



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

6104887
S1M2
96/28

I S G M P

INSTITUT SUPÉRIEUR DE GÉNIE MÉCANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THÈSE

Présentée à



UNIVERSITÉ DE METZ

PAR

Noureddine ZOUHAL

Pour l'obtention du grade de :
DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ de METZ

SPÉCIALITÉ : *Sciences de l'ingénieur*
OPTION : *Mécanique des Matériaux*

COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES
POLYCRISTAUX SOUS SOLLICITATIONS
COMPLEXES : APPROCHE MICRO-MACRO

Soutenue publiquement le 24 mai 1996 devant le Jury composé de :

R. PHILLIPS
S. AHZI
G.R. CANOVA
B. BACROIX
A. M
L. S.

*Brown University
Clemson University
ENSP de Grenoble
Université Paris Nord
Université de Metz
Université de Metz*

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Dir. de thèse
Co-Dir. de thèse

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 420586 9

08 JAN

Laboratoire de Mécanique des Matériaux
U. R. associée au C.N.R.S., n° 1215
Université de Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz cedex 01

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19960565
Cote	S/M3 96/28
Loc	Magasini

AVANT-PROPOS

Le présent travail a été réalisé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'Institut Supérieur de Génie Mécanique et Productique où j'ai été accueilli par Monsieur Alain MOLINARI, Professeur à l'Université de Metz. Je tiens à lui témoigner ma reconnaissance et ma gratitude pour sa confiance : il a su orienter ce travail de recherche tout en me laissant une complète autonomie.

Je désire exprimer mes remerciements et ma reconnaissance aux différentes personnalités qui m'ont fait l'honneur de participer au Jury de cette thèse :

- *Monsieur Rob PHILLIPS, Professeur à Brown University, qui a bien voulu assurer la responsabilité de président du Jury,*
- *Monsieur Saïd AHZI, Professeur à Clemson University, qui a accepté la laborieuse tâche d'être rapporteur de ce travail,*
- *Monsieur Gilles CANOVA, Directeur de recherche CNRS à l'ENSPG, avec lequel j'ai eu le plaisir de travailler pendant mon stage de DEA, et qui s'est chargé lui aussi de la lourde tâche d'être rapporteur de ce travail,*
- *Madame Brigitte BACROIX, Directeur de recherche CNRS à l'université Paris Nord, pour l'intérêt dont elle a témoigné à l'égard de ce mémoire.*
- *Monsieur Laszlo TÓTH, "Maître de Conférence" à l'Université de Metz, avec lequel j'ai eu une très grande complicité. J'ai été très sensible à sa disponibilité et à l'intérêt qu'il a porté à ce travail : je tiens donc également à lui exprimer ma très grande considération.*

Il m'est impossible, en quelques lignes, de remercier individuellement toutes les personnes qui m'ont aidé à réaliser ce travail. Cependant, qu'elles soient toutes assurées de ma reconnaissance à leur égard pour leur disponibilité et leur bonne humeur.

Je souhaite néanmoins adresser mes sincères remerciements à Mme et M. Hilmi, Mme et M. Daya, Mme et M. Bribiche, A. Naddari et V. Jeanclaude pour leur sympathie et leur disponibilité.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance la plus profonde à mes Parents, ma Femme, ainsi qu'à tous les membres de ma Famille : sans eux, rien de cela n'aurait été possible.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE I : REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	4
1. INTRODUCTION.....	5
2. CARACTÉRISTIQUES DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE DES CRISTALLITES.....	5
2.1. MICROSTRUCTURE ET ORIENTATION DES CRISTALLITES.....	5
2.2. GLISSEMENT CRISTALLOGRAPHIQUE.....	8
3. DIFFÉRENTS MODÈLES MICRO-MACRO EN PLASTICITÉ CRISTALLINE.....	9
3.1. MODÈLES STATIQUES.....	9
3.2. MODÈLES DE TYPE TAYLOR.....	10
3.2.1. MODÈLE DE TAYLOR.....	10
3.2.2. AUTRES MODÈLES DE TYPE TAYLOR.....	12
3.3. MODÈLES AUTOCOHÉRENTS.....	18
4. ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS.....	25
5. CONCLUSIONS.....	26
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	27
CHAPITRE II : TRAJETS DE CHARGEMENT MONOTONES.....	32
1. INTRODUCTION.....	33
2. PRÉSENTATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN.....	33
2.1. LOIS CONSTITUTIVES DU MONOCRISTAL.....	33
2.2. ÉCROUISSAGE INTRACRISTALLIN.....	36
2.3. APPROXIMATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN.....	37
3. APPLICATIONS ET COMPARAISONS.....	38
3.1. CARACTÉRISTIQUES DU POLYCRISTAL SOLLICITÉ.....	38
3.2. CAS DES TRAJETS MONOTONES.....	39
4. CONCLUSIONS.....	43
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	44
CHAPITRE III : ASPECTS PHÉNOMÉNOLOGIQUES DE LA PLASTICITÉ CYCLIQUE.....	45
1. INTRODUCTION.....	46
2. NOTIONS PRÉLIMINAIRES.....	46
2.1. CHEMINS CYCLIQUES PROPORTIONNELS.....	47
2.2. CHEMINS CYCLIQUES NON PROPORTIONNELS.....	48
3. PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE.....	51
3.1. CAS DES CHEMINS CYCLIQUES PROPORTIONNELS.....	51
3.2. CAS DES CHEMINS CYCLIQUES NON PROPORTIONNELS.....	52

3.3. MODÈLES PHÉNOMÉNOLOGIQUES.....	52
4. MODÈLE DE TAYLOR-LIN EN PLASTICITÉ CYCLIQUE	53
4.1. PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS PROPORTIONNELS	53
4.1.1. EFFET BAUSCHINGER	55
4.1.2. DURCISSEMENT CYCLIQUE	56
4.1.3. ADOUCISSEMENT CYCLIQUE.....	57
4.1.4. INFLUENCE DE LA DÉFORMATION MOYENNE.....	59
4.1.5. ACCROCHAGE DU PETIT CYCLE DANS LE GRAND CYCLE	61
4.2. PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS NON PROPORTIONNELS	62
5. CONCLUSIONS.....	65
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	67
CHAPITRE IV : ASPECTS MICROSTRUCTURAUX DE LA PLASTICITÉ CYCLIQUE.....	69
1. INTRODUCTION	70
2. PLASTICITÉ CYCLIQUE UNIAXIALE DES POLYCRISTAUX	70
2.1. EFFETS DE L'ÉLASTICITÉ	75
2.2. EFFETS DE L'ÉCROUISSAGE INTRAGRANULAIRE	79
2.2.1. INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_o	82
2.2.2. INFLUENCE DU PARAMÈTRE h_o	84
2.2.3. INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_{sat}	86
2.3. EFFETS DE L'AMPLITUDE DE LA DÉFORMATION DU CYCLE	89
3. COMPORTEMENT D'UN MONOCRISTAL NOYÉ DANS LE POLYCRISTAL.....	93
3.1. ÉCROUISSAGE CYCLIQUE	93
3.2. INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS DE SIMULATION	95
4. DISCUSSION ET CONCLUSIONS.....	101
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	106
CHAPITRE IV : ASPECTS DE LA FATIGUE.....	107
1. INTRODUCTION	108
2. TECHNIQUES D'OBSERVATION EXPÉRIMENTALES	109
3. ASPECTS MICROSTRUCTURAUX DES CRISTAUX CFC EN FATIGUE	110
4. PRÉDICTIONS DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN	111
5. CONCLUSIONS.....	112
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	113
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	114

ANNEXES 117

ANNEXE A : PROCÉDURE D'INTÉGRATION 117

ANNEXE B : TRAJETS DE CHARGEMENT MONOTONES 120

ANNEXE C : PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE 128

ANNEXE D : ORGANIGRAMME 132

INTRODUCTION GÉNÉRALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'usage optimal et l'amélioration des matériaux de structure constituent l'un des grands défis actuels . Comprendre les propriétés des matériaux et leurs limites peut empêcher les désastres techniques qui sont fréquemment dus à un usage inapproprié des matériaux. Ainsi, il est primordial que l'on sache sélectionner les matériaux qui conviennent le mieux aux exigences du produit, des exigences de résistance et de longévité aussi bien que des exigences économiques voir même esthétiques. C'est ainsi que le développement de matériaux nouveaux peut être considéré comme une technologie stratégique et porteuse. Le progrès de nos connaissances au niveau de la microstructure des matériaux joue un rôle essentiel dans la mesure où les propriétés microstructurales gouvernent le comportement mécanique macroscopique.

Par ailleurs, établir un lien entre la microstructure et les propriétés mécaniques macroscopiques a constitué une des préoccupations des chercheurs dans le but de modéliser le comportement mécanique des matériaux. Ce que l'on entend par modélisation du comportement, c'est construire un modèle sous forme d'équations constitutives capable de reproduire les phénomènes expérimentalement observés. Un grand progrès a été réalisé dans le passé pour incorporer la micromécanique en description continue des déformations inélastiques. Une approche basée sur la transition d'échelles (micro-macro) débouche sur une meilleure description des lois de comportement des matériaux et constitue simultanément un outil précieux pour l'élaboration de nouveaux matériaux. En effet, dans une telle approche, la microstructure et le comportement local sont traduits directement en termes de comportement global.

Le présent travail est essentiellement consacré à l'étude du comportement des polycristaux en plasticité cyclique. En effet, plusieurs matériaux utilisés dans des secteurs de pointe se trouvent au cours de leur fonctionnement sollicités par des chargements cycliques. La présence d'efforts variables et répétés dans le temps mènent généralement à la fatigue des structures. Il devient alors nécessaire de comprendre le comportement des matériaux ainsi que leur dégradation au cours du temps sous de telles sollicitations.

Par ailleurs, on dispose aujourd'hui de différentes méthodes de modélisation du comportement mécanique des matériaux polycristallins de plus en plus performantes. Ainsi,

Le chapitre I de ce travail sera une occasion pour passer en revue les principaux modèles développés dans la littérature au cours de ces dernières années. Le comportement des polycristaux en plasticité cyclique sera examiné dans le cadre d'un modèle micro-macro, les équations constitutives de ce modèle feront l'objet du chapitre II de ce travail. Une confrontation des résultats de simulation du modèle avec des phénomènes de base expérimentalement observés au niveau de la réponse globale des polycristaux en plasticité cyclique fera l'objet du chapitre III. La compréhension de ces aspects phénoménologiques de la plasticité cyclique ne peut se concrétiser que par l'analyse des mécanismes microstructuraux qui prennent lieu en plasticité cyclique. Ainsi, le chapitre IV fera l'objet d'une étude des ces aspects microstructuraux qui gouvernent le comportement global du polycristal en plasticité cyclique.

Il est reconnu depuis déjà longtemps que la rupture des métaux et alliages dans des conditions de sollicitations cycliques intervient comme conséquence de la localisation de la déformation plastique au cours de la fatigue. Il devient alors indispensable de comprendre et de prévoir l'endommagement et la durée de vie d'un métal ou d'un alliage métallique dans ces conditions. Par ailleurs, dans ce travail on utilise un modèle micro-macro consacré à prédire le comportement élastoviscoplastique des polycristaux "sains". De ce fait, on n'a pas la prétention de décrire l'endommagement ni de prédire la durée de vie des polycristaux en fatigue. Néanmoins, le chapitre V sera une occasion pour discuter les aspects microstructuraux de la fatigue et de donner quelques résultats prédits par le modèle concernant l'évolution de la microstructure des polycristaux sous de telles sollicitations.

CHAPITRE I

*Revue
bibliographique*

1. INTRODUCTION	5
2. CARACTÉRISTIQUES DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE DES CRISTALLITES	5
2.1. MICROSTRUCTURE ET ORIENTATION DES CRISTALLITES	5
2.2. GLISSEMENT CRISTALLOGRAPHIQUE	8
3. DIFFÉRENTS MODÈLES MICRO-MACRO EN PLASTICITÉ CRISTALLINE	9
3.1. MODÈLES STATIQUES.....	9
3.2. MODÈLES DE TYPE TAYLOR.....	10
3.2.1. MODÈLE DE TAYLOR	10
3.2.2. AUTRES MODÈLES DE TYPE TAYLOR.....	12
3.3. MODÈLES AUTOCOHÉRENTS	18
4. ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS	25
5. CONCLUSIONS	26
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	27

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1 INTRODUCTION

Au cours des opérations industrielles de formage des métaux, les propriétés mécaniques du métal (polycristal) se résument essentiellement à ses propriétés plastiques. En effet, l'aptitude des métaux à se déformer plastiquement sans rupture, sous sollicitations mécaniques plus ou moins importantes, leur confère la propriété d'être malléables. C'est une des principales raisons de leur utilisation dans les processus industriels de mise en forme. D'autre part, il est bien établi que la déformation plastique des cristaux, qui constituent le polycristal, est produite par le déplacement des dislocations que contiennent ces cristaux sous l'action des contraintes. Cet aspect microscopique de la déformation plastique est indispensable pour la compréhension du comportement macroscopique du polycristal.

Prédire le comportement global des polycristaux à partir du comportement de ses constituants (cristallites) est un problème fondamental en mécanique des solides. En effet, les mécanismes responsables de la déformation plastique produite localement à une échelle structurale microscopique (cristallite) sont à l'origine des propriétés du comportement macroscopique observé au niveau du polycristal.

Cette revue bibliographique, toutefois non exhaustive, est dédiée aux différents modèles "micro-macro" qui ont été développés pour décrire le comportement mécanique et plus particulièrement plastique des polycristaux.

2 CARACTÉRISTIQUES DE LA DÉFORMATION PLASTIQUE DES CRISTALLITES

2.1 MICROSTRUCTURE ET ORIENTATION DES CRISTALLITES

La microstructure du cristal parfait est constituée d'un assemblage ordonné d'atomes régulièrement répartis dans l'espace. On définit un réseau cristallin comme un espace infini obtenu à partir d'une maille élémentaire qui fixe la périodicité tridimensionnelle de répétition. La figure 1.1 montre des exemples de mailles élémentaires pour trois types de microstructures. Il faut noter que la plupart des métaux cristallisent dans l'une des structures suivantes : Cubique à Faces Centrées (CFC) ; Cubique Centré (CC) ; Hexagonale Compact (HC).

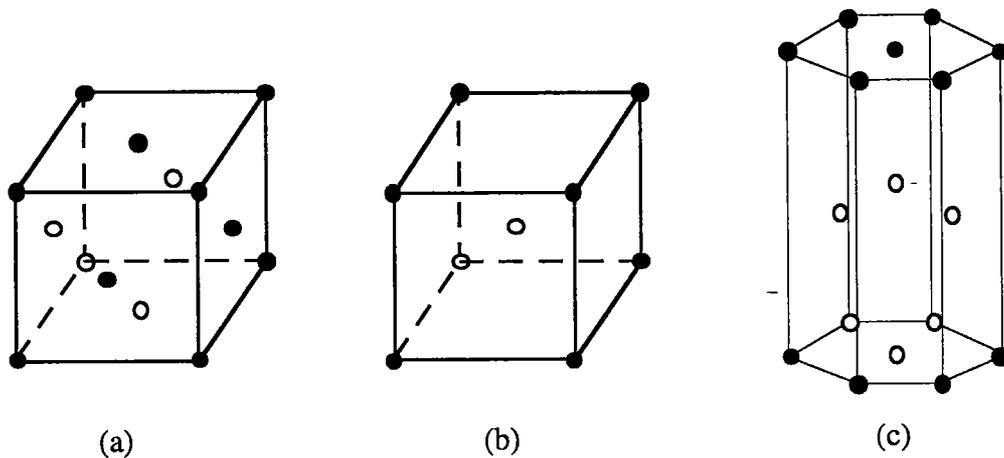


Figure 1.1: Mailles cristallines élémentaires pour les structures (a) CFC, (b) CC et (c) HC.

En réalité, les cristallites sont rarement parfaits. En effet, ils présentent généralement des défauts dans leur structure. Ces défauts peuvent être ponctuels (lacunes, sites interstitiels, atomes étrangers), linéaires (dislocations) ou bien bidimensionnels (défauts d'empilement, interfaces, joints de grains). La présence de ces défauts affecte considérablement les propriétés mécaniques du cristallite comparées à celles de la structure idéale ou parfaite. Ainsi les dislocations ont été introduites initialement pour résoudre le paradoxe de la limite d'élasticité théorique. En effet, la déformation résiduelle résulte du passage de dislocations dans le plan de cisaillement et non pas du cisaillement global d'une partie du cristal par rapport à l'autre. En d'autres termes, le glissement cristallographique correspond à une translation d'une partie du cristal par rapport à l'autre selon un plan de séparation (le plan de glissement). Cette translation ne s'effectue pas en bloc (figure 1.2), elle débute sur un plan en un ou plusieurs endroits et se propage progressivement à la totalité du plan (figure 1.3).

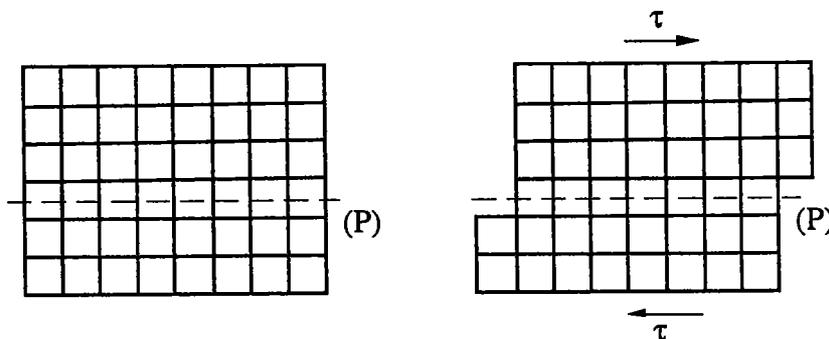


Figure 1.2: Translation d'une partie du cristal par rapport à l'autre (cristal parfait).

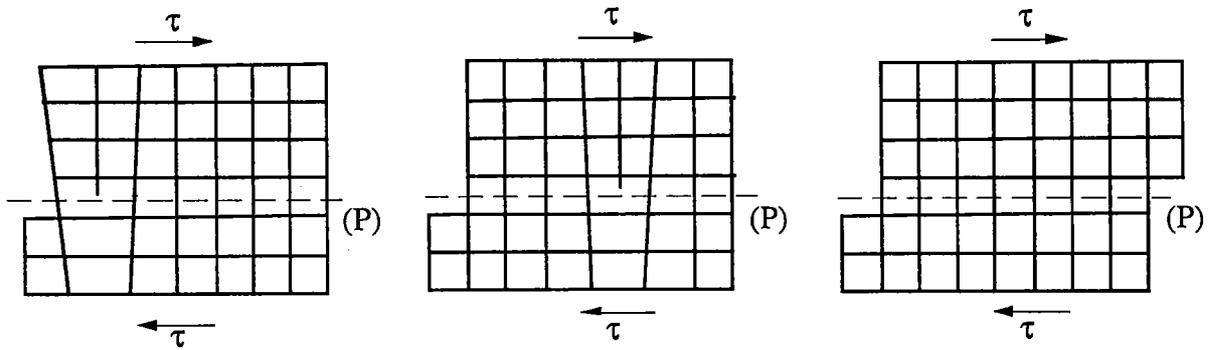


Figure 1.3: Déplacement de proche en proche d'une dislocation selon le plan (P).

Toutefois, il faut noter qu'un matériau cristallin non déformé à l'état recuit, présente une répartition homogène des défauts, en particulier des dislocations sur les plans denses du réseau cristallin. Au cours de la déformation plastique, cette distribution aléatoire des dislocations tend vers un arrangement non aléatoire, induisant ainsi une répartition hétérogène des dislocations sur ces plans denses.

Par ailleurs, chaque cristallite possède une orientation qui n'est rien d'autre que l'orientation de ses axes cristallographiques ($X_1^c=[001]$, $X_2^c=[010]$, $X_3^c=[001]$) par rapport au repère macroscopique de l'échantillon (X_1^m, X_2^m, X_3^m). Cette orientation est représentée par des angles d'Euler. Selon la notation de Bunge, ces angles ($\varphi_1, \varphi, \varphi_2$) sont obtenus par trois rotations successives nécessaires pour ramener le repère cristallographique (X_1^c, X_2^c, X_3^c) à celui de l'échantillon :

1. Selon l'axe X_3^m de l'échantillon par l'angle φ_1 ;
2. Selon l'axe X_1^m de l'échantillon par l'angle φ ;
3. Selon l'axe X_3^m de l'échantillon par l'angle φ_2 .

La structure ordonnée du cristallite induit des propriétés mécaniques anisotropes au cristal. Cette anisotropie dépend principalement de l'orientation cristallographique.

Lorsqu'un polycristal est constitué de cristallites orientés aléatoirement (au hasard), ses propriétés mécaniques effectives sont isotropes. Cependant, dans les opérations de formage du polycristal, l'orientation des grains n'est plus parfaitement aléatoire. Ces opérations de formage introduisent dans le polycristal des orientations privilégiées, il possède donc une *texture cristallographique* qui rend ses propriétés mécaniques effectives anisotropes.

2.2 GLISSEMENT CRISTALLOGRAPHIQUE

Parmi les processus de mise en forme des polycristaux, il faut distinguer entre ceux qui s'effectuent à froid avec des températures ($T \leq 0.3T_f$), et ceux qui s'opèrent à chaud $T \geq 0.3T_f$, où T_f représente la température de fusion du polycristal. Le comportement du polycristal change selon les conditions de température de l'essai de déformation. Ainsi, la déformation à froid se traduit par un écrouissage alors que pour celle qui se produit à chaud, des phénomènes de restauration et/ou de recristallisation peuvent s'opposer à l'écrouissage.

La déformation plastique des cristallites s'effectue souvent par glissement microscopique suivant des plans cristallographiques bien définis (plans de glissement) dans des directions contenues dans le plan de glissement (directions de glissement). Les plans de glissement sont généralement les plans denses ou compacts, et les directions de glissement sont toujours les directions denses contenues dans ces plans. Pour les processus de déformation à froid, le mécanisme de déformation par glissement cristallographique est *généralement* prédominant pour les structures à hautes symétries (structures cubiques). Toutefois, pour les processus de déformation à chaud, un autre mécanisme de déformation intervient : la diffusion qui vient s'ajouter au mécanisme de glissement cristallographique.

Dans ce travail, on s'intéresse particulièrement aux structures cubiques à faces centrées qui se déforment à froid. Dans ce cas, la déformation plastique est essentiellement due au glissement cristallographique des plans denses dans les directions de glissement denses. Pour la structure CFC, les plans de glissement sont les plans $\{111\}$ et les directions de glissement sont les directions $\langle 110 \rangle$. La combinaison d'un plan de glissement avec une direction de glissement constitue un *système de glissement*. 12 systèmes de glissement sont possibles pour la structure CFC. Chaque système de glissement est caractérisé par la normale à son plan n^s et par la direction de glissement b^s . On définit ainsi le tenseur de Schmid m^s comme étant le produit tensoriel de la direction de glissement avec la normale au plan de glissement. Il en découle :

$$m^s = b^s \otimes n^s \quad (\text{I-1})$$

Ainsi la déformation plastique basée essentiellement sur le glissement cristallographique peut être décrite par la relation (I-2). En effet, les vitesses de glissement $\dot{\gamma}^s$ au niveau de tous les systèmes de glissement contribuent à la vitesse de déformation plastique D^p au niveau du cristal de la façon suivante :

$$D^p = \sum_s R^s \dot{\gamma}^s \quad (\text{I-2})$$

où le tenseur R^s est un tenseur d'orientation. Il représente la partie symétrique du tenseur de Schmid m^s , et prend donc la forme suivante :

$$R^s = \frac{1}{2} (m^s + m^{s'}) \quad (\text{I-3})$$

Par ailleurs, la déformation plastique des métaux s'effectue généralement sans changement de volume. On parle alors de l'incompressibilité de la déformation plastique. Ainsi, le tenseur des vitesses de déformation plastique se réduit à cinq composantes qui sont indépendantes. Dès lors que les vecteurs n^s et b^s sont perpendiculaires, on obtient $m_{kk}^s = 0$, et par suite la vitesse de déformation plastique D^p satisfait la condition d'incompressibilité $D_{kk}^p = 0$.

Tous ces mécanismes qui agissent à une échelle microscopique doivent trouver leur place dans une modélisation qui se veut reproduire plus fidèlement cet aspect microscopique de la déformation plastique de polycristaux

3. DIFFÉRENTS MODÈLES MICRO-MACRO EN PLASTICITÉ CRISTALLINE

Les approches polycristallines se basent généralement sur le mode de glissement cristallographique au niveau du cristallite comme étant le principal mode de déformation contribuant à la déformation plastique. Cependant, le polycristal est supposé avoir une réponse macroscopique homogène. Déterminer la réponse macroscopique de la contrainte et de la déformation, ainsi que suivre l'évolution de la texture cristallographique au cours d'une sollicitation donnée, constituent leurs principaux objectifs de ces approches polycristallines. De nombreuses approches ont été proposées dans la littérature à travers ces dernières années.

3.1 MODÈLES STATIQUES

L'une des premières tentatives pour modéliser la plasticité des polycristaux a été faite par Sachs (1928). Il suppose que la cission résolue dans le système de glissement principal est identique pour tous les grains. Cette hypothèse mène à une relation proportionnelle entre l'état de contrainte du monocristal et celle macroscopique de l'agrégat. Le modèle de Sachs a

été simplifié par Batdrof et Budiansky (1949) qui imposent l'uniformité de la contrainte :

$$\sigma = \Sigma \quad (\text{I-4})$$

σ et Σ sont respectivement la contrainte dans le grain et celle macroscopique de l'agrégat. La relation (I-4) signifie que les équations d'équilibre sont vérifiées. On a donc champ de contrainte statiquement admissible, d'où le nom de modèle "statique". Cependant, les relations de compatibilité sont totalement négligées.

Pour un matériau obéissant à la loi de Schmid, l'application de ce type de modèle implique, qu' en général, un seul système est actif par grain. Ce modèle statique a été utilisé par Leffers (1968) avec succès pour prédire l'évolution de la texture du laiton dans un essai de laminage. Toutefois, cela ne constitue pas une preuve tangible de sa validité, dès lors que la déformation d'un polycristal est généralement achevée par un glissement multiple.

3.2 MODÈLES DE TYPE TAYLOR

La modélisation de la plasticité des polycristaux a été initiée par les travaux de Taylor (1938). A la lumière des résultats de ce modèle, se sont développés d'autres types de modèles qui restent fidèles au même esprit de la modélisation de Taylor (modèles de type Taylor), ou bien prennent d'autres voies dans la modélisation (modèles autocohérents). Il est donc nécessaire de présenter ce modèle et les différentes discussions et critiques qui ont été entreprises au cours de ces dernières années.

3.2.1 MODÈLE DE TAYLOR

Le modèle de Taylor (1938) suppose que la déformation *plastique* dans chaque grain constituant du polycristal est uniforme et *identique* à celle de l'agrégat.

$$\varepsilon^P = E^P \quad (\text{I-5})$$

ε^P et E^P sont respectivement la déformation plastique dans le grain et celle macroscopique de l'agrégat. Ce modèle suppose donc qu'un grain va se déformer suivant le nombre de systèmes de glissement nécessaires pour préserver la compatibilité. Cela nécessite cinq systèmes de glissement indépendants pour accommoder un incrément de déformation plastique incompressible.

Dans le cas des structures cristallines cubiques, un grand nombre de combinaisons de cinq systèmes de glissement indépendants est possible pour accommoder la déformation plastique imposée. A ce niveau, un problème de choix de la combinaison des systèmes de glissement qui seront actifs est posé. Taylor pose un critère selon lequel la combinaison des systèmes de glissement actifs est celle qui minimise le travail plastique interne :

$$\sum_{s=1}^5 \tau^s \dot{\gamma}^s = \text{Minimum} \quad (\text{I-6})$$

où τ^s est la contrainte de cisaillement résolue du système de glissement "s" et $\dot{\gamma}^s$ représente sa vitesse de glissement. Taylor choisit cinq incréments "accommodants" de glissement cristallographique de telle manière que la somme de leur valeur absolue soit minimale. Cependant, comme l'a noté Taylor (1938), dans diverses situations, plus d'une combinaison de systèmes de glissement peuvent vérifier ce critère. Avec la théorie de la plasticité indépendante du temps, on se retrouve face au problème de l'ambiguïté dans le choix des systèmes de glissement.

Bishop et Hill (1951) montrent que lorsque cinq systèmes de glissement sont exigés pour accommoder la déformation plastique, la surface de charge du monocristal présente 56 sommets, en littérature anglophone "vertices", qui peuvent correspondre à l'état de contrainte du monocristal. Le principe du travail plastique externe maximal permet de choisir l'état de contrainte associée à la vitesse de déformation imposée D .

$$(\sigma - \sigma^*): D \geq 0 \quad (\text{I-7})$$

Parmi tous les états de contrainte possibles σ^* , l'état de contrainte choisi σ pour une vitesse de déformation imposée D est celui qui maximise le travail plastique externe. Comparé au critère de Taylor, le critère de Bishop et Hill permet de déterminer les systèmes de glissement actifs plus rapidement. Cependant, l'état de contrainte n'est pas déterminé d'une façon unique s'il ne coïncide pas avec un sommet de la surface de charge. Dans de tels cas, pour une vitesse de déformation imposée, plusieurs états de contrainte correspondant à une facette de la surface de charge peuvent avoir la même valeur du travail plastique externe. En outre, lorsque l'état de contrainte coïncide avec un sommet de la surface de charge du monocristal, six ou bien huit systèmes de glissement peuvent être activés simultanément. En conséquence, le glissement correspondant ne peut être déduit d'une façon unique à partir de cinq équations (I-2). Une illustration schématique de l'ambiguïté dans l'état de contrainte est

donnée dans la figure 1.4.

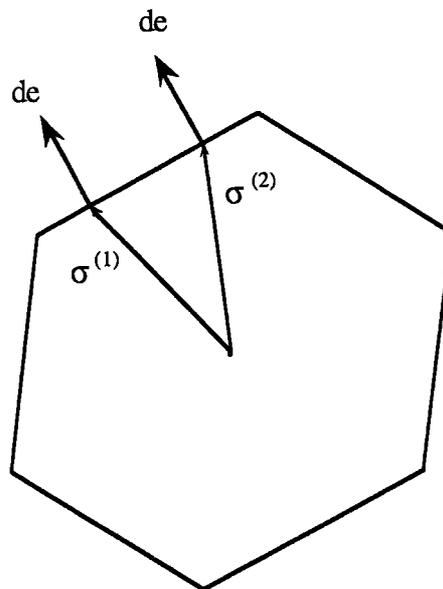


Figure 1.4 : Illustration schématique de l'ambiguïté dans les contraintes

Chin et Mammel (1969) montrent que le critère postulé par Taylor et celui postulé par Bishop et Hill sont équivalents. A ce stade, il faut noter que le modèle de Taylor impose *toutes* les composantes de la déformation plastique aux cristaux qui constituent le polycristal (Déformations Totalement Imposées), en littérature anglophone "Full Constraints". Cela constitue une restriction au niveau des conditions aux limites imposées. Néanmoins, le modèle de Taylor a par la suite été largement utilisé pour prédire l'évolution des textures dans les matériaux polycristallins à structure cubique [Bunge (1970) ; Kocks (1970) ; Van Houtte (1978)].

3.2.2 AUTRES MODÈLES DE TYPE TAYLOR

Les premières modifications du modèle de Taylor ont été rapportées par Honneff et Mecking (1978). Se basant sur des considérations géométriques dans un essai de laminage, Honneff et Mecking décident de relaxer quelques composantes de la déformation imposée. En effet, ces auteurs ont observé que, lorsque les grains deviennent plats (grains laminés), certaines composantes de cisaillement peuvent être très différentes de celles imposées à la matrice. Ils ont appliqué cette approche pour un essai de laminage et ils ont obtenu une

meilleure prédiction des textures cristallographiques pour ce mode de déformation.

L'idée de laisser certaines composantes de la déformation libres ou bien de tolérer certaines incompatibilités de la déformation a été généralisée par Kocks et Canova (1981) pour d'autres types de chargements. On parle alors de déformations partiellement imposées (D.P.I.), en littérature anglophone "Relaxed Constraints". La méthodologie des déformations partiellement imposées est utilisée par ces auteurs pour analyser les textures de déformation des structures CFC suivant différents chemins de déformation. Cette méthodologie met l'accent sur le fait que lorsque les cristaux subissent des grandes déformations, leur forme subit un changement considérable et par suite leur comportement diffère de celui prédit par le modèle de Taylor (forme équiaxe des grains).

Tous les modèles décrits précédemment utilisent la théorie de la plasticité indépendante du temps. Le problème de la non unicité dans le choix des systèmes de glissement actifs a une influence sur la rotation du réseau cristallin et par suite sur les textures de déformation cristallographiques induites dans le polycristal. Ce problème reste alors intrinsèque à la théorie de la plasticité indépendante du temps. Cependant, la plasticité des cristaux, qui s'effectue essentiellement par le glissement cristallographique, est naturellement dépendante du temps. On parle alors d'écoulement viscoplastique. Hutchinson (1976) a adopté ce caractère viscoplastique du glissement cristallographique en introduisant une loi d'écoulement viscoplastique :

$$\frac{\dot{\gamma}^{\alpha}}{\dot{\gamma}_o} = \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\tau_o^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{m}} \text{sign}(\tau^{\alpha}) \quad (\text{I-8})$$

Dans cette loi d'écoulement, la notion de seuil d'écoulement liée à la théorie indépendante du temps disparaît. Il faut noter qu'avec une loi d'écoulement viscoplastique, on surmonte le problème de l'ambiguïté dans le choix de la combinaison des systèmes actifs posé dans le cadre de la théorie indépendante du temps. En effet, tout système de glissement α glisse avec une certaine vitesse de glissement $\dot{\gamma}^{\alpha}$ qui dépend de l'état actuel des contraintes τ^{α} et de la résistance au glissement τ_o^{α} . $\dot{\gamma}_o$ est la vitesse de glissement de référence. La sensibilité à la vitesse m est souvent supposée constante durant la déformation; en outre elle est supposée être identique pour tous les systèmes de glissement. La valeur de la sensibilité à la vitesse est comprise entre 0 et 1. Pour les cas limites, $m=1$ on obtient le comportement d'un fluide Newtonien, $m \rightarrow 0$ on obtient le comportement prédit par la théorie de la plasticité indépendante du temps. Si la déformation du polycristal s'effectue à

froid, la sensibilité à la vitesse prend des valeurs petites. Dans le cas contraire, elle peut prendre des valeurs de l'ordre de 0.1 et 0.2, et par suite le comportement du polycristal devient très sensible à la vitesse de déformation.

Cette théorie de la plasticité dépendante du temps (viscoplasticité) a été adoptée plus tard par [Asaro (1983) ; Pierce et al. (1983) ; Pan et Rice (1983) ; Asaro et Needleman (1985) ; Nemat-Nasser et Obata (1986) ; Molinari et al.(1987) ; Tóth et al. (1988) ; Wenk et al. (1989) ; Harren et al. (1989a), (1989b) ; Neale et al. (1990) ; Ahzi et al. (1990a) ; Canova et al. (1992) ; Kalidindi et al. (1992) et d'autres....].

Le modèle de Taylor dans sa version originale néglige les déformations élastiques. Il est utilisé pour prédire le comportement mécanique des polycristaux en grandes déformations, auquel cas les déformations élastiques sont considérées comme insignifiantes (comportement rigide-plastique). Lin (1957) fait une extension du modèle de Taylor pour inclure notamment les déformations élastiques. Il suppose que la déformation *totale* dans chaque grain constituant du polycristal est uniforme et *identique* à celle de l'agrégat :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \mathbf{E}^T \quad (\text{I-9})$$

$\boldsymbol{\varepsilon}^T$ et \mathbf{E}^T sont respectivement la déformation totale dans le grain et celle macroscopique de l'agrégat.

Si l'on se place dans l'hypothèse des petites déformations, la décomposition de la déformation totale en une composante élastique et une autre plastique au niveau macroscopique (E^e et E^p) et au niveau du grain ($\boldsymbol{\varepsilon}^e$ et $\boldsymbol{\varepsilon}^p$) donne :

$$\mathbf{E}^T = E^e + E^p \quad (\text{I-10})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (\text{I-11})$$

Si l'on considère que les déformations élastiques et plastiques sont incompressibles et que le polycristal possède une isotropie des modules élastiques, la loi de Hooke au niveau du grain se résume à l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (\text{I-12})$$

où $\boldsymbol{\sigma}$ est la contrainte de Cauchy du grain et μ est le module de cisaillement élastique. Partant de la relation (I-12), et en utilisant les relations (I-11) (I-9) (I-10), on obtient :

$$\sigma = \Sigma + 2\mu(E^p - \varepsilon^p) \quad (\text{I-13})$$

où Σ est la contrainte macroscopique de l'agrégat.

La relation (I-13) montre clairement que la différence entre les déformations plastiques au niveau des grains et celle macroscopique est très faible. Elle est de l'ordre des déformations élastiques généralement très faibles. Cela traduit le fait que l'interaction entre le grain et le milieu environnant est purement élastique. Une conséquence majeure de cette hypothèse réside dans la surestimation des contraintes internes données par la formule (I-13), et qui se manifeste par le module élastique μ ayant généralement une valeur très élevée.

Asaro et Needleman (1985), dans le cadre du modèle de Taylor, ont formulé un modèle élastoviscoplastique en grandes déformations. Ils supposent que le gradient de la déformation *totale* dans chaque grain constituant du polycristal est uniforme et *identique* à celui de l'agrégat :

$$F = \bar{F} \quad (\text{I-14})$$

où F et \bar{F} sont respectivement le gradient de la déformation totale dans le grain et celui macroscopique de l'agrégat. Les propriétés constitutives macroscopiques sont utilisées pour résoudre les conditions aux limites mixtes. Cela offre la possibilité d'imposer à l'agrégat des combinaisons de déformations et de contraintes. Cela est possible à travers l'équation constitutive pour une déformation homogène du polycristal (1-15).

$$\dot{\eta} = \bar{K} : \dot{\bar{F}} - \dot{\bar{B}} \quad (\text{I-15a})$$

Dans cette expression, la contrainte nominale au niveau du grain η , est reliée à la contrainte de Kirchhoff du même grain τ , par :

$$\eta = F^{-1}\tau \quad (\text{I-16})$$

La relation (I.15a) est le résultat d'une homogénéisation faite à travers les lois constitutives de chaque cristal. Au niveau du monocristal, la loi constitutive est donnée par :

$$\dot{\eta} = K : \dot{F} - \dot{B} \quad (\text{I-17})$$

avec

$$\dot{\bar{\eta}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \dot{\eta}^k \quad \dot{\bar{B}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \dot{B}^k \quad \bar{K} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N K^k \quad (\text{I-15b})$$

où N est le nombre de grains qui constitue le polycristal.

K est un tenseur de quatrième ordre qui détermine les modules instantanés, et \dot{B} représente la vitesse de la contrainte de relaxation du monocristal. Des expressions spécifiques de ces tenseurs sont données dans l'article de Asaro et Needleman (1985).

Les principaux objectifs du modèle étaient la prédiction des textures de déformation induites et l'anisotropie suivant des chemins de déformations et de contraintes arbitraires, et la réponse macroscopique du polycristal à de tels chemins. Ce modèle se distingue du modèle de Taylor par le fait que le glissement cristallographique est viscoplastique, ce qui permet de surmonter le problème de la non unicité dans le choix des systèmes de glissement, et par suite dans la prédiction de la rotation du réseau cristallographique et donc des textures. En outre, toutes les déformations ne sont pas a priori imposées. En revanche, les conditions aux limites des déformations homogènes sont simulées pour chaque incrément en utilisant les propriétés constitutives macroscopiques de l'agrégat.

Le grand succès du modèle de Taylor est concrétisé dans son application à des cristaux possédant une grande symétrie tels que les métaux à structure cubique (Cubique à Faces Centrées, Cubique Centré). La structure cubique possède généralement les cinq systèmes de glissement indépendants indispensables pour accommoder une déformation plastique arbitraire. Cependant, les cristaux non cubiques qui ont une faible symétrie cristalline peuvent avoir moins de cinq systèmes de glissement indépendants. Ceci implique qu'une déformation plastique arbitraire ne peut être accommodée par ce type de cristaux sans faire intervenir d'autres mécanismes de la déformation plastique tel que le maillage.

Pour les cristaux à faible symétrie, même s'ils possèdent cinq systèmes de glissement indépendants, la différence entre les cissons critiques (résistance au glissement) des diverses familles cristallographiques du glissement est souvent très grande. Cela induit une forte anisotropie plastique. A titre d'exemple, les matériaux à structure hexagonale qui se déforment par glissement basal, prismatique et pyramidal, ont une résistance au glissement pyramidal très élevée par rapport aux résistances des autres systèmes de glissement. Dans ce cas de figure, un modèle de type Taylor surestime excessivement les contraintes, et prédit

généralement des textures de déformation différentes des textures expérimentales. Cela est dû au fait que ce modèle impose aux systèmes à hautes cissions critiques (systèmes durs) d'être actifs. En réalité, ces cristaux préfèrent le glissement sur les systèmes à faible cission critique dits "systèmes faciles".

Les systèmes durs deviennent actifs une fois que le polycristal a développé une texture assez forte qui ne permet pratiquement plus l'activité des systèmes faciles. Parks et al. (1990) se sont intéressés à ce problème et ont formulé un modèle de type Taylor en imposant aux systèmes durs d'être inactifs durant la déformation plastique. En d'autres termes, cette modification du modèle de Taylor consiste à imposer à chaque cristal une déformation qui dévie de façon minimale de la déformation macroscopique, de telle manière que le cristal ne se déforme pas plastiquement dans certaines directions (compte tenu du manque de cinq systèmes de glissement indépendants) tout en préservant la compatibilité globale. Ce modèle a été appliqué avec succès dans le cas des cristaux à structure hexagonale, et dans le cas des matériaux semi cristallins. L'une des raisons du succès de ce modèle provient du fait qu'au niveau du grain du polycristal, les conditions cinématiques sont moins strictes que celles imposées au même grain dans le cas de l'uniformité de la déformation plastique "modèle de Taylor". D'autres applications du modèle sont présentées par Ahzi et al. (1993).

Toujours dans le même contexte, une extension du modèle a été entreprise par Schoenfeld et al. (1994) pour inclure les déformations élastiques. Cette fois-ci, les conditions aux limites imposées localement consistent à tolérer des déformations élastiques dans les directions où le glissement cristallographique est non autorisé.

Leffers et al. (1988) estiment qu'au moins pour les matériaux polycristallins *monophasés*, le modèle de Taylor constitue une bonne *première approximation* pour la formation des textures cristallographiques et de l'anisotropie. En outre, la simplicité dans la mise en oeuvre des modèles de type Taylor est l'un des avantages qui fait qu'ils sont largement utilisés pour la simulation du comportement des polycristaux.

Par ailleurs, l'approximation de Taylor assure la compatibilité locale et globale, en revanche, elle ne permet pas d'assurer en général l'équilibre aux joints de grains. En outre, les textures morphologiques traduisant la forme des grains et leurs orientations ne peuvent être considérés par le modèle de Taylor. L'utilisation de l'approche DPI est "physiquement" justifiée dans certains cas où certaines composantes de la déformation pouvaient être relâchées à cause de la morphologie des grains. Cependant, elle ne peut rendre compte correctement de l'évolution de la forme des grains au cours de la déformation. Pour combler

ces défaillances, d'autres modèles plus élaborés se sont développés, il s'agit des modèles autocohérents. Au cours du prochain paragraphe on donne un bref aperçu sur leur développement.

3.3 MODÈLES AUTOCOHÉRENTS

Le modèle autocohérent a été introduit dans le domaine de la mécanique par Hershey (1954), et a été développé par Kröner (1958), puis par Budiansky et Wu (1962), comme un moyen de modélisation du comportement mécanique des matériaux polycristallins. Ce modèle autocohérent a été utilisé dans d'autres branches de la physique et notamment dans la théorie des champs moyens en mécanique quantique. Le principe de ce schéma peut être énoncé sous la forme simplifiée suivante : Les interactions entre un grain particulier et tous les autres sont assimilées à celles entre le grain considéré et un milieu homogène équivalent dont le comportement est celui du polycristal. Ainsi, la mise en oeuvre d'un tel schéma nécessite deux opérations:

- La résolution d'un problème d'interaction entre un grain et un milieu homogène équivalent ;
- Un traitement statistique sur l'ensemble des grains en prenant, néanmoins, des hypothèses simplificatrices.

La première opération nécessite la résolution du problème de l'interaction entre une inclusion (grain) et une matrice (le milieu homogène équivalent). Eshelby (1957), dans le cas d'une inclusion ellipsoïdale, soumise à une déformation inélastique libre ε^* uniforme, noyée dans un milieu infini non chargé élastiquement isotrope, propose une méthode pour calculer les champs de déformation et de contrainte induits par cette déformation arbitraire. Elle se résume au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= S\varepsilon^* \\ \sigma &= C(S - I)\varepsilon^*\end{aligned}\tag{I-18}$$

où S est le tenseur d'Eshelby de quatrième ordre qui dépend de la forme de l'inclusion et de ses coefficients élastiques (dans ce cas égaux à ceux de la matrice). C est le tenseur de quatrième ordre des modules élastiques. I est le tenseur identité de quatrième ordre.

• Kröner (1961), en se basant sur les résultats d'Eshelby, propose de résoudre un problème d'inclusion ellipsoïdale, ayant une déformation plastique ε^P uniforme noyée, dans une matrice de comportement élastique subissant une déformation plastique uniforme E^P . Le champ de contrainte dans le cas d'une inclusion de forme sphérique est donnée par :

$$\sigma = \Sigma + 2\mu(1 - \beta)(E^P - \varepsilon^P) \quad (\text{I-19})$$

où $\beta = \frac{2}{15} \frac{4-5\nu}{1-\nu}$. μ et ν sont respectivement le module élastique de cisaillement et le coefficient de poisson, et Σ est le champ de contrainte uniforme à l'infini. Zaoui (1972) a montré que la loi d'interaction proposée par Kröner se ramène à celle proposée par Eshelby (1957), dans laquelle la matrice n'est pas déformée plastiquement et l'accommodation de toute incompatibilité inélastique ne peut se faire qu'élastiquement. La loi d'interaction proposée par Kröner entre l'inclusion et la matrice est purement élastique et conduit à une surestimation des contraintes internes. Les prévisions du modèle de Kröner se rapprochent donc de celles du modèle de Lin (I-13).

• Hill (1965) a donné une formulation générale du problème en élastoplasticité. Il a utilisé des tenseurs élastoplastiques tangents qui dépendent de l'état de la déformation. Il obtient une loi d'interaction sous la forme suivante :

$$d\sigma_{ij} = d\Sigma_{ij} + L^*_{ijkl} (dE^P_{kl} - d\varepsilon^P_{kl}) \quad (\text{I-20})$$

où L^* est un tenseur de quatrième ordre, donné par l'équation intégrale suivante :

$$L^* = \langle L^c (L^c + L)^{-1} (L - L^*) \rangle \quad (\text{I-21})$$

L^c et L sont les tenseurs de quatrième ordre de modules tangents élastoplastiques respectivement du grain et de l'agrégat, $\langle \rangle$ désigne la moyenne volumique sur tous les grains qui constituent l'agrégat.

• Pour tenir compte des interactions plastiques d'une façon plus simple que la formulation généralisée de Hill, dans le cas d'un polycristal dont les propriétés élastiques sont isotropes et dont la forme des grains est sphérique, Berveiller et Zaoui (1979) ont introduit dans la loi d'interaction proposée par Kröner un facteur "d'accommodation" plastique α , qui dépend de la déformation plastique.

$$\sigma = \Sigma + 2\mu(1 - \beta)\alpha(E^p - \varepsilon^p) \quad (\text{I-22})$$

Avec

$$\alpha \cong \frac{1}{\left(1 + \frac{3\mu E^p}{2\Sigma}\right)} \quad (\text{I-23})$$

Le coefficient α assure le relâchement des contraintes internes au cours de la déformation plastique. Avec ce coefficient, on peut aller artificiellement du modèle statique au modèle de Taylor en le faisant varier de zéro à l'infini.

- Iwakuma et Nemat-Nasser (1984) ont proposé un modèle autocohérent en grandes déformations élastoplastiques. Ils ont appliqué ce modèle dans le cas plan avec deux systèmes de glissement. Ce modèle a été utilisé par Lipinski et al. (1990) pour simuler le développement des textures cristallographiques des matériaux CFC.
- Nemat-Nasser et Obata (1986) ont développé un modèle autocohérent en grandes déformations élastoviscoplastiques. Ce modèle a été utilisé par Harren (1990a), (1990b) pour simuler le développement des textures cristallographiques des matériaux CFC. Les résultats de simulation ont montré que les prédictions de ce modèle convergent rapidement vers celles du modèle de Taylor.
- Molinari et al (1987) ont formulé un modèle autocohérent en grandes déformations viscoplastiques. Ce modèle néglige le comportement élastique du polycristal. Cette approximation est légitime du moment où l'on s'intéresse à la prédiction des textures en grandes déformations selon des chemins de chargements monotones. Ce modèle aboutit à une loi d'interaction entre le grain et le milieu homogène équivalent :

$$s - S = (\Gamma^{-1} + A')(d - D) \quad (\text{I-24})$$

s et S sont les contraintes déviatoriques respectivement du grain et de l'agrégat, d et D sont les vitesses de déformation respectivement du grain et de l'agrégat, Γ est un tenseur d'interaction du quatrième ordre et A' représente un tenseur de quatrième ordre des modules tangents de l'agrégat. Dans cette formulation, l'approche à 1 site et celle à N sites ont été développées. Les résultats de simulation présentés dans la thèse de Ahzi (1987) des textures

cristallographiques en traction, compression, laminage et torsion des métaux CFC sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Comparés aux prédictions de Taylor, ils sont plus réalistes. Ils ont été obtenus avec l'approche à 1 site et une hypothèse simplificatrice : le comportement viscoplastique de la matrice est supposé isotrope. Le caractère anisotrope de la déformation plastique de la matrice n'est pas pris en compte dans les calculs.

- L'utilisation d'une loi d'écoulement viscoplastique dans ce modèle enlève tout problème d'ambiguïté dans le choix des systèmes de glissement actifs. Toutefois, pour des faibles sensibilités à la vitesse de déformation, la formulation tangente de ce modèle autocohérent a tendance à uniformiser la distribution des contraintes à travers sa loi d'interaction (I-24). Par ailleurs, Gilormini et Germain (1987) ont effectué des calculs par la méthode des éléments finis dans le cas d'une inclusion sphérique noyée dans un milieu infini. Le comportement de l'inclusion et de la matrice est considéré viscoplastique. En se basant sur cette analyse par éléments finis, Molinari et Tóth (1994) ont introduit un paramètre scalaire dans la loi d'interaction proposée par Molinari et al (1987) pour calibrer les prédictions du modèle autocohérent viscoplastique avec celles des éléments finis de Gilormini et Germain (1987). Cela constitue une alternative au modèle autocohérent pour une meilleure description de l'interaction entre le grain et la matrice. Le paramètre de calibrage α est fonction de la sensibilité à la vitesse de déformation m . Il est approximé par la relation suivante :

$$\alpha = 1 - 0.4(m - 1)^2 \quad (\text{I-25})$$

La nouvelle loi d'interaction du modèle autocohérent viscoplastique avec un facteur de calibrage est donnée par :

$$s - S = \alpha(\Gamma^{s-1} + A^s)(d - D) \quad (\text{I-26})$$

Comme dans la précédente loi d'interaction, s et S sont les contraintes déviatoriques respectivement du grain et de l'agrégat, d et D sont les vitesses de déformation respectivement du grain et de l'agrégat, Γ^s est un tenseur d'interaction du quatrième ordre et A^s représente un tenseur de quatrième ordre des modules sécants de l'agrégat. Molinari et Tóth (1994) montrent que $\Gamma = m\Gamma^s$ et $A^t = mA^s$. En faisant varier le paramètre α entre zéro et l'infini, il est possible de retrouver différents modèles. En effet :

$\alpha = 0$	\rightarrow	Modèle statique
$\alpha = m$	\rightarrow	Formulation tangente

$\alpha = 1$	→	Formulation sécante
$\alpha = \infty$	→	Modèle de Taylor

Ce nouveau modèle a été appliqué pour simuler un essai de torsion d'une barre en grandes déformations. Les prédictions des textures de déformation simulées par ce modèle révèlent un meilleur accord avec les textures expérimentales comparées avec celles du modèle de Taylor et du modèle autocohérent avec formulation tangente. Une autre application de ce modèle a été faite par Mercier et al. (1995) pour l'alliage Ti20V qui présente une structure cubique centrée C.C soumis à un essai de laminage. Les textures cristallographiques expérimentales ont été reproduites par le modèle en incorporant une petite contribution du mécanisme de maillage à la déformation plastique (ce qui est une réalité physique pour ce type de matériau). Dans cette modélisation, la déformation élastique du matériau est négligée. Cela constitue une limitation du modèle lors de la description des trajets de chargement complexes. En effet, l'absence des contraintes résiduelles due au manque de distorsion du réseau cristallin ne permet pas de rendre compte de la surface de charge après une prédéformation quelconque, ou encore de l'effet Bauschinger.

- Kouddane et al. (1993) proposent une solution analytique du problème d'une inclusion de comportement viscoélastique linéaire dans une matrice du même comportement. Pour cela, ils ont considéré que l'inclusion et la matrice sont isotropes incompressibles de type Maxwell. Pour de tels matériaux, on a :

$$\dot{s} = 2\mu D^e \quad (\text{I-27})$$

\dot{s} représente la vitesse des contraintes déviatoriques, D^e est la vitesse de déformation élastique et μ est le module élastique de cisaillement. Le comportement anélastique est supposé être celui d'un fluide newtonien. La relation (I-28) relie la contrainte déviatorique s à la vitesse de déformation anélastique D^{an} et à la viscosité η , elle est donnée sous la forme suivante :

$$s = 2\eta D^{an} \quad (\text{I-28})$$

Il faut noter que ce problème d'inclusion a été résolu par Hashin (1969) en utilisant les transformées de Laplace. Kouddane et al. (1993) ont résolu ce problème avec la technique des fonctions de Green car elle est beaucoup plus générale et peut traiter des cas où la transformée de Laplace s'avère inopérante. C'est le cas lorsque les caractéristiques des matériaux η et μ dépendent du temps. La loi d'interaction obtenue est de la forme :

$$\dot{s} - \dot{S} + \frac{\mu^o}{\eta^o}(s - S) = 3\mu^o(D - d) \quad (\text{I-29})$$

Les modules μ^o et η^o sont ceux de la matrice, D et d sont les vitesses de déformation appliquée à l'infini et celle de l'inclusion respectivement. S et s sont les contraintes déviatoriques de la matrice et de l'inclusion respectivement. Cette loi d'interaction est analogue à celle proposée par Kröner (1958) pour le problème de l'inclusion élastique dans le cas où les modules de viscosité de la matrice et de l'inclusion tendent vers l'infini (I-30).

$$\dot{s} - \dot{S} = 3\mu^o(D - d) \quad (\text{I-30})$$

Cependant, pour une vitesse de déformation macroscopique constante, une relaxation visqueuse sera dominante pour des temps relativement longs (I-31).

$$s - S = 3\eta^o(D - d) \quad (\text{I-31})$$

Finalement, il apparaît que la loi d'interaction (I-29) tient compte d'une part du comportement élastique qui se traduit par une réponse instantanée, et d'autre part du comportement visqueux qui se traduit par une relaxation visqueuse différée.

Un schéma approché d'homogénéisation a été proposé par Kouddane et al. (1993). Il consiste à supposer que les propriétés élastiques sont homogènes et que le comportement de l'agrégat est isotrope et obéit à une loi de type Maxwell. Avec ce schéma d'homogénéisation, ils aboutissent à une loi d'interaction de la forme :

$$\dot{s} - \dot{S} + \frac{\mu}{\eta^o(t)}(s - S) = 3\mu(D - d) \quad (\text{I-32})$$

$\eta^o(t)$ est la viscosité de l'agrégat a priori inconnue. Elle est prise comme paramètre interne qui dépend de l'histoire de la déformation, et elle est ajustée de manière à satisfaire la condition d'autocohérence.

L'extension du modèle aux cas des matériaux dont le comportement est élastoviscoplastique a été entrepris par les mêmes auteurs par une approche similaire. Le comportement anélastique est décrit par la relation (I-2) pour les matériaux cristallins. La loi d'interaction est donnée par :

$$\dot{s} - \dot{S} + B^o : (s - S) = [\Gamma^{-1} + C^o] : (d - D) \quad (\text{I-33})$$

Elle est similaire à la loi (I-29) dans le cas des matériaux dont le comportement est viscoélastique linéaire. Elle tient compte d'une réponse élastique instantanée et d'une relaxation viscoplastique différée. Par ailleurs, quand l'élasticité est négligée ($C^o \rightarrow \infty$, cas des matériaux rigides plastiques), on retrouve la même loi d'interaction (I-24) proposée par Molinari et al. (1987).

- Turner et Tomé (1993) ont développé une approche pour prédire le comportement au fluage et à l'expansion des polycristaux sous irradiations. Leur formulation est basée sur une approche autocohérente qui consiste à considérer une inclusion viscoélastique noyée dans un milieu viscoélastique homogène. Dans un premier temps, ils décrivent le comportement de l'inclusion et du milieu homogène équivalent dans l'espace de la transformée de Laplace en se basant sur la solution donnée par Eshelby. Ensuite, ils utilisent une méthode de collocation pour décrire l'évolution de la réponse du polycristal et celle du grain au cours du temps. Toutefois, cette formulation est restreinte au cas linéaire et s'avère inopérante lorsque les propriétés du polycristal sont dépendantes du temps.
- Rougier et al. (1994) ont proposé une nouvelle approche autocohérente pour décrire le comportement élastoviscoplastique. Cette formulation consiste à ramener le problème à traiter à un problème d'élasticité hétérogène avec des déformations initiales. Cela est devenu possible grâce à une linéarisation tangente le long d'un trajet de chargement et à l'utilisation de la transformée de Laplace-Carson. Toutefois, lors de la résolution numérique, cette procédure nécessite des calculs très fastidieux.

Dans les différentes approches exposées le long de cette étude bibliographique se pose la question de la validité des démarches utilisées pour confronter le modèle aux essais. En effet, ces modèles traitent le cas des matériaux microhétérogènes dont le comportement macroscopique est homogène. L'échantillon sollicité expérimentalement se comporte pour le mécanicien comme une structure soumise à des conditions aux limites données, et non pas comme un élément de volume homogène.

4. ANALYSE PAR ÉLÉMENTS FINIS

En calcul des structures, une approximation qui consiste à discrétiser la structure continue (nombre de degré de liberté infini) en éléments finis (nombre de degré de liberté fini) est actuellement largement utilisée dans plusieurs domaines de recherche. Par ailleurs, si l'on s'intéresse à décrire le comportement d'une pièce de métal, selon la sollicitation et les conditions aux limites imposées, la répartition des contraintes et des déformations n'est pas forcément homogène sur toute la pièce du métal. Elle peut changer d'un point à un autre impliquant une hétérogénéité au niveau de son comportement. Dans de tels circonstances, les modèles micro-macro ne seront valables que pour un élément de volume de la structure (élément de volume dont le comportement macroscopique est homogène). Comme exemple, une étude fine entreprise par Hansen et Mecking (1975) montre que la texture cristallographique d'une tôle laminée présente un changement de la texture cristallographique selon l'endroit où elle a été mesurée. En effet, la surface de la tôle laminée présente une texture différente de celle mesurée au coeur de la tôle. Ainsi, on est amené à considérer d'une façon générale que la répartition de la texture dans une pièce de métal est hétérogène.

Pour analyser le comportement mécanique des structures par la méthode des éléments finis, il est nécessaire d'intégrer une loi de comportement à chaque point de Gauss. Ce sont en général les approches phénoménologiques qui sont utilisées en calcul de structure du fait qu'elles sont facilement implémentables dans les codes d'éléments finis. Néanmoins, le développement des moyens de calcul informatique offre de plus en plus la possibilité aux approches polycristallines d'être intégrées dans les simulations numériques conduites par la méthode des éléments finis.

Mathur et al. (1989) utilisent l'approche polycristalline de Taylor dans une analyse par éléments finis pour décrire l'évolution de la distribution des textures cristallographiques à travers l'épaisseur d'une tôle d'aluminium laminée. Avec la même approche, Mathur et al. (1990) se sont intéressés également à l'opération de tréfilage. Ils arrivent à mettre en évidence par la simulation de ces opérations industrielles de mise en forme l'hétérogénéité de la texture cristallographique.

On trouve également dans la littérature des résultats de simulations utilisant des approches polycristallines intégrées dans des codes d'éléments finis [Beaudoin et al. (1993), (1995) ; Dawson et al. (1994) ; Kalidindi et al. (1992) ;...].

5. CONCLUSIONS

L'originalité des approches micro-mécaniques provient du fait qu'elles puisent à l'échelle de la microstructure les informations nécessaires à la compréhension des mécanismes de la déformation. Cela exige la définition de l'entité microscopique qui sera le point de départ de la modélisation. Tous les modèles décrits dans ce chapitre ont adopté le grain comme entité microscopique. Il s'en suit que tout ce qui se passe en dessous de cette échelle (échelle encore plus fine) est représenté par des variables phénoménologiques. Dans ce cas de figure, l'écroutissage intracristallin dans ces modèles, par exemple, ne peut être représenté que par des lois relativement macroscopiques, d'où le recours à l'expérience pour l'identification des paramètres qui entrent en jeu dans la loi régissant l'écroutissage intracristallin. Il faut noter toutefois que l'utilisation de telles lois est inévitable dès lors que quelle que soit l'entité microscopique raisonnablement choisie, il existe une échelle encore plus fine dont le comportement ne sera pris en compte que macroscopiquement. Par conséquent, toutes les approches micro-macro utilisent des lois phénoménologiques, mais à des échelles différentes.

Le fait de supposer l'uniformité des champs de contrainte et de déformation dans les grains constitue sans doute une approximation forte par rapport aux observations expérimentales concernant les hétérogénéités plastiques induites par la répartition hétérogène des dislocations sur les plans denses intragranulaires. Toutefois, hormis les interactions de glissement aux joints de grains, on peut considérer que cette hypothèse est *relativement* vérifiée dans les polycristaux pour lesquels le glissement multiple homogène constitue le mécanisme de déformation le plus dominant.

Par ailleurs, les modèles autocohérents constituent une alternative plus réaliste aux approches de type Taylor dans la mesure où ils offrent la possibilité de tenir compte des textures morphologiques des grains. En effet, la forme des grains intervient directement dans la loi d'interaction. De plus ils peuvent rendre compte plus fidèlement de l'interaction entre les grains (les approches à N sites).

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AHZI, S. (1987)

Une approche autocohérente viscoplastique en grandes déformations, Thèse Université de Metz.

AHZI, S., MOLINARI, A. and CANOVA, G. R. (1990a)

Effect of Grain Shape on the Texture Evolution of a Polycrystalline Material, Yielding, Damage and Failure of Anisotropic Solids, EGF5 (Edited by J. P. Boehler), Mechanical Engineering Publ., London, 425.

AHZI, S., PARKS, D. M. and ARGON, A. S. (1990b)

Modeling of Plastic Deformation and Evolution of Anisotropy in Semi-Crystalline Polymers, ASME, Computer Modeling of Manufacturing Processes (ed. SINGH et al.), MD-20, 287.

AHZI, S., ASARO, R.J. and PARKS, D. M. (1993)

Application of Crystal Plasticity Theory for Mechanically Processed BSCCO Superconductors, Mech. Mater., 15, 201.

ASARO, R.J. (1983)

Crystal Plasticity, J. Appl. Mech., 50, 921.

ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1985)

Texture Deformation and Strain Hardening in Rate Dependent Polycrystals, Acta Metall., 33, 923.

BATDROF, S.B. and BUDIANSKY, B. (1949)

A Mathematical Theory of Plasticity based on the Concept of Slip, NACA TN, 1871.

BEAUDOIN, A.J., MATHUR, K.K., DAWSON, P.R. and JOHNSON, G.C. (1993)

Three-Dimensional Deformation Process Simulation with Explicit use of Polycrystal Plasticity Models, Int. J. Plasticity, 9, 833.

BEAUDOIN, A.J., DAWSON, P.R., MATHUR, K.K. and KOCKS, U.F. (1995)

A Hybrid Finite Element Formulation for Polycrystal Plasticity with Consideration of Macrostructural and Microstructural Linking, Int. J. Plasticity, 11, 501.

BERVEILLER, M. and ZAOUÏ, A. (1979)

An Extension of the Self-Consistent Scheme to Plastically Flowing Polycrystals. J. Mech. Phys. Solids, 26, 325.

BISHOP, J.F.W. and HILL, R. (1951)

A Theoretical Derivation of the Plastic Properties of a Polycrystalline Face-Centered Metal, Phil. Mag., 42, 1298.

- BRONKHORST, C.A., KALIDINDI, S.R. and ANAND, L. (1992)**
Polycrystalline Plasticity and the Evolution of Crystallographic Texture in F.C.C. Metals, Phil. Trans. Royal Soc. London, A341, 433.
- BUDIANSKY, B. (1965)**
On the Elastic Moduli of Some Heterogeneous Materials, J. Mech. Phys. Solids 13, 223.
- BUDIANSKY, B. and WU, T. T. (1962)**
Theoretical Prediction of Plastic Strains of Polycrystals, Proc. 4th U. S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1175.
- BUNGE, H.J. (1969)**
Mathematische Methoden der Textureanalyse, Ak, Verlag, Berlin.
- BUNGE, H.J. (1970)**
Some Applications of the Taylor Theory of Polycrystal Plasticity, Kristall und Technik, 5, 145.
- CAILLETAUD, G. and PILVIN, P. (1994)**
Utilisation de modèles polycristallins pour le calcul par éléments finis, Revue Européenne des éléments finis, 3, 515.
- CANOVA, G. R., KOCKS, U. F., TOMÉ, C.N. and JONAS, J.J. (1985)**
The Yield Surface of Textured Polycrystals, J. Mech. Phys. Solids, 33, 371.
- CANOVA, G. R., WENK, H. R. and MOLINARI, A. (1992)**
Deformation Modelling of Multiphase Polycrystals: Case of a Quartz-Mica Aggregate, Acta Metall. Mater. 40, 1519.
- CANOVA, G. R., BRECHET, Y., KUBIN, L.B. Y., DEVINCRE, B., PONTIKIS, V. and CONDAT, M. (1994)**
3D Simulation of Dislocation Motion on a Lattice: Application to the Yield Surface of single crystals, Solid State Phenomena, 35-36, Scitec Publications, 101.
- CHIN, G. Y. and MAMMEL, W.L. (1969)**
Generalisation and Equivalence of the Minimum Work (Taylor) and Maximum Work (Bishop-Hill) Principles for Crystal Plasticity, TMS-AIME, 245, 1211.
- DAWSON, P.R., NEEDLEMAN, A. and SURECH, S. (1994)**
Issues in the Finite Element Modeling of Polyphase Plasticity, Mater. Sci. Eng., A175, 43.
- ESHELBY, J. D. (1957)**
The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems, Proc. R. Soc. London., A241, 376.
- FRANCIOSI, P., (1985)**
The Concept of Latent Hardening and Strain Hardening in Metallic Single Crystals, Acta Met., 33, 1601.
- HANSEN, J. and MECKING, H. (1975)**
Influence of the Geometry of Deformation on the Rolling Texture of FCC Metals, in Texture and the Properties of Materials, Metals Society, London, Proceedings of the 4th ICOTOM meeting, Cambridge, 34.
- HARREN, S.V., LOWE, T.C., ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1989a)**
Analysis of Large Strain Shear in Rate Dependent FCC Polycrystals: Correlation of Micro and Macromechanics, Phil. Trans. Royal Soc. London, A328, 443.

- HARREN, S.V. and ASARO, R.J. (1989b)**
Non Uniform Deformations in Polycrystals and Aspects of the Validity of the Taylor Model, J. Mech. Phys Solids, 37, 191.
- HERSHEY, A.V. (1954)**
The Elasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Cubic Crystals, J. Appl. Mech., 21, 236.
- HILL, R. (1965a)**
A Self-Consistent Mechanics of Composite Materials, J. Mech. Phys. Solids, 13, 213.
- HILL, R. (1965b)**
Continuum Micro-Mechanisms of Elastoplastic Polycrystals, J. Mech. Phys. Solids, 13, 89.
- HILL, R. and RICE, J.R. (1973)**
Elastic Potentials and the Structure of Inelastic Constitutive Laws, J. Appl. Math., 25, 448.
- HILL, R. and HAVNER, K.S. (1982)**
Perspectives in the Mechanics of Elastoplastic Crystals, J. Mech. Phys. Solids, 30, 5.
- HUTCHINSON, J.W. (1970)**
Elastic-Plastic Behaviour of Polycrystalline Metals and Composites, Proc. Roy. Soc., A319, 247.
- HUTCHINSON, J.W. (1976)**
Bounds and Self Consistent Estimate for Creep of Polycrystalline Materials, Proc. Roy. Soc., A348, 101.
- IWAKUMA, T. and NEMAT-NASSER, S. (1984)**
Finite Elastic-Plastic Deformation of Polycrystalline Metals, Proc. Roy. Soc. London, A394, 87.
- KALIDINDI, S.R., BRONKHORST, C.A. and ANAND, L. (1992)**
Crystallographic Texture Evolution in Bulk Deformation Procession of FCC Metals, J. Mech. Phys. Solids, 40, 537.
- KOCKS, U.F. (1970)**
The Relation Between Polycrystal Deformation and Single Crystal Deformation, Met. Trans., 1, 1121.
- KOCKS, U.F. and CANOVA, G.R., (1981)**
RisØ Inter. Sympos. (eds HANSEN, N. et al.), 35.
- KOUIDDANE, R., MOLINARI, A. and CANOVA, G.R. (1993)**
Mecatmat91. Balkema publ, Ed. C. Teodosiu, F. Sidoroff and J. Raphanel.
- KOUIDDANE, R. (1994)**
Approche autocohérente en élastoviscoplasticité des matériaux hétérogènes, Thèse Univ Metz.
- KRÖNER, E. (1958)**
Berechnung der Elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls, Z. Physik, 151, 504.
- KRÖNER, E. (1961)**
Zur Plastischen Verformung des Vielkristalls, Act. Metall. 9, 155.

- LEE, B.J., PARKS, D. M. and AHZI, S. (1990)
Micromechanical Modeling of Large Plastic Deformation and Texture Evolution in Semi-Crystalline Polymers, J. Mech. Phys. Solids, 41, 1651.
- LEFFERS, T., ASARO, R.J., DRIVER, J.H., KOCKS, U.F., MECKING, H., TOMÉ, C.N. and VAN HOUTTE, P. (1988)
Eighth International Conference on Textures of Materials, 265.
- LEFFERS, T. (1968)
Computer Simulation of the Plastic Deformation in Face-Centered Cubic Polycrystals and the Rolling Texture Derived, Phys. Stat. Sol., 25, 337.
- LIN, T.H. (1957)
Analysis of Elastic and Plastic Strains of a Face-Centred Cubic Crystal, J. Mech. Phys. Solids, 5, 143.
- LIPINSKI, P., KRIER, J. and BERVELLER, M. (1990)
Élastoplasticité des Métaux en Grandes Déformations: Comportement Global et Évolution de la Structure Interne, Revue Phys. Appl., 25, 361.
- MATHUR, K.K. and DAWSON, P.R. (1989)
On Modeling the Development of Crystallographic Texture in Bulk Forming Processes, Int. J. Plasticity, 5, 67.
- MATHUR, K.K. and DAWSON, P.R. (1990)
Texture Development During Wire Drawing, J. Eng. Mat. Tech. Trans. ASME, 112, 292.
- MERCIER, S., TÓTH, L.S. and MOLINARI, A. (1995)
Modelling of Texture Development and Deformation Mechanisms in a Ti20V Alloy using a Self Consistent Polycrystal Approach, Textures and Microstructures, 25, 45.
- MOLINARI, A., CANOVA, G. R. and AHZI, S. (1987)
A Self-Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity, Acta Metall., 35, 2983.
- MOLINARI, A. and TÓTH, L.S. (1994)
Tuning a Self Consistent Viscoplastic Model by Finite Element Results - I. Modeling, Acta Met. Mater, 42, 2453
- NEALE, K.W., TÓTH, L.S. and JONAS, J.J. (1990)
Large Strain Shear and Torsion of Rate-Sensitive FCC Polycrystals, Int. J. Plasticity, 6, 45.
- PAN, J. and RICE, R.J. (1983)
Rate Sensitivity of Plastic Flow and Implications for Yield Surface Vertices, Int. J. Solids Struc., 19, 973.
- PARKS, D. M. and AHZI, S. (1990)
Polycrystalline Plastic Deformation and Texture Evolution for Crystals Lacking Five Independent Slip Systems, J. Mech. Phys. Solids, 38, 701.
- PIERCE, D., ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1983)
Material Rate Dependence and Localized Deformation in Crystalline Solids, Acta Metall., 31, 1951.
- ROUGIER, Y., STOLZ, C. and ZAOUÏ, A. (1994)
Self Consistent Modelling of Elastic-Viscoplastic Polycrystals, C. R. Acad. Sci. Paris, 318, SérieII, 145.

SACHS, G. (1928)

Zur Ableitung Einer Fliessbedingung, Z. VIDI, 72, 734.

SCHOENFELD, S.E., AHZI, S. and ASARO, R.J. (1994)

Elastic-Plastic Crystal Mechanics for Low Symmetry Crystals, J. Mech. Phys. Solids, In Press.

TAYLOR, G.I. (1938)

Plastic Strains in Metals, J. Inst. Metals. 62, 307.

TÓTH, L.S., GILORMINI, P. and JONAS, J.J. (1988)

Effect of Rate Sensitivity on the Stability of Torsion Textures, Acta Metall., 36, 3077.

TÓTH, L.S., MOLINARI, A. and BONS, P.D. (1994)

Self Consistent Modelling of the Creep Behavior of Mixtures of Camphor and Octachloropropane, Mater. Sci. Eng., A175, 231.

TURNER, P.A. and TOMÉ, C.N. (1993)

J. Mech. Phys. Solids, 41, 191.

VAN HOUTTE, P. (1978)

Simulation of the Rolling and Shear Texture of Brass by the Taylor Theory adapted for Mechanical Twinning, Acta Metall., 26, 591.

WENK, H.R., CANOVA, G.R., MOLINARI, A. and MECKING, H. (1989)

Texture Development in Halite : Comparison of Taylor Model and Self Consistent Theory, Acta Metall., 37, 2017.

CHAPITRE II*Trajets de chargement
monotones*

1. INTRODUCTION	33
2. PRÉSENTATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN	33
2.1. LOIS CONSTITUTIVES DU MONOCRISTAL	33
2.2. ÉCROUISSAGE INTRACRISTALLIN.....	36
2.3. APPROXIMATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN	37
3. APPLICATIONS ET COMPARAISONS	38
3.1. CARACTÉRISTIQUES DU POLYCRISTAL SOLLICITÉ.....	38
3.2. CAS DES TRAJETS MONOTONES	39
5. CONCLUSIONS	43
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	44

CHAPITRE II

**TRAJETS DE CHARGEMENT
MONOTONES**

1 INTRODUCTION

Le comportement des polycristaux en plasticité cyclique est examiné le long des prochains chapitres dans le cadre d'un modèle micro-macro de type Taylor-Lin. Toutefois, avant d'aborder l'analyse du comportement sous de telles sollicitations, on présente dans ce chapitre les équations constitutives du modèle formulées par Kalidindi et al. (1992) et Bronkhorst et al. (1992). Afin d'alléger le texte principal, le lecteur est invité à accéder dans l'annexe_A à de plus amples informations concernant la procédure de calcul utilisée lors de la résolution numérique. Il faut noter que ce type de modèles est largement utilisé pour prédire le développement des textures cristallographiques en grandes déformations sous sollicitations monotones [Asaro et Needleman (1985) ; Harren et al. (1989a) ; Kalidindi et al. (1992) ; Bronkhorst et al. (1992)].

2 PRÉSENTATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN

L'analyse de la déformation des polycristaux passe par la modélisation du comportement du monocristal et par une description de son influence sur la réponse macroscopique de l'agrégat. Ainsi, on propose au cours du prochain paragraphe les lois constitutives régissant le comportement du monocristal.

2.1 LOIS CONSTITUTIVES DU MONOCRISTAL

La déformation plastique est mise en évidence par la déformation résiduelle après relâchement des contraintes. En transformations finies on est conduit à la notion de configuration naturelle locale. Naturelle, car elle est définie par le relâchement des contraintes et locale parce que l'on ne peut la définir, dans le cas général, que localement autour d'un point matériel.

En transformations finies on introduit la décomposition multiplicative du gradient de déformation totale F , en gradient de déformation élastique F^* , et plastique F^P . Cette

décomposition est utilisée au niveau du monocristal et elle est donnée par la relation suivante :

$$F = F^* F^p \quad (\text{II-1})$$

En général, la configuration naturelle locale n'est définie qu'à une rotation près. Pour lever cette indétermination, Mandel (1981) a introduit la notion du repère directeur. Dans le cas du monocristal, ce problème ne se pose pas du moment où le repère directeur est introduit de manière naturelle. En effet, il suffit de fixer l'orientation de la configuration relâchée par le trièdre directeur lié directement au monocristal.

Le comportement du monocristal a été étudié par Hill et Rice (1972) pour un couple (contrainte, déformation) de variables conjuguées quelconques. La loi constitutive des contraintes est formulée en termes du second tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff T^* par la relation (II-2) qui le relie au tenseur des déformations élastiques de Green E^* qui caractérise sa variable conjuguée. Cette relation est donnée par :

$$T^* = CE^* \quad (\text{II-2})$$

où C est le tenseur de rigidité définissant les constantes élastiques du monocristal, le tenseur des déformations élastiques de Green E^* est défini par :

$$E^* = \frac{1}{2} (F^{*T} F^* - I) \quad (\text{II-3})$$

Dans le cas où le milieu présente une élasticité isotrope, C est donné par :

$$C = 2\mu I + \left(k - \frac{2}{3}\mu \right) I \otimes I \quad (\text{II-4})$$

où I et I représentent respectivement les tenseurs identité d'ordre 4 et d'ordre 2, μ et k sont respectivement les coefficients élastiques de cisaillement et de compressibilité.

Le tenseur des contraintes de Cauchy σ peut être calculé par la relation suivante :

$$\sigma = \frac{1}{\det(F^*)} F^* T^* F^{*T} \quad (\text{II-5})$$

Par ailleurs, le gradient total de vitesse L et le gradient de vitesse plastique L^p sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{cases} L = \dot{F}F^{-1} \\ L^p = \dot{F}^p F^{p-1} \end{cases} \quad (\text{II-6})$$

On suppose que la déformation plastique du grain est due uniquement au glissement irréversible de certains plans cristallographiques par rapport aux autres. Dans ce cas, le gradient des vitesses plastiques L^p peut s'écrire sous la forme :

$$L^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} S_{\circ}^{\alpha} \quad (\text{II-7})$$

où

$$S_{\circ}^{\alpha} = b_{\circ}^{\alpha} \otimes n_{\circ}^{\alpha} \quad (\text{II-8})$$

représente le tenseur de Schmid, b_{\circ}^{α} et n_{\circ}^{α} sont les vecteurs qui définissent, pour un système de glissement α , respectivement, la direction du glissement et la normale du plan de glissement. $\dot{\gamma}^{\alpha}$ représente la vitesse de glissement du système α , elle est liée à la contrainte résolue τ^{α} par la loi d'écoulement viscoplastique donnée par :

$$\dot{\gamma}^{\alpha} = \dot{\gamma}_{\circ} \left| \frac{\tau^{\alpha}}{\tau_{\circ}^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{m}} \text{sign}(\tau^{\alpha}) \quad (\text{II-9})$$

$\dot{\gamma}_{\circ}$ et τ_{\circ}^{α} sont respectivement les valeurs de référence, de la vitesse de glissement et de la contrainte sur le système de glissement α . m désigne la sensibilité à la vitesse de déformation.

L'évolution des vecteurs qui définissent la direction b_t^{α} et la normale n_t^{α} du système de glissement α pour un instant t , est assurée par les relations suivantes :

$$\begin{cases} b_t^{\alpha} = F^*(t) b_{\circ}^{\alpha} \\ n_t^{\alpha} = F^{*-T}(t) n_{\circ}^{\alpha} \end{cases} \quad (\text{II-10})$$

Ainsi, connaissant l'orientation initiale du monocristal qui définit la position de ses vecteurs (b_o^α et n_o^α) par rapport au repère macroscopique, et l'évolution du gradient de déformation élastique, on peut à chaque instant t suivre l'évolution de l'orientation cristallographique du grain au cours de la déformation plastique.

2.2 ÉCROUISSAGE INTRACRISTALLIN

La multiplication des dislocations et l'évolution de leur répartition spatiale sont les principaux outils responsables de l'érouissage intracristallin. Ces mécanismes se passent à une échelle beaucoup plus fine que celle du monocristal. Une bonne description de l'érouissage intracristallin serait une démarche qui effectue la transition d'échelle entre les dislocations et le monocristal. Cela constitue un champs de recherche d'actualité et qui reste largement ouvert [Canova et al. (1994)...]. Néanmoins, la théorie continue des dislocations n'est pas développée au stade où elle pourrait être appliquée pour décrire le comportement du monocristal.

Une alternative qui consiste à représenter l'érouissage intragranulaire par une matrice d'érouissage $H^{\alpha\beta}$ est largement utilisée. Cette matrice est censée refléter de manière macroscopique les mécanismes décrits précédemment. Elle permet de déterminer le taux de la cission critique sur un système de glissement α en fonction des taux de glissements plastiques sur tous les systèmes de glissement selon la relation suivante :

$$\dot{\tau}_o^\alpha = \sum_{\beta} H^{\alpha\beta} |\dot{\gamma}^\beta| \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 12 \quad (\text{II-11})$$

où $H^{\alpha\beta}$ est la matrice d'érouissage dont les coefficient peuvent évoluer avec la déformation selon une loi supposée sous la forme suivante :

$$H^{\alpha\beta} = q^{\alpha\beta} h_o \left\{ 1 - \frac{\tau_o^\beta}{\tau_{sat}} \right\}^a \quad (\text{II-12})$$

avec $q^{\alpha\beta}$ une matrice (12x12) définie comme :

$$q^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} A & qA & qA & qA \\ qA & A & qA & qA \\ qA & qA & A & qA \\ qA & qA & qA & A \end{pmatrix} \text{ avec : } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

En écriture plus condensée, on peut dire que :

$$q^{\alpha\beta} = 1 \quad \text{pour les systèmes de glissement coplanaires,}$$

et

$$q^{\alpha\beta} = q \quad \text{pour tous les autres systèmes de glissement.}$$

Chaque élément occupant la diagonale de la matrice d'écroissage $H^{\alpha\beta}$ représente l'auto-durcissement du système de glissement correspondant. Les éléments non diagonaux de la matrice d'écroissage $H^{\alpha\beta}$ traduisent le durcissement latent, c'est à dire ils expriment l'influence du glissement d'un système α sur l'écroissage des autres systèmes de glissement β , éventuellement non activés. Franciosi (1984) a réalisé plusieurs essais expérimentaux sur des éprouvettes monocristallines dans le but de rendre compte de ce durcissement latent.

2.3 APPROXIMATION DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN

En transformations finies, l'hypothèse de Taylor-Lin telle qu'elle a été suggérée par Asaro et Needleman (1985), traduit le fait que le gradient de la déformation *total* dans chaque grain constituant du polycristal est uniforme et *identique* à celui de l'agrégat :

$$F = \bar{F} \quad (\text{II-13})$$

La contrainte macroscopique du polycristal $\bar{\sigma}$ est donnée par la moyenne volumique sur les grains qui constituent le polycristal. Si on suppose que tous les grains ont *le même volume*, on a :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sigma_k \quad (\text{II-14})$$

où N représente le nombre de grains qui constituent le polycristal, et σ_k désigne la contrainte de Cauchy du $k^{\text{ème}}$ grain.

3 APPLICATIONS ET COMPARAISONS

3.1 CARACTÉRISTIQUES DU POLYCRISTAL SOLLICITÉ

Dans ce travail, le polycristal considéré est le cuivre OFHC. Ses propriétés élastiques sont considérées *homogènes et isotropes*. Chaque cristal constituant le matériau polycristallin possède les modules élastiques qui sont représentés sur le tableau T.1 suivant :

μ (GPa)	k (GPa)
46.5	124

Tableau T.1 : Constantes d'élasticité utilisées pour le cuivre

La structure du monocristal est de type CFC, elle possède 24 systèmes de glissement. Néanmoins, on ne distingue pas les deux sens de glissement, ce qui conduit à considérer 12 systèmes de glissement de la famille $\{111\}\langle 110 \rangle$. Par ailleurs, la texture cristallographique initiale du matériau est considérée isotrope, elle est obtenue par une génération aléatoire de quatre cent triplets des angles d'Euler ($\varphi_1, \varphi, \varphi_2$).

Le caractère phénoménologique de la matrice d'écrouissage intracristallin impose le recours aux résultats expérimentaux pour identifier les différents paramètres qu'elle met en jeu. Kalidindi et al. (1992) ont identifié ces paramètres par un essai de compression uniaxial en grandes déformations. Les paramètres représentés sur le tableau T.2 ont donné un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux.

τ_o (MPa)	h_o (MPa)	τ_{sar} (MPa)	q	a
16	180	148	1.4	2.25

Tableau T.2 : Paramètres de la loi d'écrouissage donnés par Kalidindi et al. (1992).

Ces paramètres d'écrouissage sont pris identiques sur tous les systèmes de glissement d'un grain mais également d'un grain à l'autre. Quant à la valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation utilisée au cours des simulations, elle est donnée par : $m=0.012$.

3.2 CAS DES TRAJETS MONOTONES

Dans ce paragraphe, des simulations numériques ont été effectuées sur le polycristal dont les propriétés ont été décrites au paragraphe précédent. Elles ont porté à la fois sur un essai de traction simple et celui de la compression simple en grandes déformations. Mais, auparavant on présente les résultats expérimentaux relatifs à ces deux essais donnés par Bronkhorst et al. (1992). En effet, la figure 2.1 décrit l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente pour les essais de traction simple et de compression simple.

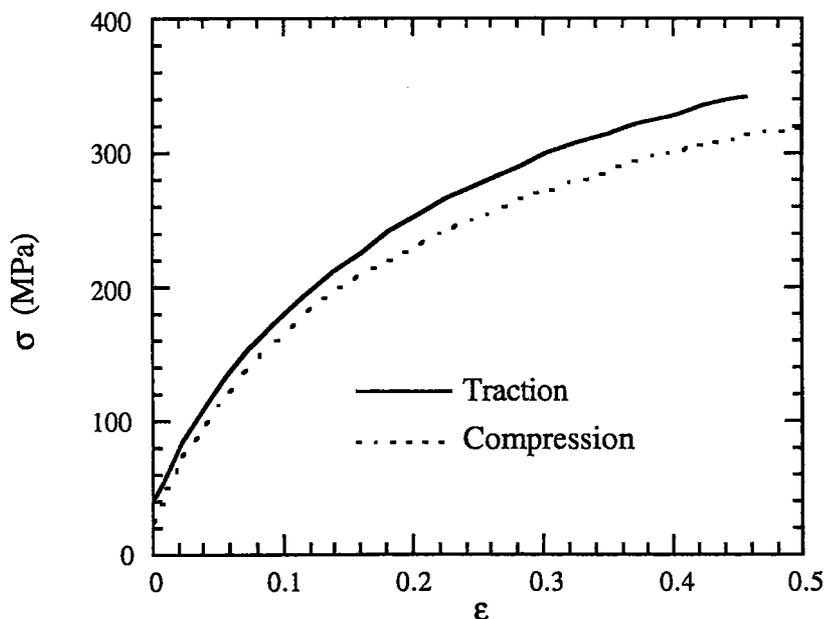


Figure 2.1 : Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente (résultats expérimentaux donné par Bronkhorst et al. (1992))

On constate de cette figure que les états de contraintes en traction simple sont plus importants à ceux de la compression simple pour des déformations relativement grandes. Ce phénomène est lié à l'anisotropie induite par le développement des textures cristallographiques. La texture développée dans le cas de la compression simple favorise les grains à se déformer avec un mode de déformation plane [Hosford (1961)], ce phénomène tend à adoucir le comportement du polycristal dans le cas de la compression simple.

Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin la simulation de l'essai de traction simple a été entreprise conformément aux travaux de Bronkhorst et al. (1992) en imposant une transformation qui conserve le volume du polycristal. Cela est possible en imposant un gradient de déformation total macroscopique de la forme suivante :

$$\bar{F}(t) = \begin{pmatrix} \exp(-\frac{1}{2}\dot{\epsilon}t) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\frac{1}{2}\dot{\epsilon}t) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\dot{\epsilon}t) \end{pmatrix} \quad (\text{II-15})$$

avec $\dot{\epsilon}=0.001\text{s}^{-1}$ désigne la vitesse de déformation imposée au polycristal. Dans le cas de l'essai de compression simple, on utilise $\dot{\epsilon}=-0.001\text{s}^{-1}$. Suite à cette transformation isochore imposée, seules les contraintes déviatoriques sont accessibles, la pression hydrostatique reste indéterminée tant qu'on ne fait pas appel à des conditions aux limites supplémentaires qui seront spécifiques à l'essai considéré. Par ailleurs, puisque la déformation plastique conserve le volume du polycristal (cas des métaux), il n'en est pas de même pour les déformations élastiques lorsque ($\nu \neq \frac{1}{2}$). De ce fait, on discutera dans le chapitre suivant comment on peut réaliser ce type de chargement en considérant convenablement les conditions aux limites pour ce type d'essai.

Les résultats de simulation obtenus pour ces deux essais dans le cadre du modèle de Taylor-Lin sont illustrés sur la figure 2.2. Elle décrit l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente. Il faut rappeler que la courbe décrivant l'essai de la compression simple coïncide avec celle de l'expérience, du moment où les paramètres d'écroutissage ont été identifiés de la sorte par Bronkhorst et al. (1992). Toutefois, l'écroutissage prédit lors de l'essai de la traction simple est à peu près identique à celui prédit lors de la compression simple pour un état de déformation donné, et cela malgré la différence des textures induites au cours de ces deux essais. En effet, le modèle de Taylor-Lin ne laisse pas de liberté aux grains pour se déformer selon des modes de déformations où ils ne peuvent solliciter moins de cinq systèmes de glissement. Pour le cas particulier de la compression simple, le polycristal développe une texture qui selon Hosford (1961) favorise un mode de déformation plane au niveau des grains qui tend à adoucir le comportement du polycristal. En revanche, le modèle de Taylor-Lin contraint les grains à se déformer selon un mode de déformation uniaxial d'où le niveau des contraintes prédit par le modèle de l'essai de compression simple.

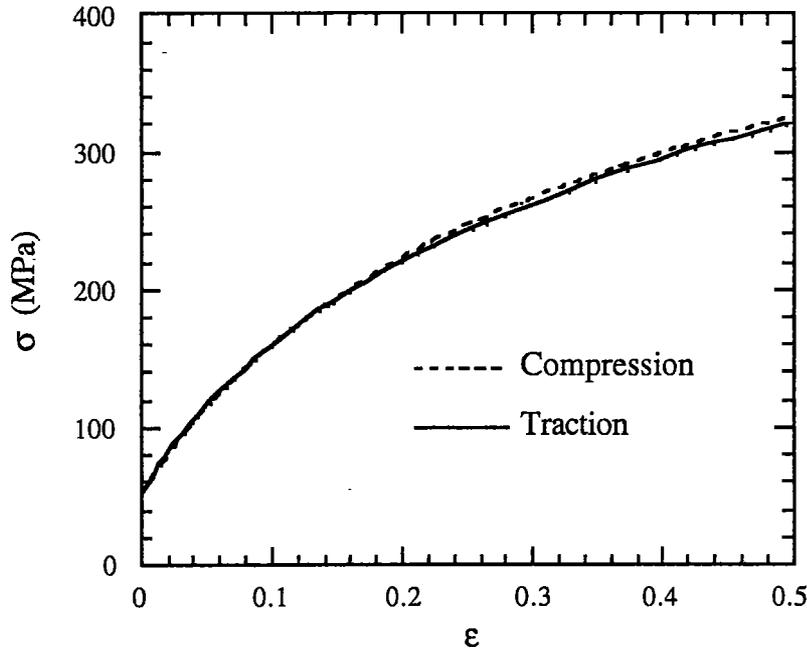


Figure 2.2 : Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente (modèle de Taylor-Lin)

En utilisant la relation (II-6), on s'aperçoit que le gradient total de vitesse macroscopique \bar{L} est imposé de la forme suivante :

$$\bar{L} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (\text{II-16})$$

Il est constant au cours du temps, avec $\dot{\epsilon}=0.001\text{s}^{-1}$ pour l'essai de la traction simple et $\dot{\epsilon}=-0.001\text{s}^{-1}$ dans le cas de l'essai de la compression simple.

Les mêmes expériences ont été simulées dans le cadre du modèle de Taylor "viscoplastique" qui néglige le comportement élastique du polycristal. De ce fait, le gradient total des vitesses macroscopiques \bar{L} se réduit à un gradient plastique des vitesses. Ainsi, les résultats de simulation obtenus pour ces deux essais dans le cadre du modèle de Taylor sont

illustrés sur la figure 2.3. Elle décrit l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente.

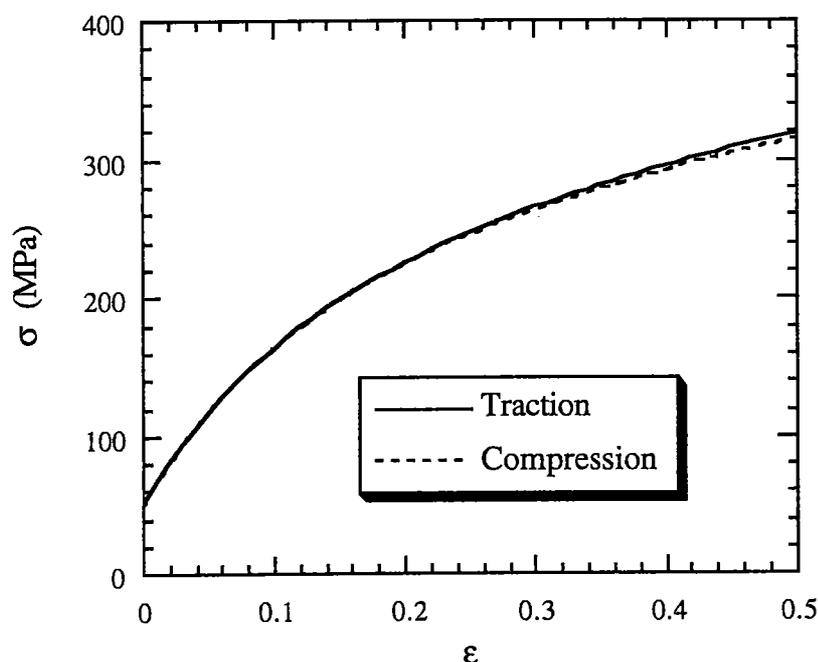


Figure 2.3 : Évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente (modèle de Taylor)

Les mêmes constatations décrites dans le cas du modèle de Taylor-Lin peuvent être faites concernant les résultats obtenus par le modèle de Taylor. En effet, l'écart entre la courbe d'écrouissage dans le cas de l'essai de la traction simple et celle de l'essai de la compression simple est très négligeable comparé à celui donné par l'expérience.

Des résultats de simulation complémentaires pour ces deux essais mécaniques sont donnés en annexe_B, ils concernent ceux prédits par le modèle autocohérent viscoplastique proposé par Molinari et al. (1987), et ceux par éléments finis réalisés par Bronkhorst et al. (1992). Ces résultats ont fait l'objet d'un article [Kouddane et al. (1994)], il est présenté en annexe_B.

4 CONCLUSIONS

Les équations constitutives du modèle de Taylor-Lin qui constituera par la suite de ce travail l'outil de base pour la modélisation de la plasticité cyclique ont été présentées dans ce chapitre. On a insisté par la suite sur les prédictions du modèle pour les essais de traction simple et de compression simple car les sollicitations cycliques uniaxiales envisagées dans les prochains chapitres sont une combinaison de ces deux essais : (traction-compression).

De plus amples informations à travers la comparaison entre différents modèles sont présentées en annexe_B dans le cas des chargements monotones en grandes déformations. Néanmoins, on veut signaler dans ce chapitre l'effet de l'élasticité du polycristal à travers les résultats de simulation du modèle de Taylor et celui de Taylor-Lin dans le cas de l'essai de traction simple et celui de la compression simple en grandes déformations. En effet, les résultats de simulation de ces deux modèles concernant l'évolution de la contrainte équivalente en fonction de la déformation équivalente sont approximativement identiques. Cela traduit le fait que l'élasticité introduite dans la modélisation de Taylor-Lin n'a pas d'incidence significative sur le comportement du polycristal prédit lorsqu'il s'agit des trajets de chargement monotones en grandes déformations. Le fait de négliger le comportement élastique des polycristaux peut être une hypothèse justifiée lorsqu'il s'agit des trajets de chargement monotones (pas de décharge) en grandes déformations. Cependant, pour des chargements complexes cette hypothèse reste elle justifiée ?.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1985)
Texture Deformation and Strain Hardening in Rate Dependent Polycrystals, Acta Metall., **33**, 923.
- BRONKHORST, C.A., KALIDINDI, S.R. and ANAND, L. (1992)
Polycrystalline Plasticity and the Evolution of Crystallographic Texture in F.C.C. Metals, Phil. Trans. Royal Soc. London, **A341**, 433.
- CANOVA, G. R., BRECHET, Y., KUBIN, L.B.Y., DEVINCRE, B., PONTIKIS, V. and CONDAT, M. (1994)
3D Simulation of Dislocation Motion on a Lattice: Application to the Yield Surface of single crystals, Solid State Phenomena, **35-36**, Scitec Publications, 101.
- KALIDINDI, S.R., BRONKHORST, C.A. and ANAND, L. (1992)
Crystallographic Texture Evolution in Bulk Deformation Procession of FCC Metals, J. Mech. Phys. Solids, **40**, 537.
- KOUIDDANE, R., ZOUHAL, N., MOLINARI, A. and CANOVA, G.R. (1994)
Complex Loading of Viscoplastic Materials: Micro-Macro Modelling, Mater. Sci. Engng., **A175**, 31.
- FRANCIOSI, P. (1984)
Comportement Élastoplastique des Monocristaux, Université Paris Nord.
- HILL, R. and RICE, J.R. (1972)
J. Mech. Phys. Solids, **25**, 401.
- HOSFORD, W. (1961)
Trans-Met. Soc. AIME, **12**, 230.
- MANDEL, J. (1981)
Int. J. Solids Struct., **17**, 873.
- MOLINARI, A., CANOVA, G. R. and AHZI, S. (1987)
A Self-Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity, Acta Metall., **35**, 2983.

CHAPITRE III*Aspects phénoménologiques
de la plasticité cyclique*

1. INTRODUCTION	46
2. NOTIONS PRÉLIMINAIRES	46
2.1. CHEMINS CYCLIQUES PROPORTIONNELS	47
2.2. CHEMINS CYCLIQUES NON PROPORTIONNELS	48
3. PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE	51
3.1. CAS DES CHEMINS PROPORTIONNELS.....	51
3.2. CAS DES CHEMINS NON PROPORTIONNELS	52
3.3. MODÈLES PHÉNOMÉNOLOGIQUES.....	52
4. MODÈLE DE TAYLOR-LIN EN PLASTICITÉ CYCLIQUE	53
4.1. PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS PROPORTIONNELS	53
4.1.1. EFFET BAUSCHINGER	55
4.1.2. DURCISSEMENT CYCLIQUE	56
4.1.3. ADOUCISSEMENT CYCLIQUE.....	57
4.1.4. INFLUENCE DE LA DÉFORMATION MOYENNE	59
4.1.5. ACCROCHAGE DU PETIT CYCLE DANS LE GRAND CYCLE	61
4.2. PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS NON PROPORTIONNELS	62
5. CONCLUSIONS	65
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	67

CHAPITRE III

**ASPECTS PHÉNOMÉNOLOGIQUES
DE LA PLASTICITÉ CYCLIQUE**

1 INTRODUCTION

La plasticité cyclique traduit la réponse anélastique des matériaux suite à des chemins de chargement fermés et répétés dans le temps. Elle a attiré l'attention des chercheurs pendant des années par la diversité des phénomènes observés dans le comportement des matériaux sous sollicitations cycliques. C'est ainsi qu'elle constitue un véritable test pour toute modélisation qui se veut capable de reproduire le comportement des matériaux en chemins complexes.

Prédire le comportement mécanique effectif des matériaux polycristallins à partir du comportement de ses constituants, sous de telles sollicitations, fera l'objet de ce chapitre dans le cadre du modèle de Taylor-Lin. Après avoir été largement utilisé pour prédire le développement des textures cristallographiques en grandes déformations sous sollicitations monotones [Asaro et Needleman (1985) ; Harren et al. (1989a) ; Kalidindi et al. (1992) ; Bronkhorst et al. (1992)], ce modèle sera l'outil de base pour analyser le comportement mécanique des polycristaux en plasticité cyclique.

Ainsi, on se propose de tester la validité du modèle de Taylor-Lin sous sollicitations cycliques sans chercher à modifier sa formulation décrite dans le chapitre précédent. Notre but consiste à évaluer son pouvoir prédictif dans des situations où les trajets de chargement sont complexes, notamment dans le cadre de la plasticité cyclique, un cas de figure qui, à notre connaissance, n'a pas été exploré dans le cadre de ce modèle.

2 NOTIONS PRÉLIMINAIRES

Ce paragraphe a pour objectif de donner quelques définitions des différents paramètres qui seront utilisés dans la suite de ce travail. Dans un premier temps, on se propose de définir les trajets de chargements proportionnels et les différents paramètres qu'ils font intervenir. Ensuite, on enchaîne par des définitions qui se rapportent à des trajets de chargements non proportionnels.

2.1 CHEMINS CYCLIQUES PROPORTIONNELS

Pour un chargement cyclique proportionnel, la déformation imposée garde la même direction durant toute la durée de la sollicitation cyclique. On peut définir l'amplitude de la contrainte σ_a , et celle de la déformation ε_a , au cours du cycle. Elles sont données par les relations (III-1), où σ^+ et σ^- déterminent respectivement la contrainte maximale et minimale au cours du cycle. En outre, la valeur moyenne de la contrainte σ_m , et celle de la déformation ε_m , peuvent être définies par les relations (III-2), où ε^+ et ε^- représentent respectivement la déformation maximale et minimale au cours du cycle.

$$\sigma_a = \frac{1}{2} |\sigma^+ - \sigma^-|, \quad \varepsilon_a = \frac{1}{2} |\varepsilon^+ - \varepsilon^-| \quad (\text{III-1})$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\sigma^+ + \sigma^-), \quad \varepsilon_m = \frac{1}{2} (\varepsilon^+ + \varepsilon^-) \quad (\text{III-2})$$

Par ailleurs, le chargement cyclique uniaxial peut être contrôlé en contraintes ou bien en déformations. Dans les deux cas de figure, on peut imposer le cyclage en fixant les déformations maximales et minimales (voir figure 3.1), ou bien en fixant les contraintes maximales et minimales (voir Figure 3.2). Ainsi, on fixe l'amplitude de la déformation ε_a , autour d'une déformation moyenne ε_m , ou bien l'amplitude de la contrainte σ_a , autour d'une contrainte moyenne σ_m .

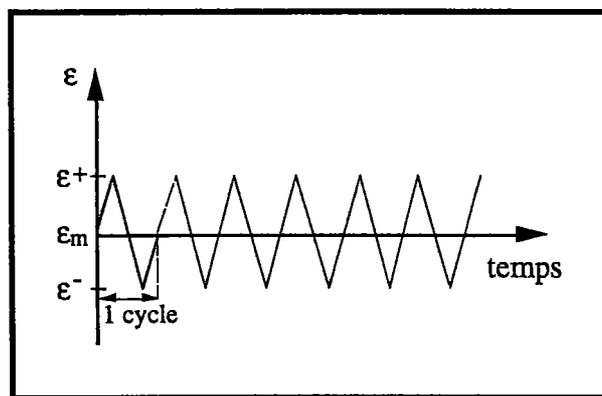


Figure 3.1 : Sollicitation uniaxiale à amplitude de déformation constante

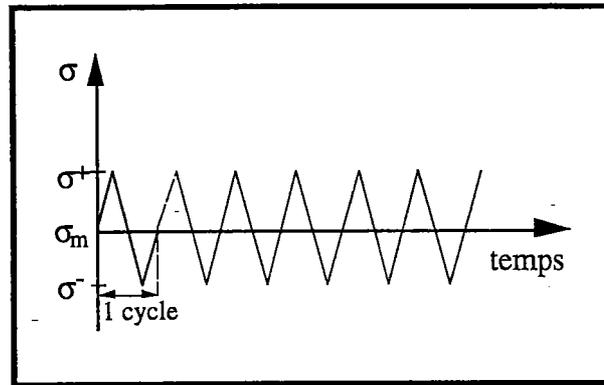


Figure 3.2 : Sollicitation uniaxiale à amplitude de contrainte constante

Il faut noter, toutefois, qu'une pièce ou bien une structure en service, soumise à des sollicitations cycliques peut avoir différents niveaux d'amplitudes au cours du temps. De plus, dans certains cas, l'amplitude peut varier d'une manière aléatoire. Néanmoins, dans les différentes simulations effectuées dans ce chapitre, le chargement cyclique uniaxial (traction-compression) est contrôlé en imposant des déformations. Quant à l'amplitude de la déformation du cycle, elle est considérée constante et elle est imposée en fixant les déformations maximales et minimales au cours du cycle (figure 3.1).

2.2 CHEMINS CYCLIQUES NON PROPORTIONNELS

Pour les trajets de chargement cycliques multiaxiaux, on se limite au cas de la traction-torsion à déformation imposée. Dans l'espace des déformations de Von Mises (ε : déformation axiale, $\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$: cisaillement), représenté sur la figure 3.3a, une telle sollicitation se caractérise, en général, par trois paramètres :

- le trajet de chargement T_{ε} , qui représente la courbe dans l'espace des déformations du chemin emprunté au cours de la sollicitation ;
- l'amplitude ε_0 du chargement qui représente le rayon du petit cercle contenant le trajet de chargement T_{ε} ;
- le centre du cercle repéré par un vecteur dont la norme représente la déformation équivalente moyenne ε_{eqm} .

La réponse en contraintes à ce type de sollicitations est étudiée dans le plan (σ : contrainte axiale, $\tau\sqrt{3}$: cission), sur lequel elle décrit un trajet caractérisé par la contrainte équivalente moyenne σ_{eqm} , l'amplitude σ_0 et le trajet T_{σ} (figure 3.3b).

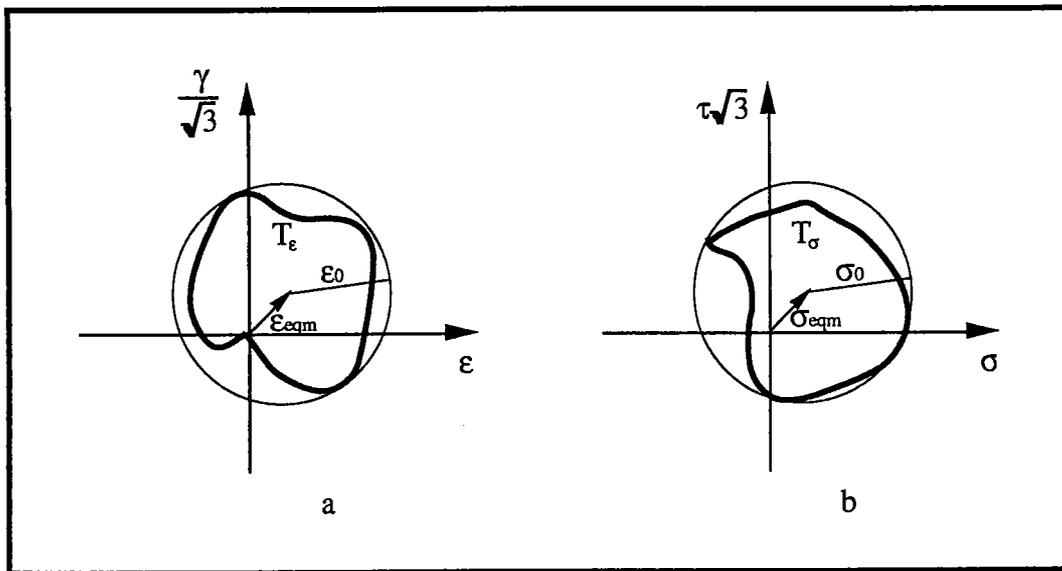


Figure 3.3 : Illustration schématique d'un trajet de chargement non proportionnel en traction-torsion avec ses différents paramètres :

a) Déformation imposée

b) Réponse en contraintes

Lors des essais expérimentaux, on impose généralement au matériau des signaux sinusoïdaux du type suivant :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t \quad (\text{III-3a})$$

$$\gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t - \varphi) \quad (\text{III-3b})$$

$$\beta = \frac{\gamma_0}{\varepsilon_0} \quad (\text{III-3c})$$

avec :

ε_0 : amplitude de déformation axiale,

γ_0 : amplitude de cisaillement,

ω : pulsation des signaux,

φ : déphasage angulaire entre les deux signaux.

On distingue généralement deux types de sollicitations : celles proportionnelles ou "en phase" pour lesquelles le rapport des déformations axiale et de cisaillement reste constant durant toute la durée de la sollicitation, et celles non proportionnelles ou "hors phase" pour lesquelles le rapport des déformations axiale et de cisaillement peut varier au cours de la

sollicitation. Les chemins proportionnels sont ceux obtenus lorsque $\varepsilon = 0$, ou $\gamma = 0$, ou bien lorsque $\varphi = 0$. En dehors de ces trois cas de figures, on se retrouve avec des chemins cycliques non proportionnels.

Ainsi, le tableau T3.1 donne une illustration schématique de quelques trajets de chargement proportionnels et non proportionnels de traction-torsion souvent utilisés.

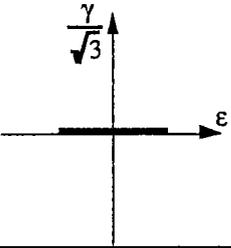
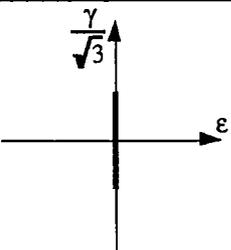
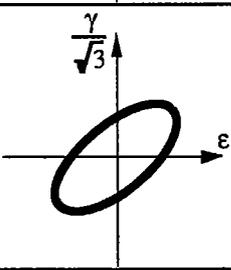
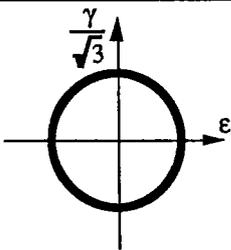
Traction-Compression $\gamma = 0$ <i>Trajet proportionnel</i>	
Torsion-Torsion $\varepsilon = 0$ <i>Trajet proportionnel</i>	
Traction-Torsion $0 < \varphi < 90$ <i>Trajet non proportionnel</i>	
Traction-Torsion $\varphi = 90$ <i>Trajet non proportionnel</i>	

Tableau T3.1 : Illustration schématique de quelques trajets proportionnels et non proportionnels en traction-torsion

3 PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE

3.1 CAS DES CHEMINS PROPORTIONNELS

Sous sollicitations cycliques proportionnelles (traction-compression, cisaillement simple) à déformation imposée, l'amplitude de la déformation du cycle et la déformation moyenne autour de laquelle le cyclage est effectuée, peuvent être contrôlées. L'érouissage cyclique se traduit par l'évolution des contraintes avec le nombre de cycles. En effet, les contraintes maximales σ^+ , et minimales σ^- , ne restent que rarement constantes au cours de l'essai cyclique. Après un stade transitoire où les contraintes maximales varient très sensiblement en croissant (cas de durcissement cyclique) ou en décroissant (cas d'adoucissement cyclique), l'amplitude de la contrainte se stabilise au bout d'un temps plus ou moins long.

Le comportement des matériaux en plasticité cyclique a suscité un grand intérêt de la part des chercheurs à en juger par les nombreux travaux de recherche dans ce domaine. Cet intérêt devient crucial du fait des modifications des propriétés physiques et structurales qui accompagnent la répétition des cycles d'effort et qui conduisent à la fatigue des matériaux. Néanmoins, dans ce chapitre, on s'intéresse essentiellement aux phénomènes de base de la plasticité cyclique. Ils sont rapportés par plusieurs auteurs [Chaboche et al. (1979) ; Chaboche (1986) ; Krempl (1971), (1979) ; Krempl et Lu (1984) ; Ohno (1982) ; Tanaka et al. (1985a), (1985b)]. Dans le cas des trajets de chargement proportionnels, les phénomènes de base de la plasticité cyclique des matériaux sont caractérisés par :

- *l'effet Bauschinger, qui représente une diminution de la limite d'élasticité en compression après un chargement préalable en traction et vice-versa ;*
- *à partir d'un état stabilisé, si on augmente l'amplitude de la déformation en fixant la déformation moyenne du cycle, l'amplitude de la contrainte augmente jusqu'à atteindre un nouvel état stabilisé : cela traduit le durcissement cyclique ;*
- *à partir d'un état stabilisé, si on diminue l'amplitude de la déformation en fixant la déformation moyenne du cycle, l'amplitude de la contrainte diminue jusqu'à atteindre un nouvel état stabilisé : cela traduit l'adoucissement cyclique ;*
- *l'indépendance de l'amplitude de la contrainte à la stabilisation de la déformation moyenne du cycle ;*
- *l'accrochage d'un petit cycle à partir d'un grand cycle stabilisé.*

3.2 CAS DES CHEMINS NON PROPORTIONNELS

Suite aux travaux de Lamba et Sidebottom (1978a), (1978b) dans le cas du cuivre polycristallin, Tanaka et al. (1985a), (1985b) ; Benallal et Marquis (1988) ; Benallal et al. (1989), il est maintenant bien établi que les trajets de chargement non proportionnels peuvent induire de forts surécrouissages.

Le chargement non proportionnel le plus couramment étudié en littérature est celui de la traction-torsion avec un déphasage $\varphi=90^\circ$ (en quadrature de phase). Ce déphasage associé à une valeur de $\sqrt{3}$ pour le paramètre β donne un trajet de chargement circulaire dans l'espace des déformations de Von Mises et il semble conduire au maximum de durcissement pour des essais où le signal de la déformation axiale et celui du cisaillement imposés possèdent la même fréquence.

3.3 MODÈLES PHÉNOMÉNOLOGIQUES

Les modèles phénoménologiques, établis dans la littérature pour décrire le comportement plastique des matériaux, incorporent souvent le concept de la surface de charge. Elle définit une région dans l'espace des contraintes à l'intérieur de laquelle tout état de contrainte est associé à un comportement purement élastique du matériau. L'évolution de cette surface de charge au cours d'une sollicitation donnée est gouvernée par l'écrouissage. Pour le représenter, ils font appel à deux principaux mécanismes qui constituent les principaux outils :

- l'écrouissage cinématique, qui décrit le mouvement du centre de la surface de charge ;
- l'écrouissage isotrope, qui contrôle la taille de la surface de charge.

La surface de charge est souvent représentée par une équation du type :

$$f(\sigma, \alpha, r) = 0 \quad (\text{III-4})$$

où σ représente le tenseur des contraintes, α un tenseur de contraintes qui détermine le centre de la surface de charge (en littérature anglophone "back stress"), l'évolution de ce tenseur en fonction du chargement traduisant l'écrouissage cinématique du matériau, et r représente une variable interne qui contrôle la taille de la surface de charge, son évolution s'accompagnant par une évolution du domaine élastique.

Les modèles phénoménologiques macroscopiques proposés dans la littérature se différencient essentiellement par les lois d'évolution des variables internes qui décrivent l'érouissage : α et r , exception faite de la théorie plastique endochronique proposée par Valanis (1971). Ils présentent l'inconvénient d'avoir un pouvoir prédictif limité au domaine de validité sur lequel les résultats expérimentaux d'identification ont été réalisés. Il devient alors nécessaire d'augmenter la base de données expérimentales pour chaque matériau en multipliant le nombre d'essais. Toutefois, ces modèles restent largement utilisés pour la prévision du comportement mécanique des structures. Mis à part les travaux de Cailletaud (1987) et (1992) dans le cadre d'une approche combinant des aspects micromécaniques et phénoménologiques, la plasticité cyclique des matériaux est souvent examinée par les modèles purement phénoménologiques [Abdul-latif (1994) ; Benallal et Marquis. (1987), (1988) ; Chaboche (1989), (1991) ; Hassan et al. (1992a), (1992b) ; Haupt et Kamlah (1995) ; McDowell (1985) ; Moosbrugger et McDowell (1991) ; Ohno (1982), (1990) ; Ohno et Kachi (1985) ; ...].

4 MODÈLE DE TAYLOR-LIN EN PLASTICITÉ CYCLIQUE

Dans ce paragraphe, le comportement du polycristal sous sollicitation cyclique uniaxiale (traction-compression) est examiné dans le cadre du modèle de Taylor-Lin. Le polycristal étudié est le cuivre OFHC dont les caractéristiques sont données au chapitre précédent. Il est représenté par un agrégat de 100 grains dont la distribution initiale des orientations est aléatoire. Le polycristal est sollicité en imposant une vitesse de déformation axiale selon l'axe 3 (figure 3.4). Cette vitesse de déformation axiale est prise égale à 10^{-3} s^{-1} .

4.1 PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS PROPORTIONNELS

Dans le présent travail, la formulation du modèle de Taylor-Lin est identique à celle formulée par Bronkhorst et al. (1992) et qui est présentée au chapitre précédent. La seule différence réside dans les conditions aux limites lors de son application pour l'essai de traction et de compression. En effet, Bronkhorst et al. (1992) dans leurs simulations de la traction simple et la compression simple ont imposé un gradient de déformation total qui correspond à une transformation isochore (sans changement de volume du polycristal).

Toutefois, comme la déformation plastique s'opère sans changement de volume, la partie élastique de la déformation dans leurs simulations est forcément incompressible. Dans ce cas, seules les contraintes déviatoriques peuvent être obtenues par le modèle ; en outre l'effet de la compressibilité élastique du matériau est masqué, dès lors que n'importe quelle valeur octroyée au module de compressibilité élastique, k , mène au même résultat final.

Dans le but de tenir compte de la compressibilité élastique du matériau, il faut prendre correctement en compte les conditions aux limites pour ce type de sollicitations. C'est dans cette perspective que se situe la modification apportée au modèle. Elle consiste à satisfaire les conditions aux limites relatives aux contraintes macroscopiques normales à l'axe de chargement (axe 3). Ces contraintes macroscopiques doivent être nulles. Il en découle les relations suivantes :

$$\langle \sigma_{11} \rangle = 0, \quad \langle \sigma_{22} \rangle = 0 \quad . \quad (\text{III-5})$$

Les composantes du gradient de déformation total imposées (\bar{F}_{12} , \bar{F}_{13} , \bar{F}_{21} , \bar{F}_{23} , \bar{F}_{31} , \bar{F}_{32} et \bar{F}_{33}) et les conditions décrites par la relation (III-5) constituent un problème aux conditions aux limites mixtes. Il est résolu d'une manière itérative (voir annexe_D), en imposant des valeurs de F_{11} et F_{22} au polycristal et en cherchant la combinaison de ces deux composantes qui satisfait les conditions décrites par la relation (III-5).

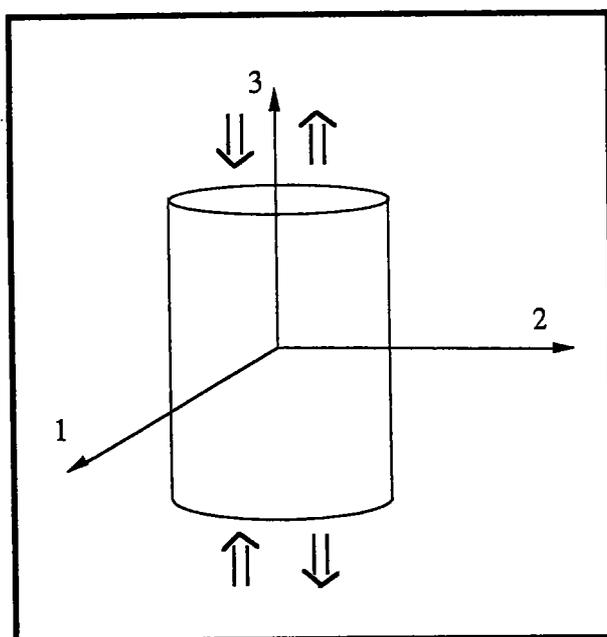


Figure 3.4 : Illustration schématique de la sollicitation uniaxiale

En pratique, les composantes macroscopiques \bar{F}_{11} et \bar{F}_{22} peuvent être égales et celles non diagonales peuvent être nulles. Cela est possible avec une distribution d'orientations prise *aléatoire* initialement. En outre, les amplitudes de déformation considérées sont très faibles, ce qui traduit le fait que la texture ne change que très faiblement lors de la déformation. Dans ces conditions, l'isotropie de la texture est garantie le long de la sollicitation cyclique. Par conséquent, on a :

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} \bar{F}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{F}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{F}_{33} \end{pmatrix} \quad (\text{III-6})$$

avec

$$\bar{F}_{11} = \bar{F}_{22} \quad (\text{III-7})$$

La relation (III-7) permet de réduire le nombre d'inconnues des composantes du gradient de déformation total, aboutissant ainsi à une diminution du temps de calcul par la méthode itérative. Cette procédure permet également *le calcul direct* des contraintes "vraies" (celles de Cauchy).

4.1.1 EFFET BAUSCHINGER

Ce qui caractérise les sollicitations cycliques en traction-compression est l'effet Bauschinger. Il se traduit par une diminution de la limite d'élasticité en compression après un chargement préalable en traction. Ce phénomène est aussi présent si on change l'ordre de la sollicitation. En effet, un chargement en compression suivi d'une traction met en évidence l'effet Bauschinger. Il faut noter, toutefois, que ce phénomène n'est présent que si au cours du premier trajet un écoulement plastique a eu lieu.

La figure 3.5 montre le résultat de simulation obtenu en utilisant le modèle de Taylor-Lin, pour un polycristal soumis à une sollicitation cyclique uniaxiale en traction-compression. Lorsque le polycristal est soumis à l'essai de traction (réponse OT), où on illustre approximativement par le point y^t la limite d'élasticité en traction. Après une décharge élastique TO', le polycristal est soumis à un essai de compression O'C. Cette figure montre que le modèle de Taylor-Lin permet de rendre compte de l'effet Bauschinger, dès lors que la

contrainte au point y^p (point qui illustre approximativement la limite d'élasticité en compression) est inférieure en valeur absolue à celle au point T. L'origine de cet effet Bauschinger fera l'objet d'une interprétation qui sera explicitée dans le chapitre suivant.

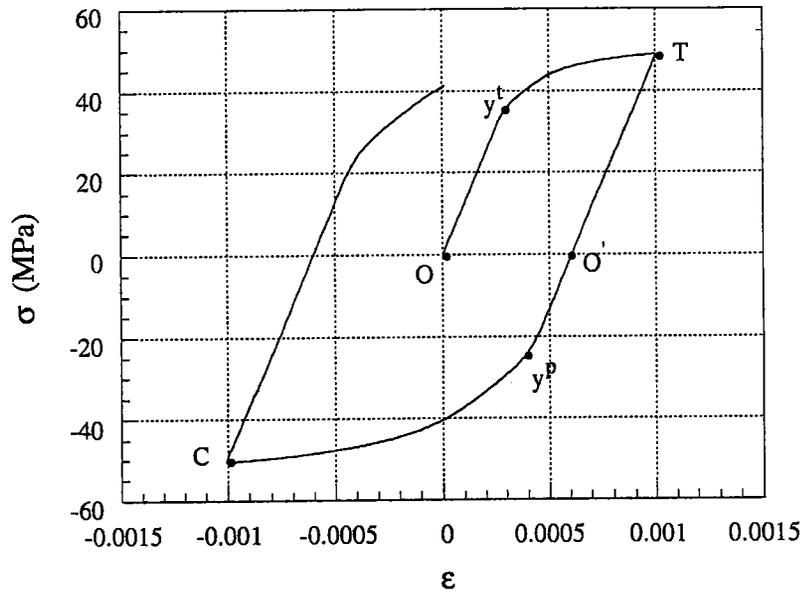


Figure 3.5 : Sollicitation du polycristal en traction-compression (1 cycle).

4.1.2 DURCISSEMENT CYCLIQUE

En sollicitation cyclique uniaxiale à déformation imposée, si on augmente l'amplitude de la déformation en fixant la déformation moyenne, l'amplitude de la contrainte augmente cycle après cycle jusqu'à ce qu'un état stabilisé soit atteint. Ce phénomène traduit le durcissement cyclique. Sur la figure 3.6, on représente le résultat de simulation de deux essais de durcissement cyclique. On trace l'amplitude de la contrainte σ_a , en fonction du nombre de cycles N .

Chaque essai débute par un chargement cyclique uniaxial en traction-compression avec une amplitude de déformation du cycle ϵ_a^1 jusqu'à stabilisation de l'amplitude de la contrainte (la stabilisation de la contrainte est illustrée sur la figure 3.6 par le temps t_{s1}). Ensuite, on augmente l'amplitude de la déformation du cycle à une valeur ϵ_a^2 tout en fixant la déformation moyenne. On constate que pour les deux essais, on a un durcissement cyclique du polycristal. Ceci est en accord avec les constatations expérimentales.

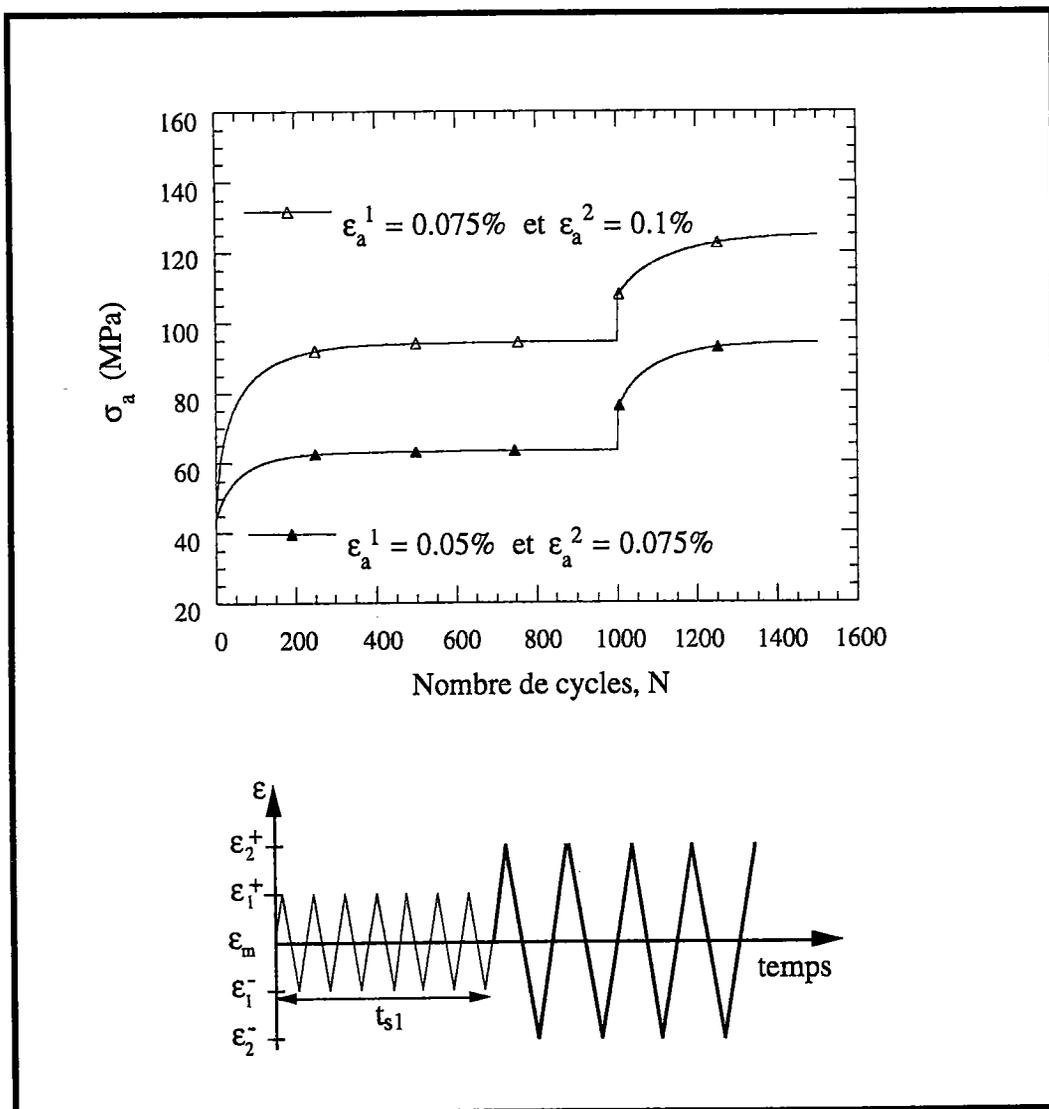


Figure 3.6 : Durcissement cyclique mis en évidence par un saut d'amplitude effectué à partir d'un état stabilisé.

4.1.3 ADOUCISSEMENT CYCLIQUE

En sollicitation cyclique uniaxiale à déformation imposée, si on diminue l'amplitude de la déformation en fixant la déformation moyenne, l'amplitude de la contrainte diminue cycle après cycle jusqu'à ce qu'un état stabilisé soit atteint. Ce phénomène traduit l'adoucissement cyclique. Sur la figure 3.7, on représente le résultat de simulation de deux essais d'adoucissement cyclique. On trace l'amplitude de la contrainte σ_a , en fonction du nombre de cycles N .

Comme dans le cas du durcissement cyclique, chaque essai débute par un chargement cyclique uniaxial en traction-compression avec une amplitude de déformation du cycle ε_a^1 jusqu'à stabilisation de l'amplitude de la contrainte (la stabilisation de la contrainte est illustrée sur la figure 3.7 par un temps t_{s1}). Ensuite, on diminue l'amplitude de la déformation du cycle à une valeur ε_a^2 tout en fixant la déformation moyenne. On constate que pour les deux essais, on a un adoucissement cyclique du polycristal. Ceci traduit une fois encore l'accord avec les constatations expérimentales.

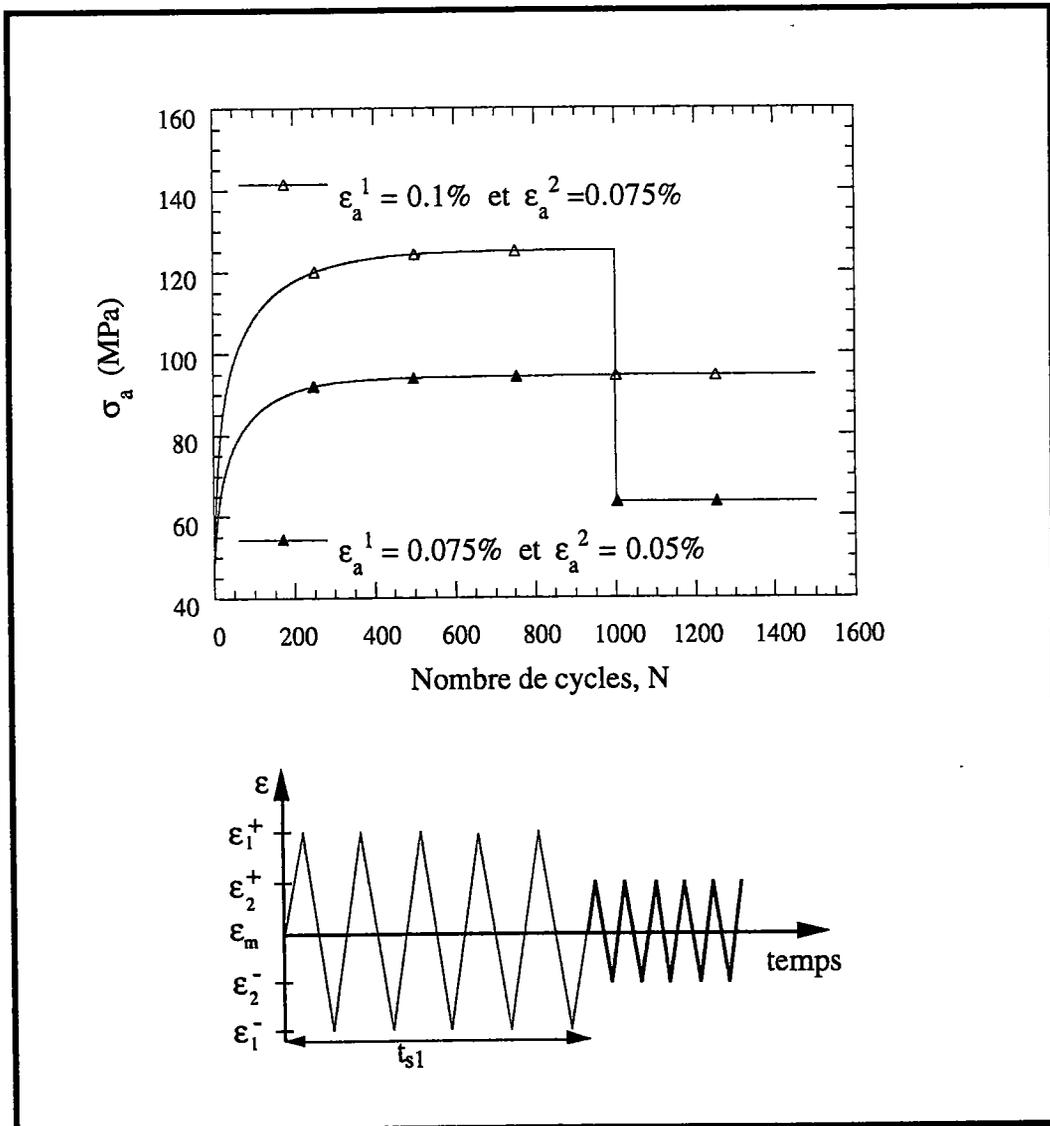


Figure 3.7 : Adoucissement cyclique mis en évidence par une diminution d'amplitude à partir d'un état stabilisé.

4.1.4 INFLUENCE DE LA DÉFORMATION MOYENNE

En sollicitation cyclique uniaxiale à déformation imposée, l'amplitude de la contrainte σ_a est indépendante de la déformation moyenne ε_m . Ohno (1982), dans le cadre d'une approche phénoménologique, a introduit le concept de la région non écrouissable cycliquement pour décrire la dépendance de l'amplitude de la déformation et l'indépendance de la valeur de la déformation moyenne. Dans ce paragraphe, le modèle de Taylor-Lin est utilisé pour simuler ce phénomène de plasticité cyclique. Pour différentes amplitudes de déformation ε_a , on fait varier la déformation moyenne ε_m . Une illustration schématique d'un trajet de chargement cyclique uniaxial, obtenu pour une amplitude de déformation du cycle constante mais de déformations moyennes différentes ($\varepsilon_{m1} \neq \varepsilon_{m2}$), est présentée dans la figure 3.8.

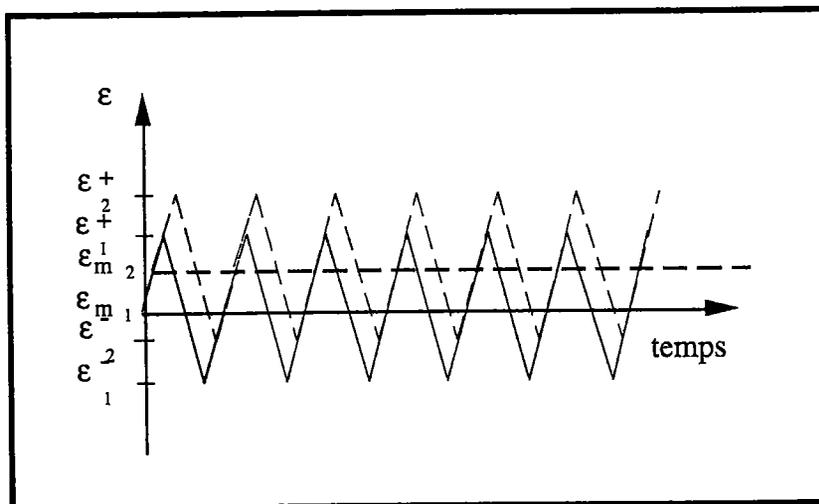


Figure 3.8 : Illustration schématique de deux trajets de chargement cyclique uniaxial d'amplitude de déformation constante et de déformation moyenne différentes.

Deux amplitudes de déformation du cycle, $\varepsilon_a=0.075\%$ et $\varepsilon_a=0.1\%$, ont été choisies lors de la simulation par le modèle de Taylor-Lin de ce phénomène de plasticité cyclique. Chacune d'entre elles est combinée avec différentes déformations moyennes. La figure 3.9_a représente l'évolution de l'amplitude de la contrainte en fonction du nombre de cycles pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a=0.075\%$ avec différentes déformations moyennes. Au vu de cette figure, on remarque que les courbes relatives aux différentes déformations moyennes coïncident, exprimant le fait que l'amplitude de la contrainte est indépendante de la déformation moyenne au cours d'une sollicitation cyclique uniaxiale. La figure 3.9_b traduit le même phénomène pour une autre amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a=0.1\%$.

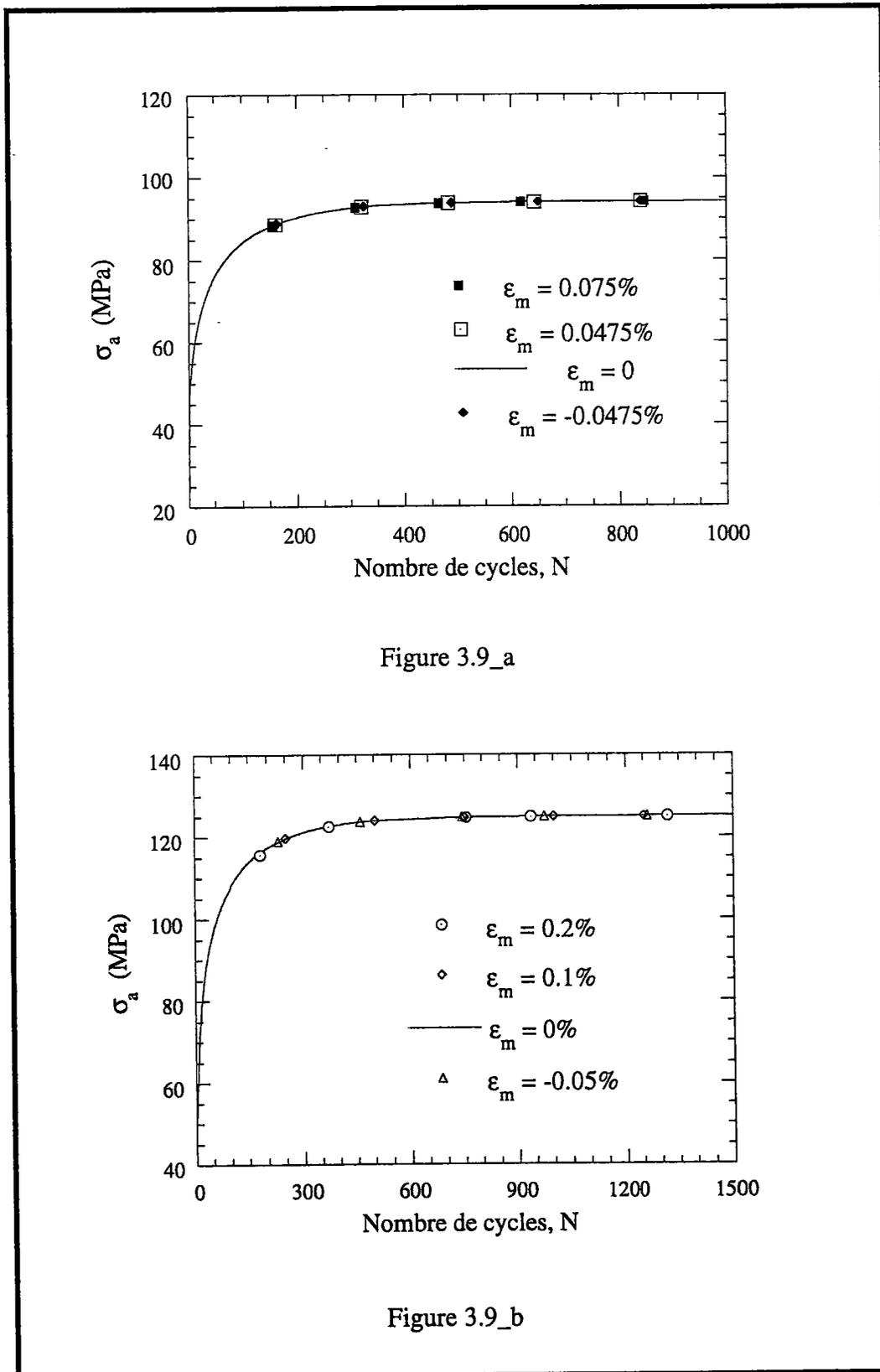


Figure 3.9 : Indépendance de la déformation moyenne mise en évidence pour différentes amplitudes de déformation. a: $\epsilon_a = 0.075\%$, b: $\epsilon_a = 0.1\%$

4.1.5 ACCROCHAGE DU PETIT CYCLE DANS LE GRAND CYCLE

Chaboche et al. (1989a) ont constaté un comportement typique sous sollicitation cyclique uniaxiale (traction-compression) sur plusieurs matériaux (acier inoxydable 316, alliage d'aluminium 7010,...). Il s'agit du phénomène de l'accrochage du petit cycle dans un grand cycle. Pour réaliser ce phénomène, ils ont procédé comme suit :

pour une amplitude de déformation donnée, le matériau est sollicitée par un chargement cyclique uniaxial (traction-compression) jusqu'à ce qu'un état stabilisé soit atteint ;

à partir de cet état stabilisé, ils ont réalisé un cycle d'amplitude plus faible (petit cycle) sous la même sollicitation uniaxiale.

Ils ont constaté que le petit cycle restait toujours accroché à la branche du grand cycle à partir duquel il était réalisé. Autrement dit, dans le cas où le cycle est incorporé lors de la traction, après décharge et un écoulement en compression, l'état préexistant lors du début de la décharge est *mémorisé* puisque le cycle incorporé repasse presque exactement par ce point. Ce phénomène est aussi présent si le petit cycle est incorporé lors de la compression. En outre, ce phénomène a été observé pour d'autres matériaux (Chaboche et al. (1989a)) et se reproduisait dans tous les cas de figure, même si on incorpore à nouveau un cycle encore plus petit dans le petit cycle. Un exemple illustrant ce phénomène en traitant le cas d'un acier inoxydable 316L est donné en annexe_C. Il est pris de l'article de Chaboche et al. (1989a).

Après avoir modélisé l'effet Rochet (augmentation de la déformation plastique cycle après cycle à contraintes imposées) en combinant des lois d'écrouissage cinématique et isotrope dans le cadre d'un modèle phénoménologique, Chaboche et al. (1989a) ont simulé le phénomène de l'accrochage du petit cycle dans le grand cycle avec ce modèle. Le résultat de leur simulation de ce phénomène est donnée en annexe_C. Cette figure montre que le modèle utilisé ne permet pas de rendre compte de l'accrochage du petit cycle dans le grand cycle. Cela traduit un inconvénient majeur des modèles macroscopiques chaque fois que l'on veut reproduire un comportement du matériau pour lequel l'identification des paramètres n'a pas été effectuée.

À partir d'une boucle d'hystérésis, correspondant à un état stabilisé obtenu lors d'un essai cyclique de traction-compression avec une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a=0.5\%$, on réalise un petit cycle d'amplitude $\varepsilon_a=0.4\%$, et un autre d'amplitude $\varepsilon_a=0.3\%$. Le résultat de la simulation par le modèle de Taylor-Lin de cet essai est représenté dans la figure 3.10. On constate que le petit cycle reste toujours accroché à la branche du

grand cycle à partir duquel il a été réalisé. Encore une fois, le modèle de Taylor-Lin permet de reproduire le comportement mécanique des polycristaux en plasticité cyclique, conformément aux constatations expérimentales.

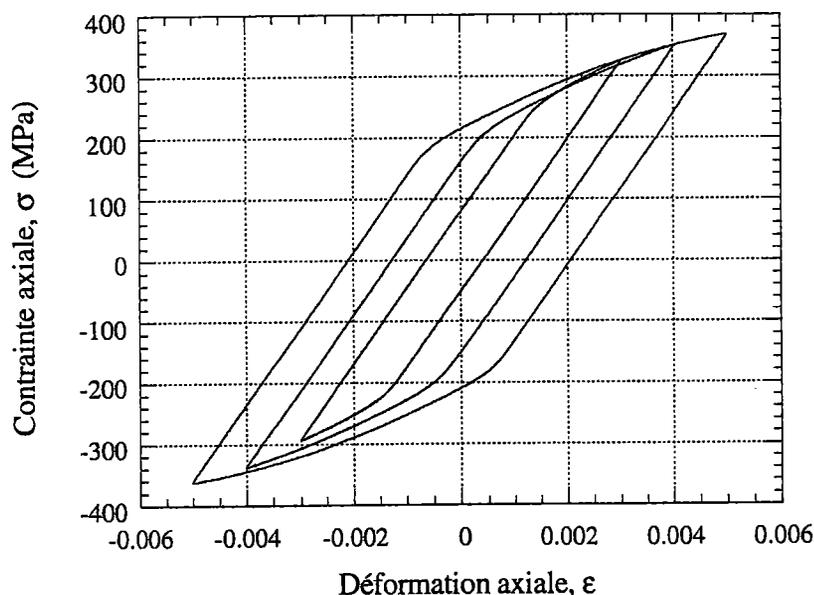


Figure 3.10 : *Accrochage du petit cycle dans le grand cycle mis en évidence pour différentes amplitudes de déformation.*
 Le grand cycle a une amplitude de déformation $\epsilon_a = 0.5\%$, et les deux petits cycles ont pour amplitudes $\epsilon_a = 0.4\%$ et $\epsilon_a = 0.3\%$.

4.2 PLASTICITÉ CYCLIQUE EN CHEMINS NON PROPORTIONNELS

Lors d'une sollicitation cyclique non proportionnelle, les matériaux subissent, d'une manière générale, une remarquable augmentation de l'écrouissage par rapport aux chemins proportionnels due à la multiaxialité du trajet de chargement non proportionnel. Ce phénomène de plasticité cyclique est très couramment étudié dans la littérature. En particulier, pour un trajet de chargement en traction-torsion en quadrature de phase pour lequel le signal de la déformation axiale et celui du cisaillement imposés ont la même fréquence, on constate le maximum de durcissement.

Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, on se propose d'effectuer des simulations des essais de traction-torsion hors phase. Pour cela, deux angles de déphasage entre le signal de la traction et celui de la torsion ont été choisis. Leur trajet de chargement dans l'espace des déformations de Von Mises (ε : déformation axiale, $\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$: cisaillement) est représenté dans la figure 3.11. Il s'agit des sollicitations déphasées d'angle $\varphi=30^\circ$ et $\varphi=90^\circ$.

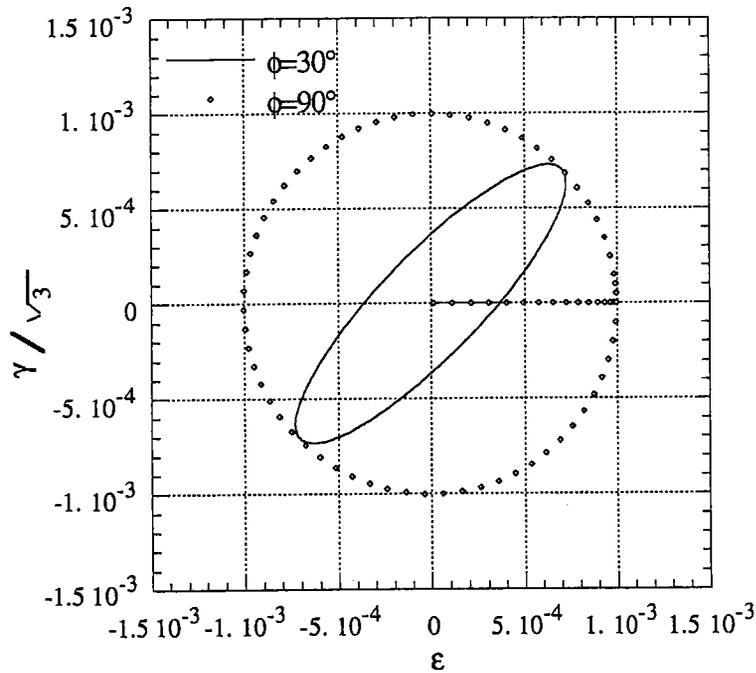


Figure 3.11 : Trajets de chargement lors des sollicitations cycliques de traction-torsion déphasées d'un angle

a/ $\varphi=30^\circ$

b/ $\varphi=90^\circ$

La réponse en contraintes de ces différents trajets de chargement est représentée par l'évolution de la valeur maximale de la contrainte équivalente σ_{vm} au sens de Von Mises, en fonction du nombre de cycles N . Ainsi, sur la figure 3.12, on représente cette évolution non seulement pour les deux trajets de chargement non proportionnels déphasés ($\varphi=30^\circ$ et $\varphi=90^\circ$) qui ont la même amplitude de déformation équivalente du cycle, mais aussi pour un trajet de chargement proportionnel de même amplitude de déformation du cycle (traction-compression). La contrainte équivalente de Von Mises dans le cas de la traction-torsion est calculée par la relation suivante :

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (\text{III-8})$$

où σ traduit la contrainte axiale et τ traduit la contrainte de cisaillement (cisssion).

Il faut noter toutefois, que la contrainte équivalente donnée au sens de Von Mises ne reflète pas convenablement l'état des contraintes du polycristal. Il faut la définir à partir du travail plastique rapporté à la vitesse de déformation équivalente \bar{D}_{eq} , par :

$$\bar{\sigma}_{eq} = \frac{\bar{\sigma} \cdot \bar{D}}{\bar{D}_{eq}} \quad (\text{III-9})$$

La contrainte équivalente au sens de Von Mises est uniquement utilisée lors des simulations par le modèle de Taylor-Lin pour représenter la réponse macroscopique conformément aux résultats donnés par les essais expérimentaux.

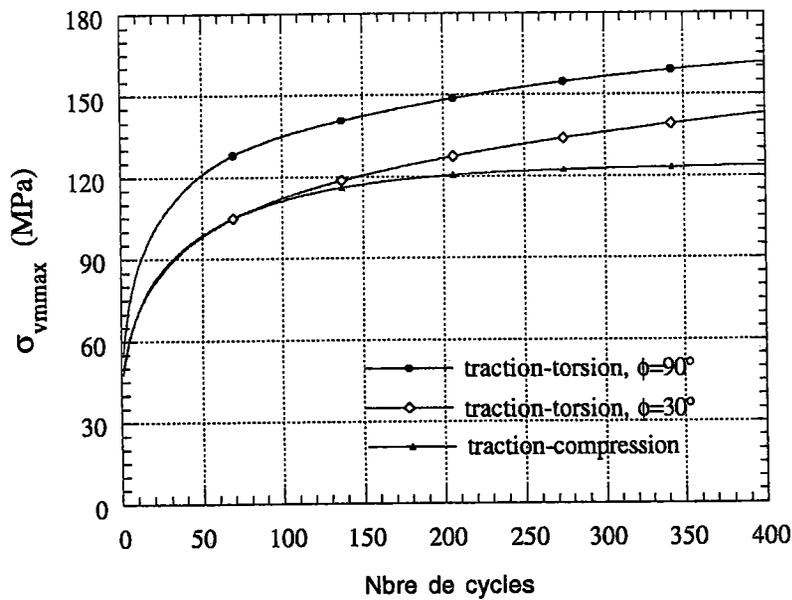


Figure 3.13: Consolidation cyclique du polycristal pour des amplitudes de déformation équivalentes du cycle identiques mais de trajets de chargement différents :

- a/ traction-compression
- b/ traction-torsion, $\phi=30^\circ$
- c/ traction-torsion, $\phi=90^\circ$

Les résultats de simulation obtenus par le modèle de Taylor-Lin mettent en évidence le surécrouissage provenant de la multiaxialité du trajet de chargement. C'est ainsi que les deux trajets non proportionnels ($\varphi=30^\circ$ et $\varphi=90^\circ$) sur la figure 3.13 induisent un durcissement supplémentaire comparé à l'écrouissage produit par un chargement uniaxial en accord avec les constatations expérimentales. Un autre fait expérimental peut être perçu à partir des résultats de simulation illustrés sur la même figure. Il traduit le maximum de surécrouissage pour le trajet de chargement en quadrature de phase. Quoique la comparaison est faite juste pour un déphasage $\varphi=30^\circ$ et qu'il a fallu comparer le surécrouissage du trajet de chargement en quadrature de phase avec celui prédit par n'importe quel déphasage φ , de plus amples comparaisons ont été effectuées par Zouhal et al. (1996), confirmant que le surécrouissage induit par le trajet de chargement en quadrature de phase est maximal. Dans le même article, d'autres phénomènes de plasticité cyclique non proportionnelle ont été prédits par le modèle de Taylor-Lin en accord avec les constatations et les tendances expérimentales.

5 CONCLUSIONS

Le comportement du polycristal sous sollicitations cycliques a été examiné dans le cadre du modèle de Taylor-Lin. On s'est intéressé essentiellement dans ce chapitre aux phénomènes de base de la plasticité cyclique aussi bien pour les trajets de chargement proportionnels que pour ceux non proportionnels. Il faut noter que le modèle de Taylor-Lin a été utilisé *sans modification préalable* pour simuler le comportement du polycristal soumis à des trajets de chargements cycliques.

Les phénomènes de base de la plasticité cyclique envisagés le long de ce chapitre représentent une illustration de la variété des réponses qui peuvent être observées dans le comportement du polycristal. Ils ont été fidèlement reproduits par le modèle de Taylor-Lin. Cela confirme son pouvoir prédictif pour reproduire cette variété de comportement du polycristal. Il faut noter toutefois, que les résultats présentés dans ce chapitre n'ont pas été comparés d'une manière quantitative avec ceux du comportement réel du cuivre O.F.H.C. polycristallin. Cela est dû, d'une part au manque dans la littérature de résultats expérimentaux relatifs à ce type de matériau, et d'autre part ce chapitre a pour but de montrer, sans avoir recours à une reformulation du modèle pour reproduire chaque phénomène, les tendances de cette variété du comportement des matériaux polycristallins.

Les phénomènes de la plasticité cyclique qu'on s'est forcé de reproduire le long de ce chapitre concernent les polycristaux monophasés sollicités avec des amplitudes de déformation du cycle relativement faibles. Dans ces conditions, la texture cristallographique du polycristal prise initialement isotrope ne subit pas un changement très prononcé. Par ailleurs, et pour les mêmes raisons, la forme des grains ne subit pas de changement considérable. En conséquence, on reste toujours dans des conditions pour lesquelles le modèle de Taylor-Lin peut prédire le comportement des polycristaux d'une manière assez satisfaisante. Cela explique le bon accord qui existe entre les prévisions du modèle de Taylor-Lin avec les tendances des résultats expérimentaux.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABDUL-LATIF, A. (1994)
Approches multi-échelles pour la description de l'anélasticité avec endommagement, Thèse Université de Technologie de Compiègne.
- ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1985)
Texture Deformation and Strain Hardening in Rate Dependent Polycrystals, Acta Metall., 33, 923.
- BENALLAL, A. and MARQUIS, D. (1987)
Constitutive Equations for Non Proportional Effects Cyclic Elasto-Viscoplasticity, ASME, J. Eng. Mat. Tech., 109, 326.
- BENALLAL, A. and MARQUIS, D. (1988)
Effects of Non-Proportional Loadings in Cyclic Elasto-Viscoplasticity : Experimental, Theoretical and Numerical Aspects, Eng. Comput., 5, 241.
- BENALLAL, A., LEGALLO, P. and MARQUIS, D. (1989)
An Experimental Investigation of Cyclic Hardening of 316 Stainless Steel and of 2024 Aluminium Alloy under Multiaxial loadings, Nucl. Eng. Des., 114, 345.
- BRONKHORST, C.A., KALIDINDI, S.R. and ANAND, L. (1992)
Polycrystalline Plasticity and the Evolution of Crystallographic Texture in F.C.C. Metals, Phil. Trans. Royal Soc. London, A341, 433.
- CAILLETAUD, G. (1987)
Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des métaux, Thèse d'état, Université Paris VI.
- CAILLETAUD, G. (1992)
A Micromechanical Approach to Inelastic Behaviour of Metals, Int. J. of Plasticity, 8, 55.
- CHABOCHE, J. L., NOUAILHAS, D., PAULMIER, P. and POLICELLA, H. (1989a)
Recherche Aérospatiale, 1, 65.
- CHABOCHE, J. L. (1989b)
Constitutive Equations for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity, Int. J. Plasticity, 5, 247.
- CHABOCHE, J. L. (1991)
On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Kinematic Ratcheting Effects, Int. J. Plasticity, 7, 661.
- HARREN, S.V., LOWE, T.C., ASARO, R.J. and NEEDLEMAN, A. (1989a)
Analysis of Large Strain Shear in Rate Dependent FCC Polycrystals: Correlation of Micro and Macromechanics, Phil. Trans. Royal Soc. London, A328, 443.
- HASSAN, T. and KYRIAKIDES, S. (1992a)
Ratcheting in Cyclic Plasticity, Part I: Uniaxial Behavior, Int. J. Plasticity, 8, 91.
- HASSAN, T., CORONA, E. and KYRIAKIDES, S. (1992b)
Ratcheting in Cyclic Plasticity, Part II: Multiaxial Behavior, Int. J. Plasticity, 8, 117.

HAUPT, P. and KAMLAH, M. (1995)

Representation of Cyclic Hardening and Softening Properties Using Continuous Variables, Int. J. Plasticity, 11, 267.

KALIDINDI, S.R., BRONKHORST, C.A. and ANAND, L. (1992)

Crystallographic Texture Evolution in Bulk Deformation Procession of FCC Metals, J. Mech. Phys. Solids, 40, 537.

KREMPL, E. (1971)

Some Properties of the Hysteresis Curve of Structural Metals at Room Temperature, Trans. ASME, J. Basic Eng., 93D, 317.

KREMPL, E. (1979)

An Experimental Study of Room Temperature Rate Sensitivity: Creep and Relaxation, J. Mech. Phys. Solids, 27, 363.

KREMPL, E. and LU, H. (1984)

The Hardening and Rate-Dependent Behavior of Fully Annealed AISI Type 304 Stainless Steel Under Biaxial In-Phase and Out-of-Phase Strain Cycling at Room Temperature, J. Eng. Mat. Techn., 106, 376.

LAMBA, H.S. and SIDEBOTTOM, O.M. (1978a)

Cyclic Plasticity for Non-Proportional Paths: Part I - Cyclic Hardening, Erasure of Memory, and Subsequent Strain Hardening Experiments, ASME, J. Eng. Mat. Techn., 100, 96.

LAMBA, H.S. and SIDEBOTTOM, O.M. (1978b)

Cyclic Plasticity for Non-Proportional Paths: Part II - Comparison with Predictions of three Incremental Plasticity Models, ASME, J. Eng. Mat. Techn., 100, 104.

MCDOWELL, D.L., (1985)

An Experimental Study of the Structure of Constitutive Equations for Non-Proportional Cyclic Plasticity, J. Eng. Mat. Techn., 101, 307.

OHNO, N. (1982)

A Constitutive Model of Cyclic Plasticity with a Non-Hardening Strain Region, J. Appl. Mech., 49, 721.

OHNO, N. and KACHI, Y. (1985)

A Constitutive Model of Cyclic Plasticity for Nonlinear Hardening Materials, J. Appl. Mech., 53, 395.

OHNO, N. (1990)

Recent Topics in Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity and Viscoplasticity, Appl. Mech. Rev., 43, 283.

TANAKA, E., MURAKAMI, S. and OOKA, M. (1985a)

Effects of Plastic Strain Amplitudes on Non-Proportional Cyclic Plasticity, Acta Mech., 57, 167.

TANAKA, E., MURAKAMI, S. and OOKA, M. (1985b)

Effects of Strain Path Shapes on Non-Proportional Cyclic Plasticity, J. Mech. Phys. Solids, 33, 559.

ZOUHAL, N., TÓTH, L.S. and MOLINARI, A. (1996)

Cyclic Plasticity of Polycrystalline Materials Part I: Macroscopic Aspects, In Preparation

CHAPITRE IV*Aspects microstructuraux
de la plasticité cyclique*

1. INTRODUCTION	70
2. PLASTICITÉ CYCLIQUE UNIAXIALE DES POLYCRISTAUX.....	70
2.1. EFFETS DE L'ÉLASTICITÉ	75
2.2. EFFETS DE L'ÉCROUISSAGE INTRACRISTALLIN	79
2.2.1. INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_o	82
2.2.2. INFLUENCE DU PARAMÈTRE h_o	84
2.2.3. INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_{sat}	86
2.3. EFFETS DE L'AMPLITUDE DE LA DÉFORMATION DU CYCLE	89
3. COMPORTEMENT D'UN MONOCRISTAL NOYÉ DANS LE POLYCRISTAL	93
3.1. ÉCROUISSAGE CYCLIQUE DES MONOCRISTAUX.....	93
3.2. INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS DE SIMULATION	95
4. DISCUSSION ET CONCLUSIONS	101
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	106

CHAPITRE IV

**ASPECTS MICROSTRUCTURAUX
DE LA PLASTICITÉ CYCLIQUE**

1 INTRODUCTION

La plasticité cyclique que l'on a considérée jusqu'ici à l'échelle macroscopique et globale se produit également à l'échelle microscopique. En effet, les matériaux sollicités par des essais cycliques subissent des modifications des propriétés structurales qui mènent aux grands nombres de cycles à la fatigue. Ainsi, suite à ce type de sollicitations, la durée de vie d'un matériau peut être décomposée en différents stades qui sont la consolidation cyclique, l'amorçage puis la propagation des fissures qui conduit à la rupture finale.

Lors du chapitre précédent, on a mis à l'épreuve le modèle de Taylor-Lin en plasticité cyclique. On s'est attaché particulièrement à reproduire les phénomènes de base de la plasticité cyclique en ne s'intéressant qu'à ses aspects macroscopiques. La réponse du polycristal aux sollicitations cycliques a été souvent représentée par la contrainte macroscopique en fonction du nombre de cycles. Cependant, le comportement macroscopique du polycristal est régi par des mécanismes physiques microstructuraux. L'examen du stade de la consolidation cyclique permet de rapprocher le comportement mécanique du matériau et son évolution microstructurale. Il devient alors indispensable de distinguer les facteurs mécaniques et métallurgiques prépondérants pour cette période de la durée de vie du matériau.

2 PLASTICITÉ CYCLIQUE UNIAXIALE DES POLYCRISTAUX

L'essai cyclique uniaxial qu'on examine le long de ce paragraphe dans le cadre du modèle de Taylor-Lin porte sur l'essai de traction-compression. Les conditions aux limites imposées macroscopiquement pour le réaliser ont été longuement détaillées dans le chapitre précédent. On rappelle néanmoins, que le matériau utilisé dans la simulation par le modèle de Taylor-Lin est le cuivre OFHC polycristallin dont les caractéristiques ont été données au chapitre II. Il est représenté par un agrégat constitué de 100 grains dont la distribution des orientations initiales est aléatoire. Par ailleurs, pour une amplitude de déformation totale du cycle imposée, le cyclage est effectué autour d'une déformation moyenne nulle $\epsilon_m = 0$, évoquant le fait que la déformation maximale ϵ^+ , et minimale ϵ^- , au cours du cycle sont identiques en module mais de signes opposés.

Le comportement anélastique du polycristal sous de telles sollicitations se traduit par un écrouissage cyclique. Il se manifeste par l'évolution des contraintes avec le nombre de cycles. Les contraintes maximales σ^+ , et minimales σ^- , peuvent augmenter avec le nombre de cycles lors d'un durcissement cyclique. Elles peuvent également diminuer cycle après cycle, dans ce cas, on est en présence d'un adoucissement cyclique. Par ailleurs, il s'agira d'une stabilisation cyclique, si ces contraintes restent constantes avec le nombre de cycles.

La figure 4.1 montre l'écrouissage cyclique du cuivre polycristallin pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$. On constate que l'amplitude de la contrainte augmente avec le nombre de cycle révélant un durcissement cyclique du polycristal. De plus, l'amplitude de la contrainte tend à se stabiliser au fur et à mesure que le nombre de cycle augmente. En effet, les boucles d'hystérésis de la figure 4.1 tendent vers une stabilisation au grand nombre de cycles. D'autre part, on observe un phénomène déjà illustré lors du chapitre précédent et qui consiste en l'effet Bauschinger. Dans le cadre du modèle étudié ici, il trouve son origine comme nous allons le montrer un peu plus loin au cours de ce chapitre, dans les contraintes internes intergranulaires. Ce comportement prédit au cours du durcissement cyclique ainsi que les différents mécanismes qui l'accompagnent feront l'objet de ce chapitre.

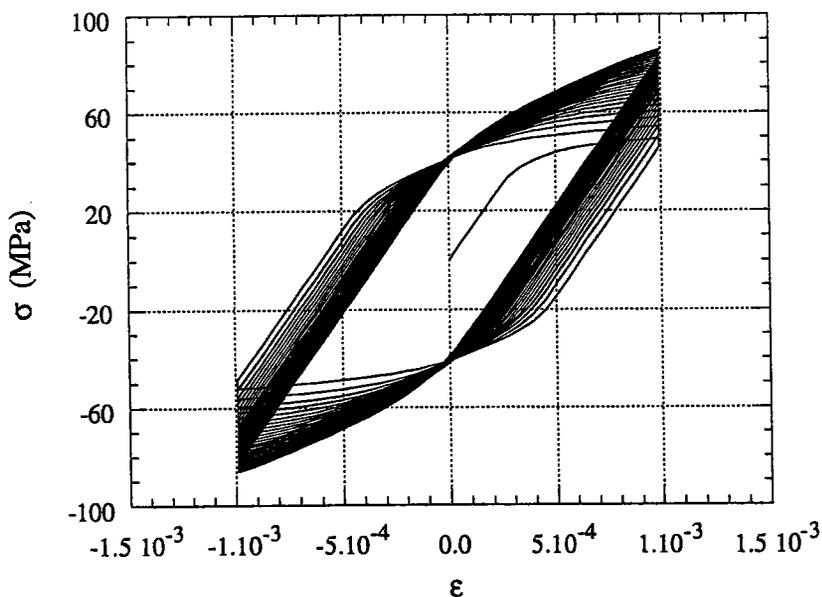


Figure 4.1: Écrouissage cyclique du polycristal, 25 cycles sont simulés avec une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$.

L'avantage de l'utilisation des modèles micro-macro réside dans le fait qu'on puise des informations à une échelle microscopique non accessibles aux modèles phénoménologiques, Les informations microscopiques sont nécessaires pour comprendre le comportement macroscopique du polycristal. C'est dans cette perspective que dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, on suit l'évolution du *nombre moyen des systèmes de glissement actifs* du polycristal N_{sa} , avec le nombre de cycles. Il est défini par la moyenne du nombre de systèmes de glissement actifs n_{sa}^g relatif à chaque grain constituant le polycristal par la relation suivante :

$$N_{sa} = \frac{1}{P^g} \sum_{g=1}^{P^g} n_{sa}^g \quad (\text{IV-1})$$

où P^g représente le nombre de grains de l'agrégat. Chaque grain possède douze systèmes de glissement qui peuvent être à priori actifs. La procédure utilisée pour sélectionner les systèmes de glissement actifs est la suivante : On commence tout d'abord par détecter pour un grain g , du polycristal le système de glissement qui possède la vitesse de glissement $\dot{\gamma}^s$ maximale, cette valeur sera notée $\dot{\gamma}_{\max}$. Ensuite, pour chaque grain et pour chaque système de glissement de ce grain, on normalise sa vitesse de glissement $\dot{\gamma}^s$, par la valeur maximale $\dot{\gamma}_{\max}$, correspondant au grain considéré. Enfin, pour chaque grain on utilise le critère donné par la relation (IV-2) pour désigner les systèmes de glissement qui sont significativement actifs dans le grain considéré, et par suite déterminer leur nombre n_{SG}^g .

$$\left| \frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_{\max}} \right| \geq 5.10^{-2} \quad (\text{IV-2})$$

Ainsi, la figure 4.2 représente à la fois l'évolution de la contrainte axiale macroscopique σ , et le nombre moyen des systèmes de glissement actifs N_{sa} du polycristal en fonction de la déformation axiale ε . Elle représente cette évolution au cours d'un quart du premier cycle d'amplitude $\varepsilon_a = 0.1\%$.

La réponse du matériau à cette sollicitation cyclique uniaxiale débute par un comportement élastique linéaire de l'agrégat, à en juger par la linéarité de la courbe représentant la contrainte axiale, et par l'absence de toute activité des systèmes de glissement (déformation plastique). Ensuite, un stade transitoire dû à l'initiation de la déformation plastique induisant une déviation de la linéarité du comportement. Il est le résultat de l'activation successive des systèmes de glissement favorablement orientés dans les grains

constituant l'agrégat. A ce niveau, il faut noter que la déformation macroscopique totale imposée au polycristal n'est pas accommodée au niveau des grains uniquement par une déformation plastique (cas du modèle de Taylor), mais aussi par une déformation élastique. En conséquence, la présence des déformations élastiques, comme une autre source d'accommodation de la déformation totale, permet la possibilité d'accommoder plastiquement la déformation macroscopique imposée avec moins de cinq systèmes de glissement. Plus la déformation élastique est importante, moins on aura de systèmes de glissement actifs pour accommoder la déformation totale imposée. Cela explique la succession dans le processus d'activation des systèmes de glissement, et donne une explication de la phase transitoire qui suit la réponse purement élastique linéaire.

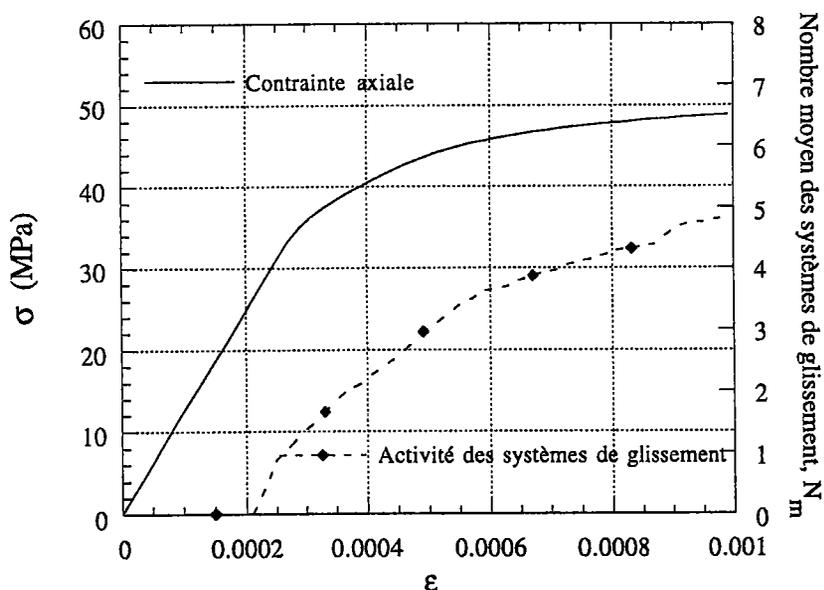


Figure 4.2: Évolution de la contrainte axiale et du nombre moyen de systèmes de glissement du polycristal au cours d'un quart de cycle pour une amplitude de déformation du cycle, $\epsilon_a = 0.1\%$.

On reste toujours dans le même contexte, mais on examine cette fois ci le comportement du polycristal à un stade de cyclage plus avancé, et plus précisément au cours du 50^{ème} et du 100^{ème} cycles. Ainsi, la figure 4.3 décrit l'évolution de la contrainte axiale et du nombre moyen de systèmes de glissement du polycristal pour les cycles de numéro (50 et 100) et ce au cours d'un quart de cycle pour une amplitude de déformation du cycle $\epsilon_a = 0.1\%$.

Le comportement du polycristal aux grands nombres de cycles, décrit dans la figure 4.3, présente une diminution du nombre moyen des systèmes de glissement actifs N_{sa} , comparé à celui du premier quart du premier cycle décrit dans la figure 4.2. En revanche, la contrainte axiale correspondant à la déformation maximale ε^+ croît avec le nombre de cycles. Une autre constatation peut être dégagée, elle concerne l'augmentation de la déformation élastique avec le nombre de cycles. Cela se constate d'une part, par l'amplification de la partie linéaire de la courbe qui traduit l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale avec le nombre de cycles et d'autre part, par l'activation des systèmes de glissement qui se déclenche à des déformations de plus en plus importantes. L'écroutissage des systèmes de glissement est responsable de l'expansion de la surface de charge. Cela se traduit par l'augmentation des déformations élastiques cycle après cycle. Par ailleurs, l'amplitude de la déformation totale du cycle ε_a , est maintenue constante pendant toute la durée de la sollicitation. Par conséquent, la déformation plastique diminue cycle après cycle avec l'écroutissage du matériau. Cette diminution de la partie plastique de la déformation contribue à la réduction de l'écroutissage. Ceci est en accord avec les observations expérimentales dans lesquelles il est bien reconnu que l'écroutissage cyclique est plus prononcé au cours des premiers cycles de la déformation.

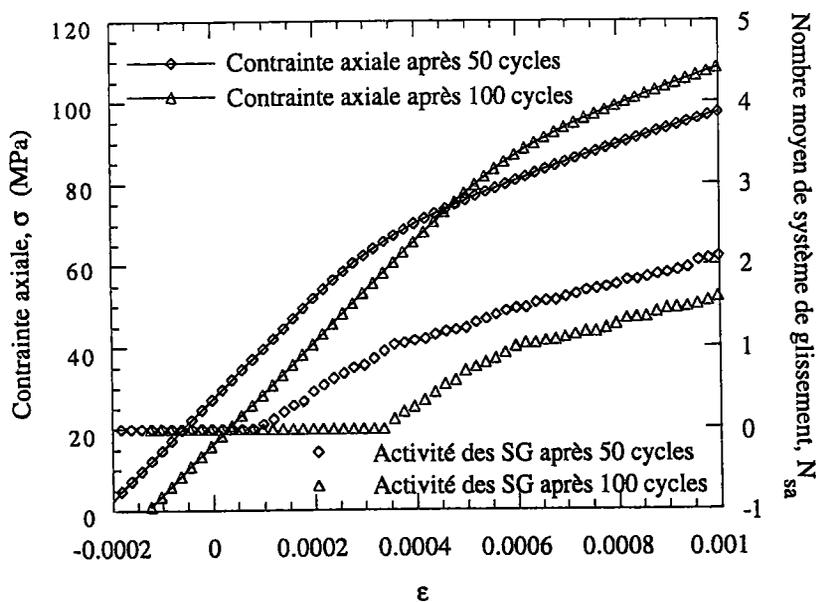


Figure 4.3: Évolution de la contrainte axiale et du nombre moyen de systèmes de glissement du polycristal au cours d'un quart de cycle pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$.

2.1 EFFETS DE L'ÉLASTICITÉ

Afin de découpler artificiellement l'influence de l'élasticité de celle de l'écrouissage, on utilise le modèle de Taylor pour simuler le comportement du polycristal. On rappelle à ce niveau que ce modèle ignore tout comportement élastique du polycristal, il considère le matériau comme étant rigide. Ce modèle permet d'apprécier l'incidence de l'absence de toute réponse élastique sur le comportement du polycristal.

Les différentes caractéristiques du polycristal utilisées lors des simulations entreprises par le modèle de Taylor-Lin, ont été adoptées pour simuler le comportement du polycristal dans le cadre du modèle de Taylor. Ainsi, on présente dans la figure 4.4 le résultat de simulation par le modèle de Taylor au cours d'une sollicitation cyclique uniaxiale pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.2\%$. Cette figure décrit l'évolution de la contrainte axiale de Cauchy en fonction de la déformation axiale imposée.

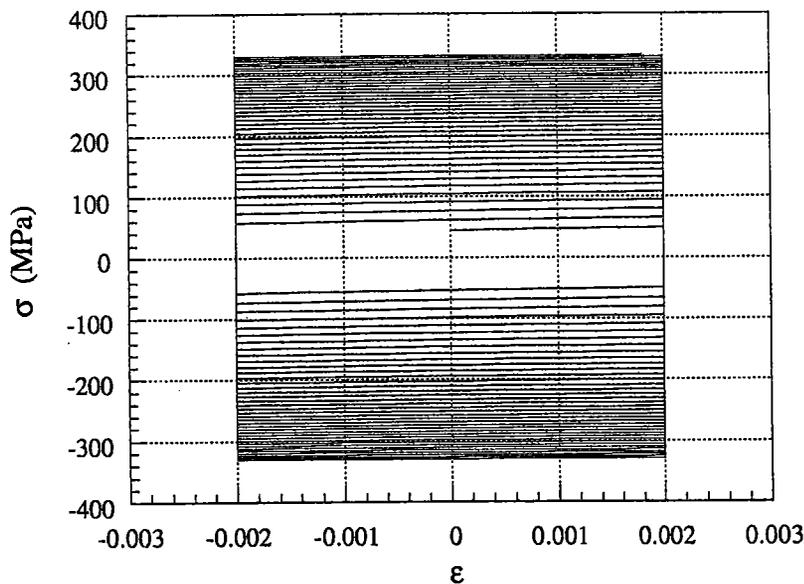


Figure 4.4 : Écrouissage cyclique prédit par le modèle de Taylor pour une amplitude de déformation du cycle. $\varepsilon_a = 0.2\%$.

On constate que les boucles d'hystérésis prédites par le modèle de Taylor illustrant l'écrouissage cyclique du polycristal, diffèrent considérablement de celles prédites par le

modèle de Taylor-Lin (figure 4.1). En effet, la contrainte axiale correspondant à la déformation ε^+ est identique pour chaque cycle en valeur absolue à celle calculée lors du changement du sens de la sollicitation. Cela montre que le modèle de Taylor n'est pas en mesure de prédire l'effet Bauschinger : un des phénomènes de base de la plasticité cyclique. Il ne permet donc pas la détermination des contraintes internes dans le polycristal. Il faut rappeler que la présence des contraintes internes introduit une source d'anisotropie du comportement. Il devient alors nécessaire de les quantifier afin de rendre compte de leur incidence sur le comportement du polycristal en chemins complexes.

Une autre différence de comportement est illustrée dans la figure 4.5, où l'on a représenté le résultat de simulation du modèle de Taylor et celui de Taylor-Lin pour un essai de traction-compression avec une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$. Cette figure décrit à la fois l'évolution de l'amplitude de la contrainte σ_a , et le nombre moyen des systèmes de glissement actifs par cycle N_m , en fonction du nombre de cycle N. Soit N_{sa}^+ et N_{sa}^- le nombre moyen des systèmes de glissement actifs correspondants respectivement à l'état de la déformation maximale et minimale au cours d'un cycle du polycristal. On définit le nombre moyen des systèmes de glissement par cycle N_m par la relation suivante :

$$N_m = \frac{1}{2} (N_{sa}^+ + N_{sa}^-) \quad (\text{IV-3})$$

Pour cette amplitude de déformation du cycle, on peut noter une grande différence dans le comportement du polycristal prédit par les deux modèles. En effet, au fur et à mesure que le nombre de cycle augmente, le modèle de Taylor prévoit une amplitude de contrainte σ_a nettement supérieure à celle prédite par le modèle de Taylor-Lin. En outre, on peut noter en parallèle la différence dans le nombre moyen des systèmes de glissement par cycle prédits par les deux modèles. Une fois encore, le modèle de Taylor prévoit pour chaque cycle, un nombre moyen des systèmes de glissement par cycle N_m , supérieur à celui prédit par le modèle de Taylor-Lin.

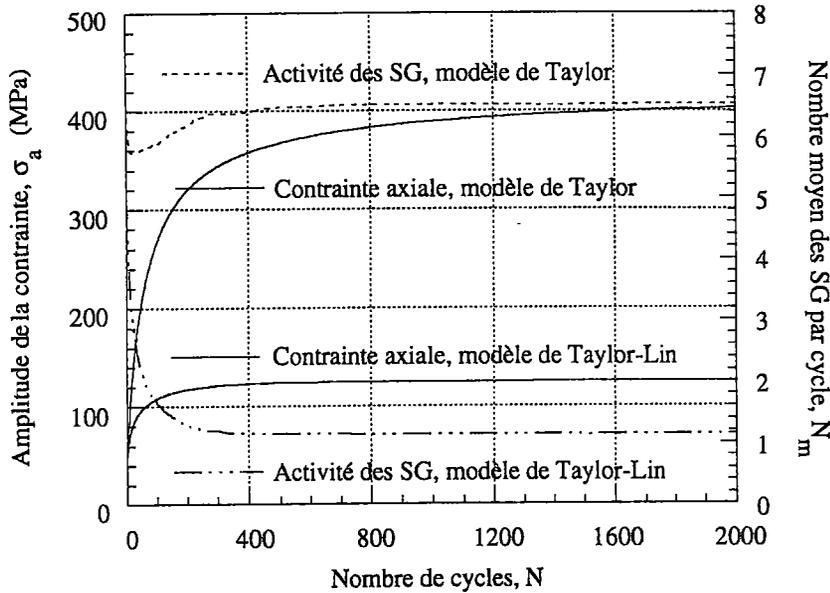


Figure 4.5 : Comparaison entre le modèle de Taylor et celui de Taylor-Lin pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$

Pour expliquer cette différence de comportement en trajets cycliques uniaxiaux, il faut rappeler tout d'abord que dans le cadre du modèle de Taylor, toute déformation imposée macroscopiquement ne peut être accommodée que plastiquement. Dans ce cas, pour chaque état de déformation du polycristal, au moins cinq systèmes de glissement doivent être activés ce qui explique le fait que le nombre moyen des systèmes actifs par cycle N_m , ne diminue pas avec le nombre de cycle. Quant à l'ampleur de l'érouissage cyclique prédit par le modèle de Taylor, on peut l'expliquer par le fait que l'amplitude de la déformation totale du cycle imposée ε_a , et qui est maintenue constante au cours du cyclage, est *entièrement plastique*. En conséquence, l'érouissage cyclique continue à se développer tant que toutes les cissions critiques des systèmes de glissement n'atteignent pas la valeur maximale τ_{sat} , qui correspond à la saturation de l'érouissage.

En revanche, dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, l'amplitude de la déformation totale du cycle, *maintenue constante*, est constituée d'une partie élastique et une autre plastique. La contribution de chaque type de déformation (élastique et plastique) à la déformation totale change cycle après cycle. La dilatation du domaine d'élasticité qui résulte de l'érouissage des systèmes de glissement a tendance à faire augmenter la contribution des

déformation élastiques au dépend des déformations plastiques au fur et à mesure que le nombre de cycles augmente. En conséquence, la partie plastique de la déformation totale devient cycle après cycle de plus en plus négligeable, ce qui mène à une stabilisation de l'amplitude de la contrainte sans pour autant saturer l'écroûissage microscopique. Cela est confirmé par les résultats présentés dans la figure 4.6. Sur cette figure, on représente l'évolution, en fonction du nombre de cycles de la déformation plastique cumulée $\sum \varepsilon^p$, et du paramètre τ_m qui représente la moyenne des cissions critiques τ_o^α , sur tous les systèmes de glissement et sur tous les grains. On constate que le paramètre τ_m , lors de la stabilisation de l'amplitude de la contrainte, ne parvient pas à égaler le paramètre τ_{sat} caractérisant la saturation de l'écroûissage des systèmes de glissement. D'autre part, on observe que la déformation plastique cumulée $\sum \varepsilon^p$ se sature aux grands nombres de cycles. L'amplitude de la déformation totale du cycle ε_a est imposée et maintenue constante, de ce fait, la déformation totale cumulée correspondant à un nombre de cycle N est donnée par la relation suivante :

$$\sum \varepsilon^t = 4N\varepsilon_a \quad (\text{IV-4})$$

pour N=400, et $\varepsilon_a = 0.1\%$ la déformation totale cumulée a une valeur de 1.6, la contribution de la déformation plastique cumulée telle qu'elle est représentée dans la figure 4.6 pour le même nombre de cycle, ne dépasse pas la valeur de 0.18. Cette contribution de la déformation plastique cumulée ne représente que 11.25% de la déformation totale cumulée. Ce pourcentage ne cesse de diminuer avec le nombre de cycles. Ainsi, lorsque N=1500, cette contribution ne représente plus que 3.33% de la déformation totale cumulée.

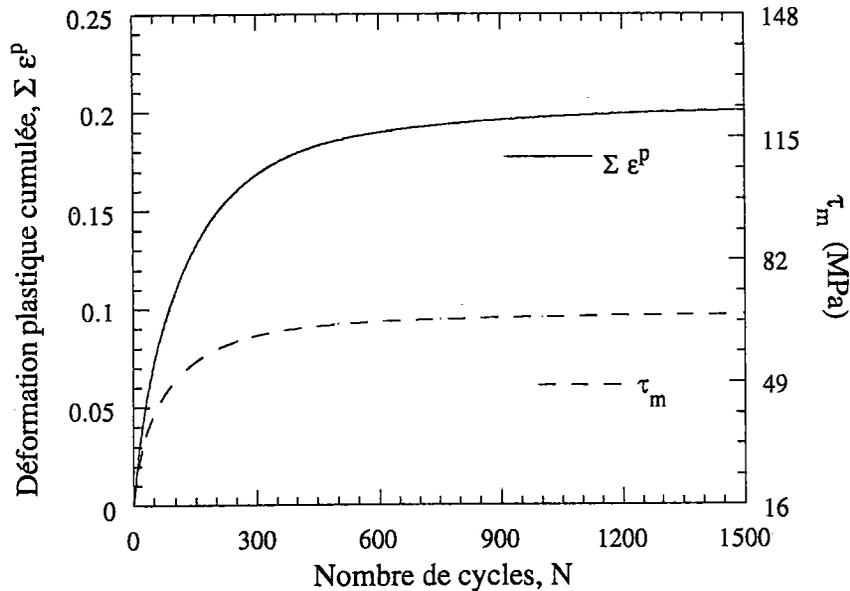


Figure 4.6 : *Évolution de la déformation plastique cumulée $\Sigma \epsilon^p$, et du paramètre τ_m en fonction du nombre de cycles*

Par ailleurs, il est largement admis dans la littérature que la stabilisation de l'écroutissage cyclique se concrétise sous deux formes distinctes. La première stabilisation de l'écroutissage cyclique est obtenue par une adaptation élastique pour laquelle le cycle limite stabilisé se réduit à une droite. La seconde forme de stabilisation de l'écroutissage cyclique est caractérisée par une boucle d'hystérésis ouverte. Pour une amplitude de déformation du cycle $\epsilon_a=0.1\%$, on s'aperçoit que le modèle de Taylor-Lin prédit une stabilisation sous forme d'adaptation élastique. Aux grands nombres de cycles, on a vu que la déformation totale imposée est exclusivement accommodée par les déformations élastiques.

2.2 EFFETS DE L'ÉCROUISSAGE INTRAGRANULAIRE

On a vu dans le paragraphe précédent, que l'écroutissage des systèmes de glissement conduit à une augmentation de la partie élastique de la déformation totale imposée. Il devient alors nécessaire de bien comprendre l'évolution de cet écroutissage dans le but de décrire le plus fidèlement possible le comportement du polycristal sous sollicitations cycliques. Toutefois, avant d'entamer cette étude, il est préférable d'examiner le comportement du

polycristal en négligeant les effets de l'érouissage. La figure 4.7a illustre ce comportement pour une amplitude de déformation $\varepsilon_a = 0.1\%$.

En l'absence d'érouissage, on constate que la boucle d'hystérésis est stabilisée au bout d'un cycle. Pour chaque état de déformation du cycle stabilisé, la partie plastique de la déformation totale reste constante avec le nombre de cycles, ce qui conduit au même état des contraintes cycle après cycle pour l'état de déformation considérée. Les mêmes constatations décrites précédemment peuvent être déduites également de la figure 4.7b, sur laquelle on représente à la fois l'évolution de l'amplitude de la contrainte et le nombre moyen des systèmes de glissement actifs en fonction du nombre de cycles en échelle logarithmique.

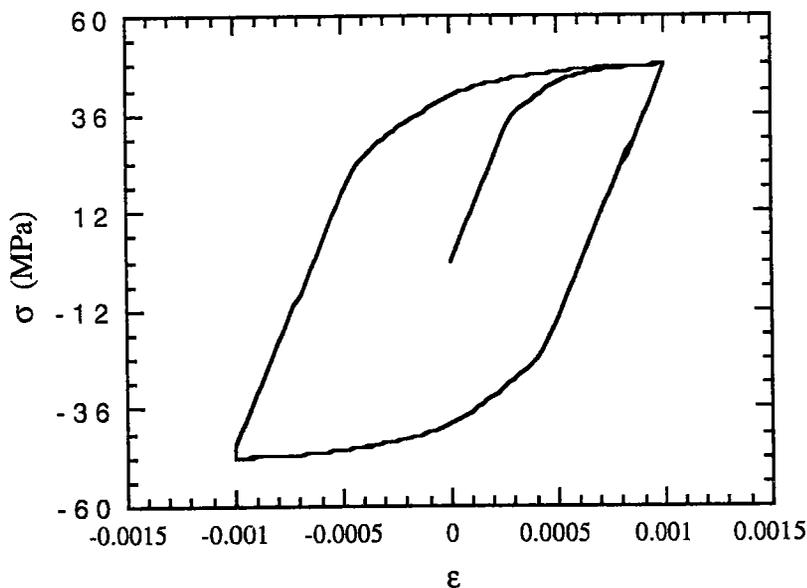


Figure 4.7a : Simulation du comportement sans érouissage du polycristal sous sollicitation cyclique

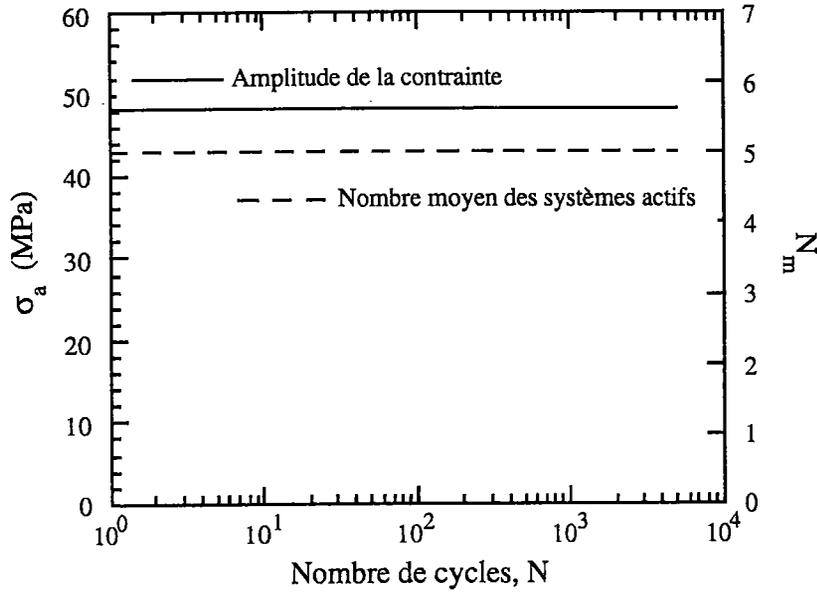


Figure 4.7b : Simulation du comportement sans écrouissage du polycristal sous sollicitation cyclique

Dans la suite de ce paragraphe, on examine de près l'écrouissage intracristallin dont on rappelle qu'il est décrit au moyen d'une matrice d'écrouissage. Elle permet de déterminer l'évolution de la cission critique sur un système de glissement α en fonction des taux de glissements plastiques sur tous les systèmes de glissement selon la relation suivante :

$$\dot{\tau}_o^\alpha = \sum_{\beta} H^{\alpha\beta} |\dot{\gamma}^\beta| \quad (\text{IV-5})$$

Par ailleurs, à l'échelle intracristalline, ce sont la multiplication des dislocations et l'évolution de leur répartition spatiale qui sont responsables de l'écrouissage intracristallin. En conséquence, la représentation de l'écrouissage intracristallin par une telle matrice constitue une approche de nature phénoménologique. Cette matrice d'écrouissage évolue avec la déformation plastique, et elle est déterminée par la relation suivante :

$$H^{\alpha\beta} = q^{\alpha\beta} h_o \left\{ 1 - \frac{\tau_o^\beta}{\tau_{sat}} \right\}^a \quad (\text{IV-6})$$

$q^{\alpha\beta}$ est une matrice définie par :

$$q^{\alpha\beta} = 1 \quad \text{pour les systèmes de glissement coplanaires,}$$

et

$$q^{\alpha\beta} = q \quad \text{pour tous les autres systèmes de glissement.}$$

Le caractère phénoménologique de cette loi d'écrouissage intragranulaire impose le recours aux résultats expérimentaux pour identifier les différents paramètres qu'elle met en jeu. Kalidindi et al. (1992) ont identifié ces paramètres par un essai de compression uniaxiale en grandes déformations. Ensuite, une fois l'identification faite, ils ont confronté les résultats du modèle de Taylor-Lin avec d'autres essais expérimentaux en grandes déformations (traction, laminage, cisaillement simple). C'est avec ces paramètres qu'on a travaillé en plasticité cyclique, lors du chapitre précédent. Ils sont rappelés dans le tableau T4.1.

τ_o (MPa)	h_o (MPa)	τ_{sat} (MPa)	q	a
16	180	148	1.4	2.25

Tableau T4.1 : Paramètres de la loi d'écrouissage donnés par Kalidindi et al. (1992).

Dans le but de quantifier le rôle de chacun de ces paramètres d'écrouissage intracristallin, on propose par la suite une étude paramétrique dévoilant l'influence de chacun de ces paramètres sur l'écrouissage cyclique.

2.2.1 INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_o

Les cissions critiques initiales (ceux du polycristal n'ayant subi aucune histoire de déformation) des différents systèmes de glissement de chaque grain du polycristal sont considérées identiques et ont pour valeur τ_o . Elles sont également prises identiques pour tous les grains du polycristal. Pour une amplitude de déformation du cycle $\epsilon_a=0.1\%$, on effectue une série de simulations en faisant varier uniquement les cissions critiques initiales τ_o . Sur le tableau T4.2, on donne les différentes valeurs des paramètres de la loi d'écrouissage intracristallin correspondants à cette série de simulations.

h_o (MPa)	τ_{sat} (MPa)	τ_o (MPa)
180	148	10
180	148	12
180	148	14
180	148	20

Tableau T4.2: Paramètres de la loi d'érouissage utilisés

La consolidation cyclique du polycristal traduisant l'évolution de l'amplitude de la contrainte en fonction du nombre de cycles est illustrée par la figure 4.8a. On constate que plus les cissions critiques initiales sont importantes plus l'amplitude de la contrainte au cours des premiers cycles le sont. Cela est dû au fait que le domaine d'élasticité correspondant aux grandes cissions critiques est plus étendu que celui correspondant aux faibles cissions critiques. En outre, la contribution de la partie plastique de la déformation totale au cours des premiers cycles est plus importante dans le cas des faibles cissions critiques initiales.

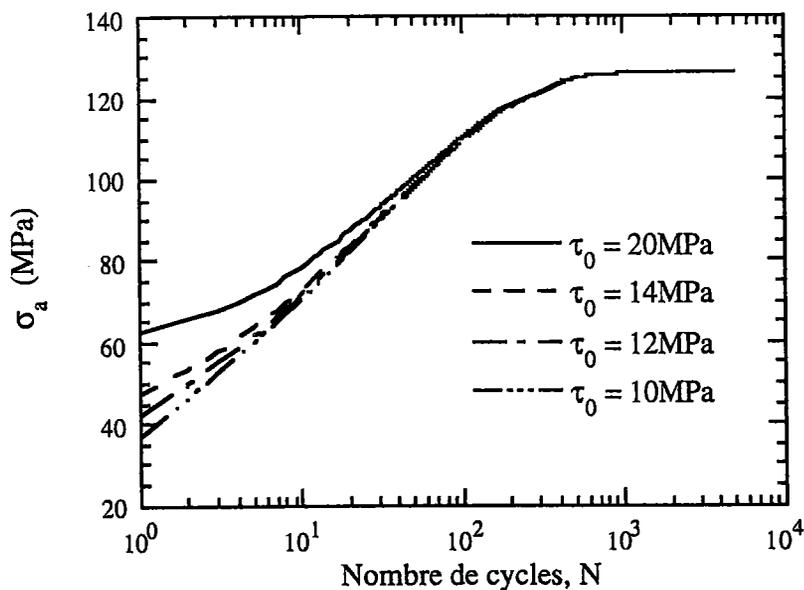


Figure 4.8a: Érouissage cyclique du polycristal pour une amplitude du cycle $\epsilon_a = 0.1\%$.

Par ailleurs, avec des cisssions critiques initiales croissantes, le domaine élastique initial est plus important, et par suite le nombre de système de glissement sollicité pour une amplitude de déformation ϵ_a donnée est de plus en plus faible (figure 4.8b).

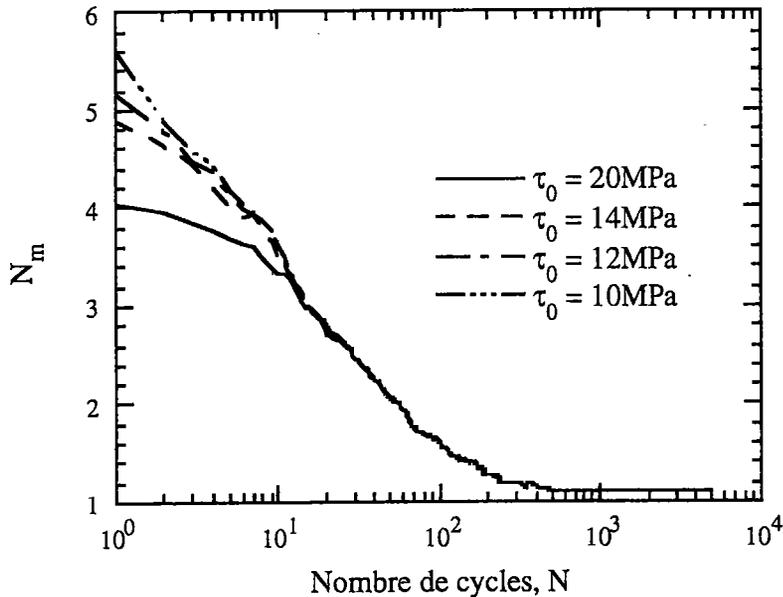


Figure 4.8b: Évolution du nombre moyen des systèmes de glissement actifs en fonction du nombre de cycles

On note que l'amplitude de la contrainte stabilisée est indépendante de la valeur initiale des cisssions critiques pour cette amplitude de la déformation du cycle.

2.2.2 INFLUENCE DU PARAMÈTRE h_o

La loi d'érouissage décrite précédemment (IV-6) comporte un paramètre h_o , qui contrôle la pente de la courbe d'érouissage ou bien le taux de durcissement du cristal. En faisant varier ce paramètre tout en maintenant les autres paramètres de la loi d'érouissage constants (tableau T4.3), on constate qu'avec des valeurs croissantes du paramètre h_o , le stade de la consolidation cyclique devient de plus en plus rapide (figure 4.9a).

τ_o (MPa)	τ_{sat} (MPa)	h_o (MPa)
16	148	20
16	148	80
16	148	120
16	148	220

Tableau T4.3 Paramètres de la loi d'écroissage utilisés

En effet, la stabilisation de l'écroissage cyclique est atteinte rapidement avec des valeurs croissantes de h_o . Lorsque $h_o = 0$, ce qui correspond à un taux de durcissement nul (absence d'écroissage), on retrouve les résultats prédits par le modèle dans le cas où l'écroissage est négligé. Il faut noter que ce paramètre représentant le taux de durcissement peut être relié au mécanisme de la multiplication des dislocations qui se passe à une échelle beaucoup plus fine que celle du grain.

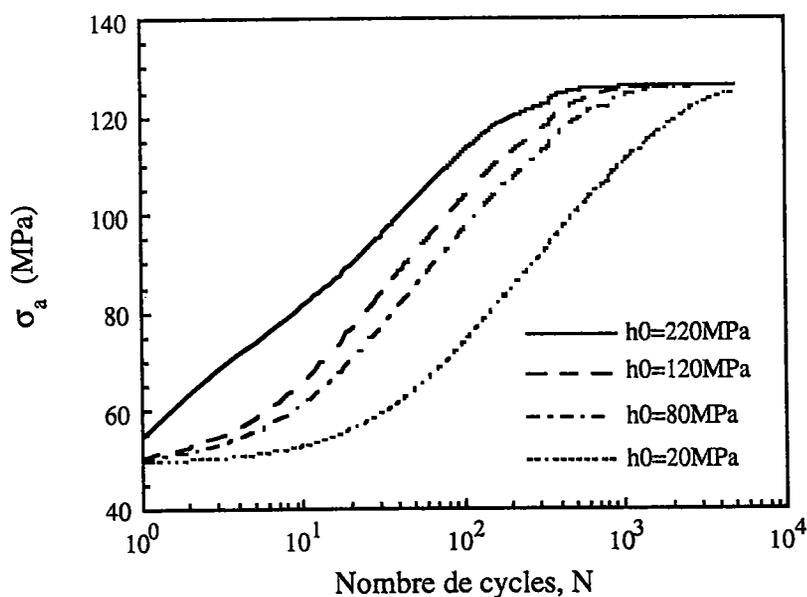


Figure 4.9a Écroissage cyclique du polycristal pour une amplitude du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$.

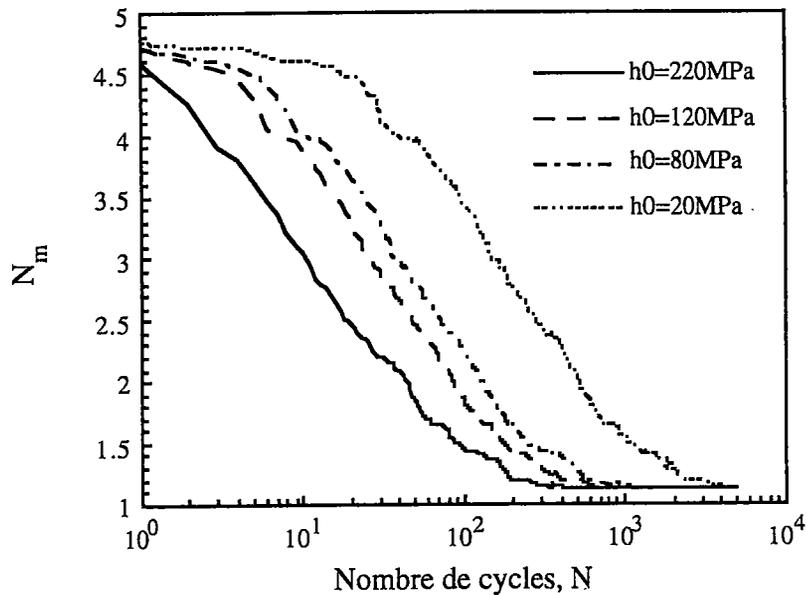


Figure 4.9b : Évolution du nombre moyen des systèmes de glissement actifs en fonction du nombre de cycles

Par ailleurs, le nombre moyen des systèmes de glissement actifs décroît d'une manière importante avec des valeurs croissantes de h_o (figure 4.9b). En effet, le durcissement rapide entraîne une augmentation notable du domaine élastique au cours des premiers cycles de la déformation contribuant ainsi, à une diminution de plus en plus importante de la partie plastique de la déformation totale.

2.2.3 INFLUENCE DU PARAMÈTRE τ_{sat}

Une autre série de simulations a été entreprise en variant le paramètre τ_{sat} tout en maintenant les autres paramètres de la loi d'érouissage constants. Les différentes valeurs de τ_{sat} considérées sont rapportées dans le tableau T4.4.

τ_o (MPa)	h_o (MPa)	τ_{sat} (MPa)
16	180	200
16	180	160
16	180	120
16	180	80

Tableau T4.4: Paramètres de la loi d'érouissage utilisés

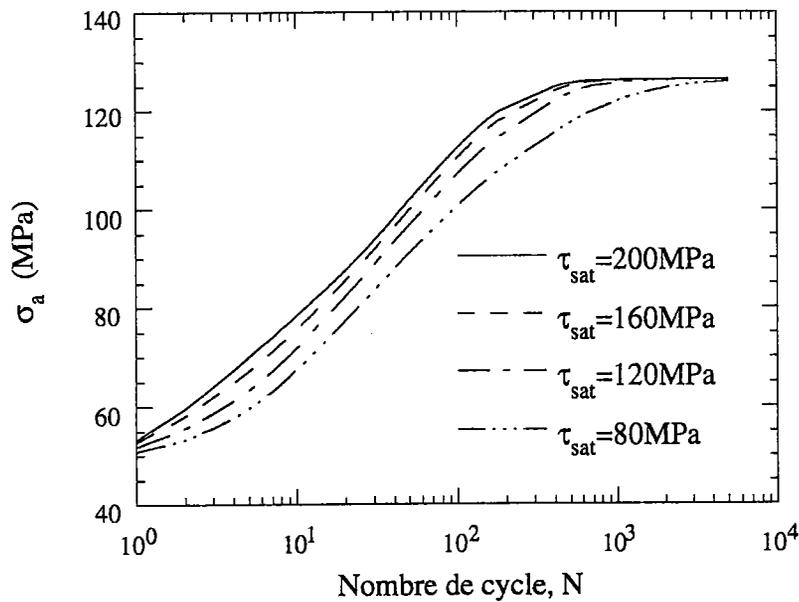


Figure 4.10a Écrouissage cyclique du polycristal pour une amplitude du cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$.

Le paramètre τ_{sat} contrôle le niveau des contraintes à la saturation de l'écrouissage en trajets de chargement monotones. Ce niveau étant plus important lorsque τ_{sat} augmente. Néanmoins, d'après les résultats de simulation présentés sur la figure 4.10a pour une sollicitation cyclique d'amplitude de déformation de cycle $\varepsilon_a = 0.1\%$, on constate que le niveau des contraintes de saturation ne dépend pas de τ_{sat} pour cette amplitude considérée. Pour la même amplitude de la déformation, on a montré dans la figure 4.6, l'évolution du paramètre τ_m décrivant la moyenne des cissions critiques τ_o^α sur tous les systèmes de glissement des différents grains du polycristal en fonction du nombre de cycles N . Pour cette amplitude de la déformation du cycle, on a établi que le paramètre τ_m n'excède pas une valeur de l'ordre de 67MPa, cette dernière valeur est inférieure à toutes les valeurs du paramètre τ_{sat} considérées lors de cette série de simulation. La stabilisation de l'écrouissage cyclique dans les cas considérés s'accompagne donc par une réponse pratiquement entièrement élastique du polycristal (adaptation élastique), puisque la déformation plastique cumulée sur un cycle devient négligeable comme indiqué dans la figure 4.6.

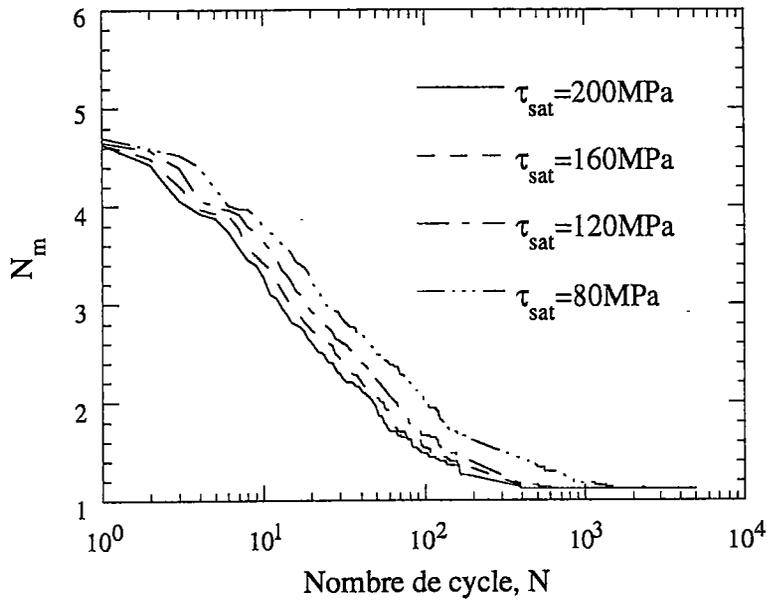


Figure 4.10b Évolution du nombre moyen des systèmes de glissement actifs en fonction du nombre de cycles

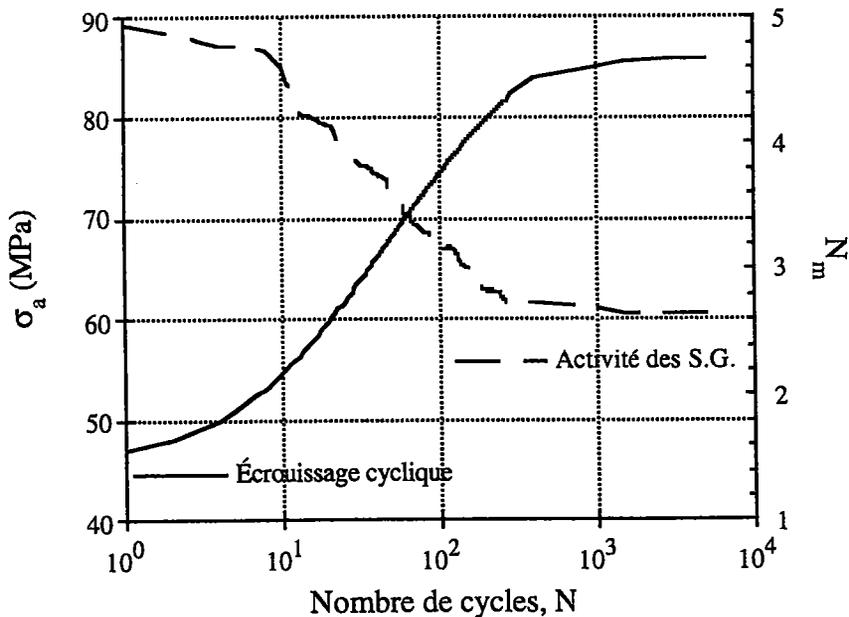


Figure 4.10c : Évolution de l'amplitude de la contrainte et du nombre moyen des systèmes de glissement actifs en fonction du nombre de cycles pour $\epsilon_a = 0.1\%$

En revanche, si on considère pour cette amplitude de déformation du cycle des valeurs du paramètre τ_{sat} ($16MPa \leq \tau_{sat} \leq 67MPa$, cas des résultats de simulation illustrés sur la figure 4.10c pour $\tau_{sat} = 36MPa$), le niveau des contraintes à la stabilisation de l'érouissage dépend des valeurs du paramètre τ_{sat} . Par ailleurs, le nombre moyen des systèmes de glissement actifs décroît plus rapidement lorsque τ_{sat} augmente. Ainsi, lorsque $\tau_{sat} = \tau_o$, on retrouve le cas où l'érouissage intragranulaire est négligé (figure 4.7b). Dans ce cas, le niveau des contraintes à la stabilisation de l'érouissage correspond à $\sigma_a = 51MPa$ (valeur minimale pour cette amplitude ε_a), le nombre moyen des systèmes de glissement actifs reste quant à lui constant avec le nombre de cycle $N_m = 5$ (valeur maximale pour cette amplitude ε_a).

Ainsi, pour $16MPa \leq \tau_{sat} \leq 67MPa$, la stabilisation de l'érouissage cyclique se traduit par une accommodation plastique pour laquelle, la boucle d'hystérésis stabilisée est ouverte ; la réponse du polycristal est élastoviscoplastique (cas de la figure 4.7a).

2.3 EFFETS DE L'AMPLITUDE DE LA DÉFORMATION DU CYCLE

Les simulations numériques réalisées dans le cadre du modèle de Taylor-Lin ont porté sur quatre différentes amplitudes de déformation du cycle ε_a , pour lesquelles on représente sur la figure 4.11a, l'évolution de l'amplitude de la contrainte en fonction du nombre de cycles N . La variation de σ_a en fonction du nombre de cycles N est de plus en plus importante avec l'augmentation de ε_a . Ce phénomène est entièrement dû à la déformation plastique cumulée au cours du cycle. Elle est plus importante lorsque l'amplitude de la déformation du cycle est grande. En effet, augmenter l'amplitude de la déformation du cycle revient à solliciter davantage les déformations plastiques lors d'un cycle de déformation donné, cela conduit à un érouissage plus important s'accompagnant par une augmentation de l'amplitude de la contrainte σ_a . En outre, aux grands nombres de cycles, on constate que l'érouissage cyclique se stabilise vers des contraintes croissantes avec l'amplitude de la déformation ε_a .

Par ailleurs, il faut noter que pour les trois premières amplitude de déformation ($\varepsilon_a^1=0.05\%$, $\varepsilon_a^2=0.1\%$ et $\varepsilon_a^3=0.2\%$), le rapport entre l'amplitude de la contrainte à la stabilisation et celle de la déformation du cycle correspondante est constant. En effet, à la

stabilisation de l'érouissage cyclique, on a $\frac{\sigma_a^1}{\varepsilon_a^1} = \frac{\sigma_a^2}{\varepsilon_a^2} = \frac{\sigma_a^3}{\varepsilon_a^3} = \text{constante}$, et cette constante

n'est rien d'autre que le module de Young du matériau considéré dans les simulations. Ce phénomène traduit le fait qu'à la stabilisation de l'érouissage, le comportement du polycristal devient élastique linéaire (adaptation élastique). Toutefois, pour $\varepsilon_a = 0.5\%$, la stabilisation de l'érouissage cyclique s'accompagne par une accommodation plastique (le cycle stabilisé présente un hystérésis).

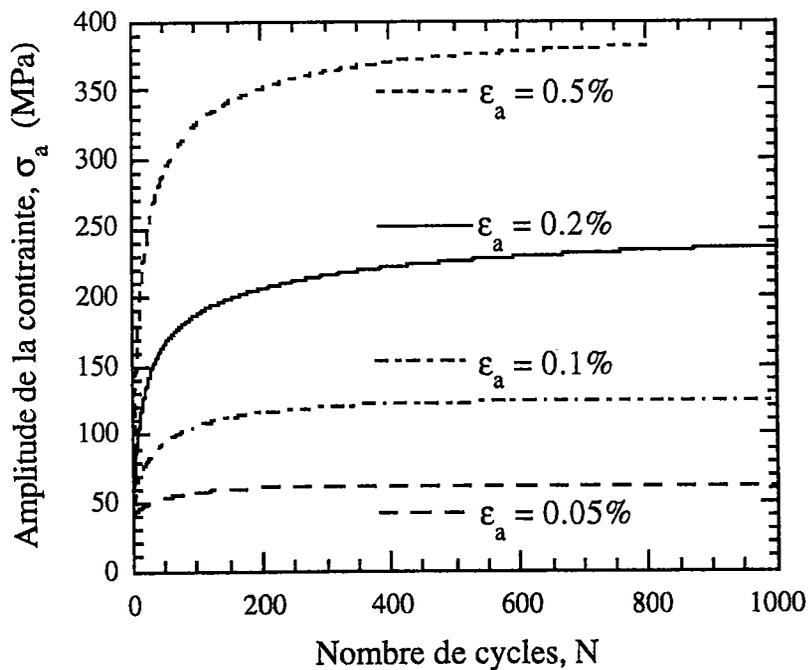


Figure 4.11a : Évolution de l'amplitude de la contrainte avec le nombre de cycles

En revanche, ce phénomène se manifeste différemment à travers les résultats de simulation entreprises dans le cadre du modèle de Taylor (figure 4.11b). En effet, cette figure représentant l'évolution de l'amplitude de la contrainte σ_a en fonction du nombre de cycles N pour différentes amplitudes de déformation de cycle ε_a , montre que plus l'amplitude de la déformation du cycle est importante plus l'érouissage est important au cours des premiers cycles. Cependant, aux grands nombres de cycles, l'amplitude de la

contrainte tend à se stabiliser asymptotiquement vers une même valeur pour les différentes amplitudes de déformation du cycle.

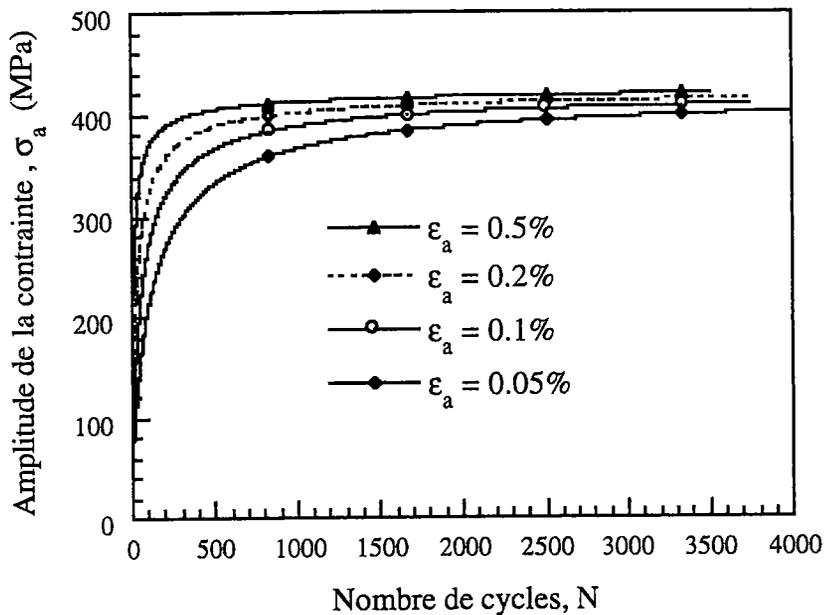


Figure 4.11b : Modèle de Taylor pour plusieurs amplitudes de déformation de cycle.

Dans la mesure où le modèle de Taylor néglige le comportement élastique du polycristal, l'amplitude de la déformation du cycle imposée est considérée comme étant totalement plastique et elle reste *contrairement au modèle de Taylor-Lin constante* avec le nombre de cycles. En outre, l'écroutissage est caractérisé par l'évolution de l'état des contraintes avec la déformation plastique tant que les cissions critiques des différents systèmes de glissement des différents grains du polycristal demeurent inférieures à la valeur τ_{sat} . Ainsi, une fois que ces cissions critiques atteignent la valeur de τ_{sat} , l'état des contraintes n'évolue plus avec la déformation plastique cumulée $\sum \epsilon^p$, cet effet caractérise la stabilisation de l'écroutissage. Par conséquent, plus l'amplitude de la déformation du cycle est importante, plus la déformation plastique cumulée au cours d'un cycle de déformation l'est, et par suite la stabilisation de la contrainte est atteinte plus rapidement. Noter qu'aux grands nombres de cycles, l'écroutissage cyclique tend à se stabiliser vers un même état de contraintes édicté par la valeur τ_{sat} .

Sur la figure 4.11c, l'amplitude de la contrainte est représentée en fonction de la déformation plastique cumulée dans le cadre du modèle de Taylor. Dans ce cas, les résultats obtenus ne dépendent plus de ϵ_a .

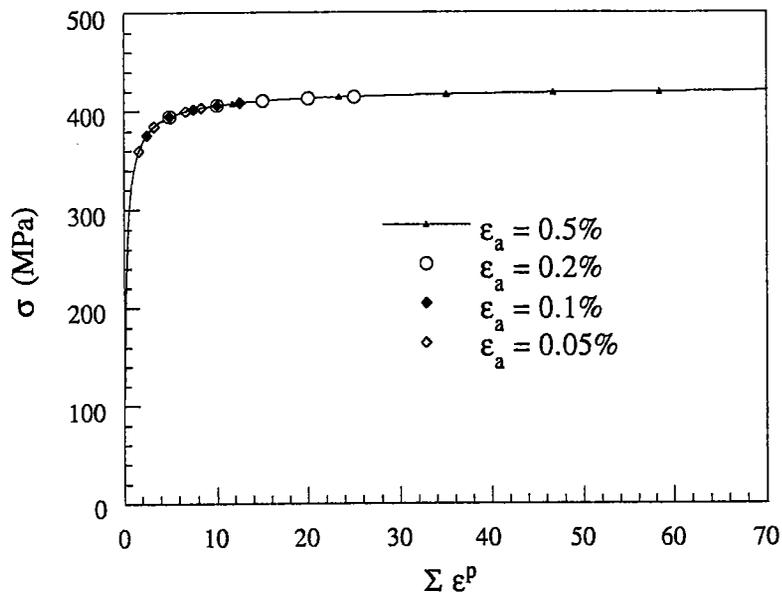


Figure 4.11-c : *Modèle de Taylor pour plusieurs amplitudes de déformation de cycle.*

Il apparaît donc que le modèle de Taylor est incapable de rendre compte de certains phénomènes de base de la plasticité cyclique détaillés lors du chapitre précédent. Des phénomènes tels que le durcissement ou bien l'adoucissement cyclique. En effet, à partir d'un état stabilisé, si on augmente ou bien si on diminue l'amplitude de la déformation du cycle, l'amplitude de la contrainte reste inchangée.

3. COMPORTEMENT D'UN MONOCRISTAL NOYÉ DANS LE POLYCRISTAL

L'analyse de la déformation des métaux passe par la modélisation du comportement du monocristal et par une description de son influence sur la réponse macroscopique de l'agrégat. Ce paragraphe a pour objectif d'examiner le comportement du grain situé à l'intérieur de l'agrégat polycristallin. Le monocristal est considéré comme étant encastré dans un agrégat. Deux orientations représentatives différentes ont été choisies. Elles sont représentées dans le triangle standard de la projection stéréographique (figure 4.12a). La première notée O_1 désigne l'orientation symétrique, la seconde notée O_2 se trouve dans une zone d'orientation qui favorise le glissement simple en traction uniaxiale. Les orientations O_1 et O_2 ont respectivement pour angles d'Euler ($\varphi_1=0^\circ$, $\varphi_2=0^\circ$, $\varphi_3=0^\circ$) et ($\varphi_1=153.43^\circ$, $\varphi_2=65.91^\circ$, $\varphi_3=5.77^\circ$).

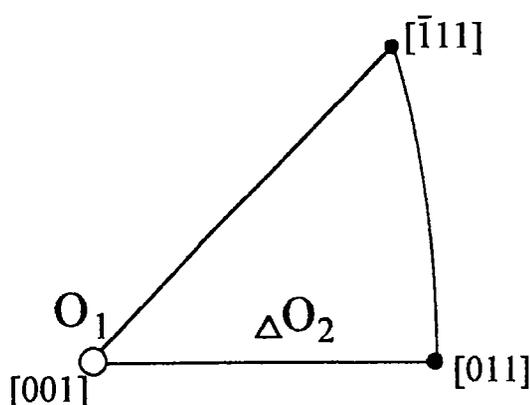


Figure 4.12a : Triangle standard de la projection stéréographique

3.1. ÉCROUISSAGE CYCLIQUE DES MONOCRISTAUX

Le chargement cyclique est effectué sur l'agrégat polycristallin sous les mêmes conditions décrites précédemment. Il est réalisé pour une amplitude de déformation du cycle $\varepsilon_a = 0.4\%$. On extrait les contraintes et les déformations relatives aux monocristaux d'orientation O_1 et O_2 . Ces résultats sont présentés respectivement sur les figures (4.12b et 4.12c). Le comportement de l'orientation O_1 , commence par une réponse élastique linéaire, suivie d'une réponse plastique. Sous l'effet de l'érouissage, la contrainte augmente linéairement avec la déformation. Au fur et à mesure que le nombre de cycles augmente, l'érouissage s'affaiblit. Cet effet caractérise la tendance vers la stabilisation de l'hystérésis

au grand nombre de cycles. Pour l'orientation O_1 , on constate que l'état des contraintes à la limite d'écoulement plastique est la même en valeur absolue en traction qu'en compression. Le comportement de l'orientation O_2 diffère considérablement de celui de l'orientation O_1 , figure 4.12c. Lorsqu'on inverse le chemin de chargement la contrainte d'écoulement est *inférieure* en valeur absolue à celle de la traction. Ce phénomène laisse croire à un possible effet Bauschinger au niveau du monocristal. Cependant, dès lors que le champ des contraintes et celui des déformations sont supposés uniformes à l'intérieur de chaque grain, on écarte toute possibilité de prédiction des contraintes internes intragranulaires par le modèle. Il ne s'agit donc pas d'un effet Bauschinger à l'échelle du grain.

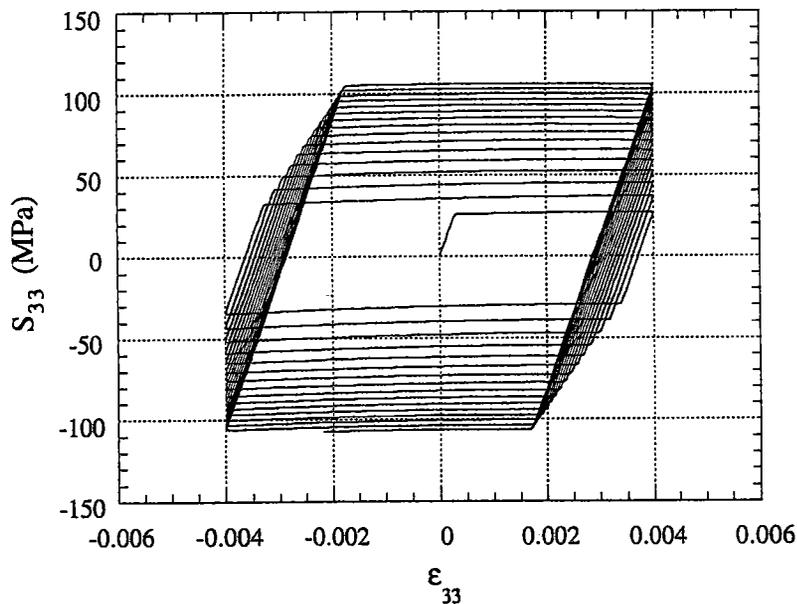


Figure 4.12b : Écrouissage cyclique de l'orientation symétrique O_1 , pour une amplitude de déformation totale du cycle $\epsilon=0.004$ (15 cycles).

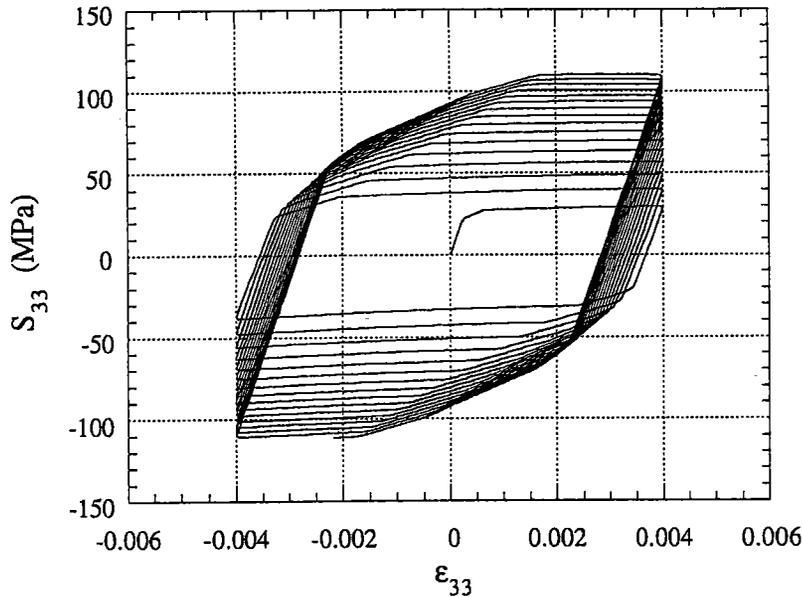


Figure 4.12c : Écrouissage cyclique de l'orientation O_2 , pour une amplitude de déformation totale du cycle $\varepsilon=0.004$ (15 cycles).

3.2. INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS DE SIMULATION

Compte tenu de la faible amplitude de la déformation du cycle, on se place dans l'hypothèse des petites déformations pour interpréter les résultats de simulation. Dans ces conditions, partant des équations (II-6) établies au chapitre II, la partie symétrique D , du gradient des vitesses L , peut être décomposée comme suit :

$$D = D^e + D^p \quad (\text{IV-7})$$

où D^e et D^p sont respectivement les vitesses de déformation élastique et plastique. Sous les mêmes conditions, et en partant des équations (II-2 et II-3) établies au chapitre II, la vitesse des contraintes déviatoriques \dot{S} est donnée dans le cas d'un matériau incompressible par :

$$\dot{S} = 2\mu D^e \quad (\text{IV-8})$$

La projection de l'équipotentielle de charge est produite pour les deux orientations O_1 et O_2 . Elles sont représentées sur la figure 4.13. Le terme *projection* a été introduit par Canova et al. (1985) pour les surfaces de charge. Elle est définie par les états de contraintes

correspondants à une perte de linéarité du comportement du cristal, obtenus en imposant des vitesses de déformation qui se trouvent dans le plan sur lequel on désire effectuer cette projection. Dans le cadre de la théorie dépendante du temps, la notion de surface de charge n'existe pas. Néanmoins, Tóth et al. (1988) ont montré l'existence des équipotentiels de charge. Elles ont un rôle similaire à celui de la surface de charge connue dans la théorie indépendante du temps. La forme de l'équipotentielle dépend uniquement de la sensibilité à la vitesse de glissement m , et sa taille dépend du taux de travail plastique choisi.

Tóth et al. (1988) ont montré que les équipotentiels de charge coïncident avec la surface de charge lorsque $m \rightarrow 0$. Dans le but de se rapprocher de la surface de charge propre à la théorie de la plasticité indépendante du temps, on a utilisé dans ce paragraphe une petite valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation $m=0.001$. L'état des contraintes est représenté dans le sous espace des contraintes déviatoriques (S_{11}, S_{33}) représenté sur la figure 4.13.

Afin de simplifier l'interprétation, l'écroûissage intracristallin est négligé et le matériau considéré est élastiquement incompressible. Dans le cas de l'orientation O_2 , le chargement commence au point O et il continue le long de la ligne OA (dans la direction définie par le rapport $D_{33}/D_{11} = -2$ correspondant à une déformation incompressible axisymétrique imposée au polycristal, et donc aussi au monocristal selon l'hypothèse de Taylor-Lin). Comme le glissement est viscoplastique, on n'a pas de seuil d'écoulement. Cependant, à cause de la faible valeur de la sensibilité à la vitesse, le glissement viscoplastique est pratiquement négligeable lorsque l'état des contraintes se trouve à l'intérieur de l'équipotentielle de charge. L'absence des déformations plastiques à l'intérieur de l'équipotentielle de charge nous indique que toute la déformation imposée est accommodée par des déformations élastiques.

Lorsqu'on atteint l'état des contraintes correspondant au point A, on assiste à une initiation de la déformation plastique qui s'opère en sollicitant un système de glissement. En conséquence, la vitesse de déformation totale imposée D , est décomposée en une partie plastique D^p , et une autre élastique D^e . Suite à cette décomposition, la vitesse de déformation élastique D^e , subit un changement radical de sa direction. Elle devient tangentielle à l'équipotentielle de charge compte tenue de la relation (IV-8) décrivant l'évolution du tenseur des contraintes déviatoriques en fonction des vitesses de déformation élastique dans le cas d'un matériau incompressible. Sur l'équipotentielle de charge, cela se traduit par le déplacement du point de chargement vers un de ses sommets, dans ce cas il s'agit du point B. Ce déplacement du point de chargement peut être interprété autrement. En

effet, au point A, seul un système de glissement est activé, il devient nécessaire d'activer d'autres systèmes de glissement pour accommoder la déformation totale imposée qui s'accroît. Cela est possible avec le déplacement du point de chargement vers un sommet de l'équipotentielle. Il faut noter qu'au cours du déplacement du point de chargement de A vers B, une augmentation des déformations élastiques et l'activation d'un système de glissement sont capables d'accueillir toute augmentation de la déformation totale imposée.

La figure 4.14 se rapporte encore au comportement de l'orientation O_2 . Sur cette figure, on représente l'évolution de la composante axiale S_{33} de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale ϵ_{33} , en négligeant l'écroutissage. On constate que le comportement selon le chemin OA est linéaire élastique, les déformations plastiques dans ce chemin sont en effet négligeables. La sensibilité de la vitesse de déformation étant très petite, le comportement est très proche de celui d'un matériau plastique avec seuil d'écoulement au point A. Lorsque l'état des contraintes atteint le point A, l'écoulement plastique commence, on observe un changement de direction de la vitesse des contraintes déviatoriques (relation (IV-8)). L'évolution des contraintes entre les points A et B¹ est quasi linéaire car le point de charge se déplace sur une facette de la surface de charge (chemin A → B sur la figure 4.13) et qui n'évolue plus en l'absence d'écroutissage microscopique. Il faut noter que le point B, illustré sur la figure 4.13, ne représente pas exactement un sommet puisque l'équipotentielle est généralement arrondie. Lorsque le sommet de la surface de charge est atteint (point B), la contrainte n'évolue plus, cela correspond au plateau B¹B². La décharge est caractérisée par le segment BC sur la figure 4.13, parallèle au segment OA. En effet, cette décharge est effectuée en imposant une vitesse de déformation de signe opposé à la vitesse de chargement initiale. Des contraintes résiduelles subsistent dans le monocristal considéré comme étant encastré dans l'agrégat polycristallin déchargé ($\bar{\sigma}_{33} = \bar{S}_{33} = 0$). La contrainte résiduelle qui subsiste dans le monocristal d'orientation O_2 est identifiée par le point \bar{C} sur la figure 4.13.

Le chemin de chargement se poursuit le long de la ligne CE, où la réponse du monocristal est entièrement élastique. L'écoulement plastique commence au point E. A ce stade, on remarque que l'état des contraintes aux points B et E ne présentent pas de symétrie par rapport au point O. L'écoulement plastique en compression commence pour une contrainte inférieure en valeur absolue à celle prédite au cours de la traction. Ce phénomène trouve son origine dans les contraintes d'accommodation qui subsistent lors de la décharge. Elles sont générées par la déformation élastique du cristal induite par les grains voisins. Elles sont donc d'origine intergranulaires. On appellera par la suite cet effet : "écrouissage cinématique apparent" au niveau du monocristal.

Le chemin de déformation cyclique continue en empruntant les lignes EF, FG, GB. Les cycles suivants le chemin, à cause de l'absence de l'écrouissage, vont suivre le chemin constitué des lignes BEFGB. En présence d'écrouissage, la surface de l'équipotentielle se déformerait. Toutefois, la forme de l'équipotentielle reste similaire et par suite le raisonnement précédent reste qualitativement valable, et permet d'interpréter l'origine de la réponse cyclique observée dans la figure 4.12c.

Il existe des cas pour lesquels l'écrouissage cinématique apparent au niveau des monocristaux ne peut être produit. C'est le cas de l'orientation O_1 , pour laquelle le point de chargement A' représentant l'état des contraintes à l'initiation des déformations plastiques coïncide avec le sommet de l'équipotentielle de charge. Dans ce cas, le recours aux déformations élastiques pour accommoder la déformation totale imposée n'est pas nécessaire, à cause du nombre suffisant de systèmes de glissement sollicité au point A' (sommet de l'équipotentielle de charge). Lorsqu'au point de l'initiation de la déformation plastique, la décomposition de la vitesse de déformation totale $D = D^e + D^p$ donne des vitesses de déformation élastiques $D^e = 0$, il n'y a pas d'écrouissage cinématique apparent dans le monocristal. Cet effet ne peut évidemment se produire lorsqu'on néglige l'élasticité (cas du modèle de Taylor).

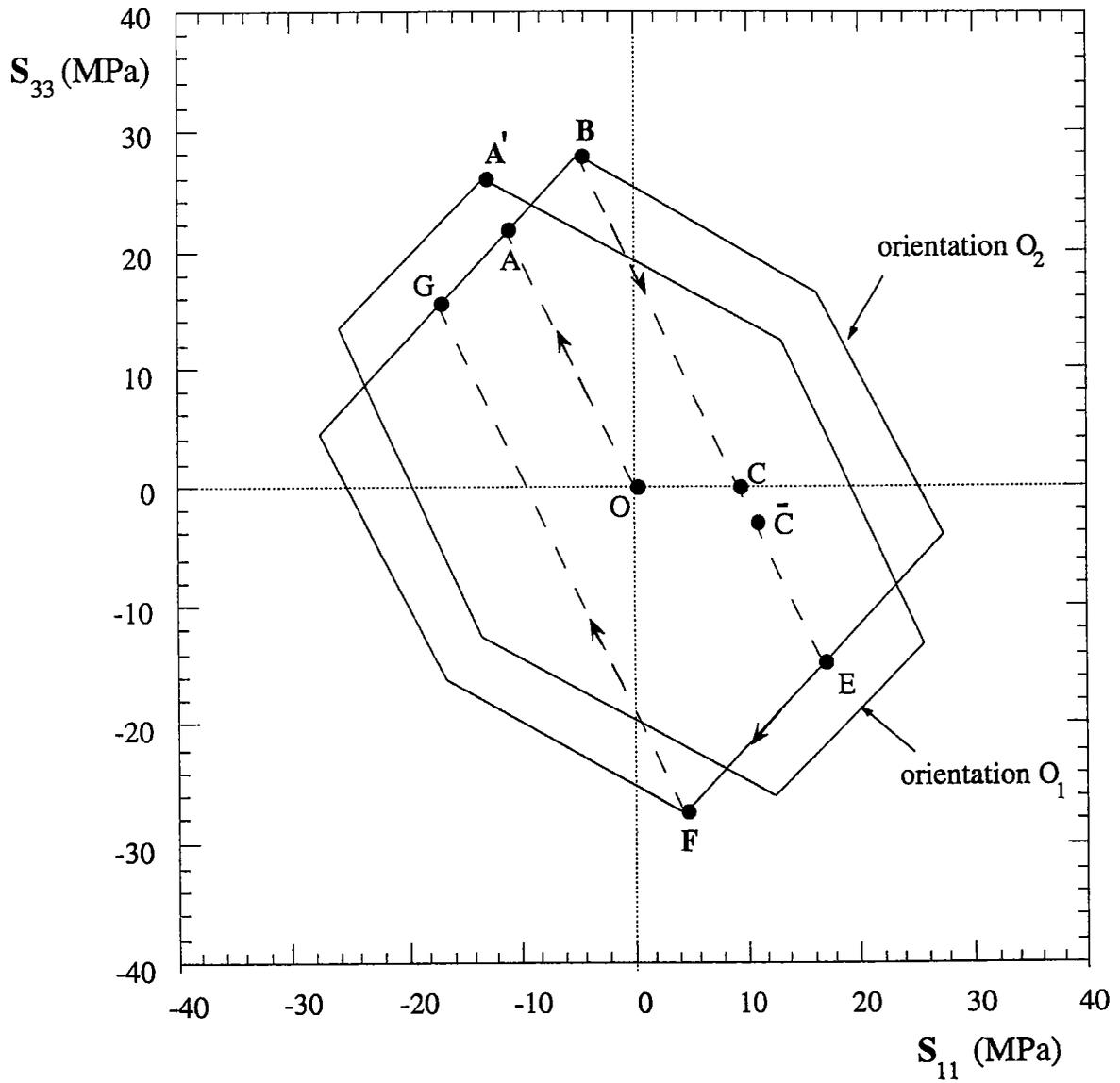


Figure 4.13 : Projection de l'équipotentielle de charge pour les orientations O_1 et O_2 dans le sous espace des contraintes déviatoriques S_{11} - S_{33}

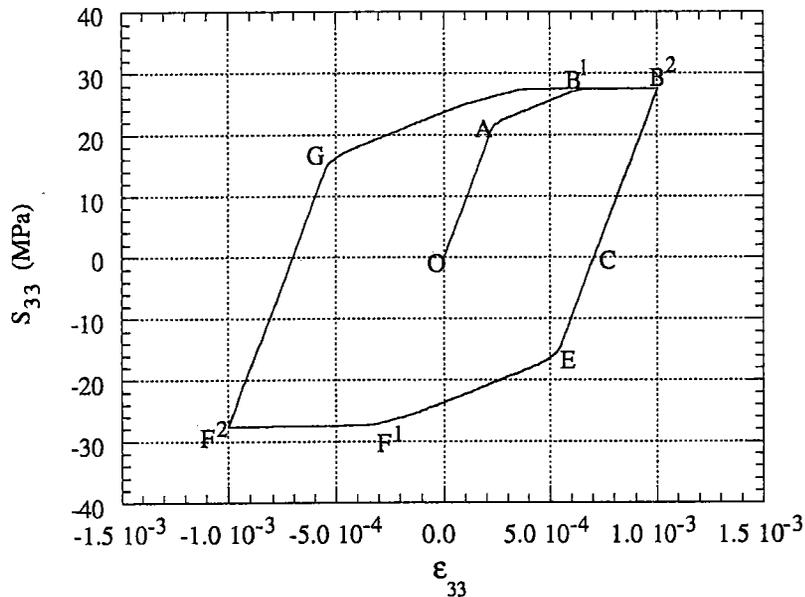


Figure 4.14 : Sollicitation cyclique sans écrouissage de l'orientation O_2

Pour terminer cette analyse du comportement des monocristaux noyés dans le polycristal, on aborde le cas des matériaux compressibles. La relation (IV-8) n'est plus valable. Cela traduit le fait que la vitesse de déformation élastique D^e n'est plus nécessairement colinéaire à la vitesse des contraintes déviatorique \dot{S} . Par ailleurs, le trajet de chargement tel qu'il est représenté dans l'espace des contraintes déviatoriques est identique à celui obtenu dans la figure 4.13 pour un matériau incompressible. Les conclusions restent donc les mêmes.

4 DISCUSSION ET CONCLUSIONS

À travers les résultats de simulation des phénomènes de base de la plasticité cyclique dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, on a montré le long du chapitre précédent, que la réponse macroscopique prédite par le modèle était en accord avec les constatations expérimentales. Dans ce paragraphe, on tente d'interpréter l'origine de la réponse macroscopique prédite par le modèle de Taylor-Lin pour ces divers phénomènes expérimentalement observés. Pour cela, une représentation schématique de deux équipotentielles de charge d'un même grain est donnée en figure 4.15. La première notée (e_1) correspond à un grain n'ayant subi aucune histoire de déformation. La seconde notée (e_2) est supposée être celle du même grain après un certain nombre de cycles en traction-compression d'amplitude de la déformation donnée (cas où l'écroutissage latent est négligé).

- Dans le paragraphe précédent, on a clairement montré l'origine des contraintes internes qui sont responsables de l'écroutissage cinématique prédit par le modèle de Taylor-Lin. Ces contraintes internes sont d'origine intergranulaire. Chaque monocristal de l'agrégat est le siège de contraintes d'accommodation qui préservent la compatibilité de la déformation. *L'effet Bauschinger* qui en résulte a un rôle à jouer en plasticité cyclique. Cet effet est bien décrit par le modèle de Taylor-Lin.
- Un résultat intéressant consiste en la diminution du nombre moyen des systèmes de glissement actifs. Cet effet est intimement lié à la diminution de la partie plastique de la déformation cycle après cycle. Au cours des premiers cycles, le trajet de chargement emprunte le chemin $O-A_1-B_1$ pour atteindre le sommet de l'équipotentielle de charge (point B_1), où plusieurs systèmes de glissement sont activés. Toutefois, aux grands nombres de cycles, lorsque l'équipotentielle de charge subit une expansion de sa taille sous l'effet de l'écroutissage, la partie élastique de la déformation se trouve amplifiée ($O-A_2$) au détriment de la déformation plastique. Une grande partie du temps nécessaire pour atteindre la déformation maximale du cycle ε^+ est consommée par des déformations élastiques. En conséquence, à l'initiation des déformations plastique (point A_2), il ne reste qu'une petite période de temps disponible au point de chargement pour se déplacer en direction du sommet de l'équipotentielle (A_2-B_2). Ainsi, le déplacement du point de chargement est réduit et ne peut atteindre le sommet de l'équipotentielle de charge (e_2). Dans le cas où le point de chargement reste sur une facette de l'équipotentielle, seul un système de glissement est activé. C'est la situation parfois observée aux grands nombres de cycles.

- Les effets de l'amplitude de la déformation sur le cycle stabilisé donne lieu à deux situations différentes :

Pour les faibles amplitudes de la déformation, le cycle stabilisé se réduit à un segment, cela traduit une *adaptation purement élastique*. Cette situation se présente, lorsque le point de chargement correspondant à la déformation maximale ϵ^+ du cycle stabilisé se trouve au point A_2 de la figure 4.15 ou bien à l'intérieur de l'équipotentielle de charge (e_2) et ce pour l'ensemble des orientations cristallines ;

Pour des amplitudes de déformation plus importantes, *le cycle stabilisé présente un hystérésis*. Cette situation se présente, lorsque le point de chargement correspondant à la déformation maximale ϵ^+ du cycle stabilisé se trouve quelque part entre le point A_2 et le sommet de l'équipotentielle de charge (e_2).

- Pour les faibles amplitudes de la déformation du cycle, on a vu que la stabilisation de l'érouissage cyclique peut être atteinte sans pour autant épuiser "le potentiel d'érouissage" des systèmes de glissement. Si l'on suppose que pour une certaine amplitude de la déformation du cycle, l'état stabilisé d'un grain du polycristal peut être décrit par l'équipotentielle de charge (e_2), et si l'on suppose également que la déformation maximale au cours du cycle stabilisé ϵ_1^+ , se trouve au point (A_2 (cas1) ou bien B_2 (cas2)) de l'équipotentielle (e_2), dans ce cas de figure ;

Si on augmente l'amplitude de la déformation du cycle *en fixant* la déformation moyenne ϵ_m , la déformation maximale correspondant à cette nouvelle amplitude de la déformation du cycle ϵ_2^+ , serait supérieure à ϵ_1^+ , en conséquence le point de chargement correspondant à l'état de la déformation ϵ_2^+ , peut se déplacer vers le sommet de l'équipotentielle de charge (e_2) et activer d'autres systèmes de glissement, ce qui peut se traduire par un *durcissement cyclique* ;

En revanche, si on diminue l'amplitude de la déformation du cycle *en fixant* la déformation moyenne ϵ_m , la déformation maximale correspondant à cette nouvelle amplitude de la déformation du cycle ϵ_2^+ , serait inférieure à ϵ_1^+ , en conséquence le point de chargement correspondant à l'état de la déformation ϵ_2^+ , ne peut atteindre le point (A_2 ou bien B_2) de l'équipotentielle de charge. Une importante diminution peut être observée lorsqu'il s'agit du cas1, l'adoucissement cyclique s'accompagne par une réponse élastique. Pour le cas2, selon la valeur de la nouvelle amplitude de la déformation, *l'adoucissement cyclique* peut s'accompagner d'une réponse purement élastique respectivement élastoviscoplastique pour les faibles respectivement importantes valeurs de la nouvelle

amplitude de la déformation du cycle. Cela explique le phénomène d'adoucissement cyclique prédit par le modèle de Taylor-Lin.

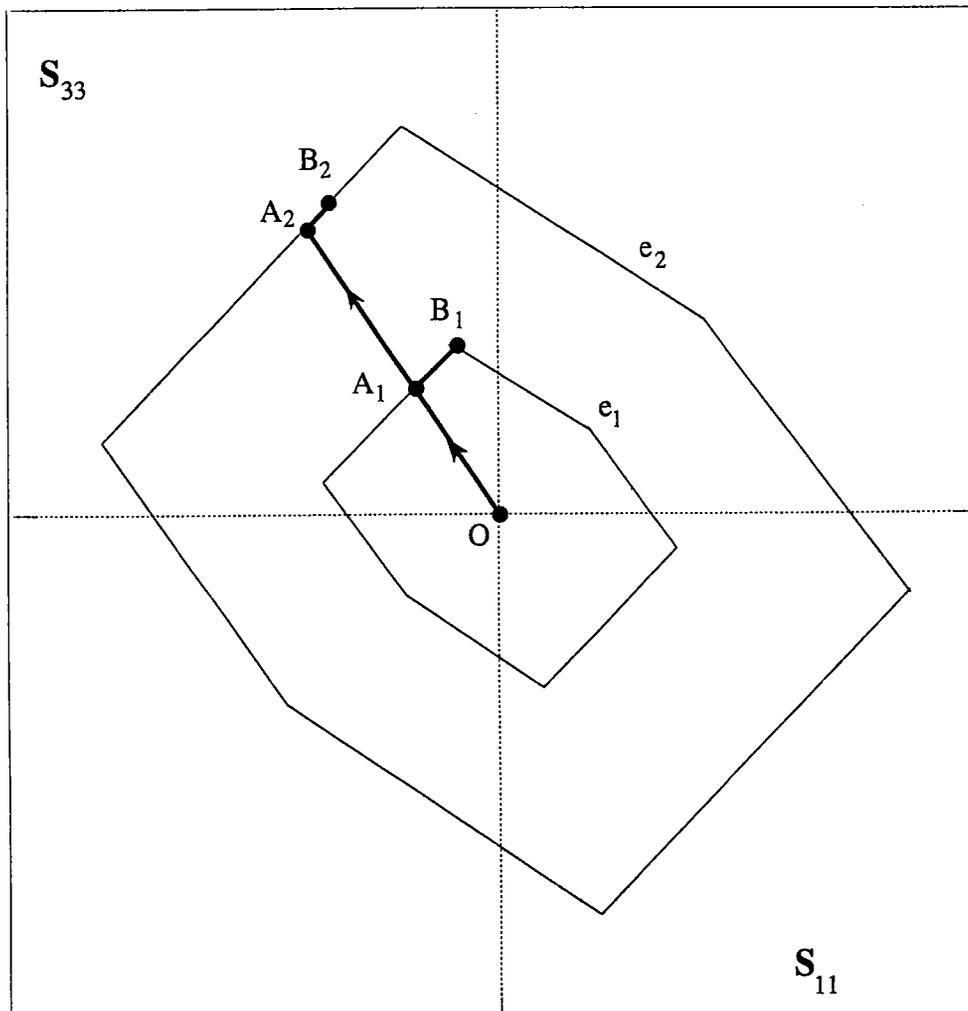


Figure 4.15: Effet de l'écrouissage sur le chemin de chargement (représentation schématique)

- Les résultats de simulation prédits par le modèle de Taylor-Lin dans le cas de deux amplitudes de déformation de cycle ont été comparés aux résultats expérimentaux donnés par Figueroa et al. (1981) pour le cuivre OFHC polycristallin. Cette comparaison est illustrée sur la figure 4.16.

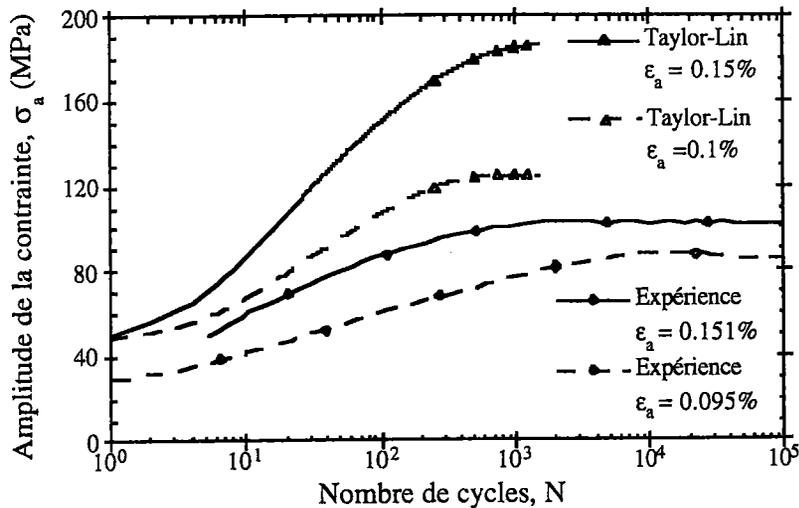


Figure 4.16 : Comparaison des résultats de simulation prédits par le modèle de Taylor-Lin et les résultats expérimentaux de Figueroa et al. (1981)

De ces résultats, on peut constater un accord entre les tendances des prévisions du modèle de Taylor-Lin avec les résultats expérimentaux. Cependant, les niveaux des contraintes prédits par le modèle de Taylor-Lin sont plus élevés par rapport à ceux de l'expérience. Plusieurs facteurs peuvent être à l'origine de ces divergences :

1. La description imparfaite du comportement intracristallin. La plupart des phénomènes microstructuraux sont pris en compte de façon macroscopique. Ce type de stratégie ne prend qu'imparfaitement en compte la réalité physique de la plasticité cyclique intracristalline. Par ailleurs, il faut rappeler que les paramètres de la loi d'écroutissage intracristallin utilisés lors de ces simulations sont ceux qui ont été identifiés par Kalidindi et al. (1992) lors d'un essai de compression uniaxiale en *grandes déformations*. En outre, lors de l'identification de ces paramètres, Kalidindi et al. (1992), ne s'intéressant qu'au comportement du polycristal en grandes déformations, n'ont pas reproduit de façon fine l'écroutissage en petites déformations. En effet, les niveaux des contraintes en compression uniaxiale prédits par le modèle en utilisant ces paramètres sont plus élevés par rapport à ceux de l'expérience en

petites déformations (voir les contraintes d'écoulement initiales sur les figures 2.1 et 2.2 du chapitre II). Noter par ailleurs, que pour abaisser le niveau des contraintes, il suffit de diminuer le paramètre τ_{sat} de la loi d'écrouissage intracristallin.

2. Le modèle de Taylor-Lin *surestime les contraintes internes* du fait de l'accommodation purement élastique entre les grains.

- Dans le même sujet, des résultats complémentaires sont présentés dans les articles [Zouhal et al. (1995), (1996a), (1996b)].

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BRONKHORST, C.A., KALIDINDI, S.R. and ANAND, L. (1992)
Polycrystalline Plasticity and the Evolution of Crystallographic Texture in F.C.C. Metals, *Phil. Trans. Royal Soc. London*, **A341**, 433.
- KALIDINDI, S.R., BRONKHORST, C.A. and ANAND, L. (1992)
Crystallographic Texture Evolution in Bulk Deformation Procession of FCC Metals, *J. Mech. Phys. Solids*, **40**, 537.
- CANOVA, G. R., KOCKS, U. F., TOMÉ, C.N. and JONAS, J.J. (1985)
The Yield Surface of Textured Polycrystals, *J. Mech. Phys. Solids*, **33**, 371.
- FIGUEROA, J.C., BHAT, S.P., DE LA VEAUX, R., MURZENSKI, S. and LAIRD, C. (1981)
The Cyclic Stress-Strain Response of Copper at Low Strains-I. Constant Amplitude Testing, *Acta Metall.*, **29**, 1667.
- TÓTH, L.S., GILOPMINI, P. and JONAS, J.J. (1988)
Effect of Rate Sensitivity on the Stability of Torsion Textures, *Acta Metall.*, **36**, 3077.
- ZOUHAL, N., TÓTH, L.S. and MOLINARI, A. (1995)
Chargement cyclique des cristaux élastoviscoplastiques: Approche micro-macro, 2^{ème} Congrès de Mécanique, Casablanca 10-13 Avril.
- ZOUHAL, N., MOLINARI, A. and TÓTH, L.S. (1996a)
Elastic-Plastic Effects during Cyclic Loading as Predicted by the Taylor-Lin Model of Polycrystal Elasto-Viscoplasticity, *Int. J. Plasticity*, **10**, .
- ZOUHAL, N., TÓTH, L.S. and MOLINARI, A. (1996b)
Cyclic Plasticity of Polycrystalline Materials Part 1: Macroscopic Aspects, *In preparation*

CHAPITRE V

Aspects de la fatigue

1. INTRODUCTION	108
2. TECHNIQUES D'OBSERVATION EXPÉRIMENTALES	109
3. ASPECTS MICROSTRUCTURAUX DES CRISTAUX CFC EN FATIGUE	110
4. PRÉDICTIONS DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN.....	111
5. CONCLUSIONS	112
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	113

CHAPITRE V

ASPECTS DE LA FATIGUE

1 INTRODUCTION

La présence d'efforts variables et répétés dans le temps mènent généralement à la fatigue des structures. En effet, la ruine parfois catastrophique d'un certain nombre de structures est souvent constatée alors que celles-ci ne sont soumises qu'à des sollicitations jugées modestes par rapport à leur résistance à la rupture. Le responsable de ces ruines est généralement le phénomène de la fatigue. Il se développe lentement dans le temps sans modifications macroscopiquement apparentes des structures.

Au cours du chapitre précédent, on a insisté sur la description des mécanismes de consolidation cyclique dans le cadre du modèle de Taylor-Lin. En effet, la consolidation cyclique constitue une partie de la durée de vie du matériau, généralement appelée "accommodation", car la structure du matériaux évolue de façon à s'adapter à la déformation cyclique qui lui est imposée. Toutefois, le comportement mécanique en fatigue du polycristal est gouvernée pendant la majeure partie de sa durée de vie par d'autres mécanismes physiques qui décrivent son endommagement. Ce dernier traduit la détérioration des propriétés du matériau suite à l'application répétitive des charges. Ce dommage est relié étroitement aux modifications internes de la structure au cours du processus de fatigue. Ces modifications sont caractérisées par l'évolution des microfissures et par suite des macrofissures jusqu'à la rupture finale.

Le long de ce chapitre, on s'intéresse particulièrement au stade de la saturation de l'érouissage cyclique. Il est généralement atteint lorsque le taux de durcissement (ou d'adoucissement) cyclique devient voisin de zéro. Il correspond à un état d'équilibre entre création et annihilation des dislocations à partir des microstructures formées au cours de la consolidation cyclique. Ce stade est généralement accompagné par une localisation de la déformation plastique, phénomène très présent en fatigue. Les diverses formes de localisation sont à l'origine de l'amorçage des fissures.

2 TECHNIQUES D'OBSERVATION EXPÉRIMENTALES

Les essais mécaniques de fatigue profitent des différentes techniques de la microscopie optique et électronique qui permettent l'accès à la fois à la nature et au fonctionnement des microstructures développées au cours de ces essais.

Au cours du cyclage, on peut suivre l'évolution des dommages à la surface de l'échantillon (extrusions et intrusions) par le biais de la microscopie électronique à balayage (M.E.B.). Cette technique s'avère très satisfaisante lors des observations en surface de l'échantillon pour identifier les bandes de glissement et les fissurations.

D'autre part, pour étudier les structures de dislocations développées en volume (à l'intérieur de l'échantillon), on peut faire appel à des techniques de coupe associées à l'observation en microscopie électronique à transmission (M.E.T.). Cela permet la reconstitution tridimensionnelle des structures à partir de l'observation des lames minces taillées suivant différents plans cristallographiques. Ce qui permet la mise en évidence des corrélations qui peuvent exister entre les structures observées et la localisation de la déformation plastique en volume. Néanmoins, lors de la préparation des lames minces, un problème de la modification des sous-structures des dislocations peut surgir. En effet, dans le cas des cristaux CFC purs, les enchevêtrements des dislocations rencontrés en fatigue ont la particularité, pour ses dislocations coins et mixtes d'être relativement bien ancrée par leurs interactions. Quant aux dislocations vis présentes dans les zones moins denses, elles peuvent s'éliminer par glissement dévié à la surface de la lame. Dans ce cas, le fait d'isoler la lame mince de son environnement par des techniques de coupe, peut produire un changement de la sous-structure notamment des dislocations qui ne sont pas bien ancrées. Dans cette perspective, Mughrabi (1978) a développé une technique d'ancrage de la sous-structure par irradiation des neutrons sous charge. Les configurations de dislocations restent figées sous contraintes puisqu'elles sont ancrées par les défauts d'irradiation. Cette technique permet une reconstitution plus réaliste des sous-structures des dislocations, associée à l'observation par M.E.T., elle permet la détermination de l'arrangement tridimensionnel des structures de dislocations.

3. ASPECTS MICROSTRUCTURAUX DES CRISTAUX CFC EN FATIGUE

La compréhension des mécanismes élémentaires de la déformation plastique en fatigue uniaxiale a grandement bénéficié des nombreuses études sur les monocristaux de métaux purs orientés pour le glissement simple. Le matériau qui a été le plus exhaustivement étudié ainsi est le cuivre.

Une étude expérimentale entreprise par Mughrabi (1978) a porté sur le comportement des monocristaux de cuivre orientés en glissement simple sous sollicitations cycliques de traction-compression. La courbe de saturation cyclique (σ_s en fonction de l'amplitude la déformation plastique ϵ_a^p) révèle l'existence de trois régions (A, B et C), le stade B, stade intermédiaire est accompagné par une déformation plastique hétérogène localisée dans des bandes de glissement persistantes (BGP), ces bandes sont parallèles au plan de glissement primaire et sont noyées dans une matrice ayant un arrangement de dislocations différent. Au début de ce stade (stade B), le glissement simple est prépondérant, la fraction volumique des BGP augmente jusqu'à la fin de ce stade (début du stade C) où la déformation devient plus homogène et une structure de dislocation cellulaire s'instaure, elle s'apparente à l'initiation du glissement secondaire dans le cristal.

Conformément aux observations microscopiques en trajets cycliques, la formation des bandes de glissement persistantes (BGP) semble être un phénomène important en fatigue correspondant à l'instauration d'un régime permanent lié à une importante irréversibilité de la déformation plastique [Mughrabi (1978)]. Ce phénomène accompagne le stade de la saturation et se traduit par une déformation hétérogène très localisée dans ces microbandes. L'hétérogénéité de la déformation se manifeste par une modification de la sous-structure des dislocations. Pour les faibles amplitudes de déformation, on assiste à des regroupements en bandes de dislocations dans la matrice (BGP).

Par ailleurs, selon [Mughrabi et al. (1981) ; Figueroa et al. (1981) ; Liu et al. (1994)] le cuivre polycristallin dans son stade de saturation de l'érouissage cyclique présente des structures de dislocations différentes. Avec des amplitudes de déformation de cycle croissantes, les structures de dislocations sont veines dipolaires, échelles (structure de BGP), cellules (où le glissement sur des systèmes secondaires commence à apparaître dans le polycristal).

4. PRÉDICTIONS DU MODÈLE DE TAYLOR-LIN

La présence d'un stade stabilisé permet d'associer à l'amplitude de déformation du cycle imposée ϵ_a , une contrainte de saturation σ_s . Pour une amplitude de déformation du cycle donnée, le matériau se consolide progressivement et finit par atteindre un régime stable auquel on peut faire correspondre une contrainte de saturation σ_s . Une série de simulation dans le cadre du modèle de Taylor-Lin a été entreprise afin de produire la courbe de saturation cyclique (figure 5.1). Cette dernière traduit l'évolution de la contrainte de saturation σ_s , en fonction de l'amplitude de la déformation du cycle ϵ_a .

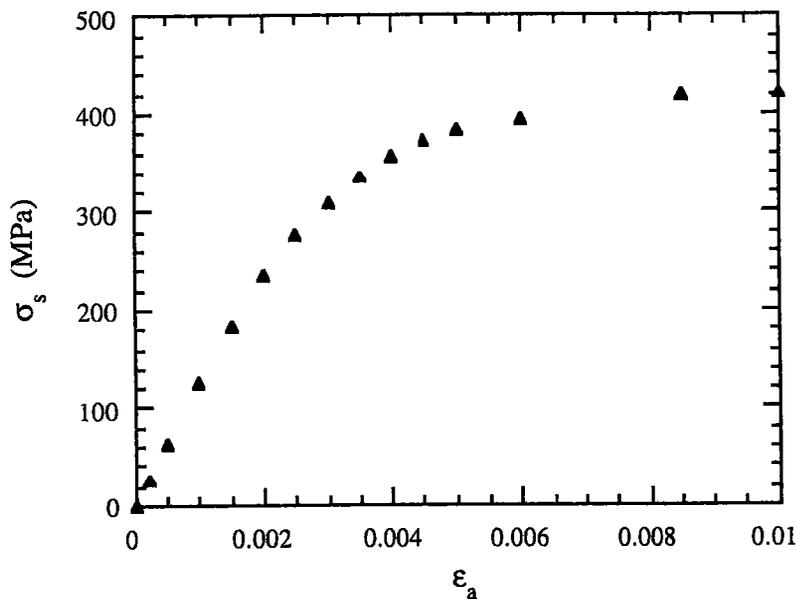


Figure 5.1 : Courbe de saturation cyclique prédite par le modèle de Taylor-Lin

L'état microstructural est représenté dans le cadre du modèle de Taylor-Lin par le nombre moyen des systèmes de glissement actifs au cours de la saturation cyclique N_s . Sur la figure 5.2, on représente ce paramètre en fonction de l'amplitude de la déformation du cycle ϵ_a . Il ressort de cette figure une similitude des prédictions avec les structures de dislocations qui accompagne la saturation de l'écroutissage. En effet, le modèle de Taylor-Lin prédit des états de saturation s'accompagnant d'un glissement simple, ou d'un glissement secondaire, ou d'un glissement multiple selon l'amplitude de la déformation du cycle ϵ_a .

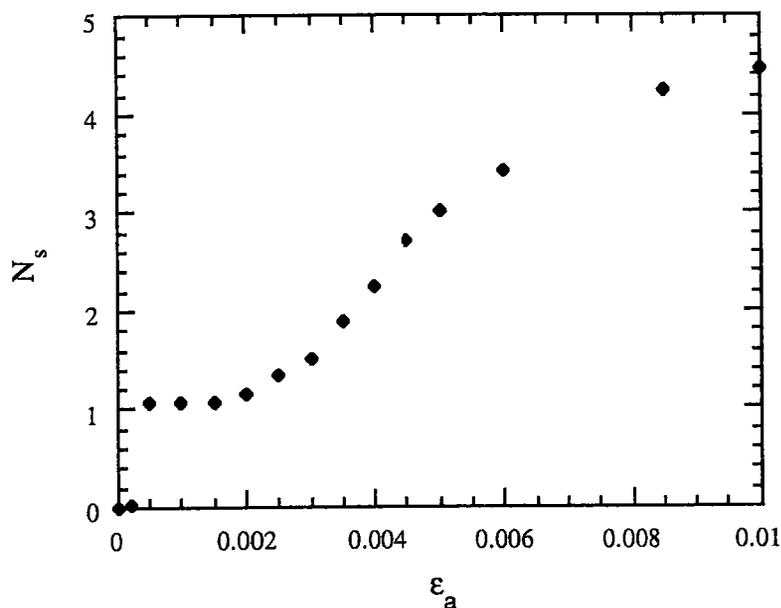


Figure 5.2 : Nombre moyen des systèmes de glissement actifs dans le polycristal stabilisé cycliquement en fonction de l'amplitude de la déformation du cycle.

5. CONCLUSIONS

Le durcissement cyclique du polycristal s'accompagne d'une évolution de la microstructure. La structure de dislocation qui s'instaure dépend de l'amplitude de la déformation du cycle. Cette sous structure a un effet déterminant sur la localisation de la déformation plastique en fatigue.

Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, le nombre moyen des systèmes de glissement actifs à la saturation cyclique est considéré comme indicateur de l'état structural du polycristal. L'évolution de ce paramètre en fonction de l'amplitude de la déformation du cycle est en accord avec les observations des structures de dislocation développées dans le polycristal.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- FIGUEROA, J.C., BHAT, S.P., DE LA VEAUX, R., MURZENSKI, S. and LAIRD, C. (1981)
The Cyclic Stress-Strain Response of Copper at Low Strains-I. Constant Amplitude Testing, Acta Metall., **29**, 1667.
- KETTUNEN, P.O. and KOCKS, U.F., (1972)
Fatigue Hardening and Fatigue Life, Acta Metall., **20**, 95.
- LIU, C.D., YOU, D.X. and BASSIM, M.N. (1994)
Cyclic Strain Hardening in Polycrystalline Copper, Acta Metall., **42**, 1631.
- MUGHRABI, H. (1978)
The Cyclic Hardening and Saturation Behaviour of Copper Single Crystals, Mater. Sci. Eng., **33**, 207.
- MUGHRABI, H., WANG, R. (1981)
Proc. RISO 2, Deformation of Polycrystals (Eds. Hansen, N., Horsewell, A. Leffers, T. and Lilholt. Danemark), 87.

**CONCLUSION GÉNÉRALE
ET PERSPECTIVES**

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Le présent travail a porté sur l'étude du comportement mécanique des polycristaux en plasticité cyclique. L'outil de base utilisé pour la modélisation de la plasticité cyclique est un modèle micro-macro de type Taylor. Ce dernier modèle est largement utilisé pour prédire le comportement des polycristaux en grandes déformations où l'accent est particulièrement mis sur le développement des textures cristallographiques qui représentent une source d'anisotropie du comportement du polycristal.

À travers les résultats de simulation du modèle de Taylor et celui de Taylor-Lin dans le cas des essais mécaniques en grandes déformations, on a montré que le comportement du polycristal prédit par ces deux modèles *en trajets de chargement monotones* est identique. Cela traduit le fait que l'élasticité introduite dans la modélisation de Taylor-Lin n'a pas d'incidence significative sur le comportement du polycristal pour des trajets de chargement monotones en grandes déformations. En revanche, lorsqu'il s'agit de trajets de chargement complexes, le modèle de Taylor est incapable de reproduire des phénomènes de base expérimentalement observés en plasticité cyclique.

Les phénomènes observés en plasticité cyclique représentent une illustration de la variété des réponses observées dans le comportement du polycristal. Les tendances de cette variété du comportement des matériaux polycristallins ont été fidèlement reproduits par le modèle de Taylor-Lin. Cela confirme le pouvoir prédictif de ce modèle en plasticité cyclique.

Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, on a décrit le stade de la consolidation cyclique du polycristal et les mécanismes structuraux qu'il met en jeu. Conformément aux constatations expérimentales, le durcissement cyclique du polycristal se traduit par l'augmentation de l'amplitude de la contrainte avec le nombre de cycles et par une diminution progressive de l'amplitude de la déformation plastique cycle après cycle. Par ailleurs, en se basant sur le comportement du monocristal noyé dans l'agrégat polycristallin, on arrive à expliquer les mécanismes responsables de la réponse macroscopique prédite par le modèle de Taylor-Lin, et par suite, les phénomènes de base de la plasticité cyclique au niveau du polycristal. Toutefois, la comparaison quantitative des résultats de simulation du modèle de Taylor-Lin avec ceux de l'expérience a montré un certain désaccord essentiellement dû à la faiblesse de la modélisation phénoménologique de l'écroutissage intragranulaire.

Des efforts doivent être déployés vers une modélisation de l'écrouissage intracrystallin. En effet, au cours des trajets de chargement monotones le glissement multiple est souvent constaté. Cependant, au cours des sollicitations cycliques et particulièrement pour les faibles amplitudes de déformations, la déformation cyclique s'accompagne avec des formes de localisation de la déformation plastique dans des sites privilégiés invalidant ainsi, l'hypothèse de l'uniformité des champs des déformations.

Après le stade de la consolidation cyclique, un stade de saturation de l'écrouissage cyclique s'instaure. L'état microstructural qui l'accompagne est souvent caractérisé par une localisation de la déformation plastique. Ce sont les diverses formes de localisation qui sont à l'origine de l'amorçage des microfissures et leurs propagation et qui sont responsables de la fatigue des matériaux. Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, le nombre moyen des systèmes de glissement actifs est considéré comme un indicateur de l'état microstructural à la stabilisation de l'écrouissage cyclique. Les prédictions du modèle traduisent la diversité des formes de localisation et leur dépendance de l'amplitude de la déformation imposée (glissement primaire, et glissement multiple).

ANNEXES

ANNEXE A : PROCÉDURE D'INTÉGRATION.....	117
ANNEXE B : TRAJETS DE CHARGEMENT MONOTONES	120
ANNEXE C : PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE.....	128
ANNEXE D : ORGANIGRAMME	132

ANNEXE A

PROCÉDURE D'INTÉGRATION

Supposons que pour un grain du polycristal les quantités suivantes sont connues à chaque instant : $[S_o^\alpha, F(t), F(\tau)]$. En effet, le tenseur S_o^α tel qu'il est défini au chapitre II par la relation (II-8) est indépendant du temps et le gradient de déformation totale du grain est connu à chaque instant suite à l'hypothèse de Taylor.

Pour chaque grain de l'agrégat, supposons que les quantités du triplet T.1 sont connues à un instant t , cherchons à calculer ces quantités à l'instant $\tau = t + \Delta t$ (triplet T.2).

$$\begin{Bmatrix} F^P(t) \\ \tau_o^\alpha(t) \\ T(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{T.1})$$

$$\begin{Bmatrix} F^P(\tau) \\ \tau_o^\alpha(\tau) \\ T(\tau) \end{Bmatrix} \quad (\text{T.2})$$

Pour cela, intégrons l'équation (II-6), on obtient :

$$F^P(\tau) = (I + \Delta t LP(\tau)) F^P(t) \quad \text{et par suite,} \quad F^{P-1}(\tau) = F^{P-1}(t) (I - \Delta t LP(\tau))$$

Posons $\Delta \gamma^\alpha = \dot{\gamma}^\alpha(\tau) \Delta t$ $\Delta \gamma^\alpha = \dot{\gamma}_o^\alpha \Delta t \left(\frac{\tau_o^\alpha(\tau)}{\tau_o^\alpha(t)} \right)^{\frac{1}{m}}$

Or, $\tau_o^\alpha(\tau) = T(\tau) : S_o^\alpha$ $\Delta \gamma^\alpha = \dot{\gamma}_o^\alpha \Delta t \left(\frac{T(\tau) : S_o^\alpha}{\tau_o^\alpha(t)} \right)^{\frac{1}{m}}$

Par ailleurs, d'après la relation (II-7) on a : $LP(\tau) = \sum_\alpha \dot{\gamma}^\alpha(T(\tau), \tau_o^\alpha(\tau)) S_o^\alpha$

D'où $F^P(\tau) = \left(I + \sum_\alpha \Delta \gamma^\alpha S_o^\alpha \right) F^P(t)$ (A.1)

$$\text{et} \quad F^{p-1}(\tau) = F^{p-1}(t) \left(I - \sum_{\alpha} \Delta\gamma^{\alpha} S_{\circ}^{\alpha} \right) \quad (\text{A.2})$$

Par ailleurs, en combinant les relations (II-2) et (II-3), on a :

$$T(\tau) = \frac{1}{2} C \left(F^{*T}(\tau) F^*(\tau) - I \right) \quad (\text{A.3})$$

Posons $X(\tau) = F^{*T}(\tau) F^*(\tau)$, d'après la relation (II-1), on a :

$$X(\tau) = F^{p-T}(\tau) F^T(\tau) F(\tau) F^{p-1}(\tau)$$

En utilisant les relations (A.1) et (A.2), on a :

$$\begin{aligned} X(\tau) &= F^{p-T}(t) F^T(\tau) F(\tau) F^{p-1}(t) \\ &\quad - \sum_{\alpha} \Delta\gamma^{\alpha} S_{\circ}^{\alpha T} F^{p-T}(t) F^T(\tau) F(\tau) F^{p-1}(t) \\ &\quad - F^{p-T}(t) F^T(\tau) F(\tau) F^{p-1}(t) \sum_{\alpha} \Delta\gamma^{\alpha} S_{\circ}^{\alpha} + o(\Delta\gamma^{\alpha 2}) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

L'expression (A.4) peut être écrite sous la forme suivante :

$$X(\tau) = A - \sum_{\alpha} \Delta\gamma^{\alpha} B^{\alpha} \quad (\text{A.5})$$

avec

$$A = F^{p-T}(t) F^T(\tau) F(\tau) F^{p-1}(t) \quad \text{et} \quad B^{\alpha} = A S_{\circ}^{\alpha} + S_{\circ}^{\alpha T} A$$

Il faut noter que si on connaît le triplet T.1, les tenseurs A et B^{α} sont connus.

En substituant la relation (A.5) dans (A.3), on obtient :

$$T(\tau) = T^{*tr} - \sum_{\alpha} \Delta\gamma^{\alpha} (T(\tau), \tau_{\circ}^{\alpha}(\tau)) C^{\alpha} \quad (\text{A.6})$$

avec

$$T^{*tr} = C \left(\frac{1}{2} (A - I) \right) \quad \text{et} \quad C^{\alpha} = \left(\frac{1}{2} B^{\alpha} \right)$$

Il faut noter que si on connaît le triplet T.1, les tenseurs T^{*tr} et C^{α} sont aussi connus. Toutefois, l'expression (A.6) constitue un système d'équations non linéaires dans lequel, les cissions critiques $\tau_{\circ}^{\alpha}(\tau)$ sont aussi inconnues.

Après intégration de la relation (II-11), on obtient :

$$\tau_o^\alpha(\tau) = \tau_o^\alpha(t) + \sum_{\beta} H^{\alpha\beta}(T(\tau), \tau_o^\beta(\tau)) \left| \Delta\gamma^\beta(T(\tau), \tau_o^\beta(\tau)) \right| \quad (\text{A.7})$$

Il faut noter que si on connaît le triplet T.1, les tenseurs T^{*tr} et C^α sont aussi connus. Toutefois, l'expression (A.6) constitue un système d'équations non linéaires dans lequel, les cissions critiques $\tau_o^\alpha(\tau)$ sont aussi inconnues.

La résolution du système d'équations (A.6) est conduite par la méthode de Newton Raphson, mais auparavant, on fixe les cissions critiques $\tau_o^\alpha(\tau) = \tau_{ok}^\alpha(\tau)$

$$T_{n+1}(\tau) = T_n(\tau) - J_n^{-1} G_n$$

avec

$$G_n = T_n(\tau) - T^{*tr} + \sum_{\alpha} \Delta\gamma^\alpha(T_n(\tau), \tau_{ok}^\alpha(\tau)) C^\alpha$$

et

$$J_n = I + \sum_{\alpha} \frac{\Delta\gamma^\alpha(T_n(\tau), \tau_{ok}^\alpha(\tau))}{m(T_n(\tau) S_o^\alpha)} C^\alpha \otimes S_o^\alpha$$

Les contraintes $T_{n+1}(\tau)$ ainsi calculées sont injectées dans l'expression (A.7) pour calculer les cissions critiques à l'instant τ .

$$\tau_{ok+1}^\alpha(\tau) = \tau_o^\alpha(t) + \sum_{\beta} H^{\alpha\beta}(T_{n+1}(\tau), \tau_{ok}^\beta(\tau)) \left| \Delta\gamma^\beta(T_{n+1}(\tau), \tau_{ok}^\beta(\tau)) \right|$$

Les cissions critiques ainsi calculées sont injectées dans l'expression (A.6) ($\tau_o^\alpha(\tau) = \tau_{ok+1}^\alpha(\tau)$) pour recalculer à nouveau les contraintes avec la même procédure décrite précédemment.

Ainsi, connaissant $T(\tau)$ et $\tau_o^\alpha(\tau)$, la quantité $\Delta\gamma^\alpha(\tau)$ peut être calculée et injectée dans l'expression (A.1) pour déduire $F^p(\tau)$. À ce niveau, le triplet T.2 est entièrement calculé. De plus, d'après la relation (II-1), on peut calculer $F^*(\tau)$, et la relation (II-5) permet de calculer la contrainte de Cauchy $\sigma(\tau)$ et par suite la contrainte macroscopique du polycristal $\bar{\sigma}(\tau)$ en utilisant la relation (II-14).

ANNEXE B

Complex loading of viscoplastic materials: micro-macro modelling

R. Kouddane, N. Zouhal and A. Molinari

Institut Supérieur de Génie Mécanique, et de Productique, LPMM, URA CNRS 1215, Ile du Saulcy, Université de Metz, 57045 Metz Cédex (France)

G. R. Canova

GPM2, Ecole Nationale de Physique, INPG, Grenoble 38402, Saint Martin d'Hères (France)

Abstract

The macroscopic behaviour of a heterogeneous viscoplastic material is modelled in the framework of a self-consistent approach, which takes account of the elastic effects and of the viscoplastic relaxation. Cyclic loading (tension-compression) is then simulated using self-consistent and Taylor-Lin models and compared with experimental data. The importance of elastic effects in complex and proportional loadings is also discussed.

1. Introduction

Several approaches have been proposed to model the overall response of a viscoplastic aggregate from microscopic properties. The Taylor-Lin model, which assumes that the local strain rate is uniform and equal to the overall strain rate, has been used by Asaro and Needleman [1] and Bronkhorst *et al.* [2, 3], in the case of elastoviscoplastic heterogeneous materials. A comparison with three-dimensional finite element calculations is presented in refs. 2 and 3. Kouddane *et al.* [4] have extended viscoplastic self-consistent modelling proposed by Molinari *et al.* [5] in order to include elastic effects. The elastoviscoplastic self-consistent model presented here can be used for polyphase materials as well, when the distribution of phases is random.

The scope of this paper is to compare the different approaches for monotonic and complex loadings of OFHC copper.

2. Self-consistent modelling of elastoviscoplastic polycrystalline materials

For a slip system s , we assume that the viscoplastic flow is governed by a non-linear viscous law, with no stress threshold:

$$\tau^s / \tau_0^s = (\dot{\gamma}^s / \dot{\gamma}_0^s)^m \quad (1)$$

where m is a strain rate sensitivity exponent, τ_0^s is a reference stress which depends on the deformation and describes the microscopic hardening, $\dot{\gamma}^s$ is the shear rate of the slip system and $\dot{\gamma}_0^s$ is a constant reference

shear rate, identical for all slip systems. The resolved stress τ^s is defined by

$$\tau^s = \mathbf{m}^s : \mathbf{s} \quad (2)$$

with

$$\mathbf{m}^s = \mathbf{b}^s \otimes \mathbf{n}^s \quad (3)$$

(\mathbf{b}^s is the slip direction, \mathbf{n}^s the normal to the slip plane); \mathbf{s} is the deviatoric Cauchy stress. The anelastic strain rate of the single crystal is related to the shear rates by

$$\mathbf{D}^{an} = \sum_s r^s \dot{\gamma}^s \quad (4)$$

where

$$r^s = \frac{1}{2} (\mathbf{m}^s + {}^t\mathbf{m}^s)$$

is an orientation tensor. The anelastic flow law of the single crystal is obtained when eqns. (1) and (4) are combined:

$$\mathbf{D}^{an} = \dot{\gamma}_0 \sum_s r^s \left(\frac{\mathbf{r}^s : \mathbf{s}}{\tau_0^s} \right)^n = \mathbf{G}(\mathbf{s}) \quad (5)$$

where $n = 1/m$.

The elastic behaviour is assumed to be uniform isotropic and incompressible. Therefore, the rate form of the elastic law is, for a small deformation theory,

$$\dot{\mathbf{s}} = 2\mu \mathbf{D}^e \quad (6)$$

where \mathbf{D}^e is the elastic strain rate and μ is the uniform shear modulus. The total strain rate is given by

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^{an} \quad (7)$$

The first step consists in the solution of the localization problem. We have to calculate the velocity gradient in

each grain in terms of the macroscopic velocity gradient. Assuming that a grain g can be approximated by a sphere, the interaction law of the grain with the surroundings (which is taken to be an homogeneous matrix having the effective unknown properties of the polycrystalline material) is, in a simplified approach [4],

$$\dot{\mathbf{s}}^g - \dot{\bar{\mathbf{s}}} + \frac{\mu}{\eta^0} (\mathbf{s}^g - \bar{\mathbf{s}}) = -3\mu(\mathbf{D}^g - \bar{\mathbf{D}}) \quad (8)$$

where \mathbf{s}^g and $\bar{\mathbf{s}}$ are respectively the deviatoric stress in the grain g and the macroscopic stress, \mathbf{D}^g and $\bar{\mathbf{D}}$ are respectively the strain rate in the grain g and the macroscopic strain rate, and η^0 is the macroscopic tangent viscous modulus (the macroscopic behaviour is assumed to be isotropic). Alternatively, we can consider a secant modulus formulation, where the secant modulus $\eta_0^s = (1/m)\eta^0$ replaces the tangent modulus η^0 in the interaction law (8).

When the elastic deformation is neglected ($\mu \rightarrow \infty$), the interaction law (8) reduces to the relation

$$\mathbf{s}^g - \bar{\mathbf{s}} = -3\eta^0(\mathbf{D}^g - \bar{\mathbf{D}}) \quad (9)$$

obtained in ref. 5.

In the following, the numerical simulations are carried out with the microscopic hardening defined by Bronkhorst *et al.* [2, 3], for OFHC copper at room temperature:

$$\dot{\tau}_0^r = \sum_{r=1}^{12} H^{sr} |\dot{\gamma}^r| \quad (10)$$

where H^{sr} is the rate of strain hardening on slip system s due to a shearing on the slip system r :

$$H^{sr} = q^{sr} h_0 \left(1 - \frac{\tau_0^r}{\tau_{\text{sat}}} \right)^a$$

where

$$q^{sr} = \begin{bmatrix} A & qA & qA & qA \\ qA & A & qA & qA \\ qA & qA & A & qA \\ qA & qA & qA & A \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$q = 1.4$ is the ratio of the latent hardening rate to the self hardening rate and $a = 2.25$, $h_0 = 180$ MPa, $\tau_{\text{sat}} = 148$ MPa are slip system hardening parameters. For all slip systems, the initial value of τ_0^r is 16 MPa. The initial crystallographic texture is isotropic. The value of the strain rate sensitivity m used in our calculations is 0.05.

3. Cyclic loading

Great progress has been made in the modelling of time-independent or time-dependent cyclic constitu-

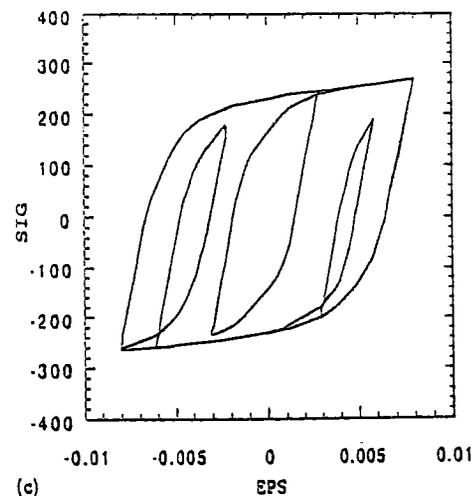
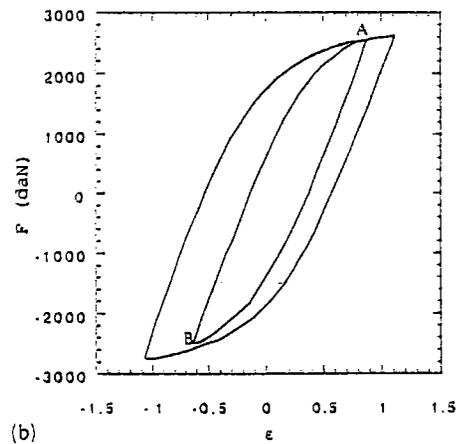
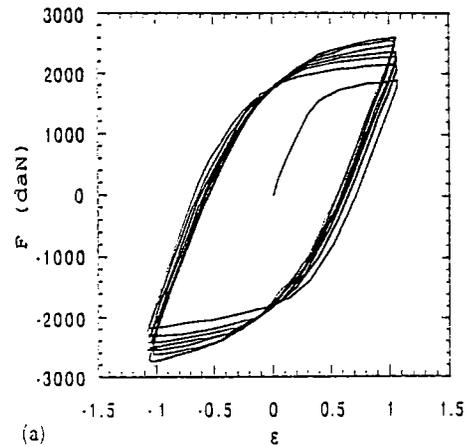


Fig. 1. Deformation of 316L steel [6]: (a) experimental cyclic hardening; (b) experimental data for inclusion of a small cycle in a large cycle; (c) simulation of a small cycle in a large cycle (phenomenological approach).

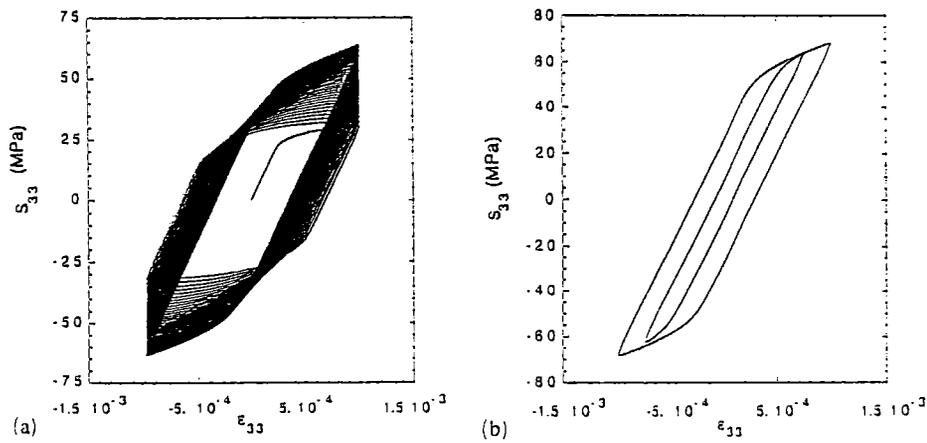


Fig. 2. Self-consistent simulations of OFHC copper: (a) cyclic hardening in tension-compression (36 cycles); (b) inclusion of a small cycle in a large cycle (obtained after 50 cycles).

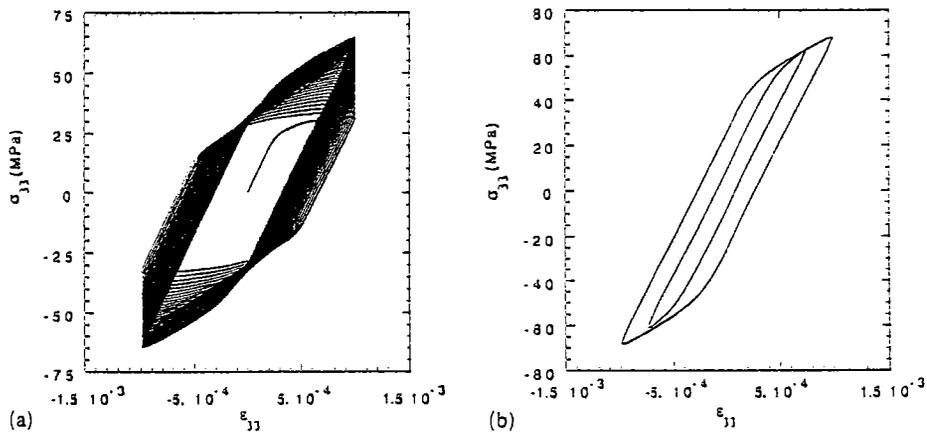


Fig. 3. Taylor-Lin simulations of OFHC copper: (a) cyclic hardening in tension-compression (36 cycles); (b) inclusion of a small cycle in a large cycle (obtained after 50 cycles).

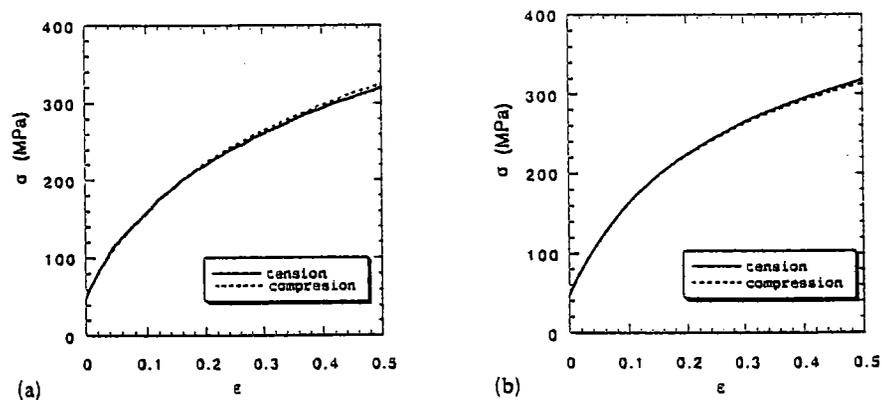


Fig. 4. Equivalent stress vs. equivalent strain in simple tension and simple compression of OFHC copper: (a) Taylor-Lin model [2]; (b) Taylor model.

tive laws [6]. However, these approaches are sometimes unsuccessful in describing an abrupt change in the loading conditions, such as when small cycles are included in large cycles.

Experimental results (Figs. 1(a) and 1(b)) taken from Chaboche *et al.* [6] represent the plastic response of a 316L steel to a tension-compression loading. When the cycle is stabilized, a cycle with a smaller amplitude

is performed. It is observed (Fig. 1(b)) that this new cycle coincides with the large cycle at the unloading point A, but not at B. The results obtained with the phenomenological constitutive modelling (Fig. 1(c)) do not describe these experiments adequately [6].

We consider now the material presented at the end of Section 2. We assume that the elastic behaviour is incompressible and that the shear modulus $\mu = 46.5$

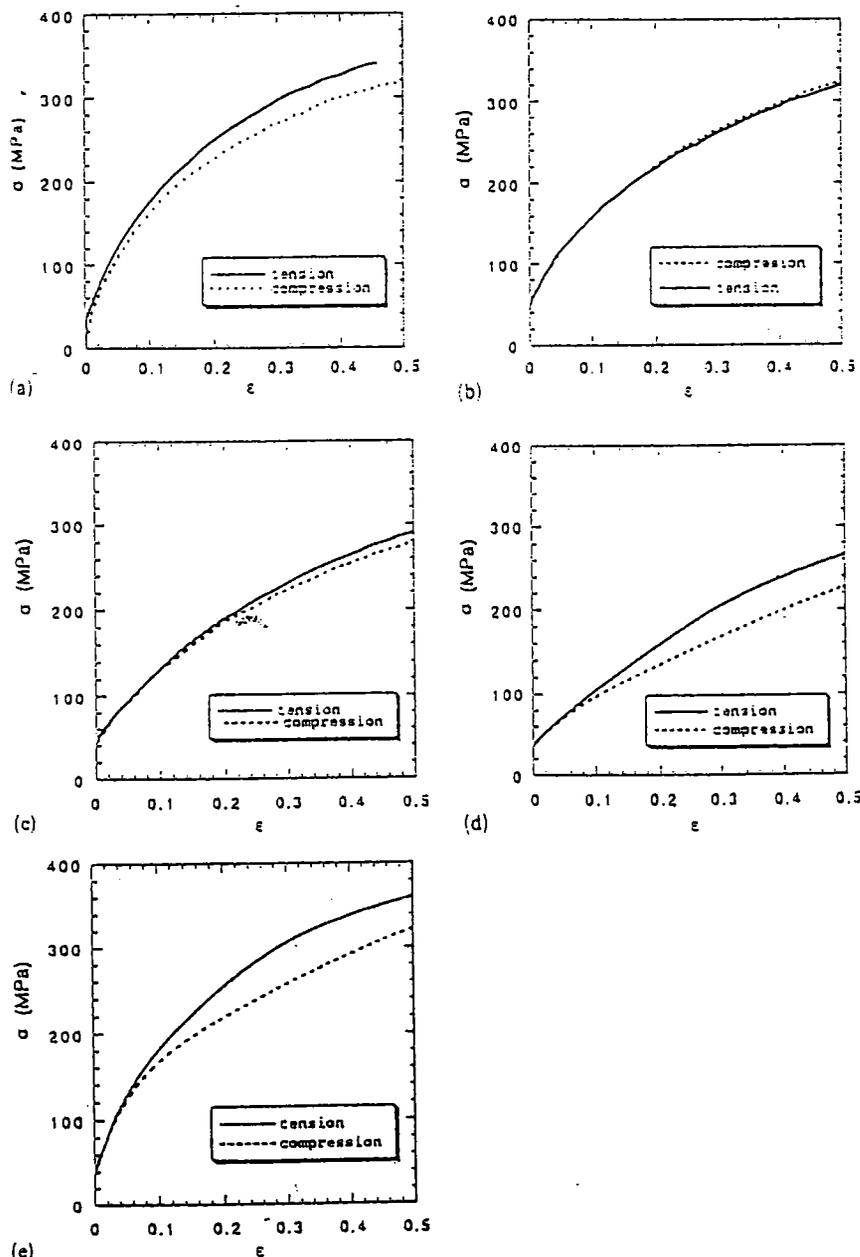


Fig. 5. Equivalent stress vs. equivalent strain in simple tension and simple compression of OFHC copper: (a) experimental [2]; (b) Taylor-Lin model [2]; (c) finite element method model [2]; (d) viscoplastic self-consistent model; (e) viscoplastic self-consistent model.

GPa. The self-consistent modelling in terms of the secant modulus is used first. After stabilization of the cycle (Fig. 2(b); 50 cycles have been performed), a small cycle is included in the large cycle. It is observed that the experimental features discussed above are reproduced by that micro-macro modelling.

It is noteworthy that the Taylor-Lin model gives almost the same result (Fig. 3) (we have used the Bronkhorst *et al.* formulation [2, 3]). Using the secant η_0^s modulus in eqn. (8) leads to a strong grain-matrix interaction almost as in the Taylor-Lin model.

4. Comparison of self-consistent, Taylor-Lin modelling and finite element calculations

It is expected that elastic effects will be negligible for monotonic proportional loadings at large deformation. This is shown on Fig. 4, where the response of OFHC copper under simple tension or simple compression has been considered (with $m = 0.012$ and the compressibility elastic modulus $k = 124$ GPa). The results obtained with the Taylor-Lin model, taking account of the elastic effects (Fig. 4(a)), are close to the results

obtained with the Taylor model where elastic effects are neglected (Fig. 4(b)).

Therefore, we will use the simple version of the self-consistent viscoplastic model disregarding elastic effects [5] for the monotonic tests. This model applies to large strains. In Fig. 5(a), experimental results are shown for simple tension and simple compression. Figures 5(b) and 5(c) present the results obtained with the Taylor-Lin model and finite element calculations respectively [2]. The microscopic hardening has been determined in order to have the calculated macroscopic stress-strain compression curve of Fig. 5(b) as close as possible to the experimental results. It should be noted that, in the Taylor-Lin model, the simple tension response is softer than the compression response (Fig. 5(b)) contrary to the experiments (Fig. 5(a)). This is because the strain-induced textural hardening is not described adequately by the Taylor-Lin model. However, the corresponding positions of the tension and compression curves are well described by the finite element model (Fig. 5(c)). The fact that the level of stress is lower than in the Taylor model is quite natural since the Taylor model gives an upper bound. The self-consistent calculations, using

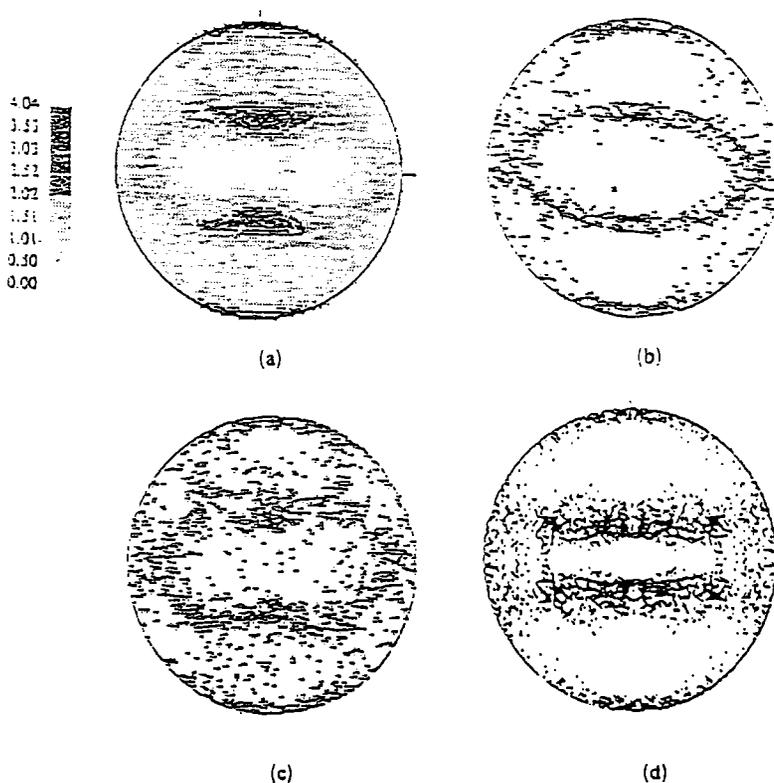


Fig. 6. $\{111\}$ pole figures after a plane strain compression of OFHC copper ($\epsilon_{33} = -1.0$): (a) experimental [2]; (b) Taylor-Lin model [2]; (c) finite element method model [2]; (d) viscoplastic self-consistent model.

the tangent modulus formulations, are also in good agreement with the experiments, as shown by the corresponding positions of the tension and compression curves (Fig. 5(d)). The level of stress is substantially lower than in the experiments. This is because the microscopic hardening used produced a compression curve for the Taylor model identical to the experimental results.

In Fig. 5(e), we have fitted the microscopic hardening parameters in order to obtain the self-consistent compression curve close to the experimental response. A close agreement in the simple tension response can be observed (Figs. 5(a) and 5(e)). The same agreement between experiments and modelling occurs for other loading conditions as seen in Fig. 6. A $\{111\}$ pole figure is presented for copper under plane strain compression, $\epsilon_{33} = -1.0$. Again, the predictions of the Taylor-Lin model are not as good as those given by the finite element calculations and the self-consistent approach.

5. Conclusion

The elastoviscoplastic self-consistent modelling proposed by Kouddane *et al.* [4] has been used to

describe particular features that are difficult to model with phenomenological approaches. When monotonic loading and large deformation are considered, elastic effects can be neglected. The numerical calculations are then much easier and faster. Comparisons between different micro-macro modellings, finite element calculations and experiments have shown that the self-consistent scheme leads to a reasonable description of the material behaviour.

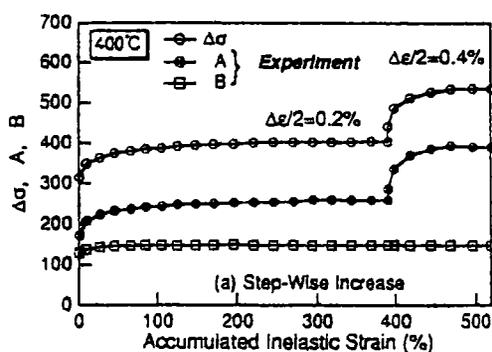
References

- 1 R. J. Asaro and A. Needleman, *Acta Metall.*, 33 (1985) 923.
- 2 C. A. Bronkhorst, S. R. Kalidindi and L. Anand, submitted to *Proc. R. Soc. London*.
- 3 S. R. Kalidindi, C. A. Bronkhorst and L. Anand, *J. Mech. Phys. Solids*, 40 (1992) 537.
- 4 R. Kouddane, A. Molinari and G. R. Canova, in C. Teodosiu, J. Raphanel and F. Sidoroff (eds.), *Mecamat91*, Balkema, 1993.
- 5 A. Molinari, G. R. Canova and S. Ahzi, *Acta Metall.*, 35 (1987) 2983.
- 6 J. L. Chaboche, D. Nouailhas, P. Paulmier and H. Policella, *Rech. Aerospac.*, 1 (1989) 65.

ANNEXE C

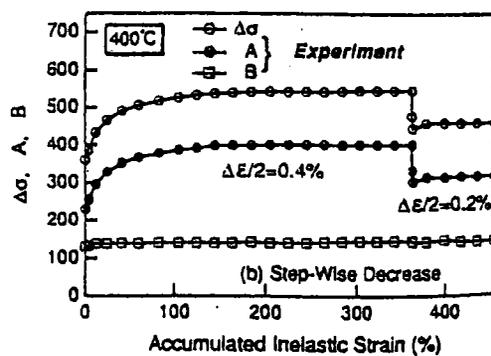
PHÉNOMÈNES DE BASE EN PLASTICITÉ CYCLIQUE

1 DURCISSEMENT CYCLIQUE



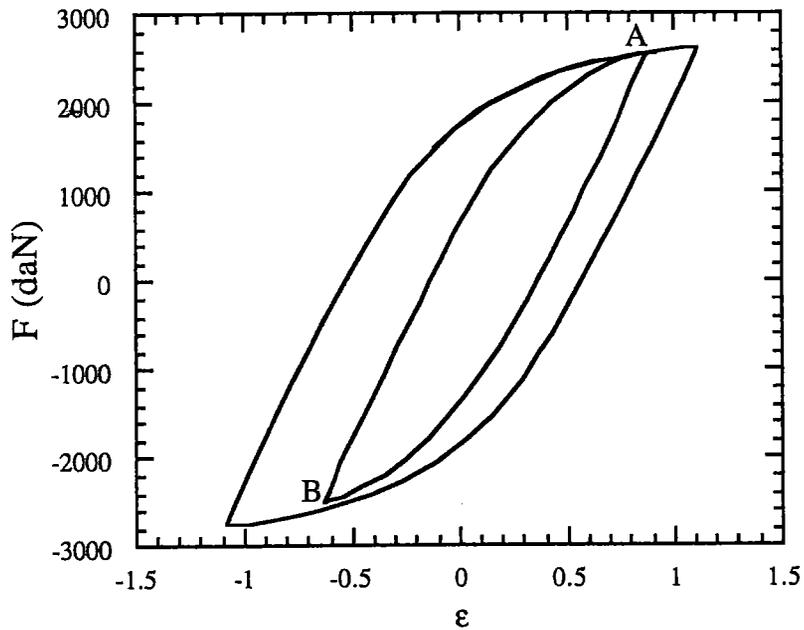
Résultats expérimentaux traduisant le durcissement cyclique (316 Stainless steel)
[Ohmi et al. (1995)]

2 ADOUCISSEMENT CYCLIQUE



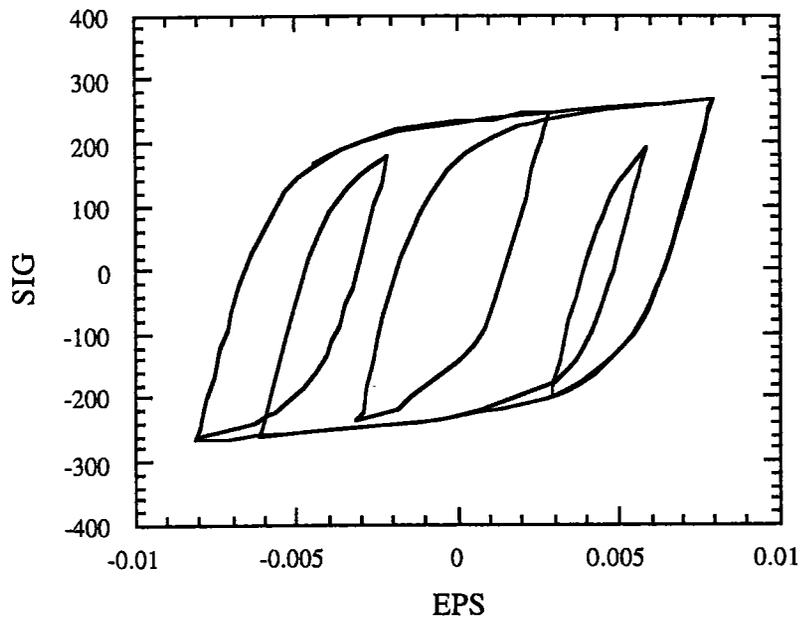
Résultats expérimentaux traduisant l'adoucissement cyclique (316 Stainless steel)
[Ohmi et al. (1995)]

3 ACCROCHAGE DU PETIT CYCLE DANS LE GRAND CYCLE STABILISÉ



Courbe expérimentale montrant le phénomène de l'accrochage pour un acier 316L

[Chaboche et al. (1989)]



*Résultat de simulation du phénomène de l'accrochage par un modèle phénoménologique
[Chaboche et al. (1989)]*

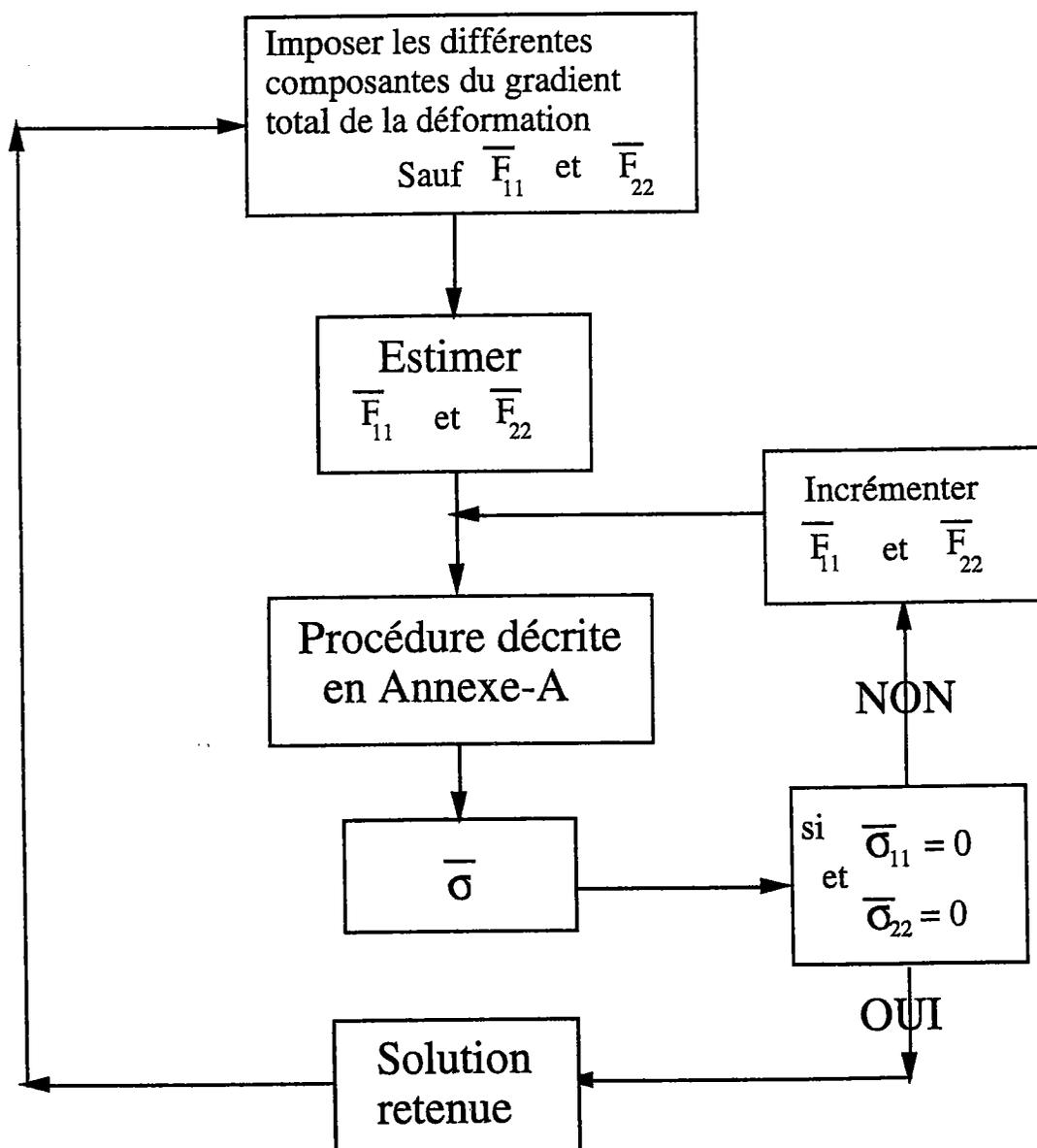
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

CHABOCHE, J. L., NOUAILHAS, D., PAULMIER, P. and POLICELLA, H. (1989)
Recherche Aérospatiale, 1, 65.

OHMI, Y., TANAKA, E. and MURAKAMI, S. (1995)
Hardening parameter for Viscoplastic Constitutive Models of Cyclic Deformation of Type 316 Stainless Steel at High Temperature, The Fifth International Symposium on Plasticity and its Current Application (Edited by Shinji Tanimura & Akhtar S. Khan), 1, 713.

ANNEXE D

ORGANIGRAMME



Résumé

Plusieurs matériaux utilisés dans des secteurs de pointe se trouvent au cours de leur fonctionnement sollicités par des chargements cycliques. La présence d'efforts variables et répétés dans le temps mènent généralement à la fatigue des structures. Il devient alors nécessaire de comprendre le comportement des matériaux ainsi que leur dégradation au cours du temps sous de telles sollicitations. Par ailleurs, le comportement mécanique des polycristaux en plasticité cyclique est souvent décrit par des approches phénoménologiques. Ce type de modèles est incapable de rendre compte des mécanismes physiques de la déformation à l'échelle microstructurale. Afin d'accéder à des informations concernant l'évolution de la microstructure en plasticité cyclique, on propose une description de ce type de comportement dans le cadre d'une approche micro-macro (modèle de Taylor-Lin).

Dans le cadre du modèle de Taylor-Lin, on montre que les tendances expérimentales en plasticité cyclique ont été bien reproduites. Ainsi, dans le cas de trajets de chargement cycliques proportionnels, le modèle de Taylor-Lin permet de rendre compte des phénomènes suivants : l'effet Bauschinger ; le durcissement cyclique ; l'adoucissement cyclique, l'indépendance de l'amplitude de la contrainte par rapport à la déformation moyenne ; l'accrochage du petit cycle dans un grand cycle stabilisé. De plus, dans le cas de trajets de chargement cycliques non proportionnels, le modèle prévoit un maximum de durcissement cyclique lors d'un essai de traction-torsion en quadrature de phase. Par ailleurs, l'analyse du comportement du monocristal noyé dans le polycristal permet de comprendre la réponse macroscopique en fonction de l'évolution des paramètres microscopiques.

Mots clé : *plasticité cyclique ; glissement cristallographique ; polycristal ; écrouissage cyclique ; boucle d'hystérésis ; surface d'écoulement ; structure de dislocations ; système de glissement.*

Abstract

Several materials in service are subjected to cyclic loading. The presence of variable and repeated efforts leads generally to the fatigue of structures. Therefore, it is necessary to understand the behavior and the evolution of damage of materials under such loads. On the other hand, the mechanical behavior of polycrystalline materials in cyclic plasticity is mostly studied by employing phenomenological approaches. Such models are unable to incorporate the physical mechanisms of the deformation which take place at the microscopic scale. The present work is aimed to consider the evolution of microscopic parameters which are responsible for the macroscopic response. This is only possible when a micromechanical approach is used.

In the framework of the Taylor-Lin model, it was shown that the tendencies of experimental phenomena in cyclic plasticity are well reproduced. For the case of proportionnal cyclic paths the Taylor-Lin model is able to reproduce the following phenomena : Bauschinger effect, cyclic hardening, cyclic softening, independence of the stress amplitude on the mean deformation of the cycle, finally, the sticking of a little cycle to the stabilised one. Moreover, for the case of multiaxial cyclic paths, the model correctly predict a higher hardening, as compared to the proportionnal loading case, presenting maximum hardening when the phase angle is 90° between the loadings for simultaneous tension and torsion.

One of the most interesting result concerning the evolution of the microstructure is the diminution of active slip systems near to one, which can be correlated to the occurrence of the persistent slip bands observed experimentally at small cycle amplitudes.

Key words : *cyclic plasticity ; crystallographic slip ; polycrystal ; cyclic hardening ; hysteresis loop ; yield surface ; dislocation structure ; slip system.*