



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DE METZ

par Huiji SHI

en vue l'obtention du titre de

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE -METZ	
N° inv.	1992055S
Cote	S1M3 92/14
Loc	Magasin

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ**

Mention : Sciences de l'Ingénieur N° 7642

Intitulé : Génie Mécanique

**Titre :**

**Etude en Fatigue Thermomécanique sur un Acier  
Inoxydable – Réalisation d'Essais et Prévion de  
la Durée de Vie du Matériau**

Soutenue le 16 mars 1992, devant la Commission d'Examen :

- Mr G. PLUVINAGE : Professeur à l'Université de Metz  
Mr A. REMY : Professeur à l'Ecole des Mines de Paris  
Mr G. DEGALLAIX : Professeur à l'Université de Lille ( Rapporteur )  
Melle C. ROBIN : Professeur à l'Ecoles de Mines de Douai ( Rapporteur )  
Mr J.L. BOUTARD : Ingénieur du NET TEAM ( Munich )  
Mr Z. AZARI : Maître de conférences de l'INSSET de S<sup>t</sup> Quentin

*Laboratoire de Fiabilité Mécanique  
Université de Metz  
ile du Saulcy - 57045 Metz ( France )*

## **REMERCIEMENTS**

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Université de Metz sous la direction de Monsieur le professeur G. PLUVINAGE. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour la confiance, le soutien et les conseils qu'il a constamment fournis.

Mes remerciements s'adressent également à Mademoiselle ROBIN pour l'aide importante et les encouragements permanents.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur JODIN pour sa collaboration efficace contribuant ainsi à la bonne marche des essais.

Je remercie chaleureusement les membres du laboratoire auprès desquels j'ai toujours reçu une aide précieuse. Ici je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Messieurs KORN, JOHNSON, ATARI et CAGNON.

Mes remerciements s'adressent également à Messieurs REMY, DEGALLAIX, BOUTARD, AZARI et PLUVINAGE ainsi que Mademoiselle ROBIN qui ont bien voulu prendre le temps d'examiner ce travail et qui m'ont fait l'honneur de participer au Jury.

## SOMMAIRE

<b>LISTE DES SYMBOLES</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>6</b>
<b>PREMIERE PARTIE : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>9</b>
<b>I DEFINITION DE LA FATIGUE THERMOMECHANIQUE</b>	<b>10</b>
I.1        Domaine de la fatigue oligocyclique	10
I.2        Fatigue oligocyclique isotherme et thermique	11
I.3        Fatigue thermique avec contraintes internes	12
I.4        Fatigue thermomécanique	12
<b>II MODELES DE PREVISION DE LA DUREE DE VIE</b>	<b>14</b>
II.1       Modèle de la température équivalente de Taira	14
II.2       Modèle du dommage continu de Chaboche	16
II.3       Modèle de l'activation thermique de Degallaix	18
II.4       Modèle des paramètres d'énergie de déformation	20
II.5       Autre modèle de prévision	23
<b>III BASE DE THEOREMES POUR ETABLIR UN NOUVEAU MODELE SUR LA PREVISION DE LA DUREE DE VIE</b>	<b>25</b>
III.1      Rappel de quelques éléments de mécanique des milieux continus	25
III.2      Formulation générale des lois de comportement	30
III.3      Lois d'écoulement particulières	35

III.4	Energie totale dissipée de la déformation	40
<b>DEUXIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE</b>		<b>4 3</b>
<b>IV</b>	<b>CONCEPTION DE L'INSTALLATION D'ESSAI DE FATIGUE THERMOMECANIQUE ASSISTEE PAR ORDINATEUR</b>	<b>4 4</b>
IV.1	Partie mécanique de l'installation	44
IV.2	Système de chauffage et de refroidissement	45
IV.3	Unité de régulation de la température	46
IV.4	Système extensométrique	46
IV.5	Unité informatique	45
<b>V</b>	<b>ESSAIS PREPARATOIRES</b>	<b>5 1</b>
V.1	Caractéristique de matériau et conception d'éprouvette	51
V.2	Etude de cyclage thermique	53
V.3	Essai de la dilatation thermique	60
V.4	Essai à paliers de déformation croissants	60
<b>VI</b>	<b>ESSAIS EN FATIGUE ISOTHERME ET EN FATIGUE THERMOMECANIQUE</b>	<b>70</b>
VI.1	Essais en fatigue isotherme à haute température	70
VI.2	Essais en fatigue thermomécanique	75
VI.3	Résumé de l'étude expérimentale en fatigue isotherme et thermomécanique	85

<b>TROISIEME PARTIE : ETUDE DE MODELISATION</b>	<b>90</b>
<b>VII ANALYSE DES DONNEES DES ESSAIS EN FATIGUE ISOTHERME</b>	<b>91</b>
VII.1 Loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope en traction-compression	91
VII.2 Détermination de la réponse déformation-contrainte à un cycle stabilisé	92
VII.3 Détermination des coefficients caractéristique	95
VII.4 Formulation des coefficients $C_{\infty}$ et $\varphi_{\infty}$	98
VII.5 Calcul de la densité d'énergie dissipée	102
VII.6 Relation entre la densité d'énergie dissipée et la durée de vie en fatigue isotherme	104
<b>VIII PREDICTION DE LA DUREE DE VIE DU MATERIAU EN FATIGUE THERMOMECHANIQUE</b>	<b>106</b>
VIII.1 Simulation de la réponse déformation-contrainte en fatigue thermomécanique	106
VIII.2 Analyse de l'endommagement de fatigue thermomécanique avec la densité d'énergie dissipée équivalente	118
VIII.3 Calcul de la durée de vie selon le modèle de Degallaix	126
VIII.4 Discussion sur deux modèle	132
<b>CONCLUSION</b>	<b>134</b>
<b>REFERENCES</b>	<b>139</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b>	<b>145</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b>	<b>151</b>

**LISTE DES SYMBOLES**

$a$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$a_1$	: Exposant de résistance à la fatigue
$a_2$	: Exposant de ductilité en fatigue
$A_1$ et $A_2$	: Coefficients de caractéristiques du matériau
$A_1, A_2, \dots, A_k$	: Variables forces thermodynamiques associées aux variables internes
$b$	: Coefficient de rapidité de stabilisation de cycles
$b_1, b_2$ et $b_3$	: Exposants de caractéristiques du matériau
$B$	: Coefficients de caractéristiques du matériau
$c$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$C$	: Constante dans la relation de Manson-Cofin
$C$	: Coefficient caractéristique du matériau
$C'$	: Coefficient caractéristique du matériau
$C_0$	: Constante dans la formule (III-37)
$C_1$	: Constante dans la formule (II-2)
$C_f$	: Constante du matériau dans la formule (II-21)
$C_c$	: Constante du matériau dans la formule (II-22)
$C_\infty$	: Coefficient caractéristique du matériau au cycle stabilisé
$D$	: Endommagement général
$\mathbf{D}$	: Tenseur des taux de déformation
$D_f$	: Endommagement du matériau en fatigue
$D_c$	: Endommagement du matériau en fatigue-fluage
$\Delta D$	: Endommagement par cycle en fatigue
$\Delta D_{FTM}$	: Endommagement par cycle en fatigue thermomécanique
$e$	: Energie interne spécifique
$E$	: Module d'élasticité d'Young
$f$	: densité de force
$h$	: Module d'écrouissage

$J^*$	: Valeur de l'intégrale de fluage
$\Delta J_f$	: Amplitude de l'intégrale J en fatigue
$\Delta J_c$	: Amplitude de l'intégrale de fluage
$k$	: Limite d'élasticité
$K$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$K'$	: Constantes du matériau
$L$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$l_0$	: Longueur initiale de fissure
$l_f$	: Longueur finale de fissure à rupture
$m_f$ et $m_c$	: Constantes du matériau
$M$	: Coefficient caractéristique du matériau
$M_f$	: Facteur correctif du bord
$n'$	: Exposant d'écrouissage cyclique en fatigue
$n$	: Exposant de fluage
$n$	: Vecteur normal
$N_r$	: Nombre de cycles à rupture
$p$	: Coefficient caractéristique du matériau
$p$	: Déformation plastique cumulée
<hr/>	
$q$	: vecteur courant de chaleur
$Q$	: Energie d'activation apparente en calorie par mole
$Q_1$	: Coefficient asymptotique correspondant au régime cyclique stabilisé
$r$	: Densité volumique de production de chaleur
$R$	: Constante des gaz parfaits en cal/mole/°K
$R$	: Variable isotrope de dimension du domaine d'élastique
$R_{th}$	: Variable d'état représentant une sollicitation thermique générée par la variation de température
$s$	: Densité d'entropie spécifique
$S$	: Entropie
$t$	: Temps



$T$	: Température
$T_0$	: Température de référence
$T_e$	: Température équivalente
$T_{\max}$	: Température maximale
$T_{\min}$	: Température minimale
$\vec{v}$	: Vecteur vitesse
$V_1, V_2, \dots, V_k$	: Variables internes pour décrire des différents phénomènes physiques
$w_p$	: Travail plastique dissipé
$\Delta w_c$	: Paramètre d'énergie dissipée en fatigue-fluage
$\Delta w_e$	: Densité d'énergie dissipée de déformation élastique
$\Delta w_f$	: Paramètre d'énergie dissipée en fatigue
$\Delta w_p$	: Densité d'énergie dissipée de déformation plastique
$\Delta w_t$	: Densité d'énergie dissipée de déformation totale
$\mathbf{x}$	: Variable d'écrouissage cinématique provoquée par la déformation plastique
$x$	: Contrainte interne d'écrouissage cinématique
$x_1$	: Contrainte interne sur la partie supérieure de la boucle contrainte interne-déformation plastique
$x_2$	: Contrainte interne sur la partie inférieure de la boucle contrainte interne-déformation plastique
$x_{\max}$	: Contrainte interne maximale
$x_{\min}$	: Contrainte interne minimale
$\alpha$	: Coefficient de dilatation thermique
$\alpha$	: Coefficient caractéristique du matériau
$\alpha$	: Variable interne de nature tensorielle représentant l'écrouissage cinématique
$\beta$	: Coefficient caractéristique du matériau
$\epsilon$	: Déformation du matériau
$\epsilon$	: Tenseur déformation

$\varepsilon_e$	: Déformation élastique
$\boldsymbol{\varepsilon}_e$	: Tenseur déformation élastique
$\varepsilon_p$	: Déformation plastique
$\boldsymbol{\varepsilon}_p$	: Tenseur déformation plastique
$\varepsilon_t$	: Déformation totale
$\varepsilon'_f$	: Coefficient de ductilité en fatigue
$\Delta\varepsilon_c$	: Amplitude de déformation de fluage
$\Delta\varepsilon_e$	: Amplitude de déformation élastique
$\Delta\varepsilon_p$	: Amplitude de déformation plastique
$\Delta\varepsilon_t$	: Amplitude de déformation totale
$\phi$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$\Phi$	: Dissipation mécanique et thermique
$\gamma$	: Coefficient caractéristique du matériau
$\varphi$	: Coefficient caractéristique du matériau
$\varphi_\infty$	: Coefficient caractéristique du matériau au cycle stabilisé
$\lambda(T)$	: Facteur d'endommagement de température
$\dot{\lambda}$	: Multiplicateur plastique
$\eta$	: Coefficient du modèle de Chaboche
$\mu$	: Constante du matériau
$\nu'$	: Coefficient du matériau
$\theta$	: Constante du matériau
$\rho$	: Masse volumique
$\sigma$	: Contrainte

$\bar{\sigma}$	: Contrainte moyenne
$\sigma$	: Tenseur contrainte
$\sigma'$	: Déviateur de contrainte
$\sigma_1$	: Contrainte sur la partie supérieure de la boucle contrainte interne- déformation plastique
$\sigma_2$	: Contrainte sur la partie inférieure de la boucle contrainte interne- déformation plastique
$\sigma_{eq}$	: Contrainte équivalente
$\sigma_H$	: Contrainte hydrostatique
$\sigma_{max}$	: Contrainte maximale
$\sigma_{min}$	: Contrainte minimale
$\sigma_I, \sigma_{II}$ et $\sigma_{III}$	: Trois invariants de contraintes
$\Delta\sigma$	: Amplitude de contrainte
$\tau$	: Variable du temps
$\nu$	: Coefficient du matériau
$\omega_0$	: Vitesse de déformation de référence
$\omega$	: Vitesse de déformation réelle
$\Psi$	: Variable d'énergie libre spécifique

# INTRODUCTION

## **INTRODUCTION**

Les problèmes de sécurité d'ingénierie, liés aux conditions sévères d'emploi des structures, principalement dans les domaines de génie nucléaire et de génie aéronautique, imposent la connaissance des comportements des matériaux dans des conditions de fatigue oligocyclique à haute température, de fatigue thermomécanique ou de fatigue thermique.

L'essai de fatigue thermomécanique est un essai de fatigue oligocyclique anisotherme résultant de la superposition de cyclages mécanique et thermique. Il a pour but essentiel de caractériser le comportement et la durée de vie des matériaux dans ces conditions, et de dimensionner les structures sous les sollicitations de fatigue thermomécanique.

L'essai de fatigue thermomécanique est typiquement un essai associé à un élément de volume et non à une structure. C'est donc un essai de laboratoire de contrôle exigeant une définition précise des conditions et des procédures pour permettre les comparaisons et les extrapolations. L'évolution des techniques expérimentales et l'utilisation de l'informatique permet la réalisation d'essais reproductibles. Pour la recherche fondamentale sur le comportement des matériaux, il offre la possibilité d'analyser des mécanismes d'endommagement et de tester des modèles de loi de comportement établies à partir des lois de comportement isotherme.

Dans cette étude de nombreux essais en fatigue isotherme et en fatigue thermomécanique ont été réalisés. Ils ont été menés sous amplitudes de déformation totale imposée et sur un acier inoxydable 316L qui est aussi utilisé dans une nouvelle génération de réacteurs à fusion nucléaire.

Pour prévoir la durée de vie en fatigue thermomécanique, nous avons développé une méthode établie à partir d'une loi de comportement cyclique du matériau à écrouissage cinématique non linéaire et par suite d'une définition de l'endommagement représenté par la densité d'énergie dissipée. Les données sont issues des résultats en fatigue isotherme et nécessaires pour comparer les résultats de l'expérience et de la modélisation.

Le présent mémoire est divisé en trois parties:

L'étude bibliographique est présentée dans la première partie. Nous y donnons d'abord la définition de la fatigue thermomécanique ; ensuite nous décrivons les différents modèles développés pour la prévision de la durée de vie en fatigue thermomécanique ; en dernier nous présentons la base des théories avec lesquelles nous avons établi un nouveau modèle de prévision de la durée de vie.

L'étude expérimentale est reportée dans la deuxième partie. L'installation d'essais comprenant la partie mécanique et la partie informatique est préalablement décrite. L'étude du cycle thermique qui fut nécessaire pour vérifier le système de chauffage et améliorer le système de mesure de la température est aussi présentée. Enfin des essais de dilatation et des essais à paliers de déformation croissants pour obtenir les coefficients du modèle sont aussi reportés. Finalement, les essais en fatigue isotherme et en fatigue thermomécanique (hors phase et en phase) qui ont été effectués avec différentes amplitudes de déformation totale sont présentés et notamment sous forme de courbes et de tableaux.

La modélisation est décrite dans la troisième partie. Dans un premier temps, la loi de comportement à écrouissage cinématique non-linéaire pour simuler la réponse contrainte-déformation sous l'effet d'une fatigue isotherme et thermomécanique à amplitude de déformation imposée a été établie. En suite nous décrivons le facteur d'endommagement représentant l'influence de la température et celui représentant l'influence du chargement mécanique à partir de la densité d'énergie dissipée. Ces deux paramètres d'endommagement sont combinés pour établir un modèle de d'endommagement global en fatigue thermomécanique, modèle permettant la prévision de la durée de vie. Le modèle de Degallaix établi à partir de l'activation thermique est utilisé pour comparaison.

**PREMIERE PARTIE :**  
**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

- I    DEFINITION DE LA FATIGUE THERMOMECHANIQUE**
- II   MODELES DE PREVISION DE LA DUREE DE VIE**
- III  BASE DE THEOREMES POUR ETABLIR UN NOUVEAU  
      MODELE SUR LA PREVISION DE LA DUREE DE VIE**

# I DEFINITION DE LA FATIGUE THERMOMECHANIQUE

## I.1 Domaine de la fatigue oligocyclique

La courbe de résistance à la fatigue ou courbe de Wöhler [1] peut être divisée en trois parties (Figure 1) :

- A : Une zone de fatigue oligocyclique ( $N_R < 5 \cdot 10^4$  cycles) ;
- B : Une zone d'endurance limitée ( $10^5$  cycles  $< N_R < 10^7$  cycles) ;
- C : Une zone d'endurance illimitée ( $N_R > 10^7$  cycles) .

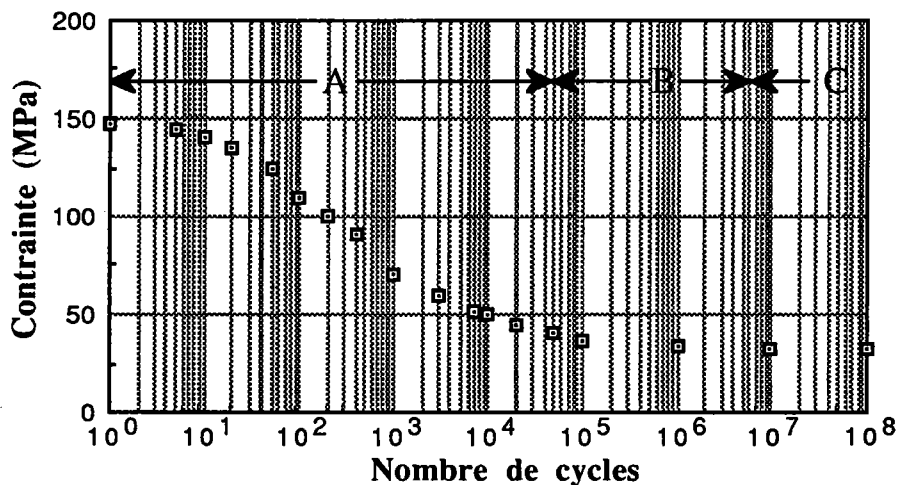


Figure 1 : Courbe de Wöhler

Le domaine de la fatigue oligocyclique présente deux caractéristiques :

- une déformation plastique importante se produit à chaque cycle car on est à fort niveau de contrainte ;
- la durée de vie du matériau est faible, n'excédant pas  $10^5$  cycles.

La fatigue oligocyclique à haute température, préjudiciable dans beaucoup d'applications industrielles, a été étudiée dès les années 50. Les travaux du pionnier Coffin qui a essayé de simuler à l'aide d'essais de laboratoire ce problème sont les premières connues. C'est à partir de ces travaux liés à l'avancement des idées concernant la déformation plastique et les observations des dislocations que la relation de Manson-Coffin [2,3] a été proposée et a été à l'origine du prodigieux essor des études de la fatigue oligocyclique à haute température.



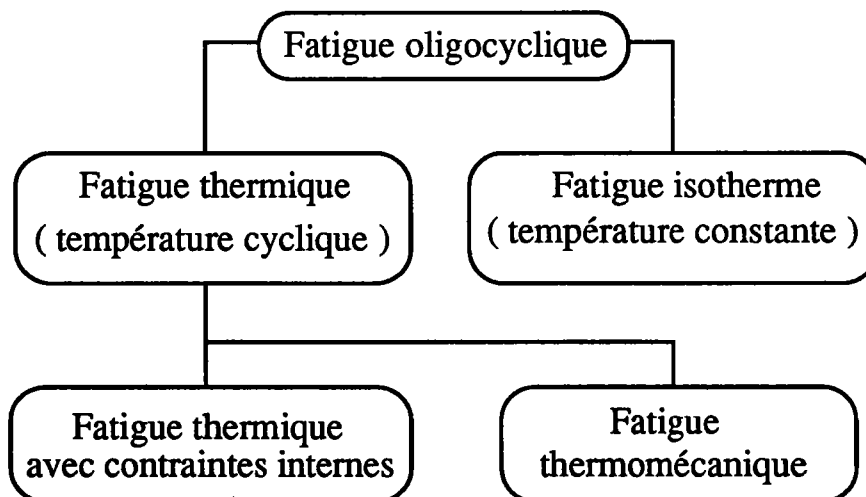
## I.2 Fatigue oligocyclique isotherme et thermique

La fatigue oligocyclique à haute température peut en terminologie être divisée en deux parties : fatigue isotherme et fatigue thermique. En "fatigue isotherme" la température est constante tout le long de la durée de vie du matériau; en "fatigue thermique" la température est variable.

La fatigue thermique est un problème infiniment plus complexe que la fatigue isotherme à haute température qui n'est pas spécialement simple. On peut définir la fatigue thermique comme la détérioration progressive d'un matériau pouvant conduire à sa rupture éventuelle sous l'action de cycles de chauffage et de refroidissement quand on l'empêche partiellement ou complètement de se dilater ou de se contracter librement [4].

Dans le processus de la fatigue thermique, les contraintes de dilatation thermique sont une composante essentielle. Par souci de commodité, ces contraintes peuvent être groupées en deux catégories : contraintes internes et contraintes externes.

Une classification selon Spera [5] est présentée dans la figure 2. Conventionnellement, la fatigue thermique sous contraintes externes est appelée fatigue thermomécanique.



**Figure 2 :** Classification de terminologie de fatigue oligocyclique d'après [5]

### **I.3 Fatigue thermique avec contraintes internes**

La fatigue thermique avec contraintes internes existe typiquement dans une pièce de structure qui subit un cycle thermique et les contraintes internes sont créées par un fort gradient de température.

L'essai de fatigue thermique avec contraintes internes est généralement un essai technologique et industriel utilisant une éprouvette simplifiée représentant la pièce réelle [6]. Il a l'avantage de simuler le comportement thermique des pièces et des structures de façon assez réaliste, l'amorçage et la propagation des fissures sous fort gradient thermique.

Bien que l'on ne peut obtenir des résultats sur la durée de vie avec ce type d'essai, on ne peut pas directement mesurer la déformation et la contrainte dans l'éprouvette [7], mais la réponse de contrainte-déformation en fonction du cycle thermique est souvent utilisée pour l'analyse de l'endommagement de fatigue thermique. D'ailleurs, les résultats de ces essais sont très sensible aux conditions expérimentales utilisées et ne peuvent être facilement comparés.

### **I.4 Fatigue thermomécanique**

La fatigue thermomécanique consiste à soumettre un matériau à la superposition de cyclages mécaniques et thermiques, en phase ou hors phase [8,9] (Figure 3a) ou sous formes complexes [10,11] (Figure 3b).

Dans l'essai de fatigue thermomécanique, une éprouvette est soumise à un cycle de chauffage et refroidissement en évitant la création d'un gradient de température dans la section, avec simultanément un cycle de déformation ou de contrainte imposée.

Dans cet essai toutes les grandeurs, contrainte, déformation et température peuvent être mesurées en fonction du temps. Leurs valeurs permettent d'analyser les mécanismes d'endommagement et de vérifier un modèle établi à partir de simples lois de comportement isothermes.

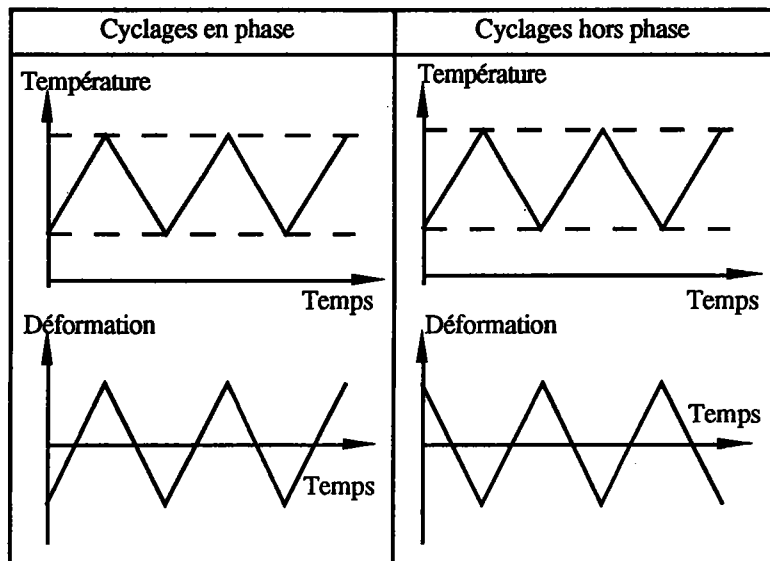


Figure 3a : Exemple de cyclages thermomécaniques en phase et hors phase

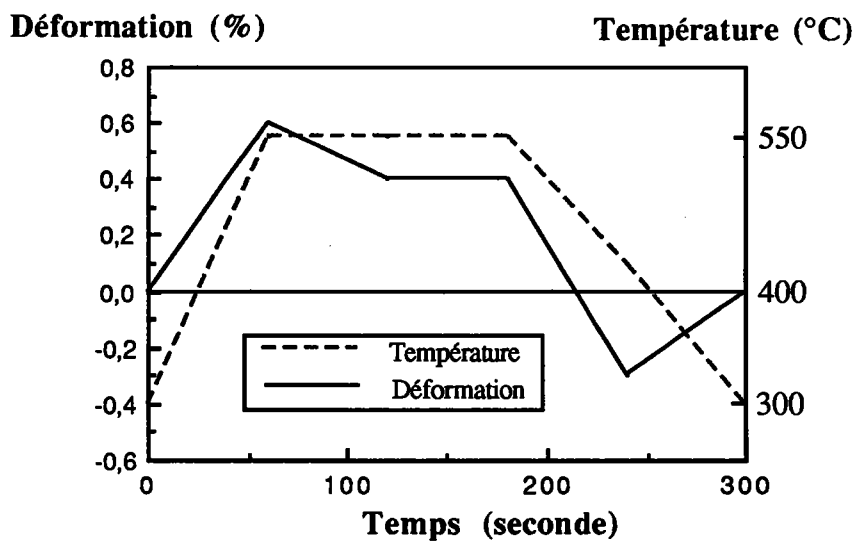


Figure 3b : Un exemple de cyclages thermomécaniques complexes d'après [10]

## II MODELES DE PREVISION DE LA DUREE DE VIE

Pour prédire la durée de vie en fatigue thermomécanique, certains modèles de prévision performants et appliqués à la fatigue isotherme ont été améliorés et développés par beaucoup de chercheurs pour les transposer aux conditions anisothermes. Dans ce problème, le point le plus délicat est la forte variation de la température au cours de chaque cycle. Les coefficients du modèle doivent être considérés comme variables avec la température. Quelques principaux modèles existants sont présentés dans ce qui suit. La fiabilité moyenne de leur prédiction rend nécessaire la recherche d'autres plus performants.

### II.1 Modèle de la température équivalente de Taira

Le concept proposé par Taira [12] suggère que, pour un cyclage en fatigue thermique, la même durée de vie peut être obtenue par un cyclage isotherme à la même déformation plastique mais à une température équivalente. Ce concept postule donc que l'endommagement par cycle pour une variation de déformation plastique donnée et, dans un intervalle de température est identique à l'endommagement produit par un cycle à même déformation plastique et à une température isotherme appelée température  $T_e$ .

A partir de la relation de Manson-Coffin [13] donnée par l'équation suivante et utilisée couramment en fatigue isotherme:

$$1/N_r = C \Delta \epsilon_p^{n'} \quad (\text{II-1})$$

ici,  $N_r$  est nombre de cycles à rupture,  $\Delta \epsilon_p$  l'amplitude de déformation plastique,  $n'$  l'exposant de ductilité en fatigue et  $C$  est une constante.

Taira [12] propose une loi dérivant de l'équation (II-1), valable lors de cyclages thermiques:

$$1/N_r = C_1 \lambda(T) \Delta \epsilon_p^{n'} \quad (\text{II-2})$$

où  $\lambda(T)$  est un facteur d'endommagement dépendant de la température et  $C_1$  est une constante. La figure 4 représente l'évolution du facteur  $\lambda(T)$  en fonction de la température  $T$  pour un acier à 0,16% de C et un acier inoxydable 18Cr-12Ni-Nb.

En admettant que le taux d'endommagement engendré par fatigue croît linéairement avec les cycles de déformation et en considérant qu'au cours d'une demi alternance, la déformation plastique  $\delta\varepsilon_p$  apporte un taux d'endommagement  $\delta D$  qui lui est proportionnel, nous pouvons écrire:

$$\delta D = \frac{1}{2} \lambda(T) (\delta\varepsilon_p)^{n'} \quad (\text{II-3})$$

En différenciant l'équation (II-3), nous obtenons:

$$d(\delta D) = \frac{1}{2} \lambda(T) n' (\delta\varepsilon_p)^{n'-1} d(\delta\varepsilon_p) \quad (\text{II-4})$$

En tenant compte de l'évolution de  $\lambda(T)$  avec  $T$  et de la relation entre  $\delta\varepsilon_p$  et  $T$ , l'intégrale de cette équation permet d'estimer la durée de vie en fatigue thermomécanique.

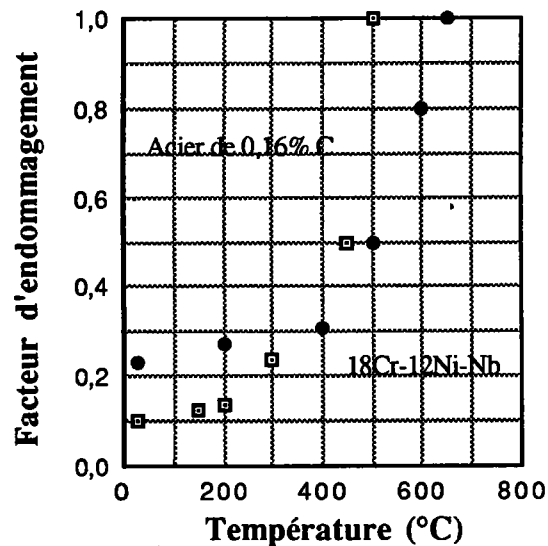


Figure 4 : Evolution du facteur d'endommagement  $\lambda(T)$  avec la température d'après Taira [12]

Pour simplifier l'intégration de l'équation (4); Taira [14] considère deux cas: quand la température maximale  $T_{max}$  est relativement basse, l'exposant  $n$  est proche de 2. On obtient alors une température équivalente  $T_e$  :

$$T_e = ( T_{max} + T_{min} ) / 2 \quad (\text{II-5})$$

quand  $T_{max}$  est plus élevée,  $n$  est voisin de 1, donc :

$$T_e = T_{max} \quad (\text{II-6})$$

Ce modèle qui considère un facteur d'endommagement  $\lambda(T)$  fonction de la température nous fournira la base de développement d'une nouvelle méthode de la prévision en fatigue oligocyclique anisotherme (thermomécanique).

## II.2 Modèle du dommage continu de Chaboche

On considère qu'à haute température l'endommagement fait intervenir deux processus. L'un est dû au fluage et correspond à la création de vides et de cavités de nature plutôt intercristalline, l'autre dû au cyclage mécanique et conduit à une rupture généralement de nature transcristalline. Une formulation, introduite par Chaboche [15], définit l'endommagement en fatigue oligocyclique anisotherme comme la somme de ces deux dommages (l'endommagement de fatigue et l'endommagement de fluage). Dans le cas unidimensionnel l'évolution du dommage  $D$  en fonction du nombre de cycles est de la forme :

$$dD = f(\sigma, D, T) dt + g(\bar{\sigma}, \Delta\sigma, D, T) dN \quad (\text{II-7})$$

où  $\Delta\sigma$  : amplitude de contrainte

$\bar{\sigma}$  : contrainte moyenne

$t$  : temps de fluage

$N$  : nombre de cycles.

Si on considère uniquement l'endommagement de fatigue, une loi de dommage est proposée sous la forme :

$$dD = [1 - (1-D)^{\beta-1}]^{\alpha} [(\Delta\sigma/M)(1-D)]^{\beta} dN \quad (\text{II-8})$$

qui conduit au nombre de cycles à rupture en fatigue isotherme, selon la relation :

$$N_r = 1 / [(1+\beta)(1-\alpha)(\Delta\sigma/M)^{\beta}] \quad (\text{II-9})$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $M$  sont des coefficients caractéristiques du matériau et dépendent de la température.

Afin de tenir compte des effets de variation de la température en fatigue thermomécanique, un cumul linéaire des effets de la température est

proposée [16] au cours du cycle. Le dommage produit par chaque cycle est de la forme :

$$\Delta D = \sum \delta D = 1/N = (1+\beta) (1-\alpha) (\Delta\sigma/M)^\beta \quad (\text{II-10})$$

où  $\Delta D$  est le dommage par un cycle et  $\delta D$  est le dommage élémentaire par cycle représenté par l'équation :

$$\delta D = \beta (\beta+1) (1-\alpha) (\Delta\sigma/M)^{\beta-1} \delta\sigma \quad (\text{II-11})$$

En intégrant cette équation nous obtenons ;

$$\Delta D = 1/N_r = \int_{\text{cycle}} \beta (\beta+1) (1-\alpha) (\Delta\sigma/M)^{\beta-1} \delta\sigma \quad (\text{II-12})$$

Cette dernière intégrale est facilement calculée par la méthode des trapèzes. Si nous connaissons l'évolution de  $\beta = f(T)$ ,  $M = f(T)$ ,  $\Delta\sigma = f(T)$  et  $\alpha = f(\Delta\sigma, T)$ .

Dans des essais à déformation imposée, la contrainte n'est pas connue à l'avance, il est nécessaire d'introduire les équations de la loi de comportement [17] :

$$\dot{\epsilon}_p = [1/(1-D)] \left[ \frac{|\sigma-x| - R}{K(1-D)} \right]^n \text{Sgn}(\sigma-x) \quad (\text{II-13})$$

$$\dot{x} = c f(p) \left( a \dot{\epsilon}_p - \frac{x}{1-D} |\dot{\epsilon}_p| \right) \quad (\text{II-14})$$

avec  $R = k + h ( \exp(-vp) - \exp(-\eta p) )$

$$f(p) = 1 + (1-L) \exp(-\phi p)$$

où  $p$  est la déformation plastique cumulée,  $x$  est la contrainte interne et  $n$ ,  $K$ ,  $c$ ,  $a$ ,  $k$ ,  $h$ ,  $L$ ,  $v$ ,  $\eta$ ,  $\phi$  sont les dix coefficients du modèle, dépendant du matériau et de la température.

Ce modèle n'est pas facile à appliquer en fatigue thermomécanique sous déformation imposée car il faut à la fois déterminer les dix coefficients de la loi de comportement et aussi leurs lois d'évolution avec la température.

### II.3 Modèle de l'activation thermique de Degallaix

Ce modèle est bâti sur le cumul d'un endommagement athermique et d'un endommagement dépendant de la température et a été initialement utilisé pour le calcul de la durée de vie en fatigue isotherme à haute température. L'accroissement de dommage par cycles s'écrit [18]:

$$\Delta D = 1/N_r = A_1 \Delta \varepsilon_p^{b_1} \exp(-Q / (RT)) + A_2 \Delta \varepsilon_p^{b_2} \quad (\text{II-15})$$

où le premier terme de la droite de l'équation représente la distribution du mécanisme de l'activation thermique et le deuxième terme représente celle du mécanisme athermique.

Q : Energie d'activation apparente en calorie par mole

R : Constante des gaz parfaits en cal/mole/°K

T : Température en °K

$A_1$ ,  $A_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $Q$  sont des caractéristiques du matériau indépendantes de l'amplitude de déformation plastique  $\Delta \varepsilon_p$  et de la température  $T$ . Ces différents coefficients sont calculés par une méthode d'optimisation à partir d'essais en fatigue isotherme.

L'extension en fatigue thermomécanique utilise l'expression différentielle du modèle afin de cumuler des endommagement dûs aux incréments de déformation plastique et de température et ce de la façon suivante [19] :

Si l'on considère une règle de cumul linéaire de dommage et que pour une demi-alternance, l'accroissement d'endommagement est égal à :

$$\Delta D_{1/2} = \frac{1}{2 N_r} \quad (\text{II-16})$$

Au cours de chaque demi-alternance, si l'on définit un incrément de déformation  $\delta \varepsilon_p$  (figure 5)  $0 \leq \delta \varepsilon_p \leq \Delta \varepsilon_p$  on obtient :

$$0 \leq \delta D \leq \Delta D_{1/2}$$

L'accroissement d'endommagement  $\delta D$  est défini par l'équation suivante :

$$\delta D = (A_1/2) \delta \varepsilon_p^{b_1} \exp(-Q / (RT)) + (A_2/2) \delta \varepsilon_p^{b_2} \quad (\text{II-17})$$



Dans une boucle d'hystérésis stabilisée entre deux températures  $T_1$  et  $T_2$ , l'accroissement de dommage élémentaire  $d(\delta D)$  est obtenu en différenciant l'expression (II-17) par rapport à la déformation plastique et à la température :

$$d(\delta D) = [(A_1 b_1/2) (\delta \epsilon_p)^{b_1-1} \exp (-Q / (RT)) + (A_2 b_2/2) (\delta \epsilon_p)^{b_2-1}] d(\delta \epsilon_p) + [(A_1/2) (\delta \epsilon_p)^{b_1} (Q/(RT^2) \exp (-Q / (RT)))] dT \quad (\text{II-18})$$

L'accroissement de dommage produit par cycle thermomécanique correspond alors à l'intégration de l'équation (II-18) suivant un chemin cyclique de  $T_1$  à  $T_2$  et en suite de  $T_2$  à  $T_1$ ; c'est à dire :

$$\Delta D_{1/2} [T_1 \Rightarrow T_2] + \Delta D_{1/2} [T_1 \Leftarrow T_2] = \Delta D [T_1 \Leftrightarrow T_2] = 1/N_r$$

ce qui donne :

$$\Delta D_{1/2} [T_1 \Rightarrow T_2] = \int_0^{\Delta \epsilon_p} f(\delta \epsilon_p, T) d(\delta \epsilon_p) + \int_{T_1}^{T_2} g(\delta \epsilon_p, T) dT \quad (\text{II-19})$$

$$\Delta D_{1/2} [T_1 \Leftarrow T_2] = \int_0^{\Delta \epsilon_p} f(\delta \epsilon_p, T) d(\delta \epsilon_p) + \int_{T_2}^{T_1} g(\delta \epsilon_p, T) dT \quad (\text{II-20})$$

ici :

$$f(\delta \epsilon_p, T) = (A_1 b_1/2) (\delta \epsilon_p)^{b_1-1} \exp (-Q / (RT)) + (A_2 b_2/2) (\delta \epsilon_p)^{b_2-1}$$

$$g(\delta \epsilon_p, T) = (A_1/2) (\delta \epsilon_p)^{b_1} (Q/(RT^2) \exp (-Q / (RT)))$$

L'intégration des équations (II-19), (II-20) est réalisable si nous connaissons la variation de la déformation plastique  $\Delta \epsilon_p$  en fonction de la température durant un cyclage en fatigue thermomécanique. Elle permet de calculer la durée de vie du matériau. La figure 5 montre schématiquement la relation entre une boucle déformation plastique-température et une boucle contrainte-déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase.

Ce modèle utilise quatre coefficients issus des données de fatigue isotherme et offre une approche acceptable de la prédiction de la durée de vie en fatigue thermomécanique [20].

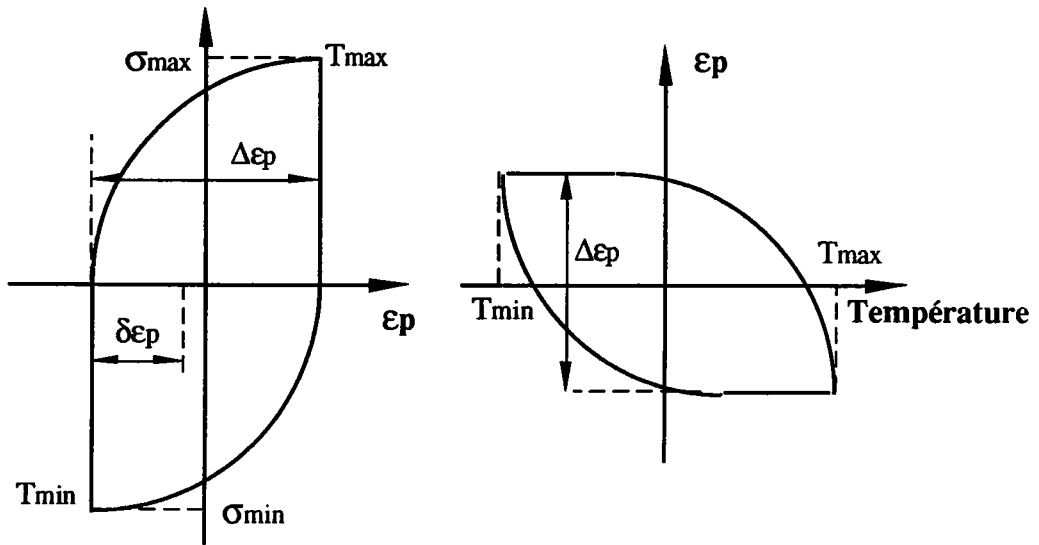


Figure 5 : Boucle contrainte-déformation plastique correspondant à une boucle température-déformation plastique d'après [19]

#### II.4 Modèle des paramètres d'énergie de déformation

Dans ce modèle on introduit un critère de la propagation de fissure à la prévision de la durée de vie en fatigue thermomécanique. On considère donc que la durée de vie en amorçage est négligeable bien que représentant une dizaine de pour-cent de la durée de vie totale dans certains cas. Cette méthode a été utilisée pour analyser deux types de fatigue : la fatigue thermomécanique sans fluage et la fatigue thermomécanique avec fluage.

D'après des résultats d'essai, Nitta et Kuwabara [21] observent que les caractéristiques de la propagation de fissure en fatigue isotherme sont proches de celles en fatigue thermomécanique. Il identifie une loi de la propagation de fissure de fatigue oligocyclique isotherme qu'il transpose à la fatigue thermomécanique. Pour ces deux types de fatigue, la loi de fissuration est exprimée en fonction de la variation d'amplitude de l'intégrale J et représentée par les équations suivantes :

- (i) En fatigue conventionnelle :

$$dl/dN = C_f \Delta J_f^{m_f} \quad (\text{II-21})$$

- (ii) En fatigue-fluage :

$$dl/dt = C_c (J^*)^{m_c}$$

ou 
$$dl/dN = C_c \Delta J_c \quad m_c = 1$$
 (II-22)

$$\Delta J_c = \int_0^{t_1} J^* dt$$

où  $\Delta J_f$  : l'amplitude de l'intégrale J en fatigue

$J^*$  : la valeur de l'intégrale de fluage

$\Delta J_c$  : l'amplitude totale de l'intégrale de fluage

$C_f, m_f, C_c$  et  $m_c$  : les constantes de matériau.

On considère que le nombre de cycles à rupture est égal à la durée de vie de la propagation de fissure depuis une longueur initiale de fissure  $l_0$  à une longueur finale à rupture  $l_f$ . La prévision de la durée de vie à rupture en fatigue thermomécanique peut donc être représentée par les équations suivantes :

(i) En fatigue conventionnelle :

$$\Delta \tilde{w}_f^{m_f} N_f = D_f \quad (II-23)$$

où  $\Delta \tilde{w}_f$  est l'énergie dissipée identique par cycle, appelé "paramètre d'énergie dissipée en fatigue":

$$\Delta \tilde{w}_f = \frac{\Delta \sigma \Delta \epsilon_e}{2} + \frac{n' + 1}{2\pi} f(n') \frac{\Delta \sigma \Delta \epsilon_p}{n' + 1} \quad (II-23a)$$

$n'$  est l'inverse de l'exposant d'écrouissage;  $f(n')$  est une relation empirique décrite par :

$$f(n') = 3,85 n'^{0,5} (1 - 1/n') + \pi/n' \quad (II-23d)$$

$D_f$  est l'endommagement de fatigue représenté par :

$$D_f = \frac{\ln(l_f/l_0)}{C_f 2\pi M_J} \quad (m_f = 1) \quad (\text{II-23b})$$

$$D_f = \frac{l_f^{1-m_f} - l_0^{1-m_f}}{C_f (m_f - 1) (2\pi M_J)^{m_f}} \quad (m_f \neq 1) \quad (\text{II-23c})$$

(ii) En fatigue-fluage :

$$\Delta \tilde{w}_c^{m_c} N_r = D_c t_0^{1-m_c} \quad (\text{II-24})$$

où  $\Delta \tilde{w}_c$  est le paramètre d'énergie dissipée en fatigue-fluage représenté par :

$$\Delta \tilde{w}_c = \frac{\sigma_{\max}}{\Delta \sigma} \frac{\Delta \sigma_{\max} \Delta \epsilon_e}{2} + \frac{n+2}{n+3} \frac{n+1}{2\pi} f(n) \frac{\Delta \sigma_{\max} \Delta \epsilon_c}{n+1} \quad (\text{II-24a})$$

(  $m_c = 1$  )

$$\Delta \tilde{w}_c = \left\{ \int_{-1}^1 \left[ \frac{1}{2^{2/3}} \frac{\sigma_{\max}}{\Delta \sigma} \frac{\Delta \sigma_{\max} \Delta \epsilon_e}{2} + \frac{n+2}{2^{(n+1)/2+5/3}} (1+x)^{(n+1)/2} \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{n+1}{2\pi} f(n) \frac{\Delta \sigma_{\max} \Delta \epsilon_c}{n+1} \right] dx \right\}^{2/3} \quad (m_c \neq 1) \quad (\text{II-24b})$$

où  $n$  est l'exposant de fluage et  $f(n)$  est représenté par une relation empirique suivante :

$$f(n) = 3,85 n^{0,5} (1 - 1/n) + \pi/n \quad (\text{II-24e})$$

$D_c$  est l'endommagement de fatigue-fluage :

$$D_c = \frac{\ln(l_f/l_0)}{C_c 2\pi M_J} \quad (m_c = 1) \quad (\text{II-24c})$$

$$D_c = \frac{l_f^{1-m_c} - l_0^{1-m_c}}{C_c (m_c - 1) (2\pi M_J)^{m_c}} \quad (m_c \neq 1) \quad (\text{II-24d})$$

où $\sigma_{\max}$ :	la contrainte maximale en traction
$\Delta\sigma$ :	l'amplitude de contrainte
$\Delta\varepsilon$ :	l'amplitude de déformation totale
$\Delta\varepsilon_e$ :	l'amplitude de déformation élastique
$\Delta\varepsilon_p$ :	l'amplitude de déformation plastique
$\Delta\varepsilon_c$ :	l'amplitude de déformation de fluage
$\dot{\varepsilon}_t$ :	la vitesse de déformation en traction
$\beta$ :	l'exposant de la forme cyclique de contrainte
$t_0$ :	la durée du temps en traction, $t_0 = \Delta\varepsilon / 20,5 \dot{\varepsilon}_t$
$M_J$ :	le facteur correctif du bord

La figure 6a et 6b donnent un exemple de comparaison entre l'application de ce modèle et l'expérience sur de nombreux aciers dont un acier inoxydable 304 et dans une gamme de température. Les résultats sont représentés dans un graphe paramètre d'énergie de déformation par cycles et nombre de cycles à rupture.

Cette modélisation introduit une loi de la propagation de fissure associée à l'intégrale J en fatigue ou en fluage. Elle donne une prévision correcte de la durée de vie en fatigue thermomécanique des aciers à faible teneur en carbone et des aciers alliés [22].

## II.5 Autre modèle de prévision

Le modèle de partition de la déformation ou du "strain range partitioning" de Manson [23, 24] est utilisé souvent pour la prédiction de la durée de vie en fatigue isotherme à haute température et en fatigue thermomécanique. Nous ne présenterons pas en détail celui-ci en raison de la longueur des développements nécessaires à sa compréhension.

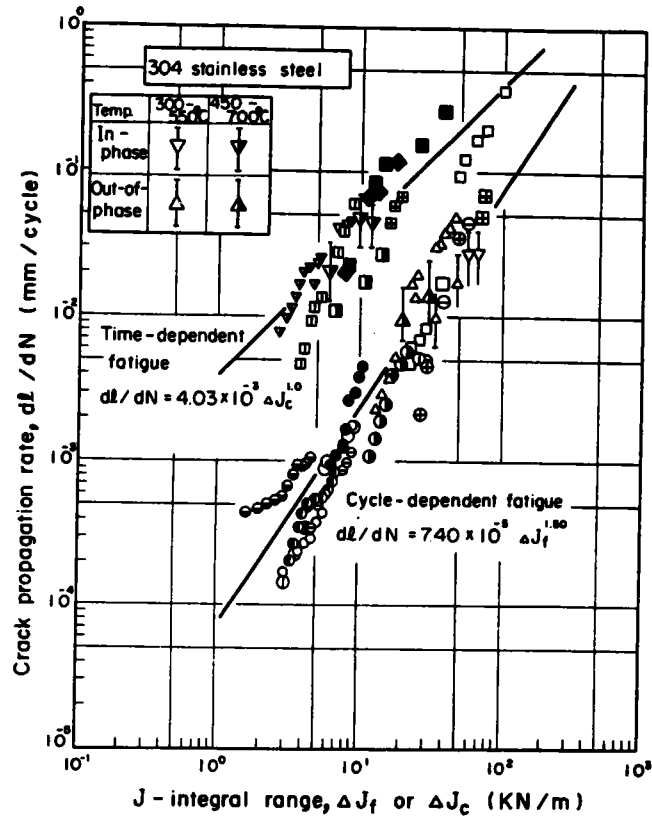


Figure 6a : caractéristiques de propagation de fissure dans l'acier inoxydable 304 en fatigue thermomécanique et en fatigue isotherme à 550°C, 600°C, 650°C et 700°C

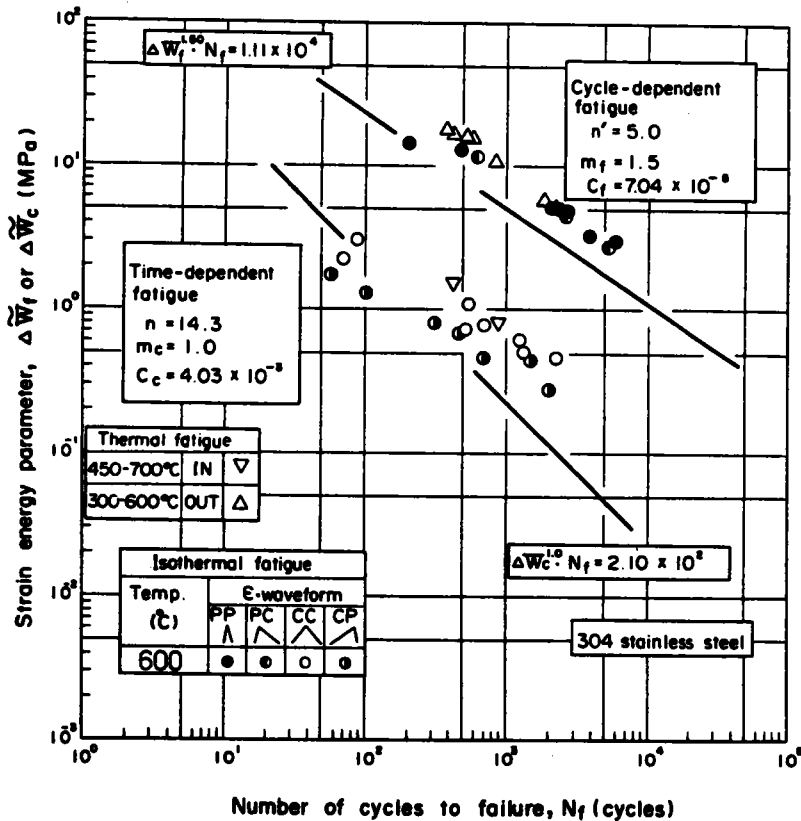


Figure 6b : Relation entre la durée de vie à rupture et les paramètres d'énergie de déformation en fatigue thermomécanique et en fatigue isotherme sur l'acier inoxydable 304

### III BASE DE THEOREMES POUR ETABLIR UN NOUVEAU MODELE SUR LA PREVISION DE LA DUREE DE VIE

Dans ce chapitre, nous voulons rappeler les théories en mécanique et en thermodynamique qui nous seront nécessaires pour analyser les essais de fatigue isotherme et thermomécanique que nous avons réalisés ainsi que pour développer un modèle de prévision de durée de vie en fatigue isotherme et fatigue thermomécanique. Celui-ci est fait à partir d'une loi de comportement à écrouissage cinématique non linéaire et une loi de dissipation d'énergie .

#### III.1 Rappel de quelques éléments de mécanique des milieux continus [25]

##### III.1.1 Invariants de contraintes et de déformations

Dans l'écriture tridimensionnelle des lois de comportement, l'hypothèse d'isotropie conduit à utiliser les invariants des tenseurs de contraintes  $\sigma$  et de déformations  $\epsilon$  et de leurs déviateurs. Par exemple les déviateurs de contraintes  $\sigma'$  sont définis par :

$$\sigma' = \sigma - \frac{1}{3} \text{Tr}(\sigma) \mathbb{1} \quad \text{ou} \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{III-1})$$

Ces tenseurs du second ordre possèdent trois invariants définis par trois fonctions de valeurs scalaires indépendantes du référentiel :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{I}} &= \text{Tr}(\sigma) = \sigma_{ii} \\ \sigma_{\text{II}} &= \frac{1}{2} \text{Tr}(\sigma^2) = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} \\ \sigma_{\text{III}} &= \frac{1}{3} \text{Tr}(\sigma^3) = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} \end{aligned} \quad (\text{III-2})$$

Dans le domaine de la plasticité, on fait souvent intervenir les invariants du déviateur des contraintes et de déformation plastique définis de la même façon. Par exemple pour les invariants du déviateur de contrainte :

$$\begin{aligned} S_I &= 0 \\ S_{II} &= \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \\ S_{III} &= \frac{1}{3} \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki} \end{aligned} \quad (III-3)$$

En pratique, nous utilisons souvent les invariants homogènes, pour les contraintes :

- La contrainte hydrostatique

$$J_1(\sigma) = \sigma_I = 3\sigma_H \quad (III-4)$$

- La contrainte équivalente au sens de Von Misès :

$$J_2(\sigma) = (3S_{II})^{1/2} = \sigma_{eq} \quad (III-5)$$

De la même manière, on peut définir tous les invariants de déformation.

### III.1.2. Lois de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique défini par la conservation de l'énergie s'exprime par :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} \right) dV = \int_D (\vec{f} \cdot \vec{v} + r) dV + \int_{\partial D} (\vec{f} \cdot \vec{v} - \vec{q} \cdot \vec{n}) dS \quad (III-6)$$

où  $\rho$  est le masse volumique,  $e$  l'énergie interne spécifique,  $\vec{v}$  le vecteur vitesse,  $\vec{f}$  la densité de force,  $r$  la densité volumique de production de chaleur,  $\vec{q}$  le vecteur courant de chaleur et  $n$  le vecteur normal.  $D$  représente le volume de l'élément,  $dV$  et  $dS$  représentent les incréments de volume et surface.

Il est possible d'en déduire une expression locale ne faisant intervenir que la puissance des efforts intérieurs et la chaleur reçue en utilisant le deuxième axiome du principe des puissances virtuelles :

$$\rho \frac{de}{dt} = \sigma : \mathbb{D} + r - \text{div } \vec{q} \quad (III-7)$$

où  $\mathbb{D}$  est le tenseur des taux de déformation.



Le second principe de la thermodynamique montre que le taux de production d'entropie est toujours supérieur ou égal au taux de chaleur reçu divisé par la température :

$$\frac{dS}{dt} \geq \int_D \frac{\dot{r}}{T} dV - \int_{\partial D} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dS \quad \forall D \quad (\text{III-8})$$

où  $T$  est la température et  $S$  est l'entropie qui peut être donné par :

$$S = \int_D \rho s dV$$

ici  $s$  : densité d'entropie spécifique.

En utilisant le théorème de la divergence et en introduisant le premier principe de la thermodynamique :

$$\rho \left( T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} \right) + \sigma : \mathbb{D} - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad } T}}{T} \geq 0 \quad (\text{III-9})$$

Si on définit une nouvelle variable, énergie libre spécifique  $\Psi$ , par :

$$\Psi = e - Ts \quad (\text{III-10})$$

par dérivation, on obtient :

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{de}{dt} - T \frac{ds}{dt} - s \frac{dT}{dt}$$

ou :

$$T \frac{ds}{dt} - \frac{de}{dt} = - \left( \frac{d\Psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) \quad (\text{III-11})$$

introduisant la formule (III-11) dans l'inégalité (III-9), on obtient l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\sigma : \mathbb{D} - \rho \left( \frac{d\Psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad } T}}{T} \geq 0 \quad (\text{III-12})$$

Dans l'hypothèse des petites perturbations :

$$\sigma : \dot{\epsilon} - \rho \left( \dot{\Psi} + s \dot{T} \right) - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad } T}}{T} \geq 0 \quad (\text{III-13})$$

### III.1.3 Méthode de l'état local

La méthode de l'état local postule que l'état thermomécanique d'un milieu matériel en un point et à un instant donné est complètement défini par les valeurs à cet instant d'un certain nombre de variables ne dépendant que du point considéré. Cette hypothèse montre que toute évolution peut être considérée comme une succession d'états d'équilibre. Les variables que l'on choisit dans cette méthode pour décrire plus ou moins finement les phénomènes physiques sont appelées variables d'états ou bien variables thermodynamiques. Elles contiennent les variables observables et variables internes.

#### 1) Variables observables et variables internes :

Pour les phénomènes réversibles (ou élastiques), l'état actuel dépend uniquement des variables observables, par exemple :

- La température  $T$  ;
- La déformation totale  $\boldsymbol{\varepsilon}$  (en petites déformations).

Pour les phénomènes dissipatifs, l'état actuel dépend aussi de l'histoire passé, représentée par des variables internes :

- La déformation plastique  $\boldsymbol{\varepsilon}_p$  ;
- La déformation thermoélastique  $\boldsymbol{\varepsilon}_e$  ;
- Pour décrire des phénomènes tels que l'écrouissage, la rupture et l'endommagement, on désigne ces variables internes par  $V_1, V_2, \dots, V_k$  qui peuvent avoir une représentation soit scalaire, soit tensorielle.

#### 2) Potentiel thermodynamique :

Ayant défini les variables d'état, on postule l'existence d'un potentiel thermodynamique duquel dérivent les lois d'état.

On choisit le potentiel énergie libre spécifique  $\Psi$ , qui dépend des variables observables et des variables internes :

$$\Psi = \Psi \left( \boldsymbol{\varepsilon}, T, \boldsymbol{\varepsilon}_e, \boldsymbol{\varepsilon}_p, V_k \right) \quad (\text{III-14})$$

En élastoplasticité :  $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_e + \boldsymbol{\varepsilon}_p$  , soit :

$$\Psi = \Psi \left( \left( \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p \right), T, V_k \right) = \Psi \left( \boldsymbol{\varepsilon}_e, T, V_k \right) \quad (\text{III-15})$$

utilisant l'inégalité (III-12) avec :

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (\text{III-16})$$

on obtient :

$$\left( \boldsymbol{\sigma} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p - \rho \left( s + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \dot{V}_k - \frac{\vec{q}}{T} \overrightarrow{\text{grad}} T \geq 0 \quad (\text{III-17})$$

3) Lois d'état :

Si on imagine une transformation élastique à température constante et uniforme, c'est-à-dire :

$$\dot{T} = 0 \quad \overrightarrow{\text{grad}} T = 0 \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = 0 \quad \dot{V}_K = 0$$

on obtient la relation suivante à partir de l'inégalité (III-17) :

$$\boldsymbol{\sigma} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} = 0 \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_e} \quad (\text{III-18})$$

$\rho$  est la masse volumique. Si on imagine une transformation thermique de dilatation, telle que :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = 0 \quad \dot{V}_k = 0 \quad \overrightarrow{\text{grad}} T = 0$$

de la même façon, on obtient :

$$s + \frac{\partial \Psi}{\partial T} = 0 \quad \text{ou} \quad s = - \frac{\partial \Psi}{\partial T} \quad (\text{III-19})$$

les expressions (III-18) et (III-19) définissent les lois de la thermoélasticité.

Par analogie avec les relations précédentes, on définit les variables forces thermodynamiques associées aux variables internes par :

$$A_k = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \quad (\text{III-20})$$

On voit que dans les formules (III-18), (III-19) et (III-20)  $s$ ,  $\sigma$  et  $A_k$  constituent les variables associées et le vecteur formé par ces variables est le gradient de la fonction  $\Psi$  dans l'espace des variables  $T, \epsilon_p, V_k$ ; ce vecteur est normal à la surface de la fonction  $\Psi$ .

#### 4) Dissipation mécanique et dissipation thermique

Compte tenu des lois d'état et en posant  $\vec{g} = \text{grad}T$ , l'inégalité de Clausius-Duhem se réduit à l'expression de la dissipation  $\Phi$  :

$$\Phi = \sigma : \dot{\epsilon}_p - A_k \dot{V}_k - \vec{g} \cdot \vec{q} / T \geq 0 \quad (\text{III-21})$$

On remarque que  $\Phi$  est formé d'une somme de produits de variables duales réelles que  $\sigma, A_k, g$  respectivement par les variables flux  $\dot{\epsilon}_p, -\dot{V}_k, -\vec{q}/T$ . La somme des deux premiers termes est appelée dissipation intrinsèque :

$$\Phi_1 = \sigma : \dot{\epsilon}_p - A_k \dot{V}_k \geq 0 \quad (\text{III-22})$$

Le dernier terme est appelé dissipation thermique :

$$\Phi_2 = -\frac{\vec{q}}{T} \cdot \vec{\text{grad}} T = \vec{g} \cdot \vec{q} / T \geq 0 \quad (\text{III-23})$$

## III.2 Formulation générale des lois de comportement

### III.2.1 Choix des variables internes

Les variables internes  $V_k$  de nature scalaire ou tensorielle représentent l'état d'érouissage ; on utilise classiquement une variable scalaire :

- Soit la déformation plastique cumulée,  $p$ , qui s'exprime par une intégrale :

$$p = \int_0^t \left[ \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_p(\tau) : \dot{\epsilon}_p(\tau) \right]^{1/2} d\tau \quad (\text{III-24})$$

où  $\tau$  est la variable du temps.

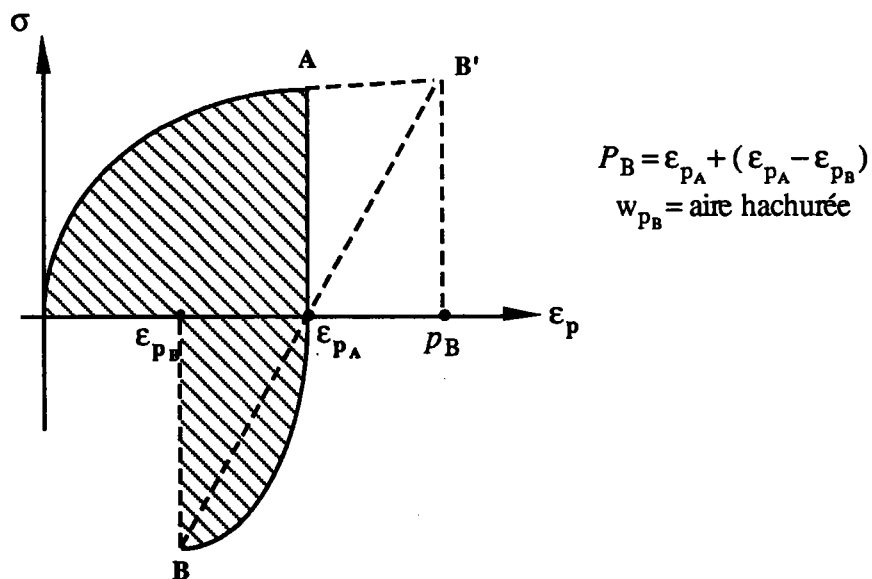
- Soit le travail plastique dissipé  $w_p$  :

$$w_p = \int_0^t \sigma(\tau) : \dot{\epsilon}_p(\tau) d\tau \quad (\text{III-25})$$

La figure 7 montre la définition des variables  $p$  et  $w_p$  pour le cas de la traction-compression.

La variable interne  $V_k$  de nature tensorielle représentant l'écroutissage cinématique, notée par  $\alpha$ , souvent utilisée est la déformation plastique elle-même :

$$\alpha = \epsilon_p \quad (\text{III-26})$$



**Figure 7 :** La déformation plastique cumulée  $p$  et le travail plastique dissipé  $w_p$

Les variables forces thermodynamique associées se déduisent par :

$$R = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial p} , \quad \mathbb{X} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \quad (\text{III-27})$$

La figure 8 montre les rôles de ces deux variables dans la description de l'état d'érouissage,  $R$  représentant la variation isotrope de dimension du domaine d'élasticité et  $\mathbb{X}$  la variable cinématique provoquée par la déformation plastique.

Dans le cadre du découplage entre dissipations intrinsèque et thermique, et avec ces variables, l'inégalité de Clausius-Duhem devient :

$$\begin{aligned} \sigma : \dot{\varepsilon}_p - R \dot{p} - \mathbb{X} : \dot{\alpha} &\geq 0 \\ -\frac{1}{T} \vec{q} \cdot \vec{\text{grad}} T &\geq 0 \end{aligned} \quad (\text{III-28})$$

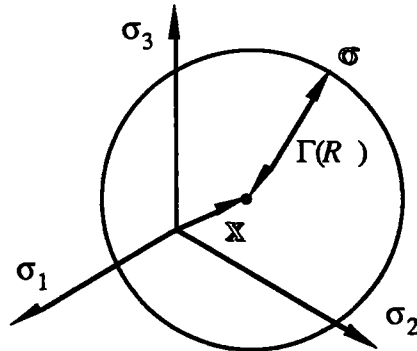


Figure 8 : Domaine actuel d'élasticité défini par les variables  $R$  et  $\mathbb{X}$

### III.2.2 Surface de charge

Pour les matériaux à érouissage positif la surface de charge s'exprime en fonction des composantes du tenseur des contraintes et dépend de l'état d'érouissage par l'intermédiaire des variables internes et aussi de la température :

$$f = f ( \sigma , R , \mathbb{X} , T ) \quad (\text{III-29})$$

Le critère de charge-décharge (figure 9) est résumé par :

$f < 0$	comportement élastique
$f = 0$ et $df = 0$	écoulement plastique
$f = 0$ et $df < 0$	décharge élastique

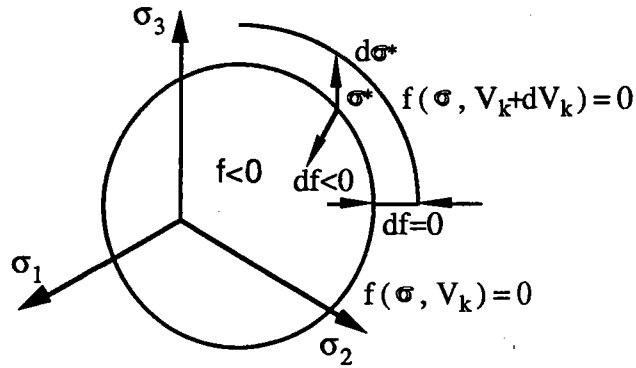


Figure 9 : Critère de charge-décharge dans le cas d'un écrouissage positif

### III.2.3 Loi d'écoulement

En définissant les variables internes et les variables forces thermodynamiques associées par  $p$ ,  $w_p$ ,  $R$  et  $\mathfrak{X}$ , et en considérant la théorie de plasticité associée et le matériau standard généralisé, à partir de l'expression de la surface de charge (III-29), la loi d'écoulement s'écrit par :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p &= \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ \dot{p} &= -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} &= -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} \end{aligned} \quad (\text{III-30})$$

ici  $\dot{\lambda}$  est le multiplicateur de plasticité indépendant du temps définit ultérieurement par l'équation (III-35).

### III.2.4 Expression du multiplicateur de plasticité

Le critère de charge-décharge nécessite d'imposer  $f=0$  et  $\dot{f}=0$  au cours de l'écoulement plastique. Cette dernière condition implique la condition dite de consistance :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : \dot{\mathfrak{X}} + \frac{\partial f}{\partial T} \dot{T} = 0 \quad (\text{III-31})$$

En utilisant les relations entre variables internes et variables forces thermodynamique associées nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{R} &= L_{pp} \dot{p} + L_{\alpha p} \dot{\alpha} + L_{pT} \dot{T} \\ \dot{\mathfrak{X}} &= L_{\alpha p} \dot{p} + L_{\alpha\alpha} \dot{\alpha} + L_{\alpha T} \dot{T} \end{aligned} \quad (\text{III-32})$$

où l'opérateur L se déduit de l'énergie libre  $\Psi$  par :

$$\begin{aligned} L_{pp} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial p^2} & L_{\alpha T} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial T} & L_{pT} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial p \partial T} \\ L_{\alpha p} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial p} & L_{\alpha\alpha} &= \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial \alpha} \end{aligned}$$

Introduisons les relations (III-30) et (III-32) dans l'équation (III-31), nous obtenons :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} + \left( \frac{\partial f}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha T} + \frac{\partial f}{\partial R} L_{pT} \right) \dot{T} - \\ &- \dot{\lambda} \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial R} \right)^2 L_{pp} + \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha\alpha} : \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} + 2 \frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha p} \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{III-33})$$

Seuls les matériaux à écrouissage positif peuvent être traités dans le cadre du présent formalisme. Il conduit à la condition que le module d'écrouissage  $h$  est positif :



$$h = \left( \frac{\partial f}{\partial R} \right)^2 L_{pp} + \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha\alpha} : \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} + 2 \frac{\partial f}{\partial R} \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha p} \geq 0 \quad (\text{III-34})$$

L'expression du multiplicateur plastique devient :

$$\dot{\lambda} = \frac{H(f)}{h} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{C}} : \dot{\mathfrak{C}} + \left( \frac{\partial f}{\partial T} + \frac{\partial f}{\partial \mathfrak{X}} : L_{\alpha T} + \frac{\partial f}{\partial T} L_{p T} \right) \dot{T} \right\rangle \quad (\text{III-35})$$

où H désigne la fonction d'Heaviside :

$$H(f) = 0 \quad \text{si } f < 0, \quad H(f) = 1 \quad \text{si } f = 0,$$

et le symbole  $\langle \rangle$  définit une fonction telle que :

$$\langle u \rangle = 0 \quad \text{si } u < 0, \quad \langle u \rangle = u \quad \text{si } u \geq 0.$$

### III.3 Lois d'écoulement particulières [25, 26]

#### III.3.1 Lois à écrouissage isotrope

Ce sont les lois dans lesquelles l'évolution de la surface de charge est gouvernée par une seule variable scalaire : soit le travail plastique dissipé, soit la déformation plastique cumulée, soit toute variable associée, par exemple la force thermodynamique  $R$  :

$$f = f(\mathfrak{C}, R) = f_y(\mathfrak{C}) - \Gamma(R)$$

où la fonction  $f_y$  indique la forme du critère de plasticité et la fonction  $\Gamma$  introduit l'écrouissage.

L'écrouissage isotrope correspond à une dilatation simple du critère initial. La figure 10 indique schématiquement l'évolution du critère dans l'espace des contraintes et la courbe contrainte-déformation plastique en traction-compression.

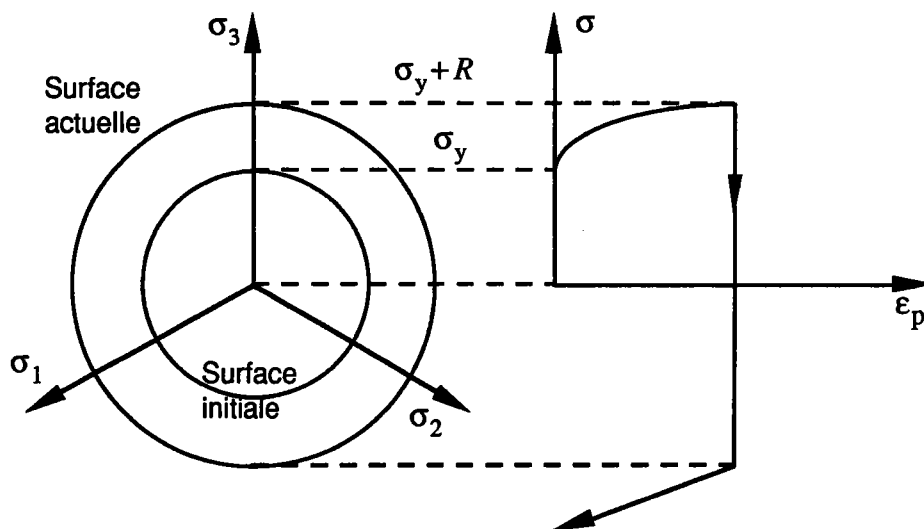


Figure 10 : Ecrouissage isotrope : représentation dans l'espace des contraintes et en traction-compression

### III.3.2 Lois à écrouissage cinématique linéaire

L'écrouissage cinématique correspond à la translation de la surface de charge. La variable d'écrouissage  $\mathbb{X}$  indique la position actuelle de la surface de charge :

$$f = f(\sigma - \mathbb{X}) = f_y(\sigma - \mathbb{X}) - k \quad (\text{III-36})$$

ici,  $k$  est la limite d'élasticité.

Si l'on considère que la relation entre la variable cinématique  $\alpha$  et  $\mathbb{X}$  est linéaire :

$$\mathbb{X} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} = C_0 \alpha \quad (\text{III-37})$$

$C_0$  est une constante, la variable cinématique peut être représentée par la déformation plastique :

$$\alpha = \epsilon_p$$

La loi d'écrouissage cinématique devient :

$$\begin{aligned} d\epsilon_p &= d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \\ d\mathbb{X} &= C_0 d\epsilon_p \end{aligned} \quad (\text{III-38})$$

La figure 11 représente schématiquement le modèle d'érouissage linéaire dans l'espace des contraintes tridimensionnelles et la courbe contrainte-déformation plastique en traction-compression.

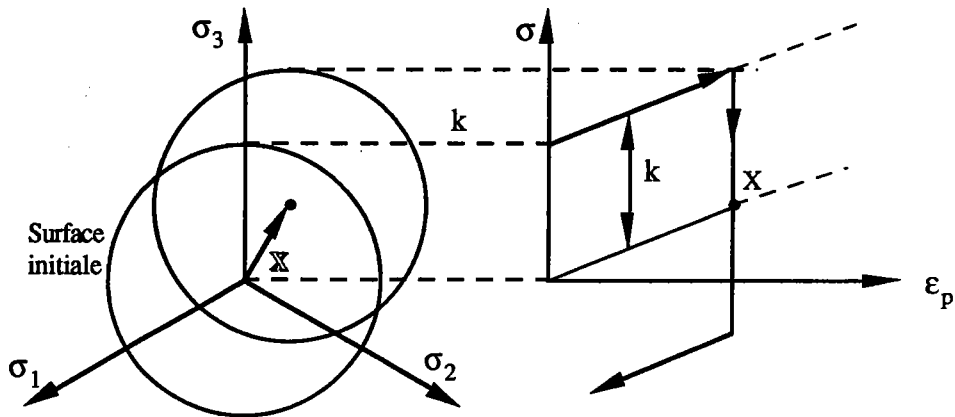


Figure 11 : Erouissage cinématique linéaire dans l'espace des contraintes et en traction-compression

### III.3.3 Lois à érouissage cinématique non linéaire

Pour simplifier la description on se limite dans ce paragraphe à l'emploi du critère de Von Mises et d'une fonction  $f_y$  linéaire de l'invariant  $J_2$ . Donc, le critère de plasticité s'exprime toujours sous la forme suivante :

$$f = J_2 ( \sigma - \mathbb{X} ) - k \quad (\text{III-39})$$

Mais la relation entre  $d\epsilon_p$  et  $d\mathbb{X}$  est non linéaire par l'introduction d'un terme de rappel qui donne un effet de mémoire évanescence du trajet de déformation :

$$d\mathbb{X} = \frac{2}{3} C d\epsilon_p - \gamma \mathbb{X} dp \quad (\text{III-40})$$

où  $dp$  est l'incrément de déformation plastique cumulée,  $C$  et  $\gamma$  étant des coefficients caractéristiques de chaque matériau. On suppose généralement que le tenseur  $\mathbb{X}$  est nul dans l'état initial.

L'hypothèse de normalité et la condition de consistance  $df=0$  conduisent à l'expression :

$$d\epsilon_p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{H(f)}{h} \left\langle \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma \right\rangle \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (\text{III-41})$$

où le module d'écrouissage  $h$  dépend maintenant de la contrainte cinématique  $X$  et dans le cas du critère de Von mises, on a  $d\lambda = dp$ , le module d'écrouissage devient :

$$h = C - \frac{3}{2} \gamma X : \frac{\sigma' - X'}{k} \quad (\text{III-42})$$

Dans le cas de la traction-compression, le critère et les équations d'écoulement et d'écrouissage se mettent sous la forme suivante :

$$f = |\sigma - X| - \sigma_y = 0 \quad (\text{III-43})$$

$$d\epsilon_p = \frac{1}{h} \left\langle \frac{\sigma - X}{k} d\sigma \right\rangle \frac{\sigma - X}{k} = \frac{d\sigma}{h} \text{Sgn}(\sigma - X) \quad (\text{III-44})$$

Sgn le signe de  $(\sigma - x)$ ;  $\text{Sgn}(\sigma - x) = 1$  si  $(\sigma - x)$  est positif,  $\text{Sgn}(\sigma - x) = -1$  si  $(\sigma - x)$  est négatif.

$$dX = C d\epsilon_p - \gamma X |d\epsilon_p| \quad (\text{III-45})$$

$$h = C - \gamma X \text{Sgn}(\sigma - X) \quad (\text{III-46})$$

$C$  est une autre constante. La figure 12 montre schématiquement le modèle d'écrouissage cinématique non linéaire dans l'espace des contraintes tridimensionnelles et la courbe contrainte-déformation en traction-compression.

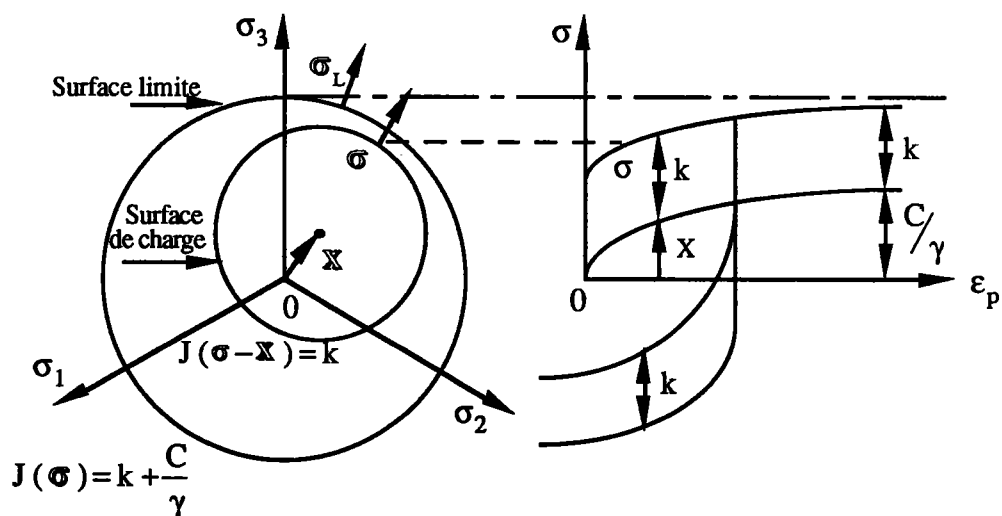


Figure 12 : Ecrouissage cinématique non linéaire dans l'espace des contraintes et en traction-compression

### III.3.4 Ecrouissage cinématique et isotrope

Il s'agit de superposer à l'écrouissage cinématique non linéaire un écrouissage isotrope : le domaine d'élasticité se modifie par translation et par dilatation. Les variables d'état employées pour décrire cet écrouissage isotrope sont la déformation plastique cumulée  $p$  et la variable  $R$ , force thermodynamique associée. Le critère de plasticité s'exprime par :

$$f = J_2 ( \sigma - X ) - R - k = 0 \quad (\text{III-47})$$

L'évolution de  $R$  en fonction de  $p$  rend compte d'un écrouissage progressif, elle peut être avantageusement décrite au moyen d'une équation similaire à celle employée pour l'écrouissage cinématique :

$$dR = b ( Q - R ) dp \quad (\text{III-48})$$

où  $b$  et  $Q$  indiquent deux constantes :  $Q$  donne la valeur asymptotique correspondant au régime cyclique stabilisé,  $b$  présente la rapidité de stabilisation. Cette loi d'évolution est bien représentative des effets de durcissement cyclique.

L'écrouissage isotrope en tant qu'effet de durcissement cyclique peut aussi se traduire sur la variable cinématique en introduisant des fonctions de la déformation plastique cumulée :

$$dX = \frac{2}{3} C(p) d\epsilon_p - \gamma(p) X dp \quad (\text{III-49})$$

Si l'on ne considère que le cas de la traction-compression, l'ensemble des équations du modèle superposant écrouissage isotrope et écrouissage cinématique non linéaire s'écrit, pour un matériau obéissant au critère de Von Misès :

$$f = |\sigma - X| - R - k = 0 \quad (\text{III-50})$$

$$dX = C(p) d\epsilon_p - \gamma(p) X |d\epsilon_p| \quad (\text{III-51})$$

$$dR = b ( Q - R ) dp \quad (\text{III-52})$$

$$d\epsilon_p = \frac{1}{h} \left\langle \frac{\sigma - X}{k} d\sigma \right\rangle \frac{\sigma - X}{k} = \frac{d\sigma}{h} \text{Sgn} ( \sigma - X ) \quad (\text{III-53})$$

$$h = C - \gamma X \text{Sgn} ( \sigma - X ) + b ( Q - R ) \quad (\text{III-54})$$

Les formules (III-50) et (III-51) vont être développées dans les chapitres plus loin pour la simulation de la réponse déformation-contrainte en fatigue isotherme à haute température et en fatigue thermomécanique hors phase et en phase.

### III.4 Energie totale dissipée de la déformation

Pour la prévision de la durée de vie en fatigue nombre de modèles ont été proposés. Dans le domaine de la fatigue oligocyclique, la loi la plus souvent utilisée est celle de Manson-Coffin :

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \frac{\Delta \epsilon_e}{2} + \frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (N_r)^{a_1} + \epsilon'_f (N_r)^{a_2} \quad (\text{III-55})$$

où  $\sigma'_f$  est coefficient de résistance à la fatigue;  $\epsilon'_f$  le coefficient de ductilité en fatigue;  $a_1$  l'exposant de résistance à la fatigue et  $a_2$  l'exposant de ductilité en fatigue.

Cette formule donne la relation entre l'amplitude de déformation totale et le nombre de cycles à rupture. Pour l'extension de cette loi en fatigue à haute température, on considère les influences de paramètres tels que la température, le fluage, l'oxydation, la fréquence. Ces modèles améliorés de la loi de Manson-Coffin s'adaptent aux divers conditions et matériaux .

Récemment [27] une nouvelle relation entre la durée de vie de la fatigue et l'énergie dissipée de déformation a été proposée. Celle-ci a l'avantage de considérer non seulement la variation de déformation plastique mais aussi de la variation de contrainte. De plus l'énergie de la déformation élastique qui est réputée faciliter la fissuration est prise en compte.

#### III.4.1 **Densité d'énergie dissipée de la déformation plastique**

La densité d'énergie dissipée de la déformation plastique est l'aire de la boucle d'hystérésis. En général, cette densité reste presque constante pendant les cycles stabilisés de la vie en fatigue. Conventionnellement, la boucle d'hystérésis définie à la moitié de la durée de vie peut être considérée comme celle de l'état stable. Elle peut être calculée par la méthode

d'érouissage cinématique présentée les paragraphes précédents et mais aussi sous la forme simple :

$$\Delta w_p = \left( \frac{1 - n'}{1 + n'} \right) \Delta \sigma \Delta \varepsilon_p \quad (\text{III-56})$$

où  $n'$  est le coefficient d'érouissage cyclique en fatigue.

La relation développée entre la densité d'énergie dissipée de la déformation plastique et la durée de vie en fatigue est déduite de l'équation suivante :

$$\Delta w_p = K' N_r^{v'} \quad (\text{III-57})$$

cette relation, comme la loi de Manson-Coffin, peut être essentiellement considérée comme une loi de résistance en fatigue.

#### II.4.2. Densité d'énergie dissipée de la déformation totale

Ellyin [27, 28] a trouvé, en utilisant la relation (III-57), que lorsque l'amplitude de déformation totale  $\Delta \varepsilon_t$  diminue, l'amplitude de déformation plastique tend vers zéro,  $\Delta \varepsilon_p \Rightarrow 0$ . En même temps l'énergie dissipée de la déformation plastique correspondante tend aussi vers zéro,  $\Delta w_p \Rightarrow 0$ . Dans ce cas-là, la réponse macroscopique du matériau est élastique, mais au niveau de la réponse microscopique, la déformation plastique existe toujours.

Alors, il est possible de considérer que le dommage provoqué par la charge cyclique est fonction de l'énergie de déformation plastique absorbée par le matériau et d'une partie de l'énergie de déformation élastique qui facilite l'amorçage de la fissuration, cette partie est choisie, en général, par celle de l'énergie de la déformation élastique en traction. Donc la somme de deux parties de l'énergie par un cycle, élastique et plastique, est nommée : "densité d'énergie dissipée de déformation totale" et elle s'écrit :

$$\Delta w_t = \Delta w_p + \Delta w_e \quad (\text{III-58})$$

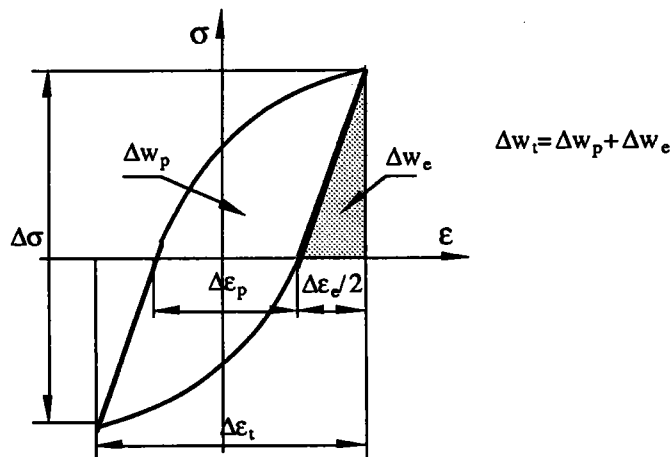
La figure 13 représente une boucle stable d'hystérésis et l'énergie dissipée de déformation totale correspondant à l'endommagement.

D'après Ellyin [27], la relation entre la densité d'énergie dissipée de la déformation totale et la durée de vie en fatigue s'écrit par la formule suivante :

$$\Delta w_p = K' N_f^{v'} + C' \quad (\text{III-59})$$

ici,  $K'$ ,  $v'$  et  $C'$  sont les coefficients de matériau.

Cette théorie a l'avantage de décrire plusieurs caractéristiques mécaniques du matériau telles que le nombre de cycles à l'amorçage et l'amplitude de contrainte; elle donne aussi une explication physique de l'endommagement défini à partir de l'énergie dissipée et reliée avec l'énergie mécanique apportée.



**Figure 13 :** Définition de la densité d'énergie dissipée de déformation totale

Des éléments de cette théorie vont être repris dans notre étude pour calculer la durée de vie en fatigue isotherme à haute température et en fatigue thermomécanique



# **DEUXIEME PARTIE**

## **ETUDE EXPERIMENTALE**

**IV CONCEPTION DE L'INSTALLATION D'ESSAIS DE  
FATIGUE THERMOMECHANIQUE ASSISTEE PAR  
ORDINATEUR**

**V ESSAIS PREPARATOIRES**

**VI ESSAIS EN FATIGUE ISOTHERME ET EN FATIGUE  
THERMOMECHANIQUE**

## **IV CONCEPTION DE L'INSTALLATION D'ESSAIS DE FATIGUE THERMOMECHANIQUE ASSISTEE PAR ORDINATEUR**

Pour la réalisation d'un essai précis en fatigue thermomécanique, il faut concevoir des systèmes qui peuvent exécuter la superposition de cycles mécaniques et thermiques ( en phase ou hors phase ) pendant toute la durée de l'essai.

L'essai de fatigue thermomécanique que nous avons réalisé est un essai de fatigue à fréquence très basse et à durée très longue par le fait que le cyclage thermique dure environ quelques minutes par cycle. Il est nécessaire que la forme de cycles soit bien contrôlée pendant toute la durée de l'essai avec une grande fiabilité.

L'installation d'essai de fatigue thermomécanique est constituée d'une machine électro-hydraulique de traction-compression, d'un système de chauffage et de refroidissement, d'une unité de mesure et de régulation de la température, d'un système extensométrique ainsi que d'une unité informatique.

L'installation informatique est utilisée particulièrement pour la composition des cycles mécaniques et thermiques, pour l'automatisation de l'essai ainsi que l'asservissement précis des équipements.

L'essai en fatigue thermomécanique est plus complexe que celui en fatigue isotherme en haute température, pour cela l'équipement peut aussi être utilisé en fatigue oligocyclique isotherme.

### **IV.1 Partie mécanique de l'installation**

L'effort de traction-compression est réalisé sur une machine d'essai électro-hydraulique asservie. Le vérin de cette machine est commandé par des consignes qui sont issues de l'ordinateur via un interface à un générateur de signaux. Cet interface permet de composer des signaux de forme complexe avec une durée du temps de cyclage variant de quelque milli-secondes à plusieurs minutes. L'opération peut se faire à déformation imposée ou à charge imposée.

L'ensemble du montage de l'éprouvette sur la machine électrohydraulique est représentée la figure 14. L'éprouvette est fixée par têtes filetées. L'alignement du montage est effectué par l'intermédiaire d'un système à métal de Wood dont les deux billes assurent la fonction de centrage.

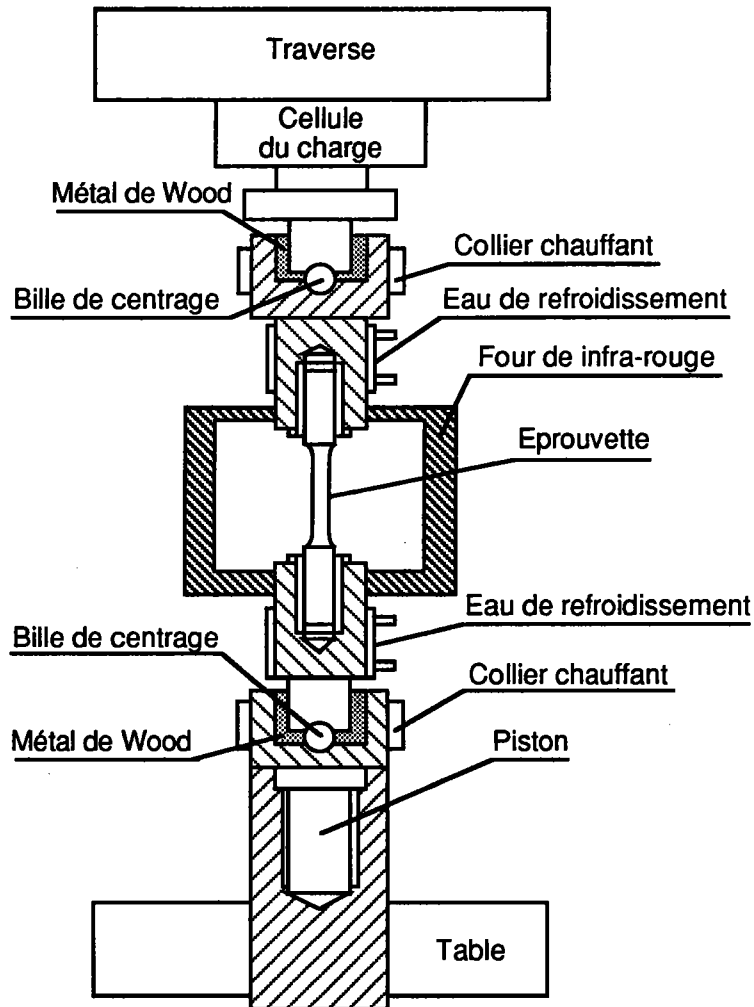


Figure 14 : Installation du montage de l'éprouvette

#### IV.2 Système de chauffage et de refroidissement

Le chauffage est obtenu par un four à rayonnement constitué de quatre lampes à filament infra-rouge de tungstène d'une puissance de 1 kilowatt. Celles-ci sont placées dans 4 demi-ellipses permettant une focalisation du rayonnement émis sur l'éprouvette. La longueur effective de chauffage est de 63 mm et la température maximale de chauffage est de 1100°C. Le four à rayonnement infra-rouge permet d'obtenir une bonne répartition de la

température ainsi qu'un temps de réponse très rapide. La structure du four est présentée figure 15.

Le refroidissement est assuré par convection naturelle; Cette méthode de refroidissement donne un gradient de température moindre sur l'éprouvette que celui utilisant de l'air comprimé.

### **IV.3 Unité de régulation de la température**

Le four est commandé par une unité de régulation de puissance qui reçoit le signal délivré par l'ordinateur après conversion numérique-analogique. Cette unité contrôle la puissance de chauffage par l'intermédiaire de la méthode de l'angle de phase qui permet de choisir le moment d'ouverture du transistor de commande dans le circuit afin de changer de l'intensité du courant alternatif. La température est mesurée par l'intermédiaire d'un thermocouple fixé au milieu de la partie utile de l'éprouvette (figure 16). L'ordinateur compare plusieurs fois par seconde la température mesurée par le thermocouple à celle commandée par le système.

### **IV.4 Système extensométrique**

La mesure et le contrôle de la déformation sont réalisés par un extensomètre axial à haute température (Figure 17). Il est fixé sur l'éprouvette par l'intermédiaire de deux bras de soutènement et de deux tiges de silice à bouts cunéiforme. Cet extensomètre peut supporter une température de l'ordre de 1000°C. La distance entre deux tiges est de 12,5 mm. La déformation maximale mesurée est de 10% et l'erreur maximale linéaire de  $\pm 0,2\%$ .

### **IV.5 Unité informatique**

L'installation informatique est constituée par une unité centrale dont le processeur est de modèle MC 68000. Dans notre configuration, tous les appareils (interfaces de pilotage et d'acquisition, table traçante, unité de stockage, etc.) sont commandés par un interface parallèle "HP.IB" correspondant à la norme "IEEE 488" (figure 18).

Les logiciels de pilotage sont constitués de séquences de contrôle de déformation (ou de charge), de régulation de température, de comparaison des valeurs acquises à différents instants et d'envois de consignes. Pour contrôler le cycle mécanique et le cycle thermique en même temps, il est

nécessaire d'envoyer deux groupes d'octets correspondant aux adresses différentes.

Les signaux associés à un cycle mécanique complexe sont composés en plusieurs parties essentielles. Chaque partie est transmise à la machine d'essai lors d'une interruption générée par les buffers vers l'ordinateur. Les séquences envoyées sont constituées des groupes d'octets représentant les éléments définitifs d'une partie du cycle. Ces éléments possèdent les contenus suivants:

- durée du temps de la partie du cycle ;
- amplitude de la déformation de la partie du cycle ;
- niveau moyen de la déformation de la partie du cycle ;
- forme de la partie du cycle.

Les signaux d'un cycle thermique sont transmis plusieurs fois par seconde vers l'unité de régulation de température après comparaison des valeurs entre la température mesurée et celle demandée. La précision est assurée par la haute fréquence d'envoi et la réponse rapide du thermocouple choisi.

Les durées de temps des cycles mécaniques et thermiques sont respectivement comptées par deux horloges dans le générateur de signaux et l'ordinateur. Pour assurer la simultanéité, un sous-programme de correction fonctionne à la fin de chaque cycle mécanique.

Les données des couples charge-déformation et variation de température sont enregistrées sur disque durant l'essai. De plus lors des essais, l'image des boucles d'hystérésis de chaque cycle et les valeurs des données sont affichées sur l'écran.

La figure 19 montre la machine d'essai de traction-compression avec le four à rayonnement. La figure 20 montre l'ensemble des équipements d'essai pour la fatigue thermomécanique et illustre les liaisons entre les divers équipements de l'installation.

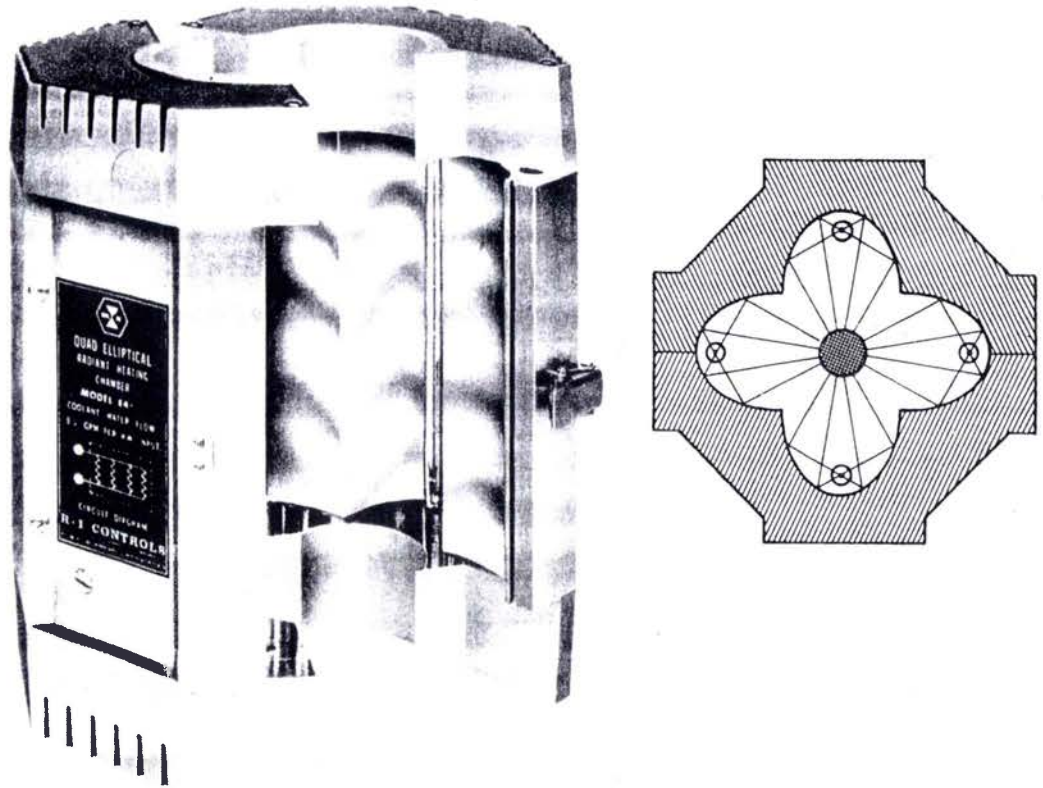


Figure 15 : Four à rayonnement infra-rouge

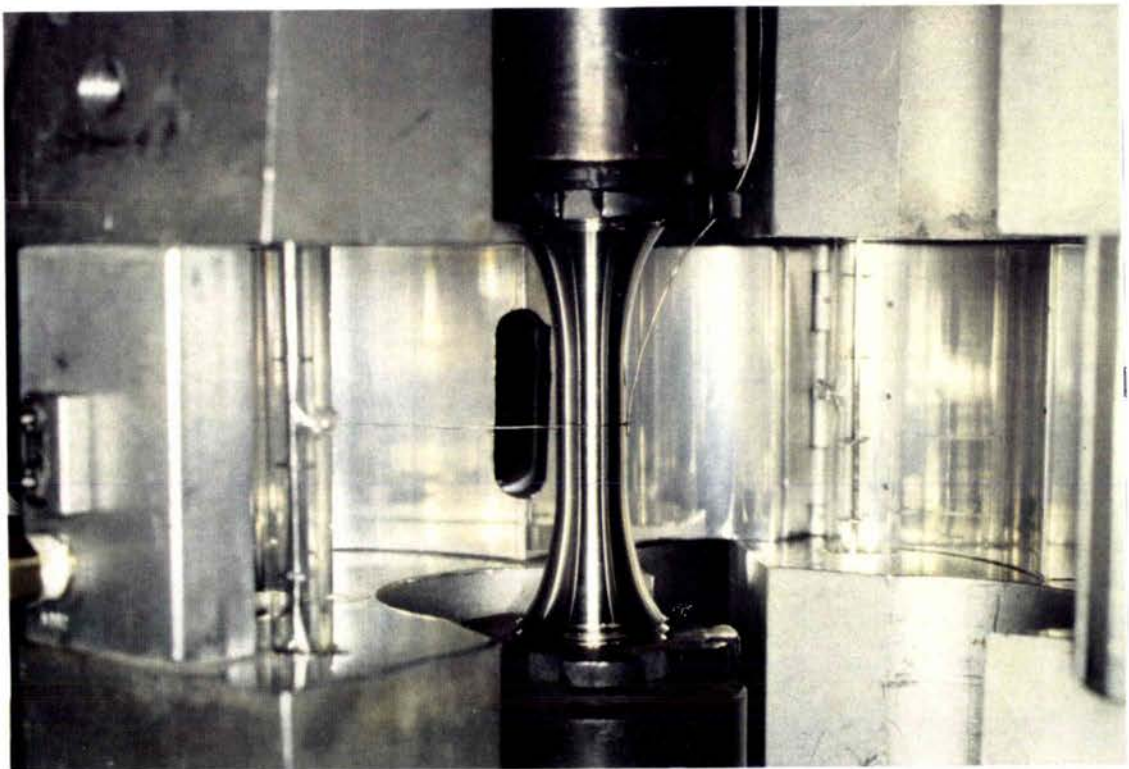


Figure 16 : Thermocouple fixé sur l'éprouvette dans le four

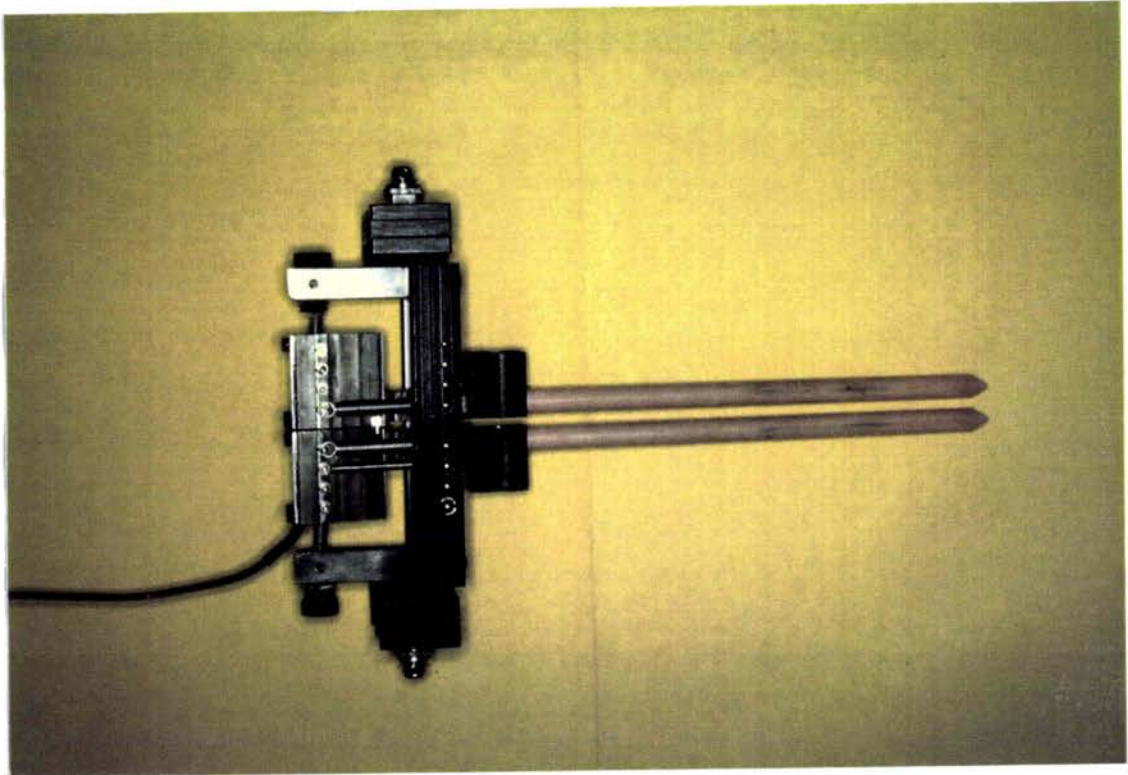


Figure 17 : Extensomètre axial à haute température



Figure 18 : Installation informatique pour le pilotage de la machine d'essai et l'acquisition des données

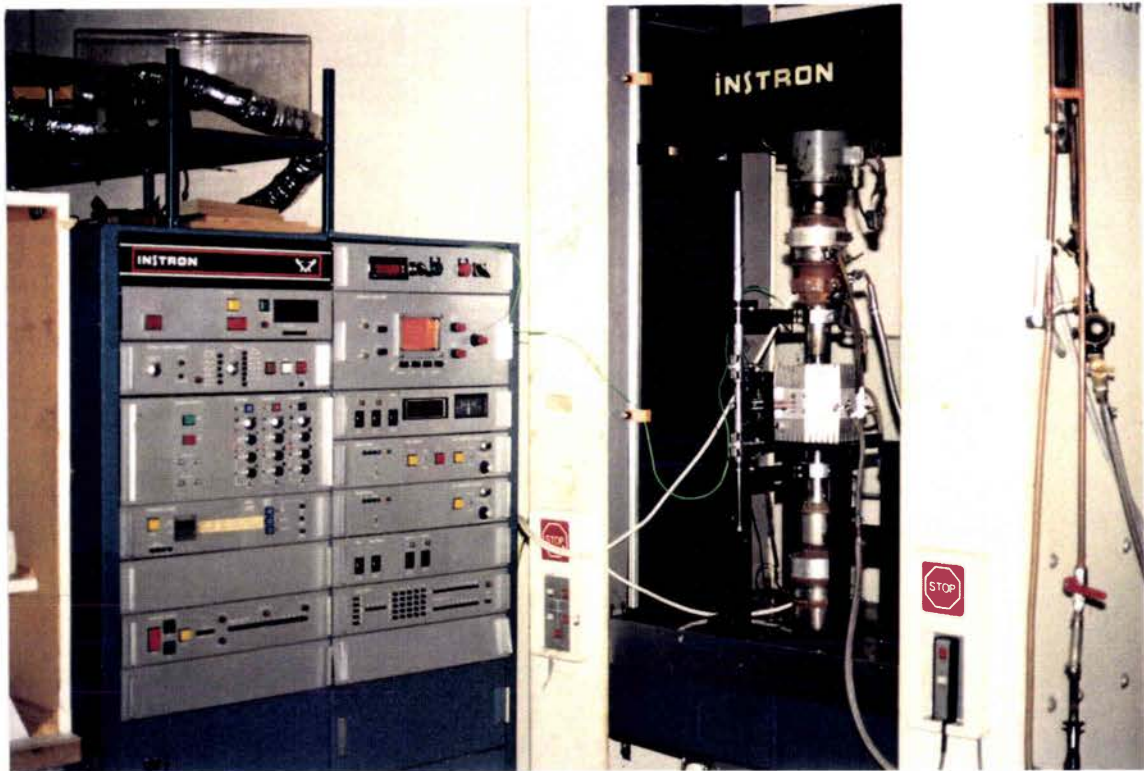


Figure 19 : Machine d'essai de traction-compression avec le four à rayonnement

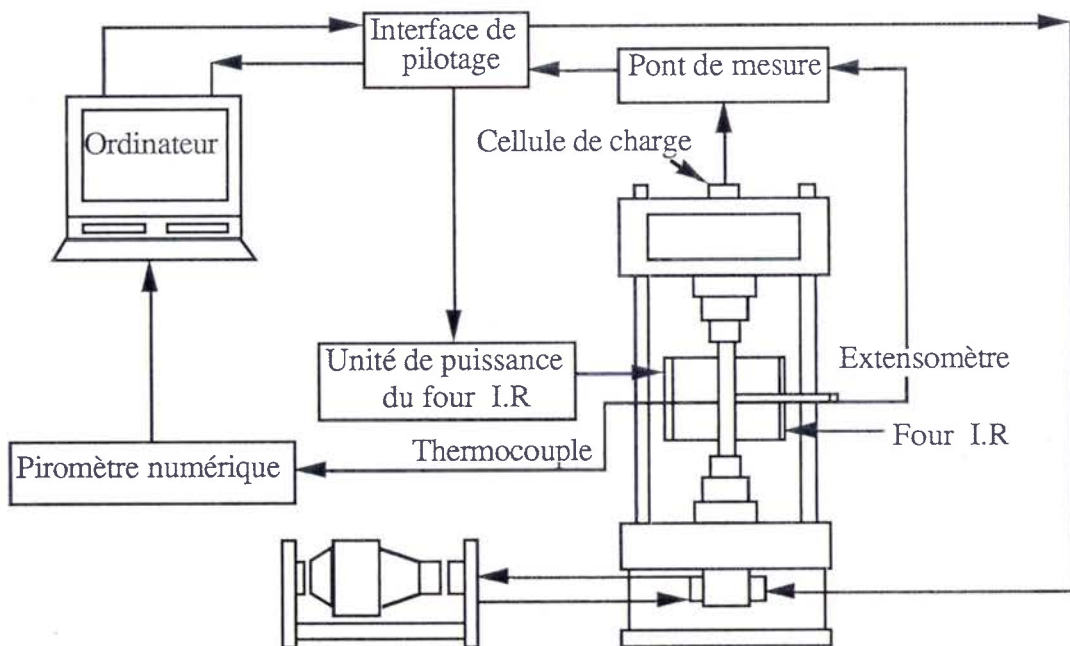


Figure 20 : illustration de l'ensemble des équipements de l'essai



## V. ESSAIS PREPARATOIRES

Dans le but d'étudier le comportement en fatigue isotherme et thermomécanique de l'acier inoxydable 316L nous avons réalisé des travaux préparatoires. Ils comprennent la conception des éprouvettes et l'étude des cyclages thermiques, des essais de dilatation au cours du cyclage et des essais à paliers de déformation croissants pour la détermination de la loi de comportement.

Une conception spécifique des éprouvettes est nécessaire pour s'adapter aux conditions de l'essai car en fatigue thermomécanique l'influence de la variation de température est un élément important à considérer.

Les essais d'étude de cyclage thermique sont effectués pour vérifier la régulation de la température et améliorer la technique de mesure et de contrôle afin d'obtenir un champ de température correspondant aux conditions fixées pour les essais.

L'essai de la dilatation au cours du cyclage donne la valeur du coefficient de dilatation nécessaire pour le calcul de la déformation d'origine thermique. Les essais à paliers de déformation croissants sont réalisés pour obtenir le comportement mécanique cyclique du matériau à haute température. Ils donnent les paramètres nécessaires à la modélisation de la fatigue isotherme et thermomécanique.

### V.1 Caractéristique de matériau et conception d'éprouvette

L'acier inoxydable 316L nous a été fourni par le "Joint Recherche Centre" de ISPRA (Italie) sous forme de la plaque d'épaisseur 30 mm. La structure du matériau est obtenue par chauffage à 1100°C durant 32 minutes puis refroidissement par immersion dans l'eau.

La composition chimique est donnée tableau 1 et les caractéristiques physiques du matériau tableau 2.

*Tableau 1 : composition chimique de l'acier 316L*

élément	C	Ni	Mo	Mn	Si	Cu	Co	S	P	Ti	N	B	Cr
%	0.02	12	2.5	1.8	0.5	0.2	0.25	0.01	0.035	0.15	0.06	15ppm	17

Tableau 2 : propriétés physiques de l'acier 316L

Température °C	Conductivité thermique W/mm °K	Densité g/mm <sup>3</sup>	Chaleur spécifique J/g °K	Module d'élasticité MPa	Coefficient de dilatation 1/°K	Coefficient de Poisson
20	14.6 10 <sup>-3</sup>	7.96 10 <sup>-3</sup>	0.476	192 10 <sup>3</sup>	16.2 10 <sup>-6</sup>	0.3
100	15.7 10 <sup>-3</sup>		0.491	186 10 <sup>3</sup>	16.6 10 <sup>-6</sup>	
200	17.1 10 <sup>-3</sup>		0.508	178 10 <sup>3</sup>	17.1 10 <sup>-6</sup>	
300	18.6 10 <sup>-3</sup>		0.526	170 10 <sup>3</sup>	17.5 10 <sup>-6</sup>	
400	20.0 10 <sup>-3</sup>		0.544	161 10 <sup>3</sup>	17.8 10 <sup>-6</sup>	
500	21.4 10 <sup>-3</sup>		0.561	153 10 <sup>3</sup>	18.1 10 <sup>-6</sup>	
700	24.2 10 <sup>-3</sup>		0.597	137 10 <sup>3</sup>	18.7 10 <sup>-6</sup>	
1000	28.5 10 <sup>-3</sup>		0.65		19.5 10 <sup>-6</sup>	

Deux types d'éprouvette ont été conçus en tenant compte des caractéristiques de l'essai, de la facilité du montage, de la protection contre le flambage, de la mesure précise de la déformation et de la contrainte, ainsi que la diminution du gradient de température sur la partie utile de l'éprouvette. Il s'agit d'éprouvettes pleines et d'éprouvettes tubulaires.

La forme de l'éprouvette cylindrique pleine est reportée sur la figure 21. Cette éprouvette est utilisée pour les essais en fatigue isotherme car la température reste constante durant la durée de l'essai dans la section utile sans gradient de température excessif.

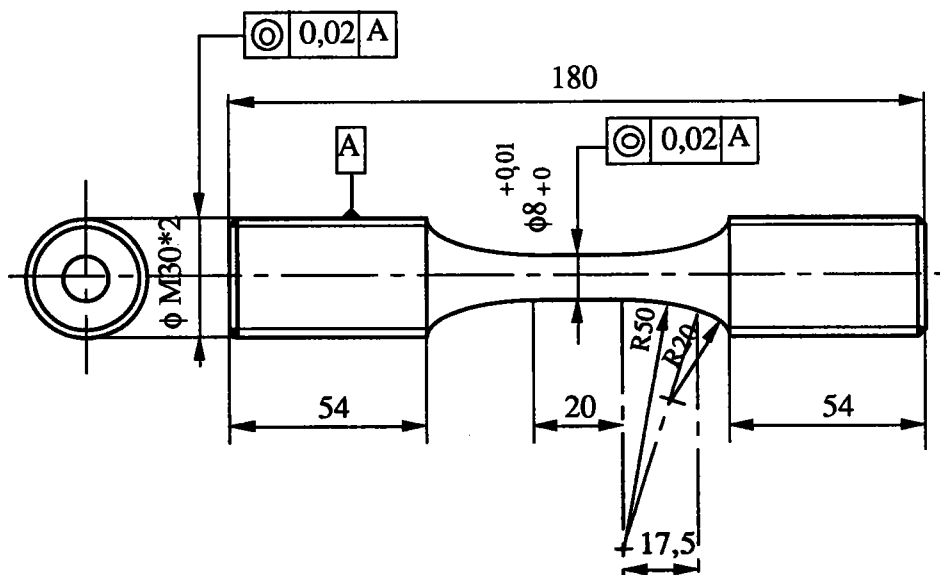


Figure 21 : Eprouvette cylindrique pleine

La forme de l'éprouvette cylindrique tubulaire est montrée sur la figure 22. Cette éprouvette est conçue pour les essais en fatigue thermomécanique pour minimiser le gradient de température entre les parois intérieures et extérieures au cours du cycle thermique. La partie utile de l'éprouvette est tubulaire avec une épaisseur de 1,5 mm.

Toutes ces éprouvettes ont été prélevées dans le sens de laminage de la plaque.

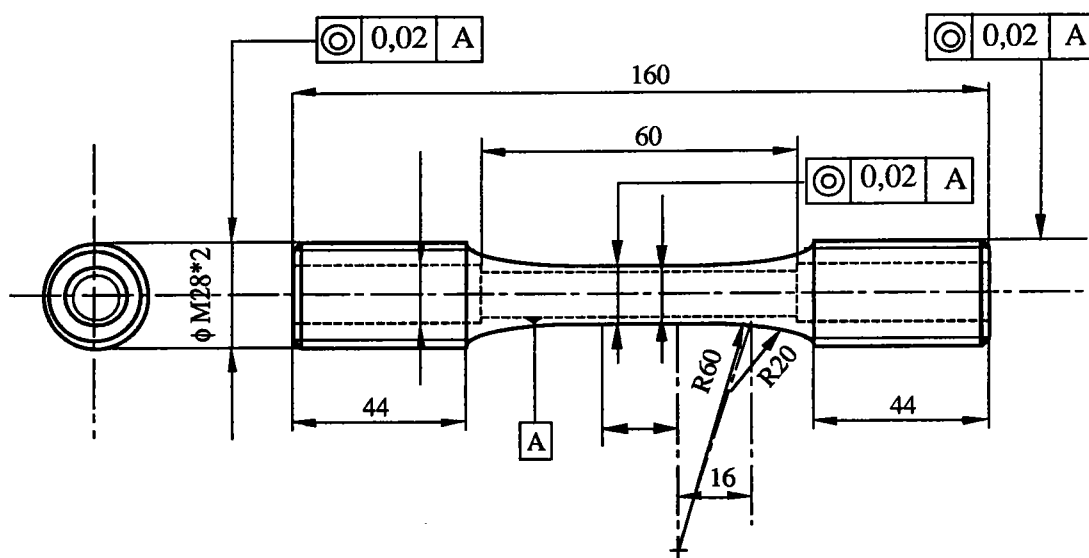


Figure 22 : Epreuve cylindrique tubulaire

## V.2 Etude de cyclage thermique :

L'essai de fatigue thermomécanique est typiquement un essai sur un élément de volume. Pour lui conserver sa validité, il faut éviter la création de gradients de température transversaux et longitudinaux. En outre le cycle de température doit être fidèle quoique rapidement variable [29].

Un certain nombre d'essais ont été réalisés pour vérifier la précision de la régulation thermique et mesurer le champ de température dans l'éprouvette en utilisant la même éprouvette et la même forme de cycle thermique que lors de l'essai en fatigue thermomécanique.

### V.2.1 Réalisation de la régulation du cycle thermique

Le cycle thermique réalisé est en forme de trapèze. La durée de chaque cycle est de 300 secondes. Le temps de chauffage est de 110 secondes et le temps de refroidissement 150 secondes. La durée du temps de maintien à la température maximale est de 30 secondes et celle à la température minimale 10 secondes. L'amplitude du cycle thermique est de 250°C à 500°C.

La température est mesurée par un thermocouple soudé en surface de l'éprouvette au milieu de la partie utile.

La figure 23 montre la précision de la régulation du cycle de température. On peut voir l'intérêt de l'utilisation d'un logiciel de régulation car l'écart de température est d'environ de  $\pm 3^\circ\text{C}$ .

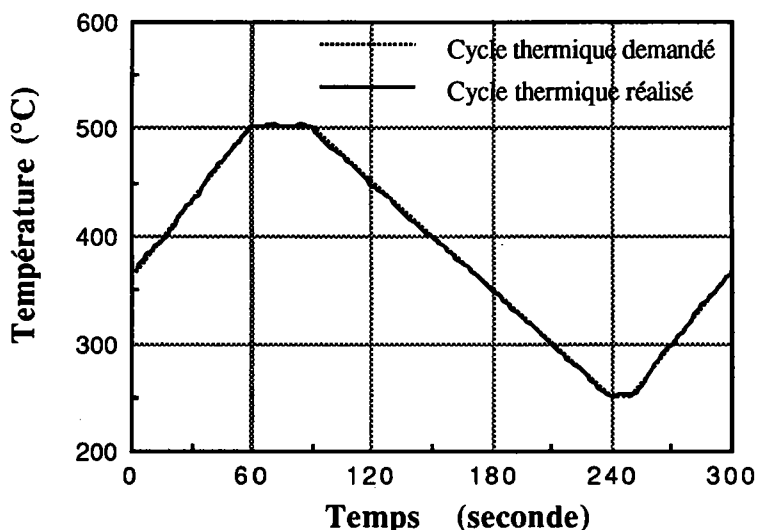
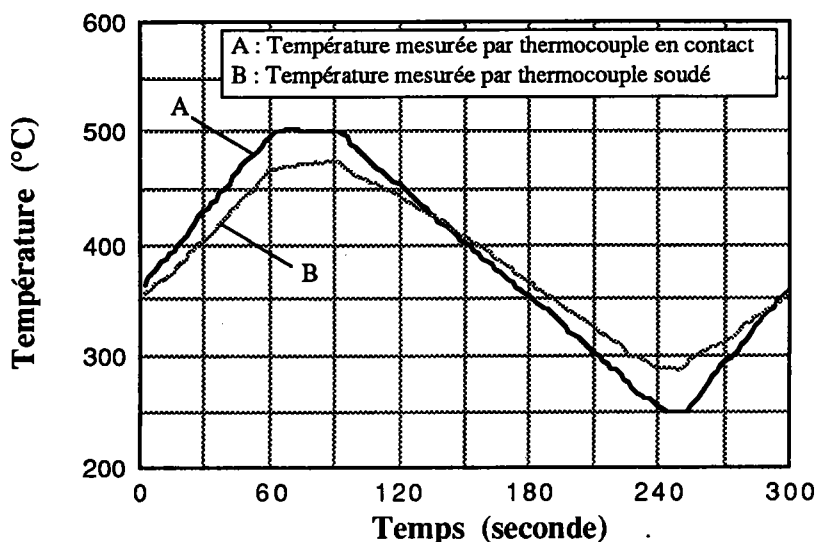


Figure 23 : comparaison entre un cycle thermique demandé et un cycle thermique réalisé

### V.2.2 Mesure de la température avec les thermocouples soudés et non soudés

L'amplitude du cycle thermique varie entre 250°C et 500°C. La température est mesurée par un thermocouple de diamètre 2 mm qui est en contact avec la surface de l'éprouvette. En même temps, on mesure la température au même point à l'aide d'un thermocouple soudé en surface. Les variations de température mesurées par ces deux thermocouples sont décrites figure 24. De grandes différences entre les deux mesures existent à chaque instant et la différence maximale est de 38°C.



**Figure 24** : Comparaison de la mesure de la température par un thermocouple soudé et un thermocouple non soudé avec diamètre de 2 mm.

Les résultats obtenus montrent que la mesure de la température en surface de l'éprouvette avec un thermocouple de gros diamètre non soudé n'est pas fiable. Les valeurs de température ne reflètent pas la valeur de la température en surface de l'éprouvette mais plutôt la température de la gaine d'air entourant la surface de l'éprouvette.

En conséquence, pour contrôler et mesurer correctement la température du cycle thermique en surface de l'éprouvette, il semble nécessaire de souder le thermocouple en surface. Toutefois lors des essais de fatigue thermomécanique, la soudure favorise des amorces de rupture. Il a donc été nécessaire par la suite d'améliorer la méthode de fixation du thermocouple en évitant la soudure.

### V.2.3 Amélioration de la mesure du cycle thermique à l'aide d'un thermocouple fin et sensible

Un thermocouple spécial de diamètre 0.5 mm et à réponse rapide de type K a été choisi pour assurer au mieux le contact avec la surface de l'éprouvette comme le montre la figure 25.

Le thermocouple est plaqué par un fil d'alumel de diamètre 0.2 mm qui permet de fixer le thermocouple à l'éprouvette. Les deux extrémités du fil traversent le four par un trou et sont tendues par deux poids.

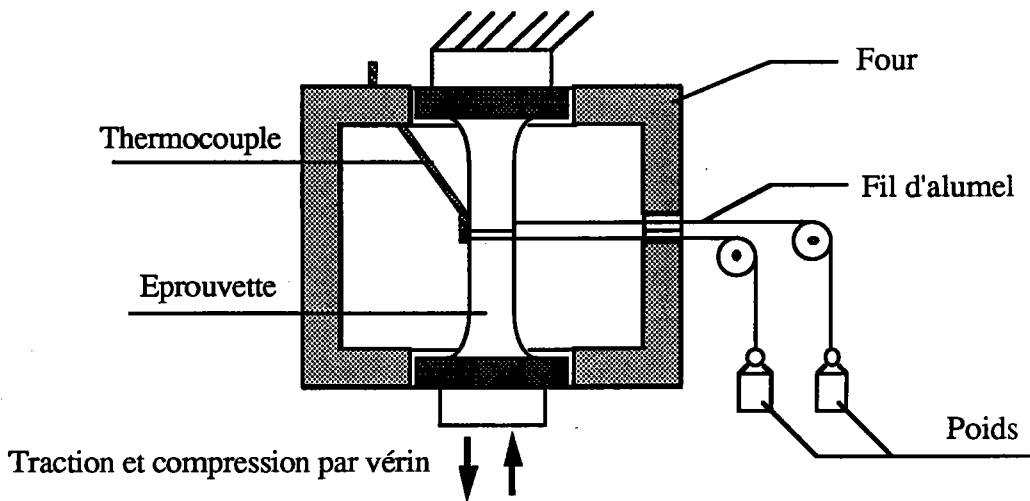


Figure 25 : Illustration de l'installation du thermocouple sur la surface de l'éprouvette

Avec cette méthode nous avons obtenu des résultats satisfaisants au point de vue du contrôle et de la mesure de la température du cycle thermique.

Il a été constaté que la différence des températures mesurées entre le thermocouple de 0.2 mm diamètre non soudé et le thermocouple soudé est très faible (moins de 5°C), figure 26.

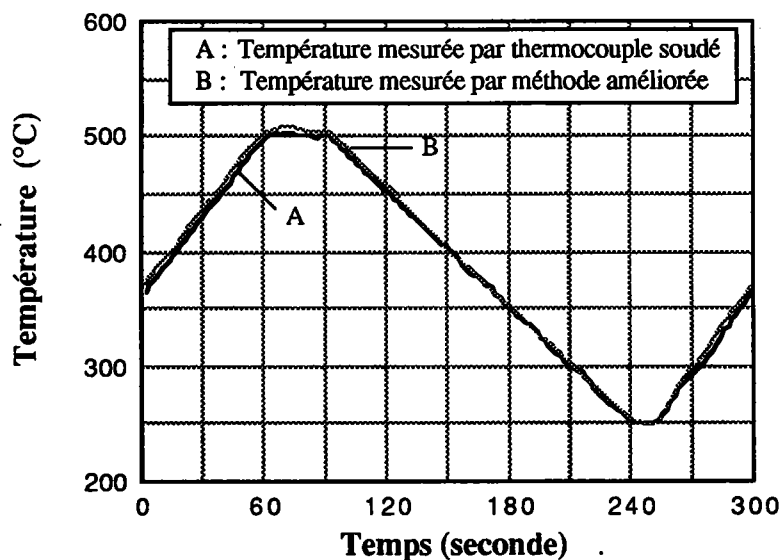


Figure 26 : Comparaison de la mesure de la température par un thermocouple soudé et un thermocouple fin et sensible avec la méthode améliorée

Dans tous les essais de fatigue isotherme et thermomécanique nous avons utilisé cette méthode pour obtenir précision et reproductibilité de la mesure de température.

#### V.2.4 Mesure du gradient de température transversal

Deux types d'éprouvettes ont été utilisés sur cette étude, l'éprouvette cylindrique pleine de 8 mm de diamètre et l'éprouvette cylindrique tubulaire de 10 mm de diamètre intérieur et 13 mm de diamètre extérieur.

Pour obtenir le gradient transversal d'une éprouvette pleine, un thermocouple est soudé en surface au milieu de la partie utile de l'éprouvette, un autre est soudé au centre à l'intérieur de l'éprouvette. On contrôle le cycle thermique par le thermocouple soudé en surface et on mesure en même temps la variation de la température intérieure par l'autre thermocouple.

La figure 27 décrit la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur dans une section située au milieu de l'éprouvette pleine; la différence maximale de température est de 40°C.

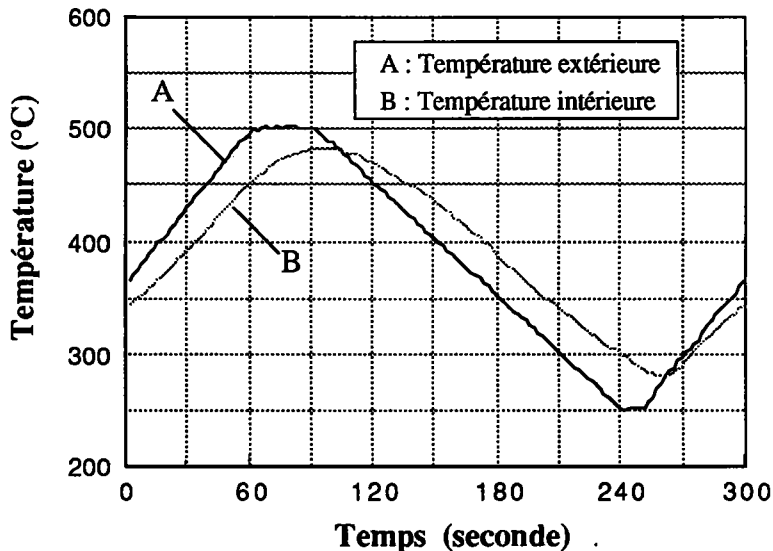


Figure 27 : Températures extérieures et intérieures dans un cycle thermique sur l'éprouvette cylindrique pleine

Par ailleurs, le cycle thermique mesuré à l'intérieur de l'éprouvette présente un retard d'environ 15 secondes par rapport à celui mesuré à l'extérieur.

Pour obtenir le gradient transversal d'une éprouvette tubulaire, un thermocouple est soudé en surface extérieure et l'autre en surface intérieure. La mesure du cycle thermique est identique à celle d'une éprouvette pleine.

La figure 28 montre la différence de température entre la surface intérieure et la surface extérieure de l'éprouvette tubulaire; la différence maximale de température est de 15°C.

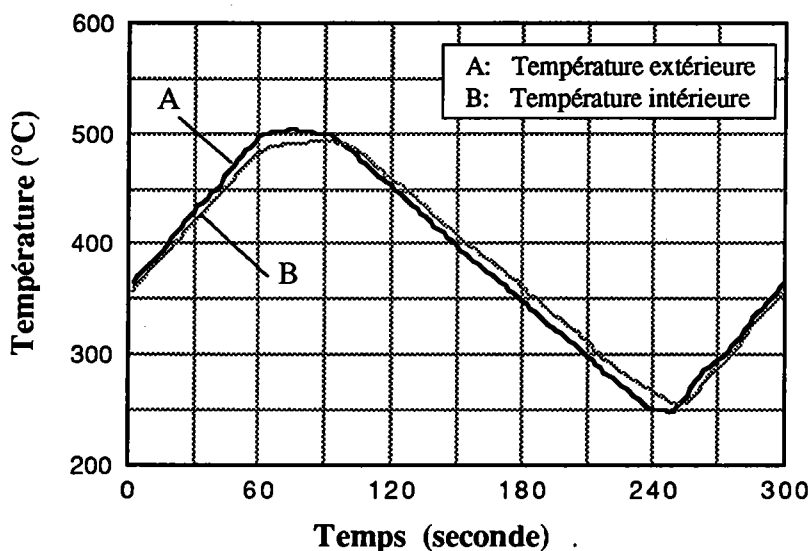


Figure 28 : Températures extérieures et intérieures dans un cycle thermique sur l'éprouvette cylindrique tubulaire

On remarque un retard moins important entre le cycle thermique mesuré à l'intérieur de l'éprouvette et celui mesuré à l'extérieur que dans le cas d'une éprouvette pleine.

Nous concluons donc à la nécessité d'utiliser une éprouvette tubulaire en fatigue thermomécanique pour éviter un gradient transversal de température trop important.

### V.2.5 Mesure du gradient longitudinal de température superficielle

Dans cet essai, un thermocouple est soudé en surface au milieu de l'éprouvette pour contrôler le cycle thermique, un autre est soudé successivement le long de l'éprouvette pour obtenir le gradient longitudinal. Quand le cycle thermique est équilibré, le cycle de température est enregistré par ordinateur. La figure 29 présente l'évolution en fonction du



temps du gradient longitudinal de température superficielle pour un cycle thermique dont l'amplitude varie entre 294°C et 534°C.

D'après le résultat de cet essai, on constate que dans la partie utile de l'éprouvette, il n'y a pas de gradient longitudinal important. Pour une partie utile de longueur de 10 mm, la différence maximale de la température est de  $\pm 10^\circ\text{C}$ .

#### **V.2.6 Mesure des températures en surface sur le pourtour de l'éprouvette**

Pour détecter une différence de température sur le pourtour de l'éprouvette, un thermocouple est soudé en surface de l'éprouvette pour contrôler le cycle thermique, un autre est soudé successivement en 8 points désignés de A à H et situés en surface dans la section moyenne (figure 30).

Nous constatons qu'il n'y a pas de différence importante de température sur le pourtour de l'éprouvette puisque la différence maximale est inférieure à  $10^\circ\text{C}$ .

#### **V.2.7 Résumé des résultats obtenus sur le régime thermique de l'éprouvette**

- L'installation de contrôle et de mesure du cycle thermique a un caractère satisfaisant pour la réalisation d'essais de fatigue thermomécanique ;

- La précision de la mesure du cycle de température par un thermocouple de 0,5 mm diamètre et de réponse rapide non soudé est très proche de la mesure obtenue par un thermocouple soudé ;

- Une éprouvette tubulaire est nécessaire pour réaliser un essai de fatigue thermomécanique avec un gradient de température transversal minime;

- Le champ de température dans l'éprouvette présente un caractère satisfaisant pour réaliser un essai correct de fatigue isotherme et thermomécanique.

### V.3 Essai de la dilatation thermique

Deux essais de la dilatation thermique ont été exécutés au Laboratoire de Sciences et Génie des Matériaux Métallique (INPL) pour déterminer le coefficient de dilatation de l'acier 316L. l'échantillon utilisé est cylindrique avec un diamètre de 4 mm et une longueur de 30 mm.

#### V.3.1 **Mesure de la dilatation au chauffage suivi de refroidissement progressif**

Dans le premier essai l'échantillon est chauffé de 25°C à 500°C et est ensuite refroidi à la température ambiante; la vitesse de chauffage et de refroidissement est de 300°C/heure. La courbe de dilatation-température est représentée figure 31.

#### V.3.2 **Mesure de la dilatation au cours de cycles thermiques**

Dans un deuxième essai, 14 cycles de température entre 180°C et 500°C ont été réalisés. La durée du temps de chaque cycle est de 4 minutes et la courbe de dilatation-température est montrée figure 32.

D'après ces deux résultats, le coefficient moyen de dilatation calculé est :

$$\alpha = 16,06 * 10^{-6} (1 / ^\circ\text{K}) \quad (\text{V-1})$$

### V.4 Essai à paliers de déformation croissants

Pour analyser la réponse déformation-contrainte en fatigue isotherme et en fatigue thermomécanique, on peut se limiter à la relation, entre l'amplitude de déformation  $\Delta\varepsilon$  et l'amplitude de contrainte  $\Delta\sigma$  au cycle stabilisé. Cette relation permet de représenter le comportement cyclique conventionnel du matériau à différentes températures.

Pour cela nous avons choisit une méthode d'essai à paliers de déformation croissants [30, 31], dans laquelle les niveaux de déformation totale imposés augmentent progressivement après stabilisation du

durcissement cyclique à chaque niveau. La figure 33a représente le résultat d'un essai à la température de 250°C et la figure 34 un essai à la température de 500°C. L'amplitude de déformation totale varie de 0,4% à 2,4%, et chaque palier comporte 20 cycles afin d'obtenir cette stabilisation.

Ce type d'essai permet d'obtenir avec une seule éprouvette à chaque température, la courbe de comportement cyclique qui passe le sommet de contrainte de chaque niveau à cycle stabilisé (figure 35). Cette courbe va être ensuite utilisée dans une modélisation de la fatigue thermomécanique en tenant compte de l'influence du trajet de déformation.

Si on considère que la courbe de comportement cyclique peut être formulée par une équation exponentielle quand la contrainte est supérieure à la limite d'élasticité  $k$ , avec la méthode de moindres carrés, cette équation peut s'exprimer de la façon suivante :

à la température 250°C,

$$\sigma = 389,9 \varepsilon_t^{0,298} \quad (\text{quand } \sigma > k) \quad (\text{V-2a})$$

à la température 500°C,

$$\sigma = 361,4 \varepsilon_t^{0,376} \quad (\text{quand } \sigma > k) \quad (\text{V-2b})$$

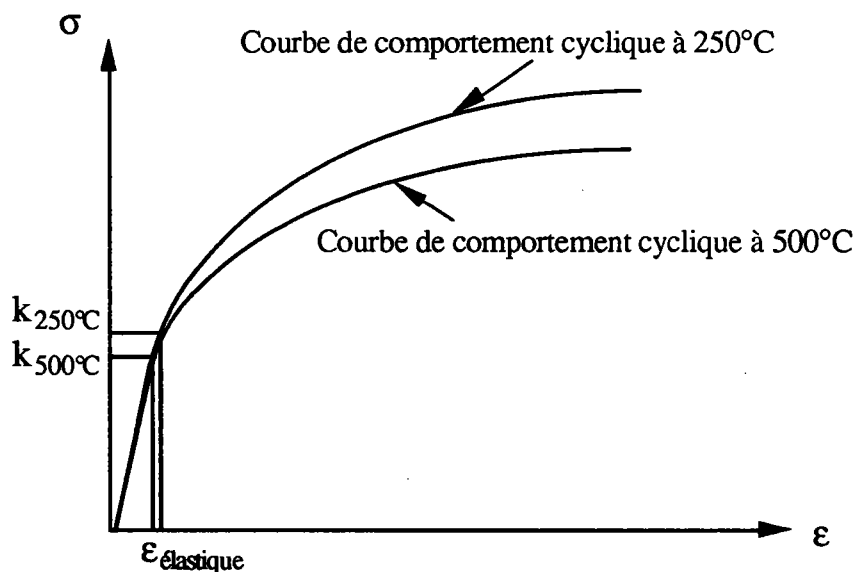


Figure 35: Courbes de comportement cyclique à la température 250°C et 500°C

Si on veut obtenir la courbe de comportement cyclique plus précise, le caractère de mémoire du matériau doit être tenu compte. Ce caractère peut être apporté par essai à palier de déformation croissantes et ensuite décroissantes. La figure 33b montre les boucles d'hystérésis à paliers de déformation décroissantes à 250°C. Avec ces boucles il nous permet de améliorer la courbe de comportement cyclique.

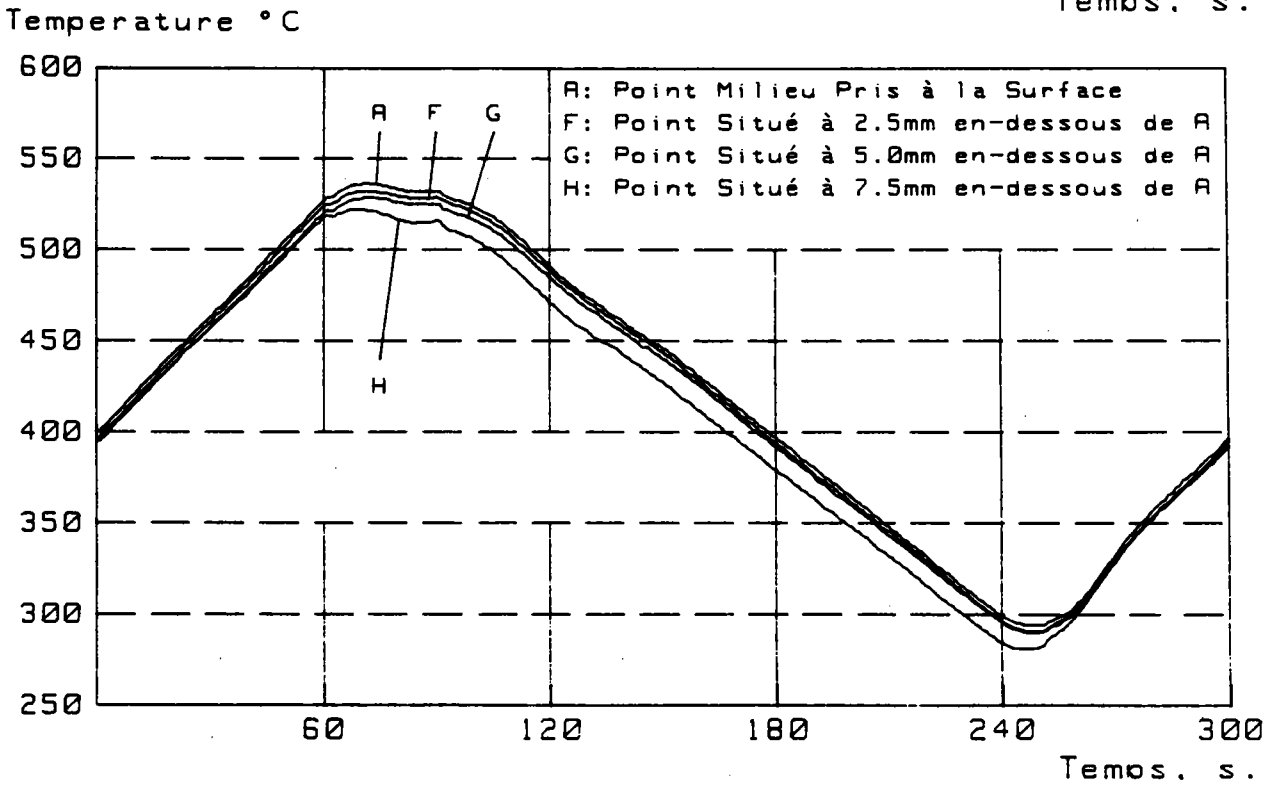
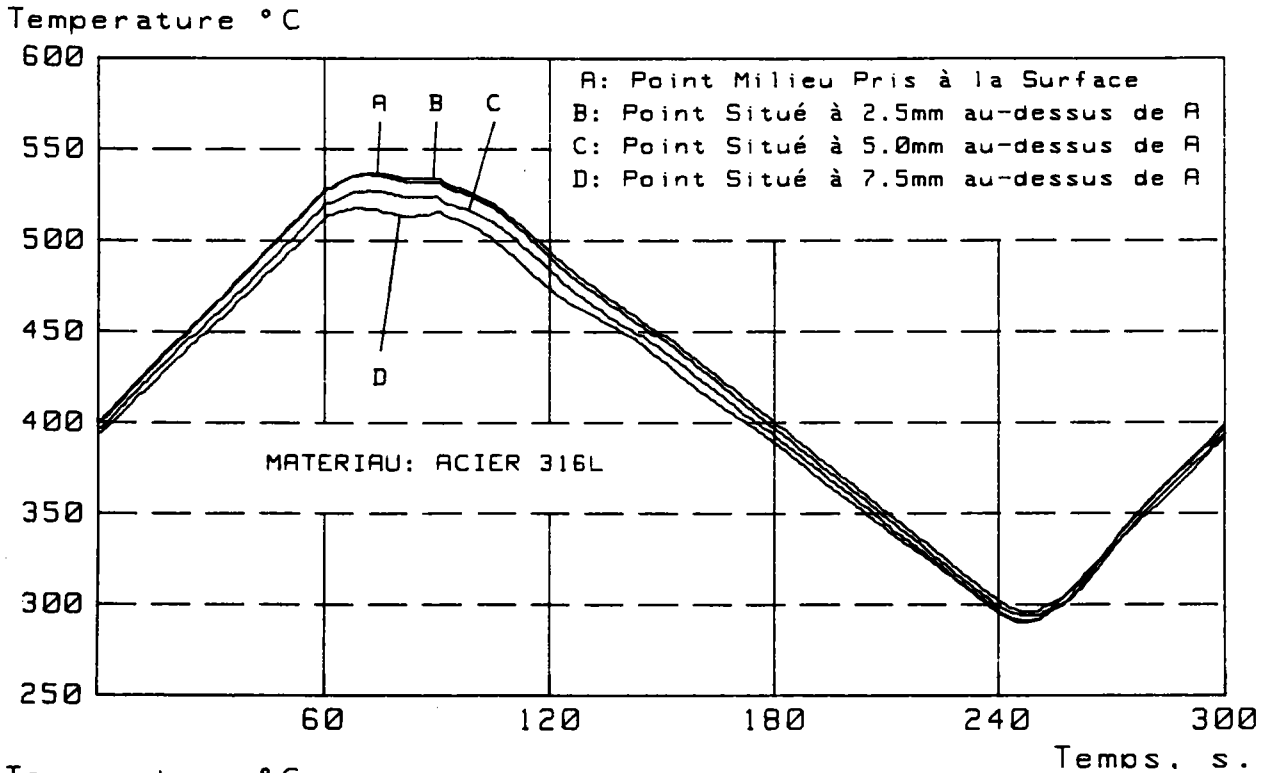


Figure 29 : Gradient longitudinal de température superficielle

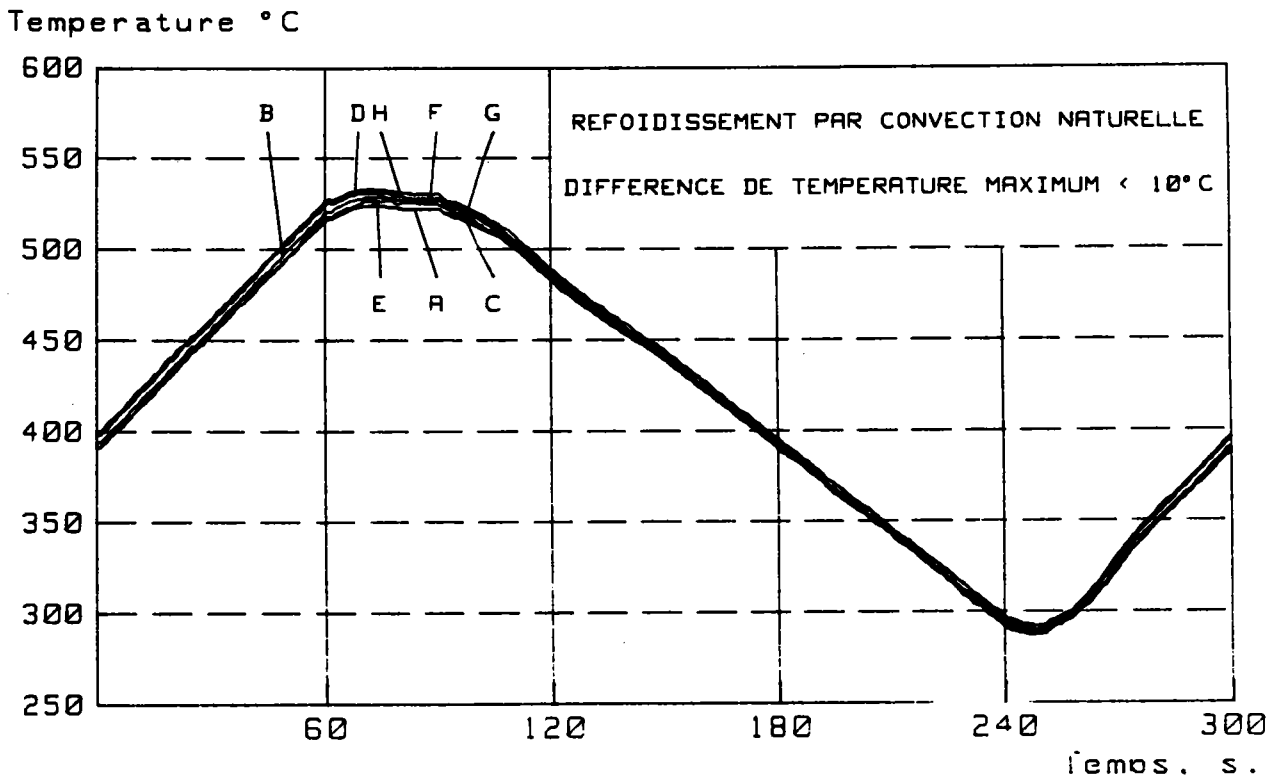
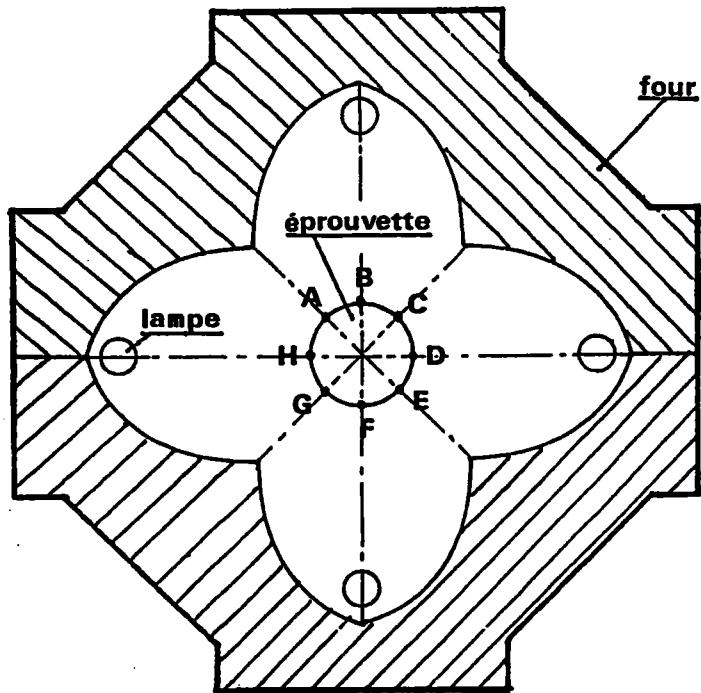


Figure 30 : Différences des températures en surface sur le périmètre moyen

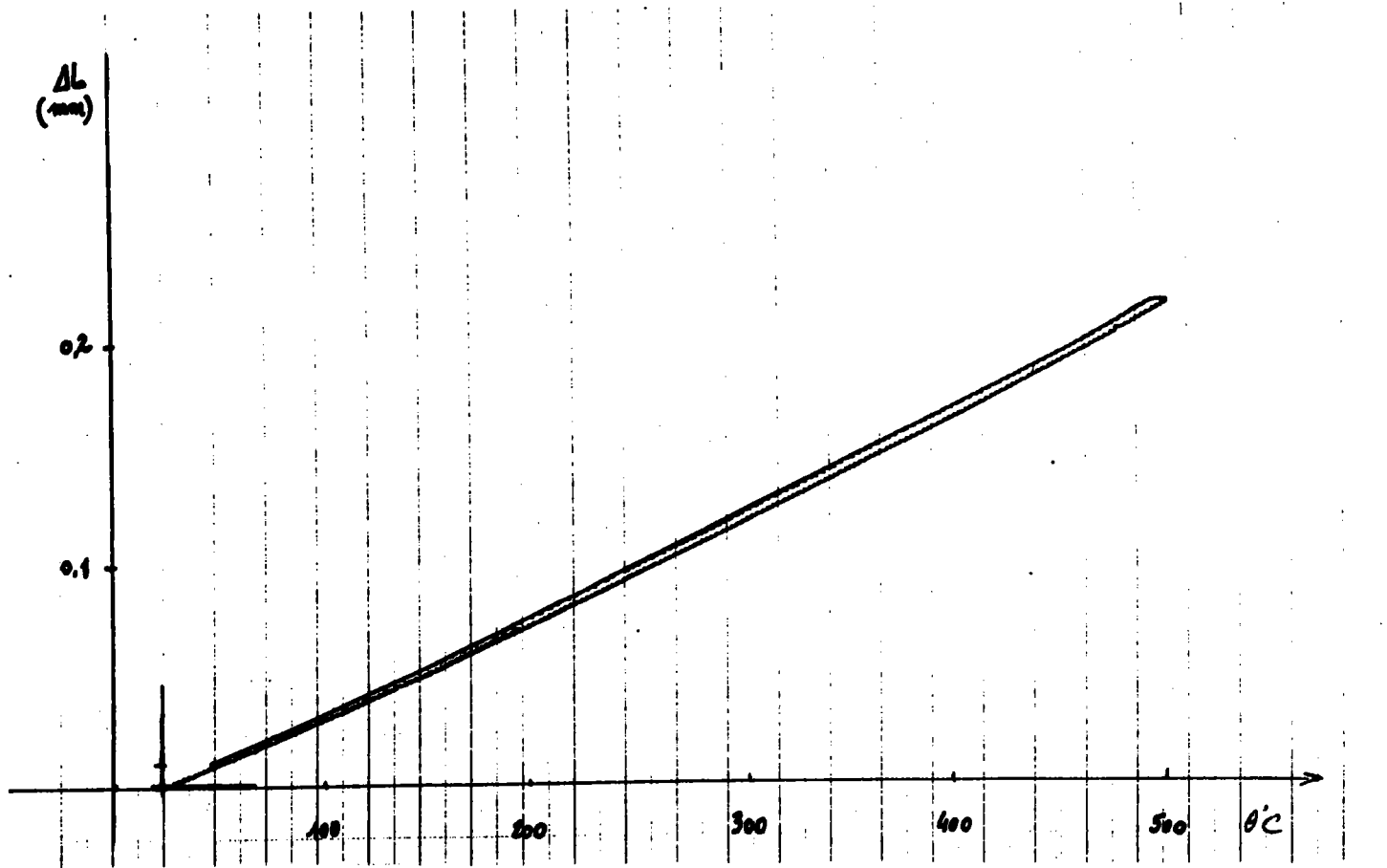


Figure 31: Courbe de dilatation-température au chauffage suivi de refroidissement progressif

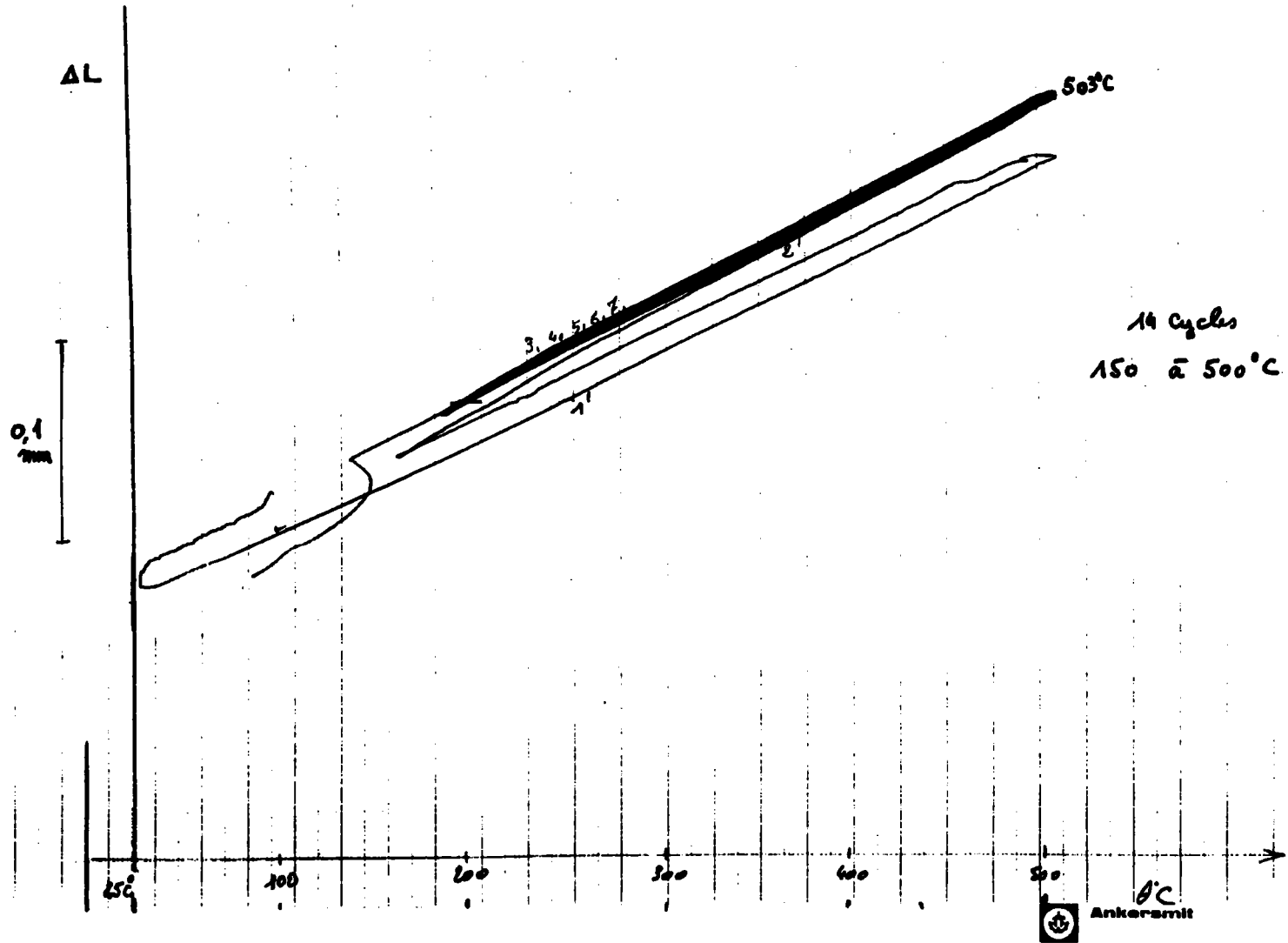
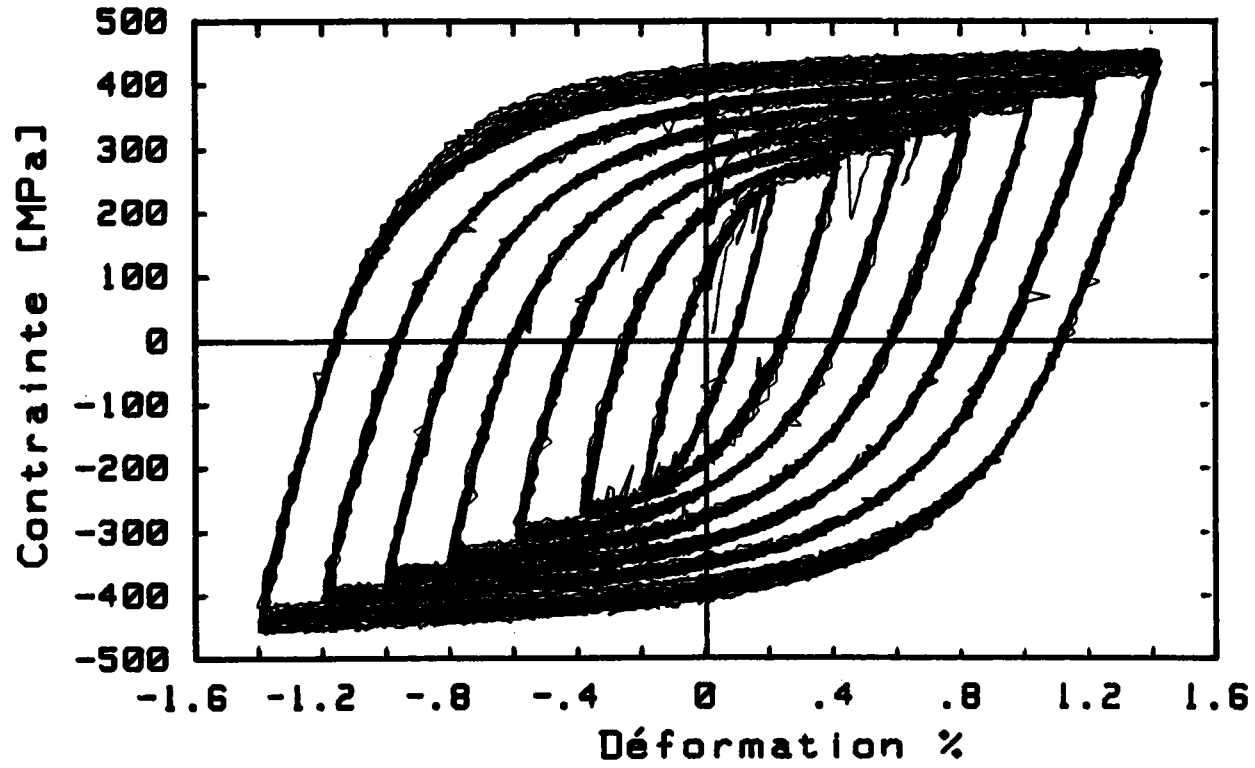
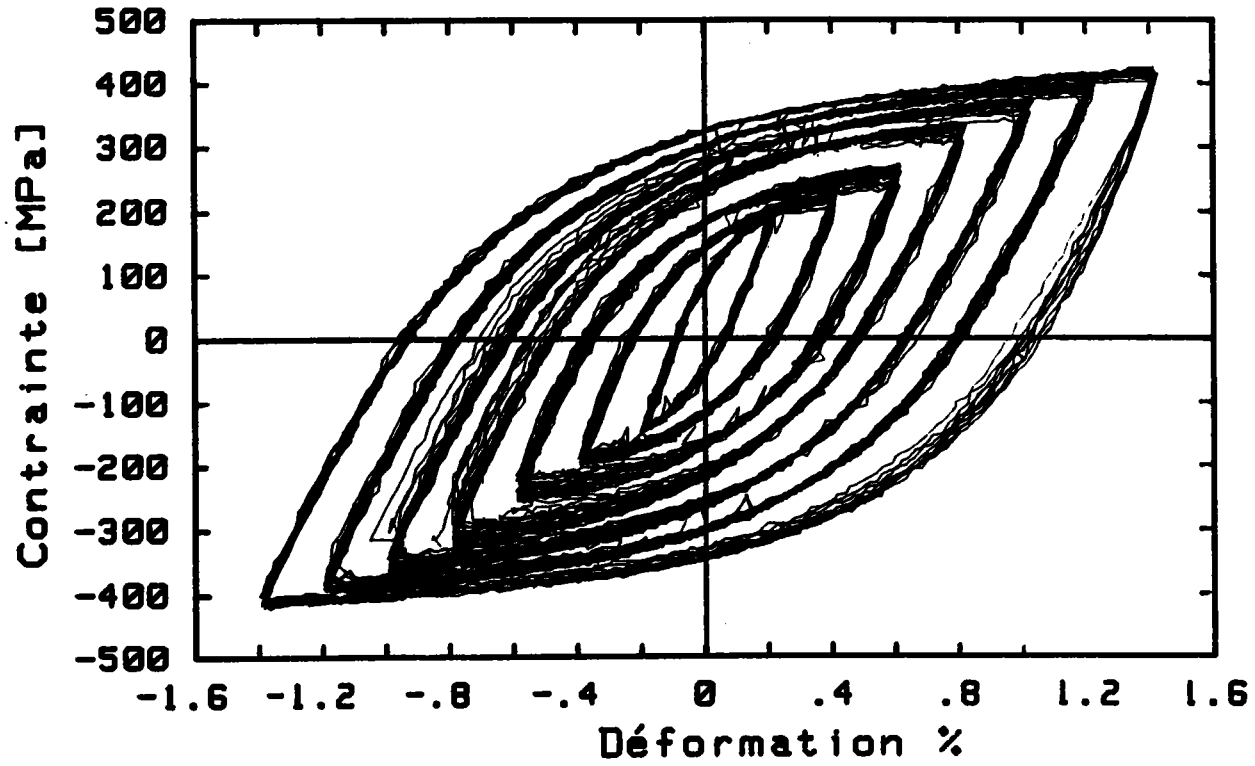


Figure 32 : Courbe de dilatation-température au cycle thermique

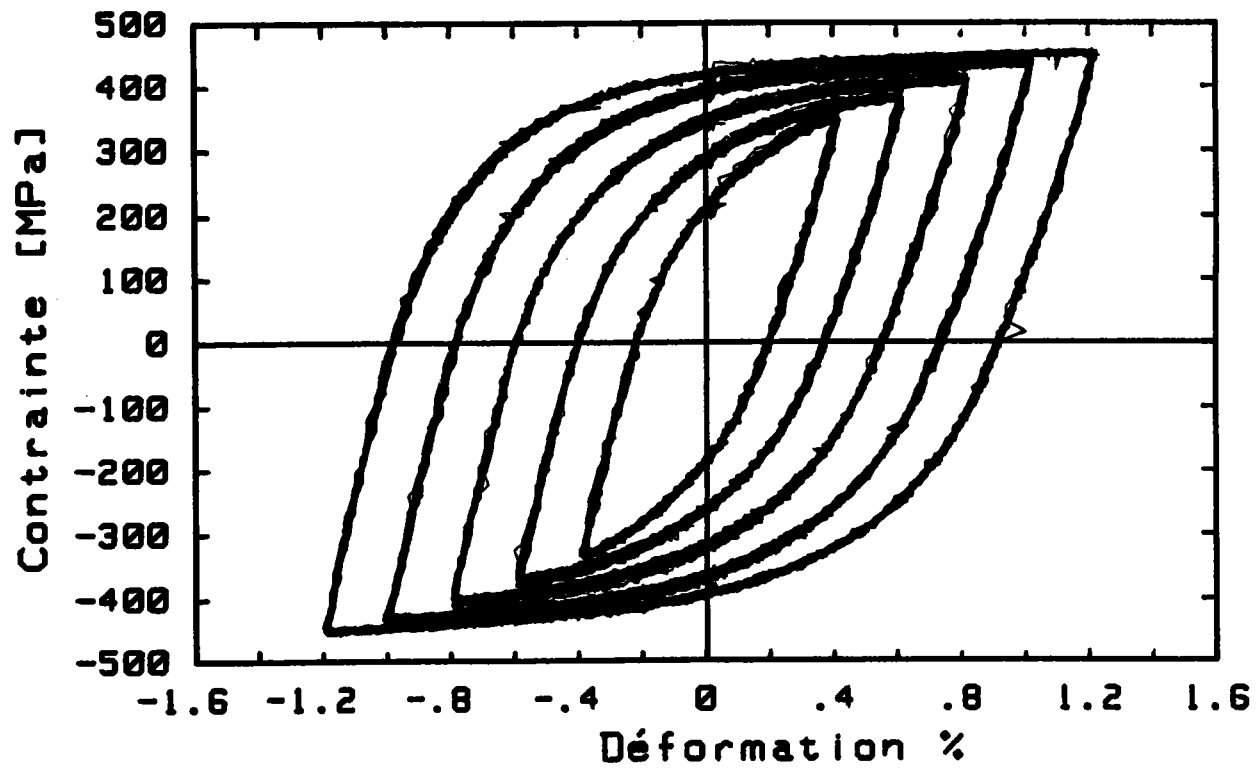




**Figure 33a :** Boucles d'hystérésis en essai à paliers de déformation croissants  
à la température de 250°C



**Figure 34 :** Boucles d'hystérésis en essai à paliers de déformation croissants  
à la température de 500°C



**Figure 33b :** Boucles d'hystérésis en essai à paliers de déformation décroissants  
à la température de 250°C

## VI ESSAIS EN FATIGUE ISOTHERME ET EN FATIGUE THERMOMECHANIQUE

Dans ce chapitre nous présentons des essais en fatigue isotherme et en fatigue thermomécanique que nous avons réalisés et leur résultats.

Les essais en fatigue isotherme sont effectués avec éprouvettes cylindriques pleines pour faciliter l'usinage et les essais en fatigue thermomécanique sont effectués avec éprouvettes tubulaires pour éviter le gradient de température. Tous les essais sont pilotés à déformation totale imposée et à la vitesse de déformation de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

### VI.1 Essais en fatigue isotherme à haute température

Cinq essais à différents niveaux de déformation totale imposée de 0,8% à 2,0% en fatigue isotherme à 500°C ont été réalisés. Le cycle de déformation totale est en forme de trapèze. La durée du temps de maintien aux déformations maximales et minimales est de 10 secondes (figure 36).

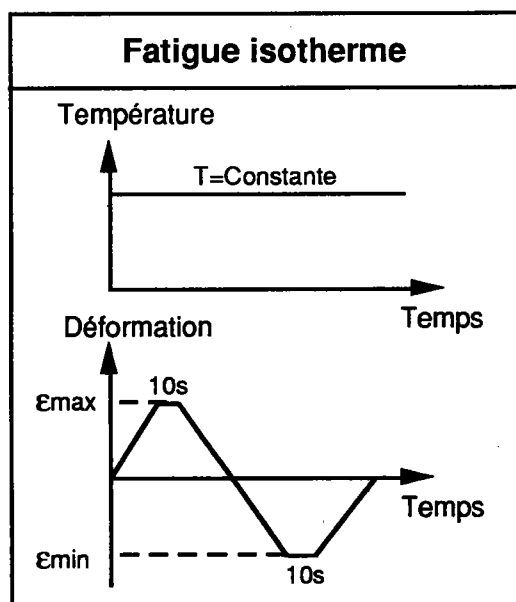


Figure 36: Forme du cycle mécanique appliqué en fatigue isotherme

Pour étudier le comportement de matériau en fatigue isotherme, les boucles d'hystérésis sont enregistrées du début à la fin de l'essai. Elle permettent d'analyser la variation de contrainte, de déformation plastique et d'énergie dissipée et avec celle-ci les caractéristiques du matériau peuvent être évaluées. La figure 37 donne un exemple des boucles d'hystérésis du

premier cycle et du cycle stabilisé obtenues d' un essai de 2,0% déformation. On observe que la boucle d'hystérésis stabilisée est symétrique par rapport à l'axe des contraintes.

Pour faciliter de la comparaison des résultats obtenus dans chaque essai, nous définissons un rapport de cycles,  $N/N_r$ , ici  $N_r$  représentant le nombre de cycles à rupture.

L'évolution de l'amplitude de contrainte  $\Delta\sigma$  en fonction du nombre de cycle est montrée figure 38. Au début l'amplitude de contrainte augmente rapidement, elle diminue ensuite légèrement après avoir atteint un niveau maximal puis chute rapidement à la fin d'essai.

L'évolution de l'amplitude de déformation plastique  $\Delta\varepsilon_p$  en fonction du nombre de cycles est présentée figure 39. La déformation plastique maximale apparait au premier cycle. Après une diminution rapide correspondant à la période de l'augmentation de contrainte décrite dans la figure 38, l'amplitude de déformation plastique se stabilise.

D'après l'évolution de l'amplitude de contrainte et de celle de déformation plastique durant l'essai, nous pouvons distinguer trois stades :

- celui où la durée d'écrouissage correspondant à l'augmentation de contrainte et à la diminution de déformation plastique, représente environ 5% à 15% de la durée de vie du matériau; quand le niveau de déformation totale imposée est plus élevé, le pourcentage de la durée de cet écrouissage devient plus important;
- celui où la durée de stabilisation correspondant à une relaxation très légère de contrainte et à une déformation plastique stable représente environ 85% de la durée de vie de matériau;
- celui où la durée de rupture correspondant à la chute de contrainte occupe moins de 5% de la durée de vie de matériau.

L'évolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique  $\Delta w_p$  en fonction du nombre de cycles est aussi reportée (figure 40). On remarque la même indication que l'on trouve aux évolutions de l'amplitude de contrainte et de l'amplitude de déformation plastique. La partie de la densité augmentée, celle de la densité stable et celle de la densité descendue

indique respectivement la durée d'écrouissage, la durée de stabilisation et la durée de rupture.

La durée de stabilisation constitue la plus grande partie de la durée de vie du matériau et justifie l'utilisation des données obtenues dans cette période pour l'analyse des résultats. Le tableau 3 présente les principaux résultats des différents essais en fatigue isotherme. On y indique les amplitudes de déformation plastique initiale, de déformation plastique stabilisée, de contrainte initiale et de contrainte stabilisée, la densité d'énergie dissipée de déformation plastique stabilisée et le nombre de cycles à rupture.

*Tableau 3 : Principaux résultats des essais en fatigue isotherme (température 500°C)*

$\Delta\varepsilon_t$ (%)	$\Delta\varepsilon_p$ initiale (%)	$\Delta\varepsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ initiale (MPa)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_r$ (Cycles)
0,80	0,60	0,46	350	566	1,97	3050
1,00	0,75	0,62	366	651	3,05	970
1,20	1,02	0,78	378	686	4,35	550
1,60	1,34	1,03	442	720	5,99	295
2,00	1,58	1,28	520	821	8,81	143

Les valeurs  $\Delta\varepsilon_p$  stable ,  $\Delta\sigma$  stable et  $\Delta w_p$  stable sont déterminées à la moitié de la durée de vie comme il est coutumier pour des matériaux possédant une période stabilisée en fatigue.

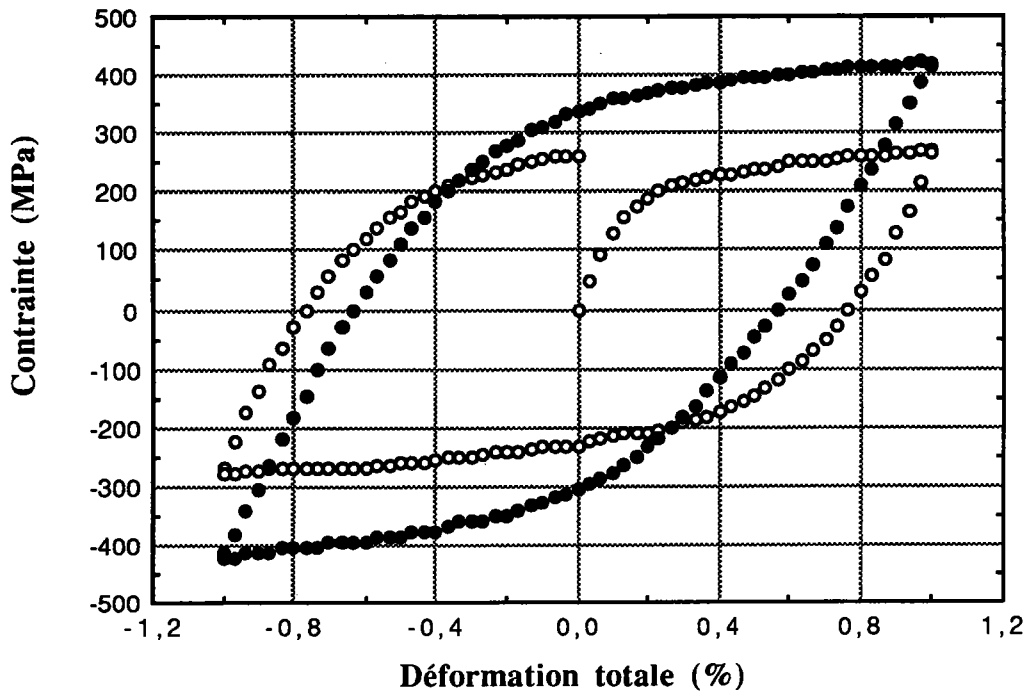


Figure 37 : Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue isotherme,  $T = 500^{\circ}\text{C}$ , déformation totale imposée 2,0%

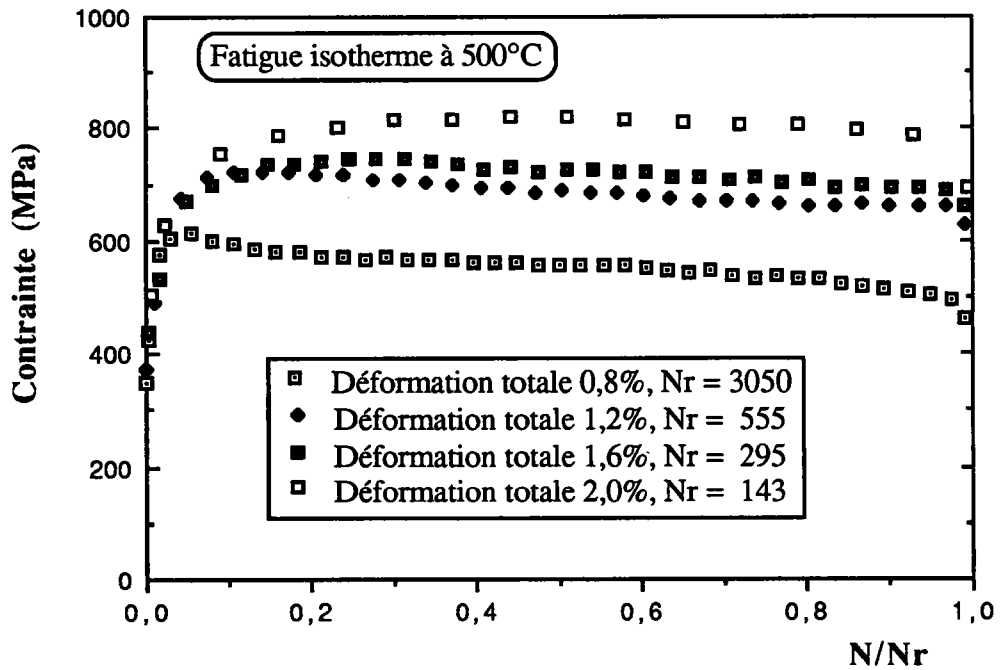


Figure 38 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à  $500^{\circ}\text{C}$

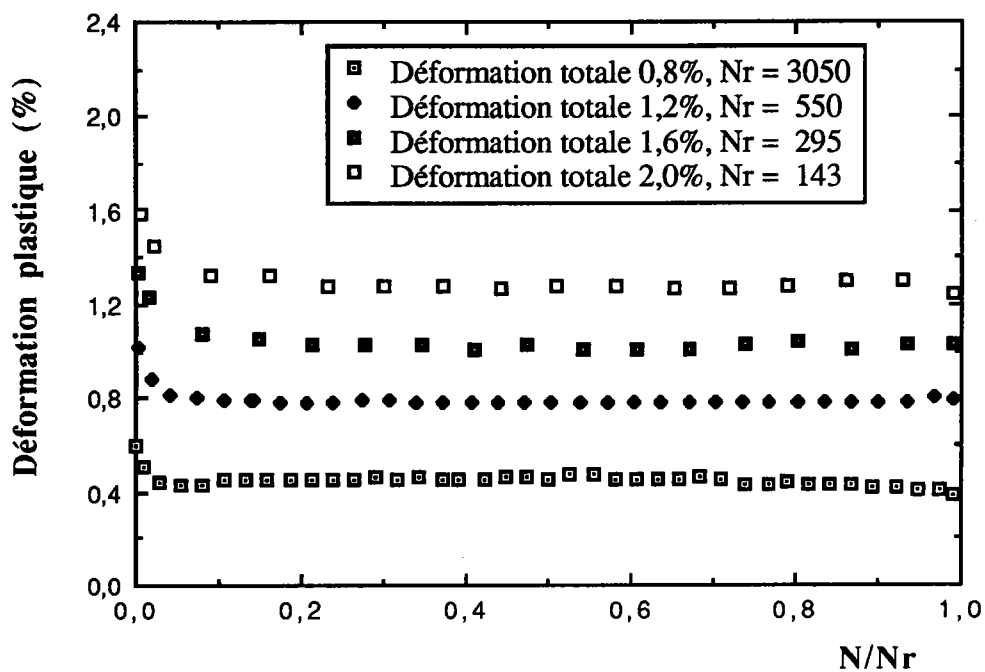


Figure 39 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C

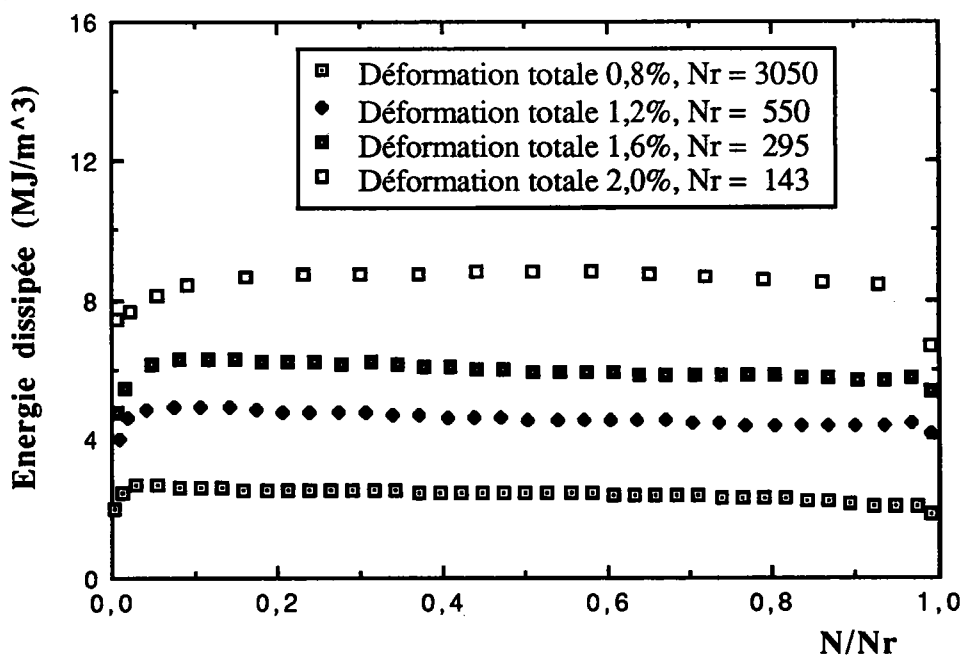


Figure 40 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C

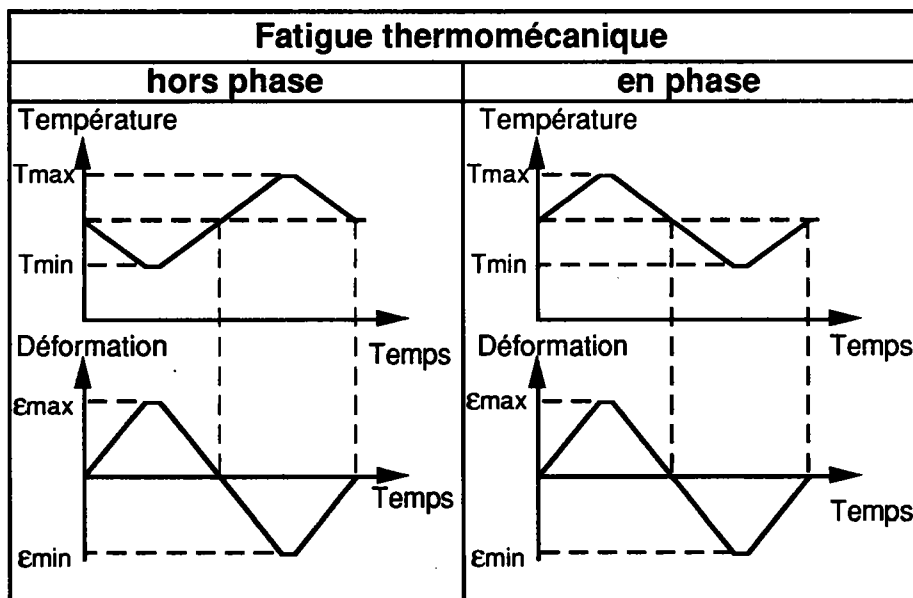


## VI.2 Essais en fatigue thermomécanique

Les essais en fatigue thermomécanique sont effectués en superposant le cycle mécanique au cycle thermique en même fréquence en situation de hors phase (la déformation maximale correspondant à la température minimale) ou en phase (la déformation maximale correspondant à la température maximale). Les formes de cycle de déformation totale et de cycle thermique sont trapezoïdals comme celle de cycle de déformation totale en fatigue isotherme. Le temps de maintien est de 10 secondes aux déformations maximales et minimales et aux températures maximales et minimales (Figure 41).

Deux gammes de température sont utilisées pour constituer le cycle thermique; l'une est entre 250°C et 500°C pour la plupart des essais, l'autre entre 250°C et 650°C.

Nous utilisons la même méthode d'étude que dans le cas de la fatigue isotherme en enregistrant les boucle d'hystérésis de fatigue thermomécanique. A l'aide de celle-ci, les évolutions de l'amplitude de contrainte, de l'amplitude de déformation plastique et de la densité d'énergie dissipée sont analysées.



**Figure 41 :** Formes de cycle de déformation et de température utilisées en fatigue thermomécanique

### VI.2.1 Essais en fatigue thermomécanique hors phase à température variable entre 250°C et 500°C

Cinq essais à différents niveaux de déformation totale imposée de 1,0% à 2,4% en fatigue thermomécanique hors phase à température variable entre 250°C et 500°C ont été effectués. Un exemple des boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé obtenues d'un essai à amplitude de déformation de 1,6% est montré figure 42.

La comparaison des boucles d'hystérésis avec celles de fatigue isotherme à 500°C montre des différentes propriétés suivantes :

- l'amplitude de contrainte en fatigue thermomécanique hors phase est plus importante que celle en fatigue isotherme pour une même déformation totale imposée, parce que la force générée au cours du cycle thermique gêne la traction-compression de cycle mécanique et augmente la contrainte supportée par l'éprouvette.

- la boucle d'hystérésis de fatigue thermomécanique est non-symétrique par rapport à l'axe des contraintes en raison de la variation de température qui influence le comportement de matériau. Le niveau de contrainte en traction est plus élevé que celui en compression.

- la densité d'énergie dissipée en fatigue thermomécanique hors phase est plus importante que celle de fatigue isotherme en raison de cette amplitude de contrainte plus élevée en fatigue thermomécanique hors phase.

Tableau 4 présente les principaux résultats à différents niveaux de déformation imposée en fatigue thermomécanique hors phase. Les définitions de symboles utilisés dans ce tableau sont les mêmes que celles décrites précédemment.

*Tableau 4 : Principaux résultats en fatigue thermomécanique hors phase (température entre 250°C et 500°C)*

$\Delta\epsilon_t$ (%)	$\Delta\epsilon_p$ initiale (%)	$\Delta\epsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ initiale (MPa)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_r$ (Cycles)
1,00	0,77	0,66	396	684	3,28	1850
1,20	0,95	0,78	470	736	4,25	730
1,60	1,30	1,11	494	835	7,07	395
2,00	1,59	1,33	520	866	9,54	248
2,40	2,00	1,74	560	934	13,82	128

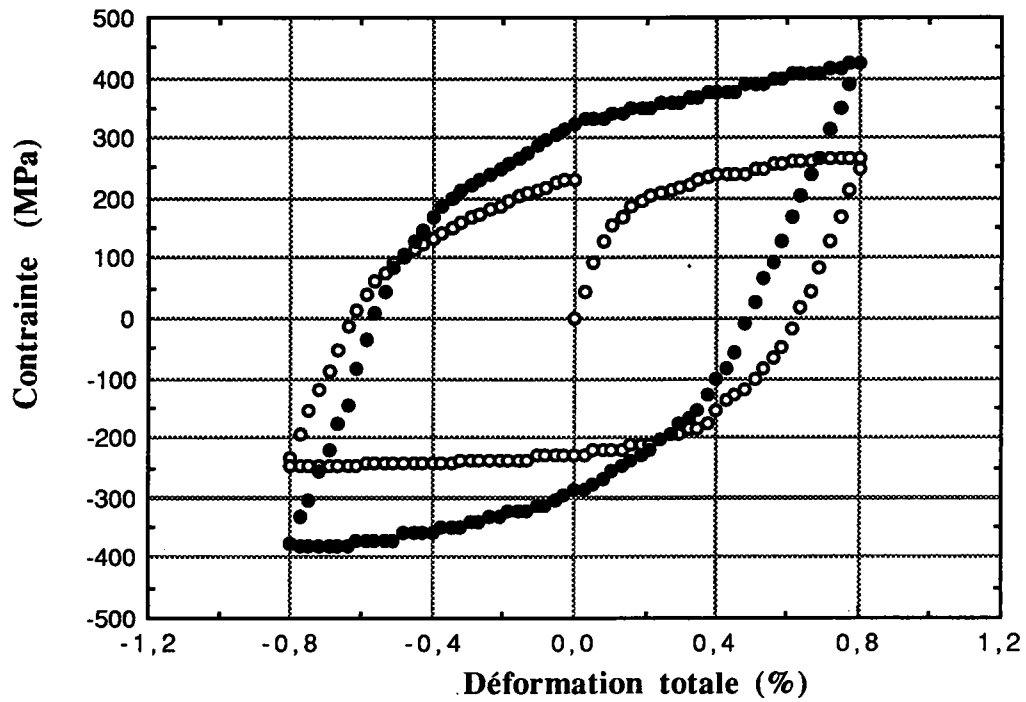


Figure 42 : Boucles d'hystérésis au premier cycle et au cycle stabilisé en fatigue thermo-mécanique hors phase, amplitude de déformation imposée 1,6% (250°C-500°C)

Les évolutions de l'amplitude de contrainte  $\Delta\sigma$ , de l'amplitude de déformation plastique  $\Delta\varepsilon_p$  et de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique  $\Delta w_p$  en fonction du nombre de cycles sont présentées respectivement dans les figures 43, 44, 45.

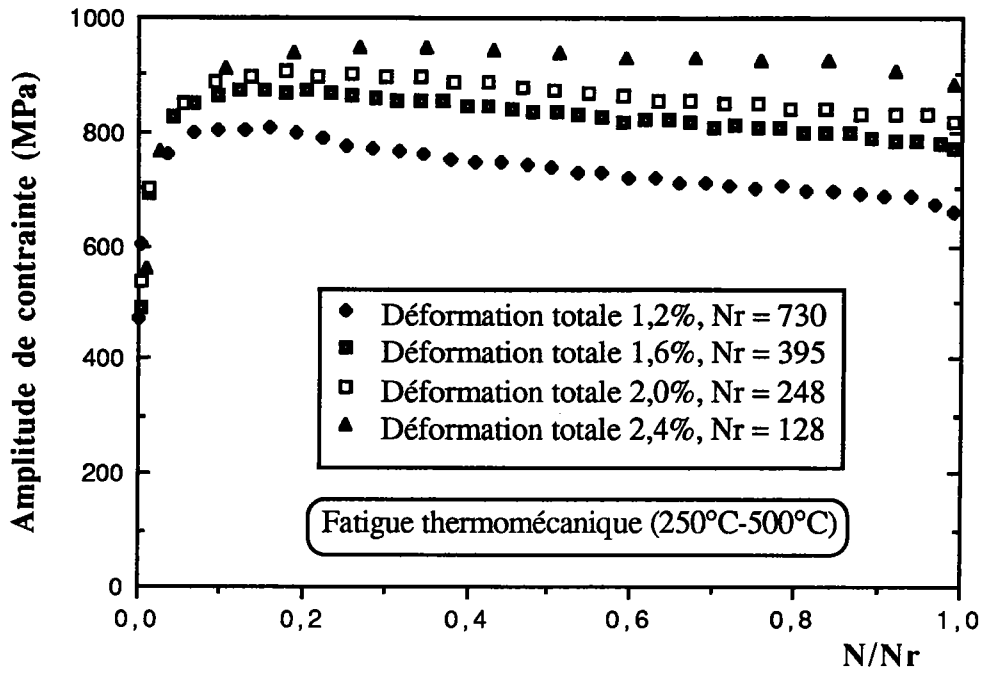


Figure 43 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C

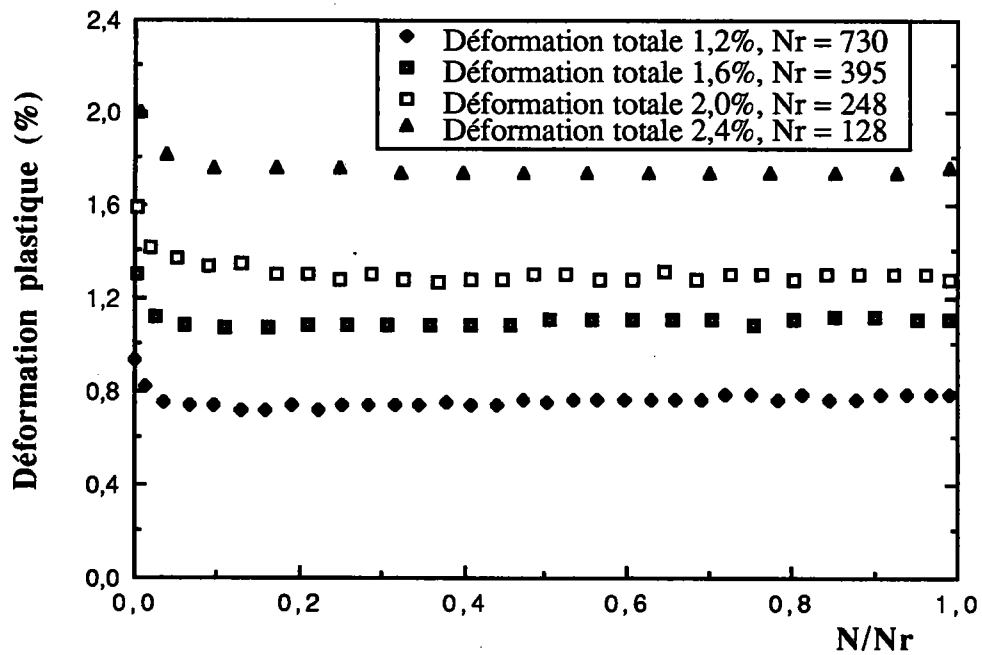
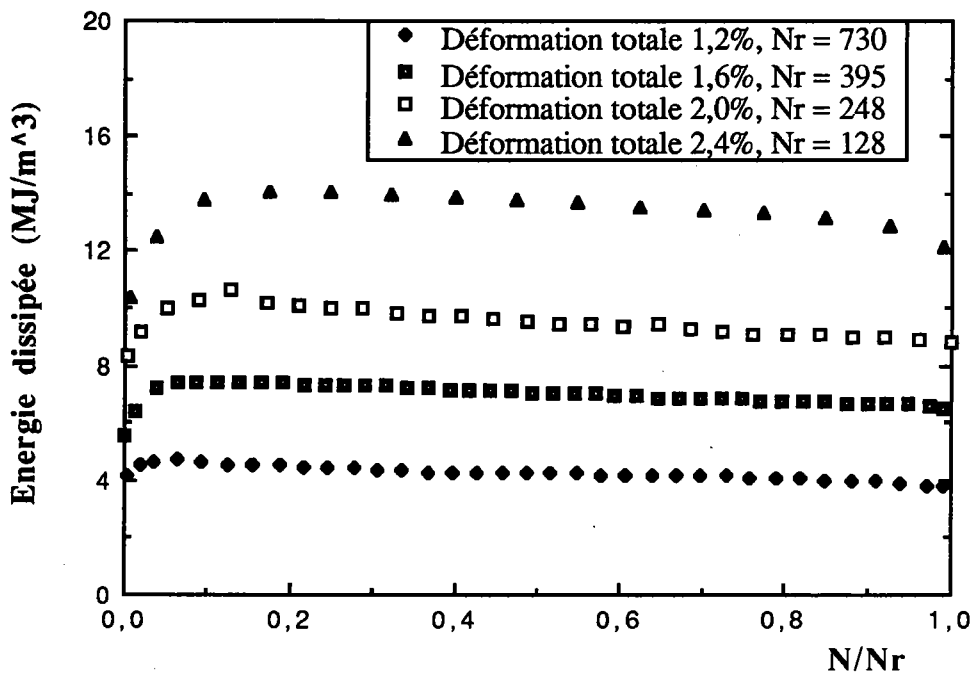


Figure 44 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C



**Figure 45 :** Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C

### VI.2.2 Essais en fatigue thermomécanique en phase à température variable entre 250°C et 500°C

Trois essais de différents niveaux de déformation totale imposée à 1,0%, 1,2% et 1,6% en fatigue thermomécanique en phase de la température entre 250°C et 500°C ont été effectués. Un exemple de la réponse contrainte-déformation d'un essai à déformation imposée de 1,6% est montré figure 46. Des différences avec l'essai de fatigue isotherme à 500°C peuvent être notées comme suit :

- l'amplitude de contrainte en fatigue thermomécanique en phase est moins importante que celle en fatigue isotherme pour une même déformation totale imposée car la force due au cycle thermique facilite la traction-compression du cycle mécanique et relaxe la contrainte imposée à l'éprouvette.

- la boucle d'hystérésis n'est pas symétrique par rapport à l'axe des contraintes, contrairement à fatigue thermomécanique hors phase, le niveau de contrainte en traction est moins élevé que celui en compression.

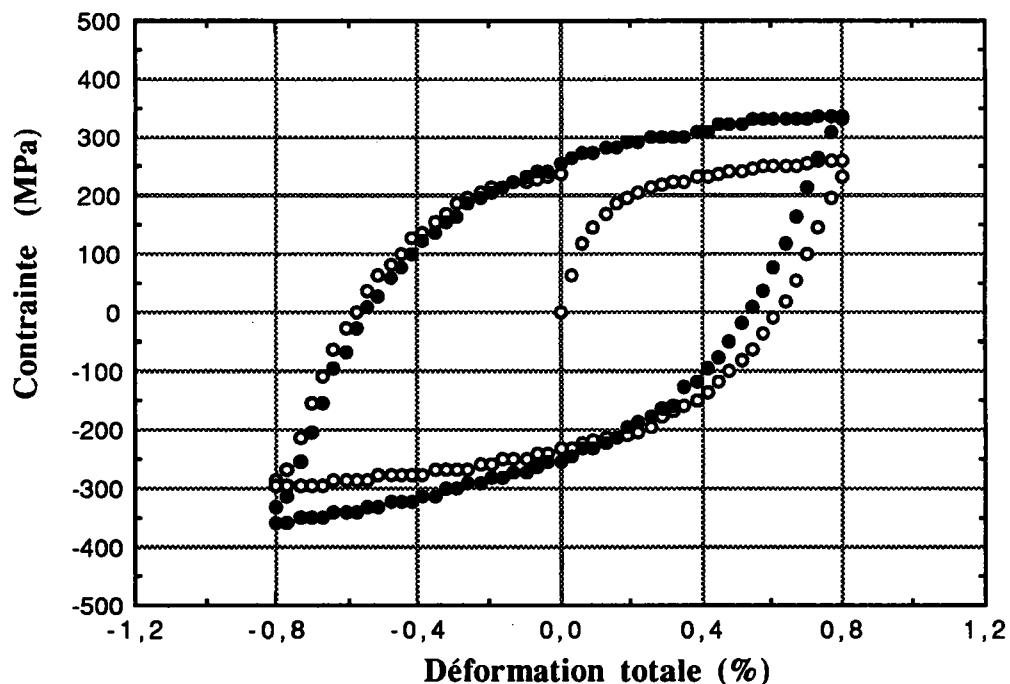
- la densité d'énergie dissipée est moins importante que celle de fatigue isotherme car l'amplitude de contrainte est moins élevée en fatigue thermomécanique en phase.

Les évolutions de l'amplitude de contrainte  $\Delta\sigma$ , de l'amplitude de déformation plastique  $\Delta\varepsilon_p$  et de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique  $\Delta w_p$  en fonction du nombre de cycles sont présentées respectivement dans les figures 47, 48, 49.

Tableau 5 présente les principaux résultats des essais en fatigue thermomécanique en phase.

*Tableau 5 : Résultats principaux en fatigue thermomécanique en phase (température variant entre 250°C et 500°C)*

$\Delta\varepsilon_t$ (%)	$\Delta\varepsilon_p$ initiale (%)	$\Delta\varepsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ initiale (MPa)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_f$ (Cycles)
1,00	0,75	0,68	485	560	2,86	2250
1,20	0,92	0,82	550	642	4,34	643
1,60	1,36	1,16	595	694	6,14	445



**Figure 46 :** Boucles d'hystérésis au premier cycle et au cycle stabilisé en fatigue thermomécanique en phase de déformation totale imposée (250°C-500°C)

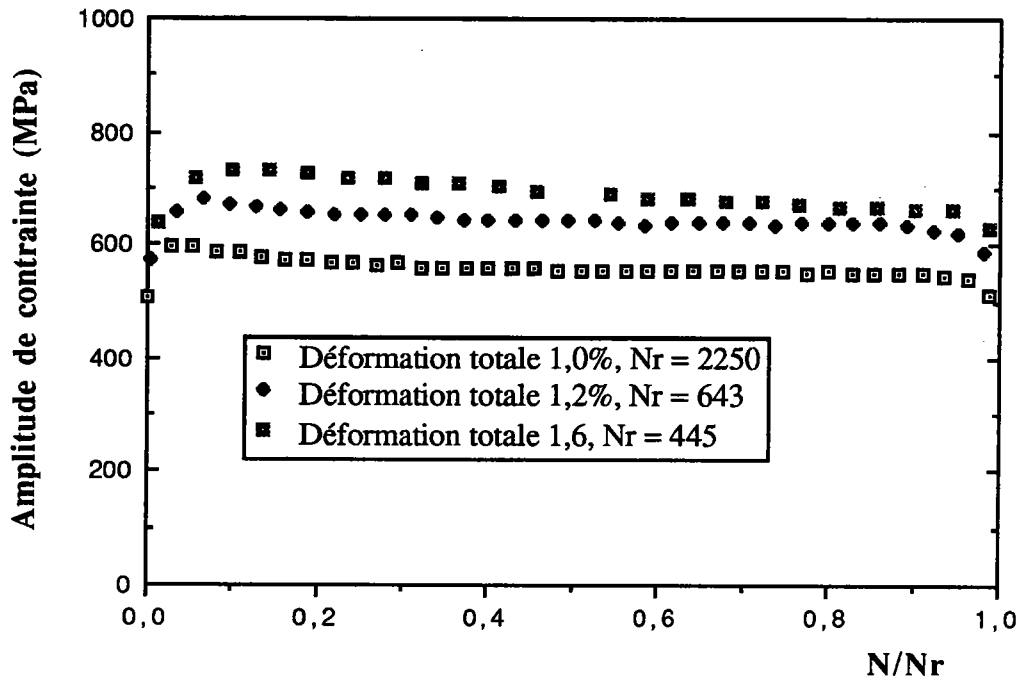


Figure 47 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C

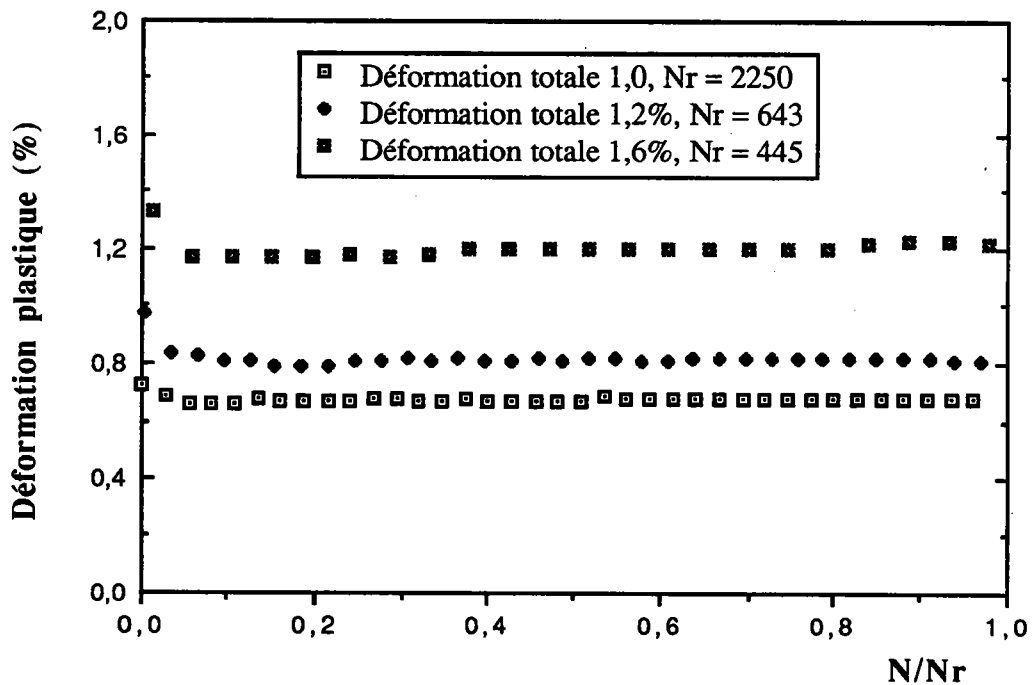


Figure 48 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C

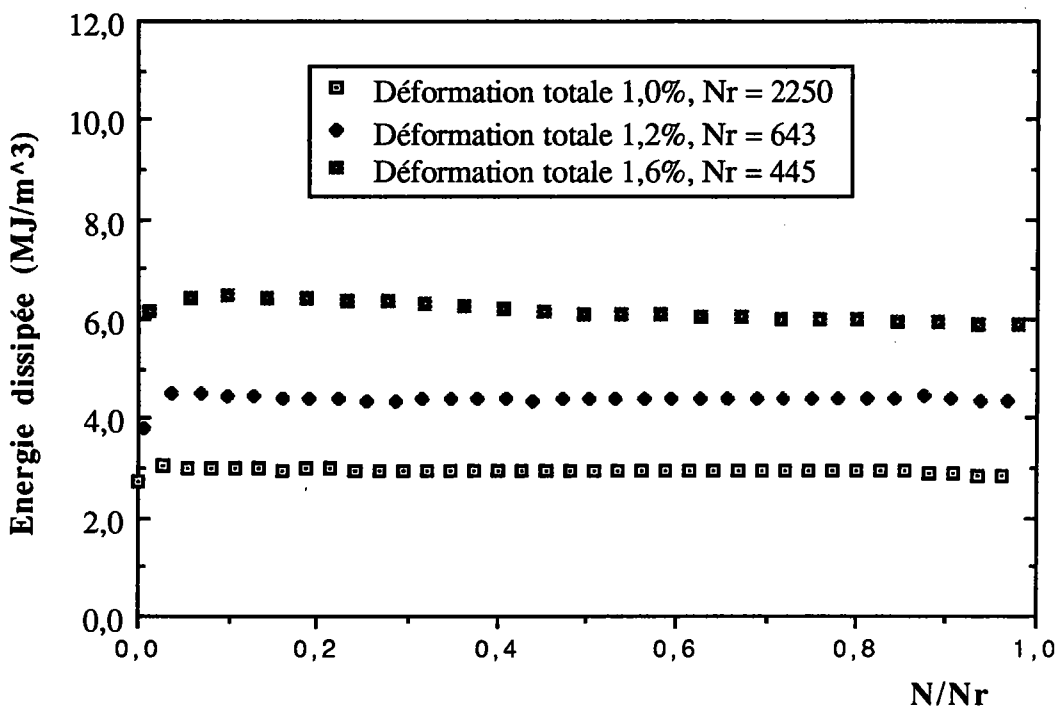


Figure 49 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C

### VI.2.3 Essais en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 650°C

Deux essais supplémentaires en fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 650°C et déformation totale imposée de 1,6% ont été effectués, l'un étant hors phase et l'autre en phase.

Evidemment, dans ces deux essais, la variation de la température dans un cycle thermique est plus importante que celle à température variable entre 250°C et 500°C. Par conséquent, l'influence du cycle thermique est plus remarquable.

Tableau 6 : Résultats principaux en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C

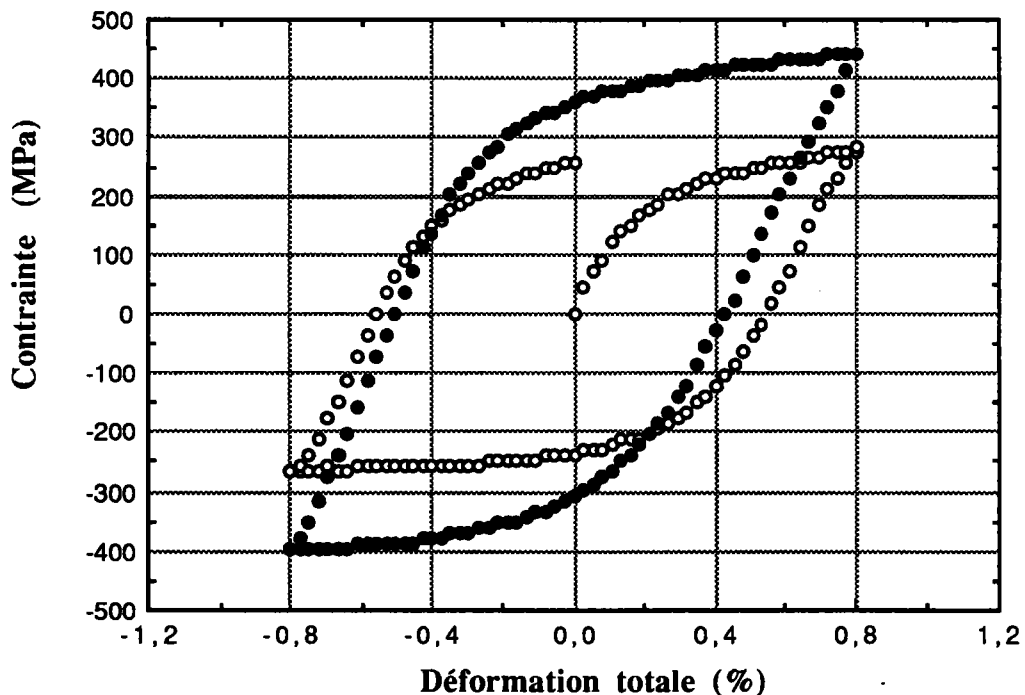
	$\Delta\epsilon_t$ (%)	$\Delta\epsilon_p$ initiale (%)	$\Delta\epsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ initiale (MPa)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m³)	$N_r$ (Cycle)
hors phase	1,6	1,18	1,02	560	850	6,85	245
en phase	1,6	1,28	1,20	480	640	5,21	1020



La figure 50 montre la réponse déformation-contrainte au premier cycle et au cycle stabilisé en fatigue thermomécanique hors phase et la figure 51 montre celle en fatigue thermomécanique en phase.

La figure 52 donne une comparaison des boucles d'hystérésis stabilisées entre l'essai hors phase et l'essai en phase, et le tableau 6 donne les principales données de ces deux essais. On remarque que les caractéristiques en fatigue thermomécanique sont accentuées dues au cycle thermique. Par exemple, on observe les différences plus importantes de l'amplitude de contrainte et de la densité d'énergie dissipée entre ces deux essais.

Concernant la durée de vie de matériau, on voit que le nombre de cycles à rupture dans le cas d'en phase est 4 fois plus élevé que dans le cas d'hors phase. Mais en fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 500°C, on ne remarque pas de grande différence sur la durée de vie entre le cas en phase et le cas hors phase. Ce phénomène peut être aussi expliqué par cycle thermique. Quand la variation de température dans un cycle thermique augmente, la contrainte dans l'éprouvette s'amplifie (dans le cas de hors phase) ou se relaxe (dans le cas d'en phase) en raison de la dilatation. Par conséquent, l'endommagement par cycle augmente dans le cas hors phase et diminue dans le cas en phase.



**Figure 50 :** Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue thermomécanique hors phase à la température entre 250°C et 650°C

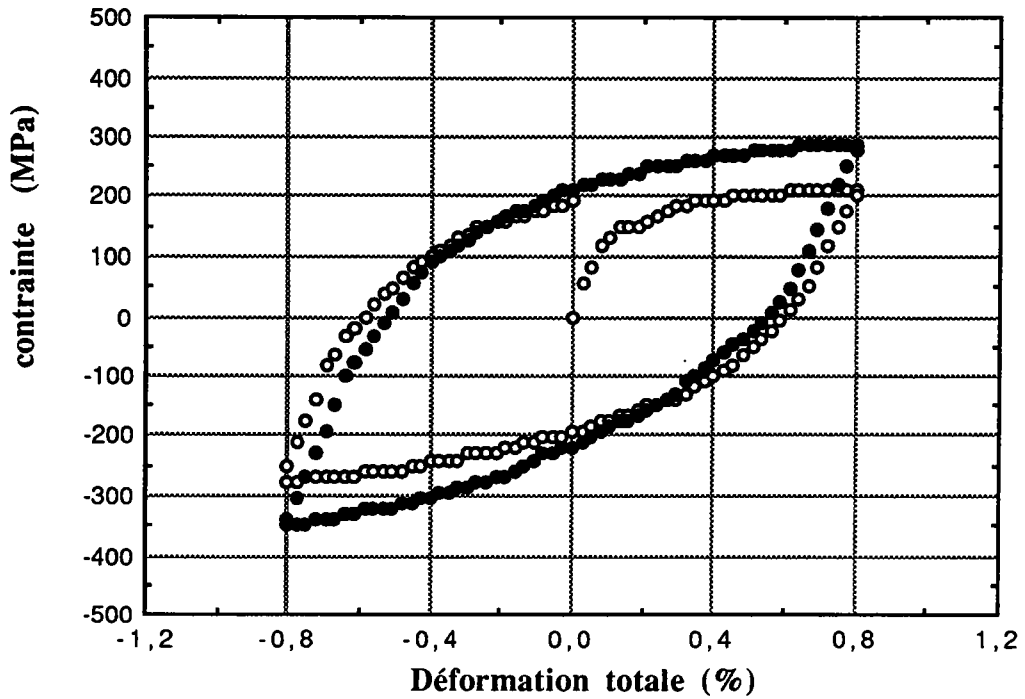


Figure 51 : Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue thermomécanique en phase à température variable entre 250°C et 650°C

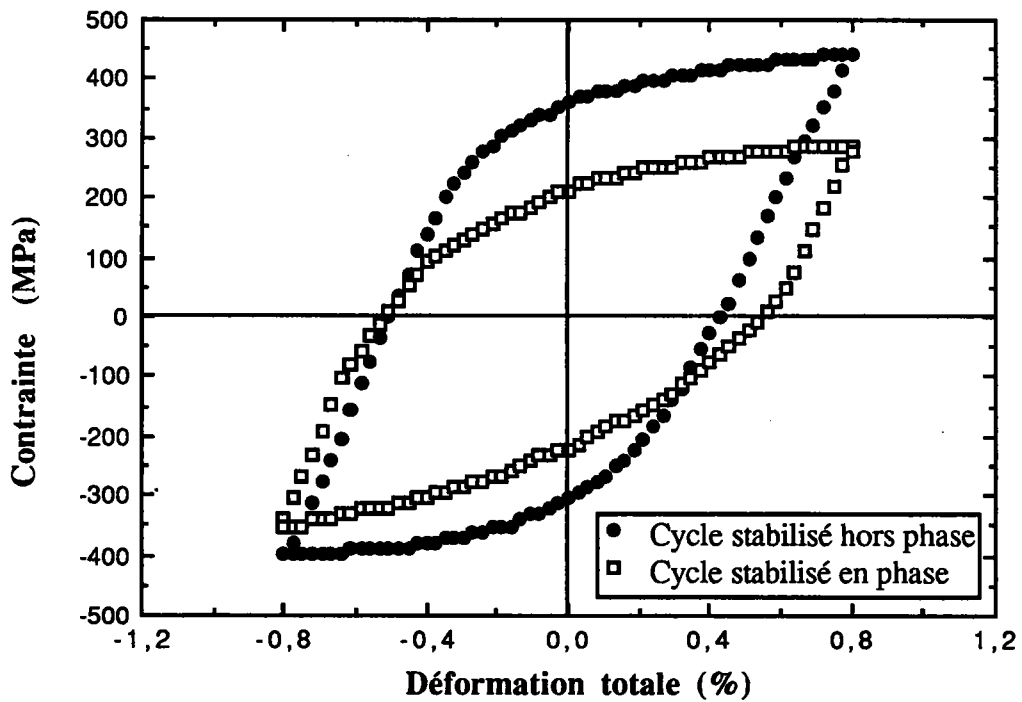


Figure 52 : Comparaison entre le cycle stabilisé hors phase et le cycle stabilisé en phase dans le cas d'une déformation totale imposée de 1,6%

### **VI.3 Résumé de l'étude expérimentale en fatigue isotherme et thermomécanique**

Comme dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C, on observe trois périodes dans la durée de vie en fatigue thermomécanique :

- la période de durcissement correspond aux augmentations de la contrainte et de la densité d'énergie et à la diminution de la déformation plastique;
- la période de stabilisation correspond aux diminution légères de la contrainte et de la densité d'énergie dissipée et à la constance de la déformation plastique;
- le début de la rupture correspond aux chutes de la contrainte et de la densité d'énergie dissipée;
- le pourcentage de chaque période est sensiblement identique à celui dans la fatigue isotherme, la durée de stabilisation constitue plus de 80% de la durée de vie et il est possible d'établir un modèle de prévision de la durée de vie à partir des données obtenues durant cette période.

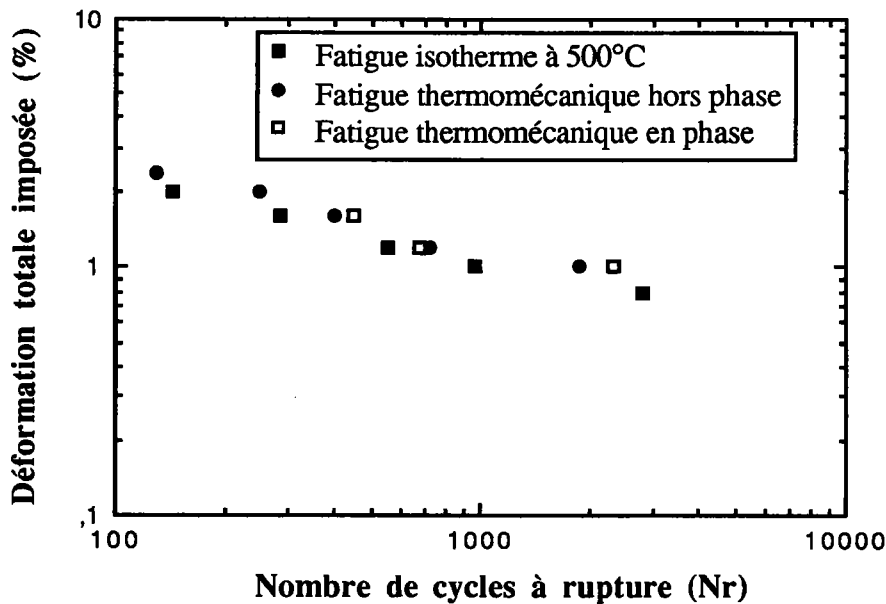
Si l'on compare les résultats entre la fatigue thermomécanique hors phase et celle en phase (tableau 7), des indications différentes peuvent être décrites suivantes :

- l'amplitudes de contrainte et la densité d'énergie dissipée en fatigue thermomécanique hors phase est plus importante que celle en fatigue thermomécanique en phase;
- l'amplitude de déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase est un peu moins élevée que celle en fatigue thermomécanique en phase.

La figure 53 illustre la durée de vie de matériau en fatigue isotherme à 500°C et en fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 500°C en fonction de la déformation totale imposée. Elle montre que pour cette gamme de température le nombre de cycles à rupture est plus important dans le cas de la fatigue thermomécanique que dans le cas de la fatigue isotherme pour une même déformation totale imposée.

**Tableau 7 :** Comparaison des résultats en fatigue thermomécanique hors phase et en phase (température variant entre 250°C et 500°C)

$\Delta\varepsilon_t$ (%)	Fatigue thermomécanique hors phase			Fatigue thermomécanique en phase		
	$\Delta\varepsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m <sup>3</sup> )	$\Delta\varepsilon_p$ stable (%)	$\Delta\sigma$ stable (MPa)	$\Delta w_p$ stable (MJ/m <sup>3</sup> )
1,00	0,66	684	3,28	0,68	560	2,86
1,20	0,78	736	4,25	0,82	642	4,34
1,60	1,11	835	7,07	1,16	694	6,14



**Figure 53 :** Comparaison de la durée de vie entre la fatigue isotherme à 500°C et la fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 500°C

Le tableau 8 présente les données de différents types d'essais dans le cas d'une déformation totale imposée de 1,6%. On voit que les amplitudes de contrainte, les densités de l'énergie dissipée et les durées de vie varient largement en raison des différents niveaux de cycle thermique.

*Tableau 8 : Données de différents types d'essais dans le cas d'une déformation totale imposée de 1,6%*

	Fatigue isotherme	Fatigue thermomécanique			
		hors phase		en phase	
T (°C)	500	250-500	250-650	250-500	250-650
$\Delta\varepsilon_p$ (%)	1,03	1,11	1,02	1,14	1,20
$\Delta\sigma$ (%)	720	835	850	694	640
$\Delta w_p$ (MJ/m <sup>3</sup> )	5,99	7,07	6,85	6,14	5,21
$N_r$ (cycle)	295	395	245	445	1020

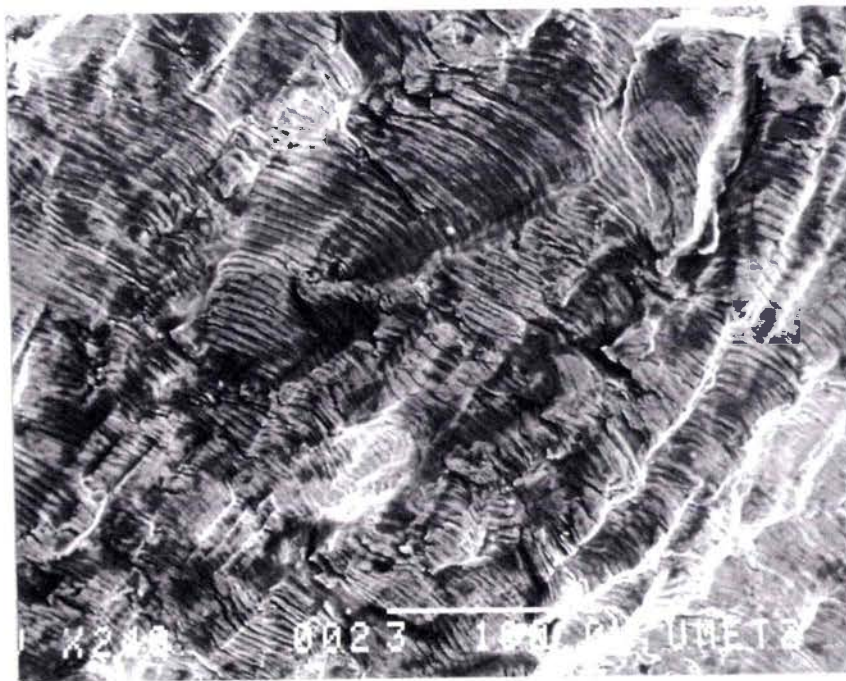


PHOTO 1 : Stries de fatigue observées par microscope électronique à balayage sur la section de rupture de l'éprouvette en fatigue thermomécanique



PHOTO 1 : Fissurations sur les éprouvettes à rupture en fatigue thermomécanique

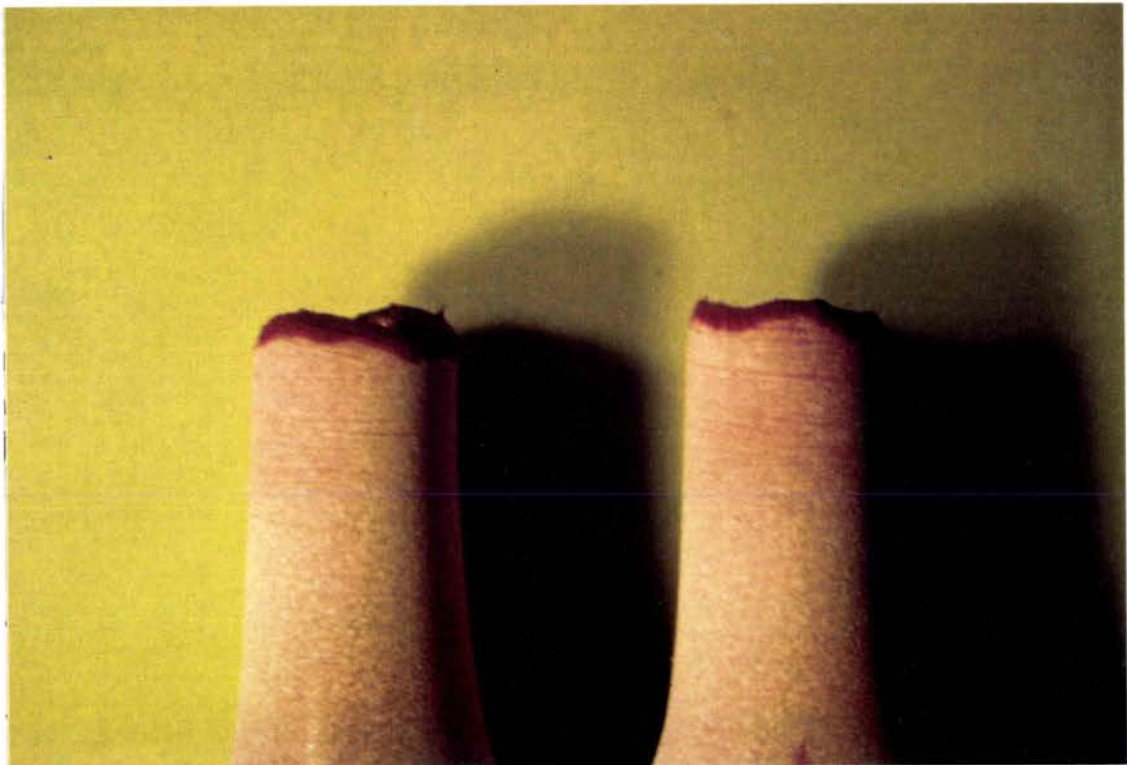


PHOTO 3 : Fissurations secondaires sur une éprouvette à rupture

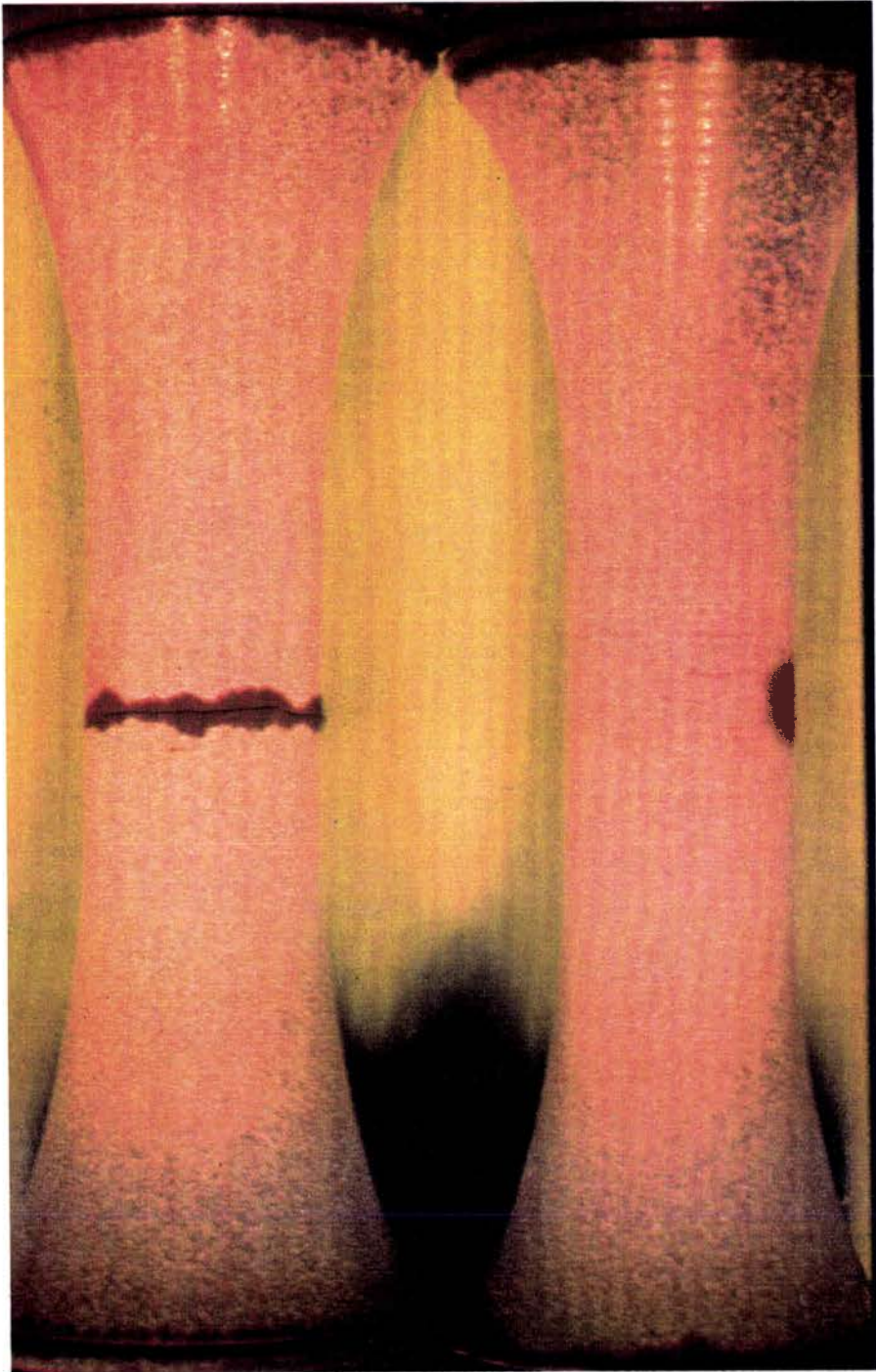


PHOTO 4 : Fissurations principales et secondaires sur éprouvettes à rupture après la fatigue thermomécanique (250°C-650°C)

**TROISIEME PARTIE :**  
**ETUDE DE MODELISATION**

**VII ANALYSE DES DONNEES DES ESSAIS EN FATIGUE  
ISOTHERME**

**VIII PREDICTION DE LA DUREE DE VIE DU MATERIAU EN  
FATIGUE THERMOMECHANIQUE**



## VII ANALYSE DES DONNEES DES ESSAIS EN FATIGUE ISOTHERME

Dans ce chapitre des données des essais de fatigue oligocyclique isotherme sont analysées à partir d'une loi de comportement à écrouissage cinématique. La simulation de la réponse déformation-contrainte est réalisée à partir de cette loi dont les coefficients ont été identifiés à l'aide des résultats issus des essais prévus pour la prédiction de la durée de vie en conditions anisothermes.

### VII.1 Loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope en traction-compression

Dans la première partie, nous présentons une loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope. Pour la transposition de cette loi dans le cas de la fatigue, nous rappelons ici les formules essentielles.

Si l'on considère le critère de Von Misès et la loi à écrouissage cinématique et isotrope en traction-compression, le critère de plasticité peut s'exprimer par la formule suivante :

$$f = |\sigma - x| - R - k = 0 \quad (\text{VII-1})$$

où  $x$  est la contrainte interne,  $R$  est la variable force thermodynamique associée (une variable d'état) et  $k$  est la limite d'élasticité.

L'évolution de la contrainte interne  $x$  en fonction de la déformation plastique  $\varepsilon_p$  s'exprime par une équation différentielle qui simule l'effet de durcissement cyclique en fatigue :

$$dx = C(p) d\varepsilon_p - \gamma(p) |d\varepsilon_p| \quad (\text{VII-2})$$

ici,  $p$  est la déformation plastique cumulée;  $C(p)$  et  $\gamma(p)$  sont des coefficients caractéristiques du matériau, ils sont les fonctions de la déformation plastique cumulée.

## VII.2 Détermination de la réponse déformation-contrainte à un cycle stabilisé

Pour faciliter l'utilisation de l'équation (VII-2), on peut la réécrire sous la forme suivante :

$$dx = C(p) [ d\epsilon_p - \varphi(p) | d\epsilon_p | ] \quad (\text{VII-3})$$

où  $\varphi(p) = \gamma(p)/C(p)$  peut être aussi considéré comme un coefficient caractéristique du matériau.

Sur une boucle contrainte interne-déformation plastique indiquée dans la figure 54, on voit que :

$$\text{si } \dot{\epsilon}_p > 0 \quad \text{alors} \quad \frac{dx}{d\epsilon_p} = C(p) [ 1 - \varphi(p) x ] \quad (\text{VII-4a})$$

$$\text{si } \dot{\epsilon}_p < 0 \quad \text{alors} \quad \frac{dx}{d\epsilon_p} = C(p) [ 1 + \varphi(p) x ] \quad (\text{VII-4b})$$

ici  $\dot{\epsilon}_p = \frac{d\epsilon_p}{dt}$ ,  $\dot{\epsilon}_p > 0$  représente l'augmentation de déformation plastique  $\epsilon_p$  et  $\dot{\epsilon}_p < 0$  la diminution de  $\epsilon_p$  au cours de la fatigue.

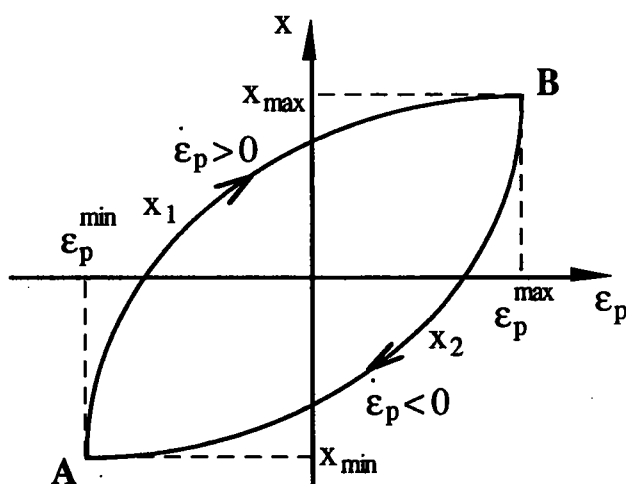


Figure 54 : Boucle de déformation plastique-contrainte interne

Dans le cas de durcissement cyclique, la fonction  $\varphi(p)$  peut être choisie sous forme exponentielle :

$$\varphi(p) = \varphi_{\infty} + \mu \exp(-\theta p) \quad (\text{VII-5})$$

où  $\varphi_{\infty}$  est la limite de  $\varphi(p)$  quand  $p$  tendant vers l'infini,  $\mu$  et  $\theta$  sont des nouvelles constantes.

Approximativement, pour un cycle stabilisé en fatigue, l'équation (VII-3) devient :

$$dx = C_{\infty} (d\varepsilon_p - \varphi_{\infty} |d\varepsilon_p|) \quad (\text{VII-6})$$

dans cette formule,  $C_{\infty}$  est constante et remplace  $C(p)$  dans la formule (VII-3).

L'intégration de l'équation (VII-6) entre les deux valeurs  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$  correspondant à  $\varepsilon_p^{\min}$  et  $\varepsilon_p^{\max}$ , conduit deux relations suivantes :

$$\text{quand } \dot{\varepsilon}_p > 0 : \quad \varepsilon_p = \varepsilon_p^{\min} - \frac{1}{\varphi_{\infty} C_{\infty}} \ln \left( \frac{1 - \varphi_{\infty} x}{1 - \varphi_{\infty} x_{\min}} \right) \quad (\text{VII-7a})$$

$$\text{quand } \dot{\varepsilon}_p < 0 : \quad \varepsilon_p = \varepsilon_p^{\max} + \frac{1}{\varphi_{\infty} C_{\infty}} \ln \left( \frac{1 + \varphi_{\infty} x}{1 + \varphi_{\infty} x_{\max}} \right) \quad (\text{VII-7b})$$

On réécrit ces relations en rapportant la fonctionnelle de  $x$  et de  $\varepsilon_p$  :

quand  $\dot{\varepsilon}_p > 0$  :

$$x = x_1 = \{1 - (1 - \varphi_{\infty} x_{\min}) \exp[\varphi_{\infty} C_{\infty} (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p)]\} / \varphi_{\infty} \quad (\text{VII-8a})$$

quand  $\dot{\varepsilon}_p < 0$  :

$$x = x_2 = \{(1 + \varphi_{\infty} x_{\max}) \exp[\varphi_{\infty} C_{\infty} (\varepsilon_p - \varepsilon_p^{\max})] - 1\} / \varphi_{\infty} \quad (\text{VII-8b})$$

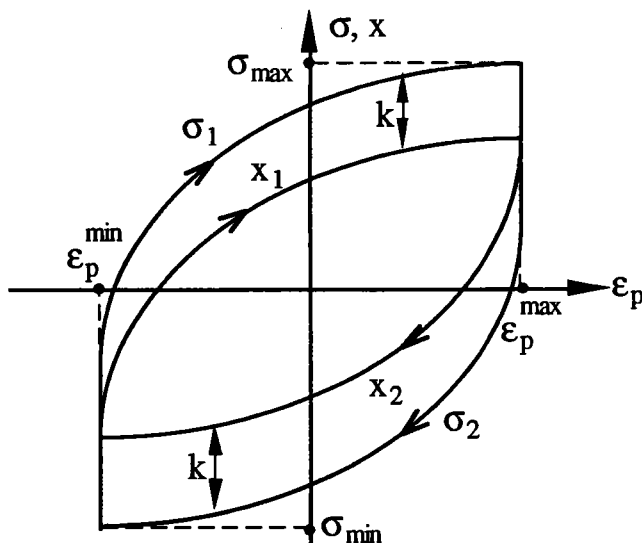
où  $x_1$  est la contrainte interne sur la partie supérieure de la boucle contrainte interne-déformation plastique et  $x_2$  est celle sur la partie inférieure de la boucle (figure 54).

Pour obtenir la courbe de la réponse déformation-contrainte, nous utilisons le critère de plasticité donné par la formule (VII-1). Dans des conditions de la fatigue isotherme et sur l'acier 316L, l'évolution de l'écroissage isotrope est très faible au cycle stabilisé [26]; pour simplifier le calcul, nous prenons  $R=0$ . La contrainte en fonction de la déformation plastique sur un cycle stabilisé peut s'exprimer par :

$$\text{quand } \dot{\varepsilon}_p > 0 : \quad \sigma_1 = x_1 + k \quad (\text{VII-9a})$$

$$\text{quand } \dot{\varepsilon}_p < 0 : \quad \sigma_2 = x_2 - k \quad (\text{VII-9b})$$

où  $\sigma_1$  est la contrainte sur la partie supérieure de la boucle contrainte-déformation plastique et  $\sigma_2$  est celle sur la partie inférieure de la boucle d'hystérésis (figure 55).



**Figure 55 :** Illustration de l'évolution de la contrainte  $\sigma$  et la contrainte interne  $x$  en fonction de la déformation plastique

En introduisant les relations (VII-8a) et (VII-8b) dans les formules (VII-9a) et (VII-9b), il en résulte :

quand  $\dot{\varepsilon}_p > 0$  :

$$\sigma_1 = \{1 - (1 - \varphi_\infty x_{\min}) \exp[\varphi_\infty C_\infty (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p)]\} / \varphi_\infty + k \quad (\text{VII-10a})$$

quand  $\dot{\varepsilon}_p < 0$  :

$$\sigma_2 = \{(1 + \varphi_{\infty} x_{\max}) \exp [\varphi_{\infty} C_{\infty} (\varepsilon_p - \varepsilon_p^{\max})] - 1\} / \varphi_{\infty} - k \quad (\text{VII-10b})$$

En utilisant la relation entre la déformation totale et la déformation plastique :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_t - \frac{\sigma}{E}$$

nous pouvons transformer la réponse contrainte-déformation plastique en une réponse contrainte-déformation totale (figure 56). l'aire de ces deux boucles reste identique.

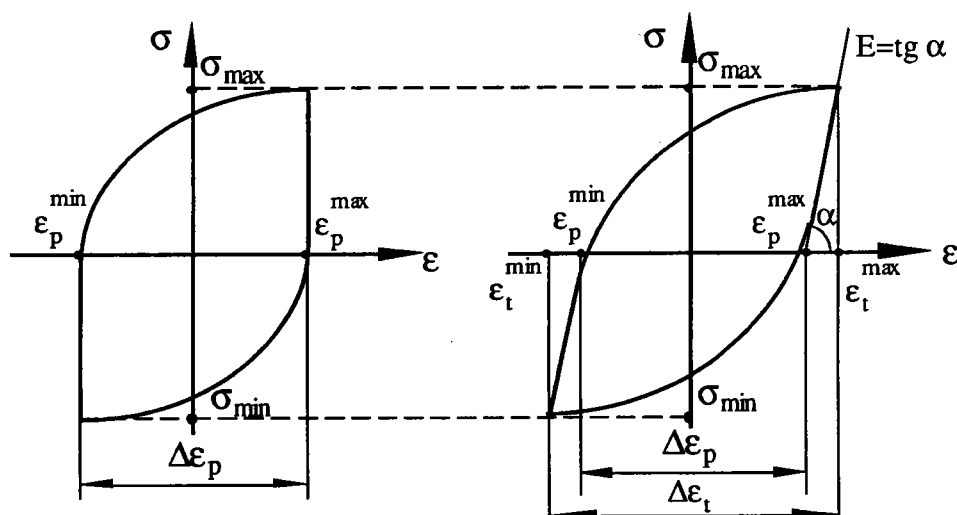


Figure 56 : Transformation de la réponse contrainte-déformation plastique en la réponse contrainte-déformation totale

### VII.3 Détermination des coefficients caractéristiques

Dans la formule (VII-10) on remarque l'existence de trois coefficients à déterminer, la limite d'élasticité  $k$ , les coefficients caractéristiques  $C$  et  $\varphi_{\infty}$ . Dans ce paragraphe, on décrit la méthode de détermination de ces constantes à partir d'essais de fatigue isotherme.

#### VII.3.1 Détermination de la limite d'élasticité

La limite d'élasticité cyclique est déterminée sur le premier cycle. La transition entre zone élastique et zone élasto-plastique étant difficile à apprécier sur une courbe expérimentale, nous prenons un critère conventionnel de déformation plastique à 0,02%.

Dans la figure 57, le point B est en retrait de 0,02% du point A sur la courbe. On trace la parallèle issue de B dont la pente est celle du domaine élastique. Son intersection avec la boucle en C donne en ordonnée une grandeur égale à deux fois de limite d'élasticité.

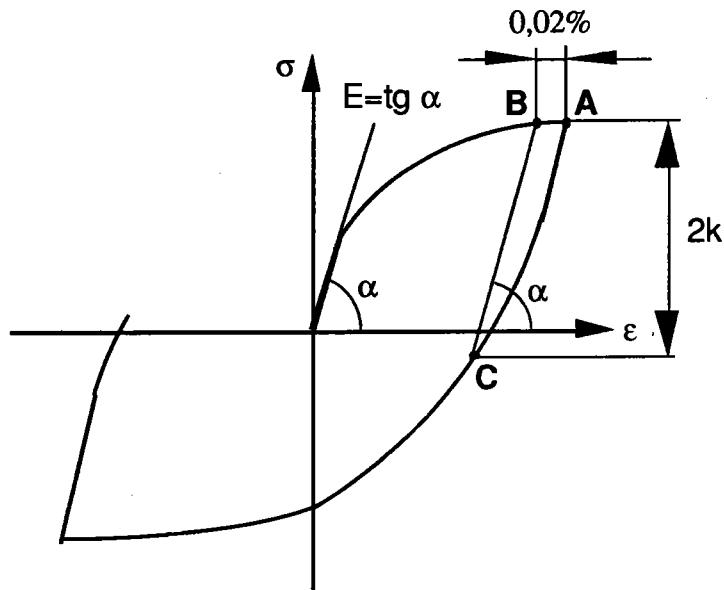


Figure 57 : Définition de la limite d'élasticité dans un premier cycle

### VII.3.2 Détermination du coefficient $C_\infty$

A partir de la courbe expérimentale de contrainte-déformation totale à cycle stabilisé  $\sigma(\varepsilon_t)$  et de la connaissance de module de Young, on peut tracer une courbe de contrainte-déformation plastique  $\sigma(\varepsilon_p)$ . La courbe de contrainte interne-déformation plastique est obtenue par translation à l'aide de la connaissance de limite d'élasticité  $k$  (figure 58).

En réécrivant la formule (VII-6), si  $x=0$ , on obtient :

$$\frac{dx}{d\varepsilon_p} = C_\infty = \text{tg } \beta \quad (\text{VII-11})$$

Cette relation correspond à la pente de la courbe  $x(\varepsilon_p)$  au point A.

### VII.3.3 Détermination du coefficient $\varphi_\infty$

Sur un cycle stabilité en fatigue isotherme, quand la déformation imposée est symétrique, la courbe est aussi symétrique. On a alors :

$$x_{\max} = -x_{\min} = \frac{\Delta\sigma}{2} - k \quad (\text{VII-12})$$

où  $\Delta\sigma$  est l'amplitude de contrainte.

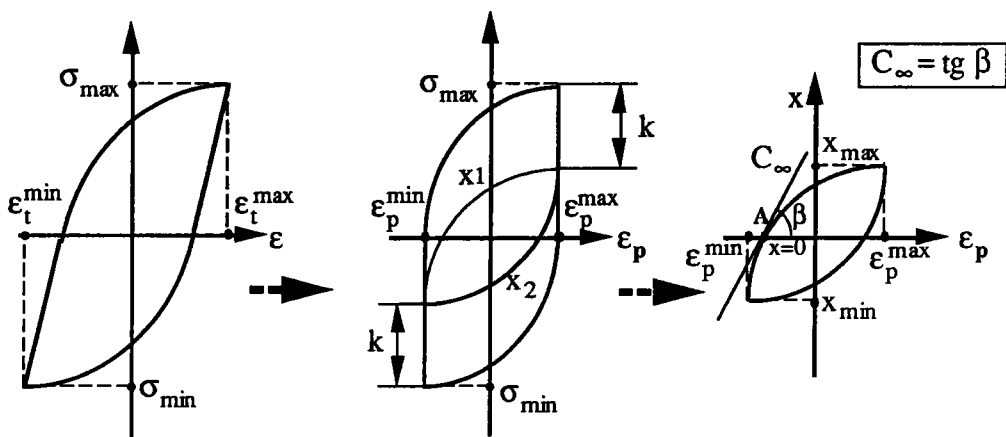


Figure 58 : Détermination du coefficient caractéristique  $C_{\infty}$

En intégrant l'équation (VII-6) entre  $x_{\min}$  et  $x_{\max}$ , on obtient :

$$\Delta\epsilon_p = \epsilon_p^{\max} - \epsilon_p^{\min} = \frac{1}{\varphi_{\infty} C_{\infty}} \ln \left( \frac{1 + \varphi_{\infty} x_{\max}}{1 - \varphi_{\infty} x_{\min}} \right) \quad (\text{VII-13})$$

Introduisons la formule (VII-12) dans la formule (VII-13), il en résulte :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{\varphi_{\infty}} \text{Th} \left( \frac{\Delta\epsilon_p \varphi_{\infty} C_{\infty}}{2} \right) + k \quad (\text{VII-14})$$

Dans cette équation seul le coefficient  $\varphi_{\infty}$  est inconnu. Il peut être déterminé par une méthode itérative.

### VII.3.4 Valeurs des coefficients $C_{\infty}$ et $\varphi_{\infty}$

Pour tous les essais en fatigue isotherme à 500°C, nous avons mesuré  $k$ ,  $C_{\infty}$  et calculé  $\varphi_{\infty}$  par la méthode présentée dans le paragraphe précédent. Le tableau 9 montre les valeurs de coefficients pour différents niveaux de déformation imposée.

Ces coefficients ont été aussi mesurés et calculés pour la température de 250°C. Les données sont obtenues à partir d'un essai de fatigue isotherme à 250°C et un essai à paliers de déformation croissants à la même température (voir chapitre VI). Le tableau 10 donne les principaux résultats obtenus.

*Tableau 9 : Valeurs de coefficients à 500°C*

$\Delta\varepsilon_t$	$\Delta\varepsilon_p$	k	$C_\infty$	$\varphi_\infty$	$x_{\max}$
0,008	0,0044	117,5	160350	0,00584	165,4
0,010	0,0062	125,0	151000	0,00490	200,4
0,012	0,0080	130,5	141700	0,00465	212,5
0,016	0,0114	141,5	92000	0,00450	218,3
0,020	0,0145	165,0	80500	0,00400	245,4

*Tableau 10 : Valeurs de coefficients à 250°C*

$\Delta\varepsilon_t$	$\Delta\varepsilon_p$	k	$C_\infty$	$\varphi_\infty$	$x_{\max}$
0,008	0,0048	125,3	180000	0,00535	183,7
0,012	0,0084	143,4	140500	0,00495	205,3
0,016	0,0121	155,5	117500	0,00432	230,2
0,020	0,0158	173,6	107000	0,00408	244,3

#### VII.4 Formulation des coefficients $C_\infty$ et $\varphi_\infty$

On remarque dans les tableaux 9 et 10 les coefficients  $C_\infty$  et  $\varphi_\infty$  varient avec le niveau de déformation totale imposée. Nous considérons qu'une expression exponentielle puisse décrire ces variations.

Les coefficients  $C_\infty$  et  $\varphi_\infty$  peuvent s'exprimer en fonction de la déformation totale imposée  $\Delta\varepsilon_t$  :

$$y = \alpha \exp(\beta \Delta\varepsilon_t) \quad (\text{VII-15})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont constantes, qui peuvent être déterminés par la méthode des moindres carrés.



Les figures 59, 60, 61 et 62 montrent les valeurs expérimentales et la courbe représentative.

En fatigue isotherme à 500°C :

$$C_{\infty} = 2,7895 \cdot 10^5 \exp(-63,586 \Delta \varepsilon_t) \quad (\text{VII-16})$$

$$\varphi_{\infty} = 6,7350 \cdot 10^{-3} \exp(-26,597 \Delta \varepsilon_t) \quad (\text{VII-17})$$

En fatigue isotherme à 250°C :

$$C_{\infty} = 2,4544 \cdot 10^5 \exp(-43,480 \Delta \varepsilon_t) \quad (\text{VII-18})$$

$$\varphi_{\infty} = 6,4796 \cdot 10^{-3} \exp(-23,728 \Delta \varepsilon_t) \quad (\text{VII-19})$$

Le tableau 11 donne les valeurs de coefficients pour différents niveaux de déformation totale imposée et calculées par les quatre formules au dessus.

La figure 63 représente les boucles d'hystérésis stabilisées calculées par les formules (VII-10a) et (VII-10b) et comparées avec celles issues des essais de fatigue isotherme à 500°C pour un niveau de déformation totale imposée de 0,8%, 1,2%, 1,6% et 2,0%. On voit que la simulation de la réponse déformation-contrainte est satisfaisante par comparaison au cycle stabilisé expérimental.

*Tableau 11 : Valeurs de coefficients caractéristique calculées*

$\Delta \varepsilon_t$	500°C		250°C	
	$C_{\infty}$	$\varphi_{\infty}$	$C_{\infty}$	$\varphi_{\infty}$
0,008	167730	0,00530	173000	0,00535
0,010	147700	0,00506	158700	0,00516
0,012	130060	0,00483	145700	0,00491
0,016	100850	0,00441	122400	0,00441
0,020	78200	0,00402	102900	0,00399
0,024	60640	0,00358	86560	0,00355

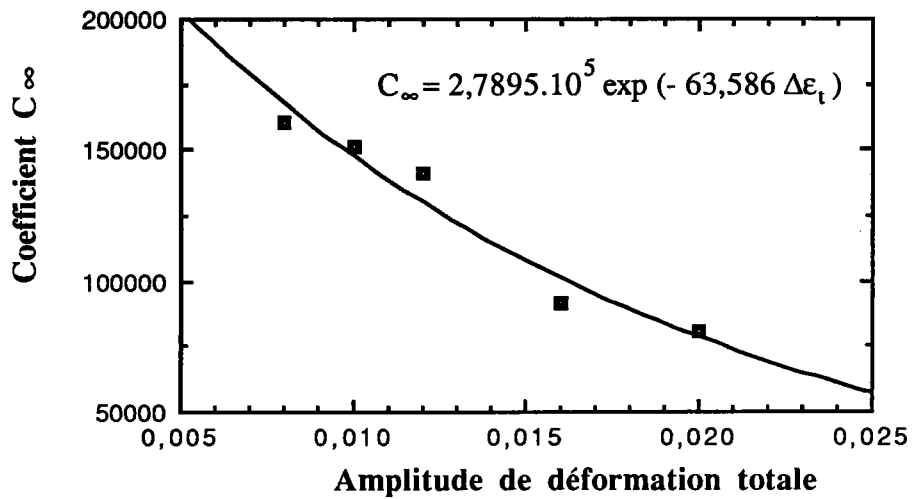


Figure 59 : Représentation du coefficient  $C_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 500°C

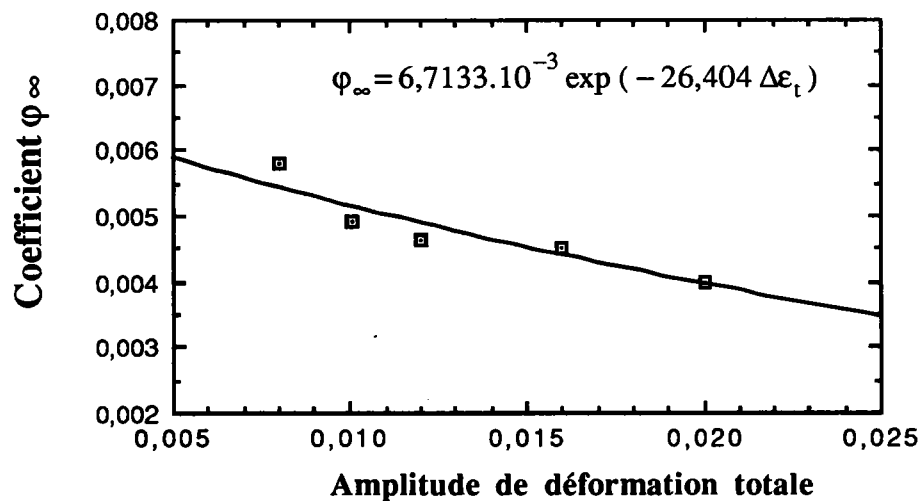
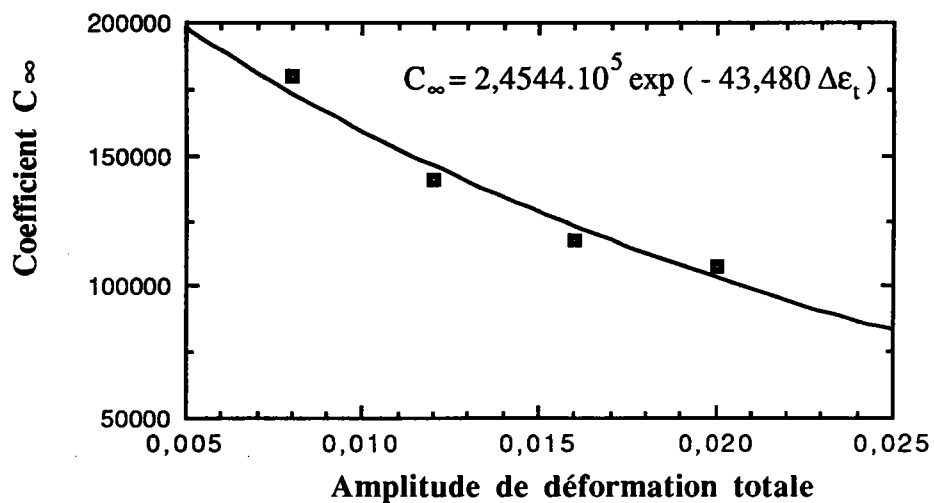
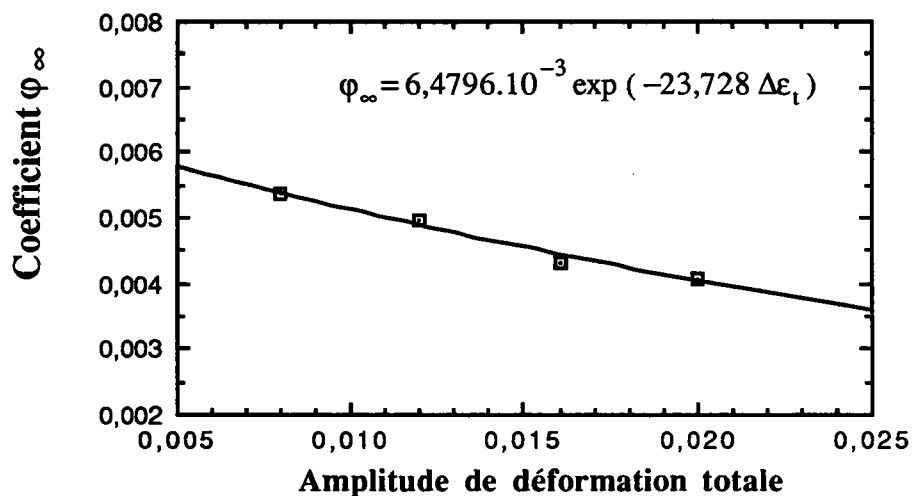


Figure 60 : Représentation du coefficient  $\varphi_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 500°C



**Figure 61 :** Représentation du coefficient  $C_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 250°C



**Figure 62 :** Représentation du coefficient  $\varphi_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 250°C

## VII.5 Calcul de la densité d'énergie dissipée

La densité d'énergie dissipée de déformation plastique  $\Delta w_p$  peut être représenté par l'aire de la boucle d'hystérésis. Elle peut être calculée par l'intégrale suivante :

$$\Delta w_p = \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \sigma_1 d\varepsilon_p - \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \sigma_2 d\varepsilon_p \quad (\text{VII-20})$$

Les expressions de  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  ont été présentées les formules (VII-10a) et (VII-10b).

La formule (VII-20) est une intégrale simple et peut être calculée facilement :

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \sigma_1 d\varepsilon_p &= \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \left( \{1 - (1 - \varphi_\infty x_{\min}) \exp[\varphi_\infty C_\infty (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p)]\} / \varphi_\infty + k \right) d\varepsilon_p \\ &= \frac{k}{\varphi_\infty} (\varepsilon_p^{\max} - \varepsilon_p^{\min}) + \frac{1 - \varphi_\infty x_{\min}}{(\varphi_\infty)^2 C_\infty} \{ \exp[\varphi_\infty C_\infty (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p^{\max})] - 1 \} \end{aligned} \quad (\text{VII-21})$$

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \sigma_2 d\varepsilon_p &= \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \left( \{(1 + \varphi_\infty x_{\max}) \exp[\varphi_\infty C_\infty (\varepsilon_p - \varepsilon_p^{\max})] - 1\} / \varphi_\infty + k \right) d\varepsilon_p \\ &= \frac{k}{\varphi_\infty} (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p^{\max}) + \frac{1 + \varphi_\infty x_{\max}}{(\varphi_\infty)^2 C_\infty} \{ \exp[\varphi_\infty C_\infty (\varepsilon_p^{\max} - \varepsilon_p^{\min})] - 1 \} \end{aligned} \quad (\text{VII-22})$$

La densité d'énergie dissipée de déformation élastique  $\Delta w_e$  qui favorise la fissuration s'exprime par :

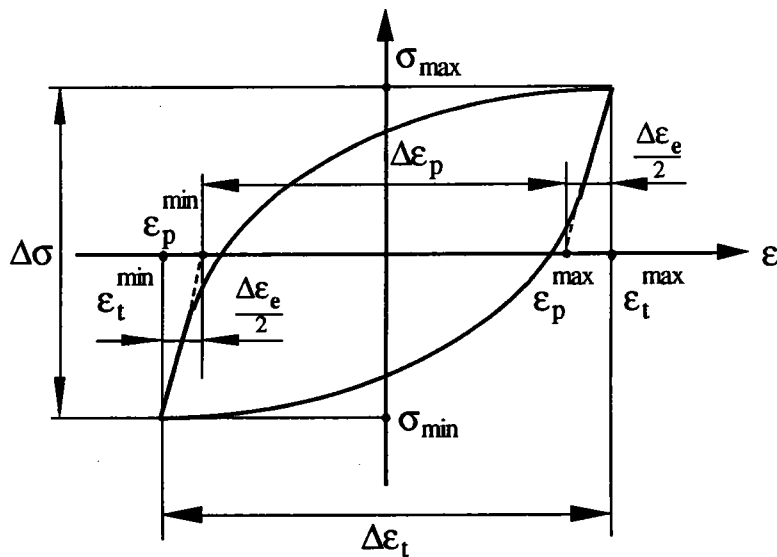
$$\Delta w_e = \frac{1}{2} \sigma_{\max} \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{1}{2} (x_{\max} + k) (\varepsilon_t^{\max} - \varepsilon_p^{\max}) \quad (\text{VII-23})$$

où la contrainte maximale, la déformation totale maximale et la déformation plastique maximale sont définies dans la figure 64.

La somme des énergies  $\Delta w_p$  et  $\Delta w_e$  représente la densité d'énergie dissipée de déformation totale  $\Delta w_t$  :

$$\Delta w_t = \Delta w_p + \Delta w_e \quad (\text{VII-24})$$

La tableau 12 donne la comparaison entre la mesure de l'aire de la boucle d'hystérésis expérimentale et le calcul de celle-ci par les formules (VII-20), (VII-21) et (VII-22). On remarque que les résultats du calcul sont très proches des données expérimentales.



**Figure 64 :** Définition de la contrainte et de la déformation élastique et plastique sur une boucle d'hystérésis en fatigue

**Tableau 12 :** Comparaison de la densité d'énergie dissipée expérimentale et calculée

$\Delta \varepsilon_t$	$\Delta w_p^{\text{calcul}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$\Delta w_p^{\text{expérience}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	différence $(\frac{\Delta w_p^{\text{cal}} - \Delta w_p^{\text{exp}}}{\Delta w_p^{\text{exp}}})$
0,008	1,87	1,97	- 4,87%
0,010	2,98	3,05	- 2,29%
0,012	4,09	4,35	- 5,93%
0,016	6,18	5,99	+ 3,17%
0,020	8,95	8,81	+ 1,63%

## VII.6 Relation entre la densité d'énergie dissipée et la durée de vie en fatigue isotherme

D'après les résultats issus des essais de fatigue isotherme à 500°C, la relation entre la densité d'énergie dissipée de déformation totale et la durée de vie peut s'exprimer par la formule suivante :

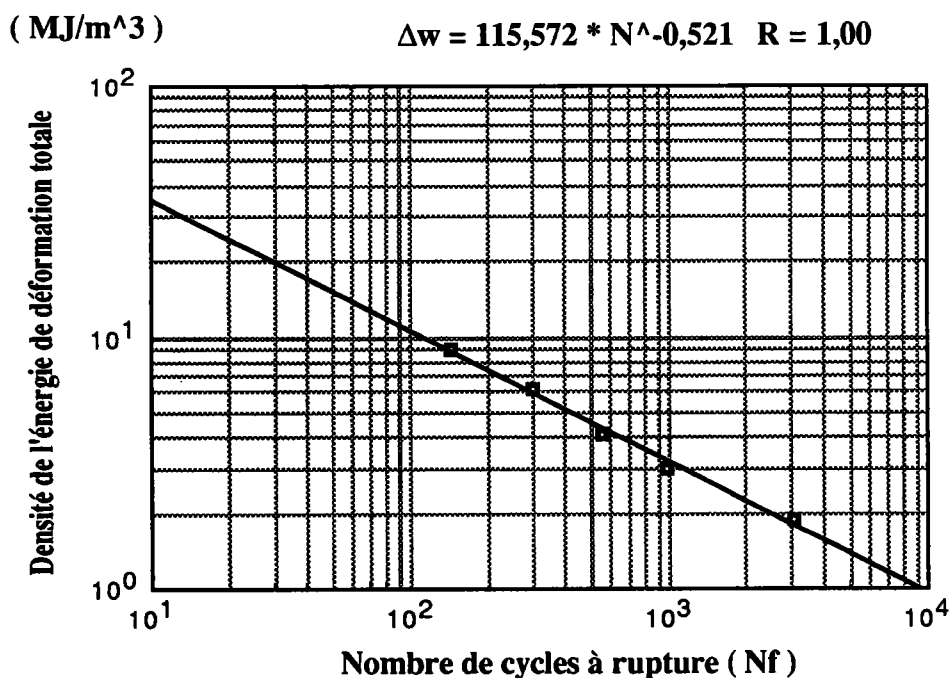
$$\Delta w_t = K' N_f^{v'} \quad (\text{VII-25})$$

ici  $K'$  et  $v'$  sont les coefficients du matériau.

Cette formule est similaire à celle de Ellyin [] présentée dans la relation (III-59) où l'on considère que le terme constant  $C'$  est égal à zéro.

La figure 65 représente la courbe de résistance à la fatigue isotherme à 500°C en fonction de la densité d'énergie de déformation totale. Les coefficients de la courbe,  $K'$  et  $n'$ , ont été déterminés par une méthode de régression linéaire (moindres carrés). Dans ce cas, la formule (VII-25) devient :

$$(\Delta w_t)_{T=500^\circ\text{C}} = 115,57 (N_f)^{-0,521} \quad (\text{VII-26})$$



**Figure 65 :** Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation totale en fonction du nombre de cycles à rupture

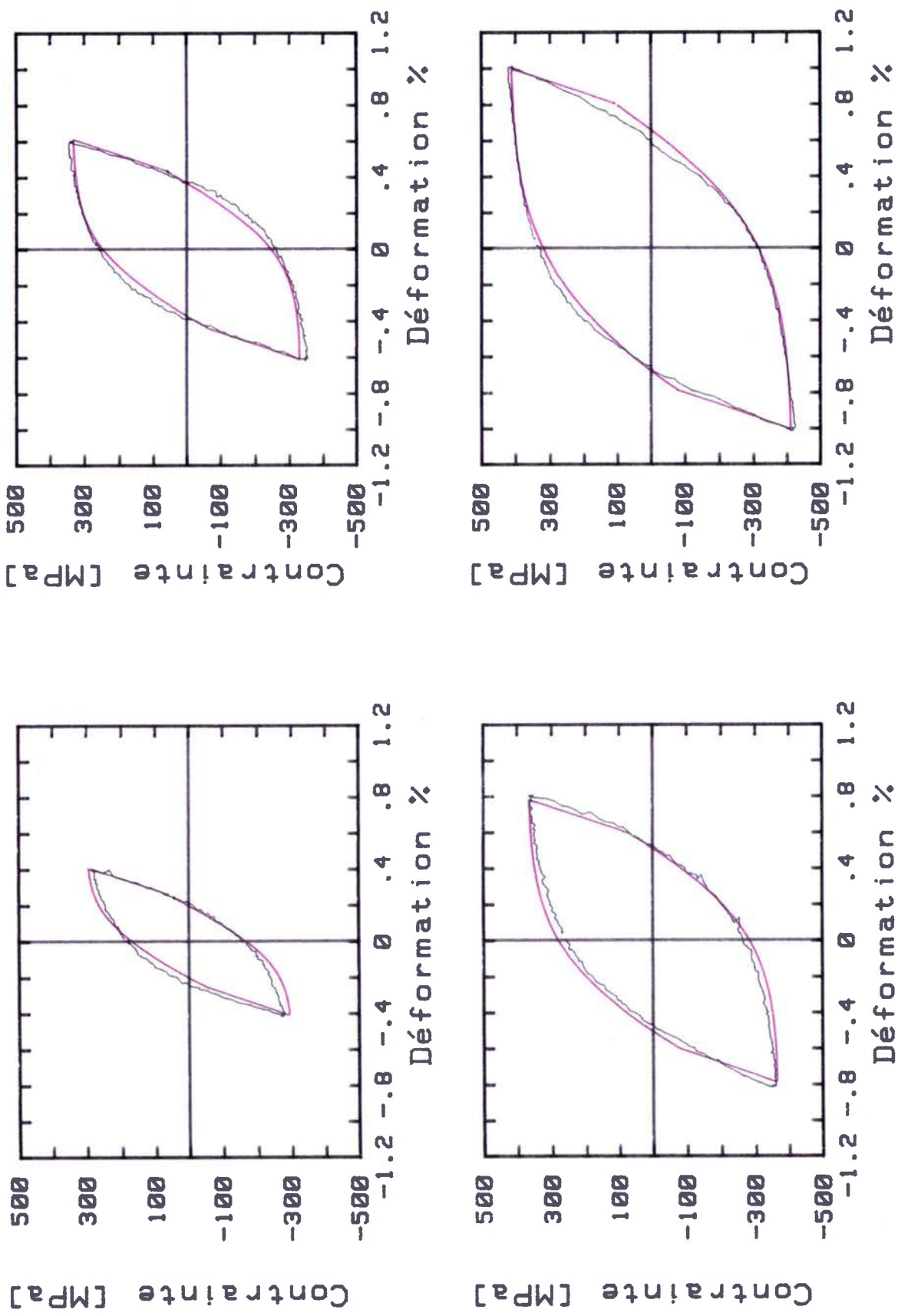


Figure 63 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issus des essais de fatigue isotherme à 500°C et à déformations totales imposées de 0,8%, 1,2%, 1,6% et 2,0%

## **VIII PREDICTION DE LA DUREE DE VIE DU MATERIAU EN FATIGUE THERMOMECHANIQUE**

La modélisation de la prévision de la durée de vie en fatigue thermomécanique est un problème très complexe notamment en raison de la variation de température du cours de l'essai [31, 32]. Dans ce chapitre nous utilisons les résultats de l'analyse des données d'essais en fatigue isotherme pour étudier et prédire la durée du matériau en fatigue anisotherme.

Nous réaliserons d'abord une simulation de la réponse déformation-contrainte en fatigue thermomécanique au cycle stabilisé à partir de la loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope et avec les données issues de la fatigue isotherme. Ensuite un modèle d'endommagement associé à la densité d'énergie dissipée équivalente variable avec la température est utilisé pour la prédiction de la durée de vie.

Le modèle de Degallaix portant de l'hypothèse d'une activation thermique a été modifié pour notre utilisation. Il est représenté la dernière pour comparer les résultats.

### **VIII.1 Simulation de la réponse déformation-contrainte en fatigue thermomécanique**

#### **VIII.1.1 Détermination de la contrainte interne cyclique**

L'équation différentielle donnée dans le chapitre VII pour décrire l'évolution de la contrainte  $x$  en fonction de la déformation plastique au cycle stabilisé est reprise ici :

$$dx = C_{\infty} ( d\epsilon_p - \varphi_{\infty} | d\epsilon_p | ) \quad (\text{VII-6})$$

En fatigue anisotherme la température est variable par nature, nous considérons donc que les coefficients  $C_{\infty}$  et  $\varphi_{\infty}$  sont fonction de la température :

$$C_{\infty} = C_{\infty}(T) , \quad \varphi_{\infty} = \varphi_{\infty}(T) \quad (\text{VIII-1})$$

L'équation (VII-6) peut se réécrire sous la forme suivante :

$$dx = C_{\infty}(T) ( d\epsilon_p - \varphi_{\infty}(T) | d\epsilon_p | ) \quad (\text{VIII-2})$$



L'examen du tableau 11, montre que le coefficient  $\varphi_\infty$  est pratiquement indépendant de la température dans l'intervalle 250°C-500°C pour un même niveau de déformation totale imposée. En conséquence, nous émettons l'hypothèse que ce coefficient ne change pas avec la température. L'équation (VIII-2) devient :

$$dx = C_\infty(T) (d\varepsilon_p - \varphi_\infty |d\varepsilon_p|) \quad (\text{VIII-3})$$

On remarque aussi dans ce tableau que la variation du coefficient  $C_\infty$  avec la température n'est pas très importante si l'amplitude du cycle de température n'est pas très importante. Dans notre cas pour simplifier le calcul, nous considérons que la fonction  $C_\infty(T)$  est linéaire avec la température :

$$C_\infty(T) = C_{T_{\min}} + \frac{(C_{T_{\max}} - C_{T_{\min}})}{(T_{\max} - T_{\min})} T \quad (\text{VIII-4})$$

où  $C_{T_{\max}}$  est la valeur de  $C_\infty$  à la température maximale,  $C_{T_{\min}}$  la valeur de  $C_\infty$  à la température minimale;  $T_{\max}$  est la température maximale et  $T_{\min}$  la température minimale.

Intégrons l'équation différentielle (VIII-3) entre la déformation plastique minimale  $\varepsilon_p^{\min}$  et la déformation plastique maximale  $\varepsilon_p^{\max}$ , nous obtenons une expression représentant la courbe de contrainte interne en fonction de la déformation plastique :

quand  $\dot{\varepsilon}_p > 0$  :

$$x_1 = \{1 - (1 - \varphi_\infty x_{\min}) \exp [\varphi_\infty C_\infty(T) (\varepsilon_p^{\min} - \varepsilon_p)]\} / \varphi_\infty \quad (\text{VIII-5a})$$

quand  $\dot{\varepsilon}_p < 0$  :

$$x_2 = \{(1 + \varphi_\infty x_{\max}) \exp [\varphi_\infty C_\infty(T) (\varepsilon_p - \varepsilon_p^{\max})] - 1\} / \varphi_\infty \quad (\text{VIII-5b})$$

### VIII.1.2 Calcul de la réponse contrainte-déformation à cycle stabilisé

Le critère de plasticité en fatigue thermomécanique peut être décrit sous une forme qui tient compte de la loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope et du critère de Von Misès :

$$f = |\sigma - x| - R_{th}(T) - k(T) = 0 \quad (\text{VIII-6})$$

Cette formule est similaire à la formule (VII-1) utilisée en fatigue isotherme. La différence réside ici dans l'évolution de la limite d'élasticité  $k$  avec la température. La variable d'état  $R_{th}$  représente dans le cas de la fatigue anisotherme une sollicitation thermique générée par la variation de température.

Comme  $C_{\infty}(T)$ , l'évolution de  $k(T)$  avec la température peut simplement être mise sous la forme linéaire :

$$k(T) = k_{Tmin} + \frac{(k_{Tmax} - k_{Tmin})}{(T_{max} - T_{min})} T \quad (\text{VIII-7})$$

Pour déterminer la fonction  $R_{th}(T)$ , nous utilisons les résultats de l'essai de dilatation et de l'essai à paliers de déformation croissants.

Dans le chapitre IV, nous avons obtenu la valeur moyenne du coefficient de dilatation  $\alpha_{th}$  au cours du cyclage thermique. La déformation thermique du cycle de fatigue thermomécanique peut être facilement calculée :

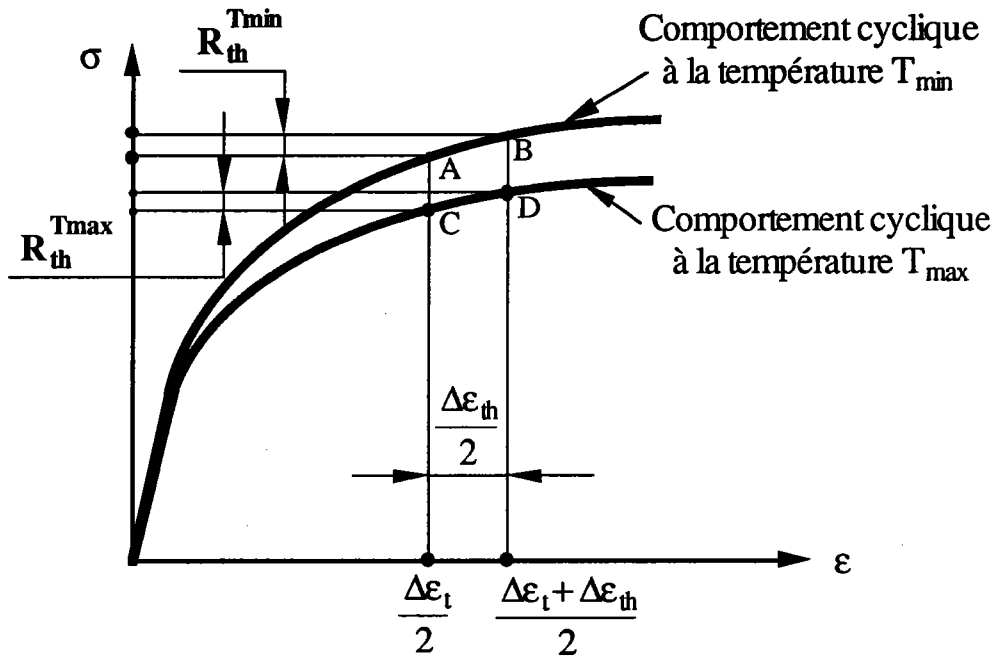
$$\Delta \epsilon_{th} = \alpha_{th} (T_{max} - T_{min}) \quad (\text{VIII-8})$$

ici  $\Delta \epsilon_{th}$  présente la déformation thermique au cours d'un cycle.

Les essais à paliers de déformation croissants permettent d'obtenir les courbes de comportement cyclique contrainte-déformation  $\sigma(\epsilon)$  à différentes températures représentées par la figure 35 et les formules (II-2a) et (II-2b). Sur les courbes de la figure on peut déterminer  $R_{th}(T)$  de la manière suivante.

Considérons un essai de fatigue thermomécanique hors phase sous une amplitude de déformation totale imposée de  $\Delta \epsilon_t$  et soumis à une variation de

température entre  $T_{\min}$  et  $T_{\max}$ . On peut isoler les courbes contrainte cyclique-déformation cyclique à la température minimale  $T_{\min}$  et maximale  $T_{\max}$ . On peut déterminer sur chacune des courbes les points A et C correspondant une déformation cyclique  $\Delta\varepsilon_t/2$  et les points B et D correspondant une déformation cyclique  $(\Delta\varepsilon_t + \Delta\varepsilon_{th})/2$ . La différence d'ordonnées entre A et B donne la valeur  $R_{th}^{T_{\max}}$  et la différence d'ordonnées entre C et D donne la valeur  $R_{th}^{T_{\min}}$  (figure 66).



**Figure 66 :** Détermination de  $R_{th}$  avec la courbe de comportement cyclique dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase

On calcule les valeurs de  $R_{th}^{T_{\max}}$  et  $R_{th}^{T_{\min}}$  en fatigue thermomécanique en phase de la même façon. Toutefois dans ce cas la demi-amplitude de la déformation thermique est soustraite, donc reportée dans le membre de gauche (figure 67).

Pour simplifier le calcul, nous utilisons une équation linéaire pour décrire la fonction  $R_{th}(T)$ .

$$R_{th}(T) = R_{th}^{T_{\min}} + \frac{(R_{th}^{T_{\max}} - R_{th}^{T_{\min}})}{(T_{\max} - T_{\min})} T \quad (\text{VIII-9})$$

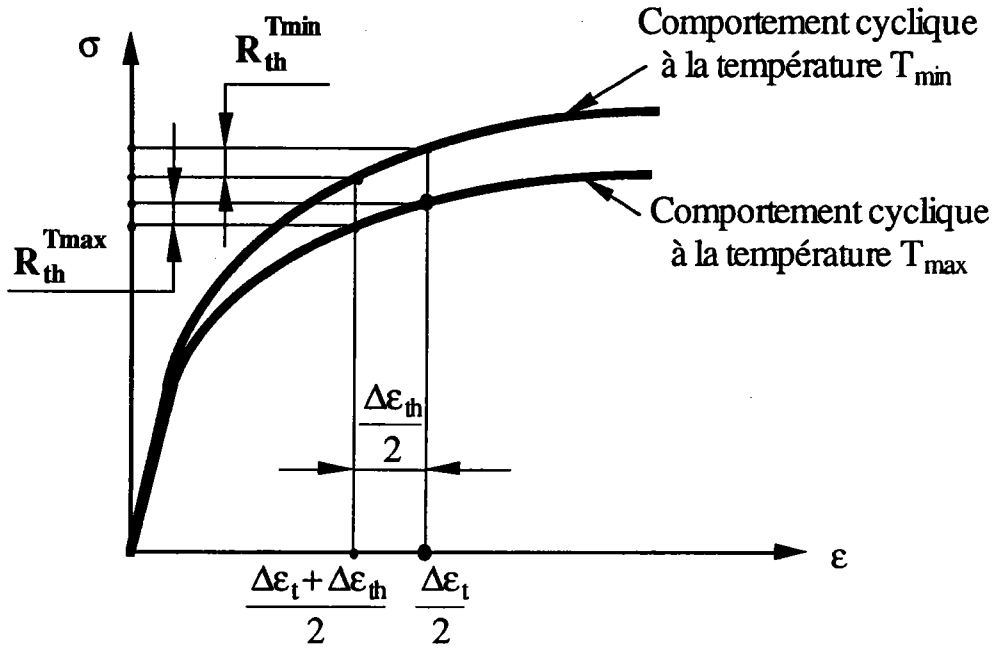


Figure 67 : Détermination de  $R_{th}$  avec la courbe de comportement cyclique dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase

Finalement, en fatigue thermomécanique hors phase, on décrit la réponse contrainte-déformation plastique à cycle stabilisé par les formules suivantes :

$$\dot{\epsilon}_p > 0 : \quad \sigma_1 = x_1 + k(T) + R_{th}(T) \quad (\text{VIII-10a})$$

$$\dot{\epsilon}_p < 0 : \quad \sigma_2 = x_2 - k(T) - R_{th}(T) \quad (\text{VIII-10b})$$

En fatigue thermomécanique en phase, il en résulte :

$$\dot{\epsilon}_p > 0 : \quad \sigma_1 = x_1 + k(T) - R_{th}(T) \quad (\text{VIII-11a})$$

$$\dot{\epsilon}_p < 0 : \quad \sigma_2 = x_2 - k(T) + R_{th}(T) \quad (\text{VIII-11b})$$

Les figures 68 et 69 illustrent les courbes représentatives de ces réponses dans les cas de hors phase et en phase. En fatigue thermomécanique hors phase le niveau de contrainte totale augmente en raison de l'accroissement du chargement par la contrainte thermique  $R_{th}$ . Alors que dans le cas "en phase", le niveau de contrainte totale diminue en raison de la relaxation par la contrainte thermique.

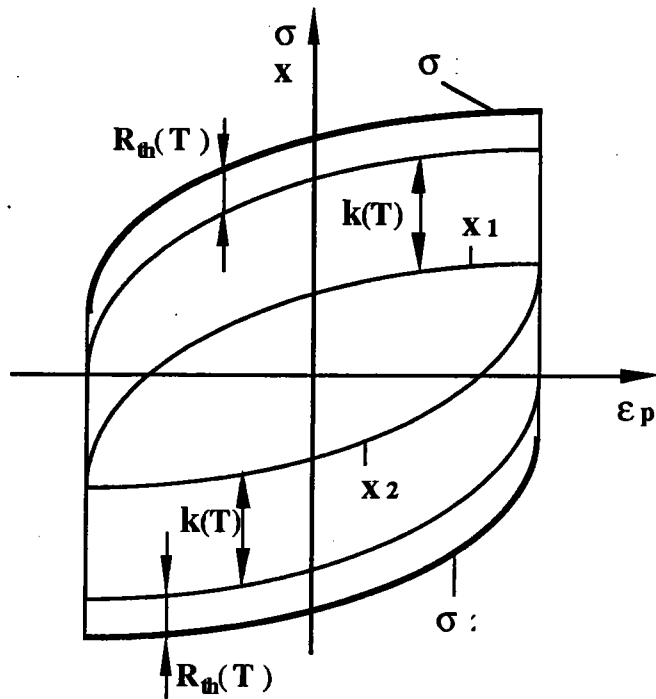


Figure 68 : Illustration du calcul de la contrainte en fonction de la déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase

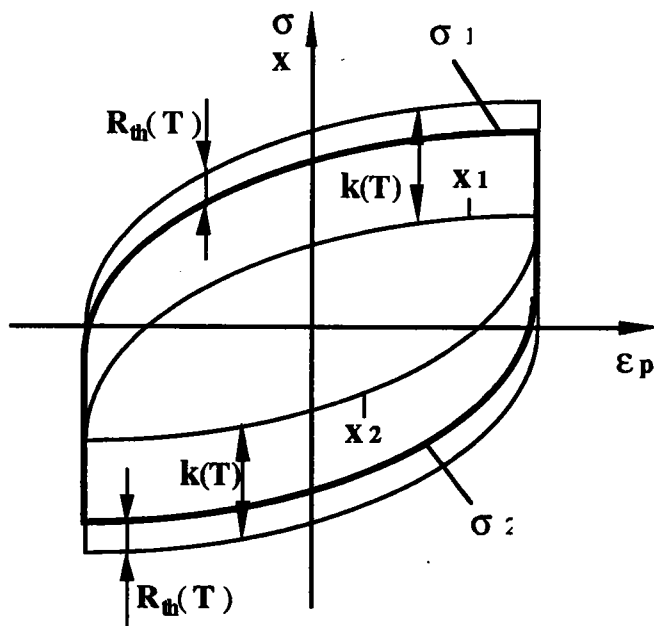


Figure 69 : Illustration du calcul de la contrainte en fonction de la déformation plastique en fatigue thermomécanique en phase

### VIII.1.3 Comparaison de la réponse déformation-contrainte entre le calcul et l'expérience

Les résultats de l'analyse des données en fatigue isotherme sont reportés dans le tableau 13. Avec ces résultats et en utilisant les formules déduites dans le paragraphe VIII.1.2, la simulation de la réponse déformation-contrainte en fatigue thermomécanique est réalisée de façon satisfaisante.

En effet les figures 70 et 71 montrent les boucles d'hystérésis calculées au cycle stabilisé pour différentes valeurs des déformations totales imposées dans les cas en phase et hors phase. La température varie dans ce cas dans l'intervalle 250°C-500°C.

Les figures 72 et 73 montrent la comparaison entre le calcul et l'expérience. La réponse calculée en fatigue thermomécanique est très proche des résultats expérimentaux.

### VIII.1.4 Comparaison entre le calcul de l'aire de la boucle d'hystérésis et la valeur expérimentale

L'aire de la boucle d'hystérésis au cycle stabilisé en fatigue thermomécanique peut être calculée en introduisant les formules (VIII-5), (VIII-10) ou (VIII-11) par intégration sous la forme suivante :

$$\Delta w_p = \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} (\sigma_1 - \sigma_2) d\varepsilon_p \quad (\text{VIII-12})$$

La comparaison entre le calcul et l'expérience est donnée dans le tableau 14. Nous constatons qu'il y a peu de différence entre l'aire de la boucle d'hystérésis calculée et celle mesurée expérimentalement.

**Tableau 13 :** Valeurs de coefficients pour simuler la réponse contrainte-déformation au cycle stabilisé de la fatigue thermomécanique

$\Delta\varepsilon_p$	$\phi_\infty$	$C_\infty^{250}$	$C_\infty^{500}$	$x_{\max}$	$x_{\min}$	$k_{T250}$	$k_{T500}$	$R_{th}^{250}$	$R_{th}^{500}$
0,008	0,00542	173000	167730	181,5	- 177,3	115,9	103,4	34,0	32,1
0,010	0,00516	158700	147700	192,0	- 189,0	127,3	118,0	29,8	27,9
0,012	0,00490	145700	130060	202,9	- 202,0	137,8	133,3	26,7	24,8
0,016	0,00441	122400	100850	225,9	- 224,0	157,7	151,0	22,3	20,5
0,020	0,00398	102900	78200	250,3	- 247,0	174,6	166,4	19,4	17,6
0,024	0,00358	86560	60640	271,4	- 268,2	189,8	181,5	17,2	15,5

**Tableau 14 :** Comparaison de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique entre le calcul et la mesure expérimentale

$\Delta\varepsilon_t$ (%)	hors phase (250°C - 500°C)		en phase (250°C - 500°C)	
	$\Delta w_p^{\text{calcul}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$\Delta w_p^{\text{expérience}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$\Delta w_p^{\text{calcul}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$\Delta w_p^{\text{expérience}}$ (MJ/m <sup>3</sup> )
1,0	3,05	3,28	2,81	2,68
1,2	4,31	4,25	3,89	4,34
1,6	7,10	7,07	6,32	6,14
2,0	10,14	9,54	9,04	
2,4	13,37	13,82	11,63	

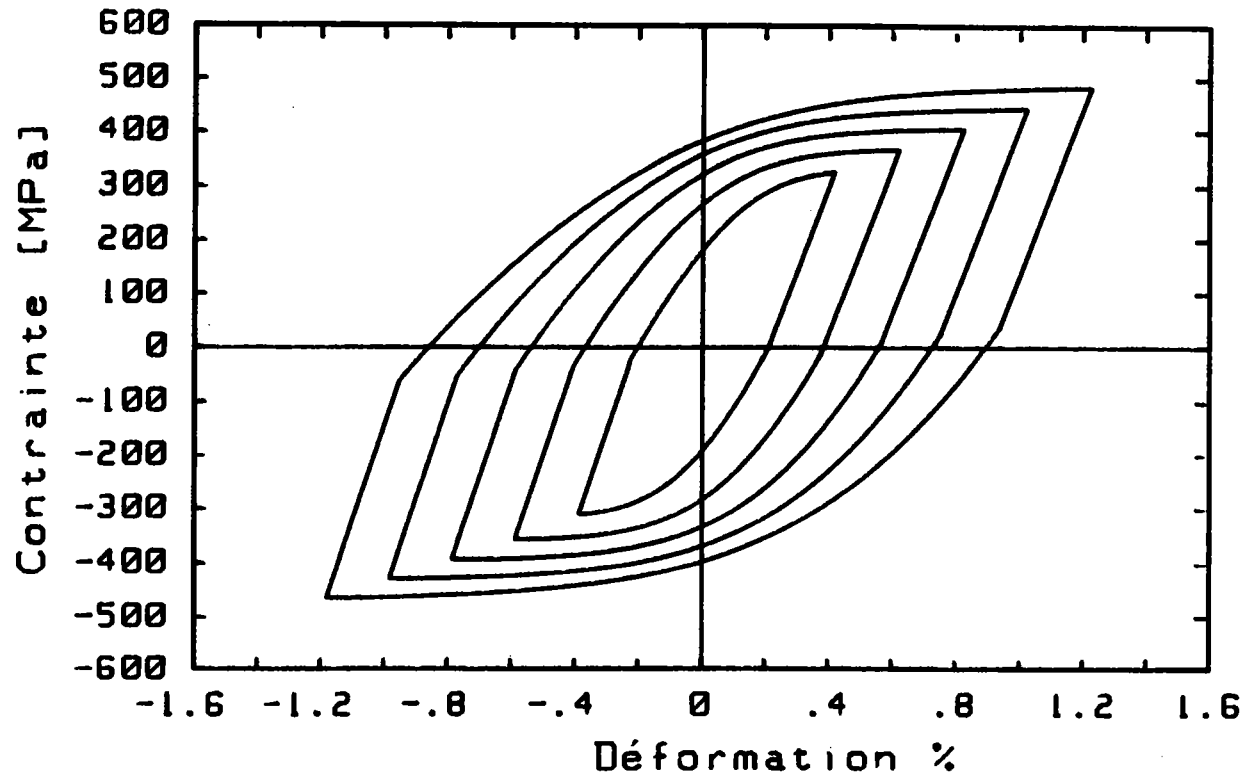
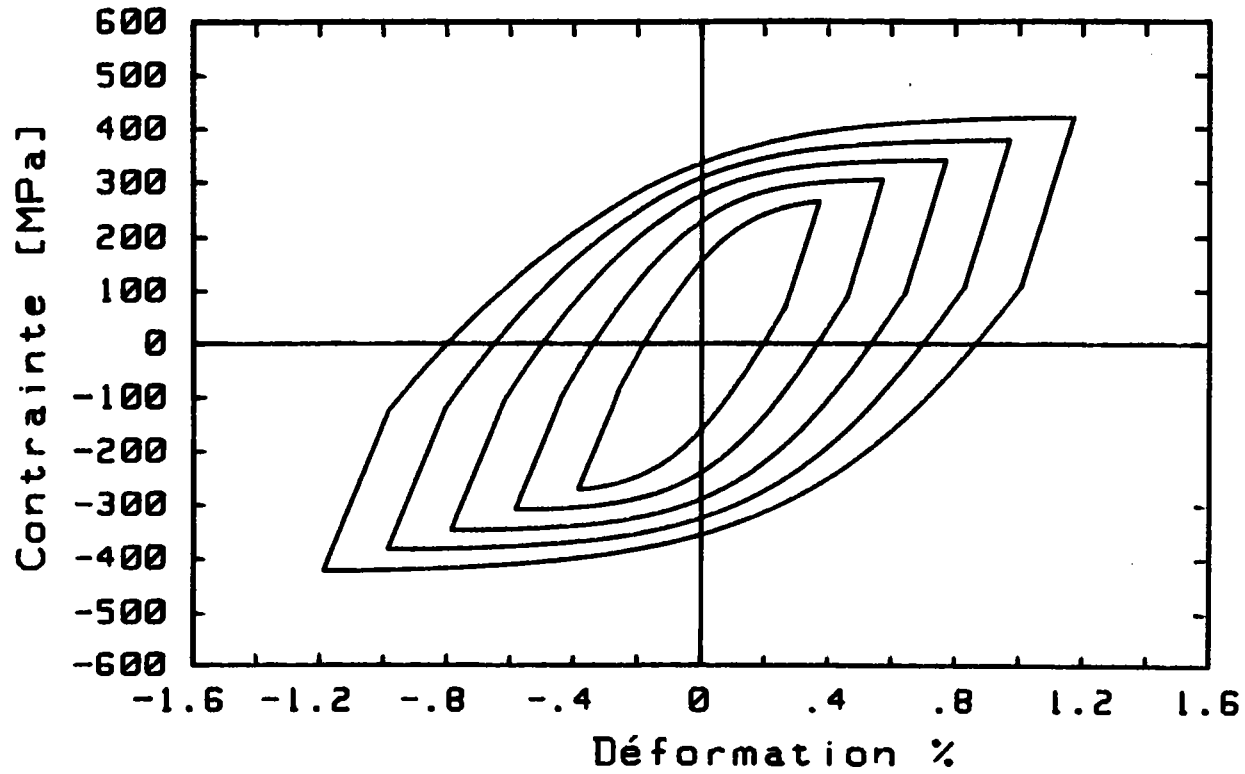


Figure 70 : Boucles d'hystérésis calculées au cycle stabilisé pour différentes amplitudes de déformation en fatigue thermomécanique hors phase dans l'intervalle de température 250°C- 500°C





**Figure 71 :** Boucles d'hystérésis calculées au cycle stabilisé pour différentes amplitudes de déformation en fatigue thermomécanique en phase dans l'intervalle de température 250°C-500°C

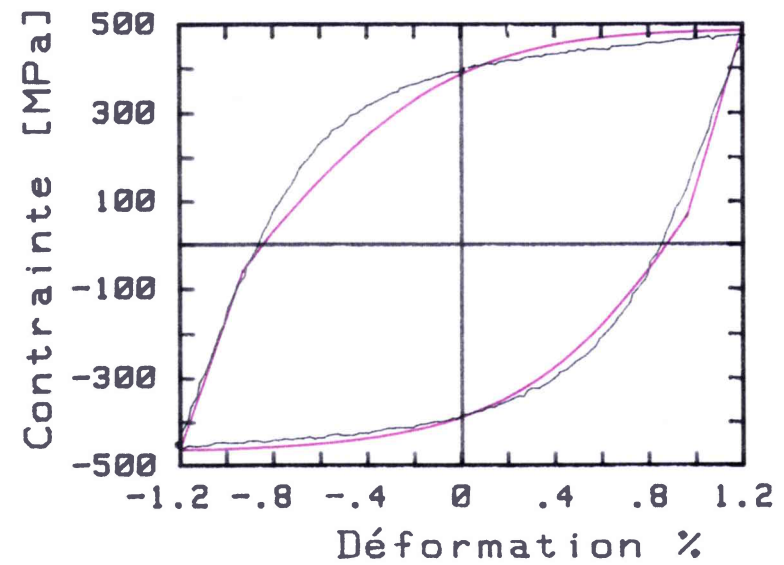
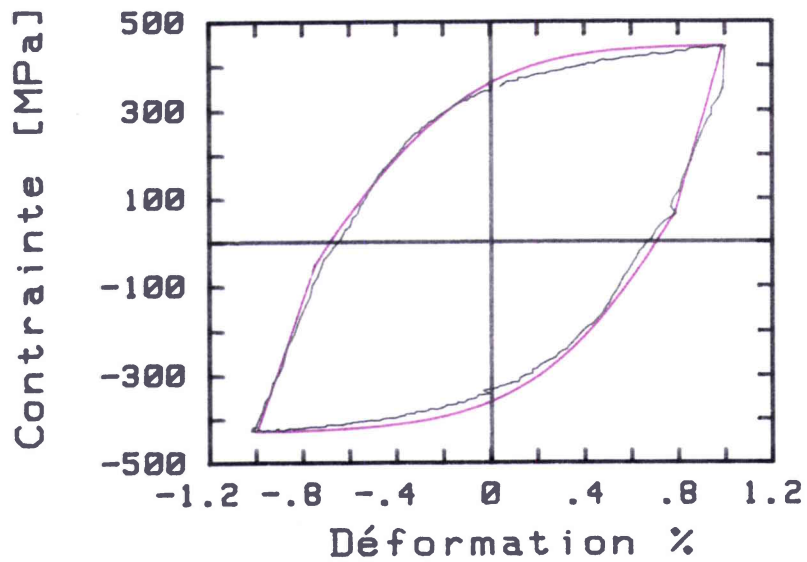
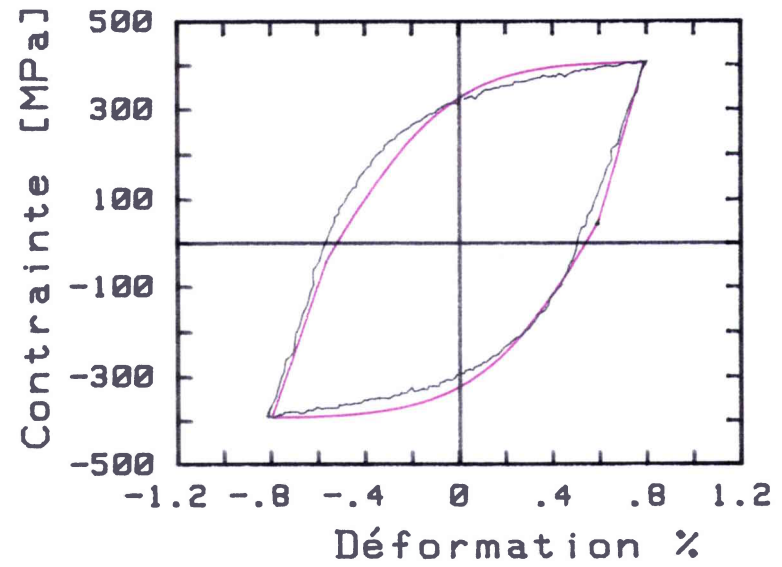
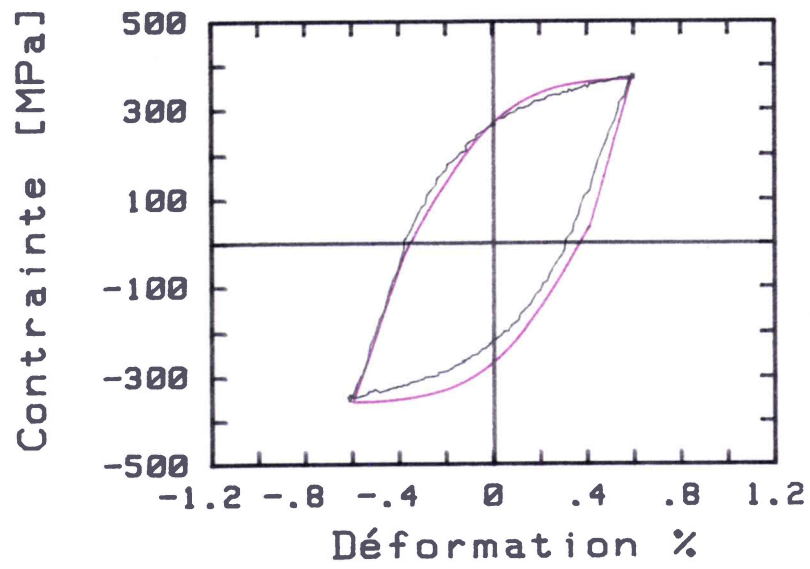


Figure 72 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issus des essais de fatigue thermomécanique hors phase à déformations totales imposées de 1,2%, 1,6%, 2,0% et 2,4%

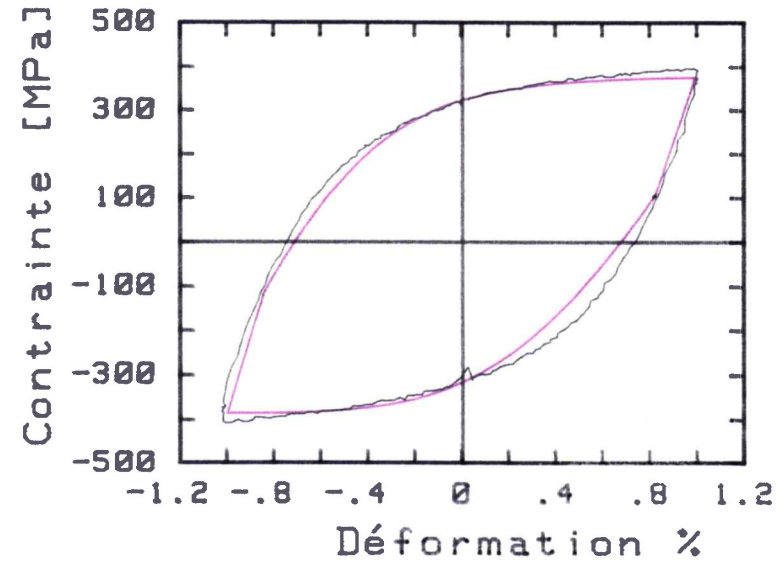
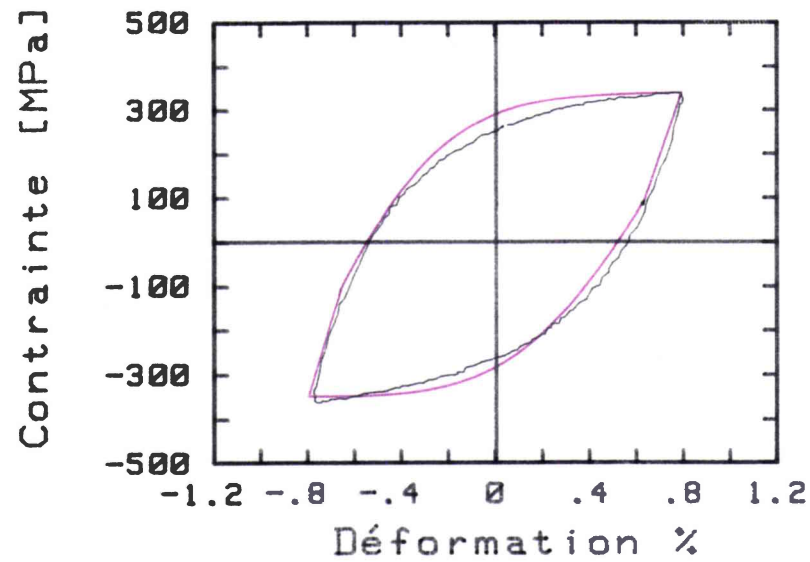
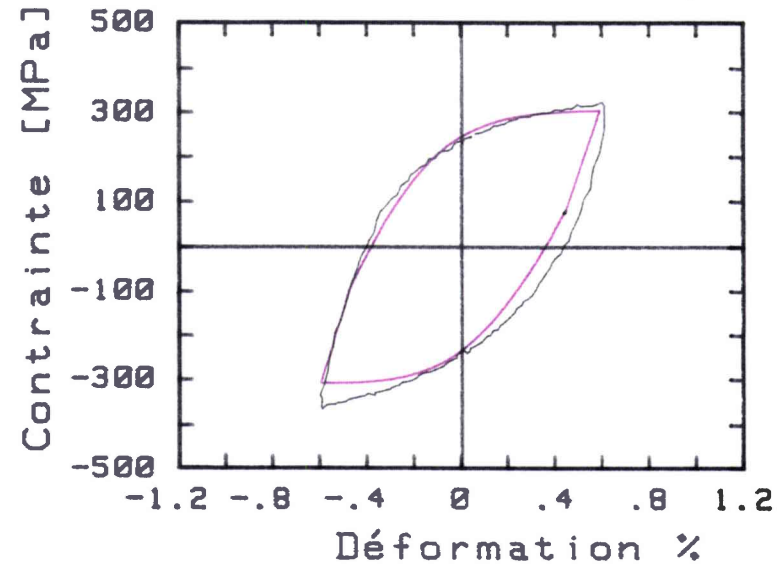
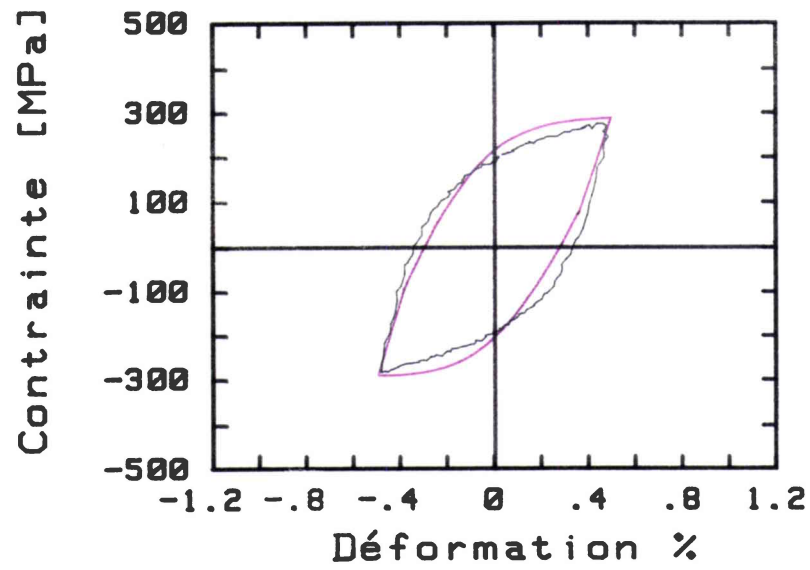


Figure 73 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issus des essais de fatigue thermomécanique en phase à déformations totales imposées de 1,0%, 1,2%, 1,6% et 2,0%.

## VIII.2 Analyse de l'endommagement de fatigue thermomécanique avec la densité d'énergie dissipée équivalente

La théorie de l'endommagement peut décrire l'évolution des phénomènes mécaniques entre l'état initial et l'amorçage de la fissure macroscopique. Elle est donc souvent utilisée pour la prévision de la durée de vie du matériau. La mesure et le calcul de l'endommagement à l'échelle macroscopique sont réalisés généralement à l'aide d'une variable physique comme la déformation, la contrainte ou l'énergie dissipée.

L'analyse de l'endommagement en fatigue anisotherme est plus difficile qu'en fatigue isotherme en raison de la variation de la température. Ici nous utilisons la densité d'énergie dissipée comme une variable de l'endommagement et introduisons le facteur d'endommagement de température de Taira pour déduire l'endommagement de fatigue thermomécanique. Finalement la durée de vie dans ce cas est déduite par cette analyse.

### VIII.2.1 Facteur d'endommagement de température

En calculant la durée de vie du matériau en fatigue isotherme, on a déduit une relation entre la densité d'énergie dissipée de déformation totale et le nombre de cycles à rupture. L'expression exponentielle décrite à la fin du chapitre précédent est réécrite ici :

$$\Delta w_t = K' N_r^{v'} \quad (\text{VII-25})$$

En inversant cette formule, il en résulte :

$$N_r = B \Delta w_t^v \quad (\text{VIII-13})$$

$$\text{où } v = \frac{1}{v'}, \quad B = \left(\frac{1}{K'}\right)^{\frac{1}{v'}}$$

sont aussi des constantes caractéristiques du matériau.

Considérons que l'endommagement du matériau est une fonction linéaire du nombre de cycles à rupture en fatigue oligocyclique, on obtient donc la relation :

$$\frac{1}{\Delta D} = N_r = B \Delta w_t^v \quad (\text{VIII-14})$$

Dans le cas de la fatigue isotherme à une température constante et de référence  $T_0$  et sous une amplitude de déformation totale imposée, la formule (VIII-13) devient :

$$(N_r)_{T_0} = B_{T_0} (\Delta w_t)^{v_{T_0}} \quad (\text{VIII-15a})$$

où  $(N_r)_{T_0}$  est le nombre de cycles à rupture à la température référentielle.

A une température arbitraire  $T_i$  et sous la même amplitude de déformation totale imposée, la formule (VIII-13) devient :

$$(N_r)_{T_i} = B_{T_i} (\Delta w_t)^{v_{T_i}} \quad (\text{VIII-15b})$$

où  $(N_r)_{T_i}$  est le nombre de cycles à rupture à une température arbitraire.

Nous définissons le facteur d'endommagement de température comme Taira [12] et décrit dans le chapitre III. Pour une amplitude constante de déformation totale imposée, le nombre de cycles à rupture diminue avec l'augmentation de température en fatigue isotherme. Le facteur d'endommagement de température  $\lambda(T)$  s'exprime par le rapport suivant :

$$\lambda(T) = \frac{(N_r)_{T_i}}{(N_r)_{T_0}} \quad (\text{VIII-16})$$

L'obtention de l'évolution de ce facteur avec la température peut se faire à partir des données des essais de fatigue isotherme à différentes températures. Nous prenons ces données issues des références [33-40] dans la condition de l'amplitude de déformation totale 1,0% et sur l'acier 316L. La figure 74 représente une courbe d'évolution de ce facteur avec la méthode de moindres carrés quand on définit le nombre de cycles à rupture à la température 500°C comme celui à la température de référence. Cette courbe peut être décrite par une formule exponentielle :

$$\lambda(T) = 0,13987 \exp(0,0039515 T) \quad (\text{VIII-17})$$

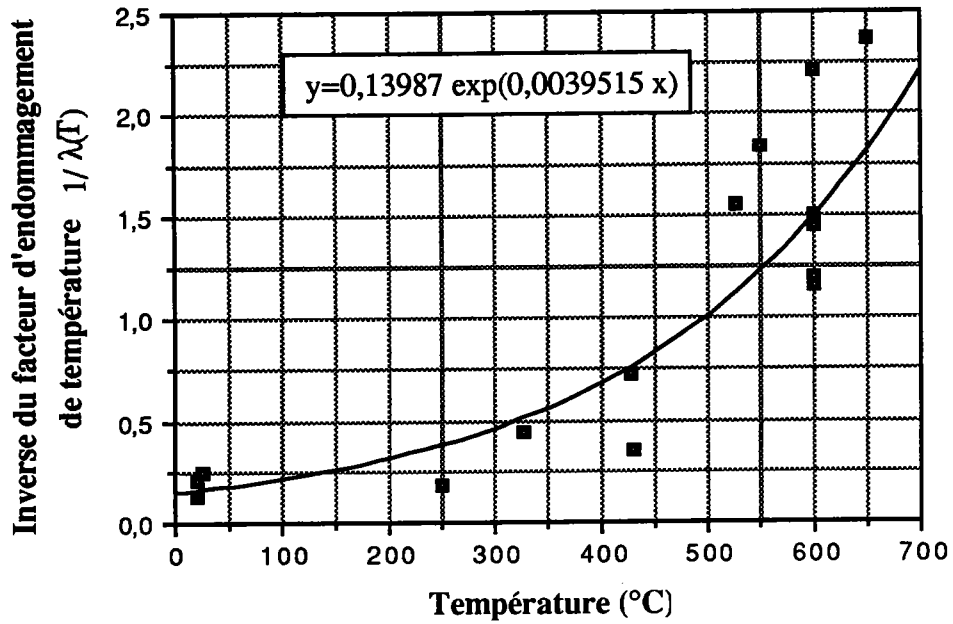


Figure 74 : Evolution du facteur d'endommagement avec la température

En conséquence, le nombre de cycles à rupture en fatigue isotherme à la température arbitraire  $T_i$  peut s'exprimer par la multiplication du facteur d'endommagement de température et du nombre de cycles à rupture à la température de référence :

$$(N_r)_{T_i} = \lambda(T) (N_r)_{T_0} \quad (\text{VIII-18})$$

### VIII.2.2 Détermination de l'endommagement équivalent en fatigue thermomécanique

Pour utiliser la densité d'énergie dissipée comme une variable caractéristique d'endommagement en fatigue thermomécanique, on émet l'hypothèse qu'en fatigue isotherme, l'endommagement est linéairement fonction de la densité d'énergie dissipée au cycle stabilisé. Cette hypothèse peut être décrite par la formule suivante :

$$\delta\Delta D = \frac{\delta\Delta w_t}{\Delta w_t} \Delta D = \frac{\delta\Delta w_t}{\Delta w_t} \frac{1}{N_r} \quad (\text{VIII-19})$$

où  $\delta\Delta D$  est l'élément de l'endommagement par cycle;  $\delta\Delta w_t$  est l'élément de la densité d'énergie dissipée au cycle stabilisé et  $\Delta D$  l'endommagement par

cycle. La figure 75 illustre la définition de l'élément de la densité d'énergie dissipée.

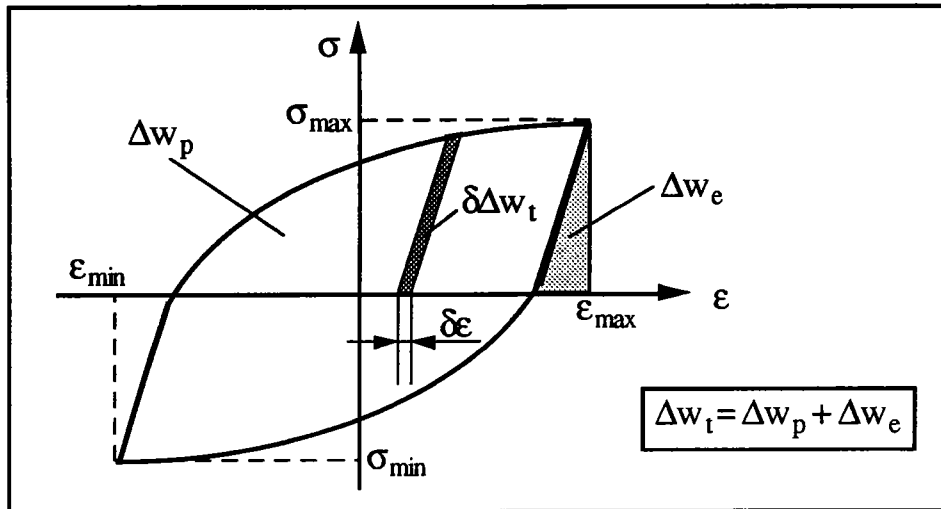


Figure 75 : Définition de l'élément de la densité d'énergie dissipée

Considérons un cycle à la température arbitraire  $T_i$  et introduisons la relation (VIII-18) à la relation (VIII-19), on obtient :

$$\begin{aligned} \delta \Delta D_{T_i} &= \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(\Delta w_t)_{T_i}} \Delta D_{T_i} = \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(\Delta w_t)_{T_i}} \frac{1}{(N_r)_{T_i}} = \\ &= \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(\Delta w_t)_{T_i}} \frac{1}{(N_r)_{T_0} \lambda(T_i)} \end{aligned} \quad (\text{VIII-20})$$

A température constante la densité d'endommagement est constante au cours du cycle, ce qui n'est pas le cas en fatigue thermomécanique où la température est variable.

Si nous faisons l'hypothèse qu'en fatigue thermomécanique, un élément de densité d'énergie dissipée correspondant à la température  $T_i$  possède la même distribution d'endommagement qu'un élément de densité d'énergie en fatigue isotherme dans la même température  $T_i$ , alors l'endommagement par cycle  $\Delta D$  en fatigue thermomécanique peut être identifié par la somme des éléments d'endommagement aux différents niveaux de température. Chaque élément d'endommagement peut être représenté par l'élément de densité d'énergie dissipée en fatigue isotherme dans la même température. Cet endommagement s'exprime par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
\Delta D_{FTM} &= \sum_{i=1}^n \delta \Delta D_{T_i} = \sum_{i=1}^n \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(\Delta w_t)_{T_i}} \Delta D_{T_i} = \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(\Delta w_t)_{T_i}} \frac{1}{(N_r)_{T_0} \lambda(T_i)} \right\} = \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{1}{(\Delta w_t)_{T_i}} \right] \left[ \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{(N_r)_{T_0} \lambda(T_i)} \right] \right\} = \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{1}{(\Delta w_t)_{T_i}} \right] \left[ \frac{1}{(N_r)_{T_0}} \right] \left[ \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{\lambda(T_i)} \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{VIII-21}$$

où  $\Delta D_{FTM}$  est l'endommagement par cycle en fatigue thermomécanique;  $(\delta \Delta w_t)_{T_i}$  est l'élément de la densité d'énergie dissipée en fatigue thermomécanique au moment où la température se situe à la valeur  $T_i$ ;  $(\Delta w_t)_{T_i}$  est la densité d'énergie dissipée au cycle stabilisé en fatigue isotherme à la température  $T_i$  à la même condition de déformation totale imposée que celle de fatigue thermomécanique;  $(N_r)_{T_0}$  est le nombre de cycle à rupture en fatigue isotherme à la température de référence  $T_0$  déduite par la formule (VIII-15).

La formule (VIII-21) montre l'évolution d'endommagement en fatigue thermomécanique représenté par la densité d'énergie dissipée et le facteur d'endommagement de température.

### VIII.2.3 Calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique

Avec la relation (VIII-21) on peut calculer la durée de vie du matériau en fatigue thermomécanique.

Le terme  $(\Delta w_t)_{T_i}$  pour chaque température peut être calculé par les formules (VII-20) à (VII-24). Pour simplifier le calcul, nous utilisons la densité d'énergie moyenne  $(\Delta w_t)_m$ . L'erreur introduite par cette simplification est faible :



$$(\Delta w_t)_m = \left\{ \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} [ (x_1 + k(T)) - (x_2 - k(T)) ] d\varepsilon_p \right\} + \Delta w_e \quad (\text{VIII-22})$$

où  $x_1$  et  $x_2$  sont déterminés par les formules (VIII-5a) et (VIII-5b);  $k(T)$  par la formule (VIII-4) et  $\Delta w$  par la formule (VII-23).

La relation (VIII-21) devient :

$$\Delta D_{\text{FMT}} = \left[ \frac{1}{(\Delta w_t)_m} \right] \left[ \frac{1}{(N_r)_{T_0}} \right] \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\delta \Delta w_t)_{T_i}}{\lambda(T_i)} \right] \quad (\text{VIII-23})$$

Le terme  $\sum [(\delta \Delta w_t)_{T_i}/\lambda(T_i)]$  a pour nom "la densité d'énergie dissipée équivalente". Elle montre que chaque partie de la densité d'énergie dissipée possède une distribution différente d'endommagement selon la température.

On voit que sur une boucle d'hystérésis de fatigue thermomécanique au cycle stabilisé (figure 76) le terme  $(\delta \Delta w_t)_{T_i}$  peut s'exprimer par :

$$(\delta \Delta w_t)_{T_i} = \sigma_{T_i} \delta \varepsilon \quad (\text{VIII-24})$$

où  $\sigma_{T_i}$  est la contrainte au moment de la température  $T_i$  ;  $\delta \varepsilon$  est l'incrément de la déformation.

Soit  $\delta \varepsilon \rightarrow 0$ , on obtient par intégration à partir de la formule (VIII-23) le calcul de la durée de vie :

$$\begin{aligned} \frac{1}{(N_r)_{\text{FTM}}} = \Delta D_{\text{FTM}} = \frac{1}{(\Delta w_t)_m (N_r)_{T_0}} \left\{ \int_{\varepsilon_p^{\min}}^{\varepsilon_p^{\max}} \frac{|\sigma_1(T)|}{\lambda(T)} d\varepsilon_p + \right. \\ \left. + \int_{\varepsilon_p^{\max}}^{\varepsilon_p^{\min}} \frac{|\sigma_2(T)|}{\lambda(T)} d\varepsilon_p + \int_0^{\frac{\Delta \varepsilon_e}{2}} \frac{\sigma(T)}{\lambda(T)} d\varepsilon_e \right\} \quad (\text{VIII-25}) \end{aligned}$$

où  $\sigma_1(T)$  et  $\sigma_2(T)$  sont déterminés par les relations (VIII-10a) et (VIII-10b) pour hors phase ou par les relations (VIII-11a) et (VIII-11b) pour en phase;  $\sigma(T)$  est déterminé par la relation suivante :

$$\sigma(T) = \frac{\sigma_{\max}}{(\Delta\varepsilon_e / 2)} \varepsilon_e \quad (\text{VIII-26})$$

La relation entre la variable de température  $T$  et la déformation totale (où la déformation plastique) peut être définie par les formes de cyclage en déformation et en température. Dans notre cas cette relation est linéaire (voir la figure 41). Par exemple, la relation entre la température et la déformation plastique pour le cas en phase peut être décrite par la formule suivante :

$$T = T_{\min} + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{\varepsilon_{p\max} - \varepsilon_{p\min}} (\varepsilon_p - \varepsilon_{p\min}) \quad (\text{VIII-27})$$

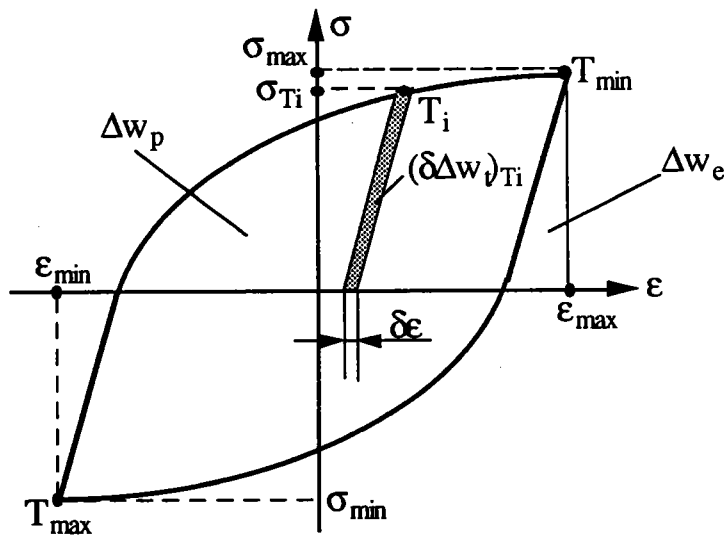


Figure 76.: Détermination de l'élément de la densité d'énergie à la température  $T_i$

#### VIII.2.4 Comparaison des résultats de calcul et expérience

Finalement nous avons déterminé les formules et les coefficients nécessaires pour calculer la durée de vie du matériau en fatigue thermomécanique à partir des données connues issues de la fatigue

isotherme. Nous rappelons ici que les formules les plus importantes sont (VIII-5), (VIII-10), (VIII-11), (VIII-22) et (VIII-23) ou (VIII-25).

Le tableau 15 montre le calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique et l'expérience sur l'acier 316L. Pour calculer la durée de vie dans l'intervalle de température de 250°C et 650°C, une partie de données en fatigue isotherme est tiré des références [41-44]. La comparaison entre eux est illustrée dans la figure 77. On remarque que le calcul à partir du modèle de l'endommagement à énergie dissipée équivalente que nous proposons est satisfaisant par rapport aux résultats des essais. Le facteur de dispersion est inférieure de 2.

*Tableau 15 : Résultats de la durée de vie en fatigue thermomécanique calculée et expérimentale*

Amplitude de déformation	fatigue thermomécanique hors phase (250°C-500°C)		fatigue thermomécanique en phase (250°C-500°C)	
	Calcul $N_r$ (cycle)	Expérience $N_r$ (cycle)	Calcul $N_r$ (cycle)	Expérience $N_r$ (cycle)
1,0%	2096	1850	2064	2320
1,2%	1153	730	1181	680
1,6%	499	395	525	450
2,0%	232	248		
2,4%	132	128		

Amplitude de déformation	fatigue thermomécanique hors phase (250°C-650°C)		fatigue thermomécanique en phase (250°C-650°C)	
	Calcul $N_r$ (cycle)	Expérience $N_r$ (cycle)	Calcul $N_r$ (cycle)	Expérience $N_r$ (cycle)
1,6%	382	245	528	1020

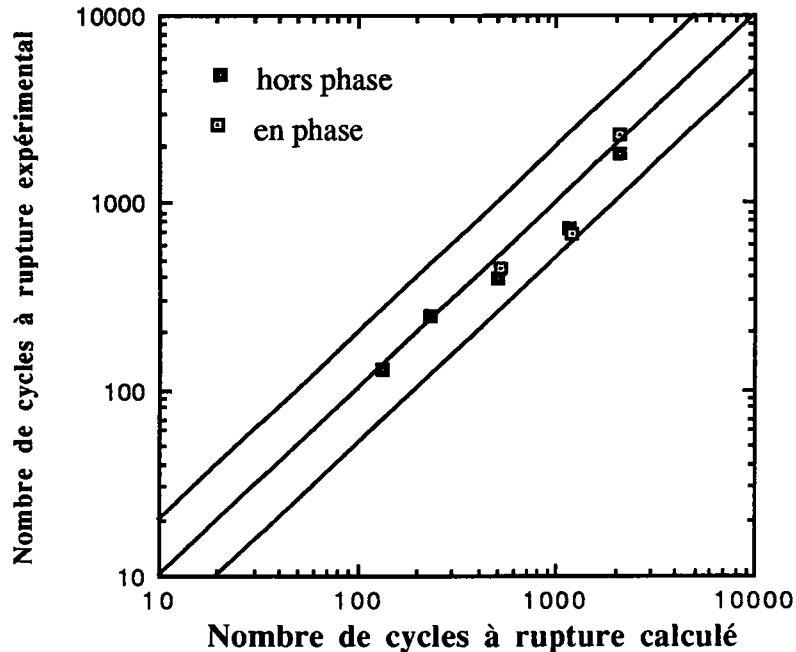


Figure 77 : Comparaison du nombre de cycles à rupture calculé avec l'expérience en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C

### VIII.3 Calcul de la durée de vie selon le modèle de Degallaix

Pour démontrer la validité de notre modèle, le calcul de la durée de vie avec le modèle de l'activation thermique de Degallaix est effectué pour comparer les résultats. Ce modèle a été représenté dans le chapitre II de l'Etude bibliographique et a été utilisé par l'auteur pour la prédiction de la durée de vie de quelques aciers en fatigue isotherme et thermomécanique [20] avec une approche acceptable.

#### VIII.3.1 Calcul de la durée de vie dans le cas de la fatigue isotherme

On reporte ici la formule essentielle du modèle de Degallaix :

$$\Delta D = \frac{1}{N_r} = A_1 (\Delta \varepsilon_p)^{b_1} \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) + A_2 (\Delta \varepsilon_p)^{b_2} \quad (\text{II-15})$$

où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont des caractéristiques du matériau indépendantes de l'amplitude de déformation plastique  $\Delta \varepsilon_p$  et de la température  $T$ ;  $Q$  est

l'énergie d'activation apparente, R constant des gaz parfaits et T la température en °K.

Les coefficients  $A_2$  et  $b_2$  sont obtenus en fatigue isotherme à la température ambiante dans le cas où l'on utilise la loi de Manson-Cofin en fatigue oligocyclique.

Les coefficients  $A_1$ ,  $b_1$  et Q sont calculés par des données issues des références [35] et [45]. Ces données sont obtenues par des essais de fatigue isotherme aux températures de 427°C, 527°C et 600°C. Une méthode de régression est utilisée pour déterminer ces trois coefficients.

Le tableau 16 montre les valeurs des coefficients calculés et le tableau 17 donne la comparaison de la durée de vie entre l'expérience (résultats de [35] et [45] ) et le calcul avec la formule (II-15). Les résultats de calcul sont très proches des résultats expérimentaux.

Nous avons remarqué que la vitesse de déformation est différente dans notre cas de celle des références [35] et [45] ( $10^{-4}/s$  dans notre cas et  $10^{-3}/s$  dans l'autre cas). Si l'on néglige l'influence de la vitesse de déformation, la validité du modèle de Degallaix peut être envisagée, mais nous tenons à attirer l'attention sur l'influence de la vitesse de déformation.

Pour éviter ce problème, nous avons modifié ce modèle en ajoutant un terme. la modification est donnée sous la forme suivante :

$$\Delta D = \frac{1}{N_r} = \left[ A_1 (\Delta \epsilon_p)^{b_1} \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) + A_2 (\Delta \epsilon_p)^{b_2} \right] \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{(b_3-1)} \quad (\text{VIII-28})$$

où  $\omega_0$  est la vitesse de déformation de référence correspondant aux conditions où les coefficients  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont calculés;  $\omega$  est la vitesse de déformation réelle et  $b_3$  une constante issue des essais de fatigue isotherme à différente vitesse de déformation ou des courbes de déformation-nombre de cycles à rupture réalisées à différentes vitesses de déformation [46].

Le tableau 18 donne la durée de vie calculée avec la formule (VIII-28) et les résultats expérimentaux dans notre cas en fatigue isotherme à la température 500°C. Le calcul donne des valeurs satisfaisantes comparées à l'expérience. Ici,  $\omega_0=10^{-3}$ ,  $\omega=10^{-4}$  et  $b_3=1,175$  .

**Tableau 16 :** Coefficients calculés du modèle de Degallaix par des données issues des essais des conférences [35] et [45]

A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	Q ( $\frac{\text{calorie}}{\text{mole}}$ )	R ( $\frac{\text{calorie}}{\text{mole } ^\circ\text{K}}$ )
0,472	2,325E-4	2,4165	1,7986	9,59	2,1E-3

**Tableau 17 :** Comparaison de la durée de vie de la fatigue isotherme entre le calcul et l'expérience

Température (°C)	Vitesse de déformation	Déformation plastique (%)	N <sub>r</sub> calculé (cycle)	N <sub>r</sub> d'expérience (cycle)
600	10 <sup>-3</sup> /s	0,125	45200	40000
		0,420	2780	4400
		1,006	360	900
527	10 <sup>-3</sup> /s	0,192	24500	31000
		0,330	7200	6940
		0,600	1820	1500
427	10 <sup>-3</sup> /s	0,192	41000	90000
		0,330	12600	12400
		0,440	6700	4470
		0,600	3400	3200
		0,780	1890	2300

**Tableau 18 :** Calcul de la durée de vie de la fatigue isotherme à 500°C avec le modèle de Degallaix en considérant l'influence de la vitesse de déformation

Température (°C)	Vitesse de déformation	déformation totale	déformation plastique	N <sub>r</sub> calcul (cycle)	N <sub>r</sub> expéri (cycle)
500	10 <sup>-4</sup> /s	0,8%	0,47%	2506	2850
		1,0%	0,62%	1330	970
		1,2%	0,80%	739	660
		1,6%	1,14%	325	295
		2,0%	1,39%	205	143

### VIII.3.2 Calcul de la durée de vie dans le cas de la fatigue thermomécanique

On analyse en premier lieu la fatigue thermomécanique hors phase. La réponse contrainte-déformation plastique et la relation entre la température et la déformation plastique dans notre cas peuvent être illustrées par la figure 78. On remarque :

$$\begin{aligned}
 \text{quand } T_{\min} < T < T' & : \quad \delta\epsilon_p = 0 \\
 \text{quand } T' < T < T_{\max} & : \quad \delta\epsilon_p = \frac{\Delta\epsilon_p}{T_{\max} - T'} (T - T') \\
 \text{quand } T'' < T < T_{\max} & : \quad \delta\epsilon_p = 0 \\
 \text{quand } T_{\min} < T < T'' & : \quad \delta\epsilon_p = \frac{\Delta\epsilon_p}{T'' - T_{\min}} (T'' - T)
 \end{aligned}
 \tag{VIII-29}$$

Les formules intégrales de Degallaix sont reportées sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Delta D_1 = & \int_0^{\Delta\epsilon_p} \left[ \frac{A_1 b_1}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_1-1} \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) + \frac{A_2 b_2}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_2-1} \right] d(\delta\epsilon_p) \\
 & + \int_{T''}^{T_{\min}} \left[ \frac{A_1}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_1} \left(\frac{Q}{RT^2}\right) \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \right] dT
 \end{aligned}
 \tag{VIII-30a}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta D_2 = & \int_0^{\Delta\epsilon_p} \left[ \frac{A_1 b_1}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_1-1} \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) + \frac{A_2 b_2}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_2-1} \right] d(\delta\epsilon_p) \\
 & + \int_{T'}^{T_{\max}} \left[ \frac{A_1}{2} (\delta\epsilon_p)^{b_1} \left(\frac{Q}{RT^2}\right) \exp\left(\frac{-Q}{RT}\right) \right] dT
 \end{aligned}
 \tag{VIII-30b}$$

où  $\Delta D$  est l'endommagement par demi-cycle de  $T$  à  $T$  et  $\Delta D$  est l'endommagement par demi-cycle de  $T$  à  $T$ . dans la première intégrale des formules (VIII-30a) et (VIII-30b),  $T$  est fonction de  $\delta\epsilon_p$ ; dans la deuxième

intégrale,  $\delta\varepsilon_p$  est fonction de T. Ces relations sont déterminées par les formules (VIII-29).

En considérant l'influence de la vitesse de déformation sur la durée de vie, on obtient :

$$\Delta D_1^* = \Delta D_1 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{(b_3 - 1)} \quad (\text{VIII-31a})$$

$$\Delta D_2^* = \Delta D_2 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^{(b_3 - 1)} \quad (\text{VIII-31b})$$

$$\frac{1}{N_r} = \Delta D = \Delta D_1^* + \Delta D_2^* \quad (\text{VIII-32})$$

De la même manière on peut calculer la durée de vie de la fatigue thermomécanique en phase. La relation entre la température et la déformation plastique est donnée par la figure 79. L'intégration de formules (VIII-30a) et (VIII-30b) peut être réalisée par la méthode de Simpson.

Les tableaux 19 et 20 montre les résultats calculés par le modèle de Degallaix et la comparaison avec l'expérience.

Nous constatons qu'en tenant compte de l'influence de la vitesse de déformation, le modèle de Degallaix donne une prévision de la durée de vie assez satisfaisante en fatigue thermomécanique. Dans le cas en phase ce modèle donne la durée de vie un peu moins importante que celle du cas hors phase sous même amplitude de déformation totale. Mais dans notre cas sur l'acier 316L, la durée de vie expérimentale en fatigue thermomécanique en phase est quatre fois plus importante que celle hors phase dans l'intervalle de température de 250°C-650°C. Considérons que seulement deux essais ont été effectués dans cet intervalle de température, ce n'est pas suffisant pour donner une évaluation.



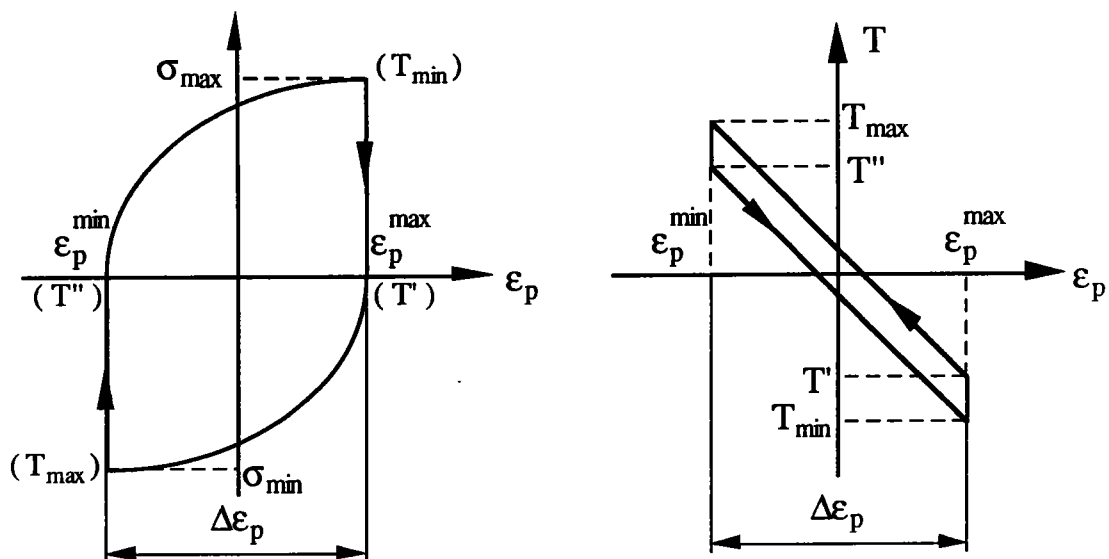


Figure 78 : La réponse contrainte-déformation plastique et la relation entre la température et la déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase

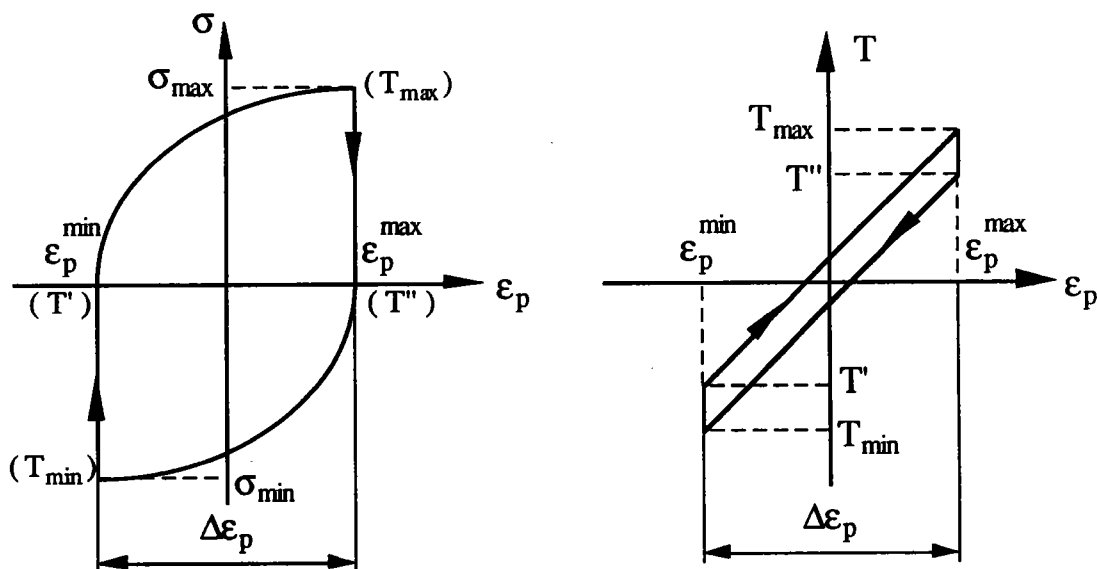


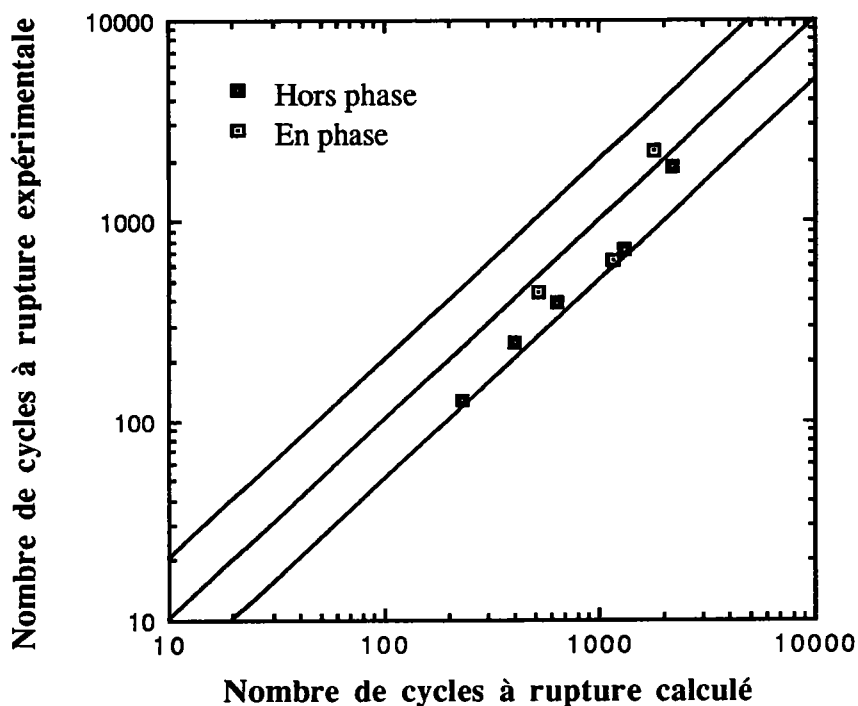
Figure 79 : La réponse contrainte-déformation plastique et la relation entre la température et la déformation plastique en fatigue thermomécanique en phase

**Tableau 19** : Résultats de calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique hors phase avec le modèle de Degallaix.

Température (°C)	Vitesse de déformation (seconde <sup>-1</sup> )	amplitude de déformation totale (%)	amplitude de déformation plastique (%)	N <sub>r</sub> calcul (cycle)	N <sub>r</sub> expérience (cycle)
250-500	10 <sup>-4</sup>	1,0	0,62	2139	1850
		1,2	0,78	1282	730
		1,6	1,06	640	395
		2,0	1,30	408	248
		2,4	1,68	225	128
250-650	10 <sup>-4</sup>	1,6	1,02	328	245

**Tableau 20** : Résultats de calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique en phase avec le modèle de Degallaix.

Température (°C)	Vitesse de déformation (seconde <sup>-1</sup> )	amplitude de déformation totale (%)	amplitude de déformation plastique (%)	N <sub>r</sub> de calcul (cycle)	N <sub>r</sub> d'expérience (cycle)
250-500	10 <sup>-4</sup>	1,0	0,68	1741	2250
		1,2	0,82	1146	645
		1,6	1,16	524	445
250-650	10 <sup>-4</sup>	1,6	1,20	224	1020



**Figure 80 :** Comparaison du nombre de cycles à rupture calculé par le modèle de Degallaix avec l'expérience en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C

#### VIII.4 Discussion sur deux modèles

Dans ce chapitre nous déduisons le modèle de prédiction et le résultat calculé par celui-ci. Le modèle de Degallaix est représenté aussi pour la comparaison. Tous les deux modèles ont des caractéristiques communes :

- La prédiction de la durée de vie de la fatigue thermomécanique est effectuée à partir des données issues de la fatigue isotherme ;
- L'endommagement par cycle du matériau est estimé par l'état de la boucle d'hystérésis stabilisée ;
- L'endommagement est considéré comme devant suivre une règle de cumul linéaire.

Dans le modèle de Degallaix on utilise la déformation plastique comme une variable d'endommagement en introduisant l'influence de la

variation de température. L'endommagement est la somme de deux parties, une contribution athermique et une contribution dépendant de la température. En fatigue isotherme ce modèle donne la prévision de la durée de vie de façon très satisfaisante sur nombreux matériaux.

Dans le cas de la fatigue thermomécanique, le modèle de Degallaix reste valable et donne des prévisions satisfaisantes. Sous même condition de la déformation totale imposée et d'intervalle de la température, ce modèle prédit une durée de vie un peu plus importante en fatigue thermomécanique hors phase que celle prédite en phase en raison de la différence entre l'amplitude de déformation plastique. La prédiction de la durée de vie en fatigue thermomécanique dans l'intervalle de température 250°C et 500°C sur l'acier 316L donne de bons résultats.

Quand on augmente l'intervalle de la température dans un essai en fatigue thermomécanique sur l'acier 316L, la durée de vie devient plus importante dans le cas en phase que dans le cas hors phase sous même amplitude de déformation totale imposée. Les prévisions du modèle de Degallaix donnent un résultat contraire. Il faut vérifier davantage ce résultat en raison de très faible nombre d'essais.

Dans notre modèle, la loi de comportement à écrouissage cinématique est utilisée pour simuler la réponse contrainte-déformation du cycle et la densité d'énergie dissipée est considérée comme une variable d'endommagement. L'influence de la variation de température est introduite par un facteur d'endommagement de température. La densité d'énergie dissipée comprend la densité d'énergie dissipée de déformation plastique et celle de déformation élastique.

La prédiction de la durée de vie en fatigue thermomécanique en phase et hors phase sur l'acier 316L avec notre modèle présente le résultat très proche aux données expérimentales dans deux intervalles de la température, car la densité d'énergie dissipée est plus sensible à la forme de superposition des cycles thermique et mécanique que la déformation plastique. Elle décrit bien l'endommagement à différent intervalle de la température.

## CONCLUSION

## **CONCLUSION**

### **1. Réalisation de l'essai en fatigue thermomécanique**

Les essais de fatigue thermomécanique sont plus complexes que ceux de fatigue isotherme en haute température. Nos essais ont été effectués sur un acier inoxydable 316L. Avec l'aide d'un micro-ordinateur, on contrôle automatiquement la superposition des cycles mécaniques et thermiques et on enregistre des données de l'essai.

Pour réaliser un essai de qualité en fatigue thermomécanique, il faut concevoir soigneusement l'installation mécanique, le système de chauffage et le système extensométrique afin de assurer la reproductibilité et la fiabilité de l'essai.

L'éprouvette en forme cylindrique et tubulaire permet de minimiser le gradient de température entre l'intérieur et l'extérieur de la paroi au cours du cycle thermique.

Un thermocouple spécial de fin diamètre et de réponse rapide est mis en contact avec la surface de l'éprouvette. Les résultats montrent que cette façon de procéder donne la même précision de mesure qu'un thermocouple soudé sur la surface de l'éprouvette et évite la fissuration initiale à partir du point soudé.

L'étude de cyclage thermique a été effectuée pour obtenir une mesure, contrôle correct et reproductibilité de la variation de température. Les résultats montrent que les champs de température transversal et longitudinal sur la partie utile de l'éprouvette sont satisfaisants pour notre essai. La réponse dynamique de la variation de température est assez rapide pour obtenir la forme de cyclage exigée en simultanéité avec le cyclage mécanique.

### **2. Caractéristiques de nos résultats expérimentaux**

D'après nos résultats des essais en fatigue isotherme et en fatigue thermomécanique sur l'acier 316L, on distingue trois stades de la durée de vie du matériau : la période de durcissement cyclique, la période de stabilisation cyclique et le début de la rupture. La période de stabilisation

constitue plus de 80% de la durée de vie et il est possible d'établir un modèle de prévision de la durée de vie basée sur l'endommagement par cycle à partir des données obtenue durant cette période.

L'examen de la réponse contrainte-déformation de la fatigue thermomécanique montre que pour une même amplitude de déformation totale imposée, l'amplitude de contrainte en fatigue thermomécanique hors phase est plus importante que celle obtenue en fatigue thermomécanique en phase. L'effort dû au cycle thermique augmente la contrainte imposée à l'éprouvette dans le cas hors phase et relaxe au contraire la contrainte dans le cas en phase.

En examinant les boucles d'hystérésis au cycles stabilisé, on remarque que la densité d'énergie dissipée en fatigue thermomécanique hors phase est plus élevée que celle en en fatigue thermomécanique en phase.

La durée de vie du matériau dans le cas de la fatigue thermomécanique dans l'intervalle de la température 250°C-500°C est plus importante que dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C pour une même déformation totale imposée.

La durée de vie en fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 650°C dans le cas en phase est 4 fois plus élevée que dans le cas hors phase. Cette conclusion est de portée limitée en raison du nombre faible d'essais.

### **3. Modélisation de la prédiction de la durée de vie**

L'analyse des données des essais montre que la loi de comportement à écrouissage cinématique et isotrope décrit bien la réponse contrainte-déformation en fatigue isotherme à haute température. La simulation de la boucle d'hystérésis est en effet très proche des données expérimentales. Elle permet d'estimer le nombre de cycles à rupture par l'intermédiaire de la densité d'énergie dissipée calculée.

La modélisation de la prévision de la durée de vie en fatigue thermomécanique est complexe notamment en raison de la variation de température du cours de l'essai. L'établissement d'un modèle à partir des données en fatigue isotherme est un moyen pour analyser la résistance du matériau en fatigue anisotherme.

Une simulation de la réponse contrainte-déformation en fatigue thermomécanique au cycle stabilisé est réalisée à partir de la loi de comportement à écrouissage cinématique à différentes températures et avec les données issues de la fatigue isotherme. Dans cette simulation la fonction de cycle thermique est considérée comme une variable interne. La boucle d'hystérésis calculée par cette méthode s'accorde bien avec celle obtenue expérimentalement à la fois dans les cas d'en phase et d'hors phase.

D'après l'obtention de la simulation de la réponse contrainte-déformation, un modèle d'endommagement associé à la densité d'énergie dissipée équivalente est établi pour prédire la durée de vie du matériau en fatigue thermomécanique. L'endommagement par cycle est apporté au cycle stabilisé et le cumul d'endommagement est considéré linéaire. L'influence de la variation de température est introduite par le biais du facteur d'endommagement de température de Taira.

La prédiction de la durée de vie en fatigue thermomécanique en phase et hors phase sur l'acier 316L avec notre modèle donne des résultats satisfaisant et proches des données expérimentales.

Le modèle de Degallaix a été aussi utilisé pour la prévision et la vérification de notre modèle. Les résultats montrent que les deux modèles donnent des résultats valides pour la prédiction de la durée de vie du matériau en fatigue thermomécanique.

Une vérification plus large de notre modèle nécessite de réaliser des essais en fatigue thermomécanique notamment dans un intervalle de température plus importante. Il est possible de développer ce modèle dans le cas de la fatigue-fluage en considérant l'influence de fluage comme une autre variable interne.



**Références bibliographiques**

- [1] A. WOHLER  
"Tests to determine the forces on railway carriage axes and the capacity of resistance of the axes"  
Engineering, Vol 8, pp. 199, 1871.
- [2] S.S. MANSON  
"Behaviour of materials under conditions of thermal stress"  
NACA report 1170, Lewis Flight Propulsion laboratory, Cleveland, 1954
- [3] L.F. COFFIN and R.P. Wesley  
"A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal"  
Transactions of ASME, Vol. 76, pp. 931-950, 1954.
- [4] L. REMY  
"Methodologie de la fatigue thermique"  
Fatigue à Haute Température, Journées Internationales du Printemps, SFM, pp.252-274, 1986.
- [5] D.A. SPERA  
"What is thermal fatigue?"  
Thermal Fatigue of Materials and Components, ASTM STP 612, pp. 3-9, 1976.
- [6] F. REZAI-ARIA, M. FRANCOIS and L. REMY  
"Thermal fatigue of MAR-M 509 superalloy"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 11, No. 4, pp. 277-302, 1988.
- [7] A.L. RAMTEKE, F. REZAI-ARIA and B. ILSCHNER  
"Calculation of stress-strain cycles during thermal fatigue"  
Scripta METALLURGICA et MATERIALIA, Vol. 25, No. 11, pp. 2601-2605, 1991.
- [8] C.E. JASKE  
"Thermal-mechanical low-cycle fatigue of AISI 1010 steel"  
ASTM STP 612, pp.170-798, 1976.

- [9] M. OKAZAKI and T. KOIZUMI  
"Effect of strain wave shape on thermal-mechanical fatigue crack propagation in a cast low-alloy steel"  
Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 105, pp.81-87, 1983
- [10] C. KORN  
"Aspects expérimentaux et modélisation de la durée de vie en fatigue thermo-mécanique dans le cas des aciers Cr-Mo-V, 316L et de l'alliage TZM"  
Thèse de doctorat de l'Université de Metz, 1988.
- [11] M. FRANCOIS and L.REMY  
"Thermal-mechanical fatigue of MAR-M 509 superalloy. Comparison with low cycle fatigue behaviour"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 14, No. 1, pp. 115-129, 1991.
- [12] S. TAIRA  
"Relationship between thermal fatigue and low-cycle fatigue at elevated temperature"  
Fatigue at Elevated Temperatures, ASTM STP 520, pp. 80-101, 1973.
- [13] S.S. MANSON, L.F. COFFIN and M. BASQUIN  
"Fatigue, a complex subject - Some simple approximation"  
Experimental Mechanics, 1965.
- [14] S. TAIRA and M. FUJINO  
"Effect of mean temperature and temperature range on thermal fatigue strength of a low carbon steel"  
Mechanical Behaviour of Material, Vol. 2, pp. 49, 1980.
- [15] J.L. CHABOCHE  
"Description thermodynamique et phénoménologie de la viscoplasticité cyclique avec endommagement"  
Thèse de Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1978.
- [16] J. LEMAITRE et J.L. CHABOCHE  
"Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement"  
Journal de Mécanique Appliquée, Vol. 2, N° 3, pp. 317-365,1978.

- [17] J.L. CHABOCHE  
"Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non-linéaire"  
Revue Française de Mécanique, Vol. 50, pp. 71-82, 1974
- [18] G. DEGALLAIX, S. DEGALLAIX and J. FOCT  
"A damage law for predicting the elevated temperature low cycle fatigue life of a martensitic stainless steel"  
Materials Science and Engineering, Vol. 58, pp.55-62, 1983
- [19] G. DEGALLAIX and J. FOCT  
"High temperature low cycle fatigue of a martensitic stainless steel. New damage model, applied to thermal fatigue"  
ECF4, K.L. Maurer and F.E. Matzer Eds, EMAS, pp. 672-679, 1982
- [20] G. DEGALLAIX, C. KORN and G. PLUVINAGE  
"Lifetime prediction on Cr-Mo-V and 316L steel under thermal and mechanical cycling"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 13, No. 5, pp. 473-485, 1990.
- [21] K. KUWABARA, A. NITTA and T. KITAMURA  
"Thermal-mechanical fatigue life prediction in high temperature component materials for power plant"  
ASME Int. Conf. on Advances in Life Prediction Methodes, pp.131-141, 1983.
- [22] A. NITTA and K. KUWABARA  
"Thermal-mechanical fatigue failure and life prediction"  
Elsevier Applied Science, High Temperature Creep-fatigue, Current Japanese Materials Research, Vol.3, pp.203-222, 1988.
- [23] G.R. HALFORD and S.S. MANSON  
"Life prediction of thermal-mechanical fatigue using strainrang partitioning"  
ASTM STP 612, pp. 239-254, 1976.
- [24] S.S. MANSON  
"Future directions for low cycle fatigue"  
ASTM STP 942, pp. 25-39, 1988.

- [25] J. LEMAITRE et J.L. CHABOCHE  
"Mécanique de matériaux solides"  
BORDAS, Paris, 1988.
- [26] D. MARQUIS  
"Modélisation et identification de l'écrouissage anisotrope des métaux"  
Doctoral thesis, University of Pierre and Marie Curie of Paris, 1979.
- [27] K. GOLOS and F. ELLYIN  
"A Total Strain Energy Density Theory for Cumulative Fatigue Damage"  
Journal of Pressure Vessel Technology, Vol.110, pp.36-41, February 1988.
- [28] K. GOLOS and F. ELLYIN  
"Total Strain Energy Density as a Fatigue Damage parameter"  
Advances in Fatigue Science and Technologie, Kklwer Academic Publishers, pp.  
849-858, 1989.
- [29] D.J. BEAUCHAMP and E.G. ELLSON  
"A rig for controlled cyclic strain and temperature testing"  
Journal of Strain Analysis, Vol. 17, No. 1, pp.45-52, 1982.
- [30] J.L. CHABOCHE, DANG VAN and CORDIER  
"Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless  
steel"  
SMIRT 5, Vol. L, 1979.
- [31] C.E. JACKE, H. MINDLIN and J.S. PERRIN  
"Cyclic stress-strain behaviour of two alloys at high temperature"  
ASTM STP 519, pp. 13-27, 1973.
- [32] H. BURLET  
"Fatigue thermomécanique - Application aux outillages de coulée par  
centrifugation"  
Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1987.
- [33] D.J. BEAUCHAMP  
"Thermal-mechanical strain cycling at elevated temperature"  
Ph.D. Thesis, Unvi. Bristol, 1982.

- [34] K. YAMAGUCHI and S. NISHIJIMA  
"Prediction and evaluation of long-term creep-fatigue life"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 9, No. 2, pp. 95-107, 1986.
- [35] B. VAN DER SCHAAF  
"Low cycle fatigue of the european type 316L steel for the NET first wall and blanket"  
internal repport, 1990.
- [36] J.O. NILSSON  
"The influence of nitrogen on high temperature low cycle fatigue behaviour of austenitic strainless steels"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 7, No. 1, pp. 55-64, 1984.
- [37] W.J. PLUMERIDGE, M.E. DALSKI and P.J. CASTLE  
"High strain fatigue of a type 316 stainless steel"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 3, pp. 177-188, 1980.
- [38] W. VANDERMEULEN, W. HENDRIX, V.MASSAUT, J.VAN DE VEIDE and Ch. DE RAEDT  
"Test results (Fafuma 1 and Fafuma 2)"  
FT/MOL/90 WV/MJW-V, Belgium, February 1990.
- [39] T. SLOT and R.H. STENTZ  
"Expenrimental procedures for low-cycle-fatigue research at high temperatures"  
Experimental Mechanics, March 1968.
- [40] C. LEVAILLANT, B. REZGUI and A.PINEAU  
"Effects of environment and hold times on high temperature low cycle fatigue behavior of 316L stainless steel"  
ICM 3, Vol. 2, Cambridge, England, Ppp.163-172, August 1979.
- [41] C. LEVAILLANT and A.PINEAU  
"Assessment of high-temperature low-cycle fatigue life of austenitic stainless steels by using intergranular damage as a correlating parameter"  
ASTM STP 770, pp. 169-193, 1982.

- [42] G.R. HALFORD and S.S. MANSON  
"Application of a methode of estimating high-temperature low-cycle fatigue behavior of matirials"  
Transactions os the ASM, Vol. 61, pp. 94-102, 1968
- [43] K. YAGI, O. KANEMARU, K. KUBO and C. TANAKA  
"Life prediction of 316 stainless steel under creep-fatigue loading"  
Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. Vol. 9, No. 6, pp. 395-408, 1987.
- [44] RCC-MR Code Edition Juin 1986.

## LISTE DES FIGURES

- Figure 1 : Courbe de Wöhler
- Figure 2 : Classification de terminologie de fatigue oligocyclique
- Figure 3a : Exemple de cyclages thermomécaniques en phase et hors phase
- Figure 3b : Un exemple de cyclages thermomécaniques complexes
- Figure 4 : Evolution du facteur d'endommagement  $l(T)$  avec la température
- Figure 5 : Boucle déformation plastique-contrainte correspondant à une boucle déformation plastique-température
- Figure 6a : Caractéristiques de propagation de fissure dans l'acier inoxydable 304 en fatigue thermomécanique et en fatigue isotherme à 550°C, 600°C, 650 et 700°C
- Figure 6b : Relation entre la durée de vie à rupture et les paramètres d'énergie de déformation en fatigue thermomécanique et en fatigue isotherme sur l'acier inoxydable 304
- Figure 7 : La déformation plastique cumulée  $p$  et le travail plastique dissipé  $w_p$
- Figure 8 : Domaine actuel d'élasticité défini par les variables  $R$  et  $\mathbb{X}$
- Figure 9 : Critère de charge-décharge dans le cas d'un écrouissage positif
- Figure 10 : Ecrouissage isotrope : représentation dans l'espace des contraintes et en traction-compression
- Figure 11 : Ecrouissage cinématique linéaire dans l'espace des contraintes et en traction-compression
- Figure 12 : Ecrouissage cinématique non linéaire dans l'espace des contraintes et en traction-compression
- Figure 13 : Définition de la densité d'énergie dissipée de déformation totale
- Figure 14 : Installation du montage de l'éprouvette
- Figure 15 : Four à rayonnement infra-rouge
- Figure 16 : Thermocouple fixé sur l'éprouvette dans le four
- Figure 17 : Extensomètre axial à haute température
- Figure 18 : Installation informatique pour le pilotage de la machine d'essai et l'acquisition des données
- Figure 19 : Machine d'essai de traction-compression avec le four à rayonnement

- Figure 20 : Illustration de l'ensemble des équipements de l'essai
- Figure 21 : Eprouvette cylindrique pleine
- Figure 22 : Eprouvette cylindrique tubulaire
- Figure 23 : Comparaison entre un cycle thermique demandé et un cycle thermique réalisé
- Figure 24 : Comparaison de la mesure de la température par un thermocouple soudé et un thermocouple non soudé avec diamètre de 2 mm.
- Figure 25 : Illustration de l'installation du thermocouple sur la surface de l'éprouvette
- Figure 26 : Comparaison de la mesure de la température par un thermocouple soudé et un thermocouple fin et sensible avec la méthode améliorée
- Figure 27 : Températures extérieures et intérieures dans un cycle thermique sur l'éprouvette cylindrique pleine
- Figure 28 : Températures extérieures et intérieures dans un cycle thermique sur l'éprouvette cylindrique tubulaire
- Figure 29 : Gradient longitudinal de température superficielle
- Figure 30 : Différences des températures en surface sur le périmètre moyen
- Figure 31 : Courbe de dilatation-température au chauffage suivi de refroidissement progressif
- Figure 32 : Courbe de dilatation-température au cycle thermique
- Figure 33 : Boucles d'hystérésis en essai à paliers de déformation croissants à la température de 250°C
- Figure 34 : Boucles d'hystérésis en essai à paliers de déformation croissants à la température de 500°C
- Figure 35 : Courbes de comportement cyclique à la température 250°C et 500°C
- Figure 36 : Forme du cycle mécanique appliqué en fatigue isotherme
- Figure 37 : Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue isotherme,  $T = 500^{\circ}\text{C}$ , déformation totale imposée 2,0%
- Figure 38 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C
- Figure 39 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C
- Figure 40 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue isotherme à 500°C



## Liste des figures

- Figure 41 : Formes de cycle de déformation et de température utilisée en fatigue thermomécanique
- Figure 42 : Boucles d'hystérésis au premier cycle et au cycle stabilisé en fatigue thermomécanique hors phase, amplitude de déformation imposée 1,6% (250°C-500°C)
- Figure 43 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C
- Figure 44 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C
- Figure 45 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase entre 250°C et 500°C
- Figure 46 : Boucles d'hystérésis au premier cycle et au cycle stabilisé en fatigue thermomécanique en phase de déformation totale imposée (250°C-500°C)
- Figure 47 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C
- Figure 48 : Evolution de l'amplitude de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C
- Figure 49 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique en fonction du nombre de cycles dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase entre 250°C et 500°C
- Figure 50 : Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue thermomécanique hors phase à la température entre 250°C et 650°C
- Figure 51 : Boucles d'hystérésis du premier cycle et du cycle stabilisé en fatigue thermomécanique en phase à température variable entre 250°C et 650°C
- Figure 52 : Comparaison entre le cycle stabilisé hors phase et le cycle stabilisé en phase dans le cas d'une déformation totale imposée de 1,6%
- Figure 53 : Comparaison de la durée de vie entre la fatigue isotherme à 500°C et la fatigue thermomécanique à température variable entre 250°C et 500°C
- Figure 54 : Boucle de déformation plastique-contrainte interne
- Figure 55 : Illustration de l'évolution de la contrainte  $\sigma$  et la contrainte interne  $x$  en fonction de la déformation plastique
- Figure 56 : Transformation de la réponse contrainte-déformation plastique en la réponse contrainte-déformation totale
- Figure 57 : Définition de la limite d'élasticité dans un premier cycle

## Liste des figures

- Figure 58 : Détermination du coefficient caractéristique  $C_{\infty}$
- Figure 59 : Représentation du coefficient  $C_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 500°C
- Figure 60 : Représentation du coefficient  $\phi_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 500°C
- Figure 61 : Représentation du coefficient  $C_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 250°C
- Figure 62 : Représentation du coefficient  $\phi_{\infty}$  en fonction de l'amplitude de déformation totale en fatigue oligocyclique isotherme à 250°C
- Figure 63 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issus des essais de fatigue isotherme à 500°C et à déformations totales imposées de 0,8%, 1,2%, 1,6% et 2,0%
- Figure 64 : Définition de la contrainte et de la déformation élastique et plastique sur une boucle d'hystérésis en fatigue
- Figure 65 : Evolution de la densité d'énergie dissipée de déformation totale en fonction du nombre de cycles à rupture
- Figure 66 : Détermination de  $R_{th}$  avec la courbe de comportement cyclique dans le cas de la fatigue thermomécanique hors phase
- Figure 67 : Détermination de  $R_{th}$  avec la courbe de comportement cyclique dans le cas de la fatigue thermomécanique en phase
- Figure 68 : Illustration du calcul de la contrainte en fonction de la déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase
- Figure 69 : Illustration du calcul de la contrainte en fonction de la déformation plastique en fatigue thermomécanique en phase
- Figure 70 : Boucles d'hystérésis calculées au cycle stabilisé pour différentes amplitudes de déformation en fatigue thermomécanique hors phase dans l'intervalle de température 250°C- 500°C
- Figure 71 : Boucles d'hystérésis calculées au cycle stabilisé pour différentes amplitudes de déformation en fatigue thermomécanique en phase dans l'intervalle de température 250°C-500°C
- Figure 72 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issus des essais de fatigue thermomécanique hors phase à déformations totales imposées de 1,2%, 1,6%, 2,0% et 2,4%
- Figure 73 : Comparaison des cycles stabilisés calculés avec ceux issues des essais de fatigue thermomécanique en phase à déformations totales imposées de 1,0%, 1,2%, 1,6% et 2,0%
- Figure 74 : Evolution du facteur d'endommagement avec la température

## Liste des figures

- Figure 75 : Définition de l'élément de la densité d'énergie dissipée
- Figure 76 : Détermination de l'élément de la densité d'énergie à la température  $T_i$
- Figure 77 : Comparaison du nombre de cycles à rupture calculé par notre modèle avec l'expérience en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C
- Figure 78 : La réponse contrainte-déformation plastique et la relation entre la température et la déformation plastique en fatigue thermomécanique hors phase
- Figure 79 : La réponse contrainte-déformation plastique et la relation entre la température et la déformation plastique en fatigue thermomécanique en phase
- Figure 80 : Comparaison du nombre de cycles à rupture calculé par le modèle de Degallaix avec l'expérience en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C

## LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 1 : *Composition chimique de l'acier 316L*
- Tableau 2 : *Propriétés physiques de l'acier 316L*
- Tableau 3 : *Principaux résultats des essais en fatigue isotherme (température 500°C)*
- Tableau 4 : *Principaux résultats en fatigue thermomécanique hors phase (température variant entre 250°C et 500°C)*
- Tableau 5 : *Résultats principaux en fatigue thermomécanique en phase (température variant entre 250°C et 500°C)*
- Tableau 6 : *Résultats principaux en fatigue thermomécanique à la température entre 250°C et 500°C*
- Tableau 7 : *Comparaison des résultats en fatigue thermomécanique hors phase et en phase (température variant entre 250°C et 500°C)*
- Tableau 8 : *Données de différents types d'essais dans le cas d'une déformation totale imposée de 1,6%*
- Tableau 9 : *Valeurs de coefficients à 500°C*
- Tableau 10 : *Valeurs de coefficients à 250°C*
- Tableau 11 : *Valeurs de coefficients caractéristique calculées*
- Tableau 12 : *Comparaison de la densité d'énergie dissipée expérimentale et calculée*
- Tableau 13 : *Valeurs de coefficients pour simuler la réponse contrainte-déformation au cycle stabilisé de la fatigue thermomécanique*
- Tableau 14 : *Comparaison de la densité d'énergie dissipée de déformation plastique entre le calcul et la mesure expérimentale*
- Tableau 15 : *Résultats de la durée de vie en fatigue thermomécanique calculée et expérimentale*
- Tableau 16 : *Coefficients calculés du modèle de Degallaix par des des données issues des essais des conférences [35] et [45]*
- Tableau 17 : *Comparaison de la durée de vie de la fatigue isotherme entre le calcul et l'expérience*
- Tableau 18 : *Calcul de la durée de vie de la fatigue isotherme à 500°C avec le modèle de Degallaix en considérant l'influence de la vitesse de déformation*
- Tableau 19 : *Résultats de calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique hors phase avec le modèle de Degallaix*
- Tableau 20 : *Résultats de calcul de la durée de vie en fatigue thermomécanique en phase avec le modèle de Degallaix*