AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

ÉCOLE
SUPÉRIEURE
D'ÉLECTRICITÉ
Supélec
Campus de Metz

Laboratoire Matériaux Optiques à Propriétés Spécifiques

Centre Lorrain d'Optique et d'Electronique des Solides

UNIVERSITE DE METZ

Thèse

présentée dans le cadre de l'Ecole Doctorale PROMEMA
pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Metz

mention

Physique

Par

Nicolas Fressengeas

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ
N° inv. 19970505
Cote S/M3 97/24
Loc Magasin

Etude expérimentale et théorique de l'auto-focalisation d'un faisceau laser en milieu photoréfractif : convergences spatiale et temporelle vers un soliton

Soutenue le 3 juillet 1997 devant la commission d'examen

Blondel, M.	Professeur Ordinaire à la Faculté Polytechnique de Mons (Belgique)	
Drabik, T.J.	Associate Professor au Georgia Institute of Technology d'Atlanta (USA)	
Huignard, J.P.	Chef de Laboratoire au LCR, Thomson-CSF	*Président*
Jonathan, J.M.	Directeur de Recherche CNRS, IOTA, ORSAY	*Rapporteur*
Kugel, G.	Professeur de l'Université de Metz, CLOES	*Directeur de thèse*
Maufoy, J.		*Codirecteur de thèse*
Rytz, D.	, Idar Oberstein (Allemagne)	
Vanzo, J.M.	etz de Supélec	

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ
022 420614 9

Deuxième rappo... .
Barthélémy, A. Directeur de Recherche CNRS, IRCOM, Limoges

b M3512

A mes parents, qui m'ont appris que la curiosité n'était pas qu'un vilain défaut

Je remercie mon épouse Thérèse pour son soutien moral et logistique tout au long de cette thèse.

Je n'oublie pas...

- Delphine Wolfersberger, qui a largement participé aux expérimentations

- Godefroy Kugel, qui a dirigé cette thèse et dont la constante bonne humeur et la vélocité dans la lecture de mes oeuvres scientifiques ont largement contribué à l'élaboration efficace de ce travail de thèse.

- Jean Maufoy, qui a co-dirigé cette thèse et dont les compétences techniques et l'esprit d'innovation m'ont permis de réaliser un banc expérimental performant

- Jean Noël Tripodi, dont les compétences en matière de vidéo furent très utiles

- Jean-Louis Gutzwiller, qui a permis la résolution des nombreux problèmes dus aux caprices de l'informatique

- Jean-Luc Collette, qui a conçu et réalisé la plupart des traitements numériques

- Jean-Marc Vanzo, qui m'a accueilli au sein du personnel de Supélec et qui m'a permis d'acquérir et d'utiliser du matériel scientifique de haute précision

- Mario Fernandes, qui a conçu et réalisé sur mesure avec une grande précision les pièces mécaniques indispensables à la réalisation du banc expérimental

- Michel Barret dont les compétences mathématiques furent très utilisées

- Michel Goetz, avec qui une discussion scientifique est toujours source de multiples questions et réponses

- Michel Mottin, qui a réalisé la majeure partie de l'électronique du banc expérimental

- Patrick Mercier dont les compétences en matière de réseaux ont été largement utilisées

- Yves Houzelle, dont le savoir faire en matière de fibre optique m'a été d'un grand secours

- et toutes les personnes de Supélec et du CLOES, qui m'ont accueilli chaleureusement au sein de leur équipe.

Table des matières

1. INTRODUCTION ____ 1

2. LES SOLITONS EN PHYSIQUE ____ 5

2.1. PREMIERE OBSERVATION ... 6
2.2. LES SOLITONS DANS DIVERS DOMAINES DE LA PHYSIQUE ... 6
2.2.1. Les mascarets ... 6
2.2.2. La physique récente ... 7
2.2.3. Le soliton : une quasi-particule ... 7
2.2.4. Solitons clairs / solitons sombres ... 7
2.3. SOLITONS OPTIQUES ... 8
2.3.1. Solitons temporels ... 8
2.3.1.1. Utilité ... 8
2.3.1.2. Equation de propagation [9] ... 8
2.3.1.3. Expression du soliton fondamental ... 10
2.3.1.4. Inverse Scattering ... 11
2.3.2. Solitons spatiaux ... 12
2.3.3. Solitons spatiaux Kerr ... 12
2.3.3.1. Introduction ... 12
2.3.3.2. Equation Non Linéaire de Schrödinger ... 12
2.4. SOLITONS SPATIAUX PHOTOREFRACTIFS ... 13
2.4.1. Solitons clairs ... 13
2.4.2. Solitons sombres ... 14
2.5. SITUATION DE NOTRE TRAVAIL VIS A VIS DE LA RECHERCHE INTERNATIONALE ... 15
2.5.1. Présentation de la bibliographie au début de la thèse ... 15
2.5.1.1. Analyses théoriques ... 15
2.5.1.2. Analyses expérimentales ... 16
2.5.2. Cadre de notre travail ... 17
2.5.3. Les objectifs ... 18

3. CARACTERISATION THEORIQUE DE LA PROPAGATION DE SOLITONS SPATIAUX PHOTOREFRACTIFS ____ 21

3.1. L'EFFET PHOTOREFRACTIF ... 22
3.1.1. Présentation ... 22
3.1.2. Analyse ... 24
3.2. LES APPROXIMATIONS NECESSAIRES ... 25
3.2.1. Etude des équations de Kukhtarev dans le cadre d'un modèle de dimension (1+1) ... 25
3.2.2. Approximations dues aux propriétés cristallines et relatives à l'éclairement ... 26
3.3. ETUDE DU CHAMP DE CHARGE D'ESPACE ET DE LA PROPAGATION D'ONDE EN REGIME ETABLI ... 27
3.3.1. Approximations supplémentaires et champ de charge d'espace ... 27
3.3.2. Conditions aux limites et calcul du champ de charge d'espace ... 28
3.3.3. Equation de Propagation ... 29
3.3.3.1. Définition de l'effet Pockels ... 29
3.3.3.2. Expression générale de l'équation d'onde et discussion des solutions ... 30
3.3.3.3. Cas où la diffusion des porteurs est négligeable ... 31
3.3.3.4. Expression de l'équation de propagation aux faibles intensités ... 32
3.4. ETUDE DU CHAMPS DE CHARGE D'ESPACE ET DE LA PROPAGATION AVEC PRISE EN COMPTE DE LA DIMENSION TEMPORELLE ... 33
3.4.1. Définition d'un état stationnaire partiel ... 33
3.4.2. Champ de charge d'espace ... 34
3.4.3. Equation de propagation générale ... 35
3.4.4. Analyse de l'évolution du champ de charge d'espace pour différents états initiaux ... 36
3.4.4.1. Etat initial uniforme ... 36
3.4.4.2. Etat initial résultant de la diffusion seule ... 39
3.4.4.3. Etat initial résultant de la diffusion et de l'effet photovoltaïque ... 40

3.4.5. Discussion *41*
3.5. EVOLUTION TEMPORELLE DU PROFIL DU SOLITON PHOTOREFRACTIF **42**
3.5.1. Détermination de la constante de propagation et d'une équation décrivant le profil d'intensité *42*
3.5.2. Analyse *du cas « N=1 »* *44*
3.5.2.1. Importance spécifique 44
3.5.2.2. Etude de la largeur à mi-hauteur en fonction du temps et du rapport d'intensités r 45
3.5.2.3. Temps de formation des solitons stationnaire et transitoire 47
3.6. GENERALISATION DE L'ETUDE TEMPORELLE AUX DIFFERENTS TYPES DE SOLITONS PHOTOREFRACTIFS **50**
3.6.1. Unification des différents solitons photoréfractifs *50*
3.6.2. Evolution temporelle du profil du soliton, en fonction de r et N *51*
3.6.2.1. Mise en évidence de trois régimes de formation différents 51
3.6.2.2. Domaines d'existence des différents comportements 53
3.6.3. Etude de la largeur à mi-hauteur et du temps de formation des soliton stationnaire et transitoire *55*
3.6.3.1. Soliton stationnaire 55
3.6.3.2. Soliton transitoire 56
3.7. LIMITES DU MODELE MATHEMATIQUE **58**
3.7.1. Dimensions du modèle *58*
3.7.2. Approximations *59*
3.7.3. Etude d'une solution particulière de l'équation de propagation *60*
3.7.4. Approche numérique *61*

4. CONCEPTION ET REALISATION DU BANC EXPERIMENTAL 63

4.1. CHOIX DU MATERIAU **64**
4.1.1. Avant la thèse : peu d'arguments pour le choix *64*
4.1.2. Rappel des propriétés physiques du cristal $Bi_{12}TiO_{20}$ *64*
4.1.3. Après l'étude théorique *65*
4.2. BANC EXPERIMENTAL **67**
4.2.1. Présentation générale *67*
4.2.2. Génération et conditionnement des faisceaux utilisés *68*
4.2.2.1. Génération du faisceau soliton 68
4.2.2.2. Zoom 70
4.2.2.3. Focalisation sur le cristal 70
4.2.2.4. Eclairage de fond 73
4.2.2.5. Mesure des deux intensités I_s et I_d et détermination de r 73
4.2.3. Champ et courant *74*
4.2.4. Observation directe (CCD) *75*
4.2.4.1. Principe 75
4.2.4.2. Positionnement 75
4.2.4.3. Inconvénients de la mesure directe 78
4.2.5. Observation indirecte *79*
4.2.5.1. Principe 79
4.2.5.2. Avantages 80
4.2.5.3. Electronique de mesure 80
4.2.5.4. Rapport d'intensités 81

5. ETUDE ET RESULTATS EXPERIMENTAUX 83

5.1. LES CRISTAUX UTILISES **84**
5.2. ETUDE QUALITATIVE SUR BTO **84**
5.2.1. Mise en évidence qualitative de l'auto-focalisation stationnaire et transitoire *84*
5.2.2. Difficultés dans la mise en évidence qualitative du soliton photoréfractif *86*
5.3. ETUDE QUANTITATIVE SUR BTO **87**
5.3.1. Principe des mesures quantitatives *87*
5.3.1.1. Principe de la mesure indirecte 87
5.3.1.2. Mesure typique et traitement de la mesure 90
5.3.2. Etendue des expérimentations *91*
5.3.3. Mesures sur BTO : résultats bruts *92*

5.3.3.1. Introduction....92
5.3.3.2. Etude sur l'échantillon de BTO18 de l'auto-focalisation en fonction de r pour différents E et différents waist s d'entrée....93
5.3.3.3. Etude sur l'échantillon de BTO16 de l'auto-focalisation....99
5.3.3.3. en fonction de r pour différents E et différents waist s d'entrée....100
5.3.3.4. Etude de l'auto-focalisation en fonction de E et pour différents r et waists. 113
5.4. AUTRES CRISTAUX....132
5.4.1. Etude de l'auto-focalisation sur SBN....132
5.4.1.1. Configuration expérimentale....132
5.4.1.2. Etude qualitative....132
5.4.1.3. Etude quantitative....132
5.4.2. $BaTiO_3$....138
5.4.2.1. Configuration expérimentale....138
5.4.2.2. Déviation du faisceau et nécessité d'une observation directe....138
5.4.2.3. Première observation....138
5.4.2.4. Expériences systématiques....141
6. ANALYSE....145
6.1. ANALYSE COMPARATIVE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET DU MODELE THEORIQUE....146
6.1.1. Dimensions spatiales....146
6.1.1.1. Prévision du rayon du soliton....146
6.1.1.2. Lecture des figures : relation avec le modèle....146
6.1.1.3. Analyse détaillée des comparaisons....148
6.1.2. Dimension temporelle....156
6.1.2.1. Analyse des temps de formation....156
6.1.2.2. Etude du produit du rapport d'intensités par le temps d'établissement....164
6.1.2.3. Seuil expérimental en champ (régimes 1->3)....165
6.1.2.4. Transitoire spatial et simulations numériques de la propagation en milieu photoréfractif....166
6.2. CRITIQUE DU MODELE THEORIQUE....168
6.2.1. Non conformité avec le modèle....168
6.2.1.1. Modèle de dimension (1+1)....168
6.2.1.2. Modèle 2D, expérience 3D....168
6.2.1.3. Stabilité....169
6.2.1.4. Absorption....169
6.2.1.5. Influence de la polarisation....170
6.2.1.6. Conséquences de l'activité optique....170
6.2.1.7. Stries d'indice....170
6.3. DEGRE DE CERTITUDE EXPERIMENTALE CONCERNANT L'OBTENTION D'UN SOLITON SPATIAL....171
6.3.1. Nos méthodes d'observation....171
6.3.2. Les autres méthodes expérimentales....172
6.4. BILAN ET PERSPECTIVES....172
6.4.1. Ce que nous avons apporté par rapport à la littérature préexistante et présente....172
6.4.2. Améliorations et poursuite de nos études....173
6.4.2.1. Modèle théorique....173
6.4.2.2. Oscillations laser....173
6.4.2.3. Expériences à poursuivre sur BTO....174
6.4.2.4. Expériences complètes sur d'autres cristaux....175
6.4.2.5. Interactions entre solitons....178
6.4.2.6. Théorie et expérience à des échelles temporelles plus courtes....180
6.4.2.7. Lumière blanche....180
6.4.3. Utilisation du modèle et de sa validation partielle pour d'autres phénomènes que l'auto-focalisation. (fanning, beam bending...)....180
7. CONCLUSION....183
8. APPENDICE A : PRINCIPALES NOTATIONS....187
9. APPENDICE B : ECHANTILLONS....191
9.1. BTO....192
9.1.1. Caractéristiques générales....192

9.1.2. BTO18 ..... *192*
9.1.3. BTO16 ..... *192*
9.2. SBN **192**
9.2.1. Caractéristiques générales (à température ambiante) *192*
9.2.2. Echantillon utilisé *192*
9.3. $BaTiO_3$ **193**
9.3.1. Caractéristiques générales (température ambiante) *193*
9.3.2. Echantillon utilisé *193*
10. BIBLIOGRAPHIE **195**

1. Introduction

La propagation d'ondes solitaires, appelées « solitons » depuis les années 1960, a maintenant passionné la communauté scientifique depuis plus d'un siècle. La première observation d'une onde solitaire qui soit rapportée dans ces termes date de 1834 : au cours de ses études de la navigation fluviale, un ingénieur de la marine écossaise, Scott Russel, observa une onde solitaire hydrodynamique se propageant dans un canal de navigation peu profond : l'arrêt soudain d'un bateau généra une ondulation unique de la surface de l'eau, qui se propagea pendant plusieurs kilomètres sans se déformer.

Depuis lors, les solitons, ou les équations qui les décrivent, ont trouvé des applications dans de nombreux domaines, de la coupe des vêtements à la mécanique des solides, en passant par les divers facettes de l'optique. Les solitons sont présents en optique principalement dans les systèmes de communication par fibre optique. Un soliton dans une fibre optique est une impulsion lumineuse, de forme et de puissance déterminée, qui se propage le long de la fibre optique sans se déformer, et en particulier, sans subir la dispersion linéaire ou chromatique. Les solitons permettent donc, en annulant la dispersion chromatique dans une fibre optique, d'augmenter le débit d'information de façon importante et de diminuer l'électronique - les répéteurs - présente sur le parcours de la fibre. Cela permet de diminuer les coûts d'installation du réseau de fibre en en augmentant le débit.

Les solitons utilisés pour les télécommunications par fibre optique sont dénommés « solitons temporels » car c'est la largeur temporelle de l'impulsion qui est maintenue constante par l'effet soliton. Ils ont été prévus théoriquement en 1973 et découverts expérimentalement en 1980. Ils ont depuis fait l'objet de nombreuses études : des prototypes de liaison très haut débit (plusieurs Tbds) par solitons temporels ont déjà été réalisés.

L'optique des milieux plans ou massifs présente un autre phénomène de dispersion : la diffraction naturelle. Celle-ci est inévitable, en milieu linéaire, pour tout faisceau de dimension transversale finie. Elle provoque un élargissement du faisceau au cours de sa propagation. Par analogie avec les solitons temporels, en remplaçant la dimension temporelle par la dimension spatiale transversale, la possibilité d'obtenir des « solitons spatiaux » dont le profil reste constant au cours de sa propagation semble possible dans un milieu présentant une non-linéarité convenable.

La possibilité d'obtention de solitons spatiaux dans les guides plans présentant un effet non-linéaire d'ordre 2 (Effet Kerr), a été démontrée expérimentalement en 1985. Les solitons spatiaux Kerr ont également été l'objet d'intenses recherches depuis lors. Il a été démontré qu'ils sont, sauf conditions particulières, instables dans un milieu massif. Comme ils nécessitent d'utiliser une non-linéarité d'ordre 2 intrinsèquement faible, ils requièrent l'emploi d'intensités optiques très élevées, de l'ordre de 1 MW/cm^2 à 1 GW/cm^2. Ces deux inconvénients majeurs ont orienté nos recherches vers la possibilité d'obtention de solitons spatiaux à de plus faibles intensités optiques d'une part, et stables dans un milieu massif d'autre part.

Certains milieux optiquement actifs présentent la propriété d'avoir un indice de réfraction qui peut être modulé par la lumière incidente elle-même. Ce sont les matériaux photoréfractifs. Si la modulation d'indice est proportionnelle à l'intensité

optique incidente, alors l'effet dit photoréfractif est similaire à l'effet Kerr : nous pouvons donc nous attendre à observer la propagation de solitons spatiaux dans les matériaux photoréfractifs.

La particularité de l'effet photoréfractif est qu'il ne met pas en jeu de non-linéarité d'ordre 2 intrinsèque au matériau. Il est donc beaucoup plus sensible et peut être utilisé à des intensités beaucoup plus faibles que celles nécessaires à l'effet Kerr. L'effet photoréfractif met en effet en jeu plusieurs facteurs comportant l'effet photoélectrique et l'effet électro-optique mais aussi la migration des porteurs de charge dans le cristal. La dépendance de la modulation d'indice vis-à-vis de l'éclairement dépend principalement de la façon dont les charges se déplacent dans le matériau. Ces mécanismes, dits de transport de charge, peuvent être complexes. Par conséquent, la fonction liant la modulation de l'indice de réfraction et l'intensité incidente est une fonction non triviale dont la détermination nécessite une étude précise des mécanismes de transport.

Ce manuscrit propose une étude des possibilités d'obtention de solitons spatiaux dans les matériaux photoréfractifs. Il propose d'une part une analyse théorique des mécanismes de transport de charge et de leur influence sur la propagation des ondes en milieu photoréfractif. Il étudie théoriquement les conditions d'obtention de solitons spatiaux et les caractérise.

Il propose d'autre part une étude expérimentale sur plusieurs cristaux, du phénomène d'auto-focalisation photoréfractive et montre qu'elle mène à l'obtention expérimentale de solitons spatiaux photoréfractifs.

Une comparaison détaillée entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques est alors établie, ouvrant la voie vers d'autres passionnantes études des solitons spatiaux photoréfractifs, prélude à leur utilisation pratique en vue de la réalisation de dispositifs de routage tout-optique et/ou de contrôle de la propagation d'un faisceau (focalisation, défocalisation, remise en forme, déviation...).

2. Les solitons en physique

Au cours de ce chapitre, nous définirons le concept physique de soliton et nous montrerons qu'il intervient dans de nombreux domaines de la physique, et plus particulièrement en optique non-linéaire. Nous montrerons pourquoi ce concept est intéressant pour l'optique et comment la photoréfractivité peut être utilisée pour l'obtention de solitons.

2.1. Première observation

« *J'observais le mouvement d'un bateau que deux chevaux tiraient rapidement dans un canal étroit, lorsque ce bateau vient à s'arrêter tout à coup ; mais il n'en fut pas de même pour la masse d'eau qu'il avait mise en mouvement dans le canal ; elle s'accumula autour de la proue dans un état de violente agitation, puis, laissant tout à coup le bateau en arrière, se mit à cheminer en avant avec une grande vitesse sous la forme d'une seule grande ondulation, dont la surface était arrondie, lisse et parfaitement déterminée. Cette onde continua sa marche dans le canal sans que sa forme et sa vitesse parussent s'altérer en rien. Je la suivi à cheval et la retrouvai cheminant encore avec une vitesse de 8 à 9 miles à l'heure et conservant sa figure initiale (environ 300 pieds de longueur sur 1 pied à 1 pied 1/2 de hauteur). La hauteur de l'onde diminuait graduellement, et après l'avoir suivie pendant un mille ou deux, je la perdis dans les sinuosités du canal. Ainsi, le mois d'août 1834 ai-je eu la chance de ma première rencontre avec ce phénomène étrange et beau* » [1,2]

Ce rapport de l'ingénieur écossais Scott Russel rapporte la première observation du phénomène appelé à l'époque « onde solitaire », qui est aussi appelé aujourd'hui « soliton ». Il s'agit ici de la propagation d'une unique ondulation à la surface d'un canal étroit et peu profond. Une ondulation solitaire est la superposition d'une infinité d'harmoniques (un « paquet d'ondes ») se propageant à des vitesses différentes : l'ondulation à tendance à s'écraser en s'élargissant : c'est la dispersion linéaire[1].

Lorsque cette ondulation se propage sur un canal peu profond, elle en fait varier significativement la profondeur. Or, la vitesse de propagation d'une onde harmonique à la surface d'un canal peu profond vis-à-vis de la longueur d'onde dépend de la profondeur du canal : d'après la loi de Lagrange [2], la vitesse approchée de l'onde est $v = \sqrt{gH}$, si g est l'accélération de la pesanteur et H la profondeur du canal. Par conséquent la crête de l'ondulation tend à se propager plus vite que le front : l'ondulation à tendance à se resserrer et à déferler[2].

Dans certaines conditions, ces deux phénomènes peuvent se compenser et donner lieu à la propagation sans déformation d'une onde solitaire : le phénomène observé par Scott Russel.

2.2. Les solitons dans divers domaines de la physique

2.2.1. Les mascarets

« *Un mascaret est l'analogue hydraulique d'un bang sonique : c'est un mur d'eau qui remonte certains fleuves en transportant la marée. Plusieurs heures après le passage du mascaret, le fleuve coule encore vers l'amont.* » [3]

---

[1] Pour parler de la dispersion linéaire d'une impulsion lumineuse dans une fibre optiqe, le terme de « dispersion chromatique » est utlisé, en référence à la correspondance entre la fréquence optique d'une radiation et sa couleur.

[2] C'est le phénomène à l'origine des déferlantes sur les plages de l'Atlantique.

Le mascaret est l'illustration la plus populaire d'un phénomène du même type que les ondes solitaires. Il s'agit de la transmission de l'ondulation responsable des marées (donc de très grande longueur d'onde) à un milieu peu profond : l'embouchure d'un fleuve. Le mur d'eau ainsi généré peut se propager sans déformation sur de très grandes longueurs. Au début du siècle, le mascaret de la Seine était réputé pour ses effets dévastateurs. Aujourd'hui, le mascaret de la Severn (Grande-Bretagne) est un des plus importants d'Europe : des surfeurs remontent ainsi le fleuve sur plusieurs kilomètres.

2.2.2. La physique récente

Depuis l'observation de Scott Russel, des phénomènes de type soliton, obéissant à des équations similaires, ont été découverts dans divers domaines de la physique. Par exemple, la propagation d'une dislocation provenant de la suppression d'une demie rangée d'atomes dans un cristal se comporte comme une onde solitaire [2].

L'observation de Scott Russel d'une onde solitaire dans un canal de navigation laisse supposer qu'il peut en exister dans d'autres fluides. Il existe en effet une théorie associant l'origine de la Grande Tache Rouge de Jupiter à l'existence de phénomène de propagation d'ondes solitaires dans l'atmosphère de Jupiter [4].

2.2.3. Le soliton : une quasi-particule

La mot « soliton » employée aujourd'hui pour désigner les ondes solitaires vient de la découverte que ces ondes solitaires possèdent des propriétés analogues à celle des particules élémentaires [2,5]: elles sont capables de se traverser sans s'altérer l'une par l'autre et elle peuvent avoir entre elles des collisions élastiques et inélastiques.

2.2.4. Solitons clairs / solitons sombres

Une onde solitaire, ou soliton, est une déformation des propriétés d'un milieu se propageant sans déformation, à l'instar du soliton hydrodynamique observé par Scott Russel. Il est possible à ce stade d'envisager la possibilité d'existence de deux types de solitons : les solitons clairs et les solitons sombres[3]. Les solitons clairs correspondent à la propagation d'une déformation « positive » du milieu alors que les solitons sombres correspondent à une déformation « négative ».

Par exemple, un soliton hydrodynamique sombre serait la propagation sans déformation d'un creux dans la nappe liquide (à notre connaissance, ceci n'a jamais été observé). Dans le domaine de l'optique, un soliton clair est une impulsion lumineuse qui se propage sans se déformer alors qu'un soliton sombre est une impulsion sombre sur un fond lumineux.

---

[3] Nous employons ici les termes « solitons clairs » et « solitons sombres » liés à l'optique. Ils peuvent cependant être appliqués à d'autres milieux, pour lesquels les appellations respectives « solitons positifs » ou « solitons négatifs » pourraient être plus appropriés.

2.3. Solitons optiques

2.3.1. Solitons temporels

Les solitons optiques temporels sont du même type que celui observé par Scott Russel, mis à part le fait que l'ondulation solitaire est électromagnétique au lieu d'être hydrodynamique. Ils sont créés en introduisant dans une fibre optique une impulsion lumineuse courte ayant une durée et une énergie voisine de celle que doit avoir l'impulsion solitaire dans la fibre optique. Le phénomène étant stable, l'impulsion introduite évolue vers un soliton temporel.

2.3.1.1.Utilité

Les télécommunications sur fibre optique se font sous la forme d'une série d'impulsions lumineuses figurant les bits d'information. La limite théorique ultime au débit imposable est due à la dispersion chromatique. En effet, les impulsions s'élargissent au cours de la propagation : au delà d'un certain élargissement, les impulsions ont une intensité trop faible et éventuellement se chevauchent ; le signal est perdu. Pour pallier ce problème, les télécommunications classiques sur fibres optiques nécessitaient l'emploi de répéteurs optoélectroniques permettant la remise en forme des impulsions lumineuse, environ tous les 200 km. Ces répéteurs sont actuellement remplacés par des amplificateurs tout optique à fibre dopé erbium, permettant de s'affranchir des dispositifs électroniques.

Hasegawa et Tappert [6] ont montré qu'il était théoriquement possible de faire propager des solitons (clairs ou sombres) dans les fibres optiques classiques en utilisant l'effet Kerr[4]. Il suffit d'injecter une impulsion ayant une puissance et un profil proches de l'impulsion soliton. Cette technique permet au débit de ne plus être limité par la dispersion chromatique. Ce type d'onde solitaire, appelé « soliton temporel optique » a été expérimentalement mis en évidence en 1980 par Mollenauer *et al.* [7] et est aujourd'hui largement étudié (voir par exemple [8]). Il a aussi permis la réalisation de prototype de liaisons haut débit par solitons.

2.3.1.2.Equation de propagation [9]

Cette section se veut être une brève explication de la théorie sous-jacente à l'utilisation des solitons temporels dans les fibres. Le développement ci-dessous ne contient donc pas toutes les justifications et définitions précises nécessaires à une étude approfondie. Toutefois, le lecteur intéressé les trouvera dans la référence [9], laquelle pourra être utilement complétée par la lecture de l'ouvrage d'Agrawal [8].

Une onde électromagnétique $\mathbf{E}(t,z,\mathbf{r})$ se propageant dans une fibre optique monomode est la combinaison d'une partie lentement variable (son enveloppe $\mathbf{E}_1(\tau,\zeta,\mathbf{r};\varepsilon)$) et d'une partie variant rapidement avec le temps et l'espace et peut donc s'exprimer comme suit :

$$\mathbf{E}(t,z,\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{\mathbf{E}}(\omega,\mathbf{r})\exp\left\{i\left[k(\omega)z-\omega t\right]\right\}d\omega = \mathbf{E}_1(\tau,\zeta,\mathbf{r};\varepsilon)\exp\left[i\left(k_1 z-\omega_1 t\right)\right]+C.C \qquad (2\text{-}1)$$

[4] L'effet Kerr est la dépendance linéaire de la modulation de l'indice de réfraction local par rapport à l'intensité optique locale. C'est un effet non-linéaire d'ordre 2.

en exprimant l'enveloppe de l'onde ainsi :

$$\mathbf{E}_1(\tau,\zeta,\mathbf{r};\varepsilon)_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{\mathbf{E}}(\omega_1+\Delta\omega,\mathbf{r})\exp\left\{i\left[k(\omega)-k_1\right]z-i(\Delta\omega)t\right\}d(\Delta\omega) \tag{2-2}$$

Dans les expressions (2-1) et (2-2) ci-dessus, le paramètre ε, petit devant 1, désigne la largeur spectrale normalisée $\Delta\omega/\omega_1$ de l'enveloppe de l'onde. **r** représente le vecteur spatial transverse, ω la pulsation de l'onde, k le vecteur d'onde, k_1 le vecteur d'onde correspondant au mode propre de la fibre monomode à la pulsation moyenne de l'impulsion ω_1, z la coordonnée spatiale dans la direction de propagation et t le temps.

Les quantités τ et ζ sont les valeurs réduites et lentement variables du temps et de z, définies ainsi :

$$\tau = \varepsilon(t-k_1'z) \tag{2-3}$$

$$\zeta = \varepsilon^2 z \tag{2-4}$$

Elles son déduites du développement limité de la variation du vecteur d'onde en fonction de la pulsation :

$$\left[k(\omega)-k_1\right]z-(\Delta\omega)t = -(t-k_1'z)\Delta\omega+\frac{1}{2}k_1''(\Delta\omega)^2z+\cdots \tag{2-5}$$

où k_1' et k_1'' sont respectivement les dérivées première et seconde par rapport à ω du vecteur d'onde propre k_1.

La propagation de l'onde est alors décrite par l'équation de propagation dans l'approximation de variation lente de l'enveloppe en régime de faible variation d'indice :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}-\frac{i}{2k}\nabla_r\right)\mathbf{E} = \frac{ik}{n}\delta n\mathbf{E} \tag{2-6}$$

où n est l'indice de réfraction du coeur et δn la variation d'indice induite par l'effet non linéaire. La variation de l'indice de réfraction δn est le résultat des différents effets électro-optiques (linéaire (r_{ijk}), quadratique (s_{ijkl})...) :

$$\delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk}\mathbf{E}_k+s_{ijkl}\mathbf{E}_k\mathbf{E}_l+\cdots \tag{2-7}$$

La combinaison des équations (2-1) et (2-2) décrivant l'onde électromagnétique, de l'équation de propagation (2-6) et de la variation de l'indice (2-7) permet [9] d'obtenir l'équation (2-8) aux dérivées partielles, satisfaite par q, la fonction scalaire normalisée enveloppe de E_1.

$$i\frac{\partial q}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial T^2}+|q|^2q = i\varepsilon\left(\beta_1\frac{\partial q^3}{\partial T^3}+\beta_2\frac{\partial}{\partial T}\left(|q|^2q\right)+i\sigma_R q\frac{\partial}{\partial T}|q|^2\right)-i\Gamma q+O(\varepsilon^2) \tag{2-8}$$

avec :

- $q = q_1\sqrt{v\,z_0}$ l'enveloppe normalisée

- q_1 l'enveloppe scalaire de E_1.
- $Z = \zeta / z_0$ la distance de dispersion
- $T = \tau / t_0$
- $z_0 = -t_0 / k_1''$
- $t_0 = \Delta\omega^{-1}$
- $v = g \frac{\omega_1}{c} \frac{n_2}{2}$ le coefficient Kerr réduit
- c la vitesse de la lumière
- n_2 le coefficient Kerr[5]
- g le facteur de forme de la coupe transverse du champ électrique multiplié par l'indice de réfraction (intégrale sur une section transverse divisée par la valeur crête)

et

- $\beta_1 = \frac{1}{6} \frac{k_1'' z_0}{t_0^3}$ représente la dispersion linéaire d'ordre 3
- $\beta_2 = -\frac{1}{t_0} \frac{d(\ln v)}{\partial \omega_1}$ représente la dispersion non linéaire, issue de la dépendance des coefficients Kerr par rapport à la longueur d'onde
- $\sigma_R = -\frac{i\mu}{v t_0}$
- μ est le gain d'auto effet Raman
- $\Gamma = \frac{\omega_1 z_0}{c} \mathrm{Im}\{n_0(\omega_1)\}$ où n_0 est l'indice complexe du coeur ; Γ représente les pertes dans la fibre.

2.3.1.3.Expression du soliton fondamental

Les solutions de type soliton sont les solutions qui se propagent sans déformation. Ceci n'est pas possible strictement si la fibre présente une atténuation : nous négligerons donc Γ. (la littérature montre que les solitons temporels sont stables vis-à-vis de l'atténuation)

Nous chercherons par ailleurs les solutions au premier ordre en prenant pour ε sa valeur limite 0. Cette hypothèse est très restrictive et ne permet pas de rendre compte de l'influence de la dispersion non-linéaire et de l'effet Raman notamment. Toutefois, l'étude de l'équation de propagation (2-8) prenant en compte tout ou partie de ces phénomènes est très complexe et fais l'objet d'une grande partie de

[5] Le coefficient Kerr n_2 est souvent dénommé « indice non-linéaire ». Sa définition à partir de la polarisation cristalline n'est pas immédiate. Le lecteur intéressé par cet aspect de physique des solides poura utilement se reporter à la référence [8], p37-39.

la littérature concernant les solitons temporels dans les fibres optiques (voir par exemple les références données par [9]).

Dans le cas simple où $\varepsilon=0$ et $\Gamma=0$, l'équation de propagation (2-8) est une équation non linéaire de Schrödinger (2-9)

$$i\frac{\partial q}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial T^2}+|q|^2 q=0 \qquad (2\text{-}9)$$

dont les solutions solitons sont données par [9] :

$$q(T,Z)=\eta\,\mathrm{sech}\left[\eta\left(T+\kappa Z-\theta_0\right)\right]\exp\left[-i\kappa T+\frac{1}{2}\left(\eta^2-\kappa^2\right)Z+i\sigma_0\right] \qquad (2\text{-}10)$$

L'équation du soliton (2-10) présente 4 paramètres arbitraires :

- η représente l'amplitude et la largeur de l'impulsion soliton
- κ représente la vitesse de l'impulsion
- Deux paramètres représentent la position de l'impulsion à un instant donné : θ_0 et la constante de phase σ_0.

2.3.1.4.Inverse Scattering

L'expression (2-10) est une solution particulière de l'équation non linéaire de Schrödinger (2-9). C'est la solution présentant un profil invariant avec la propagation, elle est dénommé **soliton fondamental**.

Il existe une méthode mathématique dénommée « Inverse Scattering » qui permet de résoudre formellement l'équation non linéaire de Schrödinger. Nous n'aborderons pas dans ce manuscrit cette méthode. Elle est abordée en détails de nombreux ouvrages traitant des solitons, tels que la référence [8]. Elle permet de trouver des solutions différentes de (2-10), dont la variation du profil est périodique dans le temps et l'espace. Ces ondes sont aussi des ondes solitaires car elles restent confinées et ne se dispersent pas : elles sont appelées soliton **d'ordre supérieur**.

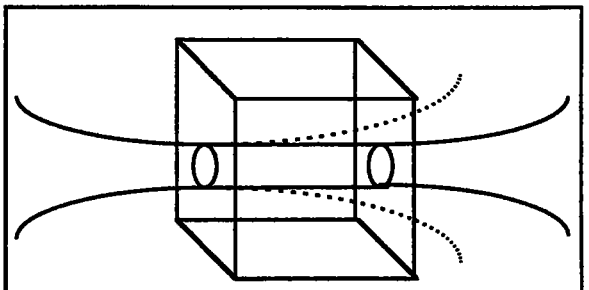
Telle qu'elle est décrite dans la littérature, la méthode de l'« Inverse Scattering » s'applique uniquement à la résolution de l'équation non linéaire de Schrödinger et non pas à ses variantes, que l'on obtient par exemple en ne négligeant pas ε et Γ dans (2-8).

Ce manuscrit est dédié à l'étude de la propagation des solitons spatiaux dans les matériaux photoréfractifs. Nous verrons dans le chapitre suivant que l'équation non linéaire de Schrödinger la décrit très imparfaitement. C'est pourquoi la méthode de l' « Inverse Scattering » présente peu d'intérêt pour nous, a fortiori au vu de sa complexité.

2.3.2. Solitons spatiaux

Dans la plupart des exemples cités ci-dessus, les ondes solitaires dont nous avons parlé sont dans le domaine temporel : l'onde se déplace au cours du temps sans déformation.

L'optique des lasers présente un autre type d'onde solitaire qu'il est moins aisé de trouver dans les autres domaines de la physique : le soliton de type spatial (figure ci-contre).



Comparaison d'un soliton spatial (trait plein) et d'un faisceau diffractant linéairement (trait pointillé)

Un soliton spatial optique est un faisceau laser qui se propage dans un milieu non-linéaire sans se déformer, c'est à dire, notamment, sans diffracter. Le soliton spatial existe lors de l'exacte compensation de la diffraction par des phénomènes non-linéaires.[6]

2.3.3. Solitons spatiaux Kerr

2.3.3.1.Introduction

La non-linéarité d'ordre 2 de type Kerr introduit une variation d'indice du milieu de propagation proportionnelle à l'intensité optique. L'indice du matériau est donc plus élevé au centre du faisceau. Par un principe intuitivement similaire à celui de la fibre optique le faisceau est donc confiné dans le guide qu'il a induit. Ce guide auto-induit est capable de compenser les effets de la diffraction naturelle : il permet l'obtention d'un soliton clair. A l'inverse, lorsque la non-linéarité change de signe (à d'autres longueurs d'onde et/ou dans d'autres cristaux), l'effet Kerr permet l'obtention de solitons spatiaux sombres.

Barthélémy *et al.* [10] ont montré que ce raisonnement intuitif est correct pour ce qui est de la propagation dans les guides plans (profil de faisceau monodimensionnel). En revanche, le phénomène d'auto-focalisation est instable lorsque le faisceau possède deux dimensions transversales : un faisceau gaussien se décompose en une multitude de petits foyers d'auto-focalisation, de manière aléatoire.

Par ailleurs, l'obtention de l'auto-focalisation dans les milieux Kerr nécessite l'activation d'un phénomène physique d'ordre 2, naturellement faible. Pour que la non linéarité d'ordre 2 devienne significative vis-à-vis des phénomènes linéaires, il est nécessaire que les intensités optiques mises en jeu soient importantes. A titre d'exemple, Barthélémy *et al.* [10] ont travaillé à des puissances optiques de l'ordre du GW/cm^2, que seuls des lasers pulsés focalisés sont capables de produire.

2.3.3.2.Equation Non Linéaire de Schrödinger

L'équation décrivant la propagation des solitons spatiaux peut être déduite de l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu à faible

[6] Rappelons ici que le soliton temporel existe lors de l'exacte compensation de la dispersion chromatique par des phénomènes non-linéaires.

variation d'indice (2-6). Puisque les solitons spatiaux Kerr ne sont stables qu'en une dimension, nous réduisons (2-6) en une équation de propagation monodimensionnelle.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2k}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\mathbf{E} = \frac{ik}{n}\delta n\mathbf{E} \qquad (2\text{-}11)$$

L'effet Kerr implique que la modulation d'indice est δn est proportionnelle à l'intensité lumineuse locale.

$$\frac{\delta n}{n} = n_2 I = n_2|\mathbf{E}|^2 \qquad (2\text{-}12)$$

n_2 est le coefficient Kerr.

La combinaison de (2-11) et (2-12) donne l'équation de propagation des ondes électromagnétiques en milieu Kerr (2-13)

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z} - \frac{i}{2k}\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} - ikn_2|\mathbf{E}|^2\mathbf{E} = 0 \qquad (2\text{-}13)$$

qui, sous réserve d'une normalisation adéquate, peut se ramener à l'équation Non Linéaire de Schrödinger (2-9), laquelle présente des solutions de type soliton. Une analyse plus détaillée des conditions de propagation des solitons spatiaux pourra être trouvée dans les Refs. [11] et [12]

2.4. Solitons spatiaux photoréfractifs

2.4.1. Solitons clairs

La nécessité d'utiliser des puissances optiques très élevées pour l'obtention de l'auto-focalisation dans les milieux Kerr est un obstacle majeur à l'utilisation du phénomène soliton dans des applications de type routage optique ou remise en forme de faisceau. Par ailleurs, il pourrait être intéressant d'obtenir l'auto-focalisation des faisceaux lasers dans les deux dimensions transversales.

Il est maintenant bien connu que, sous certaines conditions très restrictives, l'effet photoréfractif[7] est un effet d'ordre 2, comme l'effet Kerr (voir annexe 1), mais avec l'avantage d'être beaucoup plus sensible et l'inconvénient d'être beaucoup plus lent [13, p.99]. Il semble donc que l'effet photoréfractif soit un bon candidat à l'obtention de soliton spatiaux à des intensités faibles. Par ailleurs, il n'existe pas, lorsque débutent nos travaux, de limitation connue quant à l'obtention de solitons spatiaux photoréfractifs dans les deux dimensions transversales.

Le but principal de ce manuscrit est de montrer, de manière théorique (chapitre 3) et expérimentale (chapitres 4 ˆ 6) la possibilité d'obtention de solitons spatiaux dans les milieux photoréfractifs. Dans les chapitres qui suivent, nous nous

---

[7] Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, l'effet photoréfractif peut avoir de multiples causes. Toutefois, l'effet photoréfractif le plus couramment observé et étudié est du à la combinaison des phénomènes de génération/transport/recombinaison de porteurs de charges et à l'effet Pockels (modification de l'indice de réfraction local proportionnelle au champ électrique local). Par convention, nous désignerons ici, et dans le reste de ce manuscrit, cet effet photoréfractif particulier sous le terme générique « effet photoréfractif ».

Annexe 1 : effet photoréfractif : une analyse très simple

L'équation ci-dessous est l'expression, désormais classique, du champ de charge d'espace E_{sc} en fonction du taux de modulation m de l'intensité lumineuse présente sur le cristal, et des champs appliqués E_0, de diffusion E_d et de saturation E_q. Sa démonstration peut être trouvée, par exemple, dans l'ouvrage de Yeh (Ref.[13], p.92). Elle est valable pour des éclairements forts devant l'intensité d'obscurité et un taux de modulation m petit devant 1.

$$E_{sc} = \frac{iE_d}{1+\frac{E_d}{E_q}}\left[\frac{1+i\frac{E_0}{E_d}}{1+i\left(\frac{E_0}{E_d+E_q}\right)}\right]m.$$

Pour des champs électriques appliqués moyens ($E_d << E_0 << E_q$), et si le rapport entre les champs de saturation et de diffusion est assez élevé, l'expression ci-dessus du champ de charge d'espace se réduit à $E_{sc} = -mE_0$: le champ de charge d'espace est proportionnel au taux de modulation.

$$\delta n = -\frac{1}{2} r_{eff} n^3 E_{sc} = \frac{1}{2} r_{eff} n^3 m E_0$$

Cependant, ceci n'est valable que pour de faibles taux de modulation et un champ électrique appliqué moyen. De plus, cette étude est faite en régime harmonique. Pour pouvoir la généraliser aux autres éclairements, il faut utiliser le théorème de superposition de Fourier et donc supposer la linéarité des phénomènes mis en jeu, ce qui est loin d'être évident en ce qui concerne l'effet photoréfractif.

Ce bref raisonnement intuitif n'est donc valable que sous l'hypothèse très restrictive que le taux de modulation est faible. Puisque nous nous proposons d'étudier le comportement d'un faisceau fin, les taux de modulation mis en jeu peuvent être très fort. Par conséquent, une toute nouvelle approche est nécessaire si l'on veut comprendre en détail le comportement des solitons spatiaux photoréfractifs.

attacherons à déterminer les conditions de leur obtention et de leur propagation, ainsi qu'à souligner les questions théoriques et expérimentales qu'ils soulèvent.

2.4.2. Solitons sombres

L'obtention de solitons spatiaux sombres nécessite d'inverser la dépendance (linéaire) de la variation de l'indice par rapport à l'intensité optique locale. Dans les milieux Kerr, cette dépendance est liée à la nature même du matériau et au faisceau laser incident. Dans les matériaux photoréfractif, le coefficient liant l'intensité lumineuse à la variation d'indice fait intervenir l'indice électro-optique effectif dans la direction de polarisation utilisée (voir annexe 1). Il est possible de le changer, dans certains matériaux (comme BTO[8]), en tournant la polarisation du faisceau incident de 90° : un même cristal permet alors la propagation de solitons clairs et sombres dans les mêmes conditions expérimentales[9]. Nous verrons aussi (chapitre suivant) que les solitons spatiaux photoréfractifs existent grâce à

[8] BTO : cristal cubique $Bi_{12}TiO_{20}$ de la famille des sillénites.

[9] Cette inversion du coefficient de proportionnalité en tournant la polarisation du faisceau incident est possible aussi dans les milieux Kerr.

un phénomène de masquage du champ électrique appliqué : l'inversion de ce champ inverse le signe du champ de charge d'espace et donc inverse la dépendance de la modulation d'indice vis-à-vis de l'éclairement local. L'orientation du champ électrique appliqué permet donc, pour une polarisation donnée, d'obtenir, au choix, des solitons spatiaux clairs ou sombres

Les solitons sombres peuvent être obtenus dans la plupart des matériaux photoréfractifs. Ils requièrent l'application d'un champ électrique pour favoriser l'entraînement des porteurs [14] ou la présence d'un effet photovoltaïque fort [15]. Ils peuvent également être couplés entre eux ou avec des solitons clairs [16,17]. Ces prévision théoriques ont également fait l'objet de vérification expérimentales couronnées de succès, aussi bien en appliquant un champ électrique [18,19] qu'en utilisant l'effet photovoltaïque [20].

Les études mentionnées dans le paragraphe ci-dessus rapportent l'existence de solitons sombres « ruban » (auto-focalisés dans une seule dimension transversale et infiniment larges dans l'autre). De récentes études, aussi bien théoriques (numériques) qu'expérimentales ont montré que les solitons sombres pouvaient être instables, du fait de modulations spatiales transverses tendant à amplifier certaines harmoniques du bruit, conduisant ainsi à une instabilité dite « serpent » [21,22].

2.5. Situation de notre travail vis à vis de la recherche internationale

2.5.1. Présentation de la bibliographie au début de la thèse

2.5.1.1.Analyses théoriques

Nos travaux ont été motivés essentiellement par l'intérêt qui fut porté à la découverte [10] puis à l'étude [23] des solitons spatiaux dans les milieux Kerr. En effet, l'analyse simple effectuée en annexe 1 laisse entrevoir que les phénomènes observés dans les milieux Kerr aux hautes intensités optiques peuvent exister dans les milieux photoréfractifs à des intensités beaucoup plus faibles : solitons spatiaux, interactions entre solitons, fusion... Toutefois, en dehors de l'analyse de l'annexe 1, l'effet photoréfractif et l'effet Kerr sont fondamentalement différents et aucune certitude ne pouvait être déduite alors.

La littérature n'était pas, en 1994, très abondante sur le sujet. Segev *et al.* [24] et Crosignani *et al.* [25] avaient conduit une analyse théorique basée sur le fait que tout profil d'onde peut être décomposé en une somme d'ondes planes [Théorème de Fourier].

$$E(\mathbf{r},z)=\frac{1}{2}\int_{q=0}^{k}E(\mathbf{q},\mathbf{r})\exp\left[i\left(\beta_q-k\right)z\right]f(\mathbf{q},z)dq+c.c. \qquad (2\text{-}14)$$

Les notations sont les mêmes que dans la section 2.3.3. β_q représente le vecteur d'onde de la composante **q** et f(**q**,z) sa distribution angulaire spatiale.

Les composantes interagissent alors ensembles deux à deux suivant l'interaction classique du mélange deux ondes [26].

$$\delta n(\mathbf{r},z)=\frac{1}{\left|E(\mathbf{r},z)\right|^2}\int d\mathbf{q}_1\int d\mathbf{q}_2 f(\mathbf{q}_1,z)f^*(\mathbf{q}_2,z)E(\mathbf{q}_1,r)E^*(\mathbf{q}_2,r)\exp\left[i\left(\beta_{q1}-\beta_{q2}\right)z\right]\delta\hat{n}(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2) \qquad (2\text{-}15)$$

$\delta\hat{n}(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2)$ est le coefficient de couplage entre les composante $\mathbf{q}_1$ et $\mathbf{q}_2$. En utilisant l'équation de propagation dans un milieu à faible variation d'indice (2-11) et en utilisant (2-15) pour exprimer cette variation d'indice, on obtient une équation de propagation.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}-\frac{i}{2k}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)E=\frac{ik}{n}\frac{1}{E^*(\mathbf{r},z)}\iint E(\mathbf{r}-\rho,z)E^*(\mathbf{r}+\rho',z)g(\rho,\rho')d\rho d\rho' \qquad (2\text{-}16)$$

si $g(\rho,\rho')$ vérifie (2-17)

$$\delta\hat{n}(\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2)=\iint g(\rho,\rho')\exp\left[-i(\mathbf{q}_1.\rho+\mathbf{q}_2.\rho')\right]d\rho d\rho' \qquad (2\text{-}17)$$

Si l'on suppose que l'équation de propagation (2-16) admet des solutions de type soliton (2-18) de constante de propagation γ

$$E(\mathbf{r},z)=U(\mathbf{r})\exp(i\gamma z) \qquad (2\text{-}18)$$

alors il est possible d'obtenir une équation décrivant le profil des solitons ainsi obtenus (2-19)

$$\left(\gamma-\frac{1}{2k}\nabla_r^2\right)U(\mathbf{r})=\frac{k}{n}\frac{1}{U^*(\mathbf{r})}\iint U(\mathbf{r}-\rho)U^*(\mathbf{r}+\rho')g(\rho,\rho')d\rho d\rho' \qquad (2\text{-}19)$$

La résolution de cette équation intégro-différentielle nécessite l'utilisation du développement de Taylor de $U(\mathbf{r}-\rho)$ autour de $\rho=0$, que nous n'aborderons pas ici. Les solutions solitons de cette équation sont divisées en deux classes : les solutions de type sécante hyperbolique, analogues à celle de l'équation Non Linéaire de Schrödinger et les solutions de type gaussienne.

Cette approche présente l'inconvénient d'utiliser le théorème de Fourier, valable uniquement pour les équations linéaires. L'effet photoréfractif est donc nécessairement implicitement linéarisé. La littérature récente a montré que cette étude n'était pas valable en état stationnaire[10] : en revanche, elle semble décrire correctement le comportement transitoire des solitons spatiaux photoréfractifs.

L'analyse théorique présentée dans le chapitre 3 de ce manuscrit est fondée sur l'analyse directe, dans l'espace réel, des mécanismes de transport des porteurs de charge. Elle donne des solutions de type soliton dont le profil est proche des profils trouvés ici.

2.5.1.2.Analyses expérimentales

Deux tentatives de validations expérimentales avaient également été publiées. Iturbe Castillo *et al.* [27] ont rapporté l'observation de l'auto-focalisation d'un faisceau He-Ne (633 nm) d'une puissance inférieure au microwatt, dans un cristal de BTO. Cette étude nous a permis d'espérer obtenir des solitons spatiaux dans

[10] Nous ne précisons ici aucune référence précise dans la littérature. En effet, seule une analyse complète de la littérature existante permet d'arriver à cette conclusion. Elle permet de montrer que les solitons décrit dans [24] et [25] sont en fait les solitons transitoires dénommés « quasi-steady-state soliton ».

ce cristal. C'est en partie elle qui nous a suggéré d'utiliser, pour commencer nos travaux, un cristal de BTO disponible alors au laboratoire.

Par ailleurs, Duree *et al.* ont également mis en évidence l'auto-focalisation photoréfractive dans un cristal de SBN[11] [28] d'un faisceau issu d'un laser Argon (457 nm) d'une puissance inférieure au microwatt également. Cependant, cette étude mentionne que le phénomène observé est essentiellement transitoire et que des effets tels que le « beam fanning » empêchent l'auto-focalisation stationnaire. A lumière de notre analyse théorique (chapitre suivant) et de la littérature actuelle, nous savons que l'auto-focalisation stationnaire ne pouvait être obtenue du fait de l'absence d'éclairement incohérent de fond sur le cristal. L'effet photoréfractif sature en effet à l'endroit du faisceau (saturation des centres donneurs) et le guide créé est trop large pour guider le faisceau. En revanche, au cours de sa formation, le guide s'élargit peu à peu, il existe un moment ou il a la bonne largeur, ce qui explique l'auto-focalisation transitoire observée. Nous nous sommes par ailleurs inspirés du banc de mesure présenté dans ce travail pour ce qui est de la conception du nôtre (chapitre 4). Deux méthodes d'observation sont présentées. La première est directe, à l'aide d'une caméra CCD ; nous l'avons reprise. L'autre est indirecte et consiste à projeter l'image la face de sortie du cristal sur une ouverture, puis de mesurer l'intensité transmise. Nous n'avons pas appliqué cette méthode exactement car elle ne permet qu'une mesure qualitative de la focalisation. Nous avons procédé par un filtrage spatial en champ lointain, ce qui permet d'obtenir une mesure directe du diamètre du faisceau en sortie de cristal (voir chapitre 4).

2.5.2. Cadre de notre travail

La section précédente (2.5.1) fournit une liste exhaustive des publications dont nous disposions pour fixer les méthodes et les objectifs de nos travaux. Nous désirions effectuer une étude des solitons photoréfractifs, sans que nous soit posée de limitation conceptuelle précise. Le champ d'investigation est très vaste. Par exemple, nous ne possédons alors aucune information quant au type de cristal à utiliser, si ce n'est les deux expériences réalisée dans [27] et [28], mettant en évidence la possibilité (mais non la certitude) d'obtenir des solitons spatiaux dans les cristaux de BTO et SBN. Par ailleurs, il ne nous est pas possible d'exclure de notre étude, par des choix scientifiques précis, les autres cristaux dont, par exemple, les cristaux photovoltaïques tels que $LiNbO_3$.

Nous avons du procéder à des choix scientifiquement arbitraires, guidés par des critères économiques et de disponibilité des matériaux. (choix du cristal détaillé section 4.1). De la même façon, la compréhension des phénomènes mis en jeu était balbutiante : nous savons aujourd'hui que les études disponibles alors étaient incomplètes. En fait, la plupart des études théoriques des matériaux photoréfractifs sont basées sur une approximation fondamentale, valable dans la plupart des cas mais pas pour les solitons spatiaux : l'approximation de faible modulation spatiale de l'éclairement. Dans le cas des solitons spatiaux où l'on considère une tache de lumière (le faisceau soliton) sur un fond sombre, les taux

[11] SBN : cristal ferroélectrique quadratique $Sr_xBa_{1-x}Nb_2O_6$ de la famille des Tungstène Bronze

de modulation[12] peuvent être très grands. Par conséquent, une toute nouvelle approche théorique doit être développée si l'on veut comprendre dans le détail les phénomènes mis en jeu.

2.5.3. Les objectifs

Au vu de la littérature existante et dans la perspective de définir un travail de thèse cohérent, nous avons décidé de nous limiter à l'étude des solitons clairs, aussi bien de manière théorique qu'expérimentale.

Nous proposons par conséquent dans ce manuscrit (chapitre 3) une étude théorique que nous avons soumise à l'approbation de la communauté internationale [29,30]. C'est une approche théorique parmi de nombreuses autres qui se sont développées au cours de cette thèse, dont nous parlerons en section 6.4.1. Notre approche présente la particularité d'étudier de manière explicitement temporelle les phénomènes à l'origine de l'effet photoréfractif. Elle permet de mettre en évidence les conditions et les mécanismes temporels de formation des solitons spatiaux.

Nous proposons par ailleurs une approche expérimentale (chapitres 4 et 5), dont une partie est publiée [31], qui présente la particularité d'étudier quantitativement les phénomènes transitoires qui nous ont frappés lors de nos premières observations. Puisque aucun critère scientifique précis ne nous permettait de définir précisément les cristaux à étudier, nous avons choisi d'étudier trois cristaux représentant les grandes familles des cristaux photoréfractifs : le BTO, représentant la famille des sillénites ; le SBN celle des tungstène bronze et le $BaTiO_3$ pour les perovskites.

Toutefois une étude complète de ces trois cristaux est un travail considérable. Nous avons donc choisi, selon des critères de disponibilité, de concentrer nos efforts sur BTO, matériau particulièrement approprié car il est quasiment linéaire en l'absence de champ appliqué. Par ailleurs, Iturbe Castillo *et al.* [27] semblait indiquer que des solitons spatiaux pouvaient être obtenus dans ce cristal. Nous avons donc limité nos efforts sur SBN et $BaTiO_3$ à des études essentiellement qualitatives et à quelques études quantitatives.

En ce qui concerne BTO, nous avons essayé de définir une systématique de mesure du phénomène d'auto-focalisation basée sur la mesure du rapport entre les diamètres de faisceau à l'entrée et à la sortie du cristal, dans l'espoir qu'elle nous permettrait de mettre en évidence expérimentalement les phénomènes physiques mis en jeu. (chapitres 4 et 5). Nous n'avons fixé à cette étude expérimentale aucun autre objectif plus précis car nous ne disposions alors d'aucun élément permettant de limiter ou d'orienter les investigations expérimentales.

La réalisation de ces études expérimentales a nécessité la conception d'un banc de mesure partiellement automatisé et complètement original, décrit au chapitre 4. En effet, la littérature ne proposait pas au début de nos travaux

---

[12] Nous utilisons ici une définition peu conventionnelle du taux de modulation de l'éclairement : nous considérons qu'il est égal à la variation maximum de l'éclairement sur sa valeut moyenne : $m = \left(I_{max} - I_{min}\right)/I_{moy}$

d'exemple de dispositif expérimental permettant de résoudre les problèmes que nous nous posions. Le banc expérimental que nous avons conçu et réalisé est donc tout spécialement adapté à notre application. Il a par ailleurs été partiellement automatisé à l'aide d'un ordinateur de bureau et du logiciel de conception et d'automatisation LabVIEW.

Le chapitre 6 de ce manuscrit propose une analyse de ces résultats expérimentaux, que nous avons tenté de confronter avec notre analyse théorique (chapitre 3). Celle-ci présentant bien entendu des limitations, nous nous proposons également, dans le chapitre 6, de montrer les nombreux progrès théoriques et expérimentaux rapportés dans la littérature au cours de notre travail de thèse, auxquels nous tenterons de confronter nos résultats.

3. Caractérisation théorique de la propagation de solitons spatiaux photoréfractifs

Ce chapitre propose une étude théorique de la propagation des ondes électromagnétiques dans un cristal photoréfractif, à partir d'un modèle reconnu. Il montre comment une équation de propagation dépendant explicitement du temps peut être établie. Une étude analytique de cette équation est conduite pour montrer la possibilité d'obtention de solitons spatiaux photoréfractifs. Une étude numérique permet alors de caractériser leurs conditions de formation et de propagation.

3.1. L'effet photoréfractif

3.1.1. Présentation

L'effet photoréfractif [26, 32] consiste en une modification locale de l'indice d'un milieu par l'onde lumineuse incidente qui l'éclaire. En conséquence, le faisceau lumineux modifie lui-même les conditions de sa propagation. Ce phénomène se manifeste dans de nombreux matériaux tels que les cristaux sillénites, pérovskites, tungstène bronze et semi-conducteurs[13], ainsi que dans de nombreux polymères organiques et dans certaines céramiques.

Les causes de l'effet photoréfractif peuvent être multiples. Toutefois, l'effet photoréfractif dont la modélisation décrit le mieux la plupart des phénomènes physiques observés est celui qui associe la photoconduction à l'effet électro-optique [13].

Dans ce cas, l'onde électromagnétique qui éclaire le cristal excite localement des porteurs de charge. Ces porteurs peuvent être des électrons ou des trous selon les cristaux et les conditions de leur utilisation. Ils sont issus de centres donneurs dont le niveau d'énergie se situe dans la bande interdite du matériau, tels que les ions dopants Fe dans le Titanate de Baryum ($BaTiO_3$) [33].

Les porteurs excités passent donc dans la bande de conduction du matériau (ou dans la bande de valence s'il s'agit de trous) et se déplacent sous l'effet de plusieurs facteurs. Ils migrent sous les effets combinés de la diffusion, de leur entraînement par le champ électrique local ou par l'effet photovoltaïque, qui privilégie certaines directions de migration même en l'absence de champ électrique. La compétition entre ces différents mécanismes de migration des porteurs joue un rôle déterminant sur le comportement de l'effet photoréfractif.

[13] Dont des représentants sont respectivement $BaTiO_3$, $Sr_xBa_{1-x}Nb_2O_6$ et $Bi_{12}TiO_{20}$ et AsGa

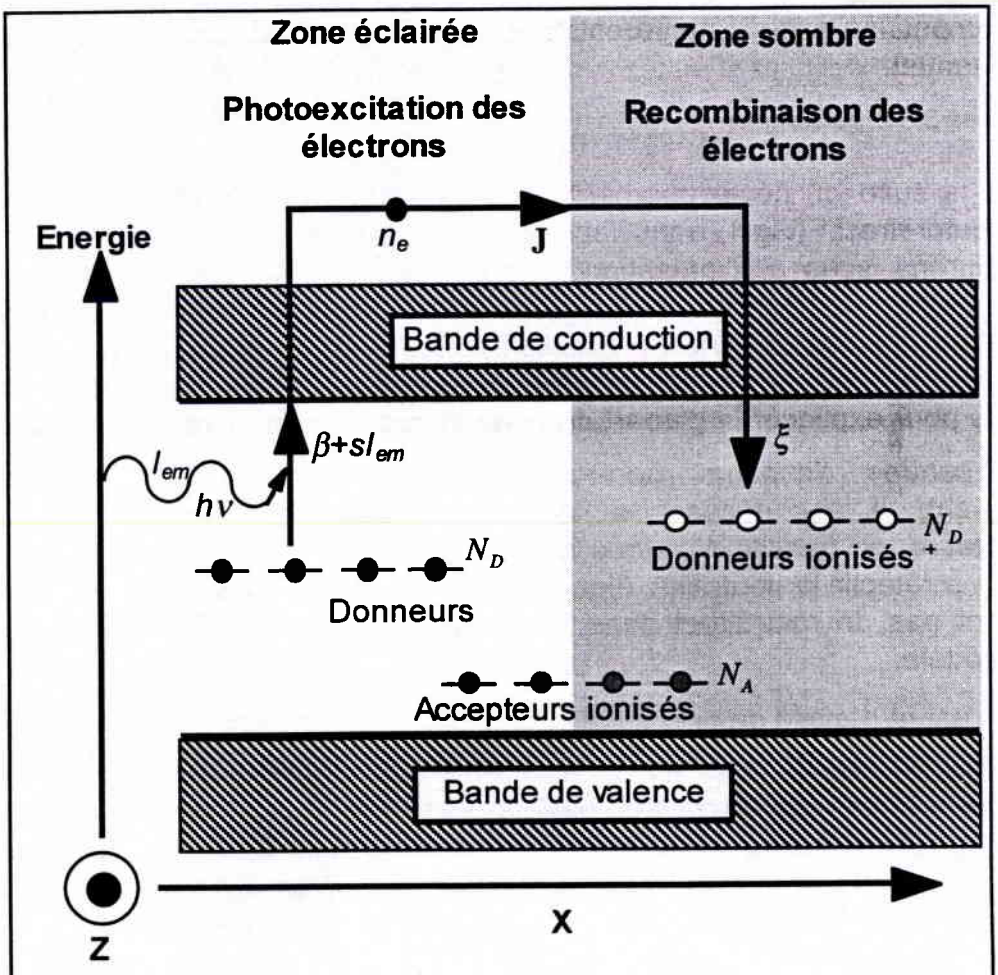


Figure 1

Principe du modèle simple de l'effet photoréfractif utilisé tout au long de ce chapitre. C'est un modèle à un seul niveau de donneurs, et un seul type de porteur. Les accepteurs, tous ionisés, ne jouent pas de rôle dans le phénomène photoréfractif et ne servent qu'à préserver la neutralité électrique.

A la suite de leur migration, les porteurs de charge arrivent dans les zones moins éclairées du matériau où ils sont piégés. Il faut noter que l'origine de ces pièges ainsi que des centres donneurs n'est pas toujours bien déterminée. La distribution non-uniforme de charge qui résulte de la migration des porteurs crée un champ électrique, appelé **le champ de charge d'espace**, qui induit une modification de l'indice de réfraction du milieu par effet électro-optique linéaire, aussi appelé effet Pockels.

Il apparaît donc que l'effet photoréfractif est un effet essentiellement non-local où la compétition entre les différents mécanismes de transport de charge joue un rôle essentiel.

3.1.2. Analyse

dans la suite du développement, nous considérerons un modèle simple de l'effet photoréfractif (Fig.1) dans lequel les porteurs de charge sont exclusivement des électrons issus de l'ionisation de centres donneurs tous identiques, dont le niveau d'énergie se situe au voisinage du milieu de la bande interdite. A la suite de leur migration dans la bande de conduction, ces électrons seront piégés par les centres donneurs ionisés. Ce modèle, en dépit de sa simplicité, s'avère souvent très utile pour expliquer la plupart des phénomènes photoréfractifs observés [13].

Les centres donneurs non-ionisés portent une charge négative. Par conséquent, il est nécessaire d'introduire dans le modèle la présence d'accepteurs, en densité N_A, tous ionisés et donc tous chargés positivement, de manière à rétablir la neutralité électrique du matériau. Toutefois, ces accepteurs ne jouent pas de rôle direct dans le processus photoréfractif, dans le cadre de notre modèle.

Si N_D est la densité de donneurs et N_D^+ la densité donneurs ionisés, si n_e est la densité d'électrons libres et si β, s et ξ sont les coefficients d'excitation thermique, de photoexcitation et de recombinaison des électrons, alors, pour une onde électromagnétique d'intensité I_{em}, le taux d'excitation des porteurs est $\left(\beta + sI_{em}\right)\left(N_D - N_D^+\right)$et le taux de recombinaison des électrons $\xi n_e N_D^+$.

Nous pouvons alors écrire l'équation décrivant l'évolution temporelle de l'ionisation des porteurs :

$$\frac{\partial}{\partial t} N_D^+ = \left(\beta + sI_{em}\right)\left(N_D - N_D^+\right) - \xi n_e N_D^+ \tag{3-1}$$

Du fait de leur migration par les différents processi évoqués ci-dessus, les électrons excités créent une densité de courant **J**. La composante de ce courant liée à l'entraînement par le champ électrique local **E** est $e\mu n_e \mathbf{E}$, si e est la charge élémentaire et μ la mobilité électronique. La composante liée à la diffusion des électrons libres s'exprime donc en fonction du gradient de concentration électronique par $\kappa_B T \mu \nabla n_e$, si κ_B est la constante de Boltzmann et T la température absolue. Afin de simplifier le modèle, nous considérerons que la composante β_{ph}du tenseur photovoltaïque le long de l'axe ferroélectrique **c** du cristal est prépondérante. Ainsi, en négligeant les autres composantes de ce tenseur, nous obtenons la composante photovoltaïque de la densité de courant : $\mathbf{J_{ph}} = \beta_{ph}\left(N_D - N_D^+\right) I_{em}\,\mathbf{c}$. La densité de courant totale s'exprime donc comme suit :

$$\mathbf{J} = e\mu n_e \mathbf{E} + \mu \kappa_B T \nabla \mathbf{n_e} + \beta_{ph}\left(N_D - N_D^+\right) I_{em}\,\mathbf{c} \tag{3-2}$$

En écrivant les équations de Poisson (3-3b), de continuité (3-3c) et l'expression de la densité de charge (3-3d), nous pouvons ainsi obtenir le système d'équations à la base du modèle développé par Kukhtarev en 1979 [34] :

$$\frac{\partial}{\partial t} N_D^+ = \left(\beta + s I_{em}\right)\left(N_D - N_D^+\right) - \xi n_e N_D^+ \tag{3-3a}$$

$$\nabla.\left(\varepsilon_0 \hat{\varepsilon}_r \mathbf{E}\right) = \rho \tag{3-3b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla.\mathbf{J} = 0 \tag{3-3c}$$

$$\rho = e\left(N_D^+ - N_A - n_e\right) \tag{3-3d}$$

$$\mathbf{J} = e\mu n_e \mathbf{E} + \mu \kappa_B T \nabla n_e + \beta_{ph}\left(N_D - N_D^+\right) I_{em}\,\mathbf{c} \tag{3-3e}$$

où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide et $\hat{\varepsilon}_r$ le tenseur de permittivité diélectrique relative du matériau.

Ce système d'équations aux dérivées partielles est la base de l'étude des mécanismes photoréfractifs qui va suivre. Il lie les fonctions de l'espace et du temps que sont les densités de donneurs ionisés N_D^+ et d'électrons n_e, le champ électrique local **E**, la densité de charge ρ et la densité de courant **J**.

3.2. Les approximations nécessaires

3.2.1. Etude des équations de Kukhtarev dans le cadre d'un modèle de dimension (1+1)

Le système d'équations (3-3) est un système complexe d'équations aux dérivées partielles couplées dont l'analyse symbolique requiert certaines simplifications. Dans le cadre de notre étude théorique, nous considérerons une onde monochromatique se propageant suivant l'axe **z** et diffractant uniquement dans la direction **x**, colinéaire à l'axe **c** du cristal. Ce n'est pas un modèle complètement bidimensionnel car le vecteur d'onde reste colinéaire à l'axe **z**. C'est pourquoi nous parlons d'un modèle de dimension (1+1) : une direction de propagation **z** et une direction de diffraction **x**. Ce modèle ne permet pas, par exemple, la création de boucles de courant autour du faisceau, comme prévu par Zozulya et Anderson [35] car il oblige **J** à être colinéaire à **x**. On peut néanmoins considérer que la boucle de courant se referme par l'intermédiaire des électrodes servant à l'application d'un champ électrique, apposées sur le cristal.

Nous considérerons une onde électromagnétique polarisée le long de l'axe **x**. Cette hypothèse n'est pas restrictive. En effet, si l'on veut changer la polarisation de l'onde, il suffira de changer correctement les valeurs des coefficients dépendant de la polarisation tels que le coefficient électro-optique effectif le long de la direction de polarisation r_{eff}. Notre modèle de dimension (1+1) présente une limitation supplémentaire dans la mesure où il ne permet pas de prendre en compte les matériaux possédant des propriétés giratoires, tels que les sillénites[14] BSO et BGO.

---

[14] La famille des sillénites comporte les cristaux $Bi_{12}SiO_{20}$, $Bi_{12}GeO_{20}$ et $Bi_{12}TiO_{20}$, souvent référencés par leur formule abrégée, respectivement BSO, BGO et BTO.

Dans ces conditions, les équations de Kukhtarev (3-3) peuvent se réduire au système différentiel suivant :

$$\frac{\partial}{\partial t}N_D^+ = \left(\beta + sI_{em}\right)\left(N_D - N_D^+\right) - \xi n_e N_D^+ \qquad (3\text{-}4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_0 \varepsilon_r E\right) = \rho \qquad (3\text{-}4b)$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (3\text{-}4c)$$

$$\rho = e\left(N_D^+ - N_A - n_e\right) \qquad (3\text{-}4d)$$

$$J = e\mu n_e E + \mu \kappa_B T \frac{\partial n_e}{\partial x} + \beta_{ph}\left(N_D - N_D^+\right) I_{em} \qquad (3\text{-}4e)$$

où ε_r est la projection du tenseur de permittivité relative le long de l'axe transversal **x**.

3.2.2. Approximations dues aux propriétés cristallines et relatives à l'éclairement

La première approximation utilisée dans notre étude concerne l'onde électromagnétique d'éclairement : c'est l'approximation de faible variation transversale. L'onde électromagnétique est supposée avoir une enveloppe spatiale transversale variant beaucoup moins rapidement que le champ électrique le long de la direction de propagation. Cette approximation est peu et facilite grandement la plupart des études théoriques sur les ondes électromagnétiques

D'autre part, dans la plupart des milieux photoréfractifs excités en régime continu ou quasi-continu, l'intensité lumineuse reste suffisamment faible pour que la densité d'électrons libres reste petite devant la densité des pièges accepteurs (donneurs ionisés), laquelle est au minimum égale à la densité des accepteurs. En effet, dans le cas où le cristal n'est pas éclairé, on obtient $N_D^+ = N_A$. Par conséquent, pour des intensités lumineuses pas trop élevées, on peut écrire que $N_A >> n_e$.

Il nous faut par ailleurs supposer que le nombre d'onde de Debye $k_D = \sqrt{e^2 N_A / \kappa_B T \varepsilon_0 \varepsilon_r}$ est grand devant l'inverse de l'échelle spatiale des phénomènes qui nous intéressent [35], ce qui revient à écrire

$$eN_A >> \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial E}{\partial x}.$$

Cette dernière approximation signifie que le champ de diffusion maximum doit être grand devant les variations du champ de charge d'espace sur la longueur de Debye ($1/k_D$)

Grâce à ces deux approximations par ailleurs peu restrictives et que l'on retrouve dans de nombreuses analyses de la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux photoréfractifs (voir par exemple l'ouvrage de P.Yeh [13]), nous allons pouvoir analyser les diverses influences des

conditions de migration des électrons sur le profil d'indice induit et donc sur la déformation auto-induite du faisceau lumineux. Nous nous attacherons dans un premier temps à une étude en régime stationnaire, que nous généraliserons par la suite dans le cadre d'un modèle partiellement stationnaire.

3.3. Etude du champ de charge d'espace et de la propagation d'onde en régime établi

3.3.1. Approximations supplémentaires et champ de charge d'espace

L'étude en régime établi du système d'équations (3-4) peut se faire en annulant, dans (3-4), toutes les dérivées par rapport au temps. Dans ces conditions, La densité de courant J peut être exprimé formellement en éliminant les fonctions de la variable spatiale que sont les densités de porteurs et de donneurs ionisés n_e et N_D^+, ainsi que la densité de charge ρ. L'annulation de sa dérivée spatiale par l'équation (3-4c) fournit alors une équation différentielle liant le champ de charge d'espace E et l'intensité lumineuse I, toutes deux fonctions de la variable spatiale transversale x.

Cette dernière équation est d'une très grande complexité et n'a donc pas d'intérêt en tant que telle. Elle peut toutefois être facilement analysée en utilisant des outils informatiques de calcul symbolique. Notamment, en utilisant l'approximation de faible variation spatiale transversale, et donc en ne considérant comme significative que le premier ordre de toutes les dérivées spatiales[15], elle peut se réduire à l'équation différentielle (3-5), où le signe « ' » dénote les dérivées spatiales.

$$\frac{n_0}{I_0}\left[E_{ph}e\mu I' + e\mu(IE)' + \kappa_B T\mu I''\right] - \beta_{ph}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{e}(I - I_d)E'' - \frac{N_D s e}{\xi N_A k_D^2}\left[\frac{e}{\kappa_B T}IEE'' + 2I'E'' + IE'''\right] = 0 \quad (3\text{-}5)$$

n_0 est la densité d'électrons associée à une intensité lumineuse arbitraire I_0 :

$$\frac{n_0}{I_0} = \frac{s(N_D - N_A)}{\xi N_A}$$

La quantité $I_d = \beta/s$ est appelée « intensité d'obscurité » car elle est l'intensité lumineuse qu'il faudrait appliquer au cristal pour avoir une photoexcitation de porteurs équivalent à la génération thermique représentée par β. La quantité $E_{ph} = \beta_{ph}\xi N_A/e\mu s$ est le champ électrique caractéristique de l'effet photovoltaïque. L'intensité lumineuse généralisée $I = I_{em} + I_d$ permet de prendre en compte à la fois les excitations thermique et optique des porteurs. Cette grandeur est une fonction de la variable spatiale transverse x.

En supposant que le taux de recombinaison électronique ξ est suffisamment grand pour que l'on puisse écrire $N_D sI << \xi N_A^2$ [13] (équivalent à $N_e << N_A$) et en supposant comme précédemment que le nombre d'onde de Debye est

---

[15] Pour ce faire, nous avons annulé toutes les dérivées de I ou E portées à une puissance supérieu. Nous avons également annulé tous les produits de dérivées de la même variable I ou E.

suffisamment grand, le dernier terme de l'équation (3-5) peut être négligé devant les deux premiers. De plus, en considérant plusieurs valeurs données par la littérature pour notamment β_{ph} (voir par exemple [32], p.142), il apparaît que le second terme de l'équation (3-5) peut être négligé devant le premier. Dans ces conditions, l'équation (3-5) peut se réduire à l'équation suivante :

$$e\mu\left(E_{ph}I' + (IE)'\right) + \kappa_B T\mu I'' = 0 \tag{3-6}$$

Si l'on définit le champ de charge d'espace généralisé $E_\tau = E + E_{ph}$ comme étant la somme du champ physique et du champ équivalent à l'effet photovoltaïque, un simple changement de variable permet de simplifier l'équation (3-6) et d'obtenir une équation différentielle liant le champ de charge d'espace généralisé et l'intensité lumineuse généralisée, tous deux fonctions de la variable transverse spatiale x :

$$(IE_\tau)' + \frac{\kappa_B T}{e} I'' = 0 \tag{3-7}$$

Cette équation différentielle peut être intégrée de façon à exprimer E_τ en fonction de l'intensité lumineuse généralisée I.

3.3.2. Conditions aux limites et calcul du champ de charge d'espace

La résolution de l'équation (3-7) nécessite de définir des conditions aux limites pour E et I. Nous considérerons donc le milieu photoréfractif comme infini dans toutes les directions. Cela signifie en pratique que le diamètre du faisceau est petit devant les dimensions du cristal photoréfractif : la partie utile I_{em} de l'éclairement est nulle à l'infini ($\lim_{x\to\infty} I = I_d$). Par conséquent, toutes les dérivées de I peuvent être considérées comme nulles à l'infini. En fait, seule l'hypothèse $\lim_{x\to\infty} I'(x) = 0$ est strictement nécessaire pour la résolution de (3-7).

L'influence du faisceau sur le champ de charge d'espace peut être considérée comme limitée à son voisinage proche. Par conséquent, le champ de charge d'espace à l'infini est spatialement uniforme et égale à la valeur moyenne du champ appliqué E_{ext}. Celle-ci est simplement égale à la tension appliquée, divisée par la largeur du cristal. La condition aux limites sur E est donc la suivante : $\lim_{x\to\infty} E = E_{ext} \Leftrightarrow \lim_{x\to\infty} E_\tau = E_{ext} + E_{ph}$

En tenant compte de ces conditions aux limites, l'équation (3-7) peut être intégrée. Il est alors possible d'exprimer, pour l'état stationnaire, la valeur du champ de charge d'espace généralisé en fonction de l'éclairement :

$$E_\tau = \frac{\left(E_{ext} + E_{ph}\right) I_d}{I} - \frac{\kappa_B T}{e}\frac{I'}{I} \tag{3-8}$$

Cette expression montre que le champ électrique interne E_τ comporte deux termes distincts sur lesquels l'influence de l'éclairement est différente. La différence de comportement entre ces deux termes peut s'expliquer en termes de mécanismes de transports de charge. En effet, le premier terme est dû à la migration des électrons par effet d'entraînement par le champ extérieur appliqué (E_{ext}), combiné avec l'effet photovoltaïque (E_{ph}). Ce premier terme fait apparaître

très clairement la similitude qui existe entre ces deux phénomènes d'origines physiques très différentes. L'effet d'entraînement est tout simplement dû au déplacement des charges dans le champ électrique interne, alors que l'effet photovoltaïque est dû à l'excitation des électrons dans une direction et un sens privilégié (en général, la direction et le sens de l'axe ferroélectrique **c** du cristal). L'équation (3-7) démontre que ces deux mécanismes de transport des charges ont la même influence sur le champ de charge d'espace et que, de plus, leurs influences sont additives algébriquement.

Le deuxième terme fait intervenir la dérivée spatiale de l'éclairement. Il est dû à la diffusion des porteurs de charges, induite par le gradient de leur concentration.

3.3.3. Equation de Propagation

3.3.3.1.Définition de l'effet Pockels

Dans les cristaux photoréfractifs, les conditions de propagation d'une onde électromagnétique sont altérées par le champ électrique : en effet, ce champ peut moduler l'indice de réfraction du milieu par effet électro-optique.

La propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal (éventuellement anisotrope) est définie complètement[16] par le tenseur de permittivité diélectrique[17] $\hat{\varepsilon}$.

L'effet électro-optique est conventionnellement défini comme la variation du tenseur d'imperméabilité électrique, en utilisant la convention de notation tensorielle d'Einstein :

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk}E_k + s_{ijkm}E_kE_m + o(E^2) \qquad (3\text{-}9)$$

Le tenseur d'imperméabilité diélectrique $\hat{\eta}$ est défini comme l'inverse du tenseur de permittivité diélectrique : $\hat{\eta}\hat{\varepsilon} = \varepsilon_0$. L'équation (3-9) est la linéarisation au deuxième ordre de la dépendance du tenseur d'imperméabilité sur le champ, a priori quelconque. Les quantités r_{ijk} et s_{ijkm} sont les composantes des tenseurs électro-optiques linéaire et quadratique. La dépendance linéaire du tenseur d'imperméabilité en fonction du champ électrique est appelée effet **Pockels**, et la dépendance quadratique, effet **Kerr**.

Dans le cadre de notre étude des phénomènes photoréfractifs, nous nous limiterons à un développement au premier ordre de l'expression (3-9). De plus, nous supposerons que la variation induite de l'indice de réfraction reste petite devant la valeur de l'indice lui-même. Des valeurs typiques dans le cadre de nos expériences donnent une variation relative de l'ordre de 10^{-5}, ce qui justifie pleinement l'hypothèse ci-dessus.

---

[16] On rappelle que la propagation d'une onde dans le cadre des approximations paraxiales est définie par son équation d'onde $\mathbf{k}\wedge\left(\mathbf{k}\wedge\mathbf{E}\right)+\omega^2\mu\hat{\varepsilon}\mathbf{E}=0$, où **k** est le vecteur d'onde , ω la pulsation, μ la perméabilité du matériaux et **E** le champ électrique de l'onde.

[17] Le tenseur de permittivité diélectrique $\hat{\varepsilon}$ est défini par la relation liant le vecteur déplacement électrique **D** (équations de Maxwell) au champ électrique : $\mathbf{D}=\hat{\varepsilon}\mathbf{E}$

Dans le cadre de notre modèle, nous pouvons donc simplifier la dépendance de l'indice de réfraction sur le champ électrique :

$$\delta n = -\frac{1}{2} n^3 r_{eff} E \tag{3-10}$$

r_{eff} est l'indice électro-optique linéaire effectif ; c'est la projection du tenseur électro-optique sur l'axe **x** relative à la polarisation de l'onde (suivant l'axe **x** dans notre modèle).

3.3.3.2.Expression générale de l'équation d'onde et discussion des solutions

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, la propagation d'une onde électromagnétique d'enveloppe $\mathcal{E}$, de vecteur d'onde **k** dans la direction de propagation z, est décrite par l'équation (3-11), si le milieu présente une absorption négligeable et de faibles variations δn de l'indice de réfraction n [24, 25, 36].

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2k}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\mathcal{E} = \frac{ik}{n}.\delta n.\mathcal{E} \tag{3-11}$$

Le symbole i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

En reportant l'équation (3-8) dans (3-10) puis dans (3-11), et en ne considérant pas la variation constante d'indice induite par I_d, il est possible d'obtenir une équation de propagation dans un milieu photoréfractif en état stationnaire :

$$\underbrace{i\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}}_{\text{Propagation et diffraction}} - \underbrace{\left(N^2 - D\frac{\partial |U|^2}{\partial X}\right)\frac{U}{|U|^2 + 1}}_{\text{Terme non linéaire}} = 0 \tag{3-12}$$

où $N^2 = k^2 n^2 r_{eff} x_0^2 \left(E_{ext} + E_{ph}\right)/2$ et $D = k^2 n^2 r_{eff} x_0 \kappa_B T / 2e$

L'équation de propagation (3-12) est une équation normalisée utilisant les conventions suivantes :

$U = \mathcal{E}/\sqrt{I_d}$, $X = x/x_0$ et $Z = z/kx_0^2$,où x_0 est une longueur arbitraire.

Le terme non-linéaire de l'équation de propagation (3-12) peut, à l'instar de (3-8), se décomposer en deux parties distinctes.

La première partie, qui fait intervenir le paramètre N^2, représente les influences des phénomènes de transport dont la contribution à la répartition du champ de charge d'espace est essentiellement locale, car la variation d'indice qu'elle induit est une fonction locale du champ électromagnétique U.

$$N^2 = \frac{k^2 n^2 r_{eff} x_0^2 \left(E_{ext} + E_{ph}\right)}{2} \tag{3-13}$$

Il apparaît de nouveau clairement que les mécanismes de transport responsables de la partie locale de l'effet photoréfractif sont, d'une part l'entraînement des porteurs par le champ extérieur appliqué E_{ext}, et, d'autre part, la contribution de l'effet photovoltaïque, intervenant ici par le terme E_{ph} (défini sous l'équation (3-5)). L'équation (3-13) montre de nouveau que ces deux mécanismes

de transport d'origines physiques différentes jouent en fait un rôle identique dans l'effet photoréfractif[18] et que leurs influences sont algébriquement additives.

Christodoulides et Carvalho [14] ont montré que les équations du type de (3-12) admettent des solutions de type soliton spatial, c'est-à-dire dont le profil ne varie pas avec la propagation. Toutefois, ces solutions n'existent que si le coefficient N^2 est positif (N réel): l'indice de réfraction doit être une fonction décroissante du champ électrique (équation 3-10)), lui même fonction décroissante de l'éclairement local [14,37]. Par conséquent, l'indice de réfraction est une fonction croissante de l'éclairement : le faisceau est donc auto-focalisé et peut éventuellement converger vers un soliton spatial. Inversement, si N^2 est négatif, alors l'effet non-linéaire s'inverse et le faisceau est auto-défocalisé.

La deuxième partie du terme non linéaire de l'équation (3-12) fait intervenir le paramètre D et la dérivée spatiale de l'éclairement. Ce terme introduit donc, pour un faisceau symétrique, une dissymétrie dans la répartition du champ électrique.

$$D = \frac{k^2 n^2 r_{eff} x_0 \kappa_B T}{2e} \tag{3-14}$$

La diffusion des porteurs due au gradient de leur densité dépend essentiellement de la température et est indépendante du type de cristal. Toutefois, son influence sur le champ de charge d'espace se fait via l'effet électro-optique (Pockels), qui lui dépend du tenseur électro-optique du cristal.

Singh et Christodoulides ont montré numériquement [38] que ce terme cause une courbure du faisceau, du fait de l'asymétrie du champ électrique qu'il induit. Par conséquent, des solitons spatiaux au sens strict du terme ne peuvent être solution de (3-12) que si l'influence de la diffusion des porteurs est négligée. Comme la diffusion elle même ne dépend pas du type de cristal, il faut que l'effet photovoltaïque soit suffisamment intense pour induire un champ électrique grand devant le champ induit par la diffusion, ou bien il faut que l'on puisse appliquer au cristal un champ devant lequel celui-ci soit négligeable.

Dans les expressions (3-13) et (3-14) des paramètres définissant le comportement de l'effet non-linéaire intervient une longueur arbitraire x_0. Elle a été introduite dans le calcul de manière à rendre les équations adimensionnelles, mais elle n'a pas de signification physique. C'est simplement un facteur d'échelle sur lequel il faudra rapporter la solution trouvée. Par conséquent, il est possible, par exemple, de choisir x_0 de telle façon que N=1, afin de simplifier l'étude de l'équation de propagation (3-12). Toutefois, nous verrons par la suite qu'il est tout de même intéressant d'étudier le comportement des solutions de l'équation (3-12) en fonction de N.

3.3.3.3.Cas où la diffusion des porteurs est négligeable

Comme le suggèrent Christodoulides et Carvalho [14], une approche intéressante de l'équation de propagation (3-12) est de considérer que l'on peut, dans les conditions énoncées ci-dessus, négliger les termes liés à la diffusion des porteurs dans le matériau : $N^2 >> D\,\partial|U|^2/\partial X$. Ceci suppose entre autres que

[18] Dans le cadre des approximations de notre modèle

le faisceau soit suffisamment large pour que sa dérivée spatiale vérifie cette condition, et que les champs appliqués et/ou photovoltaïque soient suffisamment forts : $E_{ext}+E_{ph} >> (\kappa_B T/e)(1/I_d)(\partial I/\partial x)$. Dans ces conditions, l'équation de propagation (3-12) devient

$$i\frac{\partial U}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}-N^2\frac{U}{|U|^2+1}=0. \qquad (3\text{-}15)$$

Cette dernière équation est une Equation de Schrödinger Généralisée[19] : Christodoulides et Carvalho ont montré qu'elle admet des solutions de type soliton [14], dont le profil est indépendant de Z.

3.3.3.4.Expression de l'équation de propagation aux faibles intensités

Les équations de propagations (3-12) et (3-15) décrivent le comportement de l'enveloppe U de l'onde électromagnétique normalisée par rapport à l'intensité d'obscurité I_d. Cette quantité joue donc un rôle déterminant, notamment dans le processus de saturation de l'effet photoréfractif, notamment par l'intermédiaire du terme $1/(|U|^2+1)$.

L'intensité d'obscurité I_d est en fait une modélisation pratique de l'excitation thermique des porteurs. C'est l'intensité lumineuse avec laquelle il faudrait illuminer le cristal pour obtenir un taux de génération des porteurs équivalent à la génération thermique. Il est donc possible d'augmenter artificiellement l'intensité d'obscurité en illuminant le cristal par un éclairement uniforme incohérent avec les faisceaux utilisés pour l'expérience [39].

Dans ces conditions, il est intéressant de considérer le cas où l'intensité d'obscurité est grande devant celle du faisceau dont nous cherchons à modéliser la propagation : $|U|<<1$. La partie de l'équation (3-15) qui correspond à la variation d'indice normalisée δn^* *est*

$$\delta n^* = -N^2\frac{1}{|U|^2+1}. \qquad (3\text{-}16)$$

Si l'on ignore la partie constante de la modulation de l'indice de réfraction qui ne cause pas de modification du profil du faisceau, alors l'approximation $|U|<<1$ implique $\delta n^* \approx N^2|U|^2$. Il est alors possible de simplifier l'équation de propagation (3-15) :

$$i\frac{\partial U}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+N^2|U|^2U=0 \qquad (3\text{-}17)$$

---

[19] Une Equation de Schrödinger Généralisée est une équation de la forme $i\frac{\partial U}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+f(|U|^2)U=0$

L'équation de propagation ainsi obtenue est une Equation Non Linéaire de Schrödinger. Cette équation a été très étudiée dans les dernières années (voir par exemple la référence [8]). Elle a des solutions définies analytiquement pour les premières valeurs entières positives de N, appelé alors « l'ordre du soliton ». Nous ne fournirons pas dans le cadre de cette étude d'analyse précise de cette équation car, d'une part, de nombreuses études mathématiques très poussées ont déjà été publiées et, d'autre part, elle ne décrit le comportement des matériaux photoréfractifs que dans le cadre des hypothèses très restrictives énoncées dans ce chapitre.

Toutefois, il apparaît que, toujours dans le cadre de ces hypothèses, l'indice de réfraction est localement proportionnel à l'intensité lumineuse. L'effet photoréfractif à l'état stationnaire est donc, dans ces conditions, similaire à un effet Kerr dont le coefficient N^2 pourrait être ajusté par l'application d'un champ électrique externe. Or, les milieux Kerr permettent la propagation de solitons spatiaux [10, 40]. L'obtention de solitons spatiaux dans les milieux photoréfractif est donc, par analogie, probable, comme nous le verrons par la suite.

Par ailleurs, l'équation de propagation (3-15) nous montre que l'effet photoréfractif peut se comporter en régime stationnaire comme un effet Kerr saturable, mais dont le niveau de saturation peut être contrôlé par l'intensité d'obscurité (facteur de normalisation de U dans (3-15)).

La différence majeure entre les effets Kerr et photoréfractifs reste dans ces conditions le temps de réponse. L'étude en état stationnaire ne nous permet pas de donner des indications sur le temps de réponse du phénomène photoréfractif. Toutefois, l'effet Kerr possède un temps de réaction inférieur à la picoseconde, qui sera de toute façon plus rapide que l'effet photoréfractif, pour lequel un déplacement des porteurs de charge est nécessaire.

3.4. Etude du champs de charge d'espace et de la propagation avec prise en compte de la dimension temporelle

3.4.1. Définition d'un état stationnaire partiel

Le modèle de Kukhtarev [34], résumé par le système d'équations (3-3) décrit complètement la migration des charges et l'établissement du champ de charge d'espace, aussi bien du point de vue temporel que spatial, dans le cadre du modèle décrit précédemment (section 3.1.2), à un seul type de donneur et un seul type de porteur. Le comportement temporel de ce modèle est décrit par les équations (3-3a) et (3-3c).

L'équation (3-3a) décrit le processus d'excitation et recombinaison des porteurs. Elle fait apparaître la constante de temps caractéristique de ce processus : $\tau_r = 1/\xi n_e$.

L'équation (3-3c) décrit l'établissement des courants et la redistribution des charges qui en résulte. Si l'on exprime ρ grâce à l'équation (3-3b) et J grâce à (3-3e), il apparaît la constante de temps de relaxation diélectrique $\tau_{di} = \varepsilon_0 \varepsilon_r / e\,\mu n_e$ défini comme étant le temps nécessaire à la formation d'un réseau photoréfractif.

Le rapport $\delta = \tau_r / \tau_{di}$ des constantes de temps du processus de génération/recombinaison des porteurs et du processus de relaxation diélectrique

est donc $\delta = \mu e / \varepsilon_0 \varepsilon_r \xi$. Les valeurs numériques issues de la littérature montrent que pour la plupart des matériaux photoréfractifs, il est possible de faire l'approximation $\delta << 1$. En effet, dans le Niobate de Lithium ($LiNb0_3$), la valeur de δ est de $2*10^{-4}$ [35]. Elle est de 10^{-2} dans $BaTi0_3$ [35] et de $5*10^{-3}$ dans BSO [41]. Par conséquent, le processus de génération/recombinaison des porteurs atteint son état stationnaire bien avant la relaxation diélectrique, ainsi que le confirme P.Yeh [13].

Ainsi, si nous plaçons notre étude à des échelles de temps supérieures au temps caractéristique de recombinaison des porteurs, nous pouvons alors considérer l'équation (3-3a) comme une équation à l'état stationnaire. Le système d'équation décrivant ce modèle partiellement stationnaire, réduit à une dimension, est le suivant :

$$0 = \left(\beta + s I_{em}\right)\left(N_D - N_D^+\right) - \xi n_e N_D^+ \tag{3-18a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_0 \varepsilon_r E\right) = \rho \tag{3-18b}$$

$$\frac{\partial J}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{3-18c}$$

$$\rho = e\left(N_D^+ - N_A - n_e\right) \tag{3-18d}$$

$$J = e\mu n_e E + \mu \kappa_B T \frac{\partial n_e}{\partial x} + \beta_{ph}\left(N_D - N_D^+\right) I_{em} \tag{3-18e}$$

3.4.2. Champ de charge d'espace

Sans plus d'approximations que celles détaillées lors de l'étude en régime établi ci-dessus, le système d'équations (3-18) peut se réduire à une équation différentielle aux dérivées partielles liant le champ de charge d'espace généralisé E_τ à l'intensité lumineuse généralisée I :

$$e\mu \frac{\partial\left(I E_\tau\right)}{\partial x} + \kappa_B T \mu \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{I_0}{n_0} \frac{\partial^2 E_\tau}{\partial t \partial x} - e \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \tag{3-19}$$

L'analyse et la résolution de l'équation (3-19) requiert la définition précise des conditions initiales aussi bien pour I que pour E_τ. Nous effectuerons donc la résolution de (3-19) dans le cadre de conditions expérimentales déterminées.

Nous considérerons qu'à l'instant initial t=0, le faisceau lumineux est présent depuis un temps considéré comme infini. A cet instant, un champ électrique de valeur E_{ext} est appliqué au cristal. Les fonctions I et E_τ sont alors supposées être stables dans le temps et converger vers la solution obtenue lors de l'étude en état stationnaire.

Nous considérerons par ailleurs, comme précédemment, que la dimension du faisceau est petite devant les dimensions du cristal et donc que le cristal peut être considéré comme infini, l'influence du faisceau sur le champ électrique interne étant limitée à son voisinage proche.

Il est difficile de déterminer l'état initial du champ de charge d'espace. En effet, les cristaux photoréfractifs possèdent un effet mémoire dû au piégeage des charges dans des pièges suffisamment profonds. L'état initial du champ de charge d'espace dépend donc de l'histoire du cristal. Nous proposerons par conséquent une solution générale incomplète de l'équation (3-19), que nous analyserons par la suite dans 3 cas différents de conditions initiales sur le champ de charge d'espace.

Si nous supposons que l'intensité lumineuse locale I_{em} varie suffisamment lentement dans le temps pour que le dernier terme de l'équation (3-19) puisse être négligé, alors cette équation peut être résolue analytiquement avec les conditions initiales ci dessus, pour obtenir l'expression du champ de charge d'espace généralisé en fonction de l'intensité lumineuse généralisée :

$$E_\tau = E_0(x,z)e^{-\frac{e\mu n_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r I_0}I\,t} + \left(1-e^{-\frac{e\mu n_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r I_0}I\,t}\right)\left((E_{ext}+E_{ph})\frac{I_d}{I}-\frac{\kappa_B T}{e}\frac{I'}{I}\right) \qquad (3\text{-}20)$$

L'équation (3-20) fait apparaître deux composantes dans le comportement temporel du champ de charge d'espace. Le premier terme représente l'état initial $E_0(x,z)$ affecté d'un coefficient qui décroît exponentiellement avec le temps. Le second terme représente l'état stationnaire affecté d'un coefficient croissant avec le temps. Il faut cependant préciser que la constante de temps caractéristique de la décroissance de l'état initial et de la croissance de l'état stationnaire est inversement proportionnelle à l'intensité locale I et donc dépend de la variable spatiale x. Ceci implique, entre autre , que l'établissement du régime stationnaire est plus rapide là où l'intensité lumineuse est plus grande.

3.4.3. Equation de propagation générale

Puisque un changement spatialement uniforme de l'indice de réfraction n'affecte pas la forme du faisceau, nous pouvons substituer dans l'équation (3-10) décrivant l'effet Pockels, le champ électrique par le champ électrique généralisé dont l'expression est donnée ci-dessus. L'équation de propagation (3-11) permet alors d'écrire l'équation de propagation d'une onde électromagnétique quelconque[20] dans un milieu photoréfractif infini :

$$i\frac{\partial U}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}-\left[1-\exp\left(-\frac{I_d\left(1+|U|^2\right)t}{\Sigma}\right)\right]\left(N^2-D\frac{\partial|U|^2}{\partial X}\right)\frac{U}{1+|U|^2}$$

$$-E_N(X,Z)\exp\left(-\frac{I_d\left(1+|U|^2\right)t}{\Sigma}\right)U=0 \qquad (3\text{-}21)$$

Les deux derniers termes, si on les divise par U, représentent le champ de charge d'espace normalisé et donc la partie non-linéaire de l'équation de propagation. L'étude de son évolution dans le temps est donc très importante.

---

[20] qui vérifie les hypothèses de notre modèle

$E_N(X,Z)$ représente l'état initial (normalisé) du champ de charge d'espace. Sa valeur dépend de l'histoire du cristal. Au cours des paragraphes qui suivent, nous analysons le comportement du champ de charge d'espace normalisé pour 3 configurations initiales différentes.

La quantité $\Sigma = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{e\mu} \frac{I_0}{n_0}$ est une densité d'énergie déterminée par les constantes physiques du cristal. C'est une constante intrinsèque au cristal qui caractérise la quantité d'énergie lumineuse qu'il faut apporter au cristal avant d'atteindre le régime photoréfractif stationnaire. On peut remarquer que Σ est le produit du temps de relaxation diélectrique dans l'obscurité par l'intensité d'obscurité. De manière générale, Σ est le produit de l'intensité lumineuse généralisée en un point par le temps de relaxation diélectrique en ce point. Cette représentation physique ne doit cependant pas occulter le fait que Σ est une constante intrinsèque au cristal et donc indépendante de la position du point considéré

3.4.4. Analyse de l'évolution du champ de charge d'espace pour différents états initiaux

Dans les sections qui suivent (3.4.4.1 à 3.4.4.3), nous analysons l'évolution du champ de charge d'espace à partir de différents états initiaux représentatifs, pour un faisceau gaussien centré en $X=0$ et de largeur à mi-hauteur normalisée 1. Cette analyse n'est que la représentation graphique de l'équation (3-20) et ne prends donc pas en compte l'effet que peut avoir la modification du champ sur la propagation du faisceau, et donc ne prend pas en compte la rétroaction du faisceau sur le champ.

Cette analyse n'est donc pas physiquement exacte. En revanche, elle fournit une bonne indication des évolutions du faisceau que seule une analyse numérique de l'équation de propagation (3-21) pourrait nous donner avec précision[21].

Pour des raisons de simplicité, les figures 2 à 5 représentant l'évolution du champ de charge d'espace ont été étudiée en fonction du temps normalisé au temps de relaxation diélectrique dans l'obscurité : $T_N = \Sigma / I_d$

3.4.4.1.Etat initial uniforme

3.4.4.1.(a).Diffusion négligeable

Nous supposerons dans un premier temps que le cristal est initialement vierge de toute perturbation et donc que le champ de charge d'espace est idéalement uniformément nul avant l'application du champ extérieur. Cette hypothèse ne peut être physiquement rigoureusement vraie car, lors de la définition des conditions initiales, nous avons supposé qu'un faisceau était présent à l'instant t=0 depuis un temps infini. Ce faisceau a donc induit des perturbations d'indice dans le cristal. Toutefois, cette hypothèse a un sens dans les cristaux sans effet

[21] Comme nous le verrons en section 3.7.4, cette étude numérique n'est pas dans les prétention de ce manuscrit. Nous fournirons cependant quelques exemples et quelques éléments de réflexion pour leur réalisation.

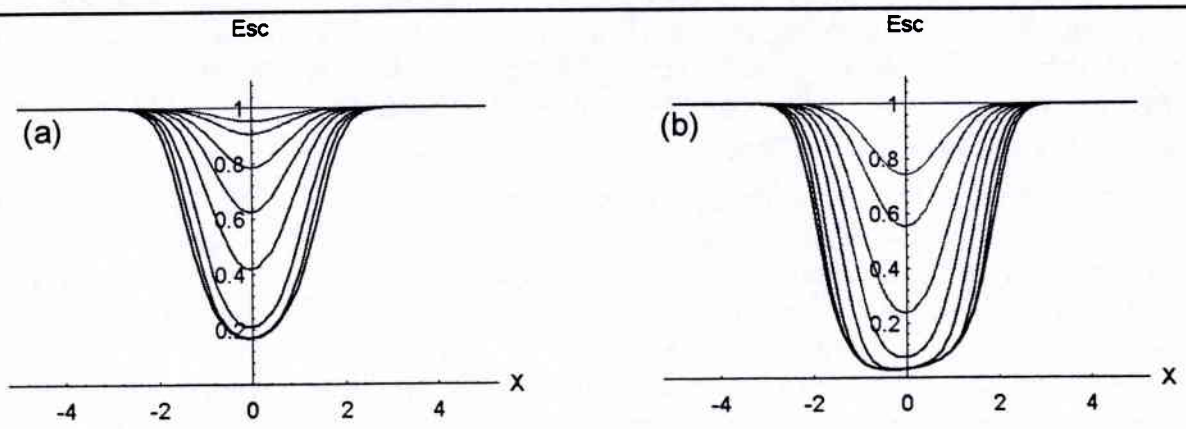


Figure 2

Champ de charge d'espace normalisé pour t/T_N=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, ∞ du haut vers le bas, pour N^2=1 et $D=10^{-2}$.

- *(a) L'intensité du faisceau est 5 fois plus grande que l'intensité d'obscurité*
- *(b) L'intensité du faisceau est 30 fois plus grande que l'intensité d'obscurité*

photovoltaïque où les coefficients électro-optiques sont suffisamment faibles pour que la diffusion des porteurs dans le milieu n'induise pas d'effet significatif. C'est par exemple le cas du cristal de $Bi_{12}TiO_{20}$ que nous avons utilisé dans nos expériences. Dans ce cas précis, le cristal photoréfractif est considéré comme étant un milieu linéaire en l'absence de champ extérieur appliqué.

Sous cette hypothèse, l'équation décrivant la propagation dans ce milieu est l'équation (3-21) où

$$E_N(X,Z) = N^2 \qquad (3\text{-}22)$$

A des fins d'exemple, prenons N^2=1 et $D=10^{-2}$. Ces valeurs numériques satisfont les hypothèses énoncées ci-dessus, à savoir que l'influence du processus de diffusion est négligeable. Les deux derniers termes de (3-21), divisés par U décrivent analytiquement le comportement temporel du champ de charge d'espace normalisé. Cette expression est représentée graphiquement sur la figure 2 pour des valeurs typiques du rapport d'intensité r et pour un profil de faisceau gaussien centré en X=0. Il faut souligner que cette représentation n'est pas physiquement réaliste. En effet, l'évolution du champ de charge d'espace est représentée pour un profil de faisceau fixe. Or l'évolution du champ de charge d'espace provoque un changement de profil de faisceau par effet Pockels. Ceci n'est pas pris en compte dans la figure 2, ainsi que dans les figures 3, 4 et 5 qui suivent. Cependant, il est intéressant de considérer l'évolution (mathématique) du champ de charge d'espace à faisceau fixe pour permettre de mieux comprendre les phénomènes physiques mis en jeu.

La figure 2 nous montre que, pour des faibles valeurs de r (ici r=5), la saturation photoréfractive n'est pas atteinte à l'état stationnaire et le profil de champ de charge d'espace, et donc d'indice de réfraction, garde une forme proche de la gaussienne. Dans ces conditions (r petit), le phénomène photoréfractif peut être considéré comme un effet quasi-local.

En revanche, quand r prend des valeurs plus élevées (ici 30), alors la saturation photoréfractive[22] est atteinte : le champ interne est totalement masqué à l'endroit du faisceau. Par conséquent, le profil stationnaire du champ de charge d'espace, et donc de l'indice de réfraction, ressemble à une gaussienne écrêtée. Le guide d'onde auto-induit est donc trop large pour guider correctement le faisceau. Toutefois, la figure 2b montre que, lors du masquage progressif du champ électrique interne, son profil passe par une forme proche de la gaussienne. Ceci suggère, comme nous le démontrerons dans la section 3.5, que le phénomène d'auto-focalisation peut être plus fort pendant l'état transitoire qu'à l'état stationnaire, quand la saturation photoréfractive est atteinte.

3.4.4.1.(b).Diffusion dominante

Si le processus de diffusion des porteurs ne peut être négligé, alors il est impossible d'obtenir un état initial uniforme du champ de charge d'espace. Toutefois, l'étude mathématique de ce cas physiquement impossible nous renseigne sur les mécanismes d'évolution temporelle du champ de charge d'espace induits par la diffusion des porteurs de charge.

La figure 3, toujours issue des deux derniers termes de (3-21), montre la formation du champ de charge d'espace dans le cas où la diffusion domine les autres mécanismes de transport ($N^2=10^{-2}$, D=1), le temps s'écoulant dans le sens des flèches. L'asymétrie du tenseur électro-optique liée à la symétrie radiale du processus de diffusion induit un champ de charge d'espace asymétrique. La composante quasi-locale de l'effet photoréfractive disparaît et le phénomène d'auto-focalisation n'est plus possible. En revanche, la figure 3 montre que le processus de diffusion tend à faire dévier le faisceau dans une direction préférentielle (vers le côté où le champ est le plus faible, où l'indice est le plus élevé).

---

[22] Nous n'utilisons pas ici la définition usuelle de la saturation photoréfractive. Dans ce manuscrit, lorsque nous mentionnons la saturation photoréfractive, cela signifie que le champ électrique est totalement masqué : la modulation de l'indice de réfraction « sature » (voir figure 2).

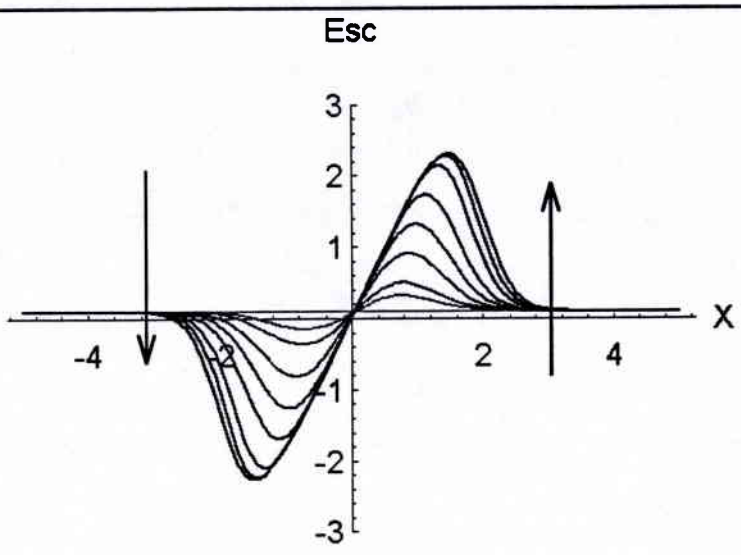


Figure 3

Champ de charge d'espace normalisé pour t/T_N=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, ∞ dans le sens des flèches, dans le cas où la diffusion domine ($N^2=10^{-2}$ et D=1).

3.4.4.2.Etat initial résultant de la diffusion seule

Afin de donner une coloration un peu plus physique aux exemples que nous prenons, considérons le cas où l'état initial du champ de charge d'espace résulte de la préexistence depuis un temps infini d'un faisceau gaussien, et de son effet sur la répartition des charges. Dans un premier temps, nous considérerons que ces charges migrent, en l'absence de champ électrique externe, sous le seul effet de la diffusion. Nous négligeons donc pour l'instant l'influence de l'effet photovoltaïque.

Dans ces conditions, le terme de l'équation (3-21) représentant le champ de charge d'espace initial devient le suivant :

$$E_N(X,Z) = N^2 - D\frac{\frac{\partial|U|^2}{\partial x}}{|U|^2+1} \qquad (3\text{-}23)$$

Si l'effet des mécanismes de diffusion peut être négligé devant les mécanismes d'entraînement par le champ électrique extérieur ou par l'effet photovoltaïque, alors le champ électrique initial peut être considéré comme uniforme et l'étude se réduit à ce qui a été fait dans le paragraphe précédent et montré dans la figure 2 : l'effet photoréfractif est quasi-local.

En revanche, si les mécanismes d'entraînement sont négligeables devant la diffusion, alors le champ électrique appliqué et l'effet photovoltaïque n'ont pas d'effet appréciable et le champ de charge d'espace reste constant dans le temps.

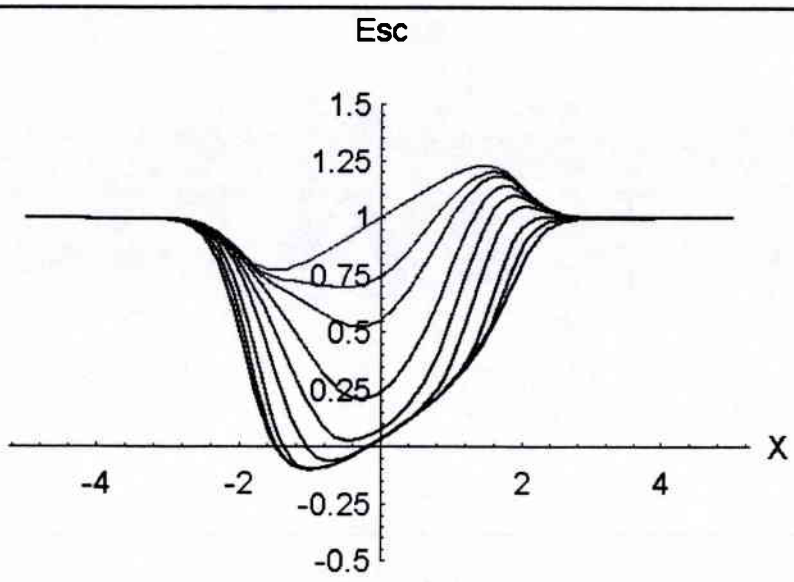


Figure 4

Champ de charge d'espace normalisé pour t/T_N=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, ∞, du haut vers le bas pour un faisceau d'intensité égale à 30 fois l'intensité d'obscurité (N^2=1 et D=10^{-1}).

La valeur qu'il prend est représentée par la courbe de la figure 3 correspondant à l'état stationnaire (t=∞).

Le seul cas présentant une nouveauté par rapport à l'analyse du paragraphe précédent est donc le cas où il existe une compétition entre les mécanismes d'entraînement et le processus de diffusion. La figure 4 représente l'évolution du champ de charge d'espace qui en résulte, dans les même conditions que précédemment, pour un rapport d'intensité élevé (r=30) et pour N^2=1 et D=10^{-1}.

A l'instar de la figure 2b, la figure 4 montre une saturation forte de l'effet photoréfractif. Elle s'accompagne sur la figure 4 d'une forte asymétrie, due à la diffusion des porteurs : le faisceau a tendance à dévier vers les valeurs les plus faibles du champ électrique (i.e. vers les valeurs les plus élevées de l'indice de réfraction). Cela suggère que le processus de diffusion des porteurs de charge pourrait être à l'origine des phénomènes de déviation du faisceau observés lors du « beam-fanning » et du « beam-bending ». Cette affirmation requiert toutefois une analyse plus précise comme celle faite par Singh et Christodoulides [38].

3.4.4.3.Etat initial résultant de la diffusion et de l'effet photovoltaïque

L'approche la plus générale consiste à considérer que le champ de charge d'espace initial résulte de la préexistence du faisceau depuis un temps infini, du phénomène de diffusion des porteurs de charge et de l'effet photovoltaïque. Dans ce cas, le terme de l'équation (3-21) décrivant le champ de charge d'espace initial devient le suivant :

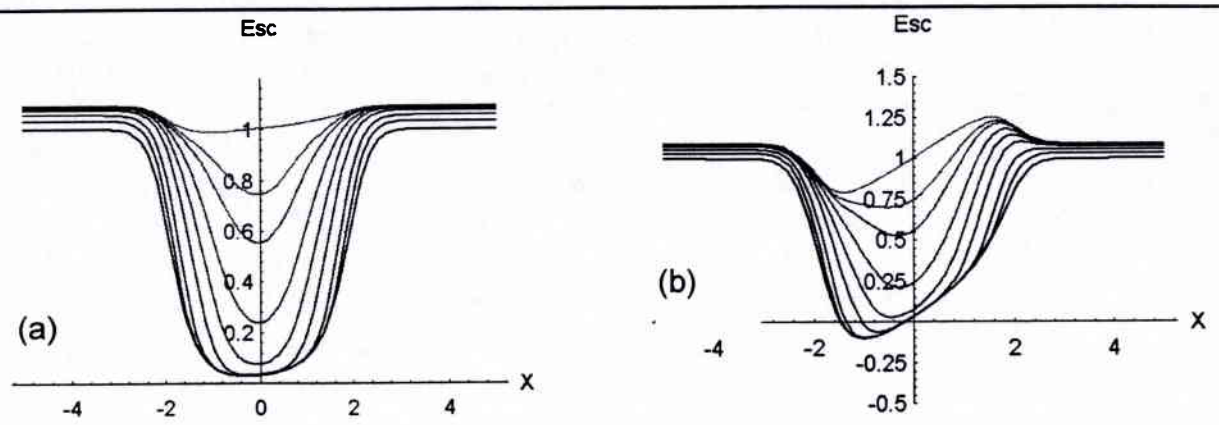


Figure 5

Champ de charge d'espace normalisé pour t/T_N=0, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, ∞ du haut vers le bas pour un faisceau d'intensité égale à 30 fois l'intensité d'obscurité

- *(a) N^2=1 et $D=10^{-2}$: la diffusion est négligée*
- *(b) N^2=1 et $D=10^{-1}$: compétition entre les différents mécanismes de transport.*

$$E_N(X,Z)=N^2+\frac{N_{ph}^2-D\frac{\partial|U|^2}{\partial X}}{|U|^2+1} \qquad (3\text{-}24)$$

où N_{ph}^2 est N^2 dans lequel le champ électrique interne est remplacé par le champ photovoltaïque E_{ph}.

La figure 5 représente l'évolution du champ de charge d'espace si l'on néglige les effets de la diffusion des porteurs (N^2=1 et $D=10^{-2}$) et quand il existe une compétition entre les trois mécanismes de transport de charge (N^2=1 et $D=10^{-1}$). Dans les deux cas, $N_{ph}^2 = N^2/10$ et l'intensité du faisceau gaussien est 30 fois plus élevée que l'intensité d'obscurité. Le fait de ne pas négliger l'effet photovoltaïque n'apporte pas de différence fondamentale dans le comportement temporel du champ de charge d'espace. Toutefois, la figure 5 suggère que l'effet photovoltaïque peut, si nécessaire, remplacer l'application d'un champ électrique externe.

3.4.5. Discussion

Nous avons présenté jusqu'ici l'effet photoréfractif de façon très générale, dans le cadre d'un modèle de dimensions (1+1). Il est apparu que, dans certaines conditions, l'effet photoréfractif pouvait se comporter comme un effet quasi-local. C'est pourquoi, en se basant sur de précédentes études [10,40] concernant les solitons spatiaux et les phénomènes d'auto-focalisation en milieux Kerr (effet local), nous pouvons nous attendre à pouvoir observer ce type de phénomène dans les matériaux photoréfractifs.

Il apparaît un phénomène de saturation de l'effet photoréfractif lorsque l'intensité lumineuse est trop grande par rapport à l'intensité d'obscurité. Il se manifeste par le masquage total du champ électrique dans les zones violemment éclairées et donc par une saturation de la variation d'indice. Dans le cas d'un fin faisceau gaussien, le guide auto-induit est donc trop large pour guider le faisceau. Toutefois, nous avons pu voir que, lors du processus de masquage du champ électrique interne, il pouvait apparaître un profil gaussien proportionnel au profil du faisceau. Cela laisse supposer que le phénomène d'auto-focalisation pourrait être plus fort au cours du masquage du champ qu'à l'état stationnaire.

Les phénomènes d'auto-focalisation décrits ci-dessus sont la conséquence des mécanismes de transports de charge responsables de la partie quasi-locale de l'effet photoréfractif : l'entraînement et l'effet photovoltaïque. Ce n'est pas le cas du processus de diffusion des porteurs qui induit une asymétrie dans le profil du champ de charge d'espace et donc dans le profil d'indice[23]. On peut donc penser que le processus de diffusion provoque une déviation du faisceau vers les régions d'indice plus élevé, comme le confirment Singh *et al.* [38] et Carvalho *et al.* [42]. Notre analyse suggère que l'application d'un champ électrique sur le cristal permettrait de diminuer l'effet de la diffusion, de manière à « rectifier » le faisceau ou bien à contrôler sa direction.

Dans la suite, nous analyserons le processus d'auto-focalisation et plus particulièrement la génération de solitons spatiaux. Par conséquent, nous serons amenés à négliger le processus de diffusion, de manière à pouvoir conduire une analyse mathématique analytique.

3.5. Evolution temporelle du profil du soliton photoréfractif

3.5.1. Détermination de la constante de propagation et d'une équation décrivant le profil d'intensité

Le terme D de l'équation générale de propagation (3-21) induit, comme nous l'avons vu, une déflexion du faisceau dans une direction privilégiée. Des études numériques [38] ont permis de montrer que, dans le cas stationnaire décrit par (3-12), il pouvait provoquer une déviation adiabatique du faisceau (sans déformation du faisceau). Il est alors possible de parler de soliton spatial dévié.

Toutefois ces conclusions découlent d'analyses numériques de type « split step Fourier »[24]. Ces méthodes nécessitent de gros moyens de calculs et ne permettent d'établir aucune certitude mathématique quant à l'existence de solitons photoréfractifs.

C'est pourquoi nous nous proposons de conduire une étude mathématique analytique de la propagation en milieu photoréfractif. Des approximations supplémentaires seront nécessaires. Nous limiterons par conséquent notre étude

---

[23] Rappelons que cette asymétrie est due à l'asymétrie du tenseur électro-optique, toutes les autres grandeurs étant symétriques.

[24] Aussi référencée sous la dénomination « Beam Propagation Method »

aux solitons spatiaux au sens strict du terme[25]. Puisque le terme *D* de (3-21) induit une déflexion du faisceau, nous supposerons donc ce terme négligeable. Ceci suppose entre autre que le faisceau n'est pas trop étroit car la dérivée spatiale de l'intensité intervient, et qu'il est possible de négliger les effets de diffusion vis-à-vis des champs extérieur appliqué et photovoltaïque.

Par ailleurs, nous supposerons que le champ de charge d'espace est initialement uniformément nul. Dans ces conditions, en prenant pour l'état initial l'expression (3-22), l'équation (3-21) décrivant la propagation du faisceau devient:

$$i\frac{\partial U}{\partial Z}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}-\left[1-\exp\left(-\frac{I_d\left(1+|U|^2\right)t}{\Sigma}\right)\right]\left(N^2-D\frac{\partial|U|^2}{\partial X}\right)\frac{U}{1+|U|^2}-N^2\exp\left(-\frac{I_d\left(1+|U|^2\right)t}{\Sigma}\right)U=0 \qquad (3\text{-}25)$$

Nous proposons de tester une solution de type soliton spatial de l'équation ci-dessus. Le profil transversal *U(X,Z,t)* du faisceau devant être indépendant de *Z*, nous pouvons alors l'exprimer sous la forme :

$$U(X,Z,t)=\sqrt{r}\,\gamma(X,t)e^{i\nu Z} \qquad (3\text{-}26)$$

- *r* est le rapport de l'intensité maximum du faisceau soliton sur l'intensité d'obscurité
- ν est la constante de propagation qui sera déterminée par la suite.
- γ est une fonction définissant le profil normalisé du soliton, supposé borné entre 0 et 1 ($\gamma(0)=1$, $\gamma(\infty)=0$).

En utilisant la forme supposée de solution (3-26) dans l'équation (3-25), l'expression de la constante de propagation ν peut être déterminée analytiquement:

$$\nu=-\frac{N^2}{r}\ln(1+r)+\frac{N^2}{r}\left[\mathcal{E}i\left(-\frac{I_d t}{\Sigma}(1+r)\right)-\mathcal{E}i\left(-\frac{I_d t}{\Sigma}\right)\right]+\frac{\Sigma}{I_d t r}\left[e^{-\frac{I_d t}{\Sigma}(1+r)}-e^{-\frac{I_d t}{\Sigma}}\right] \qquad (3\text{-}27)$$

La fonction Intégrale Exponentielle $\mathcal{E}i$ utilisée dans l'expression ci-dessus est définie par $\mathcal{E}i(\tau)=-\int_{-\tau}^{\infty}\frac{e^{-\theta}}{\theta}\partial\theta$.

L'introduction du profil d'équation (3-26) dans l'équation de propagation (3-25) permet également de déterminer l'équation différentielle de la variable spatiale, définissant le profil γ du soliton spatial photoréfractif.

$$-2\nu\gamma+\gamma''-\left[1-\exp\left(-\frac{I_d t}{\Sigma}\left(1+r\gamma^2\right)\right)\right]\left(2N^2\frac{\gamma}{1+r\gamma^2}\right)-2\gamma\exp\left(-\frac{I_d t}{\Sigma}\left(1+r\gamma^2\right)\right)=0 \qquad (3\text{-}28)$$

---

[25] Les solitons spatiaux au sens strict doivent se propager sans déformation, mais aussi sans déviation.

Les paramètres de l'équation (3-28) qui dépendent des conditions d'expérimentation sont N, qui tient compte du champ électrique appliqué, et r, le rapport d'intensité du faisceau sur l'intensité d'obscurité. L'intensité d'obscurité I_d est, strictement parlant, un paramètre du milieu dépendant uniquement de la température par l'intermédiaire du coefficient d'excitation thermique β. Néanmoins, il est possible d'augmenter artificiellement I_d, comme nous l'avons vu en section 3.3.3.4, en illuminant uniformément le cristal avec un faisceau incohérent par rapport au faisceau utile. Cependant, la valeur de l'intensité d'obscurité I_d n'intervient explicitement dans l'équation (3-28) que dans la constante de temps des exponentielles. C'est pourquoi nous ne mènerons l'étude du profil qu'en fonction des paramètres N et r, la valeur de l'intensité d'obscurité n'intervenant que lors de l'étude des temps de formation.

3.5.2. *Analyse* du cas « N=1 »

3.5.2.1.Importance spécifique

Rappelons tout d'abord la définition du paramètre N^2 qui intervient dans l'équation de propagation (3-25) et dans l'équation (3-28) déterminant le profil du soliton :

$$N^2 = \frac{k^2 n^2 r_{eff} x_0^2 \left(E_{ext} + E_{ph}\right)}{2} \qquad (3\text{-}13)$$

Dans la définition de N^2, il intervient un facteur d'échelle spatiale arbitraire x_0. Il a été introduit afin de rendre l'équation de propagation et celles qui en découlent adimensionnelles. Toutefois, il ne correspond à aucune grandeur physique. Par conséquent, quelle que soit sa valeur, la solution obtenue, est la solution physique. En effet, le fait de changer sa valeur n'a d'autre effet sur la solution que d'effectuer un changement de variable spatiale : si la solution mathématique de (3-28) est $\gamma(x)$ alors la solution physique correspondant l'onde électromagnétique effective est, selon (3-26), $\mathcal{E}(x,z,t) = \sqrt{I_d}\sqrt{r}\,\gamma\left(x/x_0, t\right)\exp\left(iv z/kx_0^2\right)$: le fait de changer la valeur de x_0 dans (3-28) ou dans (3-21) ne change pas la solution physique finale. Cette dernière affirmation ne nécessite pas de justification mathématique particulière. Elle découle logiquement du changement de variable qui a été effectué pour rendre les équations adimensionnelles (section 3.3.3.2).

Ainsi, quelle que soit la valeur de x_0, la solution obtenue est juste. Par conséquent, il est toujours possible de choisir

$$x_0 = \frac{2}{kn\sqrt{r_{eff}\left(E_{ext} + E_{ph}\right)}} \qquad (3\text{-}29)$$

de manière à obtenir $N=1$. Il faut cependant pour cela que $r_{eff}\left(E_{ext} + E_{ph}\right) > 0$. Cette dernière condition est équivalente à $N^2>0$, qui est la condition nécessaire pour que les phénomènes d'auto-focalisation et de soliton spatial puissent avoir lieu.

L'analyse du profil du soliton qui suit accorde donc une place particulière au cas $N=1$ puisque il permet, en toute rigueur, de résoudre tous les cas physiques qui satisfont aux hypothèses de notre modèle. Toutefois, nous ne nous limiterons pas

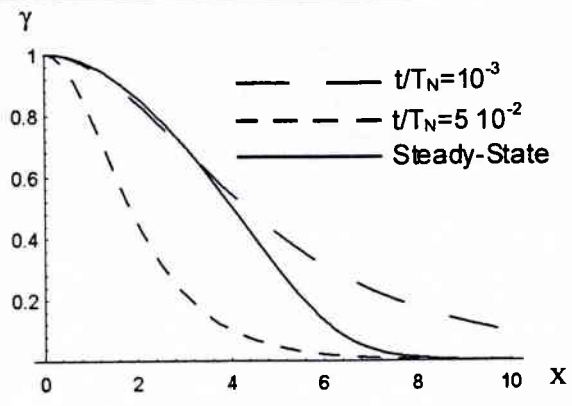


Figure 6

Evolution du profil d'intensité pour différentes valeurs du temps normalisé typiques de nos expérimentations, et pour r=100.

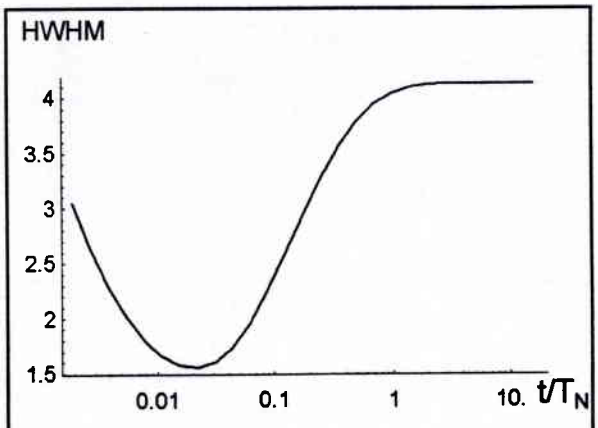


Figure 7

Evolution de la demi-largeur à mi-hauteur (HWHM) dans les même conditions que ci-contre.

à ce cas particulier. En effet, bien qu'il permette théoriquement la résolution de tous les cas physiques, il ne permet pas de bien comprendre ce qui se passe, par exemple, lorsqu'on augmente le champ électrique. Car ceci fait varier N et donc x_0, si l'on suit l'approche ci-dessus. Il est difficile de bien comprendre l'évolution d'une solution lorsque le facteur d'échelle par rapport auquel elle est représentée varie de façon continue. Nous conduirons donc également une analyse numérique de l'équation (3-28) en fonction du paramètre N.

3.5.2.2.Etude de la largeur à mi-hauteur en fonction du temps et du rapport d'intensités r

L'équation différentielle (3-28), qui définit le profil du soliton, peut s'intégrer numériquement par les méthodes classiques[26]. Trois exemples sont représentés sur la figure 6, pour un rapport d'intensités élevé et donc une saturation photoréfractive élevée. Comme le laissent supposer les études précédentes sur le champ de charge d'espace (section 3.4.4), nous obtenons, pendant l'état transitoire, un soliton spatial plus étroit que le soliton stationnaire. C'est la traduction d'un phénomène d'auto-focalisation plus intense, résultant du masquage partiel du champ électrique interne.

Comme le montre la figure 6, la forme du profil du soliton change au cours du masquage du champ électrique interne. Une des façons qui permettent d'étudier son évolution consiste à étudier l'évolution de sa largeur à mi-hauteur. Pour des

[26] Nous avons utilisé le logiciel du commerce Mathematica de Wolfram Research pour effectuer l'ensemble des travaux numériques, ainsi qu'une partie des travaux analytiques. Ces calculs auraient aussi bien pu être programmés en utilisant une méthode du type Runge-Kutta. Toutefois, cela aurait nécessité un investissement de temps dans la programmation et l'analyse numérique que nous n'avons pas fait.

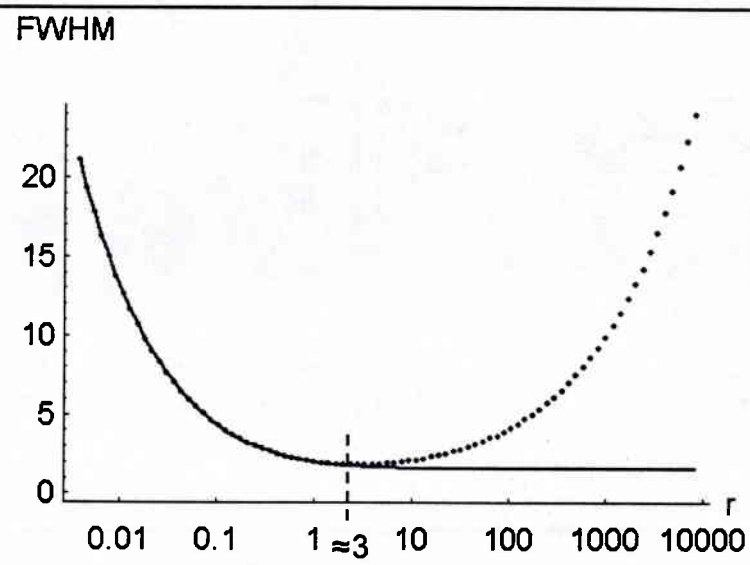


Figure 8

Demi-largeur à mi-hauteur (HWHM) du soliton stationnaire (trait pointillé) et du soliton transitoire (trait plein).

Le demi-largeur du soliton transitoire est la demi-largeur minimum atteinte pendant l'état transitoire.

raisons évidentes de symétrie, nous étudierons l'évolution temporelle de la demi-largeur à mi-hauteur (HWHM[27]) du soliton spatial. La figure 7 montre l'évolution calculée numériquement de la même façon que la figure 6 à partir de l'équation du profil (3-28), dans les mêmes conditions. La présence du minimum local apparaît clairement, confirmant les suppositions que nous avons faites lors de l'étude des mécanismes de masquage du champ de charge d'espace (section 3.4.4).

Les figures 6 et 7 ont été tracées pour une grande valeur de r (r=100) du rapport d'intensités et donc pour une forte saturation photoréfractive. Il est intéressant d'étudier le comportement du minimum et de l'état stationnaire des courbes du type de la figure 7 en fonction de r. La figure 8 montre l'évolution de la largeur à mi-hauteur à l'état stationnaire (courbe en pointillés) et celle du minimum atteint (courbe pleine).

La courbe en pointillé représentant l'évolution de l'état stationnaire montre, pour $r<3$, l'augmentation progressive de l'auto-focalisation au fur et à mesure que l'intensité du faisceau utile augmente par rapport à l'intensité d'obscurité. La largeur à mi-hauteur du soliton photoréfractif passe par un minimum pour $r \cong 3$, comme prévu, par d'autres calculs, par Christodoulides et Carvalho [14]. Pour $r>3$, l'effet photoréfractif sature et le soliton stationnaire s'élargit.

[27] HWHM : de l'anglais Half Width at Half Maximum

En revanche, le minimum atteint lors du masquage du champ électrique interne présente un comportement intéressant et que l'on ne pouvait pas prévoir de manière intuitive par les études sur le champ de charge d'espace (section 3.4). Le minimum atteint par la largeur à mi-hauteur est, pour les *r* suffisamment grands, **indépendant**[28] **de** *r*, et égal à π à 5% près[29]. Nous ne démontrerons pas ici que cette valeur constante est rigoureusement égale à π, cela demanderait de mettre en œuvre des moyens mathématiques en dehors des prétentions de ce manuscrit. Par ailleurs, nous confirmons par une étude explicitement temporelle les résultats de la littérature concernant l'indépendance des solitons transitoires vis-à-vis de l'intensité lumineuse [24, 25, 43].

Pour les faibles valeurs de *r*, le minimum est atteint à l'état stationnaire. En effet, il n'y a pas, dans ce cas, de saturation photoréfractive et donc pas d'auto-focalisation transitoire.

3.5.2.3.Temps de formation des solitons stationnaire et transitoire

Un des paramètres importants pour une éventuelle utilisation pratique du phénomène d'auto-focalisation photoréfractive, et plus particulièrement des solitons spatiaux photoréfractifs, est le temps d'établissement du phénomène. L'effet photoréfractif est notoirement lent par comparaison avec les effets rapides comme l'effet Pockels ou l'effet Kerr, directement issus des tenseurs électro-optiques linéaire et quadratique et de la relation immédiate qu'il existe entre le champ électrique et l'indice de réfraction[30] (voir section 3.3.3.1). Ceci est dû au fait que l'effet photoréfractif nécessite le transport de porteurs de charges qui est intrinsèquement lent.

Toutefois, nous avons pu constater précédemment (section 3.5.2.2) que des phénomènes intéressants pouvaient survenir avant l'établissement de l'état stationnaire photoréfractif. C'est pourquoi une étude plus précise des temps de formation des phénomènes que nous venons d'évoquer paraît nécessaire.

3.5.2.3.(a).Soliton stationnaire

---

[28] Il ne faut pas oublier que nous parlons ici de largeur à mi-hauteur **normalisée** par rapport à x_0.

[29] La figure 8 représente la demi-largeur à mi-hauteur (HWHM). La valeur atteinte par la HWHM est donc $\pi/2$.

[30] D'après l'équation (3-9), les effets Pockels et Kerr sont immédiats. Bien entendu, cette relation est une approximation et une analyse fine de ces effets dus à la modification de la structure cristalline montrerait qu'ils ont aussi leur constante de temps propre. Toutefois, celle-ci est inférieur à 1 ps : elle est infiniment plus courte que les échelles de temps de tous les phénomènes que nous abordons dans ce manuscrit. C'est pourquoi nous considérerons ces effets comme « immédiats »

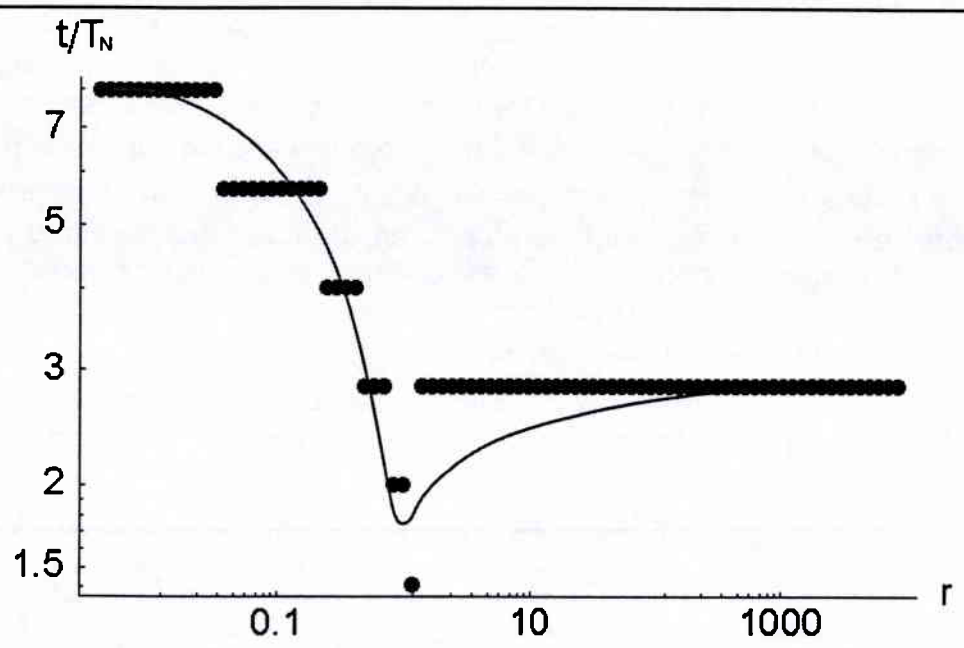


Figure 9

Temps d'établissement normalisé du soliton photoréfractif stationnaire.

Facteur de normalisation : $T_N = \Sigma / I_d$

La figure 9 représente l'évolution en fonction de *r* du temps nécessaire à l'établissement du soliton spatial stationnaire. Ce temps est normalisé par rapport au temps de relaxation diélectrique dans l'obscurité T_N. Le temps do formation de l'état stationnaire a été calculé en considérant que l'état stationnaire est atteint lorsque la variation de la largeur à mi-hauteur normalisée calculée sur 3 valeurs successives est inférieure à un critère de convergence. Le critère de convergence utilisé pour tracer la figure 9 vaut 10^{-2}. Toutefois, la courbe représentée ne change pas sensiblement si l'on diminue la valeur de ce critère : la courbe reste qualitativement la même, et les temps normalisés s'allongent de quelques unités si l'on diminue le critère de quelques ordres de grandeurs.

Cette étude numérique montre donc que le temps de formation du soliton stationnaire ne varie que d'un ordre de grandeur lorsque *r* varie de 6 ordres de grandeurs. Elle montre également que ce temps est constant pour r suffisamment grand pour atteindre la saturation photoréfractive.

En revanche, cette étude ne nie pas le fait que le temps d'établissement du soliton stationnaire pourrait être constant et indépendant de *r*. En effet, les variations calculées pour *r* petit peuvent être dues à des aléas de calcul numérique dus à la difficulté d'apprécier la convergence vers un état stationnaire. Nous ne pouvons pas affirmer que ceci est vrai ou non. La confirmation ou l'infirmation de cette conjecture nécessite l'étude analytique précise de l'équation du profil (3-28), ce qui est en dehors des prétentions de ce manuscrit. Une étude

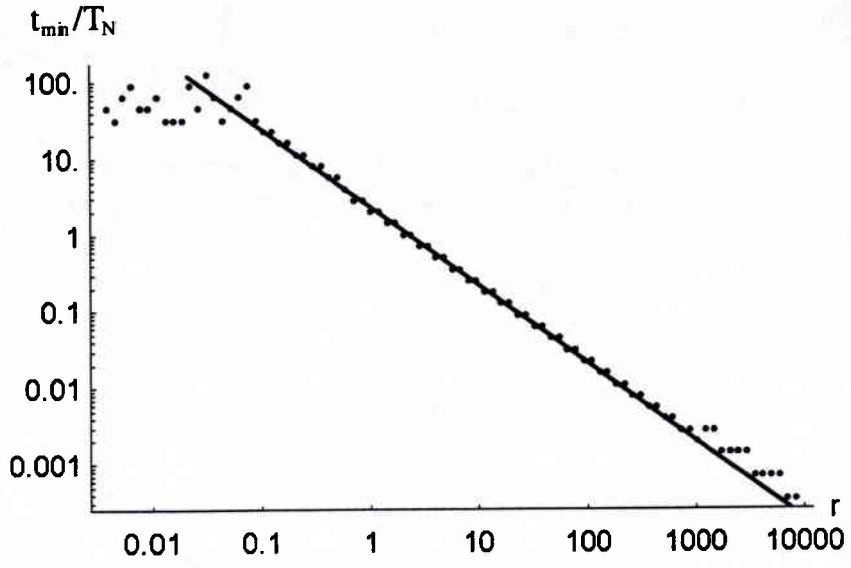


Figure 10

Temps normalisé mis pour atteindre la largeur à mi-hauteur minimum. Les points sont calculés et la droite est un guide pour les yeux.

numérique plus précise, avec des moyens de calculs dont nous ne disposons pas, pourrait peut être apporter un élément de réponse également.

3.5.2.3.(b).Soliton transitoire

La figure 10 représente le temps d'établissement normalisé du soliton transitoire, c'est-à-dire le temps mis pour atteindre la largeur à mi-hauteur minimum. Pour *r* petit, ce temps tend vers l'infini. Ceci explique les points de calcul dont les résultats semblent aléatoires, pour *r* petit (inférieur à 0,1) : ils sont dus à l'imprécision inévitable des calculs quand le soliton transitoire tend à disparaître.

En revanche, ces points mis à part, l'ensemble des résultats se situe sur une droite, représentée sur la figure 9. Puisque la courbe est représentée sur une échelle bi-logarithmique, cela suggère que le produit $r^*(t_{min}/T_N)$ est une constante, si t_{min} est le temps mis pour atteindre la largeur à mi-hauteur minimum.

Ceci suggère que le diamètre minimum du soliton photoréfractif peut être atteint dans un temps aussi court que l'on veut : il suffit d'augmenter *r*. Toutefois, une analyse qualitative des courbes représentant la largeur à mi-hauteur en fonction du temps montre que la durée de vie des solitons transitoires est proportionnelle au temps de formation. Ce pourrait être une limite à l'utilisation des solitons photoréfractifs transitoires.

3.6. Généralisation de l'étude temporelle aux différents types de solitons photoréfractifs

3.6.1. Unification des différents solitons photoréfractifs

A ce stade de notre réflexion, il convient de comparer nos conclusions avec les différentes études théoriques que la littérature contient à ce jour. La littérature prévoit l'existence de trois types différents de solitons photoréfractifs : dans l'ordre chronologique de la publication de leur prévision, les « quasi-steady-state solitons »[24,25,44][31], les « screening solitons » [14,37,38] et les « photovoltaic solitons »[15][32].

Selon la littérature, les premiers apparaissent pendant le processus de masquage progressif du champ électrique appliqué. Les seconds sont dus au masquage effectif du champ électrique, alors que les troisièmes résultent de l'effet photovoltaïque. Ils ont tous fait l'objet de vérifications expérimentales (voir respectivement [45], [39] et [20]). Les « screening solitons » et les solitons photovoltaïques prévus ont des propriétés physiques similaires et obéissent à la courbe d'existence tracée en trait pointillé sur la figure 8. Les « quasi-steady-state soliton » prévus sont indépendants de l'intensité lumineuse, pourvu qu'elle soit grande devant l'intensité d'obscurité.

L'analyse théorique que nous avons présentée fait apparaître explicitement le temps. C'est pourquoi elle permet de ne pas faire de distinction entre le soliton transitoire (« quasi-steady-state soliton ») et les solitons stationnaires que sont le « screening soliton » et le soliton d'origine photovoltaïque. Notre approche permet de mettre en évidence l'évolution temporelle continue du profil du soliton photoréfractif et de montrer que le « quasi-steady-state soliton » est de nature intrinsèquement transitoire car il provient du profil transitoire du champ de charge d'espace. Le nom de « quasi-steady-state » qui lui a été attribué provient du fait qu'il a été le premier prévu [24, 25] et que sa nature intrinsèquement transitoire n'a pas été clairement mise en évidence lors de sa première prévision.

Toutefois, notre analyse théorique ne contredit en rien les théories déjà publiées. Au contraire, elle permet de les confirmer en les unifiant à travers une seule équation de propagation (3-25) et une seule équation de profil (3-28). En effet, elle permet de retrouver le soliton « quasi-steady-state » par sa propriété caractéristique qui est son indépendance vis à vis de l'intensité, pourvu qu'elle soit assez grande devant l'intensité d'obscurité. Notre analyse permet en outre de montrer qu'il suffit que son intensité maximum[33] soit de trois fois l'intensité

---

[31] Les références [24] et [25] ne font pas encore de différence entre les différents types de solitons photoréfractifs. Il faudra attendre la référence [45], qui rapporte l'observation de « quasi-steady-state soliton » pour que cette appellation leur soit consacrée.

[32] Ces termes sont ici cités en anglais tels que cités dans la littérature, car leur traduction en français peut donner lieu à une interprétation qui trahirait la pensée de leurs auteurs. Toutefois, une traduction approximative est, respectivement, « soliton quasi stationnaire », « soliton stationnaire [résultant du masquage du champ électrique] », et « soliton photovoltaïque ». La suite montrera pourquoi la traduction peut être sujette à interprétation.

[33] Son intensité maximum est la densité de puissance surfacique maximum atteinte sur la surface du profil (en général, en son centre).

d'obscurité (cf. figure 8). En revanche, elle ne permet pas de proposer d'équation décrivant le comportement des solitons transitoires, comme celles que proposent les références [24] et [25].

Les résultats à l'état stationnaire que nous trouvons concordent avec les résultats de la littérature [14,38]. Toutefois, notre analyse montre que le soliton stationnaire d'origine photovoltaïque et celui dénommé « screening soliton » se comportent de la même façon. En effet, nous avons montré que les phénomènes de transport par entraînement et par effet photovoltaïque ont des effets similaires et additifs algébriquement (voir expression de N^2 (3-13)).

L'analyse théorique que nous avons présentée ci-dessus permet donc, d'une certaine façon, d'unifier les trois types de solitons photoréfractifs qui existaient jusqu'à présent, en une seule théorie. Notons toutefois que notre modèle est de dimension (1+1) et qu'il existe, dans la littérature, des analyses très intéressantes sur des modèles de dimension (2+1) [17, 35, 46, 47, 48, 49], qui commencent à être confirmées par l'expérience [50]. Ces modèles permettent des analyses numériques tridimensionnelles de la propagation dans les milieux photoréfractifs mais ne permettent pas d'analyse analytique très poussée, du fait de leur complexité.

3.6.2. Evolution temporelle du profil du soliton, en fonction de *r* et N

Nous avons effectué une analyse numérique des équations de propagation (3-25) et de profil (3-28) pour le cas particulier où $N=1$, qui permet de décrire tous les cas que la physique présente. Nous allons maintenant nous attacher à étudier le comportement de l'équation de profil (3-28) en fonction des deux paramètres N et r. En effet, bien que son utilité mathématique soit discutable[34], cette analyse permet de mieux comprendre le comportement de ces équations, et donc du soliton photoréfractif, lorsque l'on fait varier le champ électrique (et donc N).

3.6.2.1.Mise en évidence de trois régimes de formation différents

Effectuons tout d'abord le tracé des courbes analogues à celle de la figure 7, représentant la demi-largeur à mi-hauteur en fonction du temps, pour des valeurs représentatives. La figure 11 représente, pour N=5 et pour trois rapports d'intensités r typiques, des exemples représentant les différents régimes d'établissement du soliton photoréfractif.

Les trois courbes de la figure 11 représentent les trois régimes d'établissement possibles des solitons photoréfractifs[35]. La courbe 1 montre une largeur à mi-hauteur monotone décroissante en fonction du temps. La courbe 2 possède un minimum local, caractérisant un état focalisé temporaire. Toutefois, elle tend vers son minimum absolu pour t tendant vers l'infini. En revanche, la courbe 3 possède

---

[34] Comme nous l'avons mentionné en section 3.5.2.1, le cas N=1 permet de décrire complètement toutes les situations physiques, grâce au paramètre spatial arbitraire x_0 qui entre dans l'expression de N. C'est pour cette raison que l'utilité mathématique de cette étude est discutable.

[35] Les nombreux résultats numériques qui permettent de justifier cette affirmation ne sont pas représentés dans ce manuscrit. Seuls 4 exemples significatifs en sont donnés, sur les figures 7 et 11.

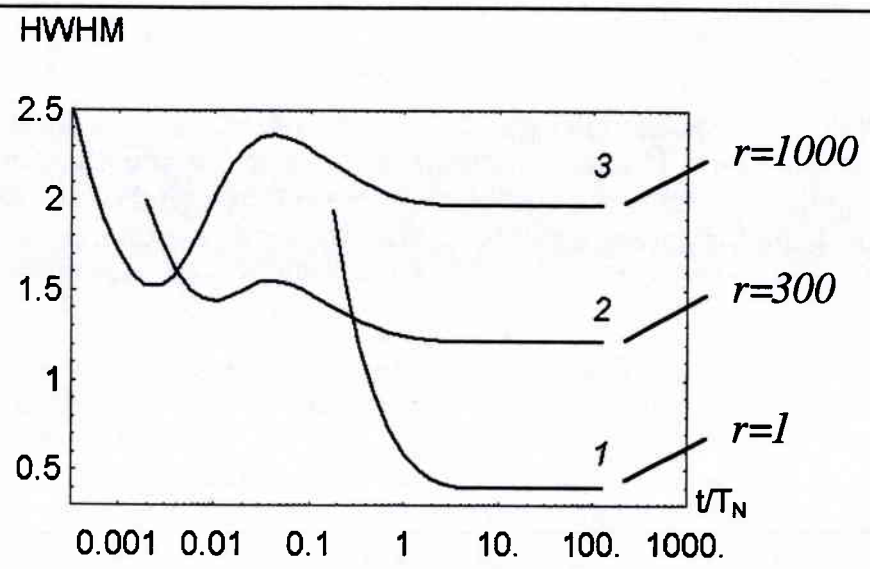


Figure 11

Evolutions typiques de la demi-largeur à mi-hauteur (HWHM) pour N=5 et r valant respectivement 1, 300, 1000. Le temps est normalisé par rapport au temps de relaxation diélectrique dans l'obscurité T_N.

un minimum absolu. Elle converge, de la même manière que les deux autres, vers une limite en l'infini, caractéristique de l'état stationnaire.

En revanche, les courbes 2 et 3 de la figure 11 présente une différence notable avec celle de la figure 7 : elles possèdent toutes deux un maximum local. Les nombreux calculs numérique que nous avons effectués montrent la présence de ce maximum local pour les valeurs de N strictement supérieures à 1et pour les valeurs de *r* telles que ces courbes présentent également un minimum local[36] (ou absolu). Nous n'étudierons pas avec plus de précision, dans le cadre de ce manuscrit, les conditions d'existence de ce maximum local, ni la valeur qu'il prend.

En d'autres termes, le processus de formation du soliton photoréfractif représenté par la courbe 1 de la figure 11 ne présente pas de soliton transitoire (ou « quasi-steady-state »). La courbe 2 montre l'obtention d'un soliton transitoire, caractérisé par un minimum local. Toutefois, celui-ci reste plus large que le soliton stationnaire. Enfin, la courbe 3 montre ce qui se passe pour des rapports d'intensités *r* élevés : le soliton transitoire est plus étroit que le soliton stationnaire. C'est aussi le régime de formation qui est représenté sur la figure 7 pour N=1 et r=100.

De la même manière que les trois exemples de la figure 11, toutes les courbes représentant la largeur à mi-hauteur en fonction du temps, que nous avons calculées, peuvent être classées comme appartenant à une des trois catégories

[36] En utilisant les termes définis dans la section qui suit, nous pouvons dire que ce maximum local est présent pour N>1 et pour les régimes de formation 2 et 3.

évoquées dans le paragraphe précédent. Ceci permet de définir trois régimes de formation différents : le régime 1 est caractérisé par l'absence de soliton transitoire, le régime 2 par le fait que le soliton transitoire est plus large que le soliton stationnaire, et le régime 3 par l'obtention d'un soliton transitoire plus étroit que le soliton stationnaire.

3.6.2.2.Domaines d'existence des différents comportements

Les nombreux résultats numériques qui nous ont permis d'arriver à ces conclusions, montrent en outre que l'évolution des courbes du type de celles de la figure 11 est continue vis-à-vis des variations de r. Pour N fixé, lorsque r croît à partir de valeurs inférieures à l'unité, la transition s'effectue de manière continue entres les régimes 1 et 2 puis entre les régimes 2 et 3[37]. La frontière entre les différents régimes est cependant déterminée de façon précise grâce à la définition donnée dans la section précédente.

De cette façon, en distinguant les 3 régimes précédemment définis, il est possible de tracer une abaque représentant les domaines d'existence des différents régimes en fonction de r et N (figure 12).

[37] Pour le cas particulier ou $N=1$, le régime 2 est dégénéré et la transition se fait de manière continue du régime 1 au régime 3.

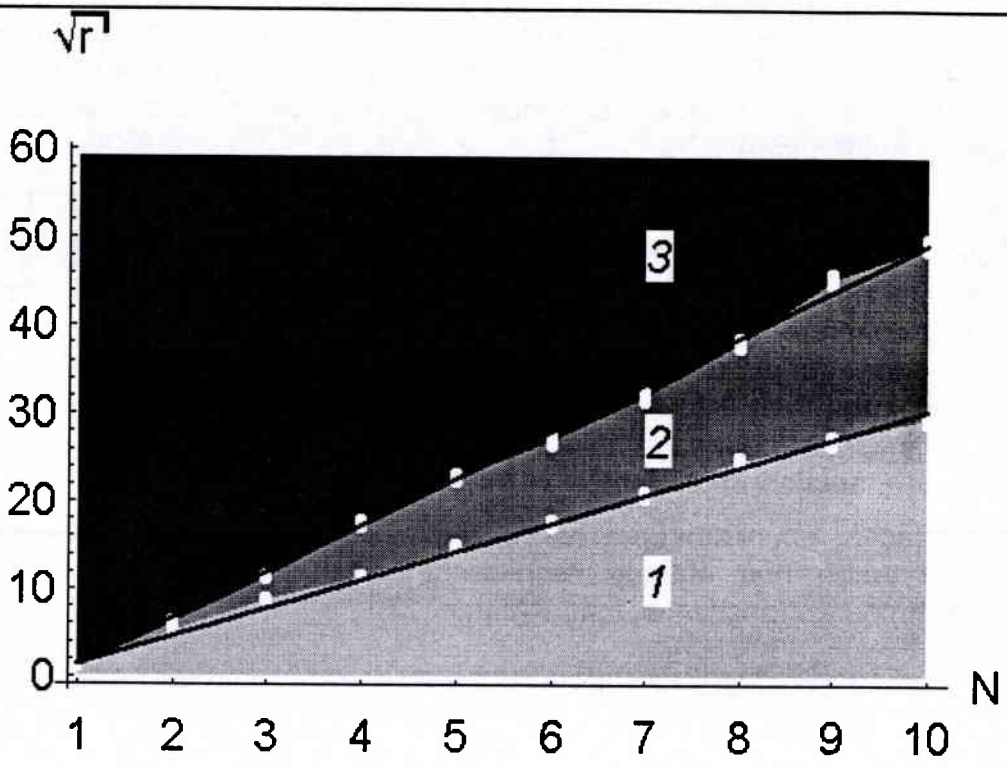


Figure 12

Domaines d'existence des trois différents régimes de formation des solitons photoréfractifs.

Les points blancs sont des résultats de calcul. Leur hauteur représente la marge d'erreur produite par le calcul. La ligne droite est un guide pour les yeux.

Les frontières entre les différents régimes sont représentées dans le plan $(N,\sqrt{r})$ sur la figure 12. Les domaines sont figurés par leur numéro. La figure 12 suggère que les frontières entre les domaines sont des droites dans le plan $(N,\sqrt{r})$, passant par le point $N=1$, $r=1$. Il est ainsi possible d'extrapoler facilement nos résultats numériques (figure 12) à des valeurs plus grandes de N et de r.

Pour tracer la figure 12, nous avons effectué le calcul numérique du comportement a largeur à mi-hauteur du soliton pour des valeurs de r de 10^{-3} à 10^{3} à raison d'environ 6 échantillons par décade[38], et pour les valeurs de N entières de 1 à 10. Cela signifie d'une part que, contrairement à ce que laisse apparaître l'échelle linéaire la figure 12, il y a de nombreux points de calcul entre les ordonnées correspondant à des valeurs de r de 0 et 1. Par ailleurs, cela implique que nous n'avons pas effectué de calculs pour $N<1$. Cela résulte d'un choix

[38] Ceci nous donne des échantillons équidistants sur une échelle logarithmique, alors que la fi12 est présentée sur une échelle linéaire, pour des questions d'interprétation.

nécessaire dû à la masse de calcul que la figure 12 représente, mais cela n'induit pas de restriction en soi, quant à l'interprétation physique que l'on peut faire de la figure 12. En effet, compte tenu de la remarque de la section 3.5.2.1, il est toujours possible de fixer la valeur de x_0 de telle façon que la plus petite valeur considérée du champ électrique corresponde à $N \geq 1$.

3.6.3. Etude de la largeur à mi-hauteur et du temps de formation des soliton stationnaire et transitoire

3.6.3.1.Soliton stationnaire

3.6.3.1.(a).Largeur

Nous avons présenté, dans le cas général, l'évolution des mécanismes photoréfractifs conduisant au soliton, en fonction de N, caractéristique de la force de la non-linéarité à effet local, et en fonction de r, caractéristique du degré de saturation de l'effet photoréfractif. Nous avons dégagé deux types de solitons différents : le soliton transitoire, dû au processus de masquage progressif du champ électrique appliqué, et le soliton stationnaire. Nous allons donc nous intéresser de plus près à ces deux « instants » particuliers de la formation du soliton photoréfractif.

Les courbes en pointillé de la figure 13 montre l'évolution de la largeur à mi-hauteur en fonction de r et pour les valeurs entières de N de 1 à 10 (du haut vers le bas). Ces courbes auraient toutefois pu être prédites à partir de l'étude numérique du cas particulier $N=1$ (figure 8) en tenant compte de la remarque sur la signification de x_0, distance arbitraire intervenant dans l'expression de N (section 3.3.3.2). Elles viennent toutefois confirmer cette remarque. De plus, elles correspondent aux résultats numériques trouvés par Christodoulides et Carvalho [14] en résolvant directement et numériquement une équation de propagation sous l'hypothèse que sa solution est une gaussienne.

3.6.3.1.(b).Temps de formation

Le temps de formation est défini mathématiquement comme étant le temps minimum nécessaire pour que la variation de la largeur à mi-hauteur maximale, en fonction du temps reste inférieure à un certain critère de convergence. Par conséquent, le temps de convergence (ou temps de formation) est indépendant du facteur d'échelle x_0 choisi. Par conséquent, pour peu que l'on ajuste le critère de convergence par rapport au facteur d'échelle pour qu'il conserve la même signification physique, le temps de convergence est indépendant de N. Il est par conséquent inutile d'effectuer des analyses numériques pour des valeurs de N différentes de 1. Les conclusions de l'analyse conduite en section 3.5.2 restent valables quel que soit N.

Par conséquent, avec les mêmes réserves que précédemment, le temps de convergence semble être indépendant de r et de N.

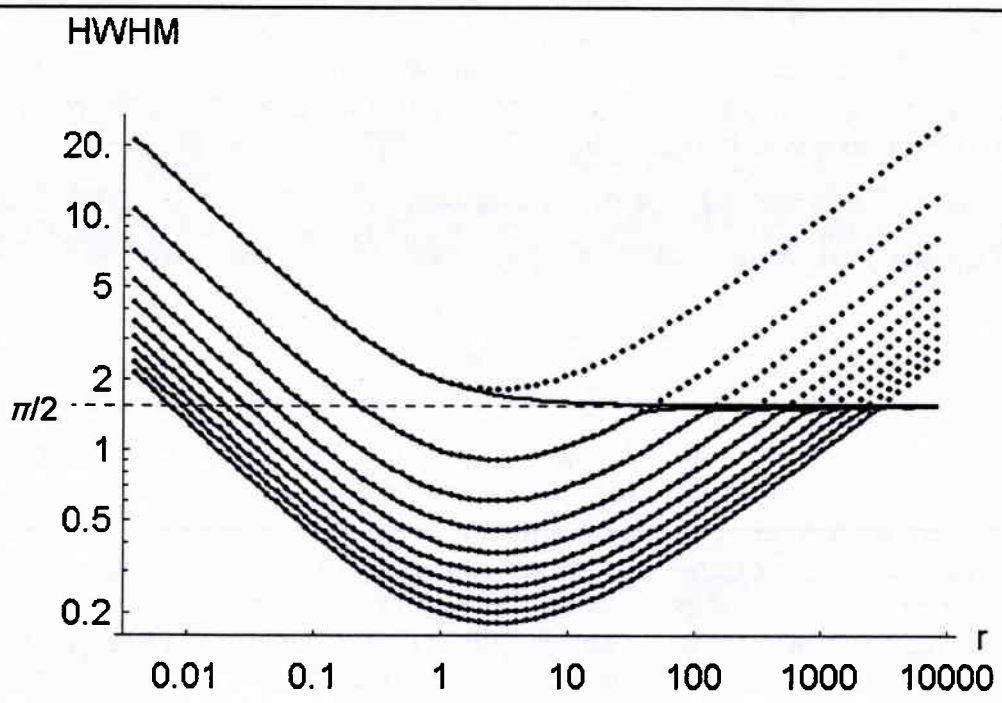


Figure 13

Demi-largeur à mi-hauteur fonction du rapport d'intensité r et pour les valeurs entières de N, de 1 à 10, du haut vers le bas, représentées sur une échelle bi-logarithmique.

Les courbes en pointillé correspondent au solitons stationnaires, et les courbes en traits pleins aux solitons transitoires.

3.6.3.2.Soliton transitoire

3.6.3.2.(a).Largeur

La demi-largeur à mi-hauteur des solitons transitoires est représentée sur la figure 13 par les courbes en trait plein, en fonction de *r* et pour les valeurs entières de *N* de 1 à 10. Contrairement aux courbes en pointillé correspondant aux solitons stationnaires, elles ne pouvaient pas être prédites à partir de la figure 8. En effet, le temps au bout duquel le soliton transitoire est atteint varie avec *N*. Par conséquent, l'utilisation simple de la remarque de la section 3.5.2.1 n'est plus possible, car en changeant *N*, on change la valeur de *t* à laquelle on considère la demi-largeur à mi-hauteur. L'étude numérique est donc nécessaire pour les valeurs de N différentes de 1[39].

[39] Rappelons tout de même que cette étude n'a d'autres fins qu'une meilleure compréhension des phénomènes physiques car l'analyse numérique de la section 3.5.2 permet de décrire, en toute rigueur mathématique, les phénomènes que nous étudions ici.

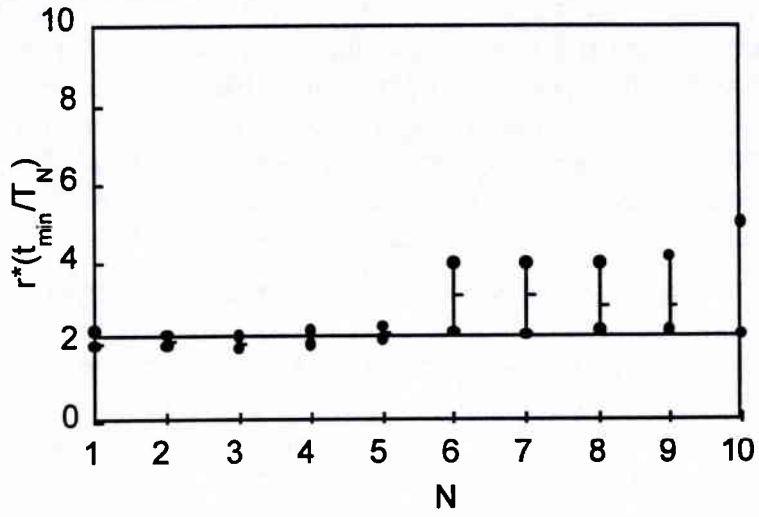


Figure 14

Temps normalisé de formation du soliton transitoire, multiplié par le rapport d'intensité r. Chaque point est représenté avec la marge d'erreur générée par le calcul. La ligne droite est un guide pour les yeux.

La figure 13 nous montre que, quel que soit *N*, la largeur à mi-hauteur du soliton transitoire est constante et égale à π à 5% près (voir à ce sujet la section 3.5.2.2). Compte tenu de la remarque en section 3.5.2.1, cette conclusion peut paraître surprenante. Elle est cependant tout à fait justifiée. En effet, pour les mêmes conditions physiques, l'échelle spatiale x_0 est proportionnelle à *N*. Le fait de faire varier *N* fait donc bien varier la largeur à mi-hauteur normalisée dans les proportions inverses, pour un *r* donné. Toutefois, quel que soit *N*, la limite de la largeur à mi-hauteur pour *r* tendant vers l'infini semble rester constante[40] et . égale à π à 5% près.

3.6.3.2.(b).Temps de formation

Le temps de formation du soliton temporaire t_{min} est défini de la même façon que précédemment : c'est le temps nécessaire pour atteindre le minimum local de la largeur à mi-hauteur. L'analyse effectuée pour *N=1* (section b) a permis de montrer que, dans ce cas, le produit $r^*(t_{\min}/T_N)$ est une constante. Les calculs que nous avons effectués montrent que c'est également le cas pour les valeurs entières de *N* de 1 à 10.

---

[40] Nous ne pouvons être catégoriques sur ces affirmations. Ce sont les résultats d'une analyse numérique qui ne présentent pas la certitude qu'aurait une analyse mathématique de type analytique.

La figure 14 montre les valeurs de cette constante calculées pour chaque valeur entière de N entre 1 et 10, avec la marge d'erreur générée par la méthode de calcul. Ce calcul n'est bien entendu valable que pour des valeurs de r suffisamment grandes pour que le régime de formation du soliton photoréfractif soit le régime 2 ou 3, afin que le soliton transitoire existe. La grande marge d'erreur et la valeur moyenne différente pour les valeurs de N de 6 à 10 sont uniquement dus au fait que la méthode de calcul n'est pas la même que pour les valeurs inférieures à 6, pour cause de problèmes informatiques[41].

Cette remarque faite et en tenant compte des marges d'erreur générées par le calcul, la figure 14 suggère que, dans la limite des calculs que nous avons effectués, le produit $r*(t_{min}/T_N)$ est une constante à peu près égale à 2. Si nous traduisons ceci en utilisant les grandeurs physiques, nous obtenons l'équation (3-30) permettant de prédire le temps de formation du soliton transitoire à partir des paramètres du milieu de façon simple.

$$t_{min} * I_s * \frac{e\mu s(N_D - N_A)}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \xi N_A} \cong 2 \qquad (3\text{-}30)$$

I_s est l'intensité locale maximale du faisceau soliton.

Ce résultat était prévisible, du fait de la remarque de la section 3.5.2.1. Toutefois, il n'était pas démontré formellement, du fait des variations du temps de formation du soliton transitoire avec N. Cette analyse numérique ne le démontre pas non plus formellement mais permet d'avoir une approximation raisonnable du temps de formation du soliton photoréfractif, et d'en faire un prévision de manière simple.

3.7. Limites du modèle mathématique

3.7.1. Dimensions du modèle

La première des limites du modèle mathématique que nous avons étudié dans cette partie est la limite due aux dimensions restreintes du modèle. C'est un modèle de dimension (1+1), utilisant l'approximation paraxiale introduite par l'équation de propagation générale (11). Ce n'est donc pas à proprement parler un modèle bidimensionnel : le faisceau est supposé se propager dans la direction z et diffracter uniquement dans la direction x.

Par ailleurs, l'enveloppe du faisceau est supposée varier beaucoup plus lentement dans la direction de propagation z que selon x. Ceci suppose entre autre que l'absorption induite par le milieu est suffisamment faible pour ne pas induire de transport de charge le long de l'axe z. Par conséquent, tous les phénomènes physiques constitutifs de l'effet photoréfractif (génération, transport et recombinaison des porteurs de charge) sont supposés n'avoir qu'une composante selon l'axe x. Ceci exclut par exemple la génération de boucles de

[41] La valeur de N augmentant, les nombres à traiter durant la résolution numérique de l'équation différentielle de profil (28) sont de plus en plus grands. Afin de garder une précision absolue constante, la taille mémoire allouée au calcul doit être augmentée. Nous avons été obligés de réduire nos prétentions de précision à partir de $N=6$ à cause de la mémoire limitée dont nous disposions pour nos calculs (20Mo).

courant (vortex), comme prévu par le modèle de dimension (2+1) développé par Zozulya et Anderson [35]. Toutefois, elles sont simulées, dans notre modèle, par une boucle de courant à travers le conducteur et l'alimentation servant à appliquer le champ extérieur au cristal.

Notre modélisation permet donc de décrire deux phénomènes physiques avec des degrés de précision différents. D'une part, elle permet de décrire les solitons spatiaux monodimensionnels, c'est-à-dire focalisés dans une seule direction : ils se propagent sous la forme d'une bande de lumière qui ne s'élargit pas. Des études expérimentales très complètes ont été menées dans ce sens [21, 22, 51]. D'autre part, c'est une approche des solitons bidimensionnels dont la précision reste à discuter. Toutefois, nous verrons, par nos expériences, qu'elle permet une description relativement précise de la focalisation dans la direction parallèle au champ électrique appliqué (ou à l'axe c du cristal). Par ailleurs, c'est le seul modèle explicitement temporel qui permette une description analytique jusqu'à l'équation de propagation. Il n'existe pas, à notre connaissance, de modélisation de dimension (2+1) qui permette de trouver une équation de propagation : le plus abouti dans ce sens[42] est le modèle de Zozulya et Anderson [35].

L'approximation paraxiale utilisée dans notre modèle comme dans celui de Zozulya et Anderson [35], introduit une limitation sur les phénomènes physiques que l'on peut étudier dans le cadre de ces modèles. Ils conviennent parfaitement à l'étude de la propagation d'un faisceau simple dans un milieu infini, comme nous l'avons fait. En revanche, ils nécessitent d'être raffinés si l'on veut étudier des phénomènes plus complexes, nécessitant de modéliser des variations fortes de la direction du faisceau, impliquant des variation significatives du coefficient électro-optique effectif r_{eff}. Par ailleurs, nous avons supposé le milieu photoréfractif infini. Notre modèle ne permet donc pas, dans l'état, de décrire des réflexions sur les faces internes du cristal, ni de prendre en compte les effets de surfaces. Ces limitations sont un frein à l'étude, par exemple, du comportement temporel d'un miroir à conjugaison de phase autopompé de type CAT [52].

3.7.2. Approximations

Dans le cadre de ce modèle de dimensions (1+1), certaines approximations concernant les valeurs numériques des différentes grandeurs physiques mises en jeu ont dû être faites. La plupart d'entre elles sont des approximations classiques détaillées dans les section 3.2.2 et 3.3.1. L'approximation la plus importante et dont il importe de saisir la portée est celle concernant l'étude en état stationnaire partiel, section 3.4.1.

L'équation (3-3a) du système décrivant le modèle de transport par bandes de Kukhtarev est prise à l'état stationnaire, le reste de la dépendance temporelle étant conservée (équation (3-3c)). Cette approximation est justifiée par le fait que la constante de temps caractéristique du processus de génération/recombinaison

---

[42] Le modèle proposé par Zozulya et Anderson [35] est de dimension (2+1). Bien qu'il n'aboutisse pas à une équation générale de propagation, il permet d'obtenir une description analytique du comportement du faisceau à l'état stationnaire, si celui-ci est supposé conserver sa forme gaussiennce tout au long de sa propagation dans le milieu photoréfractif. Le faisceau étant considéré comme transversalement bidimensionnel, son profil est supposé être le produit de deux fonctions gaussiennes, chacune état fonction d'une dimension spatiale transversale. L'intensité et la largeur de ces deux fonctions sont alors déterminés analytiquement.

des porteurs (équation (3-3a)) est beaucoup plus petite que celle qui caractérise l'établissement des courants dans le cristal (équation (3-3c)) pour tous les cas physiques intéressants[43]. En conséquence, notre étude temporelle n'est valable que dans le cadre de cette approximation.

Il faut donc que le milieu permette cette approximation. A notre connaissance, tous les cristaux photoréfractifs conviennent (voir section 3.4.1). Toutefois, ce n'est pas la seule condition à respecter pour que notre modèle soit utilisable. Le temps t apparaît explicitement dans les équations et notamment dans l'équation de propagation générale (3-21) : la valeur qu'on lui donne doit être grande devant la constante de temps de l'équation (3-3a), c'est à dire devant le temps caractéristique de recombinaison des porteurs.

3.7.3. Etude d'une solution particulière de l'équation de propagation.

Cette dernière remarque n'est pas à proprement parler une limitation de notre modélisation de l'effet photoréfractif, mais plutôt de l'utilisation que nous en avons faite pour étudier la formation des solitons spatiaux. Notre étude des phénomènes photoréfractifs nous a conduit à une équation de propagation générale (3-21) pour tout type de faisceau (vérifiant les hypothèses du modèle) dans un milieu photoréfractif infini.

Afin de pouvoir mener à bien une analyse analytique[44] de l'équation de propagation (3-21), nous avons limité notre étude au domaine des solitons spatiaux. Pour cela, nous avons supposé que l'équation de propagation (3-21) avait des solutions de type soliton spatial (équation (3-26)), et nous en avons déduit leur profil (équation (3-28)). Par conséquent, toute l'étude temporelle de la section 3.5 suppose l'existence d'un soliton spatial à chaque instant. Pour que ceci soit réalisé physiquement, il faudrait un profil de faisceau à l'entrée du cristal photoréfractif constamment égal au profil changeant du soliton photoréfractif prévu par l'équation (3-28). Ceci nécessiterait donc un profil de faisceau évoluant de façon continue avec le temps et prenant une forme bien déterminée. Ceci est, à notre connaissance, hors de portée des techniques actuelles.

Il importe de bien comprendre la façon dont a été menée l'étude mathématique et les hypothèses qui ont dû être faites, afin de bien interpréter les résultats expérimentaux. En effet, les conclusions de l'étude temporelle menée en section 3.5 sont conditionnées à l'existence du soliton spatial : **si** il existe un soliton **alors** les conclusions sont valides. Les expériences introduisent des problèmes de stabilité du soliton spatial et surtout des problèmes de convergence vers l'état soliton. Nous n'avons pas traité ces problèmes de manière théorique mais il faudra leur porter une attention toute particulière au vu des résultats expérimentaux.

---

[43] Voir la section 3.4.1 pour plus de détails.

[44] L'équation de propagation (21) est une équation assez compliquée dont l'analyse numérique demande de très gros moyens de calculs. Une analyse analytique est moins gourmande en moyens de calculs et apporte une plus grande certitude quant à la justesse des résultats. Toutefois, ces deux approches sont complémentaires et ne s'excluent nullement.

3.7.4. Approche numérique

L'étude théorique que nous avons conduite dans la section 3.5 n'est qu'une approche possible de l'équation de propagation (3-25). C'est une équation de propagation générale. Par conséquent, il est possible de l'utiliser pour simuler la propagation d'un profil quelconque, par des méthodes numériques telles que la méthode dite « Split Step Fourier »[45]. Cette approche numérique est très prometteuse, notamment pour étudier les problèmes de stabilité des solitons spatiaux, problèmes que nous n'avons pas abordés de manière théorique dans ce manuscrit. Elle permettrait par ailleurs d'introduire le mécanisme de transport par diffusion et d'étudier par exemple la construction de la courbure du faisceau prévue à l'état stationnaire [38].

Les méthodes numériques permettent en outre d'utiliser l'équation de propagation générale (3-21) pour étudier tous les phénomènes photoréfractifs qui rentrent dans le cadre des approximations de notre modèle, quelle que soit la forme du faisceau. L'inconvénient de ces méthodes est de nécessiter de très gros moyens de calculs. Nous proposerons des pistes de réflexion dans ce sens dans le chapitre 6, section 6.4.

---

[45] Méthode consistant à effectuer la partie linéaire du calcul de la propagation dans le plan de Fourier, permettant ainsi de gagner du temps de calcul. Elle est aussi connue sous le nom de « Beam Propagation Method ». Voir à ce sujet les références [8] et [65]

4. Conception et réalisation du banc expérimental

Ce chapitre décrit la conception du banc expérimental que nous avons été amenés à réaliser afin d'observer et de mesurer le processus d'auto-focalisation dans nos échantillons de cristaux photoréfractifs. C'est un banc expérimental conçu explicitement pour notre expérimentation. Se réalisation a posé quelques problèmes d'ordre expérimental. Ce chapitre s'attachera à les exposer clairement et à présenter les solutions qui leurs ont été apportées.

4.1. Choix du matériau

4.1.1. Avant la thèse : peu d'arguments pour le choix

Lorsque nous commençons nos travaux, seules deux expérimentations concernant les solitons spatiaux photoréfractifs sont publiées. La première [28] mentionne l'observation de solitons spatiaux transitoires dans un cristal de SBN[46], alors que la seconde [27] mentionne l'observation de solitons stationnaires dans un cristal de BTO[47]. Par ailleurs, la première analyse théorique est publiée [24]. Nous savons maintenant que cette analyse concerne les solitons transitoires - ou « quasi-steady-state solitons » -, comme nous l'avons vu précédemment, section 3.5.

Devant le peu d'études aussi bien théoriques qu'expérimentales existantes, nous ne pouvons alors poser de façon certaine des critères décisifs quant au choix du milieu photoréfractif permettant l'obtention d'un soliton spatial. En effet, aucun argument ne permet alors de privilégier un matériau par rapport à un autre.

Nous choisissons donc de limiter notre étude aux milieux cristallins[48] car ce sont les milieux qui présentent l'effet photoréfractif le plus fort et surtout le mieux connu. Pour ce qui est du choix du cristal, les critères que nous sommes amenés à suivre sont essentiellement des critères économiques et de disponibilité au sein du laboratoire.

Nous disposions alors d'un cristal de BTO [53], qui permet, selon la référence [24], l'obtention de solitons spatiaux. Nous choisissons donc de tester la validité des affirmations de [24] et de pousser plus loin les investigations sur notre cristal de BTO.

4.1.2. Rappel des propriétés physiques du cristal $Bi_{12}TiO_{20}$

Le BTO est un cristal jaune ambré de la famille des sillénites, dont font partie aussi le BGO ($Bi_{12}Ge0_{20}$) et le BSO. ($Bi_{12}Si0_{20}$). Les sillénites sont isotropes en l'absence de champ et possèdent naturellement un pouvoir rotatoire[49] élevé.

Cristal	Pouvoir rotatoire à 633 nm
$Bi_{12}GeO_{20}$	21 deg/mm
$Bi_{12}SiO_{20}$	21 deg/mm
$Bi_{12}TiO_{20}$	6.3 deg/mm

Le BTO possède le pouvoir rotatoire le plus faible de la famille des sillénites. L'analyse théorique menée précédemment nous a montré que l'auto-focalisation nécessite que la variation d'indice soit à l'opposé de la variation de charge d'espace (section 3.5).

---

[46] SBN : $Sr_xBa_{1-x}Nb_2O_6$

[47] BTO : $Bi_{12}TiO_{20}$

[48] Il existe à l'heure actuelle un grand nombre de matériaux photoréfractifs, aussi bien sous forme cristalline qu'à l'état de polymères ou de céramiques.

[49] Le pouvoir rotatoire est la propriété de certains matériaux qui font tourner la polarisation de la lumière qui les traverse, proportionnellement à la distance parcourue dans le matériau.

Les sillénites sont des cristaux cubiques appartenant au groupe ponctuel 23. Leur tenseur électro-optique[50] est donné ci-contre par l'équation (4-1) [54] :

$$\hat{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \qquad (4\text{-}1)$$

La configuration qui permet d'obtenir le maximum d'effet électro-optique pour une onde se propageant perpendiculairement au champ électrique est d'appliquer le champ dans la direction cristalline $1\bar{1}0$ et de faire propager le faisceau dans la direction 110 [54]. C'est cette configuration que nous avons choisie pour nos expérimentations.

La composante dominante du champ à l'intérieur du cristal est la composante parallèle au champ appliqué. Nous considérerons donc que le champ de charge d'espace est parallèle au champ appliqué. Dans ce cas, la variation d'indice δn en fonction du champ de charge d'espace E_{sc} s'exprime comme suit :

$$\delta n = \frac{1}{2} n^3 r_{41} E_{sc} \text{ pour la polarisation perpendiculaire au champ électrique} \qquad (4\text{-}2)$$

$$\delta n = -\frac{1}{2} n^3 r_{41} E_{sc} \text{ pour la polarisation parallèle au champ électrique} \qquad (4\text{-}3)$$

Il faut cependant garder à l'esprit que les signes de ces deux expressions sont interchangeables, puisqu'ils dépendent de la convention de signe prise pour E_{sc}. Ceci est valable pour les cristaux cubiques, anisotropes. Toutefois, la convention de signe est fixée pour les cristaux ferroélectriques présentant une polarisation spontanée suivant un axe **c**.

Les équations (4-2) et (4-3) montrent que la variation du champ électrique s'inverse lorsque la polarisation tourne de 90°. Nous pouvons donc penser que si l'effet d'auto-focalisation peut avoir lieu selon une polarisation, alors il ne peut exister dans l'autre. Par conséquent, le pouvoir rotatoire des matériaux sillénites est un obstacle à l'obtention de solitons photoréfractifs. Cette affirmation est par ailleurs confirmée par une étude numérique récente [49].

Toutefois, les sillénites sont de très bons matériaux photoréfractifs, du fait de leur excellente photoconduction. Le BTO possède par ailleurs un pouvoir rotatoire suffisamment faible pour que l'on puisse le négliger pour des cristaux de longueur raisonnable.

4.1.3. Après l'étude théorique

L'étude théorique que nous avons menée en section 3 nous permet d'apporter certaines précisions quant au choix des matériaux susceptibles de permettre l'auto-focalisation des faisceaux et ainsi la propagation de solitons spatiaux.

La plus importante des hypothèses est explicitée en section 3.5 : la génération de solitons spatiaux au sens strict, sans déviation, nécessite de pouvoir négliger

---

[50] Pour mémoire et pour fixer les idées, la valeur du coefficient électro-optique r_{41} dans BTO est $5{,}17.10_{-10}$ cm/V [63]

le terme D caractéristique de la diffusion des porteurs. Or, le processus de diffusion est indépendant du cristal utilisé. Son effet, en revanche, dépend du tenseur électro-optique. Par conséquent, la condition physique permettant de négliger D est que le coefficient électro-optique intéressant soit suffisamment faible pour que l'on puisse appliquer un champ, permettant ainsi de rendre l'effet du processus de diffusion négligeable devant celui d'entraînement.

Par conséquent, le BTO est un cristal qui convient parfaitement à la génération de solitons spatiaux photoréfractifs, mis à part son effet rotatoire. Nous l'utiliserons en négligeant l'effet rotatoire et en orientant la polarisation d'entrée de manière à ce que la polarisation de la lumière à l'intérieur du cristal reste le plus proche possible de la direction d'application du champ électrique. C'est par ailleurs un des cristaux les plus simples à étudier. En effet, en l'absence de champ appliqué, il est quasiment linéaire. Il ne présente pas d'effet photovoltaïque notable. Il permet donc d'étudier l'influence du champ appliqué indépendamment des autres mécanismes de transport.

Toutefois, il est également intéressant d'observer ce qui peut se passer dans d'autres matériaux, et notamment dans les matériaux ferroélectriques. Le SBN[46] est un candidat intéressant, car la littérature le mentionne abondamment en ce qui concerne l'obtention de solitons photoréfractifs. Par ailleurs, le Titanate de baryum ($BaTiO_3$) est un des matériaux photoréfractifs les plus utilisés. L'analyse théorique de la section 3 n'apporte pas d'objection à l'obtention de solitons spatiaux dans ce cristal.

Il faut cependant apporter une précision. Nous avons vu, tout au long de l'analyse théorique, que l'effet photovoltaïque et le champ appliqué avaient des effets similaires et additifs. Toutefois, cette addition est algébrique et le sens de ces effets n'est pas clairement explicité. Lors de l'application d'un champ électrique sur un cristal ferroélectrique présentant une direction de polarisation spontanée appelée axe **c** (condition nécessaire à l'obtention d'un effet photovoltaïque), il est nécessaire d'appliquer le champ électrique dans la direction de l'axe **c**, sous peine de dépolariser (et donc rendre inutilisable) le cristal. La convention de signe prise alors pour le champ électrique et pour le coefficient électro-optique est donc fixée : le champ électrique est positif lorsqu'il est orienté dans le sens de l'axe **c**.

Or, lorsqu'on illumine un cristal photovoltaïque en circuit ouvert, il se crée spontanément un champ électrique dépolarisant, c'est-à-dire opposé à l'axe **c** donc négatif. Par conséquent, les charges positives se déplacent dans le sens de l'axe **c** et donc dans le sens du champ extérieur appliqué. Si les porteurs sont des électrons, chargés négativement, le même raisonnement est valable, en inversant le sens du déplacement des charges. Il suffit donc que le coefficient électro-optique r_{33} (projection du tenseur électro-optique sur l'axe **c**) soit positif, comme c'est le cas pour la plupart des cristaux photoréfractifs : l'effet photovoltaïque et le champ électrique appliqué ont donc des effets similaires et additifs. Dans les cristaux photovoltaïques, ils contribuent tous deux au processus d'auto-focalisation et donc à la formation de solitons spatiaux.

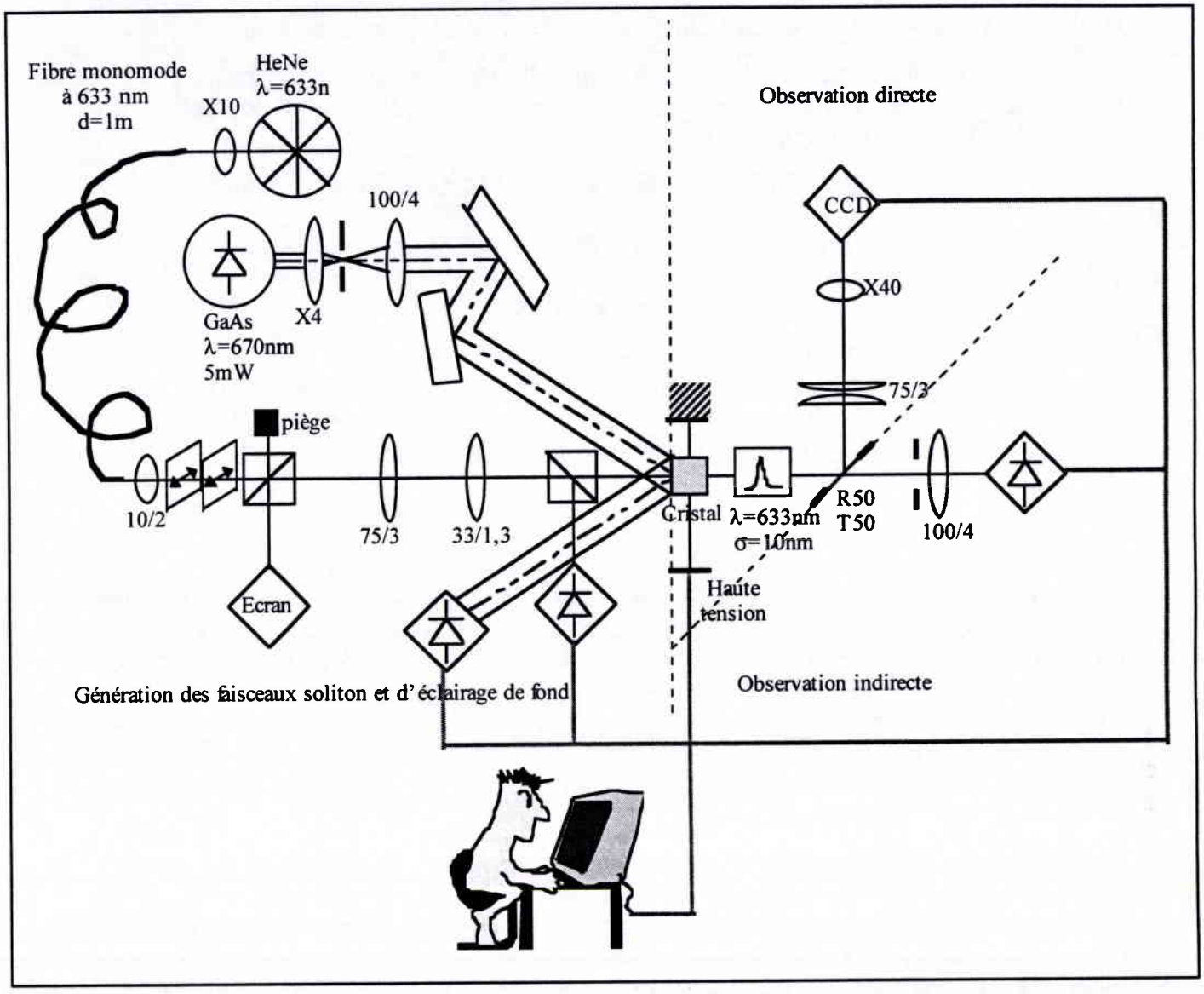


Figure 15

Banc expérimental conçu et réalisé pour nos expériences[51]

4.2. Banc expérimental

4.2.1. Présentation générale

La génération et l'observation du phénomène d'auto-focalisation suscitent un intérêt tout récent, dans le domaine de l'optique. La littérature ne propose pas de méthode expérimentale éprouvée pour ce type d'observation. Nous avons donc été

[51] Le schéma présenté ici utilise une notation normalisée pour les éléments optiques. Cette tentative de normalisation a été effectuée au Georgia Insitute of Technology. Elle est disponible au format HTML sur Internet à l'adresse suivante : http://www.gatech.edu/physics/OptWeb.dir/SROS.html

amenés à concevoir et réaliser un banc expérimental spécialement adapté à l'observation des phénomènes d'auto-focalisation et de soliton spatial.

Dans les sections qui suivent, nous présenterons les différentes parties de ce banc, les difficultés pratiques et théoriques qu'elles soulèvent et la façon dont elles ont été mises au point.

4.2.2. Génération et conditionnement des faisceaux utilisés

4.2.2.1.Génération du faisceau soliton

4.2.2.1.(a).Longueur d'onde

La longueur d'onde du faisceau utilisé ne joue pas un rôle important dans le processus d'auto-focalisation. Il suffit que le cristal y soit sensible. Nous avons donc choisi d'utiliser un laser de type He-Ne, pour son faible coût et sa longueur d'onde λ=633 nm à laquelle le BTO, le SBN et le $BaTiO_3$ sont sensibles.

4.2.2.1.(b).Profil du faisceau

L'analyse théorique que nous avons conduite plus haut montre que le profil d'intensité du faisceau joue un rôle essentiel dans le phénomène d'auto-focalisation. Il est nécessaire de maîtriser expérimentalement ce profil de façon précise. La seule technique permettant à l'heure actuelle de générer des profils de faisceau arbitraires et contrôlés est la technique des hologrammes numériques [55, 56]. Elle présente l'inconvénient de générer des faisceaux présentant des harmoniques spatiales. Bien que celles-ci puissent être filtrées, nous proposons ci-dessous une méthode de filtrage par fibre optique monomode permettant de générer un profil gaussien propre.

Nous nous bornerons donc volontairement à l'étude du phénomène d'auto-focalisation lorsque le faisceau est gaussien à l'entrée du cristal. Il existe plusieurs façons de générer un faisceau gaussien dont le profil d'intensité soit propre. Nous avons choisi la plus efficace : elle consiste à coupler le faisceau laser dans une fibre monomode à la longueur d'onde du laser.

Quelques précautions doivent cependant être prises. Tout d'abord, il est nécessaire de n'utiliser qu'une faible longueur de fibre, afin que la polarisation de la lumière en sortie de fibre reste stable (voir section ci-dessous). Par conséquent, il faut veiller à éliminer les modes de gaine de la fibre[52], qui pourraient perturber le profil gaussien du faisceau. Pour ceci, il suffit d'imprimer à la fibre une forte courbure, de manière à ce que les modes de gaine ne subissent pas de réflexion interne totale, et sortent de la fibre.

Le profil d'intensité du faisceau issu de la fibre dépend aussi fortement de la qualité de la surface de sortie : l'interface air - verre doit être parfaitement plane. Un polissage soigné de la sortie de la fibre est indispensable. La technique classique consiste à polir tout d'abord grossièrement puis de plus en plus finement. Un polissage final avec un papier à grain très fin, humecté d'eau améliore encore la

[52] Lorsque la lumière est couplée dans une fibre, une partie est couplée dans la gaine : ce sont les modes de gaine. Celle ci possède un fort coefficient d'atténuation, ce qui permet d'atténuer cette lumière indésirable. Toutefois, lorsque la fibre est courte, il arrive que les modes de gaines ne soient pas complètement atténués.

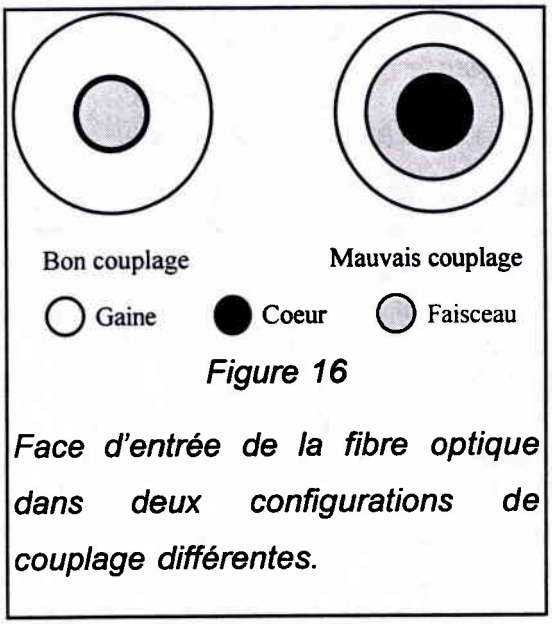


Figure 16

Face d'entrée de la fibre optique dans deux configurations de couplage différentes.

qualité du faisceau. Cette technique permet d'obtenir un faisceau gaussien divergent de très bonne qualité. Une simple lentille dont le point focal se situe en sortie de fibre permet l'obtention d'un faisceau gaussien rectiligne de très bonne qualité.

4.2.2.1.(c).Stabilité

Une des méthodes de mesure que nous utilisons est basée sur l'intensité du faisceau (voir section 4.2.5). Par conséquent, sa stabilité en intensité est primordiale. Le premier facteur influent sur cette stabilité est l'efficacité du couplage du laser dans la fibre. Ce couplage est réalisé à l'aide d'un objectif de microscope et d'une table à 5 degrés de liberté sur laquelle est montée une fibre équipée d'un connecteur ST. Le réglage de ce dispositif est très délicat et la moindre vibration est susceptible de modifier les conditions du couplage, donc de modifier l'intensité laser couplée dans la fibre.

Il est donc pas souhaitable d'effectuer un très bon couplage, lequel est par nature très sensible aux vibrations. Puisque l'obtention du phénomène d'auto-focalisation ne nécessite pas l'emploi de puissances élevées, nous pouvons sacrifier une partie de la puissance du laser He-Ne à la stabilité du couplage, en réalisant un « mauvais » couplage.

Comme le montre la figure 16, il suffit de réaliser un « waist » à l'entrée de la fibre plus grand que le cœur de la fibre. Ainsi, si le coeur vibre par rapport au faisceau, la variation d'intensité sera moindre que dans le cas d'un bon couplage. Cela se fait, bien sûr, au détriment de l'efficacité du couplage et augmente la nécessité d'éliminer correctement les modes de gaine.

La deuxième source d'instabilité provient du fait que nous utilisons deux polariseurs afin d'ajuster la polarisation et l'intensité du faisceau en sortie de fibre. Toute instabilité dans la polarisation de la lumière dans la fibre se traduit par une instabilité en intensité à la sortie des polariseurs. Le simple fait de tordre la fibre ou d'en modifier la courbure est suffisant pour modifier la polarisation de la

lumière en sortie de fibre. Par conséquent, il faut veiller à ce que la fibre soit correctement fixée, de manière à n'induire aucune modification de polarisation pendant la durée de la mesure.

4.2.2.1.(d).Compensation de l'activité optique

Nous avons supposé, aussi bien pendant l'étude théorique du chapitre précédent que pour les considérations expérimentales des chapitres 5 et 6, que la polarisation du faisceau utile est constante et parallèle au champ appliqué. Cela ne peut pas être rigoureusement vrai dans un cristal comme BTO présentant une activité optique. Par exemple, notre échantillon BTO16 est de longueur 6,4 mm et l'activité optique de BTO est de 6,3°/mm. Par conséquent, la rotation de polarisation induite par cet échantillon est de près de 40°. Afin que nous puissions la négliger, nous avons tourné la polarisation du faisceau incident de 20° dans le sens opposé à l'activité optique. Ainsi, la polarisation évolue de -20° à 20° dans le cristal et s'éloigne moins de la parallèle au champ.

4.2.2.2.Zoom

Le zoom est la partie du banc permettant de focaliser le faisceau rectiligne issu du dispositif « fibre + lentille » sur la face d'entrée du cristal. Nous l'avons réduit à sa plus simple expression en utilisant 2 lentilles convergentes. Le déplacement de ces lentilles le long de l'axe optique permet de régler la taille du waist[53] du faisceau à l'entrée du cristal tout en maintenant le front d'onde plan à cet endroit.

Il faut toutefois maintenir un alignement très précis de ce doublet de lentilles. En effet, le moindre défaut d'alignement se traduit par une déformation du profil idéalement gaussien du faisceau. Il faut, par exemple, veiller à serrer les vis des supports toujours dans le même ordre. Un serrage différent suffit à modifier l'alignement suffisamment pour rendre le faisceau inexploitable.

L'exploitation des formules de conjugaison des faisceaux gaussiens nous permet alors de déterminer les positions des lentilles correspondant à l'obtention d'un waist donné à l'entrée du cristal (voir Annexe 2).

4.2.2.3.Focalisation sur le cristal

L'utilisation d'un simple réglet gradué permet de positionner les lentilles de manière à obtenir le diamètre de waist souhaité[54]. Cependant, le positionnement du waist à l'entrée du cristal est beaucoup plus difficile. L'erreur de positionnement du waist à l'intérieur du cristal est égale à l'erreur de positionnement des lentilles multipliée par l'indice -élevé- du cristal (≈ 2.25).

Afin de permettre un réglage fin de la position des lentilles, nous avons utilisé la réflexion parasite à l'entrée du cristal. C'est une réflexion normale qui se produit à toute interface entre deux milieux d'indices différents. Elle est d'autant plus grande

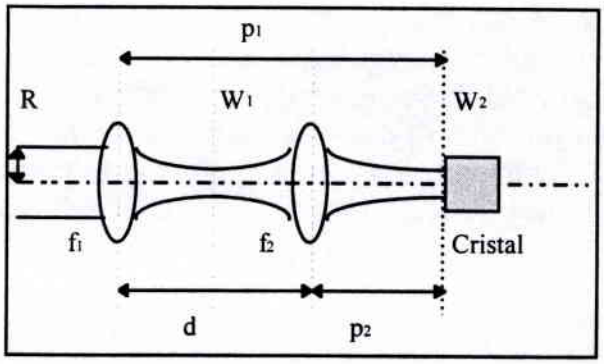
---

[53] Le « waist » d'un faisceau gaussien est l'endroit où ce faisceau présente un front d'onde plan et donc un diamètre minimum. La taille du « waist » est le rayon du faisceau à cet endroit. Le faisceau étant gaussien, on prend par convention le **rayon** de la gaussienne à $1/e^2$.

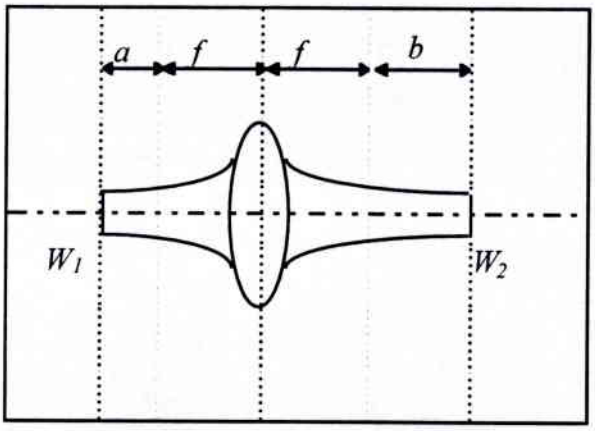
[54] Les formules de positionnement données en annexe 2 montrent en effet que l'erreur relative de positionnement des lentilles est de l'ordre de grandeur de l'erreur relative commise sur la taille du waist. Du fait des grandes longueurs mises en jeu (plusieurs dizaines de centimètres), il est assez facile de positionner les lentilles avec une bonne précision.

que le rapport des indices est élevé. Si le waist du faisceau gaussien est correctement positionné à l'entrée du cristal, alors le front d'onde du faisceau est plan à cet endroit. La face d'entrée du cristal se comporte comme un miroir plan. Un miroir plan est un miroir à conjugaison de phase pour les ondes planes se propageant orthogonalement à sa surface. Par conséquent, quand le zoom est bien réglé, la réflexion parasite épouse en retour la forme du faisceau. Un cube séparateur placé après l'ensemble « fibre + lentille » permet de la projeter sur un écran. Le waist est bien positionné à l'entrée du cristal lorsque l'image sur l'écran est celle que ferait le laser en visée directe.

Annexe 2 : utilisation du zoom à deux lentilles



Le zoom représenté ci-dessus permet, en déplaçant les deux lentilles, de régler la taille du waist à l'entrée du cristal, en préservant la planéité du front d'onde. Les formules de conjugaison des faisceaux gaussiens permettent de déterminer les distances p_1 et p_2 en fonction de la taille du waist désiré.



Pour une lentille mince de focale f, les formules de conjugaison des faisceaux gaussiens donnent : $ab = f^2$ et $a/b = (W_2/W_1)^2$. Elles permettent d'obtenir les distances $p_1$et p_2 en fonction de W_1 et W_2 :

$$p_1 = f_1 + f_2\left(2 + \frac{W_1}{W_2} + \frac{W_2}{W_1}\right)$$

$$p2 = f_2\left(1 + \frac{W_2}{W_1}\right)$$

Les formules de conjugaison des faisceaux gaussiens nécessitent certaines approximations qui ne sont plus valables lorsque le waist devient grand et que l'on peut considérer le faisceau d'entrée comme rectiligne. On obtient, pour un faisceau rectiligne de rayon R focalisé par une lentille mince de focale f_1, la relation suivante : $W_1 = \lambda f_1 / \pi R$, si λ est la longueur d'onde du faisceau.

Sachant que l'on peut calculer R à partir de l'ouverture numérique O.N. de la fibre optique et de la focale f_{foc} de la lentille utilisée pour focaliser le faisceau de sortie $(R = O.N.*f_{foc})$, il est possible de déterminer les positions des lentilles en fonction du waist désiré.

4.2.2.4.Eclairage de fond

L'analyse théorique a montré l'importance déterminante de l'intensité d'obscurité pour les phénomènes d'auto-focalisation et de solitons spatiaux. Il est possible d'augmenter artificiellement celle-ci en éclairant uniformément le cristal avec un faisceau incohérent avec le faisceau utile. Il est très important que le cristal soit éclairé uniformément dans son ensemble. En effet, si certaines zones, et en particulier les extrémités, restent sombres, elles vont piéger les porteurs et donc contribuer fortement au masquage du champ appliqué, diminuant ainsi les possibilités d'auto-focalisation.

Par ailleurs, la sensibilité photoréfractive (le coefficient d'absorption) du cristal à la lumière dépend de la longueur d'onde utilisée. Par conséquent, la longueur d'onde de la lumière incidente doit être idéalement la même que celle du faisceau utile. Cependant, lors de la formation de la bosse d'indice responsable de l'auto-focalisation, une partie de l'éclairage de fond est couplé dans le guide ainsi formé, perturbant les observations. Il est donc nécessaire de pouvoir séparer les deux faisceaux lors de l'observation.

Le pouvoir rotatoire du BTO rend incertaine la séparation en polarisation[55]. Nous avons donc choisi d'utiliser une longueur d'onde proche de celle du laser He-Ne, mais suffisamment éloignée pour qu'un filtre interférentiel réglé à 633 nm puisse les séparer : une diode laser à 670 nm.

Comme le montre la figure 15, la diode laser est équipée d'un agrandisseur de faisceau et d'un filtre spatial. En effet, la faisceau issu de la diode a la forme d'un ruban. Un simple trou de 10 microns placé au point focal de l'agrandisseur de faisceau permet d'obtenir un faisceau large et uniforme sur la surface du cristal. Le cristal est éclairé sous un angle de 22°. La valeur précise de cet angle a peu d'importance, pour peu qu'il ne soit pas trop élevé. Toutefois, le cristal ne peut être éclairé parallèlement au faisceau utile car cela perturberait les mesures des intensités, telles qu'elles sont décrites ci-dessous.

4.2.2.5.Mesure des deux intensités I_s et I_d et détermination de r

Un des facteurs déterminants mis en évidence par la théorie est le paramètre *r*, rapport entre l'intensité maximale du faisceau utile et l'éclairage de fond. Afin de déterminer les conditions expérimentales dans lesquelles nos observations sont faites, il est nécessaire de pouvoir mesurer *r*. Pour ce faire, nous mesurons séparément les intensités issues de la diodes laser et du faisceau utile.

4.2.2.5.(a).Intensité d'obscurité

Le paramètre I_d est l'intensité d'obscurité. Elle est simulée par l'éclairage de fond issu de la diode laser. Par conséquent, nous devons mesurer la densité de puissance optique qui éclaire le cristal. Pour ce faire, nous utilisons la réflexion qui se produit sur la face d'entrée du cristal.

---

[55] La technique de séparation en polarisation consiste à utliser un simple polariseur pour séparer le faisceau utile de l'éclairement de fond. Ceci suppose que ces deux faisceaux ont une polarisation expérimentalement bien maîtrisée, et qu'il son polarisés othogonalement.

Les lois classiques de l'électromagnétisme nous donnent les valeurs des coefficients de transmission T et de réflexion R moyens pour un faisceau non polarisé (voir par exemple [57])

$$T = \frac{2\csc\left(2\theta\frac{n_1}{n_2}\right)\sin(2\theta)}{\left(1+\csc\left(2\theta\frac{n_1}{n_2}\right)\sin(2\theta)\right)^2} + \frac{4\cot\left(\theta\frac{n_1}{n_2}\right)\tan(\theta)}{\left(1+\cot\left(\theta\frac{n_1}{n_2}\right)\tan(\theta)\right)^2} \qquad (4\text{-}4)$$

$$R = 1 - T$$

Si n_1 et n_2 sont respectivement les indices des milieux avant et après l'interface et θ est l'angle d'incidence. Dans le cas où le cristal est un BTO, et avec un angle d'incidence de 22°, nous obtenons $T=0.857966$ et $R=0.142034$.

Ainsi, si I_{mes} est la puissance mesurée par la photodiode de surface S=1 mm^2, alors l'intensité d'obscurité est $I_d = (I_{mes}/S)(T/R)$.

4.2.2.5.(b).Puissance crête

Le calcul du coefficient r fait intervenir la puissance crête du faisceau utile I_s. C'est en fait une densité de puissance. Le zoom focalise le faisceau sur le cristal donc, via le cube séparateur, sur la photodiode également. Celle-ci nous donne donc accès à la puissance totale P_0 du faisceau incident.

Or $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left(-\left(\frac{x^2+y^2}{W^2}\right)\right)dxdy = \pi W^2$, donc $I_s = P_0/(\pi W^2)$

Si W est le waist du faisceau à l'entrée du cristal.

4.2.3. Champ et courant

L'analyse théorique développée plus haut a permis de montrer que l'obtention de l'auto-focalisation dans les matériaux photoréfractifs nécessite l'application d'un champ électrique extérieur, ou la présence d'un effet photovoltaïque fort. Le BTO ne possède pas d'effet photovoltaïque notable. Il est donc nécessaire de lui appliquer un champ électrique.

Deux électrodes faites de laque d'argent sont apposées sur le cristal et une alimentation haute tension pilotable par liaison GP-IB[56] permet d'appliquer la haute tension.

Il est par ailleurs intéressant de contrôler le photocourant qui traverse le cristal. Une simple résistance mise en série avec le cristal, permet de générer une tension[57] proportionnelle au courant traversant le cristal. Tout au long de nos

---

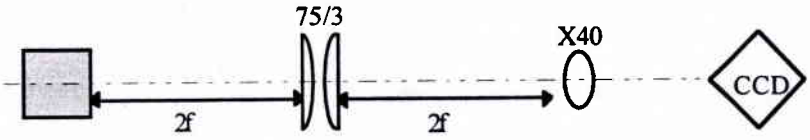
[56] Comme le montre la figure 15, l'ensemble du banc expérimental est piloté depuis un ordinateur. Cela nous a permis de réaliser des expérimentations systématiques, comme nous le verrons dans le chapitre 5. Nous avons utilisé le logiciel du commerce LabVIEW afin d'effectuer la programmation des cartes GP-IB et d'entrées sorties analogiques/numériques.

[57] D'après la loi d'additivité des tensions, la tension appliquée au cristal est égale à la différence entre la tension totale appliquée et la tension générée aux bornes de la résistance

expériences, nous avons contrôlé le photocourant en permanence. Toutefois, notre appareillage ne nous a pas permis d'en effectuer une étude poussée et nous n'avons pu en tirer aucun résultat significatif.

4.2.4. Observation directe (CCD)

4.2.4.1.Principe



L'observation que nous qualifierons de « directe » est l'observation au microscope de la face de sortie du cristal. Toutefois, il n'est pas possible d'approcher un objectif de microscope de celle-ci, pour des questions d'encombrement. Par ailleurs, la présence d'un fort champ électrique risque de générer des « claquages » entre les électrodes et la partie métallique de l'objectif.

La solution retenue consiste à déporter l'image de sortie du cristal à l'aide d'un système optique de grandissement -1 (montage dit « 2f -2f »). L'utilisation d'un doublet de lentilles sphériques plan-convexes orientées comme dans la figure ci-dessus permet de réduire les aberrations sphériques, par rapport à l'utilisation d'une simple lentille biconvexe.

4.2.4.2.Positionnement

4.2.4.2.(a).difficultés et solution

La figure 15 montre que ce montage 2f-2f comprend en fait une lame semi-réfléchissante, destinée à laisser passer une partie du faisceau pour permettre la mesure indirecte, décrite en section 4.2.5. Le système d'observation comprend donc, outre le cristal :

- 1 lame semi-réfléchissante
- 2 lentilles plan-convexes
- 1 objectif de microscope
- 1 plan CCD

Ces éléments doivent être alignés de façon précise mais surtout, positionnés à des distances très précises les uns des autres. L'utilisation d'un simple réglet gradué ne permet pas d'obtenir la précision suffisante pour permettre une observation correcte.

La technique classique de mise au point consiste à utiliser une référence (une mire graduée, par exemple) et à effectuer la mise au point dessus. Cependant, le système optique décrit ci-dessus comporte 5 éléments, dont le cristal, dont les positions sont déterminantes. Leurs positions sont interdépendantes et doivent donc être ajustées simultanément. Ceci est très difficile, voire impossible.

---

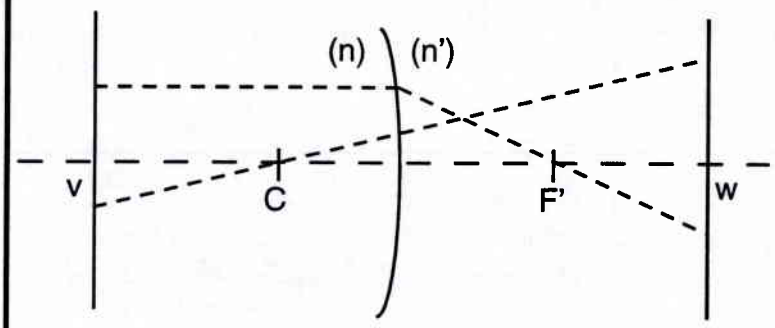
de mesure. Toutefois, cette dernière reste toujours très faible devant la tension appliquée, du fait des très faibles courants mis en jeu (quelques nanoampères).

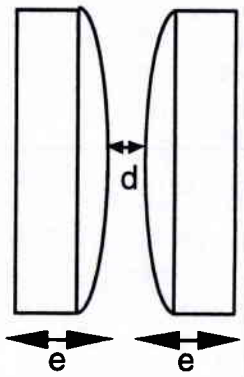
Annexe 3

Le doublet est la juxtaposition, à une distance *d*, de deux lentilles plan-convexes d'épaisseur *e*, comme le montre la figure ci-dessous.

L'analyse de ce doublet de lentilles peut se faire en utilisant une méthode matricielle [58] : ce système optique est la juxtaposition de 4 interfaces verre - air, qui peuvent tous être représentés par un dioptre sphérique, de rayon éventuellement infini. Il suffit donc de calculer la matrice du dioptre sphérique pour en déduire, par produit matriciel, la matrice du doublet de lentilles.

Le dioptre sphérique est représenté sur la figure ci-dessous. L'origine des abscisses se situe au sommet du dioptre





Dans ce cas, l'analyse de la propagation des deux rayons indiqués sur la figure ci-dessus permet de trouver la matrice M du système optique situé entre les deux plans d'abscisses v et w, pour une propagation de v vers w, pour un dioptre sphérique de rayon *L*.

$$M(n,n',L,v,w)=\begin{bmatrix} 1-\dfrac{(n'-n)w}{n'L} & \dfrac{n}{n'}w\left(1-\dfrac{v}{L}\right)+v\left(\dfrac{w}{L}-1\right) \\ \dfrac{n-n'}{n'R} & \dfrac{n}{n'}\left(1-\dfrac{v}{L}\right)+\dfrac{v}{L} \end{bmatrix}$$

La solution que nous avons choisie est d'avoir recours à un dimensionnement mécanique de précision. Nous avons calculé (voir ci-dessous) les positions précises des lentilles plan-convexes, de l'objectif de microscope et du plan CCD. Un support mécanique aux dimensions précises à quelques 10^{-5} m a ainsi été confectionné sur mesure[58].

Le dimensionnement mécanique des pièces permet d'effectuer un réglage fin qui ne dépend que d'une seule grandeur : la distance entre l'ensemble mécanique déterminé ci-dessous et la face de sortie du cristal. Pour ce faire, il suffit de placer la sortie d'une fibre monomode sur le cristal et d'effectuer la mise au point sur le cœur de la fibre en déplaçant l'ensemble mécanique par rapport au cristal.

---

[58] Je remercie Mario Fernandes de Supélec pour avoir bien voulu mettre son savoir faire mécanique au service de ces expérimentations et pour avoir conçu et réalisé entièrement toutes les pièces mécaniques nécessaires à la réalisation de ce banc expérimental qui n'étaient pas disponibles dans le commerce. Il a non seulement réalisé le support de caméra CCD avec une très grande précision, mais il a aussi fabriqué sur mesure les supports de cristaux, de photodiodes et de lasers, dont nous avions besoin.

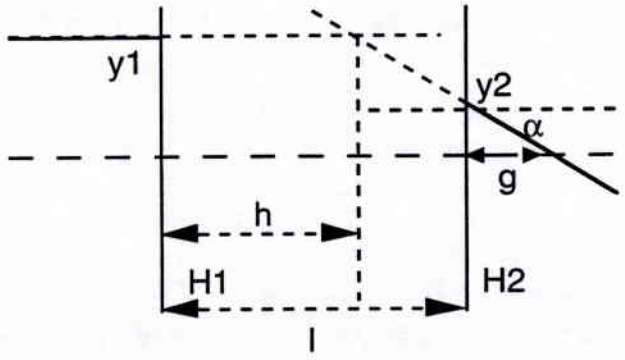
Annexe 3 (Suite)

Un simple produit de matrices permet alors de trouver la matrice du doublet, sachant que le rayon L des dioptres des lentilles plan-convexes est $L = f(n'-n)$

si f est la focale de la lentille :

$$M_{doublet} = \underbrace{M(n',n,\infty,0,0).M(n,n',L,0,e)}_{\text{Deuxième lentille}}.\underbrace{M(n,n,\infty,-d/2,+d/2)}_{\text{Espace libre}}.\underbrace{M(n',n,-L,0,0).M(n,n',\infty,0,e)}_{\text{Première lentille}}$$

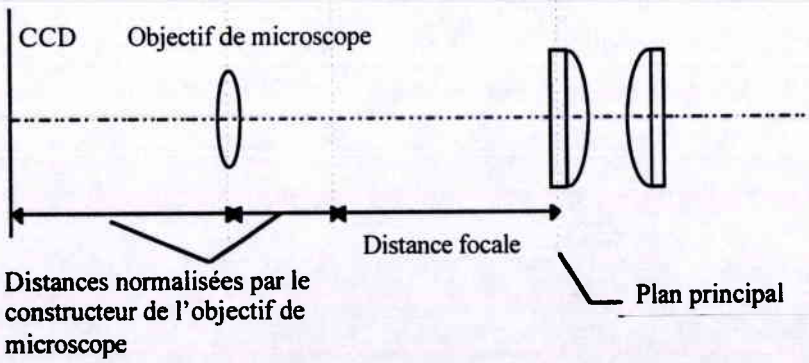
La matrice du doublet permet de déterminer ses plans principaux et sa distance focale. Elle permet de déterminer aisément le comportement de certains rayons entrant, ce qui permet de déterminer position du plan principal image (ici h) et la focale (ici : l-h+g)[59].



4.2.4.2.(b).calcul de position

Afin de dimensionner le support qui va permettre de positionner correctement le doublet de lentilles, l'objectif de microscope et le plan CCD, nous devons effectuer une étude précise du doublet de lentilles afin de minimiser les erreurs de positionnement (voir Annexe 3). L'objectif de cette analyse est de déterminer la position des plans principaux par rapport à l'ensemble des deux lentilles, et la focale du doublet.

La figure ci-dessous montre le positionnement effectué :



[59] Nous ne fournissons pas ici les résultats des calculs littéraux. En effet, ils sont inutilement compliqués. L'utilisation de la méthode matricielle pour la résolution de systèmes optiques se justifie pleinement lorsque l'on dispose d'un logiciel de calcul symbolique. Il convient alors d'effectuer les calculs avec ce logiciel, sans expliciter les résultats symboliques, en utilisant directement le résultat numérique.

4.2.4.3.Inconvénients de la mesure directe

Grâce au système optique de visualisation décrit ci-dessus, il est possible de former une image sur le plan CCD du profil de faisceau en sortie de cristal. Un ordinateur équipé d'une carte vidéo est alors à même de faire l'acquisition du profil bidimensionnel du faisceau.

Un des inconvénients majeurs de cette méthode est la difficulté à obtenir un enregistrement de l'évolution temporelle du profil du faisceau. En effet, il est pour cela nécessaire de procéder à l'enregistrement d'un film numérique[60]. Cette technique est au point sur les ordinateurs actuels mais nécessite de recourir à l'ensemble des ressources de calcul de l'ordinateur, éliminant ainsi les possibilités de contrôle du processus par d'autres voies. Par ailleurs, le volume du stockage des nombreux résultats nécessaires à une compréhension des phénomènes physiques est très important[61].

Cette méthode a permis de mettre en évidence que les cristaux photoréfractifs de très bonne qualité que nous avons utilisés présentent tous des modulations intempestives de l'indice de réfraction. Elles proviennent dans la plupart des cas de légères variations des conditions expérimentales lors de la croissance du cristal. Elles passent inaperçues dans la plupart des applications des cristaux photoréfractifs. Elles peuvent être à l'origine, par exemple, des phénomènes de fanning [59]. Par ailleurs, certains cristaux, tels que le BTO, présentent notoirement des stries d'indice dues au processus de croissance. A l'échelle des phénomènes qui nous intéressent (quelques dizaines de microns), elles génèrent une modulation d'indice aléatoire.

Ce « bruit » d'indice n'induit pas de modification substantielle des phénomènes d'auto-focalisation et de soliton spatial, il empêche toutefois d'effectuer une mesure de bonne qualité. Il faudrait pour cela éliminer le bruit par un filtrage spatial « passe-bas ». Il est impossible de le faire numériquement, car il faudrait traiter un volume de données bien trop important pour des ordinateurs de bureau. Nous avons toutefois mis au point un logiciel permettant de déterminer la gaussienne décrivant le mieux les profils verticaux et horizontaux, mais le bruit d'indice empêche l'obtention de toute mesure exploitable.

L'observation directe est une méthode intéressante car elle permet d'obtenir une impression visuelle. Toutefois, celle-ci reste subjective et ne permet pas d'analyse précise. La solution consiste à effectuer le filtrage spatial par voie optique, comme nous le verrons dans la section ci-dessous.

---

[60] La solution consistant à enregistrer un film analogique à l'aide d'un magnétoscope conventionnel est techniquement difficile à mettre en oeuvre pour des questions d'automatisation du processus. Elle ne permet pas, de plus, d'interprétation quantitative aisée des résultats.

[61] Pour donner un ordre de grandeur, nous avons effectué un peu moins de 1000 mesures (voir section 5.3.2). Sachant qu'un film exploitable a une taille de 10Mo minimum, nous aurions eu besoin de 10Go de stockage pour les seules mesures brutes.

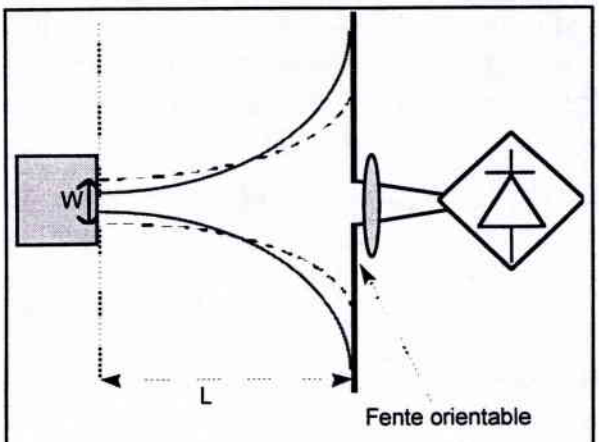


Figure 17

Méthode optique de mesure du diamètre du faisceau en sortie du cristal (mesure indirecte)

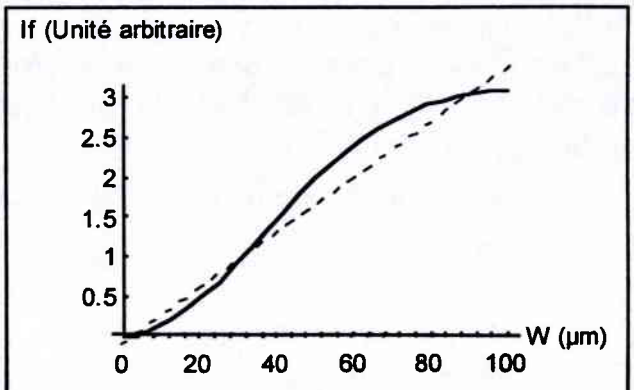


Figure 18

Intensité lumineuse I_f traversant la fente en fonction du diamètre W du faisceau en sortie de cristal.

(L=125 mm et I_f=0,5 mm)

4.2.5. Observation indirecte

4.2.5.1.Principe

Il existe une méthode permettant de déterminer par des moyens de calcul optique le diamètre du faisceau en sortie de cristal. MM. Segev *et al.* ont montré [60] que le front d'onde d'un faisceau auto-focalisé est plan. Ils ont par ailleurs montré que le phénomène d'auto-focalisation est stable et permet de rendre plan un front d'onde légèrement déformé. Il est donc raisonnable de supposer que le front de l'onde en sortie du cristal est plan.

Dans ce cas, lorsque le waist du faisceau en sortie de cristal diminue, le faisceau diverge plus et l'intensité passant à travers une fente placée loin du cristal diminue (voir figure 17).

Si W est le waist du faisceau en sortie du cristal et L l'éloignement de la fente alors le diamètre du faisceau au niveau de la fente est :

$$W_f = L + \frac{\pi^2 W^2}{\lambda^2 L}$$

Par conséquent, l'intensité traversant une fente de largeur 2*I_f, pour un faisceau dont l'intensité est normalisée à 1, est :

$$I_f = \pi\left(1 - \exp\left(-\left(\frac{I_f W \pi}{\lambda L}\right)^2\right)\right)$$

La figure 18 montre que, dans la gamme de diamètres qui nous intéresse, (W<100 microns), il est possible de dimensionner le système d'observation de telle façon que l'on puisse considérer l'intensité traversant le trou comme proportionnelle au diamètre du faisceau en sortie du cristal, le coefficient de proportionnalité restant à déterminer.

L'utilisation d'une fente orientable figure (17) permet de mesurer le diamètre du faisceau dans une direction précise. Plus précisément, le diamètre du faisceau est mesuré dans la direction orthogonale à la fente.

4.2.5.2.Avantages

La méthode de mesure indirecte exposée dans la section ci-dessus permet d'effectuer un filtrage spatial par voie optique. L'illumination du plan de la fente est proche de la transformée de Fourier spatiale du profil du faisceau en sortie du cristal. Par conséquent, la fente joue le rôle d'un filtre spatial passe-bas. Elle permet donc d'éliminer l'influence des hautes fréquences spatiales dont est responsable le bruit d'indice dans le cristal[62].

Cette méthode de mesure permet par ailleurs d'obtenir le diamètre du faisceau par des méthodes de calcul optique, infiniment plus rapides que toute méthode numérique. Il suffit alors de faire l'acquisition d'une seule grandeur (l'intensité transmise) pour obtenir le diamètre en sortie du faisceau. Il devient alors possible d'effectuer des acquisitions successives afin de pouvoir étudier le comportement temporel du processus d'auto-focalisation.

4.2.5.3.Electronique de mesure

Il existe tout de même une limitation fondamentale à la rapidité des mesures qui peuvent être faites. L'intensité qui passe à travers la fente est une fraction de l'intensité totale du faisceau utile. Une brève étude numérique sur les ordres de grandeurs de l'intensité de fond permet de montrer que les intensités à mesurer sont de l'ordre de quelques nanowatts à quelques microwatts. Des puissances optiques aussi faibles ne peuvent pas être mesurées à une fréquence très élevé.

Les photodiodes classiques disposent de la sensibilité nécessaire. Il faut toutefois amplifier le très faible courant en y ajoutant le moins de bruit possible. Nous avons pu réaliser un amplificateur transimpédance[63] en utilisant un amplificateur à faible bruit procédant par échantillonnage du signal d'entrée. La figure (19) montre le principe du montage transimpédance que nous avons réalisé.

---

[62] La transformée de Fourier d'un bruit blanc est une constante. Un bruit comprend donc également des fréquences basses. Dans l'hypothèse où le bruit d'indice est blanc, la méthode exposée ici permet de réduire le bruit lors de la mesure sans l'éliminer totalement. Toutefois, le bruit est essentiellement dû à des stries d'indices dans le cristal. Sa transformée de Fourier présente donc un pic à la fréquence spatiale de ces stries. Il suffit que celui-ci soit en dehors de la fente pour éliminer la majeure partie du bruit d'indice.

[63] Un amplificateur transimpédance transforme un courant en une tension qui lui est proportionnelle.

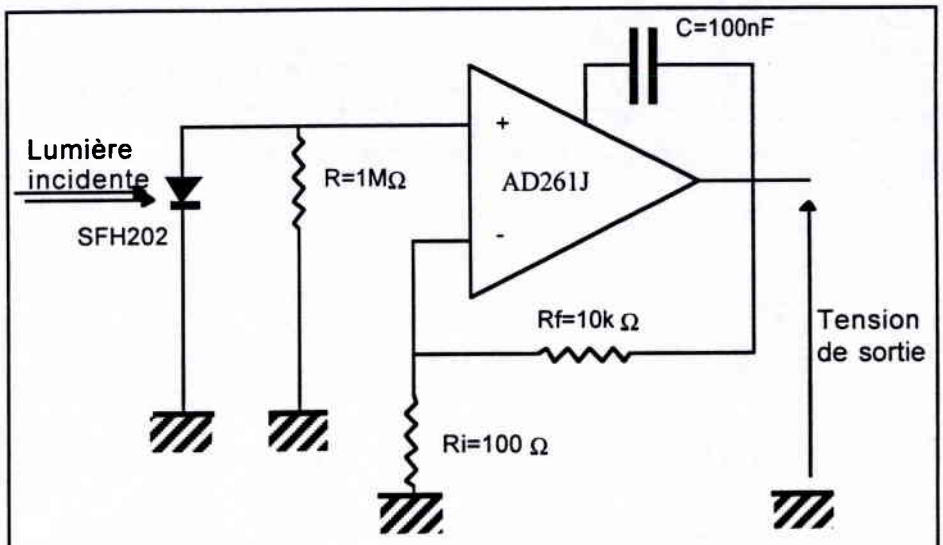


Figure 19

Dispositif électronique permettant la mesure d'une puissance optique de l'ordre de quelques nanowatts à l'aide d'un multimètre standard.

4.2.5.4.Rapport d'intensités

La méthode de mesure indirecte présentée dans cette section est fondée sur la mesure de l'intensité lumineuse traversant la fente. Or cette intensité dépend, entre autres, de l'intensité lumineuse émise par le laser. La précision de la mesure, et notamment sa fidélité[64] dépend de la stabilité en intensité du laser.

Cependant, la grandeur qui est proportionnelle au diamètre du faisceau en sortie du cristal n'est pas la valeur absolue de l'intensité transmise à travers la fente mais bien la fraction de l'intensité incidente qui est transmise. Il est donc possible, comme le montre la figure 15, de s'affranchir des oscillations du laser en prélevant une partie de la lumière incidente et en effectuant le rapport avec l'intensité transmise.

Si I_f est l'intensité transmise et I_r l'intensité de référence prélevée, elles sont toutes deux multipliées par un facteur aléatoire η représentant les oscillations du laser. La grandeur qui nous intéresse est donc $\rho = \eta I_f / \eta I_r = I_f / I_r$. Cette méthode n'est pourtant pas parfaite. Les photodiodes possèdent un courant de décalage, c'est-à-dire une intensité d'obscurité. Par ailleurs, l'expérience ne peut s'effectuer dans le noir complet. Par conséquent, il existe un décalage entre les intensités mesurées et l'intensité réelle. En le modélisant par un décalage constant I_b, il est possible de déterminer son influence sur la mesure :

---

[64] Une mesure fidèle est une mesure dont le résultat est toujours le même, indépendamment du fait qu'il soit juste ou non.

$$\rho = \frac{\eta I_f + I_b}{\eta I_r + I_b} \cong \frac{I_f}{I_r}\left(1 - \frac{1}{\eta}\frac{I_b}{I_r}\right)$$

Cette méthode permet donc de réduire le bruit en puissance du laser par un facteur égal à I_r / I_b , en supposant que la moyenne quadratique du bruit η est 1

5. Etude et résultats expérimentaux

Ce chapitre propose une présentation des résultats de nos expérience, tels que nous les avons obtenus. Il présente deux systématiques de mesures sur BTO et montre à travers une courte analyse leurs différences. Il propose également des expérimentations d'ordre qualitatif sur les cristaux de SBN et $BaTiO_3$.

5.1. Les cristaux utilisés

L'objectif principal de ce chapitre est la présentation des résultats de nos mesures tels que nous les avons obtenus. Nous présenterons dans un premier temps (section 5.2) la phase de validation qualitative du sujet de notre étude, c'est-à-dire l'étude de la possibilité d'obtenir des solitons spatiaux dans un matériau photoréfractif. Cette étude expérimentale s'est déroulée grâce à un cristal de BTO disponible au laboratoire (échantillon BTO18). Ce cristal n'a pas été taillé spécialement pour notre application. Ses dimensions étaient de 3,17mmx4mmx4,17mm selon les axes $110, 1\bar{1}0, 001$. L'analyse effectuée au chapitre précédent (section 4.1) a permis de montrer que la configuration optimale est de faire propager le faisceau le long de l'axe 110 et d'appliquer le champ électrique le long de $1\bar{1}0$. Ce cristal de BTO est donc plus court que large (dans le sens de la propagation), ce qui présente le double inconvénient de nécessiter une haute tension (large) et de ne laisser diffracter le faisceau que sur une faible longueur (court), ce qui réduit la portée de l'étude expérimentale.

L'étude expérimentale quantitative systématique (section 5.3) a été menée sur un autre cristal de BTO (échantillon BTO16) également fourni par D.Rytz [53], taillé selon les axes $110, 1\bar{1}0, 001$ et de dimensions 6,4mmx3,4mmx4mm bien mieux adaptées à notre application.

De la même façon les études qualitatives menées sur SBN et $BaTiO_3$ (section 5.4) l'ont été sur des cristaux fournis par D.Rytz, de dimensions respectives 6mmx4mmx4mm et 10mmx3,1mmx3mm selon les axes cristallins respectifs a, b et c.

5.2. Etude qualitative sur BTO

5.2.1. Mise en évidence qualitative de l'auto-focalisation stationnaire et transitoire

Lorsque nous avons commencé nos travaux, nous avions peu de certitudes quant à la possibilité d'obtenir des solitons spatiaux dans les matériaux photoréfractifs, ni même quant à obtenir des phénomènes d'auto-focalisation. Nous avons vu au chapitre 2 (section 2.5) que la littérature existante ne nous permettait pas d'acquérir quelque certitude que ce soit.

L'obtention de l'auto-focalisation du faisceau laser incident est le prélude à l'obtention de solitons spatiaux photoréfractifs. En effet, le soliton spatial est la manifestation de l'exacte compensation de la diffraction par un l'effet non-linéaire qu'est l'auto-focalisation.

C'est pourquoi nous nous sommes attachés en premier lieu à mettre en évidence **l'existence de l'auto-focalisation photoréfractive**. Nous verrons plus tard (section 5.2.2) que la mise en évidence qualitative de l'obtention d'un soliton spatial est délicate et nécessite des mesures précises et systématiques.

La méthode de mesure indirecte exposée au chapitre précédent (section 4.2.5) nécessite de formuler des hypothèses sur le comportement du faisceau en sortie de cristal. La plus importante d'entre elles est qu'il reste centré sur l'axe de

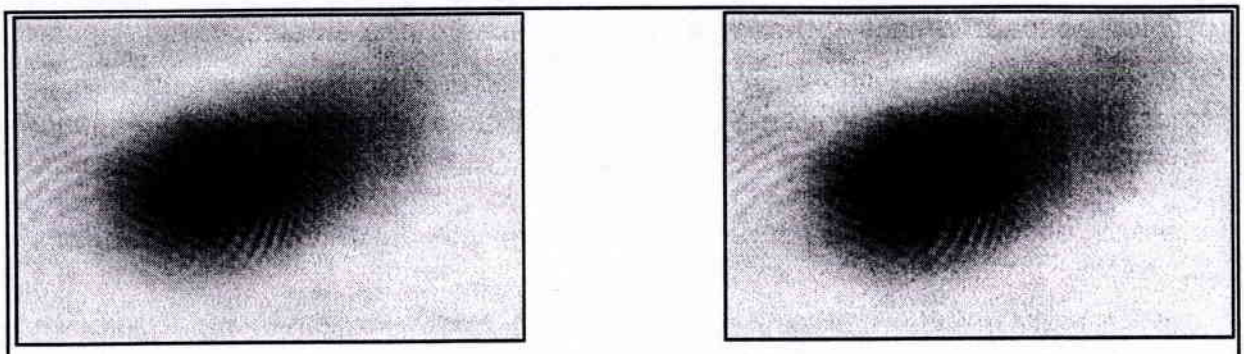


Figure 20 : Prises de vues en négatif du profil du faisceau sur la face de sortie du cristal sont présentées

A gauche : avant application du champ électrique

A droite : après 5 minutes d'application du champ électrique, à l'état stationnaire

Paramètres expérimentaux :

Tension appliquée : 2 kV	Champ électrique appliqué: 5 kV/cm
Puissance locale maximum du faisceau : 1,3mW/cm^2	Waist :20 µm
Puissance locale de l'éclairage de fond : 2,2mW/cm^2	indice de réfraction de BTO :2,25
Rapport des puissances :0,5	

propagation. Nous ne pouvons cependant pas affirmer que tel est le cas pour tous les cristaux[65].

En conséquence, la première expérience que nous avons faite consiste à observer le comportement du faisceau grâce à une caméra. Comme mentionné ci-dessus (section 5.1), nous avons utilisé pour cela un cristal de BTO de longueur 3,17 mm dans le sens de la propagation et de largeur 4 mm. En appliquant une tension de 2000 V, soit un champ de 5 kV/cm et en utilisant un faisceau focalisé à un waist de 20 µm (rayon) dont l'intensité maximale est de 1 mW/cm^2 sur un éclairage de fond de 2 mW/cm^2 (soit un rapport de 1/2), nous obtenons les prises de vues de la figure 20.

Elles sont présentées en négatif de manière à permettre à l'œil de mieux apprécier les différences d'intensité optique. En effet, il n'est pas aisé de discerner un quelconque rétrécissement du faisceau entre les deux prise de vues de la figure 20 : comme nous travaillons à puissance totale constante, l'augmentation de l'intensité au centre du faisceau que l'on peut discerner sur la prise de vue de droite montre que le faisceau est légèrement auto-focalisé.

La forme dissymétrique du faisceau observable dans les deux prises de vues peut avoir deux origines : la plus probable est un défaut d'alignement du banc

[65] Ce n'est pas le cas pour $BaTiO_3$, comme nous le verrons en section 5.4.2.

expérimental. En effet, ce sont nos toutes premières prises de vues et tous les problèmes d'alignement et de mise au point n'étaient pas résolus.

Cependant, les méthodes de croissance de BTO induisent dans le cristal des stries d'indice perpendiculaires à la direction de croissance, dues à des variations intempestives des conditions de la croissance (e.g. variation de la température). Celles-ci peuvent également être à l'origine d'une diffraction intempestive du faisceau, observable sur la figure 20 sous la forme d'une déformation orthogonale aux stries.

Cette toute première observation permet de montrer expérimentalement que **l'auto-focalisation de faisceaux lasers par des mécanismes photoréfractifs est possible**. Il est important de comprendre que c'est la seule conclusion qu'il est possible de tirer à ce stade. C'est toutefois un résultat encourageant pour ce qui est de la possibilité d'obtention de solitons photoréfractifs.

Par ailleurs, cette première observation qualitative nous a permis de nous apercevoir d'un phénomène inattendu[66] : **l'auto-focalisation transitoire**. En effet, pour des faisceaux relativement intenses par rapport à l'éclairement uniforme de fond, nous avons pu observer un rétrécissement transitoire du diamètre de sortie du faisceau avant une relaxation à un diamètre plus large, mais toutefois inférieur au diamètre initial.

C'est partant de cette observation qualitative que nous avons été amenés, d'une part, à développer une théorie explicitement temporelle et, d'autre part, à nous intéresser finement au comportement temporel du faisceau lors de nos expériences.

5.2.2. Difficultés dans la mise en évidence qualitative du soliton photoréfractif

La littérature existant lors du début de nos travaux ne nous permettait pas d'obtenir de certitude quant à l'obtention de l'effet d'auto-focalisation dans les matériaux photoréfractifs. A fortiori, la possibilité d'obtention de solitons spatiaux était loin d'être prouvée expérimentalement.

Par conséquent, il nous a semblé nécessaire de montrer expérimentalement et de manière qualitative l'existence de solitons photoréfractifs. Comme nous l'avons vu lors de l'analyse théorique (chapitre 3), un soliton spatial est, au sens strict, un faisceau dont le profil ne se déforme pas au cours de la propagation. En conséquence, il est nécessaire de montrer expérimentalement que le profil du faisceau est invariant **à l'intérieur du cristal**. Ceci nécessite donc à l'évidence une observation à l'intérieur du cristal.

La solution évidente semble être la mise au point du système d'observation sur l'intérieur du cristal dans l'axe de propagation du faisceau, en profitant de la transparence du milieu. Cette solution n'est pas possible car il n'est pas raisonnable de supposer le cristal linéaire pour l'observation et non-linéaire pour les mécanismes observés. Les variations de profil sont suffisamment faibles (voir

---

[66] Lorsque nous avons commencé nos études, seules deux études théoriques avaient été publiées (voir section 2.5.1). Nous n'avions pas encore conduit notre propre analyse présentée dans le chapitre 3.

figure 20) pour que la non linéarité induite par le cristal vienne gravement perturber les observations.

Une autre solution pourrait être d'observer le faisceau transversalement en profitant de la lumière diffusée par le cristal. Cette méthode présente trois inconvénients majeurs. Tout d'abord, elle ne permet d'accéder qu'à une projection du profil selon une direction transversale. Par ailleurs, comme la méthode exposée dans le paragraphe précédent, elle nécessite de supposer la linéarité du cristal pour ce qui est de l'observation. Enfin, elle nécessite de pouvoir observer la lumière diffusée par le cristal. C'est possible pour des cristaux de SBN et $BaTiO_3$ mais c'est très difficile pour BTO, du fait de son faible coefficient d'absorption à notre longueur d'onde de travail (633 nm).

La littérature propose quelques autres méthodes que nous analyserons en détail dans le chapitre suivant (section 6.3). Ces méthodes ne sont toutefois pas immédiates et ne conviennent pas à une observation qualitative, préliminaire à des études quantitatives plus complètes.

La seule méthode que nous puissions proposer pour l'instant est la comparaison entre le diamètre du faisceau à l'entrée du cristal et son diamètre en sortie de cristal. Si ils sont identiques alors il est possible que la propagation à l'intérieur du cristal soit de type soliton. Toutefois, elle ne permet pas de mettre en évidence d'éventuelles oscillations à l'intérieur du cristal, du moins telle qu'elle est présentée ici. Nous verrons par la suite (chapitre suivant) qu'elle permet, via une analyse quantitative systématique d'obtenir des indications sur la propagation du faisceau à l'intérieur du cristal.

En conséquence, nous ne proposerons pas de mise en évidence qualitative de l'effet soliton. La seule mesure qualitative qu'il soit possible de faire à ce stade de nos réflexions est la mise en évidence de l'auto-focalisation photoréfractive, condition nécessaire à l'obtention de solitons spatiaux.

5.3. Etude quantitative sur BTO

5.3.1. Principe des mesures quantitatives

5.3.1.1.Principe de la mesure indirecte

Comme nous l'avons vu dans la section précédente le milieu cristallin est le siège d'inhomogénéités d'indice se présentant sous la forme de stries. Or, à l'échelle où nous travaillons, celles-ci prennent la forme de modulations spatiales d'indice aléatoires : les stries ont une échelle comparable aux diamètres de faisceaux que nous utilisons (quelques dizaines de microns). En conséquence, le profil de sortie du faisceau est loin d'être parfaitement gaussien et il est difficile, même par des traitements numériques, de mettre en évidence une largeur de faisceau précise à partir des images fournies par la caméra CCD[67].

[67] Nous avons développé des outils numériques consistant d'une part à trouver l'ellipse entourant du plus près le faisceau observé et, d'autre part, à trouver la gaussienne la plus proche des profils tirés de l'image acquise. Du fait du bruit d'indice, ces méthodes n'ont permis, ni l'une, ni l'autre, de mettre en évidence l'auto-focalisation de façon autre que qualitative.

La solution que nous avons adoptée est d'effectuer un filtrage spatial passe-bas du faisceau afin de s'affranchir du bruit d'indice[68] dont les fréquences spatiales sont élevées. Une première solution est d'effectuer un filtrage numérique sur l'image acquise du profil de faisceau. Cependant, il est nécessaire pour cela de procéder à un enregistrement en temps réel d'un film numérique, puis de le traiter numériquement, image par image, si l'on veut obtenir une mesure temporelle du diamètre du faisceau. Ceci présente deux inconvénients principaux :

- la quantité énorme de stockage nécessaire pour conserver toutes les expériences[69]

- le temps de calcul prohibitif nécessaire pour obtenir un enregistrement du profil en temps réel[70]

L'optique nous fournit un moyen exceptionnel d'effectuer ce filtrage spatial : à partir d'une certaine distance (dite de Fraunhofer), il est possible de considérer que la lumière diffractée est la transformée de Fourier du profil diffractant. Une simple fente permet alors d'effectuer un filtrage spatial passe-bas. Par ailleurs, comme il a été exposé dans le chapitre précédent (section 4.2.5), pour un réglage correct des différents paramètres expérimentaux[71], l'intensité transmise à travers cette fente est proportionnelle au diamètre du faisceau en sortie du cristal.

Ce principe, que nous appelons « mesure indirecte » est à la base de toutes les mesures quantitatives présentées dans ce manuscrit. Elles sont toutes par ailleurs fondées sur une **hypothèse initiale** : les non-linéarités induites par le cristal non linéaire sont beaucoup plus fortes lorsqu'un champ électrique est appliqué au cristal. En conséquence, nous considérons le milieu cristallin au repos comme un milieu linéaire d'indice donné (2,25 pour BTO). C'est particulièrement vrai pour BTO. Pour SBN, les observations qualitatives permettent d'affirmer que cette hypothèse est valable : aucune déviation de faisceau n'est observée ainsi qu'aucune évolution temporelle notable lorsque le faisceau est brutalement appliqué au cristal[72]. En revanche, nous verrons que cela n'est pas vrai pour le cristal de $BaTiO_3$ auquel nous n'avons pu appliquer la méthode de mesure indirecte.

---

[68] En toute rigueur, si le bruit d'indice peut être considéré comme un bruit blanc, son spectre spatial est uniforme. Par conséquent, un filtrage spatial passe-bas permet d'éliminer toutes les hautes fréquences du bruit.

[69] Nous avons fait un peu moins de 1000 expériences. Nous aurions du enregistrer 1000 séquences vidéo numériques, ce qui nous aurait demandé une capacité de stockage de 1000*10Mo, soit 10Go. Ceci n'est pas raisonnable, compte tenu de nos moyens.

[70] En prenant 10 images par seconde pendant 30 secondes, en calculant sur chacune d'elles le diamètre du faisceau dans une direction donnée, en optimisant au maximum le temps de calcul sur notre PowerMacintosh 66 Mhz (temps d'un calcul : 30s), nous obtenons un temps moyen de calcul par séquence vidéo de presque 1 heure.

[71] Pour un waist de sortie entre 10 et 100 microns, une fente de 1 mm de large placée à 12 cm du cristal convient.

[72] Bien entendu, cette affirmation n'est valable que pour les puissances optiques que nous utilisons, qui sont relativement faibles : typiquement 10 mW/cm^2, au maximum $100mW/cm^2$. Des puissances plus fortes généreraient plus de porteurs libre, ce qui entraînerait une diffusion naturelle plus forte. Par ailleurs, des puissances élevées pourraient aussi mettre en jeu d'autres phénomènes tels que l'effet Kerr.

Annexe 4 : Faisceaux gaussiens : loi ABCD

Pour un faisceau gaussien, il est possible de définir en tout point un rayon de courbure complexe q tel que $\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi W^2}$, si R est le rayon de courbure du front d'onde et W le rayon (waist) du faisceau au point considéré.

A tout système optique, on peut associer une matrice de transfert [58] du type $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$. Cette matrice est associée à la propagation des rayons lumineux dans le système optique (optique géométrique). Toutefois, elle peut décrire, dans le cadre de la loi ABCD [58], la propagation des faisceaux gaussiens.

Lors de la propagation d'un faisceau gaussien à travers un système optique quelconque, si q_0 est son rayon de courbure complexe avant le système et q_1 le rayon après le système alors :

$$q_1 = \frac{Aq_0 + B}{Cq_0 + D} \qquad \text{(loi ABCD)}$$

Dans notre cas, le système optique est constitué d'un milieu d'indice n et de longueur d. Le faisceau d'entrée à un rayon de courbure infini et un waist W_0.

La matrice du système optique est $\begin{bmatrix} 1 & \frac{d}{n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

On peut donc montrer que le rayon (waist) du faisceau en sortie de cristal est

$$W_1 = \frac{\lambda}{\pi W_0}\sqrt{\frac{d^2}{n^2} + \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda^2}}$$

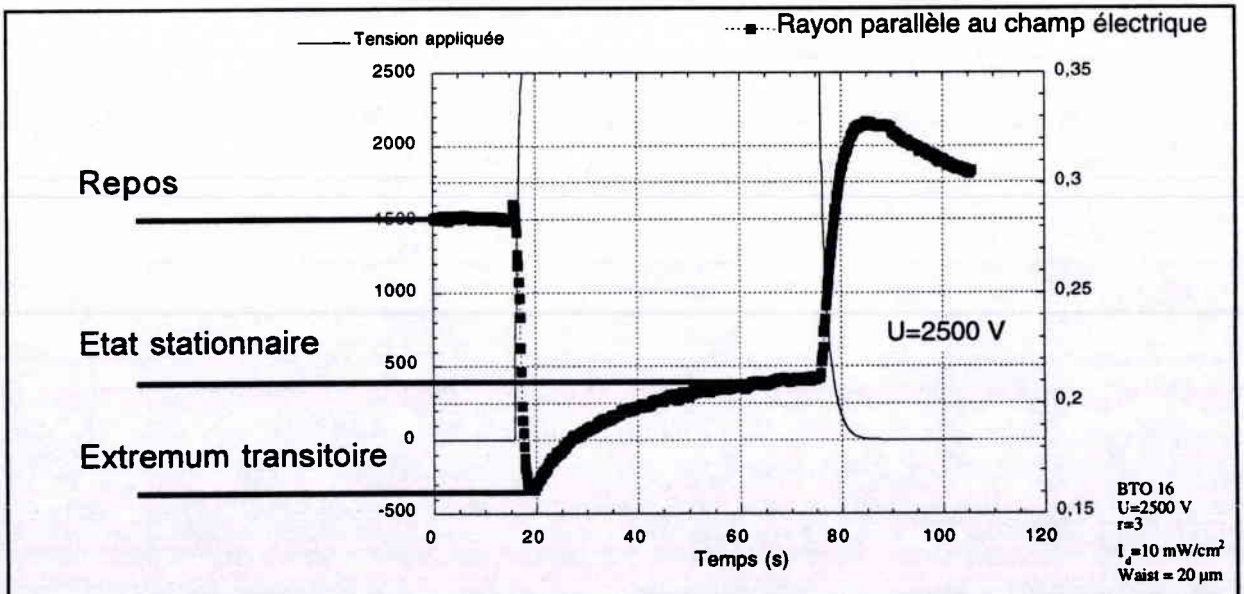


Figure 21 : Mesure brute typique

Mesure du coefficient de diffraction en fonction du temps avant, pendant et après application du champ électrique statique

Cette hypothèse initiale est nécessaire car elle permet de mesurer le coefficient de proportionnalité entre l'intensité mesurée et le waist (rayon) du faisceau : la méthode de mesure indirecte exposée au chapitre précédent (section 4.2.5) ne permet en effet pas de déterminer avec précision ce coefficient de proportionnalité. Un simple calcul sur les faisceaux gaussiens[73] (Annexe 4) en milieu linéaire permet d'obtenir le diamètre du faisceau en sortie du cristal au repos et donc de déterminer expérimentalement le coefficient de proportionnalité en mesurant l'intensité transmise au repos.

5.3.1.2.Mesure typique et traitement de la mesure

Une mesure typique est représentée sur la figure 21. Le waist (rayon) *W(t)* du faisceau en sortie du cristal à un instant donné est calculé à partir de l'intensité transmise par la relation

$$W(t) = W_r \frac{I(t)}{I(r)} \tag{4-1}$$

où I_r est l'intensité transmise au repos, *I(t)* est l'intensité transmise à l'instant *t*, et W_r est le rayon du faisceau en sortie du cristal

La grandeur la plus intéressante à étudier est ce que nous appellerons le « coefficient de diffraction » :

$$\alpha(t) = \frac{W(t)}{W_0} \tag{4-2}$$

Lorsque $\alpha=1$, l'état d'onde solitaire est atteint expérimentalement[74].

Le coefficient de diffraction au repos α_0 peut être calculé en utilisant les lois de propagation des faisceaux gaussiens (annexe 4).

$$\alpha_0 = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{d^2}{n^2} + \frac{\pi^2 W_0^4}{\lambda^2}} \tag{4-3}$$

Le coefficient de diffraction $\alpha(t)$, grandeur proportionnelle au diamètre du faisceau en sortie du cristal, est donc déduit des mesures expérimentales à partir de l'équation (4-4)

$$\alpha(t) = \alpha_0 \frac{I(t)}{I(r)} \tag{4-4}$$

Dans la suite, nous présenterons les mesures brutes en unités arbitraires[75] proportionnelles au diamètre du faisceau. En effet, l'utilisation d'une référence

---

[73] Le calcul sur les faisceaux gaussiens permet de calculer la valeur du coefficient de diffraction. Les lois générales de l'optique de Fourier permettent cependant de supposer que la diffraction d'un profil de faisceau voisin du profil gaussien est décrite correctement par les calculs que nous effectuons.

[74] L'égalité de *W(t)* et de W_0 fournit une indication que l'état soliton peut être atteint, mais sans fournir d'information sur l'éventualité d'oscillations du profil à l'intérieur du cristal (voir section 5.2.2)

calculée (α_0) permet de s'affranchir d'un calcul - nécessairement imprécis - des unités des mesures brutes. Le paramètre α ne sera étudié en tant que tel que dans l'analyse qui suivra (sections b, c, c et chapitre suivant).

5.3.2. Etendue des expérimentations

L'étude expérimentale que nous nous proposons de mener est l'étude des mécanismes de formation et des conditions de propagation des ondes solitaires spatiales dans les matériaux photoréfractifs.

Ainsi que nous l'avons déjà dit, lorsque nous avons commencé nos travaux, la littérature était très réduite sur ce sujet et ne permettait pas de donner une orientation plus précise à notre étude[76].

Différents paramètres physiques peuvent influer sur la propagation des solitons photoréfractifs, certains sont plus importants que d'autres car plus accessibles à l'expérimentateur. Ce sont :

- le champ électrique E appliqué au cristal
- le rapport des intensité du faisceau et de l'éclairement de fond r

  et par là

  - l'intensité du faisceau utile
  - l'intensité de l'éclairement de fond
- Le waist du faisceau à l'entrée du cristal
- Le type de cristal, dont dépendent les coefficients électro-optiques et l'indice

Par ailleurs, d'autres paramètres peuvent être influents, tels que l'orientation du cristal dont dépend le coefficient électro-optique effectif r_{eff}, la polarisation du faisceau utile, la longueur d'onde utilisée, la température et la direction de focalisation (car le faisceau n'est pas nécessairement circulaire en sortie du cristal).

En outre, comme nous nous intéressons au comportement temporel du phénomène d'auto-focalisation, il nous faut donc ajouter un paramètre : **le temps**.

Une analyse exhaustive des influences respectives de tous ces paramètres sur le coefficient de diffraction α demanderait des années de travail expérimental. Nous avons donc été amenés à dégager, parmi ces paramètres, ceux dont l'étude semble la plus intéressante. Nous avons été guidés dans ce choix par deux critères essentiels :

- l'intérêt scientifique vis-à-vis de la théorie développée au chapitre 3

---

[75] La grandeur que nous présenterons comme « unité arbitraire » est en fait le rapport des intensités optiques détectées par les deux photodiodes servant à faire la mesure du diamètre corrigée des variations d'intensité du laser He-Ne.

[76] A l'heure où nous rédigeons ces lignes, la littérature concernant les solitons photoréfractifs à été multipliée par 10. Elle ne permet cependant guère plus de dégager une orientation particulière pour des études expérimentales : toutes les directions qui ont été envisagées semblent dignes d'intérêt.

•l'accessibilité pratique des paramètres, compte tenus des moyens et du temps dont nous disposions.

Les paramètres physiques les plus importants à nos yeux sont ceux qui apparaissent explicitement dans :

•l'équation de propagation (3-25) dans laquelle on a négligé le terme correspondant à la diffusion des porteurs

•dans l'expression du profil du soliton (3-28).

•Ce sont **donc le champ électrique *E* et le rapport d'intensité *r***. Toutefois, à des fins de vérification de la cohérence de nos travaux, nous avons aussi choisi d'effectuer une analyse expérimentale **succincte** de l'influence du **waist d'entrée** et des **intensités absolues** incidente et de fond (en les faisant varier à *r* constant).

Par ailleurs, comme nous l'avons mentionné en section 5.1 et dans le chapitre 2, nous avons choisi de concentrer notre étude quantitative sur un cristal de BTO. Nous avons également effectué une brève étude qualitative du phénomène d'auto-focalisation sur un cristal de SBN et un cristal de $BaTiO_3$, afin de donner des indications quant à la possibilité d'obtention de solitons spatiaux dans ces matériaux. Nous avons utilisé pour chacun de ces matériaux une orientation qui nous paraissait la plus appropriée à l'obtention de soliton photoréfractif et la plus proche de notre modèle (chapitre 3).

Pour ce qui concerne les caractéristiques générales du faisceau utile, nous avons travaillé exclusivement avec un laser He-Ne (633nm), polarisé parallèlement au champ électrique. Les quelques analyses qualitatives que nous avons menées pour la polarisation orthogonale montrent que le seul effet de ce changement de polarisation est de modifier le coefficient électro-optique effectif r_{eff} [77].

Nous avons par ailleurs effectué nos expérimentations à température ambiante, en vérifiant que ses légères variations n'altéraient pas la répétabilité de nos mesures.

5.3.3. Mesures sur BTO : résultats bruts

5.3.3.1.Introduction

Nous avons commencé nos travaux expérimentaux avec l'échantillon BTO18 qui était disponible au laboratoire[78] (section 5.3.3.2). Nous les avons poursuivis par une étude plus complète et plus systématique sur l'échantillon BTO16 (section 5.3).

Comme nous l'avons vu ci-dessus (section 5.3.2), nous avons choisi d'étudier le comportement du phénomène d'auto-focalisation en fonction du champ électrique *E* et du rapport d'intensité *r*. Nous avions le choix d'étudier ce

---

[77] La rotation de 90° du plan de polarisation peut, par exemple, inverser le signe de r_{eff}, transformant ainsi le phénomène d'auto-focalisation en auto-défocalisation.

[78] Les caractéristiques des échantillons sont données en section 5.1. Les caractéristiques des cristaux sont reportées en annexe, et peuvent être trouvées dans la littérature (voir par exemple [63]).

comportement en fonction de *r* pour différentes valeurs de *E*, ou bien en fonction de *E* pour différentes valeurs de *r*.

Guidés par des courbes théoriques comme celle présentée sur la figure 8 (chapitre 3), présentant les résultats en fonction de *r*, nous avons tout d'abord choisi cette solution. Dans la section qui suit (5.3.3.2), nous présenterons les résultats obtenus sur les échantillons BTO18 et BTO16 et montrerons les raisons pour lesquelles cette solution n'est pas la meilleure. Nous exposerons dans la section suivante (5.3.3.4), les résultats obtenus en fonction de E sur l'échantillon BTO16 sur lequel nous avons mené cette campagne de mesure (la plus importante de l'ensemble de nos travaux).

5.3.3.2.Etude sur l'échantillon de BTO18 de l'auto-focalisation en fonction de r pour différents E *et différents waist s d'entrée.*

5.3.3.2.(a).Résultats des mesures brutes

Cette campagne de mesure consiste à recueillir le comportement temporel de la focalisation globale du faisceau en fonction de $r=I/I_d$, pour différents waists d'entrée (20, 30 et 50 microns). Nous parlons ici de « focalisation globale » car, dans cette campagne, nous n'avons pas utilisé une fente comme filtre spatial, mais un trou circulaire, ce qui ne permet pas de différencier les composantes horizontale et verticale de la focalisation.

Les figures 22 et 23 qui suivent représente l'évolution de l'intensité transmise à travers le trou en fonction du temps pendant et après application du champ électrique. Pour appliquer la méthode de calcul exposée en section 5.3.1.1, il est nécessaire de disposer de la valeur de l'intensité transmise au repos. Cette campagne de mesure est basée sur le postulat que l'état de repos est atteint 30 s après annulation du champ électrique. Les figures 22 et 23 montrent que cette hypothèse est vérifiée à peu de chose près (état stationnaire atteint après 30 s). Cependant, au cours des campagnes de mesures qui suivent, nous avons pris la précaution de mesurer l'intensité transmise **avant** application du champ, ce qui correspond mieux à l'état de repos.

Nous avons enregistré la valeur de l'intensité transmise à travers le trou pour les paramètres expérimentaux suivants (environ 250 acquisitions) :

- waist d'entrée de 20, 30 et 50 µm
- tension appliquée de 2000, 1500 et 1000 V
- intensité incidente totale de 1 à 2000 nW, avec 5 valeurs par décade
- intensité de fond de 10mw/cm^2

La figure 22 représente la mesure de l'intensité transmise à travers le trou en fonction du temps pour un waist d'entrée de 20 µm (α_0=1,216)[79] et une tension de 2000 V (*E=6,4 kV/cm*) pour un rapport *r* valant 6.10^{-2} (a), 4.10^{-1} (b), 1 (c) et 250 (d). Les fortes perturbations observables pour les rapports d'intensités *r* faibles sont dues au fait que pour obtenir un rapport faible à I_d constant, il est nécessaire de

[79] α_0 est défini par l'équation (4-4)

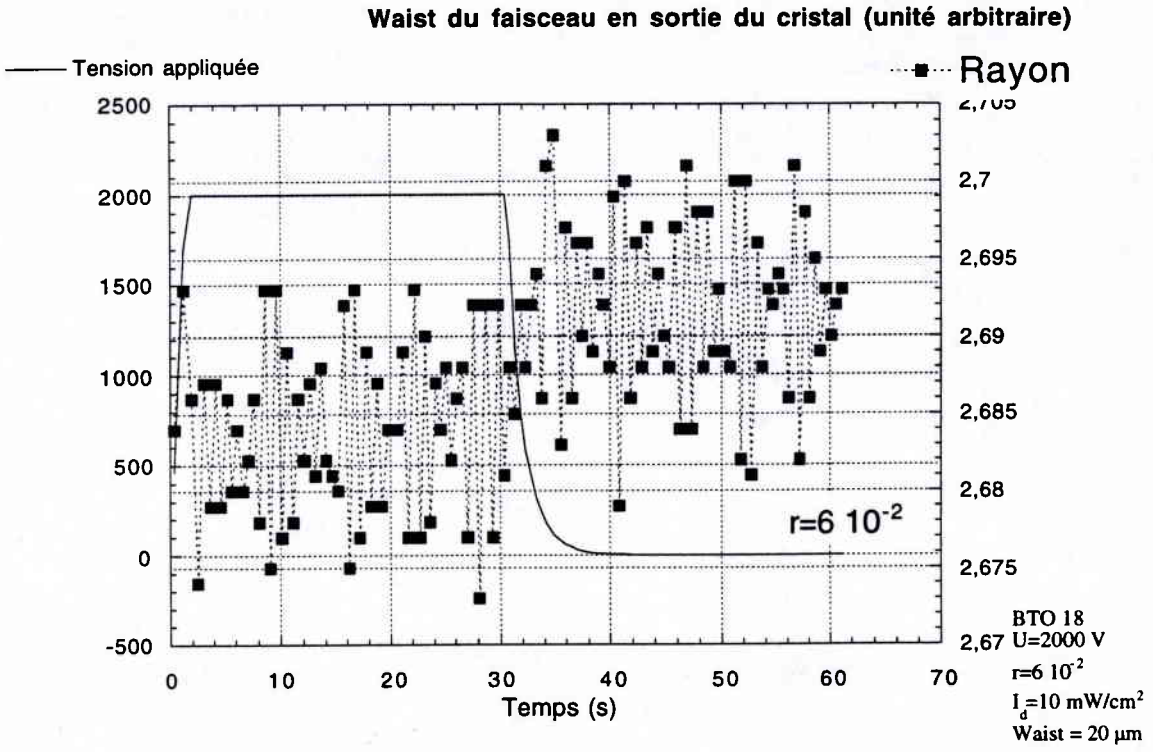
diminuer considérablement le faisceau utile. L'intensité passant par le trou est alors très faible (de l'ordre de quelque nW pour $r=10^{-1}$) et le bruit entachant la mesure est d'autant plus élevé[80].

La figure 22.a représente l'acquisition obtenue pour un rapport d'intensité très faible. Comme prévue par l'analyse théorique du chapitre 3 (figure 8), aucune sur-focalisation transitoire n'est visible. La figure 22.b montre, pour *r* approchant de 1, une faible auto-focalisation transitoire. Celle-ci devient forte pour les valeurs moyennes de *r* (1 à 10) et se maintient constante pour les fortes valeurs, alors que l'auto-focalisation stationnaire tend a disparaître (22.d).

Pour les autres waists d'entrée de 30 et 50 µm, α_0 vaut respectivement 1,05 et 1,01. La différence entre l'état de repos et l'état soliton est trop faible pour que ces mesures permettent de tirer quelque conclusion que ce soit. Cependant, comme le montre la figure 23, une auto-focalisation est observée : le faisceau est sur-focalisé par rapport à l'état soliton.

[80] Les mesures présentées par la figure 22 sont parmi nos toutes premières mesures. La correction des oscillations du laser n'était pas faite. La grandeur proportionnelle au rayon est ici l'intensité transmise à travers le trou, exprimée en nW.

(a)



(b)

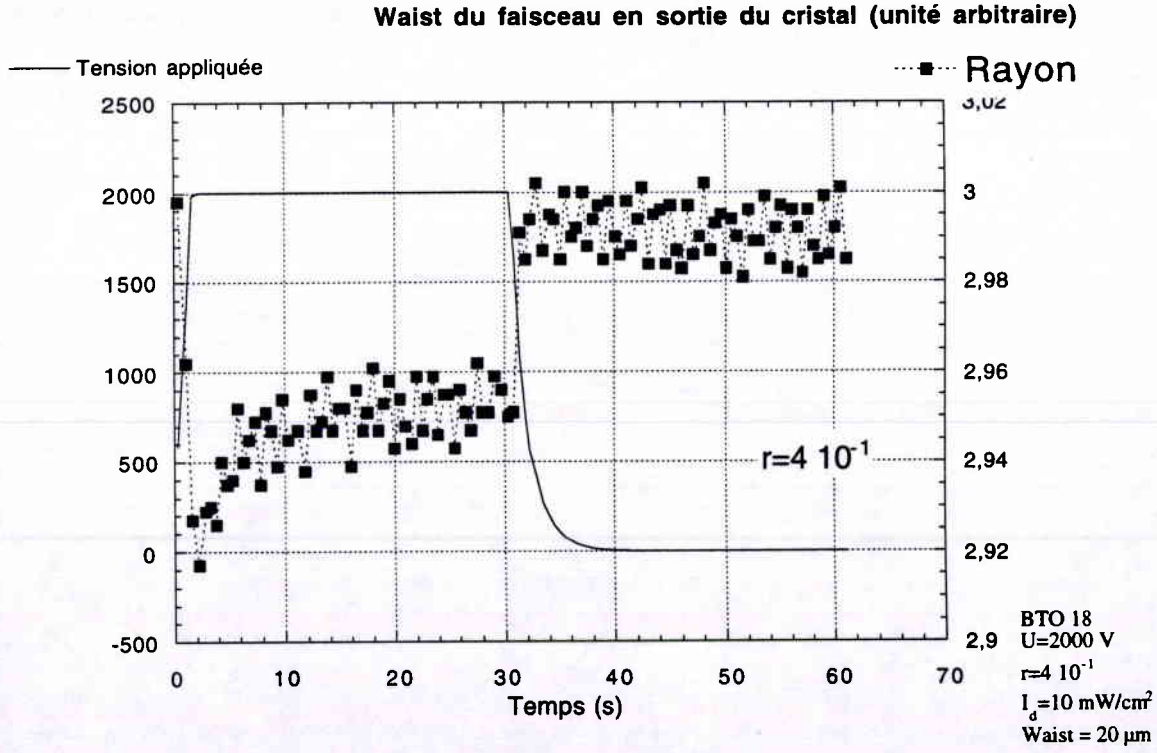
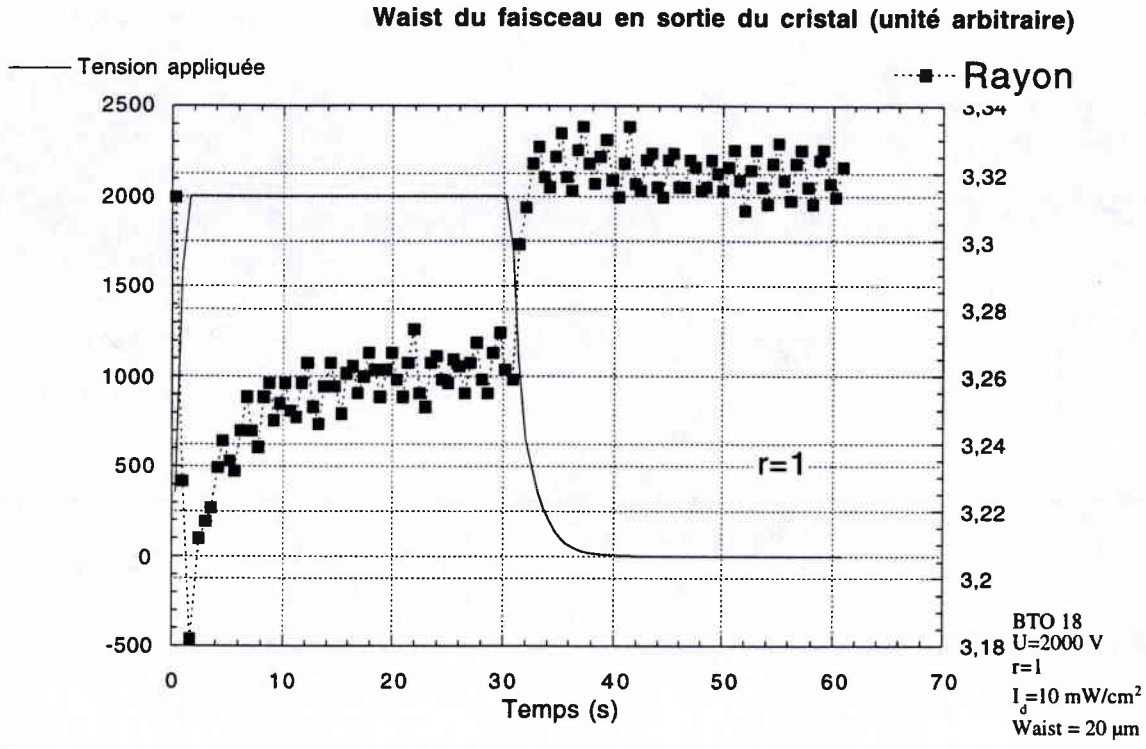


Figure 22 : Résultats des mesures brutes en fonction du temps pendant et après application du champ électrique pour BTO18, 2000V appliqués, I_d=10 mW/cm^2, et un waist de 20 µm

(c)



(d)

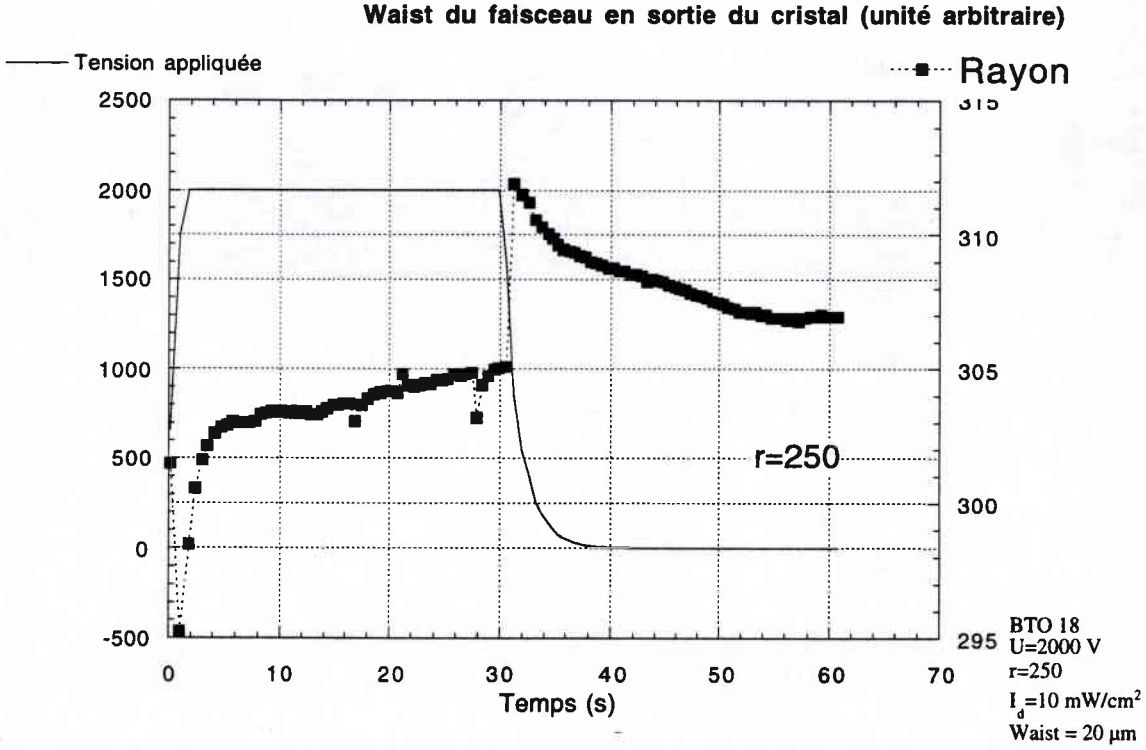
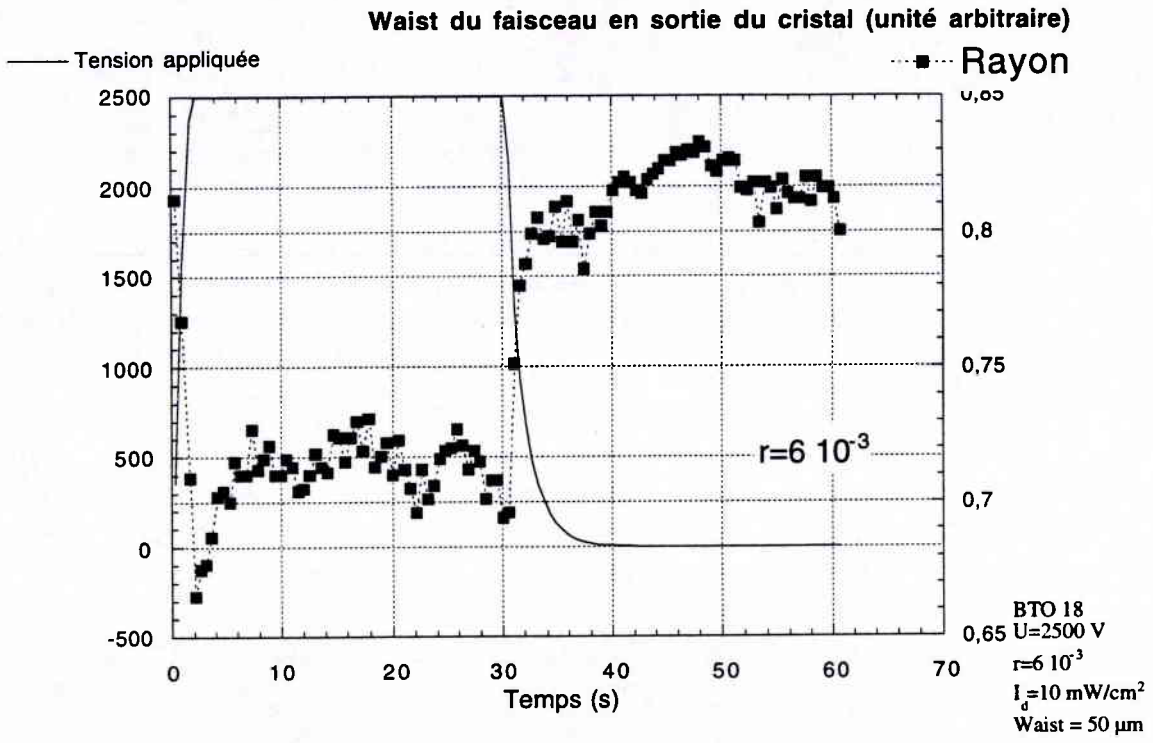


Figure 22 (suite)

Mesures brutes pour BTO18, 2000V, Id=10 mW/cm², Waist 20 µm

(a)



(b)

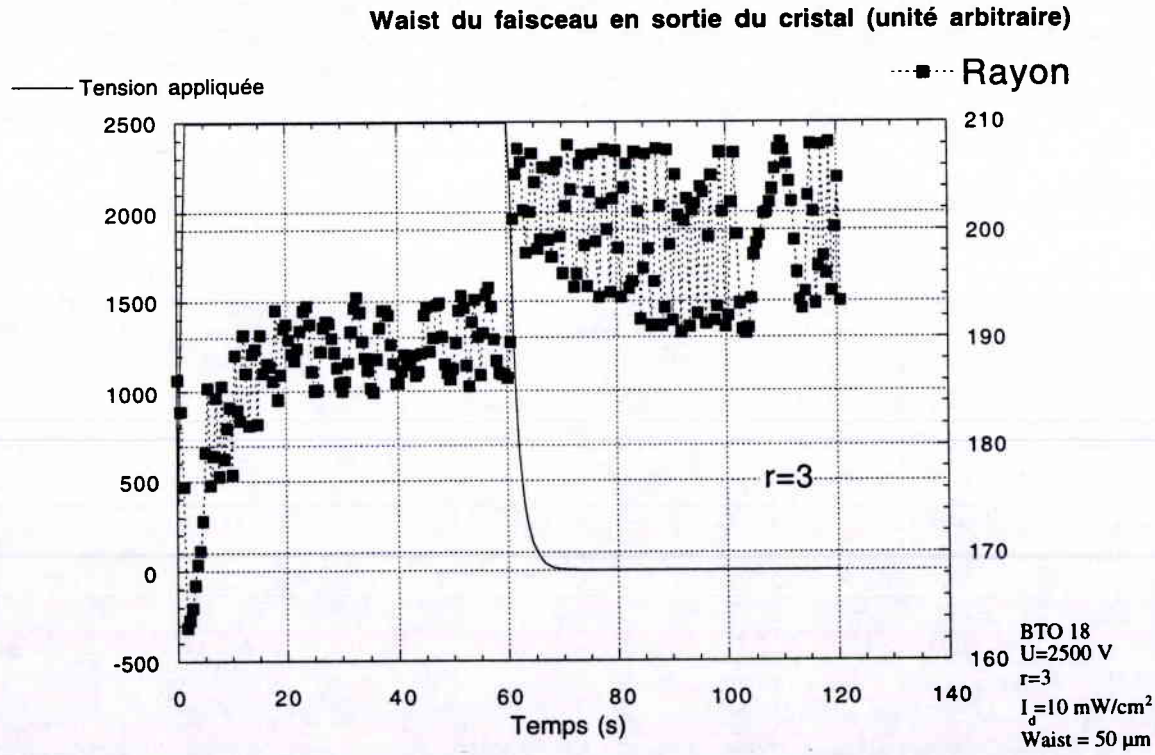


Figure 23 : Mesures brutes pour BTO18, 2000V, Id=10 mW/cm², Waist 50 µm

5.3.3.2.(b).Premiers éléments d'analyse

Les mesures brutes dont quelques exemples sont donnés dans la section précédente permettent d'effectuer une analyse du coefficient de diffraction en fonction de *r*. Conformément à l'analyse théorique du chapitre 3, nous avons privilégié deux valeurs du coefficient de diffraction : sa valeur à l'état stationnaire et la valeur minimum qu'il atteint au cours du temps.

Les figures 24 représentent cette analyse pour une tension appliquée de 2000 V, soit un champ de 4,8 kV/cm. Nous avons également effectué cette analyse pour des tensions appliquées de 1000 et 1500 V. Les résultats en sont cependant moins parlants, du fait de la faible tension appliquée et du faible coefficient de diffraction au repos α_0.

Les figures 24 montrent toutes trois une auto-focalisation transitoire bien plus marquée que l'auto-focalisation stationnaire. Les figures 24.a et 24.b montrent l'apparition d'un minimum autour de r=1 aussi bien en ce qui concerne l'auto-focalisation stationnaire que transitoire. La figure 24.c correspond à un waist d'entrée de 50 µm, pour lequel le coefficient de diffraction au repos α_0 est très proche de 1. Nous pensons donc que les oscillations observées relèvent plus des erreurs de mesure que de réels phénomènes physiques.

Remarquons que les figures 24.a et 24.b correspondent qualitativement à la courbe théorique représentée sur la figure 8 (chapitre 3), mis à part la remontée du waist de sortie pour les fortes valeurs de *r*. Cette remontée peut s'expliquer par l'incapacité de nos appareils de mesure à enregistrer correctement les phénomènes transitoires rapides (de durée inférieure à 0.2 s) qui ont lieu aux

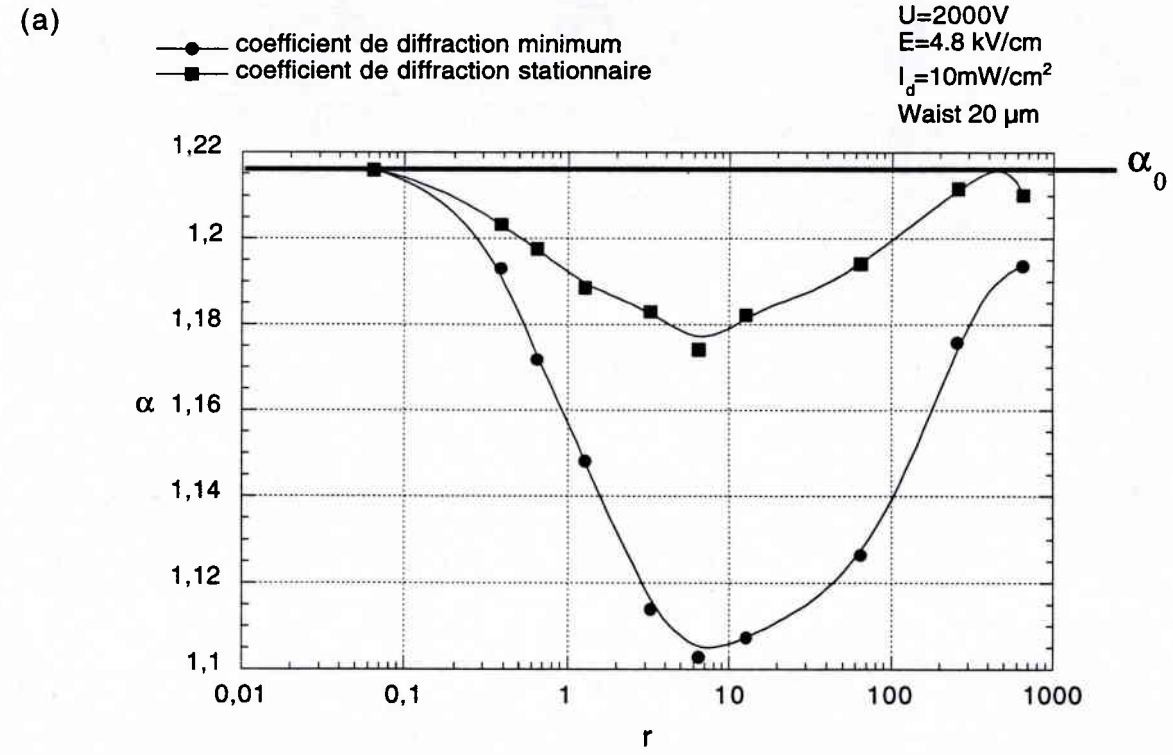
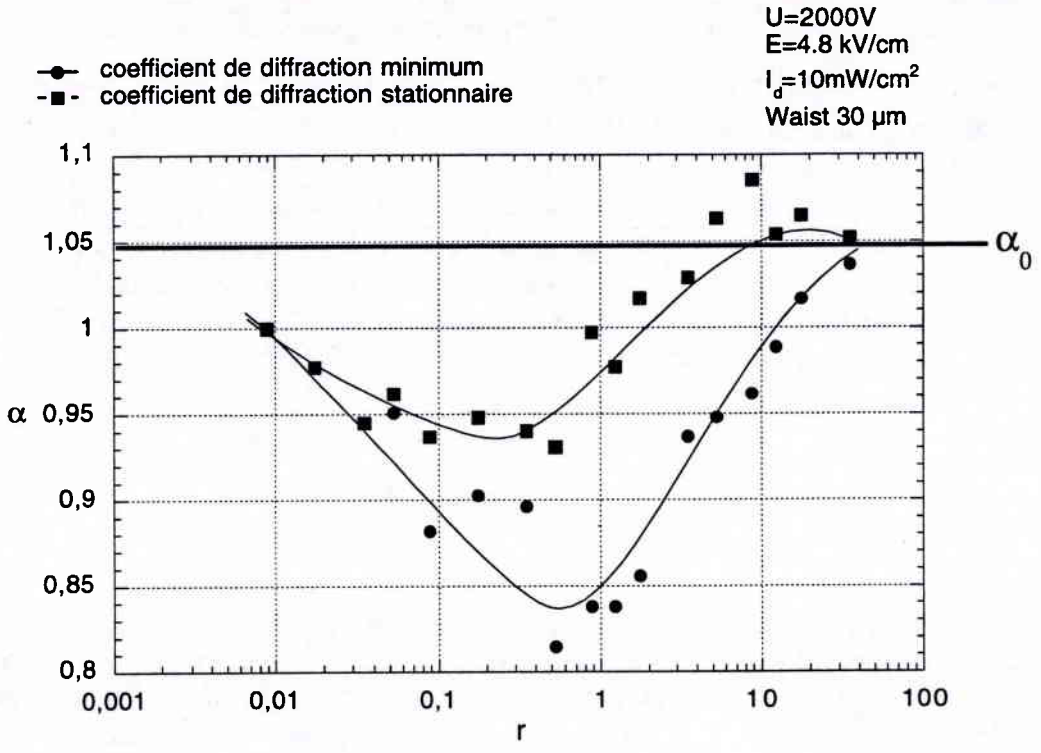


Figure 24 :coefficient de diffraction pour BTO18, 2000V, Id=10 mW/cm² et pour des waists d'entrée de (a) 20µm, (b) 30µm et (c) 50µm

fortes valeurs de *r*.

5.3.3.3.Etude sur l'échantillon de BTO16 de l'auto-focalisation

(b)



(c)

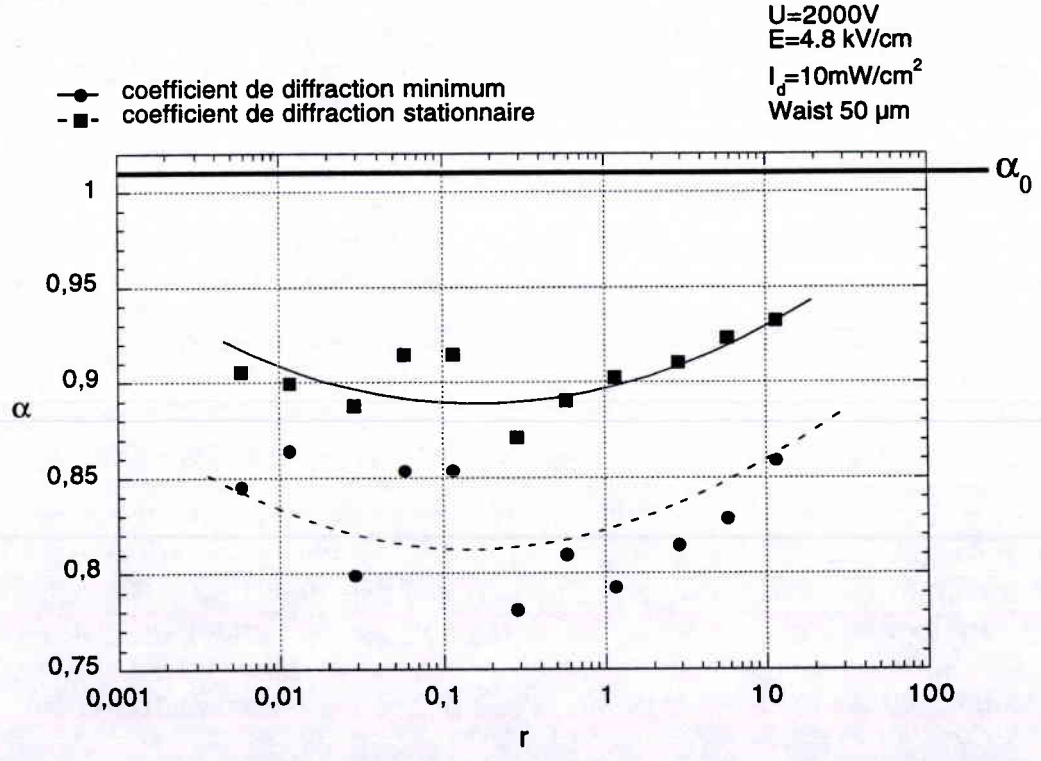


Figure 24 (suite)

Coefficient de diffraction pour BTO18, 2000V, Id=10 mW/cm^2 et pour des waists d'entrée de (a) 20µm, (b) 30µm et (c) 50µm

en fonction de r pour différents E et différents waist s d'entrée.

5.3.3.3.(a).Considérations générales préliminaires

L'inconvénient principal de l'échantillon BTO18 étant sa faible longueur dans le sens de la propagation, l'obtention d'un coefficient de diffraction au repos α_0 suffisamment élevé nécessite de réduire le waist d'entrée. Afin d'obtenir un soliton spatial, il est nécessaire de réduire autant que possible le transitoire spatial et donc de créer les conditions nécessaires à la propagation d'un soliton de diamètre identique au waist d'entrée. Par conséquent, plus le diamètre du waist d'entrée est petit, plus le champ électrique nécessaire est élevé. Nous n'avons donc pas pu réaliser expérimentalement sur BTO18 un soliton spatial de diamètre suffisamment faible (20 µm) pour que α_0 soit suffisamment grand (de l'ordre de 1,2).

La seule solution est d'utiliser un échantillon plus long : l'échantillon BTO16 permet de disposer de 6,4 mm dans le sens de la propagation, soit plus du double.

Nous avons réalisé une campagne de mesure sur BTO16 dans le même esprit que celle exposée précédemment : nous avons enregistré le comportement temporel de la largeur à mi-hauteur en fonction de *r* et pour différentes valeurs de *E*[81]. Par ailleurs, étant donné que la focalisation mesurée n'est pas nécessairement de symétrie circulaire, nous avons remplacé le trou par une fente orientable, dans le procédé de mesure indirecte. Nous avons ainsi mesuré la focalisation parallèle au champ électrique et celle qui lui est perpendiculaire. Cela ne permet pas de déduire la forme exacte du faisceau mais en donne un bonne indication.

Nous avons donc mesuré le comportement temporel du coefficient de diffraction **dans les deux directions** parallèle et orthogonale au champ électrique pour un **waist de 30 µm** (α_0=1,18), **une intensité de fond de 10 mW/cm^2** et

- Une tension appliquée de 1000 à 2500 V par pas de 500 V

soit un champ électrique de 1,5 à 7,5 kV/cm par pas de 1,5 kV/cm

- Un rapport d'intensité *r* variant de 10^{-2} à 10^2 avec 6 valeurs par décade

Les figures 25 et 26 sont toutes deux le reflet de mesures effectuées avec une tension appliquée de 2500 V, soit un champ électrique *E* de 7,5 kV/cm. Ce champ est le champ maximum que nous ayons appliqué au cristal BTO tout au long de nos campagnes de mesures : au delà, nos expérimentations risqueraient de causer des changements irréversibles au cristal de BTO. La valeur de l'intensité de fond est identique à la valeur de la campagne précédente : 10mW/cm^2.

---

[81] Rappelons que ce processus peut difficilement être automatisé car faire varier *r* nécessite de faire varier l'intensité du faisceau utile et donc de tourner un polariseur : à la différence de la campagne qui suivra, la réalisation de ces mesures demande la présence constante d'un opérateur afin d'agir sur l'intensité du faisceau toutes les 2 à 3 minutes. Une série d'expériences à champ constant (faisant varier uniquement *r*), prend ainsi environ 2 heures.

5.3.3.3.(b).Résultats des mesures brutes

Les figure 25 (items a,b,c et d) représentent la focalisation parallèle au champ. La figure 26 représente la focalisation perpendiculaire au champ.

Les figure 25 montrent, pour les faibles valeurs de *r* (25.a et 25.b), une nette auto-focalisation par rapport à l'état de repos du cristal (visible ici à gauche des figures, pour une tension appliquée nulle), mais ne présente pas d'auto-focalisation transitoire.

Pour les fortes valeurs de *r* (25.c et 25.d), il apparaît une légère défocalisation stationnaire du faisceau. Elle peut être due à l'apparition d'oscillations du diamètre du faisceau dans le cristal, comme prévu par [35]. La valeur du diamètre de sortie mesurée est alors la coupe de l'oscillation à un endroit arbitraire. Ce phénomène d'oscillations et les inconvénients qu'il apporte à la méthode de mesure présentée ici sera discuté dans la section (c) qui suit.

Il apparaît sur ces courbes un élément absolument imprévu par la théorie : une défocalisation transitoire très rapide et de très courte durée au moment de l'application de la tension. Il ne s'agit pas d'un parasite électronique dû à l'application de la haute tension pour la simple raison qu'il n'est pas systématique[82]. Nous avons aussi éliminé une courbure transitoire et très rapide du faisceau (comme suggéré par [61]) car elle causerait une diminution de l'intensité transmise, et non son augmentation. Il s'agit donc bien d'une défocalisation transitoire très rapide et de très courte durée de vie. Nous n'avons pas d'explication pour ce phénomène. Nous ne chercherons pas, dans ce manuscrit, à expliquer ce phénomène transitoire très rapide, le laissant à la sagacité des auteurs de futures recherches sur les phénomènes photoréfractifs rapides[83].

Les figures 26 représentent, pour les mêmes valeurs de *r* que précédemment, la variation temporelle du rayon du faisceau dans la direction perpendiculaire au champ électrique. La principale différence avec les figures 25 réside dans l'amplitude du phénomène. L'amplitude de l'unité arbitraire étant identique pour ces deux figures, une simple comparaison des échelles des figures 25 et 26 montre que l'auto-focalisation est plus faible perpendiculairement au champ que parallèlement.

Nous pouvons toutefois noter que la même défocalisation rapide et transitoire apparaît dans cette direction. Par ailleurs, pour les faibles valeurs de *r* (0.1 et 1), le faisceau s'auto-focalise, alors qu'aucun effet notable apparaît pour les valeurs plus élevées (10 et 100). En comparant avec les résultats de la figure 25, nous pouvons aussi nous apercevoir que la forme du faisceau ne peut être circulaire : l'auto-focalisation est toujours plus forte dans la direction du champ électrique que

---

[82] Nous avons bien entendu effectué des tests plus poussés afin d'être certains que ce pic est le reflet d'une défocalisation du faisceau et non un parasite électronique. Nous avons par exemple retiré le cristal du faisceau et appliqué la haute tension : cela n'a bien entendu aucun effet sur le faisceau.

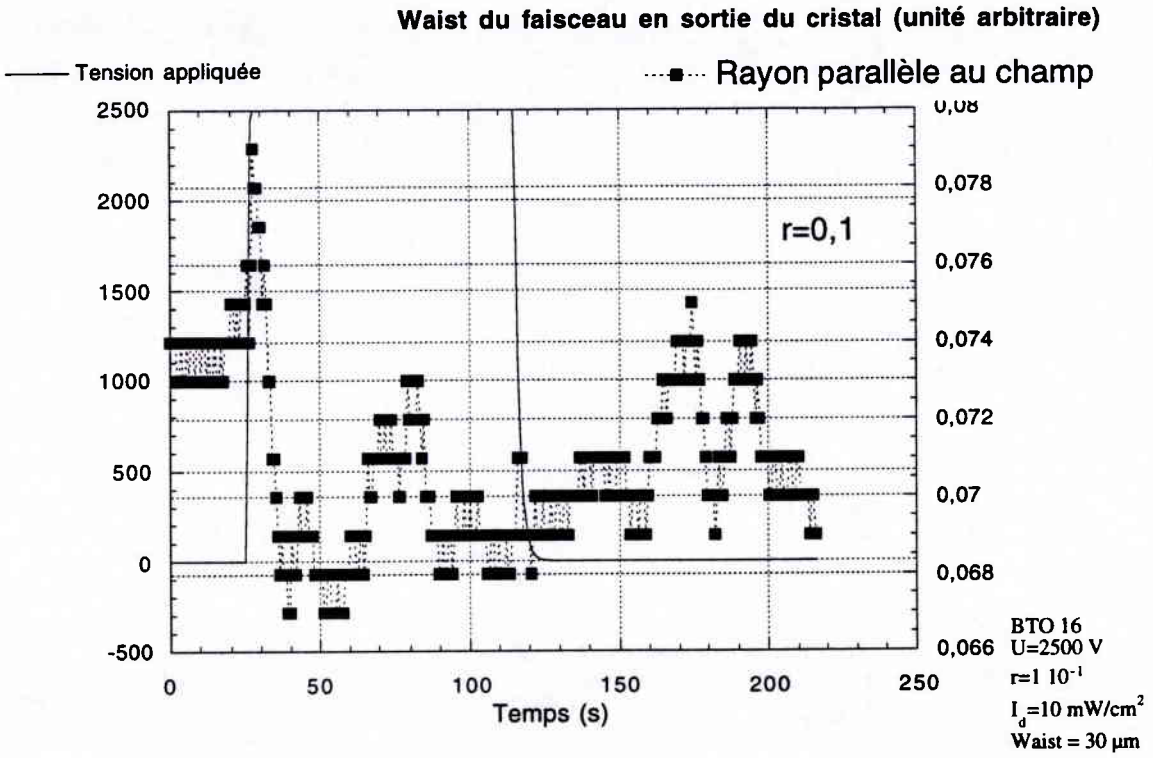
[83] A l'heure où nous écrivons ces lignes, M^lle^. Wolfersberger prépare une thèse de doctorat au sein de notre laboratoire, au cours de laquelle elle cherche à observer et expliquer les phénomènes photoréfractifs rapides. Elle dispose en outre d'un matériel électronique que nous n'avions pas pour nos travaux : il ne nous était techniquement pas possible de pousser les investigations en deçà de 100 ms.

dans la direction orthogonale, comme prévu à l'état stationnaire par Zozulya *et al.* [62].

La défocalisation observée pour les champs plus faibles (Figure 27) dans la direction du champ électrique ne doit pas être interprétée comme une preuve de la non existence de l'auto-focalisation à ces champs. En effet comme nous le verrons en détail (section c), ces mesures montrent que la variation du champ change les conditions de propagation dans le cristal : la face de sortie du cristal correspond à un creux de l'oscillation [84]pour les figures 25.a et 25.b, et à une crête pour la figure 26. La figure 27 ne met donc en évidence aucun phénomène d'auto-focalisation. En revanche, elle présente toujours le pic transitoire de défocalisation.

[84] Ceci est une interprétation possible de la défocalisation observée dans la figure 27. Elle est détatillée dans la section (c) qui suit. Nous ne sommes bien entendu pas absolument certains de cette interprétation, dans la mesure où cette campagne de mesure n'est qu'une étude préliminaire. La campagne principale sur laquelle nous basons l'analyse du chapitre suivant est présentée en section 5.3.3.4.

(a)



(b)

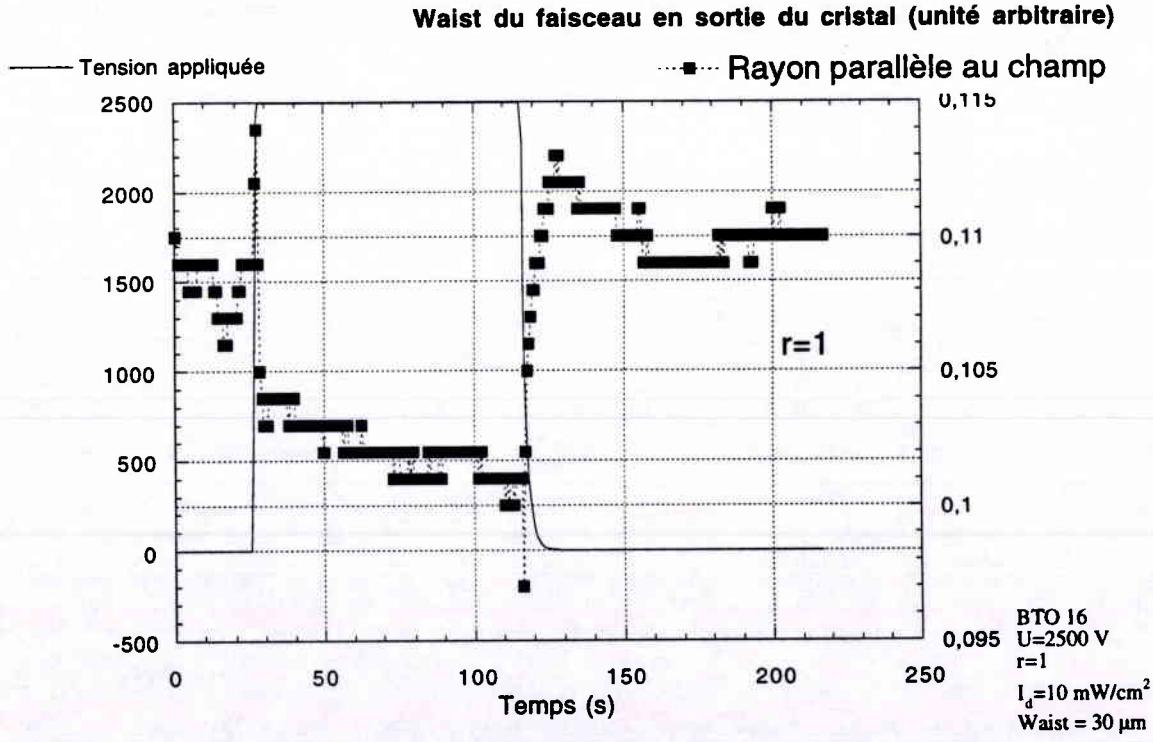
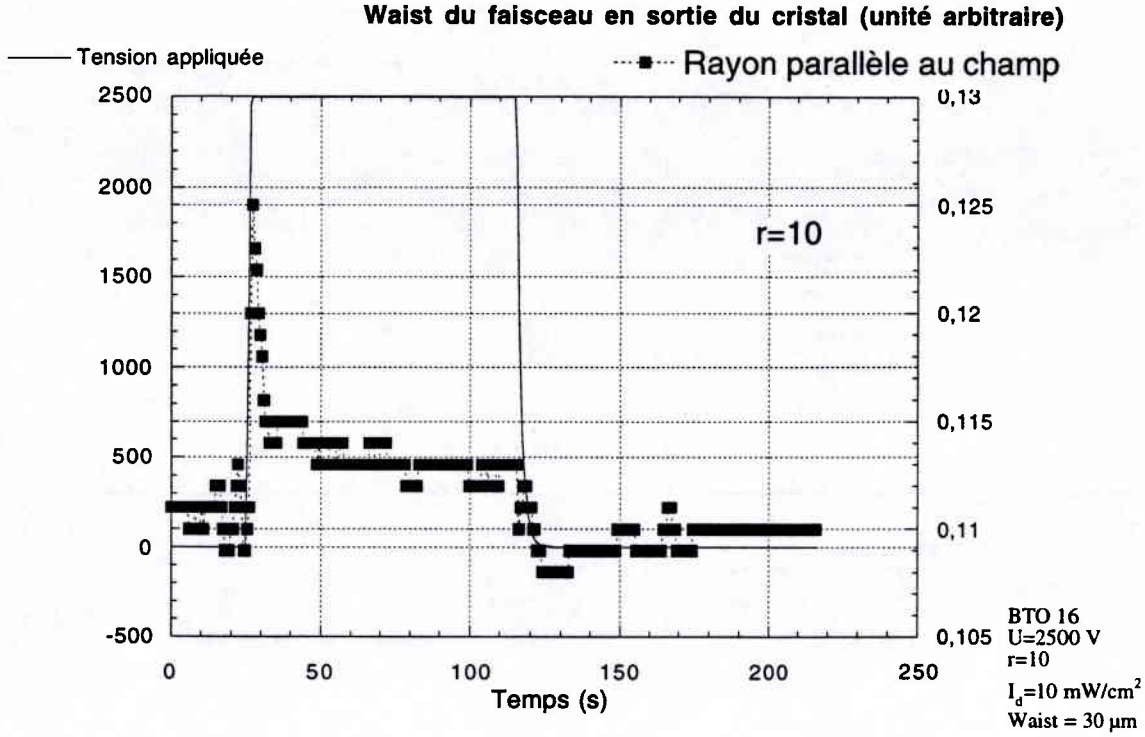


Figure 25 : mesures brutes pour BTO16, U=2500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm (focalisation parallèle au champ)

(c)



(d)

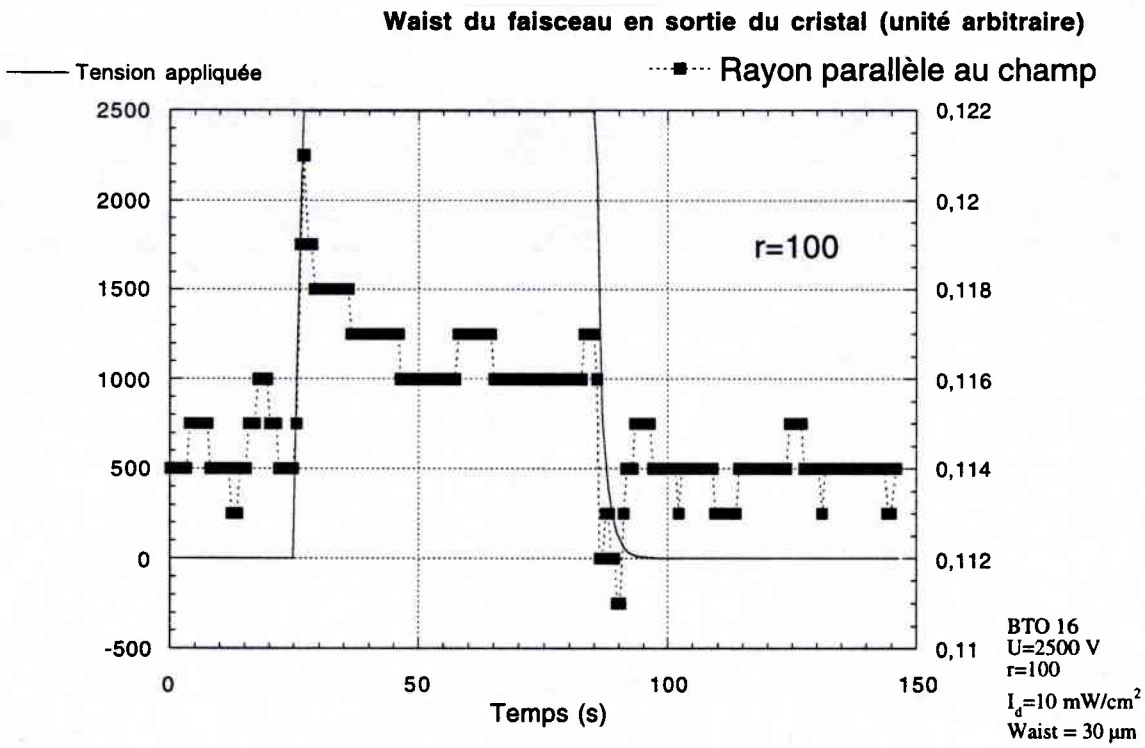
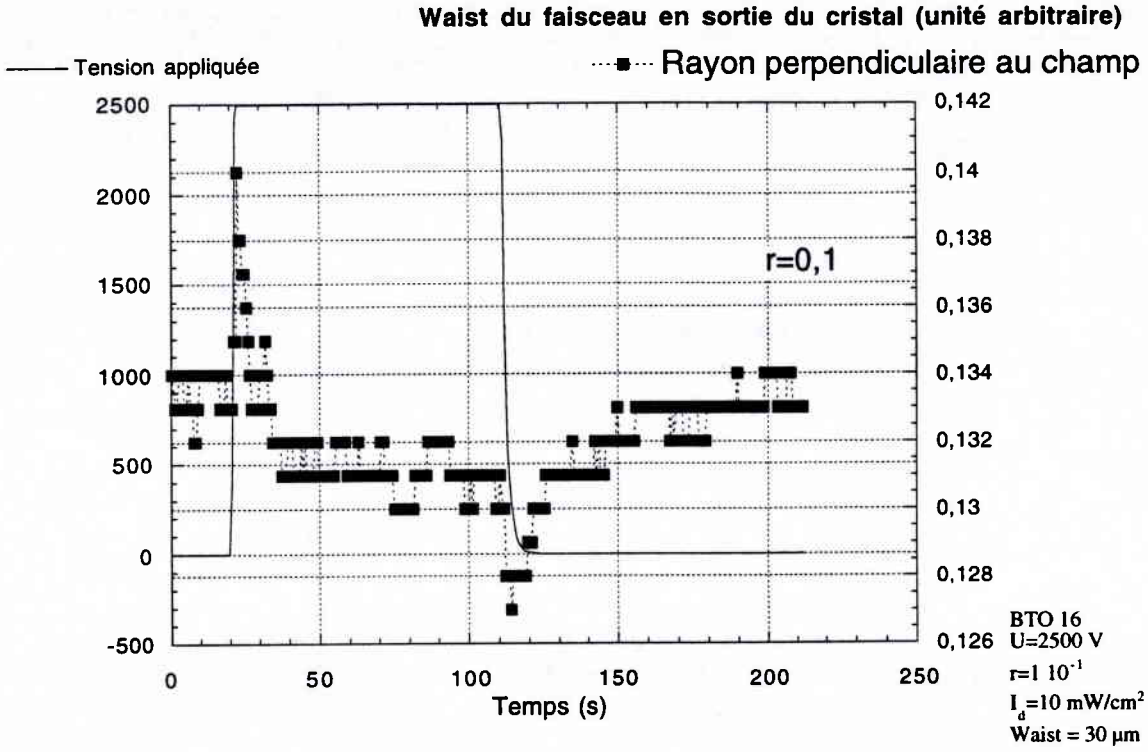


Figure 25 (suite)

focalisation parallèle au champ pour BTO16, U=2500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm

(a)



(b)

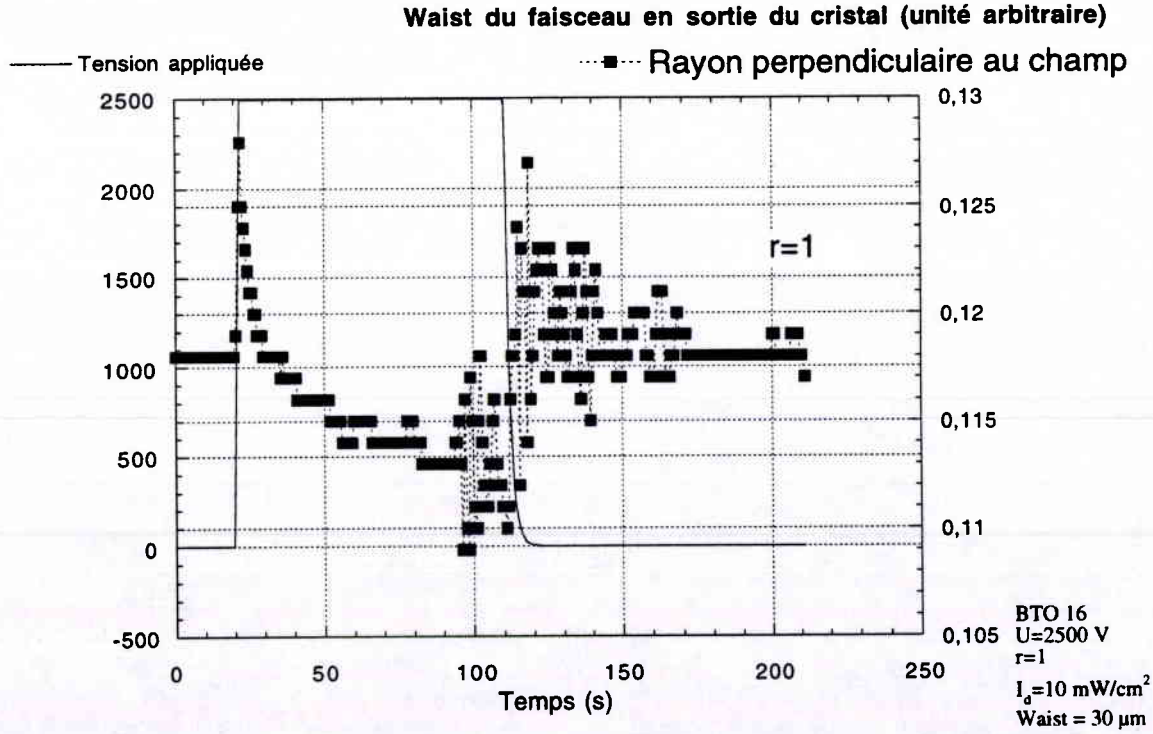
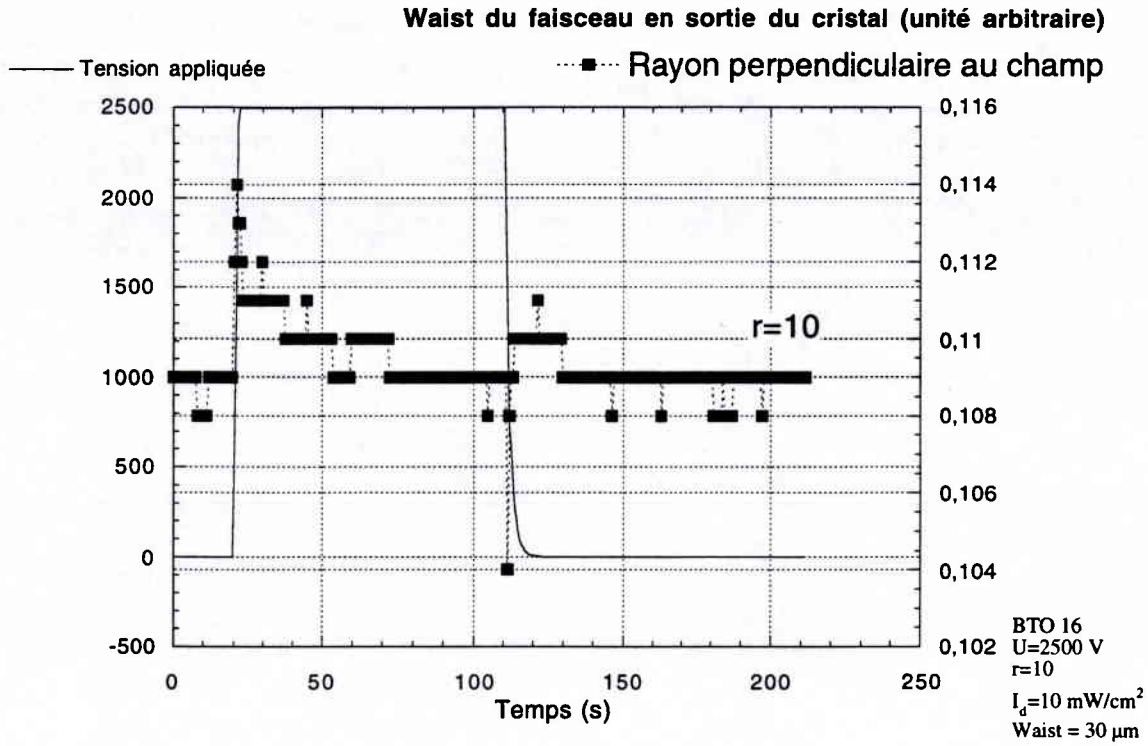


Figure 26 : mesures brutes pour BTO16, U=2500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm (focalisation perpendiculaire au champ)

(c)



(d)

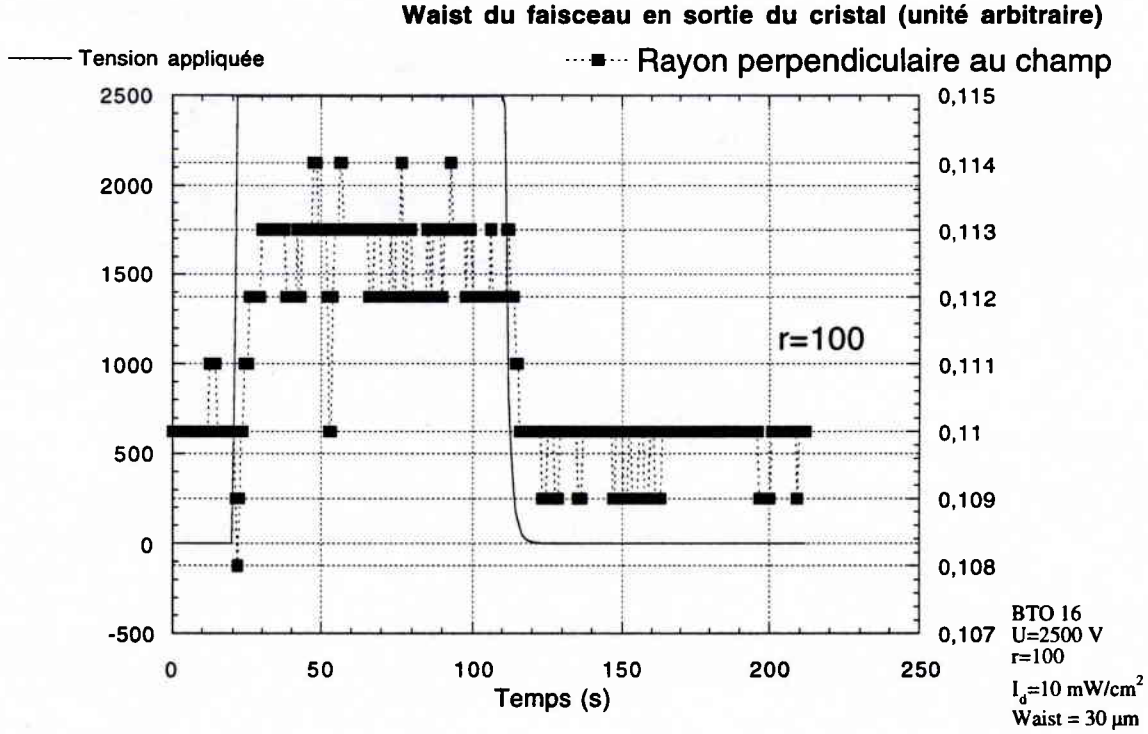
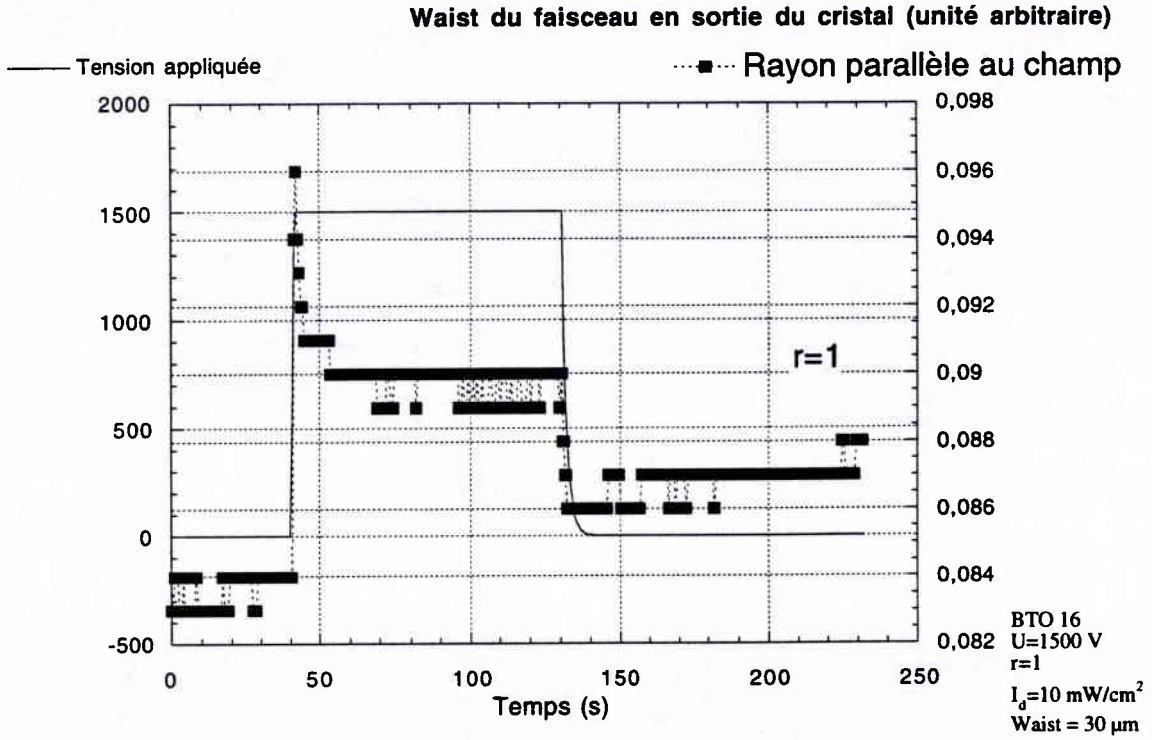


Figure 26 (suite)

focalisation perpendiculaire au champ pour BTO16, U=2500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm

(a)



(b)

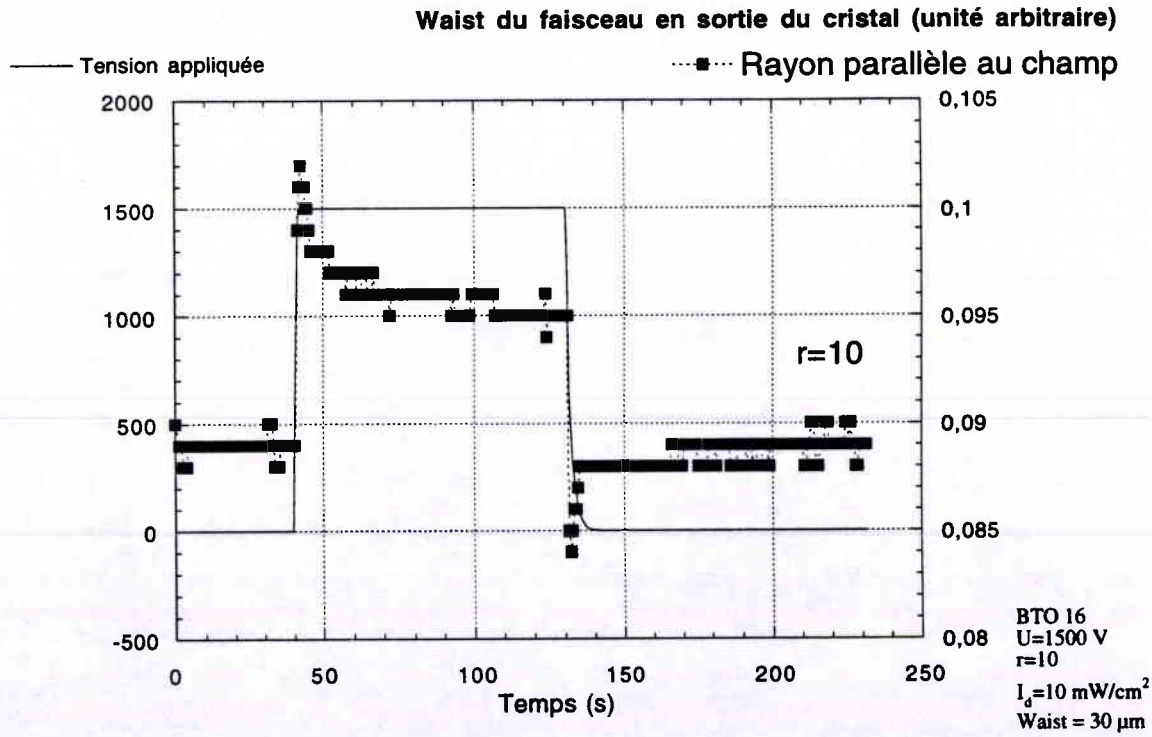
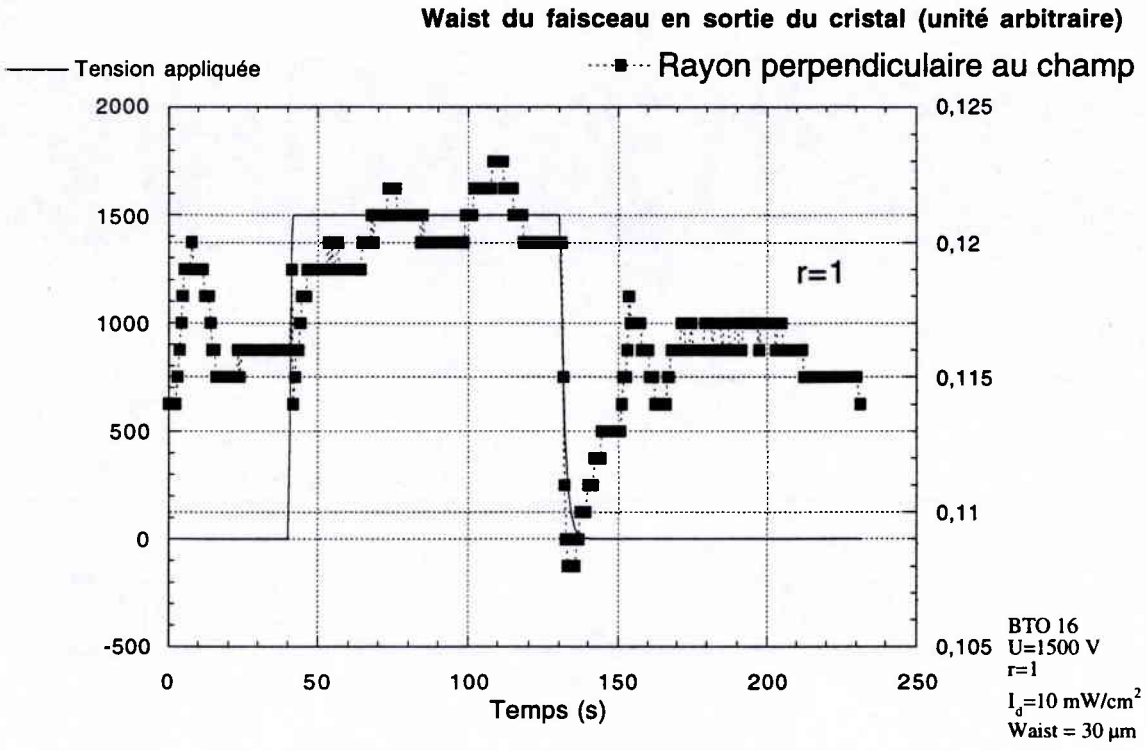


Figure 27 : mesures brutes pour BTO16, U=1500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm (focalisation parallèle au champ)

(a)



(b)

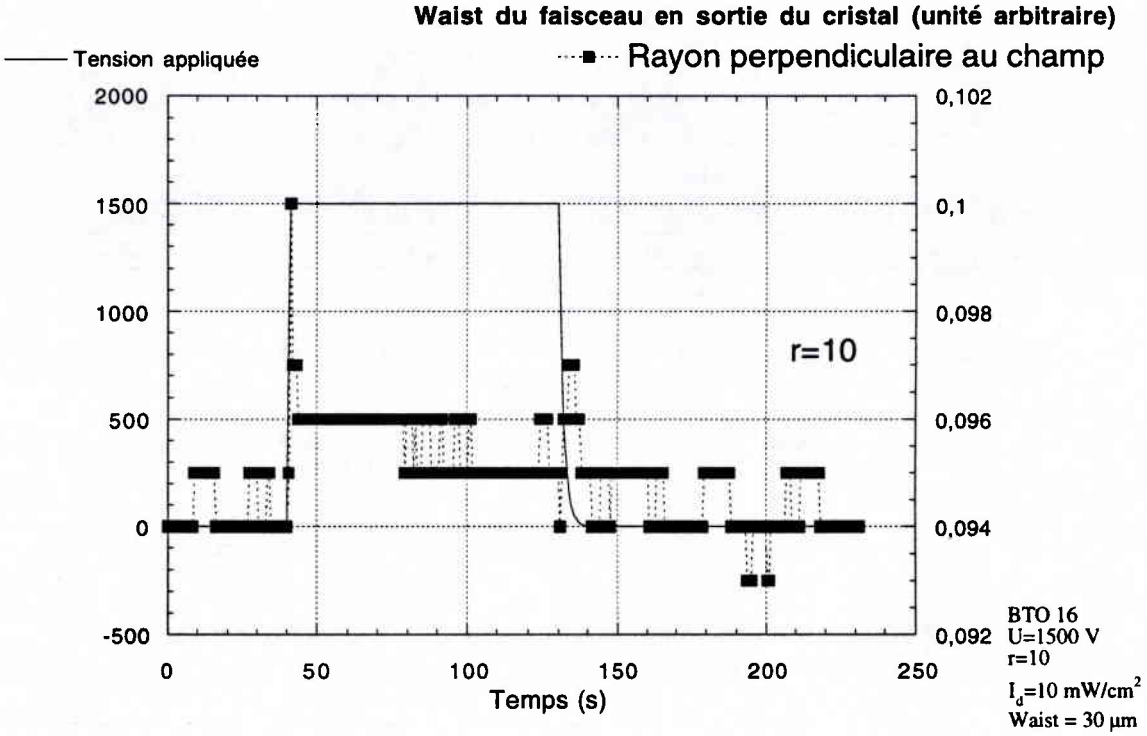


Figure 28 : mesures brutes pour BTO16, U=2500 V, Id=10mW/cm^2, Waist 30 µm (focalisation perpendiculaire au champ)

5.3.3.3.(c).*Premiers éléments d'*analyse

La campagne de mesures présentée dans la section précédente nous a permis d'effectuer, comme nous l'avons fait précédemment, une analyse de la valeur du coefficient de diffraction à l'état stationnaire, comparé avec la valeur extremum qu'il atteint pendant l'état transitoire, en fonction de *r* et pour des tensions appliquées de 1000 à 2500 V par pas de 500 V.

Nous avons fait cette analyse pour les deux directions de focalisation : parallèle et orthogonale au champ. Il n'existe cependant à ce jour aucune théorie permettant d'interpréter le comportement temporel de la focalisation perpendiculaire au champ. Celle que nous avons exposé au chapitre 3 ne traite que de la direction parallèle au champ et aucune théorie temporelle 3D n'est apparue dans la littérature à ce jour.

Les figures 30 à 32 ci-dessous représentent cette analyse pour une focalisation parallèle au champ électrique (partie a, en haut) et orthogonale (partie b, en bas) pour des tensions appliquées de 2500, 2000 et 1500 V.

Le trait caractéristique de ces 3 figures est la forte oscillation des deux valeurs analysées, en fonction de *r*. Nous n'avons pas de certitude quant à l'origine de ces fortes oscillations. Toutefois, elles sont probablement dues au fait que la variation de *r* produit une forte variation de la force de l'auto-focalisation et donc change la période des oscillations du diamètre du faisceau à l'intérieur du cristal : ce que nous observons correspond à l'observation, en un point donné (la face de sortie du cristal), d'un phénomène oscillant dont la période varie[85] avec *r (figure 10)*.

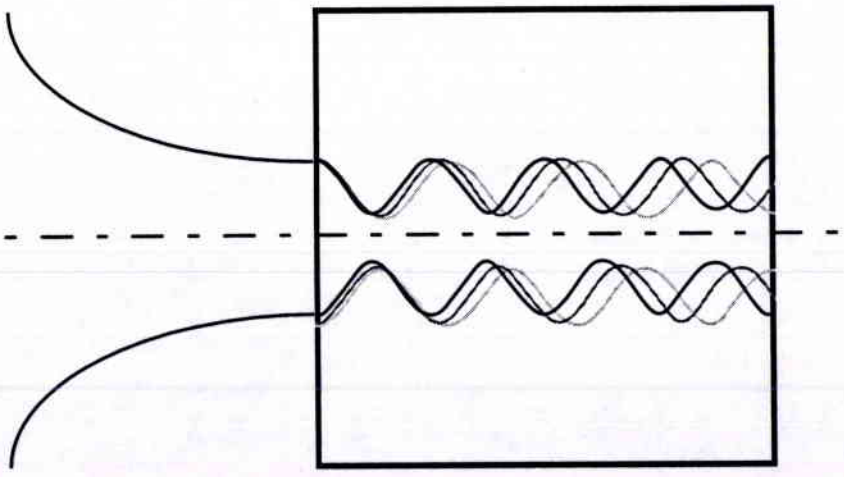
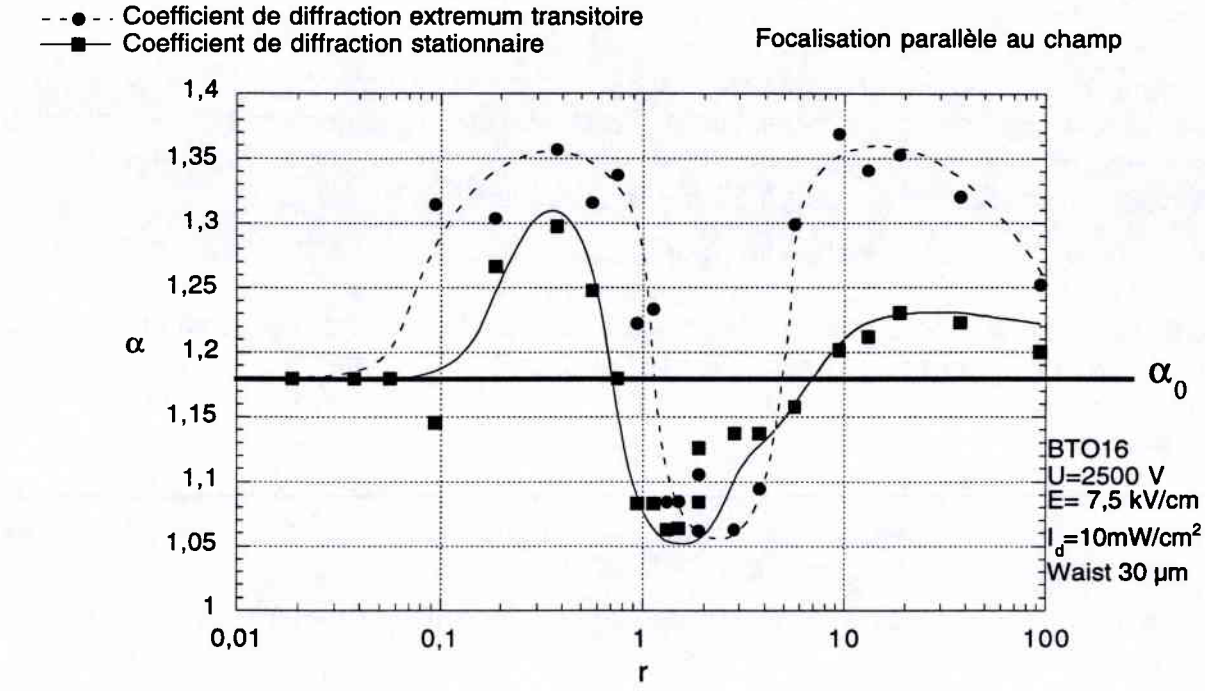


Figure 29 : Interprétation des oscillations observées lorsque r *varie. Le nombre et l'amplitude des oscillations sont exagérés pour permettre une meilleure compréhension.*

[85] Nous pensons, sans pouvoir le démontrer formellement, que la période de ces oscillations est directement liée au pouvoir auto-focalisant, lequel est lié au diamètre du soliton prévu (figure 8).

(a)



(b)

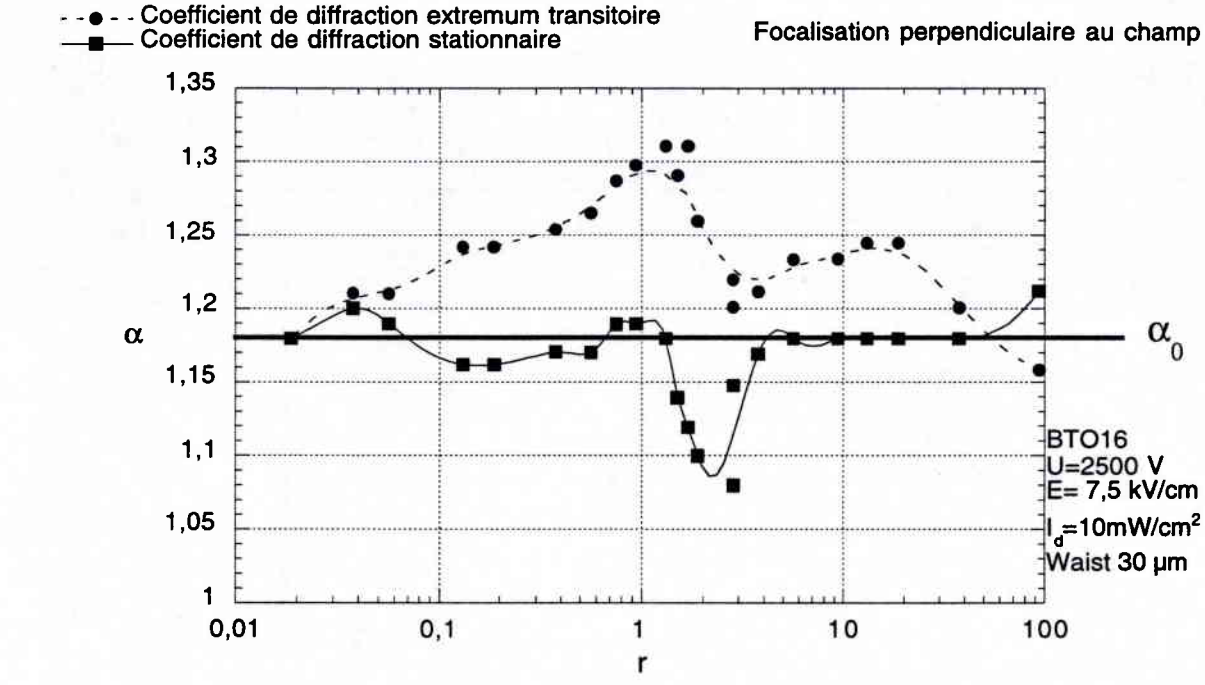
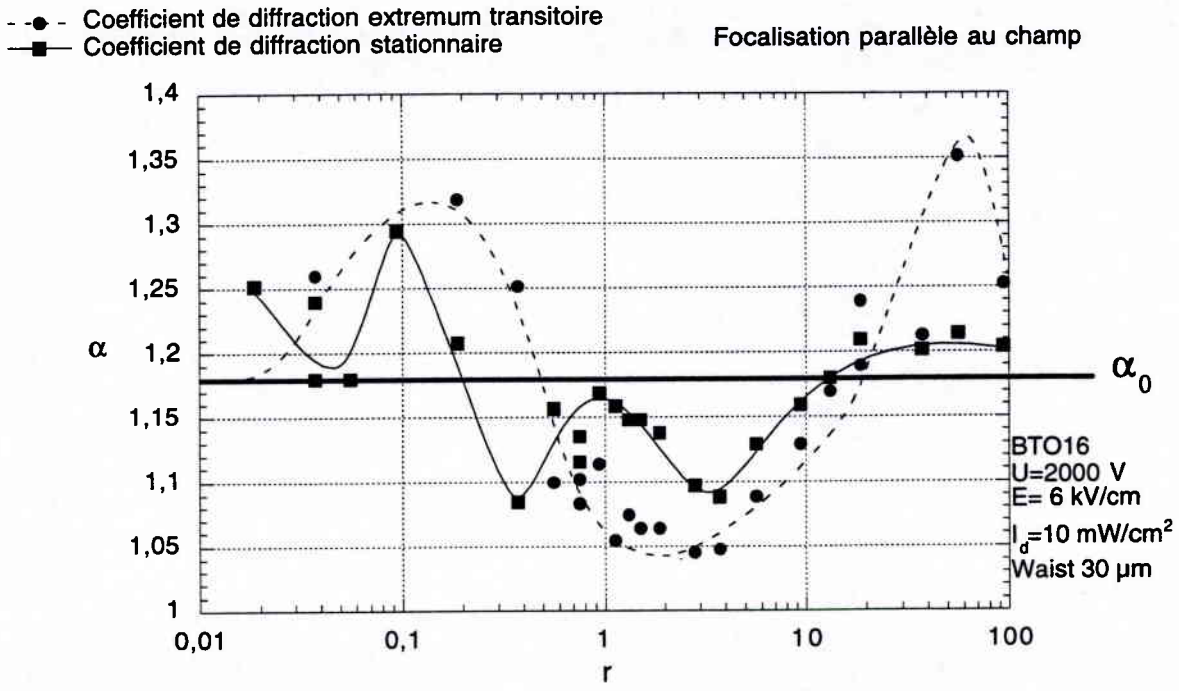


Figure 30 :coefficient de diffraction pour BTO16, 2500V, Id=10 mW/cm²

(a)



(b)

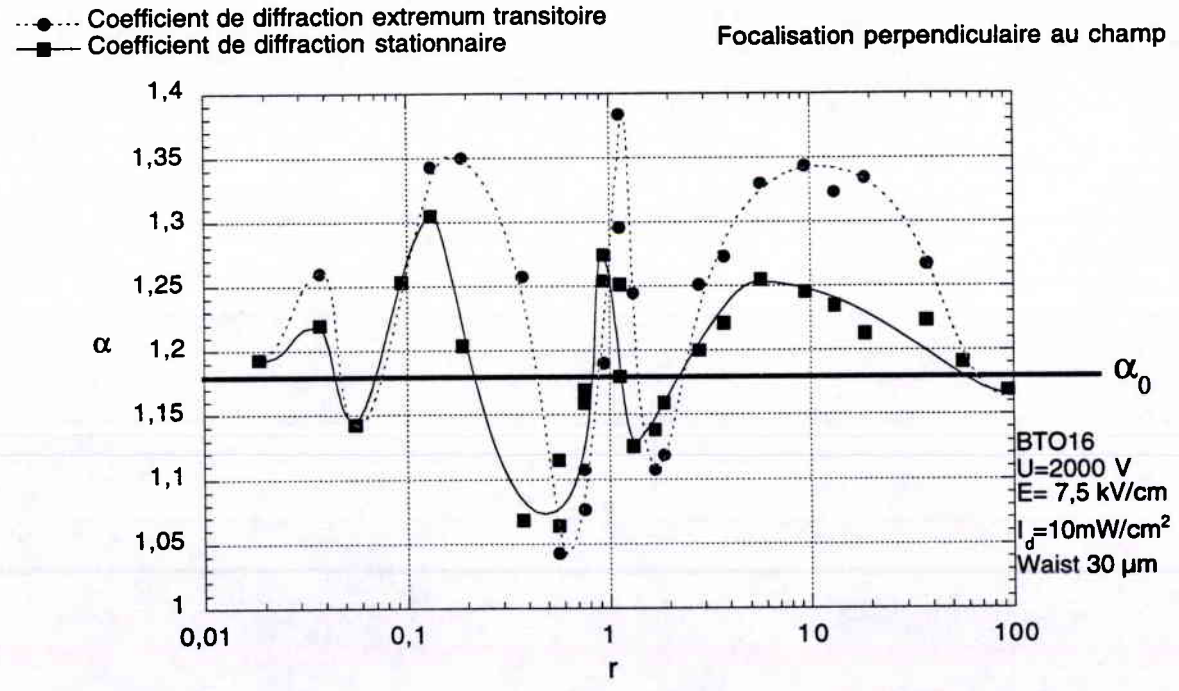
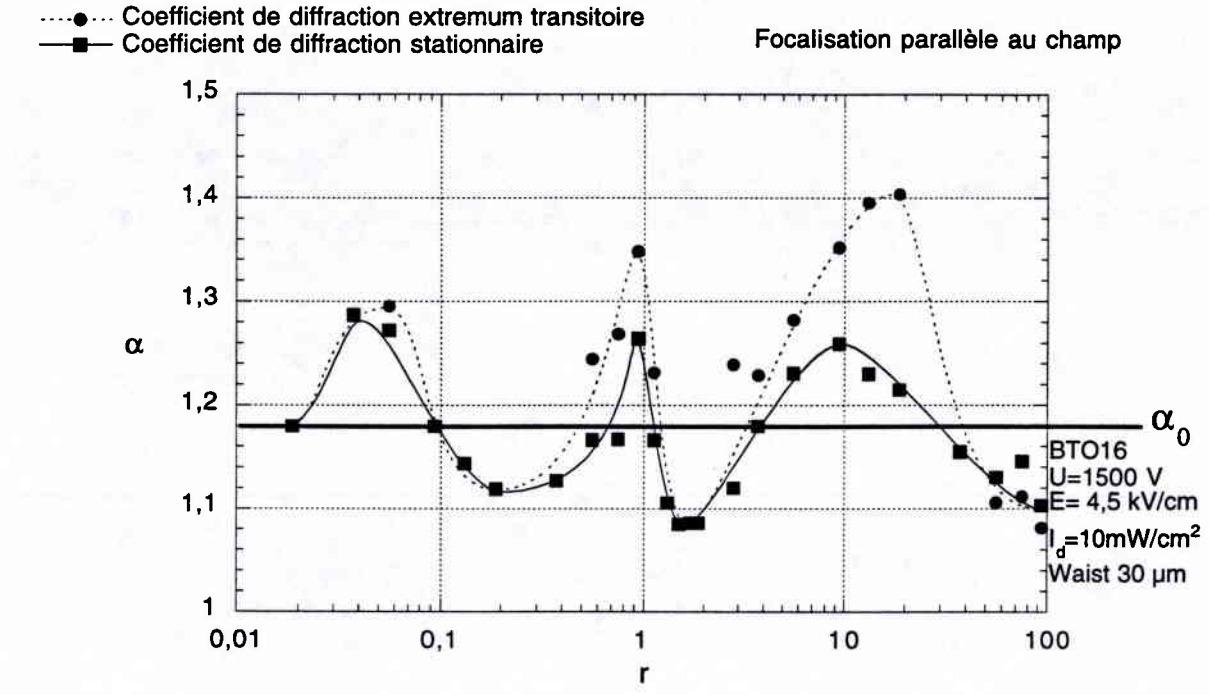


Figure 31 :coefficient de diffraction pour BTO16, 2000V, Id=10 mW/cm²

(a)



(b)

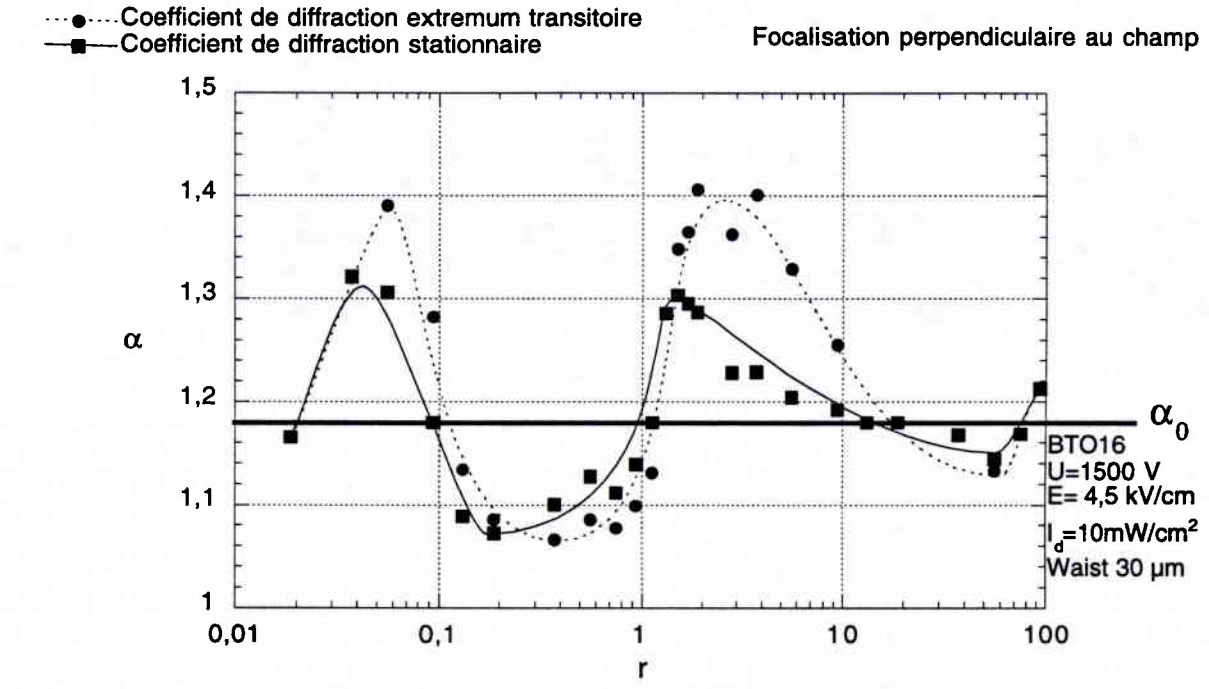


Figure 32 :coefficient de diffraction pour BTO16, 1500V, Id=10 mW/cm²

5.3.3.4.Etude de l'auto-focalisation en fonction de E et pour différents r et waists.

5.3.3.4.(a).Nouvelles conditions de mesure

Les fortes oscillations observées lors de l'analyse des résultats en fonction du rapport d'intensités *r* semblent caractéristiques d'une forte variation des conditions de propagation en fonction de *r*. Comme nous l'avons suggéré précédemment (Fig.10), c'est l'oscillation du diamètre du faisceau à l'intérieur du cristal qui induit les variations observées sur le diamètre de sortie. Si nous cherchons à mesurer le diamètre du faisceau en sortie du cristal, c'est pour tenter de caractériser le « pouvoir auto-focalisant » du matériau. Ce phénomène oscillatoire fait apparaître ce pouvoir auto-focalisant à travers son image par une fonction oscillatoire. Nous n'avons aucune certitude quant à la nature de ces oscillations : par conséquent, elles rendent toute interprétation précise des observations impossible.

La campagne de mesures qui suit, sur laquelle notre interprétation expérimentale est fondée, est née d'une conjecture et d'une suggestion de la littérature [62] : les conditions de propagation sont moins sensibles à des variations du champ électrique qu'à des variations de *r*. C'est d'autant plus vrai que la plage de variation utile du champ électrique est d'à peine plus d'une décade (100 à 2500 V appliqué), alors que la plage de variation de *r* peut dépasser 3 décades (0.1 à 100).

Nous avons donc effectué des acquisitions du comportement temporel des coefficients de diffraction α parallèle et orthogonal au champ pour l'ensemble des paramètres suivants :

- Waist d'entrée de 12 µm (α_0=4)
  - *r* variant de 0,5 à 200 avec 2 valeurs par décade
  - Une tension appliquée de 100 à 2500 V par pas de 100

    soit un champ de 0,3 à 7,5 kV/cm par pas de 300 V/cm
- Waist d'entrée de 20 µm (α_0=1.61)
  - *r* variant de 0,3 à 100 avec 3 valeurs par décade
  - Une tension appliquée de 100 à 2500 V par pas de 100

    soit un champ de 0,3 à 7,5 kV/cm par pas de 300 V/cm

Cette série de 650 mesures est effectuée à intensité de fond constante. L'intensité de fond choisie est celle qui permet la plus grande amplitude de variation pour *r* compte tenu de nos limitations expérimentales[86] la valeur *r* =1 étant

---

[86] Les deux principales limitations sont la puissance de la diode laser fournissant l'éclairement de fond et la sensibilité de la détection. Ces deux facteurs définissent la borne inférieure de la plage de variation. Il n'y a théoriquement pas de borne supérieure, si ce n'est la puissance du laser utilisé. Celle-ci est cependant largement au-dessus des valeurs qui nous intéressent (aux alentours de *r*=1000). En effet, pour ces valeurs élevées, les phénomènes transitoires sont trop rapides pour que notre détecteur, de bande passante 100 Hz, puisse les mesurer avec précision.

approximativement au milieu de la plage de variation. Le modèle développé au chapitre 3 prévoit que seul le rapport *r* influe sur la propagation du faisceau laser.

Toutefois, à des fins de vérifications, nous avons effectué quelques (150) mesures pour une intensité de fond de 2 mW/cm^2, du coefficient de diffraction horizontal, pour les valeurs suivantes :

- *r* valant 3, 10 et 50
- Une tension appliquée de 100 à 2500 V par pas de 100

soit un champ de 0,3 à 7,5 kV/cm par pas de 300 V/cm

C'est cette dernière campagne de mesures qui sera utilisée dans le chapitre suivant à des fins d'analyse expérimentale du phénomène d'auto-focalisation. Nous nous proposons, dans cette section, d'en donner quelques échantillons aussi représentatifs que possible.

5.3.3.4.(b).Résultats des mesures

Nous présenterons dans cette section quelques échantillons des résultats des mesures effectuées avec un waist d'entrée de 20 µm. Les résultats obtenus avec un waist de 12 µm sont qualitativement semblables. Ils présentent toutefois une différence fondamentale. Le coefficient de diffraction au repos α_0 est très élevé (4) pour un waist de 12 µm. Par conséquent, la convergence spatiale vers l'état soliton (α=1) nécessite une grande longueur de propagation. Nous n'avons pas réussi à obtenir l'état soliton dans BTO16 pour un waist d'entrée de 12 µm. Le coefficient de diffraction minimum que nous ayons obtenu est de 2,5 en état stationnaire et de 2 pendant le transitoire temporel.

Les figures 33 à 35 représentent l'évolution temporelle du diamètre du faisceau parallèle au champ électrique en sortie du cristal, pour des valeurs de *r* de 0,3, 3 et 30, et pour des valeurs du champ électrique de (a) 300 V/cm, (b) 1,5 kV/cm, (c) 3 kV/cm et (d) 7,5 kV/cm (soit une tension appliquée de 100, 500, 1000 et 2500 V). Les figures 36 à 38 représentent l'évolution du diamètre du faisceau perpendiculaire au champ électrique dans les mêmes conditions.

Les figures correspondant à un faible *r*, soit les figures 33 et 36 présentent un fort taux de modulation parasite. Ceci est dû au fait que l'obtention d'un faible rapport d'intensité *r* nécessite l'emploi d'un faisceau laser utile de quelques nW de puissance totale. Le rapport d'intensité effectué afin de minimiser l'influence du laser n'est plus efficace car la présence d'une intensité lumineuse constante ambiante vient ajouter à la mesure une composante oscillante à la fréquence du laser (voir section 4.2.5.4).

Par ailleurs, les figures correspondant à un faible champ électrique appliqué (La partie (a) des figures de 33 à 38) présentent également un fort taux de modulation parasite : ceci est du à la faiblesse de l'effet mesuré. L'échelle des tracés étant optimisée automatiquement, le bruit, dont la valeur est constante dans l'absolu, apparaît plus important vis-à-vis des variations du diamètre de sortie du faisceau.

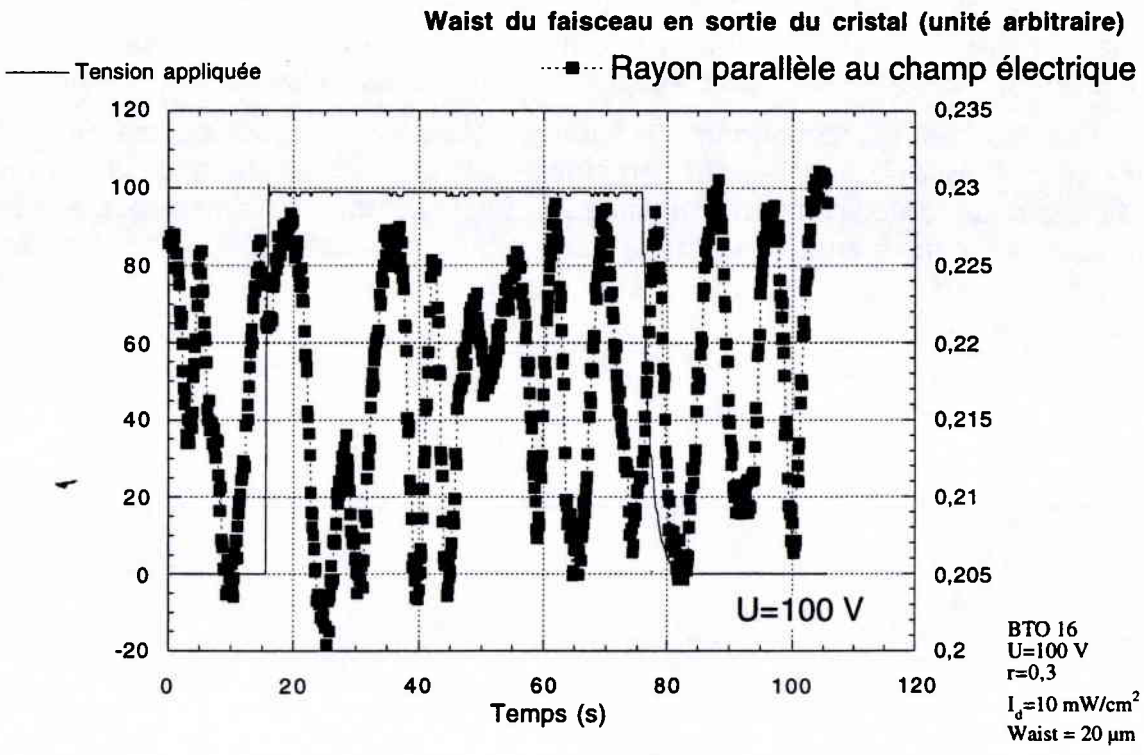
Les figures correspondant à l'auto-focalisation parallèle au champ électrique (33 à 35) correspondent qualitativement à la théorie du chapitre 3. Pour les valeurs

faibles de r (figure 33), aucune sur-focalisation transitoire n'est observée. En revanche, plus r est élevé, plus la sur-focalisation est importante vis-à-vis de l'état stationnaire. Par ailleurs, nous pouvons observer que pour les rapports r élevés figure 35), l'auto-focalisation stationnaire tend à disparaître.

Les figures correspondant à l'auto-focalisation perpendiculaire au champ électrique sont qualitativement semblables, mis à part la présence très marquée d'un pic de défocalisation transitoire[87]. Le phénomène d'auto-focalisation est toutefois moins marqué : la forme du faisceau en sortie du cristal semble être essentiellement une ellipse dont le grand axe est voisin de l'orthogonale au champ électrique.

[87] Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous n'avons pas d'explication précise pour ce pic dont le temps de formation et le temps de vie sont très courts. Nous ne chercherons pas dans ce manuscrit à analyser ce phénomène, essentiellement par manque de moyens expérimentaux (bande passante de 100Hz des appareils de mesure trop basse).

(a)



(b)

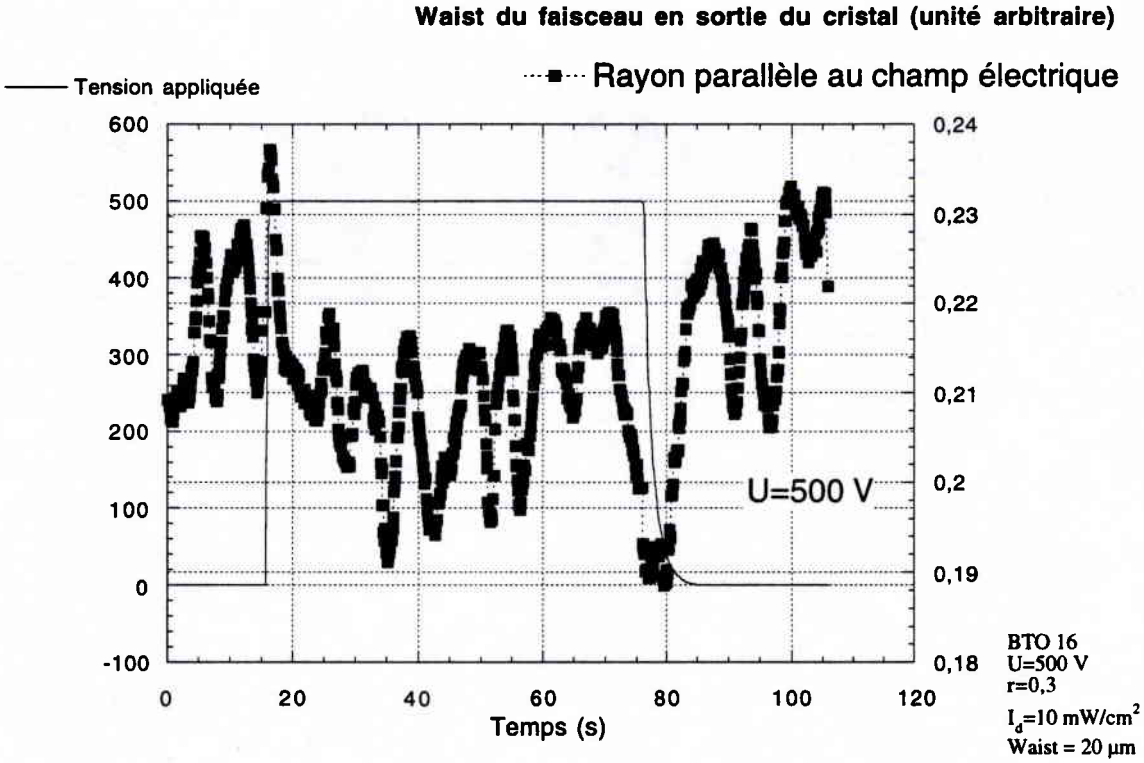
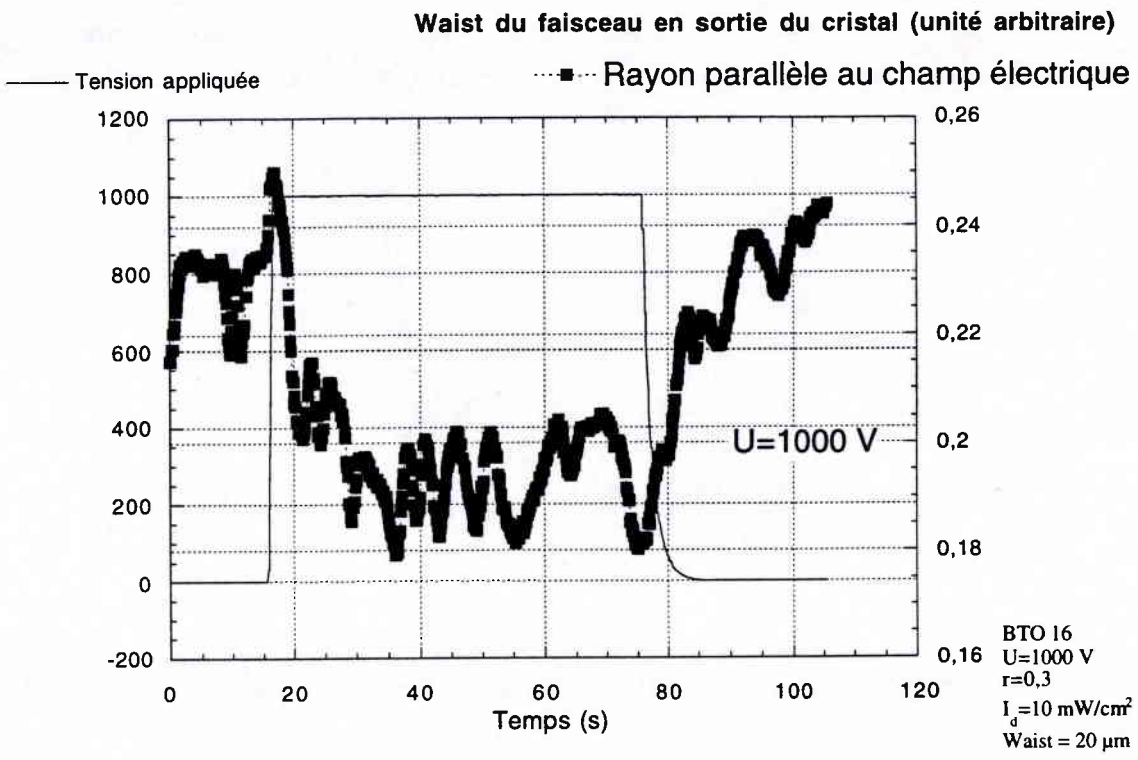


Figure 33 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=0,3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(c)



(d)

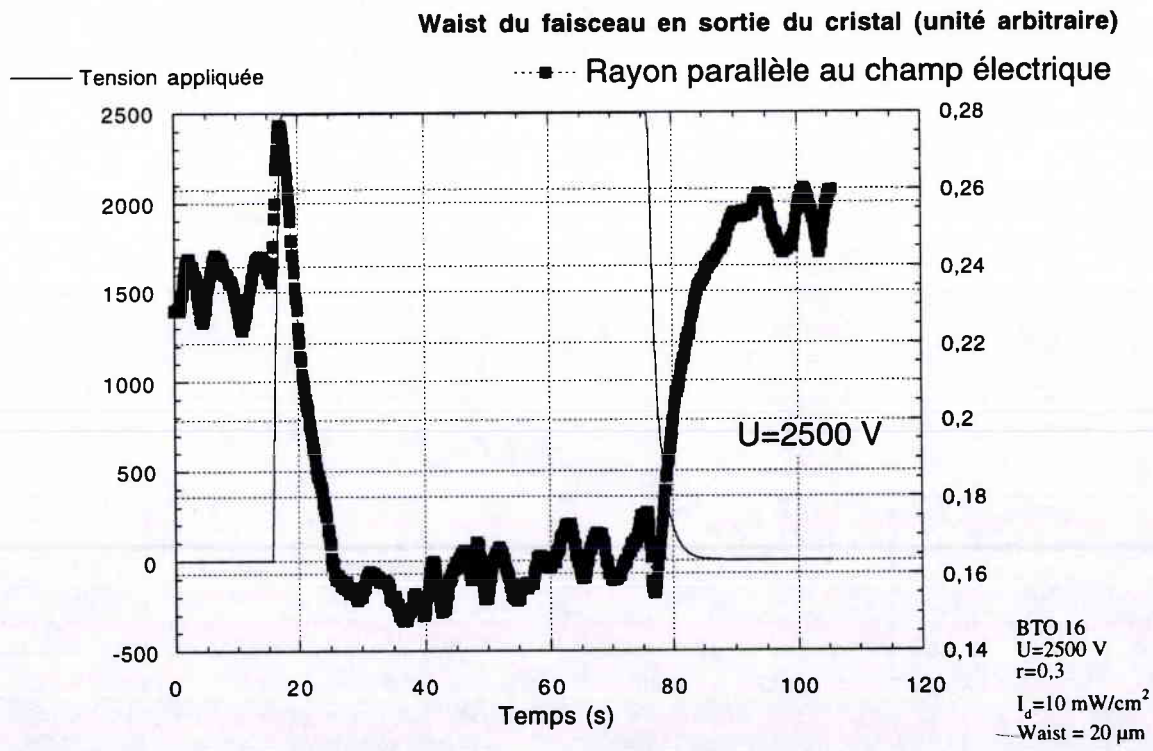
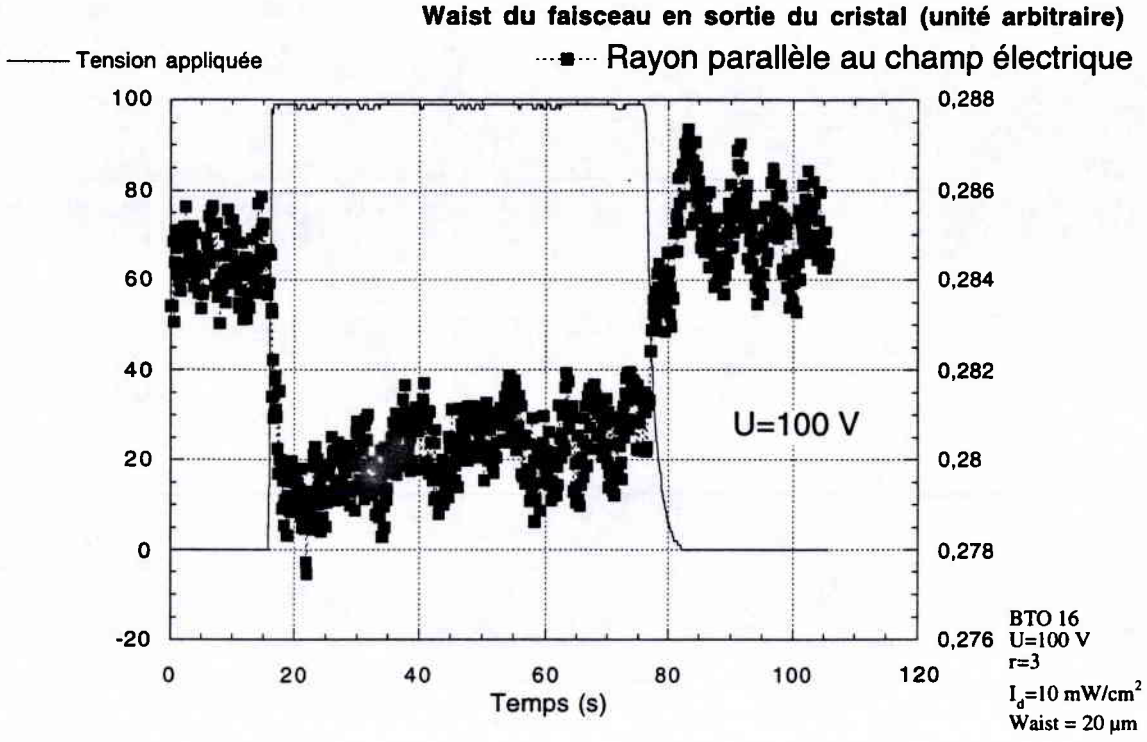


Figure 33 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=0,3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(a)



(b)

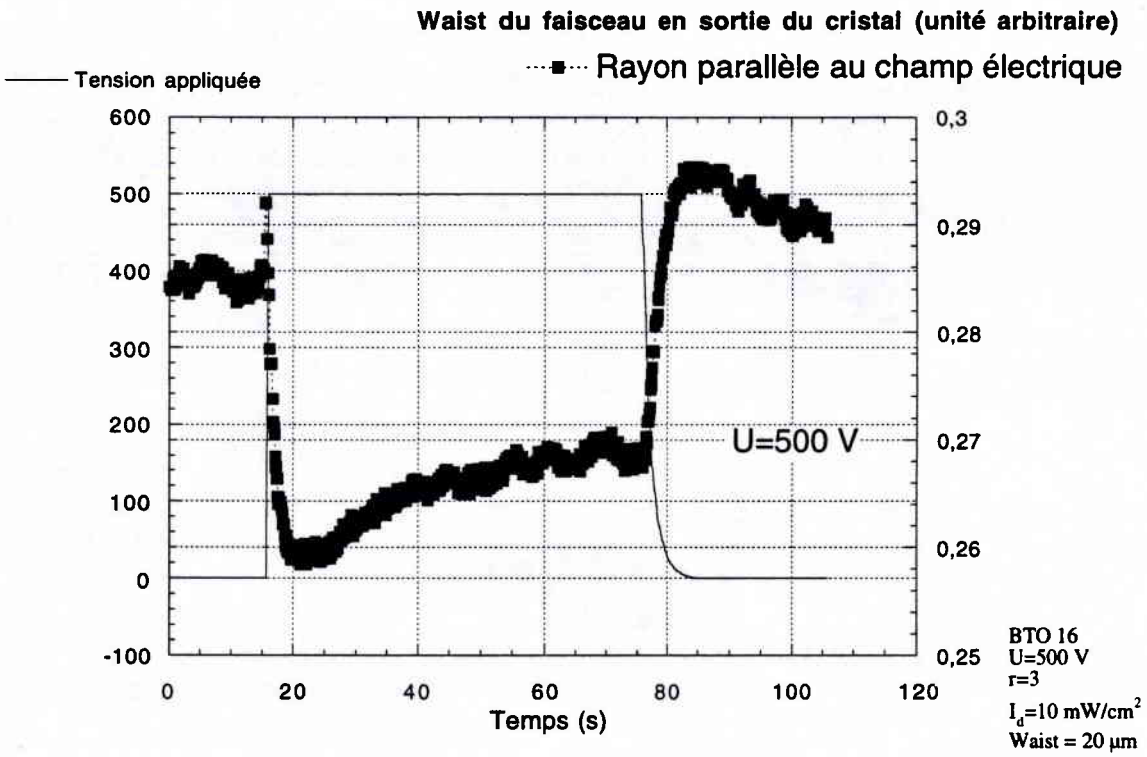
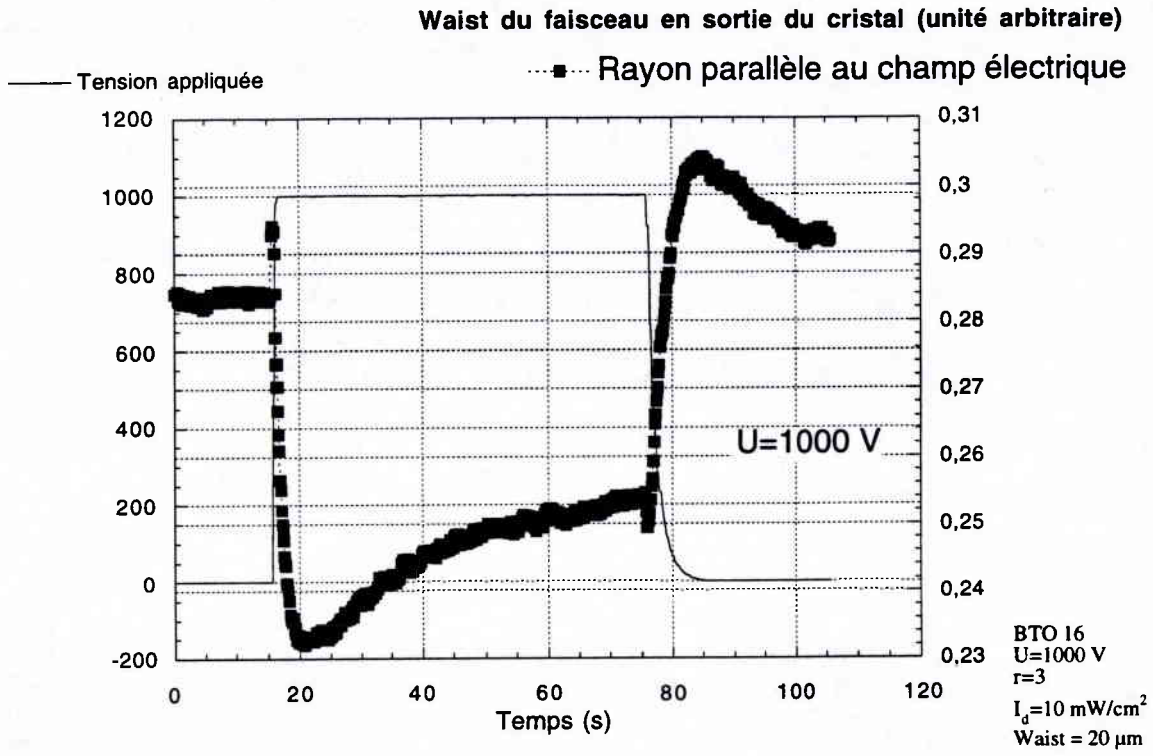


Figure 34 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(c)



(d)

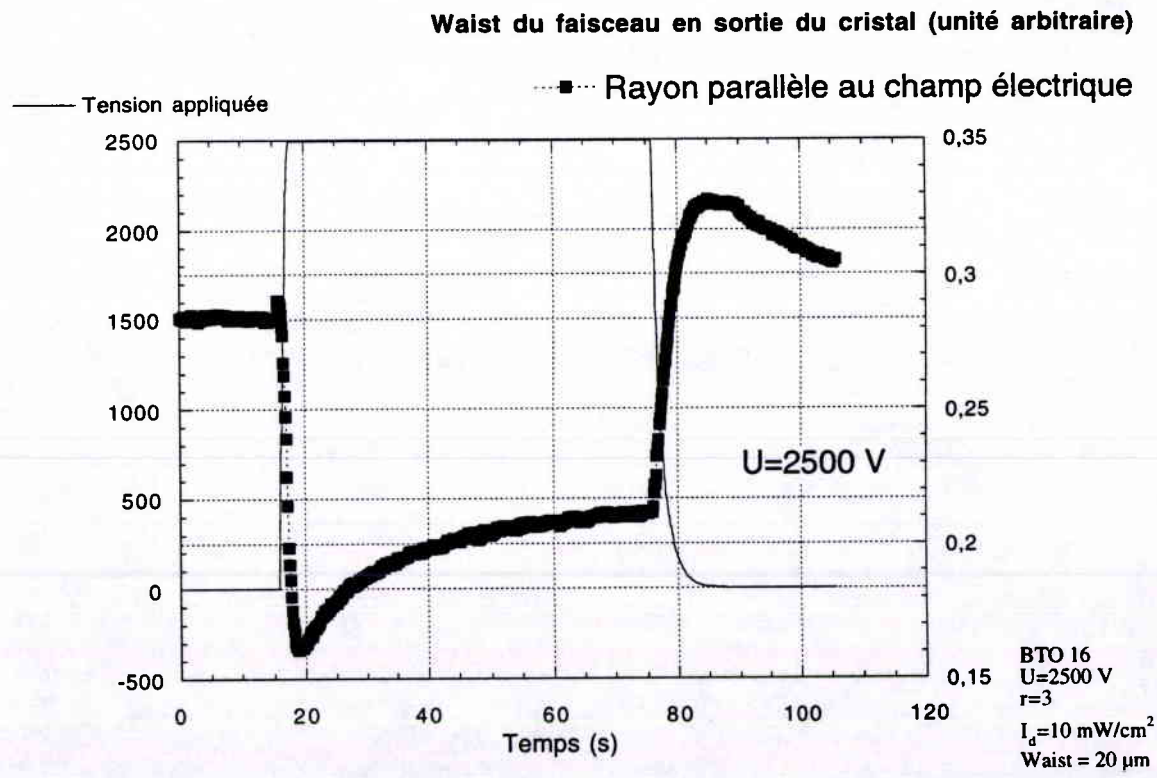
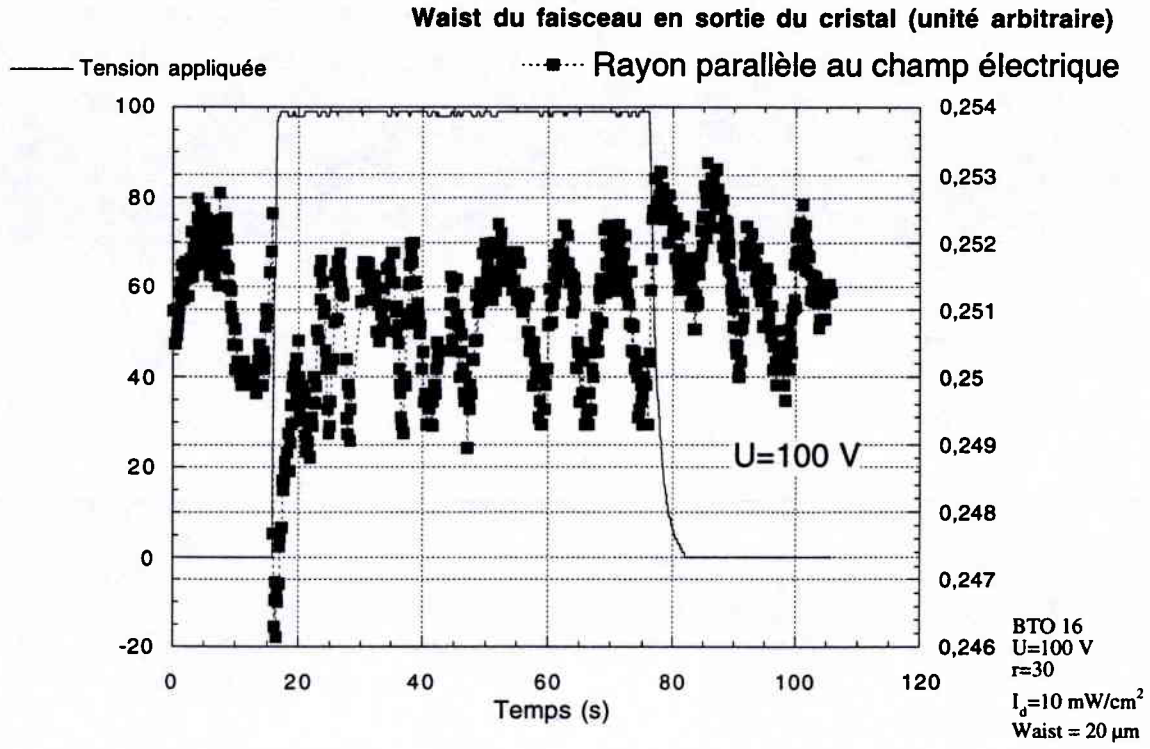


Figure 34 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(a)



(b)

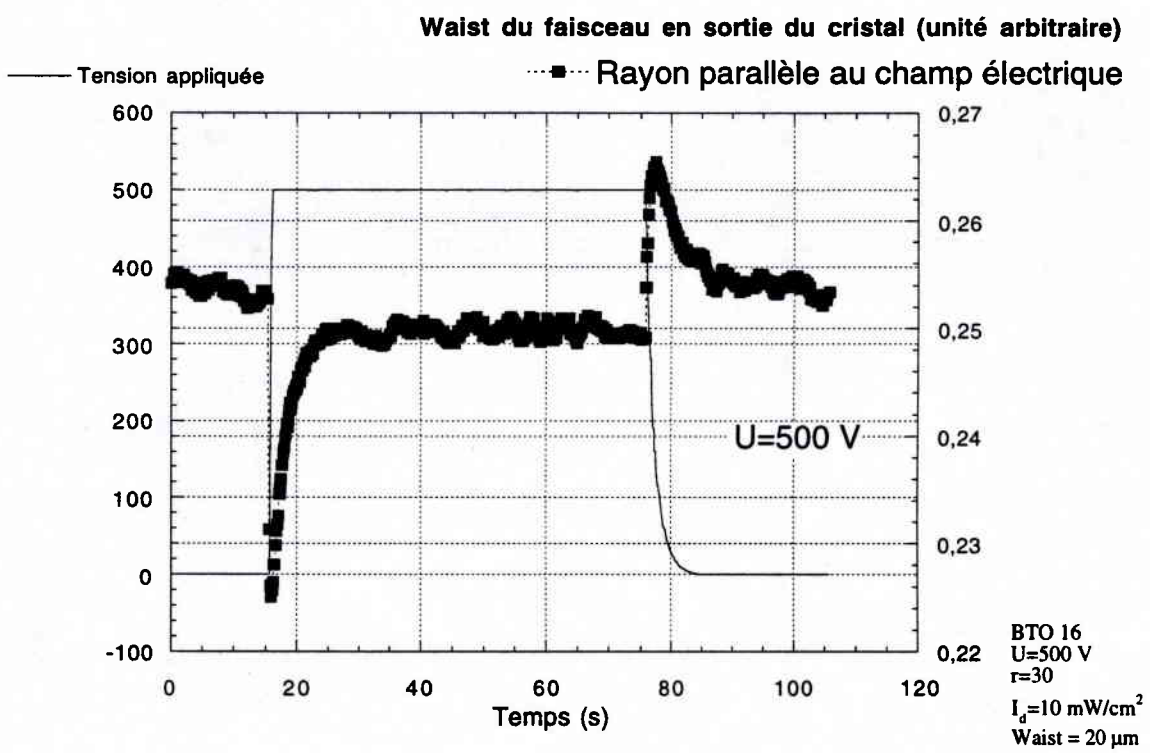
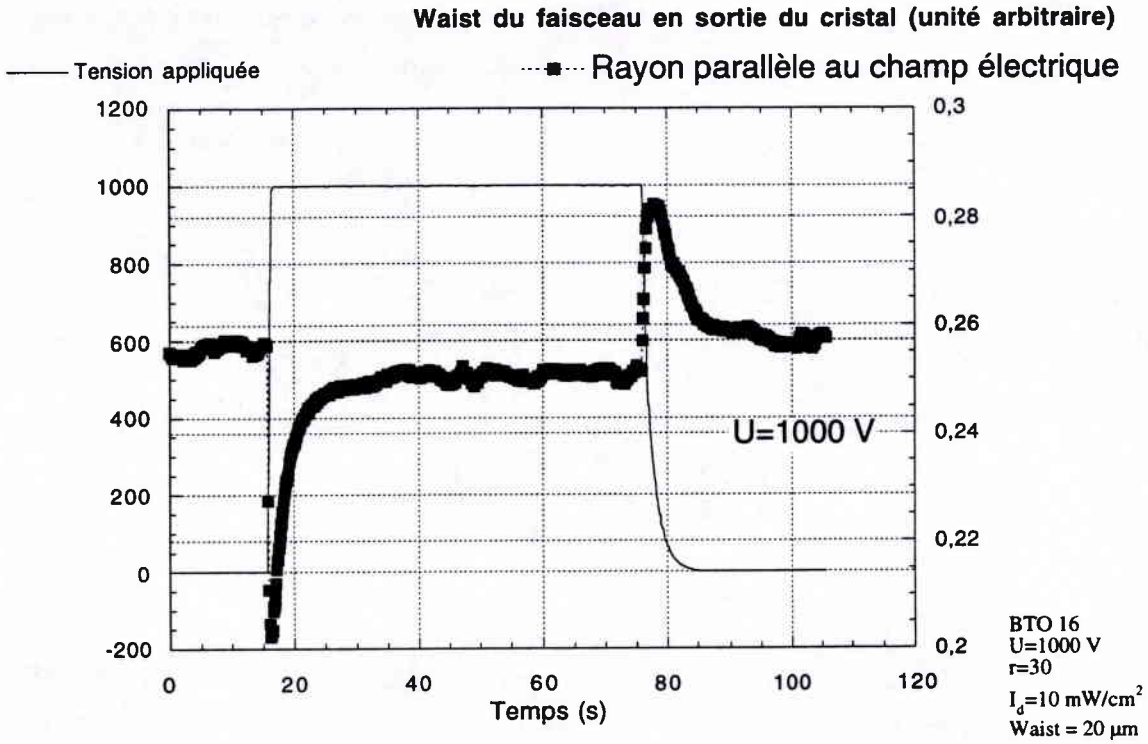


Figure 35 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=30 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(c)



(d)

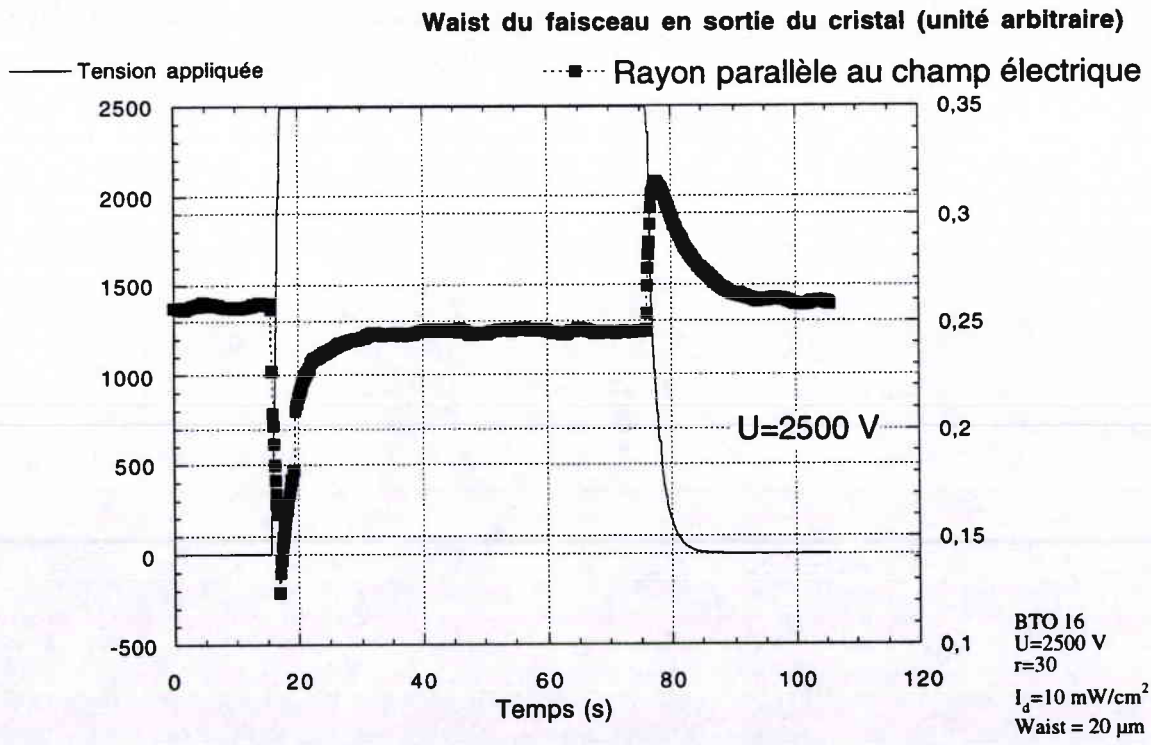
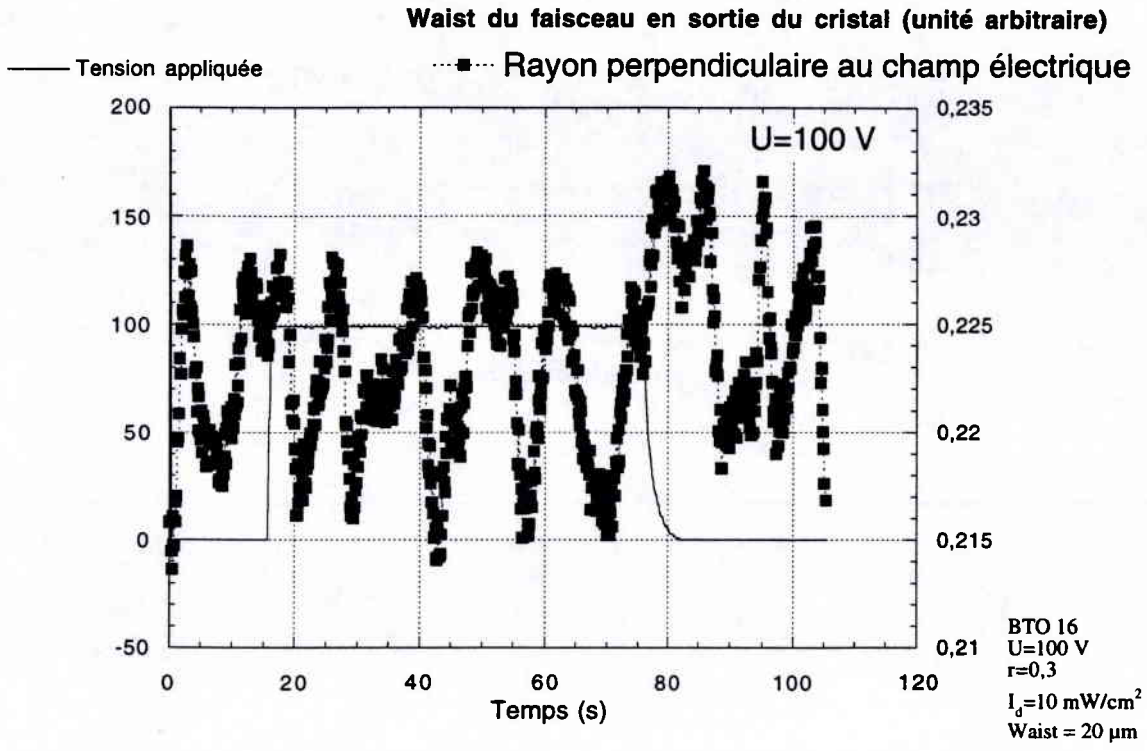


Figure 35 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=30 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(a)



(b)

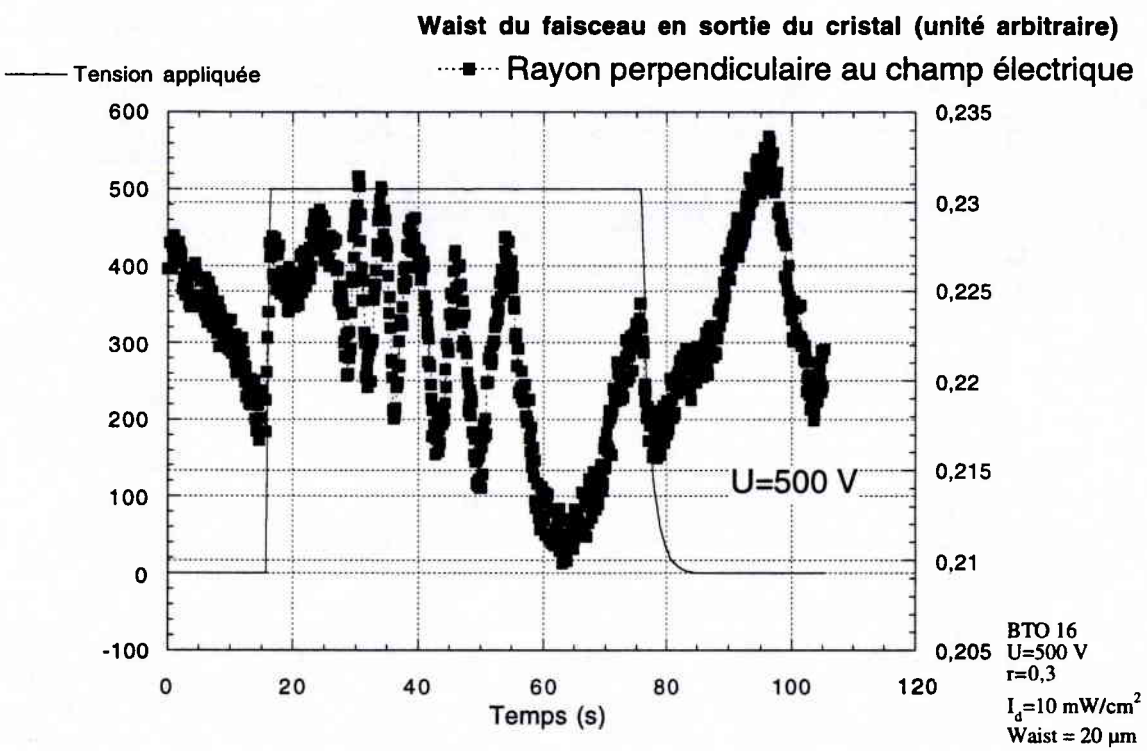
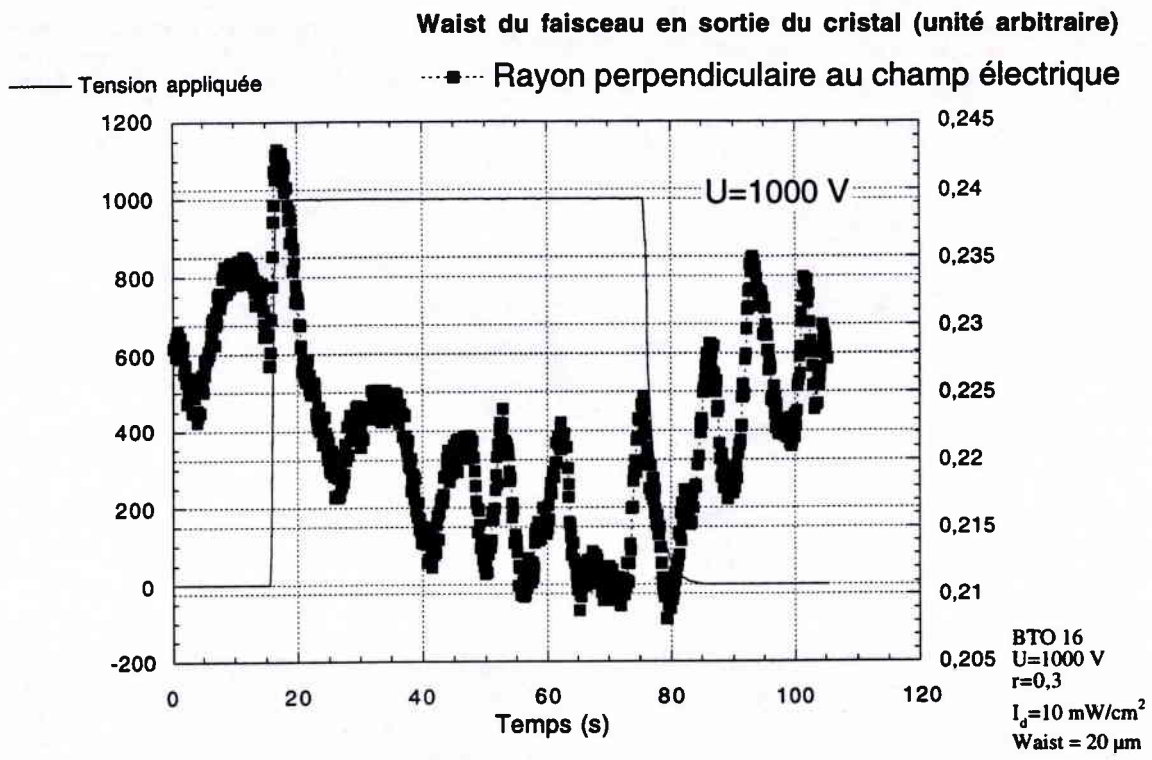


Figure 36 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=0,3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(c)



(d)

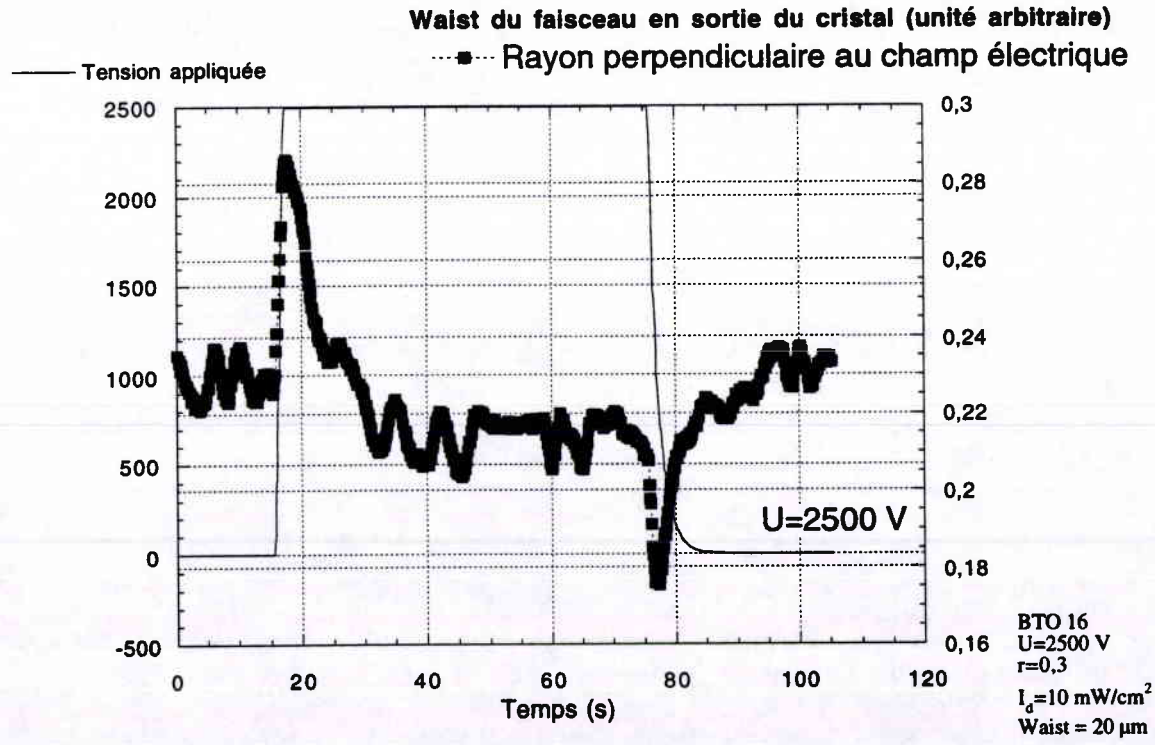
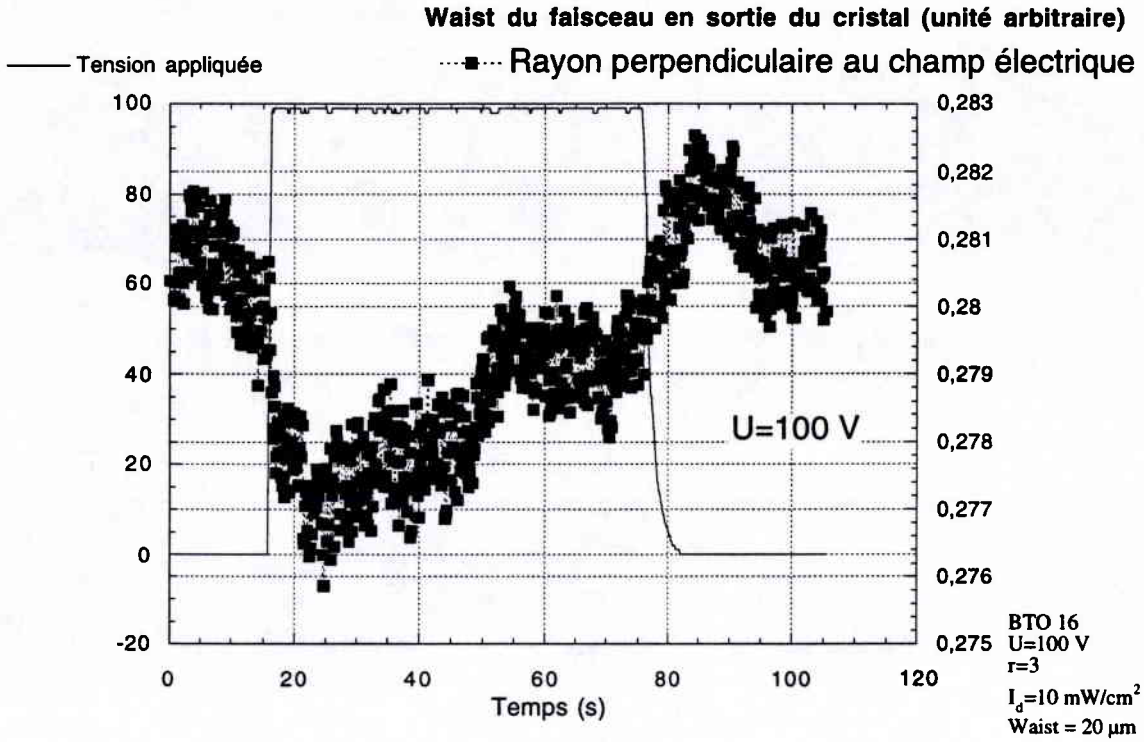


Figure 36 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=0,3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(a)



(b)

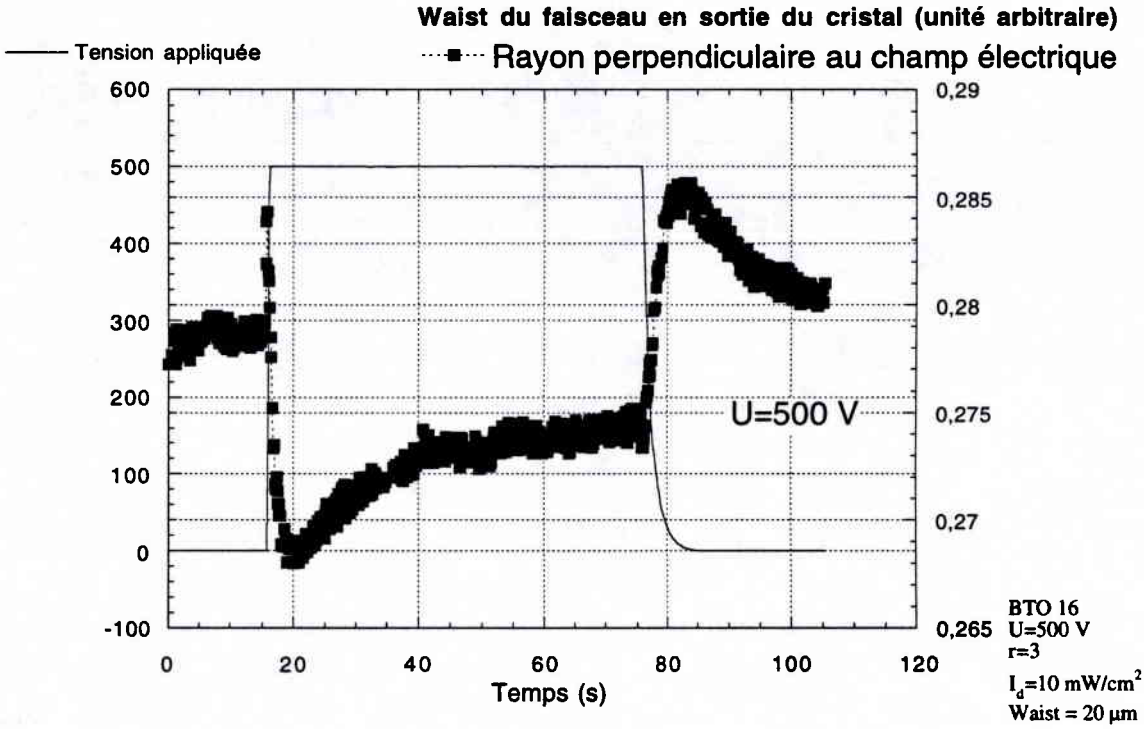
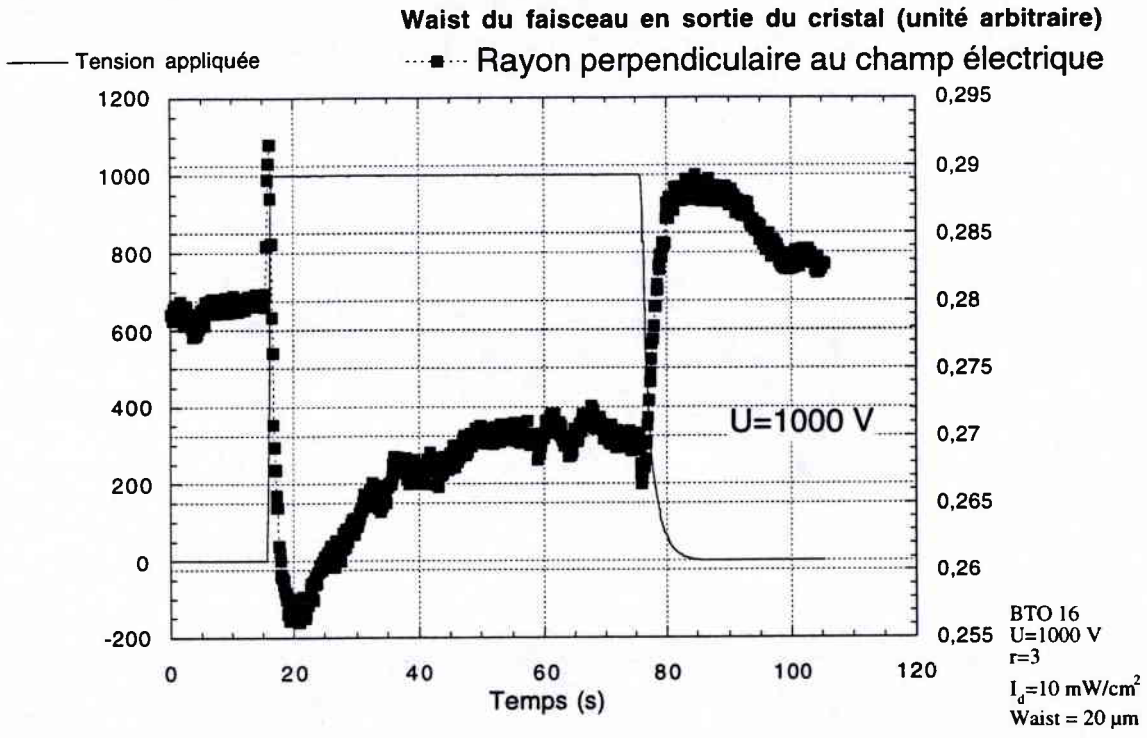


Figure 37 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(c)



(d)

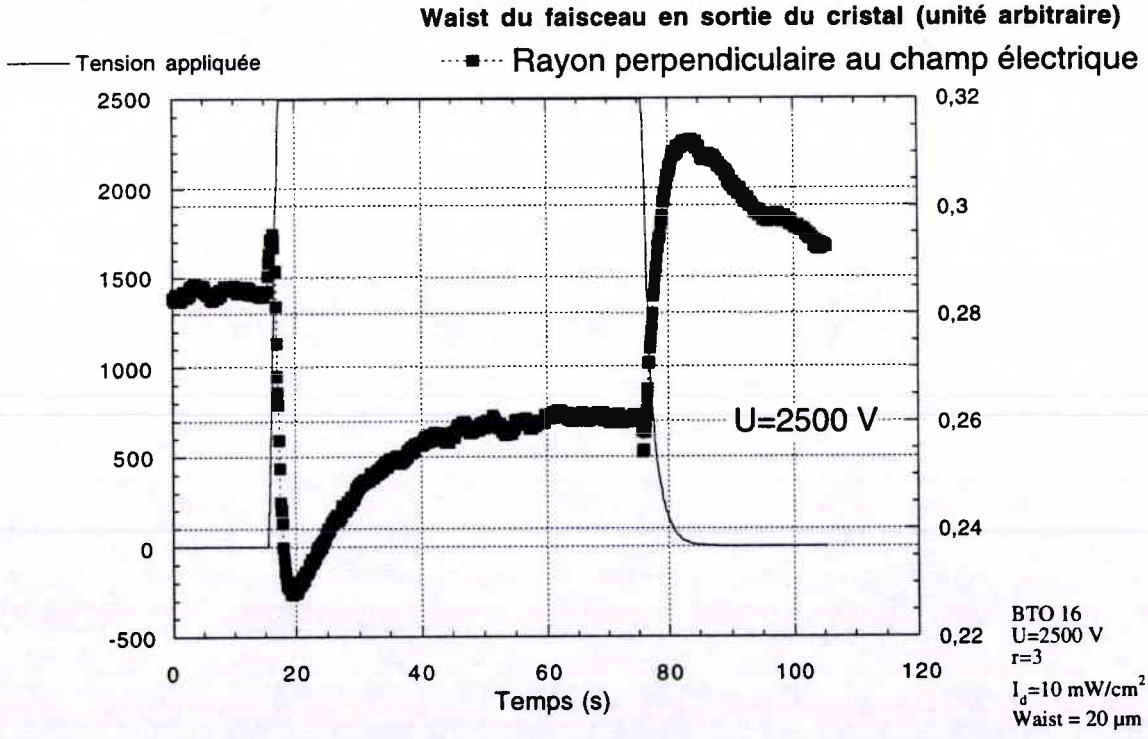
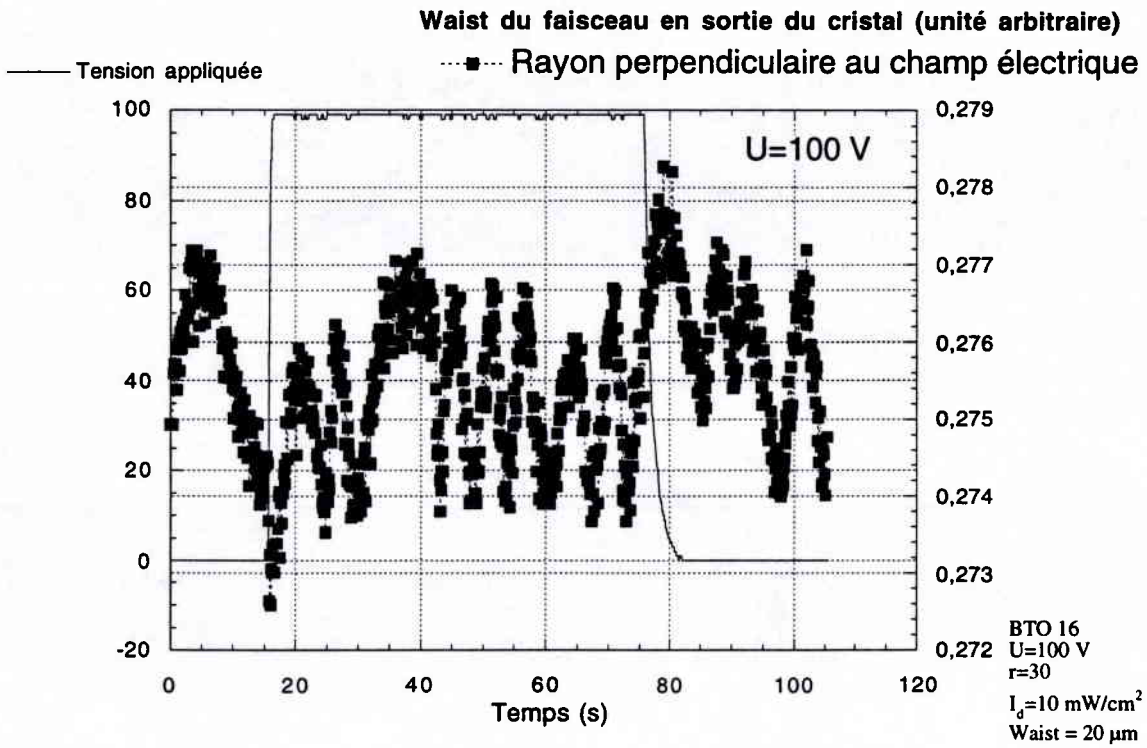


Figure 37 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

(a)



(b)

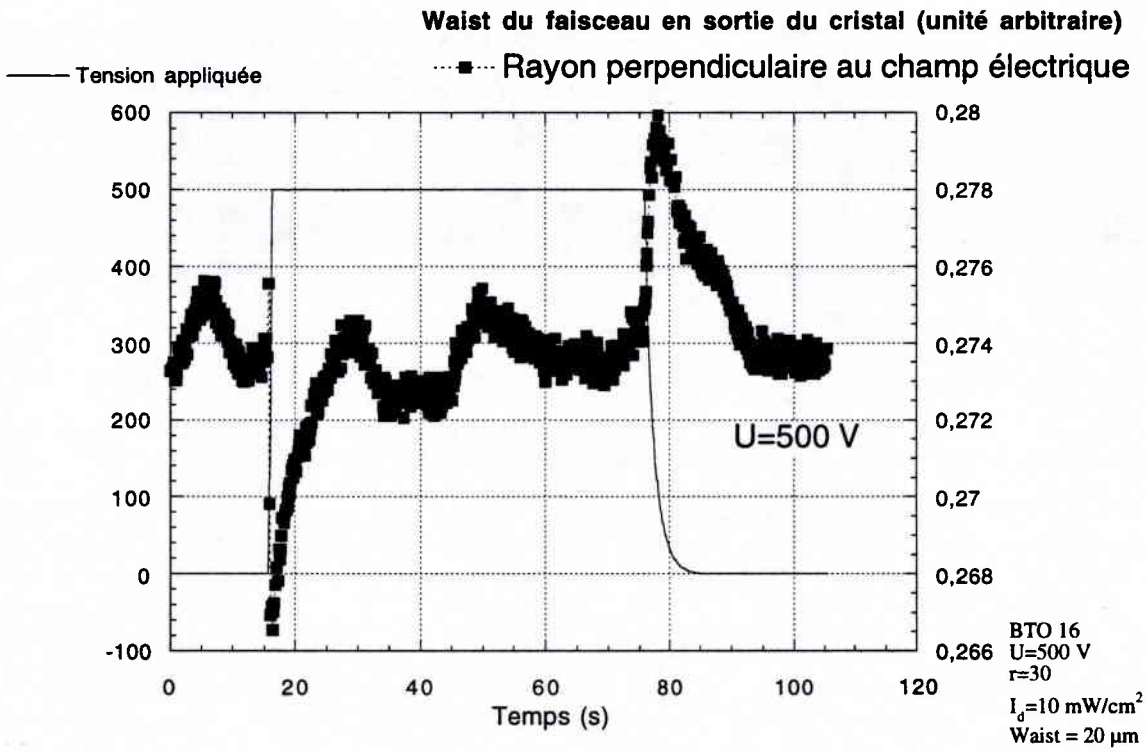
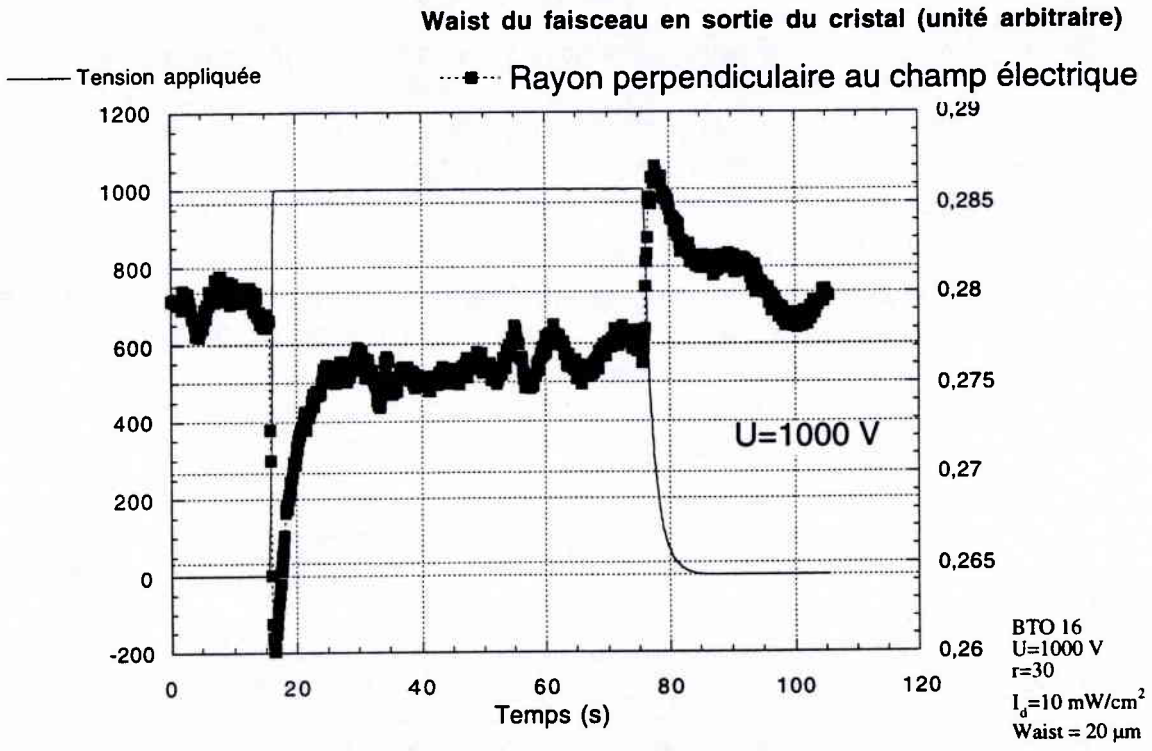


Figure 38 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=30 *et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.*

(c)



(d)

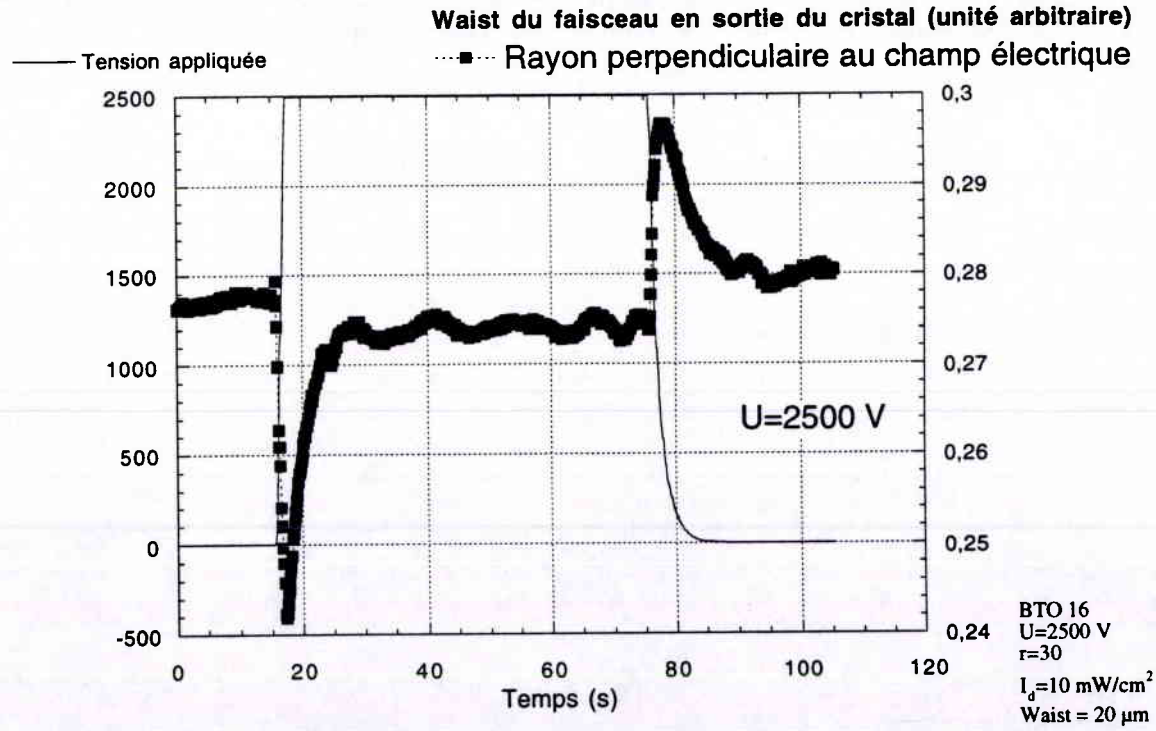


Figure 38 (suite) :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=30 et une tension appliquée de (a)100, (b)500, (c)1000 et (d)2500 V.

5.3.3.4.(c).Une première analyse

De la même façon que précédemment (section c), nous pouvons effectuer une analyse en fonction du champ électrique *E* des deux valeurs particulières du coefficient de diffraction que sont sa valeur stationnaire et son minimum transitoire, à partir des mesures représentées sur les figures 33 à 38. Les figures 39 à 41 représentent[88] cette analyse pour l'auto-focalisation parallèle (parties (a)) et perpendiculaire (parties (b)) au champ électrique.

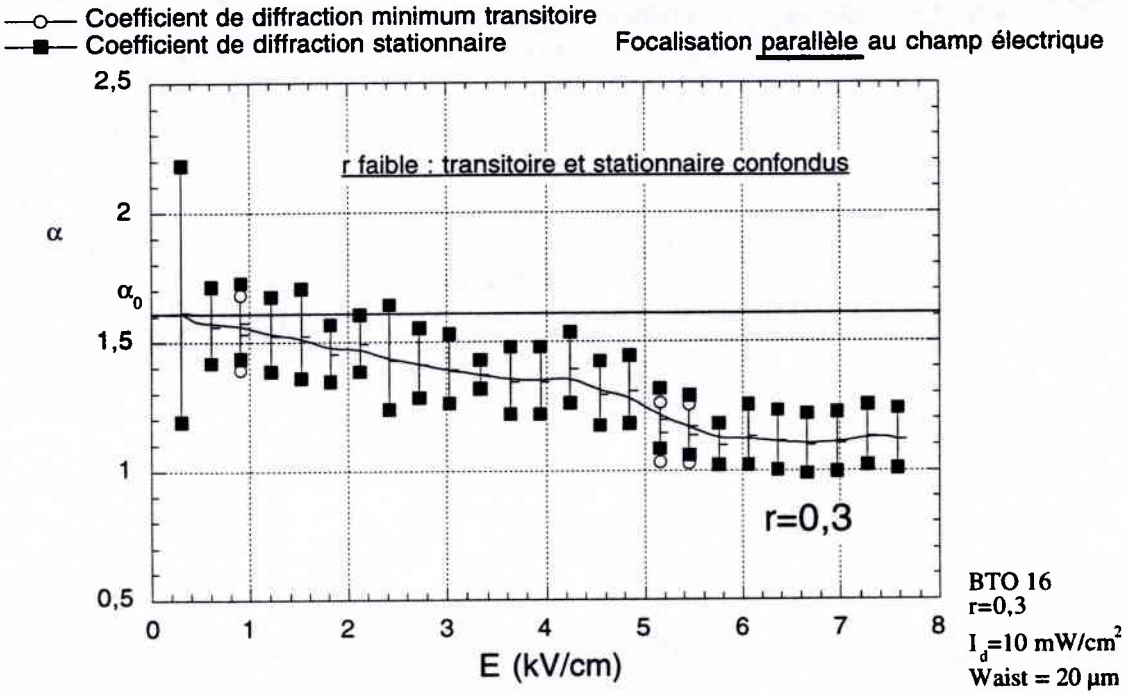
Conformément au modèle du chapitre 3 et plus particulièrement à la figure 8, pour les faibles valeurs de *r* (figure 39), il n'y a pas de minimum transitoire atteint : nous dirons que le minimum et le stationnaire sont confondus. Quand *r* augmente (figures 40 et 41), nous pouvons constater l'apparition d'un minimum local très marqué, alors que l'auto-focalisation stationnaire tend à disparaître pour *r* fort (figure 42).

Les mesures utilisées pour effectuer l'analyse représentée par les figures 39 à 41 correspondent à un waist d'entrée de 20 µm. Nous avons également effectué cette analyse pour la série de mesures à un waist d'entrée de 12 µm. Les résultats sont qualitativement semblables, mis à part le fait déjà mentionné section b que nous n'obtenons pas l'état soliton (α=1).

Par ailleurs, nous pouvons remarquer que le modèle théorique que nous avons développé au chapitre 3 permet de prévoir le diamètre du soliton qu'il est possible d'atteindre dans nos conditions expérimentale. Le chapitre suivant propose une analyse détaillée de ces prévisions en regard des résultats expérimentaux présentées ici.

[88] La convention utilisée dans les figures 39 à 41 ainsi que dans la suite de ce manuscrit pour représenter les barres d'erreurs n'est pas usuelle. Les deux points extrêmes représentent le minimum et le maximum possible de la mesure, compte tenu de l'erreur. La mesure réelle est figurée par le tiret situé entre les deux points.

(a)



(b)

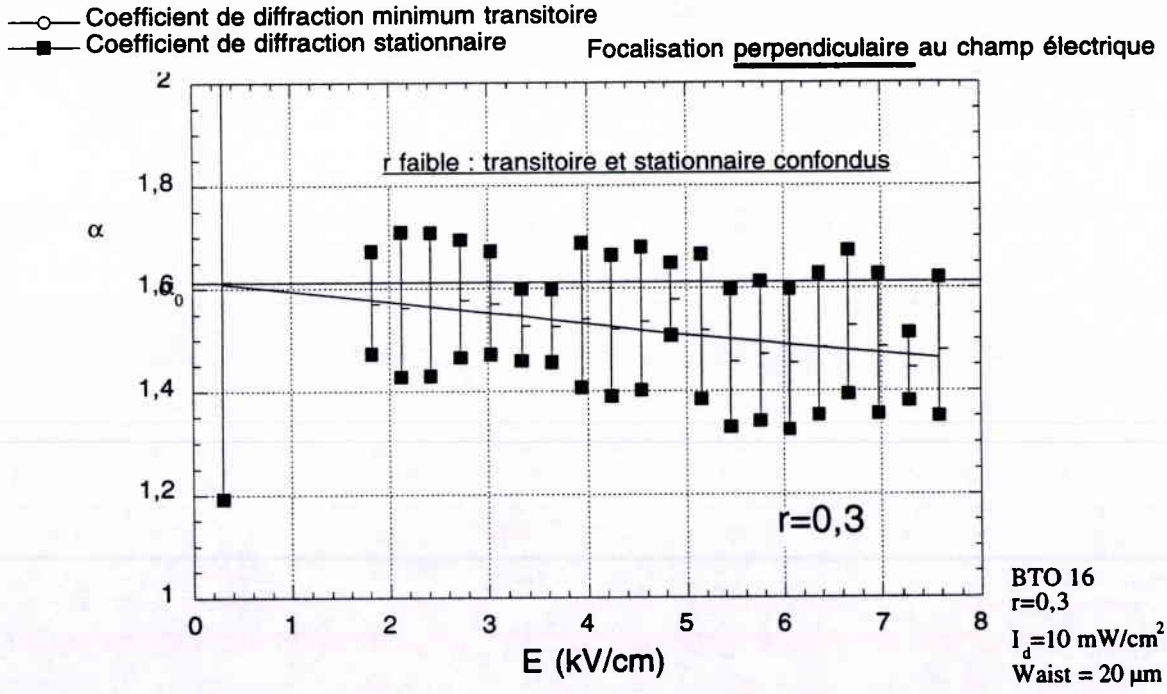
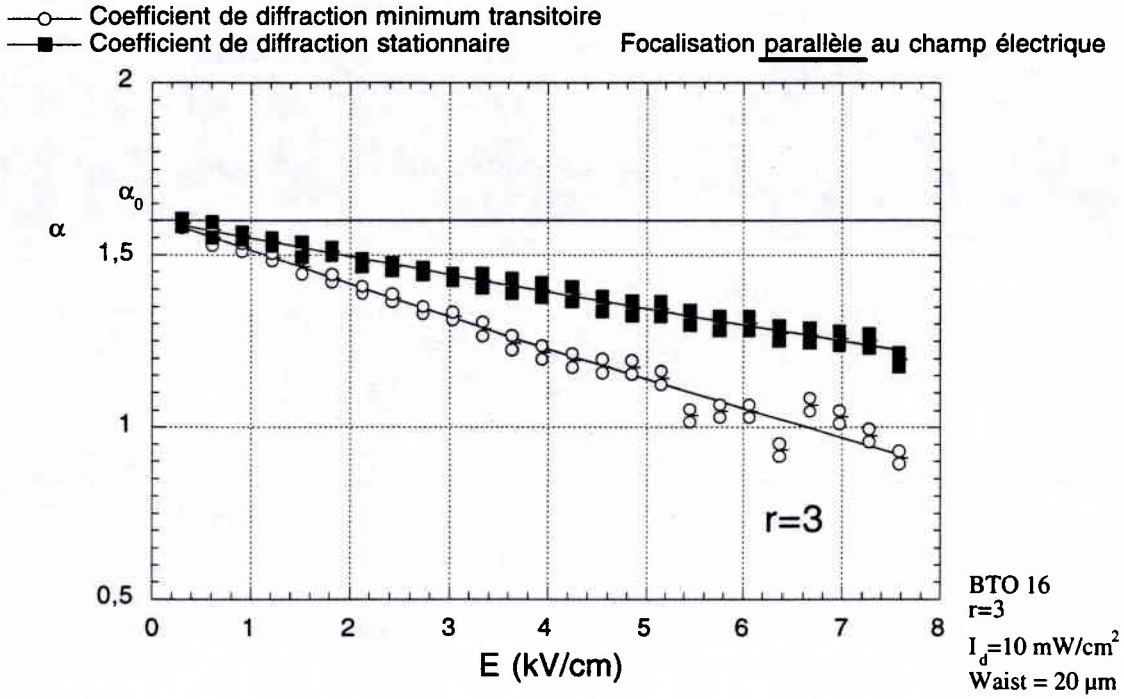


Figure 39 :coefficient de diffraction pour BTO16, r=0,3, Id=10 mW/cm^2, Waist 20 µm

(a)



(b)

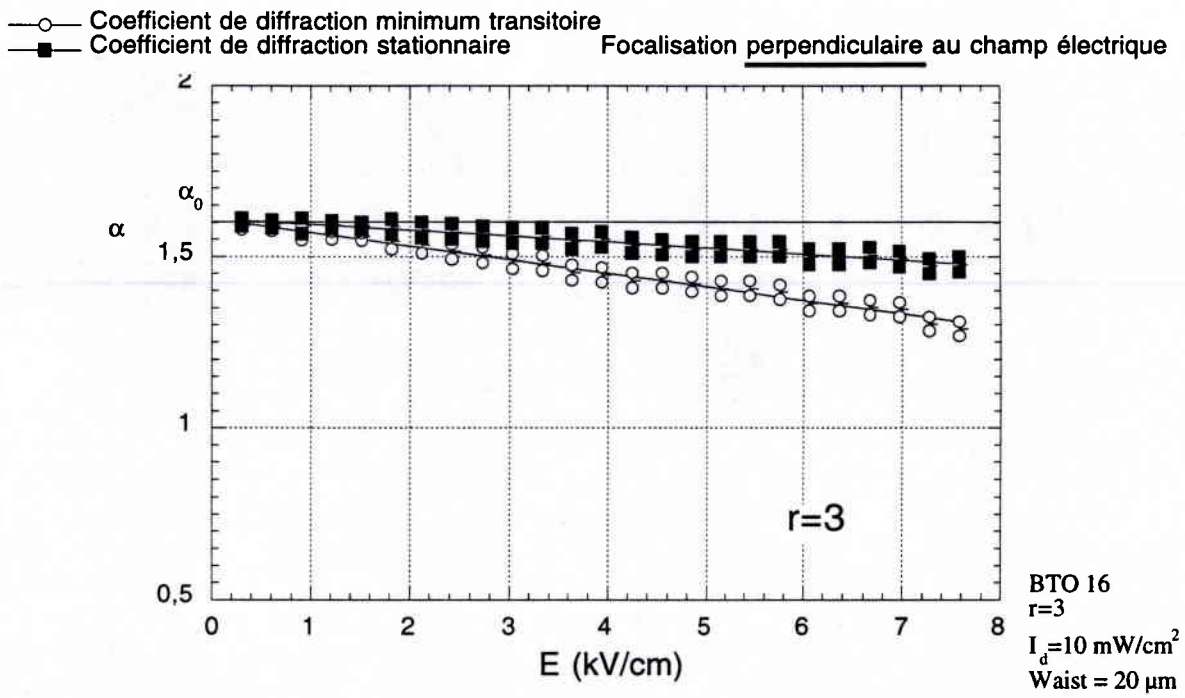
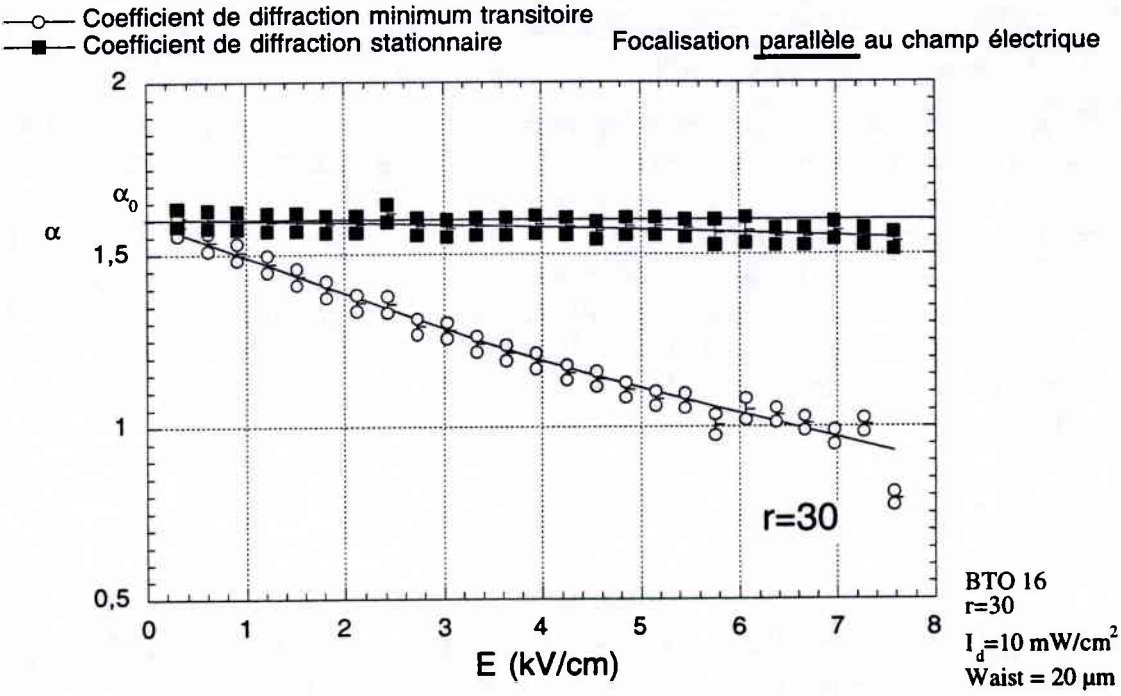


Figure 40 :coefficient de diffraction pour BTO16, r=3, Id=10 mW/cm^2, Waist 20 µm

(a)



(b)

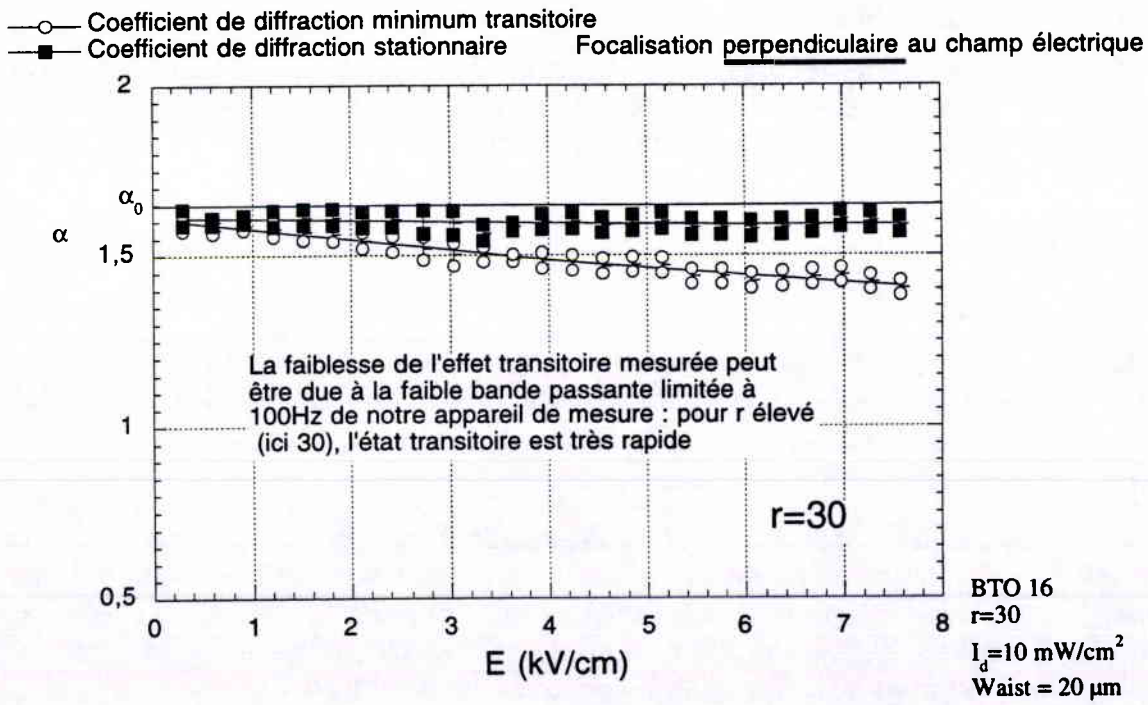


Figure 41 :coefficient de diffraction pour BTO16, r=30, Id=10 mW/cm^2, Waist 20 µm

5.4. Autres cristaux

A titre d'expérimentations préliminaires et exploratoires, nous avons également réalisé certaines études sur SBN et $BaTiO_3$.

Ces études expérimentales n'ont pas pour but de fournir une étude précise du phénomène d'auto-focalisation mais d'en faire une étude sommaire afin de fournir des indications pour de futures études expérimentales sur ces cristaux. Il faut cependant remarquer que la plupart des études expérimentales publiées dans la littérature internationale ont été conduites sur SBN. Notre étude sur SBN, se veut donc être aussi une petite vérification qualitative sur un autre échantillon des résultats avancés par la littérature. En revanche, aucune étude expérimentale de l'auto-focalisation dans $BaTiO_3$ n'a été publiée à ce jour. Par conséquent, notre travail qualitatif est original et pourra servir de point de départ pour de futures études.

5.4.1. Etude de l'auto-focalisation sur SBN

5.4.1.1.Configuration expérimentale

A la différence de BTO, SBN possède un axe de polarisation spontanée selon l'axe **c**. Comme requis par l'analyse théorique du chapitre 3 et afin de ne pas dépolariser le cristal, nous avons appliqué le champ électrique le long de l'axe de polarisation spontanée **c**.

Pour nos expérimentations, le faisceau utile était polarisé parallèlement à l'axe **c**, de manière à tirer partie du coefficient électro-optique r_{33}, et se propageait selon l'axe **a** de grande longueur dans notre échantillon.

5.4.1.2.Etude qualitative

La principale différence entre SBN et BTO relativement à notre étude est la valeur du coefficient électro-optique effectif utilisé. Dans BTO, il est de $2*r_{41}=10^{-9}$ cm/V alors que dans SBN, il vaut $r_{33}=134\ 10^{-9}$ cm/V [63], soit un facteur 100 entre les deux. Par conséquent, si nous considérons le modèle du chapitre 3 et plus particulièrement l'équation (3-13) et la section 3.5.2.1, le SBN doit permettre d'obtenir des solitons d'un diamètre $\sqrt{100}=10$ fois plus faible que dans BTO.

Nous avons donc naturellement essayé d'obtenir un soliton spatial de rayon quelques microns (le minimum que nous permettait notre banc d'expérimentation était 5 µm). Nous n'avons cependant pas pu observer d'auto-focalisation à ces faibles diamètres, même en augmentant le champ électrique au maximum de nos possibilités expérimentales (5000 V appliqués, soit 13 kV/cm).

En revanche, pour un diamètre équivalent à celui utilisé pour BTO (soit un waist de 20 µm), des résultats sensiblement équivalents ont été obtenus.

5.4.1.3.Etude quantitative

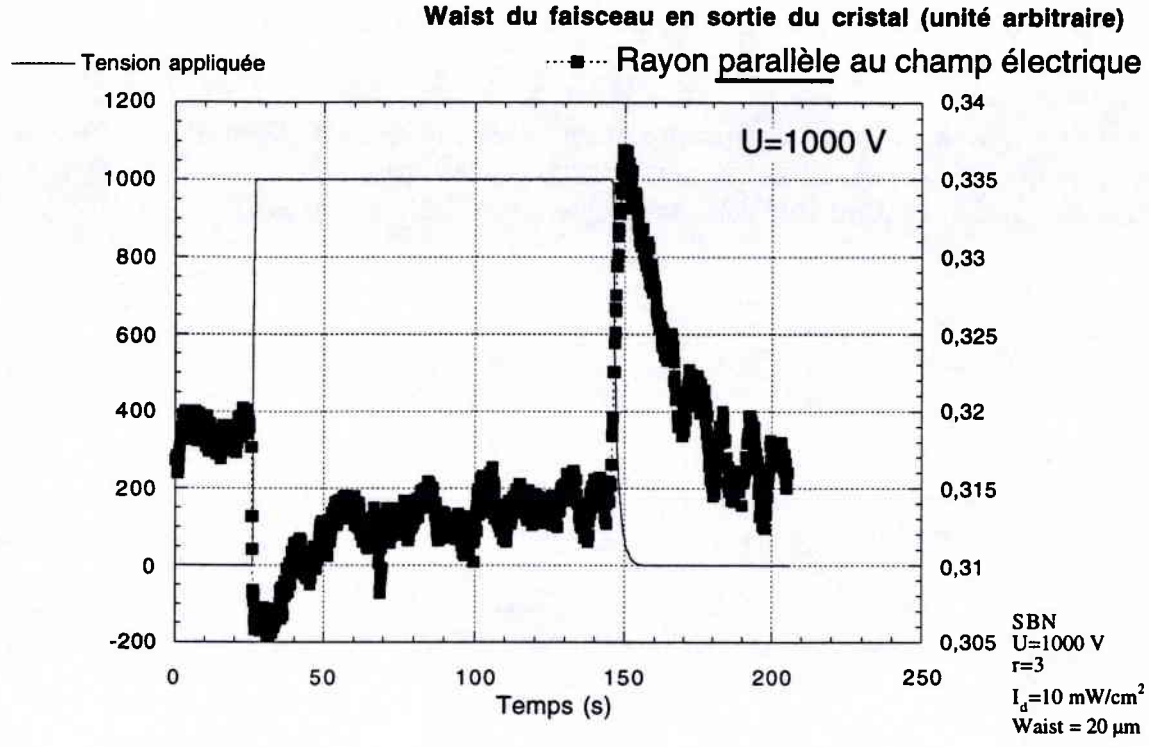
5.4.1.3.(a).Mesures brutes

Afin de vérifier cette analyse qualitative, nous avons conduit une brève analyse quantitative du phénomène selon le même principe que pour BTO : nous avons mesuré le comportement temporel du diamètre de sortie pour :

- *r=0,3, r=3, r=50*
- Une tension appliquée de 100 à 4900 V par pas de 300 V

soit un champ de 0,5 à 12,25 kV/cm par pas de 750 V/cm

Les figures 42 et 43 représentent respectivement l'évolution du diamètre parallèle et perpendiculaire au champ électrique, pour r=3 et une tension appliquée de (a) 1000 V (E=2,5 kV/cm) et (b) 4000 V (E=10 kV/cm)



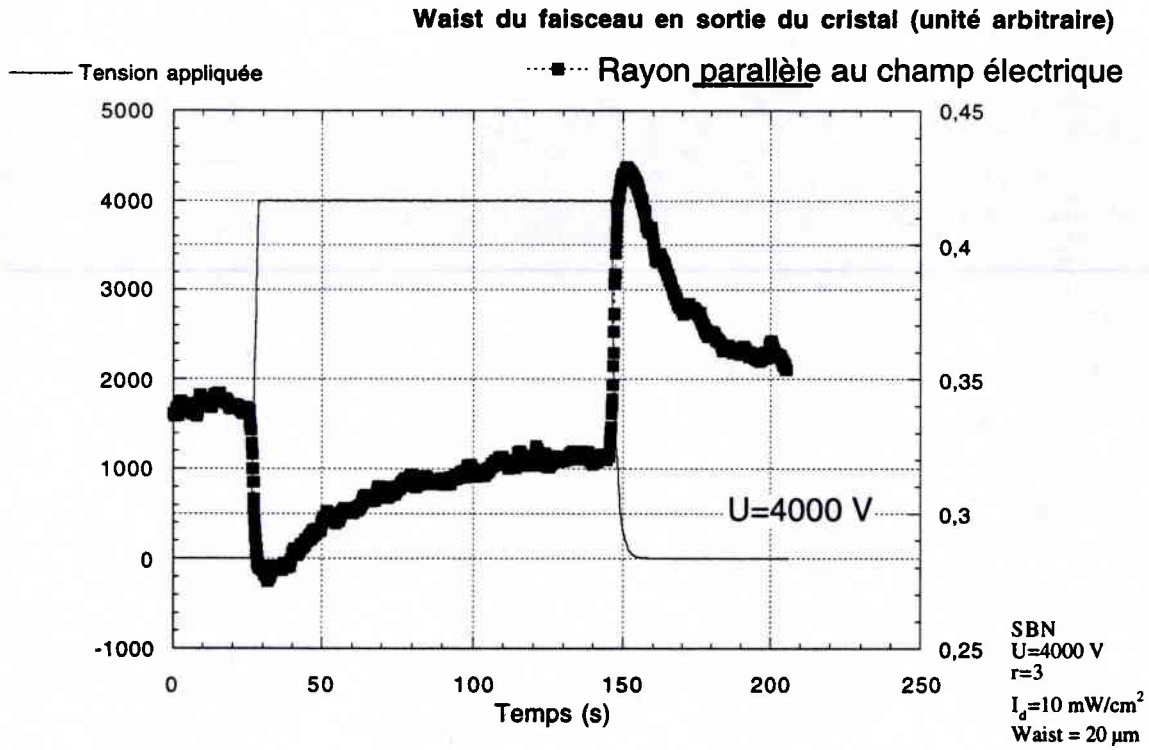
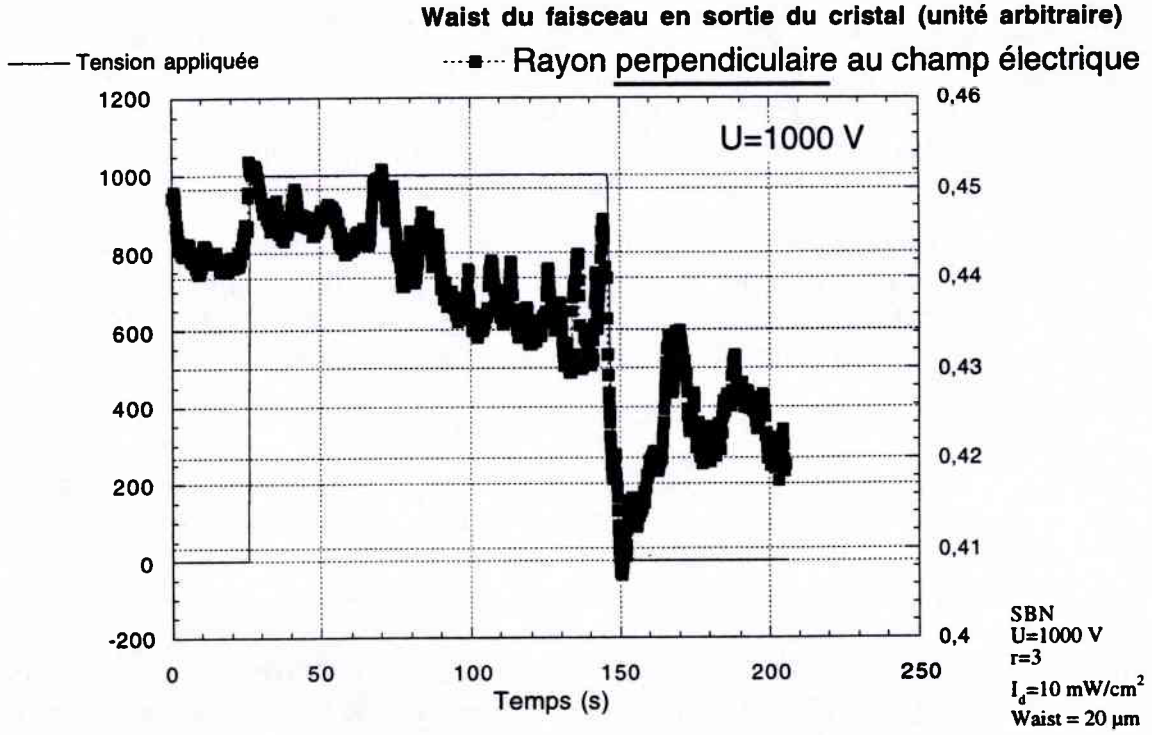


Figure 42 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction parallèle au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)1000 V, (b)4000 V



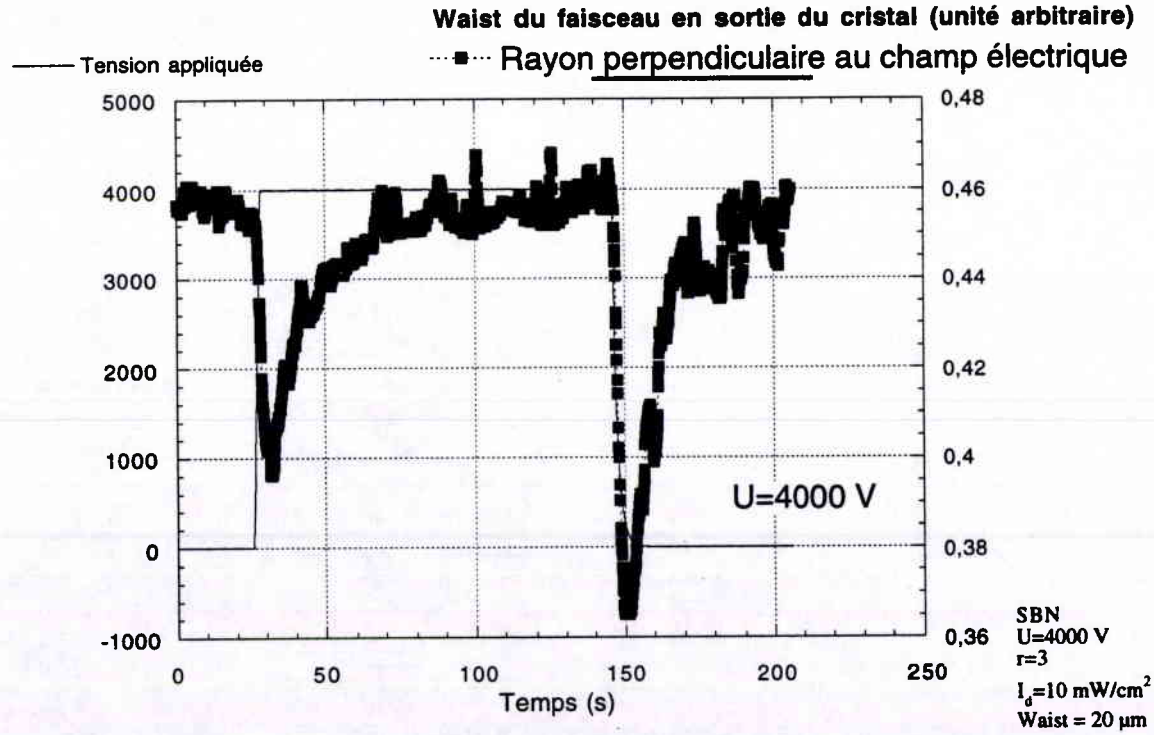


Figure 43 :Evolution temporelle du coefficient de diffraction perpendiculaire au champ pour r=3 et une tension appliquée de (a)1000 V, (b)4000 V

5.4.1.3.(b).Analyse

De la même façon que pour BTO, nous avons effectué une analyse du coefficient de diffraction parallèle au champ électrique en considérant les deux valeurs caractéristiques : l'état stationnaire et l'extremum transitoire. La figure 44 ci-après représente l'évolution de ces deux valeurs en fonction du champ électrique appliqué, pour les trois valeurs de *r* analysées : (a) 0,3, (b) 3, (c) 30.

La figure 44.a, pour *r* faible, présente peu d'auto-focalisation. En revanche, elle fait apparaître une forte défocalisation transitoire, ce qui n'est pas le cas de 44.b et 44.c Ces deux dernières sont plus conformes au modèle ; elles présentent aune auto-focalisation transitoire d'autant plus marquée que *r* est grand.

Toutefois, il faut remarquer que les diamètres atteints en sortie du cristal sont environ de 10 fois supérieurs aux diamètres prévus par le modèle théorique du chapitre 3. Nous n'avons pas d'explication claire pour ce phénomène, si ce n'est la nature même de l'échantillon de SBN que nous avons utilisé. Ses caractéristiques précises peuvent être trouvées dans la référence [64]. Cet échantillon de SBN n'est pas intentionnellement dopé et par conséquent présente une faible densité de donneurs et d'accepteurs, ce qui est contradictoire avec les approximations faites dans le chapitre 3 (voir notamment section 3.2) : intuitivement, la densité des porteurs de charge sur le trajet du rayon laser, lequel est très fin, est insuffisante pour générer la quantité de charge nécessaire pour établir l'auto-focalisation telle qu'elle est prévue par le modèle.

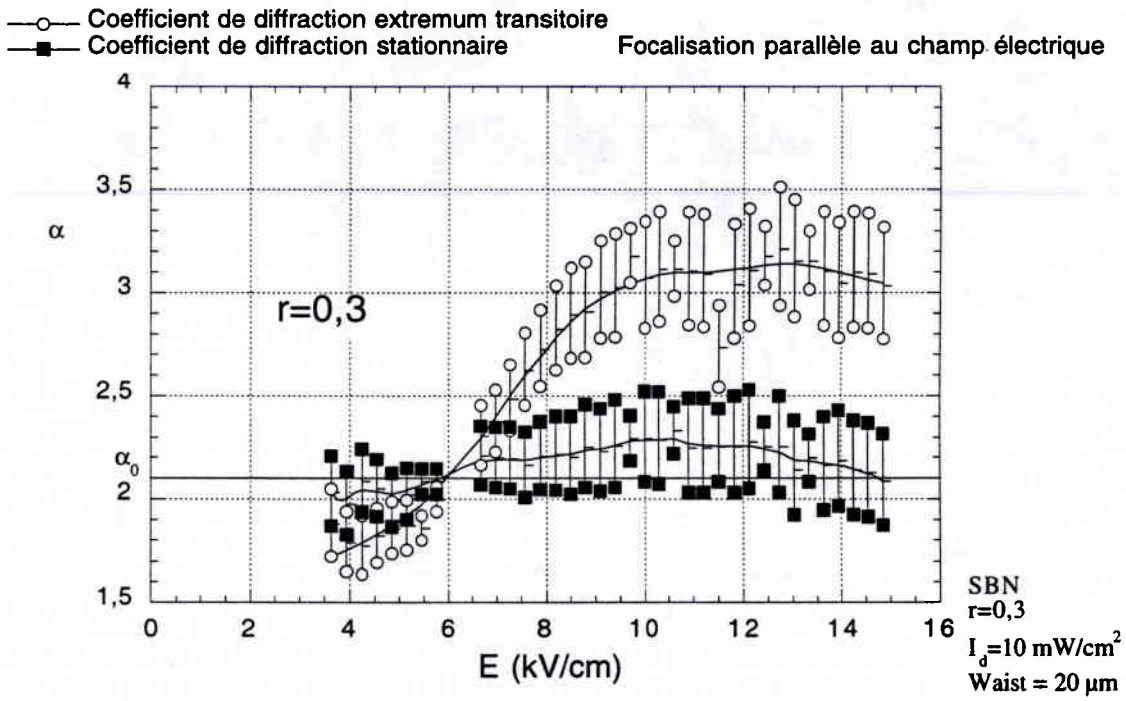
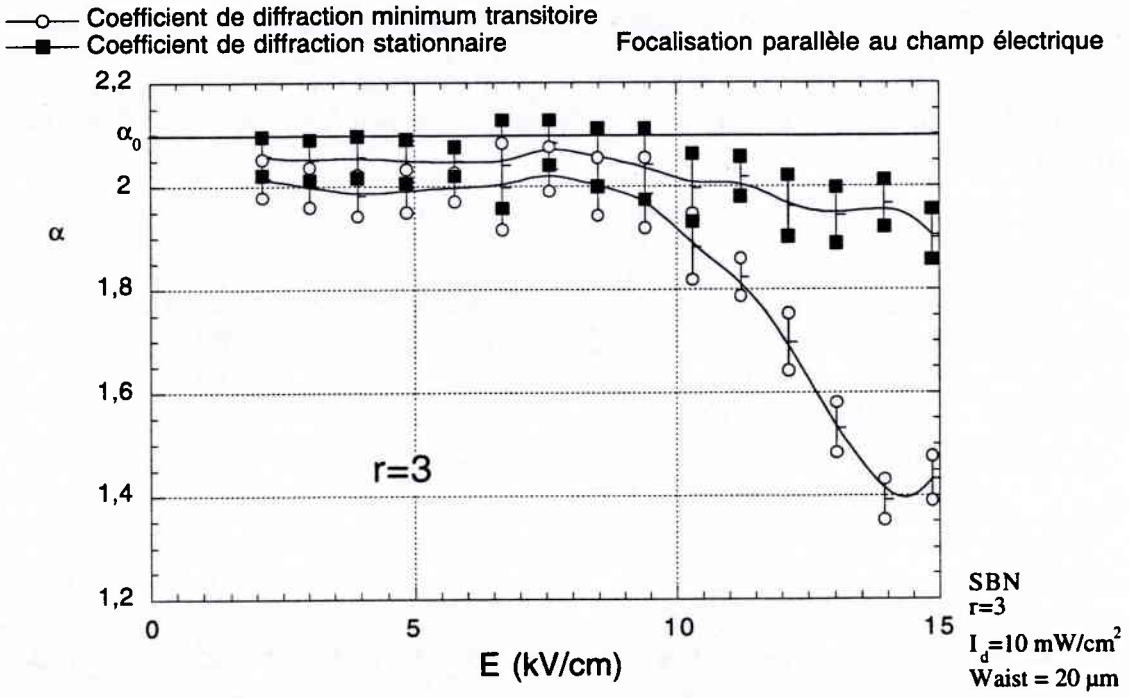


Figure 44 :coefficient de diffraction parallèle au champ électrique pour SBN, (a) r=0.3, (b) r=3, (c) r=30, Id=10 mW/cm^2, Waist 20 µm



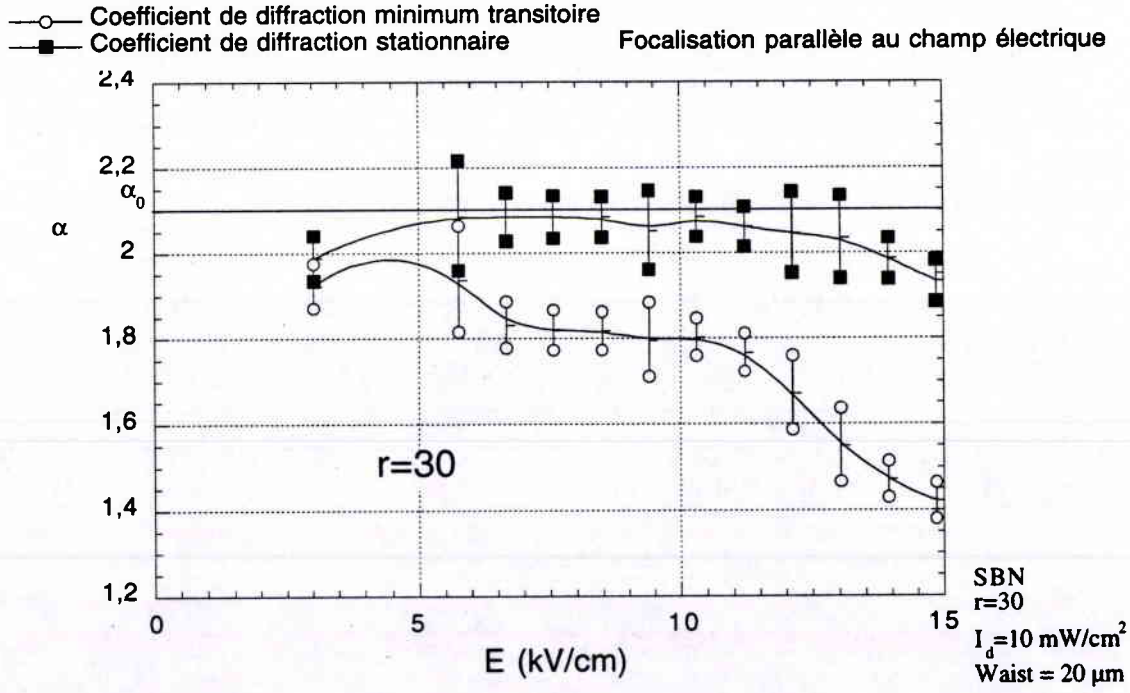


Figure 44 (suite) :coefficient de diffraction parallèle au champ électrique pour SBN, (a) r=0.3, (b) r=3, (c) r=30, Id=10 mW/cm^2, Waist 20 µm

5.4.2. $BaTiO_3$

5.4.2.1.Configuration expérimentale

Comme SBN, $BaTiO_3$ possède un axe de polarisation spontanée **c**. Nous avons appliqué le champ électrique selon l'axe c et polarisé le faisceau utile dans cette direction, de manière à tirer partie du coefficient électro-optique r_{33}.

5.4.2.2.Déviation du faisceau et nécessité d'une observation directe

Nos premières observations furent qualitatives et effectuées, comme pour BTO et SBN, à l'aide de la caméra CCD. Nous avons ainsi constaté que, lors de la brusque application du champ électrique, l'impact du faisceau sur la face de sortie du cristal se **déplace immédiatement**[89] **de quelques microns dans la direction opposée à l'axe c**. Ceci est vrai quel que soit le waist du faisceau à l'entrée du cristal dans la gamme de nos expériences (de quelques microns à 100 microns).

Nous n'avons pas d'explication précise de ce phénomène. Toutefois, comme mentionné au chapitre 3 (section 3.4), le processus de diffusion des porteurs, dominant en l'absence de champ électrique, peut entraîner une déviation du faisceau dans le sens de l'axe **c**. Par conséquent, l'application soudaine du champ électrique rend l'influence de la diffusion des porteurs négligeable vis-à-vis du champ appliqué, rectifiant ainsi le faisceau initialement courbé : cela pourrait expliquer l'observation d'un déplacement dans le sens opposé à l 'axe c.

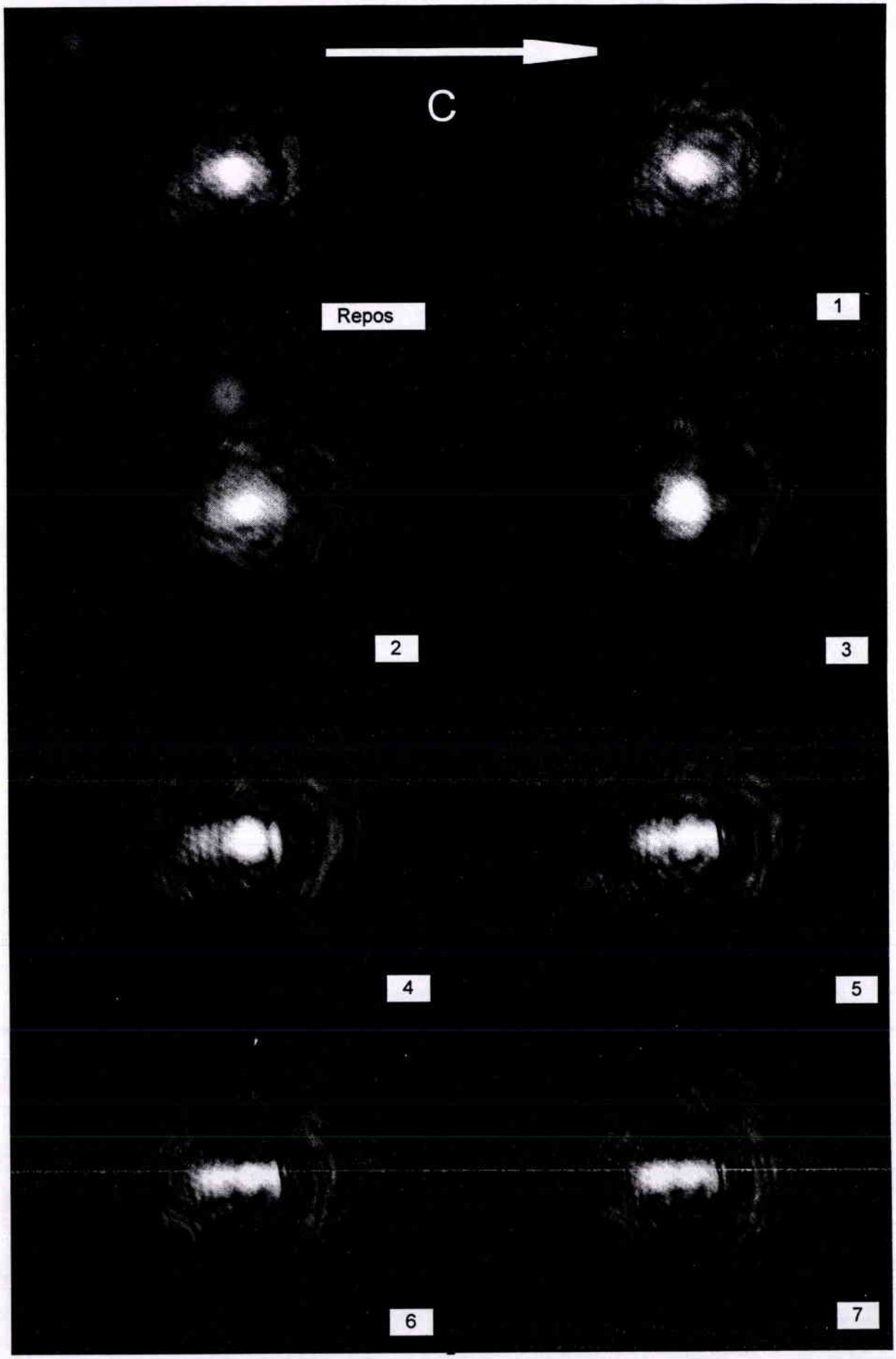
La conséquence directe de ce déplacement du faisceau est de rendre inutilisable la partie du banc expérimental correspondant à l'observation indirecte : celle-ci suppose en effet que le faisceau reste globalement centré au même endroit. Nous avons donc été amenés à effectuer des observations qualitatives à l'aide du dispositif d'observation directe et de la caméra CCD.

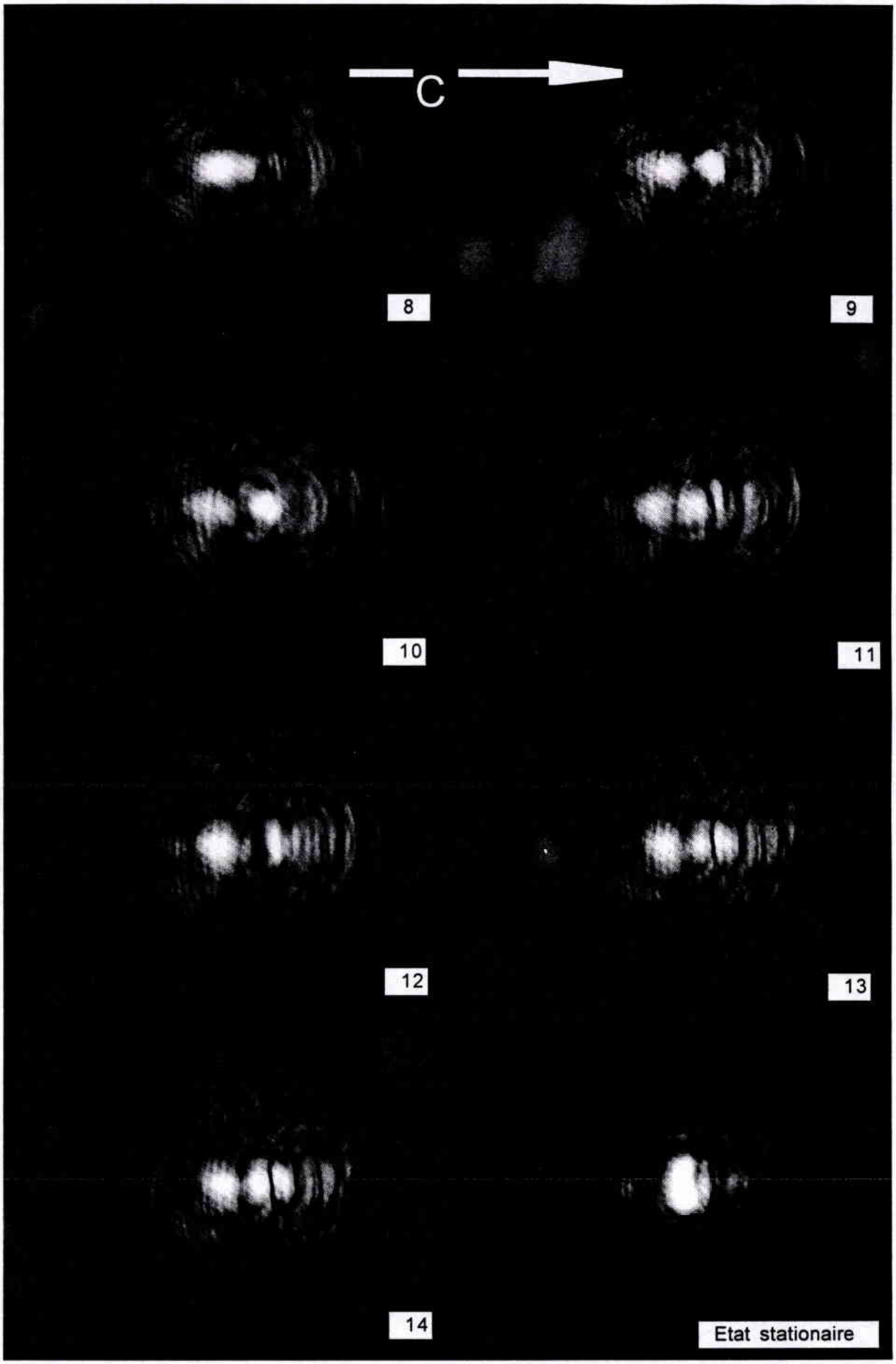
5.4.2.3.Première observation

Nous avons tout d'abord procédé à une expérience qualitative sur 5 minutes pour r=10, pour un waist d'entrée de 15 µm et 3000 V appliqués (10kV/cm), pendant laquelle nous avons enregistré un film numérique. La figure 45 ci-après représente les 14 différentes étapes temporelles du phénomène que nous ayons distinguées. Elles ne sont pas exhaustives et le phénomène n'était pas stabilisé au bout de 5 minutes. Il l'était au bout de 12 heures (dernière image de la figure 45).

*Page suivante : **Figure 45** principales étapes du processus d'auto-focalisation et de branchement optique dans $BaTiO_3$. Temps total : 5 minutes. Temps moyen entre chaque photo : 20 secondes. Largeur de l'image : 600 µm.*

[89] immédiatement : à l'échelle de notre caméra CCD qui prend 25 images par seconde.


C
Repos
1
2
3
4
5
6
7


C
8
9
10
11
12
13
14
Etat stationaire

Le déplacement (ici vers la gauche) du faisceau entre la prise « repos » et la 1ére n'est pas visible à cette échelle. Les prises de 1 à 3 montrent la formation d'un soliton spatial : le faisceau est auto-focalisé dans les deux directions spatiales transverses (temps écoulé environ 1 minute). La prise 4 montre que le faisceau commence à se diviser en deux parties distinctes : un deuxième faisceau commence à apparaître sur la droite. Nous appellerons cet effet de séparation en plusieurs faisceaux « branchement optique »[90]. La prise 5 montre l'apparition d'une tache sombre verticale (perpendiculaire au champ électrique). Les prises 6 à 14 montrent l'apparition de plusieurs faisceaux distincts, entre lesquels se produisent des échanges d'énergie. L'état stationnaire, obtenu après 12 heures[91] semble montrer un unique faisceau focalisé horizontalement, accompagné d'une tache sombre sur sa droite. C'est la seule expérience que nous ayons faite dans la durée et nous ne pouvons pas affirmer que cet état est l'état stationnaire succédant aux effets de branchement optique dans tous les cas.

5.4.2.4.Expériences systématiques.

Nous avons par la suite conduit une petite analyse systématique pour un waist d'entrée de 20 µm, pour r=1 et 10 et des tensions appliquées de 400, 1000 et 2000 V. (Soit des champs de 1,2 kV/cm, 3 kV/cm et 6 kV/cm), en effectuant une prise de vue toutes les minutes pendant 5 minutes. Dans tous les cas, soit l'état stationnaire était atteint, soit aucun effet n'était observé, en dehors du décalage immédiat dans le sens opposé à l'axe c.

Observation	r=1	r=10
U = 400 V	aucun effet visible	soliton spatial
U = 1000 V	aucun effet visible	Etalement horizontal
U = 2000 V	branchement optique	branchement optique

Nous avons obtenu un soliton spatial de 20 µm de rayon à la tension prévue par la théorie du chapitre 3 : 400 V (figure 46). A une tension plus élevée, le faisceau s'étale dans la direction de l'axe c alors qu'il focalise dans la direction orthogonale (figure 47). Les effets de branchement optique répertoriés dans le tableau ci-dessus sont représentés par la figure 48.

---

[90] branchement optique : de l'anglais « optical branching »

[91] Plus précisément, l'état stationnaire est intervenu après la fin de nos observations, au bout de 30 minutes, et avant le lendemain, 12 heures après.

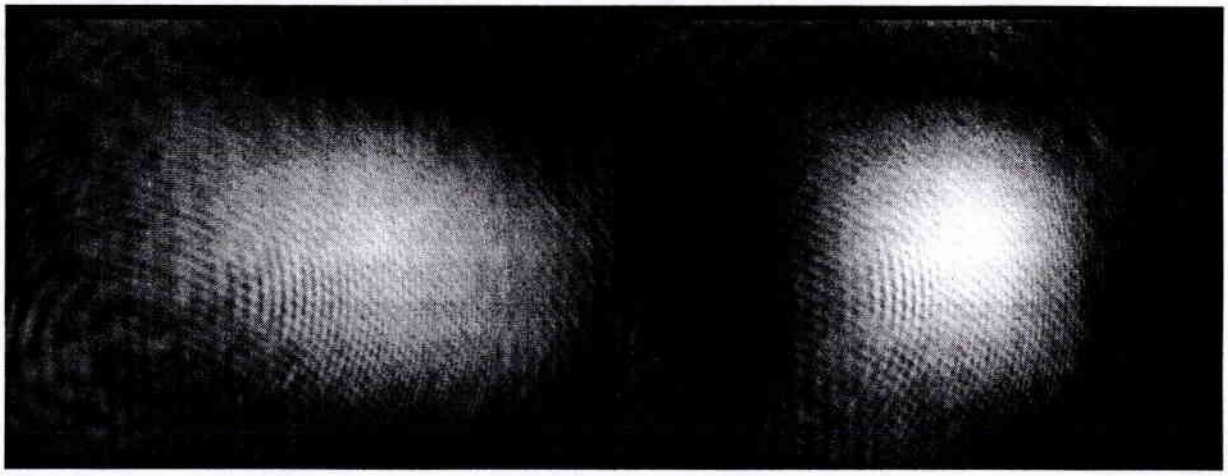


Figure 46 : obtention d'un soliton spatial dans $BaTiO_3$ pour r=10 à la tension prévue de 400 V (soit 1,2 kV/cm). La largeur de l'image est de 150 µm.

A gauche : avant application du champ

A droite : état stationnaire atteint après 5 minutes d'application du champ

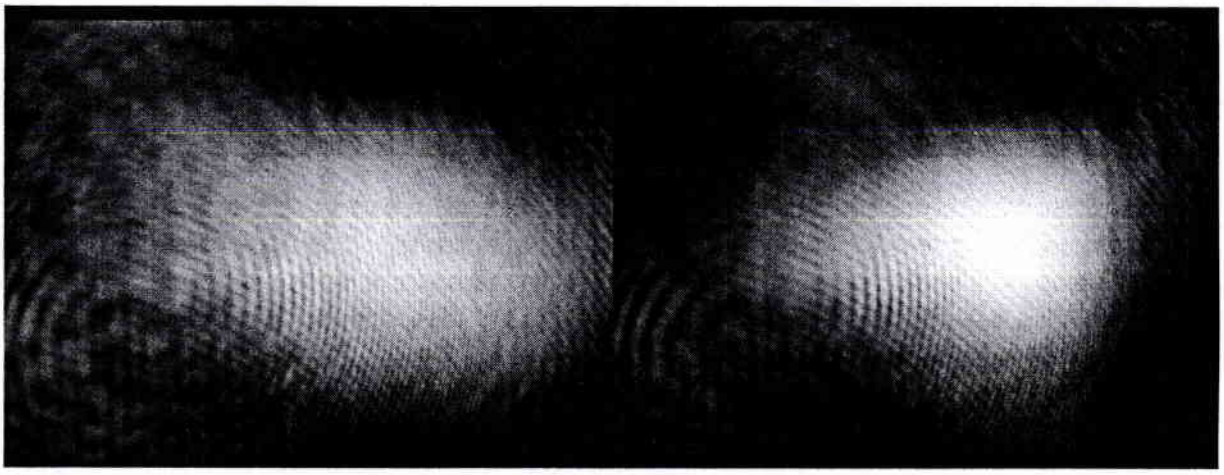


Figure 47 : écrasement du faisceau dans la direction parallèle à l'axe c, pour r=10, U=1000 V (E=3 kV/cm). La largeur de l'image est de 150 µm.

A gauche : avant application du champ

A droite : état stationnaire atteint après 5 minutes d'application du champ

L'axe c est orienté de gauche à droite

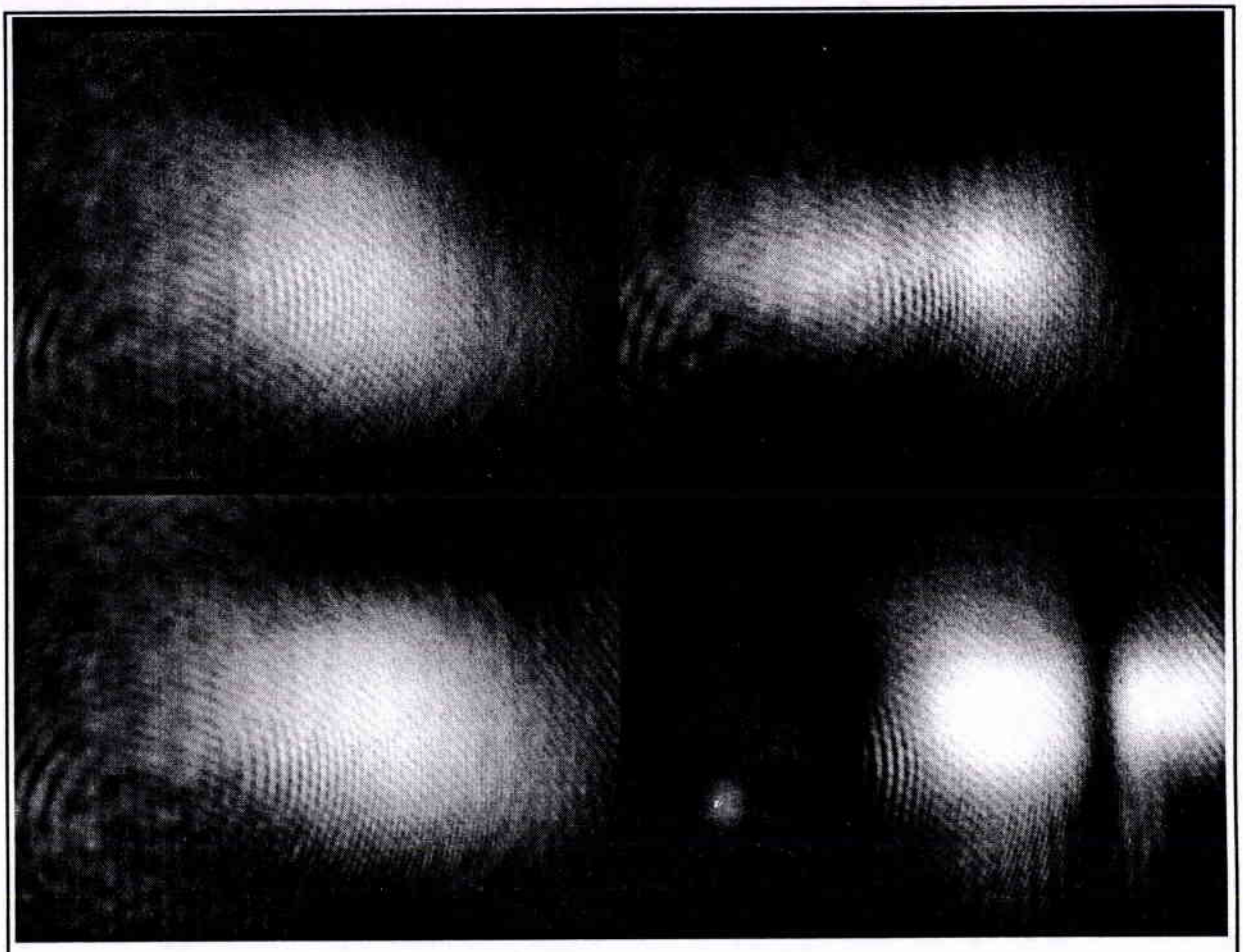


Figure 48 : branchement optique dans $BaTiO_3$:

- *Largeur de l'image : 150 µm.*
- *L'axe c est orienté de gauche à droite*
- *A gauche : avant application du champ*
- *A droite : état stationnaire atteint après 5 minutes d'application du champ*
- *En haut : r=1, U=2000 V (E=6 kV/cm)*
- *En bas r=10, U=2000 V (E=6 kV/cm)*

6. Analyse

Le but de ce chapitre est de tenter de réaliser une synthèse comparative des résultats présentés dans les chapitres précédents, afin d'en tirer d'éventuelles conclusions et de proposer des applications et des voies intéressantes pour de futures recherches.

Nous reprendrons tout d'abord les résultats expérimentaux présentés au chapitre précédent, en les comparant aux prévisions effectuées par le modèle théorique. Nous montrerons ensuite les limitations d'une telle comparaison en analysant les différences qui peuvent exister entre nos hypothèses théoriques et nos conditions expérimentales. A la lumière de cette étude, nous ferons le bilan de nos travaux et proposerons quelques voies de recherche intéressantes que nous pensons avoir dégagées.

6.1. Analyse comparative des résultats expérimentaux et du modèle théorique

6.1.1. Dimensions spatiales

6.1.1.1.Prévision du rayon du soliton

Le modèle théorique que nous avons développé au chapitre 3 prévoit que, pour des paramètres expérimentaux donnés (champ appliqué, rapport r d'intensité...), si un soliton spatial se propage dans un milieu photoréfractif, alors il a un diamètre déterminé et prévisible.

Toutefois, la prévision de ce diamètre n'est pas explicite et demande une analyse mathématique fine des hypothèses de calcul que nous avons faites. La quantité définissant N (équation (3-13)) est définie en fonction d'une grandeur spatiale arbitraire x_0. Nous avons montré en section 3.5.2.1 que le cas où N=1 permet de décrire toutes les configurations physiques. Sous cette condition, il est possible de déterminer x_0 de façon unique :

$$x_0 = \frac{1}{kn}\sqrt{\frac{2}{Er_{eff}}} \qquad (6\text{-}1)$$

Les calculs numériques représentés sur la figure 8 au chapitre 3 permettent alors de déterminer le diamètre physique prévu du soliton, en fonction des différents paramètres physiques intervenant dans (6-1) et dans r, selon la procédure suivante :

> Les intensités optiques mises en jeu permettent de déterminer r de façon unique. L'utilisation des calculs représentés figure 8 permet d'obtenir, pour r donné, une valeur normalisée à x_0 du rayon prévu du soliton spatial[92]. L'utilisation de la formule (6-1) permet donc, par simple multiplication d'obtenir le rayon physique.

C'est cette méthode de calcul qui a permis d'effectuer les prévisions représentées sur les figures 49 et 50, pour lesquelles le rayon obtenu a été normalisé par rapport au waist d'entrée expérimental pour obtenir un coefficient de diffraction. La forme générale de ces courbes est donnée par (6-1) car, pour une courbe donnée, la valeur de r est constante et par là le rayon normalisé du soliton est constant (figure 8).

6.1.1.2.Lecture des figures : relation avec le modèle

Les figures 49 et 50 représentent une comparaison entre le rayon du faisceau en sortie du cristal et le diamètre prévu du soliton dans ce cristal. Il importe de bien comprendre la différence de nature physique entre ces deux grandeurs, que nous allons pourtant comparer.

Comme nous l'avons déjà vu plus haut, le modèle du chapitre 3 prévoit que **si** un soliton spatial se propage **alors** son rayon est déterminé. Il prévoit la possibilité

---

[92] Il est important de ne pas confondre : comme précisé ci-dessus, x_0 N'EST PAS le diamètre prévu du soliton ; c'est simplement l'échelle de la figure 8, laquelle permet de déterminer les rayons prévus.

d'obtenir un soliton spatial, mais non la façon d'y parvenir. La grandeur mesurée est un coefficient de diffraction, soit un rayon de faisceau en un point donné, à un coefficient multiplicatif près. Ceci a deux conséquences principales :

•**la première conséquence** en est que si le rayon du soliton prévu est plus grand que le rayon du faisceau au repos (coefficient de diffraction α_0), alors le faisceau ne peut pas converger vers le soliton spatial prévu : ce n'est pas un défaut du modèle mais une conséquence des hypothèses mathématiques faites. Par conséquent, si le coefficient de diffraction prévu par le modèle se trouve être au dessus de l'ordonnée α_0, le diamètre de faisceau prévu correspond à α_0. De manière générale, le coefficient de diffraction attendu est le **minimum** de α_0 et du coefficient prévu par le modèle.

•**la deuxième conséquence** est qu'il y a deux interprétations possibles des figures 49 et 50, en fonction du degré de confiance mis dans le modèle développé au chapitre 3 :

- d'une part, si le modèle est jugé digne de foi, alors les figures 49 et 50 permettent de déterminer si le faisceau se propageant dans le cristal a atteint l'état soliton : c'est-à-dire si le cristal est suffisamment long pour que la convergence vers l'état soliton ait eu lieu.
- d'autre part, si le but des figures 49 et 50 est de confronter le modèle vis-à-vis des résultats expérimentaux, il faut garder à l'esprit les hypothèses faites par le modèle. Une hypothèse forte est l'hypothèse de faible variation transversale, qui peut ne pas être justifiée pour des waist d'entrée faibles (12 µm). Par ailleurs, plus le profil d'entrée du faisceau est proche du profil soliton (diamètre identique, par exemple), plus le transitoire spatial sera court et plus les chances d'avoir atteint l'état soliton en sortie du cristal seront grandes.

Possibilité expérimentale de mise en défaut du modèle

Il y a toutefois une condition fixée par le modèle qui permettrait de le mettre catégoriquement en défaut : le modèle prévoit que si le **rayon calculé** du soliton est **plus petit** que le **waist d'entrée** alors il est aussi **plus petit** -ou égal si l'état soliton est atteint- que le **rayon** du faisceau en **sortie** du cristal.

Si il lui était nettement supérieur, alors nous n'aurions pas d'explication à donner dans le cadre du modèle développé au chapitre 3. Cependant, les mesures effectuées et représentées sur les figures 49 et 50 n'ont pas présenté cette configuration et n'ont donc pas permis de mettre notre modèle catégoriquement en défaut.

Coefficients de diffraction parallèle et orthogonal au champ

Nous n'avons représenté dans ce manuscrit (figures 49 et 50) que la comparaison au modèle du chapitre 3 des mesures du coefficient de diffraction parallèle au champ électrique ; c'est le cadre de notre modèle de dimension (1+1). La comparaison au modèle du coefficient de diffraction orthogonal au champ a cependant montré que l'auto-focalisation orthogonale au champ électrique est

beaucoup plus faible que parallèlement au champ. Aucune correspondance nette n'a pu être trouvée entre les prévisions du modèle et le coefficient orthogonal.

6.1.1.3. Analyse détaillée des comparaisons

La figure 49 présente une comparaison des diamètres prévus par le modèle du chapitre 3 avec les valeurs mesurées du rayon du faisceau en sortie de cristal pour un waist d'entrée de 12 µm. La figure 49.a correspond à une faible valeur de r (0,6). Conformément à la figure 8 du chapitre 3, les rayons prévus des solitons transitoire et stationnaire sont confondus. La légère différence observée expérimentalement s'explique par la présence d'un pic de défocalisation non prévu par le modèle. (voir chapitre précédent, section 3.5). Les figures 49.b à 49.d montrent un écartement progressif des prévisions en transitoire et en stationnaire. Cet écartement se retrouve dans les mesures expérimentales, bien que les valeurs du coefficient de diffraction soient légèrement supérieure.

Comme nous l'avons mentionné dans la section précédente, ce désaccord peut avoir deux origines :

•le modèle fait l'hypothèse d'une faible variation transverse de l'intensité lumineuse, hypothèse qui est moins vérifiée pour un waist d'entrée de 12 µm que pour un waist de 20 µm (voir ci-dessous).

•Un waist d'entrée de 12 µm implique que le faisceau a tendance à beaucoup diverger après le waist, en milieu linéaire ($\alpha_0 \approx 4$). Le pouvoir auto-focalisant à mettre en œuvre est alors important : le cristal peut ne pas être assez long pour que le transitoire spatial soit achevé.

Les figures 50 représente ces mêmes comparaisons pour un waist d'entrée de 20 µm. Pour les faibles valeurs de r (50.a à 50.c) les prévisions théoriques du transitoire et du stationnaire sont confondues, ce qui se retrouve bien dans les résultats expérimentaux. Dans les figures 50.a et 50.b, le nombre de points expérimentaux concernant le transitoire est faible. Cela ne signifie pas que la mesure n'a pas pu être faite ; cela signifie qu'aucun extremum transitoire n'a été mesuré. L'absence de point de mesure concernant l'extremum transitoire signifie donc que transitoire et stationnaire sont confondus.

A partir de la figure 50.d jusqu'à 50.h, l'écartement progressif de l'extremum transitoire et du stationnaire s'observe clairement aussi bien pour les prévisions théoriques que dans les mesures. La figure 50.h illustre de façon particulièrement évident la remarque de la section précédente : la courbe théorique concernant le rayon prévu en stationnaire se situe entièrement au dessus du coefficient de diffraction au repos α_0. Par conséquent, le rayon attendu à l'état stationnaire correspond à α_0, ce qui est le cas des mesures observées : la partie correspondant à l'état stationnaire de la figure 50.h correspond très bien aux prévisions du modèle, contrairement aux apparences.

Parmi toutes les comparaisons représentée sur la figure 50, seule la partie de la figure 50.h correspondant à l'état transitoire présente un écart significatif entre théorie et expérience. Ceci est probablement due à la faiblesse de la bande passante de nos appareils de mesure et à la rapidité des phénomènes transitoires aux fortes valeurs de r (ici r=80). Les autres figures (50.a à 50.g) présentent un accord qui n'est pas parfait à strictement parler mais qui reste

raisonnable. Si les valeurs exactes des coefficients de diffractions stationnaire et transitoires prévus et observés ne correspondent pas exactement, les écarts prévus et observés entre stationnaire et transitoire correspondent beaucoup mieux. Ceci peut être le signe d'une légère erreur systématique entachant nos mesures[93].

[93] Nous n'avons pas de certitudes quant aux origines de cette possible erreur. Elles pourraient cependant être dues à une erreur de mesure du rapport d'intensités *r*, constant pour chaque courbe.

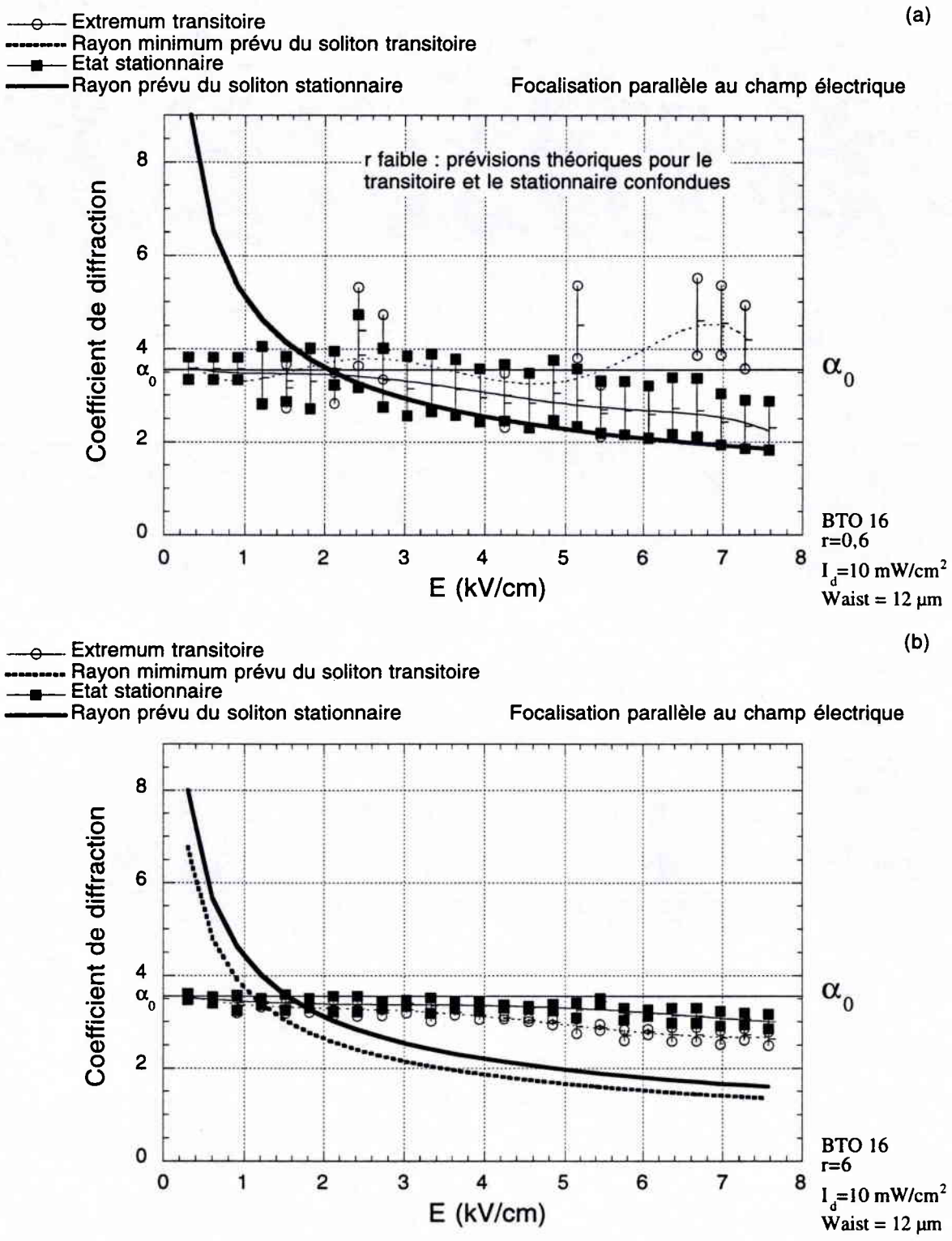


Figure 49: comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 12 µm, pour différents r, *avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.*

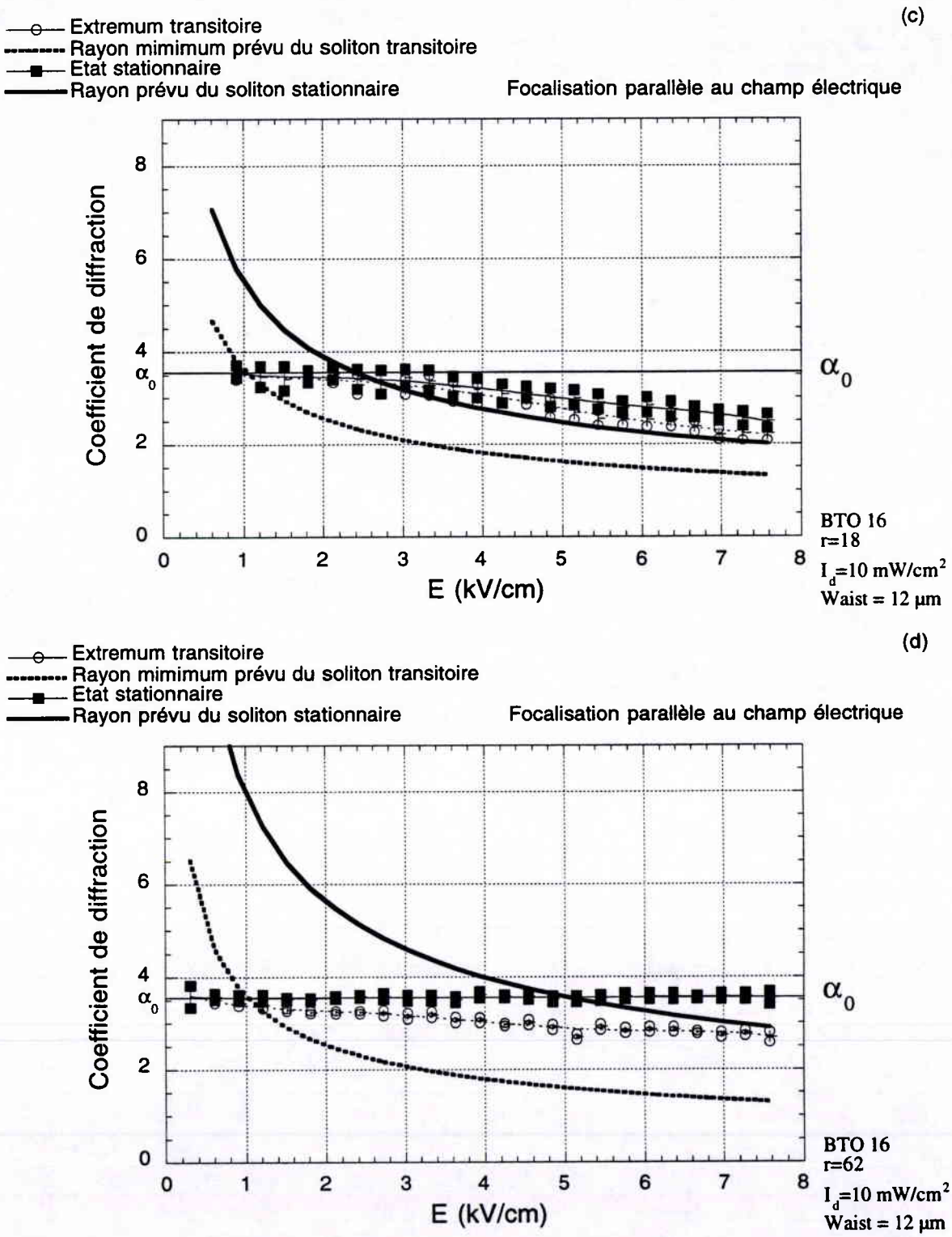


Figure 49 (suite): comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 12 µm, pour différents r, *avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.*

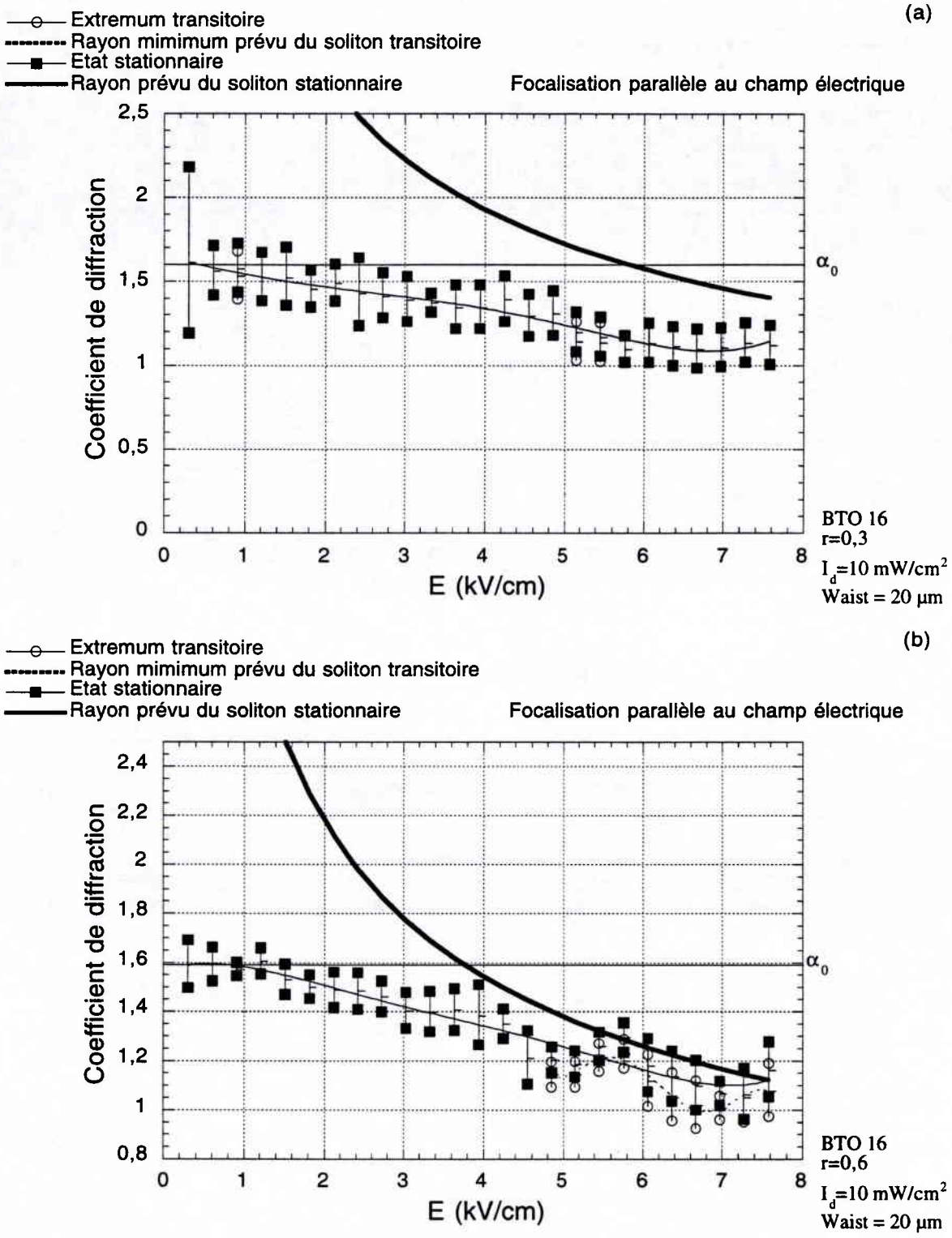


Figure 50: comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r, *avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.*

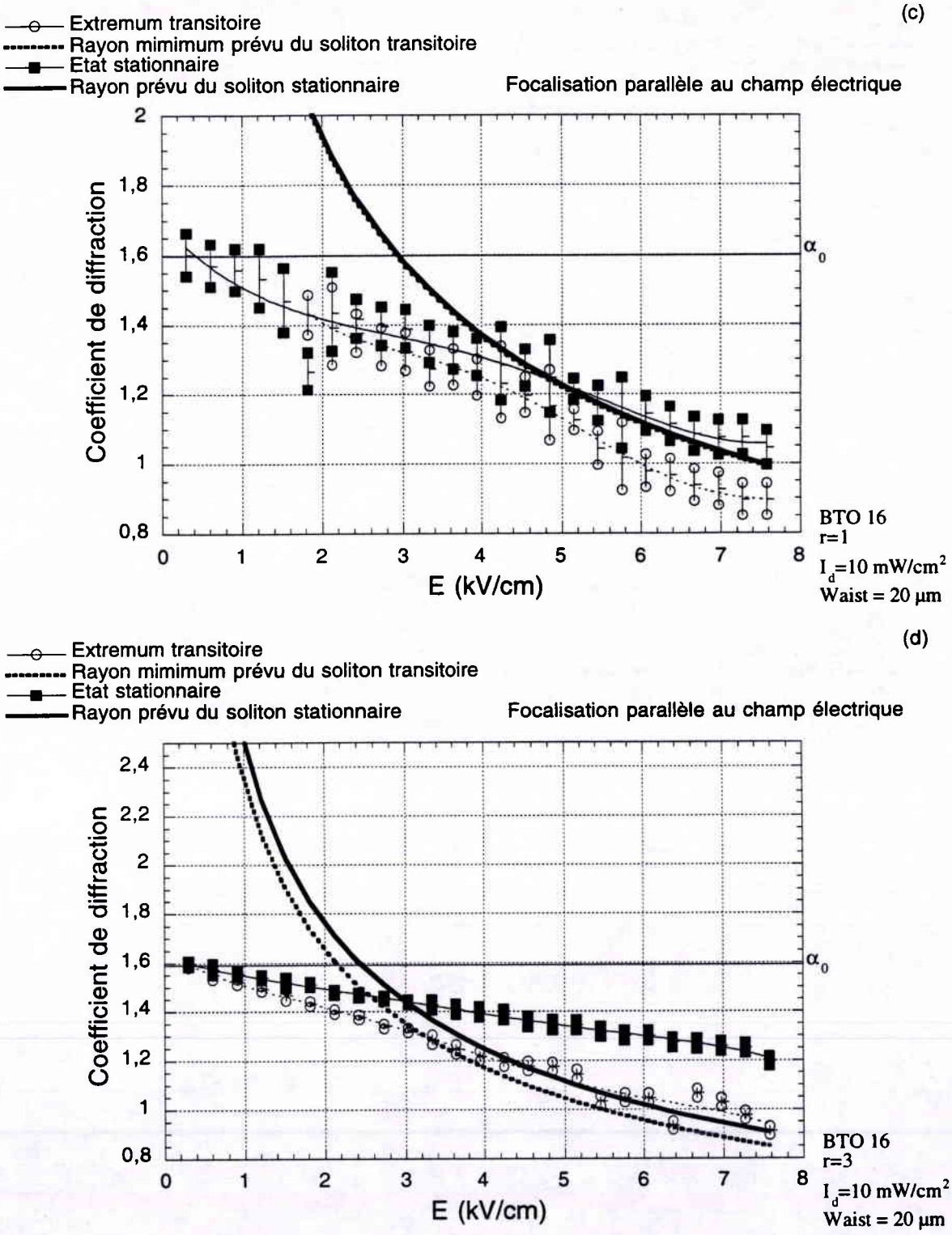


Figure 50 (suite): comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r, avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.

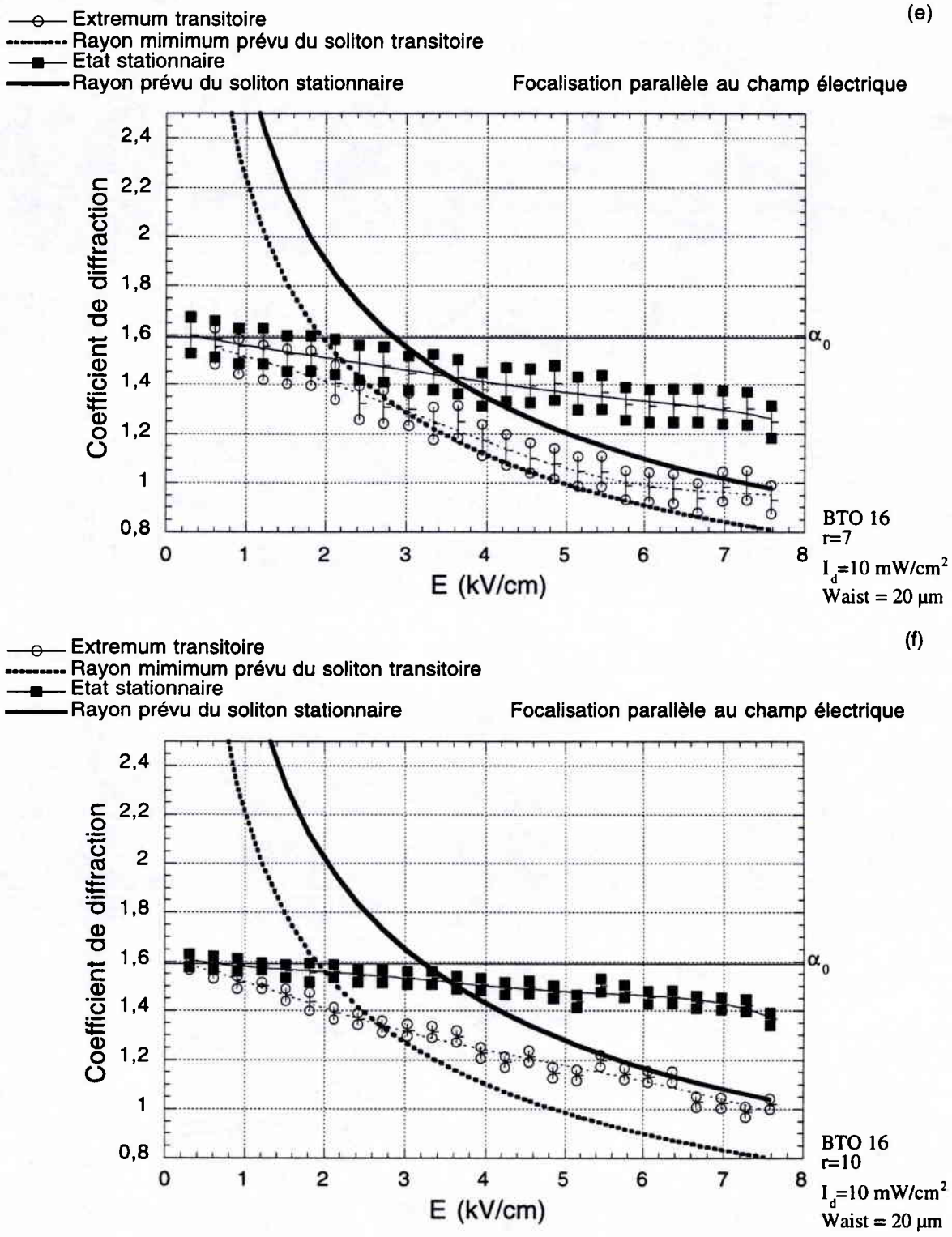
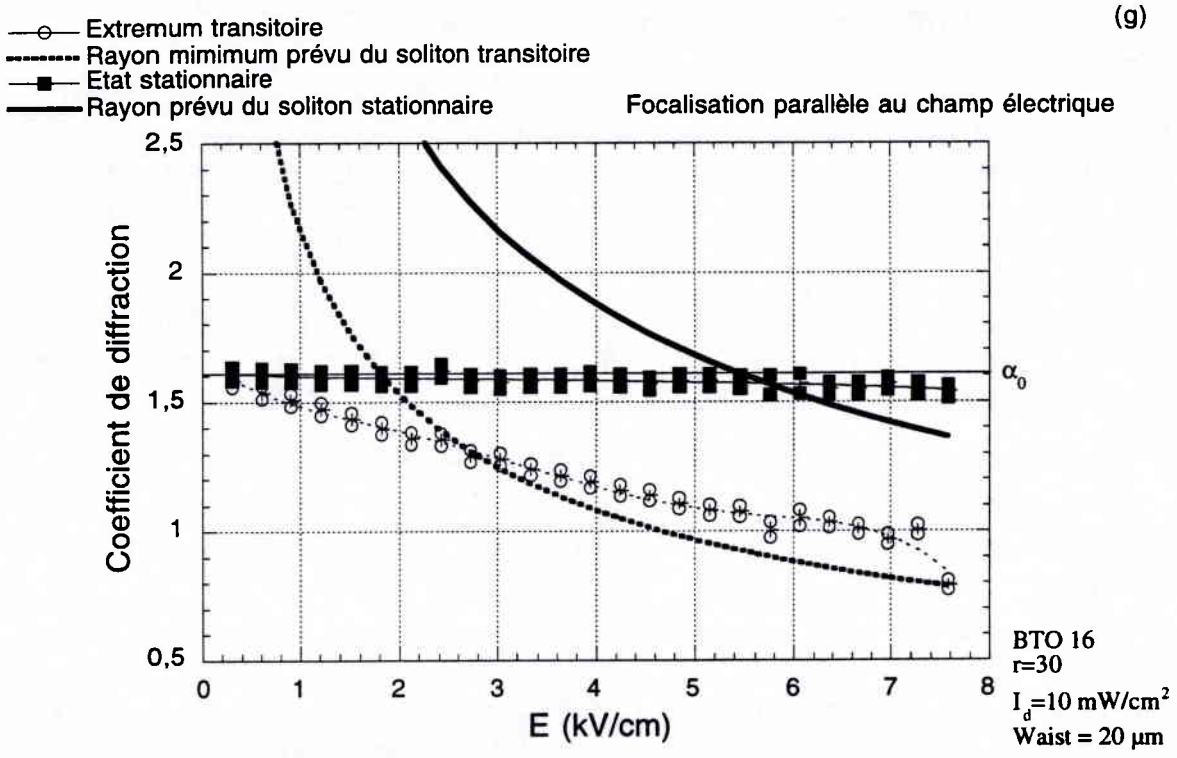


Figure 50 (suite): comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r, *avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.*



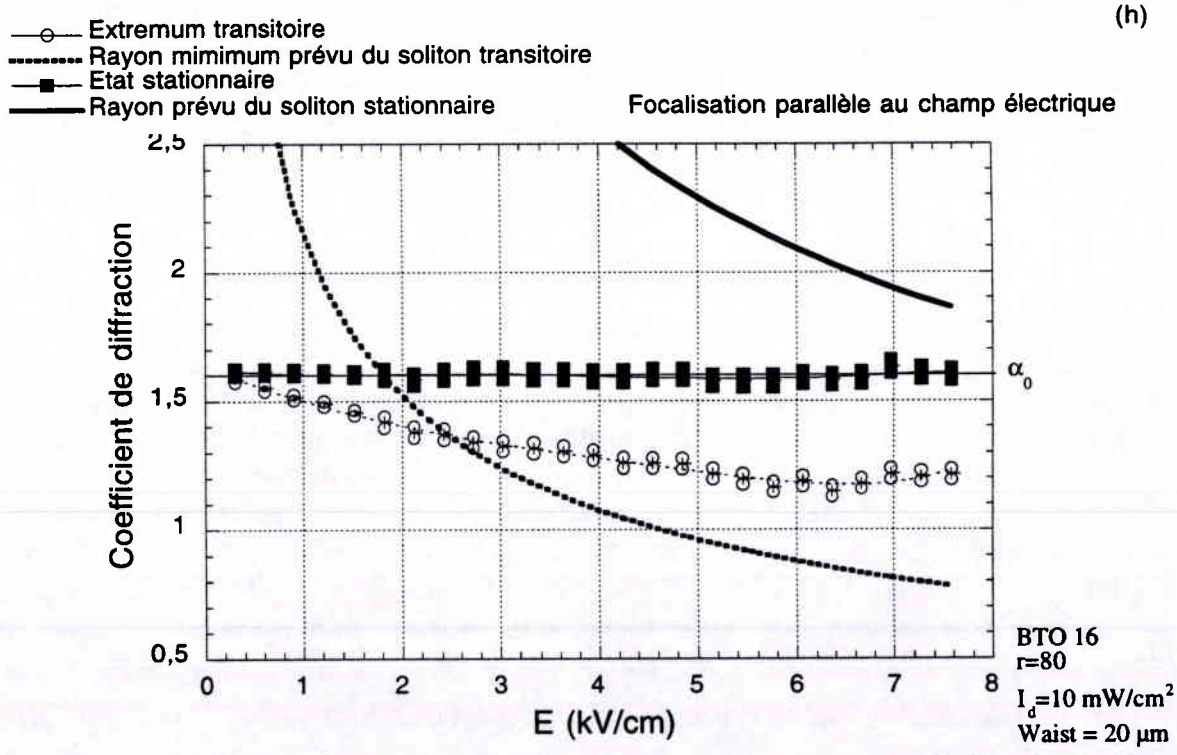


Figure 50 (suite): comparaison des résultats expérimentaux obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r, *avec le rayon des solitons stationnaire et transitoire prévus.*

6.1.2. Dimension temporelle

Dans les sections qui précèdent et dans le chapitre précédant, nous nous sommes intéressés exclusivement au diamètre du faisceau en sortie du cristal, atteint à l'état stationnaire et pendant le transitoire. Dans cette section, nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus quant aux temps d'établissements du minimum transitoire et de l'état stationnaire. (figures 51 et 52). Nous analyserons par la suite le produit du temps de formation du minimum transitoire par le rapport d'intensité r et le comparerons aux prévisions théoriques. Nous effectuerons ensuite une analyse des valeurs du champ électrique correspondant aux seuils observables sur les figures 51 et 52.

6.1.2.1.Analyse des temps de formation

Les mesures brutes présentées dans le chapitre précédent permettent d'accéder expérimentalement aux temps d'établissement des états stationnaire et transitoire.

Les figures 51 et 52 qui suivent représentent respectivement les temps de formation du minimum transitoire et de l'état stationnaire, pour des waists d'entrée de 12 et 20 µm en fonction du champ électrique appliqué E. Les marges d'erreur reportées pour le temps d'établissement de l'état stationnaire correspondent à plus ou moins une oscillation en puissance du laser (±5s), alors que les marges d'erreur reportées pour le temps d'établissement du minimum transitoire correspondent au temps de montée de l'alimentation haute tension (≈1,5s). Quand le temps d'établissement du régime transitoire est supérieur en ordre de grandeur à la période des oscillations en puissance du laser, la marge d'erreur est en fait la même que pour le stationnaire, mais cela n'est pas reporté sur les figures.

Ces incertitudes sur les marges d'erreur et la certitude qu'elles sont de toute manière grandes (de l'ordre de ±5s pour des phénomènes qui n'excèdent pas quelques dizaines de secondes) restreignent de façon très nette la portée de nos mesures temporelles. Cependant, l'amélioration du banc de mesure requerrait le remplacement du laser He-Ne par une source laser plus stable en intensité (diode laser par exemple), ce qui n'a pu être fait dans le cadre de notre étude. Nous présenterons donc l'analyse temporelle que nous avons effectuée, en prenant soin de reporter les marges d'erreur importantes qui doivent être prises en compte. Compte tenu de ces marges d'erreur inévitables, nous n'avons pas utilisé de procédé sophistiqué pour déterminer les temps d'établissement à partir des mesures brutes et nous les avons estimées de visu.

Les lignes droites qui apparaissent sur les figures 51 et 52 sont un simple guide pour les yeux.

Les figures 51.b et 51.c montrent l'apparition d'un seuil expérimental en champ en deçà duquel les temps d'établissement de l'extremum transitoire et de l'état stationnaire sont confondus et au delà duquel ils sont nettement séparés. Nous pensons que ce seuil reflète la transition du régime 1 au régime 3, tels que référencés en section 3.6.2.1, et que les erreurs de mesures importantes nous empêchent de :

- voir l'apparition du régime 2

•distinguer le minimum transitoire de l'état stationnaire dans les cas où la différence entre les deux est faible. C'est probablement la raison pour laquelle nous n'observons pas un temps d'établissement constant de l'état stationnaire, comme prévu par la théorie (section 3.6.3.1).

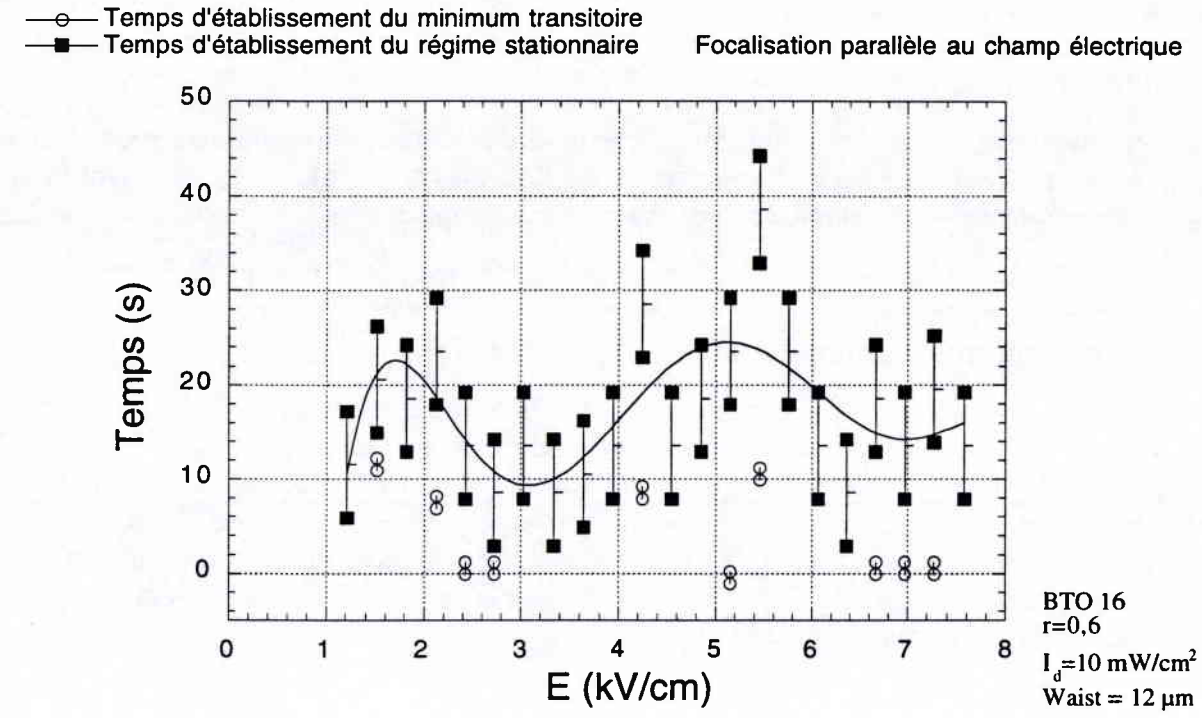
En revanche, le temps d'établissement du minimum transitoire décroît avec l'augmentation de *r*. Nous étudierons cette décroissance plus précisément dans la section suivante, en étudiant le produit de ce temps par *r*.

Par ailleurs, les erreurs de mesure importantes et la faiblesse des phénomènes mesurés peuvent expliquer les oscillations de le figure 51.a, que nous considérerons comme des erreurs de mesures.

Les figures 52 qui représentent les même temps pour un waist d'entrée de 20 µm ne présentent pas de différence particulière par rapport aux figures 51, autant du point du vue qualitatif que quantitatif. Le seuil en champ est très marqué dans les figures 52.b à 52.b. Le seuil correspondant à la figure 52.a se situe clairement pour les champs plus élevés, hors de la portée de nos expériences, alors que pour les figures 52.e à 52.h[94], s'il existe toujours, il se situe en deçà des champs que nous avons utilisés.

[94] Les erreurs de mesures représentées sur la figure 52.h semblent énormes. Ce sont en fait les mêmes, en valeur absolue, que pour les figures précédentes. Seule l'échelle de la figure change.

(a)



(b)

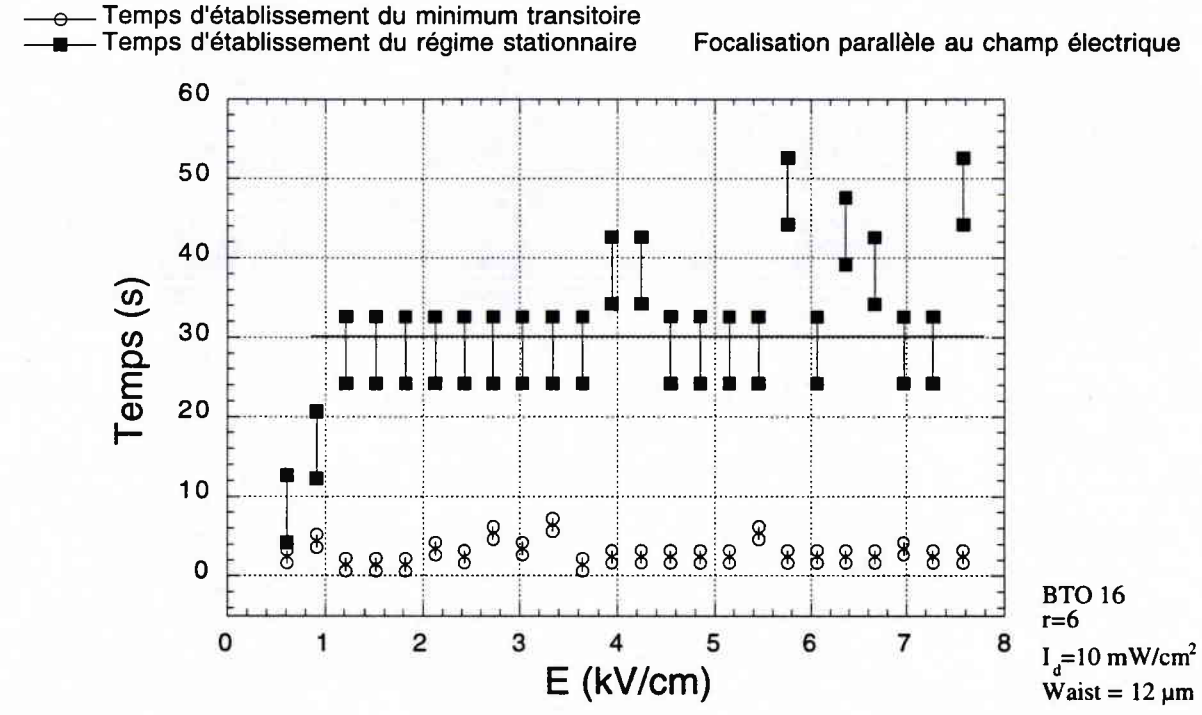
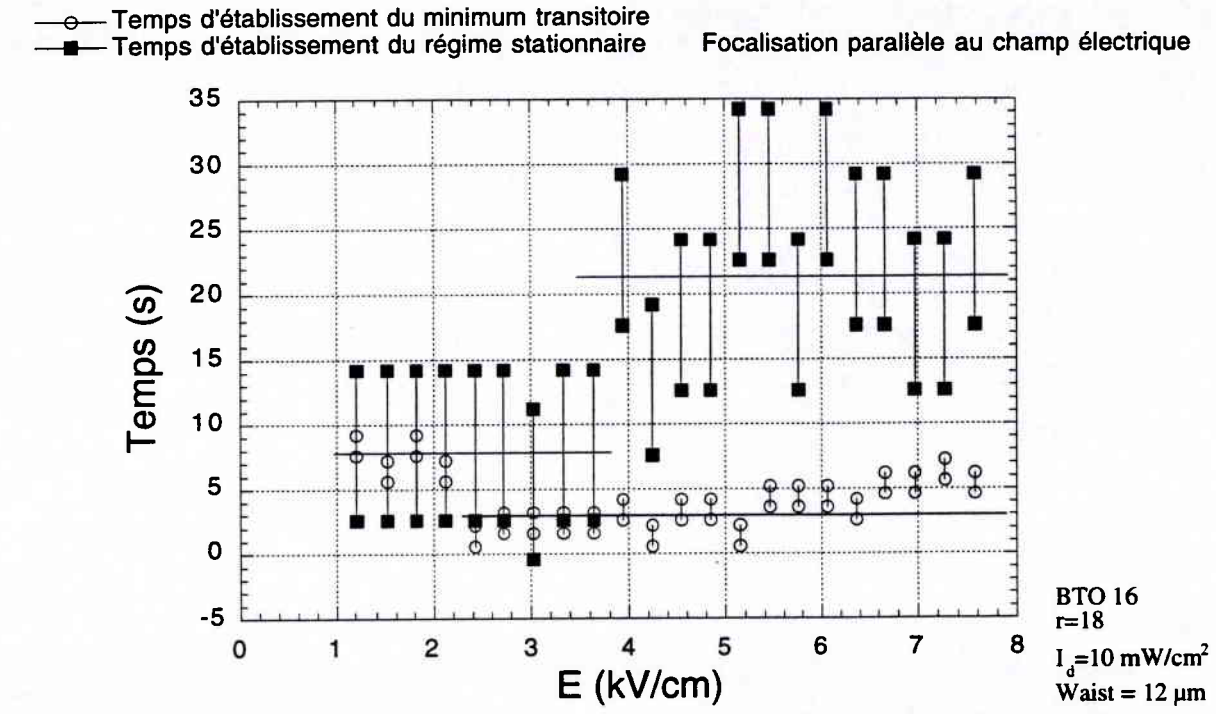


Figure 51: Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 12 µm, pour différents r.

(c)



(d)

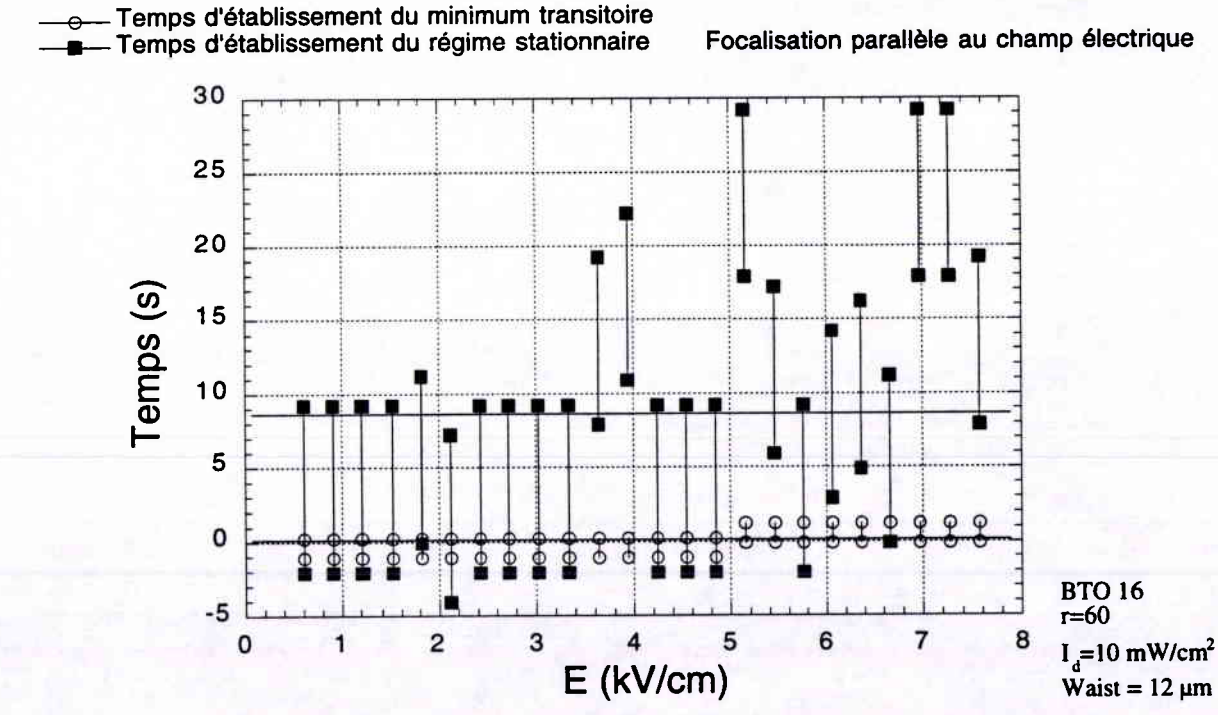
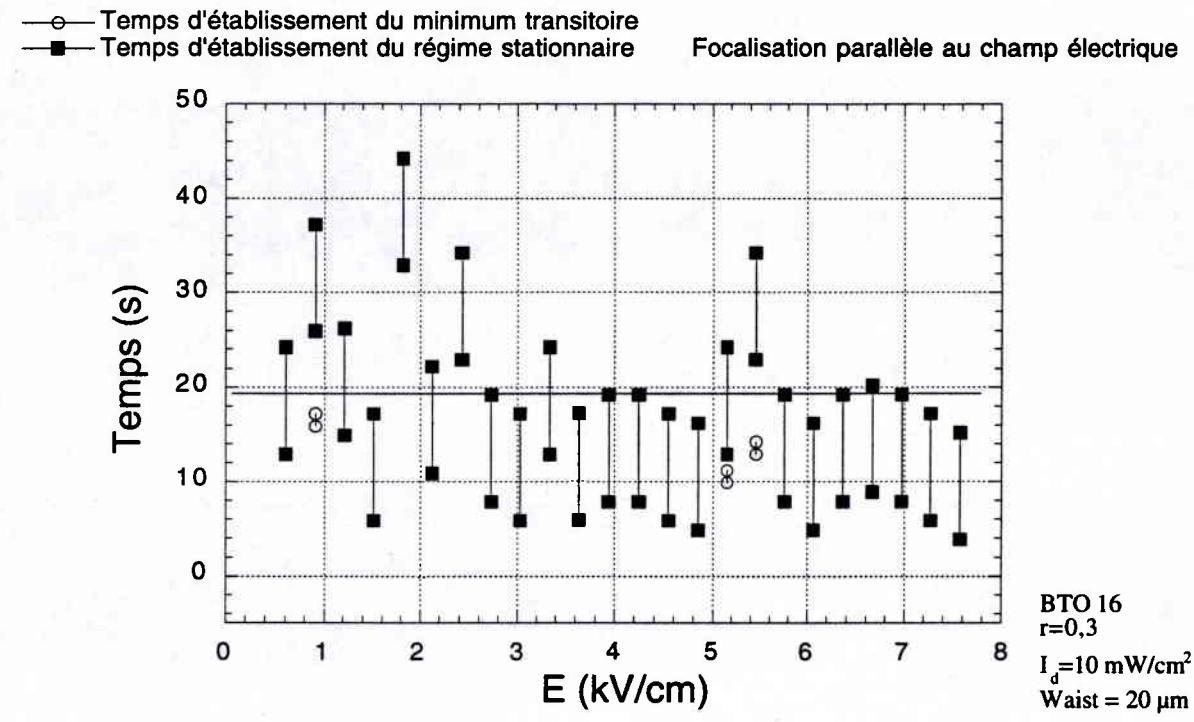


Figure 51 (suite) : Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 12 µm, pour différents r.

(a)



(b)

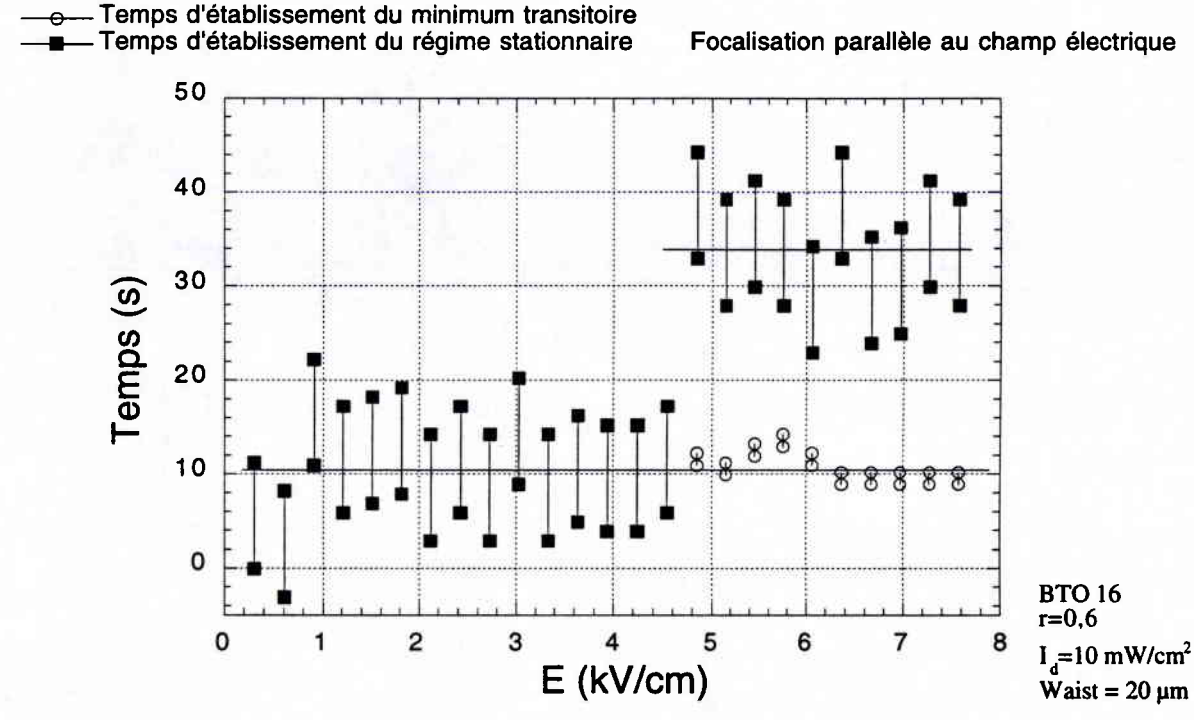
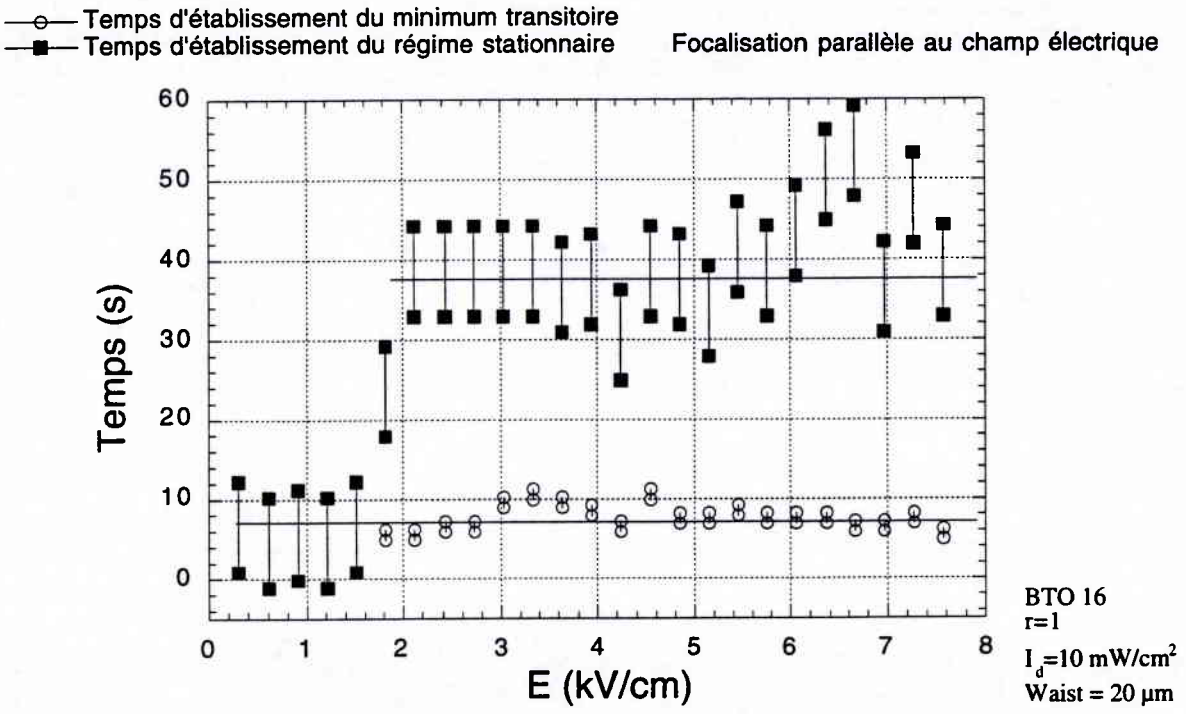


Figure 52: Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r.

(c)



(d)

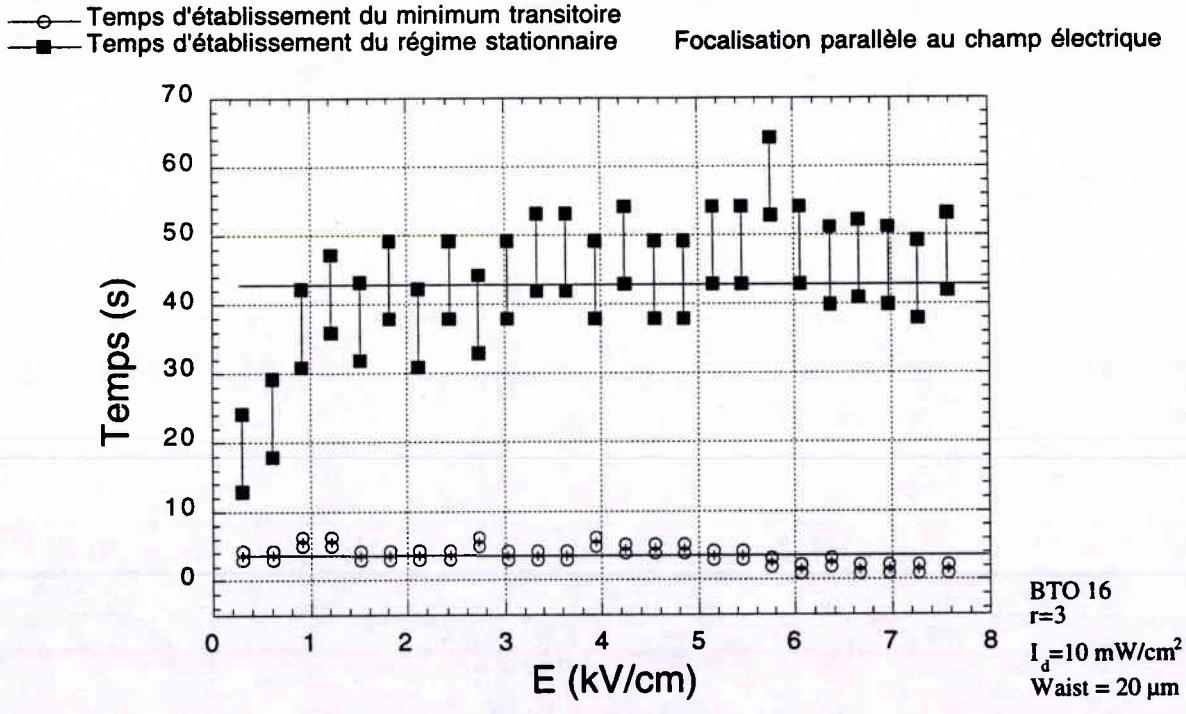
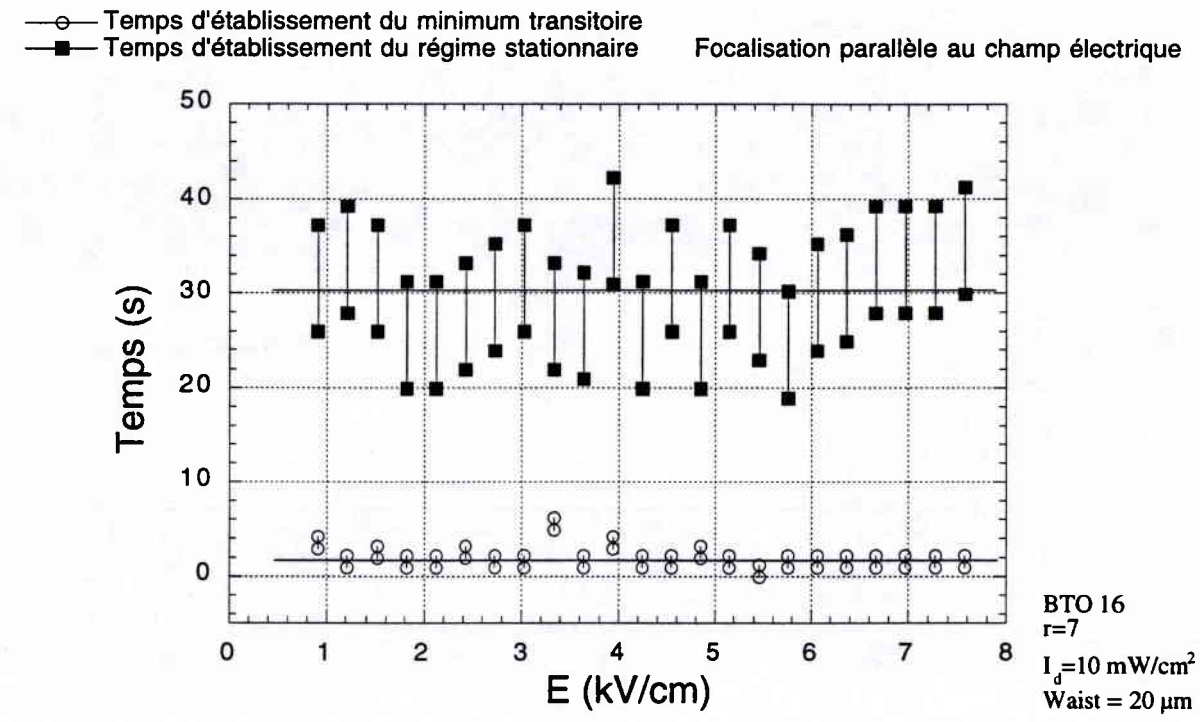


Figure 52 (suite) : Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r.

(e)



(f)

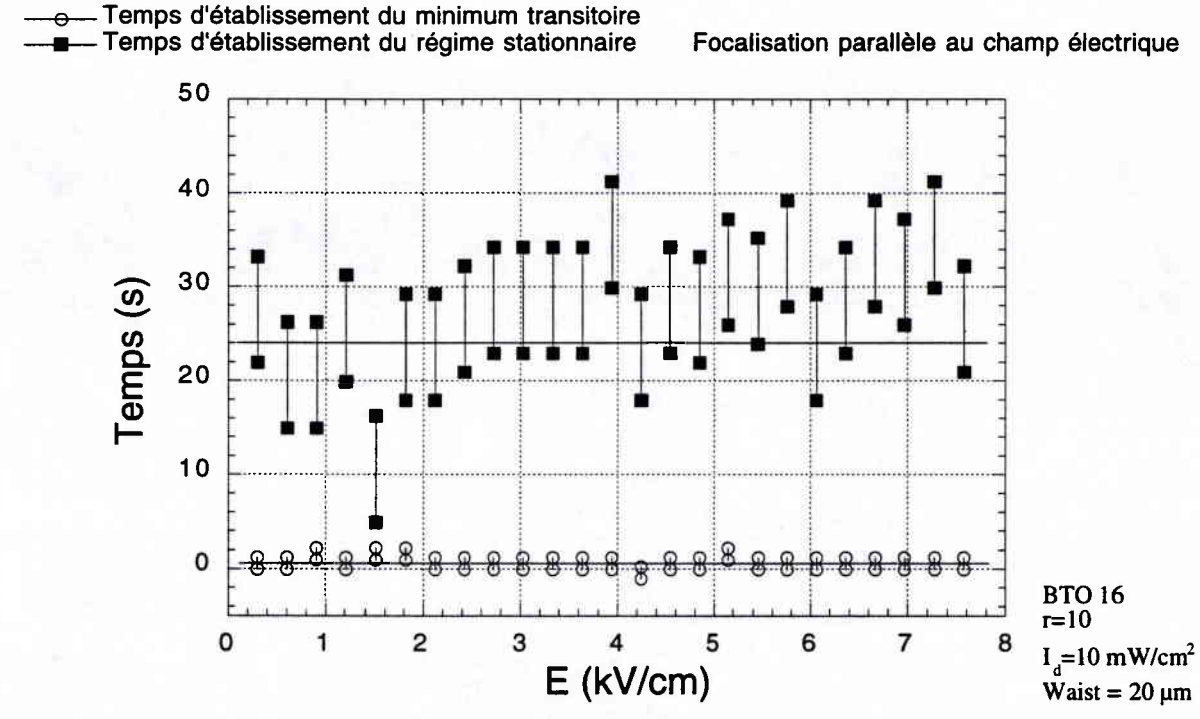
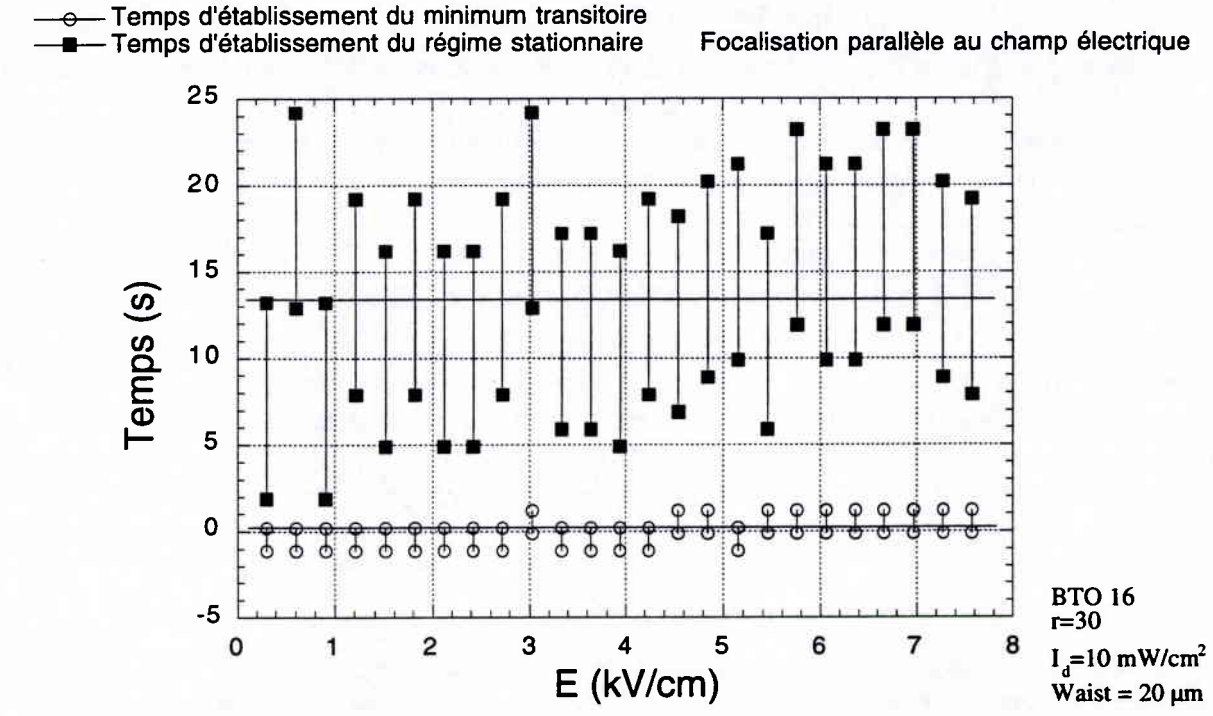


Figure 52 (suite) : Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r.

(g)



(h)

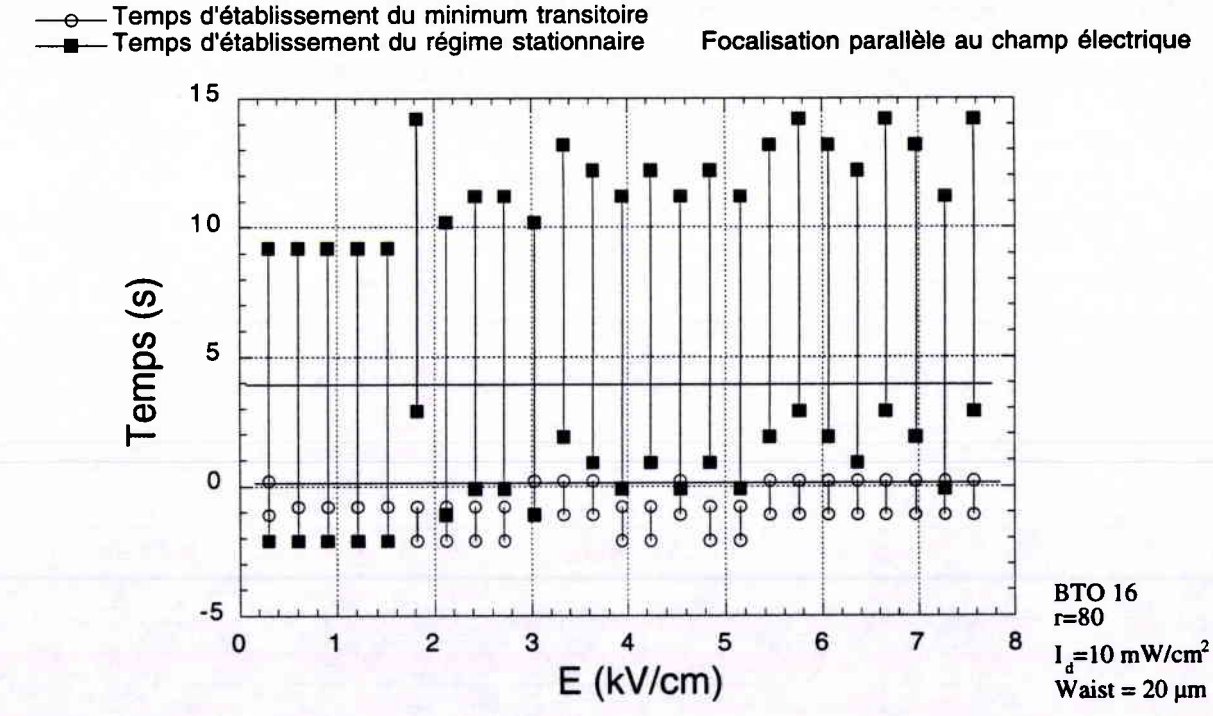


Figure 52 (suite) : Temps d'établissement du minimum transitoire et de l'état stationnaire obtenus avec un waist d'entrée de 20 µm, pour différents r.

6.1.2.2.Etude du produit du rapport d'intensités par le temps d'établissement.

Le modèle théorique du chapitre 3 prévoit, section 3.6.3.2, que le produit du rapport d'intensités *r* par le temps de formation du rayon minimum transitoire est une constante (équation (3-30)). Le modèle fournit une valeur physique pour cette constante. Nous ne pouvons cependant pas la calculer car nous ne disposons pas des valeurs de toutes les grandeurs physiques qui y interviennent. Nous nous contenterons donc de vérifier expérimentalement si le produit du temps d'établissement par le rapport *r* est indépendant de *r* (figure 53).

Pour tracer la courbe représentée sur la figure 53, nous avons supposé constant le temps d'établissement du rayon minimum transitoire pour *r* fixé (comme prévu par le modèle) et nous avons estimé sa valeur à l'aide des courbes de la figure 52 : ainsi, chacune des courbes de la figure 52 fournit une valeur pour le temps d'établissement de l'état stationnaire et une valeur pour le temps d 'établissement du minimum transitoire. Nous n'avons pas effectué cette analyse avec les courbes de la figure 51 car leur faible nombre ne permet pas d'obtenir une analyse significative.

Du fait des marges d'erreur importantes, seuls les 4 points de gauche de la figure 53 sont significatifs. Sur ces 4 points, les 3 points de gauche sont susceptibles de correspondre à une même valeur expérimentale mesurée. Quant aux 3 points de droite pour lesquels la marge d'erreur est importante, la valeur mesurée (tiret au centre de la marge d'erreur) reste proche de la valeur constante définie par les 3 points de gauche. La ligne droite est un guide permettant

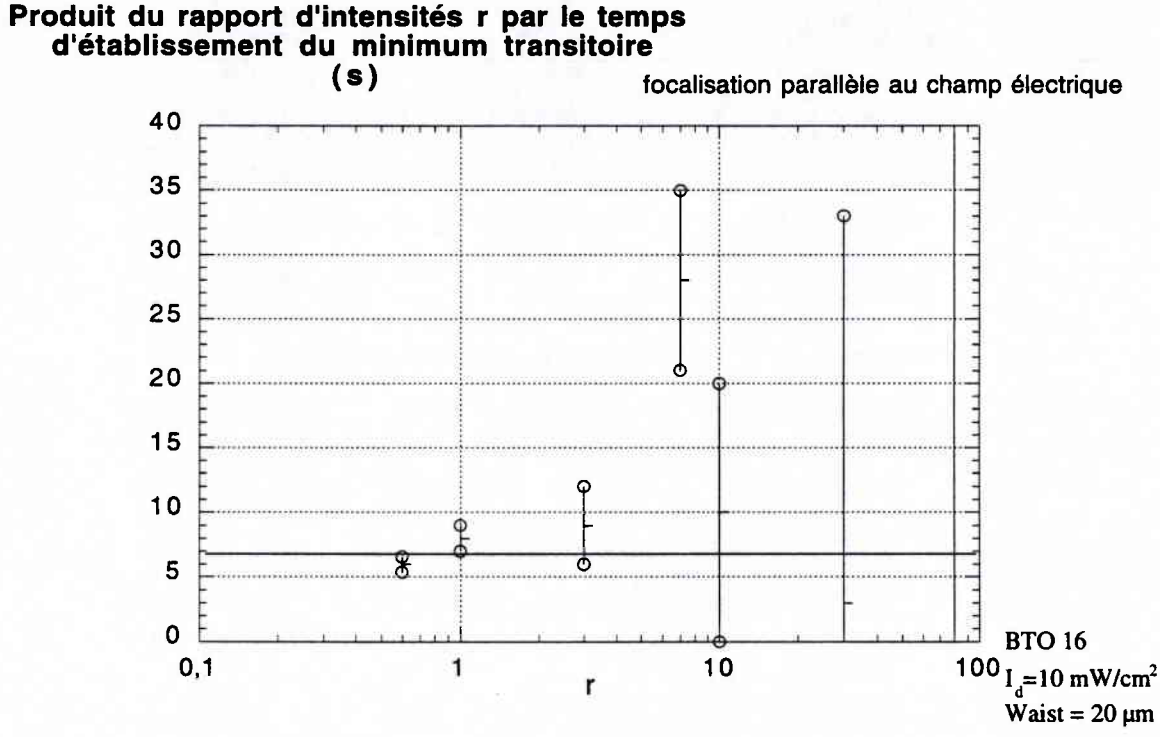


Figure 53 : estimation du produit du rapport d'intensités r *et du temps d'établissement du rayon minimum transitoire, en fonction de r.*

d'estimer cette valeur constante.

6.1.2.3.Seuil expérimental en champ (régimes 1->3)

La figure 52 (et notamment de b à d) fait apparaître l'existence d'un seuil en champ électrique en deçà duquel le soliton transitoire et le soliton stationnaire sont confondus et au delà duquel ils sont nettement distincts : ces comportements correspondent respectivement aux régimes de formation 1 et 3 définis au chapitre 3 (section 3.6.2.1). La figure 54 représente ce seuil en fonction de la racine de *r*, à l'instar de la figure 12 (chapitre 3).

Nous n'avons pas observé expérimentalement de régime temporel correspondant au régime 2 de la figure 18. Cela est probablement dû aux oscillations en intensité du laser, source des erreurs de mesures importantes des temps, car le domaine d'existence du régime 2 est assez petit et sa mise en évidence requiert une grande finesse dans la mesure du rayon du faisceau. Par ailleurs la figure 54 montre que la racine de *r* est une fonction décroissante de *E* sur la frontière entre les domaines alors que la figure 18 montre des fonctions linéaires croissantes.

Cet aspect des mesures ne correspond pas aux calculs effectués à partir du modèle théorique. Compte tenu de la faiblesse du nombre de points de la figure 54 et des bons accords obtenus précédemment (figure 52), nous n'avons pas d'explication pour ce désaccord. Il est peut être la conséquence de l'une des limitations de la comparaison effectuée ici, que nous exposerons dans la section 6.2.

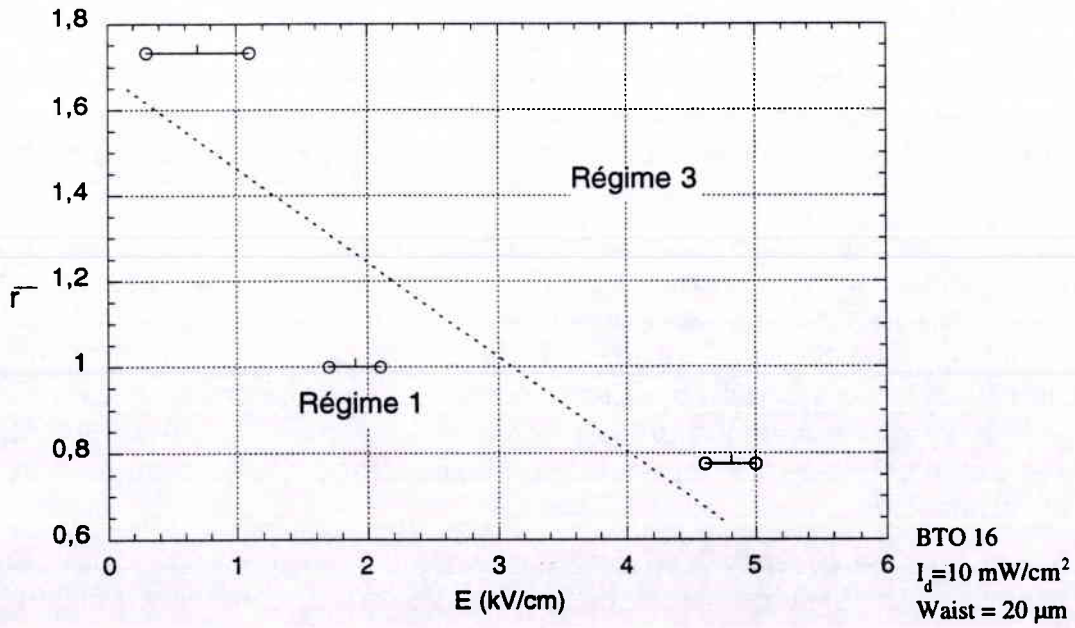


Figure 54 Frontière entre les régimes 1 et 3 de la formation du soliton photoréfractif, sur le plan $\left(E,\sqrt{r}\right)$. La ligne pointillée est un guide pour les yeux.

6.1.2.4.Transitoire spatial et simulations numériques de la propagation en milieu photoréfractif

Lors du développement du modèle présenté au chapitre 3, nous avons supposé la propagation d'un soliton spatial dans le milieu photoréfractif et nous avons étudié ses propriétés. Cette approche présente de multiples inconvénients, exposés dans la section 3.7.3. Elle présente notamment l'inconvénient de ne pas permettre d'étudier l'évolution temporelle de la propagation du faisceau quand le terme D, correspondant à la diffusion des porteurs dans l'équation de propagation (3-21), n'est pas nul.

Une des solutions à ces problèmes est de résoudre numériquement l'équation de propagation (3-21). C'est un équation différentielle non-linéaire aux dérivées partielles. Il existe toute une variété de méthodes numériques permettant d'analyser ce type d'équation. Il y a cependant une méthode particulièrement adaptée aux équations décrivant la propagation d'une onde en milieu non-linéaire : la méthode dite de « Split-Step Fourier » [8, 65]. Elle consiste à évaluer séparément sur deux demi-pas consécutif la partie linéaire et la partie non-linéaire de l'équation. La partie linéaire est évaluée par l'intermédiaire d'une transformée de Fourier de l'onde calculée. Il est ainsi possible, à partir d'un profil déterminé, de calculer son évolution dans le milieu non-linéaire. Le profil utilisé à l'entrée du matériau pour calculer l'évolution représentée sur la figure 55 est le profil du soliton stationnaire pour D=0 (calculé à partir de (3-28)). Les paramètres de l'équation (3-21) utilisés sont r=10, N=1 et D=0,1. La figure 55 représente la propagation du profil d'entrée sur une longueur correspondant à 10 unités réduites, telles que définies en section 3.4.3.

Les images de 1 à 3 de la figure 55 montrent le processus d'auto-focalisation du faisceau. Ce processus est suivi d'une déviation due à la diffusion des porteurs Il est intéressant de remarquer que, dans ce cas, la déviation du faisceau intervient après l'auto-focalisation. Nos simulations numériques en étant à leurs débuts, nous ne pouvons pas affirmer que tel est le cas pour toutes les configurations physiques. Toutefois cette observation laisse envisager bien des perspectives quant l'étude des phénomènes photoréfractifs et leur utilisation dans des cristaux dans lesquels la diffusion des porteurs ne peut pas être négligée.

La figure 55 illustre un exemple d'utilisation numérique de l'équation de propagation (3-21). Puisque le profil d'entrée utilisé correspond au soliton stationnaire, le transitoire spatial est peu marqué : en effet, le profil d'entrée utilisé est très proche de l'état soliton vers lequel le faisceau converge spatialement. Cela tend à montrer que le soliton spatial est spatialement stable. Cependant, cette technique numérique permet également d'étudier les transitoires spatiaux et leur convergence vers l'état soliton, en utilisant des profils d'entrée plus éloignés de l'état soliton.

Un des autres inconvénients de l'approche faite dans le chapitre 3 est l'impossibilité d'étudier la stabilité spatiale du phénomène soliton. Le profil d'entrée utilisé pour la figure 55 est le profil du soliton stationnaire. Ce n'est donc pas le profil du soliton à tous les instants. Or cette figure semble montrer qu'à tous les instants le faisceau converge vers l'état soliton : c'est une bonne indication quant à la stabilité du phénomène.

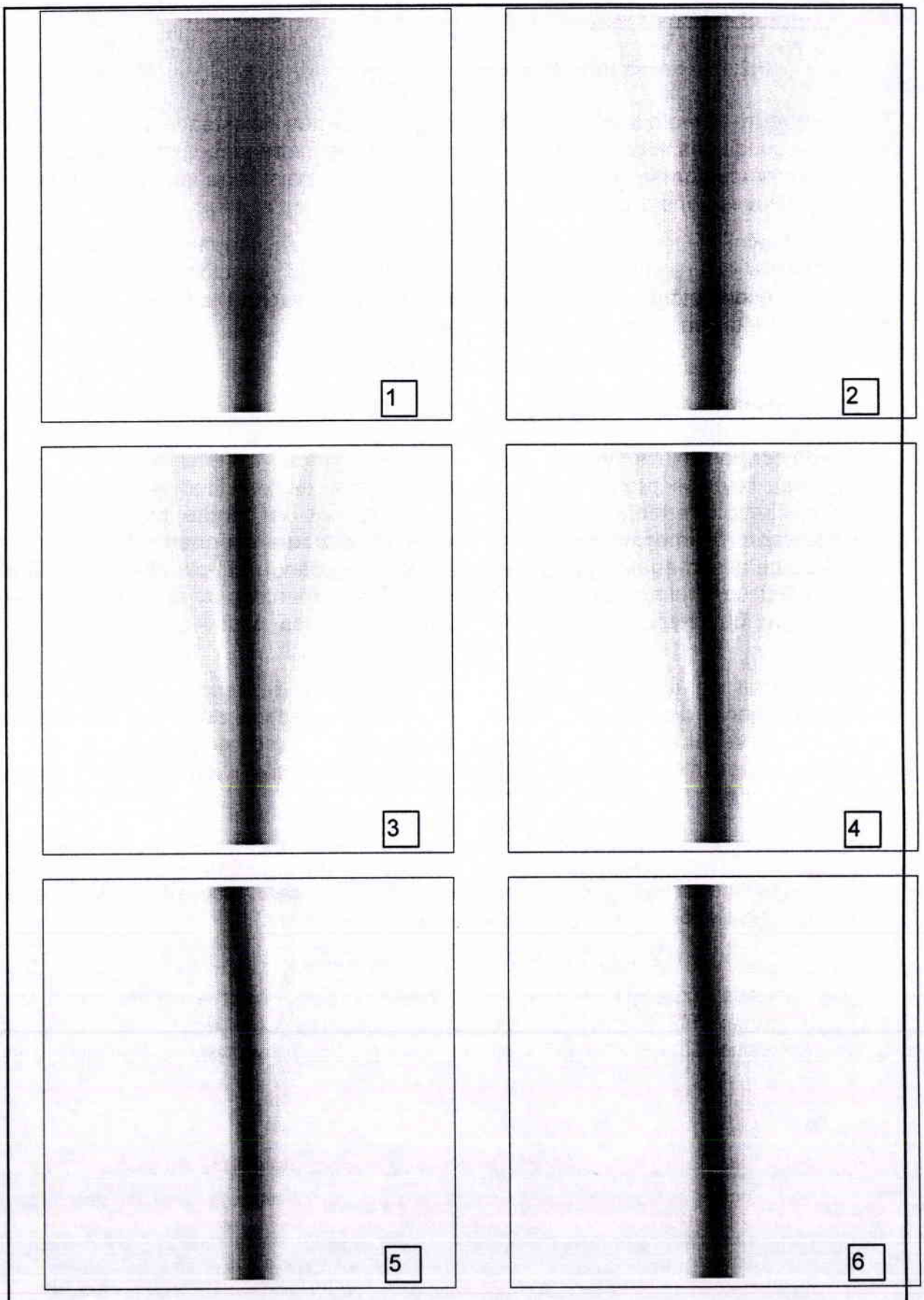


Figure 55 : calcul numérique de la propagation du faisceau sur 10 unités réduites pour (t/T_N) valant 0, 0,05, 0,1, 0,15, 0,55 et +∞, et pour r=10, N=1 et D=0,1.

6.2. Critique du modèle théorique

6.2.1. Non conformité avec le modèle

Le fait que le modèle du chapitre 3 ne prédise pas l'existence d'un soliton à partir de conditions initiales données, mais plutôt sa forme si il existe, n'est pas en soi une non-conformité du modèle à la physique, mais rend son interprétation délicate. Nous avons détaillé ce point précédemment, en section 6.1.1.2.

En revanche, le modèle que nous avons exposé au chapitre 3 et que nous avons testé au regard des résultats expérimentaux (section 6.1), présente certaines incompatibilités avec l'expérience que nous avons menée au chapitre 4. Elles sont détaillées dans les sections qui suivent.

6.2.1.1.Modèle de dimension (1+1)

La première, et probablement la plus importante, des limitations de notre modèle est sa dimension : il est de dimension (1+1). Cette dénomination signifie que ce n'est pas exactement un modèle bidimensionnel. En effet, il suppose que le faisceau laser se propage dans la direction -fixe- de l'axe z et ne diffracte que dans la direction orthogonale x. Cela ne permet pas de rendre compte, même dans le cadre bidimensionnel, d'une éventuelle courbure importante du faisceau. la principale raison en est que le coefficient électro-optique effectif utilisé par notre modèle est une valeur fixe r_{eff} déterminée par les orientations de l'axe z, de la polarisation du faisceau (supposée immuable) et du cristal photoréfractif lui-même.

Le modèle de dimension (1+1) permet toutefois de rendre compte d'une courbure légère[95] du faisceau : bien que l'axe de propagation z soit supposé fixe, la courbure est rendue par un déplacement du profil du faisceau le long de l'axe x, dans une direction donnée. C'est ce procédé qu'ont employé, par exemple, Singh et Christodoulides [38] et Carvalho *et al.* [42].

Cette dernière remarque peut permettre d'appliquer notre modèle théorique à des courbures de faisceau importantes : un calcul numérique pourrait découper le cristal en de fines tranches orthogonales au faisceau, dans lesquelles l'hypothèse paraxiale (dimension (1+1)) resterait valable.

6.2.1.2.Modèle 2D, expérience 3D.

Lors de nos expérimentations, nous n'avons pas observé de déviation du faisceau dans BTO et SBN, et nous avons observé une légère déviation du faisceau[96] dans $BaTiO_3$. Par conséquent, un modèle totalement bidimensionnel

---

[95] courbure légère : courbure qui reste dans le cadre des approximations paraxiales

[96] L'échantillon de $BaTiO_3$ que nous avons utilisé a été par ailleur testé avec un laser Argon de forte puissance (20W en continu). Dans cette configuration, nous avons observé un « fanning » du faisceau très important : la déviation du faisceau dans le sens de l'axe c obtenue ici est sans commune mesure avec celle que nous avons observée à nos faibles puissances.

Je remercie mon collègue Dr. Michel Goetz, professeur agrégé à Supélec, d'avoir procédé à cette expérience de fanning avec notre échantillon. Cette expérience nous a par ailleurs permis de déterminer avec certitude la direction de l'axe c de polarisation spontanée de notre échantillon.

n'aurait pas permis d'obtenir une meilleure interprétation de nos résultats expérimentaux.

En revanche, les expériences physiques sont intrinsèquement tridimensionnelles. Dans notre cas, les phénomènes physiques mis en jeu peuvent être supposés de dimension 2+1 : le faisceau est supposé se propager dans une direction fixe z, et diffracter dans le plan orthogonal à l'axe de propagation. Notre modèle ne permet pas de rendre compte de cet aspect. La littérature [21, 22, 35, 47, 48, 50, 62] fournit des modèles de dimension (2+1) voire totalement tridimensionnels intéressants. Toutefois, tous s'attachent à l'état stationnaire et ne permettent pas d'introduire la dimension temporelle. Un modèle temporel, dérivé de [35] et publié dans [46] a du être réduit d'une dimension.

Nous nous sommes attachés à étudier la question de l'introduction de la dimension temporelle dans notre modèle, laissant à de futures recherches le soin d'y introduire une dimension supplémentaire.

Toutefois, notre modèle de dimensions réduites permet, comme nous l'avons vu en section 6.1, de décrire correctement et avec une assez bonne précision, le comportement de la focalisation parallèle au champ électrique, d'un faisceau de dimension (2+1).

6.2.1.3.Stabilité

Une conséquence de l'approche mathématique que nous avons faite de l'équation de propagation (3-21) concerne la question de la stabilité du phénomène que nous avons étudié. Comme nous l'avons déjà vu (section 6.1.1.2), l'approche que nous avons utilisée ne nous permet pas de rendre compte des phénomènes transitoires spatiaux qui mènent au soliton spatial. De la même façon, cette approche ne nous permet pas de rendre compte de la stabilité du soliton spatial.

La résolution de cette question nécessite d'effectuer une approche numérique de l'équation de propagation (3-21), comme suggéré précédemment (section 6.1.2.4). Mamaev *et al.* [21, 22] proposent une étude passionnante, théorique et expérimentale, des conséquences de l'instabilité, dans certaines conditions, du phénomène d'auto-focalisation à l'état stationnaire.

Quoiqu'il en soit, et malgré ces restrictions, nous pensons que le simple fait que le diamètre du faisceau en sortie du cristal corresponde, dans certaines conditions (figure 50) au diamètre de soliton prévu suffit à démontrer expérimentalement que le soliton spatial photoréfractif peut être stable. Cette assertion est confirmée Zozulya *et al.* [62] aussi bien de manière théorique qu'expérimentale.

6.2.1.4.Absorption

Une approximation importante qui a été faite dans l'obtention de l'équation de propagation est de supposer l'absorption de la lumière négligeable dans le milieu photoréfractif (équation 3-11). Nous n'avons pas étudié ce qu'il advient des conditions de propagation des solitons spatiaux en cas d'absorption non négligeable.

Toutefois, Singh et Christodoulides [38] nous fournissent une indication : à l'état stationnaire et dans le cadre d'un modèle de dimension (1+1), l'absorption ne

modifie pas la propagation du faisceau, si ce n'est qu'elle en atténue le profil, comme dans un milieu linéaire.

6.2.1.5.Influence de la polarisation

Une autre question importante et qui revient dans la plupart des études des phénomènes photoréfractifs est la polarisation de la lumière. Cette question a été totalement éludée, à la fois dans notre analyse théorique et dans notre étude expérimentale. Le modèle théorique, de dimension (1+1), ne permet pas de prendre en compte la polarisation de la lumière : celle-ci est supposée fixe et détermine uniquement la valeur du coefficient électro-optique effectif r_{eff}. Du point de vue expérimental, nous avons polarisé la lumière parallèlement au champ électrique pour l'ensemble de nos expérience. Cela résulte du choix de ne pas étudier l'influence de la polarisation. Nous avons cependant effectué quelques expériences qualitatives de son influence, qui ont montré que la seule influence de la polarisation est la modification du coefficient r_{eff}. Il faut toutefois remarquer qu'une rotation de 90° de la polarisation peut faire changer r_{eff} de signe, ce qui a pour effet de transformer le phénomène d'auto-focalisation en auto-défocalisation. Segev *et al.* [47] et Singh *et al.* [48] nous fournissent un modèle intéressant, à l'état stationnaire, de la formation de solitons spatiaux, en tenant compte de la polarisation : il sont dénommés « solitons vectoriels ».

6.2.1.6.Conséquences de l'activité optique

Parmi les cristaux que nous avons utilisés, BTO, sur lequel nous avons effectué notre étude expérimentale quantitative, présente une activité optique : la polarisation d'un faisceau polarisé rectilignement tourne de 6,3°/mm au cours de sa propagation dans BTO. Pour notre échantillon, cela signifie une rotation de 40,3° de la polarisation : cela suffit pour changer la valeur de r_{eff} de façon significative. De manière à pouvoir négliger cette rotation, nous avons tourné la polarisation du faisceau dans le sens contraire, de 20°, avant qu'il ne traverse le cristal. Ainsi, la polarisation varie de -20° à +20°, limitant la variation de r_{eff} à celle correspondant à 20° de rotation. Cette variation peut être négligée. Elle peut cependant être à l'origine de certains des désaccords entre la théorie et l'expérience observés en section 6.1.

Królikowski *et al.* [49] ont démontré, par des simulations numériques, l'impossibilité d'obtention de solitons spatiaux en présence d'une activité optique non négligeable. La raison intuitive en est simple. Dans les sillénites, la rotation de 90° de la polarisation de l'onde incidente induit un changement de signe[97] du coefficient électro-optique effectif r_{eff}. Par conséquent, quand $r_{eff}>0$, le faisceau est auto-focalisé et quand $r_{eff}<0$, il est défocalisé : la succession spatiale de ces deux phénomènes empêche l'établissement d'un soliton spatial.

6.2.1.7.Stries d'indice

Lors de la croissance des cristaux, de légères modulations d'indice apparaissent dans la direction de croissance, du fait de légères modifications des conditions expérimentales au cours de la croissance (variations de température par exemple) : cela se manifeste par des stries d'indice perpendiculaires à la

[97] Avec les orientations que nous avons utilisées.

direction de croissance. C'est le cas pour les échantillons de BTO et SBN [64] que nous avons utilisés.

Nous avons pu déterminer expérimentalement que, dans BTO, la période spatiale des stries d'indice était voisine des tailles de faisceaux utilisés (quelques dizaines de microns). Puisqu'elles proviennent d'instabilités physiques, les stries d'indice ne sont pas précisément déterminées : à l'échelle spatiale où nous opérons, elles ressemblent plutôt à un bruit aléatoire, présentant une période spatiale dominante à quelques dizaines de microns.

Nous avons traité expérimentalement ces stries d'indice comme un bruit d'indice, sans tenir compte de la période spatiale prépondérante. Nous ne savons pas quelle peut être l'influence de ce phénomène sur nos observations. Nous laissons donc cette question à de futures recherches sur BTO et SBN.

6.3. Degré de certitude expérimentale concernant l'obtention d'un soliton spatial

Après les études expérimentales que nous avons menées et après une analyse détaillée des résultats expérimentaux publiés dans la littérature internationale, une question reste en suspend : *« a-t-on jamais pu mettre en évidence expérimentalement et de façon certaine la propagation d'un soliton spatial dans un matériau photoréfractif ? »*

Dans la mesure où un soliton spatial est, au sens strict du terme, un faisceau qui ne se déforme pas au cours de sa propagation, pour répondre par l'affirmative à la question ci-dessus, il faut être capable d'observer le faisceau tout au long de sa propagation.

Dans les deux sections qui suivent, nous montrerons qu'à l'heure actuelle, il nous faut répondre par la négative à la question ci-dessus. Nous montrerons cependant qu'il est possible d'obtenir un certain « degré de certitude » en utilisant certaines techniques expérimentales.

6.3.1. Nos méthodes d'observation

La méthode d'observation que nous avons choisie est d'observer le profil du faisceau en sortie du cristal, sans essayer de voir ce qui se passe à l'intérieur du cristal. Cette méthode conduit inévitablement à l'impossibilité d'affirmer catégoriquement et de façon indubitable que nous avons observé un soliton spatial photoréfractif.

Cependant, nous avons mis au point (chapitre 3) un modèle théorique permettant de prévoir le diamètre du soliton si il existe. Par ailleurs, la figure 50 montre une bonne concordance entre le diamètre du soliton prévu et le diamètre du faisceau en sortie de cristal, et ce, pour une grande plage de variation du champ électrique et du rapport d'intensités *r*. Nous pensons donc pouvoir affirmer, avec un degré élevé de certitude, que nous avons obtenu, après un transitoire spatial, la propagation d'un soliton spatial dans l'échantillon BTO16, dans les conditions de la figure 50.

6.3.2. Les autres méthodes expérimentales

La littérature propose d'autres méthodes expérimentales pour obtenir un bon degré de certitude quant à l'obtention d'un soliton spatial photoréfractif.

La première méthode consiste à profiter de la diffusion de la lumière au sein du cristal photoréfractif pour observer le profil du faisceau transversalement. Toutefois, bien que la littérature propose certaines photos prises transversalement, (voir par exemple les travaux de Shih *et al.* [50]), aucune étude numérique ne se base sur ces prises de vues : elles ne permettent en effet d'accéder qu'à la projection du faisceau sur le plan de la photographie. Par ailleurs, ces prises de vues du faisceau sont prises à travers un milieu essentiellement non-linéaire : bien qu'elles fournissent une bonne appréciation qualitative du phénomène, elles sont inutilisables pour des études numériques, du fait de la distorsion de l'image induite par le cristal non-linéaire.

Une autre méthode suggérée par la littérature [28] consiste à effectuer la mise au point du système d'observation dans l'axe du faisceau à l'intérieur du cristal, en profitant de sa transparence. Cette méthode comporte une contradiction fondamentale : il n'est pas possible d'observer un phénomène dû à des effets non-linéaires à travers le milieu responsable de la non-linéarité, en le supposant linéaire. Nous ne pensons donc pas que cette méthode soit utilisable pour des études numériques précises.

En revanche, une méthode fournissant un excellent degré de certitude est celle présentée dans [50] : elle consiste à utiliser un échantillon dont la face de sortie n'est pas parallèle à la face d'entrée. L'endroit où le faisceau est focalisé sur la face d'entrée détermine la longueur de propagation dans le milieu photoréfractif. En déplaçant le faisceau incident sur la face d'entrée, il est possible d'étudier le profil du faisceau pour différentes longueurs de propagation et donc de déterminer si, sur cette plage d'étude, un soliton spatial a été obtenu.

Cette dernière méthode fournit un excellent degré de certitude, mais pas une certitude absolue. Elle est basée sur l'hypothèse fondamentale que le cristal est parfaitement homogène. Si ce n'est pas exactement le cas, le fait de déplacer le faisceau change ses conditions de propagation et ne permet plus d'interpréter les observations successives comme étant l'observation d'un même faisceau à plusieurs endroits. Nous pensons cependant que cette méthode est la meilleure proposée à ce jour par la littérature dans le but d'obtenir la certitude d'observer un soliton spatial photoréfractif.

6.4. Bilan et perspectives

6.4.1. Ce que nous avons apporté par rapport à la littérature préexistante et présente

La littérature préexistante à nos études était, on l'a vu (section 2.5.1), très pauvre. Deux analyses théoriques similaires avaient été publiées [24, 25], ainsi que deux études expérimentales [27, 28]. A la lumière de notre modèle théorique du chapitre 3 et de la littérature récente, nous savons aujourd'hui que ces études correspondaient aux solitons photoréfractifs transitoires.

Par rapport à ces quelques études, nous avons apporté la preuve, à la fois théorique et expérimentale, de la possibilité d'obtenir des solitons spatiaux dans les matériaux photoréfractifs. Nous avons explicité les conditions de leur propagation et la relation bijective qui existe entre les paramètres physiques et leur largeur.

Pendant les 3 années qui se sont écoulées depuis le début de nos travaux, de nombreuses études ont été menées par d'autres équipes, comme le montre la liste des références bibliographiques située à la fin de ce manuscrit. L'étude que nous avons menée s'inscrit dans ce contexte international car elle est l'une des seules à s'intéresser aux phénomènes transitoires. Par rapport à la littérature existante au moment de la rédaction de ces lignes, les recherches mentionnées dans ce manuscrit apporte une étude de ces phénomènes transitoires, autant du point de vue théorique qu'expérimental. Elles ont notamment permis de bien comprendre la distinction entre le soliton « quasi-steady-state » et le « screening soliton » (respectivement soliton transitoire et stationnaire ; voir section 3.6.1) ainsi que l'évolution temporelle de l'un vers l'autre, selon le processus progressif de masquage du champ électrique appliqué.

6.4.2. Améliorations et poursuite de nos études

6.4.2.1.Modèle théorique

Le modèle théorique présenté au chapitre 3 présente certains défauts, qui ont été présentés dans la section 6.2. Selon nous, les deux inconvénients majeurs de ce modèle sont d'une part le fait qu'il ne permet pas de décrire les phénomènes transitoires spatiaux et, d'autre part, sa dimension (1+1).

La dimension (1+1) du modèle a été introduite avec le système d'équation de Kukhtarev réduit à 1 dimension (3-4). L'analyse en dimension (2+1) voire 2 ou 3 de ce système d'équation couplé avec l'équation d'onde, dans le domaine temporel, est très complexe. Elle pourrait être cependant très utile pour la compréhension des phénomènes que nous observons. Ce n'est pas à proprement parler une poursuite de nos études car il faut reprendre l'étude théorique au système d'équations (3-3), mais plutôt leur généralisation.

Nous pensons que notre travail théorique pourrait être poursuivi en conduisant une investigation numérique et systématique de l'équation de propagation (3-21), afin de caractériser plus avant les phénomènes transitoires spatiaux, comme suggéré en section 6.1.2.4. Par ailleurs, l'équation (3-21) comporte un terme $E_N(X,Z)$ caractéristique de l'effet mémoire des matériaux photoréfractifs. L'équation de propagation (3-1) peut donc être utilisée pour étudier le comportement en transitoire d'inscriptions successives de guides induits. Elle peut aussi être utilisée pour étudier le comportement d'un faisceau se propageant dans un guide pré-inscrit par un autre faisceau...

6.4.2.2.Oscillations laser

Un des problèmes majeurs que nous avons rencontrés lors de nos expérimentations est l'oscillation en puissance du laser. Bien que nous ayons ramené la puissance mesurée à la puissance totale émise, nous n'avons pas réussi à éliminer totalement l'influence de ces oscillations dans nos mesures. Elles ne nous ont pas trop gêné pour ce qui est des mesures de diamètre du

faisceau en sortie du cristal. En revanche elles ont induit des marges d'erreur importantes dans les mesures des temps de formation, qui n'ont pu être interprétées de façon entièrement satisfaisante.

Le première amélioration à apporter à notre dispositif expérimental est, nous le pensons, l'introduction d'une source laser plus stable qu'un laser He-Ne conventionnel. Une diode laser pourrait convenir, si elle a la puissance nécessaire à la longueur d'onde désirée.

6.4.2.3.Expériences à poursuivre sur BTO

6.4.2.3.(a).Caractérisation certaine de l'observation d'un soliton spatial.

Nous avons vu (section 6.3) que nos expérimentations ne nous ont pas permis d'affirmer de façon indubitable que nous avons observé un soliton spatial photoréfractif, bien que nous en soyons convaincus. Nous avons, par ailleurs, vu que la littérature ne proposait pas non plus de méthode expérimentale le permettant.

Un des tout premiers objectifs d'une future étude expérimentale des solitons photoréfractifs pourrait être de déterminer une méthode permettant d'acquérir la certitude que l'on observe un soliton spatial. Une piste de réflexion pourrait être l'observation, grâce à un faisceau sonde auquel le milieu est insensible, de la modulation d'indice induite par le soliton (parallèlement au faisceau soliton, ou bien transversalement). Il faut cependant trouver un moyen de corriger les perturbations induites par les non-linéarités du cristal : un miroir à conjugaison de phase est-il la solution ?

6.4.2.3.(b).Poursuite sur la même voie.

L'étude expérimentale que nous avons menée sur BTO et rapportée au chapitre 5 est nécessairement incomplète. En effet, le sujet exploré était quasiment inconnu au début de cette étude. La conséquence principale en est, comme mentionné section 5.3.2, que nous avons du faire des choix quant à l'étude de l'influence de tel ou tel paramètre. Bien entendu, ces choix ont été guidés par des considérations scientifiques. Il y reste cependant une part d'arbitraire.

Nous n'avons par exemple effectué qu'une validation partielle de l'aspect théorique qui mentionne que seul le rapport d'intensité r influe sur la propagation de solitons spatiaux. Nous n'avons étudié que l'influence de deux valeurs de l'intensité de fond : 2 et 10 mW. Ces deux valeurs sont les deux extrémités de nos possibilités expérimentales : une étude plus approfondie nécessiterait de disposer d 'un éclairement de fond plus puissant et d'un détecteur plus sensible[98].

Nous n'avons pas non plus procédé à une étude complète de l'influence de la taille du waist d'entrée sur le phénomène d'auto-focalisation. Il faut comprendre que la plage de variation du waist d'entrée est assez réduite : la borne inférieure était, pour notre banc expérimental, de 5 µm et la borne supérieure est de 30 µm car au delà, le faisceau ne diffracte plus assez pour que l'on puisse distinguer un

[98] Le détecteur que nous avons utilisé est sensible à quelques nW minimum. Il faudrait le remplacer par un photomultiplicateur et étudier de près la façon de minimiser l 'erreur systématique due à l'éclairement ambiant de la pièce d'expérimentation.

faisceau focalisé d'un faisceau non focalisé. L'amélioration de cette plage nécessite, pour la borne inférieure, de perfectionner le système de focalisation sur le cristal et, pour la borne supérieure, l'utilisation d'échantillons plus longs dans la direction de propagation[99].

Il y a bien d'autres paramètres dont l'influence pourrait être importante et que nous n'avons pas étudiés, tels que la température. Une liste non exhaustive de ceux-ci est donnée en préambule à la présentation de nos études expérimentales (section 5.3.2) : le champ d'expérimentation à conduire sur BTO est encore vaste.

6.4.2.4.Expériences complètes sur d'autres cristaux

6.4.2.4.(a).SBN

Les quelques mesures que nous avons faites sur SBN (section 5.4.1) sont encourageantes : elles ont montré une auto-focalisation similaire à celle obtenue dans BTO. Cependant, le rapport de 100 entre les coefficients électro-optiques permettait de s'attendre à pouvoir obtenir des solitons spatiaux 10 fois plus étroits dans SBN que dans BTO. Ce ne fut pas le cas.

L'échantillon de SBN que nous avons utilisé n'était pas intentionnellement dopé. Il était par conséquent, a priori, un mauvais candidat à l'effet photoréfractif[100]. Par ailleurs, la plupart des expérimentations concernant les solitons spatiaux photoréfractifs rapportées dans la littérature internationale ont été conduites sur SBN. Nous pensons donc que les mauvais résultats que nous avons obtenus sur notre échantillon sont essentiellement dus à la pureté de l'échantillon. Des études complètes sur SBN, dans la lignée de ce qui a été entrepris dans la littérature pourraient être certainement intéressantes.

6.4.2.4.(b).$BaTiO_3$

A l'heure où nous écrivons ces lignes, aucune étude concernant la possibilité d'obtention de soliton spatiaux photoréfractifs dans $BaTiO_3$ n'a fait l'objet d'une publication dans la littérature internationale. Or il se trouve que $BaTiO_3$ est l'un des cristaux photoréfractifs les plus utilisés du fait de ses forts coefficients électro-optiques et des gains importants de mixage d'ondes qu'il permet d'obtenir.

Par ailleurs, l'étude qualitative que nous avons conduite sur $BaTiO_3$ a permis de monter qu'il y a de fortes possibilités d'obtention de solitons spatiaux dans ce cristal : en focalisant un faisceau laser à un waist de 20 µm à l'entrée du cristal, nous avons obtenu, en appliquant un champ de 1,2 kV/cm, un rayon de sortie égal au rayon d'entrée[101].

Il est donc certain qu'une étude de ce phénomène sur $BaTiO_3$ se révélerait des plus fructueuses. Il faut cependant noter que notre étude a permis de montrer que

---

[99] Les échantillons que nous avons utilisés sont tout de même de longueur respectable : 6 mm pour SBN, 6,4 mm pour BTO et 10 mm pour $BaTiO_3$.

[100] Nous avons tout de même utilisé cet échantillon pour des raisons de disponibilité : nous voulions simplement effectuer une caractérisation qualitative du phénomène soliton dans SBN.

[101] Comme expliqué en section 6.3, ceci ne fournit pas la preuve que nous avons obervé un soliton spatial dans $BaTiO_3$, mais c'est tout de même un signe très positif. Notons en outre que c'est précisémment le champ prévu par la théorie du chapitre 3 pour l'obtention d'un rayon de 20 µm dans $BaTiO_3$ (équation (3-13) et figure 8)

des phénomènes inattendus se produisaient dans $BaTiO_3$: d'une part, l'application d'un champ déplace l'image du faisceau sur la face de sortie du cristal de quelques microns dans le sens opposé à l'axe c[102] et d'autre part, l'application d'un champ électrique élevé provoque l'apparition de branchement optique.

Le branchement optique apparaît expérimentalement dès que le champ appliqué dépasse le champ nécessaire pour l'obtention d'un soliton spatial : le faisceau se divise alors en un ensemble de faisceaux juxtaposés. Il semble que des échanges d'énergie chaotiques aient lieu entre ces faisceaux, comme le montre la figure 45. L'étude de ce phénomène peut se révéler très complexe. Elle n'en est pas moins très intéressante.

Par des méthodes de simulations numériques identiques à celle utilisées dans la section 6.1.2.4 appliquées à la même équation de propagation (3-21) déterminée par le modèle théorique du chapitre 3, nous avons pu déterminer la propagation d'un faisceau laser dans $BaTiO_3$ et son évolution avec le temps[103] (figure 56 qui suit) pour les paramètres suivants : N=4, D=0,1 et sur une distance de 10 unités réduites.

Ces calculs ont permis de mettre en évidence de manière remarquable plusieurs phénomènes se succédant dans le temps et dans l'espace :

•le faisceau est auto-focalisé : ceci est visible dans le bas de toutes les images de la figure 56, la première mise à part car elle correspond à $t=0$.

•après focalisation, le faisceau éclate en plusieurs faisceaux, dont la direction et le nombre varient avec le temps (images 2 à 6)

•ces faisceaux se propagent sous la forme solitons spatiaux déviés (images 2 à 6)

•des phénomènes d'interaction entre les branches sons mis en évidences et des branches se nouent (images 4 à 6)

Bien que les conditions de calculs ne correspondent pas exactement à nos conditions expérimentales, cette simulation permet d'affirmer que notre modèle pourra être utilisé utilement pour interpréter les observations dans $BaTiO_3$. Par ailleurs, nous pouvons raisonnablement supposé que si ce phénomène de branchement optique peut être maîtrisé, il permettrait la création de coupleurs à une entrée et plusieurs sorties, dans un cristal photoréfractif courant, avec des champs électriques appliqués d'une intensité moyenne.

---

[102] Comme nous l'avons vu en section 3.4, ceci est probablement dû au fait que le faisceau est initialement courbé dans le sens de l'axe c du fait de la diffusion des porteurs de charge. L'application du champ rend cette diffusion négligeable, ou moins influente, et le faisceau se propage de nouveau en ligne droite.

[103] Les paramètres physiques ont été exagérés d'un facteur 10 en ce qui concerne les mécanismes de diffusion, de manière à bien mettre en évidence le phénomène de branchement optique.

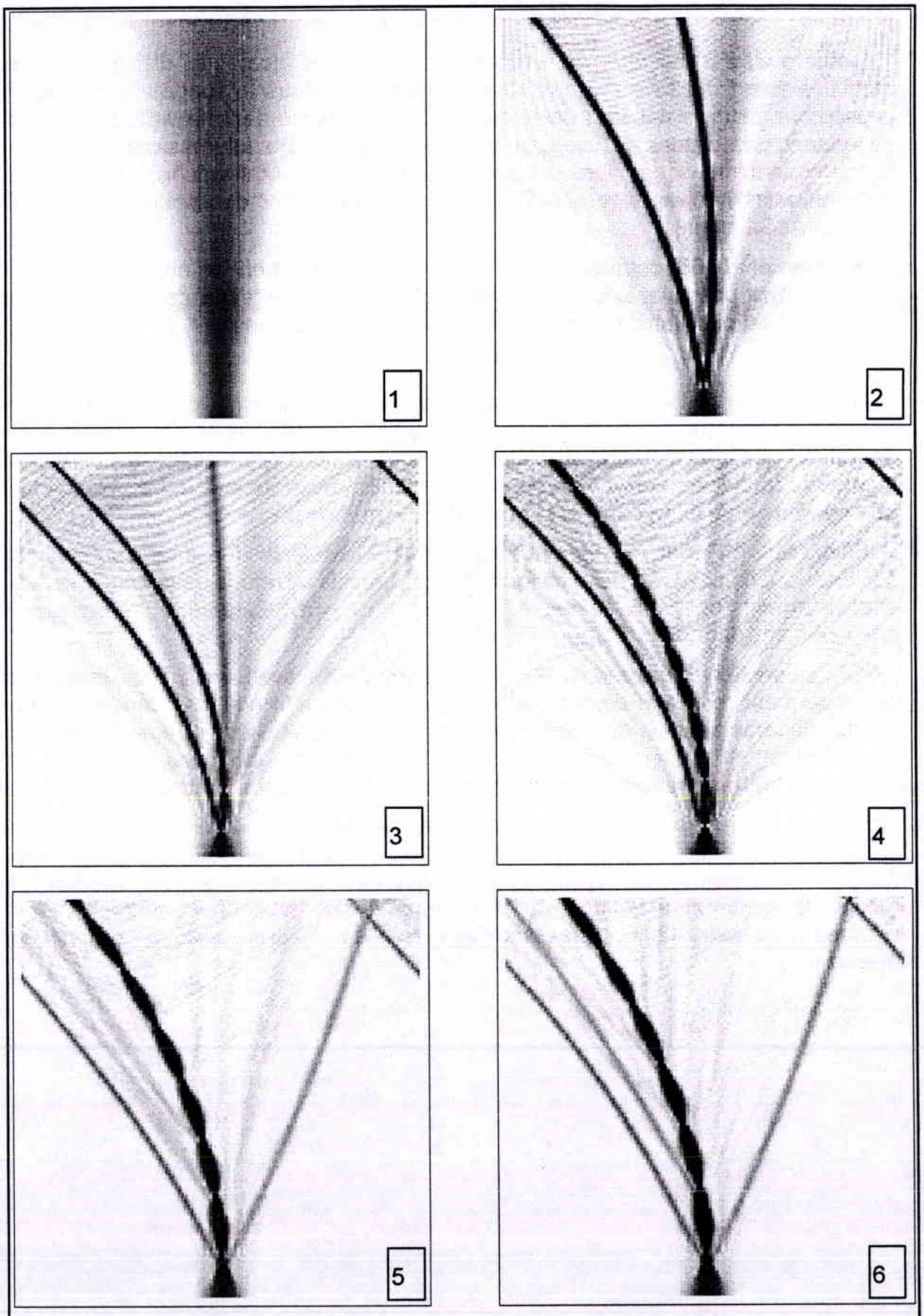


Figure 56 : branchement optique simulé sur une longueur de 10 unités réduites pour (t/T_N) valant 0, 0,05, 0,15, 0,25, 1 et +∞, et pour r=10, N=4 et D=0,1.

6.4.2.4.(c).Autres cristaux

Nous avons concentré nos recherches dans le domaine visible et plus particulièrement à 633 nm, car la littérature existante nous le suggérait et ca nous possédions alors le matériel nécessaire pour une étude dans le visible. Il ne faut cependant pas perdre de vue que les longueurs d'onde intéressantes pour les télécommunications par fibre optique se situent dans l'infrarouge. Les cristaux photoréfractifs intéressants à ces longueurs d'onde sont des semi-conducteurs tels que AsGa et InP.

Chauvet *et al.* [66] ont récemment montré que l'obtention de solitons spatiaux dans InP était possible. Des recherches à ces longueurs d'onde pourraient mener à des applications dans le domaine des télécommunications.

6.4.2.5.Interactions entre solitons

Le but ultime des recherches que nous avons menées ainsi que de celles que nous avons suggérées est la réalisation de guides inscrits dans les cristaux dont on puisse contrôler la direction par l'optique. La propriété principale des solitons qui peut être utilisée pour ce faire est la possibilité d'interactions entre solitons tels que rebonds et fusion pour réaliser des coupleurs X ou Y.

Shih *et al.* [67] ont récemment la possibilité d'obtenir des interactions entre solitons spatiaux dans les milieux photoréfractifs. L'étude systématique du comportement de ces interactions peut être particulièrement intéressante, spécialement dans l'infrarouge.

L'équation de propagation (3-21) peut être utilisée avec profit pour étudier le comportement temporel de telles interactions. Si le profil d'entrée dans le cristal est constitué de celui de deux solitons spatiaux d'intensité légèrement différentes, côte à côte et en phase, alors des méthode numériques identiques à celles de la section 6.1.2.4 permettent de déterminer l'évolution des deux solitons.

La figure 57 représente cette évolution pour un rapport d'intensités de 0,7 entre les solitons et pour r=10, N=1 et D=0 sur une longueur de 160 unités réduites. L'image 1 montre la diffraction naturelle des deux profils d'entrée. L'image 2 montre la propagation soliton du plus intense des deux. Les images 3 à 6 montrent la construction progressive de la répulsion entres solitons spatiaux en phase.

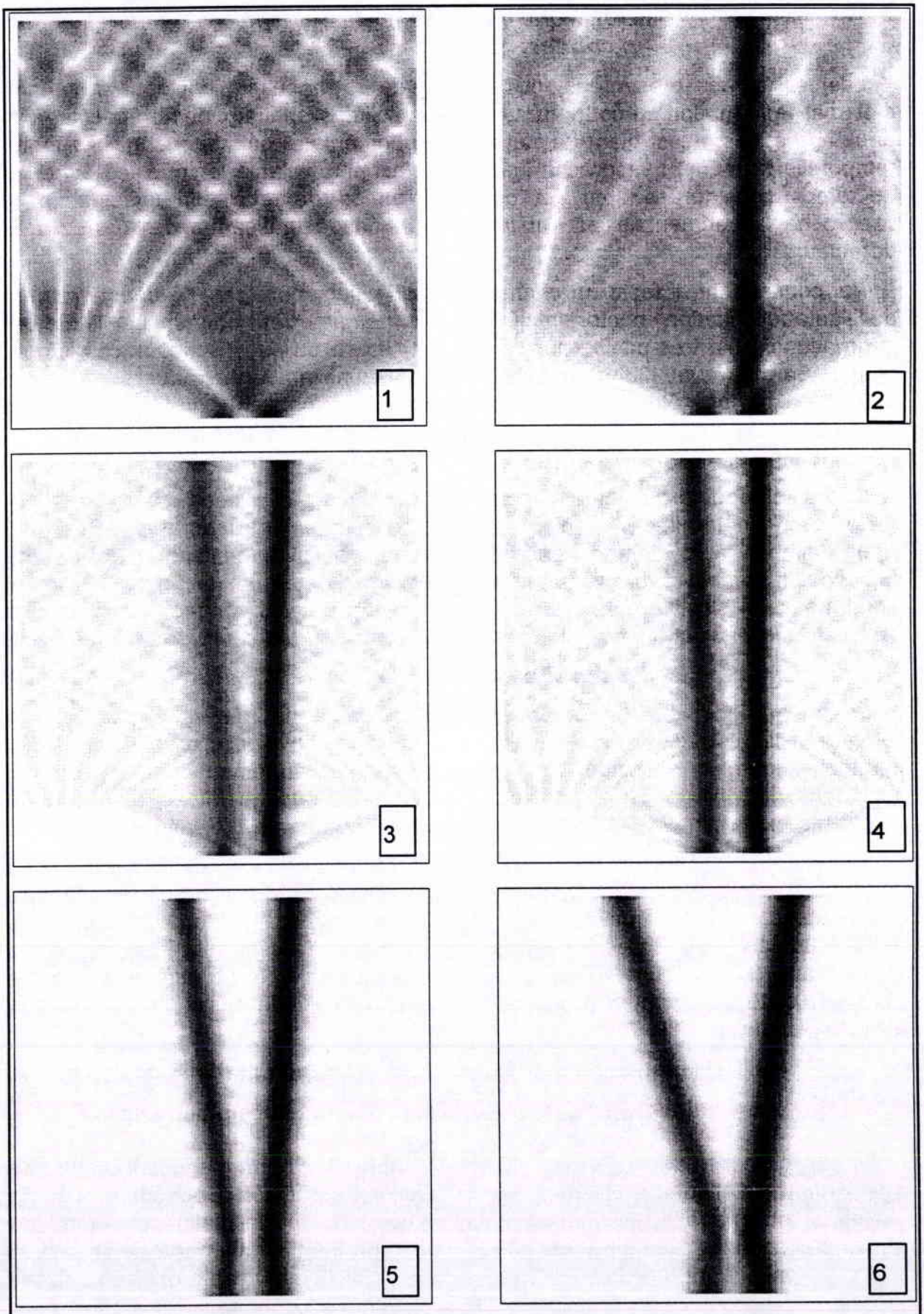


Figure 57 : simulation de la collision de deux solitons sur une longueur de 160 unités réduites pour (t/T_N) valant 0, 0,05, 0,1, 0,15, 1 et +∞, et pour r=10, N=1 et D=0.

6.4.2.6.Théorie et expérience à des échelles temporelles plus courtes.

Les recherches présentées tout au long de ce manuscrit ont pour prétention d'étudier la formation au cours du temps des solitons spatiaux photoréfractifs. Les deux approches, aussi bien théorique qu'expérimentale, ont cependant une limite temporelle inférieure : l'approche théorique n'est plus valable lorsque les échelles de temps considérées sont de l'ordre du temps de relaxation diélectrique et l'approche expérimentale est limitée par la bande passante de 100 Hz des détecteurs.

Par conséquent, il reste un champ d'investigation inexploré : le comportement de l'auto-focalisation photoréfractive à des temps très courts. La littérature internationale est très pauvre sur ce sujet, à l'heure où nous écrivons ces lignes. Gómez Sarabia *et al.* [68] ont publié récemment une étude théorique sur le sujet, complétée par une étude expérimentale de Marquez Aguilar *et al.* [61] mettant en évidence une courbure transitoire du faisceau, due à l'entraînement des porteurs par le champ électrique.

Une thèse dont le but est la caractérisation théorique et expérimentale de l'auto-focalisation photoréfractive rapide est en cours dans notre laboratoire. Elle tend apparemment à confirmer l'apparition d'une courbure transitoire rapide du faisceau. Il semble également que les prévisions faites par la figure 10 soient confirmées : il semble possible d'obtenir un fort pouvoir auto-focalisant en un temps très court, pourvu que l'intensité optique incidente soit suffisamment élevée.

6.4.2.7.Lumière blanche

Le phénomène d'auto-focalisation photoréfractive ne nécessite pas que la lumière utilisée soit cohérente. En effet, les principes physiques utilisés sont l'effet photoélectrique, la diffusion des charges, leur entraînement par un champ électrique, leur piégeage et finalement l'effet électro-optique linéaire. Aucun ne nécessite explicitement l'utilisation d'une lumière cohérente.

En revanche, l'utilisation d'une lumière cohérente facilite grandement les études théoriques et expérimentales du phénomène : elles sont le préambule nécessaire à une étude en lumière incohérente (blanche, par exemple). Nous pensons que notre étude ainsi que celles fournies par la littérature suffisent pour jeter les bases d'une étude des solitons spatiaux en lumière incohérente. La littérature récente confirme cette assertion en proposant une première étude des solitons spatiaux en lumière blanche [69, 70]

6.4.3. Utilisation du modèle et de sa validation partielle pour d'autres phénomènes que l'auto-focalisation. (fanning, beam bending...)

Le sujet de l'étude que nous avons présenté dans ce manuscrit concerne spécifiquement l'auto-focalisation et les solitons spatiaux. Cependant, l'étude théorique que nous avons menée au chapitre 3 ne fait la distinction entre les solitons spatiaux et les autres phénomènes photoréfractifs qu'à partir de la section 3.5. Par conséquent, l'équation de propagation (3-21) est valable quel que soit le profil du faisceau d'entrée considéré. Cette équation a cependant été établie dans le cadre des approximations correspondant aux solitons spatiaux : les principales sont l'hypothèse que le milieu photoréfractif est infini et la dimension (1+1). Si ces

conditions sont vérifiées par le faisceau étudié, alors l'équation (3-21) peut être utilisée pour décrire sa propagation dans le temps.

Nous pensons notamment à la description de la construction du « beam fanning » dans certains cristaux. Il est possible que l'équation (3-21) puisse le décrire, dans l'hypothèse où le faisceau respecte les approximations énoncées ci-dessus.

7. Conclusion

Nous pensons avoir démontré, tout au long de ce manuscrit, la propriété qu'ont les matériaux photoréfractifs de permettre la propagation d'ondes solitaires spatiales.

Nous l'avons en effet démontré de façon purement théorique au chapitre 3, dans le cadre d'un modèle de dimensions réduites. Pour cela, nous avons tout d'abord procédé à une analyse générale de la propagation des ondes électromagnétiques en milieu photoréfractif, dans le cadre des approximations correspondant aux solitons spatiaux - la plus importante étant que le milieu photoréfractif est supposé infini -. Nous avons pu ainsi établir une équation de propagation générale dépendant du temps permettant de décrire le processus d'établissement de l'effet photoréfractif en fonction de conditions initiales déterminées, pour tous les profils de faisceaux respectant les approximations faites (étroit devant la taille du cristal et ne présentant pas de variations trop rapides). Nous pensons que cette équation de propagation explicitement temporelle peut être utilisée pour établir la description de l'établissement de phénomènes photoréfractifs autres que les solitons spatiaux, tels que, notamment, le « beam fanning ».

Nous avons effectué une étude analytique de cette équation en supposant qu'elle admettait des solutions de type soliton, c'est-à-dire des solutions dont le profil ne varie pas au cours de la propagation. Nous avons ainsi pu établir une équation différentielle dépendant du temps décrivant le profil du soliton pouvant se propager dans un matériau photoréfractif à un instant donné. Une étude numérique de cette équation différentielle nous a alors permis de caractériser théoriquement les conditions de propagation et les temps de formation des solitons spatiaux. Nous avons par exemple mis en évidence la présence d'un diamètre de soliton minimum atteint pendant l'état transitoire, qui présente la propriété intéressante de se maintenir constant pour $r>3$ et d'être atteint d'autant plus rapidement que r est grand : nous avons pu établir numériquement que le produit de r par ce temps d'établissement est une constante dépendant des propriétés physiques du cristal et de l'intensité d'obscurité. Nous avons par ailleurs pu montrer que le soliton stationnaire atteint un diamètre minimum pour r aux envions de 3, et que le phénomène d'auto-focalisation stationnaire tend à disparaître quand r croît.

Nous pensons également avoir démontré de façon expérimentale la possibilité d'obtention de solitons spatiaux dans le cristal photoréfractif $Bi_{12}TiO_{20}$ et avoir produit des résultats encourageants quant au cristal $BaTiO_3$. Nous avons par ailleurs partiellement confirmé les résultats expérimentaux de la littérature concernant $Sr_xBa_{1-x}Nb_2O_6$. Nous avons pour cela conçu et réalisé un banc expérimental original et spécialement adapté à nos besoins expérimentaux. Compte tenu de l'impossibilité physique d'observer le comportement du faisceau à l'intérieur du cristal, nous n'avons pu établir la preuve formelle que nous avons généré un soliton spatial photoréfractif. Nous avons cependant pu en acquérir une bonne certitude en effectuant une étude systématique sur $Bi_{12}TiO_{20}$, en fonction de r et du champ électrique appliqué. Nous avons comparé les diamètres de soliton prévus par le modèle théorique et les diamètres de faisceau expérimentalement observés. Leur bon accord nous fait penser que nous avons obtenu un soliton spatial dans $Bi_{12}TiO_{20}$.

Les expériences qualitatives que nous avons menées sur $BaTiO_3$ permettent d'affirmer, si ce n'est qu'il est possible d'obtenir des solitons spatiaux photoréfractifs dans ce cristal, du moins qu'une étude des solitons spatiaux et des phénomènes de branchement optique que nous avons observés dans $BaTiO_3$ se révélerait passionnante autant du point de vue de la physique fondamentale, que du point de vue pratique : $BaTiO_3$ est un des cristaux photoréfractifs les plus utilisés.

L'étude que nous avons présentée dans ce manuscrit n'est bien entendu pas la seule à s'être intéressée au solitons spatiaux photoréfractifs. C'est cependant une des seules à s'intéresser de près aux phénomènes transitoires. Il faut par ailleurs préciser que bien que la littérature commence aujourd'hui à être abondante sur le sujet des solitons photoréfractifs, elle était très limitée au début de nos travaux. Notre étude s'est donc développée en parallèle avec d'autres, qui ont suivi des voies différentes, en n'étudiant par exemple que l'état stationnaire, mais dans plus de détails et avec deux dimensions transversales. Nous pensons que notre travail ne s'inscrit en contradiction avec aucune des études publiées et vient harmonieusement les compléter en les confirmant aussi bien dans le domaine théorique que par nos résultats expérimentaux.

8. Appendice A

Définitions des principales notations

Les variables soulignées sont des fonctions de l'espace et du temps

z, x	Respectivement directions de propagation et de diffraction (MAJUSCULES si normalisé)
r	Rapport de l'intensité maximum du faisceau utile sur l'éclairement de fond
$T_N = \Sigma / I_d$	Temps de relaxation diélectrique dans l'obscurité, utilisé pour la normalisation des temps
Σ	Densité d'énergie caractéristique du processus d'auto-focalisation : c'est le produit en tout point du temps de relaxation diélectrique par l'intensité optique locale.
$\underline{I}=\underline{Iem}+I_d$	Intensité optique généralisée, somme de l'intensité optique et de l'intensité d'obscurité
$\mathcal{Y}$	Profil normalisé.
v	Constante de propagation du soliton
$Ei(\tau) = -\int_{-\tau}^{\infty} \frac{e^{-\theta}}{\theta} \partial\theta$	Fonction exponentielle intégrale
$\frac{n_0}{I_0} = \frac{s(N_D - N_A)}{\xi N_A}$	n_0 est la densité d'électron générée par un éclairement uniforme arbitraire I_0
$\underline{N_D^+, n_e}, N_D, N_A$	Respectivement densités de donneurs ionisés, d'électrons, de donneurs et d'accepteurs
$\underline{\rho, \mathbf{J}}$	Densités de charge et de courant
$\underline{\mathbf{E}}$	Champ électrique local
β, s, ξ	Coefficients d'excitation thermique, de photoexcitation et de recombinaison
$e, \varepsilon_0, \hat{\varepsilon}_r, \mu$	Charge élémentaire, permittivité du vide, permittivité relative du milieu, mobilité électronique
κ_B, T	constante de Boltzmann et température absolue
β_{ph}	Composante du tenseur photovoltaïque le long de l'axe **c**, laquelle est supposée est la seule significative.
$E_{ph} = \frac{\beta_{ph} \xi N_A}{e \mu s}$	Champ électrique équivalent à l'effet photovoltaïque.

$k_D = \sqrt{\frac{e^2 N_A}{\kappa_B T \varepsilon_0 \varepsilon_r}}$	Nombre d'onde de Debye (Inverse de la longueur de Debye)
α	Coefficient de diffraction (rapport du diamètre du faisceau en sortie du cristal sur le diamètre à l'entrée)

9. Appendice B

Caractéristiques des échantillons utilisés [53,63]

9.1. BTO

9.1.1. Caractéristiques générales

Famille.....sillénites

Groupe spatial.....I23

Groupe ponctuel.....23

Pas de polarisation spontanée

Indice de réfraction.....n=2,25 à 633 nm

Activité optique.....ρ=6,3°/mm

Coefficient électro-optique dominant.....r_{41}= 5,17 10^{-10} cm/V

Photoconductivité électronique dominante

Effet photovoltaïque faible

9.1.2. BTO18

Dimensions 3,17 mmx4 mmx4,17 mm selon les axes 110,1$\bar{1}$0,001

Face d'entrée perpendiculaire à 110

Application du champ selon 1$\bar{1}$0

9.1.3. BTO16

Dimensions 6,4 mmx4 mmx4 mm selon les axes 110,1$\bar{1}$0,001

Face d'entrée perpendiculaire à 110

Application du champ selon 1$\bar{1}$0

9.2. SBN

9.2.1. Caractéristiques générales (à température ambiante)

Famille.....Tungstène bronze

Groupe spatial.....P4bm

Groupe ponctuel.....4mm

Biréfringent.....n_O=2,312, n_e=2,299 à 633 nm

Pas d'activité optique

Coefficients électro-optiques dominants r_{33}= 134 10^{-9} cm/V

..... r_{13}= 6,6 10^{-9} cm/V

..... r_{51}= 4.2 10^{-9} cm/V

Axe de polarisation spontanée **c**

9.2.2. Echantillon utilisé

Dimensions 6 mmx4 mmx4 mm selon les axes 100,010,001

Face d'entrée perpendiculaire à 100

Application du champ selon 001

9.3. $BaTiO_3$

9.3.1. Caractéristiques générales (température ambiante)

Famille.....Pérovskites

Groupe spatial.....P4mm

Groupe ponctuel.....4mm

Biréfringent.....n_O=2,458 n_e=2,399 à 550 nm

Pas d'activité optique

Coefficients électro-optiques dominants $r_{13}= 8\ 10^{-10}$ cm/V

..... $r_{33}= 28\ 10^{-10}$ cm/V

..... $r_{42}= 820\ 10^{-10}$ cm/V

Axe de polarisation spontanée **c**

9.3.2. Echantillon utlisé

Dimensions 10 mmx3,1 mmx3,3 mm selon les axes 100,010,001

Face d'entrée perpendiculaire à 100

Application du champ selon 001

10.Bibliographie

[1] J.Scott Russel, Report of the fourteenth meeting for the British Association for the Advencement of Sciences, York Septembre 1834, Londres (1835)
[2] A.Libchaber, G.Toulouse, La Recherche **73**, 1027 « *Le retour des solitons* » (1976)
[3] David Lynch, Pour La Science, **62**, 50, « *Les mascarets* » (1982)
[4] T.Maxworthy, L.G.Redekopp, Icarus **29**, 261 (1976)
[5] N.J.Zabusky, M.D.Kruskal, Phys.Rev.Lett. 65, 240 (1965)
[6] A.Hasegawa, F.Tappert, Appl.Phys.Lett., **23**, 142, « *Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers* » (1973)
[7] L.F.Mollenauer, R.H.Stolen, J.P.Gordon, Phys.Rev.Lett., **45**, 1095 (1980)
[8] G.P.Agrawal « *Nonlinear fiber optics* » (Academic Press Ltd., London, 1989)
[9] Y.Kodama, A.Maruta, A.Hasegawa, Quantum Opt. **6**, 463 « Long distance communication with solitons » (1994)
[10] A.Barthelemy, S.Maneuf, C.Froehly, Opt.Commun., **55**, 201, « *Propagation soliton et auto-confinement de faisceaux laser par non-linéarité optique de kerr* » (1985)
[11] R.Y.Chiao, E.Garmire, C.H.Townes, Phys.Rev.Lett. **13**, 479 « Self-trapping of optical beams » (1964)
[12] K.S.Chiang, R.A.Sammut, Journ.Opt.Soc.Am. **10**, 704 « Effective-index method for spatial solitons in planar waveguides with Kerr type nonlinearity » (1993)
[13] P.Yeh, « *Introduction to photorefractive nonlinear optics* » (Wiley-Interscience, New-York, 1993)
[14] D.N.Christodoulides, M.I.Carvalho, J.Opt.Soc.Am.B, **12**, 1628, « *Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media* » (1995)
[15] G.C.Valley, M.Segev, B.Crosignani, A.Yariv, M.M.Fejer, M.C.Bashaw Phys.Rev.A, **50**, 4457, « *Dark and bright photovoltaic spatial solitons* » (1994)
[16] D.N.Christodoulides, S.R.Singh, M.I.Carvalho, M.Segev, Appl.Phys.Lett., **68**, 1763, « *Incoherently coupled soliton pairs in biased photorefractive crystals* » (1996)
[17] W.Kròlikowski, N.Akhmediev, B.Luther-Davies, Opt.Lett., **21**, 782, « *Multimode structure of bright and dark vector solitons in photorefractive media* » (1996)
[18] M.D.Iturbe-Castillo, J.J.Sanchez-Mondragon, S.I.Stepanov, M.B.Klein, B.A.Wechsler, Opt.Commun., **118**, 515, « *(1+1)-dimension dark spatial solitons in photorefractive $Bi_{12}TiO_{20}$ crystal* » (1995)
[19] Z.Chen, M.Mitchell, M.F.Shih, M.Segev, M.H.Garett, G.C.Valley, Opt.Lett., **21**, 629, « *Steady state dark photorefractive screening solitons* » (1996)
[20] M.T.Taya, M.C.Bashaw, M.Segev, G.C.Valley, Phys.Rev.A, **52**, 3095, « *Observation of dark photovoltaic spatial solitons* » (1995)
[21] A.V.Mamaev, M.Saffman, D.Z.Anderson, A.A.Zozulya, Phys.Rev.A, **54**, 870, « *Propagation of light beams in anisotropic nonlinear media: From symmetry breaking to spatial turbulence* » (1996)
[22] A.V.Mamaev, M.Saffman, A.A.Zozulya, Europhys.Lett., **35**, 25, « *Break-up of two-dimensional bright spatial solitons due to transverse modulation instability* » (1996)
[23] F.Reynaud, A.Barthelemy, Europhys.Lett., **12**, 401, « *Optically controlled interaction between two fundamental soliton beams* » (1990)
[24] M.Segev, B.Crosignani, A.Yariv, Phys.Rev.Lett, **68**, 923, « *Spatial solitons in photorefractive media* » (1992)

[25] B.Crosignani, M.Segev, D.Engin, P.Di Porto, A.Yariv, G.Salamo, J.Opt.Soc.Am.B, **10**, 446, *« Self-trapping of optical beams in photorefractive media »* (1993)
[26] P.Günter, J.P.Huignard, *« Photorefractive materials and their applications II »* (Springer Verlag, Berlin, 1989)
[27] M.D.Iturbe Castillo, P.A.Marquez Aguilar, J.J.Sanchez Mandragon, S.Stepanov, V.Vysloukh, Appl.Phys.Lett., **64**, 408, *« Spatial solitons in photorefractive $Bi_{12}TiO_{20}$ with drift mechanism of nonlinearity »* (1994)
[28] G.C.Duree, J.L.Shultz, G.J.Salamo, M.Segev, A.Yariv, B. Crosignani, P.Di Porto, E.J.Sharp, R.R.Neurgaonkar, Phys.Rev.Lett., **71**, 533, *« Observation of self-trapping of an opical beam due to the photorefractive effect »* (1993)
[29] N.Fressengeas, J.Maufoy, G.Kugel, *« Temporal behavior of photorefractive bright spatial solitons »,* Phys.Rev.E, **54**, 6866 (1996)
[30] N.Fressengeas, D.Wolfersberger, J.Maufoy, G.Kugel, Submitted to Opt.Commun. *« Build up mechanisms of (1+1) dimensional photorefractive bright spatial quasi-steady-state and screening solitons »* (Nov.1996)
[31] N.Fressengeas, D.Wolfersberger, J.Maufoy, G.Kugel, Ferroelectrics, ECAPD-3 Proceedings, To be published, *« Experimental transient self-focusing in $Bi_{12}TiO_{20}$ crystal »* (1996)
[32] P.Günter, J.P.Huignard, *« Photorefractive materials and their applications I »* (Springer Verlag, Berlin, 1989)
[33] L.Mager, Thèse de Doctorat de l'Université de Paris-Sud, *« Correction de fronts d'onde de faisceaux laser impulsionnels par mélange d'onde photoréfractif »* (1994)
[34] N.V.Kukhtarev, V.B.Markov, S.G.Odulov, M.S.Soskin, V.L.Vinetskii, Ferroelectrics, **22**, 949, (1979)
[35] A.A.Zozulya, D.Z.Anderson, Phys.Rev.A, **51**, 1520, *« Propagation of an optical beam in a photorefractive medium in the presence of a photogalvanic nonlinearity or an externally applied field »* (1995)
[36] B.Crosignani, A.Yariv, *« Degenerate four-wave mixing in the presence of nonuniform pum wave fronts »*, Journ.Opt.Soc.Am.B, 1034 (1984)
[37] M.Segev, G.C.Valley, B.Crosignani, P.Di Porto, A.Yariv, Phys.Rev.Lett., **73**, 3211, *« Steady-state spatial screening solitons in photorefractive media with external applied field »* (1994)
[38] S.R.Singh, D.N.Christodoulides, Opt.Commun., **118**, 569, *« Evolution of spatial optical solitons in biased photorefractive media under steady state conditions »* (1995)
[39] M.F.Shih, M.Segev, G.C.Valley, G.Salamo, B.Crosignani, P.Di Porto, Elec.Lett., **31**, 826, *« Observation of two-dimensionnal steady state screening solitons »* (1995)
[40] S.Maneuf, R.Desailly, C.Froehly, Opt.Commun. **65**, 193, *« Stable self trapping of laser beams »* (1988)
[41] G.Le Saux, G.Roosen, A.Brun, Opt.Commun., **56**, 374, *« Observation and analysis of the fast photorefractive process in BSO »* (1986)
[42] M.I.Carvalho, S.R.Singh, D.N.Christodoulides, Opt.Commun., **120**, 311, *« Self-deflection of steady-state bright spatial solitons in biased photorefractive crystals »* (1995)
[43] G.C.Duree, M.Morin, G.Salamo, M.Segev, B.Crosignani, P.Di Porto, E.Sharp, A.Yariv, Phys.Rev.Lett., **74**, 1978, *« Dark photorefractive spatial solitons and photorefractive vortex solitons »* (1995)

[44] D.D.Nolte *« Photorefractive effects and materials »,* Kluwer Academic Publishers Group, Dordrechet, The Netherlands
[45] M.Morin, G.Duree, G.Salamo, M.Segev, Opt.Lett., **20**, 2066, *« Waveguides formed by quasi-steady-state photorefractive spatial solitons »* (1995)
[46] A.A.Zozulya, D.Z.Anderson, Opt.Lett., **20**, 837, *« Nonstationary self-focusing in photorefractive media »* (1995)
[47] M.Segev, G.C.Valley, S.R.Singh, M.I.Carvalho, D.N.Christodoulides, Opt.Lett., **20**, 1764, *« Vector photorefractive spatial solitons »* (1995)
[48] S.R.Singh, M.I.Carvalho, D.N.Christodoulides, J.Opt.Soc.Am., **20**, 2177, *« Vector interactions of steady-state planar solitons in biased photorefractive media »* (1995)
[49] W.Kròlikowski, N.Akhmediev, D.R.Andersen, B.Luther-Davies, Opt.Commun., **132**, 179, *« Effect of natural optical activity on the propagation of photorefractive solitons »* (1996)
[50] M.F.Shih, P.Leach, M.Segev, M.H.Garett, G.J.Salamo, G.C.Valley, Opt.Lett., **21**, 324, *« Two-dimensional steady-state photorefractive screening solitons »* (1996)
[51] A.V.Mamaev, M.Saffman, A.A.Zozulya, Phys.Rev.Lett., **76**, 2262, *« Propagation of dark stripe beams in nonlinear media: snake instability and creation of optical vortices »* (1996)
[52] M. Goetz, *"Conception et réalisation d'un banc automatisé de caractérisation du comportement temporel des miroirs autopompés à conjugaison de phase photoréfractive : cartographie d'échantilons et modélisation physique."* , Thèse de Doctorat de l'Université de Metz, mention Physique, Décembre 1994
[53] Crystal provided by D.Rytz, FEE, Struthstrasse 2, D-55743 Idar-Oberstein, Germany
[54] A.Yariv, P.Yeh, « Optical waves in crystals » (Wiley-Interscience, New-York, 1984)
[55] W.H.Lee, *« Binary synthetic holograms »,* Appl.Opt **13**, 1677 (1974)
[56] A.W.Lohmann, D.P.Paris *« Binary Franhofer holograms, generated by computer »,* Appl.Opt. **6**, 1739 (1967)
[57] G.Fournet, « Electromagnétisme » (Masson, Paris, 1979)
[58] A.Gerrard, J.M.Burch, « Introduction to matrix methods in optics » (Dover Publications Inc., New-York, 1994)
[59] M.Segev, Y.Ophir, B.Fischer, Opt.Commun., **77**, 3, 265, *« Nonlinear multi TWM, the fanning process and its bleaching in photorefractive media »* (1990)
[60] M.Segev, B.Crosignani, P.Di Porto, G.C.Duree, G.Salamo, E.Sharp, Opt.Lett., **19**, 1296, *« Stability of photorefractive spatial solitons »* (1994)
[61] P.A.Marquez Aguilar, J.J Sanchez Mandragon, S.Stepanov, V.Vysloukh, Phys.Rev.A, **54**, p., *« Transient self-bending of laser beams in photorefractive crystals with drift nonlinearity »* (1996)
[62] A.A.Zozulya, D.Z.Anderson, A.V.Mamaev, M.Saffman, Europhys.Lett., To Be Published, *« Self-focusing and soliton formation in media with anisotropic nonlocal material response »* (1996)
[63] M.P.Petrov, S.I.Stepanov, A.V.Khomenko, *« Photorefractive crystals in coherent optical systems »* (Springer Verlag, Berlin, 1991)
[64] D.Rytz, B.A.Wechsler, R.N.Schwartz, C.C.Nelson, C.D.Brandle, A.J.Valentino, G.W.Berkstresser, Journ.Appl.Phys., **66**, 1920, *« Tremperature dependence of photorefractive properties of strontium-barium niobate ($Sr_{0.6}Ba_{0.4}Nb_2O_6$) »* (1989)
[65] M.Cronin-Golomb, Opt.Commun., **89**, 276, *« Whole beam method for photorefractive non-linear optics »* (1992)

[66] M.Chauvet, S.A.Hawkins, G.J.salamo, M.Segev, D.F.Bliss, G.Bryant, Opt.Lett., **21**, 1333, *« Self-trapping pf planar optical beams by use of the photorefractive effect in InP:Fe »* (1996)
[67] M.F.Shih, M.Segev, Opt.Lett., **21**, 1538, *« Incoherent collisions between two-dimensional bright steady-state photorefractive screening solitons »* (1996)
[68] C.M.Gómez Sarabia, P.A.Márquez Aguilar, J.J.Sánchez Mondragón, S.Stepanov, V.Vysloukh, Journ.Opt.Soc.Am., **13**, 2767, *« Dynamics of photoinduced lens formation in a photorefractive $Bi_{12}TiO_{20}$ crystal »* (1996)
[69] M.Mitchell, Z.Chen, M.Shih, M.Segev, Phys.Rev.Lett., **77**, 490 (1996)
[70] D.Christodoulides, T.Coskun, M.Mitchell, M.Segev, **78**, 646, « Theory of incoherent self-focusing in biased photorefractive media » (1997)