



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

b 134286



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ
PAR

Sylvie FROMENTIN

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19980305
Cote	S/M3 98/14
Loc	Magasin

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ

SPECIALITE : Sciences de l'Ingénieur
OPTION : Mécanique

Etablissement d'un critère de striction
intrinsèque des tôles et validation numérique
par simulations d'emboutissage.

A soutenir le 03 Juillet 1998 devant le jury composé de :

- FERRON G. (I.P.M.M. -Metz-)
- ARRIEUX R. (Université de Savoie -Annecy-)
- GELIN J.C. (E.N.S.M.M. -Besançon-)
- CAYSSIALS F. (L.E.D.E.P.P. -S.O.L.L.A.C.-)
- MARTINY M
- MLIHA-TOL
- POTIER-FEJ

- Directeur
- Rapporteur
- Rapporteur
- Examinateur
- Examinatrice
- Examinateur
- Examinateur

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 221266 1

INTRODUCTION GENERALE

La tôle métallique (nue, revêtue, prépeinte, ...) sortant d'usine subit généralement une première transformation au cours d'une opération de mise en forme. Cette opération peut aller du simple pliage jusqu'à l'obtention d'une forme pouvant être très complexe, selon différents procédés.

La technique de déformation des tôles la plus utilisée est l'emboutissage à froid, qui consiste à obtenir, à partir de tôles planes prédécoupées (ou flans), une pièce dont la forme est constituée de surfaces non développables (qu'on ne peut donc pas obtenir par pliage).

Cette pièce formée appelée 'embouti' doit conserver un bon état de surface et ne pas avoir de défauts de type amincissement localisé (appelé **striction**) ou ondulation (appelé **plissement**). Pour l'obtention de ces pièces, on utilise des outils d'emboutissage montés sous des presses mécaniques ou hydrauliques. Cette technique est utilisée dans tous les secteurs industriels : automobile, boîtes alimentaires, électroménager, ... et à un degré moindre dans l'aéronautique.

L'embouti n'est généralement pas la pièce finie utilisable ; il n'est qu'une étape intermédiaire dans le processus de fabrication. Il est nécessaire, après le formage, d'enlever la matière excédentaire qui a permis de maintenir l'embouti. Il est alors possible de réaliser des bords pour pouvoir accoster cette pièce avec d'autres et réaliser éventuellement une structure à partir de plusieurs pièces embouties.

Modèles mécaniques

L'emboutissage d'une tôle sera plus ou moins facile selon l'aptitude du matériau à subir des déformations plastiques. Plus un matériau est ductile, plus il sera facile de le mettre en forme ; par contre, sa résistance mécanique pourra être insuffisante. Il est donc nécessaire de trouver un bon compromis entre la ductilité du matériau et sa résistance mécanique.

Les tôles métalliques utilisées en emboutissage présentent généralement de bonnes caractéristiques mécaniques et il est nécessaire de définir le processus de transformation adapté pour maintenir de bonnes propriétés sur le produit final.

Grâce au développement de moyens de calcul de plus en plus rapides, il devient possible de prévoir le comportement d'un matériau au cours du formage et même sa tenue en service après formage. La qualité des prévisions obtenues par simulations numériques de procédés de mise en forme des tôles métalliques est liée à l'exactitude des différents éléments impliqués dans les calculs c'est-à-dire, d'une façon générale, les équations de comportement, les méthodes de calcul et les algorithmes utilisés.

Beaucoup d'efforts ont été consacrés, durant les quinze dernières années, à comparer l'efficacité de différents schémas de calculs ou de différents codes d'éléments finis ainsi qu'à l'utilisation de formalismes cohérents pour la description de lois de comportement élastoplastique en grandes transformations.

Pendant cette même période, des descriptions améliorées du comportement plastique ont été développées, mais encore peu d'entre elles ont été implantées dans des simulations numériques de procédés de mise en forme. Les modèles pour la plasticité des métaux à basse température consistent, soit en des critères phénoménologiques, souvent appliqués dans le contexte de matériaux standards et avec l'hypothèse d'un écrouissage isotrope, soit de modèles polycristallins dans lesquels, au minimum, la texture cristallographique est prise en compte.

Il est en fait souhaitable d'obtenir un compromis acceptable entre la précision des modèles de comportement plastique, avec une connaissance claire de leur domaine d'application, et le temps de calcul requis dans les analyses numériques. Cet objectif peut être atteint à l'heure actuelle en utilisant une description analytique de la plasticité anisotrope, ajustée sur les prédictions des surfaces de charge calculées avec un modèle polycristallin.

Etude de la striction

En dépit des nombreuses études consacrées à la détermination expérimentale ou à la modélisation des limites imposées au formage des tôles par le développement d'une striction, très peu de résultats sont véritablement exploitables pour prévoir le risque d'une striction dans un processus réel d'emboutissage. Cette lacune tient sans doute au nombre relativement faible d'études consacrées aux prévisions associées à des trajets de déformation complexes, par rapport aux trajets linéaires où beaucoup d'efforts se sont portés sur la discussion des modèles de plasticité aptes à fournir des prévisions en accord avec l'expérience.

Apports de la thèse

Cette étude s'appuie sur une approche de localisation en présence d'un défaut d'épaisseur, dans laquelle un nouveau modèle de plasticité orthotrope en contraintes planes est utilisé. La détermination des limites de formage pour des chemins de déformation linéaires et complexes montre que l'introduction d'une courbe intrinsèque consistant à représenter la déformation équivalente limite en fonction du rapport des vitesses de déformation final permet de définir la

limite de ductilité avec une bonne précision pour des chemins quelconques. Les simulations effectuées ont conduit à proposer des expressions analytiques des limites de formage obtenues.

Nous testons ensuite les prévisions de ce critère analytique dans des simulations d'emboutissage. Nous utilisons pour ces simulations le code de calcul ABAQUS/Standard dans lequel la description des surfaces de plasticité employée pour l'établissement du critère de striction a été implantée.

Organisation des chapitres

Dans le premier Chapitre, nous verrons tout d'abord quelles sont les techniques d'emboutissage usuellement utilisées dans l'industrie. Selon le procédé de mise en forme choisi, les domaines allant du rétreint à l'extension et à l'expansion peuvent être couverts. Les aspects expérimentaux de la striction des tôles sont abordés avec une analyse des Courbes Limites de Formage. Les influences des trajets de déformation, des paramètres rhéologiques et d'anisotropie seront étudiées. Nous verrons qu'il existe plusieurs représentations des déformations limites à striction, certaines ayant pour objectif de prendre en compte l'influence des trajets de déformation, en particulier la courbe limite en contraintes proposée par Arrieux, et la représentation proposée par Mesrar sous la forme des déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation. Enfin les différentes modélisations de la striction disponibles dans la littérature sont présentées.

Le deuxième Chapitre de ce travail présente l'établissement et la validation d'un critère de striction intrinsèque des tôles. Nous mettrons en oeuvre le modèle de localisation de Marciniak - Kuczynski, couplé à l'utilisation du modèle de plasticité de Ferron et *al.* (1994). Une détermination des limites de formage pour différents chemins, linéaires, bilinéaires et curvilignes, sera faite et nous verrons comment influent sur ces déformations limites les paramètres tels que le défaut, l'exposant d'écrouissage, le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation ainsi que les paramètres caractérisant la forme de la surface de plasticité. Ce travail de thèse a donné lieu à une collaboration avec le Laboratoire d'Etudes et de Développement des Produits Plats de SOLLAC (Groupe Usinor) ainsi nous avons pu comparer nos prévisions avec les résultats expérimentaux de SOLLAC. Nous mettrons enfin en place deux expressions analytiques de déformations équivalentes limites valables dans le domaine de l'extension et dans le domaine de l'expansion afin de pouvoir les implanter dans des simulations numériques de l'emboutissage.

Nous décrirons dans le troisième Chapitre l'implantation d'un modèle de plasticité (Ferron et *al.*, 1994), et du critère de striction (expressions analytiques) dans le code d'éléments finis ABAQUS/Standard. Des simulations de différents procédés de mise en forme sont effectuées, afin de valider la pertinence du critère de striction pour détecter la zone critique de l'embouti, et le moment où survient le risque de striction.

Le dernier Chapitre comporte les résultats de simulations numériques plus nombreuses et les discussions attenantes. Une comparaison des résultats de simulations effectuées avec le modèle de Ferron et *al.* et avec le critère quadratique de Hill sera faite. Les efforts d'emboutissage et la répartition des déformations seront discutés. Nous verrons comment les paramètres rhéologiques et tribologiques influent sur les répartitions de déformations et sur la striction pour les différents procédés de mise en forme évoqués précédemment. Une brève étude de la répartition des déformations et des limites de formage pour les tôles de forte épaisseur a également été faite en collaboration avec SOLLAC. Les premiers résultats obtenus mettent en évidence le rôle de la flexion de la tôle, qui ne peut pas être pris en compte par le biais du modèle de localisation utilisé dans ce travail.

CHAPITRE I :

ANALYSE
BIBLIOGRAPHIQUE

I.INTRODUCTION

La transformation des tôles métalliques en produits finis a une importance considérable dans de nombreuses industries telles que la construction mécanique, l'automobile ou l'aéronautique. Les procédés de mise en forme des tôles sont multiples : emboutissage, pliage, gonflage, et de nouveaux procédés incluant l'utilisation combinée d'outils solides et de fluide sous pression (poinçonnement "aquadraw"). Au cours des dernières années, de nombreux efforts se sont portés sur l'étude de ces procédés. L'emboutissage consiste à déformer une tôle sous l'action d'un poinçon, le pourtour de la tôle étant souvent serré mécaniquement par un jonc de retenue permettant de contrôler l'écoulement de la tôle. La mise au point d'une gamme d'emboutissage exige la connaissance des contraintes et déformations induites dans le métal ainsi que les efforts subis par les outillages.

En raison de l'augmentation des limites élastiques des tôles et de la diminution des épaisseurs, les emboutis se situent souvent à la limite définissant le succès de l'opération, par rapport aux risques tels que la **striction** suivie d'une **rupture ductile**, ou le plissement.

Le comportement des tôles métalliques lors de la mise en forme dépend de façon très significative du comportement plastique du matériau utilisé, tant en ce qui concerne le niveau des efforts d'emboutissage, la répartition des déformations, la formation des cornes dans les processus avec avalement, que les risques d'instabilités (striction, plissement,..). Les efforts et distributions de déformation obtenus dans ces opérations d'emboutissage sont fortement sensibles au comportement plastique (écrouissage, anisotropie, forme de la surface de plasticité, ...), et aux conditions de frottement entre les outils et la tôle, c'est-à-dire aux paramètres tribologiques et rhéologiques du procédé. Il existe donc un fort besoin de modélisation du procédé qui permettrait d'éviter de longues et coûteuses séquences d'essais - erreurs - corrections.

Ce chapitre fournit d'abord une brève description des techniques usuelles d'emboutissage. Puis il s'attache à l'analyse de la striction en emboutissage, en détaillant les aspects expérimentaux des limites de formage, et les principales modélisations qui ont été développées pour rendre compte de l'instabilité de l'écoulement plastique.

Les Courbes Limites de Formage (ou CLF) introduites pour prédire la limite supérieure de formage de la tôle avant l'apparition de la striction, sont plus particulièrement analysées. Nous verrons comment les paramètres rhéologiques et d'anisotropie du matériau peuvent influencer sur ces déformations limites.

II. TECHNIQUES DE L'EMBOUTISSAGE

Avant la réalisation des emboutis dans un outil sous presse, tout un processus d'étude doit être respecté pour permettre une bonne fiabilité de la production en série de la pièce.

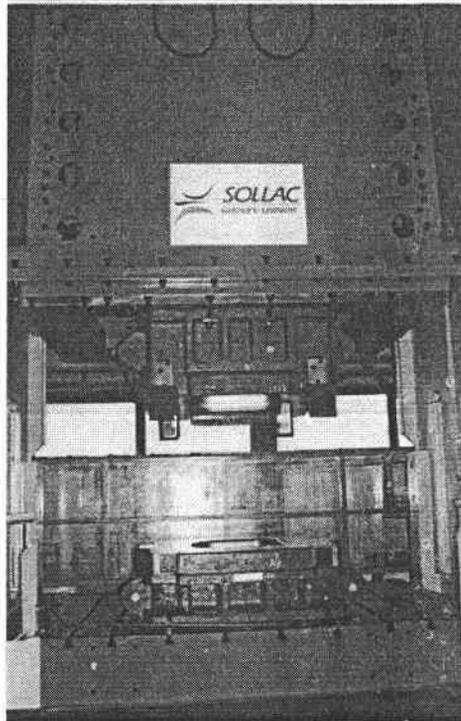


Photo 1 : Presse de 2000 tonnes utilisée au LEDEPP-SOLLAC

Au départ, le concepteur de la pièce finie prend en compte l'environnement de cette pièce, mais aussi le cahier des charges mécanique pour définir la géométrie la mieux appropriée, ainsi que l'épaisseur et les caractéristiques mécaniques du matériau. Il est important pour lui de savoir si les contraintes dues à la géométrie et au matériau sont compatibles entre elles et si le procédé de transformation permet d'obtenir la géométrie, tout en garantissant une bonne tenue mécanique.

La gamme de formage représente la succession des opérations nécessaires pour obtenir la pièce finie. Elle comprend les étapes suivantes :

- découpe de la forme du flan de départ
- une ou plusieurs opérations d'emboutissage qui correspondent à plusieurs profondeurs d'emboutissage ou à plusieurs formes d'ébauche
- des opérations de finition plus ou moins importantes et difficiles selon la géométrie : poinçonnage, ajourage, relevage des bords, calibrage,...

II.1. Conception de l'outil d'emboutissage

L'outil d'emboutissage (Figure I-1) se compose généralement de trois éléments principaux :

- un *poinçon* dont la forme correspond à la géométrie de l'embouti à réaliser,

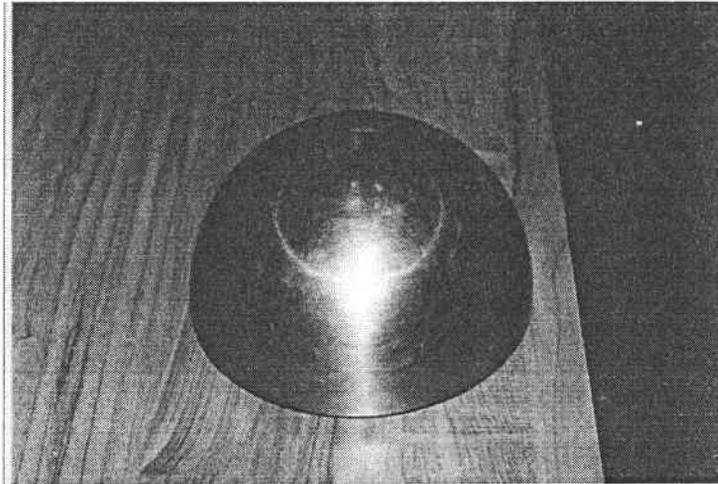


Photo 2 : Poinçon hémisphérique (LEDEPP-SOLLAC).

- une *matrice* dont une partie de la forme est la forme femelle de la pièce et l'autre partie correspond à la forme de serre-flan,
- un *serre-flan*, généralement annulaire, qui permet de contrôler l'écoulement du métal dans un passage calibré en plaquant le flan sur la matrice.

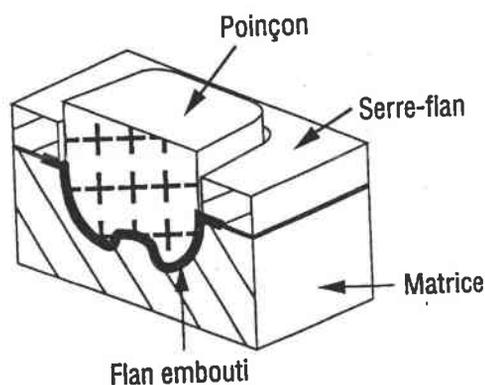
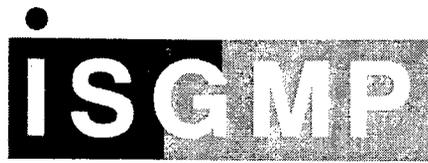


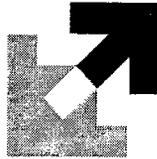
Fig. I-1 : Description de l'outil d'emboutissage classique (Le livre de l'Acier, 1994).



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

Sylvie FROMENTIN

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ

SPECIALITE : *Sciences de l'Ingénieur*
OPTION : *Mécanique*

Etablissement d'un critère de striction
intrinsèque des tôles et validation numérique
par simulations d'emboutissage.

A soutenir le 03 Juillet 1998 devant le jury composé de :

<i>FERRON G.</i>	<i>(L.P.M.M. -Metz-)</i>	<i>Directeur</i>
<i>ARRIEUX R.</i>	<i>(Université de Savoie -Annecy-)</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>GELIN J.C.</i>	<i>(E.N.S.M.M. -Besançon-)</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>CAYSSIALS F.</i>	<i>(L.E.D.E.P.P. -S.O.L.L.A.C.-)</i>	<i>Examinateur</i>
<i>MARTINY M.</i>	<i>(L.P.M.M. -Metz-)</i>	<i>Examinatrice</i>
<i>MLIHA-TOUATI M.</i>	<i>(E.M.I. de Rabat -Maroc-)</i>	<i>Examinateur</i>
<i>POTIER-FERRY M.</i>	<i>(L.P.M.M. -Metz-)</i>	<i>Examinateur</i>

INTRODUCTION GENERALE	p 1
 <u>CHAPITRE I : ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE</u>	
I. INTRODUCTION	p 5
II. TECHNIQUES DE L'EMBOUITISSAGE	p 6
II.1. Conception de l'outil d'emboutissage	p 7
II.2. Comportement d'une tôle dans un outil d'emboutissage	p 8
II.2.1. Problèmes rencontrés lors de la mise au point	p 8
II.2.2. Différents modes de déformation	p 9
II.3. Essais de laboratoire	p 10
II.3.1. Essai Jovignot	p 10
II.3.2. Essai Swift	p 11
II.3.3. Essai Nakazima	p 11
II.3.4. Essais de traction	p 12
II.3.5. Essai Marciniak	p 12
III. ASPECTS EXPERIMENTAUX DE LA STRICTION DES TOLES	p 14
III.1. Présentation des Courbes Limites de Formage 'CLF'	p 14
III.2. Influence des trajets de déformation	p 16
III.2.1. Méthode graphique de l'ellipse d'iso-déformation	p 16
III.2.2. Les Courbes Limites de Formage en Contraintes	p 17
III.2.2.a. Détermination dans le cas des matériaux isotropes	p 17
III.2.2.b. Détermination dans le cas des matériaux anisotropes	p 19
III.2.3. Les Courbes Limites de Formage en déformation équivalente	p 21
III.3. Influence de l'endommagement	p 21
IV. MODELISATION DE LA STRICTION	p 23
IV.1. Les origines physiques et mécaniques de la striction	p 23
IV.2. Synthèse des divers travaux théoriques	p 25
IV.2.1. Modèles basés sur un milieu sans défaut	p 25
IV.2.1.a. Le critère de Considère	p 25
IV.2.1.b. Le critère de Swift	p 25
IV.2.1.c. Le critère de Hill	p 27
IV.2.1.d. Le modèle de bifurcation de Stören et Rice	p 29
IV.2.1.e. Le critère de Cordebois et Ladevèze	p 29
IV.2.1.f. Analyse de perturbation de Dudzinski et Molinari	p 30

Table des Matières

IV.2.2. Modèles basés sur un milieu avec défaut	p 30
IV.2.2.a. Le modèle Marciniak - Kuczynski	p 30
IV.2.2.b. Autres travaux basés sur le modèle MK	p 32
IV.3. Influence des paramètres rhéologiques et d'anisotropie du matériau sur les CLF	p 33
IV.3.1. Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation	p 33
IV.3.2. Effet de température	p 34
IV.3.3. Influence du coefficient d'anisotropie	p 34
IV.3.4. Influence de l'exposant d'écroutissage	p 35
V. CONCLUSION	p 37
📖 REFERENCES DU CHAPITRE 1	p 39

CHAPITRE II : ETABLISSEMENT ET VALIDATION D'UN CRITERE DE STRICTION INTRINSEQUE DES TOLES

I. INTRODUCTION	p 44
II. ANALYSE DE LOCALISATION	p 45
II.1. Formulation de l'analyse de localisation	p 45
II.2. Equations constitutives du modèle de plasticité	p 46
II.3. Equations de localisation	p 49
III. DETERMINATION DES LIMITES DE FORMAGE	p 51
III.1. Limites de formage pour des chemins linéaires	p 51
III.1.1. Influence de la taille du défaut, de l'exposant d'écroutissage et de la sensibilité à la vitesse de déformation	p 51
III.1.2. Influence de la forme de la surface de plasticité	p 55
III.2. Limites de formage pour des chemins complexes	p 57
III.2.1. Chemins de déformation bi-linéaires	p 58
III.2.2. Chemins de déformation curvilignes	p 65
III.3. Comparaison avec les limites de formage expérimentales sous chemins complexes	p 66
III.4. Comparaison avec des résultats expérimentaux du LEDEPP - SOLLAC	p 67
III.4.1. Techniques expérimentales	p 67
III.4.2. Méthode mise en œuvre au LEDEPP	p 68

III.4.3. CLF en trajectoires directes	p 69
III.4.4. Courbes en trajectoires complexes	p 75
IV. EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES LIMITES DE FORMAGE	p 78
V. CONCLUSION	p 83
📖 REFERENCES DU CHAPITRE 2	p 84

***CHAPITRE III : IMPLANTATION DU MODELE DE PLASTICITE
ET DU CRITERE DE STRICTION DANS LE CODE D'ELEMENTS
FINIS ABAQUS/STANDARD***

I. INTRODUCTION	p 86
II. INTEGRATION DU MODELE PLASTIQUE	p 87
II.1. Equations de comportement dans le cas d'érouissage isotrope	p 87
II.2. Intégration d'un modèle de comportement plastique avec érouissage isotrope	p 89
II.3. Matrice de rigidité incrémentale	p 90
II.4. Application au modèle de Ferron et <i>al.</i> (1994)	p 90
III. PREVISION DE LA STRICTION EN EMBOUTISSAGE PAR UN CRITERE DE DEFORMATION EQUIVALENTE LIMITE	p 94
III.1. Résultats de l'analyse de localisation et relation avec la striction dans les procédés d'emboutissage	p 94
III.2. Validation du critère par simulations numériques d'emboutissage	p 95
III.2.1. Implantation du critère dans ABAQUS	p 95
III.2.2. Essai de poinçonnement hémisphérique à flan bloqué	p 95
III.2.3. Emboutissage d'un godet	p 98
III.2.4. Essai de gonflement hydraulique	p 100
V. CONCLUSION	p 105
📖 REFERENCES DU CHAPITRE 3	p 106

***CHAPITRE IV : RESULTATS DES SIMULATIONS NUMERIQUES
ET DISCUSSION***

I. INTRODUCTION	p 107
II. INFLUENCE DES PARAMETRES RHEOLOGIQUES ET TRIBOLOGIQUES	p 109
II.1. Simulations du poinçonnement hémisphérique	p 109
II.1.1. Etude du poinçonnement de matériaux modèles	p 109
II.1.1.a. Etude des distributions de déformation	p 109
II.1.1.b. Hauteur limite d'emboutissage	p 113
II.1.2. Etude du poinçonnement de matériaux réels	p 115
II.2. Simulations du gonflement hydraulique	p 117
II.2.1. Relations entre la pression hydrostatique et la hauteur au pôle	p 117
II.2.2. Relations entre les déformations dans l'épaisseur au pôle et la hauteur au pôle	p 119
III. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DE LA TOLE SUR LES DEFORMATIONS LIMITES	p 120
IV. CONCLUSION	p 125
📖 REFERENCES DU CHAPITRE 4	p 126
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	p 127
ANNEXES	p 129
LISTE DES PHOTOGRAPHIES	p 133
LISTE DES FIGURES	p 134

Le serre-flan presse le métal contre la matrice et contrôle son écoulement le long du poinçon. La forme du flan de départ a une grande importance : il permet de maîtriser et d'orienter l'écoulement du métal dans des directions privilégiées en fonction de la forme de la pièce. Pour minimiser la quantité de matière mise en jeu ou pour maîtriser l'écoulement, l'emboutisseur utilise, dans la zone sous serre-flan, des moyens mécaniques de blocage ou freinage appelés joncs.

II.2.Comportement d'une tôle dans un outil d'emboutissage

II.2.1.Problèmes rencontrés lors de la mise au point

Analysons les mécanismes de déformation d'un matériau dans un outil de formage. Il n'y a que deux actions mécaniques transmises par la presse :

- une force motrice générée par le poinçon. Elle va déformer le flan et l'obliger à prendre sa forme dans la matrice,
- une force perpendiculaire au plan de la tôle assurant la pression du serre-flan.

La tôle va réagir de différentes façons :

- des contraintes vont être localisées au niveau des points d'attaque et d'entraînement de la matière en provenance de la zone sous serre-flan ;
- des contraintes de compression vont généralement apparaître sous serre-flan et dans les zones en brins libres (où le métal n'est pas soutenu), car les points correspondants vont subir un avalement ;
- des contraintes localisées apparaissent aussi lors de l'écoulement du métal sur le rayon d'entrée matrice. Si le rayon matrice est trop petit, il peut y avoir rupture de la tôle, par contre, si le rayon est trop grand, des plis peuvent apparaître car le métal n'est pas maintenu par le serre-flan ;
- des efforts résistants dans la zone sous serre-flan proviennent : du frottement de la tôle dans le passage calibré entre matrice et serre-flan et de l'écrouissage de la tôle entraînée par le poinçon vers le rayon d'entrée matrice ;
- des contraintes résiduelles en fin de cycle de formage, dues à des répartitions non homogènes des déformations, vont entraîner une modification de forme de l'embouti lorsqu'il va être sorti de l'outillage. Ce phénomène est appelé 'retour élastique' ;
- des problèmes de grippage peuvent apparaître lorsque les pressions de contact dans l'outil sont trop élevées.

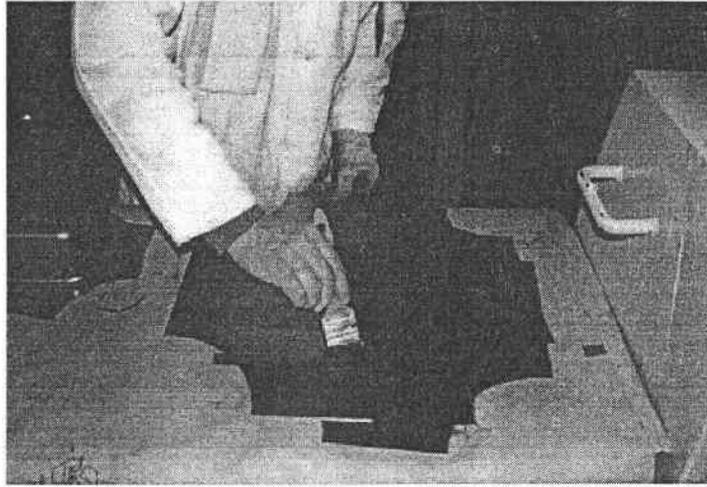


Photo 3 : Application d'un film d'huile sur une tôle en acier (LEDEPP-SOLLAC).

II.2.2. Différents modes de déformation

Analysons maintenant les différents modes de déformations possibles en emboutissage à partir des considérations précédentes.

La Figure I-2 représente différents trajets de déformation linéaires, ainsi que les différentes zones caractérisant le mode de déformation subi par la tôle. Cette représentation est effectuée dans les axes des déformations principales dans le plan de la tôle.

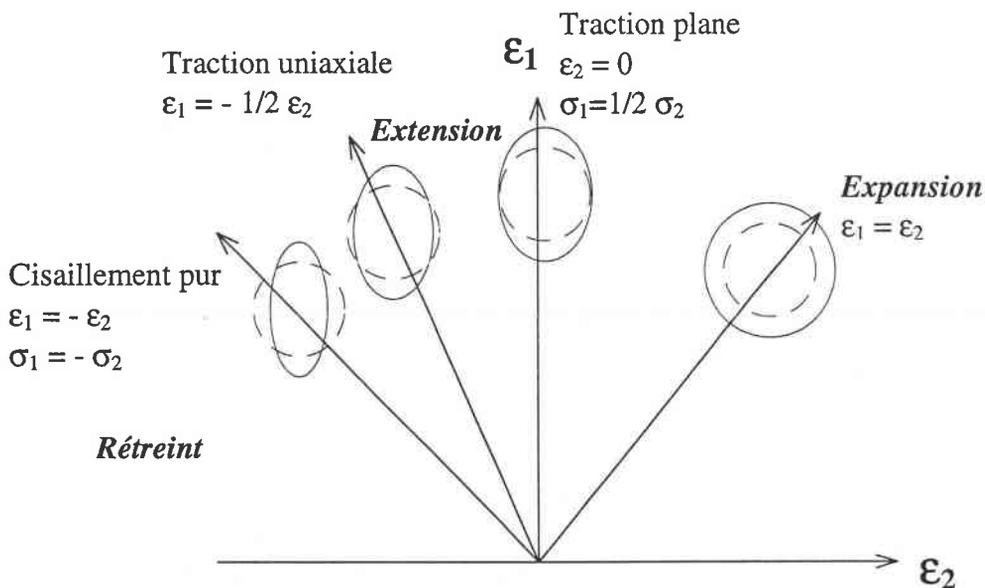


Fig. I-2 : Schématisation de différents tests de déformation dans le plan des déformations principales de surface de la tôle.

Sur le diagramme apparaissent les différentes déformations possibles sur un embouti, qui peuvent être visualisées par les modifications d'un réseau de cercles ou de carrés préalablement déposés sur le flan avant l'emboutissage. Les différents chemins ou types de déformation rencontrés sont définis par :

- l'**expansion biaxiale** : cela correspond à ce qui se passe au nez du poinçon au début du formage ; elle est d'autant plus importante que le métal est bloqué sous serre-flan ;
- la **traction plane** : cela correspond aux déformations dans les parois verticales de l'embouti, qui sont générées par la tension dans la tôle pour entraîner la matière sous serre-flan ou pour marquer une forme en fin de formage lorsque la matière ne peut plus beaucoup glisser dans l'outil ;
- l'**extension** : ce type de déformation est associé à des déformations circonférentielles négatives bien que la contrainte correspondante soit positive ;
- la **traction uniaxiale** : cela correspond à ce qui se passe sur une éprouvette de traction ;
- le **cisaillement** : c'est le trajet idéal de formage : toute déformation en traction est compensée par une déformation en compression tout en maintenant l'épaisseur constante. Ce type de sollicitation serait obtenu dans la zone sous serre-flan si la pression était suffisante pour empêcher tout épaississement de la tôle ;
- le **rétreint** : ce type de chargement est observé dans les zones de l'embouti subissant un avalement ; il s'accompagne d'un épaississement de la tôle.

II.3. Essais de laboratoire

Nous présentons maintenant les différents types d'essais de laboratoire usuels servant à caractériser le comportement plastique et la formabilité des tôles.

II.3.1. Essai Jovignot ou essai de gonflement hydraulique

Le flan est bloqué sur la matrice et par pression hydraulique, il est gonflé sur une matrice présentant une ouverture circulaire ou elliptique (Figure I-3) :

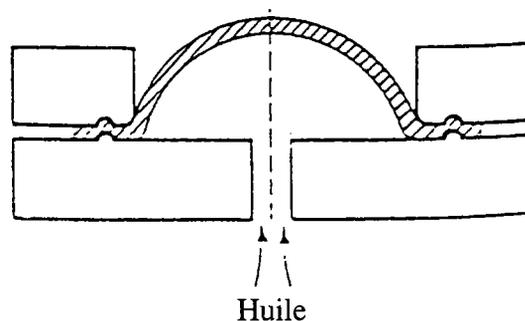


Fig. I-3 : Essai Jovignot (Taylor, 1984).

L'écoulement est contrôlé par des jongs de retenue situés sous le serre-flan. Cet essai est apprécié car il donne des mesures sans frottement et permet de connaître les caractéristiques de la tôle dans le domaine de l'expansion ($\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1 > 0$).

Les états de déformation et de contrainte biaxiaux peuvent être déterminés à partir de la pression du fluide, du rayon de courbure, et de l'épaisseur.

Le gonflement hydraulique a les applications suivantes :

- Caractérisation intrinsèque du matériau en traction biaxiale ;
- Caractérisation de l'écrouissage à des niveaux de déformation plus élevés qu'en traction uniaxiale.

II.3.2. Essai Swift ou de coupelle profonde

Le plus courant des tests utilisés pour l'emboutissage profond est l'essai Swift. Cet essai consiste à emboutir à l'aide d'un poinçon à fond plat un flan circulaire maintenu entre matrice et serre-flan. Cet essai est très sensible au frottement tôle - outil. Le mode de déformation est le rétreint : $\rho < 0$. L'emboutissabilité est exprimée par un rapport limite d'emboutissage noté LDR (Limiting Drawing Ratio). Pour un rayon de poinçon considéré, ce rapport est donné par :

$$\text{LDR} = \frac{\text{Rayon du flan non déformé}}{\text{Rayon poinçon}}$$

Ce rapport définit la valeur limite qu'il est possible d'effectuer en une seule passe sans obtenir de rupture de l'embouti.

II.3.3. Essai Nakazima (1968)

Cet essai (Figure I-4) consiste à emboutir sur un poinçon hémisphérique des bandes de différentes largeurs. On couvre ainsi, avec un seul outil, toute la gamme des déformations, ce qui permet de réaliser des Courbes Limites de Formage, mais avec frottement. Ce test est appelé test mixte car il fait intervenir l'expansion et l'extension.

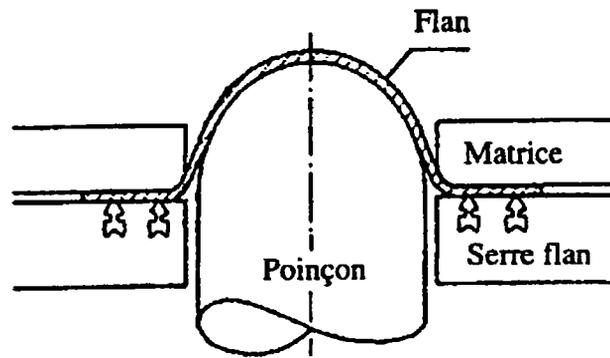


Fig. I-4 : Essai Nakazima.

II.3.4. Essais de traction

Une géométrie élancée d'éprouvette permet de réaliser une sollicitation de traction simple : $\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1 = -R/(1+R)$ avec R, coefficient de Lankford.

Par contre, les géométries très courtes (éprouvette de traction large) ou présentant des entailles (éprouvette de traction entaillée) permettent de se rapprocher d'un état de déformation plane ($\rho \approx 0$).

II.3.5. Essai Marciniak

Cet essai (Figure I-5) (avec le gonflement hydraulique) permet de déterminer les propriétés des tôles métalliques en traction biaxiale, sans avoir le désavantage d'un contact et donc d'un frottement avec un poinçon solide.

Cet essai peut être réalisé en utilisant un poinçon cylindrique de section carrée, elliptique ou circulaire. Ce poinçon possède un fond plat évidé et un contre-flan est utilisé pour obtenir une zone déformée plane sans surface de frottement.

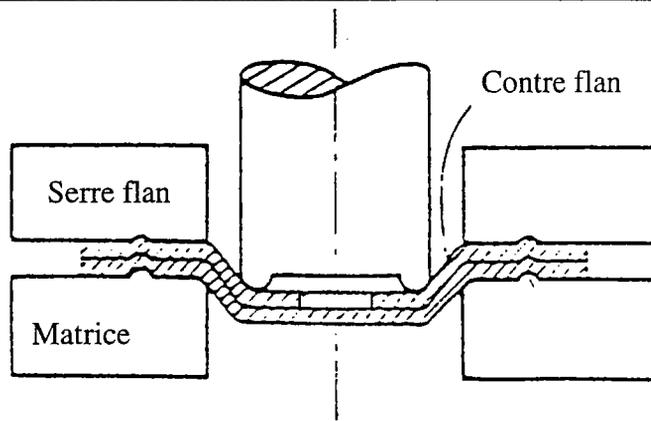


Fig. I-5 : Essai Marciniak (Taylor, 1984).

Le test a les applications suivantes :

- Détermination des déformations limites du matériau en traction biaxiale, par traction dans le plan de la tôle et sans contact avec le poinçon dans la zone utile ;
- Application à des tôles de grandes dimensions pouvant être ensuite utilisées dans d'autres tests, afin de déterminer les effets de trajets de déformation complexes sur l'écroutissage et les niveaux des déformations limites ;
- Détection des défauts, comme les inclusions, par application de grandes déformations uniformes sur des éprouvettes de grandes dimensions.

III. ASPECTS EXPERIMENTAUX DE LA STRICTION DES TOLES

III.1. Présentation des Courbes Limites de Formage 'CLF'

La notion de courbe limite de formage (CLF) a été introduite par Keeler (1965) lorsqu'il observa que l'allongement local maximum était insuffisant pour déterminer le niveau de déformation possible pour une tôle. Il constata qu'en reportant sur un même diagramme les valeurs respectives e_1 et e_2 des allongements à rupture dans les deux directions principales des déformations de surface, tous les points (e_1, e_2) se situaient sur la même courbe : la CLF. Cette courbe initialement limitée au quadrant $e_2 > 0$ a été complétée dans le domaine de l'extension ($e_2 < 0$) par Goodwin (1968).

Cette CLF à rupture représente la limite supérieure de déformation d'une tôle. Cette courbe s'est révélée insuffisante car le phénomène de rupture ductile est en général précédé par le phénomène de striction localisée. Celui-ci se traduit par un amincissement local qui est inadmissible tant pour des raisons de résistance mécanique que pour des raisons esthétiques. Aussi, la courbe limite à striction a été introduite pour prédire la limite supérieure de formage de la tôle avant l'apparition de l'instabilité.

Sur le diagramme des déformations principales de surface de la tôle, la courbe limite de formage à striction est la frontière qui sépare les états de déformations correspondant au succès et à l'échec d'un embouti. Elle est obtenue en réalisant les différents trajets de déformation susceptibles d'entraîner la striction des pièces à emboutir. Pour des raisons de symétrie, et compte tenu des conditions d'apparition de la striction, la zone de représentation des limites de formage est compris entre deux trajets extrêmes : l'expansion équi-biaxiale et la traction uniaxiale.

Les CLF sont, par définition, déterminées pour des trajectoires de déformation rectilignes, c'est-à-dire telles que le rapport ρ des déformations principales ϵ_1 et ϵ_2 reste pratiquement constant tout au long de la déformation soit :

$$\epsilon_2 = \rho \cdot \epsilon_1 \quad (I-1)$$

Ces courbes sont de plus en plus fréquemment utilisées dans l'industrie pour évaluer les chances de réussite ou d'échec d'un embouti et pour essayer de diagnostiquer les causes d'un échec éventuel. Cependant, une des limitations à l'emploi généralisé des CLF est due au fait qu'elles dépendent largement de l'histoire de déformation du matériau, caractérisée par la trajectoire de déformation.

De nombreux travaux expérimentaux ont en effet montré que le niveau des limites de formage est très largement influencé par la forme des trajectoires de déformation. Ainsi, dans le cas de trajectoires de déformation brisées, constituées de deux ou plusieurs segments le long desquels $d\epsilon_2/d\epsilon_1 = \text{cte}$, il est maintenant bien connu par exemple qu'une prédéformation par expansion abaisse le niveau des limites de formage tandis qu'une prédéformation par traction en élève le niveau.

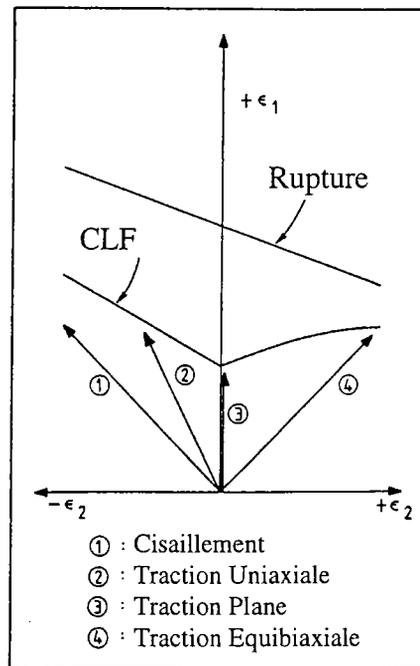


Fig. I-6 : Diagramme schématique de limite de formage avec différents trajets de déformation réalisables (Timothy, 1989).

Pour la plupart des métaux, les CLF ont la forme présentée sur la Figure I-6, mais la position verticale de la courbe dépend de l'épaisseur de la tôle, de la valeur de l'exposant d'écrouissage et du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. L'intersection de la courbe avec l'axe vertical, qui correspond à la déformation plane, est aussi le minimum de la courbe. On observe expérimentalement, sur un matériau donné, une augmentation linéaire de la déformation limite en traction plane avec l'épaisseur.

Le diagramme standard est basé sur l'approximation d'un chemin de déformation quasi rectiligne. Les diagrammes générés par une déformation uniaxiale succédant à une déformation biaxiale, ou l'inverse, diffèrent considérablement du diagramme standard. Pour cette raison, les effets des trajets de déformation doivent être pris en compte quand on utilise un diagramme pour analyser un problème de formage.

III.2. Influence des trajets de déformation

La forme des trajets de déformation joue un rôle très important sur les valeurs de limites de formage. Cet effet est primordial en emboutissage car, au niveau industriel, la fabrication de pièces complexes nécessite fréquemment une réalisation en plusieurs passes, ce qui induit des trajectoires de déformation brisées. Ainsi, dans ces cas là, les CLF classiques obtenues à partir de trajets de déformation linéaires ne sont pas utilisables.

III.2.1. Méthode graphique de l'ellipse d'iso-déformation

De nombreux travaux expérimentaux (Kleemola et Pelkkikangas, 1977 - Ranta-Eskola, 1980 - etc. ...) ont montré cette influence des trajets de déformation. Plusieurs analyses ont été proposées pour l'expliquer ou la prédire. Grumbach et Sanz (1974) et Müschenborn et Sonne (1975) supposent que la striction localisée se produit pour une valeur critique de la déformation équivalente déterminée en trajectoire de déformation rectiligne. Leur idée consiste à utiliser les ellipses d'iso-valeurs de la déformation équivalente. Ils proposent la construction représentée sur la Figure I-7. La déformation limite représentée par le point E' pour le trajet bilinéaire OBE' , correspond à la même déformation équivalente qu'au point E pour le trajet linéaire OAE , puisque les déformations équivalentes sont identiques en A et en B . Ainsi, la déformation limite correspondrait à une valeur critique de déformation équivalente caractéristique du dernier trajet de déformation subi par le matériau.

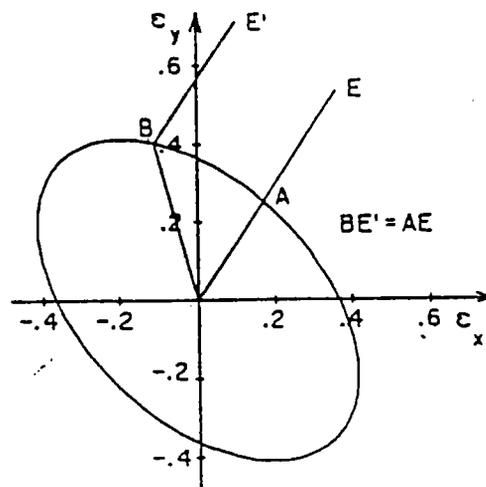


Fig. I-7 : Construction de Müschenborn et Sonne (1975).

Müschborn et Sonne (1975) ont proposé une autre méthode : elle consiste à utiliser les points de même déformation en épaisseur. Rasmussen (1982) a étudié un matériau anisotrope insensible à la vitesse de déformation. Il a comparé les résultats obtenus à ceux obtenus par les deux méthodes de Müschborn et Sonne. Il trouve une très bonne corrélation avec la construction utilisant l'hypothèse en déformation équivalente.

Barata da Rocha et Jalinier (1984) ont déterminé les CLF théoriques dans le cas des matériaux anisotropes. Ils ont étudié l'influence des paramètres d'anisotropie sur la position et la forme des CLF présentant des trajectoires de déformation brisées.

III.2.2. Les Courbes Limites de Formage en Contraintes

III.2.2.a. Détermination dans le cas des matériaux **isotropes**

Considérant que les CLF classiques ne sont pas satisfaisantes du fait de leur très forte dépendance de la forme des trajectoires de déformation, Arrieux et *al.* (1982) ont déterminé les limites de formage dans le plan des contraintes principales de surface. Ils utilisent les hypothèses de contraintes planes et supposent un matériau rigide plastique.

Pour un incrément de déformation donné, il est possible de déterminer le nouvel état de contrainte correspondant. L'application est ensuite faite à la détermination des contraintes limites de formage d'une tôle d'aluminium à partir des courbes limites de formage déterminées dans trois cas (trajets directs, trajets bilinéaires avec prédéformation en expansion et trajets bilinéaires avec prédéformation en traction). Les états de contraintes correspondant aux trois CLF sont représentés sur la Figure I-8.

On constate que tous ces états sont situés sur une même courbe du plan (σ_1, σ_2) : le diagramme des contraintes limites de formage.

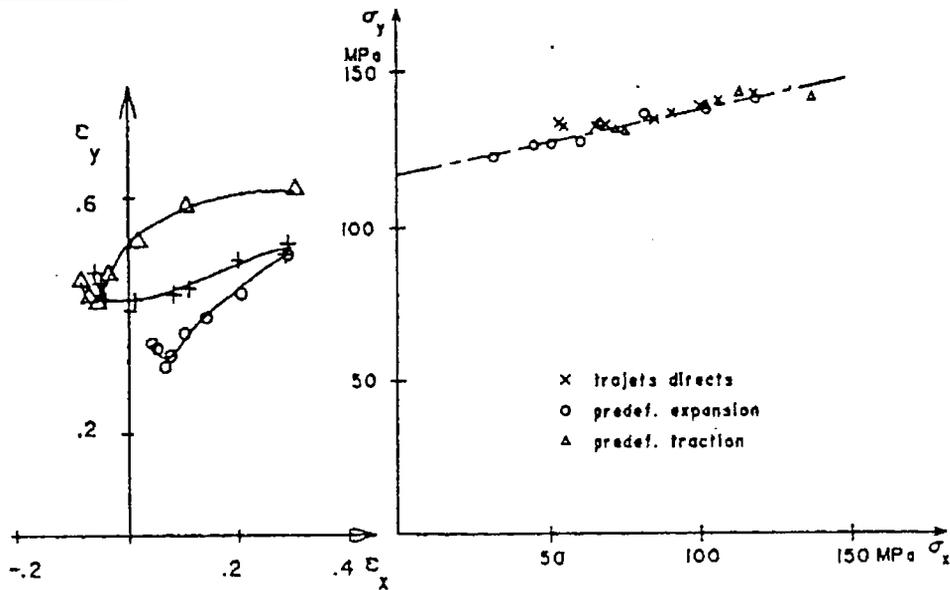


Fig. I-8 : CLF et diagramme des contraintes limites de formage pour l'aluminium (Arrieux et al., 1982).

Ce résultat très important, indique que le diagramme des contraintes limites de formage est nettement plus intrinsèque que les CLF classiques, car il ne dépend pas des trajectoires de déformations.

Inversement, le diagramme des contraintes limites de formage permet de retrouver les courbes limites de formage classiques ; dans le cas général, on suit la trajectoire de déformation et on calcule les contraintes. Il suffit d'ajouter un test d'arrêt quand les valeurs des contraintes vont atteindre les valeurs limites du diagramme en contraintes. Le calcul est mené de la manière suivante: l'état de contraintes σ_1, σ_2 permet de calculer $\bar{\sigma}$. La forme analytique de la courbe d'écroutissage donne la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$. La connaissance de la prédéformation permet de calculer simplement les composantes (ϵ_1, ϵ_2) de la déformation pour la trajectoire bilinéaire.

Dans le cas d'une feuille isotrope de cuivre, Arrieux et al. (1985) ont utilisé la courbe des contraintes limites de formage déterminée à partir de la seule CLF en trajectoires directes pour déterminer l'influence des trajectoires de déformations sur les limites de formage. Deux trajectoires particulières ont été étudiées ; celles formées de deux segments consécutifs correspondant respectivement aux séquences : traction - expansion et expansion - traction (Figure I-9).

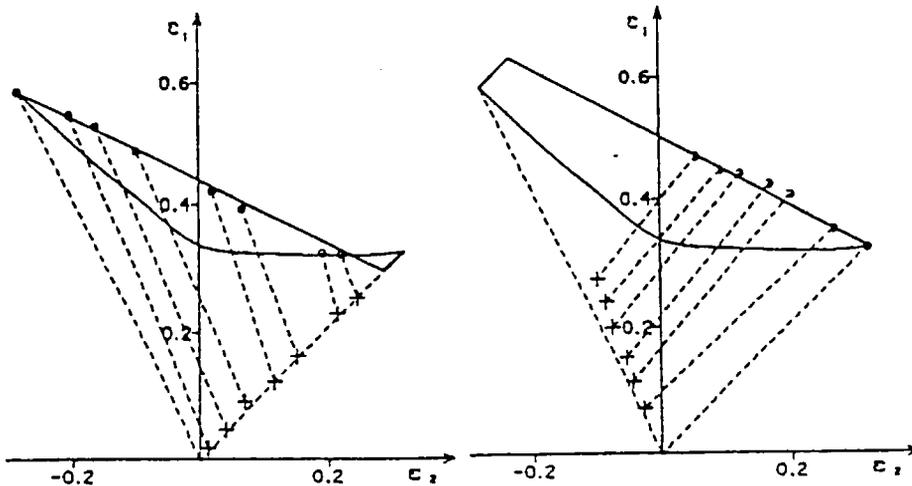


Fig. I-9 : CLF du cuivre (Arrieux et al., 1985).

Les résultats obtenus sont ensuite comparés à ceux obtenus par la méthode de l'ellipse d'isodéformation (Müschelborn et Sonne, 1975). On constate que les deux méthodes donnent des résultats identiques. La méthode de l'ellipse d'iso-déformation contient donc elle aussi l'hypothèse d'une courbe limite en contrainte unique.

III.2.2.b. Détermination dans le cas des matériaux **anisotropes**

Arrieux et Boivin (1987, 1991) utilisent le critère quadratique de plasticité de Hill (1950). Pour un matériau anisotrope, l'expression de la surface de charge s'écrit :

$$f(\sigma_{ij}) = 1/2 \left[F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{xx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 - 1 \right] \quad (I-2)$$

$$= 0$$

La loi de normalité de la déformation plastique donne : $d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda$ où $d\lambda$ est un

coefficient de proportionnalité et $d\varepsilon_{ij}^p$ est l'incrément de déformation plastique. En supposant le matériau rigide plastique et en se plaçant dans les conditions de contraintes planes, les relations contraintes - vitesses de déformations permettent de faire la correspondance entre CLF en contraintes et CLF en déformations.

L'application expérimentale est faite avec une feuille de titane T40 dont les CLF ont été déterminées pour différents types de trajectoires de déformation. Elles ont été tracées dans les axes d'orthotropie de la tôle comme nous le montre la Figure I-10.

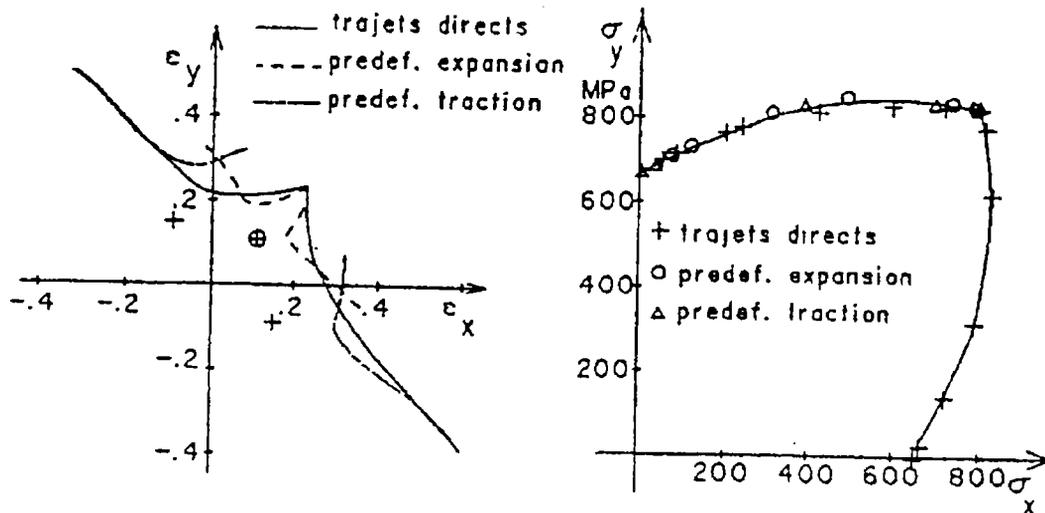


Fig. I-10 : CLF expérimentales et diagramme des contraintes limites de formage du titane T40 (Arrieux et Boivin, 1991).

La détermination des contraintes limites de formage est effectuée à partir de points expérimentaux des deux CLF en trajets directs et des deux CLF en trajets brisés pour lesquelles $\epsilon_y > \epsilon_x$. Les résultats sont indiqués sur la Figure I-10. On constate que les familles de points relatives aux trois types de trajets étudiés sont situés sur une même courbe. On retrouve donc bien ici aussi le caractère intrinsèque du diagramme des contraintes limites de formage.

Cordebois (1983) a confirmé la non-dépendance du diagramme en contraintes vis-à-vis de l'allure de la trajectoire de déformation, par application des critères de striction diffuse et localisée. A partir de ce diagramme en contraintes, il est possible, par un calcul inverse, de retrouver les limites de formage quelle que soit la trajectoire de déformation.

Le diagramme des contraintes limites de formage peut donc être déterminé à partir d'essais présentant des trajectoires de déformation rectilignes moyennant le choix d'un modèle de plasticité (surface de plasticité, modèle d'écroutissage). Il permet ensuite de déterminer par calcul inverse l'apparition de la striction quelle que soit la trajectoire de déformation.

Gronostajski et Dolny (1983) ont utilisé le critère non quadratique de Hill (1979). Il s'agit d'une famille de critères limites donnés, après l'hypothèse d'isotropie plane, par l'équation :

$$(\sigma_1 + \sigma_2)^m + (1+2r)(\sigma_1 - \sigma_2)^m = 2(1+r)\bar{\sigma}^m \quad (I-3)$$

La valeur de m est déterminée expérimentalement. L'application est faite sur une feuille de fer dont les caractéristiques mécaniques sont connues et les CLF ont été déterminées pour des trajets directs et brisés. Les états de contraintes calculés sont situés approximativement sur une droite du plan (σ_1, σ_2) . Un calcul inverse permet de déterminer les CLF classiques, à partir du diagramme des contraintes dans le cas de trajets de déformation rectilignes ou brisés, composés de deux segments.

III.2.3. Les Courbes Limites de Formage en déformation équivalente

Mesrar (1998) a proposé récemment de représenter les limites de formage en chemins complexes sous la forme des déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation. Cet auteur appuie sa proposition sur l'équivalence qu'il y a entre cette représentation, la méthode graphique d'iso-déformation et la courbe limite en contraintes. Les simulations qu'il présente s'appuient sur une analyse de localisation en chemins complexes, dont les résultats tendent à montrer le caractère intrinsèque de la représentation adoptée.

Nous reprendrons, dans la suite de ce travail, cette représentation en déformation équivalente limite pour analyser les limites de formage aussi bien en chemins linéaires qu'en chemins complexes.

III.3. Influence de l'endommagement

Les mécanismes d'endommagement consistant en la nucléation et la croissance de microcavités, et conduisant à la rupture ductile, peuvent influencer fortement sur la localisation de la déformation plastique. Une distribution non homogène de microcavités (Jalinier, 1981 - Ohno et Hutchinson, 1984) ou une distribution non homogène d'inclusions conduisant à une nucléation non homogène de cavités (Needleman et Tvergaard, 1984 - Tvergaard, 1987) favorisent la localisation de l'écoulement, et ceci d'autant plus que le degré de triaxialité des contraintes est important. Un couplage de la localisation de l'écoulement avec les processus d'endommagement est donc particulièrement prévisible dans le domaine de l'expansion.

Une approche simplifiée de la prévision des limites de formage a été utilisée par Yamaguchi *et al.* (1996) en considérant, de façon découplée, un calcul de localisation sans prise en compte de l'endommagement, et un critère de rupture ductile. La limite de formage est alors déterminée par le premier événement catastrophique rencontré (localisation ou rupture ductile).

Ces auteurs ont utilisé le critère de rupture ductile de Oyane *et al.* (1972) dans leurs simulations des limites de formage d'un acier doux. Ce critère est défini par :

$$\int_0^{\bar{\epsilon}_f} \left(\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + a \right) d\bar{\epsilon} = b \quad (\text{I-4})$$

où $\bar{\epsilon}_f$ est la déformation équivalente à rupture

σ_m est la contrainte hydrostatique

$\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente

$\bar{\epsilon}$ est la déformation équivalente

et a et b sont les constantes du matériau. Les constantes du matériau a et b sont simplement déterminées grâce à des tests de traction uniaxiale et de traction plane.

Takuda *et al.* (1996) utilisent également le critère de Oyane dans des simulations numériques d'emboutissage profond axisymétrique sur des tôles en alliage d'aluminium. Les contraintes et déformations calculées sont substituées dans le critère de rupture ductile, de façon à prédire l'endroit où la rupture arrive. Les auteurs proposent, sur la base de leurs simulations, des modifications du procédé qui permettraient d'augmenter le rapport limite d'emboutissage.

IV. MODELISATION DE LA STRICTION DES TOLES

IV.1. Les origines physiques et mécaniques de la striction

Les modes de ruine d'une structure dépendent des sollicitations mécaniques, thermiques, chimiques qu'elle subit, des défauts qu'elle est susceptible de contenir et des propriétés du matériau.

Les phénomènes de rupture proviennent d'un endommagement du matériau, c'est-à-dire l'apparition de nouvelles surfaces. A l'échelle atomique, ces endommagements sont initiés par différents mécanismes élémentaires : les clivages, les glissements et les cavitations (Figure I-11).

La striction peut se développer avant endommagement appréciable du matériau, ou au contraire être couplée avec le développement d'un endommagement.

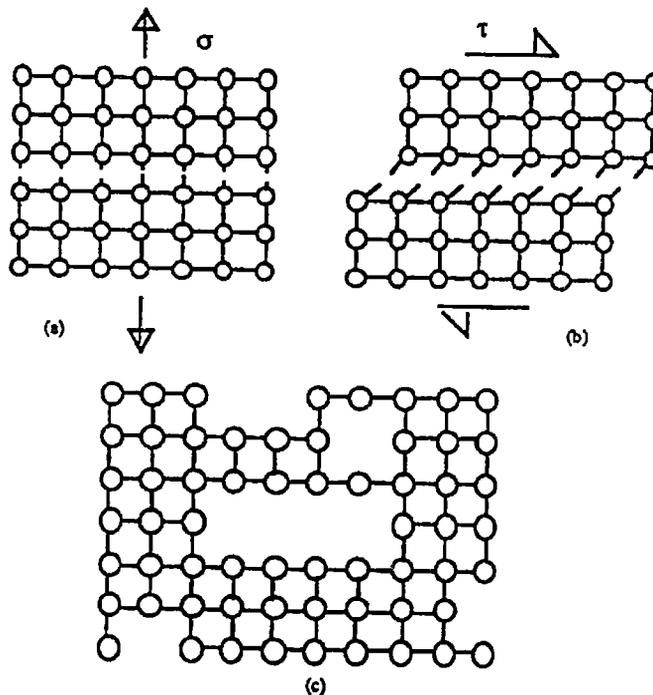


Fig. I-11 : Endommagements à l'échelle des atomes : (a) clivage, (b) glissement, (c) cavitation (François, Pineau et Zaoui, 1991).

En présence d'une striction, l'éprouvette n'est plus soumise à une sollicitation de traction simple. Diverses relations approchées ont été proposées pour décrire l'état de contrainte et de déformation dans la section minimale d'une éprouvette de section circulaire. La plus utilisée est celle proposée par Bridgman (1944). Elle suppose que l'état de déformation est uniforme dans la section minimale.

Si on appelle R le rayon du cercle osculateur de l'entaille provoquée par la striction, et a , le rayon de la section minimale, en tout point situé à une distance r de l'axe de symétrie, on a :

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{II} = \sigma_{zz} - \sigma_{eq} \quad (I-5)$$

et
$$\sigma_{zz} = \sigma_{eq}(1 + \text{Log}(1 + (a^2 - r^2)/(2ar))) \quad (I-6)$$

où σ_{eq} est la contrainte équivalente au sens de von Mises, correspondant à la déformation uniforme de la section. On en déduit que la contrainte moyenne mesurée au-delà du maximum s'exprime sous la forme :

$$\sigma_{zz} = \sigma_{eq}(1 + 2R/a) \text{Log}(1 + a/2R) \quad (I-7)$$

Cette dernière relation permet de déterminer la forme de la courbe d'érouissage, $\sigma = f(\epsilon)$, bien au-delà de l'instabilité correspondant à la formation de la striction, à condition toutefois de mesurer les deux rayons a et R .

La plus grande contrainte principale σ_{zz} est maximale au centre de l'éprouvette :

$$(\sigma_{zz})_{r=0} = \sigma_{eq}(1 + \text{Log}(1 + a/2R)) \quad (I-8)$$

Cet état de contrainte explique simplement pourquoi la rupture ductile s'amorce préférentiellement au centre de la zone en striction (Figure I-12).

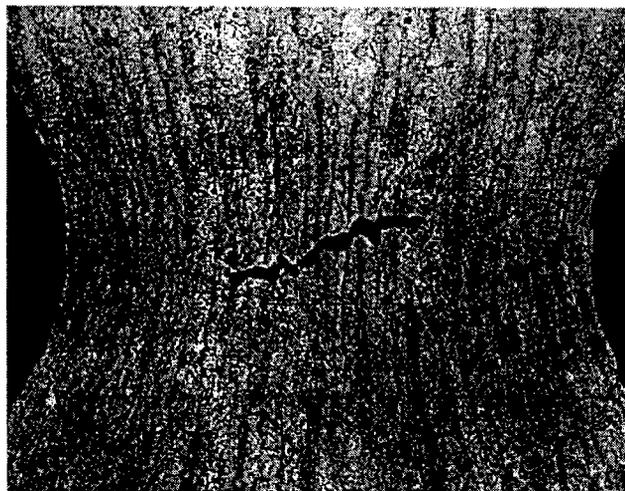


Fig. I-12 : Coupe métallographique longitudinale d'une éprouvette de traction dont l'épreuve a été interrompue juste avant rupture. Mise en évidence d'une fissure en son centre (François, Pineau et Zaoui, 1991).

La triaxialité des contraintes, analysée ci-dessus dans le cas d'un essai de traction uniaxiale, sera négligée dans les modélisations de la striction présentées ci-après.

IV.2.Synthèse des divers travaux théoriques

IV.2.1.Modèles basés sur un milieu sans défaut

IV.2.1.a.Le critère de Considère

C'est le premier critère proposé pour la résolution du problème d'instabilité plastique pour une éprouvette de traction uniaxiale. Il s'agit d'un critère unidimensionnel prédisant la striction diffuse. Considère (1885) a supposé que la condition d'instabilité est atteinte lorsque la force appliquée F passe par un maximum, ce qui se traduit par :

$$dF = 0 \quad (I-9)$$

Avec $F = \sigma.S$, où σ est la contrainte de traction et S la section de l'éprouvette, et en supposant que le matériau déformé est incompressible, on obtient :

$$d\sigma/d\varepsilon - \sigma = 0 \quad (I-10)$$

La relation (I-10) constitue le critère de Considère appelé encore critère de force maximum.

Si la courbe de traction suit une loi de forme puissance (Hollomon, 1945) :

$$\sigma = k.\varepsilon^n \quad (I-11)$$

la relation (I-10) devient :

$$\varepsilon = n \quad (I-12)$$

Cette relation donne la déformation d'apparition de la striction diffuse dans un essai de traction uniaxiale. Ce modèle étant unidimensionnel, il est inadapté aux tôles embouties. Les résultats expérimentaux obtenus en traction uniaxiale sur des matériaux insensibles à la vitesse de déformation montrent que cette analyse est correcte, la charge chutant rapidement juste après le maximum sans déformation plastique appréciable hors de la zone de striction.

IV.2.1.b.Le critère de Swift

Le premier calcul prédictif de l'apparition de la striction dans les tôles minces est dû à Swift (1952). Toujours pour un milieu sans défaut, Swift se base sur l'idée de force maximale de Considère et l'applique aux cas des tôles minces. Il s'agit d'un modèle bidimensionnel. La tôle est

soumise à un chargement biaxial et on suppose que la striction se produira quand les deux efforts F_1 et F_2 passeront simultanément par un maximum.

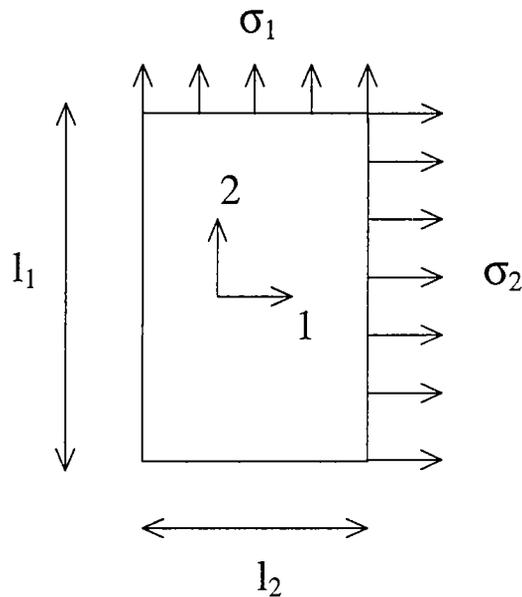


Fig. I-13 : Modèle de Swift.

Les deux forces agissant dans les directions 1 et 2 sont données respectivement par :

$$F_1 = \sigma_1 \cdot S_1 = \sigma_1 \cdot l_2 \cdot h \quad (\text{I-13})$$

$$F_2 = \sigma_2 \cdot S_2 = \sigma_2 \cdot l_1 \cdot h \quad (\text{I-14})$$

où l_1 , l_2 et h désignent les dimensions de l'éprouvette.

La condition de force maximum s'exprime :

$$\frac{dF_1}{F_1} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} + \frac{dl_2}{l_2} + \frac{dh}{h} = 0 \quad (\text{I-15}) \text{ et } (\text{I-16})$$

$$\frac{dF_2}{F_2} = \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} + \frac{dl_1}{l_1} + \frac{dh}{h} = 0$$

Les incréments de déformations principales étant donnés par $d\epsilon_1 = dl_1/l_1$, $d\epsilon_2 = dl_2/l_2$, $d\epsilon_3 = dh/h$ et le matériau étant considéré incompressible, on obtient :

$$\frac{dF_1}{F_1} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} - d\epsilon_1 = 0 \quad (\text{I-17}) \text{ et } (\text{I-18})$$

$$\frac{dF_2}{F_2} = \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} - d\epsilon_2 = 0$$

Pour un état de chargement proportionnel défini par $\sigma_2/\sigma_1 = \alpha$ et en utilisant le critère de von Mises avec écrouissage isotrope, Swift aboutit après calcul au critère suivant, définissant le taux d'écrouissage limite en fonction de α :

$$\frac{1}{\bar{\sigma}} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 4}{4(1 - \alpha + \alpha^2)^{3/2}} \quad (\text{I-19})$$

où $\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$ sont la contrainte et la déformation équivalentes de von Mises.

Toutefois, comme l'a démontré Hill (1991) et comme l'ont analysé Habbad et Sidoroff (1993), ce critère n'est pas cohérent. Il suffit en effet de considérer dans les équations (I-17) et (I-18) qu'un chargement proportionnel implique les égalités : $d\sigma_1/\sigma_1 = d\sigma_2/\sigma_2$ pour s'apercevoir que la stationnarité simultanée de F_1 et F_2 pour un chargement proportionnel n'est possible que dans le cas d'un trajet de déformation équi-biaxial.

IV.2.1.c. Le critère Hill

L'expérience montre que la formabilité d'une tôle mince n'est pas limitée par l'apparition de la striction diffuse mais par le développement d'une localisation de l'écoulement plastique se traduisant par une bande d'amincissement au travers de la tôle (striction localisée).

Presque simultanément au critère de Swift, Hill (1952) propose le premier critère de striction localisée. Il est basé sur les observations expérimentales d'une traction d'éprouvette plate où la striction se développe en épaisseur suivant une ligne inclinée par rapport à l'axe de sollicitation.

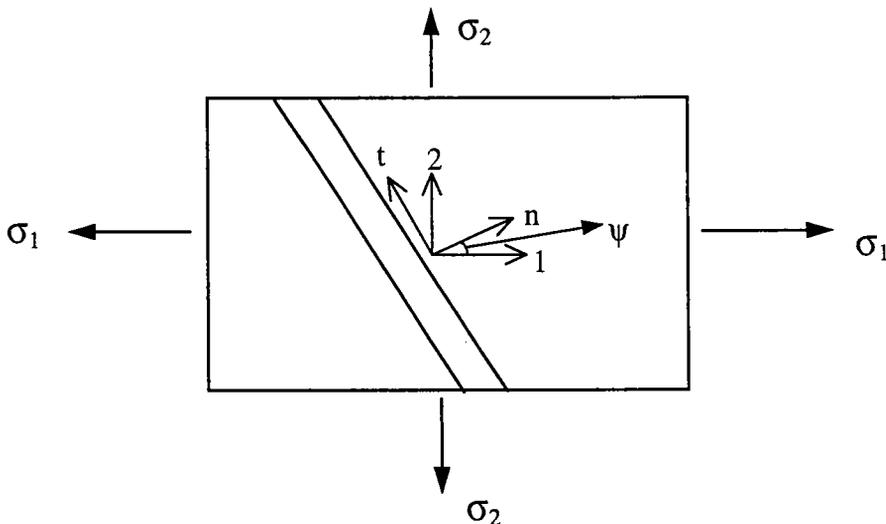


Fig. I-14 : Repère local (n,t) définissant la normale et la tangente à la bande de striction par rapport au repère principal $(1,2)$ des contraintes et des vitesses de déformations.

L'hypothèse émise consiste à dire que la striction se produit le long d'une ligne d'extension nulle ; la déformation se produit alors au détriment de l'épaisseur.

La déformation suivant la direction tangentielle à la bande s'écrit :

$$d\varepsilon_{tt} = d\varepsilon_1 \sin^2 \psi + d\varepsilon_2 \cos^2 \psi \quad (\text{I-20})$$

où $d\varepsilon_1$ et $d\varepsilon_2$ sont les incréments de déformation principales et ψ est l'angle que fait la normale n avec l'axe 1.

La déformation $d\varepsilon_{tt}$ est nulle si et seulement si :

$$\tan^2 \psi = -\frac{d\varepsilon_2}{d\varepsilon_1} = -\rho \quad (\text{I-21})$$

où ρ caractérise le trajet de déformation. L'existence de la ligne d'allongement nul n'est donc possible que dans le domaine de l'extension. La striction le long de la direction t se produit lorsque la force normale à la bande F_n et la force tangentielle F_t passent simultanément par un maximum.

Les forces F_n et F_t étant définies par : $F_n = S_t \cdot \sigma_{nn}$ et $F_t = S_t \cdot \sigma_{nt}$, leur maximum est obtenu pour :

$$\frac{dF_n}{F_n} = \frac{dS_t}{S_t} + \frac{d\sigma_{nn}}{\sigma_{nn}} = 0 \quad (\text{I-22})$$

$$\frac{dF_t}{F_t} = \frac{dS_t}{S_t} + \frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} = 0 \quad (\text{I-23})$$

La section $S_t = l_t \cdot h$ étant définie parallèlement à la direction d'allongement nul ($dl_t = 0$), l'incrément relatif de section dS_t/S_t est donné par :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \frac{dh}{h} = d\varepsilon_3 \quad (\text{I-24})$$

et en observant que, pour un chargement proportionnel : $\frac{d\sigma_{nn}}{\sigma_{nn}} = \frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}}$, la stationnarité

simultanée de F_n et F_t est obtenue pour :

$$d\varepsilon_3 + \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = 0 \quad (\text{I-25})$$

Si le matériau suit une loi d'érouissage de type Hollomon (I-11), $\frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = N \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}}$, et le critère se réduit

à :

$$-\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = N \quad (\text{I-26})$$

Dans le domaine de l'extension, le modèle de Hill fournit une bonne estimation à la fois de l'inclinaison de la bande de striction et du niveau de déformation limite, au moins pour les matériaux insensibles à la vitesse de déformation.

IV.2.1.d. Le modèle de bifurcation de Storen et Rice

Storen et Rice (1975) ont développé un modèle de bifurcation basé sur l'utilisation de la théorie de la déformation. La justification physique de l'utilisation de cette théorie se fonde sur le développement d'un point anguleux sur la surface de charge, qu'il est possible de simuler par la théorie de la déformation.

L'expression des équations d'équilibre conduit à un système d'équations linéaire et homogène portant sur les différences de vitesses de déformation au travers de la bande de striction.

La bifurcation de la déformation apparaît lorsque le déterminant du système est nul. Storen et Rice (1975) obtiennent ainsi des expressions analytiques des limites de formage. On notera en particulier le résultat obtenu en supposant la bande de striction perpendiculaire à la direction de plus grande contrainte :

$$\varepsilon_1^* = \frac{3\rho^2 + N(2 + \rho)^2}{2(2 + \rho)(1 + \rho + \rho^2)} \quad (\text{I-27})$$

Cette expression présente un intérêt important en expansion, où la bande de striction est effectivement observée selon cette direction.

IV.2.1.e. Le critère de Cordebois et Ladevèze

L'approche développée dans (Cordebois et Ladevèze, 1986) est basée sur l'étude des conditions de stabilité d'une fonctionnelle exprimée en termes de vitesse. L'endommagement est supposé négligeable avant le début de la striction. Les contraintes sont uniformes sur la zone étudiée au début de la striction ; cette détection de la striction est définie par l'instant pour lequel la zone étudiée présente un régime instable. Cette condition d'instabilité est indépendante du modèle de comportement à la condition que le comportement soit indépendant des vitesses.

IV.2.1.f. Analyse de perturbation de Dudzinski et Molinari

Les auteurs ont appliqué la technique des perturbations linéarisées au phénomène de la localisation des déformations afin d'éviter l'hypothèse d'un défaut d'épaisseur. En supposant le matériau viscoplastique et en se plaçant dans le cadre de la théorie de l'écoulement, on décrit au moyen de l'analyse linéarisée de la stabilité l'apparition de la striction localisée en extension (Dudzinski et Molinari, 1988).

Dudzinski et Molinari (1991) ont effectué une analyse dans laquelle une perturbation de l'ensemble des variables impliquées dans les équations du problème est appliquée à chaque instant. Cette perturbation est appliquée selon une direction d'inclinaison ψ , de façon à simuler le développement éventuel d'une striction localisée. Les équations linéarisées reliant ces perturbations étant établies, la vitesse de croissance de la perturbation peut alors être analysée. Cette approche permet de prendre en compte un comportement thermo-viscoplastique, avec effets de conduction thermique et d'inertie. Pour un matériau plastique, insensible à la température et à la vitesse de déformation, le résultat de Hill (1952) en extension est retrouvé, de même que les résultats de Storen et Rice (1975) en utilisant la théorie de la déformation. Les effets d'anisotropie, de sensibilité à la vitesse de déformation ainsi que les effets thermo-adoucissants peuvent également être étudiés par cette technique de perturbation.

IV.2.2. Modèles basés sur un milieu avec défaut

IV.2.2.a. Le modèle Marciniak - Kuczynski (MK)

Afin d'obtenir des limites de formage dans le domaine de l'expansion, tout en utilisant la théorie de l'écoulement, Marciniak et *al.* (1967, 1973) ont considéré un matériau à deux zones, chacune homogène mais d'épaisseurs différentes, pour expliquer la localisation de l'écoulement plastique. La zone de sous-épaisseur a été supposée perpendiculaire à la direction de plus grande contrainte principale par ces auteurs.

Hutchinson et Neale (1978) ont généralisé ce modèle pour permettre la prédiction de la striction aussi bien en extension qu'en expansion, en supposant la bande inclinée par rapport aux directions principales de contraintes (Figure I-15).

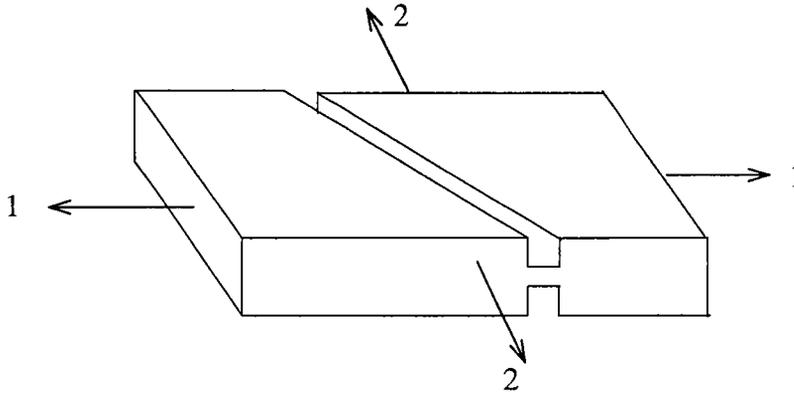


Fig. I-15 : Modèle MK, généralisé à une bande inclinée.

Ce modèle à deux zones simule le développement d'une striction dans les tôles minces.

Le défaut d'épaisseur est caractérisé par le facteur f :

$$f = \frac{h_0^a - h_0^b}{h_0^a} \quad (\text{I-28})$$

où h_0^a et h_0^b sont, respectivement, les épaisseurs initiales de la zone homogène et de la zone de sous-épaisseur.

On impose une trajectoire de déformation rectiligne à la zone homogène, soit :

$$\rho = \varepsilon_2^a / \varepsilon_1^a = \text{cte} \quad (\text{I-29})$$

Les axes 1 et 2 sont les axes principaux de contraintes et de vitesses de déformation. L'inclinaison de la bande évolue au cours de la déformation selon l'expression suivante :

$$\tan \psi = \tan \psi(0) \exp[(1-\rho)\varepsilon_1^a] \quad (\text{I-30})$$

En notant n et t les directions normale et tangentielle à la bande, les conditions d'équilibre entre les deux zones s'écrivent :

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^a h^a &= \sigma_{nn}^b h^b \\ \sigma_{nt}^a h^a &= \sigma_{nt}^b h^b \end{aligned} \quad (\text{I-31})$$

L'équation de compatibilité des déformations dans la direction t est donnée par :

$$d\varepsilon_{tt}^a = d\varepsilon_{tt}^b \quad (\text{I-32})$$

Ces équations, complétées par la loi de comportement du matériau, permettent d'obtenir les équations gouvernant le processus de localisation de la déformation.

Les calculs développés par Marciniak (1967) font appel à la surface de charge de von Mises avec écrouissage isotrope. Marciniak, Kuczynski et Pokora (1973) ont introduit ensuite l'influence de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la forme des CLF.

IV.2.2.b. Autres travaux basés sur le modèle MK

De nombreuses études ont été effectuées en considérant différentes surfaces de plasticité avec écrouissage isotrope (Parmar et Mellor, 1978 - Lian, Zhou et Baudalet, 1989), ou en prenant en compte l'influence d'un écrouissage cinématique (Tvergaard, 1978).

L'influence de la forme de la surface de plasticité est très importante dans le domaine de l'expansion. Une interprétation qualitative de cette influence a été donnée par Sowerby et Duncan (1971). Cette interprétation s'appuie sur la forme de la surface de plasticité. Ils montrent que lorsque l'état de contrainte atteint la traction plane dans la région de sous-épaisseur du modèle MK, les incréments de déformation plastique tendent vers l'infini, ce qui définit une condition d'apparition de la striction localisée.

Ferron et Mliha-Touati (1985) ont montré, à partir d'une analyse linéaire de localisation, que la courbure de la surface de plasticité intervient dans l'équation de localisation qu'ils ont établie traduisant bien l'influence de la forme de la surface de plasticité.

Ferron et Molinari (1989), reprenant l'analyse de localisation de Ferron et Mliha-Touati (1985), ont obtenu par intégration analytique des équations linéaires de localisation, des expressions explicites approchées des limites de formage. Ainsi, dans le domaine de l'expansion et pour une surface de charge de von Mises, ils obtiennent la déformation critique ϵ_1^* :

$$\epsilon_1^* = \frac{2 + \rho}{2(1 + \rho + \rho^2)} \left\{ N + \left[M + \frac{3\rho^2}{(2 + \rho)^2} \right] \text{Ln} k^* \right\} \quad (\text{I-33})$$

où N est l'exposant d'écrouissage, M est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, et k^* est un paramètre caractérisant la croissance du défaut d'épaisseur. Des expressions plus complexes, faisant apparaître l'influence de la courbure de la surface de charge, ont également été obtenues par utilisation de la représentation en coordonnées polaires de la surface de charge proposée par Budiansky (1984).

Dans le domaine de l'extension, Chan et *al.* (1984) ont montré, en supposant le défaut d'épaisseur aligné selon la direction d'extension nulle, qu'un critère de déformation en épaisseur critique peut alors être établi, indépendamment de la surface de plasticité. La déformation critique en épaisseur ne dépend alors que de N (exposant d'écouissage), M (coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation) et f (taille du défaut).

Barlat (1987) a étendu le modèle MK au critère non quadratique de Hill. Il a remarqué que deux surfaces de charge sensiblement identiques peuvent correspondre à des courbes limites en déformations très visiblement distinctes et inversement. Il a alors utilisé un coefficient P défini par $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ où σ_{ps} est la contrainte limite en déformation plane et σ_b celle en expansion équilibrée. Ce rapport permet une représentation de l'influence de la forme de surface de charge sur les niveaux à striction.

Toutefois, l'analyse MK souffre d'une sélection arbitraire de la taille du défaut d'épaisseur. Ainsi, plusieurs auteurs ont pris en compte l'endommagement résultant de la croissance de cavités dans le matériau. Jalinier (1981) a introduit de l'endommagement dans la version de Hutchinson et *al.* du modèle MK et pris en compte l'épaisseur de flan. Schmitt et Jalinier (1982) ont analysé et modélisé l'endommagement. Ils ont établi une loi générale de croissance des cavités en fonction de la déformation et du chemin de déformation. Chow et *al.* (1997) ont développé une approche d'endommagement afin de mieux comprendre l'influence des cavités sur les CLF.

IV.3. Influence des paramètres rhéologiques et d'anisotropie du matériau sur les CLF

IV.3.1. Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation

Une sensibilité à la vitesse de déformation peut être introduite en définissant la contrainte équivalente sous la forme suivante :

$$\sigma = K(\varepsilon + \varepsilon_0)^n \dot{\varepsilon}^m \quad (\text{I-34})$$

où σ est la contrainte équivalente, ε est la déformation équivalente, ε_0 est la déformation initiale équivalente, n est l'exposant d'écouissage et m le coefficient de sensibilité à la vitesse.

La Figure I-16 représente les déformations limites pour deux valeurs de l'exposant d'écouissage et pour différentes valeurs du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. On

peut voir qu'une sensibilité à la vitesse de déformation croissante déplace les courbes limites de formage vers le haut.

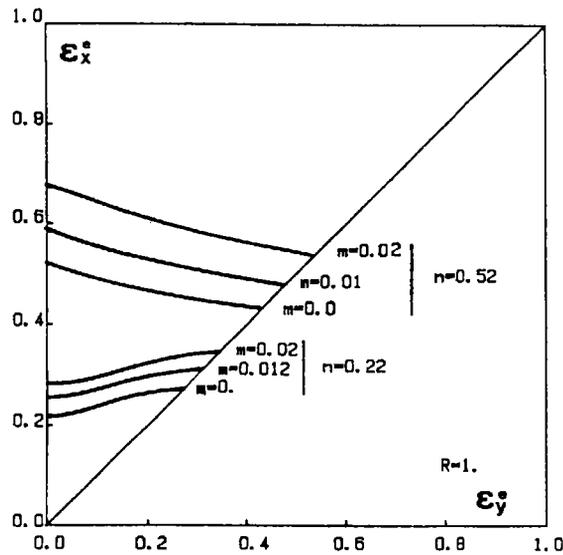


Fig. I-16 : Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation sur les limites de formage en expansion (Dudzinski et al., 1991).

IV.3.2. Effet de température

L'influence de l'échauffement engendré par les déformations plastiques peut être importante aux grandes vitesses de déformation. Il est reconnu que la plus grande partie de l'énergie de déformation plastique est dissipée sous forme d'énergie thermique (environ 90 %). Si la déformation est rapide ou si le matériau est faiblement conducteur, une augmentation locale de la température peut conduire à une localisation thermoplastique.

Quand la température augmente, la limite d'écoulement diminue (matériau thermo-adoucissant). Par suite la déformation plastique va être favorisée dans le défaut et le couplage thermomécanique accélère la localisation.

IV.3.3. Influence du coefficient d'anisotropie

Graf et Hosford (1989) ont étudié l'influence du coefficient d'anisotropie sur les déformations limites en expansion en utilisant le critère quadratique de Hill. Ils se limitent au cas

particulier d'une tôle présentant une anisotropie normale au plan de la tôle. L'exemple est pris avec une valeur du défaut égale à 0,98 et un coefficient d'érouissage de 0,2.

Les courbes qu'ils obtiennent sont presque identiques à celles calculées par Parmar et Mellor (1978) dans les mêmes conditions.

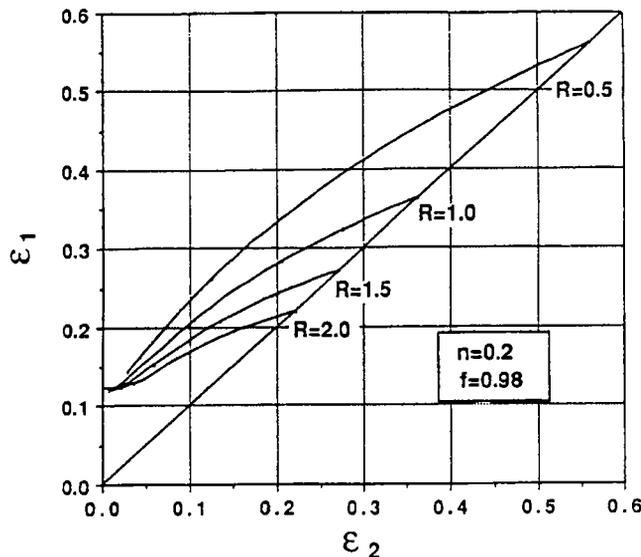


Fig. I-17 : Influence de l'anisotropie (Graf et al., 1989).

On constate sur les courbes limites de formage reportées à la Figure I-17 que des valeurs élevées de R sont pénalisantes pour le domaine de l'expansion biaxiale. La diminution de la formabilité dans le domaine de l'expansion $\rho > 0$ s'explique par un effet de courbure. Plus R est grand, plus la courbure de la surface d'écoulement est forte au point de charge en expansion biaxiale.

IV.3.4. Influence de l'exposant d'érouissage

Les déformations limites calculées avec le critère de von Mises et pour trois valeurs différentes de l'exposant d'érouissage sont montrées à la Figure I-18 (Graf et Hosford, 1989).

On voit qu'une augmentation du coefficient d'érouissage élève le niveau des déformations limites, de façon comparable au coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

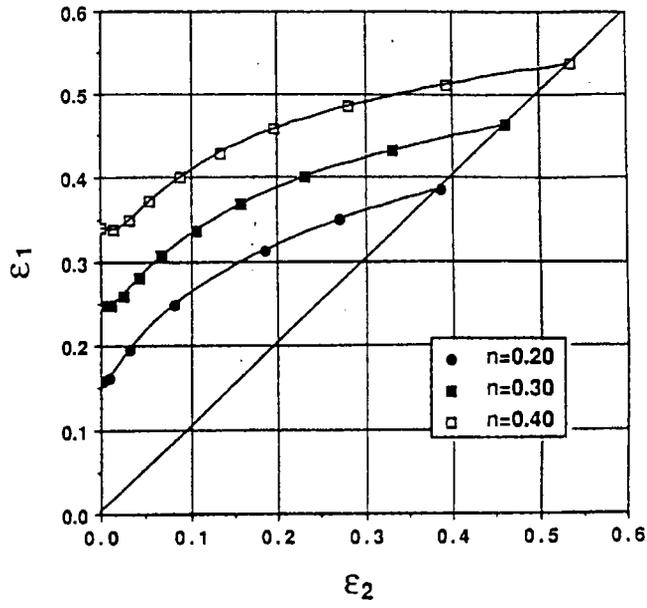


Fig. I-18 : Déformations limites calculées pour trois valeurs du coefficient d'écrouissage (Graf et al., 1989).

VI. CONCLUSION

Dans le domaine de la mise en forme des produits plats par déformation plastique les connaissances ont beaucoup progressé depuis une vingtaine d'années. L'introduction des courbes limites de formage, et les très nombreux travaux expérimentaux liés à celles-ci, ont permis une meilleure connaissance des phénomènes rencontrés lors de l'emboutissage. Ces travaux, obtenus pour des situations très précises (matériaux, conditions opératoires,...) peuvent néanmoins difficilement être étendus à des situations voisines.

Parallèlement, de nombreuses études théoriques se sont développées. Ces études ont été capitales pour la compréhension des phénomènes rencontrés en emboutissage. Elles ont permis de bien analyser l'influence de nombreux paramètres sur les limites d'emboutissage. On retiendra en particulier l'analyse de bifurcation de Hill (1952) qui prédit l'apparition de la striction localisée dans le domaine du rétreint $\varepsilon_2 < 0$; l'analyse de bifurcation de Stören et Rice (1975) qui, en utilisant la théorie de la déformation, permet la détermination complète de la courbe de formage dans tout le domaine compris entre la traction uniaxiale et la traction équibiaxiale, l'approche de localisation introduite par Marciniak et Kuczynski (analyse MK, 1967) et l'approche des perturbations linéarisées introduite par Dudzinski et Molinari (1988).

Ces analyses ont été développées en utilisant différentes descriptions des surfaces de plasticité (Parmar et Mellor, 1978 - Ferron et Mliha-Touati, 1985 - Lian et *al.*, 1989). Les effets de la sensibilité à la vitesse de déformation (Hutchinson et Neale, 1978), et de l'écoulement cinématique (Tvergaard, 1978) ont aussi été analysés, et les surfaces de plasticité issues des calculs d'homogénéisation ont été utilisées dans des prédictions numériques de limites de formage (Toth et *al.*, 1996).

Au niveau industriel, les courbes limites de formage représentées dans les axes des déformations principales de surface sont fréquemment utilisées pour évaluer les chances de réussite d'un embouti et pour essayer de diagnostiquer les causes d'un échec éventuel. Cependant, la limitation à l'emploi généralisé des CLF est leur très forte dépendance des trajectoires de déformation. En effet, la fabrication industrielle de pièces complexes nécessite le plus souvent un emboutissage en plusieurs passes ce qui induit des trajectoires de déformations brisées. Donc, dans certains cas, les CLF usuelles déterminées à partir de trajectoires de déformations linéaires ne sont pas transposables aux conditions dans lesquelles sont réalisées les pièces.

Néanmoins, de récents modèles intrinsèques, c'est-à-dire indépendants du chemin de déformation parcouru, sont apparus. Ces modèles présentent un intérêt considérable pour l'application aux problèmes industriels. Le diagramme des contraintes limites de formage présente un aspect nettement plus intrinsèque que les CLF en déformations. L'intérêt industriel d'un tel

critère est qu'il peut être déterminé simplement à partir d'essais pour lesquels les trajectoires de déformations sont linéaires, et qu'il permet, moyennant le choix d'un modèle de comportement plastique, de prévoir l'apparition de la striction quelles que soient les trajectoires de déformations.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE 1

- ARRIEUX R., BEDRIN C., BOIVIN M.**, Determination of an intrinsic forming limit stress diagram for isotropic sheets, Proc. of the 12th IDDRG Congress, p 61, *1982*
- ARRIEUX R., BEDRIN C., BOIVIN M.**, Determination of the strain path influence on the forming limit diagram from the limit stress curve, CIRP Annals, vol 34/1, p205, *1985*
- ARRIEUX R. et BOIVIN M.**, Determination of the Forming Limit Stress Curve for Anisotropic Sheets, CIRP Annals, vol 36/1, p 195, *1987*
- ARRIEUX R. et BOIVIN M.**, Determination théorique du diagramme des contraintes limites de formage. Application aux matériaux anisotropes, European J. Mech. Eng., vol37, n°2, p89-96, *1991*
- BARATA DA ROCHA A. et JALINIER J.M.**, Plastic instability of sheet metals under simple and complex paths, Trans. ISIJ, vol 24, p 132-140, *1984*
- BARLAT F.**, Crystallographic texture, Anisotropy yield surface and Forming Limits of Sheet Metals, Mat. Sci. Engng., vol 91, p 55, *1987*
- BRIDGMAN P. W.**, The Stress Distribution at the Neck of a Tension, Trans. of ASM., vol 32, p554-574, *1944*
- BUDIANSKY B.**, Anisotropic Plasticity of Plane-Isotropic Sheets, *1982*
- CHAN K. S., KOSS D. A. et GHOSH A. K.**, Localized necking of sheet at negative minor strains, Mater. Trans. , vol 15 A, p 323, *1984*
- CHOW C. L., YU L. G. et DEMERI M. Y.**, A Unified damage Approach for Predicting Forming Limit Diagrams, J. of Eng. Mat. And Tech., vol 119, p 346-353, *1997*
- CONSIDERE A.**, Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions, Annales des Ponts et Chaussées, vol 9, p 574, *1885*
- CORDEBOIS J.P.**, Critères d'instabilité plastique et endommagement ductile à grandes déformations, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris VI, *1983*

- CORDEBOIS J.P. et LADEVEZE P.**, Sur la prévision des courbes limites d'emboutissage, *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, vol 5, n°3, p 341-370, 1986
- DUDZINSKI D. et MOLINARI A.**, Instabilité de la déformation viscoplastique en chargement biaxial, *C.R.Acad.Sci.*, t 307, série II, p 1315-1321, 1988
- DUDZINSKI D. et MOLINARI A.**, Perturbation analysis of thermoviscoplastic instabilities in biaxial loading, *Int. J. Solids Structures*, vol 27, n°5, p 601-628, 1991
- FERRON G. et MLIHA TOUATI M.**, Determination of the forming limits in planar isotropic and temperature sensitive sheet metals, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 237, p 121, 1985
- FERRON G. et MOLINARI A.**, Mechanical and Physical Aspects of Sheet metal Ductility, FLD : Concepts, Methods and Applications, p 111, 1989
- FRANCOIS D., PINEAU A. et ZAOUI A.**, Comportement mécanique des matériaux, vol 1, 1991
- GOODWIN G. M.**, Application of the strain analysis to steel metal forming in press shop, *La Metallurgia Italiana*, n°8, p 767-772, 1968
- GRAF A. et HOSFORD W.**, The Effect of R-value on calculated Forming Limit Curves, FLD : Concepts, Methods and Applications, p 153, 1989
- GRONOSTAJSKI J. Z. et DOLNY K.**, The influence of strain path on sheet metal forming limits, *Proc. Developments in the Drawing of Metals (The Metal Society)*, 1983
- GRUMBACH M. et SANZ G.**, Influence des trajectoires de déformation sur les courbes limites d'emboutissage à striction et à rupture, *Mem. Sci. Rev. Met.*, vol 11, p 659-671, 1974
- HABBAD M. et SIDOROFF F.**, Application du critère d'instabilité de Swift à quelques modèles de comportement, 1er Congrès de Mécanique, Rabat (Maroc), p 75-82, 1993
- HILL R.**, *Mathematical Theory of Plasticity*, Clarendon Press, 1950
- HILL R.**, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 1, p 19-30, 1952

- HILL R.**, Theoretical plasticity of textured aggregates, *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, vol 85, p 179, 1979
- HILL R.**, A Theoretical Perspective on In-Plane Forming of Sheet Metal, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 39, p 295, 1991
- HOLLOMON J. H.**, Tensile Deformation, *Trans. AIME*, vol 162, p 268-290, 1945
- HUTCHINSON J. W. et NEALE K. W.**, Sheet necking II. Time-independant behavior, in *Mechanics of Sheet metal forming*, ed Koistinen & Wang, London, p 127-153, 1978
- HUTCHINSON J. W. et NEALE K. W.**, Sheet necking III. Strain-rate effects, in *Mechanics of Sheet metal forming*, ed Koistinen & Wang, London, p 269-285, 1978
- JALINIER J.M.**, Mise en forme et Endommagement, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Metz, 1981
- KEELER S. P.**, Determination of forming limits in automotive stampings, *Sheet Metal Industries*, vol 42, p 683-691, 1965
- KLEEMOLA H. et PELKKIKANGAS M.T.**, Effects of prediction and strain path on the forming limits of steel, copper and brass, *Sheet Metal Industries*, vol 54, p 571, 1977
- LE LIVRE DE L'ACIER**, Ed. Béranger, Henry et Sanz, SOLLAC, Groupe Usinor, 1994
- LIAN J. et ZHOU D.**, Diffuse necking and localized necking under plane stress, *Mater. Sci. Engng.*, vol 1, p 111, 1989
- LIAN J., ZHOU D. et BAUDELET B.**, Application of Hill's new yield theory to sheet metal forming, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 31, p 237, 1989
- MARCINIAK Z. et KUCZINSKI K.**, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 9, p 609-620, 1967
- MARCINIAK Z., KUCZINSKI K. et POKORA T.**, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 15, p 789-805, 1973

MESRAR R., Influence des paramètres rhéologiques du matériau sur l'emboutissage et étude des courbes limites de formage, Thèse de Doctorat d'Etat à l'Université Ibnou Zohr-Agadir, 1998

MESRAR R., FROMENTIN S., MAKKOUK R., MARTINY M. et FERRON G., Limits to the Ductility of Sheets Subjected to Complex Strain-Paths, *Int. J. of Plasticity*, 1998

MÜSCHENBORN W. et SONNE H.S., Einfluss des Formänderungsweges auf die Grenzformänderungen des Feinblechs, *Arch. Eisenhüttenwes.*, vol 9, p 597, 1975

NAKAZIMA K., Study on the Formability of Sheet Steels, *Yawata Tech. Rept.*, n°264, p 141, 1968

NEEDLEMAN A. et TVERGAARD V., *Mechanical Behaviour of Materials*, IV, Pergamon Press, p 51-65, 1984

OHNO N. et HUTCHINSON J.W., Plastic Flow Localization Due to Non-Uniform Void Distribution, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 32, p 63-85, 1984

OYANE M., On criteria for Ductile Fracture, *J. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, vol 75, p 596-601, 1972

PARMAR A. et MELLOR P. B., Predictions of limit strains in sheet metal using a more general yield criterion, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 20, p 385, 1978

RANTA-ESKOLA A. J., Effect of loading path on the formability of sheet metals, *Mem. Sci. Rev. Met.*, vol 4, p 543, 1980

RASMUSSEN S.N., Assessing the influence of strain path on sheet metal forming limits, *Proc. 12th IDDRG Congress*, p 83, 1982

SCHMITT J. H. et JALINIER J. M., Damage in Sheet Metal Forming, *Acta Metall.*, vol 30, p 1789-1798, 1982

SOWERBY R. et DUNCAN J. L., Failure in sheet metal in biaxial tension, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 13, p 217-229, 1971

STÖREN S. et RICE J. R., Localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 23, p 421-441, 1975

SWIFT H. W., Plastic instability under plane stress, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 1, p 1-18, 1952

TAKUDA H., MORI K., JINNO A., et HATTA N., Finite Element Simulation of Redrawing Processes with Ductile Fracture Criterion, Proc. 3rd AEPA'96, Hiroshima, 1996

TAYLOR B., Sheet metal formability, AISI Committee of Sheet Steel Producers, American Iron and Steel Institute, Washington D.C., 1984

TIMOTHY S. P., A Modified Technique to Measure Formability in Plane-Strain, FLD : Concepts, methods and Applications, p 21, 1989

TOTH L. S., DUDZINSKI D. et MOLINARI A., Forming Limit Predictions with the Perturbation Method using Stress Potential Functions of Polycrystal Viscoplasticity, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 38, p 805-824, 1996

TVERGAARD V., Effect of kinematic hardening on localized necking in biaxially stretched sheet, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 20, p 651, 1978

TVERGAARD V., Effect of Yield Surface Curvature and Void Nucleation on Plastic Flow Localization, *J. Mech. Phys. Solids*, vol 35, p 43-60, 1987

YAMAGUCHI K., MORI K., KAWAGUCHI T. et TAKAKURA N., Prediction of Forming Limit of Sheet Metals by Finite Element Simulation Combined with Ductile Fracture, Proc. of AEPA'96, Hiroshima, p 697-702, 1996

CHAPITRE II :

ETABLISSEMENT ET
VALIDATION D'UN
CRITERE DE STRICTION
INTRINSEQUE DES TOLES

I.INTRODUCTION

Le développement de la striction localisée pendant le formage des tôles métalliques a conduit à des études numériques ayant pour objectif de déterminer les déformations limites définissant le succès des procédés de mise en forme. On a vu que ces déformations limites sont généralement présentées sous la forme de courbes limites de formage (CLF).

Les effets stabilisants de l'écrouissage et de la sensibilité à la vitesse de déformation sont bien compris. Par ailleurs, les trajectoires de déformation dévient vers la déformation plane dans la zone de localisation de la déformation plastique. Ceci explique l'influence du trajet de déformation imposé sur les déformations limites et la forme générale des CLF (Sowerby et Duncan, 1971 - Ferron et Molinari, 1989). Ainsi, la forme de la surface de plasticité affecte fortement la pente des CLF dans le domaine de l'expansion ($\rho > 0$). Cet effet de la forme de la surface de plasticité peut être quantifié soit par la courbure locale de la surface (Ferron et Mliha-Touati, 1985 - Zeghloul et *al.*, 1990), soit par le rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ entre la contrainte en déformation plane et la contrainte en déformation équibiaxiale (Barlat, 1987 - Lian et *al.*, 1989).

Cependant, dans des opérations industrielles de formage, les chemins de déformation peuvent être fortement non - linéaires. La détermination des limites de formage a, par conséquent, été étendue au cas des chemins de déformation complexes, et en particulier à des séquences constituées de chemins de déformation linéaires consécutifs (traction équibiaxiale puis traction uniaxiale ou traction uniaxiale puis traction équibiaxiale, par exemple).

Dans ce cas de chemins de déformation complexes, les résultats expérimentaux (Müschborn et Sonne, 1975 - Kleemola et Pelkkikengas, 1977) et les analyses de localisation (Rasmussen, 1982 - Barata da Rocha et Jalinier, 1984) tendent à montrer que la ductilité est principalement gouvernée par un niveau de déformation équivalente limite qui dépendrait du chemin de déformation courant suivi par le matériau.

Dans ce chapitre nous avons choisi de développer une analyse de localisation (MK) pour les matériaux à isotropie planaire. Cette analyse, qui peut être appliquée à n'importe quelle forme analytique de la surface de plasticité, est particularisée au critère de plasticité en contraintes planes récemment proposé par Ferron et *al.* (1994). Elle est ensuite utilisée dans des prédictions numériques de limites de formage pour des chemins de déformation linéaires, bilinéaires et curvilignes. Des expressions analytiques empiriques sont finalement proposées pour décrire les courbes limites de formage que nous avons choisi de représenter sous la forme de la déformation équivalente limite en fonction du rapport de vitesse de déformation.

II. ANALYSE DE LOCALISATION

II.1. Formulation de l'analyse de localisation

L'analyse de localisation est basée sur l'hypothèse d'un défaut préexistant, sous la forme d'une bande de plus faible épaisseur inclinée par rapport aux directions principales des contraintes.

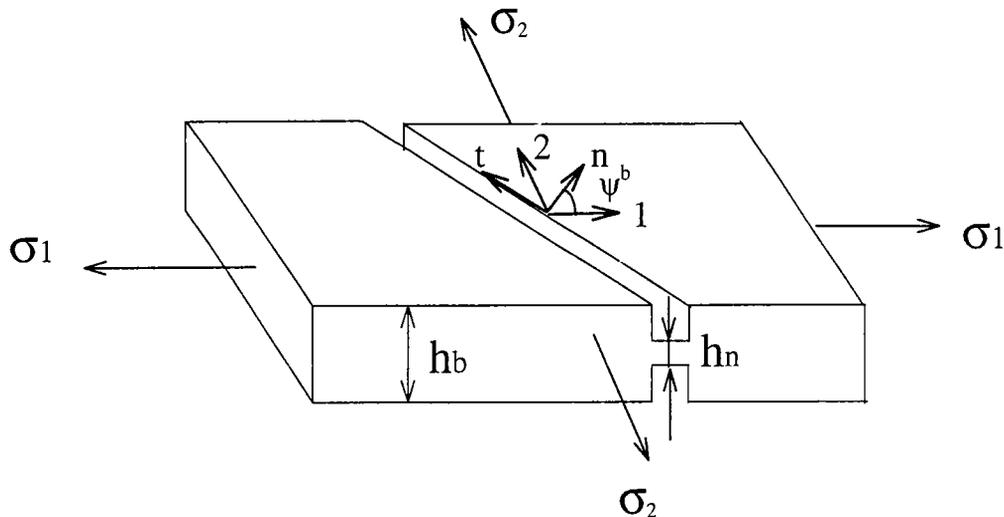


Fig. II-1 : Représentation schématique du défaut linéaire d'épaisseur à travers la tôle.

La tôle est donc constituée de deux zones : une zone homogène et une zone de sous-épaisseur, caractérisées par les indices supérieurs b et n respectivement (b pour bulk et n pour neck). La taille initiale du défaut est donnée par :

$$f = \frac{h^b(0) - h^n(0)}{h^b(0)} \quad (\text{II-1})$$

où $h(t)$ est l'épaisseur à l'instant t .

Le matériau est supposé être rigide viscoplastique et obéit à la théorie de l'écoulement avec écrouissage isotrope. En supposant un comportement à isotropie plane, les directions principales de contraintes et de vitesses de déformation coïncident, dans l'une ou l'autre des deux zones.

Les directions principales dans la zone homogène sont supposées rester fixes, parallèles à un système de coordonnées matérielles. Dans le cas général où la bande n'est pas le long d'une direction principale, elle subit une rotation pendant la déformation, et l'angle $\psi^b = (1,n) = (2,t)$ qui

définit l'inclinaison de la bande avec les directions principales dans la zone homogène est liée à l'inclinaison initiale de la bande $\psi^b(0)$ par :

$$\tan \psi^b = \exp(\varepsilon_1^b - \varepsilon_2^b) \tan \psi^b(0) \quad (\text{II-2})$$

où ε_1^b et ε_2^b sont respectivement la plus grande et la plus petite des déformations principales dans le plan de la tôle.

Les équations de base conduisant à la mise en équation du processus de localisation sont données par les conditions d'équilibre avec l'hypothèse de contraintes planes généralisées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn}^n h^n = \sigma_{nn}^b h^b \\ \sigma_{nt}^n h^n = \sigma_{nt}^b h^b \end{array} \right. \quad (\text{II-3})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn}^n h^n = \sigma_{nn}^b h^b \\ \sigma_{nt}^n h^n = \sigma_{nt}^b h^b \end{array} \right. \quad (\text{II-4})$$

la condition de compatibilité

$$\dot{\varepsilon}_{tt}^n = \dot{\varepsilon}_{tt}^b \quad (\text{II-5})$$

et les expressions des composantes des contraintes et des vitesses de déformation dans les axes (n,t):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn} = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi \\ \sigma_{nt} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \psi \cos \psi \end{array} \right. \quad (\text{II-6})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn} = \sigma_1 \cos^2 \psi + \sigma_2 \sin^2 \psi \\ \sigma_{nt} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \psi \cos \psi \end{array} \right. \quad (\text{II-7})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varepsilon}_{tt} = \dot{\varepsilon}_1 \sin^2 \psi + \dot{\varepsilon}_2 \cos^2 \psi \end{array} \right. \quad (\text{II-8})$$

où σ_{ij} et $\dot{\varepsilon}_{ij}$ sont respectivement les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy et du tenseur des vitesses de déformation.

Dans le cas général où la bande n'est pas dirigée le long de la direction de la plus petite contrainte principale σ_2 (c'est-à-dire dans le domaine de l'extension où la valeur $\psi^b(0)$ minimisant les déformations limites est différente de zéro), les directions principales de contraintes et de vitesses de déformation dans la zone de sous-épaisseur tournent au cours de la déformation. Les équations de localisation développées dans le paragraphe II-3 font appel à l'angle ψ^n définissant l'inclinaison de la bande par rapport aux directions principales dans la zone de sous-épaisseur. Cet angle sera pris comme une inconnue du problème de localisation. Il en résulte que les équations (II-6) - (II-8) seront appliquées aussi bien dans la zone de défaut que dans la zone homogène.

II.2. Equations constitutives du modèle de plasticité

Les équations constitutives de plasticité orthotrope proposées par Ferron et *al.* (1994) sont utilisées ici dans le cas d'un matériau à isotropie plane (ou anisotropie normale). A partir de

l'hypothèse d'isotropie plane, un état de contrainte plane est caractérisé de façon complète par les composantes des contraintes principales σ_1 et σ_2 , et l'expression de la fonction de charge peut être écrite sous la forme :

$$f = \Phi(\sigma_1, \sigma_2) - \sigma \quad (\text{II-9})$$

où σ est une mesure de la contrainte équivalente, prise ici comme étant la contrainte d'écoulement en traction équibiaxiale.

En utilisant le changement de variables défini par : $x_1 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ et $x_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$, on obtient :

$$f = \Psi(x_1, x_2) - \sigma \quad (\text{II-10})$$

Une représentation paramétrique de la surface de charge définie par : $x_1 = x_1(\theta, \sigma)$ et $x_2 = x_2(\theta, \sigma)$ est adoptée, dans laquelle le paramètre θ est l'angle polaire associé à la description paramétrique suivante:

$$x_1 = G(\theta, \sigma) \cos\theta \quad x_2 = G(\theta, \sigma) \sin\theta \quad (\text{II-11})$$

où $G(\theta, \sigma)$ représente le rayon polaire en un point de la surface de charge dans le plan (x_1, x_2) . Dans l'hypothèse d'une expansion isotrope des surfaces de charge, les fonctions $\phi(\sigma_1, \sigma_2)$ et $\Psi(x_1, x_2)$ sont homogènes de degré 1 et $G(\theta, \sigma)$ s'exprime comme suit :

$$G(\theta, \sigma) = \sigma g(\theta) \quad (\text{II-12})$$

où $g(\theta)$ décrit la surface de charge normalisée. Le principe de description de la surface est illustrée sur la Figure II-2 :

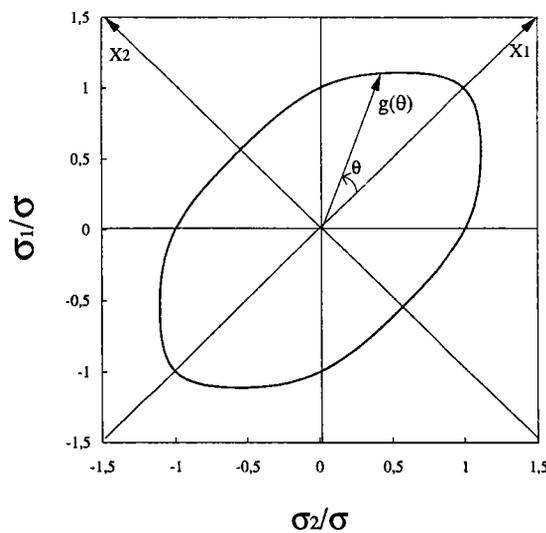


Fig. II-2 : Représentation de la surface de plasticité en coordonnées polaires dans l'espace des contraintes principales (σ_1, σ_2) .

En utilisant les relations précédentes on obtient :

$$\sigma_1 = \sigma g(\theta) \sqrt{2} \sin(\theta + \pi/4) \quad (\text{II-13})$$

$$\sigma_2 = \sigma g(\theta) \sqrt{2} \cos(\theta + \pi/4) \quad (\text{II-14})$$

La loi de normalité permet d'exprimer les vitesses de déformation plastique (Ferron et *al.*, 1994):

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{g(\theta) \sin(\theta + \pi/4) - g'(\theta) \cos(\theta + \pi/4)}{\sqrt{2}g(\theta)^2} \dot{\epsilon} \quad (\text{II-15})$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{g(\theta) \cos(\theta + \pi/4) + g'(\theta) \sin(\theta + \pi/4)}{\sqrt{2}g(\theta)^2} \dot{\epsilon} \quad (\text{II-15/bis})$$

où $\dot{\epsilon}$ est la vitesse de déformation plastique équivalente conjuguée de σ , et $g' = dg/d\theta$.

En particulier, le rapport de vitesses de déformation $\rho = \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}$ est donné par :

$$\rho = \frac{g(\theta) \cos(\theta + \pi/4) + g'(\theta) \sin(\theta + \pi/4)}{g(\theta) \sin(\theta + \pi/4) - g'(\theta) \cos(\theta + \pi/4)} \quad (\text{II-16})$$

Une expression de la fonction $g(\theta)$ permettant d'obtenir un bon ajustement de résultats expérimentaux ou obtenus par calculs micro - macro est donnée par (Ferron et *al.*, 1994) :

$$(1-k) g^{-6}(\theta) = (\cos^2\theta + A \sin^2\theta)^3 - k \cos^2\theta (\cos^2\theta - B \sin^2\theta)^2 \quad (\text{II-17})$$

où k , A et B sont des constantes positives. L'équation (II-17) représente une extension du critère isotrope de Drucker (1949) au cas de l'isotropie planaire ($A=3$ et $B=9$, pour le critère de Drucker). Le critère quadratique de Hill est également retrouvé avec $k=0$, $A=1+2R$, où R est le coefficient de Lankford. En supposant une isotropie plane, les paramètres du matériau k , A et B dans (II-17) peuvent être déterminés à partir des quantités (σ/τ) , (σ/σ_u) et R où τ et σ_u sont les contraintes en cisaillement pur et en traction uniaxiale respectivement. Un aplatissement de la surface de charge en contraintes planes près du cisaillement pur et en déformations planes en traction/compression est obtenu en augmentant le paramètre k de (II-17).

Finalement la fonction de charge préalablement définie est utilisée comme potentiel plastique pour un matériau viscoplastique dont la loi de comportement équivalente est exprimée sous la forme multiplicative :

$$\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^N (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)^M \quad (\text{II-18})$$

où $\dot{\epsilon}_0$ est une vitesse de déformation de référence, N est l'exposant d'écrouissage et M est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation ; K et ϵ_0 sont des constantes.

Dans les simulations présentées plus loin, cependant, il sera approprié de définir les contrainte, déformation et vitesse de déformation équivalentes à partir du comportement en traction plane. En notant $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\varepsilon}$ et $\tilde{\dot{\varepsilon}}$ ces nouvelles quantités équivalentes, la loi constitutive s'écrit :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{K}(\tilde{\varepsilon}_0 + \tilde{\varepsilon})^N (\tilde{\dot{\varepsilon}} / \tilde{\dot{\varepsilon}}_0)^M \quad (\text{II-19})$$

Le passage de (II-18) à (II-19) est obtenu par le biais des transformations $\tilde{\sigma} = P\sigma$, $\tilde{\dot{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon} / P$ et $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon / P$, où le rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$, entre la contrainte d'écoulement en traction plane et la contrainte en traction équibiaxiale, est obtenu à partir de (II-13), c'est-à-dire $P = g(\theta_{ps}) \sqrt{2} \sin(\theta_{ps} + \pi/4)$.

II.3. Equations de localisation

Les calculs sont menés de façon incrémentale, par une procédure itérative où le système d'équations suivantes dérivées de (II-3) - (II-5) doit être satisfait à la fin de l'incrément :

$$\frac{\sigma_{nt}^n}{\sigma_{nn}^n} = \alpha^b \quad (\text{II-20})$$

$$\sigma_{nn}^n h^n = F_n^b \quad (\text{II-21})$$

$$\Delta \varepsilon_{tt}^n = \Delta \varepsilon_{tt}^b \quad (\text{II-22})$$

où $\alpha^b = \sigma_{nt}^b / \sigma_{nn}^b$ et $F_n^b = \sigma_{nn}^b h^b$ est la force normale à la bande. Le chemin imposé dans la zone homogène peut être caractérisé par l'angle θ^b sur la surface de charge (θ^b constant pour un chemin linéaire ou variable pour un chemin non - linéaire).

A un certain niveau du processus de déformation, c'est-à-dire pour un θ^b donné, le rapport des vitesses de déformation ρ^b est déterminé en utilisant (II-16), et tous les incréments pour la zone homogène peuvent être calculés en supposant une valeur donnée de l'incrément de déformation équivalente $\Delta \varepsilon^b$. Les incréments des déformations principales $\Delta \varepsilon_1^b$ et $\Delta \varepsilon_2^b$ sont déterminés en utilisant (II-15) et l'incrément de déformation à travers l'épaisseur $\Delta \varepsilon_3^b$ est déterminé à partir de la condition d'incompressibilité plastique. Alors, l'incrément de l'épaisseur $\Delta h^b = h^b \Delta \varepsilon_3^b$ est donc connu, et toutes les déformations à la fin de l'incrément peuvent être réactualisées. La nouvelle inclinaison de la bande est calculée en utilisant (II-2), et l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_{tt}^b$ tangentielle à la bande est déterminé à partir de (II-8). La nouvelle contrainte équivalente est donnée par (II-18), les nouvelles contraintes principales σ_1^b et σ_2^b sont calculées à partir de (II-13) et (II-14) et, σ_{nn}^b et σ_{nt}^b sont obtenues de (II-6) et (II-7). Les équations (II-20), (II-21), (II-22)

représentent alors un système d'équations non linéaires pour les inconnues dans la bande : θ^n , ψ^n et $\Delta\varepsilon^n$.

La méthode de résolution est détaillée dans l'annexe 1.

III.DETERMINATION DES LIMITES DE FORMAGE

III.1.Limites de formage pour des chemins linéaires

De nombreuses études portant sur les influences de la taille du défaut (f) et des paramètres du matériau caractérisant l'érouissage (N), la sensibilité à la vitesse de déformation (M) et la contrainte équivalente (c'est à dire la forme de la surface de plasticité) ont été publiées. On peut retenir tout d'abord que la limite de formage est minimale en terme de déformation équivalente pour la traction plane (Ferron et Molinari, 1989). Aussi, en supposant une taille donnée du défaut et une loi contrainte - déformation - vitesse de déformation en traction plane donnée, la déformation limite ε_{1ps}^* en traction plane ne dépend pas de la surface de plasticité considérée. Ces caractéristiques viennent de l'absence de déviation du chemin de déformation dans la zone de sous - épaisseur pour le chargement de traction plane. En comparaison, un effet stabilisant est obtenu pour n'importe quel autre chemin de chargement, ce qui s'explique par une augmentation de la contrainte normale à l'intérieur de la bande, résultant de la déviation du chemin de déformation vers la traction plane (Sowerby et Duncan, 1971 - Ferron et Molinari, 1989).

Ainsi, si la loi reliant les contrainte, vitesse de déformation et déformation équivalentes est identifiée en traction plane, et en notant $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\varepsilon}$ et $\tilde{\varepsilon}^*$ ces quantités, la déformation équivalente limite $\tilde{\varepsilon}_{ps}^*$ en traction plane ($\tilde{\varepsilon}_{ps}^* = \varepsilon_{1ps}^*$) ne dépend pas de la surface de plasticité considérée, et constitue un minimum des déformations équivalentes limites $\tilde{\varepsilon}^*$ entre la traction uniaxiale et la traction équi-biaxiale.

III.1.1.Influence de la taille du défaut, de l'exposant d'érouissage et de la sensibilité à la vitesse de déformation

Afin d'anticiper sur l'analyse des limites de formage pour des chemins de déformation non linéaires, les résultats en chemins linéaires sont représentés ci-après sous la forme des déformations équivalentes limites $\tilde{\varepsilon}^*$ en fonction du rapport des vitesses de déformation ρ . Les trajets linéaires correspondent alors à des demi-droites verticales dans ces axes. Nous reportons également les CLF usuelles, dans les axes $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ des déformations principales de surface.

Les influences de la taille f du défaut, de l'exposant d'érouissage N et du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation M sont reportées sur les figures II-2 à 4, pour une surface de plasticité de von Mises. Ces résultats montrent en particulier la très forte influence de la taille du défaut dans le domaine de l'expansion ($\rho > 0$), alors que les influences de N et M sont

qualitativement comparables, et se traduisent par une élévation globale des limites de formage dans tout le domaine ($\rho = -1/2 ; \rho = 1$) lorsque N et/ou M augmentent. On observe également dans le domaine de l'extension ($\rho < 0$) que les déformations limites correspondent avec une bonne précision à une déformation en épaisseur critique indépendante de ρ ($\epsilon_1 + \epsilon_2 \approx \text{cste}$, voir les figures dans les axes (ϵ_1, ϵ_2)).

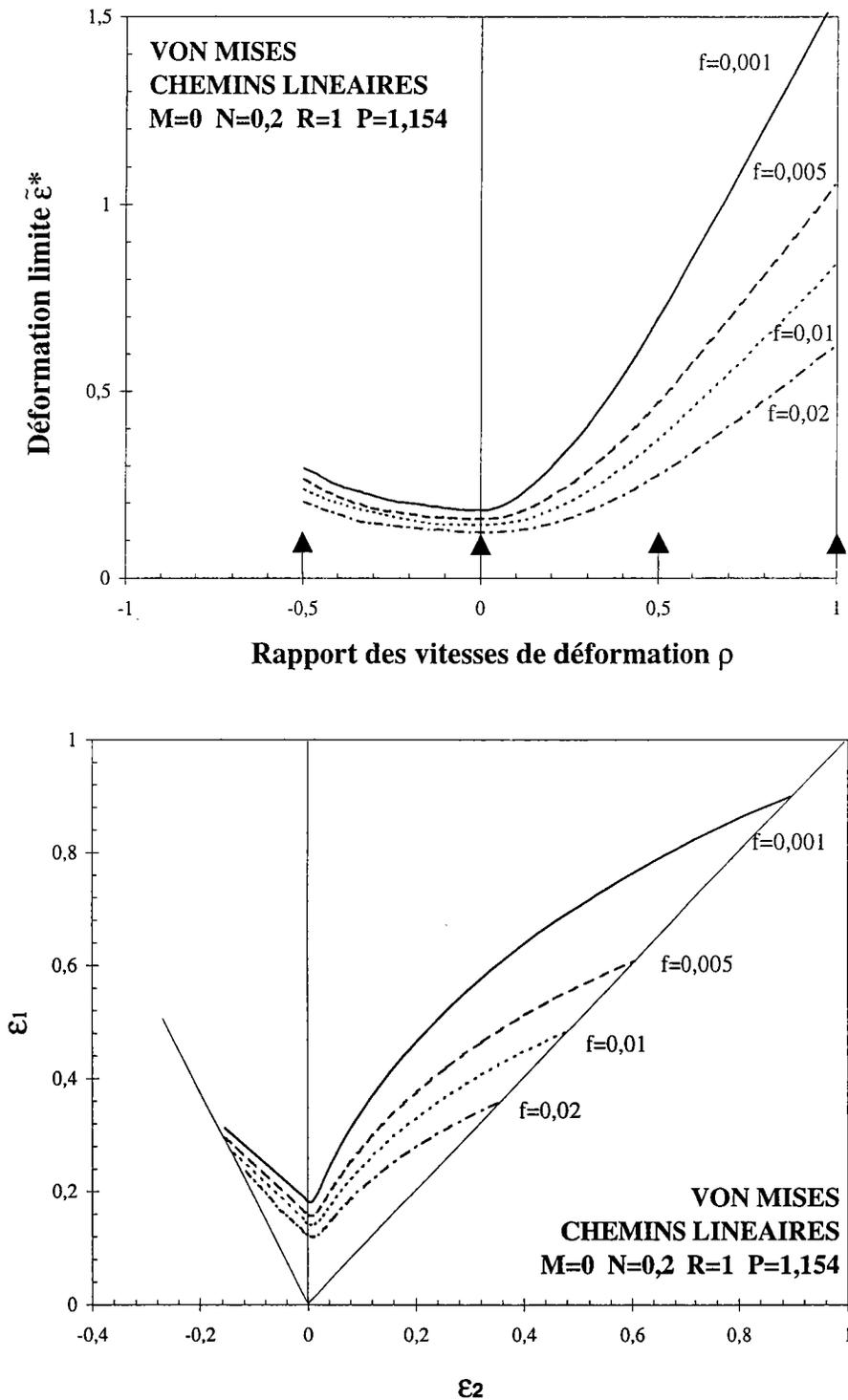


Fig. II-3 : Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence de la taille du défaut.

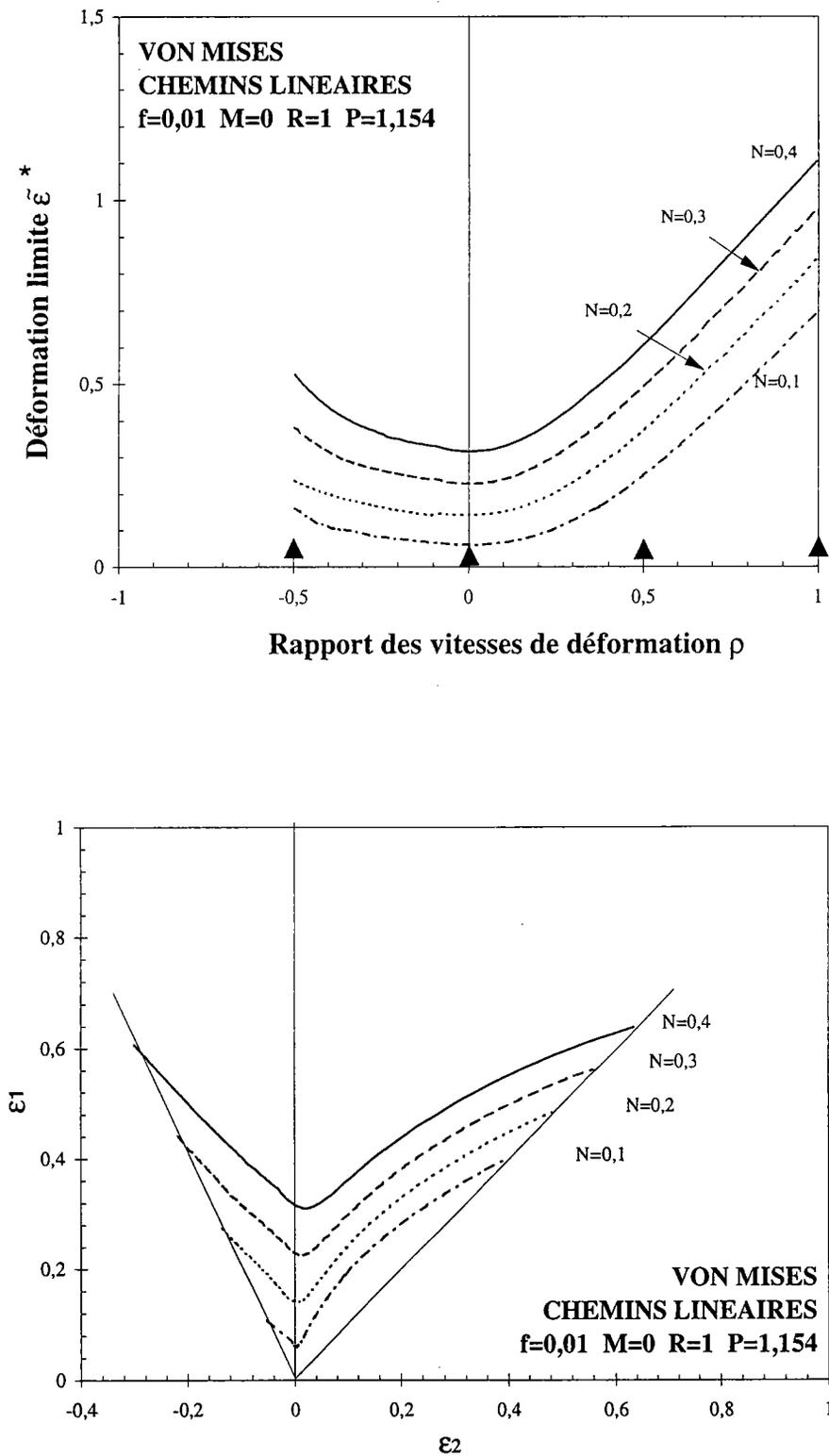


Fig. II-4 : Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence de l'exposant d'écrouissage.

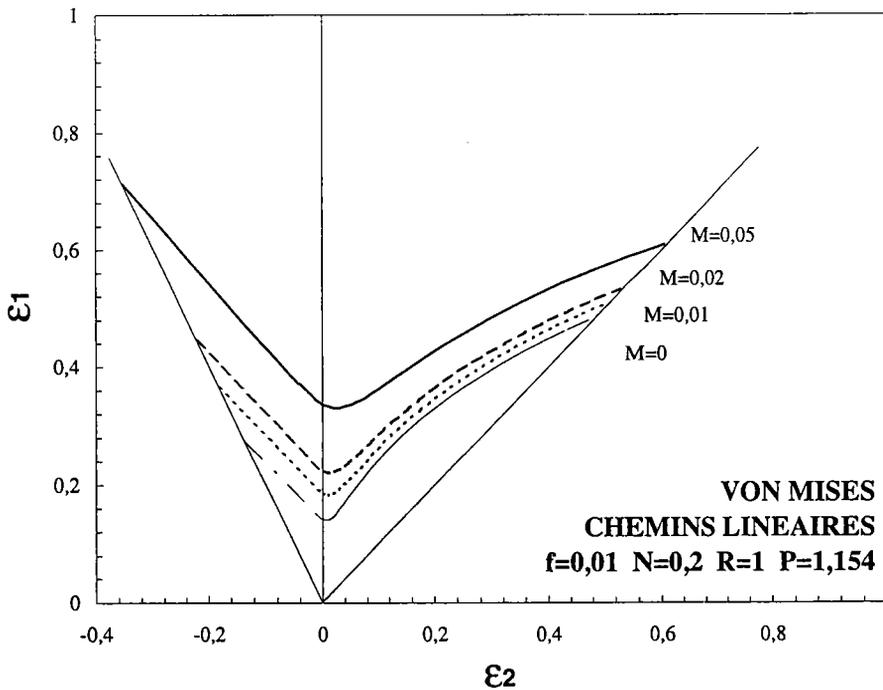
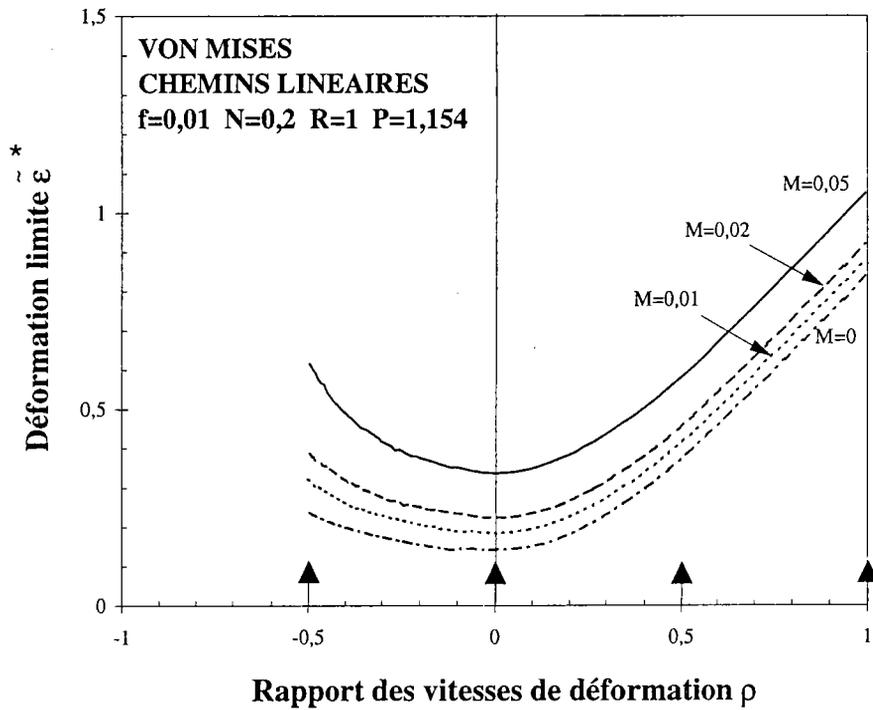


Fig. II-5: Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

III.1.2. Influence de la forme de la surface de plasticité

L'influence de la forme de la surface de plasticité a été analysée en envisageant différentes valeurs du coefficient de Lankford R , couplées à l'utilisation du critère quadratique de Hill ($k = 0$ dans II-17) et au modèle de Ferron et *al.* (avec $k = 0,2$ et $B=3A$ dans II-17). Ces surfaces sont représentées sur les Figures II-6a et II-6b.

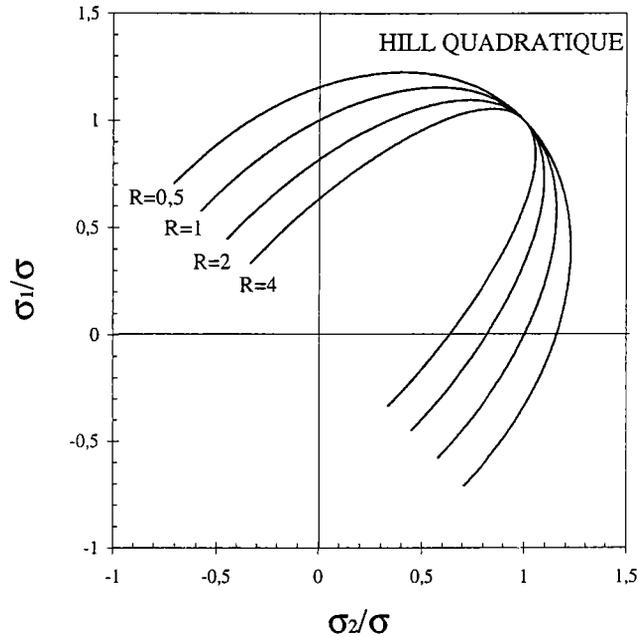


Fig. II-6a : Surfaces de charge pour différentes valeurs du coefficient d'anisotropie R et pour $k=0$ (équation II-17) (critère quadratique de Hill). Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équivalente.

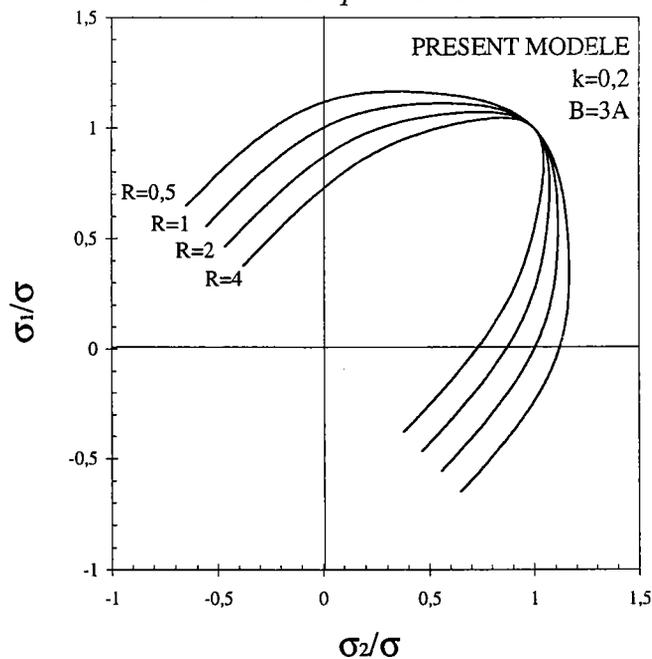


Fig. II-6b: Surfaces de charge pour différentes valeurs du coefficient d'anisotropie R et pour $k=0,2$ et $B=3A$ (équation II-17). Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équivalente.

Les déformations équivalentes limites correspondantes obtenues avec $f = 0,01$, $N = 0,2$, $\epsilon_0 = 0,002$ et $M = 0$ sont reportées sur les figures II-7 et II-8. Sur toutes les figures, nous avons reporté la valeur du rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ entre les contraintes d'écoulement en traction plane et en traction équilibiaxiale.

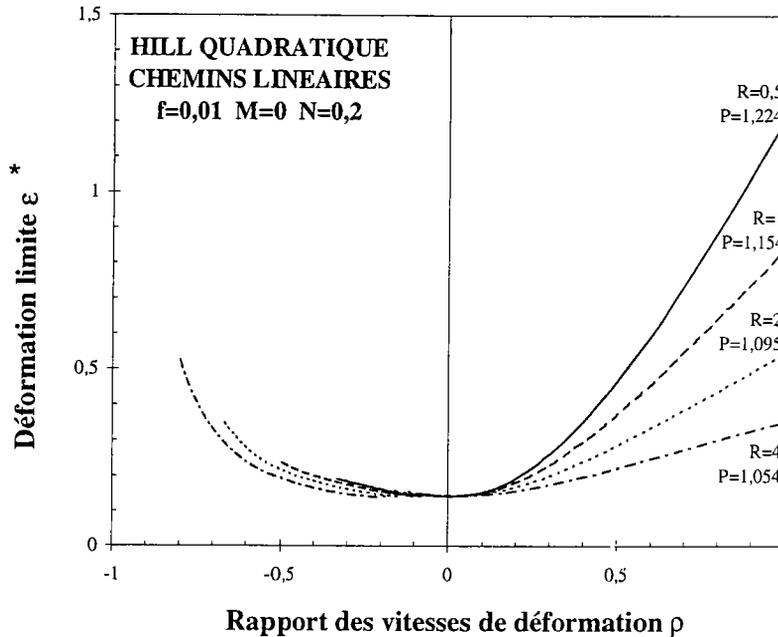


Fig. II-7 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de Lankford R et pour le critère quadratique de Hill.

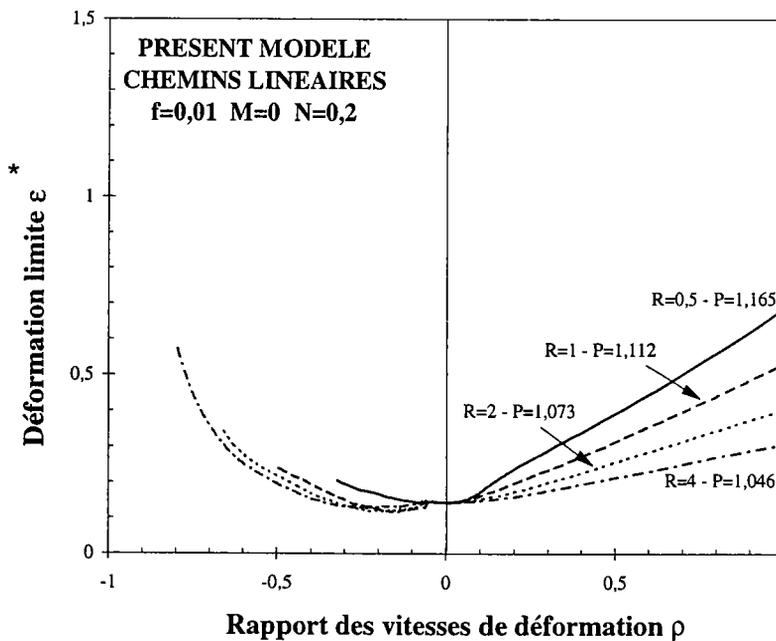


Fig. II-8 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de Lankford R et pour le modèle de Ferron et al. (1994).

Les très fortes variations de limites de formage observées sont en relation directe avec la forme des surfaces de plasticité. Avec le critère quadratique de Hill (Figure II-6a), la courbure de la surface de charge dans le domaine de l'expansion croît (ou le rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ entre la contrainte en traction plane et la contrainte en traction équibiaxiale décroît) lorsque le coefficient de Lankford R augmente. Ceci explique la diminution des déformations limites obtenues dans cette région lorsque R augmente.

D'autre part le rapport σ_{ps}/σ_u entre la contrainte en traction plane et la contrainte en traction uniaxiale croît lorsque R augmente, ce qui explique l'augmentation des déformations limites obtenues en extension lorsque R augmente, **pour un rapport de contraintes donné**. Ces tendances sont retrouvées avec le modèle de Ferron *et al.* (1994), (Figure II-6b), mais avec des valeurs de déformations limites moins élevées et une sensibilité moins marquée vis-à-vis de R dans le domaine de l'expansion, en raison d'une plus faible valeur de P pour un R donné.

III.2.Limites de formage pour des chemins complexes

Nous avons vu que les CLF représentées dans les axes (ϵ_1, ϵ_2) ne sont pas aptes à rendre compte des déformations limites pour des chemins de déformation non linéaires. Les expériences et les analyses de localisation pour des chemins de déformation bilinéaires montrent en effet le rôle primordial joué par la prédéformation équivalente ϵ_I atteinte pendant la première étape du chargement, comparée à la déformation équivalente limite ϵ^* (ρ_{II}) atteinte dans un trajet linéaire de même direction que le second trajet du chargement séquentiel. En comparaison, la taille du défaut à la fin de la première étape du chargement semble être un paramètre d'importance secondaire pour évaluer la ductilité résiduelle pour le second chemin.

La construction graphique proposée par Müschenborn et Sonne (1975) est en accord avec ces observations. La procédure est la suivante : le point limite dans les axes (ϵ_1, ϵ_2) est déterminé par l'utilisation de l'ellipse d'isodéformation de von Mises à la fin de la première étape du chargement, $\epsilon = \epsilon_1$, et en supposant que la déformation équivalente additionnelle $\Delta\epsilon$ qui peut être réalisée pendant le second chargement est égale à $\Delta\epsilon = \epsilon^*(\rho_{II}) - \epsilon_1$.

Considérons plus généralement, à la place de l'ellipse d'isodéformation de von Mises à la fin de la première étape du chargement, la surface de déformation équivalente conjuguée de la surface de charge en contraintes planes. On s'aperçoit que l'approche proposée par Müschenborn et Sonne revient à considérer le tracé de la valeur limite de toute quantité équivalente présentant une évolution monotone (par exemple la contrainte ou la déformation équivalentes) en fonction d'une quantité caractérisant le chemin de chargement (par exemple le rapport des contraintes σ_2/σ_1 ou le

rapport des vitesses de déformation ρ) comme une courbe limite intrinsèque. On peut également observer que la courbe limite intrinsèque proposée par Arrieux et *al.* (1983) sous la forme d'une courbe dans les axes (σ_1, σ_2) obéit au même concept de déformation équivalente limite, puisqu'à un point limite (σ_1^*, σ_2^*) sont associés de façon univoque, au travers du critère de plasticité utilisé, un niveau de contrainte équivalente (ou de déformation équivalente) donné et un rapport de contraintes (ou de vitesses de déformation) donné.

L'ensemble des représentations évoquées ci-dessus sont donc équivalentes, ce qui justifie l'utilisation de la représentation $(\tilde{\epsilon}^*, \rho)$ déjà employée pour les trajets linéaires pour rendre compte des résultats en trajets complexes.

III.2.1. Chemins de déformation bilinéaires

Les différents trajets bilinéaires pour lesquels les résultats de simulations sont représentés ci-après correspondent à une prédéformation de direction donnée, suivie du balayage de tout le domaine (traction uniaxiale \rightarrow traction équibiaxiale).

Les prédéformations ont été effectuées en traction plane (Figure II-9), en traction uniaxiale (Figure II-10) et en traction équibiaxiale (Figure II-11), pour différents niveaux, repérés sur les figures par la valeur de prédéformation équivalente $\tilde{\epsilon}_I$ (correspondant comme nous l'avons vu à une définition de la déformation équivalente en traction plane). Les trois représentations dans les axes $(\tilde{\epsilon}, \rho)$, (ϵ_1, ϵ_2) et (σ_1, σ_2) sont reportées. Les flèches sur les figures représentent schématiquement le type de trajet étudié. Seuls sont reportés sur les figures les résultats pour de fortes valeurs de prédéformation. En effet, le concept de courbe limite intrinsèque est vérifié de façon quasi-parfaite, pour les valeurs de prédéformation plus faibles, aussi bien dans les axes $(\tilde{\epsilon}, \rho)$ que dans les axes (σ_1, σ_2) .

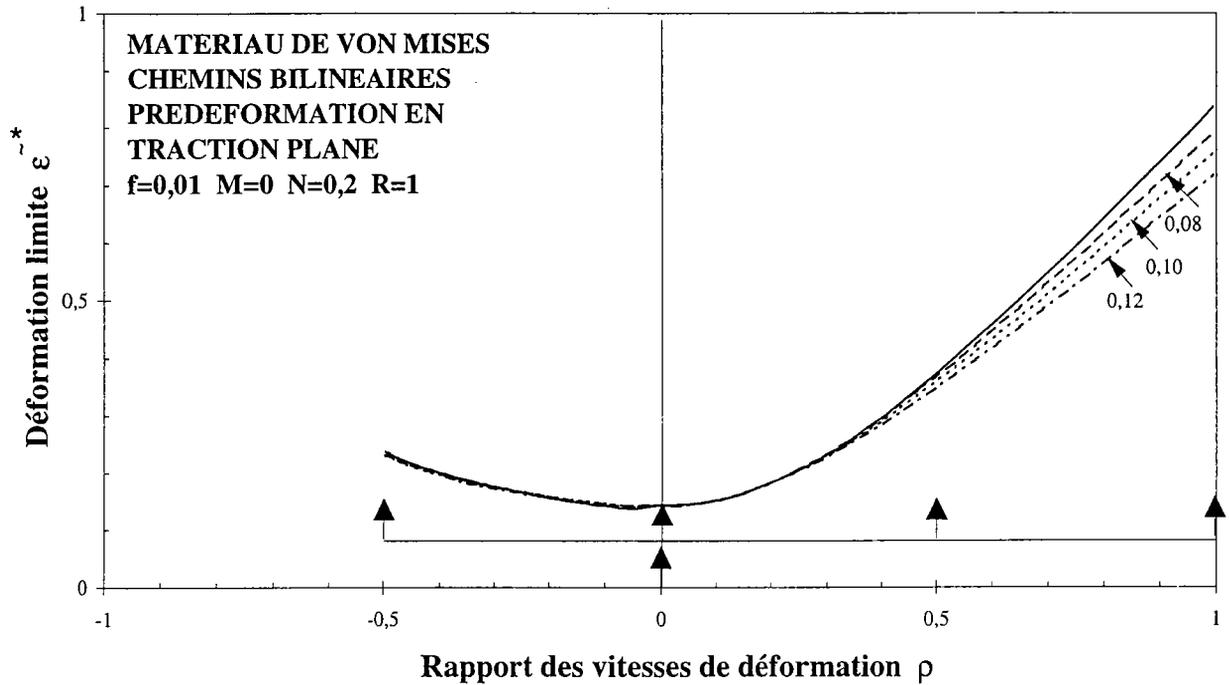


Fig. II-9(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations en traction plane, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

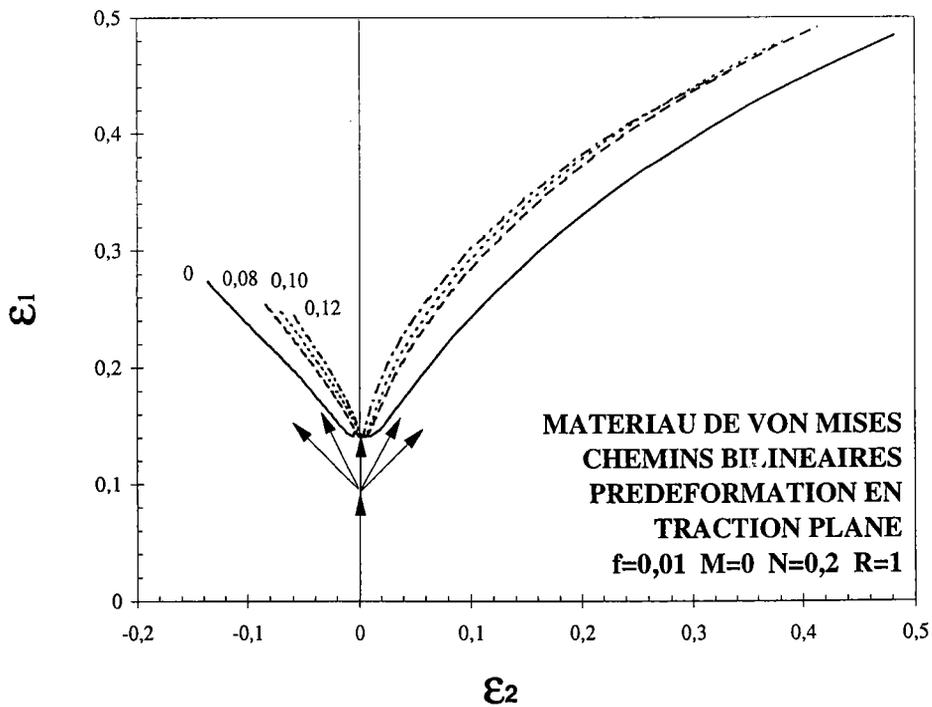


Fig. II-9(b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction plane.

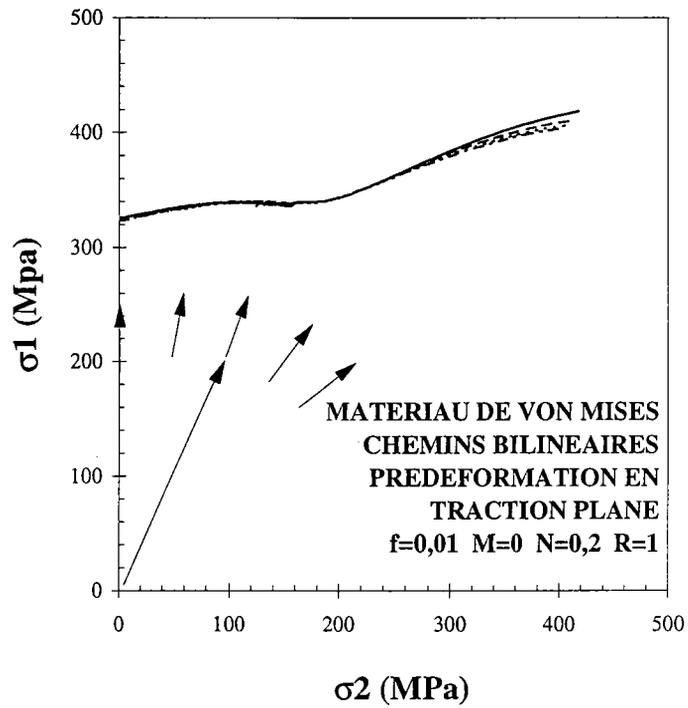


Fig. II-9(c) : Courbes limites en contraintes après différentes prédéformations en traction plane.

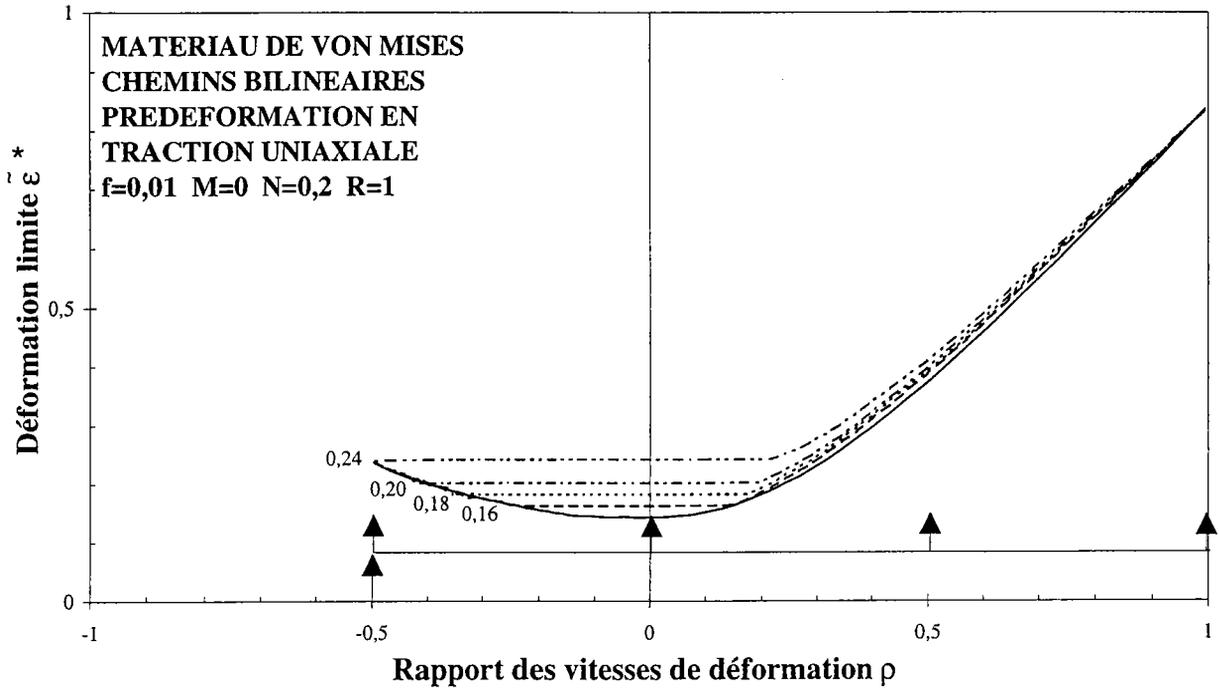


Fig. II-10(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations en traction uniaxiale, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

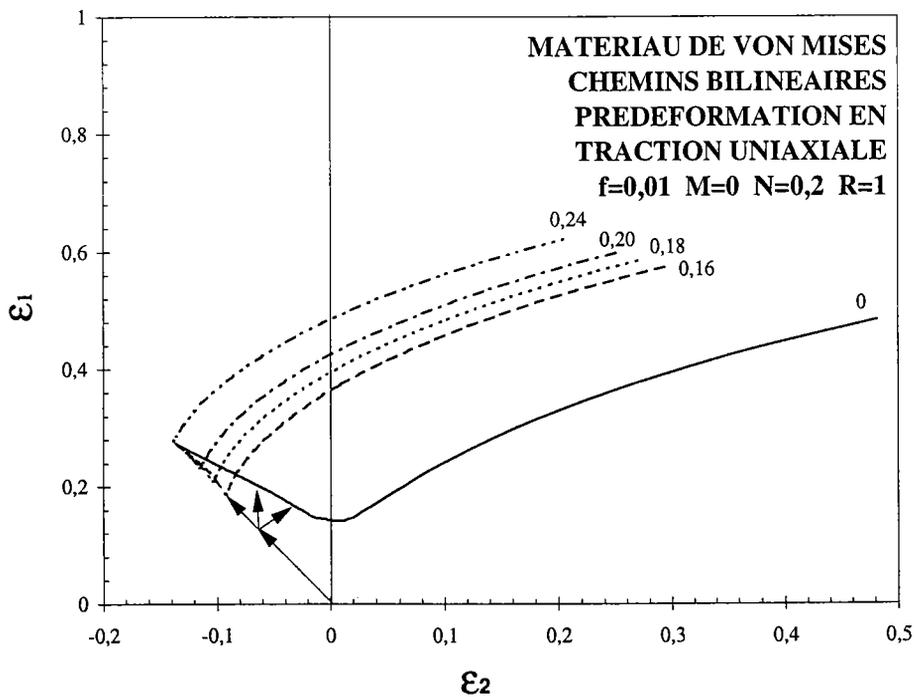


Fig. II-10 (b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction uniaxiale.

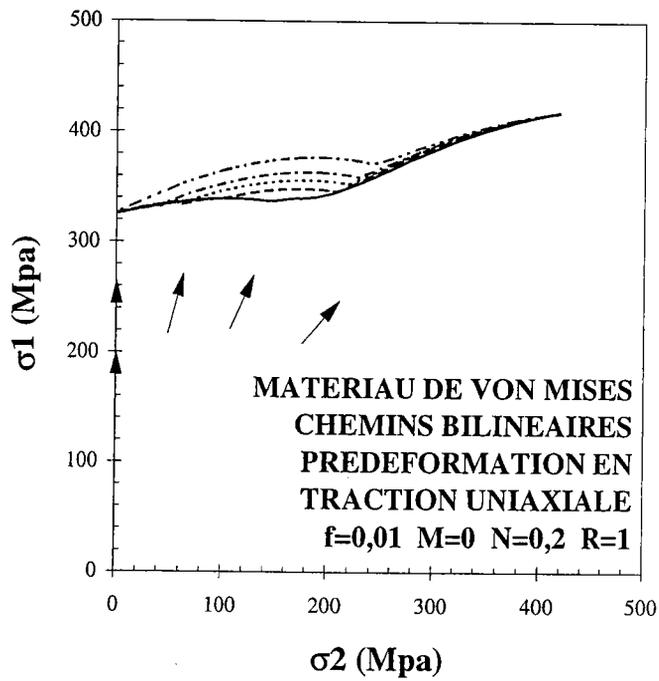


Fig. II-10 (c) : Courbes limites en contraintes après différentes prédéformations en traction uniaxiale.

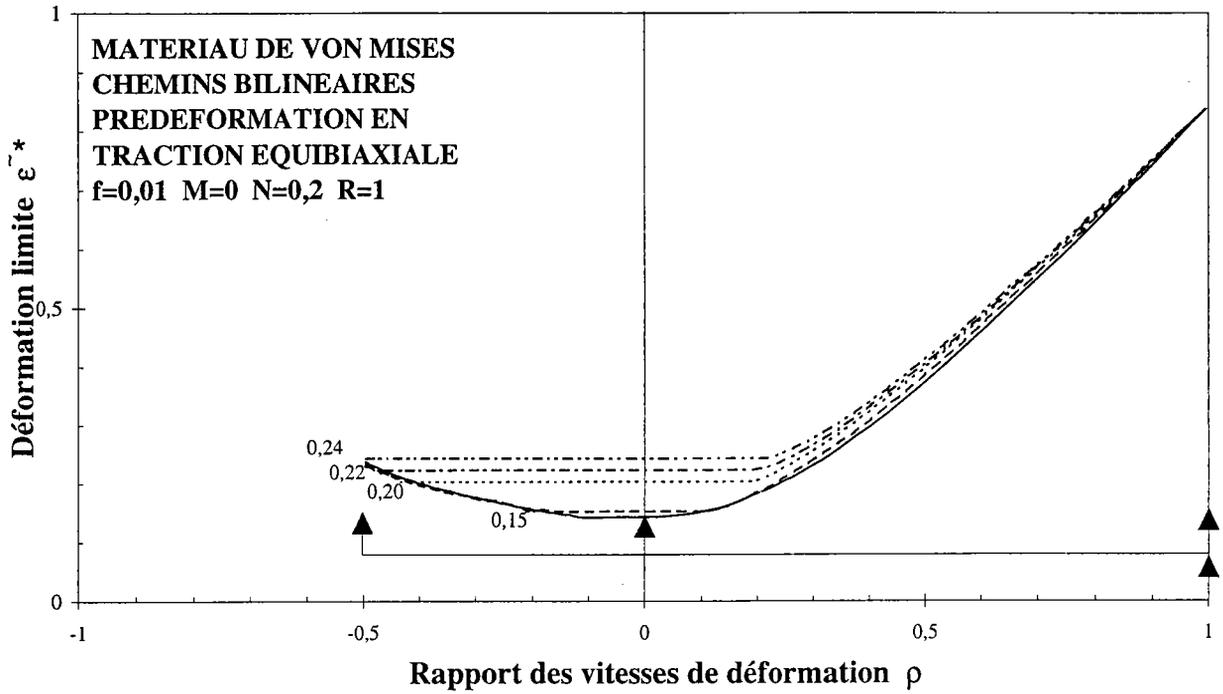


Fig. II-11(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations en traction équibiaxiale, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

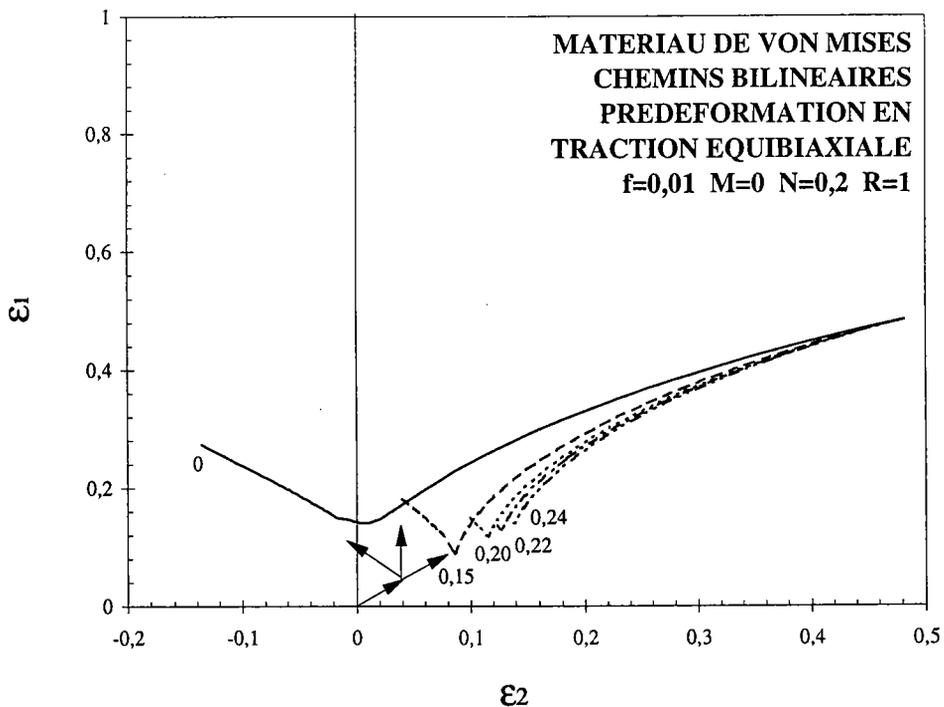


Fig. II-11(b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction équibiaxiale.

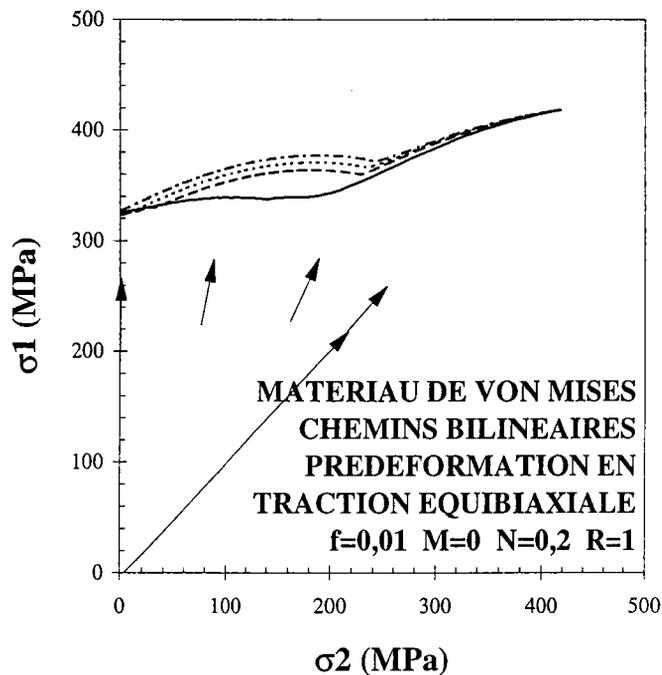


Fig. II-11(c) : Courbes limites en contraintes après différentes préformations en traction équibiaxiale.

Nous remarquons tout d'abord que la valeur la plus basse de la déformation limite est obtenue en traction plane, et est égale à $\tilde{\epsilon}^*_{ps} \approx 0,14$. Pour une prédéformation en traction plane (Figure II-9) la courbe limite $\tilde{\epsilon}^*$ en fin du second chemin coïncide pratiquement avec la courbe "directe" $\tilde{\epsilon}^*(\rho_{II})$, tant que la prédéformation ne dépasse pas $\tilde{\epsilon}_I = 0,08$. Pour les préformations plus fortes ($\tilde{\epsilon}(\rho_I) \geq 0,10$), la déformation équivalente limite $\tilde{\epsilon}^*$ devient légèrement inférieure à la courbe directe, en raison de la grande taille du défaut à la fin de la première étape du chargement.

Pour une prédéformation en traction uniaxiale (Figure II-10) ou en traction équibiaxiale (Figure II-11) la courbe limite $\tilde{\epsilon}^*$ coïncide pratiquement avec la courbe directe tant que $\tilde{\epsilon}(\rho_I) \leq 0,14$ (résultats non représentés). Lorsque $\tilde{\epsilon}(\rho_I)$ dépasse 0,14, la striction se développe extrêmement rapidement pour les chemins pour lesquels la valeur limite $\tilde{\epsilon}^*(\rho_{II})$ en trajet direct est inférieure à $\tilde{\epsilon}(\rho_I)$, ce qui se manifeste par des lignes horizontales $\tilde{\epsilon}^* \approx \tilde{\epsilon}(\rho_I)$ dans les axes $(\tilde{\epsilon}, \rho)$, ou par les 'bossages' observés dans les axes (σ_1, σ_2) , qui représentent en fait des portions de la surface de plasticité aux différents niveaux de prédéformation envisagés.

En résumé, les simulations montrent que l'analyse de localisation prévoit des limites de formage en accord avec le concept de déformation équivalente limite qui sous-tend le mode d'analyse effectué pour rendre compte des résultats expérimentaux, à savoir, l'analyse graphique

utilisant l'ellipse d'isodéformation de von Mises. Au niveau du calcul de localisation, le caractère intrinsèque de la courbe de déformation équivalente limite $\tilde{\epsilon}^*(\rho)$ ou de la courbe limite en contraintes $\sigma_2(\sigma_1)$ n'est mis en défaut que pour de fortes tailles du défaut à la fin du premier trajet. Inversement, le développement extrêmement rapide du défaut lorsque la prédéformation équivalente dépasse la valeur limite caractéristique du second trajet constitue une confirmation du fait que l'élément déterminant des limites de formage semble être défini par une valeur minimale critique du taux d'érouissage, fortement dépendante du chemin instantané de déformation.

III.2.2. Chemins de déformation curvilignes

Des trajectoires de déformation curvilignes ont également fait l'objet de simulations. La Figure II-12 présente les résultats obtenus pour quatre trajets, allant de la traction uniaxiale vers la traction plane, de la traction équi biaxiale vers la traction plane, et inversement.

Les trajets de déformation sont ici présentés sous la forme du rapport instantané des vitesses de déformation en fonction de la déformation plastique cumulée. Dans tous les cas, les déformations limites sont obtenues avec une excellente précision à l'intersection du 'trajet en vitesse de déformation' avec la courbe limite directe.

La notion de déformation équivalente limite, fonction du trajet instantané de déformation, se trouve donc de nouveau vérifiée, dans le cas de trajectoires curvilignes.

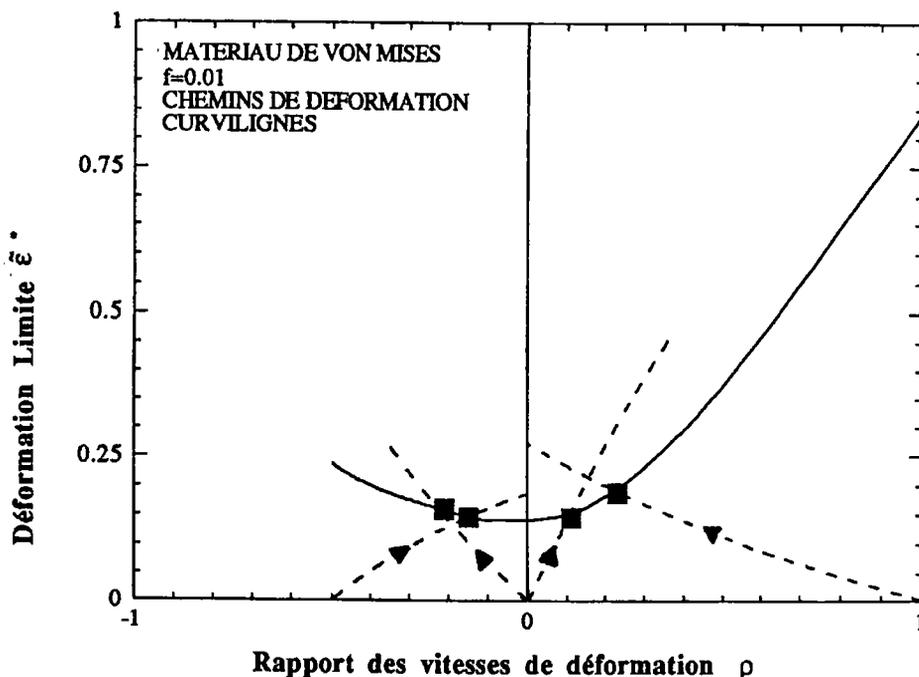


Fig. II-12 : Déformations équivalentes limites pour des chemins de déformation curvilignes. Les lignes pointillées représentent les différents chemins de vitesse de déformations simulés.

III.3. Comparaisons avec les limites de formage expérimentales sous chemins complexes

Une comparaison avec des déformations limites expérimentales obtenues par Müschenborn et Sonne (1975) est donnée sur la Figure II-13 en utilisant la courbe usuelle dans les axes principaux de déformations.

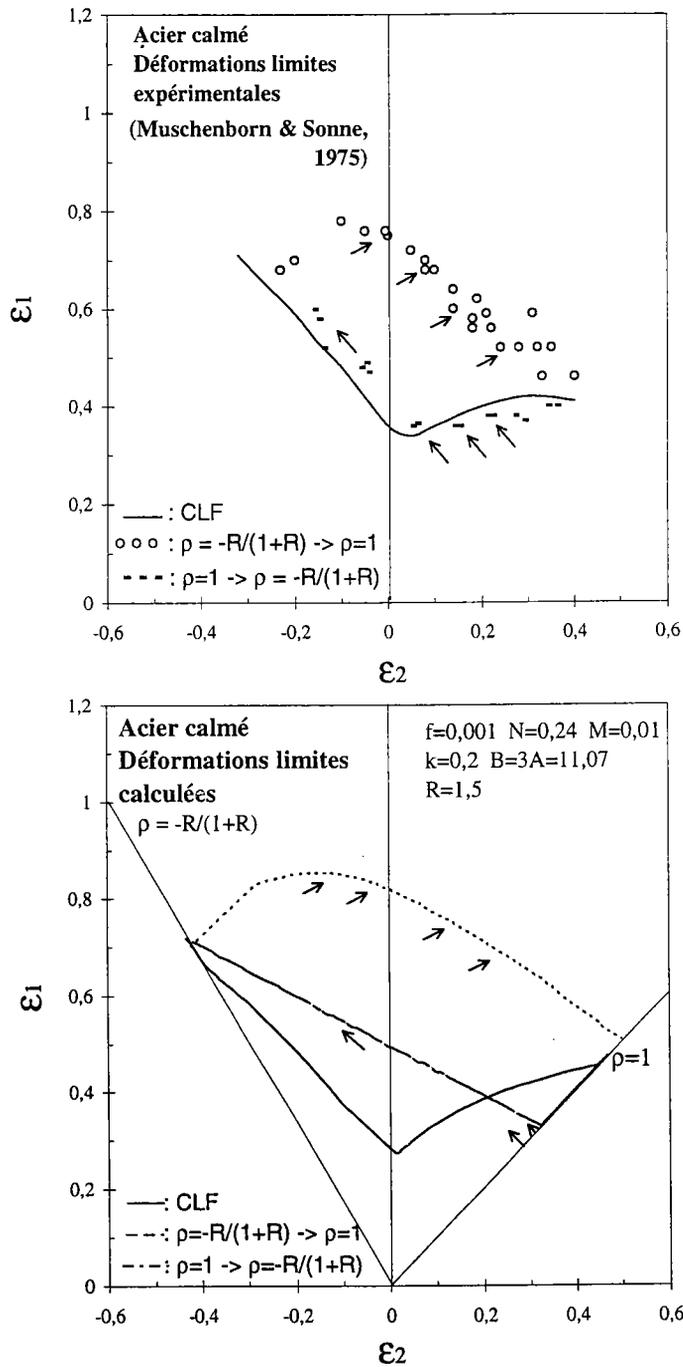


Fig. II-13 : Comparaison entre les déformations limites expérimentales et calculées pour un acier calmé à l'aluminium, pour des chemins de déformation linéaires et bilinéaires.

La loi d'écroutissage utilisée dans les simulations numériques est de forme multiplicative avec : $\varepsilon_0 = 0,001$, $N = 0,24$ et $M = 0,01$. Les paramètres de la surface de charge ont été pris égaux à : $k = 0,2$ et $B=3A=11,07$, afin d'obtenir un coefficient d'anisotropie $R = 1,5$ avec un aplatissement de la surface de plasticité au niveau de la traction plane (Ferron et *al.*, 1994). Le défaut est de 0,1 %.

Les simulations pour les chemins de déformation linéaires donnent une bonne description du niveau et de la forme des courbes limites de formage expérimentales. En particulier, la forme des CLF en expansion est assez bien prédite, grâce à des valeurs plus faibles du rapport P avec les paramètres choisis pour le modèle ($P = 1,087$), comparé avec les valeurs obtenues pour le critère quadratique de Hill ($P = 1,118$ pour $R = 1,5$).

Les simulations pour des séquences incluant des changements de trajets de déformation (traction uniaxiale \rightarrow traction équibiaxiale) (et vice versa) donnent également de bons résultats par rapport aux résultats expérimentaux. On note toutefois une surestimation de la ductilité résiduelle en traction uniaxiale après un premier trajet en traction équibiaxiale, particulièrement visible pour les faibles prédéformations. Une explication possible de cette surestimation est liée à l'hypothèse d'écroutissage isotrope utilisée dans les simulations. En effet, on peut s'attendre pour un tel changement de trajet de déformation à une forte limite élastique suivie d'une faible consolidation pour le second trajet. Ce comportement aurait alors pour effet de diminuer la ductilité le long du second trajet.

III.4.Comparaison avec des résultats expérimentaux du LEDEPP - SOLLAC

Une collaboration avec le Laboratoire d'Etudes et Développement des Produits Plats de SOLLAC a été menée afin de comparer les résultats de simulation avec les résultats expérimentaux du LEDEPP sur les limites de formage de tôles en acier de faible épaisseur.

III.4.1.Techniques expérimentales

La plupart des méthodes de détermination de la CLF sont basées sur la mesure des déformations visualisées sur l'embouti par la déformation d'un réseau de motifs qu'on imprime ou grave sur la tôle.

Deux types de motifs pour les réseaux, carrés ou cercles sont généralement employés. Les réseaux de cercles sont les plus souples d'emploi car il suffit de mesurer le grand axe et le petit axe

de l'ellipse (cercle déformé), à condition que les directions principales de déformations ne changent pas. Les réseaux à motifs carrés ont l'avantage de visualiser les changements de direction des déformations et de mettre en évidence les composantes de cisaillement.

III.4.2. Méthode mise en œuvre au LEDEPP

Pour les réseaux, il a été retenu les grilles de carrés 2mm×2mm marquées de façon photosensible. La méthode de dépouillement est la méthode de Bragard (Figure II-14) améliorée par analyse numérique visuelle des échantillons permettant de faciliter l'interpolation graphique. Un traitement mathématique permet de connaître le déplacement de chaque noeud par rapport à sa position initiale et d'en déduire les déformations de chaque motif.

Pour le domaine de l'extension, les éprouvettes sont de type traction large (150 mm) donnant des trajectoires linéaires et de faibles gradients. Le domaine de l'expansion biaxiale est balayé par une série d'essais Jovignot dont les matrices assez grandes (150 mm) donnent également de faibles gradients. L'éprouvette de traction plane est très large (300 mm) pour une longueur de 30 mm. Des entailles sur les bords libres permettent d'obtenir une déformation de traction plane dans le centre de l'éprouvette.

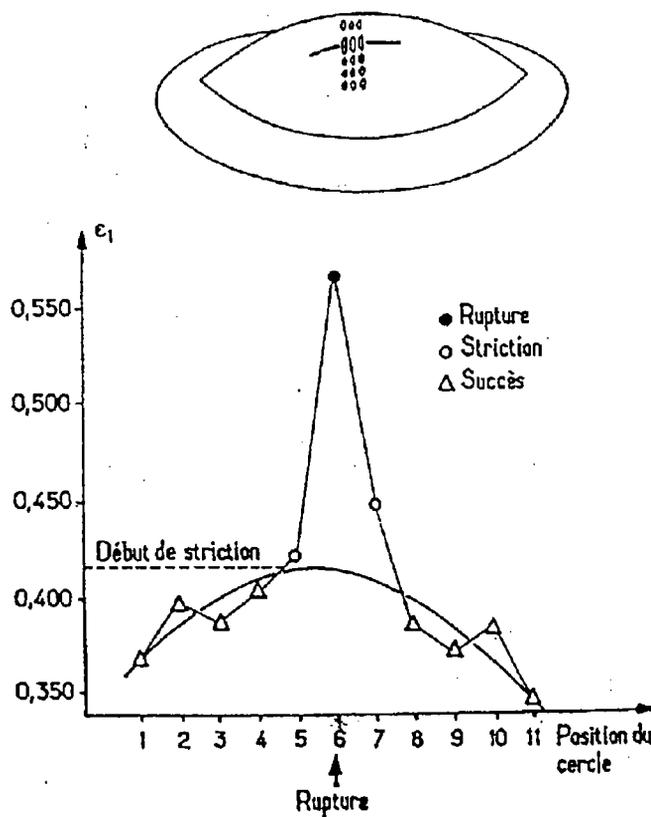


Fig. II-14 : Méthode de Bragard appliquée au LEDEPP-SOLLAC.

III.4.3. CLF en trajectoires directes

Trois aciers ont été étudiés en chemins directs. Nous reportons ci-après les caractéristiques connues de ces aciers, ainsi que les CLF expérimentales obtenues par le LEDEPP.

1. ACIER 1 : épaisseur = 0,7 mm
 $N = 0,113 - R = 0,9$

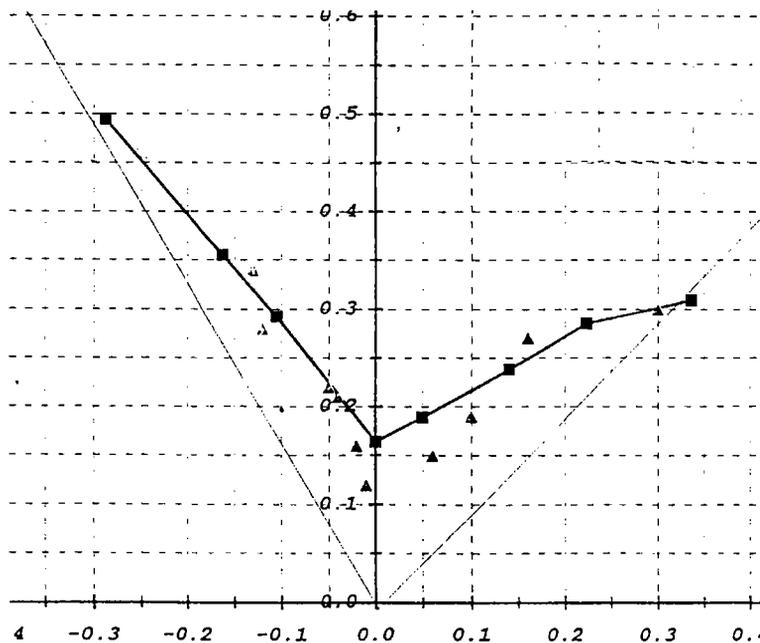


Fig. II-15 : CLF expérimentale de l'Acier 1.

Les points expérimentaux sont représentés par les triangles. La courbe en trait plein correspond aux limites de formage calculées au LEDEPP.

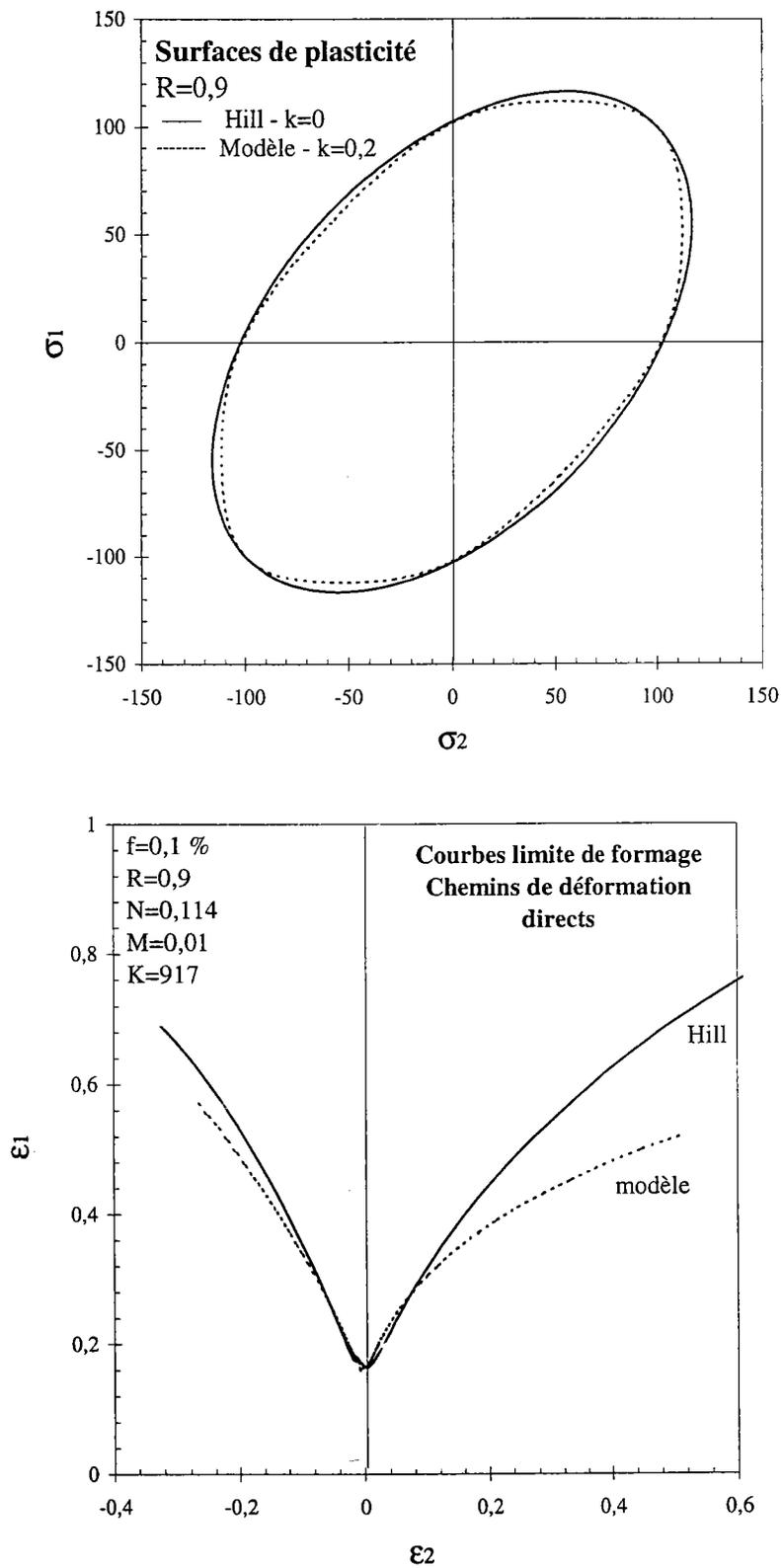


Fig. II-16 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 1.

2. ACIER 2 : épaisseur = 0,7 mm

$N = 0,210 - R = 1,87$

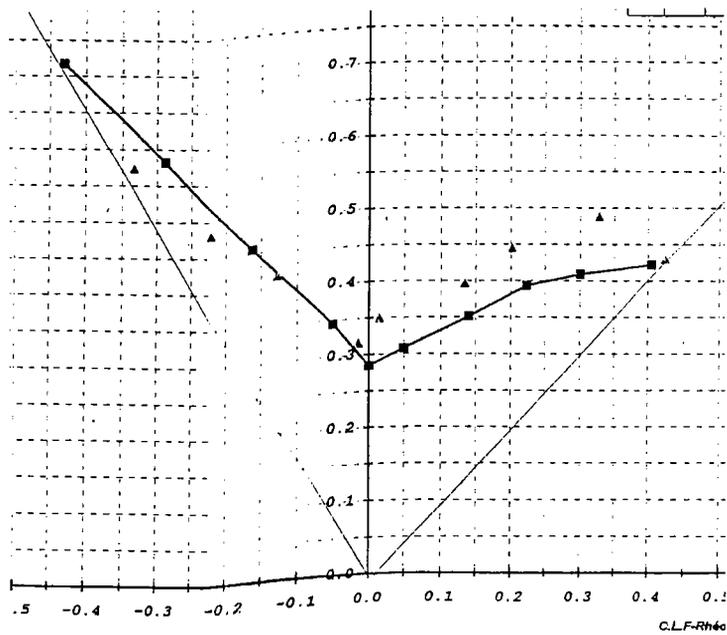


Fig. II-17 : CLF expérimentale de l'Acier 2.

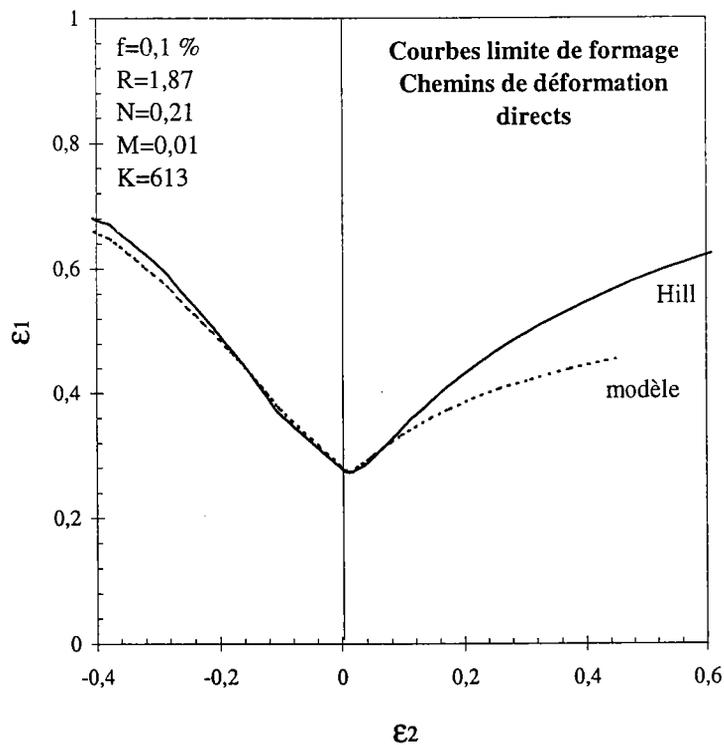
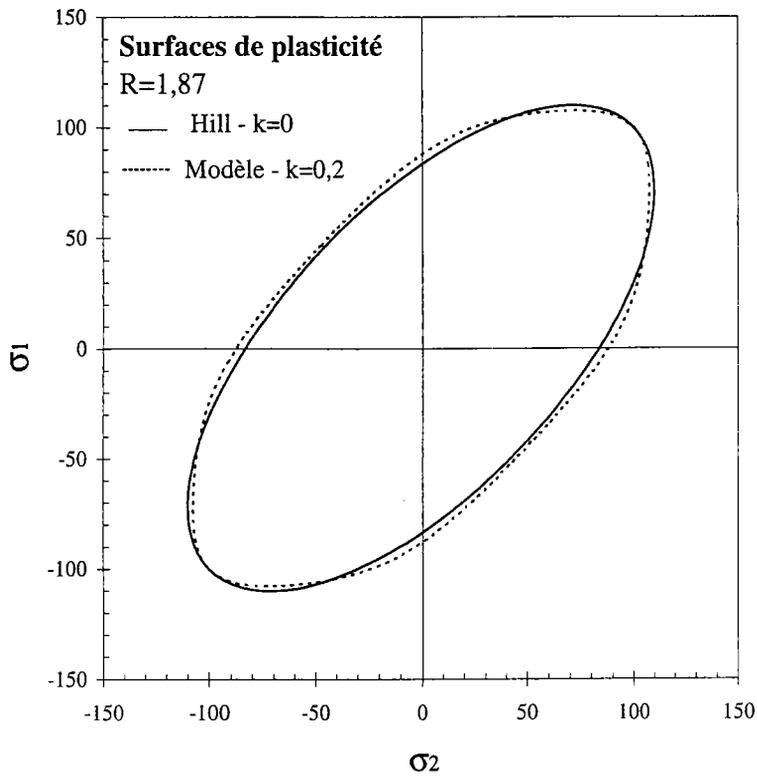


Fig. II-18 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 2.

3. ACIER 3 : épaisseur = 0,97 mm
 $N = 0,165 - R = 1,08$

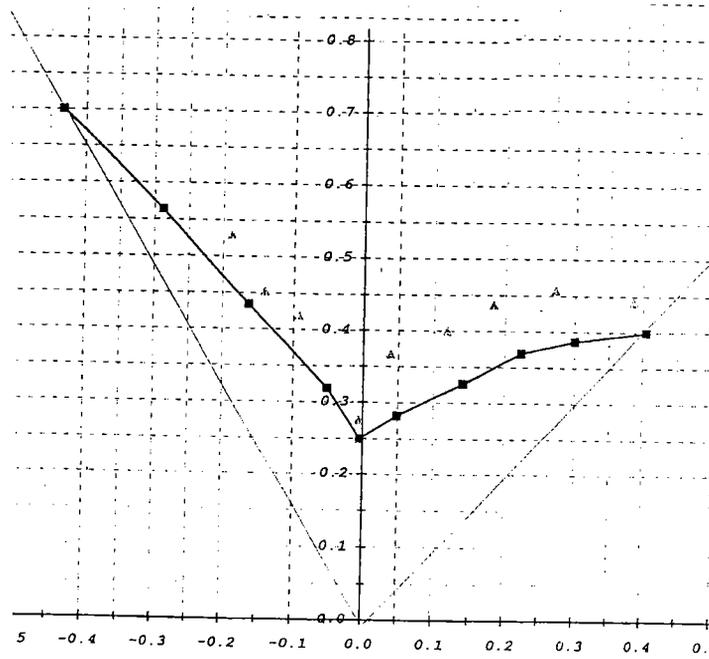


Fig. II-19 : CLF expérimentale pour l'Acier 3.

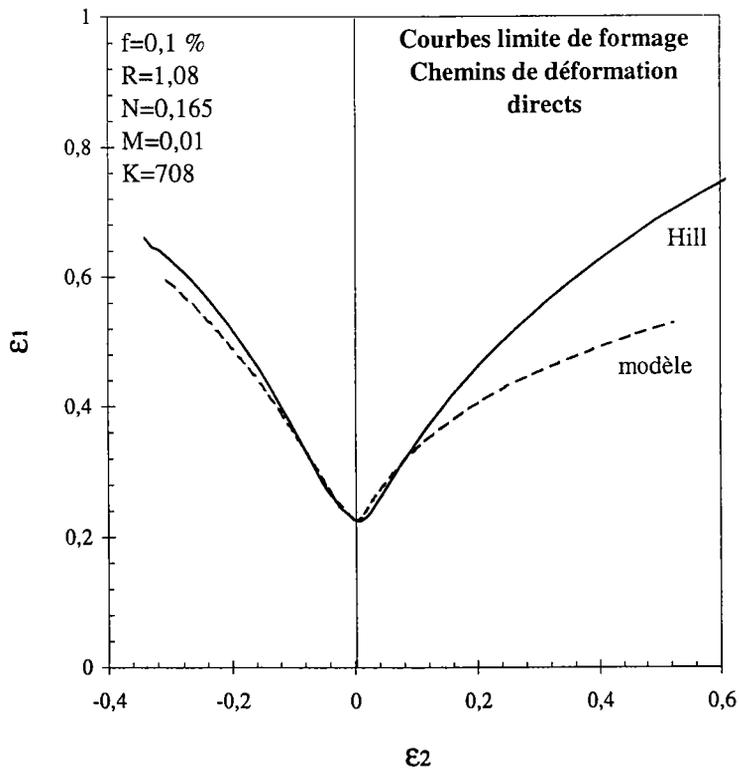
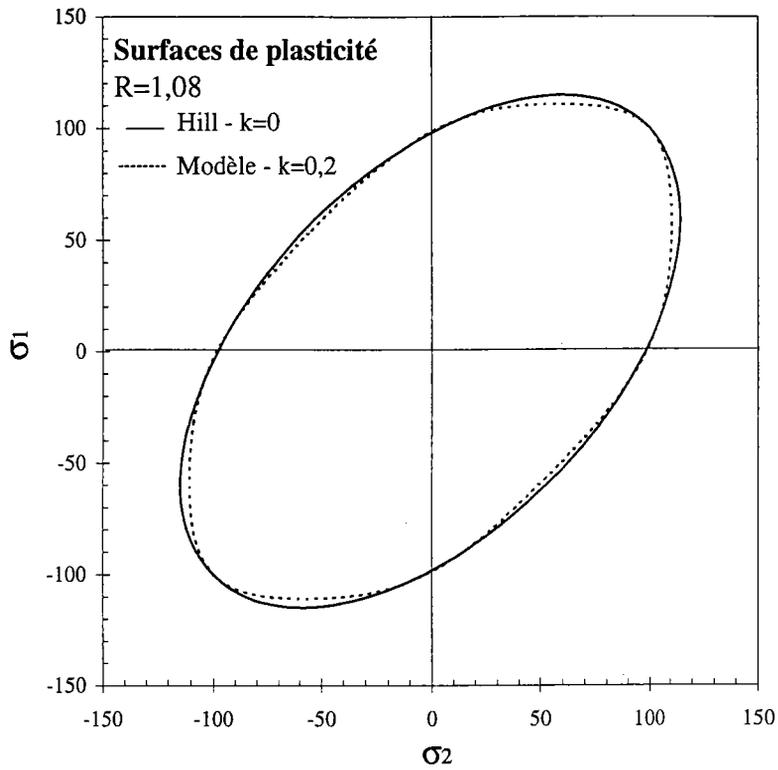


Fig. II-20 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 3. ✓

On observe dans tous les cas que les trois CLF expérimentales font apparaître une déformation limite ε_1^* en traction plane nettement supérieure à l'exposant d'écroutissage N , ce qui ne peut être reproduit dans un calcul de localisation qu'en considérant le matériau sensible à la vitesse de déformation. En effet, pour un matériau insensible à la vitesse de déformation, une formule asymptotique établie par Hutchinson et Neale (1978) donne, en traction plane, la déformation limite : $\varepsilon_1 = N - \sqrt{2fN}$ où f représente la taille initiale du défaut d'épaisseur considéré.

En tenant compte d'une valeur réaliste de la sensibilité à la vitesse de déformation ($M=0,01$), les CLF calculées montrent qu'il est possible, en prenant $f = 0,1 \%$, de reproduire correctement le niveau de déformation limite obtenu en traction plane. Par contre, les déformations limites sont surestimées avec cette taille de défaut en dehors de la traction plane, particulièrement en expansion et avec le critère de Hill. Cette surestimation est nettement atténuée avec le modèle de Ferron et al. (1994).

En fait, les déformations limites en traction équi-biaxiale dépendent du rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ entre les contraintes d'écoulement en traction plane et en traction équi-biaxiale. Ce rapport est lié de façon automatique au coefficient de Lankford pour le critère de Hill alors que le modèle de Ferron dispose de trois paramètres dans le cas de l'isotropie transverse.

Le tableau ci-dessous fournit à titre indicatif les valeurs de P obtenues pour les trois aciers, avec le critère de Hill et avec le modèle de Ferron et al. (1994), où deux des trois paramètres sont fixés ($k=0,2$ et $B=3A$), le troisième étant déterminé à partir de R .

P	HILL	MODELE
Acier 1	1,165	1,119
Acier 2	1,100	1,076
Acier 3	1,147	1,107

III.4.4. Courbes en trajectoires complexes

La prévision des limites de formage pour des chemins complexes a été effectuée dans le cas d'un acier doux (Figure II-22).

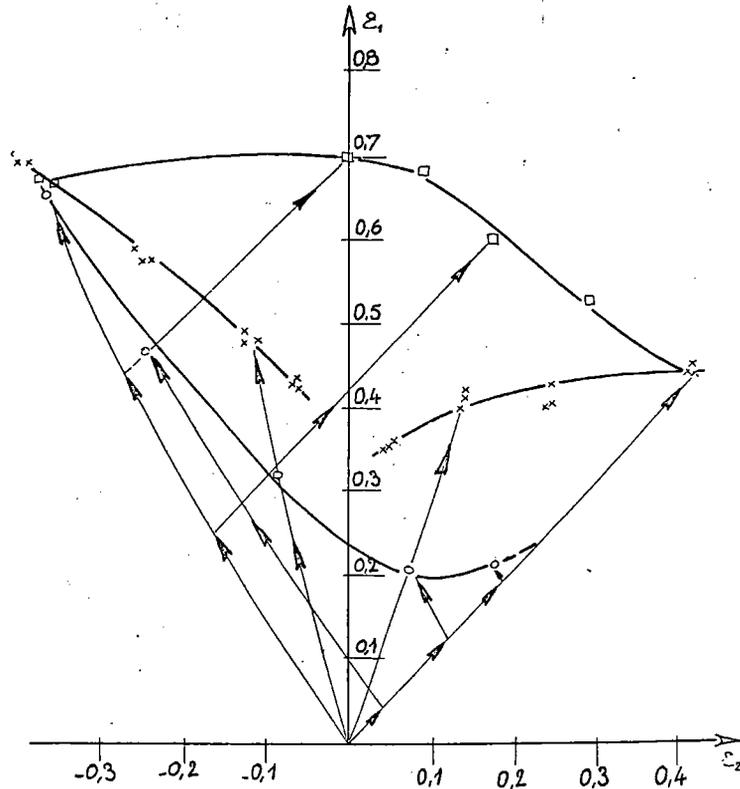


Fig. II-21 : Limites de formage expérimentales en chemins linéaires et bilinéaires.

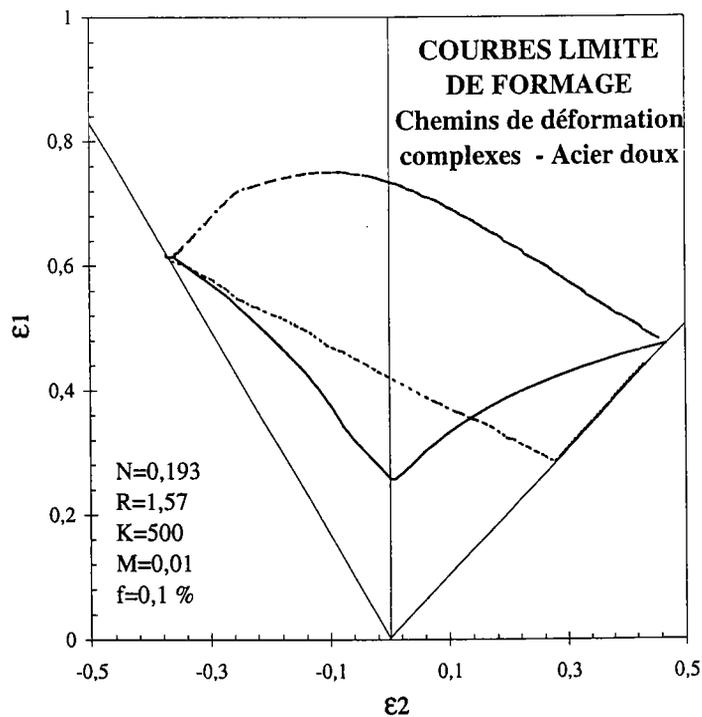


Fig. II-22 : Limites de formage calculées en chemins linéaires et bilinéaires.

Le calcul des limites de formage a été fait pour les deux séquences suivantes : traction uniaxiale ($\rho = -R/(1+R)$) vers la traction équibiaxiale ($\rho = 1$) et inversement, de la traction équibiaxiale vers la traction uniaxiale. L'acier étudié est un acier d'épaisseur 0,8 mm avec les paramètres $N = 0,193$ et $R = 1,57$. Nous avons utilisé dans les simulations le modèle de Ferron et *al.* (1994) avec $k=0,2$, $B=3A=11,346$, un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation $M=0,01$, et un défaut de taille $f=0,1\%$.

Pour la courbe en trajet direct, on peut voir que la déformation limite ε^*_1 en traction plane est supérieure à l'exposant d'écroutissage. Comme il a été dit précédemment, ceci peut être attribué à une valeur positive du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation. En extension, les déformations sont légèrement plus faibles que celles expérimentales. En expansion, les déformations limites sont bien prédites avec la taille du défaut utilisée.

Comme pour les résultats précédents de Müschenborn et Sonne (1975) sur un acier calmé, les simulations surestiment fortement la ductilité résiduelle en traction uniaxiale après une prédéformation en traction équibiaxiale, ce qui peut être dû à l'anisotropie de l'écroutissage qui n'est pas considérée dans le calcul de localisation.

IV. EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES LIMITES DE FORMAGE

La recherche d'expressions analytiques empiriques des limites de formage est possible, sur la base des simulations précédentes, dont nous rappelons les principales caractéristiques :

- calcul de localisation de type MK, faisant appel à un défaut de taille initiale f ,
- hypothèse d'érouissage isotrope, avec une loi d'érouissage de type Swift et prise en compte de la sensibilité à la vitesse de déformation. Les paramètres sont ϵ_0 , N (exposant d'érouissage) et M (coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation),
- surface de plasticité à anisotropie normale.

Les simulations ont montré le rôle prépondérant du rapport de contraintes $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ dans le domaine de l'expansion ; elles ont également montré, lorsque les limites de formage en chemins linéaires sont présentées sous la forme de CLF dans les axes (ϵ_1, ϵ_2) , la bonne validité d'un critère de déformation en épaisseur critique dans le domaine de l'extension.

Nous avons finalement recherché des expressions analytiques des déformations équivalentes limites $\tilde{\epsilon}^*$ (identifiées en traction plane) en fonction du rapport de vitesses de déformation ρ , pour un défaut de taille initiale f , et un matériau caractérisé par les paramètres N , M et P (expansion) ou R (extension). Nous avons négligé l'influence de ϵ_0 , qui joue un faible rôle pour les valeurs usuelles de ce paramètre ($\epsilon_0 \cong N/100$).

Plusieurs résultats antérieurs, obtenus pour des chemins de déformation linéaires, ont été pris en compte dans la mise au point de ces expressions analytiques :

- le résultat asymptotique obtenu pour un matériau insensible à la vitesse de déformation par Hutchinson et Neale (1978) pour la déformation limite en traction plane en présence d'un défaut :

$$\epsilon_1^* = N - \sqrt{2fN} \quad (\text{II-23})$$

- les résultats de l'analyse linéaire de localisation effectuée par Ferron et Molinari (1989) qui donne, dans le domaine de l'expansion et avec le critère de von Mises :

$$\epsilon_1^* = \frac{2 + \rho}{2(1 + \rho + \rho^2)} \left\{ N + \left[M + \frac{3\rho^2}{(2 + \rho^2)} \right] Lnk^* \right\} \quad (\text{II-24})$$

où k^* est un paramètre définissant la croissance du défaut,

- la mise en évidence, par un calcul de localisation effectué dans le domaine de l'extension, de la validité d'un critère de déformation en épaisseur critique, dépendant de N , M et f (Chan *et al.*, 1984) :

$$\epsilon_3^* = \epsilon_3^*(N, M, f) \quad (\text{II-25})$$

Un ajustement tenant compte de ces différents résultats nous conduit à proposer les expressions suivantes :

$$\tilde{\varepsilon}^* = \frac{2\sqrt{1+\rho+\rho^2}}{2+\rho} \left\{ N - \sqrt{2fN} + M \text{Ln}(1/f) + \frac{9\rho^2}{(2+\rho)^2} (P^2 - 1) \text{Ln}(1/17f) \right\} \quad (\text{II-26})$$

dans le domaine de l'expansion ($\rho > 0$), et

$$\tilde{\varepsilon}^* = \frac{\sqrt{1+(2R/1+R)\rho+\rho^2}}{1+\rho} \left\{ N - \sqrt{2fN} + M \text{Ln}(1/f) \right\} \quad (\text{II-27})$$

dans le domaine de l'extension ($\rho < 0$).

L'expression (II-26) pour l'expansion s'inspire de la relation (II-24), et satisfait la relation (II-23) en traction plane, pour $M=0$. L'expression (II-27) se raccorde en traction plane avec l'expression (II-26), et correspond à un critère de déformation en épaisseur limite, lorsque ε_3^* est transformé en $\tilde{\varepsilon}^*$ à l'aide du critère quadratique de Hill. L'expression (II-26) a été ajustée sur les résultats des simulations effectuées à partir de l'analyse de localisation.

Les prévisions du calcul de localisation sont comparées aux prévisions des expressions (II-26) et (II-27) pour différentes valeurs de f (Figure II-23), N (Figure II-24), M (Figure II-25) avec le critère de von Mises, ainsi que pour différentes valeurs de R couplées à l'utilisation soit du critère quadratique de Hill (Figure II-26), soit du modèle de Ferron et *al.* (Figure II-27).

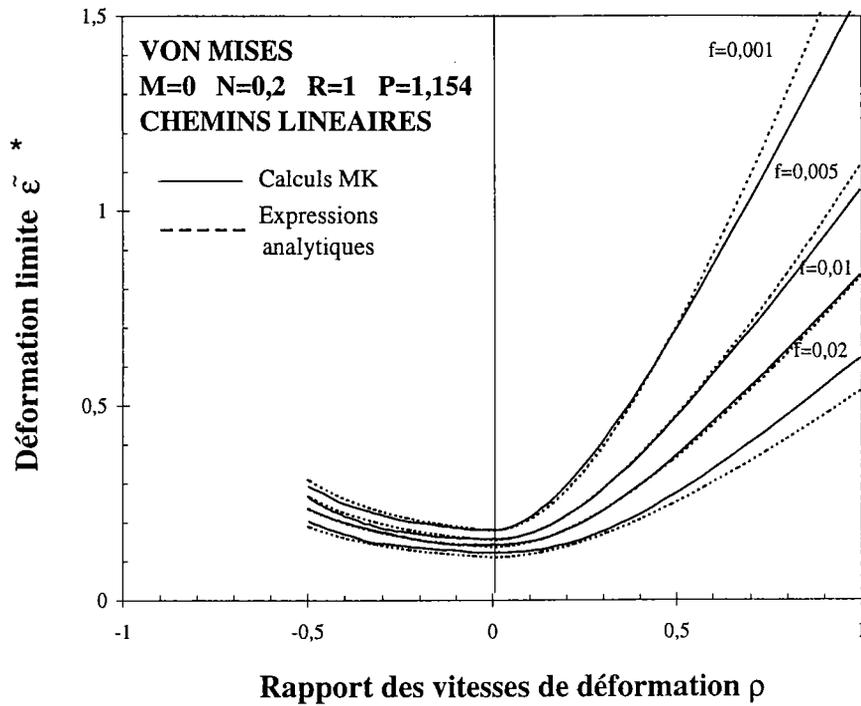


Fig. II-23 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs de taille du défaut et pour le critère de von Mises.

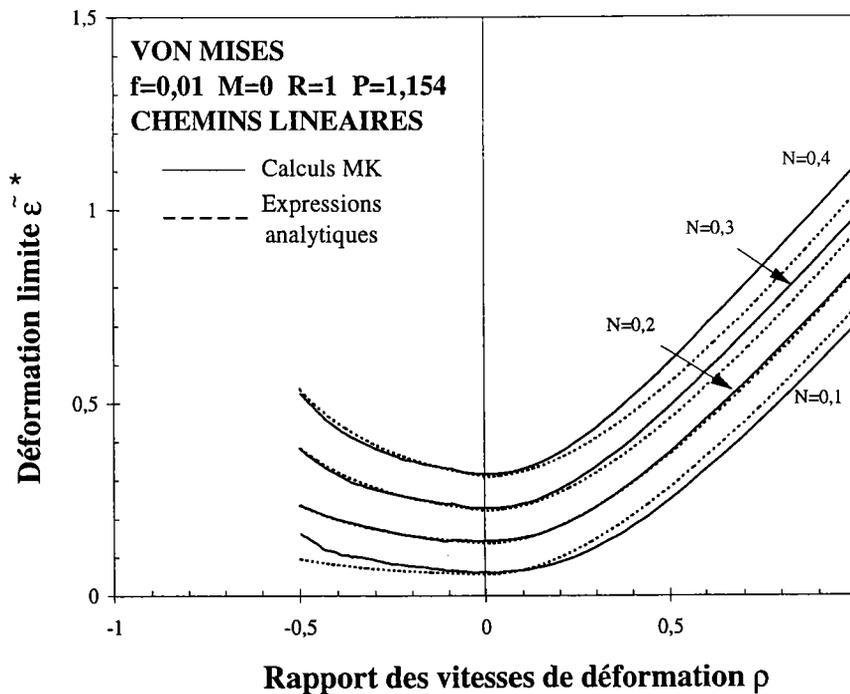


Fig. II-24 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs de l'exposant d'écroutissage et pour le critère de von Mises.

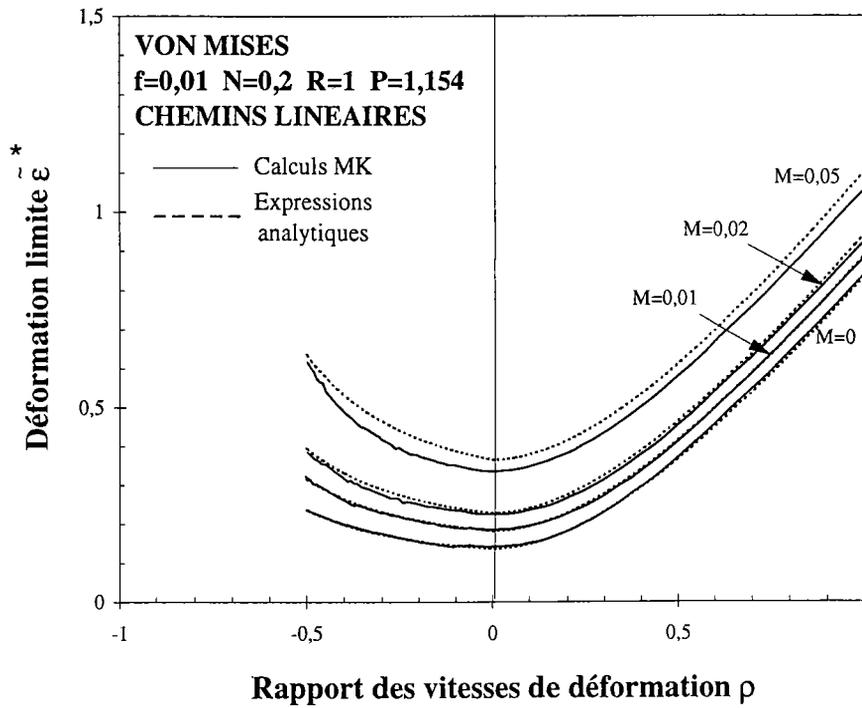


Fig. II-25 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et pour le critère de von Mises.

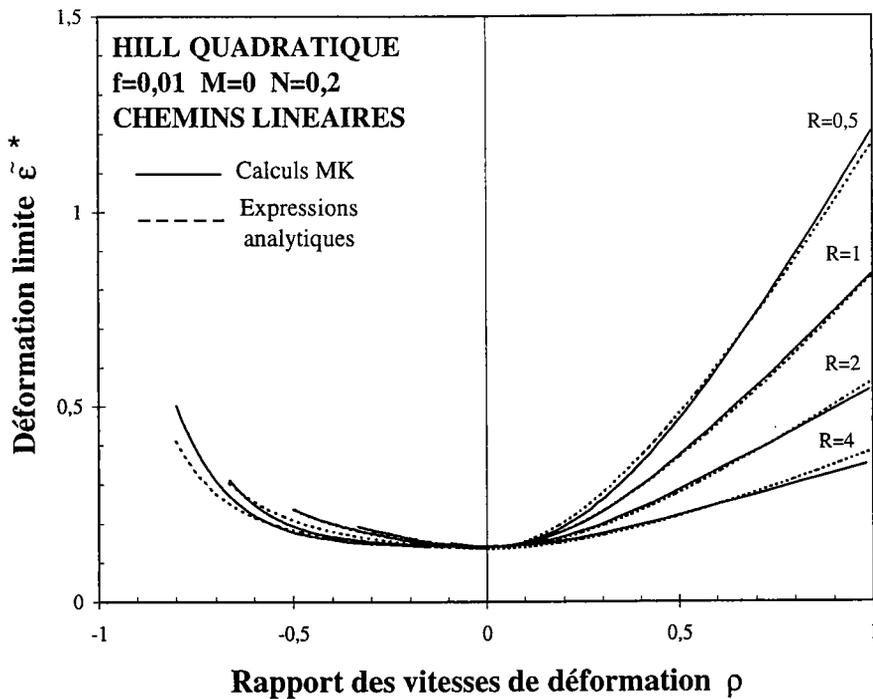


Fig. II-26 : Déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation pour différentes valeurs de R (critère quadratique de Hill).

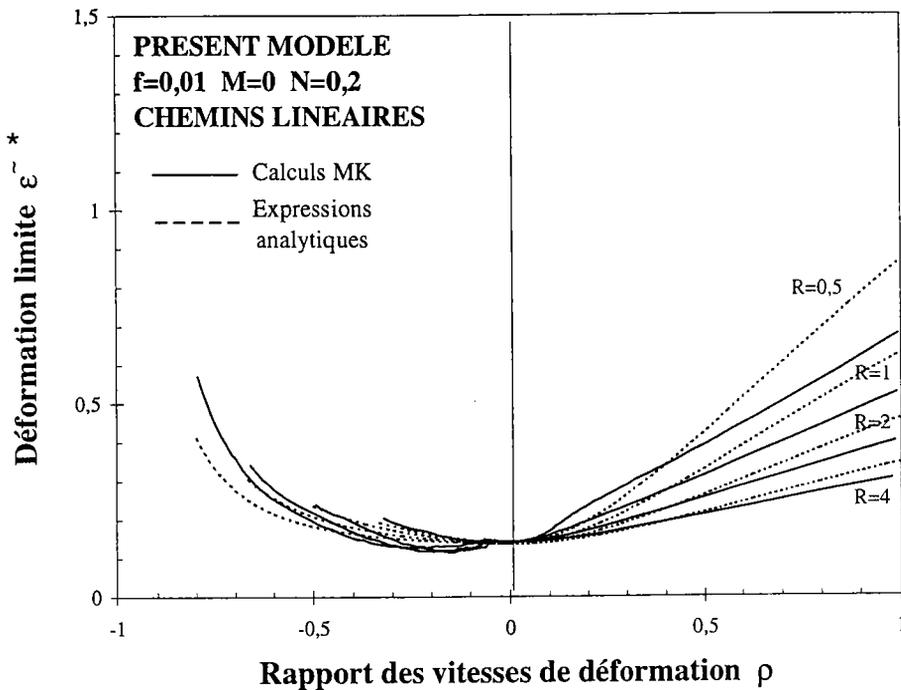


Fig. II-27 : Déformations limites équivalentes en fonction du rapport des vitesses de déformation pour différentes valeurs de R (modèle de Ferron et al. (1994)).

On observe avec le critère de von Mises un très bon accord concernant les influences de f et de M , et un accord satisfaisant concernant N . Avec le critère quadratique de Hill, l'influence de R est très bien décrite par l'intermédiaire du rapport de contraintes P . L'accord est nettement moins bon en expansion avec le modèle de Ferron et *al.*, surtout pour les faibles valeurs de R , ce qui est dû à la prise en compte du seul paramètre P pour décrire la forme de la surface de plasticité dans le domaine de l'expansion. Compte tenu de la simplicité des expressions proposées, et du faible nombre de paramètres utilisés pour décrire la forme de la surface de plasticité (P pour l'expansion et R pour l'extension), l'accord est néanmoins globalement satisfaisant.

L'intérêt majeur des expressions ainsi établies réside évidemment dans leur caractère intrinsèque, c'est à dire indépendant du chemin de déformation suivi. Dans le cas de chemins complexes, il convient lors de comparer la déformation équivalente cumulée avec la valeur limite définie par les expressions (II-26) ou (II-27) en fonction du rapport instantané ρ des vitesses de déformation. Nous mettrons en œuvre cette méthode de prévision d'apparition de la striction dans des simulations numériques d'emboutissage au Chapitre III.

IV. CONCLUSION

Une analyse de localisation avec la présence d'un défaut dans une tôle sous traction biaxiale a été développée en utilisant un critère de plasticité à anisotropie normale. Nous avons porté une attention particulière à la détermination des déformations limites pour des chemins de déformation non linéaires.

Il a été montré que la courbe usuelle des déformations limites dans les axes des déformations principales peut avantageusement être remplacée par la courbe des déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation. La courbe limite obtenue dans ces axes peut être considérée avec une bonne précision comme une courbe intrinsèque définissant la limite de ductilité indépendamment du chemin de déformation suivi par le matériau.

Des expressions empiriques décrivant ces nouvelles courbes limites ont été proposées. Elles sont basées sur plusieurs résultats antérieurs, notamment le résultat asymptotique d'Hutchinson et Neale (1978) pour la déformation limite en traction plane en présence d'un défaut, les résultats de l'analyse linéaire de localisation effectuée par Ferron et Molinari (1989) et le critère de déformation critique en épaisseur de Chan *et al.* (1984). Les expressions analytiques proposées sont exprimées dans les axes de déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation. Elles prennent en compte les influences de l'écroutissage, de la sensibilité à la vitesse de déformation et de la taille du défaut ainsi que l'effet du rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ pour le domaine de l'expansion et du coefficient de Lankford R pour le domaine de l'extension.

Les comparaisons des prévisions du calcul de localisation et de ces expressions analytiques sont satisfaisantes. En raison du caractère intrinsèque des limites de formage ainsi définies, il apparaît particulièrement intéressant d'analyser les capacités prédictives de ces expressions en les implantant dans des simulations numériques d'emboutissage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE 2

BARATA da ROCHA A. et JALINIER J. M., Plastic Instability of Sheet Metals under Simple and Complex Strain Paths, *Trans. Iron Steel Inst. Jap.*, vol 24, p 132, 1984

BARLAT F., Crystallographic Texture, Anisotropic Yield Surface and Forming Limits of Sheet Metals, *Mat. Sci. Engng.*, vol 91, p 629, 1987

CHAN K. S., KOSS D. A. et GHOSH A. K., Localised necking of sheet at negative minor strains, *Metall. Trans.*, vol 15A, p 323, 1984

DRUCKER D. C., Relation of Experiments to Mathematical Theories of Plasticity, *J. Appl. Mech.*, vol 16, p 349-360, 1949

FERRON G. et MLIHA-TOUATI M., Determination of the Forming Limits in Planar-Isotropic and temperature-Sensitive Sheet Metals, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 27, p 121, 1985

FERRON G. et MOLINARI A., Mechanical and Physical Aspects of Sheet Metal Ductility, FLD, p 111, 1989

FERRON G., MAKKOUK R. et MORREALE J., A Parametric Description of Orthotropic Plasticity in Metal Sheets, *Int. J. Plasticity*, vol 10, p 431-449, 1994

HUTCHINSON J. W. et NEALE K., Sheet necking III. Strain-Rate Effects, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, p 591, 1978

HUTCHINSON J. W. et NEALE K., Sheet necking II. Time Independent Behavior, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, p 127-153, 1978

KLEEMOLA H. J. et PELKKIKANGAS M. T., Effect of Predeformation and Strain Path on the Forming Limits of Steel, Copper and Brass, *Sheet Metal Ind.*, vol 54, p 591, 1977

LIAN J., ZHOU D. et BAUDELET B., Application of Hill's New Yield Theory to Sheet Metal Forming, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 31, p 237, 1989

MARCINIAK Z. et KUCZYNSKI K., Limit Strains in the Processes of Stretch-Forming Sheet Metal, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 9, p 609, 1967

MÜSCHENBORN W. et SONNE H., Einfluss des Formaänderungsweges auf die Grenzformänderungen des Feinblechs, *Arch. Eisenhüttenw.*, vol 46, p 597-602, 1975

RASMUSSEN S. N., Assessing the Influence of Strain Path on Sheet Metal Forming Limits, *Int. Proc. 12th Congress IDDRG*, p 83, 1982

SOWERBY R. et DUNCAN J. L., Failure in Sheet Metal in Biaxial Tension, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 13, p 1065, 1971

ZEGHLOUL A., MESRAR R. et FERRON G., Analytical Expressions of the Forming Limits in Biaxially Stretched Sheets, *Int. J. Mech. Sci.*, vol 32, p 981-990, 1990

CHAPITRE III :

IMPLANTATION DU
MODELE DE PLASTICITE,
ET DU CRITERE DE
STRICTION DANS LE CODE
D'ELEMENTS FINIS
ABAQUS/STANDARD

I.INTRODUCTION

Ce chapitre a pour objet de mettre en œuvre les aspects techniques d'implantation du modèle de plasticité proposé par Ferron et *al.* (1994) dans le code d'éléments finis ABAQUS/Standard, ainsi que ceux concernant la détection de la striction par utilisation du critère mis au point au Chapitre II.

L'implantation du modèle de plasticité à l'aide du sous-programme utilisateur UMAT (User MATerial) dans le code de calcul implicite ABAQUS/Standard avait été amorcée précédemment par Tourki (1995). Nous avons reconsidéré ce sous-programme en y implantant le module incrémental ou cohérent dont l'évaluation est couplée à l'algorithme d'intégration de type prédicteur élastique - correcteur plastique. Cette modification a permis d'assurer la convergence quadratique de la méthode d'intégration de Newton - Raphson et d'obtenir des temps de calcul peu supérieurs à ceux obtenus sans utilisation du sous-programme UMAT (pour une simulation classique de poinçonnement hémisphérique : avec UMAT \cong 800 sec. CPU et sans UMAT \cong 600 sec. CPU).

Nous avons par ailleurs introduit le critère de striction mis au point au Chapitre II à l'intérieur du sous-programme UMAT, afin de détecter pour quel incrément et sur quel élément est prévue la striction de la tôle.

II. INTÉGRATION DU MODÈLE PLASTIQUE

Tout modèle de comportement plastique pour lequel les incréments de contraintes $\Delta\sigma$ peuvent être déterminés en fonction des incréments de déformation totale $\Delta\varepsilon$ peut être implanté dans le code d'éléments finis ABAQUS/Standard par le biais du sous-programme utilisateur UMAT.

Un schéma d'intégration des lois de comportement, en utilisant la méthode d'Euler implicite, est mis en oeuvre à cette fin. Le programme requiert également la détermination de la matrice de rigidité incrémentale $\partial\sigma/\partial\varepsilon$. Les développements donnés ci-dessous suivent la méthode générale présentée dans les manuels d'ABAQUS (ABAQUS/Standard, 1994).

Nous présentons d'abord la procédure d'intégration applicable pour n'importe quel modèle de comportement plastique basé sur la théorie de l'écoulement avec l'hypothèse d'écrouissage isotrope. Nous particularisons ensuite cette démarche à un état de contraintes planes, et au modèle de comportement utilisé.

II.1. Equations de comportement dans le cas d'écrouissage isotrope

Il est supposé qu'il existe une infinité de surfaces de charge obtenues par expansion homothétique dans l'espace des contraintes principales (écrouissage isotrope). Dans ce cas, toute fonction de charge peut être représentée par une équation de la forme:

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{ij}) - \sigma \quad (\text{III-1})$$

où σ est la contrainte équivalente et F est une fonction homogène de degré 1.

D'après l'identité d'Euler, on a :

$$\sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = F(\sigma_{ij}) \quad (\text{III-2})$$

La fonction de charge peut être exprimée sous la forme :

$$f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{ij}) - R - \sigma_0 \quad (\text{III-3})$$

où $R = R(p) = \sigma - \sigma_0$ est la force thermodynamique associée avec la variable interne p et σ_0 est la contrainte d'écoulement initiale.

En suivant le formalisme des matériaux standards généralisés, les incréments $d\varepsilon_{ij}$ des déformations plastiques et dp de la variable interne p sont donnés par :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{et} \quad dp = -d\lambda \frac{\partial f}{\partial R} \quad (\text{III-4})$$

ou, en utilisant (III-3) :

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{et} \quad dp = d\lambda \quad (\text{III-5})$$

Le travail plastique $\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$, calculé à partir de (III-1), (III-2) et (III-5) est donné par :

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma dp \quad (\text{III-6})$$

Quand la fonction de charge est exprimée sous la forme (III-3), le multiplicateur plastique $d\lambda$ est ainsi trouvé égal à l'incrément de p qui est aussi l'incrément de déformation plastique équivalente $d\varepsilon^p$, conjugué de σ .

L'ensemble des équations décrivant le comportement élastoplastique est finalement donné par :

- la décomposition du taux de déformation, en supposant que le taux total des déformations D peut être découpé en une partie élastique et une partie plastique, $D=D^e+D^p$, ou en termes d'incréments de déformation

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (\text{III-7})$$

- la loi de Hooke pour l'élasticité linéaire

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} [d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p] \quad (\text{III-8})$$

- la condition de chargement plastique

$$f = F(\sigma_{ij}) - \sigma = 0 \quad (\text{III-9})$$

- la loi contrainte - déformation plastique équivalente

$$\sigma = \sigma(\varepsilon^p) \quad (\text{III-10})$$

ou sous forme incrémentale

$$d\sigma = H(\sigma) d\varepsilon^p \quad (\text{III-11})$$

- la loi de normalité (avec $d\lambda = d\varepsilon^p$)

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon^p F_{,ij} \quad (\text{III-12})$$

où C_{ijkl} sont les composantes du tenseur élastique; $F_{,ij} = \partial F / \partial \sigma_{ij}$ et $H(\sigma) = d\sigma / d\varepsilon^p$.

II.2. Intégration d'un modèle de comportement plastique avec écrouissage isotrope

Le code ABAQUS donne, à chaque point d'intégration, les valeurs courantes de toutes les variables au début de l'incrément et gère les incréments de déformation totale $\Delta\varepsilon_{ij}$.

En commençant avec une estimation élastique de la réponse du matériau, il est nécessaire en premier lieu de tester s'il y a chargement plastique ou non. Si le chargement plastique se produit, des corrections aux différentes variables sont apportées, jusqu'à ce que la loi d'écoulement soit satisfaite avec une précision donnée. Nous notons $c(\xi)$ la correction de la variable ξ .

En considérant les relations de comportement élastique, équation (III-8), les corrections des incréments des contraintes et des déformations plastiques sont liées par :

$$c(\sigma_{ij}) = -C_{ijkl} c(\Delta\varepsilon^p_{kl}) \quad (\text{III-13})$$

La loi contrainte - déformation équivalente, équation (III-10), doit être satisfaite, c'est-à-dire:

$$c(\Delta\sigma) = H(\sigma)c(\Delta\varepsilon^p) + \Delta\varepsilon^p \frac{dH}{d\sigma} c(\Delta\sigma)$$

$$\text{ou} \quad c(\Delta\sigma) = \hat{H}(\sigma)c(\Delta\varepsilon^p) \quad (\text{III-14})$$

$$\text{où} \quad \hat{H}(\sigma) = H(\sigma) / (1 - \frac{dH}{d\sigma} \Delta\varepsilon^p) \quad (\text{III-15})$$

La condition de chargement plastique, équation (III-9), n'est pas exactement satisfaite jusqu'à ce que la solution soit atteinte, ce qui conduit à l'équation de Newton :

$$F_{,ij} c(\sigma_{ij}) - c(\Delta\sigma) = -f \quad (\text{III-16})$$

De plus, la loi de normalité, équation (III-12), n'est pas non plus satisfaite jusqu'à ce que la solution soit atteinte, alors :

$$c(\Delta\varepsilon^p_{ij}) - F_{,ij} c(\Delta\varepsilon^p) - \Delta\varepsilon^p F_{,ijkl} c(\sigma_{kl}) = F_{,ij} \Delta\varepsilon^p - \Delta\varepsilon^p_{ij} \quad (\text{III-17})$$

$$\text{où} \quad F_{,ijkl} = \partial^2 F / \partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}$$

En combinant (III-13) et (III-17), le système suivant d'équations de Newton en $c(\Delta\varepsilon^p_{mn})$ est obtenu :

$$c(\Delta\varepsilon^p_{mn}) \left[\delta_{im} \delta_{jn} + C_{klmn} (F_{,ijkl} \Delta\varepsilon^p + F_{,ij} F_{,kl} / \hat{H}(\sigma)) \right] = F_{,ij} (\Delta\varepsilon^p + f / \hat{H}(\sigma)) - \Delta\varepsilon^p_{ij} \quad (\text{III-18})$$

En vue d'implanter le modèle de comportement plastique en contraintes planes de Ferron et *al.* (1994) dans ABAQUS, les équations ci-dessus ont été particularisées au cas de l'élasticité isotrope et pour un état de contraintes planes. Les résultats sont fournis dans l'annexe 2.

II.3. Matrice de rigidité incrémentale

La matrice de rigidité incrémentale est obtenue en prenant les variations par rapport à toutes les variables. Ainsi, les relations d'élasticité, équation (III-8), les conditions de chargement plastique, équation (III-9), la loi contrainte - déformation équivalente, équation (III-10) et la loi de normalité, équation (III-12), donnent, respectivement :

$$\partial\sigma_{ij} = C_{ijkl}\partial\varepsilon_{kl} - C_{ijkl}\partial\varepsilon_{kl}^p \quad (\text{III-21})$$

$$F_{,ij}\partial\sigma_{ij} - \partial\sigma = 0 \quad (\text{III-22})$$

$$\partial\sigma = H(\sigma)\partial\varepsilon^p \quad (\text{III-23})$$

et

$$\partial\varepsilon_{ij}^p = \partial\varepsilon^p F_{,ij} + \Delta\varepsilon^p F_{,ijkl}\partial\sigma_{kl} \quad (\text{III-24})$$

En éliminant $\partial\varepsilon_{ij}^p$, $\partial\varepsilon^p$ et $\partial\sigma$ entre (III-21) - (III-24), le système suivant déterminant la matrice de rigidité $\partial\sigma/\partial\varepsilon$ est obtenu :

$$\partial\sigma_{mn} \left[\delta_{im}\delta_{jn} + C_{ijkl} (F_{,klmn}\Delta\varepsilon^p + F_{,kl}F_{,mn} / H(\sigma)) \right] = C_{ijkl}\partial\varepsilon_{kl} \quad (\text{III-25})$$

Les équations obtenues dans le cas de l'élasticité isotrope et pour un état de contraintes planes sont fournies dans l'annexe 3.

II.4. Application au modèle de Ferron et *al.* (1994)

Le modèle de comportement plastique implanté dans le sous-programme UMAT correspond au modèle orthotrope de Ferron et *al.* (1994), dont la version limitée au cas de l'isotropie transverse a été présentée et utilisée au Chapitre II.

La généralisation des équations de plasticité du modèle isotrope transverse au cas de l'anisotropie transverse est effectuée grâce à la prise en compte de l'orientation des directions principales 1 et 2 de contraintes par rapport aux directions x et y d'orthotropie dans le plan de la

tôle. En notant $\alpha = (x,1) = (y,2)$ l'angle définissant cette orientation, l'équation de la fonction de charge est exprimée sous la forme :

$$f = \phi(\sigma_1, \sigma_2, \alpha) - \sigma \quad (\text{III-28})$$

En utilisant le changement de variables défini par $x_1 = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ et $x_2 = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$, la fonction f se réécrit :

$$f = \psi(x_1, x_2, \alpha) - \sigma \quad (\text{III-29})$$

En conservant le principe d'une représentation polaire de la surface de charge, on aboutit de manière analogue à la démarche suivie au Chapitre II, à la définition du rayon polaire définissant la position d'un point sur la surface de charge. Ce rayon polaire dépend maintenant de l'angle polaire θ (c'est à dire du rapport des contraintes principales) mais aussi de l'orientation α du repère principal des contraintes. Le principe de cette représentation est fourni sur la Figure (III-1).

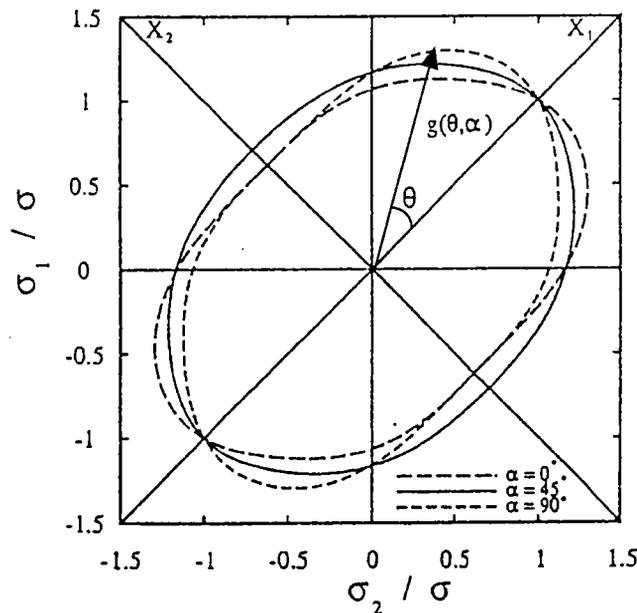


Fig. III-1 : Représentation de la surface de plasticité en coordonnées polaires dans l'espace des contraintes principales (σ_1, σ_2) lorsque α varie.

Une expression de $g(\theta, \alpha)$ qui satisfait un certain nombre de conditions de cohérence pour la plasticité orthotrope peut être obtenue comme une extension de la fonction $g(\theta)$ définie pour l'isotropie plane, de la forme :

$$g(\theta, \alpha)^{-m} = g(\theta)^{-m} - 2a \sin \theta \cos^{2n-1} \theta + b \sin^{2p} \theta \cos^{2q} 2\alpha \quad (\text{III-30})$$

où m , n , p et q sont des entiers positifs et a et b sont des paramètres adimensionnels caractéristiques de l'anisotropie plane. La fonction $g(\theta)$ dans (III-30) est définie comme au Chapitre II par une extension du critère isotrope de Drucker (1949), donnée par :

$$(1-k) g(\theta)^{-6} = (\cos^2\theta + A \sin^2\theta)^3 - k \cos^2\theta (\cos^2\theta - B \sin^2\theta)^2 \quad (\text{III-31})$$

où k , A et B sont des constantes positives ($A=3$ et $B=9$ pour le critère de Drucker).

Les expressions prises avec le modèle par les dérivées partielles de la forme $F_{,ij}$ et $F_{,ijkl}$ doivent maintenant être calculées de façon à être utilisées dans (III-18) et (III-25) (ou plus précisément dans (III-20) et (III-27) sous contraintes planes).

En reprenant la présentation de la surface de plasticité donnée en (III-29), l'expression suivante pour $\psi(x_1, x_2, \alpha)$ est obtenue à partir des équations (III-30) et (III-31) et avec $m=2$ dans (III-30) :

$$\psi(x_1, x_2, \alpha) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{\left(x_1^2 + A x_2^2 \right)^3 - k x_1^2 \left(x_1^2 - B x_2^2 \right)^2}{1-k} \right]^{1/3} \\ \frac{2a}{(1-k)^{1/3}} \frac{x_2 x_1^{2n-1}}{\left(x_1^2 + x_2^2 \right)^{n-1}} \cos 2\alpha \\ + \frac{b}{(1-k)^{1/3}} \frac{x_2^{2p}}{\left(x_1^2 + x_2^2 \right)^{p-1}} \cos^{2q} 2\alpha \end{array} \right\}^{1/2} \quad (\text{III-32})$$

avec

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \\ x_2 &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2} \\ \text{tg} 2\alpha &= \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \end{aligned} \quad (\text{III-33})$$

Il convient maintenant de définir les dérivées partielles du type $F_{,ij}$ et $F_{,ijkl}$ qui interviennent dans les équations (III-18) et (III-25). La différentielle de f peut être exprimée à partir de (III-29) sous la forme :

$$df = \frac{\partial \psi}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \psi}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} d\alpha - d\sigma \quad (\text{III-34})$$

En exprimant dx_1 , dx_2 et $d\alpha$ comme des fonctions de $d\sigma_x$, $d\sigma_y$ et $d\sigma_{xy}$ en utilisant (III-33), et en remplaçant dans (III-34), on obtient :

$$\begin{aligned} df = & \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} + \cos 2\alpha \frac{\partial \psi}{\partial x_2} - \frac{\sin 2\alpha}{2x_2} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \right] d\sigma_x \\ & + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} - \cos 2\alpha \frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \frac{\sin 2\alpha}{2x_2} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \right] d\sigma_y \\ & + \left[\sin 2\alpha \frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \frac{\cos 2\alpha}{2x_2} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \right] d\sigma_{xy} - d\sigma \end{aligned} \quad (\text{III-35})$$

où, par identification avec la fonction de charge exprimée sous cette forme : $f = F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) - \sigma$, les coefficients de $d\sigma_x$, $d\sigma_y$ et $d\sigma_{xy}$ dans (III-35) représentent les dérivées partielles $F_{,xx}$, $F_{,yy}$ et $F_{,xy}$ respectivement. Ces dérivées $F_{,ij}$ étant connues comme des fonctions de x_1 , x_2 et α , les dérivées de la forme $F_{,ijkl}$ sont calculées de façon similaire en utilisant le changement de variable défini par (III-33).

III.PREVISION DE LA STRICTION EN EMBOUTISSAGE PAR UN CRITERE DE DEFORMATION EQUIVALENTE LIMITE

III.1.Résultats de l'analyse de localisation et relation avec la striction dans les procédés d'emboutissage

Nous rappelons les expressions proposées précédemment dans le Chapitre II pour définir les limites de formage à striction des tôles :

$$\tilde{\varepsilon}^* = \frac{2\sqrt{1+\rho+\rho^2}}{2+\rho} \left\{ N - \sqrt{2fN} + M \text{Ln}(1/f) + \frac{9\rho^2}{(2+\rho)^2} (P^2 - 1) \text{Ln}(1/17f) \right\} \quad (\text{III-36})$$

dans le domaine de l'expansion ($\rho > 0$), et

$$\tilde{\varepsilon}^* = \frac{\sqrt{1+(2R/1+R)\rho+\rho^2}}{1+\rho} \left\{ N - \sqrt{2fN} + M \text{Ln}(1/f) \right\} \quad (\text{III-37})$$

dans le domaine de l'extension ($\rho < 0$).

Dans ces expressions N est l'exposant d'érouissage, M est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation, P est le rapport entre les contraintes d'écoulement en traction plane et en traction équibiaxiale, R est le coefficient de Lankford, ρ est le rapport des vitesses de déformation et $\tilde{\varepsilon}^*$ est la déformation équivalente limite, identifiée à partir du comportement en traction plane. Le passage à une définition plus habituelle de déformation équivalente identifiée en traction uniaxiale s'obtient simplement à partir des équations du modèle de plasticité.

La taille du défaut introduit dans les analyses de localisation est souvent choisie de façon arbitraire, de façon à obtenir des niveaux réalistes des limites de formage. Si l'on considère les tailles de défaut habituellement utilisées dans ce type d'analyses (typiquement $f = 0,01$), l'interprétation du défaut en terme d'inhomogénéité matérielle de la tôle soulève d'importantes difficultés, qui ont conduit par exemple à remettre en cause la validité de la théorie de l'écoulement au profit de la théorie de la déformation. On peut aussi considérer le défaut comme une inhomogénéité structurelle, c'est-à-dire comme un paramètre permettant de générer une inhomogénéité des champs de contraintes, de vitesses de déformation et de déformations, qui est inhérente aux conditions aux limites rencontrées dans les procédés réels d'emboutissage. Ce point de vue nous semble constituer une justification réaliste de l'utilisation, dans l'analyse de

localisation, d'un défaut dont la taille est souvent trop importante pour pouvoir être reliée à une inhomogénéité matérielle.

Il convient de rappeler également que les déformations limites ont été définies dans l'analyse de localisation ayant conduit aux expressions (III-36) et (III-37), comme étant associées à la déformation dans la zone homogène lorsque la déformation devient illimitée dans le défaut. Il a toutefois été vérifié à partir de l'analyse de localisation que le paramètre f dans les expressions (III-36) et (III-37) peut également être utilisé pour définir différents stades du processus de croissance du défaut. Il a été vérifié par exemple que les limites de formage obtenues avec $f = 0,01$ correspondent tout aussi bien au développement d'un défaut de taille initiale $f = 0,001$ et qui s'est développé jusqu'à une taille de l'ordre de $f \cong 0,01$. L'utilisation des expressions (III-36) et (III-37) avec des valeurs décroissantes de f peut donc constituer une méthode pour suivre le développement de la striction. Nous verrons inversement que l'utilisation d'une forte valeur de f peut permettre d'identifier une zone critique avant même que la striction n'apparaisse.

III.2. Validation du critère par simulations numériques d'emboutissage

III.2.1. Implantation du critère dans ABAQUS

Pour vérifier la capacité de (III-36) et (III-37) à détecter l'apparition et le développement de la striction, des simulations de différents procédés de formage ont été effectuées de façon classique en imposant une hauteur d'emboutissage (ou une pression dans le cas du gonflement hydraulique), tout en comparant à chaque incrément et à chaque élément la déformation équivalente $\tilde{\epsilon}$ et sa valeur critique $\tilde{\epsilon}^*$ (c'est-à-dire le second membre des équations (III-36) pour $\rho > 0$ ou (III-37) pour $\rho < 0$), de façon à détecter l'endroit et le moment où $\tilde{\epsilon}$ atteint et excède $\tilde{\epsilon}^*$.

Dans toutes les simulations, nous avons utilisé le modèle de comportement plastique sous sa forme isotrope transverse ($a = b = 0$ dans l'équation III-30), puisque le critère de striction que nous utilisons a été établi dans cette hypothèse.

III.2.2. Essai de poinçonnement hémisphérique à flan bloqué

Dans les processus axisymétriques simulés ci-dessous, les éléments finis sont des éléments de coque axisymétriques (SAX1 dans ABAQUS). Les outils sont décrits par l'option RIGID SURFACE, et l'option FRICTION est utilisée pour modéliser une interaction de type Coulomb entre les surfaces de contact. Les constantes élastiques du matériau sont $E = 200\ 000$ MPa et $\nu = 0,3$. La

loi contrainte - déformation équivalentes est une loi de Swift du type $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^N$. Ces simulations sont effectuées avec $K = 500 \text{ MPa}$, $\epsilon_0 = 0,002$ et $N = 0,2$.

Dans cette expérience où la tôle est maintenue le long de son contour circulaire, le développement d'un pic de déformation en épaisseur est observé, menant à une striction catastrophique le long d'une certaine direction circonférentielle intermédiaire dans la région de contact du poinçon.

La géométrie adoptée (Figure III-2) dans ces simulations est la suivante : rayon de poinçon = 50,8 mm ; rayon intérieur de matrice = 52,83 mm ; rayon de congé de matrice = 6,35 mm ; épaisseur initiale du flan = 0,85 mm. Cette géométrie a été choisie en raison de son utilisation dans de nombreux essais expérimentaux publiés dans la littérature (Knibloe et Wagoner, 1989 - Ghosh et Hecker, 1975)

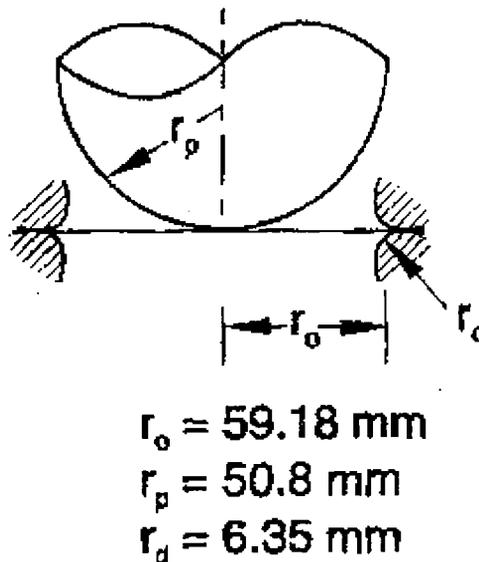


Fig. III-2 : Schématisation de la géométrie adoptée pour l'essai de poinçonnement hémisphérique (ABAQUS/Standard).

Les simulations présentées correspondent à l'utilisation de l'équation (III-31) avec $k = 0,2$ et $B=3A=12,98$, c'est à dire à la surface de plasticité correspondant au coefficient de Lankford $R=2$ sur la Figure II-6b. Ce matériau est représentatif d'un acier doux d'emboutissage. Le coefficient de frottement est pris égal à $\mu = 0,2$. Les distributions de déformation en épaisseur sont reportées sur la Figure III-3 pour différentes valeurs de l'enfoncement H du poinçon, correspondant à la détection de la striction pour différentes valeurs de taille f du défaut.

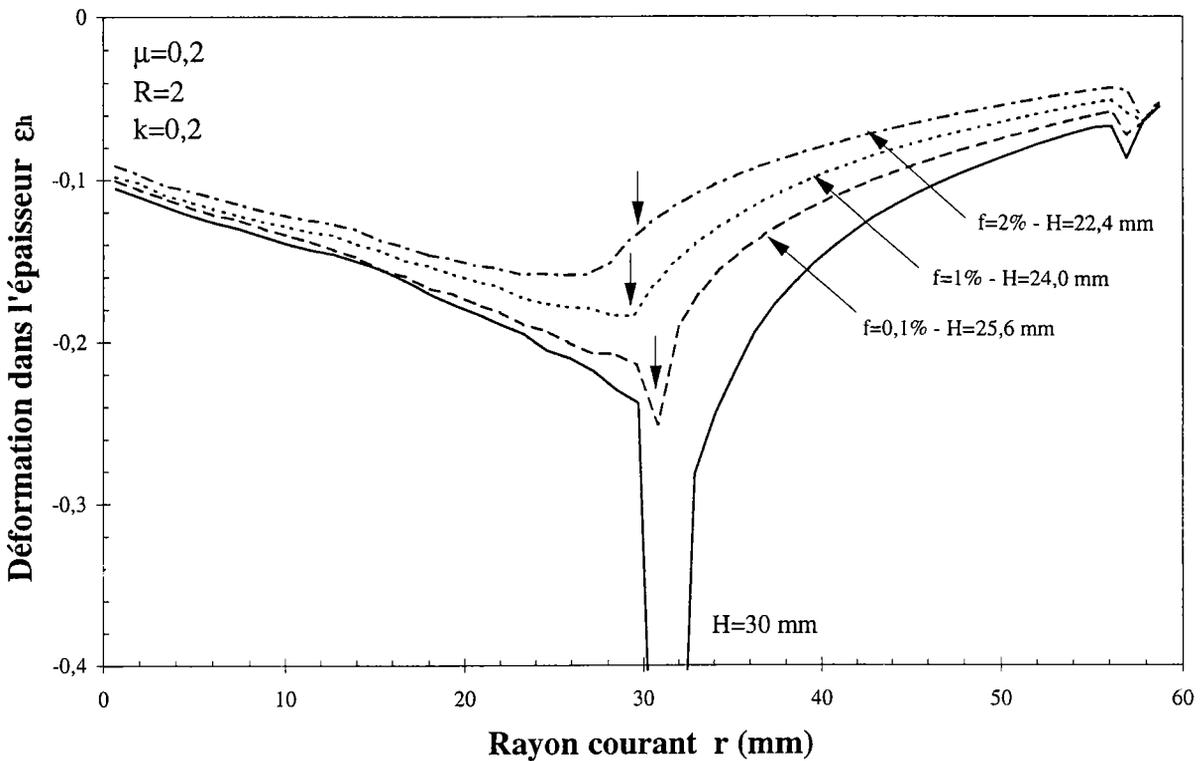
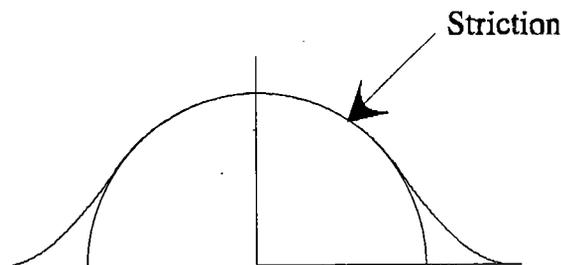


Fig. III-3 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en poinçonnement hémisphérique pour différentes hauteurs de poinçon associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Les flèches indiquent le point où la striction est détectée.



La striction est décelée au point indiqué par une flèche. On observe que la striction est détectée au même endroit pour toutes les valeurs de f , et qu'elle se développe effectivement au point prévu par le critère. La simulation pour $H = 30$ mm montre que la striction s'est développée jusqu'à rupture de l'embouti pour cette valeur de l'enfoncement. L'utilisation d'un grand f ($f = 0,02$) est particulièrement intéressante. La striction est alors prévue à l'endroit où elle va se développer, alors que cette position n'est pas encore en correspondance avec le point où la déformation en épaisseur présente un maximum.

III.2.3. Emboutissage d'un godet

L'emboutissage profond d'une coupelle ou d'un godet peut mener à la striction circonférentielle puis à la rupture au pied de la partie cylindrique de l'embouti. La striction est particulièrement attendue pour des matériaux avec des faibles valeurs de R , en raison d'une valeur de la contrainte d'écoulement en traction plane relativement plus faible par rapport aux contraintes de rétreint nécessaires pour assurer l'avalement du flan. Cependant, puisque la charge du poinçon croît, présente un maximum puis décroît, la striction, quand elle est initiée, peut se développer de façon catastrophique avant que la charge maximale ne soit atteinte, ou arrêter de se développer à partir du moment où la charge maximale est dépassée.

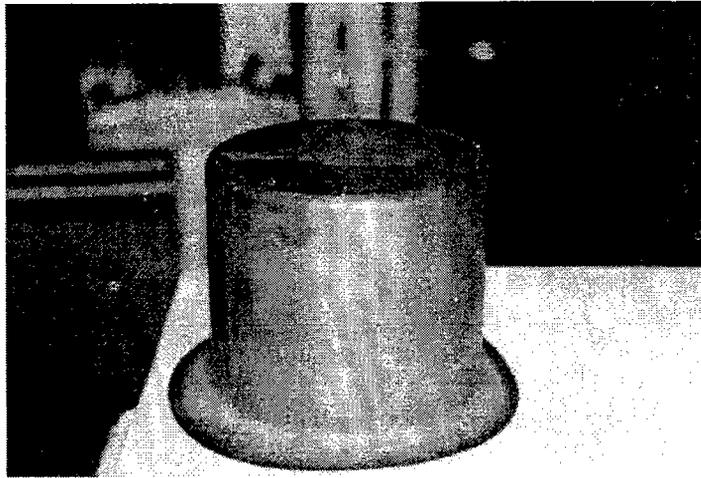


Photo 4 : Godet (LEDEPP-SOLLAC).

La géométrie adoptée dans les simulations est définie par les paramètres suivants : rayon du poinçon = 50 mm, rayon d'épaulement de la matrice = 5 mm, rayon de la matrice = 51,25 mm, rayon d'épaulement du poinçon = 13 mm et épaisseur initiale de la tôle = 0,82 mm.

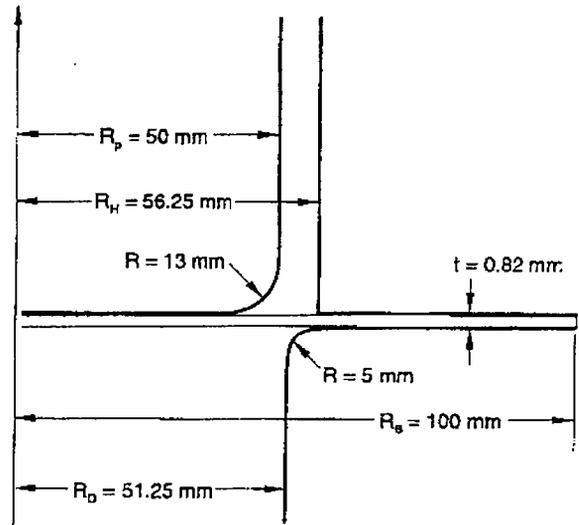


Fig. III-4 : Schématisation de la géométrie adoptée pour l'essai d'un emboutissage de godet (ABAQUS/Standard).

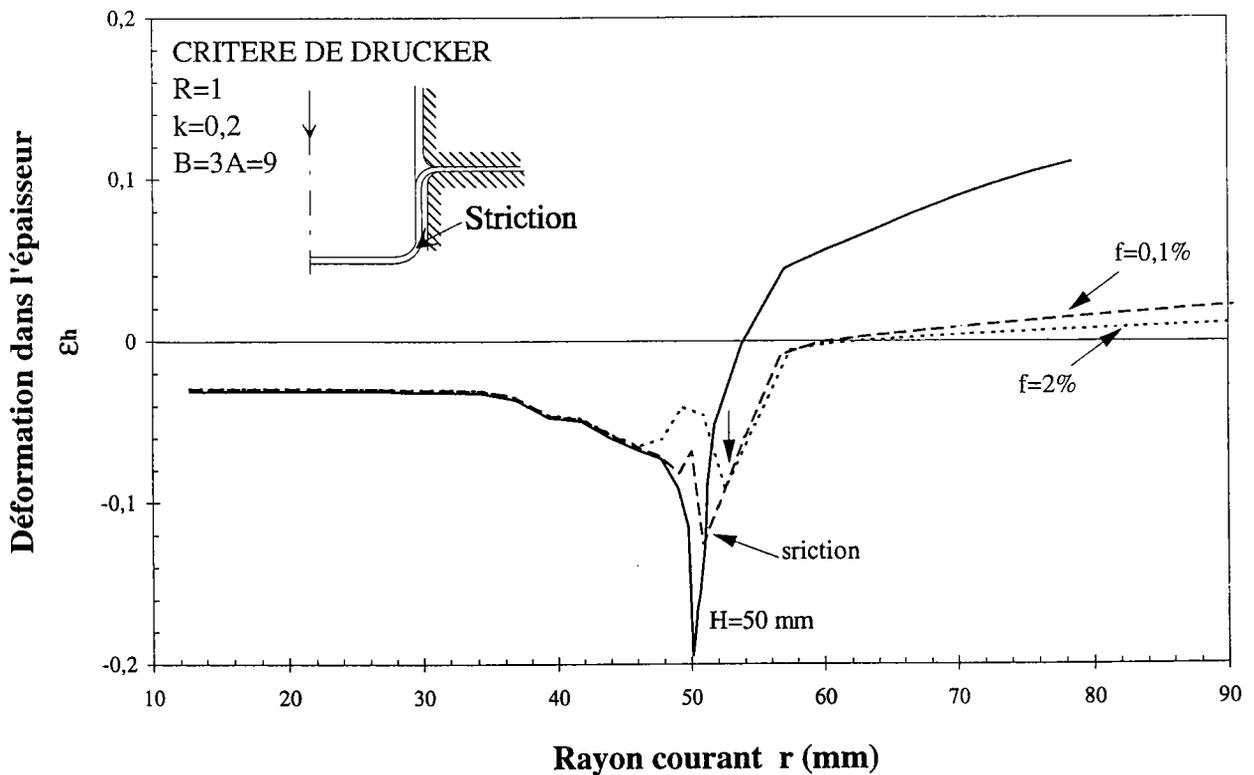


Fig. III-5 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en emboutissage de godet pour différentes hauteurs de poinçon associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Les flèches indiquent le point où la striction est détectée.

Les distributions de déformations dans l'épaisseur correspondent à un cas limite obtenu pour une force de serre-flan de 100 kN, $\mu(\text{serre-flan}) = 0,1$ - $\mu(\text{matrice}) = 0,1$ - $\mu(\text{poinçon}) = 0,25$ et avec le critère de Drucker ($R = 1$ sur la Figure II-6b). La striction débute sur un élément qui s'enroule le long du rayon poinçon, puis vient ensuite au pied de la paroi latérale (zone cylindrique) tandis que l'enfoncement du poinçon progresse (Figure III-6).

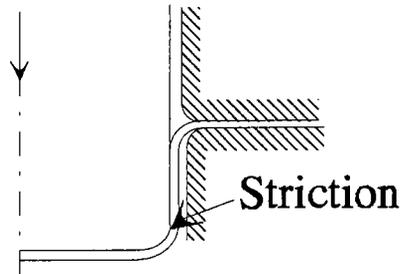


Fig. III-6 : Profil de godet. La flèche indique l'endroit où la striction est détectée.

La zone critique subit donc d'abord un léger rétreint, suivi d'une traction plane une fois que la partie cylindrique commence à se former. La striction est détectée pour les trois valeurs de f utilisées dans le critère. Cependant, la force maximale est dépassée, et la décharge prend place dans la région critique avant l'apparition d'une striction catastrophique, comme le montrent les distributions de déformations dans l'épaisseur obtenues au-delà de la charge maximale (hauteur d'emboutissage $H = 50$ mm, Figure III-5).

III.2.4. Essai de gonflement hydraulique

L'essai de gonflement hydraulique est simulé avec des éléments de membrane : M3D3 éléments triangulaires autour du pôle et M3D4 éléments quadrangulaires ailleurs ; par raison de symétrie, seul un quart de la membrane est maillé avec un total de 200 éléments soient 231 noeuds (Figure III-8).

Les simulations s'appliquent au cas de l'aluminium, et seront comparées aux résultats expérimentaux de Iseki, Murota et Jimma (1977).

Les constantes élastiques du matériau sont $E = 70\,000$ MPa et $\nu = 0,314$. La loi plastique contrainte - déformation équivalente est une loi puissance de type $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^N$. Les simulations ont été effectuées avec $K = 180$ MPa, $\epsilon_0 = 0,00769$ et $N = 0,29$ (Iseki et al., 1977). Nous avons pris le coefficient d'anisotropie $R=0,8$.

Trois géométries ont été étudiées par Iseki et *al.* (1977), correspondant à trois valeurs du rapport d'ellipticité de la membrane : $b/a=0,37$ - $b/a=0,66$ - $b/a=1,0$.

Forme	Rapport d'axes b/a	Grand axe $2a$ mm	Petit axe $2b$ mm	\sqrt{ab} mm	Epaisseur initiale e_0 mm
Elliptique	0,37	88,8	32,7	26,943	0,314
	0,66	61,9	41,1	25,219	0,314
	1,0	48,6	48,6	24,3	0,314

Les surfaces de charge obtenues pour $R=0,8$ sont représentées sur la Figure III-7, soit avec le critère de Hill ($k=0$ et $B=3A=7,8$) soit avec le modèle de Ferron et *al.* (1994), dans lequel nous avons pris $k=0,2$ et $B=3A=8,104$.

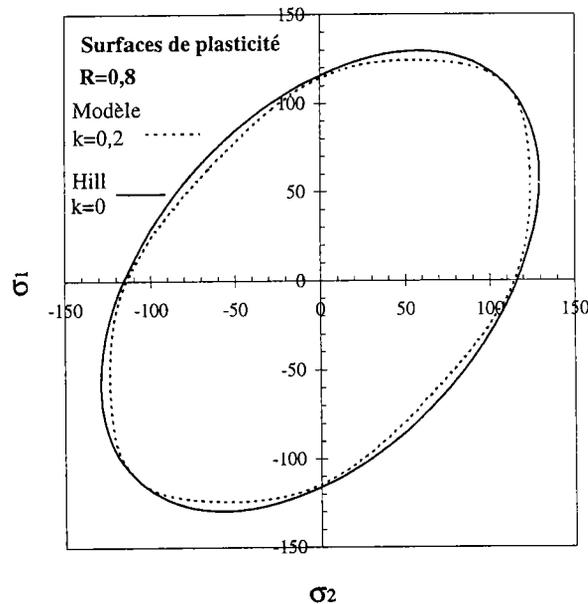


Fig. III-7 : Surfaces de plasticité pour $R=0,8$ et pour $k=0$ (Hill quadratique) et $k=0,2$ (Equation III-31).

Nous reportons dans les tableaux suivants, les hauteurs au pôle normalisées à striction, à pression maximale ainsi que la hauteur issue des résultats expérimentaux à la fin de chaque essai (Iseki et *al.*, 1977). Nous admettons que ce dernier point expérimental correspond à la striction de l'embouti.

Afin d'analyser la résistance et la ductilité en fonction du rapport b/a , il nous semble judicieux d'étudier la hauteur au pôle pour une surface de membrane donnée. Nous présentons donc les résultats sous la forme h/\sqrt{ab} .

Dans le cas d'un défaut d'épaisseur de 1%, la striction est détectée pour les valeurs de hauteur au pôle normalisées suivantes :

Hauteur au pôle (mm)	b/a=0,37	b/a=0,66	b/a=1,0
Hill	hc/a=0,256	hc/a=0,463	hc/a=0,613
	$h(P_{\max})/a=0,301$	$h(P_{\max})/a=0,513$	$h(P_{\max})/a=0,670$
Modèle	hc/a=0,272	hc/a=0,462	hc/a=0,596
	$h(P_{\max})/a=0,292$	$h(P_{\max})/a=0,529$	$h(P_{\max})/a=0,691$
Iseki et al. (1977)	$h_f/a=0,24$	$h_f/a=0,45$	$h_f/a=0,64$

Hauteur au pôle (mm)	b/a=0,37	b/a=0,66	b/a=1,0
Hill	$hc/\sqrt{ab}=0,423$	$hc/\sqrt{ab}=0,568$	$hc/\sqrt{ab}=0,613$
	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,497$	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,630$	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,670$
Modèle	$hc/\sqrt{ab}=0,449$	$hc/\sqrt{ab}=0,567$	$hc/\sqrt{ab}=0,596$
	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,482$	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,650$	$h(P_{\max})/\sqrt{ab}=0,691$
Iseki et al. (1977)	$h_f/\sqrt{ab}=0,395$	$h_f/\sqrt{ab}=0,564$	$h_f/\sqrt{ab}=0,64$

On peut voir que plus b/a est grand, plus la hauteur au pôle normalisée par h/\sqrt{ab} augmente. Ainsi la déformabilité des structures est plus importante pour des membranes circulaires. On observe une assez bonne concordance entre les hauteurs à striction simulée et les hauteurs expérimentales en fin d'essai.

La position des éléments où la striction est détectée est montrée sur la figure suivante :

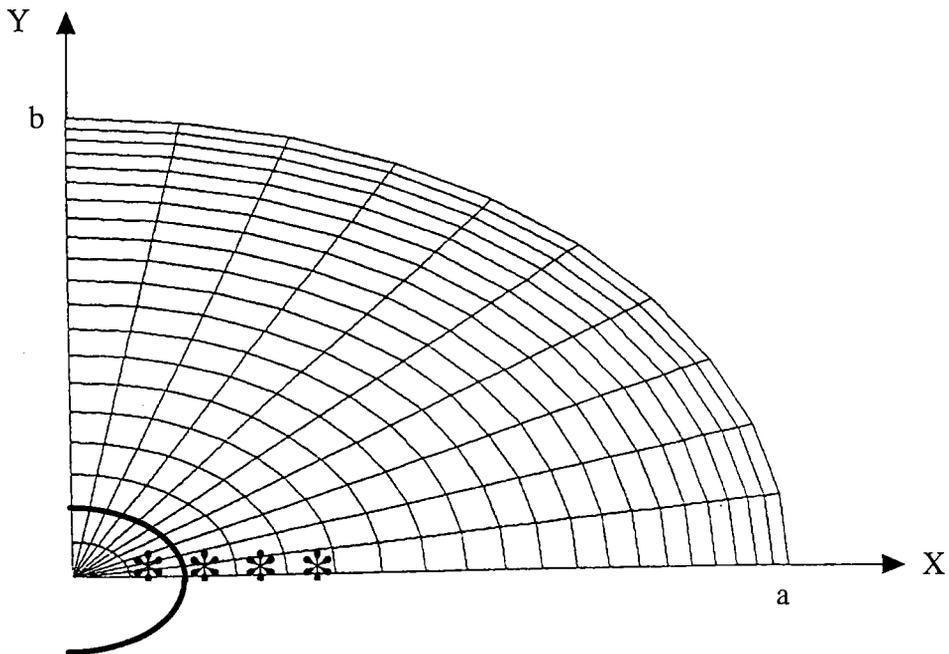


Fig. III-8 : Maillage par éléments finis d'une membrane elliptique. Les étoiles indiquent la position de l'élément où la striction est détectée pour un $b/a = 0,66$. La courbe en trait gras correspond à la courbe le long de laquelle est reportée la déformation en épaisseur dans la figure III-9.

Pour tous les profils, la striction s'initie sur un élément proche du pôle (Figure III-8) toujours le long du plus grand axe (X), qui correspond à la direction de laminage. Au fur et à mesure de l'augmentation de la pression hydraulique, la striction tend à se propager du pôle vers le bord extérieur de la tôle le long de cet axe.

Les distributions de déformations en épaisseur sont reportées sur la Figure III-9 pour différentes valeurs de hauteur d'emboutissage correspondantes à la première détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Le rapport d'ellipticité utilisé est $b/a = 0,66$ avec le modèle de Ferron et *al.* (1994). L'abscisse curviligne correspond aux coordonnées des noeuds le long d'une moitié d'ellipse montrée en gras sur la Figure III-8. Les valeurs des déformations en épaisseur sont prises au point de Gauss de l'élément le long du contour elliptique, pour différentes hauteurs correspondant à la détection de la striction pour $f=0,1\%$ - 1% - 2% .

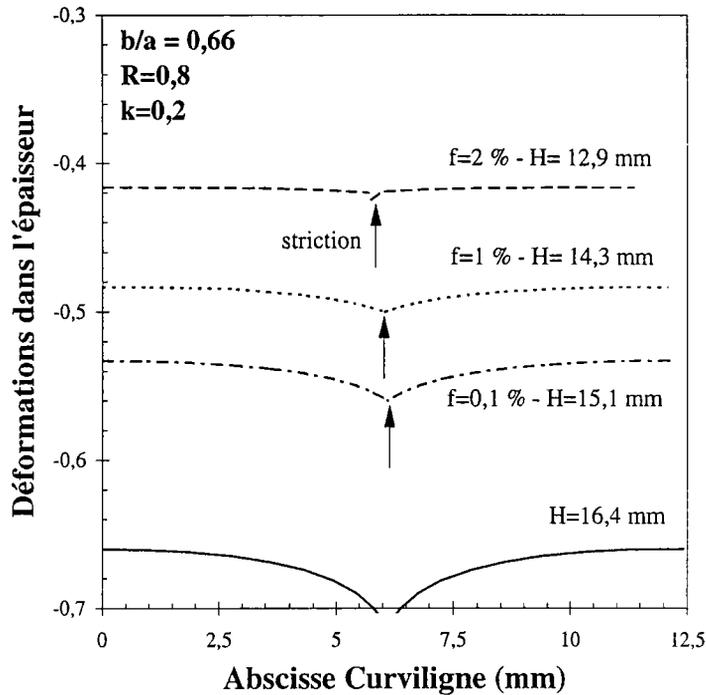


Fig. III-9 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en gonflement hydraulique pour différentes hauteurs d'emboutissage associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. La flèche indique le point où la striction est détectée.

La striction est détectée sur le grand axe, au point indiqué par la flèche sur la Figure III-9. On remarque que plus la taille du défaut est grande plus la détection de la striction sera précoce. On observe un pic de déformations dans l'épaisseur qui se développe progressivement.

Le critère de striction fournit une localisation pertinente de l'endroit et des valeurs de hauteur au pôle, pour lesquels la striction se développe. Le domaine de sollicitation correspond à l'expansion, le développement de la striction est relativement lent, comme le montre la distribution de déformations observée pour une hauteur au pôle supérieure ($H=16,4$ mm).

L'intervention de la rupture ductile peut constituer l'élément déclenchant la ruine de l'embouti.

IV.CONCLUSION

L'utilisation du critère de striction mis au point au Chapitre II dans des simulations numériques de l'emboutissage a montré une bonne aptitude à identifier les zones critiques de la pièce formée.

La striction a été détectée lorsqu'elle s'est effectivement développée. Inversement, des détections erronées n'ont pas été observées dans des situations non critiques. Pour des trajectoires suffisamment éloignées de la traction plane, et pour lesquelles le développement de la striction est relativement lent, l'utilisation d'une forte valeur de la taille du défaut permet de détecter la striction avant son apparition.

Pour de forts gradients de déformation en épaisseur se développant rapidement comme cela est le cas près de la traction plane, deux types de situations peuvent être observés : un développement catastrophique de la striction ou l'arrêt de son développement en raison d'une décharge locale de la zone critique au cours de l'emboutissage. La striction est détectée dans les deux cas. La détection de la striction dans le second cas, même si elle ne conduit pas à la rupture, est pleinement justifiée en raison d'un aspect visuel inacceptable de l'embouti.

Notre critère basé sur la définition d'une déformation équivalente limite dépendant de la trajectoire instantanée de déformation a donc montré une bonne fiabilité pour identifier les zones critiques de l'embouti quel que soit le procédé de mise en forme choisi.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE 3

ABAQUS/Standard, version 5.5 manuals, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, R.I 02860, USA

DRUCKER D.C., Relation of experiments to mathematical theories of plasticity, *J. Appl. Mech.*, vol 16, p 349, *1949*

FERRON G., MAKKOUK R. et MORREALE J., A parametric description of orthotropic plasticity in metal sheets, *Int. J. of Plasticity*, vol 10, p 431, *1994*

GHOSH A.K. et HECKER S., Failure in thin sheets stretched over rigid punches, *Met. Trans.* vol 6A, p 1065, *1975*

ISEKI H., MURATO T. et JIMMA T., Finite Element Method in the Analysis of the Hydrostatic Bulging of Sheet Metal, *Bulletin of the JSME*, vol 20, n° 141, *1977*

KNIBLOE J.R. et WAGONER R., Experimental investigation and finite element modelling of hemispherical stretched steel sheet, *Met. Trans.* vol 20A, p 1509, *1989*

TOURKI Z., Simulations numériques de la mise en forme des tôles : Influence du modèle de plasticité, Thèse de doctorat de l'Université de Metz, *1995*

CHAPITRE IV :

RESULTATS DES
SIMULATIONS
NUMERIQUES ET
DISCUSSION

I.INTRODUCTION

Nous avons mis au point dans les Chapitres précédents un sous-programme dans ABAQUS/Standard, et un critère de striction applicable pour des trajectoires de déformation arbitraires, qui s'appuient l'un et l'autre sur le même modèle de comportement plastique.

Ce chapitre a pour objet de valider par des simulations numériques plus nombreuses l'intérêt d'une implantation du critère de striction dans les simulations numériques de mise en forme des tôles. En même temps que nous examinerons la pertinence du critère de striction, nous serons amenés à analyser l'influence des paramètres rhéologiques et tribologiques sur la déformation de l'embouti, les efforts imposés par les outils, et la réussite ou l'échec du procédé de mise en forme envisagé. L'implantation du critère de rupture de Oyane (1972) nous permettra en outre de discuter la cause d'un échec éventuel : striction sans endommagement préalable appréciable, ou endommagement conduisant à la rupture ductile.

Les effets d'un certain nombre de variables rhéologiques et tribologiques à prendre en compte dans les opérations de formage des tôles métalliques sont maintenant bien connus : de grandes valeurs de l'exposant d'érouissage N et du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation M produisent des distributions de déformations plus uniformes et retardent la localisation de l'écoulement. De grandes valeurs du coefficient de frottement μ limitent le glissement entre les outils et la tôle, et peuvent ainsi mener à une accélération de la localisation des déformations au voisinage de la limite de contact entre outil et tôle. Les paramètres rhéologiques qui devraient être définis pour caractériser les effets de forme de la surface de plasticité sont par contre moins clairement cernés.

Le but de ce Chapitre est donc d'étudier les effets combinés des paramètres rhéologiques et tribologiques sur l'emboutissabilité des tôles métalliques. Nous étudierons plus particulièrement deux procédés de mise en forme que sont le poinçonnement hémisphérique et le gonflement hydraulique. Nous examinerons enfin les effets se traduisant par une influence de l'épaisseur sur les déformations limites, dans le cas de l'essai Nakazima (1968).

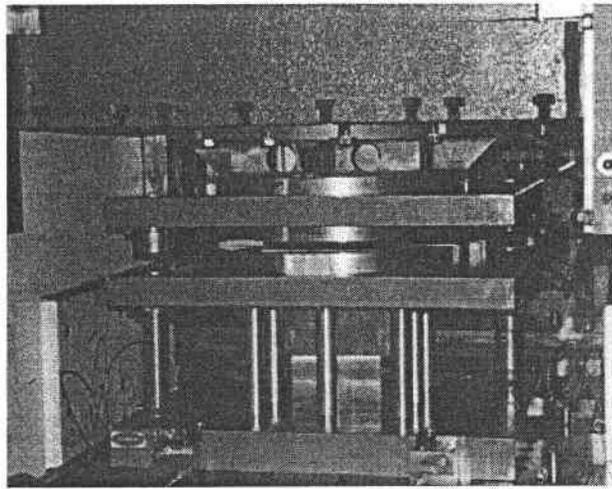


Photo 5 : Presse 400 tonnes en charge utilisée au LEDEPP-SOLLAC.

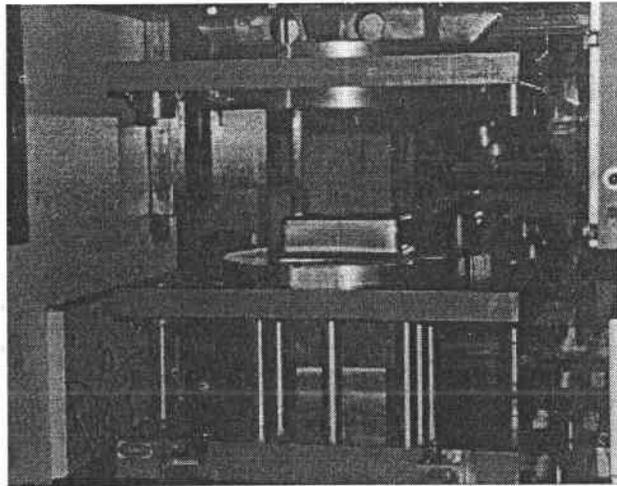


Photo 6 : Presse 400 tonnes utilisée au LEDEPP-SOLLAC avec l'embouti sur le poinçon rectangulaire.

II. INFLUENCE DES PARAMÈTRES RHÉOLOGIQUES ET TRIBOLOGIQUES

II.1. Simulations du poinçonnement hémisphérique

Comme au Chapitre III, les éléments finis sont des éléments de coque axisymétriques (SAX1 dans ABAQUS). Les outils sont décrits par le biais de l'option RIGID SURFACE et l'option FRICTION est utilisée pour décrire l'interaction entre les surfaces en contact avec une loi de frottement de type Coulomb. L'isotropie plane est supposée dans tous les calculs présentés ci-dessous ($a = b = 0$ dans (III-30)).

II.1.1. Etude du poinçonnement de matériaux modèles

La géométrie adoptée dans les simulations est la même que celle utilisée dans le chapitre III (voir Figure III-2). Les constantes élastiques du matériau sont choisies égales à $E = 200\ 000$ MPa et $\nu = 0,3$. La loi contrainte - déformation équivalente est une loi puissance de type Swift de la forme $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^N$. Les simulations ont été effectuées avec $K = 500$ MPa, $\epsilon_0 = 0,002$ et $N = 0,2$.

Les paramètres, dont l'influence est examinée, concernent la forme de la surface de charge d'une part, et le frottement d'autre part.

II.1.1.a. Etude des distributions de déformation

Les surfaces de charge obtenues pour différentes valeurs du coefficient de Lankford R sont représentées sur la figure IV-1, soit avec le critère quadratique de Hill soit avec le modèle de Ferron *et al.* (1994), dans lequel une valeur positive de k a été adoptée pour obtenir un aplatissement des surfaces près de la traction plane. Nous avons simulé le poinçonnement hémisphérique pour les huit matériaux (4 valeurs de R pour $k=0$ et 4 valeurs de R pour $k=0,2$) ainsi définis (Fromentin *et al.*, 1996).

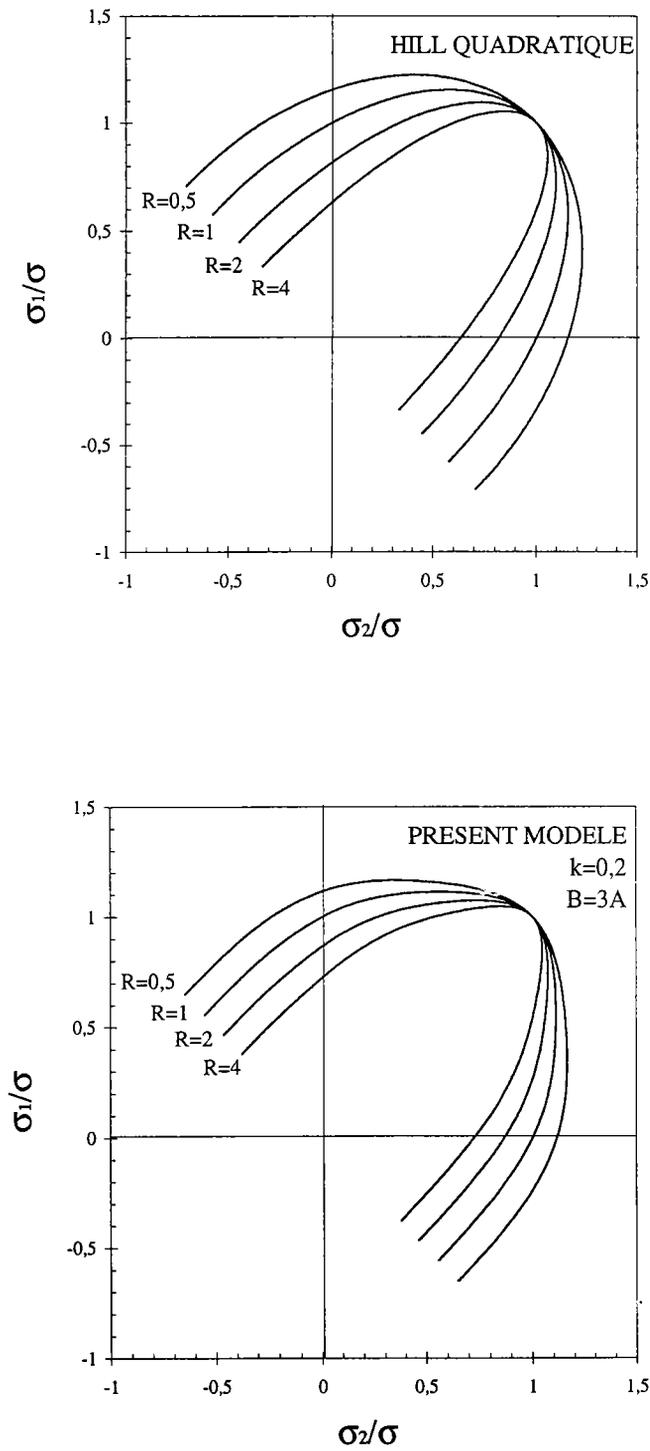


Fig. IV-1 : Surfaces de plasticité pour différentes valeurs de R et pour $k=0$ (critère quadratique de Hill) et $k=0,2$ (Equation III-31). Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équi-biaxiale.

Les distributions de déformations radiales correspondantes sont représentées sur la Figure IV-2 pour une hauteur au pôle donnée, ici $H = 34$ mm.

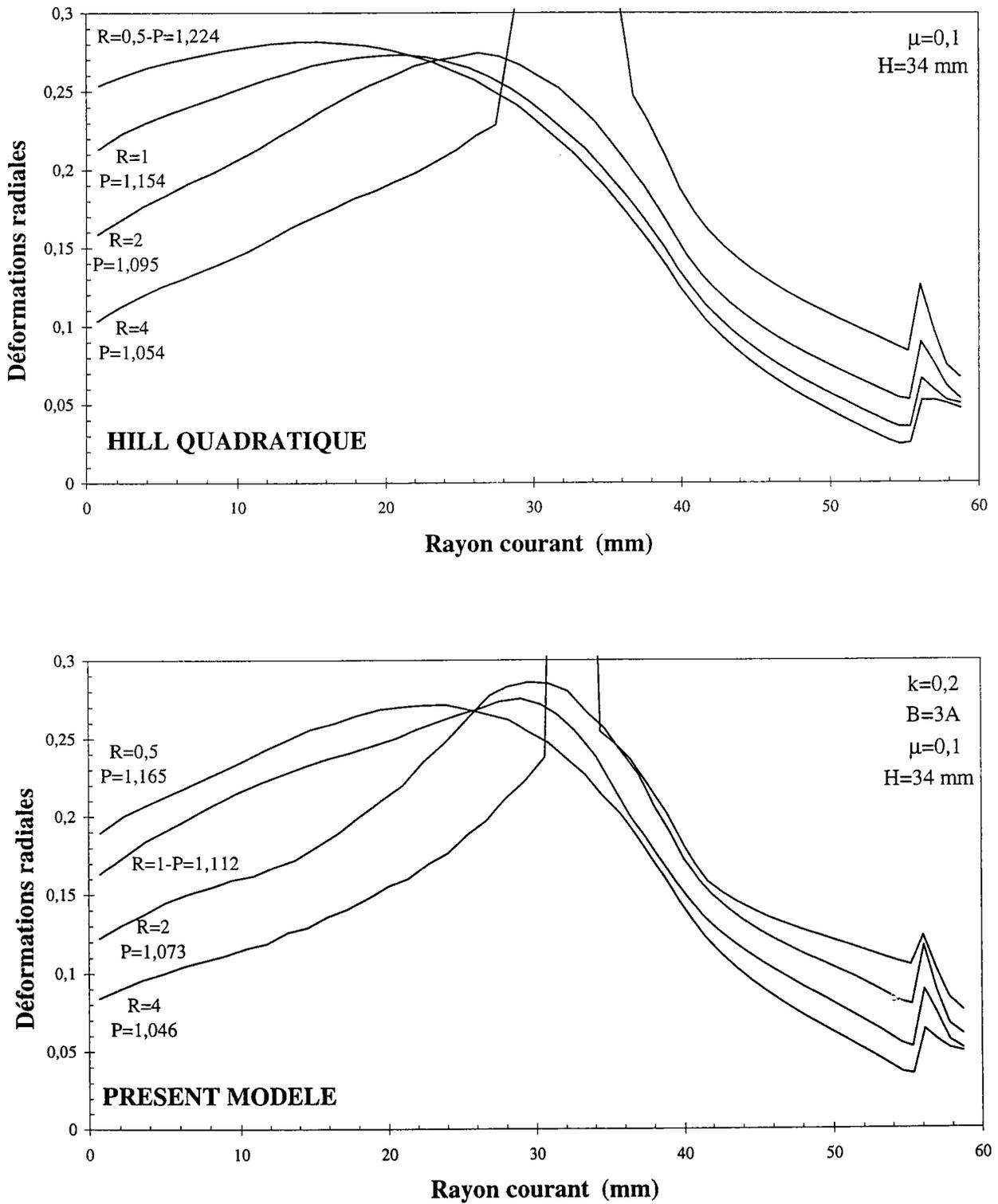


Fig. IV-2 : Distributions des déformations radiales en poinçonnement hémisphérique pour différentes surfaces de plasticité (figure IV-1) et pour $\mu=0,1$. La hauteur au pôle est égale à $H=34$ mm.

On observe que la déformation au pôle diminue et que l'étirement radial près du bord augmente pour des valeurs de R ou k qui augmentent. Une augmentation de R ou k reflète une baisse du rapport $P = \sigma_{ps}/\sigma_b$ des contraintes en traction plane et en traction équibiaxiale. L'influence de la forme de la surface de charge peut être expliquée à partir de ce rapport, en observant que l'étirement en traction plane (près du bord de la tôle) est favorisé, et que la résistance à la traction équibiaxiale (au pôle) augmente lorsque P diminue.

En même temps, le déplacement radial est plus faible, le pic de déformation radiale qui se développe pendant l'enfoncement du poinçon est localisé à une plus grande distance du pôle et son émergence est plus précoce pour de faibles valeurs de P .

Les effets du frottement consistent à limiter le glissement de la tôle le long du poinçon. Pour un enfoncement du poinçon donné, la déformation au pôle décroît lorsque le coefficient de frottement μ croît, tandis que l'étirement près du bord de la tôle est contrôlé par les paramètres du matériau, et n'est presque pas affecté par μ , comme l'illustre la Figure IV-3.

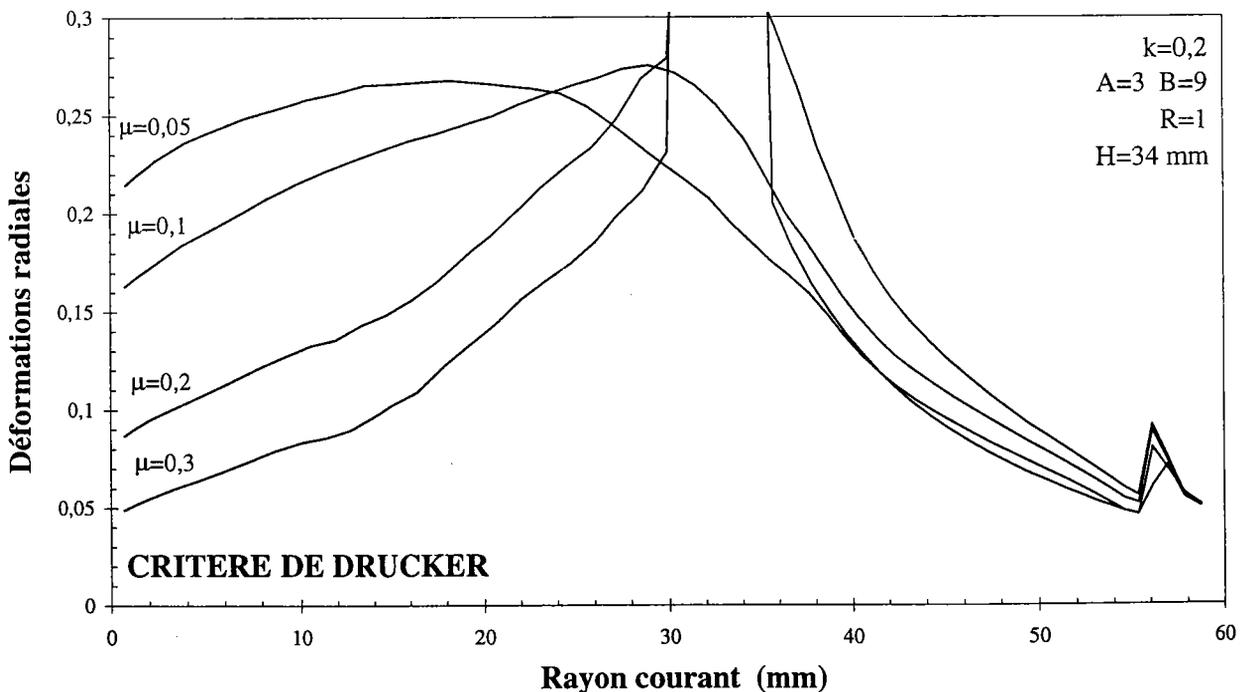


Fig. IV-3 : Distributions de déformations radiales pour différents μ (critère de Drucker). La hauteur au pôle est égale à $H=34$ mm. La hauteur limite au pôle est dépassée pour $\mu=0,2$ et $\mu=0,3$.

En ce qui concerne le pic de déformation radiale, l'effet d'un frottement fort est qualitativement le même que l'effet d'une faible valeur de P . Ce résultat s'explique par une faible valeur du déplacement radial pour des fortes valeurs de μ ou les faibles valeurs de P .

II.1.1.b. Hauteur limite d'emboutissage

La hauteur d'emboutissage est limitée par deux possibilités :

- soit la croissance catastrophique de la zone de striction au noeud critique correspondant au pic des déformations radiales,
- soit par l'arrivée de la rupture ductile sans striction notable.

La limite de ductilité, déterminée par l'apparition de la rupture ductile avant le développement catastrophique des gradients de déformations, a été discutée en particulier par Ghosh (1978) et par Yamaguchi *et al.* (1996) dans le contexte des courbes limites de formage.

La rupture est facilitée par des fortes contraintes hydrostatiques, et une limite d'emboutissage contrôlée par la rupture est, par conséquent, attendue pour des chemins de déformations critiques proches de la traction équibiaxiale, c'est à dire pour des faibles μ et/ou des forts P . La hauteur limite au pôle contrôlée soit par la croissance d'une zone de striction soit par la rupture est illustrée sur les Figures IV-4.

Sur la Figure IV-4a sont reportées les hauteurs limites d'emboutissage correspondant aux différents matériaux modèles précédemment envisagés, pour une détection de la striction obtenue en prenant une taille de défaut $f=0,01$.

Sur la Figure IV-4b sont reportées les hauteurs limites d'emboutissage correspondant à l'utilisation d'un critère de rupture associé à une valeur critique de déformation en épaisseur, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0,9$. Cette valeur limite est empruntée à Ghosh (1978) et représente un ordre de grandeur réaliste pour les aciers.

Compte tenu de la valeur adoptée pour la déformation critique en épaisseur, on s'aperçoit sur cet exemple que la hauteur d'emboutissage sera contrôlée dans tous les cas par la striction de l'embouti.

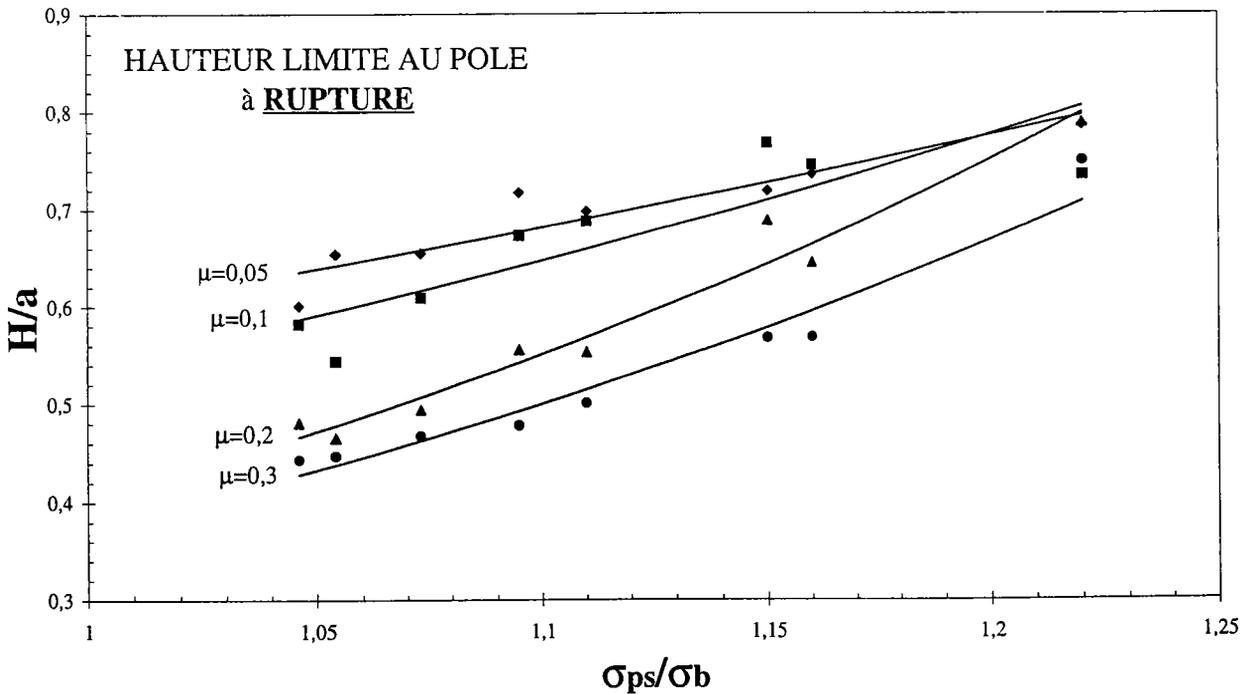
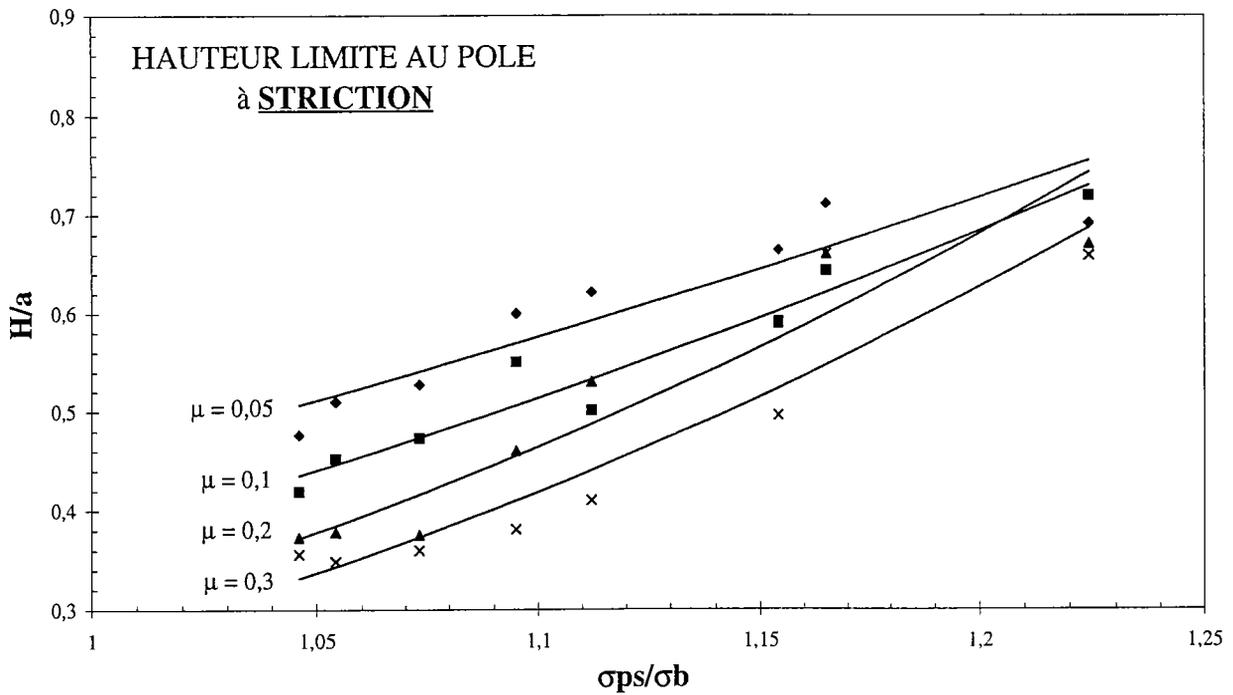


Fig. IV-4 : Hauteur limite au pôle en fonction du rapport σ_{ps}/σ_b , pour différentes valeurs de μ . La hauteur au pôle est normalisée par le rayon de la tôle.

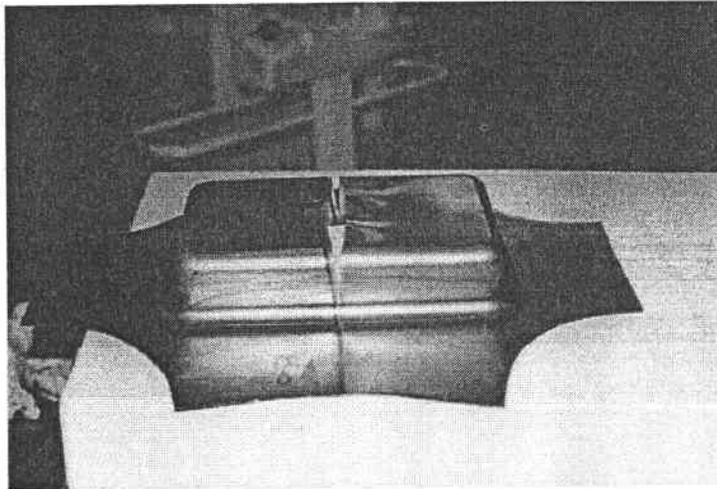
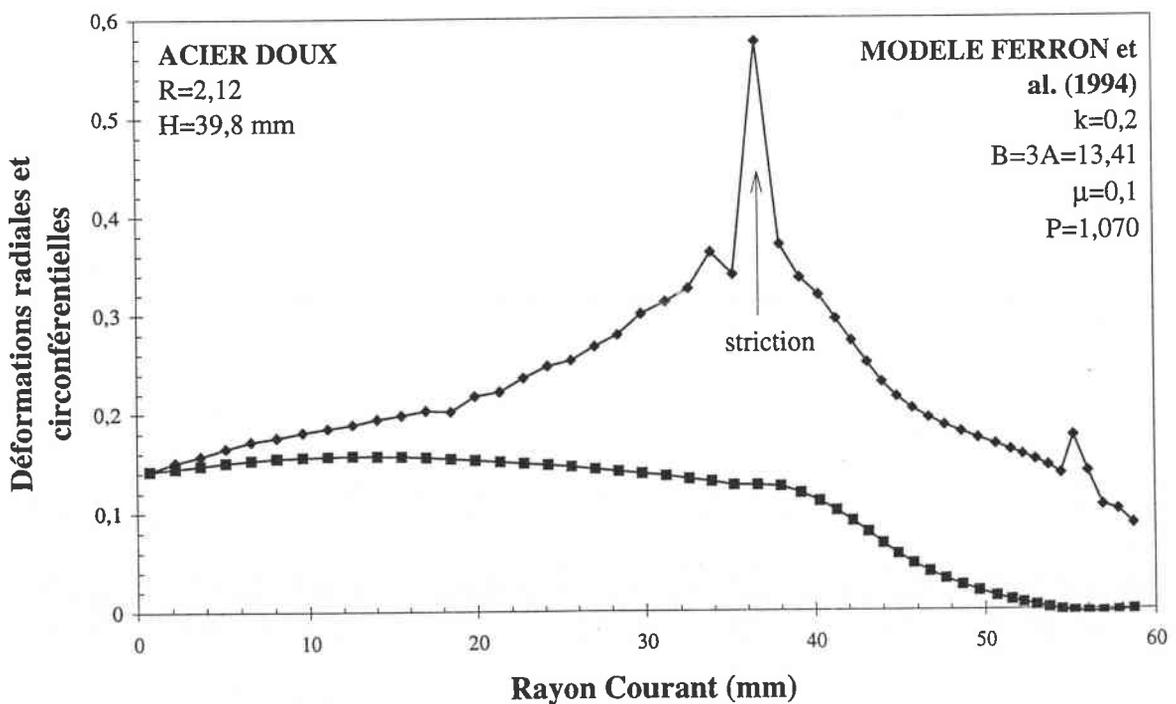


Photo 7 : Rupture de l'embouti près de la soudure (LEDEPP-SOLLAC).

II.1.2. Etude du poinçonnement de matériaux réels

Les simulations suivantes sont représentatives d'un acier doux et d'un aluminium (A1100), et reprennent les paramètres des matériaux utilisés respectivement par Yamaguchi *et al.* (1996) et Takuda *et al.* (1996).



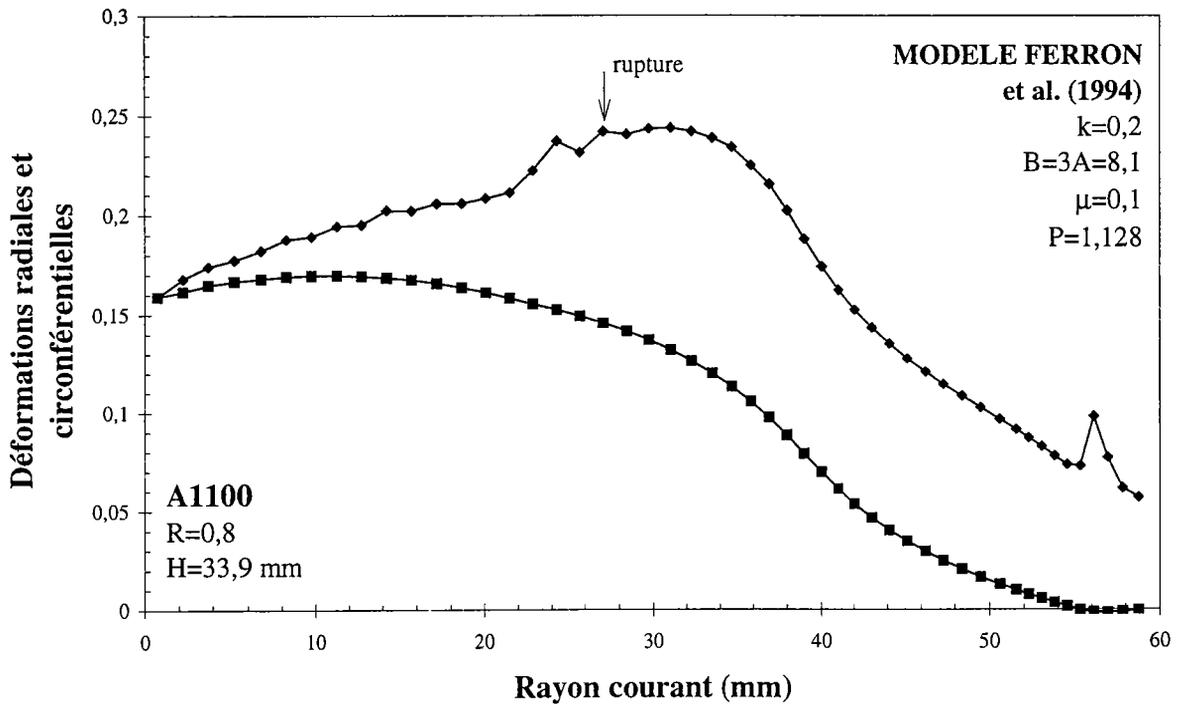


Fig. IV-5 : Distributions de déformations radiales et circonferentielles en poinçonnement hémisphérique pour des paramètres de matériau représentatifs de l'acier doux et de l'aluminium et pour $\mu=0,1$.

Dans les deux cas, l'exposant d'écroutissage N est égal à 0,26. Le coefficient d'anisotropie moyen est égal à 2,12 pour l'acier doux et 0,8 pour l'aluminium. Les simulations ont été effectuées avec $k=0,2$ et $B=3A=13,41$ pour l'acier et $B=3A=8,1$ pour l'aluminium, de façon à respecter les valeurs du coefficient d'anisotropie. En plus de la détection de la striction, nous avons également effectué un test de détection de la rupture ductile, en utilisant le critère de Oyane (1972) dont les coefficients ont été identifiés par Yamaguchi et *al.* (1996) et par Takuda et *al.* (1996) pour ces matériaux. Ce critère est défini par l'expression ci-dessous :

$$\int_0^{\varepsilon_r} \left(\frac{\sigma_m}{\sigma} + a \right) d\varepsilon = b \quad (\text{IV-1})$$

où $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2)/3$ est la contrainte hydrostatique, σ et ε sont les contraintes et déformations équivalentes (en traction uniaxiale) et a et b sont des constantes ($a = -0,36$ et $b = 0,24$ pour l'acier doux et $a = 0,33$ et $b = 0,42$ pour l'aluminium).

Les simulations ont donc été effectuées en calculant pour chaque élément et pour chaque incrément la partie gauche de l'équation (IV-1) pour pouvoir détecter l'apparition de la rupture. Les

distributions des déformations radiales et circonférentielles sont illustrées sur la Figure IV-5 pour les deux matériaux. Le point où le premier événement catastrophique (striction ou rupture) est détecté, est indiqué par une flèche.

Pour $\mu=0,1$, on peut voir que la striction se développe avant que la rupture n'arrive dans la région de striction dans le cas de l'acier doux ; tandis que pour l'aluminium la rupture arrive avant que la striction se soit développée. Le déclenchement plus précoce du critère de rupture pour l'aluminium est la principale cause de cette différence de comportement.

Par contre, une augmentation de μ conduirait à une limitation de la hauteur au pôle contrôlée par la striction, aussi bien pour l'aluminium que pour l'acier doux.

II.2.Simulations du gonflement hydraulique

La géométrie et les caractéristiques mécaniques sont identiques à celles détaillées dans le Chapitre III (Figure III-8). Les simulations ont été effectuées pour trois formes elliptiques de membrane (voir tableau) et les résultats ont été comparés avec les résultats expérimentaux de Iseki *et al.* (1977).

Forme	Rapport d'axes b/a	Grand axe $2a$ mm	Petit axe $2b$ mm	Epaisseur initiale e_0 mm
Elliptique	0,37	88,8	32,7	0,314
	0,66	61,9	41,1	0,314
	1,0	48,6	48,6	0,314

II.2.1.Relations entre la pression hydrostatique et la hauteur au pôle

Les relations entre la pression hydrostatique P et la hauteur au pôle h_c normalisée par le demi-axe a de la tôle sont montrées sur la Figure IV-6 pour chaque rapport de b/a et calculées pour le critère de Hill et le modèle de Ferron *et al.* (1994). Les flèches indiquent la détection de la striction pour différentes valeurs du défaut (0,1 ou 1 ou 2%).

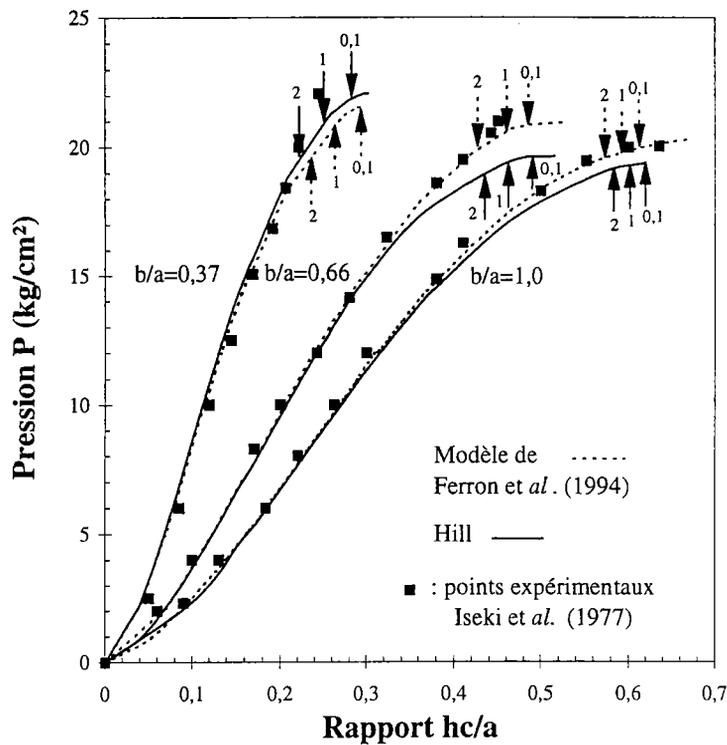


Fig. IV-6 : Pression hydrostatique en kg/cm² en fonction de la hauteur au pôle normalisée pour $b/a=0,37$, $b/a=0,66$ et $b/a=1,0$.

On remarque une très bonne concordance des résultats issus des simulations avec les résultats expérimentaux de Iseki et *al.* (1977), plus particulièrement en utilisant le modèle de Ferron et *al.* (1994). Avec la normalisation par la demi-longueur du grand axe a , on peut voir que la rigidité de la structure augmente lorsque le rapport b/a diminue. Le résultat reste vrai lorsque h est normée par \sqrt{ab} . D'autre part, la pression correspondante à la détection de la striction, ou la pression maximale, augmente lorsque b/a diminue. On admet que le dernier point expérimental fourni par Iseki et *al.* (1977) correspond à la striction de l'embouti. On observe, aussi bien pour les simulations que pour l'expérience, que pour les faibles valeurs de b/a la pression est encore fortement croissante au moment de l'instabilité, alors que l'on est plus proche de la pression maximale pour la membrane circulaire.

Les flèches nous indiquent que le critère déclenche en premier pour des fortes valeurs de taille du défaut (2%). On peut voir que plus le rapport b/a est grand, plus la détection se fait de façon rapprochée ce qui est dû à l'instabilité de la structure résultant de l'approche de la pression maximale.

II.2.2. Relations entre les déformations dans l'épaisseur au pôle et la hauteur au pôle

Les distributions de déformations dans l'épaisseur au pôle en fonction du rapport h_c/a sont reportées sur la Figure IV-7 pour les trois valeurs de b/a , pour le critère quadratique de Hill et le modèle de Ferron et *al.* (1994). Comme pour la figure précédente, les flèches correspondent à la détection de la striction.

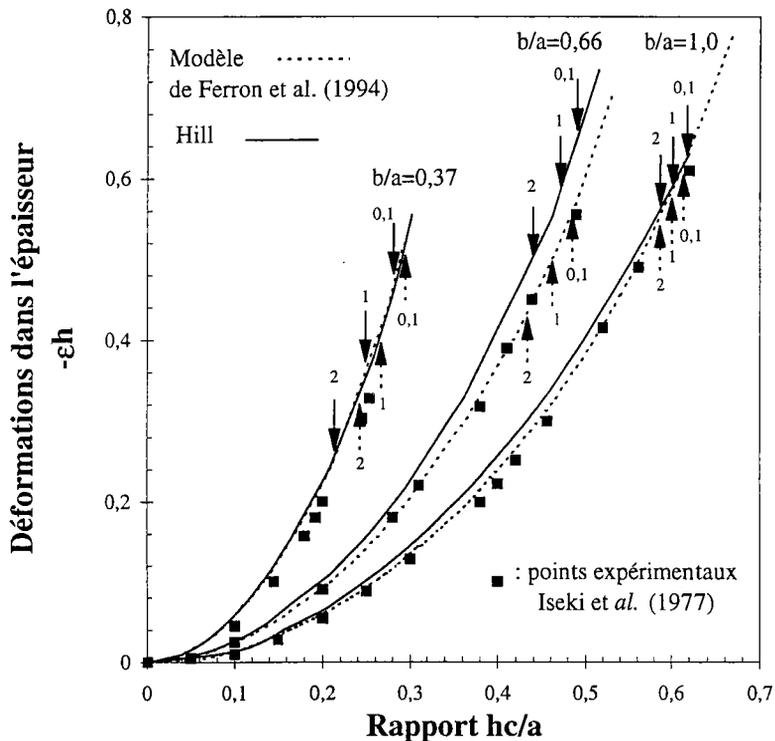


Fig. IV-7 : Déformations dans l'épaisseur en fonction de la hauteur au pôle normalisée pour différents b/a et pour le critère de Hill quadratique et le modèle de Ferron et al. (1994).

Comme pour la pression, les résultats sont en très bon accord avec l'expérience. On voit nettement que les résultats obtenus avec le modèle correspondent parfaitement avec les points expérimentaux de Iseki et *al.* (1977). La valeur maximale atteinte par la déformation dans l'épaisseur augmente en même temps que h_c/a pour des rapports b/a croissants. Les simulations numériques prédisent un développement plus marquant des déformations dans l'épaisseur par rapport au dernier point expérimental de Iseki, surtout avec le modèle pour b/a supérieurs à 0,66.

Comme pour la pression, la détection de la striction se fait de façon plus rapprochée pour les fortes valeurs de b/a , due à l'instabilité de la membrane proche de la pression maximale.

III. INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR DE LA TOLE SUR LES DEFORMATIONS LIMITES

Une des techniques utilisées pour déterminer les déformations limites en expansion et au voisinage de la traction plane est l'essai Nakazima, où une bande de tôle est bloquée par un outillage circulaire, et est emboutie par un poinçon hémisphérique. Lorsque la bande est de faible largeur par rapport au diamètre des outils, la sollicitation est proche de la traction plane.

C'est cette situation que nous envisageons maintenant. Souvent les mêmes outillages sont utilisés pour différentes épaisseurs de tôles, de sorte que la similitude géométrique n'est pas conservée pour la détermination des limites de formage. Nous examinons donc ici l'influence du rapport h/R entre l'épaisseur de la tôle et le rayon de courbure des outils.

Pour des bandes de faible largeur, nous avons effectué une modélisation en déformation plane. La géométrie adoptée dans les simulations est la suivante : rayon poinçon = 55 mm, rayon matrice = 8 mm , épaisseur initiale des trois tôles utilisées = 2,66 ; 3,64 et 5,06 mm subdivisée en trois couches (Figure IV-8). Les éléments utilisés dans les simulations sont des éléments 4 noeuds en déformations planes (CPE4 dans ABAQUS).

Dans l'essai Nakazima, les rayons de courbure de la partie torique de la matrice sur laquelle la tôle vient s'enrouler au cours de l'enfoncement du poinçon sont de signe opposés ce qui nous semble constituer une des causes du blocage de la tôle sur le rayon matrice. Nous avons imposé ce blocage dans les simulations en déformation plane en choisissant un coefficient de frottement arbitrairement très fort entre la tôle et la matrice ($\mu=2$).

Nous disposons de résultats expérimentaux du LEDEPP-SOLLAC pour trois aciers d'épaisseurs différentes et de caractéristiques d'érouissage différentes. Pour les trois aciers, nous avons pris les caractéristiques élastiques égales à $E=210\ 000$ MPa et $\nu=0,3$. Les caractéristiques d'érouissage sont reportées dans le tableau suivant avec l'épaisseur des tôles.

	h (mm)	K (MPa)	N
Acier 1	2,66	868	0,12
Acier 2	3,64	849	0,114
Acier 3	5,06	851	0,15

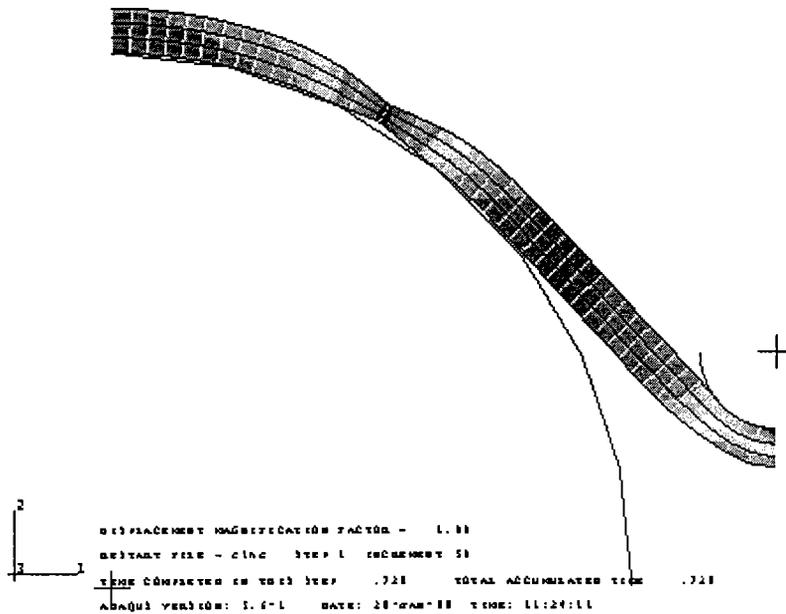


Fig. IV-8 : Profil déformé d'une tôle de 5,06 mm avec apparition de la striction.

Les simulations ont été effectuées en utilisant le critère de von Mises. Dans les trois cas, le coefficient de frottement avec le poinçon a été pris égal à 0,2. Les résultats concernant les distributions des déformations radiales sur la face externe de la tôle sont représentées sur les Figures IV-9. Les exposants d'écroutissage des trois matériaux envisagés étant assez peu différents, les différences observées sont pour l'essentiel le résultat des différences d'épaisseur des trois matériaux.

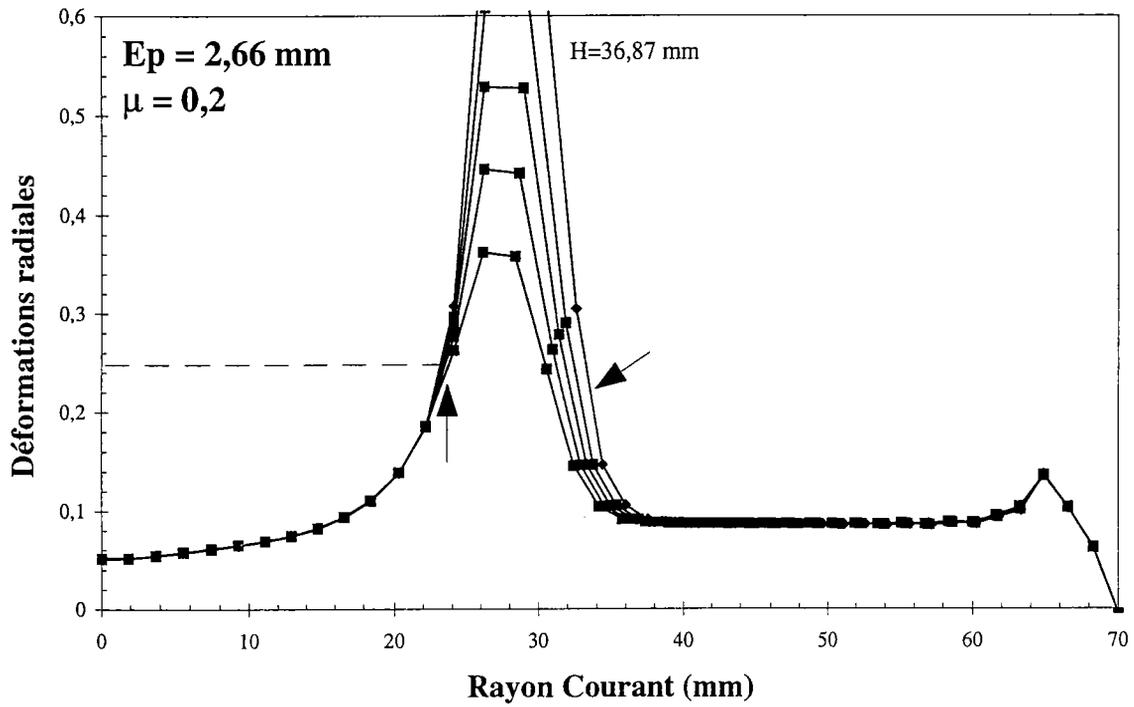


Fig. IV-9a : Déformations radiales pour une épaisseur de tôle de 2,66 mm.

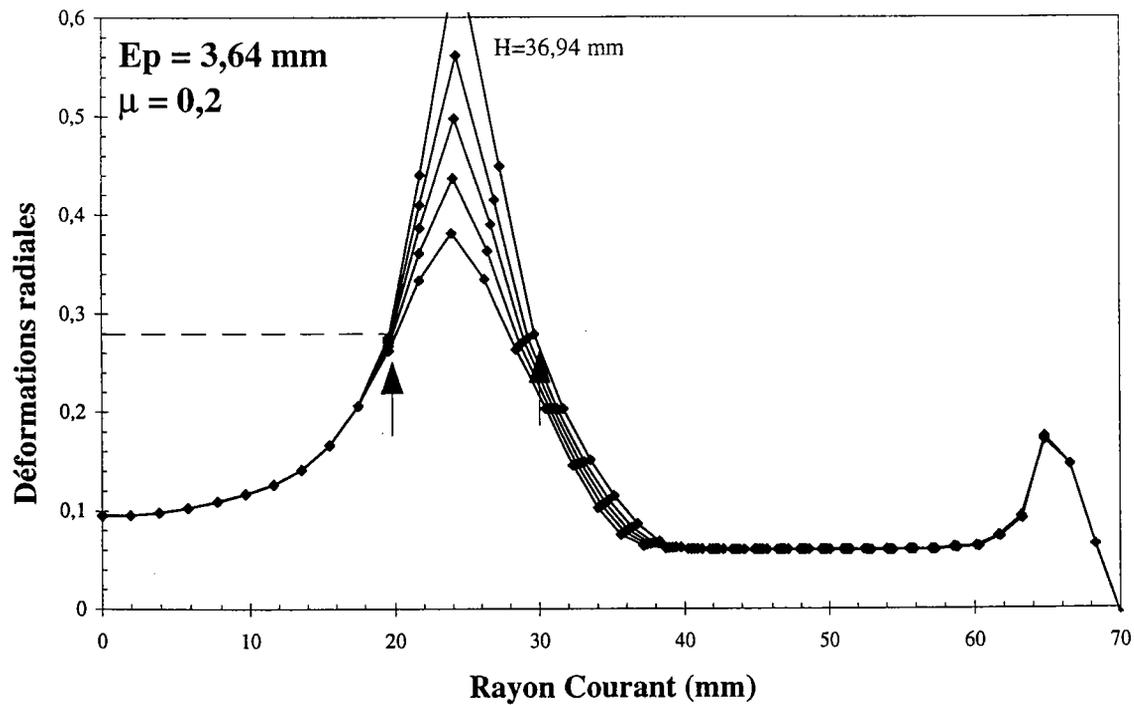


Fig. IV-9b : Déformations radiales pour une épaisseur de tôle de 3,64 mm.

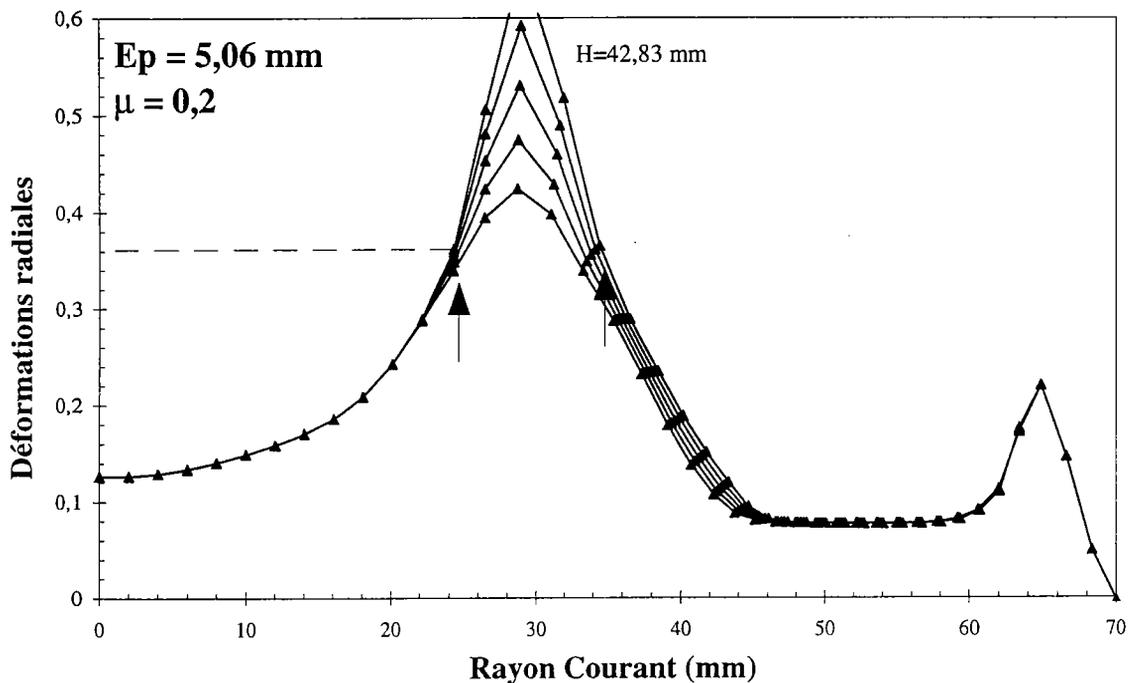


Fig. IV-9c : Déformations radiales pour une épaisseur de tôle de 5,06 mm.

On observe tout d'abord que l'enfoncement de poinçon à rupture tend à augmenter lorsque l'épaisseur de la tôle augmente (on peut estimer que les dernières valeurs de l'enfoncement reportées sur les figures IV-9 (a,b,c) sont proches de la rupture de la tôle). Ce résultat s'explique par un étalement plus important du pic de déformation radiale pour les fortes épaisseurs. Cet étalement est lié à l'importance des efforts de flexion, qui sont notables sur une grande partie du brin libre (Figure IV-9c), alors que pour les faibles épaisseurs les efforts de membrane prédominent. L'absence quasi-totale d'efforts de flexion pour les faibles épaisseurs est visualisée par la valeur uniforme de la déformation radiale sur toute la longueur du brin libre (Figure IV-9a).

Afin de se rapprocher des conditions expérimentales de détermination des limites de formage, nous avons choisi de définir celles-ci comme la moyenne des déformations mesurées de part et d'autre de la striction, à deux éléments de l'élément critique (soit environ 2 mm de part et d'autre de la zone de rupture). La position correspondante est indiquée par une flèche et les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau suivant :

Déformation limite en traction plane	Acier 1 : 2,66 mm	Acier 2 : 3,64 mm	Acier 3 : 5,06 mm
expérimentale (LEDEPP)	0,29	0,32	0,40
simulée	0,25	0,28	0,36

On observe, par rapport aux valeurs expérimentales, des valeurs simulées légèrement plus faibles ($\Delta\varepsilon_1 \approx 0,04$) ce qui peut être dû, entre autres, au caractère approximatif de notre analyse par rapport à la méthode de dépouillement de Bragard. Par contre, l'influence de l'épaisseur est parfaitement reproduite. On observe ainsi que les gradients de déformation sont plus localisés pour des épaisseurs faibles (Figure IV-9a), alors que les fortes épaisseurs favorisent l'étalement des gradients de déformation.

L'influence de l'épaisseur de la tôle sur les déformations limites nous semble donc devoir être attribuée à un 'effet de structure', lorsque la similitude géométrique n'est pas respectée dans les essais comparant les limites de formage pour différentes épaisseurs.

Les calculs de localisation de la déformation basés sur le modèle MK étant par nature inaptes à rendre compte des effets de flexion de la tôle, les résultats obtenus dans ce travail nous semblent devoir être limités à des tôles minces, pour lesquelles le rapport (h/R) entre l'épaisseur de la tôle et le rayon de courbure des outils est petit.

IV. CONCLUSION

Ce Chapitre montre la bonne corrélation des résultats issus des simulations avec les résultats expérimentaux issus de la littérature. Nous avons implanté dans le code d'éléments finis ABAQUS/Standard, via le sous-programme UMAT, un modèle de plasticité en contraintes planes pour les tôles orthotropes avec l'hypothèse d'écroutissage isotrope (Ferron *et al.*, 1994).

Deux procédés de mise en forme ont été simulés : le poinçonnement hémisphérique et le gonflement hydraulique.

A coté des effets stabilisants de l'écroutissage et de la vitesse de déformation, il est montré que le coefficient de frottement μ et le rapport P entre la contrainte en traction plane et la contrainte en traction équibiaxiale sont les deux paramètres prépondérants contrôlant les distributions de déformation et la hauteur limite au pôle obtenue en poinçonnement hémisphérique. Dans les exemples que nous avons étudié sur les matériaux réels, nous avons vu sur un aluminium que la striction ne se développait pas avant l'apparition de la rupture ; par contre, la striction se déclenche toujours avant la rupture sur un matériau tel que l'acier doux.

Les simulations du gonflement hydraulique nous ont montré que les résultats correspondaient parfaitement avec les points expérimentaux de Iseki *et al.* (1977). Le critère de striction implanté dans ces simulations déclenche avec une bonne précision pour les hauteurs au pôle attendues de l'expérience. On a pu voir que plus les rapports d'ellipticité b/a étaient grands, plus la détection de l'instabilité se faisait de façon rapprochée, dû à l'approche de la pression maximale.

Nous avons par ailleurs simulé l'emboutissage de tôles épaisses en poinçonnement plan, de façon à analyser l'influence de l'épaisseur de la tôle. Nous avons vu que les limites de formage sont très sensibles aux effets de flexion de la tôle et que l'épaisseur joue un rôle sur la localisation de la déformation, les fortes épaisseurs favorisant l'étalement des gradients de déformation. Ces effets de flexion ne peuvent pas être pris en compte par le biais d'une modélisation s'appuyant sur le modèle Marciniak - Kuczynski.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES DU CHAPITRE 4

ABAQUS/Standard, version 5.5 manuals, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, R.I 02860, USA

FERRON G., MAKKOUK R. et MORREALE J., A Parametric Description of Orthotropic Plasticity in metal Sheets, *Int. J. Plasticity*, vol 10, p 431-449, 1994

FROMENTIN S., TOURKI Z., MARTINY M. et FERRON G., Finite Element Analysis of Formability in Hemispherical Stretching Experiments, Proc. 3rd, AEPA'96, Hiroshima-Japon, 1996

GHOSH A. K., Plastic Flow in relation to localized necking in sheets, *Mech. Of Sheet Metal Forming*, 1978

ISEKI H., MUROTA T. et JIMMA T., "Finite Element Method in the Analysis of the Hydrostatic Bulging of a Sheet Metal", *Bulletin of the JSME*, vol 20, N°141, p285, 1977

NAKAZIMA K., Study on the Formability of Sheet Steels, Yamata Tech. Rept., n°264, p 141, 1968

OYANE M., On criteria for Ductile Fracture, *J. Jpn. Soc. Mech. Eng.*, vol 75, p 596-601, 1972

TAKUDA H., MORI K., JINNO A., et HATTA N., Finite Element Simulation of Redrawing Processes with Ductile Fracture Criterion, Proc. 3rd AEPA'96, Hiroshima, 1996

YAMAGUCHI K., MORI K., KAWAGUSHI T. et TAKAKURA N., Prediction of Forming Limit of Sheet metals by Finite Element Simulation Combined with Ductile Fracture, Proc. 3rd, AEPA'96, Hiroshima-Japon, 1996

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Parallèlement à des études expérimentales nombreuses, des tentatives de prédiction théorique des Courbes Limites de Formage ont été menées par de nombreuses équipes de recherche. Ces études ont suscité de nombreux efforts qui ont contribué à une meilleure compréhension des mécanismes de la déformation plastique des tôles métalliques.

A partir d'une analyse des déformations limites représentées dans les axes des déformations principales de surface, il a été proposé récemment une représentation originale des limites de formage dans le diagramme des contraintes principales. Cette représentation permet de s'affranchir d'un paramètre très important : l'allure de la trajectoire des déformations c'est à dire la manière utilisée pour atteindre cet objectif.

Ce travail utilise une proposition de Mesrar (1998), consistant à représenter les limites de formage, non plus dans les axes de déformations ou contraintes principales, mais dans les axes correspondant à la déformation équivalente limite en fonction du rapport des vitesses de déformation instantané. L'intérêt de ce choix s'appuie sur les résultats d'une analyse des limites de formage des tôles à partir d'une approche de localisation de la déformation en présence d'un défaut d'épaisseur (analyse de type Marciniak-Kuczynski).

Afin d'obtenir une meilleure souplesse dans la description des surfaces de plasticité, les simulations numériques réalisées dans ce travail mettent en application une modélisation de la plasticité orthotrope en contraintes planes faisant appel à une représentation paramétrique de la surface de plasticité dans l'espace des contraintes principales. Grâce à ce modèle, nous avons mis en évidence le rôle de la forme de la surface de plasticité sur les déformations limites obtenues. Nous avons de plus montré que, grâce aux simulations effectuées pour des trajectoires linéaires, bilinéaires et curvilignes, que les limites de formage sont représentées avec une bonne précision par une courbe unique dans le système d'axes choisi.

Des expressions analytiques de limite de formage à striction sont proposées en fonction de la taille initiale du défaut et des paramètres caractérisant le matériau. Elles s'inspirent d'analyses antérieures issues de la littérature, et sont ajustées sur les déformations limites issues de l'analyse de localisation. Dans le domaine de l'expansion, c'est le paramètre $P (= \sigma_{ps}/\sigma_b)$ a été choisi pour définir l'influence de la forme de la surface de plasticité sur les déformations à striction, alors que dans le domaine de l'extension, nous avons utilisé le coefficient de Lankford R .

Ces expressions analytiques ont été implantées dans le code de calcul par éléments finis ABAQUS/Standard, via le sous-programme UMAT, afin de tester leur efficacité pour déceler l'apparition et/ou le développement d'une zone de striction dans des simulations numériques de

l'emboutissage. Nous avons simulé trois essais courants de laboratoire : le poinçonnement hémisphérique, l'emboutissage profond de godet et le gonflement hydraulique.

Les résultats de ces simulations montrent l'influence des paramètres tribologiques et rhéologiques du matériau sur les efforts et la répartition des déformations lors d'un processus d'emboutissage. Dans tous les cas, le critère de striction s'est révélé fiable pour déceler l'apparition et le développement d'une striction. L'utilisation d'une forte valeur de la taille du défaut permet en outre de déceler la striction avant son développement catastrophique et même avant son apparition. Ceci peut constituer un intérêt pratique, garantissant le succès d'un embouti tout en signalant les zones à risque dans un emboutissage plus sévère.

La première limitation du critère de striction que nous avons élaboré est liée à la non prise en compte des effets d'épaisseur de la tôle. Nous avons montré, à partir de simulations de poinçonnement plan, que les limites de formage sont fortement affectées par les effets de flexion de la tôle. Ces effets n'étant pas pris en compte dans le modèle de localisation que nous avons utilisé, pour la détermination des limites de formage, l'utilisation du critère que nous avons établi doit de ce fait être limitée à des tôles dont l'épaisseur est faible par rapport aux rayons d'outillage.

Nous avons par ailleurs observé dans certains cas une estimation imprécise de la ductilité en chargements complexes, particulièrement dans le cas de trajets de traction équibiaxiale suivis d'une traction uniaxiale. L'utilisation d'un modèle simple d'écrouissage isotrope peut être à l'origine du manque de précision observé dans les prévisions.

Enfin, nous avons découplé la modélisation de la striction, et les mécanismes d'endommagement conduisant à la rupture ductile, en utilisant de façon séparée le critère de striction que nous avons établi, et un critère de rupture ductile de la littérature. En fait, et particulièrement dans le domaine de l'expansion, l'évolution de la striction peut être couplée aux mécanismes d'endommagement conduisant à la rupture ductile.

Les poursuites pouvant être données à cette étude se situent dans deux directions : d'une part la prise en compte de l'endommagement, ainsi qu'une amélioration de la description de l'écrouissage en trajets complexes, en prenant en compte les effets de changements de trajets de déformation ; d'autre part, la prise en compte 'd'effets de structure' associés à la flexion de la tôle, et qui peuvent devenir prépondérants pour les tôles fortes.

ANNEXES

ANNEXE 1

Les seconds membres de (II-20) et (II-22) sont connus, et les équations (II-20) et (II-22) représentent un système d'équations non - linéaires qui peuvent être résolues pour θ^n , ψ^n et $\Delta\varepsilon^n$. En utilisant (II-6), (II-7) et (II-14) dans (II-20), et (II-8) et (II-15) dans (II-22), on obtient :

$$\frac{\left[\sin(\theta^n + \pi/4) - \cos(\theta^n + \pi/4) \right] \sin \psi^n \cos \psi^n}{\sin(\theta^n + \pi/4) \cos^2 \psi^n + \cos(\theta^n + \pi/4) \sin^2 \psi^n} = \alpha^n \quad (\text{II-23})$$

et

$$\frac{\left[g \sin(\theta^n + \pi/4) - g' \cos(\theta^n + \pi/4) \right] \sin^2 \psi^n + \left[g \cos(\theta^n + \pi/4) + g' \sin(\theta^n + \pi/4) \right] \cos^2 \psi^n}{\sqrt{2} g^2} \Delta\varepsilon^n = \Delta\varepsilon_{tt}^b \quad (\text{II-24})$$

En supposant une valeur donnée de θ^n , ψ^n peut être déterminée à partir de (II-23) et $\Delta\varepsilon^n$ est dérivée de (II-24). Comme pour la zone homogène, les incréments des déformations principales $\Delta\varepsilon_1^n$ et $\Delta\varepsilon_2^n$ sont déterminés en utilisant (II-15) et l'incrément de déformation à travers l'épaisseur $\Delta\varepsilon_3^n$ est déterminé à partir de la condition d'incompressibilité plastique. Alors, l'incrément de l'épaisseur $\Delta h^n = h^n \Delta\varepsilon_3^n$ est connu, et toutes les déformations à la fin de l'incrément peuvent être recalculées. Le chargement perpendiculaire à la bande $F^n = \sigma_{nn}^n h^n$ est calculé et comparé à sa valeur F_n^b déterminée dans la zone homogène. Une procédure itérative est appliquée pour déterminer θ^n jusqu'à ce que l'équation (II-21) soit satisfaite, c'est-à-dire jusqu'à ce que F_n^n devienne égale à F_n^b avec une précision donnée.

Dans le domaine de la traction équi-biaxiale où l'angle ψ minimisant les déformations limites reste égal à zéro, dans la zone homogène et de sous - épaisseur, (II-23) disparaît et (II-24) devient :

$$\frac{g \cos(\theta^n + \pi/4) + g' \sin(\theta^n + \pi/4)}{\sqrt{2} g^2} \Delta\varepsilon^n = \Delta\varepsilon_{22}^b \quad (\text{II-25})$$

Comme dans le cas général $\psi^b(0)$ différent de zéro, l'inconnue θ^n est déterminée de façon à satisfaire l'équation d'équilibre, $F_1^n = F_1^b$.

La déformation limite est supposée être atteinte quand le rapport des incréments de déformation équivalentes $\Delta\varepsilon^n/\Delta\varepsilon^b$ devient plus grand que la valeur imposée. Cette valeur à été prise

égale à 50, si bien que la déformation limite est pratiquement atteinte, même près de la traction équi-biaxiale où le processus de localisation est très lent. Dans le domaine du rétreint, l'angle $\psi^b(0)$ est déterminé de façon à minimiser les déformations limites. Comme il est bien connu, l'angle minimisant les déformations limites est égal à zéro pour les matériaux à isotropie planaire dans le domaine de l'expansion.

ANNEXE 2

En partant de la loi de Hooke isotrope en contraintes planes dans le plan (x,y) et en observant que la condition d'incompressibilité plastique, $d\epsilon_{zz}^p = -(d\epsilon_{xx}^p + d\epsilon_{yy}^p)$ conduit à $F_{,zz} = -(F_{,xx} + F_{,yy})$, le système suivant d'équations de Newton pour les corrections de $\Delta\epsilon_{xx}^p$, $\Delta\epsilon_{yy}^p$ et $\Delta\gamma_{xy}^p = 2\Delta\epsilon_{xy}^p$ est obtenu :

$$\begin{aligned} A_1^1 c(\Delta\epsilon_{xx}^p) + A_1^2 c(\Delta\epsilon_{yy}^p) + A_1^3 c(\Delta\gamma_{xy}^p) - B_1 &= 0 \\ A_2^1 c(\Delta\epsilon_{xx}^p) + A_2^2 c(\Delta\epsilon_{yy}^p) + A_2^3 c(\Delta\gamma_{xy}^p) - B_2 &= 0 \\ A_3^1 c(\Delta\epsilon_{xx}^p) + A_3^2 c(\Delta\epsilon_{yy}^p) + A_3^3 c(\Delta\gamma_{xy}^p) - B_3 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III-19})$$

avec :

$$\begin{aligned} A_1^1 &= 1 + 2\mu(\Delta\epsilon^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,xx} + F_{,xx}(2F_{,xx} + F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_1^2 &= 2\mu(\Delta\epsilon^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,xx} + F_{,xx}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_1^3 &= \mu(\Delta\epsilon^p F_{,xxxy} + F_{,xx} F_{,xy} / \hat{H}(\sigma)) \\ A_2^1 &= 2\mu(\Delta\epsilon^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,yy} + F_{,yy}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_2^2 &= 1 + 2\mu(\Delta\epsilon^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,yy} + F_{,yy}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_2^3 &= \mu(\Delta\epsilon^p F_{,yyxy} + F_{,yy} F_{,xy} / \hat{H}(\sigma)) \\ A_3^1 &= 2\mu(\Delta\epsilon^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,xy} + F_{,xy}(2F_{,xx} + F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_3^2 &= 2\mu(\Delta\epsilon^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,xy} + F_{,xy}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) / \hat{H}(\sigma)) \\ A_3^3 &= 1 + \mu(\Delta\epsilon^p F_{,xyxy} + F_{,xx} F_{,xy} / \hat{H}(\sigma)) \\ B_1 &= F_{,xx}(\Delta\epsilon^p + f / \hat{H}(\sigma)) - \Delta\epsilon_{xx}^p \\ B_2 &= F_{,yy}(\Delta\epsilon^p + f / \hat{H}(\sigma)) - \Delta\epsilon_{yy}^p \\ B_3 &= F_{,xy}(\Delta\epsilon^p + f / \hat{H}(\sigma)) - \Delta\gamma_{xy}^p \end{aligned} \quad (\text{III-20})$$

où μ est le module de cisaillement.

ANNEXE 3

La particularisation de l'équation (III-25) au cas de l'élasticité isotrope et sous conditions de contraintes planes conduit au système d'équations données par :

$$\begin{aligned}
 \partial \varepsilon_{xx} &= S_1^1 \partial \sigma_{xx} + S_1^2 \partial \sigma_{yy} + S_1^3 \partial \sigma_{xy} \\
 \partial \varepsilon_{yy} &= S_2^1 \partial \sigma_{xx} + S_2^2 \partial \sigma_{yy} + S_2^3 \partial \sigma_{xy} \\
 \partial \gamma_{xy} &= S_3^1 \partial \sigma_{xx} + S_3^2 \partial \sigma_{yy} + S_3^3 \partial \sigma_{xy}
 \end{aligned} \tag{III-26}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 S_1^1 &= \Delta \varepsilon^p F_{,xxxx} + F_{,xx} F_{,xx} / H(\sigma) + (1/E) \\
 S_2^2 &= \Delta \varepsilon^p F_{,yyyy} + F_{,yy} F_{,yy} / H(\sigma) + (1/E) \\
 S_3^3 &= \Delta \varepsilon^p F_{,xyxy} + F_{,xy} F_{,xy} / H(\sigma) + (1/\mu) \\
 S_1^2 &= S_2^1 = \Delta \varepsilon^p F_{,xxyy} + F_{,xx} F_{,yy} / H(\sigma) - (\nu/E) \\
 S_1^3 &= S_3^1 = \Delta \varepsilon^p F_{,xxy} + F_{,xx} F_{,xy} / H(\sigma) \\
 S_2^3 &= S_3^2 = \Delta \varepsilon^p F_{,xyy} + F_{,xy} F_{,yy} / H(\sigma)
 \end{aligned} \tag{III-27}$$

où μ est le module de cisaillement, E le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.
La matrice S_i^j doit être inversée pour obtenir les composantes de la matrice de rigidité incrémentale $\partial \sigma / \partial \varepsilon$.

PHOTOS et FIGURES

CHAPITRE 1

Photo 1 : Presse de 2000 tonnes utilisée au LEDEPP-SOLLAC.

Photo 2 : Poinçon hémisphérique (LEDEPP-SOLLAC).

Photo 3 : Application d'un film d'huile sur une tôle en acier (LEDEPP-SOLLAC).

CHAPITRE 3

Photo 4 : Godet (LEDEPP-SOLLAC).

CHAPITRE 4

Photo 5 : Presse 400 tonnes utilisée au LEDEPP-SOLLAC en charge.

Photo 6 : Presse 400 tonnes utilisée au LEDEPP-SOLLAC avec l'embouti sur le poinçon rectangulaire.

Photo 7 : Rupture de l'embouti près de la soudure.

CHAPITRE 1

Fig. I-1 : Description de l'outil d'emboutissage classique.

Fig. I-2 : Schématisation de différents tests de déformation dans le plan des déformations principales de surface de la tôle.

Fig. I-3 : Essai Jovignot.

Fig. I-4 : Essai Nakazima.

Fig. I-5 : Essai Marciniak.

Fig. I-6 : Diagramme schématique de limite de formage avec différents trajets de déformation.

Fig. I-7 : Construction de Müschenborn et Sonne.

Fig. I-8 : CLF et diagramme des contraintes limites de formage pour l'aluminium.

Fig. I-9 : CLF du cuivre.

Fig. I-10 : CLF expérimentales et diagramme des contraintes limites de formage du titane T40.

Fig. I-11 : Endommagements à l'échelle des atomes : (a) clivage, (b) glissement, (c) cavitation.

Fig. I-12 : Coupe métallographique longitudinale d'une éprouvette de traction dont l'épreuve a été interrompue juste avant rupture. Mise en évidence d'une fissure en son centre.

Fig. I-13 : Modèle de Swift.

Fig. I-14 : Repère local (n,t) définissant la normale et la tangente à la bande de striction par rapport au repère principal $(1,2)$ des contraintes et des vitesses de déformations.

Fig. I-15 : Modèle MK, généralisé à une bande inclinée.

Fig. I-16 : Influence de la sensibilité à la vitesse de déformation sur les limites de formage en expansion.

Fig. I-17 : Influence de l'anisotropie.

Fig. I-18 : Déformations limites calculées pour trois valeurs du coefficient d'érouissage.

CHAPITRE 2

Fig. II-1 : Représentation schématique du défaut linéaire d'épaisseur à travers la tôle.

Fig. II-2 : Représentation de la surface de plasticité en coordonnées polaires dans l'espace des contraintes principales (σ_1, σ_2).

Fig. II-3 : Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence de la taille du défaut

Fig. II-4 : Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence de l'exposant d'érouissage.

Fig. II-5 : Représentation des déformations équivalentes limites et des CLF usuelles avec le critère de von Mises - Influence du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

Fig. II-6a : Surfaces de charge pour différentes valeurs du coefficient d'anisotropie R et pour $k=0$ (équation II-17) (critère quadratique de Hill). Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équivalente.

Fig. II-6b : Surfaces de charge pour différentes valeurs du coefficient d'anisotropie R et pour $k=0,2$ et $B=3A$ (équation II-17) . Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équivalente.

Fig. II-7 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de Lankford R et pour le critère quadratique de Hill.

Fig. II-8 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de Lankford R et pour le modèle de Ferron et al (1994).

Fig. II-9(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations sous traction plane, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

Fig. II-9(b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction plane.

Fig. II-9(c) : Courbes limites en contraintes après différentes prédéformations en traction plane.

Fig. II-10(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations en traction uniaxiale, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

Fig. II-10(b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction uniaxiale.

Fig. II-10(c) : Courbes limites en contraintes après différentes prédéformations en traction uniaxiale.

Fig. II-11(a) : Déformations équivalentes limites après différentes prédéformations en traction équi-biaxiale, en fonction du rapport des vitesses de déformation pendant le second chemin de déformation.

Fig. II-11(b) : Courbes limites en déformations après différentes prédéformations en traction équi-biaxiale.

Fig. II-11(c) : Courbes limites en contraintes après différentes prédéformations en traction équi-biaxiale.

Fig. II-12 : Déformations équivalentes limites pour des chemins de déformation curvilignes. Les lignes pointillées représentent les différents chemins de vitesse de déformations simulés.

Fig. II-13 : Comparaison entre les déformations limites expérimentales et calculées pour un acier calmé à l'aluminium, pour des chemins de déformation linéaires et bilinéaires.

Fig. II-14 : Méthode de Bragard appliquée au LEDEPP-SOLLAC.

Fig. II-15 : CLF expérimentale de l'Acier 1.

Fig. II-16 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 1.

Fig. II-17 : CLF expérimentale de l'Acier 2.

Fig. II-18 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 2.

Fig. II-19 : CLF expérimentale pour l'Acier 3.

Fig. II-20 : Représentations de la surface de plasticité associée et des CLF avec le critère de Hill et le modèle pour l'Acier 3.

Fig. II-21 : Limites de formage expérimentales en chemins linéaires et bilinéaires.

Fig. II-22 : Limites de formage calculées en chemins linéaires et bilinéaires.

Fig. II-23 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs de taille du défaut et pour le critère de von Mises.

Fig. II-24 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient d'érouissage et pour le critère de von Mises.

Fig. II-25 : Déformations équivalentes limites pour différentes valeurs du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et pour le critère de von Mises.

Fig. II-26 : Déformations équivalentes limites en fonction du rapport des vitesses de déformation pour différentes valeurs de R (critère quadratique de Hill).

Fig. II-27 : Déformations limites équivalentes en fonction du rapport des vitesses de déformation pour différentes valeurs de R (modèle de Ferron et al. (1994)).

CHAPITRE 3

Fig. III-1 : Représentation de la surface de plasticité en coordonnées polaires dans l'espace des contraintes principales (σ_1, σ_2) lorsque α varie.

Fig. III-2 : Schématisation de la géométrie adoptée pour l'essai de poinçonnement hémisphérique (ABAQUS/Standard).

Fig. III-3 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en poinçonnement hémisphérique pour différentes hauteurs de poinçon associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Les flèches indiquent le point où la striction est détectée.

Fig. III-4 : Schématisation de la géométrie adoptée pour l'essai d'un emboutissage de godet (ABAQUS/Standard).

Fig. III-5 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en emboutissage de godet pour différentes hauteurs de poinçon associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Les flèches indiquent le point où la striction est détectée.

Fig. III-6 : Profil de godet. La flèche indique l'endroit où la striction est détectée.

Fig. III-7 : Surfaces de plasticité pour $R=0,8$, et pour $k=0$ et $k=0,2$.

Fig. III-8 : Maillage par éléments finis d'une membrane elliptique. Les croix indiquent la position de l'élément où la striction s'initie pour un profil $b/a = 0,66$.

Fig. III-9 : Distributions de déformations dans l'épaisseur en gonflement hydraulique pour différentes hauteurs d'emboutissage associées avec la détection de la striction pour différentes valeurs de taille du défaut. Les flèches indiquent le point où la striction est détectée.

CHAPITRE 4

Fig. IV-1 : Surfaces de plasticité pour différentes valeurs de R et pour $k=0$ (critère quadratique de Hill) et $k=0,2$ (Equation III-31). Les surfaces de charge sont normalisées par la contrainte équibiaxiale.

Fig. IV-2 : Distributions des déformations radiales en poinçonnement hémisphérique pour différentes surfaces de plasticité (figure IV-1) et pour $\mu=0,1$. La hauteur au pôle est égale à $H=34$ mm.

Fig. IV-3 : Distributions de déformations radiales pour différents μ (critère de Drucker). La hauteur au pôle est égale à $H=34$ mm. La hauteur limite au pôle est dépassée pour $\mu=0,2$ et $\mu=0,3$.

Fig. IV-4 : Hauteur limite au pôle en fonction du rapport σ_{ps}/σ_b , pour différentes valeurs de μ . La hauteur au pôle est normalisée par le rayon de la tôle..

Liste des Figures

Fig. IV-5 : Distributions de déformations radiales et circonférentielles en poinçonnement hémisphérique pour des paramètres de matériau représentatifs de l'acier doux et de l'aluminium et pour $\mu=0,1$.

Fig. IV-6 : Pression hydrostatique en kg/cm^2 en fonction de la hauteur au pôle normalisée pour différents $b/a=0,37$, $b/a=0,66$ et $b/a=1,0$.

Fig. IV-7 : Déformations dans l'épaisseur en fonction de la hauteur au pôle normalisée pour différents b/a et pour le critère de Hill et le modèle de Ferron et *al.* (1994).

Fig. IV-8 : Profil déformé d'une tôle de 5,06 mm avec apparition de la striction.

Fig. IV-9a : Déformations limites pour une épaisseur de tôle de 2,66 mm.

Fig. IV-9b : Déformations limites pour une épaisseur de tôle de 3,64 mm.

Fig. IV-9c : Déformations limites pour une épaisseur de tôle de 5,06 mm.