



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE ET PRODUCTIQUE

Université de METZ

# THESE

DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE METZ

EN MECANIQUE

présentée a l'université de Metz  
pour l'obtention du grade de  
Docteur en mécanique  
par

EL-HADJ OUAKDI

## MODELISATION PHYSIQUE DU COMPORTEMENT PLASTIQUE DE L'ALUMINIUM A MOYENNE TEMPERATURE. APPLICATION A L'ETUDE DE LA STRICTION

soutenue publiquement le 8 juillet 1988 devant le jury composé de :

Messieurs :	J. de FOUQUET	Président
	G. FERRON	Examineur
	J. R. KLEPACZKO	Rapporteur
	C. COYTANA	Rapporteur
Mad		Examinatrice

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 420299 8

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux  
U. A. au CNRS n 1215 -GRECO- : Grande déformation et endommagement  
Faculté des sciences

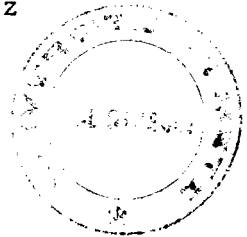
# THESE

DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE METZ

EN MECANIQUE

présentée a l'université de Metz  
pour l'obtention du grade de  
Docteur en mécanique  
par

EL-HADJ OUKADI



## MODELISATION PHYSIQUE DU COMPORTEMENT PLASTIQUE DE L'ALUMINIUM A MOYENNE TEMPERATURE. APPLICATION A L'ETUDE DE LA STRICTION

soutenue publiquement le 8 juillet 1988 devant le jury composé de :

Messieurs : J. de FOUQUET

Président

G. FERRON

Examineur

J. R. KLEPACZKO

Rapporteur

C. OYTANA

Rapporteur

Madame : C. REY

Examinatrice

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE -METZ	
N° inv.	19880225
Cote	S/M <sub>3</sub> 88/M
Loc	Magasin

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux

U. A. au CNRS n 1215 -GRECO- : Grande déformation et endommagement

Faculté des sciences

*Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux à la Faculté des Sciences de METZ.*

*Je tiens à remercier Monsieur le Professeur M. BERVEILLER de m'avoir accueilli dans son laboratoire.*

*J'exprime ma respectueuse gratitude à Monsieur le Professeur G. FERRON qui a dirigé cette recherche, m'a assuré un encadrement permanent. Je le remercie également du soutien qu'il m'a apporté dans la rédaction de ce mémoire.*

*Je tiens à remercier Monsieur le Professeur J.R. KLEPACZKO qui n'a cessé de m'encourager et de me conseiller tout au long de ce travail.*

*Je remercie également Messieurs les Professeurs J. de FOUQUET et C. OYTANA de l'intérêt qu'ils ont manifestés pour cette étude par leur présence au jury.*

*Je remercie tout le personnel du laboratoire, chercheurs et techniciens, en particulier Mademoiselle I. LEDERLE qui a assuré le travail dactylographique, ainsi que Monsieur A. BILOCC qui a assuré l'impression de cette thèse.*

INTRODUCTION

La modélisation des lois de comportement des matériaux à l'état plastique, où les caractéristiques physiques sont déterminées à partir de quelques essais expérimentaux, et la possibilité de calcul sur ordinateur permettent d'élargir la connaissance du comportement du matériau à d'autres conditions de sollicitation. Cela assure une meilleure exploitation des résultats en abaissant le coût des essais.

Ce travail comporte cinq chapitres dont le premier est consacré à une étude bibliographique rassemblant quelques modèles physiques et phénoménologiques sur le comportement plastique.

Le chapitre II est consacré à la modélisation des lois de comportement plastique de l'aluminium à partir des essais de traction à vitesse constante, faits à différentes températures voisines de  $T = 0,5T_f$  ( $T_f$  est la température de fusion). Cette modélisation fait appel à l'utilisation de paramètres microstructuraux comme variables internes.

La modélisation des lois de comportement comportera tous les éléments nécessaires pour élargir leur application, dans le chapitre III, à d'autres essais de traction avec saut de température ou de vitesse de fluage à force ou à contrainte constante (avec ou sans saut de charge) et de relaxation.

Le chapitre IV est consacré à une comparaison entre des résultats calculés à partir du modèle et ceux trouvés dans la bibliographie. Ces comparaisons portent sur la sensibilité de l'écrouissage à la température et à la vitesse et sur les relations qui existent entre la contrainte, la vitesse de déformation, la température et les paramètres microstructuraux.

Dans le dernier chapitre, des courbes de traction et de fluage seront reconstituées par simulation numérique, à partir d'une équation de localisation utilisant les lois de comportement mises au point dans les chapitres précédents

CHAPITRE I
------------

\*  
\* \*

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

- I-1 Introduction
- I-2 Monocristal et Polycristal
- I-3 Aspects physiques de l'écoulement plastique des métaux
- I-4 Modélisations de la contrainte effective
- I-5 Modélisation de la contrainte interne
- I-6 Influence de la taille des grains et des parois de sous-grains
- I-7 Conclusion

## ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

### I.1. Introduction.

La modélisation du comportement plastique ou viscoplastique des matériaux comporte a priori une série d'étapes successives, correspondant à des échelles allant du "microscopique" au "macroscopique". Les connaissances à utiliser à l'échelle "microscopique" sont du ressort de la physique, tandis qu'elles deviennent de nature mécanique lorsque le comportement d'un volume de matière "représentatif", sur lequel on peut appliquer les équations de la Mécanique des Milieux Continus, a été identifié. Ainsi, dans le cas des métaux polycristallins, une première étape, plus physique, consiste à rendre compte du comportement du monocristal en s'appuyant sur les mécanismes élémentaires de la déformation, et particulièrement sur les résultats de la théorie des dislocations. Une seconde étape, plus mécanique, correspond à un calcul "d'homogénéisation" qui consiste à déterminer le comportement de l'agrégat polycristallin à partir du comportement supposé connu du monocristal et des données relatives à la morphologie des grains (texture morphologique) ainsi qu'à la distribution des orientations de ces grains (texture cristallographique).

Une autre approche, plus globale, consiste à formuler le comportement du matériau et son évolution à l'aide de variables internes. Lorsque l'objectif visé est la détermination des surfaces d'écoulement plastique ou des potentiels viscoplastiques, les variables internes et leurs lois d'évolution servent en particulier à estimer les parts relatives d'écroutissage isotrope et cinématique. On s'aperçoit toutefois que la réponse des matériaux à une sollicitation variable présente une grande complexité, même lorsqu'on se limite à un trajet de chargement déterminé (traction, torsion, ...). Ainsi, "l'histoire de déformation", décrite en termes d'évolution de la vitesse de déformation et de la température au



cours d'un essai de traction, joue un rôle important de sorte qu'il n'est pas possible de prévoir le comportement ultérieur à partir de la seule connaissance de l'état de déformation atteint. Des approches à variables internes peuvent également être envisagées pour étudier cette classe plus restreinte de comportements, où le trajet de chargement est spécifié mais où les conditions de sollicitation (vitesse de déformation, température) sont susceptibles d'évoluer au cours du temps. Les variables internes ainsi introduites dans la modélisation peuvent avoir une interprétation physique, faisant appel à des résultats issus de la physique du solide, et en particulier de la théorie des dislocations dans le cas des métaux.

## I.2. Monocristal et polycristal.

Dans les métaux polycristallins, la déformation plastique résulte des processus actifs à l'intérieur des grains, et des glissements aux joints des grains. Ce dernier phénomène ne devient important qu'à haute température et il ne sera pas pris en compte dans cette étude. D'un point de vue microscopique, la déformation plastique intragranulaire est due aux mouvements des dislocations, les modes les plus importants étant le glissement et la montée. La modélisation du comportement plastique sur des bases physiques devrait donc s'appuyer sur les connaissances acquises au niveau du monocristal, pour déduire ensuite par un calcul "d'homogénéisation" le comportement du polycristal. On admettra toutefois, conformément à l'argumentation de KOCKS (1970), que le comportement du polycristal reflète assez fidèlement le comportement d'un monocristal orienté dans une direction favorable au glissement multiple. La contrainte macroscopique uniaxiale de traction  $\sigma$ , et la déformation de traction  $\epsilon$ , seront supposées liées à la cisssion résolue  $\tau$  et la distorsion associée  $\gamma$ ,

respectivement, par l'intermédiaire du facteur de Taylor  $\bar{M}$ ,

$$\begin{aligned}\sigma &= \bar{M}\tau \\ \epsilon &= \gamma/\bar{M}\end{aligned}\tag{I-1}$$

### 1.3. Aspects physiques de l'écoulement plastique des métaux.

Le point de départ fondamental pour décrire le comportement plastique des métaux semble être la relation d'OROWAN (I-2), qui exprime de façon purement cinématique la vitesse de déformation plastique  $\dot{\gamma}$  en fonction de la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$ , de la norme du vecteur du Burgers  $b$ , et de la vitesse moyenne des dislocations  $\bar{v}$ ,

$$\dot{\gamma} = \alpha \rho_m b \bar{v}\tag{I-2}$$

où  $\alpha$  est un facteur géométrique. Il convient ensuite de connaître la loi reliant la vitesse moyenne  $\bar{v}$  à la contrainte appliquée  $\tau$ , et l'évolution de  $\rho_m$ . En ce qui concerne le premier point, JOHNSTON et GILMAN (1959) ont proposé la relation empirique suivante, vérifiée sur de nombreux matériaux,

$$\bar{v} = \bar{v}_0 (\tau/\tau_0)^n\tag{I-3}$$

où  $\tau_0$  et  $n$  sont des constantes. Par contre, peu de réponses ont été proposées concernant l'évolution de  $\rho_m$  en fonction de  $\tau$  et cette approche semble difficilement développable (voir par exemple PHARR et NIX, 1979).

Une autre expression de  $\dot{\gamma}$ , basée sur la théorie des processus thermiquement activés, consiste à écrire (BASINSKI, 1959)

$$\dot{\gamma} = \alpha \rho_m b \lambda v \exp(-\Delta G/k.T)\tag{I-4}$$

où  $\rho_m$  est la densité de dislocations (potentiellement activables),  $\lambda$  la distance parcourue après activation,  $\nu$  un facteur de fréquence,  $\Delta G$  l'énergie libre d'activation, fonction de la contrainte et de l'état microstructural du matériau,  $k$  la constante de Boltzmann et  $T$  la température.

Cette relation est à la base de nombreuses modélisations actuellement développées pour décrire l'écoulement plastique des métaux. Elle implique que la vitesse de déformation plastique à une valeur finie, déterminée par le niveau de contrainte appliqué, la température et l'état microstructural du matériau,

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \dot{\gamma}(S, \tau, T) \\ \tau &= \tau(S, \dot{\gamma}, T) \end{aligned} \quad (1-5)$$

où  $S$  représente l'ensemble des paramètres nécessaires pour caractériser l'état microstructural. Les déformations plastiques instantanées sont donc interdites, ce qui a été longtemps contesté en particulier par ALDEN (1972, 1985). Une procédure expérimentale pour tester la validité de l'équation (1-5) consiste à imposer, lors d'un essai de traction, un changement de la vitesse de traverse (ou un changement de la vitesse de déformation totale -élastique plus plastique- dans le cas d'un pilotage par extensomètre). Dans ce cas la contrainte évolue continûment et la vitesse de déformation plastique est elle-même continue au point de changement de vitesse. Si l'équation (1-5) s'applique. Après de longues controverses sur cet essai, pour lequel la précision expérimentale est primordiale, il semble que la continuité de  $\dot{\gamma}$  ne soit pas prise en défaut (GIBELING, HOLBROOK et NIX, 1984 ; GIBELING et ALDEN, 1986)

Compte-tenu du champ de contraintes internes développé au sein du matériau par les défauts d'écroutissage, une autre notion fondamentale est celle de la partition de la contrainte appliquée en deux termes

$$\tau = \tau_{\mu} + \tau^* \quad (I-6)$$

où  $\tau_{\mu}$  représente la contrainte interne à longue distance développée par les obstacles qui ne peuvent être franchis par activation thermique, et  $\tau^*$  représente la contrainte effective, associée aux obstacles de moindre résistance, qui peuvent être franchis par activation thermique. Dans le cadre de la théorie des processus activés, l'écoulement plastique nécessite qu'une valeur non nulle de  $\tau^*$  soit atteinte, même si cette valeur peut être très faible (et en pratique négligeable) dans le cas des déformations à chaud.

#### 1.4. Modélisations de la contrainte effective.

La contrainte effective  $\tau^*$  détermine la réponse instantanée (en terme de vitesse de déformation) à une variation de la contrainte appliquée, c'est-à-dire la sensibilité à la vitesse de déformation,  $m = \partial \ln \tau / \partial \ln \dot{\gamma}$ , à état microstructural fixé.

Dans l'expression (I-4) l'énergie libre d'activation  $\Delta G$  est associée aux obstacles franchissables par activation thermique. Considérant alors que  $\Delta G$  est une fonction de la contrainte effective  $\tau^*$  et de la température  $T$ , l'inversion de (I-4) conduit à (KLEPACZKO, 1968)

$$\tau^* = \Delta G^{-1} [kT \ln(\nu_0 / \dot{\gamma})] \quad (I-7)$$

où  $\nu_0 = \alpha \rho b \lambda v$  et  $\Delta G^{-1}$  désigne la fonction inverse de  $\Delta G$ . Une expression empirique décrivant de façon satisfaisante les essais de relaxation à basse température, pour lesquels l'évolution de la microstructure (et donc de  $\tau_{\mu}$ ) peut être négligée, a été proposée par GUPTA et LI (1970)

$$\dot{\gamma} = A(\tau^* / \tau_{\mu})^n$$

où  $\tau_d$  dépend de la microstructure et  $A$  dépend de la microstructure et de la température. Cette expression résulte de la combinaison de l'équation d'OROWAN (1-2) et de la relation de JOHNSTON et GILMAN (1-3) dans laquelle  $\tau$  est remplacé par  $\tau^*$ . La contrainte  $\tau_d$  peut être considérée comme représentant la "hauteur" des obstacles franchissables par activation thermique (KOCKS, ARGON et ASHBY, 1975).

### 1.5. Modélisations de la contrainte interne.

La contrainte interne  $\tau_{\mu}$  traduit la résistance de la microstructure à la poursuite de l'écoulement plastique. Cette contrainte augmente au cours de la déformation en raison de la multiplication des dislocations, et donc des obstacles (empilements, parois, ou intersections de dislocations ...). Il est admis que cette contrainte est le résultat des processus simultanés d'écrouissage et de restauration thermique (réarrangement et annihilation des dislocations). L'influence de "l'histoire de déformation" (en termes de vitesse de déformation et de température) sur la contrainte interne à un niveau donné de déformation cumulée résulte des effets thermiquement activés de restauration.

L'évolution de  $\tau_{\mu}$  est souvent décrite à l'aide de la relation de BAILEY-OROWAN,

$$\frac{d\tau_{\mu}}{d\gamma} = h - \frac{r}{\dot{\gamma}} \quad (1-9)$$

où  $h$  est le taux d'évolution de la contrainte interne ( $\partial\tau_{\mu}/\partial\gamma$ ) en l'absence de restauration et  $r$  est la vitesse de restauration ( $-\partial\tau_{\mu}/\partial t$ ) en l'absence de déformation. Cette équation, basée sur une cinétique de restauration fonction du temps, a été fortement critiquée au cours des dix dernières années (KOCKS, 1976 ; MECKING et KOCKS, 1981). Il apparaît, sur la base de résultats expérimentaux, que le taux de durcissement  $\frac{d\tau_{\mu}}{d\gamma}$  est plutôt gouverné

par une relation du type (MECKING et KOCKS, 1981)

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = h - C \cdot \dot{\gamma}^{-1/n} \quad (I-10)$$

où  $C$  et  $n$  sont des constantes ( $n \sim 5$ ). L'explication généralement avancée est que la restauration dynamique est un processus mécanique dont la cinétique doit être exprimée en fonction de la déformation. L'approche suivie consiste alors à développer des modèles basés sur la loi d'évolution de la densité des dislocations  $\rho$ , prise comme variable interne caractérisant l'état d'écrouissage du matériau. Considérant donc que la contrainte interne  $\tau_{\mu}$  résulte principalement d'une interaction entre dislocations, celle-ci est exprimée sous la forme

$$\tau_{\mu} = \alpha \mu b \sqrt{\rho} \quad (I-11)$$

où  $\mu$  est le module de cisaillement, et  $\alpha$  une constante de l'ordre de l'unité. Cette relation est généralement bien vérifiée, par exemple pour trois ordres de grandeur des contraintes dans le cuivre déformé à la température ambiante (MECKING et KOCKS, 1981). Afin d'obtenir l'évolution de  $\tau_{\mu}$  avec la déformation, il convient de coupler cette relation avec une loi d'évolution de la densité de dislocations. Ces lois d'évolution s'expriment d'une façon générale sous la forme :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = M_g - M_a \quad (I-12)$$

où  $M_g$  et  $M_a$  désignent respectivement les taux de multiplication et d'annihilation des dislocations. Pour un volume unitaire,  $\rho$  dislocations qui, une fois générées, parcourent une distance  $\lambda$  avant d'être arrêtées par des obstacles (et stockées dans le matériau), produisent une distorsion  $\gamma = \rho b \lambda$ . Il s'ensuit que  $M_g$  est donné par :

$$M_g = \frac{1}{b\lambda} \quad (I-13)$$

L'analyse des résultats expérimentaux d'écroutissage conduit par ailleurs à estimer que  $M_a$  est proportionnel à  $(\tau_u - \tau_v)^2$  (où  $\tau_v$  est une contrainte voisine du seuil d'écoulement, KLEPACZKO et CHIEM, 1986). Ceci correspond à une cinétique d'annihilation du second ordre, qui se traduit pour  $M_a$  par :

$$M_a = k_a (\dot{\gamma}, T) \rho \quad (I-14.a)$$

$$\text{ou } M_a = k_a (\dot{\gamma}, T) (\rho - \rho_0) \quad (I-14.b)$$

où le terme d'annihilation  $k_a$  dépend de la vitesse et de la température de déformation. Dans la version (I-14-b) la densité de dislocations  $\rho_0$  du matériau non déformé est introduite afin de rendre compte correctement des conditions initiales (KLEPACZKO, 1986).

L'ensemble des équations (I-11) à (I-14) résume l'approche suivie par de nombreux auteurs (ROBERTS et BERGSTROM, 1973 ; KOCKS, 1976 ; MECKING et KOCKS, 1981 ; ESTRIN et MECKING, 1984 ; KLEPACZKO et CHIEM, 1986). Pour  $\dot{\gamma}$  et  $T$  fixés, l'équation (I-12), où  $M_g$  et  $M_a$  sont donnés respectivement par (I-13) et (I-14), peut être intégrée pour obtenir l'évolution de  $\rho$  puis de  $\tau_u$  (équ. I-11) en fonction de la déformation. Une hypothèse reste à faire sur l'éventuelle évolution du libre parcours moyen  $\lambda$  (équ. I-13) en fonction de la déformation. Deux cas peuvent être envisagés : si les dislocations restent réparties de façon relativement homogène au cours de la déformation, le libre parcours moyen est proportionnel à l'espacement des dislocations,  $L=1/\sqrt{\rho}$ , soit pour  $M_g$  (équ. I-13)

$$M_g = \frac{k_0}{b} \sqrt{\rho} \quad (I-15)$$

avec :  $k_0 = L/\lambda$

Ceci correspond à l'hypothèse de KOCKS (1976).

Le libre parcours moyen peut aussi être déterminé par certaines caractéristiques morphologiques ou microstructurales du matériau (diamètre de grains dans le cas de grains très fins, distance entre précipités, ou taille des cellules de dislocations se formant au cours de la déformation). Dans le cas des métaux de structure c.f.c., ROBERTS et BERGSTROM (1973) ont proposé de rendre compte de l'évolution de libre parcours  $\lambda$  entre une valeur initiale  $\lambda_0$  et une valeur d'équilibre  $\lambda_s$  par une cinétique du premier ordre, qui conduit à :

$$\lambda = \lambda_0 + (\lambda_s - \lambda_0) \cdot \exp(-k_0 c) \quad (I-16)$$

où  $k$  est une "constante de vitesse". On peut imaginer que cette équation puisse s'appliquer à la formation d'une sous-structure en cellules de dislocations.

### 1.6 Influence de la taille des grains et des parois de sous-grains.

Pour un matériau donné, l'influence de la taille de grains sur la contrainte d'écoulement est généralement exprimée par la relation de HALL et PETCH,

$$\tau = \tau_0 + k_g D^{-1/2} \quad (I-17)$$

où  $\tau_0$  est une "contrainte de frottement",  $D$  la taille de grains et  $k_g$  une constante. L'interprétation généralement donnée de cette influence s'appuie sur les conditions de compatibilité entre grains, qui, pour être vérifiées, nécessitent dans chaque grain la mise en action de davantage de systèmes de glissement qu'il ne serait requis pour des grains "libres", (KOCKS, 1970). De fait, on observe que la densité de dislocations est une fonction



décroissante de  $D$  (JOHNSTON et FELTNER, 1970).

L'effet de la déformation des parois de sous-grains sous l'action de la contrainte appliquée a également été étudié (GIBELING et NIX, 1980 ; ARGON et TAKEUCHI, 1981). Ces auteurs ont montré que la flexion des parois induit des contraintes internes à grande distance, de périodicité égale à la taille des sous-grains, et dont l'intensité maximale est du même ordre de grandeur que la contrainte appliquée.

### 1.7. Conclusion.

Les modélisations de l'écoulement plastique des métaux sur la base des mécanismes physiques responsables de l'écrouissage et de sa sensibilité, à l'histoire de déformation continuent de faire l'objet d'une grande diversité d'approches. Alors qu'un certain nombre de modèles se sont attachés à rendre compte du comportement observé dans des conditions de sollicitation bien déterminées (particulièrement dans le cas du fluage, qui a fait l'objet d'une littérature spécifique abondante, non décrite dans ces rappels bibliographiques) on assiste maintenant à un effort pour décrire l'écoulement plastique à l'aide d'équations d'évolution de la microstructure susceptibles de s'appliquer dans un large domaine de conditions expérimentales. Toutefois, les comparaisons entre modèle et expérience pour trois conditions de sollicitation classiques, (traction à vitesse constante, relaxation de la charge et fluage) et dans un large domaine de conditions expérimentales, sont à poursuivre pour tester la validité des modèles proposés.

CHAPITRE II
-------------

\*  
\* \*

ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'ALUMINIUM

POLYCRISTALLIN EN TRACTION À VITESSE CONSTANTE

- II-1 Introduction
- II-2 Principe de l'analyse du comportement viscoplastique
- II-3 Caractéristiques générales de la déformation plastique de l'aluminium
  - II-3.1 Comportement de basse température
  - II-3.2 Comportement de haute température
- II-4 Analyse des courbes de traction à partir de modèles physiques
  - II-4.1 Modèles utilisant la densité de dislocations comme variable interne
  - II-4.2 Modèle utilisant la densité de dislocations et la taille des sous-grains comme variables internes.
  - II-4.3 Mise au point définitive du modèle
- II-5 Conclusion

## ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'ALUMINIUM

### POLYCRISTALLIN EN TRACTION A VITESSE CONSTANTE

#### II.1 Introduction

Les essais présentés par MLIHA-TOUATI (1985) sur l'aluminium A5 recuit sont à la base de la modélisation que nous nous proposons de construire dans ce travail. Ces essais fournissent en effet des résultats dans un vaste domaine de conditions expérimentales sur un même matériau. De plus, les conditions thermiques des essais, effectués dans un bain thermostaté, permettent de considérer avec une très bonne précision que ceux-ci sont réalisés dans des conditions isothermes.

Rappelons les principales caractéristiques de ces essais :

- vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}$  de l'ordre de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$
- températures de 77 K à 540 K.

En plus des tractions effectuées à conditions de déformation inchangées tout au long de l'essai, des expériences avec changement de vitesse ou changement de température en cours d'essai ont également été réalisées.

Enfin, ces essais, effectués à vitesse d'allongement total constante, correspondent à des vitesses de déformation plastique  $\dot{\epsilon}$  variables au cours de la traction. Toutefois, la différence que l'on peut attendre de tels essais par rapport à des essais à vitesse de déformation constante sont tout-à-fait négligeables (MLIHA-TOUATI, 1985).

#### II.2 Principe de l'analyse du comportement viscoplastique

L'analyse des résultats est effectuée sur la base d'une approche à variables internes, où la contrainte  $\tau$  dépend des conditions de sollicitation (vitesse de déformation  $\dot{\gamma}$  et température  $T$ ) et de l'état microstructural du matériau (1-5). En notant  $\rho_i$ ,  $i = 1, n$ , les variables

nécessaires pour caractériser l'état microstructural, l'équation (I-5) se ré-écrit :

$$\tau = \tau(\rho_1, \dot{\gamma}, T) \quad (II-1.a)$$

Ces variables  $\rho_1$  obéissent en outre à des lois d'évolution, qui s'expriment en fonction des conditions de vitesse et de température ainsi que l'état actuel du matériau, soit pour  $\rho_1$

$$\frac{d\rho_1}{d\gamma} = f_1(\rho_j, \dot{\gamma}, T) \quad ; \quad j = 1, n \quad (II-2.a)$$

On admettra également, selon l'idée développée par MECKING et KOCKS (1981) que toutes ces variables évoluent vers une valeur de saturation, fonction uniquement de  $\dot{\gamma}$  et  $T$ , soit :

$$\rho_{1s} = \rho_{1s}(\dot{\gamma}, T) \quad (II-3)$$

où l'indice  $s$  indique la valeur de saturation.

Enfin, la contrainte appliquée  $\tau$  sera considérée comme la somme d'une contrainte interne  $\tau_{\mu}$ , ne dépendant en première approximation que de l'état microstructural, et d'une contrainte effective  $\tau^*$  fonction de l'état microstructural, de  $\dot{\gamma}$  et de  $T$  :

$$\tau_{\mu} = \tau_{\mu}(\rho_1) \quad (II-4.a)$$

$$\tau^* = \tau^*(\rho_1, \dot{\gamma}, T) \quad (II-5)$$

Il est clair que, si la contrainte interne  $\tau_{\mu}$  ne dépend que des  $\rho_1$ , sa vitesse d'évolution  $d\tau_{\mu}/d\gamma$ , dépend des  $\rho_1$ , de  $\dot{\gamma}$  et de  $T$ , en raison des lois d'évolution des  $\rho_1$  (II-2.a). Ainsi, le niveau de la contrainte interne  $\tau_{\mu}$  pour une valeur donnée de déformation plastique cumulée dépend des

conditions antérieures de sollicitation, c'est-à-dire de l'histoire de déformation. Une brusque modification des conditions de sollicitation la laisse (instantanément) inchangée, tandis que l'on observe une modification immédiate de la contrainte effective  $\tau^*$ , responsable de la sensibilité instantanée à la vitesse de déformation (ou à la température). La figure (II-1) illustre cette schématisation.

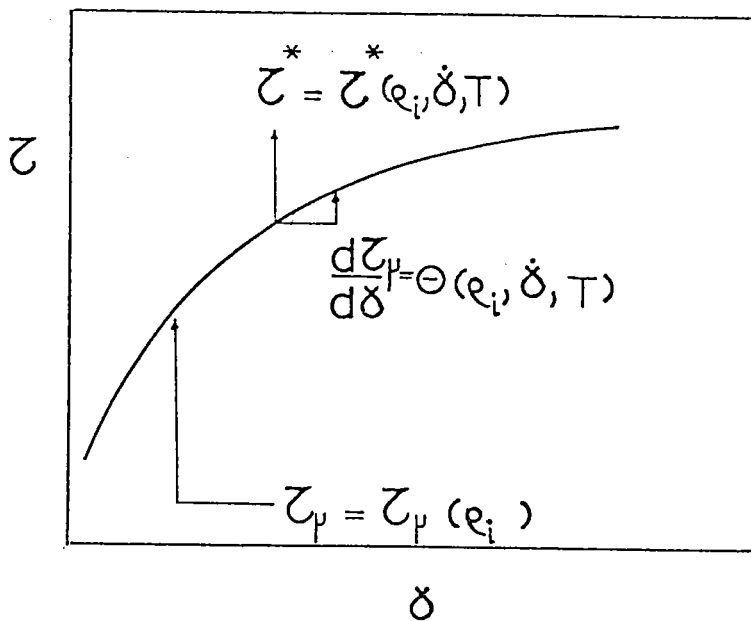


Figure II-1 : Partition de la contrainte appliquée en contrainte interne  $\tau_\mu$  et contrainte effective  $\tau^*$ .  $\tau_\mu$  dépend de "l'histoire de déformation",  $\tau^*$  est responsable de la "réponse instantanée" à une modification des conditions expérimentales.

Considérons maintenant une histoire de déformation particulière (par exemple à  $\dot{\gamma}$  et  $T$  fixés). Les variables internes présentent une évolution,  $\rho_i(\gamma)$ , qui est obtenue par intégration du système d'équations (II-2.a). Les  $\rho_i$  tendent avec des "vitesses" variables, vers leur valeur de saturation. Par ailleurs, la loi  $\tau(\gamma)$  se déduit de l'équation (II-10.a), "la vitesse" avec laquelle  $\tau$  tend vers sa valeur de saturation  $\tau_s(\dot{\gamma}, T)$  est régie par la variable interne présentant la vitesse d'évolution la plus lente, soit  $\rho_1$  (figures II-2).

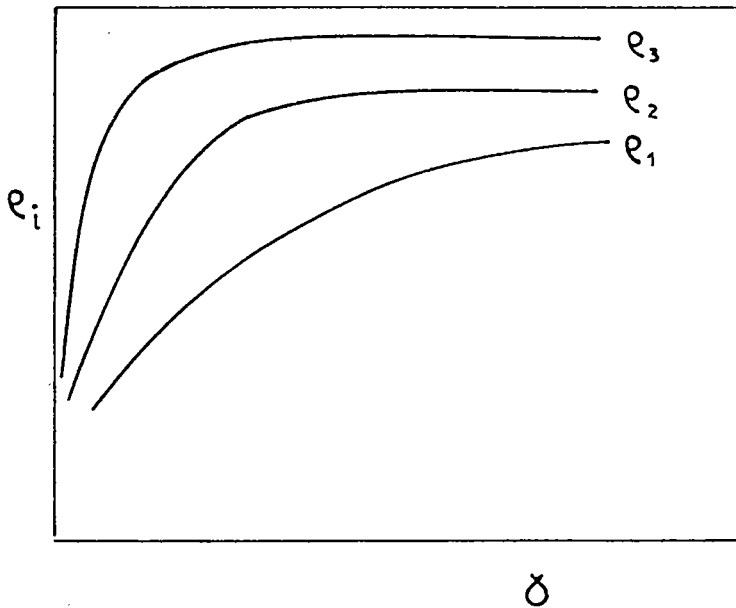


Figure 11-2.a : Courbes décrivant l'évolution des variables internes  $\rho_i$ , qui tendent, avec des "vitesses" variables, vers leur valeur de saturation.

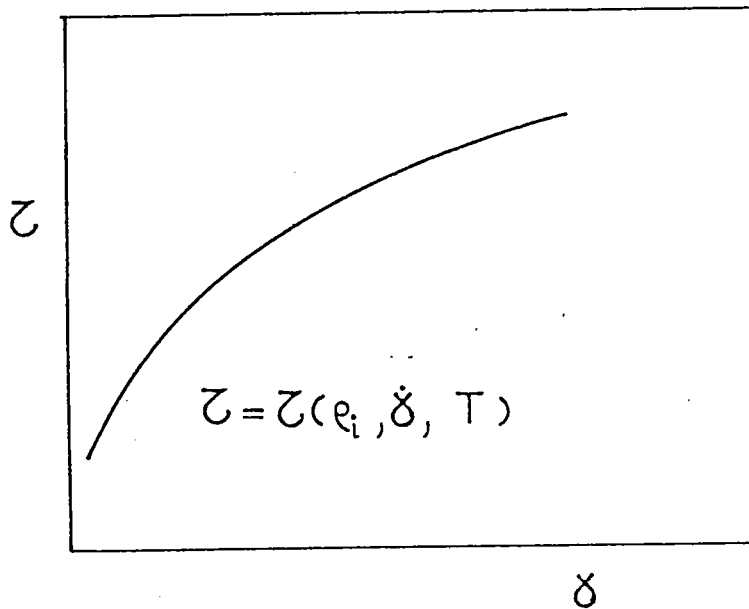


Figure 11-2.b : Principe de description du comportement à l'aide de variables internes ; la "vitesse" avec laquelle  $\tau$  tend vers sa valeur de saturation  $\tau_s(\dot{\gamma}, T)$  est régie par la variable  $\rho_1$ , qui présente l'évolution la plus lente.

Si l'on cherche maintenant à établir une description simplifiée du comportement faisant appel à une seule variable interne et représentant correctement la réponse du matériau en "grandes déformations", il convient de considérer que toutes les variables internes, sauf  $\rho_1$ , présentent dès le début de la déformation leur valeur de saturation,

$$\rho_j = \rho_{js}(\dot{\gamma}, T) \quad ; \quad j = 2, n \quad (II-6)$$

la loi d'évolution de  $\rho_1$  s'écrit alors (II-2.a)

$$\frac{d\rho_1}{d\gamma} = f_1(\rho_1, \rho_{js}, \dot{\gamma}, T) \quad j = 2, n \quad (II-2.b)$$

Par intégration, et compte-tenu des conditions initiales,  $\rho_1 = \rho_{10}$  pour  $\gamma=0$ , on obtient :

$$\rho_1 = \rho_1(\gamma)$$

puis  $\tau$  en remplaçant dans (II-1.a)

$$\tau = \tau(\rho_1, \rho_{js}, \dot{\gamma}, T) \quad (II-1.b)$$

On remarquera que l'on fait une erreur sur  $\rho_1(\gamma)$  en considérant dans l'intégration de (II-2.b) que les  $\rho_j (j \neq 1)$  ont atteint dès le début de la déformation leur valeur de saturation. De plus, considérant que les variables internes  $\rho_i$  ont été choisies de façon telle que la contrainte  $\tau$  soit une fonction croissante de ces variables, la description du comportement par l'équation (II-1.b) au lieu de  $\tau = \tau(\rho_1, \dot{\gamma}, T)$  (équ. II-1.a) conduit, au début de la déformation, à une surestimation de la contrainte.

En particulier, la contrainte initiale  $\tau_0$  obtenue par l'approche simplifiée est donnée par :



$$\tau_{\theta} = \tau(\rho_{1\theta}, \rho_{js}, \dot{\gamma}, T) \quad j = 2, n \quad (11-7.b)$$

au lieu de :

$$\tau_{\theta} = \tau(\rho_{1\theta}, \dot{\gamma}, T) \quad i = 1, n \quad (11-7.a)$$

Cette schématisation où une seule variable interne gouverne le processus d'écrouissage est illustrée sur les figures (11-3)

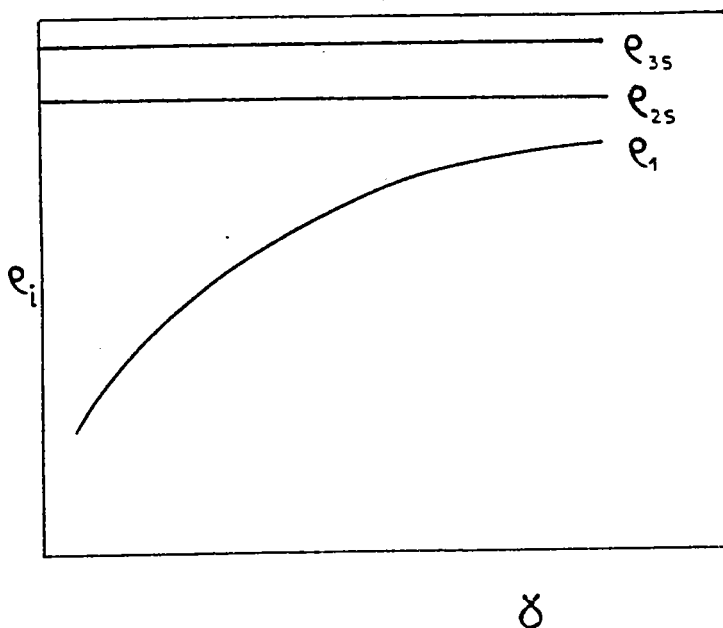


Figure II-3.a : Courbes décrivant l'évolution d'une seule variable interne  $e_1$  ; toutes les autres variables internes sont prises égales à leur valeur de saturation.

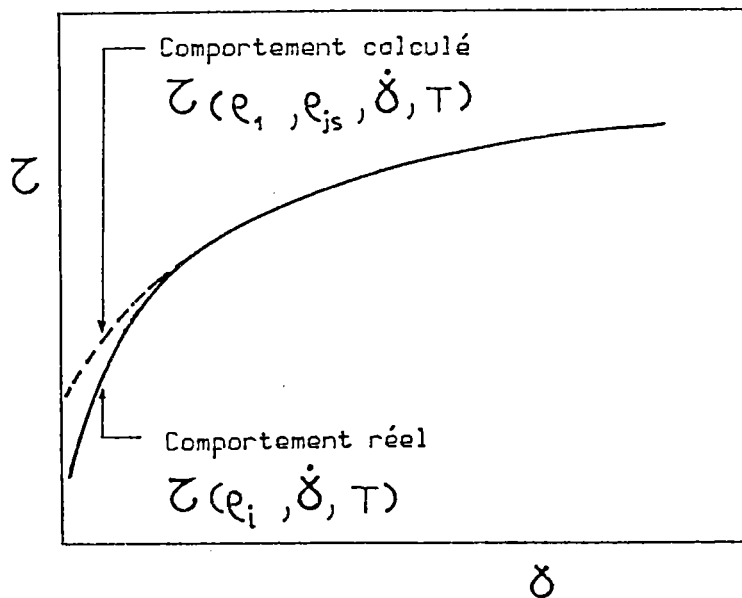


Figure II-3.b : Principe de description simplifiée du comportement ;  $\tau(\gamma)$  est obtenu de façon approchée en utilisant l'expression (II-1.b)

## II.3 Caractéristiques générales de la déformation plastique de l'aluminium

### II.3-1 Comportement de basse température

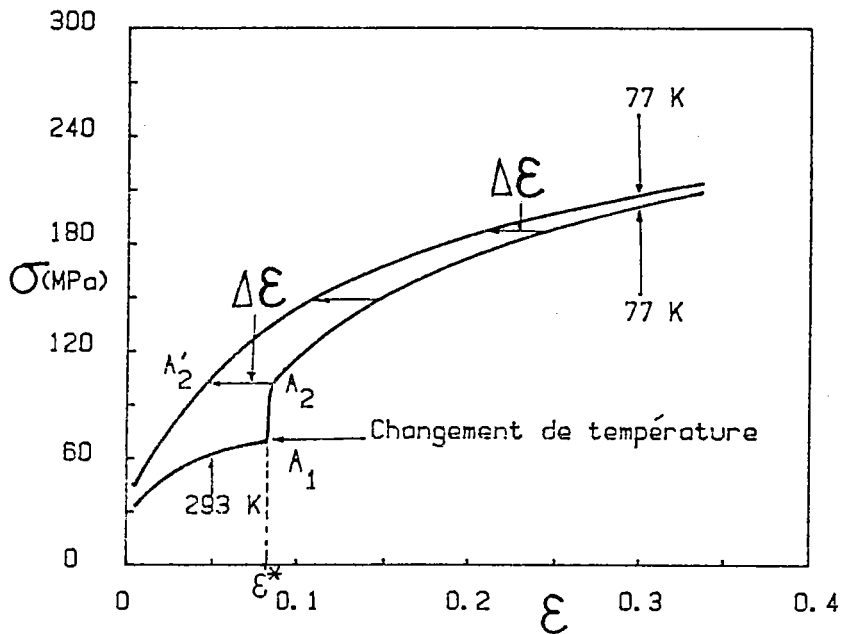
La figure (II-4.a) reprend le résultat obtenu par MLIHA-TOUATI (1985) après un changement de température de 293 K à 77 K. On constate pour cet essai l'absence de transitoire appréciable après le changement de température, de sorte que la considération d'une seule variable interne est suffisante pour rendre compte du comportement observé. Soit  $\rho$  cette variable, on peut alors écrire :

$$\sigma = \sigma(\rho, \epsilon, T) \quad (\text{II-1.c})$$

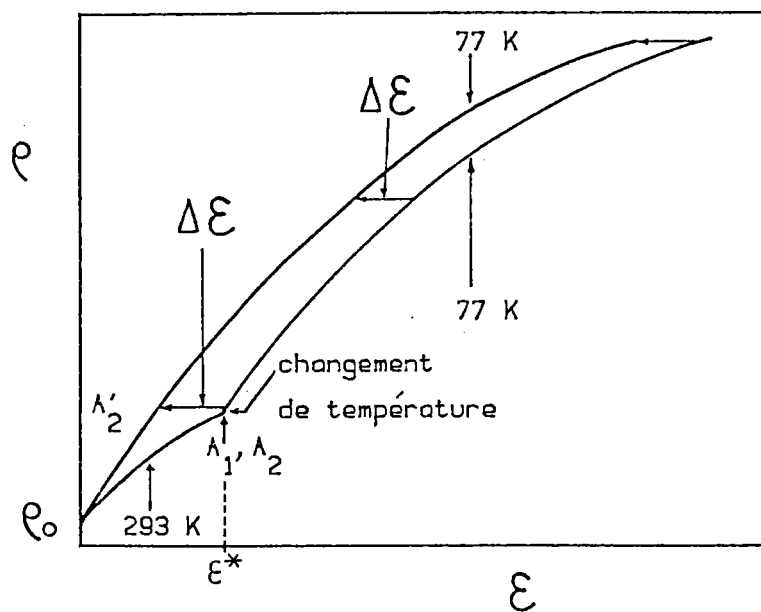
et

$$\frac{d\rho}{d\epsilon} = f(\rho, \epsilon, T) \quad (\text{II-2.c})$$

Il résulte de cette schématisation que les points  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_2'$  de la figure (II-4.a) correspondent (rigoureusement) au même état du matériau (et par conséquent à la même contrainte interne  $\sigma_{\mu}$ ). La variation de contrainte  $\Delta\sigma$  entre les points  $A_1$ ,  $A_2$  représente la variation de contrainte effective  $\Delta\sigma^*$  entre les deux températures de 293 K et 77 K, pour le même état du matériau. La figure (II-4.b) représente schématiquement l'évolution de  $\rho(\epsilon)$  pour l'essai avec changement de température, et pour l'essai continu à 77 K. La translation  $\Delta\epsilon$  nécessaire pour superposer les deux portions de courbes à 77 K est évidemment la même que sur la figure (II-4.a) ; elle correspond à l'écart de déformation pour obtenir la même valeur de  $\rho$ , à  $\epsilon^*$  pour une déformation à 293 K et  $\epsilon^* + \Delta\epsilon$  ( $\Delta\epsilon < 0$ ) pour une déformation à 77 K.



**Figure II-4.a** : Courbe  $\sigma$ - $\epsilon$  après un changement de température de 293 K à 77K  
 $\Delta\epsilon$  représente la translation permettant de superposer les 2  
 courbes à 77 K ; on notera l'absence de transitoire.



**Figure II-4.b** : Schéma de l'évolution de la variable interne  $\rho$ , pour un  
 essai continu et dans le cas d'un essai avec saut de tempé-  
 rature (ou de vitesse de déformation).

### II-3.2 Comportement de haute température

Le comportement lors d'un changement de température de 360 K à 420 K est représenté sur la figure (II-5.a).

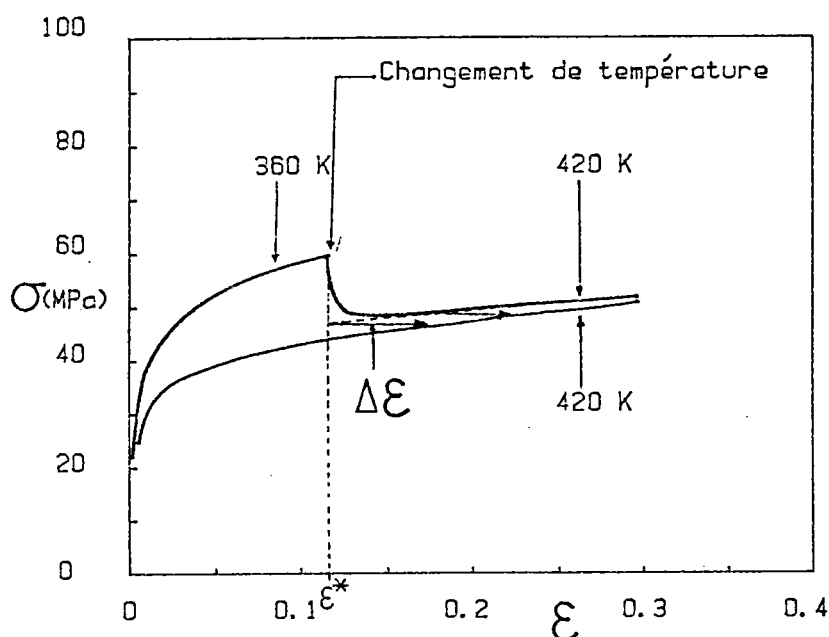


Figure II-5.a : Courbe  $\sigma$ - $\epsilon$  après un changement de température de 360 K à 420 K.  $\Delta\epsilon$  représente la translation permettant de superposer les deux courbes à 420 K après le transitoire.

On observe alors un transitoire qui s'étend sur sensiblement 3 % de déformation et au delà duquel, comme précédemment, les deux courbes obtenues à la même température (ici, 420 K) peuvent être superposées par translation le long de l'axe des déformations. La présence d'un transitoire démontre que la microstructure qui se développe au cours de l'essai à 360 K (au point  $A_1$ ) est différente de celle obtenue en n'importe quel point de l'essai continu à 420 K. Cela signifie que deux paramètres (au moins) sont nécessaires pour

caractériser la microstructure. Considérant de plus, conformément à l'argumentation de MLIHA-TOUATI (1985), que la contrainte effective est négligeable à haute température, et en ne prenant en considération que deux paramètres microstructuraux, on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho_1}{d\epsilon} &= f_1(\rho_1, \rho_2, \epsilon, T) \\ \frac{d\rho_2}{d\epsilon} &= f_2(\rho_1, \rho_2, \epsilon, T) \end{aligned} \right\} \quad (11-2.d)$$

$$\sigma \approx \sigma_{\mu}(\rho_1, \rho_2) \quad (11-4.b)$$

Cette modélisation conduit à interpréter le transitoire comme correspondant à l'évolution de la variable  $\rho_2$  (présentant la plus grande vitesse d'évolution) entre la valeur de saturation qu'elle avait atteinte lors de la première étape de l'essai (à 360 K) et sa nouvelle valeur de saturation, caractéristique de la seconde étape (à 420 K). La schématisation permettant d'estimer le comportement au cours de la seconde étape, et au delà du transitoire, consiste à supposer que  $\rho_2$  prend instantanément sa nouvelle valeur de saturation lors du changement de température. Le comportement après le changement de température est alors décrit par :

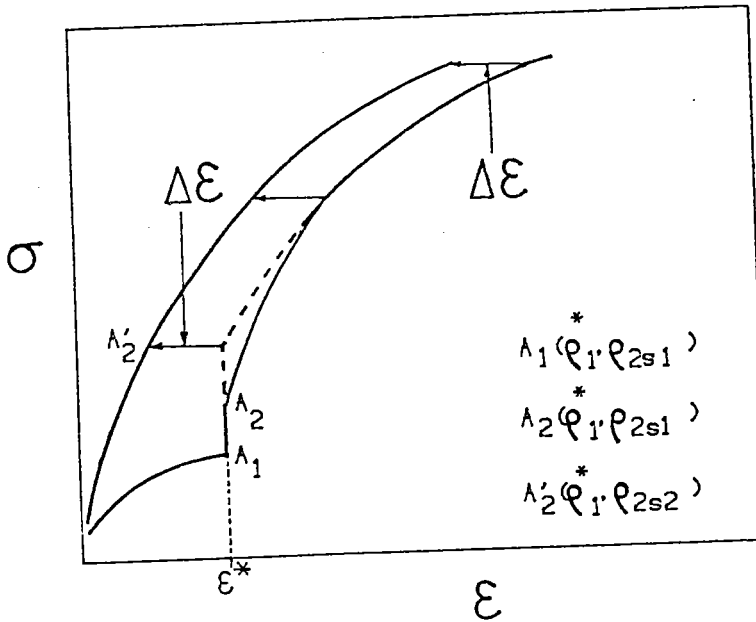
$$\frac{d\rho_1}{d\epsilon} = f_1(\rho_1, \rho_{2s2}, \epsilon_2, T_2) \quad (11-2.e)$$

$$\rho_2 = \rho_{2s}(\epsilon_2, T_2) = \rho_{2s2} \quad (11-6.b)$$

$$\sigma \approx \sigma_{\mu}(\rho_1, \rho_{2s2}) \quad (11-4.c)$$

où l'indice 2 sur  $\epsilon$ ,  $T$  et  $\rho_{2s}$  se réfère aux nouvelles conditions de sollicitation. Cette schématisation présente les caractéristiques d'un modèle à une seule variable, et le transitoire n'est évidemment pas décrit :

la courbe  $\sigma(\epsilon)$  au cours de la seconde étape est alors immédiatement parallèle à la courbe continue à 420 K. Le saut de contrainte ainsi introduit par la schématisation lors du changement de température ne représente pas une sensibilité instantanée à la température de déformation : il est lié à l'approximation selon laquelle  $\rho_2$  prend instantanément sa nouvelle valeur de saturation (Figure II-5.b).



**Figure II-5.b** : Courbes  $\sigma$ - $\epsilon$  après un changement de température ou de vitesse ;

- (----) courbe théorique obtenue en supposant une brusque variation de  $\rho_2$  entre ses 2 valeurs de saturation ;
- (—) courbe expérimentale (les points  $A_1$  et  $A_2$  sont confondus si la contrainte effective est négligeable).

## II-4 Analyse des courbes de traction à partir de modèles physiques.

Pour les essais de haute température, la contrainte effective est négligeable et la contrainte totale est donnée par  $\tau \approx \tau_{\mu}$ . La modélisation est alors basée sur la connaissance de l'expression de  $\tau_{\mu}$  en fonction des variables internes d'une part et des lois d'évolution des variables internes d'autre part. Le passage de la loi  $\tau(\gamma)$  (cisssion résolue - distorsion) à la loi  $\sigma(\epsilon)$  (contrainte uniaxiale - déformation uniaxiale) se fera par les chargements de variables utilisant le facteur de Taylor  $\bar{M}$ ,  $\sigma = \bar{M}\tau$  ;  $\epsilon = \gamma/\bar{M}$ .

### II-4.1 Modèles utilisant la densité de dislocations comme variable interne.

Conformément à de nombreuses observations par microscopie électronique, la contrainte interne est exprimée par (cf. équation I-11)

$$\tau_{\mu} = \alpha\mu b\sqrt{\rho} \quad (II-8)$$

et la loi de multiplication des dislocations est donnée par (cf. équations (I-12, I-13 et I-14)) :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{1}{b\lambda} - k_a\rho \quad (II-9.a)$$

ou

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{1}{b\lambda} - k_a(\rho - \rho_0) \quad (II-9.b)$$

où  $\alpha$  est une constante de l'ordre de l'unité,  $\mu$  est le module de cisaillement,  $b$  est la norme du vecteur de Burgers,  $\rho$  est la densité de dislocations,  $\lambda$  est le libre parcours moyen des dislocations,  $k_a$  est le terme d'annihilation et  $\rho_0$  est la valeur initiale de  $\rho$ . On notera que, sauf



observations suivantes (figure II-6) :

- la courbe est très bien décrite au delà de  $\sim 10\%$  de déformation ; en deçà de cette valeur, les contraintes sont surestimées.
- la contrainte  $\sigma_0$ , extrapolée à déformation nulle, est pour l'ensemble des essais, de l'ordre de la moitié de la contrainte de saturation  $\sigma_s$ .

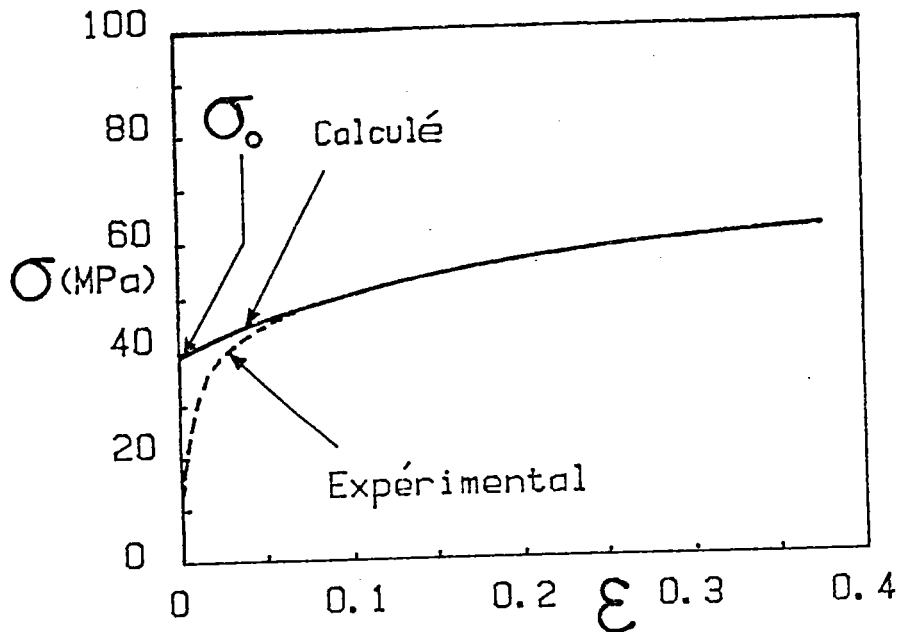
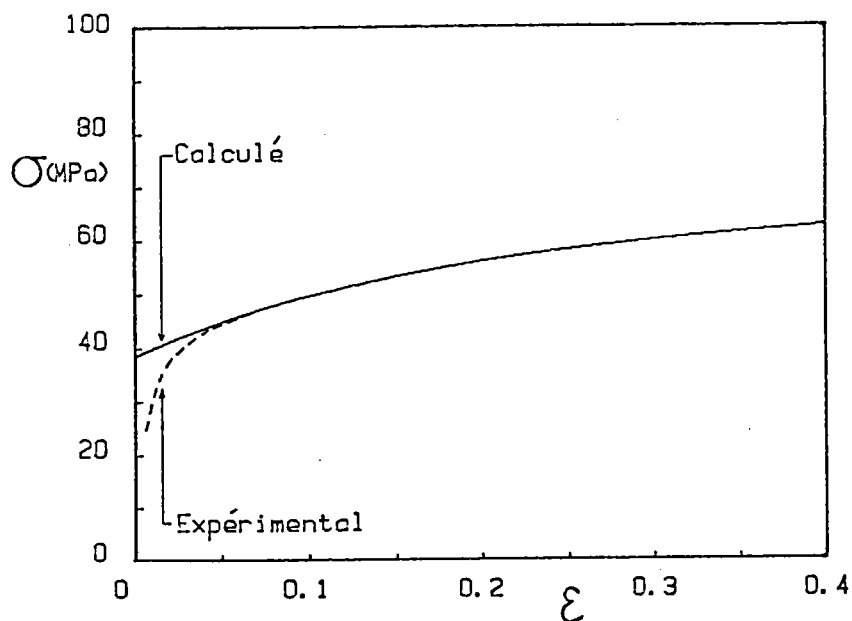


Figure II-6 : Ajustement de la courbe expérimentale ( $T = 398\text{ K}$  ;  $\dot{\epsilon} = 1.67.10^{-4}\text{ s}^{-1}$ ) suivant la relation (II-3) (loi de VOCE). L'ajustement effectué en "grande déformations", diverge de la courbe expérimentale en deçà de  $\sim 10\%$ .

On notera que, d'après l'équation (II-8), la contrainte  $\sigma_0 = \sigma_s(1-K)$  devrait être égale à  $\bar{m}\alpha\mu b/\rho_0$ , et donc constante, (aux variations près du module de cisaillement) pour tous les essais. Ceci n'est pas le cas, et provient de l'intervention d'une autre variable interne. La seule solution,



**Figure 11-7** : Ajustement de la courbe expérimentale ( $T = 398 \text{ K}$ ,  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) suivant la relation (11-18). L'ajustement effectué en "grande déformations", diverge de la courbe expérimentale en deçà de  $\epsilon \sim 8\%$ .

au tout début de la déformation plastique, une faible différence est à atteindre de l'utilisation de (II-9.a) ou (II-9.b), en raison du fort taux de multiplication des dislocations, et donc des fortes valeurs de  $\rho$  (par rapport à  $\rho_0$ ) atteintes pour de faibles valeurs de déformation.

Une première hypothèse consiste à supposer que le libre parcours moyen est proportionnel à l'espacement des dislocations supposées réparties de façon homogène, ce qui conduit à exprimer l'équation (II-9.a) sous la forme (cf. équation I-15),

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{k_0}{b} \sqrt{\rho} - k_a \rho \quad (\text{II-10})$$

L'utilisation de l'équation (II-8) conduit à l'équation différentielle pour  $\tau_\mu$

$$\frac{d\tau_\mu}{d\gamma} = \frac{1}{2} \alpha \mu k_0 \left[ 1 - \frac{k_a}{k_0} \cdot \frac{\tau_\mu}{\alpha \mu} \right] \quad (\text{II-11})$$

dont l'intégration fournit

$$\tau_\mu = \tau_s \left[ 1 - K \exp \left( - \frac{k_a}{2} \cdot \gamma \right) \right] \quad (\text{II-12})$$

avec  $\tau_s = \alpha \mu k_0 / k_a$ , et où  $K$  est la constante d'intégration.

Le passage à la loi  $\sigma(\epsilon)$  donne enfin :

$$\sigma = \sigma_s \left[ 1 - K \exp \left( - \frac{\bar{n} k_a \epsilon}{2} \right) \right] \quad (\text{II-13})$$

avec

$$\sigma_s = \frac{\bar{n} \alpha \mu k_0}{k_a}$$

Cette loi est en fait celle proposée par VOCE (1948), et dont la justification physique a été fournie par KOCKS (1976). Le lissage, selon cette loi, des courbes  $(\sigma, \epsilon)$  en "grandes déformations" conduit aux

avec l'équation (II-8), consiste à supposer que  $\alpha$  dépend d'une autre variable interne (à évolution rapide) qui peut être la taille des sous-grains  $d$ . Selon la schématisation considérant que  $d = d_s$  tout au long de la traction, on a :

$$\sigma_o = \bar{n}\alpha(d_s) \mu b \sqrt{\rho_o} \quad (II-14.a)$$

$$\sigma_s = \bar{n}\alpha(d_s) \mu b \sqrt{\rho_s} \quad (II-14.b)$$

Alors que la valeur "exacte" de  $\sigma_o$  serait

$$\sigma_o = \bar{n}\alpha(d_o) \mu b \sqrt{\rho_o} \quad (II-14.c)$$

La surestimation des contraintes en "petites déformations" est tout à fait logique compte-tenu de la schématisation à une variable interne (cf. II-2, figure II-3). Par contre, la principale incohérence physique de cette modélisation concerne le rapport entre les densités de dislocations à saturation et initiale,  $\rho_s/\rho_o$ , qui est déterminé par  $(\sigma_s/\sigma_o)^2 \approx 4$ . Cette valeur est évidemment beaucoup trop faible.

Une seconde hypothèse est de considérer que le libre parcours moyen  $\lambda$  est déterminé par une caractéristique microstructurale du métal, et plus précisément, dans le cas des déformations à chaud, par la taille de sous-grains  $d$ . En supposant donc que  $\lambda$  est proportionnel à  $d$  ( $\lambda = d/k_o$ , où  $k_o$  est une constante de proportionnalité), l'équation (II-9-b) s'écrit :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{k_o}{bd} - k_a(\rho - \rho_o) = \left( \frac{k_o}{bd} + k_a\rho_o \right) - k_a\rho \quad (II-15)$$

En supposant, conformément à la modélisation à une variable interne développée au § II-2, que la taille des sous-grains est égale à sa valeur de saturation  $d_s$ , tout au long de déformation, l'intégration de cette équation fournit  $\rho$ ,

$$\rho = \rho_s [1 - K \exp(-k_a \gamma)] \quad (11-16)$$

avec :  $\rho_s = \frac{k_o}{bd_s k_a} + \rho_o$ , et où  $K$  est une constante d'intégration.

L'équation (11-8) donne  $\tau_u$  :

$$\tau_u = \tau_s [1 - K \exp(-k_a \gamma)]^{1/2} \quad (11-17)$$

avec :  $\tau_s = \alpha \mu b \sqrt{\rho_s}$

Le passage à la loi  $\sigma(\epsilon)$  donne enfin :

avec :  $\sigma = \sigma_s [1 - k \exp(-\bar{m} k_a \epsilon)]^{1/2} \quad (11-18)$

$$\sigma_s = \bar{m} \alpha \mu b \left[ \sqrt{\frac{m k_o}{bd_s \bar{m} k_a} + \rho_o} \right]$$

Un exemple d'ajustement de courbe expérimentale selon cette loi est présenté sur la figure (11-7). Les caractéristiques de ce lissage sont très comparables à celles obtenues avec la loi de VOCE (figure 11-6), avec un bon accord avec les points expérimentaux légèrement plus précoces (à partir de ~ 8 % de déformation). Toutefois, et comme avec la loi de VOCE, la contrainte  $\sigma_o = \sigma_s \sqrt{(1-K)}$ , qui devrait être égale à  $m \alpha \mu b \sqrt{\rho_o}$ , varie très fortement en fonction de la température et l'estimation de  $\rho_s / \rho_o = (\sigma_s / \sigma_o)^2 \approx 4$  est très irréaliste.

On notera toutefois une indication intéressante avec l'un ou l'autre des ajustements précédents : dans les deux cas, la contrainte  $\sigma_0$ , au lieu de refléter une valeur réaliste de  $\bar{\mu}\alpha_2 b/\rho_0$ , présente en fonction des différents essais des variations qui sont tout-à-fait comparables à celles obtenues à partir d'une expression du type  $\sigma_0 = \approx \bar{\mu}\alpha_2 b/\bar{d}_s$ , où  $\alpha_2$  est une constante. La figure (II-8.a) montre la variation de  $\sigma_0$ , obtenue à partir du second modèle (équation II-18,  $\sigma_0 = \sigma_0[1-K]^{1/2}$ ) en fonction de la variable  $(\dot{\epsilon}/D_L)$  où  $D_L$  est le coefficient d'autodiffusion en volume de l'aluminium, dont l'expression est empruntée au travail de Luthy et Coll (1980)

$$D_L = \left[ 1,7 \cdot 10^{-4} \cdot \exp \left\{ - \frac{142 \cdot 10^3}{R \cdot T} \right\} + 6 \cdot 10^{-7} \cdot \exp \left\{ - \frac{115 \cdot 10^3}{R \cdot T} \right\} \right] \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad (II-19)$$

où R est la constante des gaz parfaits.

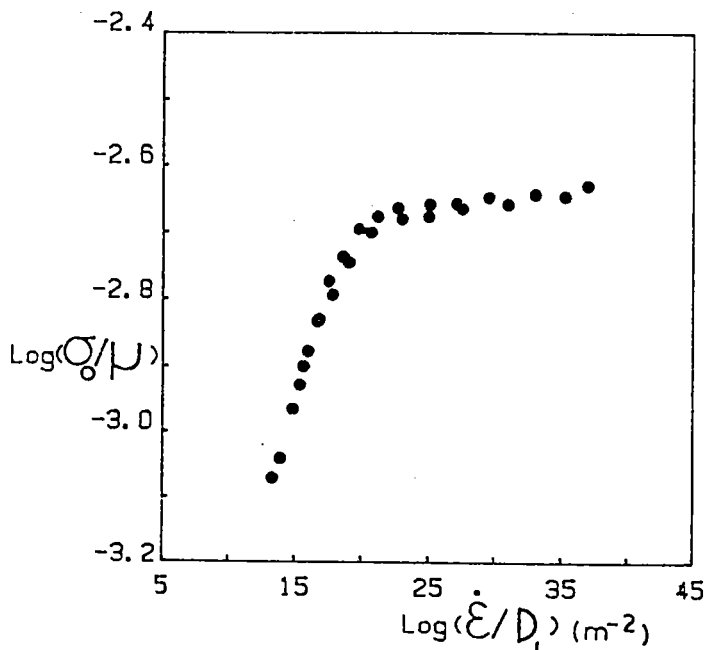
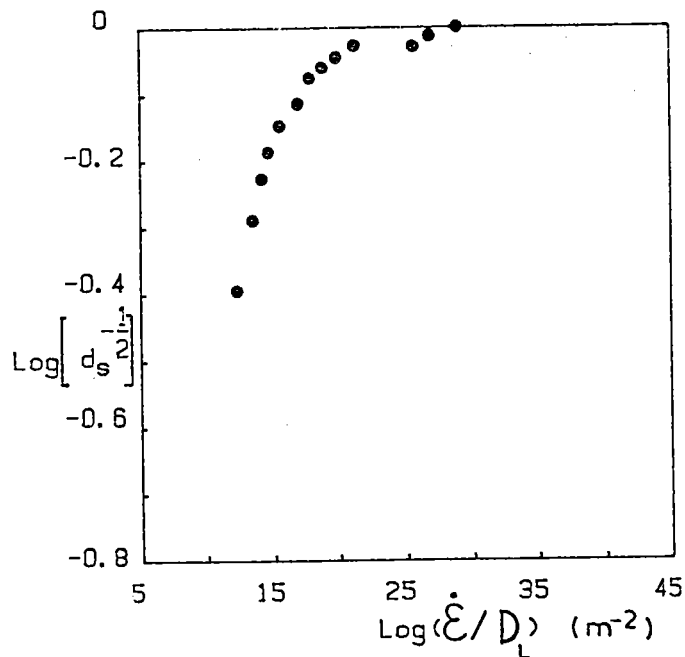


Figure II-8.a : Courbe décrivant la variation de la contrainte initiale  $\sigma_0$ , obtenue par l'ajustement des courbes expérimentales selon la relation (II-18), en fonction de  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ .

La figure (II-8.b) montre à titre de comparaison l'évolution de la taille de sous-grains obtenue par McQUEEN et HOCKETT (1970), pour diverses conditions de sollicitation. Cette évolution, représenté dans les axes  $\sqrt{1/d_s}$  en fonction de  $\dot{\epsilon}/D_L$ , est tout à fait comparable à celle de  $\sigma_0$  (figure II-8.a), ce qui permet de justifier l'incorporation d'un terme du type  $M\alpha_2\mu\sqrt{b/d}$  dans l'expression de la contrainte.



**Figure II-8.b :** Evolution de la taille des sous-grains, obtenue par (McQUEEN et HOCKETT (1970) a pour diverses conditions de sollicitation en fonction de  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ .

#### II-4.2 Modèle utilisant la densité de dislocations et la taille des sous-grains comme variables internes.

Compte tenu des observations précédentes, il est logique de tenir compte, dans la contrainte interne  $\tau_{\mu}$ , d'un terme du type :

$$\tau_{\mu 2} = \alpha_2 \mu \sqrt{b/d} \quad (11-20)$$

où  $\alpha_2$  est une constante.

Ce terme  $\tau_{\mu 2}$  traduit la résistance des sous-grains, ou, plus précisément la contrainte interne associée à la flexion des parois de sous-grains. L'écriture de ce terme est inspirée de la relation de HALL-PETCH concernant l'influence de la taille de grains. L'existence de cette contrainte interne, induite par la flexion des parois de sous-grains, a été discutée au cours des dernières années par GIBELING et NIX (1980) et ARGON et TAKEUCHI (1981).

L'influence de la taille de grains peut également être prise en compte, particulièrement dans le cas de grains relativement petits, comme c'est le cas pour l'aluminium étudié ( $D \approx 60 \mu\text{m}$ ). On exprimera cette influence par le terme :

$$\tau_{\mu 3} = \alpha_3 \mu \sqrt{b/D} \quad (11-21)$$

où  $\alpha_3$  est une constante. Cette expression est conforme à la relation de HALL-PETCH.

Enfin, le terme associé aux interactions dislocation-dislocation (équation II-8) est bien entendu conservé. Il est ré-écrit ici sous la forme

$$\tau_{\mu 1} = \alpha_{1\mu} b \sqrt{\rho} \quad (11-22)$$



où  $\alpha_1$  est une constante. La contrainte interne  $\tau_{\mu}$  est considérée comme étant la somme des trois termes précédents, conformément à une proposition formulée par KLEPACZKO (1987).

En considérant que la loi de multiplication des dislocations est fournie par l'équation (II-15), et en supposant que la taille des sous-grains est égale à sa valeur de saturation  $d_s$  tout au long de la déformation, on obtient par intégration le résultat (II-16), et la contrainte  $\tau_{\mu}$  s'écrit alors,

$$\tau_{\mu} = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho_s} [1 - K \exp(-k_a \gamma)]^{1/2} + \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} + \alpha_3 \mu \sqrt{b/D} \quad (II-23)$$

avec :

$$\rho_s = \frac{k_0}{bd_s k_a} + \rho_0$$

où la constante d'intégration  $K$  est déterminée par la condition initiale,

$$\tau_{\mu 0} = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho_0} + \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} + \alpha_3 \mu \sqrt{b/D}$$

ce qui donne :

$$K = \frac{1}{1 + \frac{bd_s k_a \rho_0}{k_0}}$$

Le passage à la loi  $\sigma(\epsilon)$  donne enfin :

$$\sigma = \bar{\mu} \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho_s} [1 - K \exp(-\bar{\mu} k_a \epsilon)]^{1/2} + \bar{\mu} \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} + \bar{\mu} \alpha_3 \mu \sqrt{b/D} \quad (II-24)$$

Un exemple d'ajustement de courbe expérimentale selon cette loi est présenté sur la figure (II-9). On obtient, par rapport aux lois (II-13) ou (II-18), un ajustement beaucoup plus précoce des courbes (à partir d'environ 3 %).

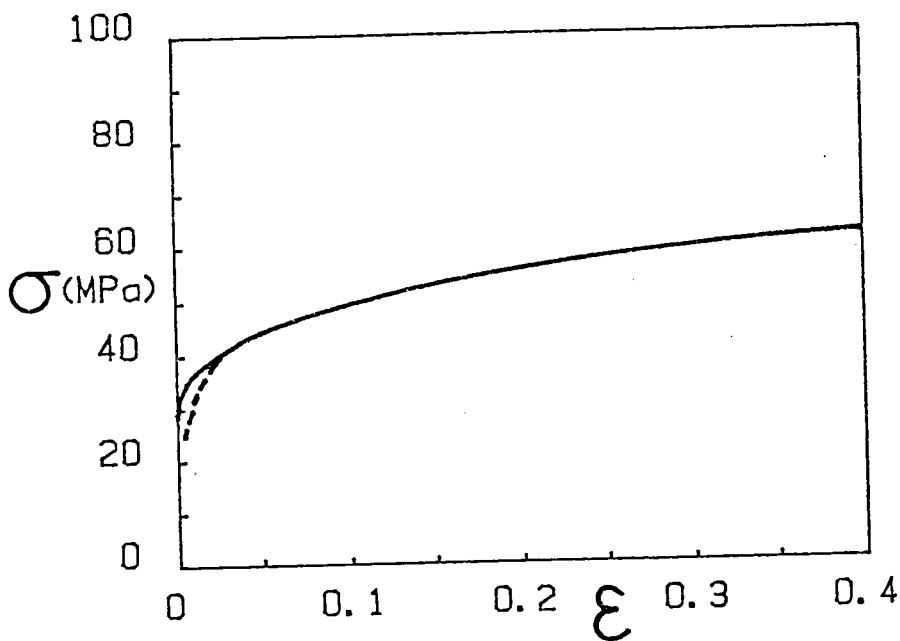


Figure II-9 : Ajustement de la courbe expérimentale ( $T=398 \text{ K}; \dot{\epsilon}=1,67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) suivant la relation (II-24). L'ajustement effectué en "grandes déformations", diverge de la courbe expérimentale en deçà de  $\epsilon \sim 3 \%$ .

### II-4.3 Mise au point définitive du modèle

Il s'agit maintenant de passer du lissage "individuel" des courbes à un lissage où  $\bar{m}\alpha_1$ ,  $\bar{m}\alpha_2$ ,  $\bar{m}\alpha_3$ ,  $\rho_0$ ,  $\bar{m}k_0$ ,  $b$  sont des constantes ; où  $\mu = \mu(T)$  est emprunté à des résultats bibliographiques (SUTTON P.M 1953) et où les évolutions de  $\bar{m}k_a$  et  $d_s$  sont modélisées en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et de la température  $T$ . Cette mise au point du modèle a été effectuée pour des températures supérieures à 400 K, où la déformation est contrôlée par des processus de diffusion intragranulaire, faisant intervenir l'énergie d'autodiffusion.

Tout d'abord, la constante  $\bar{m}k_a$  a été décrite en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et de la température  $T$  en utilisant le coefficient d'autodiffusion  $D_L$  (équ. II-19). L'expression suivante a été adoptée :

$$\bar{m}k_a = \bar{m}k_{a0} + A(\dot{\epsilon}/D_L)^{\frac{1}{n}} \quad (II-25)$$

où  $A$ , et  $n$  sont des constantes et  $\bar{m}k_{a0}$  représente la constante d'annihilation à basse température et/ou grande vitesse. Cette expression de  $\bar{m}k_a$  est en accord avec des modèles de restauration dynamique proposés par BERGSTROM et HALLEN (1982) et HALLEN (1984).

La figure (II-10) montre comment l'ajustement des paramètres  $A$ ,  $\bar{m}k_{a0}$  et  $n$  a été effectué en partant d'une expression de la contrainte,

$$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_s - \sigma_0)[1 - \exp(-\bar{m}k_a c)]^{1/2}$$

qui est en fait, aux différences de notation près, l'expression (II-24), dans laquelle on considère, avec une bonne approximation, que  $K$  est peu différent de 1.

La loi d'évolution de la taille de sous-grains,  $d$ , en fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et de la température  $T$ , a elle aussi été modélisée

en utilisant comme variable  $\dot{\epsilon}/D_L$ . Les résultats obtenus par McQUEEN et HOCKETT (1970), déjà présentés dans la figure II-8.a, ont été analysés selon la loi :

$$d_s = d_{s0} + A' (\dot{\epsilon}/D_L)^{-1/n} \quad (\text{figure II-11})$$

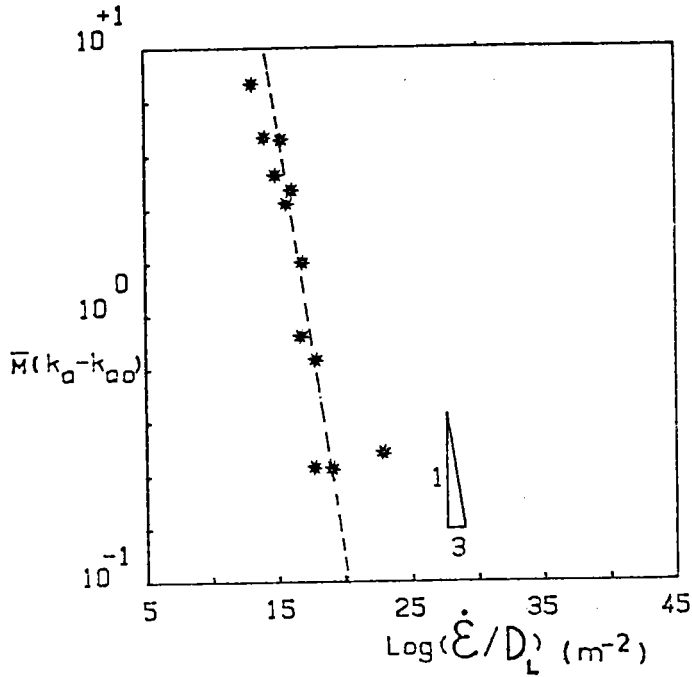


Figure II-10 : Evolution de la constante d'annihilation  $\overline{M}k_a$  en fonction de la variable  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ .

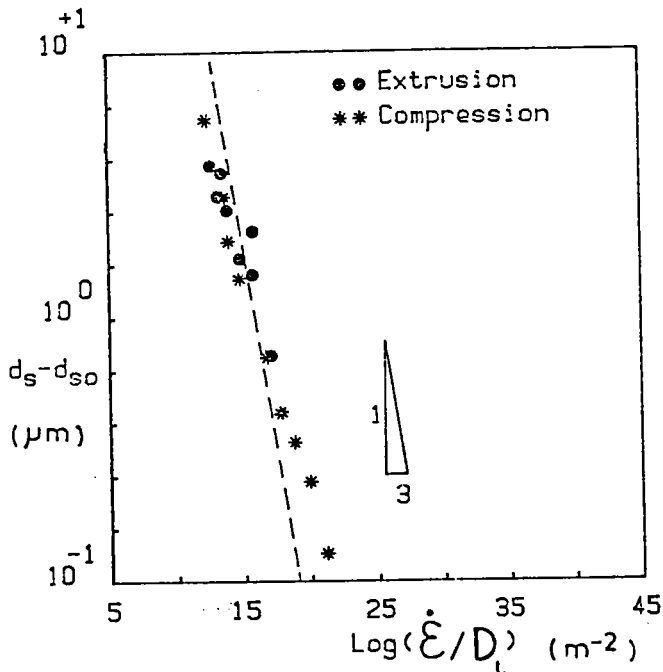


Figure II-11 : Evolution de la taille des sous grains en fonction de la variable  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ .

où  $A'$  et  $n$  sont des constantes, et  $d_{s0}$  représente la taille de cellules à basse température et/ou grande vitesse.

Les deux ajustements de  $d_s$  et  $\bar{m}k_a$  sont suffisamment proches pour que l'on admette une proportionalité entre ces deux paramètres :

$$d_s = d_{s0} k_a / k_{a0} \quad (11-26)$$

Il est intéressant de constater que cette dépendance entre  $\bar{m}k_a$  et  $d_s$  est physiquement logique : en effet, l'espacement des dislocations, même au tout début de la déformation plastique, n'est pas absolument uniforme : il se développe des obstacles, liés par exemple aux intersections de dislocations, qui présentent une répartition spatiale non homogène, et aussi qui offrent une résistance variable à leur franchissement par les dislocations mobiles. Les dislocations mobiles franchissent préférentiellement les obstacles les plus faibles, constituant ainsi une microstructure de plus en plus inhomogène. D'autre part, la restauration dynamique agit sur l'évolution des obstacles, et tend à rendre inopérants d'autant plus d'obstacles que la restauration est intense. La taille des cellules ou des sous-grains qui finalement sont observés à partir d'un niveau suffisant de déformation correspond à la distance d'équilibre entre obstacles non franchissables, et il est logique que cette distance soit gouvernée par l'intensité de la restauration dynamique.

Le coefficient  $\alpha_3$  dans le terme de HALL-PETCH (équ. 11-21) a été déterminé à partir des expériences de AL-HAIDARY, PETCH et DE LOS RIOS (1983) où la contrainte d'écoulement est écrite sous la forme  $\sigma = \sigma_0 + k_c (1/D)^{1/2}$ . L'identification avec l'expression (11-21) donne  $k_c = \bar{m}\alpha_3 \sqrt{b}$ . Compte-tenu de la valeur trouvée par ces auteurs,  $k_c = 1,65$  à 473 K, la valeur de  $\bar{m}\alpha_3$  que nous choisissons est  $\bar{m}\alpha_3 = 0,136$ .

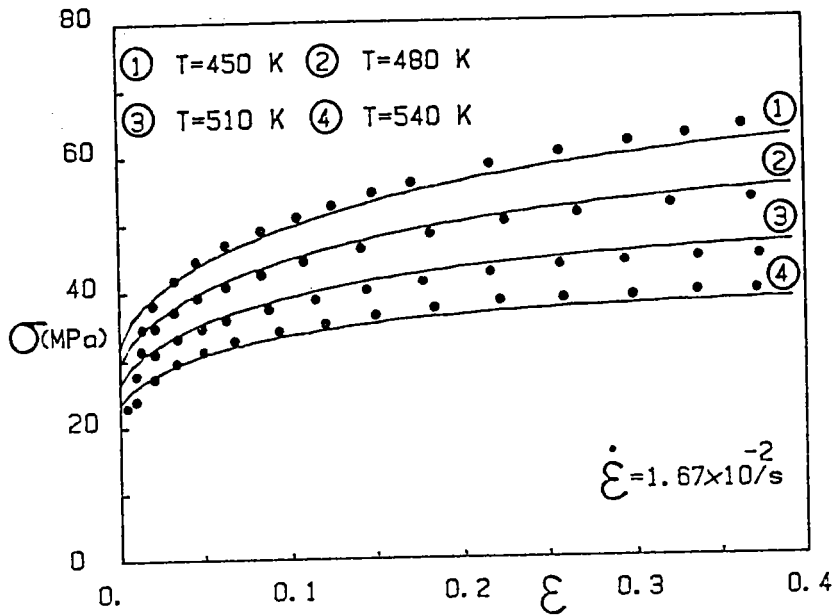
Enfin, la valeur réaliste,  $\rho = 5.10^{12} \text{ m}^{-2}$ , a été adoptée dans les simulations, et  $\bar{m}k_0$  a été pris égal à 1. Les paramètres non encore identifiés ( $\bar{m}\alpha_1$ ,  $\bar{m}\alpha_2$ ) ont été choisis pour obtenir le meilleur ajustement de l'ensemble des courbes expérimentales, dans le domaine  $T \geq 400 \text{ K}$  et aux deux vitesses de déformation,  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

#### II-4.4 Comparaison des courbes expérimentales et calculées.

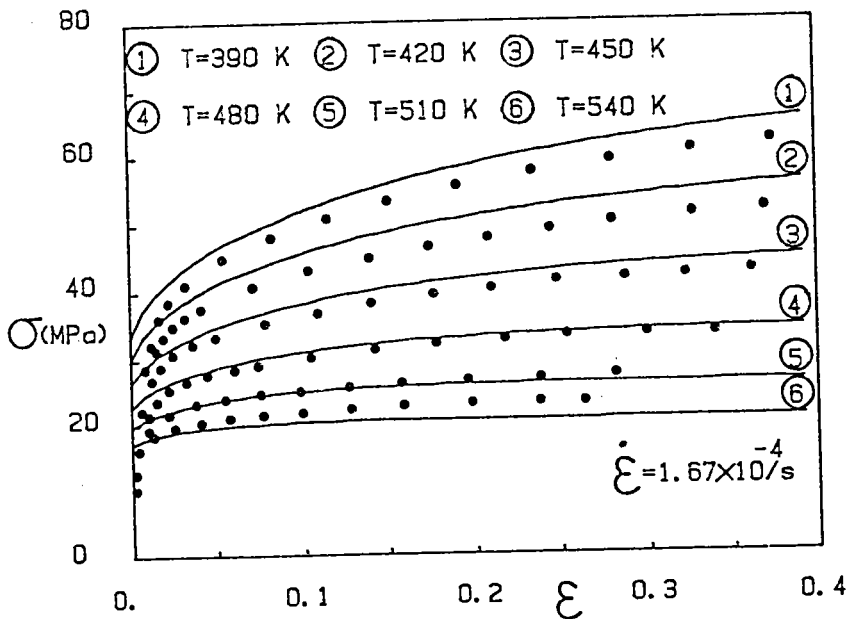
L'ajustement de l'ensemble des courbes expérimentales, obtenu par l'utilisation des relations (II-24), (II-25) et (II-26) dans notre calcul, a été effectué en utilisant les valeurs des paramètres données dans le tableau ci-dessous.

$\bar{m}\alpha_1$	$\bar{m}\alpha_2$	$\bar{m}\alpha_3$	$d_{s0}(\text{m})$	$\bar{m}k_{s0}$	$A(\text{m}^{1/3})$	n
0,200	0,064	0,136	$10^{-6}$	2,3	$50,1 \times 10^2$	3

Ces valeurs sont définitives et elles seront utilisées dans les chapitres suivants III, IV et V.



**Figure 11-12** : Ajustement des courbes expérimentales suivant la loi (11-24) pour diverses températures et pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .



**Figure 11-13** : Ajustement des courbes expérimentales suivant la loi (11-24) pour diverses températures et pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

Nous pouvons noter une très bonne description de la forme des courbes, et de l'évolution de forme en fonction des conditions de vitesse de déformation et de température (figures II-12 et II-13), sauf aux petites déformations ( $\epsilon < 0,03$ ) où les écarts entre courbes expérimentales et calculées sont importants. Ces écarts sont explicables par le choix, dans la loi d'évolution de  $\rho$  (équation II-15), d'un libre parcours moyen  $\lambda$  pris égal à la valeur de saturation  $d_s$  de la taille des sous-grains tout au long de la déformation. Par ailleurs, une différence  $\Delta G$  (positive ou négative) sépare les courbes théoriques et expérimentales correspondantes. Cet écart ne peut être réduit dans le cadre de la modélisation adoptée. Il provient du choix d'une énergie d'activation fournie par le coefficient d'autodiffusion en volume (équation II-19), qui ne correspond pas exactement à l'énergie d'activation apparente. Ceci est particulièrement visible en comparant les courbes obtenues à :  $T = 480 \text{ K}$  ;  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  (courbe 2, figure II-12) et à  $T = 420 \text{ K}$  ;  $\dot{\epsilon} = 1,67 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (courbe 2, figure II-13). Alors que les courbes expérimentales sont pratiquement confondues, les courbes calculées se situent l'une au dessus, l'autre au dessous de la courbe expérimentale correspondante. On peut néanmoins estimer que le modèle fournit une description satisfaisante des résultats expérimentaux.



## II-5 CONCLUSION

Le comportement plastique de l'aluminium en traction à vitesse de déformation constante a été analysé en utilisant comme variables internes la densité de dislocations  $\rho$  et la taille de cellules ou sous-grains  $d$ . Un couplage entre ces deux variables a été introduit en considérant que :

- d'une part, le libre parcours moyen des dislocations,  $\lambda$ , est proportionnel à la taille des cellules formées au cours de la déformations ; ce couplage intervient dans le terme représentant le taux de multiplication des dislocations.

- D'autre part, la restauration dynamique, représentée par le terme d'annihilation de dislocation  $k_a$ , agit sur la taille des cellules formées au cours de la déformation, de façon telle que la taille d'équilibre  $d_s$  soit proportionnel à  $k_a$ .

Ces hypothèses, associées à une modélisation de  $k_a$  en fonction de la vitesse de déformation et de la température, conduisent à une description très satisfaisante de l'évolution du niveau et de la forme des courbes contrainte-déformation en fonction de la vitesse de déformation et de la température. Toutefois, une simplification a été faite en ce qui concerne une loi d'évolution n'a pas été proposée. La taille de saturation  $d_s$  tout au long de la déformation, ce qui affecte la description du comportement aux petites déformations. Il apparaît également que l'énergie apparente d'activation, aux températures étudiées, diffère légèrement de l'énergie fournie par le coefficient d'autodiffusion en volume, ce qui a pour effet d'affecter légèrement la prévision du niveau des courbes contrainte-déformation.

CHAPITRE III
--------------

\*  
\* \*

ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'ALUMINIUM POLYCRISTALLIN

SOUS DIVERSES CONDITIONS DE CHARGEMENT

- III-1 Introduction
- III-2 Propriétés générales des équations de comportement
- III-3 Prévisions du comportement plastique après saut de vitesse  
ou de température
- III-4 Prévision du comportement plastique en fluage à contrainte  
constante ou force constante
  - III-4.1 Conséquences de la modélisation
  - III-4.2 Fluage sous contrainte constante
  - III-4.3 Fluage sous force constante
  - III-4.4 Comparaison entre les deux types de fluage
  - III-4.5 Comparaison avec les expériences de fluage sous force constante
- III-5 Prévision du comportement en fluage après saut de  
contrainte ou de charge
- III-6 Prévision du comportement plastique en relaxation
- III-7 Conclusion.

## ANALYSE DU COMPORTEMENT DE L'ALUMINIUM POLYCRISTALLIN

### SOUS DIVERSES CONDITIONS DE CHARGEMENT

#### III-1 Introduction

L'approche simplifiée du comportement viscoplastique mise au point dans le chapitre précédent à partir de l'analyse des courbes de traction à vitesse constante, comporte tous les éléments nécessaires pour une prévision du comportement sous sollicitation uniaxiale, quelles que soient les conditions de chargement (température, vitesse de déformation ou contrainte) imposées, dès l'instant que l'on se situe dans le domaine de température et de vitesse de déformation où l'identification des paramètres a été effectuée, c'est-à-dire entre 408 K et 540 K, à faible vitesse de déformation. Ce domaine correspond à celui où la déformation est contrôlée par des processus de diffusion intragranulaire, vraisemblablement associés à la montée des dislocations. La précision avec laquelle il sera possible de prévoir la réponse du matériau pour d'autres conditions de chargement (changement de température de déformation, relaxation de la charge, fluage sous contrainte ou force constante, changement de contrainte ou force en fluage), permettra d'apprécier la validité des équations proposées.

#### III-2 Propriétés générales des équations de comportement

Nous rappelons ici les équations adoptées pour décrire le comportement viscoplastique du matériau.

La contrainte appliquée  $\tau$ , peu différente de la contrainte interne  $\tau_{ii}$ , est la somme de trois termes :

$$\tau = \tau_{ii} = \alpha_1 \mu b / \rho + \alpha_2 \mu \sqrt{b / d_s} + \alpha_3 \mu \sqrt{b / D}$$

La densité de dislocations,  $\rho$ , obéit à la loi d'évolution

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = \frac{k_0}{bd_s} - k_a(\rho - \rho_0). \quad (11-15)$$

La taille des sous-grains à saturation,  $d_s$ , est proportionnelle au facteur d'annihilation des dislocations,  $k_a$ ,

$$d_s = d_{s0} \cdot k_a / k_{a0} \quad (11-26)$$

et  $k_a$  dépend de la vitesse de déformation et de la température selon la relation :

$$\bar{k}_a = \bar{k}_{a0} + A \left( \frac{\dot{\gamma}}{\bar{D}_L} \right)^n \quad (11-25)$$

Une propriété importante de ce modèle simplifié est que le comportement du matériau, pour n'importe quelle condition de vitesse de déformation et de température, est connu de façon incrémentale en différentiant la relation :  $\tau = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho} + \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} + \alpha_3 \mu \sqrt{b/D}$  et en utilisant les relations (11-25), (11-26) et (11-15), ce qui donne :

$$d\tau = \theta_\tau d\gamma + \beta_\tau d \ln(\dot{\gamma}/D_L) \quad (111-1.a)$$

avec :

$$\theta_\tau = \frac{(\alpha_1 \mu b)^2 \left[ \frac{k_0}{bd_s} + k_a \rho_0 \right] - k_a \left[ \tau - \alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right]^2}{2 \left[ \tau - \alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right]} \quad (111-2.a)$$

et

$$\beta_\tau = \beta_\tau(\dot{\gamma}/D_L) = \frac{\alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} (d_s - d_0)}{2nd_s} \quad (111-3.a)$$

où  $\theta_\tau = \partial\tau/\partial\gamma$  et  $\beta_\tau = \partial\tau/\partial \ln(\dot{\gamma}/D_L)$  sont respectivement des coefficients

d'écroûissage et de sensibilité de la vitesse.

En termes de contrainte et déformation uniaxiales de traction, les relations précédentes se ré-écrivent :

$$d\sigma = \theta_G d\epsilon + \beta_G d \ln(\dot{\epsilon}/D_L) \quad (\text{III-1.b})$$

avec :

$$\theta_G = \bar{n}^2 \theta_\tau \quad (\text{III-2.b})$$

et :

$$\beta_G = \bar{n} \beta_\tau \quad (\text{III-3.b})$$

La relation différentielle (III-1.a) n'est formellement pas différente de celle que l'on obtient avec un modèle à un paramètre (HART, 1970 ; HART et coll., 1976). Toutefois, une distinction importante doit être faite en ce qui concerne le coefficient de sensibilité à la vitesse et à la

température  $\beta_G$  (ou  $\nu = \frac{\beta_G}{\sigma} = \frac{\partial \ln \sigma}{\gamma \ln \dot{\epsilon}}$  dans la notation de HART). Dans le cas d'un

modèle à un paramètre,  $\beta_G$  ou  $\nu$  correspondent à la sensibilité à la vitesse à état mécanique constant (c'est-à-dire à la sensibilité à la vitesse instantanée ou vraie, telle qu'on peut la mesurer par saut de vitesse). En raison du fait que l'on a négligé la contrainte effective,  $\tau^*$ , dans notre modèle, ce coefficient est nul. Le coefficient  $\beta_G$  qui nous intéresse ici correspond à une valeur donnée de  $\rho$ , mais à la valeur de saturation de  $d_s$ , qui dépend de la vitesse de déformation et de la température. On peut le mesurer, dans un essai avec saut de vitesse, en considérant les valeurs de contraintes obtenues aux deux points  $A_1$  et  $A_2'$  (figure II-5.b).

### III-3 Prévission du comportement plastique après saut de vitesse ou de température

La réponse du matériau prévue après un saut de vitesse ou de température vérifie le schéma général présenté dans la figure (II-5.b), sans aucun transitoire. Le saut de contrainte  $\Delta\tau$  (ou  $\Delta\sigma$ ) est obtenu de façon

immédiate à partir de l'équation (II-23), en considérant la valeur de  $\rho$  atteinte au point de changement de vitesse (ou de température) et les valeurs de saturation  $d_{s1}$  et  $d_{s2}$ , respectivement obtenues aux deux valeurs de vitesse (ou de température), soit :

$$\Delta\tau = \tau_{R2} - \tau_{R1} = \alpha_1 b \sqrt{\rho} \left[ \mu_2 - \mu_1 \right] + \alpha_2 \sqrt{b} \left[ \frac{\mu_2}{\sqrt{d_{s2}}} - \frac{\mu_1}{\sqrt{d_{s1}}} \right] + \alpha_3 \sqrt{\frac{b}{D}} \left[ \mu_2 - \mu_1 \right] \quad (III-4)$$

où  $\mu_1$  et  $\mu_2$  représentent le module de cisaillement, respectivement aux deux températures  $T_1$  et  $T_2$ .

La courbe après le saut de vitesse (ou de température) peut également être obtenue par une translation de  $\Delta\epsilon$  de la courbe continue à  $(T_2, \epsilon_2)$ , comme cela a été observé clairement dans les essais expérimentaux effectués par MLIHA-TOUATI, (1985) (figures II-4.a, II-5.a).

Le calcul de la translation de la courbe de  $\Delta\epsilon$  peut être effectué à partir de la relation (II-16) en considérant que la même valeur  $\rho_1^* = \rho_2^*$  est atteinte aux deux points  $R_1$  et  $R_2$  (figure : (II-5.b)), soit :

$$\rho_1^* = \left\{ \frac{\bar{n}k_0}{bd_{s1}\bar{n}k_{a1}} + \rho_0 \right\} \times \left\{ 1 - \frac{\bar{n}k_0}{\bar{n}k_0 + b\rho_0 d_{s1}\bar{n}k_{a1}} \times \exp \left( -\bar{n}k_{a1}\epsilon^* \right) \right\}$$

$$\rho_2^* = \left\{ \frac{\bar{n}k_0}{bd_{s2}\bar{n}k_{a2}} + \rho_0 \right\} \times \left\{ 1 - \frac{\bar{n}k_0}{\bar{n}k_0 + b\rho_0 d_{s2}\bar{n}k_{a2}} \times \exp \left( -\bar{n}k_{a2}(\epsilon^* + \Delta\epsilon) \right) \right\}$$

En égalant les deux dernières relations (II-16.a), (II-16.b), la relation donnant  $\Delta\epsilon$  sera :

$$\Delta\epsilon = -\epsilon^* + \frac{1}{\bar{n}k_{a2}} \ln \left\{ \frac{d_{s1}^2 / d_{s2}^2}{-1 + d_{s1}^2 / d_{s2}^2 + \exp(-\bar{n}k_{a1}\epsilon^*)} \right\} \quad (III-5)$$

Après le saut de vitesse (ou de température), la densité de dislocation  $\rho_2$  sera donnée par l'expression (II-16.c)

$$\rho_2 = \left\{ \frac{\bar{m}k_0}{bd_{s2}\bar{m}k_{a2}} + \rho_0 \right\} \times \left\{ 1 - \frac{\bar{m}k_0}{\bar{m}k_0 + b\rho_0 d_{s2}\bar{m}k_{a2}} \times \exp \left( - \bar{m}k_{a2}(c + \Delta c) \right) \right\}$$

En introduisant l'expression de  $\Delta c$  (III-5) dans la relation (II-16.c),  $\rho_2$  sera ré-écrit sous la forme suivante :

$$\rho_2 = \left\{ \frac{\bar{m}k_0}{bd_{s2}\bar{m}k_{a2}} + \rho_0 \right\} \times \left\{ 1 - K' \exp \left( - \bar{m}k_{a2}(c - c^*) \right) \right\} \quad )$$

avec :

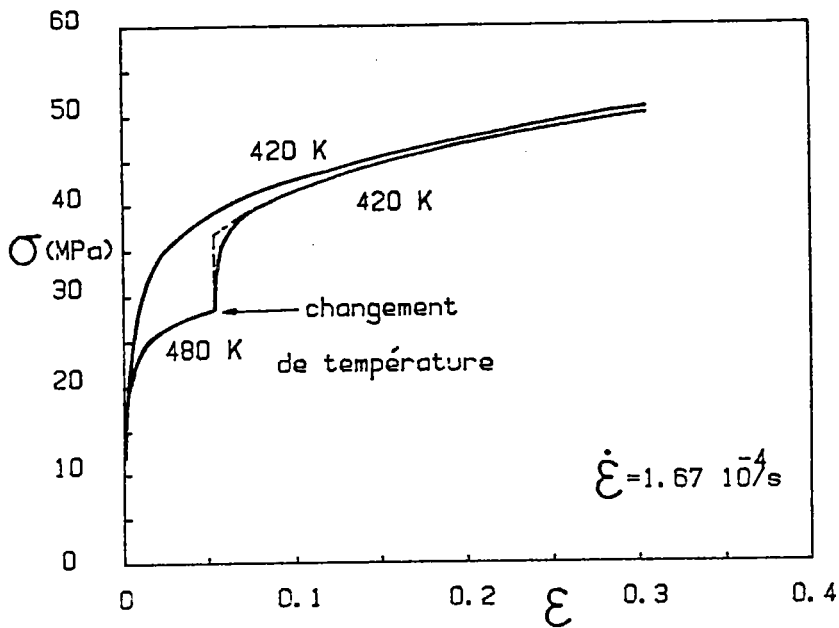
$$K' = \frac{\bar{m}k_0 + bd_{s2}\bar{m}k_{a2}(\rho_0 - \rho^*)}{\bar{m}k_0 + bd_{s2}\bar{m}k_{a2}\rho_0}$$

La courbe  $\sigma$ - $\epsilon$  après le saut de vitesse (ou de température) sera décrite par la relation (III-6)

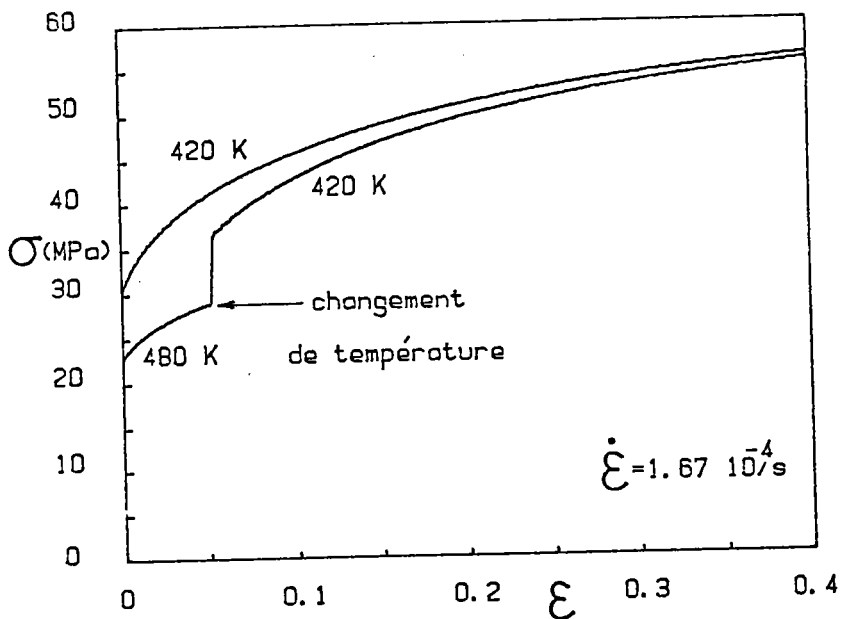
$$\sigma = \bar{m}\alpha_1 \mu_2 b \sqrt{\rho_2} + \bar{m}\alpha_2 \mu_2 \sqrt{\frac{b}{d_{s2}}} + \bar{m}\alpha_3 \mu_2 \sqrt{\frac{b}{D}} \quad (III-6)$$

où  $\mu_2$  représente le module de cisaillement à la température  $T_2$  après le saut.

Dans les essais expérimentaux, figures (III-1.a), (III-2.a), on peut remarquer l'absence d'un changement brusque de la contrainte  $\Delta\sigma^*$ , qui serait lié à l'existence d'une contrainte effective, et la présence d'un transitoire s'étendant sur quelques pourcents de déformation et causé par l'influence de la restauration dynamique sur la taille d'équilibre des cellules ou sous-grains de dislocations.

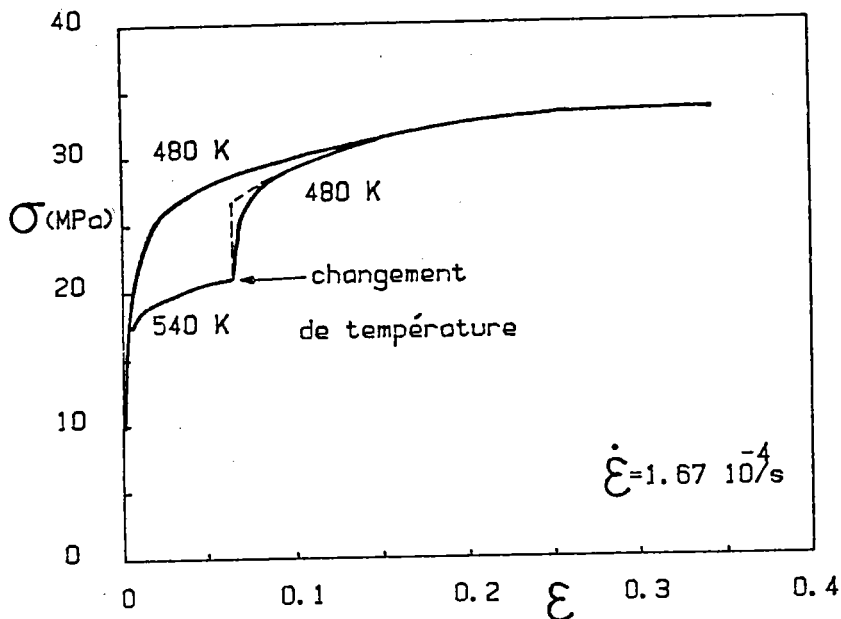


**Figure III-1.a :** Courbe expérimentale  $\sigma$ - $\epsilon$  après un changement de température de 480 K à 420 K. On notera l'existence d'un transitoire après le saut de température.

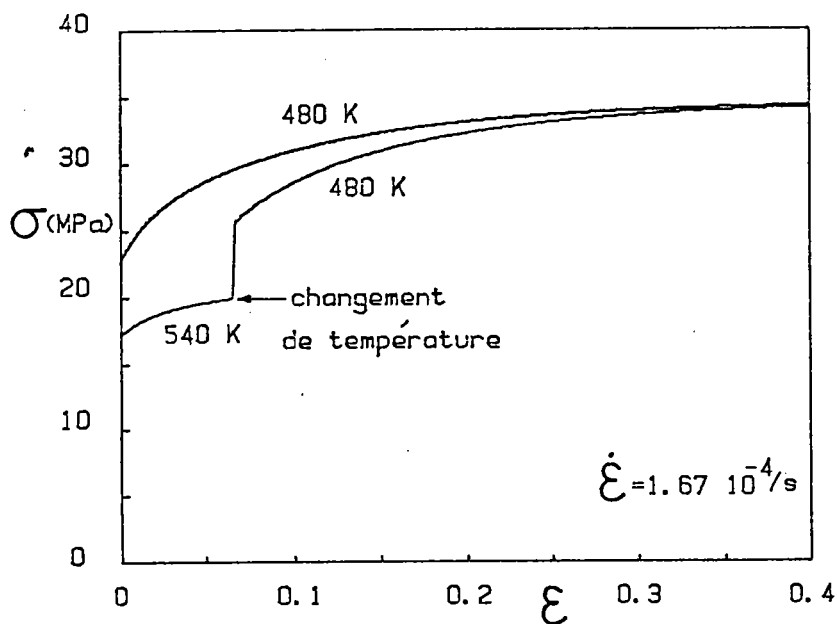


**Figure III-1.b :** Courbe théorique  $\sigma$ - $\epsilon$  donnée par la relation (III-6) après un changement de température de 480 K à 420 K.





**Figure III-2.a** : Courbe expérimentale  $\sigma$ - $\epsilon$  après un changement de température de 540 K à 480 K. On notera l'existence d'un transitoire après le saut de température.



**Figure III-2.b** : courbe théorique  $\sigma$ - $\epsilon$  donnée par la relation (III-6) après un changement de température de 540 K à 480 K.

En ce qui concerne les courbes calculées, figures (III-1.b), (III-2.b), la variation instantanée de contrainte de  $\Delta\sigma$  est liée à notre modélisation, où nous avons considéré que le paramètre à évolution rapide,  $d$ , change brusquement entre ses deux valeurs d'équilibre  $d_{s1}$  et  $d_{s2}$ . Pour décrire le transitoire, il faudrait décrire l'évolution de  $d_s$  entre ses deux valeurs de saturation, en même temps que l'évolution, plus lente, de  $\rho$ . On notera toutefois que la variation de contrainte  $\Delta\sigma$ , obtenue par extrapolation, dans le cas expérimental, est pratiquement égale à la valeur calculée, ce qui conforte notre modèle selon lequel le transitoire doit être attribué à une évolution rapide de la taille des cellules ou sous-grains de dislocations.

#### III-4 Prédiction du comportement plastique en fluage à contrainte constante ou force constante.

##### III-4.1 Conséquences de la modélisation

Au moment de l'application brutale d'une contrainte sur un matériau recuit, le terme d'interaction entre dislocations,  $\tau_{\mu 1} = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho_0}$  est faible en raison de la faible valeur de la densité de dislocations initiale  $\rho_0$ , ainsi que le terme  $\tau_{\mu 2} = \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s}$ , qui est d'ailleurs sans signification réelle tant qu'une microstructure hétérogène ne s'est pas développée au sein du matériau. Enfin, le terme  $\tau_{\mu 3} = \alpha_3 \mu \sqrt{b/D}$ , qui est constant, ne représente qu'une faible fraction de la contrainte appliquée dans le cas des essais analysés ici. Il s'ensuit qu'une partie importante de la contrainte est nécessairement représentée par la contrainte effective  $\tau^*$  dans les premiers stades du fluage. Toutefois, la vitesse de déformation décroît très rapidement au début de l'essai, et on peut logiquement estimer que  $\tau^*$  devient très rapidement négligeable. Dans cette hypothèse, le comportement, tel qu'il est prévu par le modèle au cours du fluage primaire (et après la

formation d'une microstructure hétérogène en cellules) est qualitativement le suivant : au fur et à mesure de la déformation, la densité de dislocations augmente (équ. 11-15), et donc  $\tau_{\mu 1} = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho}$  augmente. Afin de respecter la constante de la contrainte (ou de force) appliquée le terme doit diminuer, ce qui implique une augmentation de  $d_s$  et donc une diminution de la vitesse de déformation (équations 11-25 et 11-26). Cette interprétation selon laquelle la contrainte effective  $\tau^*$  devient très rapidement négligeable est en désaccord avec l'hypothèse souvent émise, selon laquelle  $\tau^*$  ne devient négligeable qu'à la fin du fluage primaire. On observera toutefois que des expériences par MYSHLYAEV (1976) montrent que la taille moyenne des sous-grains augmente au cours du fluage primaire, conformément à l'analyse présentée ci-dessus.

### III-4.2 Fluage sous contrainte constante

Pour un essai de fluage à contrainte constante, le comportement est décrit par l'équation (III-1), avec  $d\tau = 0$ , soit :

$$d\dot{\gamma}/d\dot{\gamma} = -(\theta_{\tau}/\beta_{\tau})\dot{\gamma} \quad (\text{III-7})$$

où  $\theta_{\tau}$  et  $\beta_{\tau}$  sont données par les relations (III-2.a) et (III-3.a). En remplaçant dans (III-7), on obtient :

$$\frac{d\dot{\gamma}}{d\dot{\gamma}} = \frac{-n\dot{\gamma}d_s}{\alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} (d_s - d_0)} \times \frac{(\alpha_1 \mu b)^2 \left[ \frac{k_0}{bd_s} + k_a \rho_0 \right] - k_a \left[ \tau_0 - \alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right]^2}{\left( \tau_0 - \alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right)} \quad (\text{III-8.a})$$

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{d\dot{\epsilon}} = \frac{-n\dot{\epsilon}d_s}{\bar{\alpha}_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} (d_s - d_0)} \times \frac{(\bar{\alpha}_1 \mu b)^2 \left[ \frac{\bar{k}_0}{bd_s} + \bar{k}_a \rho_0 \right] - \bar{k}_a \left[ \sigma_0 - \bar{\alpha}_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \bar{\alpha}_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right]^2}{\left( \sigma_0 - \bar{\alpha}_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \bar{\alpha}_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \right)} \quad (\text{III-8.b})$$

où  $\sigma_0$  est la contrainte constante appliquée, et  $d_s$  et  $k_a$  dépendent de  $\dot{\epsilon}$

(équations II-25 et II-26). La vitesse de déformation initiale  $\dot{\epsilon}_0$  étant liée

à  $\sigma_0$  par  $\sigma_0 = \bar{m}\alpha_1\mu b\sqrt{\rho_0} + \bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{\frac{b}{d_s(\dot{\epsilon}_0)}} + \bar{m}\alpha_3\mu\sqrt{\frac{b}{D}}$ , une intégration numérique de l'équation (III-8.b) fournit la courbe  $\dot{\epsilon}(c)$ . La courbe  $c(t)$  peut être obtenue par une seconde intégration.

### III-4.3 Fluage sous charge constante

Pour un essai de fluage à charge constante, le comportement est toujours décrit par l'équation (III-1.a), mais avec :

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma$$

soit :

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{\tau}{\bar{m}}$$

ce qui donne :

$$\frac{d\dot{\gamma}}{d\gamma} = \frac{\dot{\gamma}}{\beta\tau} \left[ \frac{\tau}{\bar{m}} - \theta_\tau \right] \quad (III-9)$$

où  $\theta_\tau$  et  $\beta\tau$  sont donnés par les relations (III-2.a) et (III-3.a).

Avec  $\theta_G = \bar{m}^2\theta_\tau$  et  $\beta_G = \bar{m}^2\beta\tau$ , (III-9) se ré-écrit :

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{d\epsilon} = \frac{\dot{\epsilon}}{\beta_G} \left[ \sigma - \theta_G \right] \quad (III-10)$$

ou, en remplaçant par les valeurs données dans (III-2.b) et (III-3.b).

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{d\epsilon} = \frac{n\dot{\epsilon}d_s}{\bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{\frac{b}{d_s}}(d_s - d_0)} \times \left\{ 2\sigma - \frac{\left[ \frac{\bar{m}k_0}{bd_s} + \bar{m}k_a\rho_0 \right] - \bar{m}k_a \left[ \sigma - \bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{\frac{b}{d_s}} - \alpha_3\mu\sqrt{\frac{b}{D}} \right]^2}{\left( \sigma - \bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{\frac{b}{d_s}} - \bar{m}\alpha_3\mu\sqrt{\frac{b}{D}} \right)} \right\} \quad (III-11)$$

avec  $\sigma = \sigma_0 \exp(c)$ . Comme précédemment,  $d_s$  et  $k_a$  dépendent de  $\dot{\epsilon}$  (équ<sup>s</sup> II-25 et II-26). La vitesse de déformation initiale  $\dot{\epsilon}_0$  étant déterminée par la connaissance de  $\sigma_0$ , une procédure d'intégration numérique de l'équation (III-11) peut être appliquée pour déterminer la courbe  $\dot{\epsilon}(c)$ , puis la courbe  $c(t)$  par une seconde intégration.

### III-4.4 Comparaison entre les deux types de fluage.

Les vitesses de fluage sous contrainte constante (c'est-à-dire à force décroissante, selon la loi  $F = F_0 \exp(-\epsilon)$ ) et sous force constante, conduisent à des courbes de fluage nettement différenciées. Dans le premier cas, tous les modèles prévoyant l'atteinte d'un équilibre entre "durcissement et "restauration" conduisent à un fluage secondaire indéfini ; dans le second cas, une accélération du fluage (fluage tertiaire) est obtenue en raison de l'augmentation de la contrainte appliquée,  $\sigma = \sigma_0 \exp(\epsilon)$ . Ceci est le cas de notre modèle (Figure III-3). On notera de plus, sur cette figure, le bon accord entre courbe expérimentale et courbe calculée, avec, toutefois, une déformation en fluage primaire, c'est-à-dire en fait une vitesse de déformation en début de fluage, plus faible par le calcul. Cet effet est analogue à la surestimation des courbes de traction  $\sigma(\epsilon)$  par le modèle au début de la déformation ( $\epsilon < 3\%$ ), et provient de l'hypothèse selon laquelle la taille des cellules est prise égale à sa valeur de saturation  $d_s(\epsilon)$  tout au long de la déformation.

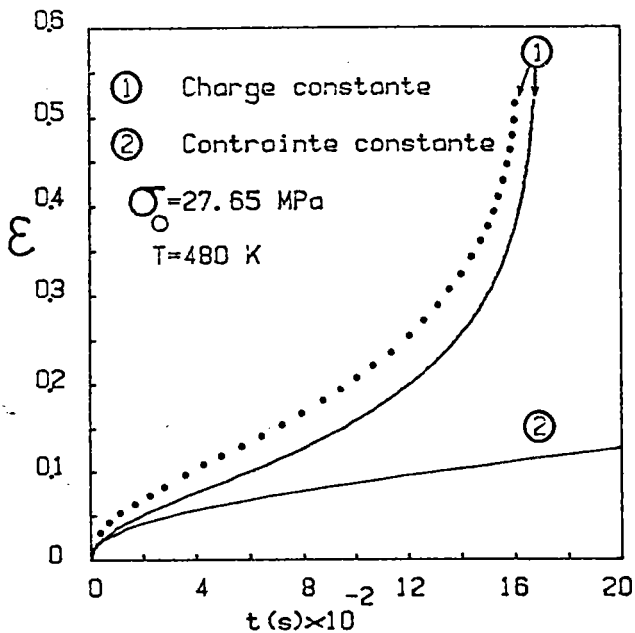


Figure III-3 : Comparaison entre la courbe de fluage à charge constante (1) et celle obtenue dans le cas du fluage à contrainte constante (2) ; (—) courbes théoriques ; (.....) courbes expérimentale.

Il convient également de faire une remarque sur la striction, qui sera étudiée plus en détail au chapitre V. Dans le cas du fluage sous contrainte constante, le stade de fluage tertiaire, qui intervient après un long stade de fluage secondaire, doit être attribué à la striction qui se développe généralement au cours de ce stade, ainsi qu'aux phénomènes de cavitation et de fissuration au niveau des joints de grains. Dans le cas du fluage sous charge constante, ces phénomènes interviennent également, mais la forme de la courbe, avec une accélération du fluage, est un effet intrinsèque de la loi de comportement sous contrainte croissante.

### III-4.5 Comparaison avec les expériences de fluage sous force constante

La figure III-4 montre les courbes de fluage  $\dot{\epsilon}(c)$  expérimentales et calculées, dans un domaine de contraintes moyennes et pour des températures supérieures à 400 K.

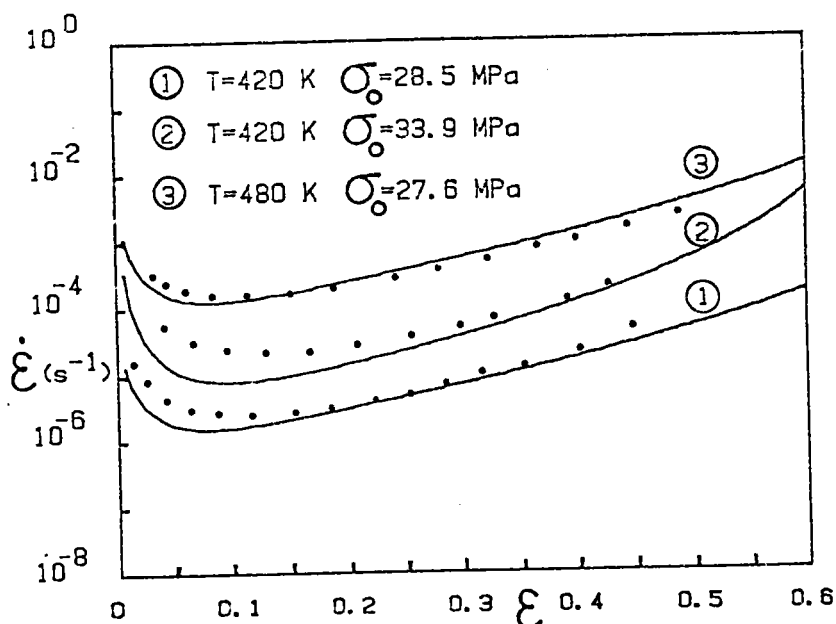


Figure III-4 : Evolution des courbes de fluage à charge constante pour différentes températures et différentes charges.

(——) courbes théoriques ; (-----) courbes expérimentales.

On notera une bonne description de la forme des courbes avec une prévision correcte des trois stades de fluage : primaire, secondaire et tertiaire, le fluage secondaire correspondant simplement à un minimum de la courbe  $\dot{\epsilon}(t)$  ou à une inflexion sur la courbe  $\epsilon(t)$  (figure III-3). Il semble bien que le fluage secondaire, dans le cas d'essais à force constante, n'ait pas d'existence réelle, et soit simplement le résultat apparent de la transition entre le fluage primaire et le fluage tertiaire.

En comparant ces courbes de fluage avec celles obtenues en traction à vitesse constante (figure II-12 et II-13), on remarque une excellente prévision du comportement dans le domaine défini par  $T \sim 480$  K,  $\dot{\epsilon} \sim 10^{-4} s^{-1}$  (essai 4, figure II-13 et essai 3, figure III-3). On notera également que la sous-estimation de la vitesse de fluage dans l'essai 2, figure III-4, est en relation directe avec la sur-estimation de la contrainte de saturation dans la région définie par  $T \sim 420$  K,  $\dot{\epsilon} < 10^{-4} s^{-1}$  (essai 2, figure II-13). Dans les deux cas de la traction à vitesse constante et du fluage, ces désaccords pourraient être fortement réduits par l'utilisation d'une variable de Zener-Holloman,  $Z = \dot{\epsilon} \exp(Q/RT)$ , où  $Q = Q(T)$  est une énergie d'activation apparente, au lieu de la variable  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ , où  $D_L$  est le coefficient d'autodiffusion en volume (relation II-19). On retiendra toutefois l'excellente corrélation entre traction et fluage fournie par le modèle.

### III-5 Prévision du comportement en fluage après saut de contrainte ou de force.

Au cours du fluage, une variation de contrainte crée un changement important au niveau de la sous-structure, lié au changement de la densité de dislocations et de la taille de sous-grains. Dans notre modélisation, le saut de contrainte,  $\Delta\sigma$ , fait varier la taille des sous-grains  $d_s$  de  $d_{s1}$ ,

déterminé à chaque instant avant le saut en fonction de  $\dot{\epsilon}$  et de  $T$  à partir des relations (II-25), (II-26), à  $d_{s2}$ . Le rôle joué par les cellules en cours du fluage est sans doute aussi important que celui joué par la densité de dislocations. Pour cette raison, la taille des sous-grains après le saut,  $d_{s2}$ , sera déterminée à partir de la relation décrivant la contrainte,  $\sigma = \bar{m}\alpha_1\mu b\sqrt{\rho} + \bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{b/d_s(\dot{\epsilon})} + \bar{m}\alpha_3\mu\sqrt{b/D}$ , en considérant que la variation de  $\rho$  est négligeable (c'est-à-dire, la densité  $\rho$  avant le saut,  $\rho_1^*$ , est sensiblement égale à celle après le saut,  $\rho_2^*$ ). La variation de contrainte,  $\Delta\sigma$ , sera donnée par la différence des deux valeurs de  $\sigma$  avant et après le saut, soit:

$$\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 = \bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{b} \left( d_{s2}^{-\frac{1}{2}} - d_{s1}^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{III-12})$$

Dans le cas du fluage à charge constante, où le saut de contrainte, à un certain niveau de déformation  $\epsilon^*$ , est donné par  $\Delta\sigma = (\sigma_{02} - \sigma_{01})\exp(\epsilon^*)$ , la taille  $d_{s2}$  sera déduite à partir de (III-12) et donnée par (III-13.a), alors que, dans le second cas (fluage à contrainte constante),  $d_{s2}$  sera donnée par (III-13.b).

$$d_{s2} = \left\{ \frac{(\sigma_{02} - \sigma_{01})\exp(\epsilon^*)}{\bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{b}} + \left( \frac{1}{d_{s1}} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{-2} \quad (\text{III-13.a})$$

$$d_{s2} = \left\{ \frac{\sigma_{02} - \sigma_{01}}{\bar{m}\alpha_2\mu\sqrt{b}} + \left( \frac{1}{d_{s1}} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{-2} \quad (\text{III-13.b})$$

La vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  après le saut de contrainte est déterminée à partir de la relation  $d_s = d_{s0} + A'(\dot{\epsilon}/D_L)^{-1/3}$  en utilisant la valeur de  $d_{s2}$ , calculée à partir d'une des deux relations (III-13.a), (III-13.b), selon les conditions de fluage adoptées. Dans le cas d'une diminution de contrainte de  $\sigma_{01}$  à  $\sigma_{02}$  (ou de force de  $F_1$  à  $F_2$ ), la forte valeur de  $\rho = \rho^*$ , atteinte à la



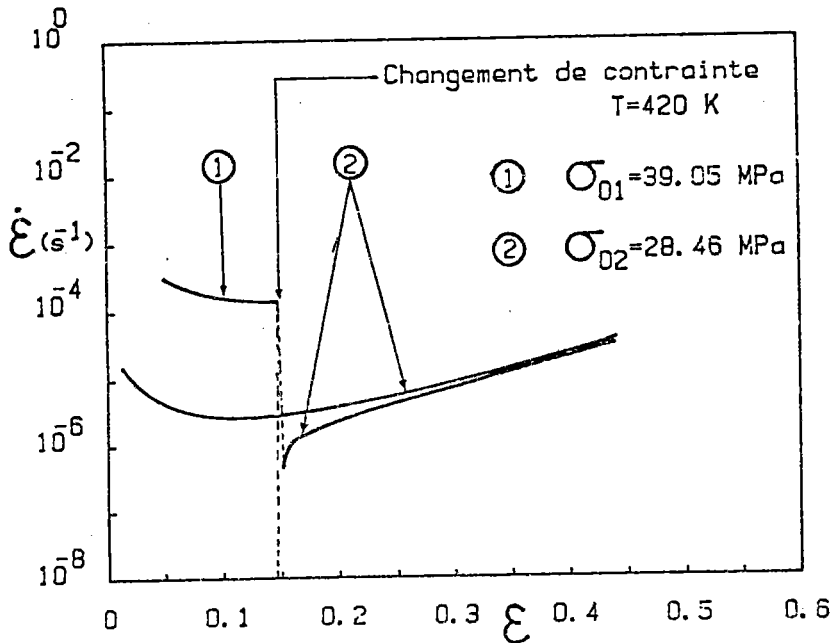


Figure III-5.a : Courbe expérimental de fluage  $\dot{\epsilon}$ - $\epsilon$  obtenue après une diminution de la charge de  $F_1 = A_0 \sigma_{01}$  à  $F_2 = A_0 \sigma_{02}$ .

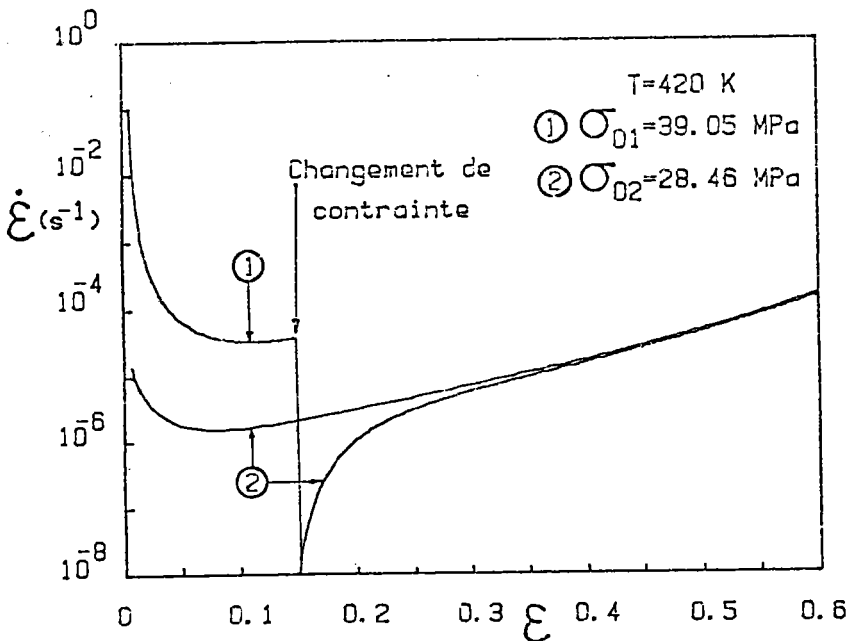
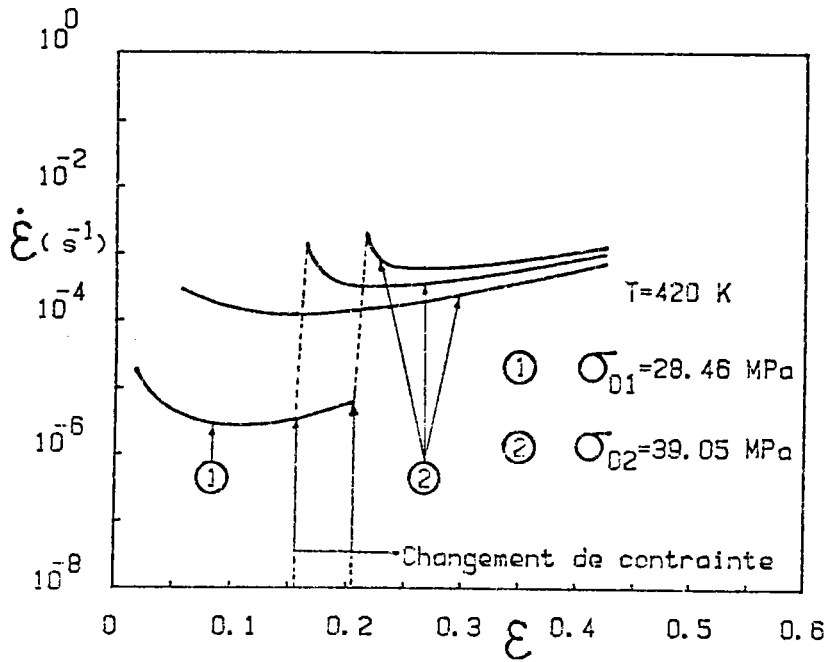
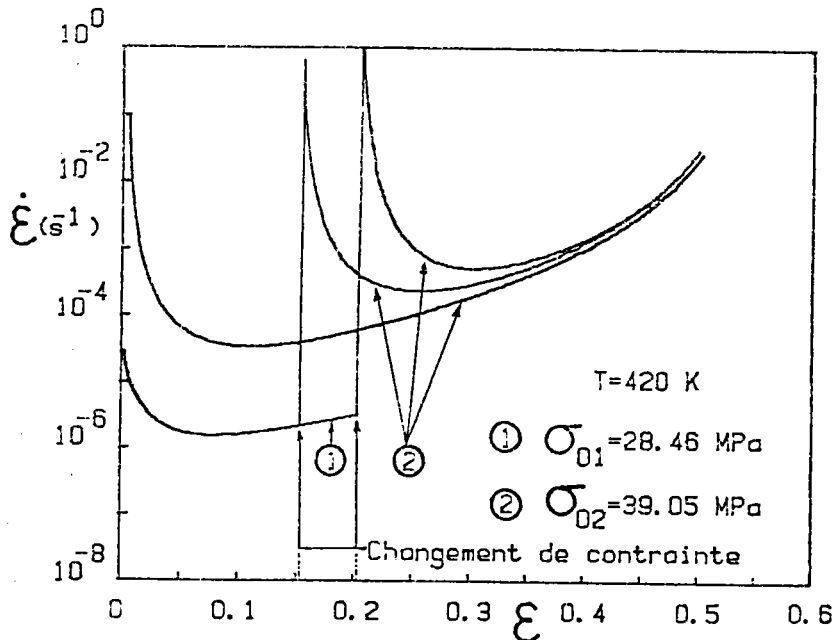


Figure III-5.b : Courbe théorique de fluage  $\dot{\epsilon}$ - $\epsilon$  déterminé par les relations (III-11), (III-13.a) après une diminution brusque de la charge de  $F_1 = A_0 \sigma_{01}$  à  $F_2 = A_0 \sigma_{02}$ ;



**Figure III-6.a** : Courbes expérimentales de fluage  $\dot{\epsilon}$ - $\epsilon$  obtenues après une augmentation de la charge de  $F_1 = A_0 \sigma_{01}$  à  $F_2 = A_0 \sigma_{02}$  ; le saut est fait à deux niveaux de déformation différents.



**Figure III-6.b** : Courbe théoriques de fluage  $\dot{\epsilon}$ - $\epsilon$  déterminées par les relations (III-11), (III-13.a) après une augmentation brusque de la charge de  $F_1 = A_0 \sigma_{01}$  à  $F_2 = A_0 \sigma_{02}$  ; le saut est fait à deux niveaux de déformation différents.

fin de la première partie du chargement (avant le saut), impose une faible valeur de  $\sigma_{\mu 2} = \Pi \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_{s2}}$ , obtenue à partir de la relation  $\sigma_{\mu 2} \sigma_2 = -\sigma_2 - \Pi \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho^*} - \Pi \alpha_3 \mu \sqrt{b/D}$ , ce qui donne une forte valeur de  $d_{s2}$  expliquant la faible valeur de  $\dot{\epsilon}$  après le saut de contrainte (ou de charge) (Figure III-5.b). Inversement, pour une augmentation de contrainte (ou de force) la faible valeur de  $\rho = \rho^*$  à la fin de la première partie du chargement (avant le saut) explique la forte valeur de  $\dot{\epsilon}$  après l'augmentation de contrainte (Figures III-6, III-6.b). Ces conditions initiales de la deuxième partie (après le saut) expliquent la forme des courbes de fluage, obtenues par intégration de l'équation (III-11). La forme de ces courbes est conforme aux observations expérimentales (figures III-5.a et III-6.a). Le saut de vitesse calculé est plus grand que celui observé expérimentalement, mais ceci est dû en grande partie au fait que le "saut" de force a été effectué avec une "rampe" qui atténue considérablement l'effet du saut, en raison de l'évolution même des paramètres microstructuraux qui intervient pendant la rampe de force. Des sauts effectués dans des conditions plus "propres" indiquent, dans le cas d'une réduction de contrainte, l'existence d'un transitoire correspondant à une accélération du fluage dans un rapport voisin de 100 (BLUM et coll., 1987).

### III-6 Prévision du comportement plastique en relaxation

L'observation fondamentale dans une expérience de relaxation de la charge est une décroissance de la contrainte en fonction du temps. Il est toutefois préférable de représenter les résultats expérimentaux sous la forme de courbes contrainte-vitesse de déformation plastique ( $\sigma-\dot{\epsilon}$ ) en vue d'une modélisation du comportement plastique.

Dans un essai de relaxation de la charge, la vitesse de décroissance de la contrainte est proportionnelle à la vitesse de déformation plastique,

$$\dot{\epsilon} = -S\dot{\sigma} \quad (\text{III-14})$$

où  $S$  est la complaisance élastique de l'ensemble éprouvette-machine d'essai. La relation  $(\sigma-\dot{\epsilon})$  prévue par le modèle est donc fournie sous forme incrémentale par l'équation (III-1.b) avec  $d\sigma = Sd\dot{\epsilon}$ , ce qui donne :

$$\frac{d\sigma}{d\dot{\epsilon}} = \frac{\beta_G}{\dot{\epsilon}(1+S\theta_G)} \quad (\text{III-15})$$

où  $\theta_G = \bar{n}^2 \theta_\tau$  et  $\beta_G = \bar{n} \beta_\tau$  sont donnés par les relations (III-2.a) et (III-3.a). La valeur initiale de  $\sigma$  étant déterminée par continuité avec la valeur atteinte à l'instant du démarrage de l'essai de relaxation, une intégration numérique de l'équation (III-15) fournit la courbe  $\sigma(\dot{\epsilon})$ . En fait  $S\theta_G$  est très petit devant 1, et la décroissance de la vitesse de déformation plastique observée au cours de la relaxation en même temps que la décroissance de la contrainte est gouvernée par  $\beta_G$ , et donc provient d'une évolution de la microstructure, c'est-à-dire d'un grossissement des cellules de dislocations. Une comparaison entre courbe expérimentale et courbe calculée est donnée dans la figure III-7. La pente initiale de la courbe (présentée en axes logarithmiques) est correctement prévue. On notera toutefois que la courbe expérimentale diverge fortement de la courbe calculée pour des vitesses de déformations : inférieures à  $\dot{\epsilon} \sim 2 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$ . Ce désaccord peut être dû au fait que la restauration statique (gouvernée par le temps) a été négligée dans notre modèle. Pour rendre compte de cet effet la loi d'évolution de  $\rho$  peut être modifiée en considérant un terme de la forme :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\eta(\rho - \rho_0),$$

où  $\eta = \eta(T)$  est un coefficient d'annihilation (KLEPACZKO et CHIEM, 1985). Si l'on tient compte de ce terme dans la loi d'évolution de  $\rho$ , l'équation

(III-15) se ré-écrit :

$$\frac{d\rho}{d\dot{\gamma}} = \frac{k_0}{bd} - \left( k_a + \eta/\dot{\gamma} \right) (\rho - \rho_0) \quad (\text{III-16})$$

L'ensemble des calculs effectués précédemment s'appliquent, à l'exception du fait qu'il convient de remplacer  $k_a$  par  $k_a - \eta/\dot{\gamma}$ , ou  $\bar{M}k_a$  par  $\bar{M}k_a + \eta/\dot{\epsilon}$ . Les courbes prenant en compte la restauration statique sont également reportées dans la figure (III-7), pour différentes valeurs de  $\eta$ .

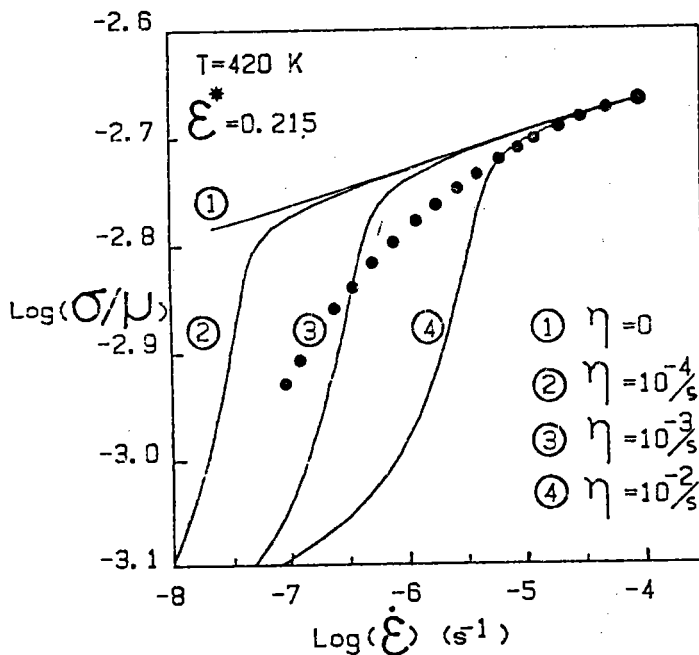
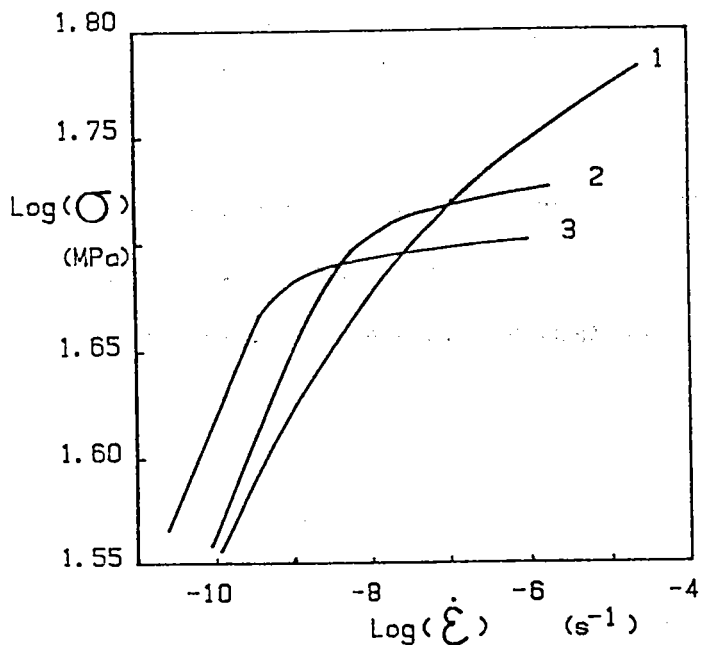


Figure III-7 : Comparaison entre courbes de relaxation expérimentales (...) (MLIHA-TOUATI, 1985) et celles calculées à partir de l'équation (III-15) (—) pour différentes valeurs de  $\eta$ . Les points expérimentaux ont été traduits de  $\Delta\sigma = +3.5$  MPa afin de coïncider avec les courbes calculées au début de la relaxation.

Un changement assez abrupt de la pente des courbes logg-logé est alors observé lorsque la restauration statique devient non négligeable. La forme des courbes calculées ne décrit pas correctement les courbes expérimentales, qui présentent une évolution régulière de leurs pertes au cours de la relaxation. En fait, on peut penser que le modèle devrait incorporer un nombre plus important de variables internes pour rendre compte des évolutions complexes de la structure des dislocations au cours de la relaxation. Ces évolutions consistent en la disparition des dislocations présentes à l'intérieur des cellules, et en un amincissement des parois de cellules (HASEGAWA et coll., 1982), en même temps qu'en une augmentation de la taille des cellules et une annihilation de dislocations. Ces processus conduisent à une redistribution complexe des contraintes internes au sein du matériau. On peut toutefois remarquer que les courbes calculées ressemblent beaucoup plus aux courbes obtenues par ROHDE et coll. (1981) après une première relaxation suivie d'une petite déformation plastique supplémentaire (figure III-8).



- 1: 1ère relaxation à  $c=c_1^* = 0.59\%$
- 2: 2ème relaxation à  $c=c_2^* = 0.603\%$
- 3: 3ème relaxation à  $c=c_3^* = 0.608\%$

Figure III-8 : Courbes Logg-logé pour trois relaxations successives sur la même éprouvette.

L'interprétation de ces courbes dans le cadre du présent modèle est que la première partie de la courbe de relaxation (avec une faible valeur de la pente dans les axes  $\text{Log}\sigma\text{-log}\dot{\epsilon}$ ) devrait être principalement attribuée à un réarrangement des dislocations (c'est-à-dire à un grossissement des cellules) et que la seconde partie avec une pente plus forte, devrait résulter d'une diminution de la densité de dislocations. Cette décroissance de la densité de dislocations, qui est obtenue ici par l'intermédiaire du terme de restauration statique, est confirmée expérimentalement par le fait que la courbe contrainte-déformation obtenue après rechargement reste en dessous de la courbe continue obtenue sans relaxations intermédiaires (MLIHA-TOUATI, 1985).

### III-7 Conclusion

Après avoir montré, dans le chapitre précédent, un bon ajustement des courbes de traction expérimentales à vitesse constante dans les conditions déjà citées, nous avons élargi l'application du modèle à d'autres essais pendant lesquels il y a une évolution de la température ou de la vitesse.

Dans le cas du fluage à charge constante on remarque, sur l'ensemble des courbes, un bon accord entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par intégration numérique, sauf au niveau des petites déformations. Ce léger désaccord peut être attribué aux simplifications introduites dans la modélisation, selon lesquelles la taille de cellules est prise égale à sa valeur d'équilibre  $d_s(\dot{\epsilon}, T)$  à chaque instant, et la contrainte effective  $\sigma'$  est négligée.

Dans le cas d'un saut de force en fluage, on peut considérer que l'on a un bon accord dans la mesure où le saut de vitesse observé expérimentalement est fortement atténué par le fait d'un changement de force qui n'est pas instantané. Les courbes de traction expérimentales obtenues après saut

de température sont aussi bien décrites, sauf au niveau du transitoire qui suit le saut.

Afin d'obtenir un bon accord entre résultats expérimentaux et ceux calculés après les sauts (saut de température ou de vitesse en traction ; saut de contrainte ou de charge en fluage) il conviendrait d'introduire l'évolution de deux paramètres, au moins, dans le calcul.

Dans le cas des essais de relaxation les modèles proposés ne décrivent pas la forme des courbes expérimentales malgré l'introduction d'un paramètre lié à la restauration statique. Il semble qu'une modélisation plus complexe devrait être développée dans le cas des très faibles vitesses de déformation.



CHAPITRE IV
-------------

\*  
\* \*

CONFRONTATION DU MODELE AVEC LES RESULTATS BIBLIOGRAPHIQUES

- IV-1 Introduction
- IV-2 Etude de l'écroutissage
- IV-3 Etude de l'état stationnaire - Relation  $\sigma_s$ ,  $\epsilon_s$  et T
- IV-4 Influence de la taille des cellules ou sous-grains
- IV-5 Influence de la densité de dislocations - Relation entre  $\rho_s$  et  $\epsilon_s$
- IV-6 Conclusion

#### IV-1 Introduction

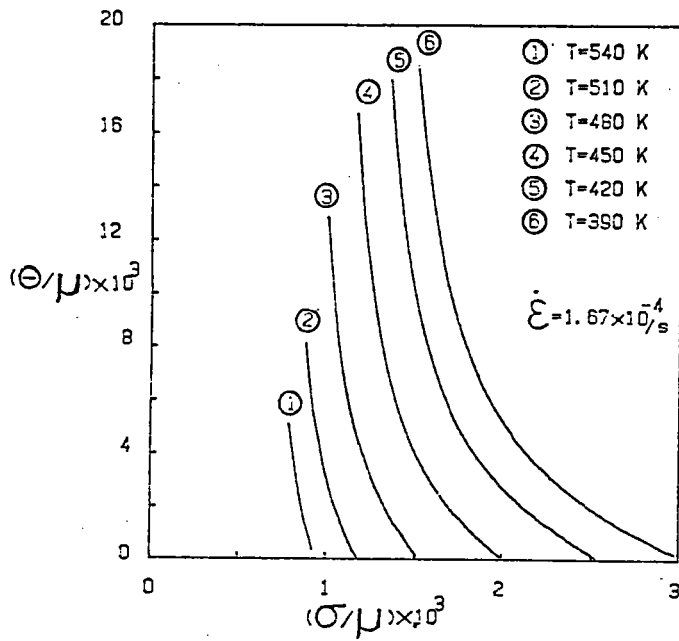
De nombreuses études expérimentales ont été faites sur l'aluminium par plusieurs auteurs dans diverses conditions. Les résultats, déjà donnés, ont été interprétés en relations entre différentes quantités (contraintes, taille de sous-grains et vitesse de déformation, paramètres d'écroutissage). Notre objectif dans ce chapitre est de justifier notre argumentation et la validité des modèles proposés en faisant une comparaison entre quelques résultats bibliographiques et nos prévisions dans le même domaine de vitesse et de température.

#### IV-2 Etude de l'écroutissage

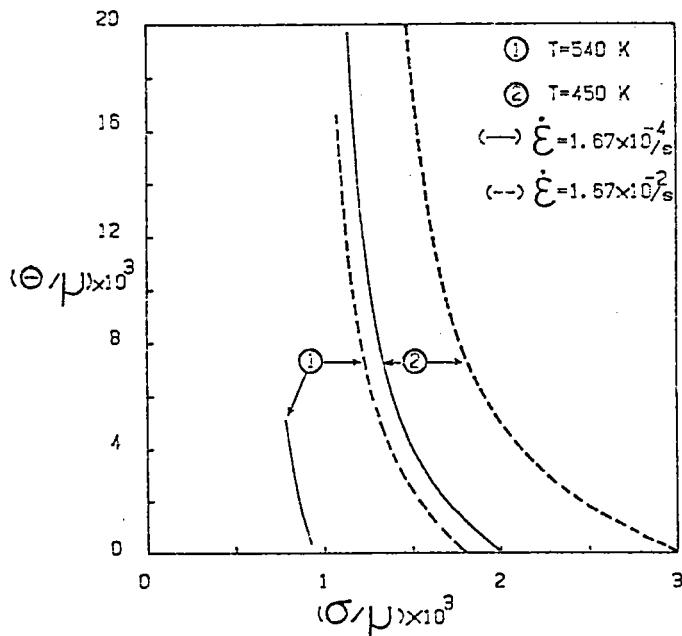
La représentation généralement adoptée de l'écroutissage, en vue d'une discussion physique, est celle de l'évolution du taux d'écroutissage  $\theta_G$  en fonction de  $\sigma$ , ces deux quantités étant normées par le module de cisaillement  $\mu$ . Le coefficient  $\theta_G$  dans le présent modèle est fourni par les relations (III-2.a) et (III-2.b), soit :

$$\theta_G = \frac{\left(\bar{\pi}\alpha_1\mu b\right)^2 \left(\frac{\bar{\pi}k_0}{bd_s} + \bar{\pi}k_0\rho_0\right) - \bar{\pi}k_0 \left(\sigma - \bar{\pi}\alpha_2\mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \bar{\pi}\alpha_3\mu \sqrt{\frac{b}{D}}\right)^2}{2 \left(\sigma - \bar{\pi}\alpha_2\mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} - \bar{\pi}\alpha_3\mu \sqrt{\frac{b}{D}}\right)} \quad (IV-1)$$

Il est clair que seul le stade III de déformation est susceptible d'être décrit par cette relation. Les figures IV-1 et IV-2 présentent les courbes  $(\theta_G/\mu)$  en fonction de  $(\sigma/\mu)$  pour différentes températures et vitesses de déformation. La courbure vers le haut généralement trouvée pour ces courbes est correctement prédite, contrairement aux prévisions de la loi de Vocé qui fournit une droite de pente négative dans ces axes. Dans la mise en équation, ceci provient de la considération d'un libre parcours moyen des



**Figure IV-1** : Evolution du taux d'écroutissement  $(\theta/\mu)$  en fonction de  $(\sigma/\mu)$  pour quelques températures. Une surestimation de  $\theta$  pour  $\epsilon < 0.3$ .



**Figure IV-2** : Influence de la température  $T$  et de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  sur l'évolution de  $(\theta/\mu)$ .

dislocations proportionnel à  $d_s$  (et donc constant, équation II-15) au lieu d'un libre parcours moyen proportionnel à  $1/\sqrt{\rho}$  (équation II-10), qui conduit à la loi Vocé. Les prévisions de la relation (IV-1) ne sont toutefois pas correctes aux faibles contraintes (en fait, pour les déformations  $\epsilon < 0.03$ ), comme cela a été signalé et discuté dans la comparaison des courbes contraintes-déformations expérimentales et calculées (cf II-4.2, Figure II-9). Les éléments importants du modèle qui permettent de décrire correctement l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur le taux d'érouissage  $\theta_G$  sont, d'une part, la considération du terme  $\tau_{\mu 2} = \alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s}$ , qui influe sur le niveau des contraintes en fonctions de  $\dot{\epsilon}$  et  $T$ , et d'autre part le couplage entre la taille des cellules,  $d$ , et la loi de multiplication des dislocations, couplage qui intervient à la fois dans le terme de multiplication des dislocations,  $M_p = k_0/bd$ , et dans le terme d'annihilation,  $M_a = k_a(\rho - \rho_0)$ , pour lequel une relation empirique de proportionnalité entre  $d_s$  et  $k_a$  a été adoptée.

Certains auteurs (KOCKS, JONAS et MECKING, 1979 ; CHRISTODOULOU et JONAS, 1982) ont en outre insisté sur l'importance de coefficients du second ordre, particulièrement vis-à-vis de la stabilité de l'écoulement plastique. Ces coefficients concernent la sensibilité du coefficient d'érouissage  $\gamma_G = \theta_G/\sigma = \partial \ln \sigma / \partial \ln \dot{\epsilon}$  ; d'une part, à la contrainte,  $C_G^* = \partial \gamma_G / \partial \ln \sigma$  ; d'autre part, à la vitesse de déformation,  $B_G = \partial \gamma_G / \partial \ln \dot{\epsilon}$ . Partant de l'expression de  $\theta_G$  fournie par la relation (IV-1), on trouve :

$$C_G^* = \gamma_G + \frac{\bar{\pi}k_a}{2} + \frac{(\bar{\pi}\alpha_1 \mu b)^2 \left[ \frac{\bar{\pi}k_0}{bd_s} + \bar{\pi}k_a \rho_0 \right]}{2(\sigma - \bar{\pi}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} - \bar{\pi}\alpha_3 \mu \sqrt{b/D})^2} \quad (IV-2)$$

et :

$$B_G = \frac{d_s - d_{s0}}{nd_s} \left\{ -\gamma_G + \frac{(\gamma_G/2)\bar{\pi}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s}}{(\sigma - \bar{\pi}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} - \bar{\pi}\alpha_3 \mu \sqrt{b/D})} + \frac{(1/bd_s)(\bar{\pi}\alpha_1 \mu b)^2}{\sigma(\sigma - \bar{\pi}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} - \bar{\pi}\alpha_3 \mu \sqrt{b/D})} + \frac{\bar{\pi}k_a}{2\sigma} \bar{\pi}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} \right\} \quad (IV-3)$$

La figure IV-3 montre les évolutions de  $\gamma_G$  et de  $C_G^*$  en fonction de la contrainte  $\sigma$ , obtenues expérimentalement par CHRISTODOULOU (1982), et calculées à partir des relations (IV-2) et (IV-3).

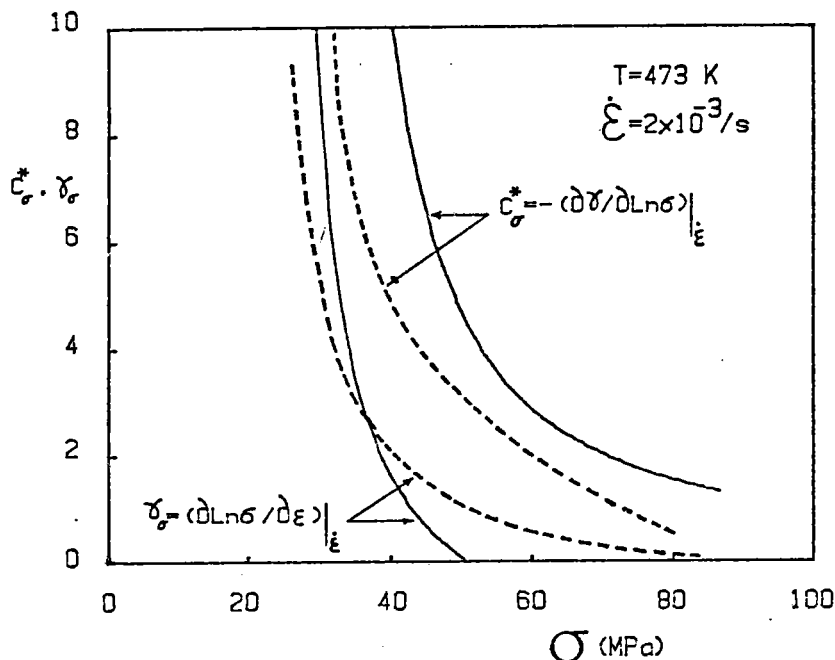


Figure IV-3 : Evolution du coefficient d'érouissage  $\gamma_G$ , et de sa sensibilité à la contrainte,  $C_G^*$ , en fonction de la contrainte  $\sigma$ . Comparaison entre les courbes calculées (—), données par les relations (IV-1), (IV-2) et celles de CHRISTODOULOU (1982) (---), reportées par SEMIATIN et JONAS (1984).

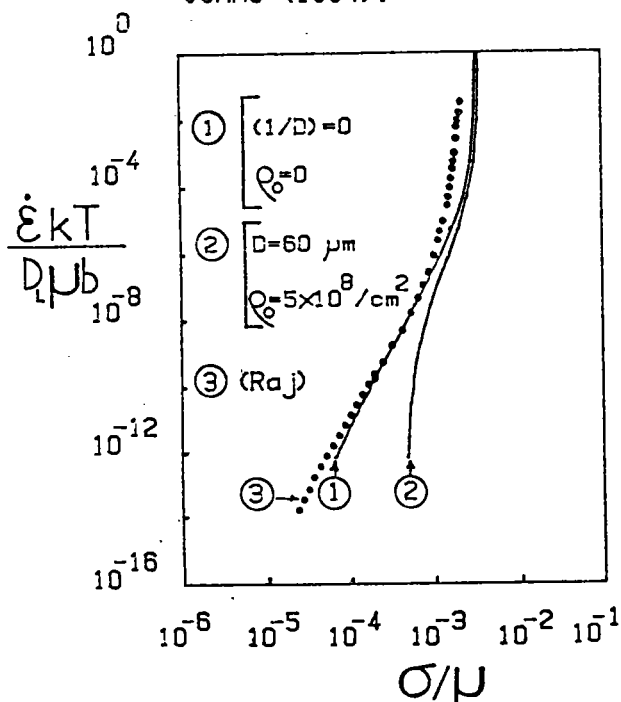


Figure IV-4 : Courbes décrivant l'écoulement de l'aluminium en fluage stationnaire. Comparaison entre les courbes 1, et 2, données par (IV-7), et celle de RAJ (1986).

On note une bonne correspondance entre modèle et expérience, compte-tenu des différences de composition, taille de grains, etc... qui peuvent exister entre les deux matériaux testés. La principale différence concerne la persistance de l'écroutissage observée par CHRISTODOULOU en grandes déformations (c'est-à-dire la forte augmentation de contrainte observée pour  $\gamma_G < 1$  sur la figre IV-3) et qui est peut être due à des différences d'évolution de texture pour les deux matériaux. Pour ces raisons, il devient impossible de faire une comparaison entre une courbe  $B_G - \gamma_G$  calculée à partir de la relation IV-3 et la courbe expérimentale obtenue à partir d'un autre aluminium (par exemple, celle reportée par SEMIATIN et JONAS (1984), non représentée ici) dans un domaine de grandes déformations ( $\gamma_G < 1$ ).

#### IV-3 Etude de l'état stationnaire - Relation entre $\sigma_s$ , $\dot{\epsilon}_s$ et T

Le fluage stationnaire a fait l'objet de très nombreuses études depuis les travaux de DORN il y a une trentaine d'années. L'équation de DORN peut se mettre sous la forme :

$$\dot{\epsilon}_s = A \frac{D\mu b}{kT} \left( \frac{\sigma_s}{\mu} \right)^n \quad (IV-4)$$

où  $D$  est le coefficient de diffusion, et  $A$  et  $n$  sont des constantes ( $n$  est l'exposant de la contrainte). Cette relation s'applique bien dans un domaine de contraintes faibles et intermédiaires. Aux plus fortes contraintes, (sensiblement pour  $\dot{\epsilon}_s/D > 10^{13} \text{ s}^{-2}$ ) la "loi puissance" (relation IV-4) ne s'applique plus, et le comportement est, par exemple, décrit par la relation proposée par SHERBY et BURKE (1967) :

$$\dot{\epsilon}_s = A' \exp(\beta \sigma_s) \quad (IV-5)$$

où  $\beta$  est une constante et  $A'$  est un paramètre dépendant de la température. L'ensemble de ces résultats peut être décrit de façon unifiée par la relation en sinus hyperbolique (ou relation de GAROFALO), écrite sous la forme :

$$\frac{\dot{\epsilon}_s}{D} = B \left[ \sinh \left( \alpha \frac{\sigma_s}{E} \right) \right]^n \quad (IV-6)$$

où  $\alpha$ ,  $B$  et  $n$  sont des constantes. LUTHY et coll. (1980) ont par exemple montré que cette relation s'applique bien sur 21 ordres de grandeur en  $\dot{\epsilon}_s/D$ . Les prévisions de notre modèle concernant l'état stationnaire peuvent être obtenues, par exemple, à partir de l'expression (II-24) dans laquelle on exprime que  $\epsilon$  tend vers l'infini

$$\sigma_s = \bar{M}\alpha_1 \mu b \sqrt{\frac{k_0}{bd_s k_a} + \rho_0} + \bar{M}\alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} + \bar{M}\alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} \quad (IV-7)$$

avec  $d_s$  et  $\bar{M}k_a$  fournis par les relations (II-25) et (II-26). La figure IV-4 compare dans les axes adimensionnels  $\dot{\epsilon}kT/D_2 \mu b$  en fonction de  $\sigma/\mu$ , les résultats de la compilation bibliographique de RAJ (1986) avec les prévisions de la relation (IV-7). Avec  $\rho_0 = 0$  et  $1/D = 0$ , c'est-à-dire pour un matériau bien recristallisé à gros grains, les prévisions du modèle décrivent bien l'allure générale du comportement, avec le domaine d'application de la loi puissance présentant une valeur correcte de la pente ( $n \sim 4.3$ ). Un comportement inhabituel est observé avec les valeurs  $\rho_0 = 5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  et  $D = 60 \mu\text{m}$ , utilisées pour l'aluminium étudié dans ce travail. Cette allure est pourtant bien celle des résultats expérimentaux de MLIHA-TOUATI (1985) et elle doit être attribuée à la petite taille de grains, ainsi qu'à l'assez forte densité initiale de dislocations, résultant d'un recuit effectué à température assez basse ( $T = 623\text{K}$ ). Les figures IV-5 et IV-6 montrent en effet qu'à la fois une petite taille de grains et une

densité initiale de dislocations assez élevée, c'est-à-dire une recristallisation imparfaite, peuvent expliquer le comportement inhabituel observé par le calcul, et dans les essais, pour des températures où la loi puissance (fluage de type DORN) est généralement observé. Dans le modèle, ce comportement est attribué à l'existence d'un seuil de contrainte,

$$\sigma_0 = \bar{n}\alpha_1\mu b\sqrt{\rho_0} + \bar{n}\alpha_2\mu\sqrt{\frac{D}{D}}$$

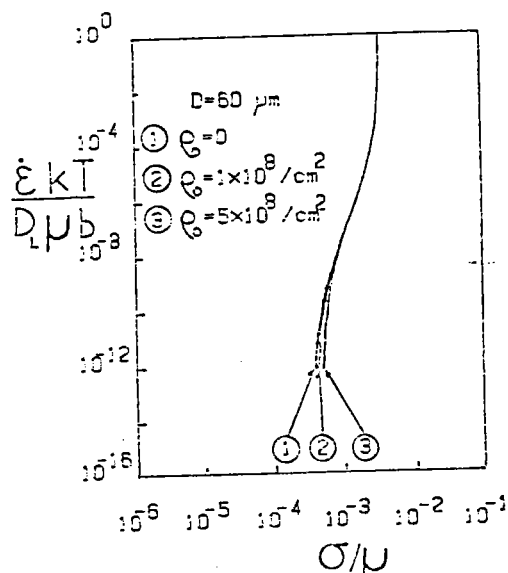


Figure IV-5 : Influence de la densité de dislocations initiale,  $\rho_0$ , sur le comportement de l'aluminium calculé en fluage à l'état stationnaire

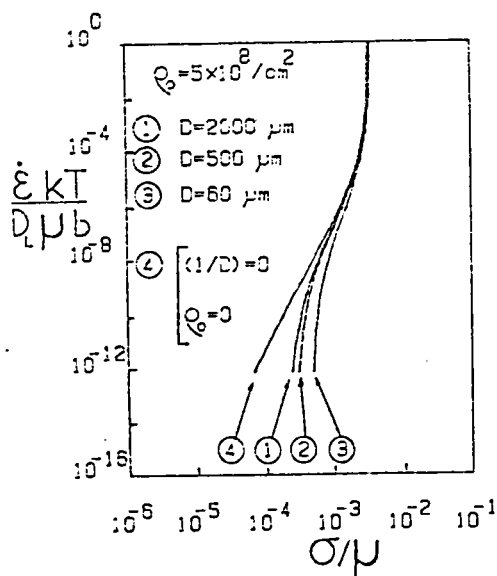


Figure IV-6 : Influence de la taille des grains,  $D$ , sur le comportement de l'aluminium calculé en fluage à l'état stationnaire.



On retiendra donc que, pour un matériau bien recristallisé, c'est-à-dire présentant des gros grains et une faible densité de dislocations initiale, le modèle décrit correctement le fluage selon la loi puissance, ainsi que la déviation de la loi puissance aux fortes contraintes. Les éléments importants qui permettent de prévoir correctement la forme de la courbe correspondent à la modélisation adoptée pour décrire les évolutions de  $d_s$  et  $k_a$  en fonction de  $\dot{\epsilon}/D_L$  (relations II-25 et II-26).

#### IV-4 Influence de la taille des cellules ou sous-grains

L'étude de la microstructure des matériaux par microscopie électronique a permis d'étudier l'évolution de la taille des sous-grains pour des essais effectués sous diverses conditions de température et de vitesse de déformation (ou de contrainte). Il semble en particulier que la taille des sous-grains soit un paramètre physique aussi important que la densité moyenne de dislocations dans le comportement plastique à chaud. Parmi les corrélations expérimentales obtenues entre les paramètres physiques et les paramètres mécaniques  $\sigma$ ,  $\dot{\epsilon}$  et  $T$ , la relation donnant la taille de sous-grains  $d_s$  à l'état stationnaire, en fonction de la contrainte  $\sigma$ , est généralement admise,

$$d_s = \frac{\lambda_0}{(\sigma/E)} \quad (\text{IV-8})$$

où  $\lambda_0$  est une constante du matériau. Une compilation de résultats bibliographiques effectuée par YOUNG et coll. (1975) montre que cette relation est bien vérifiée sur deux ordres de grandeur correspondant au fluage de type DORN.

ROBINSON et SHERBY (1969) ont part ailleurs tenté de quantifier le rôle des sous-grains en proposant une relation de comportement de la forme :

$$\dot{\epsilon} = S D d^p (\sigma/E)^n \quad (\text{IV-9})$$

où  $S$ ,  $p$  et  $N$  sont des constantes. Dans des conditions stationnaires on obtient la relation de type DORN.

$$\dot{\epsilon}_s = SD(\sigma/E)^n \quad (IV-10)$$

avec  $n = N-p$  et  $S = S\lambda_0^p$ . Pour l'aluminium, YOUNG et coll. (1975) proposent les valeurs  $p = 3,2$  et  $N = 7,4$ , ce qui conduit à un exposant de contrainte  $n = 4,2$  pour le fluage stationnaire. Ces auteurs déduisent en outre de la relation IV-9 que, à vitesse de déformation et température données, la contrainte dépend de la taille de grains selon la relation :

$$\sigma|\dot{\epsilon}, \tau = kd^{-p/N} \quad (IV-11)$$

où  $k$  dépend en premier lieu de la température. Cette corrélation, où  $p/N$  est déterminé expérimentalement à partir d'une analyse phénoménologique des essais de changement de vitesses de déformation, est bien vérifiée, avec  $p/N = 0,43$ . Une telle approche, tendant à prendre en compte la taille des sous-grains comme variable interne, présente des points de convergence avec le modèle développé dans ce travail.

Les prévisions de notre modèle qui peuvent être confrontées avec des résultats expérimentaux de la littérature sont les suivantes :

#### \* Relation entre $d_s$ et $\sigma_s$

Cette relation est obtenue à partir de l'équation IV-7, dans laquelle on tient compte de la proportionnalité entre  $d_s$  et  $k_a$ ,  $d_s = d_{s0}k_a/k_{a0}$ , soit

$$\sigma_s = \bar{m}\alpha_1 \mu b \sqrt{\frac{k_0 d_{s0}}{b k_{a0} d_s} + \rho_0} + \bar{m}\alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d_s}} + \bar{m}\alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}}$$

Lorsque  $\rho_0$  est négligeable devant  $\rho_s$ , ce qui est le cas pour un matériau bien recristallisé, le premier terme est de la forme  $\sigma_{s1} \sim d_s^{-1}$  ; le deuxième terme est évidemment de la forme  $\sigma_{s2} \sim d_s^{-1/2}$  et le troisième est constant.

La figure IV-7 compare les résultats expérimentaux compilés par YOUNG et coll. (1975) avec les prévisions du modèle. Dans le cas d'un matériau bien recristallisé ( $\rho_0 = 0$  ;  $1/D = 0$ ), la tendance expérimentale est assez bien décrite, même si la pente en axes logarithmique, correspond à un exposant de  $d_s$ , qui présente évidemment une valeur intermédiaire entre  $-1/2$  et  $-1$ . Les déviations observées pour  $\rho_0 = 5.10^{12} \text{ m}^{-2}$  ;  $D = 60 \text{ }\mu\text{m}$  traduisant l'existence d'un seuil de contrainte lorsque la recristallisation du matériau est incomplète.

#### \* Relation entre $d_s$ et $(\dot{\epsilon}/D)$

Cette relation constitue un des éléments de la modélisation développée au chapitre II. Elle est fournie par la combinaison des équations (II-25) et (II-26), soit :

$$d_s = d_{s0} + A' (\dot{\epsilon}/D_L)^{-1/n}$$

avec :  $d_{s0} = 10^{-6} \text{ m}$  et  $A' = 21.8 \times 10^{-2} \text{ m}^{1/3}$

Les prévisions de cette expression sont comparées avec les résultats bibliographique compilés par McQUEEN et HOCKETT (1970), dans la figure IV-8.

#### IV-5 Influence de la densité de dislocations - Relation entre $\sigma_s$ et $\rho_s$

La relation de proportionnalité entre  $\sigma$  et  $\sqrt{\rho}$  est bien vérifiée expérimentalement. Elle constitue le point de départ des modèles utilisant la densité des dislocations comme seule variable interne. On peut toutefois s'attendre, avec le présent modèle, à ce que les écarts à cette proportionnalité soient faibles, dans la mesure où les influences de la température et de la vitesse de déformation vont dans le même sens pour  $\sigma_{\mu 1} = \bar{m}\alpha_1 \mu b \sqrt{\rho}$  et pour  $\sigma_{\mu 2} = \bar{m}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s}$ , à savoir qu'une augmentation de  $(\dot{\epsilon}/D_L)$  conduit à une augmentation de la densité de dislocations accumulées dans le

matériau, et à une diminution de la taille des cellules formées, en raison d'une restauration dynamique plus faible. Dans des conditions stationnaires, les prévisions du modèle sont données par :

$$\sigma_s = \bar{n}\alpha_1 \mu b \sqrt{\rho_s} + \bar{n}\alpha_2 \mu \sqrt{b/d_s} + \bar{n}\alpha_3 \mu \sqrt{b/\Pi}$$

relation dans laquelle on peut exprimer  $d_s$  en fonction de  $\rho_s$ , sachant que  $\rho_s = (k_o/bd_s k_a) + \rho_o$ . Les prévisions obtenues sont reportées dans la figure IV-9.

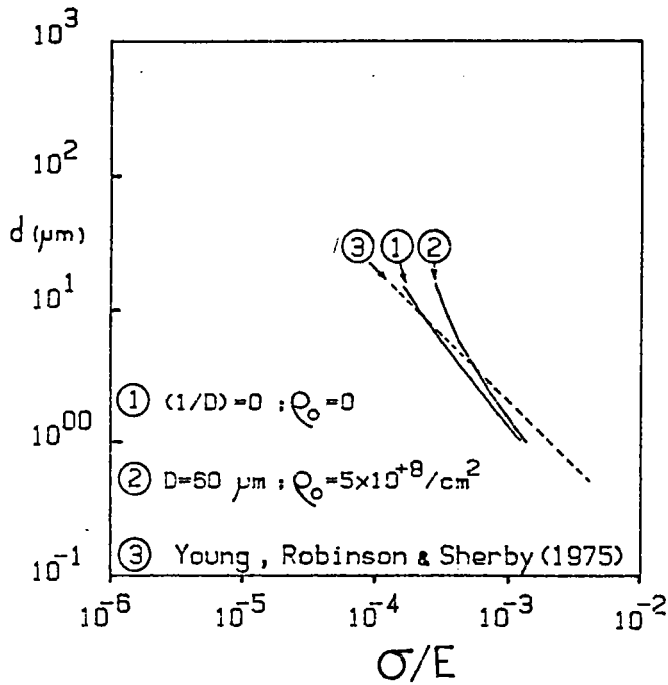


Figure IV-7 : Evolution de la taille des sous-grains en fonction de la contrainte. Comparaison des courbes 1), 2), calculées par la relation (IV-7) avec celle de YOUNG, ROBINSON et SHERBY (1975)

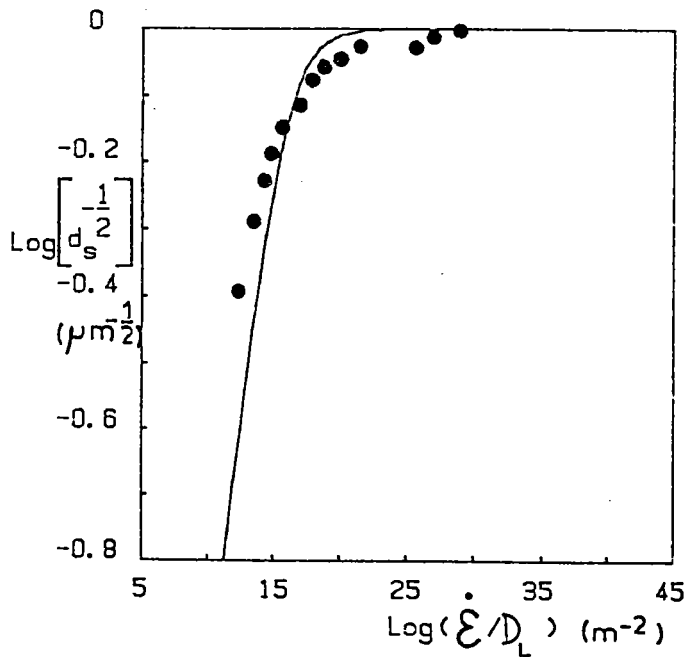
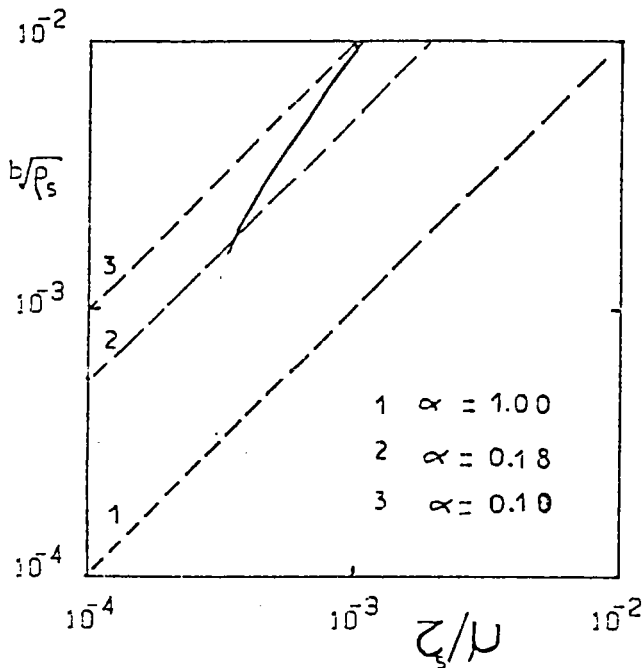


Figure IV-8 : Comparaison entre la courbe calculée par les relations (II-25), (II-26) (—) et celle donnée par McQUEEN et HOCKETT (1970). Ces deux courbes décrivent la taille de cellules ou de sous-grains en fonction de  $(\dot{\epsilon}/D_L)$ .



**Figure IV-9** : La courbe (—) montre l'évolution de  $\tau_s$  (donné par  $\sigma_s/\bar{M}$ ) ; la valeur de  $\bar{M}$  a été prise égale à 3.06) en fonction de  $\rho_s$  à l'état stationnaire donnée par le modèle. Les droites 1, 2, 3 (...) décrivent la variation de  $\tau_s$  en fonction de  $\rho_s$  donnée par la loi  $\tau_s = \alpha \mu b \sqrt{\rho_s}$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

#### IV. Conclusion

Le taux d'écroutissage, obtenu à partir du modèle proposé, a bien décrit les résultats expérimentaux pour des déformations supérieures à 3 % au lieu de 10 % dans le cas du modèle de VOCE. Une bonne correspondance entre les résultats expérimentaux (CHRISTODOULOU, 1982), décrivant le coefficient et le taux d'écroutissage, et ceux donnée par le calcul a été observée. Nous notons aussi que le recuit du matériau avant les essais peut influencer, par l'intermédiaire de la taille des grains  $D$  et de la densité initiale de dislocations  $\rho_0$ , sur la vitesse de déformation,  $\dot{\epsilon}_s$ , à l'état stationnaire. La sensibilité de  $\dot{\epsilon}_s$  à la taille des grains est plus importante par rapport à la densité  $\rho_0$ , notamment dans le domaine de haute température et de faible contrainte d'application. Les prévisions du modèle décrivant la taille  $d_s$  en fonction de  $\dot{\epsilon}/D_L$  sont proches des résultats expérimentaux (McQUEEN et HOCKETT, 1970) obtenus sous diverses conditions. La proportionnalité entre le libre parcours moyen  $\lambda$  et la taille  $d_s$ , d'une part, et entre  $d_s$  et  $k_a$ , d'autre part, a permis de relier, à la fois,  $\sigma_s$ ,  $d_s$  et  $\rho_s$ ,  $k_a$  en fonction de  $\dot{\epsilon}$  et  $T$ . La liaison entre  $\sigma_s$  et  $d_s$  à l'état stationnaire, donnée par le modèle a été justifiée expérimentalement (YOUNG et coll., 1975).

## CHAPITRE U

### ANALYSE DE LA STRICTION

- U.1 Introduction
- U.2 Influence de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse de déformation
- U.3 Analyse générale de la striction
- U.4 Reconstitution des courbes de traction
- U.5 Reconstitution des courbes de fluage à force constante
- U.6 Conclusion



### U.1 Introduction

L'analyse du processus de striction dans les barres en traction a fait l'objet de nombreuses études au cours des vingt dernières années. Il est en particulier bien établi que les effets de sensibilité à la vitesse de déformation (HUTCHINSON et coll., 1977) et les effets d'inertie (FRESENDEAS et coll., 1984) retardent le développement de la striction, tandis que les effets thermiques liés à la production de chaleur par déformation plastique accélèrent ce processus (FRESENDEAS et coll., 1984). En outre, la triaxialité des contraintes dans la striction a pour conséquences de ralentir le développement de la striction, par rapport à une analyse uniaxiale où les effets tridimensionnels sont négligés (HUTCHINSON et NEALE, 1977). Toutefois, la précision avec laquelle le phénomène de striction est décrit reste souvent insuffisante.

Les améliorations que l'on peut espérer apporter dans cette étude sont liées aux lois de comportement. En particulier, les études effectuées jusqu'à présent utilisent pour la plupart des relations de comportement sous forme intégrée du type  $\sigma = \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon})$  ou  $\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$ . Dans ces relations la déformation plastique  $\epsilon$  est traitée comme une variable d'état, et l'influence de l'histoire de déformation est donc négligée.

Nous allons examiner dans ce chapitre le phénomène de striction à partir d'une analyse de localisation de la déformation prenant en compte l'existence de défauts initiaux. Cette analyse sera appliquée aux essais de traction à vitesse constante et aux essais de fluage.

## V.2 Influence de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse de déformation.

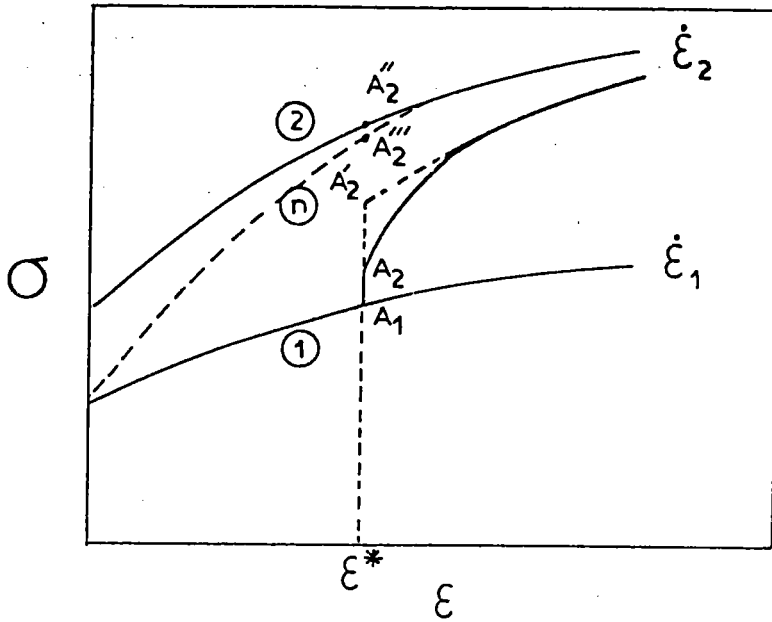
Afin de cerner qualitativement comment intervient l'histoire de déformation sur la "résistance à la striction", nous envisageons à nouveau le schéma général du comportement lors d'un essai de changement de vitesse de déformation (Figure V-1). Le saut de contrainte entre les points  $A_1$  et  $A_2$ , dont on peut déduire un coefficient de sensibilité instantanée à la vitesse de déformation, est associé à la contrainte effective  $\sigma^*$ . Si l'on effectue maintenant une extrapolation au niveau du transitoire (courbe hachurée) on obtient une description simplifiée du comportement correspondant au fait que les lois d'évolution des paramètres internes à "évolution rapide" n'ont pas été prises en compte ; c'est ce comportement au point au chapitre ; en particulier, le coefficient de sensibilité instantanée à la vitesse de déformation, est associé à la contrainte effective  $\sigma^*$ . Si l'on effectue maintenant une extrapolation au niveau du transitoire (courbe hachurée) on obtient une description simplifiée du comportement, correspondant au fait que les lois d'évolution des paramètres internes à "évolution rapide" n'ont pas été prises en compte ; c'est ce comportement simplifié qui est décrit par les équations mises au point au chapitre III ; en particulier, le coefficient de sensibilité à la vitesse  $\beta\dot{\epsilon}$  (équations III-3.a,b) doit être associé au saut de contrainte entre les points  $A_1$  et  $A_2$ .

Dans cette description simplifiée, la différence de contrainte entre les points  $A_2'$  et  $A_2''$  correspond aux effets cumulés de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse de déformation. Cet effet, sur lequel KOCKS, (1979) a particulièrement insisté, représente une source de "résistance à la striction" généralement négligée. Envisageons en effet un essai de traction hypothétique sur une éprouvette comportant deux régions : la région 1), de section uniforme, est supposée être déformée à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_1$ ,

= constante, et suit donc la courbe  $\sigma$  de la figure V-1 ; la région n (par référence à NECK en anglais), de section uniforme plus faible, subit alors une histoire de déformation à vitesse de déformation croissante ; supposons qu'elle atteigne la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_2$  lorsque la région 1) a atteint la déformation  $\epsilon^*$  ; en raison de son histoire de déformation, la région n présente une courbe contrainte-déformation telle que celle présentée sur la figure V-1, les effets cumulés de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse de déformation étant alors intermédiaires entre ceux d'un chemin à  $\dot{\epsilon}_1 = \text{este}$  et d'un chemin à  $\dot{\epsilon}_2 = \text{este}$ . Si l'on voulait analyser la striction

à partir d'une loi de comportement de la forme  $\sigma = f(\epsilon)\dot{\epsilon}^m$ , il conviendrait alors de prendre le coefficient de sensibilité à la vitesse,  $m$ , déduit des contraintes aux deux points  $A_1$  et  $A''_2$ .

D'autres avantages peuvent être trouvés à l'écriture différentielle de la loi de comportement (équations III-1.b). Cette équation incorpore en particulier de façon "automatique" le fait que la sensibilité à la vitesse de déformation  $\beta_G$  dépend de la vitesse de déformation. La prise en compte de cet effet dans une loi de comportement de la forme  $\sigma = f(\epsilon)\dot{\epsilon}^m$ , avec  $m = m(\dot{\epsilon})$  est plus artificielle.



Figures V-1 : La courbe (---) montre, dans un essai de traction à vitesse constante, l'influence de la sensibilité à la vitesse,  $\beta_G(\dot{\epsilon})$ , sur l'écroutissage du matériau dans une zone de l'éprouvette ayant la petite section.

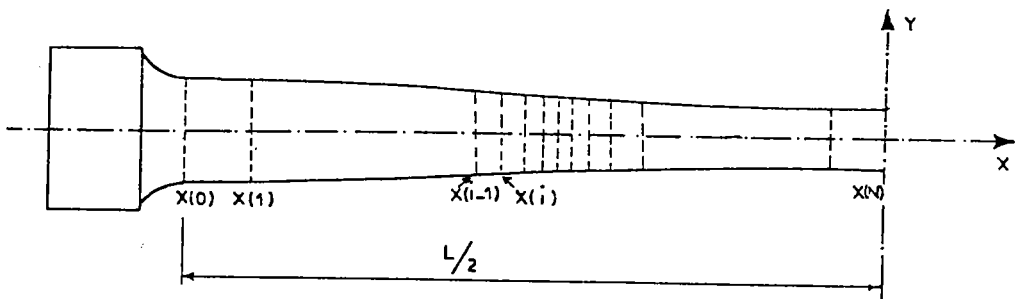


Figure V-2 : Schéma de découpage initial de l'éprouvette en N tranches. La tranche "1" est limitée par les sections d'abscisses  $x(i-1)$  et  $x(1)$ .

### V-3 Analyse générale de la striction

Après l'usinage de l'éprouvette, on trouve toujours un ou plusieurs défauts géométrique correspondant à des variations de section et de forme du profil difficiles à schématiser. Le profil initial de l'éprouvette avant la déformation que nous allons introduire dans le calcul est un cas particulier et il a une forme sinusoidale (équation V-1).

$$R_0(X) = R_{0max} \left\{ 1 - \frac{f}{2} \left[ 1 + \cos(2\pi X/L_0) \right] \right\} \quad (V-1)$$

Le profil est schématisé sur la figure V-2. La longueur total de l'éprouvette  $L_0$ , correspond exactement à une longueur d'onde. L'amplitude maximale de sinusofide à l'état initial mesure le défaut relatif,  $f$ , de section :

$$f = \frac{R_{0max} - R_{0min}}{R_{0max}} \quad (V-2)$$

où  $R_{0max}$  et  $R_{0min}$  représentent respectivement les sections initiales à l'extrémité et au centre de l'éprouvette.

La simulation numérique du comportement de l'éprouvette nécessite de diviser toute l'éprouvette en courtes tranches repérées par l'indice  $i$ , supposées de section uniforme, limitées par deux sections  $X_0(i-1)$  et  $X_0(i)$ , et d'épaisseur initiale  $\Delta X_0(i) = X_0(i) - X_0(i-1)$ , très petite par rapport à la longueur initiale  $L_0$  de l'éprouvette. La section initiale  $R_0(i)$  de la tranche "i" est prise à l'abscisse  $X_0(i)$ . Le découpage se fait de telle façon que chaque section initiale  $R_0(i)$  dépende linéairement de l'indice  $i$  selon la loi (V-3).

$$R_0(i) = R_{0max} \left( 1 - \frac{i}{N} f \right) \quad (V-3)$$

connaissant les valeurs de toutes les sections  $R_0(i)$  ( $i$  varie de 1 jusqu'à  $N$ ), nous pouvons calculer les abscisses  $X_0(i)$  (équation V-4) en utilisant

les relations (V-1, V-3)

$$X_o(i) = \frac{L_o}{2\pi} \arccos \left[ \frac{2i}{N} - 1 \right] \quad (V-4)$$

Nous allons appliquer, dans notre calcul, l'équation différentielle (V-5) qui décrit le comportement plastique au niveau de chaque tranche de l'éprouvette. Cela permet, à chaque instant, de définir les quantités  $c(i)$ ,  $\dot{\epsilon}(i)$  et  $\sigma(i)$ ,  $d_s(i)$  qui sont propres à la tranche  $i$  (l'écroutissage du matériau, donné par  $\theta_G(i)$ , ainsi la sensibilité à la vitesse, donnée par  $\beta_G(i)$ , variant le long de l'éprouvette d'une position à une autre).

$$dc(i) = \theta_G(i)dc(i) + \beta_G(i)d \ln \dot{\epsilon}(i) \quad (V-5)$$

La relation de proportionnalité entre la taille de sous-grains,  $d_s$ , et la constante d'annihilation,  $k_a$ , (V-6) ainsi que la loi décrivant la taille de cellules (ou de sous-grains) en fonction de  $\dot{\epsilon}/D_L$  (équation V-7) seront également applicables pour chaque tranche "i"

$$d_s(i) = d_{s0} k_a(i) / k_{a0} \quad (V-6)$$

$$d_s(i) = d_{s0} + A' [\dot{\epsilon}(i)/D_L]^{-1/3} \quad (V-7)$$

### Calcul de l'allongement $\Delta L$

Le calcul de l'allongement total de l'éprouvette est obtenu par la différence entre la longueur  $L$  au cours de déformation, défini par :

$$L = 2 \sum_{i=1}^N \Delta X_o(i) \exp[c(i)] \text{ et la longueur initiale } L_o, \text{ définie par :}$$

$$L = 2 \sum_{i=1}^N \Delta X_o(i).$$

$$\Delta L = 2 \sum_{i=1}^N \Delta X_o(i) \left\{ \exp [c(i)] - 1 \right\} \quad (V-8)$$

A partir de l'expression (V-8), on peut déterminer à chaque instant  $t$ , la déformation logarithmique moyenne  $\epsilon_m$ .

$$\epsilon_m = \ln \left[ \frac{L_0 + \Delta L}{L_0} \right] \quad (V-9)$$

ou la déformation conventionnelle moyenne  $e_m = \Delta L/L_0$ .

### Calcul de la force F appliquée sur l'éprouvette

La force  $F$  est constante le long de l'éprouvette, c'est-à-dire elle ne dépend pas de l'abscisse  $X(1)$ , par contre elle évolue à chaque instant de la déformation. La force  $F$  sera donnée par l'expression suivante :

$$F = g(1)A_0(1) \exp [-\epsilon(1)] \quad (V-10)$$

A partir de l'expression (V-10), on peut déterminer, à chaque instant  $t$ , la contrainte conventionnelle moyenne,

$$\sigma_c = \frac{F}{A_0(1)} .$$

### Forme générale de l'équation de localisation

La force  $F = gA$  est fonction uniquement du temps. Une dérivation par rapport au temps conduit à :

$$\frac{\dot{F}}{F} = \frac{\dot{g}(1)}{g(1)} + \frac{\dot{A}(1)}{A(1)} = f(t) \quad (V-11)$$

En remplaçant  $\dot{A}(1)/A(1)$  par sa valeur, égale à  $-\dot{\epsilon}(1)$ , l'expression (V-11) sera ré-écrite sous la forme (V-12)

$$\frac{\dot{F}}{F} = \dot{\epsilon}(1) \left( \frac{1}{g(1)} \frac{dg(1)}{d\epsilon(1)} - 1 \right) = f(t) \quad (V-12)$$

En remplaçant  $d\epsilon(1)$  par l'expression (V-5), on aura la forme différentielle générale qui décrit le comportement plastique, quelles que soient les conditions aux limites appliquées, pour chaque tranche et à chaque instant.

ou

$$\frac{d\epsilon(1)}{d\epsilon(1)} = \frac{1}{\nu(1)} \left[ f(t) - \epsilon(1) \left( \frac{\theta_G(1)}{G(1)} - 1 \right) \right] \quad (V-13)$$

$$\frac{d\epsilon(1)}{dt} = \frac{\epsilon(1)}{\nu(1)} \left[ f(t) - \epsilon(1) \left( \frac{\theta_G(1)}{G(1)} - 1 \right) \right]$$

avec

$$\nu(1) = \beta_G(1)/G(1)$$

Deux intégrations successives de cette équation permettent d'obtenir  $\epsilon_1(t)$  pour chaque tranche, et donc d'effectuer tous les calculs nécessaires à la description de la striction. L'application de l'équation (V-13) est particulièrement simple lorsque les conditions aux limites sont données en termes d'efforts, comme c'est le cas pour un essai de fluage à force constante ; dans ce cas  $\dot{F}/F = f(t) = 0$  dans l'équation (V-13) ; lorsque les conditions aux limites sont données en termes de vitesse comme c'est le cas pour un essai de traction à vitesse constante,  $f(t)$  est déterminée de façon itérative par la méthode suivante : tout d'abord on suppose que la tranche "1" suit la loi de comportement à vitesse de déformation constante ( $d\epsilon(1)=0$ ) ce qui permet de déterminer une valeur approchée de  $f(t)$  égale à  $f_1(t) = \epsilon(1) \{ \theta_G(1)/G(1) - 1 \}$  en utilisant (V-13). Le calcul conduirait à une augmentation de la vitesse déformation moyenne de toute l'éprouvette  $\dot{\epsilon}_m$  au cours de l'essai. Afin de ramener la vitesse moyenne à une valeur constante ; on effectue sur chaque intervalle de temps une itération pour diminuer  $f(t)$  jusqu'à ce que la vitesse de déformation moyenne soit constante. Tous ces calculs se font au niveau de chaque intervalle



#### V-4 Reconstitution des courbes de traction

L'étude de la striction nécessite la reconstitution des courbes de traction  $F-\Delta l$  (ou  $\sigma_c - \epsilon_m$ ) en utilisant l'équation de localisation décrite précédemment (équation V-13) en supposant un défaut géométrique sur l'éprouvette avant la déformation dont le défaut de section est de  $2 \text{ ‰}$  et le profil est décrit selon les équations (V-1, V-3). Pour une vitesse de déformation moyenne de toute l'éprouvette,  $\dot{\epsilon}_m$ , constante, la vitesse au centre de l'éprouvette,  $\dot{\epsilon}(N)$ , tend à augmenter au cours du temps car la contrainte  $\sigma(N)$  est élevée par rapport à toute  $\sigma(J)$  ( $\sigma(N) < \sigma(J)$  ;  $J < N$ ). Par contre à l'extrémité de l'éprouvette, la section  $A(1)$  tend à se stabiliser, ce qui correspond à une diminution progressive de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}(1)$ .

Les courbes expérimentales données par MLIHA-TOUATI (1985) figures (V-3, V-5), nous montrent que l'allongement avant la striction est une fonction croissante de la température  $T$ . Cela a été vérifié par les courbes calculées par le modèle figure (V-4, V-6). Ce phénomène est expliqué par le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et à la température  $T$  défini par  $\nu(1) = \beta_G(1)/\sigma(1)$ . Sur les figures (V-7, V-8) on observe que la résistance à striction augmente lorsque la température augmente ou lorsque la vitesse diminue. L'influence de la vitesse peut être observée à partir des deux figures citées précédemment en comparant les deux courbes obtenues à la température de 420 K et aux deux vitesses  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Sur la figure V-7, on observe à partir de la température  $T$  égale à 510 K une certaine stabilité de la déformation moyenne (ou d'allongement total de toute l'éprouvette) avant la rupture ; cela s'explique par la baisse de coefficient de sensibilité à la vitesse  $\beta$  prouvée par l'inflexion de la courbe figure (IV-4) où  $\sigma/\mu$  est de l'ordre de  $10^{-3}$ . Cela revient à l'influence de la taille des grains et la recristallisation du matériau avant la déformation (paragraphe IV-3).

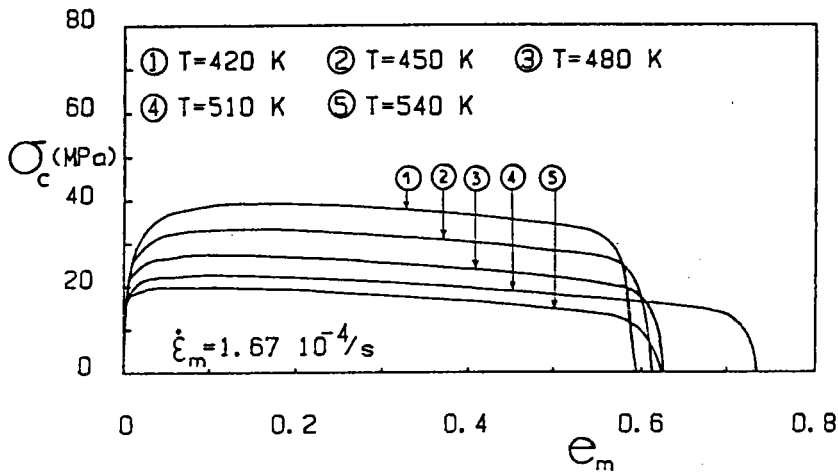


Figure V-3 : Courbes de traction expérimentales  $\sigma_c - e_m$  pour différentes températures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-4} s^{-1}$

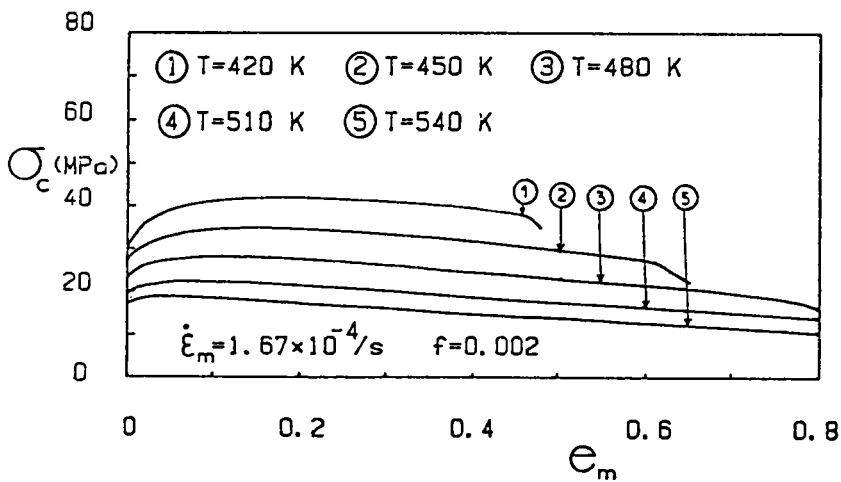


Figure V-4 : Courbes de traction calculées  $\sigma_c - e_m$  pour différentes températures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-4} s^{-1}$

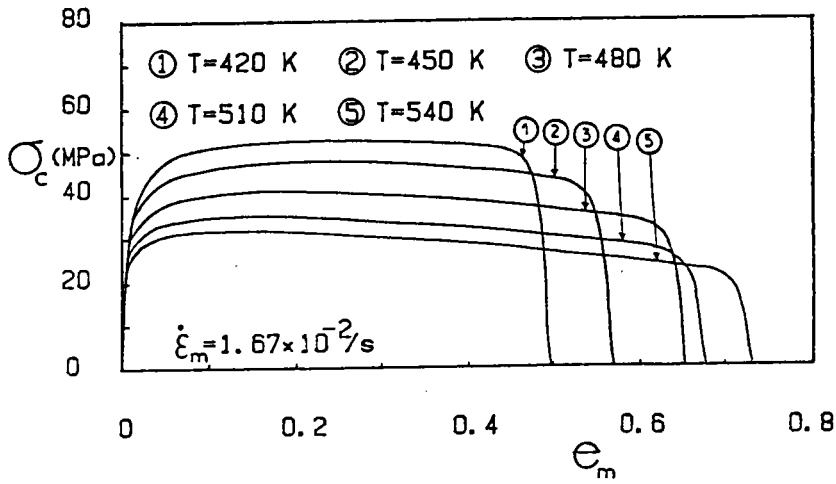


Figure V-5 : Courbes de traction expérimentales  $\sigma_c - e_m$  obtenues pour

différentes températures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

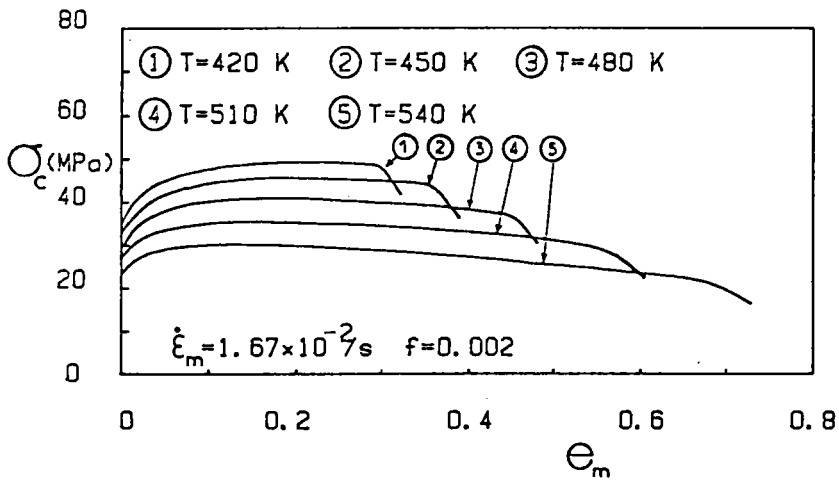


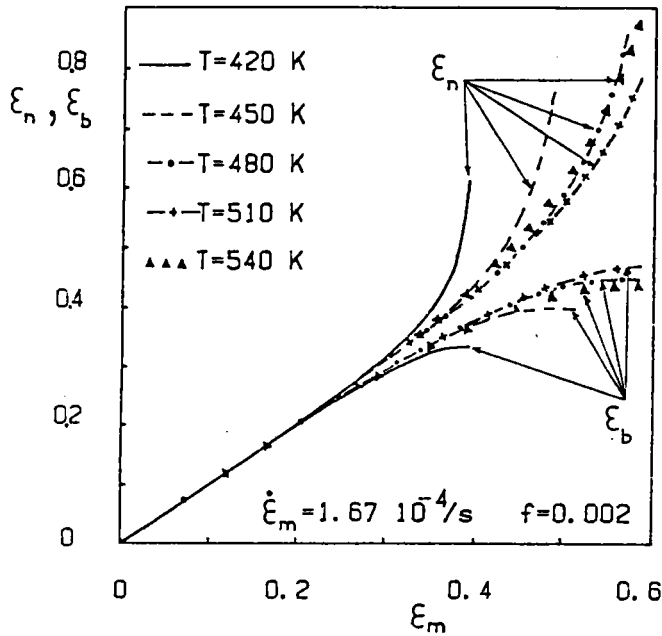
Figure V-6 : Courbes de traction calculées  $\sigma_c - e_m$  pour différentes tempéra-

tures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$

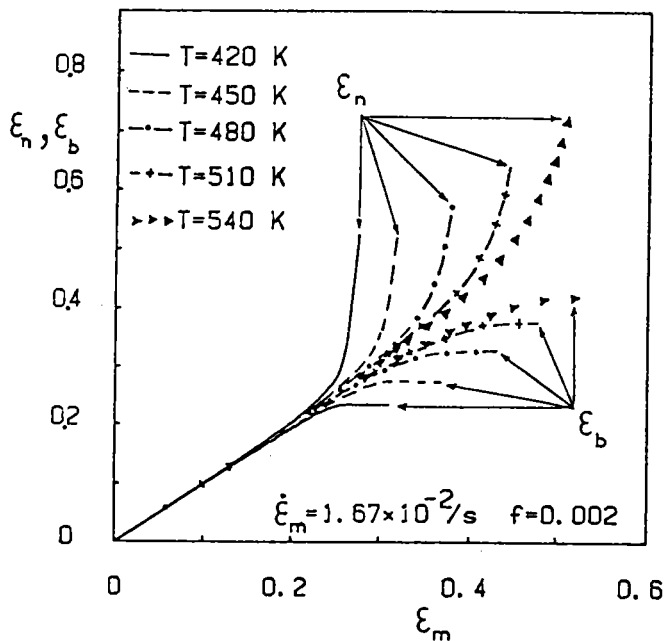
90

Une légère différence entre l'évolution de la contrainte  $\sigma_c$ , calculée, et celle obtenue expérimentalement, au niveau de la striction, a été remarquée, figures (V-5, V-6). La chute de la courbe  $\sigma_c - e_m$  calculée se fait lentement, par contre, dans le cas expérimental la courbe baisse rapidement. Ce phénomène peut être expliqué par le fait qu'au cours de l'ajustement des courbes expérimentales avec celles calculées (chapitre II) on a pas tenu compte de la baisse de la contrainte vraie expérimentale  $\sigma$  après un certain stade de déformation où le taux d'écroutissage  $\theta_G$  devient négatif.

La déformation maximale, obtenue avant l'apparition de la striction dans le cas expérimental, se fait d'une façon, aléatoire notamment dans le cas de la figure V-3, cela revient à la forme initiale de l'éprouvette et au défaut de section  $f$ . Malgré tout cela l'influence de la température est bien lisible sur les courbes. Dans les cas des courbes calculées la distribution de la déformation maximale avant la rupture en fonction de la température est régulière figure V-8.



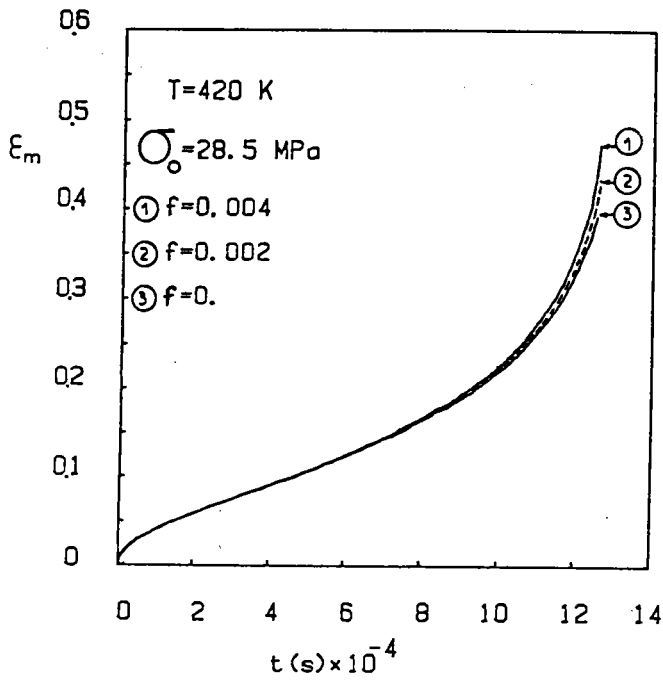
**Figure V-7 :** Influence de la température sur la striction ; courbes  $\epsilon_n(\epsilon_m)$ ,  $\epsilon_b(\epsilon_m)$ , calculées pour différentes températures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , représentent successivement la déformation au centre de l'éprouvette (neck) et celle à l'extrémité (bulk) en fonction de la déformation moyenne  $\epsilon_m$ .



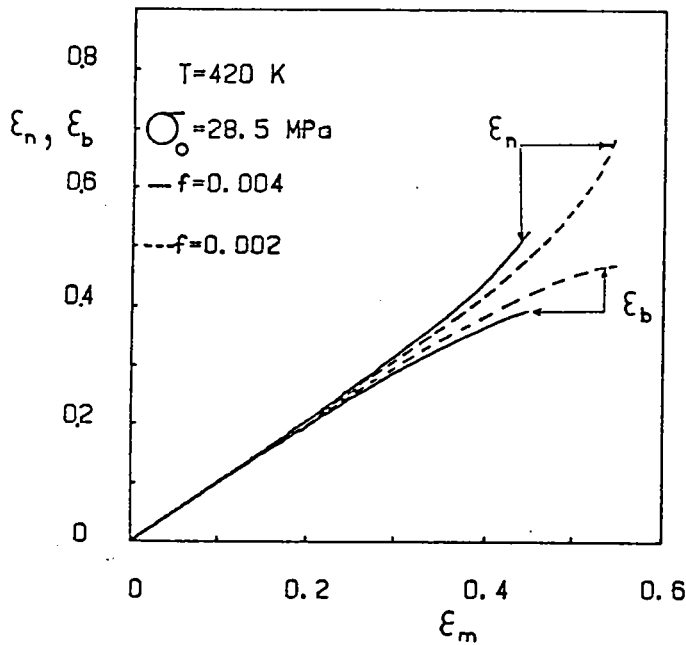
**Figure V-8 :** Influence de la température sur la striction ; Courbes  $\epsilon_n(\epsilon_m)$ ,  $\epsilon_b(\epsilon_m)$ , calculées pour différentes températures et pour une vitesse  $\dot{\epsilon}_m = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , représentent successivement la déformation au centre de l'éprouvette (neck) et celle à l'extrémité (bulk) en fonction de la déformation moyenne  $\epsilon_m$ .

#### U-5 Reconstitution des courbes de fluage à force constante

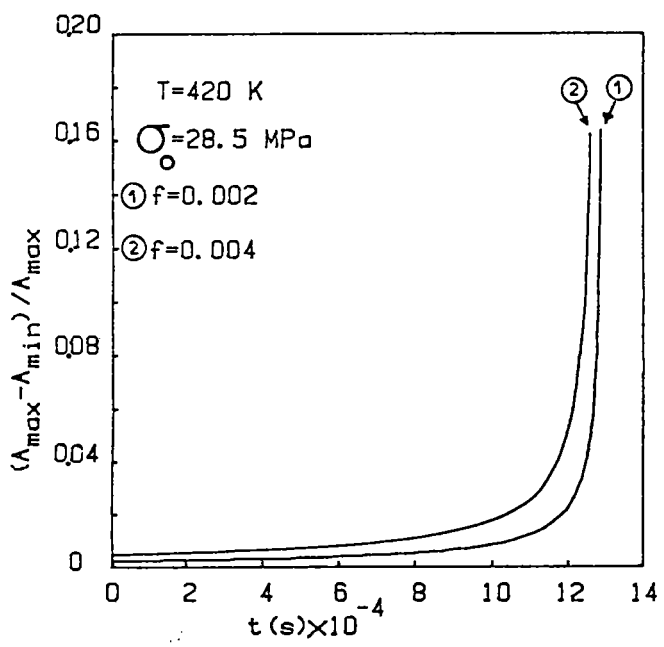
Les courbes de fluage à force constante  $c_m-t$  ont été reconstituées à partir de la forme différentielle (V-13) où  $f(t)$  est nulle (Force constante). On applique sur l'échantillon une force  $F$  constante en chaque abscisse  $X(1)$  et à chaque instant  $t$ , ce qui entraîne, au cours temps, une diminution de chaque section  $A(1)$  de la tranche "1" et une augmentation de la contrainte correspondante  $g(1)$ . En prenant un défaut de section de  $2\%$  ou  $4\%$  on peut observer sur la figure (V-11) la différence de section et son évolution au cours du fluage tertiaire, cela veut dire qu'à la fin du deuxième stade du fluage la "vitesse" d'augmentation de  $g(N)$  est plus importante par rapport à celle de  $g(1)$ . Nous avons vu dans le chapitre III que la vitesse  $\dot{\epsilon}$  augmente avec la contrainte  $g$ . Ces explications traduisent aussi qu'au cours du troisième stade du fluage la vitesse de déformation dans la section "N" est plus grande que celle dans la tranche "1". Afin d'étudier l'influence du défaut de section  $f$  on peut observer les trois courbes calculées (figure V-9) pour différentes valeurs de  $f$ . Il est logique que la valeur de  $f$  ainsi que la loi de comportement sont toutes les deux responsables du temps de la rupture. L'augmentation de  $f$  influe sur la différence de section, (figure V-11).



**Figure V-9 :** Influence de la taille de défaut géométrique initial de l'éprouvette  $f$ , sur la déformation moyenne  $\epsilon_m$  en fluage. Courbes  $\epsilon_m$ - $t$  calculées pour une contrainte initiale  $\sigma_0=28,5$  MPa et une température  $T=420$  K.



**Figure V-10 :** Influence de la taille du défaut géométrique,  $f$ , sur l'évolution de la déformation au centre de l'éprouvette  $\epsilon_n$ , et sur celle à l'extrémité  $\epsilon_b$ . Courbes calculées pour une contrainte initiale  $\sigma_0 = 28,5$  MPa et une température  $T = 420$  K.



**Figure V-11** : Evolution du défaut de section pendant le fluage à force constante. Courbes calculées pour une contrainte initiale  $\sigma_0 = 28,5$  MPa et une température  $T = 420$  K.



## U-6 Conclusion

L'influence de la vitesse de déformation sur l'écroûissage a été discutée dans le chapitre précédent et vient d'être étudiée dans cette partie consacrée à l'analyse de la striction en traction à vitesse constante et en fluage à force constante. Nous avons montré, à partir des courbes expérimentales (MLIHA-TOUATI, 1985) et des courbes calculées, que la déformation maximale (avant la rupture), dans un essai de traction à vitesse moyenne constante, augmente lorsque la température  $T$  augmente ou que la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_m$  diminue. L'influence de la température sur le développement de la striction apparaît toutefois plus faible expérimentalement que d'après les résultats de simulations numériques.

Dans le cas du fluage, la différence entre la section maximale et la section minimale n'est importante qu'à la fin du troisième stade.



CONCLUSION

L'étude des lois de comportement plastique de l'aluminium sous sollicitation uniaxiale a été abordée en utilisant des paramètres microstructuraux comme variables internes. L'ajustement des courbes expérimentales de traction à vitesse constante avec les courbes calculées a permis de définir toutes les constantes du modèle proposé. L'utilisation de la variable  $(\dot{\epsilon}/D_L)$  pour la modélisation de la taille de sous-grains et de la constante d'annihilation des dislocations a rendu compte de la sensibilité à la vitesse de déformation et à la température.

Compte tenu de ces éléments, le modèle de comportement plastique a permis de prévoir l'état du matériau pour différentes conditions de chargements (température, vitesse de déformation ou contrainte). Des résultats assez satisfaisants ont été obtenus en faisant une comparaison entre les courbes calculées par le modèle et d'autres expérimentales dans le cas du fluage à force constante et du fluage avec saut de charge.

La sensibilité de l'érouissage à la température et à la vitesse a été étudiée. Les relations entre  $\sigma$  et  $d$ , d'une part, et entre  $\sigma$  et  $\rho$ , d'autre part, ont été discutées.

A l'aide d'une simulation numérique utilisant le modèle de comportement plastique, nous avons pu reconstituer des courbes de traction en tenant compte d'un défaut géométrique du profil de l'éprouvette à l'état initial. La sensibilité de l'allongement total, avant la rupture, à la température et à la vitesse de déformation a été discutée. Une étude similaire a été faite dans le cas du fluage. Certaines divergences entre les courbes de traction expérimentales et celles obtenues par la simulation numérique nécessitent qu'une amélioration soit apportée dans une prochaine étude.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ALDEN, T.H., (1971), *Phil. Mag.*, 4, page, 785.
- ALDEN, T.H., (1985), *Metall. Trans.*, 16A, page, 375.
- ARGON, A.S., et TAKEUCHI, S. (1981), *Acta Metall.* 29, page 1977.
- AL-HAIDARY, J.T., PETCH, N.J. et DE LOS RIOS, E., (1983), T.N. BAKER édition, London, *Appl. Sci. Publ.*.
- BERGERSTROM, Y. et HALLEN, H. (1981), *Mat. Sci. Engln.*, 55, page 49.
- ESTRIN, Y. et MECKING H. (1984), *Acta Metall.*, 32, page 57.
- FERRON, G., et MLIHA-TOUATI, M., (1987), *Acta Metall.*, 35, page 1281.
- FERRON, G., et MLIHA-TOUATI, M., (1982), *Scripta Metall.*, 16, page 911.
- FERRON, G., OUAQDI, EL., et KLEPACZKO, J.R., MLIHA-TOUATI, M. (1987), in: *Proceedings of 8th RISØ International Symposium*, Roskilde, Denmark.
- FRESSENGEAS, C., et MOLINARI, A., (1984), *Acta Metall.*, 33, page 387.
- GIBELING, J.C., et ALDEN, T.H., (1986), *Mat. Sci. Engln.*, 79, page 47.
- GIBELING, J.C., et HOLBROOK, J.H., et NIX, W.D., (1984), *Acta Metall.*, 32, page 1287.
- GIBELING, J.C., et NIX, W.D., (1980), *Acta Metall.*, 28, page 1743.
- GUPTA, I., et LI J.C.M., (1970), *Metall. Trans.*, 1, page 2323.
- HALLEN, H. (1985), *Mat. Sci. Engln.*, 72, page 119.
- HASEGAWA, T., et KOCKS, U.F., (1979), *Acta Metall.*, 27, page 1705.
- HASEGAWA, T., YAKOU, T. et KOCKS, U.F., (1982), *Acta Metall.*, 30, page 235.
- HUTCHINSON, J.W., et NEALE K.W., (1977), *Acta Metall.*, 25, page 839.
- JOHNSTON, T.L., et FELTNER, C.E., (1970), *Metall. Trans.*, 1, page 1161.
- JOHNSTON, W.G., et GILMAN, J.J., (1959), *J. Appl. Phys.*, 30, page 129.
- KLEPACZKO, J.R., (1968), *J. Mech. Phys. Solids*, 16, page 255.
- KLEPACZKO, J.R., (1975), *Mat. Sci. Engln.*, 18, page 121.
- KLEPACZKO, J.R., et CHIEM, C.Y., (1985), *J. Mech. Phys. Solids*, 34, page 29.
- KLEPACZKO, J.R., (1986), in : *Proceedings of the International Symposium on Intense Dynamic Loading and Its Effects*, Beijing, CHINA.

- KLEPACZKO, J.R., (1987), in : *Proceedings of 8th Risø International Symposium*, Roskilde, Denmark.
- KOCKS, U.F., (1982), Mechanical testing for deformation model development, page 121.
- KOCKS, U.F., (1976), *J. Engin. Mat. Tech.*, 98, page 76.
- KOCKS, U.F., (1970), *Metall. trans.*, 1, page 1121.
- LUTHY, H., MILLER, A.K. et SHERBY, O.D., (1980), *Acta Metall.*, 28, page 169.
- MLIHA-TOUATI, M., (1985), Thèse de Doctorat d'état, Poitiers, FRANCE.
- McQUEEN, H.J., et HOCKETT, J.E., (1970), *Metall. Trans. A1*, 1, page 2297
- MECKING, H. et KOCKS, U.F., (1981), *Acta; Metall.*, 29, page 1865.
- MYSHLYAEV, M.M., (1976), in : *Proceedings of the 4th Int. Conf. on the strength of Metall and Alloys, Nancy, FRANCE.*
- NIX, W.D., et ILSCHNER, B., (1979), In : *Proceeding of the 5th Int. conf. on the strength of Metall and Alloys, Aachen, F.R.G.*,
- PARKER, J.D., et WILSHIRE, B., (1976), *Phil. Mag.*, 34, page 485.
- PONTIKIS, V. et POIRIER, J.P., *Phil. Mag.*, 32, page 577.
- PHARR, G.M. et NIX W.D., (1979), *Acta Metall.*, 27, page 433.
- RAY, S.V., (1986), *Scripta Metall.*, 20, page 1333.
- ROBERTS, W., et BERGSTROM, Y. (1973), *Acta Metall.* 21, page 457.
- ROBINSON, S.L. and SHERBY O.D., (1969), *Acta Metall.*, 17, page 109.
- ROHDE, R.W., JONES, W.B; et SWEARENGEN, J.C. (1981), *Acta Metall.*, 29, page 41.
- SEMIATIN, S.L. and JONAS, J.J., (1984).
- SUTTON, P.M. (1953), *Phys. Rev.*, 91, page 816.
- WU, M.Y., et SHERBY, O.D., (1984), *Acta Metall.*, 32, page 1561.
- YOUNG, C.M., ROBINSON, S.L. et SHERBY, O.D., (1975), *Acta Metall.*, 23, page 633.