



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

6 111949

## THESE

PRESENTEE POUR L'OBTENTION DE GRADE DE

**DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE METZ**

MENTION: SCIENCES DE L'INGENIEUR  
INTITULE: MECANIQUE

par

**Alain BRIANTAIS**

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE -METZ	
N° inv.	19960883
Cote	S/M <sub>3</sub> 96/44
Loc	Magasin

---

**DEVELOPPEMENT DU PROCEDE DE FORMAGE DE PRECISION  
D'ELEMENTS DE DENTURE POUR BOITE DE VITESSES**

---

SOUTENUE LE 26 NOVEMBRE 1996 DEVANT LE JURY COMPOSE DE:

MM. CROS B.	Professeur IPSé Sévenans	Rapporteur
HERBACH R.	Maître de Conférences	
MOLINARI A.	Professeur ISGMP Metz	Président
RAHOUADJ R.	Maître de Conférences	
SAANOUNI K.	Professeur UTT Troyes	Rapporteur
VIROT P.	Chef de Département PSA	

# **THESE**

PRESENTEE POUR L'OBTENTION DE GRADE DE

**DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE METZ**

MENTION: SCIENCES DE L'INGENIEUR  
INTITULE: MECANIQUE

par

**Alain BRIANTAIS**

---

**DEVELOPPEMENT DU PROCEDE DE FORMAGE DE PRECISION  
D'ELEMENTS DE DENTURE POUR BOITE DE VITESSES**

---

SOUTENUE LE 26 NOVEMBRE 1996 DEVANT LE JURY COMPOSE DE:

MM. CROS B.	Professeur IPSé Sévenans	Rapporteur
HERBACH R.	Maître de Conférences	
MOLINARI A.	Professeur ISGMP Metz	Président
RAHOUADJ R.	Maître de Conférences	
SAANOUNI K.	Professeur UTT Troyes	Rapporteur
VIROT P.	Chef de Département PSA	

# DEVELOPPEMENT DU PROCEDURE DE FORMAGE DE PRECISION D'ELEMENTS DE DENTURE POUR BOITE DE VITESSES

## Résumé

La présente étude constitue une contribution à la simulation analytique et physique du forgeage de précision, appliquée à la mise en forme de pignons à denture droite. La prévision de l'effort de mise en forme en fin de forgeage, en liaison avec le degré de remplissage de l'outil, a été plus particulièrement traitée. L'approche physique, menée sur maquette avec un matériau modèle, a montré une bonne prédiction de l'écoulement global de la matière dans la gravure de l'outil. Toutefois, la mesure des efforts dans la phase ultime de remplissage est délicate à cause de l'élasticité du matériau. L'approche analytique du procédé de forgeage a alors été développée. Une première approche du problème, dans le cas isotherme, a consisté à développer une modélisation de l'effort axial de mise en forme en fin de forgeage qui intègre le critère de précision géométrique de la pièce. Mais les prévisions obtenues présentaient des écarts importants avec les résultats d'essais en grandeur réelle. Le couplage thermomécanique faible du modèle, qui prend en compte les phénomènes d'autoéchauffement de la matière en déformation et le frottement à l'interface pièce / outil, a alors permis de réduire les écarts. Avec ce dernier modèle, les résultats de simulation sont en bon accord avec nos résultats expérimentaux menés sur presse pilote. Les aspects microstructuraux du matériau pièce, ainsi que leur évolution au cours de la déformation ont également été étudiés, ce qui a contribué à mieux connaître la loi de comportement du matériau dans le domaine du forgeage à mi-chaud et, de ce fait, à optimiser la mise en données des modèles. Enfin, nous avons complété notre étude par une modélisation de la durée de vie des outils en fonction des conditions de pression et de température à la surface des outillages. Dans le contexte industriel du formage de précision, ces modèles sont exploités en tant que moyens de pré-étude dans la conception des gammes de mise en forme de pièces par forgeage. L'application des résultats de simulation nous a permis de proposer des orientations en termes de choix métallurgiques du matériau outillage par rapport aux solutions actuelles. Ainsi, avons-nous proposé des revenus à plus hautes températures des aciers pour outillage et l'utilisation de rechargement en superalliages. Dans le cadre du développement d'un pignon estampé à chaud, la durée de vie de l'outil a ainsi été multipliée par un facteur 10.

## Mots-clefs

forgeage précis de pignons, modélisation analytique, simulation physique, fin de remplissage

## Abstract

The present work constitutes a contribution to the analytical and physical simulation of the precision forging applied to the elaboration of straight spur gear. The estimation of forging force at the end of forming, closely with the degree of the filling, was particularly treated. The physical approach, led on prototypes, has showed a good prediction of the material flow into the die. However, the force measurements at the end of filling, is quite fine because of the elastic behaviour of the material. The analytical approach was then developed. A first approach, in isothermal case, has consisted to develop an axial forming force modelisation in the end of filling which integrate the geometrical part criterion. But the estimations obtained have presented important gaps with the experiment. The weak thermo-mechanical, which took into account the overheating of the material and the friction at the part/die interface, has allowed to reduce these gaps. With this last approach, the modelisation results are in good agreement with our experiment. The microstructural aspects of part material, and their evolution during the forming, are also treated and has contributed to a better knowledge of the constitutive relationship of the material and an optimisation of the input of the modelisation. We have completed our work with a die lifetime modelisation according to the temperature and pressure applied on dies. In the industrial near net shape forming context, these modelisations are exploited as pre-study means in forming design. The application of the modelisation results has allowed to suggest some trends in die materials choices. We have proposed temperings at more elevated temperatures and superalloys for die materials. Within the context of the hot forming gear, the life time of the die has been multiplied by a 10 factor.

## Key-words

near net shape forming, analytical modelisation, physical simulation



## REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une Convention Industrielle de Formation par la Recherche. Il est le fruit de la collaboration entre les équipes techniques du Groupe PSA Peugeot Citroën, le Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux de l'Institut Polytechnique de Sévenans et l'Institut Supérieur de Génie Mécanique et Productique de Metz, sous la responsabilité de M. A. Molinari.

J'exprime ma plus profonde reconnaissance à Monsieur Duboille et Monsieur Quéromes qui ont été successivement directeurs du Centre de Recherches et d'Etudes des Procédés Industriels de la Direction des Méthodes PSA, pour m'avoir accueilli dans leur service. Je remercie chaleureusement Monsieur Virot pour l'honneur qu'il m'a fait de s'intéresser à mes travaux.

J'exprime ma plus grande gratitude à Monsieur Courant pour la compréhension avec laquelle il a participé à mes travaux. Il a mis à ma disposition son dévouement, sa disponibilité et la grande valeur de ses conseils en me faisant constamment bénéficier de son expérience.

J'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de thèse M. le professeur A. Molinari pour ses encouragements tout au long de ce travail de thèse.

Je remercie la Direction de l'Institut Polytechnique de Sévenans qui m'a accueilli dans l'un de ses laboratoires. Je remercie très vivement Messieurs R. Herbach et R. Rahouadj, co-encadreurs, de m'avoir accepté dans leur équipe de l'Institut Polytechnique de Sévenans et de m'avoir fait bénéficier de leurs compétences dans le domaine de la mécanique. Je remercie vivement Monsieur Gaffet pour ses conseils et ses idées.

Je voudrais également remercier Messieurs B. Cros et K. Saanouni qui ont accepté d'être rapporteurs.

Ma sincère reconnaissance s'adresse à MM. Ehret, Herrenschneider et Eschbach du CREPI Mulhouse pour m'avoir supporté tout au long de ces trois années, et à MM. Lesage et Schuller de l'IPSé pour leur esprit d'entraide.

## SOMMAIRE

<b>1. Présentation du problème - Synthèse bibliographique .....</b>	<b>11</b>
11. Présentation du problème .....	12
12. Etat de l'art en forgeage précis - Bibliographie.....	13
121. Etat de l'art.....	13
122. Bibliographie.....	17
13. Travaux effectués.....	21
Bibliographie chapitre 1 .....	23
<b>2. Approche expérimentale - Simulation physique par matériaux modèles .....</b>	<b>27</b>
21. Présentation des essais.....	28
211. Présentation de la maquette de simulation.....	28
212. Définition des ébauches .....	28
213. Préparation des ébauches.....	29
214. Identification de la loi de comportement de la plasticine.....	29
215. Choix du lubrifiant .....	30
216. Essais réalisés.....	31
217. Résultats.....	31
22. Dépouillements qualitatifs des essais .....	31
221. Commentaires des écoulements .....	31
222. Cartes de déformation généralisée .....	32
223. Cartes de vitesse de déformation .....	33
224. Synthèse des résultats qualitatifs - Discussion .....	33
23. Lois de similitude sur les efforts.....	34
231. Lois de similitude lors du remplissage global - Application du théorème de Vaschy-Buckingham.....	34
232. Lois de similitude en phase finale du remplissage .....	36
24. Résumé - Discussion.....	38
Bibliographie chapitre 2.....	40
<b>3. Les différentes approches analytiques mises en oeuvre (cas isotherme).....</b>	<b>42</b>
31. Objectif de la modélisation du procédé de forgeage précis .....	43
32. Observations expérimentales en grandeur réelle .....	43
33. Modélisation analytique d'une pièce axisymétrique .....	44
331. Modélisation analytique du <i>domaine 2</i> .....	44
332. Etude du domaine 1 lors du frottement contre la paroi latérale de l'outil .....	47
333. Estimation de l'effort en fin de forgeage.....	49

334. Résultats - Discussion .....	50
34. Modélisation d'un pignon à denture droite.....	51
341. Etude d'une dent - <i>domaine 4</i> .....	51
342. Modélisation analytique du <i>domaine 2</i> .....	54
343. Etude du <i>domaine 3</i> .....	56
344. Estimation de l'effort en fin de forgeage.....	56
345. Résultats - Discussion .....	56
Bibliographie chapitre 3 .....	58
<b>4. Modélisation analytique du problème thermique .....</b>	<b>59</b>
41. Eléments de thermique.....	60
411. Rappel sur la transmission de la chaleur par conduction .....	60
412. Equation de la chaleur .....	61
42. Résolution analytique du problème - Etude de sensibilité .....	61
421. Etude thermique du transfert du four à la presse.....	61
422. Domaine de la pièce en déformation .....	62
43. Discussion.....	69
Bibliographie chapitre 4 .....	70
<b>5. Synthèse de la modélisation analytique - Etude de sensibilité des paramètres</b> <b>Exploitation des résultats dans un contexte industriel.....</b>	<b>71</b>
51. Synthèse de la modélisation analytique .....	72
511. Résultats du modèle couplé.....	72
512. Contraintes thermiques dans les outils .....	73
513. Résumé.....	74
52. Etude de sensibilité des paramètres.....	74
53. Approche du calcul de la durée de vie d'un outil de forge en acier.....	76
531. Modélisation.....	76
532. Résultats.....	78
Bibliographie chapitre 5 .....	79
<b>6. Conclusion - Perspectives .....</b>	<b>80</b>
61. Conclusion .....	81
62. Perspectives.....	82

<b>Annexes.....</b>	<b>84</b>
<b>Annexe 1: Simulation physique par matériaux modèles - Théorème de Vaschy-Buckingham</b>	<b>85</b>
<b>Annexe 2: Films de la mise en forme de pièces en simulation physique.....</b>	<b>89</b>
<b>Annexe 3: Résultats de simulation numérique FORGE 2 .....</b>	<b>95</b>
<b>Annexe 4: Analyse du comportement mécanique et métallurgique du matériau .....</b>	<b>99</b>
<b>Annexe 5: Approche du transfert thermique entre la denture et l'outil .....</b>	<b>117</b>

## TABLE DES NOTATIONS

### Mathématiques

Le vecteur  $V$  sera noté  $\underline{V}$

La norme du vecteur  $\underline{V}$  sera notée  $|\underline{V}|$

Le tenseur  $A$  sera noté  $\underline{\underline{A}}$

Le produit doublement contracté de deux tenseurs sera noté  $\underline{\underline{A}}:\underline{\underline{B}}$

### Mécanique

$\underline{u}$	vecteur déplacement
$\underline{\Delta}$	incrément de déplacement
$\underline{V}$	vecteur vitesse
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	tenseur des déformations
$\underline{\varepsilon}$	déformation généralisée
$\underline{\dot{\varepsilon}}$	vitesse de déformation
$\underline{\dot{\underline{\varepsilon}}}$	vitesse de déformation généralisée
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes
$\underline{S}$	déviateur des contraintes
$J_2$	2 <sup>ième</sup> invariant du déviateur des contraintes
$\underline{\sigma}$	contrainte généralisée
$\sigma_n$	contrainte normale
$\underline{n}$	vecteur normale extérieure
$\underline{\tau}$	vecteur contrainte tangentielle
$\tau$	module de $\underline{\tau}$
$p$	pression hydrostatique
$\rho$	masse volumique
$g$	forces de masse
$\gamma$	accélération
$\underline{V}_g$	vitesse de glissement pièce/outil
$L_g$	longueur de glissement pièce/outil

### Thermique

$T, \theta$	température
$k$	conductivité thermique
$a$	diffusivité thermique
$b$	effusivité thermique
$c$	chaleur massique
$\alpha$	coefficient de dilatation linéaire
$q$	flux de chaleur

## Plasticité

$f$	critère de plasticité
$\sigma_0$	contrainte d'écoulement
$\tau_0$	cission octaédrale
$k$	consistance du matériau
$m, p$	sensibilité à la vitesse de déformation
$n$	sensibilité à l'écroutissage
$\bar{m}, \mu, \rho$	coefficients de frottement ( Loi de Tresca, Coulomb, Norton )

## Elasticité linéaire

$\lambda, \mu$	coefficients de Lamé
$E$	module d'Young
$\nu$	coefficient de Poisson

## Géométrie pièce

$\Omega$	domaine ou sous-domaine de la pièce
$H$	hauteur totale pièce
$R$	rayon de la pièce
$r_0$	rayon de l'alésage de la pièce
$h_{bas}$	rayon d'arête ou manque matière situé en partie inférieure de la pièce
$h_{dent}$	hauteur de la dent de pignon
$s_0$	épaisseur de la dent à la base
$\beta$	angle de pression de la dent

## LEXIQUE DE TERMES TECHNIQUES

### **Coulisseau**

Élément supérieur de la presse dont le déplacement axial sert à déformer la pièce. Il porte le poinçon ou la matrice supérieure.

### **Course**

Longueur du déplacement relatif des deux matrices.

### **Dépouille**

Inclinaison des parois de la gravure qui permet de sortir facilement la pièce forgée hors de la matrice.

### **Ebauche**

Pièce métallique ayant subi un formage préliminaire avant forgeage final.

### **Ecoulement du métal**

Mouvement du métal pendant la déformation.

### **Engrenage (Définition d'un engrenage selon normes NF E 23-001 et NF E 23-005)**

#### - Cylindres et cercles primitifs (figure 1).

Les cylindres primitifs correspondent aux cylindres des roues de friction permettant le même rapport de vitesses que l'engrenage.

Le cercle primitif est la section droite du cylindre.

#### - Cylindres de tête, cercle de tête.

Le cylindre passant par le sommet des dents est appelé cylindre de tête; sa section droite est le cercle de tête.

#### - Cylindre de pied, cercle de pied.

Le cylindre passant par la base des dents est appelé cylindre de pied; sa section droite est le cercle de pied.

#### - Profil de denture.

C'est la courbe de la section droite de la denture (section perpendiculaire à l'axe).

#### - Angle de pression.

C'est l'angle de la droite d'action avec la tangente aux cercles primitifs (angle  $20^\circ$  pour une denture normale).

#### - Hauteur de dent.

C'est la distance radiale entre le cercle de tête et de pied.

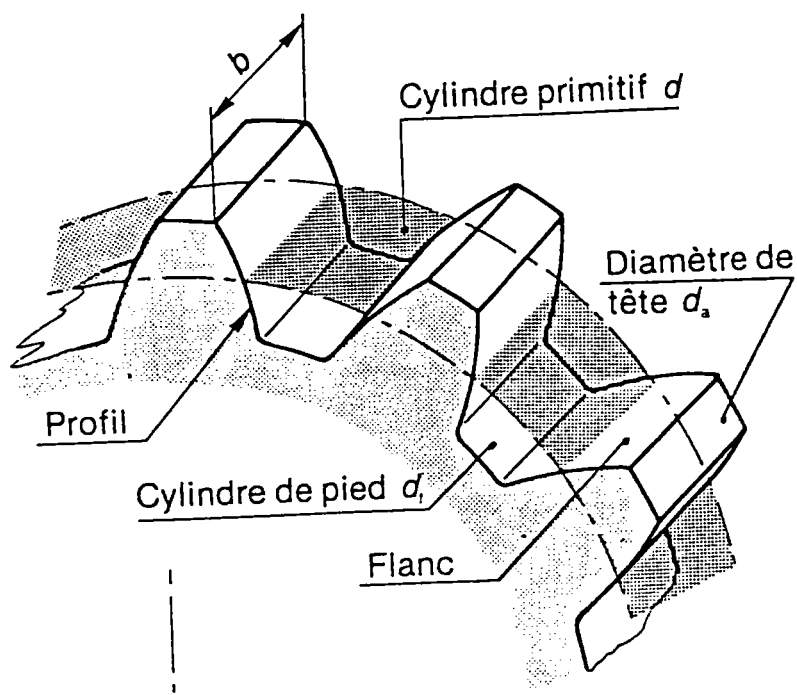


Fig. 1



## **Fibrage**

Alignement résultant des variations de composition entre le coeur et le joint des grains lors de la solidification de l'alliage par suite du phénomène de ségrégation mineure. Il conduit à des différences de caractéristiques mécaniques dans le sens du fibrage (caractéristiques en long) et dans le sens perpendiculaire (caractéristiques en travers). Il peut être révélé par un examen macrographique.

## **Frappe**

Action exercée sur la pièce travaillée par un mouvement d'approche de deux matrices.

## **Gravure**

Forme en creux de la pièce à obtenir exécutée dans les matrices.

## **Lopin**

Bloc de métal débité dans un demi produit ou une barre et dont le volume correspond à celui de la pièce à obtenir, majoré de celui nécessaire au forgeage (bavures, ...).

## **Matrice**

Bloc d'acier de section ronde ou rectangulaire, dans lequel est gravée la forme représentant en creux la pièce brute à obtenir.

## **Matrice supérieure**

Bloc gravé fixé à l'élément supérieur de la machine (coulisseau de la presse).

## **Matrice inférieure**

Bloc gravé fixé à l'élément inférieur de la machine (table de la presse).

## **Poinçon**

Outil fixé au coulisseau d'une presse à forger horizontale ou verticale.

## **Pignon à denture droite**

### **- Plateau du pignon**

C'est la zone de la pièce supportant la denture.

### **- Canon du pignon**

C'est la zone de future articulation de la fourchette de commande du pignon.

## **Repli**

Défaut résultant de la superposition dans une même partie de la pièce de deux écoulements de métal se dirigeant l'un vers l'autre. Un repli apparaît sous la forme d'une ligne qui matérialise la rencontre de deux écoulements convergents et provoquant une discontinuité dans cette région de la pièce.

## **Retrait**

Variation de longueur entre les cotes de la pièce chaude et de la pièce à température ambiante.

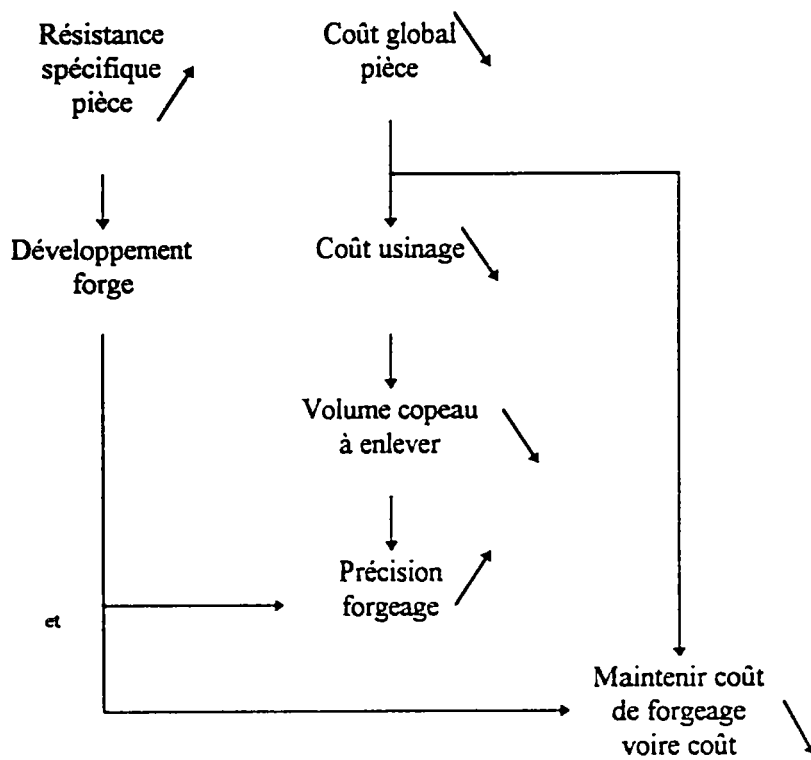
# CHAPITRE 1

## PRESENTATION DU PROBLEME

## SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

### SOMMAIRE

	Page
<b>1. Présentation du problème .....</b>	<b>12</b>
<b>2. Etat de l'art en forgeage précis - Bibliographie.....</b>	<b>13</b>
21. Etat de l'art en forgeage précis .....	13
211 Introduction.....	13
212. Procédés de forgeage.....	13
2121. Obtention du lopin .....	13
2122. Les procédés .....	14
2123. Le forgeage à mi-chaud.....	14
2124. Le forgeage à froid.....	15
213. Choix des matériaux outillage.....	15
2131. Solutions actuelles pour matériaux d'outillages .....	15
2132. Axes d'amélioration.....	16
21321. Les superalliages .....	16
21322. Les carbures frittés .....	17
22. Bibliographie.....	17
221. Estimation des efforts de mise en forme .....	17
2211. Modélisations analytiques .....	18
22111. Méthode des tranches.....	18
22112. Méthode de la borne supérieure.....	18
2212. Simulations numériques .....	18
2213. Modélisations phénoménologiques .....	18
22131. Modèle de A. CHAMOUARD .....	18
22132. Autres travaux.....	19
2214. Simulation physique par matériaux modèles .....	20
222. Echange thermique à l'interface pièce/outil.....	21
<b>3. Travaux effectués.....</b>	<b>21</b>
<b>Bibliographie chapitre 1 .....</b>	<b>23</b>



*Fig. 1-1 Contexte industriel*

## CHAPITRE 1

### PRESENTATION DU PROBLEME

### SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

#### 1. Présentation du problème

La demande en vue de réduire les coûts et d'augmenter la résistance spécifique et la qualité des composants utilisés dans l'industrie automobile a orienté les recherches vers de nouveaux procédés industriels (figure 1-1) plutôt que vers des alliages à hautes caractéristiques, mais coûteux [1, 2].

*Notre projet s'inscrit dans le programme de développement de la technique du forgeage, afin de permettre l'obtention de dentures précises.*

Ceci conduit à des modifications technologiques importantes: le forgeage à chaud conventionnel avec des températures supérieures à 1200°C nécessaires pour obtenir la meilleure ductilité de l'acier ne garantit pas une précision suffisante et oblige une reprise après forge. De plus, le chauffage et le refroidissement favorisent la formation de calamine qui pollue la surface des pièces et réduit la précision dimensionnelle. Les dilatations thermiques occasionnent également des variations de la géométrie des dents et diminuent de ce fait la précision. Le forgeage de précision nécessite une orientation vers les techniques de forgeage à mi-chaud (température comprise entre 600°C et 900°C) voire à froid (à température ambiante).

Le forgeage à froid est un procédé permettant d'obtenir une dent forgée présentant une haute résistance, une bonne précision dimensionnelle (tolérances serrées) et un état de surface nécessitant moins d'opérations d'usinage de finition. Mais le forgeage à froid demande des presses de puissance élevée, donc coûteuses. Il n'intéresse que les faibles déformations et peut entraîner des problèmes métallurgiques [3].

A côté du forgeage à froid et du forgeage à chaud apparaît le procédé de forgeage à mi-chaud. Le forgeage à mi-chaud combine les avantages de ces deux procédés et offre le bénéfice de l'élimination de leurs principaux inconvénients [4, 5]. Pour certaines pièces très précises, la nécessité d'un usinage de finition augmente le prix de revient et réduit alors l'intérêt économique. Il convient de noter également que l'abaissement global de la température de forgeage diminue la ductilité de la matière et augmente de ce fait les pressions sur les outils.

*Concernant le procédé de forgeage précis, les problèmes de conception et de tenue des outillages, de définition et d'aide à la conception des gammes de forgeage par simulation restent donc à résoudre.*

Des logiciels de simulation de forgeage existent [6, 7 - 9]. Toutefois ceux-ci peuvent s'avérer parfois trop généraux pour répondre à des questions spécifiques telle que la prévision des efforts de mise en forme en fin de forgeage en liaison avec la précision géométrique des pièces. Le critère de précision géométrique en estampage est généralement la valeur des rayons d'arête de la pièce.

*Notre travail de développement de la simulation de forgeage repose sur une approche mécanique et thermique de l'interaction pièce/outil et intègre ce critère de précision de la pièce. L'évolution métallurgique de la pièce est également traitée.*

Fondée sur une analyse du problème par la méthode des tranches, l'approche thermomécanique permet la prévision des efforts de mise en forme en fin de forgeage ainsi que des contraintes thermomécaniques

sur outillages. *L'objectif* est triple: *prévoir* les problèmes potentiels et répondre rapidement aux questions que peuvent se poser les spécialistes de la forge, du traitement thermique ou des outillages et *guider* les premières études de gammes de déformation, en termes de niveaux d'efforts en fin de forgeage, en fonction du degré de remplissage de la gravure des outils. Mais surtout *orienter les choix des matériaux pour outillages et estimer l'intensité des endommagements afin d'optimiser le procédé de forgeage*.

Toutefois notre ambition n'est pas d'apporter une réponse exhaustive à tous ces aspects mais de proposer un niveau d'information global.

L'approche analytique est complétée par des simulations physiques par matériaux modèles. La mise en oeuvre de matériaux modèles telle la plasticine, dans des maquettes, répliques aussi exactes que possible des outillages réels, permet la visualisation des écoulements du matériau. L'avantage pratique est de proposer ou de valider certaines hypothèses de la simulation analytique. Les efforts de mise en forme du matériau modèle sont mesurés sur maquette. Des théories de similitude classiques ou développées dans le cadre de cette étude permettent d'estimer les efforts de mise en forme réels en fin de forgeage.

## 2. Etat de l'art en forgeage précis - Bibliographie

### 21. Etat de l'art en forgeage précis

#### 211. Introduction

La précision géométrique d'une denture de pignon est un facteur important pour sa capacité à supporter le chargement et pour sa durée de vie [10]. Une erreur de cote peut engendrer des contraintes de compression élevées, alors qu'une erreur de profil peut entraîner des vitesses de glissement importantes, augmentant de ce fait l'usure [11]. La multiplicité des facteurs susceptibles d'exercer une influence sur la précision de la denture permet plusieurs points de départ différents, en ce qui concerne les mesures d'optimisation [12, 13]. Par analogie avec le schéma que K. LANGE [14] utilise dans le cadre de considérations relatives à la précision des procédés de formage, ces différentes approches peuvent, lorsque l'on se réfère à la précision de denture, être réunies en deux rubriques principales: la gamme de déformation et l'outillage.

#### 212. Procédés de forgeage

Une gamme de déformation par forgeage ne consiste pas seulement en la frappe sur la presse, mais intègre toutes les phases d'obtention et de préparation des lopins avant la forge, ainsi que les traitements des pièces après la déformation. Quel que soit le procédé retenu, la première étape de la mise en forme concerne l'obtention du lopin.

##### 2121. Obtention du lopin

Les lopins sont généralement issus de barres laminées, mais la demande d'une surface propre et exempte de tout défaut, en forgeage précis, tend vers une utilisation de barres écrouîtées.

Le forgeage de précision en matrices fermées nécessite des lopins de masse constante. Il convient donc de déterminer quelle dispersion sur la masse ou le volume de matière est acceptable, en fonction des capacités élastiques des outillages et de la presse et de contrôler cette dispersion directement sur la ligne de sciage ou de cisailage par pesage des lopins. Ensuite, le préchauffage de ce lopin doit être réalisé sous atmosphère contrôlée pour éviter la formation de calamines. La précémentation des lopins peut s'avérer un moyen de lutte contre une décarburation lors des traitements de recuits ultérieurs.

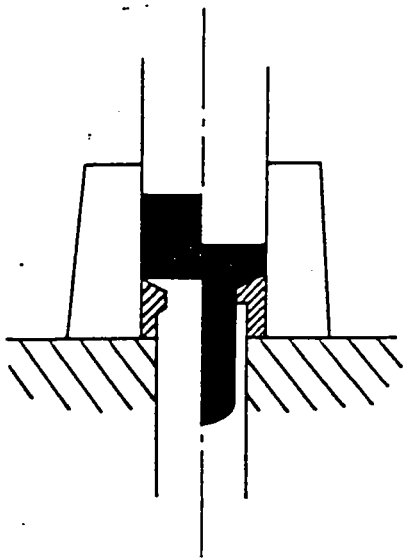


Fig. 1-2 Procédé de filage direct [ 13 ]

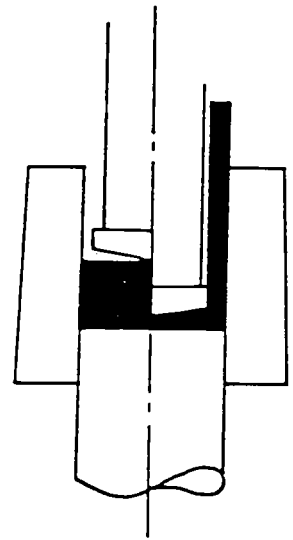


Fig. 1-3 Procédé de filage inverse [ 13 ]

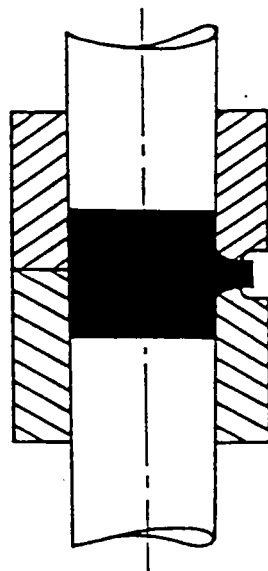


Fig. 1-4 Procédé de filage latéral [ 13 ]

## **2122. Les procédés**

Un pignon à denture droite ou à denture hélicoïdale peut être élaboré à partir des procédés suivants [5, 15].

### **21221. Le forgeage par refoulement à chaud ou à mi-chaud d'un lopin à l'intérieur d'une empreinte**

C'est le procédé de forgeage traditionnel. Toutefois, on peut obtenir de bons résultats avec ce type de procédé en contrôlant le chauffage (atmosphère non oxydante) et le refroidissement (refroidissement contrôlé) du lopin. Des prétraitements thermochimiques peuvent réduire les effets de la décarburation en peau.

### **21222. Le filage direct d'un tube ou d'un godet en matrice fermée**

Ce procédé permet surtout de forger des pignons à denture extérieure, et est utilisé généralement à froid en plusieurs passes avec opérations de traitements thermiques entre chaque passe (figure 1-2) [13]. Le mouvement de la matière est identique à celui de l'outil.

### **21223. Le filage inverse**

Le filage inverse est généralement utilisé pour l'obtention des dentures intérieures (figure 1-3) [13]. Le lopin peut être un tube ou un cylindre plein.

### **21224. Le filage latéral**

Ce procédé permet d'obtenir des formes complexes, dans toute la gamme de température du chaud au froid. L'écoulement de la matière est généralement perpendiculaire au mouvement de poinçon (figure 1-4) [16], l'objectif final étant de trouver le meilleur compromis remplissage de la gravure portée par l'outil / effort de forgeage / tenue des outils. Une plus grande stabilité des cotes est obtenue dans ce cas par le forgeage en matrices fermées.

## **2123. Le forgeage à mi-chaud**

Pour certaines nuances d'acier, un minimum de l'effort de forgeage est observé dans le domaine de température intercritique (domaine de température compris entre les températures de transformations de phases de l'acier, généralement 750°C à 800°C) (figure 1-5) [17 - 19].

La lubrification est un paramètre important et ne peut pas être dissociée de la tenue des outillages. La lubrification la plus couramment utilisée est le graphite, de fine granulométrie en suspension dans l'eau, pulvérisé à la surface de l'outillage [5]. Celui-ci doit avoir une température de 150° à 200° C avant lubrification de façon à assurer la vaporisation immédiate de l'eau. La pratique actuelle consiste à utiliser des matériaux d'outillages déjà connus pour leur aptitude au formage soit à froid soit à chaud et à adapter leurs conditions d'emploi aux caractéristiques du formage à mi-chaud. Le chauffage par induction des lopins est généralement employé car il permet, par sa rapidité, de limiter l'oxydation et la décarburation des pièces.

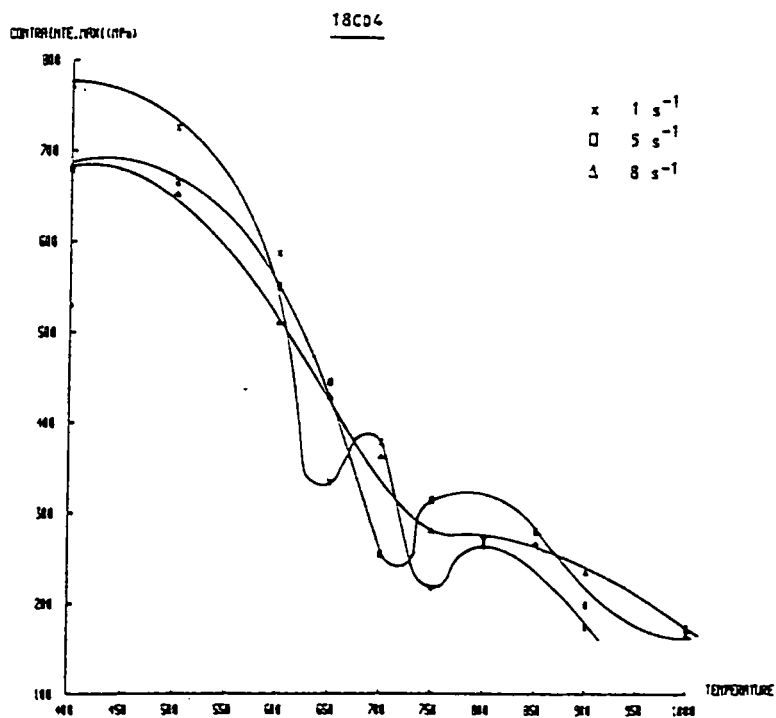


Fig. 1-5 Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la température [ 19 ]



Après forgeage, le refroidissement contrôlé des pièces peut être pratiqué dans le cas où l'on recherche une structure particulière accessible par refroidissement à partir de la température de formage, en évitant un traitement thermique.

La précision dimensionnelle du procédé de forgeage à mi-chaud est d'environ 0.1 à 0.3 mm au diamètre pour un diamètre inférieur à 50 mm (valeur couramment retenue à la Forge de Mulhouse), mais se dégrade au fur et à mesure de l'augmentation de température de formage. D'autre part, le maintien de tolérances dimensionnelles sévères dépend de la tenue des outillages: L'état de surface des pièces formées à mi-chaud est caractérisé par des rugosités de l'ordre de  $10 < Ra (\mu m) < 60$ , qui dépendent du degré d'usure de l'outillage et de l'importance de l'oxydation du lopin au cours du chauffage.

Les propriétés mécaniques des pièces formées à mi-chaud dépendent de leur microstructure, qui résulte elle-même du procédé de mise en forme. La maîtrise des propriétés mécaniques passe donc par une bonne connaissance des aspects microstructuraux du procédé de mise en forme à mi-chaud.

#### **2124. Le forgeage à froid**

Dans la pratique, l'expression " à froid " veut dire à température ambiante, c'est-à-dire que le matériau n'est pas réchauffé volontairement avant ou pendant l'opération de mise en forme [14, 15, 20]. D'un point de vue physique, la déformation à froid est caractérisée par la prédominance des mécanismes athermiques (pas de phénomènes de restauration ou de recristallisation pendant la déformation).

La fabrication d'une pièce forgée à froid nécessite la mise en oeuvre d'un acier dont l'élaboration et la transformation garantissent une bonne déformabilité. Les outillages sont réalisés en acier à haute résistance et les inserts les plus sollicités sont précontraints par frettage. La réalisation, entre opérations, de recuits de régénération de la structure écrouie par les déformations précédentes s'avère parfois indispensable. Par ailleurs, l'utilisation d'un lubrifiant solide déposé sur la pièce, servant d'interface entre elle et l'outil et évitant les adhérences métalliques est préférable à un lubrifiant liquide, pas suffisamment performant compte-tenu des déformations pratiquées.

La maîtrise des phénomènes de frottement est également nécessaire du fait de son influence importante sur les efforts de formage (environ 30% de ceux-ci correspondent aux efforts de frottement), la nature des déformations et les états de surface obtenus après déformation.

La précision atteinte est de l'ordre de  $1/100^{\text{ème}}$  mm au diamètre pour un diamètre inférieur à 50 mm.

La démarche d'étude et de conception de nouveaux procédés de forgeage à froid consiste à estimer les valeurs des efforts, contraintes, températures dans la pièce et dans l'outil [21], puis optimiser certaines de ces valeurs en agissant sur les paramètres les plus sensibles.

#### **213. Choix des matériaux outillage**

La mise en oeuvre de simulations permet d'apprécier les contraintes axiales sur outils et les températures en peau et en sous-couches des outils. Elles constituent alors un guide pour le choix des matériaux. Les caractéristiques des matériaux d'outillages présentées dans la suite de ce paragraphe suivent les indications de l'aciériste AUBERT & DUVAL [22].

#### **2131. Solutions actuelles pour matériaux d'outillages**

Les matériaux d'outillages les plus couramment utilisés sont les aciers pour travail à chaud. Parmi ceux-ci, les aciers à 5 % de Chrome. La nuance la plus connue des forgerons à chaud étant le Z 38 CDV 5.

La Forge de Mulhouse s'est orientée depuis quelques années vers le Z 38 CDV 5 pour les gros outillages et le Z 38 CDV 5 3 pour les petits outillages (le Z 38 CDV 5 3 manque de trempabilité pour les grands diamètres). L'addition de Molybdène améliore la ténacité et la résistance à l'abrasion. La teneur en Carbone abaissée de 0.4 à 0.35 permet l'amélioration du comportement thermomécanique à la fissuration, mais entraîne une chute de résistance à l'usure par abrasion. Le passage de 1 % de Silicium à 0.3 % autorise un usinage par électroérosion de bonne qualité. C'est par exemple la nuance Z 35 CDV 5. L'addition de 3 % de Cobalt améliore la résistance au phénomène de revenu pour les températures supérieures à 600 °C. Il agit par un effet de retardateur de précipitation et coalescence des carbures. On peut citer par exemple la nuance Z 40 CDKV 5 3 3.

Il est à noter que, dans la fourchette de température de travail 550 °C - 600 °C, les caractéristiques à chaud de dureté, résistance à la compression et résilience de ce type de nuances sont indépendantes de l'état initial. En traitements thermiques, on recherchera donc plutôt l'obtention d'une bonne résilience.

Une voie d'amélioration de la tenue à chaud est l'emploi des aciers à 3 % de Chrome, parmi ceux-ci, le Z35 CKW 3 2 2. L'addition de 2 % de Tungstène augmente la dureté à chaud et la résistance au revenu et une telle nuance présente une limite de résistance pratique à la compression de 800 MPa à 600 °C. Une nouvelle nuance, le Z 20 CKWD 10 10 6 2 avec une limite de résistance pratique à la compression de 875 MPa à 600 °C montre qu'une métallurgie classique permet d'augmenter la tenue à chaud.

Toutefois, dès que la température de travail dépasse la température de dernier revenu, soit 550 °C - 600 °C, les caractéristiques mécaniques de résistance à la compression et la dureté chutent très rapidement par coalescence des carbures et changement de phases.

## 2132. Axes d'amélioration

Plusieurs axes d'amélioration de ces solutions actuelles peuvent être proposés. Il s'agit des superalliages ou des carbures qui offrent la particularité de présenter des structures métallurgiques stables jusqu'à la température de fusion de l'alliage.

### 21321. Les superalliages

Ces alliages ont été développés pour la construction des éléments chauds de turbomachines. Leurs propriétés en service requises sont similaires aux outillages de forge, à savoir une bonne résistance au fluage à température élevée et une stabilité à chaud de la structure métallurgique. Ces propriétés sont apportées par un durcissement de la matrice austénitique par les éléments de substitution, la présence d'une phase intermétallique finement précipitée et la présence de carbures de Tungstène, Molybdène, Vanadium et Niobium. Les deux familles sont les alliages à base Nickel et les alliages à base Cobalt.

#### a) Les alliages à base Nickel

Le facteur de durcissement de ces alliages est la phase intermétallique  $\gamma'$  ( $Ni_3(Al, Ti)$ ) à structure cubique cohérente avec la matrice Nickel - Chrome. Les carbures jouent également un rôle important de résistance pour les températures supérieures à 750°C par leur présence aux joints de grain (type  $M_{23}C_6$ ). La phase de précipitation a lieu en deux étapes, à des températures de 800 °C - 900 °C pour le premier traitement et 700 °C - 800 °C pour le second traitement. Les précipités agissent en tant qu'obstacles aux mouvements des dislocations.

Les alliages base Nickel sont utilisables en inserts pour outils neufs ou en rechargement d'outils neufs ou usagés. Les propriétés de soudabilité (pour le rechargement) des alliages contenant une forte quantité de Titane et d'Aluminium sont faibles. Les nuances soudables ne sont donc pas *a priori* les plus performantes. L'usinage par moyens conventionnels est difficile mais l'électroérosion est possible.

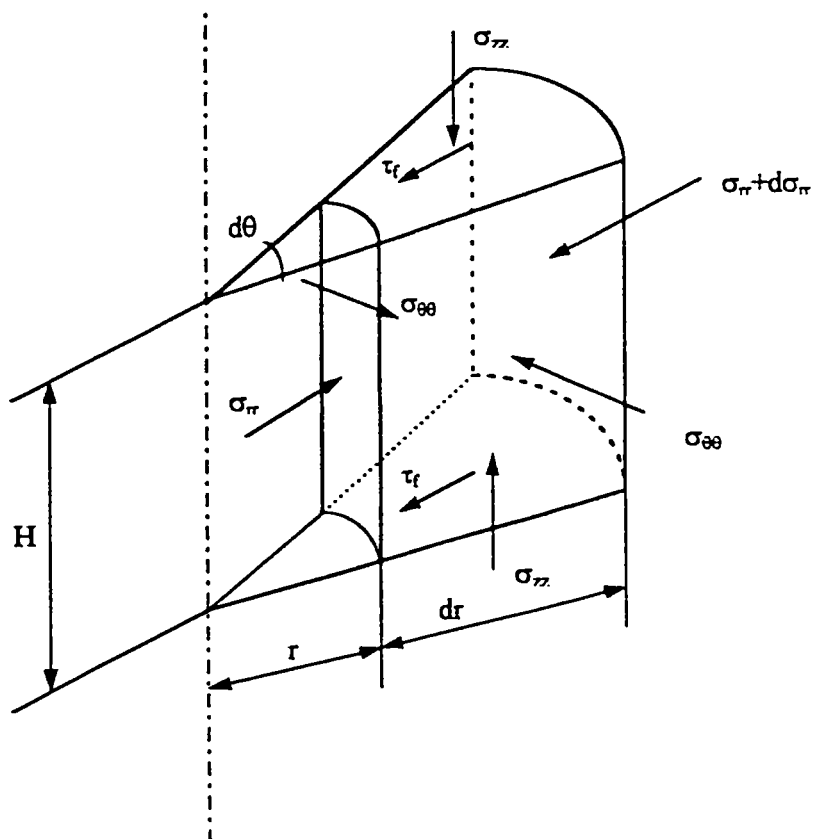
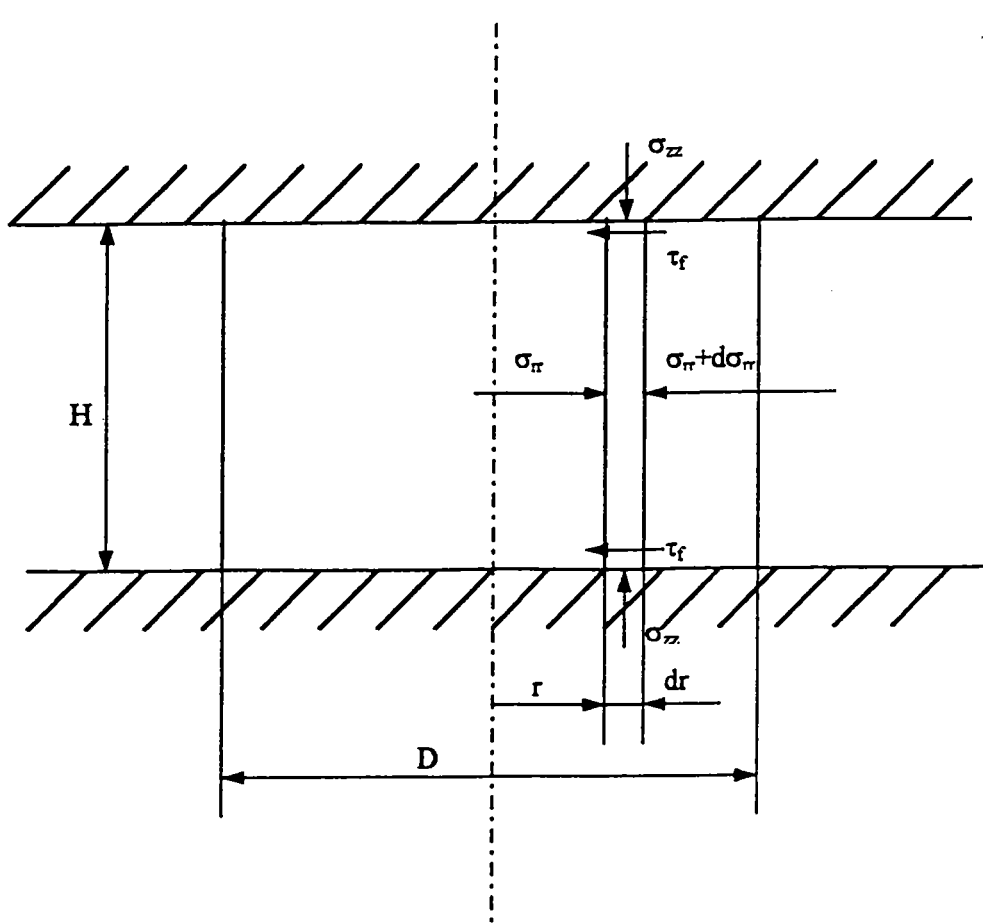


Fig. 1-6 Méthodes des tranches

En estampage, des noyaux, poinçons et matrices sont réalisés en WASPALOY (alliage type INCONEL).

#### b) Les alliages à base Cobalt

Ces alliages sont connus sous le nom de STELLITE. Ils sont intéressants lorsque les conditions de température et pression sont très élevées. Les bases Cobalt ont été peu développées en outil monobloc à cause de leur structure dendritique de fonderie. Elles sont cependant utilisées en rechargement (grade 6 pour le mi-chaud et grade 6 et 25 pour le chaud).

Lorsque les couches rechargées sont supérieures à 4 mm, une sous-couche base Nickel rechargée est préconisée pour assurer un bon accrochage sur le substrat.

#### 21322. Les carbures frittés

Un autre axe d'amélioration est l'emploi des carbures frittés. Le carbure est un matériau composite constitué d'une matrice Cobalt ductile chargée de particules plus dures de Carbures de Tungstène WC. Son mode d'élaboration est le frittage de poudres. Les carbures sont de ce fait très fragiles aux porosités ou à la contamination par poussières. Les propriétés des carbures dépendent de la teneur en Cobalt et de la taille des carbures WC.

Si l'utilisation des carbures pour le travail à froid est bien connue et présente les avantages d'un module d'élasticité élevé 500000 Mpa (pour une teneur en Cobalt de l'ordre de 20%) et d'une résistance à la compression,  $R_{m_c}$  élevée, jusqu'à 4000 à 5000 MPa, des inconvénients existent. Il s'agit d'une très grande sensibilité à la traction, au cisaillement et à la détente élastique et de la nécessité d'un frettage important (frettage double à partir d'une pression interne de 1200 MPa ou frettage par enroulement de feuillard). En travail à chaud, aucun résultat n'est publié.

Sa stabilité structurale est un atout majeur: point de fusion du carbure de tungstène à 3000 °C et du Cobalt vers 1300 °C.

L'usinage par électroérosion est réalisé au moyen d'électrodes SPARCAL (25 % Cu - 75 % W).

## 22. Bibliographie

### 221. Estimation des efforts de mise en forme

L'estimation des efforts de forgeage s'appuie sur les théories de la plasticité ou est issue de l'expérience. Les méthodes de calcul en plasticité ont été décrites, en particulier, par P. BAQUE et al. [23] en 1973. Il s'agit de la méthode des tranches et de la méthode de la borne supérieure, pour les plus connues. La méthode de la borne supérieure est une méthode extrémale et s'appuie sur les travaux de R. HILL de 1956 [23]. Plus récemment, en 1992, J.F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH et Ph. MARIN [24 - 27] ont appliqué la méthode des tranches, dans la cas de la compression de lopins cylindriques, à partir des résultats expérimentaux de A. CHAMOUARD de 1964 [28].

### 2211. Modélisations analytiques

Les différentes méthodes utilisées pour rechercher l'effort de déformation d'une pièce dérivent de la théorie de la plasticité. Les méthodes les plus classiques sont la méthode des tranches et la méthode de la borne supérieure.

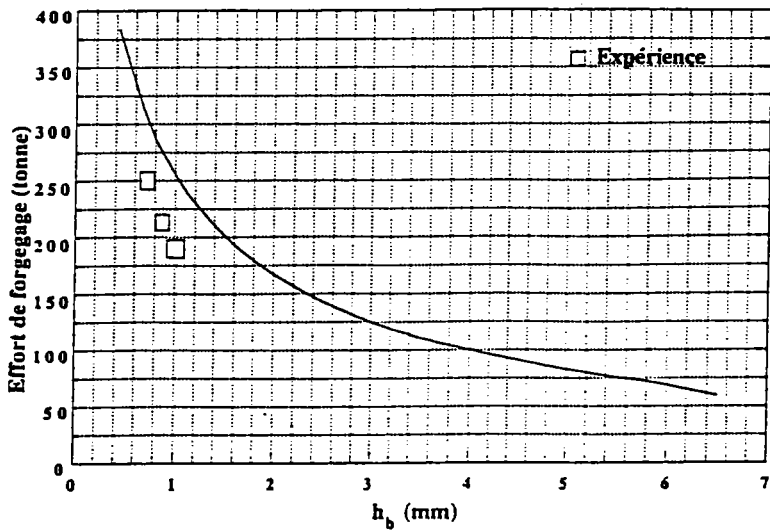


Fig. 1-7 *Présentation des résultats issus de la modélisation analytique  
confrontés aux valeurs mesurées en fin de remplissage  
Forgeage transverse d'un lopin cylindrique à 800°C  
M. SAHI [ 16 ]*

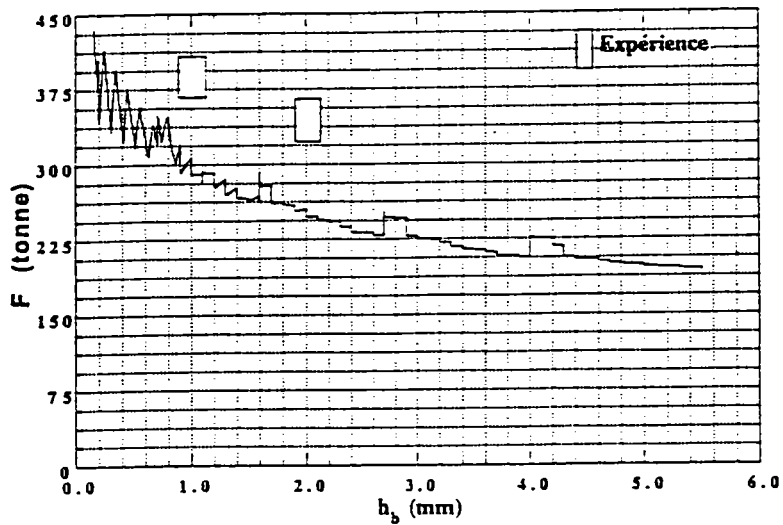


Fig. 1-8 *Présentation des résultats issus de la modélisation analytique  
confrontés aux valeurs mesurées en fin de remplissage  
Forgeage transverse d'un pignon à denture droite à 800°C  
M. SAHI [ 16 ]*

## 22111. Méthode des tranches

Appliquée à une pièce de faible élancement (hauteur / diamètre  $< 1$ ), cette méthode consiste à calculer la valeur approchée de l'effort d'écrasement et la distribution des pressions au contact de l'outil en tenant compte des frottements [6, 24 - 27]. Le matériau est découpé en tranches verticales respectant la symétrie du problème, infiniment minces selon la direction  $Or$ . Le matériau est en état de déformation homogène et les contraintes sont uniformes sur la surface d'une tranche (figure 1-6). Le frottement pièce/outil se traduit par une cission de frottement à l'interface.

L'hypothèse d'un matériau " parfaitement plastique " n'est pas nécessaire. En effet, la déformation qu'il subit étant homogène, sa contrainte d'écoulement  $\sigma_0$  ne dépend pas des variables d'espace. Le calcul peut donc être mené avec un matériau " plastique écrouissable ".

Le principal inconvénient de cette méthode est de négliger le "travail redondant" (cission interne). D'autre part, ce modèle simplificateur ne permet pas de situer le résultat en tant que maximum ou minimum de l'effort, contrairement aux méthodes extrémales. Nous expliciterons ultérieurement cette méthode.

## 22112. Méthode de la borne supérieure

Elle consiste à envisager un champ de vitesses d'écoulement compatible avec les conditions aux limites, puis à partir de ce champ, à déterminer les efforts moteurs en calculant le travail de déformation. Ce calcul conduit à une approximation par excès de l'effort réel [6, 16, 23]. B. AVITZUR [29], puis E. DOREMUS [30] et J.C. GELIN [31 - 32] ont appliquée cette méthode à la compression d'éprouvettes entre outils plats, pour déterminer le comportement du matériau.

M. SAHI [16] a proposé, dans ses travaux, une démarche analytique de prévision des efforts de forgeage de dentures qui tient compte du caractère viscoplastique du matériau et de la géométrie exacte du profil de la denture d'un pignon. Ce qui permet d'évaluer une borne supérieure de la puissance dissipée par déformation plastique et par frottement au niveau du contact pièce/outil. Les résultats obtenus sont illustrés figure 1-7 et figure 1-8 où l'on note un bon accord de ces résultats analytiques avec des mesures d'efforts réalisés sur pièces réelles.

## 2212. Simulations numériques

La méthode des éléments finis constitue un procédé de résolution pour l'étude de la répartition des contraintes et des déformations dans des domaines de forme complexe. La dernière version du logiciel FORGE 2 du Cemef traite le problème du couplage pièce/outil, mais le principal problème reste le choix de la taille du maillage pour un calcul thermique correct. Le logiciel FORGE 3 est en cours d'industrialisation et devrait pouvoir à terme prévoir les problèmes potentiels de la mise en forme des pignons.

## 2213. Modélisations phénoménologiques

### 22131. Modèle de A. CHAMOUARD [28]

Les conclusions de ces travaux proviennent de résultats expérimentaux et ils concernent la prédétermination des efforts sur outils en fin d'estampage de lopins axisymétriques en matrice lisse, fermée ou ouverte. A. CHAMOUARD a montré expérimentalement que le seuil d'écoulement est fonction de l'élancement de la pièce  $k=H/D$ .

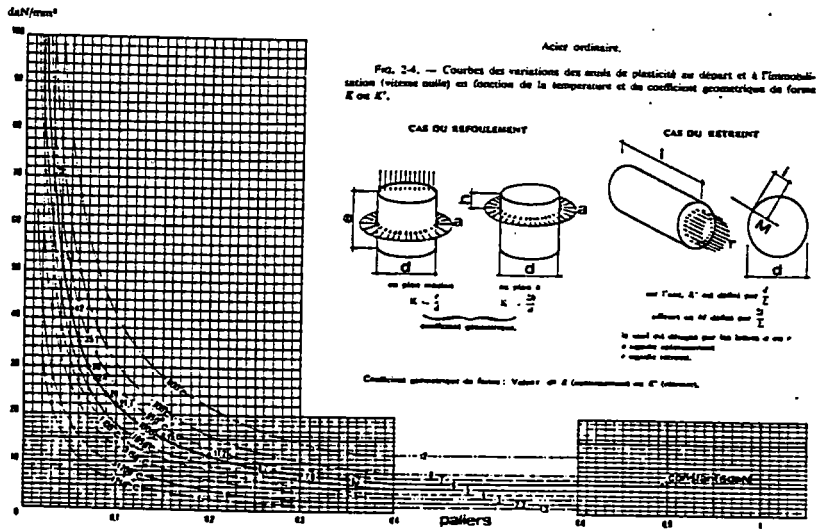


Fig. 1-9 Seuil d'écoulement selon A. CHAMOUARD [ 28 ]

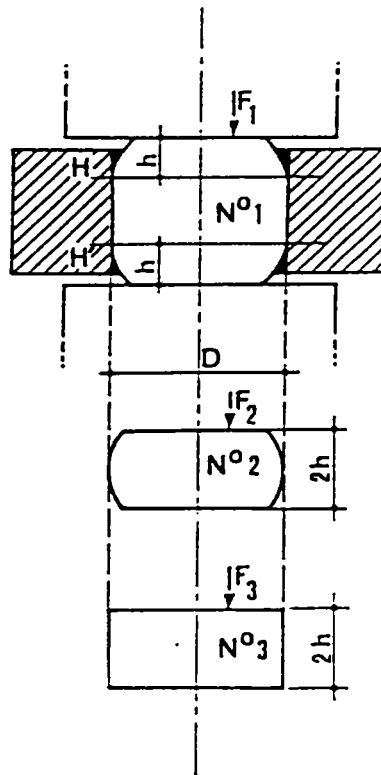


Fig. 1-10 Solides équivalents selon A. CHAMOUARD [ 28 ]

Le seuil d'écoulement est déterminé par un abaque, en fonction du rapport  $k$  et de la température de forgeage (figure 1-9). Le rapport  $k$  est déterminé à partir des hypothèses suivantes:

a) Au cours de la déformation, le domaine de matière compris entre les deux plans parallèles H et H' est indéformable. D'après A. CHAMOULARD, la pièce se comporte comme si ce domaine indéformable n'existait pas et comme si les deux parties inférieure et supérieure étaient directement en contact l'une avec l'autre. La pièce se comporte alors comme un objet beaucoup plus plat: solide équivalent de Diamètre  $D$  et de hauteur  $2h$  (figure 1-10).

b) La mesure de la cote  $h$  entraîne la connaissance du solide équivalent.

c) La hauteur du lopin équivalent étant déterminée,  $2h$ , le diamètre étant connu,  $D$ , le rapport  $k$  peut être calculé. La contrainte d'écoulement peut alors être exprimée au moyen de l'abaque *Seuil d'écoulement* =  $f(k)$ .

L'effort de forgeage en fin d'estampage est alors estimé en intégrant cette contrainte sur la surface de la pièce en contact avec l'outil.

### 22132. Autres travaux

Les résultats empiriques de A. CHAMOULARD sont bien connus des spécialistes de la forge et ont servi de base à d'autres travaux portant sur ce problème de prévision rapide de la déformation en estampage. Parmi les auteurs qui ont repris ces hypothèses figurent J. F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH et Ph. MARIN [24 - 27].

Le modèle développé par ces auteurs, le COPEST, est destiné à l'aide à la conception de pièces estampées par ordinateur. Il permet l'optimisation des rayons de pièce et/ou de la température de forgeage en fonction des pressions internes admissibles à l'intérieur de l'outil (pour éviter l'apparition de fissures). Cette optimisation est pratiquée lorsque l'écoulement du matériau est pratiquement terminé et qu'il ne reste qu'un faible volume à remplir. D'une manière générale, une augmentation de la température de forgeage facilite l'écoulement du matériau de la pièce alors que la diminution de la valeur des rayons tend à élever le niveau des efforts d'estampage.

La prévision des efforts de forgeage en fin d'estampage est fondée sur les hypothèses de A. CHAMOULARD. Le remplissage ultime de la matrice est gouverné par un seuil de plasticité. Celui-ci est fonction de la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_e$ , du coefficient de frottement de Coulomb  $f$  entre pièce et outil et du coefficient d'élanement  $k$  et est défini à partir d'une approche par la méthode des tranches:

$$\sigma_0 = \sigma_e \left[ 2 \frac{k}{f} \left[ \frac{k}{f} \left( e^{\frac{f}{k}} - 1 \right) - 1 \right] + 0,172 \cdot 10^{14} (k - 0,03) e^{-33,73k^{0,1}} \right]$$

Cette expression résume les travaux de A. CHAMOULARD en une formule qui met en valeur deux termes: la limite d'élasticité du matériau  $\sigma_e$  fonction de la température et un terme lié à la géométrie de la pièce et au frottement

$$2 \frac{k}{f} \left[ \frac{k}{f} \left( e^{\frac{f}{k}} - 1 \right) - 1 \right] + 0,172 \cdot 10^{14} (k - 0,03) e^{-33,73k^{0,1}}$$



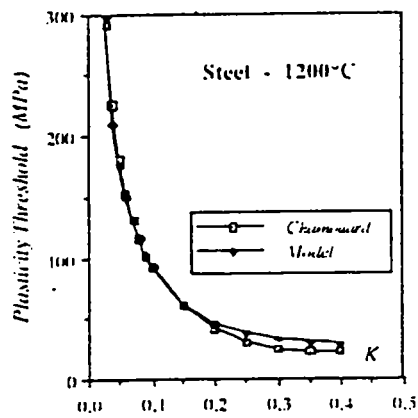
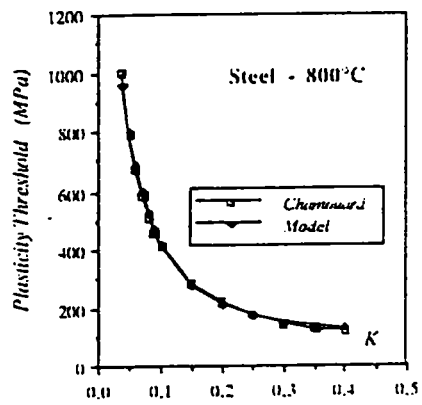


Fig. 1-11 Comparaison des résultats de modélisation de J.F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH et Ph. MARIN [ 24 - 27 ] et des résultats expérimentaux de A. CHAMOARD [ 28 ]

le premier élément de cette expression

$$2 \frac{k}{f} \left[ \frac{k}{f} \left( e^{\frac{f}{k}} - 1 \right) - 1 \right]$$

est issu d'une approche par la méthode des tranches, alors que le second

$$0,172.10^{14} (k - 0,03) e^{-33,73k^{0,1}}$$

est une correction mathématique du modèle à partir des résultats expérimentaux de A. CHAMOUARD.

Actuellement l'échauffement apporté par la déformation plastique n'est pas pris en compte.

Les résultats comparés de cette modélisation et des relevés expérimentaux de A. CHAMOUARD sont représentés figure 1-11.

D'autres auteurs, tel S.K. BISWAS et al. [33] proposent une démarche d'optimisation de préforme de filage assistée par ordinateur. Les variantes de géométries de préformes proposées sont issues d'une analyse des travaux de A. CHAMOUARD et corrélées à des simulations physiques. La meilleure préforme est un compromis entre l'usure des outils et l'économie de matière. N. AKGERMAN et T. ALTAN [34] corréleront également les hypothèses expérimentales sur l'écoulement du matériau de A. CHAMOUARD avec des calculs numériques et des simulations physiques par plasticine. La simulation physique est développée comme un complément naturel aux modélisations numériques, dans la mesure où elle renforce la connaissance des phénomènes ou valide certaines hypothèses. Les travaux portent sur la détermination des opérations de préforme de telle façon à ce que lors de l'opération de finition, une pièce sans défaut puisse être réalisée. Leurs conclusions mettent en valeur l'importance de la conception optimisée des gammes de forgeage sur la diminution des coûts pièce. En marge de ces études, S.W. LUI et al. [35] insistent sur la souplesse et la modularité des moyens de simulation rapide développés sur micro-ordinateur par rapport aux stations de calcul.

#### 2214. Simulation physique par matériaux modèles

La prévision de l'écoulement de la matière et des efforts de déformation lors de la mise en forme d'un lopin par un seul type de simulation n'est pas suffisante. En effet, chaque simulation ne peut apporter qu'un éclairage particulier à un problème global. Afin de prévoir au mieux les différents phénomènes, il faut au contraire multiplier les modes de simulation indépendants., chacun enrichira les autres de ses résultats.

Dans ce contexte, la simulation physique par matériaux modèles est un complément naturel à la modélisation analytique ou numérique. Elle permet en effet de vérifier ou proposer certaines hypothèses sur les écoulements de matière et les remplissages de gravures [6, 16, 23, 36, 37 - 40]. Mise en oeuvre sur des maquettes d'outillages, elle est une aide à la conception des gammes de déformation économique, souple et rapide. Par contre, sa fiabilité est réduite si l'on ne suit pas certaines règles. Ces règles sont fixées par l'analyse dimensionnelle. L'analyse dimensionnelle permet, connaissant les grandeurs intervenant dans un problème physique, de proposer la forme de l'équation liant ces différentes grandeurs en les regroupant sous forme de produits adimensionnels en nombre inférieur au nombre de grandeurs initiales. Elle permet également de généraliser les résultats d'expériences particulières et d'appliquer ces connaissances à des situations nouvelles moyennant le respect de certaines conditions appelées conditions de similitude [41 - 44]. Le théorème de Vaschy-Buckingham sera développé en annexe I.

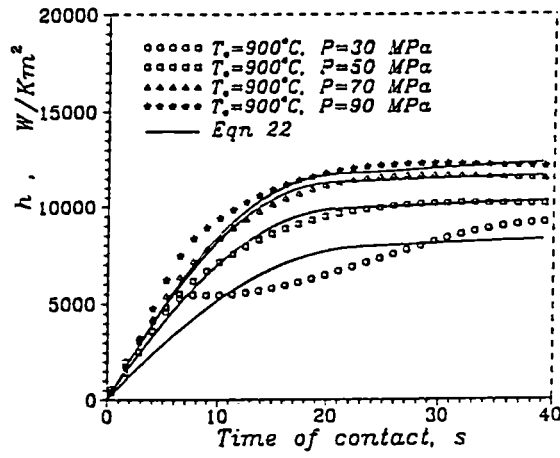


Fig. 1-12 Evolution du coefficient d'échange de chaleur entre la pièce et l'outil  
Z. MALINOWSKI et al. [ 36 ]

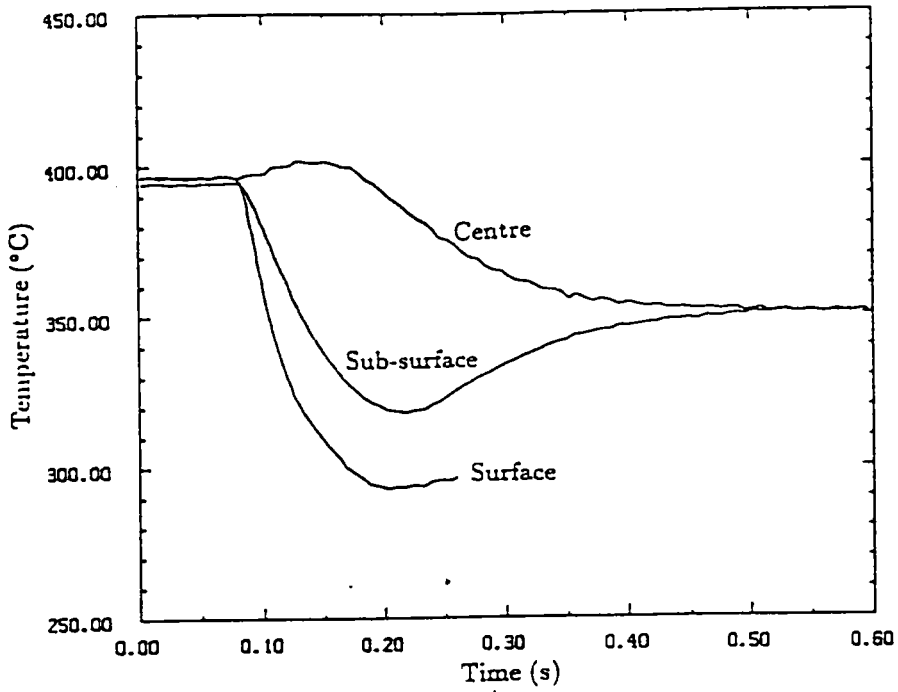


Fig. 1-13 Mesures de température à coeur et en peau d'une barre laminée  
B.K. CHEN et al. [ 41 ]

## 222. Echange thermique à l'interface pièce/outil

Si les auteurs précédents traitaient de la mise en forme des pièces forgées par une approche mécanique, d'autres étudient les aspects thermiques et plus particulièrement les transferts de chaleur au travers de l'interface pièce/outil.

Z. MALINOWSKI et al. [45] et H. Y. KIM, J. J. KIM et N. KIM [37] présentent une technique de détermination du coefficient d'échange de chaleur entre la pièce et l'outil. Cette technique s'appuie sur les travaux de P. DADRAS et al. [46], S.L. SEMIATIN et al. [47] et P. R. BURTE, Y. T. IM, T. ALTAN et S. L. SEMIATIN [48]. Le coefficient d'échange est considéré comme une fonction de la durée de contact, de la pression et de la température. Cette méthode nécessite la mesure de températures proches de la surface d'un outil expérimental. Une méthode par éléments finis est employée pour la résolution du problème. Les résultats montrent que le coefficient d'échange est très sensible aux pressions de contact, mais peu à la température de l'outil chaud (figure 1-12). Ces conclusions sont en accord avec B.K. CHEN et al. [49] qui ont étudié l'évolution de la valeur du coefficient d'échange thermique au cours du laminage. Ils précisent en outre que les différences significatives d'histoires thermiques mesurées au centre et à la surface de la pièce confirment la nécessité d'employer un modèle thermomécanique de simulation dès que la déformation à différentes températures dans la pièce pourrait conduire à une variation significative de la contrainte d'écoulement et de la microstructure (figure 1-13). C.M. SELLARS [50] insiste également sur la nécessité de prendre en compte aussi bien les paramètres mécaniques que thermiques dans la modélisation des procédés de forgeage à chaud.

En France, J.F. RENAUDIN et G. BATTI du CETIM [51] se sont appuyés sur les travaux de L. COUTU [52] et ont proposé une méthode simplifiée de détermination de la température des outillages en forgeage à chaud. Les simplifications adoptées fournissent des majorants des valeurs physiques mais la méthode présente l'avantage d'être utilisable rapidement et sans moyen informatique important.

### 3. Travaux effectués

A l'issue de ce premier chapitre consacré à l'état de l'art en forgeage précis et à une synthèse bibliographique, une partie expérimentale sera proposée au chapitre 2. Elle aura pour objectif de rendre compte des problèmes rencontrés lors de la mise en forme par forgeage de pièces de pignonnerie. Les expériences sont menées sur presse en conditions industrielles et sur maquette de simulation en laboratoire. Le développement d'une nouvelle méthode de dépouillement des essais de simulation physique pour la phase finale de remplissage de la gravure outil complétera l'approche par simulation physique.

L'analyse plus fine de l'effort de mise en forme en fin de forgeage en liaison avec le degré de remplissage de l'outil est rendue possible par une approche analytique dont les aspects théoriques seront exposés au chapitre 3. Fondée sur les concepts théoriques présentés dans ce premier chapitre, cette modélisation sera appliquée à une pièce axisymétrique et à un pignon à denture droite de référence. Les résultats issus de la modélisation analytique seront comparés à des mesures sur presse pilote instrumentée, à des résultats issus de modélisation analytique par la méthode de la borne supérieure [16] et à des résultats de modélisation numérique FORGE 2.

Le chapitre 4 présentera les aspects théoriques de l'approche thermique. Cette modélisation des phénomènes thermiques conduira à la proposition du couplage faible thermomécanique entre la pièce et l'outil. La synthèse des résultats sera proposée au chapitre 5, puis ces résultats de modélisation seront exploités dans un contexte industriel. L'endommagement des matrices par adoucissement en cours de service sera abordé et des réponses au problème de conception des outillages seront proposées.

Les aspects microstructuraux du matériau pièce, ainsi que leur évolution au cours de la déformation seront étudiés. Cette étude s'appuiera sur la notion de pouvoir dissipateur de puissance du matériau et devra conduire, à terme, à définir les domaines de température de déformation optimaux et à estimer les niveaux d'échauffement de la matière en cours de déformation. Cette valeur d'échauffement pourra être intégrée à la simulation analytique (cette étude n'étant pas achevée, elle sera exposée en annexe 4).

Nous ferons état des conclusions de notre étude dans le chapitre 6 et nous exposerons les développements potentiels de notre démarche.

## Bibliographie chapitre 1

- [1] A. R. O. ABDEL-RAHMAN, T. A. DEAN  
The Quality of Hot Forged Spur Gear Forms  
Int. J. Mach. Tool Des. Res. Vol. 21, N° 2, pp. 109 - 127, 1981
- [2] R. R. SKROCKI  
Precision Forging of Spiral Bevel Gears  
Metals Engineering Quarterly - February 1976
- [3] P. RAVASSARD  
Forge à froid: les forces de forgeage  
CETIM informations n° 51, 1984
- [4] C. BOURNICON  
Pourquoi le forgeage à mi-chaud  
CETIM informations, n° 101, juin 1987
- [5] J. PENEL  
La forge à mi- chaud des aciers  
CETIM informations, n° 56, 1984
- [6] CEMEF [Centre de Mise en Forme des Matériaux - ENSMP]  
Séminaire de plasticité et mise en forme des métaux  
Sophia Antipolis - 17 - 21 Septembre 1990
- [7] G. SURDON  
Simulation numérique du forgeage tridimensionnel à chaud  
Thèse ENSMP, 1986
- [8] J. L. CHENOT  
La modélisation numérique des procédés de mise en forme des métaux  
La Revue de Métallurgie, Déc. 1993, 1567-1575
- [9] M. KNOERR, J. L. ALTAN, T. ALTAN  
Application of the 2D finite element method to simulation of various forming processes  
Journal of Materials Processing Technology, 33 [1992] 31-35
- [10] D. P. TOWNSEND, E. N. BAMBERGER, E. V. ZARETSKY  
A Life Study of Ausforged, and Standard Machined AISI M - 50 Spur gears  
Transactions of the ASME, Journal of Lubrication Technology, July 1976
- [11] H. VON EIFF, K. H. HIRSCHMANN, G. LECHNER  
Influence of Gear Tooth Geometry on Tooth Stress of External and Internal Gears  
Journal of Mechanical Design, Vol. 112 - 575, December 1990
- [12] D. K. BENEDICT  
Forged Straight Bevel Gears - An Overview  
Society of Automotive Engineers, Inc. 1984
- [13] F. DOHMANN, O. TRAUDT, F. JUTTE, B. GODDE  
Filage à froid de pièces à denture droite  
Le Tréfilé 36 et 37 [1986]
- [14] K. LANGE

Some Aspects of the Development of Cold Forging to a High-Tech Precision Technology

Journal of Materials Processing Technology, 35 [1992] 245 - 257

- [15] G. BOSTBARGE, H. FAURE  
Forgeage à froid de l'acier  
Techniques de l'Ingénieur M 625, 1995
- [16] M. SAHI  
Contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis: application à l'élaboration de pignons  
Thèse de l'Université de Sciences de Metz, 1996
- [17] J.P. BERNADOU  
Le forgeage à mi-chaud des aciers  
Revue Française de Mécanique, n° 1984-2
- [18] Ecole d' Eté d' Oléron  
Comportement des aciers à mi-chaud  
Mise en forme des métaux  
Ouvrage collectif, Presses du CNRS - IRSID
- [19] G. PIERSON  
Comportement mécanique et métallurgique des aciers de construction automobile déformés dans le domaine des températures intermédiaires  
Thèse de Docteur Ingénieur INPL - Nancy, 1983
- [20] I. MIZUTANI, I. IWASAKI  
Recent Trends in Precision Forging  
JSAE Review Vol. 9, n° 3, July 1988
- [21] J. S. GUNASEKERA, C. E. FISCHER, R. ANBAJAGANE  
A three stage approach to the design of manufacturing process  
Proceedings of the Near-Net-Shape Manufacturing: Examining Competitive Processes Conference, Pittsburgh, Pennsylvania, September 27-29, 1993
- [22] Aciéries AUBERT et DUVAL  
Matériaux pour outillages de forge, 1995
- [23] P. BAQUE, E. FELDER, J. HYAFIL, Y. DESCATHA  
Mise en forme des matériaux  
Dunod, Vol. 1, 1973
- [24] J. F. BOUJUT, S. TICHKIEWITICH  
A step toward automatic dressing of a three dimensionnal stamped part  
J. Mater. Process. Technol. 34 [1992] 163-171
- [25] S. TICHKIEWITICH, J. F. BOUJUT  
Designing to avoid potential defects: simulation of the temperature effect on closing pressure during stamping  
J. Mater. Process. Technol. 32 [1992] 399-406
- [26] Ph. MARIN, J. F. BOUJUT, S. TICHKIEWITICH  
Fast simulation system for axisymetrical stamped parts deformation  
J. Mater. Process. Technol. 45 [1994] 43-50

- [27] S. TICHKIEWITCH, J.F. BOUJUT, Ph. MARIN  
Vers un système de simulation rapide de déformation en estampage  
International Forging Congress, Venice, 27-29 September 1993
- [28] A. CHAMOULARD  
Estampage et Forge, T1  
Dunod, 1964
- [29] B. AVITZUR  
Limit analysis of disc and strip forging  
Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 9, pp 165-195
- [30] E. DOREMUS, J. OUDIN, J. P. BRICOUT, Y. RAVALARD  
A new device for upsetting tests of steels at high temperatures  
J. Mater. Process. Technol. 26 [1991] 257-266
- [31] J. C. GELIN, J. OUDIN, Y. RAVALARD  
Determination of the flow-stress-strain curves for metals from axisymmetric upsetting  
J. of Mech. Work. Technol. 5 [1981] 297-308
- [32] J. C. GELIN  
Contribution à la détermination des lois d'écoulement et limites de ductilité des métaux  
par essai de compression  
Thèse ENSAM 1980
- [33] S. K. BISWAS, W.A. KNIGHT  
Preform design for closed die forgings: experimental basis for computer aided design  
Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 15 [1975], pp 179-193
- [34] N. AKGERMAN, J.R. BECKER, T. ALTAN  
Preform design in closed-die forging  
Metallurgia and Metal Forming, May 1973, pp 135-138
- [35] S.W. LUI, M.K. DAS  
Interactive design of axisymmetric forging dies using a desk-top computer  
Journal of Mechanical Working Technology, 5 [1981] 85-103
- [36] H.-Y. KIM, J.-J. KIM, N. KIM  
Physical and numerical modeling of hot closed-die forging to reduce forging load and  
die wear  
J. Mater. Process. Technol. 42 [1994] 401-420
- [37] P. RAVASSARD, G. BATTI, H. KACZMAREK  
Aide à la conception des gammes de forgeage par simulation des écoulements avec  
de la plasticine  
CETIM - Informations n° 83, Déc. 1983
- [38] J. MONTAGUT  
Simulation des procédés de mise en forme  
Rapport d'étude CETIM, 1979
- [39] T. ALTAN, H.J. HENNING, A.M. SABROFF  
The use of model materials in predicting forming loads in metalworking  
Trans. of ASME, J. Eng. Ind., May 1970, 444-452



- [40] S.FINER, S. KIVIVUORI, H. KLEEMOLA  
Stress-strain relationships of wax-based model materials  
J. Mech. Work. Tech., 12 [1985], 269-277
- [41] L. SEDOV  
Similitude et dimensions en mécanique  
Editions de Moscou 1972  
Traduction Française - Editions Mir - 1977
- [42] B. PONTHEIU  
Théorie des similitudes  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz, 1989
- [43] R. HERBACH  
Analyse prévisionnelle  
Institut Polytechnique de Sévenans, 1995
- [44] P. CELESTRE  
Théorie généralisée d'analyse dimensionnelle et de similitude  
Congrès de Mécanique appliquée, 1957
- [45] Z. MALINOWSKI, J.G. LENARD, M.E. DAVIES  
A study of the heat-transfert coefficient as a function of temperature and pressure  
Journal of Materials Processing Technology, 41 [1994] 125-142
- [46] P. DADRAS, W.R. WELLS  
Heat transfer aspects of nonisothermal axisymmetric upset forging  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 106 [1984] 187-195
- [47] S.L. SEMIATIN, E.W. COLLINGS, V.E. WOOD, T. ALTAN  
Determination of the interface heat transfer coefficient for non-isothermal bulk forming processes  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 109 [1987] 49-57
- [48] P.R. BURTE, Y.T. IM, T. ALTAN, S.L. SEMIATIN  
Measurement and analysis of heat transfer and friction during hot forging  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 112 [1990] 332-339
- [49] B.K. CHEN, P.F. THOMSON, S.K. CHOI  
Temperature distribution in the roll-gap during hot flat rolling  
Journal of Materials Processing Technology, 30 [1992] 115-130
- [50] C.M. SELLARS  
Computer modelling of hot-working processes  
Materials Science and Tehnology, April 1985, Vol. 1, 325-332
- [51] J.F. RENAUDIN, G. BATIT  
Température superficielle maximale d' une matrice d' estampage  
Méthode simplifiée de détermination  
CETIM - Informations n° 74, 1979
- [52] L. COUTU  
Echauffement et usure des matrices en forgeage à chaud de l' acier  
Thèse de Docteur - Ingénieur - Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1979

## CHAPITRE 2

### APPROCHE EXPERIMENTALE

#### SIMULATION PHYSIQUE PAR MATERIAUX MODELES

#### SOMMAIRE

	Page
<b>1. Présentation des essais.....</b>	<b>28</b>
11. Présentation de la maquette de simulation .....	28
12. Définition des ébauches .....	28
13. Préparation des ébauches.....	29
14. Identification de la loi de comportement de la plasticine.....	29
15. Choix du lubrifiant .....	30
16. Essais réalisés.....	31
17. Résultats.....	31
<b>2. Dépouillements des essais .....</b>	<b>31</b>
21. Commentaires des écoulements .....	31
211. Ecoulement pour l'ébauche de type " a " .....	31
212. Ecoulement pour l'ébauche de type " b " .....	32
22. Cartes de déformation généralisée .....	32
221. Carte de déformation généralisée de l'ébauche de type " a " .....	32
221. Carte de déformation généralisée de l'ébauche de type " b " .....	32
23. Estimation de la vitesse de déformation généralisée .....	33
24. Synthèse des résultats qualitatifs - Discussion .....	33
<b>3. Lois de similitude sur les efforts .....</b>	<b>34</b>
31. Lois de similitude lors du remplissage global - Application du théorème de Vaschy-Buckingham.....	34
32. Lois de similitude en phase finale du remplissage .....	36
<b>4. Résumé - Discussion.....</b>	<b>38</b>
<b>Bibliographie chapitre 2.....</b>	<b>40</b>

## CHAPITRE 2

### SIMULATION PHYSIQUE PAR MATERIAUX MODELES

L'utilisation de matériaux modèles à grande ductilité pour simuler l'opération réelle est un outil de développement des procédés souvent utilisé en forge. Cette approche ne nécessite que des moyens simples, permet la visualisation des écoulements de la matière et permet d'avancer de manière optimale dans la conception [1, 2, 3, 4 - 7]. Pour notre part, nous avons utilisé la simulation physique en tant que moyen de prévision de l'écoulement et des efforts de forgeage axiaux. Les cas traités sont une pièce axisymétrique et un pignon à denture droite, domaine dans lequel la simulation numérique est en plein développement.

Une simulation physique fiable requiert l'utilisation d'un matériau modèle dont le comportement mécanique et thermique est le plus proche possible du comportement du matériau réel. Le matériau modèle que nous utilisons, la plasticine, présente un comportement mécanique très proche de celui de l'acier à mi-chaud, par contre l'aspect thermique est très mal pris en compte. D'autre part, les conditions de lubrification à l'interface pièce/outil du système similaire doivent être choisies de telle façon à respecter la similitude sur le frottement. Enfin, le troisième aspect important est la théorie des similitudes utilisée pour le dépouillement des essais. Nous appliquerons le théorème de Vaschy-Buckingham (cf. annexe 1) dans un système d'unités intrinsèques [7 - 9], afin d'exprimer le coefficient de similitude sur les efforts axiaux de mise en forme.

#### 1. Présentation des essais

Les simulations de forgeage réalisées reproduisent les conditions de déformation de l'acier à 800°C.

#### 11. Présentation de la maquette de simulation

La maquette de simulation développée dans le cadre de ces travaux offre la particularité de pouvoir suivre les écoulements en direct (figure 2-1). Le poinçon est mobile alors que le reste de l'outillage est fixe et le suivi de l'écoulement est effectué derrière un écran transparent (Plexiglas épaisseur 40 mm) bridé sur la maquette pour éviter toute déformation. Des tolérances géométriques de planéité du plan de coupe de 0.02 mm, de concentricité des outils mobiles par rapport aux outils fixes de 0.02 mm et de rugosité  $R 0.8$  permettent une mise en forme sans filage de bavure. La maquette est réalisée en Duralumin anodisé et les matrices en PVC ou en résine, les poinçons sont réalisés en Delrin.

Un enregistrement par caméra à 25 images/s nous restitue le film de la déformation. Ce film est ensuite analysé et traité en différé.

#### 12. Définition des ébauches

Les essais sont effectués sur deux types de pièces: une pièce de géométrie axisymétrique (figures 2-2 et 2-3) et un pignon à denture droite (figure 2-4). Les géométries des lopins initiaux sont de deux types: un lopin de type " a " favorisant un écoulement de matière axial (figure 2-5) alors que le lopin de type " b " favorise un écoulement radial (figure 2-6). Les géométries des ébauches sont similaires, à l'échelle 3, aux ébauches grandeur réelle en acier (chapitre 3).

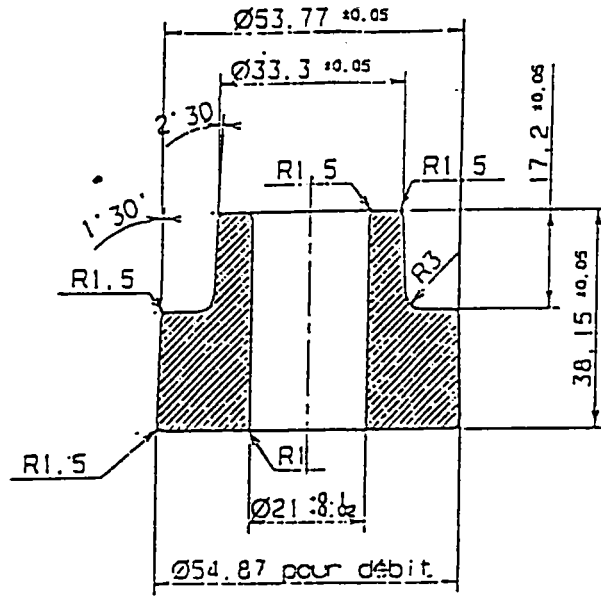


Fig. 2-5 Lopin type "a"

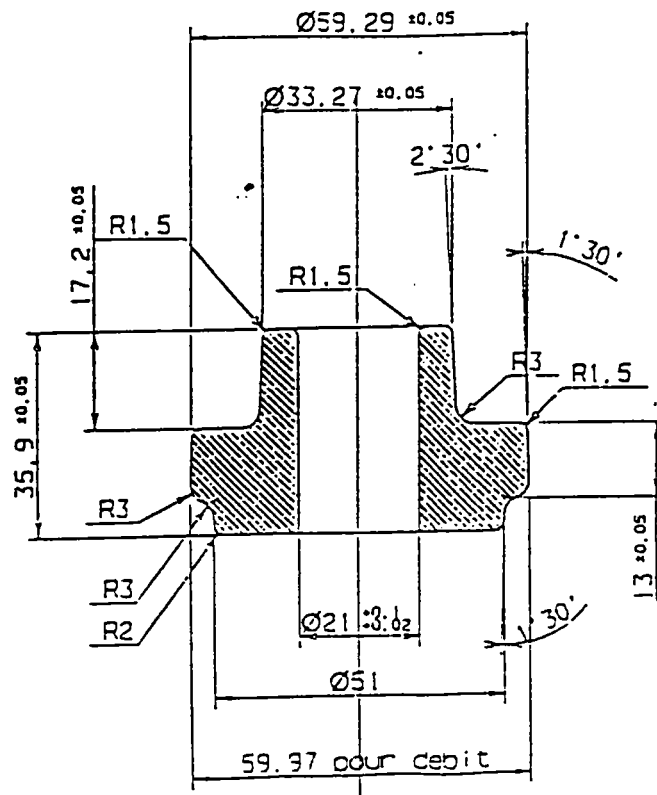
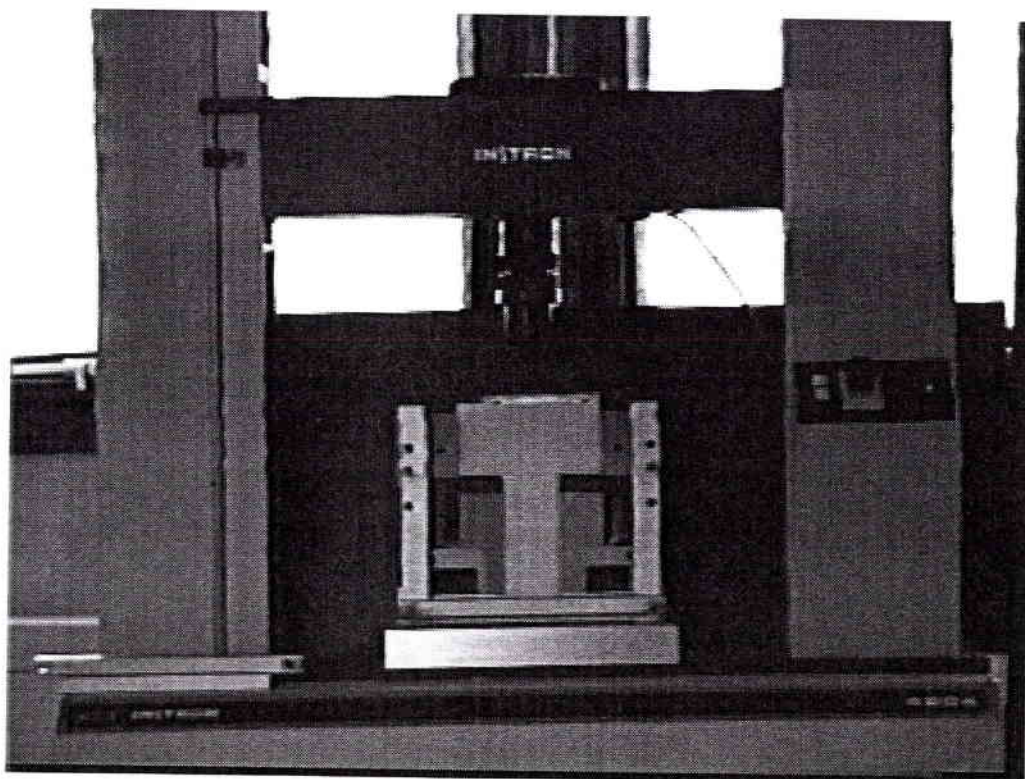
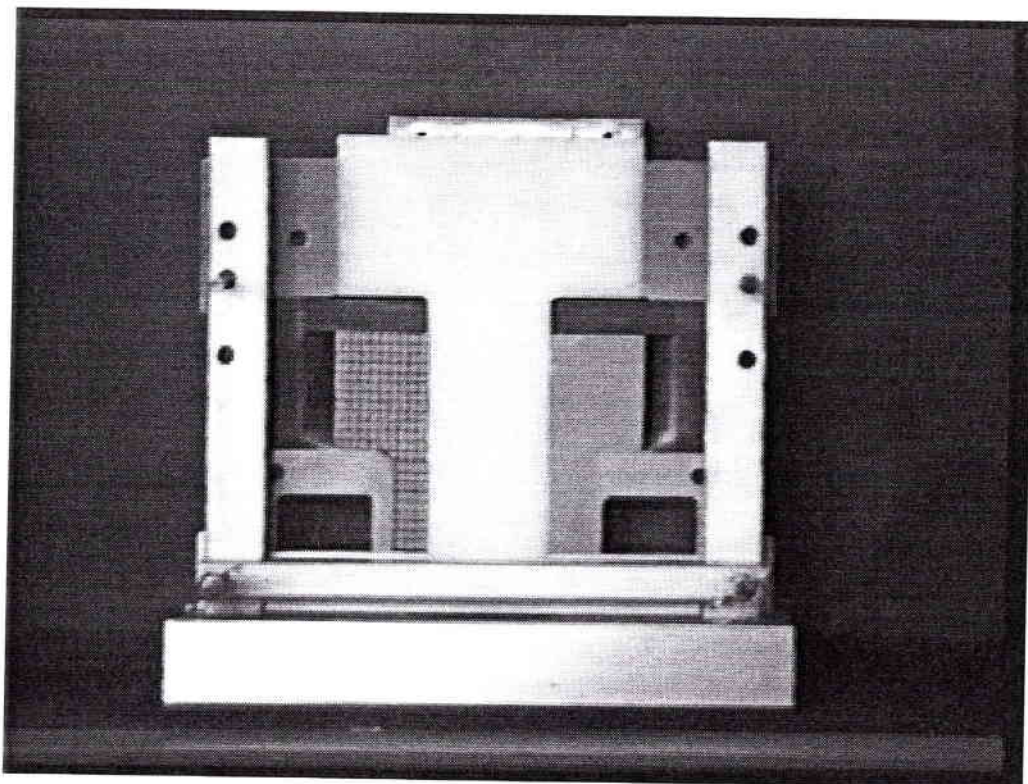


Fig. 2-6 Lopin type "b"



*Fig. 2-1*      *Maquette de simulation présentée sur machine INSTRON*



Fig. 2-2 Pièce de géométrie axisymétrique

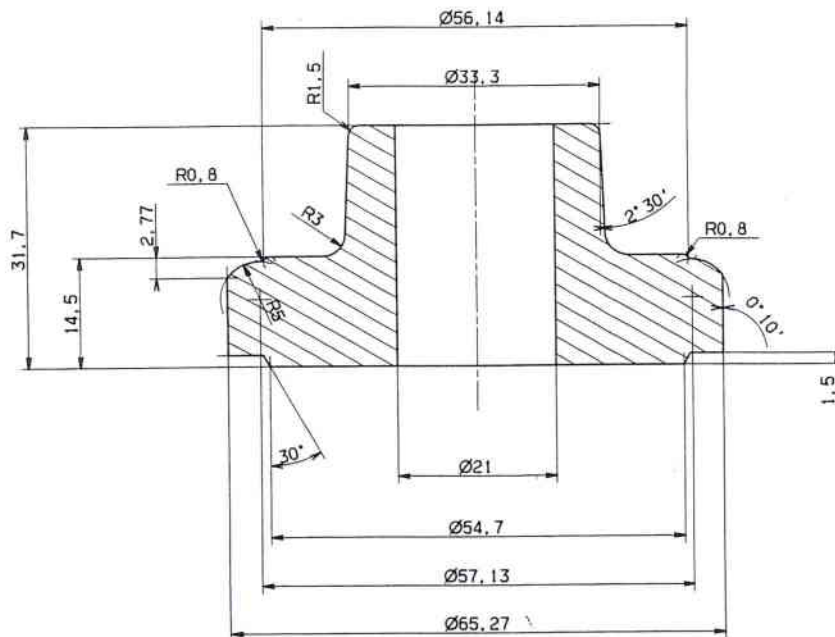


Fig. 2-3 Pièce de géométrie axisymétrique (plan)





*Vue face arrière, mise en évidence du rayon d'arête bas*



*Vue face avant, côté canon du pignon*

*Fig. 2-4 Pignon à denture droite*

### 13. Préparation des ébauches

Les ébauches sont demi-cylindriques pour l'analyse qualitative de l'écoulement (suivi de l'écoulement derrière l'écran transparent) et cylindriques pour la mesure des efforts et sont obtenues par moulage. La plasticine est chauffée à une température de l'ordre de  $140^{\circ}\text{C}$ , puis coulée dans le moule préchauffé et lubrifié. Les lopins obtenus sont ensuite maillés.

Deux types de marquage ont été employés:

- réseau de mailles carrées de  $5\text{ mm}$  de côté: la dimension de ces mailles nous permet le dépouillement dans la configuration finale avec suffisamment de précision,
- réseau de points de  $0.5\text{ mm}$  de diamètre formant une maille de  $5\text{ mm}$  de côté.

Pour certains essais, des maillages tracés dans un plan de coupe perpendiculaires à l'axe de symétrie et sur la surface extérieure ont permis des analyses qualitatives de l'écoulement.

### 14. Identification de la loi de comportement de la plasticine

La connaissance de ce comportement présente un intérêt dans la mesure où il permettra d'estimer les efforts de mise en forme du matériau réel, par application des lois de similitude.

L'essai de compression est un moyen d'investigation bien adapté à l'étude du comportement de la plasticine. Il permet d'atteindre des niveaux de déformation et de vitesse de déformation comparables à celles obtenues en simulation du forgeage. Il permet d'autre part de caractériser le comportement mécanique en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation.

L'essai de compression permet de mesurer l'effort axial en fonction de l'écrasement d'une éprouvette cylindrique. Le comportement mécanique du matériau est ensuite étudié par une analyse de la compression plane par la méthode de la borne supérieure telle que l'a proposée B. AVITZUR [10]. Le théorème de la borne supérieure implique la minimisation d'une fonctionnelle:

$$F = P_i^* + P_f^*$$

où  $P_i^*$  caractérise la puissance dissipée intrinsèque,  
 $P_f^*$  la puissance dissipée par le frottement.

La minimisation de cette fonctionnelle, pour un coefficient de frottement  $\bar{m}$  et une géométrie d'éprouvette  $\frac{H}{R}$  connus, donne une valeur par défaut de la contrainte d'écoulement  $\sigma_0$ .

Selon cette méthode, le comportement mécanique du matériau est exprimé par un rapport caractéristique:

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = 1 + \frac{2\bar{m}}{3\sqrt{3}} \frac{R}{H} - \frac{\frac{1}{3} \left( \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \right)^2}{1 + \frac{2\bar{m}}{3\sqrt{3}} \frac{H}{R}}$$



**Rapport caractéristique Pression moyenne /  $\sigma_0$  en fonction de l'écrasement et du coefficient de frottement**

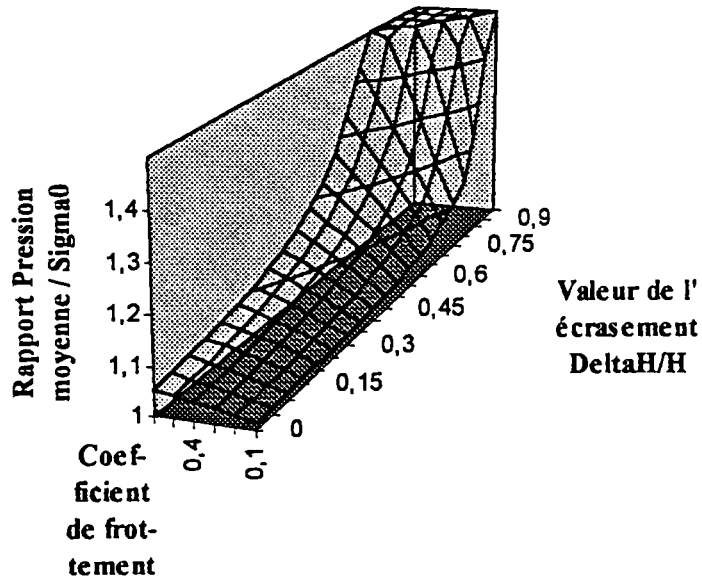


Fig. 2-7 Evolution du rapport caractéristique en fonction du coefficient de frottement et de l'écrasement

**Rapport Rayon équatorial / Rayon contact en fonction de l'écrasement et du coefficient de frottement**

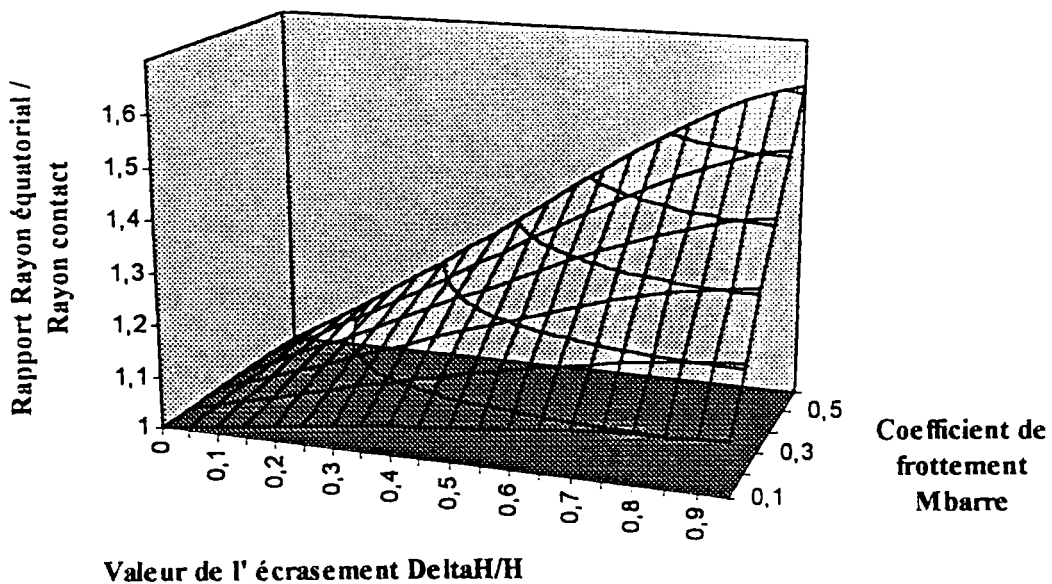


Fig. 2-8 Détermination du coefficient de frottement à partir de la mesure du rapport  $R_b / R_a$  et de l'écrasement

avec 
$$P_m = \frac{F_{mesuree}}{\pi R^2}$$

$R$  est le rayon moyen de l'éprouvette de hauteur courante  $H$ .

L'évolution de ce rapport caractéristique est liée à la valeur du coefficient de frottement (figure 2-7), qui lui-même caractérise l'évolution de la forme extérieure de l'éprouvette (bombé de l'éprouvette). L'évolution de la forme extérieure de l'éprouvette est quantifiée par le rapport du rayon équatorial  $R_b$  sur le rayon de contact avec l'outil  $R_a$ . Le calcul du rapport  $\frac{R_b}{R_a}$  est effectué de manière incrémentale sur un incrément d'écrasement  $\Delta h$  (figure 2-8) [11, 12].

On considère que pour un écrasement inférieur à 30% de la hauteur initiale, la déformation reste *quasi*homogène dans l'éprouvette. Mais cela correspond à une déformation de l'ordre de  $\bar{\epsilon} = 0.3$  et représente une déformation faible en regard des déformations observées sur une pièce forgée. C'est une limitation de l'essai de compression.

Nos essais de compression nous ont permis de tracer les courbes  $F = f\left(\frac{\Delta h}{H_{init}}\right)$ . La contrainte d'écoulement est déduite de l'effort et est fonction de la déformation et de la vitesse de déformation. Nous supposons que le comportement mécanique du matériau est correctement décrit par une loi de type:

$$\sigma_0 = K \bar{\epsilon}^n \dot{\bar{\epsilon}}^m$$

ou de façon plus générale

$$\sigma_0 = k \bar{\epsilon}^n \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0}\right)^m$$

de laquelle nous déduisons les coefficients de sensibilité à la déformation  $n$  et de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$ .

Après dépouillements, la plasticine utilisée dans nos simulations présente un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m=0.094$ . Cette valeur est proche de celle de l'acier déformé dans le domaine de température du mi-chaud.

La valeur du coefficient de sensibilité à la déformation  $n=0.01$  traduit un comportement *quasi*indépendant de la déformation.

La valeur de contrainte d'écoulement initiale est  $K = 0.500 \text{ MPas}^m$  ou encore  $k = 0.500 \text{ MPa}$ , avec  $\dot{\bar{\epsilon}} = 1\text{s}^{-1}$ .

Un autre dépouillement effectué par la méthode des tranches à confirmer les valeurs des paramètres rhéologiques [13].

## 15. Choix du lubrifiant

La théorie des similitudes stipule que les grandeurs sans dimension aient même valeur dans le système réel et le système similaire. Cela est vrai en particulier pour le coefficient de frottement:

	2.5 D	2 D
Ebauche type " a "		Analyse de l'écoulement Carte de déformation généralisée Mesure effort
Ebauche type " b "	Mesure effort	Analyse de l'écoulement Carte de déformation généralisée Mesure effort

*Tab. 2-1 Essais réalisés*

$$\bar{m}_{\text{similaire}} = \bar{m}_{\text{reel}}$$

Un test de l'anneau nous a permis de caractériser le coefficient de frottement global du lubrifiant utilisé en forge,

$$\bar{m} = 0,25 \pm 0,05$$

dans les mêmes conditions de température, vitesse, pression et rugosité que celles rencontrées lors du forgeage d'une ébauche de type " a ". Le test de l'anneau effectué sur des lopins de plasticine a montré que l'utilisation de talc comme lubrifiant de l'opération de mise en forme des ébauches en plasticine respecte la similitude sur le coefficient de frottement, puisque

$$\bar{m} = 0,22 \pm 0,02$$

## 16. Essais réalisés

Les essais sont réalisés sur une machine INSTRON de traction-compression de 50 kN. Pilotée par PC, elle permet de fixer les conditions d'essais, puis la gestion des sorties: force et déplacement. L'essai est effectué à la vitesse de traverse constante de 30 mm/min, le déplacement de la traverse étant assimilé au déplacement du poinçon, la raideur des outillages étant grande devant celle de la pièce en déformation. Les essais sont réalisés à la température constante de 20 °C en salle climatisée.

La lubrification est assurée par du talc sur les surfaces de contact pièce/outil et par du gel ultrasonique sur les surfaces de contact pièce/écran Plexiglas (très faible coefficient de frottement, de l'ordre de 0,05).

Suite à ces essais, nous effectuerons une première analyse par dépouillement du film de la déformation, puis une analyse plus quantitative des efforts en fin de forgeage.

## 17. Résultats

Le tableau 2-1 recense les différents essais réalisés et indique les résultats et dépouillements qui en résultent.

## 2. Dépouillement des essais

L'analyse de l'écoulement aura comme support les photographies des deux configurations à l'instant initial et à l'instant final (figures 2-9 et 2-10 pour l'ébauche " a " et figures 2-11 et 2-12 pour l'ébauche " b "), et les cartes de déformation généralisée (figure 2-13 pour l'ébauche " a " et figure 2-14 pour l'ébauche " b ") issues du traitement de ces photographies. Cette analyse sera effectuée pour les pièces axisymétriques. En annexe 2, est présenté le film de la déformation pour les deux types d'écoulements.

## 21. Commentaires des écoulements

### 211. Ecoulement pour l'ébauche de type " a " (figures 2-9 et 2-10)

Globalement l'écoulement du matériau reste concentré dans la région du plateau du pignon, le canon étant une zone morte. Plus localement, l'écoulement de la matière pour l'ébauche de type " a " met en évidence un manque de remplissage dans la partie inférieure du plateau. Ce manque matière est de forme elliptique de grand axe vertical. Le rayon d'arête bas (grand axe de l'ellipse) mesuré est

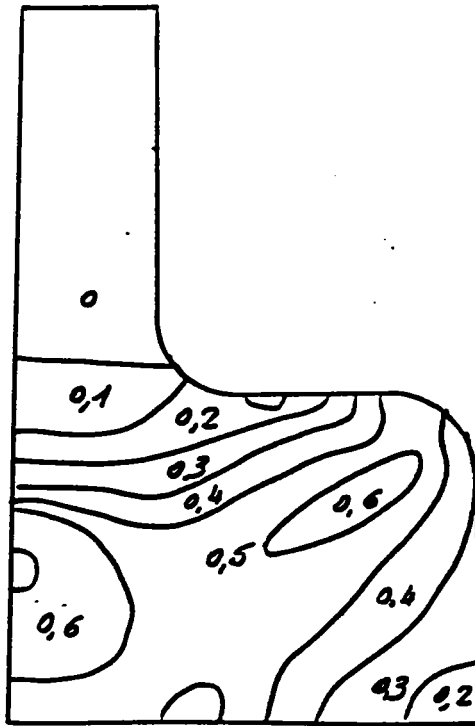


Fig. 2-13 Carte de déformation généralisée pièce "a"

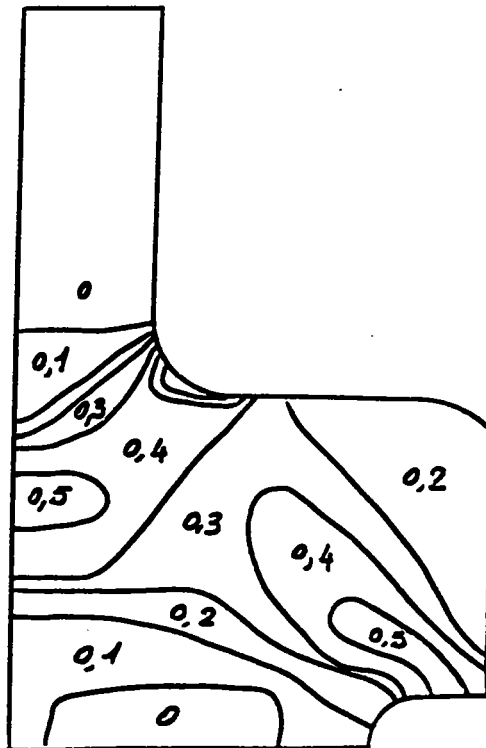
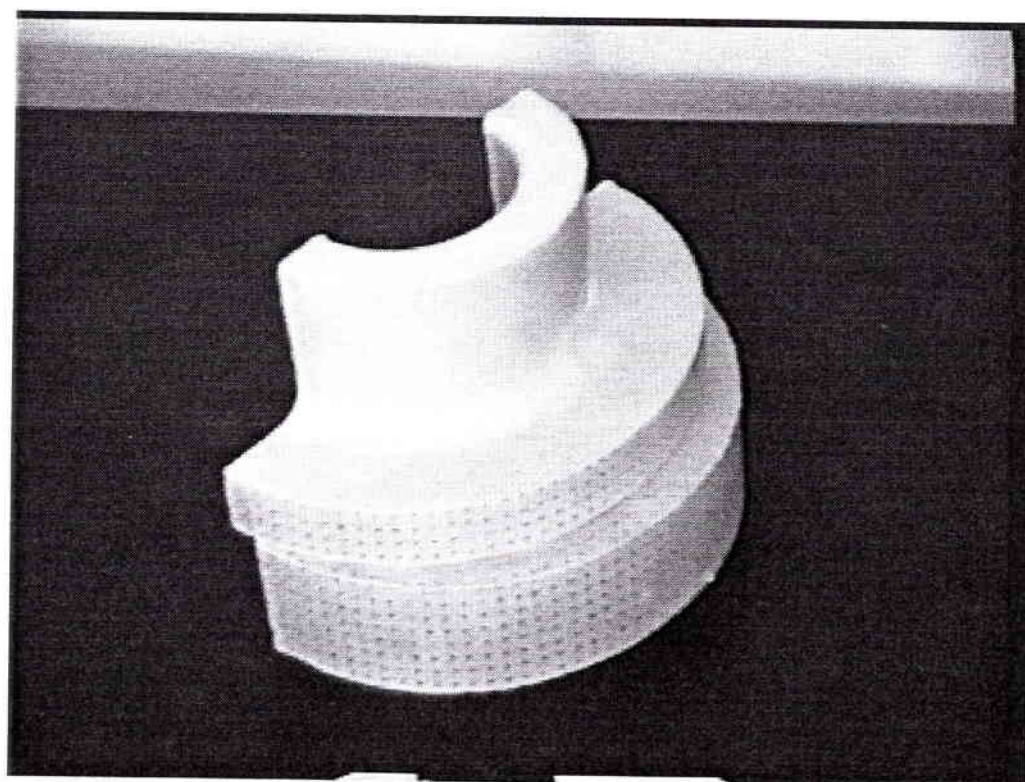
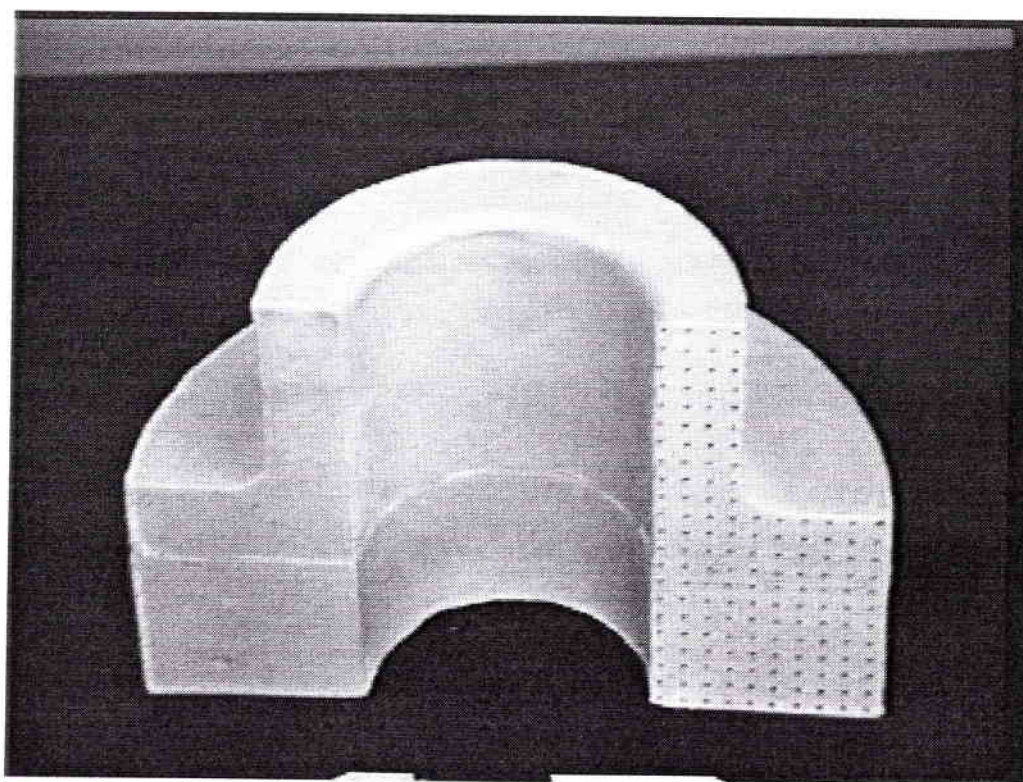
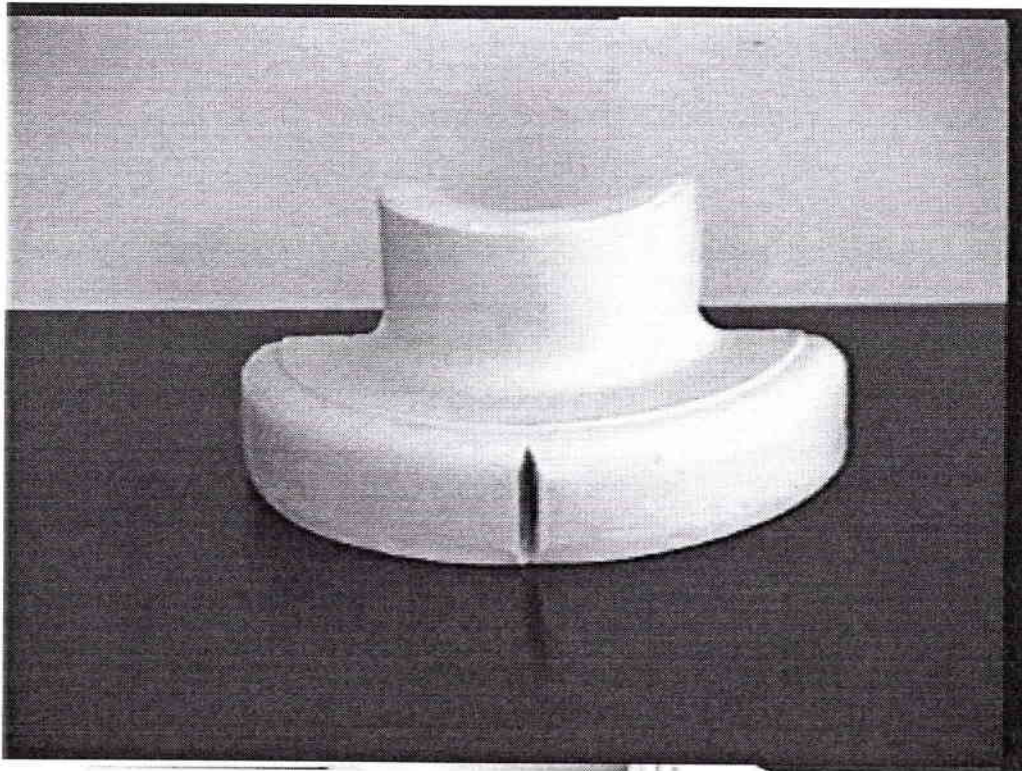
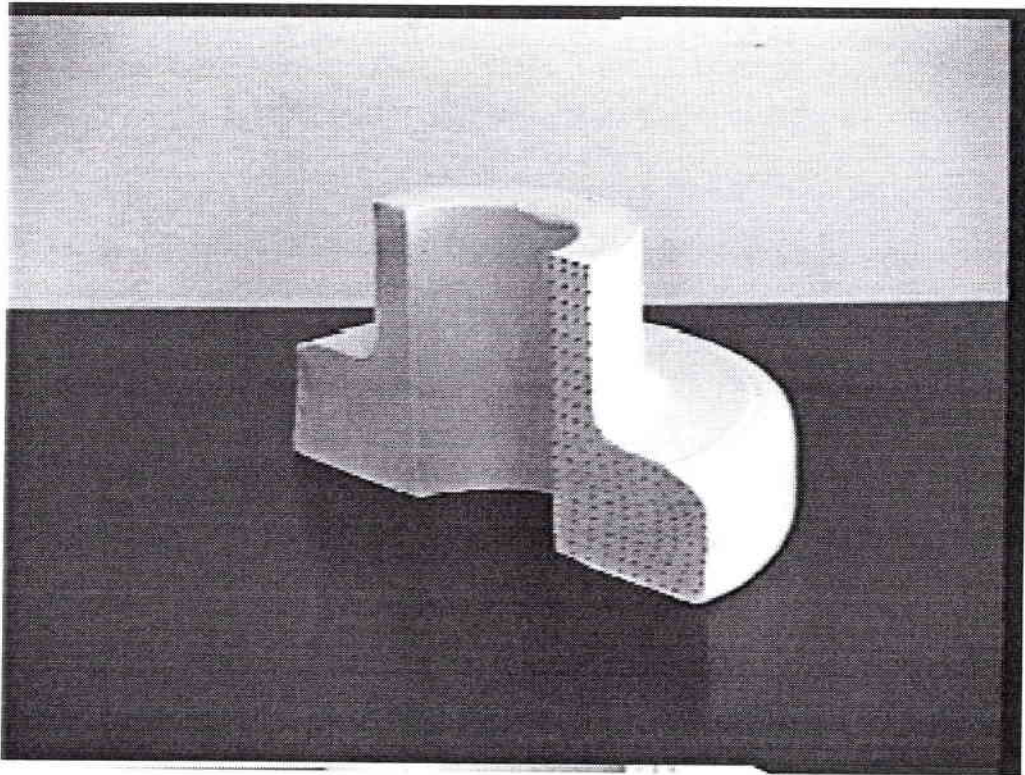


Fig. 2-14 Carte de déformation généralisée pièce "b"



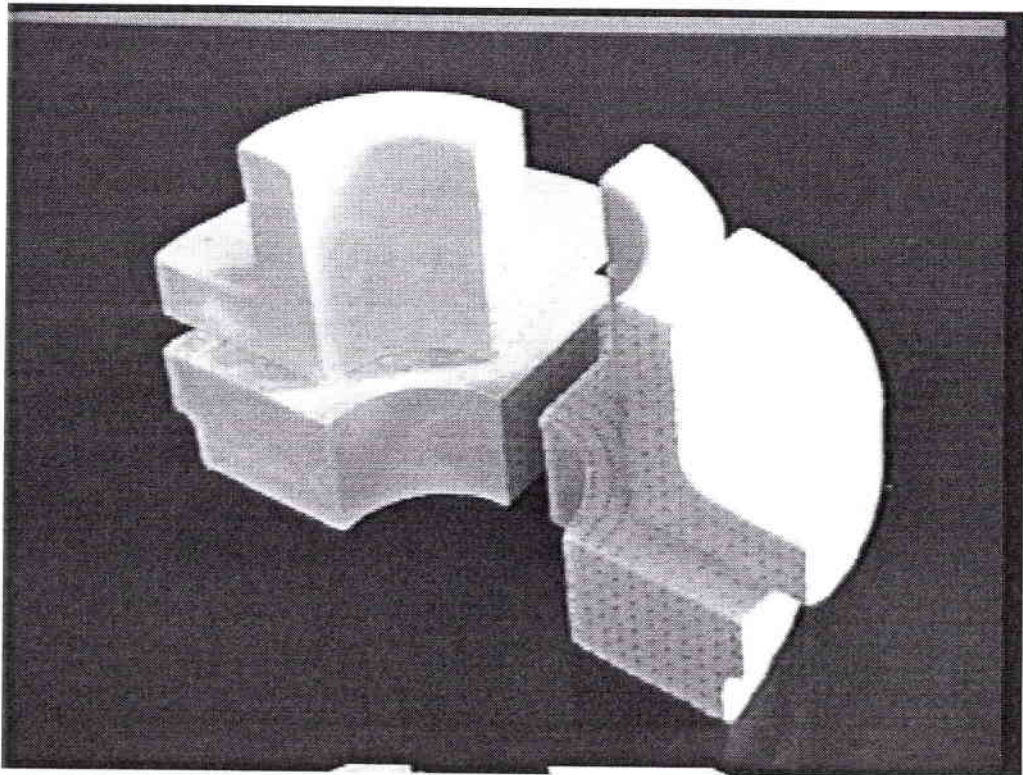
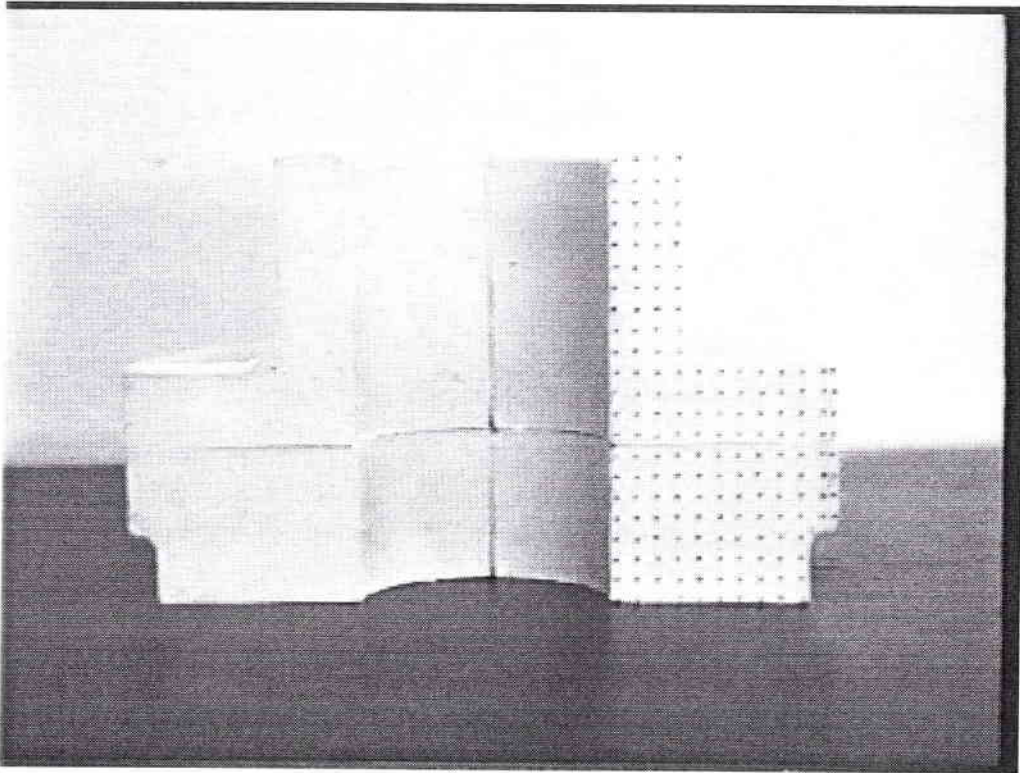
*Fig. 2-9 Ebauche axisymétrique de type "a"*





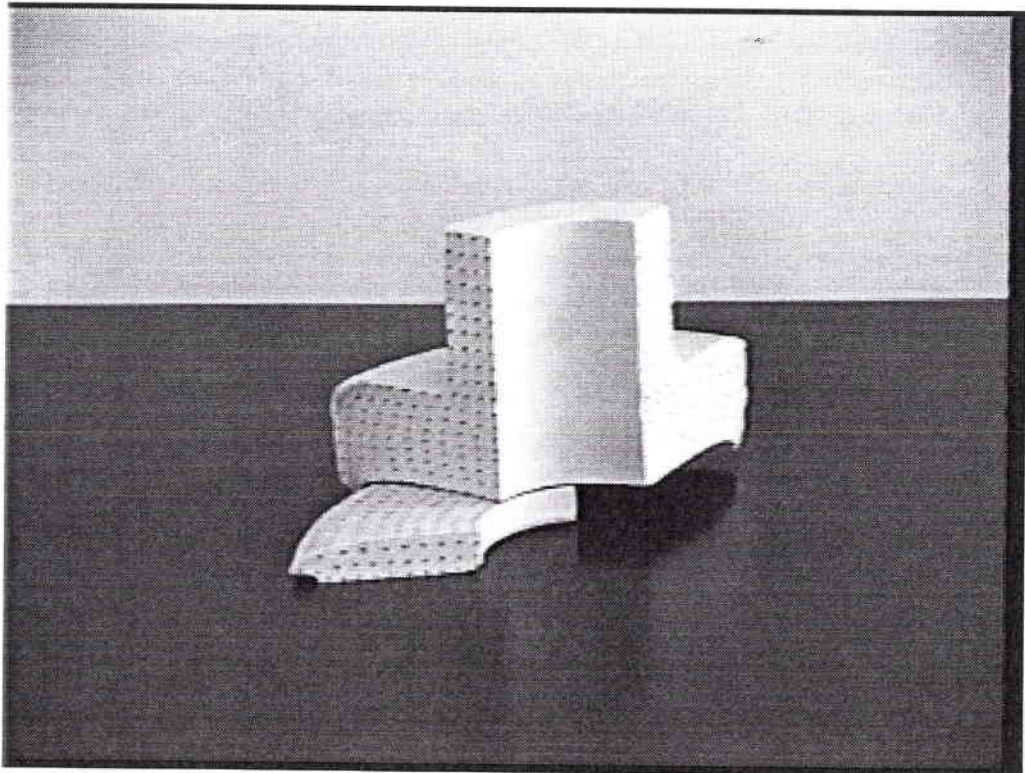
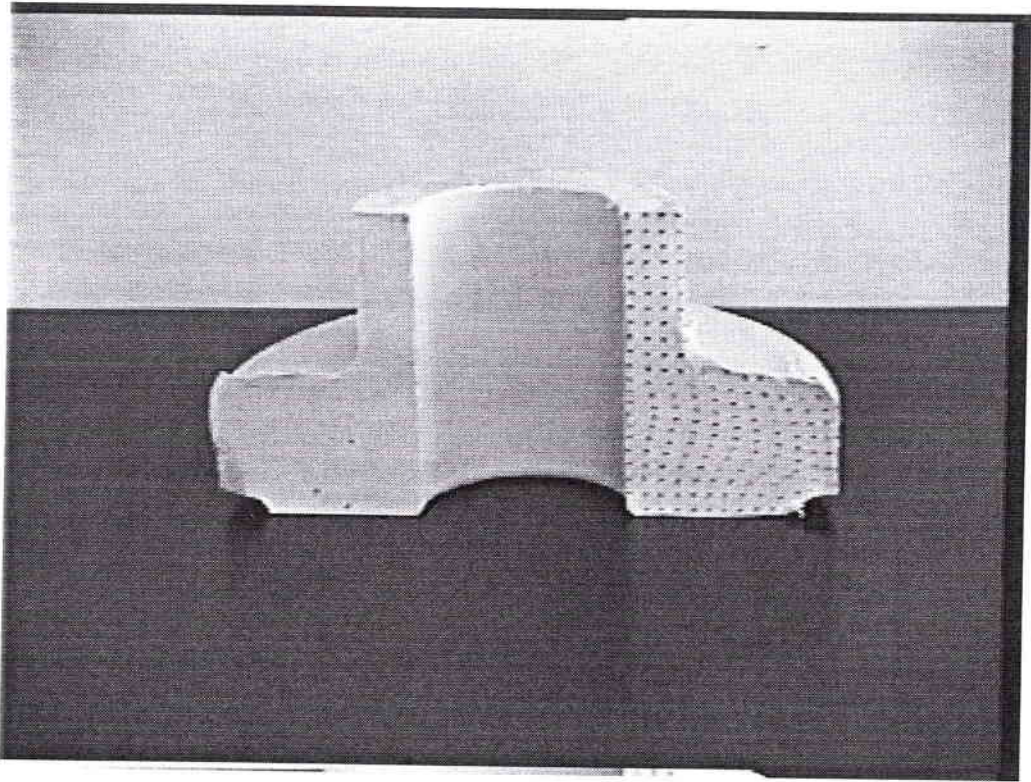
*Fig. 2-10 Ebauche axisymétrique de type "a" déformée  
Pièce axisymétrique obtenue*





*Fig. 2-11 Ebauche axisymétrique de type "b"*





*Fig. 2-12 Ebauche axisymétrique de type "b" déformée  
Pièce axisymétrique obtenue*

$h_{bas}=7mm$  et la mesure du petit axe est de l'ordre de  $2 mm$ . Le frottement à l'interface poinçon/matière est intense, mais le frottement au niveau du congé de raccordement plateau/canon reste faible. Sur la vue extérieure de la pièce, nous observons l'ouverture d'une fissure initialisée par coupe du plateau de l'ébauche initiale. Cette fissure se propage sur toute la hauteur du plateau final sur une profondeur de l'ordre de  $5 mm$  et indique la présence de contraintes de traction orthoradiales.

## 212. Ecoulement pour l'ébauche de type " b " (figures 2-11 et 2-12)

L'ébauche de type "b" présente un écoulement radicalement différent du précédent. Même si globalement les déformations siègent dans la même région, nous pouvons observé ici un bon remplissage de la partie inférieure du plateau. Le manque matière a une forme elliptique moins prononcée que précédemment: le rayon d'arête bas (grand axe de l'ellipse) mesuré est  $h_{bas}=2,3 mm$  et le petit axe mesure  $1 mm$ . Par contre, l'arrondi de l'outil situé au niveau du réservoir de matière poinçonné voit une longueur de matière importante défiler, d'où un risque d'usure important à prévoir. De la même façon, l'arrondi de l'outil situé en regard du congé de raccordement plateau pièce/canon semble plus fortement contraint.

## 22. Cartes des déformations généralisées

Les cartes de déformation généralisée sont établies par l'application de la méthode de déformation minimale aux maillages fins des pièces obtenues.

Proposée par G. DAMAMME [14], la théorie de la déformation minimale postule que les déformations du matériau suivent un chemin qui est déterminé uniquement par l'état initial et l'état final. De plus, ce chemin minimise l'énergie nécessaire pour passer de la configuration initiale à la configuration finale. Cette méthode suppose que les directions principales restent fixes dans la matière.

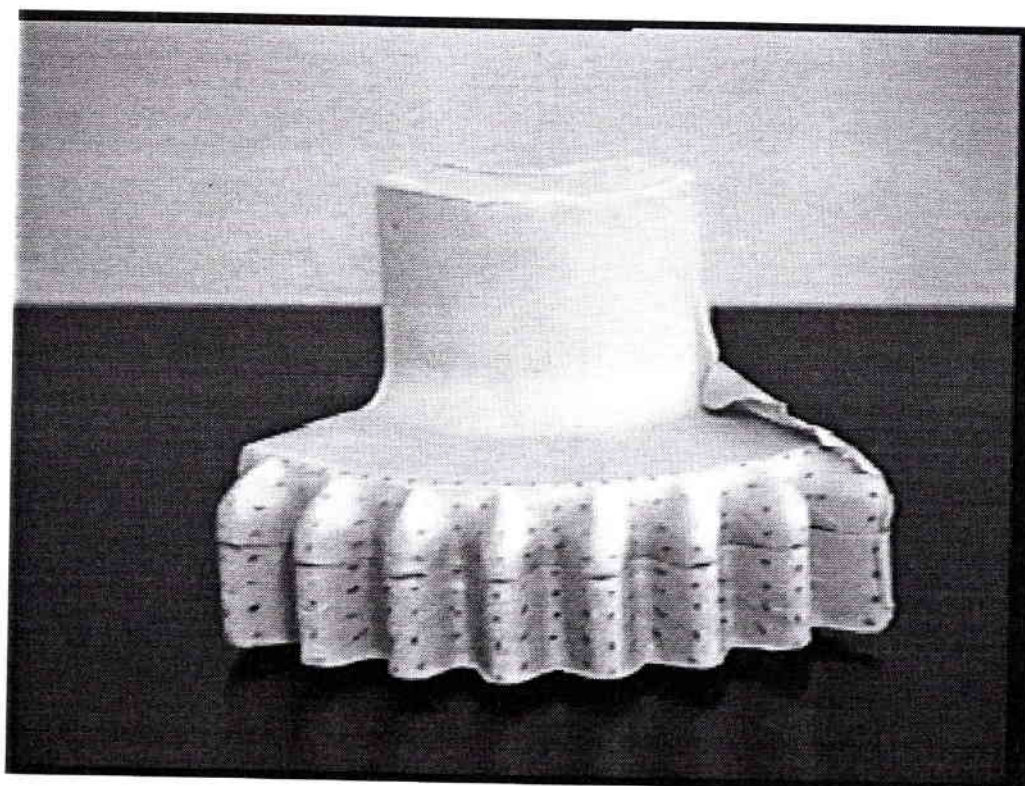
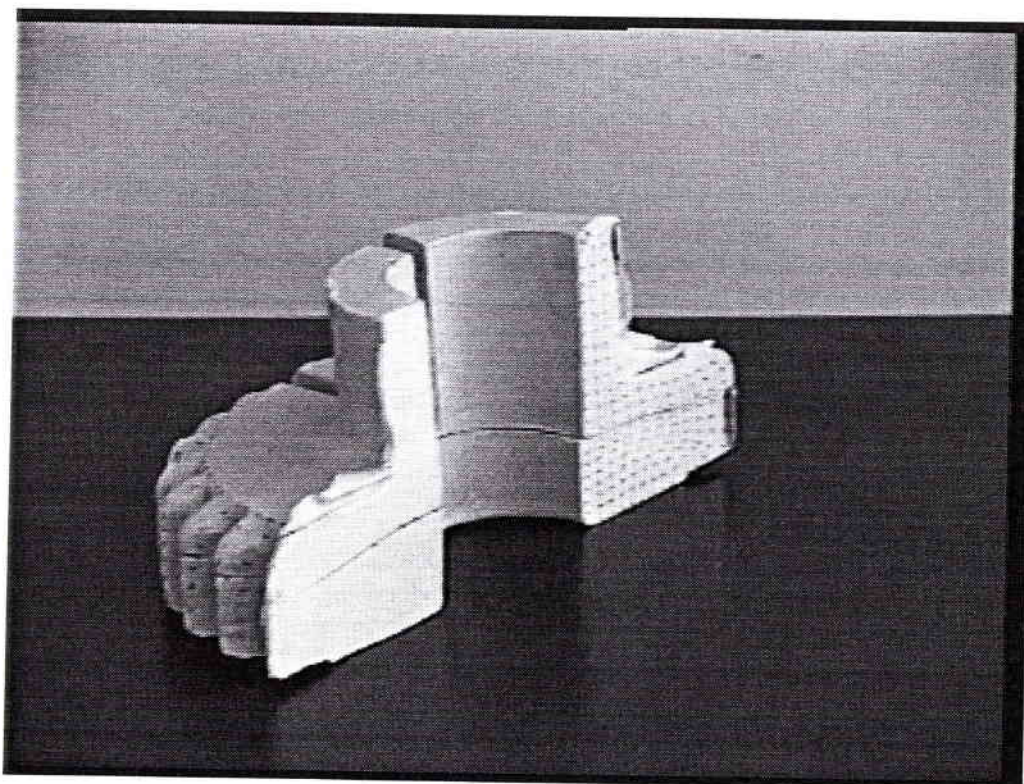
### 221. Carte de déformation généralisée de l'ébauche de type " a "

On retrouve ici les deux régions définies précédemment, à savoir la région du canon non concernée par la déformation et la région du plateau plus sollicitée par l'écoulement (figure 2-13). Nous observons que la zone de l'entrée de dent fictive (la dent n'existe pas puisque la géométrie du lopin est axisymétrique), présente une valeur de déformation faible qui peut être due à un maillage trop lâche. Par contre la région située en sous couche de l'entrée de dent fictive est fortement déformée et peut traduire un bon remplissage de cette zone. Les valeurs de déformation généralisée sont comprises entre  $0$  et  $0.6$ .

### 222. Carte de déformation généralisée de l'ébauche de type " b "

La carte de déformation généralisée met en évidence des régions fortement sollicitées lors du déplacement de la matière (figure 2-14). La zone de raccordement entre le canon et le plateau affiche une déformation de l'ordre de  $0.5$ . C'est une valeur élevée relativement à la valeur de déformation globale. La région de glissement de la matière du réservoir vers la partie inférieure du plateau marque également une valeur de déformation de cet ordre. Si ces deux régions peuvent présenter un risque d'usure important pour l'outil, la zone de contact pièce/poinçon est par contre le siège d'aucun déplacement relatif, ce qui est favorable à la tenue de l'outil à l'usure. Le domaine très déformé (déformation  $0.6$ ) en sous-couche de la partie inférieure du plateau indique un bon remplissage de cette zone. En forgeage précis de pignonnerie, c'est une région qu'il est nécessaire de bien remplir.





*Fig. 2-15 Ebauche axisymétrique de type "b" déformée  
en matrice dentée  
Pièce dentée obtenue*

### 23. Estimation de la vitesse de déformation

Une approximation de la vitesse de déformation généralisée est obtenue à partir de la déformation généralisée et de la durée de mise en forme

$$\langle \dot{\epsilon} \rangle = \frac{d\epsilon}{dt}$$

et nous sert à la prise en compte de la vitesse dans la loi de comportement du matériau.

D'une manière globale, la vitesse de déformation, pour les deux types d'ébauches, est comprise entre 0 et  $6s^{-1}$ .

### 24. Synthèse des résultats - Discussion

La comparaison des écoulements et des cartes de déformation généralisée issues des simulations physiques et des modélisations numériques FORGE2 (annexe 3), lors de la mise en forme de lopins axisymétriques, montre des points communs mais également certaines divergences. La région du canon de la pièce, zone morte pour l'écoulement du matériau et la déformation localisée dans le plateau (déformation généralisée du plateau de l'ordre de 0,5) sont observées dans les deux types de simulations, numérique et physique. Les caractéristiques de l'écoulement et de la déformation dans les régions de l'arrondi de l'outil (raccordement du canon de la pièce et du plateau) et du contact pièce / poinçon sont également semblables pour les deux types de simulations. La déformation généralisée dans la région de l'entrée de dent fictive est égale pour les deux types d'ébauches, en simulation numérique, alors que la simulation physique présente des niveaux de déformation différents dans les deux cas. La taille des mailles (5 mm) retenue en simulation physique est peut-être trop grande pour mettre en évidence ces phénomènes très locaux. Nous observons la plus grande différence pour la région de la sortie de dent fictive, appelée rayon d'arête bas. En simulation numérique, le niveau de remplissage de l'ébauche de type " a " est supérieur au niveau de remplissage de l'ébauche de type " b ", mais, pour ce dernier cas, le calcul s'est arrêté avant la fin prévue (cf. commentaire en annexe 3). En simulation physique, où le remplissage peut être poussé plus avant, cette tendance semble s'inverser: le remplissage de l'ébauche " b " est meilleur que celui de l'ébauche " a ". L'expérience confirme d'ailleurs la tendance annoncée par la simulation physique. Le bon accord entre les observations grandeur réelle et les résultats de simulation est également observé par H.Y. KIM, J.J. KIM et N. KIM [3].

En résumé, les niveaux de remplissage des régions correspondant à l'entrée de dent et à la sortie de dent (partie inférieure du plateau) traduisent le critère de précision de la pièce. C'est pourquoi, lors du choix d'un type d'ébauche, cet aspect est particulièrement étudié. Toutefois, les frottements sur la surface du poinçon et les longueurs de glissement sur les arrondis des outils sont également à prendre en compte dans l'analyse des modes d'usure des outils. Si l'on devait classer les deux types d'ébauches à l'issue de cette analyse qualitative de la déformation, nous choisirions l'ébauche de type " a ". En effet, la perte de précision entre les ébauches " a " et " b " étant faible, le critère de durée de vie de l'outil est dominant ici. Un autre critère de choix de l'ébauche est l'effort axial de mise en forme en fin de forgeage. Ce critère est également retenu dans la mesure où il traduit les contraintes maximales sur outils (à l'instant le plus critique du procédé). Dans le paragraphe suivant, nous étudierons cet aspect de l'effort axial en fin de forgeage.

Pour conclure, les différents aspects de niveaux de remplissage des gravures et d'estimation de l'usure sur outils sont des éléments déterminants pour l'orientation des gammes de déformation. Ils concourent à la réduction des délais de conception et à l'augmentation de la qualité des pièces automobiles, par exemple de pignons à denture droite (figure 2-15).

Pièce retenue	Pignon à denture droite et Pièce axisymétrique
Machine utilisée	INSTRON ( 50 kN )
Configuration des outillages	Outils demi-cylindriques pour suivre l'écoulement derrière l'écran vitré ou outils cylindriques pour les mesures d'efforts, Poinçon lié à la traverse mobile, le reste des outillages repose sur la table de la machine
Vitesse traverse	240 mm/min constante
Matériau utilisé	Plasticine ( loi de comportement identifiée en annexe )
Géométrie des ébauches	Type " a " et " b "
Lubrification	Lubrification au talc sur les surfaces en contact pièce/outil et au gel ultrasonique sur les surfaces en contact pièce/écran Plexiglas
Mesures effectuées	Efforts de mise en forme

*Tab. 2-2 Conditions expérimentales des simulations*

**Simulation physique**  
**Résultats de mesures d'efforts axiaux de mise en forme d'une pièce axisymétrique en plastiline**

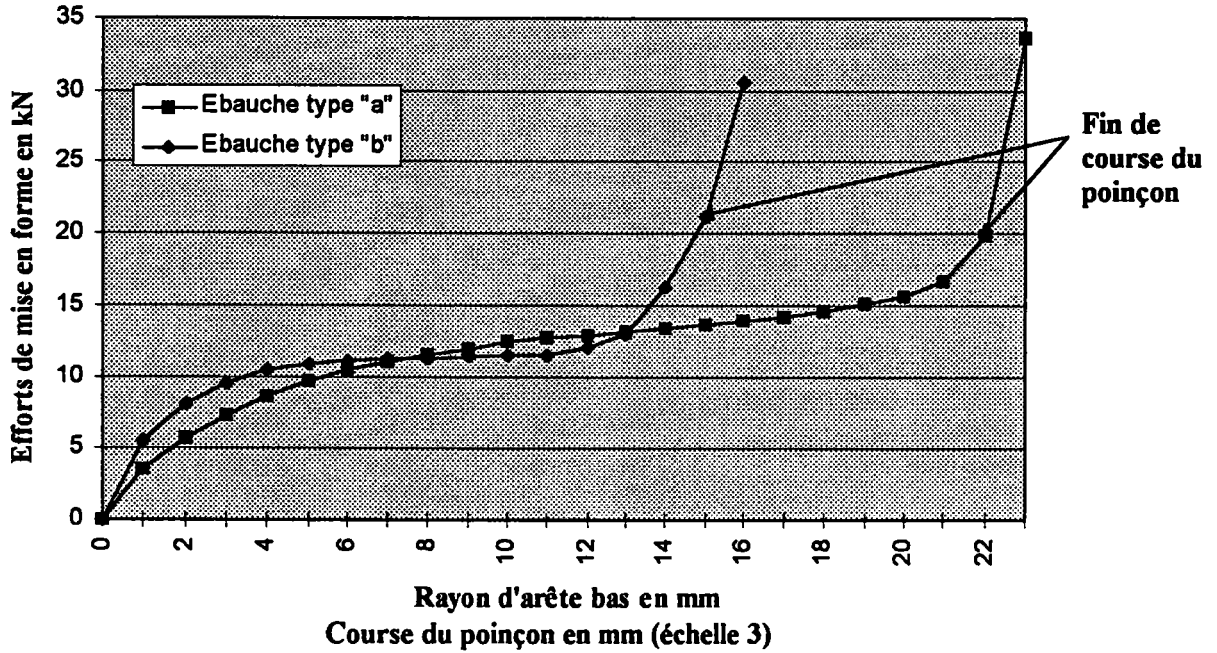


Fig. 2-16 Résultats de mesure d'efforts (échelle 3)

Type outil	Conteneur lisse		Gravure dentée
	Type " a "	Type " b "	Type " b "
Effort en fin de forgeage mesuré sur maquette (kN)	19.0±0.5	20.7±0.7	40,7±1.7

Tab. 2-3 Résultats de simulation

### 3. Lois de similitude sur les efforts

Nous avons réalisé des simulations de forgeage d'une pièce axisymétrique et d'un pignon à denture droite. Les conditions d'essais sont présentées tableau 2-2 et les résultats de mesure d'efforts axiaux en fonction de la course du poinçon figure 2-16 et tableau 2-3. Nous pouvons noter que l'effort de mise en forme en fin de forgeage de la pièce axisymétrique à partir de l'ébauche "b" est supérieur à l'effort mesuré sur l'ébauche "a". Le niveau de remplissage explique cette différence dans la mesure où le remplissage de la gravure de l'outil est meilleur dans le cas de l'ébauche "b" (rayon d'arête bas 2,3 mm, échelle 3) que dans le cas de l'ébauche "a" (rayon d'arête bas 7 mm, échelle 3).

Ayant mesuré les efforts axiaux de mise en forme sur notre maquette, nous déterminerons maintenant les valeurs d'efforts grandeur réelle (valeurs homologues) par application des conditions de similitude. La simulation se fera en deux étapes:

- remplissage global où interviennent surtout les déformations plastiques du lopin (comportement viscoplastique),
- phase finale où les déformations élastiques du lopin et des outils sont à prendre en compte (comportement élastoplastique).

### 31. Lois de similitude lors du remplissage global - Application du théorème de Vaschy-Buckingham

Le théorème de Vaschy-Buckingham est présenté en annexe 1 et nous nous appuyerons dans ce paragraphe sur les notions développées dans cette annexe. Le dépouillement des essais ne concerne que la partie mécanique du phénomène physique. En effet, sur maquette, l'essai est isotherme puisque la vitesse est suffisamment faible pour que les variations de température restent négligeables et on ne tient donc pas compte des phénomènes anisothermes qui peuvent exister dans le cas réel. On peut justifier cette hypothèse par le fait que la perte de chaleur est contrebalancée par la génération de chaleur par autoéchauffement et par frottement. D'ailleurs, les résultats du chapitre 4 ne contrediront pas cette hypothèse.

Les variables intervenant dans le problème sont l'effort axial de mise en forme  $F$ , les contraintes  $\sigma$ , la vitesse de déplacement du poinçon  $V$ , la géométrie  $L$  et la contrainte d'écoulement initiale du matériau  $K$  (à coefficient de sensibilité à la vitesse  $m$  fixé). Les effets de la masse volumique et de l'accélération de la pesanteur sont supposés négligeables. La matrice dimensionnelle de ces variables s'écrit alors, en fonction des grandeurs fondamentales longueur, masse et temps ( $M L T$ ), de la façon suivante:

	$L$	$K$	$V$	$F$	$\sigma$
$M$	0	1	0	1	1
$L$	1	-1	1	1	-1
$T$	0	$m-2$	-1	-2	-2

La base du nouveau système d'unités sur laquelle nous exprimerons les autres grandeurs est ( $L K V$ ). Ces variables sont représentatives de la géométrie et des matériaux mis en oeuvre. De plus, leur déterminant étant non nul. Il existe donc  $7 - 3 = 4$  produits  $\Pi$ .

Le premier produit adimensionnel s'écrit alors:

$$\Pi_1 = \frac{F}{L^x K^y V^z}, \quad (2-1)$$

ce qui conduit au système de Cramer suivant

$$\begin{cases} 1 = y \\ 1 = x - y + z \\ -2 = (m - 2)y - z \end{cases} \quad (2-2)$$

soit

$$\begin{cases} x = 2 - m \\ y = 1 \\ z = m \end{cases} \quad (2-3)$$

et, finalement, le premier produit s'écrit

$$\Pi_1 = \frac{F}{L^{2-m} K V^m}. \quad (2-4)$$

Le système réel (indice 1) et le système similaire (indice 2) étant soumis à la même loi physique, les produits adimensionnels des deux systèmes sont égaux

$$\frac{F_1}{L_1^{2-m} K_1 V_1^m} = \frac{F_2}{L_2^{2-m} K_2 V_2^m} \quad (2-5)$$

et les efforts sont dans le rapport:

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{2-m} \left(\frac{K_1}{K_2}\right) \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^m. \quad (2-6)$$

Le second produit adimensionnel s'écrit sous la même forme, c'est à dire:

$$\Pi_2 = \frac{\sigma}{L^x K^y V^z} \quad (2-7)$$

soit

$$\Pi_2 = \frac{\sigma}{L^{-m} K V^m}. \quad (2-8)$$

Le système réel (indice 1) et le système similaire (indice 2) sont régis par la même loi physique, c'est à dire



Type outil	Gravure dentée
Type ébauche	Type " b "
Facteur d'échelle en distance $\lambda_L = \frac{L_1}{L_2}$	0,333
Facteur d'échelle contrainte d'écoulement initiale $\lambda_K = \frac{K_1}{K_2}$	360
Similitude en vitesse $\lambda_V = \frac{V_1}{V_{21}}$	110
Similitude en effort $\lambda_F = \frac{F_1}{F_2}$	63,492
Similitude en contraintes $\lambda_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$	571
Effort en fin de forgeage mesuré sur maquette ( <i>kN</i> )	40,7 ± 1.7
Prédiction de l'effort en fin de forgeage dans le cas réel ( <i>kN</i> )	2684 ± 134

*Tab. 2-4 Bilan des coefficients de similitude  
(gravure dentée)*

Type outil	Conteneur lisse	
Type ébauche	Type " a "	Type " b "
Facteur d'échelle en distance $\lambda_L = \frac{L_1}{L_2}$	0,333	0,333
Facteur d'échelle contrainte d'écoulement initiale $\lambda_K = \frac{K_1}{K_2}$	360	360
Similitude en vitesse $\lambda_V = \frac{V_1}{V_{21}}$	11,806	11,806
Similitude en effort $\lambda_F = \frac{F_1}{F_2}$	63,492	63,492
Similitude en contraintes $\lambda_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$	571	571
Effort en fin de forgeage mesuré sur maquette ( <i>kN</i> )	19.0±0.5	20.7±0.7
Prédiction de l'effort en fin de forgeage dans le cas réel ( <i>kN</i> )	1216±38	1325±55

*Tab. 2-5 Bilan des coefficients de similitude  
(conteneur lisse)*

<b>Pièce retenue</b>	<b>Pièce axisymétrique et pignon à denture droite</b>	
<b>Machine utilisée</b>	<b>Presse de marque SCHULER à double genouillère</b>	
<b>Vitesse de coulisseau</b>	<b>50 mm/s</b>	
<b>Raideur du bâti de la presse</b>	<b>30000 kN/mm</b>	
<b>Température de préchauffages des pièces en four électrique</b>	<b>650 / 700 / 750 / 800 / 850 / 900°C pendant 20 min.</b>	
<b>Lubrification</b>	<b>Graphite + eau</b>	
<b>Température de préchauffage des outils</b>	<b>180°C</b>	
<b>Durée de transfert du four à la presse</b>	<b>9 s</b>	
<b>Configuration des outillages</b>	<b>Matrice flottante</b>	
<b>Géométrie des ébauches</b>	<b>Type " a " et type " b "</b>	
<b>Nuance utilisée</b>	<b>Acier 0,3%C - 1,2%Mn à l'état normalisé</b>	
<b>Mesures effectuées</b>	<b>Efforts de mise en forme</b>	
<b>Type outil</b>	<b>Conteneur lisse</b>	<b>Gravure dentée</b>
<b>Type ébauche</b>	<b>Type "a"</b>	<b>Type "b"</b>
<b>Effort grandeur réelle mesuré en fin de forgeage</b>	<b>2800 kN</b>	<b>&gt; 4000 kN</b>
<b>Course du poinçon en mm</b>	<b>7 mm</b>	<b>5,2 mm</b>
<b>Echelle 1</b>		

*Tab. 2-6 Conditions expérimentales des essais grandeur réelle*

$$\frac{\sigma_1}{L_1^{-m} K_1 V_1^m} = \frac{\sigma_2}{L_2^{-m} K_2 V_2^m}, \quad (2-9)$$

et les contraintes dans les systèmes réel et similaire doivent être dans le rapport suivant:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{-m} \left(\frac{K_1}{K_2}\right) \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^m \quad (2-10)$$

Nous obtenons en final l'équation dimensionnelle suivante:

$$f\left(\frac{F}{L^{2-m} K V^m}, \frac{\sigma}{L^{-m} K V^m}\right) = 0. \quad (2-11)$$

En application numérique, nous avons indiqué, tableau 2-4, l'estimation de l'effort axial de mise en forme en fin de forgeage du pignon à denture droite en fonction des facteurs d'échelle en distance  $\lambda_L = \frac{L_1}{L_2}$ , en contrainte d'écoulement initiale  $\lambda_K = \frac{K_1}{K_2}$  et en vitesse  $\lambda_V = \frac{V_1}{V_2}$ . La mise en forme d'un pignon en grandeur réelle en gravure dentée, à partir d'une ébauche de type "b", conduirait à un effort de 2684 kN en fin de forgeage (avec un rayon d'arête bas 0,7 mm).

Appliquée à notre pièce axisymétrique grandeur réelle (tableau 2-5), la mise en forme des ébauches en acier de type "a" en conteneur lisse conduirait à des efforts de 1216 kN en fin de forgeage (avec un rayon d'arête bas 2,3 mm, échelle 1) alors que la mise en forme des ébauches de type "b" conduirait à des efforts de 1325 kN en fin de forgeage (avec un rayon d'arête bas 0,7 mm, échelle 1).

La comparaison avec les résultats de mesure sur presse instrumentée et ébauches en acier (tableau 2-6), montre des écarts très importants entre la simulation physique et les essais en grandeur réelle. C'est cet écart que nous tenterons d'expliquer maintenant.

### 32. Lois de similitude en phase finale

La phase finale de remplissage de la gravure est définie par la course des outils. A cet instant, le comportement élastoplastique du lopin et le comportement élastique de la matrice deviennent prépondérants. En effet, en fin de remplissage, la partie élastique, de l'ordre de 2 % sur la plasticine, ne peut plus être négligée, alors pour l'acier cette partie élastique est *quasi*inexistante. Une correction de la mesure du rayon d'arête bas s'avère donc nécessaire.

Afin de respecter la similitude, nous devons conserver en fin de remplissage la similitude sur les déplacements plastiques

$$u_1^{plast} = \lambda_L u_2^{plast} \quad (2-12)$$

$$u_1^{total} = \lambda_L u_2^{total} - \lambda_L u_2^{el} + u_1^{el} \quad (2-13)$$

avec, dans le cas de l'acier,

$$u_1^{total} \cong u_1^{plast}. \quad (2-14)$$

En phase finale de remplissage, nous pouvons estimer les déplacements élastiques en considérant le lopin et la matrice comme un assemblage fretté dans lequel le lopin est soumis à une pression extérieure  $P$  tandis que la matrice est soumise à la même pression, mais intérieure. Cette pression est la contrainte radiale  $\sigma_{rr}$  engendrée par la contrainte axiale de mise en forme  $\sigma_z$ . Après levée des outils et avant l'éjection de la pièce, cette pression est engendrée par le retour élastique de la matrice et est égal à la contrainte d'écoulement  $\sigma_0$  du matériau, dans l'hypothèse d'un comportement élastoplastique du lopin (cf. application du critère de Von Mises au chapitre 3).

La résolution de ce problème est classique et est traitée à partir des formules d'élasticité en coordonnées polaires  $(r, \theta)$ . Le lopin de diamètre intérieur  $2r_0$ , de diamètre extérieur  $2r_1$  et de longueur  $l$  peut être assimilée à une enveloppe épaisse soumise à la pression extérieure  $P$ . La matrice de diamètre intérieur  $2r_1$  et de diamètre extérieur  $2r_2$  a même longueur  $l$  et est assimilée à une enveloppe soumise à la pression intérieure  $P$ . Les contraintes dans le lopin et la matrice sont:

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{lopin} = -P \frac{r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right] \\ \sigma_{\theta\theta}^{lopin} = -P \frac{r_1^2}{r_1^2 - r_0^2} \left[ 1 + \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right] \\ \sigma_z^{lopin} \end{cases} \quad (2-15)$$

avec la contrainte axiale de mise en forme du lopin  $\sigma_z$  qui s'annule après levée des outils, et

$$\begin{cases} \sigma_{rr}^{matrice} = P \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{r_2}{r} \right)^2 \right] \\ \sigma_{\theta\theta}^{matrice} = P \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left[ 1 + \left( \frac{r_2}{r} \right)^2 \right] \\ \sigma_z^{matrice} = 0 \end{cases} \quad (2-16)$$

La déformation élastique axiale du lopin qui nous intéresse ici pour la correction de la valeur de  $h_{bas}$  est obtenue par

$$\varepsilon_z^{lopin} = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr}^{lopin} + \sigma_{\theta\theta}^{lopin}) \quad (2-17)$$

lors de la mise en forme, et

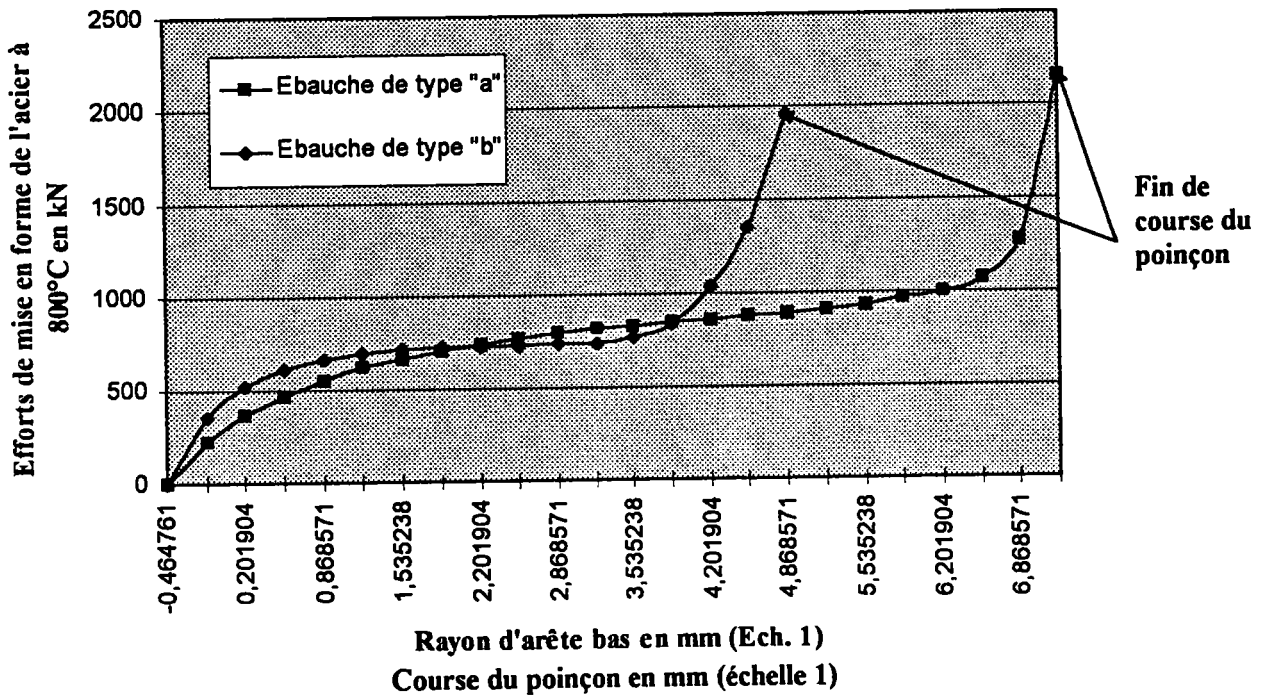
$$\varepsilon_z^{lopin} = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{rr}^{lopin} + \sigma_{\theta\theta}^{lopin}) \quad (2-18)$$

après levée des outils. Le déplacement élastique est obtenu après intégration

$$\frac{du_z^{lopin}}{dz} = \frac{\sigma_z}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr}^{lopin} + \sigma_{\theta\theta}^{lopin}) \quad (2-19)$$

soit

**Simulation physique**  
**Résultats corrigés de mesure d'efforts axiaux de mise en forme d'une pièce axisymétrique**



*Fig. 2-17 Résultats corrigés de mesure d'efforts (échelle 1)*

$$u_z^{lopin} = \int_0^{H^{pièce}} \frac{\sigma_{zz}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr}^{lopin} + \sigma_{\theta\theta}^{lopin}) dz \quad (2-20)$$

$$u_z^{lopin} = \left[ \frac{\sigma_{zz}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{rr}^{lopin} + \sigma_{\theta\theta}^{lopin}) \right] H^{pièce} \quad (2-21)$$

Reprenons notre équation du déplacement global  $u_1^{total} = \lambda_L u_2^{total} - \lambda_L u_2^{el} + u_1^{el}$  et remplaçons les déplacements élastiques par les équations précédentes. Il vient (2-22)

$$u_1^{plast} = \lambda_L \left\{ u_2^{total} - H_2^{pièce} \left[ \frac{\sigma_{zz2}}{E_2} \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_E} \right) - \frac{\nu_2}{E_2} (\sigma_{r2} + \sigma_{\theta2}) \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma \lambda_\nu}{\lambda_E} \right) \right] \right\}$$

avec notre convention d'écriture, indice 1 pour le système réel (lopin acier) et indice 2 pour le système similaire (lopin plasticine), et les coefficients de similitude sur les contraintes  $\lambda_\sigma = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ , sur les

modules de Young  $\lambda_E = \frac{E_1}{E_2}$  et sur les coefficients de Poisson  $\lambda_\nu = \frac{\nu_1}{\nu_2}$ .

La détermination de l'instant de fin de forgeage, qui nous intéresse, sur la courbe d'effort (figure 2-16) est alors donné par (2-23)

$$u_2^{total} = \frac{u_1^{plast}}{\lambda_L} + H_2^{pièce} \left[ \frac{\sigma_{zz2}}{E_2} \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_E} \right) - \frac{\nu_2}{E_2} (\sigma_{r2} + \sigma_{\theta2}) \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma \lambda_\nu}{\lambda_E} \right) \right]$$

Par rapport à la phase de remplissage global, le décalage de l'instant de fin de forgeage sur la courbe d'effort est

$$H_2^{pièce} \left[ \frac{\sigma_{zz2}}{E_2} \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma}{\lambda_E} \right) - \frac{\nu_2}{E_2} (\sigma_{r2} + \sigma_{\theta2}) \left( 1 - \frac{\lambda_\sigma \lambda_\nu}{\lambda_E} \right) \right] \quad (2-24)$$

Cette quantité positive majore l'effort axial de mise en forme pour un rayon d'arête donné. Après correction (translation de l'échelle des abscisses), les courbes d'efforts (figure 2-16), et donc les valeurs d'efforts de mise en forme axiaux en fin de remplissage se situent dans l'ordre de grandeur des valeurs mesurées en grandeur réelle (figure 2-17), c'est à dire proche de  $2000kN$  pour un rayon d'arête de  $2,3mm$  (pour l'ébauche de type "a").

#### 4. Résumé - Discussion

Les valeurs d'efforts de mise en forme issus du dépouillement des simulations physiques sont en bon accord avec les mesures en grandeur réelle. Cela a été rendu possible par la prise en compte de la partie élastique du comportement de la plasticine non négligeable en phase finale de remplissage. Peu de résultats quantitatifs de ce type sont exposés. En effet, H.J. KIM, J.J. KIM, N. KIM [3] ont employé la plasticine pour visualiser les écoulements et ne présentent pas de résultats comparatifs des efforts de mise en forme.

Nos résultats confirment par contre, ceux de T. ALTAN, H. J. HENNING, A. M. SABROFF [4]. Ces auteurs annoncent en effet que "la charge prédite à partir des modèles est en bon accord avec l'intervalle de précision pour le froid et le chaud", bien que le dépouillement des essais soit de type viscoplastique. Dans les mêmes conditions de dépouillement (cf. paragraphe 3 sur les lois de similitude lors du remplissage global), nous avons montré que les efforts prédits par simulation sont très inférieurs à ceux mesurés en grandeur réelle. Il apparaît donc que ces auteurs ont surestimé la valeur de certains paramètres. C'est ce que A.T. MALE remarque également à l'issue de leur publication [47].

En premier lieu, A.T. MALE rappelle que le coefficient de frottement en forge à chaud et à mi-chaud n'est pas constant au cours de la déformation. Des études menées par A.T. MALE ont montré que la dégradation de certains lubrifiants par la température ou la pression conduisent à une évolution du coefficient de frottement de Tresca de 0,2 en début à 0,6 en fin de forgeage. Pour nos essais, nous avons choisi de travailler avec des lubrifiants dont le comportement global est similaire, dans la mesure où nous n'avons pas étudié ce comportement plus précisément.

D'autre part, les résultats obtenus par T. ALTAN et al. sont issus d'une loi de comportement provenant d'un essai de traction, or, d'après les calculs de A.T. MALE, le modèle est en extrapolation. En effet, A.T. MALE a recalculé la pression sur l'outil de forgeage et a obtenu une baisse de 30 % de pression, donc d'effort. C'est d'ailleurs le niveau d'écart sur les efforts (résultats issus de modélisation - mesure en grandeur réelle) que nous trouvons dans le même cadre de lois de similitudes sur le comportement viscoplastique, dans la phase de remplissage global de la gravure. Il est par contre à noter que, d'une façon générale, l'on ne connaît pas toujours la loi de comportement exacte de l'acier, ce qui constitue une source supplémentaire d'erreur. Pour notre part, en parallèle à l'étude de l'identification de la loi de comportement de la plasticine, nous avons mené une étude sur le comportement mécanique du matériau réel (acier 0.30% C - 1.2% Mn) dont les premiers résultats sont présentés en annexe 4. Nous avons alors confirmé la similitude des lois de comportement de nos matériaux.

Un dernier point de comparaison intéressant avec les travaux de T. ALTAN et al. est l'étude des transferts thermiques entre la pièce et l'outil. En effet, satisfaire les conditions de similitude sur la température est difficile parce que le matériau est le siège d'autoéchauffement et de conduction de chaleur au cours de la déformation. Comme T. ALTAN, nous avons supposé qu'aucune énergie sous forme de chaleur n'est ajoutée ou enlevée du domaine en déformation. En forge à chaud ou à mi-chaud, cela signifie que la perte de chaleur est contrebalancée par la génération de chaleur par autoéchauffement et frottement. Compte-tenu des résultats que nous avons obtenus, cette hypothèse ne paraît pas trop forte. D'ailleurs nos calculs effectués au chapitre 4 confirmeront cette tendance.



## Bibliographie chapitre 2

- [1] CEMEF [Centre de Mise en Forme des Matériaux - ENSMP]  
Séminaire de plasticité et mise en forme des métaux  
Sophia Antipolis - 17 - 21 Septembre 1990
- [2] P. BAQUE, E. FELDER, J. HYAFIL, Y. DESCATHA  
Mise en forme des matériaux  
Dunod, Vol. 1, 1973
- [3] H.-Y. KIM, J.-J. KIM, N. KIM  
Physical and numerical modeling of hot closed-die forging to reduce forging load and die wear  
J. Mater. Process. Technol. 42 [1994] 401-420
- [4] T. ALTAN, H.J. HENNING, A.M. SABROFF  
The use of model materials in predicting forming loads in metalworking  
Trans. of ASME, J. Eng. Ind., May 1970, 444-452
- [5] S. FINER, S. KIVIVUORI, H. KLEEMOLA  
Stress-strain relationships of wax-based model materials  
J. Mech. Work. Tech., 12 [1985], 269-277
- [6] L. SEDOV  
Similitude et dimensions en mécanique  
Editions de Moscou 1972  
Traduction Française - Editions Mir - 1977
- [7] B. PONTHEIU  
Cours "Théorie des similitudes"  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz, 1989
- [8] R. HERBACH  
Cours "Analyse prévisionnelle"  
Institut Polytechnique de Sévenans, 1995
- [9] P. CELESTRE  
Théorie généralisée d'analyse dimensionnelle et de similitude  
Congrès de Mécanique appliquée, 1957
- [10] B. AVITZUR  
Limit analysis of disc and strip forging  
Int. J. Mach. Tool Des. Res., Vol. 9, pp 165-195
- [11] J. C. GELIN, J. OUDIN, Y. RAVALARD  
Determination of the flow-stress-strain curves for metals from axisymmetric upsetting  
J. of Mech. Work. Technol. 5 [1981] 297-308
- [12] J. C. GELIN  
Contribution à la détermination des lois d'écoulement et limites de ductilité des métaux par essai de compression  
Thèse ENSAM 1980

- [13] **M. SAHI**  
**Contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis: application à l'élaboration de pignons**  
**Thèse de l'Université de Sciences de Metz, 1996**
- [14] **G. DAMAMME**  
**Calcul du minimum de la déformation plastique généralisée par rapport aux différents chemins de déformations possibles**  
**CEMEF, Sophia Antipolis, Déc 1976**

## CHAPITRE 3

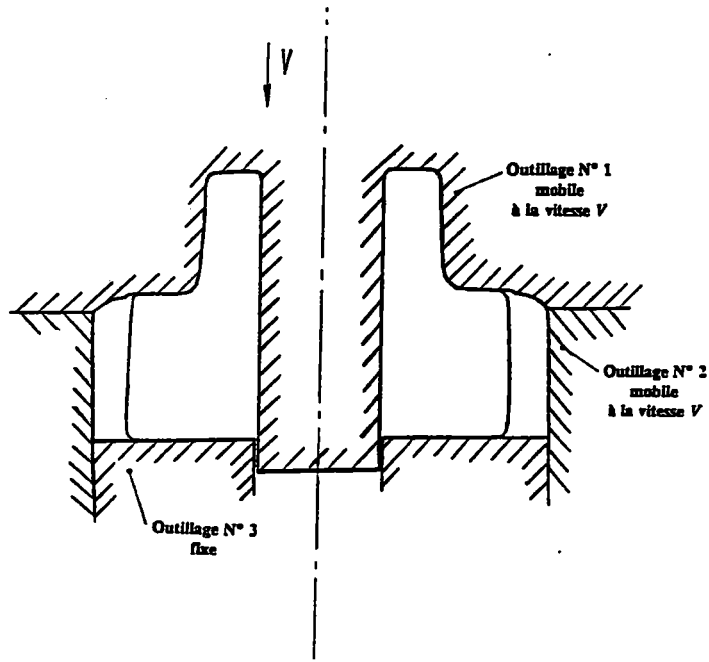
### LES DIFFERENTES APPROCHES ANALYTIQUES

#### MISES EN OEUVRE

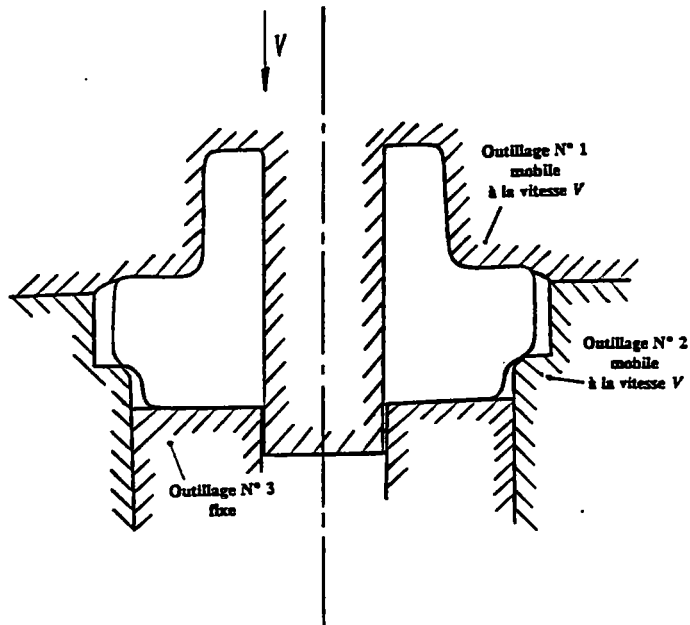
#### (CAS ISOTHERME)

#### SOMMAIRE

	Page
1. Objectif de la modélisation du procédé de forgeage précis.....	43
2. Observations expérimentales en grandeur réelle.....	43
3. Modélisation analytique d'une pièce axisymétrique.....	44
31. Modélisation analytique du <i>domaine 2</i> .....	44
32. Etude du <i>domaine 1</i> lors du frottement contre la paroi latérale de l'outil.....	47
33. Estimation de l'effort en fin de forgeage .....	49
34. Résultats - Discussion .....	50
4. Modélisation d'un pignon à denture droite.....	51
41. Etude d'une dent - <i>Domaine 4</i> .....	51
42. Modélisation analytique du <i>domaine 2</i> .....	54
43. Etude du <i>domaine 3</i> .....	56
44. Estimation de l'effort en fin de forgeage .....	56
45. Résultats - Discussion .....	56
Bibliographie chapitre 3.....	58



*Outillage pour ébauche type " a "*



*Outillage pour ébauche type " b "*

**Fig. 3-1**      *Configuration des outillages*

## CHAPITRE 3

### LES DIFFERENTES APPROCHES ANALYTIQUES

#### MISES EN OEUVRE

#### (CAS ISOTHERME)

##### 1. Objectif de la modélisation du procédé de forgeage précis

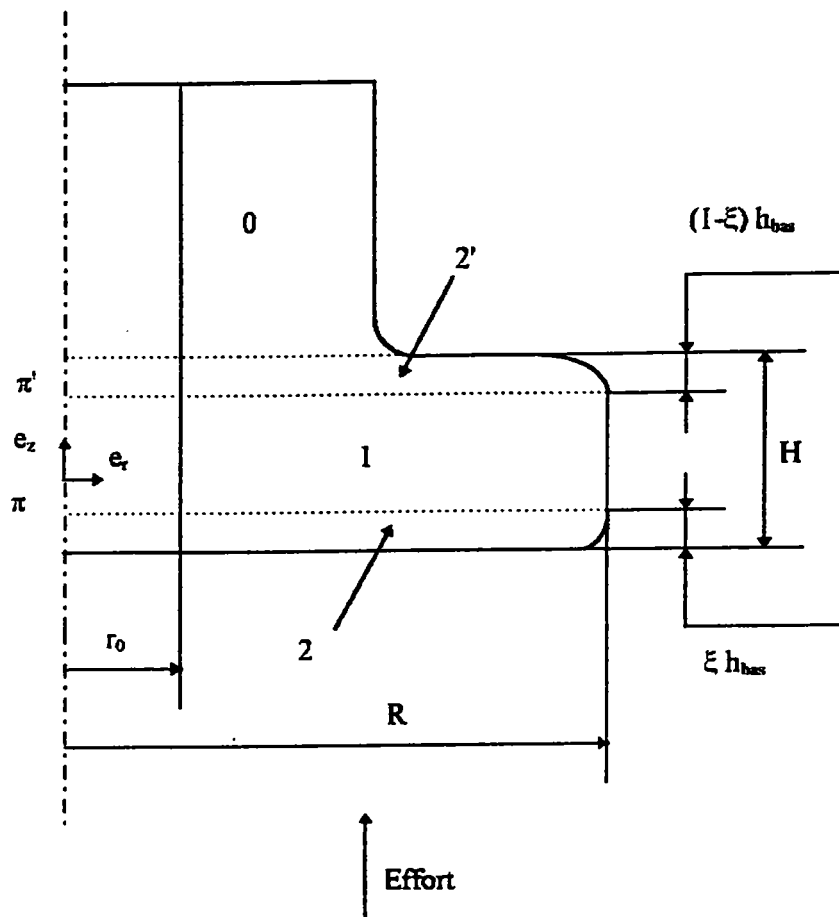
L'étude et le développement de nouveaux procédés de mise en forme nécessitent de connaître les conditions de chargement mécanique et thermique sur les outillages, de façon à dimensionner au mieux les éléments et de choisir les matériaux les plus adéquats, sans surqualité. L'objectif de notre modélisation est de prévoir ces conditions de chargements. Nous avons précisé au cours du chapitre précédent que la simulation physique permet d'acquérir un niveau d'information qualitative intéressant concernant l'écoulement mais les efforts et contraintes sont difficilement accessibles de façon précise. Nous avons donc complété cette approche par une modélisation analytique. A l'heure actuelle, il n'existe pas encore de logiciel permettant de connaître la répartition de contraintes axiales et radiales sur outils, ni de température en surface d'outillage. C'est pourtant le maillon manquant de la chaîne de calcul pour aide à la conception de procédés de forgeage. Dans cette démarche, nos prévisions de contraintes thermomécaniques sur outils fourniront les données d'entrées pour des calculs éléments finis d'étude des outillages (cf. chapitre 5).

Nous nous sommes intéressés, en premier lieu, à la modélisation du forgeage en matrices fermées d'une pièce axisymétrique, puis à la modélisation d'un pignon à denture droite. Nous avons adopté un schéma global de calcul intermédiaire entre la modélisation analytique et la modélisation numérique. Le processus de mise en forme est en effet discrétisé spatialement en incréments d'écrasement de la pièce et sur chaque incrément, la résolution du problème mécanique isotherme puis du problème thermique couplé faible (cf. chapitre 4) est réalisée par des méthodes analytiques.

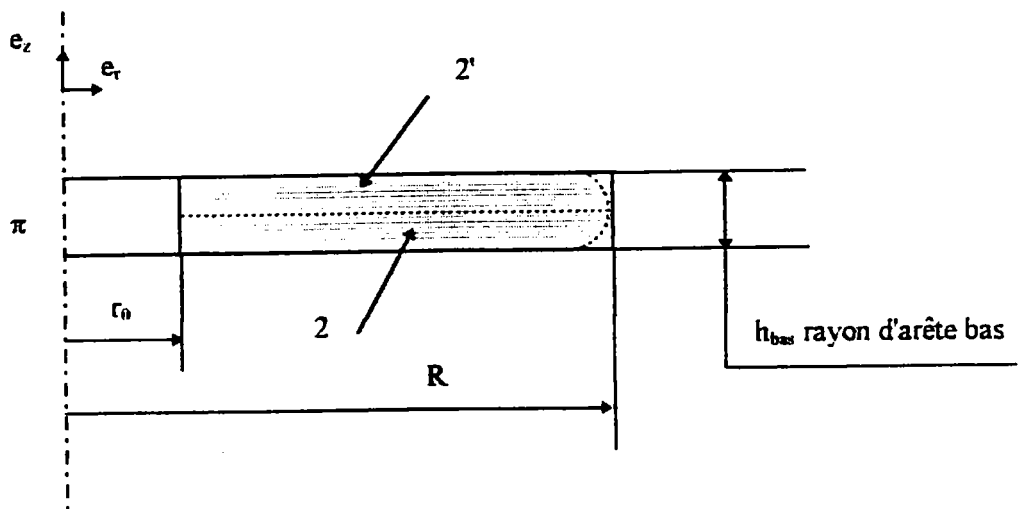
##### 2. Observations expérimentales en grandeur réelle

Notre modélisation analytique s'appuie sur des observations expérimentales en simulation physique et en grandeur réelle. Les expériences en grandeur réelle sont menées sur la presse pilote implantée à l'Usine de Forges de Mulhouse pour le Centre de Recherche et d'Etudes des Procédés Industriels. Elle est équipée d'un système d'entraînement à double genouillère. Avec ce système d'entraînement, la course totale à la force nominale, et donc la gamme de travail proprement dite, est parcourue à faible vitesse, pratiquement constante, alors que les courses à vide sont parcourues de façon relativement rapide. On obtient ainsi une vitesse de travail régulière, proche de 80 mm/s à l'instant du contact des outils. La presse est instrumentée de capteurs d'efforts et de déplacements qui nous permettent de relier les efforts de mise en forme à certaines caractéristiques géométriques des pièces.

Les pièces retenues pour cette étude sont une pièce axisymétrique (figures 2-2 et 2-3) et un pignon à denture droite (figure 2-4). Elles sont mises en forme dans des matrices fermées, à partir d'ébauches, dont les géométries ont été définies par les spécialistes de la forge sur proposition de M. SAHI [1]. La première, que nous appelons ébauche de type "a" (figure 2-5), est destinée à l'écrasement simple de la pièce axisymétrique. Alors que la seconde, l'ébauche de type "b" (figure 2-6), est définie pour le filage radial de la matière dans la gravure dentée de l'outil. La configuration des outillages, pour les deux types d'ébauches, est illustrée figure 3-1. La géométrie de ces ébauches a servi également de support à la définition des ébauches pour la simulation physique par matériaux modèles.



*L'effort de forgeage d'un lopin de hauteur  $H$  et de rayon  $R$ , en contact avec l'outil sur une surface de hauteur  $H-h_{bas}$*



*est équivalent à l'effort d'écrasement d'un lopin de hauteur  $h_{bas}$  et de rayon  $R$  [28]*

Fig. 3-2

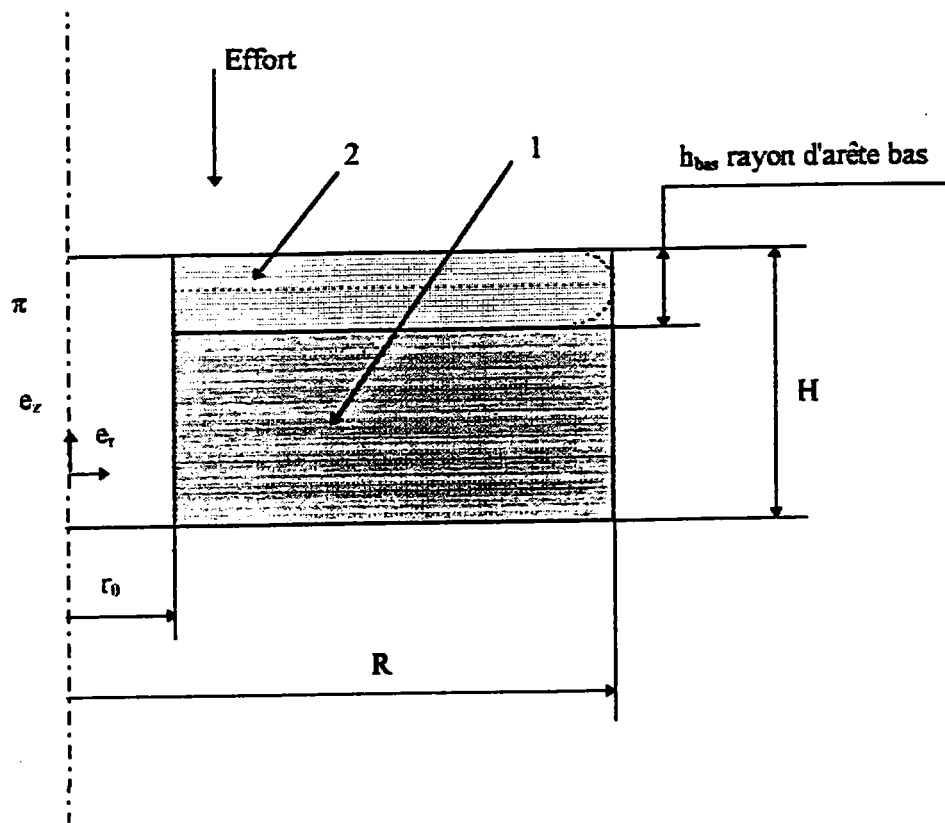


Fig. 3-3 *Domaine 2*

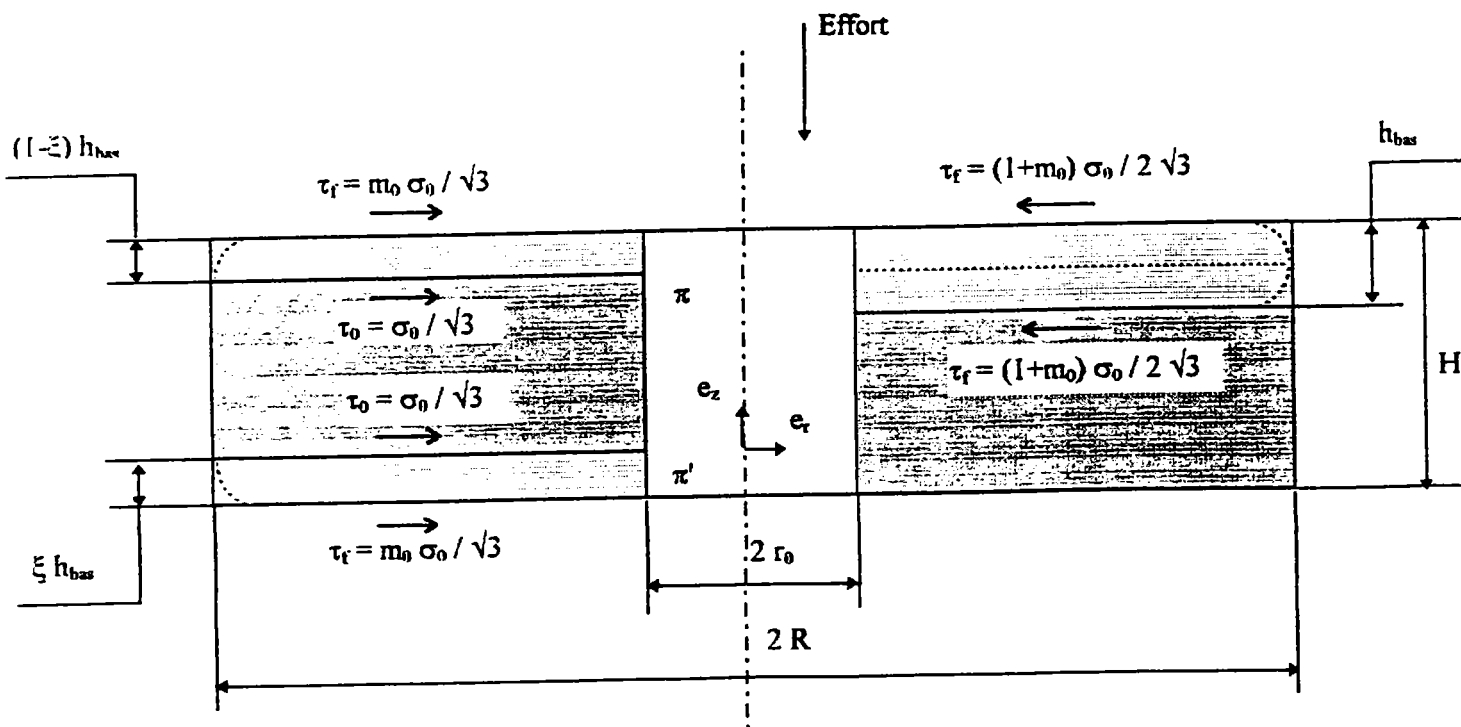


Fig. 3-4 *Loi de frottement à l'interface pièce / outil*

La nuance d'acier des pièces est de type 0,3% Carbone - 1,2% Manganèse. Les températures de mise en forme des ébauches sont comprises entre 650°C et 900°C, alors que les outillages sont maintenus à une température proche de 150°C. La lubrification est assurée par pulvérisation d'un mélange d'eau et de graphite sur les outillages.

### 3. Modélisation analytique d'une pièce axisymétrique

L'objectif de ce calcul en plasticité est, rappelons-le, l'estimation de l'effort axial de mise en forme d'une pièce axisymétrique, ainsi que la répartition des contraintes axiales et radiales sur les outils. Lors d'un forgeage d'une telle pièce (figure 3-1), A. CHAMOUARD [2] préconise que l'effort de forgeage du lopin de hauteur  $H$  et de rayon  $R$ , en conteneur, venant en contact avec l'outil sur une surface latérale de hauteur  $H-h_{bas}$ , est équivalent à l'effort d'écrasement d'un lopin de hauteur  $h_{bas}$  et de rayon  $R$  (figure 3-2).

Pour notre part, nous avons relevé plusieurs régions d'écoulements plastiques différents lors du forgeage de nos lopins. Afin de respecter ces observations, nous avons considéré plusieurs domaines et ceux-ci sont représentés figure 3-2. Ils sont d'ailleurs du même type que ceux proposés par A. CHAMOUARD. Le *domaine 0* représente une zone morte, le *domaine 1*, en contact avec le conteneur, ne participe plus à l'écoulement. Alors que le *domaine 2* (de hauteur  $\xi$ ) et le *domaine 2'* (de hauteur  $1-\xi$ ) sont déformés de façon plus modérée. Le plan  $\pi$  délimite les *domaines 1* et  $2$  et le plan  $\pi'$  les *domaines 1* et  $2'$ . Au cours de la sollicitation, on constate que le plan  $\pi$  descend, le volume  $2$  diminue et l'effort axial de mise en forme augmente. Dans le même temps, le plan  $\pi'$  monte et le volume  $2'$  diminue.

#### 31. Modélisation analytique du *domaine 2*

Nous présentons un modèle basé sur la méthode des tranches et s'appuyant sur l'hypothèse de A. CHAMOUARD. Pour ce faire, nous avons rassemblé le *domaine 2'* dans le *domaine 2*, nos observations expérimentales nous ayant montré par ailleurs un volume  $2'$  petit devant  $2$  ( $\xi$  proche de 1). Ces deux *domaines*, notés *domaine 2* sont ensuite considérés comme un cylindre de rayon extérieur  $R$  et de hauteur  $h_{bas}$  (rayon d'arête bas), en appui sur le *domaine 1*, supposé rigide indéformable (figure 3-3). Le *domaine 2* est libre de se déformer radialement ( $\sigma_r(r=R)=0$ ).

D'autre part, nous avons intégré au coefficient de frottement  $\bar{m}_0$  à l'interface pièce / outil l'effet du cisaillement  $\tau_0$  dans les plans  $\pi$  et  $\pi'$  (figure 3-4). Nous faisons l'hypothèse que la cission de frottement au niveau des surfaces frontières du *domaine 2* est une fonction de  $\tau_{f_i} = \bar{m}_0 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  et  $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  sous la forme  $\tau_f = \tau_{f_i} + \gamma \tau_0$ . Le coefficient de frottement est  $\bar{m} = \bar{m}_0 + \gamma$ , avec  $0 \leq \bar{m} \leq 1$  pour  $\bar{m}_0 \neq 0$  donné et  $\gamma = (1 - \bar{m}_0) \frac{h_{bas}}{H}$ . Par ailleurs, en fin de remplissage,  $h_{bas}$  est petit devant  $H$ , c'est à dire  $\gamma$  petit devant 1.

Les outils sont de plus supposés indéformables et les échanges thermiques pièce/outil sont négligés.

Nous modélisons le *domaine 2* dans le plan de coupe (figure 3-3).



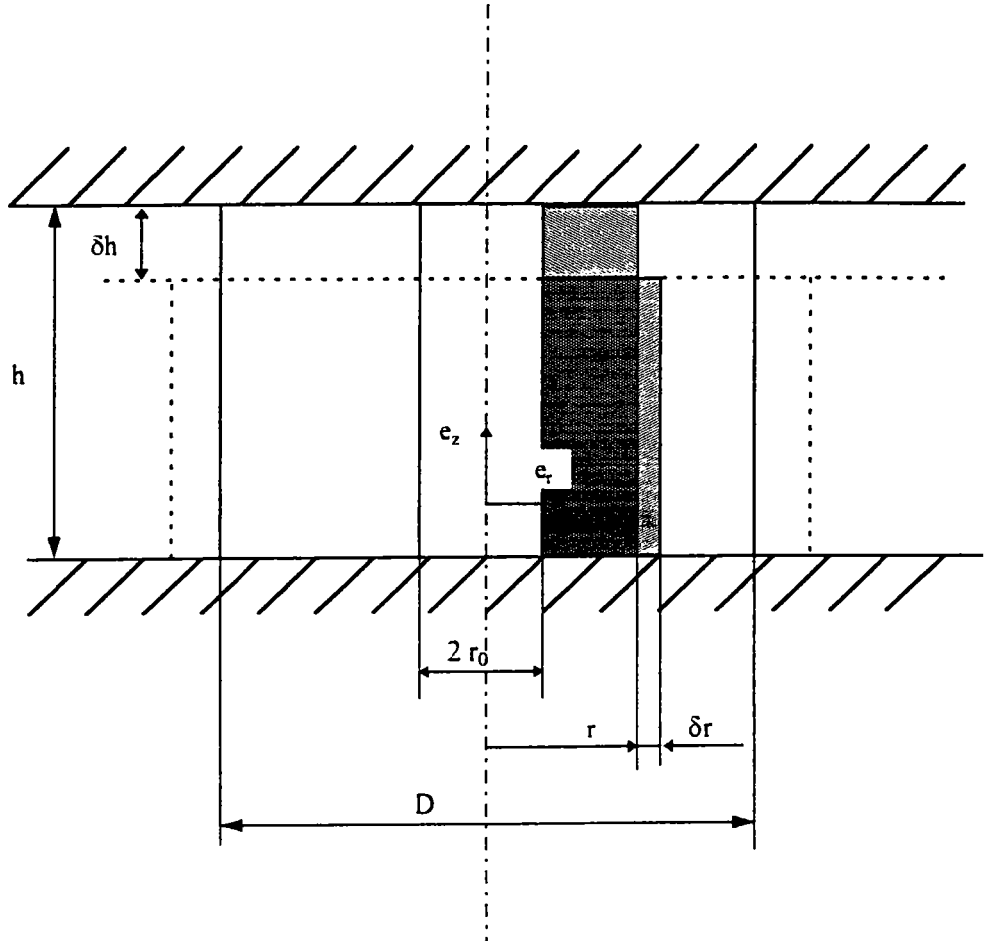


Fig. 3-5 *Incompressibilité d'une tranche*

L'équilibre d'une tranche impose que la somme des forces projetée selon l'axe radial  $e_r$  soit nulle  $\Sigma F = 0$  (3-1.1):

$$-\sigma_{rr} r d\theta h_{bas} + (\sigma_{rr} + d\sigma_{rr})(r + dr) d\theta h_{bas} - 2\tau_f r d\theta dr - 2\sigma_{\theta\theta} dr h_{bas} \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

en négligeant le frottement contre l'aiguille centrale. Ce qui conduit à l'expression suivante

$$\sigma_{rr} + r \frac{d\sigma_{rr}}{dr} - 2r \frac{\tau_f}{h_{bas}} - \sigma_{\theta\theta} = 0 \quad (3-1.2)$$

et en adoptant un modèle de frottement de Tresca  $\tau_f = \bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ , avec  $\bar{m} = \bar{m}_0 + \gamma$ ,

$$\sigma_{rr} + r \frac{d\sigma_{rr}}{dr} - 2\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{r}{h_{bas}} - \sigma_{\theta\theta} = 0. \quad (3-1.3)$$

L'hypothèse d'incompressibilité de la matière lors de la déformation plastique se traduit par la conservation du volume  $\omega(r, h)$  du domaine considéré, pour un incrément  $i$  de hauteur  $\delta h$  (le plan  $\pi_i$  est alors un plan matériel dont on réactualise la position à l'incrément suivant  $i+1$ ). Plus particulièrement, l'incompressibilité d'une tranche comprise entre le rayon intérieur  $r_0$  et le rayon  $r$  lors d'une variation de hauteur  $\delta h$  donne (figure 3-5)

$$\pi(r^2 - r_0^2)h = \omega(r, h) \quad (3-1.4)$$

pour  $h_{(i)} < h < h_{(i+1)}$ , avec  $h_{(i+1)} = h_{(i)} + \delta h$ . Soit, pour un incrément d'écrasement  $\delta h$

$$(r^2 - r_0^2)\delta h + 2rh\delta r = \delta\omega(r, h) \quad (3-1.5)$$

avec  $\delta\omega(r, h) \approx 0$ , si l'incrément d'écrasement  $\delta h$  est pris suffisamment petit. On pose alors

$$\frac{\delta r}{r} = \frac{d\varepsilon_{\theta\theta}}{d\varepsilon_z} \frac{h}{h} \quad (3-1.6)$$

Il vient

$$d\varepsilon_z = \frac{2}{\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 1} d\varepsilon_{\theta\theta}, \quad r \neq r_0. \quad (3-1.7)$$

D'autre part, la condition d'incompressibilité locale s'écrit

$$d\varepsilon_{rr} + d\varepsilon_{\theta\theta} + d\varepsilon_z = 0 \quad (3-1.8)$$

soit

$$d\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{\frac{2}{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2} - 1} d\varepsilon_{rr}, \quad r \neq r_0. \quad (3-1.9)$$

La loi d'écoulement de Lévy-Mises  $d\varepsilon_{ij} = s_{ij} d\lambda$  (3-1.10) est donnée par

$$d\varepsilon_{rr} = s_{rr} d\lambda$$

et

$$d\varepsilon_{\theta\theta} = s_{\theta\theta} d\lambda$$

soit

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\frac{2}{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2} - 1} (\sigma_{rr} + p) - p, \quad r \neq r_0. \quad (3-1.11)$$

L'équation (3-1.11) peut encore se mettre sous la forme

$$\sigma_{\theta\theta} = \alpha(r) (\sigma_{rr} + p) - p \quad (3-1.12)$$

où  $\alpha(r) = \frac{1}{\frac{2}{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2} - 1}$  (3-1.13) avec  $r \neq r_0$  lié à la présence de l'aiguille centrale,

et  $p$  la pression hydrostatique, définie par  $p = -\frac{1}{3}(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})$ . (3-1.14)

La dernière équation de notre problème est donnée par le critère de plasticité de von Mises

$$\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \frac{\sigma_0^2}{3} = 0 \quad \text{qui s'écrit}$$

$$(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 = 2\sigma_0^2. \quad (3-1.15)$$

La résolution du système d'équations (3-1.3), (3-1.12) et (3-1.15) conduit alors à l'expression

$$\int_{\sigma_{rr}}^0 d\sigma_{rr} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_r^R \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} - \frac{1 - \alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \right) dr \quad (3-1.16)$$

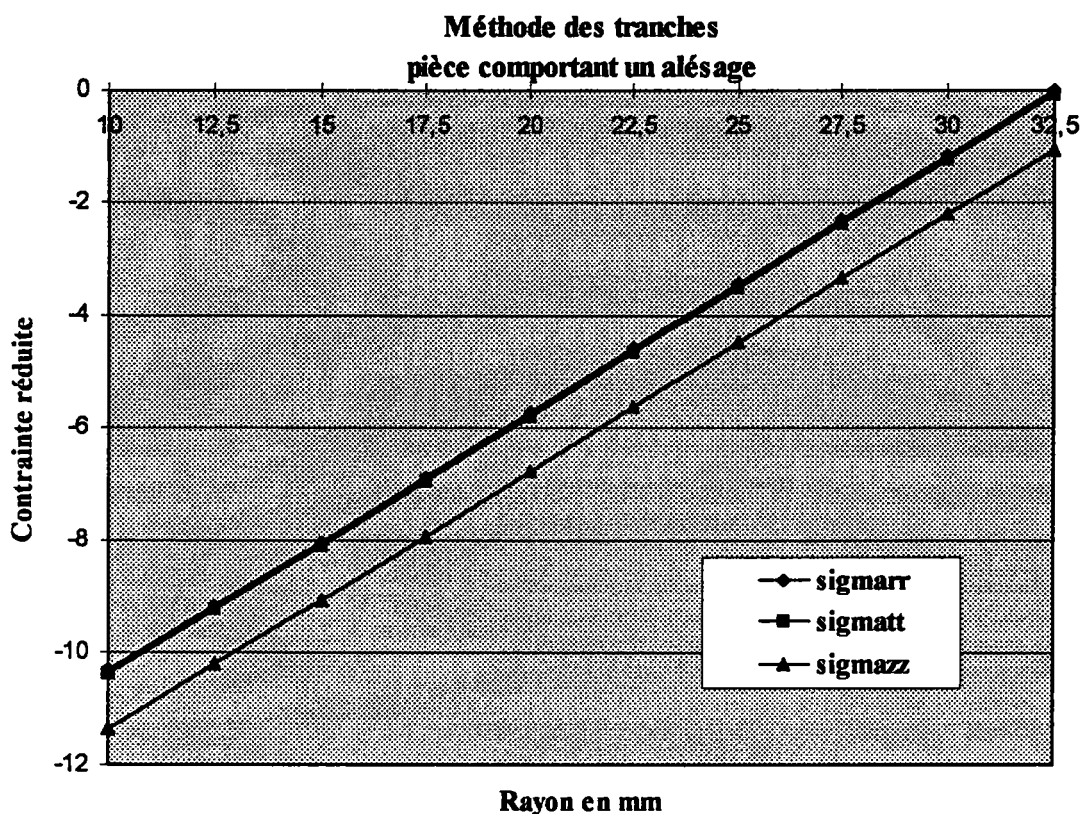
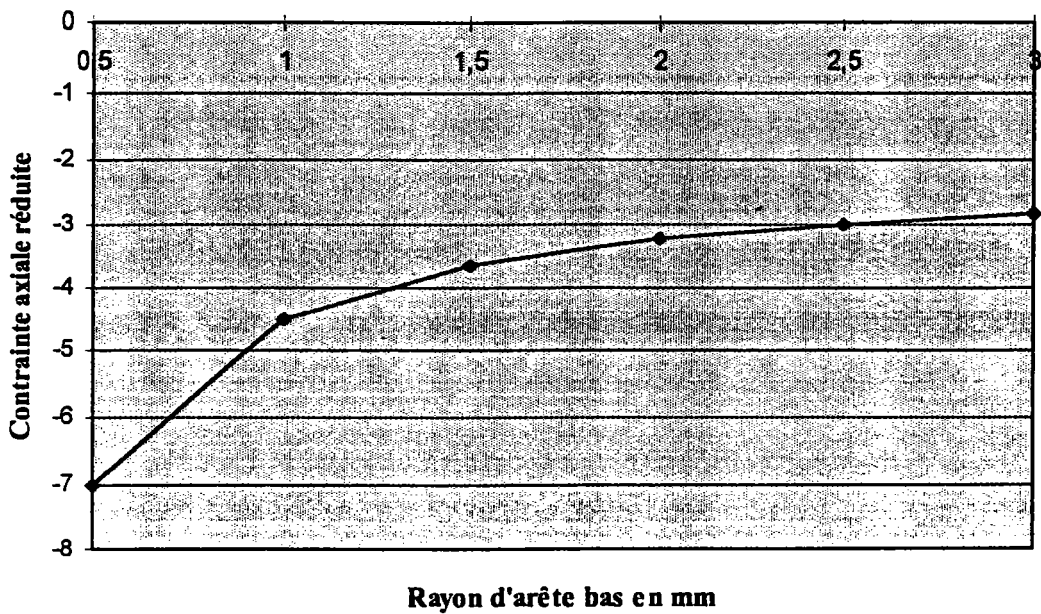


Fig. 3-6 Contraintes réduites pour une pièce comportant un alésage

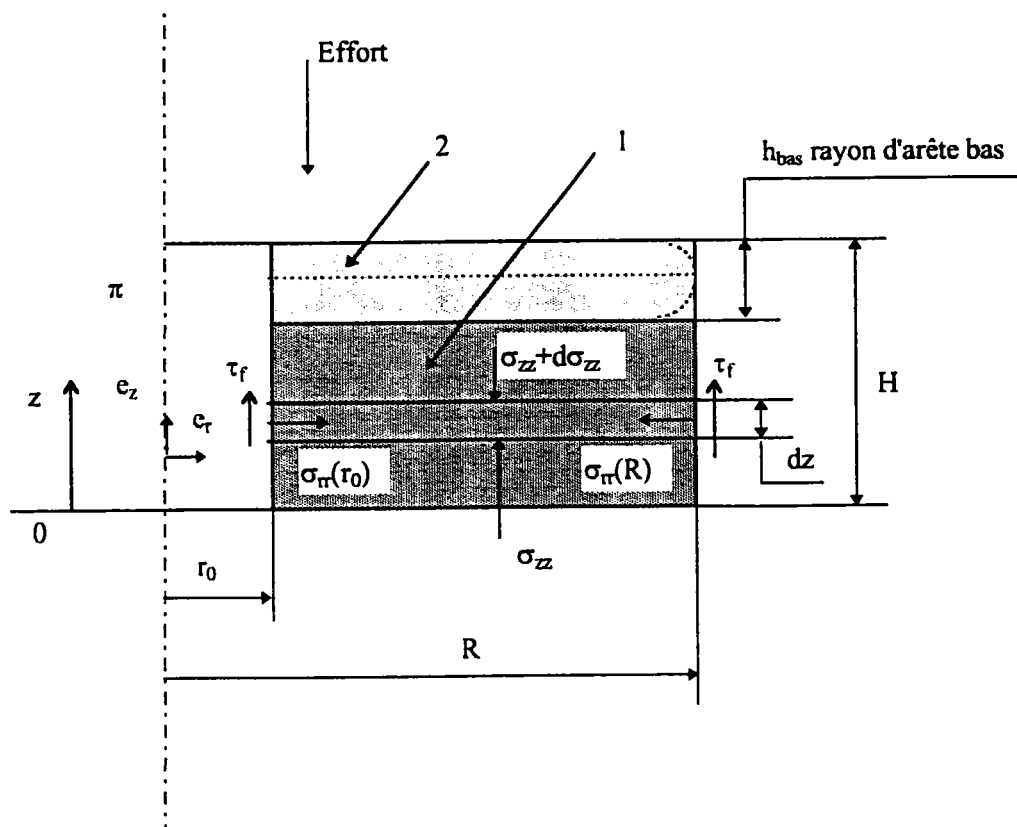
Pièce géométrie axisymétrique	$H=13\text{ mm}$ $R=32.5\text{ mm}$ $r_0=10\text{ mm}$ $h_{bas}=0.5\text{ à }3\text{ mm}$
Géométrie ébauche	Type "a"
Nuance acier pièce	Acier 0.3% - 1.2%Mn
Loi de comportement	$\bar{\sigma} = 13,1 \text{Exp}\left(\frac{2000}{T}\right) \dot{\epsilon}^{0.115} \text{ [MPa]}$ $\bar{\sigma} = \sigma_0$
Loi de frottement	Tresca, $\bar{m}_0 = 0.2$
Température de forgeage	$T_{pièce} = 800^\circ\text{C}$
Température de préchauffage des outils	$T_{outil} = 150^\circ\text{C}$
Outillage	Outils non déformables Matières: acier Conductivité thermique: $46\text{ W/m}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Masse volumique: $7810\text{ kg/m}^3$ à $20^\circ\text{C}$ Chaleur massique: $460\text{ j/kg}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Durée de contact pièce/outils: $5\text{ s}$

Tab. 3-1 Données utilisées dans le calcul

**Résultats de calcul de mise en forme en fin de forgeage à 800°C d'une  
pièce axisymétrique  
Contrainte axiale réduite ( $E_{bp}=1/s$ )**



*Fig. 3-7*      *Contrainte axiale réduite moyenne*



*Fig. 3-8*      *Domaine 1*

qui peut être réécrite sous une forme plus explicite, pour le *domaine 2*

$$\sigma_{rr2}(r) = -2\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{R-r}{h_{bas}} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_r^R \frac{1-\alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} dr \quad (3-1.17)$$

pour un solide libre de se déformer radialement, c'est à dire,  $\sigma_{rr}(r=R)=0$ .

En résumé, les composantes non nulles du champ de contraintes du *domaine 2* (composantes réduites) sont exprimées par

$$\frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} = -\frac{2\bar{m}}{\sqrt{3}} \frac{R-r}{h_{bas}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \int_r^R \frac{1-\alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} dr \quad (3-1.18)$$

$$\frac{\sigma_{zz2}(r)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} - \frac{2 + \alpha(r)}{\sqrt{3} \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \quad (3-1.19)$$

et

$$\frac{\sigma_{\theta\theta2}(r)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} - \frac{(1-\alpha(r))(2+\alpha(r))}{\sqrt{3} \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \quad (3-1.20)$$

La représentation graphique de ces contraintes réduites est illustrée figure 3-6, pour laquelle le rayon d'arête bas est fixé à 0,5 mm. Les données utilisées pour cette estimation des contraintes sont indiquées tableau 3-1. Nous avons également présenté l'évolution de la contrainte axiale réduite moyenne en fonction du rayon d'arête bas, figure 3-7. Pour des rayons d'arête bas supérieurs à 2.5 mm, la contrainte axiale réduite est inférieure à 3. Alors que pour des rayons inférieurs à 2.5 mm, cette contrainte réduite peut atteindre 7.

### 32. Etude du *domaine 1* lors du frottement contre la paroi latérale de l'outil

Le domaine 1 est supposé rigide et l'effort de forgeage est déterminé en tenant compte du frottement contre la paroi latérale de l'outil.

L'étude de l'influence du frottement contre la paroi latérale de l'outil est fondée sur la méthode des tranches. Celles-ci sont horizontales, d'épaisseur  $dz$  (figure 3-8) et le frottement contre la paroi latérale de l'outil sera modélisée par une loi de Tresca.

L'équation d'équilibre, en projection sur l'axe Oz s'écrit (3-1.21)

$$-\pi(R^2 - r_0^2)\sigma_{zz} + \pi(R^2 - r_0^2)(\sigma_{zz} + d\sigma_{zz}) + 2\pi R\tau_f dz + 2\pi r_0\tau_f dz = 0,$$

soit, sous une forme plus explicite

$$d\sigma_z = -\frac{2\tau_f}{R-r_0} dz, \quad (3-1.22)$$

en considérant les mêmes conditions de frottement contre la paroi latérale de l'outil et contre l'aiguille. Modélisées par une loi de Tresca, les cissons dues au frottement sont données par

$$\tau_f = \bar{m}_0 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}. \quad (3-1.23)$$

Le domaine 1 étant supposé rigide, la loi de Lévy-Mises,  $d\epsilon_{ij}^p = 0$  conduit à

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz}. \quad (3-1.24)$$

Après intégration de l'équation d'équilibre, nous obtenons l'expression de la contrainte axiale

$$\sigma_{z1}(z) = -2\bar{m}_0 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{z - H + h_{bas}}{R - r_0} + P \quad (3-1.25)$$

dont la constante d'intégration  $P$  est donnée par la condition à la limite en  $z=H-h_{bas}$ :

$$\sigma_{z1}(z = H - h_{bas}) = P \quad (3-1.26)$$

et est obtenue par la méthode des tranches verticales appliquée au solide équivalent de rayon  $R$  et de hauteur  $h_{bas}$  (définissant la section  $S$ ). On fera l'hypothèse que la contrainte normale  $P$  est équivalente à la moyenne de la contrainte  $\sigma_{z2}$  sur la section  $S$  (figure 3-8).

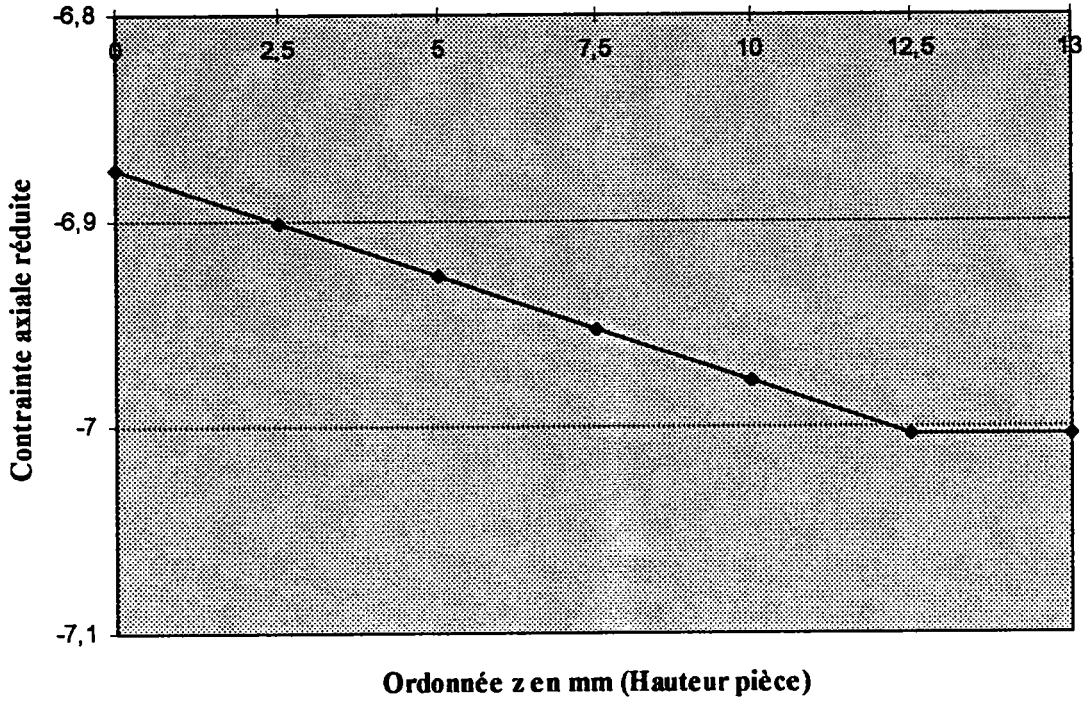
$$P = \frac{1}{S} \int_S \sigma_{z2}(r) dS, \quad (3-1.27)$$

soit, d'après les équations (3-1.15) et (3-1.17),

$$P = -2\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{R}{h_{bas}} \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^3}{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_0^R \left[ \frac{2 + \alpha(r)}{\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} - \int_r^R \frac{1 - \alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} dr \right] r dr \quad (3-1.28)$$

La contrainte axiale moyenne avec frottement de Tresca contre la paroi latérale de l'outil s'écrit donc

**Contrainte axiale réduite pour  $h_{bas}=0,5$  mm**



*Fig. 3-9*      *Contrainte axiale réduite avec frottement contre la paroi latérale de l'outil*



$$\sigma_{z1}(z) = -\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \left[ 2\bar{m} \frac{R}{h_{bas}} \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^3}{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} + 2\bar{m}_0 \frac{z - H + h_{bas}}{R - r_0} \right] +$$

$$-\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R \left[ \frac{2 + \alpha(r)}{\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} - \int_r^R \frac{1 - \alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} dr \right] r dr$$
(3-1.29)

Les composantes non nulles du champ de contraintes du *domaine 1* (composantes réduites), en tenant compte du frottement contre la paroi latérale de l'outil, sont exprimées par

$$\frac{\sigma_{z1}(z)}{\sigma_0} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left[ 2\bar{m} \frac{R}{h_{bas}} \frac{\frac{1}{3} - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^3}{1 - \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} + 2\bar{m}_0 \frac{z - H + h_{bas}}{R - r_0} \right] +$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R \left[ \frac{2 + \alpha(r)}{\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} - \int_r^R \frac{1 - \alpha(r)}{r \sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} dr \right] r dr$$
(3-1.30)

$$\frac{\sigma_{rr1}(z)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{z1}(z)}{\sigma_0}$$
(3-1.31)

$$\frac{\sigma_{\theta\theta1}(z)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{z1}(z)}{\sigma_0}$$
(3-1.32)

et sont illustrées figure 3-9, où l'on peut constater la très faible influence du frottement contre la paroi latérale de l'outil sur la contrainte axiale, dans le cas de notre pièce axisymétrique faiblement élancée et pour un rayon d'arête bas de 0,5 mm.

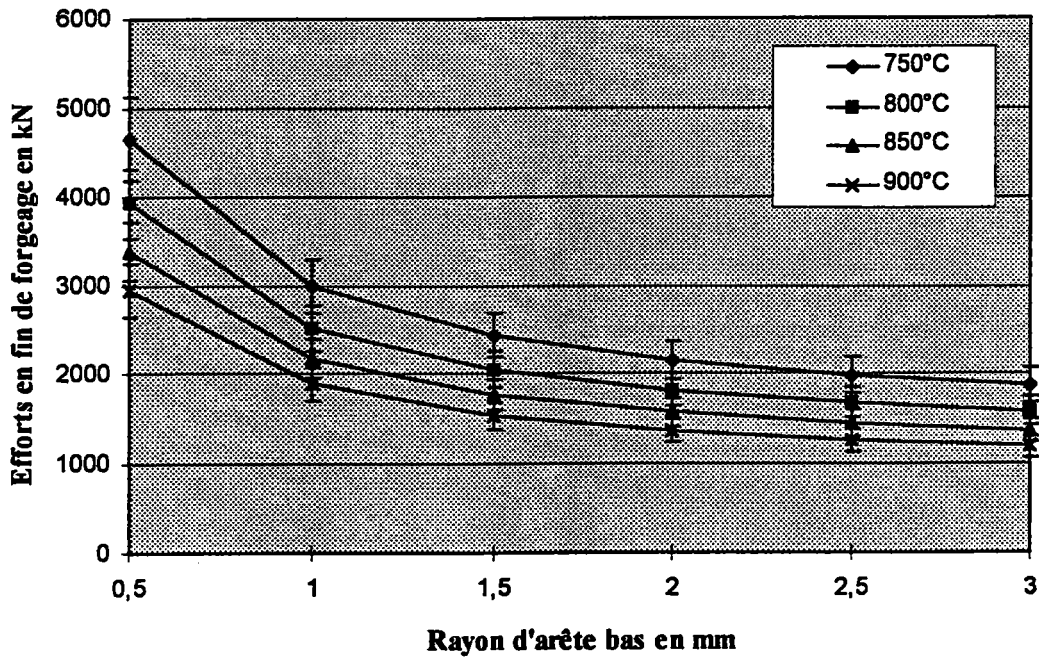
L'expression de la contrainte radiale réduite (3-1.31) indique plus particulièrement la répartition des contraintes radiales sur les outils.

### 33. Estimation de l'effort en fin de forgeage

En application de cette modélisation analytique des efforts et contraintes sur outils en fin de forgeage, nous avons réalisé différents calculs sur un cas test axisymétrique.

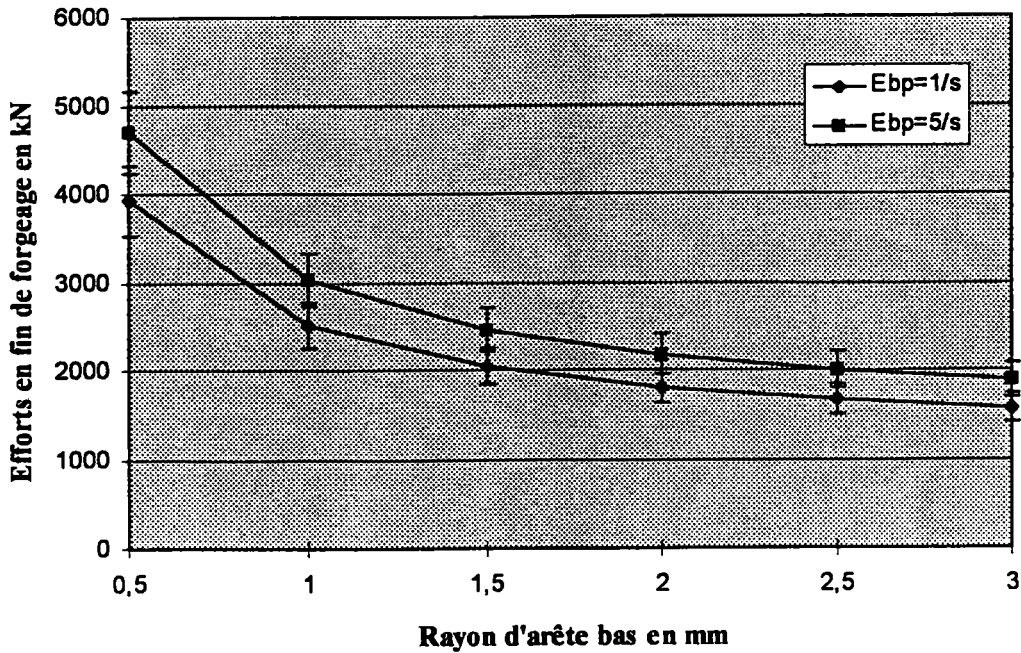
Selon la cinématique des outils retenue, l'effort de mise en forme en fin de forgeage est appliqué par le poinçon mobile sur toute la section de la pièce comprise entre le rayon  $r_0$  et le rayon  $R$  (figure 3-1). L'effort de forgeage est l'intégrale de la contrainte axiale sur la section de la pièce, c'est donc une quantité globale:

**Résultats de calcul d'efforts axiaux de mise en forme en fin de forgeage  
d'une pièce axisymétrique ( $E_{bp}=1/s$ )**



*Fig. 3-10 Influence de la température de forgeage sur l'effort*

**Résultats de calcul d'efforts axiaux de mise en forme en fin de forgeage à  
800°C d'une pièce axisymétrique**



*Fig. 3-11 Influence de la vitesse de déformation sur l'effort*

**Résultats d'efforts de mise en forme  
Conteneur lisse à 800°C**

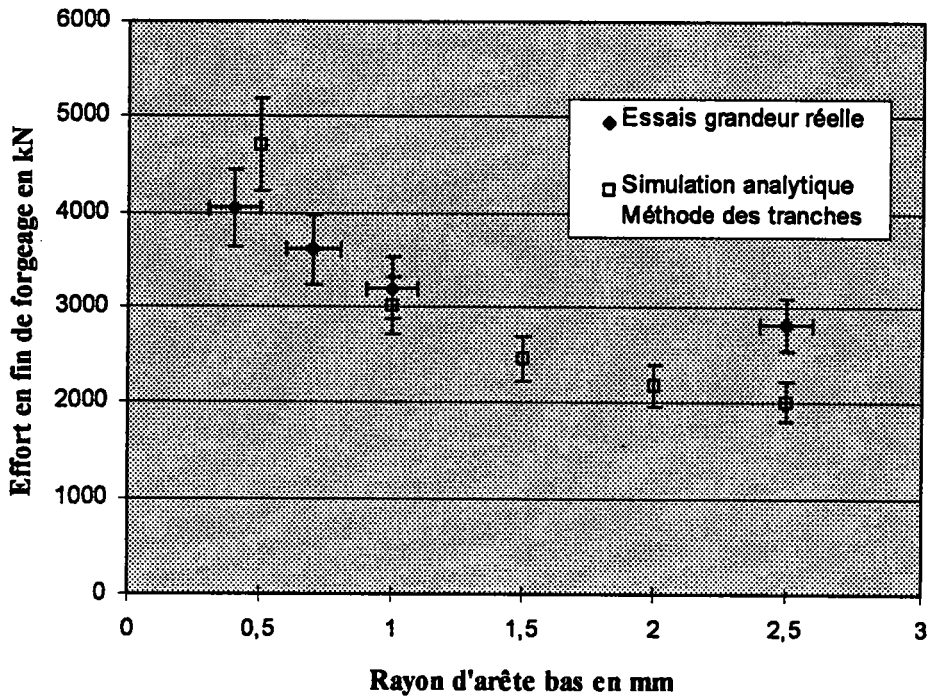
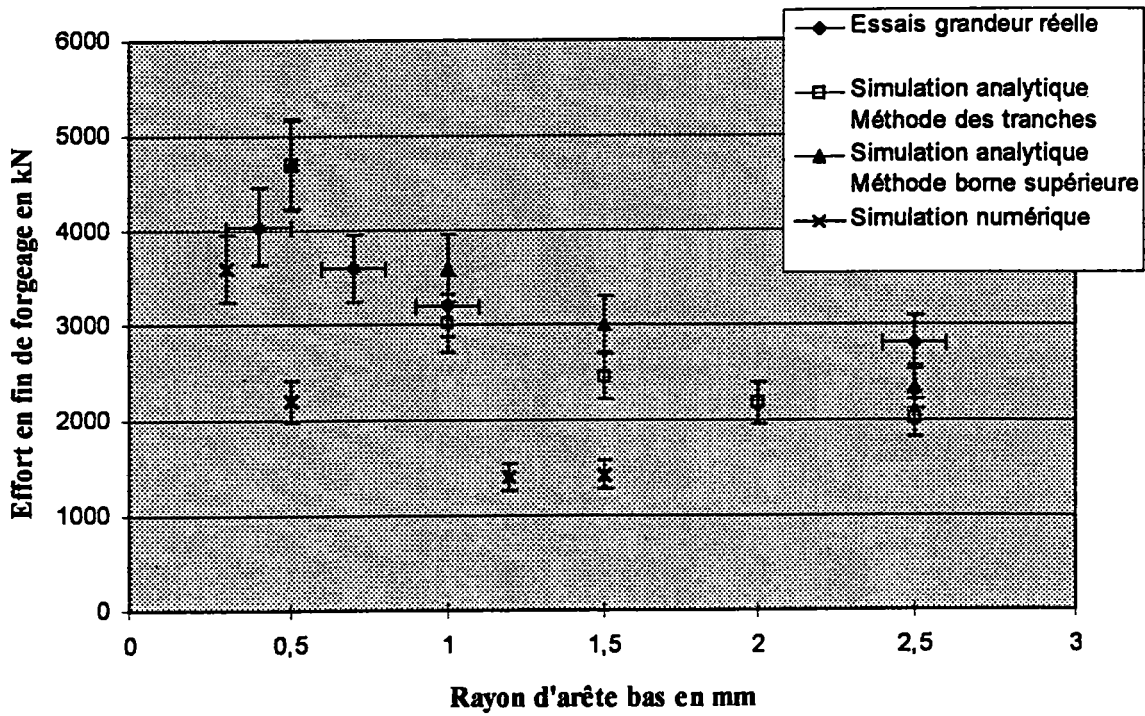


Fig. 3-12 Comparaison résultats de modélisation avec mesures grandeur réelle

<b>Pièce géométrie axisymétrique</b>	
Machine utilisée	Presse de marque SCHULER à double genouillère
Vitesse de coulisseau	80 mm/s
Raideur du bâti de la presse	30000 kN/mm
Température de préchauffages des pièces en four électrique	650 / 700 / 750 / 800 / 850 / 900°C pendant 20 min.
Lubrification	Graphite + eau
Température de préchauffage des outils	180°C
Durée de transfert du four à la presse	9 s
Configuration des outillages	Matrice flottante
Géométrie des ébauches	Type " a "
Nuance utilisée	Acier 0.3%C - 1.2%Mn à l'état normalisé
Mesures effectuées	Efforts de mise en forme

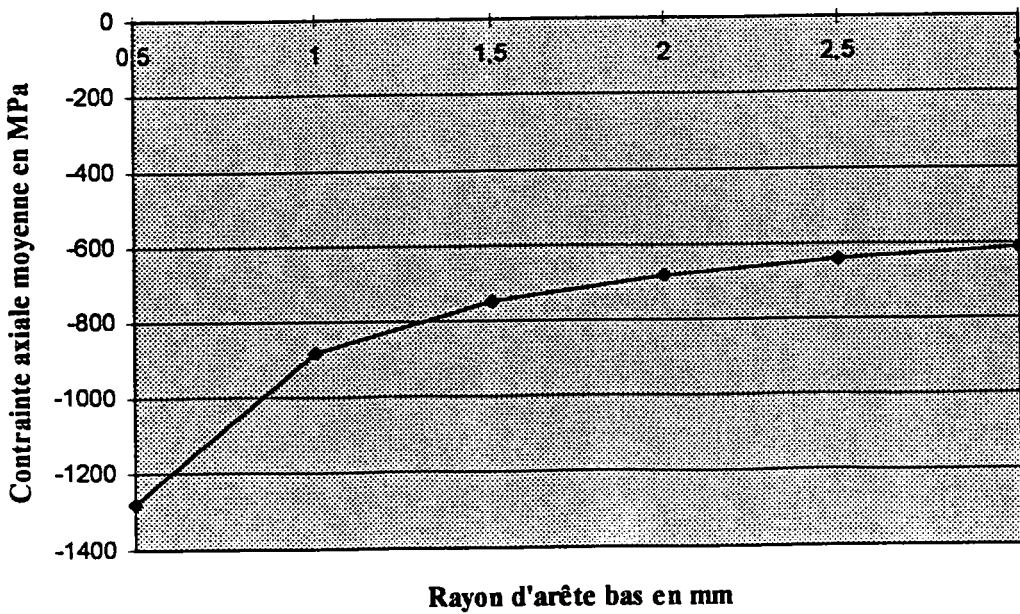
Tab. 3-2 Conditions expérimentales sur presse pilote

**Résultats d'efforts axiaux de mise en forme  
Conteneur lisse à 800°C**



*Fig. 3-13 Comparaison des différentes approches*

**Résultats de calcul de mise en forme en fin de forgeage à 800°C d'une  
pièce axisymétrique  
Contrainte axiale moyenne (Ebp=1/s)**



*Fig. 3-14 Contrainte axiale moyenne*

$$F = \left| \int_S \sigma_{zz}(z) dS \right|, \quad (3-1.33)$$

soit

$$F = \left| \int_0^{2\pi R} \int_0^{\tau_0} \sigma_{zz}(z) r dr d\theta \right| \quad (3-1.34)$$

Les données permettant le calcul sont indiquées dans le tableau 3-1 et conduisent aux résultats suivants.

### 34. Résultats - Discussion

Ces résultats d'efforts de forgeage en conditions isothermes sont illustrés figure 3-10 où nous avons fait apparaître l'influence de la température de forgeage (via la contrainte d'écoulement  $\sigma_0$ ) sur l'effort et figure 3-11 où apparaît l'influence de la vitesse de déformation. D'une manière générale, l'effort de forgeage croît avec la diminution du rayon d'arête bas, quelle que soit la température; par contre, l'augmentation de la température de préchauffage de la pièce permet d'abaisser l'effort en fin de forgeage. L'augmentation de la vitesse de déformation engendre une augmentation de l'effort axial de mise en forme du fait de la viscoplasticité.

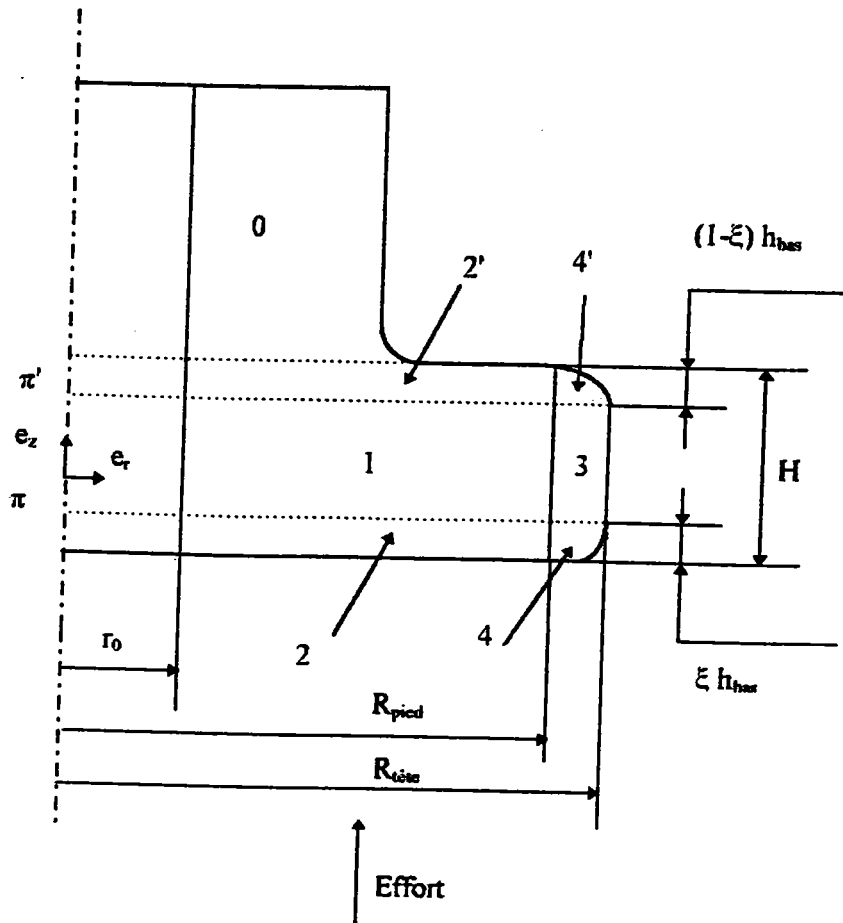
De façon plus quantitative, nous avons comparé les résultats issus de notre modélisation analytique avec des mesures d'efforts de forgeage sur presse pilote, des résultats de modélisation numérique FORGE 2 (annexe 3) et des résultats de modélisation analytique de M. SAHI [1] (méthode de la borne supérieure). Les conditions expérimentales sont présentées tableau 3-2.

Les mesures expérimentales d'efforts de forgeage montrent une élévation de l'effort en fin de forgeage avec la diminution du rayon d'arête bas mesuré (figure 3-12). Toutefois, la modélisation analytique par la méthode des tranches montre une plus grande sensibilité de l'effort au rayon d'arête bas notamment au faible rayon. En effet, nos résultats de simulation sont globalement supérieurs de 12% aux valeurs d'efforts mesurés pour les rayons d'arête bas inférieurs à 0,5 mm et inférieurs de 17% pour les rayons d'arête supérieurs à 1 mm. Toutefois, si l'on tient compte des incertitudes de mesures et de calculs, nos résultats de calculs par la méthode des tranches sont en bon accord avec l'expérience.

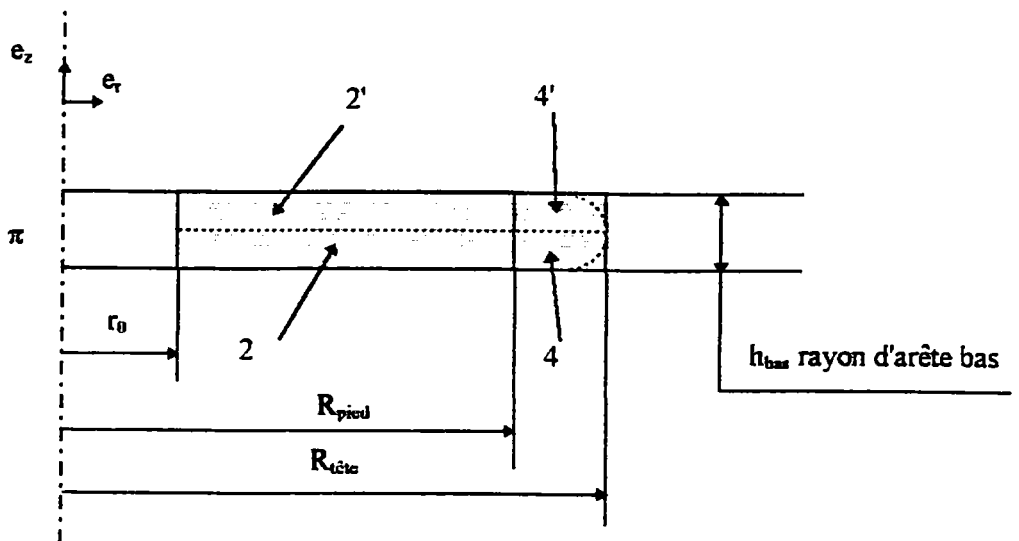
La figure 3-13 présente des résultats de calcul FORGE 2 et des résultats de calcul de M. SAHI. Les résultats de simulation numériques FORGE 2 présentent des efforts de mise en forme inférieurs aux mesures, mais le calcul s'est arrêté avant la fin (cf. commentaires en annexe 3). La méthode de la borne supérieure [6] montre également une plus grande sensibilité de l'effort au rayon d'arête bas que ne le suggèrent les mesures. En effet, les résultats de calcul issus de la méthode de la borne supérieure sont inférieurs aux mesures d'environ 15% pour les rayons d'arête supérieurs à 1 mm et pour les rayons inférieurs à 1 mm, supérieurs d'environ 15%.

Nous avons également illustré, figure 3-14, la contrainte axiale moyenne de mise en forme en fonction du rayon d'arête bas, qui représente aussi la pression moyenne sur l'outil. Pour les rayons d'arête bas inférieurs à 0,5 mm voire 1 mm, les pressions (1200 MPa) restent acceptables pour les matériaux d'outillage de forge à mi-chaud (valeur couramment retenue à la Forges de Mulhouse). Par contre, il faut considérer que cette pression s'exerce en peau d'outillage, régions qui peuvent se trouver à des températures de l'ordre de 400 à 500°C. Pour l'estimation de la tenue en service des outils, il apparaît clairement qu'une étude de la température en peau des outils est indispensable puisque pour une pression donnée, la température de travail de l'outil peut engendrer un endommagement de cet outil.

Tous ces résultats sont en accord avec les résultats d'autres travaux, tels ceux de A.O.A. IBHADODE et T.A. DEAN [3] et les travaux de J.F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH et Ph. MARIN [4 - 7]. En



*L'effort de forgeage d'un pignon de hauteur  $H$  et de rayon  $R$ , en contact avec l'outil sur une surface de hauteur  $H-h_{bas}$*



*est équivalent à l'effort d'écrasement d'un pignon de hauteur  $h_{bas}$  et de rayon  $R$  [28]*

Fig. 3-15

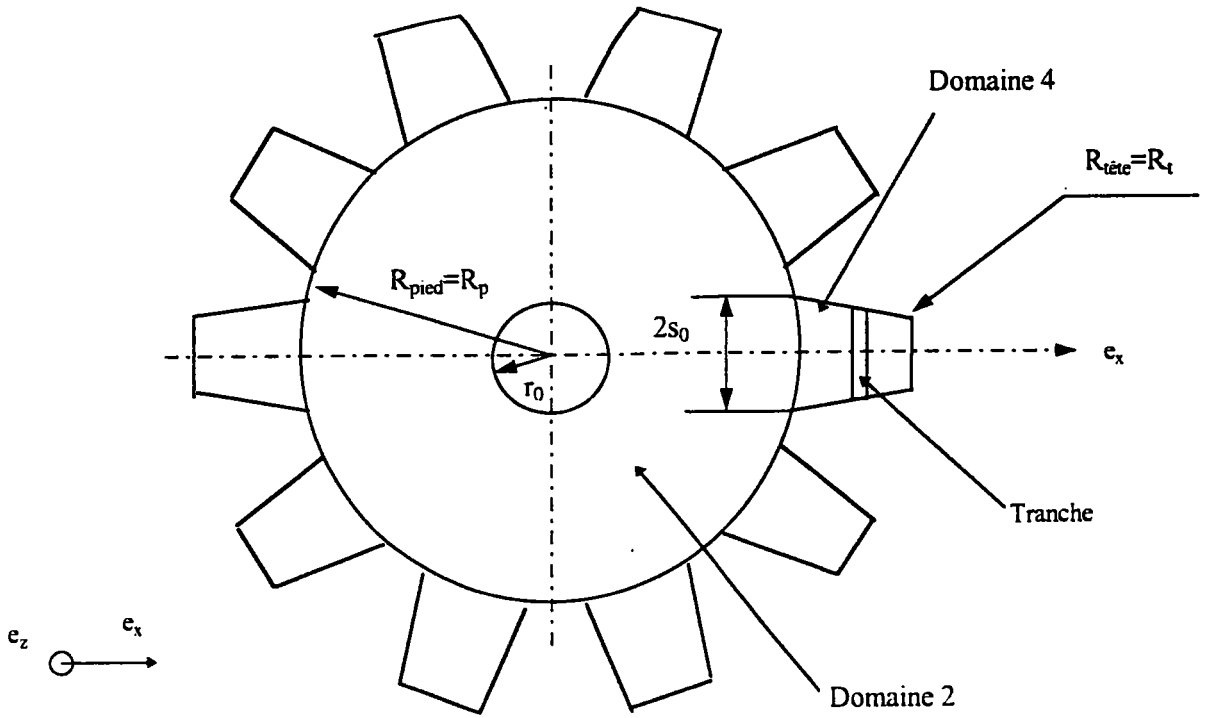


Fig. 3-16 Modélisation analytique de la denture

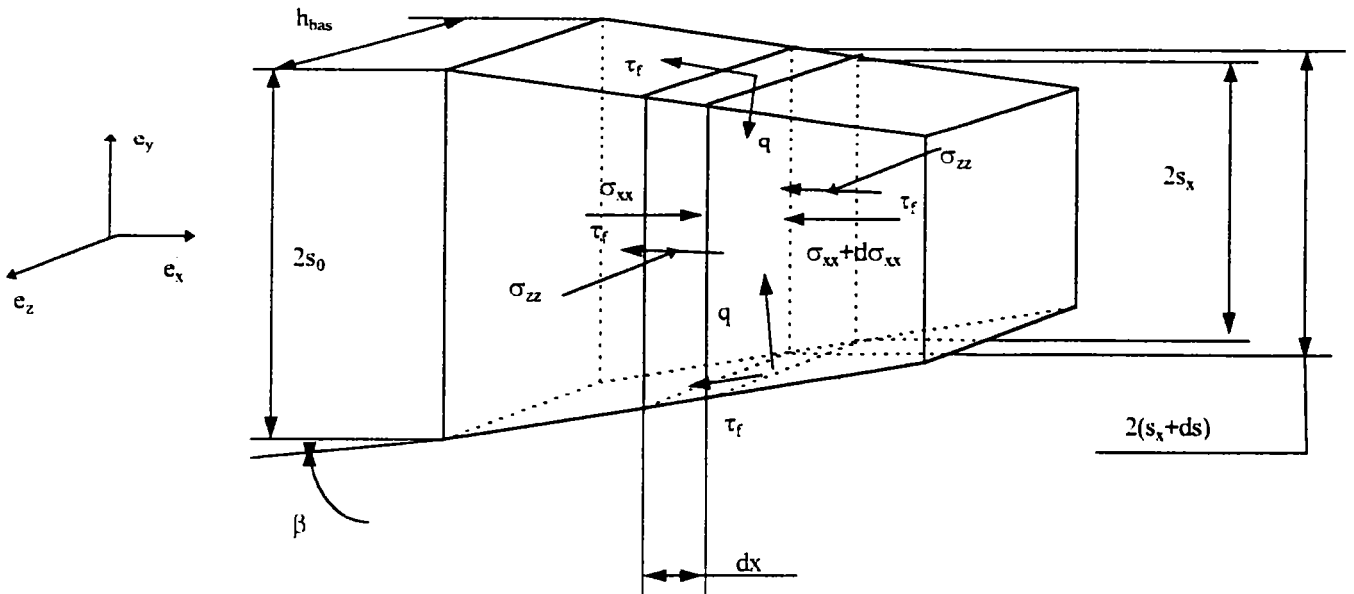


Fig. 3-17 Modélisation analytique de la denture  
Plan  $\pi$

effet, ces auteurs constatent, en fin de forgeage, des rayons d'arête haut et bas non remplis et de hauteur d'autant plus faible que l'effort de mise en forme est important. A.O.A. IBHADODE et T.A. DEAN signalent d'autre part que le rayon d'arête bas est plus grand que le rayon d'arête haut, principalement à cause du frottement sur la paroi latérale de l'outil. Notre modélisation fait apparaître également ce résultat mais n'a pas pu être vérifié expérimentalement, à cause de la géométrie particulière de notre pièce (géométrie côté rayon d'arête haut).

Toutefois, il convient de noter que notre modélisation par la méthode des tranches est isotherme et adiabatique; elle ne tient donc pas compte des phénomènes de flux de chaleur échangés entre la pièce et l'outil. La pièce est en effet le siège de sources de chaleur capables de modifier la température de la matière en déformation, donc sa contrainte d'écoulement et donc l'effort de mise en forme. Les résultats issus de notre modélisation peuvent alors être modifiés sensiblement. Ce sera le propos du chapitre 4.

#### 4. Modélisation d'un pignon à denture droite (figure 2-4)

Dans ce paragraphe nous allons reprendre la modélisation analytique d'une pièce axisymétrique, par la méthode des tranches, et la compléter avec la modélisation de la denture droite d'un pignon. Nous nous ramènerons à l'étude simplifiée de tranches planes, à partir d'hypothèses expérimentales.

Des essais de simulation plasticine (figure 3-1) nous ont permis de distinguer plusieurs régions d'écoulements plastiques. Conformément à ces observations, nous avons considéré plusieurs domaines représentés figure 3-15. Le *domaine 0* est une zone morte, le *domaine 1* et le *domaine 3* sont en contact avec la paroi latérale de l'outil et ne participe plus à l'écoulement. Alors que les *domaines 2* et *2'* et les *domaines 4* et *4'* sont déformés de façon plus modérée. Le plan  $\pi$  délimite les domaines les *domaines (1, 3)* et *(2, 4)* et le plan  $\pi'$  les *domaines (1, 3)* et *(2', 4')*. Au cours de la sollicitation, le plan  $\pi$  descend, les volumes *2* et *4* diminuent et l'effort axial de mise en forme augmente. Dans le même temps, le plan  $\pi'$  monte et la diminution des volumes *2'* et *4'* tend à accroître l'effort.

En reprenant l'hypothèse de A. CHAMOUARD [2], nous avons postulé que les *domaines 2'* et *4'* sont intégrés aux *domaines 2* et *4* (de hauteur  $h_{bas}$ ) et que l'effort axial nécessaire à la mise en forme du pignon est équivalent à l'effort permettant l'écoulement plastique des *domaines 2* et *4* seuls (figure 3-15).

Nous considérons tout d'abord des tranches planes dans le *domaine 4* (figures 3-16 et 3-17). Puis nous étudierons le *domaine 2* en tenant compte des conditions à la limite en  $r=R_{pied}$ . Nous retiendrons un modèle de frottement de Tresca et nous ferons l'hypothèse que la cission de frottement au niveau des surfaces frontières des *domaines 2* et *4* est une fonction de  $\tau_{f_i} = \bar{m}_0 \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  et  $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$  sous la forme  $\tau_f = \tau_{f_i} + \gamma \tau_0$ . Le coefficient de frottement est  $\bar{m} = \bar{m}_0 + \gamma$ , avec  $0 \leq \bar{m} \leq 1$  pour  $\bar{m}_0 \neq 0$  donné et  $\gamma = (1 - \bar{m}_0) \frac{h_{bas}}{H}$ . Par ailleurs, en fin de remplissage,  $h_{bas}$  est petit devant  $H$ .

Nous ferons également l'hypothèse que les outils sont indéformables et nous négligeons les échanges thermiques pièce/outil.

#### 4.1. Etude d'une dent - *Domaine 4*

Cette modélisation est réalisée dans le plan  $\pi$  ( $e_x, e_y$ ), du *domaine 4* (figure 3-17), pour un incrément d'écrasement.



L'équilibre d'une tranche sur l'axe  $e_x$  s'écrit (3-2.1)

$$-\sigma_{xx} 2 s_x h_{bas} + 2(\sigma_{xx} + d\sigma_{xx})(s_x + ds)h_{bas} - 2\tau_f \frac{dx}{\cos\beta} \cos\beta h_{bas} + 2q \frac{dx}{\cos\beta} \sin\beta h_{bas} - 2\tau_f 2(s_x + ds)dx$$

avec

$$ds = -dx \tan\beta, \quad (3-2.2)$$

et

$$s_x = s_0 - x \tan\beta. \quad (3-2.3)$$

D'autre part, l'équilibre selon l'axe  $e_y$ , impose

$$q \frac{dx}{\cos\beta} \cos\beta + \tau_f \frac{dx}{\cos\beta} \sin\beta = \sigma_{yy} dx. \quad (3-2.4)$$

L'hypothèse d'incompressibilité de la matière lors de la déformation plastique se traduit par la conservation du volume  $\varpi(x, h)$  du domaine considéré pour un incrément de hauteur  $\delta h$ . En particulier, l'incompressibilité d'une tranche comprise entre le rayon de pied  $R_p$  et le rayon  $x$  lors d'une variation de hauteur  $\delta h$  s'écrit

$$(x - R_p) h_{bas} \left( s_0 - \frac{x - R_p}{2} \tan\beta \right) = \varpi(x, h). \quad (3-2.5)$$

Après différenciation, il vient

$$\frac{\frac{\delta x}{x}}{\frac{\delta h_{bas}}{h_{bas}}} = - \frac{s_0 - \frac{x}{2} \tan\beta}{s_0 - x \tan\beta} \quad (3-2.6)$$

avec  $\delta\varpi(x, h) \cong 0$ , si l'incrément d'écrasement  $\delta h$  est petit. L'équation (3-2.6) peut être réécrite sous la forme

$$d\varepsilon_{zz} = - \frac{s_0 - x \tan\beta}{s_0 - \frac{x}{2} \tan\beta} d\varepsilon_{xx} \quad (3-2.7)$$

après avoir posé

$$\frac{\frac{\delta x}{x}}{\frac{\delta h_{bas}}{h_{bas}}} = \frac{d\varepsilon_{xx}}{d\varepsilon_{zz}}. \quad (3-2.8)$$

La condition d'incompressibilité locale s'écrit

$$d\varepsilon_{xx} + d\varepsilon_{yy} + d\varepsilon_{zz} = 0 \quad (3-2.9)$$

soit

$$d\varepsilon_{yy} = \left( \frac{s_0 - x \tan \beta}{s_0 - \frac{x}{2} \tan \beta} - 1 \right) d\varepsilon_{xx}. \quad (3-2.10)$$

D'après la loi d'écoulement de Lévy-Mises,  $d\varepsilon_{ij} = s_{ij} d\lambda$ , (3-2.11), les incréments de déformation plastiques sont donnés par

$$d\varepsilon_{xx} = s_{xx} d\lambda$$

et

$$d\varepsilon_{yy} = s_{yy} d\lambda$$

soit

$$\sigma_{yy} = \left( \frac{s_0 - x \tan \beta}{s_0 - \frac{x}{2} \tan \beta} - 1 \right) (\sigma_{xx} + p) - p. \quad (3-2.12)$$

L'équation (3-2.12) peut encore se mettre sous la forme

$$\sigma_{yy} = \hat{\alpha}(x)(\sigma_{xx} + p) - p \quad (3-2.13)$$

$$\text{où } \hat{\alpha}(x) = \frac{s_0 - x \tan \beta}{s_0 - \frac{x}{2} \tan \beta} - 1 \quad (3-2.14)$$

$$\text{et } p \text{ la pression hydrostatique définie par } p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}). \quad (3-2.15)$$

La dernière équation est donnée par le critère de plasticité de von Mises

$$(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 = 2\sigma_0^2 \quad (3-2.16)$$

La résolution du système d'équations (3-2.1), (3-2.4), (3-2.13) et (3-2.16) conduit alors à l'expression (3-2.17)

$$\int_{\sigma_{xx}}^0 d\sigma_{xx} = \int_x^{R_t} \left[ \frac{C(x)}{\sqrt{3}} \sigma_0 \tan \beta + \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_0 (1 + \tan^2 \beta) \right] \frac{dx}{s_0 - x \tan \beta} + \int_x^{R_t} \frac{2\bar{m}}{\sqrt{3}h_{bas}} \sigma_0 dx$$

### Méthode des tranches denture

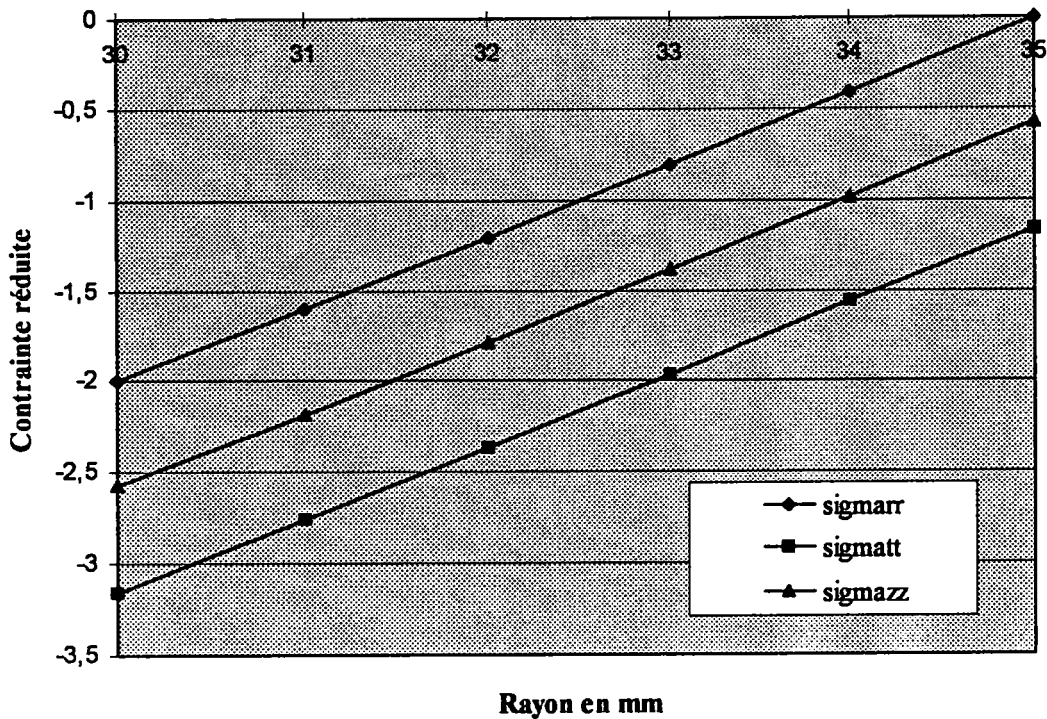


Fig. 3-18 Représentation graphique des contraintes réduites  
Domaine 4

Pignon à denture droite	$H=13 \text{ mm}$ $r_o=10 \text{ mm}$ $R_t=35 \text{ mm}$ $R_p=30 \text{ mm}$ $h_{bas}=0.5 \text{ à } 3 \text{ mm}$
Géométrie ébauche	Type " b "
Nuance acier pièce	Acier 0.3% - 1.2%Mn
Loi de comportement	$\bar{\sigma} = 13,1 \text{Exp}\left(\frac{2000}{T}\right) \dot{\epsilon}^{0.115} \text{ [MPa]}$
Loi de frottement	Tresca, $\bar{m}_0 = 0.2$
Température de forgeage	$T_{pièce} = 800^\circ \text{C}$
Température de préchauffage des outils	$T_{outil} = 150^\circ \text{C}$
Outillage	Outils non déformables Matières: acier Conductivité thermique: $46 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Masse volumique: $7810 \text{ kg/m}^3$ à $20^\circ\text{C}$ Chaleur massique: $460 \text{ j/kg}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Durée de contact pièce/outils: 5 s

Tab. 3-3 Données utilisées dans le calcul

$$\text{avec } C(x) = \frac{(1 - \hat{\alpha}(x))(2 + \hat{\alpha}(x))}{\sqrt{\hat{\alpha}^2(x) + \hat{\alpha}(x) + 1}}, \quad (3-2.18)$$

soit

$$\sigma_{xx4}(x) = -\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_x^{R_f} \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} + \frac{[C(x)\text{Tan}\beta + \bar{m}(1 + \text{Tan}^2\beta)]}{s_0 - x\text{Tan}\beta} dx \quad (3-2.19)$$

en tenant compte de la condition à la limite  $\sigma_{xx}(x=R_f)=0$ .

En résumé, les composantes non nulles du champ de contraintes relatives au *domaine 4* (composantes réduites) sont exprimées par

$$\frac{\sigma_{xx4}(x)}{\sigma_0} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \int_x^{R_f} \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} + \frac{[C(x)\text{Tan}\beta + \bar{m}(1 + \text{Tan}^2\beta)]}{s_0 - x\text{Tan}\beta} dx \quad (3-2.20)$$

$$\frac{\sigma_{=4}(x)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xx4}(x)}{\sigma_0} - \frac{2 + \hat{\alpha}(x)}{\sqrt{3}\sqrt{\hat{\alpha}^2(x) + \hat{\alpha}(x) + 1}} \quad (3-2.21)$$

$$\frac{\sigma_{yy4}(x)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{xx4}(x)}{\sigma_0} - \frac{(1 - \hat{\alpha}(x))(2 + \hat{\alpha}(x))}{\sqrt{3}\sqrt{\hat{\alpha}^2(x) + \hat{\alpha}(x) + 1}} \quad (3-2.22)$$

Nous avons illustré figure 3-18 ces contraintes réduites pour le *domaine 4*, le rayon d'arête bas étant fixé à 0,5 mm. Les données utilisées pour ce calcul sont indiquées tableau 3-3.

Comme nous l'évoquions précédemment, la continuité du champ de contraintes à l'interface *domaine 4 / domaine 2* impose une condition à la limite pour la contrainte radiale en  $r=R_{pied} = R_p$ , rayon de pied du pignon (3-2.23)

$$\hat{\sigma}_{rr2}(r = R_p) = \hat{\sigma}_{xx4}(x = R_p) = -\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{R_p}^{R_f} \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} + \frac{[C(x)\text{Tan}\beta + \bar{m}(1 + \text{Tan}^2\beta)]}{s_0 - x\text{Tan}\beta} dx$$

Cette condition à la limite nous permettra d'exprimer la constante d'intégration de l'équation d'équilibre du *domaine 2*.

#### 42. Modélisation analytique du *domaine 2*

Le *domaine 2* est le plateau du pignon qui supporte la denture. Cette modélisation du *domaine 2* est réalisée dans le plan de coupe (figure 3-19), dans lequel figure également la denture (*domaines 3 et 4*). Rappelons que les *domaines 3 et 5* ne participent pas à l'écoulement plastique.

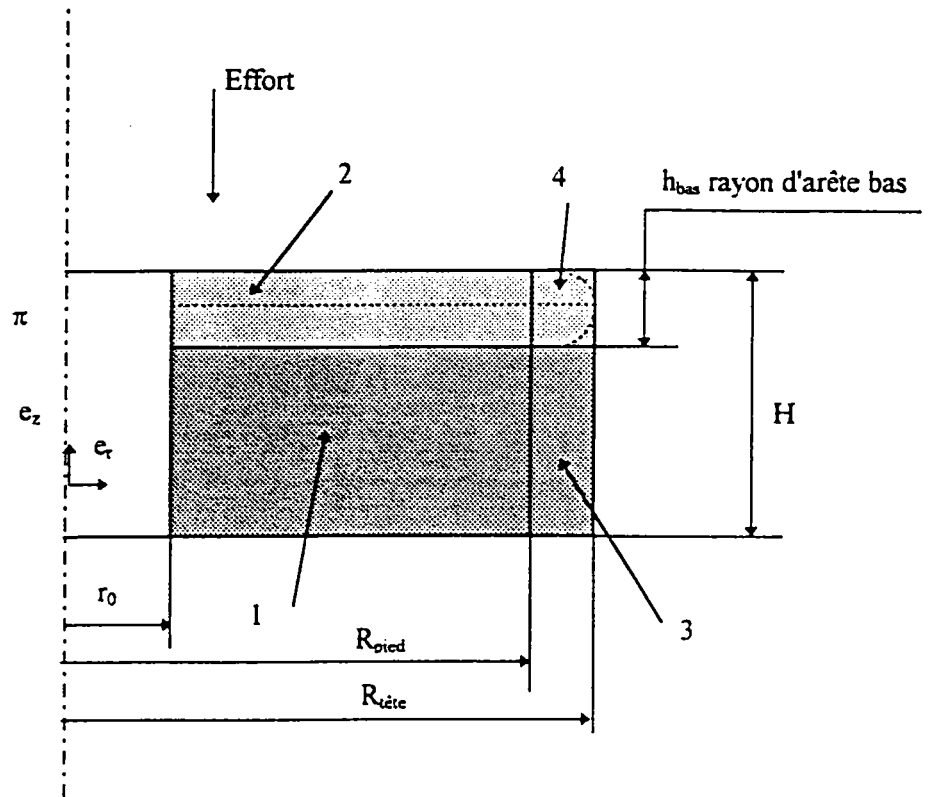


Fig. 3-19 Modélisation du domaine 2

L'équilibre d'une tranche impose que la somme des forces projetée selon l'axe radial soit nulle (3-2.24):

$$-\sigma_{rr} r d\theta h_{bas} + (\sigma_{rr} + d\sigma_{rr})(r + dr) d\theta h_{bas} - 2\tau_f r d\theta dr - 2\sigma_{\theta\theta} dr h_{bas} \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) = 0$$

ce qui conduit à l'expression suivante en adoptant un modèle de frottement de Tresca  $\tau_f = \bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ , avec  $\bar{m} = \bar{m}_0 + \gamma$

$$\sigma_{rr} + r \frac{d\sigma_{rr}}{dr} - 2\bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \frac{r}{h_{bas}} - \sigma_{\theta\theta} = 0. \quad (3-2.25)$$

La prise en compte de la condition d'incompressibilité de la matière (3-1.4) et (3-1.8) et de la loi d'écoulement de Lévy-Mises (3-1.10) (cf. paragraphe 31) nous conduit à

$$\sigma_{\theta\theta} = \alpha(r)(\sigma_{rr} + p) - p \quad (3-2.26)$$

$$\text{avec } \alpha(r) = \frac{1}{\frac{2}{1 - \left(\frac{r_0}{r}\right)^2} - 1} \text{ pour } r \neq r_0.$$

La résolution du système d'équations (3-2.25) et (3-2.26) conduit alors à l'expression

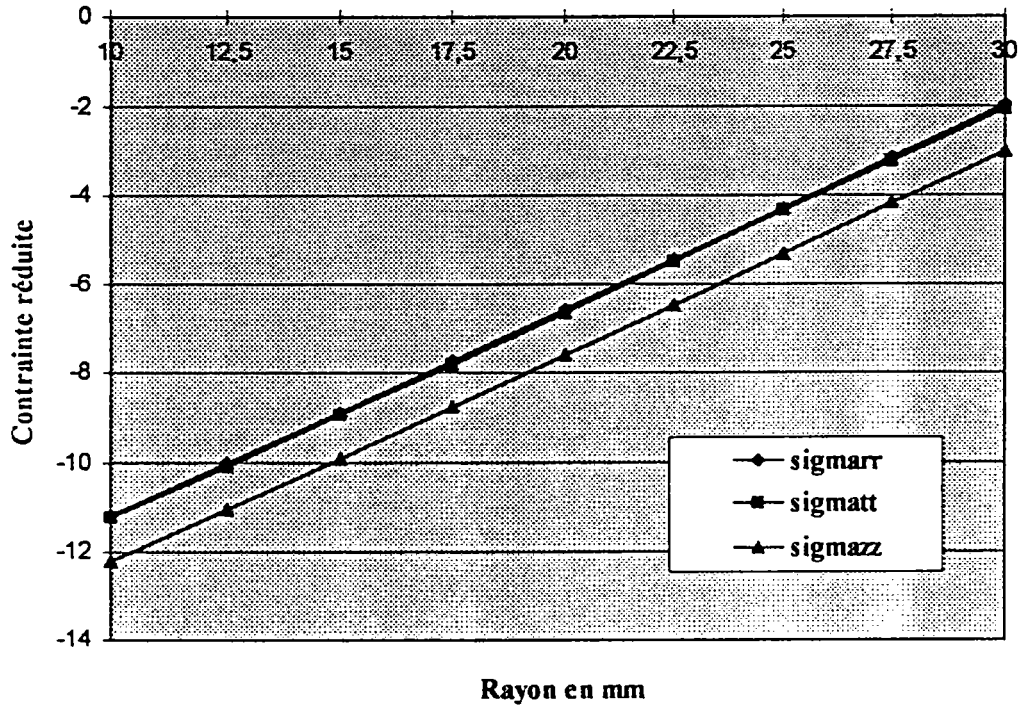
$$\sigma_{rr2}(r) = \hat{\sigma}_{rr2}(r = R_p) - \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_r^{R_p} \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} - \frac{1 - \alpha(r)}{r\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \right) dr \quad (3-2.27)$$

qui, en tenant compte de la condition à la limite  $\hat{\sigma}_{rr2}(r = R_p) = \hat{\sigma}_{xx4}(x = R_p)$  (cf. équation 3-2.23) s'écrit finalement (3-2.28)

$$\sigma_{rr2}(r) = -\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \left\{ \int_{R_p}^{R_f} \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} + \frac{[C(x)\text{Tan}\beta + \bar{m}(1 + \text{Tan}^2\beta)]}{s_0 - x\text{Tan}\beta} \right) dx + \int_r^{R_p} \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} - \frac{1 - \alpha(r)}{r\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \right) dr \right\}$$

Les composantes non nulles du champ de contraintes du domaine 2 (composantes réduites) sont données par (3-2.29)

**Méthode des tranches pour pièce axisymétrique avec alésage et continuité avec denture**



*Fig. 3-20 Contraintes réduites pour le domaine 2 axisymétrique*

$$\frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \int_{R_p}^{R_f} \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} + \frac{[C(x)\tan\beta + \bar{m}(1 + \tan^2\beta)]}{s_0 - x\tan\beta} \right) dx + \int_r^{R_p} \left( \frac{2\bar{m}}{h_{bas}} - \frac{1 - \alpha(r)}{r\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \right) dr \right\}$$

$$\frac{\sigma_{zz2}(r)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} - \frac{2 + \alpha(r)}{\sqrt{3}\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \quad (3-2.30)$$

$$\frac{\sigma_{\theta\theta2}(r)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_{rr2}(r)}{\sigma_0} - \frac{(1 - \alpha(r))(2 + \alpha(r))}{\sqrt{3}\sqrt{\alpha^2(r) + \alpha(r) + 1}} \sigma_0 \quad (3-2.31)$$

Les représentations graphiques de ces contraintes réduites sont illustrées figure 3-20, pour lesquelles le rayon d'arête bas est fixé à 0,5 mm.

### 43. Etude du domaine 3

Nous reprenons ici les conclusions du paragraphe 32 dans lequel nous avons constaté une faible influence du frottement contre la paroi latérale de l'outil (flanc de dent) sur la contrainte axiale. Nous considérons donc ce frottement négligeable devant les autres contraintes.

D'autre part, le *domaine 3* est supposé rigide et les composantes non nulles du champ de contraintes sont données par

$$\sigma_{xx3} = \sigma_{yy3} = \sigma_{zz3}, \quad (3-2.32)$$

la contrainte axiale  $\sigma_{zz3}$  étant donnée par la moyenne de la contrainte  $\sigma_{zz3}(r)$  (3-2.30) sur la surface de la pièce.

### 44. Estimation de l'effort en fin de forgeage

En application de cette approche analytique des efforts et contraintes sur outils en fin de forgeage, nous avons réalisé différents calculs sur un pignon à denture droite.

Selon la cinématique des outils retenue, l'effort de mise en forme en fin de forgeage est appliqué par le poinçon mobile sur la section  $S$  de la pièce comprise entre le diamètre de l'alésage  $2r_0$  et le diamètre de pied  $2R_p$  de la denture. L'effort de forgeage est l'intégrale de la contrainte axiale sur la section de la pièce

$$F = \left| \int_S \sigma_{zz}(r) ds \right|, \quad (3-2.33)$$

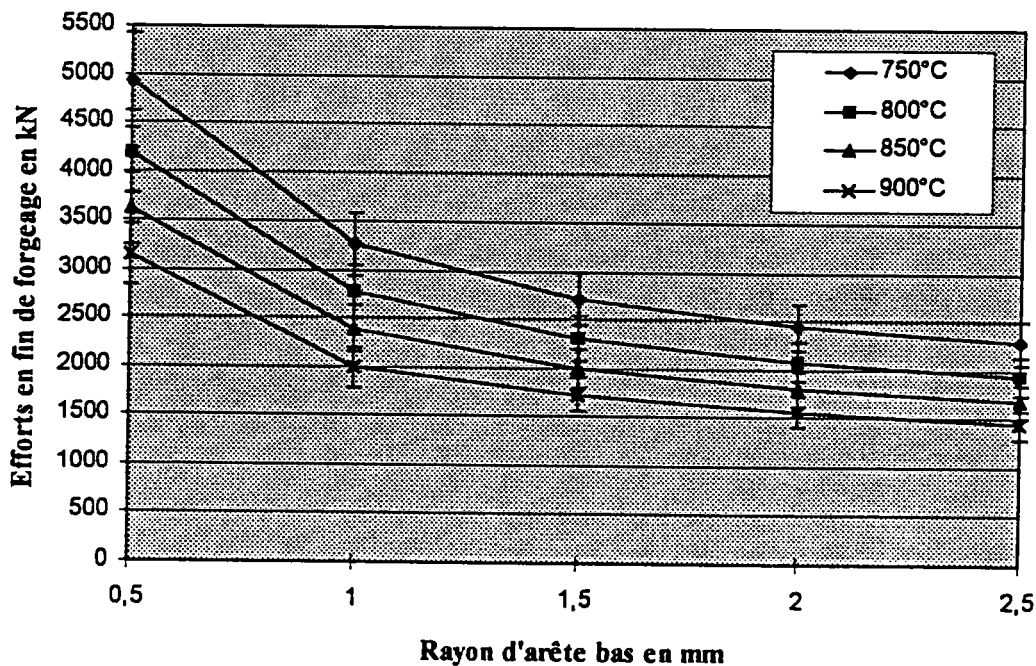
soit

$$F = \left| \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{R_p} \sigma_{zz}(r) r dr d\theta \right|, \quad (3-2.34)$$

Les hypothèses de notre calcul sont indiquées dans le tableau 3-3 et conduisent aux résultats suivants.

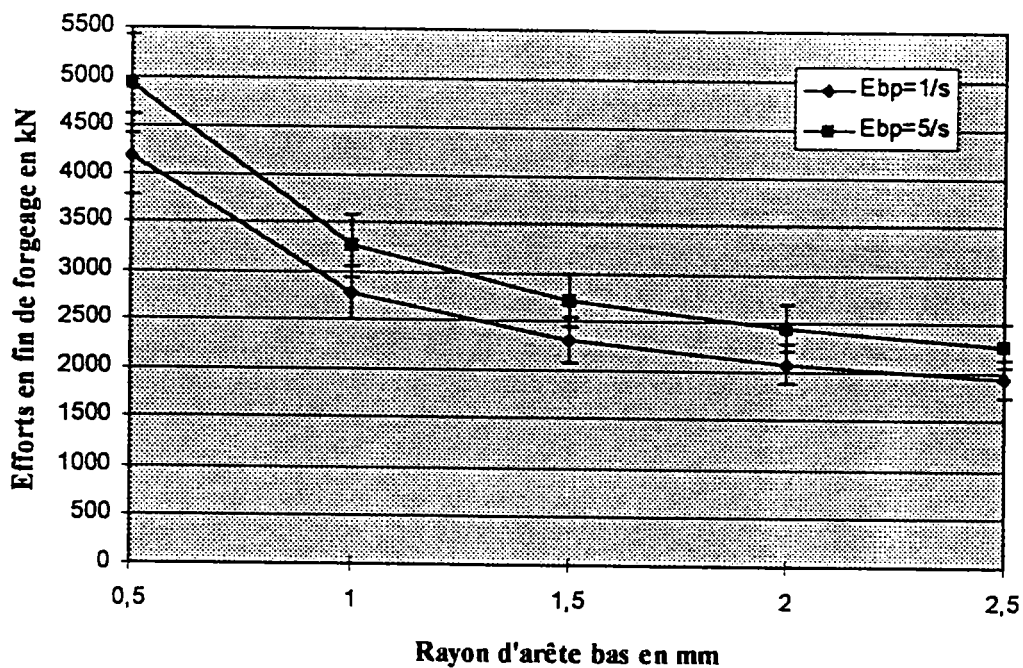


**Résultats de calcul d'efforts axiaux de mise en forme en fin de forgeage  
d'un pignon à denture droite ( $E_{bp}=1/s$ )**



*Fig. 3-21 Influence de la température de forgeage sur l'effort*

**Résultats de calcul d'efforts axiaux de mise en forme en fin de forgeage à  
800°C d'un pignon à denture droite**



*Fig. 3-22 Influence de la vitesse de déformation sur l'effort*

**Résultats d'efforts axiaux de mise en forme  
Pignon à denture droite à 800°C**

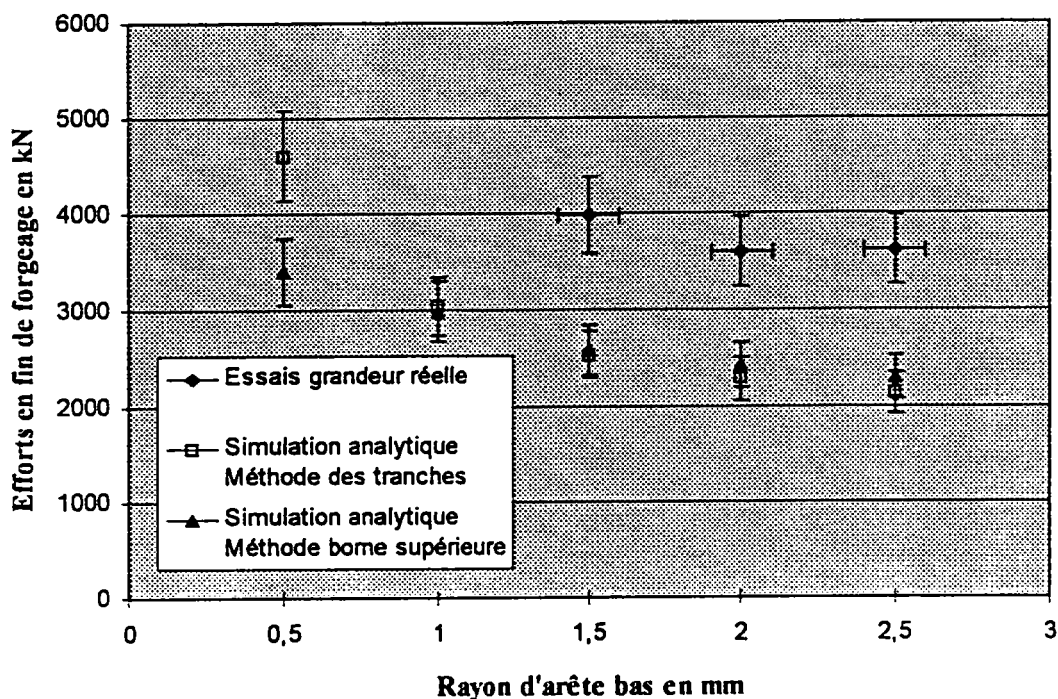


Fig. 3-23 Comparaison des différentes approches

<b>Pignon à denture droite</b>	
Machine utilisée	Presse de marque SCHULER à double genouillère
Vitesse de coulisseau	80 mm/s
Raideur du bâti de la presse	30000 kN/mm
Température de préchauffages des pièces en four électrique	650 / 700 / 750 / 800 / 850 / 900°C pendant 20 min.
Lubrification	Graphite + eau
Température de préchauffage des outils	180°C
Durée de transfert du four à la presse	9 s
Configuration des outillages	Matrice flottante
Géométrie des ébauches	Type " b "
Nuance utilisée	Acier 0.3%C - 1.2%Mn à l'état normalisé
Mesures effectuées	Efforts de mise en forme

Tab. 3-4 Conditions expérimentales sur presse pilote

#### **45. Résultats - Discussion**

Ces résultats d'efforts de forgeage sont illustrés figure 3-21 où nous avons fait apparaître l'influence de la température de forgeage sur l'effort et figure 3-22, où apparaît l'influence de la vitesse de déformation. D'une manière générale, et comme pour la pièce axisymétrique, l'effort croît avec la diminution du rayon d'arête bas, quelle que soit la température. De la même façon, l'augmentation de la température de forgeage ou la diminution de la vitesse de déformation permet d'abaisser l'effort en fin de forgeage.

Ces résultats de calcul ont été confrontés à des résultats de mesure sur presse pilote (tableau 3-4), et aux résultats de calcul par la borne supérieure de M. SAHI (figure 3-23). Nos résultats de calcul sont inférieurs aux valeurs d'efforts mesurés de 20 à 30%. Ils sont confirmés par les résultats de M. SAHI qui annonce une sous-estimation des efforts de l'ordre de 25%. Dans ces deux cas, on peut supposer qu'une prise en compte des phénomènes de transfert thermique entre la pièce et l'outil amènerait à considérer une température de pièce inférieure à la température de mise en forme initiale. Ce qui aurait pour conséquence d'augmenter la valeur de l'effort calculé. Ce second exemple confirme bien la nécessité de l'étude des transferts thermiques entre la pièce et l'outil, et nous consacrerons le chapitre suivant à cette étude.

### Bibliographie chapitre 3

- [1] M. SAHI  
Contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis: application à l'élaboration de pignons  
Thèse de l'Université de Sciences de Metz, 1996
  
- [2] A. CHAMOUARD  
Estampage et Forge, T1  
Dunod, 1964
  
- [3] A.O.A. IBHADODE, T. A. DEAN  
Corner filling characteristics in precision forging  
Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 28, N°2, pp. 103 - 122, 1988
  
- [4] J. F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH  
A step toward automatic dressing of a three dimensionnal stamped part  
J. Mater. Process. Technol. 34 [1992] 163-171
  
- [5] S. TICHKIEWITCH, J. F. BOUJUT  
Designing to avoid potential defects: simulation of the temperature effect on closing pressure during stamping  
J. Mater. Process. Technol. 32 [1992] 399-406
  
- [6] Ph. MARIN, J. F. BOUJUT, S. TICHKIEWITCH  
Fast simulation system for axisymetrical stamped parts deformation  
J. Mater. Process. Technol. 45 [1994] 43-50
  
- [7] S. TICHKIEWITCH, J.F. BOUJUT, Ph. MARIN  
Vers un système de simulation rapide de déformation en estampage  
International Forging Congress, Venice, 27-29 September 1993

## CHAPITRE 4

### MODELISATION ANALYTIQUE

#### DU

### PROBLEME THERMIQUE

#### SOMMAIRE

	Page
<b>1. Eléments de thermique.....</b>	<b>60</b>
11. Rappel sur la transmission de la chaleur.....	60
12. Equation de la chaleur .....	61
<b>2. Résolution analytique du problème - Etude de sensibilité .....</b>	<b>61</b>
21. Etude thermique du transfert du four à la presse.....	61
22. Domaines de la pièce en déformation .....	62
221. Contact pièce / outil statique.....	62
222. Contact statique avec source de chaleur interne.....	65
223. Contact dynamique.....	66
224. Approche du transfert thermique entre la denture et l'outil .....	68
<b>3. Discussion.....</b>	<b>69</b>
<b>Bibliographie chapitre 4.....</b>	<b>70</b>

## CHAPITRE 4

### MODELISATION ANALYTIQUE

#### DU

### PROBLEME THERMIQUE

La nécessité de la prise en compte des phénomènes thermiques en mise en forme par forgeage a été évoquée au cours du chapitre précédent et vient du fait suivant. Avant le début de l'opération de forgeage, la région du lopin en contact avec l'outil inférieur peut se refroidir de façon significative. Les conséquences sont doubles. D'une part, pour la pièce, l'élévation de contrainte d'écoulement entraîne une élévation des efforts de mise en forme et engendre des problèmes de remplissage de la gravure de l'outil, à cause de la moindre ductilité de la matière. D'autre part, du point de vue de l'outil, le refroidissement du lopin est le signe de l'échauffement de l'outil et cet échauffement est dommageable pour la tenue mécanique de l'outil s'il s'avère que les pressions de mise en forme dépassent un certain seuil d'élasticité du matériau à la température considérée.

L'objectif de la modélisation du problème thermique est donc de prévoir les températures des domaines en déformation de la pièce, afin de calculer la contrainte d'écoulement du matériau, et d'estimer les température et pénétration thermique dans l'outil, dans le but d'établir des critères de choix des matériaux, traitements thermiques et revêtements des outillages de forge (cf. chapitre 5). Nous considérons dans cette analyse que les flux de chaleur sont unidirectionnels.

#### 1. Eléments de thermique

##### 1.1. Rappel sur la transmission de la chaleur par conduction

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur provoquée par la différence de température entre deux régions en contact physique. La conduction est le seul mécanisme intervenant dans le transfert de chaleur dans un solide homogène.

Les lois de la conduction peuvent s'exprimer par des expressions mathématiques et, dans les cas simples, les problèmes pourront se traiter par voie analytique. C'est J.-B. FOURIER qui a publié la Loi fondamentale de la conduction. J.-B. FOURIER apparente la conduction de la chaleur à l'écoulement d'un fluide qui a lieu des régions chaudes vers les régions froides, et dont les seules manifestations dans la matière se traduisent par des variations de température. Cette théorie néglige les variations de volume dues aux dilatations et ne fait intervenir que les échanges calorifiques.

La loi de Fourier exprime que le vecteur densité de flux de chaleur est, en chaque point, proportionnel au gradient de température:

$$\underline{q''} = -k \underline{gradT} \quad (4-1)$$

où  $\underline{q''}$  est la densité de flux thermique  
 $k$  la conductivité thermique du matériau,  
 $\underline{gradT}$  le gradient de température.

## 12. Equation de la chaleur

L'équation complète de la chaleur permet de trouver l'élévation de température d'un domaine déformé [1].

$$\rho c \dot{T} = \sigma : \dot{\varepsilon}^p - A_k \dot{V}_k + r + k \Delta T + T \left( \frac{\partial \sigma}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^e + \frac{\partial A_k}{\partial T} \dot{V}_k \right) \quad (4-2)$$

où  $\rho$  masse volumique,  
 $c$  chaleur massique ( $c_p \neq c_v$ )  
 $k \Delta T$  représente l'évolution adiabatique,  
 $A_k \dot{V}_k$  la variation des variables internes (énergie non récupérable stockée dans le matériau, cf. annexe 4),  
 $r$  la production interne de chaleur créée par des sources externes,  
 $\frac{\partial \sigma}{\partial T} : \dot{\varepsilon}^e$  et  $\frac{\partial A_k}{\partial T} \dot{V}_k$  les variables de couplage thermomécanique.

Si l'on fait l'hypothèse qu'il n'existe pas de couplage thermomécanique fort, le bilan thermique, pour un procédé sans variation des variables internes et sans production interne de chaleur créée par des sources externes, s'écrit donc:

$$a \nabla^2 T + \frac{q'''}{\rho c} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-3)$$

où  $a = \frac{k}{\rho c}$  est la diffusivité thermique du matériau,  
 $q'''$  source interne de chaleur.

De plus, si le solide est considéré comme isotrope et homogène ( $k, \rho, c$  indépendants de  $x, y, z$ ) et ne contenant pas de source interne, alors l'équation (4-3) s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4-4)$$

Cette équation de la chaleur est linéaire et homogène et est appelée équation de Fourier.

## 2. Résolution analytique du problème - Etude de sensibilité

On utilisera ici la méthode analytique puisque la géométrie et les conditions aux limites sont suffisamment simples. Les avantages de la méthode analytique sont la généralité du résultat (la solution de l'équation différentielle), la possibilité d'étudier une variable comme un paramètre et la possibilité d'obtenir immédiatement la température en un point déterminé [1].

### 21. Etude thermique du transfert de l'ébauche du four à la presse

Lorsque l'on sort d'un four une ébauche se trouvant à la température uniforme  $T_i$ , dans l'air à la température  $T_\infty$ , l'échange est caractérisé par un coefficient de convection supposé constant  $h$ .

### Etude thermique de la convection dans l'air

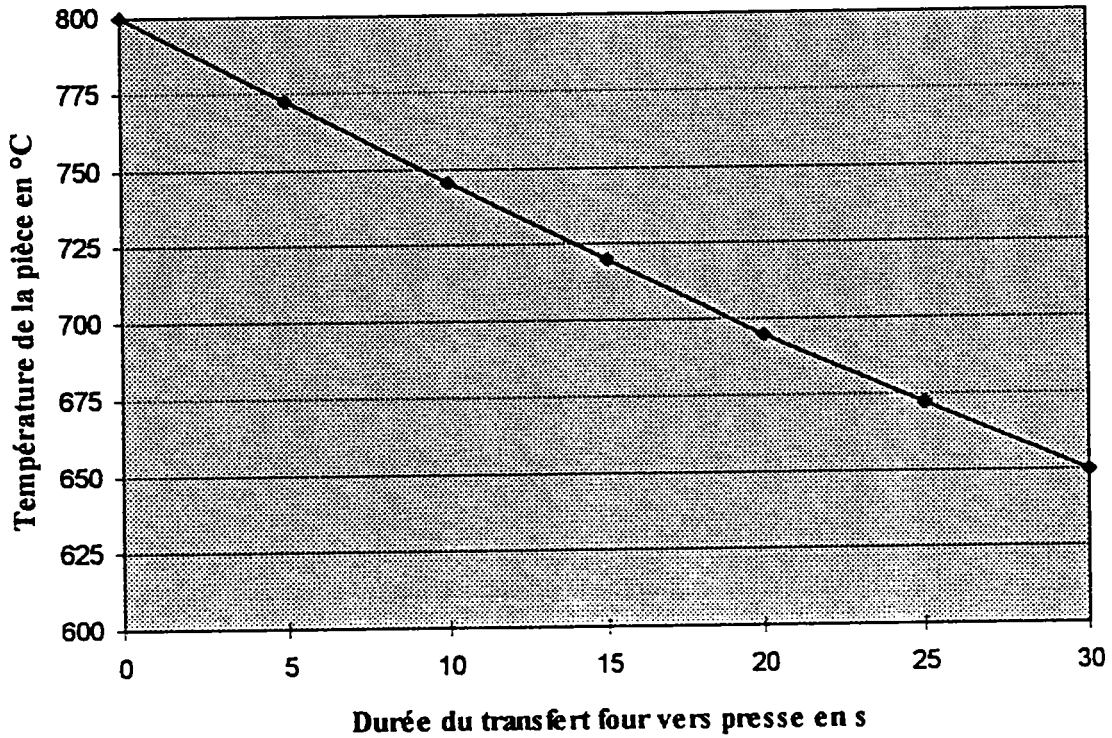


Fig. 4-1 Convection dans l'air

Pièce géométrie axisymétrique	$H=13 \text{ mm}$ $R=32.5 \text{ mm}$ $r_0=10 \text{ mm}$ $h_{bas}=0.5 \text{ à } 3 \text{ mm}$
Géométrie ébauche	Type " a "
Nuance acier pièce	Acier 0.3% - 1.2%Mn
Loi de comportement	$\bar{\sigma} = 13,1 \text{ Exp} \left( \frac{2000}{T} \right) \dot{\epsilon}^{0.115} \text{ [MPa]}$ $\bar{\sigma} = \sigma_0$
Loi de frottement	Tresca, $\bar{m}_0 = 0.2$
Température de forgeage	$T_{pièce} = 800^\circ \text{C}$
Température de préchauffage des outils	$T_{outil} = 150^\circ \text{C}$
Outillage	Outils non déformables Matières: acier Conductivité thermique: $46 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Coefficient d'échange: $10 \text{ kW/K/m}^2$ Masse volumique: $7810 \text{ kg/m}^3$ à $20^\circ\text{C}$ Chaleur massique: $460 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ à $20^\circ\text{C}$ Durée de contact pièce/outils: 5 s

Tab. 4-1 Données utilisées dans le calcul



Le bilan thermique s'écrit:

$$-\rho c V dT = hS(T - T_{\infty}) dt \quad (4-5)$$

avec  $S$  la surface soumise à l'échange thermique,  
 $V$  le volume de l'ébauche,  
 $\rho, c$  la masse volumique et la chaleur massique du matériau,  
 $dT$  la variation de température pendant le temps  $dt$ .

En séparant les variables, on trouve

$$\frac{dT}{T - T_{\infty}} = \frac{d(T - T_{\infty})}{T - T_{\infty}} = -\frac{hS}{\rho c V} dt \quad (4-6)$$

dont la solution est immédiate, en intégrant de  $T=T_i$  à  $T$ , la condition initiale étant à  $t=0$ ,  $T=T_i$ ,

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-\frac{hS}{\rho c V} t} \quad (4-7)$$

où  $\frac{\rho c V}{hS}$  est la constante de temps. Plus cette constante de temps est grande et plus le système réagit lentement.

L'évolution de température, selon l'équation (4-7), de l'ébauche axisymétrique de type "a" (figure 2-5), préchauffée à  $800^{\circ}\text{C}$  en four, est illustrée figure 4-1. Les données utilisées dans le calcul sont présentées tableau 4-1 et la durée du transfert du four vers la presse est de  $10s$ . Dans ces conditions, la température de l'ébauche lorsqu'elle est posée sur l'outil est de l'ordre de  $750^{\circ}\text{C}$ .

## 22. Domaines de la pièce en déformation

Nous modéliserons les phénomènes physiques qui régissent les échanges thermiques entre la pièce et l'outil en considérant successivement trois sources de chaleur potentielles pour la pièce: énergie interne, source de chaleur volumique due à la déformation de la matière et source de chaleur surfacique liée au frottement à l'interface pièce / outil. Nous reprendrons dans cette étude la subdivision de la pièce axisymétrique en domaines, telle que nous l'avons présentée chapitre 3. Les trois sources de chaleur précédemment citées seront liées plus particulièrement au *domaine 2* (figure 4-2).

L'outil sera indicé 1 et la pièce indicée 2.

### 221. Contact statique - Solution de base

L'analyse élémentaire du contact entre la pièce et l'outil consiste à étudier l'évolution de température d'une pièce, avec énergie interne seule, posée sur un outil, ces deux solides étant considérés comme semi-infinis. C'est, en première approche, le cas avant l'opération de mise en forme proprement dite. L'équation unidimensionnelle de la chaleur est alors appliquée à un contact plan parfait entre ces deux massifs semi-infinis. Un des solides est initialement à la température  $T_i$  uniforme et on maintient la frontière  $z=0$  à la température  $T=T_s$ ,

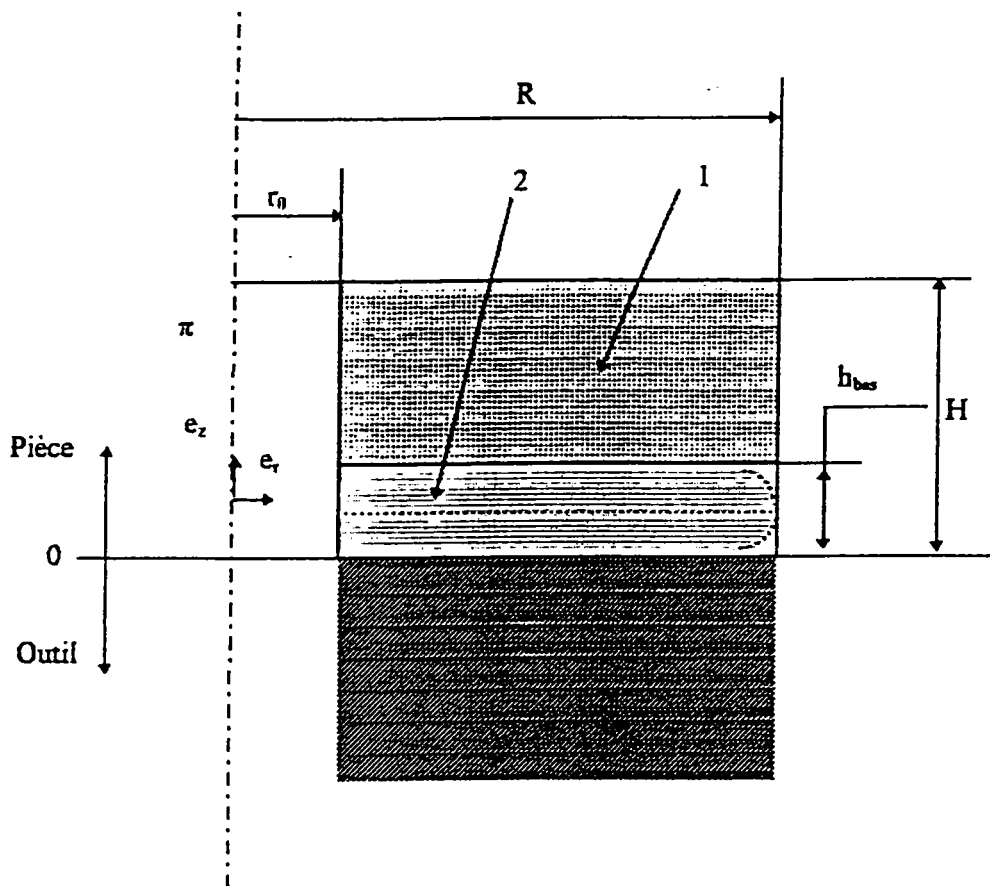


Fig. 4-2 Schéma du contact pièce / outil

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} \quad (4-8)$$

Par changement de variable, on pose  $\theta(z,t) = T(z,t) - T_s$

$$\theta(z,0) = T_i - T_s = \theta_i$$

$$\theta(0,t) = 0$$

$$\theta(\infty,t) = T_i - T_s = \theta_i$$

L'équation s'écrit par transformation de Laplace

$$\frac{d^2 \bar{\theta}}{dz^2} - \frac{p}{a} \bar{\theta} = \frac{\theta_i}{a} \quad (4-9)$$

avec les conditions aux limites transformées  $\bar{\theta}(0,p) = 0$

$$\bar{\theta}(\infty,p) = \frac{\theta_i}{p}$$

La solution s'écrit

$$\frac{\bar{\theta}(z,p)}{\theta_i} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} \text{Exp}\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}z\right) \quad (4-10)$$

Par les tables de transformées inverses

$$\frac{\theta(z,t)}{\theta_i} = \frac{T(z,t) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (4-11)$$

où 
$$\text{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{z}{2\sqrt{at}}} \text{Exp}(-x^2) dx \quad (4-12)$$

ou encore

$$\frac{T(z,t) - T_i}{T_i - T_s} = \text{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (4-13)$$

avec 
$$\text{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) = 1 - \text{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (4-14)$$

La température de contact statique  $T_s$  est obtenue dès la mise en contact de deux corps et est indépendante du temps. A l'interface, le flux sortant du corps le plus chaud (la pièce)

$$q'' = -k_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (4-15)$$

doit être égal au flux entrant dans le corps le plus froid (l'outil) et l'on doit avoir, quel que soit  $t$

$$q'' = k_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (4-16)$$

D'autre part, d'après les équations (4-13) et (4-14),

$$\frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} = \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial \left( \frac{z}{2\sqrt{at}} \right)} \frac{\partial \left( \frac{z}{2\sqrt{at}} \right)}{\partial z} \quad (4-17)$$

soit

$$\frac{\partial \theta(z,t)}{\partial z} = \frac{\theta_i}{\sqrt{\pi at}} \text{Exp} \left( -\frac{z^2}{4at} \right) \quad (4-18)$$

A l'interface  $z=0$ , la densité de flux est donc

$$q'' = (T_s - T_{2i}) \frac{\sqrt{k_2 \rho_2 c_2}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{t}} \quad (4-19)$$

où  $T_{2i}$  est la température à coeur de la pièce,

et

$$q'' = -(T_s - T_{1i}) \frac{\sqrt{k_1 \rho_1 c_1}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{t}} \quad (4-20)$$

où  $T_{1i}$  est la température à coeur de l'outil.

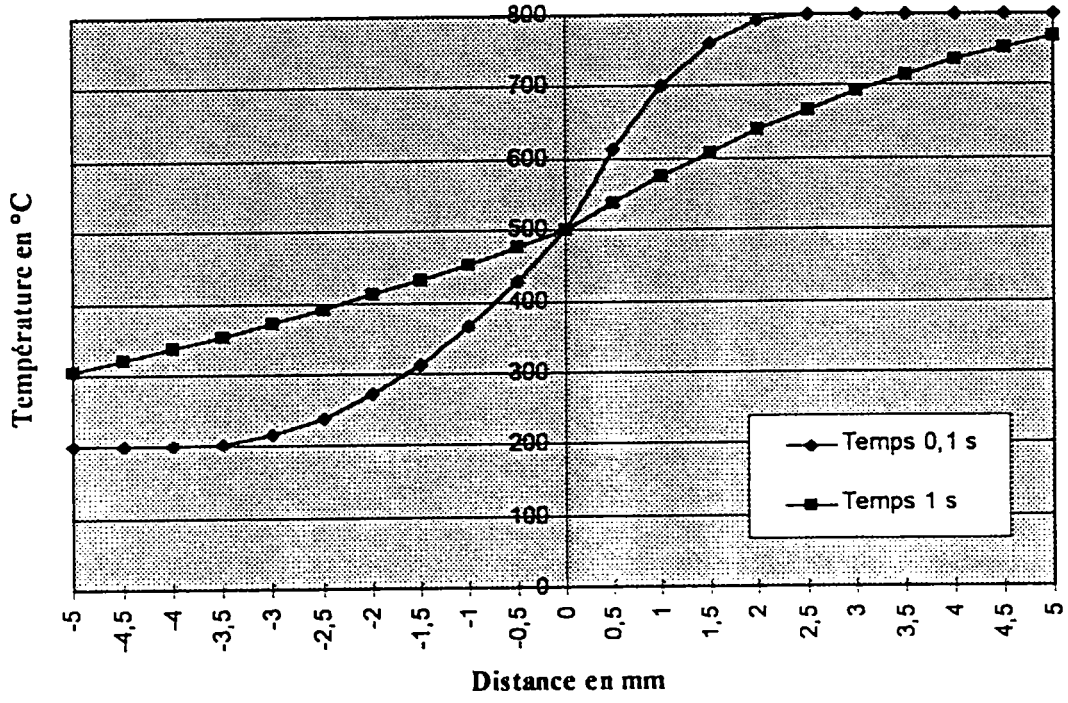
En conséquence

$$T_s = \frac{b_1 T_{1i} + b_2 T_{2i}}{b_1 + b_2} \quad (4-21)$$

avec  $b_1$  est l'effusivité thermique de l'outil, avec  $b_1 = \sqrt{k_1 \rho_1 c_1}$ ,

$b_2$  est l'effusivité thermique de la pièce, avec  $b_2 = \sqrt{k_2 \rho_2 c_2}$ .

**Etude thermique du contact statique  
contact parfait**



*Fig. 4-3 Contact statique parfait*

La représentation graphique de l'équation (4-13) est illustrée figure 4-3 pour le cas de l'ébauche de type "a". Les données utilisées dans le calcul ont été exposées tableau 4-1. D'une manière globale, les profondeurs de pénétration thermique dans la pièce et dans l'outil sont de l'ordre de 2 à 3 mm.

## 222. Contact statique avec source de chaleur interne

On considère maintenant que la déformation du matériau est source de chaleur volumique interne au *domaine 2*.

Le domaine en déformation (*domaine 2*) est considéré comme un solide semi-infini initialement à la température  $T_i$ . Cette hypothèse est justifiée dans la mesure où les *domaines 2* et  $2'$  qui composent le *domaine 2* s'appuient sur le *domaine 1* qui est initialement à la température  $T_i$ . Au temps zéro, on impose et on maintient, en  $z=0$ , la température  $T_s < T_i$  tandis que la déformation plastique est une source uniforme produisant une puissance volumique  $q'''$ .

L'augmentation de température est exprimée par

$$\rho c \frac{dT}{dt} = f \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \quad (4-22)$$

Par ailleurs, nous aborderons en annexe 4 une méthode de détermination du paramètre  $f$  en fonction de la sollicitation thermomécanique et du comportement métallurgique du matériau en cours de déformation.

L'équation de la chaleur s'écrit dans ce cas

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{a} \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} \quad (4-23)$$

$$\text{avec } T(z,0) = T_i$$

$$T(0,t) = T_s$$

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0$$

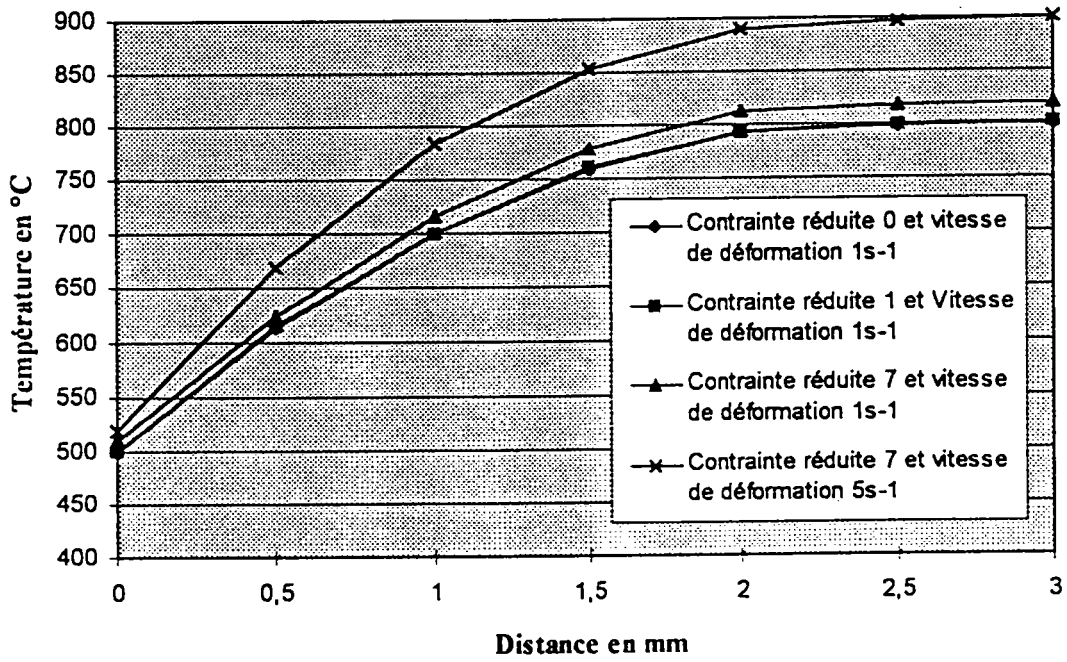
La résolution du problème par la méthode de transformation de Laplace [1] conduit à la solution suivante

$$\frac{T(z,t) - T_i}{T_i - T_s} = \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) + \frac{q'''at}{k(T_i - T_s)} - \frac{q'''at}{k(T_i - T_s)} 4i^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (4-24)$$

$$\text{avec } i^2 \operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{4} [\operatorname{erfc}(x) - 2x \operatorname{ierfc}(x)] \quad (4-25)$$

$$\text{et } \operatorname{ierfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \operatorname{Exp}(-x^2) - x \operatorname{erfc}(x) \quad (4-26)$$

**Etude thermique du contact statique  
avec source interne  
Echauffement dans la pièce**



*Fig. 4-4 Etude de l'influence des paramètres de l'autoéchauffement*

Nous avons illustré l'évolution de la température au sein de la pièce et l'influence des paramètres d'autoéchauffement, contrainte et vitesse de déformation, sur la température, figure 4-4. Nous constatons, pour des valeurs de température initiale de  $800^{\circ}\text{C}$ , de contrainte réduite  $\frac{\sigma_z}{\sigma_0} = 7$  et de

vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 5\text{s}^{-1}$ , une augmentation de la température à coeur de pièce de l'ordre de  $100^{\circ}\text{C}$ . D'autre part, et comme pour le cas du contact statique sans source interne, la profondeur de pénétration est de l'ordre de 2 à 3 mm.

Le flux traversant l'interface de surface  $S$  s'écrit

$$q(0, t) = -kS \frac{\partial T(0, t)}{\partial z} \quad (4-27)$$

soit, d'après les équations (4-17) et (4-24)

$$q(0, t) = (T_i - T_s) \sqrt{\frac{kpc}{\pi t}} - 2q''' \sqrt{\frac{at}{\pi}} \quad (4-28)$$

Le premier terme représente la valeur de  $q(0, t)$  en régime instationnaire sans source. Pour les petites valeurs de temps, le premier terme est grand. Puis, au fur et à mesure que  $t$  grandit, le second terme devient important par rapport au premier. L'évolution du flux à l'interface est illustrée figure 4-5, en fonction de la contrainte et de la vitesse de déformation au sein du matériau, la valeur moyenne du flux étant  $10 \text{ MW/m}^2$ .

### 223. Contact dynamique

Le problème du contact dynamique et du frottement est important en mise en forme par forgeage puisqu'il conditionne en grande partie le remplissage de l'outil. Pour notre modélisation du contact dynamique, nous avons considéré que le frottement est une source de chaleur de capacité thermique négligeable, intercalée, sans résistance de contact, entre la pièce et l'outil supposés semi-infinis (ou entre la pièce d'épaisseur finie si l'on n'envisage que des laps de temps suffisamment courts après l'instant initial, et l'outil, dont les dimensions sont, de façon générale, grandes devant les distances de conduction).

On suppose qu'un solide semi-infini, initialement à la température uniforme  $T_i$ , est soumis à une densité de flux constant  $q_0''$  sur sa face  $z=0$ .

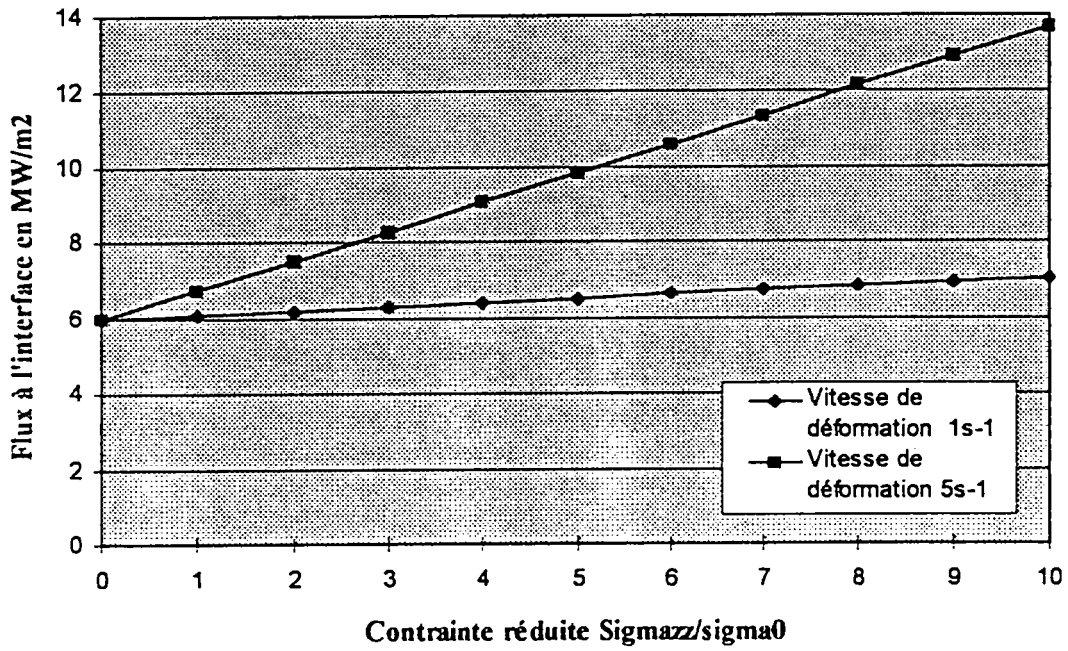
On posera  $\theta(z, t) = T(z, t) - T_i$ , ce qui revient à supposer la température initiale uniforme  $\theta_i$  nulle. Les équations s'écrivent

$$\frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} \quad (4-29)$$

avec  $\theta(z, 0) = 0$



**Etude thermique du contact statique  
avec source interne  
Flux à l'interface**



*Fig. 4-5 Flux à l'interface*

$$-k \frac{\partial \theta(0, t)}{\partial z} = q_0''$$

$$\theta(\infty, t) = 0$$

$$\frac{\partial \theta(z, t)}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0.$$

La densité de flux vérifie la loi

$$q''(z, t) = -k \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial z}. \quad (4-30)$$

et l'intégration de cette dernière équation [1] conduit à

$$\theta(z, t) = \frac{2q_0'' \sqrt{at}}{k} \operatorname{ierfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at}}\right) \quad (4-31)$$

avec la densité de flux à l'interface définie par

$$q_0'' = \tau_f^* \times V_g \quad (4-32)$$

la cission de frottement

$$\tau_f^* = \bar{m} \frac{\sigma_z}{\sqrt{3}} \quad (4-33)$$

la vitesse de glissement relatif  $V_g$

et  $\operatorname{ierfc}(x)$  l'intégrale de  $\operatorname{erfc}(x)$ .

A l'interface  $z=0$ , la température est donnée par

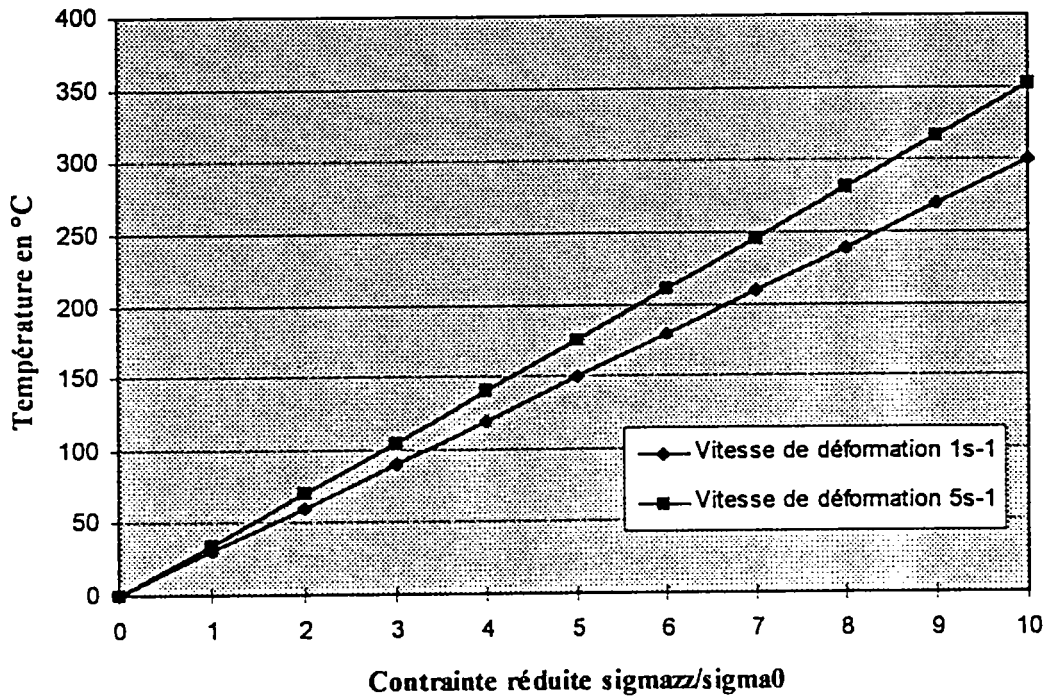
$$\theta(0, t) = \frac{2q_0''}{b\sqrt{\pi}} \sqrt{t} \quad (4-34)$$

Nous avons illustré l'échauffement à l'interface, figure 4-6, et nous pouvons constater que l'échauffement est voisin de 150 à 250°C pour des valeurs de contraintes réduites de 5 à 7, correspondant à des rayons d'arête bas de 0.5 à 1 mm, et des vitesses de déformation de 1 à 5 s<sup>-1</sup>.

En appelant  $q_1''$  et  $q_2''$  les densités de flux relatifs à l'outil (1) et à la pièce (2), l'application de cette étude à une pièce frottant sur l'outil conduit à poser

pour la pièce ( $z > 0$ )

**Etude thermique du contact dynamique**  
**Echauffement à l'interface**



*Fig. 4-6 Echauffement à l'interface*

$$T_2(z, t) = \frac{2q_2''\sqrt{t}}{b_2} \operatorname{ierfc} \frac{z}{2\sqrt{a_2 t}} \quad (4-35)$$

et pour l'outil ( $z < 0$ )

$$T_1(z, t) = \frac{2q_1''\sqrt{t}}{b_1} \operatorname{ierfc} \frac{|z|}{2\sqrt{a_1 t}} \quad (4-36)$$

avec, d'après l'équation (4-17) appliquée à l'interface  $z=0$ ,

$$\frac{q_1''}{b_1} = \frac{q_2''}{b_2} \quad (4-37)$$

et

$$q_0'' = q_1'' + q_2'' \quad (4-38)$$

Nous avons finalement, en exprimant  $q_1''$  et  $q_2''$  en fonction de  $q_0''$

$$T_2(z, t) = \frac{2q_0''\sqrt{t}}{b_1 + b_2} \operatorname{ierfc} \frac{z}{2\sqrt{a_2 t}} \quad (4-39)$$

$$T_1(z, t) = \frac{2q_0''\sqrt{t}}{b_1 + b_2} \operatorname{ierfc} \frac{|z|}{2\sqrt{a_1 t}} \quad (4-40)$$

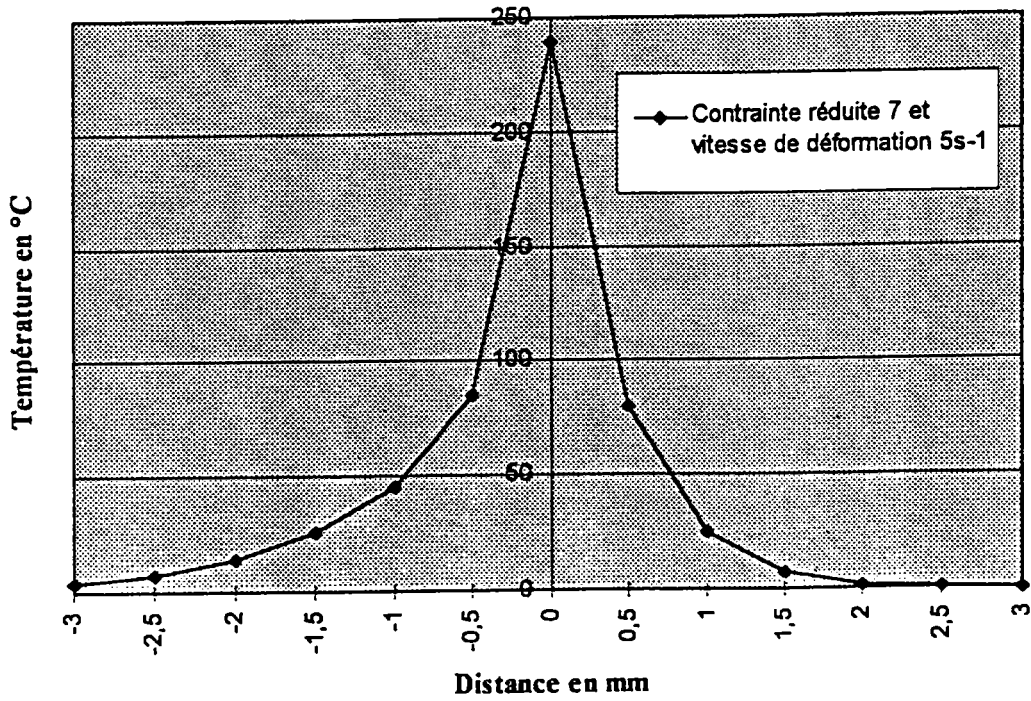
Les expressions des températures de la pièce  $T_2(z, t)$  et de l'outil  $T_1(z, t)$  sont illustrées figure 4-7 où est mise en évidence la *quasi* symétrie des courbes de part et d'autre de l'interface. Pour un rayon d'arête bas de 0.5 mm, la profondeur de pénétration thermique est ici plus modérée que pour le contact statique puisqu'elle est voisine de 1 mm. L'échauffement est proche de 250°C. L'évolution du flux à travers l'interface en fonction de la contrainte de mise en forme est illustrée figure 4-8 et nous constatons que la valeur de ce flux est de l'ordre de 5 à 8 MW/m<sup>2</sup>, pour des valeurs de contraintes réduites de 5 à 7, correspondant à des rayons d'arête bas de 0.5 à 1 mm, et des vitesses de déformation de 1 à 5 s<sup>-1</sup>.

#### 224. Approche du transfert thermique entre la denture et l'outil

Nous étudierons, en annexe 5, l'influence de la géométrie d'une dent sur le transfert thermique entre cette dent et l'outil. En effet, par sa surface généralement importante en regard de son volume, la présence de la dent peut engendrer un flux de chaleur supplémentaire de la pièce vers l'outil. La conséquence majeure de ce fait est une diminution locale de la température de la pièce, et donc une augmentation de la contrainte d'écoulement du matériau.

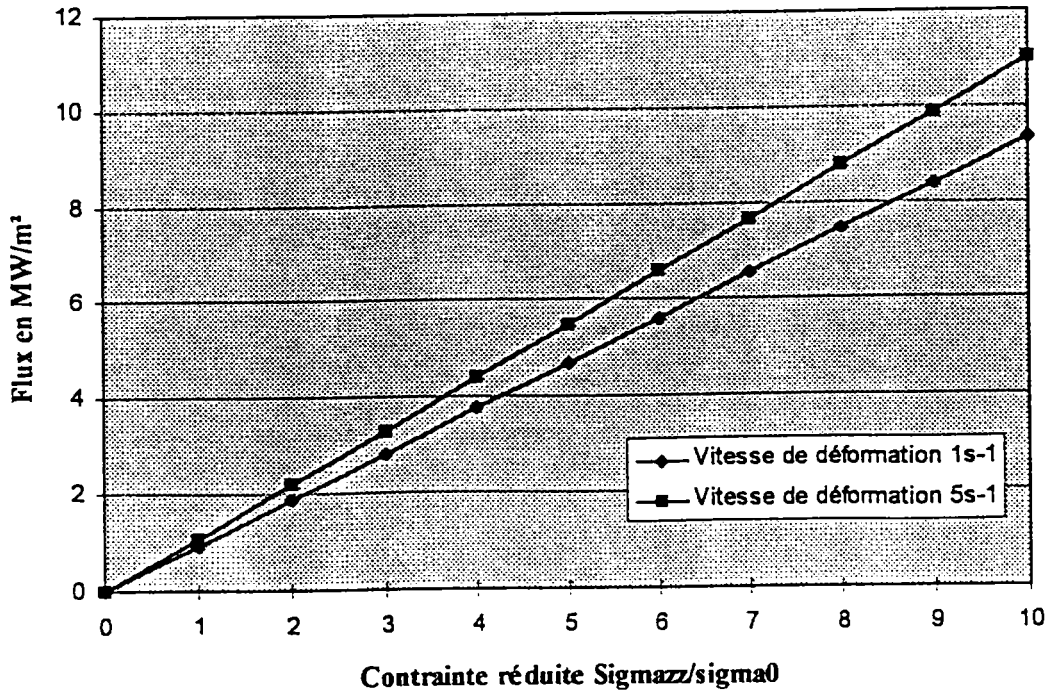
Nous ne traiterons que le cas du régime permanent, à partir de l'équation de CARSLAW et JAEGER [1] et la solution du problème général (transfert thermique avec source de chaleur interne et contact dynamique) sera obtenue par superposition des solutions particulières de chaque problème [1]. En première approche, on considère que le problème est unidimensionnel selon l'axe radial. La répartition thermique dans la dent, issue de cette modélisation, montrera alors un net refroidissement de l'extrémité de la dent, jusqu'à une température proche de la température d'interface, qui doit engendrer une augmentation locale de la contrainte d'écoulement du matériau.

**Etude thermique du contact dynamique**  
**Profil de température**



*Fig. 4-7 Profondeur de pénétration thermique*

**Etude thermique du contact dynamique**  
**Flux à l'interface**



*Fig. 4-8 Flux à l'interface*

### 3. Discussion

Au cours cette analyse thermique, nous avons étudié les transferts thermiques unidirectionnels entre un outil à 200°C et une pièce axisymétrique déformée à 800°C, avec frottement à l'interface. Deux problèmes sont alors à considérer.

Tout d'abord, la pièce. Nous avons illustré, figure 4-9, l'évolution thermique liée au contact statique, en considérant l'autoéchauffement comme une source interne de chaleur, puis l'évolution thermique liée au contact dynamique; nous obtenons alors la synthèse du contact entre la pièce et l'outil par superposition des solutions des deux contacts statique et dynamique. Nous constatons que la perte de chaleur est contrebalancée par la génération de chaleur par autoéchauffement et par frottement. Ce principe de superposition a d'ailleurs été repris par P.R. BURTE, Y.T. IM, T. ALTAN et S.L. SEMIATIN [3]. Les résultats de simulation et les observations de ces auteurs les ont en effet amené à penser que l'échange de chaleur et le frottement peuvent être découplés dans l'analyse des procédés de travail à chaud.

Concernant l'outil, l'évolution de la température est obtenue par superposition des solutions du contact statique et du contact dynamique (figure 4-10). Les résultats de flux à l'interface, issus de notre modèle, sont de l'ordre de 10 à 12 MW/m<sup>2</sup> pour le contact statique (figure 4-5) et 6 MW/m<sup>2</sup> pour le contact dynamique (figure 4-8). Le ratio que nous constatons entre ces deux flux est proche de celui obtenu par S.L. SEMIATIN et al. [4]. S.L. SEMIATIN et al. considèrent également que la variation de température à l'interface est la somme des variations de températures apportées par la conduction, la déformation de la pièce et le frottement entre pièce et outil. Dans le cadre de ces hypothèses et pour des conditions de frottement avec coefficient de Tresca de 0.2, l'augmentation de température à l'interface, caractérisée par ces auteurs, est  $\Delta T_{\text{frottement}} \cong 0.4 \Delta T_{\text{déformation}}$  alors que pour un coefficient de Tresca de 1,  $\Delta T_{\text{frottement}} \cong 2.0 \Delta T_{\text{déformation}}$ . D'autre part, nos résultats illustrés figure 4-5 montrent, pour des temps de contact égaux, une augmentation de la température maximale d'outils avec la vitesse de déformation et sont en bon accord avec les résultats de P. DADRAS et al. [5].

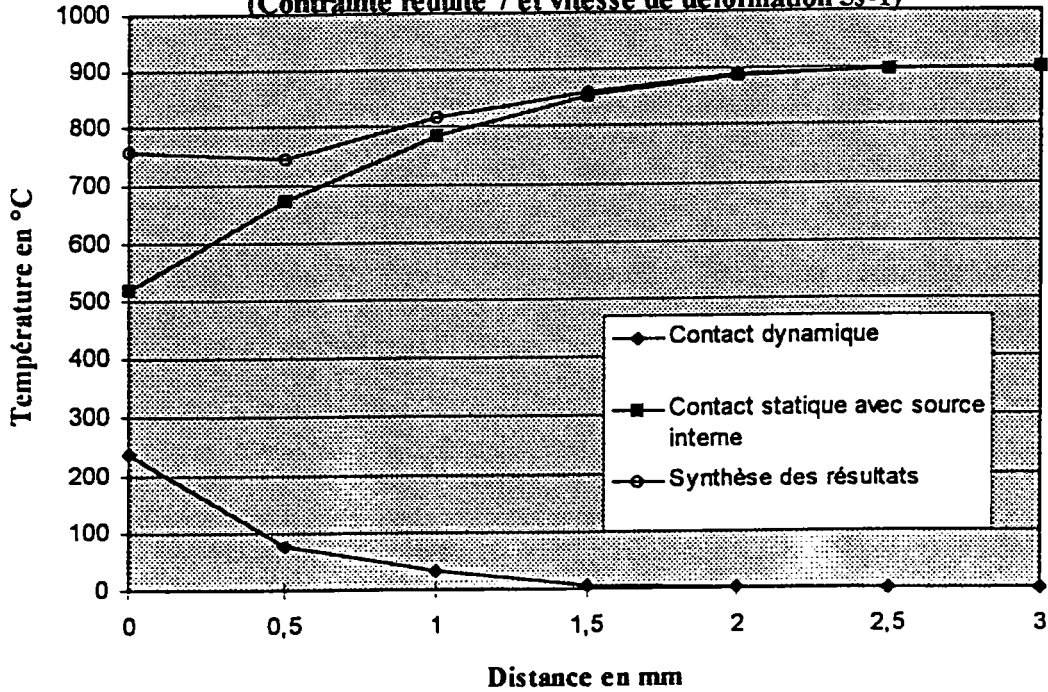
La température en peau d'outil issue de notre modélisation est de l'ordre de 600 à 700°C, pour une pression de contact importante. Si la pression est plus modérée, la température de surface diminue, conséquemment à la baisse de température engendrée par le frottement moindre (figure 4-6). La température de l'outil sera alors de l'ordre de 500 à 600°C, soit proche des valeurs constatées par H.Y. KIM, J.J. KIM, N. KIM [6] qui observent en effet une température de l'outil atteignant 500°C. Les températures de surface côté pièce et côté outil convergent vers une température de surface unique, proche de la moyenne de température outil froid, température pièce chaude, ce que confirment Z. MALINOWSKI et al. [7].

Nous constatons ainsi que les résultats d'évolution thermique, issus de la modélisation analytique, sont globalement en bon accord avec les résultats bibliographiques d'autres auteurs. Cette modélisation analytique paraît donc assez fiable pour ce qui concerne la prédiction des températures au sein de la pièce et de l'outil.

En conclusion, cette étude thermique, qui fait suite à l'étude mécanique isotherme, conduit à l'établissement d'une modélisation thermomécanique, ainsi que l'a suggéré B.K. CHEN et al. [8]. En effet, "des différences significatives d'histoires thermiques au centre et à la surface de la pièce trouvées dans les essais [de laminage] confirment la nécessité d'employer un modèle thermomécanique [de simulation du laminage à chaud] dès que la déformation à différentes températures dans la pièce peut conduire à une variation significative de la contrainte d'écoulement et de microstructure". La présentation de notre modélisation thermomécanique sera l'objet du prochain chapitre.

**Synthèse des résultats de l'étude thermique de la pièce pour un rayon  
d'arête bas de 0.5 mm**

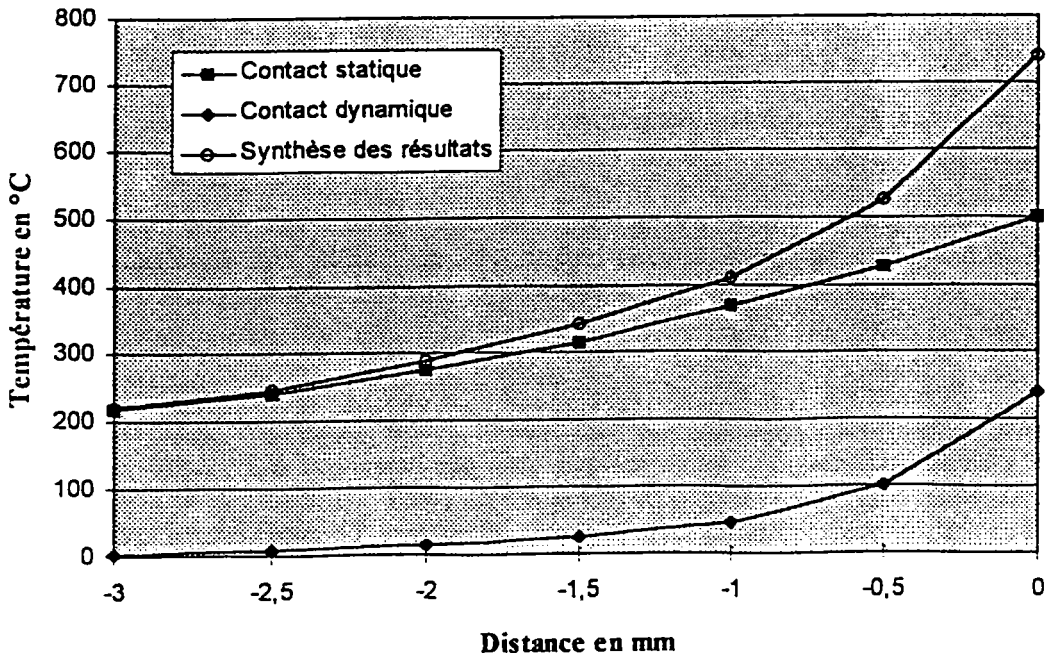
**(Contrainte réduite 7 et vitesse de déformation 5s-1)**



*Fig. 4-9 Synthèse des résultats côté pièce*

**Synthèse de résultats de l'étude thermique de l'outil pour un rayon d'arête  
bas de 0.5 mm**

**(Contrainte réduite 7 et vitesse de déformation 5s-1)**



*Fig. 4-10 Synthèse des résultats côté outil*

#### Bibliographie chapitre 4

- [1] A. B. de VRIENDT  
La transmission de la chaleur  
Vol. 1, T 1, G. Morin éditeur, 1982
  
- [2] L. COUTU  
Echauffement et usure des matrices en forgeage à chaud de l' acier  
Thèse de Docteur - Ingénieur  
Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1979
  
- [3] P.R. BURTE, Y.T. IM, T. ALTAN, S.L. SEMIATIN  
Measurement and analysis of heat transfer and friction during hot forging  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 112 [1990] 332-339
  
- [4] S.L. SEMIATIN, E.W. COLLINGS, V.E. WOOD, T. ALTAN  
Determination of the interface heat transfer coefficient for non-isothermal bulk forming processes  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 109 [1987] 49-57
  
- [5] P. DADRAS, W.R. WELLS  
Heat transfer aspects of nonisothermal axisymmetric upset forging  
Trans. ASME J. Eng. Ind, 106 [1984] 187-195
  
- [6] H.-Y. KIM, J.-J. KIM, N. KIM  
Physical and numerical modeling of hot closed-die forging to reduce forging load and die wear  
J. Mater. Process. Technol. 42 [1994] 401-420
  
- [7] Z. MALINOWSKI, J.G. LENARD, M.E. DAVIES  
A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure  
Journal of Materials Processing Technology, 41 [1994] 125-142
  
- [8] B.K. CHEN, P.F. THOMSON, S.K. CHOI  
Temperature distribution in the roll-gap during hot flat rolling  
Journal of Materials Processing Technology, 30 [1992] 115-130



## CHAPITRE 5

### SYNTHESE DE LA MODELISATION ANALYTIQUE

#### ETUDE DE SENSIBILITE DES PARAMETRES

#### EXPLOITATION DES RESULTATS DANS UN CONTEXTE INDUSTRIEL

### SOMMAIRE

	Page
<b>1. Synthèse de la modélisation analytique.....</b>	<b>72</b>
11. Résultats du modèle couplé.....	72
111. Pièce axisymétrique.....	73
112. Pignon à denture droite.....	73
12. Contraintes thermiques dans les outils.....	73
13. Résumé.....	74
<b>2. Etude de sensibilité des paramètres.....</b>	<b>74</b>
<b>3. Approche du calcul de la durée de vie d'un outil de forge en acier .....</b>	<b>76</b>
31. Modélisation .....	76
32. Résultats .....	78
<b>Bibliographie chapitre 5.....</b>	<b>79</b>

**Résultats d'efforts axiaux de mise en forme  
Conteneur lisse à 800°C  
Modèle thermomécanique couplé faible**

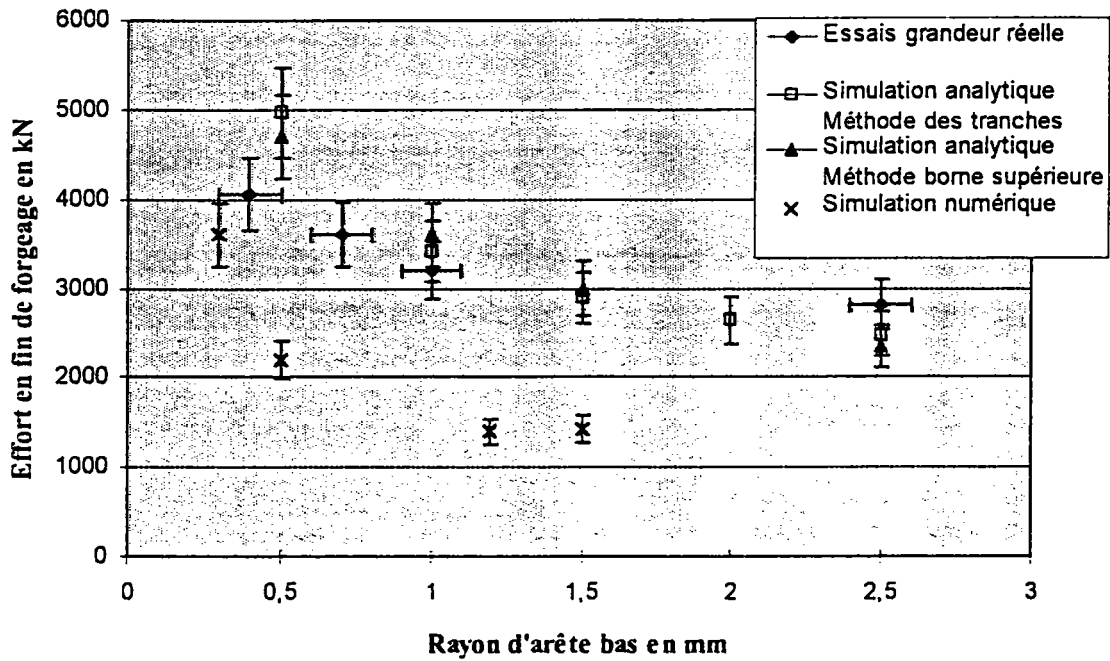


Fig. 5-1 Synthèse des calculs efforts axiaux de la pièce axisymétrique

**Résultats d'efforts axiaux de mise en forme  
Pignon à denture droite à 800°C  
Modèle thermomécanique couplé faible**

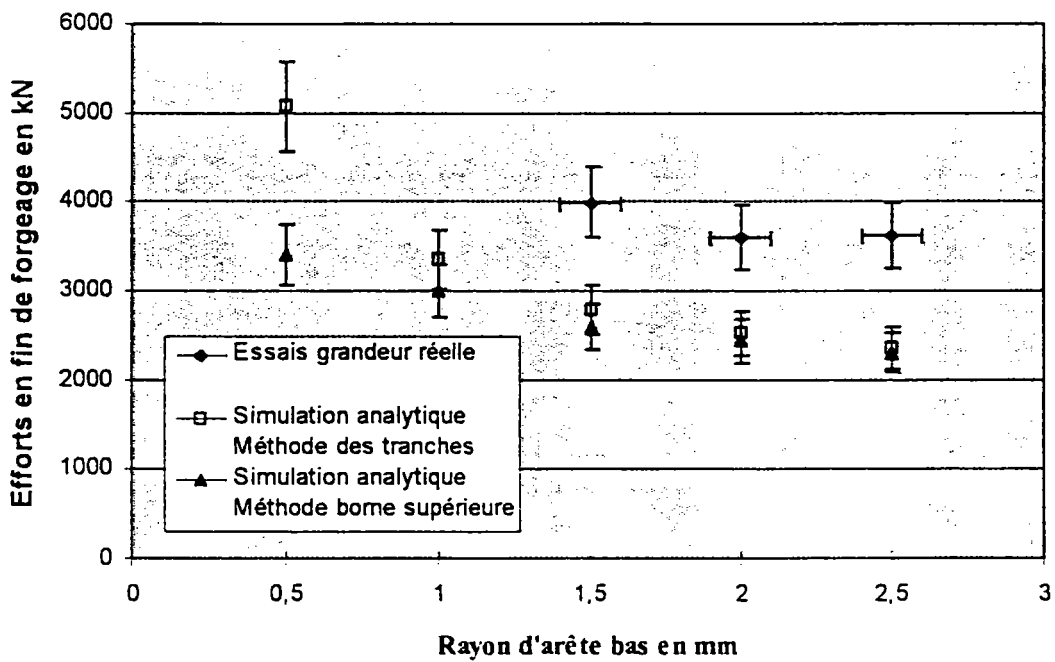


Fig. 5-2 Synthèse des calculs efforts axiaux du pignon à denture droite

## CHAPITRE 5

### SYNTHESE DE LA MODELISATION ANALYTIQUE

#### ETUDE DE SENSIBILITE DES PARAMETRES

#### EXPLOITATION DES RESULTATS DANS UN CONTEXTE INDUSTRIEL

Pour résumer les deux précédents chapitres, nous pouvons rappeler que la modélisation mécanique en conditions isothermes permet l'estimation des contraintes axiales sur outils et de l'effort de mise en forme, en fonction de la précision géométrique de la pièce. Nous avons montré d'autre part, que le calcul des contraintes radiales permettait de prévoir la répartition de ces contraintes le long d'une génératrice intérieure de l'outil, ainsi que leur intensité. L'analyse des transferts thermiques entre la pièce et l'outil lors du forgeage nous a ensuite permis d'estimer les températures au sein de l'outil et de la pièce pour les différents cas de contact.

Le couplage de la modélisation mécanique isotherme et de la modélisation que nous présenterons dans ce chapitre est effectué selon un processus de couplage faible, c'est à dire que la résolution du problème thermique est indépendante de celle du problème mécanique. Les résultats issus de la modélisation thermique, donc la température, sont des données d'entrée de la modélisation mécanique isotherme. La résolution du problème mécanique conduit alors à une solution en contraintes, qui est utilisée à son tour comme données d'entrée du nouveau problème thermique. Ce calcul itératif est mené jusqu'à la convergence, dont le critère est fixé par l'utilisateur. Cette boucle itérative est effectuée sur un pas de calcul de l'algorithme général (cf. paragraphe 1 du chapitre 3).

#### 1. Synthèse de la modélisation analytique

##### 1.1. Résultats du modèle couplé

Ainsi que nous l'évoquions précédemment, le couplage thermomécanique faible fait intervenir une résolution séparée du problème mécanique isotherme et du problème thermique. Le processus est le suivant: la température initiale de forgeage étant fixée, le calcul itératif débute par la résolution des équations de la mécanique, qui se traduit par une solution en contraintes, puis la contrainte axiale est injectée dans les équations thermiques. La résolution du problème thermique avec source interne (autoéchauffement) et source surfacique de chaleur (frottement pièce / outil) conduit alors à une solution en température. Cette température est réinjectée dans la loi de comportement du problème mécanique. Une nouvelle itération est alors lancée. Le calcul s'arrêtera lorsque la différence de température calculée entre deux itérations successives sera inférieure à une valeur choisie, pour ce calcul, la valeur considérée est 10°C. On notera que la connaissance de la loi de comportement du matériau, en particulier l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la température est primordiale ici, puisqu'elle est un élément de la convergence du calcul.

Nous avons illustré figure 5-1 les résultats d'efforts axiaux de mise en forme de la pièce axisymétrique et figure 5-2 les résultats d'efforts de mise en forme du pignon à denture droite, les conditions expérimentales étant identiques à celles présentées au chapitre 3.

## 111. Pièce axisymétrique

La prise en compte des phénomènes thermiques lors de la mise en forme de la pièce axisymétrique à 800°C conduit à des résultats d'efforts de mise en forme majorés d'environ 8 à 12% par rapport aux résultats d'efforts exprimés par le calcul isotherme. Cette augmentation de la valeur d'effort est provoquée par la diminution de la température de la zone en déformation (cf. synthèse de la simulation analytique du problème thermique, chapitre 4).

Pour les valeurs de rayon d'arête supérieures à 1 mm (figure 5-1), les efforts calculés se superposent aux efforts mesurés. Le couplage faible thermomécanique a donc permis de diminuer les écarts mesure - calcul observés précédemment (cf. paragraphe 33 chapitre 3). Toutefois, pour les rayons d'arête inférieurs à 1 mm, les résultats de calcul demeurent supérieurs aux valeurs mesurées, bien que le calcul reste dans la bande de dispersion de mesure.

## 112. Pignon à denture droite

Nous avons été handicapés dans le cas du pignon à denture droite par l'absence de loi de comportement du matériau dans les domaines de température 550-700°C. Nous avons en effet montré que la température à l'extrémité d'une dent est proche de 550-600°C, là où de très forts échanges thermiques entre la pièce chaude (petit volume de matière avec une grande surface d'échange) et l'outil plus froid existent. Dans ce contexte, considérer que la dent est à la température du *domaine 2* en déformation entraîne une nette sous-estimation de l'effort de mise en forme: les résultats de modélisation issus du modèle thermomécanique sont inférieurs de 18 à 20% aux valeurs mesurées. Nous avons donc ici une certaine difficulté à apprécier les performances réelles du modèle thermomécanique.

## 12. Contraintes thermiques dans les outils

Les valeurs d'efforts et de contraintes axiales en fin de forgeage issues de la modélisation analytique par méthode des tranches sont des contraintes de mise en forme. Les contraintes que subissent les outils supérieur et inférieur sont ces contraintes augmentées des contraintes thermoélastiques. En effet, lors du contact avec la pièce chaude, la couche superficielle de l'outil se dilate, mais sa dilatation est contrariée par la sous-couche restée plus froide. Ce phénomène engendre alors des contraintes de compression dans les directions tangentes à la surface.

En thermoélasticité, la déformation s'écrit:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E} \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad (5-1)$$

Et en contraintes bi-axiales

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{th} \\ \sigma_{zz} &= 0 \end{aligned}$$

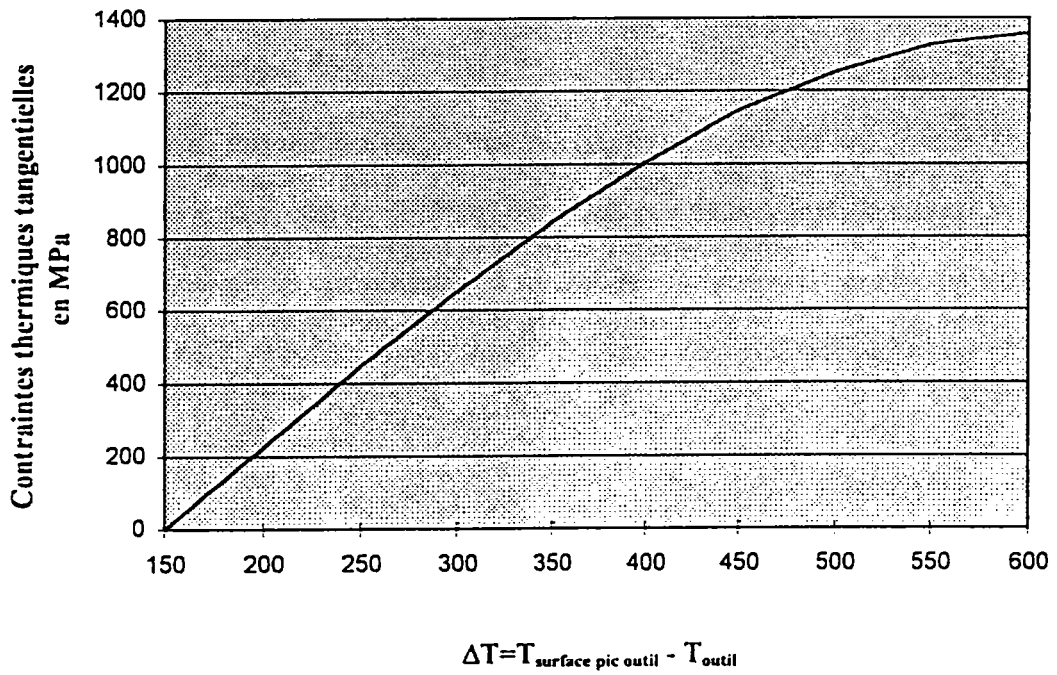
D'où

$$\varepsilon_{rr} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{th} - \frac{2\nu}{E} \sigma_{th}$$

soit

$$\sigma_{th} = \frac{E}{1-\nu} \varepsilon_{rr} \quad (5-2)$$

**Contraintes thermiques tangentielles  
en peau de l'outil**



*Fig. 5-3 Evolution des contraintes thermoélastiques dans l'outil*

et

$$\sigma_{th} = \frac{E}{1-\nu} \alpha \Delta T \quad (5-3)$$

avec  $E = f(T)$  module de Young en fonction de la température,

$$\Delta T = T_{surface\ pic} - T_{outil},$$

$\alpha = 15.10^{-6} K^{-1}$  coefficient de dilatation linéaire,

$\nu = 0.3$  nombre de Poisson,

L'évolution de ces contraintes thermoélastiques est illustrée figure 5-3.

Dans certaines conditions, ces contraintes atteignent la limite d'élasticité. Il y a alors déformation plastique des couches superficielles. Pour d'autres, les déformations élastiques supérieures aux limites de ductilité créent des fissures en surface de l'outil.

### 13. Résumé

Si nous constatons, au chapitre 3, que la prédiction du modèle mécanique isotherme était correcte pour le cas de la pièce axisymétrique et à un degré moindre pour le pignon à denture droite, nous montrons dans ce chapitre que l'apport du couplage faible thermomécanique permet de réduire les écarts mesure - calcul et autorise des estimations d'efforts de mise en forme et des niveaux de contraintes thermomécaniques plus fiables.

Cela est vrai pour l'application de la modélisation à la pièce axisymétrique, pour laquelle nous avons constaté un bon accord entre résultats issus de modélisation et mesure grandeur réelle, et à un degré moindre pour l'application au cas du pignon à denture droite. D'autre part, cette dernière application a mis en évidence une fois de plus la nécessité de caractériser le comportement du matériau dans un large domaine de température.

### 2. Etude de sensibilité des paramètres

En application de cette approche analytique thermomécanique des efforts et contraintes sur outils en fin de forgeage, nous avons réalisé différentes simulations sur une pièce axisymétrique et étudié la sensibilité des différents paramètres sur les résultats finaux de contraintes et température en fin de forgeage.

La contrainte moyenne sur l'outil mobile est exprimée par

$$\langle \sigma_z \rangle = \left| \frac{1}{S} \int \sigma_z ds \right| \quad (5-4)$$

L'étude de sensibilité des paramètres sur la valeur de la contrainte axiale et de la température de peau de l'outil a été réalisée avec la base suivante:

$$H = 13\text{ mm}$$

$$R = 32,5\text{ mm}$$

$$h_{bas} = 0.5\text{ mm}$$

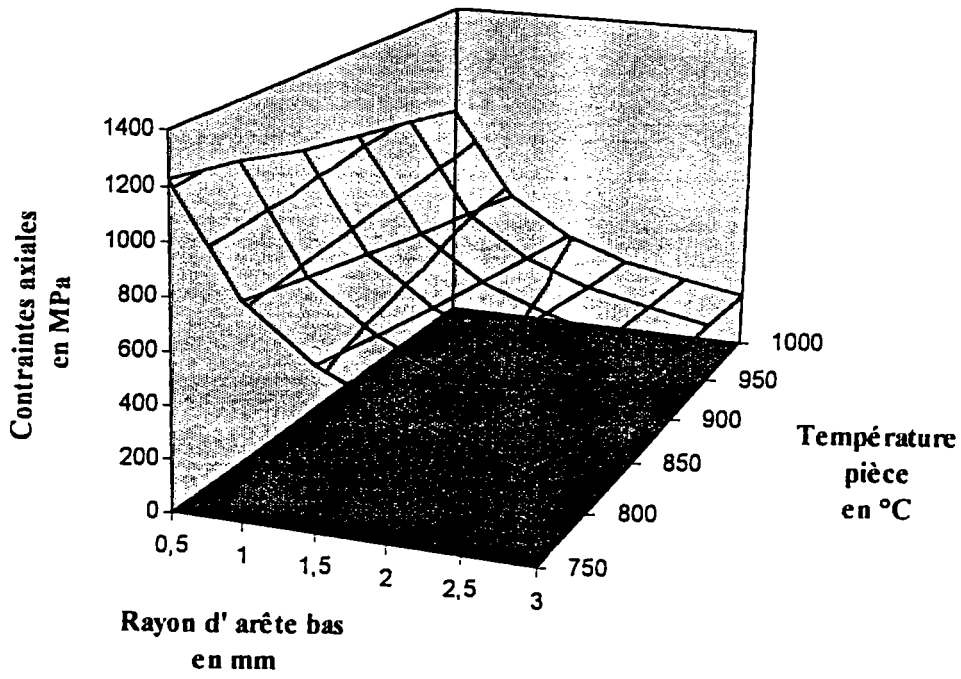


Fig. 5-4.1

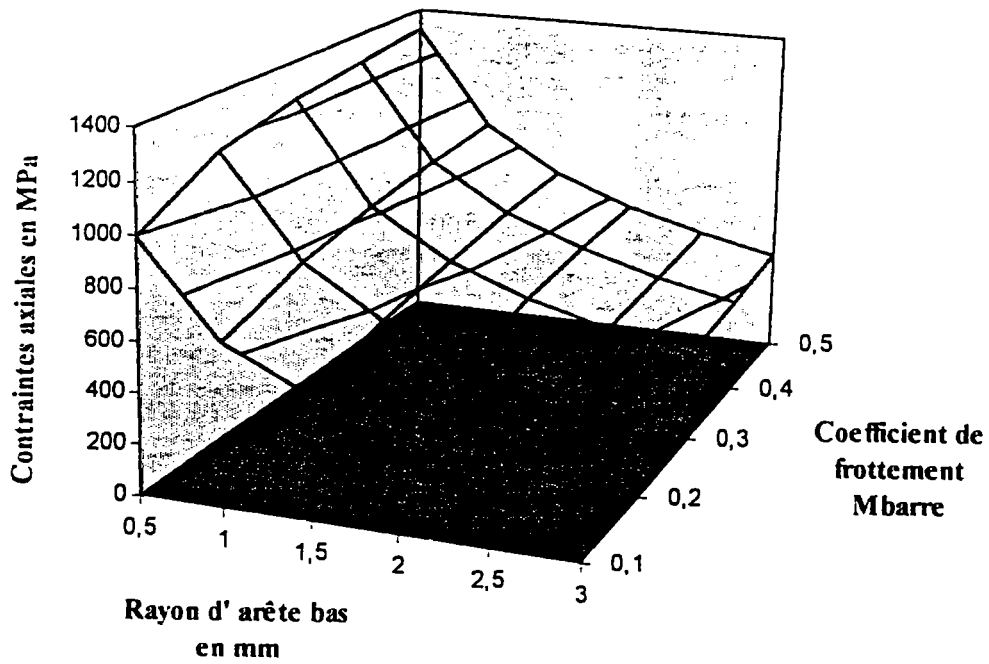


Fig. 5-4.2

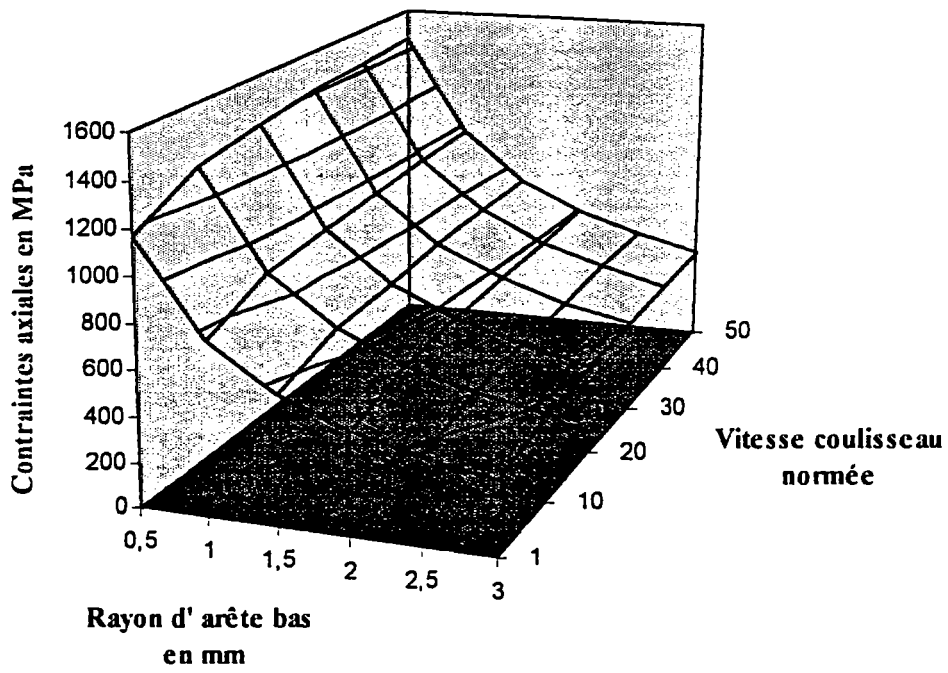


Fig. 5-4.3

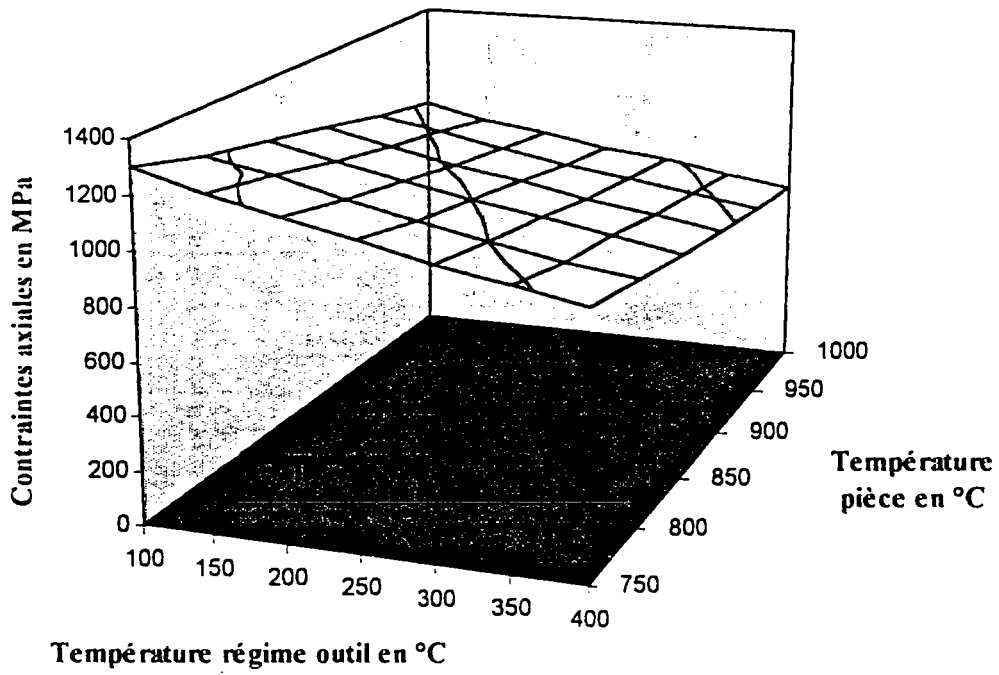


Fig. 5-4.4



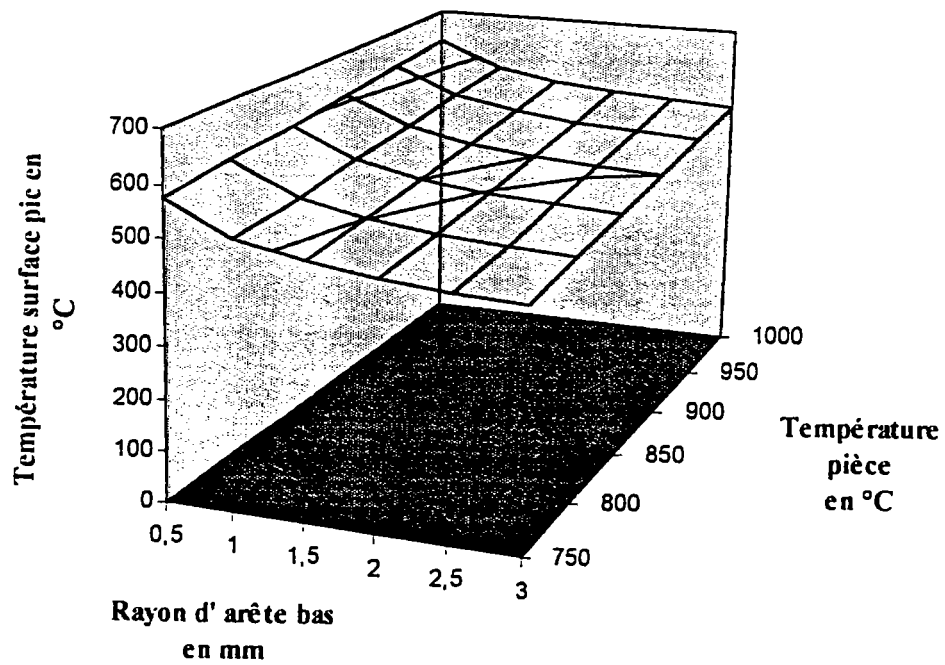


Fig. 5-4.5

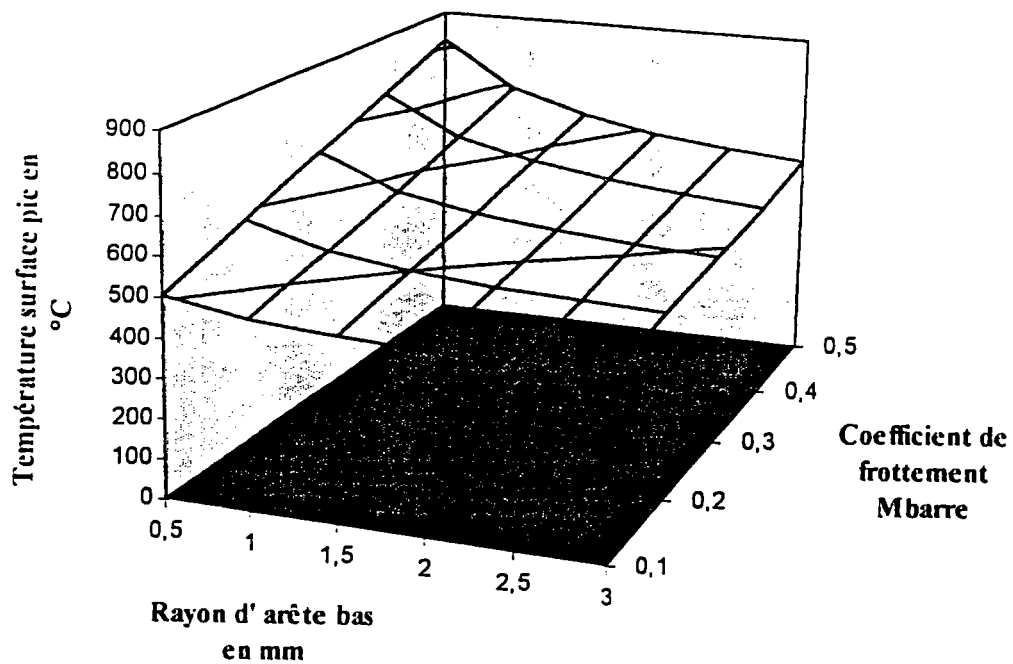


Fig. 5-4.6

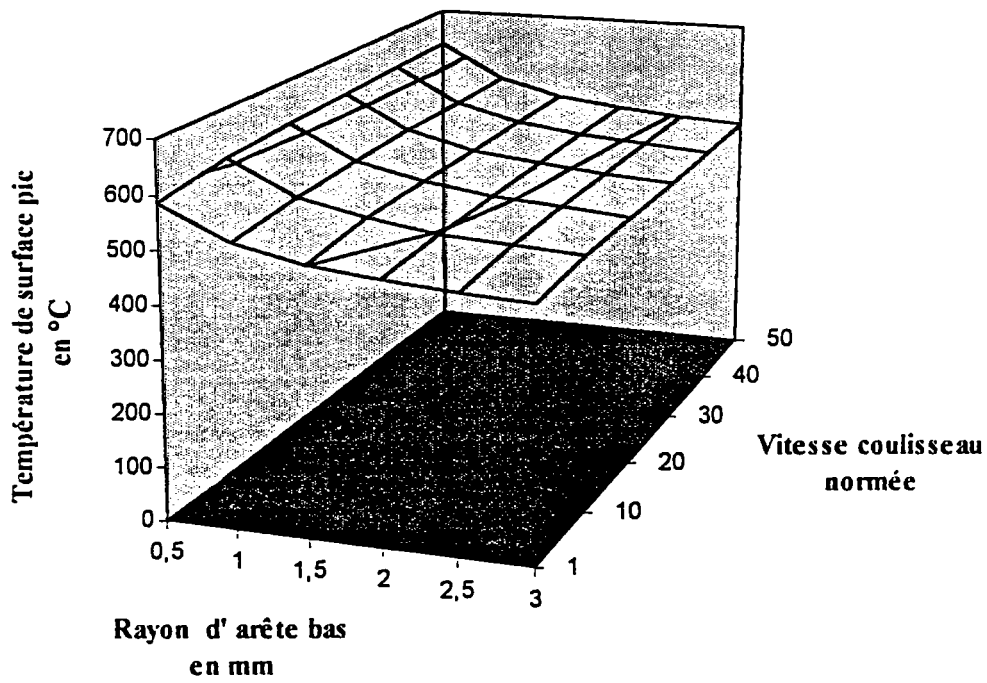


Fig. 5-4.7

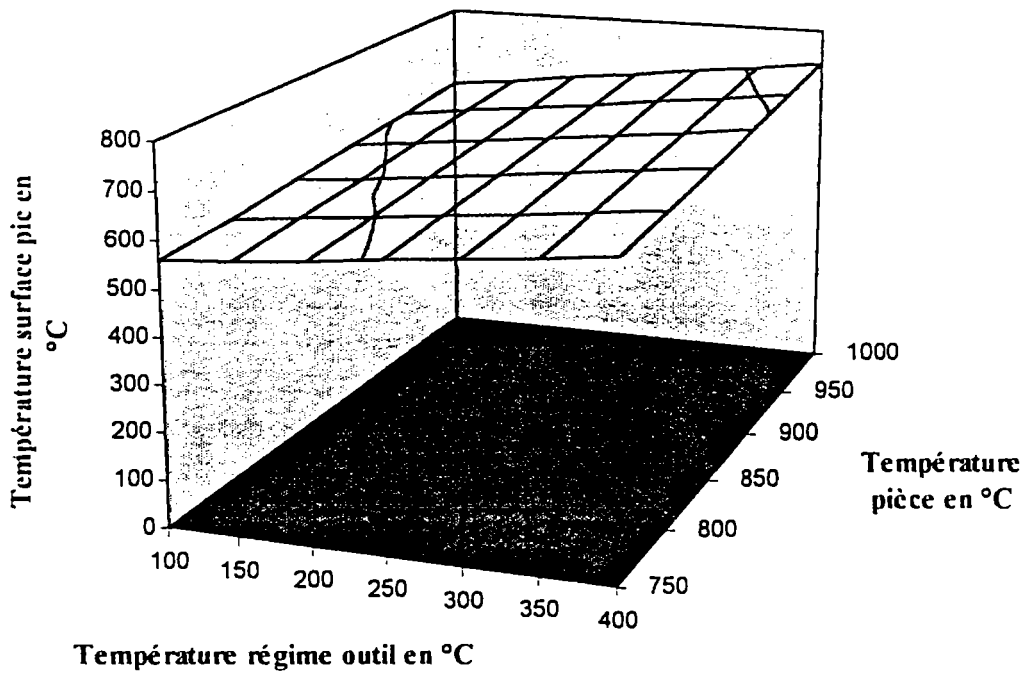


Fig. 5-4.8

$$T_{pi\grave{e}ce} = 800^{\circ}C$$

$$T_{outil} = 150^{\circ}C$$

$$\bar{m} = 0.2$$

$$V = 10mm / s$$

Les données du calcul sont présentées dans le tableau 5-1. Les résultats sont illustrés par les figures 5-4 suivantes.

Repère figures	Contrainte axiale de mise en forme en fin de forgeage (MPa)	Température de peau de l'outil (pic) en fin de forgeage (°C)
Rayon d'arête bas Température pièce	5-4.1	5-4.5
Rayon d'arête bas Coeff de frottement	5-4.2	5-4.6
Rayon d'arête bas Vitesse coulisseau	5-4.3	5-4.7
Température outil Température pièce	5-4.4	5-4.8

Les figures 5-4.1 et 5-4.2 indiquent que la contrainte axiale en fin de forgeage est fonction décroissante de la température de la pièce et fonction croissante du rayon d'arête bas et du coefficient de frottement. Pour notre base  $h_{bas} = 0.5mm$ ,  $T_{pi\grave{e}ce} = 800^{\circ}C$  et  $\bar{m} = 0.2$ , la contrainte de mise en forme atteint  $1200 Mpa$ , ce qui constitue un niveau acceptable eu égard aux résistances à la compression des nuances d'aciers outillage.

L'augmentation de la température de la pièce va dans le sens d'un meilleur remplissage à contrainte axiale égale, mais d'une moins bonne précision dimensionnelle (maîtrise du retrait plus difficile). D'autre part, la sensibilité du rayon d'arête bas est plus grande que la sensibilité de la température de la pièce. Cette sensibilité du coefficient de frottement est à prendre en compte dans la mesure où nos mesures ont montré qu'en forgeage à mi-chaud, il est courant de voir évoluer le coefficient de frottement de  $\bar{m} = 0.2$  en début d'opération vers  $\bar{m} = 0.5$  en fin à cause de la dégradation du lubrifiant. Dans ce cas, la contrainte axiale en fin de forgeage peut être augmentée de près de 15 %.

La figure 5-4.4 met en évidence la sensibilité de la température de régime de l'outil sur la contrainte axiale de mise en forme en fin de forgeage. Une augmentation de la température de régime d'outillage permet d'abaisser, toutes choses égales par ailleurs, la valeur de la contrainte sur outil. Mais comme l'indique la figure 5-4.8, elle provoque une augmentation de la température de surface pic (température de contact statique augmentée de la température de contact dynamique, cf. chapitre 4) de l'ordre de 50 % à 60 % pour une élévation de 100 °C de la température de l'outil. La diminution du rayon d'arête bas avec la température de l'outil, à contrainte de mise en forme en fin de forgeage égale, permet d'envisager le forgeage précis en conditions *quasi* isothermes. Toutefois, une meilleure tenue de l'outil nécessitera une évolution vers de nouveaux matériaux d'outillage (cf. chapitre 1).

La figure 5-4.5 montre que la température de surface pic (température de contact statique augmentée de la température de contact dynamique) de l'outil croît avec le coefficient de frottement, la température et le rayon d'arête lorsque celui-ci diminue. Pour notre base, la température de surface pic atteint 585 °C. Cette température est proche des températures de durcissement secondaire des aciers, l'outil travaille donc dans de bonnes conditions.

Type de pièce	Pignon	Pignon	Pignon denture droite
Température de forgeage (°C)	1200 Hatebur	800 Schuler	800 Schuler
Pression axiale (MPa)	510	720	705
Pression radiale (MPa)	400	570	500
Effort de forgeage (kN)	3500	5000	2500
Température contact statique (°C)	570	410	425
Température pic surface outil (°C)	680	570	535
Pénétration thermique outil (mm) (température. > température. revenu)	3	4	

*Tab. 5-1 Résultats issus de simulation*

Les figures 5-4.5 et 5-4.6 illustrent la sensibilité du rayon d'arête bas et la sensibilité, du même ordre de grandeur, de la température de la pièce, alors que le coefficient de frottement est le paramètre le plus sensible de la température de surface pic (température de contact statique augmentée de la température de contact dynamique) de l'outil. Si l'on reprend nos hypothèses  $\bar{m} = 0.2$  en début de forgeage et  $\bar{m} = 0.5$  en fin, la température de surface pic peut être augmentée de plus de 40 %, pour atteindre près de 800 °C (avec des risques de début de transformation de phases pour les outils en acier).

La figure 5-4.3 montre que la contrainte axiale est fonction croissante de la vitesse du coulisseau alors que la figure 5-4.7 indique une augmentation de la température de surface pic de l'outil avec la vitesse coulisseau. Il semble donc qu'une vitesse élevée de la presse ait un impact négatif sur le procédé de forgeage, puisqu'elle augmente simultanément la contrainte et la température de l'outil.

### 3. Approche du calcul de la durée de vie d'un outil de forge en acier

L'application de contraintes mécaniques sur un outil porté à une température qui peut être localement élevée contribue à une évolution géométrique et dimensionnelle de cet outil. Passé un certain seuil de déformation ou d'usure, l'outil n'est plus apte à produire de bonnes pièces et doit être changé. La connaissance de l'intensité des contraintes et de la température peut permettre d'estimer la durée de vie de l'outil pour le mode d'endommagement par déformation plastique. Ce sera l'objectif de ce paragraphe.

#### 31. Modélisation

Le bilan thermique du contact pièce/outil peut être dressé de la façon suivante (cf. chapitre 4).

- la pièce à la température initiale de forgeage subit:
  - un refroidissement en peau par le contact de l'outil plus froid (transfert thermique par conduction supposée unidimensionnelle),
  - une augmentation de température créée par la déformation plastique et le glissement relatif de matière pièce/outil.
- simultanément, l'outil subit:
  - un échauffement provoqué par le contact avec la pièce chaude,
  - un échauffement créé par le glissement relatif.

D'un point de vue quantitatif, on peut prévoir les ordres de grandeur de l'échauffement de l'outil et plusieurs simulations analytiques ont été réalisées:

- estampage à chaud (1200°C) d'un pignon sur presse horizontale de marque Hatebur,
- forgeage à chaud du pignon à denture droite (présenté au chapitre 2) sur presse verticale de marque Schuler,
- forgeage à mi-chaud (800°C) du pignon à denture droite sur presse verticale Schuler.

Ces simulations ont permis l'estimation de la température de surface pic sous charge apportée par le glissement relatif pièce/outil. La durée de contact sous charge est estimée à 1/7 s sur presse Hatebur et 1/9 s sur presse Schuler. Les résultats sont présentés dans le tableau 5-1.

Ces valeurs sont corrélées par des expertises métallurgiques sur outillages de développement qui mettent en évidence des phénomènes de réausténitisation locale, pour des températures de l'ordre de 750 à 800°C.

Les phénomènes thermiques de pic (dus au glissement relatif de matière sous charge) en forgeage à mi-chaud restent à des températures inférieures aux températures des évolutions structurales de l'acier,

l'outil présente donc des gages de tenue à chaud, par contre la dégradation par usure restera. Les outillages d'estampage à chaud présentent des températures de surface pic sous charge supérieures aux températures d'évolution métallurgique (680°C).

Même si l'application de cette température en peau de l'outil est très brève dans le temps, l'effet de la cadence de la presse fait que ces brefs instants cumulés dans le temps peuvent engendrer ces évolutions structurales dans l'outil par un phénomène analogue à un traitement thermique de revenu ou de recuit.

Les phénomènes de revenu ou adoucissement ont été analysés et modélisés par quelques auteurs, principalement pour les aciers de construction. D'une manière générale, les évolutions structurales en fonction de la température sont étudiées pour une durée de revenu constante. Les premiers, J. H. HOLLomon et L. D. JAFFE [1] ont proposé des relations d'équivalence entre la durée et la température. Ces relations sont basées sur les théories de la diffusion: l'évolution des carbures et les processus diffusionnels sont contrôlés par la même énergie d'activation, pour un stade donné du revenu.

Pratiquement, le paramètre de revenu s'écrit:

$$T(c + \log t) = cste \quad (5-5)$$

avec  $T$  température,  
 $c$  constante,  
 $t$  temps.

Il existe donc une relation linéaire entre  $\frac{1}{T}$  et  $\log t$ . Cette relation est bien vérifiée pour des aciers de construction très divers et est intéressante dans la mesure où elle permet de définir des conditions de revenu équivalentes en écrivant:

$$T_1(c + \log t_1) = T_2(c + \log t_2) = \dots \quad (5-6)$$

On pourra donc déterminer le temps de revenu si l'on connaît la température. C'est, en première approche, le cas qui nous intéresse.

Les travaux de M. TOITOT et Ph. DOR [2] ont amené leurs auteurs à exprimer une relation d'équivalence température-temps sous la forme:

$$P = \left( \frac{1}{T_R} - \frac{nR}{\Delta H_R} \log \frac{t}{t_0} \right)^{-1} \quad (5-7)$$

avec  $T_R$  température de revenu en Kelvin,  
 $t$  temps de revenu,  
 $t_0$  unité de temps,  
 $n$  logarithme népérien de 10,  
 $R$  constante des gaz parfaits,  
 $\Delta H_R$  énergie d'activation du phénomène pour le stade de revenu considéré.

Selon les auteurs, et pour les aciers de construction,  $\Delta H_R = 420 \text{ kJmol}^{-1}$  dès que  $\% Mo \geq 0.04$  et semble ne plus augmenter ensuite quelles que soient les teneurs en Molybdène ou autres éléments carburigènes [3]. Ainsi, pour un même stade de revenu, donc pour la même énergie d'activation, nous avons l'équivalence suivante:

### Estimation de la durée de vie des outils

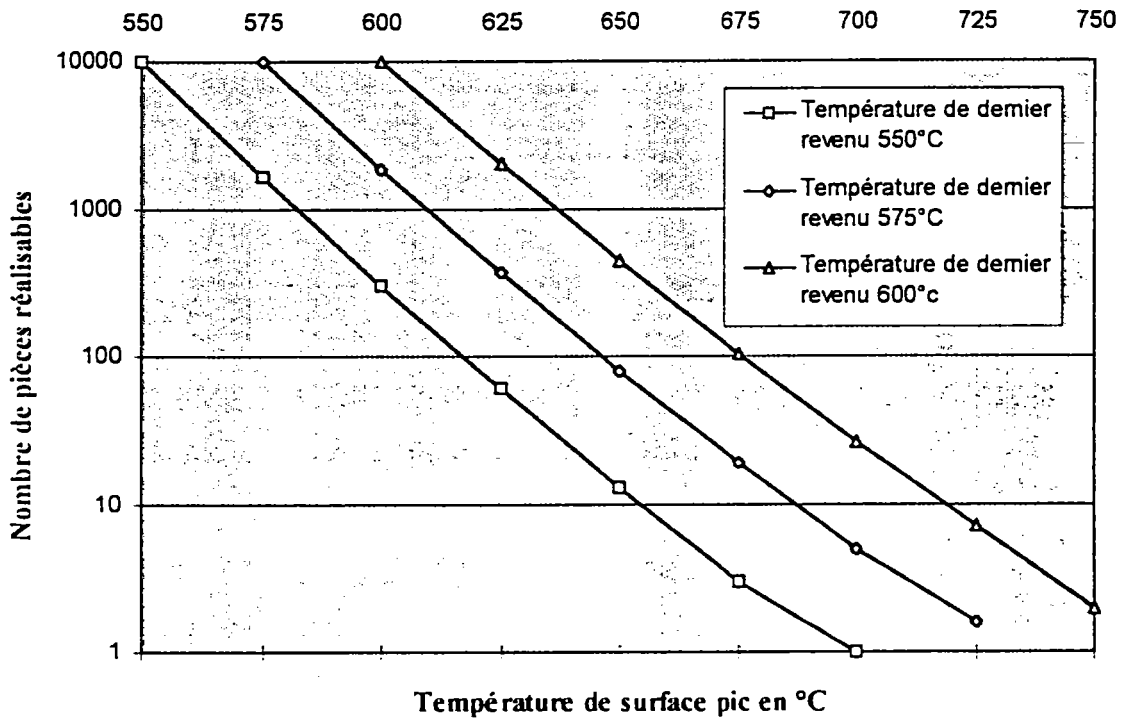


Fig. 5-5 Estimation de durée de vie des outils

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{T_1} - \frac{nR}{\Delta H_R} \log \frac{t_1}{t_0} = \frac{1}{T_2} - \frac{nR}{\Delta H_R} \log \frac{t_2}{t_0} \quad (5-8)$$

Le tracé de courbes expérimentales a permis aux auteurs de montrer que:

- les caractéristiques de dureté ou la résistance pratique à la compression évoluent peu tant que:

$$\frac{1}{P} \geq \frac{1}{P_c}$$

- l'adoucissement est une fonction linéaire de  $\frac{1}{P}$  en deçà de  $\frac{1}{P_c}$ .

Le paramètre  $P_c$  appelé point de cassure est une fonction de la composition chimique des aciers de construction. Pratiquement, le paramètre  $P_c$  marque le début du domaine de coalescence des carbures. Il correspond en fait à un revenu caractérisé par un couple température-temps pour lequel le temps est fixé à 1h.

Les inconnues, pour nous, sont l'énergie d'activation pour un acier à outil de type Z 38 CDV 5 3 et le point de cassure  $P_c$ .

Nous avons toutefois supposé que l'adoucissement en cours de service d'un acier à outil suivait également une loi d'équivalence température-temps gouvernée par une énergie d'activation et marquée par un point de cassure. Par hypothèse, le point de cassure est fixé entre  $550^\circ\text{C}-1\text{h}$  et  $600^\circ\text{C}-1\text{h}$ . C'est le revenu correspondant au pic de durcissement secondaire des aciers à outillages. L'énergie d'activation considérée est  $\Delta H_R = 420\text{kJmol}^{-1}$ .

La température équivalente de revenu est estimée par la modélisation analytique, et la relation d'équivalence température-temps nous donnera alors le temps de revenu équivalent.

Par hypothèse, le temps de revenu équivalent est égal aux brefs instants de contact pièce/outil, sous charge et avec glissement relatif de matière, cumulés dans le temps. Nous obtenons le nombre de pièces bonnes réalisables avec cet outil en divisant le temps de revenu par la durée de contact pièce / outil.

### 32. Résultats

Lorsqu'il n'existe pas d'évolution métallurgique en cours de service, une matrice peut réaliser  $N$  pièces, mais si les conditions thermomécaniques sont telles qu'une évolution microstructurale est présente, le nombre de pièces réalisables  $N$  décroît vers  $N'$ . Nous avons présenté nos résultats en prenant comme base une durée de vie de la matrice de 10000 pièces.

L'estimation de la durée de vie de l'outil est présentée figure 5-5, pour des températures de dernier revenu de l'acier à outil de  $550^\circ\text{C}$ ,  $575^\circ\text{C}$  et  $600^\circ\text{C}$ . Nous constatons qu'une augmentation de température en surface de l'outil de l'ordre de  $25^\circ\text{C}$  conduit à une diminution de la durée de vie de l'outil d'un facteur 10. L'intérêt du dernier revenu à haute température, proche de  $600^\circ\text{C}$ , est également mis en valeur dans la mesure où, par exemple, il permet un gain de durée de vie d'un facteur 40 par rapport à un dernier revenu à  $550^\circ\text{C}$ .



## Bibliographie chapitre 5

- [1] J. H. HOLLomon, L. D. JAFFE  
Time-temperature relations in tempering steel  
Trans. A.I.M.E., Vol. 162 [1945],p. 223-249
  
- [2] M. TOITOT, Ph. DOR  
Equivalence d' effet du temps et de la température sur les phénomènes de diffusion.  
Formule paramétrique applicable aux cycles thermiques. Détermination des temps de  
maintien équivalents  
Soudage et Techniques Connexes [1966], n° 5/6, p. 214
  
- [3] J. B. BARRALIS, G. MAEDER  
Métallurgie, tome2  
Collection ENSAM, 1983

**CHAPITRE 6**

**CONCLUSION**

**PERSPECTIVES**

**SOMMAIRE**

	Page
1. Conclusion.....	81
2. Perspectives.....	82

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

### PERSPECTIVES

#### 1. Conclusion

La présente étude constitue une contribution au développement du procédé de formage de précision d'éléments de denture pour boîte de vitesses. La prévision de l'effort de mise en forme en fin de forgeage, en liaison avec le degré de remplissage de l'outil a été plus particulièrement traitée.

Deux approches de simulation du procédé de forgeage ont été proposées dans cette étude. Ce sont des approches de type physique et analytique.

Les observations expérimentales sur pièces réelles confirment la visualisation des écoulements du matériau en simulation physique. La simulation physique et le développement d'une nouvelle méthode de dépouillement des essais, pour la phase finale de remplissage de l'outil, ont permis la prévision des efforts de mise en forme en fin de forgeage. Les valeurs des efforts de forgeage estimées par cette méthode sont en bon accord avec les valeurs mesurées en grandeur réelle. Toutefois ces résultats de simulation physique conduisent à des valeurs d'efforts inférieures aux résultats issus de la modélisation analytique.

A partir d'hypothèses fondées sur des observations expérimentales, nous avons développé deux modélisations analytiques 2.5D et 2D. Ces approches s'appuient sur la méthode des tranches et sont complétées par une analyse thermique du couple pièce/outil. Le couplage faible entre la modélisation mécanique isotherme et la modélisation thermique permet l'estimation de l'intensité et la répartition des contraintes axiales et radiales sur outils, ainsi que la prévision de la limite de remplissage des gravures outils (figure 6-1) en fonction de:

- géométrie de pièce,
- température de forgeage,
- caractéristiques mécaniques du matériau pièce,
- caractéristiques mécaniques du matériau outillage.

Les estimations d'effort de mise en forme en fin de forgeage, en liaison avec la précision géométrique de la pièce, sont données pour un pignon à denture droite et pour une pièce axisymétrique. Les résultats montrent une bonne corrélation entre les efforts de forgeage calculés et les efforts mesurés (figure 6-2).

La modélisation du problème thermique a montré que, globalement, la perte chaleur par contact statique entre la pièce et l'outil, est contrebalancée par la génération de chaleur par autoéchauffement et par frottement. La température du domaine en déformation est alors proche de la température initiale de préchauffage, et la contrainte d'écoulement est peu affectée.

Le couplage thermomécanique faible du modèle analytique a permis de réduire les écarts entre prédiction et résultats de mesure.

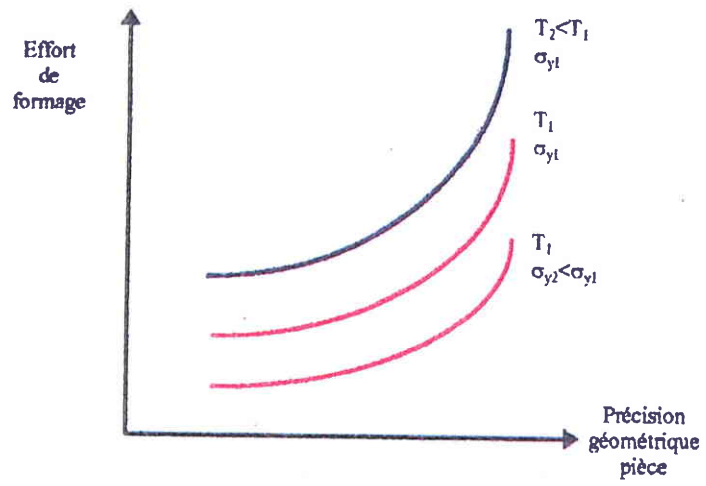


Fig. 6-1 Prédiction de la limite de remplissage des gravures outils

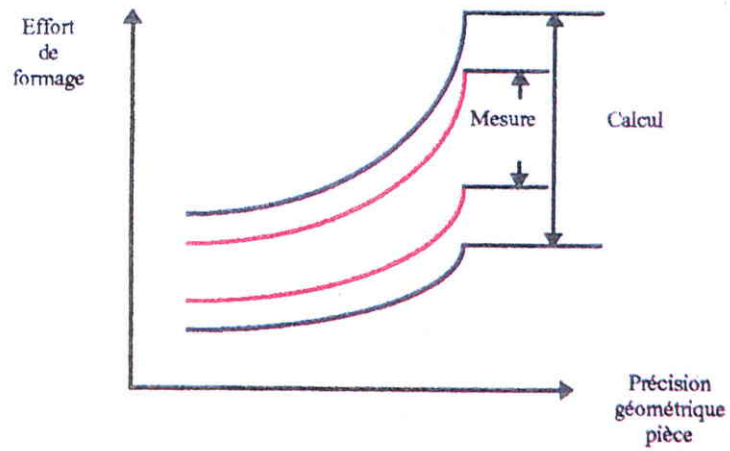


Fig. 6-2 Corrélation entre les efforts de forgeage calculés et les efforts mesurés

La modélisation analytique et la simulation physique apparaissent ainsi comme deux moyens de simulation complémentaires dans la mesure où chacune enrichit l'autre de ses résultats.

Nous avons également proposé une modélisation de la durée de vie des outils en fonction des conditions de pression et température à la surface des outils. Cette approche met en évidence l'intérêt des revenus à haute température ( de l'ordre de  $600^{\circ}\text{C}$  ) pour les outillages d'estampage à chaud.

L'application des résultats de simulation a permis de proposer des orientations (figure 6-3) en termes de:

- ♣ choix métallurgiques du matériau outillage par rapport aux solutions actuelles. Ainsi, avons-nous proposé des revenus à plus hautes températures des aciers pour outillage (♣) et l'utilisation de rechargement en superalliages (♦).
- ♥ optimisation de gammes de déformation par utilisation de matériaux modèles.

L'aspect très sensible du comportement du matériau sur l'effort de forgeage à mi-chaud a été montré et abordé au cours de notre étude.

La démarche proposée dans cette étude est appliquée aux dentures de pignon, mais elle laisse entrevoir des compléments ou des développements potentiels.

## 2. Perspectives

Le modèle analytique développé dans cette étude comporte deux modules. L'un mécanique isotherme, qui traduit la modélisation des tranches. L'autre thermique, qui s'appuie sur les équations du transfert de chaleur entre la pièce et l'outil. Cette architecture est adaptative pour permettre un développement et une adaptation à de nouvelles pièces automobiles. Les nouvelles modélisations pourraient être établies par:

- adaptation du module mécanique. Les pièces présentant un écoulement par filage marqué seront traitées en tenant compte du frottement contre la paroi latérale de l'outil.
- développement de la méthode des tranches planes. D'une façon générale, cette méthode nous permettra d'analyser les pièces globalement parallélépipédiques.

D'autre part, la modélisation analytique présente un aspect général compatible avec la prévision des efforts en fin de mise en forme de pièces frittées.

La simulation physique peut être développée simultanément pour vérifier les hypothèses de calcul et analyser l'écoulement.

Il est possible d'intégrer à la modélisation thermomécanique un module métallurgique. Ce module permettrait la mise en donnée de la simulation et le *post* - traitement des résultats, et conduirait à la prévision de la structure métallurgique et des caractéristiques mécaniques de la pièce, après refroidissement, en fonction de la composition chimique et des conditions de forgeage. Ce module

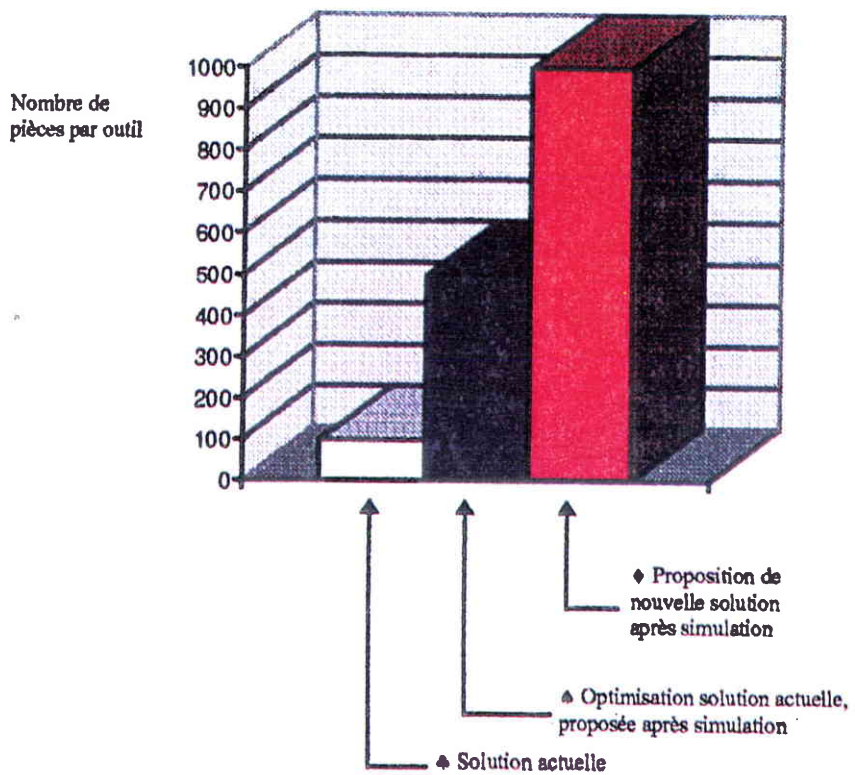


Fig. 6-3 Orientations en termes de choix métallurgiques du matériau outillage

indiquerait également les lois de refroidissement qui conduisent à des structures compatibles avec les opérations de mise en forme ultérieures (calibrage à froid, roulage, usinage,...).

Nous avons signalé au cours du chapitre 2, la nécessité de caractériser de façon complète le comportement mécanique et métallurgique du matériau. Nous avons abordé cet aspect en annexe 4 toutefois un important travail reste à réaliser, essentiellement au niveau de la validation des lois de comportement.

## **ANNEXES**

Simulation physique par matériaux modèles - Théorème de Vaschy-Buckingham

Films de la mise en forme de pièces en simulation physique

Résultats de simulation numérique FORGE 2

Analyse du comportement mécanique et métallurgique du matériau

Approche du transfert thermique entre la denture et l'outil



## ANNEXES

### SOMMAIRE

	<b>Page</b>
<b>Annexe 1:</b> Simulation physique par matériaux modèles - Théorème de Vaschy-Buckingham	85
<b>Annexe 2:</b> Films de la mise en forme de pièces en simulation physique .....	89
<b>Annexe 3:</b> Résultats de simulation numérique FORGE 2.....	95
<b>Annexe 4:</b> Analyse du comportement mécanique et métallurgique du matériau.....	99
<b>Annexe 5:</b> Approche du transfert thermique entre la denture et l'outil.....	117

## ANNEXE 1

### SIMULATION PHYSIQUE PAR MATERIAUX MODELES

La simulation physique par matériaux modèles utilisée en forge est un moyen de prévision de l'écoulement de la matière et des efforts de mise en forme. Mise en œuvre sur des maquettes d'outillages, elle est une aide à la conception des gammes de déformation économique, souple et rapide. Par contre, sa fiabilité est réduite si l'on ne suit pas certaines règles. Ces règles sont fixées par l'analyse dimensionnelle, qui indique les liens entre les variables du système original et les variables du système similaire et suggère la conduite des expériences [1 - 4].

#### 1. Le système original et le système similaire

##### 11. Le système original

Il est défini comme étant une opération réelle de mise en forme d'une pièce dans un matériau donné, caractérisé par sa nature et son état initial sur une machine donnée avec des géométries et des cinématiques d'outillages données [5, 6]. La similitude s'appuie sur un modèle du système original, représentation mathématique de la réalité. Ce modèle comporte:

- des variables (vitesse  $\underline{u}$ , champ de contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$ , contrainte d'écoulement  $\sigma_0$ , variable de comportement  $\lambda$ , et déformation généralisée  $\bar{\varepsilon}$ ) qui décrivent l'état réel,
- des équations (équations d'équilibre dynamique, de plasticité du matériau, des lois de comportement) qui expriment les lois physiques dominantes dans le matériau,
- des conditions aux limites (sur les surfaces libres et les surfaces de contact) qui expriment les lois physiques dominantes à la surface du matériau.

##### 12. Le système similaire

Le système similaire est une autre opération réelle de mise en forme à un instant différent sur une autre machine et dans d'autres conditions que l'on choisira. C' est une maquette du système original sur laquelle on doit pouvoir mesurer les variables  $(\underline{u}^*, \underline{\underline{\sigma}}^*, \lambda^*, \sigma_0^*, \bar{\varepsilon}^*)$  qui vérifient les mêmes équations et conditions aux limites que celles du système original.

#### 2. Approche des lois de similitude par l'analyse dimensionnelle

##### 21. Objectif

L'analyse dimensionnelle permet, connaissant les grandeurs intervenant dans un problème physique, de proposer la forme de l'équation liant ces différentes grandeurs en les regroupant sous forme de produits adimensionnels en nombre inférieur au nombre de grandeurs initiales. Elle permet également de généraliser les résultats d'expériences particulières et d'appliquer ces connaissances à des situations nouvelles moyennant le respect de certaines conditions appelées conditions de similitude [1 - 4].

##### 22. Notions de grandeurs physiques

Certaines grandeurs jouent un rôle particulier en physique car leurs unités de mesure peuvent être définies indépendamment des autres grandeurs. Ce sont des grandeurs fondamentales. En mécanique, ce

sont la masse  $M$ , la longueur  $L$  et le temps  $T$  qui constituent une base dans l'espace des phénomènes mécaniques. Les grandeurs non fondamentales définissables, soit directement, soit à l'aide de lois physiques à partir des grandeurs fondamentales sous la forme de relations monômes du type:

$$G = M^\alpha L^\beta T^\gamma$$

sont des grandeurs dérivées.

L'équation aux dimensions sera écrite symboliquement:

$$[G] = [M^\alpha L^\beta T^\gamma]$$

où  $\alpha, \beta, \gamma$  sont les dimensions de  $G$  par rapport à  $M, L, T$ .

### 23. Théorème de Vaschy-Buckingham

Une équation dimensionnellement homogène entre  $n$  grandeurs peut être mise sous la forme d'une équation entre  $n-p$  groupements sans dimension,  $p$  étant le nombre maximal des grandeurs dimensionnellement indépendantes qui interviennent dans l'équation considérée. En pratique, pour connaître la valeur de  $p$ , on dresse la matrice dimensionnelle des variables en fonction des grandeurs fondamentales ( $M L T$ ) et l'on cherche le rang de cette matrice, c'est à dire l'ordre le plus grand du déterminant non nul. Pour former les produits sans dimensions, on choisira  $p$  grandeurs indépendantes (déterminant d'ordre  $p \neq 0$  sur la base fondamentale initiale) comme base du nouveau système d'unités sur laquelle on exprimera les autres grandeurs. En effet, si l'on a l'équation

$$[G_i] = [G_1^{\alpha_i} G_2^{\beta_i} G_3^{\gamma_i}]$$

soit

$$[M^{x_i} L^{y_i} T^{z_i}] = [M^{x_1} L^{y_1} T^{z_1}]^{\alpha_i} [M^{x_2} L^{y_2} T^{z_2}]^{\beta_i} [M^{x_3} L^{y_3} T^{z_3}]^{\gamma_i}$$

qui entraîne le système de Cramer suivant

$$\begin{cases} x_i = x_1 \alpha_i + x_2 \beta_i + x_3 \gamma_i \\ y_i = y_1 \alpha_i + y_2 \beta_i + y_3 \gamma_i \\ z_i = z_1 \alpha_i + z_2 \beta_i + z_3 \gamma_i \end{cases}$$

Ce système admet une solution unique  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ , puisque le déterminant d'ordre  $p \neq 0$ , et le produit

$$\Pi_i = \frac{G_i}{G_1^{\alpha_i} G_2^{\beta_i} G_3^{\gamma_i}}$$

sera sans dimensions.

A partir des variables d'un problème, on peut former plusieurs séries complètes de produits  $\Pi$  alors qu'une seule suffit pour formuler la loi physique. On peut bien sûr passer d'une série complète de produits  $\Pi$  à une autre série complète par combinaison produit ou quotient des groupements  $\Pi$  de la première série.

### 3. Essais sur maquettes

Une correspondance entre grandeurs physiques peut s'exprimer par une équation liant leur intensité qui est indépendante des unités choisies pour les mesurer. De même, un phénomène physique s'observe quelles que soient les dimensions générales de l'objet de l'étude et les intensités des grandeurs physiques actives, pour autant que les expériences ne fassent intervenir qu'un même nombre de grandeurs dans des conditions initiales et des limites comparables. Cela permet de mettre en oeuvre une maquette à échelle réduite sur laquelle on mesure les grandeurs intéressantes et, par application de conditions de similitude, de déterminer les intensités homologues sur le prototype. En effet, pour deux systèmes, le prototype (système original) et la maquette (système similaire) soumis à la même loi,

$$\varphi(G_1, G_2, \dots, G_i, \dots, G_n) = 0$$

que nous pouvons écrire

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_i, \dots, \Pi_n)$$

pour le système original et

$$\Pi'_1 = f(\Pi'_2, \Pi'_3, \dots, \Pi'_i, \dots, \Pi'_n)$$

pour le système similaire. Si les valeurs numériques des  $\Pi_i$  sont égales aux valeurs des  $\Pi'_i$ , cela entraîne  $\Pi_i = \Pi'_i$ .

Si les grandeurs sont repérées dans le même système d'unités pour le système original et le système similaire, masse, longueur et temps sont tels que

$$m = k_m m'$$

$$l = k_l l'$$

$$t = k_t t'$$

$k_l, k_m, k_t$  étant les facteurs d'échelles de masse, longueur et temps. De même, les nombres qui mesurent les grandeurs  $G_i$  sont tels que  $g_i = k_i g'_i$ .

Alors, pour que  $\Pi_i = \Pi'_i$ , c'est à dire,

$$\frac{g_i}{g_1^{\alpha_i} g_2^{\beta_i} g_3^{\gamma_i}} = \frac{g'_i}{g'_1{}^{\alpha_i} g'_2{}^{\beta_i} g'_3{}^{\gamma_i}},$$

il faut

$$k_i = k_1^{\alpha_i} k_2^{\beta_i} k_3^{\gamma_i}$$

ce qui est toujours réalisé si les  $k_i$  sont liés aux  $k_m, k_l, k_t$  par  $k_i^{\lambda_i} k_m^{\mu_i} k_t^{\nu_i}$ , relation dont la forme est semblable à celle de l'équation aux dimensions de la grandeur  $G_i$ .

L'emploi de certains matériaux ne permet pas de respecter simultanément toutes les conditions, aussi est-on amené à négliger certaines grandeurs: on a alors une similitude restreinte.

## Bibliographie annexe 1

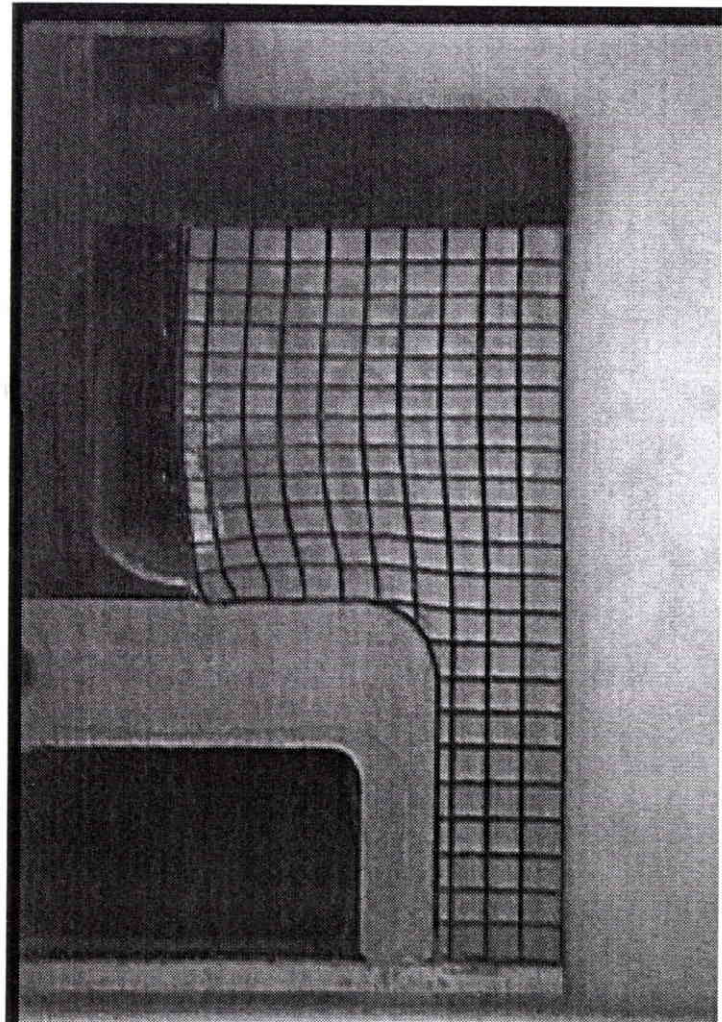
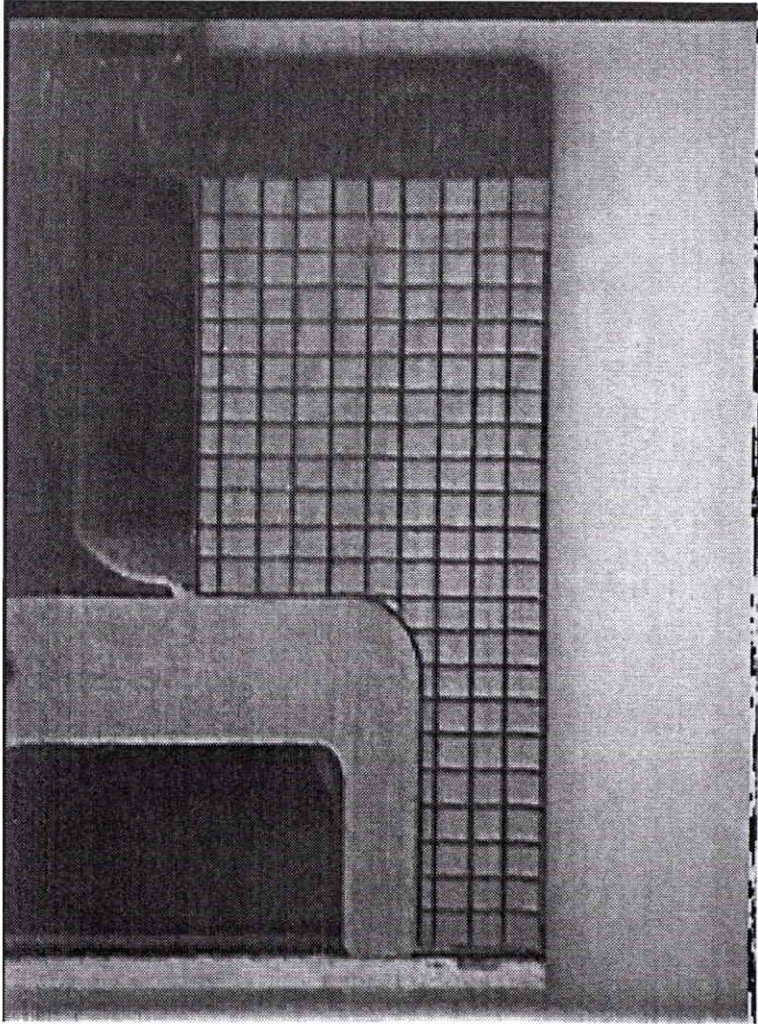
- [1] L. SEDOV  
Similitude et dimensions en mécanique  
Editions de Moscou 1972  
Traduction Française - Editions Mir - 1977
  
- [2] B. PONTHEIU  
Théorie des similitudes  
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz, 1989
  
- [3] R. HERBACH  
Analyse prévisionnelle  
Institut Polytechnique de Sévenans, 1995
  
- [4] P. CELESTRE  
Théorie généralisée d'analyse dimensionnelle et de similitude  
Congrès de Mécanique appliquée, 1957
  
- [5] CEMEF [Centre de Mise en Forme des Matériaux - ENSMP]  
Séminaire de plasticité et mise en forme des métaux  
Sophia Antipolis - 17 - 21 Septembre 1990
  
- [6] P. BAQUE, E. FELDER, J. HYAFIL, Y. DESCATHA  
Mise en forme des matériaux  
Dunod, Vol. 1, 1973



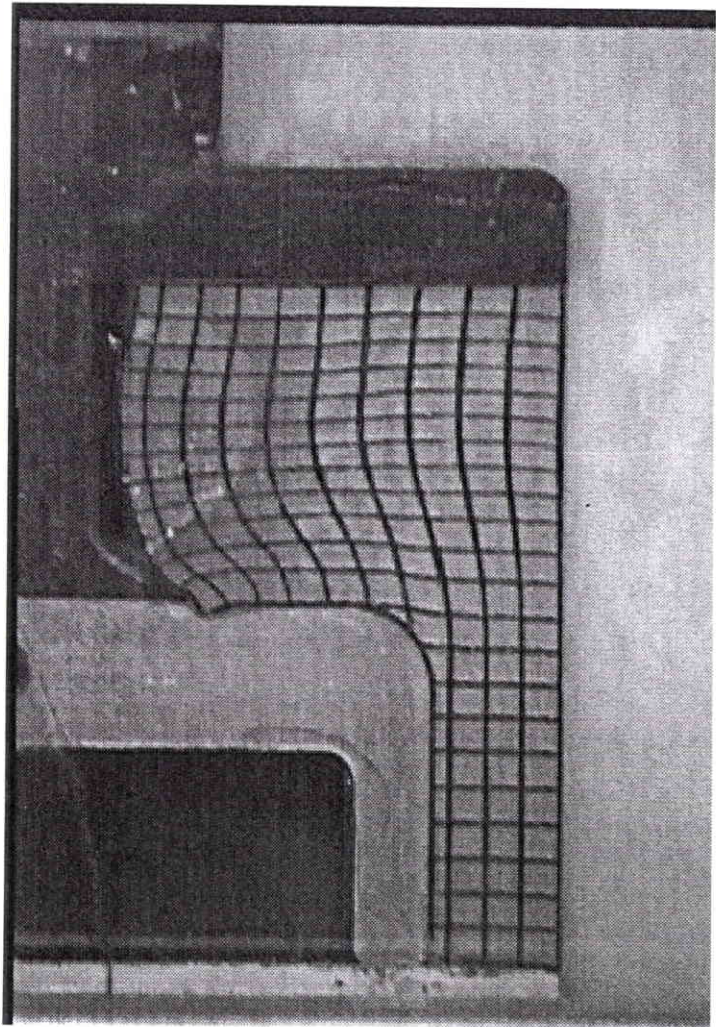
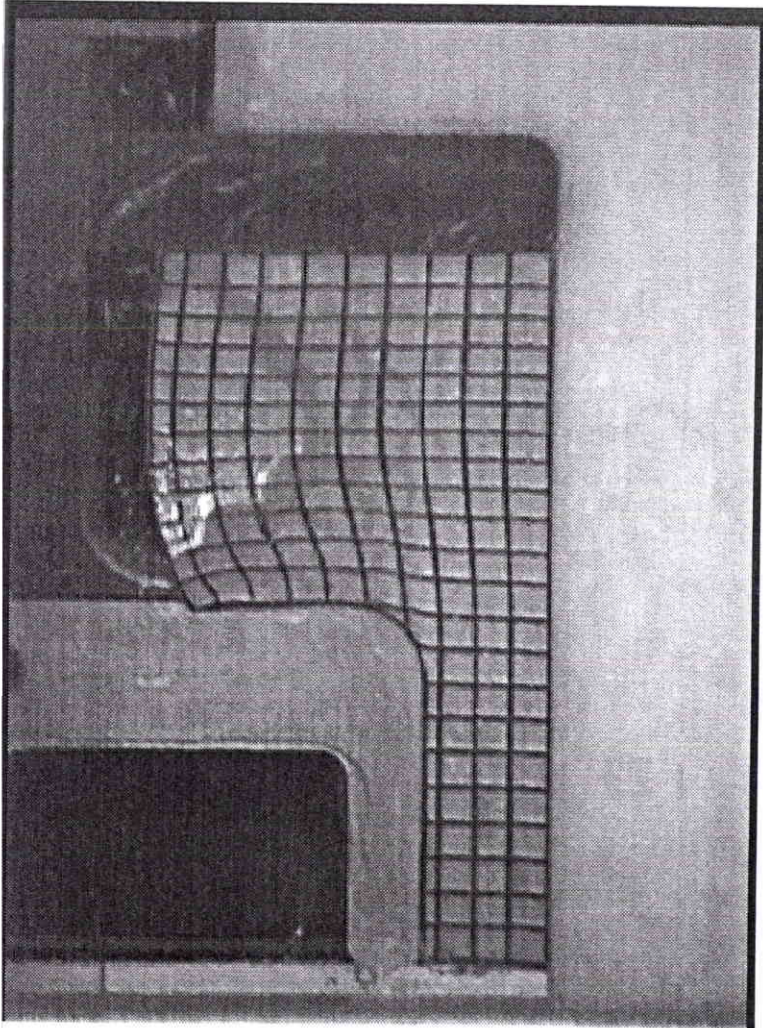
ANNEXE 2a

*Ebauche axisymétrique  
de type " a "  
en déformation dans la maquette*

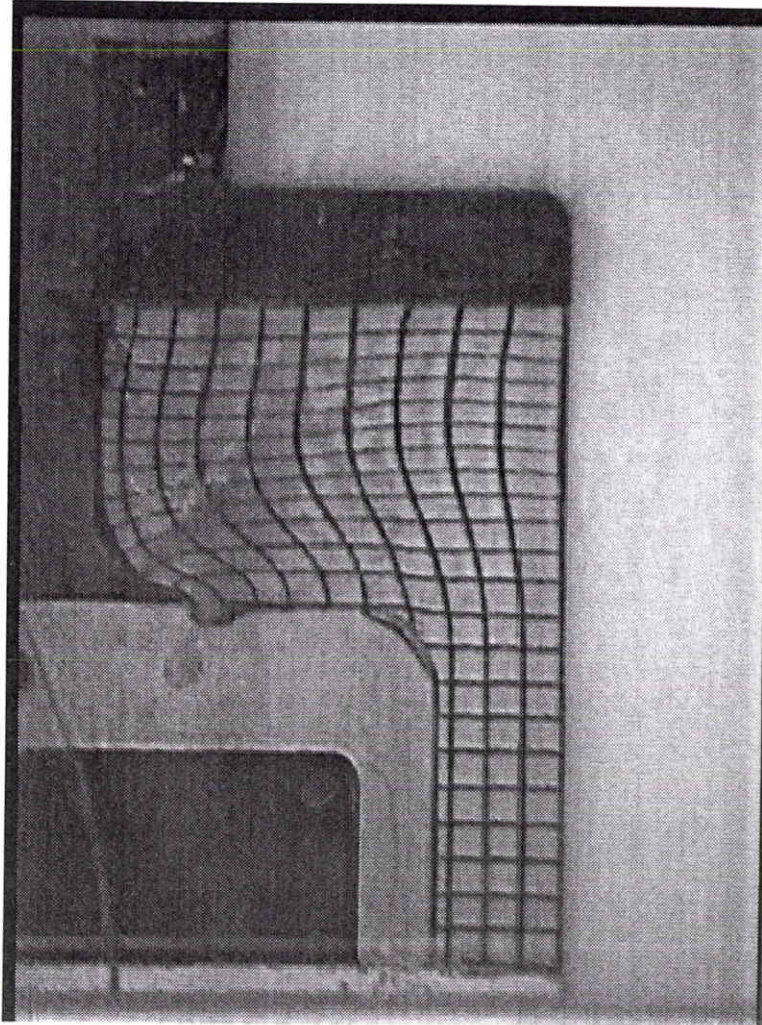
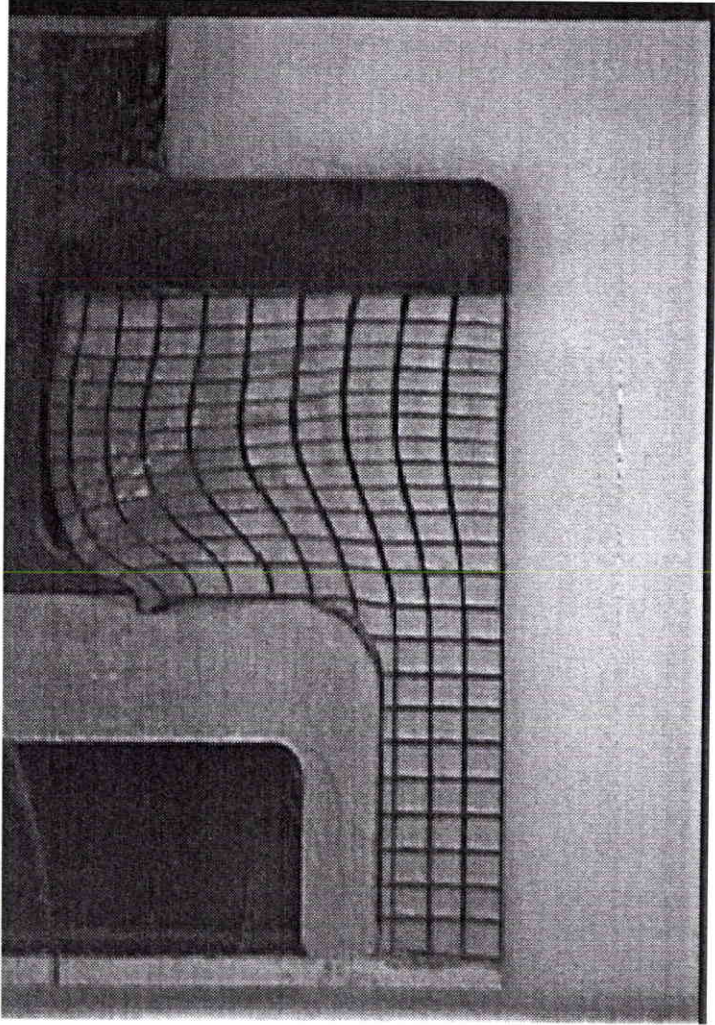
*Film de l'écoulement  
en matrice axisymétrique*









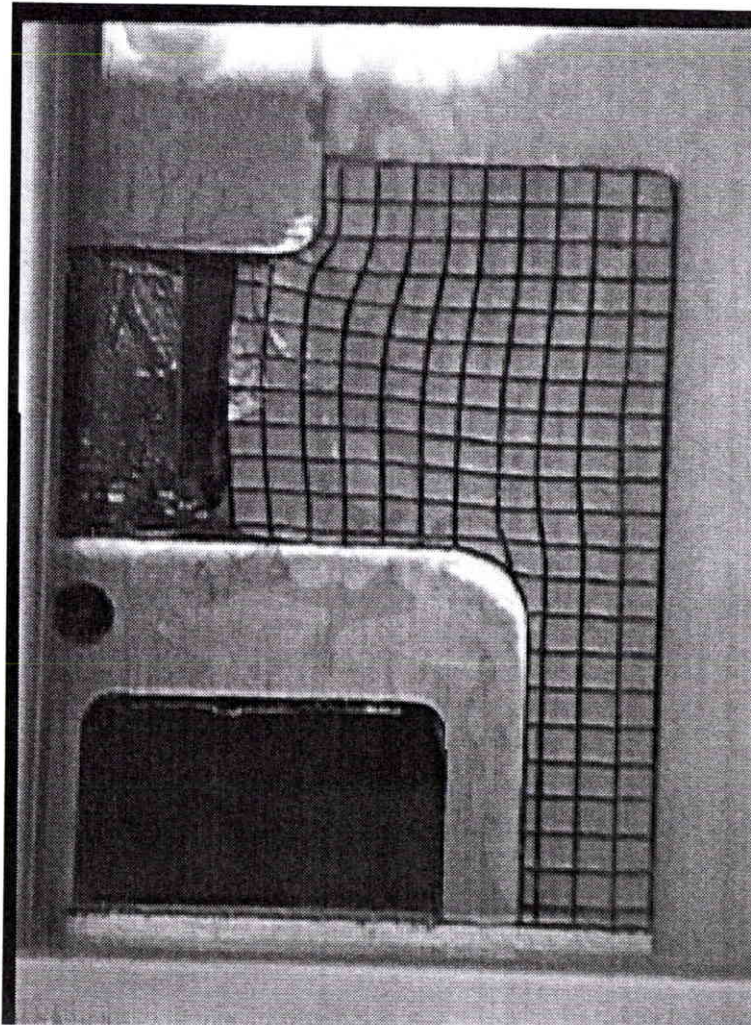
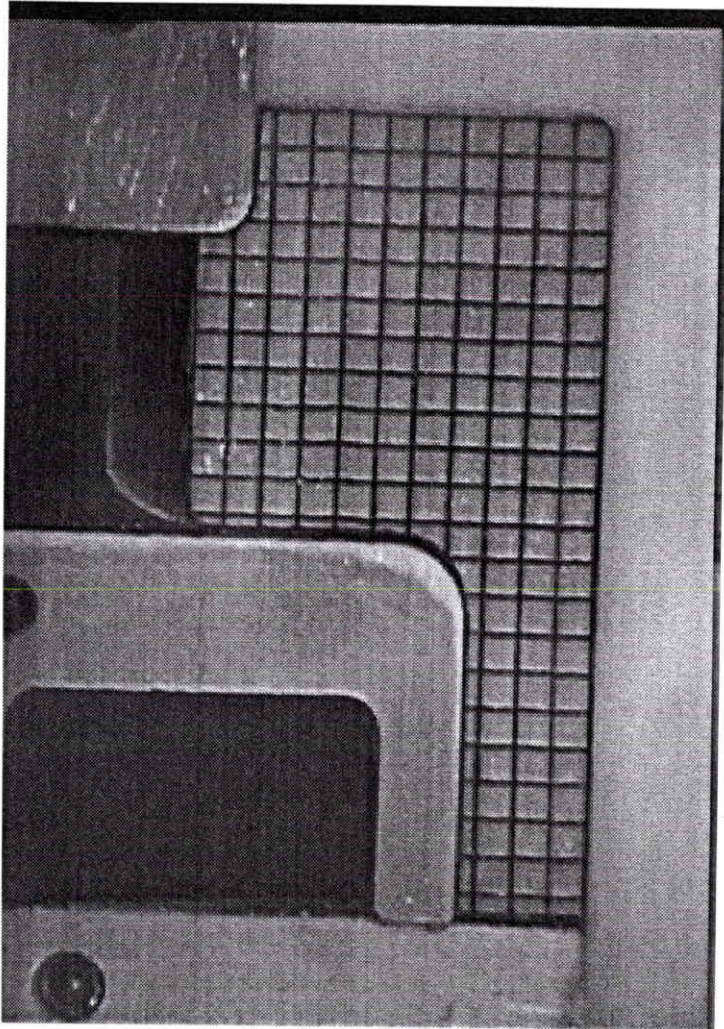




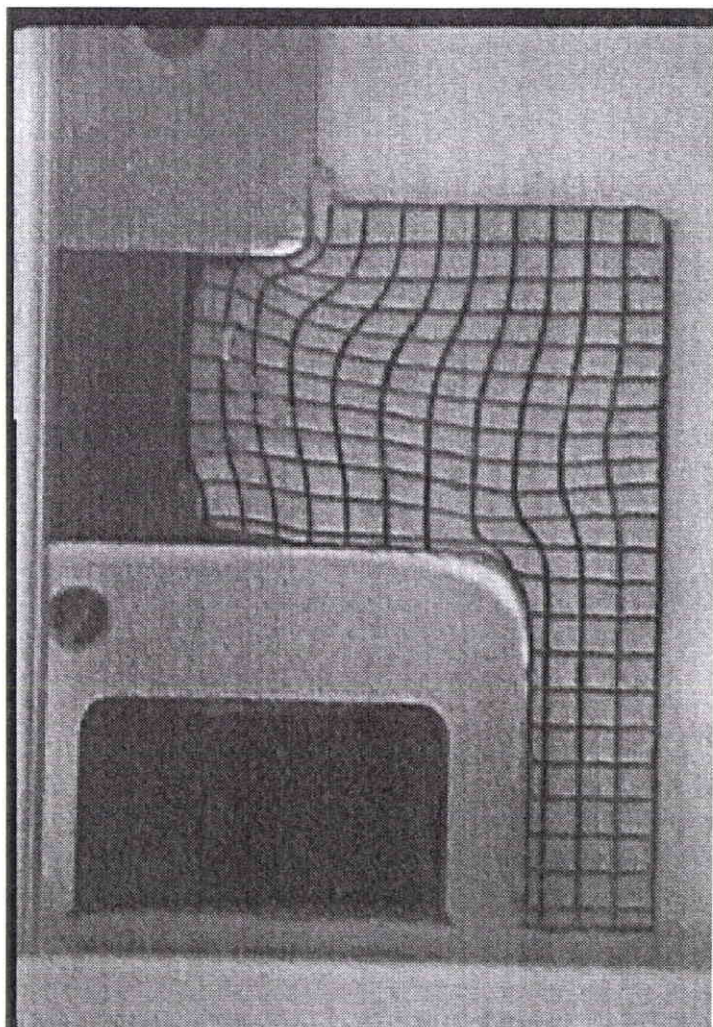
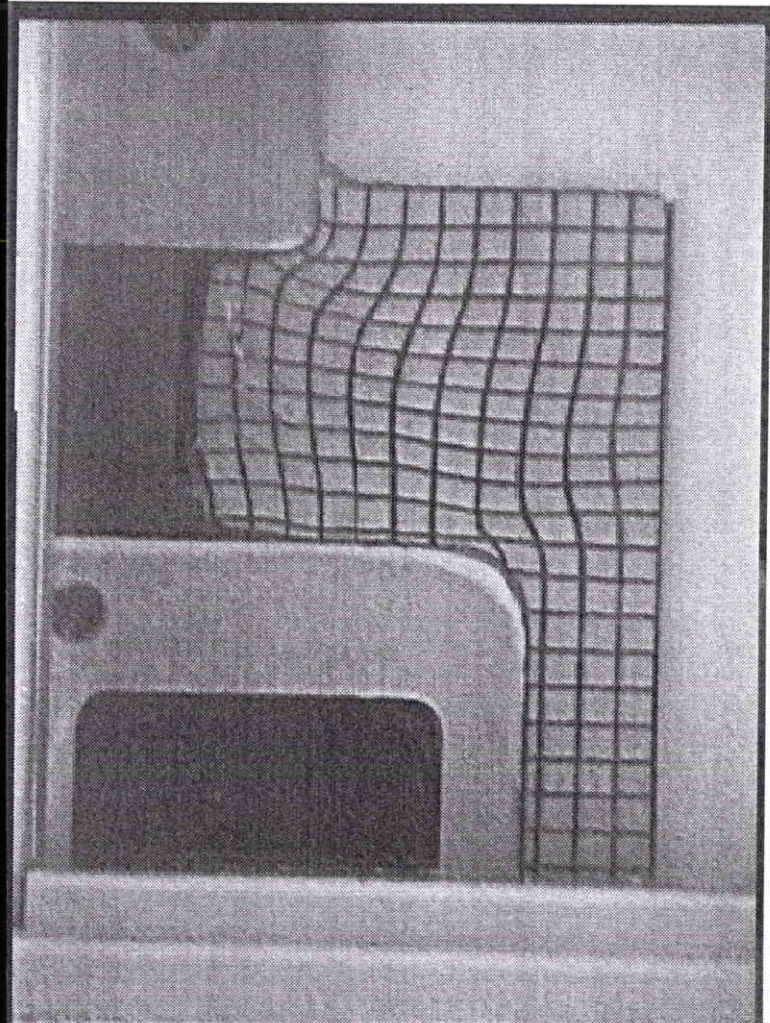
**ANNEXE 2b**

*Ebauche axisymétrique  
de type " b "  
en déformation dans la maquette*

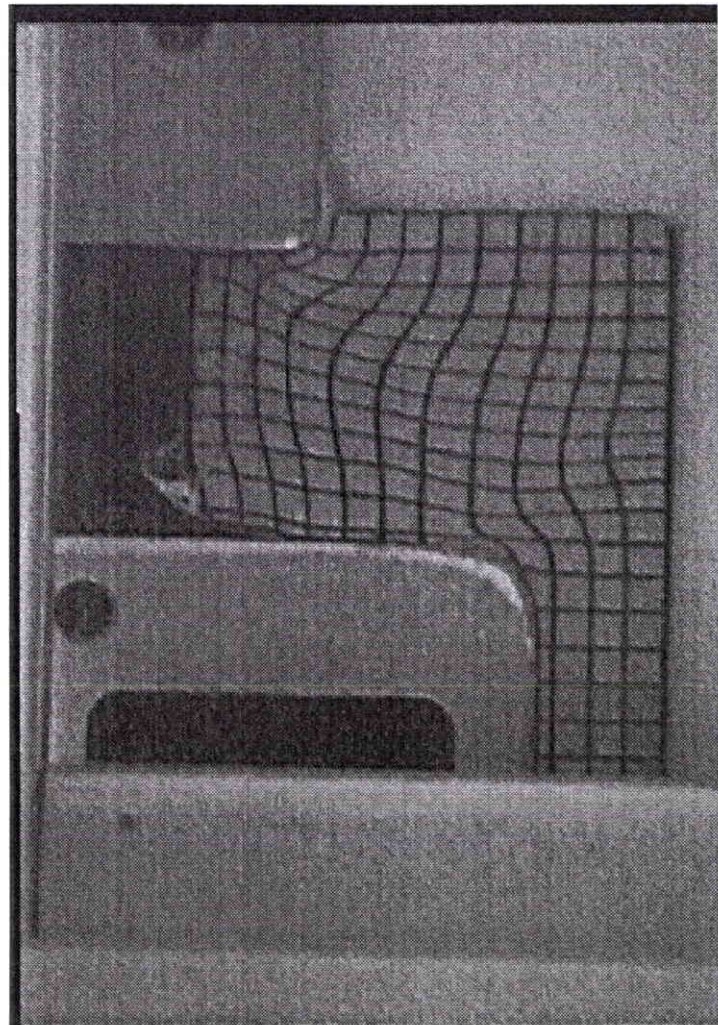
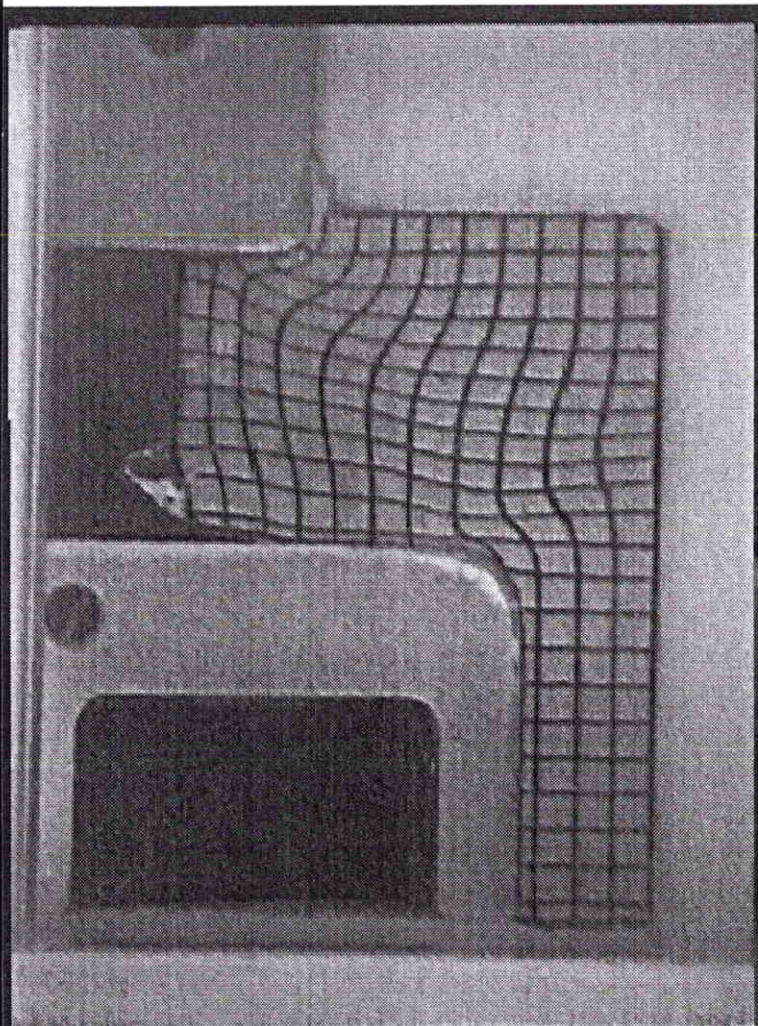
*Film de l'écoulement  
en matrice axisymétrique*











## ANNEXE 3

### SIMULATION NUMERIQUE

#### RESULTATS FORGE 2

La méthode des éléments finis est un procédé de résolution pour l'étude de la répartition des contraintes et déformations dans des domaines de forme complexe. Le domaine est subdivisé en sous-domaines, les éléments. Pour chaque élément on développe les variables ou fonctions inconnues à l'aide de fonctions d'interpolation dépendantes des coordonnées spatiales. Les coefficients de ces polynômes sont déterminés à partir des valeurs des fonctions en certains points particuliers de l'élément, les noeuds. Les équations du problème subissent un traitement intégral, avant leurs exploitations par la méthode des éléments finis du type variationnel, dans la majorité des cas. Le point sensible est la convergence de la solution vers la solution exacte. Dans certaines configurations de maillage, la solution peut ne pas converger ou converger vers une solution qui n'est pas la solution exacte. Les temps de calcul atteignent actuellement plusieurs jours pour une pièce complexe, mais seront revus fortement à la baisse avec l'arrivée sur le marché de nouvelles stations plus performantes. Il reste encore des problèmes de pertes de volume importantes (jusqu'à 10% dans certains cas) dus à la gestion du contact pièce/outil. D'autre part, la mise en données n'est pas suffisamment évolutive pour tenir compte des lois de comportement mécanique des matériaux de plus en plus complexes (annexe 4).

#### 1. Hypothèses de calcul

##### 11. Pièce retenue

La pièce retenue est de géométrie axisymétrique, proche de la géométrie d'un pignon à denture droite.

##### 12. Géométrie des ébauches

Les géométries des ébauches sélectionnées sont conformes à celles définies pour le développement industriel du pignon à denture droite (en particulier même volume). La première, ébauche de type " a " est destinée à l'écrasement simple. La seconde, ébauche de type " b " est définie pour le filage radial. D'une façon générale la déformation est réalisée à partir de la face arrière de la pièce.

##### 13. Hypothèses de calcul

Les hypothèses de calcul sont présentées tableau A3-1 et reprennent les conditions de simulation analytique.

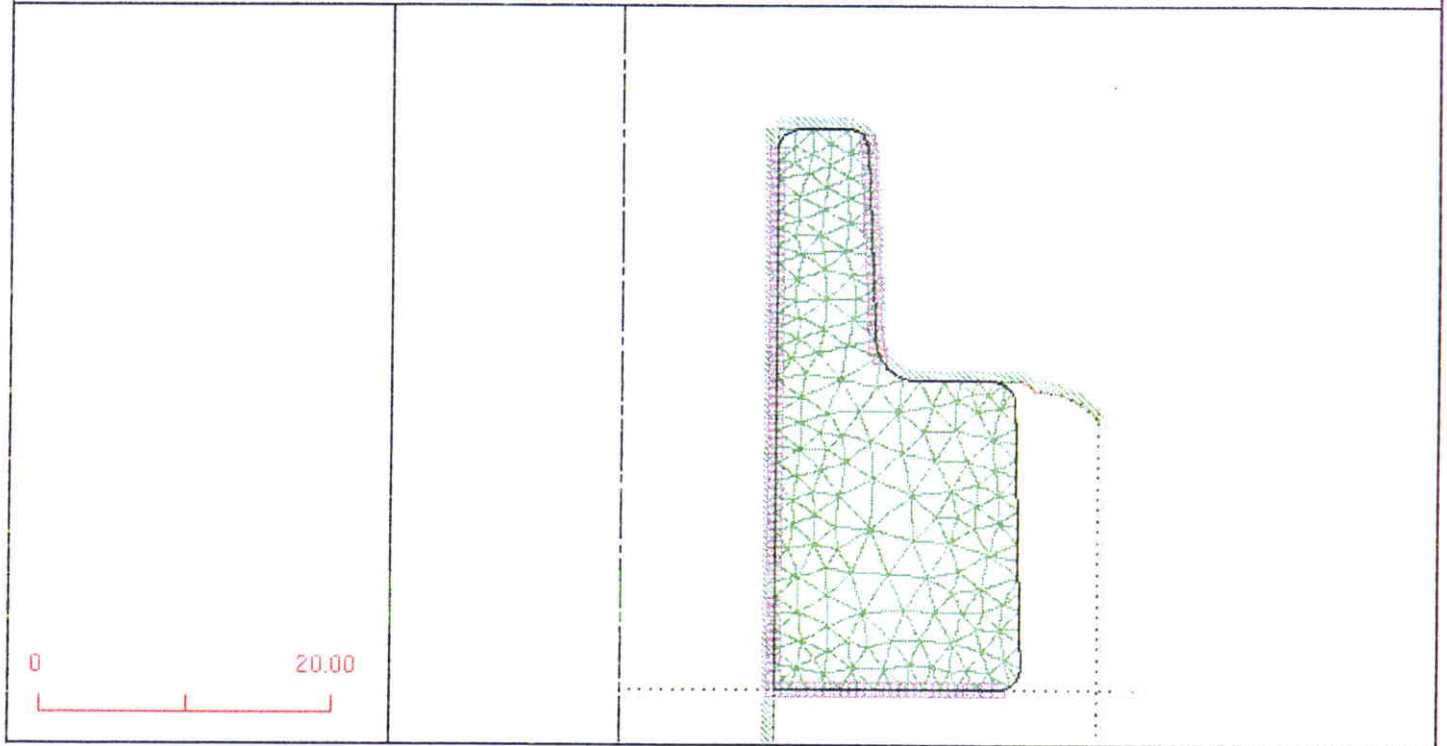
#### 2. Résultats de simulation

Les cartes de déformation généralisée, de contraintes équivalentes et de température serviront de support aux résultats de simulation. Les maillages dans la configuration initiale sont présentés figure A3-1 et figure A3-2. Ils sont représentatifs du type de maillage utilisé dans l'industrie, compromis entre le temps de calcul et la qualité des résultats.

##### 21. Dépouillement qualitatif des essais



PEUGEOT  
INCR. CALCUL No : 1 h = 38.16(mm) t = .1741(s) FICHIER: lisse.don



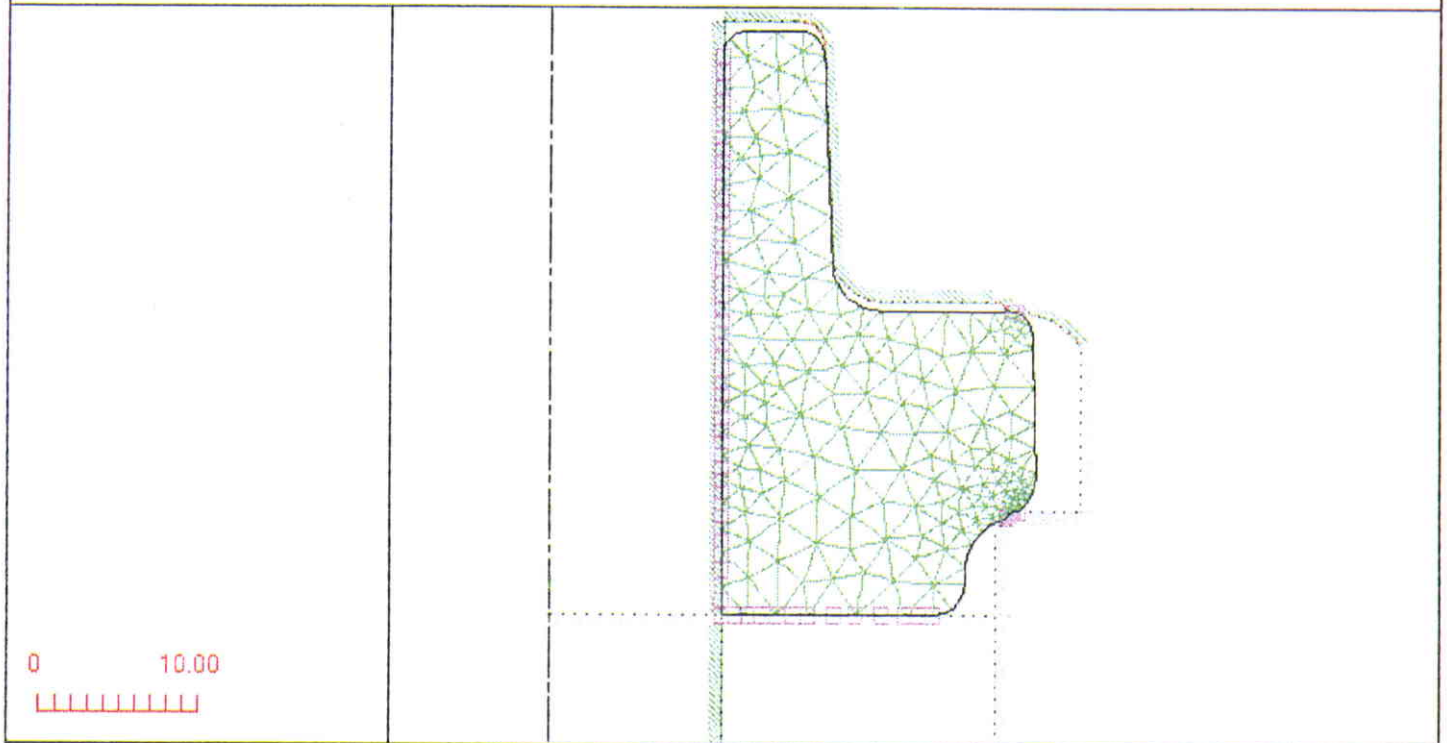
*Fig. A3-1 Configuration initiale avec maillage pièce " a "*

FORGE2 V2.7

PEUGEOT

Cemef

INCR. CALCUL No : 1 h = 36.47(mm) t = .1811(s) FICHIER: lisse.don



*Fig. A3-2 Configuration initiale avec maillage pièce " b "*

FORGE2 V2.7

ISOVALEURS DE DEFORMATION GENERALISEE (sans unite)

INCR. CALCUL No : 14 h = 31.25(mm) t = .2098(s) FICHER: lisse.don

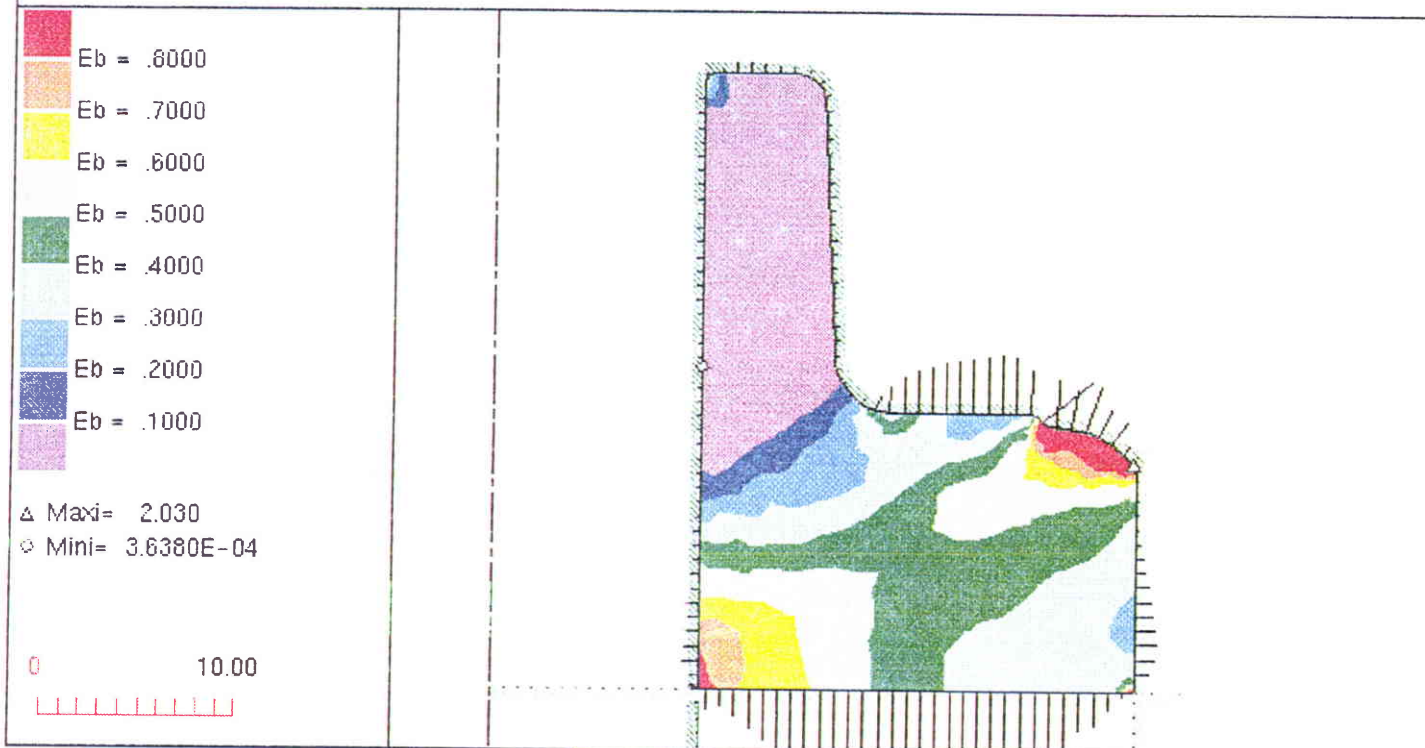


Fig. A3-3 Carte de déformation généralisée pièce " a "

PEUGEOT

Cemef

ISOVALEURS DE DEFORMATION GENERALISEE (sans unite)

INCR. CALCUL No : 20 h = 31.88(mm) t = .2079(s) FICHER: lisse.don

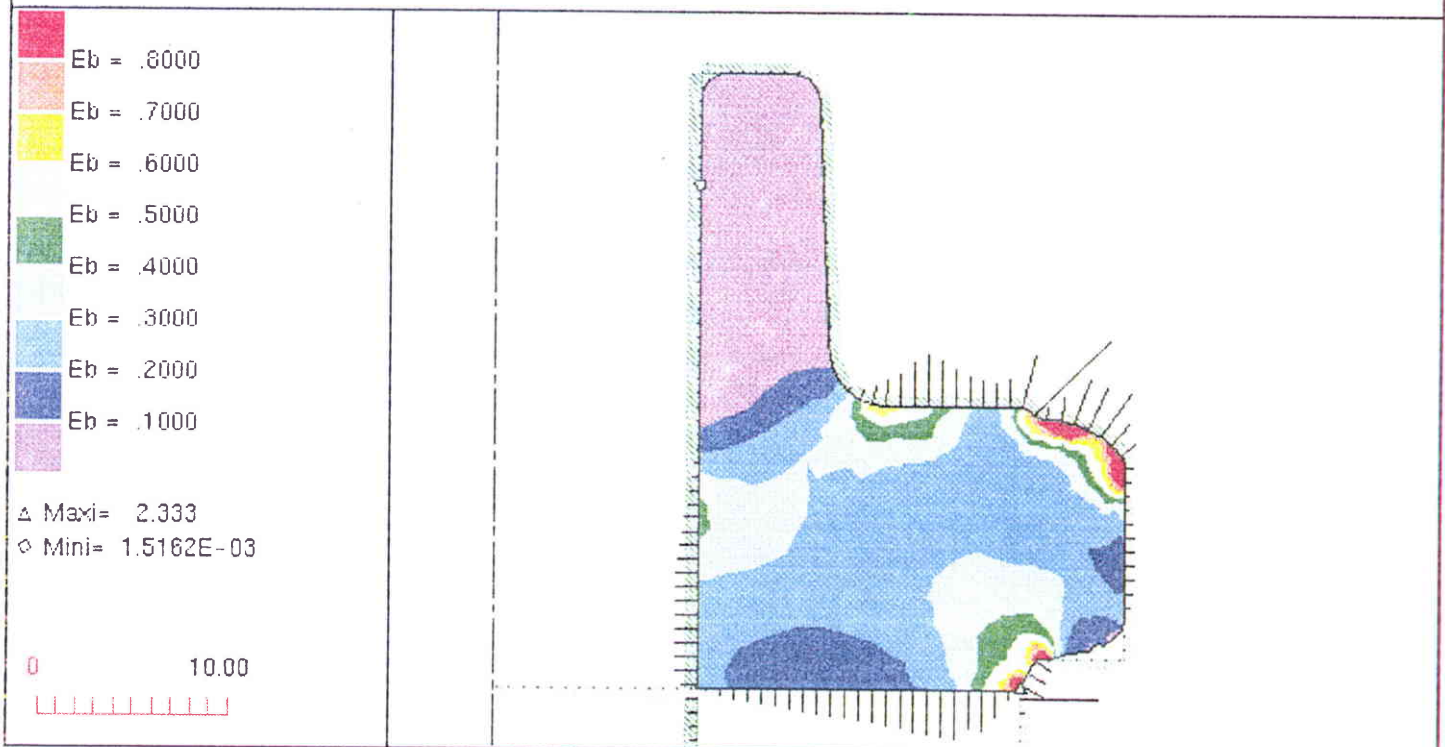


Fig. A3-4 Carte de déformation généralisée pièce " b "

L'analyse qualitative de l'écoulement sera effectuée à partir de la carte de déformation généralisée. Ces cartes sont établies pour le dernier incrément de calcul: 15 incréments de calcul pour l'ébauche de type " a " et 20 incréments pour la simulation de type " b ".

## 211. Ecoulement de la matière dans l'outil

### 2111. Ecoulement pour l'ébauche de type " a " - figure A3-3

La simulation FORGE 2 fait apparaître un bon remplissage de l'outil. La déformation est localisée dans la région du plateau de la pièce. Le canon du pignon est une zone morte de l'écoulement (déformation généralisée inférieure à 0.1). La région équivalente à l'entrée de dent est bien remplie. La région équivalente à la sortie de dent est remplie de façon complète (la valeur du rayon d'arête bas est estimée à 0.5 mm). Les essais réels (chapitre 3) et la simulation physique (chapitre 2) ont fait apparaître ce type d'écoulement.

### 2112. Ecoulement pour l'ébauche de type " b " - figure A3-4

L'écoulement de la matière pour l'ébauche de type " b " est différent du précédent écoulement. Si la déformation reste localisée dans le plateau de la pièce alors que le canon est une zone morte, des différences apparaissent. Le remplissage de la région correspondant à la sortie de dent est mal remplie. Le rayon d'arête bas est estimé à 1.5 mm. Par contre l'entrée de dent fictive est bien remplie.

## 212. Dépouillement des cartes de simulation

### 2121. Cartes de déformation généralisée

#### a) Ebauche de type " a " - figure A3-3

La carte de déformation généralisée montre une déformation globale de 0.4 à 0.5. Les régions les plus déformées sont équivalentes à l'entrée de dent et à la région de raccordement poinçon / aiguille (l'aiguille garantit l'alésage de la pièce). Elles peuvent traduire un repli numérique pour la première ou un départ de bavure entre les deux outils pour la seconde. La région de la pièce en contact avec le poinçon présente un gradient déformation important (de 0.8 proche de l'axe à 0.3 proche du diamètre extérieur), dû au frottement pièce / outil. La région en contact avec l'arrondi de l'outil (raccordement canon / plateau) fait apparaître une déformation généralisée évoluant de 0.1 à 0.5 traduisant l'écoulement de la matière avec frottement.

#### b) Ebauche de type " b " - figure A3-4

La déformation généralisée globale est de l'ordre de 0.2 à 0.4. L'entrée de dent est bien remplie (déformation supérieure à 0.8) mais la sortie de dent présente un rayon d'arête bas de 1.5 mm (déformation modérée, inférieure à 0.2). Le gradient de déformation dans la région de raccordement plateau / canon est plus élevé que précédemment: la déformation généralisée varie de 0.1 à 0.6. La déformation au niveau du contact de la matière avec le poinçon inférieur montre une localisation de l'écoulement proche de l'arrondi de l'outil (région équivalente à la sortie de dent). La matière en contact avec le poinçon n'est pratiquement pas déformée (déformation inférieure à 0.2).

### 2122. Cartes de température



ISOVALEURS DE TEMPERATURES (Celsius)

INCR. CALCUL No : 15 h = 31.25(mm) t = .2098(s) FICHER: lisse.don

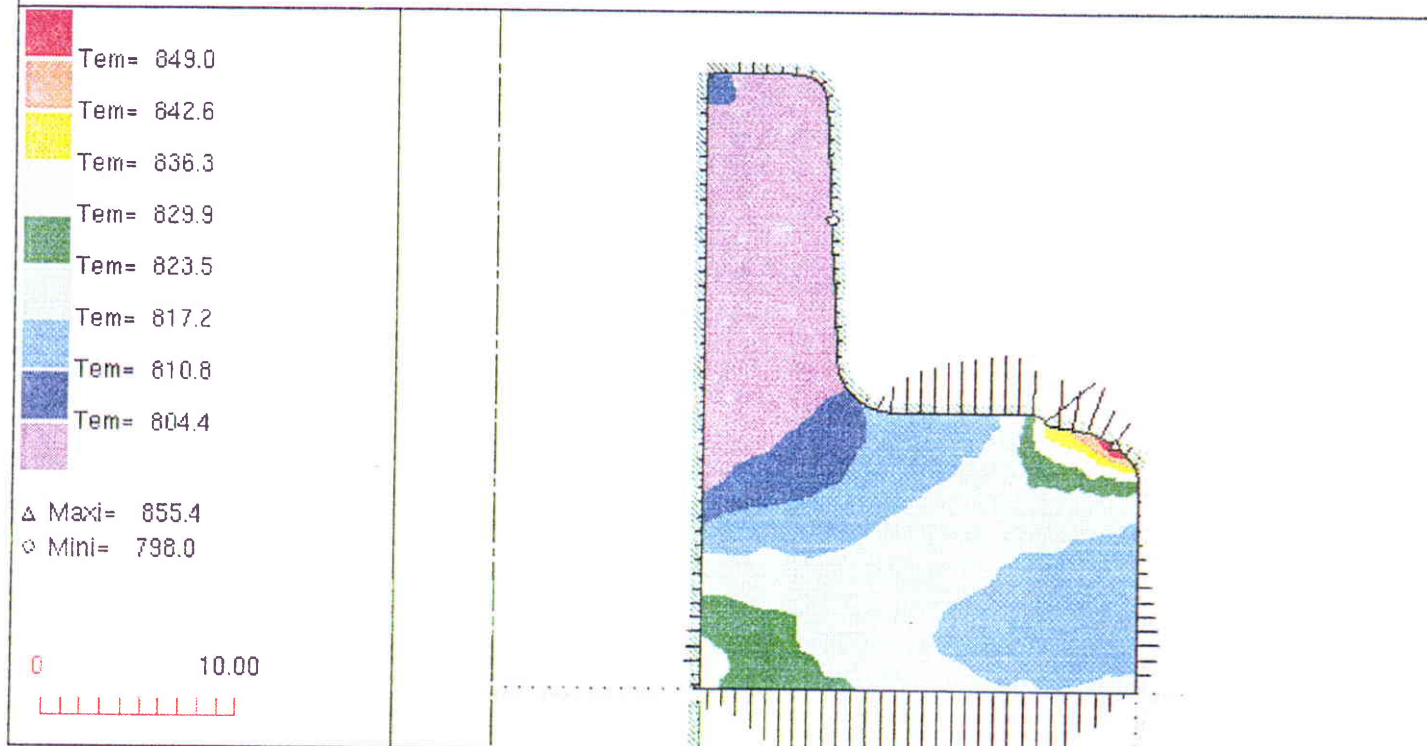


Fig. A3-5 Carte de température pièce " a "

FORGE2 V2.7

ISOVALEURS DE TEMPERATURES (Celsius)

INCR. CALCUL No : 20 h = 31.88(mm) t = .2079(s) FICHER: lisse.don

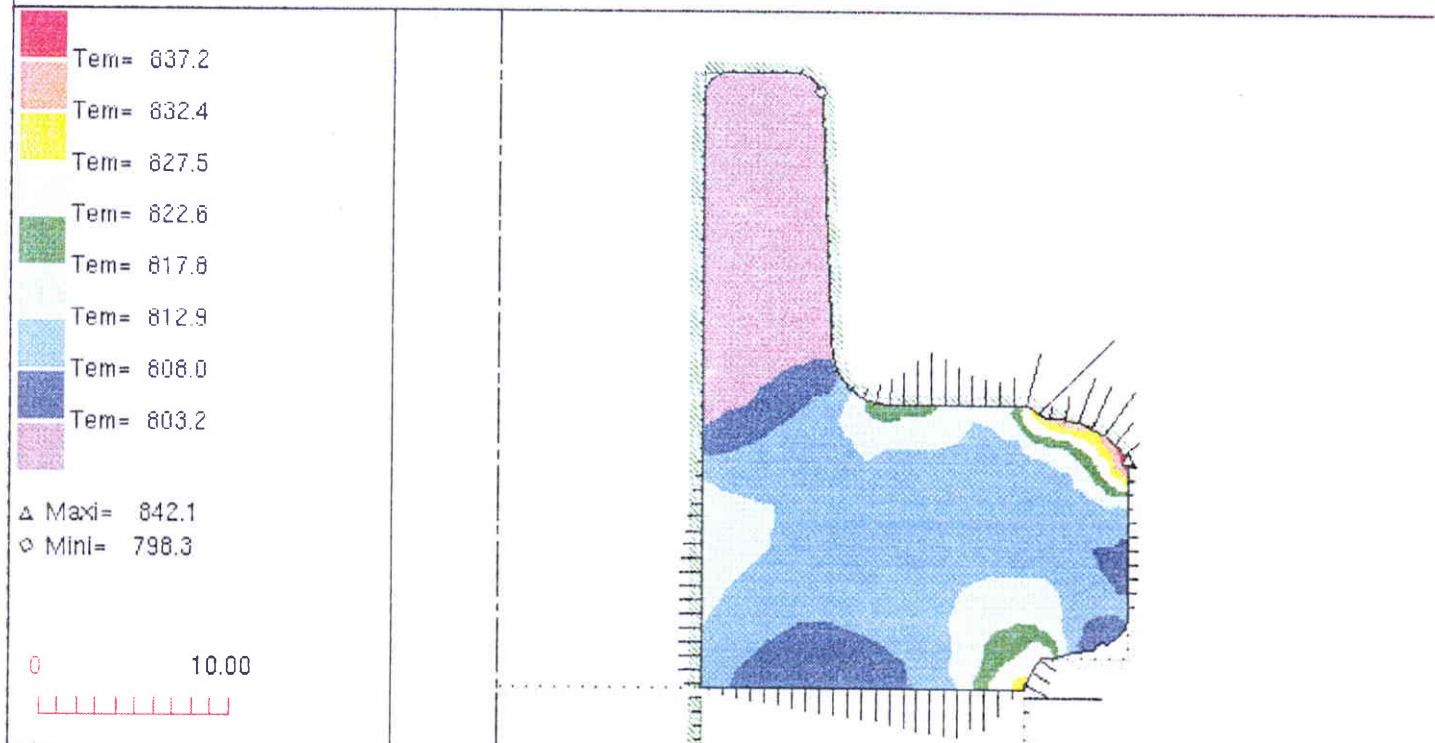


Fig. A3-6 Carte de température pièce " b "

FORGE2 V2.7



ISOVALEURS DE CONTRAINTE SIGMAequivalente (Mpa)

INCR. CALCUL No : 14 h = 31.25(mm) t = .2096(s) FICHER: lisse.don

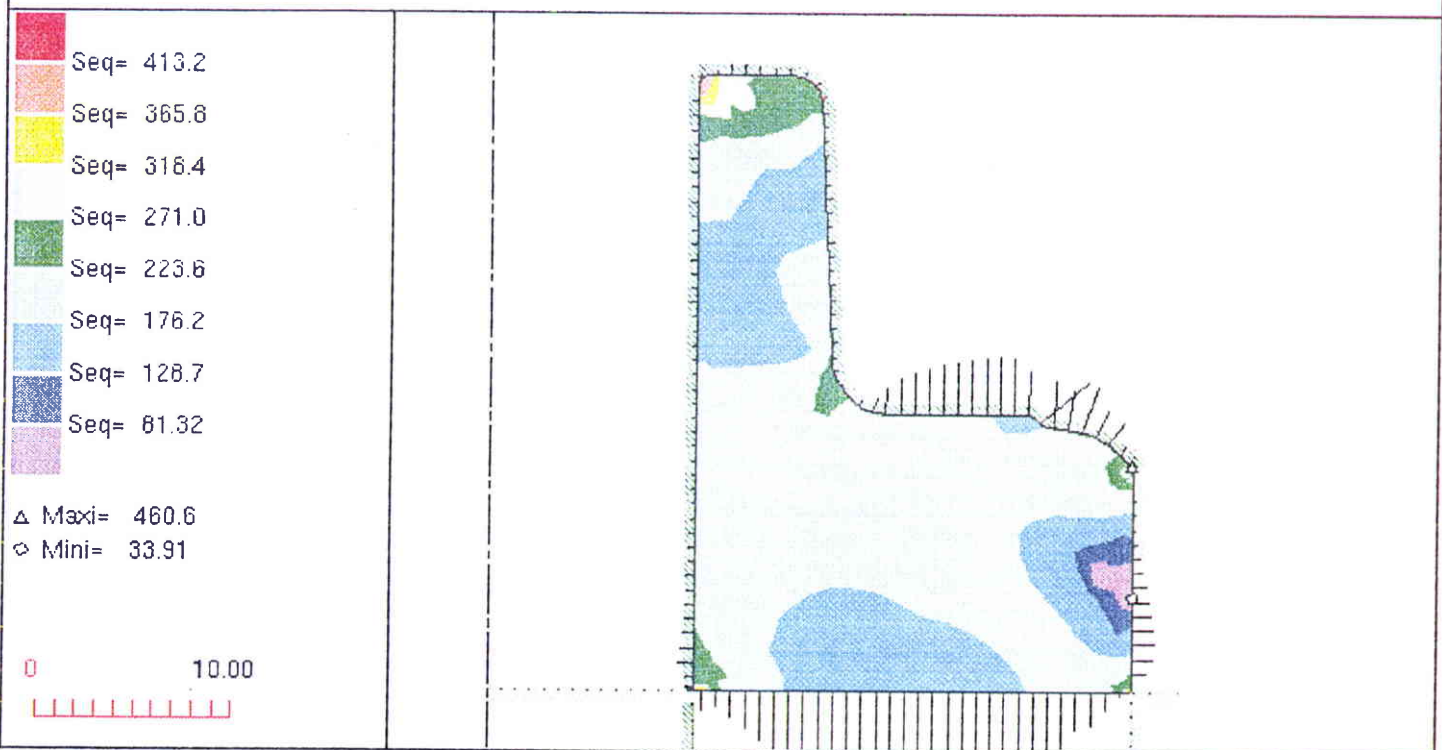


Fig. A3-7 Carte de contraintes équivalentes pièce " a "

FORGE2 V2.7

ISOVALEURS DE CONTRAINTE SIGMAequivalente (Mpa)

INCR. CALCUL No : 20 h = 31.88(mm) t = .2079(s) FICHER: lisse.don

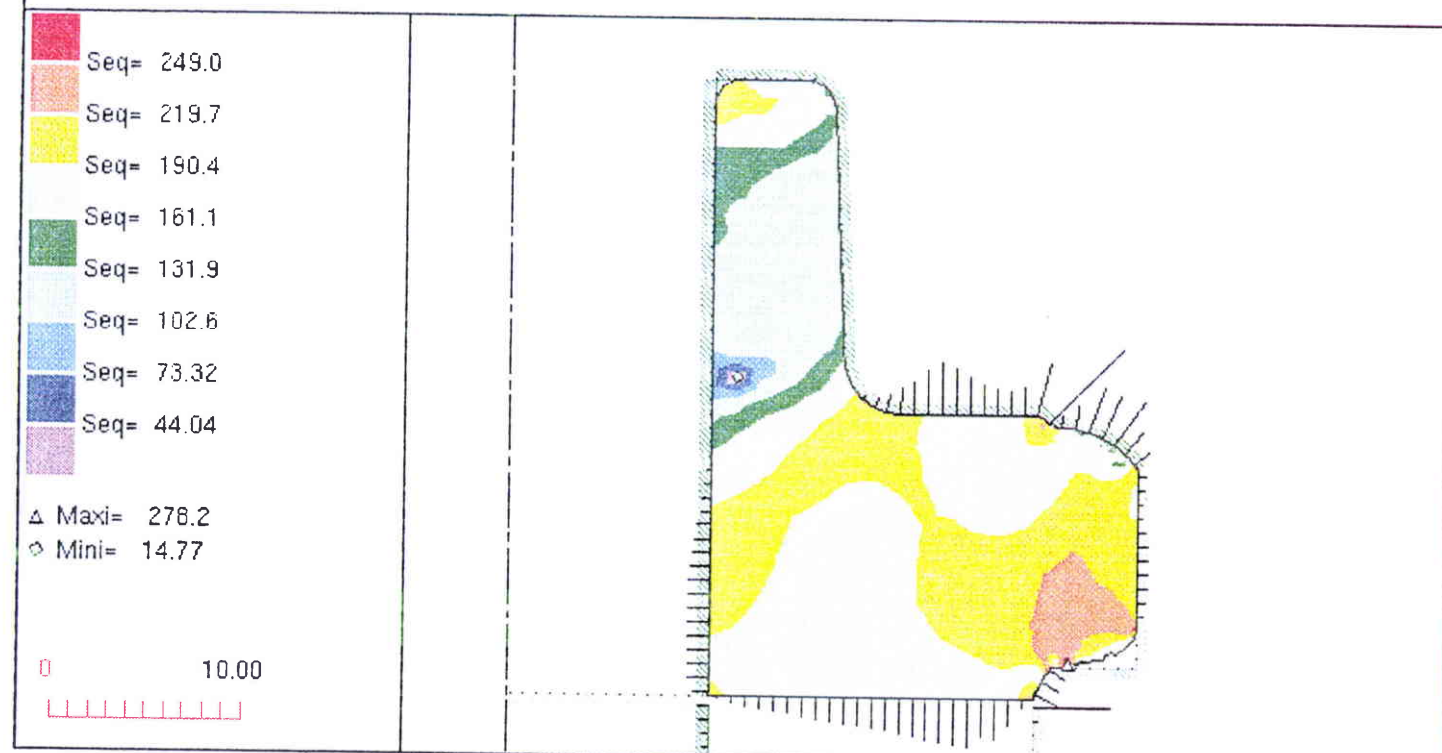
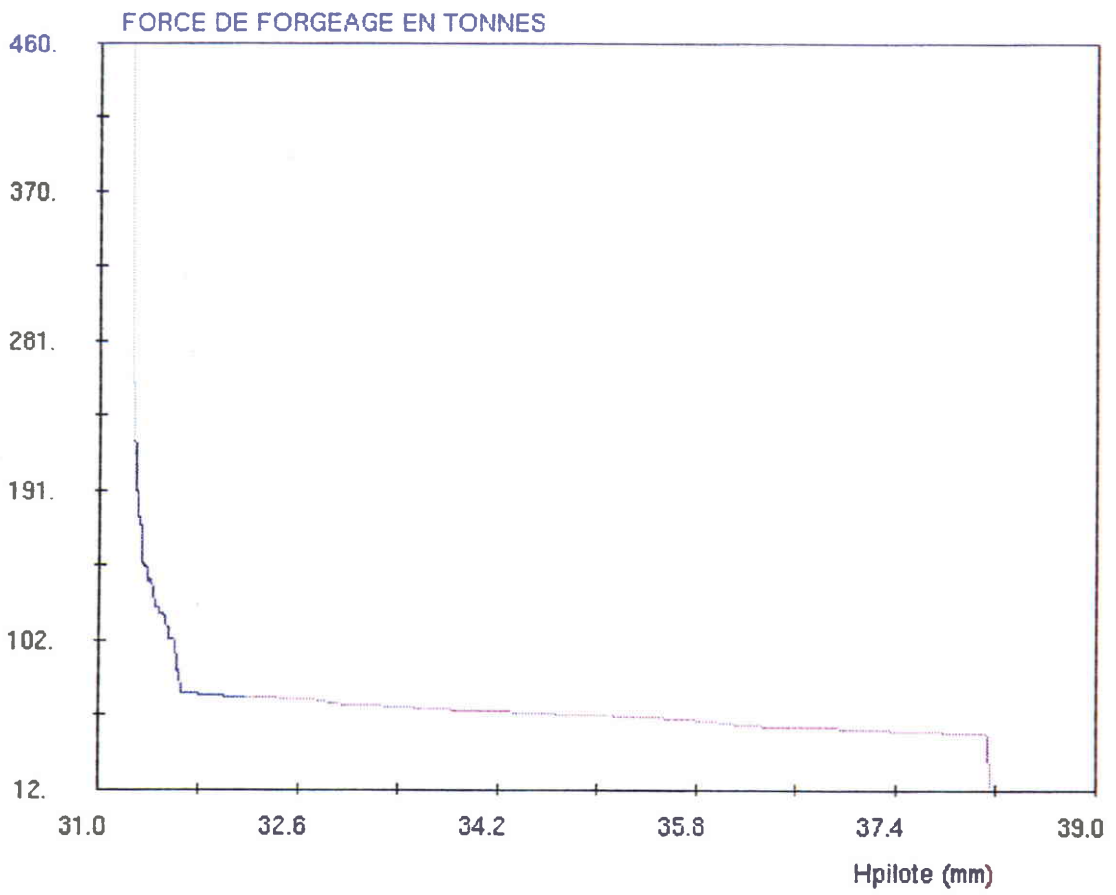
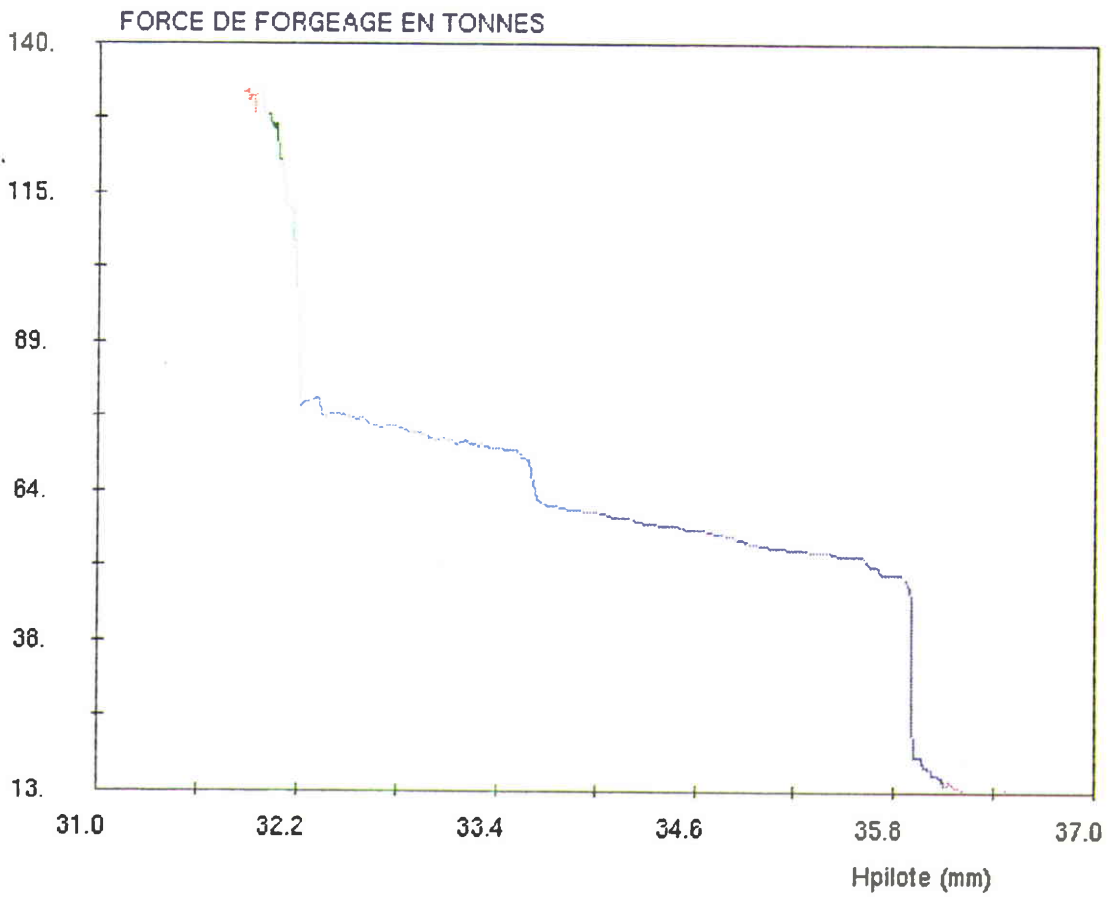


Fig. A3-8 Carte de contraintes équivalentes pièce " b "

FORGE2 V2.7



*Fig. A3-9 Courbe effort de forgeage pièce " a "*



*Fig. A3-10 Courbe effort de forgeage pièce " b "*

a) Ebauche de type " a " - figure A3-5

La carte de température met en évidence les mêmes régions particulières que la carte de déformation généralisée. La zone morte du canon du pignon est à la température initiale de forgeage  $800^{\circ}\text{C}$ . Aucun refroidissement en peau de pièce, conséquence du contact avec l'outil plus froid, n'est observé. Le maillage utilisé est sans doute trop lâche pour le montrer, s'il existe. Les régions les plus déformées sont les régions les plus échauffées. L'échauffement maximal est modéré, de l'ordre de  $50^{\circ}\text{C}$  pour une température de forgeage de l'ordre de  $800^{\circ}\text{C}$  et une déformation généralisée voisine de 1. Globalement la température de pièce reste dans le domaine de températures intercritique de l'acier. On n'observe pas de régions fortement échauffées par le frottement outil / pièce, même au niveau du contact du lopin avec le poinçon.

b) Ebauche de type " b " - figure A3-6

Les caractéristiques de la carte de température de l'ébauche type " b " sont similaires à celle de l'ébauche type " a ". L'échauffement maximal est plus faible,  $40^{\circ}\text{C}$ . La région en contact avec le poinçon est très peu échauffée. Cette zone correspond à une région faiblement déformée. On n'observe pas de refroidissement de la matière au contact de l'outil plus froid.

### 2123. Carte de contraintes équivalentes

a) Ebauche de type " a " - figure A3-7

La carte de contrainte équivalente montre une contrainte globale (au niveau du plateau de la pièce) de valeur proche de celle de la contrainte d'écoulement initiale du matériau (de l'ordre de  $160\text{ MPa}$ ).

b) Ebauche de type " b " - figure A3-8

Comme pour l'ébauche de type " a ", la carte de contrainte équivalente montre une contrainte globale (au niveau du plateau de la pièce) de valeur proche de celle de la contrainte d'écoulement initiale du matériau. La zone de contrainte équivalente plus élevée,  $220\text{ MPa}$ , correspond à une région de matière de température plus faible que la température des régions voisines.

### 22. Prévion des efforts en fin de forgeage

a) Ebauche de type " a " - figure A3-9

La courbe d'effort de forgeage présente trois régions caractéristiques.

Région 1: après la mise en contact de l'outil avec la pièce, l'effort augmente très peu avec la hauteur pilote (palier de  $500\text{ kN}$  à  $600\text{ kN}$ ). Ce palier se poursuit jusqu'au contact de la matière avec la paroi latérale de l'outil.

Région 2: une fois en contact, la fin de remplissage de l'outil est réalisée au prix d'une augmentation très nette de l'effort.

Région 3: le remplissage terminé, le matériau est en état de contrainte quasi-hydrostatique. L'effort tend vers l'infini.

L'effort en fin de forgeage peut être estimé à  $2200\text{ kN}$ .

b) Ebauche de type " b " - figure A3-10

La courbe d'effort de forgeage présente également les trois régions décrites précédemment. Le palier en deux stades se situe entre  $500\text{ kN}$  et  $700\text{ kN}$ . L'effort en fin de forgeage est estimé à  $1400\text{ kN}$ .

### 1323. Pertes de volumes

a) Ebauche de type " a "

La perte de volume lors du calcul est inférieure à  $0.3\%$ .

b) Ebauche de type " b "

La perte de volume lors du calcul est inférieure à  $0.4\%$ .

## ANNEXE 4

### ANALYSE DU COMPORTEMENT MECANIQUE ET METALLURGIQUE DU MATERIAU

L'établissement d'une modélisation analytique d'estimation des contraintes axiales nous a permis de montrer les insuffisances actuelles de nos connaissances en comportement des matériaux.

En effet, la mise en oeuvre de modélisations numérique, analytique ou physique dans le cadre de la simulation du forgeage nécessite la connaissance du comportement mécanique et métallurgique du matériau à mettre en forme.

Depuis quelques années, la caractérisation mécanique et métallurgique du matériau s'appuie sur l'essai de torsion [1, 2, 3, 4].

Nous articulerons cette caractérisation du matériau autour de trois points:

- la détermination du comportement mécanique et métallurgique du matériau par l'essai de torsion,
- la validation des modèles mécaniques par un essai de compression simple,
- la validation des modèles métallurgiques et mécaniques sur une pièce estampée.

Ce triptyque constitue une validation de la caractérisation du matériau. Il est mené à l'initiative et en collaboration avec le Secteur Forge de la Direction des Etudes et Techniques Automobiles, Matériaux et Technologie et le Centre de Recherches et d'Etudes des Aciers Spéciaux d'Usinor-Sacilor.

Cette étude est en cours. Tous les résultats ne sont donc pas encore dépouillés, en particulier, ceux concernant les validations des modèles mécaniques et métallurgiques par essai de compression.

Mais commençons notre étude par un état bibliographique des connaissances du comportement métallurgique et mécanique de l'acier.

#### 1. Bibliographie

L'objectif de notre étude est de mieux comprendre les mécanismes qui président à la déformation du matériau dans le domaine intercritique (températures proches des températures de transformation de phases. Les liens mécanique - métallurgie sont nécessairement complexes parce que coexistent des phénomènes athermiques, des phénomènes thermiquement activés et le changement de phases  $\alpha \rightarrow \gamma$ ).

Nous axerons cet état bibliographique sur l'évolution de la densité de dislocations.

A basses températures, pour lesquelles les processus athermiques prédominent, les dislocations mobiles interagissent avec d'autres dislocations, fixes, des précipités ou atomes en solution, des joints de grain,... Ce phénomène d'écrouissage limite la déformation.

A hautes températures, les dislocations ont des capacités de déplacement plus importantes. Les possibilités de montée ou de glissement dévié permettent une annihilation des dislocations de vecteurs de Burgers opposés ou un empilement des dislocations. Cet empilement conduit à la formation de parois de dislocations, voire de sous-joints. Ces phénomènes, appelés restauration et recristallisation sont fonction des conditions thermomécaniques de température, déformation et vitesse de déformation.

Une élévation de température favorise d'autre part la mise en solution des précipités et le grossissement de grain. Le mouvement des dislocations est ainsi facilité.

A la température de début de transformation de phase apparaît une nouvelle phase, de comportement mécanique et métallurgique différent. L'interaction de ces deux phases conduit à un comportement particulier.

Le comportement métallurgique du matériau est caractérisé par sa contrainte d'écoulement, représentative de l'état de la densité de dislocations. L'évolution de cette densité est mesurée par le coefficient de sensibilité à l'érouissage et le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

Le coefficient de sensibilité à l'érouissage traduit l'équilibre entre la vitesse de création des dislocations par érouissage et la vitesse d'annihilation de ces dislocations par restauration et/ou recristallisation.

Le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation traduit l'état de la restauration et de la recristallisation.

Le comportement mécanique du matériau est décrit par des modèles mathématiques. Ces modèles explicitent l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation modulées par les coefficients de sensibilité à la déformation et à la vitesse de déformation.

Avant de revenir plus en détail sur chacun de ces coefficients, décrivons les évolutions structurales et plus particulièrement les notions de restauration et de recristallisation.

## 11. Evolutions structurales

### 111 Evolutions de structures à basses températures

A froid, lorsqu'il n'y a pas de maclage, la déformation plastique est assurée uniquement par le glissement des dislocations et la vitesse de déformation généralisée  $\dot{\bar{\epsilon}}$  est donnée par la relation d'Orowan [5]:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rho_m b \bar{V} \quad (\text{A4.1})$$

avec  $\rho_m$  densité de dislocations mobiles,  
 $b$  vecteur de Burgers des dislocations,  
 $\bar{V}$  vitesse moyenne de glissement des dislocations.

La vitesse moyenne de glissement des dislocations à froid est reliée à la contrainte appliquée par une loi du type:

$$\bar{V} = V_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^p \quad (\text{A4.2})$$

avec  $V_0$  et  $\sigma_0$  constantes ( $\bar{V} = V_0$  pour  $\sigma = \sigma_0$ )  
 $p$  constante ( $p \gg 1$ )

Concrètement, lors de la déformation plastique à froid, à  $\dot{\bar{\epsilon}}$  imposée, le glissement simultané de très nombreuses dislocations aboutit au blocage d'une partie d'entre elles contre des obstacles. De ce fait,  $\rho_m$

diminue et  $\bar{V}$  augmente dans les mêmes proportions. Il en résulte que la contrainte doit augmenter au cours de la déformation.

L'action de ce mécanisme est renforcée par l'activation des sources de Franck et Read qui provoque l'augmentation de la densité des dislocations et entrave le mouvement de glissement des dislocations mobiles ( $\rho_m \downarrow$ ).

Si nous observons la microstructure du matériau écroui, nous sommes amenés à distinguer deux cas de répartition des dislocations [6]:

- dans les matériaux à faible énergie de défaut d'empilement (de l'ordre de  $10^{-2} J/m^2$ ), les dislocations sont réparties de façon homogène à l'intérieur du métal,

- dans les matériaux à forte énergie de défaut d'empilement (de l'ordre de  $10^{-1} J/m^2$ ), on observe au contraire la formation de cellules d'écrouissage: les dislocations constituent des écheveaux délimitant des zones de cristal à peu près parfait; lorsque la déformation augmente, les cellules deviennent plus petites et tendent vers une taille limite. Elles présentent entre elles de faibles désorientations cristallographiques ( $< 1^\circ$ ) qui augmentent avec la déformation; en même temps, les écheveaux deviennent plus épais et plus enchevêtrés. La configuration cellulaire suppose une mobilité suffisante des dislocations. Dans les matériaux à faible énergie de défaut d'empilement, la dissociation des dislocations limite leurs mouvements en empêchant, par exemple, le glissement dévié, ce qui explique dans ce cas l'absence de cellules d'écrouissage.

## 112. Evolutions de structures à hautes températures

### 1121 Restauration dynamique

Ce processus est caractéristique des matériaux à forte énergie de défaut d'empilement tels que la phase ferritique de l'acier, les aciers ferritiques et l'aluminium dont l'énergie de défaut est de l'ordre de  $10^1 J/m^2$ .

Elle apparaît comme un équilibre entre l'écrouissage dû à la création de dislocations et la restauration qui est un réarrangement et une annihilation continue des dislocations. La densité de dislocations reste constante lorsque le régime stationnaire est atteint [1].

Dans le domaine d'écrouissage, on observe une augmentation progressive de la densité de dislocations qui s'organisent en sous-joints délimitant à l'intersection des grains des sous-grains.

Les sous-joints apparaissent comme des arrangements plans et réguliers de 1, 2 ou 3 familles de dislocations. Au maximum de l'écrouissage, la désorientation moyenne entre sous-grains est de quelques degrés [7].

Au cours du processus de déformation, les sous-grains demeurent équiaxes tandis que les grains initiaux apparaissent de plus en plus déformés. Cela implique que les sous-grains se détruisent et se reconstruisent successivement: ce phénomène est appelé repolymérisation. La taille des sous-grains augmente lorsque  $\bar{\epsilon}$  diminue ou lorsque  $T$  augmente. Elle varie donc en sens inverse de la contrainte d'écoulement.

### 1122. Recristallisation dynamique

Dans les matériaux à faible énergie de défaut d'empilement, de l'ordre de  $10^{-2} \text{ J/m}^2$ , tels que la phase austénitique des aciers, les dislocations fortement dissociées sont peu mobiles. Leur réarrangement en sous-joints est difficile et le processus de restauration dynamique est peu efficace. C'est alors la recristallisation dynamique qui définit l'évolution structurale du matériau.

Ce processus apparaît comme un équilibre entre l'écroutissage provoqué par la création des dislocations et la recristallisation qui est une annihilation collective et discontinue des dislocations, telle que la densité de dislocations reste constante durant le régime stationnaire [2].

Pour les faibles vitesses de déformation, ce processus d'adoucissement donne naissance à des oscillations sur les courbes contraintes - déformations traduisant une succession de cycles écroutissages - recristallisation. Tandis qu'aux hautes vitesses de déformation, ces deux mécanismes se superposent pour donner naissance à un palier de régime stationnaire [4].

### 113. En résumé

Un métal très déformé est donc caractérisé par la présence d'une forte densité de dislocations ( $10^{10}$  à  $10^{12} \text{ cm/cm}^3$ ) réparties en écheveaux ou parois de dislocations. A ces défauts, correspond une certaine énergie, stockée dans le métal, d'autant plus importante que la densité de défauts est élevée. Cette énergie va constituer la force agissante lors de la restauration et de la recristallisation [6].

Il est à noter que l'énergie stockée par le métal est faible par rapport au travail mécanique mis en oeuvre pour réaliser la déformation plastique. L'essentiel de l'énergie mécanique est transformé en chaleur.

## 12. Notions de coefficients de sensibilité

### 121. Coefficient de sensibilité à l'écroutissage

Comme nous l'avons évoqué en introduction, le coefficient de sensibilité à l'écroutissage traduit l'équilibre entre la vitesse de création des dislocations par écroutissage et la vitesse d'annihilation de ces dislocations par restauration et/ou recristallisation.

Au cours de la déformation dans le domaine intercritique, le métal s'écroute. En même temps la structure du métal évolue par restauration et recristallisation, mécanisme qui apparaît lorsque l'élimination des dislocations par restauration dynamique devient nulle. La transformation  $\alpha \rightarrow \gamma$ , sous l'effet même de la déformation, peut être aussi la cause de cette évolution du fait de la modification de la nature des phases (phase  $\alpha$  présentant un écroutissage moins important que celui de la phase  $\gamma$ ). Ce qui favorise la recristallisation.

En général, l'apparition de la recristallisation dynamique correspond à une augmentation importante de la ductilité. L'augmentation de la vitesse de déformation a généralement pour effet de réduire les possibilités de glissement dévié, contrairement à l'élévation de température qui le favorise.

Ainsi l'augmentation de la vitesse a-t-elle pour effet d'augmenter l'écroutissage qui tend à consolider le métal, mais l'élévation de température, consécutive à la déformation, atténue la consolidation du matériau au cours de la déformation. En effet, l'élévation de température favorise les processus d'adoucissement et provoque une augmentation de la fraction volumique d'austénite.

### 122. Coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation



Le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation traduit l'état de la restauration et de la recristallisation.

L'échauffement adiabatique et la transformation de phase affectent la sensibilité à la vitesse de déformation du matériau.

Dans le domaine intercritique, le coefficient de sensibilité à la vitesse est plus élevé que celui obtenu pour les températures plus basses ou plus hautes, et ceci quelle que soit la déformation et la vitesse de déformation. Ainsi le domaine intercritique influe-t-il sur la déformation et contribue-t-il à une forte sensibilité à la vitesse de déformation.

### 13. Modélisation du comportement mécanique

#### 131 Lois de comportement de la déformation à basses températures

La vitesse de déformation rencontrée dans les mécanismes de mise en forme par forgeage à froid est de l'ordre de  $\dot{\bar{\varepsilon}} \cong 1s^{-1}$ . Dans ces conditions, la dépendance de  $\sigma$  vis à vis de  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  est faible.

On utilise fréquemment trois lois de comportement [6]:

##### a) Loi de HOLLOMON

$$\sigma = \sigma_1 \bar{\varepsilon}^{-n} \quad (A4.3)$$

avec  $\sigma$  valeur de la contrainte d'écoulement pour une déformation totale égale à 1  
 $n$  coefficient d'écrouissage

Cette loi de comportement très simple convient pour les aciers doux ou mi-durs, ainsi que les alliages à faible limite d'élasticité.

##### b) Loi de LUDWIK

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_2 \bar{\varepsilon}^{-n'} \quad (A4.4)$$

avec  $\sigma_{el}$  limite d'élasticité macroscopique,  
 $\sigma_2$  valeur de  $(\sigma - \sigma_{el})$  pour  $\bar{\varepsilon} = 1$ ,  
 $n'$  constante caractérisant l'écrouissage.

Cette loi convient mieux que la précédente aux alliages à haute résistance.

##### c) Loi de KRUPKOWSKI

$$\sigma = \sigma_3 (\bar{\varepsilon} + \bar{\varepsilon}_0)^{n''} \quad (A4.5)$$

avec  $\bar{\varepsilon}_0$  et  $\sigma_3$  constantes  
 $n''$  constante caractérisant l'écrouissage

Il semble que cette dernière relation donne le meilleur accord avec les résultats expérimentaux.

NB: les coefficients  $n'$  et  $n''$  ne sont pas égaux au coefficient d'écouissage.

### 132. Lois de comportement de la déformation à hautes températures

D'une façon générale, la contrainte d'écouement  $\sigma$  est fonction des conditions de la déformation  $\dot{\varepsilon}$  et  $T$  (la limite d'élasticité décroît lorsque la température augmente ou la vitesse de déformation diminue). La loi d'écouement actuellement la plus utilisée a été proposée notamment par SELARS et TEGART [7]:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 \left( sh \frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^p \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \quad (A4.6)$$

avec  $\dot{\varepsilon}_1$  et  $\sigma_1$  constantes caractéristiques du matériau,  
 $p$  constante  
 $Q$  énergie d'activation apparente du processus,  
 $R$  constante des gaz parfaits ( $8.314 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$ ),  
 $T$  température (en  $K$ ).

Pour les faibles contraintes  $\left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \leq 0.8\right)$ , la relation précédente est équivalente à:

$$\sigma = \sigma_1 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_1}\right)^{m(T)} \exp\left(\frac{mQ}{RT}\right) \quad (A4.7)$$

Pour chaque température, une loi puissance peut être proposée:

$$\sigma = k \bar{\varepsilon}^n \dot{\varepsilon}^m \quad (A4.8)$$

Au-delà de  $\bar{\varepsilon} \cong 1$ , l'écouement est de type stationnaire décrit par:

$$\sigma_s = \sigma_1 \exp\left(\frac{mQ}{RT}\right) \dot{\varepsilon}^{m(T)} \quad (A4.9)$$

Le coefficient de sensibilité à la vitesse  $m = \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\varepsilon}}$  varie de façon complexe avec la température.

La zone d'adoucissement est caractérisée par un coefficient d'écrouissage  $n$  négatif.

### 133. En résumé

L'évolution de la contrainte au cours de la déformation à mi-chaud est complexe et comprend des phases de durcissement suivies d'adoucissement et d'écouement stationnaire [2].

L'influence de la vitesse de déformation est sensible et présente une anomalie au franchissement du point de transformation  $Ac_1$ .

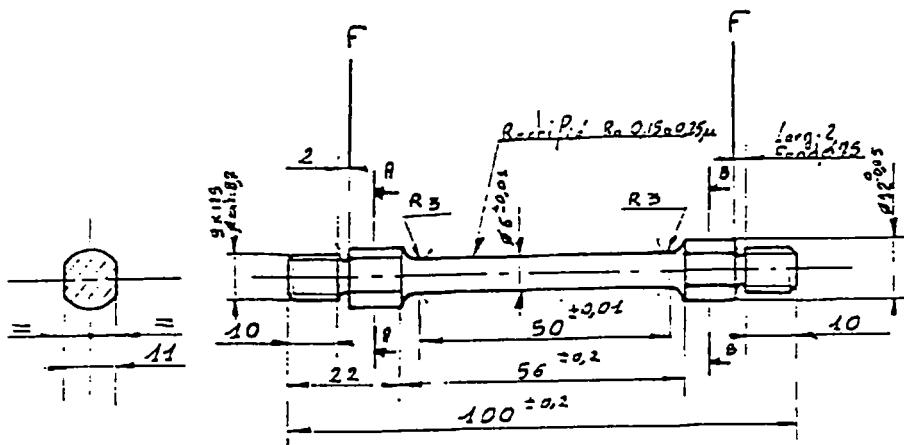


Fig. A4-1 Plan de l'éprouvette de torsion T06

## 212. Eprouvettes d'essai

La géométrie des éprouvettes de torsion n'est pas définie par des normes. Elle est liée avant tout aux capacités de la machine (figure A4-1).

## 213. Nuance étudiée

L'acier retenu pour cette étude, 0,3% C - 1,2% Mn, est une nuance courante en forgeage de pignonnerie.

L'acier choisi est à l'état normalisé et a subi le traitement thermique suivant:

- austénitisation 940°C - 30 min.,
- refroidissement en cellule, 660°C en 2 min 30 s,
- maintien isotherme 660°C - 1 h 15 min.

La composition chimique type est:

%	C	Si	Mn	P	S	Ni	Mo	Cu	Al
	0.3	0.2	1.2	0.01	0.01	0.06	0.04	0.06	0.02

## 22. Caractérisation du comportement mécanique

La loi de comportement établie par le Centre de Recherches et d'Etudes des Aciers Spéciaux est de type SELARS et TEGART.

### 221. Loi de comportement mécanique

La loi de comportement est obtenue à partir d'un fichier de points de mesures de couples (donc de contraintes).

Les essais de torsion permettent de tracer les courbes  $\Gamma = f(N)$ . La contrainte d'écoulement se déduit du couple La contrainte est fonction de la vitesse de déformation, de la déformation et de la température.

A température et vitesse de déformation généralisée constantes, la contrainte d'écoulement à la périphérie de l'éprouvette se déduit du couple par la relation:

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{3}\Gamma}{2\pi R^3}(3+n+m) \quad (\text{A4.10})$$

avec  $n$  et  $m$  respectivement les coefficients de sensibilité à la déformation et de sensibilité à la vitesse de déformation et qui s'expriment par:

$$n = \left( \frac{\partial \text{Ln}\Gamma}{\partial \text{Ln}N} \right)_{T, \dot{N}} \quad (\text{A4.11})$$

## 2. Caractérisation du comportement mécanique et métallurgique de l'acier 0,3% C - 1,2% Mn par l'essai de torsion

L'essai de torsion est le moyen de caractérisation le plus utilisé pour l'étude des matériaux. Il permet d'atteindre des déformations et des vitesses de déformation élevées. Toutefois, la transposition des résultats entre l'essai de référence et le procédé industriel doit se faire avec précaution. En effet, le forgeage conduit à des déformations et vitesses de déformation localisées différentes d'un point à l'autre de la pièce.

L'essai de torsion permet de caractériser le comportement mécanique du matériau en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

Nous chercherons également dans cette étude à relier le comportement mécanique du matériau à la microstructure.

### 21. Présentation de l'essai

Les essais sont destinés à décrire le comportement mécanique et métallurgique de l'acier de nuance 0,3% C - 1,2% Mn dans le domaine de températures du mi-chaud compris entre 700 et 1000°C.

Les températures choisies sont 700 / 750 / 800 / 850 / 900 / 950 / 1000°C.

Les températures couvrent les domaines ferrito-perlitique, perlito-austénitique et austénitique. Encadrant les températures de transformations de phases, notre travail devra permettre d'étudier les phénomènes de restauration, recristallisation et changements de phases.

Les éprouvettes sont chauffées par induction sous protection d'azote.

Les vitesses de déformation retenues sont 0,25 / 0,6 / 1 / 1,7 / 2,5 / 5 s<sup>-1</sup>.

Les déformations retenues sont 1 / 2 / 5.

#### 211. Machine utilisée

Pour ces essais, une machine de torsion du Centre de Recherches et d'Etudes des Aciers Spéciaux a été utilisée. Elle permet de réaliser par torsion une déformation à vitesse constante sur des éprouvettes dont les dimensions restent constantes au cours de l'essai. Cette machine est adaptée à la torsion à chaud pour des températures comprises entre 700 et 1300°C et une gamme de vitesse de déformation généralisée à la surface des éprouvettes variant de 0.025 s<sup>-1</sup> à 11 s<sup>-1</sup>.

La machine de torsion est entraînée par moteur électrique à courant continu. Il transmet son mouvement de rotation à l'éprouvette par l'intermédiaire d'un système d'embrayage-frein mécanique.

Un couple-mètre piézo-électrique permet de mesurer le couple résistant transmis par l'éprouvette au mors fixe.

Un capteur optoélectronique avec roue codeuse permet de mesurer le nombre de tour et donc la déformation.

Les éprouvettes sont chauffées par induction sous protection gazeuse. Une lunette bichromatique assure la mesure et la régulation de température.

Evolution du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  en fonction de la vitesse de déformation pour une déformation  $E_{pb}=1$

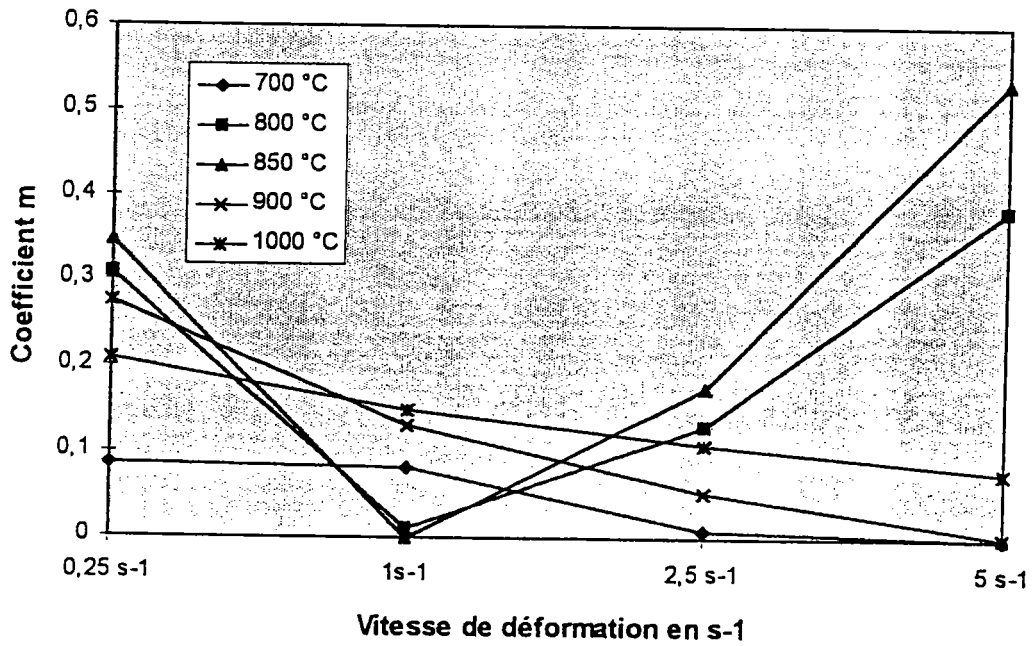


Fig. A4-2 Evolution du coefficient  $m$

Evolution du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  en fonction de la vitesse de déformation pour une déformation  $E_{pb}=2$

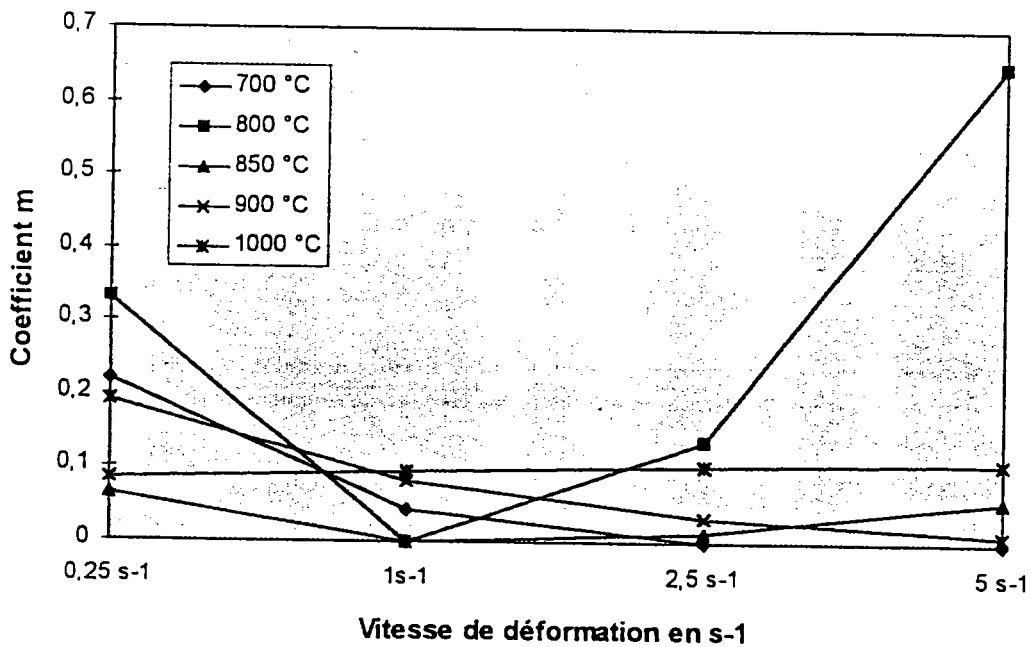
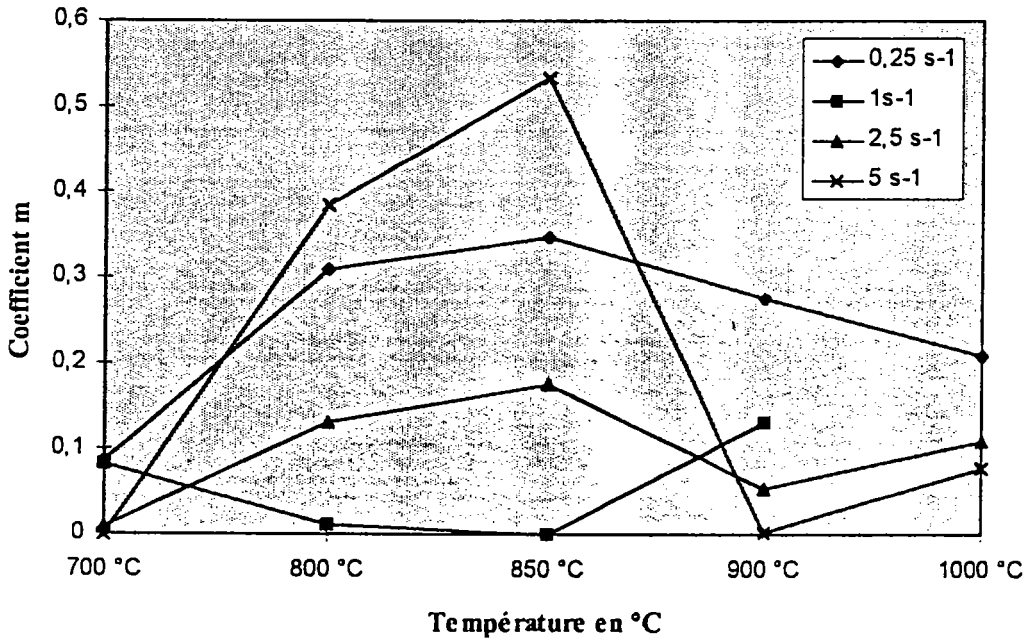


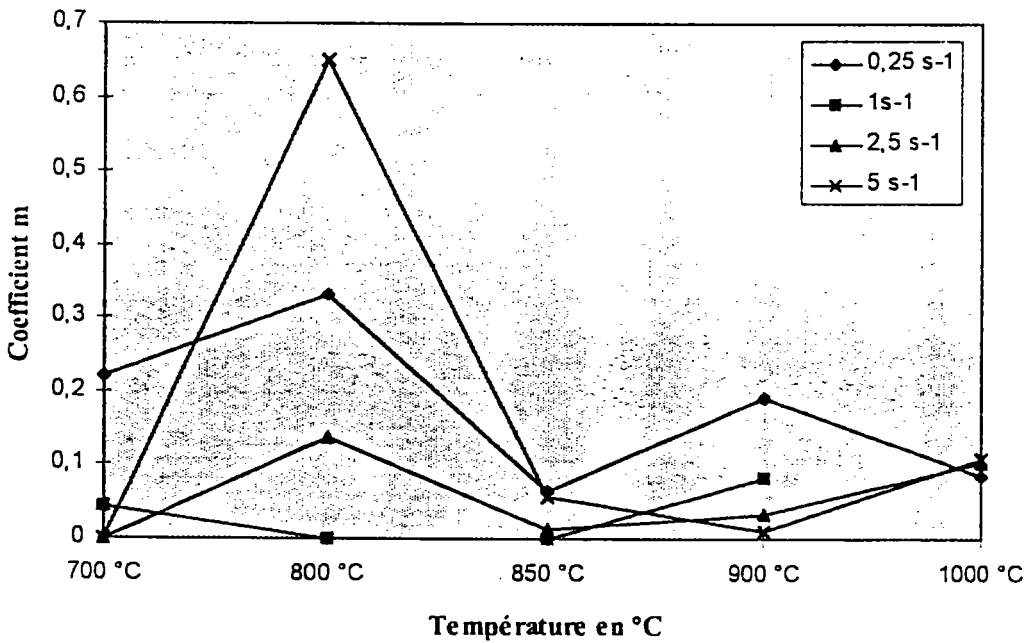
Fig. A4-3 Evolution du coefficient  $m$

**Evolution du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  en fonction de la température pour une déformation  $E_{pb}=1$**



*Fig. A4-4 Evolution du coefficient  $m$*

**Evolution du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation  $m$  en fonction de la température pour une déformation  $E_{pb}=2$**



*Fig. A4-5 Evolution du coefficient  $m$*

$$m = \left( \frac{\partial \text{Ln}\Gamma}{\partial \text{Ln}\dot{N}} \right)_{T, N} \quad (\text{A4.12})$$

### 2211. Analyse du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation

Le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation se déduit de l'expression suivante:

$$m = \left( \frac{\partial \text{Ln}\Gamma}{\partial \text{Ln}\dot{N}} \right)_{T, N} \quad (\text{A4.13})$$

Il est déterminé pour une déformation donnée à partir de deux essais à des vitesses différentes et à la même température.

Cette dernière relation donnant le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation n'est valable qu'à température constante, autrement dit en conditions isothermes, ce qui n'est pas le cas lors des essais. Nous considérons dans notre cas que les vitesses de déformation ne sont pas trop différentes. Alors l'échauffement adiabatique de chaque essai est proche et l'interprétation du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation sera correcte.

Le coefficient  $m$  est calculé dans le domaine de température allant de 700 à 1000°C et pour des vitesses de déformation généralisées de 0.25, 1, 2.5 et 5 s<sup>-1</sup>.

#### 22111. Commentaires sur le coefficient $m$

Nous constatons que le coefficient  $m$  décroît au fur et à mesure que la vitesse de déformation croît, sauf pour les températures 700 et 800°C (figure A4-2).

Pour la déformation généralisée égale à 2, le comportement global est similaire. Par contre seule la température de 700°C ne fait pas apparaître de diminution du coefficient  $m$  avec la vitesse de déformation. Ces valeurs du coefficient  $m$  plus élevées indiquent une forte sensibilité à la vitesse de déformation dans le domaine intercritique (figure A4-3).

La variation importante du coefficient  $m$  montre la dépendance des processus métallurgiques vis à vis de la vitesse de déformation par l'intermédiaire de l'échauffement adiabatique.

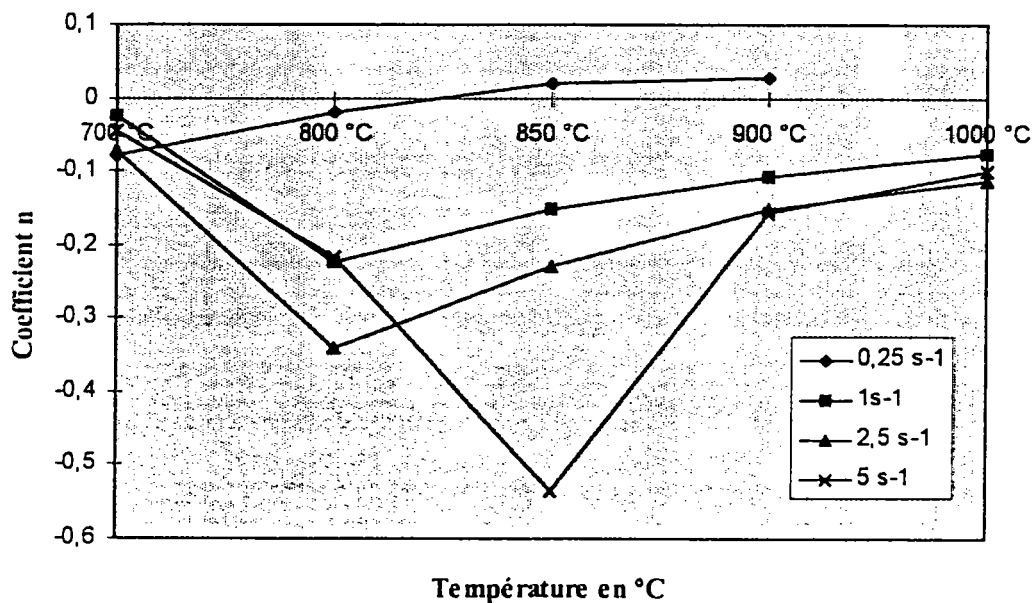
L'adoucissement de l'acier est consécutif à la recristallisation de la phase austénitique ou de la recristallisation de la phase ferritique. Ces mécanismes d'adoucissement sont de plus favorisés par l'échauffement adiabatique. Si la déformation n'atteint pas une déformation critique, caractéristique de la température, ces mécanismes n'interviennent pas.

#### 22112. Influence de la température sur le coefficient $m$

Pour les deux états de déformation, le coefficient  $m$  décroît lorsque la température augmente (figure A4-4 et figure A4-5). Nous observons une brusque décroissance du coefficient  $m$  aux températures de 800 et 850°C. La décroissance est d'autant plus marquée que la vitesse de déformation est élevée. Cette évolution peut être attribuée à la déformation lors du changement de phases, ainsi qu'à l'élévation de température (échauffement adiabatique).

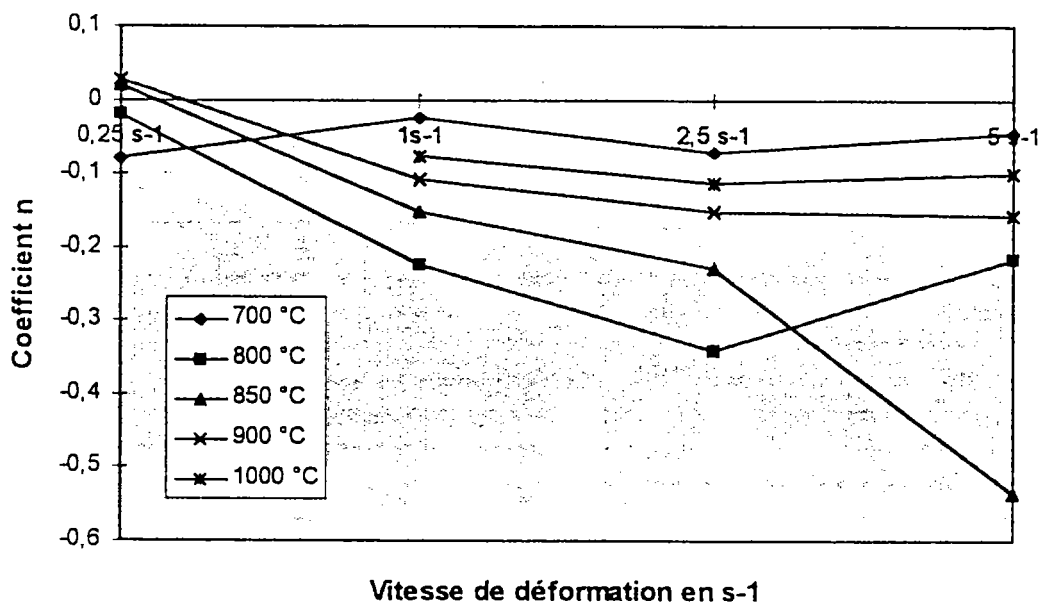


**Evolution du coefficient de sensibilité à la déformation  $n$  en fonction de la température**



*Fig. A4-6 Evolution du coefficient  $n$*

**Evolution du coefficient de sensibilité à la déformation  $n$  en fonction de la vitesse de déformation**



*Fig. A4-7 Evolution du coefficient  $n$*

Les plus faibles valeurs du coefficient  $m$ , observées aux températures supérieures à  $850^{\circ}\text{C}$ , peuvent être attribuées à la variation de la taille de grain.

### 2212. Analyse du coefficient de sensibilité à la déformation

Le coefficient  $n$  est calculé pour les déformations supérieures à la déformation au pic de contrainte. Les valeurs négatives traduisent l'adoucissement de la structure.

Le coefficient  $n$  est calculé dans le domaine de température allant de  $700$  à  $1000^{\circ}\text{C}$  et pour des vitesses de déformation généralisées de  $0.25$ ,  $1$ ,  $2.5$  et  $5 \text{ s}^{-1}$ .

Le coefficient  $n$  est déterminé à partir de l'expression suivante:

$$n = \left( \frac{\partial \text{Ln}\Gamma}{\partial \text{Ln}\dot{N}} \right)_{T, \dot{\Gamma}} \quad (\text{A4.14})$$

Il est déterminé à partir d'un seul essai de torsion effectué à une température et à une vitesse de déformation donnée.

#### 22121. Evolution du coefficient $n$ en fonction de la température

La figure A4-6 montre l'évolution du coefficient  $n$  en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation.

Nous constatons que le coefficient  $n$  décroît sensiblement pour atteindre entre  $800$  et  $850^{\circ}\text{C}$  une valeur minimale puis croît ensuite en fonction de la température. Ce minimum est d'autant plus marqué que la vitesse de déformation augmente.

L'influence de la température sur le coefficient  $n$  s'explique par le fait qu'aux vitesses de déformation élevées l'augmentation de la température en cours de déformation favorise l'aptitude au glissement dévié des dislocations. Ce qui entraîne une diminution de la contrainte et de la consolidation du matériau. Cette diminution du coefficient  $n$  favorise le déroulement des processus d'adoucissement (restauration et recristallisation). En général, lorsque la température augmente, la consolidation du métal diminue.

#### 22122. Evolution du coefficient $n$ en fonction de la vitesse de déformation

L'influence de la vitesse de déformation sur le coefficient  $n$  est illustrée figure A4-7. Nous constatons, pour toutes les températures sauf  $800^{\circ}\text{C}$ , que le coefficient  $n$  décroît lorsque la vitesse de déformation augmente. Il faut remarquer la présence d'un minimum très marqué pour la température de  $850^{\circ}\text{C}$  et la vitesse de  $5 \text{ s}^{-1}$ .

L'augmentation de la vitesse de déformation a généralement pour effet de réduire les possibilités de glissement dévié, contrairement à l'élévation de température qui le favorise. Ainsi, l'augmentation de la vitesse a-t-elle pour effet d'augmenter l'érouissage qui tend à consolider le matériau. Mais l'élévation de température, consécutive à la déformation, atténue la consolidation du matériau au cours de la déformation. En effet, l'élévation de température favorise les processus d'adoucissement.

#### 2213. Etude de l'évolution de la contrainte maximale au pic de contraintes

Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la température pour une déformation  $E_{pb}=1$

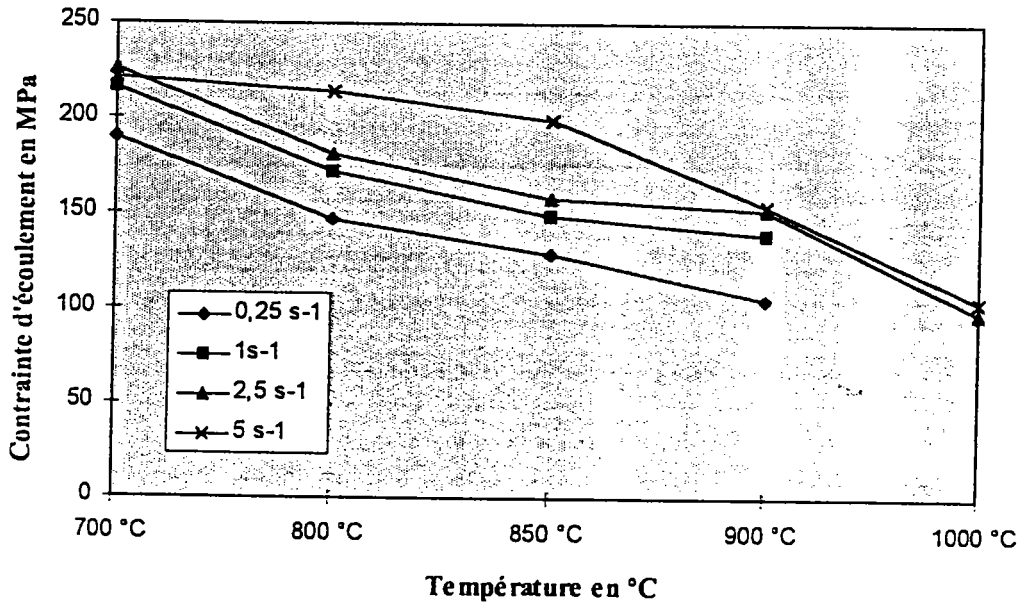


Fig. A4-8 Evolution de la contrainte d'écoulement

Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la température pour une déformation  $E_{pb}=2$

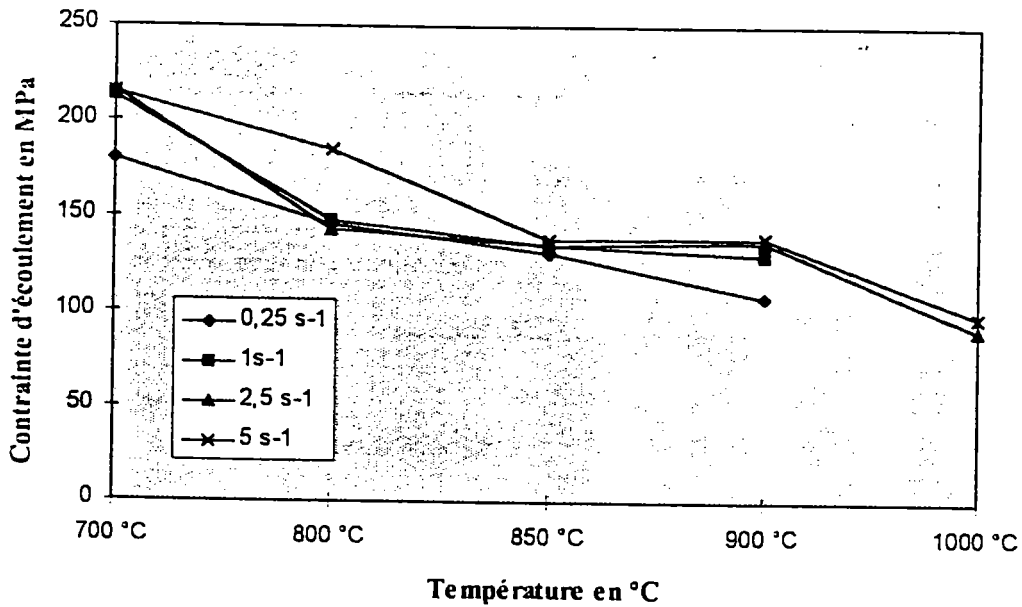
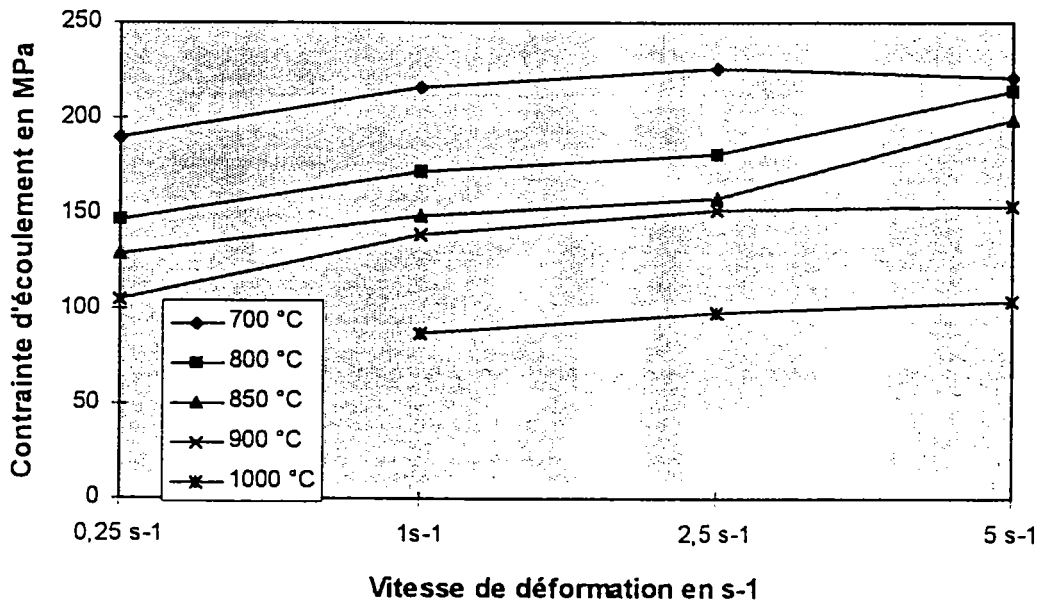


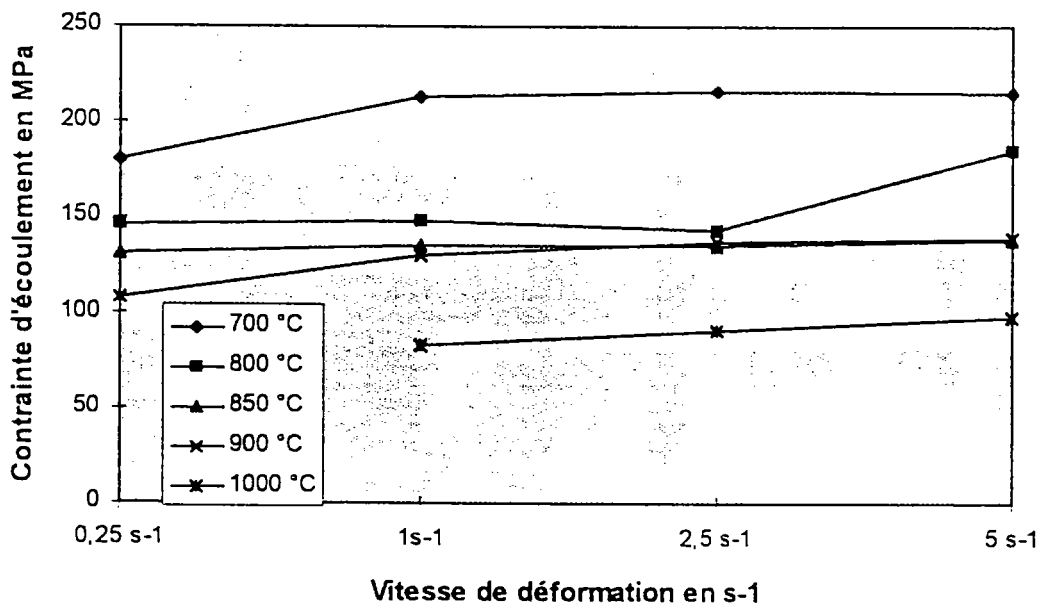
Fig. A4-9 Evolution de la contrainte d'écoulement

**Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation pour une déformation  $E_{pb}=1$**



*Fig. A4-10 Evolution de la contrainte d'écoulement*

**Evolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation pour une déformation  $E_{pb}=2$**



*Fig. A4-11 Evolution de la contrainte d'écoulement*

La variation de la contrainte maximale en fonction de la température présente un intérêt particulier dans la mesure où elle permet de situer les domaines de déformation à chaud, à mi-chaud et à froid. De plus, la température de déformation détermine en partie la structure et les propriétés d'emploi des matériaux.

Les figures A4-8, A4-9, A4-10 et A4-11 illustrent la variation de la contrainte maximale en fonction de la température et de la vitesse de déformation. La température varie de 700 à 1000°C et les vitesses de déformation généralisées retenues sont 0.25, 1, 2.5 et 5 s<sup>-1</sup>.

D'une façon générale, la contrainte maximale décroît en fonction de la température et la contrainte maximale est peu sensible à la vitesse de déformation, pour les deux déformations considérées.

Dans le domaine de températures 800 - 900°C, la contrainte maximale décroît très lentement lorsque la température augmente et ne dépend pas de la vitesse de déformation. Dans ce domaine de températures, la structure évolue d'une structure biphasée ferrite - austénite pour atteindre une structure austénitique. Ces structures comportent chacune un type de configuration de dislocations différent: la répartition des dislocations est homogène dans la phase austénitique, alors que dans la phase ferritique, les dislocations constituent des écheveaux délimitant des zones de cristal. Ces types de configurations de dislocations favorisent soit le début de la restauration, soit la recristallisation.

Pour les températures supérieures à 900°C, la contrainte maximale décroît avec la température, quelle que soit la vitesse de déformation.

#### 2214. Loi de comportement

La loi de comportement de l'acier est obtenue par le traitement mathématique classique de régression multilinéaire.

Le fichier de points de mesures de couples (de contraintes) est construit à partir de moyennes de triplets de mesures de couples. Le couple est fonction du nombre de tours (déformation), de la vitesse de torsion (vitesse de déformation) et de la température.

L'approximation classique,  $m$  et  $n$  négligeables devant 3 est reprise ici.

Le résultat du traitement mathématique conduit à la loi de comportement mécanique suivante:

$$\bar{\sigma} = 2.1 \text{Exp} \frac{4651}{T} \bar{\epsilon}^{-0.083} \dot{\bar{\epsilon}}^{0.071} \quad (\text{A4.15})$$

dans l'intervalle de température 700 - 1000°C.

Cette démarche classique de caractérisation de la loi de comportement appelle un commentaire pour une utilisation correcte.

#### 222. Commentaires sur la loi de comportement mécanique

La forme de la courbe  $\Gamma = f(N)$  ne peut pas être décrite par une fonction monotone de type  $\sigma = k \bar{\epsilon}^n \dot{\bar{\epsilon}}^m$ . La loi de comportement mécanique obtenue par le traitement mathématique présenté précédemment n'est valable que pour les déformations supérieures à la déformation au pic de contrainte. La déformation au pic de contrainte est généralement située entre 0.15 et 0.8.

Pour les déformations inférieures à cette déformation au pic de contrainte, la contrainte d'écoulement est surestimée.

### 23. Caractérisation du comportement métallurgique

Le comportement mécanique du matériau sous chargement thermomécanique est généralement caractérisé par des équations d'état qui relient la contrainte d'écoulement à la déformation, la vitesse de déformation et la température. Ces équations sont déterminées expérimentalement par les essais de torsion ou de compression et sont représentées sous forme algébrique (voir paragraphe 113 dans ce chapitre). Le développement de la modélisation des procédés de mise en forme, qu'elle soit analytique ou par éléments finis, ne prend pas en compte de façon explicite, au sens littéral du terme, les phénomènes microstructuraux. La raison est souvent que les phénomènes métallurgiques sont peu ou pas connus, et lorsqu'ils sont connus, ils sont trop complexes à mettre sous une forme mathématique directement exploitable par les logiciels de mise en forme. La prise en compte la plus performante de la microstructure consiste, à l'heure actuelle, à dresser des cartes ou des nappes 3D du procédé. Ces nappes délimitent les régions d'écoulement stable du matériau en fonction de la vitesse de déformation et de la température. Ces régions de stabilité sont obtenues pour différents couples  $(T, \dot{\epsilon})$  [65 - 78]. Le propos de notre étude sera de déterminer de telles courbes de stabilité d'écoulement à partir de résultats de l'essai de torsion.

#### 231. Analyse des travaux effectués sur ce sujet

##### 2311. Etude du comportement métallurgique du matériau

Le concept de base est de considérer le matériau comme un élément de dissipation de puissance. La modélisation d'un tel matériau est réalisée par une équation d'état décrivant la variation de contrainte d'écoulement en fonction des variables du procédé, couramment la vitesse de déformation et la température. Cette équation est intrinsèque au matériau et décrit la manière dont l'énergie est transformée à chaque instant, soit sous forme de modification microstructurale, soit sous forme irréversible de chaleur. La modélisation tient compte de l'évolution des processus thermodynamiquement irréversibles, contrôlés par le taux d'énergie reçue, et de la dissipation de cette énergie par les processus métallurgiques [8, 9].

L'équation d'état la plus fréquemment rencontrée est représentée sous la forme d'une puissance  $P$  absorbée par la pièce, pour une déformation et une température donnée, telle que:

$$P = \bar{\sigma} \cdot \dot{\epsilon} \quad (\text{A4.16})$$

$$\sigma \cdot \dot{\epsilon} = \int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma d\dot{\epsilon} + \int_0^{\sigma} \dot{\epsilon} d\sigma \quad (\text{A4.17})$$

$$P = G + J \quad (\text{A4.18})$$

avec

$$G = \int_0^{\dot{\epsilon}} \sigma d\dot{\epsilon} \text{ facteur de dissipation de puissance,} \quad (\text{A4.19})$$

et

$$J = \int_0^{\sigma} \dot{\varepsilon} d\sigma \text{ cofacteur de dissipation de puissance.} \quad (\text{A4.20})$$

Le terme  $G$  représente la puissance dissipée par la déformation plastique. Elle est convertie principalement en chaleur. Au cours du chapitre 3, nous avons exprimé l'augmentation de température au cours de la déformation sous la forme:

$$\rho c \frac{\Delta T}{\Delta t} = f \bar{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{A4.21})$$

Cette relation est une autre écriture du terme  $G$ . Dans ce cas,  $J$  s'écrit de la façon suivante:

$$J = (1 - f) \bar{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{A4.22})$$

Le terme  $J$  est l'énergie stockée dans les défauts du réseau. Il est relié aux mécanismes métallurgiques dynamiques qui se produisent au cours de la déformation.

Le comportement dynamique du matériau peut être modélisé en termes de variations du cofacteur de puissance dissipée  $J$ .

Pour une loi de comportement mécanique du type  $\bar{\sigma} = k \dot{\varepsilon}^m$ , l'expression du cofacteur de puissance dissipée est:

$$J = \frac{m}{m+1} \bar{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{A4.23})$$

où  $m$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

La valeur de  $J$ , pour une déformation et une température données, est fonction du coefficient de sensibilité à la vitesse et le maximum est obtenu pour  $m=1$ .

$$J_{\max} = \frac{1}{2} \bar{\sigma} \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{A4.24})$$

Dans ce cas, une moitié de la puissance est dissipée en chaleur et l'autre moitié par l'évolution de la microstructure. C'est également la configuration qui minimise l'auto échauffement de la matière lors de la déformation.

Pour une puissance fournie donnée, l'écoulement de la matière sera maximal lorsque la pièce dissipera le maximum de puissance possible au travers des processus métallurgiques dynamiques [10, 11].

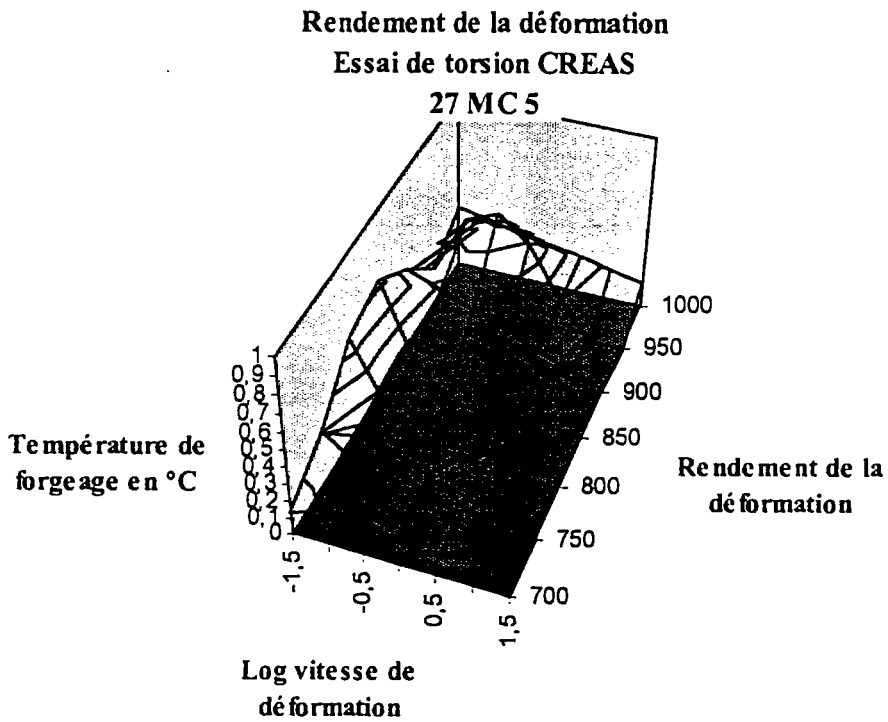
Les auteurs caractérisent l'efficacité du cofacteur  $J$  sur l'écoulement plastique du matériau par un terme de " rendement " de la dissipation:

$$\eta = \frac{J}{J_{\max}} \quad (\text{A4.25})$$

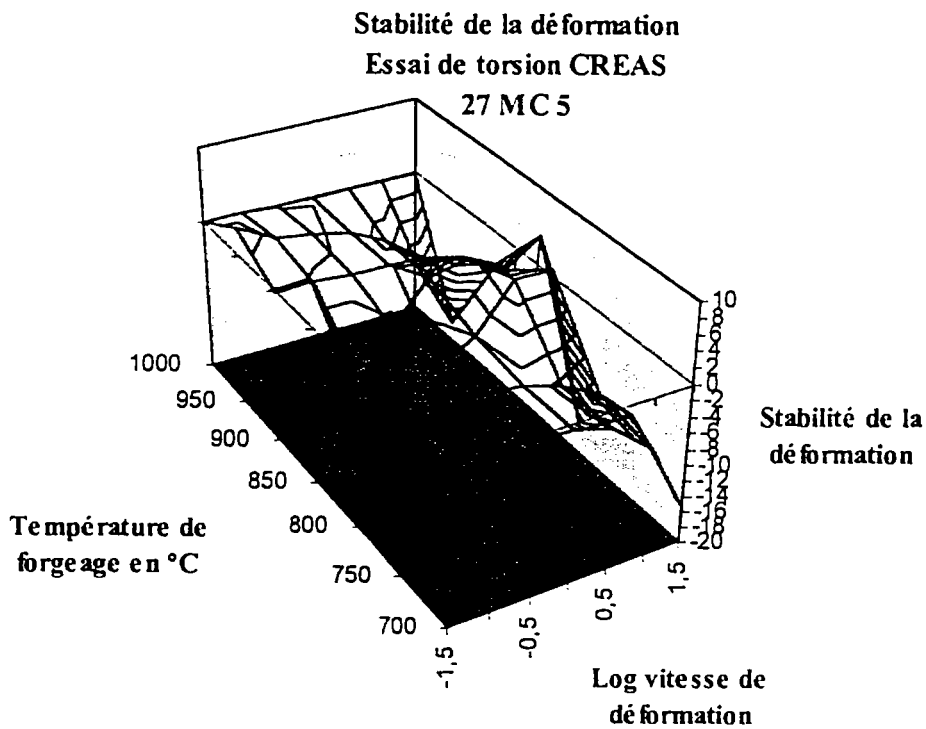
soit

$$\eta = \frac{2m}{m+1} \quad (\text{A4.26})$$

Ce rendement représente la capacité du matériau à dissiper la puissance reçue.



*Fig. A4-12 Carte 3D du rendement de la déformation*



*Fig. A4-13 Carte 3D de la stabilité de déformation*



Plusieurs processus métallurgiques dynamiques contribuent à la dissipation de la puissance pendant le travail à chaud. Dans le matériau existent souvent des phénomènes métallurgiques complexes: restauration, recristallisation, endommagement, mise en solution et précipitation, des microstructures complexes ou plusieurs phases. Ces processus arrivent simultanément et/ou interagissent. Le terme  $J$  résultera de ces interactions [8].

Le terme  $J$  décrit donc une nappe 3D en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

Pour la mise en forme du matériau, les conditions optimales sont celles qui contribuent à la valeur la plus importante de  $J$  et  $\eta$  [9].

### 2312. Etablissement des cartes de stabilité de l'écoulement du matériau

De la même façon, Y. V. R. K. PRASAD [8] a défini un critère d'instabilité de l'écoulement avec la température et la vitesse de déformation:

$$\xi = \frac{\partial \ln\left(\frac{m}{m+1}\right)}{\partial \ln(\dot{\varepsilon})} + m \quad (\text{A4.27})$$

Les variations de  $\xi$  définissent une nappe 3D et délimitent les régions d'écoulement instable. Une instabilité d'écoulement se développe lorsque  $\xi$  devient négatif.

### 232. Caractérisation du comportement métallurgique

#### 2321. Carte du comportement métallurgique

Nous avons appuyé notre étude sur les résultats des essais de torsion de l'acier 0,3% C - 1,2% Mn pratiqués au Centre de Recherches et d'Etudes des Aciers Spéciaux d'Unimétal - Ascométal.

Le domaine de température retenu est  $700 - 1000^\circ\text{C}$  et pour des vitesses de déformation généralisées de  $0.25$  à  $5 \text{ s}^{-1}$ .

Le dépouillement des résultats, pour une déformation de 1, a conduit à l'établissement de la carte illustrée figure A4-12.

L'évolution de la sous-structure des dislocations est une fonction complexe de la vitesse de déformation et de la température, pour une déformation donnée.

Globalement, la nappe 3D présente des monts et des vallées. Les monts sont représentatifs des rendements maximaux de la déformation, c'est à dire de l'énergie maximale stockée dans le matériau. Les vallées caractérisent les domaines d'auto-échauffement maximaux.

Selon les critères définis précédemment, les zones de déformation optimales se situent pour les couples (Température [ $^\circ\text{C}$ ], Vitesse de déformation [ $\text{s}^{-1}$ ]):  $(1000, 1)$ ,  $(800 - 850, 4.5)$  et  $(800 - 850, 0.2)$ .

L'évolution de la microstructure pendant la déformation dépend de l'accumulation et de la répartition de l'énergie de déformation qui sont modulées par la restauration et la recristallisation.

La restauration qui apparaît via le réarrangement et l'annihilation des dislocations, est limitée dans l'austénite (matériau à faible énergie de faute d'empilement) parce que les dislocations dissociées ne peuvent pas monter ou changer de plan de glissement aussi facilement que les dislocations parfaites.

L'accumulation d'énergie de déformation avec l'accroissement de la déformation préside à la recristallisation.

Plus la vitesse de déformation augmente, plus le temps d'incubation de la recristallisation dynamique décroît, favorisant ainsi la recristallisation statique après déformation.

### 2322. Carte de stabilité de l'écoulement

Le dépouillement des résultats d'essai de torsion a conduit à l'établissement de la carte illustrée figure A4-13. Nous avons fait figurer le plan passant par l'origine et qui définit la stabilité ou l'instabilité de la déformation. Dans ce contexte, les zones de stabilité de déformation se situent pour les couples (Température [°C], Vitesse de déformation [ $s^{-1}$ ]): (900 - 1000, 0.2 - 0.4), (800 - 900, 1 - 4) et (700 - 750, 0.2 - 0.4).

Dans le domaine du mi-chaud, il semble que l'augmentation de vitesse de déformation ait une influence positive sur la stabilité de l'écoulement. Pour les températures inférieures à  $Ac_1$  et supérieures à  $Ac_3$ , la stabilité est obtenue pour des vitesses plus faibles.

## 24. Conclusion

En synthèse des différents résultats obtenus à partir des dépouillements précédents, il apparaît que le domaine de température le plus favorable à la déformation est l'intervalle 800 - 850°C. Ce domaine de température correspond au rendement de la déformation maximal caractérisé par une valeur du coefficient de sensibilité à la déformation faible et un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation élevée. A ces températures, la contrainte maximale est de l'ordre de 160 Mpa.

Une vitesse de déformation proche de  $5 s^{-1}$  permet d'optimiser la déformation en termes d'évolution des coefficients  $m$  et  $n$ , de rendement et stabilité de la déformation.

Ces tendances apportées par l'essai de torsion doivent cependant être validées par un autre essai, peut-être plus proche de l'estampage par le niveau de déformation, la vitesse de déformation et éventuellement l'accélération de déformation. L'essai de compression a été retenu pour la validation des lois de comportement mécanique et métallurgique.

## 3. Validation des modèles par essai de compression

L'essai de torsion nous a permis de caractériser la loi de comportement mécanique de l'acier. L'essai de compression est destiné à valider cette loi dans des domaines de déformation, de vitesse de déformation et de variation de vitesse de déformation proches des conditions de forgeage.

### 31. Présentation de l'essai

La modélisation du comportement mécanique par l'essai de torsion ne permet pas, dans sa configuration actuelle, de décrire ce comportement dans tout le domaine de déformation [12 - 14].

La loi de comportement actuelle n'est valable qu'à partir de la déformation correspondant au pic de contrainte, début de la restauration ou de la recristallisation. L'estimation de la contrainte d'écoulement pour une déformation inférieure n'est qu'une extrapolation du modèle. Le pic de contrainte se situant à une déformation proche de 1, la région en extrapolation est grande pour les procédés de forgeage.

Nous avons donc choisi d'étudier le domaine  $0 < \bar{\epsilon} \leq 1$  par un essai de compression sur une machine GLEEBLE 1500. Il s'agit d'une machine de simulation en condition dynamique, destinée à étudier les phénomènes thermomécaniques dans le domaine de la métallurgie.

Dans son principe,

- le pilotage des cycles thermiques est réalisé par PC. La régulation en température, force (80 kN) déplacement (100 mm), contrainte ou déformation en fonction du temps est possible,
- le chauffage est de type effet Joule, régulé par thermocouple ou pyromètre optique. La vitesse maximale de chauffe est 8000°C/s.
- le refroidissement est par conduction naturelle dans les mors (300°C/s) ou forcée (10000°C/s),
- possibilité de traitement sous vide ou sous atmosphère contrôlée.

Les températures d'essais et les vitesses de déformations retenues sont les mêmes que celles définies lors de l'essai de torsion.

### 32. Résultats

La validation des lois de comportement issues de l'essai de torsion par des essais de compression est en cours et ne permet pas de conclure de manière certaine. Toutefois, les premiers résultats obtenus laissent entrevoir certaines divergences entre les résultats des deux essais.

#### Bibliographie annexe 4

- [1] Ecole d' Eté d' Oléron  
Comportement des aciers à mi-chaud  
Mise en forme des métaux  
Ouvrage collectif, Presses du CNRS - IRSID
  
- [2] G. PIERSON  
Comportement mécanique et métallurgique des aciers de construction automobile déformés dans le domaine des températures intermédiaires  
Thèse de Docteur Ingénieur INPI - Nancy, 1983
  
- [3] Y. COMBRES, J.M. HAUDIN, Ch LEVAILLANT, F. MONTHEILLET, M.Y. PERRIN  
Mise en forme à tiède des aciers  
Etude AFME, Action n° 10-2, Rapport annuel 1985
  
- [4] R. BENSABA, G. METAUER  
Etude de l' influence du cycle de chauffage et de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique à chaud de l' acier 100 C 6  
La Revue de Métallurgie CIT, Mars 1994, 489-495
  
- [5] J. de FOUQUET  
Mécanismes fondamentaux de la déformation plastique à froid des métaux  
Mise en forme des métaux et alliages  
Ed. Centre Nat. Rech. Sci., 9, p 61-73
  
- [6] F. MONTHEILLET  
Métallurgie en mise en forme  
Techniques de l' Ingénieur M 600, 1995
  
- [7] Mme M. DUNAND  
Aspects métallurgiques et mécaniques du forgeage à mi-chaud  
Mémoires et Etudes Scientifiques, Revue de Métallurgie, Novembre 1987
  
- [8] Y.V.R.K. PRASAD, H.L. GEGEL, S.M. DORAIVELU, J.C. MALAS, J.T. MORGAN, K.A. LARK, D.R. BARKER  
Modeling of dynamic material behavior in hot deformation: forging of Ti-6242  
Metallurgical transactions A, 1984, Vol. 15A, 1883-1984
  
- [9] R.RAJ  
Development of a processing map for use in warm-forming and hot-forming processes  
Metallurgical transactions A, 1981, Vol. 12A, 1089-1097
  
- [10] S. VENUGOPAL, S.L. MANNAN, Y.VR.K. PAASAD  
Optimisation of hot workability in stainless steel type AISI 304 L using processing maps  
Metallurgical transactions, physical metallurgy and materials science, 1992
  
- [11] M. C. MATAYA, E.L. BROWN, M.P. RIENDEAU  
Effect of hot working on structure and strength of type 340 L austenitic stainless steel  
Metallurgical transactions A, 1990, Vol. 21A, 1969-87
  
- [12] E. DOREMUS, J. OUDIN, J. P. BRICOUT, Y. RAVALARD  
A new device for upsetting tests of steels at high temperatures

J. Mater. Process. Technol. 26 [1991] 257-266

- [13] J. C. GELIN, J. OUDIN, Y. RAVALARD  
Determination of the flow-stress-strain curves for metals from axisymmetric upsetting  
J. of Mech. Work. Technol. 5 [1981] 297-308
- [14] J. C. GELIN  
Contribution à la détermination des lois d'écoulement et limites de ductilité des métaux  
par essai de compression  
Thèse ENSAM 1980

## ANNEXE 5

### APPROCHE DU TRANSFERT THERMIQUE ENTRE LA DENTURE ET L'OUTIL

Nous étudierons dans cette annexe l'influence de la géométrie d'une dent sur le transfert thermique entre cette dent et l'outil. En effet, par sa surface généralement importante en regard de son volume, la présence de la dent peut engendrer un flux de chaleur supplémentaire de la pièce vers l'outil. La conséquence majeure de ce fait est une diminution locale de la température de la pièce, et donc une augmentation de la contrainte d'écoulement du matériau.

Nous ne traiterons que le cas du régime permanent et la solution du problème général (transfert thermique avec source de chaleur intérieure et contact dynamique) sera obtenue par superposition des solutions particulières de chaque problème [1]. En première approche, on considère que le problème est unidimensionnel. Le système est défini par:

$L$	la longueur	
$T_s$	la température de l'interface	
$T_0$	la température du <i>domaine</i> 4	
$h$	le coefficient de convection	
$k$	la conductivité du matériau	
$x$	l'abscisse d'une section étudiée	
$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T - T_s}{T_0 - T_s}$		le changement de variable sur les températures.

Effectuons maintenant un bilan thermique autour d'un élément de dent en considérant que le transfert thermique est unidimensionnel.

$$T = F(x) \tag{A5-1}$$

Soit  $A(x)$  la section normale à  $x$  et  $S(x)$  la surface latérale (figure A5-1). Si  $q_1$  est la quantité de chaleur entrant par conductivité en  $x$ ,  $q_2$  la quantité de chaleur sortant par conductivité en  $x + \delta x$  et  $q_3$  la quantité de chaleur sortant par convection par la surface latérale, nous avons  $q_1 = q_2 + q_3$ . Ou encore

$$q_2 = q_1 + \frac{dq_1}{dx} \delta x + \frac{d^2 q_1}{dx^2} \frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots \tag{A5-2}$$

et

$$q_3 = h\theta(\delta S) \tag{A5-3}$$

de sorte que le bilan thermique s'exprime par

$$\frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left( -kA \frac{d\theta}{dx} \right) + \frac{1}{A} \frac{d^2}{dx^2} \left( -kA \frac{d\theta}{dx} \right) \frac{\delta x}{2!} + \dots + \frac{h\theta \delta S}{A \delta x} = 0 \tag{A5-4}$$

Faisons tendre  $\delta x$  vers zéro. On a

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left( \frac{1}{A} \frac{dS}{dx} \right) \theta = 0 \tag{A5-5}$$



Il est plus commode de placer l'axe des  $x$  et l'origine  $0$  comme indiqué sur la figure A5-1 [1]. Notons qu'alors les flux sont de sens opposé à celui des  $x$  positifs. On suppose  $w \ll (L - x_e)$  de sorte que le problème est à une dimension. On envisage de plus une dent de largeur unitaire de sorte qu'on néglige les échanges latéraux par les sections de profil  $A_m$ .

Calculons d'abord la valeur de  $A(x)$  la section normale à  $Ox$  et  $S(x)$  la surface d'échange.

On trouve, par des considérations géométriques:

$$\frac{AC}{w} = \frac{x}{L} \quad (\text{A5-6})$$

$$A = AC \times 1 = w \frac{x}{L} \quad (\text{A5-7})$$

$$BE = x - x_e ADC \cos \omega \quad (\text{A5-8})$$

$$\cos \omega = \frac{L}{OK} \quad (\text{A5-9})$$

$$\left(\frac{w}{2}\right)^2 + L^2 = (OK)^2 \quad (\text{A5-10})$$

d'où

$$AD = (x - x_e) \sqrt{\left(\frac{w}{2L}\right)^2 + 1} \quad (\text{A5-11})$$

et

$$S = 2AD \times 1 = 2(x - x_e) \sqrt{\left(\frac{w}{2L}\right)^2 + 1} \quad (\text{A5-12})$$

$$S = 2(x - x_e)f \quad (\text{A5-13})$$

On peut assimiler  $OK$  à  $L$ , c'est à dire négliger l'effet de la pente du profil (ce qui revient à faire  $\cos \omega = 1$ , ou encore  $f = 1 \equiv \frac{OK}{L}$ ).

En introduisant (A5-7) et (A5-13) dans (A5-5), on trouve

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\theta}{dx} - p^2 \frac{\theta}{x} = 0 \quad (\text{A5-14})$$

où 
$$p \equiv \sqrt{\frac{2fhL}{kw}}$$

La résolution de l'équation (A5-14) conduit à [1]



### Température dans une dent de pignon

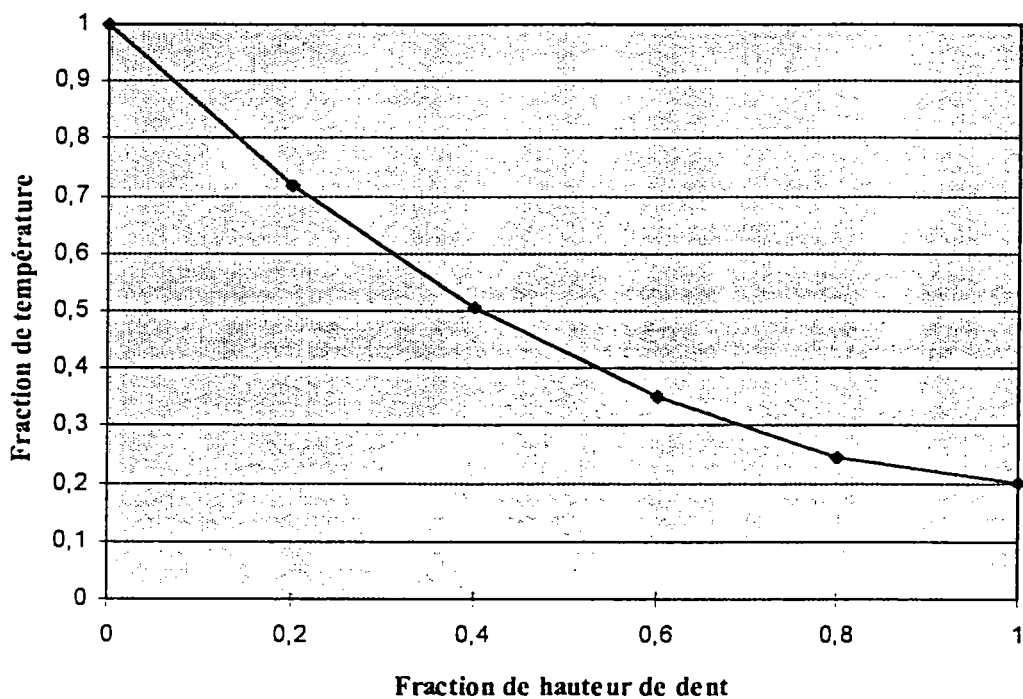


Fig. A5-2 Température dans une dent de pignon

### Température dans une dent de pignon

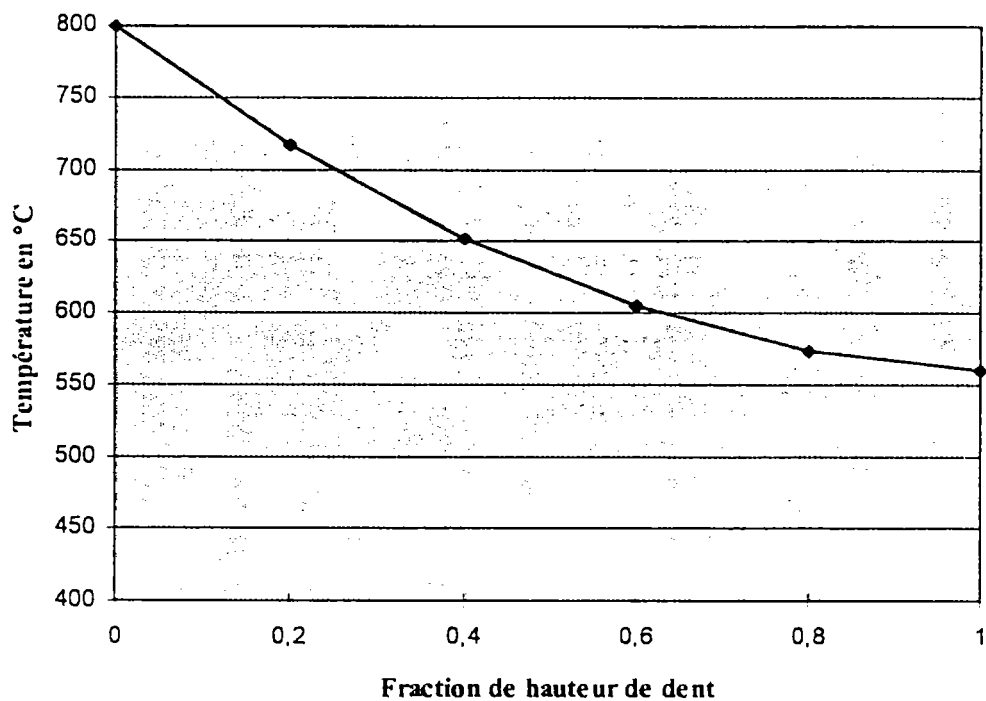


Fig. A5-3 Température dans une dent de pignon

$$\theta = C_1 I_0(2p\sqrt{x}) + DK_0(2p\sqrt{x}) \quad (\text{A5-15})$$

où  $I_0$  et  $K_0$  sont les fonctions de Bessel modifiées, respectivement de 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> espèce, et d'ordre zéro.

Les constantes d'intégration se déterminent par les conditions aux limites qui sont

$$x = L \quad \theta = \theta_0$$

$$x = x_e \quad \frac{d\theta}{dx} = 0 \text{ si l'on néglige l'échange par le bout de la dent.}$$

On trouve alors:

$$\theta = \theta_0 \frac{I_0(2p\sqrt{x})K_1(2p\sqrt{x_e}) + I_1(2p\sqrt{x_e})K_0(2p\sqrt{x})}{I_0(2p\sqrt{L})K_1(2p\sqrt{x_e}) + I_1(2p\sqrt{x_e})K_0(2p\sqrt{L})} \quad (\text{A5-16})$$

La déperdition se calcule par la loi de Fourier appliquée en  $x=L$  ( $l$  étant la largeur):

$$q = k(wl) \left( \frac{d\theta}{dx} \right)_L \quad (\text{A5-17})$$

soit

$$q = \theta_0 kwl \frac{p}{\sqrt{L}} \frac{I_1(2p\sqrt{L})K_1(2p\sqrt{x_e}) - I_1(2p\sqrt{x_e})K_1(2p\sqrt{L})}{I_0(2p\sqrt{L})K_1(2p\sqrt{x_e}) + I_1(2p\sqrt{x_e})K_0(2p\sqrt{L})} \quad (\text{A5-18})$$

Notons qu'on peut améliorer cette dernière relation en tenant compte de la déperdition par le bout de la dent en  $x=x_e$ : il suffit d'ajouter à la longueur ( $L - x_e$ ) une valeur égale à la moitié de l'épaisseur en  $x=x_e$ , soit  $DE$ .

L'application de cette équation dans le cas particulier d'une dent de notre pignon conduit à la figure A5-2 et le passage aux températures réelles dans la dent est illustré figure A5-3, figures pour lesquelles nous avons considéré un coefficient d'échange  $h=10 \text{ kW/K/m}^2$  entre une pièce à la température à coeur de  $800^\circ\text{C}$  et une température d'interface de  $500^\circ\text{C}$ . Nous constatons alors un net refroidissement de l'extrémité de la dent, jusqu'à une température proche de la température d'interface qui doit engendrer une augmentation locale de la contrainte d'écoulement du matériau.

## **Bibliographie annexe 5**

- [1] A. B. de VRIENDT  
La transmission de la chaleur  
Vol. 1, T 1, G. Morin éditeur, 1982