



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Université de Metz
Faculté des sciences
U.F.R. Sciences Fondamentales appliquées
Institut de physique et d'électronique de Metz
Laboratoire L.P.L.I.

Thèse
présentée
pour obtenir
Le grade de Docteur en sciences
de l'Université de Metz

par
Zoheir BOUHALA

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE SCIENCES ET TECHNIQUES - METZ -	
N° Inv.	1998.1025
Cote	S/M3 98/49
Loc.	Magasin
Cat.	

Sujet :

Modélisation des phénomènes
de cavitation ultrasonore
à l'aide
d'ondes électromagnétiques

Soutenue le 1 décembre 1998 devant la commission d'examen :

- M. G. MAZE** : Professeur - Université du Havre Rapporteurs
- M. E. YVROUD** : Directeur de recherches CNRS - I.N.P.L. de Nancy
- M. A. TOSSER-ROUSSEY** : Professeur - Université de Metz Directeur de Thèse
- M. F.X. ROYER** : Professeur - Université de Metz Examineurs
- M. A. DURAND** : Docteur-Médecin et Docteur es-sciences - Hôpital central de Nancy
- Mlle. M.L. CAILLARD** : Docteur es sciences - Université de Nancy

Mme. C. 1

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 271766 1

e - Université de Metz

***Modélisation des phénomènes
de cavitation ultrasonore
à l'aide
d'ondes électromagnétiques***

Introduction générale :

Appartenant à une équipe de recherches qui s'intéresse aux propriétés physiques des couches métalliques, du type métal/métalloïde, en vue de la réalisation de capteurs, il m'aurait été demandé de participer à la réalisation de systèmes planaires et de proposer une méthode simple qui permettrait, au cours du dépôt des couches électrolytiques de produire des altérations périodiques (au pas centimétrique, par exemple) reproductibles, de la façon dont la couche croît à partir de sites initiaux du substrat. Compte tenu de l'expérience antérieure de membres du laboratoire dans le domaine des ultrasons, la perturbation par ultrasons fut choisie, c'est, par ailleurs, une méthode industriellement connue de nettoyage. Le dispositif expérimental devrait donc être susceptible de s'insérer dans les petites cuves de nettoyage où étaient préparées les couches amorphes Ni-P, Ni-Fe, etc... [160-161] et la puissance mise en jeu devrait rester faible afin de ne pas perturber, par échauffement intempestif, le dépôt des couches.

Si l'hyperthermie ultrasonore était connue du laboratoire, la modélisation de la cavitation, restait à faire et l'analyse du fonctionnement de la cavitation à faible puissance et dans de petites cuves n'avait pas été abordée.

J'ai donc entrepris cette étude et, chemin faisant, je me suis attaché à proposer une simulation simple à partir de modèles électroniques pour certains des multiples aspects de la cavitation que j'ai triés, classés et tentés d'analyser.

Le présent mémoire comporte donc cinq chapitres, respectivement intitulés aspects expérimentaux de la cavitation ultrasonore dans une cuve, analyse des phénomènes de cavitation par traitement d'images, calcul du rayonnement acoustique par la méthode de la source image et utilisation de l'analogie ultrasons - hyperfréquences pour modéliser la cavitation statique, étude théorique de la dynamique de la cavitation et approche chaotique et, en fin, discussion générale.

Dans la première partie de ce travail, on décrit les dispositifs expérimentaux et les résultats obtenus. La cavitation ultrasonore peut apparaître à des hauteurs quelconques du liquide. On montre néanmoins que cette

cavitation est plus aisée à obtenir à faible puissance électrique lorsque la hauteur du liquide est égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'onde dans le milieu considéré.

La deuxième partie est consacrée à l'application du traitement d'images à l'étude de la distribution spatiale des pressions et des bulles de cavitation. Cette étude expérimentale permet de confirmer la présence ou l'absence de ces bulles prédites par le calcul du rayonnement acoustique.

Dans la troisième partie de ce mémoire, sont exposés les travaux sur le calcul du rayonnement d'une source circulaire par la méthode de la source image ainsi que les résultats grâce auxquels la validité des calculs a pu être établie. Ce travail permet la prédiction des positions des ventres et des noeuds de pression acoustique qui sont, à leurs tours, nécessaires à la prédiction des zones de formation et de disparition des bulles de cavitation ainsi que leurs évolutions spatiales. Une modélisation à partir de la théorie des guides d'ondes électromagnétiques est proposée.

Dans la quatrième partie, nous présentons les principes fondamentaux des techniques et des méthodes de mesure et de visualisation de l'activité de cavitation en insistant sur leurs domaines de validité. Cette analyse permet de mieux cerner les difficultés rencontrées au cours des travaux précédemment effectués. On aborde ensuite le cas le plus délicat de l'évolution temporelle des bulles que l'on pourrait expliquer par la théorie du chaos.

Sommaire

Chapitre I

Aspects expérimentaux
de la cavitation ultrasonore dans une cuve.

Chapitre II

Analyse des phénomènes de cavitation
par traitement d'images.

Chapitre III

Calcul du rayonnement acoustique
par la méthode de la source image
et utilisation de l'analogie
ultrasons - hyperfréquences
pour modéliser la cavitation statique.

Chapitre IV

Etude théorique de la dynamique de la cavitation
et approche chaotique.

Chapitre V

Discussions générales.

Bibliographie

Chapitre I

I - Généralités :	1
II - Description des dispositifs expérimentaux :	6
II - 1 - Cuve :	6
II - 2 - Emetteur :	7
II - 2 - 1 - Déformation d'un trilame immergé d'un seul côté :	9
II - 2 - 1 - 1 - Cas d'ondes progressives :	9
II - 2 - 1 - 2 - Cas d'ondes stationnaires :	12
II - 2 - 2 - Résistances de rayonnement :	13
II - 2 - 3 - Paramètres acoustiques :	16
II - 3 - Générateur et amplificateur :	21
II - 4 - Mesure de la tension d'excitation :	21
III - Système d'acquisition et de traitement d'images :	25
III - 1 - Vision sur PC :	25
III - 2 - Unité d'acquisition :	25
III - 3 - Unité de visualisation :	26

Chapitre II

I - Introduction :	27
II - Généralités sur le traitement d'images :	28
II - 1 - Opérateurs du traitement d'images :	30
II - 1 - 1 - Le filtrage spatial numérique :	30
II - 1 - 2 - L'histogramme :	31
II - 1 - 3 - L'égalisation :	32
II - 1 - 4 - Le seuillage :	32
II - 2 - Opérations morphologiques :	33
II - 2 - 1 - La dilatation et l'érosion :	33
II - 2 - 2 - La squelettisation :	33
II - 2 - 3 - La segmentation :	34
III - Analyse et détection dans les images de cavitation :	34
III - 1 - Principe général de la détection :	35
III - 1 - 1 - Détection de petites bulles et suppression de bruit :	35
III - 1 - 2 - Choix du seuil :	36
III - 2 - Analyse statistique :	37

IV - Présentation des résultats :.....	39
IV - 1 - Cas de l'eau :	41
IV - 2 - Cas de l'alcool :	50
IV - 3 - Cas d'un mélange eau-alcool :.....	50
V - Conclusion :	52

Chapitre III

I - Introduction :	57
II - Solution de l'équation de Helmholtz :.....	59
II - 1 - Théorème de Green :	60
II - 2 - Fonction de Green pour l'équation de Helmholtz :	60
II - 3 - Calcul du potentiel des vitesses en un point de l'espace :	61
III - Rayonnement d'un disque situé dans un écran infini rigide :	62
III - 1- Potentiel des vitesses au premier ordre en r_0/r :.....	63
III - 1 - 1 - Approximation de Fraunhofer :.....	63
III - 1 - 1 - A - Premier cas :.....	63
III - 1 - 1 - A1 - Pression acoustique :.....	64
III - 1 - 1 - A2 - Intensité acoustique :.....	64
III - 1 - 1 - B - Deuxième cas :	65
III - 1 - 1 - B1 - Pression acoustique :.....	66
III - 1 - 1 - B2 - Intensité acoustique :.....	66
III - 2 - Potentiel des vitesses au second ordre en r_0/r :.....	67
III - 2 - 1 - Approximation de Fresnel :	67
III - 2 - 1 - A - Premier cas :.....	67
III - 2 - 1 - A1 - Pression acoustique sur l'axe:	68
III - 2 - 1 - A2 - Intensité acoustique sur l'axe :	68
III - 2 - 1 - B - Deuxième cas :	69
III - 2 - 1 - B1 - Pression acoustique sur l'axe :.....	69
III - 2 - 1 - B2 - Intensité acoustique sur l'axe :	69
III - 2 - 1 - C - Troisième cas :	70
III - 2 - 1 - C1 - Pression acoustique :.....	72
III - 2 - 1 - C2 - Intensité acoustique :.....	73
III - 2 - 2 - Méthode de Lommel :	74
III - 2 - 2 - A - Premier cas :.....	77
III - 2 - 2 - A1 - Pression acoustique :.....	78
III - 2 - 2 - A2 - Intensité acoustique :	78

III - 2 - 2 - B - Deuxième cas :	78
III - 2 - 2 - B1 - Pression acoustique :	78
III - 2 - 2 - B2 - Intensité acoustique :	78
III - 2 - 2 - C - Calcul des positions des ventres de pression :	79
IV - Potentiel des vitesses dans un milieu fini :	81
IV - 1 - Méthode de la source image :	81
IV - 1 - 1 - Réflexion sur une surface quelconque :	81
IV - 1 - 2 - Réflexion sur l'interface eau-air :	82
IV - 1 - 3 - Pression axiale:	84
IV - 1 - 4 - Intensité axiale :	84
IV - 1 - 5 - Valeurs extrémales de l'intensité axiale :	85
IV - 2 - Potentiel des vitesses près de l'axe au second ordre en r_0/r :	87
IV - 2 - 1 - A - Premier cas :	87
IV - 2 - 1 - A1 - Pression près de l'axe :	87
IV - 2 - 1 - A2 - Intensité près de l'axe :	87
IV - 2 - 1 - B - Deuxième cas :	89
IV - 2 - 1 - B1 - Pression près de l'axe :	89
IV - 2 - 1 - B2 - Intensité près de l'axe :	89
IV - 3 - Potentiel des vitesses sur le disque de mesure :	91
IV - 3 - 1 - Ondes stationnaires :	91
IV - 3 - 1 - 1 - Pression sur le disque :	91
IV - 3 - 1 - 2 - Intensité sur le disque :	92
IV - 3 - 2 - Ondes progressives :	95
IV - 3 - 2 - 1 - Pression sur le disque :	95
IV - 3 - 2 - 2 - Intensité sur le disque :	95
V - Comparaison théorie-expérience et discussion des écarts parfois observés :	96
VI - Approche de description de la cavitation à l'aide de guides d'ondes électromagnétiques :	97
VI - 1 - Remarques préliminaires :	97
VI - 2 - Guide d'ondes électromagnétiques :	98
VI - 2 - 1 - Equations de Maxwell :	98
VI - 2 - 2 - Champ électromagnétique dans un guide rectangulaire :	98
VI - 2 - 2 - 1 - Modes TE_{mn} :	100
VI - 2 - 2 - 2 - Modes TM_{mn} :	101
VI - 2 - 3 - Potentiel vecteur de Hertz Λ :	104
VI - 2 - 3 - 1 - Vecteur de Hertz électrique :	104
VI - 2 - 3 - 2 - Vecteur de Hertz magnétique :	105

VI - 3 - Guide d'ondes acoustiques :	107
VI - 3 - 1 - Pression acoustique dans le guide :	107
VI - 3 - 2 - Potentiel des pressions π et potentiel des tourbillons ψ : ...	110
VI - 4 - Analogie propagation guidée HF / régime d'apparence stationnaire ultrasonore :	113
VI - 4 - 1 - Introduction théorique :	113
VI - 4 - 2 - Aspects expérimentaux :	114
VI - 5 - Analyse des phénomènes dynamiques :	115
VI - 5 - 1 - Approche théorique de l'analogie :	115
VI - 5 - 2 - Justifications expérimentales de l'analogie :	117

Chapitre IV

I - Introduction :	125
II - Phénomènes associés à la cavitation :	126
II - 1 - Erosion :	126
II - 2 - Réactions chimiques :	127
II - 3 - Luminescence :	128
II - 4 - Rupture des cellules vivantes et des macromolécules :	128
III - Analyse des techniques utilisées pour la mesure et la visualisation de l'activité de cavitation :	129
III - 1 - Techniques optiques :	129
III - 2 - Cinématographie ultrarapide :	130
III - 3 - Réactions chimiques :	130
III - 4 - Mesure des germes de cavitation :	131
IV - Analyse des techniques utilisées pour la mesure de l'intensité acoustique :	132
IV - 1 - Mesures radiométriques :	132
IV - 2 - Mesures par hydrophones :	133
IV - 3 - Mesures thermométriques et calorimétriques :	133
V - Paramètres caractéristiques de la cavitation :	134
V - 1 - Le liquide :	134
V - 2 - Croissance des germes :	134
V - 3 - Le champ sonore :	136
VI - Dynamique des bulles :	136
VI - 1 - Variation temporelle de la taille des bulles :	137
VI - 2 - Simplification de la première approximation :	140
VI - 3 - Tailles critiques et prédiction des seuils de cavitation :	143

VI - 4 - Fréquence de résonance des bulles :	147
VI - 5 - Pression et vitesse théorique d'explosion :	149
VI - 6 - Durée de vie des bulles :	152
VII - Calcul de la pression nécessaire au piégeage des bulles :	152
VIII - Approche chaotique de la cavitation :	155
VIII - 1 - Généralités sur le Chaos :	155
VIII - 2 - Modes d'apparition du chaos :	156
VIII - 2 - 1 - Transition vers le chaos par doublement de période :	156
VIII - 2 - 2 - La quasi-périodicité :	156
VIII - 2 - 3 - Phénomènes d'intermittences :	156
VIII - 3 - Spectre de Fourier :	157
VIII - 4 - Notions sur les attracteurs étranges :	158
VIII - 5 - Etude numérique des quatre approximations :	158
VIII - 6 - Comparaison des résultats numériques :	177

Chapitre V

I - Discussion relative au traitement d'images :	178
II - Discussion relative à la méthode de la source image :	180
III - Discussion relative à l'analogie ultrasons - hyperfréquences:	183
IV - Discussion relative à la dynamique et le chaos :	184
V - Conclusion générale :	190

<i>Bibliographie</i> :	192
-------------------------------------	-----

Chapitre I

*Aspects expérimentaux
de la cavitation ultrasonore
dans une cuve.*

I - Généralités :

Le phénomène de cavitation est probablement le plus connu, parmi les phénomènes associés au passage d'une onde sonore à travers un liquide, mais en même temps le moins compris. La cavitation acoustique se réfère à la production des bulles, à leur dynamique et à leurs effets. La connaissance du type de cavitation susceptible de se produire dans des circonstances particulières permet d'optimiser ses effets.

Lorsqu'on soumet un liquide à une irradiation acoustique intense, il se produit un effet thermique considérable et une violente agitation du liquide qui se met en mouvement dans le sens de la propagation ultrasonore. Cette agitation est accompagnée de formation et de disparition de bulles de vapeur, de gaz dissous ou de vide. Les dimensions de ces bulles peuvent aller d'une taille microscopique à des diamètres fort appréciables [1 - 2].

Les ondes ultrasonores donnent naissance à des augmentations et à des diminutions successives de pressions autour de la pression hydrostatique. Lorsque leur intensité est suffisamment grande, l'amplitude de ces variations peut dépasser la pression hydrostatique. La pression en un point donné et à un instant donné tend à s'annuler ou à devenir négative. Les bulles se forment alors aisément. Elles s'effondrent lorsque l'onde ultrasonore rend à nouveau la pression positive.

Dans certains liquides tels que les huiles à très basse tension de vapeur saturante et qui peuvent supporter, pendant un temps court, des pressions négatives sans se vaporiser, il est possible d'obtenir une cavitation avec des intensités acoustiques de quelques watts par centimètre carré. Dans d'autres corps, à haute tension de vapeur (Acétone, Ether...), la cavitation est plus aisée à obtenir avec des intensités très faibles. Avec de l'eau fraîche à la température ambiante et à la pression atmosphérique normale, on peut obtenir des bulles pour des niveaux d'intensité relativement bas.

En raison des problèmes sérieux posés par la cavitation, des études systématiques ont été effectuées afin d'appréhender ses effets potentiellement dangereux. La majorité de ces travaux sont non seulement insuffisants pour décrire et comprendre l'aspect réel très complexe du mécanisme de cavitation,

mais aussi manquent de clarté et dénués de concepts essentiels à l'égard des facteurs contrôlés. Les renseignements et les résultats de plusieurs études qualitatives reposent sur des méthodes qui, très souvent, n'ont pas de bases expérimentales sûres ou constituent des évaluations purement subjectives. La compréhension de la cavitation ultrasonore reste superficielle et les méthodes analytiques ou numériques ne sont qu'approximatives sauf dans le cas restreint de déplacement de cavités dans un champ passif de pression, comme d'ailleurs dans le cas de la cavitation hydrodynamique dont une revue est détaillée dans les travaux [118, 140].

L'explication des processus physiques qui prennent place dans un champ de cavitation n'est que plausible en raison du manque de définition fondamentale qui obscurcie l'importance de plusieurs recherches. Les définitions des phénomènes, basées sur des critères arbitraires, et les situations rencontrées dans la plupart des recherches sont ambiguës et sont couramment analysées en termes de cavitation stable et transitoire dont la distinction n'est toujours pas claire [1 - 18, 34, 52, 140]. Les critères sur les seuils d'apparition de ces deux types de cavitation sont mal définis [9 - 13, 22, 26 - 29] et le plus connu est l'observation visuelle. Par ailleurs, des indicateurs qualitatifs comme la luminescence, les réactions chimiques et la production des sous-harmoniques sont souvent utilisés comme critères arbitraires. Il résulte de tout ceci que la cavitation est mal comprise et fait parfois l'objet d'hypothèses contradictoires.

Il existe en général deux types de bulles de cavitation. Le premier type est la bulle remplie de gaz et le second est rempli de vapeur du liquide environnant. Les bulles gazeuses atteignent une taille visible et un état de stabilité considérable. Par contre, les bulles de vapeur sont beaucoup plus petites et leur production et leur effondrement sont de nature explosive.

Il y a lieu de distinguer le cas d'un liquide non dégazé dans lequel se produit la cavitation gazeuse et celui du liquide dégazé dans lequel a lieu seulement la cavitation de vapeur. La diffusion des gaz hors du liquide accroît le contenu gazeux des cavités naissantes qui demeurent et montent à la surface après cessation de l'irradiation; il s'agit là de bulles de gaz. Dans un liquide dégazé, l'explosion de cavitation génère peu de bulles qui apparaissent

seulement au contour de l'explosion et disparaissent dès que la vibration cesse; ce sont ici des bulles de vapeur qui sont pratiquement absentes en haute fréquence.

La cavitation peut être définie par un mécanisme de concentration d'énergie. En effet, elle transforme la densité d'énergie relativement basse du champ sonore en densité d'énergie élevée caractéristique de l'implosion des bulles. Cette transformation s'effectue seulement quand le mouvement est non-linéaire. Si la cavitation est analysée en terme de pulsation non-linéaire des bulles dans un champ sonore, cette définition serait indépendante du mode d'initiation des bulles et de leur croissance [8, 23].

On peut aussi analyser le phénomène de cavitation en termes de cavitation subsonique, de cavitation gazeuse et de cavitation liquide [8]. Dans la première phase où la vitesse des parois est inférieure à la vitesse du son dans le gaz, les bulles oscillent non-linéairement et l'émission d'harmoniques ($1/2$, $3/2$, $5/2$) devient possible lorsque l'intensité sonore est modérée. L'émission du sous-harmonique $1/2$ est étroitement reliée au mouvement non-linéaire des parois des bulles. L'apparition de sous-harmoniques supérieurs à $1/2$ sont des conséquences de la propagation non-linéaire du champ sonore. La phase de cavitation gazeuse se produit lorsque la vitesse des frontières des bulles est supérieure à la vitesse du son dans le gaz. Cette phase donne naissance à des températures considérables qui accompagnent l'onde de choc dans les bulles avec émission de lumière. La dernière phase de cavitation liquide se produit quand la vitesse des parois est supérieure à la vitesse dans le liquide qui est, à son tour, supérieure à celle dans le gaz et donne naissance aux ondes de choc cette fois dans le liquide.

Le phénomène de cavitation est très complexe; les bulles sont souvent distribuées aléatoirement dans le liquide et changent très rapidement au cours du temps. La croissance, l'effondrement et la génération de microbulles est une réaction en cascade qui se produit dans un champ de cavitation avec des cavités extrêmement actives. Chaque étape dépend pour son développement de la phase précédente [1, 3, 11]. La condition préalable nécessaire du liquide exige la présence de germes ou points de moindre résistance dans le liquide. Ces germes constituent donc le paramètre le plus important dans l'initiation de la cavitation.

La phase initiale de cavitation se déclenche à chaque fois qu'un germe entre dans la zone de haute intensité du champ acoustique. En se déplaçant vers cette zone, le volume du germe augmente graduellement. Lorsque la taille de la cavité ainsi formée atteint la taille de résonance, l'amplitude de sa vibration augmente et varie avec la fréquence de l'onde sonore.

Entraînées par le courant acoustique, les bulles de cavitation, toujours en pulsation, croissent, leur nombre augmentant constamment. Dans ce cas, leur stabilité et leur croissance sont soumises à l'influence des forces d'inertie, des forces de viscosité et de l'hétérogénéité du champ de pression. En passant ensuite dans la zone où la pression commence à croître, ces bulles se résorbent en provoquant un bruit caractéristique des fluctuations instantanées de la pression et de la température. Les ondes de choc émises sous forme d'impulsions aiguës lors de l'implosion des cavités jouent, dans le cas de plusieurs bulles pulsantes à proximité les unes des autres, un rôle très important dans la rupture de l'interface et dans l'implosion prématurée. Ces impulsions constituant le spectre de fréquence, peuvent être obtenues au moyen d'une sonde piézoélectrique ou d'un hydrophone Laser et permettraient d'évaluer les tailles des bulles. Il faut souligner que la mise en place d'un capteur ne doit pas perturber l'écoulement pour le moins possible. Cette phase catastrophique de cavitation est suivie de formation de microbulles de densité assez élevée [4, 18, 149].

La complexité des études mathématiques provient des nombreux facteurs qui interviennent dans la cavitation acoustique. Ce sont principalement la tension de surface, la compressibilité du liquide, la pression ambiante, le transfert de chaleur, l'effet de rapprochement des bulles suite aux forces de pression de radiation et les échanges et diffusions de gaz et de vapeur. Il n'est donc pas possible d'analyser chaque situation instantanée car le phénomène est régi par un nombre excessif de paramètres difficilement mesurables.

C'est pour pallier, même partiellement, cette difficulté, tout particulièrement rencontrée lorsqu'est abordé le problème des effets destructeurs des ultrasons, que de nombreuses recherches très intéressantes ont été entreprises ces dernières années sous la forme expérimentale. L'objectif

étant de déterminer l'importance des diverses conditions, de mieux comprendre le mécanisme de la cavitation et d'observer de plus près le comportement des bulles dans un champ sonore. Ces expériences sont réalisées dans la gamme de fréquence de l'ordre de quelques kHz à quelques MHz sur plusieurs liquides. On a pu constater que l'explosion se produit d'une manière très violente [19, 24, 53, 59]. Il est cependant de plus en plus difficile de dégager des notions simples et il reste dans ce domaine de très notables interrogations que ne résolvent pas les belles études théoriques et expérimentales effectuées.

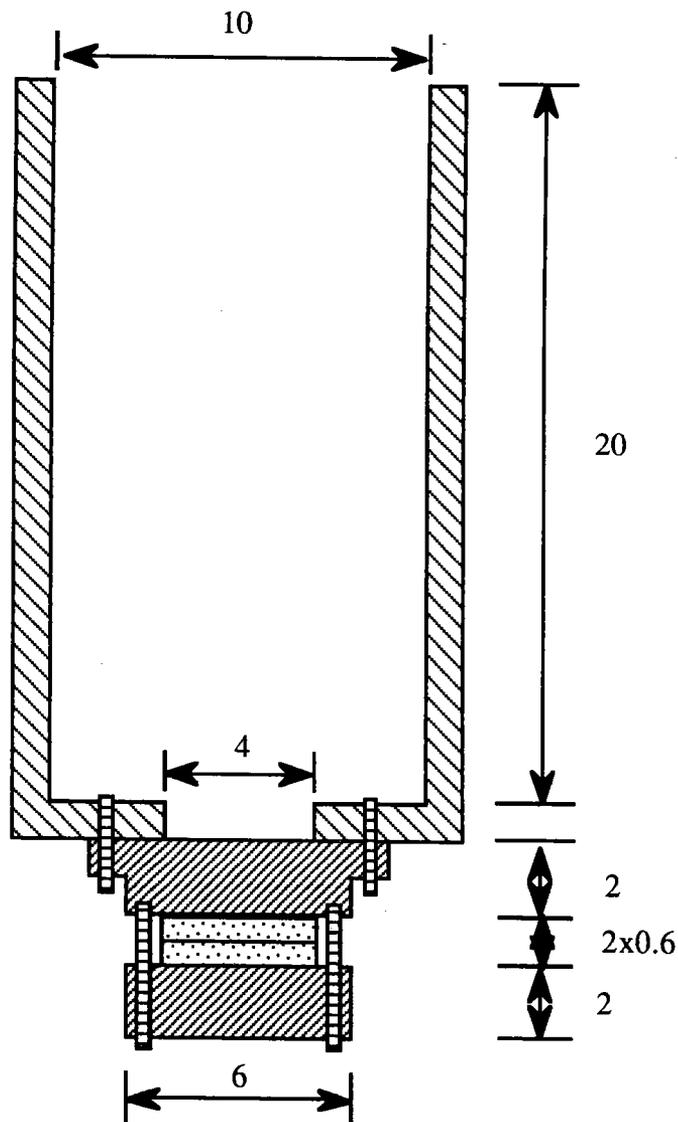
La cavitation joue un rôle très important dans les applications industrielles des ultrasons. Les liquides dégermés peuvent avoir nombre d'applications pratique tel que leur usage dans des équipements ultrasonores à haute intensité. Tandis que l'accroissement des germes dans les liquides peut avoir des possibilités de beaucoup plus grande portée telle que le nettoyage ultrasonore et il est possible de réduire la puissance nécessaire pour provoquer une cavitation active. Cet accroissement peut être réalisé à l'aide de petites particules solides hydrophobes ayant des surfaces comprenant des fissures ou des pores.

Des efforts devront être faits sur les problèmes des effets de cavitation dans les applications médicales pour lesquelles les types de cavitation et les caractéristiques des gaz sont inconnus et doivent être clarifier. Ces directions nouvelles de recherche sont aussi importantes dans le domaine biophysique des ultrasons où des mesures pratiques et précises pourraient être effectuées.

II - Description des dispositifs expérimentaux :

II - 1 - Cuve :

Afin de pouvoir visualiser le processus de cavitation, une cuve en plexiglas 10 cm x 10 cm x 20 cm est utilisée. Le niveau du liquide, dont la surface libre est en contact avec l'air, est choisi de telle sorte que le ventre de l'onde stationnaire se trouve établi sur la face émettrice afin d'avoir un développement maximum de cavitation à faible puissance.



Cuve d'essai (en cm)

Le comportement des bulles dépend largement des caractéristiques géométriques du milieu, du type de liquide, de son poids moléculaire, de sa viscosité, de sa tension de surface, de la température et de la pression. Les tentatives pour donner un support théorique unique à ces changements restent souvent décevantes.

Les bulles sont instables et tendent à se dissoudre rapidement dans le liquide puisqu'elles sont soumises à une surpression due aux forces superficielles, qui atteignent pour des rayons de l'ordre du micron des valeurs très élevées.

Afin de stabiliser et d'obtenir des bulles qui subsistent un temps plus ou moins long, nous avons ajouter une goutte d'un détergent. Cette substance vient se concentrer de façon importante aux interfaces et forme des films macromoléculaires qui possèdent une certaine rigidité. Ce détergent est constitué de molécules tensio-actives dont les extrémités ont des propriétés chimiques différentes : l'une est hydrophile et l'autre est hydrophobe. Les charges électriques portées par les groupes hydrophiles assurent une répulsion des bulles et évitent leur regroupement. Il faut noter, cependant, que l'addition du détergent augmente le seuil d'apparition de cavitation tout en abaissant la tension de surface.

II - 2 - Emetteur :

Le triplet ultrasonore est collé sur le fond de la cuve. Ce triplet est constitué d'une lame mince de céramique au titanate zirconate de plomb PZT disposée entre deux disques d'acier de même épaisseur.

Si l'on établit une différence de potentiel sinusoïdale entre ces armatures, l'ensemble vibre à une fréquence de résonance directement proportionnelle à la vitesse du son dans l'émetteur et inversement proportionnelle à son épaisseur, soit :

$$f = \frac{c}{2e}$$

La caractéristique intéressante est la faible impédance électrique de la céramique comparée à celle du quartz en plus de la valeur élevée de sa constante

diélectrique ce qui permet d'utiliser des tensions beaucoup plus basses pour le même effet ultrasonore.

Les céramiques au titanate zirconate de plomb PZT offrent de nombreux avantages lorsqu'on les utilise comme transducteurs pour la production d'ondes ultrasonores de haute puissance dans les liquides. Elles ont un coefficient de couplage piézoélectrique de l'ordre de 55%, ce chiffre constitue une des valeurs les plus grandes atteintes pour les matériaux piézoélectriques ou électromécaniques connus. Leur utilisation permet d'irradier de façon continue, sans aucune perte de polarisation, avec des puissances acoustiques atteignant plusieurs dizaines de watts par centimètre carré pourvu que le milieu environnant soit à une température inférieure à la température de Curie.

Les caractéristiques de la céramique PZT, la vitesse de propagation, la densité et l'impédance caractéristiques de l'acier et des milieux de propagation sont données dans les tableaux suivants [76, 85, 120]:

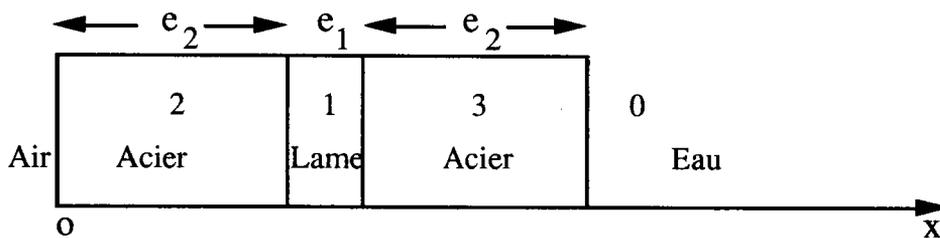
Epaisseur (cm)	Diamètre (cm)	Constante piézoélectrique δ (10^{-12} m/v)	Constante diélectrique relative ϵ	Fréquence de résonance (kHz)
0.6	3.8	270	1250	27

	Vitesse c (m/s)	Densité ρ (10^3 kg/m ³)	Impédance caractéristique Z (10^6 kg/m ² s)
PZT	4400	7.5	33
Acier	5050	7.8	39.4
Eau	1500	1	1.5
Alcool	1207	0.79	0.95
Eau-Alcool 30%	1620	0.95	1.54

II - 2 - 1 - Déformation d'un trilame immergé d'un seul côté :

Considérons une lame piézoélectrique d'épaisseur e_1 , de densité ρ_1 et dans laquelle le son se propage à la vitesse c_1 . Sur chaque face est collée une armature métallique d'épaisseur e_2 , de densité ρ_2 et dans laquelle la vitesse du son est c_2 . Enfin, l'une des armatures métalliques est plongée dans un fluide indéfini de densité ρ_0 et dans lequel la vitesse de propagation du son est c_0 .

II - 2 - 1 - 1 - Cas d'ondes progressives :



Trilame immergé d'un seul côté en présence d'ondes progressives.

En prenant le plan de l'armature en contact avec l'air comme origine des abscisses, on aura dans les trois milieux respectifs des ondes élastiques représentées comme suit en ignorant le terme $\exp(j\omega t)$:

a - Dans la lame (milieu 1) :

$$y_1 = a_1 \exp \left[-j\omega \frac{(x - e_2)}{c_1} \right] + a'_1 \exp \left[j\omega \frac{(x - e_2)}{c_1} \right]$$

b - Dans les armatures (milieu 2 et 3) :

$$y_2 = a_2 \exp \left[-j\omega \frac{x}{c_2} \right] + a'_2 \exp \left[j\omega \frac{x}{c_2} \right]$$

$$y_3 = a_3 \exp \left[-j\omega \frac{(x - e_1 - e_2)}{c_2} \right] + a'_3 \exp \left[j\omega \frac{(x - e_1 - e_2)}{c_2} \right]$$

c - Dans le liquide (milieu 0) :

$$y = a \exp \left[-j\omega \frac{(x - e_1 - 2e_2)}{c_0} \right]$$

On peut exprimer la pression dans les armatures et dans le fluide par :

$$p = -\rho c^2 \frac{\partial y}{\partial x}$$

A cette pression, il faut ajouter la pression interne p_0 dans le cas de la lame piézoélectrique, qui s'écrit [84] :

$$p_0 = \frac{\rho_1 c_1^2 \delta Q}{C e_1}$$

où Q et C représentent respectivement la charge électrique présente sur les faces du condensateur et sa capacité à épaisseur constante. En désignant par y_1 la déformation statique de la lame exprimée par la loi de Lippmann :

$$y_1 = \frac{\delta Q}{C} = \delta U$$

la pression interne peut encore s'écrire :

$$p_0 = \frac{\rho_1 c_1^2}{e_1} y_1$$

La continuité des déplacements et des pressions sur les surfaces de séparation ($x = e_2$, $x = e_2 + e_1$, et $x = 2 e_2 + e_1$) et la nullité de la pression sur le plan d'origine permettent d'obtenir sept équations nécessaires à la détermination des amplitudes a_1 , a'_1 , a_2 , a'_2 , a_3 , a'_3 , et a .

La résolution de ce système d'équations permet d'écrire la valeur de a sous la forme :

$$a = \frac{K}{\Delta}$$

où :

$$K = 8 j m_2 \frac{m_1}{\varepsilon_1} y_1 [m_1 \cos \varepsilon_2 (1 - \cos \varepsilon_1) + m_2 \sin \varepsilon_1 \sin \varepsilon_2]$$

et

$$\Delta = A + j B$$

$$A = -4 (m_1^2 + m_2^2) \sin \varepsilon_1 \sin 2 \varepsilon_2 + 8 m_1 m_2 \cos \varepsilon_1 \cos 2 \varepsilon_2$$

$$B = 8 m_2 [m_1 m_2 \cos \varepsilon_1 \sin 2\varepsilon_2 + \sin \varepsilon_1 (m_1^2 \cos^2 \varepsilon_2 - m_2^2 \sin^2 \varepsilon_2)]$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\omega e_1}{c_1}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega e_2}{c_2}$$

Le déplacement est maximum si la partie réelle ou la partie imaginaire de Δ est nulle. Dans ces deux cas, ε_2 vérifie respectivement les relations suivantes :

$$\operatorname{tg} \varepsilon_2 = - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1 m_2} \operatorname{tg} \varepsilon_1$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{2 m_1}{m_2} \operatorname{cotg} \varepsilon_1$$

Ces expressions permettent de calculer la valeur de l'amplitude maximale a_{\max} du déplacement. Après simplification, on obtient :

$$a_{\max} = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1} \varepsilon_1 y_1$$

et
$$a_{\max} = m_2 y_1$$

avec :

$$y_1 = \delta U$$

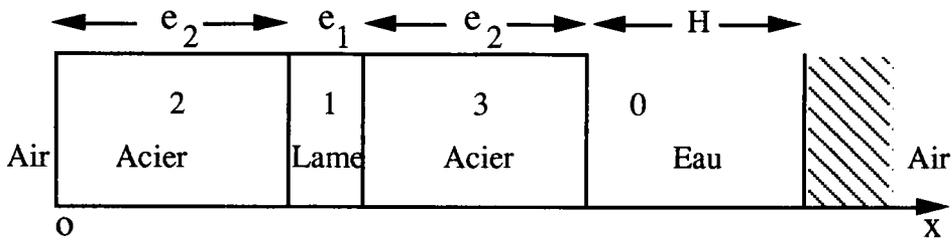
$$m_2 = \frac{Z_2}{Z_0}$$

où Z_2 et Z_0 désignent l'impédance acoustique de l'acier et celle de l'eau.

La déformation d'une lame piézoélectrique, lors de la résonance est proportionnelle à sa déformation statique. Le coefficient d'amplification quant à lui est proportionnel au rapport des impédances acoustiques de la lame et du liquide. Pour augmenter ce rapport et réaliser une amplitude d'environ 25 fois plus grande que la déformation statique correspondante, on utilise pratiquement des lames piézoélectriques très minces placées entre deux armatures d'acier d'épaisseur convenable.

Dans le cas général, en fixant ε_1 et en annulant la dérivée du dénominateur Δ , par rapport à ε_2 , on obtient, si y_1 est la déformation statique de la lame, les valeurs de ε_2 , qui à leur tour fournissent les valeurs de a_{\max} .

II - 2 - 1 - 2 - Cas d'ondes stationnaires :



Trilame immergé d'un seul côté en présence d'ondes stationnaires.

Les ondes élastiques et les pressions sont régies par les mêmes équations que dans le cas précédent à condition de rajouter un terme supplémentaire aux ondes se propageant dans le fluide. Ce terme qui correspond à la réflexion sur la surface libre est de la forme :

$$a' \exp \left[j\omega \frac{x - e_1 - 2e_2}{c_0} \right]$$

La continuité des pressions et des élongations aux interfaces et la nullité des pressions sur la surface libre du liquide et sur la face de l'émetteur en contact avec l'air permettent d'obtenir la valeur maximale du déplacement.

On peut démontrer à partir d'un système de huit équations que deux cas peuvent se présenter selon l'épaisseur de l'acier et la hauteur H du liquide. Comme dans le cas précédent, en posant :

$$C = -4 (m_1^2 + m_2^2) \sin \epsilon_1 \sin 2\epsilon_2 + 8 m_1 m_2 \cos \epsilon_1 \cos 2\epsilon_2$$

$$D = 8 m_2 [m_1 m_2 \cos \epsilon_1 \sin 2\epsilon_2 + \sin \epsilon_1 (m_1^2 \cos^2 \epsilon_2 - m_2^2 \sin^2 \epsilon_2)]$$

$$\epsilon_0 = \frac{2\omega H}{c_0}$$

les expressions de K et Δ s'écrivent :

$$K = 8 j m_2 \frac{m_1}{\epsilon_1} y_1 [m_1 \cos \epsilon_2 (1 - \cos \epsilon_1) + m_2 \sin \epsilon_1 \sin \epsilon_2]$$

$$\Delta = (C + j D) + (-C + j D) \exp (-j \epsilon_0)$$

On peut remarquer que si la partie réelle de Δ est nulle, sa partie imaginaire l'est aussi. Il faut donc que :

$$C \neq -D \cotg \frac{\varepsilon_0}{2}$$

La dérivée du carré du dénominateur Δ^2 par rapport à ε_2 s'annule pour :

$$C' = -D' \cotg \frac{\varepsilon_0}{2}$$

Si $\varepsilon_0 = (2n + 1)\pi$ c'est-à-dire $H = (2n + 1)\lambda/4$, ε_2 vérifie cette fois-ci les deux relations :

$$\operatorname{tg}\varepsilon_2 = \frac{4 m_1 m_2}{m_1^2 + m_2^2} \cotg\varepsilon_1$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon_2 = -\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} \operatorname{tg}\varepsilon_1$$

le déplacement a_{\max} s'écrit respectivement dans les deux cas comme suit :

$$a_{\max} = \frac{1}{2} m_2 y_1$$

et

$$a_{\max} = \frac{m_1^2 + m_2^2}{4 m_1} \varepsilon_1 y_1$$

où :

$$m_i = \frac{Z_i}{Z_0} \quad \text{avec } i = 1, 2$$

Si maintenant $H \neq (2n + 1)\lambda/4$, l'expression de a_{\max} est fortement dépendante de la valeur de ε_2 et de celle de ε_0 .

II - 2 - 2 - Résistances de rayonnement :

Les ondes stationnaires comme d'ailleurs toute réflexion du son vers la face émettrice altèrent l'impédance électrique du transducteur par conversion de l'énergie sonore en énergie électrique [98]. La mesure de cette impédance produit des résultats erronés. Par conséquent, il faut la calculer à partir des caractéristiques physiques des éléments du trilame et de l'impédance acoustique du milieu de propagation. Cette impédance est minimum lorsque le trajet de l'onde réfléchi a une longueur égale à un nombre impair de fois le quart de la

longueur d'onde. Il faut noter que la réflexion totale produit aussi un changement dans la fréquence de résonance du trilame.

En présence d'ondes progressives et en posant :

$$a_{\max} = M y_1 = M \frac{\delta Q}{C}$$

on écrit pour l'intensité sonore, si p est l'amplitude de la pression transmise au fluide par le transducteur :

$$I = \frac{p^2}{2 \rho_0 c_0} = \frac{\rho_0 c_0 \omega^2 a_{\max}^2}{2}$$

La puissance acoustique rayonnée s'écrit alors pour une surface S de l'émetteur :

$$P = I S = \frac{\rho_0 c_0 \omega^2 M^2 S \delta^2 Q^2}{2 C^2}$$

Si l'on exprime le carré de l'intensité efficace du courant sous la forme :

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{\omega^2 Q^2}{2}$$

on peut écrire :

$$P = \frac{\rho_0 c_0 M^2 S \delta^2}{C^2} I_{\text{eff}}^2$$

Cette expression montre que la puissance acoustique émise par le trilame est équivalente à celle qui serait dissipée par une résistance R .

On peut admettre en première approximation, que l'émetteur ultrasonore est équivalent du point de vue électrique à un condensateur C associé en série avec une résistance R dite de rayonnement.

La valeur de cette résistance, pour un émetteur immergé d'un seul côté, l'autre côté étant en contact avec l'air, est :

$$R = \frac{\rho_0 c_0 M^2 S \delta^2}{C^2}$$

En remplaçant la capacité C par son expression :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$$

où ϵ_0 et ϵ_r désignent les constantes diélectriques du condensateur et $e = e_1 + 2 e_2$

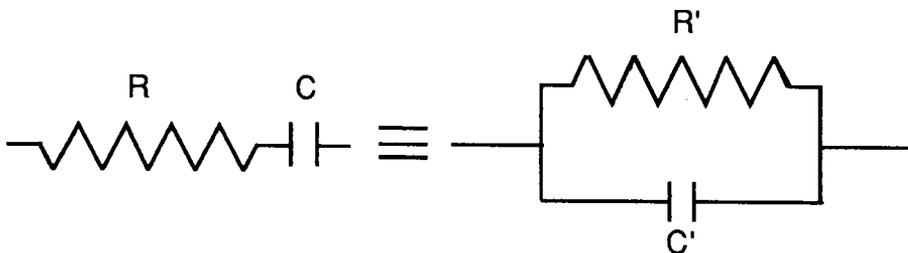
est l'épaisseur totale de l'émetteur, la résistance de rayonnement peut encore s'écrire :

$$R = \frac{\rho_0 c_0 M^2 \delta^2 e^2}{S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$$

Ce même émetteur peut être considéré comme étant constitué d'une résistance R' , supposée placée en shunt sur le condensateur piézoélectrique C , dont l'expression est :

$$R' = \frac{1}{\omega^2 C^2 R} = \frac{1}{\rho_0 c_0 \omega^2 M^2 S \delta^2}$$

Cette formule montre que R' tombe rapidement lorsque la fréquence augmente. Par conséquent, pour une fréquence accrue, on peut obtenir la même puissance de l'émetteur avec une tension moindre.



On remarque d'après ce qui précède que $R' = 1/(\omega^2 C^2 R)$ et $C = C'$ si l'on néglige l'unité devant $R'^2 C'^2 \omega^2$. Cela provient du fait que les deux circuits sont équivalents et ont par conséquent la même impédance.

Dans le cas d'ondes stationnaires, l'intensité sonore s'écrit :

$$I = \frac{p^2}{2 \rho_0 c_0} = 2 \rho_0 c_0 \omega^2 a_{\max}^2$$

puisque l'amplitude du déplacement, au lieu de a_{\max} pour les ondes progressives, est cette fois-ci :

$$a_{\max} |1 - \exp(-j\epsilon_0)| = 2 a_{\max}$$

On peut effectuer les mêmes calculs, comme dans le cas précédent, pour obtenir la valeur de R et R' . On écrit :

$$R = \frac{4 \rho_0 c_0 M^2 \delta^2 e^2}{S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$$

$$R' = \frac{1}{\omega^2 C^2 R} = \frac{1}{4 \rho_0 c_0 \omega^2 M^2 S \delta^2}$$

Les résultats analytiques des calculs effectués dans les paragraphes précédents, en remplaçant M par sa valeur dans chaque cas, sont réunis dans le tableau suivant.

	Ondes progressives		Ondes stationnaires	
	Premier cas	Second cas	Premier cas	Second cas
$\text{tg}\epsilon_2$	$\frac{2 m_1}{m_2} \cot\text{g}\epsilon_1$	$-\frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1 m_2} \text{tg}\epsilon_1$	$\frac{4 m_1 m_2}{m_1^2 + m_2^2} \cot\text{g}\epsilon_1$	$-\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} \text{tg}\epsilon_1$
a_{max}	$m_2 y_1$	$\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1} \epsilon_1 y_1$	$\frac{m_2}{2} y_1$	$\frac{m_1^2 + m_2^2}{4 m_1} \epsilon_1 y_1$
R	$\frac{Z_0 m_2^2 \delta^2 e^2}{S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$	$\frac{Z_0 (m_1^2 + m_2^2)^2 \epsilon_1^2 \delta^2 e^2}{4 m_1^2 S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$	$\frac{Z_0 m_2^2 \delta^2 e^2}{S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$	$\frac{Z_0 (m_1^2 + m_2^2)^2 \epsilon_1^2 \delta^2 e^2}{4 m_1^2 S (\epsilon_0 \epsilon_r)^2}$
R'	$\frac{1}{Z_0 \omega^2 m_2^2 S \delta^2}$	$\frac{4 m_1^2}{Z_0 \omega^2 (m_1^2 + m_2^2)^2 \epsilon_1^2 S \delta^2}$	$\frac{1}{Z_0 \omega^2 m_2^2 S \delta^2}$	$\frac{4 m_1^2}{Z_0 \omega^2 (m_1^2 + m_2^2)^2 \epsilon_1^2 S \delta^2}$

II - 2 - 3 - Paramètres acoustiques :

La connaissance de la résistance R' permet de calculer l'intensité rayonnée en fonction de la tension efficace U appliquée au triplet ultrasonore d'aire S, soit [1, 54, 65, 84 - 85] :

$$I = \frac{U_{\text{eff}}^2}{S R'} \quad (\text{en W/m}^2)$$

Cette intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'oscillation et à l'aire de la section de l'émetteur.

Des calculs numériques ont été effectués dans le cas d'un émetteur à base de PZT. On donne dans les tableaux ci-après les résultats dans l'eau à 20 °C en fonction de la tension d'alimentation pour $m_1 = 22$, $m_2 = 26.27$, $\delta = 270.10^{-12}$, $\epsilon_1 = 0.462$ et $\epsilon_2 = 0.672$.

U (V)	Premier cas				Second cas			
	a(μm)	v(cm/s)	p(atm)	I(W/cm ²)	a(μm)	v(cm/s)	p(atm)	I(W/cm ²)
100	0.71	12.03	1.80	1.08	0.33	5.65	0.85	0.24
150	1.06	18.04	2.70	2.44	0.49	8.48	1.27	0.54
200	1.42	24.05	3.60	4.34	0.66	11.30	1.69	0.96
250	1.77	30.07	4.51	6.78	0.83	14.13	2.12	1.50
300	2.13	36.08	5.41	9.76	1.00	16.96	2.54	2.15
350	2.48	42.09	6.31	13.29	1.17	19.78	2.96	2.93
400	2.84	48.11	7.21	17.36	1.33	22.61	3.39	3.83
450	3.19	54.13	8.12	21.97	1.50	25.43	3.81	4.85
500	3.54	60.14	9.02	27.13	1.67	28.26	4.24	6.00

Tableau relatif aux ondes progressives.

U (V)	Premier cas				Second cas			
	a(μm)	v(cm/s)	p(atm)	I(W/cm ²)	a(μm)	v(cm/s)	p(atm)	I(W/cm ²)
100	0.35	6.01	0.90	1.08	0.16	2.82	0.42	0.24
150	0.53	9.02	1.35	2.44	0.25	4.24	0.64	0.54
200	0.71	12.03	1.80	4.34	0.33	5.65	0.85	0.96
250	0.88	15.03	2.25	6.78	0.42	7.06	1.06	1.50
300	1.06	18.04	2.70	9.76	0.50	8.48	1.27	2.15
350	1.24	21.05	3.16	13.29	0.58	9.89	1.48	2.93
400	1.42	24.05	3.60	17.36	0.66	11.30	1.70	3.83
450	1.59	27.06	4.06	21.97	0.75	12.72	1.90	4.85
500	1.77	30.07	4.51	27.13	0.83	14.13	2.12	6.00

Tableau relatif aux ondes stationnaires.

Ces tableaux montrent simultanément l'amplitude du déplacement, de la vitesse particulière, de la pression et de l'intensité ultrasonore. Ils permettent de comparer les résultats numériques des deux types d'ondes. Il est bien visible sur

ces tableaux que les intensités calculées sont égales pour les deux ondes; elles sont par ailleurs élevées dans le premier cas et assez faibles dans le second.

La figure (I-1) reproduit les courbes de l'intensité relatives au premier et au second tableaux. Ces courbes ainsi obtenues montrent bien que l'intensité est proportionnelle au carré de la tension électrique appliquée au transducteur.

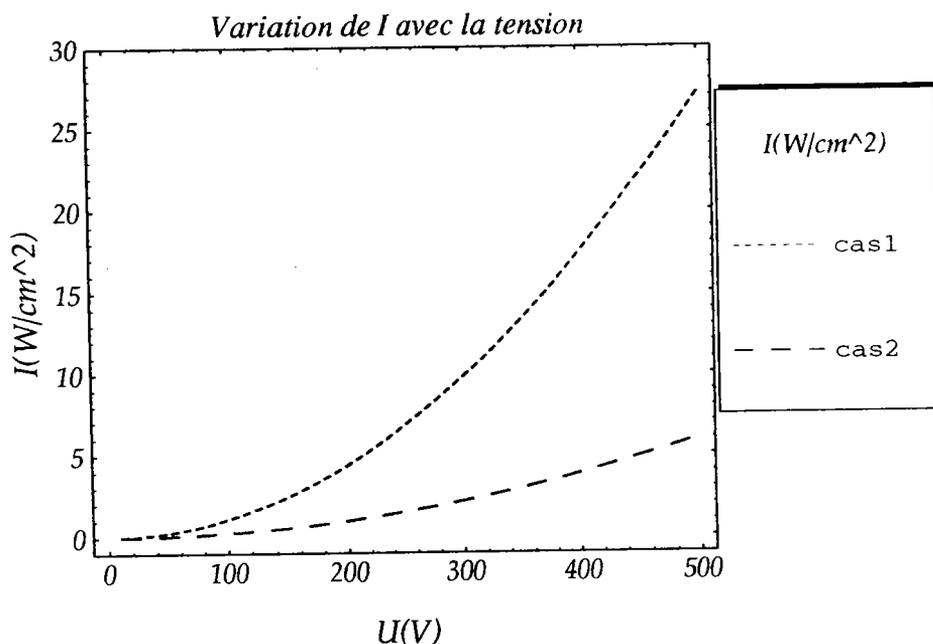


Fig.I-1. - Variation de l'intensité ultrasonore avec la tension d'excitation.

Les pressions calculées correspondent en réalité à des surpressions et des dépressions de même valeur qui se produisent périodiquement en fonction de la fréquence d'excitation. Ces amplitudes sont doublées en régime d'ondes stationnaires par addition des vibrations incidente et réfléchiée en cas de réflexion totale. Les résultats obtenus dans les tableaux précédents sont portés sur les figures (I-2a et I-2b).

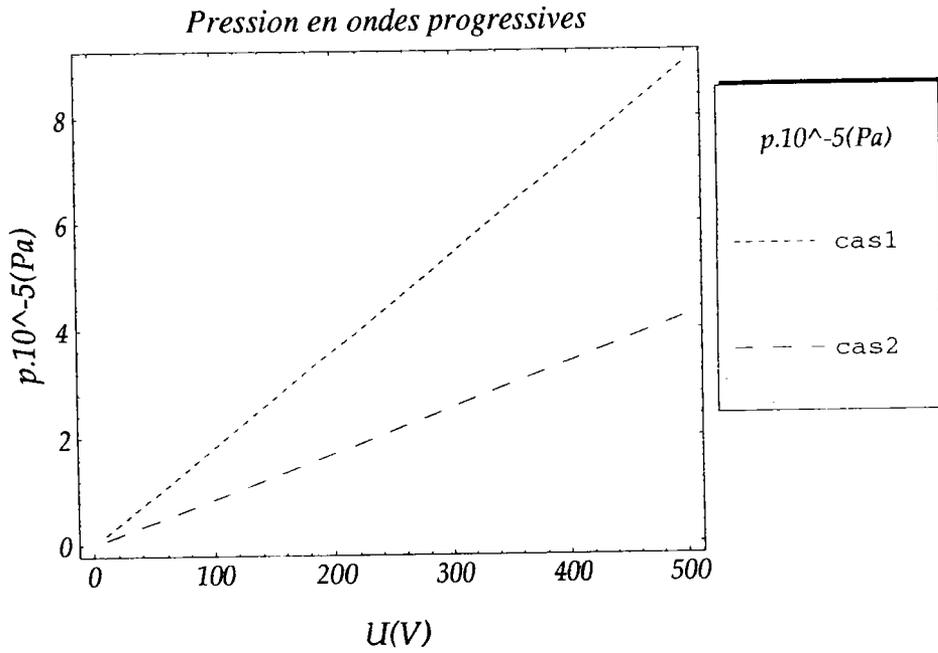


Fig.I-2a. - Variation de pression ultrasonore avec la tension d'excitation.

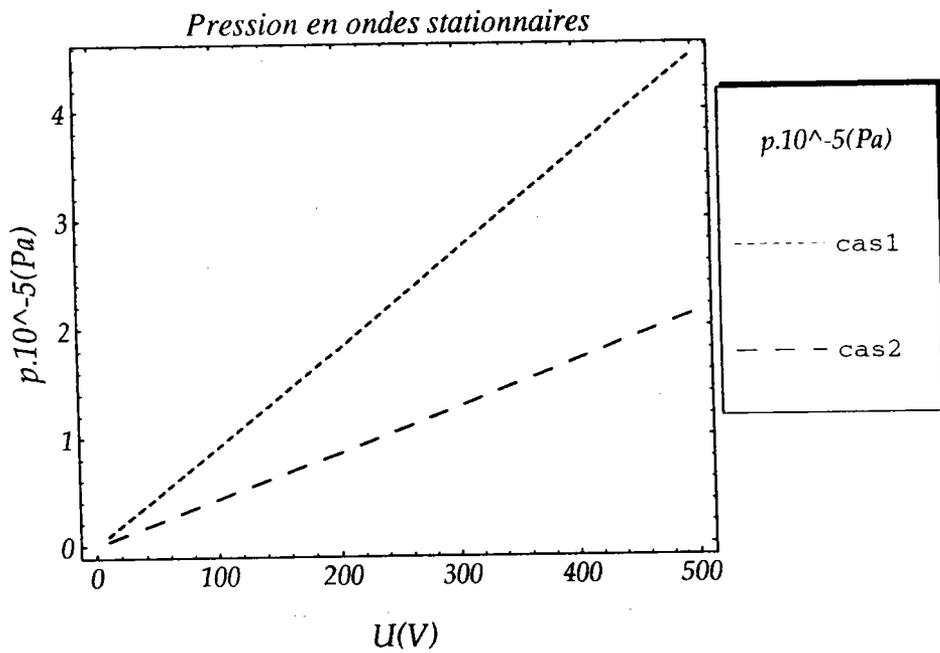


Fig.I-2b. - Variation de pression ultrasonore avec la tension d'excitation.

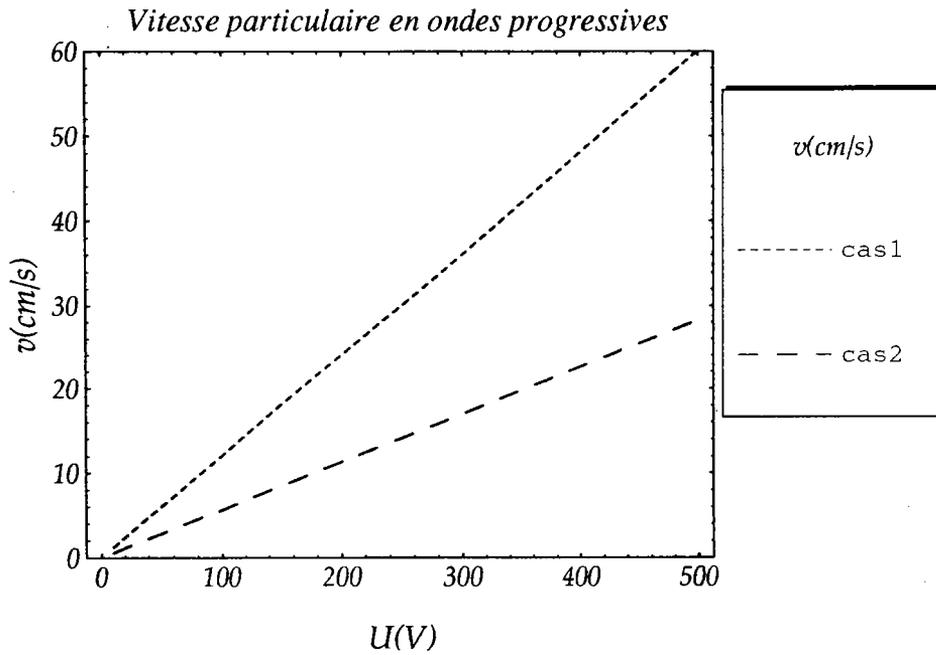


Fig.I-3a. - Variation de la vitesse particulaire avec la tension d'excitation.

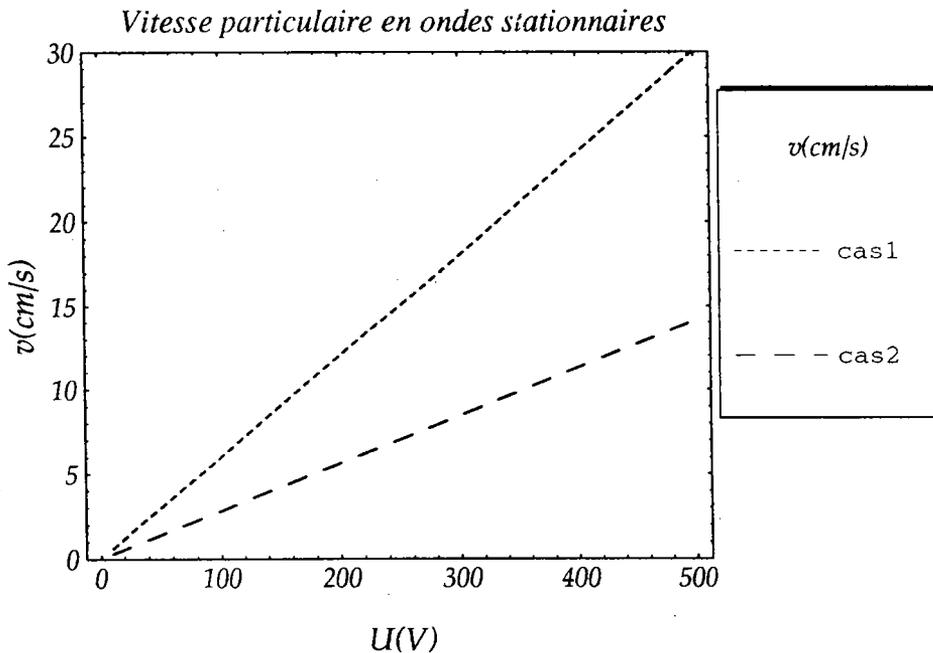


Fig.I-3b. - Variation de la vitesse particulaire avec la tension d'excitation.

Les figures (I-3a et I-3b) montrent bien qu'en présence d'ondes stationnaires, la vitesse particulaire ne peut excéder la moitié de la valeur de cette vitesse en ondes progressives.

II - 3 - Générateur et amplificateur :

Un générateur basse fréquence suivi d'un amplificateur permet d'amener une tension pouvant aller jusqu'à 500V crête à crête au triplet ultrasonore. On obtient le phénomène de cavitation lorsque la tension appliquée au triplet provoque des variations de pression dont l'amplitude est supérieure à la pression de vapeur. Cette tension seuil est de l'ordre de 300V.

La puissance ultrasonore engendrée varie directement avec l'impédance acoustique du milieu environnant et avec le carré de la tension appliquée et de la fréquence de fonctionnement. Ces derniers facteurs ont des limites imposées par les conditions physiques de l'expérience. La tension maximale qui peut être appliquée est déterminée par la tension de claquage du transducteur.

II - 4 - Mesure de la tension d'excitation :

On montre l'importance de la hauteur du liquide dans la détermination du début de cavitation et dans l'établissement de systèmes d'ondes stationnaires. L'énergie absorbée par le circuit d'alimentation du transducteur varie considérablement selon que l'onde réfléchie arrive en phase avec l'onde directe ou en opposition de phase. On constate donc des variations de la tension dans le circuit d'alimentation lorsqu'on fait varier la hauteur du liquide. La distance qui sépare deux positions consécutives de la surface libre pour lesquelles il se produit un maximum de tension est égale à la moitié de la longueur d'onde du champ sonore.

Pour éviter d'utiliser de fortes intensités sonores, on peut essayer d'agir sur la hauteur du liquide et obtenir un système d'ondes stationnaires. La théorie complète montre que l'on obtient une cavitation active pour des hauteurs de l'ordre de $(2N + 1) \lambda/4$. L'expérience confirme cette conclusion. Cependant, si la hauteur n'est pas un multiple impair du quart de la longueur d'onde du son considéré, les apparitions des ondes stationnaires de moindre amplitude peuvent être engendrées à partir de l'interférence au voisinage de la source entre une onde directe et une onde faiblement réfléchie sur la surface libre du liquide.

On représente sur les figures (I-4 et I-5) un exemple de mesure de la tension d'excitation dans le cas de l'eau et de l'alcool. On reporte ensuite dans

les deux tableaux (I-4 a et I-5 a) les valeurs de la hauteur qui correspondent au minimum et au maximum de la tension mesurée ainsi que leurs différences.

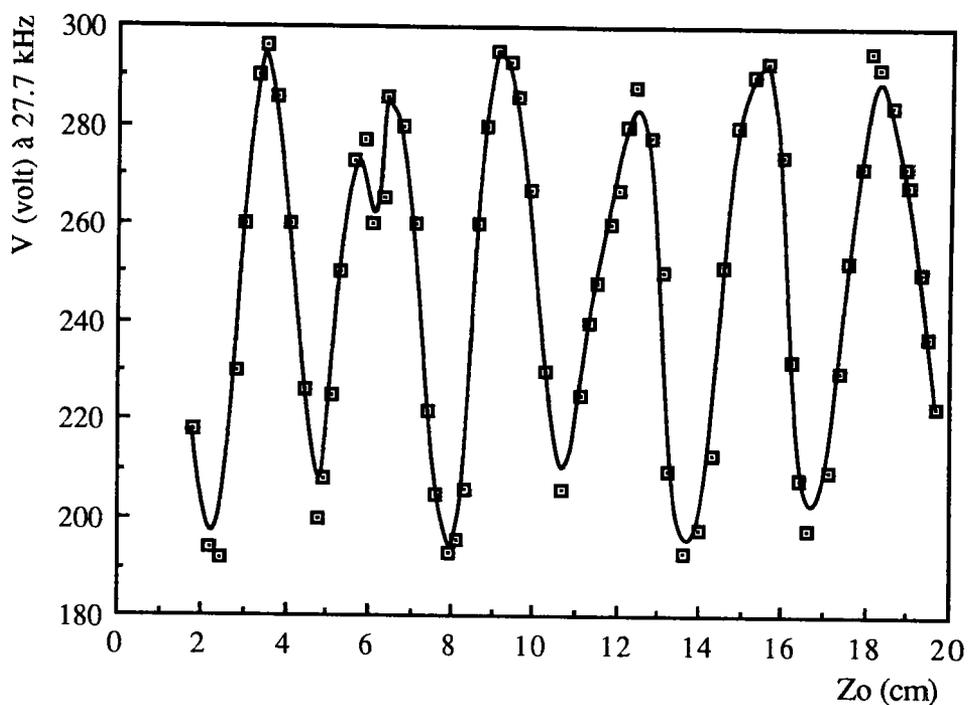


Fig.I-4. - Variation de la tension d'excitation avec la hauteur de l'eau.

$Z_0 \text{ min (cm)}$	$Z_0 \text{ max (cm)}$	$\Delta Z = Z_0 \text{ max} - Z_0 \text{ min (cm)}$
2.4	3.5	1.1
4.8	6.4	1.6
7.9	9.5	1.6
10.7	12.3	1.6
13.6	15.2	1.6
16.6	18.1	1.5

Tableau I-4 a. - Positions des extréma de la tension d'excitation.

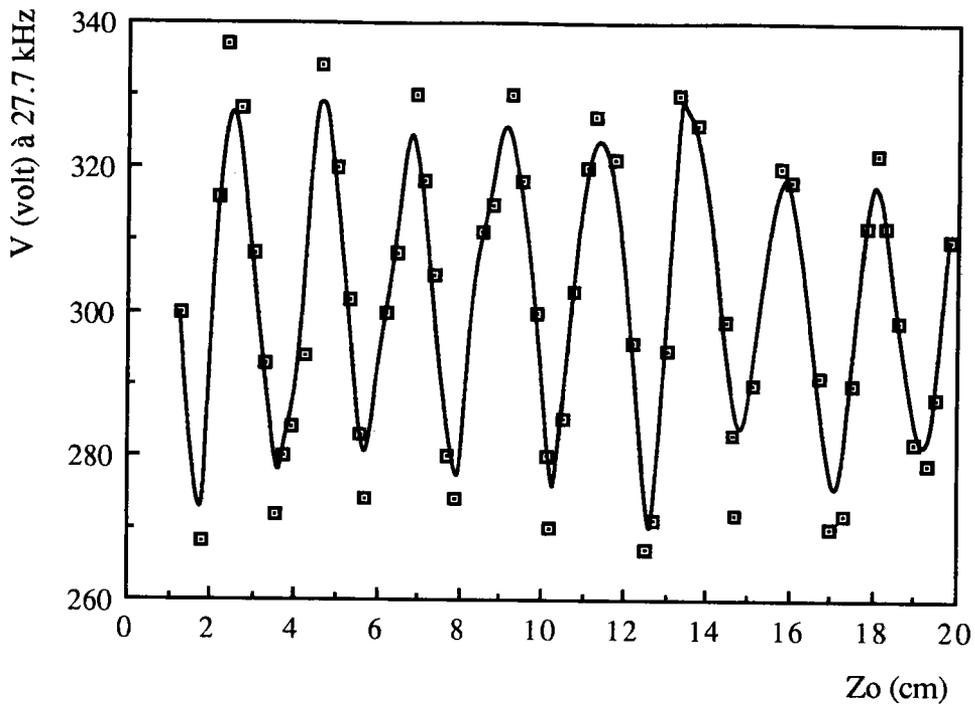


Fig.I-5. - Variation de la tension d'excitation avec la hauteur de l'alcool.

$Z_0 \text{ min (cm)}$	$Z_0 \text{ max (cm)}$	$\Delta Z = Z_0 \text{ max} - Z_0 \text{ min (cm)}$
1.8	2.4	0.6
3.5	4.6	1.1
5.7	6.9	1.2
7.9	9.1	1.2
10.2	11.3	1.1
12.5	13.6	1.1
14.7	15.8	1.1
16.9	18.1	1.2

Tableau I-5 a. - Positions des extréma de la tension d'excitation.

L'ensemble des résultats contenus dans les tableaux (I-5 a et I-5 b) montre que les différences entre un maximum et un minimum voisins de la tension d'excitation diffèrent très peu du quart de la longueur d'onde $\lambda/4$ dans

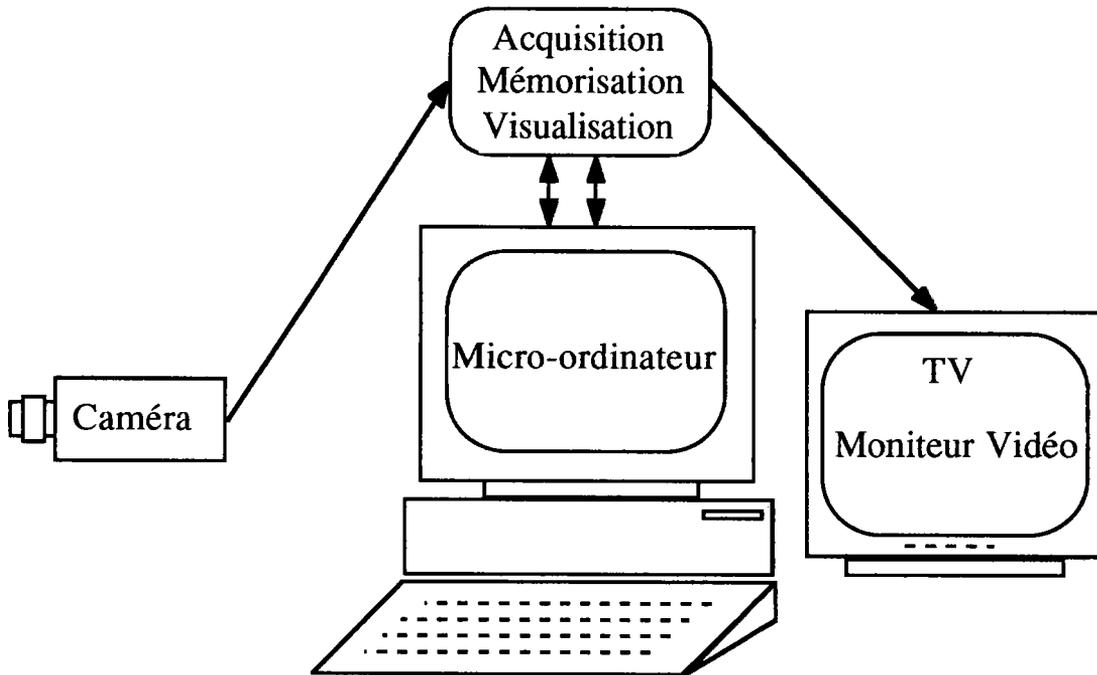
chaque liquide. Rappelons que ces longueurs d'onde sont de 5.556 cm et 4.444 cm respectivement dans l'eau et dans l'alcool.

Les écarts entre ces différences obtenues et $\lambda/4$ sont en partie imputables aux variations de la fréquence et aux erreurs de lecture des distances.

Notons au passage que lors de ces mesures, nous avons constaté l'apparition d'harmoniques $2f$ et $3f$ au voisinage des minima de la tension d'excitation; f étant la fréquence ultrasonore. Ce changement dans la fréquence fondamentale, déjà observé [84], est dû à la réflexion totale du son vers la face émettrice du trilame.

III - Système d'acquisition et de traitement d'images :

Le montage expérimental est représenté sur la figure suivante :



Système d'Acquisition et de Traitement des Images

III - 1 - Vision sur PC :

Les moyens de traitement d'images sont composés d'un micro-ordinateur de type PC 386, d'une carte de numérisation et d'un logiciel de traitement d'images PC-Scope.

Avec PC-Scope on peut acquérir des images, les traiter, les transformer, les fenêtrer, les filtrer, les seuiller, en extraire les contours puis les stocker sur disque. Le PC-Scope pilote une caméra et comprend une carte de vision 512 x 512, une bibliothèque de traitement d'images et un logiciel interactif de vision.

III - 2 - Unité d'acquisition :

Une caméra CCD Vidéo Industrielle (I2S IVC 500) noir et blanc, de vitesse d'acquisition de 25 images par seconde, possède une entrée de

synchronisation lignes et trames. Le temps d'une trame est 20 ms. Sa fréquence de transfert est de 15.625 KHz. Le signal vidéo est numérisé sur 256 niveaux de gris et stocké dans la mémoire d'un ordinateur. Ce signal peut faire l'objet de traitements analogiques ou numériques destinés à l'amélioration de son analyse et de son interprétation. La mémorisation supporte un plan image 256 Koctets pour une organisation 512 x 512 x 8 pixels ou quatre images 256 x 256 x 8 pixels.

III - 3 - Unité de visualisation :

L'image de la caméra peut être visualisée sur un moniteur couleur. On peut obtenir une copie d'écran en deux teintes noir et blanc. Seule la photographie de l'écran permet la reproduction des couleurs.

Les informations contenues dans une image sont généralement dégradées par les propriétés de la chaîne instrumentale. La dégradation se traduit par une atténuation du contraste, une perte de résolution et un flou dans la perception des détails fins. Parmi les processus qui tendent à introduire dans l'image des dégradations indésirables, on trouve: L'éclairage qui est soit trop puissant pour saturer la caméra, soit trop faible pour rendre l'image sombre. Il engendre soit des ombres , soit des reflets. Les aberrations introduites par l'objectif de la caméra, les défauts du système d'échantillonnage et de quantification et enfin le bruit électronique qui engendre des imprécisions sur les niveaux de gris.

Chapitre II

*Analyse des phénomènes de cavitation
par traitement d'images.*

I - Introduction :

La technique de visualisation de l'évolution spatiale du champ de pression sonore et de traitement d'images remplace avantageusement les techniques par sondes qui induisent des perturbations difficiles à appréhender. Cette étude de nature quantitative, a pour but de caractériser le mouvement des bulles générées par un champ sonore intense. Bien qu'essentiellement simple, cette méthode permet de visualiser globalement d'une manière frappante le comportement des populations pouvant atteindre plusieurs milliers d'unités. Elle montre que l'on peut utiliser le traitement numérique des images pour estimer les positions des bulles. En montrant comment les bulles sont distribuées, il est possible de tirer des informations précieuses pour la définition des modes de génération ou de l'élimination en condition d'exploitation.

A partir des contrastes observés, il est possible de calculer la position des noeuds et des ventres de pression acoustique et de comparer les résultats ainsi obtenus au modèle théorique proposé.

Il ne faut pas perdre de vue que l'image observée correspond à une projection de la structure sur un plan perpendiculaire au plan d'observation. Il en résulte un très sérieux problème dû aux empiétements et aux superpositions des bulles contenues dans la tranche observée. Ces superpositions peuvent rendre inobservables des bulles provenant d'une zone ordonnée en les noyant dans un continuum.

La première partie de cette étude traite les méthodes classiques du traitement d'images. Elles sont d'abord comparées entre-elles pour trouver un bon compromis. Elles sont ensuite appliquées dans le domaine de validité. On constate que la méthode idéale en traitement d'images n'existe pas encore. Pour chaque problème particulier d'analyse d'images, il est utile de chercher la méthode la plus appropriée pour laquelle la solution peut être obtenue d'une manière satisfaisante. Une attitude possible est donc de choisir, pour chaque application envisagée, la méthode qui s'adapte le mieux aux besoins. Une autre attitude consiste à essayer d'allier les avantages des différentes méthodes. Toutes les méthodes restreignent grandement le domaine de validité des résultats et en excluent notamment les microcavités en grande partie ou en totalité.

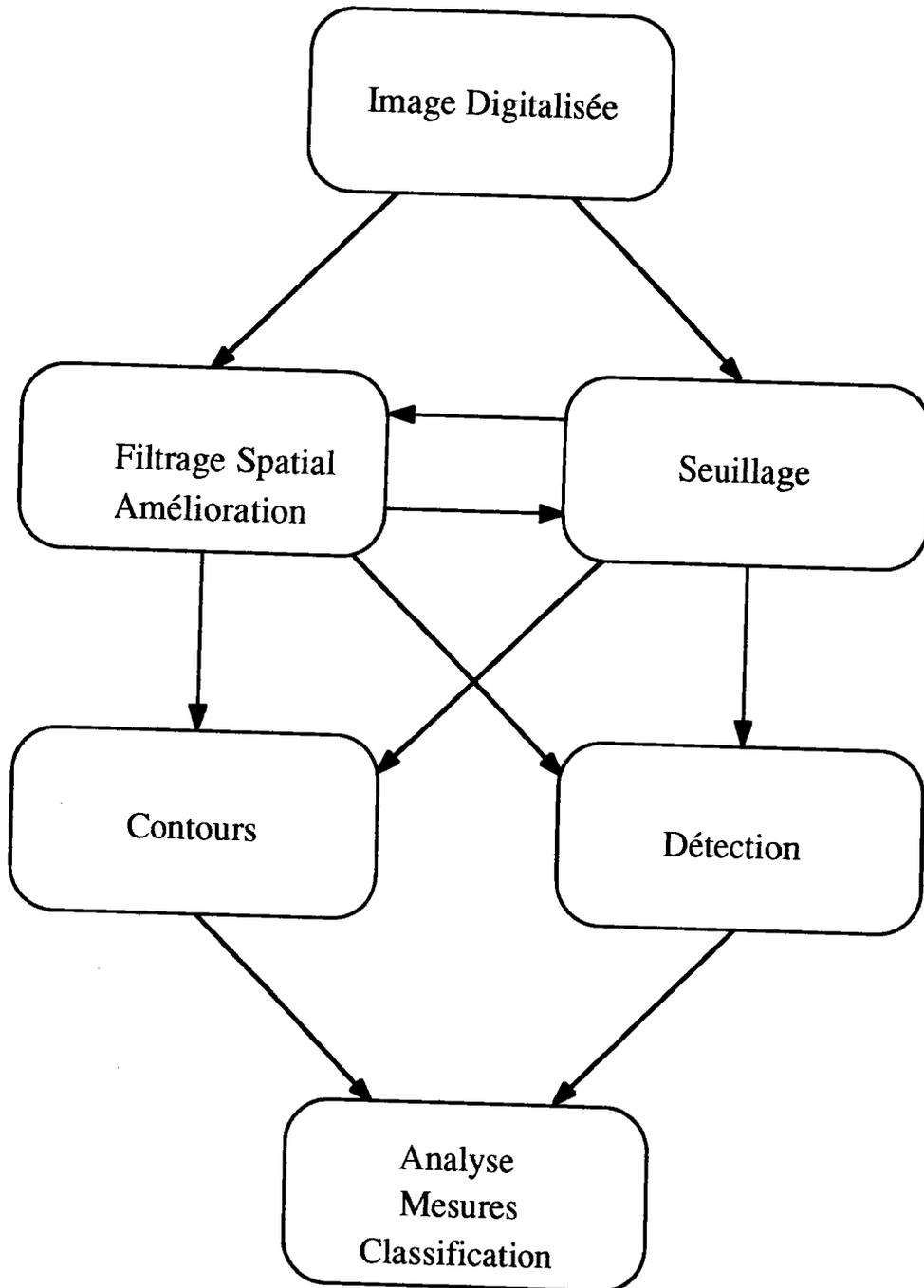
La deuxième partie est consacrée à la méthode basée sur la modification d'histogramme. L'utilisation de cette méthode est plus complète puisque sa sensibilité à la détection reste supérieure à celle des autres méthodes. Les insuffisances de cette méthode ont été supprimées, ce qui a permis de mettre au point une méthode d'évaluation alliant la précision des résultats aux formules théoriques représentant le rayonnement sonore. Le domaine de validité n'est, cependant pas facile à préciser.

Enfin, dans une troisième partie, un certain nombre d'exemples de résultats seront présentés. On montrera que la technique de visualisation est très bien adaptée à l'étude expérimentale des oscillations collectives d'un grand nombre de bulles. Elle permet de visualiser la distribution des bulles et les contours des pressions acoustiques.

II - Généralités sur le traitement d'images :

Le procédé de traitement d'images souvent utilisé est représenté sur le schéma suivant et peut être décomposé en quatre étapes successives :

- 1 - Numérisation.
- 2 - Amélioration par filtrage et seuillage.
- 3 - Détection des variations de luminance dans l'image.
- 4 -Analyse, mesure et classification.



Principe du traitement numérique d'images.

La scène filmée est constituée de particules en mouvement et d'objets fixes. Par soustraction d'images, on réalise la détection des particules. Toutefois, dans certaines conditions d'éclairage la mise au point est délicate. L'expérience montre qu'il est possible de visualiser les pressions avec une meilleure précision lorsqu'on associe à la caméra un éclairage convenable. La reproduction de l'image est considérée comme satisfaisante, dans la mesure où des détails significatifs de la cavitation, telles que des petites bulles, sont clairement restitués.

Pour réaliser un traitement, on doit effectuer sur l'image une série d'opérations précises et dans un ordre bien déterminé. C'est l'analyse physique du problème qui nous conduit à définir le traitement adapté à chaque situation. Une première analyse des images nous a montré qu'il est très difficile de séparer les bulles du milieu environnant car les niveaux de gris sont approximativement égaux. Un premier traitement appliqué aux images consiste d'une part à éliminer le bruit et d'autre part à faire ressortir les structures des pressions présentes dans les images. Des traitements élémentaires permettant de répondre à ces objectifs ont été expérimentés (égalisation d'histogramme puis application d'un seuillage).

II - 1 - Opérateurs du traitement d'images :

Dans cette partie, on examine d'une manière descriptive les outils mathématiques les plus fréquemment utilisés dans les traitements d'images.

II - 1 - 1 - Le filtrage spatial numérique :

L'un des problèmes principaux du traitement d'images est l'élimination de bruit. L'une des méthodes de filtrage la plus simple, souvent utilisée, appelée moyenne glissante consiste à convoluer l'image avec une matrice dont tous les éléments sont égaux à 1.

Pour mieux accentuer les contours ou les discontinuités caractérisés par les hautes fréquences spatiales dans une image et faciliter leur extraction, il est nécessaire d'effectuer des filtrages du type passe-haut [105 - 113, 115 - 117]. Ce filtrage peut se faire linéairement ou non-linéairement. Le filtrage linéaire,

consiste à convoluer l'image par une famille de fonctions appelées " masques ". Les filtres linéaires les plus simples sont ceux qui effectuent une différenciation numérique bidimensionnelle tel que le Laplacien.

Le filtrage non-linéaire utilise une combinaison non-linéaire des valeurs de gris des points voisins comme un moyen d'accentuation des contours. Généralement, un tel filtrage est appliqué à l'aide d'opérateurs de faibles dimensions (2×2 ou 3×3). Les opérateurs les plus connus sont celui de Roberts et celui de Kirsch. L'opérateur de Sobel combine un léger filtrage passe-bas le long des lignes ou des colonnes et un filtrage passe-haut de type gradient (changement de signes). Celui de Roberts est équivalent au calcul du gradient le long des diagonales. Ces deux opérateurs sont sensibles au bruit. Il existe d'autres filtres non-linéaires tel que le médian. Contrairement au filtrage linéaire, par lissage, le filtre médian n'introduit pas de flou dans l'image. Il élimine les points isolés et atténue le bruit. On note que plus la taille de ce filtre est large, plus le filtrage peut paraître efficace mais avec déformation de l'image et sans adoucissement du contraste.

On rencontre des problèmes de sélection des tailles les plus appropriées des masques, de choix du seuil et de l'opérateur utilisé. Souvent on fait appel à des opérateurs de taille variable : petits noyaux pour la détection de contours abrupts et grands noyaux pour les contours lents. L'inconvénient majeur des grandes tailles est de diminuer la précision de la localisation des contours. Elles ont, cependant, l'avantage de réduire l'influence du bruit.

Afin de s'affranchir du problème du choix des tailles, il suffirait de convoluer l'image avec la fonction de Gauss, d'écart-type σ , pour atténuer les contours dont la taille est inférieure à σ . L'application du Laplacien au résultat de cette convolution permet alors de détecter des contours d'échelle supérieure à la constante spatiale σ . Il est clair cependant que les estimations des valeurs moyennes seront affectées par la taille du masque.

II - 1 - 2 - L'histogramme :

L'histogramme, qui décrit globalement l'apparence d'une image, est une représentation graphique de son contraste et de sa brillance. Ce traitement

donne le nombre de points images en fonction des niveaux de gris et permet de déterminer les méthodes de traitement les plus appropriées à l'amélioration de l'image.

II - 1 - 3 - L'égalisation :

Lorsque les détails dans les régions sombres sont difficilement perceptibles, on modifie l'histogramme de l'image. On utilise généralement des transformations exponentielles, hyperboliques ou uniformes. Cette dernière très utilisée est connue sous le nom d'égalisation d'histogramme qui n'est autre qu'une intégration de l'histogramme initial.

Cette opération permet de rehausser l'image par augmentation du contraste [105, 107 - 108, 110 - 111, 114 - 116]; ce qui permet d'extraire les contours facilement et de mieux mettre en évidence certains détails de l'image. Le rehaussement de l'image et son amélioration peut s'effectuer soit par filtrage passe-haut du type Laplacien, soit par modification d'histogramme.

On effectue un filtrage passe-bas dans les cas d'une image contenant un bruit haute fréquence. Même si on diminue le contraste, on atténue le bruit par cette opération. On modifie l'histogramme pour donner un poids égal à tous les niveaux de gris dans le but de comparer des images obtenus sous des éclairages différents.

II - 1 - 4 - Le seuillage :

On décrit le procédé de seuillage qui est capable d'être efficace et précis même en présence d'un bruit important. Ceci est particulièrement intéressant pour les bulles de tailles comparables à celles des grains de bruit. L'intérêt d'une telle procédure est qu'elle permet de prédire avec une approximation raisonnable des informations pour le phénomène de cavitation.

Le seuillage consiste à ne conserver dans l'histogramme que les échantillons dont la valeur est supérieure ou inférieure à une référence qui est, soit fixée à priori, soit calculée à partir de l'histogramme [105, 107 - 110, 114 - 117]. Il peut être appliqué directement sur l'image originale ou sur l'image filtrée où les contours sont accentués. Le choix du seuil suppose que

l'histogramme des niveaux de gris contient plusieurs pics bien distincts. Dans ce cas, les seuils sont donnés par les valeurs des vallées des pics. Le choix d'un seuil faible ou élevé, lorsque le bruit varie, s'accompagne d'une perte d'information et l'interprétation des résultats devient délicate.

La binarisation, qui est un cas particulier de seuillage, consiste à mettre en évidence certaines bandes de niveaux de gris de l'image. Elle peut être la première étape d'isolement des objets par rapport au fond. Le processus de binarisation n'utilise, souvent qu'un seul seuil.

II - 2 - Opérations morphologiques :

L'analyse d'images présente un grand intérêt dans l'étude de la distribution de taille des bulles. Nous savons, en effet, que quel que soit le mécanisme qui limite la croissance des bulles, les grosses disparaissent au profit des petites. A un moment donné, il existe dans la population des bulles dont la taille est quasi-stable, le diamètre correspondant est appelé diamètre critique. La connaissance de la distribution de taille permet d'obtenir ce diamètre critique de résonance. Pour accéder à ce paramètre, on peut utiliser la morphologie mathématique. Les opérations morphologiques sont des transformations géométriques d'une image par un élément structurant. Ce dernier est un masque de forme quelconque dont les éléments forment un motif. Les opérations les plus importantes seront rappelées ci-dessus.

II - 2 - 1 - La dilatation et l'érosion :

Ces deux opérations s'obtiennent en faisant glisser un masque sur l'image puis en affectant au pixel central le résultat de l'une des opérations logiques ET ou OU [106 - 109, 116]. Cependant, ces deux procédures influent sur la taille des objets présents dans l'image. Il suppriment une grande quantité d'information par la perte des détails de petites tailles.

II - 2 - 2 - La squelettisation :

En général, les contours obtenus par seuillage ou par filtrage sont épais. C'est pourquoi l'image résultante doit subir un traitement de squelettisation qui

met en évidence seulement l'information essentielle à la description de son contenu.

La squelettisation réduit l'image en lignes essentielles dont l'épaisseur est ramenée à celle d'un pixel [107 - 108, 117]. Elle s'obtient par des opérations d'amincissement. C'est une suite d'érosions par un élément structurant de taille minimale. On peut régénérer l'image à partir du squelette par l'opération d'épaississement qui n'est autre qu'une succession de dilations.

Les petites irrégularités provoquées par la digitalisation de l'image, créent au cours de la squelettisation des branches ou barbules, que l'on peut supprimer par amincissement partiel du squelette ou ébarbulage [107 - 108].

II - 2 - 3 - La segmentation :

L'analyse, pour la détermination des zones d'intérêt et l'identification des objets, comprend particulièrement la segmentation [106 - 110, 116 - 117]. Cette opération, qui préserve la forme de l'objet, permet de distinguer entre les régions pauvres ou riches en objets ainsi qu'entre de petits ou de grands objets. Contrairement à la squelettisation, la segmentation fournit le squelette externe des objets. La segmentation s'effectue, dans le cas général, en deux étapes : La première est relative à la détection de contours par filtrage correspondant au calcul du gradient. Par seuillage, on obtient l'image binaire des gradients. La seconde étape consiste à effectuer l'opération d'amincissement afin d'obtenir une épaisseur unité des contours.

L'approche la plus simple, souvent utilisée dans la segmentation, consiste à diviser l'échelle des gris en bandes et utiliser les seuils pour séparer les différentes zones. L'identification des pics de l'histogramme aux objets qu'on cherche à mettre en évidence est, cependant, le grand problème qui reste toujours posé et constitue, par conséquent, l'handicap majeur de la segmentation par seuillage.

III - Analyse et détection dans les images de cavitation :

Une part notable de l'analyse d'images de cavitation consiste dans la détection des bulles. Cet aspect est d'autant plus important que l'observation

peut être effectuée dans les conditions les meilleures. Ce sont avec ces observations que l'on peut effectuer les sondages profonds permettant d'atteindre une bonne connaissance statistique des bulles.

Les tailles des bulles et leur nombre, difficiles à déterminer expérimentalement, sont généralement inconnus et souvent estimés par des formules empiriques trop simplifiées. Pour atteindre cet objectif, il est donc nécessaire de développer une méthode simple et générale qui permet de prévoir, avec des précisions satisfaisantes, non seulement la taille des bulles et leur nombre mais aussi la distribution des pressions sonores.

A cet effet, il faut que l'analyse aille aux limites de l'information contenue dans l'image en extrayant les bulles du bruit. Toutefois, cette détection se heurte à des obstacles associés non seulement à la chaîne instrumentale mais aussi à la nature des bulles étudiées.

III - 1 - Principe général de la détection :

Selon les arguments qui veulent que l'extraction des objets est, le plus souvent, le point de départ de toute analyse quantitative, la segmentation est couramment proposée sans se rendre compte de sa limitation associée à l'insuffisance dans la détection en milieu complexe faiblement contrasté. On lui préfère, pour notre part, une démarche qui semble à la fois moins arbitraire et plus prédictive, au moins dans le domaine où des expérimentations ont pu être effectuées. On notera que seules les bulles présentant un contraste suffisant pourront être déterminées avec précision.

III - 1 - 1 - Détection de petites bulles et suppression de bruit :

On décrit brièvement trois méthodes principales d'analyse d'images pour détecter les bulles de cavitation dans un champ sonore intense.

La première est une application directe de la méthode d'extraction des contours. Les contours des bulles sont d'abord rehaussés à l'aide des opérateurs de Sobel ou de Roberts ou encore de l'opérateur Laplacien [105 - 108, 110 - 112, 116 - 117]. Les deux premiers opérateurs dépendent de la direction. Pour avoir une image gradient indépendante de la direction, il faut faire des

convolutions avec tous les masques déduits les uns des autres par rotation. Ces convolutions devront être effectués en parallèle et non pas en série. En effet, l'image gradient sera obtenue en formant à partir de l'image initiale des images gradients pour chaque direction et en calculant, ensuite, le maximum des valeurs absolues de ces gradients. Pour éviter ces convolutions en parallèle, il est possibles de déterminer le Laplacien qui présente l'avantage d'être invariant par rotation. Ce dernier étant sensible au bruit, il faut donc soustraire l'image gradient de l'image initiale pour diminuer ce bruit. Une autre technique plus simple permettant de détecter les contours consiste à dilater l'image puis à soustraire l'image initiale de l'image dilatée. Le résultat de cette opération est une courbe d'épaisseur 1 pixel.

La deuxième méthode est basée sur le principe de seuillage, égalisation et différenciation. L'image est balayée avec un masque de taille variable.

La troisième est développée par des techniques de binarisation. Elle consiste à appliquer itérativement des opérateurs binaires de voisinage pour éliminer au mieux les défauts introduits par des impuretés. Il s'agit des opérations d'érosion et de dilatation. Une combinaison appropriée de ces opérateurs permet d'éliminer tous les objets qui sont plus grands ou plus petits que les bulles. Cette méthode a l'inconvénient d'introduire des perturbations des contours dues à l'élément structurant. Après application des opérations de filtrage, de normalisation, de seuillage et de binarisation, on érode l'image puis on la compare à l'image initiale. Cette comparaison permet d'aboutir finalement à une image binaire exempte de bruit.

III - 1 - 2 - Choix du seuil :

Les bulles ont des niveaux de gris différents et il n'est pas évident de les définir et de les détecter avec précision. On doit donc binariser l'image afin de pouvoir analyser la distribution de leurs tailles. Mais l'examen de l'image binaire montre que la solution n'est pas toujours évidente.

En choisissant le seuil de binarisation qui nous permet d'isoler les bulles sur le fond, il est possible d'accéder à une valeur moyenne de leur surface à l'aide d'un étalonnage préalable. L'inconvénient de la méthode réside dans la

difficulté de fixer le seuil de binarisation pour être sûr de détecter toutes les bulles. Ce seuil de détection est fonction de la qualité de l'image. Un mauvais choix de seuil entraînera, soit une détection plus importante du bruit en tant que particule pour un seuil faible, soit une perte de détection des particules moins brillantes pour un seuil trop élevé. Comme il n'existe pas de méthode unique pour résoudre le problème d'extraction, la solution doit être étudiée de cas en cas.

La définition spatiale de l'image, essentielle pour reconnaître les particules, doit être spécifiée avant toute manipulation. On spécifie, ensuite, la taille minimale et maximale des particules c'est-à-dire le nombre minimum et le nombre maximum de pixels identifiant une particule. Toute particule dont la taille serait supérieure ou inférieure à ces deux nombres sera rejetée. Cette procédure permet d'extraire le nombre d'objets présents dans l'image et leurs caractéristiques géométriques. Lorsque l'on fait varier le seuil, la détection s'effectue dans des conditions variables que l'on ne maîtrise pas toujours. Dans ce cas, il est pratiquement impossible de comparer les résultats obtenus avec des systèmes différents.

En cas de forte activité sonore, des anomalies de détection peuvent découler des variations incontrôlées du seuil. Ce seuil comporte des limitations qui peuvent introduire des distorsions dans les résultats. Les résultats montrent qu'une fausse détection existe même après un ébarbulage qui élimine bien les petites branches parasites, mais amincit également les branches que l'on désire conserver. A l'issue de la détection, il demeure toujours sur les images des tirets manifestement erronés.

III - 2 - Analyse statistique :

Cette analyse consiste à tracer les courbes de distribution et les histogrammes de répartition des événements de cavitation en fonction de l'un quelconque des paramètres. L'analyse la plus importante est la distribution des tailles. Elle donne une bonne idée de la détectabilité des bulles et de l'influence du seuil sur l'activité enregistrée. D'autres paramètres (taille minimale et maximale, variation du seuil...) ont été également pris en compte pour l'analyse

statistique des bulles. Les résultats obtenus sont, cependant, moins nets car ces paramètres sont trop dépendants du système de mesure et de la chaîne d'instrumentation.

La représentation graphique des résultats est très importante; elle permet la mise en évidence quantitative de la différence des bulles. Ces différences donnent accès à l'établissement d'une comparaison avec la théorie.

La méthode de classification automatique permet de séparer la population totale en plusieurs classes. Chaque classe regroupe les bulles qui présentent des caractéristiques similaires.

Remarque :

Au terme de cette étude que nous venons de décrire en quelques mots, il n'est pas question de clamer la supériorité d'une méthode sur l'autre, ni de délimiter avec précision les champs d'application des différentes méthodes. De toutes ces méthodes, il ressort cependant qu'il est beaucoup plus facile d'analyser le profil du champ sonore que la distribution de tailles des bulles.

IV - Présentation des résultats :

A basse intensité acoustique, les bulles sont éloignées les unes des autres. La description devient plus complexe, à haute intensité, lorsqu'elles sont suffisamment proches les unes des autres pour influencer leur disposition. Dans l'un et l'autre cas, les coordonnées de chaque bulle dépendent du temps et les images correspondront à une configuration instantanée contenant des fluctuations causées généralement par les déplacements rapides des bulles.

En l'absence d'ondes stationnaires et par augmentation de l'intensité acoustique, on voit soudainement apparaître des petites bulles. Ces bulles croissent dans le champ sonore et d'autres s'écoulent. A partir de cet écoulement se forme petit à petit une nouvelle grosse bulle. Chaque bulle s'éloigne ensuite de l'écoulement des petites bulles. Par répétition de ce cycle, le champ serait rempli de bulles de différentes tailles et animées d'un mouvement de turbulence incessant. C'est la grande compressibilité du gaz par rapport au liquide qui permet une grande variété de mouvements observés.

Les bulles ne peuvent être stables et tendent à minimiser leur surface à cause de l'existence de la tension de surface σ . Par addition d'une petite quantité de savon à l'eau (matériau tensioactif), l'adsorption de ce matériau à la bulle entraîne un certain changement de l'état des précipités insolubles et produit une longue stabilité en altérant la tension de surface [155]. Ainsi on peut empêcher partiellement la formation de brouillards qui se constituent par l'enrichissement en bulles. Les brouillards ou les nuages sont dus aux effets interactifs et aux instabilités de la croissance et de l'effondrement. Le moteur de ces instabilités est la pression de radiation. Par suite de l'absorption, cette pression diminue lorsqu'on s'éloigne de la source. La pression n'étant plus la même partout, le liquide se met en mouvement dans le sens de la propagation et le phénomène est d'autant plus net que le liquide est plus absorbant.

Lorsque l'amplitude d'oscillation devient très grande, les bulles se désintègrent et émettent de violentes ondes de choc qui donnent naissance à un mouvement tourbillonnaire. Ces tourbillons peuvent être aussi dus soit aux pulsations des bulles, soit à la pression de radiation qui s'exerce sur les plus grosses de celles-ci.

Aux intensités acoustiques modérées, on observe la formation d'amas constitués de microcavités se déplaçant par groupe. Au sein de chaque groupe, ces microcavités croissent et s'effondrent alors que l'apparence du groupe reste raisonnablement maintenue.

Dans un système d'ondes stationnaires, on aura une série de couches de bulles, chaque paire de couches étant espacée d'un quart de longueur d'onde. La distance qui sépare deux plans de même nature est égale à une demi-longueur d'onde. Dans chaque couche ou palier, l'écoulement radial est très prononcé et vient des parois vers l'axe central de symétrie. Ce mouvement radial est ralenti ou même inversé dans la région près de l'axe. Cette inversion est due à une modification de la distribution de pression sur l'axe. En réalité, une partie des bulles oscilleraient de manière chaotique tandis que le reste se comporterait de manière périodique. Le couplage des deux modes pourrait supprimer le comportement aperiodique (chaotique) et conduirait à un comportement global régulier. C'est ce que les expériences ont permis d'observer.

Le champ de l'écoulement, entre les paliers, est dominé par deux tourbillons contrarotatifs plus ou moins symétriques. Ces structures ramènent le fluide extérieur vers le milieu de la cuve pour le mélanger avec celui de l'écoulement principal. Des mouvements de retour sont observés et sont engendrés sous l'action des tourbillons contrarotatifs.

Le fluide circulant autour d'un tourbillon est en équilibre sous l'effet de la force centrifuge qui tend à le chasser vers l'extérieur du tourbillon et de la résultante des forces de pressions. Il faut donc que la pression extérieure soit supérieure à la pression intérieure. En d'autres termes, l'intérieur du tourbillon est un minimum de pression. Ceci est bien vérifié dans les expériences de cavitation. Dans le cas où la pression est suffisamment basse, la dépression créée par l'apparition du tourbillon va suffire à passer en dessous de la tension de vapeur : il y a donc production de bulles de vapeur au sein du tourbillon.

Par augmentation de l'intensité acoustique, l'instabilité du mécanisme s'amplifie et on observe la formation d'enroulements qui, pour des intensités encore supérieures, commencent à être animés d'un mouvement d'oscillation. Cette oscillation a tendance à détruire la périodicité du processus de formation

de paliers. Dans ce cas, l'existence de domaine à structure identique ne sont généralement pas séparés par des zones de transition mais par des nuages de microbulles empêchant toute formation de paliers observables, comme dans le cas des faibles intensités où le figeage se produit nécessairement avec une multiplication du nombre de bulles. Les irrégularités des amas de bulles observées sont essentiellement dues aux ondes de choc combinées avec le champ sonore.

IV - 1 - Cas de l'eau :

Dans le cas de l'eau, les petites bulles sont nettement perceptibles à la caméra et elles s'étalent sur des distances de la source correspondantes aux intensités sonores maximales. On observe un écoulement radial qui semble s'inverser et croître de haut en bas. Ceci traduit l'effet des réflexions multiples sur la surface libre du liquide. Bien que les paliers soient normalement considérés comme des plans stables, on a observé pour les hautes pressions la projection d'une partie du plan au voisinage de l'axe.

Les figures (II-1a et II-1b) montrent les situations observées dans l'eau à plusieurs hauteurs du liquide. Une netteté optimale des images n'est pas obtenue simultanément à cause du changement de la source d'éclairage. Les images sont similaires et ne diffèrent que par le nombre de paliers.

Pour la hauteur du liquide de 9.6 cm, la figure visualisée est comparable à celles obtenues pour des hauteurs supérieures. En outre, on constate l'existence d'un mouvement qui s'étend jusqu'à la surface libre. Ce mouvement s'intensifie au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source. Ce phénomène traduirait le développement d'effets qui se manifestent par l'apparition, au-delà d'un certain seuil sonore, de tourbillons qui déforment la structure périodique des paliers.

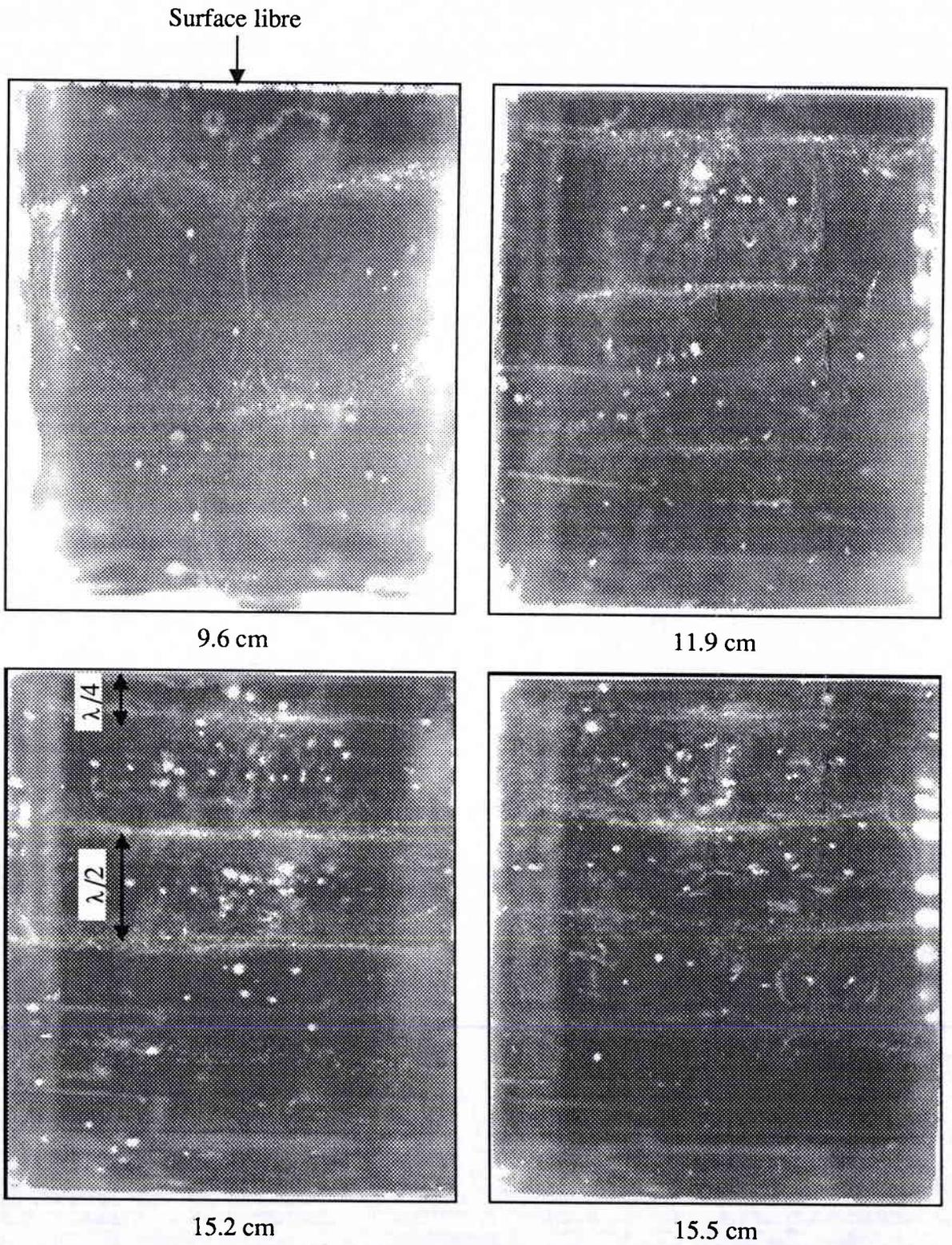
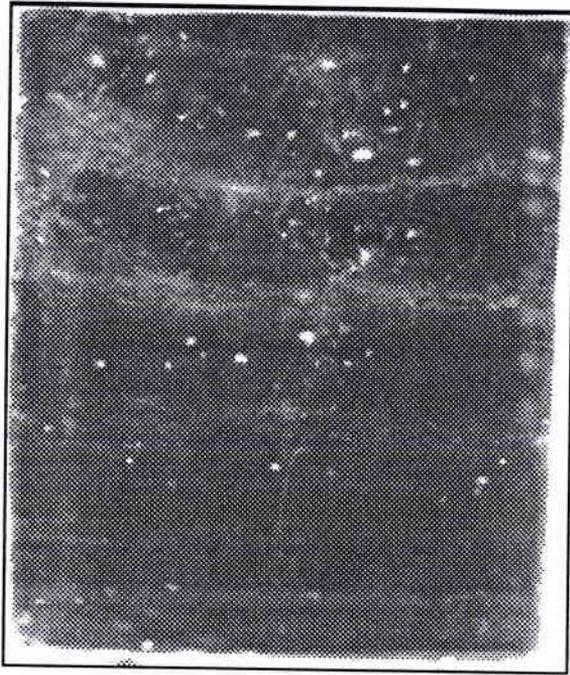


Fig.II-1a. - Images obtenues dans de l'eau à différentes hauteurs.



16.7 cm



17.7 cm



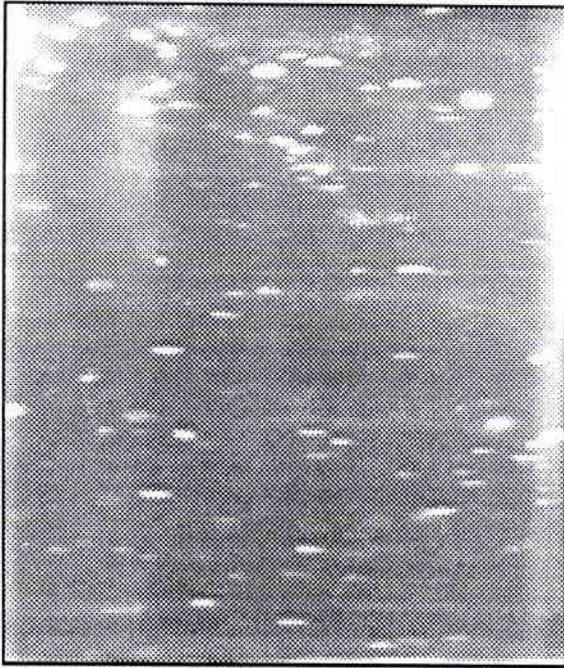
18 cm



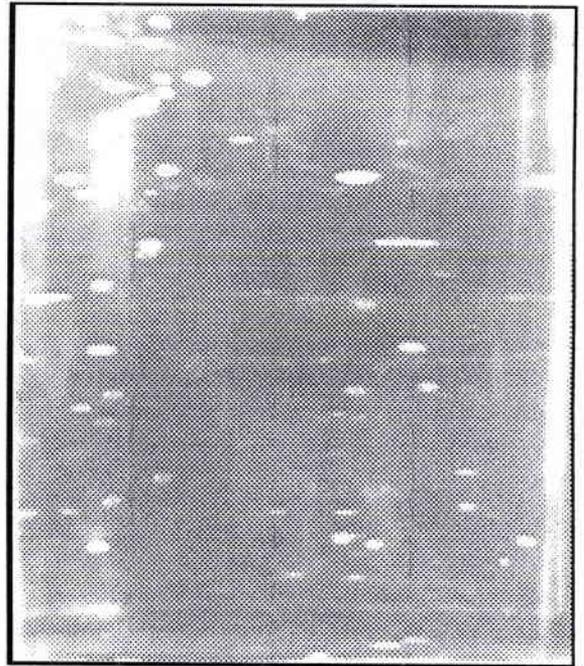
18.1 cm

Fig.II-1b. - Images obtenues dans de l'eau à différentes hauteurs.

Les images représentées sur la figure (II-2) sont relatives la cavitation obtenue dans de l'eau dans une cuve cylindrique. Elles montrent un grand nombre de paliers (5 paliers à 50 kHz et 11 paliers à 100 kHz) qui traduisent l'effet de la fréquence sur la distribution spatiale des pressions sonores.



9.8 cm (50 kHz)



9.4 cm (100 kHz)

Fig.II-2. - Images obtenues dans de l'eau à deux hauteurs et deux fréquences.

La figure (II-3) montre le résultat de l'application du Laplacien à une image digitale. On remarque que plus la taille du filtre est grande, plus l'image filtrée perd sa netteté mais plus les contours sont mieux détectés.

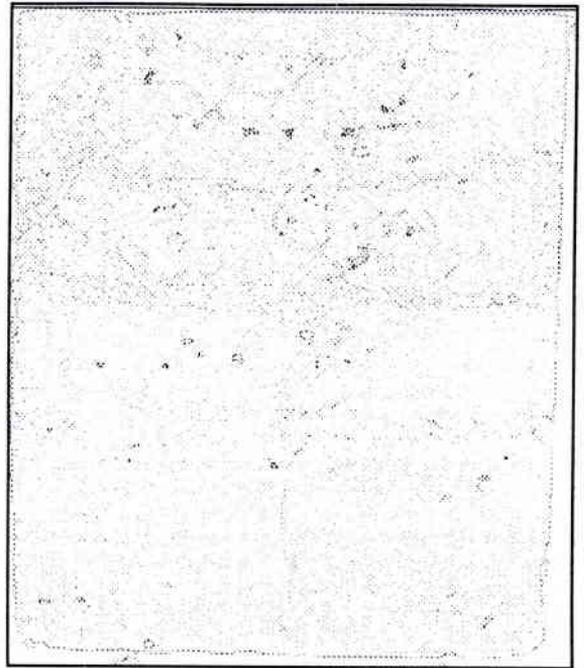
La figure (II-4) montre le résultat des opérateurs de Roberts, de Prewitt et de Sobel appliqués à une image numérique.

Sur la figure (II-5), on représente le résultat de l'application du Gradient à une image obtenue dans de l'eau.

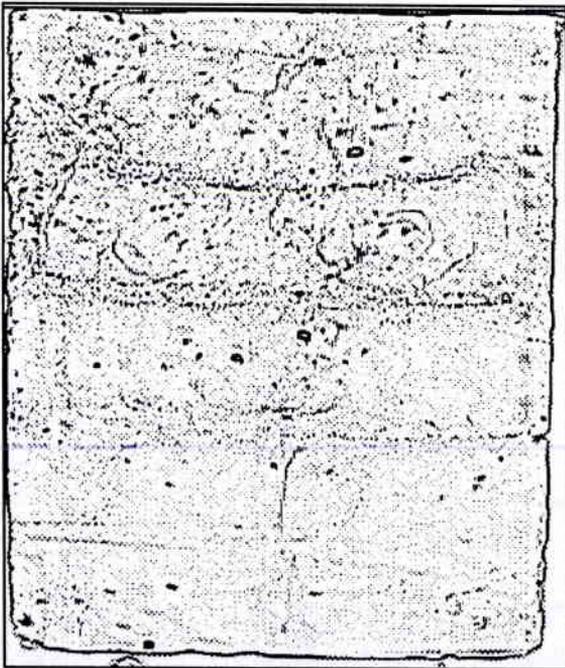
Les opérations de seuillage et d'égalisation d'histogramme du Laplacien d'une image, dans de l'eau, sont illustrées à la figure (II-6).



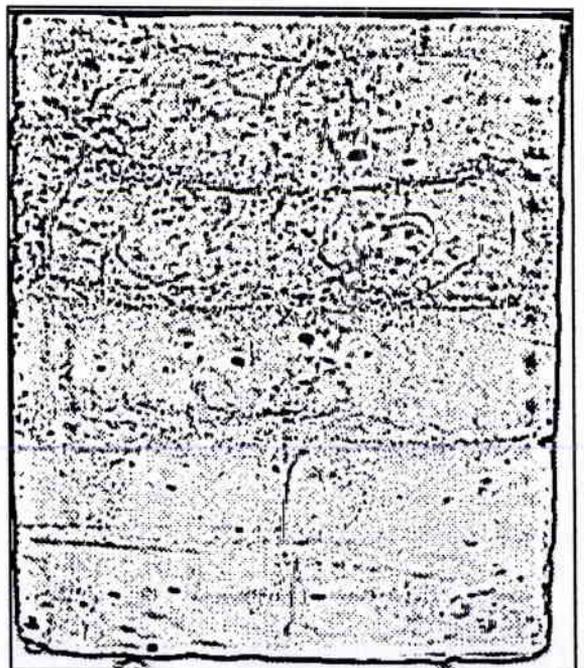
16.7 cm



Laplacien (3x3) puis Inversion



Laplacien (5x5) puis Inversion

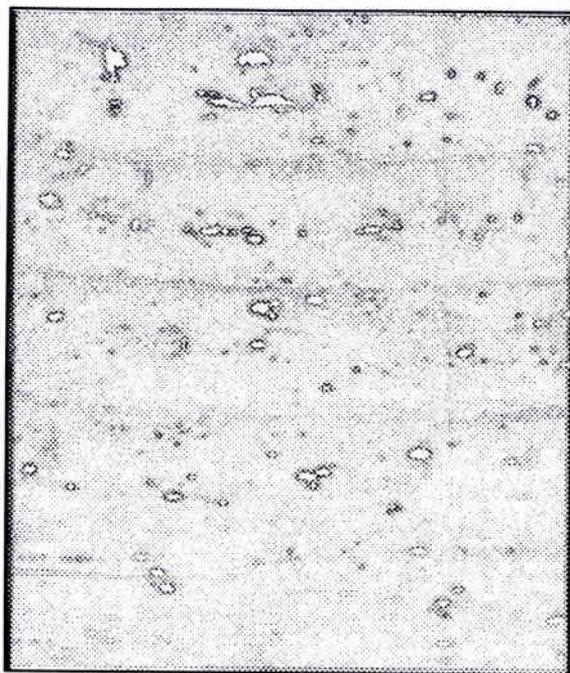


Laplacien (7x7) puis Inversion

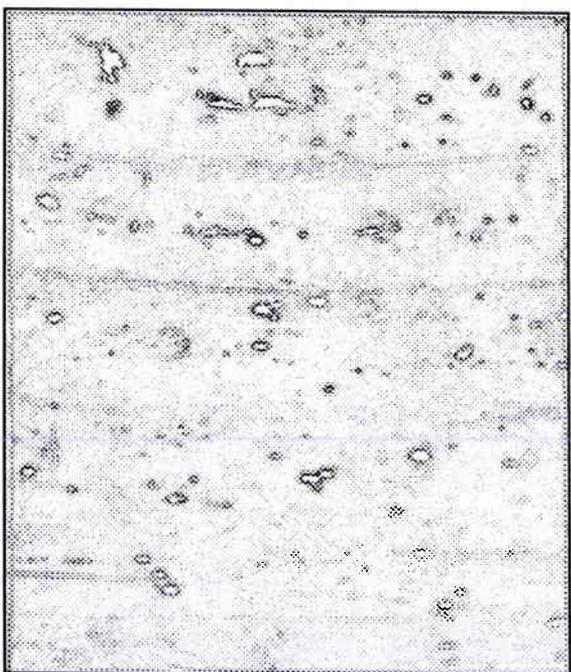
Fig.II-3. - Traitement d'une image à l'aide du Laplacien.



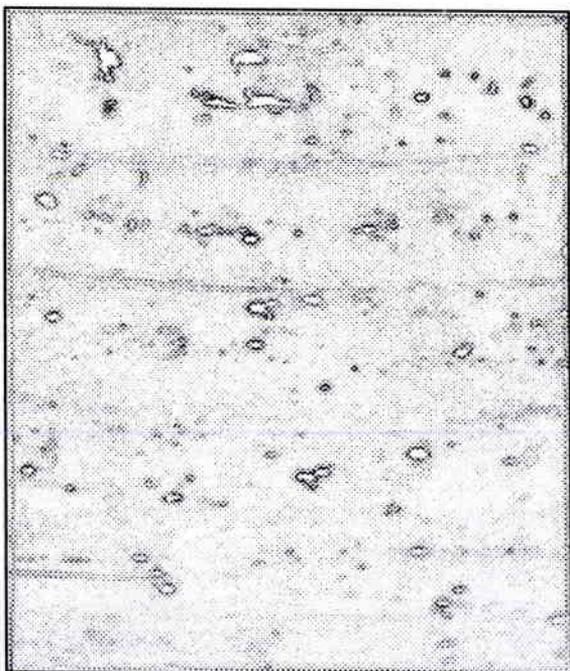
18 cm



Roberts puis Inversion

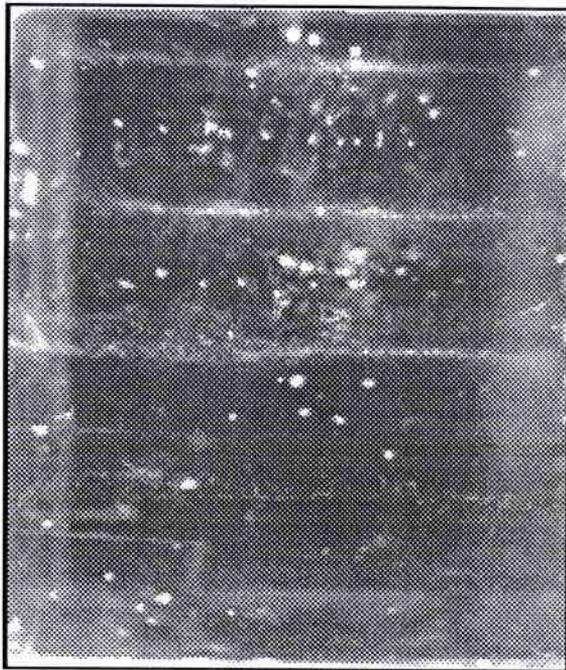


Prewitt puis Inversion

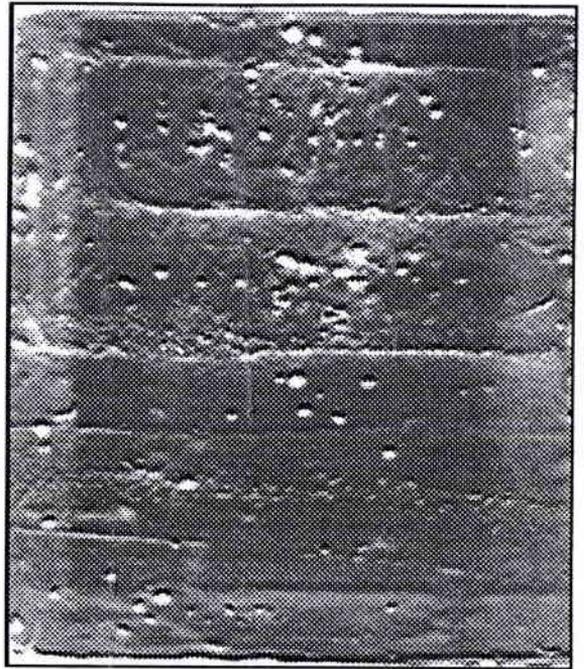


Sobel puis Inversion

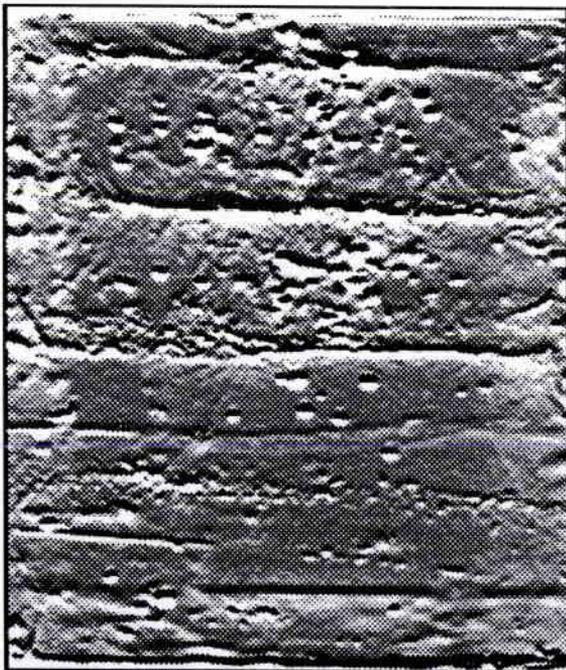
Fig.II-4. - Traitement d'une image à l'aide des opérateurs de Roberts, de Prewitt et de Sobel.



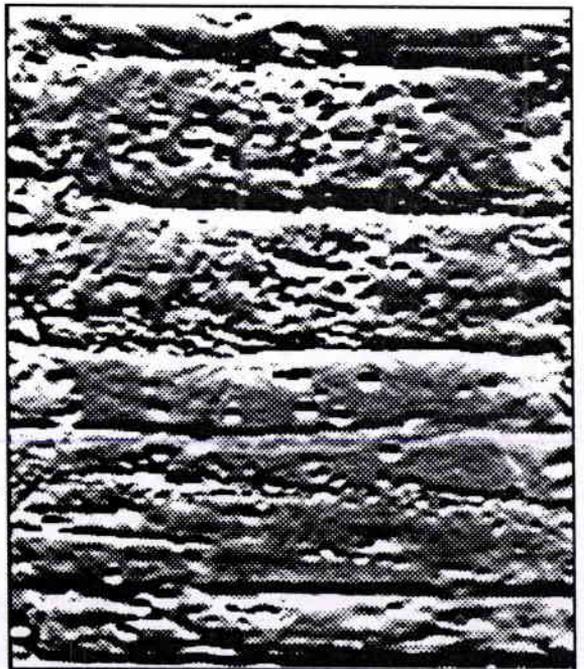
15.2 cm



Gradient (3x3)



Gradient (5x5)

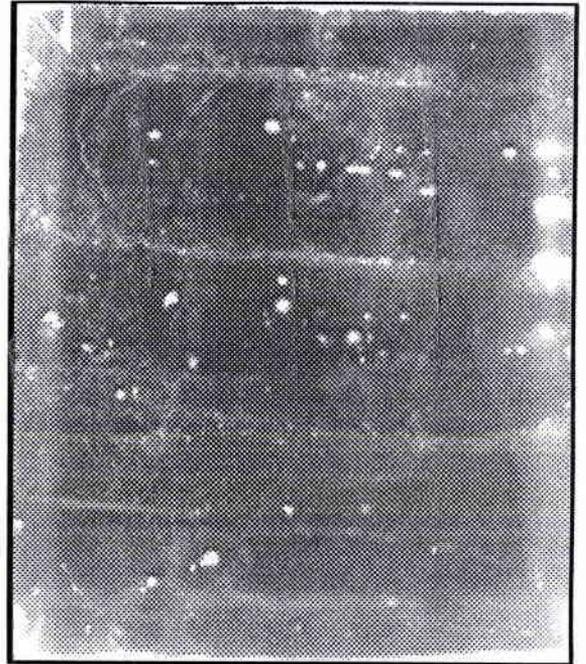


Gradient (7x7)

Fig.II-5. - Traitement d'une image à l'aide de l'opérateur Gradient.



18.1 cm



12.5 cm



Laplacien (5x5) + Seuillage + Egalisation + Inversion

Fig.II-6. - Seuillage, égalisation puis inversion du Laplacien d'une image.

IV - 2 - Cas de l'alcool :

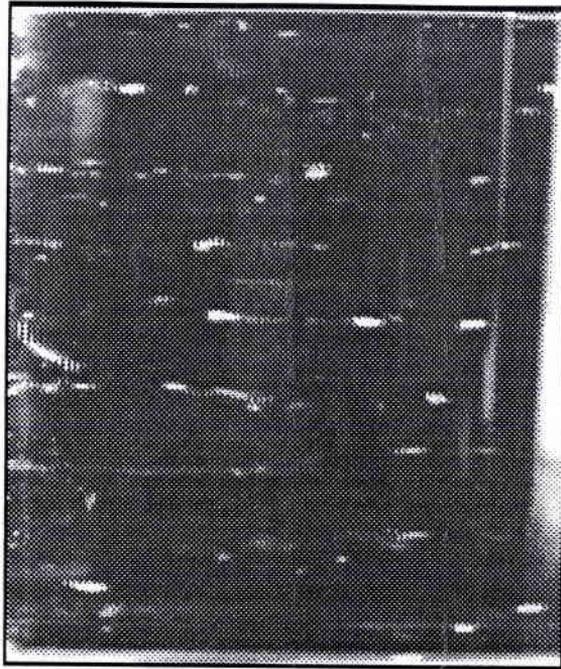
Dans le cas de l'alcool, le régime d'ondes stationnaires n'est généralement bien net que dans une cuve cylindrique (Fig.II-7). Autrement, ce régime est entièrement perturbé par un mouvement tourbillonnaire dû aux ondes secondaires et à l'action dispersive de la cavitation qui se produisent au passage d'ondes acoustiques intenses.

Contrairement à l'eau, on n'observe que les grosses bulles situées au niveau des intensités minimales. Sous des hautes intensités sonores, on obtient des nuages constitués par des particules très fines de liquide et les formes des paliers ne sont pas simples. Au cours de l'implosion des bulles, l'onde de choc sphérique se propage dans toutes les directions créant ainsi des microcavités qui donnent naissance à ces nuages et provoquent les irrégularités des paliers. Des dissymétries de ce genre sont fréquemment observées. Les petites bulles semblent plus délicates à mettre en évidence dans ce type d'expérience. Leur évaluation est rendue difficile par la petitesse de leurs tailles et par le manque de résolution spatiale du dispositif de visualisation. La difficulté d'analyse d'images, dans ce cas, ainsi que le caractère non-reproductible des expériences, corroborent l'idée selon laquelle les images traitées doivent venir d'une même manipulation.

IV - 3 - Cas d'un mélange eau-alcool :

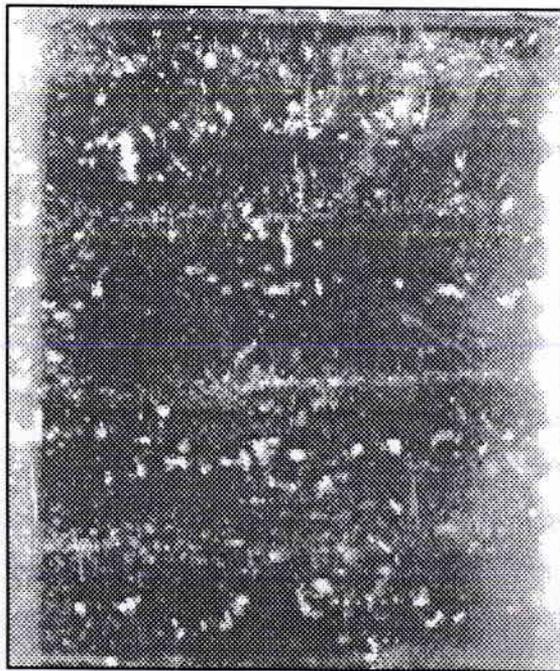
L'eau et l'alcool éthylique, qui sont semblables chimiquement, forment une solution dans laquelle les deux liquides se dissolvent en toute proportion. Ils sont donc totalement miscibles. Dans ce cas, la tension de surface et la pression de vapeur prennent des valeurs intermédiaires entre celles des deux liquides purs. La vitesse de propagation ultrasonore dans le mélange est supérieure à celle de ces deux liquides.

On reproduit à la figure (II-8) une image obtenue pour un mélange d'alcool et d'eau (20% d'alcool dans l'eau). Dans ce cas, les phénomènes ne sont pas très différents. Bien sûr, le seuil sonore d'apparition des bulles, le nombre de paliers et les distances qui les séparent ont changé.



9.7 cm (58.8 kHz)

Fig.II-7. Image obtenue dans de l'alcool dans une cuve cylindrique.



19.4 cm

Fig.II-8. Image obtenue dans de l'eau à 20% d'alcool.

V - Conclusion :

Nous avons illustré par un certain nombre d'exemples la multiplicité des possibilités offertes par les techniques de traitement d'images pour étudier les phénomènes de cavitation ultrasonore.

Par la présentation de ces quelques résultats, on constate que le traitement d'images est un outil de travail complémentaire à celui de la mesure des intensités sonores. A partir des images, l'analyse quantitative des bulles permet d'obtenir des informations, quant à certains mécanismes mis en jeu, informations que l'on ne peut pas atteindre quantitativement par d'autres méthodes.

Nous avons tenté d'appliquer au phénomène de cavitation les méthodes classiques de squelettisation et de segmentation d'images; cependant celles-ci n'ont pu convenir à ce problème particulier. Ces techniques ne sont donc pas applicables aux phénomènes de cavitation. Il apparaît qu'elles conviendraient mieux pour le cas des images nettes alors que la technique de seuillage serait mieux adaptée à ce genre d'étude, sans que, d'ailleurs, l'une ou l'autre soit totalement satisfaisante dans chacun des cas. Ces remarques ont été confirmées par le fait que si l'on choisit un seuil plus grand ou plus petit, la technique de seuillage ne donne ni la distribution des pressions ni la taille des bulles.

Le point faible de toutes les méthodes du traitement d'images est que le résultat final est très sensible au type de méthode utilisée. Les règles de sélection des paramètres de détection n'étant pas les mêmes, certaines bulles peuvent ne pas apparaître à la fois dans ces méthodes qui se présentent d'ailleurs comme complémentaires. En faisant une étude critique des opérations de traitement d'images, on pourrait certainement améliorer la précision des méthodes et obtenir l'ordre de grandeurs des tailles de bulles visualisées.

Enfin, malgré les efforts déployés dans ce travail, le traitement d'images est loin de fournir la méthode la plus aisée et la plus fiable lorsqu'il nous importe d'examiner individuellement le comportement d'une collection d'objets, en particulier, lorsqu'ils sont en mouvement. Les images obtenues permettent, toutefois, de connaître la distribution des tailles des bulles dont les mesures expérimentales sont difficiles à mettre en oeuvre. Cette caractéristique permet

de mieux appréhender les différents mécanismes qui sont mis en jeu lors du développement des bulles. Elles permettent, d'autre part, de mieux comprendre le mécanisme de cavitation et d'observer de plus près le comportement des bulles dans un champ sonore.

En conclusion, les méthodes d'analyse vidéo permettent de fixer commodément des paramètres géométriques caractérisant les concentrations, statistiquement stables, de bulle et mettent en évidence les plateaux de petites bulles ainsi que la dynamique spatiale d'évolution des dimensions de bulles.

Chapitre III

***Calcul du rayonnement acoustique
par la méthode de la source image
et
utilisation de l'analogie
ultrasons - hyperfréquences
pour modéliser la cavitation statique.***

I - Introduction :

Si une perturbation se produit dans un point d'un milieu limité, les ondes sonores qu'elle y engendre se propagent jusqu'aux limites, se réfléchissent pour s'interférer avec les ondes directes. Il peut alors s'établir un état vibratoire stable où il règne un système d'ondes stationnaires, dont les ventres et les noeuds ont des positions déterminées.

La méthode de prédiction des ventres et des noeuds de pression, bien qu'utilisant un modèle relativement simple, réduit la zone de recherche des caractéristiques de la cavitation et conduit à de bons résultats. C'est la raison pour laquelle on s'est attaché à définir un modèle de calcul de la distribution des pressions. La méthode générale de calcul est fondée sur la source image. Ce modèle présente l'avantage d'atteindre ou de contrôler certains paramètres difficilement ou non directement mesurables. La localisation des sources de chaleur, l'exploration de l'hyperthermie locale couplée avec la cavitation, la germination ou la dégermination des liquides, sont des exemples qui font l'objectif de ce modèle.

La démarche théorique consiste à introduire différents paramètres à partir de la propagation la plus simple, dans un milieu homogène et isotrope, où l'on suppose l'absence de l'absorption. La source réelle, transducteur circulaire, émet un signal sonore dans un liquide. Pour satisfaire les conditions aux limites la source image émet aussi une vibration au même instant. La connaissance de la fonction de Green, solution de l'équation de Helmholtz, qui satisfait les mêmes conditions aux limites permet d'obtenir l'expression du potentiel des vitesses, en un point du liquide, et par suite celle de la pression et de l'intensité acoustique. La détermination des extréma de l'intensité permet de prédire les positions des ventres de pression qui varient avec la hauteur du liquide et les caractéristiques des émetteurs.

Précisons dès maintenant que les cas traités dans ce chapitre sont ceux d'un émetteur circulaire de diamètre $D = 3.8$ cm avec une fréquence de résonance de 27 kHz, soit une longueur d'onde $\lambda = 5.556$ cm.

Les mesures de la pression au sein du liquide et l'utilisation d'une caméra à très grande vitesse d'acquisition permettraient de confirmer ces résultats et

donneraient plus de lumière sur l'évolution réelle des bulles dans l'espace et dans le temps. Cette évolution est très importante dans la pratique car elle permet d'optimiser ou de minimiser les effets de la cavitation en particulier dans les applications industrielles et médicales.

II - Solution de l'équation de Helmholtz :

Le potentiel des vitesses, permettant le calcul de la pression et de l'intensité sonore rayonnées par une source circulaire, est souvent donné sous la forme d'une intégrale faisant intervenir des fonctions spéciales telles que les fonctions de Bessel sphériques et les polynômes de Hankel [75 - 82, 122 - 123]. Mais cette solution ne représente pas d'avantages pratiques en raison du comportement de ces fonctions spéciales dans le cas concret étudié.

Ce potentiel des vitesses n'étant calculé qu'au premier ordre, le travail effectué [50] au laboratoire d'électronique de l'Université de Nancy II, sous la direction du Professeur André TOSSER-ROUSSEY, montre que les positions des ventres de pression dépendent de la hauteur du liquide et varient avec la puissance électrique. Une première analyse de ce travail nous a montré qu'il présentait un intérêt certain mais de graves insuffisances en raison des perturbations très importantes provoquées par la présence de cavitation.

Du point de vue expérimental, des mesures de pression à l'aide d'un disque relié à la balance de Cotton ont été effectuées mais rien dans ce travail ne permet de venir corroborer les résultats de calcul. Ainsi que pouvaient le laisser prévoir les difficultés expérimentales rencontrées et les irrégularités observées, la méthode décrite n'a pas permis de décrire la cavitation dans l'espace.

Il ressort donc de ce même travail que la présence de cavitation perturbe énormément le disque de mesure. Ce disque étant en nylon ou en cuivre et ayant les mêmes dimensions que la source perturbe à son tour l'onde ultrasonore par phénomène de réflexion et transmission.

Le manque de précision des mesures effectuées fait qu'il est impossible d'en déduire des conséquences certaines quant à la loi suivant laquelle la cavitation apparaît ou disparaît avec l'intensité acoustique.

C'est pour pallier, même partiellement, la difficulté, tout particulièrement et afin de pouvoir examiner plus complètement les raisons qui seraient susceptibles d'expliquer le désaccord et corriger les défauts, nous allons effectuer des calculs du champ sonore au second ordre par la méthode de la source image. Nous serons amenés à entreprendre d'explicitier directement les formules en faisant des hypothèses simplificatrices afin de mettre au point des

méthodes générales de calcul qui nous donneront une idée sur la structure du champ sonore proche rayonné.

Pour résoudre l'équation de Helmholtz homogène :

$$(\Delta + k^2) \Phi = 0$$

où Φ est le potentiel des vitesses et k le nombre d'onde, le champ acoustique des oscillations harmoniques doit satisfaire les conditions aux limites dans l'espace et dans le temps.

II - 1 - Théorème de Green :

Si Φ et ψ sont deux fonctions définies, ainsi que leurs deux premières dérivées dans un volume τ limité par une surface fermée S , alors [70, 74, 124] :

$$\begin{aligned} \iiint_{\tau} \vec{\text{grad}} \Phi \vec{\text{grad}} \psi \, d\tau &= \iint_S \psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \, dS - \iiint_{\tau} \psi \Delta \Phi \, d\tau \\ \iiint_{\tau} \vec{\text{grad}} \psi \vec{\text{grad}} \Phi \, d\tau &= \iint_S \Phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \, dS - \iiint_{\tau} \Phi \Delta \psi \, d\tau \end{aligned}$$

(n est un vecteur unitaire normal à S et sortant de τ).

La comparaison des deux équations permet d'écrire la formule de Green :

$$\iiint_{\tau} (\psi \Delta \Phi - \Phi \Delta \psi) \, d\tau = \iint_S \left(\psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) \, dS$$

II - 2 - Fonction de Green pour l'équation de Helmholtz :

Soient r et r_0 les vecteurs qui représentent respectivement les positions du point d'observation et du point source.

La fonction de Green représente le potentiel des vitesses au point r créé par la source ponctuelle représentée par r_0 . Cette fonction est solution de l'équation de Helmholtz inhomogène :

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}_0) + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$G(r, r_0)$ est symétrique en r et r_0 , possède une singularité $1/(4\pi|r-r_0|)$ au point $r=r_0$ et satisfait aux conditions aux limites.

Dans un milieu illimité, la pression à l'infini est nulle. Il est commode de choisir une fonction de Green qui satisfait à la même condition, soit à l'infini :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = 0$$

Cette fonction représente une onde divergente et s'écrit [70, 125] :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$

II - 3 - Calcul du potentiel des vitesses en un point de l'espace :

Les fonctions Φ et ψ satisfont à l'équation de Helmholtz homogène :

$$(\Delta + k^2)\Phi = 0$$

$$(\Delta + k^2)\psi = 0$$

On suppose que ψ est la fonction de Green solution de l'équation de Helmholtz inhomogène :

$$(\Delta + k^2)G = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

et Φ est le potentiel des vitesses.

La formule de Green s'écrit :

$$\iiint_{\tau} (G\Delta\Phi - \Phi\Delta G) d\tau = \iint_S \left(G \frac{\partial\Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS$$

$$\iiint_{\tau} [-k^2 G\Phi - \Phi(-k^2 G - \delta(\vec{r} - \vec{r}_0))] d\tau = \iiint_{\tau} \Phi \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) d\tau$$

$$= \Phi(r) \text{ si } r \text{ appartient à } \tau$$

$$= 0 \text{ ailleurs}$$

Finalement on peut écrire :

$$\Phi(\vec{r}) = \iint_S \left[G \frac{\partial\Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial G}{\partial n} \right] dS$$

La connaissance de Φ sur S et de sa dérivée première normale à S permet de calculer le potentiel des vitesses en un point quelconque de l'espace à condition de connaître la fonction de Green sur S .

III - Rayonnement d'un disque situé dans un écran infini rigide :

La formulation mathématique du champ rayonné par un disque nécessite l'écriture d'une intégrale étendue à toute la surface du disque et faisant intervenir la distance entre les sources élémentaires et le point d'observation.

La vitesse vibratoire du disque, représentée par la dérivée du potentiel des vitesses, est supposée connue. Pour calculer Φ , il suffit de choisir une fonction de Green dont la dérivée normale s'annule sur le plan du disque. Cette fonction s'écrit [70] :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} + \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}'_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'_0|}$$

où r_0' désigne la position du point symétrique, par rapport au plan du disque, du point repéré par r_0 .

L'équation :

$$\Phi(\vec{r}) = \iint_S \left[G \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \Phi \frac{\partial G}{\partial n} \right] dS$$

devient :

$$\Phi(\vec{r}) = \iint_S G \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS$$

S est la surface totale du disque et de l'écran.

La dérivée $\partial \Phi / \partial n$ étant nulle sur l'écran, l'intégrale double se limite à la surface du disque. Sur cette surface $r_0 = r_0'$ et la fonction de Green s'écrit :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{2\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|}$$

Le potentiel des vitesses s'écrit alors :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_S \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS$$

soit :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \frac{\partial \Phi}{\partial n} r_0 dr_0$$

Cette relation est l'intégrale de *Rayleigh* ou de *Huyghens - Rayleigh*.

Si la vitesse vibratoire du disque est indépendante de r_0 et φ_0 , on peut écrire :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v$$

et on a :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} r_0 dr_0$$

III - 1 - Potentiel des vitesses au premier ordre en r_0/r :

III - 1 - 1 - Approximation de Fraunhofer :

Lorsque le point d'observation est suffisamment loin du point source, on peut écrire :

$$|\vec{r}-\vec{r}_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2\vec{r}\vec{r}_0} \approx r - \frac{\vec{r}\vec{r}_0}{r} = r - r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)$$

III - 1 - 1 - A - Premier cas :

En négligeant le terme du premier ordre au dénominateur, l'expression du potentiel des vitesses devient [50, 70, 77, 80, 115] :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jkr_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)} r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]$$

Le terme entre crochets est le facteur de directivité dans lequel $J_1(ka \sin\theta)$ désigne la fonction de Bessel du premier ordre qui s'annule périodiquement pour $ka \sin\theta = 0; 3.83; 7.02; 10.17\dots$ Entre ces minimums nuls J_1 passe par des maximums de plus en plus faibles. Dans le plan d'observation, on verra des anneaux centrés sur l'axe du disque, c'est la figure de diffraction dite " tâche d'AIRY ". Le premier minimum nul est obtenu pour $ka \sin\theta = 3.83$, soit :

$$\sin\theta = \frac{3.83}{ka} = \frac{3.83 \lambda}{2\pi a} = \frac{1.22 \lambda}{2a}$$

Notons au passage que l'énergie rayonnée par une source circulaire est localisée dans un cône dont le demi-angle de l'ouverture est donné par la relation : $\sin\theta = 1.22 \lambda/D$. Si le diamètre de la source est petit devant la longueur d'onde, c'est-à-dire le rapport λ/D est grand, aucune valeur de θ ne correspond au minimum donné par la relation ci-dessus. Dans ce dernier cas, les ondelettes issues des divers points de la source ne se détruisent pas par interférence. L'onde incidente est diffractée avec une amplitude à peu près constante dans tout l'espace. Représentée par un diagramme polaire, la distribution de l'amplitude de l'onde réfractée est donc donnée par un demi-cercle.

III - 1 - 1 - A1 - Pression acoustique :

A partir de l'expression du potentiel des vitesses, on peut écrire :

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = j\rho_0 \omega v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]$$

$$p = j\rho_0 kc v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]$$

III - 1 - 1 - A2 - Intensité acoustique :

On explicite, à partir de la formule précédente de la pression, l'intensité acoustique :

$$I = \frac{\bar{p}^2}{2 \rho_0 c} = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 \frac{a^4}{r^2} \left[\frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]^2$$

soit sur l'axe du disque :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 \frac{a^4}{z^2}$$

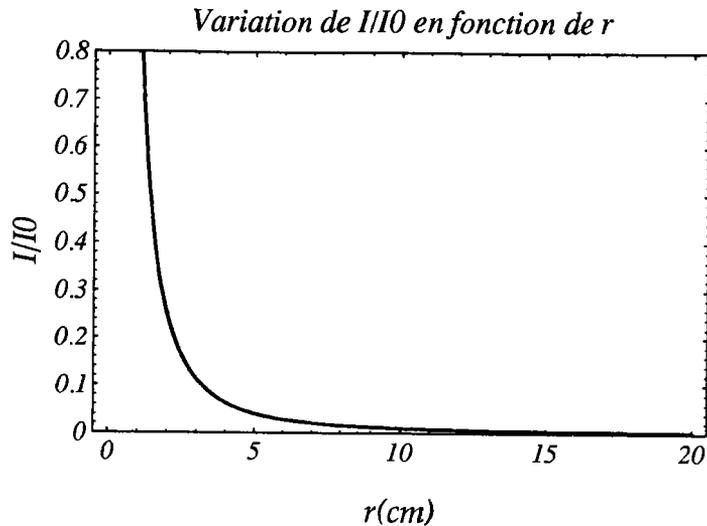


Fig.III-1. - Intensité acoustique normalisée sur l'axe.

Cas particuliers :

Selon la valeur de l'argument $ka \sin \theta$, deux cas peuvent se présenter. Si $ka \sin \theta \ll 1$ ou $ka \sin \theta \gg 1$ alors on a respectivement [82, 121] :

$$2 \frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \neq 1$$

et

$$J_1(ka \sin \theta) \neq \sqrt{\frac{2}{\pi ka \sin \theta}} \cos\left(ka \sin \theta - \frac{3\pi}{4}\right)$$

Dans le premier cas, le potentiel des vitesses sur l'axe du disque devient :

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$\Phi(r)$ est alors une onde à caractère sphérique.

Ce potentiel s'écrit dans le second cas comme suit :

$$\Phi(\vec{r}) \neq v a^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1}{(ka \sin \theta)^{\frac{3}{2}}} \cos\left(ka \sin \theta - \frac{3\pi}{4}\right)$$

III - 1 - 1 - B - Deuxième cas :

Lorsque le terme du premier ordre en r_0/r n'est plus négligeable au dénominateur, le potentiel des vitesses s'écrit :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{e^{jkr_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)}}{1 - \frac{r_0}{r} \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)} r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[2 \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} + j \frac{J_2(ka \sin\theta)}{kr} \right]$$

III - 1 - 1 - B1 - Pression acoustique :

De l'expression du potentiel des vitesses, on peut écrire :

$$p = j\rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[2 \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} + j \frac{J_2(ka \sin\theta)}{kr} \right]$$

III - 1 - 1 - B2 - Intensité acoustique :

L'intensité acoustique s'obtient facilement à partir de la formule de la pression, soit :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 \frac{a^4}{r^2} \left[4 \frac{J_1^2(ka \sin\theta)}{(ka \sin\theta)^2} + \frac{J_2^2(ka \sin\theta)}{(kr)^2} \right]$$

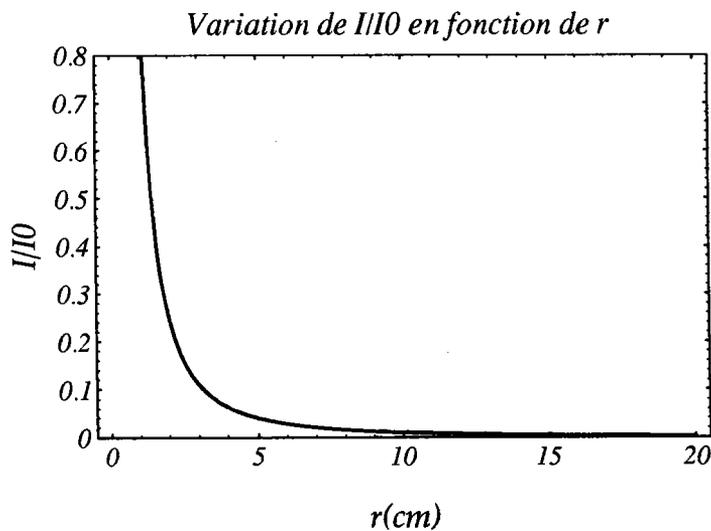


Fig.III-2. - Intensité acoustique normalisée sur l'axe.

Cas particuliers :

On peut simplifier l'expression du potentiel des vitesses lorsque deux cas particuliers sont envisagés. Le premier cas correspond à $ka \sin\theta \ll 1$, le second quant à lui correspond à $ka \sin\theta \gg 1$. On écrit dans le premier cas [82, 121] :

$$2 \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} + j \frac{J_2(ka \sin\theta)}{kr} \neq 1$$

et on a :

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Dans le second cas, on a [82, 121] :

$$J_1(ka \sin\theta) \neq \sqrt{\frac{2}{\pi ka \sin\theta}} \cos(ka \sin\theta - \frac{3\pi}{4})$$

et

$$J_2(ka \sin\theta) \neq \sqrt{\frac{2}{\pi ka \sin\theta}} \cos(ka \sin\theta - \frac{5\pi}{4})$$

et l'expression de Φ devient :

$$\Phi \neq v \frac{a^2}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\frac{2}{(ka \sin\theta)^{\frac{3}{2}}} \cos(ka \sin\theta - \frac{3\pi}{4}) + \frac{j}{kr} \sqrt{\frac{1}{ka \sin\theta}} \cos(ka \sin\theta - \frac{5\pi}{4}) \right]$$

III - 2 - Potentiel des vitesses au second ordre en r_0/r :

III - 2 - 1 - Approximation de Fresnel :

Au second ordre en r_0/r on a :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}_0} \neq r - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_0}{r} + \frac{r_0^2}{2r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{r}_0)^2}{2r^3}$$

et on peut écrire sur l'axe du disque :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}_0} \neq r + \frac{r_0^2}{2r}$$

III - 2 - 1 - A - Premier cas :

Lorsque l'on néglige $r_0^2/2r$ au dénominateur, le potentiel des vitesses s'écrit :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = jvr \frac{e^{-jkr}}{kr} [e^{-jk\frac{a^2}{2r}} - 1]$$

III - 2 - 1 - A1 - Pression acoustique sur l'axe:

La pression sur l'axe du disque s'écrit :

$$p = \frac{jvr}{k} (j\rho_0kc) \frac{e^{-jkr}}{r} [e^{-jk\frac{a^2}{2r}} - 1]$$

$$p = j\rho_0kcv \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} e^{-j\frac{\pi x}{8}} \frac{\sin(\frac{\pi x}{8})}{(\frac{\pi x}{8})}$$

avec $x = 2ka^2/\pi r$.

Si $x \ll 1$, l'expression précédente devient :

$$p = j\rho_0kcv \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

III - 2 - 1 - A2 - Intensité acoustique sur l'axe :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 \frac{a^4}{r^2} \left[\frac{\sin(\frac{\pi x}{8})}{(\frac{\pi x}{8})} \right]^2$$

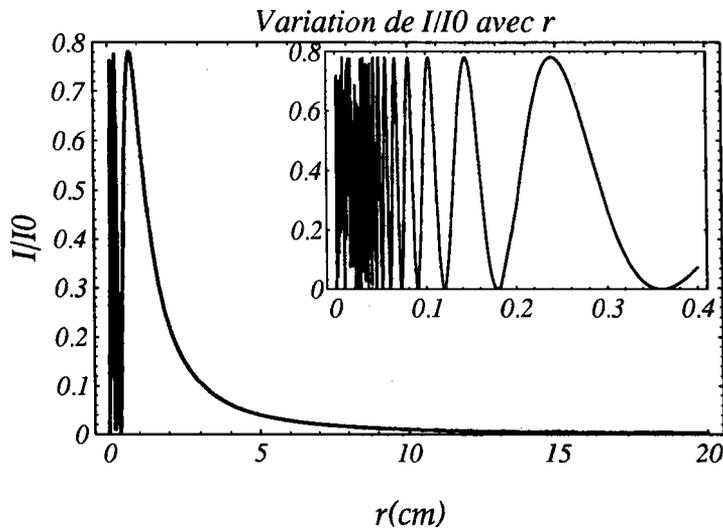


Fig.III-3. - Intensité acoustique normalisée sur l'axe.

Dans le cas où $x \ll 1$, on obtient :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 \frac{a^4}{r^2}$$

On peut constater, surtout pour les petites valeurs de r , que la forme de cette courbe n'est pas simple. Des dissymétries de ce genre sont fréquemment observées en optique comme en électromagnétisme [74]. Du fait des interférences, l'intensité fluctue le long de l'axe dans la zone de Fresnel. L'onde se comporte, toutefois, comme une onde sphérique caractérisée par une décroissance en $1/r^2$ dans la zone de Fraunhofer.

III - 2 - 1 - B - Deuxième cas :

Lorsque le terme $r_0^2/2r$ n'est plus négligeable devant l'unité, l'expression du potentiel des vitesses est :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi_0 \int_0^a \frac{[e^{-jkr} e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}}]}{r(1 + \frac{r_0^2}{2r^2})} r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = jv e^{-jkr} \left[\frac{e^{-jk\frac{a^2}{2r}}}{k} - \frac{1}{k} - \frac{a^2}{2r^2 k} e^{-jk\frac{a^2}{2r}} + j \frac{e^{-jk\frac{a^2}{2r}}}{rk^2} - j \frac{1}{rk^2} \right]$$

III - 2 - 1 - B1 - Pression acoustique sur l'axe :

En posant :

$$A = 1 - \frac{a^2}{2r^2} + j \frac{1}{rk}$$

$$B = 1 + j \frac{1}{rk}$$

on peut écrire pour la pression acoustique sur l'axe de l'émetteur :

$$p = -\rho_0 c v e^{-jkr} \left[A \frac{e^{-jk\frac{a^2}{2r}}}{r} - B \right]$$

III - 2 - 1 - B2 - Intensité acoustique sur l'axe :

A partir de l'expression précédente de la pression, l'intensité acoustique s'écrit :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c v^2 \left[2 \left(1 - \frac{a^2}{2r^2} + \frac{1}{r^2 k^2} \right) (1 - \cos(k\frac{a^2}{2r})) + \frac{a^4}{4r^4} - \frac{a^2}{r^3 k} \sin(k\frac{a^2}{2r}) \right]$$

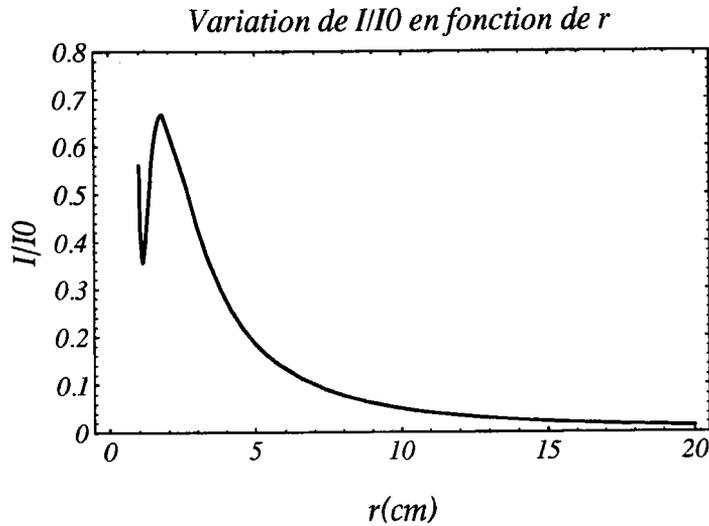


Fig.III-4. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

III - 2 - 1 - C - Troisième cas :

En écrivant cette fois-ci le dénominateur sous la forme :

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2\vec{r}\vec{r}_0}} \neq \frac{1}{r \left(1 - \frac{r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r} + \frac{r_0^2}{2r^2} \right)}$$

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \neq \frac{1}{r} \left(1 + \frac{r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r} - \frac{r_0^2}{2r^2} \right)$$

où l'on a supposé que :

$$\frac{r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r} - \frac{r_0^2}{2r^2} \ll 1$$

et en utilisant la relation :

$$\frac{1}{1-x} \approx 1+x$$

le potentiel des vitesses s'écrit au second ordre en r_0/r sous la forme :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \frac{[e^{-jkr} e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} e^{jk\frac{\vec{r}\vec{r}_0}{r}}]}{r \left(1 - \frac{\vec{r}\vec{r}_0}{r^2} + \frac{r_0^2}{2r^2} \right)} r_0 dr_0$$

soit :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{2\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a [e^{jk r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)} e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} \left[1 + \frac{r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)}{r} - \frac{r_0^2}{2r^2} \right]] r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\left(1 - \frac{a^2}{2r^2}\right) a^2 e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right. \\ \left. + \left(\frac{j}{r \sin\theta} + \frac{1}{kr^2 \sin\theta} + \frac{j \sin\theta}{r}\right) \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} J_1(kr_0 \sin\theta) r_0^2 dr_0 \right. \\ \left. - \frac{j}{2r^3 \sin\theta} \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} J_1(kr_0 \sin\theta) r_0^4 dr_0 \right]$$

En posant :

$$H_1 = \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} J_1(kr_0 \sin\theta) r_0^2 dr_0$$

$$H_2 = \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} J_1(kr_0 \sin\theta) r_0^4 dr_0$$

l'expression du potentiel des vitesses s'écrit :

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\left(1 - \frac{a^2}{2r^2}\right) a^2 e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right. \\ \left. + \left(\frac{j}{r \sin\theta} + \frac{1}{kr^2 \sin\theta} + \frac{j \sin\theta}{r}\right) H_1 \right. \\ \left. - \frac{j}{2r^3 \sin\theta} H_2 \right]$$

La forme complexe de l'ensemble de cette formule démontre bien la difficulté de l'expression analytique de la répartition spatiale du potentiel des vitesses. Toutefois, malgré l'impossibilité de la solution de ce problème, des approximations valables peuvent être trouvées en effectuant des hypothèses sur l'argument de la fonction de Bessel et sur la distance d'observation.

Lorsque $kr_0 \sin\theta$ est suffisamment grand, on peut remplacer la fonction de Bessel $J_m(kr_0 \sin\theta)$ par [82, 121] :

$$J_m(kr_0 \sin\theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr_0 \sin\theta}} \cos\left[kr_0 \sin\theta - (2m + 1) \frac{\pi}{4} \right]$$

Cette expression montre que J_m tend vers zéro quand son argument augmente indéfiniment. L'évaluation exacte du potentiel des vitesses à un angle et une distance est plutôt compliquée, mais on peut facilement obtenir une expression qui est valable sur l'axe. Dans ce cas, on écrit :

$$H_1 = H_2 = 0$$

et le potentiel des vitesses devient :

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) a^2 e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]$$

Si $kr_0 \sin\theta \ll 1$ alors [82, 121] :

$$J_1(kr_0 \sin\theta) \approx \frac{kr_0 \sin\theta}{2}$$

$$H_1 = \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} k \frac{\sin\theta}{2} r_0^3 dr_0$$

$$H_1 = j a^2 \frac{r}{2} \sin\theta e^{-jk\frac{a^2}{2r}} + \frac{r^2}{k} \sin\theta e^{-jk\frac{a^2}{2r}} - \frac{r^2}{k} \sin\theta$$

$$H_2 = \int_0^a e^{-jk\frac{r_0^2}{2r}} k \frac{\sin\theta}{2} r_0^5 dr_0$$

$$H_2 = j a^4 \frac{r}{2} \sin\theta e^{-jk\frac{a^2}{2r}} + 2 a^2 \frac{r^2}{k} \sin\theta e^{-jk\frac{a^2}{2r}} - 4 j \frac{r^3}{k^2} \sin\theta e^{-jk\frac{a^2}{2r}} + 4 j \frac{r^3}{k^2} \sin\theta$$

Dans ce cas, on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi = v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \left[\frac{a^4}{4r^2} + a^2 \left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} - \frac{1}{k^2} - \frac{a^2}{2} (1 + \sin^2\theta) \right] + \frac{1}{k^2} \right. \\ \left. - j \left[\frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) + e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \left[\frac{a^2}{2rk} - \frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) \right] \right] \right] \end{aligned}$$

III - 2 - 1 - C1 - Pression acoustique :

Quand l'argument de la fonction de Bessel est très grand, la pression acoustique s'écrit comme suit :

$$p = j \rho_0 k c v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[\left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) a^2 e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]$$

Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque l'argument de la fonction de Bessel est très petit, on obtient :

$$\begin{aligned} p = j \rho_0 k c v \frac{e^{-jkr}}{r} \left[e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \left[\frac{a^4}{4r^2} + a^2 \left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} - \frac{1}{k^2} - \frac{a^2}{2} (1 + \sin^2\theta) \right] + \frac{1}{k^2} \right. \\ \left. - j \left[\frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) + e^{-jk\frac{a^2}{2r}} \left[\frac{a^2}{2rk} - \frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) \right] \right] \right] \end{aligned}$$

III - 2 - 1 - C2 - Intensité acoustique :

A partir des relations précédentes donnant la pression acoustique, on peut exprimer l'intensité acoustique dans les deux cas.

Quand l'argument de la fonction de Bessel est très grand, on obtient :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c k^2 v^2 \frac{a^4}{r^2} \left[\left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right]^2$$

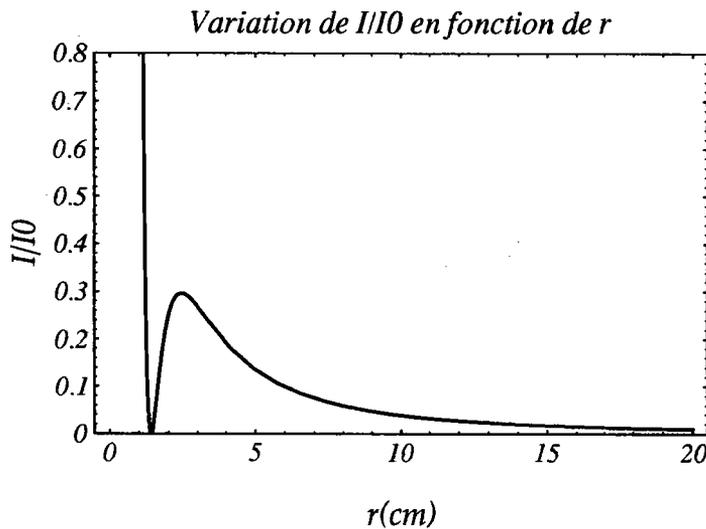


Fig.III-5. - Intensité acoustique normalisée sur l'axe.

Quand l'argument de la fonction de Bessel est très petit et en posant :

$$A = \frac{a^4}{4r^2} + a^2 \left(1 - \frac{a^2}{2r^2} \right) \frac{J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} - \frac{1}{k^2} - \frac{a^2}{2} (1 + \sin^2\theta)$$

$$B = j \left[\frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) + e^{-jk \frac{a^2}{2r}} \left[\frac{a^2}{2rk} - \frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) \right] \right]$$

l'intensité acoustique s'écrit :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c k^2 \frac{v^2}{r^2} \left| A e^{-jk \frac{a^2}{2r}} + \frac{1}{k^2} - B \right|^2$$

soit :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c k^2 \frac{v^2}{r^2} \left[A^2 + |B|^2 + \frac{1}{k^4} + \frac{2A}{k^2} \cos\left(\frac{ka^2}{2r}\right) - \frac{2}{k^2} \left[\frac{a^2}{2kr} - \frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) \right] \sin\left(\frac{ka^2}{2r}\right) + 2A \left[\frac{r}{k} (1 + \sin^2\theta) \right] \sin\left(\frac{ka^2}{2r}\right) \right]$$

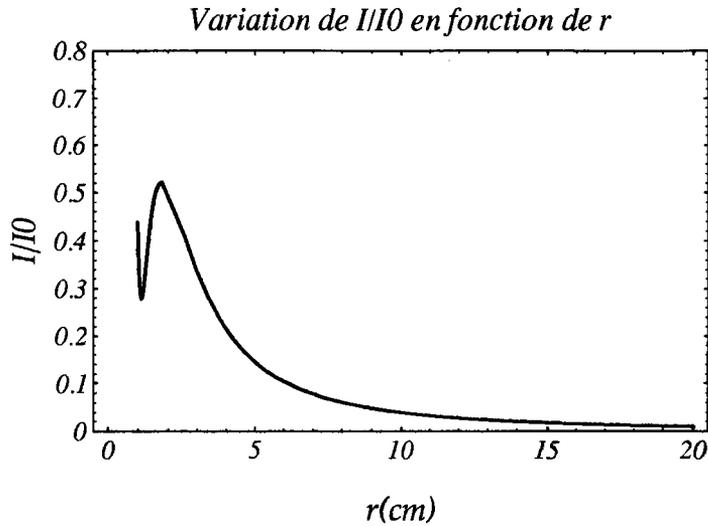


Fig.III-6. - Intensité acoustique normalisée sur l'axe.

Remarque :

Dans la présentation que nous venons de faire pour calculer le potentiel des vitesses, nous sommes partis d'une formulation exacte et nous avons fait des approximations. Ces approximations sont difficilement justifiables lorsqu'on se trouve à proximité immédiate de la source. En tenant compte du terme du deuxième ordre, l'intégrale pourrait s'obtenir analytiquement, mais certainement pas simplement.

Dans le cas général, les formules de rayonnement ne sont explicitées qu'en zone lointaine. Pour le cas de la zone proche, la seule solution analytique concerne le cas très particulier du champ sur l'axe pour une vitesse de vibration constante. Pour les calculs en dehors de l'axe, il existe des formules explicites basées sur les fonctions de Lommel [121]. Dans ces dernières, on utilise des approximations dans les termes d'amplitude et dans les termes de phase. Ces approximations restreignent grandement le domaine de validité des résultats et excluent la zone proche en grande partie ou en totalité.

III - 2 - 2 - Méthode de Lommel :

Afin d'obtenir une expression approchée du potentiel des vitesses au second ordre en r_0/r , dans le cas général, on utilise la méthode de calcul du

champ rayonné par une source circulaire attribuée à *Lommel* [78, 79]. En effet, on calcule le potentiel des vitesses sur une surface circulaire située à la distance z de la source et de même rayon que celle-ci. Dans ces conditions on écrit :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = |\vec{r}_1 - \vec{r}_0 + \vec{z}| \neq z + \frac{r_0^2 + r_1^2 - 2 r_0 r_1 \cos(\varphi_0 - \varphi)}{2z}$$

où r_1 désigne la projection du vecteur r sur la source.

En ne gardant que z au dénominateur, on peut écrire pour Φ [78, 82] :

$$\Phi = \frac{v}{2\pi} \frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^a \int_0^a e^{-j\frac{k}{2z}(r_0^2 + r_1^2)} \left[\int_0^{2\pi} e^{j\frac{k}{z} r_0 r_1 \cos(\varphi_0 - \varphi)} d\varphi_0 \right] r_0 dr_0 r_1 dr_1$$

$$\Phi = v \frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^a \int_0^a e^{-j\frac{k}{2z}(r_0^2 + r_1^2)} J_0\left(\frac{kr_0 r_1}{z}\right) r_0 dr_0 r_1 dr_1$$

La représentation mathématique du potentiel des vitesses paraît satisfaisante dans la mesure où elle est basée sur un développement asymptotique et un développement limité de la solution rigoureuse du problème.

Par changement de variables, on pose :

$$u_0 = \frac{r_0}{a}$$

$$u = \frac{r_1}{a}$$

On obtient alors :

$$\Phi = v \frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^1 \int_0^1 e^{-j\frac{k a^2}{2z}(u_0^2 + u^2)} J_0\left(\frac{k a^2 u_0 u}{z}\right) a^4 u_0 du_0 u du$$

En utilisant la formule de *Weber* :

$$\int_0^\infty t e^{\gamma t^2} J_n(\mu t) J_n(\nu t) dt = \frac{j^{n+1}}{2\gamma} e^{-\frac{j}{4\gamma}(\mu^2 + \nu^2)} J_n\left(\frac{\mu\nu}{2\gamma}\right)$$

qui n'est valable que pour $n > -1$ et $\text{Im}(\gamma) > 0$ et en posant à nouveau :

$$\gamma = \frac{z}{2k a^2}$$

on peut écrire :

$$\Phi = v a^4 \frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^1 \int_0^1 e^{-j(\frac{u_0^2 + u^2}{4\gamma})} J_0\left(\frac{u_0 u}{2\gamma}\right) u_0 du_0 u du$$

$$\Phi = -j v a^2 \frac{e^{-jkz}}{k} \int_0^\infty t e^{j\gamma t^2} \left[\int_0^1 \int_0^1 J_0(u_0 t) J_0(ut) u_0 du_0 u du \right] dt$$

Sachant que :

$$\int_0^1 \int_0^1 J_0(u_0 t) J_0(ut) u_0 du_0 u du = \frac{[J_1(t)]^2}{t^2}$$

le potentiel des vitesses devient :

$$\Phi = -j v \frac{a^2}{k} e^{-jkz} \int_0^\infty \frac{1}{t} e^{j\gamma t^2} [J_1(t)]^2 dt$$

Cette expression peut encore s'écrire sous la forme :

$$\Phi = -j v \frac{a^2}{k} e^{-jkz} \left[\int_0^\gamma \int_0^\infty t e^{j\xi t^2} [J_1(t)]^2 dt \right] d\xi + \int_0^\infty \frac{1}{t} [J_1(t)]^2 dt$$

La seconde intégrale entre crochets vaut 1/2 et la première intégrale peut s'évaluer par la méthode de *Weber* :

$$\int_0^\infty t e^{j\xi t^2} [J_1(t)]^2 dt = \frac{-1}{2\xi} e^{\frac{j}{2\xi}} J_1\left(\frac{1}{2\xi}\right)$$

En posant $\eta = 1/(2\xi)$, sachant que :

$$\int_{\frac{1}{2\gamma}}^\infty \frac{1}{\eta} e^{-j\eta} J_1(\eta) d\eta = e^{\frac{j}{2\gamma}} \left[J_1\left(\frac{1}{2\gamma}\right) - j J_0\left(\frac{1}{2\gamma}\right) \right]$$

on obtient :

$$\Phi = -j v \frac{a^2}{2k} e^{-jkz} \left[1 - e^{-j\frac{ka^2}{z}} \left[J_0\left(\frac{ka^2}{z}\right) + j J_1\left(\frac{ka^2}{z}\right) \right] \right]$$

A partir du potentiel des vitesses, calculé par la méthode de *Lommel*, la pression et l'intensité acoustiques peuvent facilement être exprimées par :

$$p = \rho_0 c v \frac{a^2}{2} e^{-jkz} \left[1 - e^{-j\frac{ka^2}{z}} \left[J_0\left(\frac{ka^2}{z}\right) + j J_1\left(\frac{ka^2}{z}\right) \right] \right]$$

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 c v^2 a^4 \left[\left[\cos\left(\frac{ka^2}{z}\right) - J_0\left(\frac{ka^2}{z}\right) \right]^2 + \left[\sin\left(\frac{ka^2}{z}\right) - J_1\left(\frac{ka^2}{z}\right) \right]^2 \right]$$

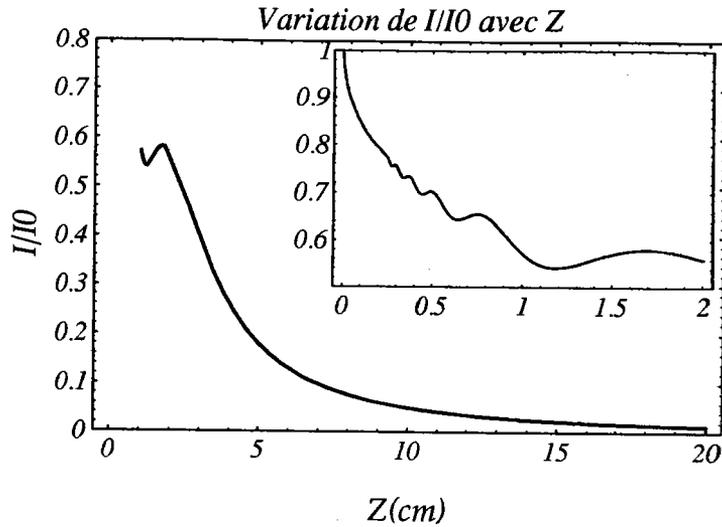


Fig.III-7. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

Il est visible sur cette figure que la forme de la courbe devient plus compliquée pour les positions rapprochées de l'émetteur.

III - 2 - 2 - A - Premier cas :

Dans le champ proche (z petit), les arguments des fonctions de Bessel sont suffisamment grands pour justifier l'utilisation des formes asymptotiques suivantes [82, 121] :

$$J_0\left(\frac{k a^2}{z}\right) \approx \sqrt{\frac{2 z}{\pi k a^2}} \cos\left(\frac{k a^2}{z} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$J_1\left(\frac{k a^2}{z}\right) \approx \sqrt{\frac{2 z}{\pi k a^2}} \cos\left(\frac{k a^2}{z} - \frac{3\pi}{4}\right)$$

et le potentiel des vitesses devient :

$$\Phi = -j v \frac{a^2}{2 k} e^{-j k z} \left[1 - \sqrt{\frac{2 z}{\pi k a^2}} e^{-j \frac{k\pi}{4}} \right]$$

III - 2 - 2 - A1 - Pression acoustique :

La pression acoustique s'écrit en champ proche comme suit :

$$p = \rho_0 c v \frac{a^2}{2} e^{-jkz} \left[1 - \sqrt{\frac{2z}{\pi k a^2}} e^{-j\frac{k\pi}{4}} \right]$$

III - 2 - 2 - A2 - Intensité acoustique :

De l'expression de la pression, on obtient en champ proche pour l'intensité la formule suivante :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 c v^2 a^4 \left[\frac{3}{2} + \frac{z}{\pi k a^2} - 2\sqrt{\frac{z}{\pi k a^2}} \right]$$

III - 2 - 2 - B - Deuxième cas :

Dans le champ lointain (z grand), on remplace les fonctions de Bessel et l'exponentielle par les premiers termes de leurs séries de puissance :

$$J_0\left(\frac{k a^2}{z}\right) \approx 1$$

$$J_1\left(\frac{k a^2}{z}\right) \approx \frac{k a^2}{2 z}$$

$$e^{-j\frac{k a^2}{z}} \approx 1$$

Le potentiel des vitesses s'écrit dans ce cas :

$$\Phi = -v \frac{a^4}{4 z} e^{-jkz}$$

III - 2 - 2 - B1 - Pression acoustique :

Dans le champ lointain, la pression acoustique peut s'écrire :

$$p = -j \rho_0 k c v \frac{a^4}{4} \frac{e^{-jkz}}{z}$$

III - 2 - 2 - B2 - Intensité acoustique :

L'expression précédente de la pression permet d'obtenir l'intensité acoustique en champ lointain, soit :

$$I = \frac{1}{32} \rho_0 c k^2 v^2 \frac{a^8}{z^2}$$

Si l'onde proche prédit un accroissement de l'intensité, cette dernière diminue en $1/z^2$ à grande distance.

III - 2 - 2 - C - Calcul des positions des ventres de pression :

La méthode de Lommel a l'avantage de déterminer les positions des ventres et des noeuds de pression ultrasonore dans le champ proche. La dérivée de l'intensité acoustique par rapport à la variable z permet de montrer que le module de la pression passe par des extréma lorsque z est racine de l'une ou de l'autre des deux équations :

$$J_1\left(\frac{k a^2}{z}\right) = \sin\left(\frac{k a^2}{z}\right)$$

$$J_1\left(\frac{k a^2}{z}\right) = 0$$

Les solutions de la première équation correspondent aux maximums et celles de la seconde aux minimums de la pression acoustique.

En posant $x = k a^2/z$, la fonction de Bessel $J_1(x)$ se rapproche de zéro lorsque x est grand c'est-à-dire z est petit; cas où l'on se trouve très près de la source.

Si l'on suppose que les racines de l'équation :

$$J_1(x_n) = \sin(x_n)$$

sont de la forme :

$$x_n = n \pi - b_n$$

et en remplaçant la fonction $J_1(x)$ par sa forme asymptotique, on peut écrire :

$$J_1(x_n) \approx \sqrt{\frac{2}{n \pi^2 - \pi b_n}} \cos\left(n \pi - b_n - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin(n \pi - b_n)$$

Si maintenant on suppose que b_n est petit, on obtient alors :

$$\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \sin\left(b_n + \frac{\pi}{4}\right) \approx \sin(b_n)$$

$$\sin\left(b_n + \frac{\pi}{4}\right) \approx \frac{b_n + 1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin(b_n) \approx b_n$$

Finalement, l'équation à résoudre en b_n , s'écrit :

$$\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \frac{b_n + 1}{\sqrt{2}} \approx b_n$$

dont la solution approchée est :

$$b_n \approx \frac{1}{\pi \sqrt{n} - 1}$$

Le report de cette solution dans x_n , permet d'obtenir l'expression $z_{\max(n)}$ des positions des ventres de l'intensité ultrasonore. En effet :

$$x_n \approx n \pi - \frac{1}{\pi \sqrt{n} - 1}$$

et

$$z_{\max(n)} \approx \frac{k a^2 (\pi \sqrt{n} - 1)}{n \pi (\pi \sqrt{n} - 1) - 1}$$

De même, l'utilisation de l'expression approximative des racines de la fonction $J_1(x)$ permet de calculer les positions $z_{\min(n)}$ des noeuds de l'intensité, soit :

$$z_{\min(n)} \approx \frac{4 \pi k a^2 (4 n + 1)}{\pi^2 (4 n + 1)^2 - 6}$$

Les positions exactes et approchées des ventres et des noeuds sont consignées, en fonction de l'entier n , dans le tableau suivant. Comme sur la figure (III-7), il est bien visible sur ce tableau que les valeurs ne sont pas rigoureusement constantes. Les écarts sont d'autant plus élevés que l'on se trouve plus près de l'émetteur.

n	Solutions approchées		Solutions exactes	
	$z_{\min(n)}$ (cm)	$z_{\max(n)}$ (cm)	z_{\min} (cm)	z_{\max} (cm)
1	1.18071	1.69140	1.18065	1.69045
2	0.64484	0.75489	0.64483	0.75353
3	0.44467	0.49174	0.44467	0.49137
4	0.33954	0.36550	0.33954	0.36536
5	0.27466	0.29107	0.27466	0.29100
6	0.23062	0.24192	0.23062	0.24188
7	0.19876	0.20700	0.19876	0.20698
8	0.17464	0.18091	0.17464	0.18090
9	0.15574	0.16067	0.15574	0.16066
10	0.14054	0.14451	0.14054	0.14451

Tableau III-7 a. - Positions approximatives des extréma de la figure (III-7).

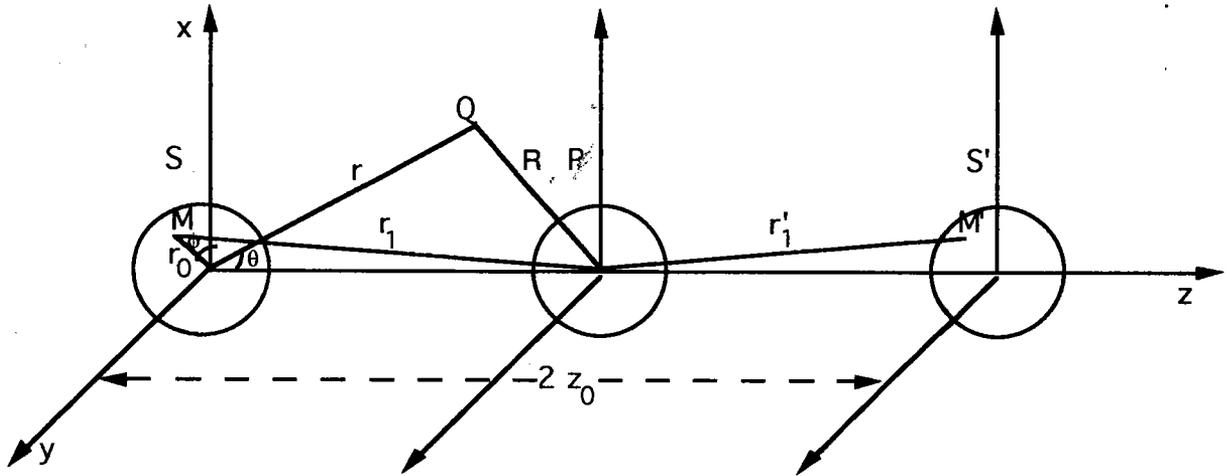
IV - Potentiel des vitesses dans un milieu fini :

Dans la pratique, les mesures expérimentales de la pression de radiation ou de l'intensité acoustique ne sont pas toujours faciles à mettre en oeuvre. Il est donc logique qu'on se soit attaché à définir un modèle de calcul fondé sur la méthode de la source image.

IV - 1 - Méthode de la source image :

IV - 1 - 1 - Réflexion sur une surface quelconque :

Un point M, de la source S, repéré par r_0 émet une vibration à l'instant t dans le domaine limité par le plan P. Soit S' l'image de S par rapport au plan P. Pour satisfaire les conditions aux limites, le point M' image de M, repéré par r_0' sur la source image, émet une vibration au même instant.



Pour calculer le potentiel des vitesses et par suite la pression et l'intensité acoustique, il suffit de choisir la fonction de Green qui satisfait les mêmes conditions aux limites.

Lorsque la pression, par exemple, est connue sur la limite du domaine, on choisit la fonction de Green qui s'annule sur cette limite (cas d'une surface souple). Si, par contre, la dérivée normale de la pression est connue, il suffit de choisir la fonction de Green à dérivée normale nulle sur la frontière (cas d'un plan rigide).

IV - 1 - 2 - Réflexion sur l'interface eau-air :

Du fait que l'impédance acoustique de l'air est négligeable devant celle de l'eau, une faible fraction de l'énergie est transmise à l'air. On suppose, dans ce cas, que la réflexion est totale et la pression à l'interface eau-air est nulle. Le choix d'une fonction de Green qui s'annule sur cet interface permet de calculer le potentiel des vitesses en un point quelconque dans l'eau.

Cette fonction s'écrit [70] :

$$G(\vec{R}, \vec{r}_1) = \frac{e^{-jk|\vec{R} - \vec{r}_1|}}{4\pi|\vec{R} - \vec{r}_1|} - \frac{e^{-jk|\vec{R} - \vec{r}'_1|}}{4\pi|\vec{R} - \vec{r}'_1|}$$

où r'_1 est l'image de r_1 par rapport à la surface libre de l'eau. On remarque au passage que $G(\vec{R}, \vec{r}_1)$ est nulle si $r_1 = r'_1$.

Par changement du repère, on peut écrire :

$$\vec{R} - \vec{r}_1 = \vec{r} - \vec{r}_0$$

$$\vec{R} - \vec{r}'_1 = \vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0$$

et la fonction de Green devient :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0|} - \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0|}}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0|}$$

La source étant circulaire, le potentiel des vitesses s'écrit :

$$\Phi(\vec{r}) = \iint_S G(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \Phi}{\partial n} dS = v \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a G(\vec{r}, \vec{r}_0) r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \left[\frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} - \frac{e^{-jk|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0|} \right] r_0 dr_0$$

En posant :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = r - r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0| = r - r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi) - 2z_0$$

et en négligeant le terme $r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)$ au dénominateur, on obtient l'expression du potentiel des vitesses au premier ordre en r_0/r , soit :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \left[\frac{e^{-jk[r - r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi)]}}{r} - \frac{e^{-jk[r - r_0 \sin\theta \cos(\varphi_0 - \varphi) - 2z_0]}}{r - 2z_0} \right] r_0 dr_0$$

$$\Phi(\vec{r}) = v \frac{a^2}{4} \left[\frac{e^{-jkr}}{r} - \frac{e^{-jk(r - 2z_0)}}{r - 2z_0} \right] \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta}$$

Sur l'axe du disque, on peut écrire :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| = z$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0| = 2z_0 - z$$

et l'expression de Φ devient :

$$\Phi(z) = \frac{v}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^a \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk[2z_0 - z]}}{2z_0 - z} \right] r_0 dr_0$$

soit après intégration :

$$\Phi(z) = v \frac{a^2}{4} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} \right]$$

Le champ rayonné par la source en un point Q est la somme d'un champ direct, dû à l'onde incidente qui a pu parvenir en Q, et d'un champ indirect créé par la réflexion de l'onde incidente sur la surface libre.

IV - 1 - 3 - Pression axiale :

La pression sur l'axe de la source s'écrit :

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = j\rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} \right]$$

IV - 1 - 4 - Intensité axiale :

On peut facilement expliciter l'intensité acoustique à partir de la formule qui donne la pression, soit :

$$I = \frac{\bar{p}^2}{2 \rho_0 c} = \frac{1}{8} \rho_0 k^2 c v^2 a^4 \left[\frac{1}{z^2} + \frac{1}{(2z_0 - z)^2} - \frac{2 \cos 2k(z_0 - z)}{z(2z_0 - z)} \right]$$

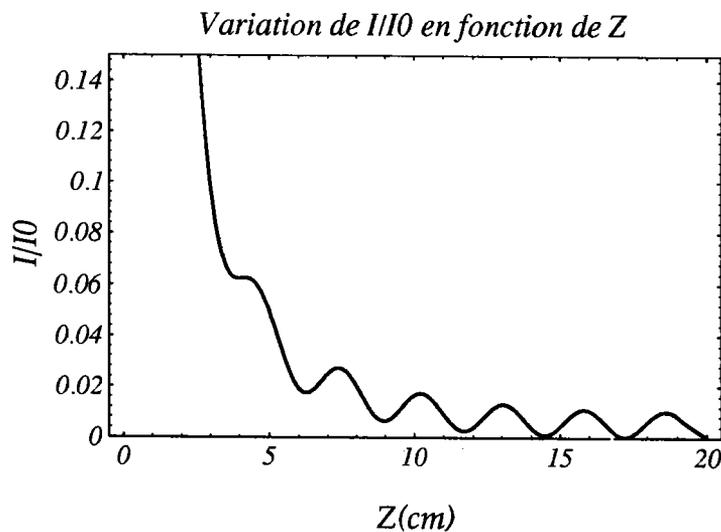


Fig.III-8. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

Les positions des extréma de l'intensité sont données par l'annulation de sa dérivée première, par rapport à z , et sont reportés dans le tableau (III-8 a). On remarque que la distance entre un noeud et un ventre voisin diminue à mesure que la hauteur du liquide augmente.

$Z_{0 \max} \text{ (cm)}$	$Z_{0 \min} \text{ (cm)}$	$\Delta Z = Z_{0 \min} - Z_{0 \max} \text{ (cm)}$
?	3.978	?
4.189	6.257	2.068
7.362	8.947	1.585
10.212	11.694	1.482
13.020	14.458	1.438
15.815	17.228	1.413
18.605	20.000	1.395

Tableau III-8 a. - Positions exactes des extréma de la figure (III-8).

IV - 1 - 5 - Valeurs extrémales de l'intensité axiale :

Les ventres de pression sont donnés par les valeurs de z qui annulent la dérivée première, par rapport à la variable z , de l'intensité, c'est-à-dire :

$$D(z) = \frac{dI(z)}{dz} = 0$$

$$D(z) = -\frac{2}{z^3} + \frac{2}{(2z_0 - z)^3} - \frac{[2kz(2z_0 - z)\sin 2k(z_0 - z) - 4(z_0 - z)\cos 2k(z_0 - z)]}{z^2(2z_0 - z)^2}$$

En posant $X = z_0 - z$, on obtient :

$$X(X^2 + 3z_0^2) + k(z_0^2 - X^2)^2 \sin 2kX - X(z_0^2 - X^2) \cos 2kX = 0$$

L'intensité et la pression acoustique sont minimales et nulles à l'interface eau-air définie par $z = z_0$ ($X = 0$).

Pour résoudre l'équation précédente, on pose :

$$Y = X_N = (2N + 1 + \epsilon_N) \frac{\lambda}{4}$$

$$\sin 2kY \neq -\pi \epsilon_N$$

$$\cos 2kY \neq -1$$

où N désigne un nombre entier positif et ϵ_N un infiniment petit.

L'équation $D(z) = 0$ devient :

$$Y(Y^2 + 3z_0^2) - k(z_0^2 - Y^2)^2 \pi \varepsilon_N + Y(z_0^2 - Y^2) = 0$$

$$k(z_0^2 - Y^2)^2 \pi \varepsilon_N = 4Yz_0^2$$

En remplaçant Y par sa valeur, on obtient :

$$k \left[z_0^2 - (2N + 1 + \varepsilon_N)^2 \frac{\lambda^2}{16} \right]^2 \pi \varepsilon_N = (2N + 1 + \varepsilon_N) \lambda z_0^2$$

$$k \left[z_0^2 - (2N + 1)^2 \frac{\lambda^2}{16} \right]^2 \pi \varepsilon_N \neq (2N + 1) \lambda z_0^2$$

ce qui donne :

$$\varepsilon_N \neq \frac{(2N + 1) \lambda z_0^2}{k \pi \left[z_0^2 - (2N + 1)^2 \frac{\lambda^2}{16} \right]^2}$$

Les positions des ventres de pression sont alors données par :

$$z_N = z_0 - X_N = z_0 - (2N + 1 + \varepsilon_N) \frac{\lambda}{4}$$

N	ε_N	Z_N (cm)
0	0.003947	18.605
1	0.012815	15.815
2	0.025271	13.020
3	0.046916	10.212
4	0.094741	7.368
5	0.24790	4.378

Tableau III-8 b. - Positions approximatives des extréma de la figure (III-8).

A partir des valeurs de ε_N pour différents N et connaissant la hauteur de l'eau z_0 et la longueur d'onde λ , on peut obtenir numériquement les valeurs de l'intensité acoustique axiale, soit :

$$I = I(Z, \varepsilon_N) = \frac{1}{8} \rho_0 c k^2 v^2 a^4 \left[\frac{1}{z^2} + \frac{1}{\left[(2N + 1 + \varepsilon_N) \frac{\lambda}{4} + z_0 \right]^2} - \frac{2 \cos 2k \left(2N + 1 + \varepsilon_N \right) \frac{\lambda}{4}}{z \left(2N + 1 + \varepsilon_N \right) \frac{\lambda}{4}} \right]$$

IV - 2 - Potentiel des vitesses près de l'axe au second ordre en r_0/r :

La distance du point source au point d'observation, près de l'axe, s'écrit approximativement au second ordre en r_0/r comme suit :

$$|\vec{r} - \vec{r}_0| \approx r + \frac{r_0^2}{2r} = z + \frac{x^2}{2z}$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_0 - 2\vec{z}_0| \approx 2z_0 - z + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)}$$

IV - 2 - 1 - A - Premier cas :

En négligeant le terme $x^2/2z^2$ devant l'unité au dénominateur et en développant l'exponentielle au premier ordre, on peut écrire :

$$\Phi = v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jk(z + \frac{x^2}{2z})}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)})}}{2z_0 - z} \right]$$

$$\Phi \approx v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} \left(1 - jk \frac{x^2}{2z} \right) - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} \left(1 - jk \frac{x^2}{2(2z_0 - z)} \right) \right]$$

$$\Phi \approx v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} - jk \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^2} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^2} \right) \right]$$

IV - 2 - 1 - A1 - Pression près de l'axe :

Près de l'axe de la source, on peut écrire la pression acoustique sous la forme suivante :

$$p = j\rho_0 kc v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} - jk \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^2} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^2} \right) \right]$$

IV - 2 - 1 - A2 - Intensité près de l'axe :

Comme dans les cas précédents, on exprime l'intensité acoustique à partir de la pression, soit :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 c k^2 v^2 a^4 \left[\frac{1}{z^2} + \frac{1}{(2z_0 - z)^2} - \frac{2 \cos 2k(z_0 - z)}{z(2z_0 - z)} + \frac{k x^2 (z_0 - z) \sin 2k(z_0 - z)}{z^2 (2z_0 - z)^2} \right]$$

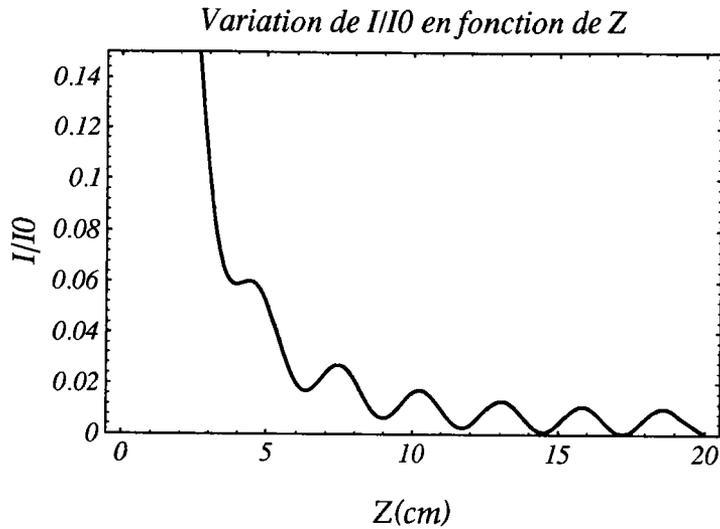


Fig.III-9. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

On donne dans le tableau (III-9 a) les valeurs obtenues des positions des extréma de l'intensité ultrasonore. Comme dans le cas précédent, la différence de ces valeurs diminue avec la distance.

$Z_{0 \max}$ (cm)	$Z_{0 \min}$ (cm)	$\Delta Z = Z_{0 \min} - Z_{0 \max}$ (cm)
?	3.954	?
4.389	6.313	1.924
7.417	8.985	1.568
10.244	11.719	1.475
13.040	14.473	1.433
15.826	17.235	1.409
18.609	20.000	1.391

Tableau III-9 a. - Positions exactes des extréma de la figure (III-9).

IV - 2 - 1 - B - Deuxième cas :

L'utilisation de de la relation $1/(1+x) \neq 1-x$ et le développement de l'exponentielle au premier ordre permet de donner l'expression du potentiel des vitesses :

$$\Phi = v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jk(z + \frac{x^2}{2z})}}{z(1 + \frac{x^2}{2z^2})} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)})}}{(2z_0 - z)(1 + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2})} \right]$$

$$\Phi \neq v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} (1 - jk \frac{x^2}{2z}) (1 - \frac{x^2}{2z^2}) - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} (1 - jk \frac{x^2}{2(2z_0 - z)}) (1 - \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2}) \right]$$

$$\Phi \neq v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)} - jk \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^2} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^2} \right) - \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^3} + \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^3} \right) \right]$$

IV - 2 - 1 - B1 - Pression près de l'axe :

Dans ce second cas, la formule qui donne la pression acoustique s'écrit :

$$p = j \rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)} - jk \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^2} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^2} \right) - \frac{x^2}{2} \left(\frac{e^{-jkz}}{z^3} + \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{(2z_0 - z)^3} \right) \right]$$

IV - 2 - 1 - B2 - Intensité près de l'axe :

Par méthode analogue, on calcule l'intensité acoustique et on écrit :

$$I = \frac{1}{8} \rho_0 c k^2 v^2 a^4 \left[\frac{1}{z^2} + \frac{1}{(2z_0 - z)^2} - \frac{2 \cos 2k(z_0 - z)}{z(2z_0 - z)} + \frac{k x^2 (z_0 - z) \sin 2k(z_0 - z)}{z^2 (2z_0 - z)^2} \right. \\ \left. + \frac{x^4}{4 z^6} + \frac{x^4}{4 (2z_0 - z)^6} + \frac{\cos 2k(z_0 - z)}{2 z^3 (2z_0 - z)^3} \right. \\ \left. - \frac{x^2}{z^4} + \frac{x^2 \cos 2k(z_0 - z)}{z^3 (2z_0 - z)} - \frac{x^2 \cos 2k(z_0 - z)}{2 z (2z_0 - z)^3} + \frac{x^2}{2 (2z_0 - z)^4} \right]$$

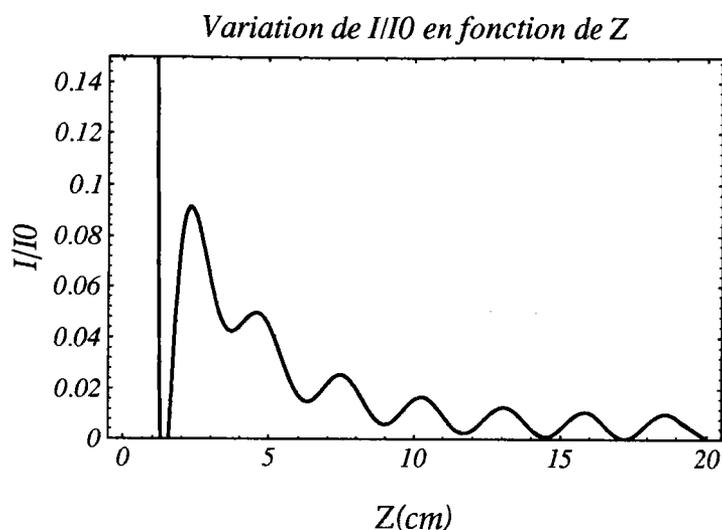


Fig.III-10. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

Les distances qui séparent les ventres et les noeuds figurent dans le tableau (III-10 a).

$Z_{0 \max}$ (cm)	$Z_{0 \min}$ (cm)	$\Delta Z = Z_{0 \min} - Z_{0 \max}$ (cm)
?	1.383	?
2.308	3.715	1.407
4.562	6.294	1.732
7.435	8.982	1.547
10.249	11.718	1.469
13.042	14.473	1.431
15.827	17.235	1.408
18.609	20.000	1.391

Tableau III-10 a. - Positions exactes des extréma de la figure (III-10).

IV - 3 - Potentiel des vitesses sur le disque de mesure :

Un disque de rayon b permet d'effectuer des mesures de pression de radiation en tout plan perpendiculaire à l'axe acoustique.

Pour des fréquences élevées, l'absorption ultrasonore est telle que la pression de radiation diminue rapidement avec la distance. Le liquide dans lequel existe un gradient de pression de radiation se met en mouvement, et l'action de ce courant liquide vient se superposer sur le disque de mesure à celle de la pression de radiation. Ce phénomène est d'autant plus net que le liquide est plus absorbant.

IV - 3 - 1 - Ondes stationnaires :

En présence d'ondes stationnaires, le potentiel des vitesses est la somme de deux parties; l'une est due à l'onde directe et l'autre à l'onde de retour, on écrit alors :

$$\Phi = v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jk(z + \frac{x^2}{2z})}}{z(1 + \frac{x^2}{2z^2})} - \frac{e^{-jk(2z_0 - z + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)})}}{(2z_0 - z)(1 + \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2})} \right]$$

$$\Phi \neq v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{jkz}}{z} e^{-jk\frac{x^2}{2z}} \left(1 - \frac{x^2}{2z^2}\right) - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} e^{-jk\frac{x^2}{2(2z_0 - z)}} \left(1 - \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2}\right) \right]$$

IV - 3 - 1 - 1 - Pression sur le disque :

En présence d'ondes stationnaires, on a :

$$\rho = j \rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^{2\pi} \int_0^b e^{-jk\frac{x^2}{2z}} \left(1 - \frac{x^2}{2z^2}\right) x dx d\phi \right. \\ \left. - \frac{e^{-jk(2z_0 - z)}}{2z_0 - z} \int_0^{2\pi} \int_0^b e^{-jk\frac{x^2}{2(2z_0 - z)}} \left(1 - \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2}\right) x dx d\phi \right]$$

Si l'on pose :

$$F_1 = \int_0^{2\pi} \int_0^b e^{-jk\frac{x^2}{2z}} \left(1 - \frac{x^2}{2z^2}\right) x dx d\phi$$

$$F_2 = \int_0^{2\pi} \int_0^b e^{-jk\frac{x^2}{2(2z_0 - z)}} \left(1 - \frac{x^2}{2(2z_0 - z)^2}\right) x dx d\phi$$

on peut écrire :

$$p = j \rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jkz}}{z} F_1 - \frac{e^{-jk(2z_0-z)}}{2z_0-z} F_2 \right]$$

$$p = -\rho_0 c v \pi a^2 \left[e^{-jkz} \left[e^{-jk\frac{b^2}{2z}} \left(1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{j}{kz} \right) - \left(1 + \frac{j}{kz} \right) \right] \right. \\ \left. - e^{-jk(2z_0-z)} \left[e^{-jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} \left(1 - \frac{b^2}{2(2z_0-z)^2} + \frac{j}{k(2z_0-z)} \right) - \left(1 + \frac{j}{k(2z_0-z)} \right) \right] \right]$$

Cette expression devient :

$$p = -\rho_0 c v \pi a^2 \left[e^{-jkz} \left(A_1 e^{-jk\frac{b^2}{2z}} - B_1 \right) - e^{-jk(2z_0-z)} \left(A_2 e^{-jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} - B_2 \right) \right]$$

dans laquelle on a posé :

$$A_1 = 1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{j}{kz}$$

$$B_1 = 1 + \frac{j}{kz}$$

$$A_2 = 1 - \frac{b^2}{2(2z_0-z)^2} + \frac{j}{k(2z_0-z)}$$

$$B_2 = 1 + \frac{j}{k(2z_0-z)}$$

IV - 3 - 1 - 2 - Intensité sur le disque :

Pour obtenir l'expression de l'intensité acoustique, on pose :

$$A = A_1 A_1^* - A_1 B_1^* e^{-jk\frac{b^2}{2z}} - A_1^* B_1 e^{jk\frac{b^2}{2z}} + B_1 B_1^*$$

$$B = e^{2jk(z_0-z)} \left[A_1 A_2^* e^{-jk\frac{b^2}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{2z_0-z} \right)} - A_1 B_2^* e^{-jk\frac{b^2}{2z}} - A_2^* B_1 e^{jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} + B_1 B_2^* \right]$$

$$C = e^{-2jk(z_0-z)} \left[A_1^* A_2 e^{jk\frac{b^2}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{2z_0-z} \right)} - A_1^* B_2 e^{jk\frac{b^2}{2z}} - A_2^* B_1 e^{-jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} + B_1^* B_2 \right]$$

$$D = A_2 A_2^* - A_2 B_2^* e^{-jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} - A_2^* B_2 e^{jk\frac{b^2}{2(2z_0-z)}} - B_2 B_2^*$$

L'expression de l'intensité acoustique s'écrit alors :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c v^2 \pi^2 a^4 (A - B - C + D)$$

soit après simplification :

$$\begin{aligned}
 I = \frac{1}{2} \rho_0 c v^2 \pi^2 a^4 \{ & [2 - \frac{b^2}{z^2} + \frac{b^4}{4z^4} + \frac{2}{k^2 z^2} - 2(1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{1}{k^2 z^2}) \cos \frac{kb^2}{2z} - \frac{b^2}{kz^3} \sin \frac{kb^2}{2z}] \\
 & + [2 - \frac{b^2}{(2z_0 - z)^2} + \frac{b^4}{4(2z_0 - z)^4} + \frac{2}{k^2(2z_0 - z)^2} \\
 & - 2(1 - \frac{b^2}{2(2z_0 - z)^2} + \frac{1}{k^2(2z_0 - z)^2}) \cos \frac{kb^2}{2(2z_0 - z)} - \frac{b^2}{k(2z_0 - z)^3} \sin \frac{kb^2}{2(2z_0 - z)}] \\
 & - 2[(1 - \frac{b^2}{2z^2})(1 - \frac{b^2}{2(2z_0 - z)^2}) + \frac{1}{k^2 z(2z_0 - z)}] \cos k[2(z_0 - z) - \frac{b^2}{2}(\frac{1}{z} - \frac{1}{2z_0 - z})] \\
 & - 2[(1 - \frac{b^2}{2z^2})\frac{1}{k(2z_0 - z)} - (1 - \frac{b^2}{2(2z_0 - z)^2})\frac{1}{kz}] \sin k[2(z_0 - z) - \frac{b^2}{2}(\frac{1}{z} - \frac{1}{2z_0 - z})] \\
 & + 2[1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{1}{k^2 z(2z_0 - z)}] \cos k[2(z_0 - z) - \frac{b^2}{2z}] \\
 & + 2[(1 - \frac{b^2}{2z^2})\frac{1}{k(2z_0 - z)} - \frac{1}{kz}] \sin k[2(z_0 - z) - \frac{b^2}{2z}] \\
 & + 2[1 - \frac{b^2}{2(2z_0 - z)^2} + \frac{1}{k^2 z(2z_0 - z)}] \cos k[2(z_0 - z) + \frac{b^2}{2(2z_0 - z)}] \\
 & - 2[(1 - \frac{b^2}{2(2z_0 - z)^2})\frac{1}{kz} - \frac{1}{k(2z_0 - z)}] \sin k[2(z_0 - z) + \frac{b^2}{2(2z_0 - z)}] \\
 & - 2[1 + \frac{1}{k^2 z(2z_0 - z)}] \cos 2k(z_0 - z) \\
 & + 2[\frac{1}{kz} - \frac{1}{k(z_0 - z)}] \sin 2k(z_0 - z) \}
 \end{aligned}$$

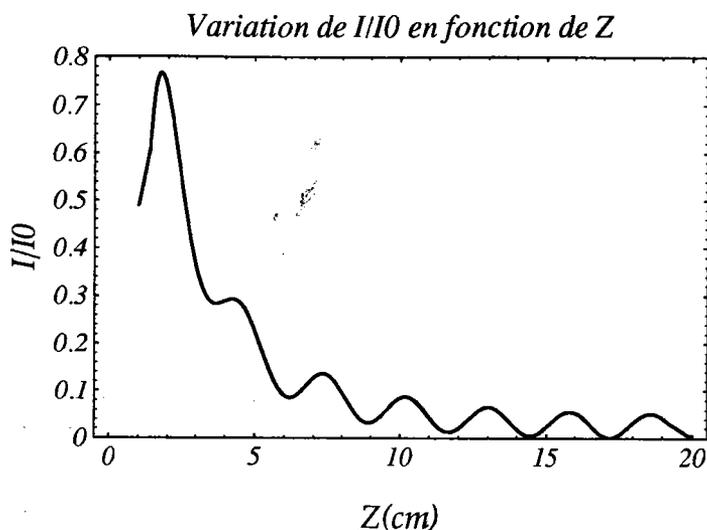


Fig.III-11. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

L'ensemble des résultats contenus dans le tableau (III-11 a) montre que les écarts entre un maximum et un minimum voisins d'intensité diffèrent très peu des cas précédents.

$Z_{0 \max}$ (cm)	$Z_{0 \min}$ (cm)	$\Delta Z = Z_{0 \min} - Z_{0 \max}$ (cm)
?	1.102	?
1.775	3.674	1.899
4.227	6.183	1.956
7.315	8.906	1.591
10.181	11.669	1.488
13.001	14.443	1.442
15.805	17.221	1.416
18.602	20.000	1.398

Tableau III-11 a. - Positions exactes des extréma de la figure (III-11).

IV - 3 - 2 - Ondes progressives :

En ondes progressives, l'onde de retour est supposée nulle. On peut alors écrire pour le potentiel des vitesses l'expression :

$$\Phi = v \frac{a^2}{2} \left[\frac{e^{-jk(z + \frac{x^2}{2z})}}{z(1 + \frac{x^2}{2z^2})} \right]$$

$$\Phi \neq v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkz}}{z} e^{-jk\frac{x^2}{2z}} \left(1 - \frac{x^2}{2z^2} \right)$$

IV - 3 - 2 - 1 - Pression sur le disque :

L'expression du potentiel des vitesses permet de calculer la pression acoustique sur le disque de mesure, soit :

$$p = j\rho_0 k c v \frac{a^2}{2} \frac{e^{-jkz}}{z} \int_0^{2\pi} \int_0^b e^{-jk\frac{x^2}{2z}} \left(1 - \frac{x^2}{2z^2} \right) x dx d\varphi$$

$$p = -\rho_0 c v \pi a^2 e^{-jkz} \left[e^{-jk\frac{b^2}{2z}} \left(1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{j}{kz} \right) - \left(1 + \frac{j}{kz} \right) \right]$$

En posant :

$$A_1 = 1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{j}{kz}$$

$$B_1 = 1 + \frac{j}{kz}$$

l'expression de p s'écrit :

$$p = -\rho_0 c v \pi a^2 e^{-jkz} [A_1 e^{-jk\frac{b^2}{2z}} - B_1]$$

IV - 3 - 2 - 2 - Intensité sur le disque :

La formule donnant la pression permet d'écrire l'intensité acoustique sur le disque sous la forme :

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c v^2 \pi^2 a^4 \left[2 - \frac{b^2}{z^2} + \frac{b^4}{4z^4} + \frac{2}{k^2 z^2} - 2 \left(1 - \frac{b^2}{2z^2} + \frac{1}{k^2 z^2} \right) \cos \frac{kb^2}{2z} - \frac{b^2}{kz^3} \sin \frac{kb^2}{2z} \right]$$

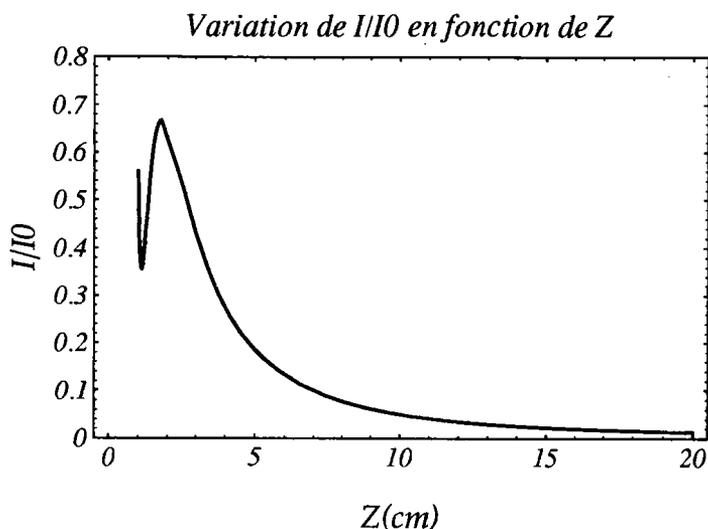


Fig.III-12. - Variation de l'intensité acoustique normalisée avec la distance.

V - Comparaison théorie-expérience et discussion des écarts parfois observés :

La formation et la disparition de bulles de cavitation permet de rendre compte de l'évolution spatiale de la pression dans un liquide sous un rayonnement sonore intense. Cette formation et disparition est directement proportionnelle à la pression sonore et correspond à l'alternance des noeuds et des ventres de pression déterminée par le calcul grâce à la méthode de la source image. Cet accord entre théorie et expérience est tout à fait satisfaisant, en particulier lorsque la pression est modérée, malgré certains écarts qui pourraient être corrigés par affinement des formules utilisées. Les différences se constatent surtout dans les amplitudes des ventres à grandes distances de la source et les positions de certains maximum et minimum près de la source alors qu'elles sont bien conservées au-delà.

Dans le cas d'une pression élevée, on note une mauvaise corrélation entre la théorie et l'expérience; ceci peut être imputé au manque de résolution spatiale du dispositif de visualisation.

Il apparaît donc légitime de mesurer l'intensité acoustique à l'aide d'un disque de dimensions inférieures à celle de la section droite de la cuve.

VI - Approche de description de la cavitation à l'aide de guides d'ondes électromagnétiques :

VI - 1 - Remarques préliminaires :

A l'heure actuelle, aucune théorie n'a encore été développée afin de décrire finement le phénomène de cavitation. En particulier, nous ne sommes pas capables de modéliser la complication progressive de la dynamique des bulles à mesure que la pression sonore augmente et que la turbulence se développe.

Il y a une grande similitude entre les concepts, définitions et propriétés des phénomènes de guidage des ondes électromagnétiques [71, 74, 86 - 88, 91 - 92] et des ondes acoustiques en milieu fluide ou solide [70, 76, 93 - 99, 158]. Les phénomènes sont de nature différentes mais les modèles mathématiques sont les mêmes.

Les polarisations orthogonales définies par la direction de déplacement des particules et par la direction du champ électrique, respectivement en acoustique et en électromagnétisme, sont au nombre de trois dans le premier cas et au nombre de deux dans le second cas. Les deux modes électromagnétiques sont transversaux et faciles à exprimer. Une propagation par modes discrets peut donc être mise en évidence de façon unique par les conditions aux limites. En acoustique au contraire, il est généralement très difficile d'exprimer les modes qui sont des quasi-modes. La condition aux limites qui convient physiquement est qu'il ne peut y avoir aucun écoulement perpendiculaire aux parois de l'enceinte. Cependant, cette condition n'est pas suffisante pour déterminer l'écoulement d'une façon univoque. On peut obtenir une turbulence où les particules de fluide semblent courir en tous sens de façon aléatoire et où le mouvement ne se stabilise jamais suivant une configuration fixe. Dans ce cas difficile, il est donc nécessaire d'imposer d'autres restrictions suffisantes pour assurer que l'écoulement est déterminé uniquement par les conditions aux limites. C'est le cas, par exemple, de l'écoulement irrotationnel qui donne une idée préliminaire du problème et, dans bien des cas, cette solution est suffisante car le mouvement réel est très proche de cette description.

VI - 2 - Guide d'ondes électromagnétiques :

VI - 2 - 1 - Equations de Maxwell :

La distribution du champ électromagnétique dans un guide d'ondes est donnée par les équations de Maxwell auxquelles s'ajoutent les équations de continuité et les conditions aux limites. Dans un espace vide de matière mais pouvant comporter des densités volumiques de charges électriques ρ et de courant j , les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0 \quad (5)$$

Les relations (3) et (4) sont les équations de continuité pour les vecteurs champs et la relation (5) est l'équation de continuité pour les charges électriques. Dans un espace sans charges ni courant, on a $\rho = j = 0$.

VI - 2 - 2 - Champ électromagnétique dans un guide rectangulaire :

Dans le cas des guides d'ondes électromagnétiques, les parois sont parfaitement conductrices. Ces conditions aux limites imposent aux lignes de force électriques de partir perpendiculairement des parois et aux lignes de force magnétiques de rester dans les parois. Elles permettent aussi d'obtenir les valeurs propres, de la solution générale de l'équation de propagation, qui déterminent les modes propres.

La solution générale de l'équation de Helmholtz :

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = 0$$

s'obtient à l'aide de la méthode de séparation des variables. Pour une propagation suivant l'axe des z , on écrit :

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y) e^{j(\omega t - \gamma z)}$$

En posant :

$$\phi(x, y) = X(x) Y(y)$$

on obtient :

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + v^2 X = 0$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + v^2 Y = 0$$

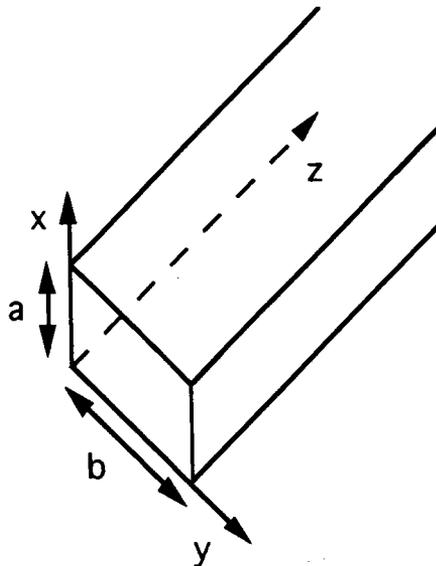
avec :

$$v^2 + v^2 = k^2$$

$$\gamma^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2$$

Finalement, on aura :

$$\phi(x, y) = [A_1 \sin(vx) + A_2 \cos(vx)][B_1 \sin(vy) + B_2 \cos(vy)]$$



Guide d'ondes parallélépipédique de section rectangulaire

On distingue généralement deux types d'ondes différentes, celles qui n'ont pas de composante électrique dans la direction de propagation et celles qui n'ont pas de composante magnétique dans cette direction. Dans le premier cas, la direction du vecteur champ électrique E est transversale à la direction de

propagation. On a alors une onde du type transversale électrique TE. Dans le second cas, le vecteur champ magnétique est transversale à la direction de propagation et on a une onde transversale magnétique TM. Ces ondes peuvent avoir des modes différents; ceci conduit aux ondes TE_{mn} et TM_{mn} . La présence ou l'absence d'un mode particulier dépend des conditions aux limites. Chaque mode a une vitesse de propagation propre. La différence de ces vitesses produit des distorsions lorsque la transmission fait simultanément usage de plusieurs modes.

VI - 2 - 2 - 1 - Modes TE_{mn} :

La dérivée du potentiel normal aux parois étant nulle (cas de parois rigides en acoustique), on a donc :

$$A_1 = B_1 = 0$$

$$v = \frac{m \pi}{a} \quad \text{et} \quad v = \frac{n \pi}{b}$$

$$k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2}$$

Le produit des constantes $A_2 B_2$ est déterminé par la relation de normalisation :

$$\iint_S |\phi(x, y)|^2 ds = \frac{1}{k^2}$$

Si m ou n est nul ou si m et n sont tous deux différents de zéro, le produit $A_2 B_2$ vaut pour ces deux cas respectifs :

$$A_2 B_2 = C_{mn} = \frac{1}{k_{mn}} \sqrt{\frac{2}{ab}}$$

$$A_2 B_2 = C_{mn} = \frac{2}{k_{mn} \sqrt{ab}}$$

Les relations décrivant les modes TE_{mn} de propagation dans une enceinte parallélépipédique rectangle s'écrivent alors :

$$\phi(x, y) = C_{mn} \cos\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n \pi y}{b}\right)$$

Ce potentiel transverse des modes de propagation TE_{mn} comporte respectivement m demi-périodes dans la direction x et n demi-périodes dans la direction y .

On remarque que $\phi(x, y)$ s'annule chaque fois que l'argument de l'un des cosinus est $(2q + 1)\pi/2$. Si $0 \leq q < m$, on en déduit que ϕ s'annule dans les m plans perpendiculaires à l'axe des x situés en :

$$x_q = (2q + 1) \frac{a}{2m}$$

De même il y a les n plans de potentiel nul selon l'axe des y .

Les composantes transversales du champ magnétique s'obtiennent par simple dérivation spatiale de $\phi(x, y)$, quant à sa composante longitudinale, elle est proportionnelle à $\phi(x, y)$, soit :

$$\begin{aligned} \vec{H}_T &= -\vec{\text{grad}} \phi(x, y) \\ H_z &\propto \phi(x, y) = C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned}$$

Dans ce cas, le vecteur E_T est perpendiculaire au vecteur H_T et on a des modes TE_{mn} ($E_z = 0$). On a pour E_T [88] :

$$\vec{E}_T = -\vec{e}_z \wedge \vec{H}_T$$

VI - 2 - 2 - 2 - Modes TM_{mn} :

Si maintenant le potentiel est nul sur les parois (cas de surface souple en acoustique), on obtient alors les modes TM_{mn} :

$$\begin{aligned} A_2 &= B_2 = 0 \\ C_{mn} &= \frac{2}{k_{mn} \sqrt{ab}} \\ \psi(x, y) &= C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{aligned}$$

Comme dans le cas précédent, E_z est proportionnel à $\psi(x, y)$ et la dérivation spatiale de cette dernière permet d'obtenir les composantes transversales E_T du champ électrique, on écrit :



$$\vec{E}_T = -\text{grad } \psi(x, y)$$

$$E_z \propto \psi(x, y) = C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

Les composantes du champ H s'écrivent alors :

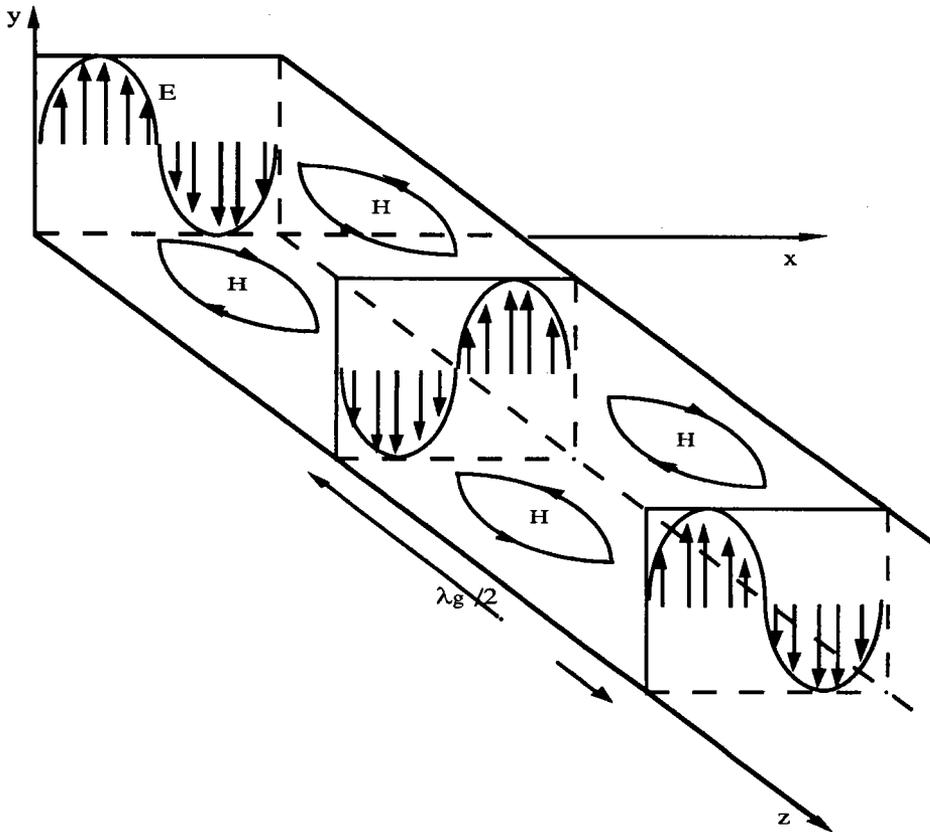
$$\vec{H}_T = \vec{e}_z \wedge \vec{E}_T$$

Ce sont ces relations qui décrivent les modes de propagation dans un guide rectangulaire, mais cette fois-ci c'est le vecteur H_T qui est perpendiculaire au vecteur E_T et on a alors des modes TM_{mn} ($H_z=0$).

On remarque que si $\gamma = 0$, alors la fréquence de coupure des modes TE_{mn} et TM_{mn} s'écrit :

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Lorsque la fréquence d'excitation est supérieure à la fréquence de coupure, γ est réel et l'onde se propage sans affaiblissement. Dans le cas contraire, γ est imaginaire et on a un affaiblissement sans propagation. Le guide se comporte alors comme un filtre passe-haut. L'onde présente, en se propageant dans un guide, une périodicité dans le sens longitudinal dont la période est $\lambda_g = 2\pi / \gamma$.



Sur cette figure où nous avons schématisé le mode TE_{20} , les boucles du champ H sont dans un plan parallèle au plan xz et se trouvent entre les pics et les creux du champ E .

En résumé de cette partie, la représentation en trois dimensions des potentiels scalaires ϕ et ψ permet de visualiser les lignes de champs électrique et magnétique. En effet, pour les modes TE_{mn} , le champ magnétique transverse est, à un signe près, le gradient du potentiel ϕ . Il est donc la projection dans le plan transverse des lignes de plus grandes pentes de la représentation du potentiel, tandis que le champ électrique transverse est la projection dans le plan transverse des courbes de niveaux ou équipotentielles de cette même représentation. Il en va de façon similaire pour les modes TM_{mn} , à condition de remarquer que, dans ce cas, c'est le champ électrique transverse qui est, aussi à un signe près, le gradient du potentiel ψ .

VI - 2 - 3 - Potentiel vecteur de Hertz Λ :

Les champs H et E peuvent être exprimés en fonction de deux potentiels, l'un étant le potentiel vecteur A et l'autre le potentiel scalaire ϕ . Ces deux potentiels vérifient la condition de Lorentz suivante :

$$\operatorname{div} \vec{A} + \mu \varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$

L'induction magnétique H dérive d'un potentiel vecteur A puisque sa divergence est nulle, on a donc :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{H} = 0 & \Rightarrow \vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A} \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} & \Rightarrow \vec{E} = -\operatorname{grad} \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{aligned}$$

En posant :

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{\Lambda}}{\partial t} \\ \phi &= -\operatorname{div} \vec{\Lambda} \end{aligned}$$

où Λ est le potentiel vecteur de Hertz, on peut montrer que les champs H et E peuvent être exprimés en fonction de ce seul potentiel Λ [88 - 91], qui lui aussi vérifie l'équation de Helmholtz.

VI - 2 - 3 - 1 - Vecteur de Hertz électrique :

En posant :

$$\vec{H} = \varepsilon \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{\Lambda}}{\partial t}$$

dans la première équation de Maxwell, le champ électrique peut s'écrire :

$$\vec{E} = -\mu \varepsilon \operatorname{rot} \frac{\partial^2 \vec{\Lambda}}{\partial t^2} - \operatorname{grad} \phi \quad (1 a)$$

Le report de E dans la deuxième équation de Maxwell permet d'écrire :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \frac{\partial \vec{\Lambda}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

soit :

$$\vec{E} = \vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{\Lambda} \quad (2 a)$$

Les équations (1 a) et (2 a) sont à la fois satisfaites si :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{\Lambda} + \mu \epsilon \vec{\text{rot}} \frac{\partial^2 \vec{\Lambda}}{\partial t^2} = - \vec{\text{grad}} \phi$$

Le vecteur Λ qui s'appelle le vecteur de Hertz électrique vérifie l'équation de propagation suivante quand $\phi = - \text{div} \Lambda$, soit :

$$\Delta \vec{\Lambda} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\Lambda}}{\partial t^2} = 0 \quad (3 a)$$

VI - 2 - 3 - 2 - Vecteur de Hertz magnétique :

Par suite analogue à la précédente, en posant cette fois-ci :

$$\vec{E} = - \mu \vec{\text{rot}} \frac{\partial \vec{\Lambda}_0}{\partial t}$$

le champ magnétique s'écrit alors :

$$\vec{H} = - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\Lambda}_0}{\partial t^2} - \vec{\text{grad}} \phi_0 \quad (1 b)$$

En reportant H dans la première équation de Maxwell, on peut obtenir :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \frac{\partial \vec{\Lambda}_0}{\partial t} = \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

soit :

$$\vec{H} = \vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{\Lambda}_0 \quad (2 b)$$

Pour satisfaire à la fois les équations (1 b) et (2 b), il faut que :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \Lambda_0 + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Lambda_0}{\partial t^2} = - \vec{\text{grad}} \phi_0$$

Si l'on pose $\phi_0 = - \text{div} \Lambda_0$, le vecteur Λ_0 qui, dans ce cas, s'appelle le vecteur de Hertz magnétique vérifie la même équation de propagation que le vecteur Λ , soit :

$$\Delta \Lambda_0 - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Lambda_0}{\partial t^2} = 0 \quad (3 b)$$

On remarque que les relations (3 a) et (3 b) sont identiques. En supposant que les deux vecteurs Λ et Λ_0 n'ont de composantes que suivant l'axe des z et en joignant les conditions aux limites à cette hypothèse, on peut écrire respectivement pour les deux modes TE_{mn} et TM_{mn} :

$$\vec{\Lambda} = C \cos \left(\frac{m \pi x}{a} \right) \cos \left(\frac{n \pi y}{b} \right) \vec{e}_z \quad (\text{pour les modes } TE_{mn})$$

$$\vec{\Lambda}_0 = C \sin \left(\frac{m \pi x}{a} \right) \sin \left(\frac{n \pi y}{b} \right) \vec{e}_z \quad (\text{pour les modes } TM_{mn})$$

Nous avons donc ramené la recherche de deux vecteurs E et H à celle d'un seul vecteur Λ ou Λ_0 .

VI - 3 - Guide d'ondes acoustiques :

VI - 3 - 1 - Pression acoustique dans le guide :

Les parois de l'enceinte acoustique sont supposées infiniment rigides, les vitesses normales sont donc identiquement nulles. Le mouvement du fluide peut posséder deux composantes longitudinale et transversale.

Dans le cas qui nous intéresse, la composante normale de la vitesse particulaire (dérivée normale de la pression acoustique) est nulle sur les parois rigides. La surface libre du liquide, siège de l'onde acoustique, est soumise à une pression atmosphérique constante. Une excellente approximation consiste à négliger la pénétration de l'onde acoustique dans l'air et par conséquent cette pression est nulle sur la surface libre. L'équation de Helmholtz pour la pression acoustique jointe à ces conditions aux limites possède une solution générale de la forme :

$$p(x, y, z) = P_0 X(x) Y(y) Z(z)$$

avec :

$$X(x) = A_1 e^{-j\alpha x} + B_1 e^{j\alpha x}$$

$$Y(y) = A_2 e^{-i\beta y} + B_2 e^{i\beta y}$$

$$Z(z) = A_3 e^{-i\gamma z} + B_3 e^{i\gamma z}$$

On remarque que le champ acoustique est la superposition de deux ondes planes progressives incidente et réfléchi. Les six coefficients sont déterminée par des conditions aux limites. Finalement on peut écrire :

$$p(x, y, z) / P_0 = A_1 A_2 A_3 e^{-j(\alpha x + \beta y + \gamma z)}$$

+ ...

+ ...

$$+ B_1 B_2 B_3 e^{j(\alpha x + \beta y + \gamma z)}$$

Pour une propagation unidimensionnelle suivant oz et avec les conditions aux limites sur les parois de la cuve, on écrit :

$$\frac{\partial X}{\partial x} (x = 0 \text{ et } x = a) = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} (y = 0 \text{ et } y = b) = 0$$

Ce système donne :

$$A_1 = B_1, \quad A_2 = B_2, \quad \alpha = \frac{m\pi}{a} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{n\pi}{b}$$

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - (k_{mn})^2} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]}$$

et la pression s'écrit :

$$\frac{p(x, y, z)}{P_0} = C \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) [A_3 e^{-\gamma z} + B_3 e^{\gamma z}]$$

Cette solution représente des ondes stationnaires suivant ox et oy et une onde progressive dans la direction oz . Dans ce cas, les fréquences propres ou de coupure pour le mode (m, n) , sont données par la relation :

$$f_{mn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Comme dans le cas des ondes électromagnétiques guidées, pour qu'il y ait propagation suivant l'axe des z , la fréquence d'excitation doit être supérieure aux fréquences propres ($f > f_{mn}$).

Par simple calcul, on peut montrer que la vitesse de phase et la vitesse de groupe ou de propagation de l'énergie s'écrivent respectivement :

$$c_{\text{phase}} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{mn}}{f}\right)^2}}$$

$$c_{\text{groupe}} = \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\right)^{-1} = c \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4} \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]} = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_{mn}}{f}\right)^2}$$

Il faut remarquer que la vitesse de phase est supérieure à la vitesse de propagation c , quant à la vitesse de groupe, elle lui est toujours inférieure.

Les longueurs d'ondes, quant à elles, sont données par :

$$\frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_g^2}$$

Dans cette relation, λ_c est la longueur d'onde de coupure, λ est celle dans le milieu de propagation et λ_g est la longueur d'onde dans le guide qui s'écrit :

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

Dans le cas d'une cuve remplie de liquide, la vitesse normale à la source et la pression sur la surface libre étant nulles, on a donc aussi affaire à des ondes stationnaires suivant l'axe des z . En effet :

$$\frac{\partial Z}{\partial z} (z=0) = 0$$

$$Z(z=d) = 0$$

ce qui permet d'obtenir :

$$A_3 = B_3 \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{(2q+1)\pi}{2d}$$

La pression sonore est finalement décrite par la relation :

$$\frac{p(x, y, z)}{P_0} = C \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left[\frac{(2q+1)\pi z}{2d}\right]$$

Cette solution représente cette fois-ci des ondes stationnaires dans les trois directions. Elle vérifie bien les mêmes conditions aux limites non seulement sur les parois de l'enceinte mais aussi sur la surface libre du liquide et sur la face de l'émetteur. Les fréquences propres sont cette fois-ci données par :

$$f_{mnq} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{2q+1}{2d}\right)^2}$$

A chaque triplet (m, n, q) correspondent une fréquence propre et un mode propre qui indique la dépendance spatiale de la pression et de la vitesse acoustique. Les modes axiaux sont ceux pour lesquels un seul des m, n, q est non nul. On a donc affaire à une propagation selon x, y , ou z . Si un seul des m, n, q est nul on obtient des modes tangentiels pour lesquels la propagation s'effectue parallèlement à une paroi. Dans le cas où tous les m, n, q sont non nuls, les modes sont alors obliques.

On représente sur la figure (III-13) les lignes de niveaux de la pression

dans une section droite. Ces lignes représentent le mode tangentiel (2, 2, 0) dans un plan parallèle au plan $z = 0$ et $z = d$. Les plans nodaux, quant à eux, se trouvent aux $x = a / 4$ et $x = 3 a / 4$ suivant l'axe des x et aux $y = b / 4$ et $y = 3 b / 4$ suivant l'axe des y . Les signes (+ et -) de la pression correspondent à une opposition de phase de $p(x, y)$ entre les différentes zones.

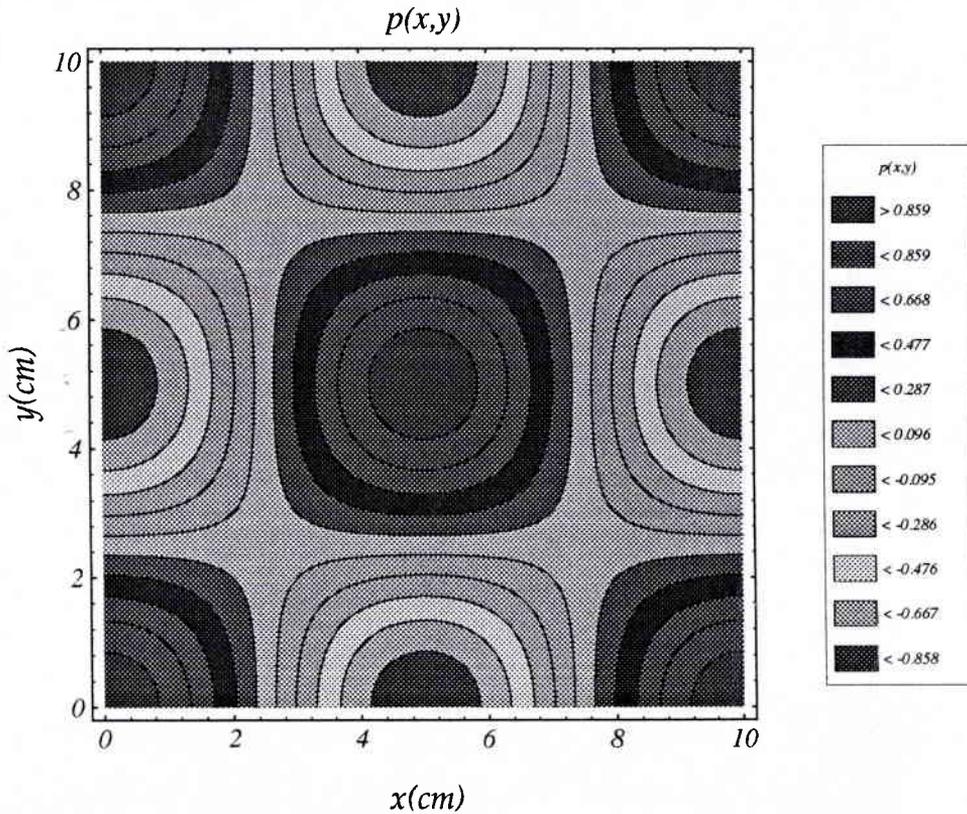


Fig.III-13. - Lignes de niveaux de $p(x, y)$ dans une section droite.

VI - 3 - 2 - Potentiel des pressions π et potentiel des tourbillons ψ :

Le potentiel acoustique le plus fréquemment utilisé est le potentiel ϕ des vitesses. Mais d'une façon analogue on peut définir un potentiel vectoriel des pressions et un potentiel des tourbillons [70, 97].

En posant $p = \rho c^2$, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \text{div} (\rho \vec{v}) = \rho Q \quad (1)$$

où Q est le débit par unité de volume ou débit volumique des sources.

Dans le cas d'un fluide homogène compressible ou non, l'équation d'Euler non-linéaire s'écrit :

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \text{grad } p = -\rho \left[\text{rot } \vec{v} \wedge \vec{v} + \frac{1}{2} \text{grad } \vec{v}^2 \right] = \vec{F} \quad (2)$$

avec :

$$\text{rot } \vec{v} = \vec{G} \quad (3)$$

A partir des deux équations précédentes, on peut écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t} (1) - \text{div} (2) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = \rho \frac{\partial Q}{\partial t} - \text{div } \vec{F} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial}{\partial t} (2) - \frac{1}{\rho} \text{grad} (1) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} - \Delta \vec{v} = -\text{grad } Q + \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \text{rot } \vec{G} \quad (5)$$

Les seconds membres des équations (4) et (5) suggèrent les expressions des potentiels pour calculer la pression et la vitesse. On pose alors :

$$\left. \begin{aligned} p &= \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \text{div } \vec{\pi} \\ \vec{v} &= -\text{grad } \phi + \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} + \text{rot } \vec{\psi} \end{aligned} \right\} (6)$$

où ϕ , π et ψ sont respectivement les potentiels des vitesses, des pressions et des tourbillons. Il est important de remarquer que les d'Alembertiens des trois potentiels vérifient les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= \rho Q \\ \Delta \vec{\pi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\pi}}{\partial t^2} &= \vec{F} \\ \Delta \vec{\psi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2} &= \vec{G} \end{aligned} \right\} (7)$$

Si on suppose $F = G = 0$, seules subsistent les sources-débits ρQ , alors on aura :

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ \vec{v} &= \vec{v}_T = - \text{grad } \phi \end{aligned} \right\} (8)$$

C'est donc un écoulement irrotationnel.

Si on suppose maintenant nulles les sources-débits ρQ , c'est le cas d'un mouvement conservatif où il n'y a ni apparition ni disparition de fluide au cours du mouvement, les formules précédentes se réduisent alors à :

$$\left. \begin{aligned} \rho &= - \text{div } \vec{\pi} \\ \vec{v} &= \frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} + \text{rot } \vec{\psi} \end{aligned} \right\} (9)$$

Les sources tourbillonnaires G et les sources-forces F , de même les potentiels π et ψ ne sont pas indépendantes. En prenant le rotationnel de l'équation d'Euler, on obtient une relation entre F et G d'une part et entre π et ψ d'autre part. On a :

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{F} &= \rho \frac{\partial \vec{G}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{\pi} &= \rho \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial t} \end{aligned} \right\} (10)$$

Dans ces conditions, la vitesse particulière est essentiellement déterminée à partir de la connaissance du seul potentiel des pressions π . C'est le cas d'ondes électromagnétiques où les vecteurs E et H sont exprimés en fonction d'un seul potentiel de Hertz Λ .

Si maintenant on suppose irrotationnel le champ des sources F , la source tourbillonnaire G n'aura pas d'effet sur le champ des vitesses. Ce cas particulier est souvent rencontré en acoustique linéaire. Quant à ψ , le potentiel des tourbillons, il n'intervient pas dans le calcul de la pression acoustique mais joue un rôle important dans le mécanisme de la turbulence. Cette dernière est

représentée par un état rotationnel, du mouvement du fluide, qui apparaît lorsque des instabilités de cisaillement provenant des termes non-linéaires de l'équation d'Euler deviennent très importantes. Ce cisaillement considérable est observé en cavitation dans les régions formant des paliers. Ces couches transversales deviennent instables à cause de la direction de la force d'inertie du vortex ou tourbillon qui est dans la direction de la perturbation.

La formulation mathématique de la solution représentant le mouvement du fluide montre clairement que pour un mode de propagation donné, les deux mouvements longitudinal (irrotationnel) et transversal (rotationnel) sont présents. Les ondes qui se propagent dans le fluide sont alors des ondes non-planes dont la vitesse particulière n'est plus seulement axiale mais a une composante radiale et peut même avoir une composante azimutale. La pression de ces ondes n'est donc pas uniforme dans une section droite du milieu de propagation.

Dans le cas expérimental étudié, le mouvement transversal a un caractère statistiquement stable alors que le mouvement longitudinal présente des fluctuations.

VI - 4 - Analogie propagation guidée HF / régime d'apparence stationnaire ultrasonore :

VI - 4 - 1 - Introduction théorique :

On imagine d'établir une correspondance entre les grandeurs qui jouent un rôle analogue. Ainsi à la pression acoustique p on peut faire correspondre le champ électrique E , et à la vitesse acoustique v le champ magnétique H . Les paramètres ρ et K^{-1} (K est le module d'élasticité en volume) du fluide correspondent respectivement à la perméabilité magnétique μ et à la permittivité diélectrique ϵ .

Pour une onde électromagnétique en propagation libre, la célérité, l'impédance caractéristique et la puissance moyenne par unité de surface représentée par le module du vecteur de Poynting sont :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu \epsilon}}$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$P = \frac{E^2}{2Z}$$

soit en acoustique :

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

$$Z = \sqrt{\rho K} = \rho c$$

$$I = \frac{p^2}{2Z}$$

où la dernière relation est l'intensité acoustique correspondante. L'intérêt de cette analogie est d'avoir des propriétés mathématiques très commodes et de permettre de grandes simplifications dans le calcul des vitesses et des pressions.

Examinons d'abord et successivement les mises en équations des phénomènes stationnaires en hyperfréquences en en ultrasons.

VI - 4 - 2 - Aspects expérimentaux :

La visualisation du comportement des bulles sous un champ sonore intense a permis de clarifier certains aspects du phénomène de cavitation. Tout d'abord, on a précisé la périodicité des paliers. Ensuite l'organisation de chaque palier a été caractérisée par l'accumulation de petites bulles qui, lors de l'implosion, se réorganisent soit pour former des microbulles, soit pour se répandre en créant un tourbillon. Cette circonstance semble se produire surtout pour des situations extrêmes d'explosion.

Utilisant un émetteur à 27 kHz, on met en évidence l'importance des petites distances $(2N+1)\lambda/4$ qui, pour des puissances faibles, peuvent jouer un rôle important. D'autre part, on observe facilement l'apparition de petites bulles aux ventres de pression qui se transportent aussitôt vers les plans nodaux lorsque leurs tailles deviennent supérieures à la taille correspondant à la résonance. La taille qui correspond à la résonance est celle qui est en relation avec la fréquence de l'onde sonore appliquée.

VI - 5 - Analyse des phénomènes dynamiques :

Les analogies proposées au paragraphe précédent vont maintenant être utilisées pour tenter de rendre compte des phénomènes dynamiques, tels que les variations de vitesse des bulles et les évolutions spatiales. Rappelons d'abord quelques points d'ordre théorique.

VI - 5 - 1 - Approche théorique de l'analogie :

Dans un plan xoy statiquement stable et sous l'effet de la pression, le mouvement des bulles peut être séparé en deux parties : mouvement longitudinal dans les directions ox et oy et mouvement transversal suivant oz .

On peut décomposer alors la vitesse particulière v en deux termes : l'un est à rotationnel nul et correspond à une vitesse v_T de dilatation pure, l'autre est à divergence nulle et correspond à une vitesse v_z de cisaillement pure [159]. Cette procédure a déjà été suggérée pour des études de mécanique des fluides [94] mais aussi en acoustique [70]. On écrit :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{v}_T &= \vec{0} & \text{et} & & \vec{v}_T &= - \text{grad } \phi \\ \text{div } \vec{v}_z &= 0 & \text{et} & & \vec{v}_z &= \text{rot } \psi \end{aligned}$$

soit :

$$\vec{v} = \vec{v}_T + \vec{v}_z = - \text{grad } \phi + \text{rot } \psi$$

En supposant que les sources-débits sont nulles et en posant :

$$\phi(x, y) = C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

on peut écrire :

$$\vec{v}_T = - \text{grad } \phi(x, y) = \begin{bmatrix} A \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ B \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Il faut noter que l'expression de v_T est proportionnelle au potentiel vecteur des pressions π (eq.9). On peut donc exprimer ce vecteur par :

$$\vec{\pi} = \begin{bmatrix} C_1 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ D_1 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dans le cas particulier où v_z n'a qu'une seule composante sur e_z , on peut choisir pour ψ une fonction vectorielle ne présentant, comme le champ électrique, que deux composantes sur e_x et e_y . On a alors :

$$\vec{\psi} = \begin{bmatrix} C_2 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ -D_2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

et v_z s'écrit :

$$\vec{v}_z = \vec{\text{rot}} \vec{\psi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \end{bmatrix}$$

Les expressions des composantes de E et H sont données ci-dessous :

$$\vec{H}_T = -\vec{\text{grad}} \phi(x, y) = \begin{bmatrix} A_1 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ B_1 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H_z \propto \phi(x, y) = C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

$$\vec{E}_T = -\vec{e}_z \wedge \vec{H}_T = \begin{bmatrix} A_2 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ -B_2 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Par analogie avec les ondes électromagnétiques en mode TE_{mn} , on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} \vec{\psi} &\rightarrow \vec{E}_T \\ \vec{v}_T &\rightarrow \vec{H}_T = -\text{grad } \phi \\ \vec{v}_z &\rightarrow H_z \vec{e}_z \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

VI - 5 - 2 - Justifications expérimentales de l'analogie :

Il est intéressant de prédire la trajectoire de particules dans le guide. Les composantes de la vitesse particulaire (à un coefficient $j\omega$ près c'est-à-dire le déplacement) s'obtiennent par simples dérivations spatiales de potentiels.

Les distributions spatiales prévues des trajectoires de bulles, dans des plans perpendiculaires à la direction de propagation et sous des pressions sonores faibles, présentent un aspect général qui est très proche des lignes du champ magnétique transverse H_T du mode rectangulaire de propagation guidée TE_{22} (Fig.III-14). Ces lignes donnent donc une image des directions du vecteur vitesse aux différents points à un instant donné.

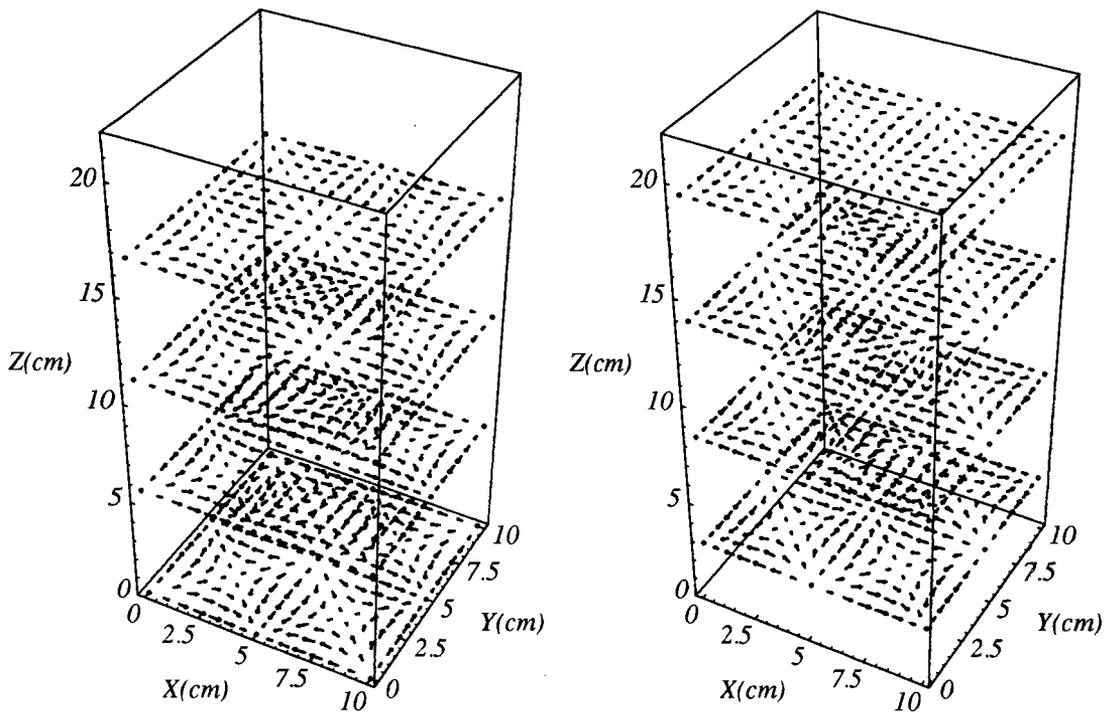


Fig.III-14. - Champ magnétique transverse H_T en mode TE_{22} .

La figure (III-15), sur laquelle on a représenté le gradient du potentiel ϕ qui est proportionnel à H_T , donne un exemple de distribution dans deux plans parallèles voisins. On remarque que le sens de déplacement des bulles, à un instant donné, est inversé en passant d'un plan au suivant. Cette représentation correspond au mode tangentiel (2, 2, 0) parallèle aux plans $z = 0$ et $z = d$.

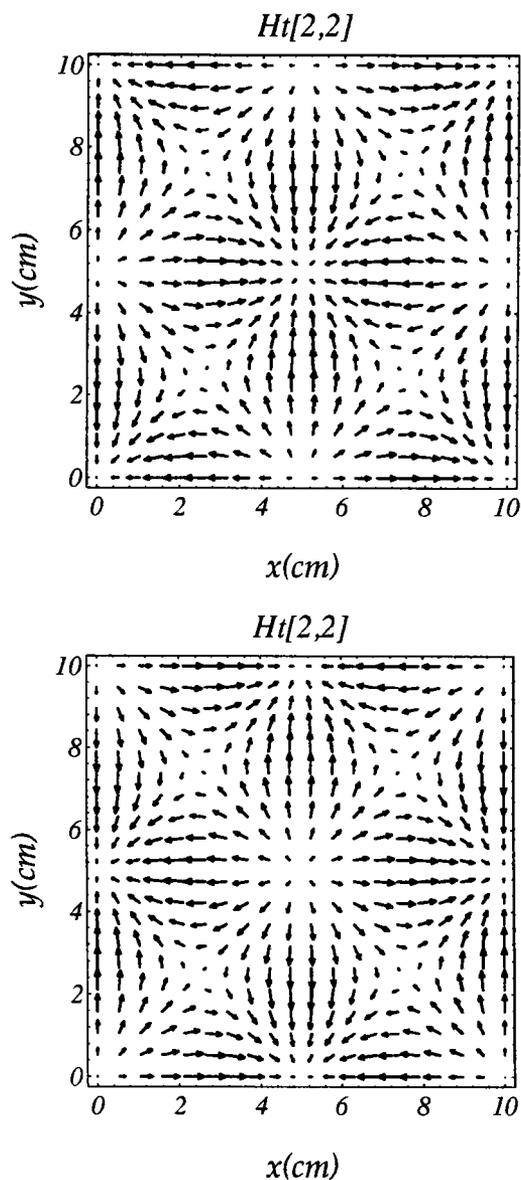


Fig.III-15. - Lignes de H_T en mode TE_{22} dans deux plans ventraux adjacents.

Sur les parois latérales de la cuve, les aspects théoriques des lignes magnétiques (avec indication d'amplitude) sont données sur la figure (III-16). Cette figure schématise l'écoulement réel observé et fait clairement apparaître des tourbillons contrarotatifs. Ces tourbillons sont symétriques, d'une part, par rapport à l'axe central de la cuve et d'autre part par rapport aux plans ventraux des ondes stationnaires ultrasonores.

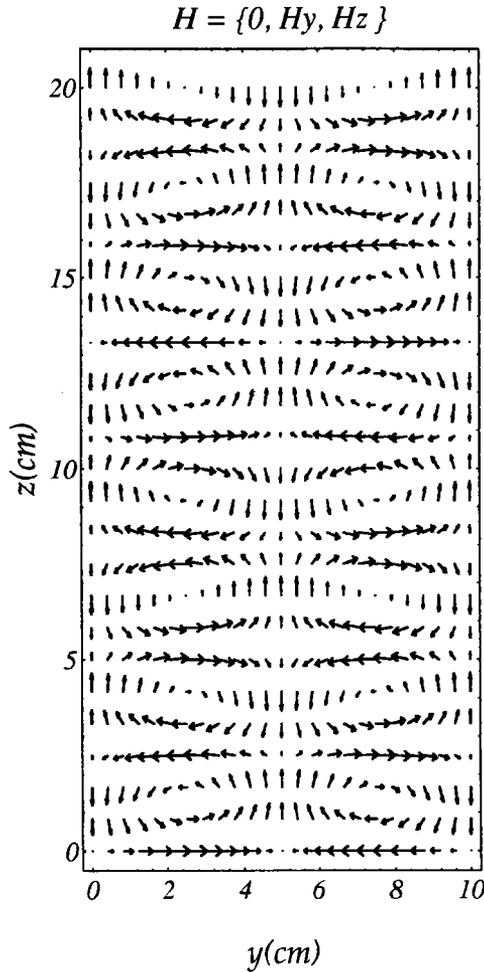


Fig.III-16. - Lignes magnétiques sur une paroi latérale de la cuve.

Il est clair que les plans horizontaux correspondent à des valeurs faibles de H , alors qu'en s'écartant d'un tel plan on observe des valeurs plus importantes de H , dont la valeur évolue de façon croissante selon une trajectoire en spirale. Ce fait est en bon accord avec le comportement des petites bulles qui s'échappent des plans horizontaux et grossissent ensuite le long d'une trajectoire en spirale pour devenir une grosse bulle, qui finit par exploser.

La vitesse \vec{v} des bulles peut-être séparées en deux composantes, \vec{v}_T dans le plan horizontal et \vec{v}_z parallèle à l'axe de symétrie de montage expérimental.

$$\vec{v} = \vec{v}_T + \vec{v}_z$$

Le champ magnétique \vec{H} s'écrit :

$$\vec{H} = \vec{H}_T + \vec{H}_z$$

Il est donc suggéré d'écrire :

$$\vec{v}_T \propto \vec{H}_T$$

et

$$\vec{v}_z \propto \vec{H}_z$$

Finalement, on est conduit à la relation suivante :

$$\vec{v} \propto \vec{H}$$

Comme le mouvement des bulles est décrit par la relation générale ci-dessous :

$$\vec{v} \propto \text{grad } p$$

où p est la pression locale dans le milieu liquide, on peut prévoir que les lignes isobares sont orthogonales aux lignes de \vec{v} , donc de \vec{H} , qui sont orthogonales aux lignes de champs électriques \vec{E} . Les lignes isobares se confondent avec les lignes de \vec{E} et on postule donc que :

$$\vec{p} \propto \vec{E} = \vec{E}_T$$

où \vec{E}_T est le champs électrique transversal, qui se confond avec le champs \vec{E} en mode TE_{mn} .

Les lignes de \vec{E} ont l'aspect théorique suivant (Fig.III-17) dans une section droite de guide (i.e. dans un plan horizontal), en bon accord avec les observations relatives aux groupements de bulles.

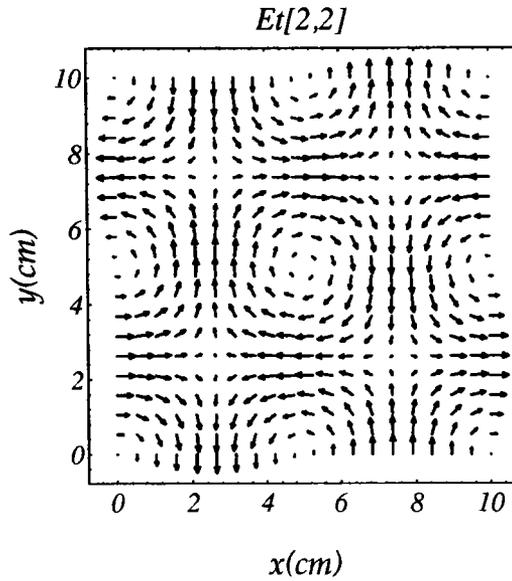


Fig.III-17. - Lignes de E_T en mode TE_{22} dans un plan horizontal.

De plus les conditions aux limites électriques se transposent alors sous la forme de vecteur pression perpendiculaire aux parois, (comme on pourrait s'y attendre) et surpression p nulle à l'interface eau-liquide, en accord avec les calculs approchés présentés plus haut.

Dans ces conditions, l'extrémité de la trajectoire en spirale des petites bulles, qui vont grossissant, correspond à une pression acoustique minimale, ce qui explique bien l'explosion inéluctable de la grosse bulle.

On peut enfin remarquer que l'impédance d'onde transverse du mode de propagation guidée est E/H_T dans un mode TE_{mn} et que ce rapport se transpose en p/v_T qui est l'impédance acoustique habituelle.

On conclut donc que l'analogie :

Pression acoustique	→	Champs électrique
Vitesse de bulle	→	Champs magnétique

permet une description originale et fondée des phénomènes de cavitation d'apparence stationnaire.

Remarque :

Les relations ci-dessus sont bien compatibles avec la première relation (11) car on écrit successivement :

$$\vec{v}_z = \text{rot } \vec{\psi} \propto \text{rot } \vec{E}_T$$

Sachant que, en mode TE_{mn} ,

$$\vec{E}_T \propto \text{rot } H_z$$

il vient :

$$\begin{aligned} \vec{v}_z &\propto \text{rot rot } H_z \\ &\propto - \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} \right) \vec{e}_z \end{aligned}$$

en bon accord avec l'équation de propagation de H_z qui est :

$$\left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} \right) + (\epsilon \mu \omega^2 - k) H_z = 0$$

ce qui montre que :

$$\vec{v}_z \propto \vec{H}_z$$

comme attendu.

Les analogies envisagées plus haut fournissent donc une bonne description des phénomènes observés; cependant l'analyse des instabilités échappe à cette analogie.

Chapitre IV

*Etude théorique de la dynamique
de la cavitation
et approche chaotique.*

I - Introduction :

Les problèmes de cavitation ultrasonore en médecine et dans l'industrie sont souvent un sujet de préoccupation. Cette cavitation est, en effet, presque toujours à l'origine de graves destructions. Bien que de gros progrès ont été réalisés, la théorie complète sur la cavitation reste à établir.

Avant d'aborder le fond du problème, il a semblé nécessaire de rappeler, dans une première partie, les principales définitions utilisées, ainsi que les notions de cavitation et les phénomènes qui y sont associés.

Dans une deuxième partie, nous aborderons les techniques utilisées pour la mesure et la visualisation de l'activité de cavitation, puis, ensuite celles plus complexes de la mesure de l'intensité acoustique. Cette étude permet de comprendre les difficultés rencontrées lors des travaux de recherche effectués précédemment.

Dans la troisième étape, on décrit les mécanismes susceptibles d'initier la cavitation et enfin, nous aborderons le problème très délicat de la dynamique des bulles faisant appel à la mécanique des fluides. Dans une dernière partie, nous terminerons par l'étude théorique de la pression d'explosion des bulles.

La dernière étape sera consacrée à la présentation des principes fondamentaux de la théorie du chaos qui, si elle a été introduite en mécanique des fluides, n'a jusqu'à présent jamais été mentionnée dans le domaine de la cavitation ultrasonore.

Dans ce chapitre, les calculs numériques et les figures présentées sont relatifs à de l'eau dont on donne tout de suite les paramètres caractéristiques à 20° C [7, 17, 36, 119] :

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, c = 1500 \text{ m/s}, p_{L0} = 10^{-1} \text{ MPa}, p_v = 2335 \text{ Pa}, \sigma = 7.2 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}, \\ \mu = 1.06 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s et } \gamma = 1.4.$$

II - Phénomènes associés à la cavitation :

L'implosion des bulles, en particulier les plus petites, peut causer des effets très destructifs sur les solides immergés et contribue aussi à modifier l'état du métabolisme des tissus et des cellules. Cette dernière modification est susceptible de présenter de l'intérêt en médecine comme en biologie expérimentale car on peut libérer des éléments constituant la cellule dans le milieu environnant tels que les chromosomes par exemple.

Les effets destructeurs de la cavitation tels que l'érosion et la dégradation des molécules, les effets biologiques et chimiques sont souvent attribués aux hautes températures et aux pressions développées pendant l'implosion des cavités sous un champ sonore intense.

Les phénomènes destructifs des ultrasons peuvent être attribués aux variations brutales de pression provoquées par la cavitation, aux points de températures très brèves et très intenses, à la formation de radicaux libres et aux décharges électriques des bulles. Toutefois, ces phénomènes qui dépendent, d'ailleurs, de la fréquence, de l'intensité, de la durée d'irradiation, de la pression et de la température sont encore mal élucidés.

II - 1 - Erosion :

Le facteur primaire associé à l'érosion des solides, dans un liquide cavitant, est l'effort mécanique provenant des mouvements des bulles et des instabilités à leurs surfaces [4, 18, 157]. L'érosion pourrait être due aux efforts mécaniques et thermiques considérables (pression de l'ordre de 10^3 atm et température d'environ 10^4 °C) créées par l'implosion des bulles. Cette érosion serait aussi due aux effets chimiques et électriques qui accompagnent l'écrasement des bulles et la production de l'onde de choc. Elle est plus grande dans l'eau que dans les liquides organiques à cause de la basse solubilité des gaz dans l'eau.

Par ailleurs, la cavitation délibérément provoquée joue un rôle important dans les applications industrielles, métallurgiques et chimiques des ultrasons. Parmi toutes ces applications, on peut citer le phénomène d'érosion utilisé dans

les fers à souder ultrasonores, le nettoyage par ultrasons, la préparation de métaux résistants tel que le nickel, la diminution de la vitesse de corrosion lorsque le métal est présent dans un liquide agité par ultrasons et de nombreux effets sonochimiques.

II - 2 - Réactions chimiques :

Si les effets mécaniques de la cavitation gazeuse sont moins importants, cette cavitation joue un rôle essentiel dans l'action chimique des ultrasons. Cette action disparaît lorsque le liquide est complètement dégazé.

Sous l'action de causes variées (rayons cosmiques, radioactivité, rayons UV, agitation thermique, ultrasons...), il se forme continuellement des ions dans les liquides. C'est d'ailleurs ces ions qui sont à l'origine de leur conductibilité. Dans le cas de l'eau, les molécules possèdent un moment dipolaire permanent. Ces moments dipolaires sont disposés en désordre en l'absence de champ extérieur. Quand on place ces molécules dans un champ sonore, il y a toujours un effet de déformation et un effet d'orientation sur les dipôles permanents. Pour une intensité sonore suffisante, il y a ionisation par choc des molécules neutres et création de nouveaux ions. Le nombre élevé des radicaux libres produits par la cavitation favorise leur recombinaison et formation d'eau oxygénée H_2O_2 [18, 150].

La cavitation est très utilisée dans l'initiation et l'accélération des réactions chimiques. Malheureusement, on ne sait pas très bien quel est l'élément essentiel de la cavitation susceptible de produire ces effets. Ces réactions seraient dues à l'élévation de température, à l'accroissement de pression, aux décharges électriques ou enfin à la dissociation de l'eau en ions qui accompagnent l'implosion des bulles. Le déroulement de ces réactions est influencé par la fréquence de travail, l'intensité sonore, la température du milieu et la durée d'irradiation. L'intensité sonore et le temps d'irradiation jouent le rôle le plus important car la vitesse des réactions croît linéairement avec le temps et avec l'intensité au-dessous d'un certain seuil. Au-delà de ce seuil, le rendement diminue; ceci est dû à l'élimination de l'air qui est nécessaire pour maintenir la vitesse de réaction à son maximum.

II - 3 - Luminescence :

La luminescence provient des hautes températures atteintes, qui provoquent l'incandescence des gaz, pendant l'oscillation des cavités stables et l'implosion des cavités transitoires. La cavitation stable émet une lumière dans le visible et la cavitation transitoire émet dans le violet et l'ultraviolet [15]. La luminescence est aussi due aux décharges électriques, à la dissociation des molécules en ions et à la recombinaison de ces derniers. Elle dépend de la pression acoustique, de la tension de surface, de la pression de vapeur, de la température et de la nature des gaz. Mais des désaccords entre les travaux publiés n'ont pas été expliqués [8, 10 - 11, 14 - 15, 21 - 23, 56].

II - 4 - Rupture des cellules vivantes et des macromolécules :

La cavitation *in vivo* est un processus compliqué et très difficile à caractériser [11]. Quelques auteurs n'excluent pas la possibilité d'existence de microbulles dans les tissus vivants et dans les écoulements sanguins animaux et humains [12 - 13]. Ces bulles existent certainement puisque ce sont elles qui servent de germes de nucléation et de précurseurs des symptômes dans les maladies de compression [27, 134 - 136]. Mais cette existence est controversée.

Un certain nombre d'observations montrent qu'il est possible d'obtenir une cavitation active dans le sang et les tissus biologiques sous l'effet d'une intensité sonore élevée. L'interprétation est difficile, mais il semblerait que les effets destructifs seraient dus à l'augmentation locale des températures et des pressions. Si le sang *in vitro* constitue le siège de cavitation, il paraît toutefois que les bulles sont inexistantes dans ce fluide en écoulement dans les conditions normales. Le sang est continuellement filtré et les particules qui peuvent servir de germes sont éliminées [138]. Ceci explique la difficulté d'obtenir la cavitation *in vivo* dans le sang et en particulier aux hautes fréquences utilisées en applications médicales [139]. Dans ce dernier travail, on a pu obtenir une hémolyse et libération d'histamine à partir des plaquettes sanguines à 25 kHz et non à 0.75 MHz. Mais ce fait ne signifie pas que cette cavitation est impossible. En effet, les tissus qui se trouvent dans un faisceau sonore intense et qui ne sont pas filtrés, comme le sang, pourraient être le meilleur endroit pour la

formation de cavités actives. Les travaux [12 - 14] ont mis en évidence des phénomènes de cavitation, mais on rencontre des ambiguïtés difficiles à résoudre car les observations quantitatives sont vagues et les effets thermiques peuvent masquer l'activité de cavitation.

La présence de cavités transitoires n'est pas une condition nécessaire à la rupture des membranes des cellules et des macromolécules. Aux pressions acoustiques faibles et inférieures au seuil de cavitation, l'écoulement induit par des cavités stables pulsantes serait à l'origine du mécanisme de dégradation. Ce mécanisme est souvent attribué aux effets de cisaillement au voisinage des bulles [11, 18, 30, 137]. Cette voie d'étude semble mériter une exploration complémentaire, en particulier, pour les applications qui pourraient en être faites en médecine.

III - Analyse des techniques utilisées pour la mesure et la visualisation de l'activité de cavitation :

La mesure de l'activité de cavitation permet d'obtenir des informations quantitatives sur les effets observés. Cette mesure exige la connaissance des mouvements des bulles. La méthode la plus utilisée est l'observation visuelle bien que la durée de vie d'une cavité transitoire est très faible et très difficile à discerner avec l'oeil. Par conséquent, l'observation visuelle est remplacée par d'autres méthodes telles que la photographie ultrarapide, les lasers ou les réactions chimiques. Ces techniques constituent des moyens de détermination des événements de cavitation. L'érosion et la détection d'ondes de pression générées par des bulles, au moyen d'un hydrophone, constituent des méthodes d'évaluation de l'activité de cavitation. Tous les effets caractéristiques ne peuvent, cependant, être obtenus.

III - 1 - Techniques optiques :

Les techniques lasers sont très bien adaptées à l'étude expérimentale des bulles isolées et de l'évolution des effets interactifs entre plusieurs bulles pulsantes à proximité les unes des autres. D'autre part, elles permettent l'étude de la formation d'amas à forte densité de particules et la mesure des vitesses et

des concentrations de ces particules dans un liquide cavitant. Toutefois, il est impossible d'isoler les bulles individuellement afin d'étudier leurs développements et ce malgré l'application des lasers.

Quant à l'holographie, contrairement à la photographie traditionnelle de résolution très basse, elle permet d'obtenir des données quantitatives comme le nombre et la taille des bulles [111, 151]. En effet, l'enregistrement et la restitution de l'image des objets par éclairage de l'hologramme avec la même onde de référence, permet d'obtenir les fréquences de résonance. Ce procédé est très utilisé dans l'étude des vibrations.

III - 2 - Cinématographie ultrarapide :

Etant donné la rapidité du développement des bulles et la valeur élevée de la vitesse de leur effondrement, des études utilisent les méthodes de cinématographie ultrarapide capables d'enregistrer une série d'images à des cadences de l'ordre de 10^6 par seconde [19, 53]. Ces méthodes permettent la détermination de l'évolution de la taille d'une bulle au cours du temps ainsi que son mouvement. Ce dernier est d'une grande importance lorsqu'il montre comment les cavités transitoires peuvent être générées à partir des cavités stables. Si une cavité stable est pulsante, alors toute augmentation relativement faible de la pression peut la transformer en cavité transitoire. Toutefois, la variation de la pression n'est pas le seul paramètre responsable de la génération des cavités transitoires. Pour une pression acoustique donnée, on s'attend à un changement de fréquence qui pourrait causer cette transformation.

III - 3 - Réactions chimiques :

Les réactions chimiques ont été souvent utilisées pour évaluer les conditions particulières de l'activité de cavitation. Parmi ces réactions, la libération d'iode à partir d'une solution d'iodure de potassium ou de sodium en présence d'amidon, est souvent utilisée dans l'étude pratique des effets de cavitation [40, 59 - 60]. Cette libération, qui ne peut s'effectuer en eau dégazée à cause de l'absence d'oxygène, est proportionnelle à l'intensité sonore

et augmente avec celle-ci. Les bulles de cavitation active s'accumulent aux ventres de pression et produisent des radicaux libres après implosion. Ceci confirme l'existence de régions de libération d'iode séparées d'une demi-longueur d'onde [152 - 153].

Certaines substances peuvent changer de couleur sous l'effet de chaleur. Ces changements permettent une visualisation du champ sonore et une connaissance de la température en des points inaccessibles par d'autres moyens. On peut citer l'iodure de mercure, dont la transformation est réversible et les jauges en papiers adhésifs qui permettent la conservation de la température. Les cristaux liquides d'autre part constituent des thermomètres à variation de couleur avec la température.

La détermination électrochimique des effets de cavitation est une nouvelle méthode qui s'est avérée efficace [67]. La mesure de la variation de la conductivité électrique du liquide en fonction de l'intensité ultrasonore permet d'évaluer l'activité de cavitation.

III - 4 - Mesure des germes de cavitation :

Le paramètre le plus important dans la cavitation ultrasonore est la distribution des tailles des germes qui est très difficile à contrôler. Dans les liquides ordinaires, ces tailles sont de l'ordre de 0.1 à 10 μm [5], quant à la concentration de particules solides dans l'eau, elle est de l'ordre de $50 \cdot 10^3$ à $100 \cdot 10^3 / \text{cm}^3$ [6]. Afin de déterminer le nombre de noyaux cavitants et surtout leurs dimensions, il existe plusieurs techniques de mesure, soit optiques, soit hydrodynamiques [69, 151]. La première technique par holographie présente l'avantage de la visualisation des particules mesurées, mais elle a l'inconvénient de ne pas différencier de manière fiable les particules solides des noyaux de cavitation. La seconde technique hydrodynamique des micro-venturi (compteur de germes à ogive centrale) ne mesure que les particules influant sur la cavitation. Elle présente, cependant, l'inconvénient de ne permettre une détermination précise de la dimension des noyaux qu'après mesure de la répartition interne de pression.

IV - Analyse des techniques utilisées pour la mesure de l'intensité acoustique :

Afin de conserver à ce sujet d'études son côté attractif, seul capable de stimuler l'intérêt des non physiciens pour ce type de recherches bien loin d'être closes, nous avons pris soins de rappeler les techniques importantes. Il faut toutefois savoir que tous les problèmes soulevés ne sont pas nécessairement résolus. Il résulte des considérations préliminaires que la mesure de l'intensité exige un appareillage sophistiqué et des méthodes normalisées et plus adaptées. Cette analyse permettrait de comprendre les difficultés rencontrées au passage d'une balance à un Laser.

IV - 1 - Mesures radiométriques :

Plusieurs appareils (balance, radiomètre, pendule de torsion, disque de Rayleigh...) ont été conçus sur la base de la pression de radiation pour la mesure de l'intensité sonore dans les liquides [41 - 52]. C'est à l'aide de la balance que de nombreuses recherches sur la propagation des ultrasons ont été exécutées. Cependant, le principal inconvénient de la méthode semble résider dans le fait que l'appareil de mesure perturbe considérablement le champ ultrasonore, et cela de manière difficilement accessible soit au calcul, soit à l'expérience. Avec n'importe quel type de radiomètre, les mesures absolues sont possibles en champ libre et la lecture maximale sera limitée à la valeur correspondante à la naissance de cavitation, car une importante dispersion et diffusion du faisceau se produit par suite des réflexions à l'interface des bulles. L'établissement d'ondes stationnaires entre la source et la cible altèrent l'impédance électrique d'entrée de l'émetteur et produit une puissance acoustique transmise différente de la valeur en champ libre. La génération de courant hydrodynamique et l'augmentation de la température par absorption constituent la source principale d'incertitudes dans les mesures.

Une voie s'offre pour pallier ces inconvénients. Elle consiste à utiliser un procédé dans lequel on puisse mesurer en différents points du champ sonore l'intensité de celui-ci sans en perturber la distribution. Sur cette idée, sont basés les nombreux travaux qu'ont provoqués les recherches [61, 63 - 66, 68] sur

l'interférométrie Laser ou ultrasonore. De nombreuses mesures ont déjà été exécutées par ces méthodes et les résultats publiés indiquent l'absence de perturbation.

IV - 2 - Mesures par hydrophones :

Les profils des faisceaux ultrasonores et la pression engendrée à l'effondrement des cavités peuvent être obtenus à partir de la tension de sortie d'un hydrophone à fibre optique qui fournit aussi des signaux qu'on analyse souvent en termes d'harmoniques, de sous-harmoniques et de bruit blanc [4, 30, 47, 51, 55, 61 - 62, 65, 68, 154]. Ces signaux sont des caractéristiques du type et de l'intensité de cavitation.

Les bulles de cavitation émettent des ondes sphériques et agissent comme sources secondaires du son. Cette émission acoustique, mesurée au moyen d'un hydrophone, est utilisée pour distinguer les cavités stables des cavités transitoires. L'augmentation soudaine de l'intensité des sous-harmoniques est attribuée à la cavitation transitoire. En régime de cavitation stable, le signal reçu est constitué seulement du fondamental. Lorsque le signal contient des harmoniques du fondamental, on les attribue à l'oscillation non-linéaire des bulles [154].

IV - 3 - Mesures thermométriques et calorimétriques :

L'utilisation des sondes thermométriques qui sont, contrairement aux hydrophones, omnidirectionnelles, s'est avérée efficace pour la mesure de l'augmentation des températures locales qui sont reliées à la distribution de l'énergie sonore [49, 55 - 58]. Les surfaces isothermiques sont des plans parallèles à la source. Les surfaces les plus chaudes sont les plans ventraux. Les thermomètres peuvent être employés en systèmes d'ondes stationnaires comme en ondes progressives, en champ proche ou lointain, en présence de cavitation ou en son absence. Leurs dimensions étant souvent très faibles, ce qui permet des mesures détaillées sans perturber le champ sonore. La réponse de ces sondes, qui est proportionnelle à l'intensité sonore, est fonction linéaire de la température.

Dans les mesures calorimétriques, on recueille sous forme de chaleur la totalité de l'énergie sonore émise par le transducteur. La chaleur mesurée est souvent modifiée par frottement en présence du mouvement du liquide [54].

V - Paramètres caractéristiques de la cavitation :

V - 1 - Le liquide :

L'état thermodynamique du liquide est représenté par sa pression ambiante et sa température. Sa compressibilité, spécifiée par la densité ou la vitesse des ultrasons en fonction de la pression, et sa conductivité thermique ont un grand effet sur la cavitation. La conduction de chaleur tend à diminuer la température et la pression dans une bulle et à augmenter la vitesse à l'effondrement. C'est ce qui explique la dépendance de la cavitation en température. Quand à la viscosité du liquide, elle joue probablement un rôle peu important dans la dynamique des bulles; elle tend cependant à minimiser la violence de l'implosion et retarde la croissance initiale des bulles en particulier à basse pression et haute fréquence.

Pour avoir une grande activité, il faut une basse viscosité, une haute tension de surface, une basse pression de vapeur et une grande vitesse de son. De très faibles altérations des paramètres intervenant dans la dynamique des bulles conduisent à des modifications très importantes de leurs structures et de leurs effets, en particulier au voisinage du seuil.

V - 2 - Croissance des germes :

Tous les liquides sous contrainte peuvent supporter certaines tensions avant leur rupture pour former de nouvelles phases. Ces tensions, qui sont des pressions absolues fortement négatives lorsque le liquide est pur (- 275 atm pour l'eau [18]), correspondent aux minima théoriques des courbes de Van der Waals représentées par des diagrammes thermodynamiques (pression, rayon). Dans la pratique, on peut produire une cavitation à des tensions beaucoup plus basses sans atteindre la tension de rupture. Les écarts ne peuvent donc s'expliquer que par la présence d'inhomogénéités ou de défauts locaux dans les propriétés du liquide.

La présence d'inhomogénéités dans le liquide est la condition nécessaire pour obtenir une cavitation à faible pression sonore. Ces inhomogénéités constituent des microbulles et sont souvent appelées des germes ou des spots fragiles. Ils sont petits, supposés sphériques, remplis de gaz ou de vapeur et sont libres de se déplacer. Par ailleurs leur spécification reste difficile. Ce modèle simple clarifie quelques phénomènes complexes associés à la cavitation acoustique qui est évidemment générée par des germes en équilibre quasi-statique avec le liquide. Ces germes se mettent en mouvements variés sous un champ sonore intense. Ils peuvent pulser, osciller, se décontracter à une taille maximum et s'effondrer ensuite violemment.

La persistance des germes dépend de la diffusion rectifiée du gaz [9 - 12, 19, 27]. C'est Blake qui, le premier, a décrit le comportement de cavités remplies de gaz par un processus de diffusion rectifiée [20]. Pendant le demi-cycle positif de pression, le gaz diffuse à l'extérieur de la cavité et pendant le demi-cycle négatif, le gaz retourne dans celle-ci. Cependant comme l'aire de la bulle est plus grande pendant le demi-cycle négatif et que l'oscillation est asymétrique au cours de plusieurs cycles, il y a finalement une rentrée de gaz. Ce processus explique la croissance des bulles remplies de gaz sous l'effet des ultrasons. Il faut noter par ailleurs que la diffusion rectifiée est un phénomène lent et plusieurs cycles du champ sonore sont nécessaires pour causer un changement appréciable dans la taille du germe.

Toutefois, les bulles gazeuses disparaissent au cours du temps sous l'effet de la tension de surface et les sites de nucléation sur des périodes longues seraient constitués de particules solides. Des poches d'air seraient piégées dans des endroits creux sur ces particules et les bulles peuvent être générées quand la pression est réduite.

La cavitation peut être empêchée par désactivation des germes. Cette dégermination s'obtient en soumettant le liquide, qui peut être facilement cavité, à une haute pression pendant un temps court. La résistance du liquide à la cavitation augmente dans ce cas comme dans le cas d'une dégermination au moyen des ultrasons ou par une longue ébullition préalable.

V - 3 - Le champ sonore :

Le champ sonore est spécifié par sa fréquence, sa pression, par les caractéristiques de la source sonore et des frontières du liquide. La pression du champ sonore doit croître jusqu'à une certaine valeur minimale avant d'observer les effets de cavitation. Cette valeur, dénommée seuil, dépend de la pression ambiante, de la teneur en gaz, de la température, de la pression de vapeur, de la viscosité et de la fréquence sonore. La cavitation nécessite des intensités ultrasonores d'autant plus fortes que la fréquence est plus élevée.

VI - Dynamique des bulles :

Le mécanisme de cavitation a déjà été étudié en 1754 par Euler. Rayleigh [141] en a donné la théorie et il a pu montrer qu'une cavité ayant pris naissance dans un liquide, lorsque les conditions sont telles qu'elle disparaît, des pressions de plusieurs milliers d'atmosphères sont développées localement pendant un temps très court. La production des champs de bulles modifie les propriétés du liquide. L'interaction de ces bulles avec le champ sonore étant complexe [156 - 157], il est donc préférable d'étudier des modèles de bulles sphériques isolées. Le plus simple est celui de Rayleigh dans lequel la pression à l'intérieur de la bulle est inférieure à la pression ambiante. Par sa définition, la cavité de Rayleigh s'effondre par conséquent immédiatement. Il est évident toutefois que la cavitation est générée par des germes qui sont en équilibre quasi-statique avec le liquide. Sous l'effet du champ sonore, ces germes peuvent croître jusqu'à une taille maximale et s'effondrent ensuite rapidement.

Dans la cavitation acoustique, la propriété la plus importante et observable est le mouvement des bulles. Peu de travaux ont été effectués sur les problèmes plus compliqués de bulles gazeuses ou de vapeur se déplaçant en champ sonore. Le champ de bulles générées par le son peut être caractérisé de deux façons : au moyen des effets physiques causés ou au moyen des mouvements eux-mêmes. La première méthode ne nécessite par la connaissance du mouvement individuel des bulles. La seconde, par contre, exige une description de ce mouvement tout au moins de quelques bulles.

L'étude du mouvement d'une grande quantité de bulles sous l'effet d'un

champ sonore intense, se propageant au sein d'un liquide, pose de grandes difficultés à cause d'un grand nombre de résonances possibles (principale, harmoniques, sous-harmoniques et ultra-harmoniques) qui apparaissent lorsque le rapport de la fréquence sonore à la fréquence de résonance propre de chaque bulle est un nombre rationnel.

VI - 1 - Variation temporelle de la taille des bulles :

La description du mouvement d'une cavité sphérique sous l'influence d'un champ sonore est un problème théorique de grande complexité. Ce mouvement peut s'obtenir des équations de l'hydrodynamique par approximations. Les calculs, basés sur les modèles mathématiques des oscillations des cavités gazeuses isolées permettent la prédiction des seuils de cavitation. Mais ces modèles sont purement approximatifs et ne font en rien intervenir les paramètres du liquide qui doivent jouer un rôle primordial dans les propriétés du mouvement.

Nous utilisons dans tout ce qui suit les notations suivantes :

R_0 : rayon initial de la bulle.

$R(t)$: rayon instantané de la bulle.

p_{L0} : pression hydrostatique externe.

$p_L(t)$: pression dans le liquide à l'interface de la bulle.

$p_\infty(t)$: pression dans le liquide loin de la bulle.

$p_a(t)$: pression sonore.

p_v : pression de vapeur du liquide.

p_0 : pression du gaz dans la bulle quand $R = R_0$.

ρ_0 : densité du liquide.

σ : tension de surface de l'interface liquide-gaz.

μ : viscosité dynamique du liquide ou viscosité de cisaillement.

γ : rapport des chaleurs spécifiques du gaz dans la bulle.

H : enthalpie du liquide à l'interface.

c : vitesse du son dans le liquide.

$U = dR/dt$: vitesse de la paroi de la bulle ou vitesse radiale.

Afin de faciliter cette étude, nous supposons que :

a-La vitesse du son dans le liquide est constante, ce qui surestimerait l'effet de la compressibilité.

b-La conduction thermique, la diffusion gazeuse, la condensation, l'évaporation et le mouvement de translation des bulles sont ignorés.

c-La pression dans la bulle est uniforme dans l'espace et dépend du temps.

d-La bulle oscille dans un milieu infini, c'est-à-dire qu'elle préserve la symétrie sphérique par rapport à son centre.

Sous ces hypothèses, le mouvement de l'interface d'une cavité peut être décrit par quatre approximations [7, 9, 18, 21, 30 - 32, 36 - 38]. La première est l'approximation incompressible, appelée souvent équation de Rayleigh-Plesset, dans laquelle la densité du liquide est supposée constante et la vitesse du son est infinie. Cette approximation fournit des informations sur les cavités stables pour des amplitudes d'oscillations faibles. L'importance de ce modèle réside dans la possibilité de l'appliquer au problème de la prédiction de la durée de vie des bulles. L'équation de Rayleigh-Plesset s'écrit :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} [p_L(t) - p_\infty(t)]$$

La deuxième est l'approximation acoustique ou de Herring modifiée dans laquelle la vitesse du son est finie et constante. Elle donne plus d'informations sur les cavités stables. Toutefois, il faut connaître l'entropie du gaz et d'ailleurs d'autres paramètres afin d'obtenir la solution du problème. A l'effondrement, cette approximation n'est plus valable et le mouvement doit être décrit en tenant compte de la compressibilité du liquide.

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} [p_L(t) - p_\infty(t) + \frac{R}{c} \left(1 - \frac{U}{c} \right) \frac{dp_L(t)}{dt}]$$

L'approximation de Herring décrit le mouvement des cavités transitoires qui se développent dans un liquide dont la vitesse du son est finie et constante. Elle fournit une vitesse infinie de l'interface de la bulle, ce qui implique une augmentation infinie de l'énergie dans un liquide incompressible. Cette énergie reste, cependant, finie dans un liquide compressible.

$$\frac{dU}{dt} \left(1 - 2 \frac{U}{c} \right) + \frac{3}{2R} U^2 \left(1 - \frac{4}{3} \frac{U}{c} \right) = \frac{1}{\rho_0 R} [p_L(t) - p_\infty(t) + \frac{R}{c} \left(1 - \frac{U}{c} \right) \frac{dp_L(t)}{dt}]$$

C'est l'approximation de Gilmore ou de Kirkwoode-Bethe qui décrit la phase finale de l'effondrement des cavités transitoires dans un liquide où la vitesse du son est, cette fois, fonction du mouvement. Ce modèle est irremplaçable pour l'étude des ondes de choc et la propagation d'ondes de pression intense.

$$\frac{dU}{dt} \left(1 - \frac{U}{c} \right) + \frac{3}{2R} U^2 \left(1 - \frac{U}{3c} \right) = \frac{H}{R} \left(1 + \frac{U}{c} \right) + \frac{1}{c} \left(1 - \frac{U}{c} \right) \frac{dH}{dt}$$

Les deux premières approximations sont utilisées dans les liquides incompressibles. Les deux dernières sont appropriées pour représenter les mouvements de cavités dans les liquides compressibles. La deuxième et la troisième tiennent compte de la conduction thermique et de la viscosité. Seule la quatrième néglige la tension de surface.

Aux pressions acoustiques modérées, les cavités sont sensiblement stables et leur mouvement est décrit par une équation différentielle du premier ordre si la vitesse de l'interface est faible devant la vitesse du son dans le liquide. Dans ce cas, on peut utiliser l'approximation du liquide incompressible dans lequel on suppose que le son se propage avec une vitesse finie.

On suppose que pendant l'oscillation, les bulles gazeuses maintiennent leurs formes sphériques. Le transfert de chaleur et de masse à travers l'interface, la viscosité sont ignorés et la compression des gaz est supposée adiabatique. Dans ce cas, le mouvement de la cavité est non dissipatif et il est décrit par l'équation :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} [p_L(t) - p_\infty(t)]$$

avec :

$$p_L(t) = p_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} + p_v - \frac{2\sigma}{R}$$

$$p_\infty(t) = p_{L0} + p_a(t)$$

où p_0 est la pression initiale dans la cavité quand $R = R_0$. On aura pour une cavité gazeuse :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} \left[(\rho_{L_0} + \frac{2\sigma}{R_0} - \rho_v) \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} + \rho_v - \frac{2\sigma}{R} - \rho_{L_0} \right]$$

Après application de la pression acoustique, nous aurons :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} \left[(\rho_{L_0} + \frac{2\sigma}{R_0} - \rho_v) \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} + \rho_v - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu U}{R} - \rho_{L_0} - p_a(t) \right]$$

S'il n'y a pas de transfert de chaleur à l'interface de la bulle pulsante, ses contenus sont comprimés adiabatiquement. Dans le cas contraire, toute l'énergie est conduite ailleurs et les contenus de la bulle sont comprimés isothermiquement. Dans ce dernier cas, il faut prendre $\gamma = 1$.

Remarque :

A l'interface d'une cavité, l'accélération dU/dt est la somme de deux termes :

1 - terme dû à l'inertie :

$$F_1 = - \frac{3U^2}{2R}$$

2 - terme dû à la somme des pressions en négligeant $p_a(t)$:

$$F_2 = \frac{1}{\rho_0 R} \left[\rho_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 + \rho_v - \rho_{L_0} - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu U}{R} \right]$$

Lorsque les deux termes sont égaux, la pression correspondante est théoriquement égale à la pression acoustique seuil qui conduit à l'apparition de cavités transitoires.

Pour des cavités stables, aux faibles rayons, le mouvement est régi par le terme d'inertie. Par contre dans le cas de cavités transitoires, le mouvement est régi par le terme dû à la somme des pressions.

VI - 2 - Simplification de la première approximation :

De la première approximation du liquide incompressible, en développant $1/R$ en série de Taylor autour de R_0 en posant $R = R_0 + r$ avec $r \ll R_0$, on obtient l'équation différentielle linéaire si l'on suppose que $p_a(t)$ est faible. On écrit :

$$\frac{1}{R} \approx \frac{1}{R_0} - \frac{r}{R_0^2}$$

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} \approx 1 - \frac{3\gamma r}{R_0}$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \omega_0^2 r = \frac{P_a}{\rho_0 R_0} \sin(\omega t) \sin(kz)$$

où l'on pose :

$$\omega_0^2 = \frac{3\gamma \left(\rho_{L_0} + \frac{2\sigma}{R_0} - \rho_v \right) - \frac{2\sigma}{R_0}}{\rho_0 R_0^2}$$

dont les solutions pour $\omega \neq \omega_0$ et pour $\omega = \omega_0$ s'écrivent respectivement :

$$r(t) = \left[\frac{P_a}{\rho_0 R_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} \right] \left[\sin(\omega t) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right]$$

$$r(t) = \left[\frac{P_a}{2 \rho_0 R_0 \omega^2} \right] \left[\sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t) \right]$$

Dans le cas où $\omega \neq \omega_0$, le mouvement est la somme de l'oscillation libre et de l'oscillation forcée. L'amplitude d'oscillation est à peu près constante dans le temps pour des tailles initiales faibles. Lorsque R_0 croît, il y a apparition tout d'abord de hautes fréquences au voisinage des crêtes puis petit à petit le signal se déforme pour devenir ensuite périodique quand la taille initiale prend encore des valeurs supérieures.

On constate que le mouvement instable se produit à des fréquences supérieures aux fréquences de résonance linéaire associées au champ sonore. Sur les figures (IV-1a et IV-1b), la cavité est pulsante à ses fréquences libres jusqu'à ce que son rayon devient supérieur à environ $2 R_0$ et s'effondre ensuite comme cavité transitoire. Les cavités transitoires se produisent quand la pression instantanée dans le liquide diminue de façon à ce que les germes ne peuvent rester stables simplement par augmentation de leurs volumes.

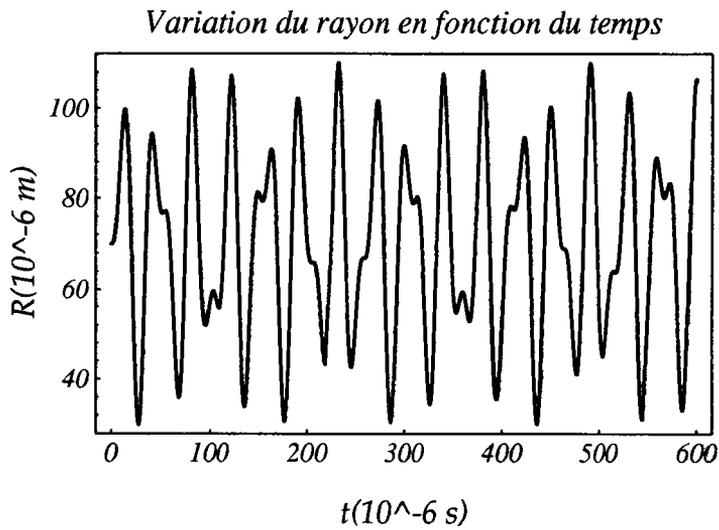


Fig.IV-1a. - Variation de $R(t)$ pour $R_0=70 \mu\text{m}$ ($\omega > \omega_0$) et $P_{L0}=P_a=10^5 \text{ Pa}$.

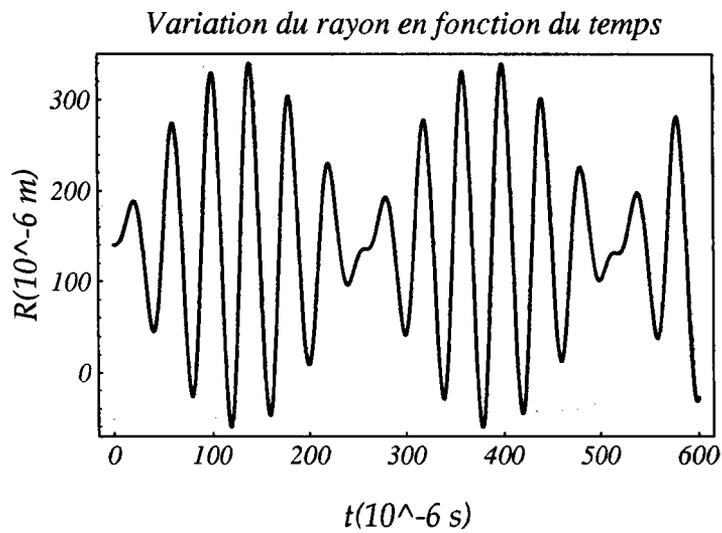


Fig.IV-1b. - Variation de $R(t)$ pour $R_0=140 \mu\text{m}$ ($\omega < \omega_0$) et $P_{L0}=P_a=10^5 \text{ Pa}$.

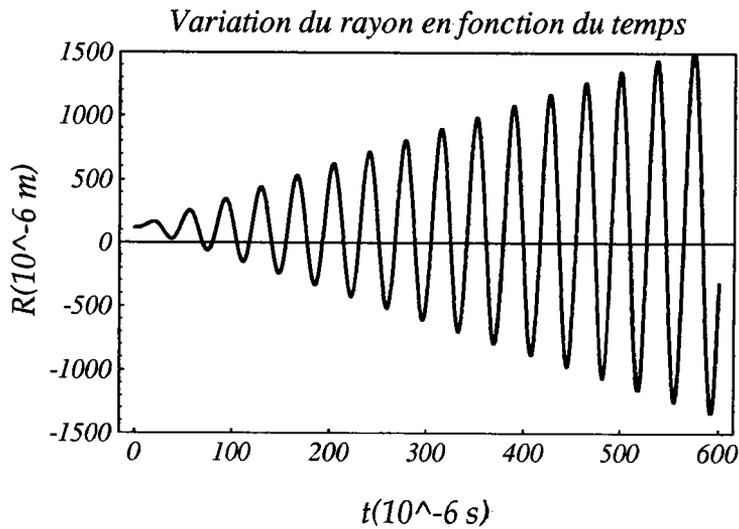


Fig.IV-2. - Variation de $R(t)$ à la résonance ($\omega_0 = \omega$).

On remarque, dans ce cas qui correspond à la résonance où $\omega = \omega_0$, que l'amplitude de l'oscillation augmente avec le temps. Ce cas très important dans la pratique montre comment les cavités stables peuvent devenir transitoires.

VI - 3 - Tailles critiques et prédiction des seuils de cavitation :

Si R_0 est le rayon du germe en équilibre stable à la pression p_{L0} , par changement de pression p_L , la condition d'équilibre d'un germe de rayon R dans des conditions isothermiques est :

$$p_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 + p_v = p_L + \frac{2\sigma}{R}$$

avec :

$$p_0 = p_{L0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_0}$$

Cette condition d'équilibre peut être facilement obtenue (en ignorant la viscosité) à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset dans laquelle l'évolution est supposée suffisamment lente pour que les dérivées temporelles soient négligeables.

On écrit alors :

$$p_{\infty} = p_L = (p_{L0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_0}) \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 + p_v - \frac{2\sigma}{R}$$

L'application du critère $dp_{\infty} / dR = 0$ met en évidence le rayon critique du germe de cavitation qui sera en équilibre, soit :

$$R = R_c = \sqrt[3]{3 \left(p_{L0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \frac{R_0^3}{2\sigma}}$$

La substitution de R_c dans la condition d'équilibre précédente conduit à la pression critique $p_{\infty c}$ correspondant à l'apparition de la cavitation. Cette pression critique dépend de la pression de vapeur, de la pression hydrostatique, de la tension de surface et de la taille initiale. Elle s'écrit :

$$p_{\infty c} = p_v - \frac{4\sigma}{3R_c}$$

soit :

$$p_{\infty c} = p_v - \frac{4\sigma}{3R_c} = p_v - \frac{4\sigma}{3} \sqrt[3]{\frac{2\sigma}{3 \left(p_{L0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_0} \right) R_0^3}}$$

Nous reportons sur le tableau suivant les valeurs numériques du rayon et de la pressions critiques lorsque l'on fait varier la taille initiale d'une bulle dans l'eau à 20°C où $\sigma = 0.072$ N/m , $p_{L0} = 10^5$ Pa et $p_v = 2335$ Pa.

$R_0(\mu\text{m})$	5	10	20	30	40	50
$R_c(\mu\text{m})$	18.15	48.32	132.20	240.07	367.45	511.70
$p_{\infty c}(\text{Pa})$	-2954.25	348.24	1608.83	1935.12	2073.74	2147.40

Variation du rayon et de la pression critiques avec le rayon initial.

Lorsque la pression statique p_L est inférieure à p_v , le germe sera en équilibre stable seulement pour des rayons inférieurs au rayon critique R_c . Tout germe dont R est supérieure à R_c ne peut être en équilibre et devient

instable par augmentation de son volume sans limite. Quand le rayon devient suffisamment petit, la pression interne s'accroît plus vite que la pression dans le liquide. Les bulles sont donc instables et ne peuvent que disparaître très rapidement. La diminution du rayon se produit surtout lorsque les bulles passent dans une région de pression croissante.

Pour une valeur de R égale à R_c , la pression passe par une valeur p_c inférieure à p_v qui sépare la courbe en deux régions : En deçà de ce point, il y a stabilité, c'est-à-dire que si la pression croît, la dimension de la bulle diminue et réciproquement. Au-delà au contraire, c'est une région instable. Quand on atteint la pression critique, la taille des bulles s'accroît sans aucune limite. C'est la vaporisation proprement dite.

La courbe pression-rayon est du type représenté sur la figure (IV-3). Pour de petites valeurs du rayon R , on a une forte pression. Quand R augmente au-delà, la pression atteint un minimum qui correspond à une pression absolue fortement négative et tend ensuite vers la pression de vapeur.

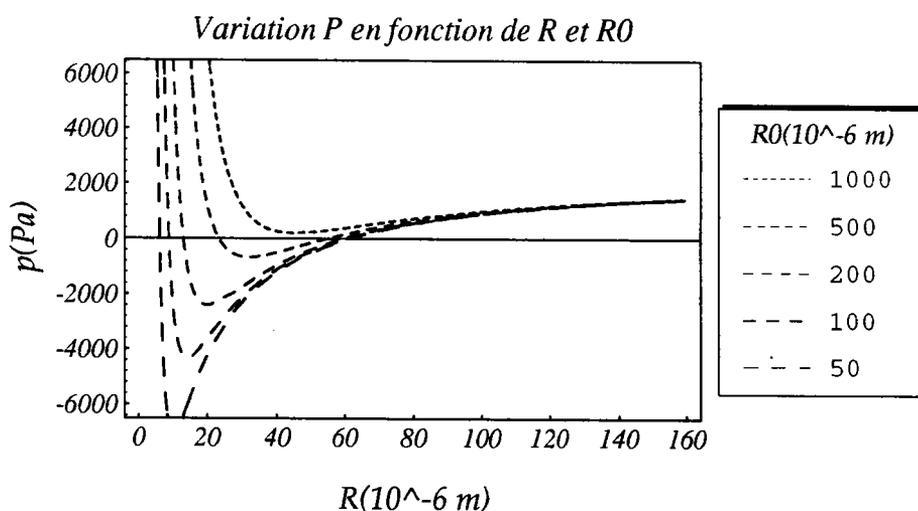


Fig.IV-3. - Effet de la taille initiale sur la variation de la pression avec R .

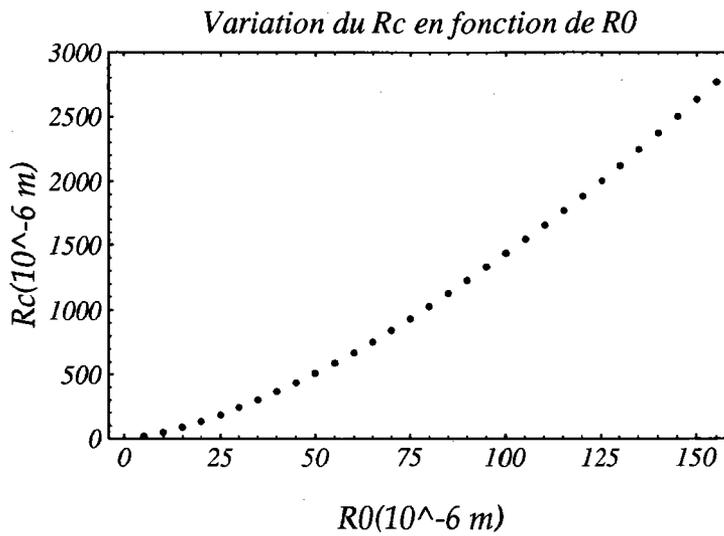


Fig.IV-4. - Variation du rayon critique avec la taille initiale.

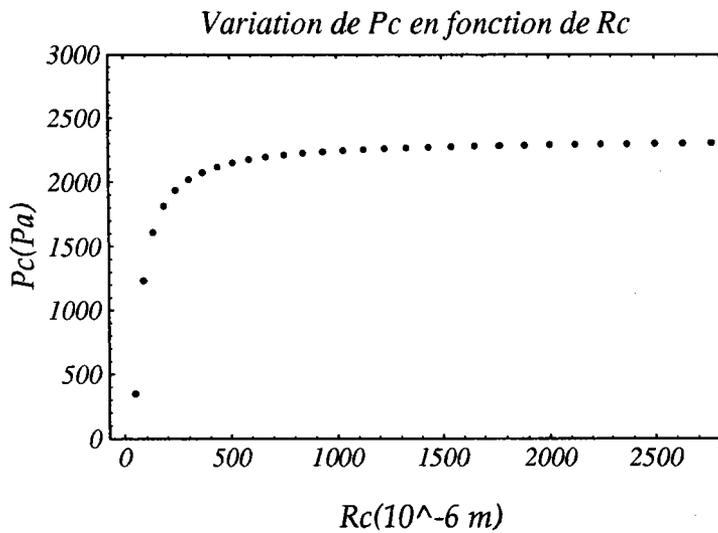


Fig.IV-5. - Variation de la pression critique avec le rayon critique.

On remarque sur les figures (IV-4 et IV-5) que le rayon critique R_c et la pression critique p_c augmentent avec la taille initiale R_0 . Lorsque R_0 devient très grand, de l'ordre de 100 μm , la pression critique tend pratiquement vers la pression de vapeur du liquide.

Dans la dernière partie de ce paragraphe, on s'intéresse au problème de la détermination de la pression acoustique minimale nécessaire à la génération du

champ de bulles. Cette pression doit croître jusqu'à une certaine valeur avant d'observer le phénomène de cavitation. Cette valeur de seuil, pour un liquide donné, dépend de plusieurs facteurs, le plus important est la distribution des tailles des germes.

Après application d'une pression sonore d'amplitude P_a , la condition d'équilibre devient :

$$\rho_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 + p_v = -P_a + p_{L_0} + \frac{2\sigma}{R}$$

Par calcul analogue, on peut obtenir la pression acoustique critique dénommée seuil de Blake [6, 18] qui permet à une microbulle de croître de R_0 jusqu'à R_c , soit :

$$P_{a \text{ seuil}} = p_{L_0} - p_v + \frac{4\sigma}{3} \sqrt{\frac{2\sigma}{3 \left(p_{L_0} - p_v + \frac{2\sigma}{R_0} \right) R_0^3}}$$

Lorsque la variation de pression est faible, on atteint la pression de vapeur du liquide qui, à ce moment passe à l'état vapeur. La limite supérieure de cette pression est la pression hydrostatique du liquide c'est-à-dire pratiquement la pression atmosphérique. Dans ce cas, l'intensité acoustique maximale en ondes progressives est :

$$I_{\max} = \frac{P_{\max}^2}{2 \rho_0 c_0} = \frac{1}{3} \quad (\text{en W/cm}^2)$$

VI - 4 - Fréquence de résonance des bulles :

De la première approximation, nous avons :

$$\omega_0^2 = \frac{3 \gamma \left(p_{L_0} + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) - \frac{2\sigma}{R_0}}{\rho_0 R_0^2}$$

En négligeant l'effet de la tension de surface et de la viscosité dont le rôle est peu important aux faibles pressions acoustiques, on obtient la fréquence de résonance des bulles libres sous pression ambiante. Les fréquences de résonance sont surestimées car on ne tient pas compte des paramètres caractéristiques du liquide (viscosité, inertie, tension de surface ...). Elles varient par ailleurs avec la pression ambiante [6, 9, 13, 21, 39].

Dans le cas de petites bulles et / ou basses fréquences, le mouvement est supposé isothermique car la conduction de la chaleur joue un grand rôle dans les effets de dissipation et la fréquence de résonance s'écrit :

$$\omega_0^2 \approx \frac{3\rho_{L0}}{\rho_0 R_0^2}$$

soit pour des bulles d'air dans l'eau : $f_0 R_0 \cong 2.75 \text{ Hz.m}$ et si $R_0 = 5 \text{ }\mu\text{m}$, alors on aura $f_0 \cong 551.3 \text{ kHz}$.

Dans le cas de grosses bulles et / ou hautes fréquences, le mouvement est supposé adiabatique et la fréquence de résonance s'écrit dans ce cas :

$$\omega_0^2 \approx \frac{3 \gamma \rho_{L0}}{\rho_0 R_0^2}$$

soit pour des bulles d'air dans l'eau : $f_0 R_0 \cong 3.26 \text{ Hz.m}$ et si $R_0 = 5 \text{ }\mu\text{m}$, alors on aura cette fois-ci $f_0 \cong 652.3 \text{ kHz}$.

En réalité, le mouvement est constitué du mouvement libre, du mouvement forcé et d'harmoniques des deux. La chaleur doit être transférée pendant le mouvement et ω_0 se trouve entre ces deux cas extrêmes.

De la loi des gaz parfaits on peut écrire [39] :

$$\rho_{L0} R_0^3 \gamma = k T$$

$$R_0 = (k T)^{\frac{1}{3\gamma}} \rho_{L0}^{-\frac{1}{3\gamma}}$$

où k est une constante.

Le report de R_0 dans l'expression de ω_0 donne alors immédiatement :

$$f_0 = \frac{1}{2 \pi (k T)^{\frac{1}{3\gamma}}} \sqrt{\frac{3\gamma}{\rho_0}} \rho_{L0}^{\frac{3\gamma+2}{6\gamma}}$$

soit :

$$f_0 = \text{constante} \rho_{L0}^{\frac{3\gamma+2}{6\gamma}}$$

Les fréquences de résonance s'écrivent donc respectivement dans les deux cas précédents, c'est-à-dire pour les petites bulles ($\gamma = 1$) et les grosses bulles ($\gamma = 1.4$), comme suit :

$$f_0 = \text{constante } \rho_{L0}^{\frac{5}{6}}$$

$$f_0 = \text{constante } \rho_{L0}^{\frac{31}{42}}$$

Si l'on fait varier ρ_{L0} , la fréquence de résonance varie à cause de la variation de la taille correspondante. La mesure de la variation de la pression ou de celle de la fréquence de résonance permet d'obtenir la variation des tailles des bulles.

VI - 5 - Pression et vitesse théoriques d'explosion :

Le problème de base de la cavitation acoustique est la détermination de la distribution des pressions dans le fluide. Aucun progrès n'est possible sans faire des hypothèses concernant la forme initiale des bulles et les forces responsables pour les maintenir. Il faut bien reconnaître que, même avec les moyens de calcul modernes, cette étude ne pourrait être menée à bien et on doit utiliser des approximations.

Nous ne cherchons pas à découvrir ce qui se passe dans le voisinage des bulles, où les lois sont, sans doute extrêmement compliquées, et où la forme des interfaces et d'autres paramètres doivent avoir une influence notable. Cependant, nous sommes amenés à estimer la pression maximale atteinte lors de l'implosion des bulles. Une limite supérieure peut être obtenue en supposant que le mouvement est soit adiabatique soit isothermique et que la pression ambiante est fixe. Dans l'un et l'autre cas, on s'aperçoit que les résultats dépendent de la pression acoustique.

A l'effondrement, le mouvement devient violent et peut être décrit en tenant compte de la compressibilité du liquide, de sa viscosité, de la conduction de la chaleur et de la tension de surface.

L'évaporation et la condensation, qui sont des processus rapides, peuvent altérer la composition des cavités [108]. Toutefois, une cavité qui croît seulement de quelques fois sa taille initiale ne serait probablement pas affectée par ces processus et contiendrait, à basse température, plus de gaz que de vapeur. Dans cette cavité, supposée gazeuse, la quantité relative de gaz et de

vapeur reste sensiblement fixe pendant la pulsation. Il n'en est pas de même pour une cavité de vapeur dans laquelle la quantité relative de gaz et de vapeur peut varier mais la pression de vapeur est maintenue à sa valeur d'équilibre.

La pression dans une cavité gazeuse de rayon R_0 , à une température et une pression ambiantes, est donnée par :

$$p_c(t) = p_g(t) + p_v(t) = p_{L0} + \frac{2\sigma}{R_0}$$

Pour une cavité de vapeur on aura :

$$p_c(t) = p_g(t) + p_v$$

A l'effondrement, on peut estimer la pression en égalisant le travail des forces de pression $1/2 p \delta V$ à l'énergie cinétique $1/2 \rho_0 V U^2$ où V désigne le volume de la bulle au moment de l'implosion.

$$p = \rho_0 U^2 \frac{V}{\delta V} = \frac{2}{3} (p_{L0} - p_c) \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] \frac{V}{\delta V}$$

avec :

$$p = \beta \frac{\delta V}{V}$$

où β est le module d'élasticité du liquide (l'inverse du coefficient de compressibilité) qui est de 2200 MPa pour l'eau et 1200 MPa pour l'alcool éthylique, on obtient :

$$p^2 = \frac{2}{3} (p_{L0} - p_c) \beta \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right]$$

Cette expression est intéressante car elle fait intervenir p_{L0} dont l'influence se fait sentir pour des valeurs élevées. Elle nous paraît satisfaisante dans la mesure où elle tient compte de la compressibilité du milieu.

Cette pression atteint la limite que le liquide peut supporter avant sa rupture pour former une nouvelle phase stable ($\cong - 275$ atm pour l'eau) pour des rapports R_0/R voisins de 2.

On remarquera que d'après la formule précédente, le carré de la pression p^2 devient infini à l'interface de la bulle pour R tendant vers zéro. Ceci ne correspond évidemment pas à la réalité, mais constitue une singularité mathématique due aux hypothèses d'un milieu incompressible.

En supposant une compression isothermique et en négligeant la viscosité du liquide, on aura l'équation de Rayleigh-Plesset :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{3}{2R} U^2 = \frac{1}{\rho_0 R} [p_L(t) - p_\infty(t)]$$

pour $p_L = p_c$ et $p_\infty = p_{L0}$, la solution s'écrit en posant $p_c = \text{constante}$:

$$U^2 = \frac{2}{3} \left| \frac{p_{L0} - p_c}{\rho_0} \right| \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right]$$

La vitesse U atteint celle du son dans le liquide et dans le gaz pour des rapports R_0/R respectivement voisins de 32 et de 12.

On peut retrouver l'expression de U^2 en égalisant l'énergie cinétique due au déplacement du liquide avec la variation de l'énergie potentielle des forces de pression.

$$E_c = 2\pi \rho_0 R^3 U^2$$

$$dE_p = \frac{4}{3} \pi (p_{L0} - p_c) (R_0^3 - R^3)$$

Les solutions des deux approximations de Herring et de Gilmore s'écrivent [18] respectivement pour une cavité de vapeur où $p_v = p_c$:

$$U^2 = \frac{2}{3} \left| \frac{p_{L0} - p_c}{\rho_0} \right| \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right] \left[1 - \frac{4}{3} \frac{U}{c} \right]^{-1}$$

$$U^2 = \frac{2}{3} \left| \frac{p_{L0} - p_c}{\rho_0} \right| \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 \left(1 - \frac{1}{3} \frac{U}{c} \right)^{-4} - 1 \right]$$

Lorsqu'à l'effondrement R tend vers zéro, U^2 tend vers l'infini, ce qui implique une augmentation infinie d'énergie dans un milieu incompressible. Cette énergie reste, cependant, finie dans un liquide compressible.

Au cours de la phase initiale de l'effondrement, le liquide exerce un travail sur la cavité. Une partie de ce travail est retournée au liquide conduction de chaleur ou par condensation de vapeur à l'interface. Ces deux mécanismes pourraient participer à la fois pour transférer l'énergie à l'extérieur de la cavité.

VI - 6 - Durée de vie des bulles :

L'importance de l'équation de Rayleigh-Plesset réside dans la possibilité de l'appliquer au problème de la durée de vie des bulles. En négligeant la pression de gaz et en prenant $p_{\infty} = p_{L0}$, on peut écrire :

$$\frac{dR}{dt} = - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{L0} - p_c}{\rho_0} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right]}$$

En posant :

$$x = \frac{R}{R_0}$$

on peut écrire puisque le rayon diminue au cours du temps :

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_{L0} - p_c}{\rho_0} \left[\frac{1 - x^3}{x^3} \right]}$$

ce qui permet d'exprimer de la durée de vie τ :

$$\tau = - R_0 \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\rho_0}{p_{L0} - p_c}} \int_0^1 \sqrt{\frac{x^3}{1 - x^3}} dx$$

La dernière intégrale s'écrit :

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{x^3}{1 - x^3}} dx = 0.746834$$

On obtient finalement :

$$\tau = 0.915 R_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{p_{L0} - p_c}}$$

En conclusion de cette partie, on remarque que le temps nécessaire à l'implosion d'une bulle de vapeur dépend non seulement de la pression hydrostatique et de la pression de vapeur mais surtout de la taille initiale. Plus cette taille est grande, plus la durée de vie est élevée.

VII - Calcul de la pression nécessaire au piégeage des bulles :

On a réalisé depuis longtemps que des bulles d'air peuvent être piégées dans un liquide par un champ d'ondes acoustiques stationnaires [1, 3, 5, 142 - 145, 152]. Ces ondes exercent une force acoustique moyenne qui pousse les

bulles vers un ventre de pression de l'onde stationnaire. Cette force est maximum dans une position située à mi-distance d'un plan ventral et d'un plan nodal et devient nulle dans ces plans [146].

Lorsque la taille d'une bulle sphérique est faible devant la longueur d'onde, la moyenne temporelle de la force qui s'exerce sur elle par une onde sonore stationnaire est le produit de son volume par le gradient négatif de la pression acoustique. On écrit [33 - 35] :

$$F_a = - \langle V(t) \overrightarrow{\text{grad}} p_a(r, t) \rangle$$

Aux faibles pressions, la bulle est pulsante et son rayon oscille, souvent non-linéairement, autour de sa valeur d'équilibre R_0 .

Pour $\omega \neq \omega_0$, on a :

$$R(t) = R_0 \left[1 + \frac{P_a \sin(kz)}{\rho_0 R_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)} \right] \left[\sin(\omega t) - \frac{\omega}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right]$$

Pour $\omega = \omega_0$, on a :

$$R(t) = R_0 \left[1 + \frac{P_a \sin(kz)}{2 \rho_0 R_0^2 \omega^2} \right] \left[\sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t) \right]$$

Si R_0 est de l'ordre du dixième de millimètre, la fréquence de résonance peut être égale à la fréquence d'excitation. Dans le cas général, les bulles ont des tailles de l'ordre du micromètre et leur fréquence de résonance est supérieure à la fréquence d'excitation. Dans ce cas, on peut exprimer le rayon et le volume de la bulle par :

$$R(t) = R_0 \left[1 + \frac{P_a \sin(kz)}{\rho_0 R_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)} \right] \sin(\omega t)$$

$$V(t) = V_0 \left[1 + \frac{3P_a \sin(kz)}{\rho_0 R_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)} \right] \sin(\omega t)$$

A partir de l'expression de $V(t)$ on calcule F_a puis P_a . Ces fonctions ont des formes assez compliquées. Cependant, quelques simplifications nous permettent d'obtenir une idée sur leurs formes en faisant dans ces formules les approximations valables pour les cas du mouvement isothermique et adiabatique.

Si :

$$\rho_a = P_a \sin(kz) \sin(\omega t)$$

alors :

$$F_a = \frac{\pi R_0 P_a^2 k \sin(2kz)}{\rho_0 (\omega^2 - \omega_0^2)}$$

Si maintenant :

$$F_b = \frac{4}{3} \pi R_0^3 \rho_0 g$$

est la force de traînée ou de résistance qu'éprouve la bulle se déplaçant dans le fluide, alors cette bulle sera en équilibre si $F_a = -F_b$ ce qui permet de calculer l'expression du carré de la pression nécessaire à son piégeage, soit :

$$P_a^2 = \frac{4 \rho_0^2 g R_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{3 k \sin(2kz)}$$

Si $\sin(2kz) = 1$, ce qui se produit pour $z = \lambda/8$, alors :

$$P_{a \min} = \sqrt{\frac{4 \rho_0^2 g R_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{3 k}}$$

En supposant que $\omega_0 \gg \omega$, on obtient les valeurs approximatives de $P_{a \min}$ dans les cas respectifs du mouvement isothermique et adiabatique soit :

$$P_{a \min} = \sqrt{\frac{2 \rho_0 g \lambda \rho_{L0}}{\pi}} \\ \cong 0.06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

et

$$P_{a \min} = \sqrt{\frac{2 \rho_0 g \lambda \gamma \rho_{L0}}{\pi}} \\ \cong 0.07 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

ce qui correspond à 6% et 7% de la pression ambiante ou encore 2.6 à 3 fois la pression de la vapeur d'eau.

Les bulles sont piégées dans des positions stables seulement si la force

acoustique est dirigée vers un ventre de pression. Ces bulles ont donc des tailles en-dessous de leurs tailles à la résonance. Les grosses bulles ne peuvent, par conséquent, être en équilibre stable car dans ce cas la force acoustique est dirigée vers un noeud. On peut admettre que les plus petites sont moins soumises à la pression de radiation et aux forces de gravitation.

En réalité, les bulles ne sont pas des cavités sphériques et stables. Elles sont formées de microcavités et ont des surfaces irrégulières. Il est, par conséquent, évident que l'expression de la pression acoustique calculée est une approximation d'une pression s'exerçant sur une grande bulle de même dimension qu'un groupe de petites bulles. La connaissance de cette pression permet de connaître la distribution du champ de bulles.

VIII - Approche chaotique de la cavitation :

L'aspect chaotique du phénomène de cavitation est lié à sa grande complexité. Un accroissement de la pression provoque l'apparition d'un mouvement aux caractéristiques complexes; lorsque la pression augmente encore, ce mouvement devient irrégulier, puis chaotique.

VIII - 1 - Généralités sur le Chaos :

Née au début des années 60, la théorie du chaos est construite pour l'étude de la turbulence en mécanique des fluides. Le chaos (du Grecques " Khaos" qui signifie confusion et désordre) n'étant pas synonyme du désordre absolu, il contient en outre de l'ordre mais il limite la prévisibilité. L'une de ses caractéristiques fondamentales est sa très grande sensibilité aux conditions initiales. De petites différences dans ces conditions engendrent des résultats très différents.

En mécanique des fluides, les termes " turbulence " et " chaos " sont souvent employés pour caractériser un état irrégulier du mouvement. Mais la turbulence représente un comportement spatio-temporel très irrégulier d'un écoulement de fluide, tandis que le chaos est plutôt relatif à un comportement temporel désordonné; dans ce dernier cas, l'ordre spatial reste maintenu.

VIII - 2 - Modes d'apparition du chaos :

Les phénomènes clefs qui sont susceptibles de conduire à un état chaotique sont au nombre de trois : la quasi-périodicité, la cascade sous-harmonique et les intermittences [101 - 104, 126 - 133, 147 - 148]. Malheureusement, rien ne permet d'énoncer avec suffisamment de précision sous quelles conditions ils prennent place.

VIII - 2 - 1 - Transition vers le chaos par doublement de période :

La cascade de doublement de période, ou de sous-harmoniques, est l'une des voies naturelles par laquelle un système chemine vers le chaos temporel (l'ordre spatial reste préservé). Dans le cas d'une turbulence, l'ordre spatial peut ou non être maintenu. On associe la turbulence développée à la présence simultanée de chaos spatial et temporel. La turbulence apparaît comme une désorganisation spatiale sous l'effet de l'augmentation de la pression acoustique P_a et peut être décrite comme la manifestation simultanée de l'ensemble des configurations, associées chacune à une fréquence particulière.

VIII - 2 - 2 - La quasi-périodicité :

Dans un régime quasi-périodique, les fréquences présentes dans le spectre ne sont plus des multiples de la fréquence fondamentale f , mais chaque fréquence de chaque raie peut s'écrire sous la forme :

$$f = n f_1 + m f_2$$

où le rapport f_1/f_2 des deux fréquences est un nombre réel et non fractionnaire. Les bandes définies par ce rapport sont de plus en plus étroites quand f_2 diminue ce qui pourrait limiter leur observation numérique.

VIII - 2 - 3 - Phénomènes d'intermittences :

La plupart des phénomènes d'intermittences, en mécanique des fluides, ont leur origine dans la structure spatiale des phénomènes. Néanmoins, il existe une intermittence temporelle lors d'apparition de bouffées de turbulences au sein d'un écoulement. La croissance de l'amplitude du sous-harmonique et la diminution du mode fondamental sont caractéristiques de la présence

d'intermittences dues à la déstabilisation du régime périodique. Quand le sous-harmonique atteint une certaine amplitude, le signal perd toute régularité pour donner naissance au chaos. Il redevient ensuite régulier et le processus recommence indéfiniment avec des périodes de mouvement quasi-régulières.

VIII - 3 - Spectre de Fourier :

Le mouvement d'une cavité dans un fluide génère un champ de pression dépendant du temps. Ces pressions acoustiques rayonnées sont dues à la perte d'énergie par amortissement des oscillations. Sous un champ sonore faible, les cavités sont stables et génèrent des pressions sans perte d'énergie. Lorsque l'amplitude du champ sonore augmente, le mouvement approche celui d'une cavité transitoire. A l'implosion, la pression interne augmente rapidement et la cavité émet donc une onde de choc.

Dans la pratique , il est difficile de séparer les pressions fournies par une sonde et souvent ces pressions sont générées par un groupe de bulles, ce qui rend le phénomène encore plus complexe. Toutefois, on peut analyser la pression mesurée en termes des composantes de la transformée de Fourier et identifier les parties des pressions générées.

On obtient un spectre continu dans le cas d'un signal aperiodique et un spectre de raies pour un signal périodique. On ne trouve dans le spectre que des harmoniques impairs si le régime périodique est symétrique.

Pour un régime turbulent, on observe un spectre qui présente des pics élargis et un bruit à large bande au voisinage de la fréquence nulle. Lorsque le régime devient complètement chaotique, son spectre fréquentiel est continu et ne s'annule sur aucune plage de fréquence.

Le spectre dû au mouvement des bulles stables sera discret. Les pressions acoustiques apparaîtront comme des impulsions très courtes et leur spectre sera continu. Les ondes de choc donneront une discontinuité de pression et leur spectre sera aussi continu. Le spectre total de la pression mesurée sera donc formé d'un spectre continu et de lignes discrets. Ces lignes sont attribuées aux cavités stables et le reste du spectre continu aux cavités transitoires.

VIII - 4 - Notions sur les attracteurs étranges :

Les modèles mathématiques étant des équations différentielles non-linéaires, on peut donc observer des phénomènes du chaos et le mouvement aléatoire peut être décrit par des attracteurs étranges. L'attracteur étrange présente de l'auto-similarité, ce qui conduit à la notion d'objet fractal. L'évaluation des grandeurs caractéristiques (dimensions et exposants critiques) associées à ces attracteurs passe nécessairement par l'étude des trajectoires représentatives de l'évolution du système dynamique dans l'espace des phases judicieusement choisi, ce qui n'est pas toujours évident dans le cas de la cavitation acoustique.

Dans l'espace des phases dont les axes peuvent , par exemple, être les coordonnées de la position et de la vitesse ou encore la température et la pression, les courbes qui décrivent l'attracteur sont les trajectoires de phases.

Tous les systèmes qui évoluent vers une position d'équilibre stationnaire peuvent être représentés par un point fixe dans l'espace des phases. Lorsque la solution de l'équation différentielle est monopériodique, la trajectoire des phases est une courbe fermée appelée cycle limite. On obtient un tore à deux dimensions si la solution est périodique et comprend deux fréquences. Ces trajectoires décrivent cependant des orbites irrégulières et forment un attracteur étrange lorsque la solution est apériodique. C'est le cas d'un régime désordonné décrit par une équation différentielle non-linéaire. Si le point fixe, le cycle limite et le tore constituent trois attracteurs prévisibles, il n'en est pas de même pour les attracteurs étranges. Ces derniers sont associés aux systèmes dont l'évolution est imprévisible. La divergence au cours du temps de trajectoires initialement voisines est à l'origine de l'imprévisibilité caractéristique des systèmes chaotiques.

VIII - 5 - Etude numérique des quatre approximations :

L'intégration analytique des équations différentielles s'avère impossible mais on peut analyser numériquement l'équation de Rayleigh-Plesset ou celle de Herring pour des tailles initiales et des pressions sonores variables afin de pouvoir décrire la transition vers la turbulence et l'implosion des cavités. La

transition passe le plus souvent par l'étape du régime périodique. Les comportements périodiques de fréquences bien définies révèlent l'existence de comportements oscillants réguliers. Par augmentation de P_a , le régime devient bipériodique et le sous-harmonique apparaît dans le spectre de $R(t)$. Au-delà d'une certaine valeur de P_a , le régime monopériodique devient instable et ce comportement qui remplacera le régime périodique sera différent. Les seuils d'apparition des différents comportements dépendent très fortement de la fréquence sonore et des tailles initiales.

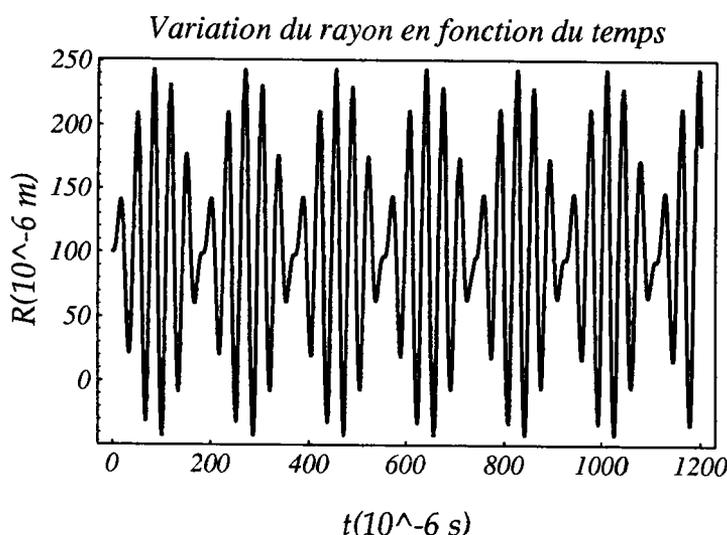


Fig.IV-6. - Première approximation simplifiée : Intermittence temporelle du rayon $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu m$, $\omega_0 \neq \omega$, $P_{L0} = P_a = 10^5 Pa$.

Sur la figure (IV-6), on remarque que la pulsation est une sinusoïde modulée en amplitude et résulte de la composition de deux oscillations; l'une à la fréquence sonore et l'autre à la fréquence de pulsation linéaire de la cavité. Les oscillations régulières sont interrompues de temps à autre par des fluctuations dont la période et l'amplitude sont à peu près les mêmes et dépendent de la pression sonore et du rayon initial. Il est important de remarquer que la solution de l'équation de la première approximation, pouvant servir de prototype, met en évidence un processus de transition vers le régime chaotique.

Les figures (IV-7a et IV-7b) montrent l'effet de la pression sonore sur l'amplitude et celui de la taille initiale sur la fréquence des oscillations. Dans ces cas, on constate que la fréquence diminue avec la taille et que là aussi le régime périodique est toujours présent mais il est interrompu à des intervalles irréguliers par variations d'amplitudes qui s'étendent sur quelques périodes.

L'analyse détaillée des courbes obtenues montre l'existence du phénomène de saut traduisant une variation brutale de l'amplitude et une grande sensibilité aux conditions initiales (plusieurs régimes peuvent exister).

Variation de $R(t)$ avec la pression sonore

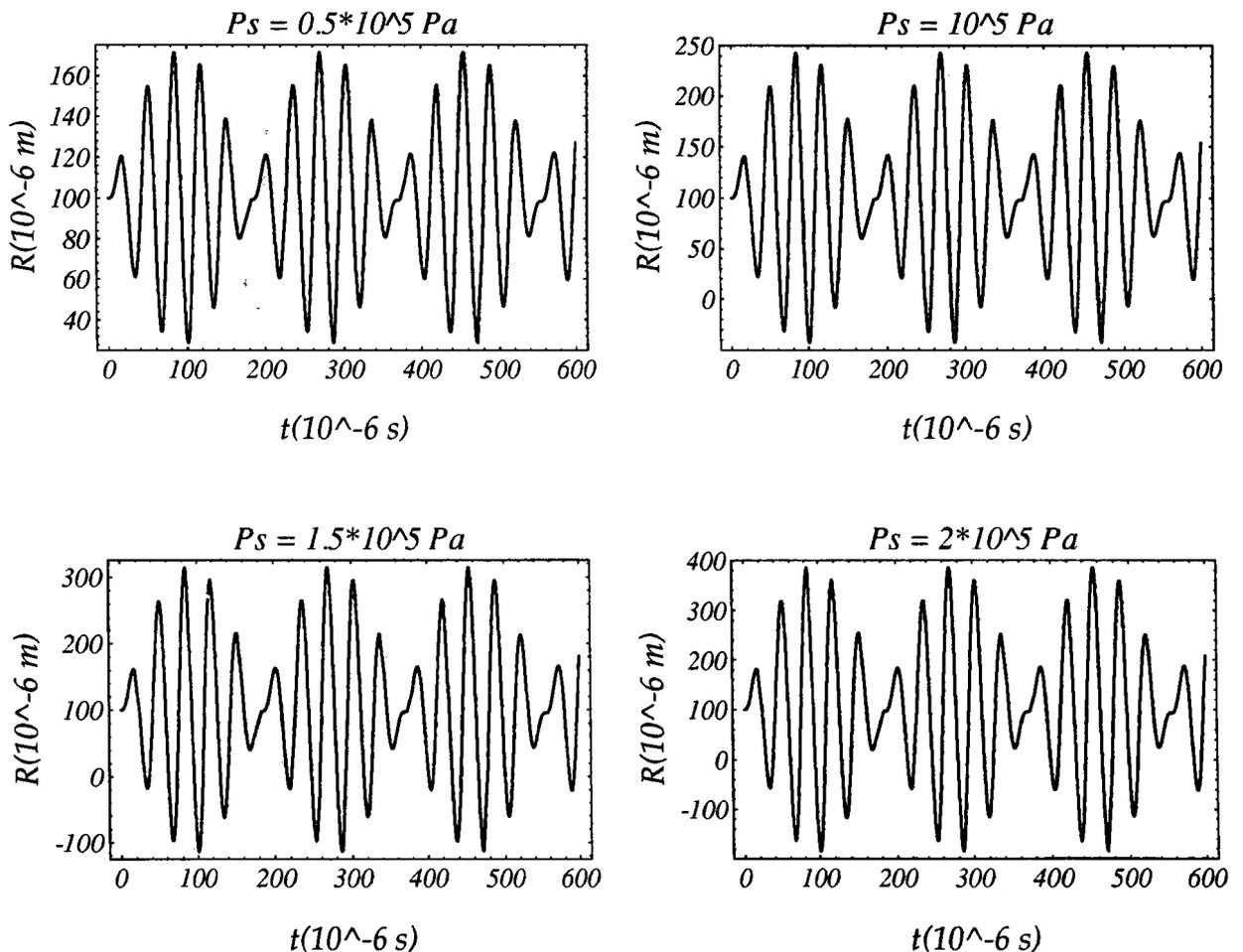


Fig.IV-7a. - Première approximation simplifiée : Effet de la pression sonore sur $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu\text{m}$, $P_{L0} = 10^5 \text{ Pa}$.

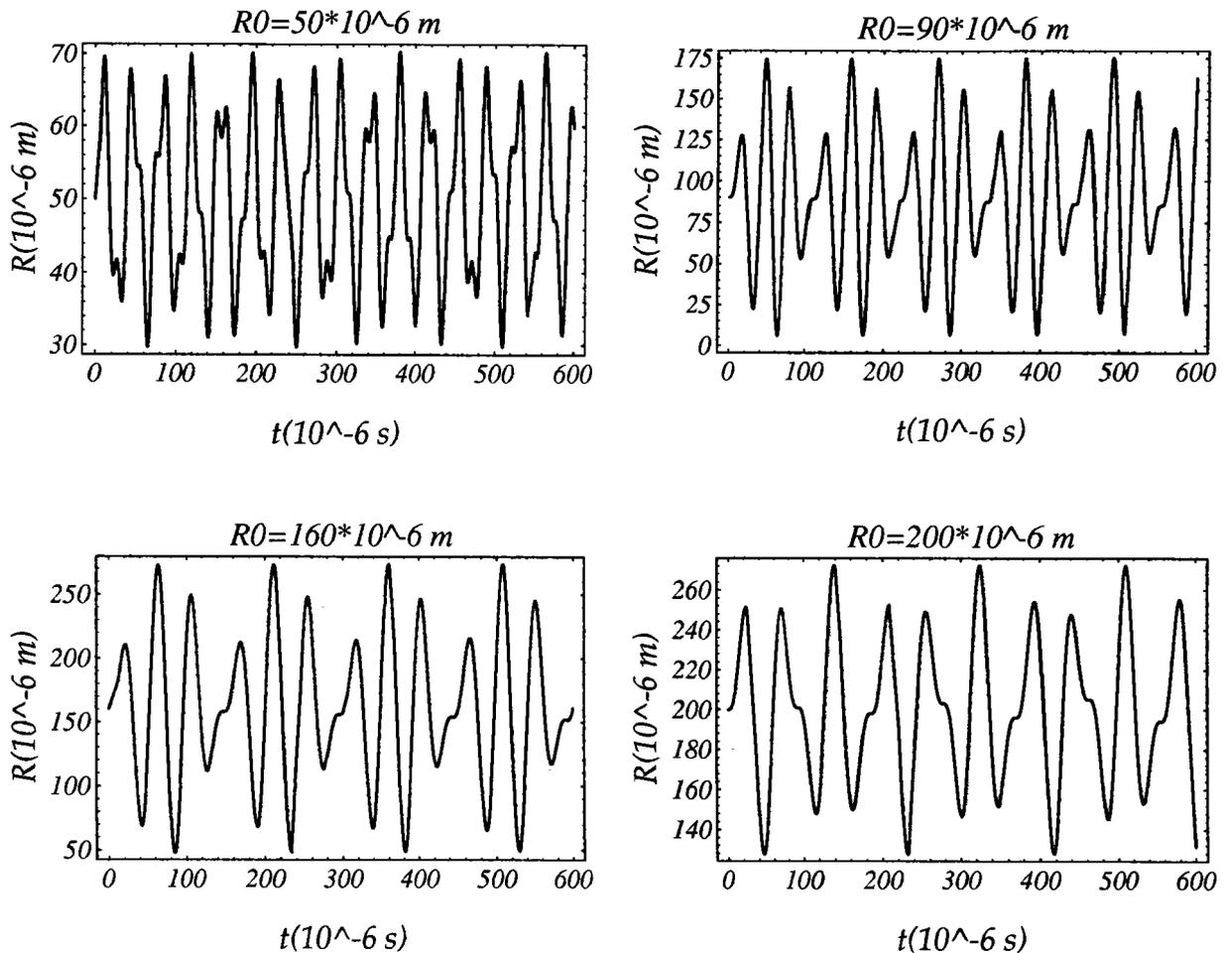
Variation de $R(t)$ avec R_0 

Fig.IV-7b. - Première approximation simplifiée : Effet de la taille initiale sur $R(t)$ pour $P_{L0} = P_a = 10^5$ Pa.

Les figures (IV-8a, IV-8b et IV-8c) donne un échantillon de résultats obtenus dans les trois premières approximations pour une bulle de taille variable. On constate que les oscillations de grande amplitude parfaitement régulières disparaissent de temps à autre au bénéfice d'oscillations beaucoup plus petites.

Les figures (IV-9a, et IV-9b), montrent que la fréquence d'oscillation des bulles est influencée pas la pression sonore; elle diminue par augmentation de celle-ci.

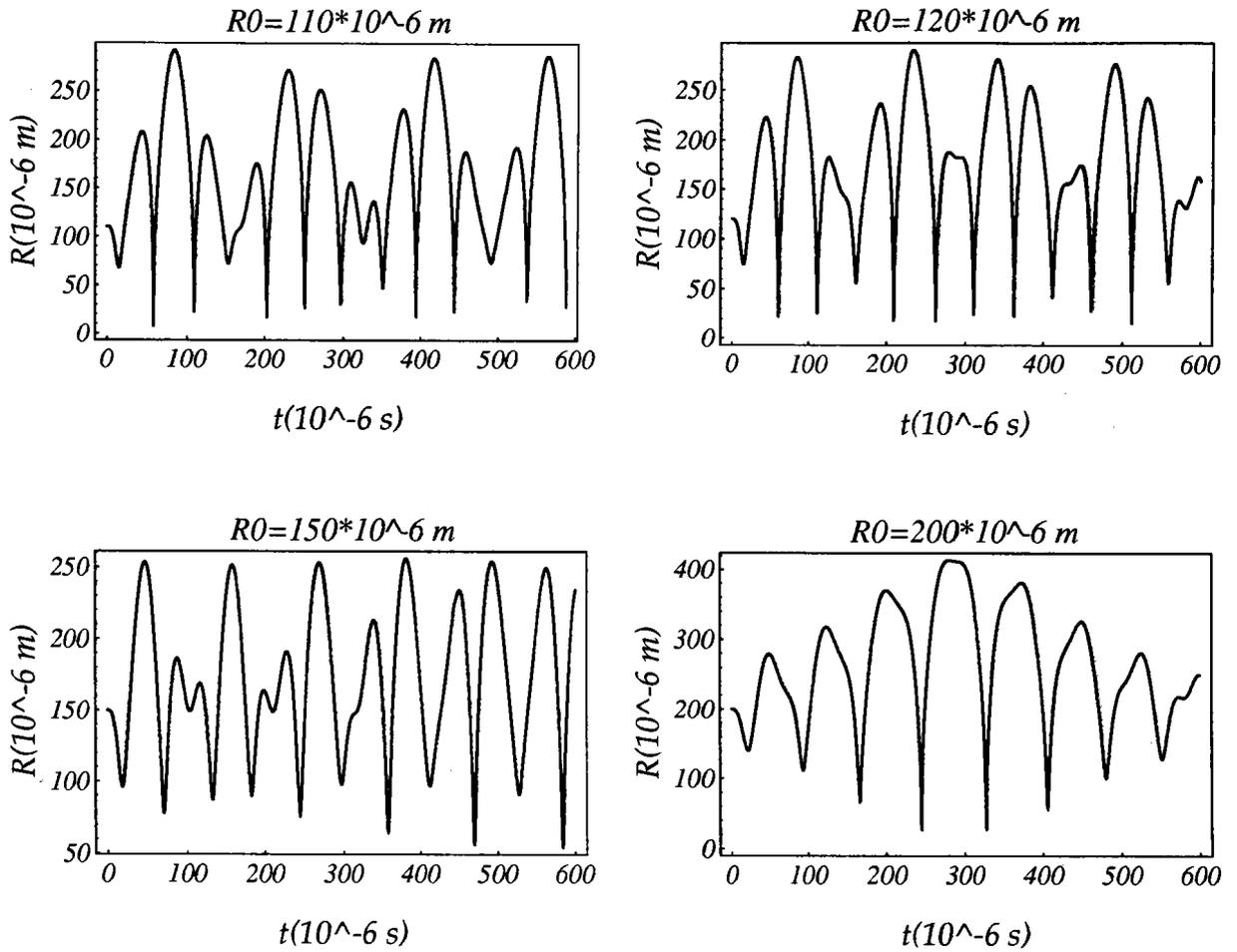
Variation de $R(t)$ avec R_0 

Fig.IV-8a. - Première approximation : Effet de la taille initiale sur $R(t)$ pour $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

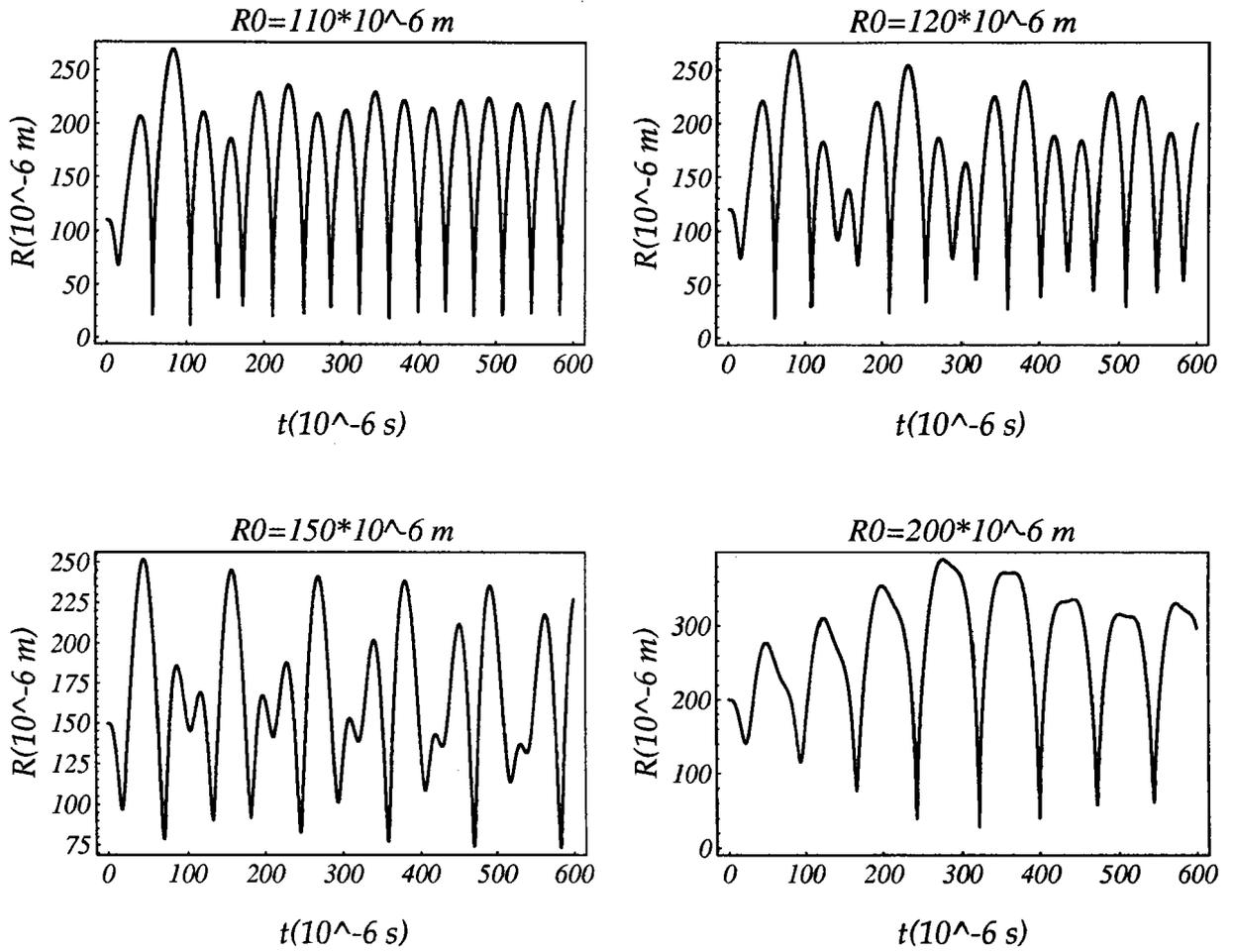
Variation de $R(t)$ avec R_0 

Fig.IV-8b. - Deuxième approximation : Effet de la taille initiale sur $R(t)$ pour $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

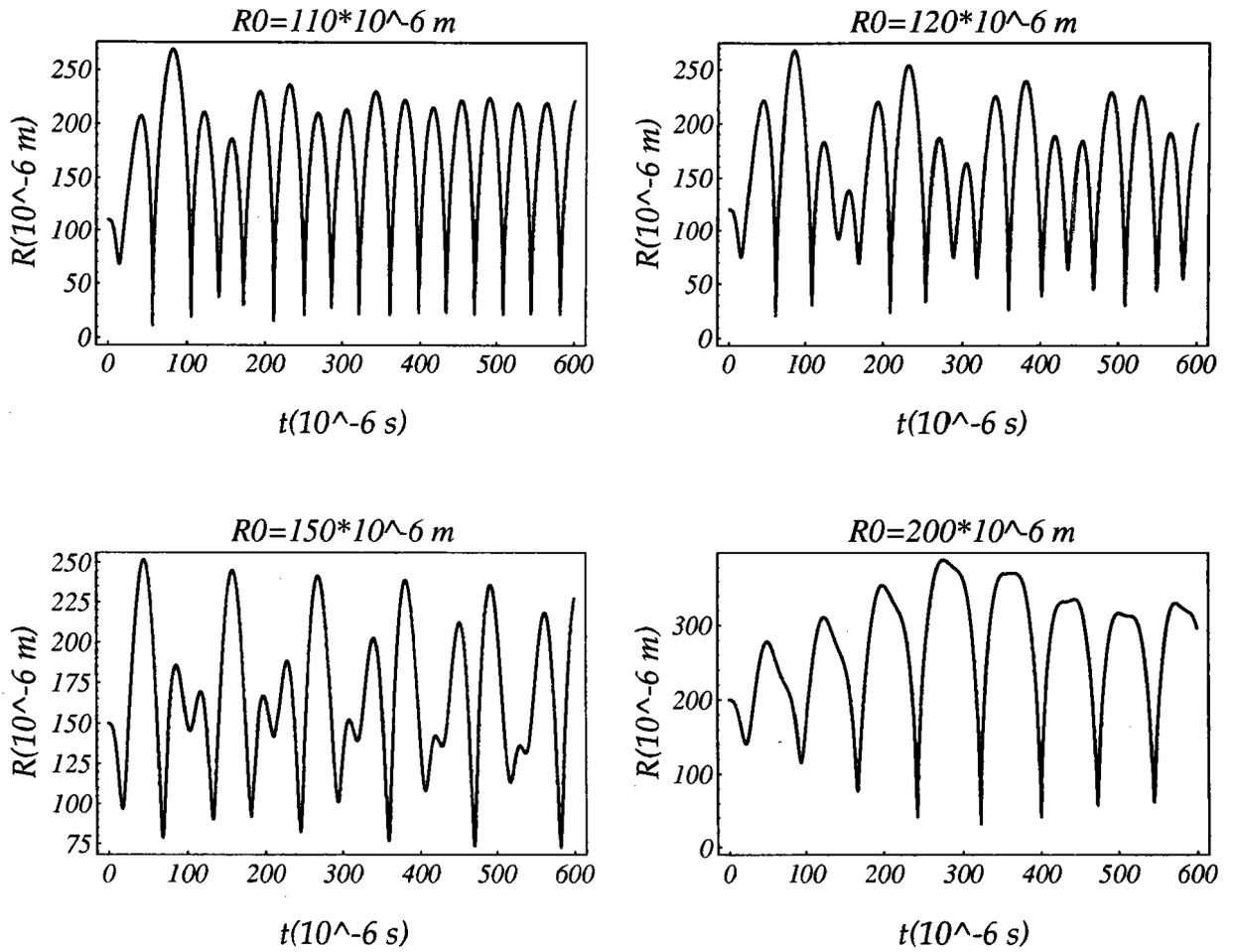
Variation de $R(t)$ avec R_0 

Fig.IV-8c. - Troisième approximation : Effet de la taille initiale sur $R(t)$ pour $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

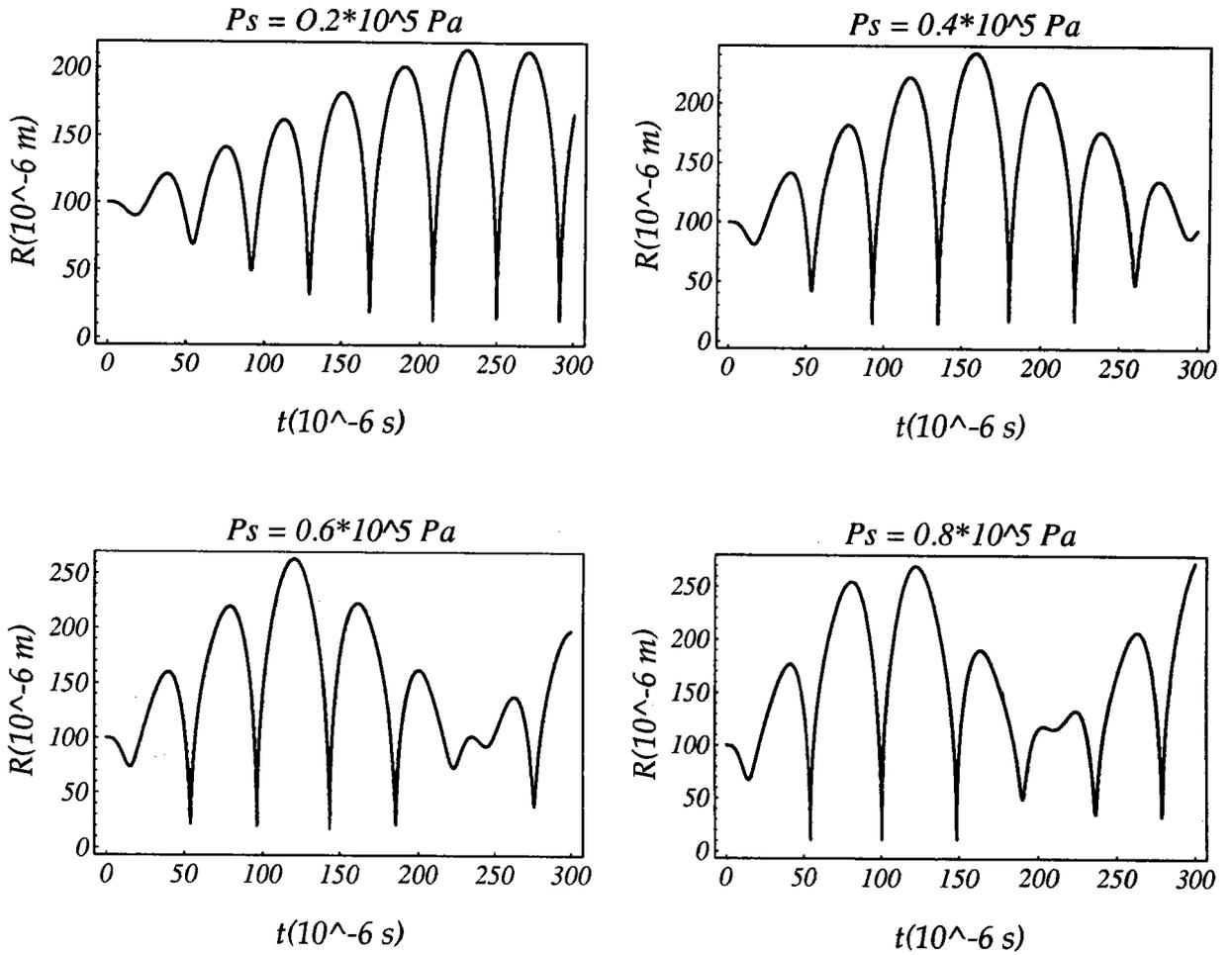
Variation de $R(t)$ avec la pression sonore

Fig.IV-9a. - Première approximation : Effet de la pression sonore sur $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu m$, $P_{L0} = 10^5 Pa$.

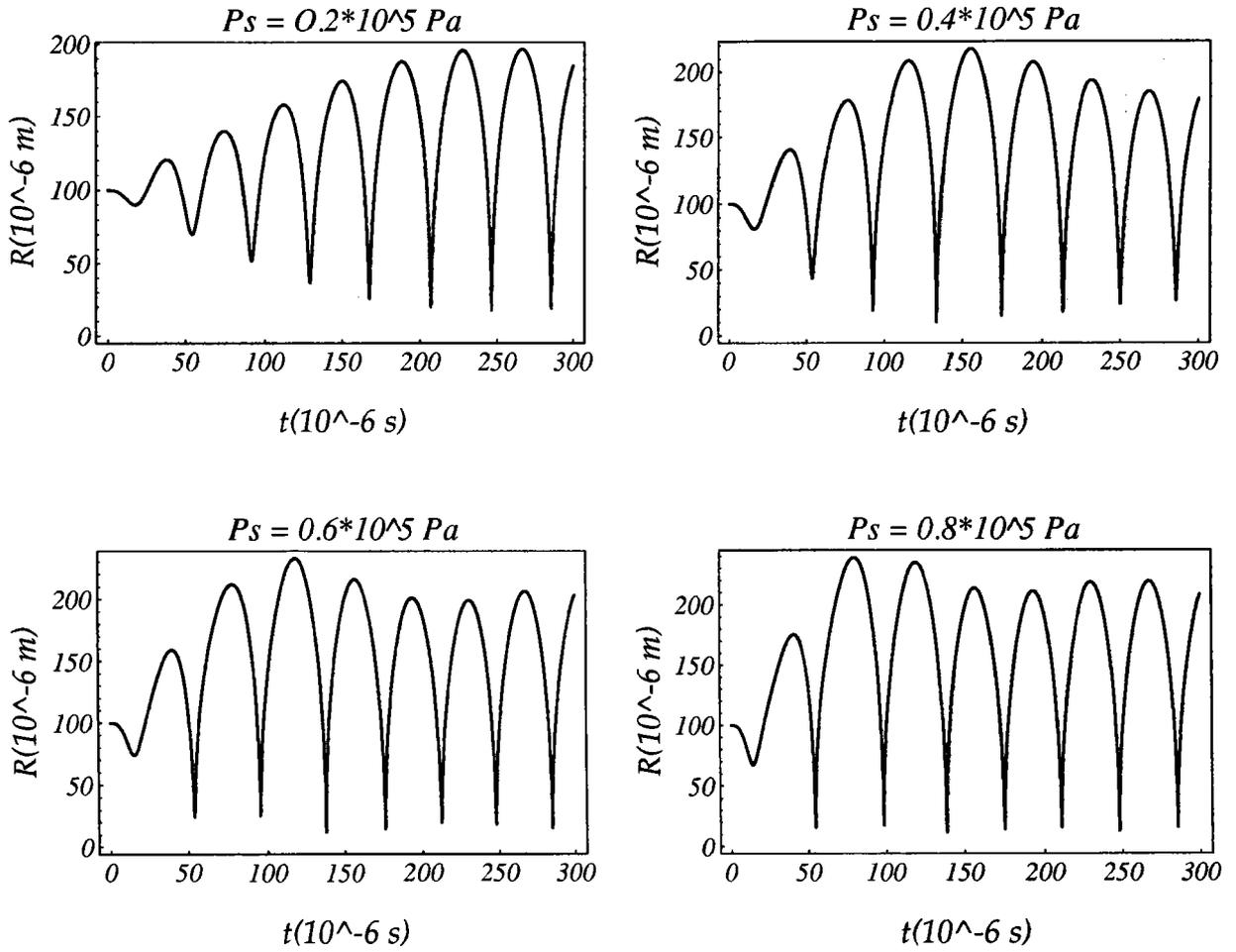
Variation de $R(t)$ avec la pression sonore

Fig.IV-9b. - Deuxième approximation : Effet de la pression sonore sur $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu m$, $P_{L0} = 10^5 Pa$.

Les figures (IV-10) montrent des exemples de spectres de régimes périodiques et de régimes apériodiques. Les premiers sont caractérisés par l'apparition d'harmoniques à la fréquence sonore f et ses multiples. Dans le cas d'une forte cavitation où les oscillations deviennent apériodiques, l'apparition d'impulsions de pression aiguës déterminent l'allure du spectre de bruit.

En régime de cavitation stable (basse excitation), le signal n'est formé que par le fondamental qui s'accompagne de la présence d'un sous-harmonique à la fréquence $f/2$ (figure IV-10a).

Pour une excitation modérée, mais toujours inférieure au seuil de la cavitation transitoire, il y a apparition d'harmoniques du fondamental et en particulier le second (figure IV-10b). Ce dernier qui décrit le doublement de période est une caractéristique des oscillations non-linéaires des bulles.

Lorsque l'excitation devient élevée, il y a augmentation soudaine de l'intensité des sous-harmoniques et leurs harmoniques qui caractérisent le régime de cavitation transitoire (figure IV-10c). L'allure du spectre change avec la taille initiale (figure IV-10c et IV-10d).

Les spectres de fréquence de la deuxième approximation sont similaires à ceux de la première (figure IV-10e et IV-10f).

Il faut noter que les spectres obtenus varient largement avec la pression hydrostatique. En effet, par augmentation de cette pression, la position des raies se déplace à droite et leurs amplitudes diminuent (figure IV-10g et IV-10h).

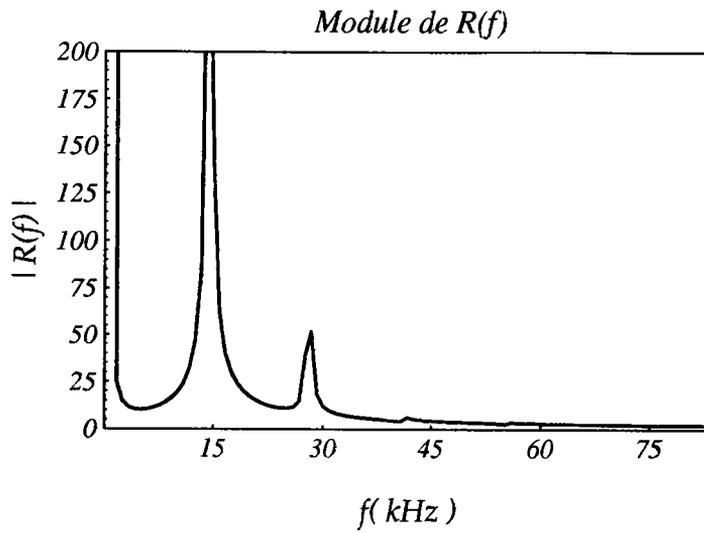


Fig.IV-10a. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 200 \mu\text{m}$, $P_{L0} = 10^5 \text{ Pa}$ et $P_a = 0.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

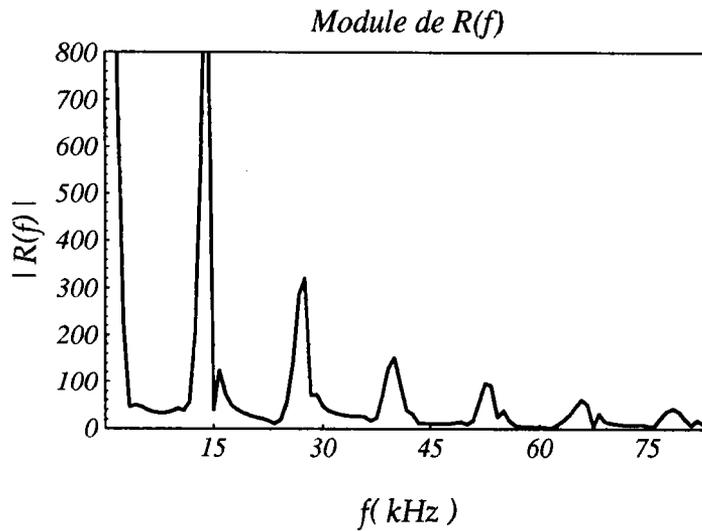


Fig.IV-10b. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 200 \mu\text{m}$, $P_{L0} = 10^5 \text{ Pa}$ et $P_a = 0.4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

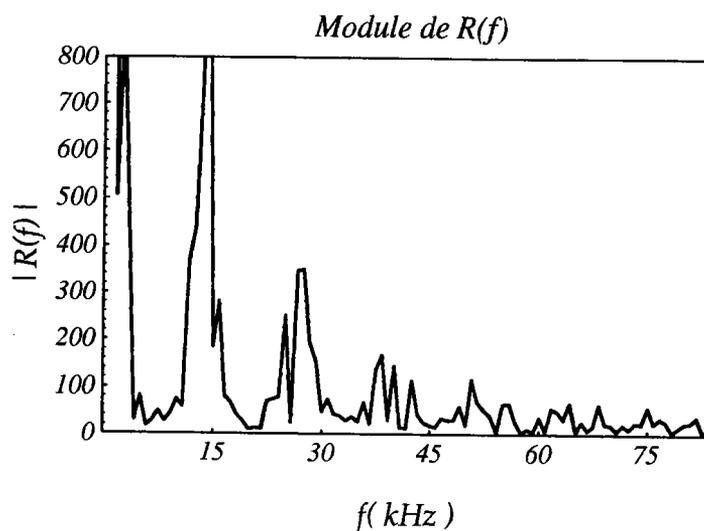


Fig.IV-10c. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 200 \mu\text{m}$ et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

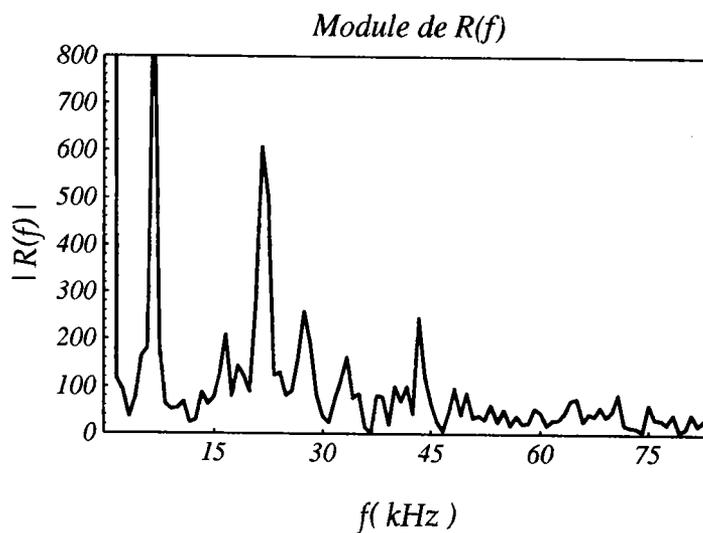


Fig.IV-10d. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu\text{m}$ et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

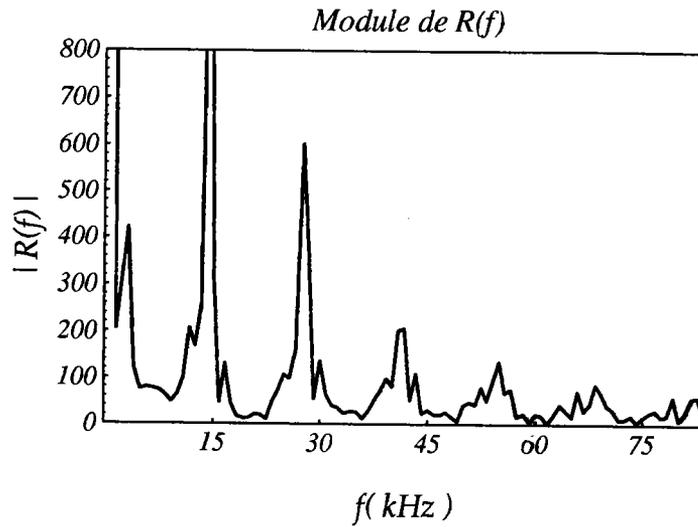


Fig.IV-10e. - Deuxième approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 100$ et $P_{L0} = P_a = 10^5$ Pa.

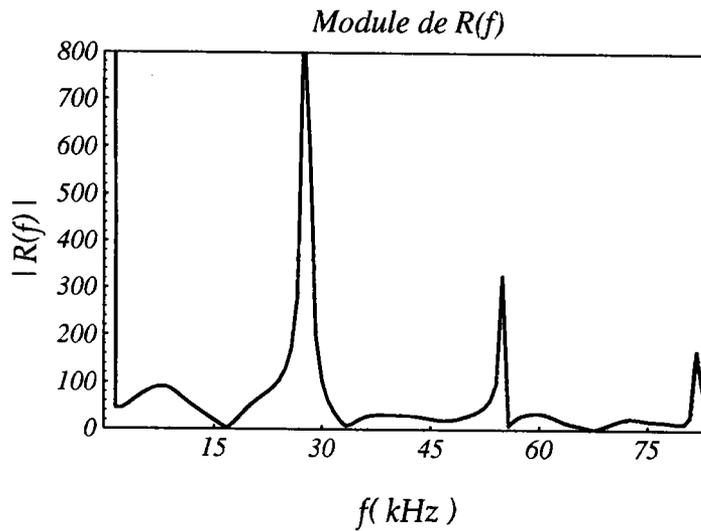


Fig.IV-10f. - Deuxième approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 200 \mu\text{m}$ et $P_{L0} = P_a = 10^5$ Pa.

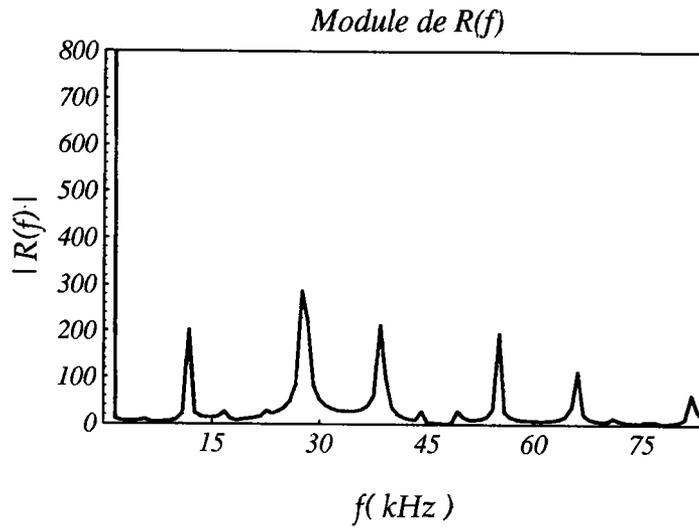


Fig.IV-10g. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu\text{m}$, $P_{L0} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

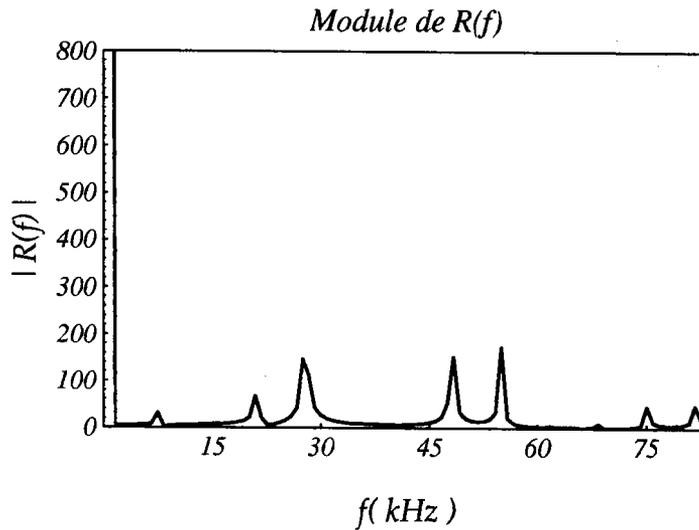


Fig.IV-10h. - Première approximation : Module de la transformée de Fourier de $R(t)$ pour $R_0 = 100 \mu\text{m}$, $P_{L0} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

Dans la première approximation simplifiée, la figure (IV-11) décrit un état instable représenté par une spirale issue de l'origine puisque le mouvement est amplifié. L'origine correspond à un état stationnaire c'est-à-dire indépendant du temps. Quant à la figure (IV-12), elle représente un comportement quasi-périodique décrit par une trajectoire qui tend asymptotiquement vers une presque-cardioïde.

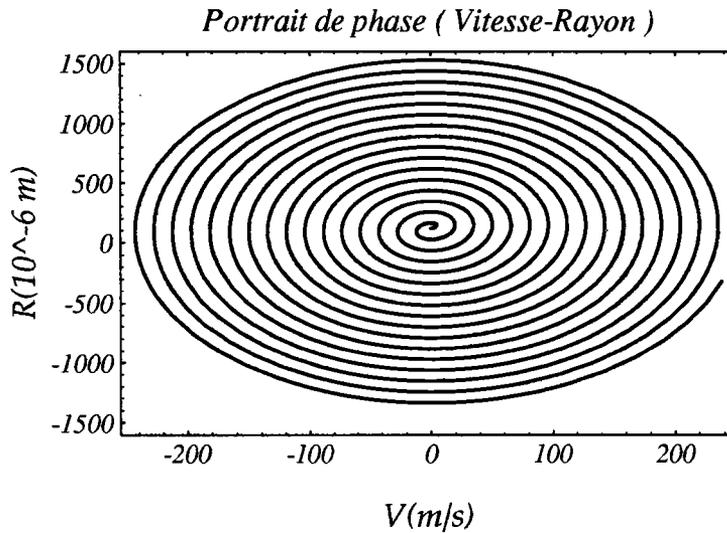


Fig.IV- 11. -Première approximation simplifiée : Portrait de phase $[v(t), R(t)]$ à la résonance ($\omega_0 = \omega$) sur une durée de $600 \mu\text{s}$ et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

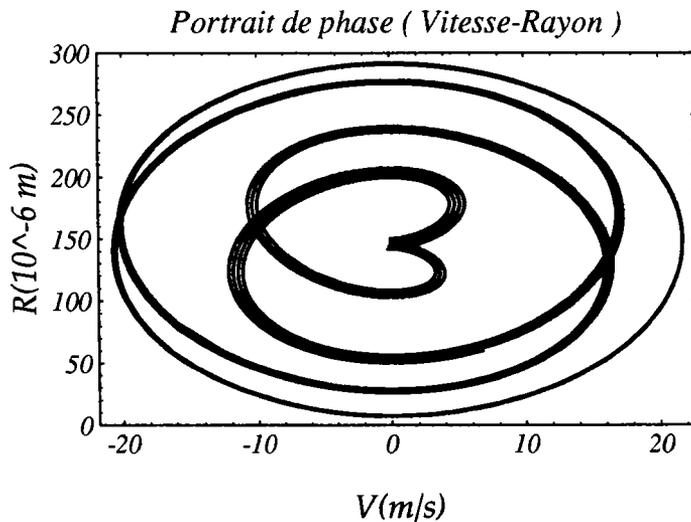


Fig.IV-12. -Première approximation simplifiée : Portrait de phase $[v(t), R(t)]$ sur une durée de $600 \mu\text{s}$ pour $R_0 = 150 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \neq \omega$) et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

Les figures (IV-13, IV-14 et IV-15) décrivent des attracteurs étranges qui correspondent à un comportement irrégulier de la dynamique respectivement dans la première, la deuxième et la troisième approximation. Ces attracteurs traduisent l'immense majorité des situations par lesquelles le système ne passera jamais de lui-même et les quelques situations naturelles par lesquelles le système passera indéfiniment, quoique irrégulièrement.

L'évolution de la vitesse de la paroi d'une bulle étant faible devant la vitesse de propagation ultrasonore dans le liquide, les équations de la deuxième et de la troisième approximation sont par conséquent pratiquement égales et les attracteurs qui leurs sont associés sont donc identiques.

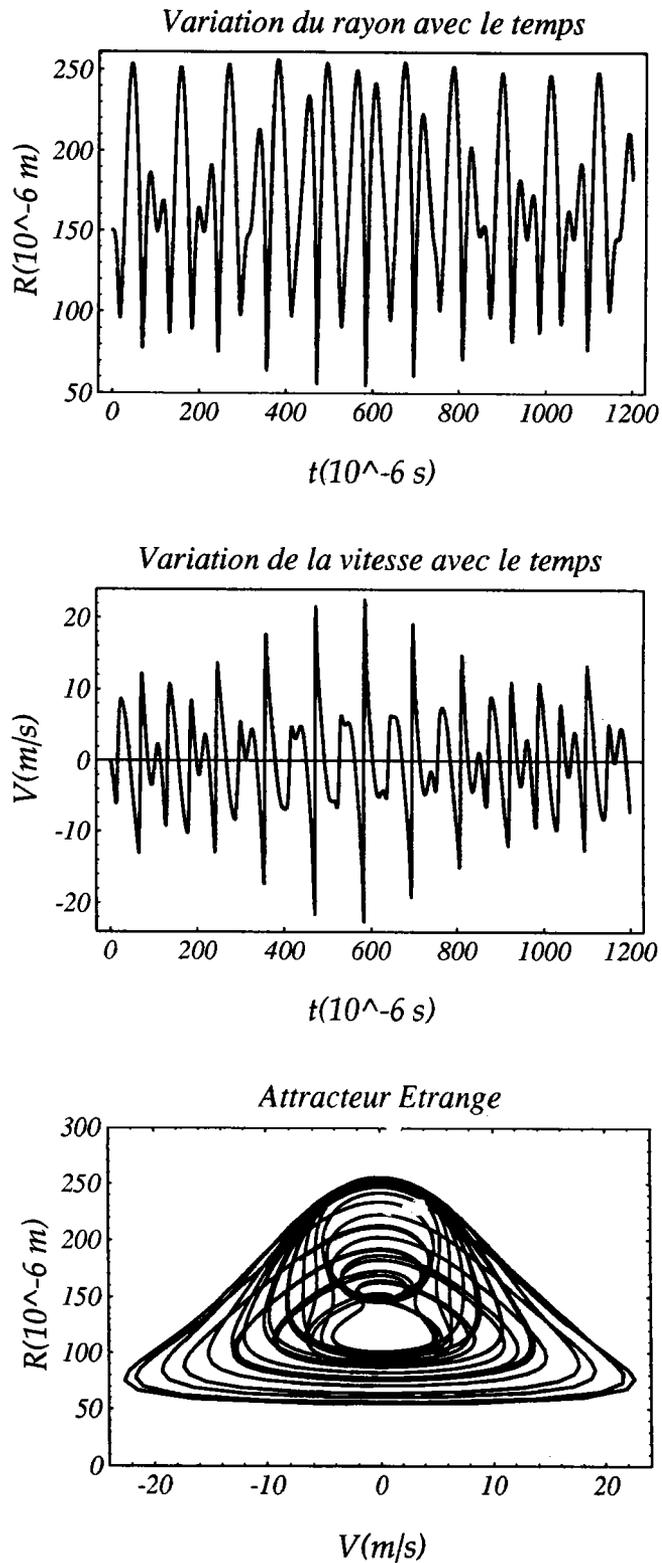


Fig.IV-13. - Première approximation : Variation du rayon, de la vitesse et attracteur étrange $[V, R]$ sur une durée de $1200 \mu\text{s}$ pour $R_0 = 150 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \neq \omega$) et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

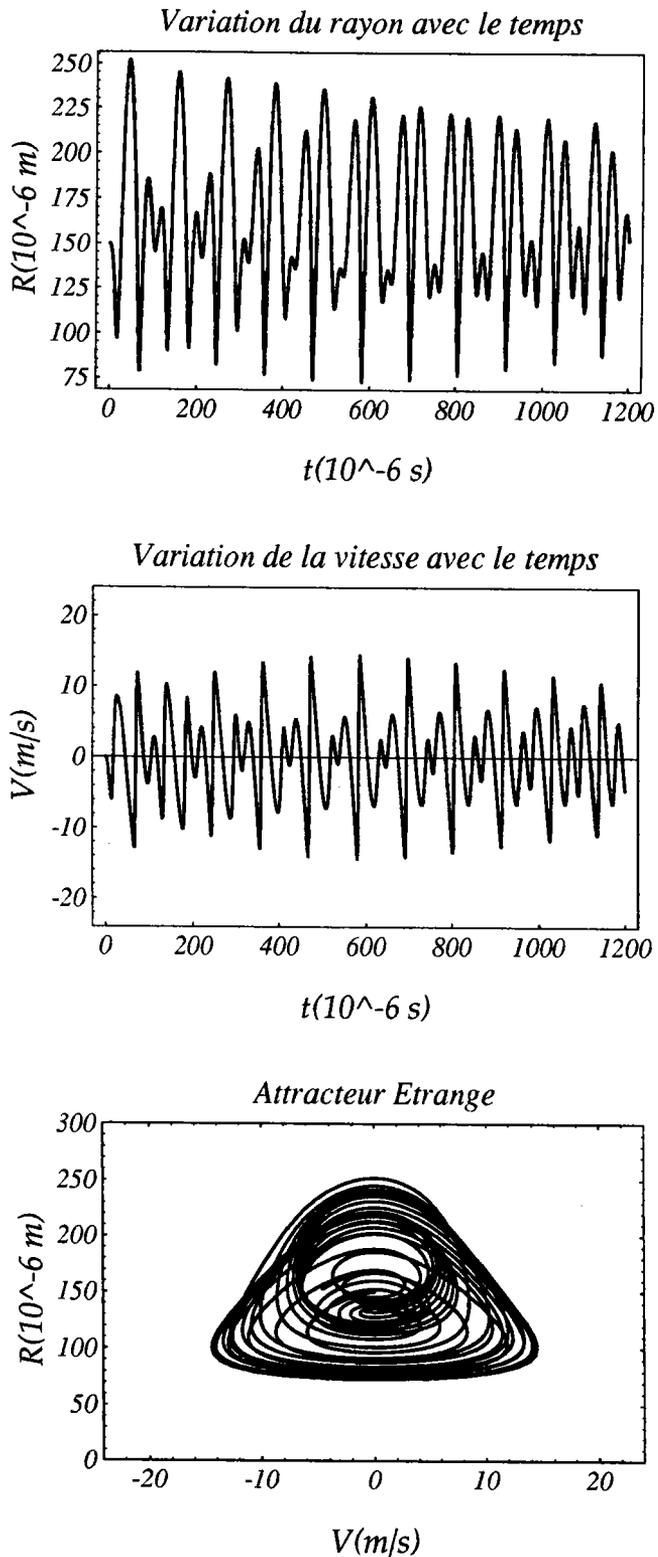


Fig.IV-14. - Deuxième approximation : Variation du rayon, de la vitesse et attracteur étrange $[V, R]$ sur une durée de $1200 \mu\text{s}$ pour $R_0 = 150 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \neq \omega$) et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

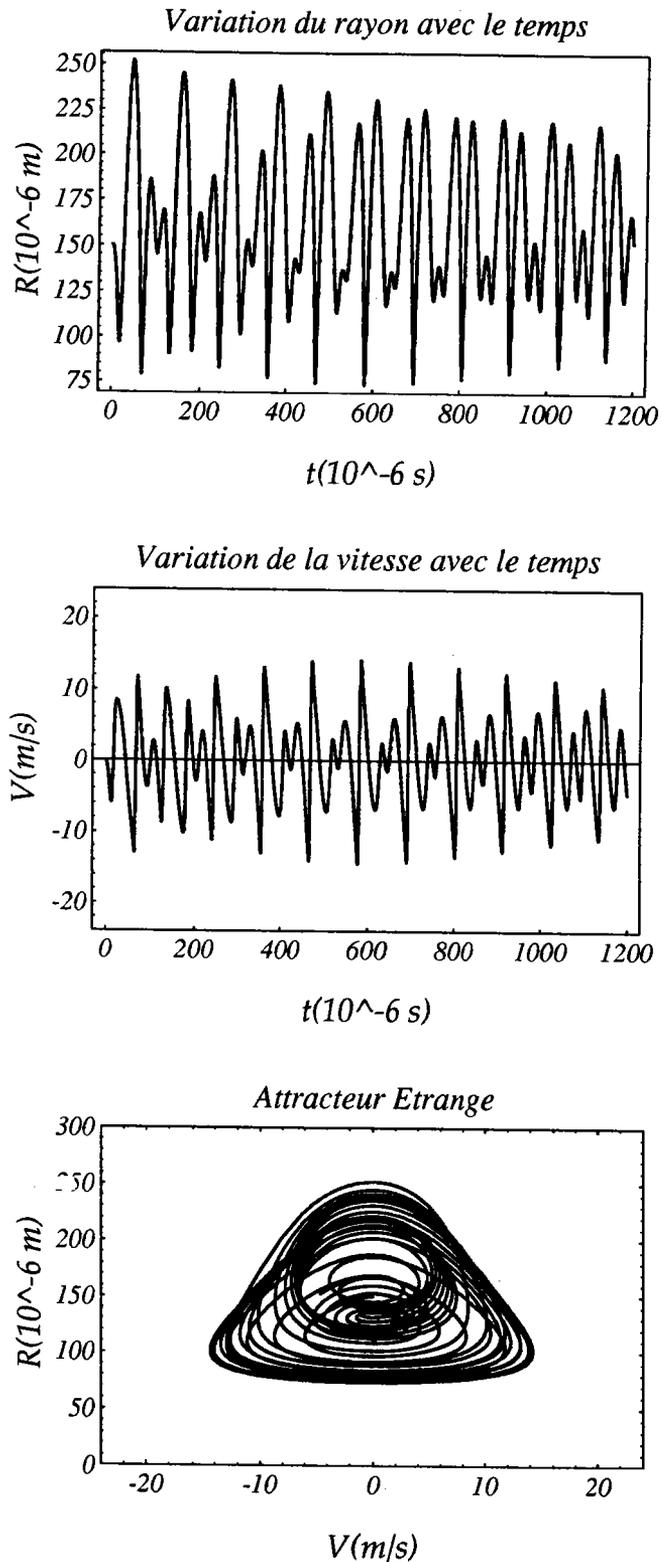


Fig.IV-15. - Troisième approximation : Variation du rayon, de la vitesse et attracteur étrange $[V, R]$ sur une durée de $1200 \mu\text{s}$ pour $R_0 = 150 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \neq \omega$) et $P_{L0} = P_a = 10^5 \text{ Pa}$.

VIII - 6 - Comparaison des résultats numériques :

Dans la première approximation simplifiée, l'amplitude d'oscillation augmente avec le temps lorsque la fréquence de résonance de la bulle coïncide avec celle du champ sonore. Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque les deux fréquences sont différentes, et pour un rayon donnée, une modulation extérieure d'amplitude ajustable, qui représente la pression sonore, est rajoutée au régime monopériodique représentant l'oscillation de la bulle. On obtient ainsi un couplage entre les deux ondes. Ces oscillations temporelles ont des allures plus ou moins complexes. On s'aperçoit en effet que les oscillations de faible amplitude subsistent et que pour une valeur élevée de P_a , elles se répètent même très régulièrement. On observe également un nombre d'oscillations de grande amplitude séparé d'un autre nombre d'oscillations de petite amplitude. Lorsque la taille initiale devient assez importante, les deux régimes peuvent se superposer et donner par suite naissance à un autre régime.

Le comportement des bulles dans la première et la deuxième approximation est similaire lorsque le rayon initial est supérieur à la taille de résonance ($R_0 = 150 \mu\text{m}$ et $P_a = 10^5 \text{ Pa}$). Toutefois, pour des rayons inférieurs à la taille de résonance, les oscillations gardent la même amplitude dans la deuxième approximation interrompues par des amplitudes plus faibles en première approximation ($R_0 = 50 \mu\text{m}$ et $P_a = 0.5 \times 10^5 \text{ Pa}$). Ce comportement devient de plus en plus régulier avec l'augmentation de la pression sonore mais toujours pour de faibles tailles initiales ($R_0 = 50 \mu\text{m}$ et $P_a = 10^5 \text{ Pa}$).

A la fréquence d'excitation de 27 kHz, les tailles correspondant à la résonance dans les cas de mouvement isothermique ou adiabatique sont respectivement de l'ordre de 100 μm et 120 μm . Ce sont les tailles des plus petites bulles visibles.

La réalité que nous observons est convenablement décrite, sur le plan qualitatif par les trois premières approximations.

Chapitre V

Discussion générale.

I - Discussion relative au traitement d'images :

La difficulté essentielle rencontrée dans cette étude réside principalement dans la mesure directe des fluctuations de pression qui constituent le phénomène capital en ce qui concerne la cavitation. A défaut de méthodes de mesure directes, nous avons utilisé une méthode indirecte pour rechercher, par la méthode de traitement d'images, des zones où se forment les bulles. Les transformations (nucléation, croissance et effondrement) sont suffisamment rapides pour pouvoir être suivies correctement en fonction du temps. On ne possède donc aucune information temporelle sur la croissance des bulles. Les observations montrent qu'aux phases initiales de la cavitation, le processus de formation des bulles a un caractère nettement non stationnaire (dépendant du temps). Cependant, dans le cas d'une cavitation fortement développée, on peut considérer que le phénomène est stationnaire. Du fait de la rapidité de ce phénomène, on note que la méthode actuelle de traitement d'images est inutilisable dans le cas de très fortes pressions. Elle ne permet pas d'obtenir le résultat en temps réel.

La haute intensité acoustique, qui conditionne l'apparition des bulles, entraîne une plus grande luminosité donc une intensité plus forte de bruit. La différence de luminance des différents objets qui composent l'image fait qu'il est pratiquement impossible d'utiliser correctement des transformations d'images sans perte d'information. Dans beaucoup de cas, on peut améliorer les résultats de visualisation, non pas en rendant les méthodes de traitement plus complexes mais en améliorant tout ce qui est en amont c'est-à-dire les conditions de saisie des images.

L'observation est limitée à la surface visible du milieu. Certains phénomènes peuvent s'y développer et conduire à des conclusions locales pas toujours représentatives de l'ensemble du milieu. C'est ce qui fait l'inconvénient de la vision. On ne peut donc que faire des estimations plus ou moins grossières sur la distribution des bulles. En observant le phénomène de cavitation à travers une paroi transparente très propre et en enregistrant les images au moyen de la cinématographie ultrarapide en employant une technique de traitement par arrêt sur image, il est possible d'évaluer les instabilités souvent observées avec une

très bonne précision. Dans tous les cas, dès que la taille est très faible, les bulles deviennent invisibles et les images deviennent fortement différentes de celles que l'on peut obtenir pour des tailles plus grandes.

Pour que la comparaison entre un liquide et un autre soit possible, il est dans tous les cas nécessaire que les images viennent de la même manipulation c'est-à-dire obtenues dans les mêmes conditions. Dans ce cas, la comparaison des deux liquides, sous un champ sonore de même intensité, révèle une grande différence liée à la différence de leurs propriétés.

Fondées sur des critères différents, les méthodes de traitement d'images donnent évidemment des résultats non entièrement identiques, spécifiques à chacune d'elles. Bien que ces techniques diffèrent d'un groupe de méthodes à l'autre, l'image finale est toujours parsemée de bruit qui ne facilite pas le dépouillement. L'estimation est à la fois empirique et basée sur les conséquences pratiques des limitations des méthodes. Ces restrictions limitent en fin de compte l'étendue de mesure de chacune des méthodes. Le juste compromis n'est pas toujours aisé à trouver.

On peut associer plusieurs méthodes pour explorer le profil des pressions ou bien accéder à la distribution des bulles. Il est également possible de procéder à des filtrages successifs et d'étudier les modifications des images correspondantes. Toutefois, il faut noter que l'application des méthodes utilisant des filtrages pose un certain nombre de problèmes et les interprétations peuvent être parfois délicates. Plus la taille du filtre est large plus l'image filtrée perd de sa netteté.

Si la méthode d'évaluation par détection se prête assez facilement au calcul, elle est malheureusement peu précise, contrairement à ce qui est souvent affirmé. Signalons que le principe de détection reposant sur les seuillages impose des choix de seuil qui doivent être pris avec beaucoup plus de précautions. Ce sont ces choix qui introduisent une plus grande incertitude de détection. Le choix du seuil étant fait, on peut calculer les diverses propriétés des bulles, telles que la surface, le périmètre, le nombre... En conclusion de cette partie, relevons que les quantités de plus grand intérêt en cavitation, les dimensions moyennes des bulles et leur distribution, dépendent de la technique

utilisée et bien davantage du système et des paramètres géométriques d'observation.

Les défauts du capteur CCD et les franges d'interférences du système d'éclairage dégradent l'image. Afin d'éliminer ces bruits fixes des images, il est nécessaire d'utiliser les techniques de traitement d'images comme les filtrages soustractifs et les seuillages. Ce n'est qu'après l'utilisation de ces techniques qu'on peut réaliser la détection des particules et leur classification en fonction de leurs caractéristiques géométriques (rayon, surface, position du centre de gravité...).

Le problème des erreurs dans la détermination des tailles reste actuellement un des sujets des préoccupations. Par les facteurs d'erreurs, il faut mentionner le choix du seuil avec lequel le calcul est conduit, l'intervalle des tailles, la méthode de calcul... On constate que des intervalles de tailles de 1 mm conduisent à des erreurs beaucoup plus importantes. Avec des intervalles de l'ordre de 0.1 mm, on a généralement des erreurs beaucoup plus faibles et elles restent acceptables. Lors des transformations, des erreurs de mesures de tailles se superposent aux erreurs des autres variables (seuillage...) et diminuent ainsi l'exactitude des résultats.

Le nombre limité d'images disponibles à la suite d'essais, nous amène à penser à utiliser l'acquisition des images par caméra cinématographique ultrarapide en association avec un éclairage convenable, puis leur reproduction en vidéo pour numérisation et traitement. On peut ainsi étudier l'influence des différents paramètres sur la distribution des bulles et sur leur durée de vie.

II - Discussion relative à la méthode de la source image :

Nous avons proposé des expressions analytiques des formules permettant le calcul de l'intensité sonore rayonnée par une source circulaire. Les formules que l'on trouve dans plusieurs travaux ne sont pas directement utilisables pour calculer l'intensité sonore.

Nous avons alors entrepris d'explicitier directement les formules en faisant des hypothèses simplificatrices. Ces simplifications nous permettent de faire certaines constatations qui nous donneront une idée de la structure du champ.

Dans les formules auxquelles nous nous sommes intéressés, la distance d'observation $|r-r_0|$ intervient dans les termes d'amplitude et dans les termes de phase. Dans les termes d'amplitude, on écrit habituellement au premier ordre en r_0/r : $|r-r_0| = r$. Cela revient à négliger les facteurs en r_0/r et ceux en $1/kr$ si nous ne considérons que des sources de grandes dimensions vis-à-vis de la longueur d'ondes. Dans les termes de phase, on écrit : $|r-r_0| = r - r_0 \sin\theta \cos(\phi_0 - \phi)$. Cela revient à négliger les termes en r_0^2/r et à faire, par conséquent, une erreur de phase maximale de $2\pi D^2 / 8\lambda r$ où D est le diamètre de la source.

Au second ordre en r_0/r , on écrit sur l'axe de la source : $|r-r_0| = r(1 + r_0^2/2r^2)$. Lorsque $r_0 \ll r$, on écrit dans les termes d'amplitude : $1/(1 + r_0^2/2r^2) \approx 1 - r_0^2/2r^2$ et si encore $r_0 \ll \sqrt{(r \lambda / \pi)}$ on aura dans les termes de phase :

$$\exp[-jk(r_0^2/2r)] \approx 1 - jk(r_0^2/2r).$$

L'étude de la zone lointaine est facilitée par la forme simple que prennent les équations dont les solutions sont bien connues. La zone proche, par contre, est plus difficile à étudier car les calculs doivent être effectués avec un minimum d'approximations dont le choix est très important.

Nous avons tenu à donner le détail de ces calculs parce que nous ne l'avons trouvé dans aucun des ouvrages de référence.

Nous avons représenté sur les figures (III-1 et III-2) l'intensité acoustique calculée sur l'axe de la source au premier ordre en r_0/r . Sur la première figure nous avons négliger le terme $r_0 \sin \theta \cos (\phi_0 - \phi)$ au dénominateur. Ce dernier est pris en compte sur la deuxième figure. Dans les deux cas, l'intensité décroît avec la distance.

Les figures (III-3 et III-4) sont relatives au calcul de l'intensité sur l'axe au second ordre en r_0/r où l'on a négligé le terme $r_0^2/2r$ au dénominateur dans la figure (III-3). Il est intéressant de suivre l'évolution de l'intensité acoustique au fur et à mesure que l'on se rapproche de la source. Alors qu'en zone lointaine les deux figures sont suffisantes, nous voyons qu'en zone proche la figure (III-3) donne des résultats nettement meilleurs et très satisfaisants. Sur cette dernière figure, les interférences sont d'autant plus marquées lorsqu'on est plus près de la source.

Les figures (III-5 et III-6) correspondent à l'intensité sur l'axe respectivement aux cas où $k \sin \theta$ est très grand et $k \sin \theta$ est très petit. Dans les deux cas, nous avons supposé que $r_0 \sin \theta \cos (\phi_0 - \phi) - r_0^2 / 2 r \ll 1$. Les courbes apparaissent comme confondues à partir d'une certaine distance de l'ordre du diamètre de la source. On retrouve le même comportement sur la figure (III-7) où on a représenté cette fois-ci l'intensité acoustique, calculée par la méthode de Lommel, sur une surface circulaire de même rayon que la source.

L'intensité calculée par la méthode de la source image est représentée sur les figures (III-8, III-9, III-10, et III-11). Ces courbes sont pratiquement confondues sauf pour des petites distances de la source. Le fait que les courbes coïncident, nous incite à utiliser l'une ou l'autre des quatre formules. Alors qu'au-delà d'une certaine distance, les variations de l'intensité acoustique sont régulières et s'accordent qualitativement à ce que l'on observerait en zone lointaine, par contre ces variations deviennent de plus en plus perturbées à cause des interférences lorsque la distance à la source diminue.

La figure (III-12) représente l'intensité acoustique sur un disque de même rayon que la source en l'absence d'ondes stationnaires. Nous pouvons remarquer que le comportement est le même que celui de la figure (III-4).

Nous avons aussi calculé l'expression de l'amplitude des déplacements effectués par la face émettrice du transducteur en fonction de la déformation statique subie par la lame piézoélectrique pour la même différence de potentiel. Cette expression, pour le cas d'un trilame immergé d'un seul côté dans le liquide, l'autre face étant en contact avec l'air montre qu'une amplitude d'environ 25 fois plus grande que la déformation statique peut être réalisée.

Par contre en présence d'ondes stationnaires, deux cas peuvent se présenter selon l'épaisseur des armatures utilisées et l'amplitude maximale des déplacements ne peut pas excéder la moitié de celle calculée précédemment.

En résumé, une hypothèse relativement simple permet, avec des calculs de complexité acceptable pour un calculateur de bureau, d'obtenir des renseignements précis sur les indications d'amorçage de la cavitation et la structure d'apparence stationnaire des ensembles de bulles.

III - Discussion relative à l'analogie ultrasons - hyperfréquences:

La cavitation est un problème connu par sa très grande difficulté, et il a résisté depuis longtemps à toutes les tentatives faites pour la décrire mathématiquement. La théorie complète du mouvement des bulles dans l'espace reste donc une grande question non résolue de la physique théorique. Afin d'essayer d'expliquer même partiellement ce phénomène, nous avons fait appel aux ondes électromagnétiques guidées. Cette analogie ultrasons-hyperfréquences permettrait de mieux comprendre la distribution des pressions et des vitesses de bulles de cavitation ultrasonore.

Pour des intensités sonores faibles, le régime observable est un régime stationnaire qui s'établit au bout d'un temps relativement long de sorte que dans les cas réels on se trouve en régime transitoire. Une comparaison des observations expérimentales avec les ondes électromagnétiques montre que la modélisation est alors tout à fait satisfaisante lorsque les vibrations du transducteur sont très faibles. Dans ce cas, le champ d'ondes stationnaires se construit aisément. Dans le cas contraire, la décomposition de vitesse particulière permet de rendre compte des phénomènes tourbillonnaires.

Lorsque les amplitudes de vibration du transducteur sont encore plus importantes, il apparaît dans le liquide un mouvement turbulent pour lequel la vitesse varie en chaque point en grandeur et en direction sans aucune régularité et dont le mécanisme profond est insaisissable par les appareils de mesure habituels. Par augmentation de la vitesse, les tourbillons s'échappent aussitôt formés. Ceux convectés à la vitesse de l'écoulement ont tendance à s'enrouler les uns autour des autres en créant des irrégularités fort prononcées et n'ont pas une durée de vie indéfinie; ils s'amortissent progressivement par viscosité ou se détruisent par effet d'instabilité. Cette instabilité se manifeste par des fluctuations plus ou moins aléatoires. Les écoulements cessent alors d'être stables en particulier dans les zones de cisaillement. Souvent, il se forme aussi, dans le liquide, un anneau de cavitation dû à une forte rotation du liquide se déplaçant avec le tourbillon. Cette formation peut s'expliquer par la présence d'un équilibre local entre la force centrifuge due à la rotation au sein du

tourbillon et le gradient de pression. Si la vitesse du tourbillon est grande, cet équilibre n'est plus respecté.

Tous ces phénomènes ne peuvent donc être expliqués à l'aide de simples considérations sur les ondes électromagnétiques, en régime établi, du fait de la composition des différents types d'ondes qui peuvent se propager dans le voisinage du mode TE_{22} . On imagine donc les difficultés et les limitations si l'analyse doit être faite sur une onde complexe. Toutefois, même si l'approche électromagnétique ne représente que partiellement la réalité, elle permet de comprendre qu'il soit possible de traiter des problèmes complexes d'acoustique en utilisant des méthodes analogiques qui sont maintenant classiques dans d'autres branches de la physique. Ainsi, l'identification et la caractérisation de la distribution de l'écoulement des bulles de cavitation deviendrait un problème académique de la physique classique.

IV - Discussion relative à la dynamique et au chaos :

Les germes se forment dans la phase de nucléation et peuvent servir de point de départ pour le développement des bulles. Ces germes ont des tailles diverses et constamment fluctuantes. Il faut qu'un tel germe atteigne une certaine taille critique pour qu'il puisse constituer un germe actif et participer au développement de la cavitation.

La réduction de la pression entraîne le déséquilibre et le commencement de la croissance des noyaux de cavitation. Par abaissement de la pression, une bulle voit son rayon augmenter tout en restant en équilibre puis, lorsque la pression correspondant au minimum de la courbe est atteinte, grossir de façon explosive. L'allure des courbes donnant la pression en fonction du rayon passe par un minimum. Ce point minimum, appelé point critique, est caractérisé par un rayon critique et une pression critique. Les coordonnées de ce point vérifient l'équation : $dp / dR = 0$. L'ensemble des points minimums déterminent la courbe critique de la pression. Cette courbe critique est caractéristique de chaque milieu.

La pression critique est toujours inférieure à la pression de vapeur, en-dessous de laquelle on aura affaire à une cavitation véritable. Une bulle ne peut

se développer que si elle est soumise à une pression inférieure à la pression critique. Cette pression critique est négative tant que le rayon initial reste suffisamment petit. Lorsque les bulles sont de tailles importantes, la pression de gaz est généralement très faible. On peut donc considérer que cette pression est négligeable dès que la bulle est en phase d'expansion. Dans ce cas, la pression interne est pratiquement égale à la pression de vapeur.

Quant à la surpression dans la bulle due aux effets de la tension de surface, elle devient rapidement négligeable après le passage de la pression critique. Il convient de remarquer que la tension de surface de l'eau est la plus élevée que celle des autres liquides.

L'importance de cette analyse est la possibilité d'établir une correspondance entre la pression minimale et la valeur de la taille initiale R_0 . On peut ainsi définir la cavitation stable par un modèle de bulle dont le rayon serait inférieur à R_c . Quant à la cavitation transitoire, on peut la définir par un modèle de bulle dont le rayon serait supérieur à R_c .

Pour pouvoir établir les théories qui décrivent le phénomène de cavitation et la variation de leurs tailles au cours du temps, il faut beaucoup d'hypothèses simplificatrices et même ainsi, ces théories sont encore loin d'être simples.

Le calcul classique du mouvement d'une bulle isolée est celui de Rayleigh complété par Gilmore qui a introduit les effets de la compressibilité du liquide. Les reproches qu'on peut faire à la théorie de Rayleigh sont d'une part qu'elle ne tient pas compte de la compressibilité du fluide. D'autre part, elle est relative à un système statique ou quasi-statique lorsque les bulles se développent lentement. Il est possible, dans ce cas, de prédire la durée de vie des bulles. Or il existe des cas où les bulles se développent d'une manière catastrophique et s'accompagnent de grandes pressions et températures. Dans ce cas, on doit tenir compte de la compressibilité. Il faut noter que si pour des pressions ordinaires les compressibilités des différents liquides se distinguent fortement l'une de l'autre, pour des pressions très fortes les coefficients de compressibilité de tous les liquides deviennent presque égaux.

Dans un mouvement compressible, dont la description requiert la connaissance de l'état thermodynamique, on observe entre les particules du

fluide idéal des influences réciproques exercées par les seules forces de pression. Pour le cas incompressible, une simplification considérable est obtenue du fait que l'équation de la continuité devient linéaire.

Les grandes difficultés surgissent lorsqu'on construit la théorie des mouvements asymétriques des bulles dus à l'instabilité de leur forme sphérique pendant leur pulsation ou occasionnés par les gradients des pressions dans le fluide. Aucune solution du problème, concernant la détermination de la pression ou de la température, par exemple, au moment de l'implosion, n'est possible sans faire des hypothèses sur la forme initiale des bulles et les forces responsables pour les maintenir.

Dans les quatre modèles dynamiques, il est possible sous certaines précautions d'obtenir une information temporelle sur l'évolution des bulles. Puisqu'il était très délicat de déterminer cette évolution, nous avons proposé une représentation qui repose sur la résolution numérique des trois premières approximations afin de mener une étude complète. Si la quatrième approximation a été exclue de nos calculs c'est uniquement pour des raisons matérielles. Mais il n'est pas certain que les propriétés des bulles obtenues par voie numérique soient conservées puisque la notion d'espace et du temps interviennent en même temps. La mesure des fréquences de résonance permettrait d'apporter une réponse à cette question.

Cette étude a montré que des représentations exactes de $R(t)$ ne pouvaient être obtenues que très rarement en raison de la complexités des calculs. On peut cependant se contenter d'approximations de chaque solution.

Le premier modèle simplifié a montré que l'amplitude de l'oscillation augmente avec le temps et devient asymétrique pour un mouvement linéaire lorsque $\omega \neq \omega_0$. Ce comportement est typique aux bulles dont la taille est supérieure à la taille de résonance. Ces bulles deviennent instables et, par conséquent, se désintègrent pour produire des microbulles. Toujours dans le cas où $\omega \neq \omega_0$, l'oscillation de la cavité comprend deux composantes : l'une est associée à l'oscillation forcée ω et l'autre à l'oscillation libre ω_0 . Le mouvement est périodique si sa période est un multiple de la période de l'oscillation forcée et de celle de l'oscillation libre. Les coefficients de

proportionnalité, quant à eux, doivent être des entiers petits sinon la période du mouvement serait supérieure à la période de l'onde ultrasonore.

Par contre en mouvement non-linéaire, le mouvement de la cavité est complexe à cause d'un grand nombre de résonances possibles qui apparaissent. Il est composé de l'oscillation libre, l'oscillation forcée et d'harmoniques des deux.

Malgré la nature des approximations, ces résultats donnent une image quantitative sur la manière dont les cavités transitoires sont générées. En mouvement linéaire, une cavité est instable pour $\omega = \omega_0$. D'autre part, en mouvement non-linéaire, une cavité serait instable pour une variété de combinaison de P_a et de ω , ce qui générerait des cavités transitoires.

La deuxième phase de l'étude a consisté à examiner la possibilité d'existence de phénomène chaotique qui n'a pas été observé jusqu'ici. A partir des modèles mathématiques, il est possible d'étudier numériquement le comportement des bulles sur des temps relativement longs. Les résultats obtenus ont montré que, pour la même valeur de R_0 ou de P_a , les équations différentielles possèdent des solutions chaotiques et plusieurs régimes différents peuvent exister.

On observe un processus de turbulence par perte de cohérence spatiale pour des pressions acoustiques très grandes. Lorsque des valeurs de cette pression sont encore relativement modérées, on peut observer une multiplicité de configurations possibles, certaines sont régulières, quasi-périodiques avec des oscillations de plus en plus faibles, d'autres très faiblement chaotiques avec des oscillations légèrement irrégulières. Cette grande complexité et la diversité des types de comportement ont longtemps conféré à la cavitation un caractère mystérieux. Même les cas les plus simples restent très difficiles à préciser, en particulier à cause d'une sensibilité extrême aux conditions initiales. La cavitation constitue donc un système imprévisible bien qu'elle soit déterministe. En effet, les solutions analytiques des équations de comportement sont impossibles mais l'histoire du système peut être entièrement déterminée à partir de son état initial.

Les expériences numériques à partir de l'équation de Rayleigh-Plesset

permettent d'obtenir des résultats satisfaisants seulement à faible pression. La connaissance de la position et de la vitesse est à la fois nécessaire et suffisante pour décrire complètement l'état instantané du système. La représentation de la solution de l'équation de comportement dans un repère (position, vitesse) appelé espace des phases, permet d'obtenir des courbes représentatives de l'état du système. Ces courbes constituent un portrait de phase et correspondent aux trajectoires décrites par le système lorsqu'il est stabilisé ou aux trajectoires limites. Dans le cas d'un comportement chaotique, ces trajectoires décrivent des attracteurs étranges.

Bien que l'étude numérique ne soit pas en mesure d'élucider clairement la question, elle remplace néanmoins l'expérimentation en laboratoire lorsque celle-ci s'avère impossible ou trop onéreuse et c'est là le grand avantage du calcul par rapport à l'expérience que de pouvoir ainsi explorer le milieu cavitant. Cette étude a permis de mieux comprendre la diversité des types de comportements. Cependant, toutes les difficultés ne sont pas encore résolues pour traiter qualitativement le problème et il reste encore beaucoup de travail à faire pour arriver à une prédiction commode et fiable du phénomène de cavitation.

Des progrès importants vers une théorie générale doivent être faits. Ces progrès doivent être dus pour une large part à une adaptation des idées et des techniques mathématiques développées dans d'autres domaines de la physique, notamment l'étude des transitions de phases, des matériaux ferromagnétiques, des supraconducteurs ou de la ferromagnétisme. Ces méthodes permettent d'analyser la stabilité de divers types d'écoulement dans le fluide et de prédire les configurations les plus probables.

Il est très intéressant de connaître la manière dont s'écrasent en réalité les bulles de cavitation et les pressions atteintes au cours de cet écrasement. La détermination de ces pressions est très difficile par voie expérimentale directe et justifie l'étude théorique complète de la phase finale de l'écrasement à condition que le modèle utilisé représente la réalité.

Le chaos est une étape décisive dans le problème de transition vers la turbulence et il ouvre une nouvelle voie d'approche dans ce domaine. Il peut

apporter un éclairage nouveau sur les mécanismes fondamentaux de l'apparition de la turbulence. Dans l'ensemble, on constate que l'approche adoptée ici s'avère profitable lorsque la transition vers la turbulence s'opère par une complication progressive de la dynamique, impliquant une cascade de phénomènes intermittents dans l'espace et dans le temps.

Nous souhaitons que cette étude ouvre la voie à de nouvelles recherches pour arriver à une formulation mathématique rigoureuse de l'évolution des bulles de cavitation.

V - Conclusion générale :

Les études précédentes ont conduit, pas à pas, à mettre en évidence une méthode d'analyse de plusieurs phénomènes de cavitation ultrasonore dans une cuve rectangulaire à partir de phénomènes de guidage d'onde électromagnétiques, en n'oubliant pas que les aspects géométriques des phénomènes de vibrations diffèrent entre la haute fréquence et les ultrasons.

Cependant, il est apparu que la description des phénomènes d'apparence stationnaire qui se produiraient, et notamment le rassemblement de petites bulles sur des plans bien définis, relevaient d'un effet d'ondes stationnaires avec source-image due au réflecteur de l'interface liquide-air.

Un calcul approché montre alors que la cavitation se déclenche par des puissances acoustiques assez faibles; enfin la méthode de mesure de l'intensité acoustique par disque se trouve numériquement justifiée.

Un choix critique et la mise en évidence de plusieurs techniques de visionique permet d'effectuer une sélection entre les différents phénomènes lumineux observés lors de la cavitation sous éclairage en lumière blanche et conduit à définir le domaine des phénomènes d'apparence stationnaire (principalement le rassemblement des petites bulles de cavitation sur des positions géométriques données), celui des phénomènes transitoires à caractère itératif (notamment la trajectoire en spirale de petites bulles grossissant jusqu'à l'explosion) et celui des phénomènes transitoires rapides, semblant relever du chaos.

Dès lors une analogie " pression acoustique / champ électrique et vitesse particulaire / champ magnétique " permet d'analyser plusieurs phénomènes géométriques à partir du mode de propagation rectangulaire TE_{22} ; des conséquences déduites de l'orthogonalité des lignes de E et de H permettent l'interprétation qualitative des mouvements des petites bulles, ainsi que leurs évolutions de tailles; les expressions de puissances et des impédances se transposent aisément.

L'analyse théorique de la dynamique de cavitation permet de conduire à un ensemble d'hypothèses qui déterminent un comportement de variation de

dimensions de bulles conforme aux observations. Un essai d'analyse chaotique ne fournit pas aisément l'interprétation des régimes transitoires observés; les conditions d'amorçage de la cavitation restent donc difficiles à maîtriser et à reproduire. Actuellement l'application cible du procédé est la perturbation régulière et reproductible des sites de germination-croissance de couches électrolytiques et des premiers résultats ont été obtenus. Le groupe de recherches a l'intention de consacrer encore quelques efforts pour mieux maîtriser l'amorçage de la cavitation alors que la modélisation proposée du régime d'apparence stationnaire est d'usage commode.

Même si les problèmes simples abordés dans ce rapport ne permettent pas d'effectuer l'étude théorique complète de la cavitation et des écoulements de bulles rencontrés, ils fournissent au moins un moyen d'analyser qualitativement les phénomènes physiques importants qui entrent en jeu et d'expliquer certaines propriétés capitales des phénomènes de cavitation forts complexes.

Bibliographie

- [1] A.E. Crawford
Technique des ultrasons - Applications à basse et haute puissances -
Dunod - Paris - (1959)
- [2] A. Dognon
Les ultrasons et leurs applications.
Presses Universitaires de France (1953)
- [3] G.W. Willard
Ultrasonically induced cavitation in water : A step-by-step process.
J.A.S.A. Vol.25 n°4(1953)669-686
- [4] E.A. Neppiras
Acoustic cavitation.
Physics Reports Vol.61 n°3(1980)159-251
- [5] M. Strasberg
Onset of ultrasonic cavitation in tap water.
J.A.S.A. Vol.31 n°2(1959)163-176
- [6] R.E. Apfel
Acoustic cavitation inception.
Ultrasonics - July -(1984)167-173
- [7] M. Rein and G.E.A. Meier
On the influence of different parameters on heterogeneous shock
cavitation.
J.A.S.A. Vol.88 n°4(1990)1921-1928
- [8] P.W. Vaughan and S. Leeman
Acoustic cavitation revisited.
Acustica Vol.69 n°3(1989)109-119
- [9] R.E. Apfel
Acoustic cavitation prediction.
J.A.S.A. Vol.69 n°6(1981)1624-1633
- [10] J.B. Fowlkes and L.A. Crum
Cavitation threshold measurements for microsecond length pulses of
ultrasound.
J.A.S.A. Vol.83 n°6(1988)2190-2201

- [11] D.L. Miller
A review of the ultrasonic bioeffects of microcavitation, gas-body activation, and related cavitation-like phenomena.
Ultrasound in Med. Biol. Vol.13 n°8(1987)443-470
- [12] G.R. Ter Haar et al.
Evidence for acoustic cavitation in vivo.
IEEE transactions on ultrasonics, Ferroelect. and Freq. Cont. Vol.33 n°2(1986)162-164
- [13] R.E. Apfel
Possibility of microcavitation from diagnostic ultrasound.
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelect. and Freq. Cont. Vol.33 n°2(1986)139-142
- [14] C.L. Christman et al.
Evidence for free radicals produced in aqueous solutions by diagnostic ultrasound.
Ultrasonics Vol.25 n°1(1987)31-34
- [15] G.K. Johri et al.
Equivalent temperatures of sonoluminescence by steady and pulsed ultrasound irradiation for different gas-water systems.
J.A.S.A. Vol.84 n°6(1988)2170-2178
- [16] L.A. Crum et al.
Acoustic cavitation produced by microsecond pulses of ultrasound.
J.A.S.A. Vol.91 n°2(1992)1113-1119
- [17] H.G. Flynn
Generation of transient cavities in liquids by microsecond pulses of ultrasound.
J.A.S.A. Vol.72 n°6 (1982)1926-1932
- [18] H.G. Flynn
Physics of acoustic cavitation in liquids.
Physical Acoustics Vol.I Part B Edited by W. P. Mason
Academic Press - New York - (1964)57-172
- [19] W. Lauterborn and W. Hentschel

Cavitation bubble dynamics studied by high speed photography and holography.

Ultrasonics Vol.24 n°2(1986)59-65

[20] F.G. Blake

The properties of gaseous solutions as revealed by acoustic cavitation measurements.

J.A.S.A. Vol.21 (1949)464

[21] T.G. Leighton et al.

Acoustic bubble sizing by combination of subharmonic emissions with imaging frequency.

Ultrasonics Vol.29 n°4(1991)319-323

[22] P. Ciuti et al.

Pulsed ultrasonic cavitation III : subharmonic 1/2 and luminescence thresholds in different gas-water systems.

Acustica Vol.69 n°3(1989)120-123

[23] P.W. Vaughan and S. Leeman

Some comments on mechanisms of sonoluminescence.

Acustica Vol.59 n°4(1986)279-281

[24] N.I. Zharov

Development of cavitation gas-vapor bubbles.

Sov.Phys.Tech.Phys. Vol.35 n°12(1990)1375-1379

[25] L.A. Crum

Nucleation and stabilization of microbubbles in liquids.

App.Sci.Res. Vol.38(1982)101-115

[26] S.I. Madanshetty and R.E. Apfel

Acoustic microcavitation : enhancement and applications.

J.A.S.A. Vol.90 n°3(1991)1508-1514

[27] P.A. Lewin and L. Bjørnø

Acoustic pressure amplitude thresholds for rectified diffusion in gaseous microbubbles in biological tissue.

J.A.S.A. Vol.69 n°3(1981)846-852

[28] A. Francescutto et al.

Acoustic cavitation thresholds in NaCl water solutions.

La houille blanche Vol.47 n°7-8(1992)535-538

[29] C.K. Holland and R.E. Apfel

An improved theory for the prediction of microcavitation thresholds.

IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelect. and Freq. Cont. Vol.36
n°2(1989)204-208

[30] A.J. Coleman and J.E. Saunders

A review of the physical properties and biological effects of the high
amplitude acoustic fields used in extracorporeal lithotripsy.

Ultrasonics Vol.31 n°2(1993)75-89

[31] H.G. Flynn

Cavitation dynamics I : Mathematic formulation.

J.A.S.A. Vol.57 n°6 (1973)1379-1396

[32] H.G. Flynn

Cavitation dynamics II : Free pulsations and models for cavitation
bubbles.

J.A.S.A. Vol.58 n°6 (1975)1160-1170

[33] L.A. Crum

Acoustic force on a liquid droplet in an acoustic stationary wave.

J.A.S.A. Vol.50 n°1(1971)157-163

[34] L.A. Crum and D.A. Nordling

Velocity of transient cavities in an acoustic stationary wave.

J.A.S.A. Vol.52 n°1(1972)294-301

[35] A.I. Eller

Force on a bubble in a standing acoustic wave.

J.A.S.A. Vol.43 n°1(1968)170-171

[36] E.J.A. Bellegarda

Collapse and rebound of gas-filled spherical bubble immersed in a
diagnostic ultrasonic field.

J.A.S.A. Vol.88 n°2(1990)1054-1060

[37] L. Desnoël

Mécanique des fluides

Dunod - Paris - (1991)

[38] K. Vokurka

Comparison of Rayleigh's, Herring's and Gilmore's models of gas bubbles.

Acustica Vol.59(1986)214-219

[39] M.P. Shankar et al.

Fluid pressure measurement using bubbles insonified by two frequencies.
Ultrasonics Vol.24(1986)333-336

[40] G.S. Bennett

A new method for the visualisation and measurement of ultrasonic fields.
J.A.S.A. Vol.24 n°5(1952)470-474

[41] G. Kossoff

Balance technique for the measurement of very low ultrasonic power outputs.

J.A.S.A. Vol.38(1965)880-881

[42] M.J. Farmery and T.A. Whittingham

A portable radiation-force balance for use with diagnostic equipment.
Ultrasound in Med. Biol. Vol.3 (1978)373-379

[43] H.K. Fahmi et al.

Experimental study of cavitation using the radiation pressure balance.
Ultrasonics International -Graz(Austria)- (1979)50-60

[44] J.A. Rooney

Determination of acoustic power outputs in the microwatt-milliwatt range.

Ultrasound in Med. Biol. Vol.1 (1973)13-16

[45] M.A. Perkins

A versalite force balance for ultrasound power measurement.
Phys. Med. Biol. Vol.34 n°11(1989)1645-1651

[46] B. Zeqiri and D.R. Jones

A radiation force techniques for determining ultrasonic attenuation.
Phys. Med. Biol. Vol.34 n°11(1989)1653-1666

[47] R.C. Preston

Measurement and characterisation of the acoustic output of medical ultrasonic equipment, Part I.

Med. Biol. Eng. Comp. Vol.24(1986)113-120

[48] R.C. Preston

Measurement and characterisation of the acoustic output of medical ultrasonic equipment, Part II.

Med. Biol. Eng. Comp. Vol.24(1986)225-234

[49] J. Zieniuk and R.C. Chivers

Measurement of ultrasonic exposure with radiation force and thermal methods.

Ultrasonics Vol.14(1976)161-171

[50] S-H. Lee

Etude d'ondes stationnaires ultrasonores à faibles distances à l'aide de potentiels scalaires retardés.

Thèse de Docteur-Ingénieur (Université de Nancy I) (1984)

[51] M. Khosravi

Analyse dosimétrique de faisceaux ultrasonores focalisés utilisés en hyperthermie.

Thèse de Docteur-Ingénieur (Université de Nancy I)(1981)

[52] P. Biquard

Sur l'absorption des ondes ultrasonores par les liquides.

Ann.Phys.serie 11,T6(1936)195-304

[53] Y. Tomita and A. Shima

High speed photographic observations of laser-induced cavitation bubbles in water.

Acustica Vol.71 n°3(1990)161-171

[54] I.G. Mikhailov

Methods of measuring the absolute intensity of ultrasonic waves in liquids and solids.

Ultrasonics - July-September -(1964) 129-133

[55] M.H. Agdaei

Dispositif ultrasonore pour une hyperthermie localisée dans le traitement

des tumeurs cancéreuses.

Thèse de Docteur-Ingénieur (Université de Nancy I)(1982)

[56] F. Soehnlén and M.L. Gaulard

Study of the velocity field and temperature distribution of bubbles of cavitation.

Ultrasonics International - Brighton (U. K.) -(1981)26-31

[57] C.J. Martin and A.N.R. Law

The use of thermistor probes to measure energy distribution in ultrasound fields.

Ultrasonics Vol.18 - May -(1980)127-133

[58] C.J. Martin and A.N.R. Law

Design of thermistor probes for measurement of ultrasound intensity distributions.

Ultrasonics Vol.21 - March -(1983)85-90

[59] M.G. Sirotyuk

Effect of temperature and gas content of the liquid on cavitation processes.

Sov.Phys. Acoustics Vol.12 n°1(1966)67-71

[60] V. Ciaravino and M.W. Miller

A Comparison of two techniques for measured iodine release as an indicator of acoustic cavitation.

J.A.S.A. Vol.74 n°6(1983)1813-1816

[61] G. Kossoff

The measurement of peak acoustic intensity generated by pulsed ultrasonic equipment.

Ultrasonics - October -(1969) 249-251

[62] H.W. Persson et al.

A measurement system for continuous wave ultrasound fields.

Ultrasound in Med. Biol. Vol.17 n°5 (1991)501-504

[63] M. Bocquet

Mesure des intensités ultrasonores par interférométrie laser.

Bulletin du bureau national de métrologie Vol.18 n°67(1987)19-32

- [64] M. Bocquet
Mesure des intensités ultrasonores par interférométrie laser.
J. Echographie et Médecine ultrasonore Vol.9 n°4(1988)125-132
- [65] H.L.W. Chan et al.
Use of fibre-optic hydrophone in measuring acoustic parameters of high power hyperthermia transducers.
Phys. Med. Biol. Vol.34 n°11(1989)1609-1622
- [66] V.L. Bohn
Schalldruckverlauf und spektrum bei der schwingungskavitation.
Acustica Vol.7(1957)201-216
- [67] M. Xiping et al.
The electrochemical determination of the effect of ultrasound cavitation.
Acoustics Letters Vol.15 n°2(1992)257-259
- [68] J.C. Baboux et al.
Measurement of the ultrasonic energy radiated by transducers used in echography.
Ultrasound in Med. Biol. Vol.5 (1979)75-82
- [69] B. Gindroz
Comparaison expérimentale de techniques de mesure de germes de cavitation.
La houille blanche Vol.47 n° 7-8(1992)567-572
- [70] M. Bruneau
Introduction aux théories de l'acoustique.
Publications de l'Université du Maine - France - (1983)
- [71] H.W. Drawin
Phénomènes de vibration et de propagation Tome II : phénomènes de propagation.
Editions Eyrolles - Paris - (1976)
- [72] J.P. Mathieu
Vibrations et phénomènes de propagation. Tome II : Ondes.
Masson & C^{ie}, Editeurs - Paris - (1974)

- [73] P. Fleury et J.P. Mathieu
Vibrations mécaniques.
Editions Eyrolles - Paris - (1959)
- [74] L. Thourel
Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétriques. TomeII : Les antennes.
Cepadues, Editions - Toulouse - (1990)
- [75] T. Hasegawa et al.
A new rigorous expansion for the velocity potential of a circular piston source.
J.A.S.A. Vol.74 n°3(1983)1044-1047
- [76] J.P.M. Trusler
Physical acoustics and metrology of fluids.
Adam Hilger - New York - (1991)
- [77] P.B. Nagy
Diffraction correction for radiation force measurement on an ideal plane reflector.
Acustica Vol.61 n°2(1986)125-129
- [78] P.H. Rogers and A.L. Van Buren
A exact expression for the Lommel diffraction correction integral.
J.A.S.A. Vol.55 n°4 (1974)724-728
- [79] K. Yamada and Y. Fujii
Acoustic response of a circular receiver to a circular source of different radius.
J.A.S.A. Vol.40 n°5(1966)1193-1194
- [80] J. Zemanek
Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston.
J.A.S.A. Vol.49 n°1(1971)181-191
- [81] M. Feldmann et al.
On the use of evolution equations for describing the nearfield zone of ultrasonic transducers.
Acoustics Letters Vol.13 n°8(1990)130-135

- [82] G.N. Watson
A treatise on theory of Bessel fonctions.
Cambridge University Press (1966)
- [83] P. Biquard
Les ondes ultrasonores.
Revue d'acoustique Vol.1(1932)93-109
- [84] P. Biquard
Les ondes ultrasonores.
Revue d'acoustique Vol.3(1934)104-132
- [85] P. Vigoureux
Ultrasonics.
Chapman & Hall LTD - London - (1952)
- [86] G. Dubost
Propagation libre et guidée des ondes électromagnétiques.
Masson - Paris - (1995)
- [87] Ch.Vassallo
Théorie des guides d'ondes électromagnétiques - Tome I -
Editions Eyrolles - Paris - (1985)
- [88] F. Gardiol
Hyperfréquences.
Dunod - Presses Polytechniques Normandes - (1987)
- [89] D.S. Jones
The theory of electromagnetism.
Pergaman Press - London - (1964)
- [90] LI.G. Chambers
An introduction to the mathematics of electricity and magnetism.
Chapman & Hall - London - (1973)
- [91] G. Raoult
Les ondes centimétriques.
Masson et Cie Editeurs - Paris - (1958)
- [92] K.F. Sander and G.A.L. Reed
Transmission and propagation of electromagnetic waves -Second Edition-

- Cambridge University Press - Cambridge - (1986)
- [93] M. Rossi
Electroacoustique.
Dunod - Presses Polytechniques Normandes - (1986)
- [94] P.J.T. Filippi
Acoustique générale.
Les éditions de physique - Les Ulis - France - (1994)
- [95] M.C. Junger et M. Perulli
Eléments d'acoustique physique.
Collection Université de Compiègne.
Maloine S.A. Editeur- Paris - (1978)
- [96] J. Lighthill
Waves in fluids.
Cambridge University Press - Cambridge - (1978)
- [97] M. Jessel
Acoustique Théorique.
Masson et Cie Editeurs - Paris - (1973)
- [98] J.F. Rosenbaum
Bulk acoustic wave theory and devices.
Artech. House - Boston - (1988)
- [99] R. Comolet
Mécanique expérimentale des fluides - Quatrième édition -
Tome I : Masson - Paris - (1985)
Tome II : Masson - Paris - (1994)
- [100] I. Ryhming
Dynamique des fluides.
Première édition - Presses Polytechniques Normandes - (1985)
Deuxième édition - Presses Polytechniques Normandes - (1991)
- [101] P. Bergé et al.
L'ordre dans le chaos.
Hermann-Editeurs des sciences et des arts - Paris -(1984, 1988 et 1992)
- [102] P.G. de Gennes

L'ordre du chaos.

Pour la science - Diffusion Belin - Paris - (1989)

[103] R.K. Zeytounian

Mécanique des fluides fondamentale.

Springer-Verlag - Berlin - (1991)

[104] La ferrorésonance, un phénomène parfois chaotique.

Epure - E.D.F. - n°50 - (Avril 1996)

[105] R.C. Gonzalez and P. Wintz

Digital image processing.

Addison, Wesley publishing company - Massachusetts- (1977)

[106] A. Bijaoui

Introduction au traitement numérique des images.

Masson - Paris - (1984)

[107] M. Coster et J.L. Chermant

Précis d'analyse d'images.

Editions du C.N.R.S. - Paris - (1985)

[108] J. Caniou

L'observation et la mesure par thermographie.

AFNON - Paris - (1991)

[109] M. Beigbeder et al.

Développement d'un système d'analyse d'images numérisées pour l'étude histomorphométrique du tissu osseux.

Innov. Tech. Biol. Med. Vol.8 n°1(1987)78-87

[110] M. Kunt et al.

Traitement numérique des images.

Presses Polytechniques et Universitaires Romandes - Lausanne - (1993)

[111] G. Hausmann and W. Lauterborn

Determination of size and position of fast moving gas-bubbles in liquids by digital 3-D image processing of hologram reconstructions.

Appl.Opt. Vol.19 n°20(1980)3529-3535

[112] C. Pieralli et G. Tribillon

Traitement d'images 3-D appliqué à la profilométrie optique pour l'étude

du phénomène d'érosion de cavitation.

J.Optics Vol.18 n°1(1987)9-17

[113] B. Peroche et al.

La synthèse d'images.

Editions Hermès - Paris -(1988)

[114] M. Coutanceau et J. Coutanceau

Visualisation et traitement d'images en mécanique des fluides.

Cinquième colloque national (2-5 Juin 1992) -Poitiers- France.

[115] G. Gaussorgues

La thermographie infrarouge.

Technique et documentation - Paris -(1981, 1984 et 1989)

[116] J.-P. Cocquerez et C. Philipp

Analyse d'images: Filtrage et segmentation.

Masson - Paris - (1995)

[117] C. Bonjour et M. Matthey

Lasers et applications industrielles.

Presses Polytechniques et Universitaires Romandes - Lausanne - (1982)

[118] R. Oba

Several trials in the search for a complete cavitation concept.

J.M.S.E.International Journal Vol.33 n°4(1990)621-628

[119] K.I. Idogawa et al.

Effect of gas and liquid properties on the behavior of bubbles in a column under high pressure.

Int. Chem. Eng. Vol.27 n°1(1987)93-99

[120] P.M. Galletti et al.

Medical applications of piezoelectric polymers.

Gordon and Breach Science Publishers - New York - (1988)

[121] G. Goudet

Les fonctions de Bessel.

Masson & C^{ie}, Editeurs - Paris - (1965)

[122] A.H. Carter and A.O. Williams

A new expansion for the velocity potential of a piston source.

J.A.S.A. Vol.23 n°2 (1951)179-184

[123] T. Hasegawa et al.

Acoustic radiation force on a rigid sphere in the near field of circular piston vibrator.

J.A.S.A. Vol.88 n°3(1990)1578-1583

[124] W.L. Meyer et al.

Prediction of the sound field radiated from axisymmetric surfaces.

J.A.S.A. Vol.65(1979)631-638

[125] E.A. Krant

Fundamentals of mathematical physics.

McGraw-Hill Book Company - New York -(1967)

[126] H.O. Peitgen et al.

Fractals for the classroom.

N.C.T.M. Springer-Verlag - New York - (1992)

[127] P.B. Kahn

Mathematical methods for scientists and engineers.

John Wiley & Sons - New York - (1990)

[128] H.J. Korsch and H.J. Jodl

Chaos.

Springer-Verlag - Berlin - (1994)

[129] J.M.T. Thomson and H.B. Stewart

Nonlinear dynamics and chaos.

John Wiley & Sons - New York - (1993)

[130] A. Goldbeter

Rythmes et chaos dans les systèmes biochimiques et cellulaires.

Masson - Paris - (1990)

[131] M.J. Feigenbaum

Quantitative universality for a class of non-linear transformations.

J. Stat. Phys. Vol.19 (1978)25-52

[132] W. Lauterborn and E. Suchla

Bifurcation superstructure in a model of acoustic turbulence.

- Phys. Rev. Lett. Vol.53(1984)2304-2307
- [133] W. Lauterborn and E. Cramer
Subharmonic route to chaos observed in acoustics.
Phys. Rev. Lett. Vol.47(1981)1445-1448
- [134] E.O. Belcher
Quantification of bubbles formed in animals and Man during decompression.
IEEE transactions on biomedical Eng. Vol.27 n°6(1980)330-338
- [135] M.F. Gillis
In vivo detection of circulating gaz embodi associated with decompression sickness using Doppler flowmeter.
Nature Vol.217 n°6(1968)965-967
- [136] M.P. Spencer et al.
Experiments on decompression bubbles in the circulation using ultrasound and electromagnetic flowmeters.
J. Occupational Med. Vol.11 n°6(1969)238-244
- [137] N.J. Pritchard et al.
The ultrasonic degradation of biological macromolecules under conditions of stable cavitation.
Biopolymers Vol.4(1966)259-273
- [138] B.D. Butler and B.A. Hills
The lung as a filter for bubbles.
J. App. Physiol. : Respirat. Environ. Exer. Physiol. Vol.47(1979)537-543
- [139] B.C. Chater and A.R. Williams
Absence of platelet damage in vivo following the exposure of non-turbulent blood to therapeutic ultrasound.
Ultrasound in Med. Biol. Vol.8(1982)85-87
- [140] E.P. Rood
Review : mechanisms of cavitation inception.
J.Fluids Eng. Vol.113 n°2(1991)163-175
- [141] L. Rayleigh
On the pressure developped in a liquid during the collapse of a spherical

cavity.

Philosophical Magazine Vol.34(1917)94-98

[142] K. Yosioka and Y. kawasima

Acoustic radiation pressure on a compressible sphere.

Acustica Vol.5(1955)167-173

[143] K. Yosioka et al.

Acoustic radiation pressure on bubbles and their logarithmic decrement.

Acustica Vol.5(1955)173-178

[144] D.L. Miller

Stable arrays of resonant bubbles in a 1 MHz standing wave acoustic field.

J.A.S.A. Vol.62(1977)12-19

[145] J. Wu and G. Du

Acoustic radiation force on a small compressible sphere in a focused beam.

J.A.S.A. Vol.87 n°3(1990)997-1003

[146] F. Fittipaldi

Particle coagulation by means of ultrasonics.

Acustica Vol.41(1979)263-266

[147] G. Looss and D.D. Joseph

Elementary stability and bifurcation theory.

Springer-Verlag - New York - (1990)

[148] P. Glendinning

Stability, Instability and Chaos.

Cambridge University Press - New York - (1995)

[149] E.A. Neppiras and E.E. Fill

A cyclic cavitation process.

J.A.S.A. Vol.46(1969)1264-1271

[150] A. Weissler

Some sonochemical reaction yields.

J.A.S.A. Vol.32 n°2 (1960)283-284

[151] H. Royer et al.

Application of holography to bubble chamber visualisation.

Opt. Com. (1981)37-84

[152] C.C. Church et al.

The exposure vessel as a foactor in ultrasonically-induced mammalian cell lyses. II. An explanation of the need to rotate exposure tube.

Ultrasound in Med. Biol. Vol.8(1982)299-309

[153] O. Lindstrom

The reaction sites in a field of stationary ultrasonic waves.

J. Chem. Phys. Vol.19(1951)1613-1614

[154] E.A. Neppiras et al.

Non-linear behaviour and stability of trapped micron-sized cylindrical gas bubbles in an ultrasonic field.

Ultrasonics Vol.21 - May -(1983)109-115

[155] D.A. Edwards et al.

Interfacial transport processes.

Butterworth - Heinemann series in chemical engineering - U.S.A. (1991)

[156] R. Omta

Oscillations of a cloud of bubbles of small and not so small amplitude.

J.A.S.A. Vol.82 n°3(1987)1018-1033

[157] I. Hansson and K.A. Mørch

The dynamics of cavity clusters in ultrasonic (vibratory) cavitation erosion.

J.A.S.A. Vol.51 n°9(1980)4651-4658

[158] T.R. Meeker and A.H. Meitzler

Guided wave propagation in elongated cylinders and plates.

Physical Acoustics Vol.I Part A Edited by W. P. Mason

Academic Press - New York - (1964)111-167

[159] Z. Bouhala, C.Tosser-Roussey, M-L. Gaulard, A.Tosser-Roussey

Describing the ultrasonic cavitation phenomena in liquid columns from high frequency stationary states of waveguides.

Soumis à Ultrasonics.

[160] C. R. Pichard, Z. Bouhala, A. J. Tosser, A. Rashid, J. Flechon

A comparison of conductivity and crystallographic effects of the phase

transition in electrochemical Nickel-boron layers.

Journal of Materials Science 20 (1985) 3305-3310

[161] L.Bouhouch, A.Tosser-Roussey, A. Dahoun, Z. Bouhala, L.El Abdellaoui
Variations in the crystalline parameter and in the rate of stacking faults of
electro-deposited $\text{Ni}_{100-x}\text{Fe}_x$ thin films with the Fe concentration.

Soumis à Journal of Materials Science.

Il s'agit d'une version étendue, en langue anglaise, de la communication
présentée aux journées 1997 de l'institut Lorrain des matériaux (Metz,11-12-97)

Compléments bibliographiques :

[162] T. Imamura

Particle velocity and acoustic impedance density of the ultrasonic field by
the circular flat transducers.

J.A.S.Jpn.(E) Vol.12 n°3(1991)115-122

[163] A. Sarkissian

Near field acoustic holography for an axisymmetric geometry.

J.A.S.A. Vol.88 n°2(1990)961-966

[164] T. Kamakura et al.

Non linearly generated spectral components in the near field of a
directive sound source.

J.A.S.A. Vol.85 n°6(1989)2331-2337

[165] A.F. Seybert et al.

A special integral equation formulation for acoustic radiation and
scattering for axisymmetric bodies and boundary conditions.

J.A.S.A. Vol.80 n°4(1986)1241-1247

[166] D.L. Miller and W. L. Nybord

Theoretical investigation of the response of gas-filled micropores and
cavitation nuclei to ultrasound.

J.A.S.A. Vol.73 n°5(1983)1537-1544

[167] S. Kamiyama and T. Yamasaki

Critical condition of cavitation occurrence in various liquids.

J.Fluids Eng. Vol.108 n°4(1986)428-432

Résumé :

Sous le nom de cavitation ultrasonore, on désigne un groupe de phénomènes dans lesquels des espaces creux remplis de vapeur ou de gaz se forment ou disparaissent au sein d'un fluide sous l'effet d'un champ ultrasonore.

Le calcul du rayonnement d'une source circulaire par la méthode de la source image a permis la prédiction des positions des ventres et des noeuds de pression acoustique. La cavitation ultrasonore est plus aisée à obtenir à faible puissance électrique lorsque la hauteur du liquide est égale à un nombre impair de fois le quart de la longueur d'onde.

L'étude expérimentale par traitement d'images a permis de confirmer la présence ou l'absence de trois types de phénomènes de cavitation. L'augmentation de la pression se manifeste par une accentuation du tassement des bulles, important dans les ventres de pression sonore, et par un renforcement de certaines tendances telles que l'apparition de tourbillons; l'évolution temporelle des bulles pourrait être expliquée par la théorie du chaos.

Une modélisation de la répartition spatiale des bulles à partir de la théorie des guides d'ondes électromagnétiques est proposée, en bon accord avec l'ensemble des conditions limites qui sont observées; l'excitation d'un mode rectangulaire TE_{22} décrit donc l'ensemble des résultats expérimentaux d'apparence stationnaire : les vitesses ont les composantes du champ magnétique analogue et les forces de pression ont pour analogue les champs électriques. L'interprétation qualitative de phénomènes transitoires est ainsi rendue possible. Des équations restent encore posées sur l'excitation de ce mode TE_{22} à partir du mode circulaire de vibration de la céramique circulaire. La conclusion générale est la capacité à représenter les régimes pseudo-stationnaires de cavitation par des propagations d'ondes hyperfréquences.