



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

Valérie Gueydan

Pour l'obtention du grade de :
DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ de METZ

SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur

OPTION : Mécanique

***MODELISATION NUMERIQUE DU FLAMBAGE
DE BANDES EN ACIER
DANS LES RECUITS CONTINUS***

Soutenue le 30 Avril 1997 devant le Jury composé de:

J.-L. BATOZ	<i>UTC, Compiègne</i>	Rapporteur
B. COCHELIN	<i>ESMM, Marseille</i>	Rapporteur
A. ELIAS	<i>IRSID, Maizières-lès-Metz</i>	Co-directeur de thèse
M. GUEURY	<i>ESSTIN, Nancy</i>	Président
F. MUDRY	BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ	Examineur
M. POTIER-FERRY		Directeur de thèse

022 420621 7

Laboratoire de Physique et de Mécanique des Matériaux, U.R.A. CNRS. n°1215
Université de Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz cedex 01

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE
- METZ

N° inv.	19970725
Cote	S/M ₃ 97/34
Loc	Magasin

REMERCIEMENTS

La lune a pris le relais du soleil. Se dessinent champs, pâtures, bois, vallons et ligne d'horizon à travers la nuit. Tout au long de sa course, la lune nous suivra dans nos marches, nous guidant sur la terre labourée. Les lampes s'allument et s'affairent aux abords des filets, en faisceaux d'abord vifs et impatients, pour devenir ensuite attentionnés. C'est une nuit privilégiée pour le grand passage ...

Entre deux tournées, je songe à ces jours de printemps et d'été. Couleurs, odeurs et bruits évoluant au rythme du soleil: matins frais débordants de rosée, caresses mouillées des roseaux, brumes en nappes féeriques au-dessus des étangs, soleil rouge et frileux rasant un océan de céréales, frémissements de la vie diurne qui s'éveille, lièvres et parfums de la terre encore engourdie; feuilles immobiles dans les après-midi chauds, vies assoupies, bercées par les roulades des martinets tournoyant dans un balai sensuel sur fond de ciel bleu, cris de buses; calme du soir, senteurs suaves des plantes, vagues d'orge dorées et soyeuses, jeux d'ombre des rayons encore chauds. Un après-midi, contre la terre, attendant de redescendre vers les roseaux, j'avais pensé déjà aux remerciements que j'écrirai pour ma thèse.

Mais comment pourrai-je nommer toutes les personnes que je souhaite remercier pour le rôle qui fut le leur durant cette thèse (mon jury, à l'IRSID, au LPMM, dans ma vie privée), sans tomber dans une pléthore d'expressions fades parce que trop habituelles, avec multiples répétitions? J'ai décidé de procéder moins classiquement en vous faisant partager l'espace de quelques lignes ce qui est pour moi tout à la fois passion, exutoire et renforcement de stabilité, pour la branche d'équilibre du chemin de la vie. Toutefois, il est une personne que je ne peux m'empêcher de remercier nommément. Les formules consacrées ne renferment pas pour moi autant de sincérité et de force que des mots simples, alors Michel, acceptez que je vous dise simplement merci.

C'est le moment de retourner relever les filets. Dans cette nuit d'octobre, la lune va bientôt se coucher. Du côté du village, on devine l'arrivée prochaine des premières lueurs du jour au-dessus des forêts. Les alouettes sont là. Espoirs d'ornithologues, ces fiancées de l'air repartent une à une pour leur grand voyage vers le Sud; une petite bague pour seul bagage. Pour le plaisir de mes yeux, elles s'élancent sur fond de lune avant que la nuit ne les reprenne.

6 153-29

S 172 97/59

970597

***MODELISATION NUMERIQUE DU FLAMBAGE DE
BANDES EN ACIER
DANS LES RECUITS CONTINUS***

Valérie Gueydan

L.P.M.M.

**Laboratoire de Physique
et de Mécanique des Matériaux**

Université de Metz

IRSID

**Institut de Recherche
de la Sidérurgie**

Maizières-lès-Metz

SOMMAIRE

	<i>page</i>
Liste des notations -----	IV
Introduction -----	1
 Chapitre I: Exemples de flambage de plaques sous traction	
Introduction -----	5
1 - Rappels sur le flambage linéaire de plaques minces -----	6
1-1 Hypothèses de plaque mince -----	6
1-2 Flambage linéaire -----	8
1-2-a Approche par l'équilibre -----	8
1-2-b Approche par l'énergie potentielle -----	9
1-2-c Origine du flambage -----	11
2 - Exemples 1 et 2: forces ponctuelles appliquées en traction -----	13
2-1 Exemple 1: forces appliquées sur les bords -----	13
2-2 Exemple 2: forces appliquées suivant les diagonales -----	18
3 - Exemple 3: répartition non-uniforme de la traction -----	21
Conclusion -----	24
 Chapitre II: La formation des plis sur ligne de recuit continu	
Introduction -----	26
1 - Le recuit continu -----	27
2 - La formation de plis -----	30
3 - Démarche IRSID/SOLLAC -----	33
3-1 Essais sur maquette à deux rouleaux -----	34
3-2 Installation expérimentale de formation de plis à grande échelle -----	41
3-3 Introduction à la modélisation numérique du flambage -----	48
Conclusion -----	52

Chapitre III: Flambage sans gestion du contact bande/rouleau

Introduction	54
1 - Caractéristiques des calculs	55
1-1 <i>Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques</i>	56
1-2 <i>Conditions aux limites</i>	57
1-3 <i>Caractéristiques numériques</i>	58
1-4 <i>La longueur de brin adaptée pour le flambage</i>	60
2 - Compression secondaire	62
2-1 <i>Mise en évidence des contraintes en compression</i>	64
2-2 <i>Influence de la variation des paramètres</i>	65
2-3 <i>Conclusion</i>	67
3 - Flambage linéaire	68
3-1 <i>Mode et traction critique de flambage</i>	71
3-2 <i>Influence de la variation des paramètres dimensionnels</i>	72
3-2-a <i>Épaisseur de bande h</i>	74
3-2-b <i>Rayon de la table du rouleau R</i>	76
3-2-c <i>Largeur de la table du rouleau l_1</i>	76
3-3 <i>Blocage du déplacement dans le sens long sur la table</i>	77
3-4 <i>Conclusion</i>	79
4 - Calculs non-linéaires	81
4-1 <i>Comparaison approches linéaire et non-linéaire</i>	84
4-1-a <i>Les déformées</i>	86
4-1-b <i>Ecart déplacement sens long</i>	89
4-1-c <i>Contrainte de compression secondaire</i>	90
4-2 <i>Le postflambage</i>	93
4-3 <i>Conclusion</i>	95
Conclusion	96

Chapitre IV: Flambage avec gestion du contact bande/rouleau	
Introduction	98
1 - Le développement du contact entre la bande et les cônes	103
<i>1-1 Evolution du contact en fonction du chargement</i>	103
<i>1-2 Les déformées</i>	105
<i>1-3 Ecart de déplacement dans le sens long</i>	108
<i>1-4 Contrainte de compression secondaire</i>	109
<i>1-5 Conclusion</i>	112
2 - Interactions flambage/contact	113
<i>2-1 Evolution du contact en fonction du chargement</i>	113
<i>2-2 Ecart de déplacement dans le sens long</i>	115
<i>2-3 Contraintes compressives</i>	116
<i>2-4 Déformées</i>	121
<i>2-5 Conclusion</i>	123
3 - Influence de la longueur de brin	125
Conclusion	129
Chapitre V: Comparaison numérique/expérimental	
Introduction	131
1 - Acier 820*0,09 mm	133
2 - Alu 1000*0,2 mm	143
3 - Alu 1300*0,2 mm	147
4 - Alu 1300*0,3 mm	149
Conclusion	153
Conclusion	155
Bibliographie	156
Annexe: Contraintes principales	159

LISTE DES NOTATIONS

Notations générales

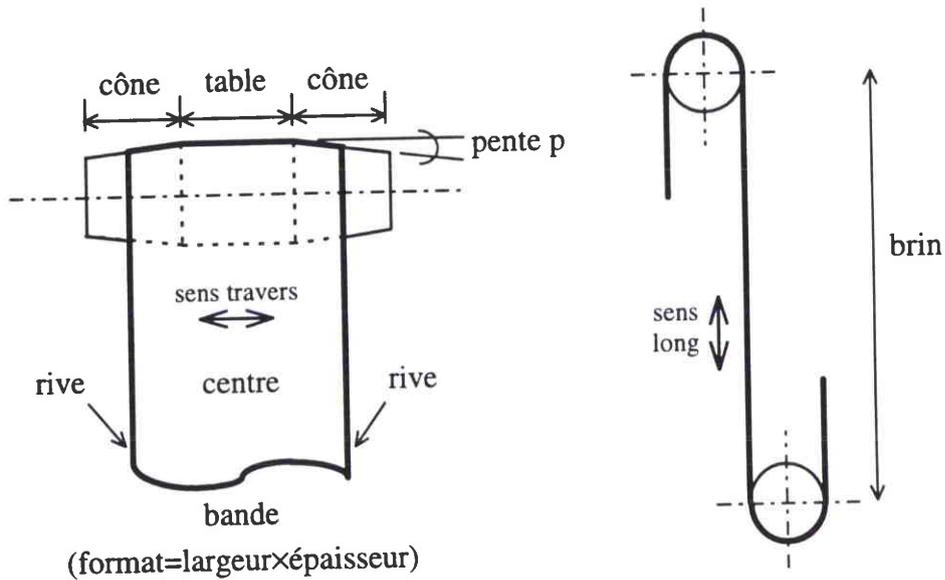
D	rigidité de flexion
E	module d'Young
F	force appliquée (ponctuelle ou spécifique)
F_{cr}	charge critique de flambage
λ_{cr}	valeur critique de flambage ($F_{cr} = \lambda_{cr} F$)
ν	coefficient de Poisson
N	contraintes généralisées ($N_x = N_{XX}$, $N_y = N_{YY}$ et $N_{xy} = N_{XY}$)
P	énergie potentielle
R_a	paramètre de caractérisation de la rugosité
σ	contraintes ($\sigma_x = \sigma_{XX}$, $\sigma_y = \sigma_{YY}$ et $\sigma_{xy} = \sigma_{XY}$)
T_{CF}	traction critique de flambage
T_{CP}	traction critique de formation des plis
U	énergie de déformation de flexion
u_{cr}	déplacement critique de flambage
V	travail des efforts extérieurs
Φ	fonction d'Airy

Notations et définitions spécifiques au recuit

brin	longueur de bande comprise entre deux rouleaux successifs
centre bande	partie centrale d'une bande dans sa largeur
cône	partie conique d'un rouleau
format	dimensions caractérisant une bande (largeur bande*épaisseur)
GPC	Génératrice de Premier Contact correspondant à la ligne à partir de laquelle la bande se trouve au-dessus du rouleau
profil	forme du rouleau dans sa largeur
rive	extrémités de la bande, dans sa largeur
sens long	direction de défilement de la bande, ou direction suivant sa longueur (X)
sens travers	direction suivant la largeur de la bande (Y)
table	partie centrale et cylindrique d'un rouleau

Liste des notations

h	épaisseur de la bande
L	longueur du brin modélisée
l_b	largeur de la bande
l_c	ligne de centre bande
l_s	ligne sommet du rouleau
l_t	largeur de la table du rouleau
p	pente des cônes du rouleau
R	rayon de la table du rouleau
S_t	surface de la table



Conventions et divers

On considère que l'amplitude d'une ondulation de flambage correspond à l'écart entre les flèches minimale et maximale de cette ondulation.

Le signe “-” est utilisé devant la valeur d'une contrainte pour caractériser son état de compression.

Les isocontours de contraintes représentés à l'aide du postprocesseur d'ABAQUS sont tracés par le logiciel à partir de l'extrapolation et de la moyennation aux noeuds des contraintes

INTRODUCTION

Le recuit continu est l'un des procédés mis en oeuvre dans la chaîne de fabrication des produits plats en acier. Il fait suite au laminage, d'où l'acier ressort fortement écroui. Sa fonction est de recristalliser la matière pour lui donner des caractéristiques adaptées à ses utilisations ultérieures. Les produits plats fabriqués par SOLLAC et passant sur lignes de recuit continu appartiennent à la catégorie des tôles minces ou à celle des fer-blanc. Les tôles minces sont destinées à l'industrie automobile (carrosseries), à l'électroménager, à la construction électrique, au mobilier métallique, Les bobines de fer-blanc sont quant à elles transformées en emballages tels que boîtes de conserve, boîtes boisson, boîtes aérosol. Les recuits continus sont spécialisés dans les tôles minces ou dans le fer-blanc, et certains dans les deux (recuits mixtes).

Actuellement, la largeur des tôles minces est généralement comprise entre 900 et 1600 mm, leur épaisseur entre 0.5 et 1.6 mm. Pour le fer-blanc, la gamme varie de 800 à 1200 mm en largeur et de 0.18 à 0.4 mm en épaisseur. Les nécessités de l'évolution du marché conduisent les fabricants à proposer des produits aux qualités mécaniques sans cesse accrues et aux dimensions toujours plus larges et moins épaisses. Ces tendances sont bien reflétées par les deux illustrations que sont l'automobile, équipée d'une carrosserie plus mince et la boîte boisson, qui s'affine également pour rester concurrentielle face à l'aluminium.

Les tendances à l'amincissement et à l'élargissement des formats augmentent les risques de formation de plis sur les rouleaux. Ces plis sont fortement pénalisants pour la productivité car ils entraînent une mise au rebut de la partie de bande concernée et limitent la vitesse de défilement dans le four. Les recuits continus de SOLLAC ont été dimensionnés par les constructeurs japonais à partir de leur savoir-faire. Or les dimensions des bandes étaient à l'époque moins critiques en terme de plis. Certains formats posent aujourd'hui problème et nécessitent déjà une adaptation des recuits pour éliminer les risques d'apparition de plis, adaptation qui deviendra de plus en plus cruciale face aux évolutions à venir des formats.

Ces plis se forment sur les rouleaux suite à l'ondulation des bandes en amont de ceux-ci. Cette ondulation correspond à l'état postflambé de ces bandes. Remédier au problème de la

formation des plis passe donc tout d'abord par la compréhension des mécanismes qui conduisent les bandes à flamber. Ceci fait l'objet du travail que nous présentons dans ce mémoire de thèse, qui s'intègre dans une étude lancée par l'IRSID et SOLLAC sur la formation des plis.

Une originalité de ce flambage est qu'il survient alors que la bande est soumise à un chargement en traction et non à une compression comme dans la plupart des cas de flambage classiquement étudiés. Aussi, dans une première partie, on donne quelques exemples issus de la littérature, d'études effectuées sur le flambage de plaques en traction. Il s'agit de plaques chargées ponctuellement sur leurs bords, suivant leurs diagonales ou encore soumises à une traction de répartition non-uniforme sur les bords. En prélude à ces exemples illustrant le flambage en traction sans ambition exhaustive, on rappelle des notions de base sur les plaques et le flambage linéaire des plaques en compression.

Le deuxième chapitre est consacré à la formation des plis. On y décrit tout d'abord succinctement un recuit. On extrait ensuite des rares publications existantes ainsi que de l'empirisme des lignes de fabrication, la description de l'apparition des plis et les conditions favorisant leur formation. Après avoir posé le problème sous un "angle industriel", on présente les différents axes de recherche engagés par l'IRSID et SOLLAC. On relate particulièrement les essais de formation de plis effectués sur une première maquette expérimentale, de petite dimension. Suit une description des caractéristiques d'une installation d'essais de grande dimension et des essais en statique dont les résultats seront comparés à ceux de notre modélisation numérique. On termine cette partie en expliquant comment l'étude du flambage s'articule par rapport aux autres axes de recherche.

Nous avons décomposé la présentation de notre travail numérique sur le flambage et le post-flambage des bandes en trois chapitres. Dans le premier, qui correspond au troisième de ce mémoire de thèse, nous développons les résultats obtenus par une première approche du problème. Celle-ci consiste à modéliser incomplètement la géométrie du rouleau afin d'étudier le flambage et le postflambage en affranchissant le comportement de la bande des phénomènes inhérents à l'évolution du contact entre la bande et le rouleau. On se place tout d'abord dans un cadre linéaire géométrique et on étudie successivement la phase de préflambage, le flambage à partir de calculs aux valeurs propres et enfin, l'influence des paramètres du problème sur le mode et la traction critique de flambage. Nous nous plaçons

ensuite dans un cadre non-linéaire géométrique. La validité des calculs linéaires est discutée ainsi que le postflambage.

Dans le quatrième chapitre, on adopte une modélisation qui intègre la gestion du contact entre la bande et le rouleau. La comparaison entre les résultats des deux approches, avec et sans gestion du contact, précède l'étude des interactions entre les phénomènes de flambage/postflambage et le développement du contact. L'influence de la longueur du brin modélisée sur les résultats est ensuite étudiée.

Dans notre dernier chapitre, nous exposons et nous commentons les résultats de la comparaison entre les calculs et les essais. Ces essais statiques sont effectués sur l'installation d'essais de formation des plis à grande échelle. Ils consistent à mesurer en statique la déformée flambée des bandes près du rouleau. On s'attache à faire ressortir la concordance des courbes numériques aux courbes expérimentales en tentant d'expliquer les différences observées.

Le sujet de cette thèse est étroitement lié aux différents axes de l'étude engagée par l'IRSID et SOLLAC pour résoudre le problème de la formation des plis dans les recuits. Ceci peut donc nous amener dans la rédaction à déborder parfois du cadre strict des "aspects flambage" (exemple, dans le chapitre II, dans lequel nous situons notre étude dans son contexte). Nous précisons donc la part de contribution personnelle qui est la nôtre au travail exposé dans le présent rapport: il s'agit d'une part des aspects numériques des chapitres III, IV et V; sur le plan expérimental, notre travail est le suivant: réalisation des essais sur la maquette à deux rouleaux et participation à quelques essais sur la maquette à grande échelle; en ce qui concerne le dispositif de mesure de flambage, nous avons mis au point la procédure de dépouillement des mesures brutes utilisée ici, et les courbes présentées dans les chapitres II et V ont été dépouillées par nos soins. Pour des raisons de confidentialité, nous ne détaillerons pas ici les aspects techniques du dernier point cité.

CHAPITRE I:

Exemples de flambage de plaques sous traction

	<i>page</i>
Introduction -----	5
1 - Rappels sur le flambage linéaire de plaques minces -----	6
1-1 <i>Hypothèses de plaque mince</i> -----	6
1-2 <i>Flambage linéaire</i> -----	8
1-2-a <i>Approche par l'équilibre</i> -----	8
1-2-b <i>Approche par l'énergie potentielle</i> -----	9
1-2-c <i>Origine du flambage</i> -----	11
2 - Exemples 1 et 2: forces ponctuelles appliquées en traction -----	13
2-1 <i>Exemple 1: forces appliquées sur les bords</i> -----	13
2-2 <i>Exemple 2: forces appliquées suivant les diagonales</i> -----	18
3 - Exemple 3: répartition non-uniforme de la traction -----	21
Conclusion -----	24

CHAPITRE I:

Exemples de flambage de plaques sous traction

Introduction

La grande majorité des articles qui traitent du flambage des plaques s'intéresse à l'étude de plaques soumises à des contraintes uniformes de compression ou de cisaillement, appliquées dans le plan de la surface moyenne. Un petit nombre de publications aborde le problème de l'application de forces compressives concentrées, toujours dans le plan de la plaque. Une synthèse de ces articles est réalisée dans Leissa et Ayoub [15]. Dans les cas précédemment cités, le phénomène de flambage se produit suite à l'application d'un chargement global en compression ou en cisaillement.

Cependant, une instabilité de flambage peut également provenir d'un chargement global en traction. En première approximation, ce chargement n'a pas de composante compressive; il est donc globalement stabilisant. Mais il génère un champ de contraintes internes compressives, locales ou secondaires, car d'orientation différente de celle du chargement appliqué. Le flambage, dit flambage sous traction, est issu de ces contraintes. Celles-ci proviennent ou d'un défaut dans la plaque, comme un trou ou une fissure (Gilabert et al.[5]), ou de l'hétérogénéité du chargement appliqué. On s'intéressera ici à des cas de flambage découlant de l'application d'un chargement dans le plan, en traction et non-homogène le long des bords de la plaque.

Peu d'études à notre connaissance ont été effectuées sur ce type de problème. Nous nous attachons dans ce chapitre à illustrer l'apparition de flambage sous traction au travers d'exemples de plaques rectangulaires soumises aux chargements en traction suivants: deux forces concentrées sur deux côtés opposés; traction suivant l'une (ou les deux) diagonale(s) de la plaque; distribution non-uniforme des contraintes le long des bords. Dans tous ces cas, on se place dans le cadre de la théorie de l'élasticité linéaire, avec des plaques minces et un matériau isotrope et homogène. Dans un premier temps, nous ferons quelques rapides rappels concernant la théorie des plaques et le flambage linéaire.

1 - Rappels sur le flambage linéaire de plaques minces

1-1 Hypothèses de plaque mince

On rappelle qu'une plaque est un solide tridimensionnel, plat, qui se caractérise par une petite dimension (l'épaisseur) en comparaison des deux autres dimensions (figure 1). Les axes de coordonnées x et y sont dirigés le long des côtés de la plaque et l'axe z est dirigé verticalement. La surface moyenne correspond au plan xy , situé au milieu des deux faces de la plaque.

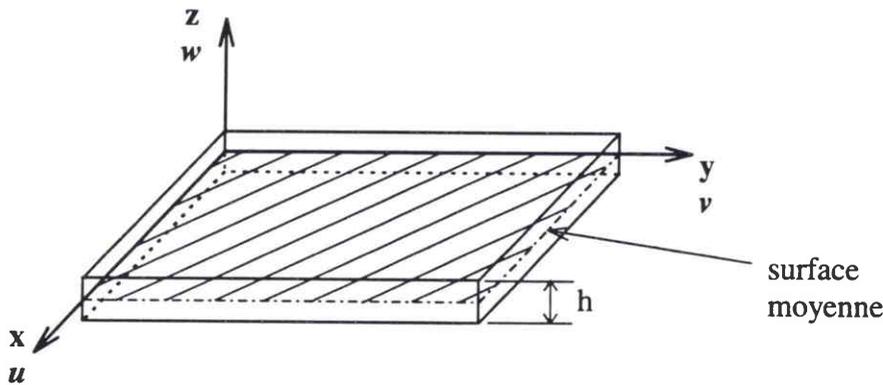


fig 1: plaque rectangulaire - orientation et déplacement

Sous un chargement donné, la plaque se déforme en suivant les lois de l'élasticité tridimensionnelle. En se plaçant dans le cadre des hypothèses classiques des petites déformations de la théorie de l'élasticité linéaire, les variations dans la géométrie de la plaque au cours du chargement sont ignorées. Les composantes des contraintes σ_x° , σ_y° et σ_{xy}° , sont donc calculées à partir de la configuration non déformée de la plaque (les variables issues de cette configuration initiale sont indicées avec le symbole $^\circ$). Les contraintes internes généralisées N_x° , N_y° et N_{xy}° , mesurées en force par unité de longueur, s'expriment:

$$N_x^\circ = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x^\circ dz \quad \text{dans la direction } x$$

$$N_y^\circ = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y^\circ dz \quad \text{dans la direction } y \quad (1)$$

$$N_{xy}^{\circ} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xy}^{\circ} dz = N_{yx}^{\circ} \quad \text{dans les directions } x \text{ et } y$$

avec h , l'épaisseur de la plaque.

La majeure partie des théories de plaques s'appuie sur l'hypothèse de base suivante: comme, en raison de la minceur de la plaque, les efforts sur les faces de la plaque sont nuls ou faibles, la contrainte normale et les contraintes de cisaillement σ_{xz} et σ_{yz} sont négligeables par rapport aux autres composantes des contraintes ($\sigma_z = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$). Nous nous situons par conséquent dans le cadre des contraintes planes.

Soit un point M localisé à une distance z de la surface moyenne (point m). Il est possible de décrire le déplacement de ce point M comme la somme du déplacement de membrane de la surface moyenne (u_m, v_m), constant à travers l'épaisseur, et du déplacement dû à la flexion (avec les deux rotations $\beta_x(x,y)$ et $\beta_y(x,y)$); la flèche w est constante dans l'épaisseur:

$$u_M(x,y,z) = u_m(x,y) - z \beta_x(x,y)$$

$$v_M(x,y,z) = v_m(x,y) - z \beta_y(x,y) \tag{2}$$

$$w_M(x,y,z) = w(x,y)$$

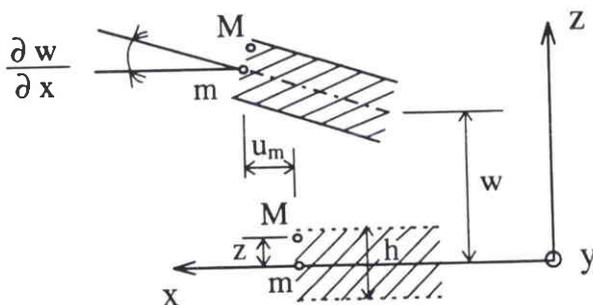


fig. 2: déplacements de membrane, et de flexion dans l'épaisseur de la plaque (plan X-Z)

Dans la théorie des plaques minces de Kirchhoff, l'effet de cisaillement transverse est négligé ($\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = 0$); les lignes normales à la surface moyenne avant déformation restent droites et normales à cette surface durant les déformations. En raison de cette hypothèse, le champ de déplacement dû à la flexion de la plaque s'exprime uniquement en fonction de la flèche. Le déplacement du point M (figure 2) est alors donné par:

$$\begin{aligned} u_M(x,y,z) &= u_m(x,y) - z \frac{\partial w(x,y)}{\partial x} \\ v_M(x,y,z) &= v_m(x,y) - z \frac{\partial w(x,y)}{\partial y} \\ w_M(x,y,z) &= w(x,y) \end{aligned} \quad (3)$$

En raison des hypothèses de petites déformations, l'allongement de la surface moyenne résultant de la flexion est négligeable devant la flexion elle-même. Par conséquent, les contraintes internes généralisées N_x° , N_y° et N_{xy}° dépendent uniquement des forces appliquées sur les bords de la plaque et non de la variation de membrane issue de la flexion.

1-2 Flambage linéaire

1-2-a Approche par l'équilibre

Les hypothèses précédemment énoncées permettent de décrire le comportement de la plaque à partir d'équations différentielles linéaires. L'équation du mode de flambage de la plaque (Timoshenko [19]) s'écrit:

$$D \nabla^4 w = \frac{\partial}{\partial x} (N_x^\circ \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy}^\circ \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (N_y^\circ \frac{\partial w}{\partial y} + N_{xy}^\circ \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (4)$$

$$\text{avec } D = \frac{E h^3}{12 (1-\nu^2)} \quad \text{la rigidité de flexion}$$

Dans le cas où les forces appliquées dans le plan moyen de la plaque ne sont pas homogènes sur toute la largeur des bords de celle-ci, l'équation (4) dépend de quatre

variables, $w(x,y)$ et les trois contraintes dans le plan, $N_x^\circ(x,y)$, $N_y^\circ(x,y)$ et $N_{xy}^\circ(x,y)$. Si ces contraintes N_x° , N_y° et N_{xy}° sont constantes (répartition homogène du chargement), (4) a pour seule variable la flèche $w(x,y)$ et devient:

$$D \nabla^4 w = N_x^\circ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y^\circ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 N_{xy}^\circ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

Lorsque le chargement est non-uniforme sur les bords, cette approche par l'équilibre ne peut pas être appliquée pour déterminer la solution exacte de l'équation (4) en raison de la complexité du problème. C'est une formulation énergétique qui sera alors utilisée.

1-2-b Approche par l'énergie potentielle

Soit F , un chargement appliqué dans le plan moyen de la plaque. L'augmentation progressive de F à partir de zéro, conduit au flambage de la structure à la charge critique F_{cr} . Dans un premier temps, pour un petit chargement F , la plaque travaille en membrane, sa réponse est linéaire et la flèche $w(x,y)$ reste nulle. Cette étape est appelée préflambage. Quand F devient égal à la charge critique de flambage F_{cr} , la structure passe à un état flambé. Au-delà de F_{cr} , $w(x,y)$ n'est plus nulle et on parle de post-flambage.

Le développement de Taylor en w de l'énergie potentielle $P(w,F)$ est le suivant (Bazant et Cedolin [1]):

$$P(w+\delta w, F) = P(w, F) + \delta P(w, \delta w, F) + 1/2 \delta^2 P(w, \delta w, F) + 1/3! \delta^3 P(w, \delta w, F) + \dots \quad (6)$$

avec δw , petite variation de la flèche à partir de l'état d'équilibre, cinématiquement admissible, et δP , $\delta^2 P$, ... appelées respectivement première et seconde variation de l'énergie potentielle.

La condition d'équilibre est
$$\delta P = 0 \quad (7)$$

On néglige les termes d'ordre supérieur à deux. Le développement (6) devient

$$P(w+\delta w, F) = P(w, F) + 1/2 \delta^2 P(w, \delta w, F) \quad (8)$$

ou

$$1/2 \delta^2 P(w, \delta w, F) = P(w+\delta w, F) - P(w, F) = \Delta P$$

Le signe de la variation de l'énergie potentielle ΔP est fonction de celui de $\delta^2 P$:

- lorsque le chargement F est inférieur au chargement critique F_{cr} , la seconde variation de l'énergie potentielle est définie positive ($\delta^2 P > 0$), alors $\Delta P > 0$; la plaque se trouve dans un état stable
- Cet état est instable lorsque $F > F_{cr}$: $\delta^2 P < 0$ et donc $\Delta P < 0$
- Pour $F = F_{cr}$, $\delta^2 P = 0$; l'état de stabilité devient critique

La condition de limite de stabilité (critère de Trefftz) s'écrit

$$\delta(\delta^2 P) = 0 \quad (9)$$

Si le système de la structure est linéaire et que son état d'équilibre correspond à $w(x,y) = 0$, il y a égalité entre l'énergie potentielle P et sa seconde variation:

$$P = 1/2 \delta^2 P \quad (10)$$

Dans ce cas, la condition d'état critique de l'équation (9) se réduit à

$$\delta P = 0 \quad (11)$$

La résolution du problème aux valeurs propres défini par les équations (9) ou (11), permet de déterminer les modes de flambage de la structure et les chargements critiques F_{cr} correspondants.

1-2-c Origine du flambage

On considère que la plaque, parfaite, est initialement en équilibre sous l'action du chargement F dans le plan moyen, à $w(x,y) = 0$. On exclut l'énergie potentielle issue des déplacements u et v dans le plan de la surface moyenne. L'énergie potentielle P est alors due uniquement aux flèches $w(x,y)$ et s'écrit:

$$P = U + V \tag{12}$$

avec

$$U = \frac{D}{2} \iint \left\{ (\Delta w)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy$$

énergie de déformation de flexion

et

$$V = \frac{1}{2} \iint \left\{ N_x^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y^o \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2 N_{xy}^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy$$

travail des efforts extérieurs

$$\left(D = \frac{E h^3}{12 (1-\nu^2)} \right) \quad \text{rigidité de flexion}$$

En raison de (10), la seconde variation de l'énergie potentielle s'exprime:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 P &= \frac{D}{2} \iint \left\{ (\Delta w)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \\ &+ \frac{1}{2} \iint \left\{ N_x^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y^o \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2 N_{xy}^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy \end{aligned} \tag{13}$$

L'annulation de $\delta^2 P$ dépend des termes du travail des efforts extérieurs V. Lorsque ces termes sont positifs, $\delta^2 P$ est nécessairement positive. Si l'une des contraintes généralisées est en compression, elle peut contribuer à annuler $\delta^2 P$ et engendrer le flambage si son action contrebalance celle des autres contraintes. L'augmentation du chargement appliqué conduit alors U et V à se compenser et $\delta^2 P$ s'annule lorsque le chargement critique est atteint.

nd l'exemple très classique d'une plaque sur appuis simples sur ses quatre bords, ns la direction x à un chargement homogène en compression F dans la largeur de la (figure 3), $\delta^2 P$ se réduit à:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \delta^2 P = & \frac{D}{2} \iint \left\{ (\Delta w)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \\ & + \frac{1}{2} \iint \left\{ N_x^0 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \end{aligned} \quad (14)$$

Dans ce cas, la contrainte N_x^0 à l'origine du flambage est de même direction que celle du chargement appliqué F. Nous nous intéressons à la suite à des problèmes où F crée une contrainte compressive de direction différente à la sienne. On parle alors de compression secondaire.

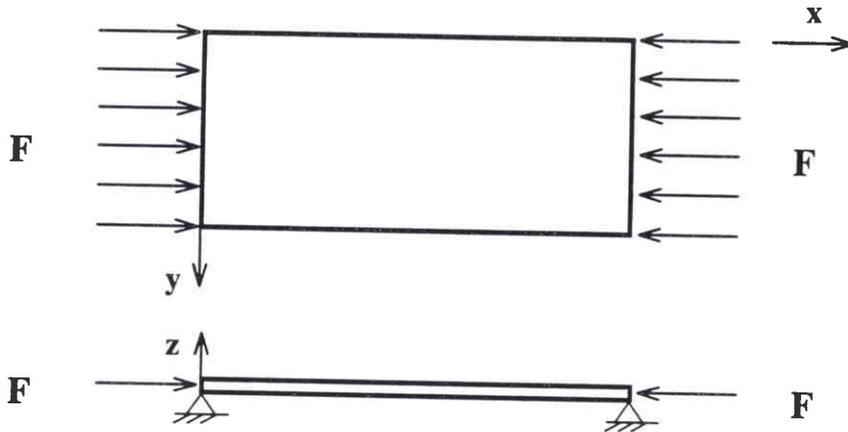


fig. 3: plaque en compression

2 - Exemples 1 et 2: forces ponctuelles appliquées en traction

Une illustration simple de l'apparition du flambage sous traction consiste à prendre une feuille de papier dans les mains, en la tenant par deux extrémités opposées entre le pouce et l'index. Tirer sur la feuille, fait apparaître des ondulations dans la direction transverse au chargement. Un phénomène similaire peut se produire sur les panneaux constituant, par exemple, les structures d'avion, ou encore lors de l'emboutissage de tôles.

2-1 Exemple 1: forces appliquées sur les bords

Pour résoudre un problème de flambage de ce type, Leissa et Ayoub [14] ont traité le cas d'une plaque mince rectangulaire, soumise à deux forces concentrées en traction, opposées et d'amplitude égale (figure 4). Ces forces sont normales aux deux côtés opposés de la plaque sur lesquels elles sont appliquées. Les quatre bords de la plaque sont sur appui simple. La répartition des contraintes à travers la plaque est tout d'abord déterminée par le biais d'une méthodologie particulière. La formulation de l'énergie potentielle est ensuite utilisée pour résoudre classiquement et de façon linéaire le problème de flambage, avec la méthode de Ritz.

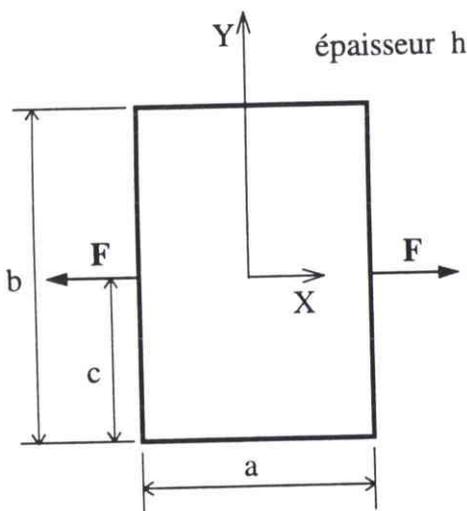


fig. 4: plaque rectangulaire soumise à des forces concentrées en traction

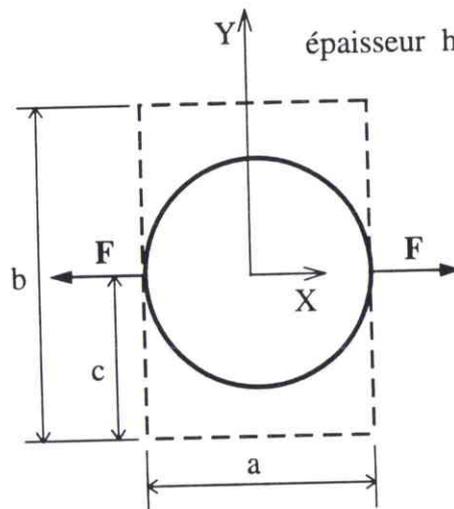


fig. 5: cercle inscrit dans le rectangle

Avant de déterminer une traction de flambage, il est nécessaire de connaître le champ de contraintes généré dans la plaque par les deux forces concentrées. On considère que les quatre bords de la plaque sont sur appui simple. Compte-tenu des singularités que présente ce problème d'élasticité plane, celui-ci ne possède pas de solution exacte. Pour le résoudre, Leissa et Ayoub établissent le champ de contraintes internes en partant de l'expression exacte du champ de contraintes pour un disque circulaire (figure 5) soumis à deux forces en traction (Timoshenko [19]):

$$\begin{aligned}\sigma_x \frac{ah}{F} &= \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\left(\frac{a}{2} - X\right)^3 a}{\left[\left(\frac{a}{2} - X\right)^2 + Y^2\right]^2} + \frac{\left(\frac{a}{2} + X\right)^3 a}{\left[\left(\frac{a}{2} + X\right)^2 + Y^2\right]^2} \right\} - \frac{2}{\pi} \\ \sigma_y \frac{ah}{F} &= \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\left(\frac{a}{2} - X\right) a Y^2}{\left[\left(\frac{a}{2} - X\right)^2 + Y^2\right]^2} + \frac{\left(\frac{a}{2} + X\right) a Y^2}{\left[\left(\frac{a}{2} + X\right)^2 + Y^2\right]^2} \right\} - \frac{2}{\pi} \\ \sigma_{xy} \frac{ah}{F} &= \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{-\left(\frac{a}{2} - X\right)^2 a Y}{\left[\left(\frac{a}{2} - X\right)^2 + Y^2\right]^2} + \frac{\left(\frac{a}{2} + X\right)^2 a Y}{\left[\left(\frac{a}{2} + X\right)^2 + Y^2\right]^2} \right\}\end{aligned}\quad (15)$$

Pour $x = \pm a/2$ et $y = 0$, les valeurs de σ_x , σ_y et σ_{xy} tendent vers l'infini. Ceci fournit une représentation exacte des singularités aux points d'application des forces pour la plaque rectangulaire. Le calcul des contraintes à partir des équations (15) aux frontières de la plaque rectangulaire, donne des valeurs non-nulles. Ces valeurs de contraintes sont ensuite appliquées "en négatif" sur les bords de la plaque dans un calcul par éléments finis. En superposant le champ de contraintes obtenu à celui des équations (15), les contraintes sont réajustées à zéro le long de $x = \pm a/2$ (pour σ_x et σ_{xy}) et de $y = -c$ et $y = b-c$ (pour σ_y et σ_{xy}). La représentation du champ de contraintes de la plaque rectangulaire découle de cette superposition. Elle est évaluée avec une précision supposée suffisante, dans la mesure où les charges critiques de

flambage s'obtiennent ensuite à partir des intégrales de contraintes prises sur l'aire de la plaque.

L'application de forces en traction dans la direction x génère un champ de contraintes internes σ_x en tension dans toute la plaque. Dans la direction y , si le chargement en traction appliqué était homogène dans la longueur de la plaque, la contrainte transversale σ_y serait nulle. Le chargement étant ponctuel, une partie de la plaque se retrouve en compression. La figure 6 représente l'évolution de $\sigma_y ah/F$ dans la largeur de la plaque sur la ligne d'application du chargement ($y = 0$). Infinie en traction pour $x = \pm a/2$, la contrainte transversale est compressive au centre de la plaque.

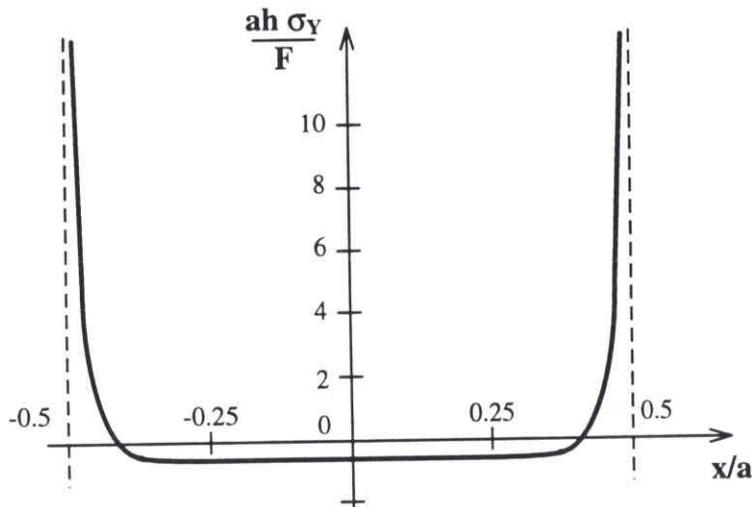
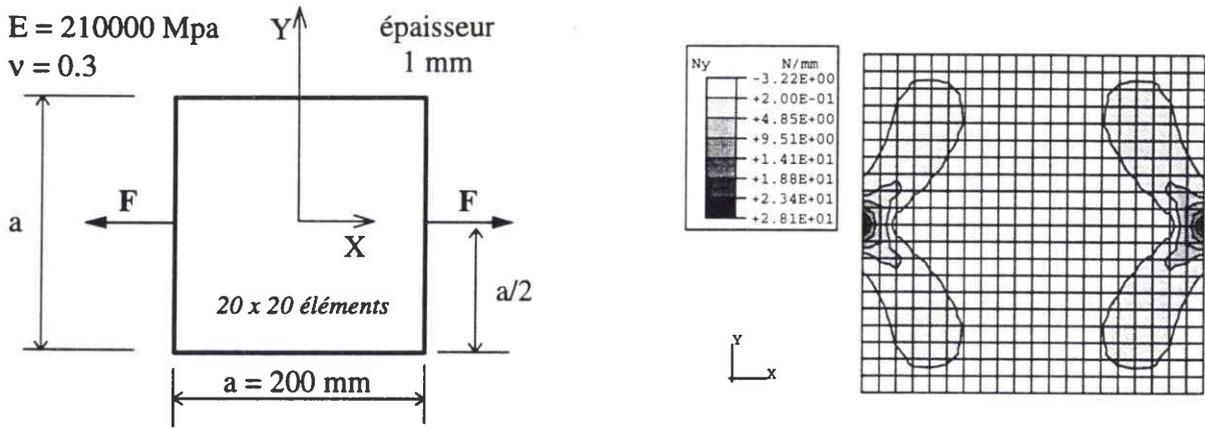


fig. 6: contrainte $\sigma_y ah/F$ le long de la ligne $Y = 0$ pour une plaque carrée (Leissa et al. [14])

Nous retrouvons ces résultats avec un calcul par éléments finis en utilisant un maillage constitué d'éléments coque rectangulaires à quatre noeuds, représentant une plaque carrée ($a/b=1$), telle que représentée sur la figure 7-a. Les isocontours des contraintes généralisées N_y dans la direction y , sont représentés sur la figure 7-b. On distingue nettement la concentration des contraintes s'opérant aux abords du point d'application de la force ponctuelle et la zone en compression s'étendant sur toute la hauteur de la plaque dans la zone entourant l'axe $x = 0$.



a - plaque modélisée - $F = 1000\text{ N}$

b - répartition des contraintes généralisées N_y dans la plaque

fig. 7: application de forces concentrées en traction sur une plaque carrée - calcul par éléments finis sur le code ABAQUS -

C'est cette compression qui est à l'origine du flambage. Le champ de contraintes internes ayant été déterminé en contraintes planes à partir de cette analyse de superposition, Leissa et Ayoub calculent ensuite les forces critiques de flambage par la méthode de Ritz. L'énergie potentielle totale $P = U + V$ est constituée du travail des efforts extérieurs

$$V = \frac{1}{2} \int_a^o \int_b^o \left\{ N_x^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y^o \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2 N_{xy}^o \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy \quad (16)$$

et de l'énergie de déformation, qui s'écrit en raison des conditions limites appliquées aux bords:

$$U = \frac{D}{2} \int_a^o \int_b^o (\nabla^2 w)^2 dx dy \quad (17)$$

Pour satisfaire les conditions aux limites de non-déplacement et de rotation libre pour les quatre bords de la plaque, les fonctions de déplacement sont choisies telles que:

$$w(x,y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (18)$$

Les équations de minimisation de Ritz s'écrivent

$$\frac{\partial P}{\partial C_{ij}} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, M ; j = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

En annulant le déterminant établi à partir de ces $M \times N$ équations algébriques, $M \times N$ racines sont obtenues. Ces valeurs propres correspondent aux charges de flambage. Les racines positives sont les forces de flambage en traction; la plus petite d'entre elles est la valeur critique λ_{cr} recherchée.

Ayant déterminé λ_{cr} , il est alors possible d'en déduire le mode de flambage correspondant. Par exemple, dans le cas d'une plaque carrée ($a/b = 1$), avec les forces positionnées au milieu des côtés ($c/b = 0.5$), le mode de flambage obtenu avec le code ABAQUS est celui de la figure 8.

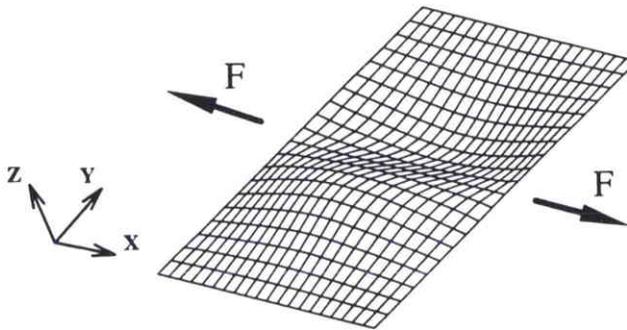
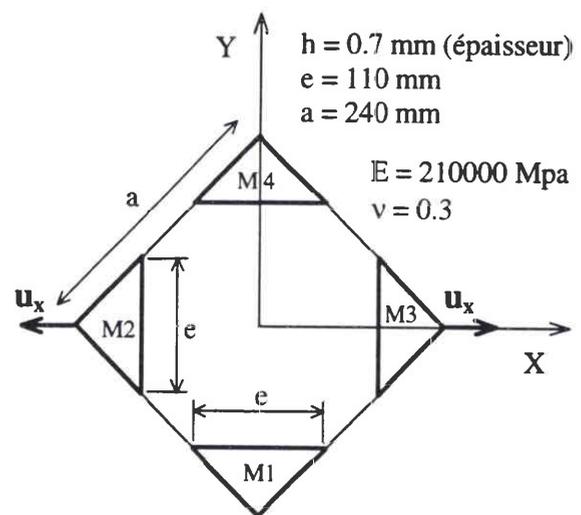
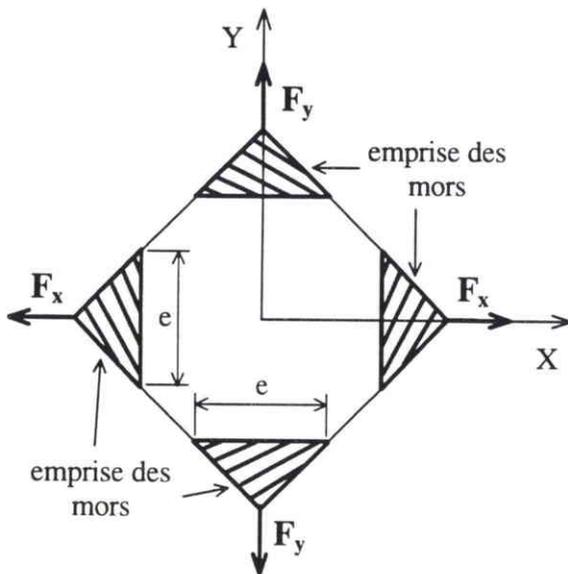


fig. 8: mode de flambage de la plaque chargée ponctuellement sur ses bords ($T_{CF} = 5590 \text{ N}$)

2-2 Exemple 2: forces appliquées suivant les diagonales

Un problème similaire, mais cette fois-ci avec les forces appliquées suivant les diagonales de la plaque, a été traité par Yoshida [21]. Celui-ci a proposé un essai expérimental connu sous le nom de Test de Flambage de Yoshida. Ce test consiste à appliquer un chargement en traction à partir de mors enserrant les coins d'une plaque carrée suivant les diagonales de celle-ci (figure 9). En orientant la plaque de manière à ce que ses diagonales aient mêmes directions que les axes X et Y, une traction est applicable suivant l'une ou les deux directions X et Y.

Matsui et al. [16] ont mis numériquement en évidence l'apparition de flambage sur une plaque dont les dimensions sont données par la figure 10. La plaque est très mince ($h = 0.7$ mm) comparativement à la longueur des côtés de la plaque ($a = 240$ mm). Ce sont ces dimensions que nous avons reprises dans un calcul éléments finis en élasticité pour illustrer l'existence de contraintes secondaires à l'origine du flambage. Ce calcul a été effectué à partir d'un maillage constitué d'éléments quadrangulaires et triangulaires au nombre de 400 au total.



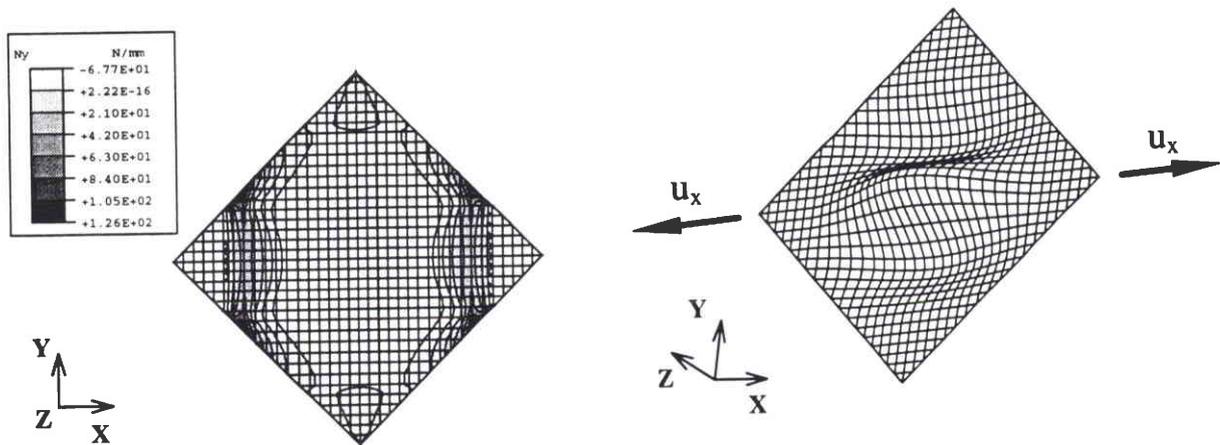
conditions aux limites:

- sur M1 et M4: $w=0$ et $\theta_z=0$
- sur M2 et M3: $v=w=\theta_z=0$ et $u \neq 0$

fig. 9: configuration du Test de Flambage de Yoshida

fig. 10: dimensions de la plaque et conditions limites

Les conditions aux limites appliquées sont rapportées sur la figure 10. La valeur du déplacement imposé suivant la direction x est choisie égale au déplacement critique nécessaire pour faire flamber la plaque avec $F_y=0$ Mpa ($u_x = u_{cr} = 0.227$ mm). Le champ de contraintes N_y obtenu dans la direction y (figure 11-a) est en compression dans une zone située au centre de la plaque (zone en gris clair). La figure 11-b représente le mode de flambage de la plaque.



a - répartition des contraintes généralisées N_y dans la plaque (pour $u_x=0.227$ mm)

b - mode de flambage ($u_{cr} = 0.227$ mm)

fig. 11: Test de Yoshida -> contraintes secondaires et mode de flambage pour $F_y=0$ Mpa
- calculs par éléments finis sur le code ABAQUS -

Dans le cas précédent, la traction spécifique F_y dirigée suivant y , était considérée nulle. Lorsque F_y est non nulle, son action se superpose à celle du déplacement u_x imposé, modifiant répartition et intensité du champ de contraintes. L'application de F_y seul entraîne l'apparition de contraintes compressives dans la direction x et de contraintes en traction suivant y . Nous avons choisi ici des valeurs de u_x et de F_y telles que F_y soit à l'origine de contraintes bien plus faibles dans la plaque que u_x .

La traction spécifique F_y s'oppose au développement des contraintes secondaires dans la direction y générées par u_x : pour $u_x=0.227$ mm, si on compare les contraintes N_y pour $F_y=0$ et $F_y=150$ Mpa (figures 11-a et 12), on observe d'une part que les contraintes compressives s'étendent sur une zone plus importante dans le cas où $F_y=0$ et d'autre part que l'intensité maximale en compression de N_y est supérieure, toujours pour $F_y=0$. Ceci se répercute sur la

valeur du déplacement nécessaire pour faire flamber la plaque. Les déplacements critiques de flambage (u_{cr}) augmentent avec la valeur de F_y . La courbe de la figure 13 représentant l'évolution de u_{cr} en fonction de F_y évolue ici linéairement car on se place dans un cas d'élasticité linéaire.

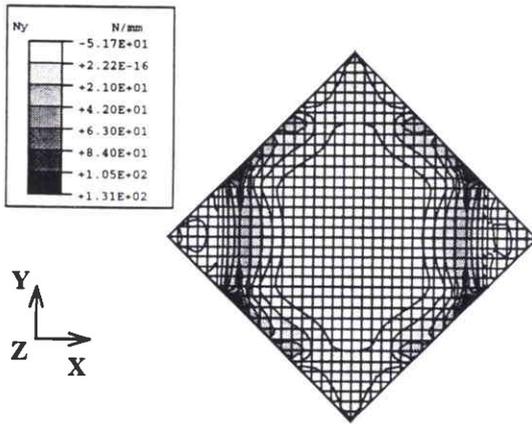


fig. 12: Test de Yoshida -> contraintes généralisées N_y pour $F_y=150$ Mpa et $u_x=0.227$ mm - calcul ABAQUS -

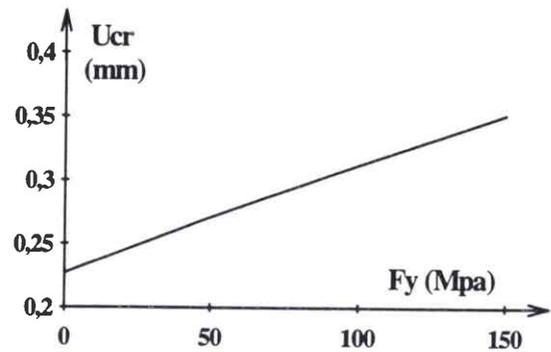


fig. 13: évolution du déplacement critique de flambage u_{cr} dans la direction x en fonction de la traction spécifique F_y

3 - Exemple 3: répartition non-uniforme de la traction

Un autre exemple de flambage sous traction assez voisin des précédents, est celui d'une plaque soumise à un chargement en traction de distribution non-uniforme le long des bords. Timoshenko et Goodier [20] traitent un tel problème avec une plaque rectangulaire sollicitée par des forces distribuées suivant une loi parabolique (figure 14).

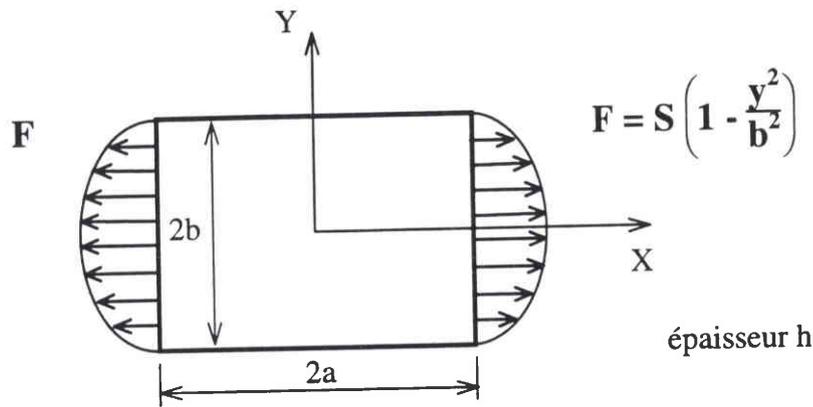


fig. 14: plaque soumise à un chargement parabolique

Cette plaque est en appui simple sur ses quatre bords. Le chargement est le suivant:

$$\text{pour } x = \pm a, \quad F = S \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) \quad \text{avec } S \text{ valeur de } F \text{ pour } y = 0.$$

Soit l'énergie potentielle de déformation de la plaque:

$$U = \frac{2h}{E} \iint [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\nu \sigma_x \sigma_y + 2(1+\nu) \sigma_{xy}^2] dx dy \quad (20)$$

En introduisant dans cette équation la fonction de contrainte d'Airy Φ , celle-ci devient:

$$U = \frac{2h}{E} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 - 2\nu \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) + 2(1+\nu) \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (21)$$

L'expression de Φ doit satisfaire les conditions aux limites et rendre minimale l'énergie potentielle U .

Cette fonction Φ a pour forme:

$$\Phi = \Phi_0 + \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 + \dots \quad (22)$$

Pour que les équations d'équilibre soient vérifiées, la contrainte Φ doit être telle que

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \quad \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (23)$$

Les conditions aux limites sont satisfaites lorsque Φ_0 s'écrit

$$\Phi_0 = \frac{1}{2} S y^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{y^2}{b^2} \right) \quad (24)$$

et lorsque $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots$ sont choisies telles que Φ s'exprime par:

$$\Phi = \frac{1}{2} S y^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{y^2}{b^2} \right) + (x^2 - a^2)^2 (y^2 - b^2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 y^2 + \dots) \quad (25)$$

Si on néglige tous les coefficients α sauf α_1 , Φ se réduit à

$$\Phi = \frac{1}{2} S y^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{y^2}{b^2} \right) + \alpha_1 (x^2 - a^2)^2 (y^2 - b^2)^2 \quad (26)$$

La valeur de α_1 est alors déterminée en introduisant (26) dans (21) et en résolvant

$$\frac{\partial U}{\partial \alpha_1} = 0 \quad (27)$$

L'expression des contraintes obtenues est la suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = S \left(1 + \frac{y^2}{b^2} \right) - 4 \alpha_1 a^4 b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^2 \left(1 - 3 \frac{y^2}{b^2} \right) \\ \sigma_y = -4 \alpha_1 a^2 b^4 \left(1 - 3 \frac{x^2}{a^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right)^2 \\ \sigma_{xy} = -16 \alpha_1 a^3 b^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) \frac{x}{a} \frac{y}{b} \\ 4 \alpha_1 = \frac{7}{16} \frac{1}{1 + \frac{7}{a^2} + \frac{b^4}{a^4}} \frac{S}{a^4 b^2} \end{array} \right. \quad (28)$$

Yoshida et al. [22] ont représenté la distribution de la contrainte dans la direction Y sous forme de graphique (figure 15). On observe que celle-ci est en compression au centre de la plaque.

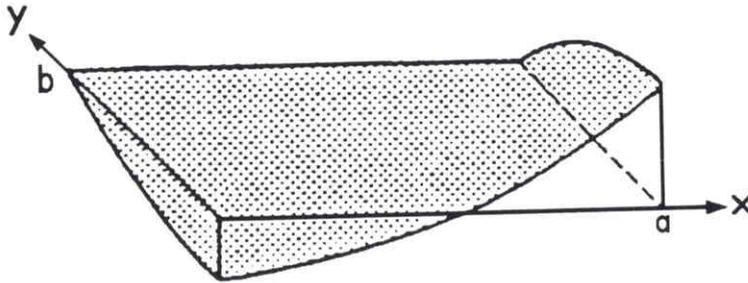


fig. 15: distribution de σ_y/S sur un quart de la plaque soumise à un chargement de répartition non-uniforme (Yoshida [22])

L'existence de cette compression secondaire est à l'origine du flambage de la plaque chargée aux bords suivant une loi parabolique. Ce flambage a été étudié à partir de l'équation classique de flambage d'une plaque (29) par Yoshida et al. [22] en négligeant les contraintes de cisaillement σ_{xy} , et par Segedin et al. [18] en prenant en compte ces mêmes contraintes.

$$\frac{D}{h} \nabla^4 w = \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \sigma_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (29)$$

Il est intéressant de noter l'évolution du chargement critique de flambage (S_{cr}) en fonction des dimensions de la plaque (rapport d'aspect a/b et épaisseur h). S_{cr} (traction spécifique) est en effet très tributaire des variations de a/b et de l'épaisseur h (dépendance au carré de S_{cr} en h).

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré à partir d'exemples qu'une plaque peut flamber tout en étant sollicitée en traction. Nous avons vu que le chargement génère un champ de contraintes compressives secondaires. Si d'un point de vue énergétique, l'action de ces contraintes en compression devient prépondérante sur celle des autres contraintes, la plaque flambe. Il apparaît d'autre part qu'un deuxième chargement en traction, se superposant au premier et appliqué cette fois dans la direction de la contrainte secondaire, s'oppose au développement de celle-ci et augmente la valeur critique de flambage du premier chargement.

Une application directe de ce type d'étude est la compréhension et la maîtrise de phénomènes de flambage pouvant survenir lors de la fabrication ou de la transformation de plaques dans l'industrie. C'est le cas par exemple dans le domaine de l'industrie automobile pour l'emboutissage des tôles minces. Les tôles sont d'autant plus sensibles au flambage qu'elles sont minces (grandes largeurs, faibles épaisseurs). Pour des raisons techniques et économiques, la tendance générale aujourd'hui est de les amincir toujours plus. Par conséquent, les risques d'apparition de flambage en sont augmentés.

Le problème auquel nous nous intéressons dans ce mémoire est celui du flambage de bandes dans un recuit continu, l'un des procédés constituant la chaîne de fabrication de l'acier. Ce phénomène est généré par la traction appliquée dans les bandes. Comme nous le verrons dans la suite, l'aspect dimensionnel est l'un des aspects qui crée la sensibilité au flambage des bandes d'acier traversant le recuit.

CHAPITRE II:

La formation des plis sur ligne de recuit continu

	<i>page</i>
Introduction -----	26
1 - Le recuit continu -----	27
2 - La formation de plis -----	30
3 - Démarche IRSID/SOLLAC -----	33
<i>3-1 Essais sur maquette à deux rouleaux</i> -----	34
<i>3-2 Installation expérimentale de formation de plis à grande échelle</i> --	41
<i>3-3 Introduction à la modélisation numérique du flambage</i> -----	48
Conclusion -----	52

CHAPITRE II:

La formation des plis sur ligne de recuit continu

Introduction

Le recuit est l'une des étapes du processus de fabrication des produits plats en acier. Suite aux phases de laminage durant lesquelles l'acier est fortement écroui, le métal, dur et cassant, est impropre aux opérations de transformation auxquelles il est destiné (emboutissage, ...). Il est donc nécessaire de procéder à une recristallisation conférant à la matière une structure métallurgique adaptée à son utilisation ultérieure.

Parmi les différentes techniques de recuit utilisées, le recuit continu est celle qui donne aux caractéristiques mécaniques des bobines de métal la meilleure homogénéité. Par rapport aux techniques telles que le recuit base, le recuit continu possède la particularité de recuire le métal suivant un procédé dynamique (débobinage, défilement à travers le four et rembobinage des bandes de métal). Cette spécificité, qui nécessite de maîtriser le transport de la bande, occasionne des problèmes propres aux lignes de recuit continu, comme par exemple la formation de plis, pouvant entraîner d'importantes mises au rebut de métal.

Beaucoup de lignes de recuits continus tournent à travers le monde, essentiellement au Japon, en Europe et aux USA. Cependant peu d'études connues sont réalisées sur le problème de formation des plis. Des recherches sur ce thème ayant fait l'objet de publications ont été engagées par les entreprises japonaises KAWASAKI et SUMITOMO sous un angle expérimental et numérique. Les résultats publiés qui émanent de ces études restent cependant trop généraux pour permettre aux exploitants des lignes d'acquérir une bonne connaissance du problème et d'y remédier.

Sur ses lignes de recuit continu, SOLLAC est confrontée à des pertes de productivité provenant de cette formation de plis sur les bandes. Pour résoudre ce problème et acquérir un savoir-faire qui leur soit propre, SOLLAC et IRSID ont engagé une recherche axée sur plusieurs approches: aspect expérimental (formation des plis), aspects théoriques (déformation thermoélastique des rouleaux et flambage). L'objet de notre étude portera sur le flambage à l'origine des plis.

1 - Le recuit continu

L'objectif du recuit est de restaurer par chauffage la structure du métal. A la sortie du laminage, celui-ci est dur et cassant; les grains qui le constituent sont allongés. Pour pouvoir mettre en forme ce métal et lui donner les caractéristiques mécaniques d'emploi souhaité, il est nécessaire de relaxer les contraintes emmagasinées dans les bandes lors du laminage à froid. Le cycle thermique suivi consiste à amener ces bandes à une température supérieure à la température de recristallisation et à les refroidir en suivant un cycle bien précis. Le métal sort du recuit recristallisé, homogénéisé, avec une texture qui s'est développée.

Deux des procédés utilisés sont le recuit sous cloche (ou recuit sur base) et le recuit continu. A ce stade de fabrication, les bandes se présentent sous la forme de bobines. Le recuit sous cloche consiste à empiler les bobines les unes sur les autres et à les recouvrir d'un four en forme de "cloche"; elles subissent alors un cycle thermique prenant plusieurs jours. La température maximale atteinte est d'environ 700°C. En plus d'être très long, ce procédé peut poser des problèmes d'homogénéité de chauffage entre l'extérieur et le coeur des bobines.

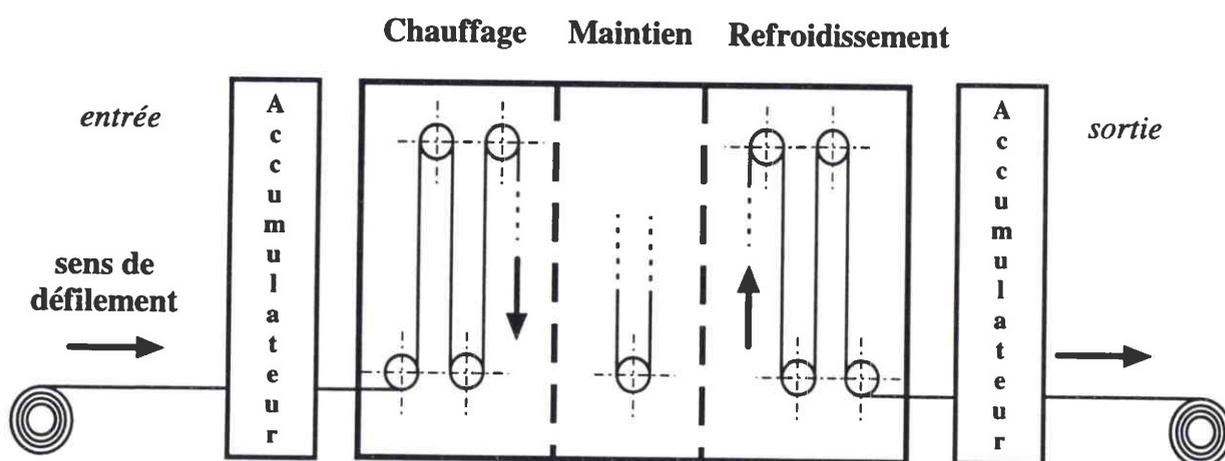
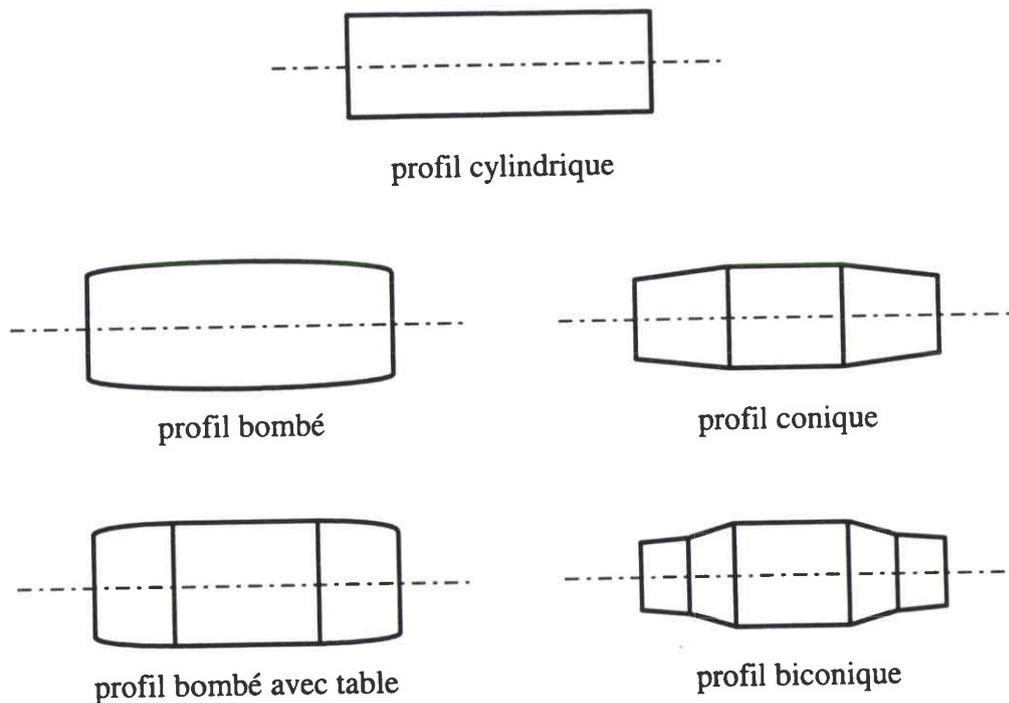


fig. 1: schéma d'une ligne de recuit continu du débobinage au rebobinage des bandes

La figure 1 schématise le défilement d'une bande à travers un recuit continu. Le recuit continu est un four traversé en continu par les bandes. Ce procédé présente les avantages suivants: les bandes suivent un traitement homogène dans la largeur sur toute leur longueur

pour une durée de traitement n'excédant pas quelques minutes. La partie four proprement dite est constituée de plusieurs chambres (chauffage - maintien en température - refroidissement). Les deux premières phases, chauffage et maintien à haute température, ont pour objectif d'obtenir la recristallisation de l'acier et le grossissement des grains. Le chauffage est assuré par des tubes radiants. Ces tubes, chauffés à 1000°C, diffusent la chaleur par rayonnement à l'intérieur des chambres. L'ordre de grandeur de la température qui règne dans une chambre de maintien est de 850°C. Le refroidissement se décompose en une phase lente et une phase rapide. Il entraîne la précipitation des carbures, influant sur la teneur en carbone.

Les accumulateurs placés en entrée et en sortie du four régulent la vitesse des bandes au débobinage et au rebobinage. Les bobines peuvent alors être soudées à la suite l'une de l'autre en entrée et être cisailées en sortie sans que la marche du recuit en soit ralentie. La vitesse de défilement d'une bande à l'intérieur du four atteint 600 m/mn sur certaines lignes. Entre le déroulement de la bobine en entrée de recuit et son enroulement en sortie, un grand nombre de rouleaux assure le transport de la bande.



*fig. 2: rouleaux d'entraînement des bandes de recuit continu
- profils utilisés sur ligne -*

Les rouleaux utilisés dans les recuits continus ont des caractéristiques dimensionnelles variables suivant les lignes et les positions qu'ils occupent sur une ligne donnée. Par exemple, la largeur des rouleaux d'une ligne varie avec la largeur des bandes traitées sur cette ligne. Dans le four, quelques rouleaux sont cylindriques, mais la plupart présentent un profil tel que leur diamètre aux extrémités est inférieur à celui du centre du rouleau. Le profil donné aux rouleaux est conique, bombé ou biconique (figure 2). Le choix de profils de ce type s'explique par le rôle que jouent les rouleaux dans le transport de la bande: entrainer la bande d'une part, mais aussi la guider dans la direction de la largeur. L'existence d'un profil favorise l'autocentrage de la bande sur le rouleau.

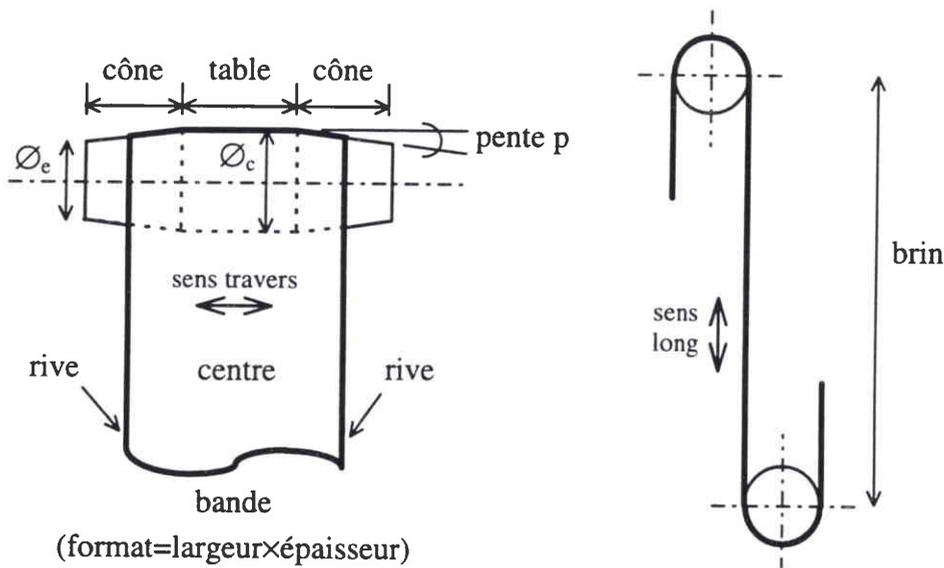


fig. 3: termes employés pour les rouleaux et les bandes

On utilisera dans la suite la terminologie précisée sur la figure 3 concernant les rouleaux et la bande. Un “rouleau conique” est constitué d’une partie cylindrique au centre (ou “table”) encadrée par deux parties coniques (“cônes”). La pente des cônes p (équation 1) est en général suffisamment faible pour être imperceptible à l’oeil. On l’exprimera en mm/m. Un “brin” est la portion droite d’une bande d’un rouleau au rouleau suivant. Dans un recuit continu la longueur d’un brin est de l’ordre de 18 mètres. On parle de “centre bande” et de “rives” pour les bords de la bande, de “sens long” concernant la direction longitudinale de la bande, et de “sens travers” pour la direction dans la largeur.

$$p = \frac{(\varnothing_c - \varnothing_e)/2 \times 1000}{\text{largeur cône}} \tag{1}$$

2 - La formation de plis

La formation de plis sur les bandes est un problème qui peut survenir lors du défilement des bandes dans le four de recuit continu. Ces plis sont très pénalisants pour la production car ils augmentent la quantité de matière mise au rebut et conduisent à diminuer la vitesse de défilement lors du passage de bandes de formats critiques. Dans le pire des cas, ils provoquent un déchirement de la bande, nécessitant une longue remise en route du four, de l'ordre d'une journée. Il est donc primordial d'éviter leur apparition.

Les plis correspondent à la déformation irréversible d'une portion de bande. Leur initiation s'effectue sur les rouleaux. En 1994, Kaseda et al. [13] (SUMITOMO) décrivent le mécanisme de formation des plis comme suit (figure 4): le profil convexe du rouleau crée une distribution non uniforme de la traction dans la largeur de la bande, générant du flambage élastique sur la bande; une ondulation transverse, lâche, apparaît contre la surface du rouleau; cette ondulation, quand elle est pressée contre le rouleau par la traction, se déforme plastiquement si son mouvement est restreint par le frottement entre le rouleau et la bande. Il s'ensuit le développement d'un pli longitudinal.

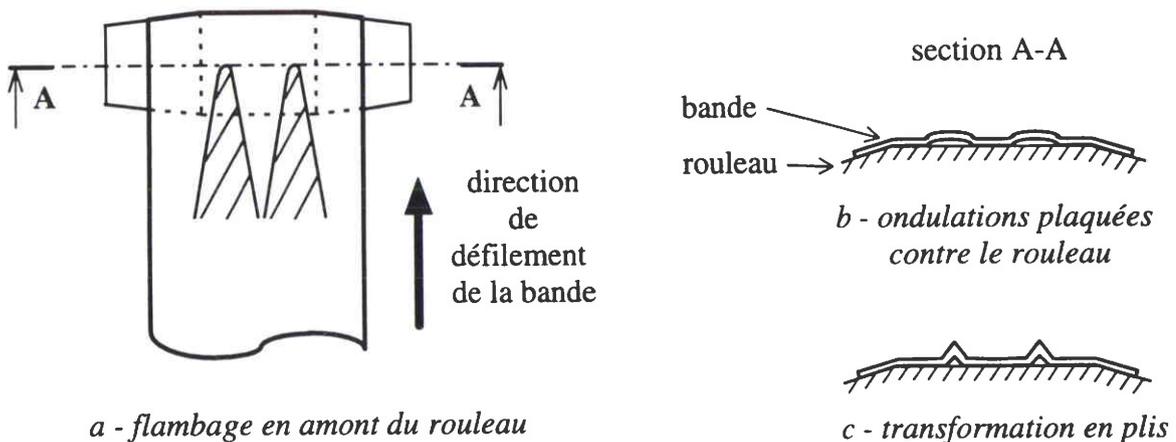


fig. 4: mécanisme de formation des plis d'après Kaseda

D'un profil de rouleau à l'autre, le nombre de ces plis longitudinaux peut varier. Avec un format de bande identique (feuille d'aluminium), Sasaki et al. [17] (KAWASAKI) ont observé expérimentalement la création d'un pli au centre de la bande avec un rouleau bombé et le

développement de deux plis avec un rouleau conique (figure 5). Pour Kaseda, le nombre de plis, habituellement égal à un ou deux, varie même dans des conditions identiques. Ces plis se forment toujours sur la table d'un rouleau conique et non sur ses cônes.

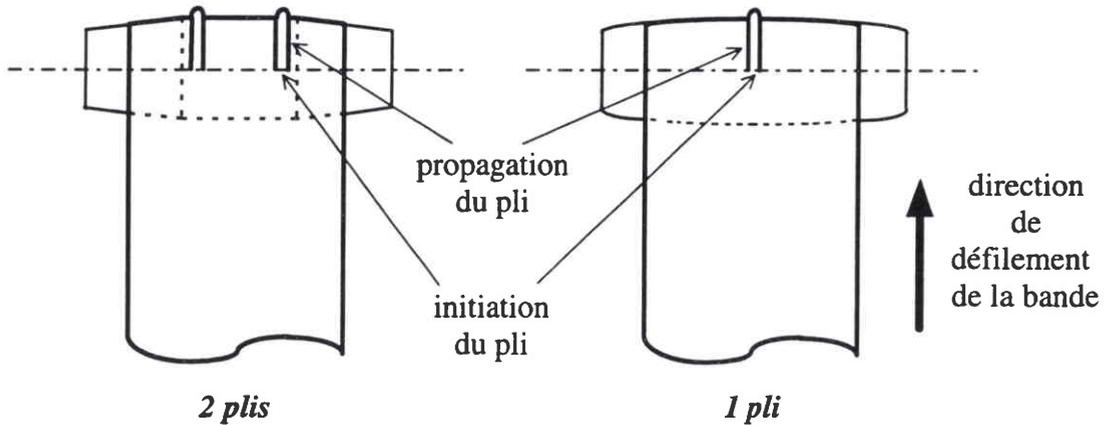


fig. 5: exemples d'initiation et de propagation de plis (essais Sasaki)

Les essais ont mis en évidence l'existence d'un seuil de traction au-dessus duquel, dans des conditions identiques, des plis se forment sur la bande. On appellera ce seuil Traction Critique de formation de Plis (T_{CP}). La valeur de T_{CP} varie en fonction des caractéristiques dimensionnelles et mécaniques de la bande et en fonction des caractéristiques du rouleau et de fonctionnement du four. Ces mêmes essais montrent qu'une faible épaisseur ou qu'une grande largeur de bande, qu'une faible largeur de table ou qu'une grande pente pour les cônes favorisent l'apparition de plis.

Il est également possible de trouver à l'origine de la formation de plis, un problème de guidage de bande, même sur un rouleau cylindrique. Sasaki explique ce phénomène par l'existence d'une force de cisaillement créée par le déportement de la bande dans la largeur sur le rouleau. Pour qu'elle ne vagabonde pas de façon excessive sur le rouleau et pour assurer ainsi un bon guidage de celle-ci à travers le four, on joue sur les profils des rouleaux d'une part (autocentrage de la bande) et également sur la traction appliquée sur la bande.

Par une traction élevée, on favorisera la stabilité de la position de la bande sur le rouleau mais on augmentera le risque de générer des plis. Par contre, une traction faible réduira le risque d'apparition de plis tout en accroissant celui de déportement de bande dans la largeur.

Ceci est schématisé sur la figure 6 à partir de l'expérience acquise sur les lignes de production. En non hachuré se trouve représentée une zone de fonctionnement dans laquelle, à traction et largeur de bande données, aucun problème de plis et de déportement ne se pose. Le même type de schéma pourrait être représenté avec en abscisse un paramètre autre que la largeur de bande, comme la pente des rouleaux par exemple. Il apparaît donc de façon empirique qu'il est nécessaire de réaliser un compromis entre les caractéristiques des rouleaux et de la marche du recuit (traction, ...) pour que le transport de la bande à travers le four se déroule dans de bonnes conditions. Ceci doit être adapté à la gamme des bandes défilant dans le recuit, de dimensions et de caractéristiques mécaniques variées.

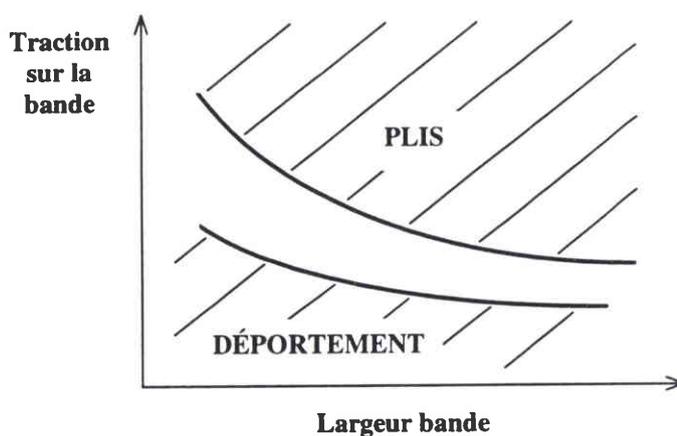
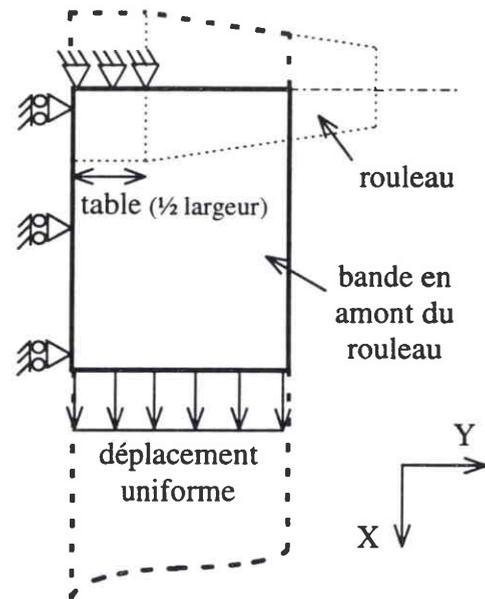


fig. 6: schématisation des risques de formation de plis et de déportements reliés à la traction en fonction de la largeur de la bande

Outre leurs approches expérimentales, Sasaki et al. [17] et Kaseda et al. [13] ont réalisé une étude à partir de calculs par éléments finis. Kaseda semble avoir simulé numériquement la formation de plis. Sasaki a mis en évidence l'existence d'une zone de compression dans la bande. Une plaque est utilisée pour simuler la partie du brin située juste en amont du rouleau, jusqu'à la ligne d'entrée de la bande sur le rouleau (figure 7). Sur cette ligne, le contact entre la bande et les parties coniques du rouleau est négligé tandis que l'existence du contact avec la table est modélisé par le blocage des noeuds dans les directions latérale Y et longitudinale X. Imposer une traction ou un déplacement suivant X au bout du brin modélisé, génère une contrainte compressive orientée latéralement (direction Y).

fig. 7: modélisation de la demi largeur d'une bande dans l'étude numérique de Sasaki



Le flambage de la bande, susceptible d'être initié par cette compression secondaire, découle donc de la tension appliquée sur la bande. C'est ce flambage sous traction qui est à l'origine de la formation de plis. Sasaki s'en tient aux contraintes et ne décrit pas le flambage. Sa modélisation permet de comprendre l'origine du flambage mais ne rend pas compte des effets provenant de la géométrie complète du rouleau. Pour notre part, nous nous attachons dans le travail présenté dans ce rapport, à étudier les phénomènes de flambage et de post-flambage des bandes en intégrant ces aspects géométriques dans notre modélisation.

3 - Démarche IRSID/SOLLAC

Afin d'acquérir une compréhension du phénomène de formation des plis suffisante pour s'en affranchir sur les lignes de recuit continu, SOLLAC et IRSID ont décomposé leur approche du problème comme suit:

- étude expérimentale de l'évolution de la traction critique de formation de plis (T_{CP}) en fonction des paramètres des bandes et des rouleaux
 - exploitation de deux maquettes tournant en boucle fermée à température ambiante; ces maquettes présentent une échelle et une précision d'ordres très différents
- étude numérique de la déformation thermoélastique des rouleaux
- étude numérique du flambage à l'origine de la formation des plis

3-1 Essais sur maquette à deux rouleaux

La stratégie de l'IRSID d'un point de vue expérimental a consisté d'abord à tirer des enseignements de type qualitatif sur la formation des plis à l'aide d'une maquette à échelle très réduite comparativement aux dimensions des recuits continus. Nous présentons ici les principaux résultats des essais que nous avons réalisés sur cette maquette à petite échelle.

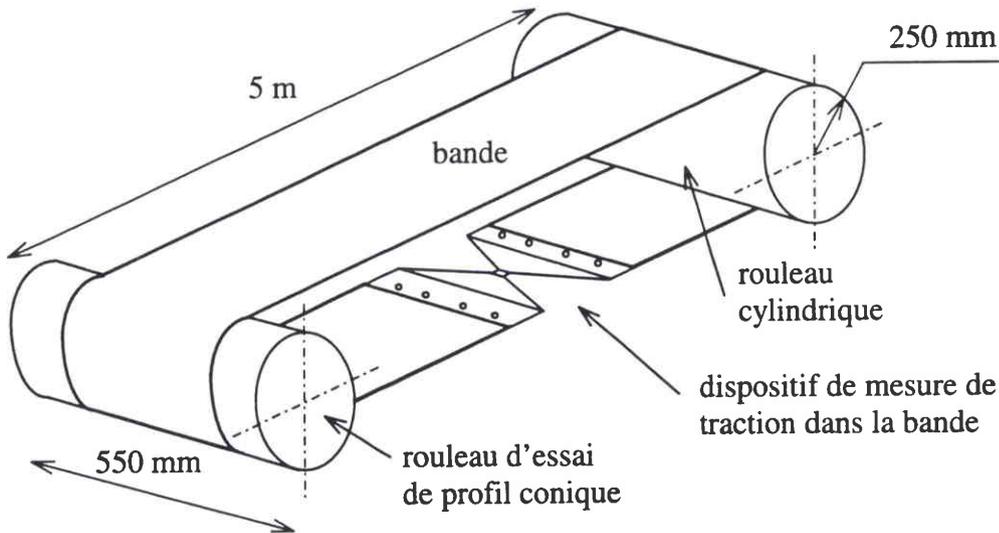


fig. 8: maquette à deux rouleaux (le châssis est omis)

Il s'agit d'une maquette horizontale limitée à deux rouleaux (figure 8), distants l'un de l'autre de 5 mètres. Le mouvement est transmis à la bande par la rotation de l'un des rouleaux. Ce dernier correspond au "rouleau d'essai". Sa rotation, assurée manuellement, est suffisamment lente pour que l'on puisse parler de mouvement "quasi-statique". Les rouleaux, larges de 550 mm, ont un diamètre maximal de 500 mm. Le rouleau d'essai présente dans sa largeur un profil conique (figure 9), alors que le deuxième rouleau est entièrement cylindrique.

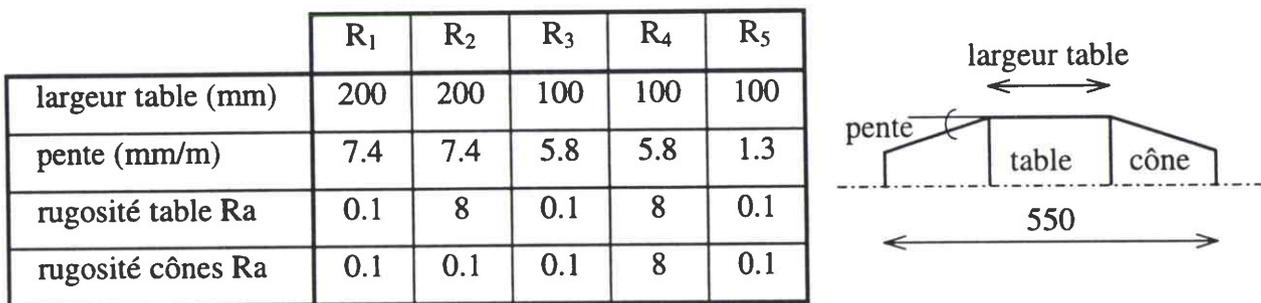


fig. 9: caractéristiques du rouleau d'essai de la maquette à deux rouleaux

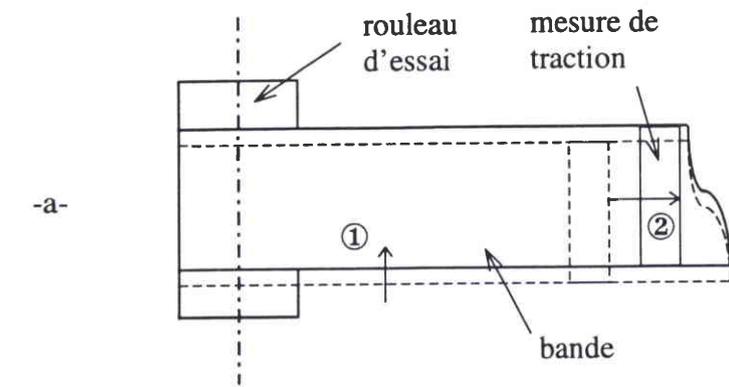
Nous avons mené à bien une série d'essais sur cette maquette avec des bandes en acier et en aluminium. Toutefois, afin de former des plis, la plupart des essais ont été effectués avec des bandes en aluminium, ce matériau s'avérant plus adapté à la rigidité de la maquette et à ses limites en traction. La bande forme une boucle. Celle-ci est fermée grâce à un dispositif de plaques solidarisées aux deux extrémités de la bande par boulonnage. Ces plaques sont reliées entre elles par un capteur de traction. Les deux formats de bande en aluminium ayant fait l'objet d'essais ont une épaisseur de 0.2 mm et une largeur de 300 et 400 mm.

Pour la plupart des essais, nous avons adopté la procédure suivante (figure 10):

- ① → centrage de la bande par rapport aux rouleaux dans la largeur
- ② → positionnement du dispositif de mesure de traction à équidistance des rouleaux dans la partie basse de la bande
- ③ → application d'une traction sur la bande (par déplacement horizontal du rouleau d'essai)
- ④ → rotation du rouleau d'essai entraînant le déplacement de la bande.

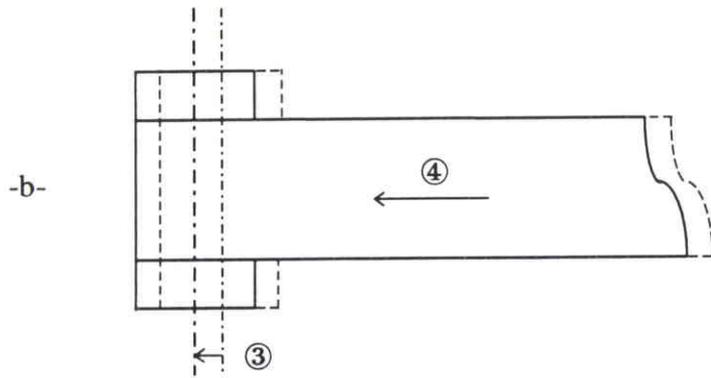
Dans le même temps, on observe la formation ou non de plis (-d-); tant qu'aucun pli (-c-) n'apparaît, la bande est ramenée en sens inverse à sa position de départ ⑤, la traction augmentée ③ et la bande à nouveau déplacée ④. La traction critique de formation de plis (T_{CP}) est donc obtenue suite à une augmentation progressive de la traction appliquée.

Ces essais nous ont permis d'observer visuellement l'apparition et le développement d'ondulations de flambage (figure 11) en fonction de la traction (les ondulations visibles à l'oeil sont en fait une manifestation d'un état post-flambé). Ces ondulations se forment sur la bande en statique, donc sans qu'il y ait mouvement de la bande, par augmentation de la traction. Le flambage apparaît d'autant comme un phénomène statique que les ondulations semblent "figées" en amont du rouleau: à traction constante inférieure à la T_{CP} , le déplacement de la bande n'entraîne aucune modification du mode de flambage. Localisées strictement en amont du rouleau, les ondulations paraissent prendre appui sur le rouleau et se propager le long du brin sur une distance variant suivant les cas (caractéristiques du rouleau, de la bande, intensité de la traction).



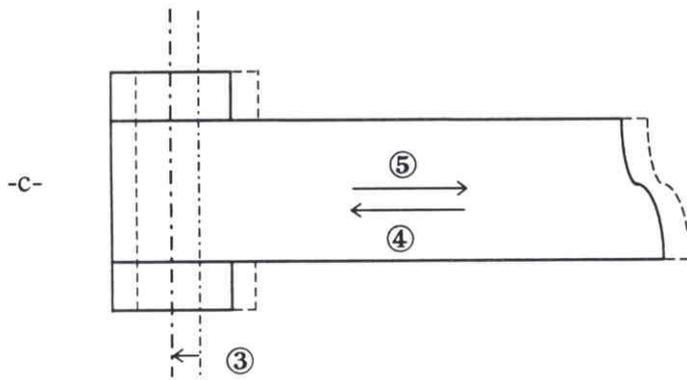
préparation de l'essai:

- ① centrage de la bande dans la largeur du rouleau
- ② positionnement de la mesure de traction



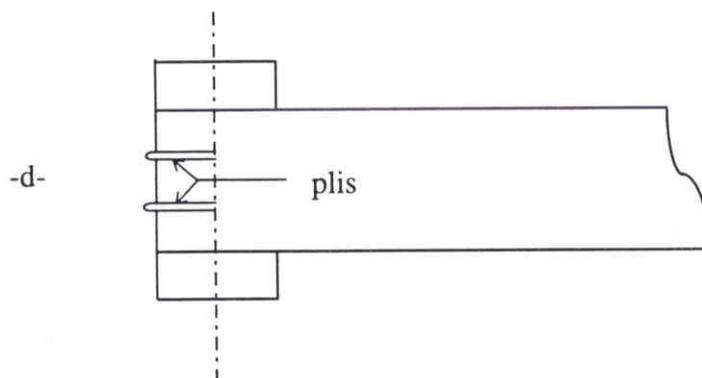
essai de formation de plis:

- ③ application de la traction
- ④ déplacement de la bande par rotation du rouleau (phase durant laquelle les plis se forment où non)



pas de plis formés:

- ⑤ retour de la bande à sa position de départ
- ③ augmentation de la traction
- ④ nouveau déplacement de la bande pour former des plis



plis formés

→ Traction Critique de Formation des plis

fig. 10: procédure d'essai pour former des plis sur la maquette à deux rouleaux (vue de dessus - sans châssis - côté rouleau d'essai)

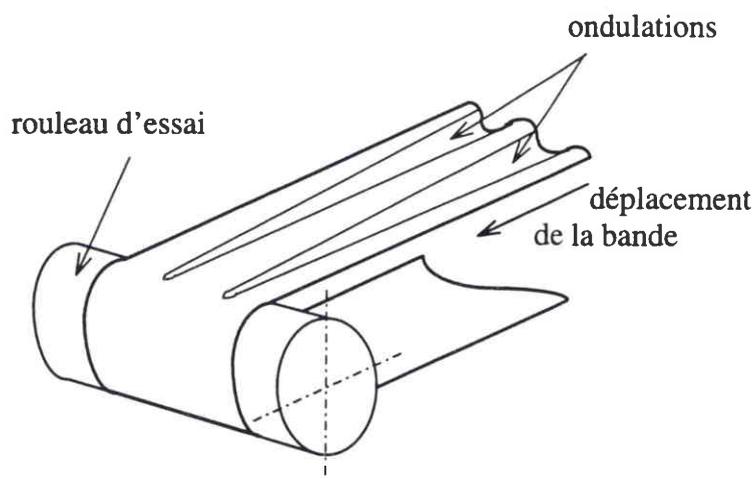
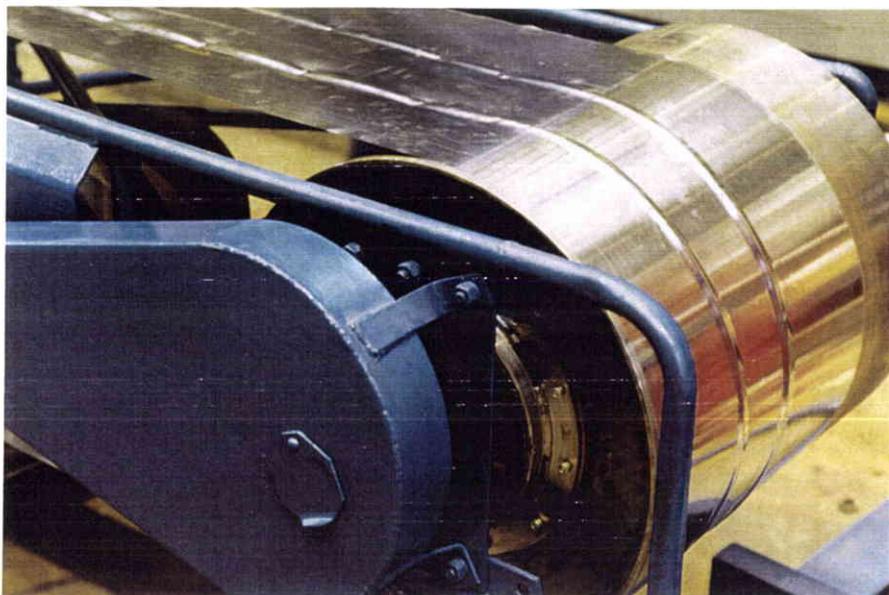


fig. 11: ondulations de flambage à une traction inférieure à la T_{CP} (pas de plis) - elles sont localisées en amont du rouleau d'essai et leur forme n'évolue pas lorsque le rouleau d'essai tourne, entraînant la bande

Le nombre d'ondulations est également tributaire des caractéristiques bande/rouleau de l'essai. Il varie par exemple en fonction du type de profil adopté pour le rouleau d'essai (figure 9). C'est ainsi qu'une bande d'aluminium de format 400x0.2 mm flambe en formant deux ondulations et demi avec le rouleau R_1 et une ondulation et demi avec le rouleau R_3 . Ces rouleaux diffèrent par leur largeur de table (200 et 100 mm) et la pente de leurs cônes (0.74 et 0.58 mm/m respectivement). L'intensité de l'amplitude des ondulations est difficile à évaluer. Dans tous les essais réalisés, la valeur de ces amplitudes ne semble pas excéder quelques millimètres. Elle est plus forte près du rouleau et s'atténue progressivement en s'éloignant du rouleau. Il n'est possible, "à l'oeil", que de distinguer grossièrement la zone dans laquelle les ondulations s'estompent (avec une précision de quelques dizaines de centimètres).

L'amorçage d'un pli se fait sur le rouleau, lorsque les ondulations deviennent très "marquées" sous l'effet de la traction. Bien qu'il découle d'une appréciation subjective, nous employons ici ce terme qui représente bien la façon dont les ondulations évoluent, en particulier aux abords du rouleau, lorsque la T_{CP} est presque atteinte. Le pli se forme dans le prolongement de ces ondulations, à partir de l'endroit où la bande entre en contact avec la table du rouleau. Une fois amorcé, le pli se propage ensuite sur le rouleau (voir photo 1). Un "désamorçage" a lieu dans le cas où la traction diminue et passe sous le seuil de traction critique de formation des plis. Une bonne répétabilité de la valeur de T_{CP} a été obtenue.



*photo 1: plis formés sur une bande
- maquette à deux rouleaux -*



*photo 2: installation expérimentale à grande échelle
de formation de plis*

L'observation conduit à remarquer que les plis se forment toujours sur la table du rouleau et non au-dessus des cônes. Le nombre de plis formés est de un pli au milieu ou de deux plis symétriques, proches de la jonction table/cônes. Ce nombre dépend des caractéristiques bande/rouleau. Deux plis apparaissent avec le rouleau R_1 pour le format 400x0.2 mm et seulement un seul, positionné au milieu de la bande, avec R_3 . Largeur de table et pente sont les deux paramètres qui diffèrent entre R_1 et R_3 .

Les plis formés apparaissent sur les bandes à des niveaux de traction variables en fonction des caractéristiques bande et rouleau choisies. Avec le rouleau R_2 par exemple, il faudra une traction environ 1,5 fois plus élevée pour créer des plis avec le format 300x0.2 mm qu'avec 400x0.2 mm. Avec R_3 , ce rapport passe à plus de 3 également entre les formats 300x0.2 et 400x0.2 mm. Le rouleau R_5 , se différenciant de R_3 par une pente bien plus faible, ne permet pas de faire de plis avec 300x0.2 mm dans la gamme des tractions admissibles par la structure.

Pour cet essai, on a noté comme dans les autres essais l'apparition d'ondulations de flambage; la déformée de ces ondulations s'est figée au-delà d'un certain niveau de traction, l'augmentation de la traction n'entraînant plus aucun changement sur la déformée. Ceci amène à penser qu'il existe dans ce cas un seuil au-dessus duquel l'augmentation de la traction n'a plus d'influence sur le mode de flambage et l'amplitude des ondulations. Ces dernières n'évoluent plus, quelque soit la traction appliquée au-dessus de ce seuil.

L'observation visuelle du contact entre le rouleau et les rives de la bande a révélé des zones de contact rives/rouleau d'étendue parfois très limitée. Ainsi, dans le cas des rouleaux R_1 , R_2 , R_3 et R_4 , pour tous les essais réalisés en format 400x0.2 mm/aluminium, le contact n'a lieu qu'au niveau de la ligne qui limite la partie enroulée et le brin plan de la bande (figure 12-1). Pour cette raison, on appellera par la suite cette ligne "génératrice de premier contact" ou en abréviation "GPC". Un phénomène identique a été constaté avec le format 300x0.2 mm pour R_4 . Par contre, pour R_3 , le contact s'étend légèrement vers le sommet du rouleau (figure 12-2). Pour des tractions appliquées du même ordre, toujours avec 300x0.2 mm mais avec R_5 (pentes des cônes faibles comparées à celles de R_3), la rive de la bande est en contact avec le rouleau sur toute sa demi-circonférence (figure 12-3). Ces constatations ont été effectuées à des chargements voisins. Il apparaît donc que la géométrie du rouleau modifie l'étendue de la zone bande/rouleau en contact, de même que les caractéristiques de la bande. Par ailleurs, il n'a été observé aucun contact en rive avec les bandes en acier.

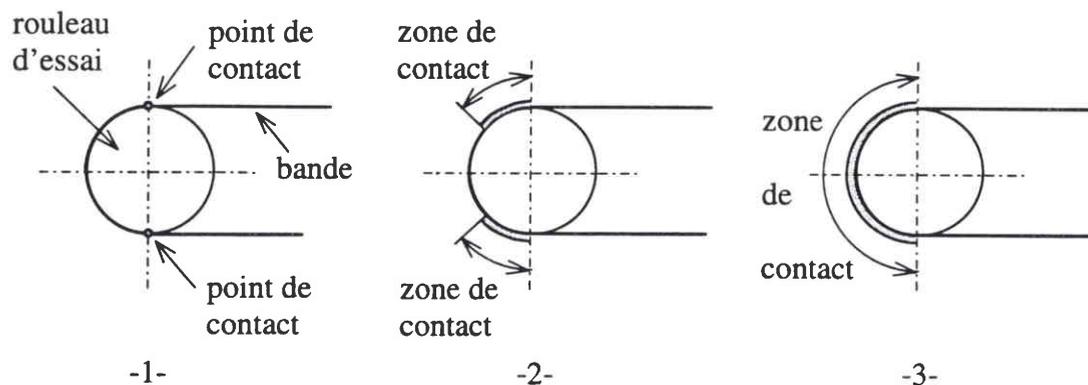


fig. 12: trois cas d'étendue de contact entre le rouleau et les rives de la bande

- 1- le contact en rive se limite à un point, sur la génératrice de premier contact (GPC)
- 2- le contact s'étend vers le sommet du rouleau à partir de la GPC
- 3- la rive de la bande est en contact avec le rouleau sur toute la demi-circonférence

Nous avons également mis en évidence le rôle joué par le frottement bande/rouleau pour la formation des plis. L'essai s'est décomposé chronologiquement comme suit: amorce et propagation d'un pli par rotation du rouleau; étalement d'huile sur un quart de la circonférence du rouleau encore non en contact avec la bande; rotation du rouleau. Dès que la portion huilée du rouleau arrive au contact de la bande, on assiste à une disparition instantanée du pli. Le pli se reforme aussitôt que toute cette portion de rouleau a dépassé la génératrice de premier contact. Il a donc été observé qu'un rouleau parfaitement lisse étale la bande, empêchant la génération de plis.

Cette maquette à échelle très réduite nous a permis de former des ondulations de flambage et des plis. Nous avons fait un certain nombre d'observations corroborant les résultats des articles de Sasaki et Kaseda, comme par exemple la notion de seuil de traction critique de formation de plis, notion dépendante des paramètres du rouleau et de la bande. Nous avons mis en évidence que la T_{CP} augmente lorsque

- la bande est de largeur moindre
- la table est plus large
- la pente des cônes est moins prononcée.

Nous avons d'autre part remarqué notamment: l'aspect "statique" du flambage par opposition à l'aspect "dynamique" de l'apparition d'un pli; les localisations strictes du pli sur le rouleau, et du flambage en amont du rouleau; dans certains cas la stabilisation de l'amplitude des ondulations au-delà d'un certain niveau de traction; la variation du contact bande/rouleau sur les rives et l'influence du frottement sur la formation d'un pli, un rouleau parfaitement lisse empêchant tout pli de s'initier. Cependant, pour des raisons de précision et de limite de rigidité, nous n'avons pu effectuer une étude quantitative fiable sur cette maquette à deux rouleaux.

3-2 Installation expérimentale de formation de plis à grande échelle

L'IRSID et SOLLAC se sont dotés d'une installation d'essai de grandes dimensions (photo 2). Cette dernière, dont nous présentons brièvement ici les principales caractéristiques, a été conçue pour tester avec une grande précision la sensibilité de la T_{CP} et du guidage aux paramètres tels que les dimensions bande/rouleau, la rugosité, l'alignement des rouleaux, Dans cette partie, nous commentons quelques exemples de mesures de déformées de flambage effectuées sur cette installation d'essai.

Cette maquette grande échelle fonctionne à froid, en boucle fermée (IRSID-1101 [41]). La bande, longue de 64 mètres, forme une boucle qui accomplit le parcours représenté sur le schéma de la figure 13. Son transport est effectué par onze rouleaux. Cinq d'entre eux servent à assurer les différentes régulations telles que la traction, la vitesse, le centrage de la bande. En interchangeant le rouleau d'essai de diamètre 800 mm, divers profils et rugosités peuvent être testés. Les brins verticaux entourant ce rouleau ont une longueur de 7 mètres, alors que la hauteur totale de l'installation est de 12 mètres. Il est possible d'exercer des tractions sur la bande allant jusqu'à 3000 daN et de lui imprimer une vitesse variant de 0 à 1000 m/mn. Cette maquette est dimensionnée pour des bandes en acier ou en aluminium, d'épaisseur 0,7 mm au maximum et de largeur inférieure à 1600 mm. La gamme des formats ainsi couverte correspond aux dimensions des produits recuits sur les lignes industrielles, et en particulier aux formats actuels et futurs les plus critiques en termes de formation de plis.

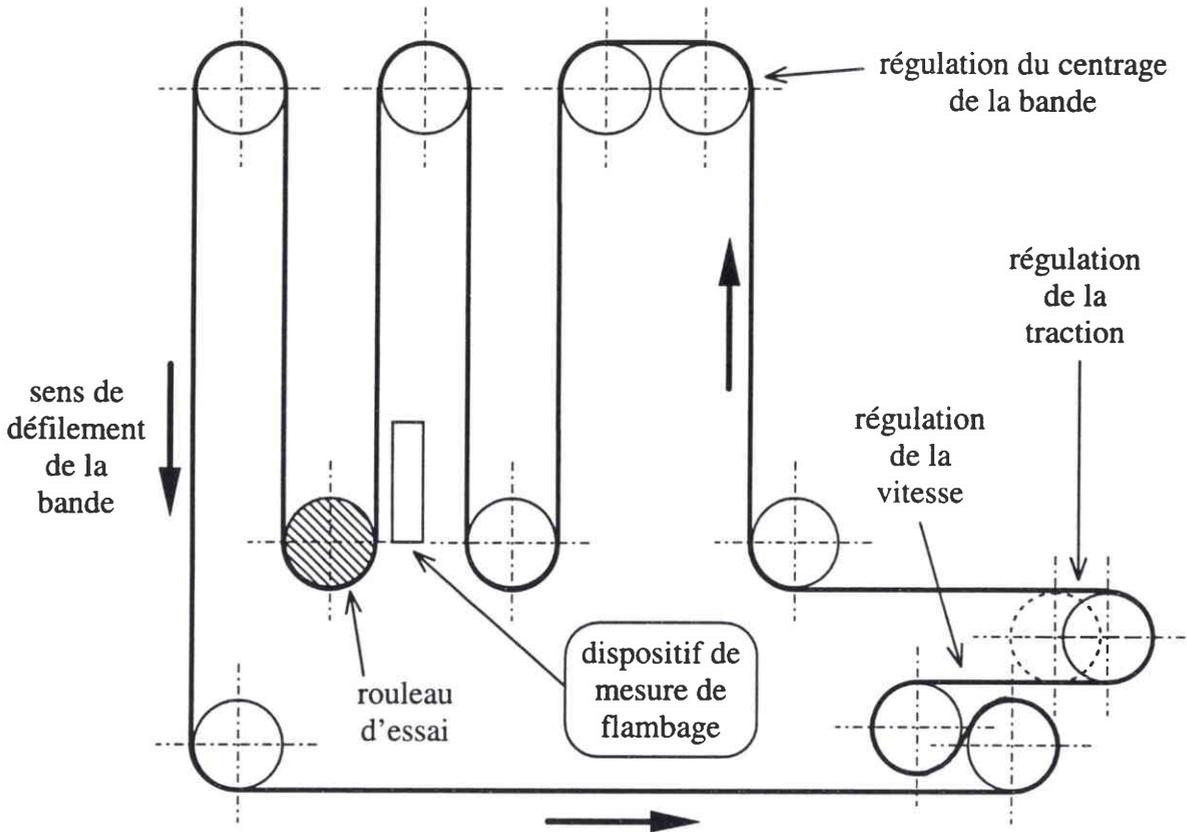
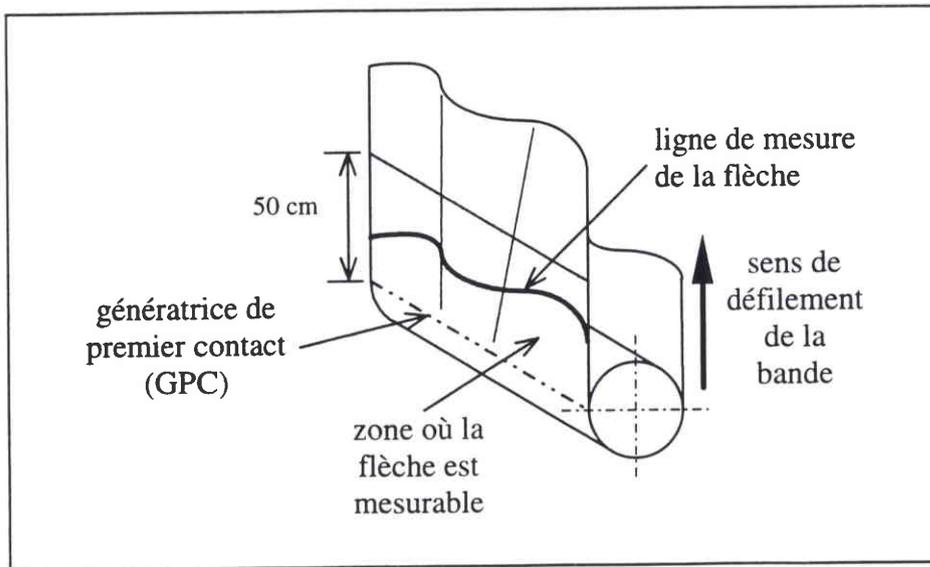


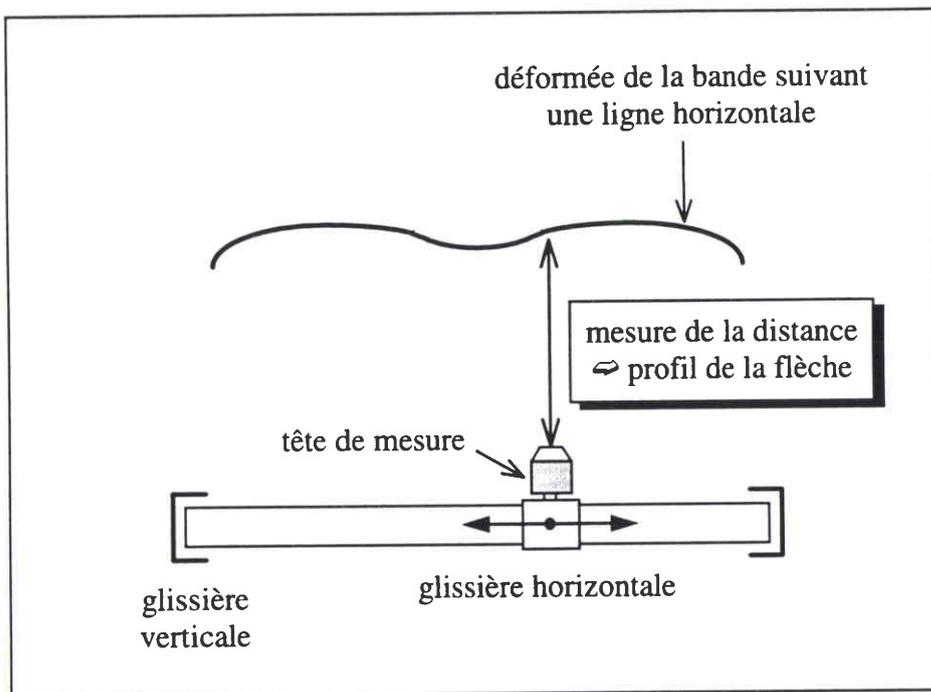
fig. 13: installation d'essai pour l'étude des problèmes de guidage et de formation des plis sur les recuits continus

(représentation des rouleaux et du circuit parcouru par la bande)

Un dispositif implanté sur cette installation au niveau du rouleau d'essai détermine la déformée de flambage d'une bande à l'arrêt (figure 13). Il est constitué d'une glissière verticale d'une amplitude de 50 cm, dans laquelle coulisse le système support de la tête de mesure (figure 14-b). Cette tête se déplace à l'horizontal sur une largeur adaptable au format de la bande montée sur la maquette. Durant sa course, la tête balaie la déformée de la bande suivant une ligne horizontale et enregistre les mesures tout le long de cette ligne. Celle-ci est choisie comprise entre la génératrice de premier contact et une génératrice située en amont du rouleau, à 50 cm de la GPC (figure 14-a). Le pas de mesure dans la direction verticale est de 5 cm. Les mesures effectuées grâce à ce dispositif présentent un grand intérêt pour notre étude sur le flambage puisqu'elles vont nous permettre de valider notre modélisation numérique.



a) mesure de la déformée



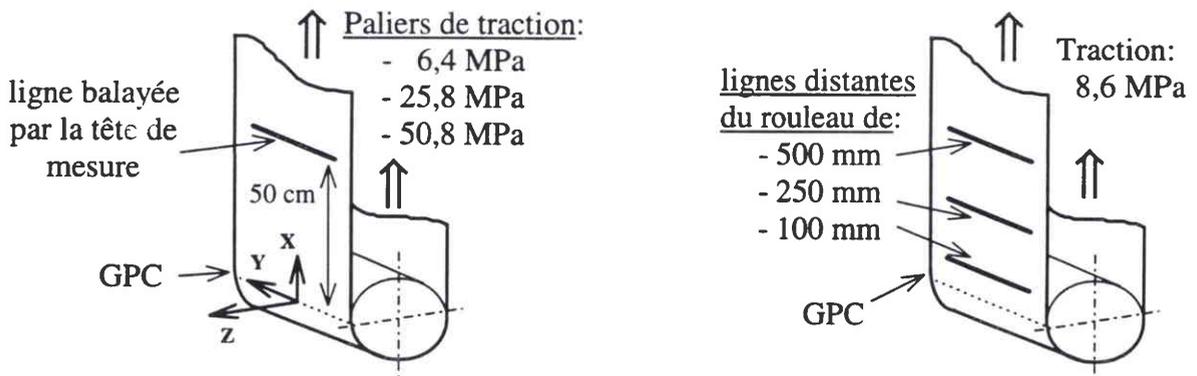
b) schéma du dispositif de mesure de flambage (vue de dessus)

fig. 14: dispositif de mesure de flambage

- a) mesure de la déformée
- b) schéma du dispositif

Nous obtenons à partir de ces mesures un profil de la flèche en fonction de la largeur de bande, à une traction donnée et à une distance de la GPC donnée. Les résultats d'essais que nous présentons dans ce rapport ont tous été réalisés avec la bande centrée sur le rouleau, et rappelons-le, à vitesse nulle. Notre choix s'est porté ici sur deux séries de courbes donnant les flèches à des tractions spécifiques différentes ou à des distances différentes de la GPC. Nommons ces exemples essai 1 et essai 2.

Pour l'essai 1 (figure 15-a), la tête de mesure a été maintenue à une distance de 50 cm du rouleau pendant la durée de l'essai; celui-ci a consisté à augmenter progressivement la traction appliquée sur la bande en enregistrant le profil de la flèche à chaque palier de chargement. Pour l'essai 2, une fois la traction spécifique de 8,6 MPa atteinte, les mesures ont été prises à plusieurs distances de la GPC en modifiant la position de la tête de mesure suivant la verticale (figure 15-b).



a) essai 1: augmentation de la traction

b) essai 2: modification de la distance/GPC

fig. 15: positions de la course de la tête de mesure par rapport au rouleau et tractions spécifiques appliquées à la bande, dans les essais 1 et 2

- orientation du repère choisie pour la présentation des résultats expérimentaux et numériques -

Nous avons choisi d'orienter le repère dans l'espace de la même façon pour les calculs numériques et dans la procédure que nous avons mise au point pour dépouiller les essais de mesure de flambage. C'est ainsi que dans la suite de ce mémoire, on positionnera le repère comme sur la figure 15: l'axe X placé suivant le sens long de la bande, est dirigé dans le sens inverse au sens de défilement de celle-ci, mais dans le même sens que la traction s'opérant sur

la bande; l'origine du repère se situe au centre de la bande dans sa largeur; l'axe Y correspond au sens travers (direction de la largeur) et l'axe Z, normal à la bande, est dirigé vers "l'extérieur" du rouleau. Par conséquent, pour les courbes présentées à la suite, l'origine en Y est confondue avec le centre bande qui équivaut également au centre du rouleau; sont placées en abscisse la largeur de bande (suivant Y), et en ordonnée la flèche (suivant Z). Le rouleau est positionné par rapport à la bande vers le bas des graphiques, du côté des Z négatifs.

La course de la tête de mesure doit ne pas dépasser les rives de la bande. Pour les essais 1 et 2, les points de départ et de fin de balayage de la tête sont respectivement de $Y = -616$ et $+555$ mm et de $Y = -419$ et $+483$ mm, la valeur $Y = 0$ correspondant au centre bande. On notera la dissymétrie de ces valeurs, dissymétrie dont il faut tenir compte lors de l'interprétation des courbes. Dans les deux cas, le matériau est l'aluminium. Les caractéristiques bande et rouleau pour ces essais sont les suivantes:

		<i>essai 1</i>	<i>essai 2</i>
<u>bande:</u>	largeur (mm)	1300	1000
	épaisseur (mm)	0,3	0,2
	limite élastique (MPa)	≈ 70	≈ 50
<u>rouleau:</u>	largeur table (mm)	800	500
	pente p (mm/m)	0,73	1,4

Pour l'essai 1 on voit sur le graphique de la figure 16 qu'à 6,4 MPa, la bande a déjà flambé et qu'elle se déforme en plusieurs ondulations dans sa largeur. Celles-ci correspondent à une forme postflambée. La courbe obtenue n'est pas symétrique par rapport au centre de la bande. Elle présente deux ondulations de chaque côté de l'axe $Y = 0$ dont les amplitudes sont différentes de part et d'autre de cet axe. Comme on peut le constater à 25,8 et 50,8 MPa, cette dissymétrie s'atténue jusqu'à disparaître lorsque la traction est augmentée; ceci témoigne de la présence d'un défaut de forme initial sur la bande, visible à un chargement faible. On observe également un meilleur équilibrage dans la largeur pour les tractions importantes, le sommet de l'ondulation s'étant parfaitement transféré sur l'axe $Y = 0$. L'évolution de la traction tend donc à dissimuler le défaut de forme.

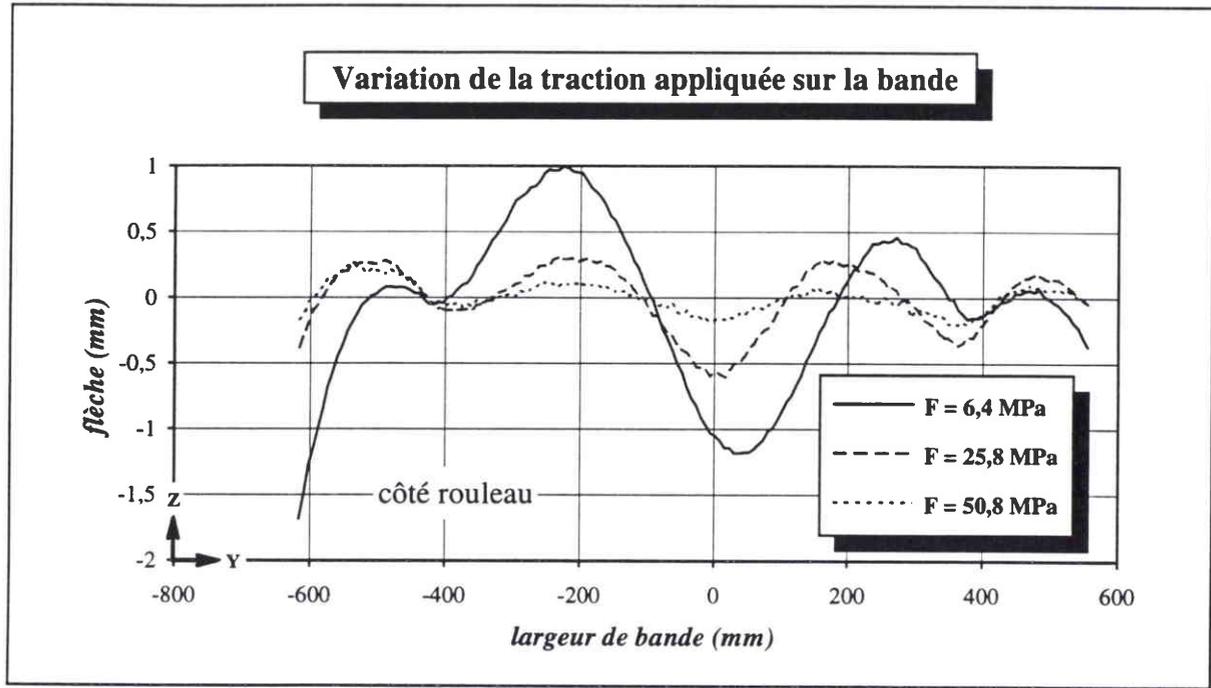


fig. 16: déformées de flambage à différentes tractions spécifiques - essai 1
 format: aluminium 1300*0,3 mm
 flèches mesurées à 50 cm du rouleau

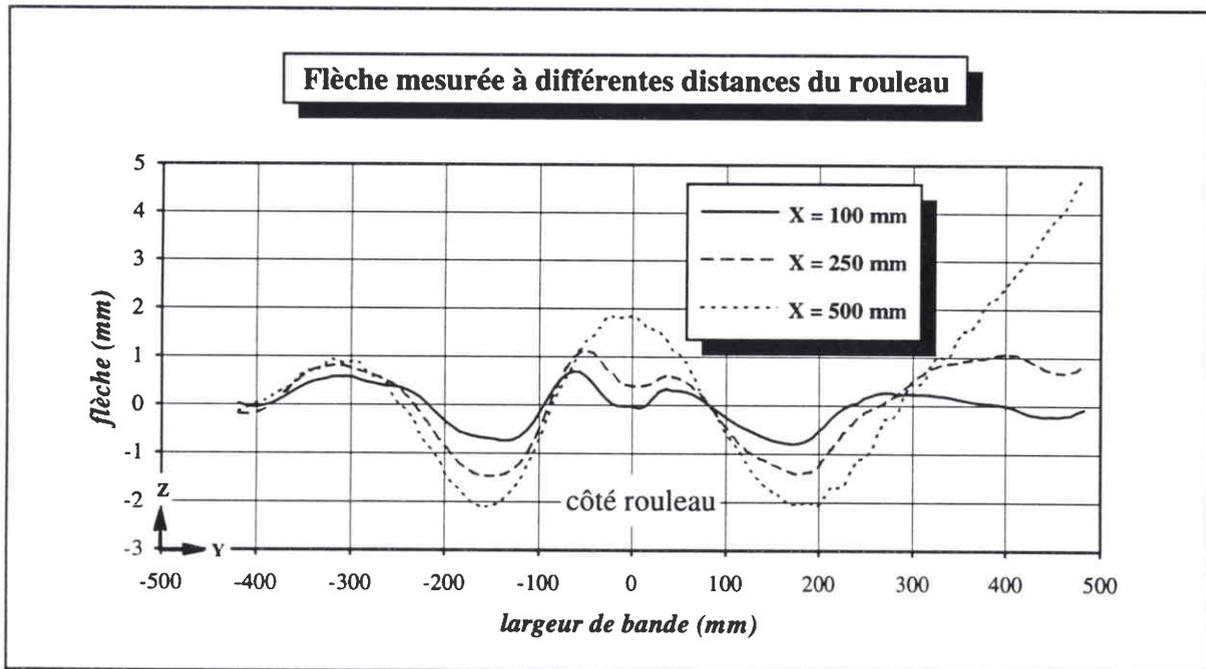


fig. 17: déformées de flambage à différentes distances du rouleau - essai 2
 format: aluminium 1000*0,2 mm
 flèches mesurées avec une traction de 8,6 MPa

L'amplitude des ondulations la plus prononcée à 6,4 MPa est de 2,2 mm. Elle passe à 0,9 mm et à 0,3 mm pour 25,8 et 50,8 MPa. Cet écrasement pourrait trouver une explication dans une plastification localisée de la bande qui entrainerait la résorption progressive des ondulations au fur et à mesure de l'extension de cette plastification. Cependant, cette supposition, plausible à 50,8 MPa, paraît moins probable à 25,8 MPa, car le niveau de chargement semble bien éloigné de la limite élastique du matériau (≈ 70 MPa) pour qu'il y ait plastification. Notons qu'aucune formation de plis n'a pu être observée avec ce format et ce rouleau durant les essais effectués en dynamique, même à ces niveaux très élevés de chargement.

Lors des essais de formation de plis sur l'aluminium de format 1000*0,2 mm de l'essai 2, c'est à la traction spécifique de 8,6 MPa que des plis se sont formés. A ce chargement en statique, on voit sur les courbes de la figure 17 que l'amplitude maximale des ondulations est importante puisqu'elle atteint 4 mm à 500 mm de la génératrice de premier contact (GPC). Cette amplitude diminue lorsque l'on se rapproche du rouleau car elle passe à 2,6 mm puis à 1,4 mm à 250 et 100 mm de la GPC, tandis qu'une troisième ondulation apparaît au centre de la bande. On qualifiera ce type d'ondulations de courte longueur, d'ondulation "locale", par opposition aux ondulations "globales" qui se propagent sur une longueur de plusieurs mètres. Ces deux types d'ondulations s'observent très aisément sur la bande durant les essais. A 500 mm du rouleau on remarque à nouveau une dissymétrie par rapport au centre bande en rive, provenant d'un défaut de forme localisé probablement sur un bord de la bande. Celui-ci ne semble pas affecter la symétrie des ondulations par rapport au centre de la bande sur 300 mm environ autour de ce centre.

Les défauts de forme révélés par les dissymétries que nous venons d'observer précédemment sur les déformées, proviennent de problèmes dans les procédés de fabrication amont au recuit continu. Leur présence indique l'existence de contraintes internes non-uniformes au sein de la bande, qui rompent la planéité de celle-ci. Ceci se traduit par des défauts aux formes variées parmi lesquels on peut trouver les cas suivants: le centre de la bande est en tension alors que les rives "flottent" ce qui entraîne la présence de frisettes le long des bords de la bande; au contraire, les rives sont tendues et le centre lâche; on note parfois la présence de "cloques" plus ou moins allongées, isolées ou se répétant avec une périodicité donnée.

Dans le travail numérique qui est développé ensuite, on fait le choix de négliger ces défauts de forme. Ceux-ci pourraient cependant avoir une répercussion non négligeable sur les ondulations de flambage et modifier leur répartition, leur amplitude et leur nombre. Par conséquent, on choisira dans la mesure du possible, de comparer nos résultats à des courbes expérimentales issues de bandes dont la déformée semble la moins possible affectée par de tels défauts.

3-3 Introduction à la modélisation numérique du flambage

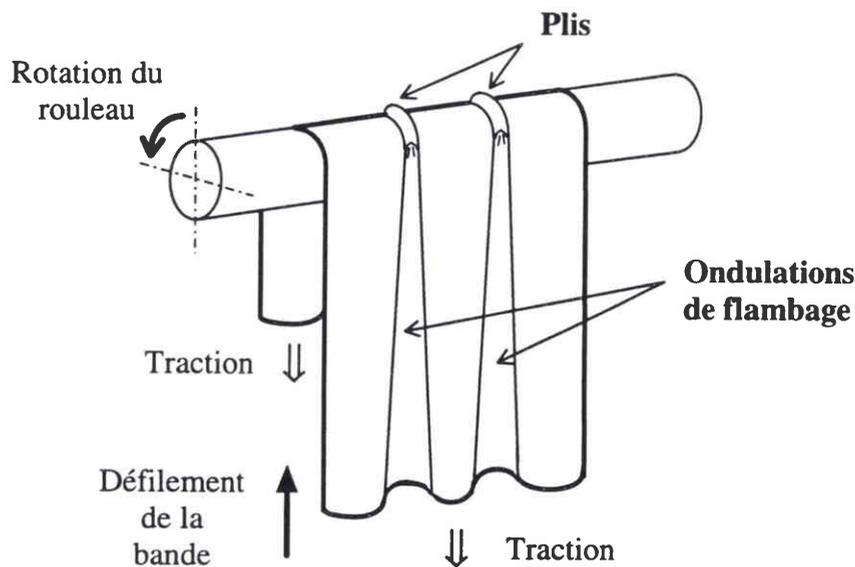


fig. 18: formation de plis à partir d'ondulations de flambage

Comme nous l'avons vu à travers la bibliographie et les essais réalisés, c'est le flambage de la bande qui est à l'origine de la formation des plis sur un rouleau (figure 18). Il ne peut y avoir apparition de plis que si la bande flambe. Au cours des essais nous avons mis en évidence l'existence de deux seuils de traction en augmentant progressivement la traction appliquée sur la bande. Ceci est schématisé sur la figure 19:

- le premier seuil correspond à la Traction Critique de Flambage (T_{CF}), au-dessous de laquelle ni flambage ni pli ne se développent sur la bande;
- le flambage de la bande se produit à T_{CF} ;

- entre T_{CF} et T_{CP} (Traction Critique de formation de Plis), les ondulations de flambage évoluent (phase de post-flambage) sans toutefois entrainer la création de plis sur le rouleau;
- à partir du deuxième seuil (T_{CP}) les plis apparaissent sur le rouleau.

Pour aborder l'étude de la formation des plis par elle-même, il s'avère par conséquent nécessaire de passer d'abord par l'étape préliminaire qu'est l'étude du flambage et du post-flambage des bandes, soumises à la traction. C'est cette étude sur le flambage que nous nous proposons de présenter dans ce rapport.

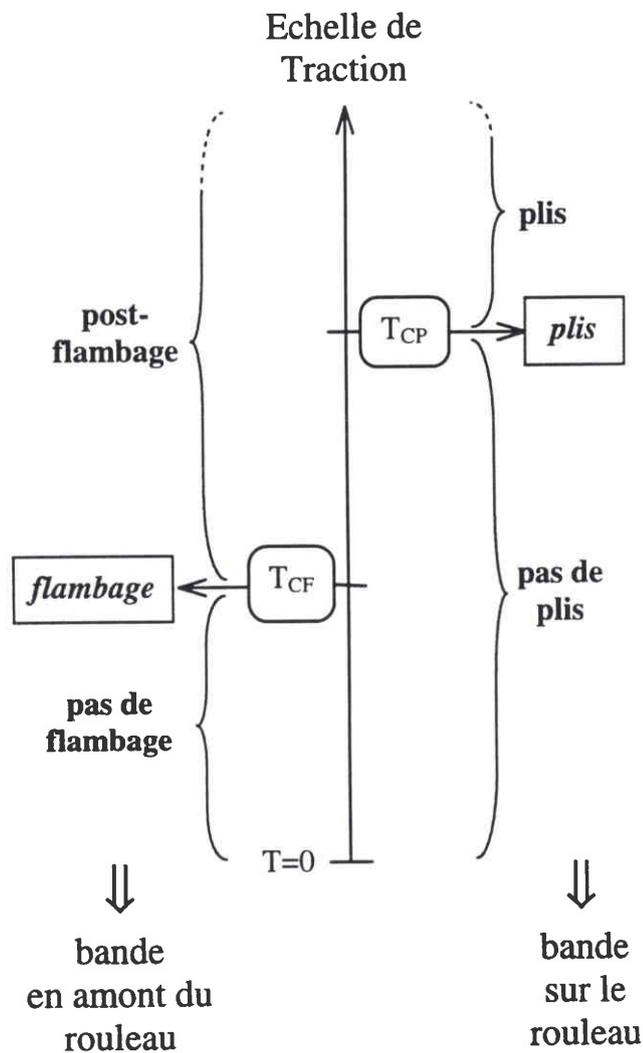


fig. 19: apparition du flambage et des plis en fonction de l'augmentation de la traction appliquée sur la bande; existence de deux seuils de traction:

T_{CF} → traction critique de flambage

T_{CP} → traction critique de formation de plis

Les caractéristiques dimensionnelles et mécaniques des formats d'acier passant dans les recuits continus sont amenées à évoluer dans l'avenir vers des valeurs favorisant le développement de plis sur les bandes. Pour éviter ce problème de plis il est donc nécessaire d'adapter les lignes de recuit aux évolutions futures des formats. Dans un premier temps, l'étude "guidage/plis" de l'IRSID et SOLLAC a pour objectif de comprendre le phénomène qui conduit aux plis en évaluant l'action de chacun des paramètres influents. En amorce des différentes approches de cette étude, un recensement des paramètres susceptibles d'entrer en compte dans le mécanisme flambage/plis a été effectué en 1993 (IRSID-1067 [8]):

bande

- largeur
- épaisseur
- caractéristiques mécaniques
- défauts (planéité, ...)

rouleau

- profil (largeur de table, pente ou bombé, influence de la thermique)
- diamètre
- rugosité

conditions de process

- traction
- vitesse
- température
- centrage/décentrage de la bande

recuit

- régulations (vitesse, température, traction)
- homogénéité du chauffage

Les paramètres non intrinsèques à la recristallisation de l'acier sur lesquels il est possible d'agir sans modifier l'action même du procédé d'un point de vue métallurgique, sont les paramètres rouleau (tels que le profil, la rugosité) et dans une certaine mesure la traction. Il conviendra alors de choisir un profil et/ou une rugosité adaptés ou d'imposer une traction maximale à ne pas dépasser en fonction du format, pour éviter de former des plis. Signalons que le profil du rouleau est tributaire de la thermique et qu'une étude de la déformation des

rouleaux dans le four a été réalisée (IRSID-1114 [11]). Nous évoquons à la suite cet aspect du problème en quelques mots afin de bien resituer l'ensemble du contexte de notre étude et les hypothèses réalisées par la suite.

Les rouleaux se déforment thermo-élastiquement sous l'effet d'une différence de température entre leur zone centrale, en contact avec la bande, et leurs bords qui subissent la température ambiante de la chambre du four. Cette déformation se superpose au profil initial donné au rouleau lors de son usinage. Quand la bande encore froide pénètre dans la chambre de chauffage à 700°C, elle refroidit la partie centrale des rouleaux qui se contracte. Ceci peut modifier totalement un profil de rouleau, qui de bombé risque de devenir concave, entraînant des problèmes de guidage. Dans la chambre de maintien (750°C), la bande ne présente pas d'écart de température avec le milieu ambiant; il n'en résulte aucune modification du profil des rouleaux. Le processus inverse par rapport à la partie chauffage se produit dans la chambre de refroidissement. En effet, la bande à 750°C arrive dans une zone plus froide (environ 200°C) accentuant alors la convexité du rouleau par dilatation. C'est dans cette zone du four que le risque de formation de plis est le plus accru.

Nous avons réalisé l'étude numérique sur le flambage et le post-flambage des bandes qui fait l'objet de cette thèse, en même temps que l'équipe de l'IRSID effectuait conjointement les autres études de l'axe de recherche "guidage/plis" défini par l'IRSID et SOLLAC. C'est ainsi que l'étude sur la déformation thermo-élastique des rouleaux a permis d'établir un modèle numérique déterminant le profil des rouleaux à chaud; elle montre l'influence sur ce profil de l'écart de température bande/rouleau qui peut exister. L'approche expérimentale s'affranchit de ce phénomène puisque les essais à petite ou à grande échelle ont lieu "à froid", à la température ambiante de la halle d'essais.

Un choix a été fait d'étudier le flambage en parallèle avec la démarche expérimentale sur les plis. Les calculs numériques de flambage et de post-flambage suivent donc pour la plupart les ordres de grandeur des paramètres dimensionnels et mécaniques de la maquette à deux rouleaux. Les calculs qui valident les résultats numériques sont quant à eux calqués sur les essais de l'installation expérimentale à grande échelle.

Conclusion

Notre travail concernant le flambage/postflambage des bandes sous traction dans les recuits continus, s'inscrit dans une étude plus vaste. Cette dernière a pour objectif d'éliminer des lignes industrielles la mise au rebut de matière dont la cause est la présence de plis. L'aboutissement de cette étude présente un enjeu économique important. Son enjeu est également stratégique puisqu'elle doit permettre à SOLLAC d'acquérir le savoir-faire nécessaire pour adapter ses lignes à l'évolution de la production, sans faire appel aux constructeurs étrangers.

Ces enjeux sont probablement la raison du faible nombre d'articles publiés sur le sujet à ce jour, malgré semble-t-il, l'engagement de plusieurs recherches sur ce thème à travers le monde. Les articles nous renseignent sur l'influence d'une variation des paramètres (dimensionnels par exemple) sur la Traction Critique de formation de Plis par une approche expérimentale. Cependant ils ne décrivent pas les mécanismes qui conduisent à l'apparition de plis. Nous avons constaté l'absence de présentation de toute étude sur le flambage, en dehors de la mise en évidence de la contrainte compressive secondaire générée par la traction, à l'origine du flambage.

Notre objectif est de comprendre et de modéliser numériquement le mécanisme qui suite à l'application de la traction sur la bande, conduit celle-ci à flamber. On employera comme support à cette étude le logiciel de calculs par éléments finis ABAQUS. Nous prendrons progressivement en compte les paramètres géométriques du rouleau: dans un premier temps, on simulera uniquement la partie cylindrique du rouleau conique, et ensuite l'intégralité du rouleau. Nos résultats seront validés à partir des essais de mesure de flambage réalisés sur l'installation expérimentale à grande échelle. Tout au long de cette démarche, nous retrouverons les observations que nous avons effectuées sur la maquette à deux rouleaux concernant le flambage.

CHAPITRE III:

Flambage sans gestion du contact bande/rouleau

	<i>page</i>
Introduction	54
1 - Caractéristiques des calculs	55
1-1 <i>Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques</i>	<i>56</i>
1-2 <i>Conditions aux limites</i>	<i>57</i>
1-3 <i>Caractéristiques numériques</i>	<i>58</i>
1-4 <i>La longueur de brin adaptée pour le flambage</i>	<i>60</i>
2 - Compression secondaire	62
2-1 <i>Mise en évidence des contraintes en compression</i>	<i>64</i>
2-2 <i>Influence de la variation des paramètres</i>	<i>65</i>
2-3 <i>Conclusion</i>	<i>67</i>
3 - Flambage linéaire	68
3-1 <i>Mode et traction critique de flambage</i>	<i>71</i>
3-2 <i>Influence de la variation des paramètres dimensionnels</i>	<i>72</i>
3-2-a <i>Epaisseur de bande h</i>	<i>74</i>
3-2-b <i>Rayon de la table du rouleau R</i>	<i>76</i>
3-2-c <i>Largeur de la table du rouleau l_1</i>	<i>76</i>
3-3 <i>Blocage du déplacement dans le sens long sur la table</i>	<i>77</i>
3-4 <i>Conclusion</i>	<i>79</i>
4 - Calculs non-linéaires	81
4-1 <i>Comparaison approches linéaire et non-linéaire</i>	<i>84</i>
4-1-a <i>Les déformées</i>	<i>86</i>
4-1-b <i>Ecart déplacement sens long</i>	<i>89</i>
4-1-c <i>Contrainte de compression secondaire</i>	<i>90</i>
4-2 <i>Le postflambage</i>	<i>93</i>
4-3 <i>Conclusion</i>	<i>95</i>
Conclusion	96

CHAPITRE III:

Flambage sans gestion du contact bande/rouleau

Introduction

Dans ce chapitre, on s'attachera à expliquer l'origine du flambage, à en décomposer le mécanisme et à mettre en évidence sa sensibilité aux paramètres du problème. On suivra également l'évolution du post-flambage en fonction de la traction appliquée sur la bande. Pour ce faire on s'affranchit des effets de non-linéarité issus de l'évolution du contact unilatéral entre la bande et le rouleau de forme conique. La modélisation du rouleau se réduit à la simulation de la table en imposant des conditions de contact bilatéral (IRSID-1089 [9]). On utilisera dans cette partie trois types de calculs: des calculs de préflambage linéaire, des calculs de flambage linéaire et des calculs non-linéaires, sans gérer le contact bande/rouleau comme nous venons de le spécifier.

Nous parlerons de linéarité lorsque le type de calcul est tel que la réponse de la structure à un chargement donné est linéaire, étant proportionnelle à l'amplitude de la charge appliquée. Cette approche se situe dans le cadre des petites perturbations, avec pour configuration géométrique prise en compte dans le calcul, la géométrie initiale (non déformée) de la structure.

Les termes de "calcul linéaire" ou de "calcul de préflambage linéaire" sont utilisés pour les calculs donnant les états de la bande avant flambage, en supposant qu'il existe un point de bifurcation. Cette phase est préliminaire à l'étude du flambage linéaire et permet d'étudier la zone en compression à l'origine du flambage. Les calculs de flambage linéaire fournissent la charge nécessaire pour faire flamber la structure, c'est à dire la traction critique de flambage T_{CF} , ainsi que la forme du mode flambé. L'apparition et la forme de ce mode sont directement subordonnées à l'existence des contraintes compressives.

On étudiera ensuite la réponse de la structure dans des calculs non-linéaires. Précisons que par non-linéaire, on sous-entend la notion de non-linéarité géométrique. Le chargement est

appliqué graduellement par incréments, en prenant en compte à chaque incrément la géométrie calculée à l'incrément précédent.

L'intérêt de faire des calculs linéaires (préflambage, flambage linéaires) alors qu'il est possible de faire directement des calculs non-linéaires, plus proches du comportement réel de la bande, tient d'une part dans l'économie réalisée en temps de calcul et en taille de place mémoire, et d'autre part, dans la simplicité de l'interprétation des résultats obtenus: en effet, il est plus facile d'interpréter un seuil de flambage donné par une seule valeur, qu'une portion de courbe. C'est pourquoi on cherchera à déterminer dans quelle mesure les calculs de flambage linéaire sont représentatifs de la tenue au flambage de la bande.

Précisons que l'on raisonnera dans la suite à partir des contraintes généralisées dans l'épaisseur N_{XX} et N_{YY} , suivant les directions longitudinales et transversales de la bande. La comparaison entre les contraintes σ_{XX} et σ_{YY} avec les contraintes principales σ_I et σ_{II} , donnée en annexe, montre que les intensités et la répartition des isocontraintes sont très voisines dans les deux cas. On peut donc se permettre de n'étudier les résultats obtenus que dans les directions sens long et sens travers de la bande sans considérer les directions principales.

1 - Caractéristiques des calculs

A partir des essais effectués sur la maquette à deux rouleaux, on a observé que le développement du flambage reste localisé en amont du rouleau. Il est apparu également qu'un pli se forme au niveau de l'entrée de la bande sur le rouleau, sur une ligne nommée génératrice de premier contact (GPC). On isole donc la portion de bande située en amont du rouleau enroulant ce dernier sur un quart de sa circonférence, jusqu'à une ligne que l'on appellera "sommet" du rouleau (figure 1). Le comportement de cette partie de bande est étudié en négligeant les interactions possibles des rouleaux amont et aval car on estime, dans l'hypothèse d'un bon alignement et d'une bande parfaitement centrée sur les rouleaux, que cette interaction est infime, compte tenu de la distance qui éloigne les rouleaux les uns des autres.

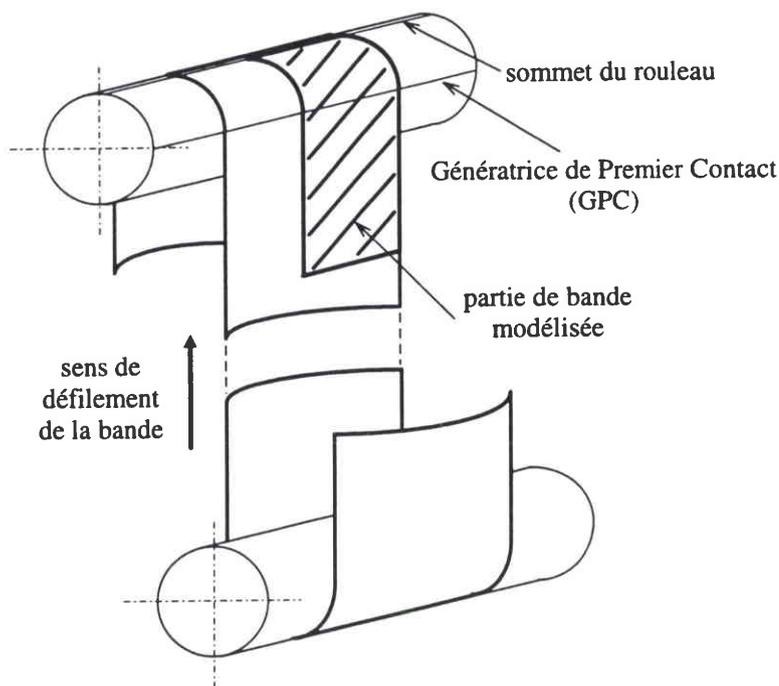


fig. 1: portion de bande modélisée dans les calculs

1-1 Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

Puisque l'on considère que la bande est parfaitement centrée sur le rouleau, il est possible de n'en modéliser qu'une demi-largeur par symétrie. Nous avons choisi de toujours orienter les schémas des bandes en représentant celles-ci à l'horizontale comme sur la figure 2: la demi-largeur de bande non-modélisée se trouverait vers le bas du schéma, la portion enroulée sur le rouleau est située à gauche.

Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

bande :	rouleau :	
L = longueur de brin	l_t = largeur de la table	
l_b = largeur	R = rayon	
h = épaisseur	p = pente des cônes	
E = Module d'Young		
ν = coefficient de Poisson		

fig. 2: présentation des caractéristiques bande/rouleau des calculs

Pour chaque calcul, on donnera les dimensions de la bande et du rouleau du (ou des) calcul(s) réalisé(s): longueur du brin (L), largeur totale de la bande (l_b), épaisseur (h), largeur totale de la table (l_t), rayon du rouleau (R) et le cas échéant, la pente des cônes (p). Les approches expérimentales et numériques n'ont pas fait l'objet d'une étude par similitude. Dans les chapitres III et IV, les caractéristiques dimensionnelles sont celles des essais effectués sur la maquette à deux rouleaux. D'un point de vue caractéristiques mécaniques, on simulera de l'acier dans les calculs. Dans le chapitre V, les résultats des calculs sont comparés aux essais de l'installation expérimentale à grande échelle.

On travaillera toujours en élasticité car les calculs présentés dans ce rapport sont calqués sur les essais effectués à froid, tel que précisé précédemment. On constatera, à partir du critère de Von Mises, que dans la plupart des cas, cette hypothèse se justifie pleinement. D'autre part, on fait l'hypothèse que le matériau est isotrope; ceci est éloigné de la réalité dans un recuit continu, dans la mesure où les bobines sortent de laminage. Cependant, les bobines d'acier utilisées à froid à l'IRSID pour les essais, ont déjà été recuites, ce qui justifie cette hypothèse. Les deux caractéristiques mécaniques prises en compte seront donc le module d'Young (E) et le coefficient de Poisson (ν).

1-2 Conditions aux limites

Le caractère "statique" du flambage et du post-flambage a été mis en évidence sur la maquette à deux rouleaux. Ceci nous amène à appliquer des conditions de symétrie en bord de bande par rapport à la ligne sommet du rouleau (figure 3). Le centre de la bande sert également d'axe de symétrie dans la largeur. Dans ce chapitre, la présence du rouleau est réduite à sa table, simulée par l'application de conditions correspondant à un contact bilatéral: sur la surface de la table, pas de déplacement possible dans la direction de la normale à la bande, et rotations autour des axes du plan de la bande non-autorisées. Pour l'orientation du repère, la même convention que celle présentée au chapitre précédent est adoptée: axe X suivant la longueur de la bande, Y suivant la largeur et Z dans l'épaisseur.

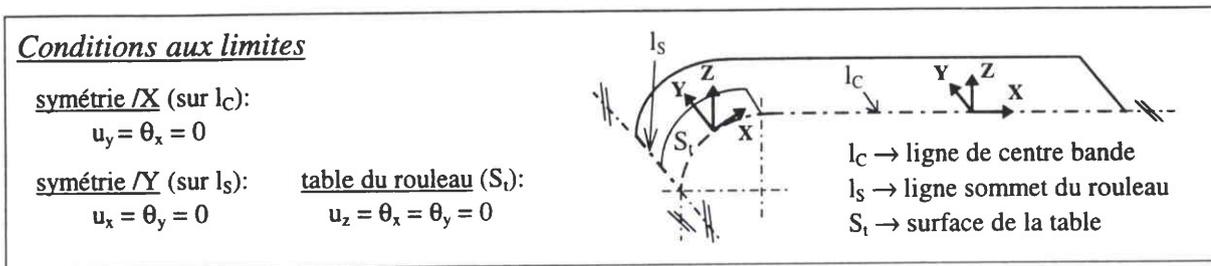


fig. 3: présentation des conditions aux limites de la modélisation sans gestion du contact

En optant pour de telles conditions aux limites au niveau du rouleau, on évite ici de gérer l'établissement du contact entre la bande et le rouleau. Par rapport à la réalité, "à la prise en compte du frottement près", on ne modifie en rien le comportement de la bande sur la table, dans la mesure où lors du flambage, la bande reste en contact avec la table. La modélisation numérique utilisée dans ce chapitre revient à étudier le comportement d'une bande sur un rouleau cylindrique de largeur inférieure à celle de la bande, ou encore sur un rouleau conique, dont la pente des cônes serait infinie. En s'affranchissant du contact sur les cônes, on sépare ainsi les effets dûs à la forme du rouleau (profil non-cylindrique dans toute sa largeur), des effets générés par la non-linéarité due au contact entre la bande et le rouleau.

La modélisation établie par Sasaki et al. [17] et présentée dans le chapitre précédent (figure II-7), se réduit à une demi-plaque simulant la portion de brin située en amont du rouleau, avec pour conditions aux limites un encastrement des noeuds localisés au niveau de la table et un déplacement uniforme en bord de bande. Par rapport à Sasaki, on a ajouté la portion de bande enroulée autour du rouleau, ce qui introduit la dissymétrie dans la direction de l'épaisseur due à l'enroulement de la bande autour du rouleau. Nos conditions aux limites concernant la simulation de la table sont différentes et nous appliquons un chargement uniforme, non un déplacement uniforme.

1-3 Caractéristiques numériques

Il est pour nous plus aisé, sous un angle pratique, de travailler en terme de chargement car c'est ce paramètre qui est utilisé comme paramètre de contrôle sur une ligne de recuit continu ou sur les maquettes expérimentales. D'autre part, on verra par la suite qu'il revient au même d'imposer un chargement ou un déplacement uniforme sur la bande, lorsque la longueur de

brin prise en compte dans la modélisation est “suffisamment” longue. Dans la partie qui suit, on s’attachera à préciser la signification d’un point de vue quantitatif, de l’expression “suffisamment longue”, pour les calculs de flambage.

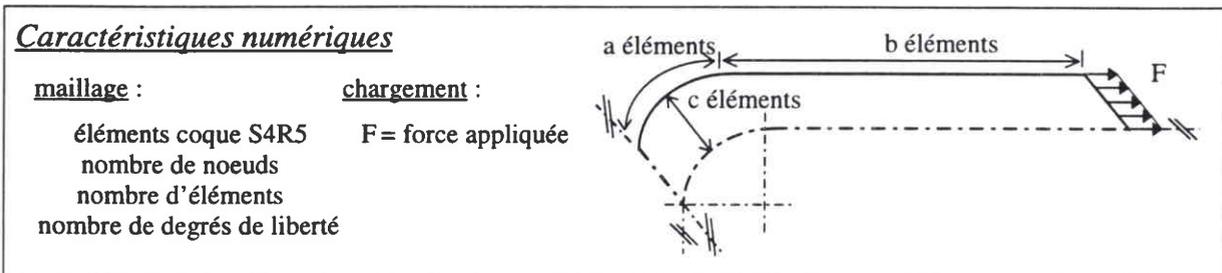


fig. 4: présentation des caractéristiques numériques (maillage, chargement) des calculs

Pour tous les calculs présentés dans ce rapport, l’état initial de la structure est une bande préenroulée sur le rouleau, sur laquelle on n’applique pas les contraintes de flexion internes résultant normalement de cet enroulement. On peut raisonnablement estimer que cette hypothèse ne modifie pas les résultats obtenus, et que ces contraintes de préenroulement n’ont un effet que dans le cadre d’un calcul élasto-plastique. Le poids propre de la bande est également négligé.

Les bandes traitées sur les lignes de recuit continu peuvent être considérées comme des coques très minces. Dans les exemples dimensionnels traités ici, le rapport largeur sur épaisseur l_b/h est toujours supérieur à 2000 (maquette à deux rouleaux) et varie de 4333 à 9111 pour les formats passés sur l’installation expérimentale à grande échelle et correspondant aux formats de ligne. Aussi, on utilisera dans les calculs des éléments coque. La bande est maillée à partir des éléments quadrangles S4R5 du code de calculs ABAQUS. Il s’agit d’éléments courbés isoparamétriques à 4 noeuds, à intégration réduite et à 5 degrés de liberté par noeud. Ils sont adaptés à l’étude des coques minces et offrent la possibilité d’étudier le contact avec un corps rigide. Pour chaque calcul, on précisera le nombre d’éléments utilisés pour mailler la bande dans sa largeur (c), dans sa longueur au-dessus du rouleau (a) et dans le brin (b).

1-4 La longueur de brin adaptée pour le flambage

Pour les chapitres III et IV nous modélisons le brin sur une longueur de 1 mètre. Nous justifions ce choix dans le chapitre suivant, consacré au contact, où on montre et on discute l'influence de la longueur de brin sur les résultats (contraintes, flèches) pour les calculs avec gestion de contact. Nous nous contenterons ici de donner une synthèse des résultats de tests de convergence effectués sur la charge critique de flambage (T_{CF}) dans une configuration donnée (figure 5), en faisant varier la longueur de brin et la densité du maillage (figure 6). On considère que la convergence est acquise pour un brin long de 3 mètres avec un maillage de 38430 degrés de liberté ($T_{CF} = 5,816$ MPa).

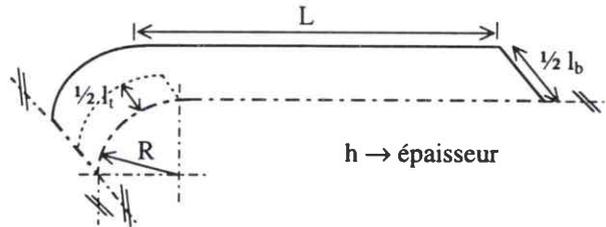
C'est par rapport à cette valeur qu'un pourcentage d'erreur est déterminé pour les autres forces critiques de flambage obtenues. Dans les chapitres III et IV on cherche à décrire les phénomènes liés au flambage et au contact, plutôt qu'à faire une étude précise d'un point de vue quantitatif. On peut donc se permettre d'accepter une erreur de quelques pourcents, en contrepartie d'un gain considérable en temps calcul et en place mémoire, sans qu'une perte trop importante de la précision soit occasionnée et que des phénomènes parasites n'apparaissent.

C'est ainsi que dans le cas présenté ici, l'erreur sur T_{CF} est de 7 % pour un brin de 1 mètre avec 7055 degrés de liberté. D'autre part, le même type de comparaison faite en calculs non-linéaires, montre pour un chargement de 12 MPa que l'erreur calculée sur la valeur maximale de la contrainte en compression $N_{YY_{max}}$ s'élève à 2,25 %, toujours pour un brin de 1 mètre. On notera l'accroissement important de l'erreur sur T_{CF} (28,6 %) et sur $N_{YY_{max}}$ (38,7 %) lorsque la longueur de brin considérée dans le calcul n'est plus que de 500 mm. L'origine de ceci sera explicitée dans le chapitre IV.

Calcul linéaire élastique sans gestion du contact bande/rouleau

Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

bande :	rouleau :
$L = \text{variable}$	$l_t = 100 \text{ mm}$
$l_b = 400 \text{ mm}$	$R = 250 \text{ mm}$
$h = 0.2 \text{ mm}$	
$E = 210\,000 \text{ MPa}$	
$\nu = 0.3$	



Conditions aux limites

symétrie /X (sur l_c):

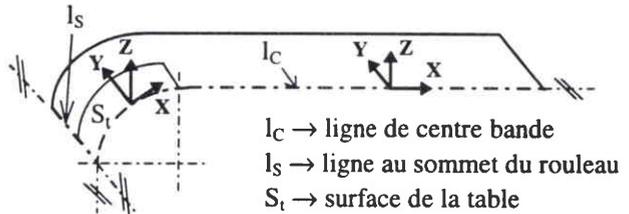
$$u_y = \theta_x = 0$$

symétrie /Y (sur l_s):

$$u_x = \theta_y = 0$$

table du rouleau (S_t):

$$u_z = \theta_x = \theta_y = 0$$



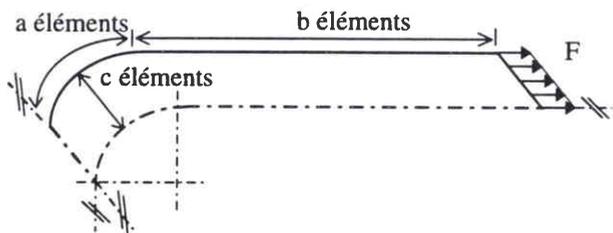
Caractéristiques numériques

maillage :

éléments coque S4R5
variation des nombres
de noeuds, d'éléments
et de degrés de liberté

chargement :

$F_{pré} = 3.75 \text{ MPa}$
 $F = 1.25 \text{ MPa}$



Variation des paramètres

les valeurs des longueurs de brin (L), des nombres d'éléments (a, b, c) et du nombre de degrés de liberté sont données dans le tableau de la figure 6

fig. 5: caractéristiques des calculs réalisés pour tester l'influence de la longueur de brin et de la densité du maillage sur la charge critique de flambage (T_{CF})

longueur de brin (m)	nombre d'éléments (a,b,c: voir figure 5)			nombre de degrés de liberté	force critique de flambage linéaire T_{CF} (MPa)	erreur sur T_{CF} par rapport au calcul convergent (%)
	a	b	c			
0.5	32	32	16	5525	4.152	28.6
1	32	50	16	7055	5.411	6.96
2	32	100	16	11305	5.772	0.75
3	32	150	16	15555	5.789	0.46
4	32	200	16	19805	5.789	0.46
5	32	250	16	24055	5.789	0.46
5	20	400	20	47355	5.811	$8.6 \cdot 10^{-2}$
3	60	300	20	37905	5.815	$1.7 \cdot 10^{-2}$
3	65	300	20	38430	5.816	0
3	65	300	34	64050	5.816	0
5	65	500	34	99050	5.816	0

fig. 6: charge critique de flambage (T_{CF}) et convergence des calculs en fonction de la longueur du brin et de la finesse du maillage

2 - Compression secondaire

Dans cette partie, les contraintes en compression à l'origine du flambage de la structure sont mises en évidence à partir d'un calcul linéaire sans gestion du contact bande/rouleau, dont les caractéristiques sont données figure 7. On s'appliquera dans un premier temps à expliquer l'origine des contraintes compressives, puis on illustrera à l'aide d'un exemple la sensibilité de ces contraintes à la variation de paramètres dimensionnels. Comme il sera possible de le constater par la suite, nous avons pris soin d'appliquer un chargement de valeur inférieure ($F = 3,75 \text{ MPa}$) à la traction critique de flambage ($T_{CF} = 5,41 \text{ MPa}$), ce qui permet d'étudier le comportement de la structure dans son état de préflambage linéaire.

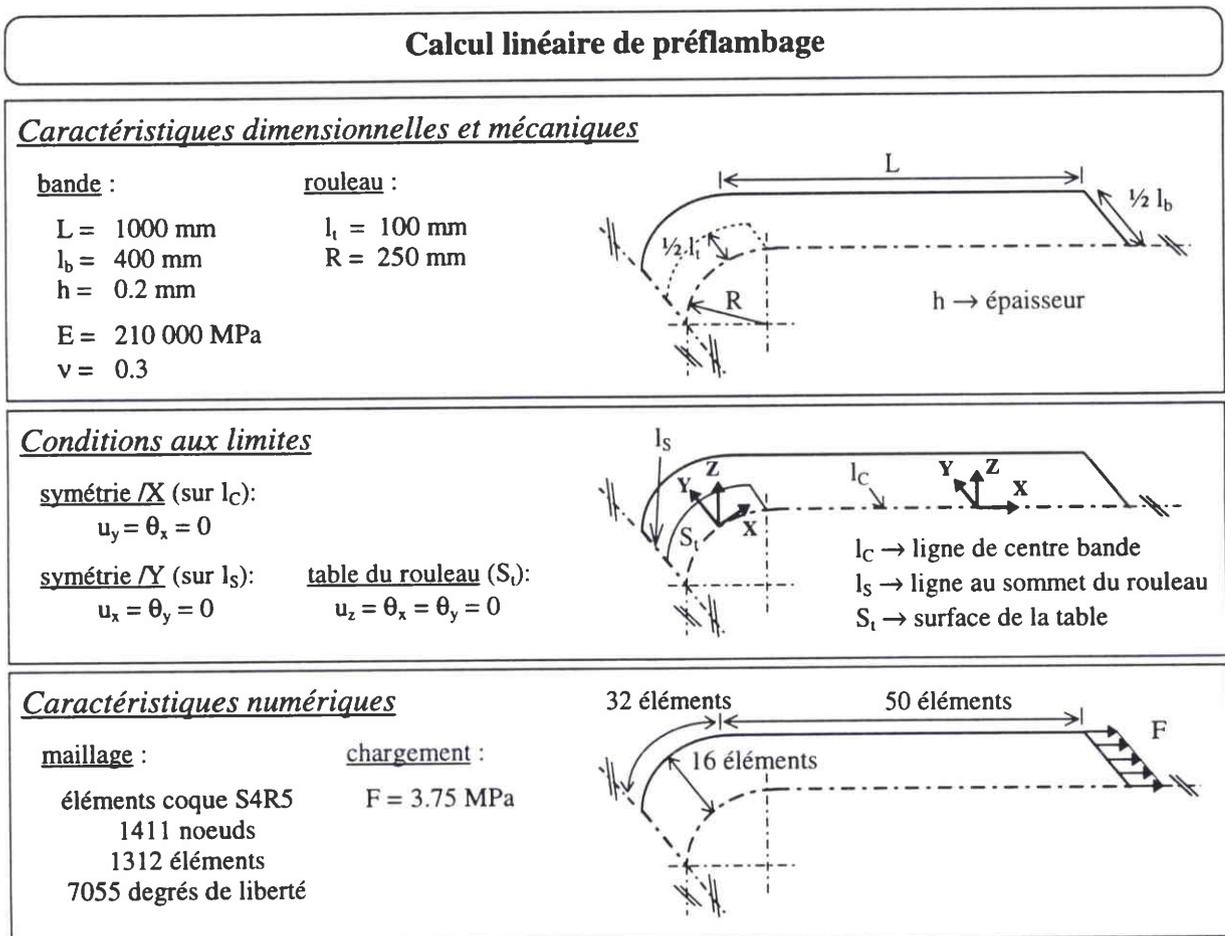


fig. 7: caractéristiques du calcul de préflambage linéaire réalisé pour mettre en évidence la zone de compression secondaire à l'origine du flambage de la bande

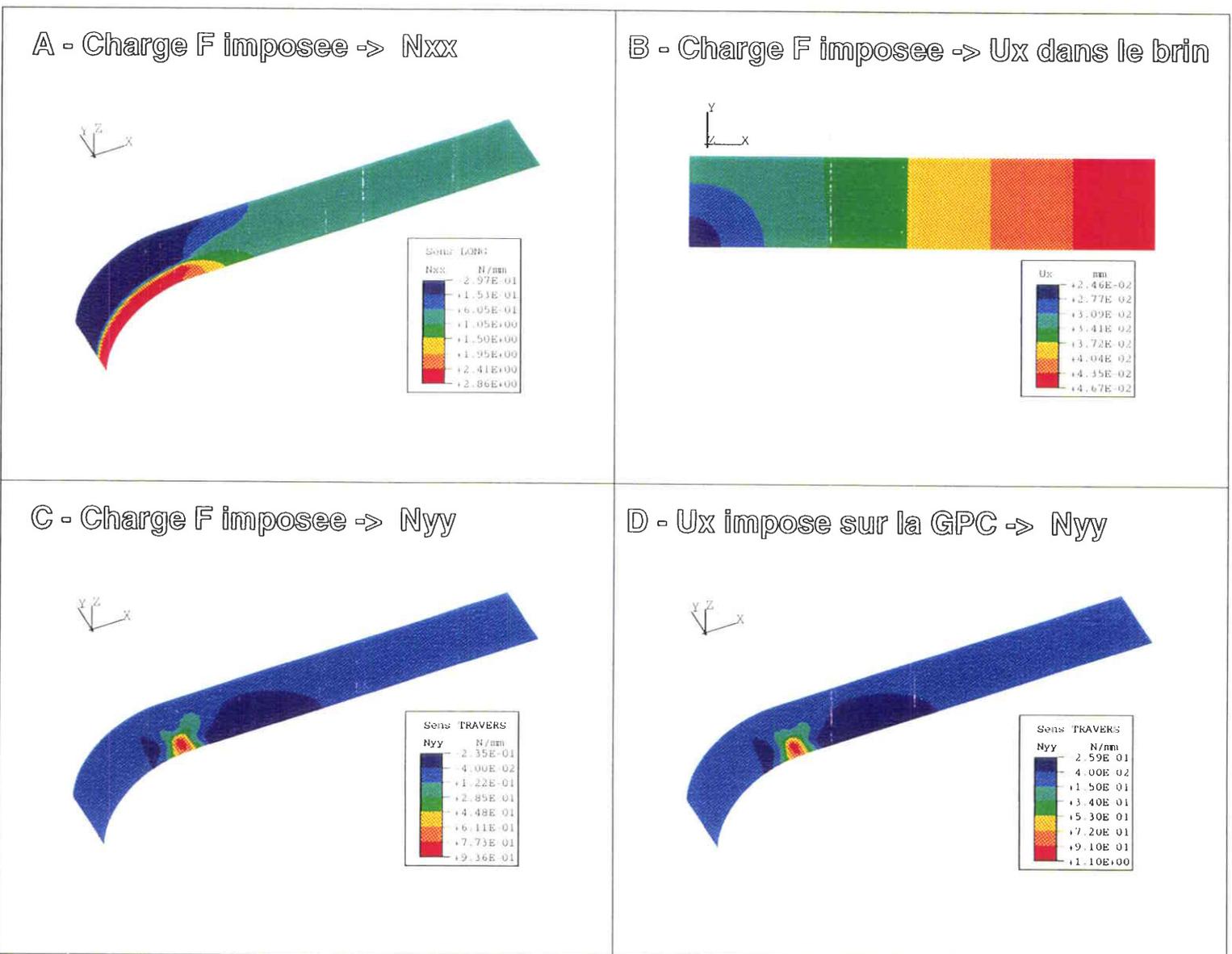


fig. 8: calcul de préflambage linéaire

-> contraintes généralisées sens long Nxx (A), sens travers Nyy (C) et déplacement sens long Ux (B), pour un chargement de $F = 3,75 \text{ MPa}$

-> origine de la compression secondaire

-> Nyy (D) avec application sur la génératrice de premier contact de Ux, déplacement obtenu suite au calcul de préflambage avec $F = 3,75 \text{ MPa}$

2-1 Mise en évidence des contraintes en compression

L'application d'un chargement donné en bout de brin induit dans la bande une tension dans le sens long X . Si le rouleau est cylindrique et si sa largeur dépasse celle de la bande, la tension dans la direction X est uniforme (contrainte N_{XX}) et dans le sens travers, N_{YY} est nulle. Tous les points de la structure situés à une même distance du rouleau ont alors un même déplacement U_X . Si par contre, le rouleau est conique (table + cônes), avec la modélisation que l'on utilise dans ce chapitre où on "oublie" l'existence des parties coniques du rouleau, cela revient à avoir un rouleau cylindrique dont la largeur est inférieure à celle de la bande. La tension dans la bande suivant X se concentre alors au centre de la bande, sur la table du rouleau (figure 8-A). De part et d'autre de la table, la bande est lâche au niveau du rouleau et N_{XX} est proche de zéro. En amont du rouleau, cette contrainte s'homogénéise progressivement lorsque l'on s'éloigne de celui-ci.

Cette différence de tension entre le centre bande et les rives génère en amont du rouleau un déplacement dans le sens long supérieur en rive par rapport au centre bande (figure 8-B). Ce phénomène provoque un "ramassement" de la matière, des rives vers le centre de la bande en amont du rouleau. La matière se retrouve alors comprimée dans la direction Y (figure 8-C). Cette zone en compression est représentée en bleu. Elle se localise en amont du rouleau, au centre de la bande. On remarque une zone en traction sur la ligne d'engagement de la bande sur le rouleau. Les contraintes sont concentrées en particulier au point singulier (en rouge) qui correspond à l'intersection des deux lignes délimitant l'application des conditions aux limites.

Par un calcul simple, on montre que la compression est créée par l'hétérogénéité du déplacement U_X dans le sens travers. Pour ce faire, on récupère la valeur des déplacements U_X sur la GPC au chargement précédemment appliqué F . Dans un premier calcul, on impose ce déplacement le long de la GPC sans appliquer de chargement (figure 9-a). On obtient les contraintes N_{YY} de la figure 8-D. Une zone en compression apparaît dans la direction Y , localisée au même niveau sur la bande qu'en appliquant le chargement F (figure 8-C). La forme générale et l'intensité des contraintes compressives sont voisines dans les deux cas. Le champ N_{YY} est identique à celui de la figure 8-D lorsqu'on applique, non plus l'intégralité de la valeur des déplacements U_X recueillis sur la GPC, mais uniquement la variation dans la largeur de cette valeur (figure 9-b).

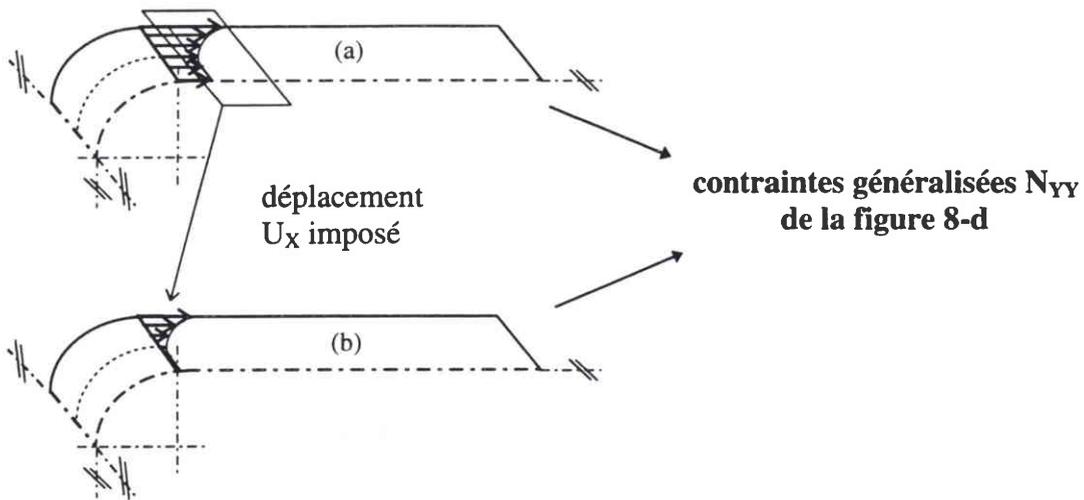


fig. 9: calculs avec application de la variation du déplacement U_x sur la GPC, déplacement obtenu à partir du calcul avec chargement imposé

2-2 Influence de la variation des paramètres

Le développement de cette zone en compression est tributaire des divers paramètres bande et rouleau. On se contentera ici d'illustrer cet aspect avec un exemple. Comme nous en avons déjà fait la remarque, la compression suivant Y est inexistante lorsque le rouleau est cylindrique, alors qu'elle est bien marquée dans le cas du rouleau conique de largeur de table $l_t = 100$ mm (figure 8-C). Qu'advient ce champ de contraintes si la valeur de l_t est doublée (200 mm) ou triplée (300 mm) ? Les figures 10-A et 10-C montrent que la zone en compression s'étale vers les rives et s'étend sur une longueur plus courte en amont du rouleau. Outre la modification de la forme de cette zone, la variation de la largeur de la table influe sur l'intensité des contraintes maximales: on passe, pour $l_t = 100$ mm, d'une contrainte maximale $N_{YY} = -0.23$ N/mm à $N_{YY} = -0.0796$ N/mm pour $l_t = 300$ mm. Cette diminution, proportionnelle à l'augmentation de la largeur de table, s'explique grâce à l'évolution du champ de déplacement dans le sens long (figure 10-B et 10-D). L'écart des valeurs de déplacement suivant X entre la rive et le centre de la bande sur la génératrice de premier contact ΔU_x est moindre pour une largeur de table supérieure:

$$\begin{array}{lll}
 l_t = 100 \text{ mm} & \rightarrow & \Delta U_x = 8.01 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \\
 l_t = 200 \text{ mm} & \rightarrow & \Delta U_x = 4.576 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \\
 l_t = 300 \text{ mm} & \rightarrow & \Delta U_x = 2.232 \cdot 10^{-3} \text{ mm}
 \end{array}$$

On verra en étudiant le flambage, l'implication d'une telle évolution sur les caractéristiques de ce flambage.

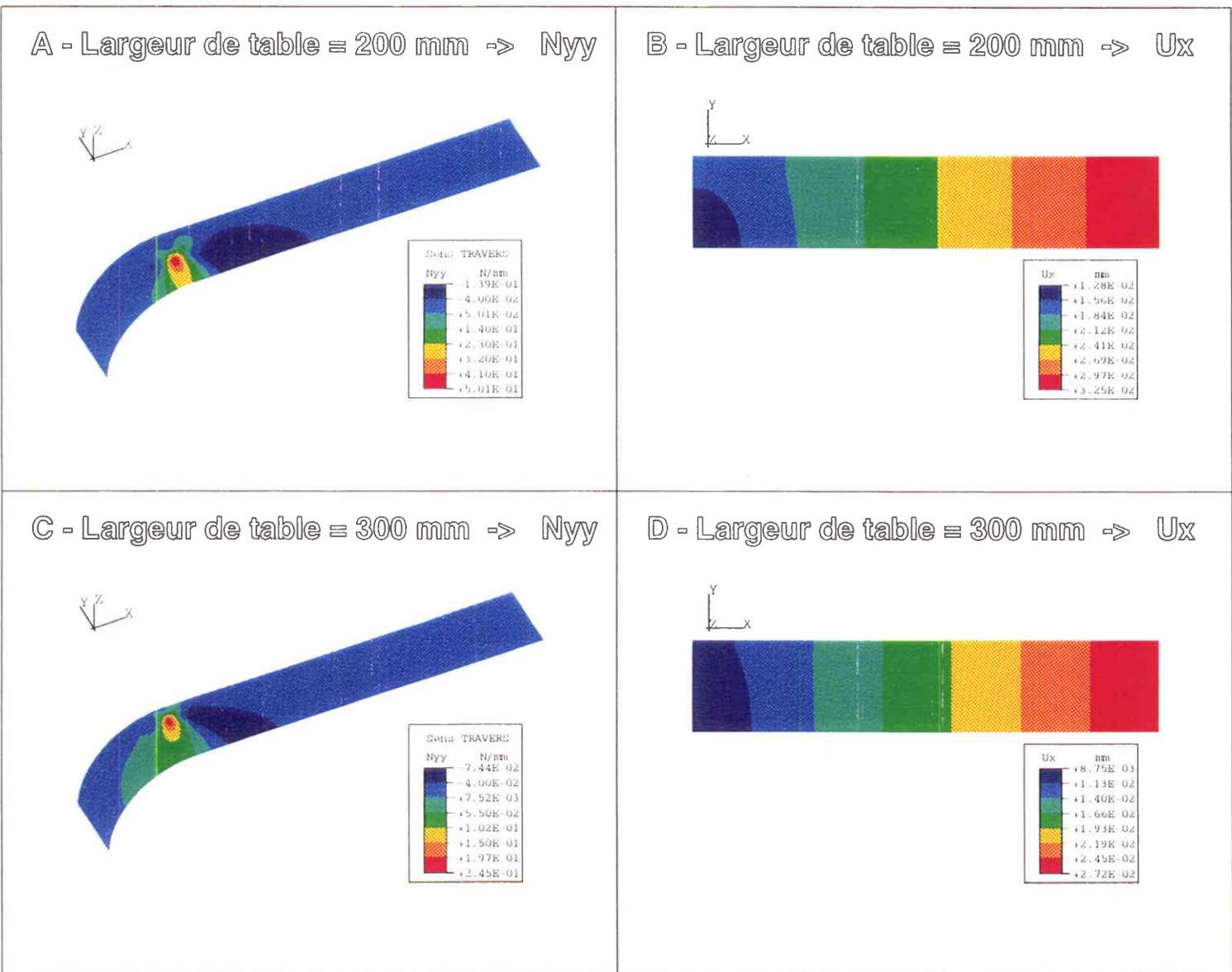


fig. 10: influence de la largeur de la table ($l_1 = 200$ et 300 mm) à un chargement de $F = 3,75$ MPa

sur les contraintes généralisées sens travers Nyy (A et C) et sur le déplacement sens long Ux (B et D)

2-3 Conclusion

L'existence de la zone en compression à l'origine du flambage a été mise ici en évidence. Cette zone, localisée en amont du rouleau, possède la particularité d'être générée par un chargement en traction, alors que la plupart des études réalisées sur le flambage traitent des cas de flambage sur des structures chargées en compression. L'origine de l'existence de ce champ de contraintes en compression découle de la géométrie du rouleau. La modélisation que l'on emploie ici, en "oubliant" la présence des cônes d'un rouleau conique (ou en leur donnant une pente infinie), nous a donc permis d'expliquer à l'aide de calculs de préflambage linéaires, l'effet en terme de contraintes de la forme géométrique du rouleau (profil conique) sur le comportement de la bande en traction. On va, dans les parties qui suivent, s'intéresser au flambage induit par cette compression secondaire, d'abord par une approche linéaire, puis par une approche non-linéaire en conservant le même type de modélisation.

3 - Flambage linéaire

Dans un calcul de flambage linéaire, l'objectif est de détecter un point de bifurcation. On suppose que la courbe flèche/chargement est linéaire avant le point de bifurcation. Pour l'exemple classique d'une plaque en compression, le préflambage correspond à la courbe α_1 de la figure 11. Le point de bifurcation est obtenu à partir d'un calcul aux valeurs propres qui détermine à la fois la charge critique et la forme du mode flambé à un coefficient multiplicatif près. Cette charge critique et ce mode de flambage sont fonction du préflambage linéaire.

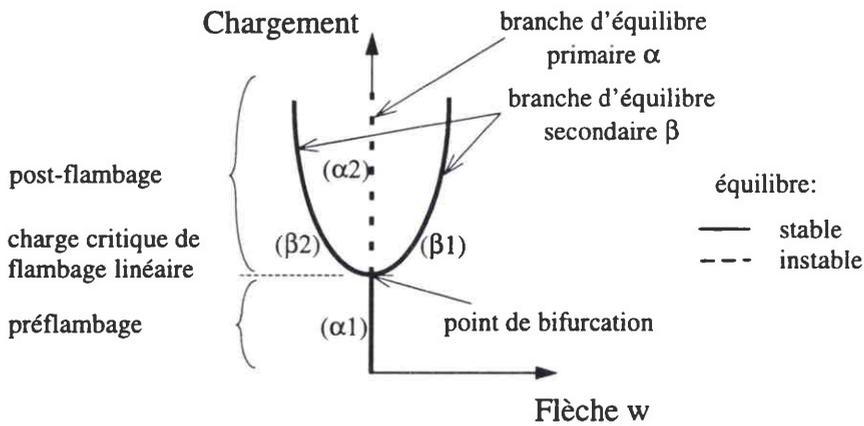


fig. 11: préflambage et flambage linéaire d'une plaque en compression - évolution de la flèche $w (= u_z)$ en fonction du chargement en un point de la structure

Appliquer un chargement supérieur à la charge critique dans un calcul linéaire amène à décrire numériquement la courbe α_2 (figure 11); mais cette partie de branche fondamentale ne correspond pas au comportement réel de la structure en raison de son caractère instable. Dans le cas d'une plaque parfaite, la solution au-delà du point de bifurcation est double, et les deux parties de la branche d'équilibre secondaire (β_1 et β_2) peuvent être indifféremment empruntées par la structure. Ces courbes correspondent au postflambage. Un calcul de flambage linéaire ne permet pas de définir cette branche d'équilibre β .

D'un point de vue éléments finis, alors que la résolution d'un calcul linéaire revient à résoudre le système suivant:

$$[K] \{U\} = \{F\}$$

avec $[K]$: matrice de rigidité tangente élastique,

$\{U\}$: déplacement aux noeuds de la structure,
 et $\{F\}$: chargement total appliqué,

le système résolu dans un calcul aux valeurs propres s'écrit:

$$[[K] + \lambda [K_{\text{géo}}]] \{U\} = \{0\}$$

avec $[K]$: matrice de rigidité élastique,
 $[K_{\text{géo}}]$: matrice de rigidité géométrique,
 $\{U\}$: déplacement modal aux noeuds de la structure, défini à un coefficient multiplicatif près (vecteur propre),
 λ : paramètre de charge (valeur propre).

En théorie, ce n'est pas une unique valeur propre qui est obtenue. Mais seule la première possède une réalité physique. Par ailleurs, le mode de flambage associé à cette valeur propre n'est connu qu'à un coefficient multiplicatif près, donnant la forme générale de la structure flambée et non sa forme réelle.

Nous avons qualifié les calculs linéaires présentés dans la partie précédente de calculs de préflambage, car ils décrivent le comportement de la structure pour un chargement inférieur au niveau de la traction critique de flambage T_{CF} . Nous allons ici nous intéresser au flambage linéaire des bandes en traction.

Dans un recuit continu, la bande est soumise à une traction longitudinale et ce sont les contraintes secondaires compressives (dans le sens travers) qui créent le flambage. Nous recherchons la plus petite charge critique T_{CF} nécessaire pour faire flamber la structure sous traction. Si au lieu de tirer sur cette bande on la comprimait, celle-ci aurait besoin d'un chargement beaucoup plus faible pour flamber.

Or ABAQUS calcule et donne toutes les valeurs propres, y compris celles qui feraient flamber la bande en compression. Celles-ci sont caractérisées par leur signe, négatif, qui signifie qu'elles correspondent au chargement opposé à celui auquel la bande est soumise. Les valeurs propres de signe positif donnent, elles, une charge critique de même sens que le chargement appliqué à la structure. Comme ABAQUS détermine les valeurs propres dans l'ordre croissant en valeur absolue, celle que nous recherchons est la première valeur propre

positive λ_{CF} , qui est calculée à la suite de toutes les valeurs propres négatives de valeur absolue inférieure à λ_{CF} .

Pour obtenir rapidement la traction critique de flambage, nous sommes obligés de faire un décalage spectral, consistant à précharger la structure avant de lancer le calcul de flambage lui-même. Dans un calcul de flambage sans préchargement, T_{CF} équivaut à:

$$T_{CF} = \lambda_{CF} * F ;$$

avec un préchargement ($F_{pré}$), T_{CF} est obtenue en faisant:

$$T_{CF} = F_{pré} + \lambda_{CF} * F$$

avec F : chargement choisi comme paramètre de charge pour le calcul de flambage

$F_{pré}$: préchargement de la structure avant le calcul de flambage

λ_{CF} : valeur propre critique de flambage

T_{CF} : traction critique de flambage.

Si on ne fait aucun préchargement, le niveau des précontraintes est donc nul au départ et toutes les valeurs propres négatives doivent être calculées jusqu'à ce que la première valeur propre positive soit obtenue. En partant d'un préchargement non nul (phase de préflambage), on se rapproche du niveau de la traction critique et on élimine les valeurs propres négatives associées aux compressions critiques inférieures au préchargement. Pour n'avoir à déterminer que la valeur propre que nous recherchons, il suffit de choisir un préchargement suffisamment proche de la traction critique attendue.

Nous travaillons donc en soumettant la bande à un préchargement qui nous permet d'obtenir la traction critique de flambage en ne calculant qu'une seule valeur propre. Ceci joue fortement sur le temps de calcul et sur la place mémoire utilisée mais suppose cependant d'avoir une idée préalable du niveau de traction critique. Autrement, un certain nombre de tâtonnements peuvent être nécessaires avant d'ajuster le préchargement. D'autre part, ce décalage de spectre oblige à choisir le couple préchargement $F_{pré}$ /chargement F de telle sorte que le code de calcul ne rencontre pas de problèmes de convergence.

3-1 Mode et traction critique de flambage

Nous présentons ici les résultats de flambage linéaire obtenus avec la même configuration que celle qui nous a servi pour les calculs de préflambage. Nous nous en servons de cas de base dans la suite (figure 12). Le préchargement adopté $F_{\text{pré}}$ est de 3,75 MPa et le chargement F de 1,25 Mpa.

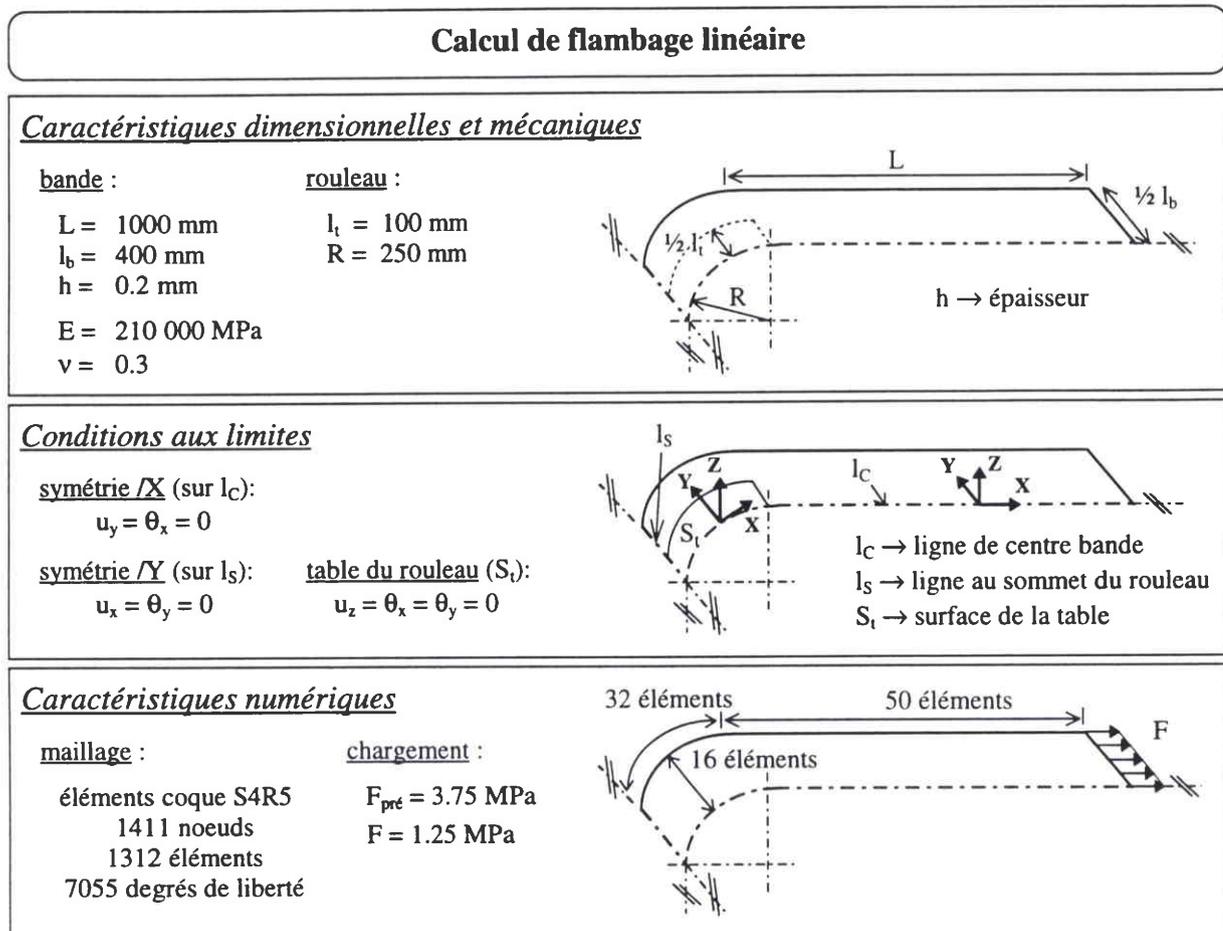


fig. 12: caractéristiques du calcul de flambage linéaire

Le mode de flambage est celui de la figure 13-A (largeur de table $l_t = 100 \text{ mm}$). On y constate que la bande ondule dans le sens travers. L'ondulation de flambage affecte très peu la partie de bande située au-dessus du rouleau et se propage depuis la génératrice de premier contact sur toute la longueur du brin modélisé. Le flambage se distingue ainsi par le caractère global de l'étendue de son mode sur la bande, en opposition au caractère beaucoup plus local de la zone de contraintes secondaire en compression. Ce phénomène est observé sur les lignes de recuit continu et il est particulièrement visible lors des essais sur maquette expérimentale où les ondulations s'étendent sur plusieurs mètres. Toutefois on remarque que l'amplitude de

l'ondulation est plus importante dans une zone proche du rouleau qui correspond grossièrement à l'étendue des contraintes en compression.

La traction critique de flambage est égale à 5,4 MPa pour une largeur de table de 100 mm. On a montré que les contraintes en compression N_{YY} évoluent en intensité et en étendue avec la variation de la largeur de table. Le flambage étant généré par ce champ, le mode et T_{CF} sont donc susceptibles d'être modifiés par des valeurs de l_t différentes. Il en est de même pour les autres paramètres, ce que nous montrons dans la partie suivante en faisant évoluer plusieurs paramètres dimensionnels.

3-2 Influence de la variation des paramètres dimensionnels

On prend pour calcul de "base" celui dont les résultats ont été présentés jusqu'à présent et on fait varier successivement l'épaisseur de la bande h , le rayon du rouleau R et la largeur de table l_t :

- calcul de base → $h = 0.2$ mm, $R = 250$ mm et $l_t = 100$ mm
- variation de l'épaisseur de la bande h → $h = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4$ et 0.5 mm
- variation de la largeur de table l_t → $l_t = 100; 150; 200; 250$ et 300 mm
- variation du rayon de la table du rouleau R → $R = 150; 200; 250$ et 300 mm

Pour le rayon, le nombre d'éléments est modifié de manière à conserver la longueur des éléments situés au-dessus du rouleau:

Rayon R (mm)	nombre d'éléments sur le rouleau dans le sens long	nombre total de noeuds	nombre total d'éléments	nombre total de degrés de liberté
150	20	1190	1120	950
200	26	1309	1216	6545
250	32	1411	1312	7055
300	39	1530	1424	7650

Les courbes de la figure 14 donnent l'évolution de la valeur maximale de N_{YY} (pour $F = 3,75$ MPa) et de T_{CF} en fonction de l'évolution de chacun de ces paramètres. La dépendance de T_{CF} vis à vis de N_{YY} est mise ici en évidence car la valeur absolue de N_{YY} décroît tandis que T_{CF} croît avec l'augmentation de l'intensité de h , l_t et R .

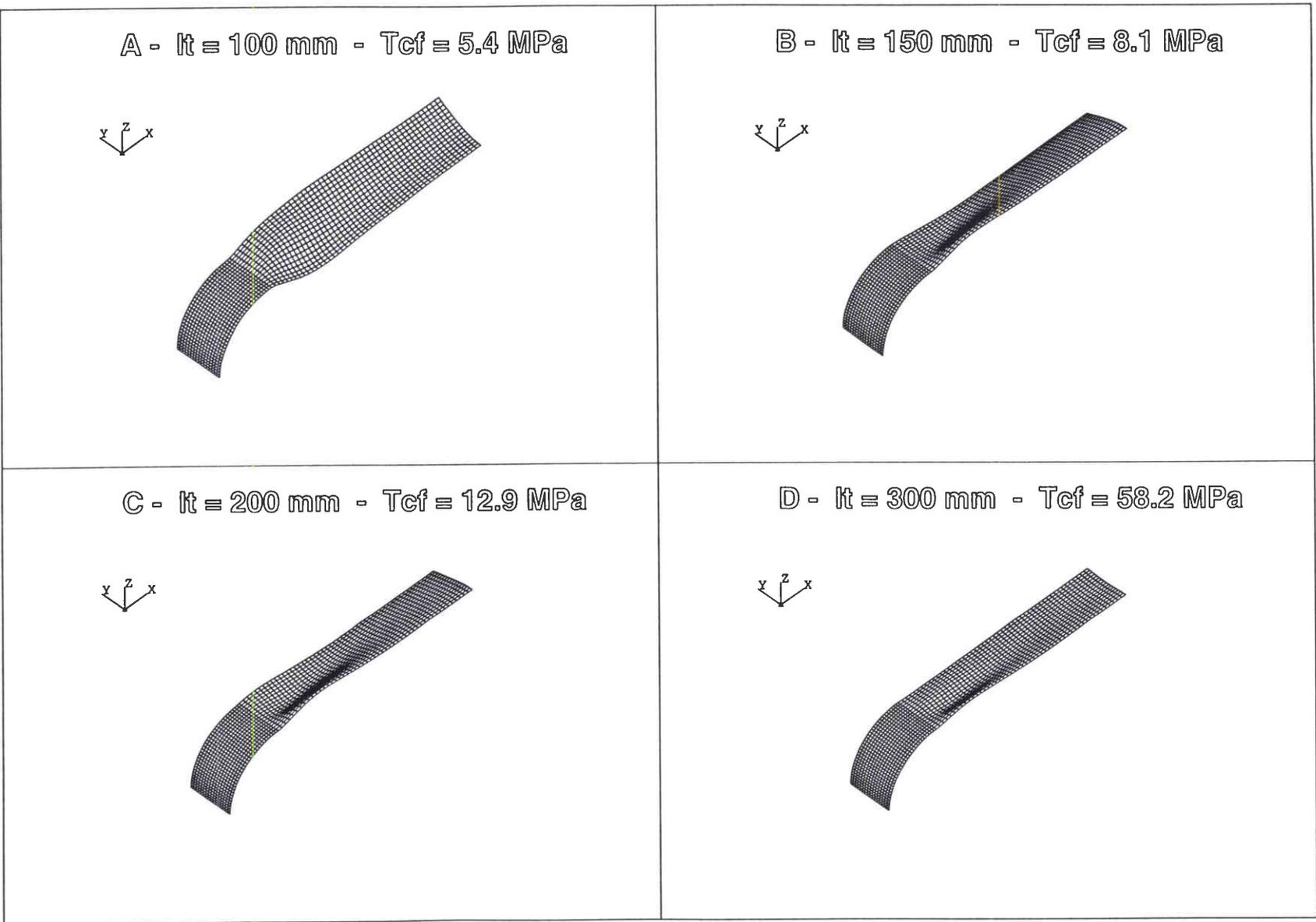


Fig. 13: influence de la largeur de table sur le mode de flambage et la traction critique de flambage T_{cf}

3-2-a Épaisseur de bande h

En modifiant l'épaisseur de la bande, on retrouve le fait qu'une plaque flambe d'autant plus facilement qu'elle est mince (figure 14- α). Par contre, le comportement au flambage de la bande est fonction de h au cube, alors que cette dépendance est en h au carré pour une plaque. Le rapport des épaisseurs au cube est effectivement très proche du rapport des tractions critiques de flambage calculées pour chaque h :

épaisseurs prises en compte h_1 et h_2	rapport des épaisseurs au cube	rapport des T_{CF} calculées pour h_1 et h_2	écart entre les 2 rapports (%)
0.1 et 0.2 mm	$\frac{0.1^3}{0.2^3} = 0.125$	$\frac{0.654}{5.411} = 0.12$	4
0.1 et 0.3 mm	$\frac{0.1^3}{0.3^3} = 0.037$	$\frac{0.654}{18.744} = 0.035$	5.5
0.1 et 0.4 mm	$\frac{0.1^3}{0.4^3} = 0.0156$	$\frac{0.654}{45.423} = 0.0144$	7.7
0.1 et 0.5 mm	$\frac{0.1^3}{0.5^3} = 0.008$	$\frac{0.654}{90.46} = 0.00723$	9.6

Dans un calcul classique de flambage de plaque en compression (Brush et Almroth [3], Timoshenko [19]), la contrainte critique σ est exactement proportionnelle à h^2 , ce qui traduit le rapport entre la rigidité élastique de flexion, proportionnelle à h^3 et la rigidité géométrique proportionnelle à la force résultante compressive appliquée, $N = h \sigma$.

Dans le problème étudié ici, c'est la compression secondaire $N_{YY} = h \sigma_{YY}$ qui influe sur les termes déstabilisants de la rigidité géométrique. Or on remarque sur la figure 14- α que la croissance de N_{YYmax} en fonction de h est très faible, N_{YYmax} gardant une valeur quasi constante. Par conséquent, la contrainte de compression secondaire $\sigma_{YY} = N_{YY}/h$ est approximativement proportionnelle à F/h , probablement parce que le rapport σ_{YY}/F est lié à la rigidité de membrane de la partie enroulée, qui est proportionnelle à h .

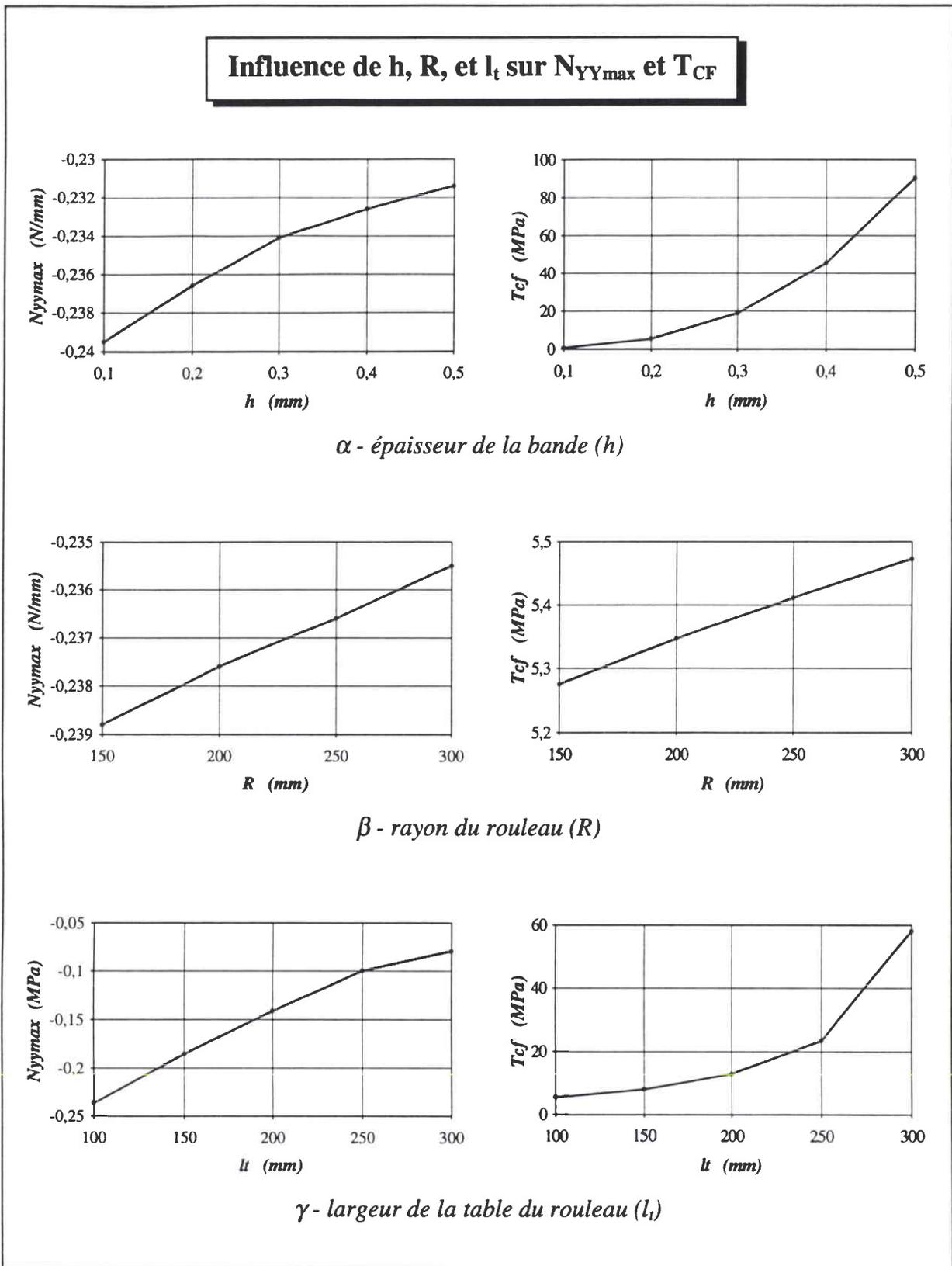


fig. 14: évolution de la valeur maximale des contraintes de compression secondaires N_{YYmax} (pour un chargement de $F = 3,75$ MPa) et de la traction critique de flambage T_{CF} en fonction de la variation des paramètres dimensionnels suivants: épaisseur de bande, rayon et largeur de table du rouleau.

3-2-b Rayon de la table du rouleau R

Par la prise en compte de la partie de bande enroulée autour du rouleau, on intègre comme paramètre dans la modélisation le rayon de la table du rouleau. Une dissymétrie est donc créée par rapport au plan de la bande. Avec un rouleau de petit rayon, le rayon de courbure de la bande est accentué, facilitant le flambage. On remarque sur les courbes 14- β que les évolutions de N_{YY} et de T_{CF} sont quasiment linéaires. La répercussion de la variation de R sur la valeur de T_{CF} est cependant peu importante, comparativement à l'influence des autres paramètres dimensionnels: en effet, si R est doublé (de 150 à 300 mm), T_{CF} ne s'accroît que de 3,75 %. L'effet du rayon sur le flambage linéaire est donc faible.

3-2-c Largeur de la table du rouleau l_t

Lorsque h ou R varient, le mode de flambage quant à lui, reste identique (mode de la figure 13-A). Ceci va de pair avec la répartition du champ de contraintes secondaire compressif dont l'intensité varie, mais qui reste localisé au même endroit sur la bande sans subir de modification de forme. Par contre, cette répartition de N_{YY} est sensible à l'évolution de la largeur de la table comme nous l'avons montré précédemment. Ceci induit un changement de mode, illustré par les quatre déformées de la figure 13 qui correspondent au mode de flambage pour des largeurs de table différentes. On voit que, d'une ondulation dans la largeur pour $l_t = 100$ mm, on passe progressivement à deux ondulations en augmentant l_t jusqu'à 300 mm. Cette évolution est bien visible sur les courbes représentant les flèches en fonction de la demi-largeur de bande, à 200 mm de la GPC dans la partie de brin où l'amplitude de la déformée est la plus grande (figure 15).

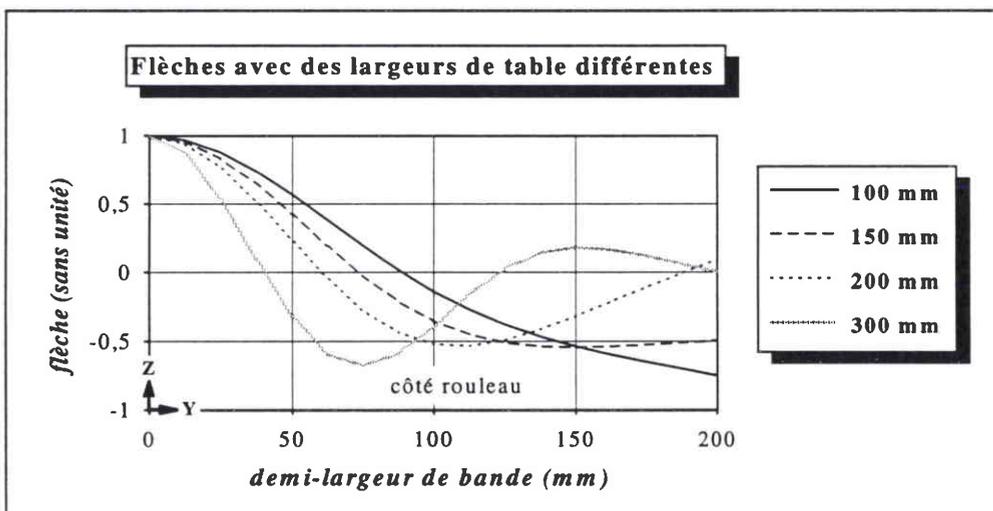


fig. 15: déformées des modes de flambage linéaire dans la demi-largeur de la bande à 200 mm du rouleau pour plusieurs valeurs de largeur de table (flèches à une constante multiplicative près)

Tout comme pour h , T_{CF} évolue fortement lorsque l_t augmente (figure 14- γ). Contrairement à R et h , il n'est pas possible pour l_t d'établir une règle immédiate et simple reliant la variation de T_{CF} à celle de l_t . Le flambage d'une structure dépend à la fois du champ compressif et des conditions aux limites du problème. Dans notre cas c'est le contact entre la bande et le rouleau (modélisé par des conditions aux limites de contact bilatéral sur la table) qui intervient comme condition aux limites du côté rouleau. Modifier la largeur de table revient donc à faire varier, d'une part les caractéristiques du champ N_{YY} (intensité, répartition) et d'autre part la capacité de la bande à flamber, puisque la rigidité de celle-ci est modifiée au-dessus du rouleau. Apparaît ici l'un des aspects de la complexité du problème pour déboucher sur une approche analytique, en raison des interactions chargement / conditions aux limites / contraintes secondaires.

3-3 Blocage du déplacement dans le sens long sur la table

L'effet du frottement sur le flambage de la bande est ici très sommairement abordé. On se borne à comparer glissement et adhésion totale entre la bande et la table, conditions extrêmes du frottement, qui sont les deux seules conditions faciles à imposer dans le cas d'une modélisation sans gestion du contact unilatéral entre la bande et le rouleau.

On ne s'intéressera ici qu'au blocage du déplacement dans le sens long et non au blocage dans le sens travers puisque dans les conditions normales de fonctionnement d'un recuit continu, la portion de bande qui arrive sur le rouleau est tendue et ne "navigue" pas dans la largeur du rouleau: le flambage n'est donc pas influencé par le frottement sens travers.

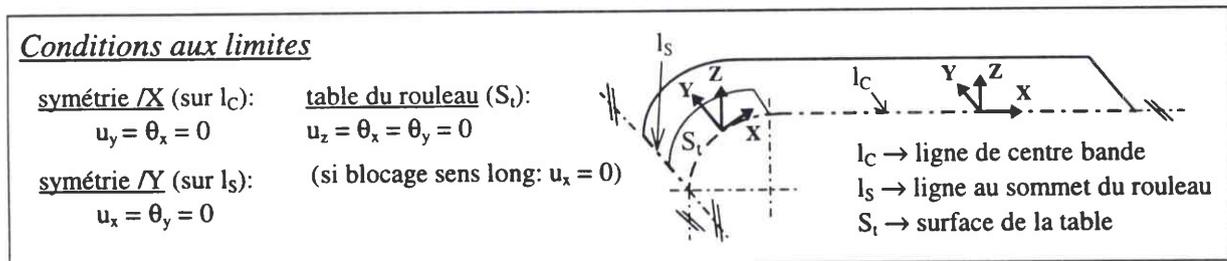


fig. 16: conditions aux limites sur la table du rouleau

Nous reprenons la même modélisation simulant la présence de la table par l'imposition d'un déplacement nul aux noeuds de la structure dans la direction normale au plan de la bande; celle-ci est libre de se déplacer dans les sens long et travers. Les conditions aux limites (CL) appliquées sur la table sont alors: $u_z = \theta_x = \theta_y = 0$. (figure 16)

En ajoutant une condition aux limites de non-déplacement dans la direction longitudinale, on simule une adhésion totale de la bande sur la table dans cette direction. Les CL sur la table deviennent: $u_x = u_z = \theta_x = \theta_y = 0$.

Dans ces deux cas, la liberté de déplacement de la bande n'étant pas la même sur la table, il est logique de penser que les effets sur le flambage différeront d'autant plus que la table est large. On compare donc les résultats obtenus en faisant varier l_t .

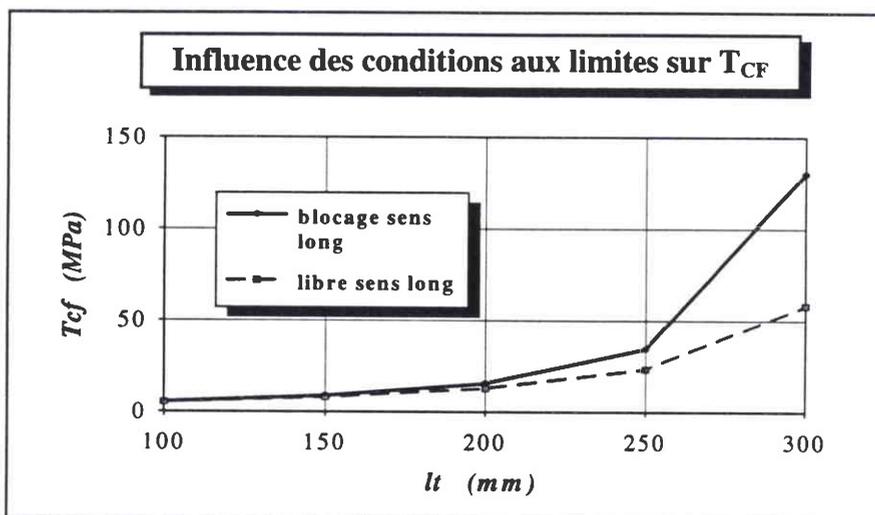


fig. 17: comparaison de l'évolution de la traction critique de flambage T_{CF} en fonction de la largeur de table avec et sans blocage du déplacement sens long sur la table du rouleau

On peut effectivement constater sur la figure 17 que les tractions critiques de flambage sont voisines lorsque l_t est faible et très éloignées pour une table large (rapport 2 pour $l_t = 300$ mm). D'autre part, la bande flambe plus facilement lorsqu'elle est libre de glisser sur la table. Concernant le mode de flambage, il est identique pour les différentes valeurs de l_t , sauf pour $l_t = 300$ mm (illustration figure 18). On peut raisonnablement supposer que le frottement non nul existant entre la table et la bande a pour effet de faire flamber celle-ci plus difficilement.

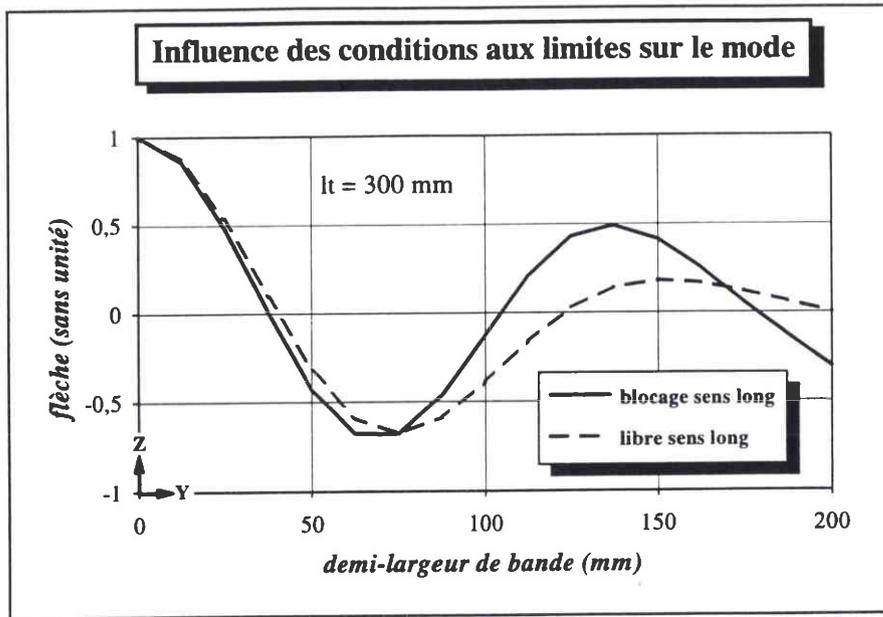


fig. 18: comparaison de l'évolution du mode de flambage linéaire (à 200 mm du rouleau) dans la demi-largeur de la bande pour une table large de 300 mm, avec et sans blocage du déplacement sens long sur la table du rouleau (flèches à un coefficient multiplicatif près)

3-4 Conclusion

Dans cette partie, on s'est intéressé au flambage linéaire d'une bande en traction. Les déformées des modes de flambage obtenus présentent les mêmes caractéristiques que celles observées lors des essais expérimentaux, commentés au chapitre II. A travers les calculs, on a également retrouvé le caractère global du flambage et sa sensibilité à la variation de la largeur de table concernant le nombre d'ondulations.

Nous avons fait ressortir des éléments concernant l'influence des paramètres dimensionnels sur la traction critique de flambage, dans l'optique de faciliter une future approche analytique du problème. T_{CF} évolue linéairement en fonction du rayon d'un rouleau, la bande flambant d'autant plus facilement que R est petit. L'influence de R sur T_{CF} est toutefois très faible. Il n'en est pas de même avec la largeur de table car l'augmentation de celle-ci a une forte répercussion sur T_{CF} : la diminution des contraintes secondaires compressives, leur "étalement" sur une plus grande largeur dans la bande et une rigidité plus importante de la bande au-dessus du rouleau se conjuguent pour favoriser l'élévation de la valeur de T_{CF} . Suite à ce résultat, on peut déjà extrapoler l'effet de la prise en compte du contact entre la bande et

les cônes du rouleau sur T_{CF} qui devrait jouer également en faveur de l'augmentation de la traction critique de flambage. Par ailleurs, aucune relation reliant de manière simple l_t à T_{CF} n'apparaît de façon évidente.

R et l_t sont des paramètres dimensionnels du rouleau et font partie des paramètres qui peuvent être adaptés dans une certaine mesure, pour favoriser le bon fonctionnement des recuits continus. Les paramètres dimensionnels de la bande dépendent eux du produit final désiré. Nous n'avons pas présenté de calculs illustrant qu'une bande large flambe plus facilement qu'avec une largeur l_b moindre, puisque cela revient à faire varier l_t avec en plus, une modification du rapport d'aspect. Pour l'épaisseur de la bande, une diminution de h entraîne une forte décroissance de T_{CF} . Cette évolution ne se fait pas en h^2 comme pour une plaque, mais en fonction de h^3 . Cette grande sensibilité de T_{CF} à l'épaisseur h met en relief la criticité du problème: le marché des produits plats s'orientant vers des gammes de produits de plus en plus minces (gains de poids, de coût), une diminution, même faible, de l'épaisseur d'un produit recuit auparavant sans problème, peut engendrer l'apparition d'une instabilité de flambage avec risque de formation de plis.

On a supposé jusqu'à présent que le préflambage est linéaire. Or pour le problème étudié dans cette thèse, cette hypothèse n'est pas parfaitement vérifiée et il n'y a pas vraiment de point de bifurcation. Cette approche linéaire nous a permis de mettre un certain nombre d'effets en valeur mais elle doit être considérée comme une première approximation qui ne peut avoir l'ambition de décrire parfaitement l'ensemble du phénomène étudié. De plus, nous avons besoin de connaître le comportement de la bande lorsque la traction est supérieure à la traction critique de flambage. Il nous est donc nécessaire de nous tourner vers une approche non-linéaire.

4 - Calculs non-linéaires

En général, la réponse d'une structure à un chargement dépend de façon non-linéaire de la charge appliquée. Cependant, il est parfois possible d'approximer cette réponse à partir d'un calcul linéaire. Jusqu'à présent, nous avons abordé le flambage d'une bande dans un recuit continu avec une approche linéaire, obtenant les champs de contraintes et de déplacement, la traction critique de flambage et le mode correspondant à partir de calculs de préflambage et de flambage linéaires. Nous nous poserons donc la question de la validité de l'approximation des résultats à partir de ces calculs linéaires. Pour ce faire, nous procéderons à une comparaison entre résultats issus des approches linéaire et non-linéaire.

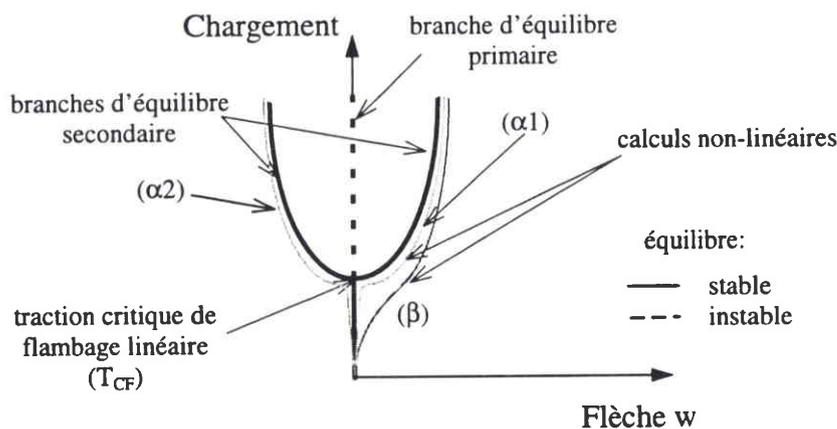


fig. 19: flambage - solutions de calculs linéaires et non-linéaires sur l'exemple d'une plaque en compression

Le schéma de la figure 19 reprend l'exemple de l'évolution en fonction du chargement d'une variable représentative du flambage, comme celle du déplacement w en un point d'une plaque en compression. On retrouve les courbes de la figure 11 illustrant le comportement de la structure pour des calculs linéaires. Dans le cas classique d'une plaque comprimée comme sur la figure 20-a, un calcul non-linéaire géométrique (tenseur des déformations non linéarisé) donnera une réponse identique à celle du calcul de préflambage linéaire, en suivant la branche d'équilibre primaire même au-delà de la valeur de T_{CF} . Ce calcul ne permettra pas de détecter le point de bifurcation et de décrire le postflambage, à moins qu'un défaut géométrique pouvant être extrêmement léger (figure 20-b) ou qu'une sollicitation même infime (figure 20-c) ne s'adjoignent au problème. Ces défauts sollicitant la plaque dans la direction normale à son plan, introduisent la perturbation nécessaire pour faire flamber la structure.

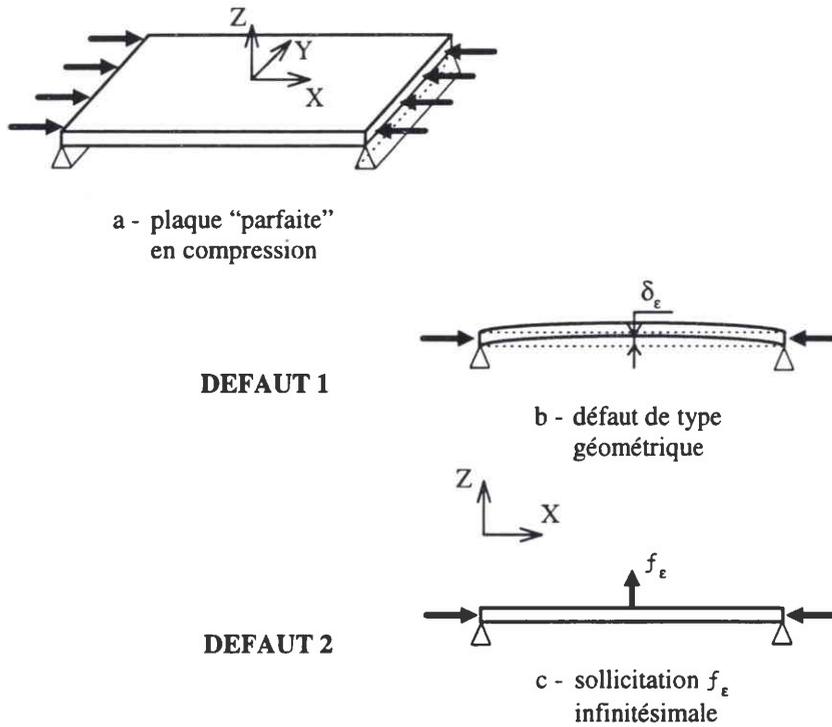


fig. 20: plaque en compression - exemples de défauts amenant la plaque à flamber dans un calcul non-linéaire

Ceci se traduit en terme de comportement par une évolution non-linéaire de la réponse en déplacement de la plaque. Néanmoins cette réponse plus ou moins "proche" de la réponse linéaire jusqu'à une charge voisine de la traction critique de flambage linéaire (courbes α et β de la figure 19). Plus le défaut dans la direction Z est marqué, plus la courbe non-linéaire "s'éloigne" de la courbe linéaire, cette dernière étant alors de moins en moins représentative du comportement réel de la plaque. Au-delà de la charge critique, la solution du problème perturbé est proche d'une des deux branches d'équilibre secondaire, qui ne peuvent être obtenues, ni par un calcul élastique linéaire, ni par un calcul de flambage linéaire.

Le sens de l'application de cette perturbation sur la structure détermine quelle branche d'équilibre secondaire est suivie par la réponse non-linéaire (courbes α_1 ou α_2). Si dans la phase de préflambage ces deux courbes restent assez voisines, il en est tout autrement dans la phase de postflambage. Pour la plaque en compression, les deux courbes correspondent à deux modes de forme opposée. Un défaut peut donc avoir une importance considérable sur la solution puisqu'il fait se développer un mode plutôt que son opposé, voire même, fait sauter la solution d'un mode vers un autre mode, de forme très différente.

Dans l'exemple qui nous sert d'illustration, le suivi des courbes est effectué à partir de l'évolution de la variable déplacement dans la direction normale au plan de la plaque. Il est possible dans d'autres cas, que cette variable ne soit pas celle dont l'évolution en fonction du chargement décrit le mieux l'apparition du flambage. Aussi, nous nous attacherons à déterminer quelle est la variable, dans notre configuration, qui caractérise au mieux le comportement de la bande dans ses états pré- et postflambés.

Pour la modélisation adoptée par Sasaki et al. [17] où seule la partie de bande amont au rouleau est modélisée (voir figure II-7), la détermination de la traction critique de flambage peut être faite à partir d'un calcul aux valeurs propres. Cependant, sans l'introduction d'une perturbation quelconque sur la bande (planéité non parfaite, petite force normale au plan de la bande, ...) il est impossible de faire flamber la structure avec un calcul non-linéaire.

Dans notre modélisation, c'est l'enroulement d'une partie de la bande autour du rouleau qui fait office de défaut, en créant une dissymétrie par rapport au plan de la bande. On ne peut ici véritablement considérer cette perturbation comme un "défaut géométrique" puisqu'il est intrinsèque au problème. C'est toutefois cette dissymétrie dans la direction normale au plan de la structure qui nous permet de suivre et de décrire le comportement de celle-ci en fonction du chargement (états préflambé, flambé et postflambé), à partir de calculs non-linéaires. Ouvrons une parenthèse en précisant à nouveau que nous n'étudierons pas l'influence des défauts de type géométrique (planéité) présents sur les bandes. Cependant, compte tenu de la grande minceur de celles-ci, il est important d'avoir à l'esprit que de tels défauts sont à même de jouer un rôle prépondérant sur le comportement des bandes.

Pour un tel calcul, le système résolu est le suivant: $[K(U)] \{U\} = \{F\}$, où la matrice tangente $[K]$ est dépendante du déplacement. Les calculs non-linéaires effectués dans cette partie sont présentés dans les tableaux de la figure 21. Les calculs linéaires sont ceux des parties précédentes.

Calcul non-linéaire sans gestion du contact

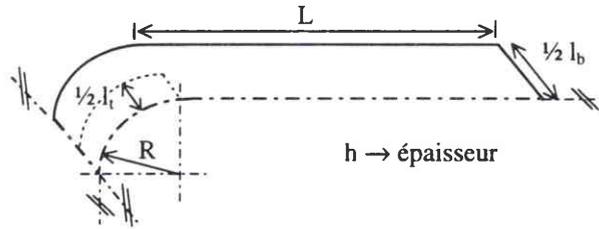
Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

bande :

- L = 1000 mm
- $l_b = 400$ mm
- h = 0.2 mm
- E = 210 000 MPa
- $\nu = 0.3$

rouleau :

- $l_t = 100$ mm
- R = 250 mm



Conditions aux limites

symétrie /X (sur l_c):

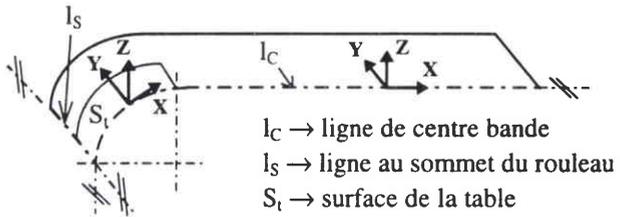
$$u_y = \theta_x = 0$$

symétrie /Y (sur l_s):

$$u_x = \theta_y = 0$$

table du rouleau (S_t):

$$u_z = \theta_x = \theta_y = 0$$



l_c → ligne de centre bande

l_s → ligne au sommet du rouleau

S_t → surface de la table

Caractéristiques numériques

maillage :

- éléments coque S4R5
- 1411 noeuds
- 1312 éléments
- 7055 degrés de liberté

chargement :

F = variable

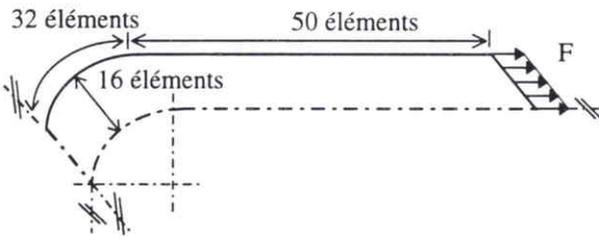


fig. 21: caractéristiques des calculs non-linéaire sans gestion du contact

4-1 Comparaison approches linéaire et non-linéaire

On compare ici les résultats de calculs linéaires et non-linéaires ayant les mêmes caractéristiques dimensionnelles et mécaniques. Ce qui diffère c'est la méthode de résolution de chacune des approches. Pour les calculs non-linéaires, on procède de manière incrémentale en augmentant progressivement le chargement jusqu'à la traction finale désirée. Le code ABAQUS utilise la technique de Newton "pure" pour décrire la réponse de la structure, en repartant à chaque incrément de la configuration calculée à l'incrément précédent.

Dans beaucoup de cas de flambage, la variable caractérisant l'apparition de l'instabilité est la flèche dans la direction normale. On s'intéressera donc dans un premier temps aux flèches avant de comparer les écarts du déplacement sens long sur la GPC, ainsi que les contraintes compressives qu'il génère.

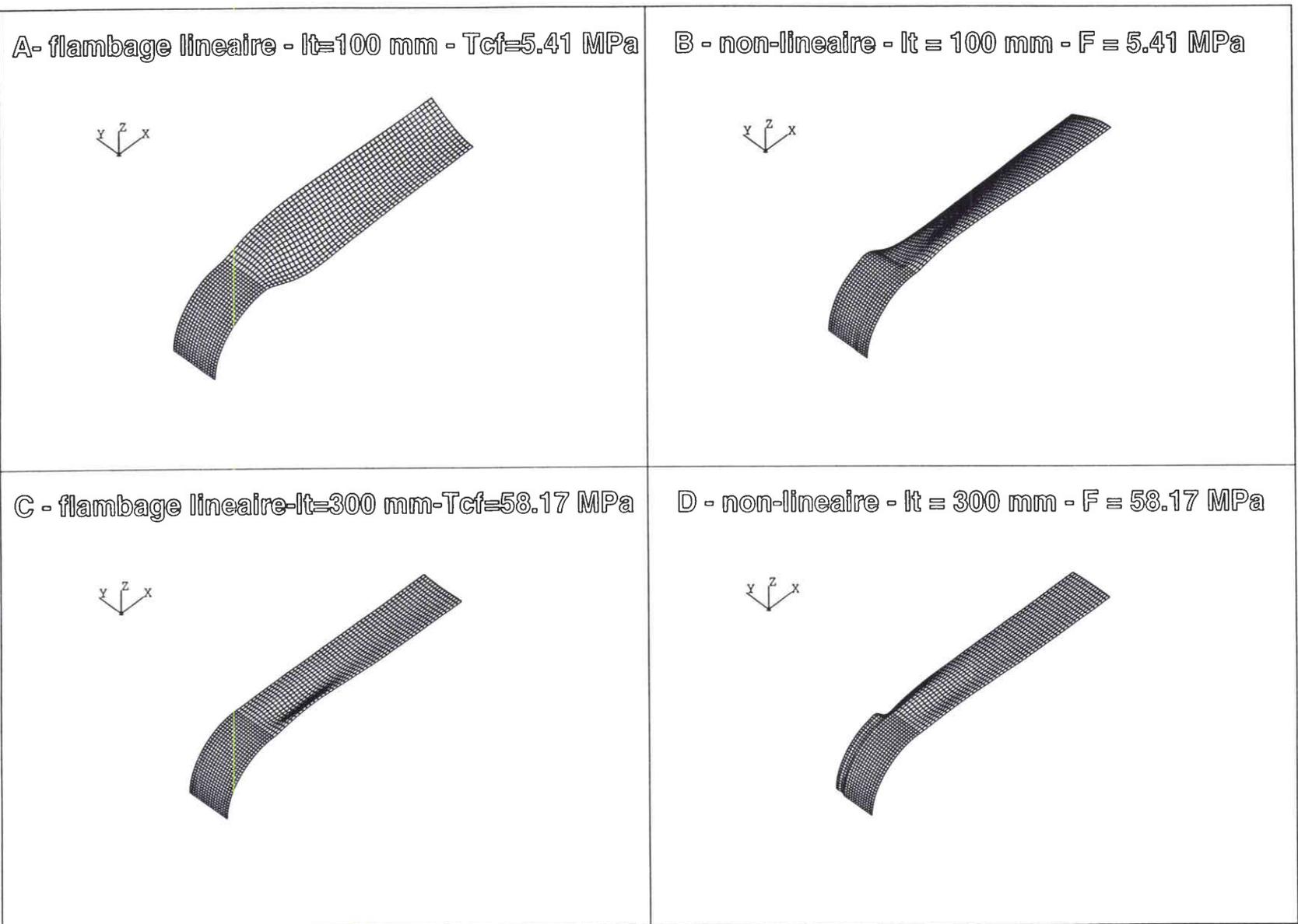


fig. 22: comparaison pour deux largeurs de table ($l_t = 100$ et 300 mm) des déformées issues

→ de calculs de flambage linéaire (A et C)

→ de calculs non-linéaires (B et D)

4-1-a Les déformées

Figure 22, deux largeurs de tables différentes ont été choisies pour comparer le mode de flambage linéaire et la déformée de la structure d'un calcul non-linéaire. Cette dernière est calculée avec un chargement égal à $T_{CF} = 5,41$ MPa pour $l_t = 100$ mm et à $T_{CF} = 58,17$ MPa pour $l_t = 300$ mm. Comme le mode de flambage linéaire est connu à un coefficient multiplicatif près, le mode pour $l_t = 100$ mm (A), pourrait indifféremment d'un point de vue théorique et numérique être inversé et donc présenter une forme globalement similaire à celle du calcul non-linéaire (B). Pour $l_t = 300$ mm, on retrouve sur les deux déformées (C et D) une ondulation marquée proche du centre de la bande. Par contre, c'est seulement pour le calcul non-linéaire qu'un enfoncement de la bande en rive apparaît juste en amont du rouleau, sur une portion de bande non située au-dessus de la table. L'amplitude de ce phénomène est supérieure à celle de l'ondulation prévue par le calcul de flambage linéaire.

Il est possible de procéder à une comparaison plus "fine" en superposant d'une part les ondulations obtenues suivant la demi-largeur de la bande et d'autre part l'évolution des flèches en fonction du chargement. On ne peut faire de comparaison sur les ordres de grandeur des flèches des calculs de flambage linéaire et des calculs non-linéaires mais seulement sur la forme de la déformée. Pour chaque largeur de table, les courbes de la figure 23 ont été superposées en ajustant l'échelle des ordonnées des deux calculs afin de pouvoir comparer plus aisément les formes obtenues. Pour l_t donné, les deux déformées présentent le même nombre d'ondulations et celles-ci se répartissent de manière analogue dans la demi-largeur. Pour $l_t = 300$ mm, on retrouve en rive l'enfoncement noté sur la déformée du calcul non-linéaire.

On a vu qu'un calcul de flambage linéaire permet de bien prévoir la forme de la déformée. On pourrait donc penser que, dans la phase de préflambage, les calculs linéaires et non-linéaires donnent des résultats très proches. Il n'en est rien et la réponse de la structure est très fortement non-linéaire pour des chargements très faibles, de l'ordre de quelques pour cent de la traction critique de flambage en traction. La non-linéarité apparaît à un chargement correspondant à celui qui, appliqué non pas en traction mais en compression, ferait flamber la bande. Son intensité est très faible comparativement à T_{CF} . Ce phénomène est bien décrit figure 24, où on a repris le calcul pour $l_t = 100$ mm et comparé en deux points les flèches obtenues par un calcul linéaire de préflambage et un calcul non-linéaire à 200 mm du rouleau (amplitude des flèches maximale).

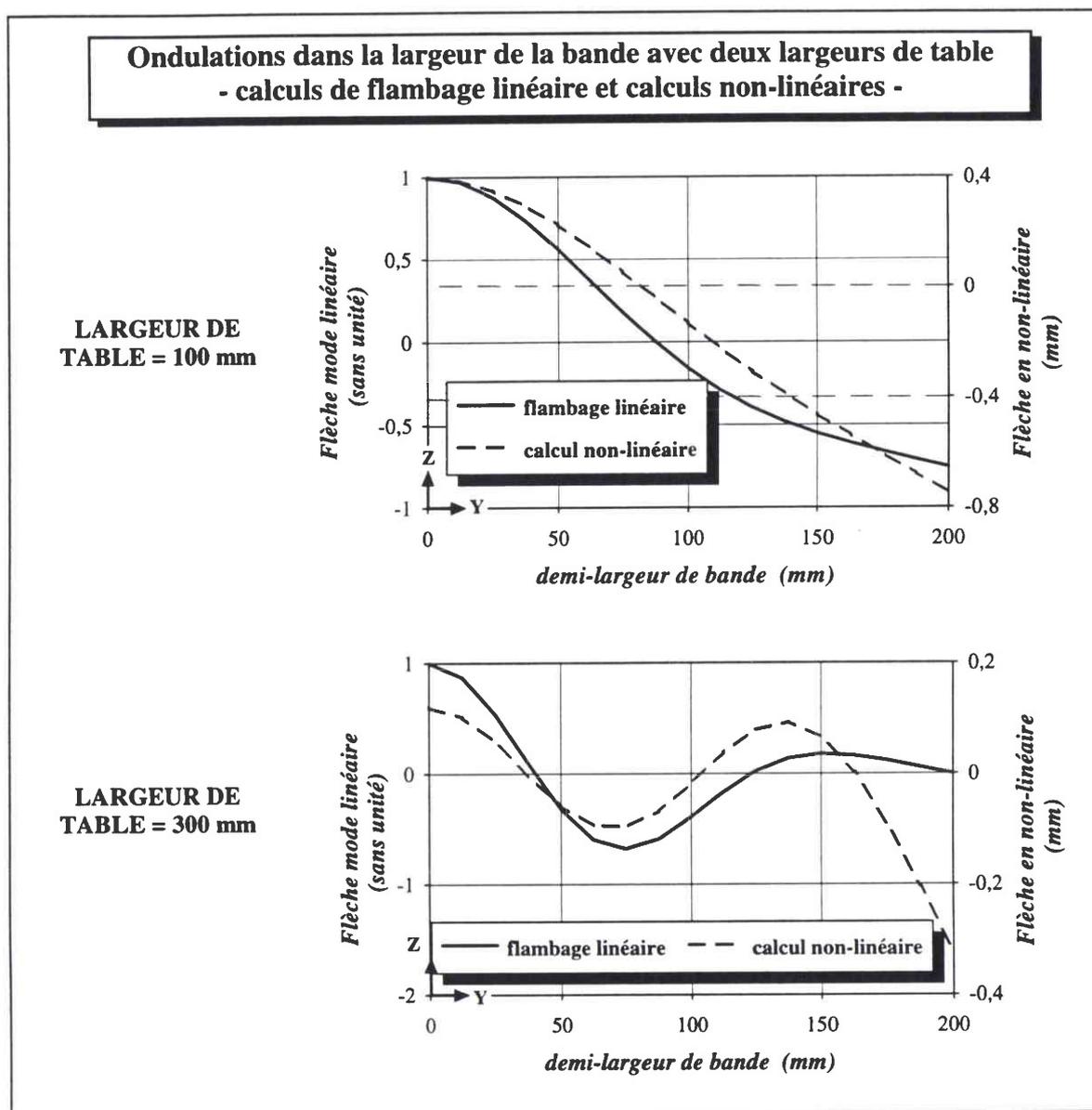


fig. 23: comparaison de l'évolution des flèches dans la largeur de bande à 200 mm de la GPC, à la traction critique de flambage linéaire T_{CF} (5,41 MPa avec $l_i = 100$ mm et 58,17 MPa avec $l_i = 300$ mm) pour le calcul de flambage linéaire et au chargement $F = T_{CF}$ pour le calcul non-linéaire

L'analyse linéaire de préflambage prévoit un basculement global de la bande, dès le premier incrément de calcul, qui ne peut que s'amplifier si on reste dans le cadre des petites perturbations. Lorsqu'on accroît la traction sur cette portion basculée, on induit un couple qui tend à ramener la bande dans une position proche de sa position initiale. Cet effet purement géométrique n'est pris en compte que par le calcul non-linéaire et explique les grosses différences observées sur les courbes de la figure 24.

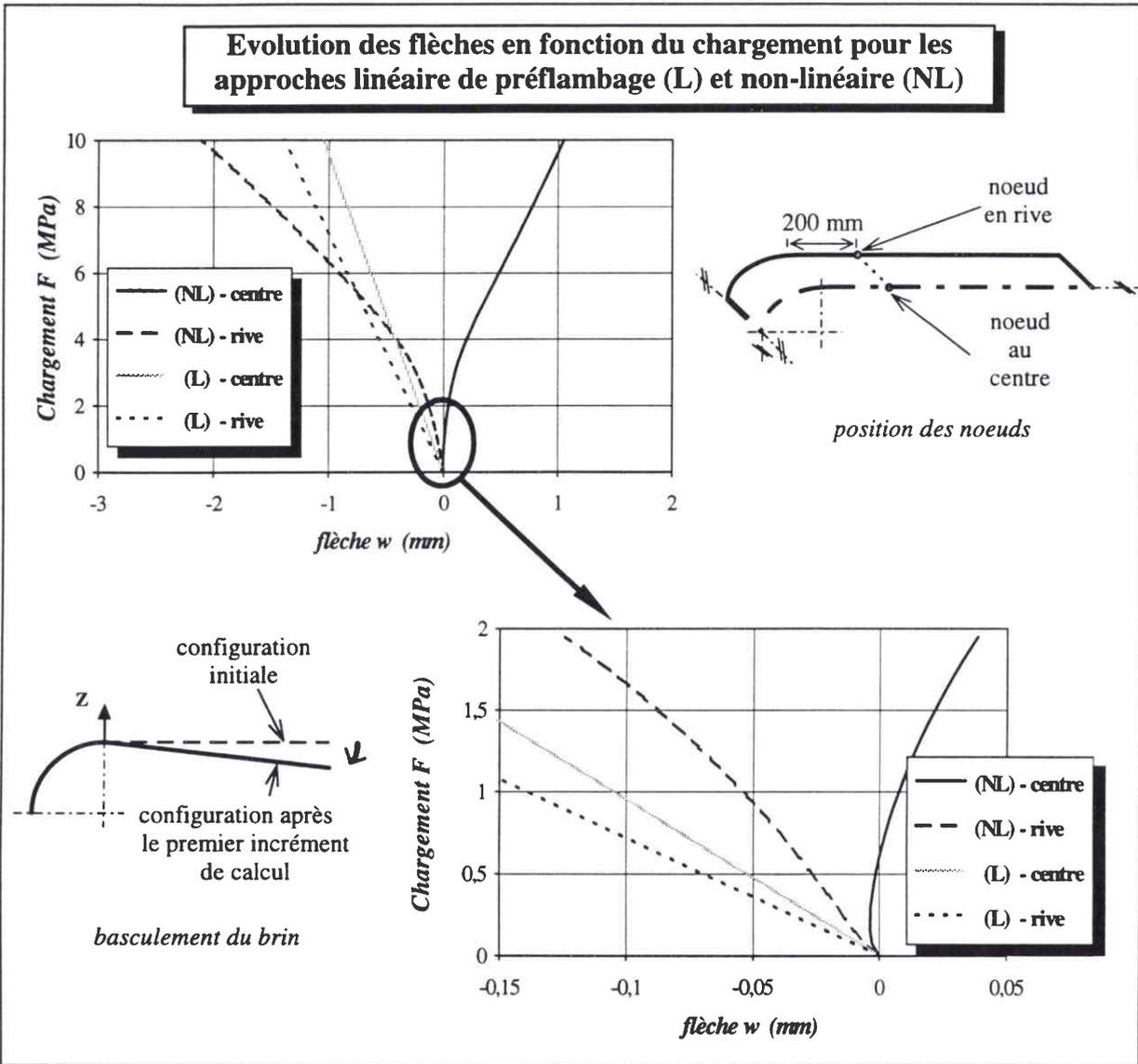


fig. 24: comparaison de l'évolution des flèches en fonction du chargement, en deux noeuds situés à 200 mm de la GPC au centre et sur la rive de la bande, pour des calculs linéaire de préflambage et non-linéaire ($l_t = 100$ mm)

Curieusement, cet effet anti-basculement tend à ramener la bande sur sa configuration initiale et donc à "relinéariser" le comportement de la structure dans son plan, ce qu'on vérifiera plus loin. Or c'est l'évolution du chargement de compression, en particulier la variable N_{YY} qui provoque le flambage de la bande. C'est pourquoi, tout en ayant ce comportement fortement non-linéaire en flèche pour de faibles chargements, on observera ensuite un comportement linéaire dans le plan de la bande à des chargements plus élevés. De ce fait, l'analyse de flambage linéaire donne des résultats significatifs.

On note également qu'aucun effet particulier susceptible de traduire l'apparition du flambage ne se produit aux environs de $T_{CF} = 5,41$ MPa. Le suivi de l'évolution des flèches en fonction de F n'est donc pas à même de décrire le préflambage et le flambage. Il est par conséquent nécessaire de s'orienter vers un autre paramètre pour caractériser le comportement instable des bandes.

4-1-b Ecart déplacement sens long

On a montré auparavant que les contraintes en compression ont pour origine l'hétérogénéité dans la largeur des déplacements sens long, en raison du profil du rouleau. Imposer sur la GPC les déplacements U_X obtenus dans un calcul de préflambage linéaire génère un champ de contraintes N_{YY} en compression très semblable à celui du préflambage (ordre de grandeur et répartition dans la bande identiques). La valeur maximale de U_X est située en rive et son minimum est au centre de la bande. Un moyen pour comparer calculs linéaire/non-linéaire est donc de s'intéresser à l'écart ΔU_X , correspondant à la différence des U_X entre la rive et le centre bande sur la GPC.

C'est cet écart que l'on a représenté en fonction du chargement sur la figure 25, en précisant le niveau de traction T_{CF} auquel la structure flambe dans un calcul de flambage linéaire. La courbe ΔU_X qui correspond au calcul de préflambage linéaire est bien sûr linéaire.

Celle du calcul non-linéaire se décompose en deux parties: une première partie linéaire confondue avec la courbe du calcul linéaire; une deuxième partie où la pente varie. On constate que la courbe commence à évoluer non-linéairement à partir d'un chargement d'environ 2,2 MPa, valeur inférieure à la traction critique de flambage linéaire (5,41 MPa). On remarque cependant qu'à T_{CF} , les deux courbes sont encore peu éloignées l'une de l'autre (15% entre les deux valeurs).

A chargement identique, la valeur de ΔU_X est plus importante en non-linéaire qu'en linéaire; la bande devrait par conséquent être plus fortement comprimée en non-linéaire. Il apparaît donc que le comportement de la bande en ΔU_X est linéaire jusqu'à, ici, environ 0,4 fois T_{CF} et que la non-linéarité est encore très peu prononcée jusqu'à T_{CF} . Par conséquent, on considérera

que les calculs linéaires permettent d'approximer correctement le comportement non-linéaire de la bande en ΔU_x , dans la phase de préflambage.

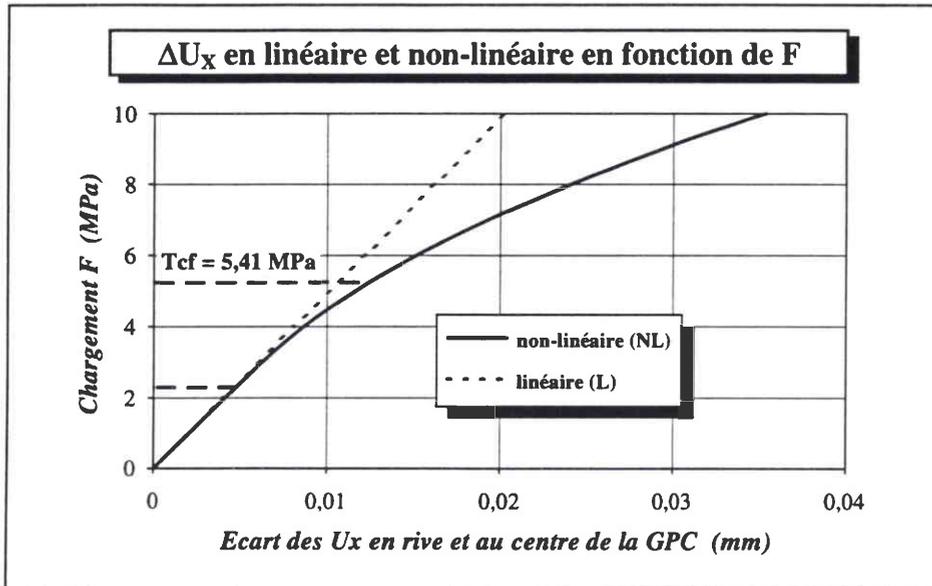


fig. 25: évolution de ΔU_x , écart dans le sens long sur la GPC entre le déplacement en rive et le déplacement en centre bande, en fonction du chargement, pour un calcul linéaire et un calcul non-linéaire

4-1-c Contrainte de compression secondaire

Comment ceci se répercute-t-il sur les contraintes compressives N_{YY} ? Les isocontours A et B de la figure 26 représentent le champ N_{YY} dans les cas linéaires et non-linéaires à un chargement inférieur à T_{CF} ($F = 3,75$ MPa). D'un schéma à l'autre, on retrouve une répartition très semblable de la compression. Les valeurs maximales en compression sont très proches entre elles (2,4 % d'écart). Une même comparaison, faite pour les contraintes généralisées sens long N_{XX} , donne également des isocontours analogues en linéaire et non-linéaire. On va s'intéresser avec plus de précision aux valeurs de N_{YY} , en superposant d'abord la répartition des N_{YY} dans la demi-largeur de la bande et ensuite, l'évolution des flèches en fonction du chargement, comme pour les flèches.

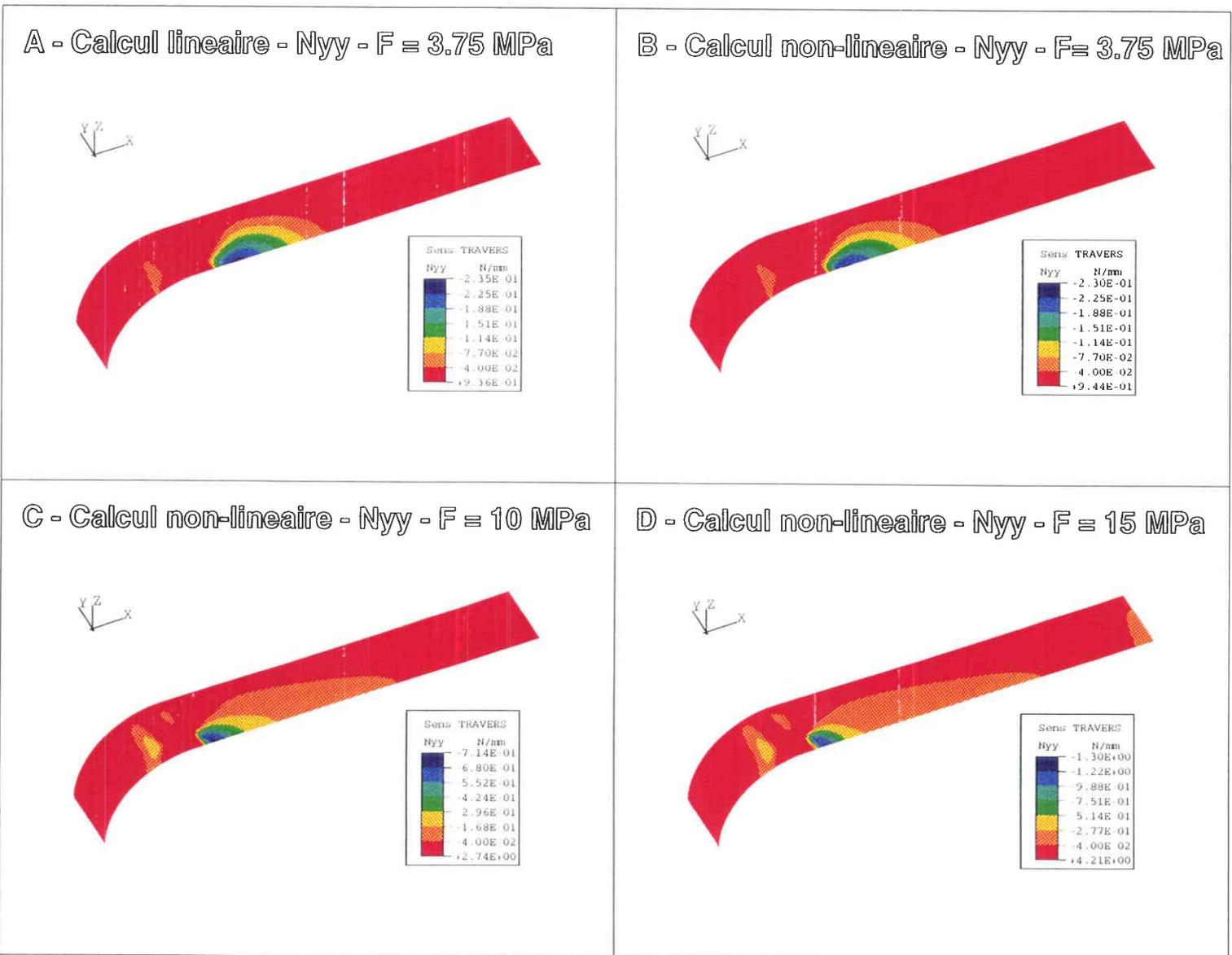


fig. 26: contraintes généralisées sens travers Nyy

→ pour un calcul linéaire à un chargement de $F = 3,75$ MPa (A)

→ pour un calcul non-linéaire à des chargements de

$F = 3,75$ MPa (B), 10 MPa (C) et 15 MPa (D)

Au même chargement, on trace N_{YY} en fonction de la largeur de bande à 120 mm du rouleau (figure 27). Cette distance correspond à la position de la valeur maximale en compression N_{YYmax} pour le calcul linéaire. On retrouve cette valeur à $X=0$ sur le graphique. Les deux courbes sont confondues sur la moitié de la demi-largeur de bande, côté rive, s'annulant en rive. Elles présentent un décalage maximal de 2,4 % en $X = 0$. A 120 mm de la GPC, c'est la courbe linéaire qui possède l'amplitude la plus importante. Les répartitions des N_{YY} dans la largeur de la bande sont donc très voisines.

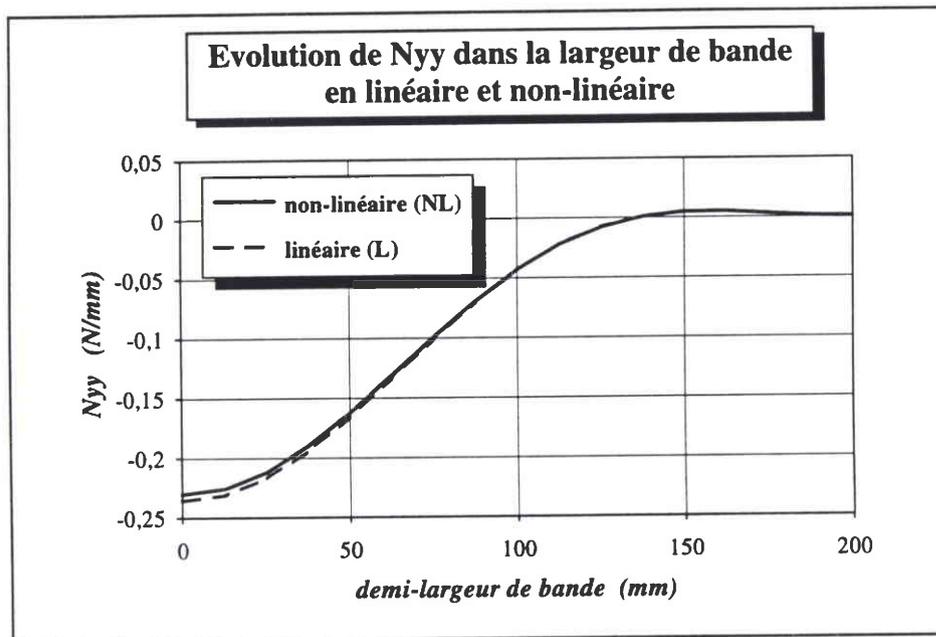


fig. 27: évolution de la contrainte sens travers N_{YY} dans la largeur de la bande (avec moyennation aux noeuds de la structure) à 120 mm de la GPC (distance où N_{YY} prend sa valeur maximale à un chargement de $F = 3,75$ MPa), pour un calcul linéaire et un calcul non-linéaire

La figure 28 représente les courbes N_{YY} en fonction du chargement des calculs linéaires et non-linéaires au noeud où la compression est maximale pour les petits chargements. Ces deux courbes offrent les mêmes évolutions que pour ΔU_X : elles sont confondues jusqu'à environ 2,2 MPa puis la courbe du calcul non-linéaire perd sa linéarité; elles restent voisines tant que la traction appliquée est inférieure à une valeur proche à T_{CF} . Ensuite, les deux courbes s'éloignent l'une de l'autre, N_{YY} en non-linéaire devenant inférieure à N_{YY} en linéaire pour une traction F donnée.

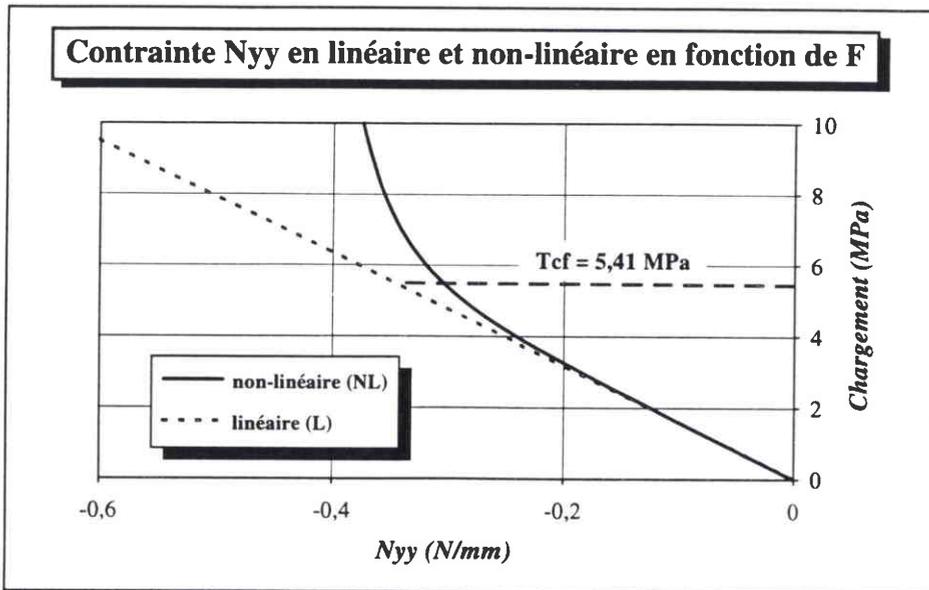


fig. 28: évolution de la contrainte sens travers N_{yy} en fonction du chargement en l'élément où la contrainte est maximale en compression pour F faible, pour un calcul linéaire et un calcul non-linéaire

Il apparaît donc, en raison de la rupture de pente (perte de linéarité des courbes), que N_{YY} et ΔU_X sont des variables qui permettent de caractériser le préflambage et l'apparition du flambage. Par ailleurs, comme pour ΔU_X , N_{YY} issue du calcul non-linéaire est suffisamment "proche" du résultat en linéaire pour considérer que l'approximation de la réponse en contrainte de la bande à partir du calcul linéaire est valide. On s'est plus particulièrement penché jusqu'à présent sur les phases de préflambage et de flambage. La partie suivante est plutôt axée sur la phase postflambée.

4-2 Le postflambage

On a déjà constaté que l'état postflambé d'une bande se caractérisait par une évolution non-linéaire des courbes de contraintes de compression secondaire N_{YY} et d'écart de déplacement sens long ΔU_X sur la GPC. On va mettre ici en évidence d'autres points liés aux contraintes compressives.

Les isocontraintes du champ N_{YY} de la figure 26 montrent que la forme et l'intensité de la compression est fortement modifiée lorsque T_{CF} est dépassée. On observe d'une part que la compression a tendance à s'étendre dans la longueur du brin; d'autre part, non seulement la

valeur maximale compressive N_{YYmax} augmente considérablement, mais sa position sur le brin change aussi, puisqu'elle se retrouve proche du rouleau à $F = 15$ MPa. Ce dernier point est également caractéristique du postflambage: tant que la croissance de N_{YY} reste linéaire, N_{YYmax} reste localisée au même point de la structure; au-delà de la traction correspondante, la position de N_{YYmax} se déplace progressivement vers le rouleau, au fur et à mesure de l'application de la traction.

Retraçons la courbe N_{YY} lorsque F varie, au noeud où N_{YY} est maximale pour F faible (figure 29). Cette contrainte compressive maximale reste localisée en ce noeud tant que son évolution en fonction de F garde sa linéarité, c'est-à-dire jusqu'à l'apparition de l'instabilité de flambage. On trace également la courbe correspondant à l'évolution de la valeur N_{YY} maximale. Les portions linéaires des deux courbes sont bien sûr identiques. Au-delà, les courbes s'éloignent l'une de l'autre. N_{YYmax} varie non-linéairement mais conserve une pente très proche de la courbe linéaire jusqu'à T_{CF} . C'est à $F = 5,55$ MPa (pour F dépassant T_{CF} de 2,59 %), que l'intensité de N_{YYmax} devient supérieure à celle du calcul linéaire. N_{YYmax} apparaît donc comme une variable dont le suivi en fonction de F est le plus approprié pour caractériser le flambage.

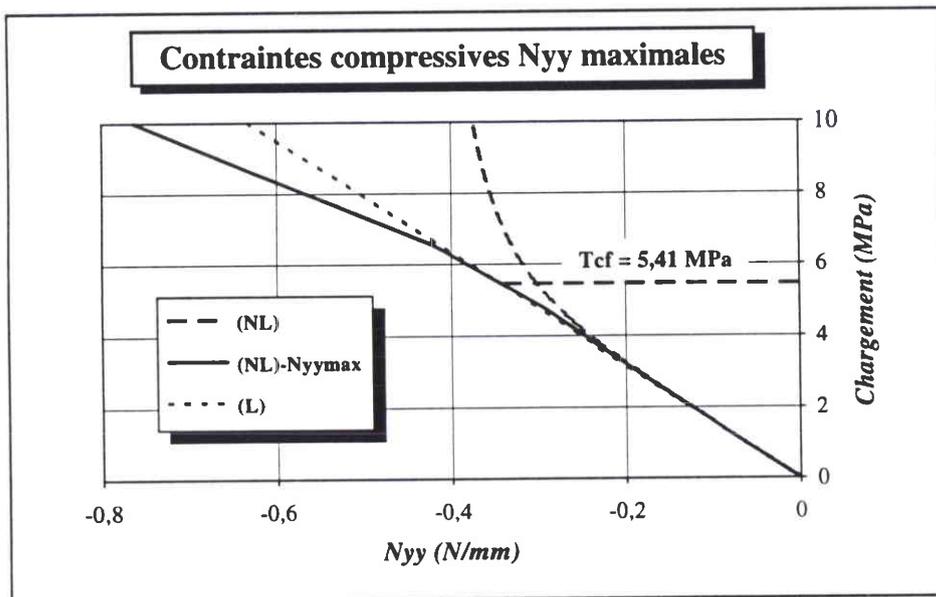


fig. 29: évolution de la contrainte sens travers N_{YY} en fonction du chargement

calcul non-linéaire → en l'élément où N_{YY} est maximale en compression pour F faible
→ contrainte maximale en compression dans le brin (N_{YYmax})

calcul linéaire → N_{YY} maximale en compression dans le brin (au même élément)

4-3 Conclusion

Dans un calcul non-linéaire, l'évolution de ΔU_x , de N_{YY} et de N_{YYmax} en fonction du chargement est d'abord linéaire puis devient non-linéaire. Cette variation de la pente caractérise l'apparition du flambage, tout comme l'évolution de la position de N_{YYmax} sur la bande. La partie linéaire des courbes est révélatrice de l'état préflambé de la bande, alors que l'état post-flambé correspond à la partie non-linéaire. Si les courbes ΔU_x , N_{YY} et N_{YYmax} décrivent les états successifs de la bande en fonction de la traction, il n'en est pas de même pour les flèches. En effet, le comportement de la bande est non-linéaire en déplacement suivant Z et ne permet pas de détecter le flambage.

Jusqu'à la charge critique de flambage, les réponses au chargement de la structure en non-linéaire et en linéaire sont très proches pour les variables ΔU_x , N_{YY} et N_{YYmax} . Par conséquent, les calculs de préflambage linéaire approximent correctement le comportement de la bande dans son état préflambé pour ces variables. Les calculs de flambage linéaire sont également de bons indicateurs de l'état flambé de la bande, puisqu'ils en donnent une forme du mode et un niveau de traction critique de flambage peu éloignés des résultats de l'approche non-linéaire.

Conclusion

Nous avons étudié le flambage de la bande en traction à partir d'une modélisation numérique revenant à simuler des rouleaux coniques privés de leurs cônes ou dont les cônes ont une pente suffisamment forte pour qu'aucun contact n'ait lieu entre la bande et les cônes. On s'est ainsi affranchi des phénomènes inhérents au contact bande/cônes.

Dans une première approche linéaire géométrique, la zone en compression secondaire à l'origine du flambage a été mise en évidence ainsi que le mécanisme dont elle découle. On s'est intéressé au mode de flambage linéaire et à la traction critique de flambage linéaire, ainsi qu'à l'influence de la variation des paramètres dimensionnels sur ceux-ci. On a montré que la traction critique de flambage diminue fortement lorsque les valeurs de la largeur de table ou de l'épaisseur de la bande sont moindres, alors que le rayon de la table du rouleau influe peu sur T_{CF} . Le mode de flambage n'est modifié que par la variation de la largeur de table. Ceci est à relier à la modification de la répartition du champ de contraintes en compression qui s'opère. Le flambage est dépendant non seulement de l'intensité et de la répartition de la zone en compression secondaire mais aussi de l'étendue de la bande située au dessus du rouleau qui se trouve rigidifiée par la table.

Une comparaison linéaire/non-linéaire dans la phase de préflambage révèle que la réponse en ΔU_x , N_{YY} et surtout N_{YYmax} des calculs non-linéaires est bien approximée par l'approche linéaire. Il existe également une bonne correspondance entre le mode de flambage linéaire et la forme de la déformée non-linéaire. La traction critique de flambage linéaire T_{CF} fournit une indication correcte sur le niveau de chargement à partir duquel le flambage se développe dans un calcul non-linéaire. Il nous sera donc possible par la suite d'utiliser cette valeur pour discuter de l'effet d'un facteur donné sur l'apparition du flambage.

Le suivi de l'évolution de ces mêmes variables en fonction du chargement (ΔU_x , N_{YY} et N_{YYmax}), permet de détecter l'apparition du flambage en non-linéaire, qui se traduit par une perte de la linéarité caractérisant le préflambage. Cela ne s'applique pas aux flèches, dont la non-linéarité apparaît dès l'application de la traction. On va dans le chapitre suivant s'intéresser à l'effet du contact bande/cônes sur ces résultats, en adoptant une modélisation appropriée pour gérer le contact.

CHAPITRE IV:

Flambage avec gestion du contact bande/rouleau

	<i>page</i>
Introduction -----	98
1 - Le développement du contact entre la bande et les cônes -----	103
1-1 <i>Evolution du contact en fonction du chargement</i> -----	103
1-2 <i>Les déformées</i> -----	105
1-3 <i>Ecart de déplacement dans le sens long</i> -----	108
1-4 <i>Contrainte de compression secondaire</i> -----	109
1-5 <i>Conclusion</i> -----	112
2 - Interactions flambage/contact -----	113
2-1 <i>Evolution du contact en fonction du chargement</i> -----	113
2-2 <i>Ecart de déplacement dans le sens long</i> -----	115
2-3 <i>Contraintes compressives</i> -----	116
2-4 <i>Déformées</i> -----	121
2-5 <i>Conclusion</i> -----	123
3 - Influence de la longueur de brin -----	125
Conclusion -----	129

CHAPITRE IV:

Flambage avec gestion du contact bande/rouleau

Introduction

Les calculs non-linéaires sans contact ont permis d'observer le flambage et le postflambage sans qu'il y ait interaction avec des phénomènes issus d'un contact étendu au-delà de la table entre la bande et le rouleau. La prise en compte de la géométrie complète du rouleau dans les calculs nécessite d'utiliser une approche différente du problème d'un point de vue numérique (IRSID-1117 [12]). En effet, pour intégrer la gestion du contact entre la bande et un rouleau de profil donné, l'existence de ce dernier ne peut plus être simulée par une condition limite appliquée sur la bande; le rouleau doit être introduit en tant que structure ayant ses propres caractéristiques, dimensionnelles par exemple. Il est alors possible de modéliser tout type de profil de rouleau. Nous expliquons ici brièvement le principe de la mise en oeuvre du contact bande/rouleau sur ABAQUS et les changements qui en découlent au niveau de la modélisation numérique par rapport à l'approche sans gestion du contact.

$$\text{conditions unilatérales} \begin{cases} p_c = \vec{p}_c \cdot \vec{n} \geq 0 \\ p_c \cdot d = 0 \\ d \geq 0 \end{cases}$$

➡ **surfaces en contact:**

$$d = 0 ; p_c > 0$$

➡ **surfaces séparées:**

$$d > 0 ; p_c = 0$$

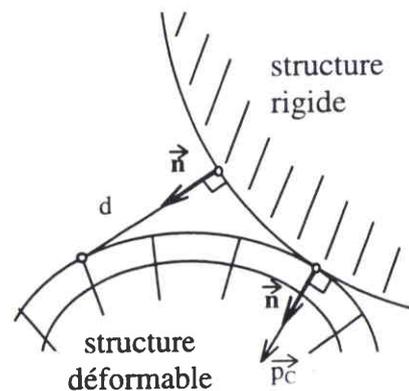


fig. 1: contact structure rigide / structure déformable

Un contact peut se faire entre deux structures dont l'une seulement ou les deux sont déformables. Pour le recuit continu nous considérons que le rouleau est une structure rigide (indéformable) et que la bande est déformable. Nous travaillons en supposant que la bande peut glisser sans frottement sur le rouleau. Un contact entre les structures déformable et rigide se traduit par l'existence d'une pression de contact avec une distance structure/surface de

contact nulle; dans le cas contraire, un point donné de la structure se trouve à une certaine distance de la surface de contact et la pression de contact est nulle en ce point. ABAQUS nous renvoie donc tout au long d'un calcul ces deux informations: la valeur de la pression de contact p_c entre la bande et le rouleau; la distance d entre la bande et le rouleau en un noeud de la bande (figure 1).

La bande est modélisée au moyen d'éléments finis de type coque. Les versions actuelles du code ABAQUS donnent depuis la version 5.3 la possibilité de faire du contact structure rigide/structure déformable avec des éléments coque. Pour gérer le contact entre la bande et le rouleau, on utilise l'approche de la version 5.3 du code, qui nécessite l'introduction d'un type d'éléments appelés éléments d'interface. Trois couples d'éléments coque/interface différents peuvent être utilisés: à un élément coque donné, correspond un élément d'interface (ou élément de contact) donné:

- l'élément coque linéaire à 3 noeuds STRI35 couplé avec l'élément de contact IRS3
- " " " " 4 " S4R5 " " " " IRS4
- " quadratique à 9 " S9R5 " " " " IRS9

Le principe d'un élément d'interface est de créer une liaison entre les structures déformable et rigide. La structure rigide correspond à une surface de forme, de normale et de déplacement donnés. Un élément d'interface se définit en reliant les noeuds d'un élément de la structure déformable à un noeud fictif de référence symbolisant la structure rigide et permettant d'en fixer les conditions limites. C'est ainsi que pour notre structure maillée avec des éléments coque S4R5, on relie les 4 noeuds de chaque élément S4R5 à la surface de contact par l'intermédiaire d'un élément d'interface IRS4 pour lequel on spécifie: les 4 noeuds de l'élément de la structure déformable et le noeud de référence de la structure rigide.

Par rapport à la modélisation précédemment utilisée, l'introduction dans les calculs du rouleau en tant que structure non déformable se fait en donnant les dimensions du profil du rouleau et en ajoutant des éléments d'interface. Aucun frottement n'est imposé, ce qui signifie que la bande peut glisser sur le rouleau. Le contact, de type unilatéral, est libre de s'établir progressivement entre la bande et le rouleau, que ce soit sur la table ou sur les cônes. On conserve les mêmes hypothèses que précédemment: les calculs, en statique, sont réalisés en

élasticité; on suppose que la bande est préenroulée autour de la table du rouleau avant application de la traction et que, dans cet état préenroulé, la bande est sans contrainte.

Les caractéristiques de la bande (dimensions, matériau, maillage) sont identiques à celles du chapitre III (tableau de la figure 3). Il en est de même des caractéristiques dimensionnelles du rouleau, auxquelles s'adjoint un paramètre supplémentaire, la pente p des cônes. Dans la suite, nous ferons varier la valeur de p . Nous avons choisi de ne présenter dans cette thèse que des résultats obtenus avec des rouleaux de profil conique. Il est cependant possible de simuler toute forme de rouleaux comme les profils existants sur les lignes de recuit continu (profils de la figure 2 du chapitre II) ou encore de tester d'autres formes de rouleaux. Les conditions aux limites appliquées sur la bande se réduisent aux conditions de symétrie: symétries par rapport au sommet du rouleau et le long du centre bande. Celle-ci subit un chargement uniformément réparti en extrémité de brin.

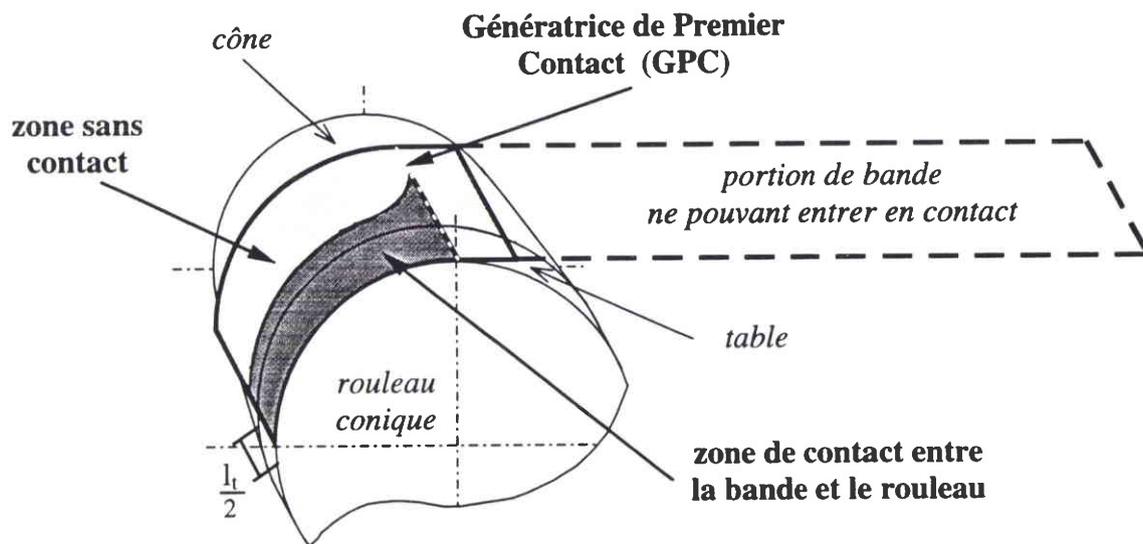


fig. 2: schématisation utilisée pour représenter le contact entre la bande et le rouleau

Les éléments d'interface IRS4 sont appliqués sur toute la partie de la bande susceptible d'être en contact avec le rouleau, c'est-à-dire au-dessus du rouleau et en amont de celui-ci sur une longueur de quelques éléments. Le nombre d'éléments de contact utilisés est fonction de la densité du maillage de la bande. La portion de bande concernée est représentée figure 2. On a complété le schéma en ajoutant en pointillé la partie du brin modélisée dans le calcul ainsi que le dessin du rouleau, avec la moitié de sa table et l'un de ses cônes. On visualisera le

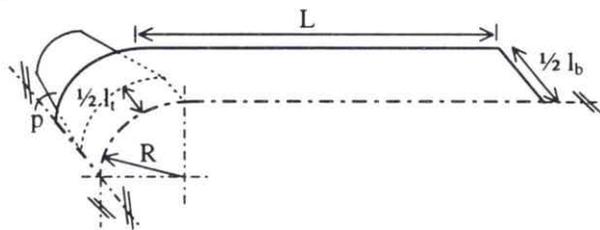
développement du contact entre la bande et le rouleau par le truchement d'isocontours de distances, de la manière suivante: la partie gris sombre correspond à la zone en contact; la partie gris clair à la zone pour laquelle la distance bande/rouleau est non nulle. Dans la suite, on se limitera à la représentation de cette portion de bande, complétée par la limite de la table du rouleau.

Dans une première partie, on compare les résultats du calcul non-linéaire sans gestion du contact présentés au chapitre III à ceux d'un calcul avec contact. Les effets du contact sur le comportement de la bande sont ainsi mis en évidence. La seconde partie décrit l'influence de la variation de la pente des cônes, dégageant les trois situations survenant sur ligne en fonction des caractéristiques bande/rouleau/procédé. A ce point du rapport de thèse, il nous est possible de montrer la sensibilité des résultats à la longueur de brin, dans la mesure où les jalons nécessaires à la bonne appréhension des résultats discutés sont alors posés. Ceci fait l'objet de notre troisième partie où nous justifions le choix d'une longueur de brin de 1 mètre pour notre modélisation.

Calcul non-linéaire avec gestion du contact

Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

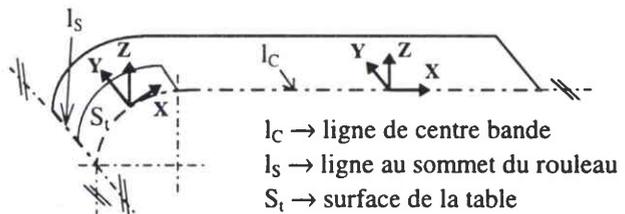
bande :	rouleau :
$L = 1000 \text{ mm}$	$l_t = 100 \text{ mm}$
$l_b = 400 \text{ mm}$	$R = 250 \text{ mm}$
$h = 0.2 \text{ mm}$	$p \text{ variable}$
$E = 210\,000 \text{ MPa}$	
$\nu = 0.3$	



Conditions aux limites

symétrie /X (sur l_c):
 $u_y = \theta_x = 0$

symétrie /Y (sur l_s): table du rouleau (S_t):
 $u_x = \theta_y = 0$ /



Caractéristiques numériques

maillage :	chargement :
1312 éléments coque S4R5	$F \text{ variable}$
1411 noeuds -7055 ddl	
576 éléments d'interface IRS4	

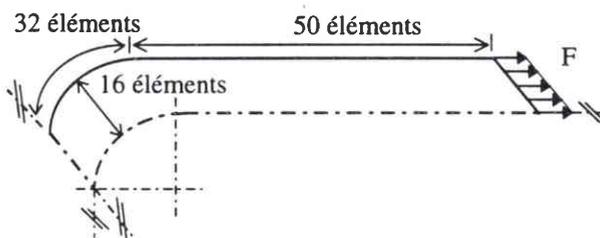


fig. 3: caractéristiques des calculs avec gestion du contact bande/cône

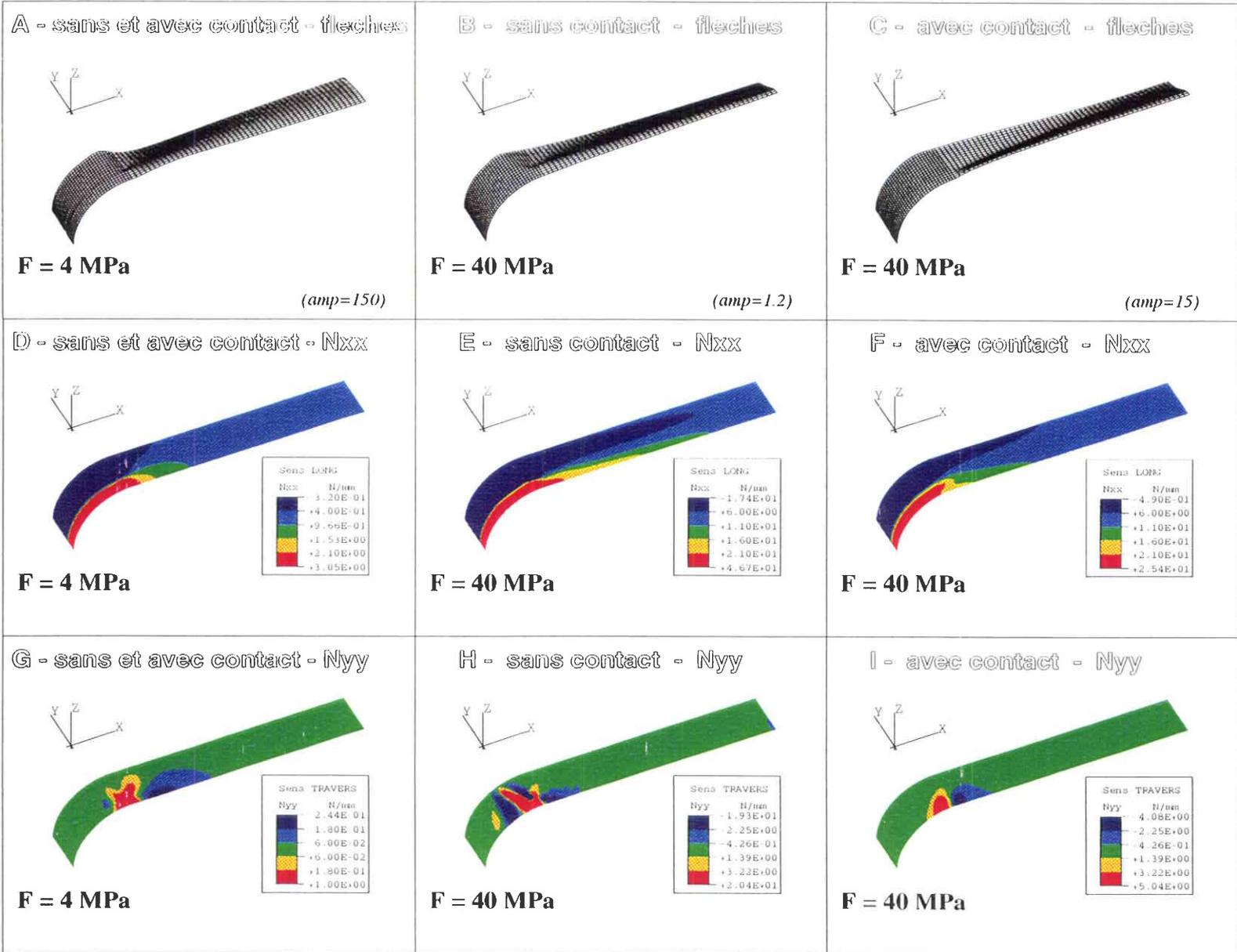


Fig. 4: comparaison des déformées et des contraintes généralisées à 4 et 40 MPa - calculs avec et sans gestion du contact bande/cônes - $p = 5,77 \text{ mm/m}$

1 - Le développement du contact entre la bande et les cônes

La modélisation numérique avec gestion du contact va nous permettre d'étudier la façon dont s'établit le contact entre la bande et les cônes du rouleau ainsi que les effets du contact sur le comportement de la bande. Pour ce faire, on s'appuyera sur le calcul non-linéaire sans gestion du contact (partie 4 - chapitre III). Avec cette modélisation, la pente des cônes peut être considérée comme infinie ou du moins suffisamment forte, pour qu'aucun contact n'ait lieu entre les cônes et la bande, quelle que soit la traction appliquée. On comparera ainsi les deux calculs avec et sans gestion du contact bande/cônes. Pour plus de commodité, on parlera plus simplement de "calculs avec contact" et de "calculs sans contact". La pente est prise égale à $p = 5,77 \text{ mm/m}$ pour le calcul avec contact. On a représenté figure 4 les déformées et la répartition des contraintes de membrane dans le sens long et dans le sens travers, pour deux niveaux de chargement. Ces résultats seront commentés tout au long de ce paragraphe.

1-1 Evolution du contact en fonction du chargement

La figure 5 représente différentes étapes de l'évolution du contact lorsque le chargement appliqué sur la bande est augmenté. On note qu'à un chargement faible de $F = 0,4 \text{ MPa}$, le contact se limite à la table, allant de la GPC jusqu'au sommet du rouleau. C'est également le cas pour $F = 4 \text{ MPa}$. A un chargement double, le contact s'initie sur le cône au niveau de la génératrice de premier contact, puis progresse ensuite vers la rive de la bande. Cette progression a d'abord lieu sur la GPC (d'où son appellation) avant de s'étendre vers le sommet du rouleau.

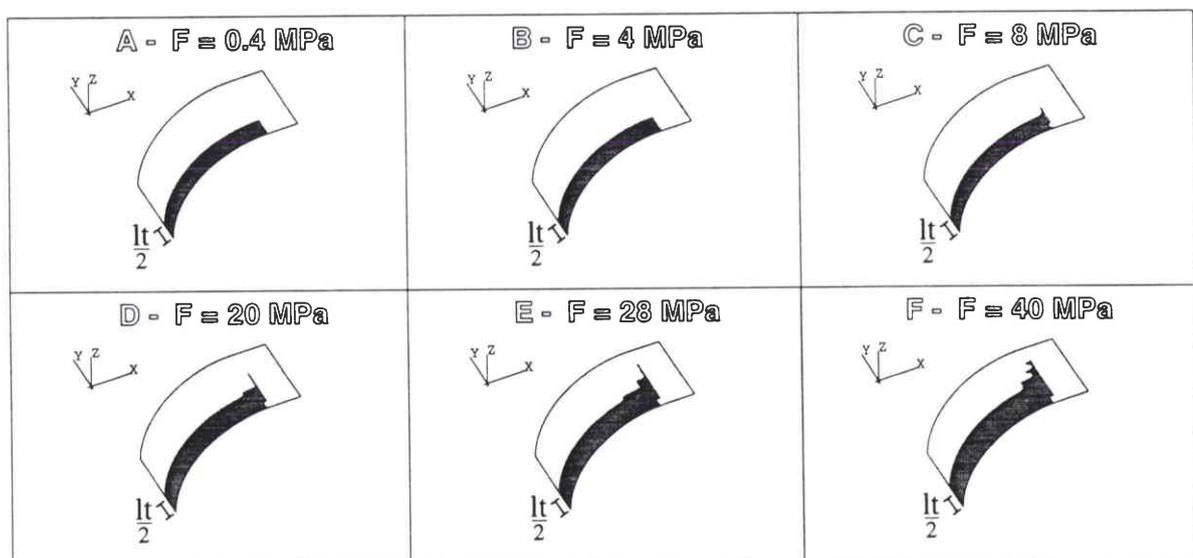


fig. 5: établissement progressif du contact en fonction du chargement

A 40 MPa, le contact n'est pas complet sur la GPC. A cette traction, on observe que le contact est établi "en dents de scie" vers la rive. Une analyse fine de l'extension du contact, montre que le contact se propage en "sautant" de deux en deux noeuds. Ce phénomène, d'ordre numérique, est inhérent à la gestion du contact pour les éléments coque. On le retrouvera sur d'autres schémas. Il est également visible dans la répartition des contraintes de pression: la pression n'est pas uniformément répartie, présentant une alternance de valeurs (élevées et faibles) dans le sens travers, d'une rangée d'éléments à l'autre. L'explication précise de ce phénomène nous est inconnue.

Sur la GPC, on remarque également qu'un décollement a lieu sur la table au centre de la bande. Celui-ci est bien visible sur la figure 6 où sont représentées les flèches dans la demi-largeur de la bande au niveau de la GPC. Le contact, correspondant aux portions de courbes confondues entre elles, s'établit progressivement entre la bande et le cône, lorsque F est augmenté.

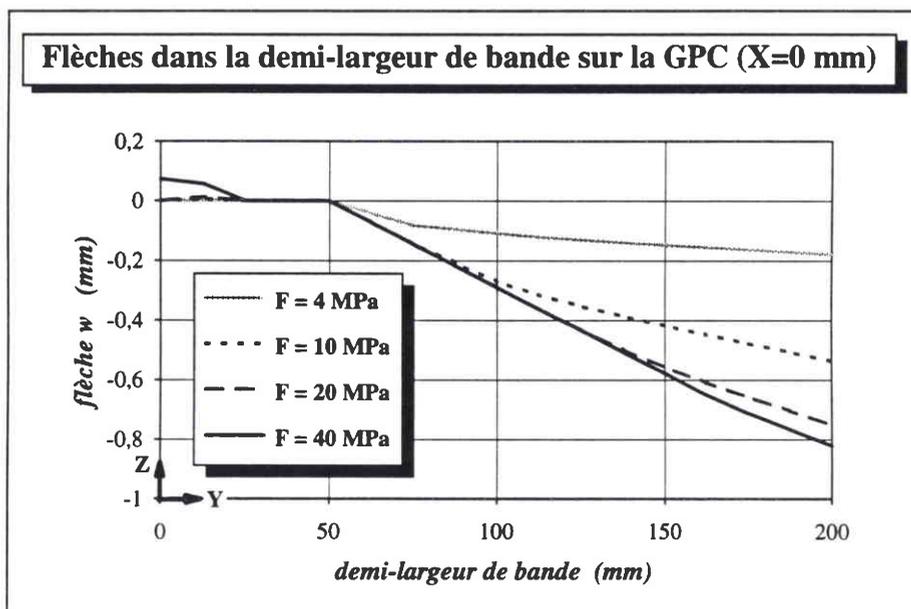


fig. 6: application progressive de la bande sur les cônes au niveau de la génératrice de premier contact au fur et à mesure de l'augmentation du chargement, avec décollement sur la table

La bande commence à entrer en contact avec les cônes du rouleau à 6,3 MPa. On a vu qu'il s'établit dans un premier temps le long de la GPC. Par ailleurs, les résultats sur la sensibilité du seuil de flambage linéaire à la variation de la largeur de table, ont montré dans le précédent chapitre combien la contrainte compressive secondaire et le flambage (T_{CF} et le mode) dépendent des conditions aux limites rencontrées par la bande au-dessus du rouleau.

L'extension du contact modifiant ces conditions aux limites, il est donc susceptible, tout comme une largeur de table plus grande, d'avoir d'importantes répercussions sur le comportement de la bande, et en particulier sur sa facilité à flamber.

1-2 Les déformées

On va s'intéresser à l'effet de la propagation du contact sur la déformée, en comparant les résultats à ceux du calcul sans contact. Pour chaque déformée de la figure 4, on a précisé la valeur du coefficient d'amplification utilisé (par $amp = \dots$). Afin qu'il soit possible de visualiser les ondulations, il a fallu prendre des coefficients d'ordres de grandeur différents. Par conséquent, ce sont les courbes de la figure 8 qui nous permettront de comparer les amplitudes des ondulations.

A $F = 4$ MPa, la déformée des deux calculs est identique. Lorsque le chargement est dix fois plus important, celle du calcul sans contact conserve une forme globalement similaire. L'ondulation se propage sur toute la longueur du brin modélisé. Ce dernier point est valable également pour la déformée du calcul avec contact. Cependant, le développement du contact a provoqué le déplacement de l'ondulation vers le centre de la bande; une deuxième ondulation est sur le point de se former.

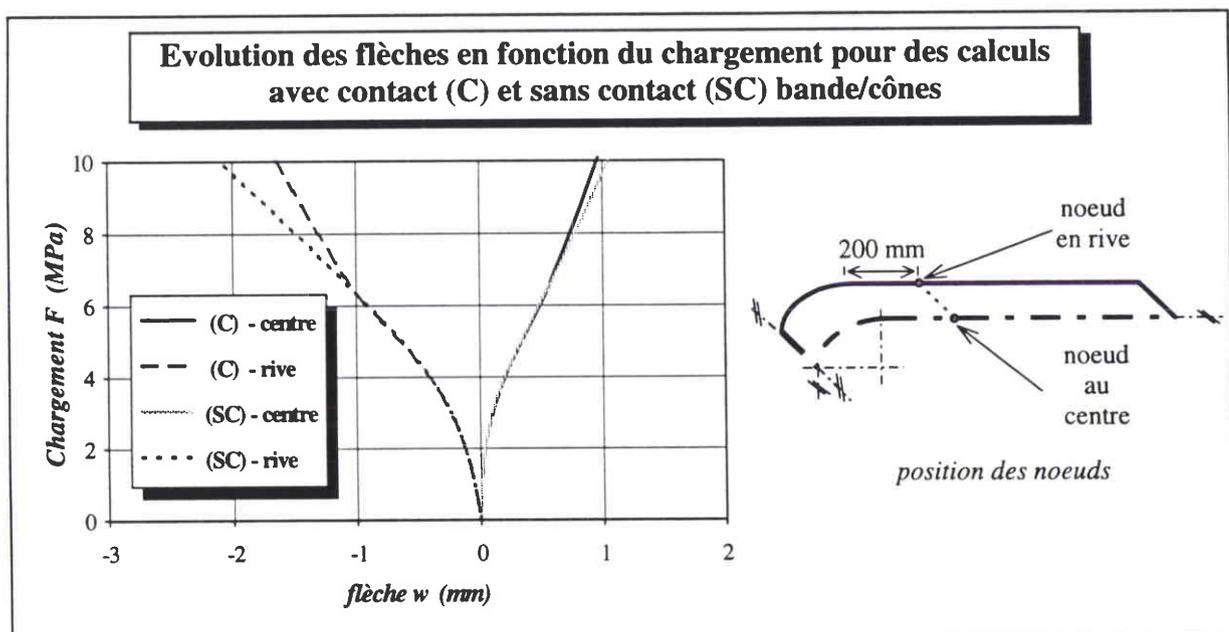
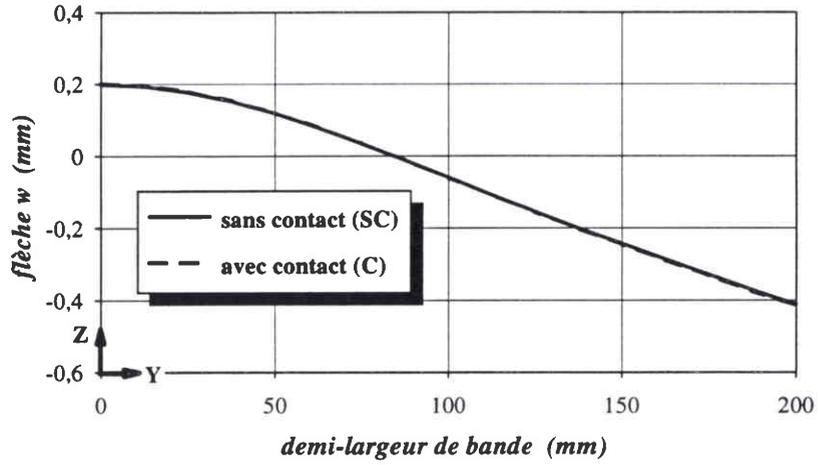


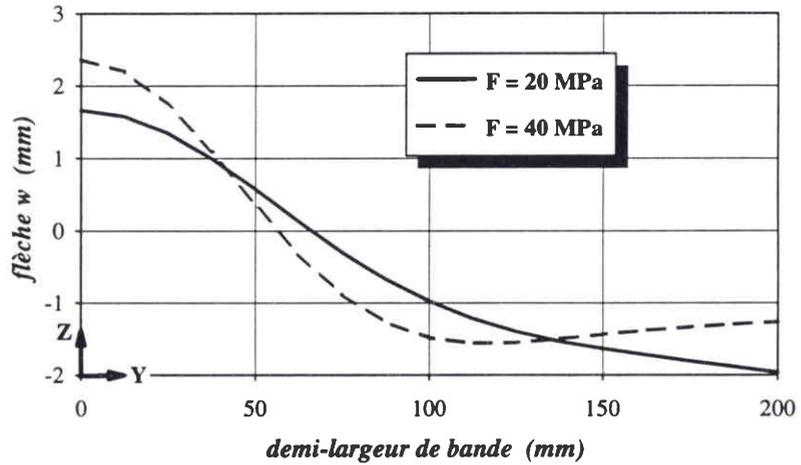
fig. 7: comparaison de l'évolution des flèches en fonction du chargement, en deux noeuds situés à 200 mm de la GPC au centre et sur la rive de la bande, pour des calculs avec et sans gestion du contact bande/cônes

**Ondulations dans la largeur de la bande pour trois chargements
- calculs avec et sans gestion du contact bande/cônes -**

F = 4 MPa



**CALCUL
AVEC CONTACT**



**CALCUL
SANS CONTACT**

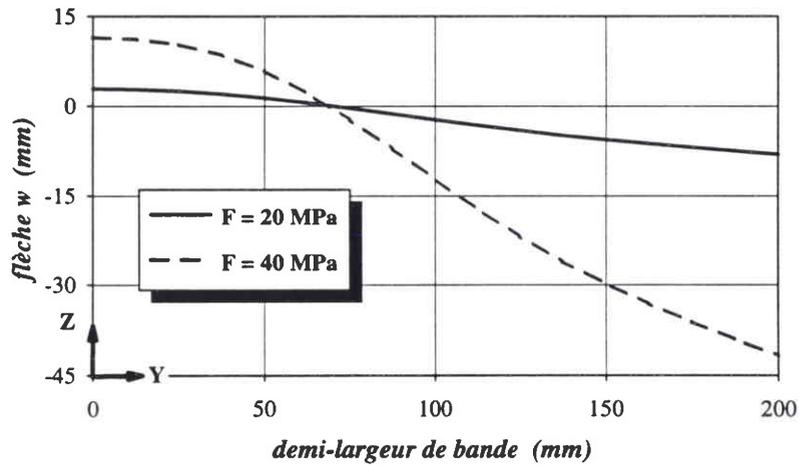


fig. 8: comparaison de l'évolution des flèches dans la largeur de la bande à 200 mm du rouleau, pour des chargements de $F = 4, 20$ et 40 MPa, avec et sans gestion du contact bande/cônes

Les amplitudes des flèches à 40 MPa sont très différentes. A 200 mm du rouleau, elles sont environ de 4 mm avec le contact et de 50 mm sans contact. Dans ce dernier cas, la bande est libre au-dessus des cônes et les flèches s'amplifient sans entrave dans la phase de postflambage. La présence de contact sur les cônes réduit considérablement cette amplitude. Ceci est effectif dès l'apparition du contact car l'évolution des flèches des deux calculs (figure 7), révèle que les amplitudes des ondulations diffèrent à partir de $F = 6,3$ MPa.

L'apparition et le développement d'un contact entre la bande et les cônes a donc deux répercussions sur les flèches: la réduction de l'amplitude des ondulations et l'évolution de la forme globale de la bande, de nouvelles ondulations apparaissant au fur et à mesure de l'augmentation du chargement.

On peut tenter d'interpréter cette modification de la forme de la déformée en faisant un parallèle avec les effets de la variation de la largeur de table mis en évidence dans le chapitre précédent. On a observé sur les figures 8 et 10 du chapitre III (calculs de préflambage linéaire), que les contraintes compressives sont d'autant moins étendues dans le sens long et d'autant plus étalées dans le sens travers que la valeur de l_t est importante. Il est possible de faire une analogie avec l'influence du rapport d'aspect sur le mode de flambage dans le cas classique d'une plaque sollicitée en compression (Brush et Almroth [3]): la plaque flambe avec un nombre d'ondulations d'autant plus important que son rapport d'aspect (longueur des bords non sollicités en compression / longueur des bords comprimés) est grand.

Or, en isolant la portion de bande en compression dans notre problème, on retrouve cette notion de rapport d'aspect. Nous avons vu que l'augmentation de l_t conduit à une zone en compression plus étalée dans la largeur de la bande et plus mince dans la longueur. Il s'ensuit la formation d'un plus grand nombre d'ondulations dans la largeur de la bande. Ces dernières, rappelons le, dépendent à la fois de la compression N_{YY} et des conditions aux limites rencontrées par la bande au-dessus du rouleau, elles mêmes liées à la largeur de table.

C'est bien ce que l'on retrouve dans le calcul avec contact bande/cônes: l'extension du contact sur les cônes est à mettre en parallèle avec une augmentation de l_t dans les calculs sans gestion du contact. Lorsque le chargement croît, cette extension du contact entraîne une modification de la déformée avec apparition progressive d'ondulations (ce que l'on reverra également plus loin).

1-3 Ecart de déplacement dans le sens long

On s'intéresse ici à l'écart dans le sens long sur la GPC entre le déplacement en rive et le déplacement en centre bande ΔU_x . L'évolution de ΔU_x en fonction du chargement avait permis de mettre en évidence l'apparition du flambage avec le calcul sans contact. On va comparer ici cette courbe avec celle du calcul avec contact (figure 9). Rappelons que le contact commence à se développer sur les cônes au-delà de $F = 6,3$ MPa. Cette valeur est supérieure au seuil à partir duquel la structure flambe (perte de la linéarité). On voit que les deux courbes sont confondues jusqu'à 6,3 MPa, et que le contact tend ensuite à réduire la croissance de ΔU_x .

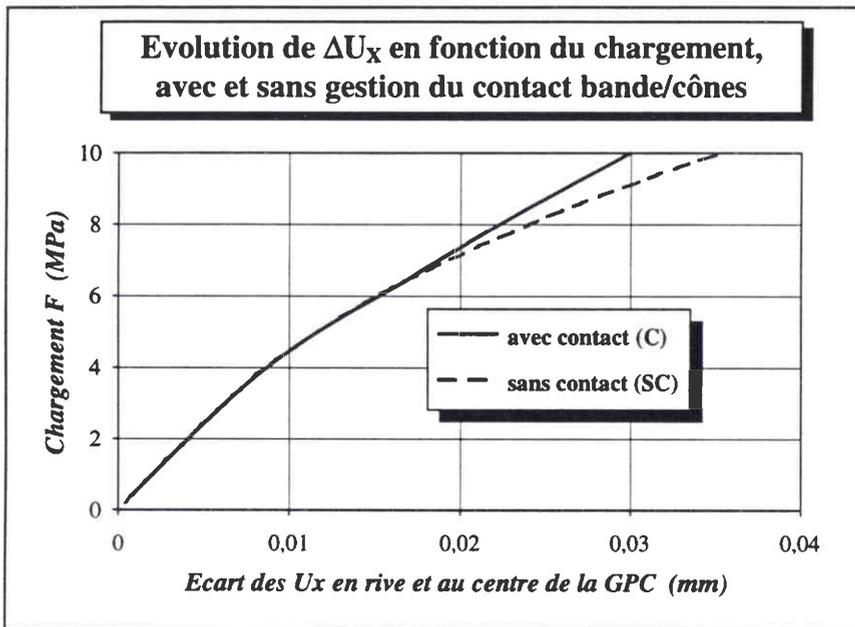


fig. 9: évolution de ΔU_x , écart dans le sens long sur la GPC entre le déplacement en rive et le déplacement en centre bande, en fonction du chargement, pour un calcul avec contact et un calcul sans gestion du contact bande/cônes

On en conclut donc que pour une valeur de pente $p = 5,77$ mm/m, le contact survient alors que la bande a déjà flambé. L'évolution de ΔU_x en est modifiée dès que le contact s'établit. On a montré que la contrainte compressive N_{YY} générée par la variable ΔU_x , évolue de la même manière que cette dernière lorsqu'aucun contact bande/cônes n'est existant. Nous pouvons donc supposer que N_{YY} sera également affectée par l'apparition du contact. C'est ce que l'on se propose d'étudier à la suite.

1-4 Contrainte de compression secondaire

La comparaison des contraintes N_{XX} et N_{YY} à faible chargement (4 MPa) révèle comme pour les flèches que le comportement de la bande avec et sans modélisation du contact est identique à ce niveau de traction (figure 4 - D et G). Des différences marquées concernant la répartition et les valeurs des contraintes existent par contre à 40 MPa.

Pour N_{XX} (figure 4 - E et F) les valeurs maximales sont beaucoup plus fortes dans le cas sans contact. Ces valeurs se situent au niveau du rouleau. La partie où la bande est "tendue" dans le sens long se limite à la table lorsqu'aucun contact n'est développé sur les cônes. Lorsqu'il y a contact, cette zone s'étale également sur les cônes. Il s'ensuit une concentration moins forte des N_{XX} .

Les contraintes dans le sens travers N_{YY} présentent une répartition très chahutée dans le cas sans contact (figure 4 - H) avec des valeurs maximales importantes. Ceci est imputable aux fortes flèches qui se développent dans la zone de la GPC. On notera que l'existence de contact sur les cônes (figure 4 - I), réduit considérablement N_{YYmax} qui n'est que de 4,08 N/mm en compression comparée à 19,3 N/mm sans contact. Les zones en traction et en compression ont des étendues similaires par leur forme.

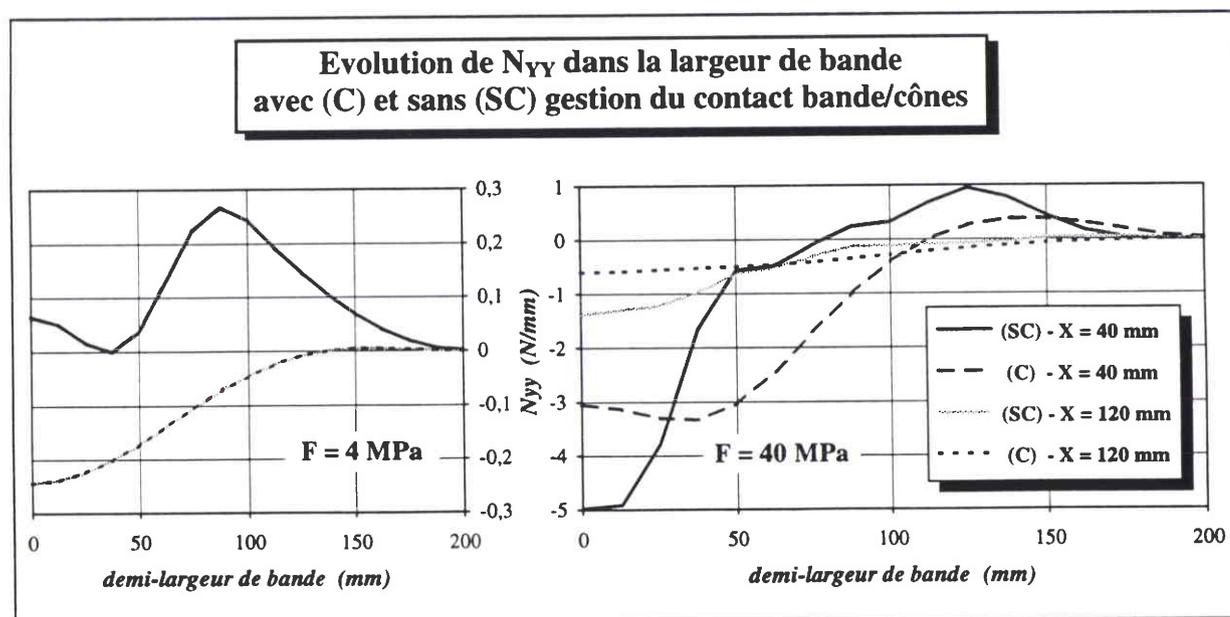


fig. 10: répartition de la contrainte compressive dans la demi-largeur de la bande aux deux distances du rouleau $X = 40$ et 120 mm, pour les deux chargements $F = 4$ et 40 MPa

Les courbes de la figure 10 donnent la répartition de la contrainte secondaire N_{YY} dans la demi-largeur de bande. Pour $F = 4$ MPa, les courbes des deux calculs sont confondues. A $X=40$ mm du rouleau, N_{YY} est en traction, alors qu'à $X=120$ mm de la GPC, la bande est comprimée en son centre. C'est à cette distance qu'est localisée à ce chargement la valeur maximale en compression de N_{YY} . Lorsque le chargement est dix fois plus important, on constate que la bande est plus fortement comprimée à 40 mm qu'à 120 mm du rouleau. Les valeurs extrêmes des courbes avec contact sont moins élevées que celles du cas sans contact. On notera l'aspect "haché" de la courbe sans contact, qui amène à s'interroger sur le caractère suffisamment dense du maillage à ce chargement.

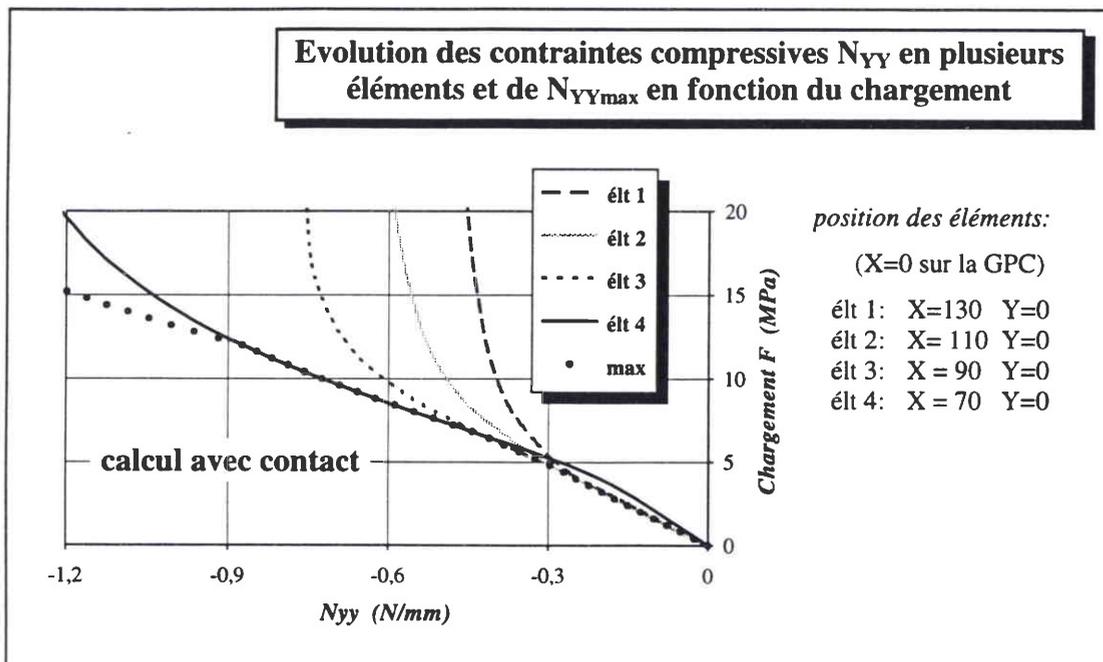


fig. 11: suivi de l'évolution des contraintes en compression en fonction du chargement, pour les quatre premiers éléments où N_{YY} est successivement maximale en compression et traçage de la courbe de l'intensité maximale en compression N_{YYmax} - calcul avec contact -

On rappelle que l'apparition du flambage se caractérise par une perte de la linéarité des contraintes compressives N_{YY} en fonction de F et que cela s'accompagne d'un déplacement de la position de la valeur maximale en compression N_{YYmax} vers le rouleau (illustration figure 11). C'est ce phénomène que l'on vient de commenter sur les courbes de répartition de N_{YY} dans la largeur de bande (figure 10). Dans les calculs avec et sans contact, ce déplacement s'amorce au même chargement et reste identique tant que le contact n'a pas commencé à se développer. La position de N_{YYmax} varie ensuite plus lentement lorsque F croît pour le calcul avec contact.

La comparaison des courbes N_{YYmax} en fonction de F avec et sans contact (figure 12) permet de faire le même constat que pour les flèches et l'écart de déplacement ΔU_X : le contact qui apparaît à 6,3 MPa, agit sur l'évolution de N_{YYmax} en réduisant l'amplification de sa valeur.

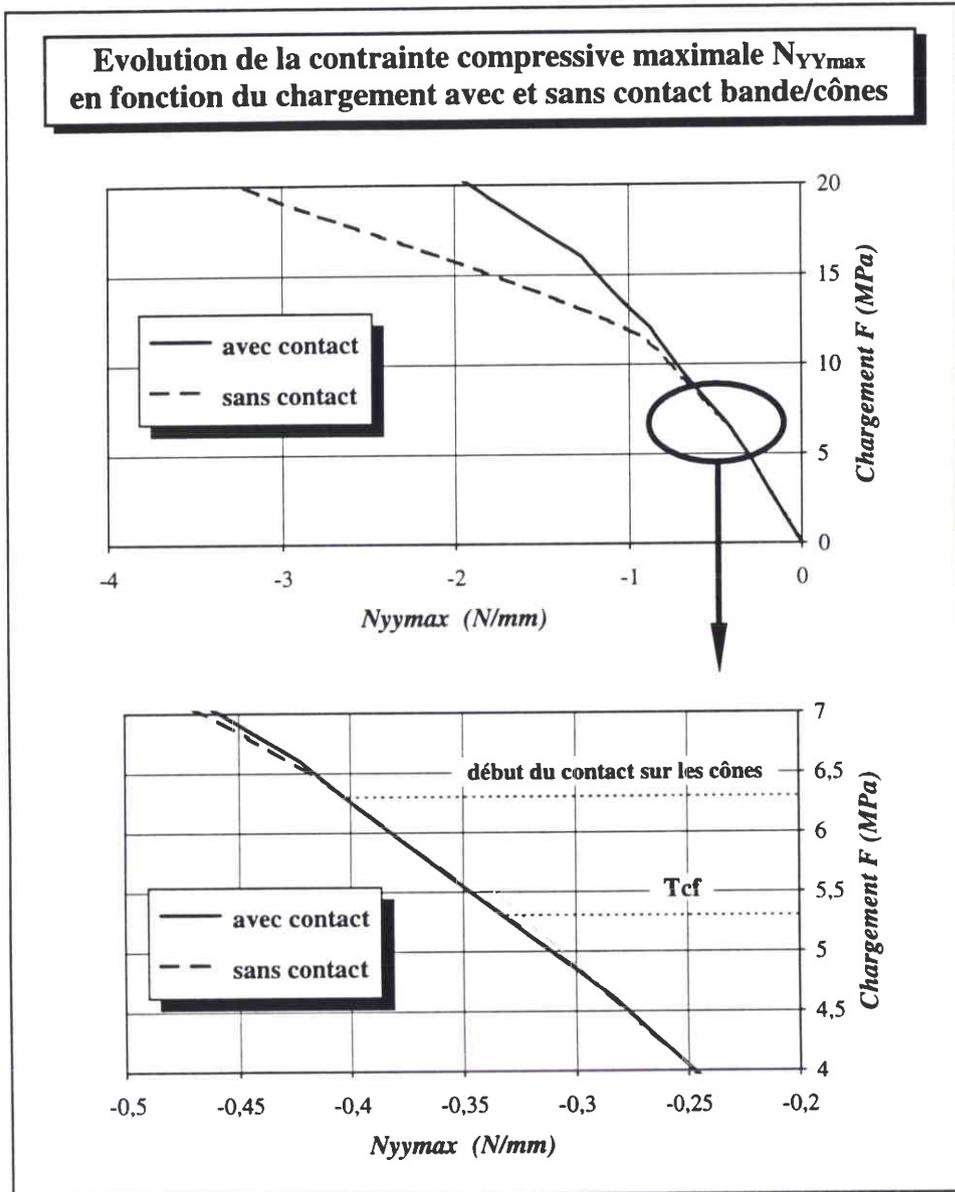


fig. 12: comparaison de l'évolution de la contrainte compressive maximale N_{YYmax} en fonction du chargement, pour des calculs avec et sans gestion du contact bande/cônes

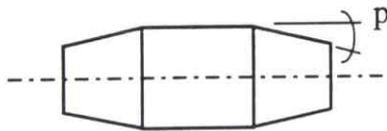
1-5 Conclusion

Nous avons mis en évidence dans cette partie que le contact qui se développe entre la bande et les cônes du rouleau a pour effet de réduire le développement du postflambage. En effet, en s'étendant sur les cônes, ce contact modifie les conditions aux limites que la bande rencontre au-dessus du rouleau. Une rigidité supplémentaire est en quelque sorte apportée à la bande. Par conséquent, le contact provoque un développement moindre de l'amplitude des ondulations de flambage, de la valeur de l'écart ΔU_X et des contraintes maximales N_{XX} et N_{YY} par rapport au calcul sans contact. Sont modifiées également la répartition des ondulations dont le nombre s'accroît et la position de $N_{YY_{max}}$, qui s'approche plus lentement du rouleau.

Or, nous nous trouvons là dans une situation où le contact sur les cônes se manifeste à partir d'un seuil de chargement supérieur à celui d'apparition du flambage. Tout naturellement, on se demande ce qu'il en serait si ce seuil de "début de contact" était inférieur à la traction critique de flambage. Un moyen très simple de faire baisser ce seuil est de diminuer la valeur de la pente des cônes, ce que nous allons faire dans la partie suivante.

2 - Interactions flambage/contact

Les résultats de calculs obtenus avec trois rouleaux de pentes différentes sont présentés ici. La pente est l'unique paramètre qui varie d'un calcul à l'autre. Le calcul ayant la plus forte valeur de pente (p_3), est celui qui a permis de faire la comparaison avec la modélisation sans gestion du contact bande/cônes (partie 1 du chapitre). Les trois pentes sont les suivantes:



$$p_1 = 0,44 \text{ mm/m}$$

$$p_2 = 1,33 \text{ mm/m}$$

$$p_3 = 5,77 \text{ mm/m}$$

On va d'abord comparer la façon dont se propage le contact pour p_1 , p_2 et p_3 , avant d'aborder les diverses répercussions de ce contact sur le flambage.

2-1 Evolution du contact en fonction du chargement

Il est logique de penser que l'étendue de la zone où la bande se trouve en contact avec le rouleau est fonction de la pente des cônes. C'est bien ce que l'on constate en comparant les zones en contact lorsque F varie (figure 13):

- $F = 0,4 \text{ MPa}$ → le contact est uniquement localisé sur la table de chaque rouleau
- $F = 1 \text{ MPa}$ → pour p_1 , le contact commence à se développer sur les cônes
- $F = 2 \text{ MPa}$ → initiation du contact sur les cônes pour p_2
- $F = 8 \text{ MPa}$ → le contact s'initie également sur les cônes pour p_3
- $F = 20 \text{ et } 40 \text{ MPa}$ → le contact s'étend pour les trois pentes

Le contact commence à se propager sur les cônes aux chargement suivants:

$$- F_1 = 0,56 \text{ MPa} \quad \text{pour } p_1$$

$$- F_2 = 1,7 \text{ MPa} \quad \text{pour } p_2$$

$$- F_3 = 6,3 \text{ MPa} \quad \text{pour } p_3$$

Pour la pente la plus faible, le contact devient complet à partir de 33,2 MPa. On retrouve alors successivement les trois cas observés lors des essais sur la maquette à deux rouleaux (figure 12 du chapitre II): de localisé sur la GPC en rive, le contact s'étend progressivement jusqu'à ce que la rive soit en contact avec le rouleau sur toute la demi-circonférence du rouleau.

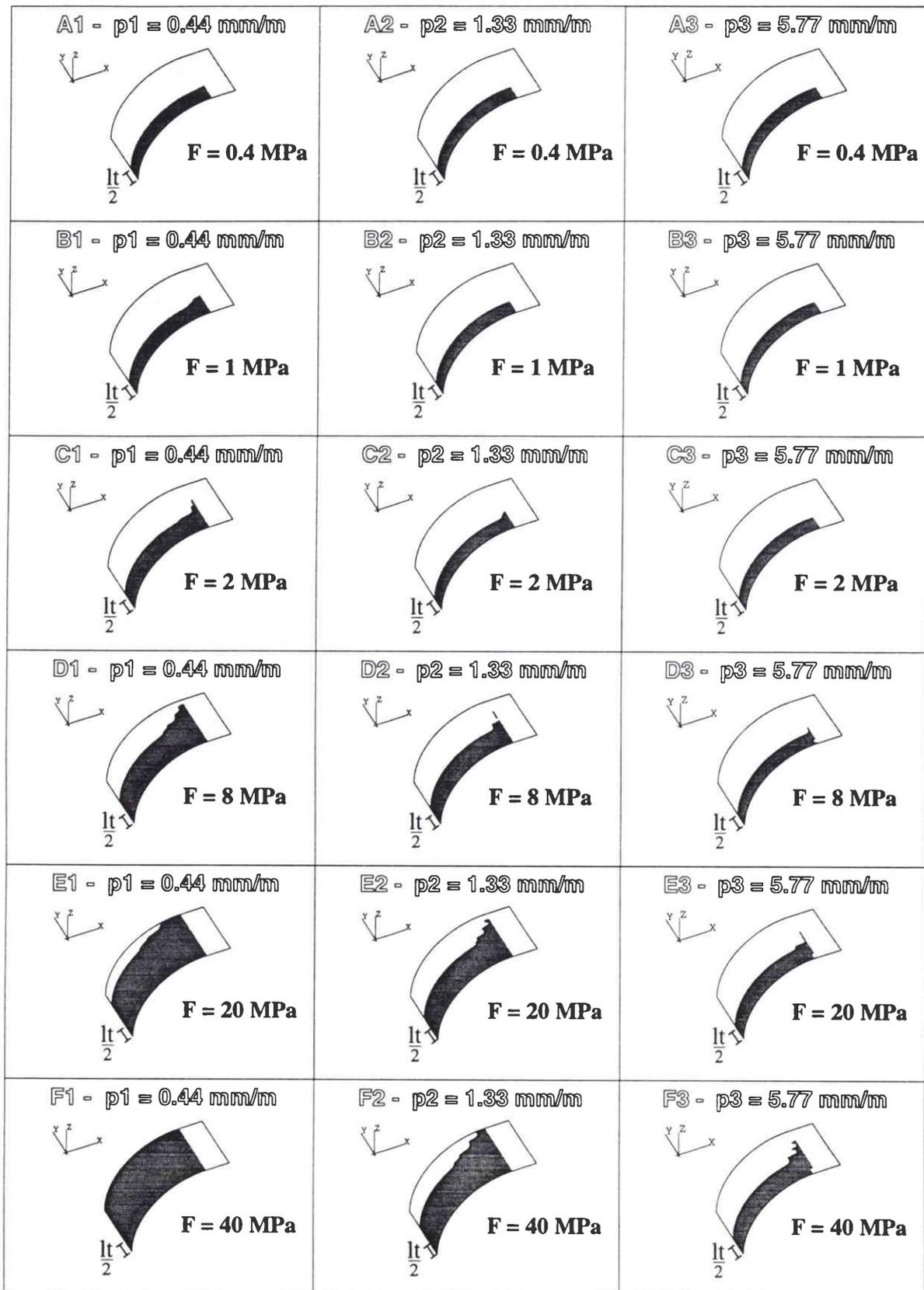


fig. 13: évolution en fonction du chargement de l'étendue du contact entre la bande et trois rouleaux de pente $p_1 = 0,44 \text{ mm/m}$, $p_2 = 1,33 \text{ mm/m}$ et $p_3 = 5,77 \text{ mm/m}$

On retrouve également que le contact s'établit d'abord sur la génératrice de premier contact avant de se propager vers le sommet du rouleau. Or, pour p_3 , on a vu comment ce contact, dont l'extension modifie la rigidité géométrique de la bande sur le rouleau, réduit l'influence du postflambage sur le comportement de la bande. Dans ce cas, le contact s'initie sur les cônes dans la phase de postflambage ($F_3 = 6,3$ MPa), la bande flambant progressivement à partir de 2,2 MPa. Pour les rouleaux de pente p_1 et p_2 , ce contact apparaît à un chargement inférieur ($F_1 = 0,56$ MPa et $F_2 = 1,7$ MPa). Quelle est alors l'action du contact sur le comportement en déplacement et en contraintes de la bande?

2-2 Ecart de déplacement dans le sens long

Nous avons précédemment montré que l'écart de déplacement entre la rive et le centre de la bande ΔU_x , est une variable dont l'évolution en fonction du chargement met en évidence le préflambage, l'instabilité de flambage et l'effet du contact, dans le cas du rouleau de pente p_3 . La courbe pour p_3 est redonnée sur la figure 14, avec celles de p_1 et p_2 .

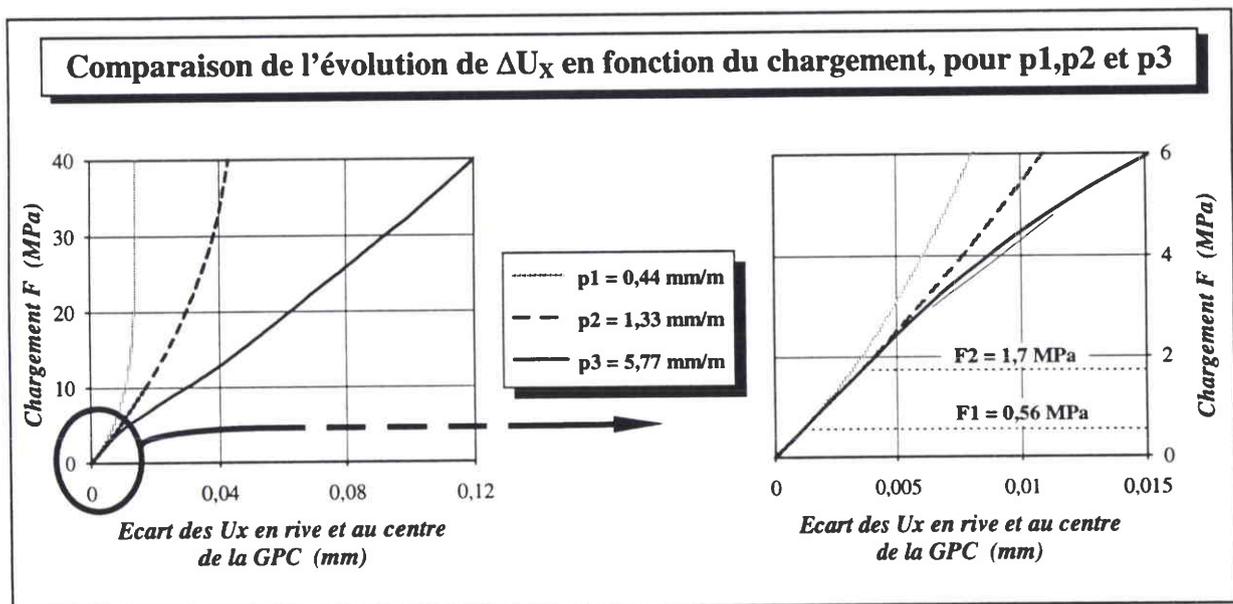


fig.14 : évolution de l'écart ΔU_x dans le sens long sur la GPC entre le déplacement en rive et le déplacement en centre bande, en fonction du chargement, pour les trois pentes $p_1 = 0,44$ mm/m, $p_2 = 1,33$ mm/m et $p_3 = 5,77$ mm/m

Pour la pente p1, la courbe est linéaire jusqu'au chargement F1, puis son évolution devient non-linéaire. La progression de ΔU_x en fonction de F, atténuée par l'étalement du contact sur les cônes, n'évolue plus que très peu au-delà de 20 MPa et se stabilise lorsque le contact est totalement établi entre la bande et le rouleau. Pour p2, on observe une progression similaire, la courbe se dissociant de celle de p3 à partir de F2. ΔU_x tend également à se stabiliser, mais à 40 MPa, cette stabilisation n'est pas encore effective, la bande n'étant pas complètement en contact avec le rouleau.

L'effet stabilisant du contact sur ΔU_x apparaît donc ici. Les courbes de pentes p1 et p2 ne présentent pas l'évolution caractérisant les phases de flambage et de postflambage visible pour p3. De plus le contact se développe à partir d'un chargement inférieur au seuil au-dessus duquel la structure flambe avec p3. Doit-on en conclure que la bande ne flambe pas avec les rouleaux de pente p1 et p2?

2-3 Contraintes compressives

Les champs de contraintes N_{xx} et N_{yy} pour les trois pentes p1, p2 et p3 sont représentés sur la figure 15. A 0,4 MPa (A et B), le contact n'a commencé à se développer sur aucun des trois cônes. Les trois calculs donnent des résultats identiques.

Pour N_{xx} , la tension se répartit au niveau du rouleau dans toute la largeur de bande en contact avec ce rouleau. A 0,4 MPa, elle est donc concentrée sur la table et ne s'étale guère plus pour p3 à 40 MPa (E). Elle s'étend par contre sur environ la moitié de la largeur de bande pour p2 (D) et sur toute la largeur pour p1 (C). Dans ce dernier cas, la valeur maximale de N_{xx} est divisée par deux par rapport à celle de p3.

Ce rapport entre valeurs extrêmes est plus important pour les contraintes secondaires N_{yy} puisqu'il est environ de six: en compression, $N_{yy_{max}} = -4,08$ N/mm pour p3 et $-0,65$ N/mm pour p1. En raison de ces écarts importants entre les champs des trois rouleaux, il n'est pas envisageable de présenter les contours F, G et H, avec des isocontraintes de valeur identique. Il est donc difficile de montrer les différences de répartition des contraintes dans la bande d'une pente à l'autre.

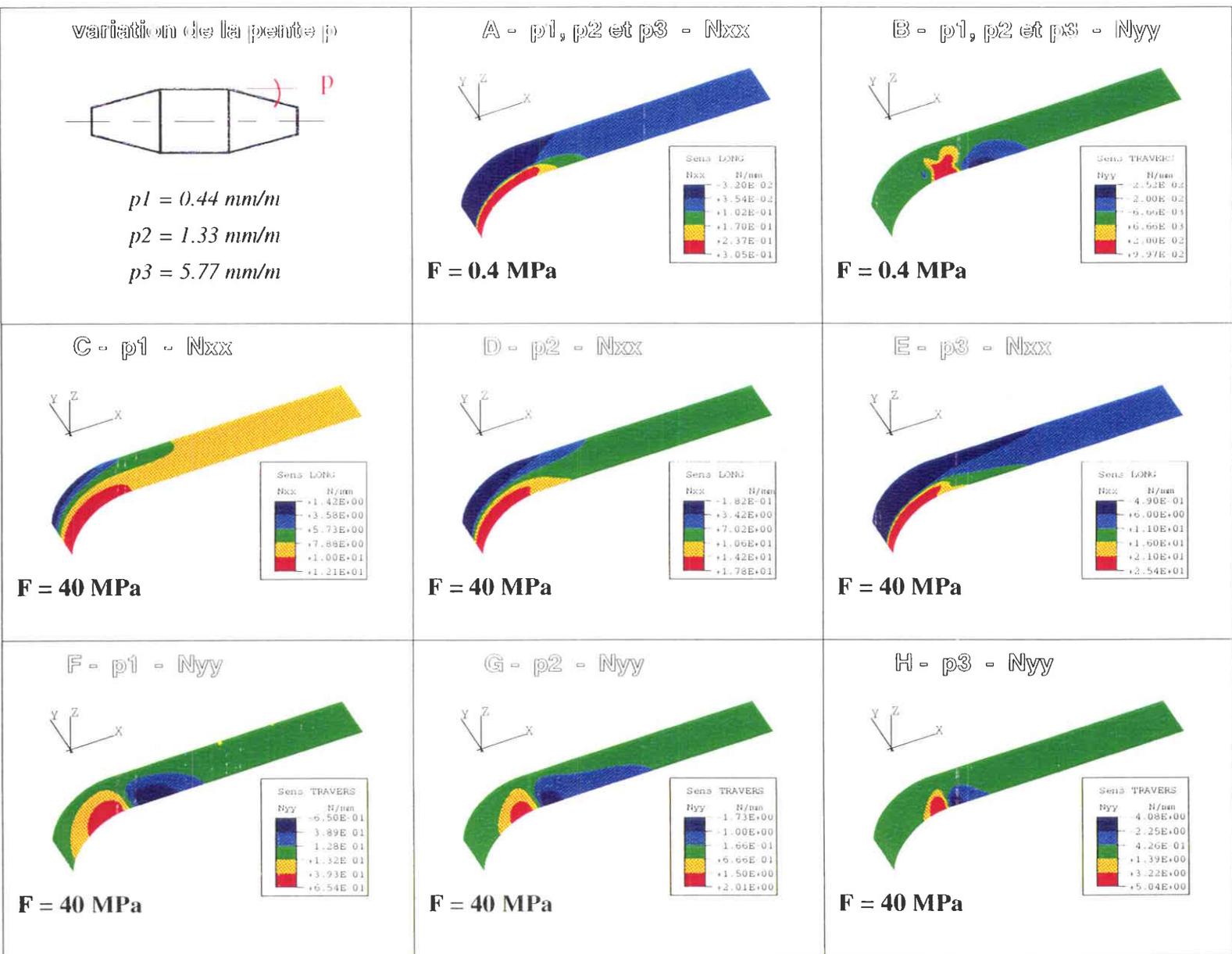


Fig. 15: comparaison des champs de contraintes N_{xx} et N_{yy} à 0,4 et 40 MPa, pour les rouleaux de pente $p1 = 0,44 \text{ mm/m}$, $p2 = 1,33 \text{ mm/m}$ et $p3 = 5,77 \text{ mm/m}$

Toutefois on notera les points suivants: pour p1, outre les faibles valeurs de N_{YY} , on remarque les formes très voisines des deux zones en traction et en compression ainsi que les niveaux très proches de leurs valeurs extrêmes. Par ailleurs, la position de N_{YYmax} reste cantonnée au même endroit sur la bande quelque soit le chargement appliqué. Tous ces points notés pour p1, correspondent à une situation où le contact s'est établi totalement sans qu'il y ait eu flambage de la bande.

Les calculs révèlent une similitude entre p2 et p3 concernant la "mobilité" de N_{YYmax} . Dans les deux cas, N_{YYmax} se déplace sur la bande. Ceci se produit à partir de 2,8 MPa pour p2 et de 2,2 MPa pour p3. On a auparavant présenté le déplacement de la position de N_{YYmax} comme étant l'un des critères caractérisant l'état flambé (et postflambé) de la bande. Il s'ensuit donc pour p2, que le contact commence à se développer sur les cônes ($F2 = 1,7$ MPa) puis que la bande flambe à un chargement supérieur. D'autre part, l'existence de ce contact repousse le seuil de flambage de la bande, qui passe de 2,2 à 2,8 MPa. La bande flambe donc avec p2, mais ceci n'est pas "lisible" sur la courbe de ΔU_x . Regardons si l'évolution de N_{YYmax} en fonction du chargement concorde avec celle de ΔU_x ou s'il est au contraire possible de déduire de cette courbe que la bande flambe.

Pour p1 et p3, la figure 16 montre que l'allure des courbes N_{YYmax} (linéarité, augmentation ou diminution des pentes) est la même que pour ΔU_x . Pour p2, la courbe est linéaire jusqu'à F2 puis, la tendance générale de la pente est d'augmenter progressivement. Une diminution nette de la pente, caractérisant le flambage, n'est pas observée comme c'est le cas pour p3. On remarque toutefois que sa progression n'est pas toujours régulière. Ces irrégularités correspondent aux "sauts" de la contrainte maximale qui se déplace et passe d'une rangée d'éléments à une autre quand F augmente. Des variations similaires dans la pente de la courbe apparaissent pour la courbe p3 dans la phase de postflambage, lorsque F est inférieur à F3. Aussi, même si ce phénomène est d'ordre numérique, il témoigne qu'il y a bien déplacement de la contrainte sur la bande et donc flambage pour le rouleau de pente p2.

Par conséquent, la contrainte maximale en compression présente une évolution équivalente à celle de ΔU_x pour p3 et pour p1 mais diffère pour p2, révélant l'état postflambé de la bande. N_{YYmax} est une variable qui caractérise donc mieux le flambage que ΔU_x . Avec le suivi de l'évolution de la position de N_{YYmax} sur la bande, son évolution en fonction du chargement permet de détecter pour les trois pentes, s'il y a ou non flambage.

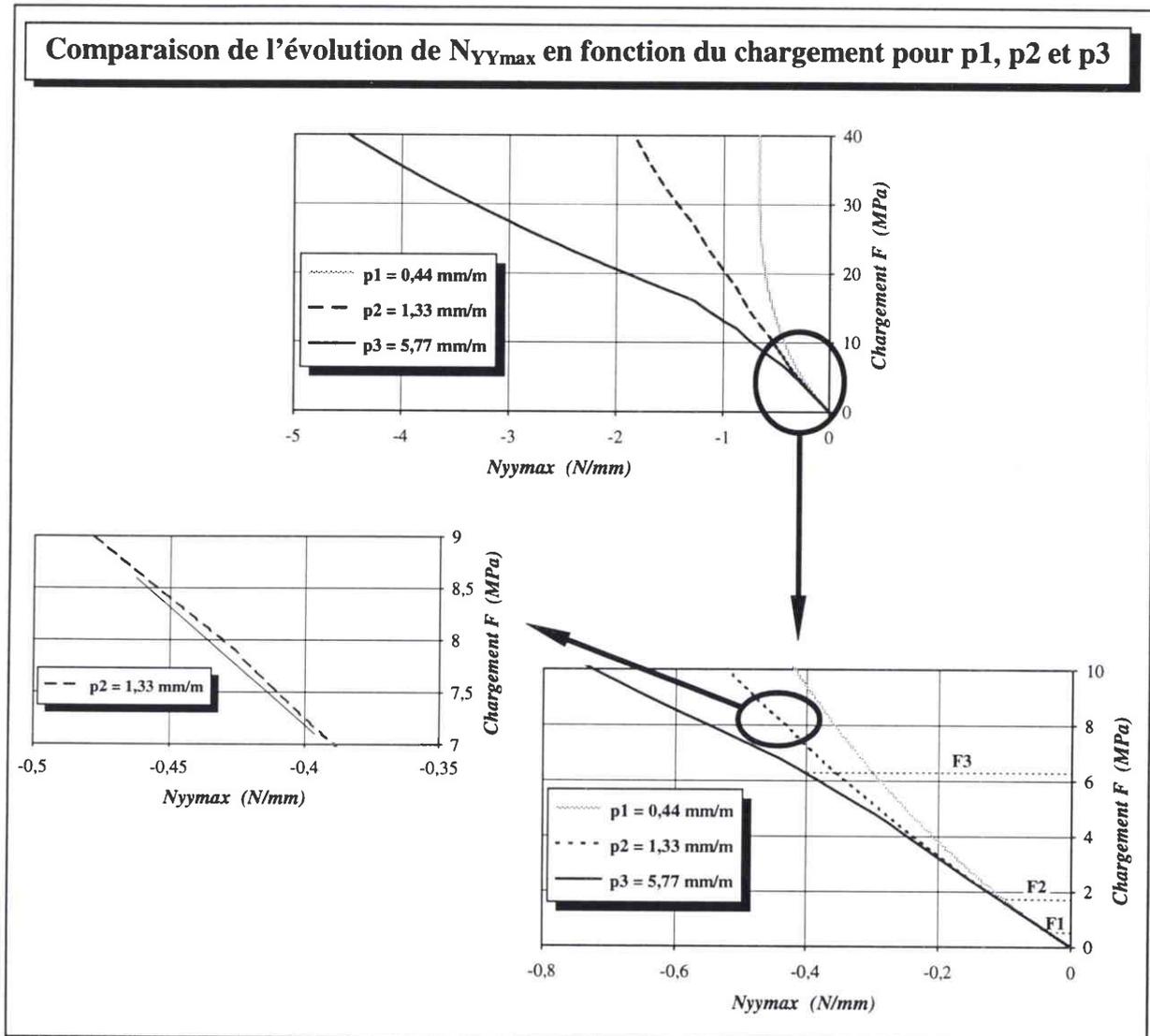


fig. 16: évolution de la contrainte secondaire compressive maximale N_{YYmax} pour les trois pentes $p1 = 0,44 \text{ mm/m}$, $p2 = 1,33 \text{ mm/m}$ et $p3 = 5,77 \text{ mm/m}$, en fonction du chargement

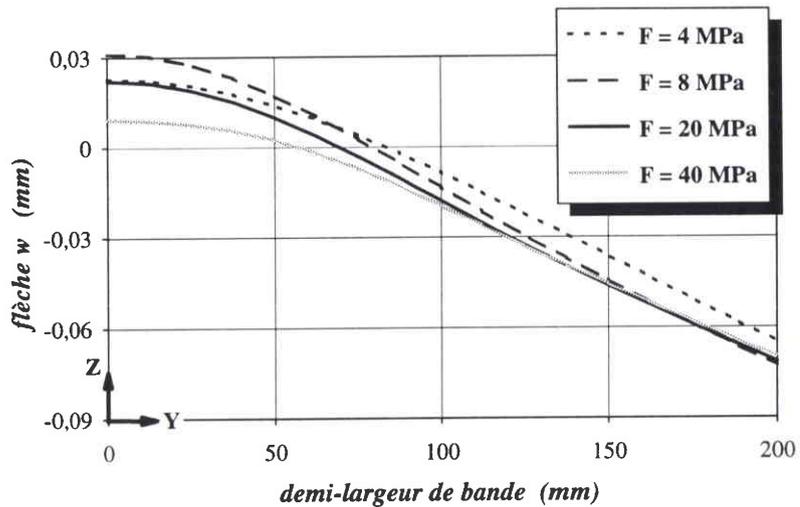
Une bande, en fonction de ses propres caractéristiques, de celles du rouleau et du procédé, peut donc se comporter suivant l'un des trois cas qui viennent d'être mis en évidence:

- ne jamais flamber, quel que soit F , (cas 1)
- flamber alors qu'elle se trouve en partie en contact avec les cônes du rouleau, (cas 2)
- flamber alors que le contact se limite à la table du rouleau. (cas 3)

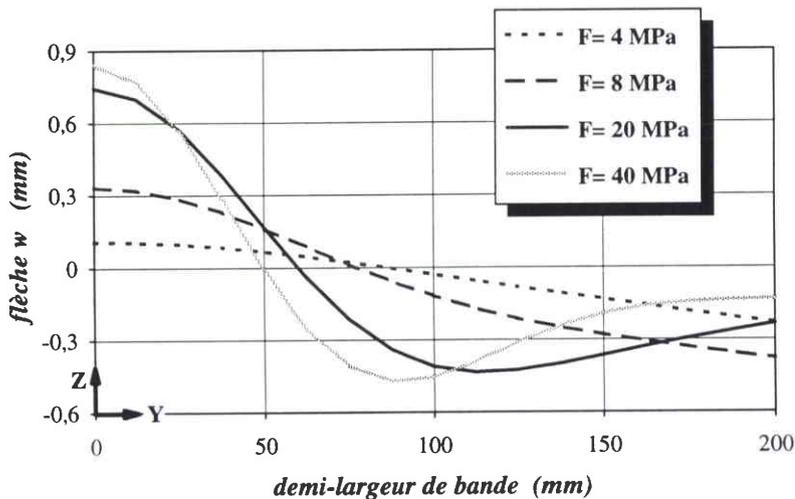
On a vu combien l'extension du contact sur les cônes influe sur les valeurs et la répartition des contraintes, et en particulier des contraintes secondaires. On a montré dans la première partie de ce chapitre que le contact réduit l'amplitude des flèches et modifie la forme globale de la bande dans le cas 3. Nous allons comparer ce dernier résultat aux cas 1 et 2.

Evolution des flèches dans la largeur de bande pour p1, p2 et p3

p1 = 0,44 mm/m



p2 = 1,33 mm/m



p3 = 5,77 mm/m

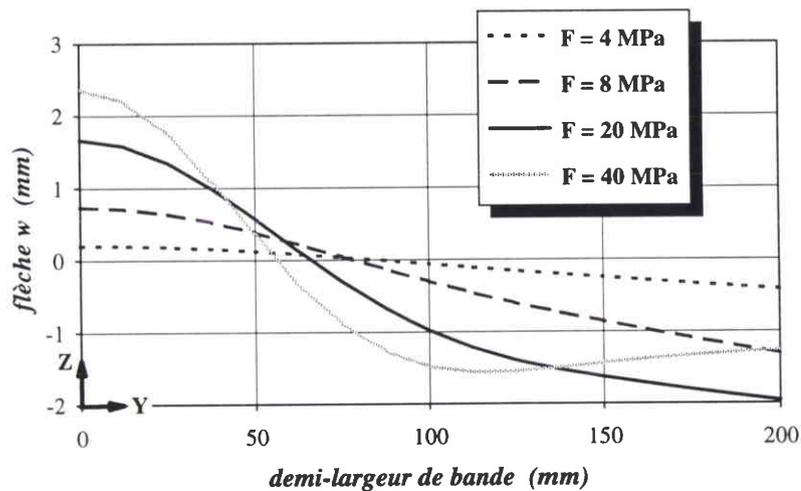


fig. 17: évolution des flèches dans la largeur de la bande à différents chargements, pour les trois pentes $p1 = 0,44 \text{ mm/m}$, $p2 = 1,33 \text{ mm/m}$ et $p3 = 5,77 \text{ mm/m}$, à une distance de 200 mm du rouleau

2-4 Déformées

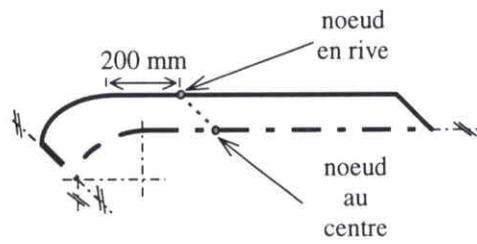
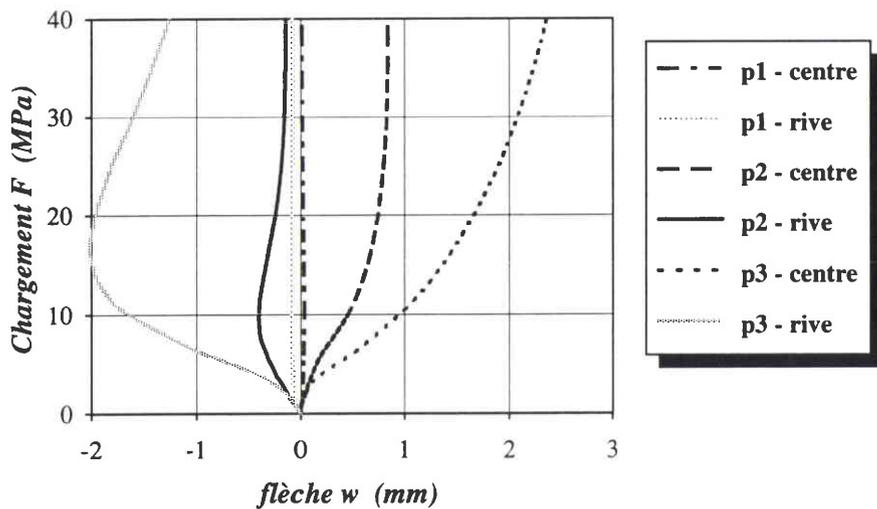
Lorsque l'on trace les ondulations dans la largeur de bande pour différentes valeurs de F (figure 17), on constate d'emblée que les amplitudes sont très différentes d'une pente à l'autre et qu'elles sont d'autant moins importantes que la pente est faible. La forme des ondulations fluctue également en fonction de la valeur de la pente des cônes.

Pour p_3 , on retrouve les courbes précédemment commentées: une première ondulation formée à faible chargement, semble se ramasser vers le centre de la bande; dans le même temps, une deuxième se développe à partir des rives lorsque F augmente. On a expliqué cette apparition de nouvelles ondulations comme étant une conséquence de l'extension du contact sur les cônes, et surtout sur la GPC. La rigidité de la bande au-dessus du rouleau d'une part, et la dimension de la compression secondaire équivalente au rapport d'aspect d'une plaque comprimée d'autre part, en sont modifiées. Cela génère la formation d'ondulations supplémentaires, au fur et à mesure que la traction sur la bande est augmentée.

Le même phénomène se produit pour p_2 . A $F = 20$ et 40 MPa, la formation de la deuxième ondulation est cependant plus avancée que pour p_3 , ce qui est justifié par l'étendue plus grande du contact. Dans le cas p_1 , puisque le contact est encore plus important, le nombre d'ondulations devrait être supérieur. Ce n'est absolument pas ce qui se passe. Quel que soit le niveau de traction appliqué, la bande ne forme qu'une seule ondulation. Nous avons précisé auparavant que la valeur maximale en compression du champ N_{YY} reste localisée au même endroit sur la bande lorsque F est augmenté. C'est un effet stabilisant du contact, qui agit sur le champ N_{YY} en conservant la répartition des contraintes en compression dans la bande. Par ailleurs, le contact empêche le flambage de se développer. Il n'est cependant pas possible d'affirmer, même si à l'évidence un lien existe par le truchement du contact, que la bande garde la même forme parce qu'elle ne flambe pas.

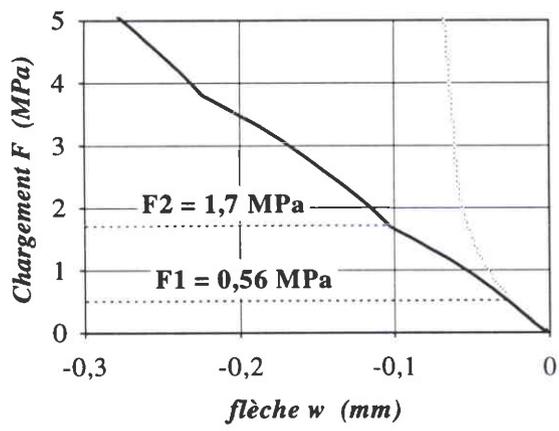
Ces courbes concernant p_1 nous révèlent également que le contact, une fois complètement établi, ne "fige" pas la déformée comme c'est le cas pour les valeurs des contraintes quand on continue à augmenter le chargement. L'amplitude des ondulations commence à décroître à une traction qui avoisine celle à laquelle le contact devient complet sur la GPC. Ainsi, quand F passe de 4 à 8 MPa l'amplitude augmente, puis elle diminue entre 8 et 40 MPa. Pour p_2 , on ne fait pas le même constat entre 20 et 40 MPa, alors que la bande touche le rouleau sur toute sa largeur au niveau de la GPC. La différence est alors que la bande est dans un état postflambé.

Evolution des flèches en fonction du chargement pour p1, p2 et p3



position des noeuds

flèches en rive pour p1 et p2



flèches en rive pour p2 et p3

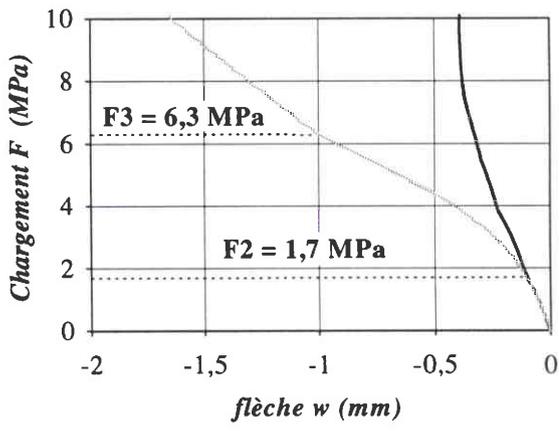


fig. 18: évolution des flèches en fonction du chargement pour les trois pentes $p1 = 0,44 \text{ mm/m}$, $p2 = 1,33 \text{ mm/m}$ et $p3 = 5,77 \text{ mm/m}$, au centre de la bande et en rive, à 200 mm de la GPC

Le chargement d'initiation du contact sur les cônes influe beaucoup sur l'amplitude des ondulations. La figure 18 rend bien compte de la différence d'ordre de grandeur des flèches existant entre chaque rouleau. Elle illustre également bien que l'action atténuante du contact intervient dès que celui-ci est initié: cette atténuation est effective et très marquée à partir de F_1 pour p_1 , de F_2 pour p_2 et de F_3 pour p_3 .

2-5 Conclusion

Dans cette partie, on a mis en évidence qu'en fonction de la configuration (bande/rouleau conique), la bande peut ne jamais flamber quel que soit le chargement appliqué, ou flamber lorsque la traction sur la bande est assez forte. Le flambage apparaît si cette configuration est telle que le développement des contraintes compressives et la capacité de la bande à se déplacer suivant la normale au-dessus du rouleau ne sont pas suffisamment entravés par l'action stabilisante du contact bande/rouleau.

Compte tenu du comportement non-linéaire de la bande, on parlera de "zone" critique de flambage, liée à un domaine de valeurs de F dans lequel le flambage apparaît. On a vu d'une part que le niveau de cette zone critique de flambage dépend de l'étendue de la bande en contact avec le rouleau à un chargement donné. D'autre part, les manifestations du flambage et du postflambage mis en évidence dans le précédent chapitre, sont d'autant moins marquées que le contact est développé à F donné.

En modifiant la valeur d'un paramètre dimensionnel (la pente p des cônes du rouleau), on a montré l'existence des trois cas suivants:

- cas 1 ($p < p_{ca}$): *absence de flambage* quel que soit F
- cas 2 ($p_{ca} < p < p_{cb}$): la bande entre en contact avec les cônes puis flambe si F continue à être augmenté (*contact puis flambage*)
- cas 3 ($p_{cb} < p$): la bande flambe puis, si F augmente, commence à s'appliquer contre le rouleau dans un état postflambé (*flambage puis contact*)

Il est possible de définir deux seuils, nommés ici p_{ca} et p_{cb} , délimitant ces trois cas. Ces pentes peuvent être considérées comme des pentes critiques. Ceci pourrait s'appliquer aux autres paramètres bande/cônes.

Nous allons maintenant nous pencher sur la sensibilité de la bande lorsque la longueur du brin modélisé varie, car nous avons atteint un stade suffisamment avancé dans ce rapport pour que tous les éléments permettant de comprendre cette partie aient été à présent énoncés.

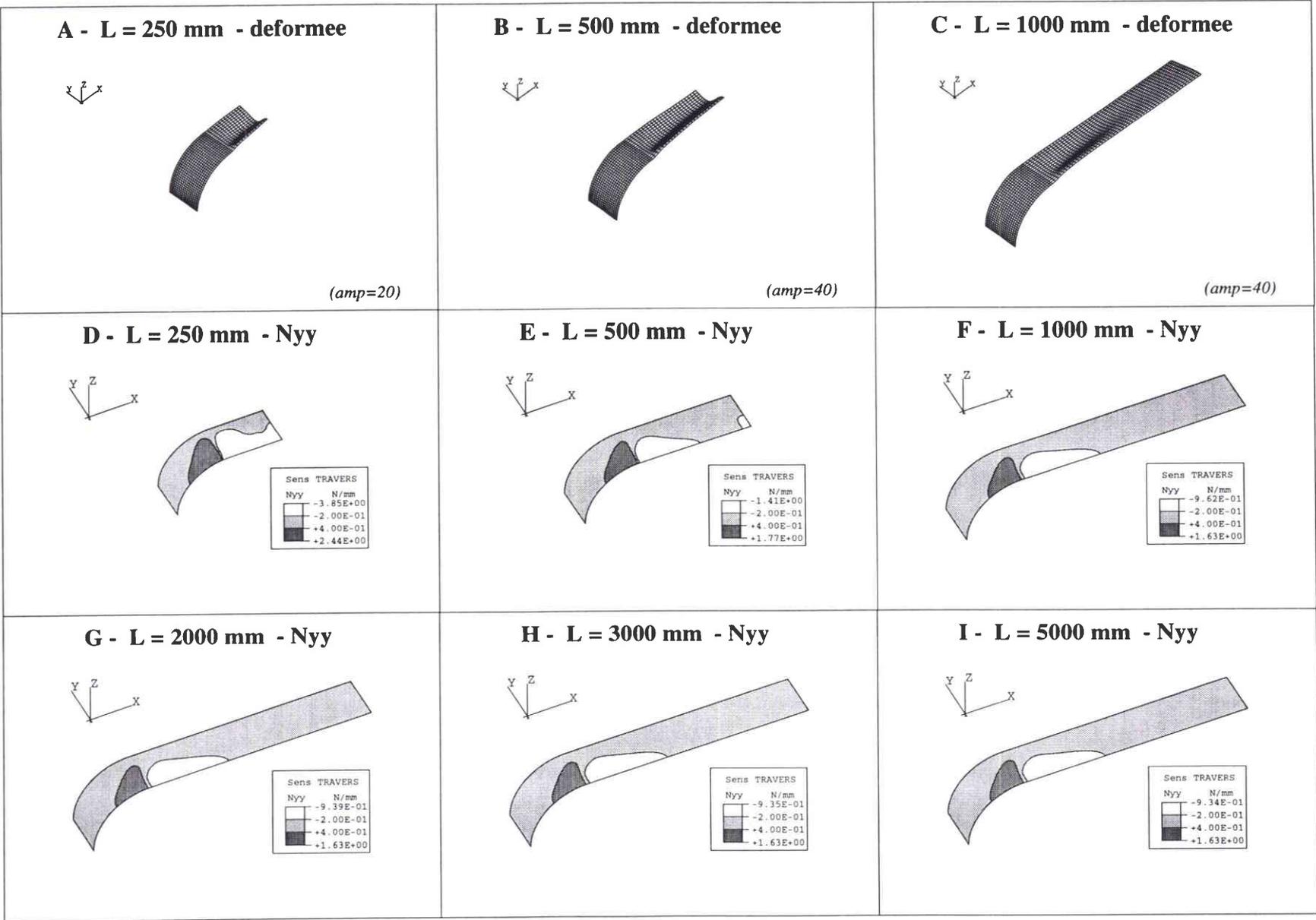


Fig. 19: comparaison des déformées et de la répartition du champ de contrainte secondaire N_{yy} à $F = 20$ MPa, pour une longueur de brin prenant pour valeurs $L = 250, 500, 1000, 2000, 3000$ et 5000 mm

3 - Influence de la longueur de brin

On traite ici l'influence de la variation d'un paramètre dont on a déjà montré les effets sur la traction critique de flambage dans le chapitre III. L'étude de l'influence de la longueur de brin effectuée par Demeure [4], est reprise avec une pente $p = 1,33 \text{ mm/m}$ à $F = 20 \text{ MPa}$. Cette pente, auparavant nommée p_2 , présente l'avantage de provoquer le flambage de la bande tout en favorisant le contact bande/cônes. Nous allons justifier a posteriori notre choix de 1 mètre de longueur de brin pour les calculs précédents.

Les caractéristiques des calculs sont identiques au calcul de pente p_2 déjà étudié, seuls L et le maillage fluctuent d'un calcul à l'autre. La longueur de brin L varie de 250 mm à 5000 mm (tableau de la figure 20). Il est fait en sorte que d'un maillage à l'autre, les dimensions des éléments soient conservées. Leur longueur dans le brin est toutefois légèrement moindre pour $L = 250 \text{ mm}$. Le nombre d'éléments n'est pas modifié dans la largeur et sur le rouleau, dans la longueur. Pour le brin, ce nombre varie avec la valeur de L dans le sens long.

longueur de brin (mm)	nombre d'éléments du maillage dans la ...			nombre de degrés de liberté
	longueur sur le rouleau	longueur brin	largeur	
250	32	13	16	3910
500	32	25	16	4930
1000	32	50	16	7055
2000	32	100	16	11305
3000	32	150	16	15555
5000	32	250	16	24055

fig. 20: longueur de brin et maillages utilisés dans les calculs

Quelle est l'influence de la variation de L sur le contact, les déformées et les contraintes? Lorsque L passe de 1 m à 5 m, aucune modification de l'étendue du contact n'a lieu (figure 21). Pour $L = 250$ et 500 mm, cette zone de contact s'étale vers les rives au niveau de la génératrice de premier contact et la bande décolle de la table au centre de la bande. D'après ce que l'on a observé auparavant, l'extension du contact quand L est inférieure à 1 mètre, peut nous faire supposer que ce plus grand étalement du contact sera à l'origine d'un développement moindre des ondulations et des contraintes secondaires en compression.

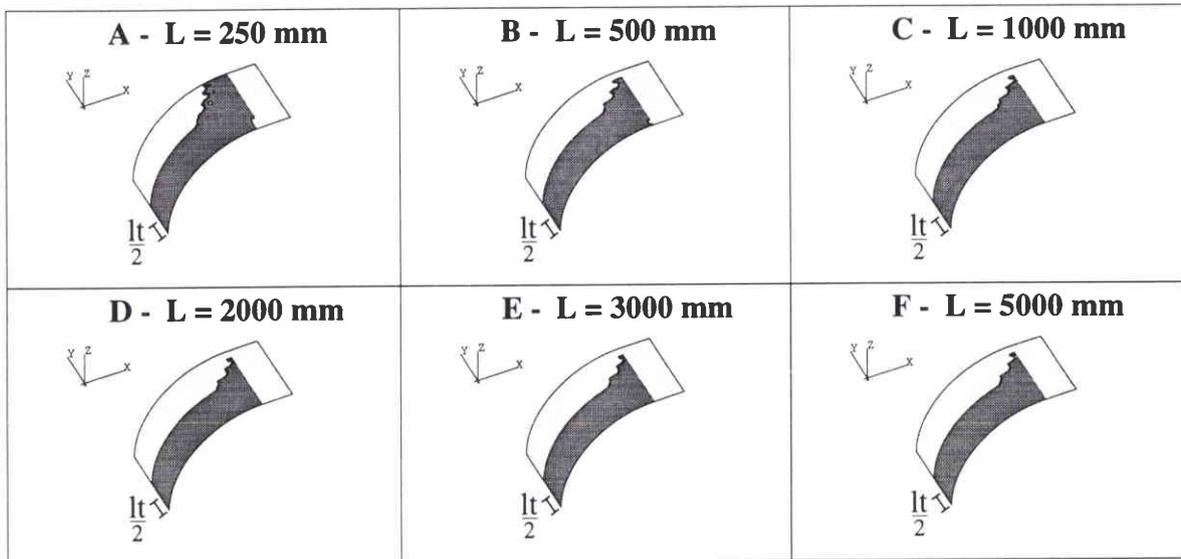


fig. 21: étendue du contact à $F = 20 \text{ MPa}$ pour les longueurs de brin suivantes
 → $L = 250, 500, 1000, 2000, 3000$ et 5000 mm

Les déformées pour $L = 250, 500$ et 1000 mm (figure 19 - A, B et C), montrent qu'il n'en est rien puisque les flèches sont d'autant plus importantes que L est faible. Pour comparer l'amplitude des ondulations sur cette figure, il est nécessaire de prendre garde au coefficient d'amplification des flèches: on a choisi celui-ci moins élevé avec $L = 250 \text{ mm}$, pour une raison de lisibilité. Si on augmente la valeur de L , les flèches continuent-elles à diminuer jusqu'à l'atténuation complète ou y a-t'il stabilisation lorsque L dépasse une certaine valeur?

Sur la figure 22, on a représenté les ondulations à 200 mm du rouleau. On voit que celles-ci tendent vers la déformée de $L = 5 \text{ m}$ lorsque L augmente. Pour les plus grandes valeurs de longueur de brin, les différences avec $L = 5 \text{ m}$ sont très faibles. Il n'en est pas de même avec $L = 250$ et 500 mm . Les flèches sont bien plus grandes avec ces deux longueurs de brin: l'amplitude de la flèche est plus que doublée entre $L = 5 \text{ m}$ et 250 mm . L'étendue du contact est plus importante sur la GPC pour les petites valeurs de L en raison de l'amplitude des ondulations qui "plaquent" la bande vers les rives sur la GPC. Ceci explique également le décollement observé en centre bande.

Un même constat concernant la convergence des contraintes peut être effectué à partir de l'évolution de $N_{Y_{\text{max}}}$ en fonction du chargement (figure 22): les courbes sont très voisines ou confondues pour $L=1, 2, 3$ et 5 m alors que l'intensité des contraintes est beaucoup plus forte pour $L = 250$ et 500 mm .

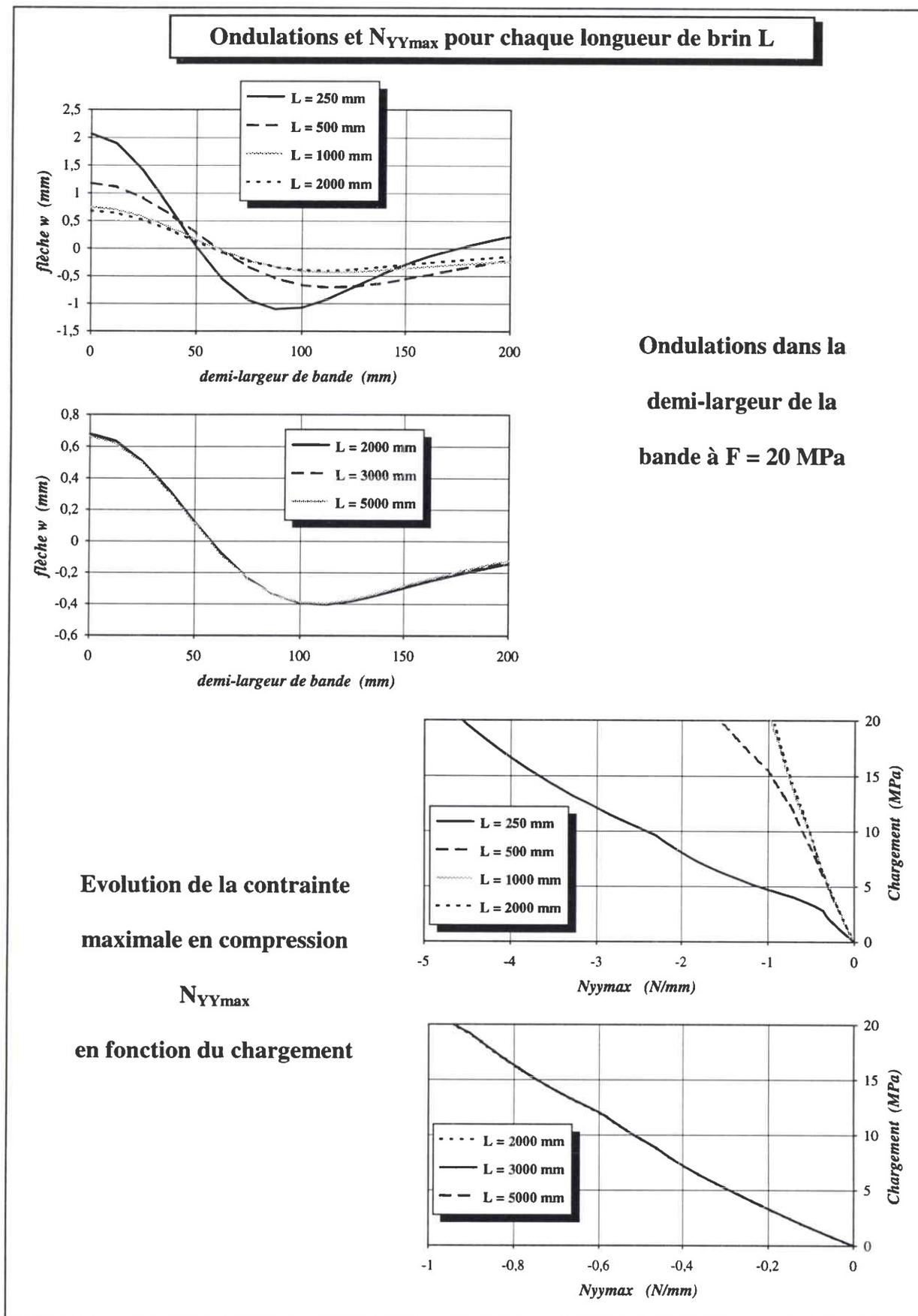


fig. 22: Comparaison des flèches à 200 mm de la GPC à F = 20 MPa, et de la contrainte maximale en compression N_{YYmax} en fonction du chargement pour 6 valeurs de L

La figure 19 nous donne la répartition du champ de contraintes N_{YY} pour les six longueurs de brin étudiées. Pour 2, 3 et 5 mètres, la représentation du brin est limitée à une longueur de 1 mètre. L'étendue de la zone en compression diffère pour $L = 250$ et 500 mm par rapport aux autres longueurs de brin. Dans ces deux cas, il apparaît que les brins sont trop courts pour englober toute la zone en compression. C'est ce phénomène qui est à l'origine de l'amplification des contraintes et des flèches.

Lorsqu'elle n'est pas stabilisée par le contact, la zone en compression s'étend dans le sens long au fur et à mesure que le chargement appliqué sur la bande augmente. Un brin, modélisé avec une longueur suffisante pour englober la totalité du champ en compression à une traction donnée, peut ne plus être assez long si on augmente la traction. Ainsi, d'après les pentes des courbes de la figure 22, le brin de 500 mm n'est plus assez long pour englober la zone en compression en son entier à partir de 5 MPa environ. Par rapport aux longueurs de brin supérieures, N_{YYmax} s'accroît plus fortement au-delà de ce niveau de chargement. Pour $L = 250$ mm, la courbe s'écarte des autres courbes à partir d'un petit chargement. On en conclue que la zone comprimée s'étend sur une longueur supérieure à 250 mm, même à un chargement faible.

La modélisation d'un brin "suffisamment" long, est une notion dépendante de l'ensemble des variables bande/rouleau/procédé d'un calcul. Dans notre cas, c'est à partir d'une longueur de 5 mètres que l'augmentation de L n'influe plus sur les résultats du calcul. Compte tenu du faible écart existant entre les déformées et les contraintes, on estime que l'erreur occasionnée par le choix d'un brin d'1 mètre est plus qu'acceptable, rapportée au gain temps/place mémoire que ce choix engendre.

Conclusion

L'augmentation du chargement conduit la bande à entrer progressivement en contact avec les cônes du rouleau. Ce contact, d'abord effectif du centre bande vers la rive au niveau de la génératrice de premier contact, se propage ensuite vers le sommet du rouleau. Nous avons étudié dans cette partie l'action du contact sur le phénomène de flambage précédemment mis en évidence. Les calculs ont permis de déterminer trois cas distincts: une bande peut ne jamais flamber quelque soit le chargement appliqué, flamber alors qu'elle se trouve en partie en contact avec les cônes ou flamber à un chargement inférieur à celui d'initiation du contact. Au travers de ces résultats, il ressort qu'une bande ne peut flamber que si le contact bande/rouleau est incomplet.

L'extension du contact entraîne une modification du mode de flambage et stabilise l'ensemble de l'évolution des variables sensibles au phénomène de flambage. La variable qui caractérise au mieux le comportement de la structure est la contrainte maximale en compression dans le sens travers N_{YYmax} . A partir de la courbe qui lie N_{YYmax} et la traction appliquée, il est possible de décrire le comportement de la bande: tant que cette courbe reste linéaire, l'effet du flambage ne se fait pas sentir et l'étendue de la zone en contact ne varie pas; une diminution de la pente de la courbe traduit l'état flambé/postflambé de la bande; l'augmentation de cette pente révèle l'action stabilisante du contact. Ce dernier critère qui caractérise l'extension du contact, est très nettement observable à partir des courbes. Ceci est vrai pour le critère de flambage de la structure sauf dans le cas où le contact apparaît à un chargement plus faible que l'instabilité de flambage. L'action du contact rend alors la diminution de la pente bien moins franche.

Il est possible d'établir une synthèse sous forme très schématique des mécanismes de flambage/contact (figure 23):

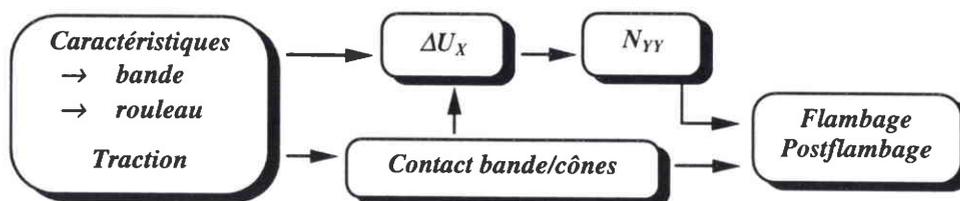


fig. 23: mécanisme d'apparition du flambage

CHAPITRE V:

Comparaison numérique/expérimental

	<i>page</i>
Introduction -----	131
1 - Acier 820*0,09 mm -----	133
2 - Alu 1000*0,2 mm -----	143
3 - Alu 1300*0,2 mm -----	147
4 - Alu 1300*0,3 mm -----	149
Conclusion -----	153

CHAPITRE V:

Comparaison numérique/expérimental

Introduction

Comme nous l'avons montré, c'est à partir de l'évolution des contraintes que nous avons pu décrire le comportement de la bande (flambage, effet du contact). Nous aurions souhaité, pour valider les calculs numériques, nous appuyer sur des résultats expérimentaux nous donnant les valeurs de contraintes "en peau". Dans cet objectif, un essai consistant à mesurer les déformations à l'aide de jauges de contraintes disposées sur les 2 faces de la bande a été réalisé sur la maquette à deux rouleaux. Des déformations ont été obtenues suivant trois lignes de jauges et rosettes, placées à différentes distances du rouleau. Les mesures ont été enregistrées pour plusieurs chargements.

Le dépouillement n'a cependant pas permis d'observer les résultats attendus, comme par exemple la présence de la zone en compression dans le sens travers. Ils ont plutôt révélé l'extrême sensibilité du comportement de la bande à un grand nombre de paramètres tels que l'alignement des rouleaux, la rigidité intrinsèque de la maquette, le moindre défaut créé sur la bande (très légère pliure, poids des jauges et des fils, rigidité localement accentuée par chacune des jauges ou rosettes, ...). Tout ceci a contribué à entraîner des phénomènes complexes de torsion/flexion polluant les résultats escomptés. Compte-tenu de la difficulté à mettre en oeuvre un tel essai en s'affranchissant au maximum des défauts et des moyens nécessaires pour effectuer ce type d'essai, nous réaliserons une comparaison numérique/réalité physique uniquement à partir du phénomène "bien visible" qu'est la déformée d'une bande dans son état postflambé.

On comparera dans ce chapitre les flèches obtenues par le calcul à celles des essais effectués sur l'installation de formation de plis à grande échelle, à partir du dispositif de "mesure de flambage". Sans reprendre la partie 3-2 du chapitre II, rappelons que ces essais consistent à mesurer les flèches dans la largeur de la bande sur une ligne distante de la GPC de 0 à 500 mm. Ces mesures sont effectuées alors que la bande est à l'arrêt. Les courbes qui en découlent, représentent les ondulations dans la largeur de la bande à une distance donnée et à un chargement F donné.

Nous avons choisi de présenter quatre comparaisons calculs/essais dans ce chapitre. Le format des bandes concernées est le suivant:

- Acier 820*0,09 mm
- Alu 1000*0,2 mm
- Alu 1300*0,2 mm
- Alu 1300*0,3 mm

Le format Acier 820*0,09 mm a fait l'objet des premiers essais effectués avec le dispositif de mesure de flambage sur l'installation expérimentale de l'IRSID. Les essais ultérieurs ont été réalisés avec des bandes en aluminium afin de se rapprocher du comportement de l'acier à chaud (limites d'élasticité voisines [10]). Ce sont les essais de format Alu 1000*0,2 mm et Alu 1300*0,3 mm qui nous ont servi d'exemples dans le chapitre II. Concernant les bandes de 1300 mm de large, les deux essais ont été extraits d'une des campagnes d'essais engagée par l'IRSID suivant un plan bien précis (variation des caractéristiques dimensionnelles bande et rouleau). Nous avons sélectionné, parmi l'ensemble des déformées expérimentales obtenues à partir de ce plan d'essais, les bandes fournissant les ondulations les plus symétriques dans la largeur par rapport au centre bande, et donc a priori, les moins sujettes à défauts. Cette difficulté à trouver de telles déformées met ici l'accent sur la sensibilité des bandes aux défauts de forme.

L'utilisation de l'aluminium comme matériau d'essai présente un inconvénient pour le dispositif de mesure de flambage car l'aluminium est plus réfléchissant que l'acier. Les capteurs de la mesure de flambage deviennent moins performants: avec l'acier, la précision d'un capteur est de 10 microns. Nous ne connaissons pas de quantification concernant cette précision pour l'aluminium. Mais on observera sur certaines courbes d'essais présentées à la suite, de légères irrégularités dans la continuité des déformées à mettre sur le compte de ce problème. La forme et les amplitudes générales des courbes n'en sont cependant pas affectées.

Ce chapitre est découpé en quatre parties, correspondant chacune à un format de bande. Dans chaque partie, on donne les caractéristiques du calcul, puis on commente les courbes obtenues numériquement et expérimentalement: en général, une première figure présente les résultats de l'essai et du calcul séparément; sur la figure suivante, on procède à la superposition des courbes essai/calcul. L'essai avec l'acier est suffisamment fourni en résultats pour nous permettre de réaliser un plus grand nombre de comparaisons que pour les autres formats.

1 - Acier 820*0,09 mm

D'un point de vue numérique, le brin est modélisé sur une longueur de 6 mètres (figure 1). Le maillage est constitué d'environ 45000 degrés de liberté. Au moyen de deux lignes d'éléments à trois noeuds (STR135) situées à 1 mètre et 3 mètres de la GPC, on réduit le nombre d'éléments S4R5 dans la largeur en s'éloignant du rouleau. Il est par contre nécessaire de mailler très finement sur le rouleau (en raison de l'établissement du contact) et également, comme on va le voir, juste en amont du rouleau. Ce calcul est repris du mémoire de DEA de Demeure [4].

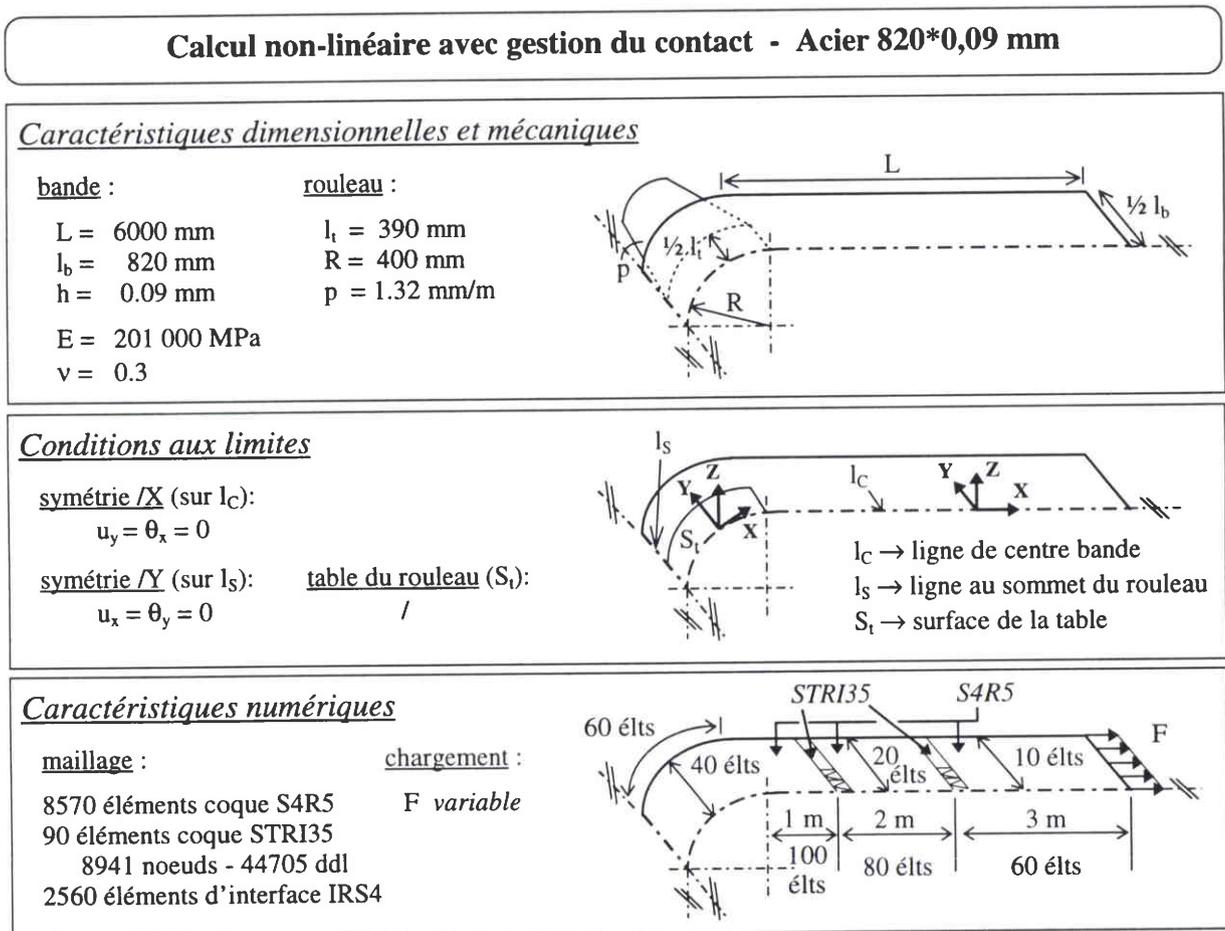


fig. 1: caractéristiques du calcul pour le format Acier 820*0,09 mm

Sur la figure 2, on a représenté la déformée d'une demi-largeur de bande issue du calcul. On s'est limité à la représentation d'une longueur de brin de 1 mètre, pour une question de lisibilité de la figure. La bande, dans son état postflambé, est soumise à une traction $F = 67,8$ MPa, chargement de même niveau que la traction critique de formation de plis T_{CP} mesurée

expérimentalement. On retrouve un phénomène déjà mis en évidence dans le chapitre II (essai 2 - Alu 1000*0,2 mm), avec le développement de deux types d'ondulations: les ondulations que l'on a appelé "globales" qui se propagent sur une grande longueur de brin et les ondulations dites "locales", limitées aux abords du rouleau. Ces dernières n'apparaissent pas sur les déformées obtenues avec la maquette à deux rouleaux, que ce soit à partir des calculs ou durant les essais.

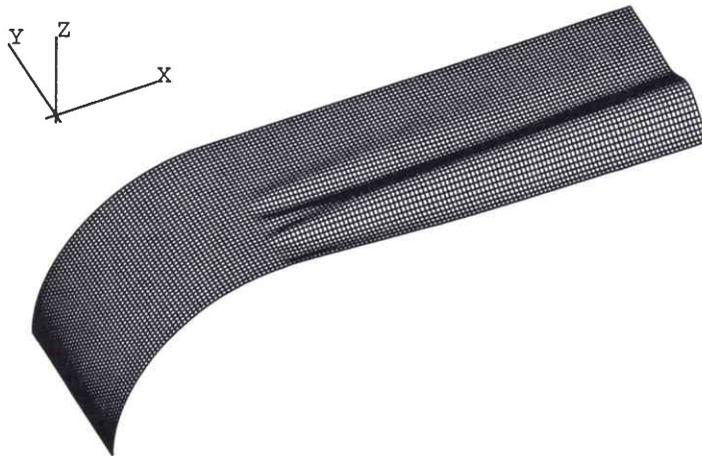
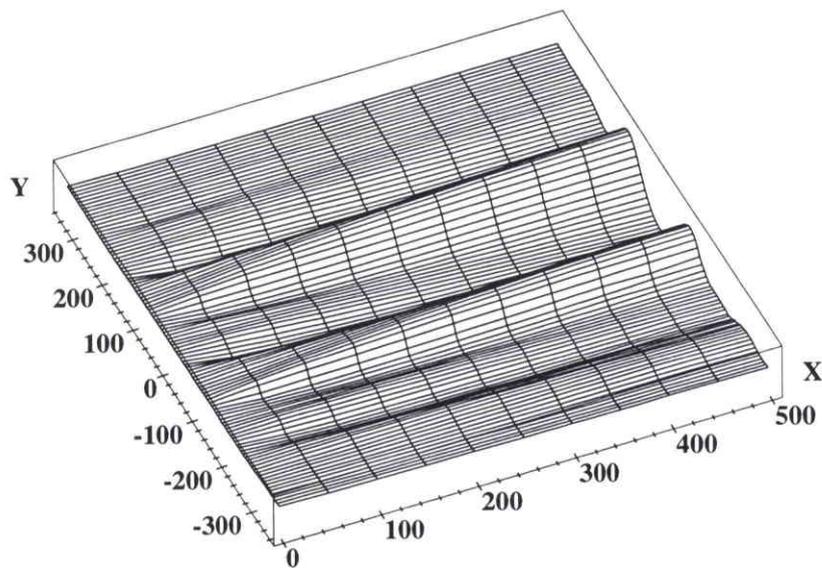


fig. 2: *déformée de la demi-bande pour le calcul, à $F = 67,8$ MPa, représentée sur une longueur de brin de 1 mètre*

A ce niveau de chargement (67,8 MPa), on a procédé à une comparaison des déformées entre le calcul et l'essai, sur la longueur de 500 mm à partir du rouleau ($X=0$ mm). Cette longueur est la marge de déplacement dont dispose le dispositif de mesure de flambage dans le sens long. Les portions de brin de la figure 3 correspondent donc à la moitié de la longueur du brin de la figure 2, à partir de la GPC. Le rouleau n'a pas été représenté mais on a conservé une orientation identique pour la bande à celle appliquée durant tout ce mémoire de thèse. Que ce soit pour l'essai ou le calcul, c'est la bande dans sa largeur (et non dans sa demi-largeur) qui est représentée. Pour le calcul, une symétrie par rapport au centre bande est opérée pour compléter la bande. Ceci sera dorénavant valable pour presque tous les résultats de calculs présentés dans ce chapitre. Concernant l'essai, les flèches ne peuvent être déterminées dans toute la largeur de la bande pour des raisons techniques. Aussi, on constatera que l'axe Y n'est pas balayé sur tout à fait 820 mm et par conséquent, que la largeur de bande n'est pas décrite dans toute son intégralité. Pour les mêmes raisons, on retrouvera cela pour les autres formats de bande.

Acier 820*0,09 mm

ESSAI



CALCUL

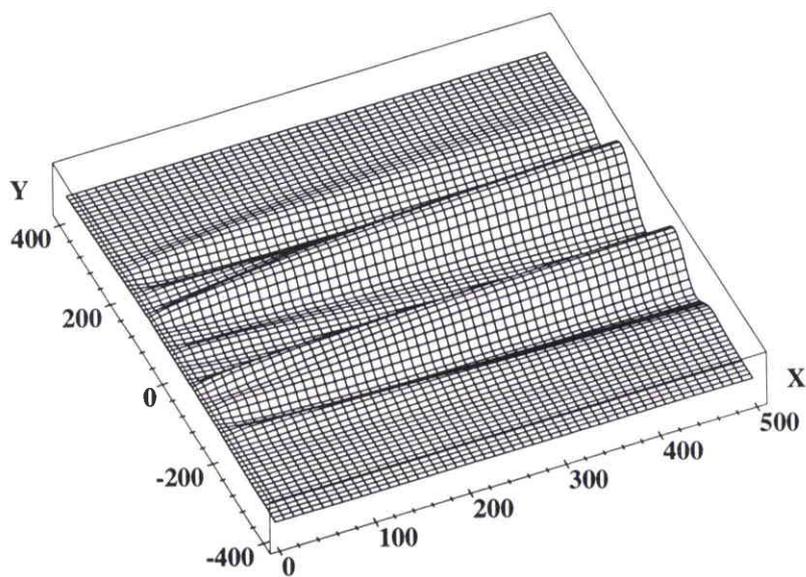


fig. 3: déformées de l'essai et du calcul sur 500 mm de longueur de brin à $F = 67,8 \text{ MPa}$

Comme pour le calcul, on retrouve sur la déformée de l'essai (figure 3) des ondulations globales et locales. Pour l'essai, on notera que la forme des ondulations proches des rives n'est pas symétrique par rapport au centre de la bande (axe $Y = 0$). On décèle pour les deux déformées, un même nombre d'ondulations globales réparties de façon similaire dans le sens travers (bien visibles à $X = 500$ mm). L'ondulation centrale est celle dont la flèche présente l'amplitude la plus prononcée. Près du rouleau, les deux déformées se ressemblent également. Dans cette portion du brin il est cependant moins évident d'avoir un aperçu net de la forme générale que prennent les bandes en raison du mélange ondulations locales/ondulations globales. Nous allons comparer les flèches en effectuant deux coupes dans le plan (YZ) à $X = 50$ mm et $X = 500$ mm du rouleau. On fera varier le chargement (13 MPa, 26 MPa et $T_{CP} = 67,8$ MPa).

La figure 4 donne l'évolution des ondulations pour le calcul et l'essai à $X = 500$ mm de la GPC. Intéressons nous tout d'abord au calcul. Les deux ondulations formées à 13 MPa se concentrent vers le centre de la bande lorsque F augmente. En même temps, deux autres ondulations apparaissent à partir des rives. A 67,8 MPa, la bande présente quatre ondulations à $X = 500$ mm. On a précédemment constaté dans le chapitre IV que l'apparition de nouvelles ondulations s'associait au développement du contact entre la bande et le rouleau lorsque la bande se trouve dans un état postflambé. C'est effectivement bien le cas ici puisqu'il ressort des résultats du calcul que la bande flambe autour de $F = 0,6$ MPa et que le contact s'initie à $F = 0,96$ MPa. Ces niveaux de chargement sont très inférieurs au seuil de formation des plis déterminé par un essai dynamique ($T_{CP} = 67,8$ MPa).

A cette distance du rouleau, l'évolution de la déformée se caractérise aussi par une augmentation de l'amplitude des ondulations entre 13 et 25,7 MPa, puis par une diminution de celle-ci lorsque F passe de 25,7 à 67,8 MPa. On peut supposer que l'étendue du contact bande/rouleau est importante ce que confirme bien la figure 5.

Retrouve-t-on la même chose pour l'essai? Le nombre d'ondulations augmente et les flèches s'amplifient puis diminuent également. Cependant, alors qu'à 67,8 MPa la courbe ressemble à celle du calcul, il n'en est pas de même aux deux plus petits chargements; il semble qu'une modification de forme ait lieu entre 27,1 et 67,8 MPa pour l'essai uniquement. Par ailleurs, la différence entre les deux ondulations localisées autour de $Y = -200$ mm et $Y = 200$ mm relevée sur la déformée de la figure 3 à $F = 67,8$ MPa apparaît nettement.

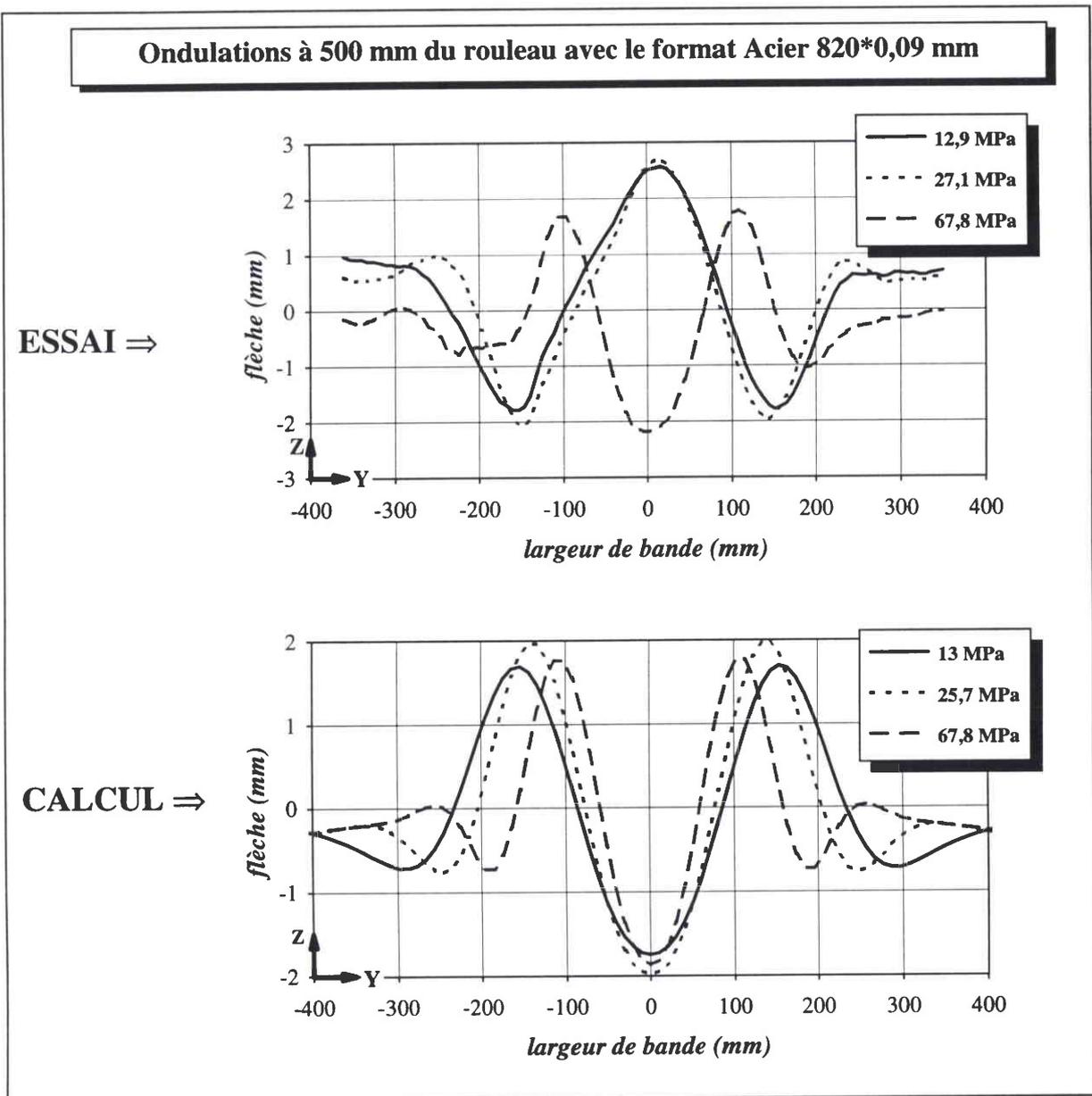


fig. 4: ondulations pour le calcul et l'essai avec le format Acier 820*0,09 mm pour plusieurs niveaux de chargement, à $X = 500$ mm du rouleau

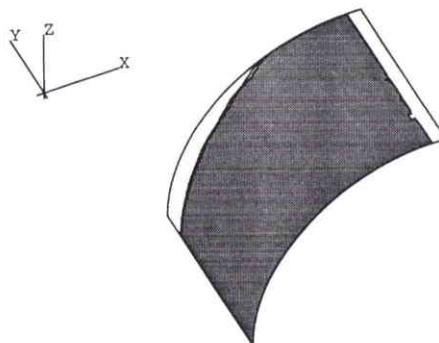


fig. 5: étendue du contact bande/rouleau pour le format Acier 820*0,09 mm à $F = 67,8$ MPa (demi-largeur de bande)

On va tenter d'interpréter la différence notée entre l'essai et le calcul à 13 et 27,1 MPa. La figure 6 montre bien qu'à 67,8 MPa, les bandes se déforment de la même façon. Les amplitudes des ondulations sont sensiblement voisines, le calcul sous-estimant toutefois l'amplitude de l'ondulation la plus importante d'un écart d'environ 0,5 mm. A 13 et 27,1 MPa, sont tracées les courbes expérimentales et numériques. La troisième courbe que l'on a nommée "courbe inversée" sur chaque graphique, correspond à la courbe du calcul dont les flèches sont multipliées par le coefficient -1.

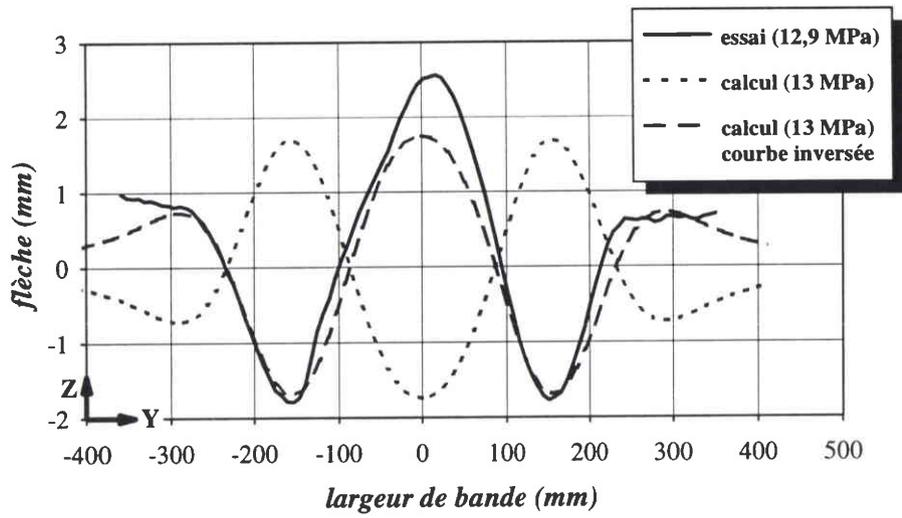
On voit ici l'intérêt de faire cette opération dans la mesure où cette courbe et celle de l'essai se révèlent être très proches. Par la multiplication effectuée, tout en conservant le mode obtenu par le calcul, on en a inversé le sens. Par conséquent, durant l'essai, on assiste à l'inversion du sens du mode de la bande lorsque F augmente. La déformée "saute" d'une forme à la forme opposée. En traçant les ondulations à tous les chargements auxquels nous avons enregistré la déformée, on voit que cette inversion s'opère entre 34 et 47,4 MPa.

Par quoi ce "saut" d'une forme à son inverse est-il provoqué? Est-ce la présence d'un défaut de forme sur la bande qui agit consécutivement à l'évolution de la forme du mode entraînée par l'augmentation de F? Ou doit-on chercher l'origine de cette inversion dans le déroulement même de l'essai (baisse puis réaugmentation de F entre deux séries de mesures par exemple, ou encore augmentation brutale du chargement ...)? Il n'est possible d'émettre que des hypothèses.

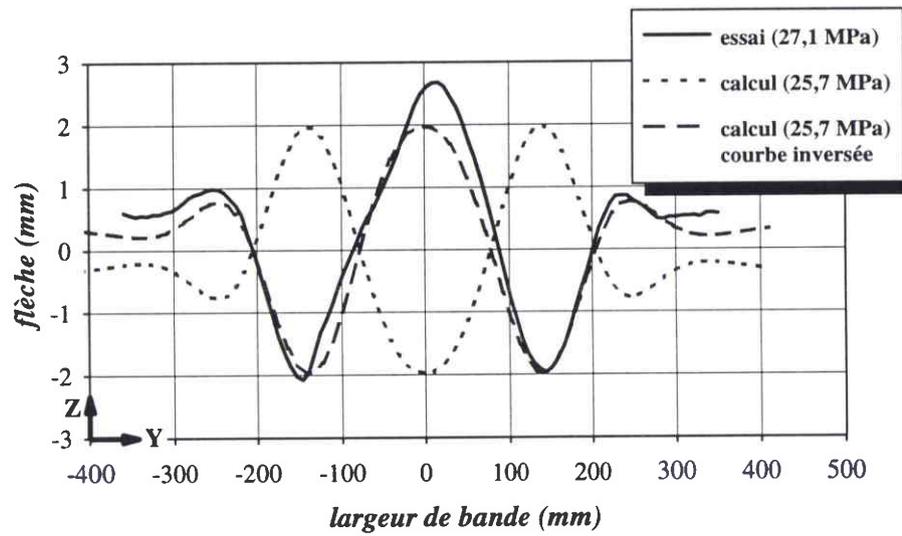
On trace les mêmes courbes à $X = 50$ mm du rouleau, distance à laquelle les ondulations locales sont très marquées (figures 7 et 8). A 12,9 et 34 MPa, les courbes de l'essai ne sont pas symétriques par rapport au centre de la bande ($Y = 0$). Pour les comparer avec le calcul (figure 8), nous avons tenu à présenter les trois courbes superposées (celle de l'essai, du calcul et son inverse). Même si la lisibilité du graphique s'en ressent, ceci met bien en relief le caractère "chahuté" de la forme de la bande proche du rouleau, que ce soit numériquement ou expérimentalement. Et on parvient tout de même à déceler une analogie entre les déformées du calcul (courbe inversée) et de l'essai. On retrouve en particulier les petites ondulations en rive et les grands pics pour Y allant de 100 à 200 mm.

Comparaison des ondulations à 500 mm du rouleau avec le format Acier 820*0,09 mm

$F \approx 13 \text{ MPa}$



$F \approx 26 \text{ MPa}$



$F = 67,8 \text{ MPa}$

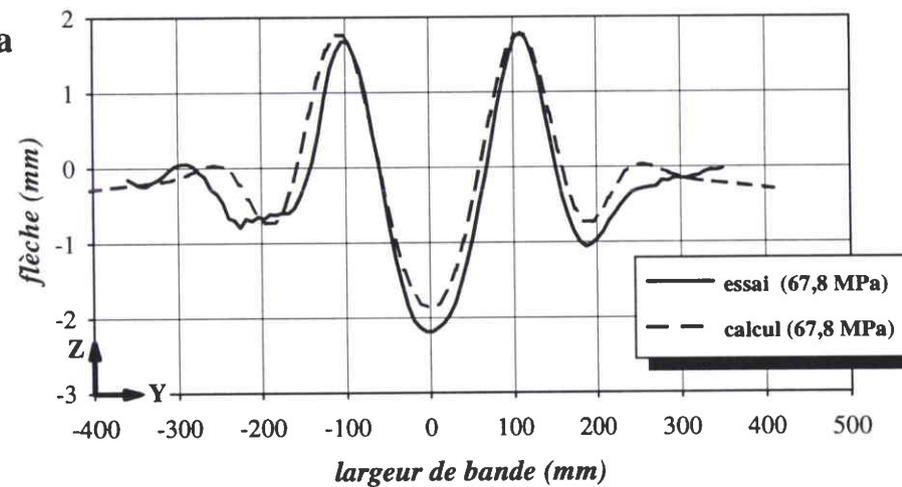


fig. 6: comparaison des ondulations entre le calcul et l'essai à $X = 500 \text{ mm}$ du rouleau avec le format Acier 820*0,09 mm pour plusieurs niveaux de chargement

A 67,8 MPa, la courbe de l'essai présente un semblant de symétrie par rapport à $Y = 0$. En la comparant à la courbe du calcul on perçoit les formes globalement semblables de la courbe de l'essai et de celle du calcul. Les deux courbes sont décalées l'une par rapport à l'autre dans la direction Z, direction normale au plan de la bande.

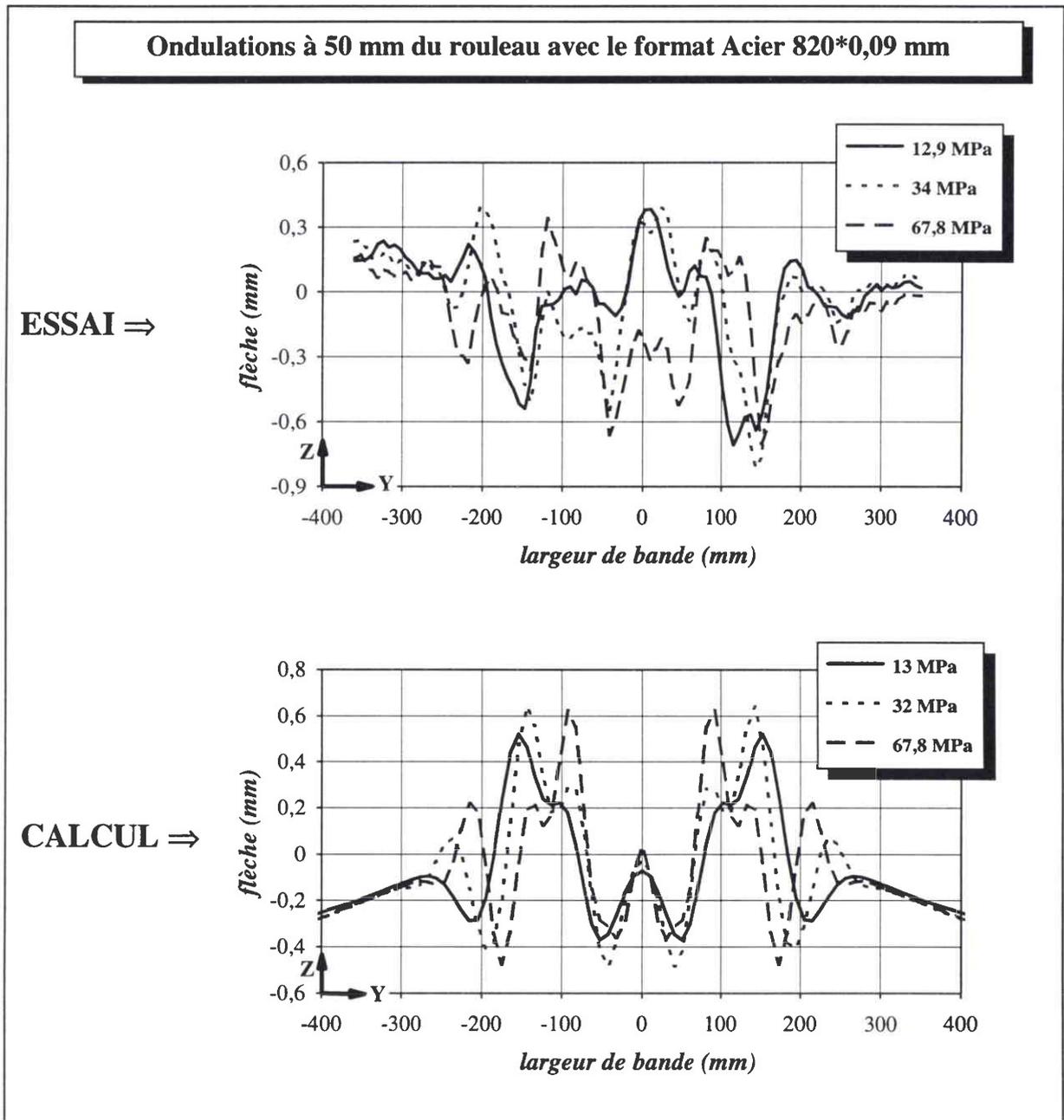
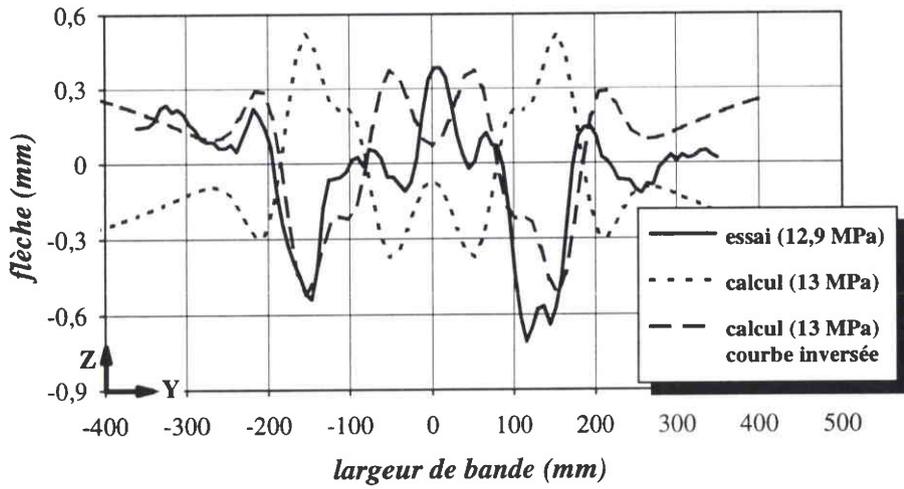


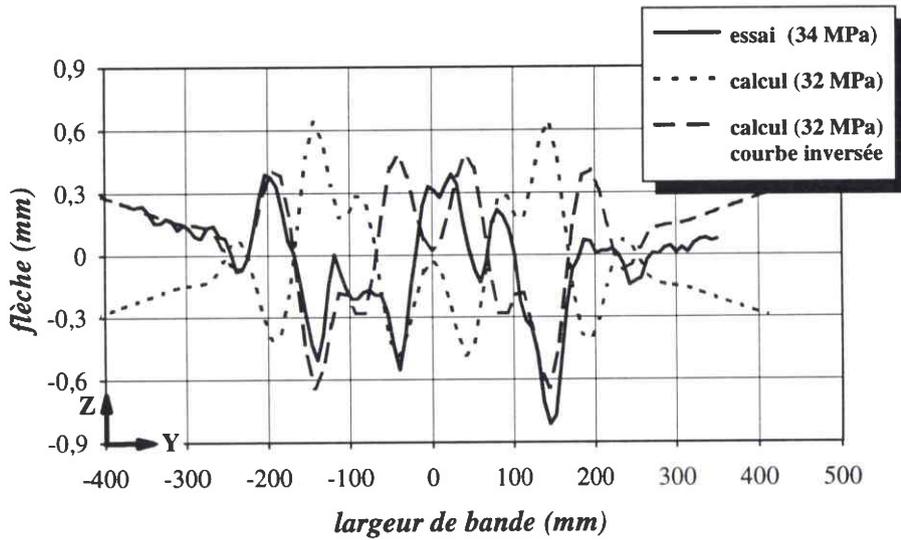
fig. 7: ondulations issues du calcul et de l'essai avec le format Acier 820*0,09 mm pour plusieurs niveaux de chargement, à $X = 50$ mm du rouleau

Comparaison des ondulations à 50 mm du rouleau avec le format Acier 820*0,09 mm

F ≈ 13 MPa



F ≈ 33 MPa



F = 67,8 MPa

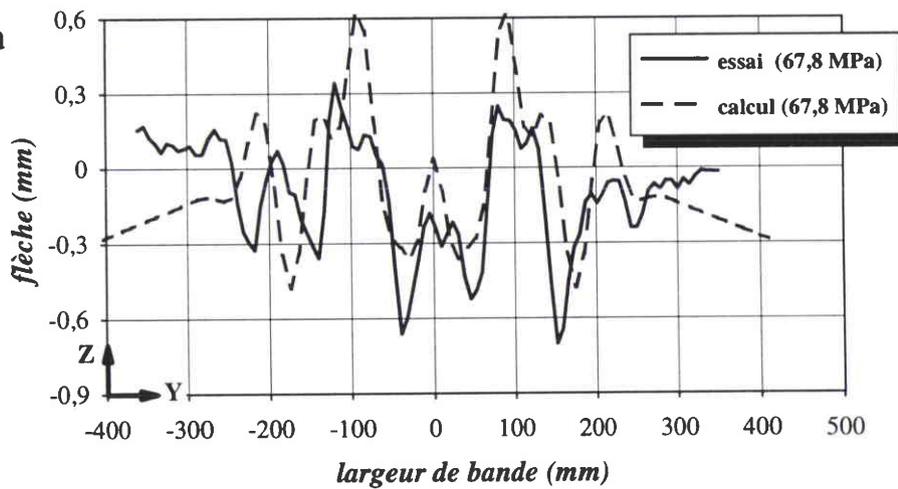


fig. 8: comparaison des ondulations entre le calcul et l'essai à X = 50 mm du rouleau avec le format Acier 820*0,09 mm pour plusieurs niveaux de chargement

Pour ce format Acier 820*0,09 mm, le calcul décrit bien le mode obtenu expérimentalement à $X = 500$ mm du rouleau. A $X = 50$ mm, l'ordre de grandeur des ondulations est restitué par le calcul, mais celui-ci ne donne qu'une forme lointaine de celle mesurée durant l'essai. Le dépouillement de l'essai a également montré qu'à partir d'un certain chargement, le sens du mode s'est inversé. Ce phénomène n'est pas reproduit par le calcul.

La déformée expérimentale est tributaire des défauts de forme existant dans la bande et semble y être ici sensible de façon non négligeable dans la zone proche du rouleau. Ces défauts de forme ne sont pas pris en compte dans le calcul puisque l'on considère que la bande est parfaite. Cependant on voit que dans le cas où le comportement de la bande en est affecté, cela empêche de retrouver numériquement la déformée réelle.

Une autre cause à l'origine des différences observées près du rouleau est peut-être à rechercher dans le protocole appliqué durant les essais de mesure de flambage. Ces essais consistent à augmenter progressivement le chargement en effectuant une mesure à chaque palier de traction. Puisque la bande est lâche au départ et que les essais sont statiques, la rugosité du rouleau peut induire un frottement interdisant le glissement bande/rouleau qui génère des contraintes de compression secondaires par "effet Poisson". Dans le cas du processus industriel, dynamique, chaque portion de bande arrive déjà tendue sur le rouleau et donc "rétrécie" ($\epsilon_{YY} < 0$) sur celui-ci. Si ce dernier était cylindrique, il n'y aurait donc pas de compression secondaire, même avec frottement, à l'inverse de ce qui se passerait dans un essai statique. Dans le calcul, statique, on néglige tout frottement bande/rouleau pour éviter cet "effet Poisson" qui n'existe pas dans le processus mais a peut-être lieu dans l'essai statique.

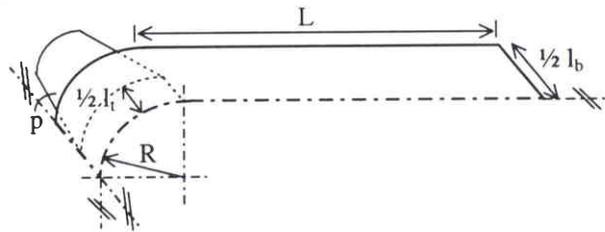
2 - Alu 1000*0,2 mm

Dans cette partie, nous comparons les flèches déterminées par le calcul aux mesures effectuées avec une bande en aluminium de 1 mètre de large et de 0,2 mm d'épaisseur (figure 9). Le rouleau d'essai est le même que pour la bande en acier. Le maillage est construit sur le modèle de celui de la partie précédente, avec un total de 41000 degrés de liberté. Les mesures de la déformée ont été réalisées avec une traction de 8,6 MPa (seuil critique de formation des plis mesuré en dynamique), à $X = 100, 250$ et 500 mm du rouleau.

Calcul non-linéaire avec gestion du contact - Alu 1000*0,2 mm

Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

bande :	rouleau :
$L = 6000$ mm	$l_t = 390$ mm
$l_b = 1000$ mm	$R = 400$ mm
$h = 0.2$ mm	$p = 1.32$ mm/m
$E = 68\,000$ MPa	
$\nu = 0.3$	

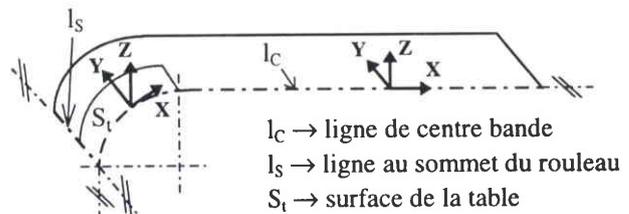


Conditions aux limites

symétrie /X (sur l_c):
 $u_y = \theta_x = 0$

symétrie /Y (sur l_s):
 $u_x = \theta_y = 0$

table du rouleau (S_t):
 /



Caractéristiques numériques

maillage :	chargement :
7932 éléments coque S4R5	F variable
108 éléments coque STRI35	
8263 noeuds - 41315 ddl	
2400 éléments d'interface IRS4	

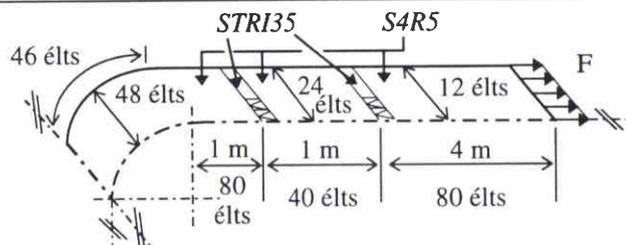


fig. 9: caractéristiques du calcul pour le format Alu 1000*0,2 mm

Sur la figure 10 on a fait figurer séparément les résultats de l'essai et du calcul. Le nombre et la répartition des ondulations globales sont les mêmes dans la largeur des bandes. Concernant l'évolution des ondulations dans la longueur du brin, on constate sur les deux graphiques, qu'en s'éloignant du rouleau les deux ondulations situées entre $Y = (-)100$ mm et $(-)200$ mm s'écartent l'une de l'autre vers les rives alors que leur amplitude s'accroît. Un défaut de forme est visible à $X = 500$ mm sur l'une des rives de la déformée de l'essai.

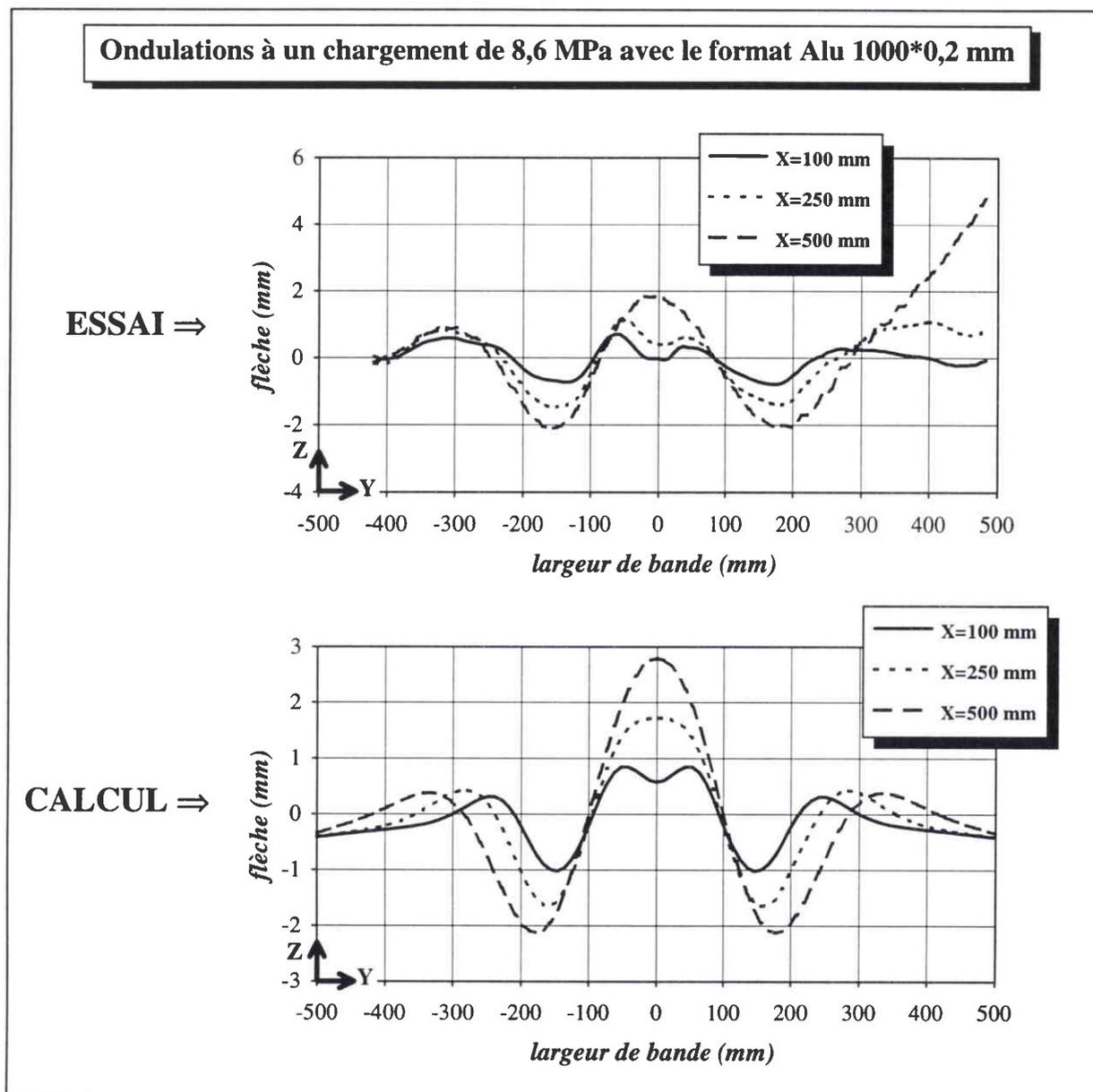


fig. 10: ondulations pour le calcul et l'essai avec le format Alu 1000*0,2 mm pour $F = 8,6$ MPa, à $X = 100, 250$ et 500 mm du rouleau

Les résultats de l'essai et du calcul sont comparés figure 11. Globalement, le calcul reproduit bien la forme de la bande, en surestimant ici l'amplitude des ondulations, contrairement à la comparaison avec l'acier. L'ondulation locale présente au centre de la bande à 100 et 250 mm du rouleau durant l'essai est beaucoup moins marquée à 100 mm et n'existe plus à 250 mm pour le calcul. Pour le défaut qui éloigne les deux courbes l'une de l'autre en rive à $X = 500$ mm, on peut se demander quel est son influence sur le comportement de la bande. On va s'intéresser à l'évolution des ondulations à 500 mm du rouleau durant l'essai, en les comparant à plusieurs niveaux de traction. Le chargement le plus faible choisi, est le plus petit auquel les flèches ont été mesurées.

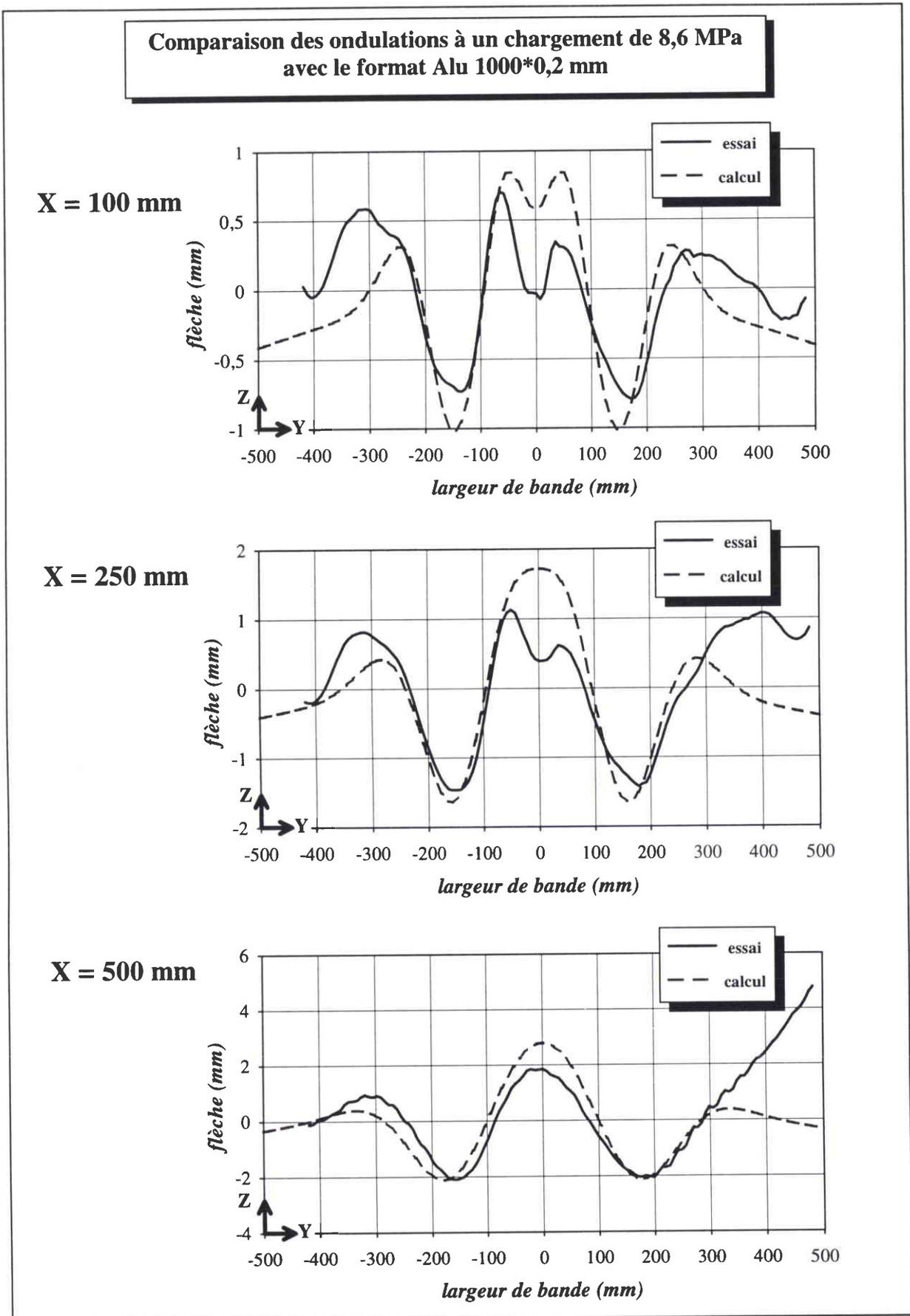


fig. 11: comparaison des ondulations entre le calcul et l'essai pour $F = 8,6$ MPa, avec le format Alu 1000*0,2 mm, à $X = 100, 250$ et 500 mm du rouleau

En traçant les ondulations issues de l'essai entre 1,45 et 8,6 MPa (figure 12), on constate que le défaut de forme est bien visible sur la rive du côté des Y positifs quelle que soit la valeur de F. D'autre part, on constate également que l'ondulation centrale, mal centrée par rapport à Y=0 mm à F = 1,45 MPa, se recentre progressivement lorsque F augmente et que les flèches acquièrent des amplitudes similaires de part et d'autre de cet axe (mis à part le défaut de forme). On remarquera que globalement, l'amplitude des flèches varie très peu quand F passe de 1,45 à 8,6 MPa. D'après les résultats du calcul, nous sommes ici dans un cas où le contact sur les cônes apparaît à un chargement inférieur (0,15 MPa) à celui auquel la structure flambe (0,44 MPa). On constatera une nouvelle fois que comparativement aux chargements auxquels les essais sont effectués, ces valeurs sont très faibles. Nous pouvons raisonnablement supposer qu'à 1,45 MPa, la bande est déjà en contact avec le rouleau sur une zone étendue ce qui atténue fortement l'amplification des ondulations.

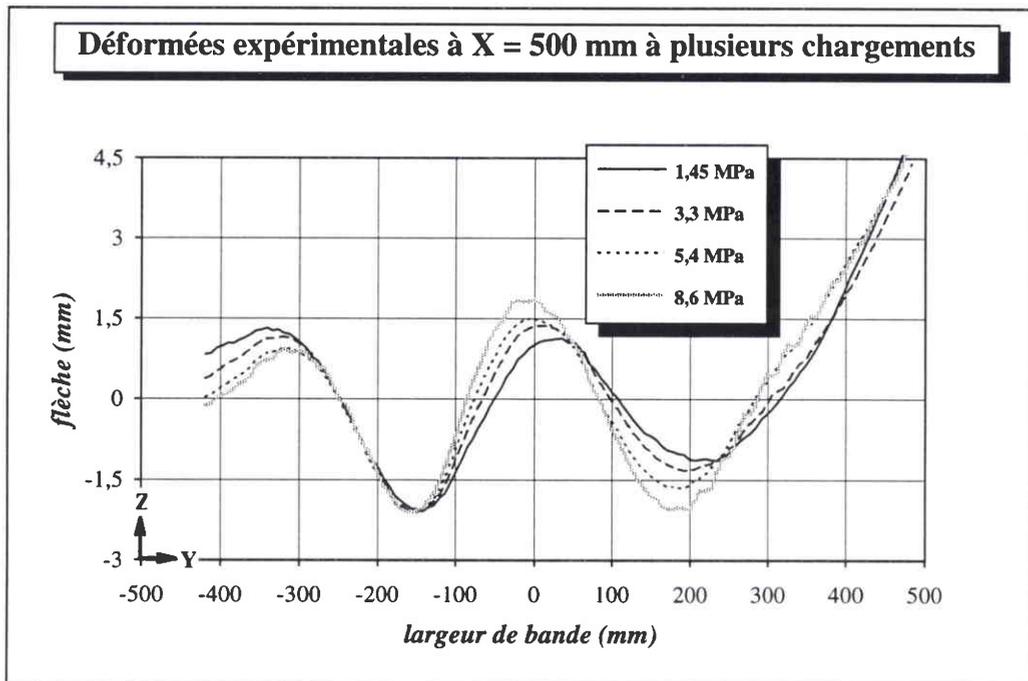


fig. 12: évolution de la déformée expérimentale pour le format Alu 1000*0,2 mm à X=500 mm du rouleau lorsque le chargement passe de 1,45 à 8,6 MPa

3 - Alu 1300*0,2 mm

La bande a ici une largeur de 1300 mm et une épaisseur de 0,2 mm (figure 13). La largeur de la table du rouleau est de 800 mm et sa pente est un peu plus forte que celle du rouleau d'essai précédent. Le nombre de degrés de liberté du maillage est 46000. Dans cette partie, les déformées sont comparées à 500 mm du rouleau à deux tractions différentes qui sont environ 16 MPa et 21,5 MPa (les plis se forment dans les essais dynamiques à partir de 20 MPa). L'aspect des courbes nous permet de toutes les superposer sur le même graphique sans que la lisibilité en soit affectée (figure 14).

On remarque que le mode du calcul présente une même forme que celui de l'essai et que les ordres de grandeur des flèches sont voisins. Les flèches sont surestimées au plus fort de 1 cm par le calcul. De surcroît, l'ondulation centrale établie numériquement, possède une amplitude plus marquée que les ondulations qui l'entourent, ce qui est le contraire dans l'essai. Pour cette ondulation, on note la présence d'un "plateau" sur la déformée du calcul. Ce phénomène n'existe pas sur les courbes expérimentales.

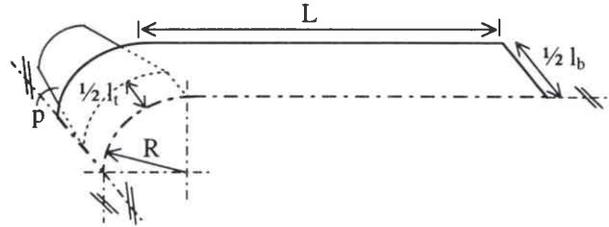
Que ce soit pour le calcul ou pour l'essai, il apparaît que les amplitudes des ondulations évoluent peu lorsque le chargement est augmenté du tiers de sa valeur. La faible augmentation des flèches qui a lieu s'accompagne d'un léger resserrement des ondulations vers le centre bande. Déjà observé précédemment, ce phénomène témoigne de l'action du développement du contact entre le rouleau et la bande se trouvant dans un état postflambé (on se trouve à nouveau dans un cas où le calcul détermine que le contact s'initie sur les cônes à un chargement auquel la bande n'a pas encore flambé; le contact s'initie à 0,8 MPa, tandis que la zone d'apparition du flambage commence à partir de 1,25 MPa).

C'est certainement un défaut sur la bande que l'on voit entre $Y = -500$ et -600 mm. Compte tenu du protocole d'essai qui garantit un bon centrage de la bande sur le rouleau, il est plausible que le décalage des ondulations de 75 mm dans la largeur par rapport à $Y = 0$ mm soit inhérent à la présence de ce défaut qui semble être de type bord long.

Calcul non-linéaire avec gestion du contact - Alu 1300*0,2 mm

Caractéristiques dimensionnelles et mécaniques

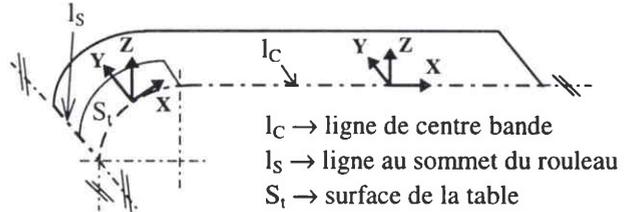
bande :	rouleau :
L = 6000 mm	$l_r = 800$ mm
$l_b = 1300$ mm	R = 400 mm
h = 0.2 mm	p = 1.82 mm/m
E = 69 000 MPa	
$\nu = 0.3$	



Conditions aux limites

symétrie /X (sur l_C):
 $u_y = \theta_x = 0$

symétrie /Y (sur l_S): table du rouleau (S_t):
 $u_x = \theta_y = 0$ /



Caractéristiques numériques

maillage :	chargement :
8805 éléments coque S4R5	F variable
135 éléments coque STRI35	
9227 noeuds - 46135 ddl	
2940 éléments d'interface IRS4	

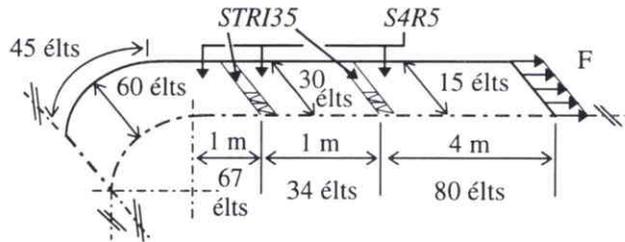


fig. 13: caractéristiques du calcul pour le format Alu 1300*0,2 mm

Comparaison des ondulations à 500 mm du rouleau pour le format Alu 1300*0,2 mm

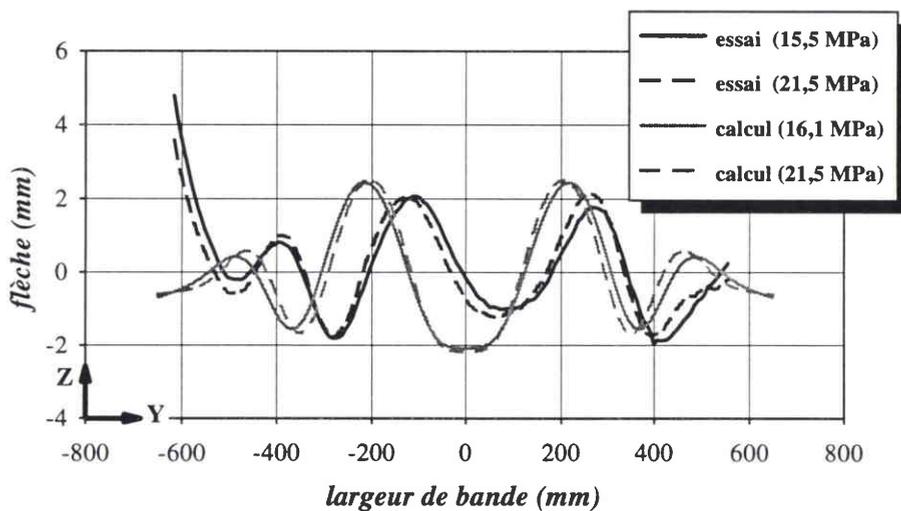


fig. 14: comparaisons des ondulations entre le calcul et l'essai à X = 500 mm du rouleau avec le format Alu 1300*0,2 mm pour des chargements d'environ 16 et 21,5 MPa

4 - Alu 1300*0,3 mm

Pour cette dernière comparaison que nous proposons entre les calculs et les essais, la largeur de la bande est toujours de 1300 mm par rapport aux caractéristiques dimensionnelles du calcul précédent, mais son épaisseur est de 0,3 mm. Si le rouleau garde une largeur de table importante de 800 mm, la pente de ses cônes est plus faible (0,73 mm/m contre 1,82 mm/m). On conserve un maillage identique (figure 15).

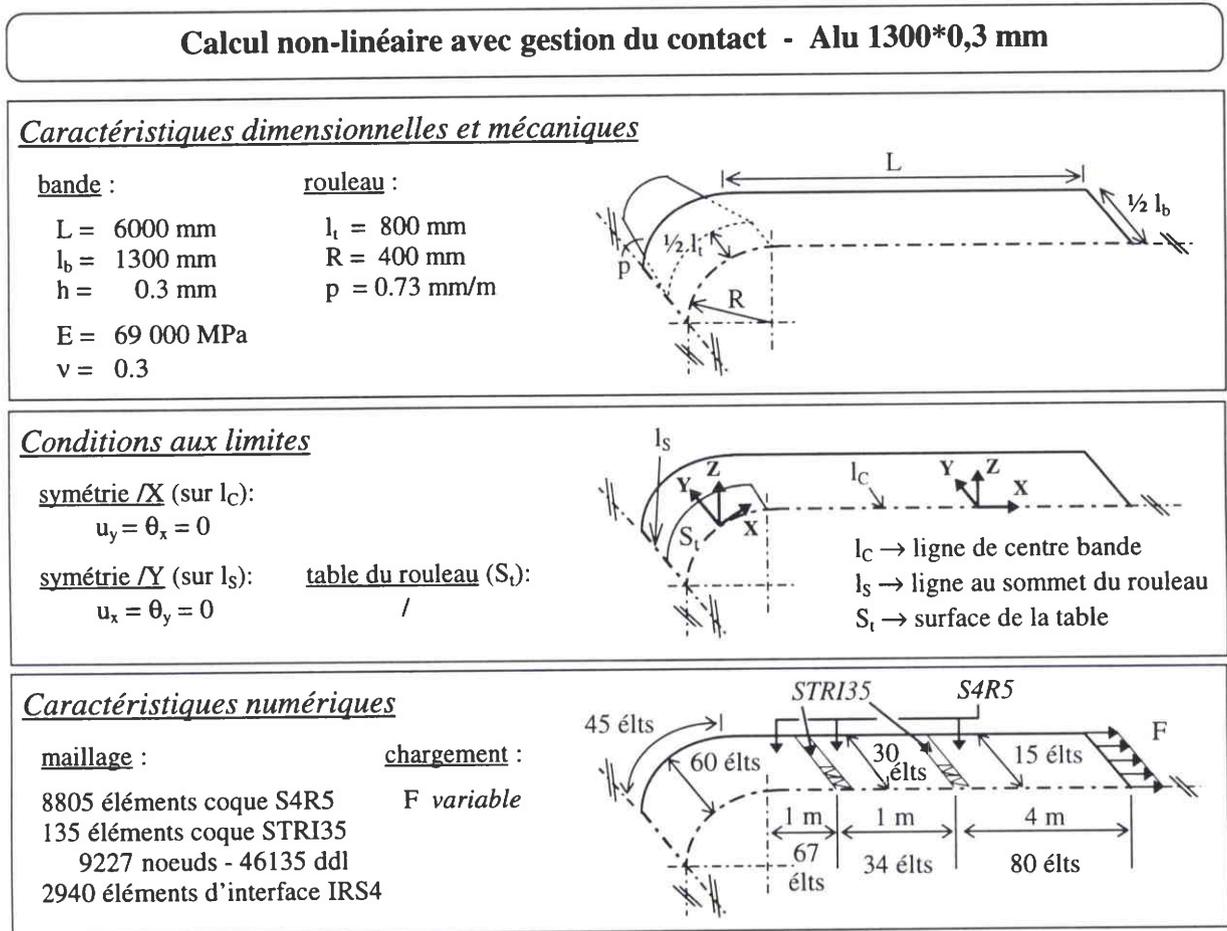


fig. 15: caractéristiques du calcul pour le format Alu 1300*0,3 mm

Il ressort du calcul que le flambage commence à se faire sentir à partir de 0,13 MPa, et que le contact s'initie à 0,38 MPa. La génératrice de premier contact est appliquée sur toute sa largeur contre le rouleau lorsqu'un chargement de 9 MPa est atteint. Au delà de 24 MPa, la bande est entièrement en contact avec le rouleau, jusqu'au sommet de celui-ci. Une nouvelle fois, on s'aperçoit que pour ces formats, la bande flambe à des chargements très faibles. On a vu auparavant que ces niveaux sont très inférieurs aux seuils de formation de plis déterminés

lors d'essais dynamiques. Dans le cas présent, malgré l'application d'une traction très élevée en dynamique, aucun pli ne s'est formé durant l'essai.

Les essais de mesure de flambage en statique ont été menés jusqu'à des chargements également très importants (figure 16). A 500 mm du rouleau, lorsque F passe de 6,4 à 50,8 MPa, les ondulations dans l'essai et dans le calcul se ramassent vers le centre de la bande et de nouvelles ondulations se forment à partir des rives durant le calcul. La présence d'un défaut initial rompt la symétrie des ondulations expérimentales de part et d'autre du centre bande à 6,4 MPa. L'augmentation de la traction tend à atténuer ce déséquilibre.

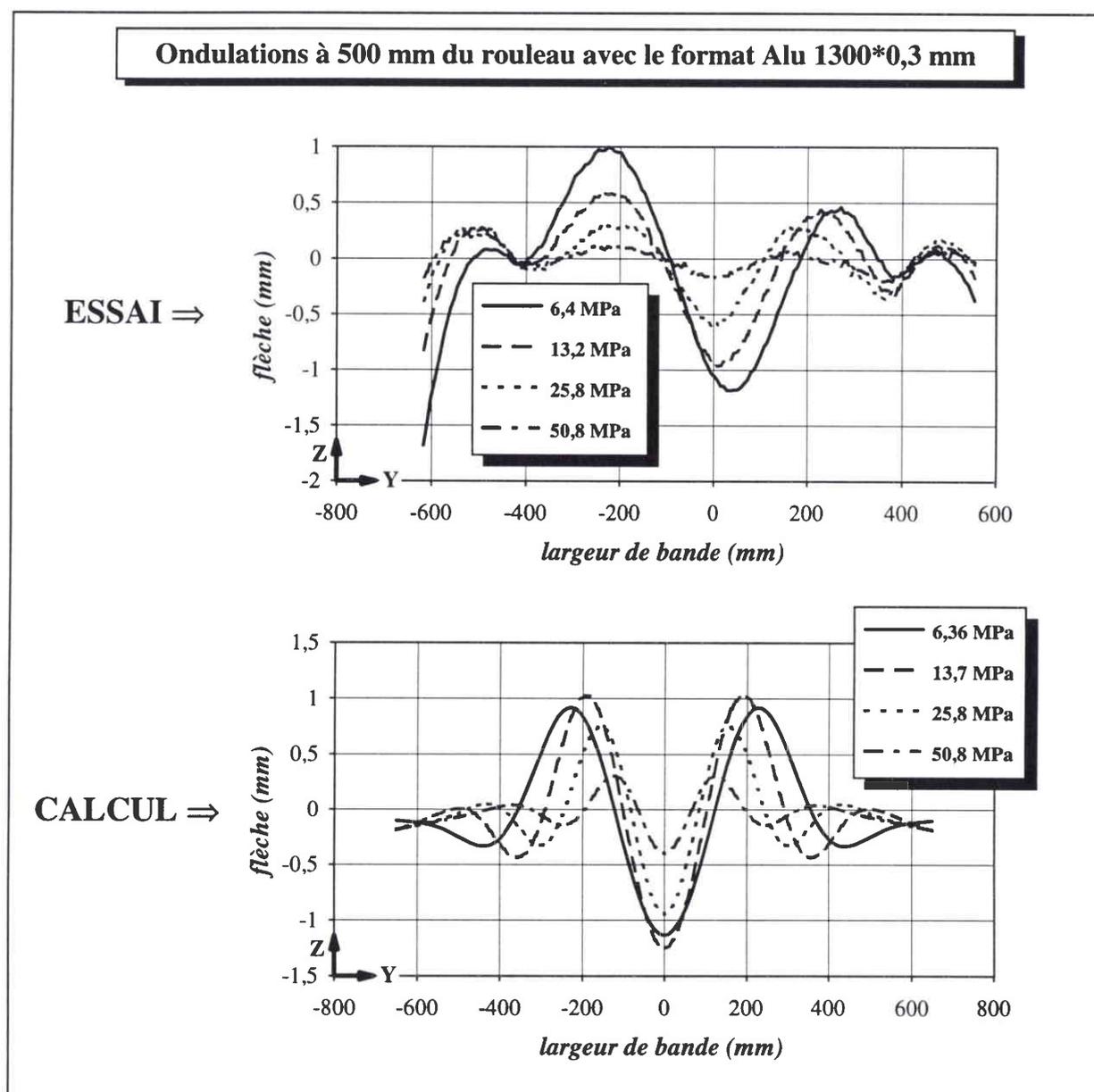


fig. 16: ondulations pour le calcul et l'essai avec le format Alu 1300*0,3 mm pour plusieurs niveaux de chargement, à $X = 500$ mm du rouleau

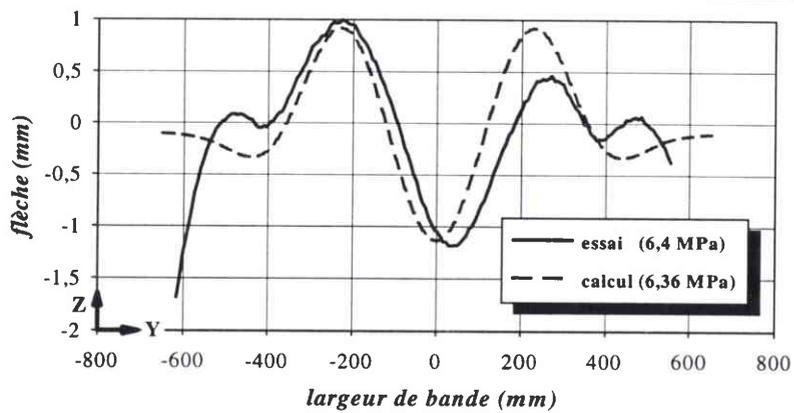
Sur cette même figure 16, on constate que les amplitudes des ondulations diminuent lorsque F croît. Pour l'essai, ce phénomène s'observe dès le passage de 6,4 à 13,2 MPa, alors que ce n'est qu'au-delà de 13,7 MPa qu'il intervient dans le calcul. Cette forte atténuation des ondulations s'explique dans le cas du calcul par l'établissement du contact qui, déjà important à 13,7 MPa, devient complet à 24 MPa.

Sur la figure 17, la courbe du calcul est comparée à celle de l'essai en chaque chargement ayant fait l'objet d'une mesure de la déformée. Les irrégularités des courbes d'essais, visibles en particulier lorsque les flèches sont faibles, proviennent de l'imprécision des capteurs de mesure pour l'aluminium en raison du caractère réfléchissant de ce matériau. A $F = 6,4$ MPa, les amplitudes des ondulations calcul/essai sont assez semblables malgré le déséquilibre causé par le défaut. Aux chargements supérieurs, un écart s'accroissant avec F apparaît entre les deux courbes. Au centre de la bande, l'amplitude des ondulations du calcul est deux à trois fois plus forte que sur la bande chargée expérimentalement à 50,8 MPa.

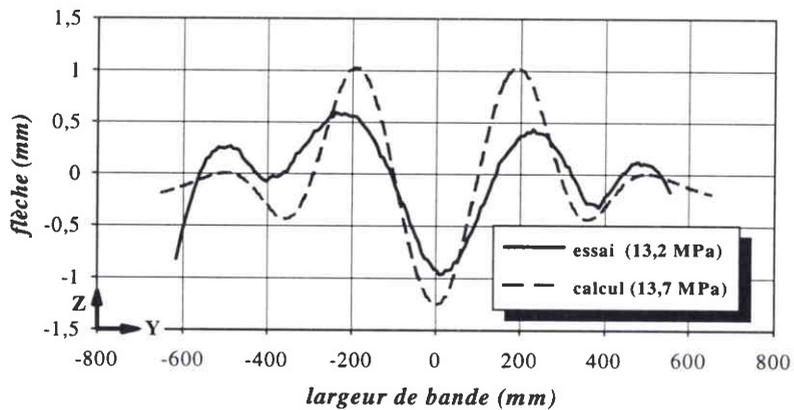
Le développement du contact entre la bande et le rouleau est à l'origine de l'écrasement des ondulations pour le calcul. Dans l'essai, un autre fait vient se superposer à ce dernier. C'est probablement dans l'absence de la prise en compte du comportement plastique que l'on doit chercher l'explication du creusement de l'écart entre l'amplitude des flèches qui apparaît entre calcul et essai quand F augmente. En effet, d'après Elias (IRSID-040 [7]), la plastification de la bande sur la table du rouleau devrait intervenir à partir de 18,25 MPa (en prenant la limite d'élasticité égale à 70 MPa). Cette valeur est supérieure à celle à laquelle les flèches commencent à décroître dans l'essai. C'est cette plastification sur le rouleau qui, en se superposant à l'action stabilisante de l'établissement du contact, crée une telle diminution des ondulations. En restant, numériquement, dans le cadre de l'élasticité, on ne peut reproduire correctement l'atténuation des ondulations.

Comparaison des ondulations à 500 mm du rouleau avec le format Alu 1300*0,3 mm

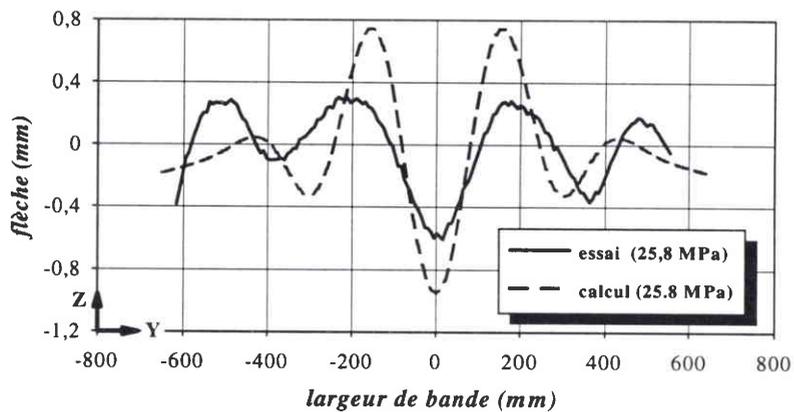
F = 6,4 MPa



F ≈ 13,5 MPa



F = 25,8 MPa



F = 50,8 MPa

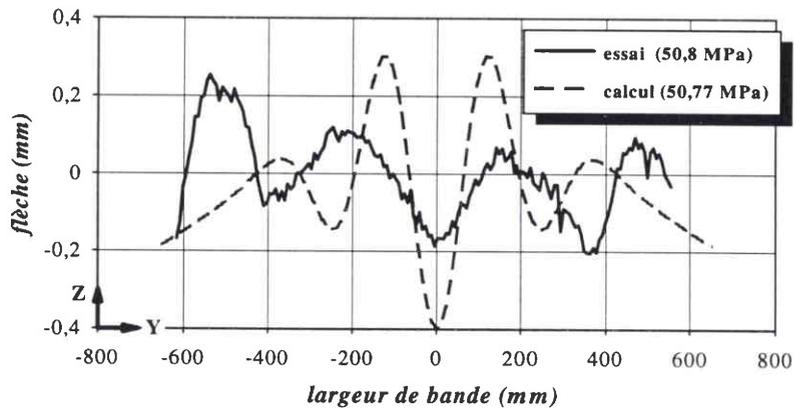


fig. 17: comparaison des ondulations entre le calcul et l'essai à X = 500 mm du rouleau avec le format Alu 1300*0,3 mm pour plusieurs niveaux de chargement

Conclusion

On a montré que les calculs donnent des résultats globalement proches des mesures expérimentales, reproduisant bien le mode avec des ordres de grandeur corrects pour les flèches. Les écarts qui ont été recensés sont les suivants:

- l'amplitude des ondulations obtenues numériquement est légèrement plus faible (Acier 820*0,09 mm) ou plus importante (Alu 1000*0,2 mm et Alu 1300*0,3 mm) que dans l'essai
- le sens du mode donné par le calcul est inversé comparativement à l'essai (Acier 820*0,09 mm)
- le calcul reproduit un mode d'autant moins fidèlement que celui-ci est tributaire des défauts de forme présents sur la bande.

L'explication que nous pouvons donner sur les causes de ces écarts reste aujourd'hui le plus souvent de l'ordre de l'hypothèse.

On pourrait se demander si l'origine de la sous ou surestimation des flèches par le calcul n'est pas liée à une trop faible densité du maillage utilisé. Le plus gros écart de ce type relevé, concerne l'ondulation centrale de la bande Alu 1000*0,2 mm globalement trop amplifiée par rapport à l'essai et très peu affectée par l'ondulation locale mesurée expérimentalement. Un calcul avec un maillage plus fin nous a permis de nous assurer que notre maillage est suffisamment dense. On peut, au moins dans ce cas, écarter l'hypothèse de l'insuffisance du nombre d'éléments employés. Un paramètre numérique qui n'a pas été testé est la longueur de brin. La longueur de 6 mètres adoptée est-elle suffisamment importante? Nous laissons cette question en suspend au vu de l'amplification du nombre de degrés de liberté que nécessiterait l'ajout de "quelques" mètres au brin modélisé. Toutefois, si on s'intéresse à l'évolution des ondulations dans la longueur du brin, on remarque qu'à 6 mètres du rouleau, la bande n'ondule plus. Il est donc probable que la valeur de longueur de brin prise soit assez grande pour que le comportement de la bande en soit affranchi.

On a vu dans le cas du format Alu 1300*0,3 mm que pour reproduire correctement la diminution de l'amplitude des ondulations numériquement, la prise en compte du comportement plastique du matériau serait nécessaire. En effet, la plastification de la bande

au-dessus du rouleau vient se superposer à l'action du contact, amplifiant le phénomène de résorption des ondulations mis en évidence dans le cas élastique quand F augmente. Précisons que pour les trois autres cas présentés dans ce chapitre, le problème d'une éventuelle plastification sur le rouleau ne se pose pas. Sur le brin, aux plus forts chargements qui correspondent aux niveaux critiques de formation de plis, les contraintes de Von Mises maximales pour l'acier n'excèdent pas 110 MPa, celles pour l'alu 1000*0,2 mm ne dépassent pas 24 MPa (limite d'élasticité de la bande \approx 50 MPa), et pour l'alu 1300*0,2 mm, le calcul nous donne un maximum de 36 MPa (contre 70 MPa de limite d'élasticité). L'hypothèse retenue en faisant le choix de travailler en élasticité est donc ici pleinement justifiée. Nous avons fait des calculs qui s'appuient sur des cas expérimentaux effectués à froid. La simulation du comportement d'une bande à chaud, conduirait à s'interroger sur la nécessité d'intégrer la plasticité dans le calcul afin de reproduire fidèlement le flambage et le postflambage de la bande.

A plusieurs reprises, en commentant les résultats obtenus nous avons fait ressortir des résultats d'essais que la présence de défauts de forme dans les bandes se répercute sur les déformées. La sensibilité du mode à ces défauts (pas de symétrie dans la largeur, modification du mode ou inversion de son sens) n'est pas prise en compte dans les calculs. La poursuite de l'étude du flambage présentée dans cette thèse doit déboucher sur la détermination numérique du seuil de formation des plis. Or même si elles pénalisent peu la justesse du mode obtenu par le calcul, les différences existant entre les calculs et les essais en particulier proche du rouleau, risquent de fausser le niveau du seuil calculé. Il ne nous est pas possible, en l'état actuel de nos connaissances, d'estimer l'importance de l'influence des défauts de forme.

CONCLUSION

L'étude que nous avons présentée dans ce rapport de thèse débouche sur la modélisation numérique du flambage survenant sur les bandes défilant dans les recuits continus. Nous avons mis en évidence les interactions qui existent entre le flambage et le contact bande/cônes, avec en particulier, l'effet stabilisant du contact sur l'évolution des variables sensibles au phénomène de flambage. Ces résultats ont été obtenus en simulant la géométrie du rouleau dans son intégralité.

La première modélisation proposée ne prend pas en compte le contact entre la bande et les cônes du rouleau. Elle approche correctement les résultats de la modélisation gérant ce contact, tant que le chargement auquel le contact s'initie sur les cônes n'est pas atteint. C'est ainsi que l'approche linéaire fournit une bonne indication du niveau critique de flambage et du mode de flambage, tandis que l'approche non-linéaire reproduit fidèlement les courbes de réponse décrivant le comportement de la structure.

Nous avons validé la modélisation gérant le contact bande/cônes à partir de déformées expérimentales. L'exploitation du modèle offre des applications multiples. Nous nous sommes par exemple limités ici à la présentation de résultats obtenus avec des rouleaux de profil conique alors que tout type de profil est intégrable dans la modélisation. Ceci ouvre la voie à des études d'optimisation du dimensionnement de rouleaux. Il devient également possible d'entreprendre une démarche comparative entre profils, voire, de tester des profils différents de ceux utilisés actuellement sur les lignes industrielles.

Le modèle numérique est également la base qui peut permettre de poursuivre l'étude vers l'intégration de la formation des plis. Un premier pas très encourageant a été effectué dans ce sens par Elias (IRSID-025 [6]). Nous avons par ailleurs simulé des bandes "parfaites" ne présentant aucun défaut de forme. Il apparaît, notamment à partir des résultats d'essais expérimentaux, que de tels défauts sont susceptibles d'affecter la déformée des bandes. L'influence de la répercussion d'une mauvaise planéité sur le flambage est un problème important qui reste à approfondir. On pourra s'appuyer sur la modélisation des défauts de planéité effectuée par Bellamy [2] pour engager une étude dans cette direction.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **Bazant Z. P. et Cedolin L.**
Stability of Structures, The Oxford Engineering Science Series, Oxford University Press, 1991
- [2] **Bellamy A.**
“Modélisation des défauts de planéité des tôles minces laminées à froid”, rapport de stage DESS, rapport interne IRSID département LAMEF/PPF, 1996
- [3] **Brush D. O. et Almroth B. O.**
Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill Book Compagny, 1975
- [4] **Demeure G.**
“Modélisation du guidage et de la formation des plis sur lignes de recuit continu”, mémoire de DEA, rapport interne IRSID département LAMEF/PPF, août 1995
- [5] **Gilabert A., Sibillot P., Sornette D., Vanneste C., Maugis D. et Muttin F.**
“Buckling instability and pattern around holes or cracks in thin plates under a tensile load”, *Eur. J. Mech., A/Solids*, vol.11, n°1, pp.65-89, 1992
- [6] **IRSID-025 Elias A.**
“Point sur l’étude théorique des plis”, note interne IRSID département LAMEF/PPF, n.96/025, 1996
- [7] **IRSID-040 Elias A.**
“Théorie et modélisation du planage sous traction: applications aux Aciers Pour Emballages”, rapport interne IRSID département LAMEF/PPF, RI.94/040, 1994
- [8] **IRSID-1067 Onno F.**
“Etude expérimentale et théorique de la formation des plis au recuit continu: analyse bibliographique”, rapport interne IRSID département LAMEF/PPF, N.93/1067, 1993

- [9] **IRSID-1089 Gueydan V.**
“Modélisation de la formation des plis sur lignes de recuit continu”, note interne IRSID département LAMEF/PPF, N.94/1089, 1994
- [10] **IRSID-1101 Adine A. et Onno F.**
“Installation d’essais pour l’étude des problèmes de guidage et de formation des plis sur les recuits continus”, note interne IRSID département LAMEF/PPF, N.94/1101, 1994
- [11] **IRSID-1114 Congi T. et Onno F.**
“Validation de la modélisation thermique des rouleaux de recuit continu”, note interne IRSID département LAMEF/PPF, N.1114/95, avril 1995
- [12] **IRSID-1117 Gueydan V. et Elias A.**
“Modélisation du flambage sur ligne de recuit continu: influence du contact bande/rouleau”, note interne IRSID département LAMEF/PPF, N.95/1117, 1995
- [13] **Kaseda Y. et Masui T.**
“Control of buckling and crossbow in strip processing lines”, *Iron and Steel Engineer*, pp.14-20, Septembre 1994
- [14] **Leissa A. W. et Ayoub E. F.**
“Vibration and buckling of a simply supported rectangular plate subjected to a pair of in-plane concentrated forces”, *Journal of Sound and Vibration*, vol.127 n°1, pp.155-171, 1988
- [15] **Leissa A. W. et Ayoub E. F.**
“Tension buckling of rectangular sheets due to concentrated forces”, *Journal of Engineering Mechanics*, vol.115 n°12, pp.2749-2762, décembre 1989
- [16] **Matsui M., Iwata N. and Mori N.**
“Initiation and growth of buckling in the biaxial diagonal tensile test on steel sheet”, *Journal of Mechanical Working Technology*, 14, pp.283-294, 1987

- [17] **Sasaki T., Hira T., Abe H., Yanagishima F., Shimoyama Y., Tahara K.**
“Control of strip buckling and snaking in continuous annealing furnace”, *Kawasaki Steel Technical Report*, Report n°9, pp.36-46, mars 1984
- [18] **Segedin R. H., Collins I. F., Segedin C. M.**
“The elastic wrinkling of rectangular sheets”, *Int. J. Mech. Sci*, vol.30, n°10, pp. 719-732, 1988
- [19] **Timoshenko S. P.**
“Théorie de la stabilité élastique”, Librairie Polytechnique CH. Béranger, 1947
- [20] **Timoshenko S. P. et Goodier J. N.**
“Theory of elasticity”, McGraw-Hill, 1982
- [21] **Yoshida K.**
“Test de flambage de Yoshida”, *Journal Japan Society Technology Plasticity*, vol.24 n°.272, pp.901-908, 1983
- [22] **Yoshida K., Hayashi H., Miyauchi K., Yamamoto Y., Abe K., Usuda M., Ishida R. and Oike Y.**
“The effects of mechanical properties of sheet metals on the growth and removing of buckles due to non-uniform stretching” *Scientific Papers of the Institute of Physical Chemical Research*, vol.68, n°3, pp.85-95, 1974

ANNEXE

Contraintes principales

Les contraintes σ_{XX} et σ_{YY} ainsi que les contraintes principales σ_I et σ_{II} de la figure 2 sont calculées à un chargement de 3,75 MPa. Les isocontraintes sont données dans le plan moyen de la bande. Elles sont obtenues à partir d'un calcul de préflambage linéaire dont les caractéristiques sont fournies dans le tableau de la figure 1. On constate que les répartitions d'isocontours pour σ_{XX} et σ_I sont très voisines. C'est également globalement le cas pour σ_{YY} et σ_{II} , en particulier dans la zone compressive en amont du rouleau. On note toutefois une différence localisée en bord de table du rouleau et une intensité supérieure des contraintes principales maximales (7,84 MPa pour σ_{II} contre 4,72 MPa pour σ_{YY}).

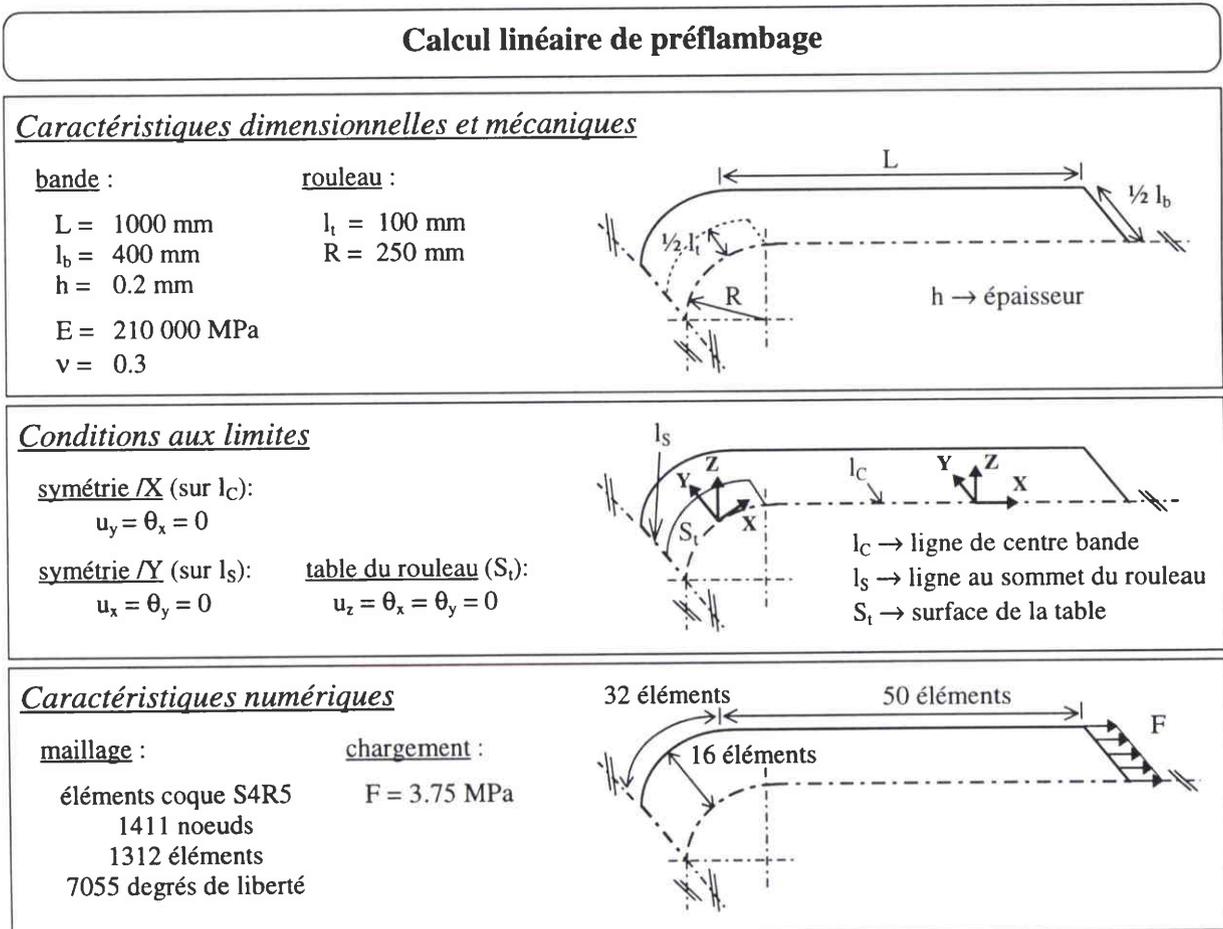


fig. 1: caractéristiques du calcul de l'annexe

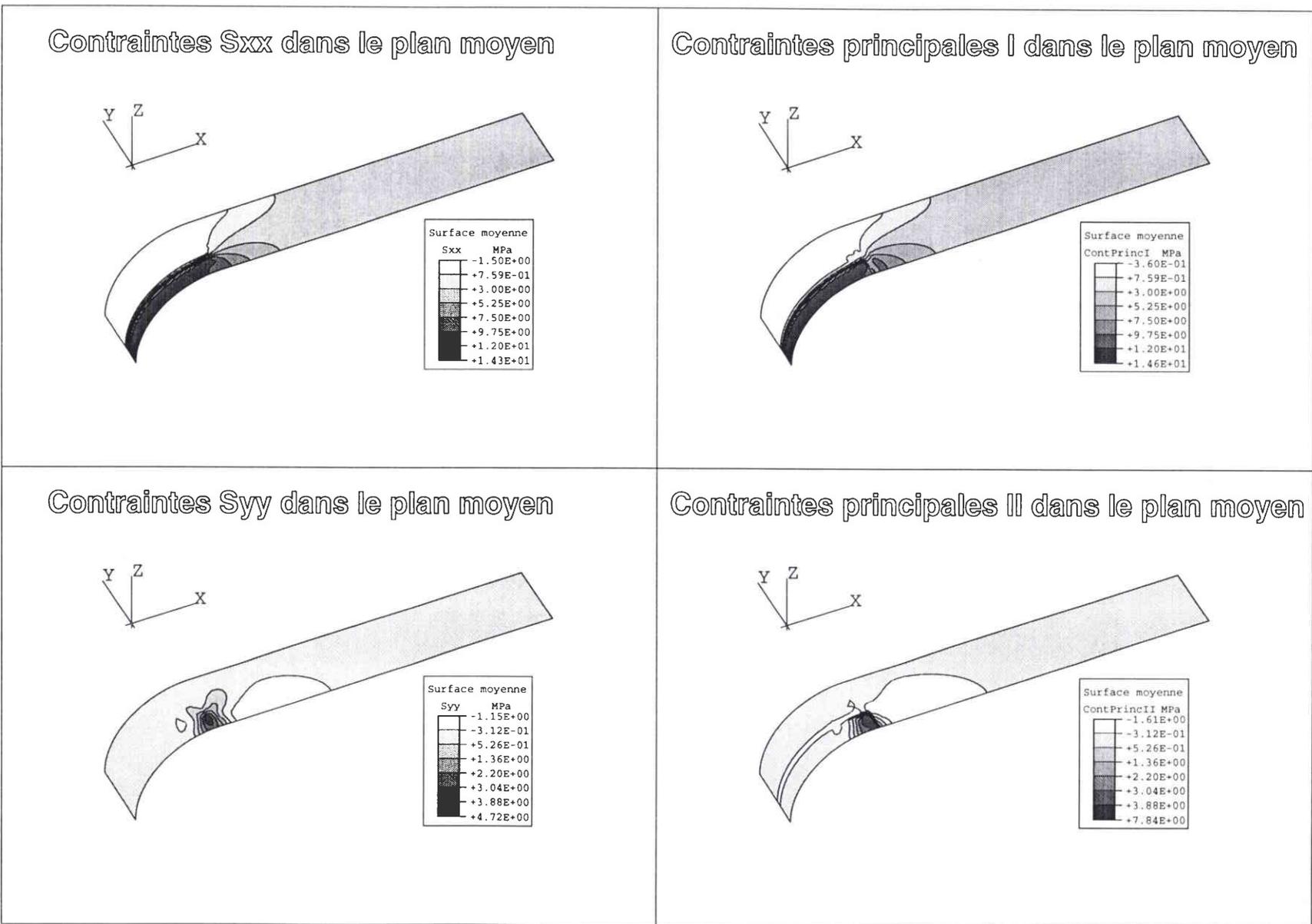


fig. 2: comparaison entre les contraintes σ_{xx} et σ_{yy} et les contraintes principales σ_I et σ_{II} dans le plan moyen de la bande à un chargement de $F = 3,75 \text{ MPa}$