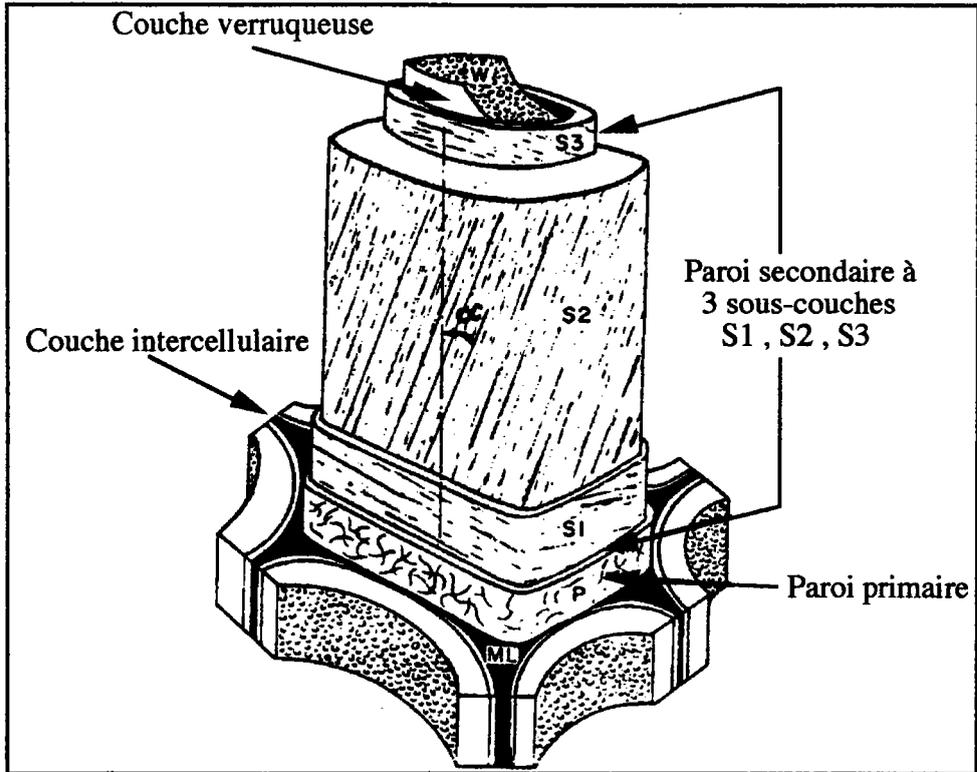


Figure 1-2 : Représentation schématique des différentes couches formant la paroi cellulaire[3].

I-2-1-3) Directions du bois

Le développement du bois s'opère dans trois directions de l'espace nommées respectivement dans un repère cylindrique (L,R,T).

Les trois directions longitudinale (L), radiale (R) et tangentielle (T) sont les directions d'anisotropie du bois pour un grand nombre de propriétés mécaniques, physiques et technologiques.

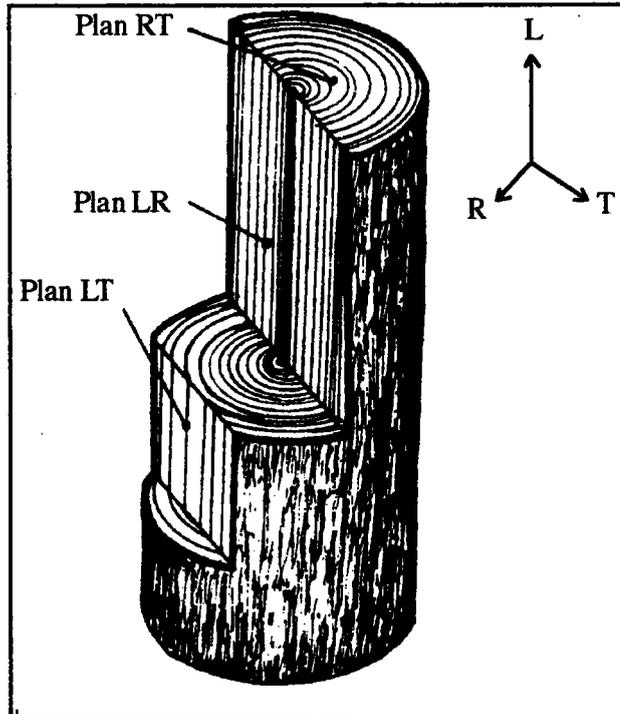


Figure 1-3 : Croissance du matériau bois dans les directions L, R et T.

I-2-1-4) Couches d'accroissement [4]

Le bois est constitué par la superposition de couches annuelles qui, en section transversale de la tige, apparaissent sous forme de cerne dont on peut mesurer, en direction radiale, la largeur d'accroissement.

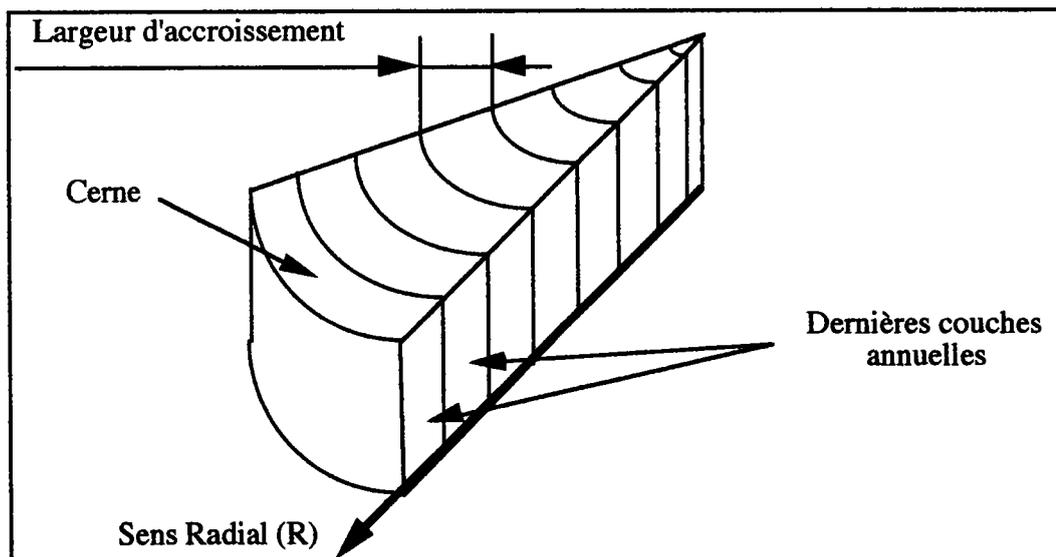


Figure 1-4 : Couches d'accroissement annuelles.

On peut distinguer dans un cerne un bois initial (bois de printemps) et un bois final (bois d'été).

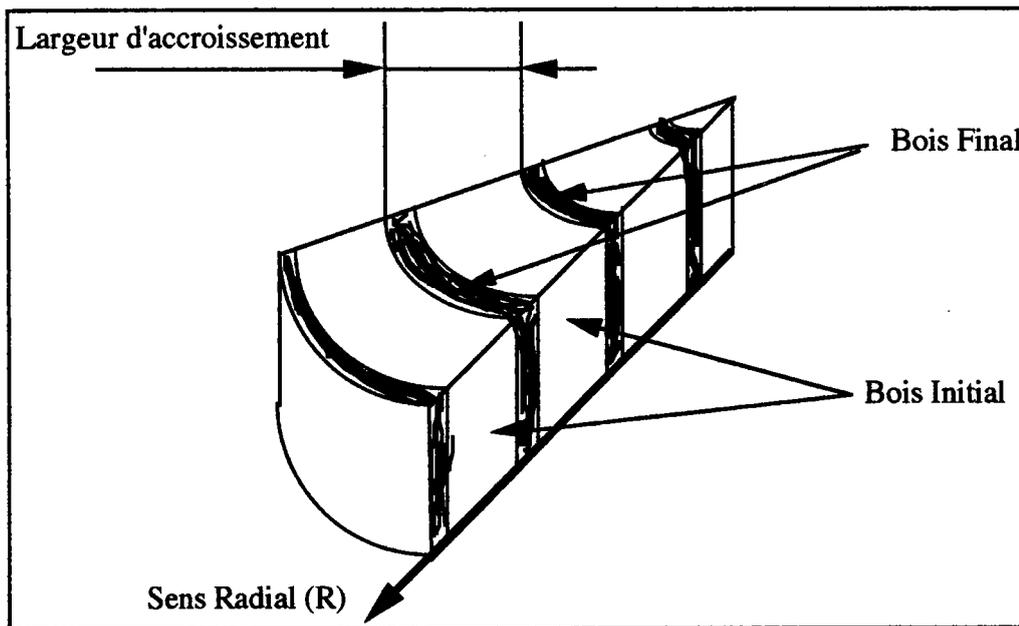


Figure 1-5 : Bois initial et bois final.

La distinction entre le bois initial et le bois final est parfois très nette : ce sont des bois hétérogènes, mais parfois très difficile : ce sont des bois homogènes.

Au point de vue microscopique, l'organisation des cellules dans un cerne est schématisée sur la figure 1-6 dans le cas des conifères (en particulier sapin et épicéa). On peut remarquer la différence significative de largeur des trachéides dans la direction R à l'intérieur d'un même cerne[4].

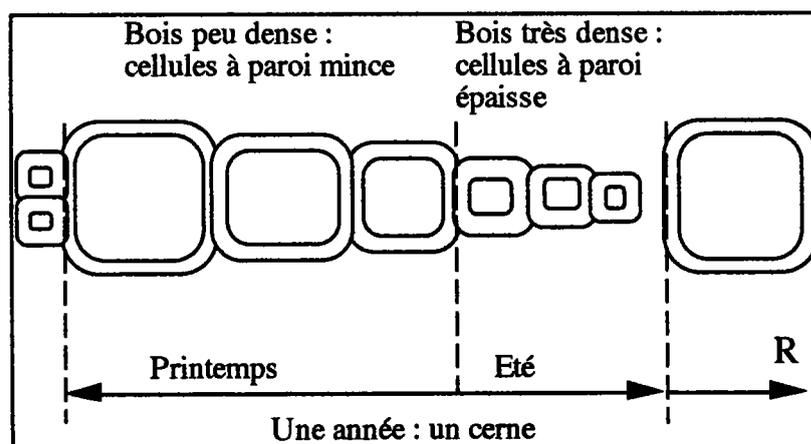


Figure 1-6 : Évolution de la morphologie des sections RT de cellules au cours de la croissance annuelle dans la direction R.

I-2-1-5) Variabilité de la structure bois

Pour la plupart des essences, la structure normale du bois varie en fonction des paramètres suivants :

- les conditions de station : altitude, latitude, ensoleillement, pente du sol ...
- les traitements appliqués aux peuplements : en particulier les éclaircies.

Il peut donc y avoir, dans la structure du bois, des variations :

- de la largeur d'accroissement qui est souvent fonction de l'espace,
- de la régularité de la largeur d'accroissement (régularité de la largeur de cernes) comme les années de sécheresse par exemple,
- dans la structure de la couche d'accroissement.

I-2-2) Propriétés du bois

I-2-2-1) Généralités

Le bois est un matériau hétérogène car il y a présence de couches d'accroissement, éventuellement de zones de bois final et initial très différentes, de rayons ligneux, etc... et la présence de singularités telles que les noeuds.

D'autre part, le bois est un matériau anisotrope avec un sens radial, un sens axial et un sens tangentiel. Les propriétés physiques et mécaniques varient donc suivant le sens où elles sont étudiées ou testées.

Enfin, le bois est un matériau poreux et hygroscopique. Du fait de sa porosité, la densité du bois diffère, à un degré d'humidité donné, de celle de la matière ligneuse qui le constitue.

I-2-2-2) Eau présente dans le bois et humidité [5]

L'humidité (ou degré d'humidité) d'un bois est la quantité d'eau qu'il renferme, exprimée en % de son poids à l'état anhydre.

L'eau qu'il contient est en équilibre de pression avec l'environnement et se présente sous trois formes :

- eau de composition au sein des structures moléculaires,
- eau d'imprégnation des membranes cellulaires,
- eau libre dans les vides des cellules qui circule par capillarité.

L'humidité H exprimée en % est définie par la relation :

$$H = \frac{m_H - m_0}{m_0} * 100 \quad (I-1)$$

avec : H : humidité du bois en %
m_H : masse humide
m₀ : masse anhydre

L'humidité du bois tend à s'équilibrer avec l'humidité relative (HR) de l'air. La figure 1-11 nous montre une hystérèse de désorption et d'absorption à une température donnée d'une part, et la position relative des isothermes de désorption à 25°C et 100°C d'autre part. La pression extérieure est la pression atmosphérique. (voir figure 1-7)

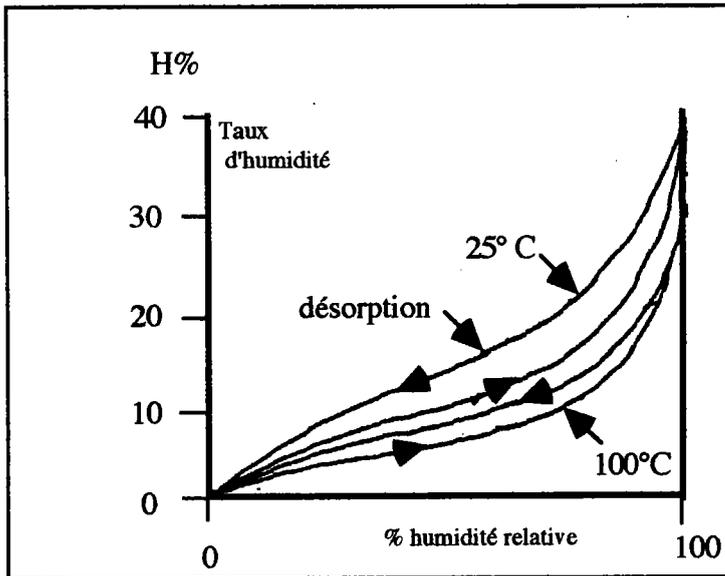


Figure 1-7 : Exemple d'isotherme de sorption pour un bois [6].

Le point de saturation des fibres (PFS) est l'état qui correspond à la saturation d'absorption d'eau sur les parois des cellules et au moment où l'eau libre commence à apparaître. Les propriétés mécaniques dépendent fortement du taux d'humidité du bois (entre 0% et le PFS). Le tableau 1-2 ci-dessous donne la qualification des bois en fonction de certains taux d'humidité caractéristiques.

Humidité (H)	Qualification
H > 30%	Vert
30 > H > 23	Mi-sec
22 > H > 18	Commercialement sec
17 > H > 13	Sec à l'air
H < 13	Desséché
H = 0	Anhydre

Tableau 1-2 : Qualification des bois en fonction de leur humidité.

I-2-2-3) Retrait et gonflement du bois

Pour les taux d'humidité inférieurs au P.S.F., au cours d'une désorption (séchage), ou au cours d'une absorption (reprise d'humidité), une éprouvette de bois subit des variations dimensionnelles, respectivement un retrait ou un gonflement, qui n'interviennent qu'entre l'état saturé et l'état anhydre. Nous pouvons ainsi définir certains paramètres caractéristiques.

* Le retrait volumique ou rétractabilité B :

C'est la variation de volume en % entre l'état saturé et l'état anhydre.

$$B = \frac{V_s - V_0}{V_0} * 100 \quad (I-2)$$

V_s : Volume de l'échantillon saturé d'eau

V_0 : Volume de l'échantillon à l'état anhydre.

*** Le coefficient de rétractabilité ou coefficient de retrait volumique α_v :**

Ce coefficient permet de caractériser les variations de volume au voisinage d'une humidité H. Il est exprimé en %/‰ de H.

$$\alpha_v = \frac{V_s - V_0}{V_0 * H} \quad (I-3)$$

Cette définition du coefficient de retrait volumique sous-entend l'idée d'une évolution linéaire du volume en fonction de H, entre les états anhydre et saturé.

Le retrait du bois est fortement anisotrope. En effet, l'expérience montre la relation d'ordre suivante pour toutes les essences :

$$\alpha_T > \alpha_R \gg \alpha_L$$

α_T : coefficient de retrait tangentiel

α_R : coefficient de retrait radial

α_L : coefficient de retrait longitudinal.

L'anisotropie du retrait préfigure les spécificités du comportement mécanique du matériau bois.

I-2-2-4) Masse volumique et densité

La densité (ou encore masse volumique) est un paramètre physique qui vise à préciser la quantité massique de matière ligneuse contenue dans un volume donné de bois.

La masse volumique à l'humidité H notée ρ_H ou ρ d'une éprouvette à l'humidité H actuelle est :

$$\rho_H = \frac{M_H}{V_H} \quad (I-4)$$

M_H : masse de l'éprouvette à l'humidité H.

V_H : volume de l'éprouvette à l'humidité H.

La masse volumique à l'état anhydre notée ρ_0 d'une éprouvette est :

$$\rho_0 = \frac{M_0}{V_0} \quad (I-5)$$

M_0 : masse anhydre.

V_0 : volume anhydre.

L'infradensité ρ_i d'une éprouvette est donnée par :

$$\rho_i = \frac{M_0}{V_s} \quad (I-6)$$

V_s : volume saturé.

Les définitions précédentes sont suffisantes pour déduire les différentes grandeurs utilisées dans la littérature avec la formule de passage suivante :

$$\rho_H = \frac{M_H}{V_H} = \frac{M_0(1+H)}{V_0(1+\alpha_v H)} = \rho_0 \frac{(1+H)}{(1+\alpha_v H)} \quad (I-7)$$

Il est communément accepté que la masse volumique de la matière ligneuse proprement dite soit de l'ordre de : $\rho^* = 1,5 \text{ g/cm}^3$.

Essences	Masse volumique anhydre ρ_0 en gr/cm^3	Coefficient de retrait tangentiel α_T en %/% de H	Coefficient de retrait radial α_R en %/% de H
Dodomissenga	0,26	0,27	0,07
Peuplier	0,40	0,44	0,14
Sapin	0,46	0,37	0,19
Douglas	0,48	0,33	0,19
Pin	0,52	0,32	0,19
Limba	0,55	0,27	0,21
Hêtre	0,58	0,38	0,22
Chêne	0,63	0,43	0,18
Frêne	0,8	0,24	0,15
Amarante	0,8	0,26	0,21
Coeur Dehors	0,85	0,31	0,19
Balata Rouge	1,11	0,49	0,28
Endra Nendrana	1,28	0,45	0,28

Tableau 1-3 : Caractéristiques de diverses essences [7].

I-2-3) Comportement mécanique du bois [8]

Les caractères marqués d'anisotropie et de comportement différé ainsi que les nombreux mécanismes de rupture font que le comportement mécanique du matériau bois est très complexe. En se limitant à des domaines de validité particuliers, on distingue deux modèles de loi de comportement :

- comportement élastique anisotrope,
- comportement viscoélastique.

I-2-3-1) Élasticité linéaire des matériaux anisotropes

Un matériau anisotrope est un matériau dont les propriétés mécaniques sont fonction de la direction suivant laquelle elles sont étudiées.

La loi de comportement élastique d'un matériau anisotrope est donnée pour un référentiel orthogonal à trois directions (1,2,3) par les relations suivantes :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \text{ ou } \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \cdot \sigma_{kl} \text{ avec } i,j,k,l \in \{1,2,3\} \quad (I-8)$$

- ε_{ij} représente les composantes du tenseur de déformation
- σ_{kl} représente les composantes du tenseur de contrainte
- C_{ijkl} représente les composantes du tenseur de rigidité
- S_{ijkl} représente les composantes du tenseur de complaisance

La symétrie des tenseurs des déformations [$(\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}) \implies (S_{ijkl} = S_{jilk})$] et la symétrie du tenseur des contraintes [$(\sigma_{kl} = \sigma_{lk}) \implies (S_{ijkl} = S_{jilk})$] permettent de simplifier considérablement les tenseurs. L'utilisation d'une

notation matricielle en procédant à une contraction d'indice permet de simplifier encore cette écriture.

I-2-3-2) Élasticité linéaire des matériaux orthotropes

L'orthotropie est un cas particulier de l'anisotropie, à savoir qu'elle comporte trois plans de symétrie (ou d'orthotropie) qui sont perpendiculaires les uns par rapport aux autres (voir figure 1-8 ci-dessous).

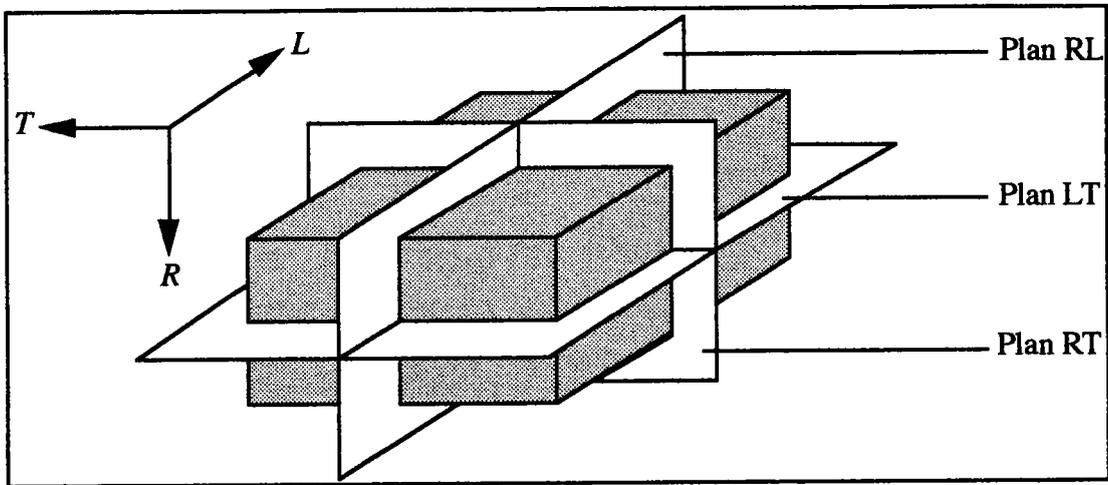


Figure 1-8: Les trois plans de symétrie ou d'orthotropie.

Ces trois plans d'orthotropie nous permettent de simplifier l'écriture des matrices de rigidité et de complaisance. Les relations sont maintenant les suivantes lorsque les axes d'orthotropie coïncident avec les axes du repère d'espace.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} \quad (I-9)$$

et

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (I-10)$$

Remarque :

$$\gamma_4 = 2 \varepsilon_{23} \quad \gamma_5 = 2 \varepsilon_{13} \quad \gamma_6 = 2 \varepsilon_{12} \quad (\text{I-11})$$

Les matrices de rigidité et de complaisance sont toutes les deux symétriques et nous avons les relations suivantes :

$$C_{12} = C_{21} ; C_{23} = C_{32} ; C_{13} = C_{31} \text{ et} \quad (\text{I-12})$$

$$S_{12} = S_{21} ; S_{23} = S_{32} ; S_{13} = S_{31} \quad (\text{I-13})$$

I-2-3-3) Les grandeurs techniques du bois

Pour repérer la structure locale du bois, on utilise généralement un référentiel (L,R,T) dont les axes coïncident avec les directions longitudinales (L), radiales (R) et tangentielles (T) du bois. Il est plus facile de l'examiner à l'aide de trois coupes (voir la figure 1-9 ci-après) :

- Coupe transversale perpendiculaire à l'axe du tronc
Tr. : bois de bout
- Coupe radiale dans un plan passant par la moelle
Ra. : bois sur maille, ou sur quartier
- Coupe tangentielle dans un plan excentré et parallèle à l'axe du tronc
Tg. : bois sur dosse

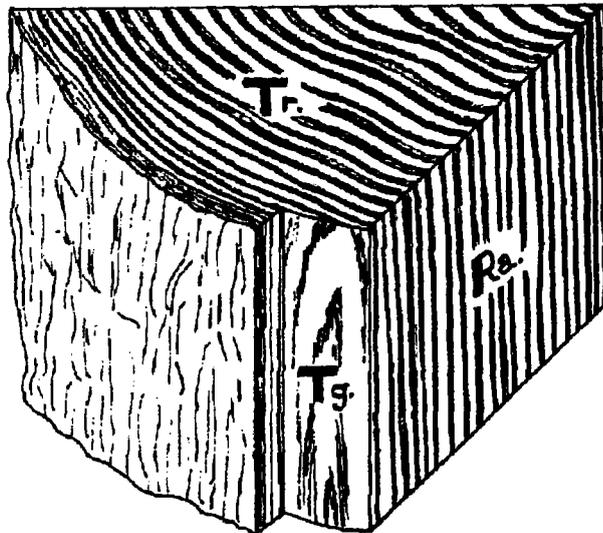


Figure 1-9 : Les trois plans de référence [1].

Avec le référentiel R, T, L, la matrice du tenseur de complaisance pour le bois s'exprime à partir des constantes techniques de la façon suivante [10].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{TR}}{E_T} & -\frac{\nu_{LR}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TR}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_R} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (I-14)$$

La symétrie du tenseur de complaisance conduit à l'égalité de certains coefficients :

$$\frac{\nu_{LR}}{E_L} = \frac{\nu_{RL}}{E_R} \quad ; \quad \frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T} \quad ; \quad \frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T} \quad (I-15)$$

Le module de YOUNG est dans un essai uniaxial le rapport de la contrainte imposée à la déformation résultante. On remarque que le module de YOUNG est l'inverse de la complaisance.

$$E_R = \frac{1}{S_{11}} \quad ; \quad E_T = \frac{1}{S_{22}} \quad ; \quad E_L = \frac{1}{S_{33}} \quad (I-16)$$

Le coefficient de POISSON représente un rapport de valeurs absolues (sans dimensions). Le premier indice fait référence à la contrainte, le deuxième indice fait référence à la déformation transversale considérée, toujours dans l'hypothèse d'un essai uniaxial.

$$\nu_{RT} = -\frac{S_{21}}{S_{11}} \quad ; \quad \nu_{TL} = -\frac{S_{32}}{S_{22}} \quad ; \quad \nu_{LR} = -\frac{S_{13}}{S_{33}} \quad ; \quad \nu_{TR} = -\frac{S_{12}}{S_{22}} \quad ; \quad \nu_{LT} = -\frac{S_{23}}{S_{33}} \quad ; \quad \nu_{RL} = -\frac{S_{31}}{S_{11}} \quad (I-17)$$

Le module de cisaillement G est défini comme l'inverse de certaines complaisances.

$$G_{TL} = \frac{1}{S_{44}} \quad ; \quad G_{LR} = \frac{1}{S_{55}} \quad ; \quad G_{RT} = \frac{1}{S_{66}} \quad (I-18)$$

I-2-3-4) Propriétés mécaniques du bois dans les différentes directions

Attribuons la valeur 1 à la valeur minimale dans une direction donnée, généralement :

- T pour le module d'élasticité E de YOUNG
- RT pour le module de cisaillement G

On trouve, en moyenne, les rapports du tableau 1-4 [12]:

Modules de YOUNG E	E_L	E_R	E_T
Résineux (densité moyenne = 0,45)	13,5	1,7	1
Feuillus (densité moyenne = 0,65)	21	1,6	1

Modules de cisaillement G	G_{LR}	G_{LT}	G_{RT}
Résineux (densité moyenne = 0,45)	3,4	2,6	1
Feuillus (densité moyenne = 0,65)	10,3	10,3	1

Tableau 1-4 : Valeurs relatives moyennes des modules d'élasticité et de cisaillement suivant la direction de mesure.

I-3) Le fluage

I-3-1) Définition du fluage

Le fluage est défini comme l'accroissement de la déformation quand la contrainte ou la charge appliquée sur une poutre est maintenue constante au cours du temps.

Les expériences de fluage, mais aussi de recouvrance, de relaxation, d'effacement et d'effet de vitesse mettent en évidence le comportement viscoélastique du matériau bois.

I-3-2) Fonction de fluage [9]

Afin d'observer le phénomène de fluage, on applique un état de contrainte d'amplitude σ_0 à une poutre. On a dans ce cas :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot H(t-t_0) \quad (I-19)$$

où $H(t)$ désigne la fonction échelon d'Heaviside $H=0$ si $t<0$ et $H=1$ si $t=0$ ou si $t>0$

Le fluage peut généralement se décomposer en trois stades :

- Stade I (fluage primaire) : la vitesse de déformation diminue au cours du temps,
- Stade II (fluage secondaire) : la vitesse de déformation est constante au cours du temps,
- Stade III (fluage tertiaire) : la vitesse de déformation s'accélère au cours du temps.

L'évolution de la déformation en fonction du temps est de la forme :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot J_F(t, t_0 \sigma_0) \quad (I-20)$$

On dit que J_F est la fonction de fluage croissante pour un instant $t > t_0$; t_0 étant l'origine des temps.

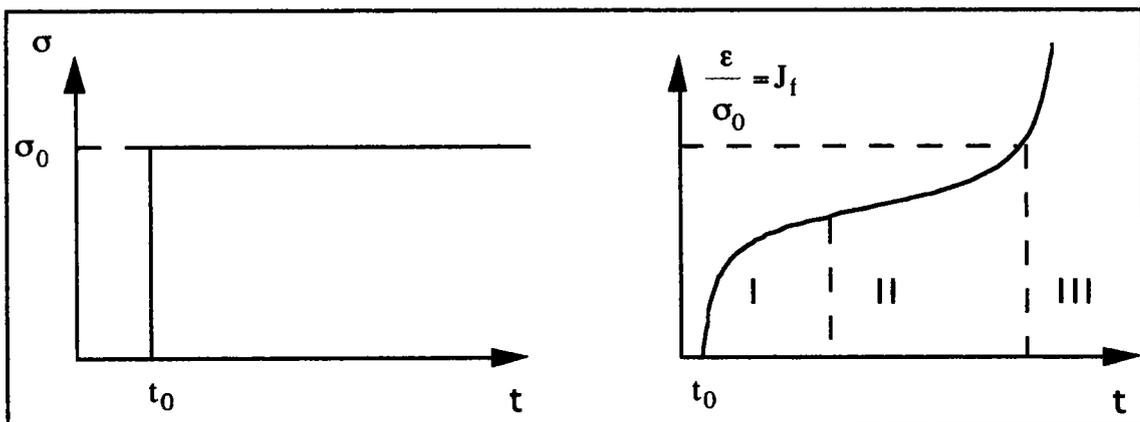


Figure 1-10 : Représentation de la fonction de fluage J_f , décomposition du fluage en trois stades.

I-3-3) Modèles rhéologiques pour décrire le comportement viscoélastique du bois dans le cas du fluage

On utilise des combinaisons de ressorts et d'amortisseurs pour représenter par analogie le comportement viscoélastique du bois. Le modèle qui décrit le comportement purement visqueux d'un matériau est représenté par un simple amortisseur (voir figure 1-11). Cet amortisseur contient un fluide parfaitement visqueux. La vitesse de déplacement de l'amortisseur est proportionnelle à la force appliquée :

$$P = \eta^* \cdot \dot{d} \quad (I-21)$$

η^* est le coefficient de viscosité de l'amortisseur. Quand on applique brusquement une force P, l'amortisseur se conduit comme un corps rigide et aucune extension se produit; ensuite si la force est maintenue constante, un allongement linéaire se produit qui a pour valeur d_1 au temps t_1 :

$$d_1 = P \cdot \frac{t_1}{\eta^*} \quad (I-22)$$

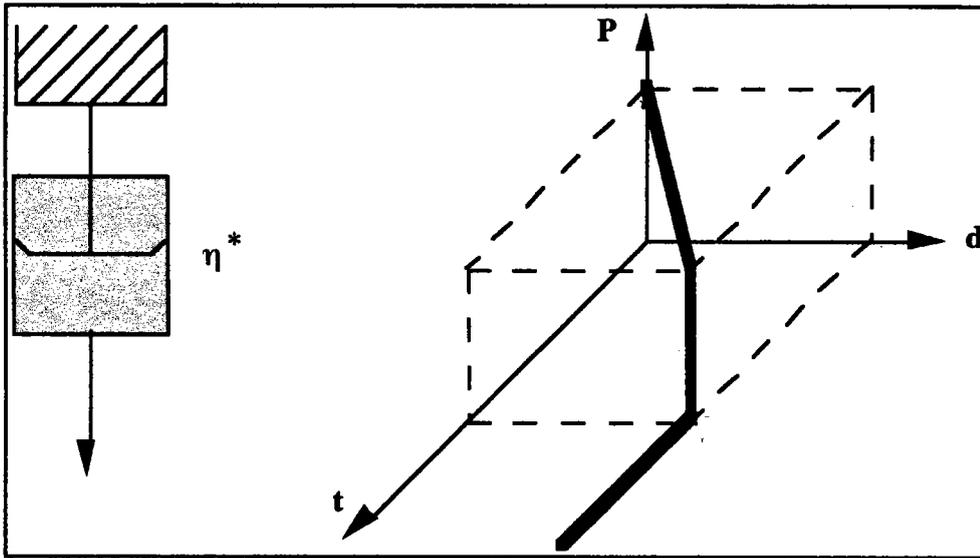


Figure 1-11 : Comportement du solide linéaire visqueux.

Les modèles rhéologiques peuvent être représentés graphiquement sous forme de diagrammes contrainte-déformation-temps. Les équations de base des composants sont les suivantes :

- Pour l'amortisseur :

$$\sigma = \eta^* \cdot \dot{\epsilon} \quad (I-23)$$

en intégrant par rapport à t, si σ et η^* sont des constantes:

$$\epsilon = \sigma \cdot \frac{t}{\eta^*} \quad (I-24)$$

- Pour le ressort :

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (I-25)$$

I-3-3-1) Modèle de Maxwell

C'est le modèle obtenu en combinant en série un ressort et un amortisseur (voir figure 1-12).

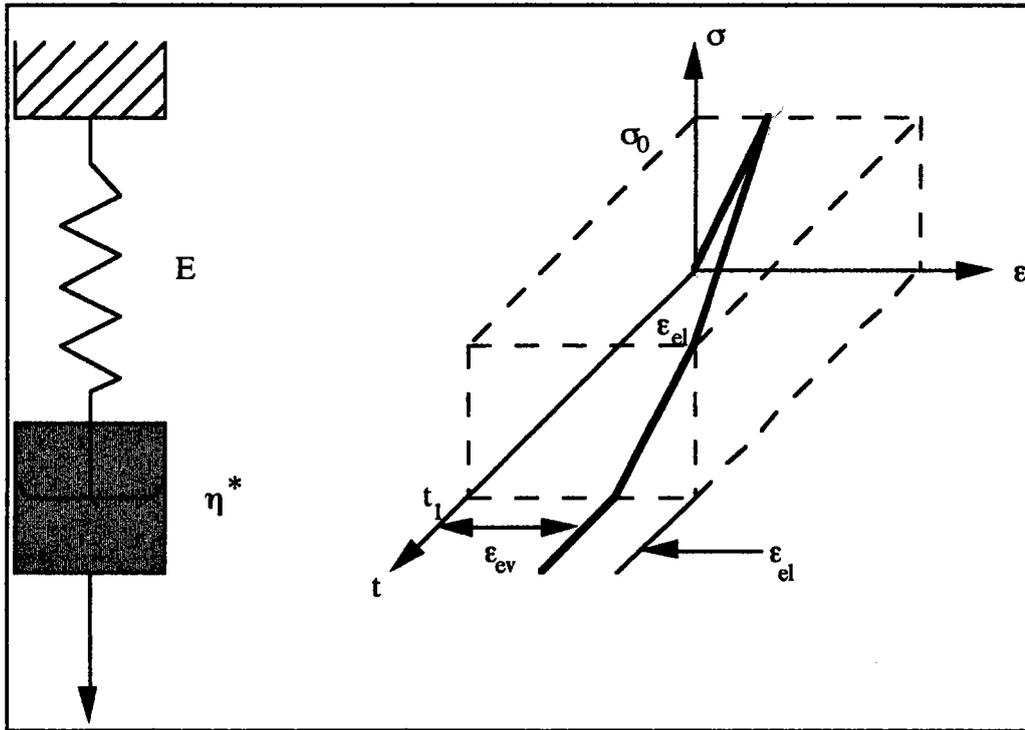


Figure 1-12 : Comportement du solide de Maxwell.

Lorsqu'on applique un échelon de contrainte σ_0 , une déformation élastique instantanée ϵ_{el} se produit. Les effets du ressort et de l'amortisseur se superposent. On a donc après un temps t_1 :

$$\epsilon_t = \epsilon_{el} + \epsilon_v \quad (I-26)$$

avec :

- ϵ_t : déformation totale,
- ϵ_{el} : déformation élastique,
- ϵ_v : déformation visqueuse.

On obtient alors en termes de vitesses :

$$\dot{\epsilon}_t = \dot{\epsilon}_{el} + \dot{\epsilon}_v = \frac{1}{E} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (I-27)$$

Expression du fluage : Quand on applique une contrainte constante dans le temps, la déformation totale, après apparition d'une déformation instantanée, croît linéairement au cours du temps. On définit alors la complaisance de fluage $J_f(t)$ par :

$$J_f(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E} * \left(1 + E * \frac{t}{\eta} \right) \quad (I-28)$$

I-3-3-2) Modèle de Kelvin-Voigt

Ce modèle est constitué d'un ressort et d'un amortisseur montés en parallèle (voir figure 1-13). Quand une contrainte σ_0 est soudainement appliquée, l'amortisseur empêche un allongement instantané élastique et chaque composante supporte une partie de la contrainte σ . Au cours du temps, le comportement visqueux va provoquer une déformation non linéaire et croissante de sorte que la déformation totale est égale aux déformations élastiques et visqueuses égales entre elles. Quand la contrainte s'annule, l'énergie de déformation élastique entraîne le mouvement de la composante visqueuse.

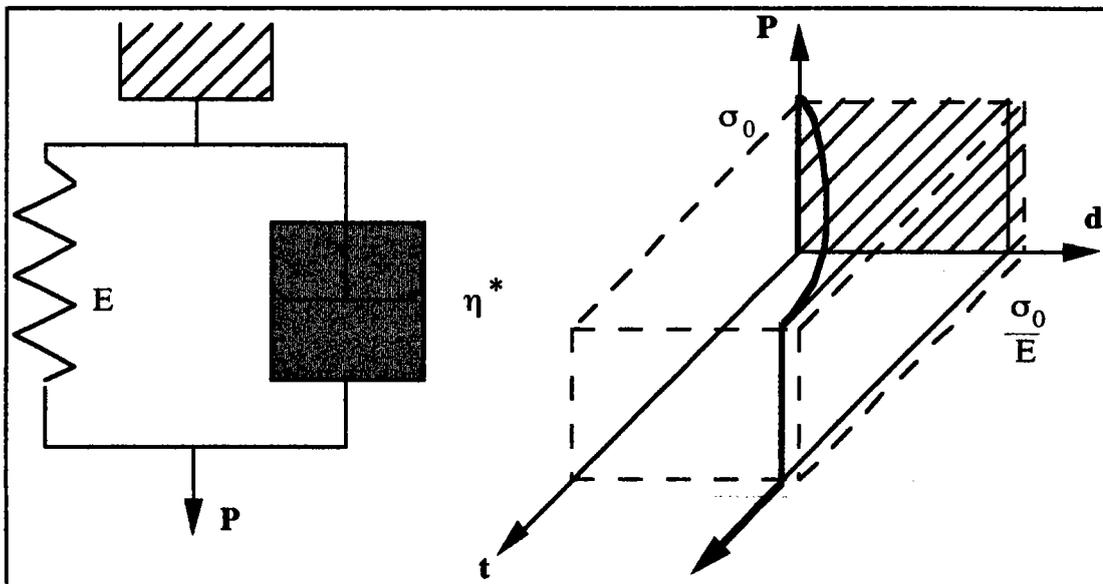


Figure 1-13 : Représentation du modèle de Kelvin-Voigt.

Pour ce modèle , la relation donnant la contrainte est :

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v = E * \epsilon_{el} + \eta * \dot{\epsilon}_{ev} \quad (I-29)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} - \epsilon \frac{E}{\eta} \quad (I-30)$$

car $\epsilon_t = \epsilon_{el} = \epsilon_v$ et E et η^* sont aussi indépendants du temps.

Expression du fluage : Pour une contrainte appliquée constante σ_0 , l'équation peut être réarrangée sous la forme :

$$d\epsilon + \frac{E}{\eta} \epsilon dt = \frac{\sigma_0}{\eta} dt \quad (I-31)$$

avec $E/\eta^* = 1/\tau$ et $\epsilon=0$ quant $t=0$, on obtient :

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left[1 - \exp(-t/\tau) \right] \quad (1-32)$$

La fonction de fluage de ce modèle est donnée par :

$$J_f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E} [1 - \exp(-t/\tau)] \quad (I-33)$$

Elle est beaucoup plus réaliste que la fonction de fluage du modèle de Maxwell car la déformation tend vers σ_0/E quand le temps augmente indéfiniment et ce à vitesse décroissante. Ce phénomène s'observe dans de nombreux solides pour les premiers stades du fluage.

I-3-3-3) Modèle linéaire standard (modèle de Zener)

Ce modèle est constitué d'un modèle de Kelvin-Voigt comportant en série un ressort. Les deux ressorts ont pour modules E_1 et E_2 respectivement.

La relation fondamentale pour tout le modèle est :

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_K \quad (I-34)$$

La déformation totale est la somme de la déformation élastique et de la déformation donnée par le modèle de Kelvin ε_K . En outre :

$$\sigma = \sigma_{el} = \sigma_K \quad (I-35)$$

La contrainte σ est supportée par les deux composantes du modèle de Kelvin comme l'indique la figure 1-18. Les déformations dans ce modèle étant identiques, on a :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_{el}}{dt} + \frac{d\varepsilon_K}{dt} = \frac{1}{E_1} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varepsilon_K}{dt} \quad (I-36)$$

$$\sigma = \eta * \frac{d\varepsilon_K}{dt} + \varepsilon_K * E_2 = \eta * \frac{d\varepsilon_K}{dt} + E_2 * (\varepsilon - \varepsilon_{el}) \quad (I-37)$$

$$\frac{d\varepsilon_K}{dt} = \frac{1}{\eta} * \left(\sigma - E_2 * \varepsilon + \sigma * \frac{E_2}{E_1} \right) \quad (I-38)$$

On obtient alors par combinaison :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta} * \varepsilon = \frac{1}{E_1} * \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} * \left(1 + \frac{E_2}{E_1} \right) \quad (I-39)$$

Expression du fluage : Pour une expérience de fluage $d\sigma/dt=0$ et $\varepsilon=0$ quand $t=0$, la fonction de fluage est alors égale à :

$$J_f(t) = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} * \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \text{ avec } \tau = \eta * \frac{1}{E_2} \quad (I-40)$$

La déformation en fonction du temps est donc égale à :

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_K = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (I-41)$$

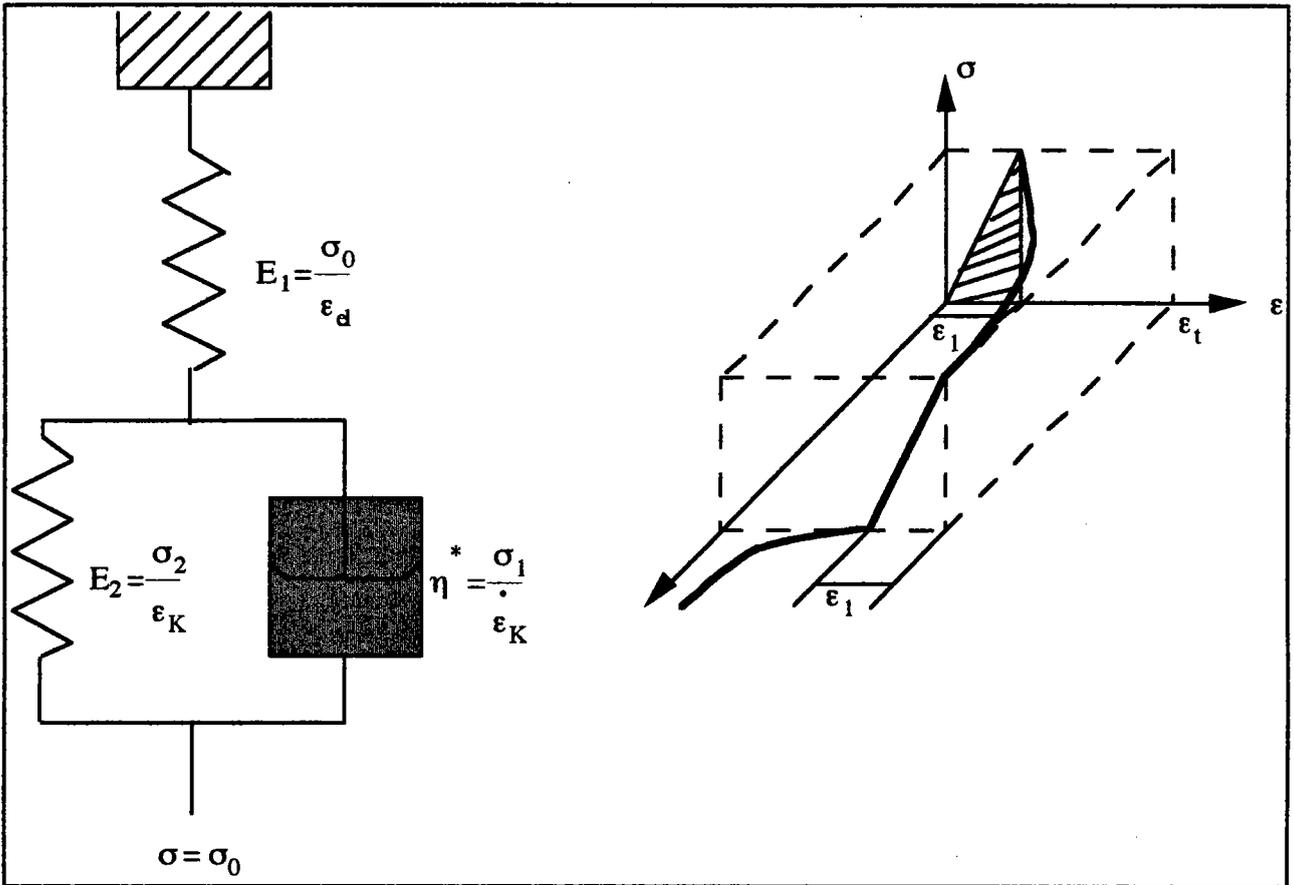


Figure 1-14 : Schématisation et comportement mécanique du modèle linéaire standard.

I-3-3-4) Modèle de Burger

Ce modèle consiste à mettre en série un modèle de Maxwell et un modèle de Kelvin. Quand on applique soudainement une contrainte σ_0 , le ressort qui a un module d'élasticité E_1 provoque une déformation instantanée ϵ_{el} . Au cours du temps, la déformation visqueuse et la déformation de Kelvin s'ajoutent à cette déformation élastique. Quand on retire l'action de σ_0 , on provoque une récupération instantanée de la déformation ϵ_{el} élastique suivie d'une recouvrance qui s'approche lentement de la déformation irréversible due à η^*_1 . En résumé, la partie "Maxwell" gouverne les effets élastiques, la relaxation et les déformations permanentes visqueuses tandis que la partie "Kelvin" contrôle la recouvrance. Le fluage et les effets de vitesse sont influencés par les deux parties et la déformation totale résulte de la superposition des effets des deux composants.

Les relations fondamentales sont :

$$\varepsilon = \varepsilon_M + \varepsilon_K \quad (I-42)$$

En outre :

$$\sigma = \sigma_M = \sigma_K \quad (I-43)$$

Par superposition on obtient :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \sigma_0 \frac{t}{\eta_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (I-44)$$

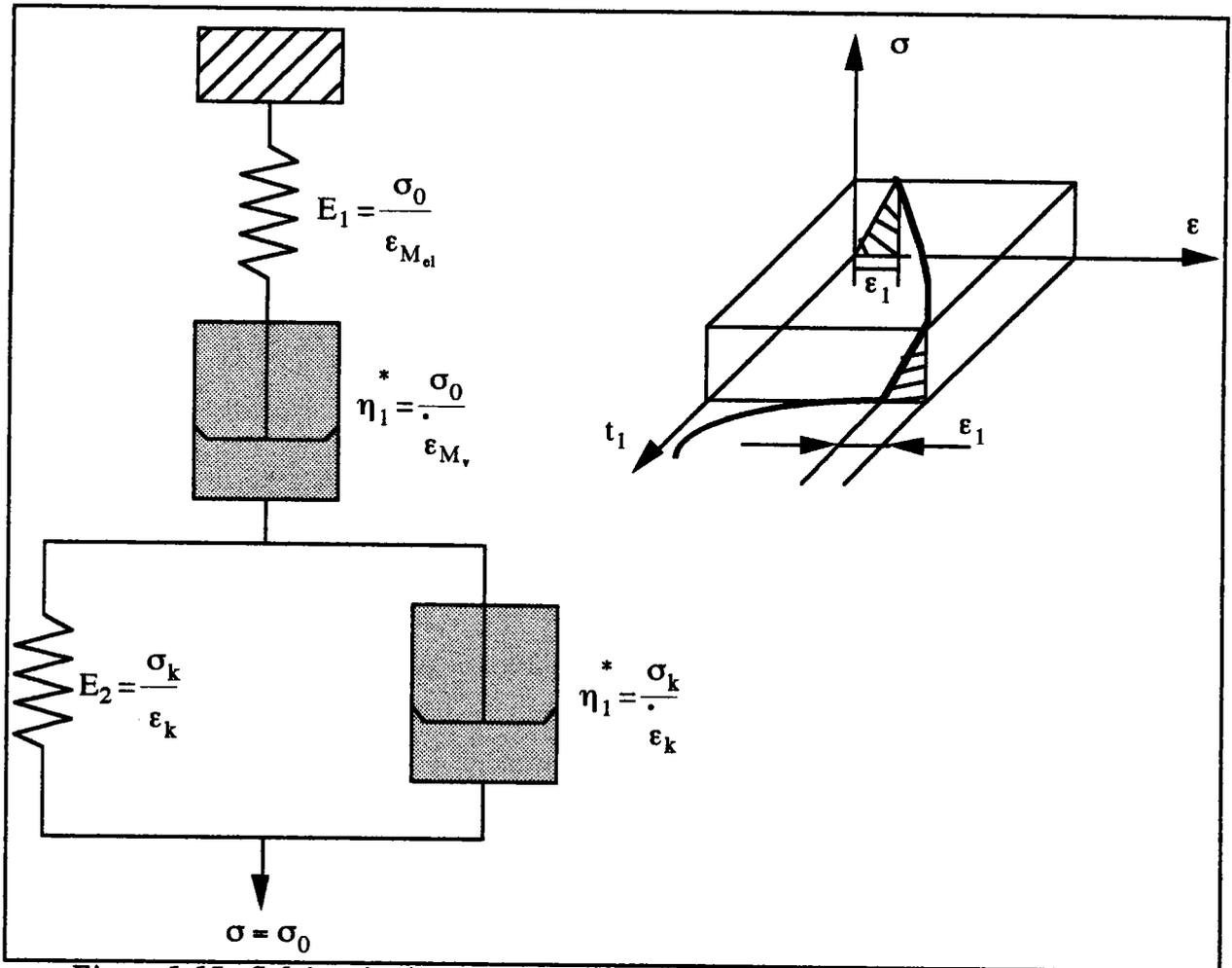


Figure 1-15 : Schématisation et comportement mécanique du modèle de Burger.

La fonction de fluage de ce modèle est donnée par :

$$J_f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} t + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \text{ avec } \tau = \frac{\eta_2}{E_2} \quad (I-45)$$

I-3-3-5) Modèle de Burger généralisé

Ce modèle est constitué de modèles de Kelvin-Voigt en série. Un ressort et un amortisseur constituent respectivement les éléments d'entrée et de sortie du modèle généralisé (voir figure 1-16). Le ressort d'entrée, sous l'action d'une contrainte σ_0 , provoque une déformation instantanée $\epsilon_1 = \sigma_0 / E_0$; la série de Kelvin-Voigt une déformation ϵ_2 :

$$\epsilon_2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\sigma_0}{E_i} \left[1 - \exp \left[-\frac{t}{\tau_i} \right] \right] \right] \quad (I-46)$$

et l'amortisseur final $\epsilon_3 = (t / \eta^*_0) \sigma_0$. (I-47)

La déformation totale ϵ_t vaut alors : $\epsilon_t = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$ (I-48)

La fonction de fluage vaut donc :

$$J_f(t) = \frac{\epsilon_t}{\sigma_0} = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{E_i} \left[1 - \exp \left[-\frac{t}{\tau_i} \right] \right] \right] + \frac{t}{\eta^*_0} \quad (I-49)$$

La fonction de fluage est de la forme :

$J_f(t) = J_0 + \psi(t) + t/\eta^*_0$ avec $J_0 = 1 / E_0$ et

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^n 1 / E_i \left[(1 - \exp(-t/\tau_i)) \right] \quad (I-50)$$

La somme des fonctions de fluage J_{fi} s'écrit :

$$\sum J_{fi} = \Lambda(\tau) d.Ln \tau \quad \tau < \tau_i < \tau + d\tau \quad (I-51)$$

$\Lambda(\tau)$ est la fonction "spectre de retard" :

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Lambda(\tau) (1 - \exp(-t/\tau)) d.Ln \tau \quad (I-52)$$

et

$$\epsilon(t) = \left\{ J_0 + \int_{-\infty}^{+\infty} \Lambda(\tau) (1 - e^{-t/\tau}) d.Ln \tau + t/\eta^*_0 \right\} \sigma_0 \quad (I-53)$$

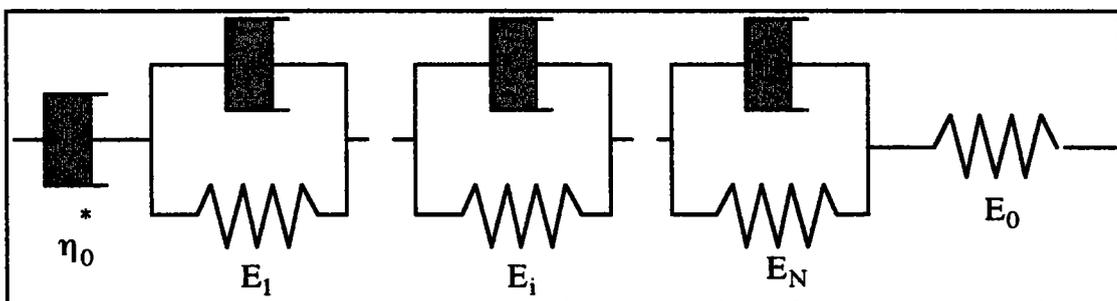


Figure 1-16 : Schématisation du modèle de Burger généralisé.

I-3-3-6) Modèle de Maxwell généralisé

Ce modèle est constitué par plusieurs modèles de Maxwell en parallèle avec un amortisseur et un ressort comme éléments d'entrée et de sortie. La rigidité $E(t)$ s'écrit :

$$E(t) = E_0 + \eta_0^* \cdot \delta(t) + \Phi_R(t) \tag{I-54}$$

$\delta(t)$ est la fonction de Dirac, E_0 est la rigidité du premier élément et

$$\Phi_R(t) = \sum_{i=1}^n E_i \exp(-t / \tau_i) \tag{I-55}$$

$$\tau_i = \eta_i^* / E_i \tag{I-56}$$

On peut écrire :

$$\Phi_R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_r(\tau) \exp(-t / \tau) \cdot dL_n \tau \tag{I-57}$$

La fonction $H_R(\tau)$ est appelée spectre de relaxation de sorte que :

$$\sigma(t) = \left(\eta_0^* \cdot \delta(t) + \int H_r(\tau) \exp(-t / \tau) \cdot dL_n \tau + E_0 \right) \cdot \epsilon_0 \tag{I-58}$$

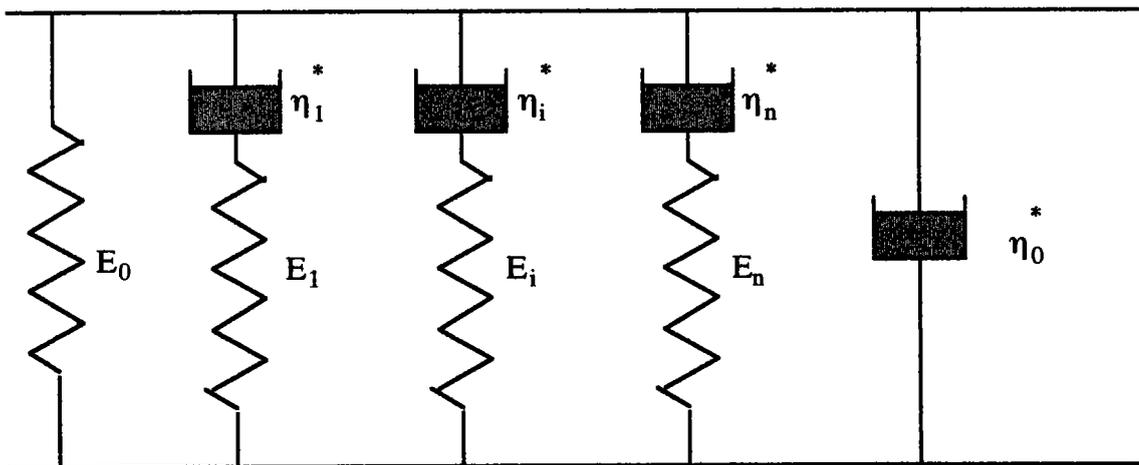


Figure 1-17: Schématisation du modèle de Maxwell généralisé.

I-3-3-7) Modèles empiriques [5]

De nombreuses méthodes empiriques ont été utilisées pour décrire le comportement viscoélastique du bois et plus généralement des matériaux composites. Le but recherché étant de trouver l'équation qui permet de décrire le mieux possible les données. Les différents paramètres de ces équations sont déterminés à l'aide de méthodes graphiques, de méthodes numériques ou alors de méthodes statistiques. Les équations les plus communément utilisées sont données dans le tableau 1-5.

Une représentation parabolique peut en effet illustrer une approche empirique du comportement en fluage du matériau bois. Cette équation est de la forme :

$$\epsilon = \epsilon_0 + at^m \quad (I-59)$$

ou ϵ_0 = déformation élastique instantanée et a et m sont des constantes à déterminer.

Nom	Stade de fluage décrit	Équation	Constantes
Parabolique	primaire	$\epsilon = \epsilon_0 + at^m$	a,m
Andrade	primaire	$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 + at^{1/3}\right) e^{-mt}$	a,m
Logarithmique	primaire	$\epsilon = a + b \log(t)$	a,b
Sinus hyperbolique	primaire et secondaire	$\epsilon = a + b \sinh ct^m$	a,b,c,m (m=1/3 généralement)
de Lacombe	primaire secondaire et tertiaire en partie	$\epsilon = \epsilon_0 + a t^m + b t^n$	a,b,m,n
Mc Vetty	primaire	$\frac{d\epsilon}{dt} - \frac{d\epsilon_0}{dt} = a e^{-bt}$	a,b
Martin-Pao	primaire	$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + a\sigma^m \left(1 - be^{-nt}\right) + c\sigma^p t$	a,b,c,m,n,p
Garofolo	primaire et secondaire	$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_1 \left(1 - e^{-mt}\right) + \frac{d\epsilon_2}{dt} t$	m
Polynomiale	primaire et secondaire	$\epsilon = a + b t^{1/n} + c t^{2/n} + d t^{3/n}$	a,b,c,d, n

Tableau 1-5 : Équations de fluage empiriques les plus utilisées [5].

I-4) Étude du fluage en fatigue

I-4-1) Types de cycles envisageables

Pour étudier le comportement du bois en fatigue fluage, il est nécessaire de se fixer un type de cyclage des éprouvettes. Il existe deux grands types de cyclages possibles : les cyclages unilatéraux et les cyclages bilatéraux.

Les cyclages unilatéraux sont caractérisés par le fait que pour finir un cycle, la charge appliquée à l'éprouvette doit revenir à zéro à la fin d'un cycle et être orientée dans le même sens lors du cycle suivant et ainsi de suite (voir figure 1-18). Les déformations mesurées au cours de ce type d'essai sont donc du même signe (positives ou négatives).

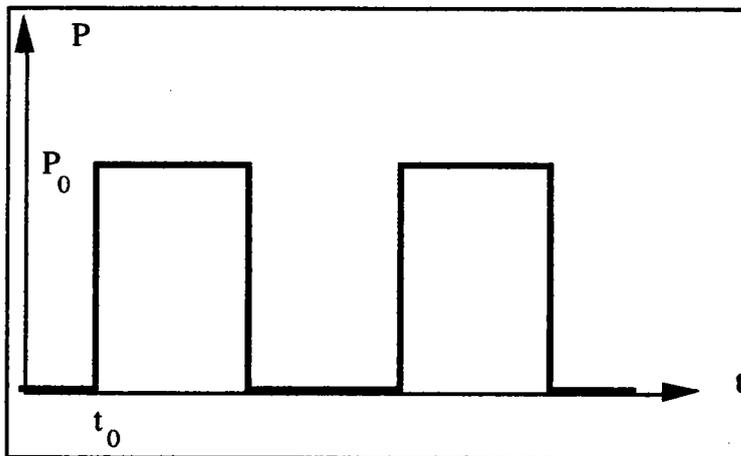


Figure 1-18 : Cyclage unilatéral.

Les cyclages bilatéraux sont caractérisés par le fait qu'à la fin d'un demi-cycle la charge appliquée est nulle et est orientée dans le sens opposé lors du demi-cycle suivant (voir figure 1-19). Les déformations mesurées au cours d'un cycle sont donc alternées (positives puis négatives).

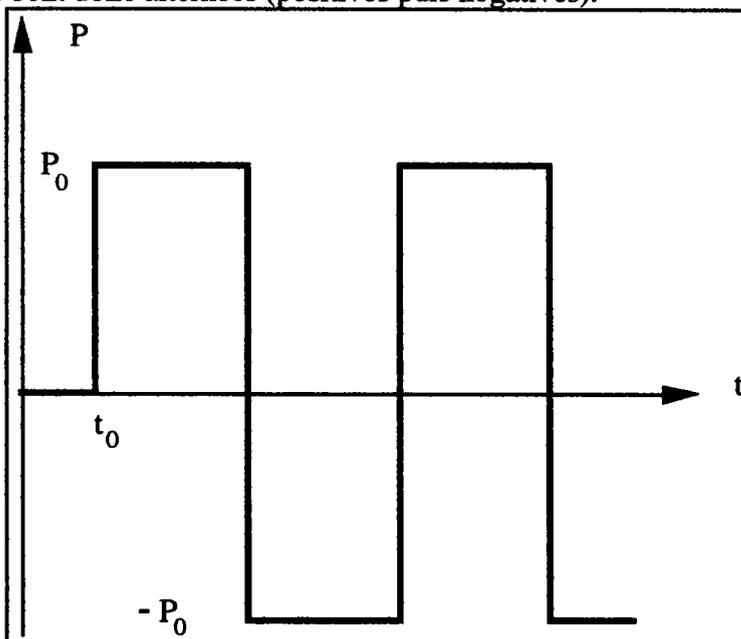


Figure 1-19 : Cyclage bilatéral.

I-4-2) Cyclages à charge constante [5]

Les réponses en déformation aux cyclages à charge maximale constante sont fonction du niveau de charge et de la durée du cycle de charge. La figure 1-20 illustre les effets d'un niveau de charge avec de petites déformations lors du fluage primaire. Le cyclage produit une déformation résiduelle avec une séquence de fluage et recouvrance. La recouvrance ne peut pas être totale pendant un cycle de charge de ce type car le cycle suivant recommence avant que la recouvrance soit complète.

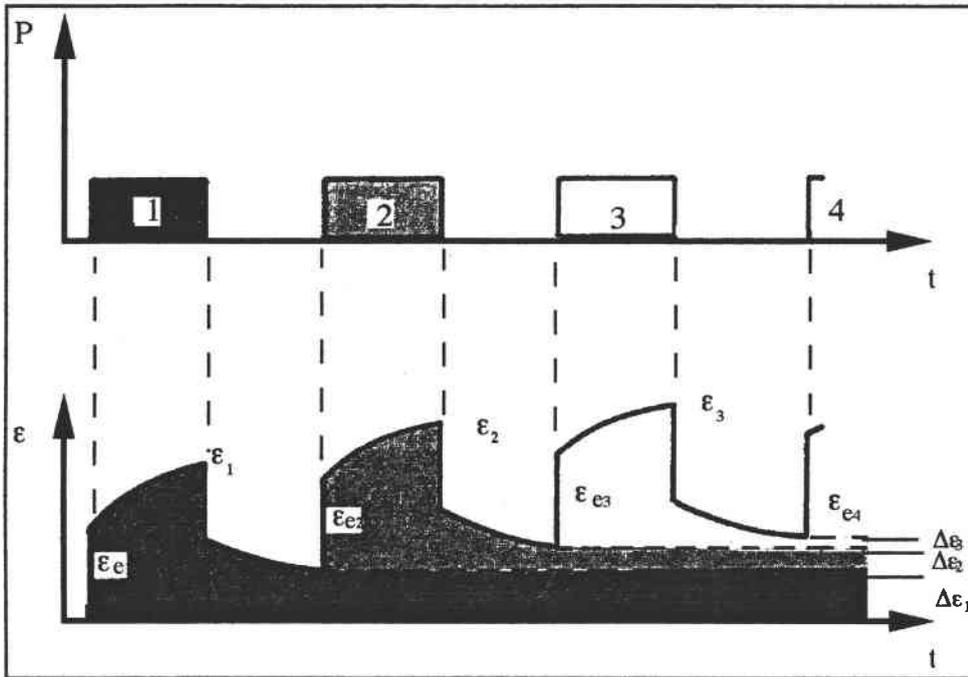


Figure 1-20 : Cyclage à charge constante pour le fluage primaire [5].

Dépendant des conditions expérimentales (température, humidité) et de la durée de charge, le matériau est aussi soumis au fluage primaire, secondaire, et tertiaire. C'est pourquoi les déformations résiduelles $\Delta\epsilon$ sont fonction du type de fluage et s'expriment de la manière suivante [5] :

$$\Delta\epsilon_1 > \Delta\epsilon_2 > \Delta\epsilon_3 > \dots > \Delta\epsilon_n \text{ pour le fluage primaire} \quad (I-60)$$

$$\Delta\epsilon_1 = \Delta\epsilon_2 = \Delta\epsilon_3 = \dots = \Delta\epsilon_n \text{ pour le fluage secondaire} \quad (I-61)$$

$$\Delta\epsilon_1 < \Delta\epsilon_2 < \Delta\epsilon_3 < \dots < \Delta\epsilon_n \text{ pour le fluage tertiaire} \quad (I-62)$$

On peut noter qu'il est possible lors d'un cycle de charge de commencer par le fluage primaire, de continuer par le fluage secondaire et finalement de culminer par le fluage tertiaire et la rupture. Si une telle situation se développe, plusieurs combinaisons des relations listées ci-dessus peuvent être employées.

L'application à vitesse constante d'un chargement peut avoir des réponses différentes. Le chargement jusqu'à un niveau de charge constant, le non-chargement d'une partie du cycle et les déformations résiduelles $\Delta\epsilon$ qui résultent d'une vitesse de déformation uniforme sont montrées sur la figure 1-21. Le comportement contrainte-déformation dans la zone du fluage primaire manifeste un accroissement de la pente et une réduction des déformations résiduelles au

cours des cycles (voir figure 1-21 a). On peut noter que ceci n'est pas le cas pour tous les composites chargés jusqu'au fluage tertiaire (voir figure 1-21 b). D'après cette figure si on observe les pentes qui nous donnent le module d'Young on a :

$$E_1 < E_2 < E_3 < \dots < E_n \quad \text{pour le fluage primaire} \quad (I-63)$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = \dots = E_n \quad \text{pour le fluage secondaire} \quad (I-64)$$

$$E_1 > E_2 > E_3 > \dots > E_n \quad \text{pour le fluage tertiaire} \quad (I-65)$$

Si le fluage tertiaire est présent, une fissure peut intervenir avant la fin du cycle à cause de la rapidité de la déformation.

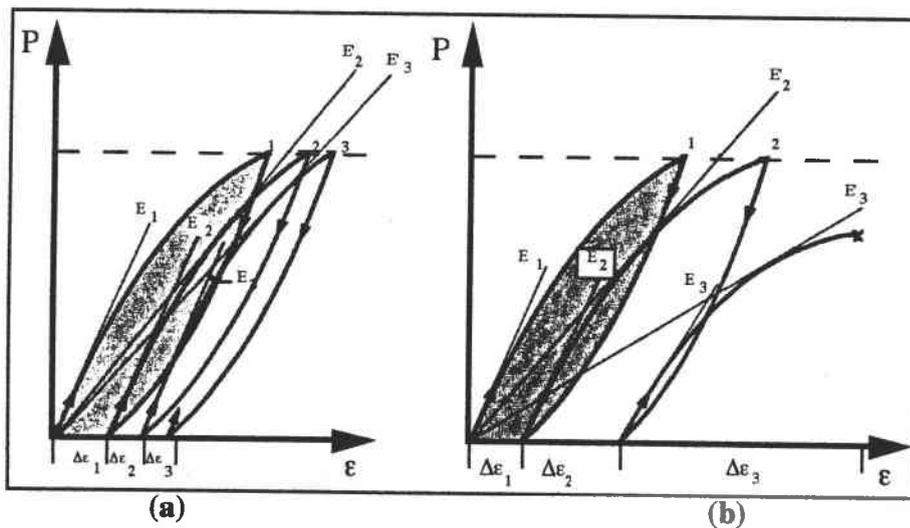


Figure 1-21 : Relation charge-déformation lors de cyclage à vitesse de déformation constante jusqu'à un niveau de charge constant : (a) fluage primaire, (b) fluage tertiaire.

Les descriptions données ci-dessus ne tiennent pas compte des effets des déformations résiduelles causées par les cycles successifs de charge-décharge. Si on calcule le module d'Young à partir du point de départ, on mesure un module E' tangent à partir de 0 tel que pour tous les stades du fluage, même le troisième stade décrit figure 1-21 (b), on ait :

$$E'_1 > E'_2 > E'_3 > \dots > E'_n$$

Ce module tangent ne correspond pas à la définition attendue. En effet, de nombreuses erreurs peuvent être introduites au niveau des charges intermédiaires. Ainsi il est plus simple de calculer séparément le module d'élasticité et les déformations résiduelles. L'utilisation de la pente du $n^{\text{ième}}$ cycle pour définir E donne un module qui diffère de celui défini par le vrai comportement élastique. Comme ce n'est pas une charge instantanée qui est appliquée, la pente résultante inclut des composantes de déformation élastique et visqueuse différées. Ainsi le module d'élasticité mesuré par les machines d'essais est un module effectif.

Le niveau de charge et le nombre de cycles de fluage effectués modifient significativement le comportement du fluage. La figure 1-22 montre les effets du niveau de charge et du nombre de cycle sur le comportement en fluage. L'augmentation rapide du fluage avec l'augmentation du niveau de charge pour un nombre de cycles donnés met en valeur l'augmentation non linéaire du fluage avec l'augmentation linéaire de la charge.

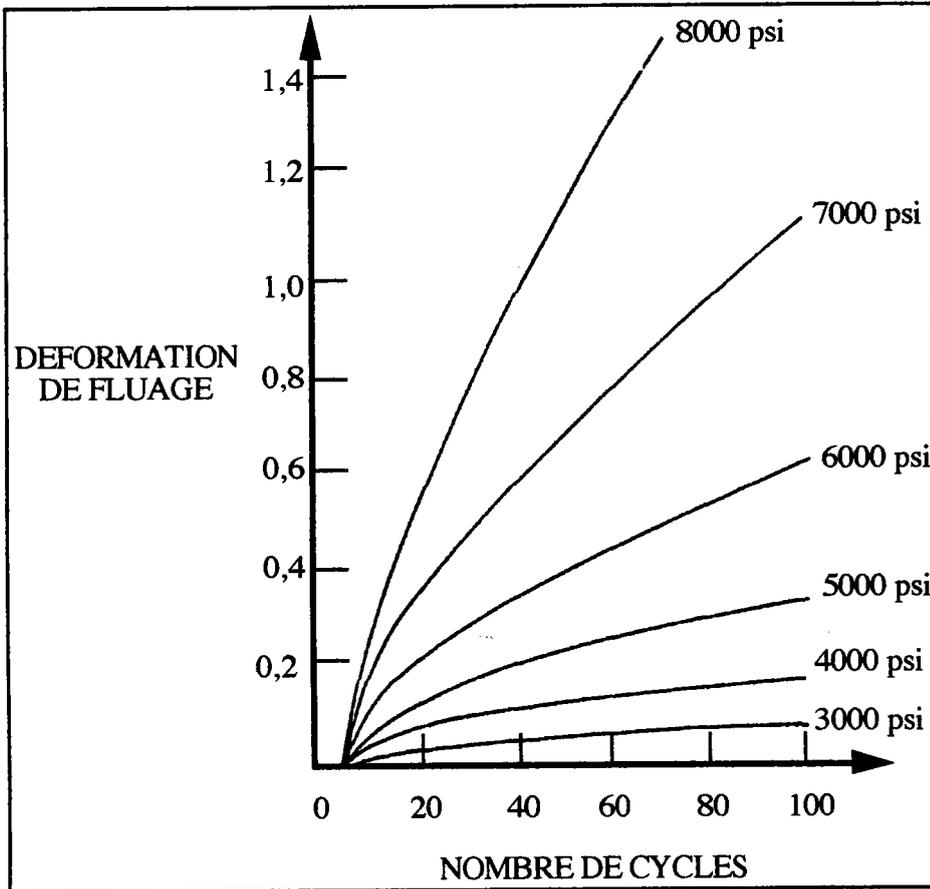


Figure 1-22 : Effets du niveau de charge et du nombre de cycle sur le comportement du fluage [11].

I-5) Effets de l'environnement sur les propriétés mécaniques du bois

I-5-1) Introduction

La plupart des structures à base de bois sont utilisées dans des conditions de température et d'humidité variables. Ces variations d'humidité et de température vont avoir une influence sur le comportement physique et mécanique du bois. De plus, le développement des micro-organismes détériorant le bois est largement contrôlé par les conditions ambiantes de température et d'humidité relative. Il est donc primordial de connaître les influences que peuvent avoir l'humidité et la température sur le comportement du bois.

Il est bien connu que les variations d'humidité dans le bois vont induire des changements des dimensions et des propriétés mécaniques. Sur une poutre soumise à de la flexion, par exemple, une variation d'humidité a deux effets principaux :

* des variations dimensionnelles d'où une variation du moment quadratique I.

* des variations des propriétés mécaniques.

Les deux effets s'opposent (quand H augmente, I augmente mais E diminue) mais ne se neutralisent pas.

L'influence de l'humidité sur les propriétés mécaniques des composites à base de bois, en particulier le comportement élastique, a été étudiée sur de nombreux composites à base de bois. Ce sont surtout les changements d'humidité cycliques qui vont affecter le comportement mécanique du bois lorsque celui-ci est soumis à une charge constante. Le bois vert de charpente utilisé dans la construction d'une résidence peut dans certains cas sécher jusqu'à atteindre une humidité inférieure à 5% dans la structure. La déformation qui résulte est assez différente de celle d'un bois de charpente séché avant utilisation. Sous des conditions de charge constante, le bois montre une déformation de fluage inhabituelle s'il est soumis à des changements cycliques d'humidité. La complexité introduite par les variations simultanées au cours du temps de la charge, de la déformation et de l'humidité requiert une attention toute particulière.

Les élévations de températures, comme les élévations d'humidité, peuvent avoir comme résultat une détérioration rapide du bois. Comme avec beaucoup de substances, la température du bois est une mesure de l'énergie interne. Cette énergie provient essentiellement de l'énergie de rotation et de vibration des atomes et molécules. Si la température est très basse, certains modes de vibration sont inactifs. Si la température est très haute, les niveaux d'énergie des atomes et molécules constituant le bois vont être si élevés que la structure interne des molécules va être modifiée. A haute température, la combustion va prendre place, l'énergie des liaisons chimiques du bois va être relâchée et la structure dégradée en une multitude de molécules simples avec une prédominance du monoxyde de carbone, du dioxyde de carbone et d'eau. C'est pourquoi une discussion sur les propriétés des composites est conventionnellement approchée en fonction de trois types de températures:

1 : Basse température : en dessous du gel,

2 : Température intermédiaire : depuis le gel jusqu'à la température à laquelle commence la décomposition thermique,

3 : Haute température : depuis la décomposition thermique jusqu'à la température de combustion.

Les effets de la température et de l'humidité ne sont pas toujours aisément séparables. En effet, l'équilibre d'humidité contenue dans le bois dépend de l'humidité relative, le niveau d'humidité absorbé variant alors avec la température. La manière dont interviennent la température et l'humidité pour modifier les propriétés mécaniques dépend du niveau particulier de chacun d'eux.

I-5-2) Humidité dans le bois [5]

I-5-2-1) Importance de l'humidité

La quantité d'humidité absorbée par le bois est exclusivement gouvernée par les conditions ambiantes d'humidité relative. Une indication sur la manière dont sont altérées les propriétés mécaniques par l'humidité nous est donnée sur le diagramme contrainte-déformation de la figure 1-23. On remarque que la contrainte maximale et le module d'élasticité sont plus élevés lorsque les essais sont faits dans un four que lorsqu'il sont effectués sur du bois vert. On peut noter que, en général, les propriétés mécaniques tendent à augmenter quand l'humidité contenue baisse.

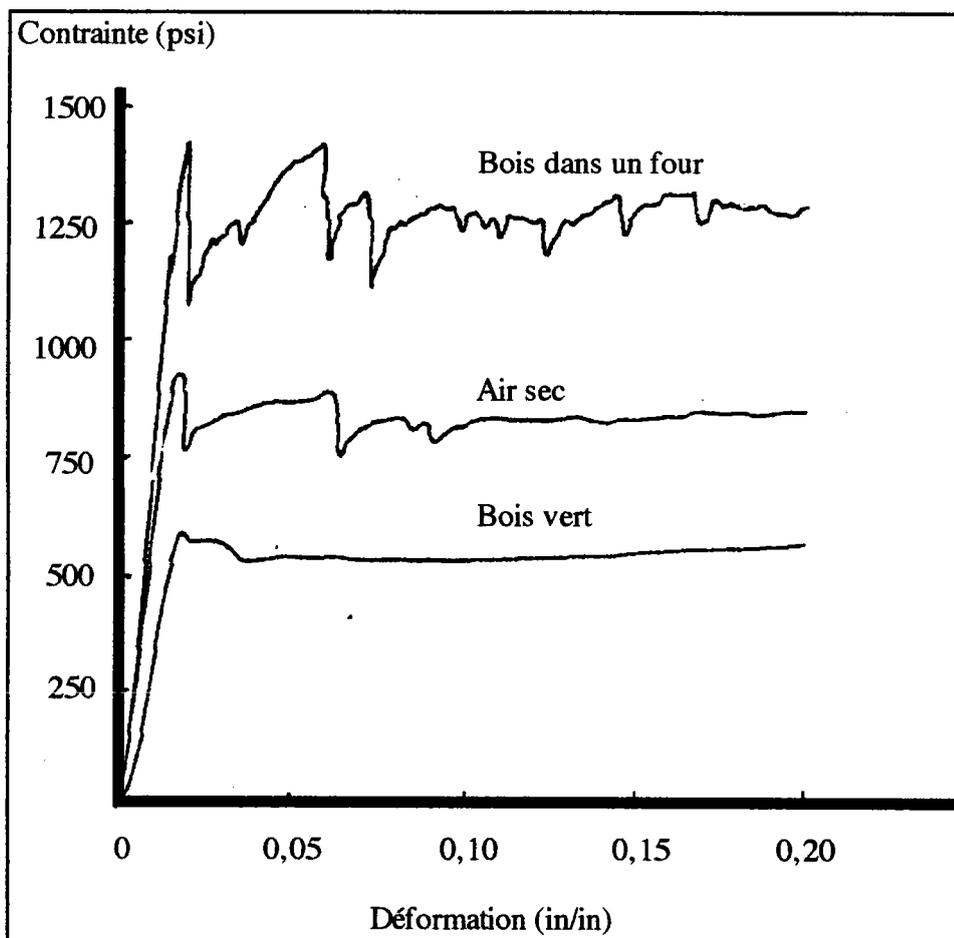


Figure 1-23 : Courbes Charge-Déplacement pour du Douglas en compression radiale avec variation d'humidité contenue [12].

Si on mesure une propriété mécanique particulière sur un type d'essence (par exemple le Douglas) à des taux d'humidité différents on obtient des courbes du type de celles de la figure 1-24. La contrainte maximale et la contrainte de rupture en compression décroissent jusqu'à une humidité contenue d'environ 20 %.

Pour une humidité plus importante, les propriétés mécaniques ne changent plus de manière significative. En raison de la courbe obtenue entre zéro et le point de saturation des fibres, une fonction exponentielle négative est choisie pour représenter la courbe. Au delà du point de saturation des fibres, une transformation logarithmique linéarise la courbe.

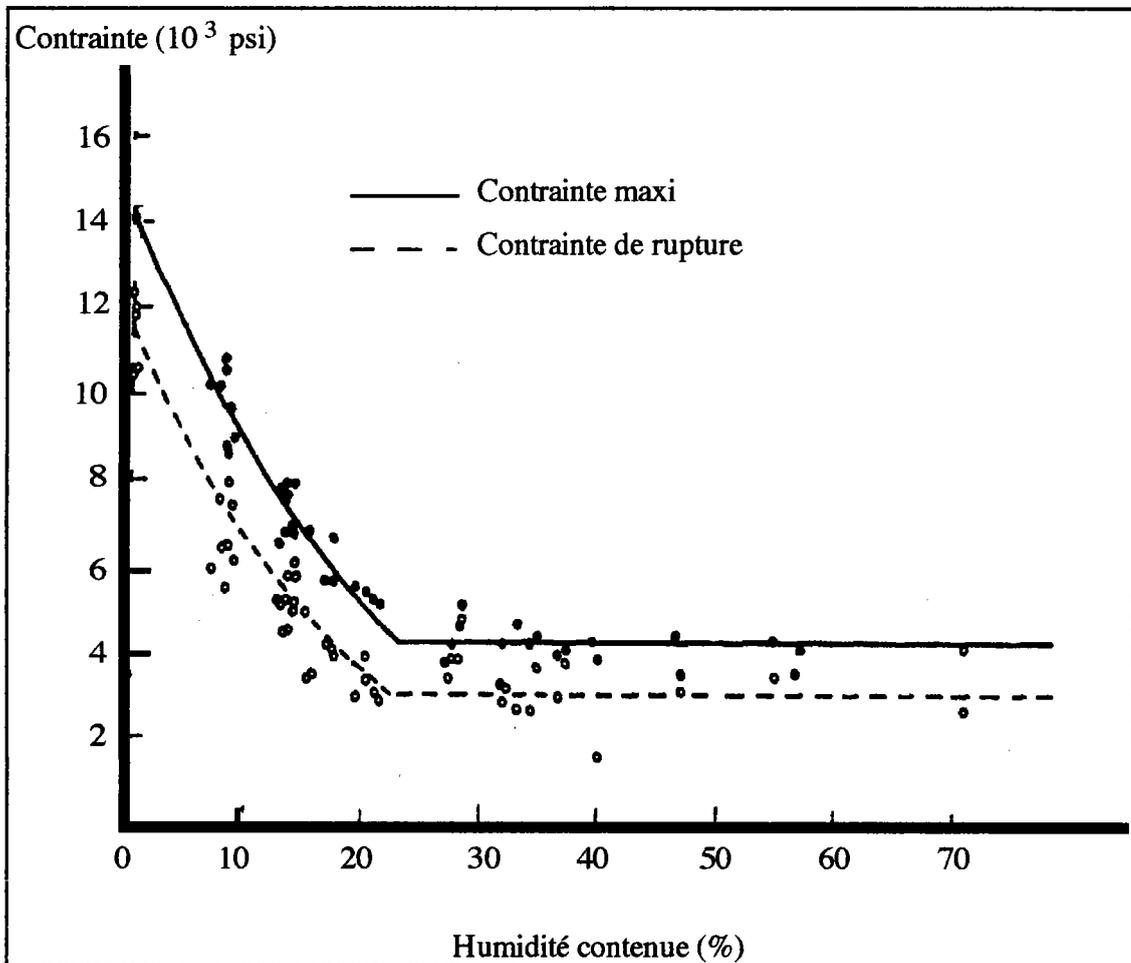


Figure 1-24 : Relations entre la contrainte en compression et l'humidité dans le cas du Douglas [13].

L'intersection des deux courbes (partie exponentielle négative et partie linéarisée par transformation logarithmique) est une des méthodes permettant de déterminer le point de saturation des fibres (voir figure 1-25). Le point de saturation des fibre est fonction de l'espèce testée (voir tableau 1-6).

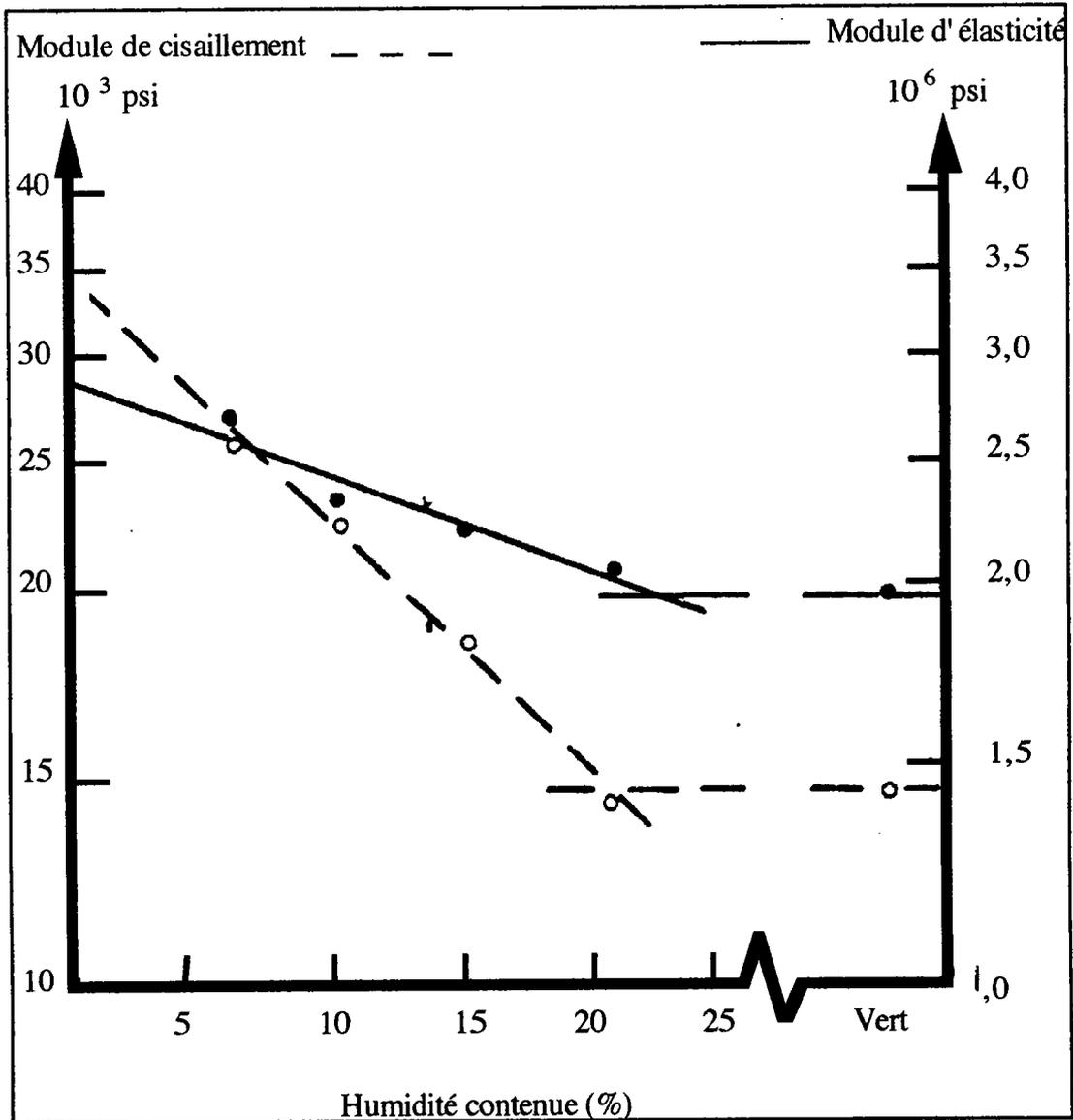


Figure 1-25 : Relations type entre les propriétés mécaniques et le taux d'humidité du bois[14].

Espèces	Point de saturation des fibres (%)	Espèces	Point de saturation des fibres (%)
Frêne blanc	24	Pin rouge	24
Tilleul d'Amérique	32	Séquoia	22,5
Bouleau jaune	27	Épicéa de Sitka	28,5
Cèdre d'Alaska	28,5	Épicéa rouge	27
Cèdre rouge d'Amérique	22	Épicéa blanc	30
Douglas	26	Tek	22
Eucalyptus	30	Chêne blanc	32,5
Sapin rouge	30	Mélèze d'Amérique	28
Acajou	24	Cigué d'Amérique	28

Tableau 1-6 : Exemples de valeur du point de saturation des fibres pour différentes espèces[15],[16],[17].

Le tableau 1-7 ci-dessous donne une indication de l'importance de l'humidité du bois au moment des essais pour de nombreuses propriétés mécaniques.

Propriété	Changement %
Flexion statique	
Contrainte maxi	5
Module de cisaillement	4
Module d'élasticité	2
Flexion dynamique	
Hauteur de chute	0,5
Compression (parallèle au fil du bois)	
Contrainte maxi	5
Contrainte de rupture	6
Compression (perpendiculaire au fil du bois)	
Contrainte maxi	5,5
Traction (perpendiculaire au fil du bois)	
Contrainte de rupture	1,5

Tableau 1-7 : Augmentation moyenne des propriétés mécaniques due à une diminution de 1% de l'humidité par rapport au point de saturation des fibres [18].

Ce paragraphe nous permet de comprendre qu'il est fondamental de connaître le plus précisément possible le taux d'humidité des échantillons testés au cours d'essais sur le bois car en dessous du point de saturation des fibres, il existe des différences significatives en fonction de l'humidité du bois testé.

I-5-2-2) Effets de l'humidité sur le comportement rhéologique

L'étude des propriétés rhéologiques fait intervenir de nombreux phénomènes, l'un d'eux étant la dépendance de la contrainte et du déplacement par rapport au temps. Pour cela, les tests de fluage et de relaxation de la contrainte sont les plus utilisés pour décrire ce comportement rhéologique et en particulier les tests de comportement contrainte-déplacement cyclique. Pour le bois et de nombreux composites à base de bois l'absorption d'humidité en dessous du point de saturation des fibres a une plus grande influence sur le fluage et la relaxation de la contrainte que sur la réponse élastique du matériau.

La figure 1-26 nous indique que, dans le cas du peuplier, la non-recouvrance du déplacement qui suit le fluage décroît et que le déplacement élastique augmente lorsque l'humidité augmente. De plus, la figure 1-27 nous montre que la contrainte relaxée sous déplacement constant décroît quand l'humidité absorbée augmente.

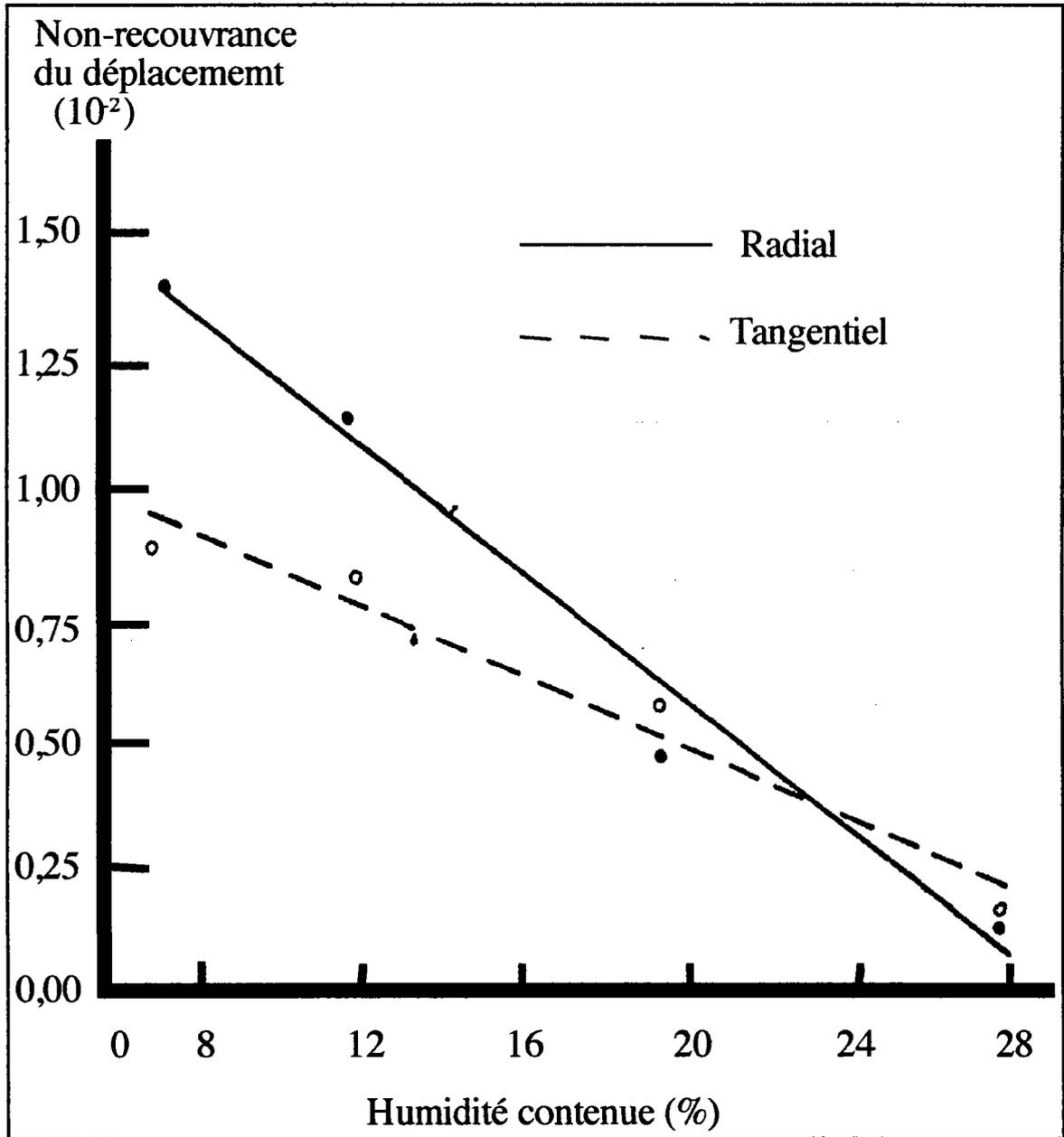


Figure 1-26 : Relation, pour du peuplier, entre la non-recouvrance du déplacement et l'humidité [19].

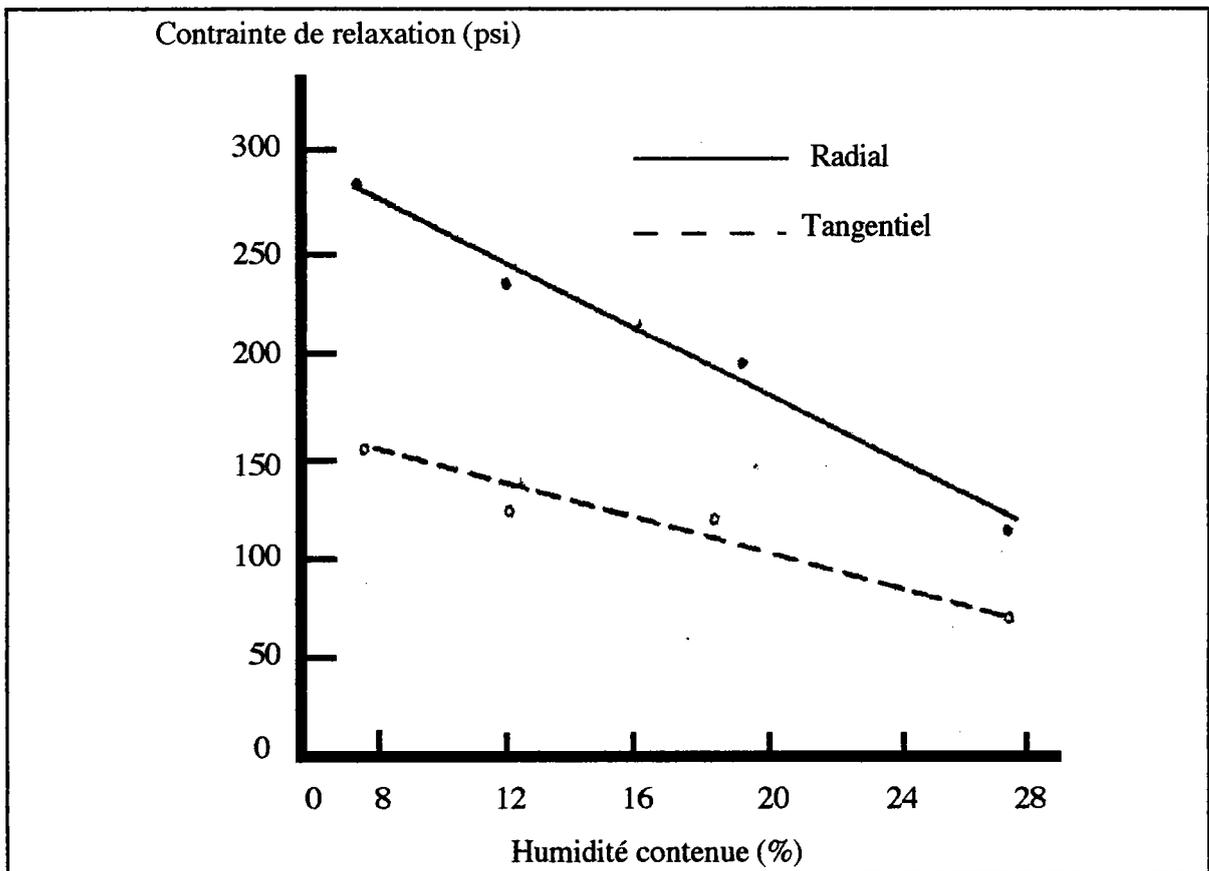


Figure 1-27 : Effet de l'humidité sur la contrainte de relaxation en compression dans le sens transverse dans le cas du peuplier [19].

Les deux figures ci-avant nous montrent que le peuplier en particulier, et en général le bois est capable de supporter une certaine déformation avant qu'une fissure apparaisse. Le déplacement prend la forme d'un déplacement élastique instantané, retardé ou permanent en fonction de la quantité d'humidité absorbée et de la contrainte associée au déplacement.

La déformation de fluage montre un comportement inhabituel lorsque l'humidité change. On peut voir sur la figure 1-28 que quel que soit le niveau de charge, la courbe de fluage enregistrée pendant l'absorption (6-24%) d'humidité est relativement différente de celle obtenue lors de la désorption (24-6%). En effet, le déplacement est plus important en début d'expérience lors de la désorption et plus important en fin d'expérience lors de la phase d'absorption. Les courbes se croisent aux alentours de 120 heures d'essais.

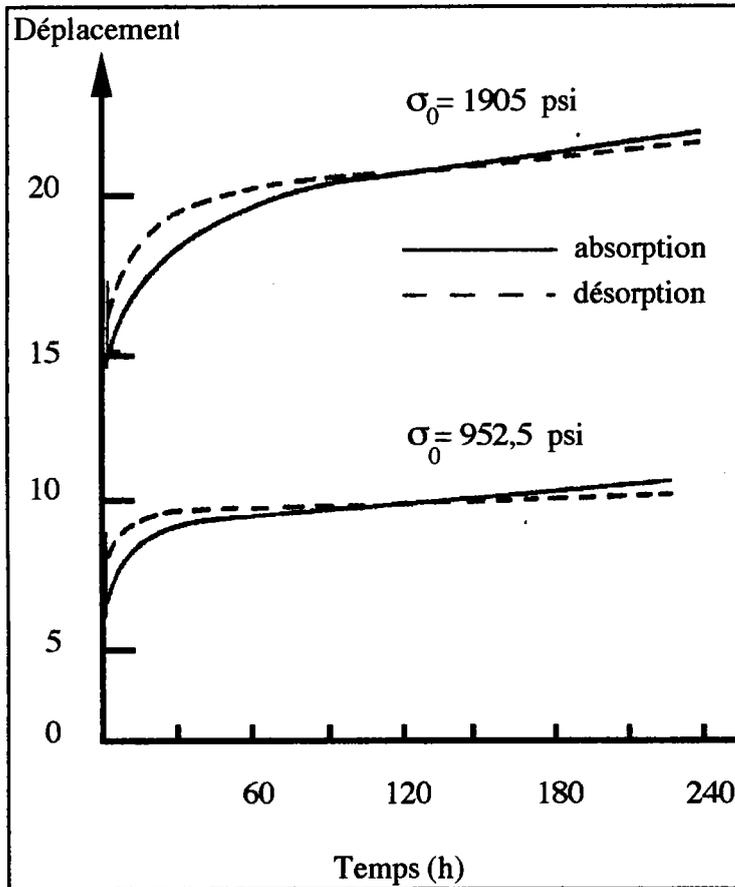


Figure 1-28 : Effet du changement d'humidité et du niveau de contrainte sur le fluage dans le cas du peuplier [20].

Un des effets les plus frappants de l'humidification et du séchage sur le fluage est illustré figure 1-29. En effet, le fluage du hêtre à humidité constante avec une humidité de l'air de 93 % tend à devenir constant après approximativement 15 jours. Des essais de même nature, effectués avec le même niveau de contrainte mais sous un changement cyclique de l'humidité font augmenter le fluage avec un facteur approchant 20. Dans ce cas la rupture a été obtenue en moins de 30 jours. Un troisième essai du même type avec une réduction de la contrainte de 1/3 et des variations cycliques d'humidité nous montre que dans ce cas le fluage est plus important que le fluage avec une humidité de l'air constante et égale à 93 %.

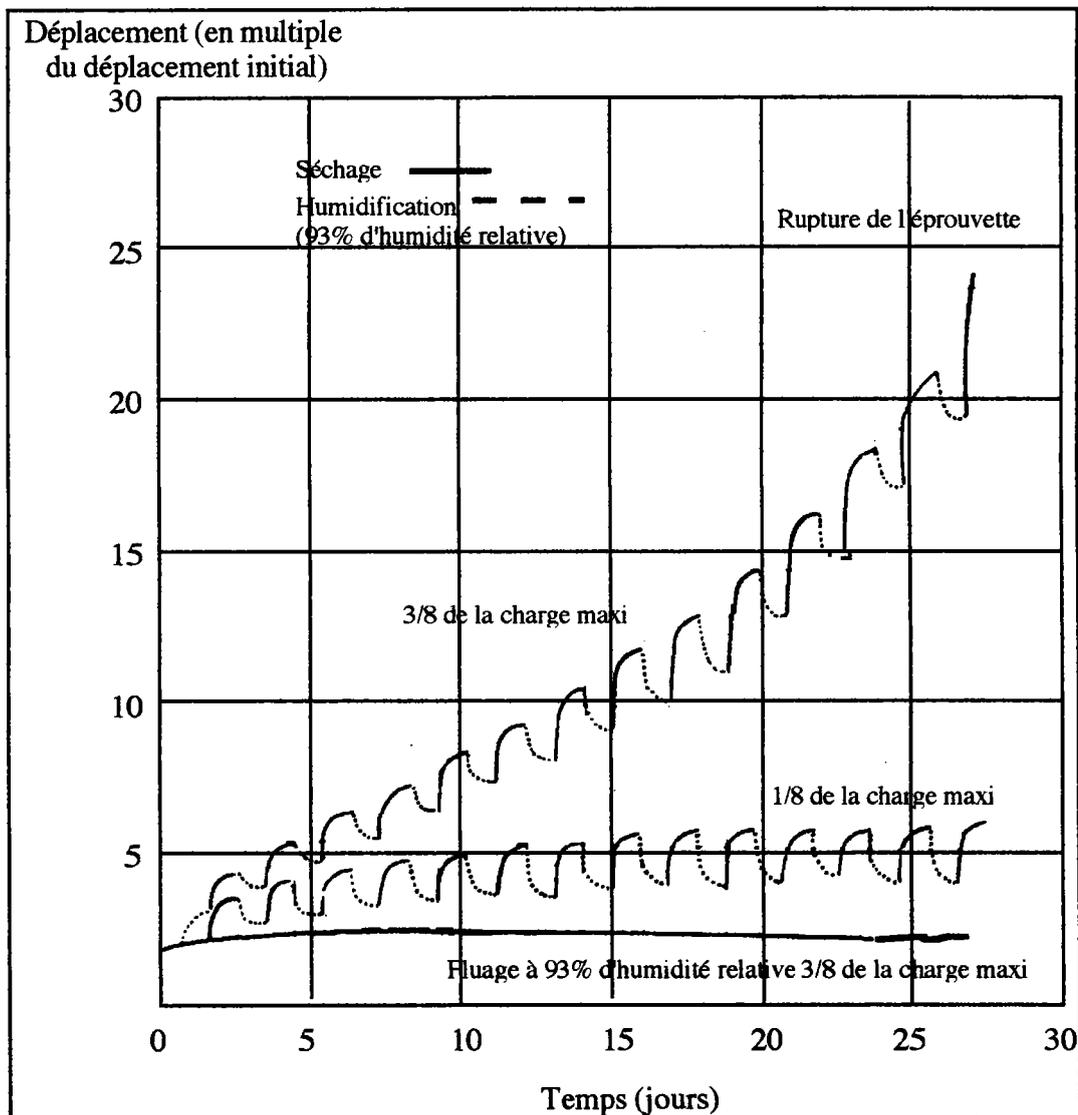


Figure 1-29 : Effets de cycles d'humidité sur le fluage en flexion dans le cas du hêtre [21].

Le déplacement en cisaillement mesuré sur de fines éprouvettes de Mahogany africain (acajou) subissant des cycles d'humidité montre une réponse similaire (voir figure 1-30). L'influence des cycles d'humidité et du niveau de charge sur le déplacement en fluage est décrit par les courbes de la figure 1-31. La divergence de ces courbes pour les hauts niveaux de contrainte indique que le matériau est proche de la fissuration.

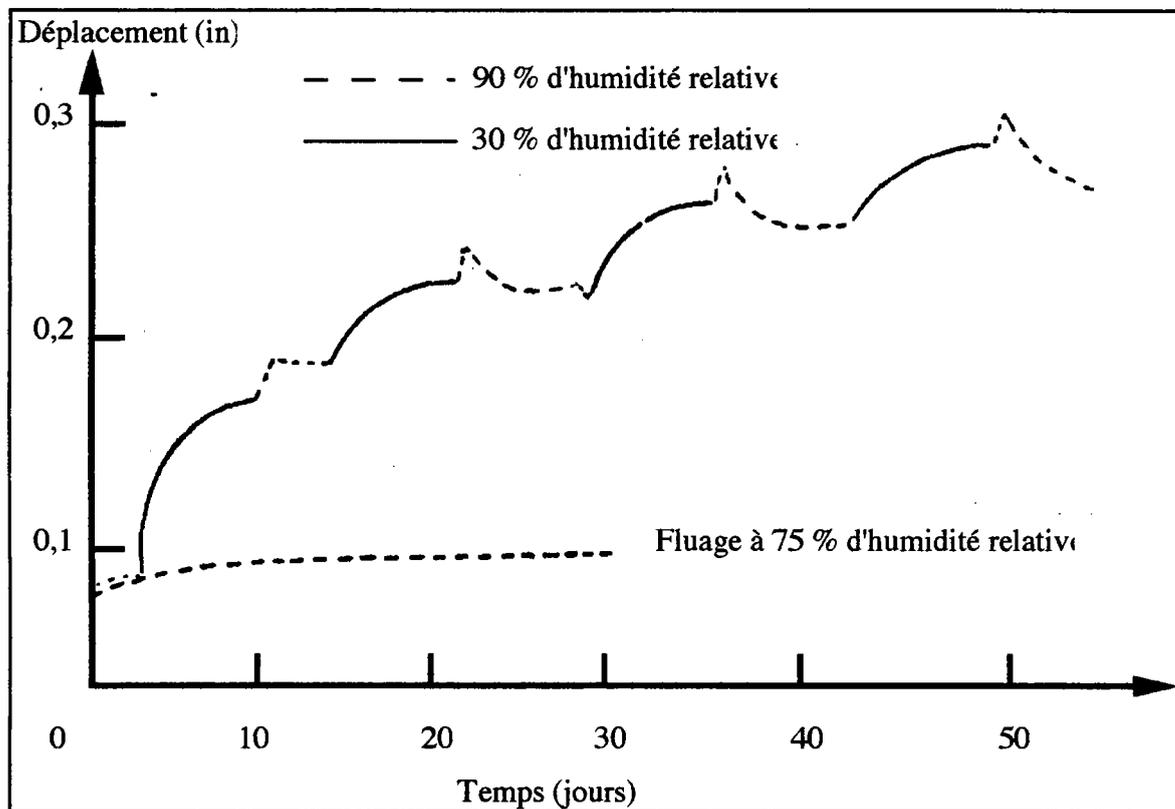


Figure 1-30 : Effet des cycles d'humidité sur le fluage dans le cas de fines éprouvettes de Mahogany africain (acajou) [21].

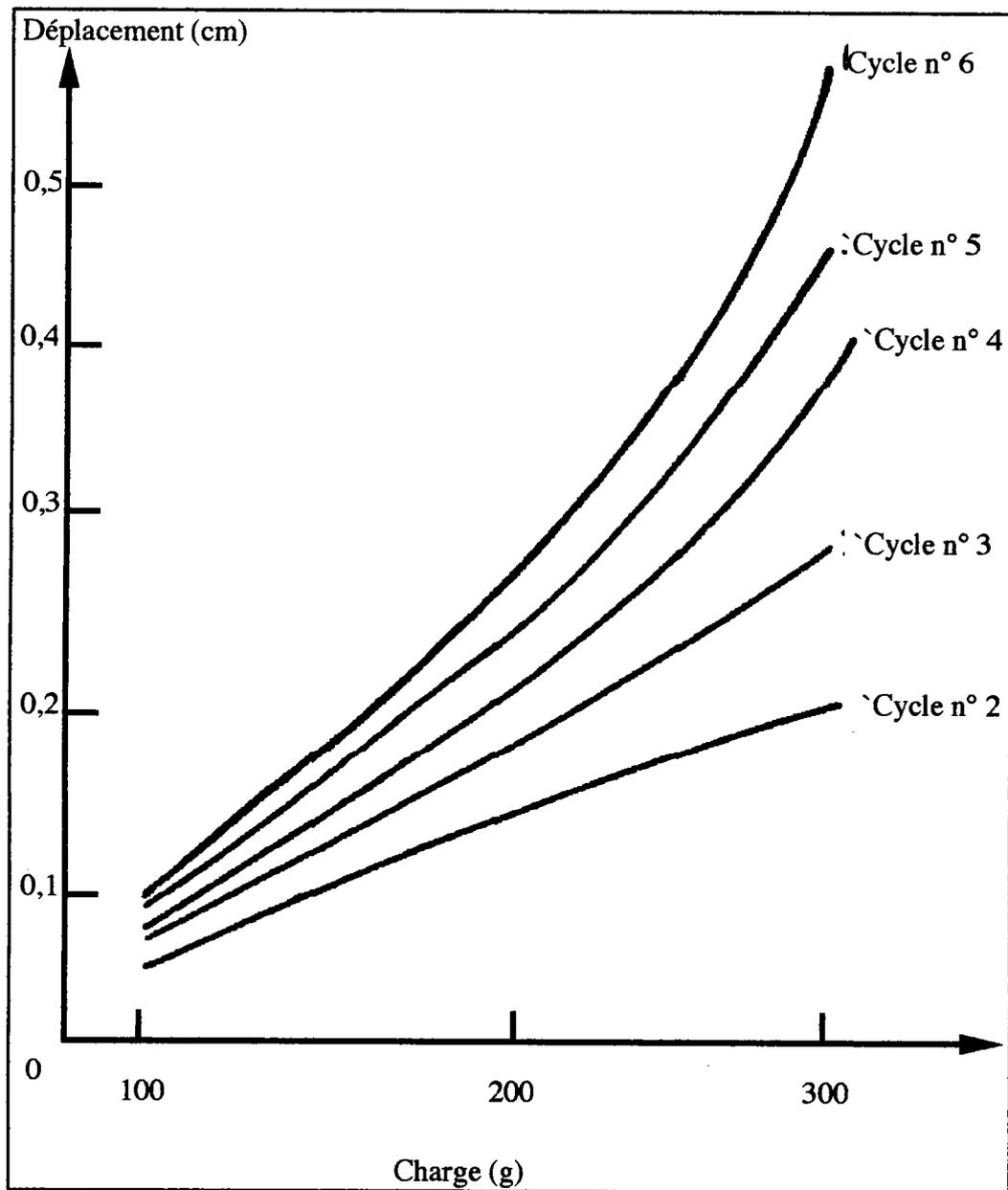


Figure 1-31 : Evolution du déplacement en fluage en fonction du cycle d'humidification et du niveau de charge [21].

I-5-3) Relations Températures / Bois

I-5-3-1) Effets de la température

Une augmentation de la température a deux effets internes sur le bois :

- un changement transitoire des niveaux d'énergie interne,
- une réorganisation permanente de la structure.

Il faut noter qu'il est très difficile de distinguer ces deux effets à cause de la grande variabilité des propriétés mécaniques du bois tant que la température est celle des conditions normales d'utilisation. Néanmoins, il est admis que les propriétés élastiques et la contrainte de rupture diminuent lorsque la température augmente.

On peut noter une similitude entre les effets de la température et ceux de l'absorption d'humidité sur les propriétés du bois. Les effets de la température et du changement de l'humidité du bois sont fréquemment dramatiques. Ils sont de plus très difficiles à prédire et très complexes à analyser. Les effets de la température sur les propriétés mécaniques étant très importants, il faut examiner:

- Les effets d'une température élevée continue,
- Les effets de la température sur l'humidité d'équilibre contenue,
- Les effets combinés de l'humidité et de la température.

I-5-3-2) Niveau de température

L'influence de la température sur les propriétés mécaniques du bois est généralement connue pour les changements notables des paramètres élastiques, de la contrainte, du fluage, des propriétés de la contrainte de relaxation ou de plusieurs combinaisons de celles-ci. L'effet général de la température sur la relation contrainte-déplacement est illustré sur la figure 1-32. La pente des courbes décroît lorsque la température augmente : le module d'élasticité va donc dans ce cas chuter et la contrainte maximale va faire de même. On peut voir aussi sur la figure 1-33 qu'une augmentation de la température accélère le fluage à tous les stades et donc que la déformation augmente jusqu'à fissuration.

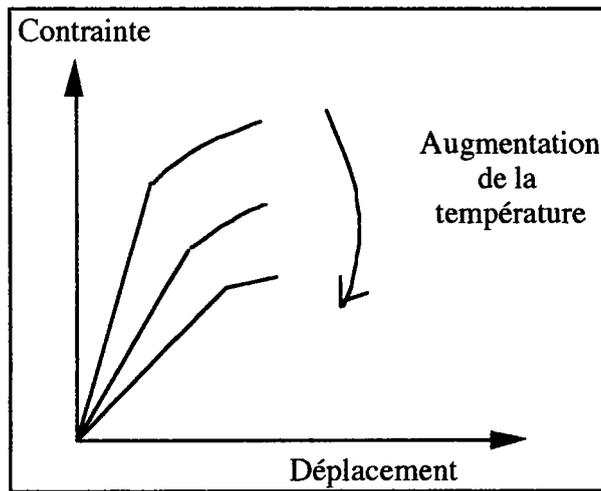


Figure 1-32 : Représentation schématique de l'effet de la température sur la courbe contrainte-déplacement pour le bois [22].

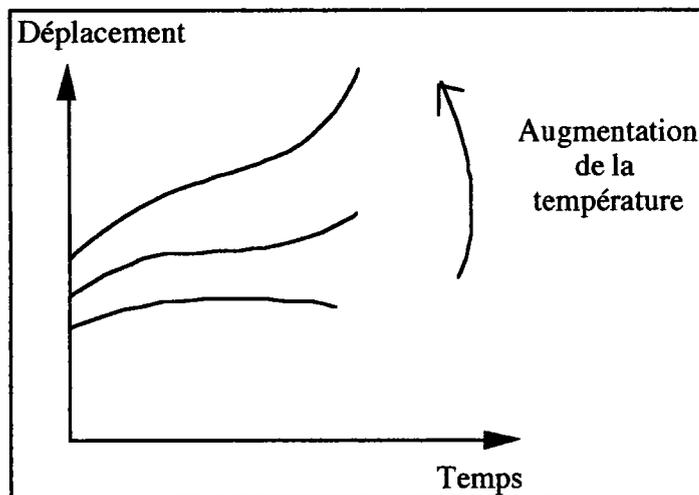


Figure 1-33 : Représentation schématique de l'effet de la température sur le fluage du bois [22].

La figure 1-34 montre la façon dont diminue le module d'élasticité lorsque la température augmente. La courbe suggère que l'effet de la température sur le module d'élasticité peut être décrit par l'utilisation d'une simple relation linéaire de pente α .

On obtient alors une relation entre les deux variables qui prend la forme générale suivante :

$$Y' = Y (1 + \alpha (t' - t)) \quad (I-66)$$

avec : Y' = propriété mécanique à la température t'

Y = propriété mécanique à la température t

α = coefficient d'effet thermique (voir tableau 1-8).

Le coefficient de α est négatif car lorsque la température augmente, les propriétés mécaniques diminuent.

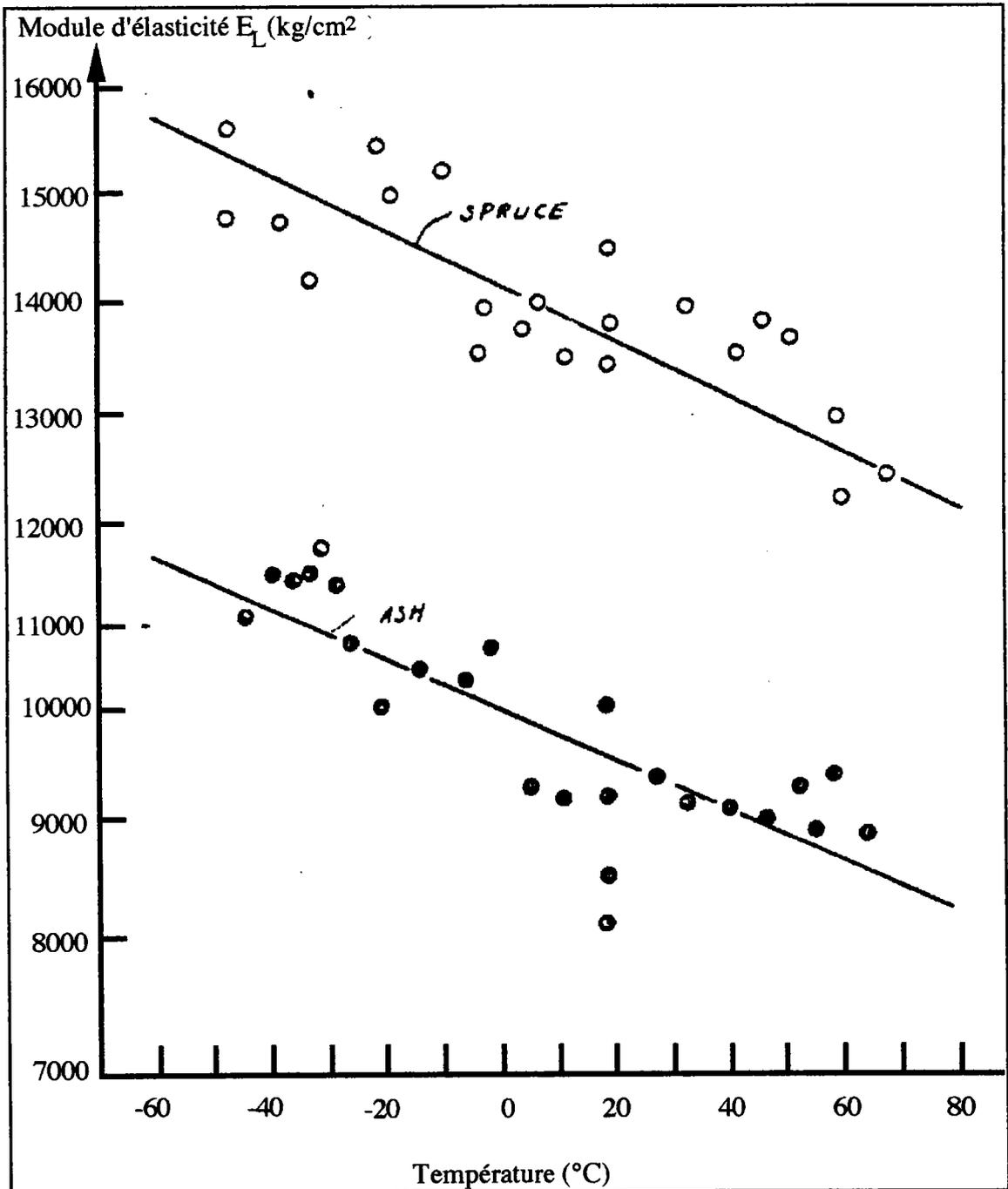


Figure 1-34 : Relation entre E_L et la température pour deux espèces [23].

Espèce	Température °C	Humidité %	α (10^{-3} /°C)					
			α_{EL}	α_{ER}	α_{ET}	α_{GLR}	α_{GLT}	α_{GRT}
Frêne	20 à 60	15	-7,5					
Hêtre	20 à 100	sec	-0,79				-1,6	-1,8
N.Américain	20 à 80	vert			-10			
N.Américain	20 à 80	15			-9			
Bouleau	20 à 100	sec	-1,5				-0,87	
Chêne	20 à 100	sec	-0,73	-2,5	-2,1	-1,7	-1,6	-1,6
Peuplier	20 à 100	sec	-0,6				-1,5	
Épicéa	20 à 60	15	-5					
De Sitka	20 à 100	sec				-1,8	-2	-2,1
Pin	-15 à 50	12	-4,5					

Tableau 1-8 : Coefficients d'effets thermiques pour les paramètres élastiques du bois [24].

1-5-3-3) Interactions température-humidité

La figure 1-35 reflète l'influence de la température et de l'humidité contenue sur le module d'élasticité du chêne rouge dans la direction radiale. L'intersection des courbes figure 1-35-a indique la réduction du point de saturation des fibres avec l'augmentation de la température [25].

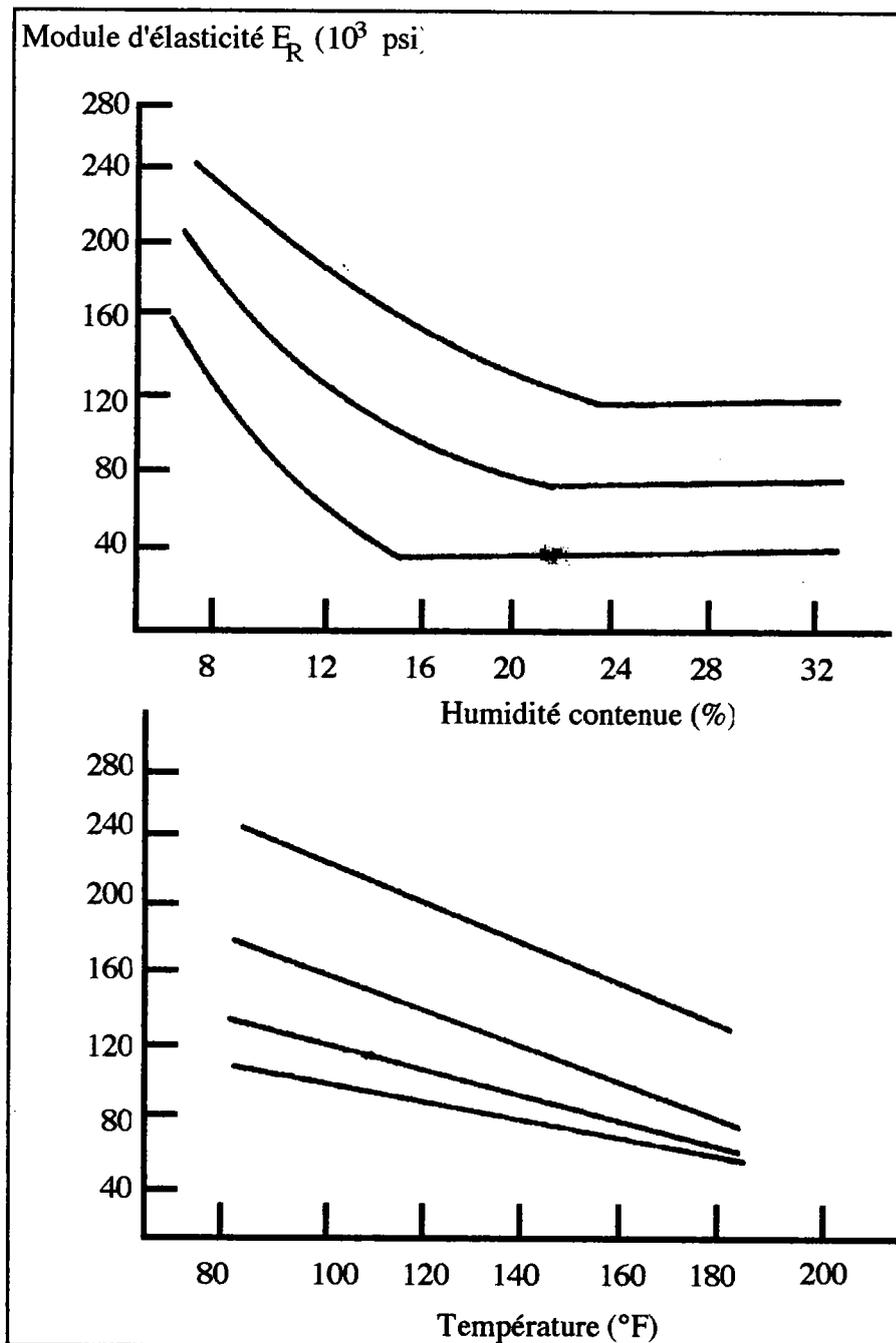


Figure 1-35 : Effets combinés de la température et de l'humidité sur E_R dans le cas du chêne rouge : a) humidité, b) température [25].

La figure 1-36 nous fait remarquer que la dépendance de la température par rapport au module d'élasticité tend, à une humidité contenue donnée, à être non linéaire lorsque l'on approche du point de saturation des fibres [26].

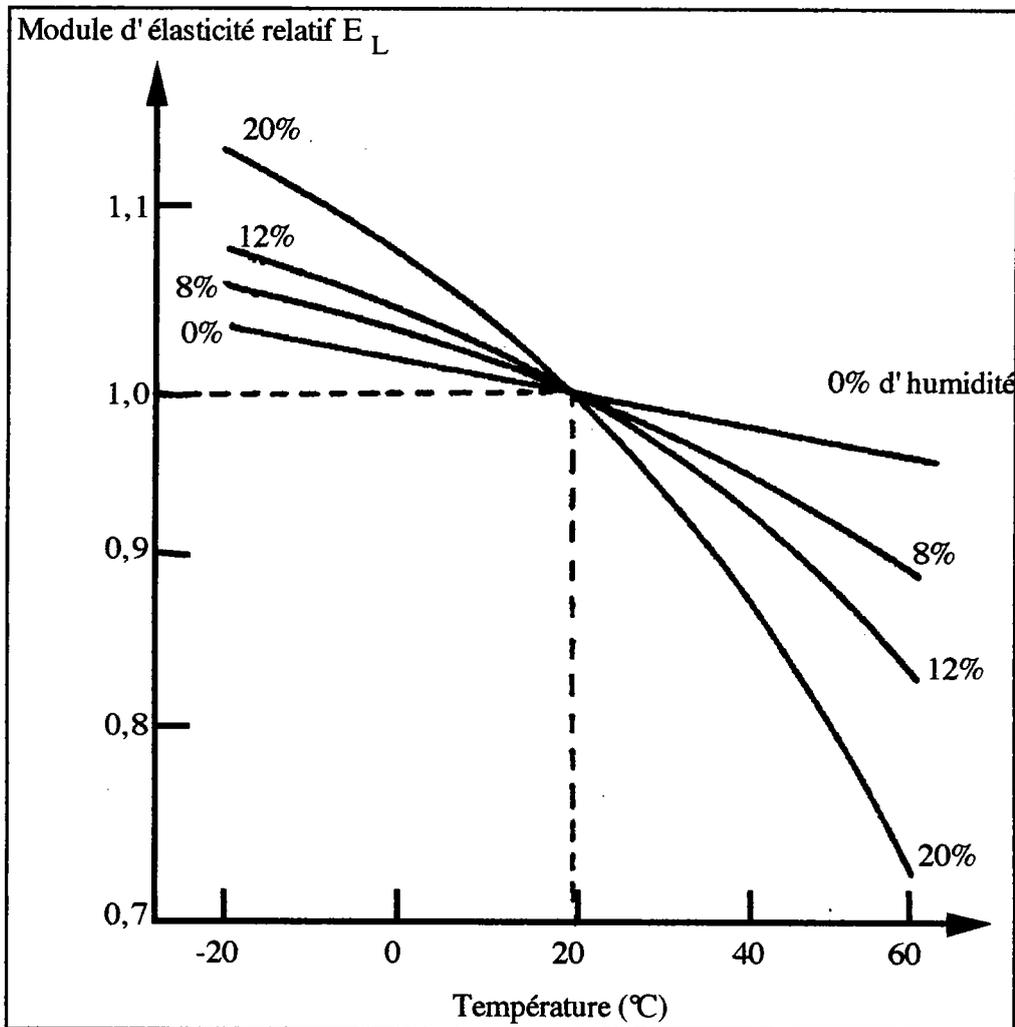


Figure 1-36 : Interaction humidité contenue-température sur E_L [26].

I-6) Endommagement

I-6-1) Processus de la rupture

Nous allons définir de façon précise les termes de dommage et d'endommagement qui ne veulent pas dire la même chose. Pour ce faire, nous étudions le processus de rupture d'une éprouvette en traction (voir la figure 1-37 de la page suivante) qui se décompose en 4 phases bien distinctes :

Phase n°1 : le matériau est sain et aucune contrainte ne lui est appliqué donc $\sigma = 0$ et $D = 0$.

Phase n°2 : on applique au matériau une contrainte σ qui reste inférieure à σ_s qui correspond à la contrainte du seuil de plasticité. Cela signifie que si on supprime cette contrainte σ , le matériau reprend sa forme initiale donc $D = 0$.

Phase n°3 : on applique maintenant au matériau une contrainte σ supérieure à σ_s . Si on supprime cette contrainte σ , le matériau ne peut plus reprendre sa forme initiale, il a subi une dégradation donc $D \neq 0$.

Phase n°4 : on applique une contrainte σ équivalente à la contrainte de rupture critique σ_c : c'est la rupture définitive du matériau donc $D = 1$.

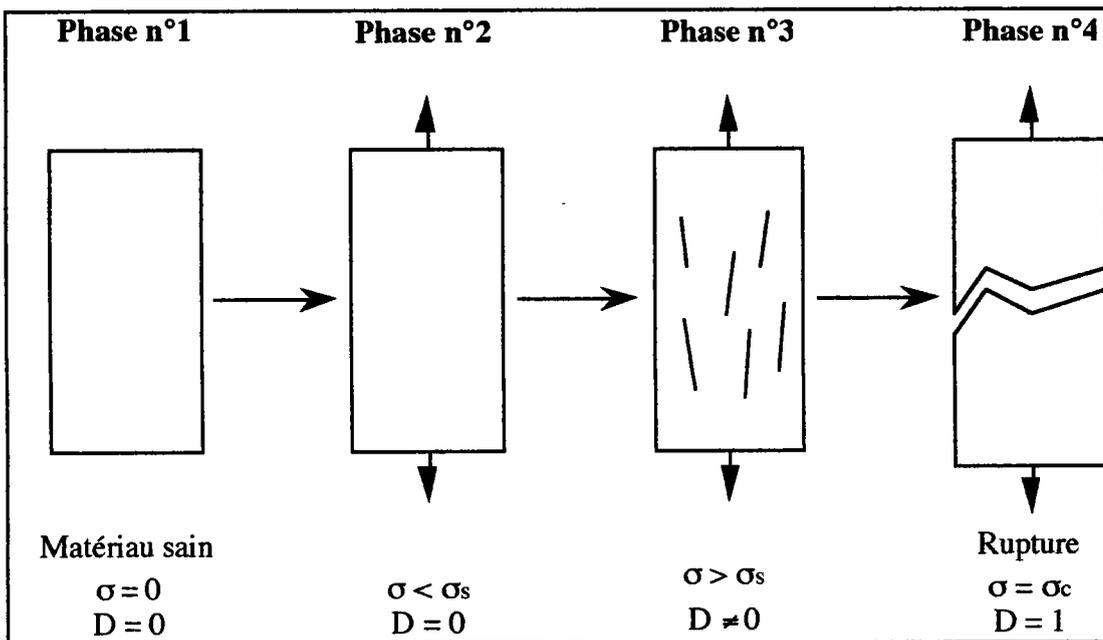


Figure 1-37 : Processus de la rupture.

Le matériau subit un dommage et/ou un endommagement à partir de la phase n°3 jusqu'à la phase n°4.

I-6-1-1) Définition du dommage

Le terme de dommage est associé étymologiquement à la notion de dégât comme les trous ou le délaminage par exemple. Ces dégâts peuvent être de nature microscopique (défauts ponctuels, linéaires ou plans) ou macroscopiques comme les fissures dans le cas de chargement mécanique. Ainsi le dommage d'un matériau est défini par les modifications irréversibles de sa structure interne.

I-6-1-2) Définition de l'endommagement

L'endommagement d'un matériau est défini par les modifications de ses propriétés comme la perte de rigidité, la diminution de la durée de vie ou des déformations de fluage sous l'effet de sollicitations cycliques ou de fatigue par exemple.

I-6-1-3) Remarque

Les mécanismes d'endommagement du matériau composite rendent difficile la description de la détérioration générale, d'autant plus qu'ils jouent des rôles qui sont plus ou moins importants dans les différents composites. Les modes d'endommagement du matériau sont étroitement liés à leur mise en forme ou à leurs modes de sollicitations qui jouent un rôle fondamental [29].

Afin de déterminer avec exactitude le comportement mécanique des matériaux, il est indispensable d'évaluer quantitativement l'amorçage et la progression de l'endommagement. Les mécanismes de dégradation sont souvent très divers et difficilement dissociables, par conséquent la méthodologie d'essai devra être rigoureuse [30].

I-6-2) Méthodes d'évaluation

Les différentes méthodes utilisées pour évaluer un dommage ou un endommagement (terme désignant généralement la résultante de toutes les altérations subies par le matériau) suscitent bien des controverses, et diffèrent donc suivant les auteurs. La définition des dégâts est à considérer.

Plusieurs méthodes sont actuellement utilisées pour suivre l'évolution et mieux comprendre l'endommagement des matériaux composites mais peu sont encore utilisées pour les matériaux composites à base de bois.

Les méthodes sont classées en 2 catégories, d'une part celles qui s'intéressent à la quantification des dégâts et d'autre part celles qui examinent l'évolution d'une propriété du matériau consécutive à l'introduction de ces dégâts.

Aussi pour relier l'influence de l'un ou plusieurs d'entre eux notés Y à l'altération d'une propriété notée X , on définit une fonction d'endommagement D_X^Y qui relie Y à X soit de façon directe, soit par l'intermédiaire d'une autre fonction indicatrice en terme de dégâts \tilde{Y} ou de propriété \tilde{X} suivant la relation ci-après :

$$D_X^Y = f(\tilde{y}, \tilde{x}) \quad (I-67)$$

I-6-2-1) Méthodes quantifiant les dégâts

Pour expliciter cette notion abstraite, nous citerons quelques exemples de fonction d'endommagement de propriétés mécaniques prises à partir de dégâts se produisant lors de sollicitations mécaniques dans des matériaux métalliques.

I-6-2-1-1) Mesure des longueurs de fissures

Pineau et Levallant [31] mesurent l'endommagement à partir des longueurs de fissures, ils considèrent la fonction d'endommagement dans les matériaux métalliques comme étant le rapport entre la longueur endommagée de joints de grains et la longueur moyenne des joints de grains.

Par conséquent, la fonction d'endommagement peut se définir ainsi :

$$D_X^Y = D_{\text{durée de vie}}^{\text{microfissure}} = f(\tilde{y}, \beta) = \frac{\text{Longueur de fissures cumulées}}{\text{Longueur moyenne au joint de grain}} \quad (\text{I-68})$$

I-6-2-1-2) Mesure de rayons de cavités

Mc Clintock [32] mesure l'endommagement à partir des rayons de cavités. Selon lui, la fonction d'endommagement dépend du rapport de l'évolution du rayon de cavité R et de son rayon initial R₀, cavité qui se forme autour des inclusions lors de la déformation plastique ε_p.

Dans ce cas, la fonction d'endommagement peut se définir ainsi :

$$D_X^Y = D_{\text{déformation plastique}}^{\text{cavités}} = D_{\varepsilon_p}^{\text{cavités}} = f(\tilde{y}, \varepsilon_p) = \text{Ln}\left(\frac{R}{R_0}\right) \quad (\text{I-69})$$

I-6-2-2) Méthodes mesurant l'évolution d'une propriété

La fonction d'endommagement peut aussi être définie à partir de l'altération d'une propriété.

I-6-2-2-1) Évolution de l'amplitude de déformation plastique

Chaboche [34] étudie l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique Δε_p au cours du cyclage mécanique et il considère que les dégâts apparus correspondent à l'évolution des microfissures.

$$D_X^Y = D_{\text{déformation plastique}}^{\text{microfissures}} = D_{\Delta\varepsilon_p}^{\text{microfissures}} = f(\text{microfissure}, \Delta\varepsilon_p) = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon_{p0}}{\Delta\varepsilon_{pi}}\right)^{1/m_c} \quad (\text{I-70})$$

Δε_{p0} représente l'amplitude de déformation plastique au cycle stabilisé

Δε_{pi} représente l'amplitude de déformation plastique au n^{ième} cycle stabilisé

m_c représente une constante du matériau utilisé

I-6-2-2-2) Évolution du module de YOUNG

Dufailly [35] définit la fonction d'endommagement à partir du module de YOUNG, il considère l'évolution de l'élasticité du matériau au cours de cyclage charge-décharge par la mesure du module de YOUNG.

$$D_X^Y = D_{\text{évolution du module d'élasticité}}^{\text{évolution de texture}} = f(\tilde{y}, E) = \frac{E - E'}{E - E_r} \quad (\text{I-71})$$

E_r représente le module d'élasticité lors de la rupture

E' représente le module d'élasticité lors du premier chargement

E' représente le module d'élasticité après chaque décharge

Sous l'effet des sollicitations cycliques, la structure du matériau évolue en fonction du nombre de cycles. Cette évolution s'accompagne de changements structuraux du matériau. Pour le cas du bois, il s'agit de l'arrachement des fibres puis directement de la rupture du matériau ou tout simplement dans le cas d'assemblages collés d'une rupture adhésive.

I-6-2-2-3) Évolution de la résistance électrique du matériau

Raguet [36] mesure la variation de résistance d'un corps liée aux défauts dans le matériau. Ces défauts peuvent être ponctuels, linéaires ou plans. Cette méthode est principalement utilisée pour le suivi de la propagation de fissure.

$$D_X^Y = D_{\text{Rupture}}^{\text{défauts}} = \frac{R_N - R_0}{R_{NR} - R_0} \quad (I-72)$$

R_0 représente la résistance du matériau vierge
 R_N représente la résistance du matériau au cycle N
 R_{NR} représente la résistance du matériau à rupture

I-6-2-2-4) Évolution de la densité

Jalinier [37] mesure la variation de la densité. La méthode consiste à peser alternativement un échantillon de référence et l'échantillon à analyser, dans l'air puis dans un liquide. La fonction d'endommagement sera constituée par l'évolution de densité produite par les cavités qui naissent dans le matériau au cours du cyclage mécanique.

$$D_X^Y = D_{\epsilon_p}^{\text{cavités}} = \frac{d_i - d_0}{d_r - d_0} \quad (I-73)$$

d_0 représente la densité volumique au cycle initial
 d_i représente la densité volumique au cycle i
 d_r représente la densité volumique lors de la rupture

I-6-2-3) Remarque

Une fonction d'endommagement ne sera correctement définie que si la nature des dégâts pris en compte et la propriété indicatrice sont précisées [38].

I-6-3) Loi de comportement du dommage ou de l'endommagement

Une manière classique de traduire l'évolution de la fonction d'endommagement est d'introduire, comme propriété indicatrice, l'évolution de la loi de comportement.

Celle-ci peut être de 2 sortes : - linéaire,
- non linéaire.

I-6-3-1) Loi linéaire de Miner et Palmgren

Miner et Palmgren [39] avaient supposé que le dommage noté D est une fonction linéaire (voir la figure 1-38) de la fraction de vie β selon la relation suivante :

$$d(D_X^Y) = -C_1 \cdot dN \quad \text{et} \quad \beta = \frac{N_i}{N_R} = (D_X^Y)_i \quad (\text{I-74})$$

avec : C_1 est une constante

$$d(D_X^Y) = 0 \quad \text{pour} \quad N = 0$$

$$d(D_X^Y) = 1 \quad \text{pour} \quad N = N_R$$

Pour un niveau de sollicitation donné :

N_i représente le nombre de cycles effectués
 N_R représente le nombre de cycles à rupture

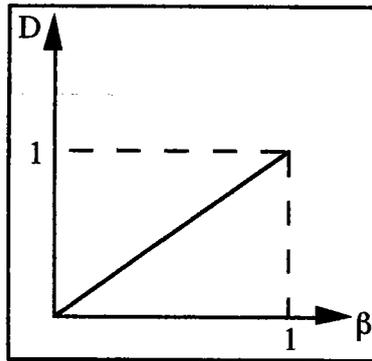


Figure 1-38 : Évolution de la loi linéaire de Miner et Palmgren.

I-6-3-2) Loi non linéaire

I-6-3-2-1) Loi de Chaboche

Chaboche [34] propose une loi d'endommagement non linéaire (voir la figure 1-39) basée sur la mesure de l'amplitude de la déformation plastique au cours du cyclage mécanique selon la relation suivante :

$$D_X^Y = 1 - \left(\frac{\Delta \epsilon_{p0}}{\Delta \epsilon_{pi}} \right)^{1/m_c} \quad (\text{I-75})$$

$\Delta \epsilon_{p0}$ représente l'amplitude de déformation plastique au cycle stabilisé

$\Delta \epsilon_{pi}$ représente l'amplitude de déformation plastique au $i^{\text{ème}}$ cycle stabilisé

m_c représente une constante du matériau utilisé

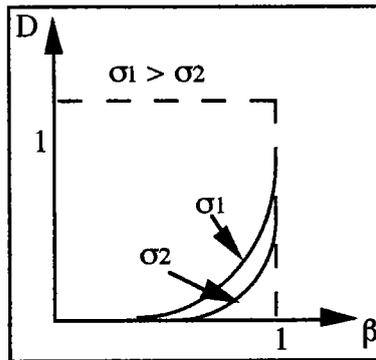


Figure 1-39 : Évolution de la loi non linéaire de Chaboche.

I-6-3-2-2) Loi de Raguét

Raguét [36] traduit la fonction d'endommagement non linéaire (voir la figure 1-40 de la page suivante) selon la loi suivante :

$$D = \frac{X_i - X_0}{X_R - X_0} \quad (I-76)$$

avec : X_0 et X_i représente la propriété au cycle initial et au cycle n^oi
 X_R représente la propriété à rupture

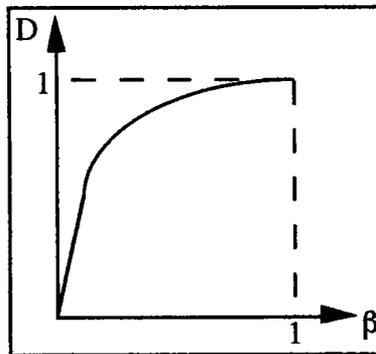


Figure 1-40 : Évolution de la loi non linéaire de Raguét.

I-6-3-2-3) Loi de Corten-Dolan

Corten-Dolan [40] propose une fonction d'endommagement non linéaire pour la fatigue (voir la figure 1-41) selon la loi suivante :

$$D_X^Y = C_2 \cdot N^a \quad \text{avec } C_2 \text{ et } a = \text{constantes} \quad (I-77)$$

$$\text{Pour un niveau de contrainte } \sigma_1 : \left(D_X^Y \right)_1 = C_{21} \cdot N^a$$

$$\text{Pour un niveau de contrainte } \sigma_2 : \left(D_X^Y \right)_2 = C_{22} \cdot N^a$$

Le rapport des niveaux de contrainte nous donne : $\frac{C_{21}}{C_{22}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$

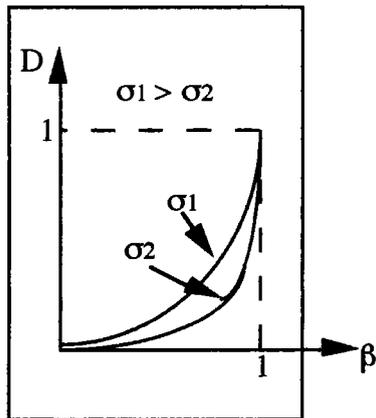


Figure 1-41 : Évolution de la loi non linéaire de Corten-Dolan.

I-6-3-2-4) Loi de Henry et Gatts

Henry et Gatts [41] proposent une loi d'évolution du dommage non linéaire pour la fatigue (voir la figure 1-42) selon la formule suivante :

$$D_X^Y = \frac{\beta}{1 + \frac{1}{\gamma} \cdot (1 - \beta)} \quad \text{avec } \gamma = \frac{\sigma - \sigma_d}{\sigma_d} \quad (I-78)$$

avec : σ : la contrainte appliquée
 σ_d : la contrainte en limite d'endurance

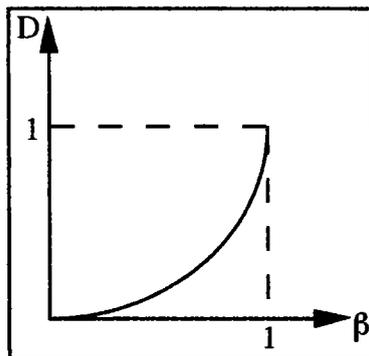


Figure 1-42 : Évolution de la loi non linéaire de Henry et Gatts.

I-6-3-2-5) Loi de Bui-Quoc

Bui-Quoc [42] propose une loi d'évolution du dommage non linéaire (voir la figure 1-43 ci-dessous) selon la formule suivante :

$$D_X^Y = \frac{\beta}{\beta + (1-\beta) \left[\frac{\gamma - (\gamma / \gamma_u)^8}{\gamma - 1} \right]} \quad \text{avec } \gamma_u = \frac{R_m}{\sigma_d}; \gamma = \frac{\sigma}{\sigma_d} \quad (I-79)$$

avec : σ : la contrainte appliquée
 σ_d : la contrainte en limite d'endurance
 R'_m : Résistance ultime cyclique

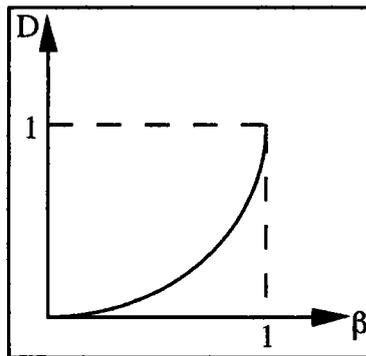


Figure 1-43 : Évolution de la loi non linéaire de Bui-Quoc.

I-6-3-2-6) Loi non linéaire en "forme de S"

Pluvinage et Raguet [43] proposent une loi d'évolution du dommage non linéaire en "forme de S" (voir la figure 1-44) selon la formule suivante :

$$D = \frac{f_i - f_o}{f_r - f_o}$$

avec :

f_o représente la flèche pour le matériau vierge
 f_r représente la flèche lors de la rupture
 f_i représente la flèche après N cycles de déformation.

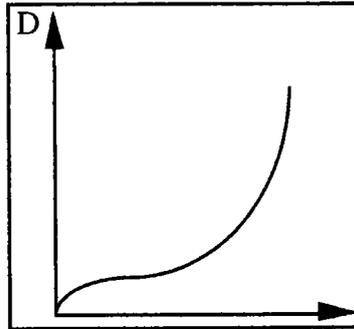


Figure 1-44 : Évolution de la loi non linéaire en forme de S.

I-6-4) Couplage élasticité et endommagement

L'endommagement dans les matériaux composites apparaît dès les premiers cycles, et se manifeste progressivement tout au long du cyclage, par une évolution des caractéristiques mécaniques.

Il est introduit sous la forme d'une variable D, liée à la réduction de la surface résistant à la sollicitation.

I-6-4-1) Théorie de Katchanov et Rabotnov

L'approche géométrique de Katchanov [44] est basée sur le concept de la contrainte effective. L'utilisation de la notion de contrainte effective repose sur l'hypothèse suivante : les relations de comportement élastique, plastique, ou viscoélastique du matériau endommagé s'écrivent sous la même forme que celle d'un matériau vierge en remplaçant les contraintes nominales σ_n par les contraintes effectives $\tilde{\sigma}$.

Ces dernières, introduites initialement par Rabotnov [45] sont les contraintes qui, appliquées à un élément de volume non endommagé, provoqueraient une déformation égale à celle produite par la contrainte apparente σ appliquée à l'élément de volume endommagé.

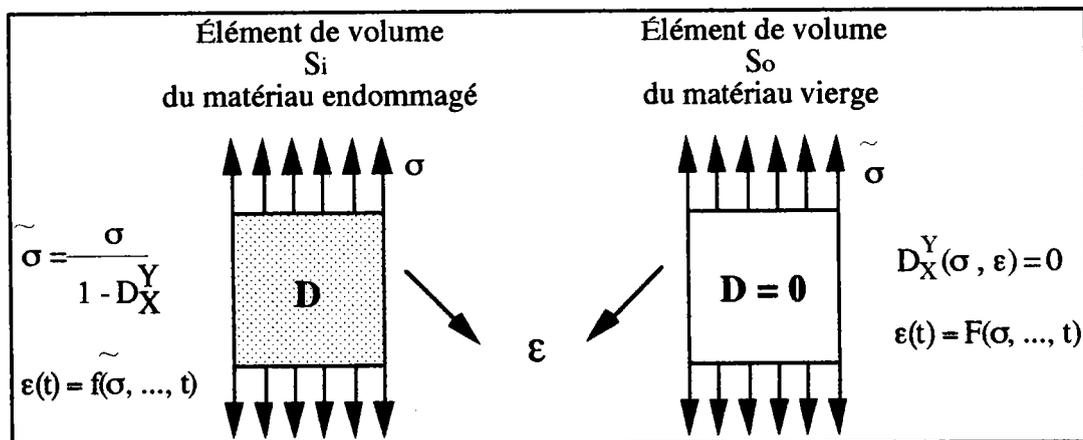


Figure 1-45 : Théorie de Katchanov.

L'évolution du dommage est donnée alors par : $D_X^Y(\sigma, \varepsilon) = f(\tilde{\sigma}, \dot{\sigma}, D)$
(I-80)

La contrainte effective s'exprime par : $\sigma_e = \frac{\sigma}{1-D}$ (I-81)

σ_e est supérieure à σ pour un matériau endommagé
 $D = 0$ correspond à l'état non endommagé ou matériau vierge
 $D = 1$ correspond à l'état d'endommagement maximal ou rupture

I-6-4-2) Théorie de Lemaitre et Chaboche

Lemaitre et Chaboche [46] proposent ensuite de remplacer la contrainte appliquée σ , dans les lois de comportement du matériau non endommagé, par la contrainte effective σ_e

La déformation élastique en traction d'un matériau avec endommagement s'écrit :

$$\varepsilon^e = \frac{\sigma_e}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E} = \frac{\sigma}{E_e} \quad \text{d'où} \quad D = 1 - \frac{E_e}{E} = \frac{E - E_e}{E} \quad \text{(I-82)}$$

E_e représente le module d'élasticité pour un état endommagé

La mesure de l'endommagement peut ainsi être obtenue par comparaison du module d'élasticité E_e avec le module de Young initial E .

La variable destinée à mesurer l'état d'endommagement du matériau au cours de l'essai, est donc la variation relative du module d'élasticité suivant la direction de sollicitation.

De ce fait, la raideur des éprouvettes est mesurée à intervalles déterminés tout au long des essais. La mesure des modules est toujours réalisée.

I-6-5) Couplage niveau de contrainte et endommagement

I-6-5-1) Modèle de Barrett et Foschi [47, 48]

De tous les modèles d'endommagement, seule l'évolution d'endommagement non linéaire et les fonctions cumulatives non linéaires sont retenues. Quelques travaux expérimentaux proviennent des modèles proposant l'existence d'un niveau de seuil de contrainte σ_0 qui n'accumule pas d'endommagement.

L'expression du modèle de Barrett et Foschi est la suivante :

$$\frac{dD}{dt} = a.(\sigma(t) - \sigma_0)^b + \lambda.D(t) \quad \text{si } \sigma(t) > \sigma_0 \quad (\text{I-83})$$

$$\frac{dD}{dt} = 0 \quad \text{si } \sigma(t) \leq \sigma_0 \quad (\text{I-84})$$

avec :

a, b, λ sont des paramètres constants,
 σ_0 représente le seuil de contrainte.

Ce modèle est relativement simple à utiliser et à ajuster.

$$D(t) = \exp(\lambda.t). \int_0^t a.(\sigma(t) - \sigma_0)^b \exp(-\lambda.t) dt \quad (\text{I-85})$$

I-6-5-2) Modèle de Barret et Foschi associé au modèle Kelvin-Voigt

Le modèle de Barrett et Foschi ne permet pas de prendre en compte la viscosité du bois sous chargement cyclique. Aussi le modèle de Kelvin-Voigt a été associé au modèle de Barrett et Foschi [49].

Le modèle de Kelvin-Voigt est composé d'un ressort et d'un amortisseur monté en parallèle.

Un solide parfaitement élastique obéit à la loi de Hooke tel que :

$$\sigma = E.\varepsilon \quad \text{pour le ressort} \quad (\text{I-86})$$

Un liquide visqueux obéit à la loi de Newton tel que :

$$\varepsilon' = \frac{\sigma}{\eta} \quad \text{pour l'amortisseur} \quad (\text{I-87})$$

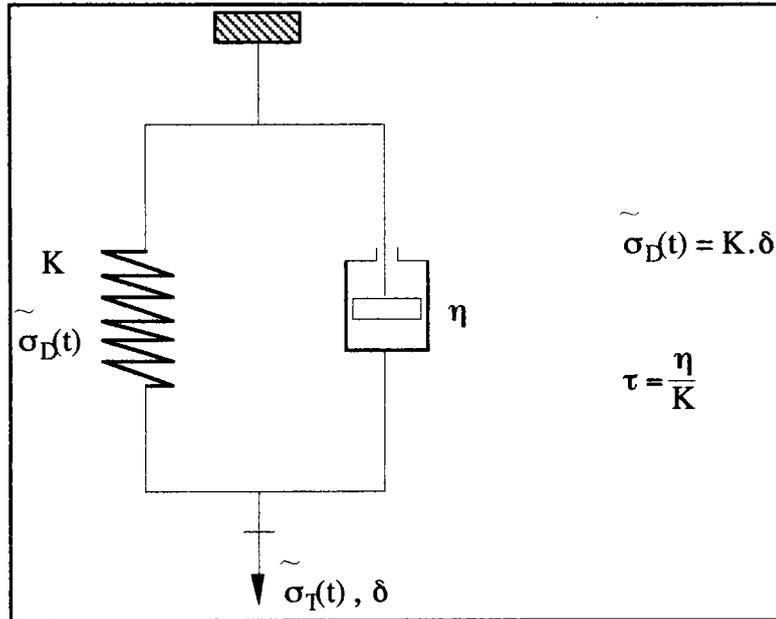


Figure 1-46 : Modèle de Kelvin-Voigt.

Seule la partie élastique du modèle rhéologique est supposé être affectée par le dommage [49].

Dans le modèle d'endommagement, $\sigma(t)$ est remplacée par la contrainte $\tilde{\sigma}_D(t)$ comme le montre la figure 1-46.

En choisissant, $\sigma_0 = 0$, l'expression du modèle de Barrett et Foschi devient la suivante :

$$\frac{dD}{dt} = a.(\tilde{\sigma}_D(t))^b + \lambda.D(t) \quad (I-88)$$

$\tilde{\sigma}_D(t)$ est fonction du rapport $\tau = \frac{\eta}{K}$

Comme $\sigma_0 = 0$, le nombre de paramètres du modèle n'est pas augmenté.

Les lois d'endommagement proposent bien souvent des expressions complexes avec beaucoup de paramètres. Certaines lois ont été rappelées. Pour notre part, nous allons tenter de définir une loi d'endommagement simple avec un minimum de paramètres.

I-7) Conclusion

Le bois est un matériau dont la modélisation orthotrope est largement vérifiée pour expliciter le comportement mécanique en utilisation comme bois massif ou même sous forme de lamellé-collé.

Dans le cas d'une expérience de fluage, mais aussi de recouvrance ou de relaxation, on met en évidence le comportement viscoélastique du matériau bois. Il est possible de décrire le fluage par une "fonction de fluage". Cette "fonction de fluage" prend des formes différentes. Il existe différents modèles rhéologiques (Modèle de Maxwell, de Burger, de Kelvin-Voigt...) permettant de décrire le comportement viscolélastique du bois. Ces modèles utilisent toujours des combinaisons de ressorts et d'amortisseurs pour décrire le fluage du bois.

Si nous étudions le comportement du bois en fatigue fluage, on peut imaginer des essais à cyclage unilatéral ou bilatéral à charge constante. Dans le cas d'essais à cyclage unilatéral, le niveau de charge influe significativement sur le fluage et on remarque une augmentation non linéaire du fluage avec une augmentation linéaire de la charge.

L'environnement humidité-température a une grande influence sur le comportement mécanique du bois et en particulier dans le cas d'essais de fluage. Il est donc absolument nécessaire de bien maîtriser ces deux paramètres lors des essais. En effet, des cycles de séchage et d'humidification sur des éprouvettes soumises au fluage peuvent faire augmenter les déplacements d'un facteur 20 par rapport à un essai identique à humidité constante et contrôlée.

Enfin, les lois d'endommagement proposent bien souvent des expressions complexes avec beaucoup de paramètres. Certaines lois ont été rappelées. Pour notre part, nous allons tenter de définir une loi d'endommagement simple avec un minimum de paramètres.

CHAPITRE II

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Chapitre II : Étude expérimentale

II-1) Introduction

L'étude bibliographique nous a montré l'importance du niveau de charge de l'éprouvette, de la température et de l'humidité du milieu environnant et de la durée des cycles de charge et de décharge de l'éprouvette pour la réponse au fluage.

Le but de ces essais est de déterminer le comportement en fatigue-fluage du matériau bois (épicéa commun). Nous allons plus particulièrement nous intéresser à l'évolution de la déformation d'une éprouvette au cours de plusieurs cycles de charge et de décharge.

Le fluage est généré à l'aide d'un montage de flexion quatre points. Les mesures de la déformation, relevées à intervalles de temps réguliers, sont prises par des comparateurs.

L'ensemble des essais se déroulent à l'intérieur d'une enceinte climatique régulée en température et en humidité.

II-2) Protocole expérimental

Pour étudier le comportement du matériau bois en fatigue fluage, il est nécessaire de maîtriser les quatre paramètres suivants :

- le niveau de charge,
- les durées respectives des périodes de charge et de décharge,
- l'humidité ambiante,
- la température ambiante.

Pour effectuer les essais de fatigue fluage, nous allons utiliser un montage de flexion quatre points. Ce type d'essai étant relativement long, le montage d'essai nous permet d'effectuer simultanément six essais.

Afin de maîtriser parfaitement l'humidité et la température, les essais sont réalisés dans une enceinte climatique dont la chambre est régulée en humidité et en température. Ceci implique que les dimensions du montage d'essai doivent être suffisamment réduites pour entrer à l'intérieur de l'enceinte.

Les essais se déroulant dans une enceinte climatique dont le fond est relativement fragile, le poids total du montage en charge doit être le plus faible possible. Ceci nous oblige donc à utiliser des éprouvettes de taille réduite.

L'étude bibliographique nous a montré qu'une humidité importante est très pénalisante pour le matériau bois en termes de résistance. Nous avons donc choisi d'effectuer les essais avec une humidité relative de l'air de 95%. Nous avons fixé la température d'essai à 20°C afin de protéger le matériel de mesure

(comparateurs). La température et l'humidité de l'enceinte climatique sont relevées régulièrement.

Afin d'écourter au maximum la durée des essais de fatigue fluage, nous avons choisi d'imposer un niveau de charge élevé. Il se situe à 90% de la charge de rupture théorique calculée.

La première série d'essais (6 éprouvettes) nous a permis de déterminer la durée des cycles de charge et de décharge des éprouvettes. Cette durée s'étend du début de l'expérience au début du fluage secondaire.

La mesure de la déformation de fluage s'effectue à l'aide de comparateurs et à intervalles de temps réguliers (simultanément avec les relevés de température et d'humidité).

II-3) Eprouvettes

Les éprouvettes utilisées ont été taillées dans des poutres couramment utilisées en construction. Nous nous sommes approvisionné chez un fabricant de charpente. L'essence utilisée est de l'épicéa commun.

Les éprouvettes sont parallélépipédiques et ont les dimensions suivantes:

- largeur : 20 mm
- longueur : 380 mm
- Hauteur : 3 mm

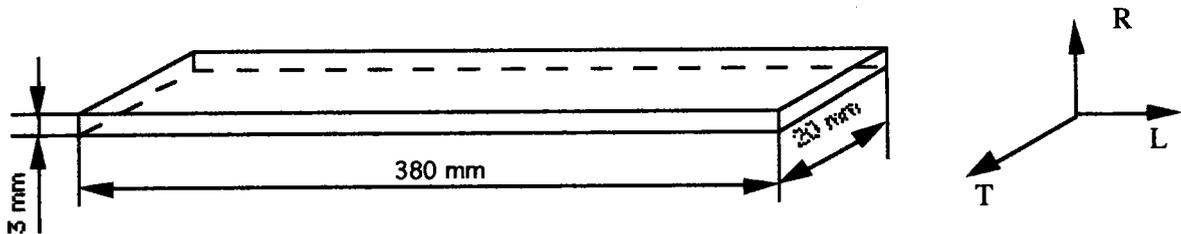


Figure 2-1 : Caractéristiques dimensionnelles des éprouvettes.

Les éprouvettes sont taillées dans le sens longitudinal.

II-4) Enceinte climatique

II-4-1) Description de l'appareil

Les éprouvettes et le montage d'essai sont placés dans la chambre régulée en température et en humidité d'une enceinte climatique, représentée schématiquement sur la figure 2-2 ci-dessous. C'est une étuve de marque CLIMATS, de type TMH 300.

Cet appareil permet d'obtenir une température de l'air comprise entre -50°C et $+150^{\circ}\text{C}$ et une humidité relative comprise entre 5 et 100 %, uniquement dans la gamme de température 0°C - 100°C .

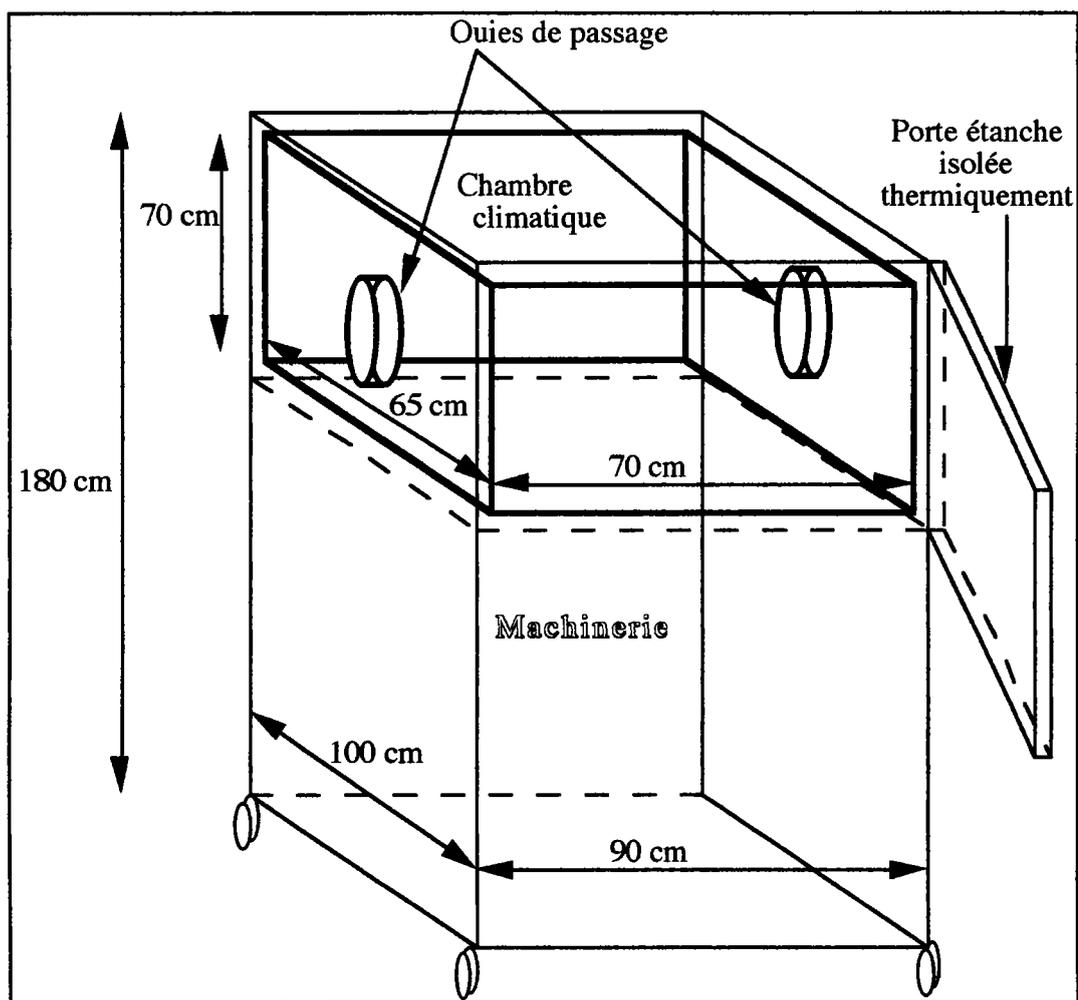


Figure 2-2 : Schéma de l'enceinte climatique.

Cette enceinte climatique permet de maintenir une humidité relative de l'air et une température constante lors des essais.

Le volume de matériau hygroscopique présent dans l'enceinte étant faible par rapport aux dimensions de celle-ci, les performances décrites avec l'enceinte vide sont maintenues avec l'introduction des éprouvettes.

II-5) Le montage d'essai

II-5-1) Caractéristiques générales du montage d'essai

On remarque sur la figure 2-3 que les appuis sont cylindriques de rayon 30 mm et mobiles autour d'un axe perpendiculaire au plan de flexion de façon à limiter les déformations du bois sous ces appuis et éviter d'introduire une composante de traction qui fausserait les résultats.

Le dispositif de mesure de la flèche est solidaire du dispositif de chargement. La mesure de la flèche est prise au milieu des appuis centraux sur le

dessus de l'éprouvette. Cette mesure est réalisée par un comparateur dont l'étalonnage a été vérifié. Les états de surface de l'éprouvette et des appuis cylindriques sont tels que le glissement de l'un sur l'autre est aisé.

Le dispositif de chargement est guidé par deux axes situés sous l'éprouvette afin d'éviter tout risque de basculement de celui-ci et afin de centrer correctement ce dispositif par rapport aux appuis extérieurs.

Enfin, le dispositif de chargement peut être suspendu à une traverse supérieure fixe par rapport au bâti du montage par l'intermédiaire de câbles. La hauteur est réglable grâce à un ensemble vis écrou.

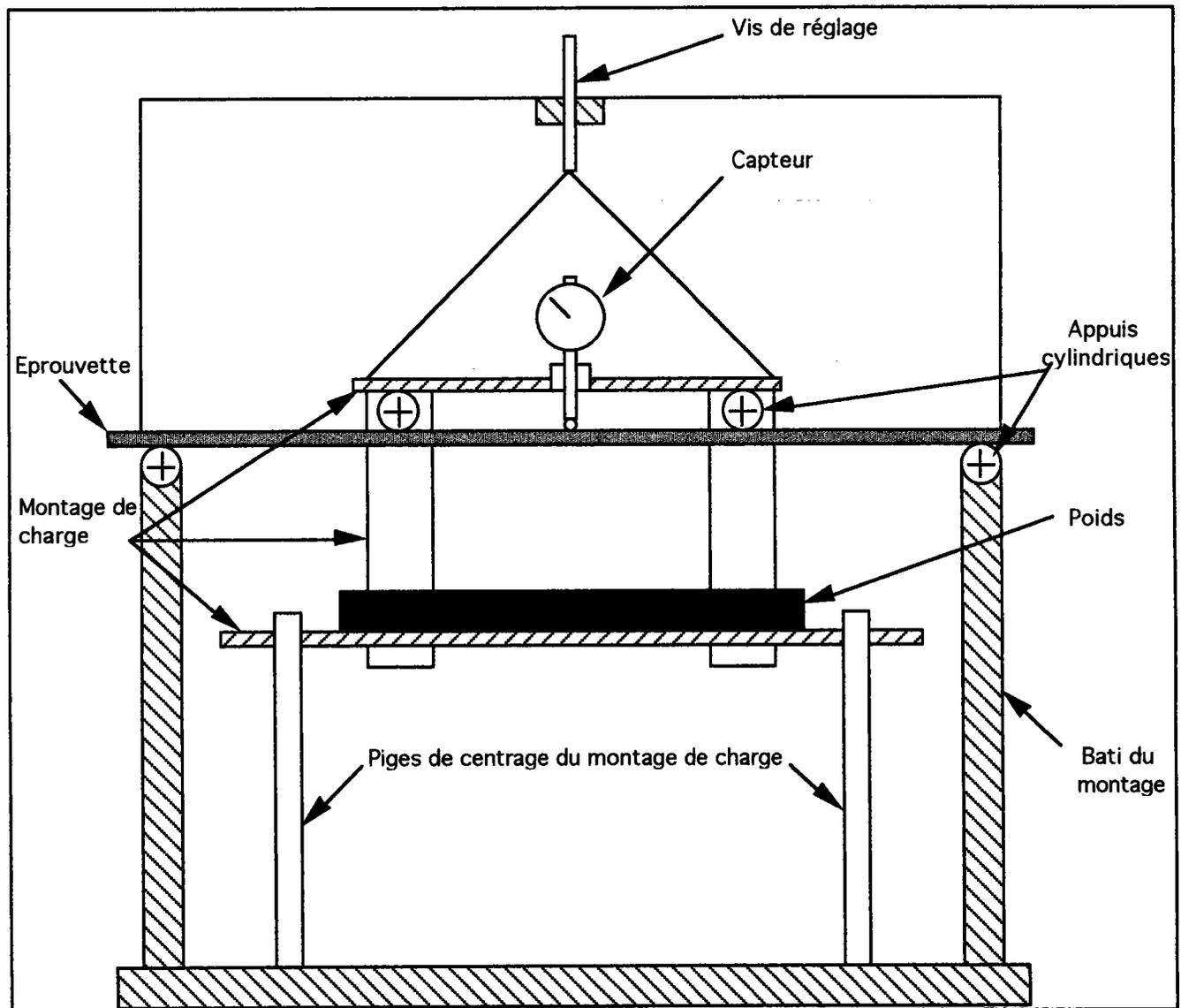


Figure 2-3 : Schéma partiel du montage d'essai.

II-5-2) Caractéristiques géométriques du montage d'essai

La figure 2-4 montre les caractéristiques géométriques du montage d'essai.

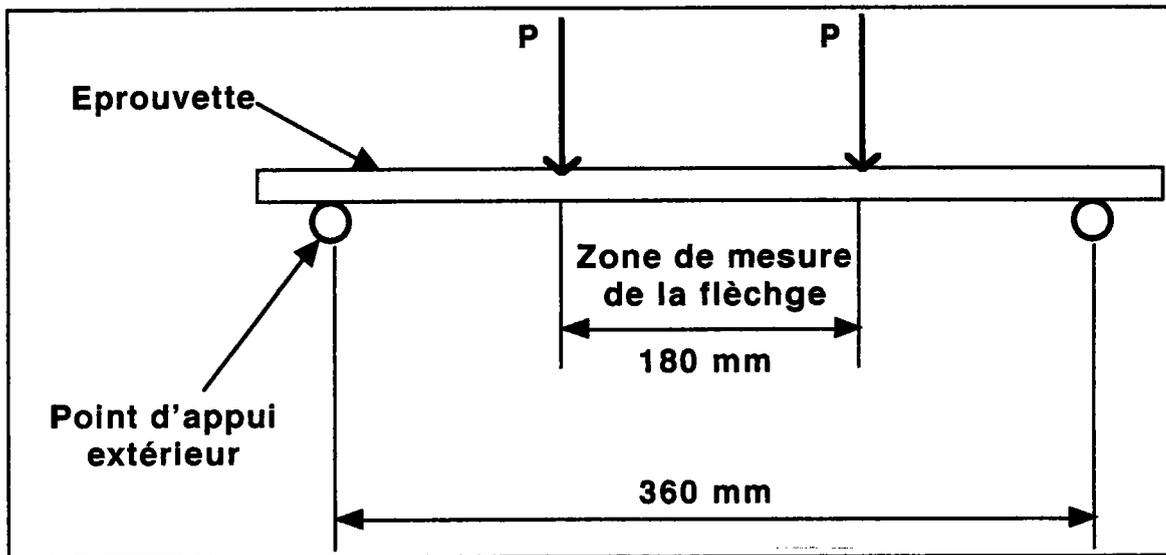


Figure 2-4 : Schéma des caractéristiques géométriques du montage d'essais.

II-6) Le bois

II-6-1) Caractéristiques de l'épicéa

L'essence que nous utiliserons pour la réalisation des éprouvettes est l'épicéa. Cette essence est très utilisée dans la construction, car elle possède de bonnes caractéristiques. L'épicéa ou "Picéa Abies" est caractérisé par une masse volumique homogène dans toute la hauteur de l'arbre (entre 0,40 et 0,50 g/cm³ à un taux d'humidité de 15%). Ce bois sèche facilement et rapidement, sans tendance particulière à se fendre et à se déformer, de plus il se travaille bien.

Comme autres caractéristiques, on peut noter que son aptitude est bonne au clouage, vissage et collage. Qui plus est, il est assez résistant aux acides et aux bases. Ce bois est apte à toutes sortes d'usages suivant la grosseur et la qualité des grumes ce qui offre un éventail d'utilisations très nombreuses allant des poteaux aux parquets jusque naturellement au bois de charpente.

II-6-2) Approvisionnement

L'épicéa nous a été fourni par la Société WEISROCK située à Saulcy-sur-Meurthe dans les Vosges. Cette entreprise est spécialisée dans la fabrication de charpentes en bois lamellé-collé. Notre lot d'épicéa était constitué par des planches de dimensions : 3 m de longueur, 75 mm de largeur et 25 mm d'épaisseur.

II-7) Humidité

II-7-1) Généralités

Le bois sur pied contient une certaine quantité d'eau qui pour partie circule et est nécessaire à son fonctionnement physiologique. Le bois mort, abattu, transformé, retient une certaine quantité d'eau qui correspond à un état d'équilibre avec les conditions climatiques (température et humidité de l'atmosphère environnante). Le bois est un matériau hygroscopique.

II-7-2) Domaine d'application

Les conditions générales pour la détermination de l'humidité du bois en vue notamment d'essais physiques et mécaniques sont décrites dans la norme NF B 51-004.

II-7-3) Détermination de l'humidité d'une éprouvette

On détermine, par pesée, la diminution de masse d'une éprouvette ou d'un lot d'éprouvettes après dessiccation et on calcule en pourcentage le rapport entre la diminution de masse constatée et la masse de l'éprouvette ou du lot d'éprouvettes anhydre.

Le procédé de mesure le plus classique consiste en une double pesée avant et après le séchage de l'éprouvette en général à 24 heures d'intervalle.

II-7-3-1) Appareillage utilisé

Une balance précise à 0,01 g permettant de peser à 0,5% près.

Une étuve de marque CLIMATS, de type TMH 300, ventilée permettant de maintenir la température à $103^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$.

Un dessiccateur contenant une matière absorbante (chlorure de calcium ou anhydride phosphorique par exemple) assurant la dessiccation de l'air ; ce dessiccateur est déjà incorporé à l'étuve.

II-7-3-2) Mode opératoire

Dans notre cas, les essais de fluage, de fatigue et de fatigue-fluage s'effectuent dans une enceinte climatique dont l'air est maintenu à une humidité constante de 95%. Il nous faut donc connaître quel sera exactement l'humidité des éprouvettes lors des essais.

Les éprouvettes sont taillées à une longueur de 400 mm puis recoupées à la longueur de 380 mm. Le morceau restant étant utilisé pour effectuer les mesures du taux d'humidité des éprouvettes lors des essais.

Nous avons placé des échantillons dans cette enceinte climatique pendant une durée d'une semaine à une température constante de 20°C et une humidité constante de l'air de 95%. Ceci nous permet de stabiliser l'humidité de ces

échantillons, humidité identique à celle des essais en fluage, fatigue et fatigue-fluage.

Du fait de la méthode, l'humidité obtenue est celle de l'éprouvette au moment de la première pesée. On effectue cette pesée immédiatement après le prélèvement. On pèse l'éprouvette à 0,5% de sa masse m .

On déshydrate l'éprouvette dans l'étuve jusqu'à masse constante. La masse de l'éprouvette est considérée comme constante lorsque la perte de masse entre deux pesées successives effectuées à 4 heures d'intervalle est inférieure ou égale à 0,5% de la masse de l'éprouvette.

On pèse l'éprouvette anhydre à 0,5% de sa masse après son refroidissement dans le dessiccateur (m_0). Cette pesée doit être effectuée rapidement afin d'éviter une reprise d'humidité supérieure à 0,1%.

II-7-3-3) Expression des résultats

On calcule l'humidité H de chaque éprouvette exprimée en pourcentage à l'aide la formule suivante :

$$H = \frac{m_H - m_0}{m_0} * 100 \quad (\text{II-1})$$

où m_H est la masse, en grammes, de l'éprouvette avant dessiccation.

m_0 est la masse, en grammes, de l'éprouvette anhydre.

On indique le résultat à 0,1% près.

Remarque :

L'humidité du lot d'éprouvettes est égale à la moyenne arithmétique arrondie à 0,1% des résultats obtenus sur chaque éprouvette.

$$H = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} H_i}{n} \quad (\text{II-2})$$

II-7-4) Résultats

II-7-4-1) Cycle de séchage

La perte en eau d'un échantillon n'est pas régulière comme nous pouvons le constater sur la figure 2-5.

Ainsi, la masse de l'échantillon décroît très rapidement durant les premières heures de séchage (de 0 à 8 heures), ensuite la perte en eau est régulière mais faible, car à ce moment-là, il ne reste que très peu d'eau dans le bois.

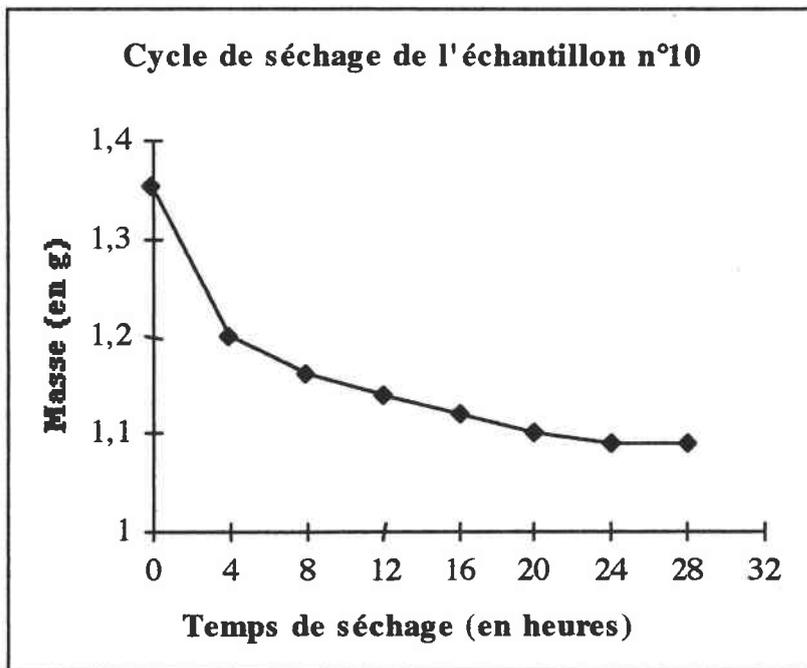


Figure 2-5 : Cycle de séchage d'un échantillon.

II-7-4-2) Humidité du lot d'éprouvettes

L'humidité du lot d'éprouvettes (ici 25 planches) est égale à la moyenne arithmétique arrondie à 0,1% des résultats obtenus sur chaque éprouvette.

Les résultats détaillés se trouvent en annexe 1 et le récapitulatif des résultats dans le tableau 2-1.

Dans notre cas : $H\% = 23,95 \%$.

	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Masse Anhydre à 24 Heures (en g)	Humidité
			H % (en %)
Minimum	1,26	1,02	23,10
Maximum	1,63	1,31	24,50
Etendue	0,37	0,29	1,40
Moyenne	1,36	1,10	23,95
Ecart-type	0,07	0,06	0,30
C.V.	5%	5%	1%

Tableau 2-1 : Tableau récapitulatif pour la détermination du taux d'humidité.

II-8) Masse volumique et densité

II-8-1) Généralités

L'usage veut que l'on appelle "densité" la grandeur qui est en réalité la "masse volumique", mesurée en unités de masse par unité de volume ; la densité étant, théoriquement, sans unité.

Cette remarque est importante pour bien interpréter la littérature.

La densité est le rapport de la masse volumique d'un corps sur la masse volumique de l'eau qui est de 1000 kg/m³ soit 1 g/cm³.

$$\text{densité} = \frac{\text{masse volumique d'un corps}}{\text{masse volumique de l'eau}} \quad (\text{II-3})$$

II-8-2) Domaine d'application

Les conditions générales pour la détermination de la masse volumique du bois en vues notamment d'essais physiques et mécaniques sont décrites dans la norme NF B 51-005.

II-8-3) Principe

On détermine la masse par unité de volume d'une éprouvette ou d'un lot d'éprouvettes.

II-8-4) Appareillage utilisé

Il s'agit du même appareillage décrit au paragraphe II-7-3-1.

Nous avons utilisé un micromètre à lecture digitale permettant d'effectuer des mesures au micron près.

En principe, il aurait fallu un volumétre à mercure (comme le stipule la norme NF B 51-005) permettant de déterminer le volume à $\pm 0,003 \text{ cm}^3$ près.

II-8-5) Mode opératoire

Nous utiliserons les résultats obtenus lors de la mesure du degré d'humidité pour déterminer la masse volumique du bois m_{VH} à l'humidité H%.

II-8-6) Expression des résultats

II-8-6-1) Masse volumique du bois à l'humidité H

On calculera la masse volumique du bois m_{VH} à l'humidité H au moment de l'essai pour chaque éprouvette à l'aide de la formule suivante :

$$m_{vH} = \frac{m_H}{V_H} \quad (\text{II-4})$$

où m_H est la masse, en grammes, de l'éprouvette à l'humidité H.

V_H est le volume, en cm^3 , de l'éprouvette à l'humidité H.

On indique le résultat à $0,005 \text{ g/cm}^3$ près.

II-8-6-2) Remarque

La masse volumique du lot d'éprouvettes est égale à la moyenne arithmétique arrondie à $0,005 \text{ g/cm}^3$ des résultats obtenus sur chaque éprouvette.

$$m_{vH} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} m_{vH_i}}{n} \quad (\text{II-5})$$

II-8-7) Résultats

Nous allons déterminer la masse volumique des éprouvettes que nous utiliserons lors des essais.

II-8-7-1) Remarque

En général, la masse volumique pour l'épicéa est de $0,4$ à $0,5 \text{ g/cm}^3$ (ou tonne/m^3) pour un taux d'humidité de 15% ce qui signifie qu'il y a 400 à 500 kg de bois sec pour 1 m^3 de bois.

Par comparaison, on peut noter que la masse volumique de l'acier est de $7,8 \text{ g/cm}^3$ et de $2,4 \text{ g/cm}^3$ pour le béton.

La masse volumique ne peut être définie que pour un taux d'humidité constant (dans notre cas à $23,95\%$). Qui plus est, dans une même espèce et dans un même arbre, la masse volumique varie.

II-8-7-2) Masse volumique à l'humidité H

Cette étude va nous permettre de connaître le degré de dispersion de la masse volumique au sein du lot d'éprouvettes.

Pour ce faire, nous utilisons les échantillons prélevés pour la mesure du taux d'humidité.

Il s'agissait d'échantillons prélevés au bout de chaque éprouvette.

Les résultats détaillés se trouvent en annexe 1 et le récapitulatif des résultats dans le tableau 2-2.

	Longueur L (en mm)	Largeur b (en mm)	Epaisseur e (en mm)	Volume V (en cm ³)	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Densité à H% ρ (en g/cm ³)
Minimum	47,00	19,70	2,90	2,78	1,26	0,41
Maximum	51,00	21,00	3,10	3,15	1,63	0,55
Etendue	4,00	1,30	0,20	0,37	0,38	0,13
Moyenne	48,88	20,10	2,99	2,94	1,37	0,465
Ecart-type	1,27	0,29	0,06	0,09	0,08	0,030
C.V.	2 %	1 %	2 %	3 %	5 %	6,4 %

Tableau 2-2 : Tableau récapitulatif pour la détermination de la masse volumique.

II-9) Module d'élasticité longitudinal E ou module d'Young

II-9-1) Généralités

On détermine le module d'élasticité longitudinal ou module de YOUNG, noté E, à l'aide de l'essai de flexion 4 points. Cet essai de flexion statique 4 points est un essai non destructif.

Nous avons utilisé un essai de flexion 4 points similaire à celui préconisé par la norme NF B 51-008 avec les éprouvettes sans défaut utilisées pour les essais de fluage, fatigue et fatigue-fluage.

De plus, nous utilisons le même montage de flexion que celui utilisé pour les autres essais ainsi que le même dispositif de mesurage de la flèche.

II-9-2) Calcul du module d'Young

Selon la norme NF B 51-008 le module d'élasticité longitudinal E est donné par la formule suivante :

$$E = \frac{3 \cdot P \cdot (l-a) \cdot m^2}{8 \cdot b \cdot h^3 \cdot F} \quad (\text{II-6})$$

avec :

P : charge de flexion moyenne appliquée au cours des trois cycles,

l : distance entre les points d'appui cylindrique (360 mm),

a : distance entre les axes des têtes de chargement (180 mm),

m : distance entre les points d'appui cylindriques du dispositif de mesurage de la flèche (180 mm),

b : largeur de l'éprouvette (≈ 20 mm),

h : hauteur de l'éprouvette (≈ 3 mm),

F : flèche de l'éprouvette dans la zone de flexion pure égale à la moyenne des différences entre les flèches maximales et minimales relevées au cours des trois cycles.

II-9-3) Résultats

L'ensemble des résultats se trouve dans le tableau 2-3 pour les résultats récapitulatifs et en annexe 1 pour les résultats détaillés.

	Largeur b (en mm)	Hauteur h (en mm)	Charge P (en N)	Flèche F (en mm)	Humidité H % (en %)	Module d'élasticité E	
						à H % (en MPa)	à 12 % (en MPa)
Minimum	19,70	2,90	5,00	1,27	23,10	9500	10800
Maximum	21,00	3,10	5,00	2,31	24,50	14500	16300
Etendue	1,30	0,20	0,00	1,04	1,40	5000	5500
Moyenne	20,10	2,99	5,00	1,71	23,95	12080	13680
Ecart-type	0,29	0,06	0,00	0,26	0,30	1353,017	1514,199
C.V.	1,4 %	2 %	0%	15,2 %	0,1 %	11,1 %	11,0 %

Tableau 2-3 : Tableau récapitulatif pour la détermination du module d'Young.

II-9-4) Comparaison des résultats avec ceux de la littérature

En faisant un parallèle entre les résultats issus des essais qui ont été menés et ceux qu'on trouve dans la littérature, on peut dire que sauf quelques exceptions, on remarque l'existence d'une très bonne cohérence entre ces valeurs.

Il faut évidemment tenir compte de la variabilité naturelle qui peut avoir lieu chez une même essence.

Ces résultats concernant un bois sec ayant un taux d'humidité compris entre 12 et 15% et avec une masse volumique comprise entre 0,40 et 0,45 g/cm³ sont résumés dans le tableau 2-4.

La valeur du module d'élasticité E prise en compte pour nos essais est une valeur calculée à l'aide de la formule suivante $E_L(H\%) = E_L(12\%) * [1 - 0,01 * (H - 12)]$ [7], car les résultats sont en réalité obtenus avec une humidité H% moyenne du bois de 23,95%.

Epicéa	Taux d'humidité H (en %)	Masse volumique M _{VH} (en g/cm ³)	Module d'élasticité E (en MPa)
Nos essais	12	0,46	13680
C.T.B.A. [47]	15	0,45	12640
GÖTZ [48]	12	0,43	11000
BODIG [5]	12	0,41	9150
KOLLMANN [49]	12	0,41	13730
SZÜCS [50]	12	0,44	13442

Tableau 2-4 : Présentation comparative des résultats.

II-10) Les essais de fluage

Les essais sont réalisés avec 5 éprouvettes.

II-10-1) Rappel des conditions d'essais

Les essais doivent se dérouler dans des conditions constantes d'humidité et de température qui sont les suivantes :

- humidité de l'air : $H\% = 95\%$,
- température de l'air : $t = 20^\circ\text{C}$.

Les éprouvettes ont les dimensions suivantes :

- longueur : $L = 380 \text{ mm}$,
- largeur : $l = 20 \text{ mm}$,
- hauteur : $h = 3 \text{ mm}$.

La charge appliquée au cours des essais est constante et égale à 20 N.

II-10-2) Principe d'un essai de fluage

On effectue les essais de fluage avec un montage de flexion quatre points. Lors des essais de fluage, on charge les éprouvettes de manière constante à partir du temps t_0 et on mesure l'évolution de la flèche entre les points de charge jusqu'à ce qu'il y ait rupture de l'éprouvette.

On réalise 5 essais identiques.

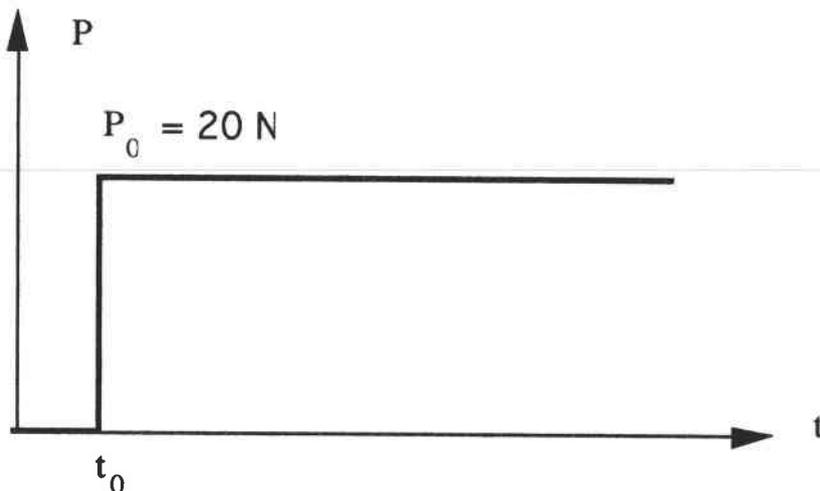


Figure 2-6 : Principe de chargement lors d'un essai de fluage.

II-10-3) Exemple pour l'éprouvette 1

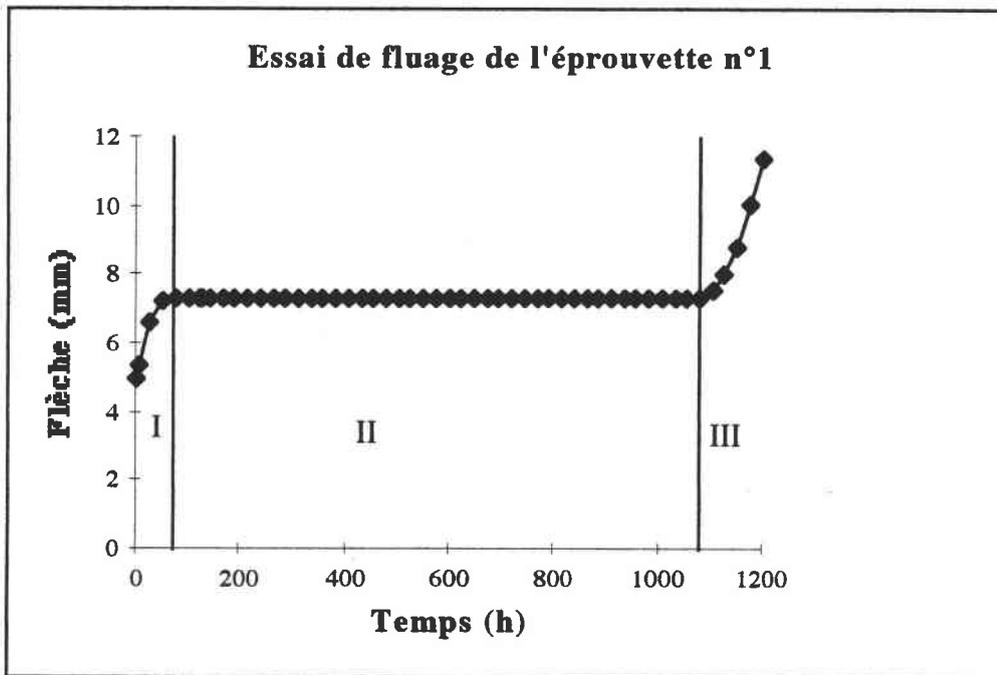


Figure 2-7 : Evolution de la flèche en fonction du temps pour l'éprouvette 1 lors d'un essai de fluage.

La figure 2-7 relative au fluage de l'éprouvette 1 présente une courbe classique de fluage. En effet, les trois stades du fluage sont nettement marqués :

- Le fluage primaire (I) est situé entre les temps $t = 0$ et $t = 72$ h. La flèche évolue rapidement de 5 mm à 7,29 mm.

- Le fluage secondaire (II) est situé entre les temps $t = 72$ h et $t = 1078$ h. La flèche évolue lentement de 7,29 mm à 7,32 mm.

- Le fluage tertiaire (III) est situé entre les temps $t = 1078$ h et $t = 1198$ h. La flèche évolue rapidement de 7,32 mm à 11,38 mm. C'est à ce moment que se produit la rupture.

II-10-4) Récapitulation des résultats

N°	Durée totale de l'essai (h)	Durée du fluage primaire (h)	Durée du fluage secondaire (h)	Durée du fluage tertiaire (h)	Flèche initiale (mm)	Flèche du palier (mm)	Flèche à rupture (mm)
1	1198	72	1006	120	5	7,32	11,38
2	1438	72	1198	168	5,58	7,9	11,96
3	1318	72	1126	120	4,75	7,07	10,77
4	1270	72	1078	120	4,5	6,82	10,88
5	1390	72	1246	72	4,3	6,62	10,68
Moyenne	1322,80	72	1130,80	120	4,83	7,15	11,13
Ecart-type	95,10	0	95,10	33,94	0,50	0,50	0,54
CV	7 %	0	8 %	28 %	10 %	7 %	5 %

Tableau 2-5 : Récapitulation des résultats des essais de fluage.

II-11) Les essais de fatigue-fluage

Les essais sont réalisés sur un total de 10 éprouvettes.

Les conditions d'essais sont identiques à celles des essais de fluage.

II-11-1) Principe d'un essais de fatigue-fluage

Nous effectuons les essais de fatigue-fluage avec un montage de flexion quatre points.

Lors de ces essais, nous chargeons les éprouvettes à partir du temps t_0 avec une charge de 20 N et on mesure l'évolution de la flèche entre les points de charge pendant une durée de 72 h. Nous avons choisi une durée de 72 h car ceci correspond à la partie du fluage primaire. Nous déchargeons ensuite l'éprouvette. L'éprouvette est alors libre de toute charge pendant la même durée de 72 h et nous mesurons l'évolution de la flèche entre les points de charge pendant cette période. Le cycle est alors terminé.

Nous recommençons ce type de cycle jusqu'à rupture.

On peut voir sur la figure 2-8 le schéma de principe d'un essais de fatigue-fluage.

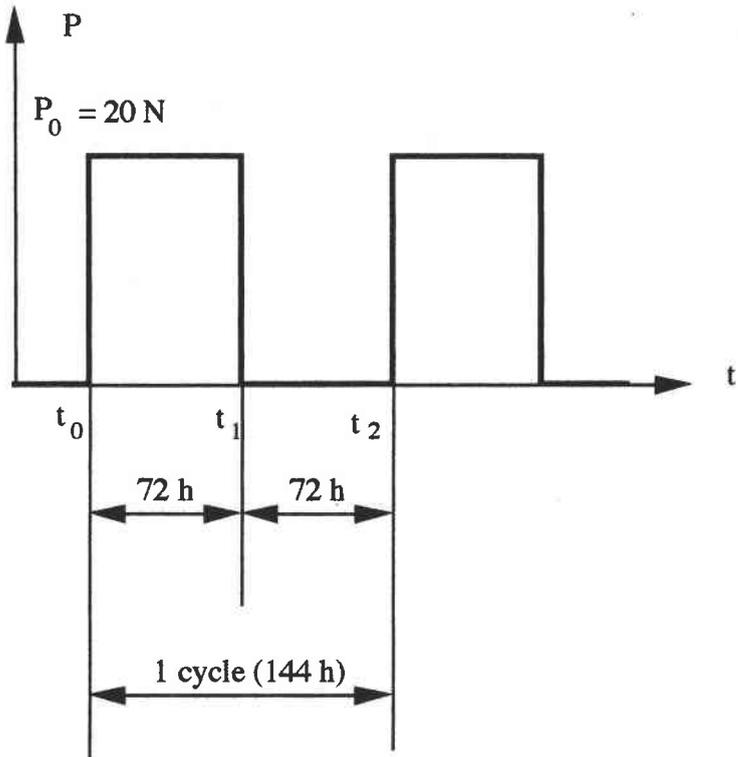


Figure 2-8 : Principe de chargement lors d'un essai de fatigue-fluage.

II-11-2) Exemple pour l'éprouvette 4

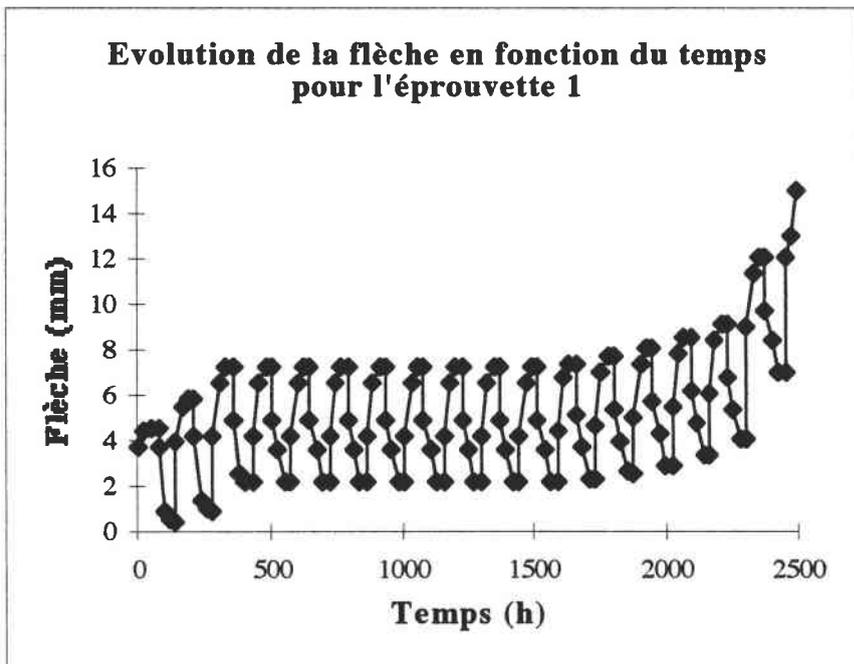


Figure 2-9 : Evolution de la flèche en fonction du temps pour l'éprouvette 1 lors d'un essai de fatigue-fluage.

On remarque sur la figure 2-9 que la flèche maximale augmente lors des premiers cycles de charge-décharge (3 ou 4 suivant les éprouvettes). Les cycles suivants se reproduisent de manière identique pendant 8 ou 9 cycles de charge-décharge afin de former une sorte de palier. Enfin il y a une augmentation sensible de la flèche lors des derniers cycles de charge-décharge et ceci jusqu'à qu'il y ait rupture.

II-11-3) Récapitulation des résultats

N° éprouvette	Nombre de cycles complets	Flèche initiale (mm)	Flèche du palier (mm)	Flèche à rupture (mm)	Durée des essais (h)
1	18	3,75	7,32	15,05	2494
2	16	5,5	13,22	15,04	2302
3	16	5	11,74	13,56	2302
4	16	4,9	12,6	14,5	2302
5	3	5,5		13,48	430
6	16	4,85	10,27	12,6	2302
7	16	5,3	12,48	14,3	2302
8	16	5,3	12,91	14,77	2302
9	16	3,96	7,53	9,35	2302
10	16	4,56	12,26	14,16	2302
Moyenne	14,90	4,86	11,15	13,68	2134
Ecart-type	4,23	0,61	2,27	1,71	601,76
CV	28 %	13 %	20 %	12 %	28 %

Tableau 2-6 : Récapitulation des résultats des essais de fatigue-fluage.

II-11-4) Remarques

L'éprouvette n°5 s'est rompue lors de la mise en charge du quatrième cycle de charge-décharge. Cette rupture est due à une fissure créée lors de la fabrication de l'éprouvette pendant le rabotage. Cette fissure se trouvait dans la partie tendue de l'éprouvette lors de l'essai et n'avait pas été détectée.

La moyenne, l'écart-type et le coefficient de variation CV sont calculés sur un total de 9 éprouvettes pour la flèche maximale du palier car nous n'avons pas de valeurs pour l'éprouvette n°5.

D'une manière plus générale, toutes les autres éprouvettes se sont rompues quelques instants après la mise en charge lors du dernier cycle.

II-12) Les essais de fatigue

Les essais sont réalisés sur un total de 10 éprouvettes.

Les conditions d'essais sont identiques à celles des essais de fluage.

II-12-1) Principe d'un essai de fatigue

Nous effectuons les essais de fatigue sans temps de maintien avec un montage de flexion quatre points. Lors des essais de fatigue, on charge l'éprouvette (20 N) au temps t_0 . Après un laps de temps t_1 (environ 5 secondes) correspondant au temps nécessaire à relever la valeur de la flèche indiquée par le comparateur, on mesure la flèche f et l'on décharge l'éprouvette. Il suffit ensuite de recommencer l'opération autant de fois qu'on le souhaite.

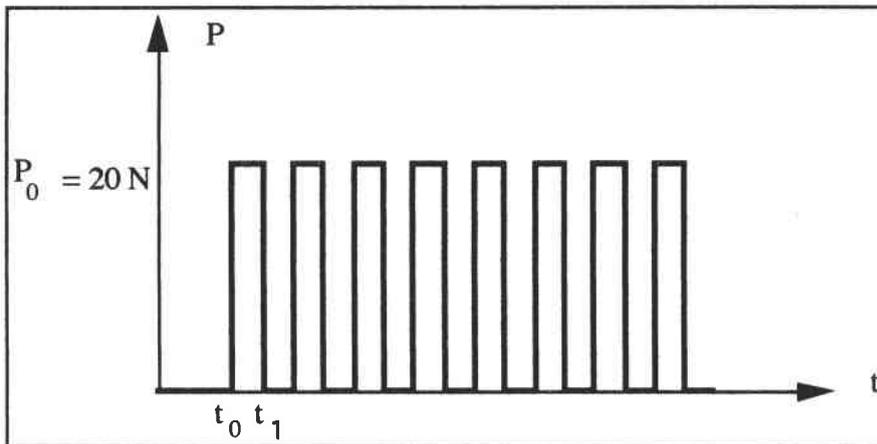


Figure 2-10 : Principe de chargement lors d'un essai de fluage.

II-12-2) Résultats

La figure 2-11 représente l'essai de fatigue de l'éprouvette n°1. On remarque qu'il y a aucune augmentation de la flèche maximale et de la flèche résiduelle lors des 30 cycles de fatigue réalisés.

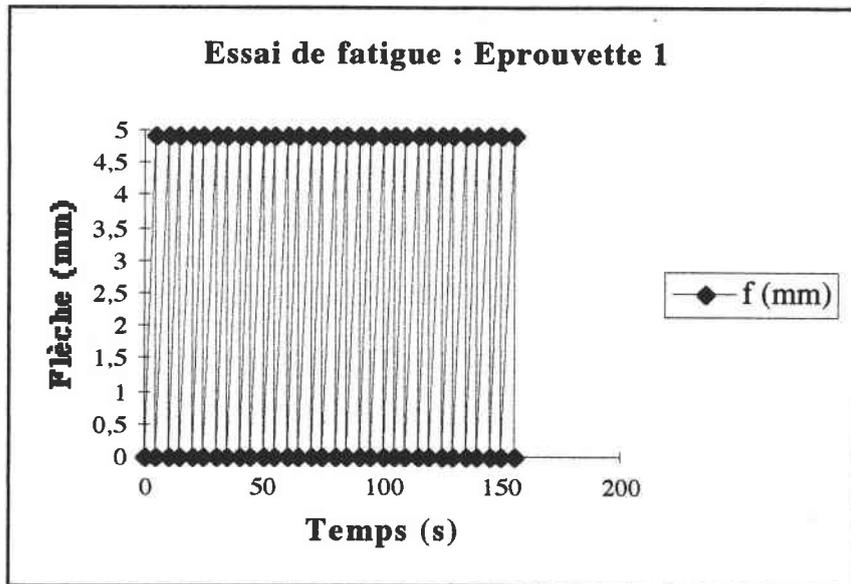


Figure 2-11 : Essai de fatigue pour l'éprouvette 1.

Lors des essais de fatigue sans temps de maintien en flexion quatre points, on constate que lors des 30 premiers cycles l'amplitude de la déformation reste constante et que les flèches maximales et résiduelles ne varient pas. Nous nous sommes limités à une trentaine de cycles car au delà, il n'y avait aucun intérêt à poursuivre les mesures car nous avons constaté que lors des essais de fatigue-fluage le nombre maximum de cycles avant rupture était de 18.

II-12-3) Essais de fatigue avec un matériau endommagé

II-12-3-1) Introduction

Au vu des essais réalisés en fatigue-fluage, il semble que la fatigue joue un rôle dans l'endommagement total du matériau. Nous nous sommes donc demandé si la fatigue n'intervenait pas dans les cas où le matériau est endommagé préalablement par du fluage.

Nous avons donc réalisé des essais avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage précédant un essai de fatigue pur.

II-12-3-2) Principe d'un essai de fatigue avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables

Le principe de ces essais est le suivant. Nous réalisons des essais de fatigue avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables comme on peut le voir sur la figure 2-12 avec un total de trois éprouvettes pour chaque nombre de cycles préalable différent.

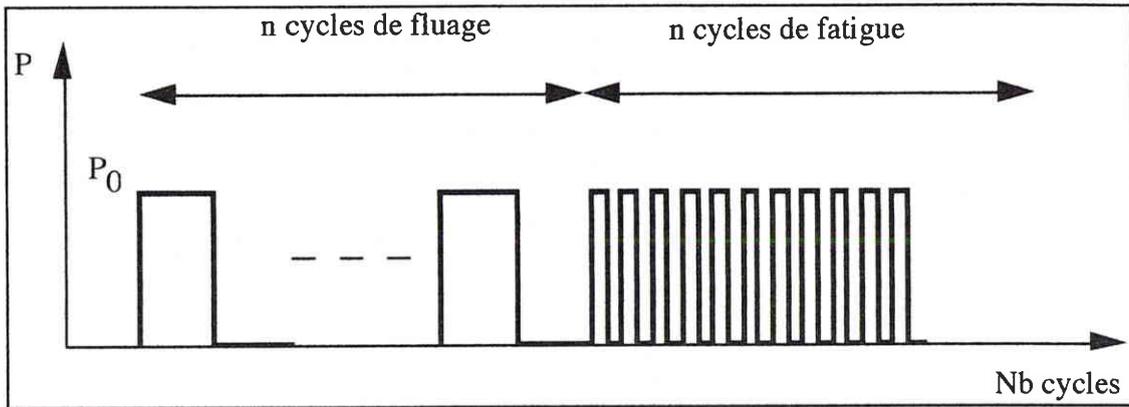


Figure 2-12 : Principe d'un essai de fatigue avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables.

Les mesures sont réalisées de la manière suivante. On relève la flèche initiale du premier cycle de fluage ainsi que les flèches maximales de tous les cycles de fluage, puis toutes les flèches maximales des cycles de fatigue.

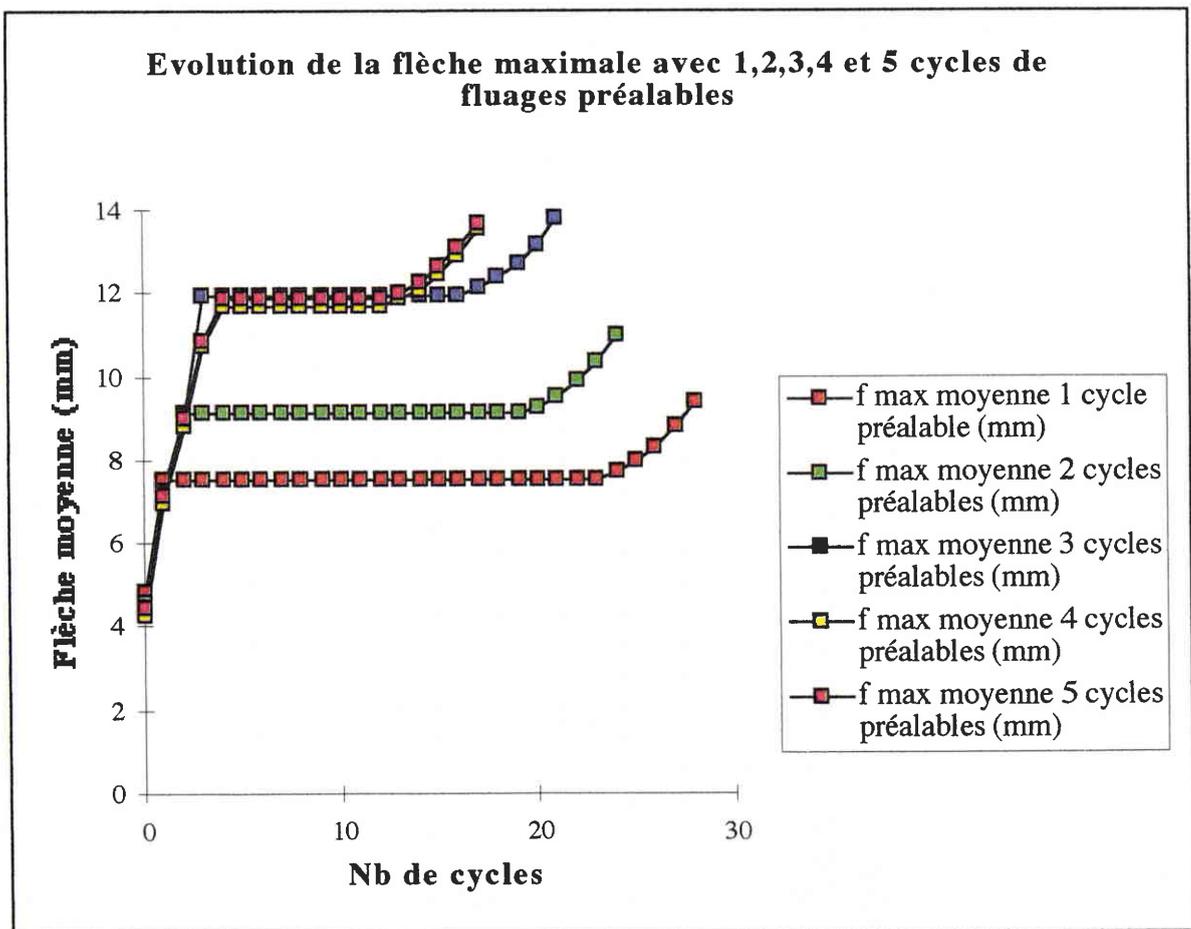


Figure 2-13 : Evolution de la flèche maximale avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables.

II-12-3-3) Observation des courbes obtenues

Avec un cycle de fluage préalable

On remarque que lors des 22 premiers cycles de fatigue pure, rien ne se passe. Il y a ensuite évolution de la flèche maxi lors des 5 cycles suivants jusqu'à rupture de l'éprouvette qui intervient en moyenne lors du chargement du 29^{ième} cycle.

Avec deux cycles de fluage préalables

On remarque que lors des 17 premiers cycles de fatigue pure, rien ne se passe. Il y a ensuite évolution de la flèche maxi lors des 5 cycles suivants jusqu'à rupture de l'éprouvette qui intervient en moyenne lors du chargement du 25^{ième} cycle.

Avec trois cycles de fluage préalables

On remarque que lors des 13 premiers cycles de fatigue pure, rien ne se passe. Il y a ensuite évolution de la flèche maxi lors des 5 cycles suivants jusqu'à rupture de l'éprouvette qui intervient en moyenne lors du chargement du 22^{ième} cycle.

Avec quatre cycles de fluage préalables

On remarque que lors des 8 premiers cycles de fatigue pure, rien ne se passe. Il y a ensuite évolution de la flèche maxi lors des 5 cycles suivants jusqu'à rupture de l'éprouvette qui intervient en moyenne lors du chargement du 18^{ième} cycle.

Avec cinq cycles de fluage préalables

On remarque que lors des 7 premiers cycles de fatigue pure, rien ne se passe. Il y a ensuite évolution de la flèche maxi lors des 5 cycles suivants jusqu'à rupture de l'éprouvette qui intervient en moyenne lors du chargement du 18^{ième} cycle.

On remarque aussi que la rupture intervient après le même nombre de cycles de fluage que lors des essais avec quatre cycles de fluage précédents. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer d'autres essais avec des cycles de fluage précédents plus nombreux car ceci reviendrait à faire des essais de fatigue-fluage.

II-12-3-4) Récapitulation des résultats

Nb cycles de fluage préalables	Nb cycles de fatigue où rien ne se passe	Nb cycles de fatigue effectués avant rupture
1	22	28
2	17	24
3	13	21
4	8	17
5	7	17

Tableau 2-7 : Récapitulation des résultats des essais de fatigue avec un ou plusieurs cycles de fluage préalables.

II-12-3-5) Conclusion

On a réalisé ces essais afin de mettre en évidence le rôle de la fatigue lors des essais de fatigue-fluage. On peut constater que la résistance à la fatigue est fonction du nombre de cycles de fluage préalables.

En effet plus le nombre de cycles de fluage préalables augmente, plus le nombre de cycles de fatigue avant rupture diminue.

Si le nombre de cycles de fluage préalables est supérieur à 4 le nombre de cycles en fatigue avant rupture ne diminue plus et reste égal à 17.

II-13) Conclusion

Cette étude a été réalisée en vue de modéliser le comportement et l'endommagement du matériau bois en fatigue-fluage. Pour cela nous avons réalisé trois types d'essais:

- * des essais de fluage,
- * des essais de fatigue,
- * des essais de fatigue fluage.

Tous ces essais ont été réalisés en flexion 4 points à l'aide d'un montage permettant d'exécuter six essais simultanément. Afin de minimiser la durée de ces essais, nous avons choisi des conditions d'essai les plus pénalisantes possible pour le matériau. Ceci nous a conduit à réaliser ces essais dans une enceinte climatique régulée en humidité et en température. L'humidité moyenne mesurée des éprouvettes au cours des essais étant de 23,95 %.

Nous avons de plus réalisé les mesures de module d'Young (module d'élasticité) et de densité du bois. Le module d'élasticité moyen à 12 % est de 13680 MPa et à 23,95 % de 12080 MPa. La densité à 23,95 % est quant à elle de 0,465 g/cm³.

Les résultats des essais de fluage sont tout à fait classiques avec les trois stades du fluage très bien marqués. La durée moyenne d'un essai est de 1322 h.

On remarque lors des essais de fatigue-fluage réalisés que la courbe se divise en trois parties:

* La première partie est constituée des trois ou quatre premiers cycles de charge-décharge. On constate lors de ces cycles une augmentation de la flèche maximale de chaque cycle ainsi que de la flèche résiduelle.

* La seconde partie est constituée des huit ou neuf cycles de charge-décharge suivants. Ici il y a stabilisation de l'évolution de la flèche.

* La troisième partie est constituée des derniers cycles de charge-décharge et il y a une brusque augmentation de la flèche maximale et de la flèche résiduelle et ceci jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

La durée moyenne d'un essai de fatigue-fluage est 2134 heures.

Lors des essais de fatigue réalisés il n'y a aucune évolution de la flèche maximale sur chaque cycle.

Lors des essais de fatigue avec un matériau endommagé par un ou plusieurs cycles de fluage, on remarque que le nombre de cycles avant rupture est fonction du nombre de cycles de fluage préalables.

Toutes ces conclusions nous amènent à penser qu'il existe un endommagement de fluage D_c et un endommagement de fatigue-fluage D_{fc} . L'endommagement de fatigue D_f est apparemment nul au vu des essais de fatigue pure. Néanmoins, d'après les essais réalisés avec des cycles de fluage préalables, il semblerait que celui-ci existe mais il ne peut être déterminé à l'aide des essais de fatigue seuls.

Nous allons pour la suite nous attacher à la modélisation du comportement du matériau en fluage, en fatigue et en fatigue-fluage ainsi qu'à la modélisation de l'évolution des dommages D_f , D_c et D_{fc} .

CHAPITRE III

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT ET DE L'ENDOMMAGEMENT

Chapitre 3 : Modélisation du comportement et de l'endommagement

3-1) Introduction

Le but de ce chapitre est de modéliser le comportement du matériau bois et de déterminer une loi d'évolution de l'endommagement de celui-ci. La méthodologie que nous appliquerons sera la suivante.

Nous allons tout d'abord modéliser le comportement du bois en fluage et en fatigue-fluage.

Par la suite, nous allons définir l'endommagement et modéliser son évolution dans le cas du fluage et dans le cas de la fatigue-fluage. Nous en déduirons ensuite l'endommagement de fatigue, car celui-ci ne peut être déterminé avec les essais effectués.

3-2) Modélisation du comportement

3-2-1) Modélisation du comportement en fluage

Pour modéliser le fluage, il existe, comme nous l'avons vu dans la bibliographie, de nombreux modèles rhéologiques et de nombreux modèles empiriques. Les parties les plus intéressantes des courbes de fluage sont, dans notre cas, le fluage primaire et le fluage secondaire. En effet, lors des essais de fatigue-fluage, on reproduit sur chaque cycle de charge le fluage primaire et éventuellement une toute petite partie du fluage secondaire. Il nous faut donc choisir un modèle rhéologique qui modélise correctement ces deux parties.

3-2-1-1) Choix du modèle rhéologique utilisé

Nous avons choisi de modéliser le comportement du bois en fluage avec un modèle de BURGER (voir figure 3-1) car après plusieurs essais de modèles rhéologiques, c'est celui qui est à la fois le plus simple et qui donne les résultats les meilleurs.

Ce modèle est composé d'un modèle de Maxwell et un modèle de Kelvin. La partie "Maxwell" gouverne les effets élastiques, la relaxation et les déformations permanentes visqueuses tandis que la partie "Kelvin" contrôle la recouvrance. Le fluage et les effets de vitesse sont influencés par les deux parties et la déformation totale résulte de la superposition des effets des deux composants.

La fonction de fluage de ce modèle est donnée par :

$$J_f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \text{ avec } \tau = \eta^* / E_2 \quad (\text{III-1})$$

Il nous faut déterminer pour chaque éprouvette les quatre paramètres suivants : E_1 , E_2 , η_1^* et τ .

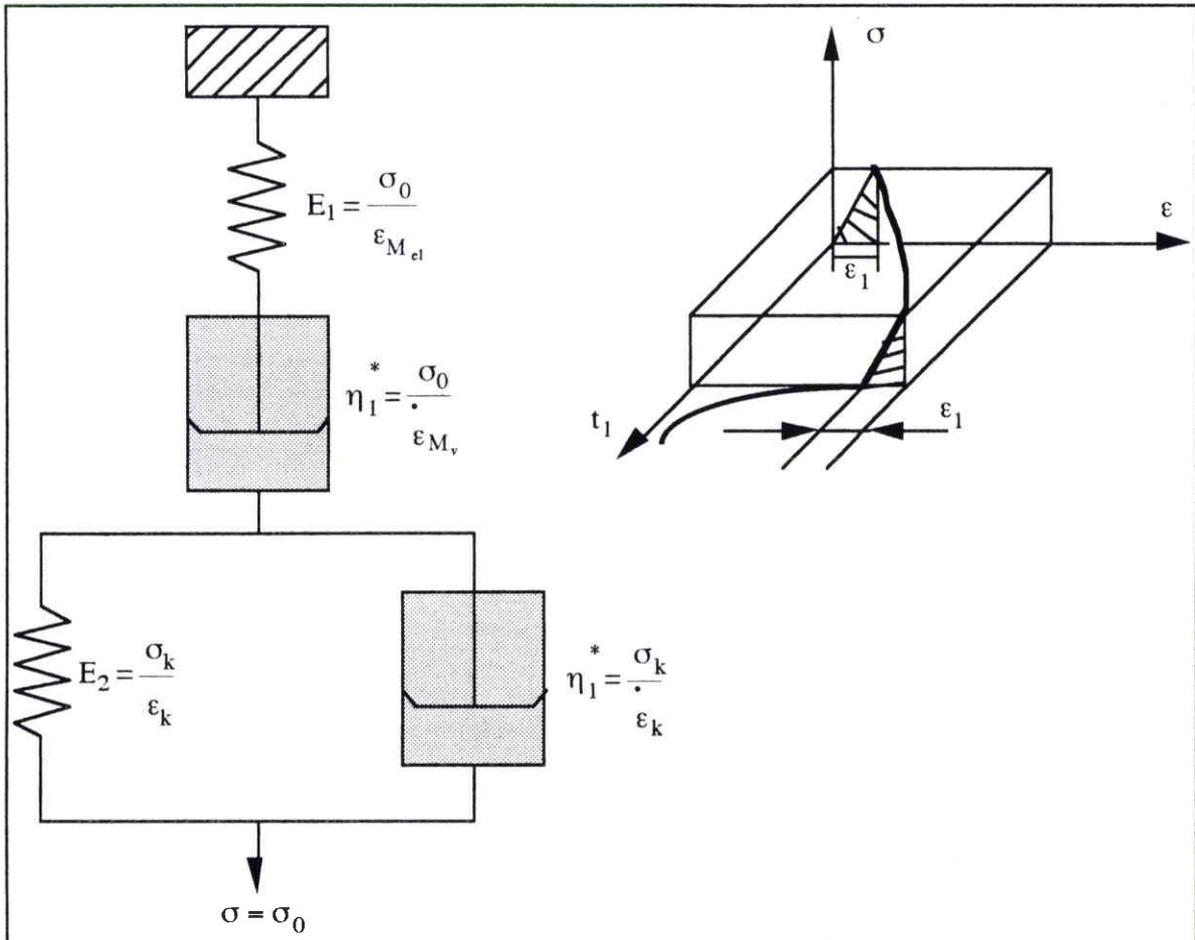


Figure 3-1 : Modèle de Burger.

On a :

- $\epsilon_{M_{el}}$: déformation donnée par le modèle de Maxwell
- ϵ_k : déformation donnée par le modèle de Kelvin-Voigt
- .
- $\dot{\epsilon}_k$: vitesse de déformation donnée par le modèle de Kelvin-Voigt
- .
- $\dot{\epsilon}_{M_v}$: vitesse de déformation donnée par le modèle de Maxwell

3-2-1-2) Étude de l'éprouvette 1

Pour expliquer notre étude, nous allons examiner très précisément l'essai qui correspond l'éprouvette 1.

Sur la figure 3-2 est montré le graphe représentant l'évolution de la flèche f en millimètres dans la zone de mesure en fonction du temps t en heure.

On remarque sur la figure 3-2 que les trois stades du fluage sont très marqués.

Le temps écoulé entre le début de l'essai et la rupture est de 1198 heures. Le fluage primaire a une durée de 72 heures, le fluage secondaire de 1006 heures et le fluage tertiaire de 120 heures.

La valeur de la flèche est relevée toutes les 24 heures et inscrite dans un fichier de points

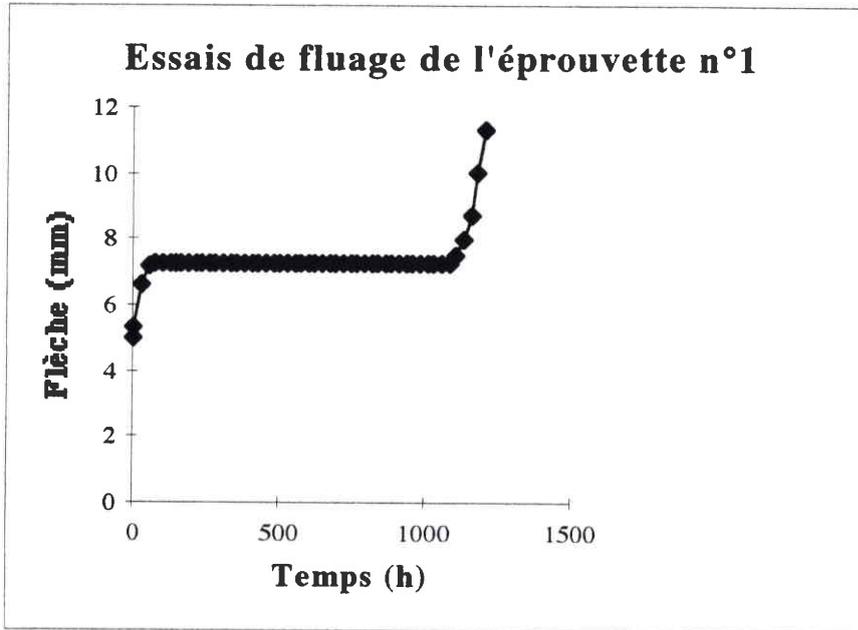


Figure 3-2 : Evolution de la flèche en fonction du temps.

La fonction de fluage est : $J_f(t) = \epsilon(t) / \sigma_0$ avec :

- * $\epsilon(t)$ représente la déformation,
- * σ_0 représente la contrainte initiale.

$$J(t) = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (\text{MPa}^{-1}) \quad (\text{III-2})$$

Lors des essais, on mesure l'évolution de la flèche maximale en fonction du temps. On ne connaît pas $\epsilon(t)$. On doit donc exprimer $J(t)$ en fonction de la flèche maximale (mm).

En flexion quatre points la flèche est donnée par l'équation suivante :

$$f = \frac{P * a * l^2}{8 * E * I} \quad (\text{III-3})$$

avec

$$I = \frac{b * h^3}{12} \quad (III-4)$$

avec :

b : largeur de l'éprouvette
h : hauteur de l'éprouvette

Les valeurs de a et l sont données sur la figure 3-3.

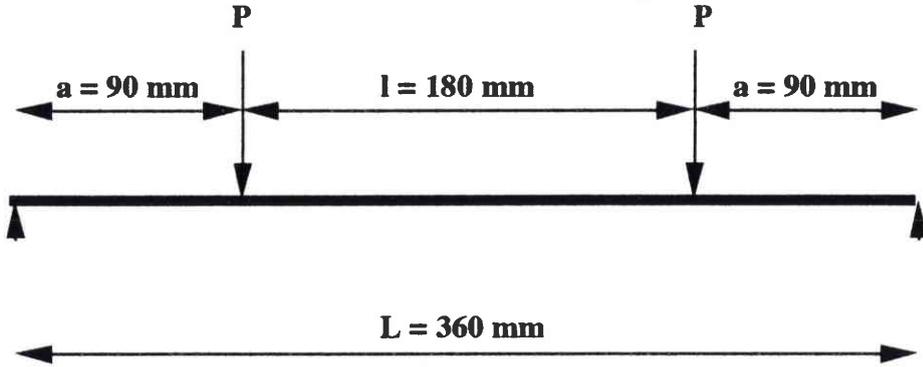


Figure 3-3 : Dimensions du montage utiles pour le calcul de la flèche en flexion quatre points.

Nous avons :

$$J(t) = \frac{1}{E(t)} \quad (III-5)$$

donc

$$f(t) = \frac{P * a * l^2}{8 * I * E(t)} = \frac{P * a * l^2}{8 * I} * J(t) \quad (III-6)$$

donc

$$f(t) = K * J(t) \quad (III-7)$$

avec

$$K = \frac{P * a * l^2}{8 * I} \quad (III-8)$$

donc

$$f(t) = K * \left(\frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \right) \quad (III-9)$$

donc

$$f(t) = \frac{K}{E_1} + \frac{K * t}{\eta_1} + \frac{K}{E_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (III-10)$$

et

$$f(t) = \frac{1}{a_1} + \frac{t}{b_1} + \frac{1}{a_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{c_2}\right) \right] \quad (III-11)$$

Les coefficients du modèle de Burger sont finalement obtenus de la manière suivante :

$$E_1 = K * a_1 \quad (III-12)$$

$$E_2 = K * a_2 \quad (III-13)$$

$$\eta_1 = K * b_1 \quad (III-14)$$

$$\tau = c_2 \quad (III-15)$$

$$\eta_2 = \tau * E_2 \quad (III-16)$$

Pour déterminer les coefficients a_1 , b_1 , a_2 et c_2 de ce modèle nous utilisons la méthode bi-logarithmique[50]. Il s'agit de minimiser la valeur S (voir la relation III-17) qui représente la somme des écarts au carré entre les valeurs logarithmiques relevées expérimentalement et les valeurs logarithmiques calculées avec le modèle.

$$S = \sum_{i=1}^n (\text{Log } f_{i_{\text{exp}}} - \text{Log } f_{i_{\text{mod}}}) \quad (III-17)$$

Nous résolvons ce système en utilisant le solveur d'Excel 5.0.

Remarque : Nous ne modélisons que le fluage primaire et le fluage secondaire car aucun des modèles rhéologiques existant ne permet dans notre cas de modéliser de façon satisfaisante le fluage tertiaire.

Le tableau 3-1 regroupe les caractéristiques géométriques de l'éprouvette 1 et les caractéristiques géométriques du montage de flexion quatre points utilisé nécessaires au calcul du coefficient K . La valeur de P notée dans le tableau 3-1 est celle qui se trouve sur chaque appui. La charge totale appliquée est en fait de 20 N.

b (mm)	h (mm)	I (mm⁴)	P (N)	l (mm)	a (mm)	K (N/mm)
20	3,1	49,65	10	180	90	73411

Tableau 3-1 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.

Le tableau 3-2 nous présente les valeurs du modèle calculées et les valeurs que l'on obtient pour modéliser le comportement du bois en fluage avec un modèle de Burger.

a_1 (mm)	0,200041	E_1 (MPa)	14685
a_2 (mm)	0,430339	E_2 (MPa)	31591
b_1 (h)	6226656621	η_1^* (MPa.h)	4,57 E+14
c_2 (h)	18,658	τ (h)	18,658
$c_2 * a_2$ (h.mm)	8,029347	η_2^* (MPa.h)	589445

Tableau 3-2 : Détermination des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.

On peut voir sur la figure 3-4 les résultats obtenus par cette méthode pour l'éprouvette 1. On remarque que le fluage primaire et secondaire sont très bien modélisés alors que le modèle utilisé ne permet pas de modéliser le fluage tertiaire.

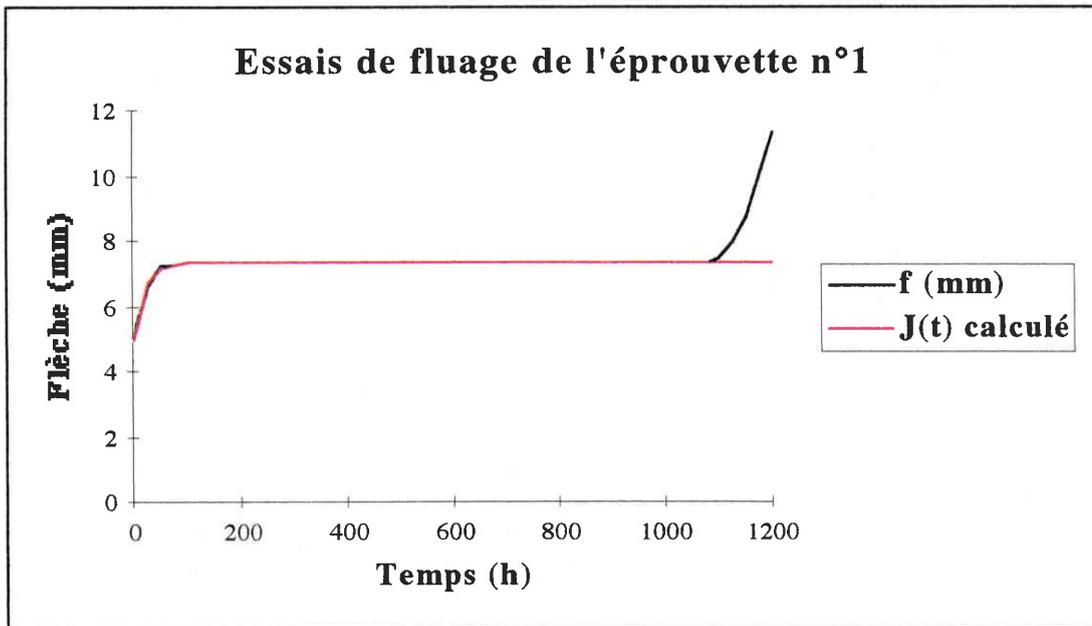


Figure 3-4 : Fonction de fluage $J(t)$ obtenue avec le modèle de Burger.

3-2-1-3) Récapitulation des résultats

Le tableau 3-3 regroupe les caractéristiques géométriques de toutes les éprouvettes et les caractéristiques géométriques du montage de flexion quatre points utilisé nécessaires au calcul du coefficient K.

	ep 1	ep 2	ep 3	ep 4	ep 5
b (mm)	20	20,4	20	20,1	20
h (mm)	3,1	2,9	3	3	3
I (mm⁴)	49,65	41,46	45	45,22	45
l (mm)	180	180	180	180	180
a (mm)	90	90	90	90	90
P (N)	10	10	10	10	10
K (N/mm)	73411	87913	81000	80597	81000

Tableau 3-3 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger.

Le tableau 3-4 présente les valeurs du modèle calculées.

	a₁ (mm)	a₂ (mm)	b₁ (h)	c₁ (h)	c₂ * a₂ (h.mm)
ep 1	0,200041	0,430339	6226656621	18,685	8,029347
ep 2	0,179253	0,430362	6226232579	18,637	8,020807
ep 3	0,210569	0,430398	6226236225	18,655	8,029220
ep 4	0,222263	0,430404	6226656711	18,663	0,032834
ep 5	0,232601	0,430470	6226656872	18,658	8,031979

Tableau 3-4 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle calculé.

Le tableau 3-5 présente les valeurs que l'on obtient pour modéliser le comportement du bois en fluage avec un modèle de Burger et le tableau 3-6 récapitule les résultats obtenus.

	E₁ (MPa)	E₂ (MPa)	η₁[*] (MPa.h)	τ (h)	η₂[*] (MPa.h)
ep 1	14685	31591	4,57 E+14	18,658	589445
ep 2	15758	37834	5,47 E+14	18,637	705135
ep 3	17056	34862	5,04 E+14	18,655	650366
ep 4	17913	34689	5,01 E+14	18,663	647422
ep 5	18840	34868	5,04 E+14	18,658	650590

Tableau 3-5 : Résultats complets obtenus pour les valeurs du modèle de Burger.

	E₁ (MPa)	E₂ (MPa)	η₁[*] (MPa.h)	τ (h)	η₂[*] (MPa.h)
Minimum	14685	31591	4,57 E+14	18,637	589445
Maximum	18840	37834	5,47 E+14	18,663	705135
Etendue	4155	6242	9,02 E+13	0,026	115689
Moyenne	16850	34769	5,03 E+14	18,654	648592
Ecart-type	1659	2208	3,19 E+13	0,01	40938
C.V.	9,8 %	6,3 %	6,3 %	0,05 %	6,3 %

Tableau 3-6 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle de Burger.

3-2-1-4) Conclusions sur le modèle proposé

Le modèle rhéologique de Burger que nous proposons pour modéliser le comportement du bois en fluage s'adapte correctement aux courbes expérimentales que nous avons obtenues pour le fluage primaire et pour le fluage secondaire.

Par contre, le fluage tertiaire n'est pas représenté avec ce modèle. Il semble en effet qu'aucun modèle rhéologique simple ne permette de modéliser en même temps les trois parties du fluage.

3-2-2) Modélisation du comportement en fatigue-fluage

3-2-2-1) Introduction

Le but de cette partie est de modéliser le comportement du bois en fatigue-fluage.

Comme nous l'avons vu précédemment, lors des essais de fatigue-fluage chaque cycle est composé du fluage primaire et du début du fluage secondaire.

Il n'est pas possible de trouver dans la littérature un modèle qui donne des résultats satisfaisant sur l'ensemble de la courbe. Nous devons donc modéliser séparément chaque cycle de charge-décharge.

3-2-2-2) Choix du modèle rhéologique utilisé

Chaque cycle de charge-décharge est composé de fluage primaire et du début du fluage secondaire. Lors de l'étude du fluage seul, le modèle de Burger utilisé nous permettait d'obtenir de bons résultats sur les deux premières parties du fluage. Nous avons donc décidé d'utiliser ce même modèle pour modéliser chaque cycle de la courbe.

3-2-2-3) Étude de l'éprouvette 1

Pour expliquer notre étude, nous allons examiner très précisément un essai qui correspond à une éprouvette : l'éprouvette 1.

On peut voir sur la figure 3-5 la courbe flèche (en mm) en fonction du temps (en h) que l'on obtient.

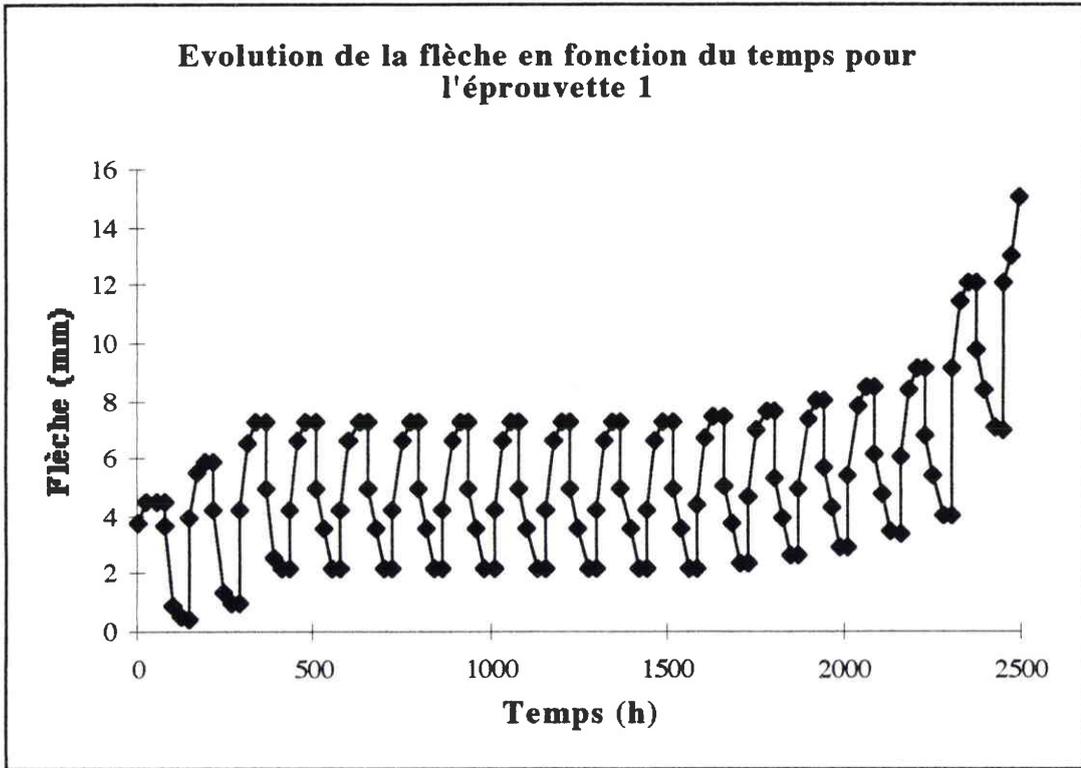


Figure 3-5 : Evolution de la flèche en fonction du temps en fatigue-fluage dans le cas de l'éprouvette 1.

On constate sur la figure 3-5 qu'il y a, lors des trois premiers cycles, une augmentation sensible de la flèche maximale, de la flèche initiale et de la flèche résiduelle sur chaque cycle. Lors des neuf cycles suivants, ces paramètres n'évoluent pas et, ensuite, une nouvelle augmentation conduit à la rupture.

Le cycle 2 est représenté sur la figure 3-6. Tous les cycles de charge-décharge ont une allure identique excepté le cycle où se produit la rupture.

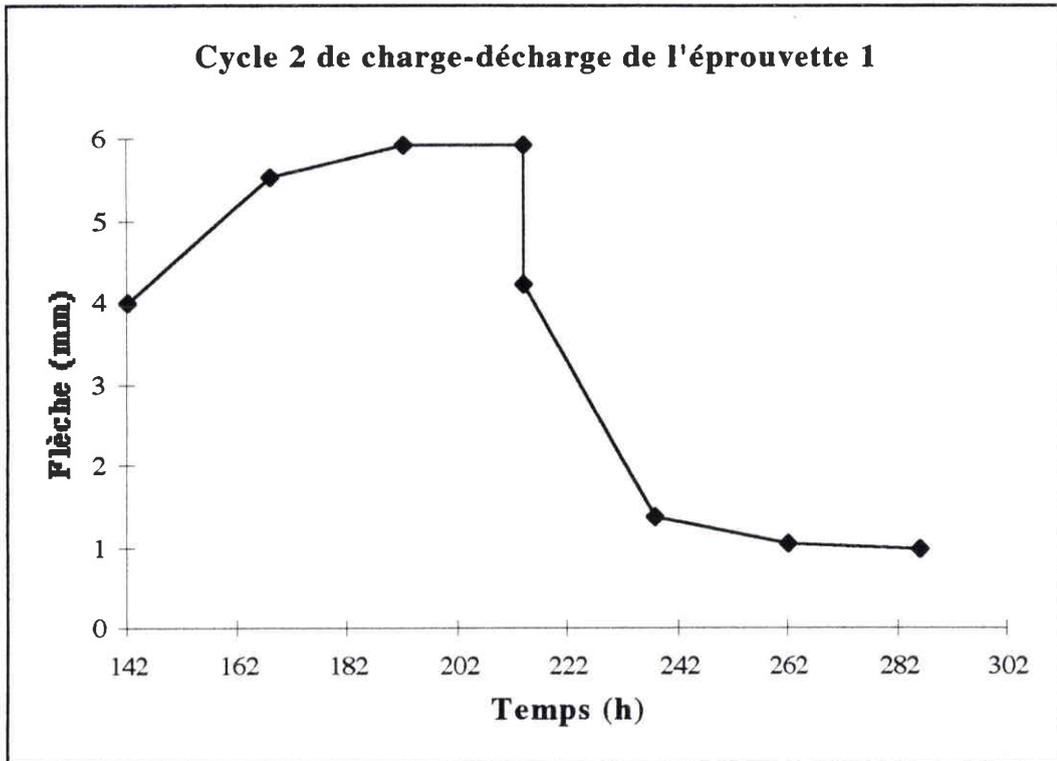


Figure 3-6 : Cycle n°2 de charge-décharge de l'éprouvette 1 en fatigue-fluage.

Toutes les durées en charge et hors charge sont de 72 heures.

La méthodologie pour déterminer les paramètres du modèle de Burger est la même que celle utilisée pour l'étude du fluage.

On rappelle que la fonction de fluage est : $J_f(t) = \epsilon(t) / \sigma_0$ avec :

- * $\epsilon(t)$ représente la déformation,
- * σ_0 représente la contrainte initiale.

$$J(t) = \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (\text{MPa}^{-1}) \quad (\text{III-18})$$

Le tableau 3-7 regroupe les caractéristiques géométriques de l'éprouvette 1 et les caractéristiques géométriques du montage de flexion quatre points utilisé nécessaires au calcul du coefficient K.

b (mm)	h (mm)	I (mm ⁴)	P (N)	l (mm)	a (mm)	K (N/mm)
19,9	3	44,77	10	180	90	81407

Tableau 3-7 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.

Le tableau 3-8 présente les valeurs du modèle calculées avec le solveur sur chaque cycle de charge-décharge pour l'éprouvette n°1.

N° cycle	a ₁ (mm)	a ₂ (mm)	b ₁ (h)	c ₂ (h)	c ₂ *a ₂ (h.mm)
1	0,27004631	1,1467174	16345,95468	13,3739733	15,33616786
2	0,25004856	0,50796202	5537,045338	15,2729725	7,758089972
3	0,23535269	0,317781	2648,517885	16,9368066	5,382195405
4	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
5	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
6	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
7	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
8	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
9	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
10	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
11	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425
12	0,22578641	0,31883853	26247,247	16,8107813	5,359924809
13	0,21372517	0,31911855	26243,14069	16,7882509	5,357442283
14	0,19884981	0,31882754	26243,14069	16,8059243	5,358191458
15	0,18185872	0,31884333	26243,14069	16,7995864	5,356436098
16	0,16396975	0,31885016	26243,14069	16,7939539	5,354754899
17	0,10978932	0,31887194	26243,14069	16,7739763	5,348750424
18	0,08385662	0,00223252	26243,14069	7378,41227	16,47248448

Tableau 3-8 : Valeur des coefficients calculés pour l'éprouvette 1.

Le tableau 3-9 présente les valeurs que l'on obtient sur chaque cycle pour modéliser le comportement du bois en fatigue-fluage avec un modèle de Burger.

N° cycle	E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	η^*_1 (MPa.h)	τ (h)	η^*_2 (MPa.h)	Coefficient de corrélation
1	21983,6694	93350,8638	1330675708	13,3739733	1248471,956	0,99237547
2	20355,7117	41351,6821	450754444,6	15,2729725	631563,1033	0,99960714
3	19159,3644	25869,6093	215607988,6	16,9368066	438148,5707	0,99919654
4	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
5	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
6	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
7	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
8	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
9	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
10	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
11	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	0,9992814
12	18380,6024	25955,6995	2136710560	16,8107813	436335,5875	0,99928152
13	17398,7323	25978,4951	2136376277	16,7882509	436133,4924	0,99928229
14	16187,7737	25954,8045	2136376277	16,8059243	436194,4805	0,9992817
15	14804,5796	25956,0903	2136376277	16,7995864	436051,5819	0,99928192
16	13348,2909	25956,6463	2136376277	16,7939539	435914,7205	0,99928211
17	8937,62294	25958,4195	2136376277	16,7739763	435425,9139	0,9992827
18	6826,51911	181,743182	2136376277	7378,41227	1340976,123	0,97861003

Tableau 3-9 : Coefficients du Modèle de Burger sur chaque cycle pour l'éprouvette 1.

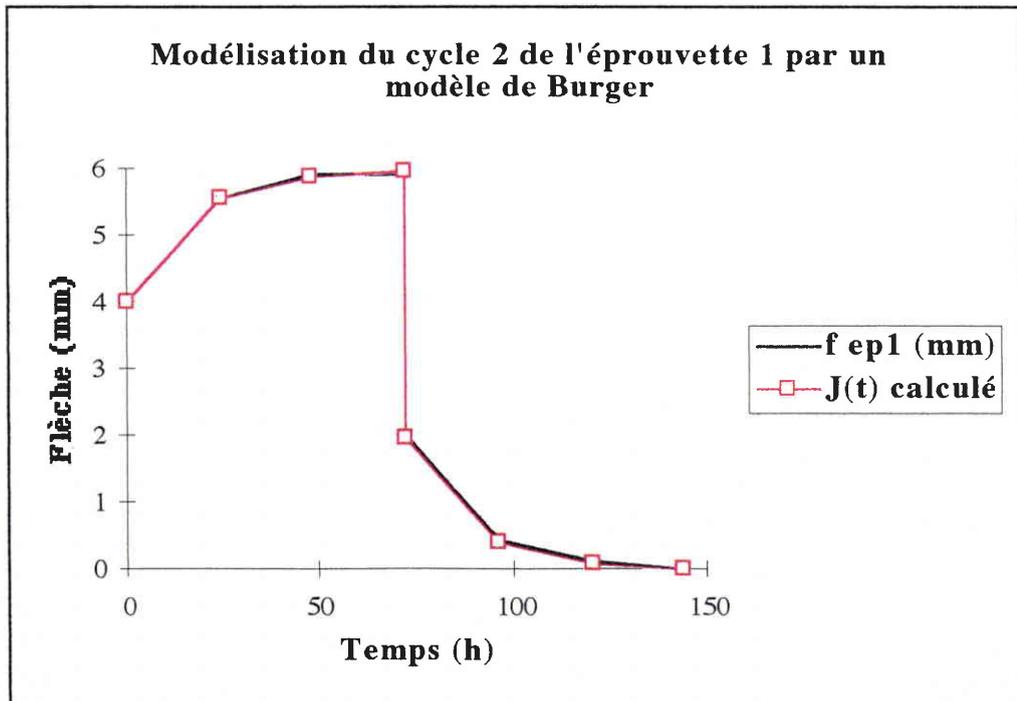


Figure 3-7 : Modélisation du cycle 2 de l'éprouvette 1 par un modèle de Burger.

La figure 3-7 montre les résultats que l'on obtient sur un cycle de charge-décharge en utilisant un modèle de Burger. On a, pour le cycle n°2, un coefficient de corrélation supérieur à 0,99 entre les mesures expérimentales de la flèche et les valeurs de la flèche calculées avec le modèle de Burger proposé.

On remarque dans le tableau 3-10 que, pour tous les cycles, le coefficient de corrélation est supérieur à 0,99 entre les mesures expérimentales de la flèche et les valeurs de la flèche calculées avec le modèle de Burger proposé.

3-2-2-4) Récapitulation des résultats pour le calcul de K

Le tableau 3-11 regroupe les caractéristiques géométriques de toutes les éprouvettes et les caractéristiques géométriques du montage de flexion quatre points utilisé nécessaires au calcul du coefficient K.

N°	b (mm)	h (mm)	I (mm ⁴)	a (mm)	l (mm)	K (N/mm)
1	19,9	3	44,77	90	180	81407
2	20	2,9	40,64	90	180	89671
3	19,9	3,1	49,40	90	180	73780
4	20,5	3	46,125	90	180	79024
5	19,9	2,9	40,44	90	180	90122
6	20	2,9	40,64	90	180	89671
7	19,9	3	44,77	90	180	81407
8	20,5	3	46,12	90	180	79024
9	19,9	3	44,77	90	180	81407
10	19,7	2,95	42,14	90	180	86486
Minimum	19,7	2,9	40,44	90	180	73780
Maximum	20,5	3,1	49,40	90	180	90122
Etendue	0,8	0,2	8,95	0	0	16341
Moyenne	20,02	2,975	43,98	90	180	83200
Ecart-type	0,26	0,063	2,95	0	0	5534
C.V.	1,3 %	2,1 %	6,7 %	0 %	0 %	6 %

Tableau 3-10 : Caractéristiques géométriques du montage et des éprouvettes.

Les tableaux présentant les valeurs du modèle calculées avec le solveur sur chaque cycle de charge-décharge pour les éprouvette n°1 à 10 et les tableaux nous présentant les valeurs que l'on obtient sur chaque cycle pour modéliser le comportement du bois en fatigue-fluage avec un modèle de Burger se trouvent en annexe 2.

3-2-2-5) Evolution des paramètres du modèle de Burger au cours des cycles

Les figures 3-8, 3-9, 3-10, 3-11 et 3-12 représentent l'évolution des paramètres du modèle de Burger pour l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage. Cette évolution est similaire pour toutes les autres éprouvettes.

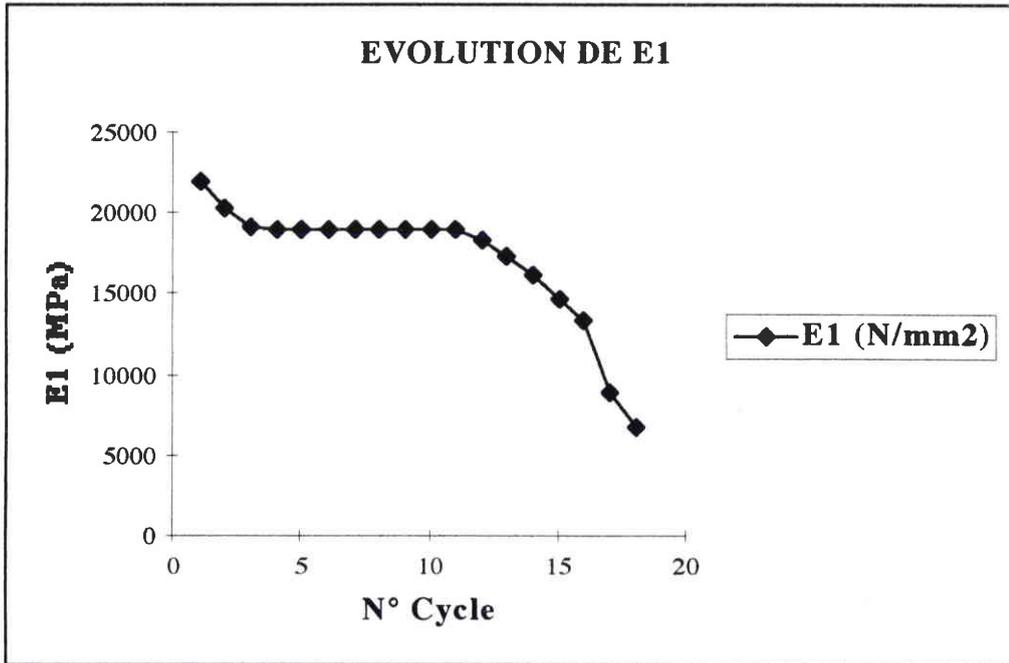


Figure 3-8 : Evolution du paramètre E_1 de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

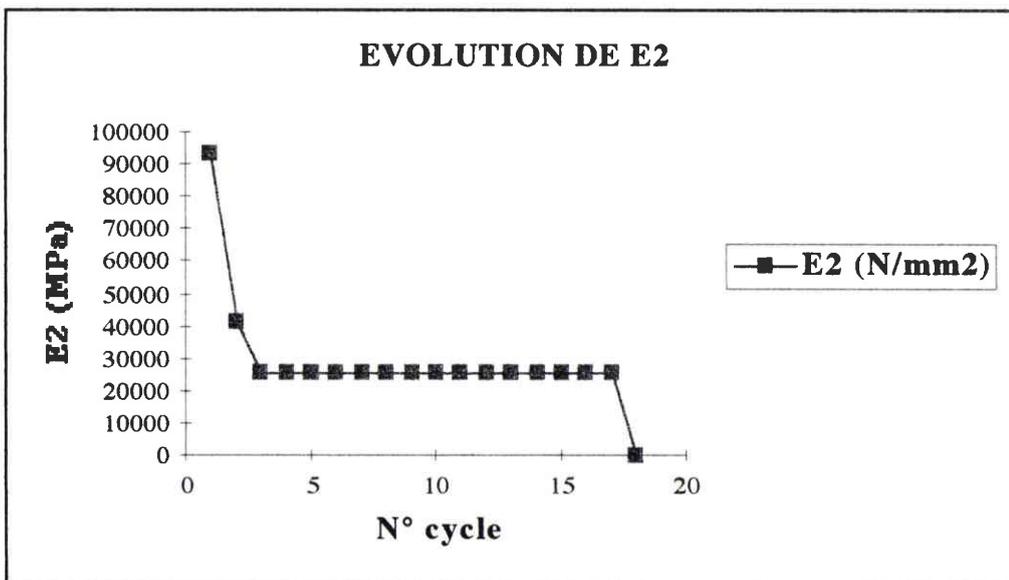


Figure 3-9 : Evolution du paramètre E_2 de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

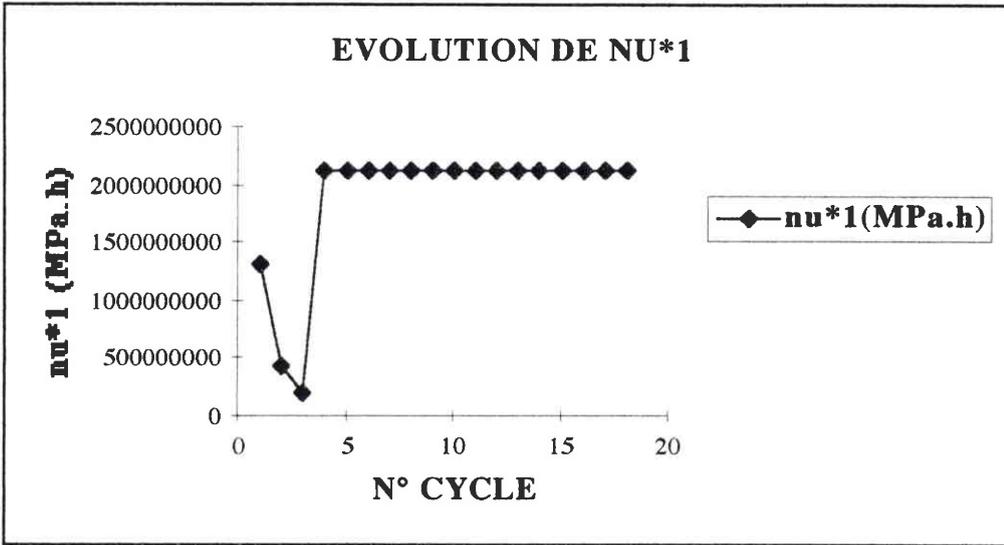


Figure 3-10 : Evolution du paramètre γ_1^* de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

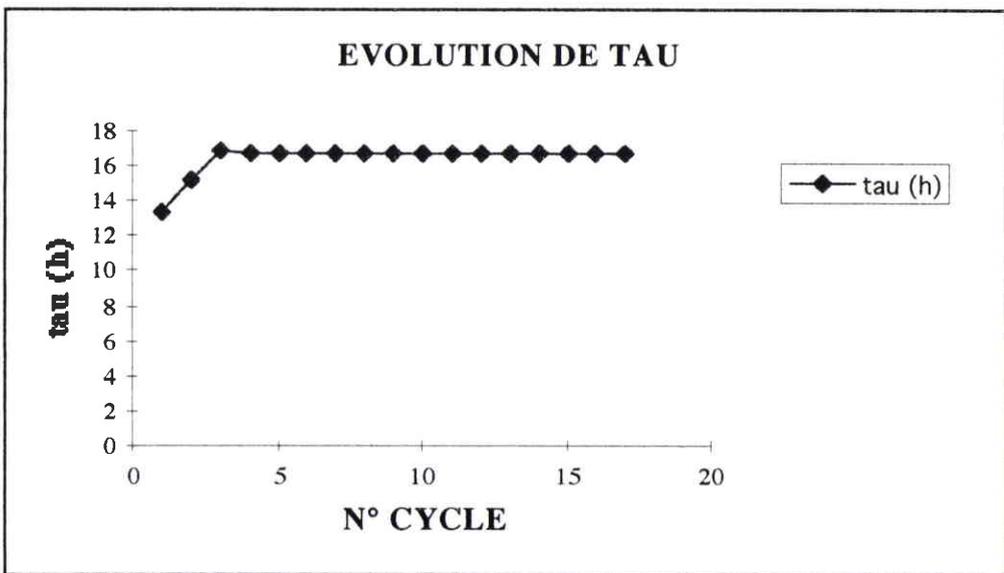


Figure 3-11 : Evolution du paramètre τ de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

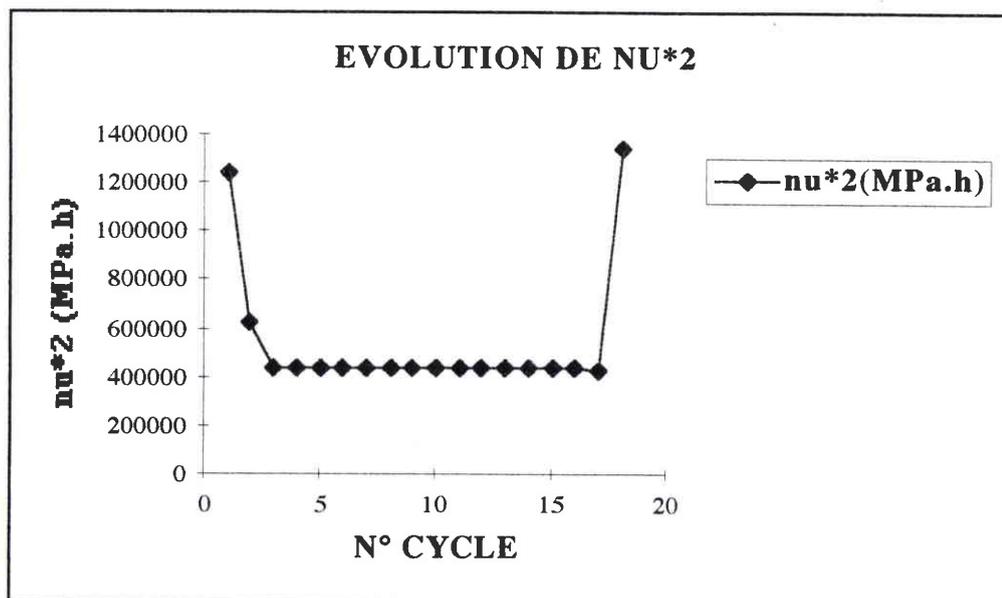


Figure 3-12 : Evolution du paramètre η_2^* de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

Variations de E_1 :

Les variations de E_1 au cours des cycles de fatigue-fluage se découpent en trois parties :

- lors des trois ou quatre premiers cycles, il y a une diminution de E_1 ,
- lors des huit ou neuf cycles suivant, il n'y a pas de variation de E_1 ,
- enfin, lors des derniers cycles il y a diminution de E_1 .

Variations de E_2 :

Il y a une diminution rapide de E_2 lors des deux ou trois premiers cycles puis une stabilisation à un niveau constant jusqu'au dernier cycle ou la valeur de E_2 devient très petite par rapport aux valeurs obtenues lors des cycles précédents.

Variations de η_1^* :

Après une période de trois ou quatre cycles que l'on pourrait comparer à une période de mise en place, les valeurs de η_1^* sont constantes au cours des cycles de fatigue-fluage.

Variations de η_2^* :

Il y a une diminution rapide de η_2^* lors des deux ou trois premiers cycles puis une stabilisation à un niveau constant jusqu'au dernier cycle ou la valeur de E_2 devient très grande par rapport aux valeurs obtenues lors des cycles précédents.

Variations de τ :

Il y a une augmentation de τ lors des deux ou trois premiers cycles puis une stabilisation à un niveau constant jusqu'au dernier cycle.

3-2-2-6) Conclusions sur le modèle proposé

Le modèle rhéologique de Burger que nous proposons permet de modéliser convenablement le comportement du bois sur chaque cycle de fatigue-fluage. Les coefficients que l'on obtient sont spécifiques de chaque cycle de fatigue-fluage et varient de façon différente au cours des cycles.

3-2-3) Cas de la fatigue

Dans le cas de la fatigue, il suffit d'appliquer un modèle élastique simple.

3-2-4) Cas des essais de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable

Le but de cette partie est de décrire le comportement du bois en fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable.

La figure 3-13 montre l'évolution de la flèche maximale lors des essais de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable. Les valeurs des flèches maximales des cycles préalables n'apparaissent pas sur ce graphe. La flèche maximale représentée sur la figure 3-13 est la flèche moyenne obtenue en faisant trois essais différents.

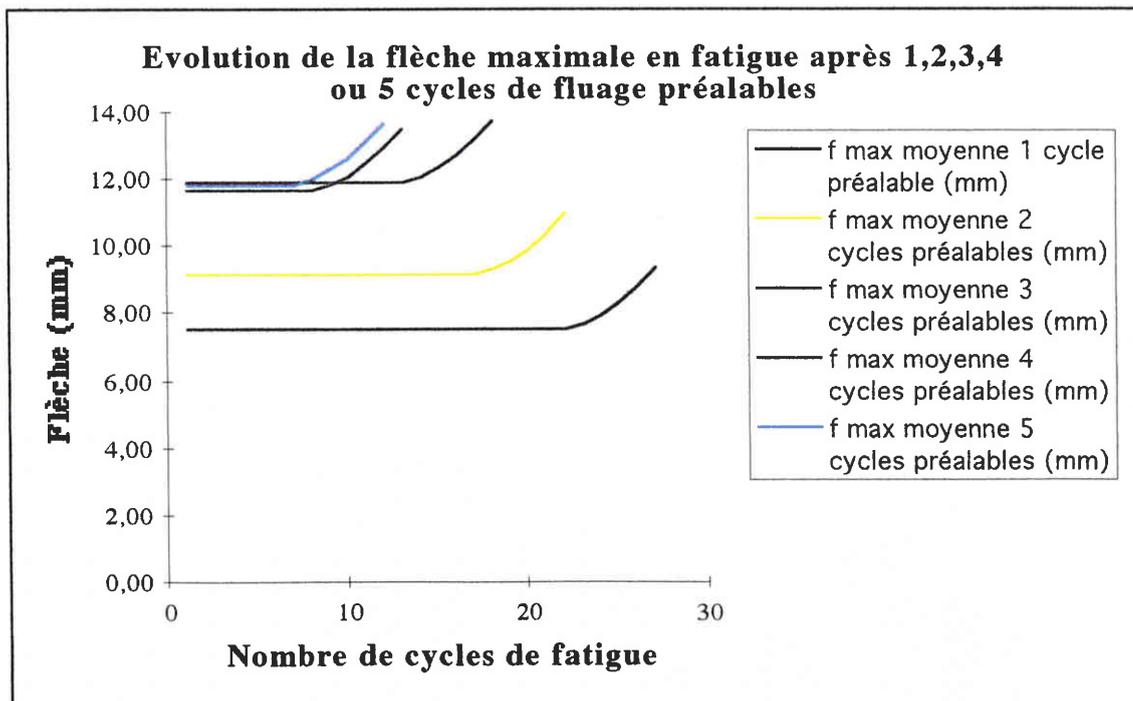


Figure 3-13 : Evolution de la flèche maximale lors des essais de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable.

La figure 3-14 représente l'évolution du nombre de cycles à rupture en fatigue en fonction du nombre de cycles de fluage préalable.

Remarque : Lorsque le nombre de cycle préalable est nul, on est dans le cas d'un essai de fatigue pure et, d'après les essais effectués, le nombre de cycles à rupture est supérieur à 30.

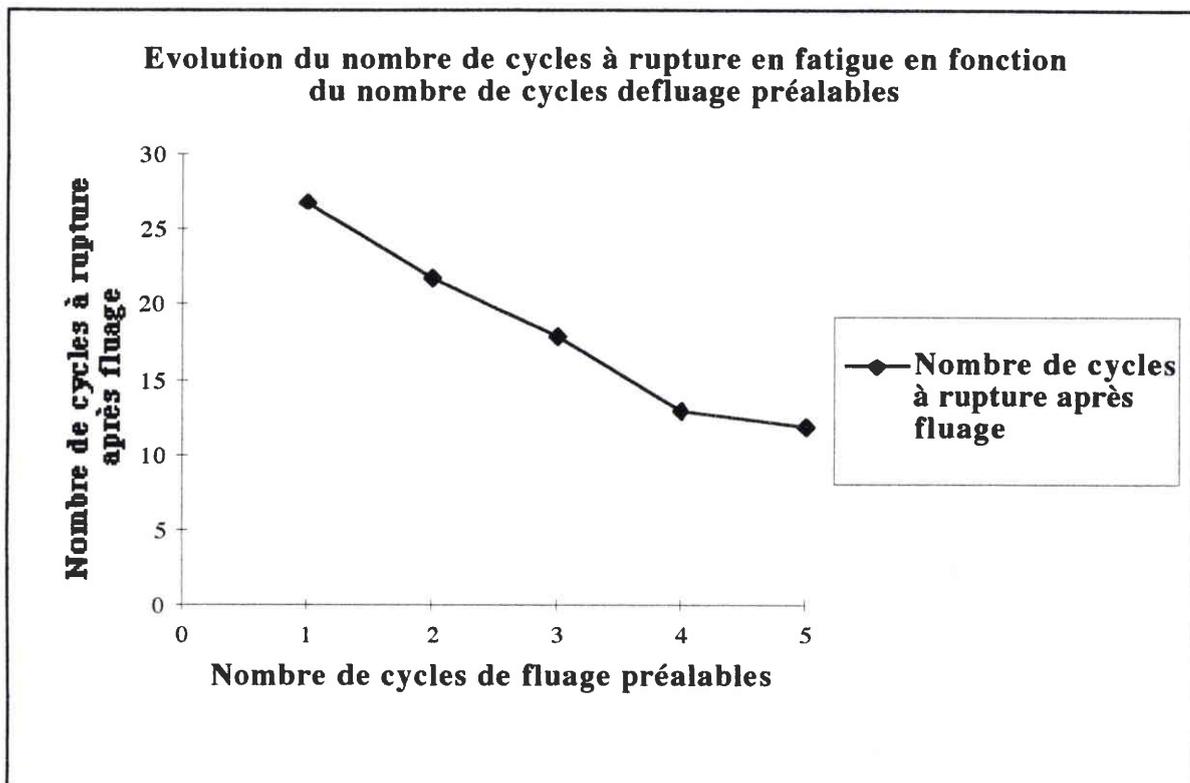


Figure 3-14 : Evolution du nombre de cycles à rupture en fatigue en fonction du nombre de cycles de fluage préalables.

On remarque sur la figure 3-14 qu'au dessus de quatre cycles de fluage préalables, il y a stabilisation du nombre de cycles à rupture en fatigue seule.

3-2-5) Conclusion générale sur la modélisation du comportement

On utilise pour le fluage et la fatigue-fluage un modèle de Burger pour modéliser le comportement du bois.

Dans le cas du fluage, ce modèle ne nous permet pas de modéliser le comportement lors du fluage tertiaire mais il nous permet de modéliser tout à fait correctement le comportement lors du fluage primaire et du fluage secondaire.

Dans le cas de la fatigue-fluage, le problème est plus compliqué puisqu'il faut déterminer les coefficients du modèle sur chaque cycle. Néanmoins, les coefficients calculés sur chaque cycle reproduisent fidèlement le comportement du bois.

Dans le cas de la fatigue un modèle élastique simple suffit pour modéliser le comportement en fatigue pure.

3-3) Modélisation de l'endommagement

3-3-1) Recherche d'un paramètre d'endommagement pour la modélisation de l'endommagement de fluage

On cherche une variable traduisant les effets de l'endommagement. Cette variable doit être accessible expérimentalement. On dispose des variables suivantes :

- la flèche instantanée,
- la flèche maximale,
- la flèche résiduelle,
- le nombre de cycles.

La flèche instantanée est choisie parce que c'est elle qui contient le plus d'informations.

3-3-2) Modélisation de l'endommagement en fluage

3-3-2-1) Recherche d'une fonction d'endommagement

Le dommage en fluage D_c est défini de la manière suivante:

$$D_c = \frac{f_i - f_0}{f_r - f_0} \quad (\text{III-19})$$

avec f_r : flèche à rupture,
 f_0 : flèche initiale,
 f_i : flèche à l'instant i .

Le temps t est normalisé. On vérifie aisément que :

$$D_c = 0 \text{ pour } t = 0 \text{ et } D_c = 1 \text{ pour } t = 1.$$

A présent, nous allons déterminer la loi d'endommagement. Toutes les courbes obtenues en traçant D_c en fonction du temps t normalisé ont la même allure en "forme de S" (voir figure 3-8).

L'équation normalisée du dommage D_c en fonction du temps t pour ce type de courbe est de la forme suivante [51]:

$$D_c(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (\text{III-20})$$

Pour déterminer les coefficients a , b et c de ce modèle nous utilisons la méthode bi-logarithmique. Nous minimisons la valeur S (voir la relation III-21) qui représente la somme des écarts au carré entre les valeurs logarithmiques

relevées expérimentalement et les valeurs logarithmiques calculées avec le modèle.

$$S = \sum_{i=1}^n (\text{Log } D_{c_{\text{exp}}} - \text{Log } D_{C_{\text{mod}}}) \quad (\text{III-21})$$

Nous résolvons ce système en utilisant le solveur d'Excel 5.0. On pose la condition suivante : S doit être minimisé donc aussi proche de 0 que possible et le logiciel détermine automatiquement les paramètres a, b, et c.

3-3-2-2) Etude de l'éprouvette 1 :

Pour expliquer notre étude, nous allons examiner l'essai qui correspond à l'éprouvette 1.

La figure 3-15 représente l'évolution du dommage D_c en fonction du temps t normalisé calculé à l'aide de la formule III-20.

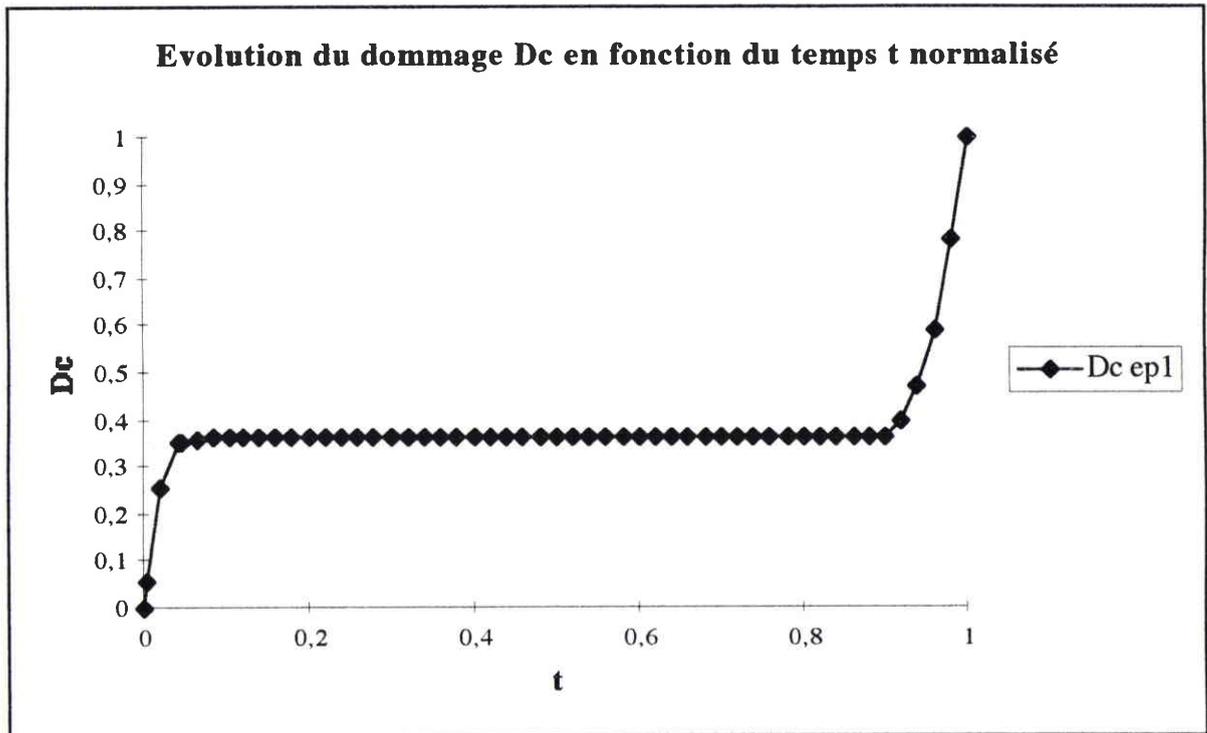


Figure 3-15 : Evolution du dommage D_c en fonction du temps t normalisé.

On résout à l'aide du solveur. On obtient les valeurs suivantes pour l'éprouvette 1 : $a=0,42$; $b=0,14$; $c=36,76$.

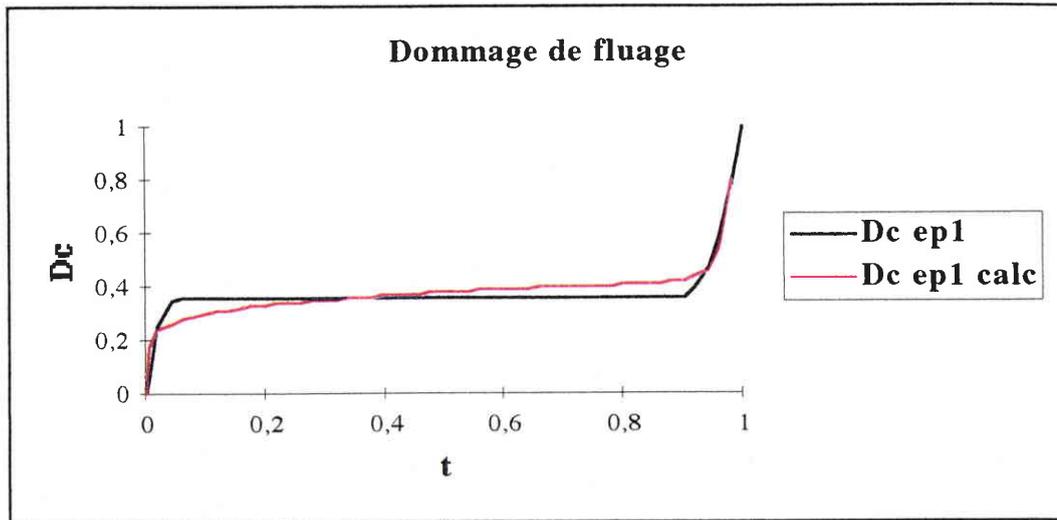


Figure 3-16 : Comparaison pour l'éprouvette n°1 du dommage D_c calculé et expérimental en fonction du temps t .

3-3-2-3) Récapitulation des résultats

Le tableau 3-11 récapitule les résultats de la détermination des coefficients a , b et c pour toutes les éprouvettes testées en fluage.

N° éprouvette	a	b	c
1	0,42	0,14	36,76
2	0,41	0,13	41,41
3	0,44	0,13	41,48
4	0,41	0,14	37,08
5	0,41	0,12	45,06
Minimum	0,41	0,12	36,76
Maximum	0,44	0,14	45,06
Etendue	0,03	0,02	8,29
Moyenne	0,42	0,13	40,36
Ecart-type	0,01	0,007	3,46
C.V.	2,3 %	5,3 %	8,5 %

Tableau 3-11 : Détermination des coefficients a , b , c pour les éprouvettes n° 1 à 5.

La figure 3-17 montre le graphe du dommage obtenu à l'aide de la fonction $D_c(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c}$ (III-22) avec $a = 0,42$ et $b = 0,13$ et $c = 40,36$.

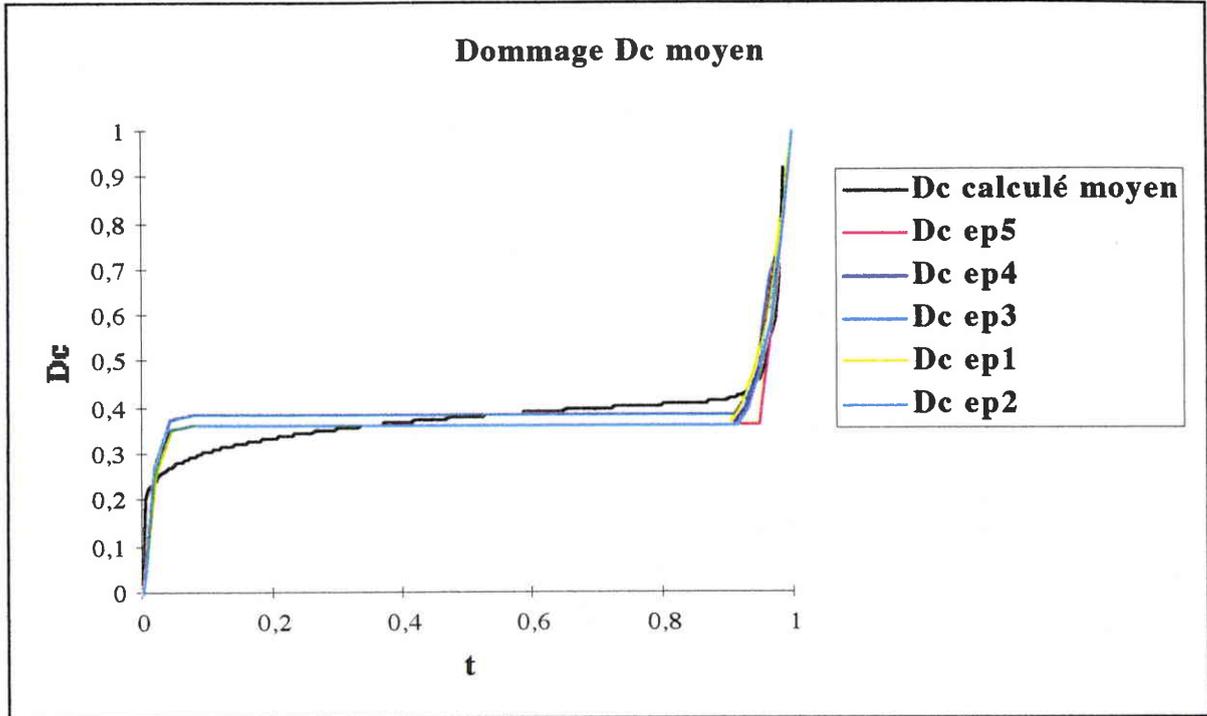


Figure 3-17 : Fonction de dommage D_c moyen.

On constate que l'adaptation entre le modèle et l'expérience n'est pas parfaite. Toutefois, les points particuliers (endommagement initial, fin du palier et rupture de l'éprouvette) sont assez bien modélisés. Pour cette raison et parce que le nombre de paramètres est limité, on conservera ce modèle.

3-3-2-4) Conclusions sur le modèle proposé

La loi d'évolution du dommage D_c en fonction du temps t est de la forme

$$D_c(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (\text{III-23})$$

avec $a = 0,42$
 $b = 0,13$
 $c = 40,36.$

Toutes les courbes de dommage obtenues après dépouillement des essais ont approximativement la même "forme en S". L'équation caractéristique que nous proposons s'adapte correctement aux résultats expérimentaux.

Il apparaîtrait que l'éprouvette s'endommage de façon significative très peu de temps après la mise en charge. Ceci correspond à la durée du fluage primaire. En effet, 40 % du dommage est atteint après 10 % du temps en charge.

3-3-3) Modélisation de l'endommagement en fatigue-fluage

3-3-3-1) Recherche d'une fonction d'endommagement

Le paramètre physique de l'endommagement est comme dans le cas du fluage la flèche. Dans le cas de la fatigue-fluage, l'application de la charge est cyclique. Il n'est donc pas possible de modéliser toute la courbe de fatigue-fluage. On doit choisir des points spécifiques de celle-ci. On a choisi les points contenant le plus d'informations sur l'endommagement du cycle. On a choisi les valeurs de la flèche maximale sur chaque cycle.

Le dommage en fatigue-fluage D_c est défini de la manière suivante:

$$D_{fc} = \frac{f_{max_i} - f_0}{f_r - f_0} \quad (III-24)$$

avec f_r : flèche à rupture,
 f_0 : flèche initiale,
 f_{max_i} : flèche maximale du cycle i .

3-3-3-2) Etude de l'éprouvette 1

Pour expliquer notre étude, nous allons examiner l'essai qui correspond à l'éprouvette 1.

La figure 3-18 représente l'évolution de la flèche maximale sur chaque cycle en fonction du nombre de cycle. C'est ce type de courbe que l'on doit modéliser.

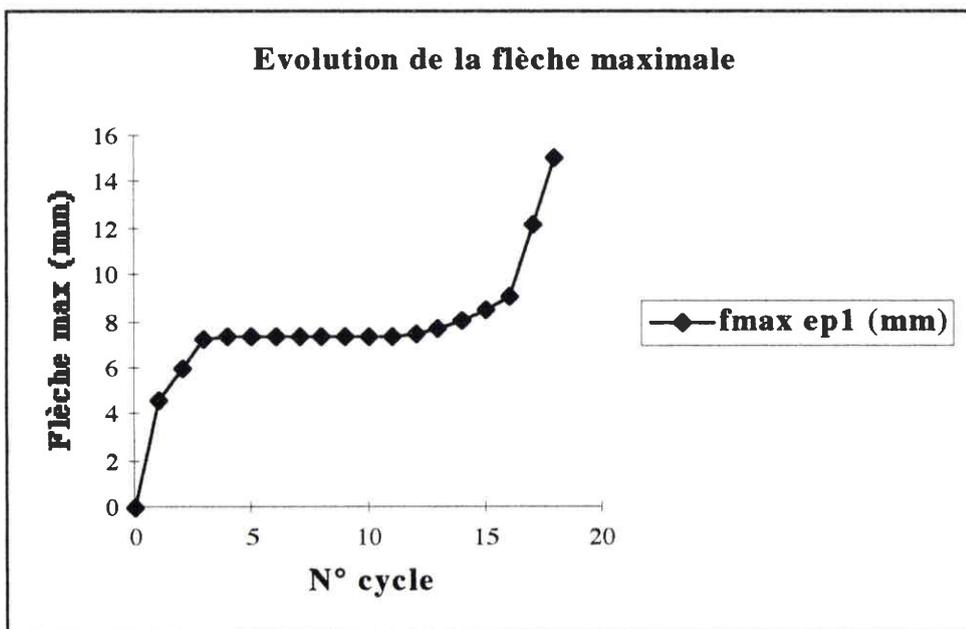


Figure 3-18 : Evolution de la flèche maximale en fonction du nombre de cycle pour l'éprouvette 1.

A présent, on détermine la loi d'endommagement. Toutes les courbes obtenues en traçant D_{fc} en fonction du temps t normalisé ont la même allure en "forme de S" (voir figure 3-19).

L'équation normalisée du dommage D_{fc} en fonction du temps t pour ce type de courbe est, comme dans le cas du fluage, de la forme suivante [51]:

$$D_{fc}(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (III-25)$$

La figure 3-19 représente l'évolution du dommage D_{fc} en fonction du temps t normalisé calculé à l'aide de la formule III-25.

Le temps t normalisé est calculé de la manière suivante :

$$t = \frac{N}{N_r} \quad (III-26)$$

avec

N : nombre de cycles effectués,

N_r : nombre de cycles à rupture.

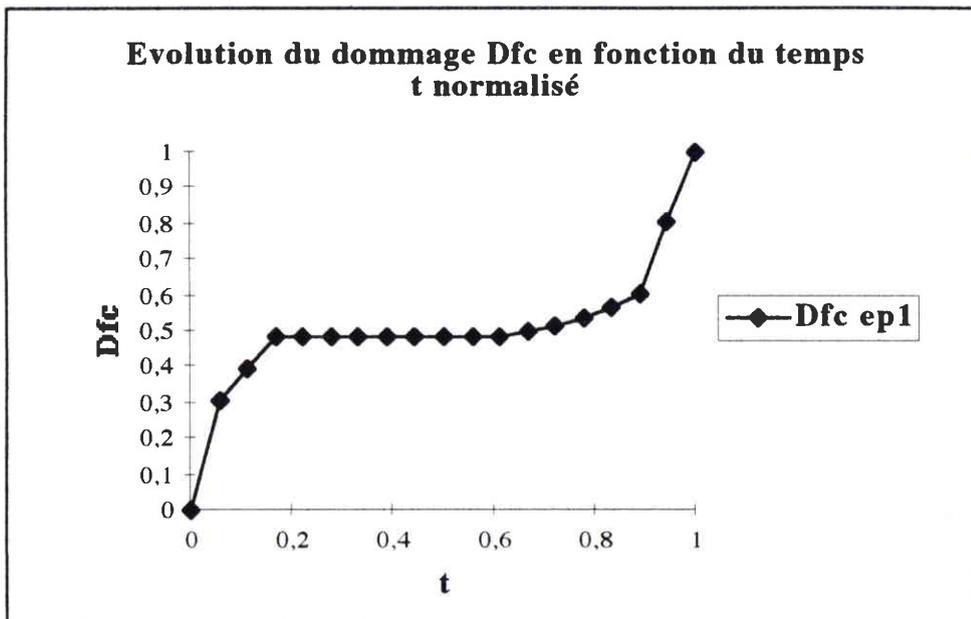


Figure 3-19 : Evolution du dommage D_{fc} en fonction du temps t normalisé.

On obtient les valeurs des paramètres du modèle suivantes pour l'éprouvette 1 : $a=0,55$; $b=0,15$; $c=20$.

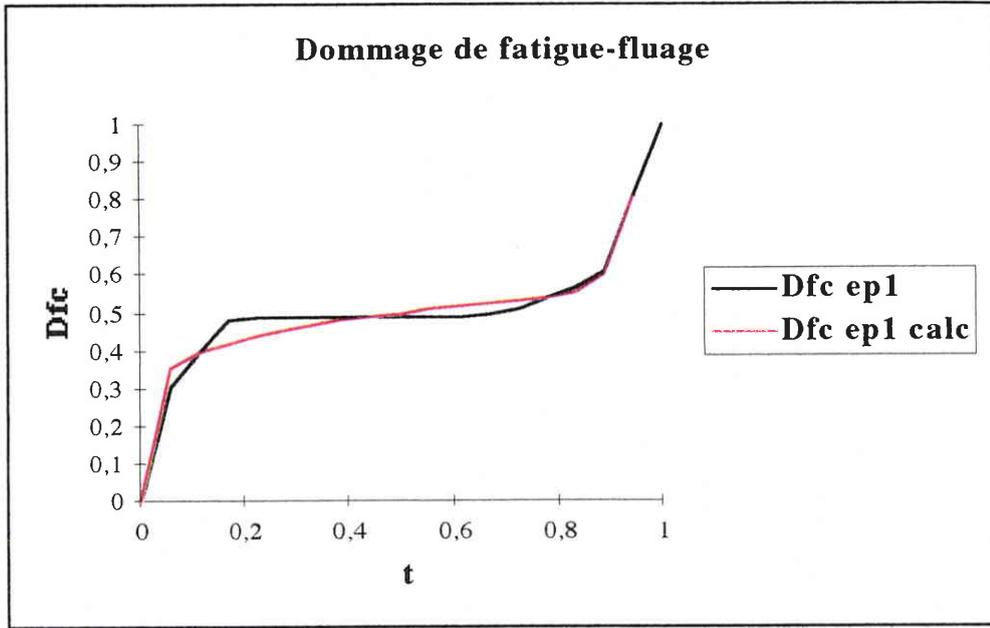


Figure 3-20 : Comparaison pour l'éprouvette n°1 du dommage D_{fc} calculé et expérimental en fonction du temps t .

3-3-3-3) Récapitulation des résultats :

Le tableau 3-12 récapitule les résultats de la détermination des coefficients a , b et c pour toutes les éprouvettes testées en fatigue-fluage.

N° éprouvette	a	b	c
1	0,55	0,15	20
2	0,89	0,19	94,35
3	0,8	0,17	59,61
4	0,85	0,18	64,38
5	0,94	0,5	239,73
6	0,77	0,17	53,29
7	0,84	0,17	43,78
8	0,85	0,17	33,55
9	0,67	0,15	37,72
10	0,82	0,18	65,42
Minimum	0,55	0,15	20,00
Maximum	0,94	0,50	239,73
Etendue	0,38	0,35	219,72
Moyenne	0,80	0,20	71,18
Ecart-type	0,11	0,10	62,70
C.V.	13,75 %	50 %	88,08 %

Tableau 3-12 : Détermination des coefficients a , b , c pour les éprouvettes n° 1 à 10.

On obtient une fonction moyenne d'endommagement qui est la suivante:

$$D_{fc}(t) = 0,80 * \frac{t^{0,20}}{1 - t^{71,18}} \quad (\text{III-27})$$

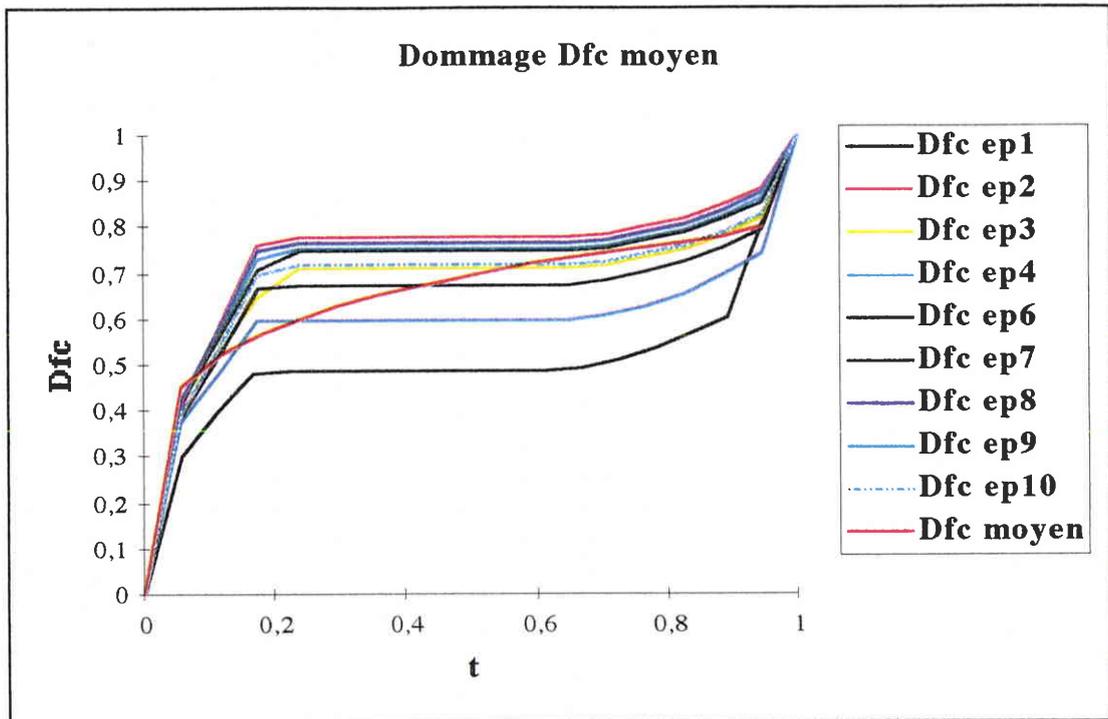


Figure 3-21 : Fonction de dommage D_{fc} moyen.

3-3-3-4) Conclusions sur le modèle proposé :

La loi d'évolution du dommage D_{fc} en fonction du temps t est de la forme

$$D_{fc}(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (\text{III-28})$$

avec $a = 0,80$
 $b = 0,20$
 $c = 71,18.$

D'après Dinkel [52] :

- La valeur a de la loi d'évolution du dommage traduit la valeur du palier de la courbe moyenne. En effet plus le coefficient a augmente, plus le palier horizontal se décale vers le haut.

- La valeur b de la loi de comportement traduit la pente initiale de la courbe moyenne. En effet plus le coefficient b augmente, plus la pente initiale du début de courbe est importante.

- La valeur c de la loi de comportement traduit vitesse de détérioration de l'éprouvette à la fin des essais. En effet plus le coefficient c augmente, plus la courbe se décale vers la droite.

On constate que les valeur de C.V. sont très élevées pour b et c . Ceci est du au fait que toutes les éprouvettes ont été prises en compte pour la détermination

des valeurs moyennes du modèle. En effet, l'éprouvette n°5 casse après trois cycles et son comportement est très différent de celui des autres éprouvettes. Si l'on ne tient pas compte de cette éprouvette, les valeurs de C.V. pour b et c sont beaucoup moins élevées comme l'on peut s'en rendre compte dans le tableau 3-13.

	a	b	c
Minimum	0,55	0,15	20
Maximum	0,89	0,19	94,35
Etendue	0,33	0,04	74,34
Moyenne	0,78	0,17	52,46
Ecart-type	0,106	0,013	21,85
C.V.	13,53 %	7,43 %	41,65 %

Tableau 3-13 : Récapitulatif des résultats des valeurs des coefficients a, b et c du modèle sans l'éprouvette n°5.

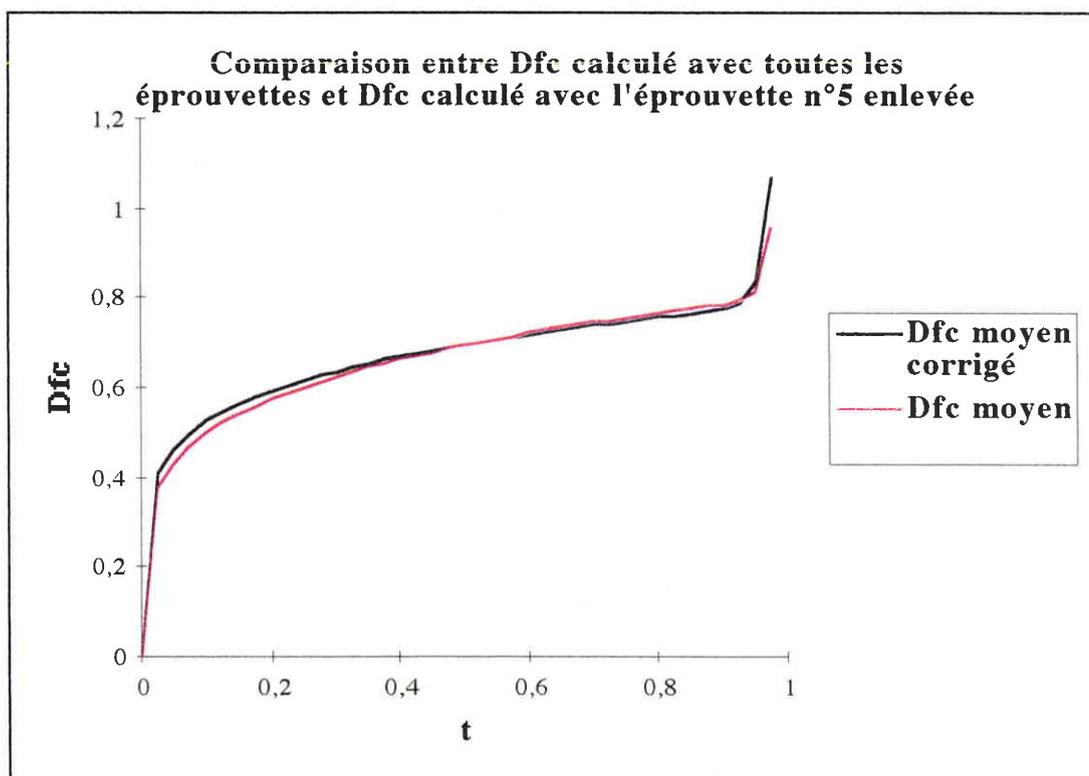


Figure 3-22 : Différence entre la fonction de dommage D_{fc} calculée avec toutes les éprouvettes et la fonction de dommage D_{fc} corrigée (éprouvette n°5 enlevée).

D'après la figure 3-22, on constate qu'il y a peu de différence entre les deux courbes moyennes obtenues en tenant compte ou non de l'éprouvette n°5 pour le calcul de la fonction de dommage de fatigue-fluage. On gardera donc les valeurs moyennes calculées avec toutes les éprouvettes.

Toutes les courbes de dommage obtenues après dépouillement des essais ont approximativement la même "forme en S".

Il apparaît que l'éprouvette s'endommage de façon significative lors des trois ou quatre premiers cycles de mise en charge. Par la suite, les éprouvettes ne s'endommagent plus ou quasiment plus lors des huit ou neuf cycles suivants et enfin il y a un endommagement final lors des quatre ou cinq derniers cycles jusqu'à rupture des éprouvettes.

3-3-4) Modélisation de l'endommagement de fatigue d'un matériau endommagé par 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fatigue-fluage préalable

3-3-3-1) Introduction

Comme nous l'avons vu dans l'étude expérimentale, il n'y a pas de variation de la flèche maximale mesurée en fatigue pure sur les trente premiers cycles. L'endommagement de fatigue D_f devrait donc à priori être nul.

Or, il apparaît, à la vue des essais de fatigue réalisés sur des éprouvettes ayant subi un dommage avec des cycles de fatigue-fluage préalables, que la flèche maximale mesurée en fatigue évolue au cours des cycles. On va donc dans un premier temps modéliser cet endommagement.

Par la suite, on modélisera l'endommagement de fatigue-fluage subi par matériau afin d'obtenir l'endommagement total subit par le matériau pour ce type d'essais.

3-3-3-2) Recherche de la loi d'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable

Le paramètre physique de l'endommagement est comme dans le cas du fluage la flèche. Dans le cas de la fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalable, l'application de la charge est cyclique. Il n'est donc pas possible de modéliser toute la courbe de fatigue. On doit choisir des points spécifiques de celle-ci. On a choisi les points contenant le plus d'informations sur l'endommagement du cycle. On a choisi les valeurs de la flèche maximale sur chaque cycle.

L'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables est défini de la manière suivante :

$$D_f(i) = \frac{f_{\max}(i) - f_{\max}(0)}{f_{\max}(r) - f_{\max}(0)} \quad (\text{III-29})$$

avec :

- $D_f(i)$: endommagement de fatigue du cycle i ,
- $f_{\max}(i)$: flèche maxi du cycle i ,
- $f_{\max}(0)$: flèche maxi du cycle 0,
- $f_{\max}(r)$: flèche maxi à rupture.

La figure 3-23 représente l'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables.

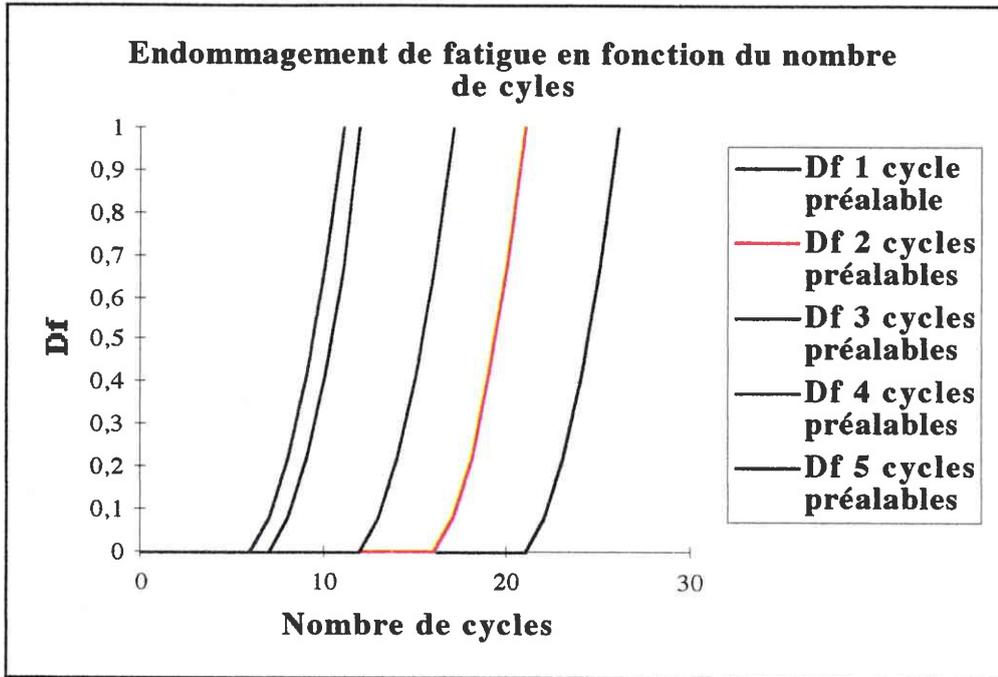


Figure 3-23 : Endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du nombre de cycles.

La figure 3-24 représente l'évolution du dommage D_f en fonction du temps t normalisé calculé à l'aide de la formule III-30.

Le temps t normalisé est calculé de la manière suivante :

$$t = \frac{N}{N_r} \quad (\text{III-30})$$

avec

N : nombre de cycles effectués,

N_r : nombre de cycles à rupture.

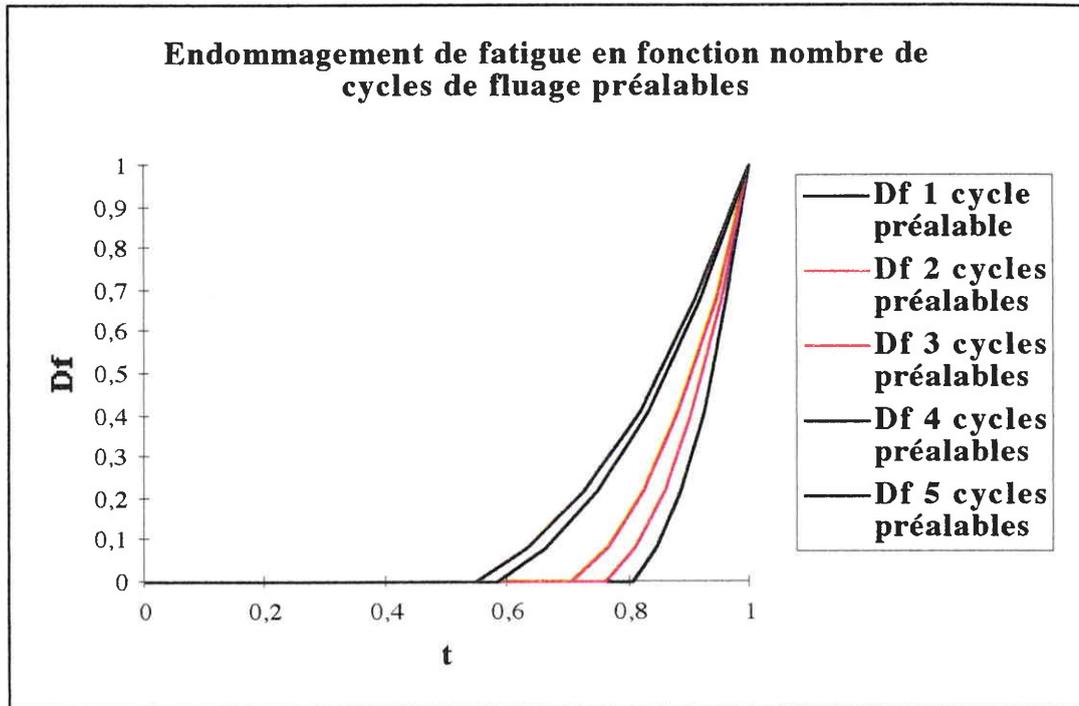


Figure 3-24 : Endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du temps.

3-3-3-3) Identification des coefficients de la loi d'endommagement de fatigue

On peut, d'après Chaboche [34], modéliser les courbes de la figure 3-24 à l'aide de l'équation suivante :

$$D_f(i) = 1 - \left(\frac{f_{\max}(0)}{f_{\max}(i)} \right)^{1/m} \tag{III-31}$$

avec :

- $f_{\max}(0)$: flèche maximale initiale,
- $f_{\max}(i)$: flèche maximale du cycle i ,
- m : constante à déterminer.

Nombre de cycles de fluages préalables	m	Coefficient de corrélation entre D_f et D_f du modèle
1	0,180892526	0,987476997
2	0,150859206	0,987541174
3	0,11623794	0,987607424
4	0,118747261	0,98666816
5	0,116998664	0,986403199

Tableau 3-14 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables.

La figure 3-25 représente l'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluages préalables. On remarque sur cette figure que la fin de

l'endommagement n'est pas très bien modélisé. On gardera néanmoins ce modèle car il modélise correctement le début de l'endommagement de fatigue. Cet en effet cette partie de la courbe qui est la plus intéressante car elle permet de détecter à partir de quel moment le matériau s'endommage. La partie de la courbe la moins bien modélisée correspond aux deux ou trois derniers cycles de fatigue.

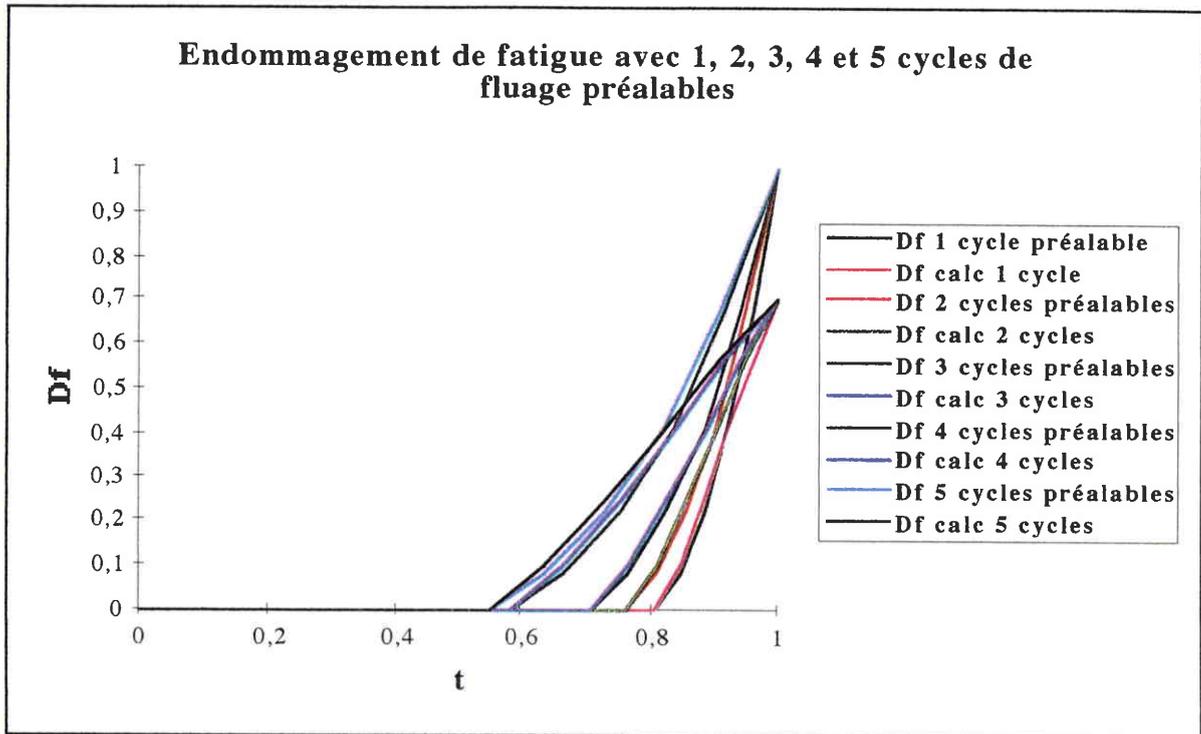


Figure 3-25 : Modélisation de l'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du temps.

3-3-3-4) Recherche de la loi d'endommagement de fatigue-fluage préalable

Comme on l'a vu préalablement, au dessus de quatre cycles de fatigue-fluage préalables, il y a stabilisation du nombre de cycles à rupture en fatigue seule. Pour cette raison, on ne modélisera que l'endommagement avec quatre cycles de fatigue-fluage.

Le paramètre physique de l'endommagement est la flèche. Dans le cas de la fatigue-fluage, l'application de la charge est cyclique. Il n'est donc pas possible de modéliser toute la courbe de fatigue-fluage. On doit choisir des points spécifiques de celle-ci. On a choisi les points contenant le plus d'informations sur l'endommagement du cycle. On a choisi les valeurs de la flèche maximale sur chaque cycle.

La figure 3-26 représente l'évolution de la flèche maximale au cours des quatre cycles de fatigue-fluage effectués.

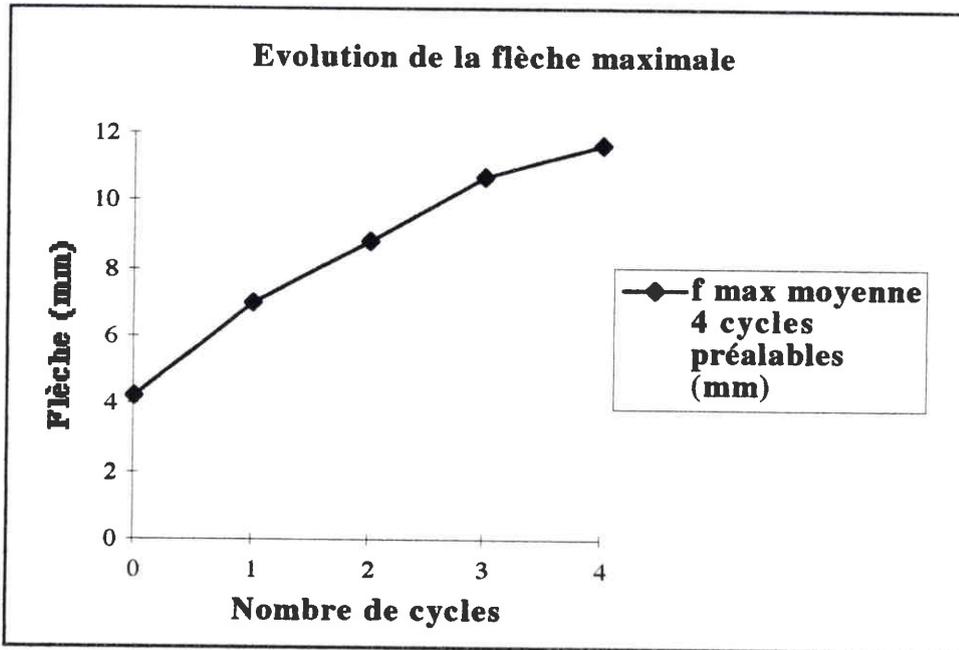


Figure 3-26 : Evolution de la flèche maximale au cours des quatre cycles de fatigue-fluage effectués.

L'endommagement de fatigue-fluage est défini de la manière suivante :

$$D_{fc}(4 \text{ cycles}) = \frac{f_{\max(i)} - f_{\text{initiale}}}{f_{\max(\text{cycle } 4)} - f_{\text{initiale}}} \quad (\text{III-32})$$

avec :

- $D_{fc}(i)$: endommagement de fatigue-fluage pour 4 cycles,
- $f_{\max}(i)$: flèche maxi du cycle i ,
- f_{initiale} : flèche initiale,
- $f_{\max}(\text{cycle } 4)$: flèche maxi lors du cycle 4.

La figure 3-27 représente l'évolution du dommage D_{fc} en fonction du nombre de cycles.

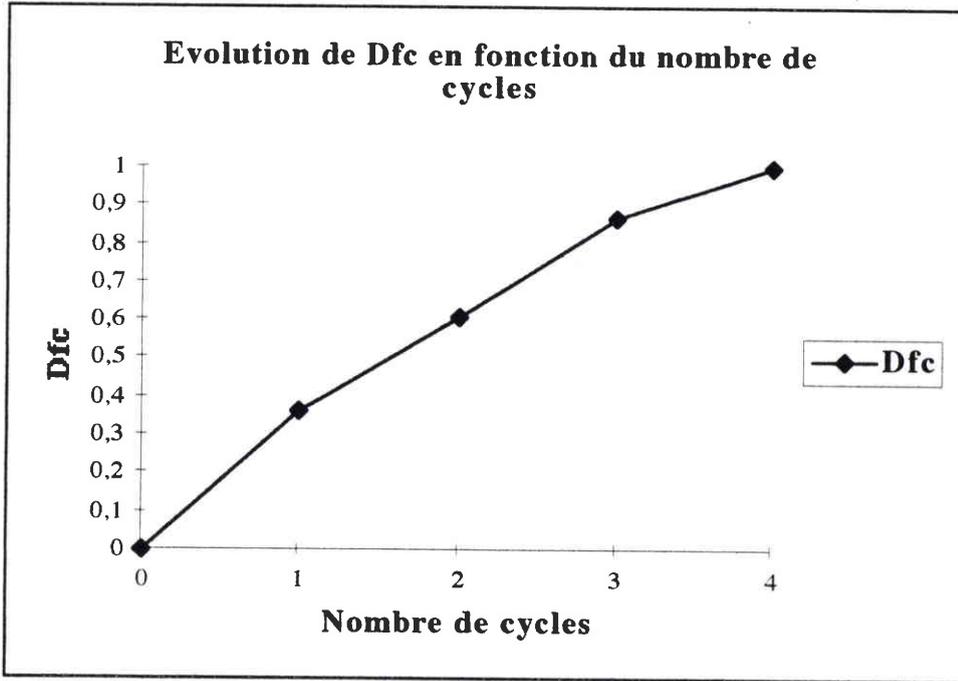


Figure 3-27 : Evolution du dommage de fatigue-fluage en fonction du nombre de cycles.

La figure 3-28 représente l'évolution du dommage D_{fc} en fonction du temps t normalisé calculé à l'aide de la formule III-33.

Le temps t normalisé est calculé de la manière suivante :

$$t = \frac{N}{N_r} \tag{III-33}$$

- avec :
- N : nombre de cycles effectués,
 - N_r : nombre de cycles à rupture.

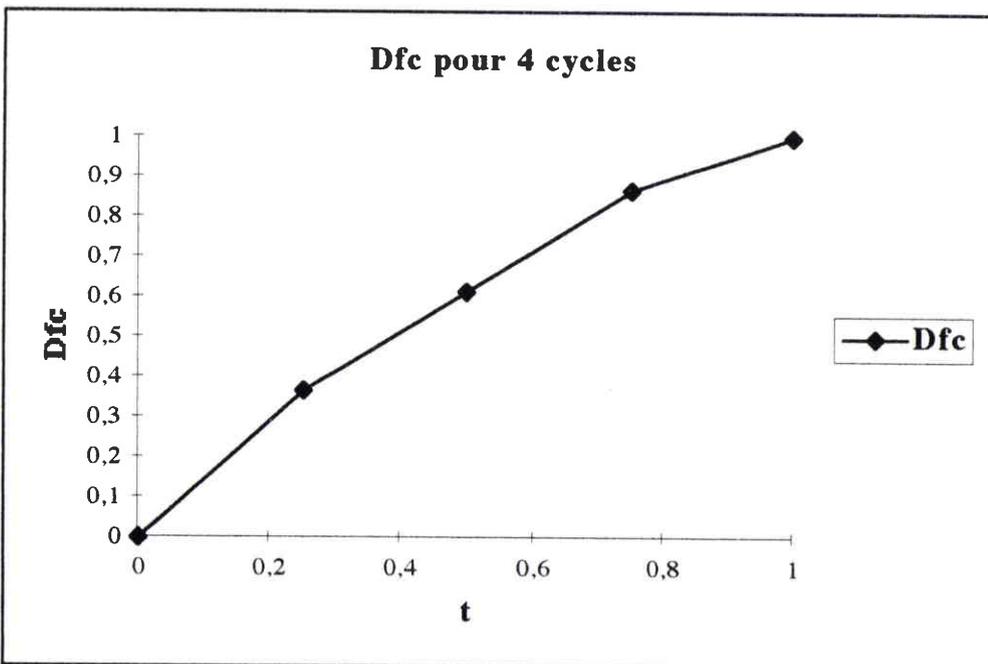


Figure 3-28 : Evolution de l'endommagement D_{fc} au cours des quatre cycles de fatigue-fluage effectués.

On utilise comme équation du dommage D_{fc} en fonction du temps t la même équation que celle utilisée pour modéliser les essais de fatigue-fluage :

$$D_{fc}(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \tag{III-34}$$

La méthode de calcul des coefficients a , b et c est identique à celle utilisée précédemment. On obtient les valeurs suivantes :

- $a = 1,070$,
- $b = 0,799$,
- $c = 52,456$.

Le coefficient de corrélation entre D_{fc} et D_{fc} calculé est de 0,995.

La figure 3-29 représente l'endommagement de fatigue-fluage subi par le matériau lors des quatre premiers cycles.

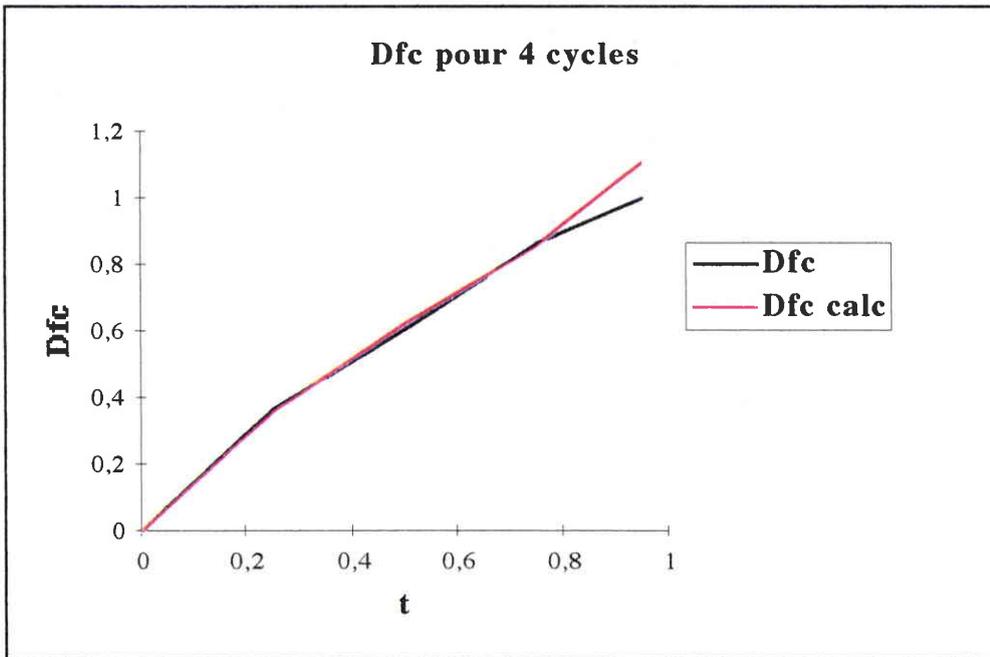


Figure 3-29 : Modélisation de l'endommagement de fatigue-fluage pour les quatre cycles effectués.

3-3-3-5) Endommagement total subit par le matériau lors des essais de fatigues avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables

L'endommagement total du matériau est défini de la manière suivante :

$$D_{total}(i) = \frac{f_{max}(i) - f_{initiale}}{f_{max}(r) - f_{initiale}} \tag{III-35}$$

avec :

- $D_{total}(i)$: endommagement total du cycle i ,
- $f_{max}(i)$: flèche maxi du cycle i ,
- $f_{initiale}(0)$: flèche initiale,
- $f_{max}(r)$: flèche maxi à rupture.

L'endommagement total du matériau se décompose en deux parties. La première partie est due à l'endommagement subi par le matériau lors des quatre cycles de fatigue-fluage. La deuxième partie est due à l'endommagement subi par le matériau lors des cycles de fatigue. Cet endommagement vient s'ajouter à celui causé par les quatre cycles de fatigue-fluage.

L'endommagement total subi par le matériau est donc de la forme suivante :

$$D_{\text{total}} = a * D_{fc}(t=4 \text{ cycles}) + b * D_f(t > 4 \text{ cycles}) \quad (\text{III-36})$$

avec :

- a représentant le pourcentage de l'endommagement en fatigue-fluage par rapport à l'endommagement total,
- b représentant le pourcentage de l'endommagement en fatigue par rapport à l'endommagement total.

Le tableau 3-15 donne les valeurs de la flèche maximale moyenne sur les trois éprouvettes testées lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables ainsi que le pourcentage d'endommagement en fonction du nombre de cycles.

N°cycle	f max moyenne 4 cycles préalables (mm)	Type de cycle	Pourcentage d'endommagement (%)
0	4,27	flèche initiale	31,55
1	6,99	fatigue-fluage	51,66
2	8,82	fatigue-fluage	65,18
3	10,71	fatigue-fluage	79,15
4	11,71	fatigue-fluage	86,54
5	11,71	fatigue	86,54
6	11,71	fatigue	86,54
7	11,71	fatigue	86,54
8	11,71	fatigue	86,54
9	11,71	fatigue	86,54
10	11,71	fatigue	86,54
11	11,71	fatigue	86,54
12	11,71	fatigue	86,54
13	11,86	fatigue	87,65
14	12,11	fatigue	89,50
15	12,46	fatigue	92,09
16	12,93	fatigue	95,56
17	13,53	fatigue	100

Tableau 3-15 : Valeurs de la flèche maximale moyenne et pourcentage d'endommagement pour les essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables.

D'après le tableau 3-15 l'endommagement de fatigue-fluage représente 86,54 % de l'endommagement total et l'endommagement de fatigue représente 13,56 % de l'endommagement total.

On a donc :
- a = 0,8654,
- b = 0,1356.

Le coefficient de corrélation entre le dommage total du modèle (calculé) et celui issu de l'étude expérimentale est de 0,997.

La figure 3-30 représente l'endommagement subi par le matériau lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du nombre de cycles.

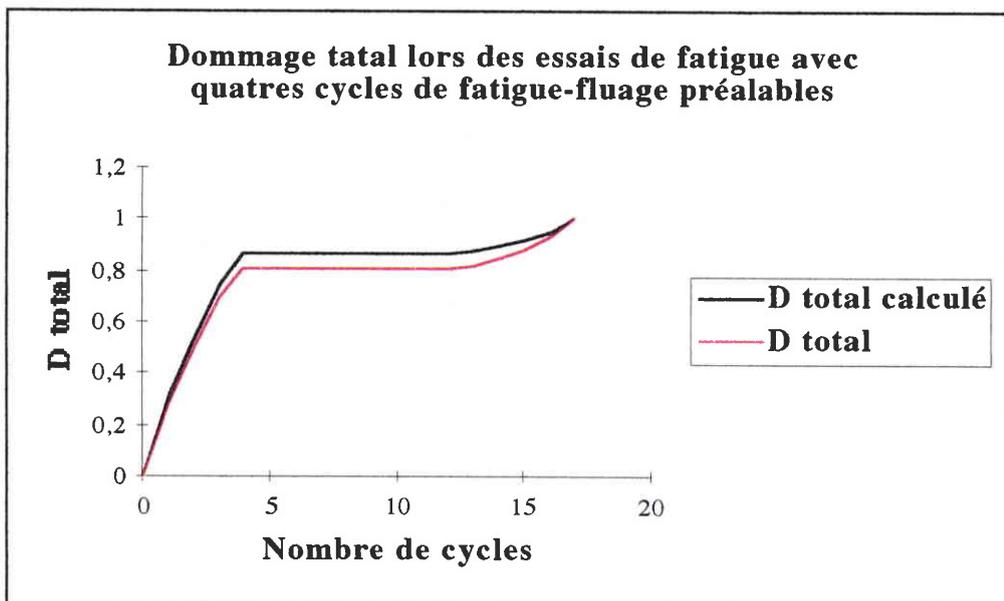


Figure 3-30 : Endommagement lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du nombre de cycles.

La figure 3-31 représente l'endommagement subi par le matériau lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du temps t normalisé.

Le temps t normalisé est calculé de la manière suivante :

$$t = \frac{N}{N_r} \quad (\text{III-37})$$

avec

N : nombre de cycles effectués,

N_r : nombre de cycles à rupture.

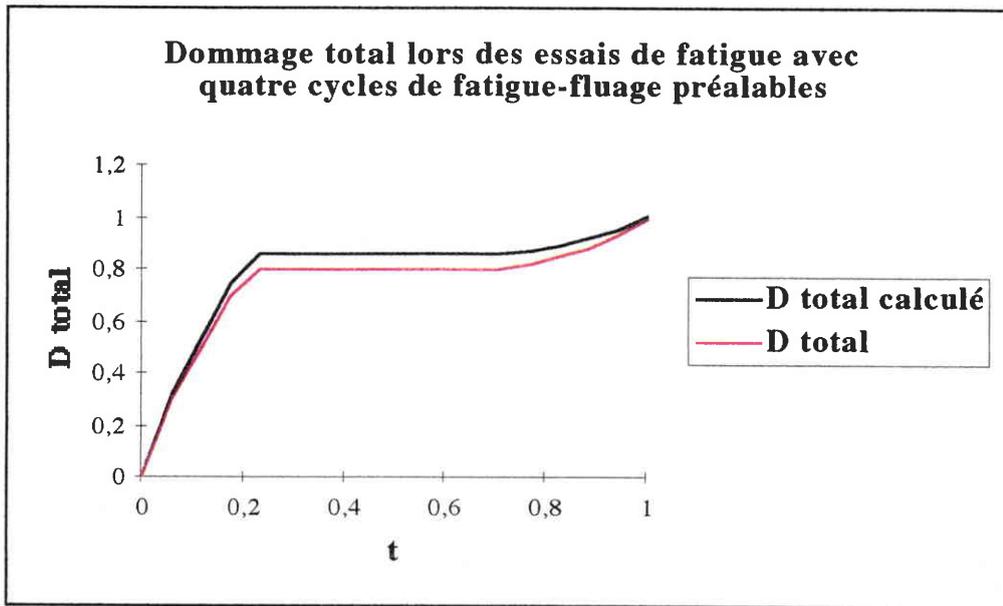


Figure 3-31 : Endommagement lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du temps t normalisé.

3-3-3-6) Conclusions sur le modèle proposé :

L'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables peut être modélisé d'après [34] à l'aide de l'équation suivante :

$$D_f(i) = 1 - \left(\frac{f_{\max}(0)}{f_{\max}(i)} \right)^{1/m} \quad (\text{III-38})$$

Le coefficient de corrélation entre D_f et D_f du modèle varie de 0,986 à 0,987 suivant le type d'essais réalisé (1 à 5 cycles de fluage préalables).

Le coefficient m du modèle varie de 0,150 à 0,180 suivant le type d'essais réalisé (1 à 5 cycles de fluage préalables).

Au dessus de quatre cycles de fatigue-fluage préalables, il y a stabilisation du nombre de cycles à rupture en fatigue seule. Pour cette raison, on ne modélise que l'endommagement avec quatre cycles de fatigue-fluage.

On utilise comme équation du dommage D_{fc} en fonction du temps t la même équation que celle utilisée pour modéliser les essais de fatigue-fluage :

$$D_{fc}(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \quad (\text{III-39})$$

On obtient les valeurs suivantes :

- $a = 1,070$,
- $b = 0,799$,
- $c = 52,456$.

Le coefficient de corrélation entre D_{fc} et D_{fc} calculé est de 0,995.

L'endommagement total du matériau se décompose en deux parties. La première partie est due à l'endommagement subi par le matériau lors des quatre cycles de fatigue-fluage. La deuxième partie est due à l'endommagement subi par le matériau lors des cycles de fatigue. Cet endommagement vient s'ajouter à celui causé par les quatre cycles de fatigue-fluage.

L'endommagement total subi par le matériau est donc de la forme suivante :

$$D_{\text{total}} = a * D_{fc} (t=4 \text{ cycles}) + b * D_f (t > 4 \text{ cycles}) \quad (\text{III-40})$$

avec :

- a représentant le pourcentage de l'endommagement en fatigue-fluage par rapport à l'endommagement total,
- b représentant le pourcentage de l'endommagement en fatigue par rapport à l'endommagement total.

L'endommagement de fatigue-fluage représente 86,54 % de l'endommagement total et l'endommagement de fatigue représente 13,56 % de l'endommagement total.

On a donc :

- a = 0,8654,
- b = 0,1356.

Le coefficient de corrélation entre le dommage total du modèle (calculé) et celui issu de l'étude expérimentale est de 0,997.

L'endommagement total est représenté comme de le cas des essais de fatigue-fluage et de fluage par une "courbe en S".

3-3-5) Recherche de la loi d'interaction entre l'endommagement de fatigue et celui de fatigue-fluage

3-3-5-1) Introduction

Comme nous l'avons vu dans l'étude expérimentale, il n'y a pas de variation de la flèche maximale mesurée en fatigue pure lors des trente premiers cycles. L'endommagement de fatigue D_f devrait donc a priori être nul.

Par contre, au vu des essais de fatigue réalisés avec des éprouvettes endommagées par un ou plusieurs cycles de fluage, il paraît clair que D_f existe.

On peut donc penser que le dommage de fatigue est fonction du dommage de fluage c'est à dire que :

$$D_f = f(D_c) \quad (\text{III-41})$$

3-3-5-2) Recherche de la loi d'interaction entre l'endommagement de fluage et celui de fatigue-fluage

On a :

$$D_{fc} (t) = 0,80 * \frac{t^{0,20}}{1-t^{71,18}} \quad (\text{III-42})$$

$$D_c(t) = 0,42 * \frac{t^{0,13}}{1-t^{40,36}} \quad (\text{III-43})$$

Lorsque le matériau est endommagé par quatre cycles de fluage on a :

$$D_f(i) = 1 - \left(\frac{f_{\max}(0)}{f_{\max}(i)} \right)^{1/0,118} \quad (\text{III-44})$$

La figure 3-32 représente l'évolution de D_f (4 cycles), D_c et D_{fc} en fonction du temps t normalisé.

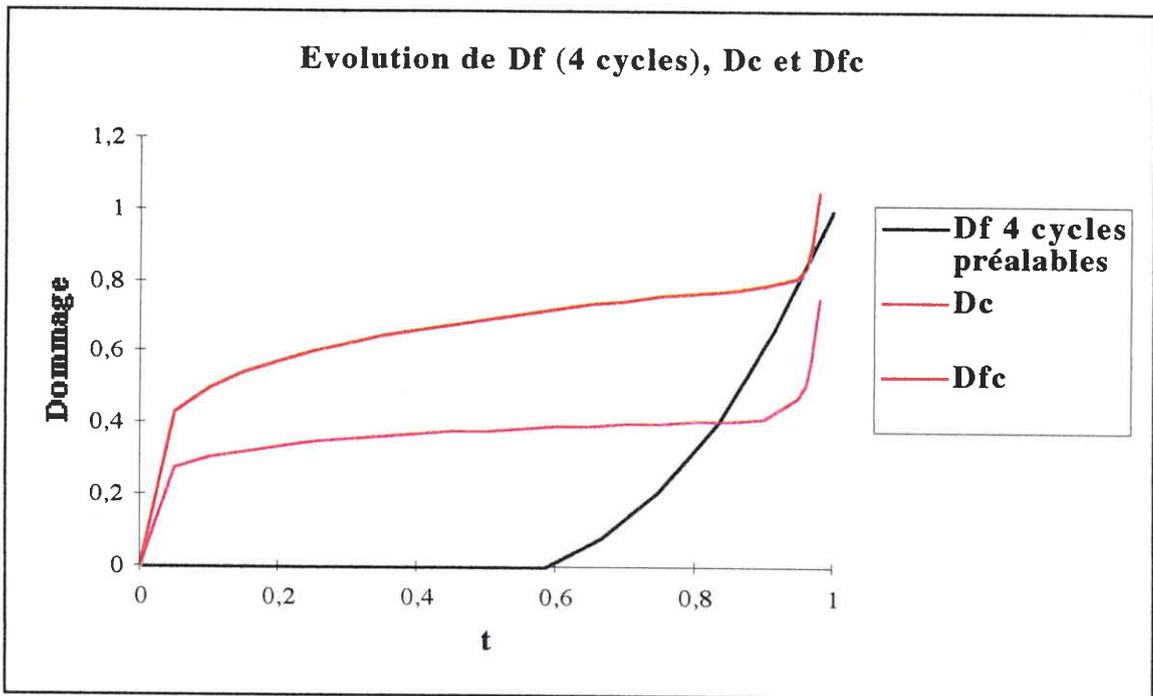


Figure 3-32 : Evolution de D_f (4 cycles), D_c et D_{fc} en fonction du temps t normalisé.

L'interaction entre l'endommagement de fluage et de fatigue peut, a priori, être de deux sortes : additive ou multiplicative.

Si l'endommagement est multiplicatif on a :

$$D_{fc} = D_c * k D_f(4 \text{ cycles}) \quad (\text{III-45})$$

Cette hypothèse ne peut pas être réalisée car le dommage de fatigue D_f (4 cycles) est nul lorsque $t < 0,6$ ce qui n'est pas le cas pour D_{fc} .

Si l'endommagement est additif on a :

$$D_{fc} = m * D_c + n * D_f(4 \text{ cycles}) \quad (\text{III-46})$$

On identifie les coefficients m et n à l'aide du solveur par la méthode bi-logarithmique [50].

On obtient $m = 1,76648$ et $n = 0,04624$.

Le coefficient de corrélation entre D_{fc} et D_{fc} calculé à l'aide de la formule (III-46) est de 0,993.

La figure 3-33 représente l'évolution de D_{fc} calculé à l'aide de la formule (III-46) en fonction du temps.

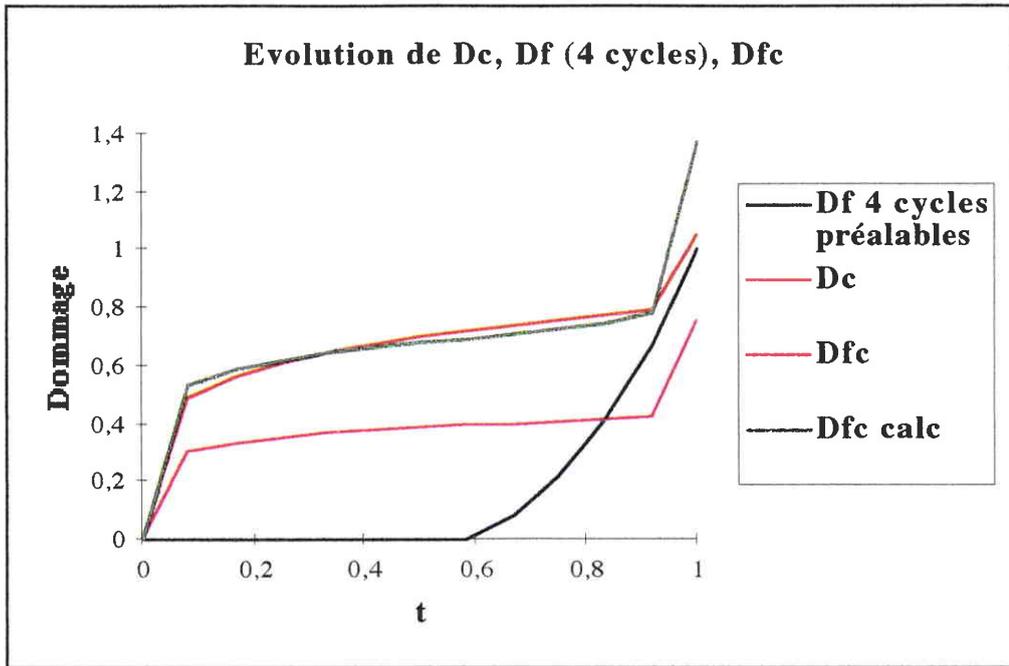


Figure 3-33 : Evolution de D_{fc} calculé dans l'hypothèse d'un endommagement additif.

3-3-6) Discussion

Barrett et Foschi proposent un modèle d'endommagement de fluage cyclique comme on l'a vu dans l'étude bibliographique de la forme suivante :

$$\frac{dD}{dt} = a.(\sigma(t) - \sigma_0)^b + \lambda.D(t) \quad \text{si } \sigma(t) > \sigma_0 \quad \text{(III-47)}$$

$$\frac{dD}{dt} = 0 \quad \text{si } \sigma(t) \leq \sigma_0 \quad \text{(III-48)}$$

avec :

a, b, λ sont des paramètres constants,

σ_0 représente le seuil de contrainte en dessous duquel il n'y a pas d'endommagement.

En intégrant (III-47) le modèle est relativement simple à utiliser et à ajuster et s'écrit sous la forme :

$$D(t) = \exp(\lambda.t) \cdot \int_0^t a.(\sigma(t) - \sigma_0)^b \cdot \exp(-\lambda.t) dt \quad \text{(III-49)}$$

On peut considérer que $\sigma_0=0$. On a alors dans ce cas :

$$D(t) = \exp(\lambda.t) \cdot \int_0^t a.(\sigma(t))^b \cdot \exp(-\lambda.t) dt \tag{III-50}$$

Si on trace la courbe $D(t)$ proposée par Barrett et Foschi, celle-ci est de la "forme d'une exponentielle" comme on peut le voir sur la figure 3-34.

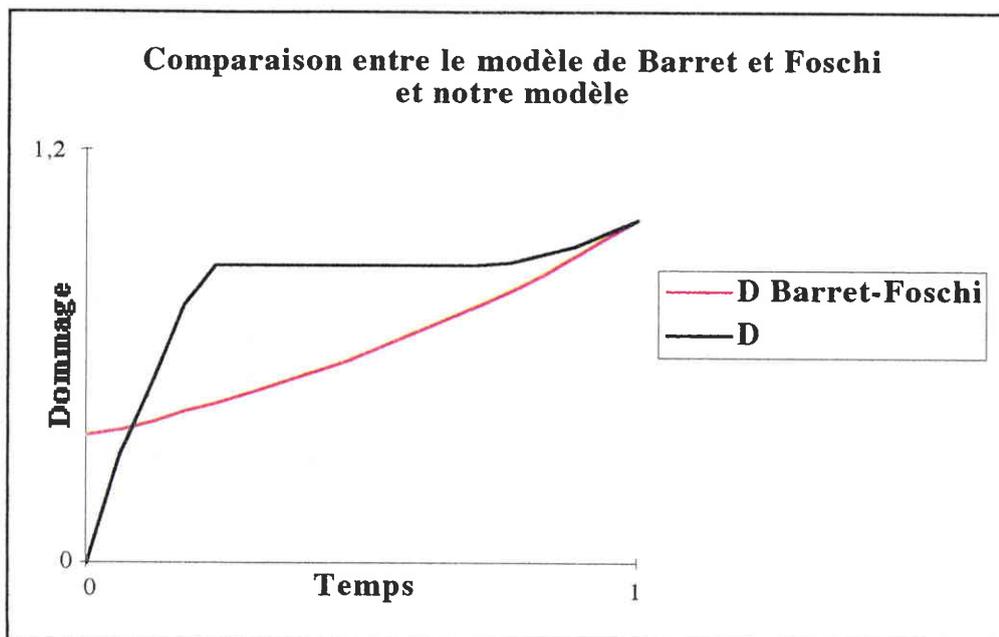


Figure 3-34 : Comparaison de l'évolution du dommage entre le modèle de Barret et Foschi et notre modèle

Il est évident que le modèle de Barret et Foschi ne peut pas être utilisé pour déterminer l'endommagement pour le type d'essais que nous faisons et que les résultats obtenus à l'aide de notre modèle sont beaucoup plus satisfaisants.

3-3-7) Conclusion générale sur la modélisation de l'endommagement

Toutes les courbes obtenues en traçant D_c en fonction du temps t normalisé et D_{fc} en fonction du temps t normalisé ont la même allure en "forme de S".

L'équation du dommage D en fonction du temps t pour ce type de courbe est de la forme suivante:

$$D(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c} \tag{III-51}$$

Cette équation caractéristique s'adapte correctement aux résultats expérimentaux.

La fonction $D_c(t) = 0,42 * \frac{t^{0,13}}{1-t^{40,36}}$ nous permet de définir l'endommagement de fluage.

Il apparaît que l'éprouvette s'endommage de façon significative très peu de temps après la mise en charge. Ceci correspond à la durée du fluage primaire. En effet, 40 % du dommage est atteint après 10 % du temps en charge.

La fonction $D_{fc}(t) = 0,80 * \frac{t^{0,20}}{1-t^{71,18}}$ nous permet de représenter l'endommagement de fatigue-fluage.

Il apparaît que l'éprouvette s'endommage de façon significative lors des trois ou quatre premiers cycles de mise en charge. Par la suite, les éprouvettes ne s'endommagent plus ou quasiment plus lors des huit ou neuf cycles suivants et enfin il y a un endommagement final lors des quatre ou cinq derniers cycles jusqu'à rupture des éprouvettes.

L'endommagement de fatigue est une fonction de l'endommagement de fluage car il n'a lieu que lorsque le matériau est préalablement endommagé par des cycles de fluage.

La fonction $D_f(i) = 1 - \left(\frac{f_{\max}(0)}{f_{\max}(i)} \right)^{0,118}$ nous permet de représenter

l'endommagement de fatigue lorsque le matériau a été endommagé par quatre cycles de fluage.

L'interaction entre les endommagement D_c , D_{fc} et D_f (4 cycles) est additive. Il est de la forme suivante : $D_{fc} = m * D_c + n * D_f(4cycles)$ avec $m = 1,76648$ et $n = 0,04624$.

CONCLUSION

CONCLUSION

L'endommagement du matériau bois en fatigue-fluage est un point très particulier et n'a été que très peu étudié. Cette étude a essayé de définir une loi d'endommagement en fatigue-fluage et l'interaction qui existe entre l'endommagement de fatigue et celui de fluage à partir d'essais de fluage, de fatigue, de fatigue avec un matériau préalablement endommagé par des cycles de fluage et par des essais de fatigue-fluage.

Après avoir mesuré les caractéristiques physiques et mécaniques du bois, nous nous sommes attaché à étudier l'évolution du comportement du bois en fatigue, en fluage et en fatigue-fluage. Ceci nous a permis de mettre en évidence plusieurs points importants.

Le comportement du bois en fluage est tout à fait similaire au comportement attendu et largement vérifié dans la littérature malgré les dimensions particulières employées pour les éprouvettes testées et les conditions extrêmes d'humidité des essais. On distingue parfaitement les trois stades du fluage qui sont très marqués.

Le comportement du bois en fatigue est tel que sur le nombre de cycles qui nous intéressent, il n'y pas d'évolution de la flèche maximale. Par contre, celle-ci varie si l'on fait des essais similaires avec un matériau ayant subi des détériorations par un ou plusieurs cycles de fluage.

En fatigue-fluage, on distingue trois zones qui définissent le comportement du bois.

Zone 1 : Lors des trois ou quatre premiers cycles, on observe une augmentation rapide de la flèche maximale.

Zone 2 : Lors des neuf ou dix cycles suivants, on observe une stabilisation de la flèche maximale.

Zone 3 : Lors des quatre ou cinq derniers cycles, on observe à nouveau une augmentation de la flèche maximale et ceci jusqu'à rupture du matériau qui a toujours lieu dans la phase de mise en charge du dernier cycle.

La durée de mise en charge de chaque cycle de fluage correspond à la durée du fluage primaire qui est dans notre cas de 72 heures.

Dans le cas du fluage on a modélisé le comportement du bois avec un modèle de Burger. La fonction de fluage de ce modèle est donnée par :

$$J_f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} * \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \text{ avec } \tau = \frac{\eta_2}{E_2}$$

Dans le cas des essais de fatigue-fluage on modélise chaque cycle de charge-décharge de manière indépendante avec le même modèle de Burger.

La deuxième partie du travail effectué consiste à modéliser l'endommagement que subit le matériau et à définir comment les dommages de fluage, de fatigue et de fatigue-fluage interagissent entre eux.

Conclusion

Toutes les courbes obtenues en traçant le dommage de fluage D_c en fonction du temps t normalisé et le dommage de fatigue-fluage D_{fc} en fonction du temps t normalisé ont la même allure en "forme de S".

L'équation du dommage D en fonction du temps t pour ce type de courbe est de la forme suivante:

$$D(t) = a * \frac{t^b}{1 - t^c}$$

La fonction $D_c(t) = 0,42 * \frac{t^{0,13}}{1 - t^{40,36}}$ nous permet de définir l'endommagement de fluage.

Il apparaît que l'éprouvette s'endommage de façon significative très peu de temps après la mise en charge. Ceci correspond à la durée du fluage primaire. En effet, 40 % du dommage est atteint après 10 % du temps en charge.

La fonction $D_{fc}(t) = 0,80 * \frac{t^{0,20}}{1 - t^{71,18}}$ nous permet de définir l'endommagement de fatigue-fluage.

L'endommagement de fatigue est une fonction de l'endommagement de fluage car il n'a lieu que lorsque le matériau est préalablement endommagé par des cycles de fluage.

La fonction $D_f(i) = 1 - \left(\frac{f_{\max}(0)}{f_{\max}(i)} \right)^{0,118}$ nous permet de représenter

l'endommagement de fatigue lorsque le matériau a été endommagé par quatre cycles de fluage.

L'interaction entre les endommagement D_c , D_{fc} et D_f (4 cycles) est additif. Il est de la forme suivante : $D_{fc} = m * D_c + n * D_f(4cycles)$ avec $m = 1,76648$ et $n = 0,04624$.

ANNEXES

PLAN DES ANNEXES

ANNEXE N°1 :

Humidité, Densité, Module d'Young

ANNEXE N°2 :

Valeurs du modèle de Burger sur chaque cycle en fatigue-fluage pour les éprouvettes 1 à 10

ANNEXE N°3 :

Liste de l'ensemble des figures

ANNEXE N°4 :

Liste de l'ensemble des tableaux

Résultats complets pour la détermination du taux d'humidité

Echantillon N°	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Masse Anhydre à 24 Heures (en g)	Humidité
			H % (en %)
1	1,34	1,08	24,00
2	1,37	1,10	24,10
3	1,35	1,09	24,00
4	1,33	1,07	23,90
5	1,36	1,10	24,00
6	1,39	1,12	24,30
7	1,34	1,08	24,00
8	1,29	1,05	23,10
9	1,31	1,06	23,70
10	1,35	1,09	24,10
11	1,39	1,12	24,00
12	1,43	1,15	24,10
13	1,31	1,06	23,80
14	1,56	1,26	24,20
15	1,26	1,02	23,10
16	1,35	1,09	24,10
17	1,63	1,31	24,50
18	1,34	1,08	23,90
19	1,32	1,07	23,80
20	1,34	1,08	24,00
21	1,35	1,09	24,00
22	1,37	1,10	24,10
23	1,36	1,10	23,90
24	1,36	1,10	24,00
25	1,35	1,09	24,00

	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Masse Anhydre à 24 Heures (en g)	Humidité H % (en %)
Minimum	1,26	1,02	23,10
Maximum	1,63	1,31	24,50
Etendue	0,37	0,29	1,40
Moyenne	1,36	1,10	23,95
Ecart-type	0,07	0,06	0,30
C.V.	5 %	5 %	1 %

Résultats complets pour la détermination de la densité

Echantillon N°	Longueur L (en mm)	Largeur b (en mm)	Epaisseur e (en mm)	Volume V (en cm ³)	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Densité à H%
						ρ (en g/cm ³)
1	48,00	20,00	3,10	2,98	1,34	0,450
2	47,00	20,40	2,90	2,78	1,37	0,491
3	48,00	20,00	3,00	2,88	1,35	0,469
4	50,00	20,10	3,00	3,02	1,33	0,440
5	47,00	20,00	3,00	2,82	1,36	0,484
6	50,00	19,90	3,00	2,99	1,39	0,466
7	50,00	20,00	2,90	2,90	1,34	0,462
8	51,00	19,90	3,10	3,15	1,29	0,411
9	48,00	20,50	3,00	2,95	1,31	0,444
10	49,00	19,90	2,90	2,83	1,35	0,478
11	50,00	20,00	2,90	2,90	1,39	0,479
12	47,00	19,90	3,00	2,81	1,43	0,509
13	48,00	20,50	3,00	2,95	1,31	0,445
14	49,00	19,90	3,00	2,93	1,56	0,535
15	50,00	19,70	2,95	2,91	1,26	0,432
16	51,00	20,00	3,05	3,11	1,35	0,435
17	48,00	20,50	3,04	2,99	1,63	0,545
18	49,00	19,80	3,00	2,91	1,34	0,460
19	51,00	20,50	2,95	3,08	1,32	0,429
20	48,00	20,00	3,00	2,88	1,34	0,465
21	48,00	20,00	3,00	2,88	1,35	0,469
22	49,00	21,00	2,90	2,98	1,37	0,457
23	50,00	19,95	2,95	2,94	1,36	0,463
24	47,00	20,00	3,10	2,91	1,36	0,468
25	49,00	19,95	3,10	3,03	1,35	0,446

	Longueur L (en mm)	Largeur b (en mm)	Epaisseur e (en mm)	Volume V (en cm ³)	Masse Humide à 0 Heure (en g)	Densité à H%
						ρ (en g/cm ³)
Minimum	47,00	19,70	2,90	2,78	1,26	0,41
Maximum	51,00	21,00	3,10	3,15	1,63	0,55
Etendue	4,00	1,30	0,20	0,37	0,38	0,13
Moyenne	48,88	20,10	2,99	2,94	1,37	0,465
Ecart-type	1,27	0,29	0,06	0,09	0,08	0,030
C.V.	3 %	1 %	2 %	3 %	5 %	6,4 %

Résultats complets pour la détermination du module d'Young E

Echantillon N°	Largeur b (en mm)	Hauteur h (en mm)	Charge P (en N)	Flèche F (en mm)	Humidité H % (en %)	Module d'élasticité E	
						à H % (en MPa)	à 12 % (en MPa)
C1	20,00	3,10	5	1,41	24,00	13000	14700
C2	20,40	2,90	5	2,31	24,10	9500	10800
C3	20,00	3,00	5	1,58	24,00	12800	14500
C4	20,10	3,00	5	1,49	23,90	13500	15300
C5	20,00	3,00	5	1,59	24,00	12700	14400
FC1	19,90	3,00	5	1,71	24,30	11900	13500
FC2	20,00	2,90	5	1,87	24,00	12000	13600
FC3	19,90	3,10	5	1,27	23,10	14500	16300
FC4	20,50	3,00	5	1,51	23,70	13100	14800
FC5	19,90	2,90	5	1,73	24,10	13000	14700
FC6	20,00	2,90	5	1,84	24,00	12200	13800
FC7	19,90	3,00	5	1,58	24,10	12900	14600
FC8	20,50	3,00	5	1,47	23,80	13400	15100
FC9	19,90	3,00	5	1,75	24,20	11600	13200
FC10	19,70	2,95	5	2,16	23,10	10000	11200
F1	20,00	3,05	5	1,89	24,10	10200	11600
F2	20,50	3,04	5	1,94	24,50	9800	11200
F3	19,80	3,00	5	1,69	23,90	12100	13700
F4	20,50	2,95	5	1,57	23,80	13200	14900
F5	20,00	3,00	5	1,62	24,00	12500	14200
F6	20,00	3,00	5	1,56	24,00	13000	14700
F7	21,00	2,90	5	2,16	24,10	9900	11200
F8	19,95	2,95	5	2,11	23,90	10100	11400
F9	20,00	3,10	5	1,41	24,00	13000	14700
F10	19,95	3,10	5	1,50	24,00	12300	13900

	Largeur b (en mm)	Hauteur h (en mm)	Charge P (en N)	Flèche F (en mm)	Humidité H % (en %)	Module d'élasticité E	
						à H % (en MPa)	à 12 % (en MPa)
Minimum	19,70	2,90	5,00	1,27	23,10	9500	10800
Maximum	21,00	3,10	5,00	2,31	24,50	14500	16300
Etendue	1,30	0,20	0,00	1,04	1,40	5000	5500
Moyenne	20,10	2,99	5,00	1,71	23,95	12088	13680
Ecart-type	0,29	0,06	0,00	0,26	0,30	1353,017	1514,199
C.V.	1,4 %	2 %	0 %	15,2 %	1 %	11,1 %	11 %

Les numéros d'éprouvettes dont l'indice commence par :

- C : ont servi pour les essais de fluage,
- FC : ont servi pour les essais de fatigue-fluage,
- F : ont servi pour les essais de fatigue.

Eprouvette n°1

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)	
1	0,27004631	1,1467174	16345,95468	13,3739733	15,33616786	
2	0,25004856	0,50796202	5537,045338	15,2729725	7,758089972	
3	0,23535269	0,317781	2648,517885	16,9368066	5,382195405	
4	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
5	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
6	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
7	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
8	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
9	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
10	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
11	0,23370031	0,31882208	26247,24698	16,8140279	5,360683425	
12	0,22578641	0,31883853	26247,247	16,8107813	5,359924809	
13	0,21372517	0,31911855	26243,14069	16,7882509	5,357442283	
14	0,19884981	0,31882754	26243,14069	16,8059243	5,358191458	
15	0,18185872	0,31884333	26243,14069	16,7995864	5,356436098	
16	0,16396975	0,31885016	26243,14069	16,7939539	5,354754899	
17	0,10978932	0,31887194	26243,14069	16,7739763	5,348750424	
18	0,08385662	0,00223252	26243,14069	7378,41227	16,47248448	
b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,9	3	44,775	10	90	180	81407,04
N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)	
1	21983,6694	93350,8638	1330675708	13,3739733	1248471,956	
2	20355,7117	41351,6821	450754444,6	15,2729725	631563,1033	
3	19159,3644	25869,6093	215607988,6	16,9368066	438148,5707	
4	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
5	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
6	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
7	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
8	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
9	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
10	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
11	19024,8496	25954,3606	2136710558	16,8140279	436397,3441	
12	18380,6024	25955,6995	2136710560	16,8107813	436335,5875	
13	17398,7323	25978,4951	2136376277	16,7882509	436133,4924	
14	16187,7737	25954,8045	2136376277	16,8059243	436194,4805	
15	14804,5796	25956,0903	2136376277	16,7995864	436051,5819	
16	13348,2909	25956,6463	2136376277	16,7939539	435914,7205	
17	8937,62294	25958,4195	2136376277	16,7739763	435425,9139	
18	6826,51911	181,743182	2136376277	7378,41227	1340976,123	

Eprouvette n°2

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,184254235	0,660723079	1508,218665	20,57377856	13,59357031
2	0,170994045	0,225791928	2897,876942	17,66757613	3,989196083
3	0,142963364	0,155711974	481,990149	21,47262867	3,343545407
4	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
5	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
6	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
7	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
8	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
9	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
10	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
11	0,13899071	0,155718161	9085720,808	21,46805113	3,34296545
12	0,136155221	0,155723124	9085748,721	21,46190752	3,342115281
13	0,131675931	0,155730466	9085762,988	21,45479793	3,341165675
14	0,125878161	0,15574021	9085771,495	21,44527006	3,339890865
15	0,118850728	0,1557524	9085776,898	21,43319953	3,338272268
16	0,110943667	0,155766646	9085780,612	21,41887559	3,336346419

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
20	2,9	40,64833333	10	90	180	89671,57

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	16522,36716	59248,07794	135244340,5	20,5737786	1218956,836
2	15333,30505	20247,11744	259857184,5	17,6675761	357717,4888
3	12819,74974	13962,93773	43220814,95	21,4726287	299820,9769
4	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
5	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
6	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
7	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
8	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
9	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
10	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
11	12463,51561	13963,49251	8,14731E+11	21,4680511	299768,9712
12	12209,25283	13963,9375	8,14733E+11	21,4619075	299692,7353
13	11807,58793	13964,59587	8,14735E+11	21,4547979	299607,5826
14	11287,69269	13965,46966	8,14735E+11	21,4452701	299493,2684
15	10657,53174	13966,56275	8,14736E+11	21,4331995	299348,1262
16	9948,493206	13967,84024	8,14736E+11	21,4188756	299175,4323

Eprouvette n°3

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,2033034	0,47648588	2200,532887	17,0439106	8,12118275
2	0,188377824	0,272230023	1894,773901	18,34499767	4,994059131
3	0,158382278	0,20888471	492,2024948	23,33503187	4,874331373
4	0,151043622	0,173387792	164,6651488	33,12302667	5,743128451
5	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
6	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
7	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
8	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
9	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
10	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
11	0,151043622	0,173387792	9085710,259	33,12302667	5,743128451
12	0,147697017	0,173386202	9085738,132	33,12407437	5,743257458
13	0,142437272	0,173383423	9085752,501	33,12572644	5,743451841
14	0,13567309	0,173379737	9085761,126	33,12797207	5,743719071
15	0,127539829	0,17337491	9085766,68	33,13089048	5,744065142
16	0,118473275	0,173369445	9085770,393	33,13420385	5,744458522

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,9	3,1	49,40340833	10	90	180	73780,33

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	14999,79324	35155,28768	162356052,8	17,0439106	599183,5811
2	13898,57893	20085,22218	139797052,5	18,3449977	368463,354
3	11685,49751	15411,58384	36314864,79	23,3350319	359629,8
4	11144,049	12792,6093	12149049,78	33,1230267	423729,9391
5	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
6	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
7	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
8	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
9	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
10	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
11	11144,049	12792,6093	6,70347E+11	33,1230267	423729,9391
12	10897,13536	12792,49203	6,70349E+11	33,1240744	423739,4573
13	10509,06962	12792,28698	6,7035E+11	33,1257264	423753,7989
14	10010,00601	12792,01499	6,7035E+11	33,1279721	423773,5153
15	9409,93125	12791,65885	6,70351E+11	33,1308905	423799,0485
16	8740,997908	12791,25565	6,70351E+11	33,1342038	423828,0722

Eprouvette n°4

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,205136132	0,428998952	1686,009671	17,7408887	7,610822662
2	0,178080027	0,230101901	570,073597	22,26946765	5,124246841
3	0,157675674	0,156007737	424,3799009	24,54307324	3,828909318
4	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
5	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
6	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
7	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
8	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
9	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
10	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
11	0,148330599	0,156037105	9085713,647	24,51871701	3,825829622
12	0,145102567	0,156045787	9085756,507	24,51192086	3,824981983
13	0,14003092	0,156064362	9085756,507	24,49583435	3,82292677
14	0,133494795	0,156086628	9085764,922	24,47696644	3,820527147
15	0,125620616	0,156114447	9085770,271	24,45315085	3,81749012
16	0,116816859	0,15384754	9085773,48	25,15187688	3,86955438

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
20,5	3	46,125	10	90	180	79024,39

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	16210,75778	33901,38062	133235886,2	17,7408887	601440,6201
2	14072,66552	18183,66242	45049718,4	22,2694677	404940,4821
3	12460,22397	12328,4163	33536362,9	24,5430732	302577,2242
4	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
5	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
6	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
7	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
8	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
9	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
10	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
11	11721,73511	12330,73708	7,17993E+11	24,518717	302333,853
12	11466,64186	12331,42317	7,17996E+11	24,5119209	302266,8689
13	11065,8581	12332,89108	7,17996E+11	24,4958344	302104,4569
14	10549,34481	12334,65058	7,17997E+11	24,4769664	301914,8282
15	9927,09256	12336,84898	7,17997E+11	24,4531508	301674,829
16	9231,381014	12157,70802	7,17998E+11	25,1518769	305789,1754

Eprouvette n°5

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,182069864	0,556837893	61698,12734	12,99293446	7,234958248
2	0,155062868	0,2489158	1324344,197	15,61140271	3,885924789
3	0,133367293	0,161368711	9085729,496	16,98727251	2,741214271

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,9	2,9	40,44509167	10	90	180	90122,18

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	16408,53379	50183,44716	5560369995	12,9929345	652030,2397
2	13974,60438	22432,83553	1,19353E+11	15,6114027	350208,0295
3	12019,35178	14542,9007	8,18826E+11	16,9872725	247044,2174

Eprouvette n°6

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,208763	0,880686771	6039,489736	15,54743051	13,6924164
2	0,203094479	0,312429686	1324353,796	16,92502802	5,2878812
3	0,177872872	0,209336508	9085736,676	19,84263536	4,153788
4	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
5	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
6	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
7	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
8	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
9	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
10	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
11	0,174307875	0,209651532	9085724,893	19,78868739	4,14872862
12	0,169868433	0,209656051	9085753,02	19,78503198	4,14805168
13	0,162951328	0,209663317	9085767,751	19,77913702	4,14695947
14	0,154162617	0,209672768	9085776,199	19,77134054	4,14551171
15	0,14375104	0,209684282	9085782,632	19,7616236	4,14370185
16	0,132340757	0,209697541	9085785,939	19,75026993	4,14158303

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
20	2,9	40,64833333	10	90	180	89671,57

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	18720,10665	78972,5683	541570546,3	15,5474305	1227820,52
2	18211,80141	28016,06152	1,18757E+11	16,925028	474172,626
3	15950,14031	18771,53401	8,14732E+11	19,8426354	372476,705
4	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
5	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
6	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
7	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
8	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
9	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
10	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
11	15630,46142	18799,78267	8,14731E+11	19,7886874	372023,022
12	15232,3696	18800,18798	8,14734E+11	19,785032	371962,32
13	14612,10198	18800,83946	8,14735E+11	19,779137	371864,38
14	13824,00439	18801,68701	8,14736E+11	19,7713405	371734,557
15	12890,38189	18802,71943	8,14736E+11	19,7616236	371572,264
16	11867,20389	18803,90839	8,14737E+11	19,7502699	371382,266

Eprouvette n°7

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,189787	0,540856794	4772,720458	14,72277283	7,96291171
2	0,17926575	0,246803912	1324350,329	17,97331635	4,43588479
3	0,150276349	0,178476933	9085734,653	22,24272896	3,96981405
4	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
5	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
6	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
7	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
8	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
9	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
10	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
11	0,144788942	0,166423666	9085717,679	25,64681421	4,26823685
12	0,141712439	0,166428821	9085745,842	25,64304809	4,26774226
13	0,136865473	0,166437387	9085760,518	25,63691296	4,2669408
14	0,130611212	0,166448767	9085768,919	25,62871135	4,2658674
15	0,123059666	0,166462958	9085775,239	25,61839531	4,26451387
16	0,114600928	0,166479568	9085778,411	25,60620879	4,26291058

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,9	3	44,775	10	90	180	81407,04

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	15449,99698	44029,54805	388533022,2	14,7227728	648237,034
2	14593,49319	20091,57477	1,07811E+11	17,9733163	361112,229
3	12233,55205	14529,27797	7,39643E+11	22,242729	323170,792
4	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
5	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
6	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
7	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
8	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
9	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
10	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
11	11786,83849	13548,05727	7,39641E+11	25,6468142	347464,508
12	11536,38948	13548,47688	7,39644E+11	25,6430481	347424,244
13	11141,81234	13549,17422	7,39645E+11	25,636913	347359
14	10632,67151	13550,10063	7,39646E+11	25,6287113	347271,618
15	10017,92259	13551,25589	7,39646E+11	25,6183953	347161,43
16	9329,321744	13552,60805	7,39646E+11	25,6062088	347030,911

Eprouvette n°8

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,189229	0,516992377	3242,22731	15,86219061	8,20063163
2	0,17445838	0,228313565	1324345,881	19,79457625	4,51937026
3	0,149957618	0,155999943	9085732,333	22,92819396	3,57679696
4	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
5	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
6	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
7	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
8	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
9	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
10	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
11	0,143507101	0,156014297	9085721,087	22,91538815	3,57512818
12	0,140485549	0,156021382	9085749,161	22,909098	3,57430913
13	0,135722583	0,156032441	9085763,826	22,89913712	3,57300826
14	0,129572436	0,156047217	9085771,858	22,88562496	3,57123809
15	0,122139807	0,156065751	9085777,835	22,86865037	3,56901309
16	0,113802626	0,155016694	9085781,545	23,17727904	3,59286518

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
20,5	3	46,125	10	90	180	79024,39

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	14953,70634	40855,00735	256215036,2	15,8621906	648049,914
2	13786,46708	18042,34022	1,04656E+11	19,7945763	357140,479
3	11850,30932	12327,8004	7,17994E+11	22,928194	282654,199
4	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
5	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
6	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
7	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
8	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
9	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
10	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
11	11340,56112	12328,93471	7,17994E+11	22,9153882	282522,324
12	11101,78483	12329,49458	7,17996E+11	22,909098	282457,6
13	10725,39437	12330,3685	7,17997E+11	22,8991371	282354,799
14	10239,38277	12331,53621	7,17998E+11	22,885625	282214,913
15	9652,023739	12333,00081	7,17998E+11	22,8686504	282039,084
16	8993,18309	12250,09974	7,17998E+11	23,177279	283923,98

Eprouvette n°9

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,25546811	1,140648567	16540,38625	13,33020986	15,2050848
2	0,237558288	0,506892923	5359,283655	15,33479159	7,77309734
3	0,224270515	0,317501037	2663,023486	16,95357239	5,38277681
4	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
5	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
6	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
7	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
8	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
9	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
10	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
11	0,2227695	0,318827722	9085760,105	16,81106525	5,35983363
12	0,215567534	0,318829945	9085788,293	16,80926016	5,35929549
13	0,204547216	0,318832219	9085802,979	16,80485198	5,35792825
14	0,190883054	0,318839559	9085811,1	16,80158032	5,35700847
15	0,175169959	0,318845067	9085816,784	16,79759466	5,3558302
16	0,158512329	0,318851431	9085820,888	16,7922138	5,3542214

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,9	3	44,775	10	90	180	81407,04

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	20796,90143	92856,81804	1346503805	13,3302099	1237800,87
2	19338,91587	41264,65004	436283393	15,3347916	632784,808
3	18257,19767	25846,81809	216788846,6	16,9535724	438195,901
4	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
5	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
6	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
7	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
8	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
9	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
10	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
11	18135,00452	25954,81955	7,39645E+11	16,8110653	436328,165
12	17548,71384	25955,00055	7,39647E+11	16,8092602	436284,357
13	16651,58239	25955,18568	7,39648E+11	16,804852	436173,053
14	15539,22349	25955,78323	7,39649E+11	16,8015803	436098,177
15	14260,06702	25956,23162	7,39649E+11	16,7975947	436002,258
16	12904,01871	25956,74965	7,3965E+11	16,7922138	435871,29

Eprouvette n°10

N° cycle	a1(mm)	a2(mm)	b1(h)	c2(h)	c2*a2(h.mm)
1	0,22049923	0,428946732	1874,788803	17,76926404	7,62206774
2	0,189551536	0,230049785	548,0963274	22,28900456	5,1275807
3	0,166596745	0,155980814	423,3007702	24,56511207	3,83168619
4	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
5	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
6	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
7	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
8	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
9	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
10	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
11	0,156199479	0,156012261	5,36871E+11	24,53934216	3,82843825
12	0,152627344	0,156023283	5,36871E+11	24,53016943	3,82727757
13	0,147023404	0,156041269	5,36871E+11	24,51525563	3,82539159
14	0,139835217	0,156065008	5,36871E+11	24,49534242	3,82286581
15	0,131219693	0,156094323	5,36871E+11	24,47036906	3,81968569
16	0,121644037	0,153829149	5,36871E+11	25,16746932	3,8714904

b(mm)	h(mm)	I (mm ⁴)	P(N)	a(mm)	l'(mm)	K(N/mm)
19,7	2,95	42,14548229	10	90	180	86486,14

N° cycle	E1 (N/mm ²)	E2 (N/mm ²)	nu*1(MPa.h)	tau (h)	nu*2(MPa.h)
1	19070,12686	37097,9463	162143243,2	17,769264	659203,203
2	16393,58031	19896,11745	47402734,64	22,2890046	443464,652
3	14408,30908	13490,17825	36609648,85	24,5651121	331387,74
4	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
5	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
6	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
7	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
8	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
9	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
10	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
11	13509,08975	13492,89795	4,64319E+16	24,5393422	331106,839
12	13200,14953	13493,85119	4,64319E+16	24,5301694	331006,456
13	12715,48646	13495,40672	4,64319E+16	24,5152556	330843,346
14	12093,80785	13497,45983	4,64319E+16	24,4953424	330624,9
15	11348,68445	13499,99515	4,64319E+16	24,4703691	330349,864
16	10520,52296	13304,08905	4,64319E+16	25,1674693	334830,253

LISTE DES FIGURES

Liste des figures du chapitre I : Etude bibliographique

- Figure 1-1 : Parties composant un arbre sur pied.
- Figure 1-2 : Représentation schématique des différentes couches formant la paroi cellulaire.
- Figure 1-3 : Croissance du matériau bois dans les directions L, R et T.
- Figure 1-4 : Couches d'accroissement annuelles.
- Figure 1-5 : Bois initial et bois final.
- Figure 1-6 : Évolution de la morphologie des sections RT de cellules au cours de la croissance annuelle dans la direction R.
- Figure 1-7 : Exemple d'isotherme de sorption pour un bois.
- Figure 1-8 : Les trois plans de symétrie ou d'orthotropie.
- Figure 1-9 : Les trois plans de référence.
- Figure 1-10 : Représentation de la fonction de fluage J_f , décomposition du fluage en trois stades.
- Figure 1-11 : Comportement du solide linéaire visqueux.
- Figure 1-12 : Comportement du solide de Maxwell.
- Figure 1-13 : Représentation du modèle de Kelvin-Voigt.
- Figure 1-14 : Schématisation et comportement mécanique du modèle linéaire standard.
- Figure 1-15 : Schématisation et comportement mécanique du modèle de Burger.
- Figure 1-16 : Schématisation du modèle de Burger généralisé.
- Figure 1-17 : Schématisation du modèle de Maxwell généralisé.
- Figure 1-18 : Cyclage unilatéral.
- Figure 1-19 : Cyclage bilatéral.
- Figure 1-20 : Cyclage à charge constante pour le fluage primaire.
- Figure 1-21 : Relation charge-déformation lors de cyclage à vitesse de déformation constante jusqu'à un niveau de charge constant : (a) fluage primaire, (b) fluage tertiaire.
- Figure 1-22 : Effets du niveau de charge et du nombre de cycle sur le comportement du fluage.
- Figure 1-23 : Courbes Charge-Déplacement pour du Douglas en compression radiale avec variation d'humidité contenue.
- Figure 1-24 : Relations entre la contrainte en compression et l'humidité dans le cas du Douglas.
- Figure 1-25 : Relations type entre les propriétés mécaniques et le taux d'humidité du bois.
- Figure 1-26 : Relation, pour du peuplier, entre la non-recouvrance du déplacement et l'humidité.
- Figure 1-27 : Effet de l'humidité sur la contrainte de relaxation en compression dans le sens transverse dans le cas du peuplier.
- Figure 1-28 : Effet du changement d'humidité et du niveau de contrainte sur le fluage dans le cas du peuplier.
- Figure 1-29 : Effets de cycles d'humidité sur le fluage en flexion dans le cas du hêtre.
- Figure 1-30 : Effet des cycles d'humidité sur le fluage dans le cas de fines éprouvettes de Mahogany africain (acajou).
- Figure 1-31 : Evolution du déplacement en fluage en fonction du cycle d'humidification et du niveau de charge.
- Figure 1-32 : Représentation schématique de l'effet de la température sur la courbe contrainte-déplacement pour le bois.
- Figure 1-33 : Représentation schématique de l'effet de la température sur le fluage du bois
- Figure 1-34 : Relation entre E_L et la température pour deux espèces.
- Figure 1-35 : Effets combinés de la température et de l'humidité sur E_R dans le cas du chêne rouge : a) humidité, b) température.
- Figure 1-36 : Interaction humidité contenue-température sur E_L .
- Figure 1-37 : Processus de la rupture.

Liste des figures du chapitre I : Etude bibliographique (suite)

- Figure 1-38 : Évolution de la loi linéaire de Miner et Palmgren.
- Figure 1-39 : Évolution de la loi non linéaire de Chaboche.
- Figure 1-40 : Évolution de la loi non linéaire de Raguét.
- Figure 1-41 : Évolution de la loi non linéaire de Corten-Dolan.
- Figure 1-42 : Évolution de la loi non linéaire de Henry et Gatts.
- Figure 1-43 : Évolution de la loi non linéaire de Bui-Quoc.
- Figure 1-44 : Évolution de la loi non linéaire en forme de S.
- Figure 1-45 : Théorie de Katchanov.
- Figure 1-46 : Modèle de Kelvin-Voigt.

Liste des figures du chapitre II : Etude expérimentale

- Figure 2-1 : Caractéristiques dimensionnelles des éprouvettes.
- Figure 2-2 : Schéma de l'enceinte climatique.
- Figure 2-3 : Schéma partiel du montage d'essai.
- Figure 2-4 : Schéma des caractéristiques géométriques du montage d'essais.
- Figure 2-5 : Cycle de séchage d'un échantillon.
- Figure 2-6 : Principe de chargement lors d'un essai de fluage.
- Figure 2-7 : Evolution de la flèche en fonction du temps pour l'éprouvette 1 lors d'un essai de fluage.
- Figure 2-8 : Principe de chargement lors d'un essai de fatigue-fluage.
- Figure 2-9 : Evolution de la flèche en fonction du temps pour l'éprouvette 1 lors d'un essai de fatigue-fluage.
- Figure 2-10 : Principe de chargement lors d'un essai de fluage.
- Figure 2-11 : Essai de fatigue pour l'éprouvette 1.
- Figure 2-12 : Principe d'un essai de fatigue avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables.
- Figure 2-13 : Evolution de la flèche maximale avec 1,2,3,4 ou 5 cycles de fluage préalables.

Liste des figures du chapitre III : Modélisation du comportement et de l'endommagement

- Figure 3-1 : Modèle de Burger.
- Figure 3-2 : Evolution de la flèche en fonction du temps.
- Figure 3-3 : Dimensions du montage utiles pour le calcul de la flèche en flexion quatre points.
- Figure 3-4 : Fonction de fluage $J(t)$ obtenue avec le modèle de Burger.
- Figure 3-5 : Evolution de la flèche en fonction du temps en fatigue-fluage dans le cas de l'éprouvette 1.
- Figure 3-6 : Cycle n°2 de charge-décharge de l'éprouvette 1 en fatigue-fluage.
- Figure 3-7 : Modélisation du cycle 2 de l'éprouvette 1 par un modèle de Burger.
- Figure 3-8 : Evolution du paramètre E_1 de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.
- Figure 3-9 : Evolution du paramètre E_2 de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.
- Figure 3-10 : Evolution du paramètre η_1^* de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.

Liste des figures du chapitre III : Modélisation du comportement et de l'endommagement (suite)

- Figure 3-11 :** Evolution du paramètre τ de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.
- Figure 3-12 :** Evolution du paramètre η_2^* de l'éprouvette n°1 au cours des cycles de fatigue-fluage.
- Figure 3-13 :** Evolution de la flèche maximale lors des essais de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables.
- Figure 3-14 :** Evolution du nombre de cycles à rupture en fatigue en fonction du nombre de cycles de fluage préalables.
- Figure 3-15 :** Evolution du dommage D_c en fonction du temps t normalisé.
- Figure 3-16 :** Comparaison pour l'éprouvette n°1 du dommage D_c calculé et expérimental en fonction du temps t .
- Figure 3-17 :** Fonction de dommage D_c moyen.
- Figure 3-18 :** Evolution de la flèche maximale en fonction du nombre de cycle pour l'éprouvette 1.
- Figure 3-19 :** Evolution du dommage D_{fc} en fonction du temps t normalisé.
- Figure 3-20 :** Comparaison pour l'éprouvette n°1 du dommage D_{fc} calculé et expérimental en fonction du temps t .
- Figure 3-21 :** Fonction de dommage D_{fc} moyen.
- Figure 3-22 :** Différence entre la fonction de dommage D_{fc} calculée avec toutes les éprouvettes et la fonction de dommage D_{fc} corrigée (éprouvette n°5 enlevée).
- Figure 3-23 :** Endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du nombre de cycles.
- Figure 3-24 :** Endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du temps.
- Figure 3-25 :** Modélisation de l'endommagement de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables en fonction du temps.
- Figure 3-26 :** Evolution de la flèche maximale au cours des quatre cycles de fatigue-fluage effectués.
- Figure 3-27 :** Evolution du dommage de fatigue-fluage en fonction du nombre de cycles.
- Figure 3-28 :** Evolution de l'endommagement D_{fc} au cours des quatre cycles des fatigue-fluage effectués.
- Figure 3-29 :** Modélisation de l'endommagement de fatigue-fluage pour les quatre cycles effectués.
- Figure 3-30 :** Endommagement lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du nombre de cycles.
- Figure 3-31 :** Endommagement lors des essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables en fonction du temps t normalisé.
- Figure 3-32 :** Evolution de D_f (4 cycles), D_c et D_{fc} en fonction du temps t normalisé.
- Figure 3-33 :** Evolution de D_{fc} calculé dans l'hypothèse d'un endommagement additif.
- Figure 3-34 :** Comparaison de l'évolution du dommage entre le modèle de Barret et Foschi et notre modèle

LISTE DES TABLEAUX

Liste des tableaux du chapitre I : Etude bibliographique

- Tableau 1-1 : Caractéristiques dimensionnelles des cellules assurant le soutien de l'arbre.
Tableau 1-2 : Qualification des bois en fonction de leur humidité.
Tableau 1-3 : Caractéristiques de diverses essences.
Tableau 1-4 : Valeurs relatives moyennes des modules d'élasticité et de cisaillement suivant la direction de mesure.
Tableau 1-5 : Equations de fluage empiriques les plus utilisées.
Tableau 1-6 : Exemples de valeur du point de saturation des fibres pour différentes espèces.
Tableau 1-7 : Augmentation moyenne des propriétés mécaniques due à une diminution de 1% de l'humidité par rapport au point de saturation des fibres.
Tableau 1-8 : Coefficients d'effets thermiques pour les paramètres élastiques du bois.

Liste des tableaux du chapitre II : Etude expérimentale

- Tableau 2-1 : Tableau récapitulatif pour la détermination du taux d'humidité.
Tableau 2-2 : Tableau récapitulatif pour la détermination de la masse volumique.
Tableau 2-3 : Tableau récapitulatif pour la détermination du module d'Young.
Tableau 2-4 : Présentation comparative des résultats.
Tableau 2-5 : Récapitulation des résultats des essais de fluage.
Tableau 2-6 : Récapitulation des résultats des essais de fatigue-fluage.
Tableau 2-7 : Récapitulation des résultats des essais de fatigue avec un ou plusieurs cycles de fluage préalables.

Liste des tableaux du chapitre III : Modélisation du comportement et de l'endommagement

- Tableau 3-1 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.
Tableau 3-2 : Détermination des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.
Tableau 3-3 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger.
Tableau 3-4 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle calculé.
Tableau 3-5 : Résultats complets obtenus pour les valeurs du modèle de Burger.
Tableau 3-6 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle de Burger.
Tableau 3-7 : Détermination des caractéristiques nécessaires au calcul des coefficients du modèle de Burger pour l'éprouvette 1.
Tableau 3-8 : Valeur des coefficients calculés pour l'éprouvette 1.
Tableau 3-9 : Coefficients du Modèle de Burger sur chaque cycle pour l'éprouvette 1.
Tableau 3-10 : Caractéristiques géométriques du montage et des éprouvettes.
Tableau 3-11 : Détermination des coefficients a, b, c pour les éprouvettes n° 1 à 5.
Tableau 3-12 : Détermination des coefficients a, b, c pour les éprouvettes n° 1 à 10.
Tableau 3-13 : Récapitulatif des résultats des valeurs des coefficients a, b et c du modèle sans l'éprouvette n°5.
Tableau 3-14 : Tableau récapitulatif des valeurs du modèle de fatigue avec 1, 2, 3, 4 et 5 cycles de fluage préalables.
Tableau 3-15 : Valeurs de la flèche maximale moyenne et pourcentage d'endommagement pour les essais de fatigue avec quatre cycles de fatigue-fluage préalables.

RÉFÉRENCES

RÉFÉRENCES

- [1] René KELLER
Structures - Composition - Formation du bois
Cours de D.E.A. "Sciences du Bois" - E.N.G.R.E.F., pp 15, 1994.
- [2] René KELLER
Le Bois Matériau D'ingénierie. I.S.B.N. 2-907086-073.
Ed. ARBOLOR Nancy , 1994
- [3] H.A. CORE, W.A. COTE, A.C. DAY
Wood structure and identification
2nd édition Syracuse universite, Press, pp82,1979
- [4] Gérard NEPVEU
Le Bois Matériau D'ingénierie. I.S.B.N. 2-907086-073.
Ed. ARBOLOR Nancy.1994
- [5] Jozsef BODIG, Benjamin A. JAYNE
Mechanics of Wood and Wood Composites.
Van Noostand Reinhold Company Inc. New York. I.S.B.N. 0-442-00822-8.
1982
- [6] A.J. STRAMM
Wood and cellulose science
The Ronald Press Co., New York, 1964
- [7] Daniel GUITARD
Le Bois Matériau D'ingénierie. I.S.B.N. 2-907086-073.
Ed. ARBOLOR Nancy.1994
- [8] Guy PLUVINAGE
La rupture du bois et de ses composites
Cépadues-Editions, ISBN 2.85428.292.2, 1992.
- [9] JODIN Philippe
Le bois : matériau d'ingénierie
AR.BO.LOR., pp. 114, 1994.
- [10] Daniel GUITARD
Mécanique du Matériau Bois et Composites.
Cépadues Ed. Toulouse, 1987
- [11] Kellog, R.M.
Effect of repeated loading on the tensile properties of wood
For. Prod. J. 10(11) : 586-594 (1960)
- [12] Jozsef BODIG
Stress-strain relationship of Wood in transverse compression
J.Mat. 1(33) : 645-666 (1966)

Références

- [13] Wakefield, W.E.
Determination of the strength properties and physical characteristics of
canadians wood
For. Prod. Labs. Canada, Bull n°119, Ottawa, Canada, 1957.
- [14] WANGRAAD, F.F.
A new approach to the determination of fiber saturation point from the
mechanical testing
For. Prod. J. 7(11) : 410-416 (1957)
- [15] A.J. STRAMM
Wood and cellulose science
The Ronald Press Co., New York, 1964
- [16] U.S. Forest Product Laboratory
Wood handbook : Wood as an engineering material
Agriculture handbook N°72. Supt. Documents, U.S. Govt., Printing office,
Washintong, D.C., 1974
- [17] WANGRAAD, F.F.
The mechanical proprieties of wood
John Wiley and Sons, New York, 1950
- [18] Mark WARDT, L.J. and T.R.C. WILSON
Strength and related proprieties of wood grown in the United States
USDA Tech. Bull. N° 475 Washinton, D.C., 1935
- [19] KONESH R.H.
The inelastic behavior of wood : A new concept for improved panel forming
process
For. Prod. J. 11(9) : 395-406 (1961)
- [20] MOSLEMI A.A.
Effect of moisture content, the process of manufacture an load on the creep
and relaxation of hardwood
Michigan Agric. Exp. Sta. Quart. Bull. 47(22) : 271-291 (1964)
- [21] HEARMON R;F;S; and J.M. PATON
Moisture content changes end creep of wood
For. Prod. J. 14(8) : 357-359 (1964)
- [22] ARIMA T.
The influence of high temperature on compression creep of wood.
J. JAPAN Wood Res. Soc. 13(2) : 37-40 (1967)
- [23] SANO E.
Effect of temperature on the mechanical proprieties of wood in compression
to the grain
J. JAPAN Wood Res. Soc. 7(4) : 147-150 (1967)

- [24] BRYAN E.L. and A.P. SCHNIEWIND
Strength and rheological proprieties of particleboard as affected by moisture content and sorption
For. Prod. J. 15(4) : 143-148 (1965)
- [25] YOUNGS, R.L.
Mechanical properties of red oak related to drying
For. Prod. J. 7(10) : 315-324 (1957)
- [26] SULZBERGER P.H.
The effect of temperature on the strength of wood
Aeron Res. Cons. Comm. Report. ACA -46, Melbourne, Australia, 1953.
- [27] Dictionnaire "Larrousse"
Définition du mot composite.
- [28] C. BATHIAS
"Endommagement des matériaux composites : mécanisme et mise en évidence"
Matériaux et Techniques, pp 7-16, Avril - Mai 1988.
- [29] A. LAKSIMI , M. CHERFAOUI
"Endommagement et rupture par délaminage dans un composite Verre-Epoxy sous sollicitations monotones et cycliques"
Matériaux et Techniques, pp 23-30, Juin 1988.
- [30] D. LANG
"Initiation et propagation des endommagements dans les composites stratifiés Carbone-Epoxy"
Matériaux et Techniques, pp 17-22, Avril - Mai 1988.
- [31] A. PINEAU , C. LEVAILLANT
Austenitic steels by using intergranular damage as a correlating parameter
Low-cycle fatigue and life predictions, A.S.T.M. S.T.P. 770
Eds. American Society for testing and materiels, page 169-193, 1982.
- [32] F.A. Mc CLINTOCK
Mechanical behaviour of materials
(Addison-Wesky Publisching Compagny In), 1966.
- [33] LENAIN J.C. , AYME P.
Les acousto-ultrasons une nouvelle méthode pour le contrôle non destructif des matériaux composites
Composites, Paris, volume 29, N°3, page 36-40, 1989.
- [34] J.L. CHABOCHE
Life time predictions and cumulative damage under high-température conditions
Low-cycle fatigue and life predictions, A.S.T.M. S.T.P. 770, page 81-104, 1982.

- [35] J. DUFAILY
Modélisation mécanique et identification de l'endommagement plastique des métaux
Thèse de docteur de 3^{ème} cycle, Université Marie-Curie, 1980.
- [36] M. RAGUET
Endommagement en fatigue oligocyclique à haute température, application aux essais à deux niveaux de déformations dans le cas d'un acier.
Thèse de docteur-ingénieur, Université de Metz, 1981.
- [37] J.M. JALINIER
Mise en forme et endommagement
Thèse de docteur es sciences, 1981.
- [38] Zitouni AZARI
Prise en compte de l'endommagement mécanique et chimique dans le cas de surcharge mécaniques et thermiques en fatigue oligocyclique à chaud
Thèse de docteur es sciences physiques, Université de Metz, 1985.
- [39] PALMGREN - MINER
Cumulatif damage in fatigue
Journal of applied mechanics, vol. 67, pp. 159-164, 1945.
- [40] CORTEN DOLAN
Cours de DESU - Université de Metz - 1992
Ruine des structures par Mr PLUVINAGE.
- [41] R. R.GATTS
Application of a cumulative damage concept to fatigue
Trans. A.S.M.E. J.F. - of bas. eng. vol. 93 pp. 529-540, 1961.
- [42] THANG BUI-QUOC
Unifed theory of cumulative damage in metal fatigue
W.R.C. Bulletin n°62, 1971.
- [43] PLUVINAGE G., RAGUET M.
Physical and mechanical measurements of damage in low-cycle fatigue
Application for two-level tests
Fatigue mechanisms : advances in quantitative measurement of physical damage.
ASTM 811, pp. 139-150, Mai 1982.
- [44] L.M. KACHANOV
Time of the rupture process under creep conditions
Izt. Akad. Navk. S.S.R. Oddt. Tekh Navk, n°8, page 26-31, 1968.
- [45] Yu. N. RABOTNOV
Creep rupture
Proc. XII Int. Cong. Applied Mechanics, 1968.
- [46] LEMAITRE J. , CHABOCHE J.L.
Mécanique des matériaux solides
Dunod, 1985.

- [47] BARRET J.D. , FOSCHI R.O.
Duration of load probability of failure in wood. Part I, Modelling creep rupture.
Canadian journal engineering, Vol. 5, pp. 505-514, 1978.
- [48] BARRET J.D. , FOSCHI R.O.
Duration of load probability of failure in wood. Part II, Constant, ramp and cyclic loadings.
Canadian journal engineering, Vol. 5, pp. 515-532, 1978.
- [49] CHAPLAIN M. , FOURNELY E., VERGNE A.
Life duration of wood bolted joints. Part II, Modelling damage approach.
WG3 - Timbers connections, pp.297-301, 1994.
- [50] V.A. Man=kovskiy (V.A. Mankovskiy)
NELINEYNAI PARAMETRIZACII VIZKOUPRGIH FUNKCIY
(Fonction paramétrique non-linéaire de fluage)
mecanika kompozitn=h materialov n°4, pp.579-584-1982
(Mécanique des matériaux composites n°4, pp.579-584-1982)
- [51] PLUVINAGE
Publication privée
- [52] DINKEL OLIVIER
Etude de l'endommagement d'un assemblage collé bois-bois sollicité en traction
Thèse de docteur es sciences de l'ingénieur, Université de Metz, 1996.