AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE ET PRODUCTIQUE

Université de METZ

THESE

DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE METZ

EN MECANIQUE

présentée à l'université de Metz
pour l'obtention du grade de
Docteur en mécanique
par

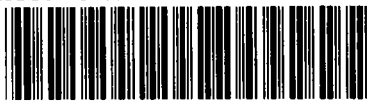
Allal LABZAE

MODELE DE CALCUL DES DEFORMATIONS VISCOPLASTIQUES DES BRAMES DANS LA COULEE DE L'ACIER

soutenue publiquement le 11 juillet 1988 devant le jury composé de :

Messieurs :	**M. BERVEILLER**	**président**
	J. D. WEBER	
	J. R. KLEPACZKO	**Rapporteur**
	G. FERRON	**Rapporteur**

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 420310 0

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux
U. A. au CNRS n 1215 -GRECO- :Grande déformation et endommagement
Faculté des sciences

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE ET PRODUCTIQUE

Université de METZ

THESE

DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE METZ

EN MECANIQUE

présentée à l'université de Metz
pour l'obtention du grade de
Docteur en mécanique
par

Allal LABZAE

MODELE DE CALCUL DES DEFORMATIONS VISCOPLASTIQUES DES BRAMES DANS LA COULEE DE L'ACIER

soutenue publiquement le 11 juillet 1988 devant le jury composé de :

Messieurs :	**M. BERVEILLER**	**président**
	J. D. WEBER	
	J. R. KLEPACZKO	**Rapporteur**
	G. FERRON	**Rapporteur**
	O. FASSI FEHRI	
	Y. LAMANT	

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux
U. A. au CNRS n 1215 -GRECO- :Grande déformation et endommagement
Faculté des sciences

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à monsieur **J.D. WEBER** pour l'amitié qu'il m'a temoigné, pour l'aide et le soutien qu'il m'a apportés tout le long de ce travail.

Je tiens à exprimer ma vive reconnaissance aux membres de l'I.R.S.I.D (Maizieres-les-METZ): **Y. LAMANT, P. RAHIER** qui m'ont fait bénéficier de leurs compétences pratiques et numériques et pour la collaboration qui a pu s'etablir avec le Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'université de METZ.

Un certain nombre d'idées de base sont nés aux cours des discussions avec le **Directeur de Recherche (C.N.R.S)** **J.R. KLEPACZKO,** le **Professeur G. FERRON** . Je leur exprime ici toute ma gratitude.

Je tiens à remercier le Laboratoire de Mécanique à RABAT (MAROC), en la personne du **Professeur O. FASSI FEHRI** et du **Proffesseur A. HIHI** qui m'ont initialement orienté vers la mécanique.

Je remercie vivement les membres de Jury d'avoir bien voulu temoigner de l'interet de ce travail: le **Professeur M. BERVEILLER** qui a accepté de présider le jury, le **Proffesseur J.D. WEBER** , le **Professeur G. FERRON,** le **Directeur de Recherche (CNRS) J.R. KLEPACZKO** le **Professeur O.FASSI FEHRI,l'Ingenieur Y. LAMANT.**

Je voudrais également remercier **M. KEISSEL, A. BILOCQ** pour l'impression de cette thése.

A ma mère, mes fréres **JILALI** *et* **BOUCHAIB**

avec reconnaissance et affection et remerciement de tout ce qu'ils ont fait pour me permettre de mener à bien mes études.

SOMMAIRE

Pages

INTRODUCTION..... 3

CHAPITRE I
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE 10

I-1 Travaux expérimentaux.....
I-11 Mesures sur sites industriels.....
I-12 Essais simulatifs .....
I-121 Modélisation expérimentale par la plasticine .....
I-122 Essais classiques de caractérisation du comportement mécanique de l'acier..
I-2 Travaux théoriques..... 22
I-21 Modèle élastique, élastoplastique.....
I-22 Modèle visqueux.....
I-23 Modèle purement visqueux linéaire isotherme.
I-24 Modèle viscoplastique.....
I-25 Modèle de Maxwell.....
I-3 Conclusion..... 40

CHAPITRE II
MODELE DE CALCUL 42

II-1 Introduction.....
II-2 Notations et hypothèses de calcul 44
II-21 Notations.....
II-22 Hypothèses .....
II-3 Formulations des équations d'équilibre en section
II-4 Etude rhéologique du comportement viscoplastique. 49
II-41 Sollicitations.....
II-42 Principaux phénomènes à traduire.....

II-43 Lois de comportement.....
431 Effet de la température.....
432 Différentes approches adoptées.....
432 Formulations et identifications de λ,n,m
II-5 Discrétisation et formulation algébrique des équations différentielles du problème 64
II-51 Relation moment - contrainte .....
II-52 Conditions aux limites .....
521 Cas de deux rouleaux .....
522 Cas de plusieurs rouleaux .....
II-53 Discrétisation du problème .....
a) Présentation générale de la méthode de Q.L.M.
b) Application au problème du gonflement
c) Résolution numérique

CHAPITRE III
APPLICATION NUMERIQUE DU MODELE 79

III-1) Données du calcul .....
III-2) Résultats du calcul .....
III-21 Cas de deux rouleaux .....
III-22 Cas de plusieurs rouleaux .....
a) Cas de rouleaux régulièrement espacés sans faux-rond
b) Cas de rouleaux non régulièrement espacés avec faux-rond

CONCLUSION 102

BIBLIOGRAPHIE 104

INTRODUCTION

De nombreuses fabrications industrielles (tôles fortes, tubes à haute resistance, ...) nécéssitent une bonne qualité interne et externe du produit brut qui dépend de certains défauts.

Dans une installation de coulée continue (figure 1), la santé des brames coulées est caractérisée par l'absence ou la présence plus ou moins marquée des défauts suivants (figure 2) [1]:

+les fissures internes qui apparaissent perpendiculairement aux grandes ou petites faces ;

+la ségrégation axiale ;

+les inclusions.

La présence de ces défauts peut entrainer, selon leur gravité, le déclassement ou le rebut de la brame.

Selon des analyses métallographiques et d'autres mesures sur sites [2], ces défauts (surtout fissurations) se produisent lorsqu'on dépasse un niveau critique de déformation au front de solidification qui résultent des sollicitations mécaniques et thermiques appliquées à la brame en cours de solidification.

Plusieurs causes d'origines mécaniques peuvent provoquer ces déformations :

+le cintrage et le redressement de la brame qui sont adoptés par le constructeur selon son choix géomètrique pour la machine de coulée continue (courbe, verticale-courbe);

+les défauts géomètriques du système de soutien de la machine : ils concernent le désalignement des rouleaux, les paliers defectueux, ...;

+le gonflement de la brame (figure 3): c'est l'un des principaux mécanismes de déformation du produit.Sous l'effet de la pression ferrostatique exercée par l'acier liquide sur la peau solidifiée, la brame gonfle entre les rouleaux supports [3].

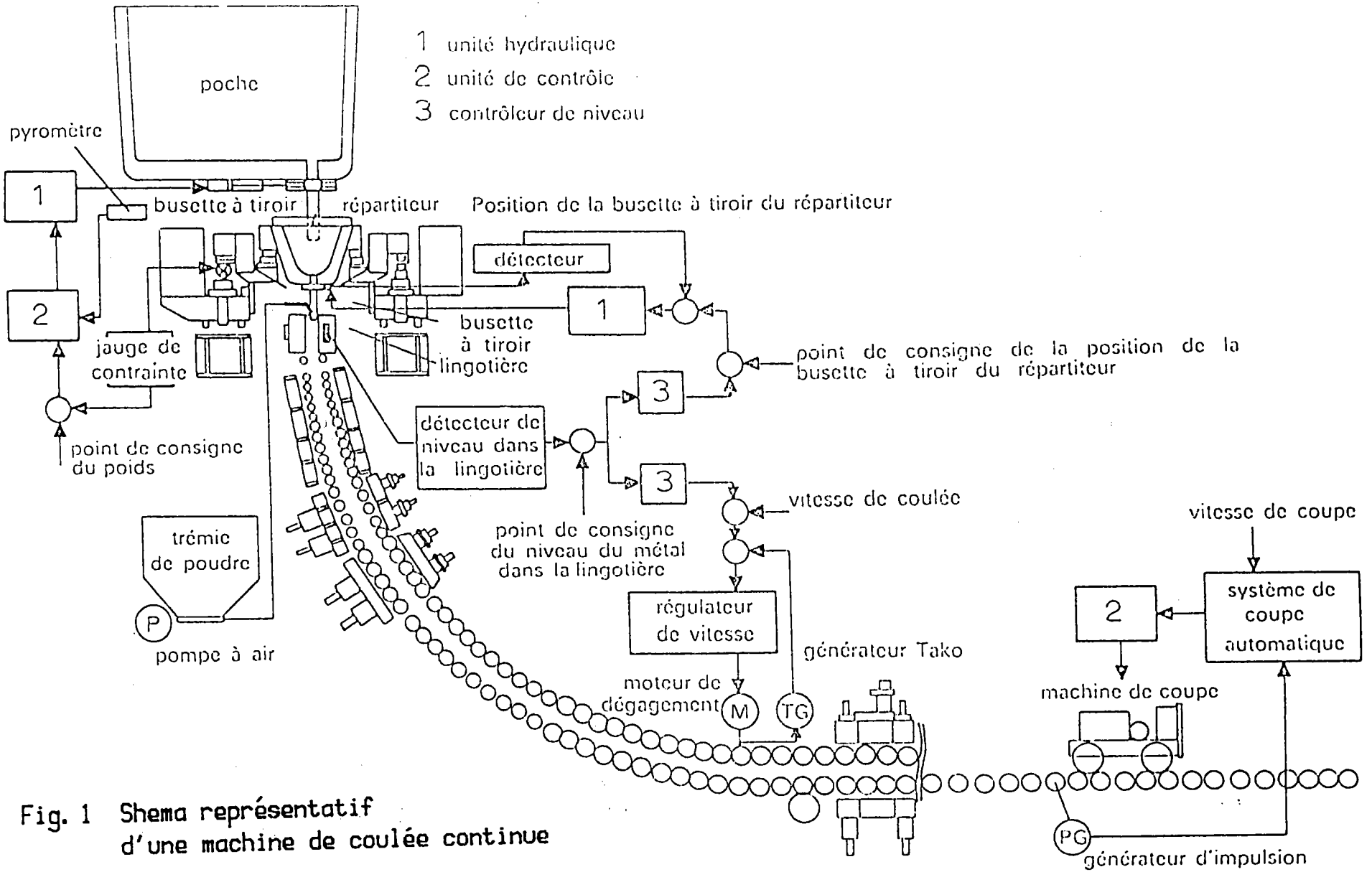
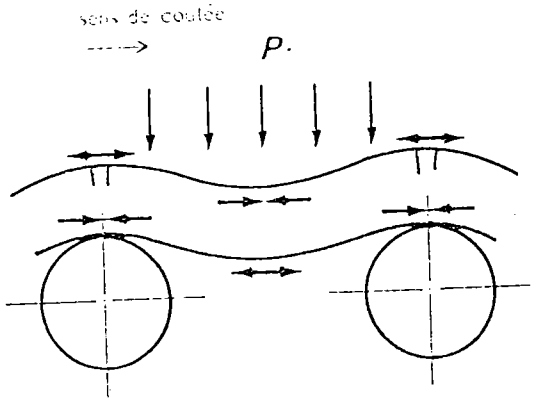
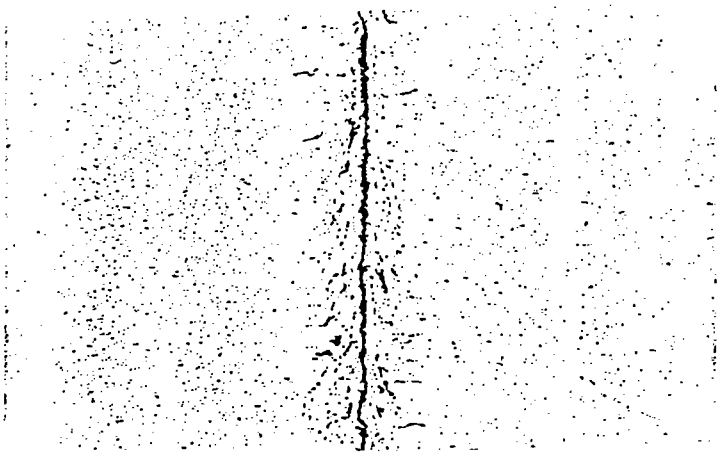


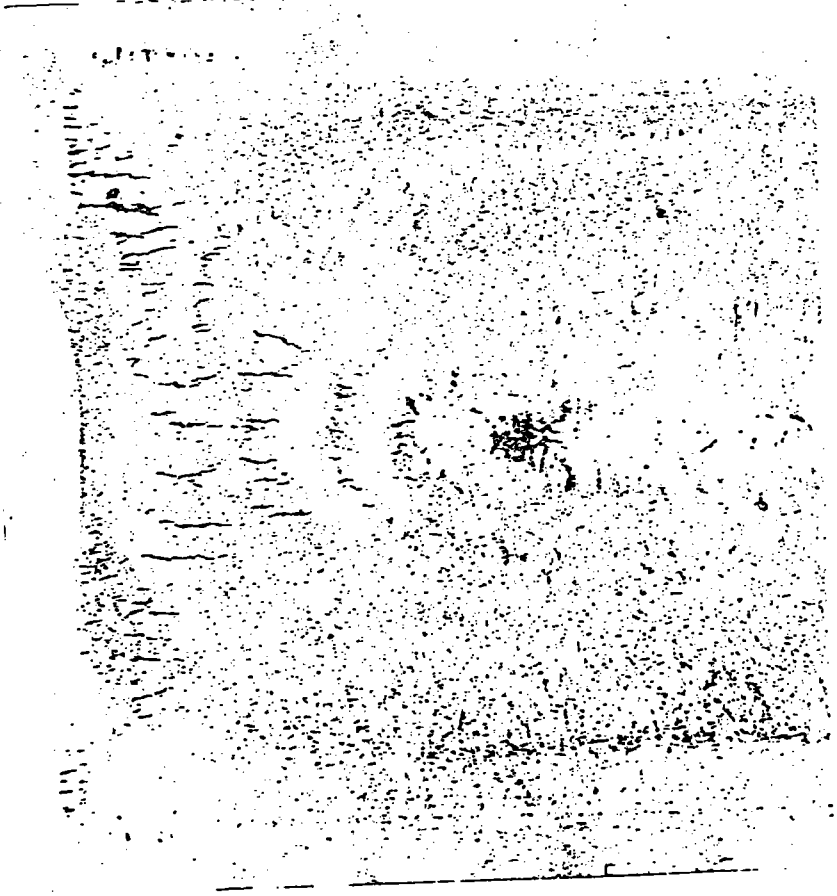
Fig. 1 Shema représentatif
d'une machine de coulée continue



Répartition des contraintes dûes au gonflement



Exemple de ségrégation axiale (empreinte Baumann sur coupe longitudinale)



Criques internes au voisinage des petites faces (Empreinte Baumann sur coupe transversale)

Fig. 2 Exemple de certains défauts présents dans la brame

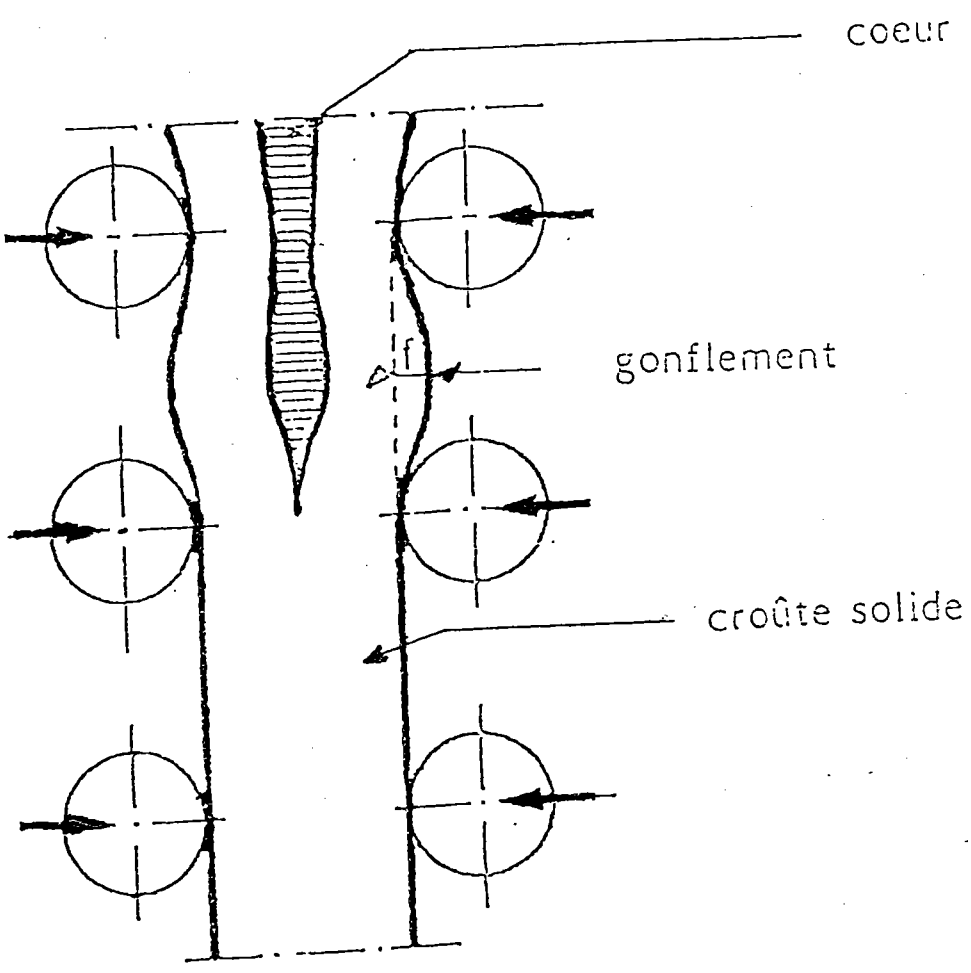


Fig. 3 Shema de principe du Gonflement

On voit, á partir de ces observations, l'intérêt qu'il y a de pouvoir disposer d'un modèle de calcul théorique pour l'analyse et le dimensionement des machines de coulée afin d'établir des critères de choix pour la conception et l'entretien permettant de minimiser surtout le phénomène du gonflement, considéré comme un facteur essentiel déterminant la santé interne du produit coulé.

On a entrepris donc, en liaison avec l' I.R.S.I.D. (Institut de la Recherche de la Sidérurgie francaise, Maiziéres- les-Metz) un modèle de calcul théorique portant sur l' étude géomètrique de la machine et rhéologique du comportement mécanique de l'acier solidifié à très haute température.

Parallélement à cela, l'I.R.S.I.D. a effectué plusieurs campagnes de mesure de gonflement sur des machines réelles de coulée continue qui nous permettent de comparer les résultats obtenus avec différentes modèlisations et de les confronter aux mesures expérimentales.

Nous allons nous intéresser, dans la première partie de ce rapport, à une étude bibliographique concernant principalement les diverses tentatives de modèlisation mathématiques et expérimentales rapportées dans la littérature, et les différents résultats obtenus. Nous présenterons également certains éléments de critiques sur les hypothèses de calculs, ainsi que sur les lois rhéologiques adoptées.

Dans la deuxiéme partie, nous décrivons une étude géomètrique basée sur la théorie de flexion et sur certaines hypothèses spécifiques en assimilant la brame coulée à une poutre continue qui repose ou défile sur un certain nombre de rouleaux. Nous présentons ensuite de nouveaux modèles rhéologiques de viscoplasticité monodimensionnelle, étendus au cas d'un chargement cyclique à très haute température.

Ces lois basées sur un formalisme phénoménologique s'attachent surtout à la description des phénomènes les plus importants dans le domaine d'application envisagé.

Diverses modifications et particularisations ont été établies afin de nous permettre la détermination et le traitement pratique du problème de gonflement, fortement complexe dans sa mise en équation, tout en conservant suffisamment de possibilités pour respecter au mieux les principaux phénomènes observés.

La combinaison entre ces divers aspects nous a conduit donc à un problème aux limites non linéaires insoluble analytiquement et qui a été résolu par des moyens numériques en s'inspirant du travail développé récemment à l' I.R.S..I.D. par B. BROULUND [4].

Dans la troisiéme partie nous avons testé le modèle de calcul mis au point à partir de données expérimentales recueillies sur sites industriels et vérifié que nos résultats concordent avec la réalité.

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE I :

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans le but d'évaluer les influences relatives des divers paramètres de coulée sur l'intensité du gonflement, de nombreux travaux de modèlisation qui tiennent compte des phénomènes évoqués précédemment, ainsi que des mesures expérimentales sur site industriel ont été menées par plusieurs auteurs, que nous allons présenter succintement.

I-1 Travaux expérimentaux

I-11 Mesures sur sites industriels

Les études expérimentales sur le gonflement de brame sont nombreuses. K. Wunnemberg [5] semble avoir été le premier à réaliser un programme de mesures de gonflement sur une machine de coulée continue, en faisant varier un grand nombre de paramètres. Ces mesures ont montré que l'espacement des rouleaux influe fortement sur la déformation de la croûte solidifiée. On observe, en effet, un gonflement du manchon solidifié de l'ordre de 6mm qui croît jusqu'à 37 mm lorsque l'espacement des rouleaux est porté à 1290 mm (figure 4). Ces mesures ont montré également que le profil de gonflement entre deux rouleaux n'est pas symétrique, mais présente un maximum situé à 70% de l'écartement (figure 5).

Mais il faut préciser que ce programme de mesures a été établi dans des conditions de coulée exceptionnelles où un ou deux rouleaux avaient été supprimés. Cette procédure ne permet pas, en fait, d'évaluer correctement l'influence des paramètres de coulée sur le gonflement de la brame.

Cependant les travaux de l'I.R.S.I.D ont été menés dans des conditions réelles de coulée.

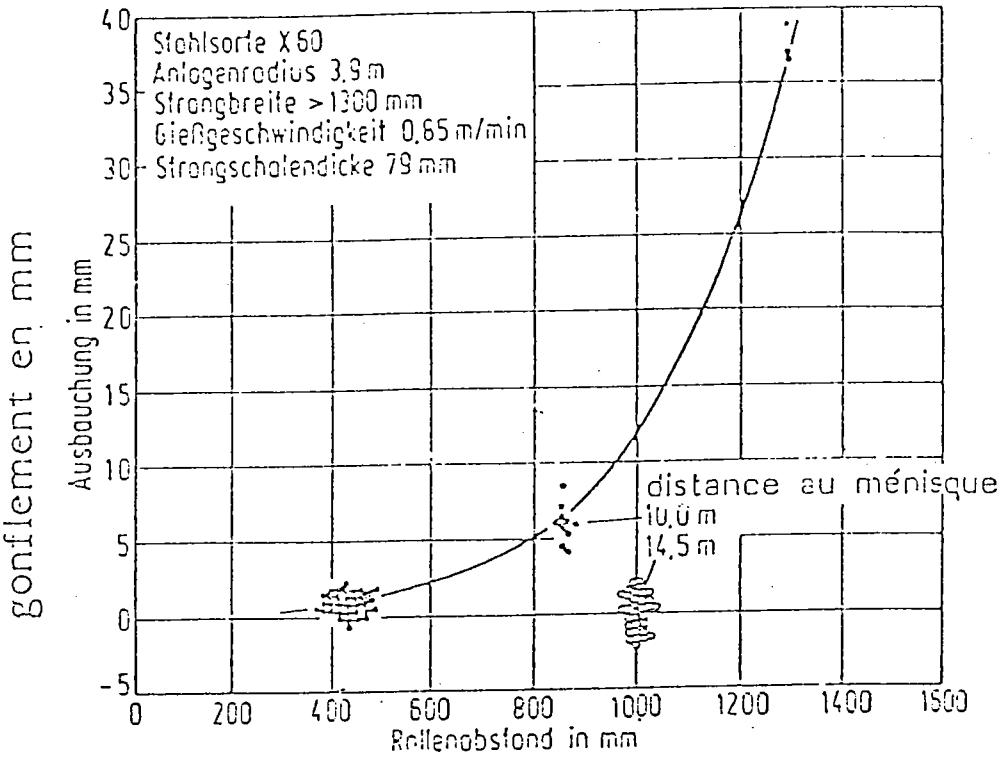


Fig. 4 Influence de l' écartement des rouleaux sur le gonflement (mesure de K. Wunnenberg)

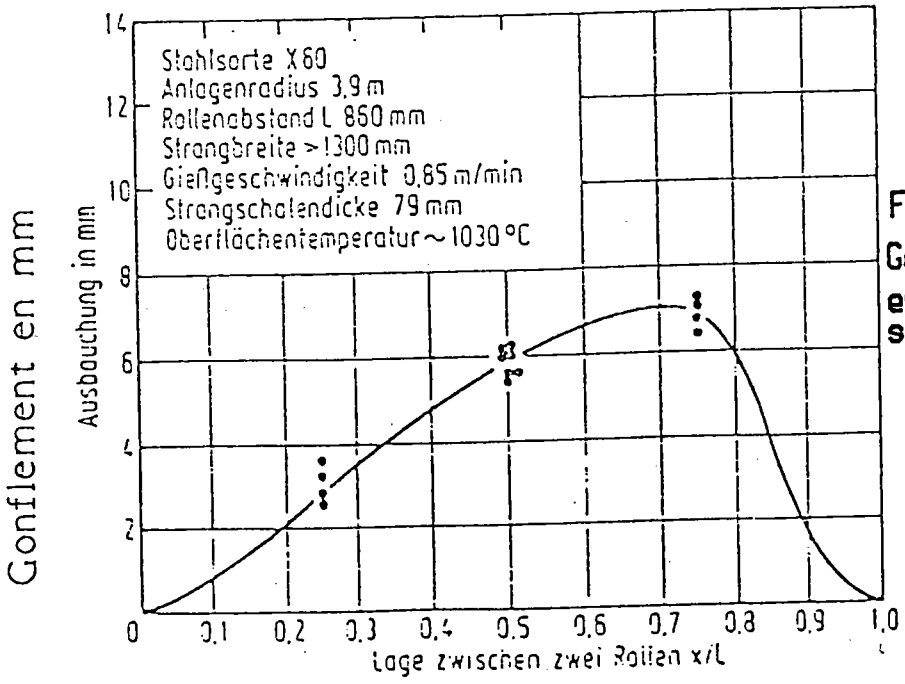


Fig. 5
Gonflement de la brame entre deux rouleaux successifs

Ils ont eu pour objets :

+ de mesurer directement la flèche de gonflement de la brame dans une machine de coulée industrielle
+ d'examiner la relation existant entre la flèche mesurée et la santé interne de la brame
+ d'évaluer de façon quantitative l'influence des défauts géomètrique du système de soutien.

Ces recherches ont débuté par une série de mesures sur la machine de coulée n°12 d'USINOR Dunkerque [6] pour un espacement de 540mm précédé d'une succession d'espacements de 450mm (figure 6a). La figure 6b illustre les résultats de ces mesures.

Ensuite les mesures nomées "Sumitomo" [7] ont montré pour la première fois l'existence d'un gonflement positif qui est de l'ordre de 50% de la valeur du gonflement négatif (figure 7).

Enfin un programme de mesure a été récemment mis au point par P. Rahier, J.Y. Lamant, R. Kraemer [8] (figure 8a). Il avait pour objectif de mieux comprendre le comportement mécanique de la brame, et, en particulier de quantifier l'influence des défauts de géométrie du système de soutien sur les déformations dans la peau solidifiée du produit.

Pour ce faire un désalignement volontaire de 3mm et une variation brusque de l'écartement des rouleaux ont été éffectués.

Les résultats de ces essais montrent que le désalignement des rouleaux provoque des niveaux d'efforts dans les trois palliers des rouleaux situés en aval du rouleau désaligné (figure 8b) et augmente de façon très sensible les flèches de gonflement dans les quatre écartements de rouleaux qui suivent le défaut de géométrie (figure 8c). De même la variation d'espacement influe fortement sur la déformation de la peau solidifiée (figure 8d)

L'ensemble des résultats des mesures sur sites est résumé dans le tableau suivant :

Fig. 6a Dispositif de mesure

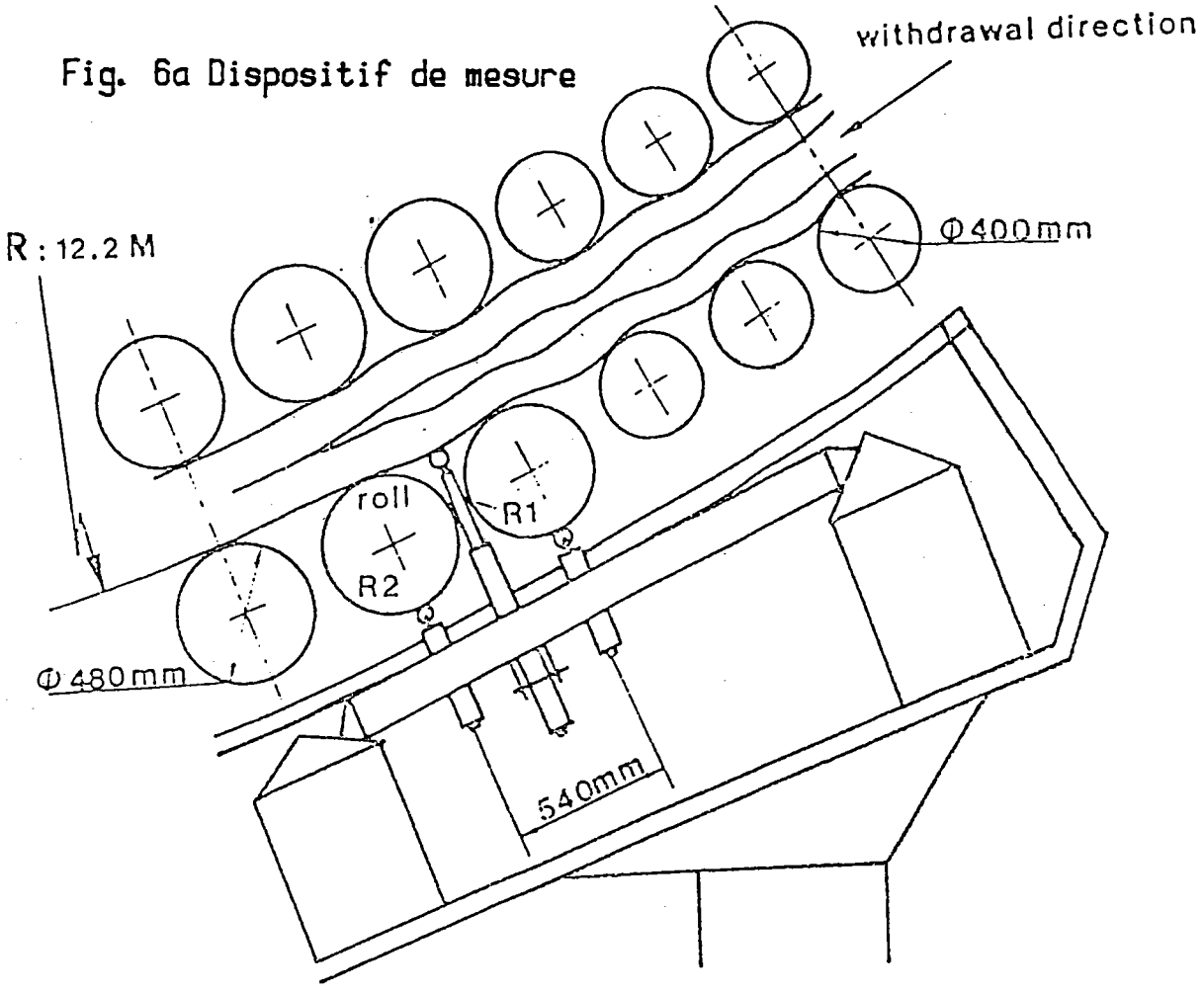
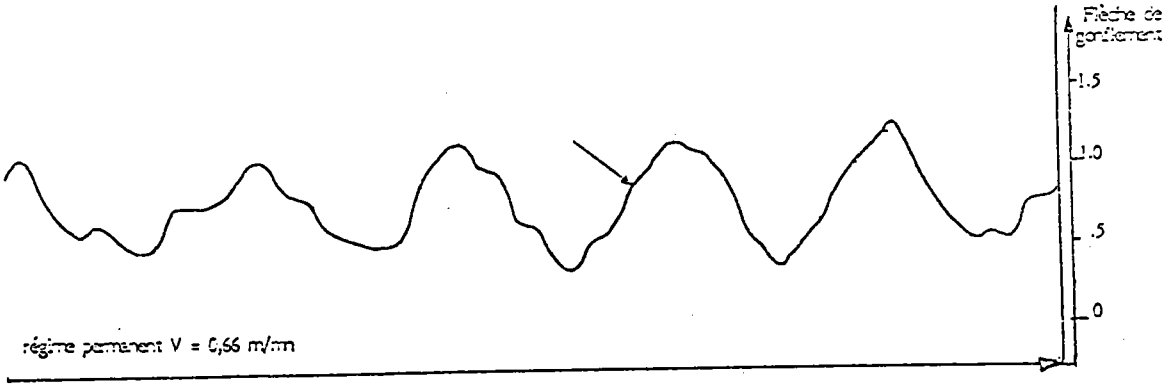


Fig. 6b Enregistrement du gonflement de la brame



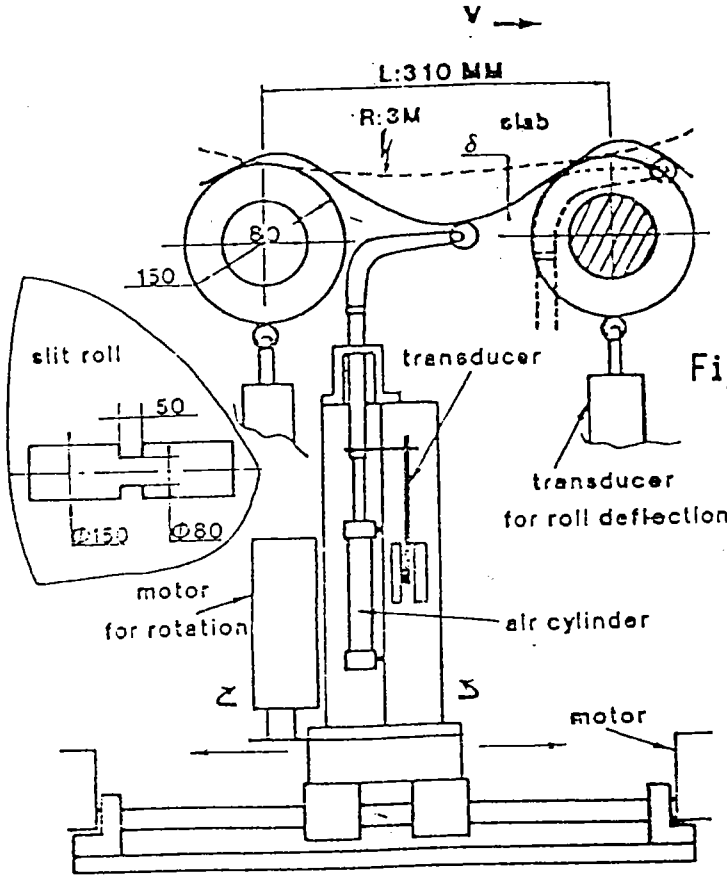
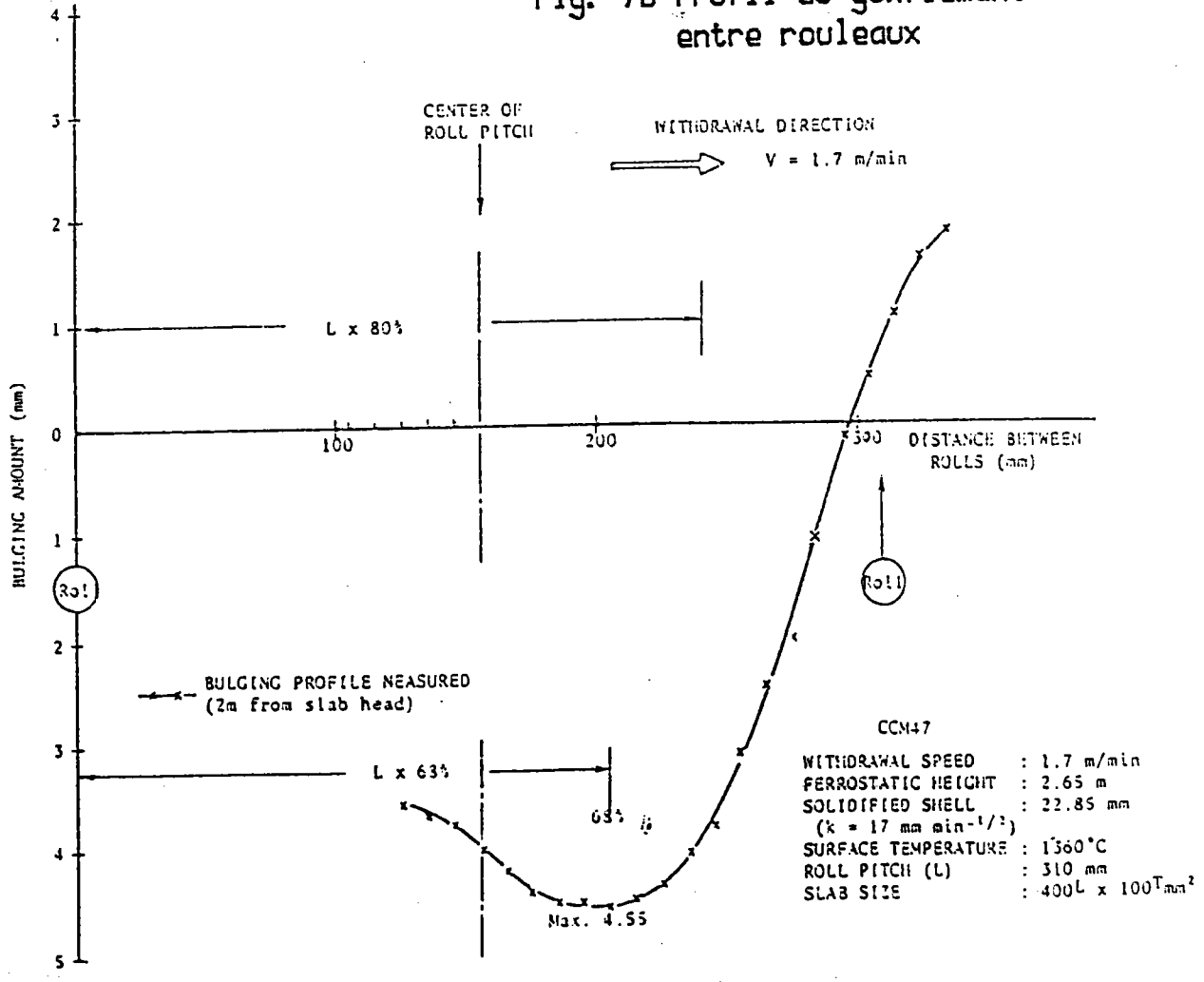


Fig. 7a Systeme de mesure

Fig. 7b Profil du gonflement entre rouleaux



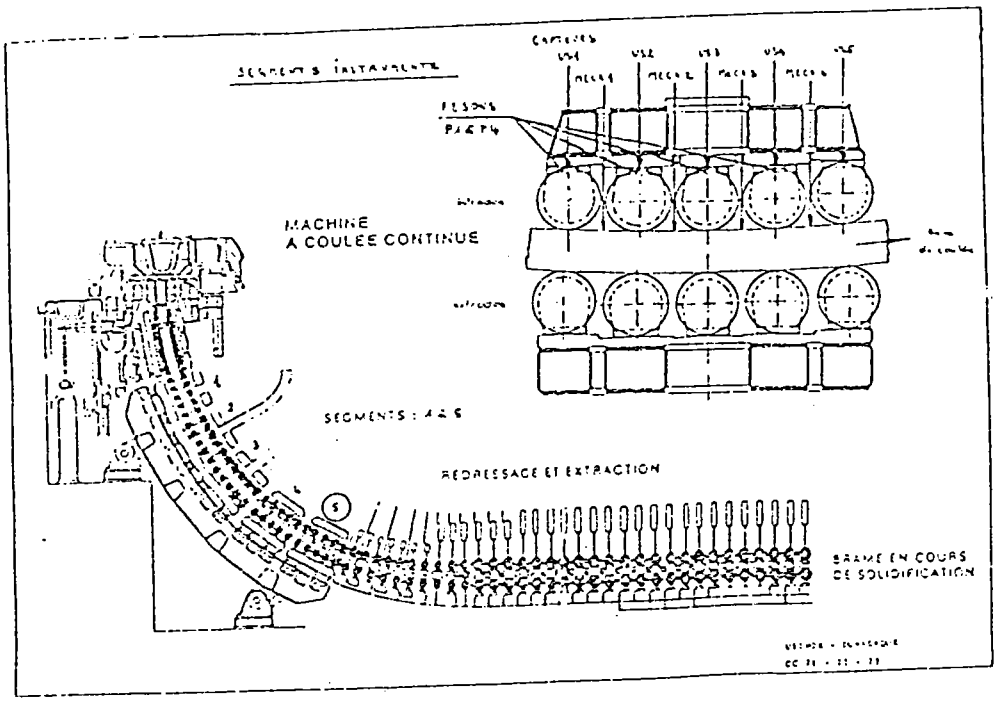


Fig. 8a Implantation du dispositif de mesure

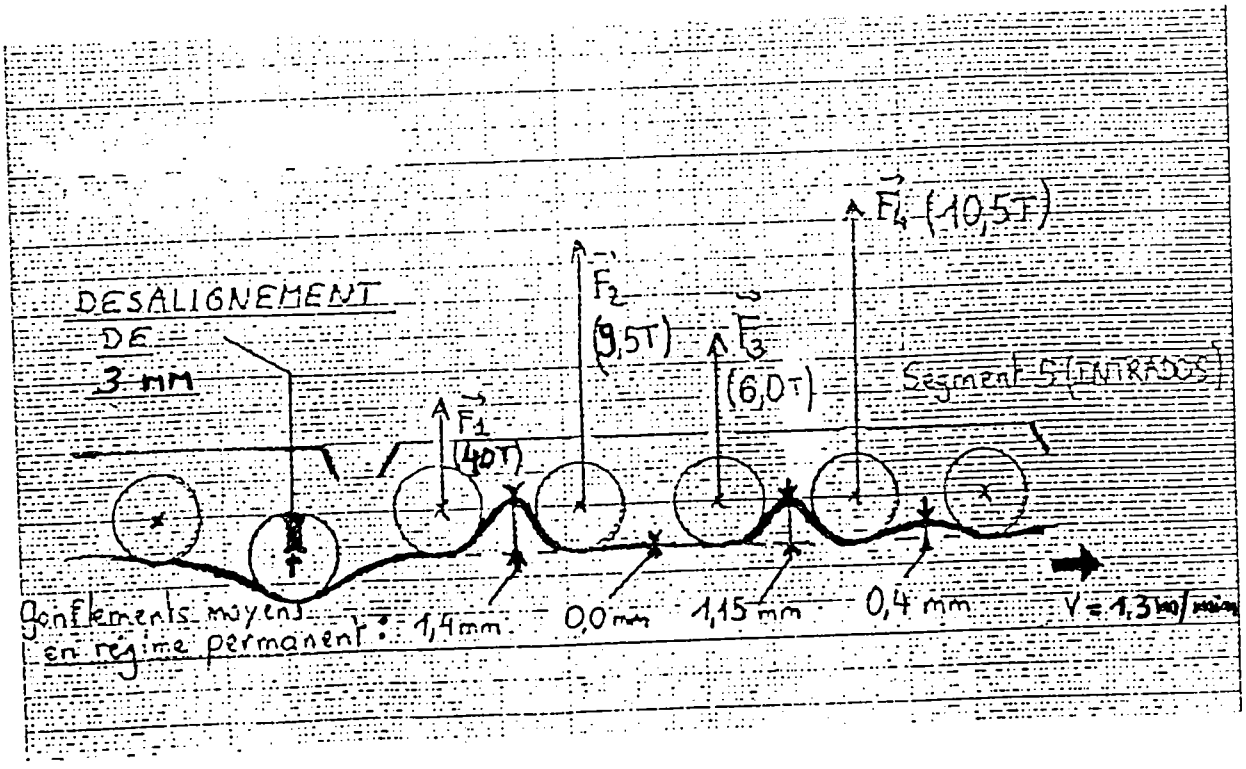


Fig. 8b L'effet du désalignement sur le gonflement
(mesuré par l'I.R.S.I.D)

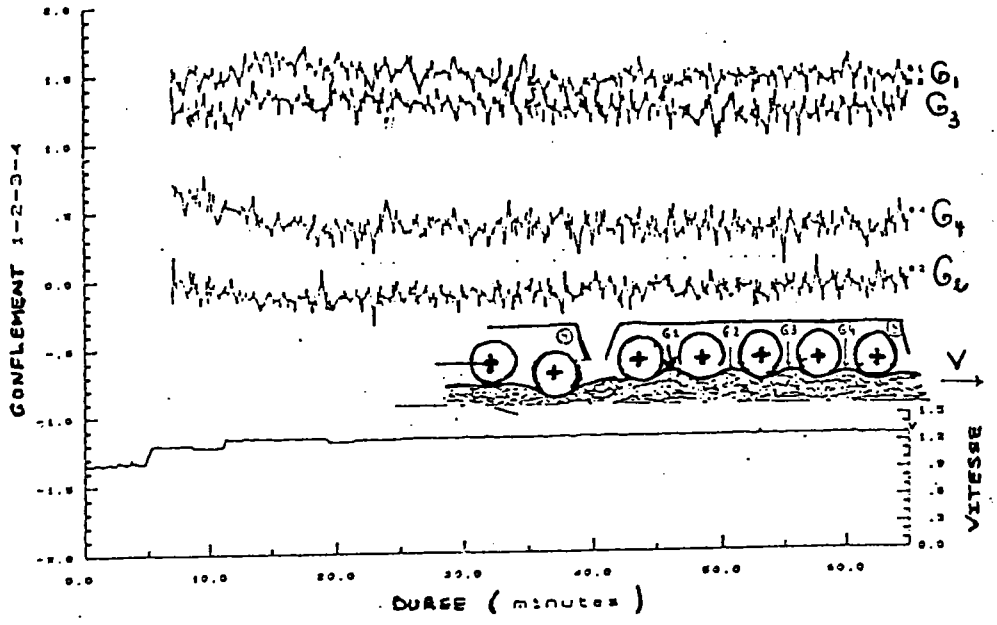


Fig. 8c Enregistrement du 4 gonflements qui précédent l'excentrement

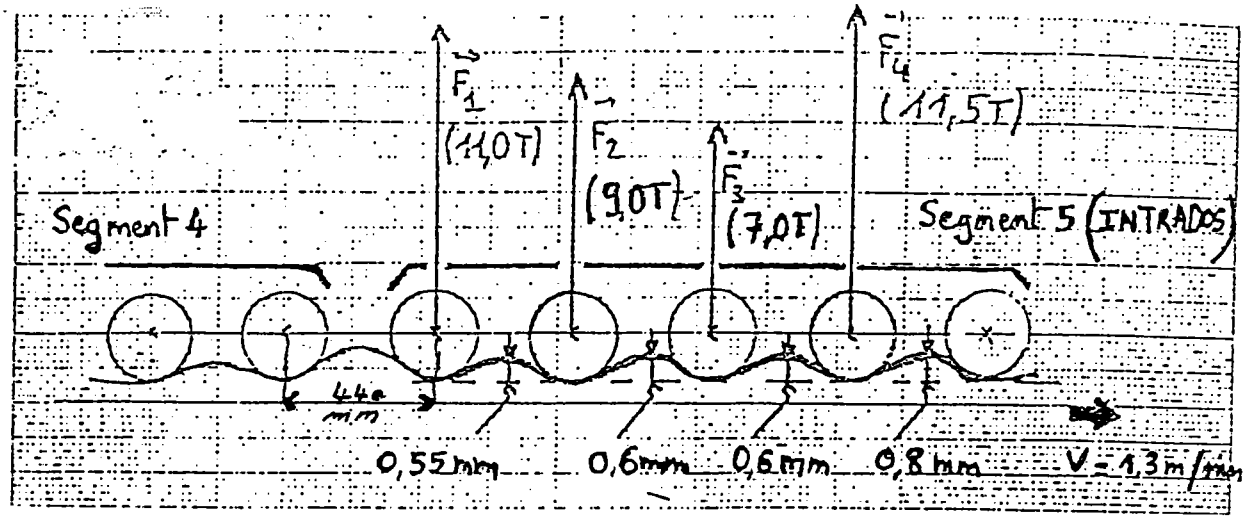


Fig. 8d l'effet de l'écartement sur le gonflement
(mesure effectué par l' I.R.S.I.D)

	K. Wunnemberg	D.K.(n°12)	Sumitomo	D.K.(n°23)
Espacement(mm)	860	445,540	250,310	390,440
Vitesse d'extraction (mm/mn)	0.85	0.8	1.7	1.3
Epaisseur solidifiée (mm)	79	93.3	22.85	75
Pres. ferrostatique (MPa)	0.28	0.782	0.187	0.647
Température (°C) de surface de la brame	1030	900	1360	1050
Gonflement mesuré (mm)	≃ − 7	-1 à -0.5	≃ 3, ≃ -5	-0.1 à -0.7

I-12 Essais simulatifs

I-121 Modélisation expérimentale par la plasticine

Un essai simulatif a été imaginé et mis au point par l'I.R.S.I.D afin de vérifier à la fois les hypothèses de base et les résultats des modèles de calcul du gonflement [9].

Il s'agit d'une maquette représentant à l'échelle réduite une portion de machine de coulée continue sur laquelle la brame a été simulée à l'aide de la plasticine (figure 9a). L'avantage pratique de ce matériau réside dans son faible coût, la possibilité de travailler à froid et l'utilisation de machines peu puissantes. Deux séries de mesures ont été effectuées.

La première concerne la simulation d'un arrêt de coulée (essai statique) en maintenant le lopin de plasticine au repos sur les rouleaux d'appui. Ces essais ont montré que le profil de déformation est symètrique et que les flèches maximales mesurées au milieu de chaque intervalle entre rouleaux sont du même ordre de grandeur.

La deuxième série d'essais concerne une simulation du défilement de la brame à une vitesse V sur les rouleaux d'appui (essais cinématiques).

La figure 9b montre que le maximum de la flèche est décalé vers le rouleau aval d'environ 60% de la distance entre deux rouleaux successifs. Il a été confirmé également qu'il est possible de conclure qu'il y a périodicité de la déformée pour une même charge

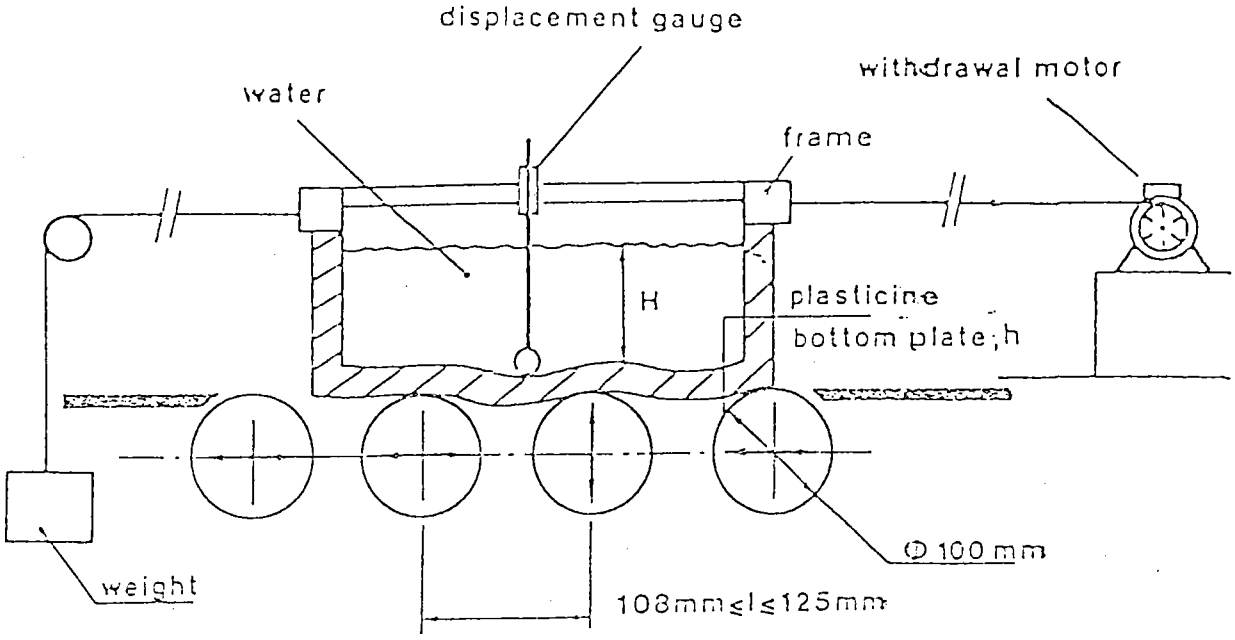


Fig. 9a Shema de principe du systeme de soutien de la plasticine

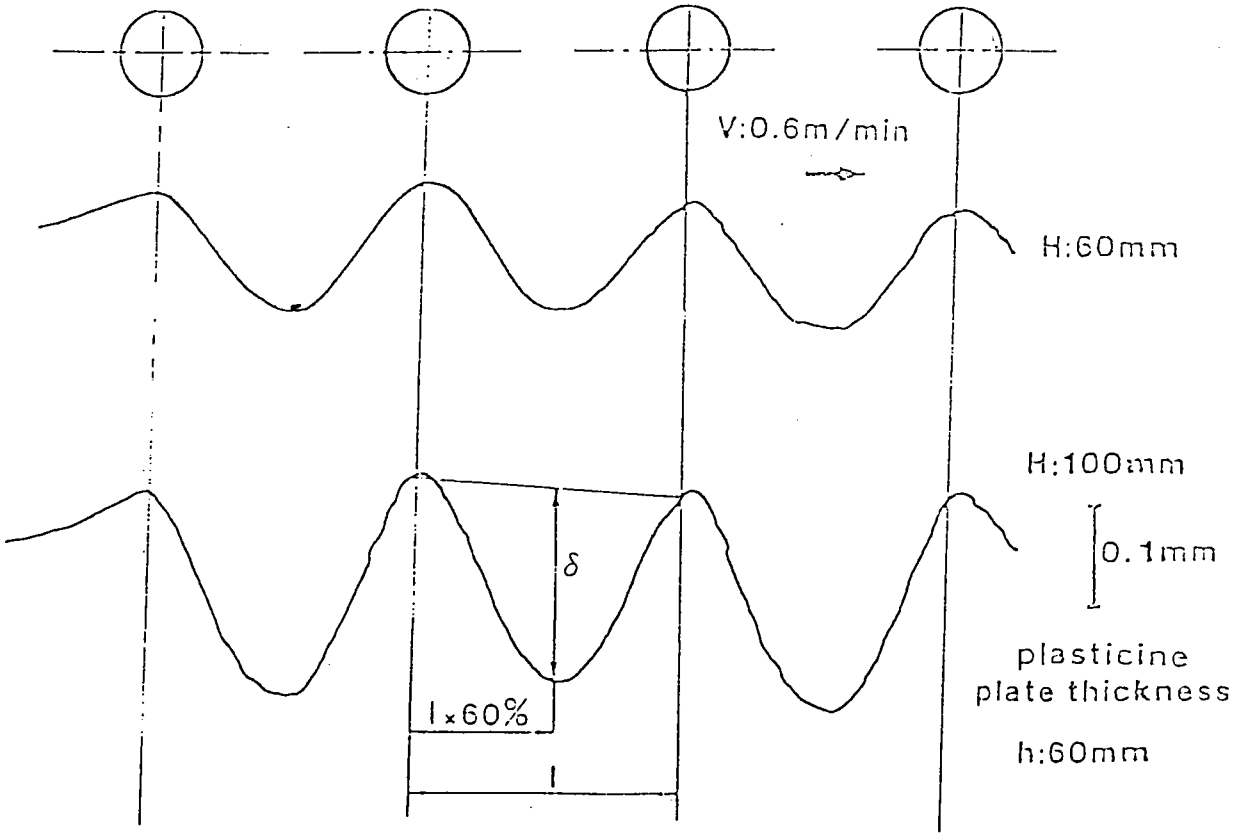


Fig. 9b Exemple d'enregistrement lors d'un essai cinematique

uniformément répartie et que la tangente à la déformée au point d'intersection avec le plan vertical contenant la génératrice supérieure des rouleaux n'est pas horizontale.

I-122 Essais classiques de caractérisation du comportement mécanique de la brame

Afin de simuler l'état de tension-déformation du brin coulé en continu, des essais simulatifs de traction et de torsion ont été effectués par l'I.R.S.I.D.

Ces essais ont permis de formuler des lois de comportement et de définir les différents paramètres caractéristiques de ces dernières. Pour se mettre dans des conditions de sollicitations voisines de celles subies par la brame, les éprouvettes ont subi, avant chaque essai, un traitement d'austénitisation caractérisé par un chauffage à 1300°C, un maintien de 5 minutes et un refroidissement naturel jusqu'à la température de l'essai.

a) Essai de traction à chaud

Les essais de traction ont été menés sur un acier 18M5 pour tôles fortes dont la composition chimique en % est indiquée dans le tableau suivant [10, 11]:

Carbone	Manganèse	Silicium	Aluminium	Soufre	Phosphore
0.18	1.37	0.42	0.0326	0.009	0.018

Il s'agit d'essais de traction pour des déformations lentes et de faibles amplitudes. Ils ont été limités à un allongement de 5% de l'éprouvette et les vitesses de déformation rationnelles atteintes ont été comprises entre 8.10^{-6} et 8.10^{-5} s^{-1} (figure 10) pour une gamme de température allant de 800 à 1250°C.

b) Essais de torsion à chaud

Ces essais ont été réalisés sur quatre nuances d'acier : un extra-doux, un 18M5, un 18M5 Nb et un acier inoxydable. Le schéma de déformation comporte une série de 10 passes de 0.1 tour avec un temps d'interpasse de 15 secondes ($\varepsilon = 0.02$). La vitesse de rotation est de 0.3 tours/min soit $\dot{\varepsilon} = 10^{-3}$ s^{-1} (figure 11).

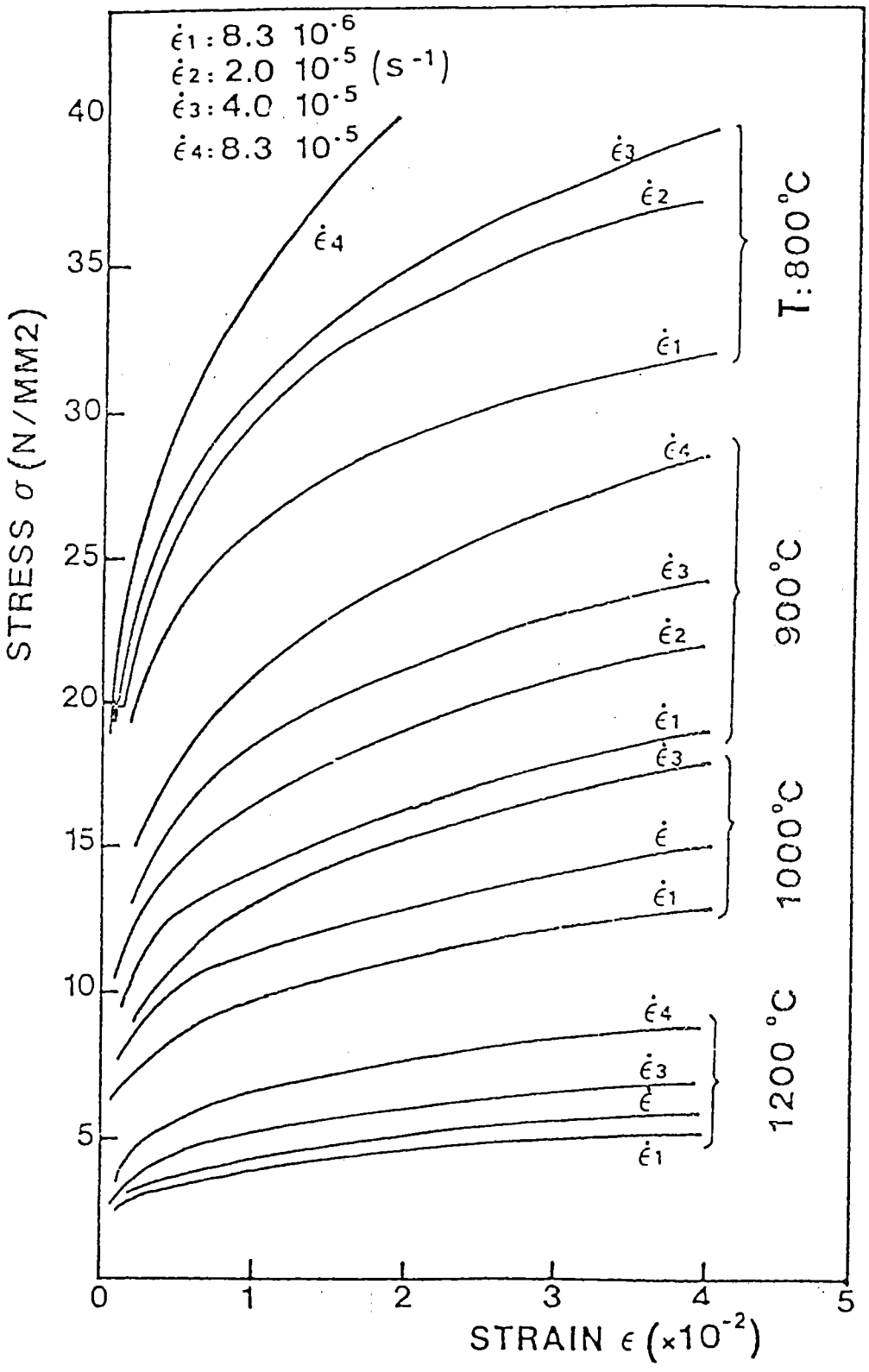


Fig. 10 Courbe de Traction de l'Acier 18m5

ε% / T°C	Vitesse de déformation	0.5	1	2	3	4	5
800	0.5%/min $8,33.10^{-5}s^{-1}$	33.52	38.59	44.43	47.94	50.54	52.49
800	5%/min $8,33.10^{-4}s^{-1}$	37.94	45.21	54.31	60.02	64.44	67.82
1000	0.5%/min	17.93	19.49	21.57	22.87	23.90	24.68
1000	5%/min	22.22	24.30	27.02	28.97	30.66	32.09
1200	0.5%/min	8.50	9.04	9.72	10.10	10.40	10.55
1200	5%/min	11.40	12.47	13.67	14.47	15.12	15.72
1250	0.5%/min	7.74	8.16	8.63	8.87	9.04	9.15
1250	5%/min	11.47	11.51	12.45	12.99	13.41	13.72

Fig. 10 Resultats d'un essai de Traction à chaud mené par l'I.R.S.I.D sur l'Acier 18M5

La contrainte d'écoulement pour les conditions de déformation ε, $\dot{\varepsilon}$ et T à la surface de l'éprouvette est reliée au couple de torsion par la relation [12] (d'après C. Rossard):

$$\sigma = \frac{\sqrt{3}}{2.\pi.R^3} \cdot \Gamma \cdot (3 + \tilde{n} + \tilde{m})$$

la déformation s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \pi \cdot N \frac{R}{L}$$

où les coefficients $\tilde{n}$ et m sont respectivement définis par les relations suivantes :

$$\tilde{n} = \frac{\partial \text{ Log } \Gamma}{\partial \text{ Log } N} \Bigg|_{\dot{N},\ \Gamma}$$

$$\tilde{m} = \frac{\partial \text{ Log } \Gamma}{\partial \text{ Log } \dot{N}} \Bigg|_{N,\ T}$$

Γ étant le couple de torsion, N le nombre de tours, $\dot{N}$ la vitesse de rotation, et α l'angle de torsion par unité de longueur.

I-2 Travaux théoriques

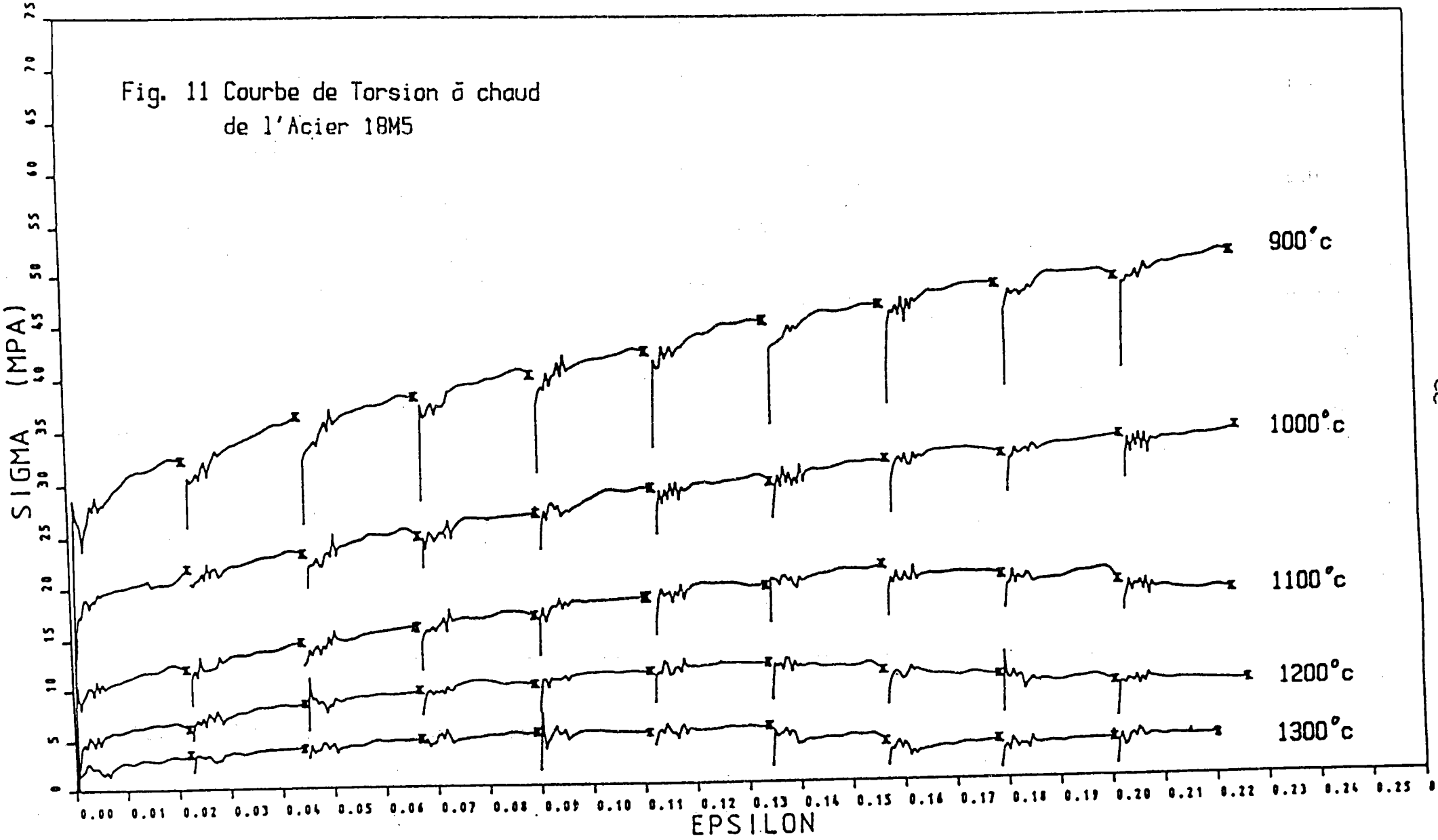
Les diverses tentatives de modèlisation mathématiques peuvent être classées en deux catégories principales :

+les modèles non visqueux : il s'agit d'une étude réalisée en considérant que la brame admet un comportement élastique ou élasto-plastique;

+les modèles visqueux : pour tenir compte de l'influence prépondérante de la viscosité à haute température, la brame admet donc un comportement viscoélastique (modèle de Kebin-Voigt, Maxwell, ...) ou un comportement viscoplastique (loi de type Norton-Hoff).

La méthode de résolution et la formulation des équations de ces deux types de modèlisations sont basées sur la théorie élémentaire de flexion en assimilant la croûte solidifiée de la brame à une

Fig. 11 Courbe de Torsion à chaud
de l'Acier 18M5



poutre d'épaisseur faible devant sa longeur et sa hauteur.

Cette poutre repose (cas statique) ou défile (cas dynamique) avec une vitesse constante V sur deux rouleaux de soutien.

Les sollicitations extérieures appliquées sont représentées par une charge uniformément répartie P qui simule la pression de l'acier liquide exercée sur la peau solidifiée, un effort tranchant Fo et un moment d'encastrement Mo appliqués à l'origine .

Certaines hypothèses spécifiques telles que l' hypothèse de Bernouilli, le poids propre de la poutre négligeable ou l'isotropie des propriétés mécaniques de l'acier, sont conservées.

I - 21 Modèle élastique, élasto-plastique

Si on suppose la poutre au repos sur ses appuis, les calculs élastiques menés par [13,14] montrent que la déformée est symétrique, le point représentant une flèche maximum étant située à mi-distance des deux appuis, qui s'exprime par la relation suivante

$$Y_{max} = \frac{P L^4}{32 E h^3}$$

où P = pression ferrostatique
E = module d'Young
L = l'écartement entre les rouleaux
h = l'épaisseur de la poutre
Y = la flèche de gonflement

Les calculs élasto-plastiques ont, en général, été réalisés par la méthode des éléments finis [15,16] (figures 12a et 12b).

La figure 13 illustre une comparaison entre les résultats obtenus par ces calculs (élastique et élasto-plastique) et les mesures expérimentales.

La plupart de ces calculs ont été réalisés dans l'hypothèse d'une température uniforme de la brame. Ils présentent également

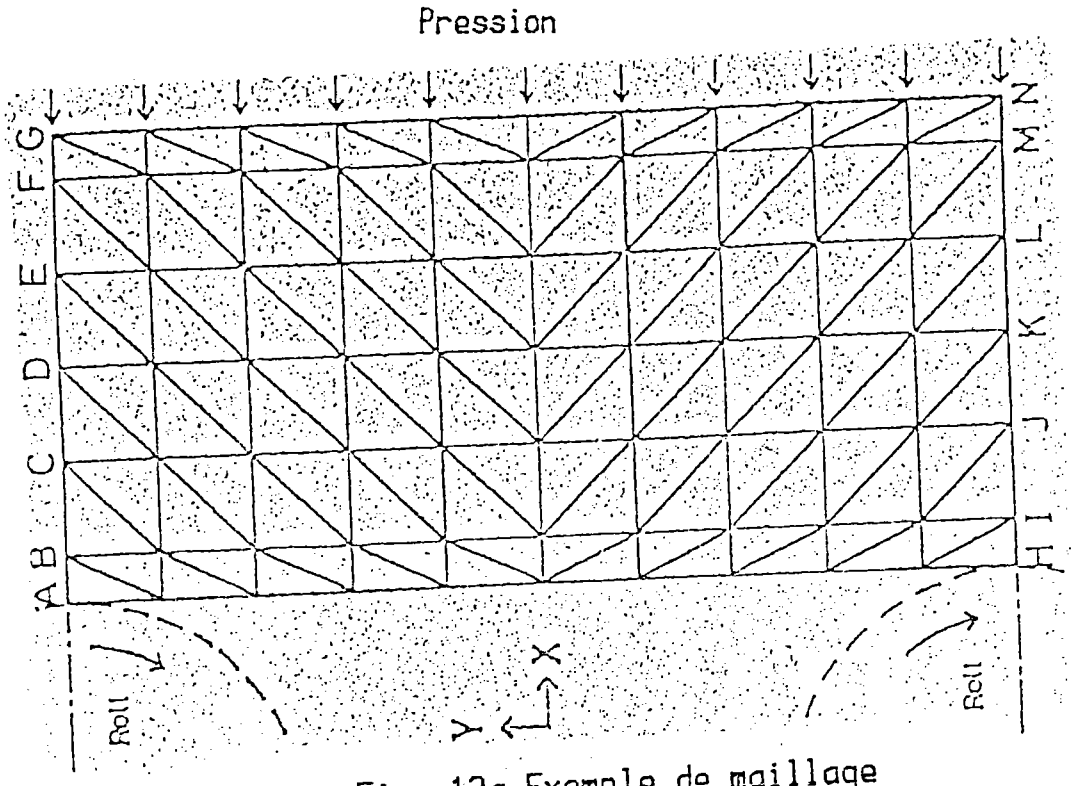


Fig. 12a Exemple de maillage d'une poutre

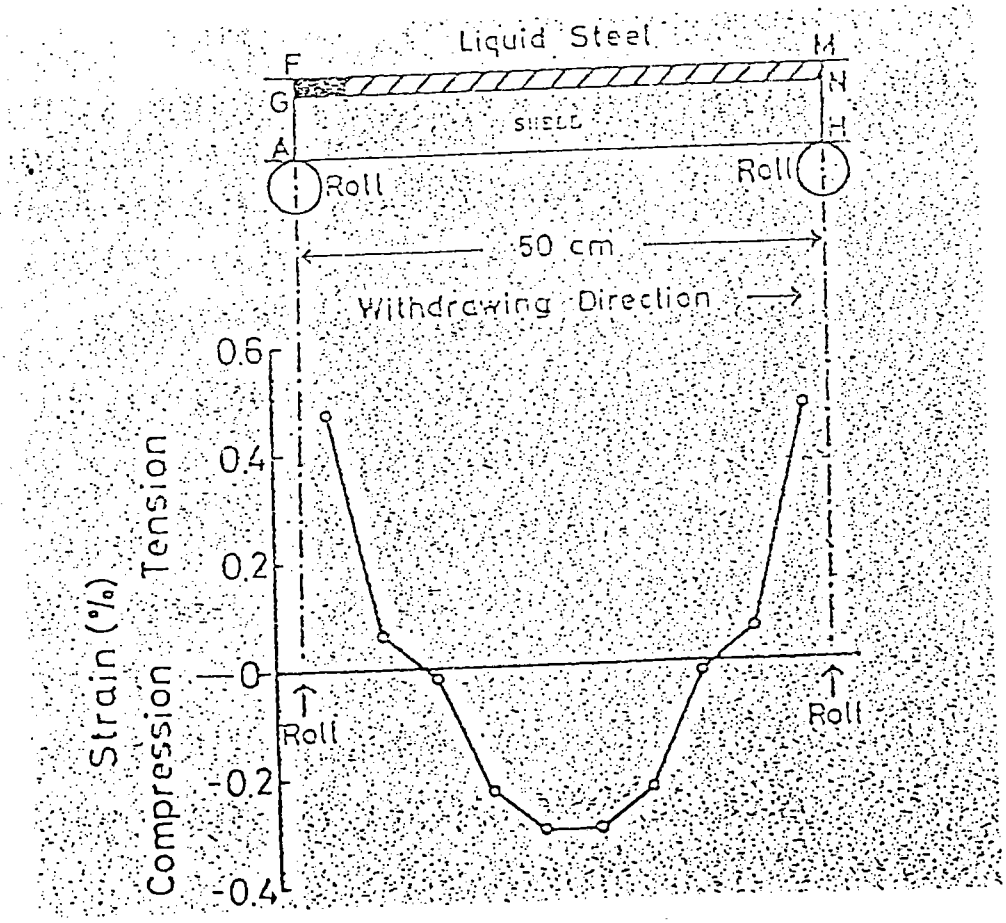


Fig. 12b Déformation de la peau solidifiée de la brame entre rouleaux

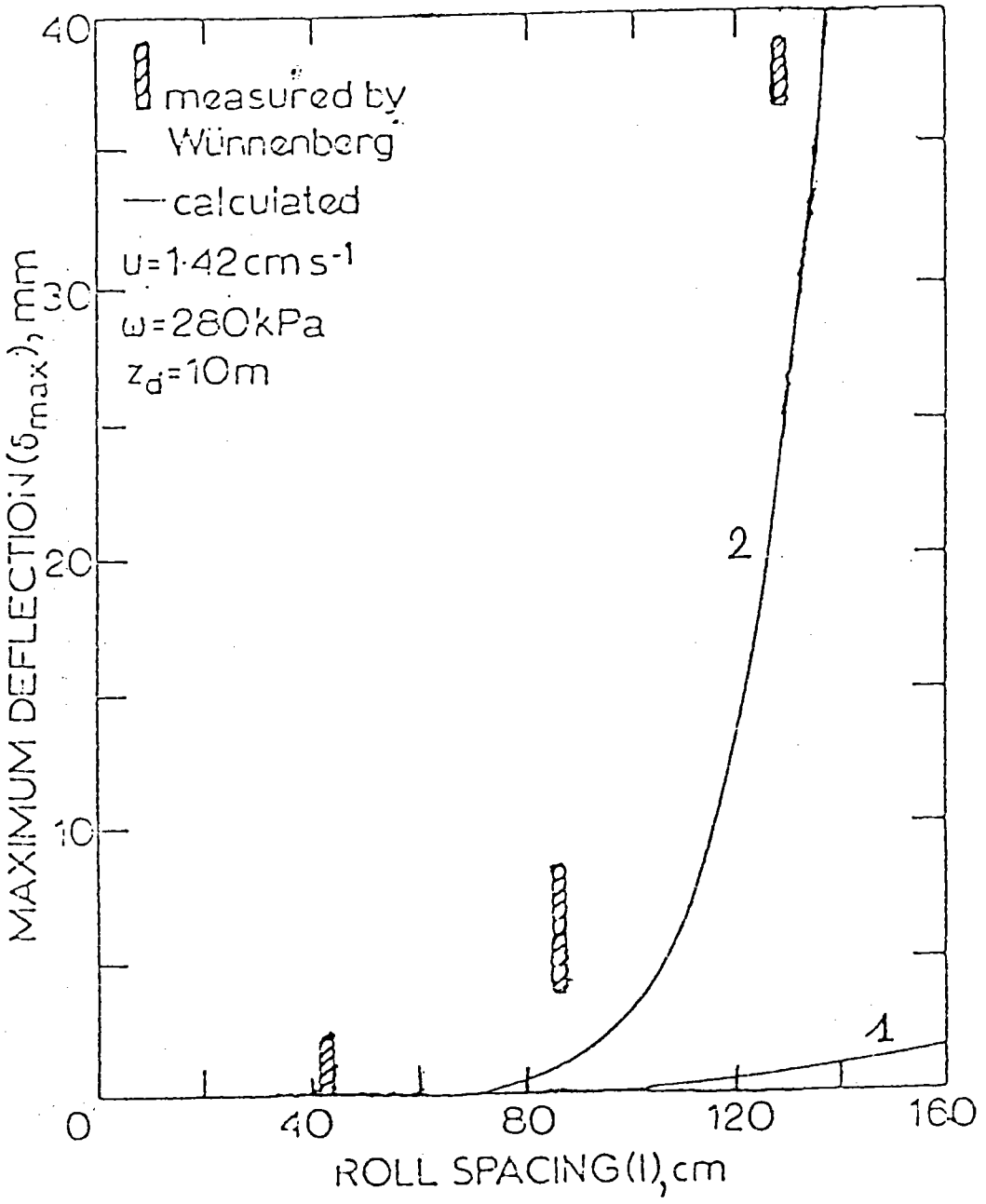


Fig. 13 Influence de la rheologie

1) Loi elastique
2) Loi elastoplastique

l'inconvénient de ne pas tenir compte du temps de séjour de la brame entre les rouleaux de soutien et d'ignorer le phénomène de viscosité de l'acier qui est prépondérant à très haute température.

I - 22 Modèle visqueux

En ce qui concerne les modèles de calcul qui tiennent compte du phénomène de viscosité on peut citer celui de J.D. Weber et de l'I.R.S.I.D., [17] qui ont utilisé trois modèles rhéologiques :

a) le modèle purement visqueux isotherme :

$$\sigma = \lambda \cdot \dot{\varepsilon}$$

où λ est un paramètre qui dépend de la température ($\lambda = A \exp \Delta H / KT$) et $\dot{\varepsilon}$ la vitesse de déformation viscoplastique.
Il ne présente qu'un intérêt théorique, et permet de calculer explicitement la flèche de gonflement.

b) le modèle de type Norton - Hoff :

$$\sigma = \lambda . \varepsilon^{n} . \dot{\varepsilon}^{m} \qquad (1)$$

avec

- λ paramètre fonction du matériau et de la température.
- n et m sont supposés constants.

c) le modèle de Maxwell non linéaire :

$$\dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} - E g \sigma^{r}$$

avec

- $\sigma, \dot{\sigma}$ représentent respectivement la contrainte et vitesse de contrainte
- E module d'Young
- g et r sont des fonctions de la température

Dans ces calculs, la peau de la brame solidifiée est représentée par une poutre horizontale reposant sur une infinité de rouleaux équidistants, d'espacement L.

Soit V(x) l'ordonnée de la flèche moyenne de la poutre dans le repère (xOy) (voir figure 14) et $\Delta = V_{max} - V_{min}$ le gonflement. On désigne par Mo et M1 les moments flèchissants sur les appuis x = 0 et x = L , on est ainsi conduit à poser les conditions aux limites :

$$V(o) = V(L) = 0$$
$$V'(o) = V'(L)$$
$$V''(o) = V''(L)$$
$$Mo = M1$$

On admet également que la déformée est périodique de période L, et l'hypothèse selon laquelle les sections planes restent planes et normales à la fibre moyenne après déformation.

I - 23 Modèle purement visqueux linéaire isotherme

Posons $V'' = \frac{d^2V}{dx^2}$ $V''' = \frac{d^3V}{dx^3}$

on a

$$\varepsilon = - v''.y$$
$$\dot{\varepsilon} = - \dot{v}''.y = -u.v'''.y$$

Le moment flèchissant en un point est :

$$M = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma\, y\, dy$$

On obtient donc une déformée :

$$v = \alpha\, p \left(\frac{L^4 x}{720} - \frac{L^2 x^3}{72} + \frac{L\, x^4}{48} - \frac{x^5}{120}\right) , \alpha = \frac{12}{\lambda^3\, u\, h}$$

D'autre part on a :

$$V_{max} = 2.10^{-4}\, \alpha\, p\, L^5$$

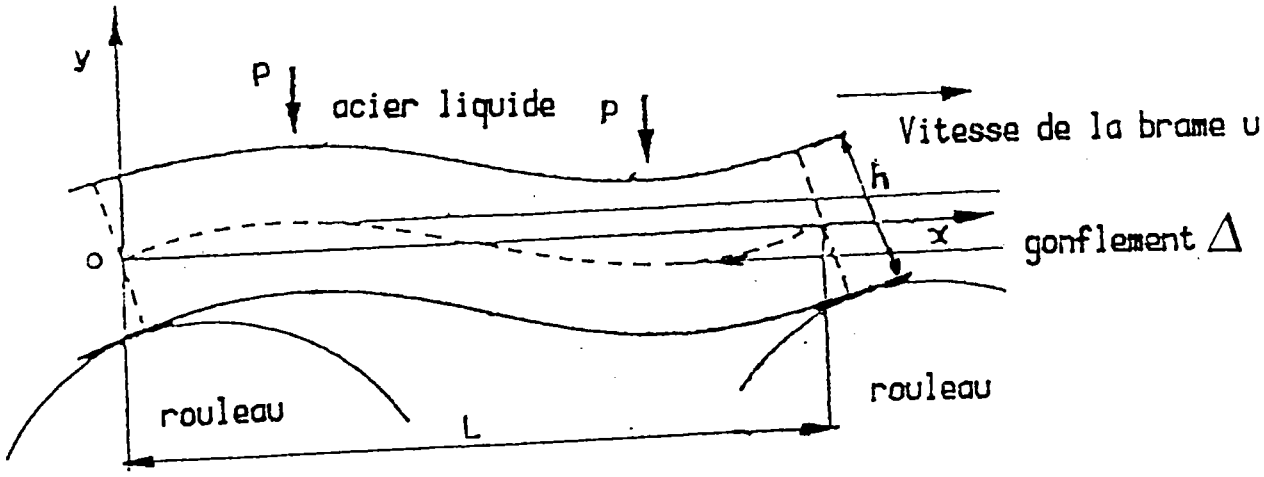


Fig. 14 déformée de la peau solidifiée soumise à la pression P de l'acier liquide

Le gonflement a donc pour expression :

$$\Delta = 4.10^{-4}\ \alpha\ p\ L^5$$

I - 24 Modèle viscoplastique

En traction simple, la formule (1) a été établie expérimentalement pour $\varepsilon > 0$, $\dot{\varepsilon} > 0$

Dans le problème du gonflement des brames, ε et $\dot{\varepsilon}$ peuvent avoir des signes quelconques.

En utilisant la convention $Z^s = \text{sgn } Z\ |Z|^s$ où Z est une variable quelconque et $0 < s < 1$

la formule ( ) peut s'écrire encore :

$$\sigma = \lambda\ |\varepsilon|^n .\ |\dot{\varepsilon}|^m\ \ \text{sgn}\ \dot{\varepsilon}$$

On admet que la température T est une fonction linéaire de y avec :

$T = T_c$ pour $y = h/2$

$T = T_f$ pour $y = -h/2$

où

T_c est la température de fusion ($T_c = 1500°C$)

T_f est la température extérieure ($T_f = 700$ à $1000°C$)

On a donc :

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} -\lambda(y).\ v''.[y-y_o]^n.u.\ v'''.(y-y_o)^m y\ dy$$

y_o étant l'ordonnée de la fibre neutre déterminée par la condition :

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma\ y\ dy = 0$$

qui exprime que l'effort normal sur la fibre neutre est nul.

On obtient alors :

$$M = u^m .\ v''^n .(\ v''')^m\ .\ J$$

avec

$$J = \int_{-h/2}^{h/2} \lambda(y).(y-y_o)^{m+n+1}\, dy$$

qui nous donne :

$$(v'')^{(m+n)/n} = \left(\frac{m+n}{m}\right).\ \frac{1}{u\ .\ J^{1/m}} \int_o^x M^{1/m}\, dx \qquad (2)$$

Posons $\bar{x} = \frac{x}{L}$, la formule (2) s'écrit alors :

$$v'' = \varphi\,(L, P, u, J).\ \psi\,(\bar{x})$$

avec

$$\varphi = \frac{m+n}{m}\ .\ \frac{1}{u\ .\ J^{1/m}}\ .(P\ L^2)^{1/m}\qquad^{\frac{m}{m+n}}$$

$$\psi = \left(\int_o^{\bar{x}} \left(\bar{M}o + \frac{\bar{x}}{2}(1-\bar{x})\right)^{1/m} dx\right)^{m/(m+n)}$$

$$\bar{M}o = \frac{Mo}{P\ L^2}$$

d'autre part, posons que $\theta(\bar{x})$ est deux fois l'intégrale de $\psi(\bar{x})$, la déformée s'écrit alors :

$$v = L^2.\ \varphi\ .\ \theta(\bar{x})$$

On a donc l'expression du gonflement :

$$\Delta = L^2.\ \varphi\ .\ (\theta max - \theta min)$$

On peut donc poser :

$$\Delta = G.\ \left(\frac{1}{u\ .\ J^{1/m}}.(P\ L^2)^{1/m}.L\right)^{m/(m+n)}.\ L^2$$

soit :

$$\Delta = G\ .\ \frac{L^a.P^b}{u^c.J^b}$$

avec :

$a = 2 + 2/(m+n) + m/(m+n)$, $b = 1/(m+n)$, $c = m/(m+n)$

G étant une fonction de m et n sans dimension, qui peut être calculée numériquement.

On obtient alors une expression du gonflement qui tient compte de l'influence des paramètres de coulée :

$$\Delta = 1.9\ 10^{-5}\ \frac{L^{7.5}\ P^{2.5}}{u^{0.42}\ J^{2.5}}$$

pour $m = n = 0.2$ et $G = 1.9\ 10^{-5}$

Pour éviter le calcul de J, une nouvelle hypothèse simplificatrice a été introduite en admettant que $\lambda(y)$ est une fonction linéaire de y s'annulant pour $y = h/2$ soit $T = Tc$. On obtient donc :

$$\Delta = 0.03\ \frac{L^{7.47}\ P^{2.52}}{u^{0.42}.\lambda_o^{2.52}.h^{6.05}}$$

où $\lambda_o = \lambda(Tf)$ pour $y = -h/2$

I -25 Modèle de Maxwell

Considérons d'abord le cas du modèle de Maxwell linéaire. Lorsque la température est uniforme :

$$\dot{\sigma} = E.\dot{\varepsilon} - E.f.\sigma$$

où f est une constante

soit

$$M = -\int_{-h/2}^{h/2} \sigma\ y\ dy$$

en posant $I = \frac{h^3}{12}$

$$\dot{M} = E\ .\ I\ .\ \dot{v}'' - E.f.M$$

on obtient une expression de la déformée :

$$E.I.V = -\frac{P\ L^2 x^2}{24} + \frac{P\ L\ x^3}{12} - \frac{P\ x^4}{24}$$

$$+ \frac{E f}{u} \cdot \left(\frac{P L^4 x}{720} - \frac{P L^2 x^3}{72} + \frac{P L x^4}{48} - \frac{P x^5}{120} \right)$$

Venons-en au cas du modèle de Maxwell non linéaire :

$$\dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} - E g \sigma^r$$

où E, g, r sont des fonctions de la température. Leurs identifications à partir de courbes expérimentales conduit aux relations suivantes :

$$E(T) = 8.57 (1500 - T) + 9.674\ 10^{-8} (1500 - T)^{4.215}$$

$$g(T) = 10^{(0.03466 (T-1400))}$$

$$r(T) = 0.0177 (1500 - T)$$

Les calculs ont été réalisés en combinant la méthode des différences finies avec des méthodes itératives. L'ensemble des résultats obtenus est représenté dans les figures 15, 16 et 17.

On peut citer également ceux développés par Miyazawa et Schwerdpferger [18] qui ont utilisés deux approches de fluage :

+le fluage primaire :

$$\varepsilon = A(T) . t^a . \sigma . \sigma^{m-1} \qquad (3)$$

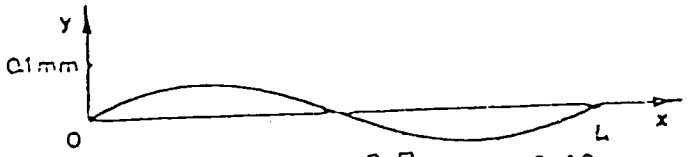
où
- $A(T) = Ao . \exp\left(-\frac{Q}{R T}\right)$;
- a, m sont deux paramètres dépendant du matériau ;
- t est le temps de séjour de la brame entre deux rouleaux adjacents.

+le fluage secondaire :

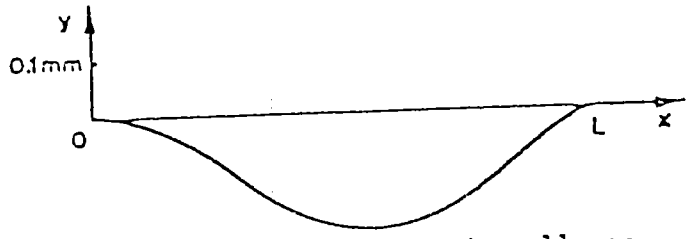
$$\dot{\varepsilon} = A'(T) . \sigma . \sigma^{m-1} \qquad (4)$$

où $A'(T) = A(T) . t_p^{a-1}$

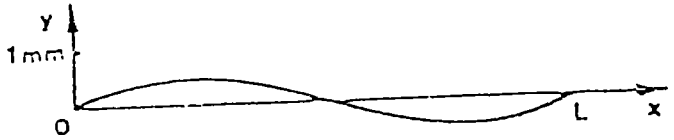
$t = (L/2) / u$ est le temps que met la brame pour traverser la mi-distance L/2 avec une vitesse u.



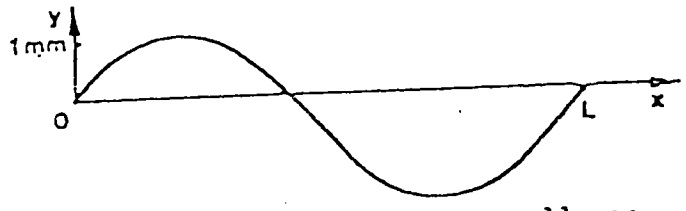
T_F = 800°C, $\sigma = \lambda \varepsilon^{n} \dot{\varepsilon}^{m}$, Δ = 0,12 mm



T_F = 800°C, modèle de Maxwell non linéaire, Δ = 0,22 mm



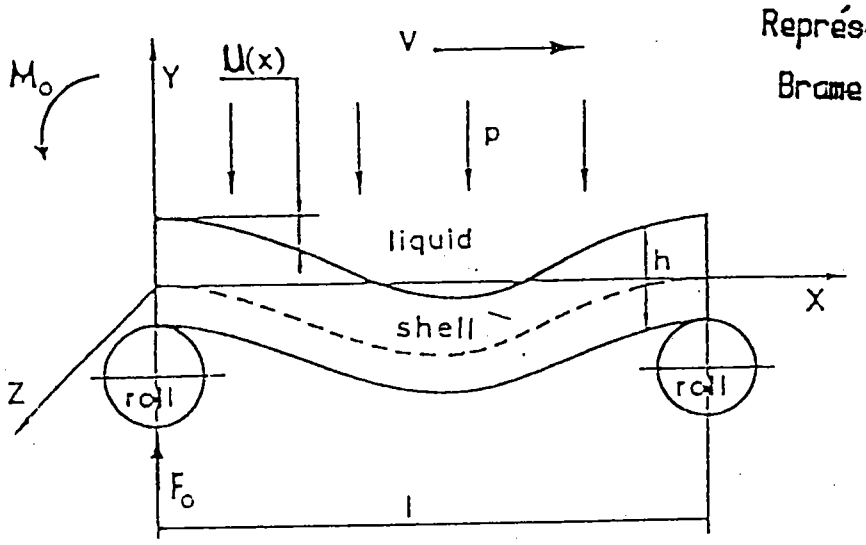
T_F = 1000°C, $\sigma = \lambda \varepsilon^{n} \dot{\varepsilon}^{m}$, Δ = 0,77 mm

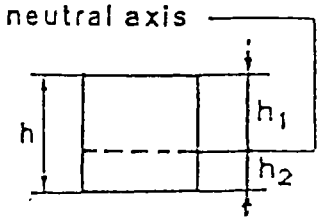


T_F = 1000°C, modèle de Maxwell non linéaire, Δ = 3,1 mm

Fig. 15 Déformée de la peau de la brame, pour L=450 mm h= 100 mm, u= 16,6 mm/s, P= 0.7 N/mm/mm

Représentation de la peau de la Brame par une poutre





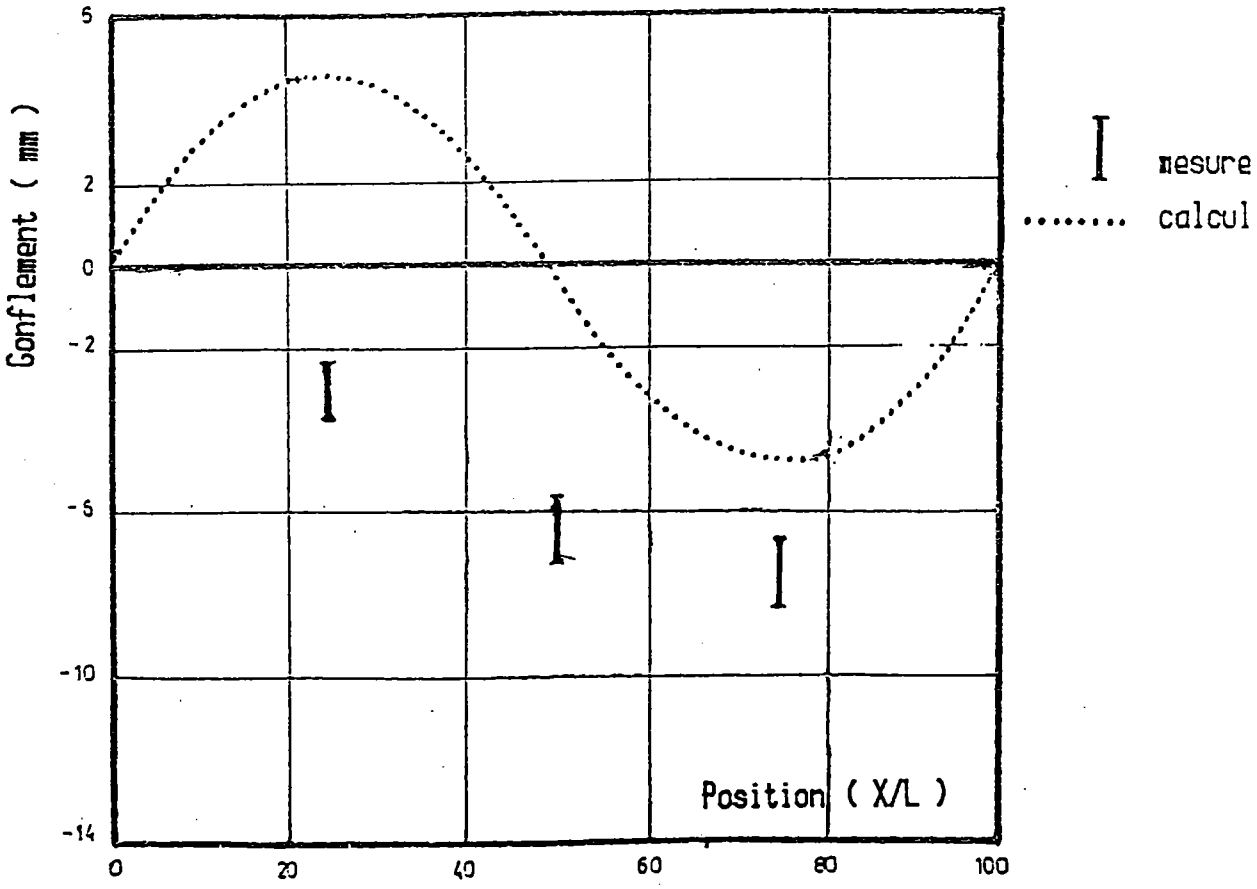


Fig. 16-Comparaison du calcul du gonflement aux mesures menées par K. Wunnenberg

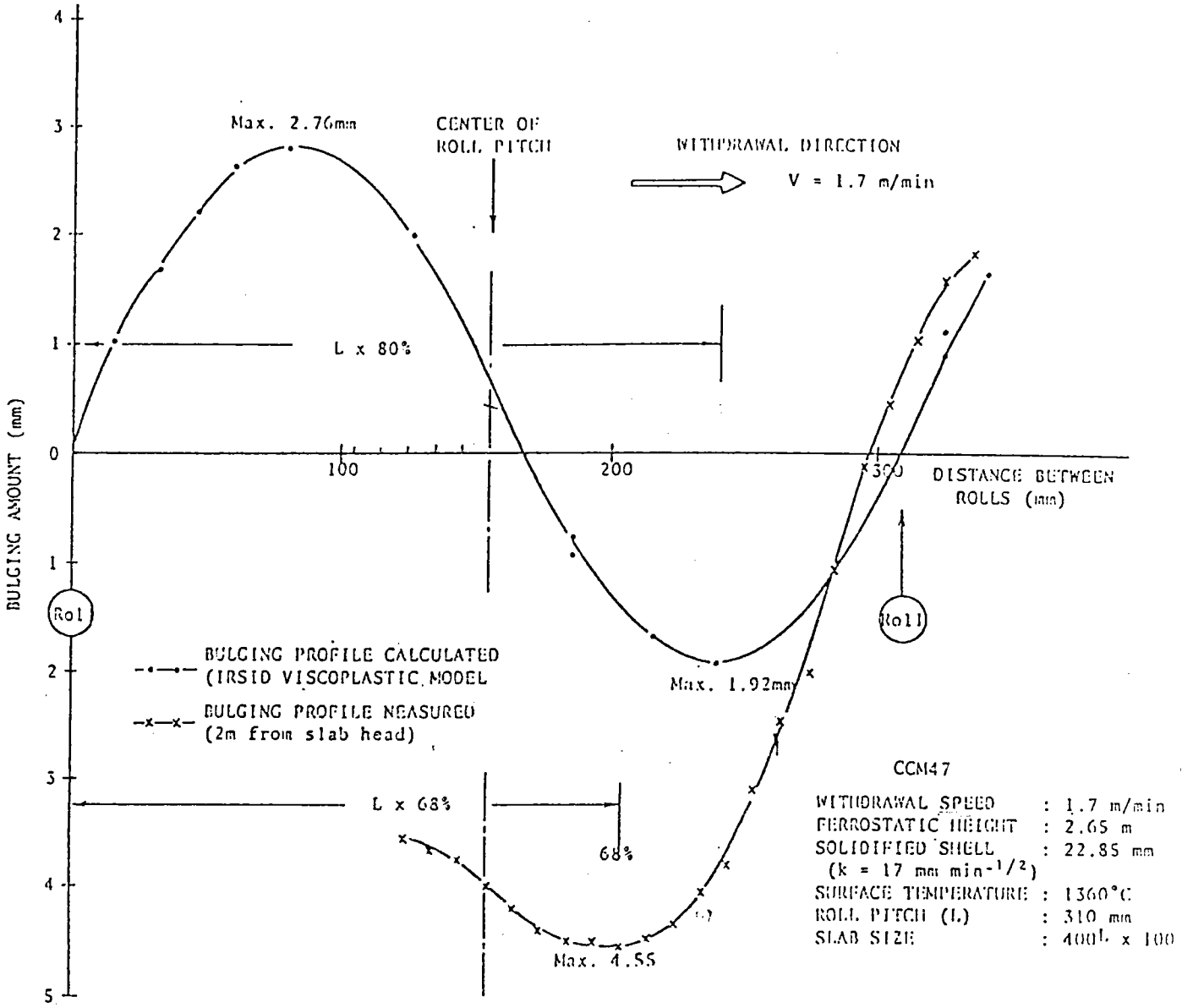


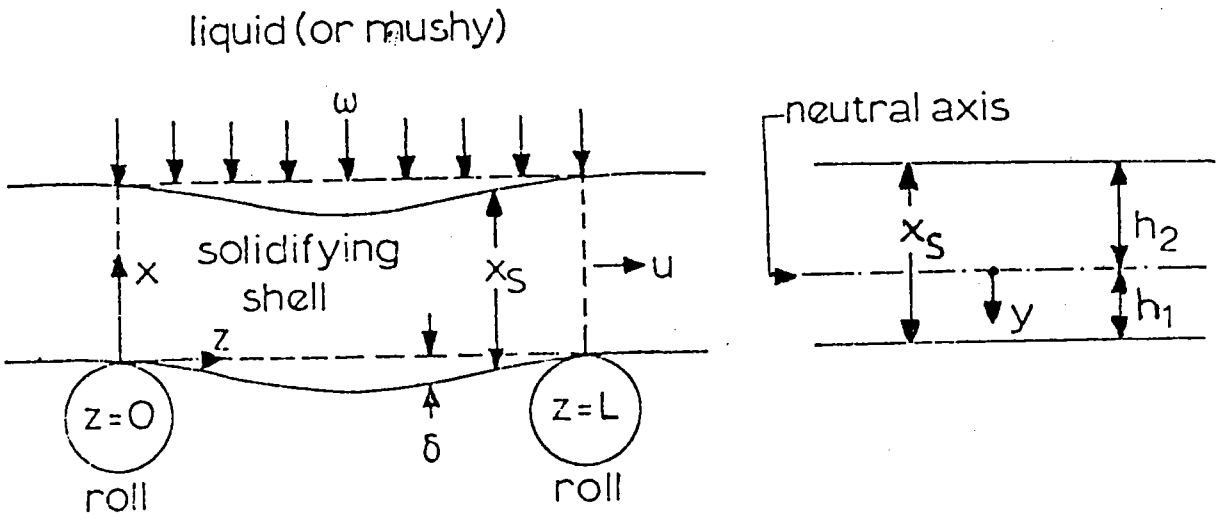
Fig. 17-Profil du gonflement comparé aux mesures effectuées par l'I.R.S.I.D

Remarquons que A'(T) est obtenu en identifiant la dérivée de la relation (3) et l'expression (4) au point représentant la flèche maximale.

Le calcul a conduit à deux représentations de la flèche de gonflement (figure 18) comparées à des mesures expérimentales éffectuées par K. Wunnenberg [5].

Nous citons aussi le modèle de Matsumiya et Nakamura [19] qui a été développé en supposant que le gonflement de la brame est une superposition d'un gonflement élastique, plastique et du fluage.

La figure 19 illustre une comparaison entre les résultats obtenus et les mesures expérimentales.



Systeme de coordonnées utilisé
pour la modelisation

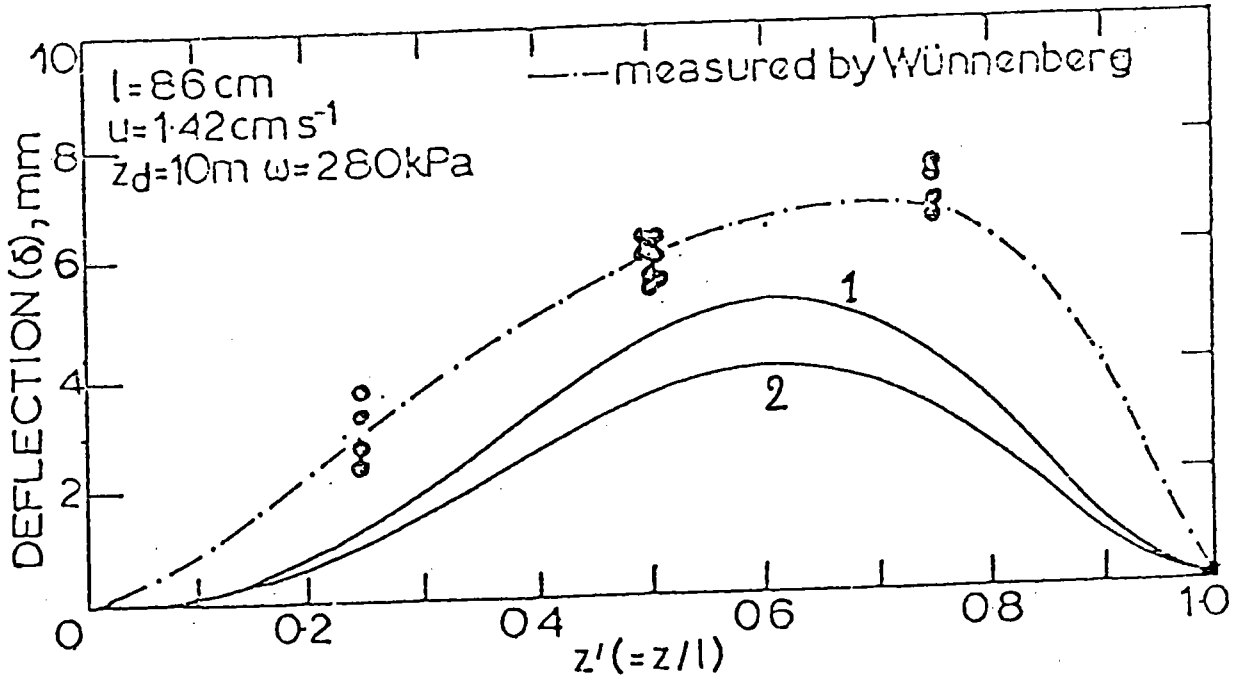
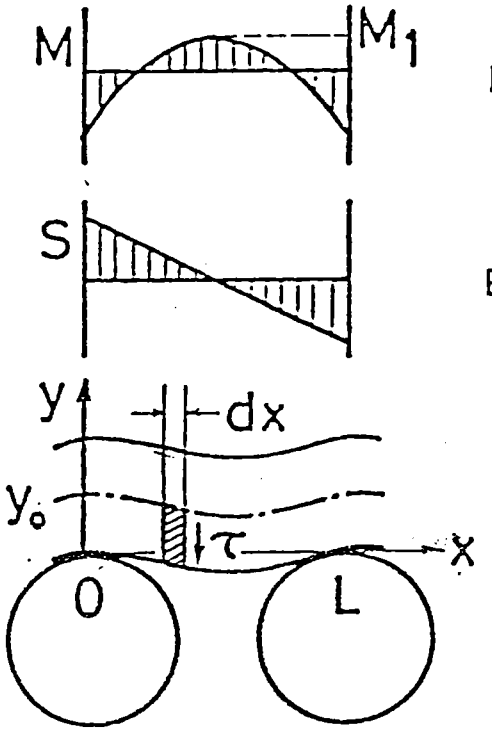


Fig. 18-Comparaison des profils
du gonflement

1) Loi de fluage primaire
2) Loi de Fluage secondaire



Moment Flechissant

Effort Tranchant

Systeme de coordonnées pour la modelisation

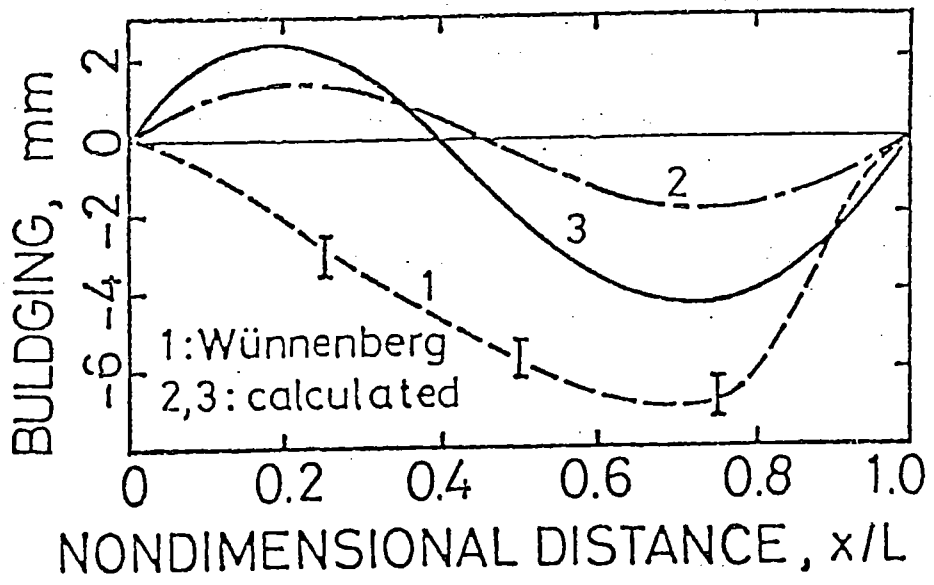


Fig. 19- Comparaison des calculs du gonflement à l'experience

2) déformation plastique est negligeable

3) avec déformation plastique

I-3 Conclusions

Nous venons de décrire dans cette partie les diverses tentatives de modèlisation et études expérimentales qui ont été entreprises. Dans les modèlisations proposées on peut critiquer certaines hypothèses telles que les suivantes :

+ les lois de comportement adoptées sont valables dans le cas d'un chargement monotone croissant ($\dot{\varepsilon} > 0$). Cette hypothèse ne permet pas de traduire les sollicitations cycliques que la brame subit au cours du processus de solidification (figure 19).

+ les coefficients d'écrouissage et de viscosité ont été supposés indépendant de la température. Ce qui apparait assez restrictif pour l'étude du comportement de la brame à très haute température ($800°C \leq T \leq 1500°C$).

+ les modèles qui ont été dévelopés sont destinés à traiter uniquement le cas de deux rouleaux. Par conséquent ces modèles ne permettent pas de cerner le phénomène réel de l'évolution des déformations quand la brame traverse un ensemble de rouleaux et surtout quand l'espacement entre les rouleaux n'est pas équidistant ou lorsque ces rouleaux ne sont pas parfaitement alignés.

A ce titre , il serait alors logique de développer un modèle de calcul, pour mieux cerner le problème du gonflement, capable d'intégrer le phénomène de viscoplasticité cyclique dans des conditions évolutives de température et de traiter le cas de plusieurs rouleaux.

Ce modèle fait l'objet du présent travail que nous allons présenter dans les prochains chapitres.

MODELE DE CALCUL

CHAPITRE II :

MODELE DE CALCUL

II - 1 Introduction

On se propose de présenter ici un modèle de calcul théorique du comportement d'une poutre continue qui défile sur une infinité de rouleaux et de développer, á partir de ce modèle, une procédure numérique efficace et précise, en vue de la mise au point d'un programme prévisionnel de l'intensité du gonflement de la brame dans une machine de coulée continue.

La poutre supposée homogène, admet un comportement viscoplastique et présente un gradient thermique non linéaire dans l'épaisseur.

Pour intégrer les effets de désalignement des rouleaux du système de soutien et des variations d'écartement, on a dû faire appel à une formulation mécanique beaucoup plus élaborée que celles utilisées dans les modèles de calcul évoqués précédemment.

Il faut préciser, en ce qui concerne la rhéologie de la brame, que les lois de comportement ont été grandement améliorées, avec en particulier la necessité de distinguer entre le comportement des fibres formant la poutre, en introduisant des lois variables dans l'épaisseur allant d'un comportement viscoplastique (surface de la brame ; $800^{\circ}C < T_e < 1050^{\circ}C$) jusqu'à un comportement d'un fluide Newtonien ou non (front de solidification ; température de fusion $T_f \simeq 1550^{\circ}c$).

Il a été également tenu compte du phénomène d'écrouissage, de l'effet de Bauschinger, du retour en arrière en introduisant un paramètre de cumulation, et des conditions évolutives de la température.

Le programme numérique, ainsi établi, fournit selon le cas

étudié et le type d'acier considéré, les distributions le long de la brame :

- des ordonnées de la fibre neutre ;
- du moment fléchissant ;
- des fléches du gonflement ;
- des diagrammes de déformation, de vitesse de déformation, de la déformation cumulée et des contraintes dans toutes les sections spécifiées par l'utilisateur.

Les développements qui font suite à cette introduction sont présentés ci-après :

- Dans un premier temps, on passe en revue les hypothèses et les notations du calcul à la base du modèle et les différentes formulations des équations d'équilibre du problème.

- L'étude rhéologique est ensuite dévelopée, en décrivant les différentes approches des lois adoptées, leurs confrontations à l'expérience et leurs domaines de validité.

- Ensuite on montre comment le problème peut être formulé en terme d'un système algébrique à résoudre par :

  + une opération de discrétisation en intervalles suffisament petits (à la manière des éléments finis) ;
  + une opération de linéarisation en appliquant une méthode de quasi-linéarisation modifiée ;
  + une procédure d'intégration numérique dans l'épaisseur.

- Enfin, on présente les résultats de calculs relatifs à des exemples pratiques pour mettre en évidence les possibilités du modèle. Une étude comparative mise sous forme de courbes permet d'avoir une idée précise de l'influence sur les résultats :
  - du choix des lois de comportements des matériaux;
  - du mode de chargement;
  -de l'hypothèse de prise en compte de certains phénomènes.

II - 2 Notations et hypothèses de calcul

II - 21 Notations

h : épaisseur solidifiée de la brame.

H(x) : fonction de Heaviside :

$$H(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \geq 0 \\ 0 \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

i : indice repérant un appui ($0 \leq i \leq n-1$)

j : indice repérant les noeuds de discrétisation.

C(x) : la courbure.

Lq : la distance entre le rouleau (q-1) et q .

M(x) : (oxyz) étant un repère direct tel que ox soit dirigé vers la droite et oy dirigé vers le haut, M(x) est la mesure suivant oz du moment des forces extérieures s'exerçant à la droite de la section d'abscisse x.

M_o : moment d'encastrement à l'origine.

F_o : effort tranchant dans une section s immédiatemment à droite de l'origine O. C'est la mesure de la projection sur Oy de toutes les forces extérieures qui s'exercent sur la brame à gauche de s.

P : une charge uniformément répartie, mesurée positivement vers le bas.

R_i : réaction exercée sur la brame par le rouleau i (mesurée positivement vers le haut).

T : température.

T_e : température à la surface de la brame.

T_f : température de fusion.

x : l'abscisse d'une section droite quelconque de la poutre.

X : $X = x / L_T$ où L_T est la longueur totale de la poutre .

y : l'ordonnée d'un point quelconque de la poutre.

y_o : l'ordonnée de la fibre neutre.

$u(x)$: déformée du gonflement.

v : vitesse de la brame.

ε : déformation viscoplastique.

ε_r : déformation critique imposée.

ε_c déformation cumulée

$\dot{\varepsilon}$: vitesse de déformation viscoplastique.

σ : la contrainte.

$\delta(x)$: fonction de Dirac.

λ : coefficient de resistance du matériau.

η : précision du calcul.

n(T) : coefficient d'écrouissage.

m(T) : coefficient de viscosité.

n : nombre de rouleaux

II - 22 Hypothèses

H1 : *"L'hypothèse de Bernouilli est supposé valable pour la flexion du matériau"*.
Autrement dit, toute section plane et perpendiculaire à la ligne moyenne avant déformation reste plane et perpendiculaire à la ligne moyenne après déformation.

H2 : *"La poutre est supposée totalement viscoplastifiée"*.
Il en résulte que la déformation totale se réduit uniquement à la déformation viscoplastique, cette hypothèse est souvent justifiée à très haute température.

H3 : *Le poids propre de la poutre est négligeable devant la pression ferrostatique.*

H4 : *Le transfert thermique entre la brame et les rouleaux est supposé négligeable.*

H5 : *Le champ de température dans l'épaisseur de la poutre est supposé connu.*

II - 3 FORMULATIONS DES EQUATIONS DE BASE DU MODELE

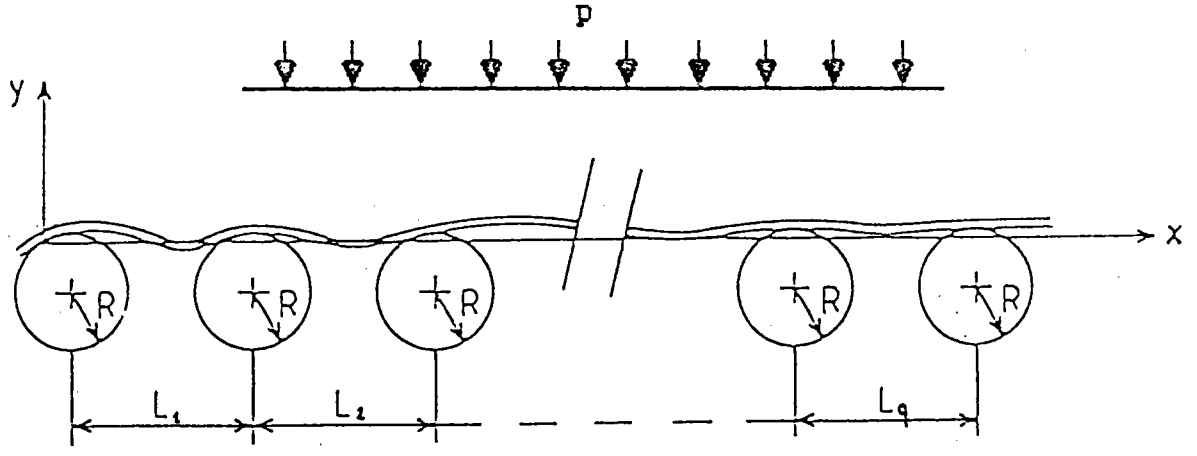
II - 31 Equations d'équilibre en section

Considérons un train de n rouleaux, assimilés à des appuis dont l'un ou plusieurs peuvent être désalignés. Ces appuis sont disposés dans un même plan horizontal, leurs axes sont parallèles, écartés d'un espacement quelconque.

La poutre schématisant la peau solidifiée de la brame traverse l'ensemble de ces appuis avec une vitesse constante v dans une direction perpendiculaire à leurs axes. On suppose que le défilement de cette poutre est suffisamment lent pour ne pas tenir compte des effets d'inertie : l'évolution est quasi-statique.

Le déplacement horizontal de la poutre étant repéré par un axe Ox dont l'origine coincide avec le point de contact de la poutre avec le premier appui. Son déplacement vertical étant repéré par un axe Oy. Ces deux axes forment un repère orthonormé direct (Ox, Oy) (figure 20).

Fig. 20-Systeme de coordonnées utilisée pour la modelisation



Le moment fléchissant en un point x se traduit par la relation :

$$M(x) = Mo + Fo.x - \frac{P x^2}{2} + \sum_{i=1}^{n-2} \left(x - \sum_{q=1}^{i} Lq \right) . Ri . H\left(x - \sum_{q=1}^{i} Lq \right)$$

Posons $L = \sum_{j=1}^{n-1} Lj$ et introduisons des variables réduites, soient :

$$X = \frac{x}{L} \quad ; \quad \overline{Mo} = \frac{Mo}{PL^2} \quad ; \quad \overline{Fo} = \frac{Fo}{PL} \quad ; \quad \overline{Ri} = \frac{Ri}{PL} \quad ;$$

$$li = \frac{\sum_{n=1}^{i} Lq}{L}$$

Il s'introduit donc une expression du moment fléchissant de type :

$$M = \overline{M} + \overline{Fo}.x - \frac{x^2}{2} + \sum_{i=1}^{n-2} (x - li) . \overline{Ri} . H(x - li)$$

II - 4 ETUDE RHEOLOGIQUE DU COMPORTEMENT DE LA BRAME

Dans de très nombreuses applications, par exemple dans la mise en forme des matériaux, il est toujours nécessaire de savoir décrire le comportement des matériaux afin de pouvoir donner une description aux phénomènes observables.

II - 41 Sollicitations

En coulée continue, le comportement de la brame est hors du domaine élastique, et rentre essentiellement dans le cadre des corps viscoplastiques.

La brame est soumise, en effet, à des efforts thermiques qui résultent des divers types de refroidissement appliqués selon les conditions d'exploitation des machines. Elle est soumise également à des efforts mécaniques dûs à la géomètrie du système de soutien imposé. Ces efforts correspondent à des sollicitations cycliques qui peuvent être quasi-statiques dans le cas oú il n'y a pas de défauts gèometriques (désalignement d'un rouleau par exemple), (figure 21a.) Elle peut également être le siége de sollicitations variables quand un incident se produit (défaillance de certains paliers, arrêt de coulée, excentrement de rouleaux ..), (figure 21b.)

II - 42 Principaux phénomènes à traduire

Compte tenu de l'aspect des phénomènes évoqués précédement il est donc nécessaire de formuler des lois de comportement viscoplastique qui devront traduire correctement :

-L'effet d'écrouissage (durcissement ou adoucissement cyclique). On schématise, en principe, ce phénomène par la déformation ("Strain Hardening") qui est généralement mieux vérifiée que l'hypothèse d'écrouissage par le temps ("time hardening") comme on peut le montrer par des essais de fluage à des niveaux de contraintes variables [20].

-La viscosité qui se manifeste dans l'essai d'écrouissage (essai de traction) [10] par l'influence de la vitesse de

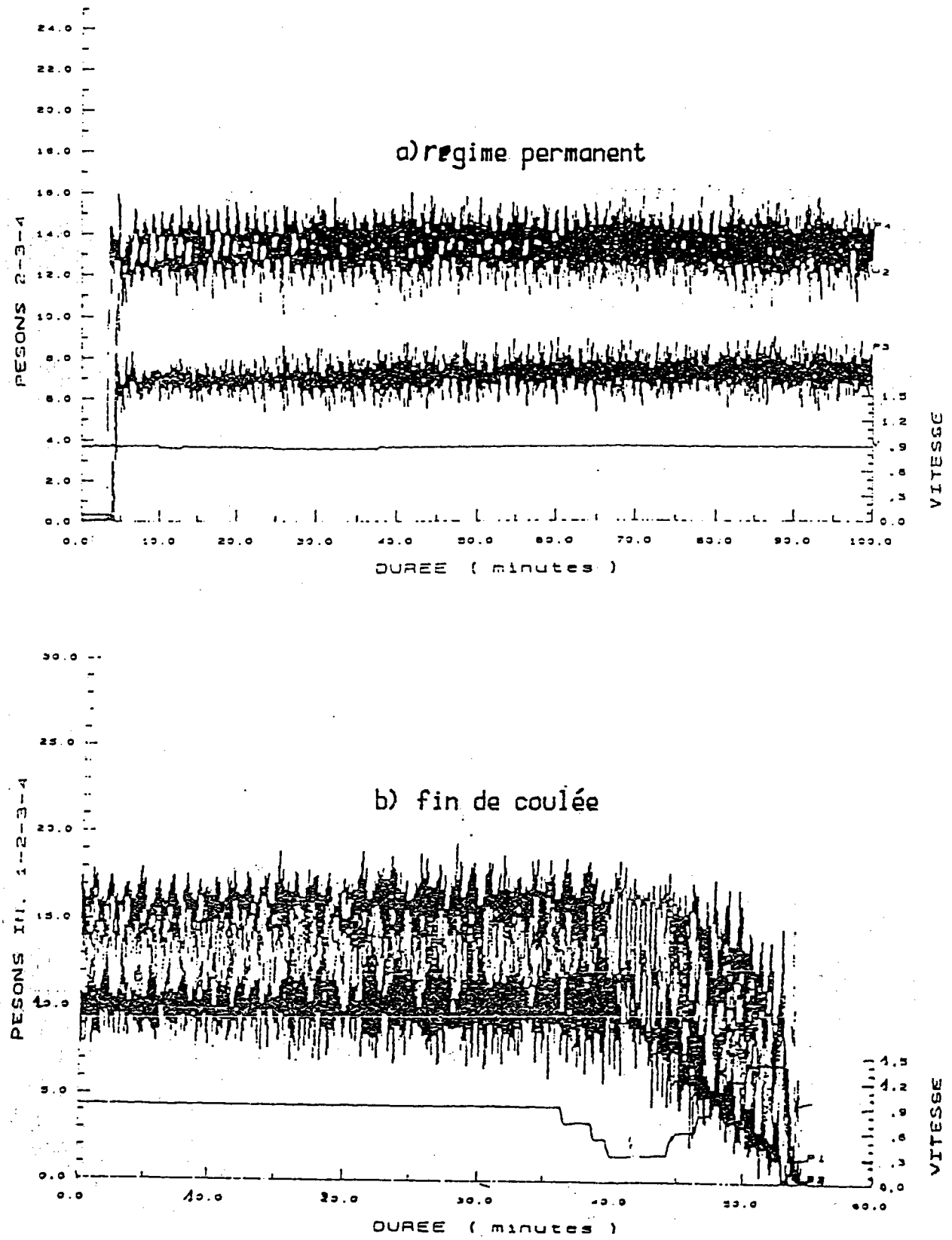


Fig. 21-Evolution en fonction du temps des efforts moyens transmis par la brame sur les paliers

chargement, mais se mesure aussi dans les essais de fluage (à contrainte constante) ou de relaxation (déformation constante). L'effet de viscosité est en général d'autant plus important que la température est élevée.

II - 43 Lois de comportement

En ce qui concerne, dans la littérature, les travaux ayant donné lieu à des traductions analytiques de type phénomènologique (seul envisagé dans ce travail) sont assez nombreux. Ce sont des relations "Ecrouissage - Viscosité " qui s'expriment d'une manière générale par la relation suivante :

$$\sigma = f(\varepsilon_c , \dot{\varepsilon}, T)$$

où ε_c est la déformation cumulée qui s'identifie à la déformation dans le cas d'un chargement monotone [21] :

$$\varepsilon_c = \tilde{\varepsilon} = \int_0^t |\dot{\varepsilon}| \, dt$$

Dans le cas d'une hypothèse d'écrouissage indifférent qui consiste à réinitialiser ε_c à chaque demi-cycle [22] on a :

$$\varepsilon_c = \tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}_0 = \int_{to}^t |\dot{\varepsilon}| \, dt$$

to étant le dernier instant où la contrainte s'est annulée.

Diverses particularisations ont fait suite à cette fonction.

Dans le cas d'un chargement monotone croissant ($\dot{\varepsilon} > 0$), on peut citer la loi d'Andrade [23] :

$$\varepsilon = A \, . \, t^q$$

qui représente assez bien le fluage primaire de nombreux métaux et alliages.

On cite également la loi de Norton qui décrit le fluage secondaire de certains aciers à haute température [24] :

$$\dot{\varepsilon} = \lambda \cdot \sigma^{N}$$

Cette loi est de plus en plus utilisée pour décrire le comportement quasi-statique de nombreux matériaux dans des situations diverses. Signalons également que cette loi est utilisée en mécanique des fluides non newtoniens et est connue sous le nom de loi d'Ostwald de Waele [25].

Pour prendre en compte l'effet d'écrouissage, une particularisation de f consiste à prendre un produit de fonction puissance, appelée souvent loi de Norton - Hoff :

$$\sigma = \lambda \cdot \varepsilon^{n} \cdot \dot{\varepsilon}^{m}$$

Cette loi a fait l'objet de nombreuses applications industrielles elle représente assez bien le phénomène de viscoplasticité dans le cas d'un chargement monotone croissant. Elle a été généralisée au cas tridimensionel par Ahmed Friaa [26].

Son extension au cas d'un chargement quelconque a été développé par J. Lemaitre [27] en faisant intervenir la déformation cumulée :

$$\sigma = \lambda \cdot \varepsilon_{c}^{n} \cdot |\dot{\varepsilon}|^{m} \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}$$

Elle peut définir également le comportement rhéologique d'un matériaux standard à deux variables internes (J.D. Weber, A. Labzae) [28] si on admet que le module d'Young d'un matériaux diminue au cours d'un chargement cyclique.

II - 43-1 Effet de la température

Pour des variations faibles de la température, on peut considérer le fluage comme un phénomène thermiquement activé. On définit ainsi une équivalence vitesse de fluage - température représentée par le paramètre de Dorn :

$$\dot{\varepsilon} \cdot \exp(- \Delta H / KT)$$

où ΔH est l'énergie d'activation de chaque source.

La loi tenant compte de la température s'écrit donc :

$$\sigma = \lambda \cdot \varepsilon^{n} \cdot \left[\dot{\varepsilon} \cdot \exp(\Delta H/KT) \right]^{m}$$

Dans le cas où la variation de la température ($\delta T/T$) dépasse certaines valeurs (>5%) [22], l'énergie d'activation ΔH dépend de T, σ, et ε . La manière la plus simple est de considérer que les coefficients λ, n, m sont des fonctions de la température [29] (figure 22) :

$$\sigma = \lambda(T) \cdot \varepsilon^{n(T)} \cdot \dot{\varepsilon}^{m(T)}$$

Cette relation peut s'écrire encore dans le cas où l'on admet une déformation initiale notée ε_o :

$$\sigma = \lambda(T) \cdot (\varepsilon + \varepsilon_o)^{n(T)} \cdot \dot{\varepsilon}^{m(T)}$$

En ce qui concerne l'identification de ces coefficients, [29], [30], [31] ont entrepris de nombreux travaux. On peut citer, en particulier, une formulation à partir des mesures expérimentales menées sur des métaux polycristallins c.f.c. [32] :

$$\lambda(T) = c \cdot \exp (a / (T + T_o))$$

$$n(T) = n_o \cdot (1 - c_\alpha \cdot T)$$

$$m(T) = m_\alpha \cdot (T - T_\alpha)$$

où c, a, T_o, n_o , c_α , m_α , T_α sont des constantes des matériaux.

On peut mentionner aussi une identification basée sur des données expérimentales [32] :

Posons $\theta = T/T_m$ où T_m est la température de fusion. Les coefficients s'écrivent alors :

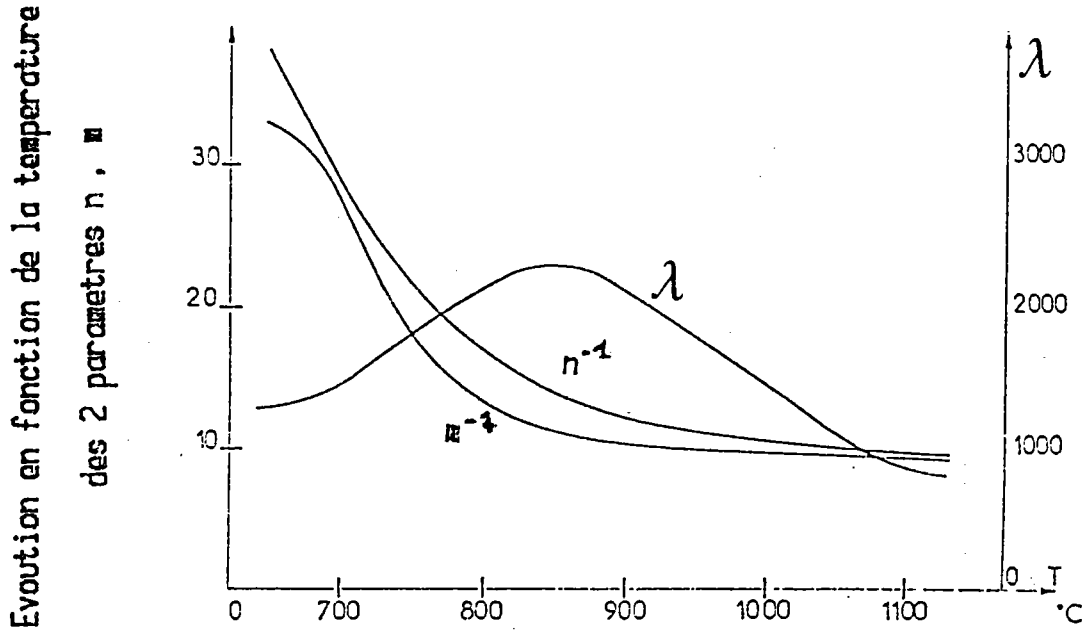


Fig. 22-Evolution en fonction de la temperature
des 3 parametres (λ, n, m)

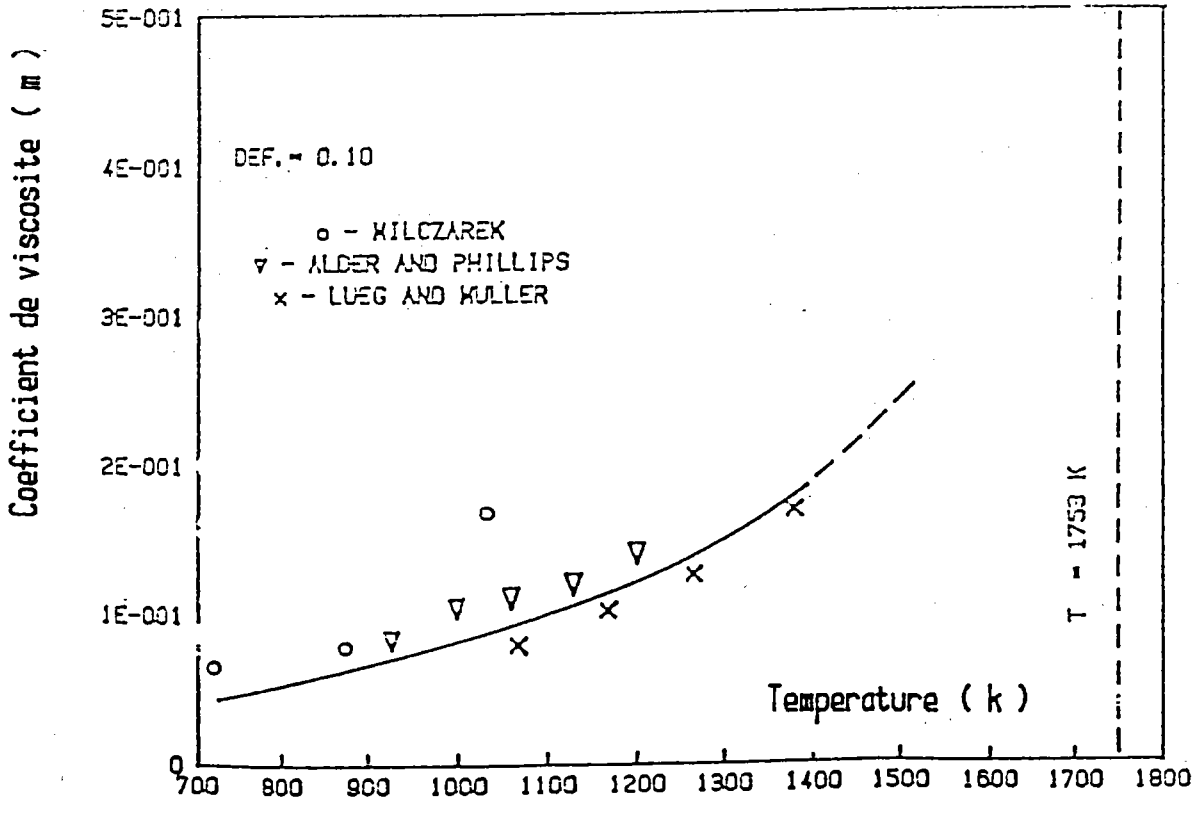


Fig. 23-Evolution du coefficient de la viscosite (m)

$$\lambda(\theta) = c \cdot [\, 1 - (\, \theta - p\,) \cdot \exp(\, q.(1 - \theta)\,)\,]$$

$$n(\theta) = n_o \cdot [\, 1 - \theta \cdot \exp(\, \theta\mu\,(1 - 1/\theta\,)\,)\,]$$

$$m(\theta) = a \cdot \theta \cdot \exp(\, - b.\theta) + \alpha_o \cdot \theta^r$$

où c, p, q, n_o, $\theta\mu$, a, b, α_o , r sont des constantes des matériaux (figure 23).

II - 43-2 Différentes approches adoptées

Après ce tour d'horizon sur les principaux travaux rhéologiques de la littérature, en liaison plus ou moins direct avec la rhéologie du présent rapport, on présente maintenant les aspects originaux et les possibilités d'un nouvel ensemble d'équations rhéologiques que nous avons récemment mis au point :

$$\sigma = \lambda(T).\,|\, \varepsilon + \varepsilon_r \,\mathrm{sgn}\dot{\varepsilon}\,|^{n(T)}.\,|\, \dot{\varepsilon}\,|^{m(T)}\mathrm{sgn}\dot{\varepsilon} \qquad (R1)$$

$$\sigma = \lambda(T).\,|\, \varepsilon_c + \varepsilon_r \,\mathrm{sgn}\dot{\varepsilon}\,|^{n(T)}.\,|\, \dot{\varepsilon}\,|^{m(T)}\mathrm{sgn}\dot{\varepsilon} \qquad (R2)$$

$$\sigma = \lambda(T).(1 - \exp(-\beta.\varepsilon_c\,)\,)^{n(T)}.\,|\, \dot{\varepsilon}\,|^{m(T)}\mathrm{sgn}\dot{\varepsilon} \qquad (R3)$$

Ces équations font intervenir seulement quatre paramètres facilement identifiables à partir des résultats expérimentaux. Elles s'attachent surtout à la description des phénomènes macroscopiques les plus important dans l'application envisagée. Et chacune de ces lois décrit un phénomène bien particulier.

En effet, la loi (R1) permet de déterminer correctement un cycle stabilisé d'un matériau dans la mesure où l'on se place dans le cadre des sollicitations cycliques quasi-statiques (figures 24a et 24b). Dans l'application considérée, on se place dans l'hypothèse où l'on suppose que la brame est soumise à des sollicitations de cycles identiques, c'est-à-dire périodiques.

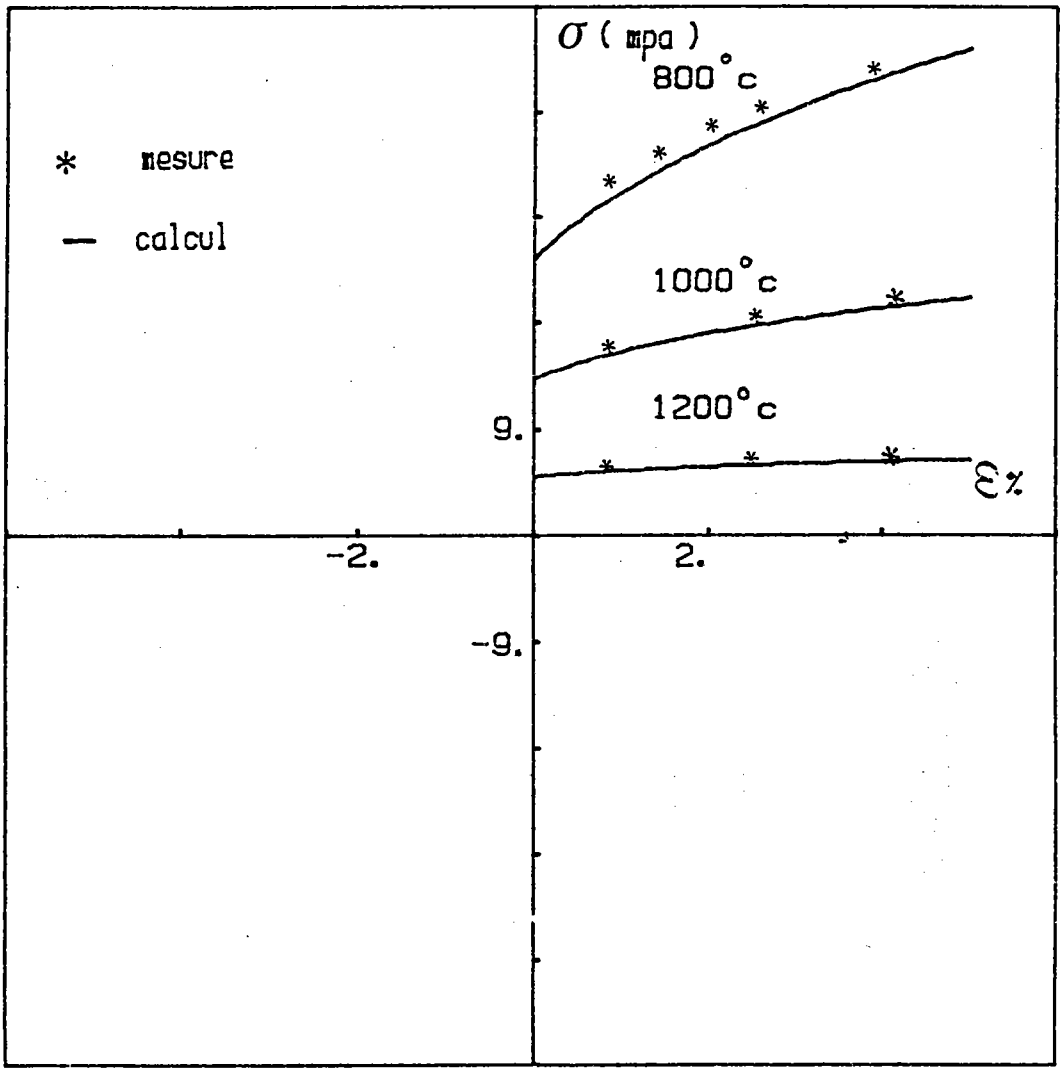


Fig. 24a-Diagramme (contrainte-déformation)
comparé à des mesures expérimentales

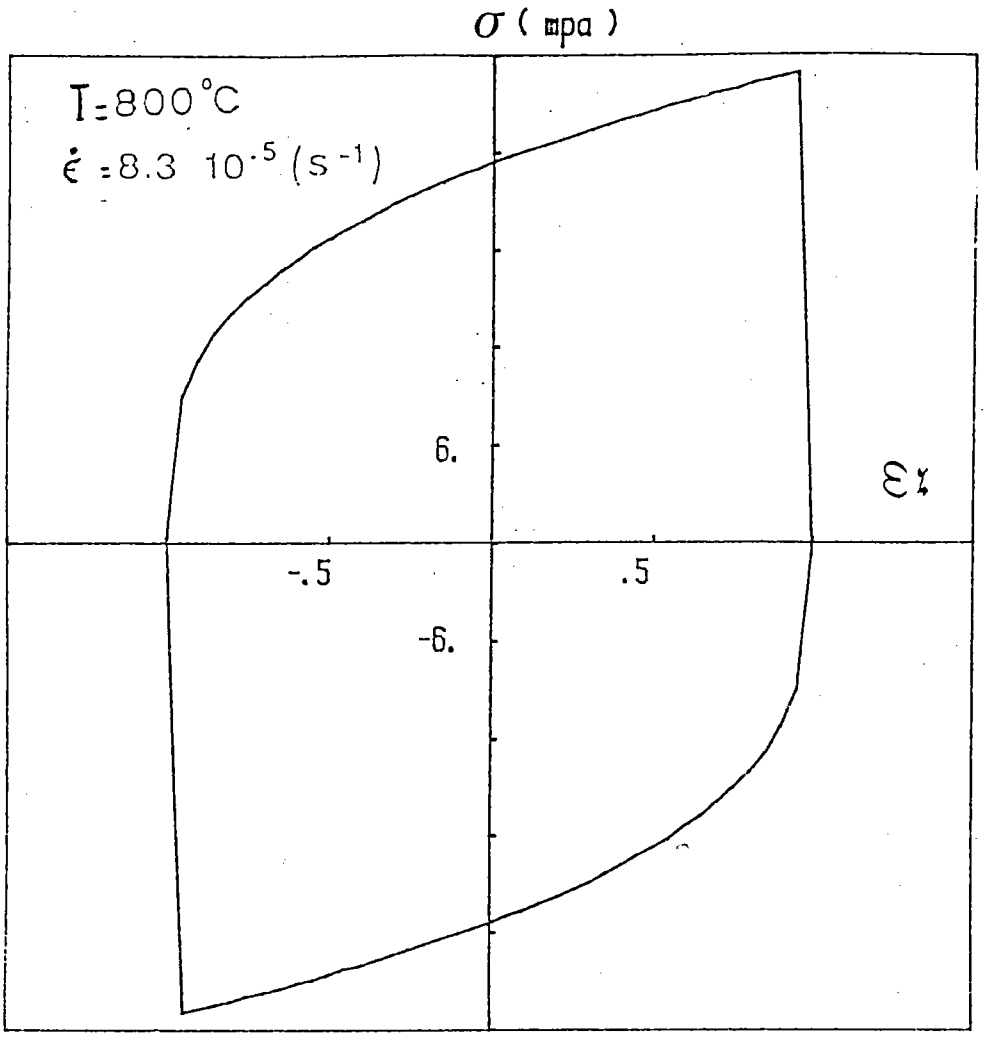


Fig. 24b-Courbe (traction-compression)
obtenue à l'aide de la loi R1

On admet alors que la coulée se déroule normalement, c'est-à-dire que les rouleaux de soutien sont parfaitement alignés (pas de défauts géomètriques), et que leur espacement est équidistant. On admet également que la déformation maximale subie par la brame ne dépasse pas un niveau critique de l'ordre de ε_r ($\varepsilon_r \simeq 0.01$). Cette hypothèse a été justifiée dans certains types de coulée d'acier [33].

Cependant, l'apparition ou l'existence des défauts géomètriques est un problème permanent dans toute machine de coulée continue [33], [34], et que la déformation peut parfois dépasser la valeur critique de ε_r. Dans ce cas la courbe donnée par la loi (R1) n'est pas conforme à l'expérience (figure 25) .

Pour pouvoir donc appliquer ce type de loi en toute sécurité, on a fait intervenir la déformation cumulée (loi (R2)) qui permet de décrire :

- un durcissement cyclique si on adopte l'expression de la déformation cumulée (figure 26).
- un cycle stabilisé lorsqu'on admet l'hypothèse d'écrouissage indifférent [20]

Il a été tenu compte dans ces deux lois de l'effet de Bauschinger.

En ce qui concerne l'équation rhéologique (R3) (figures 27a et 27b), elle contient deux formes particulières de lois :

+Dans le cas des petites perturbations de ε_c on a :

$$\exp (-\beta . \varepsilon_c) \simeq 1 - \beta . \varepsilon_c$$

la loi (R3) devient alors

$$\sigma \simeq \lambda'(T) . \varepsilon_c^{n(T)} . | \dot{\varepsilon} |^{m(T)} \operatorname{sgn} \dot{\varepsilon}$$

qui n'est autre que la loi de J. Lemaitre [27].

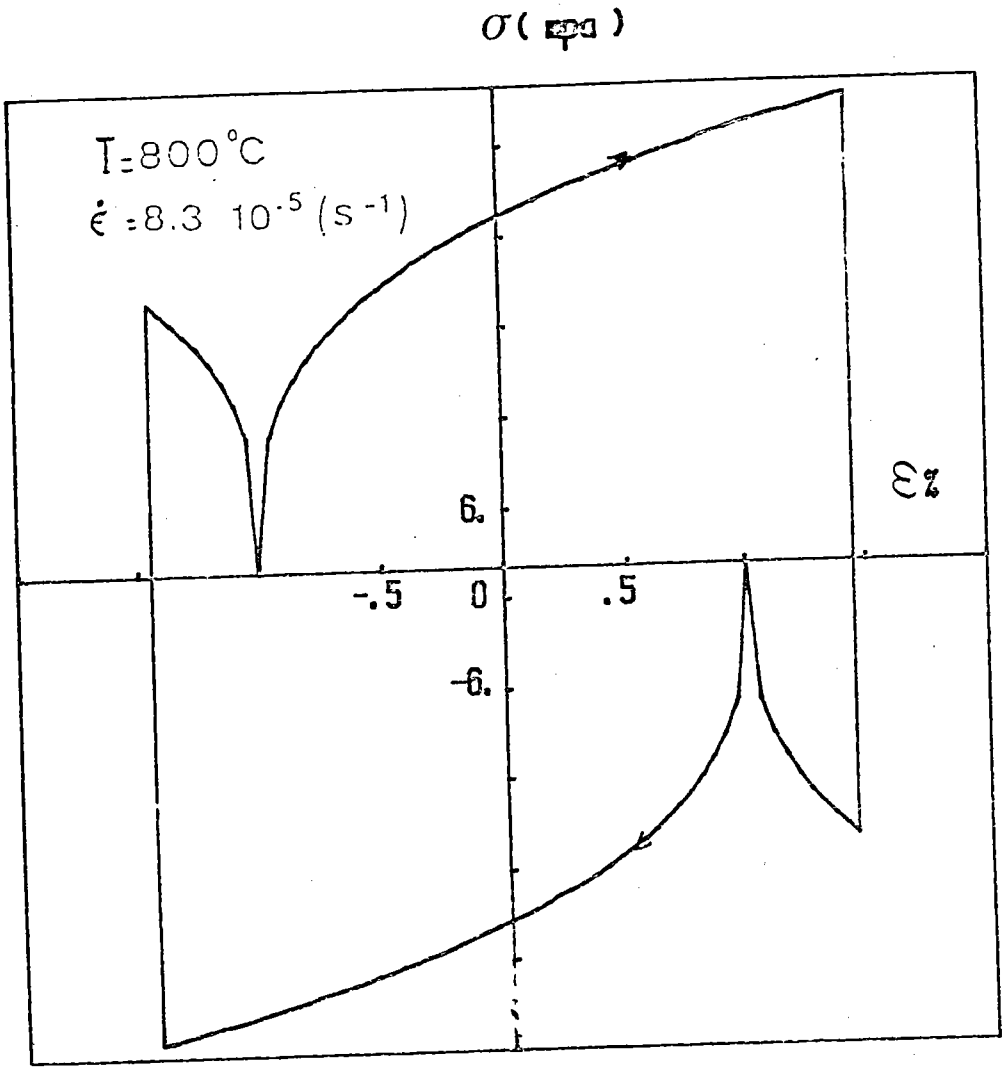


Fig. 25-Diagramme (traction-compression)
obtenu pour $\epsilon > \epsilon_r$

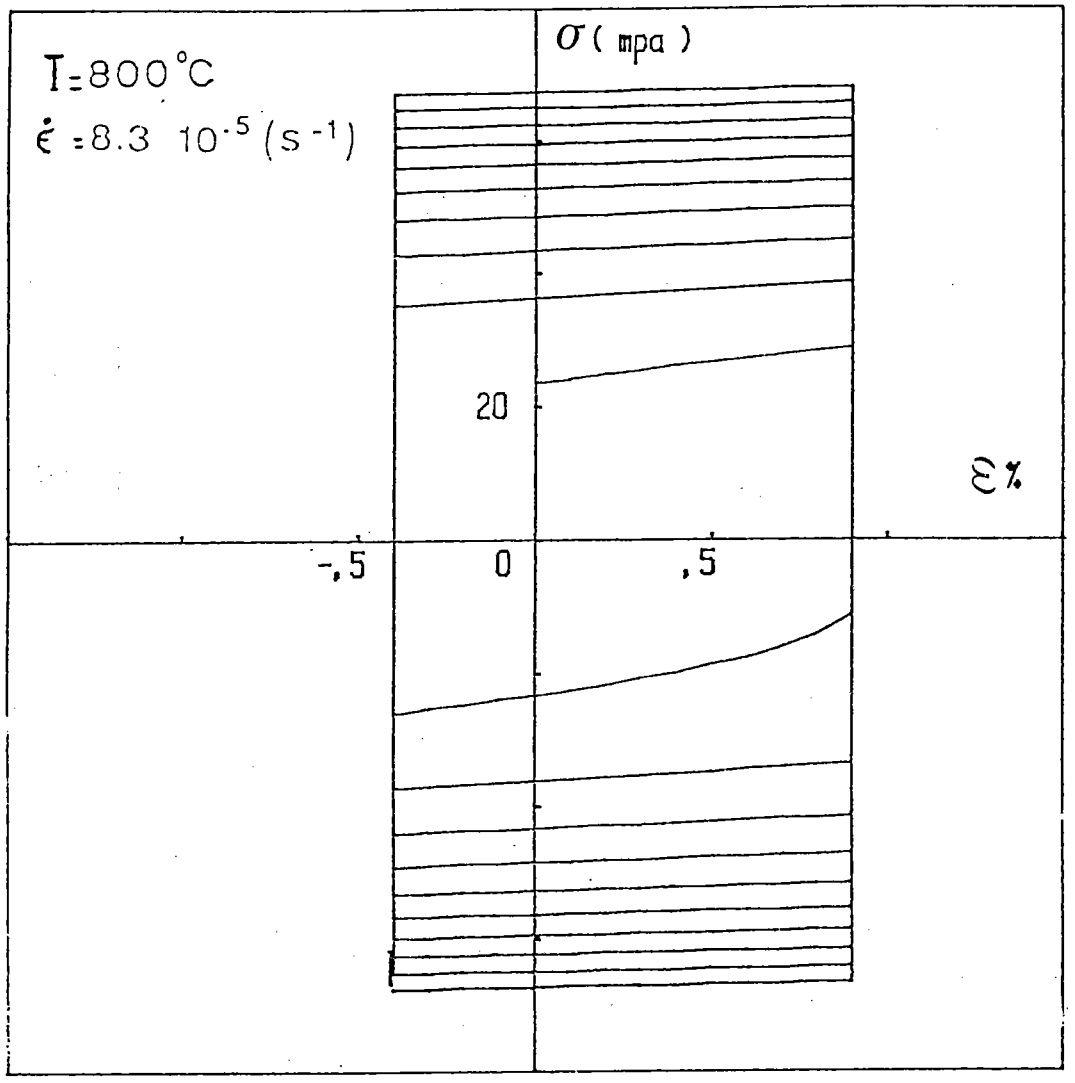


Fig. 26-Courbe (traction-compression)
obtenue à l'aide de la loi R2

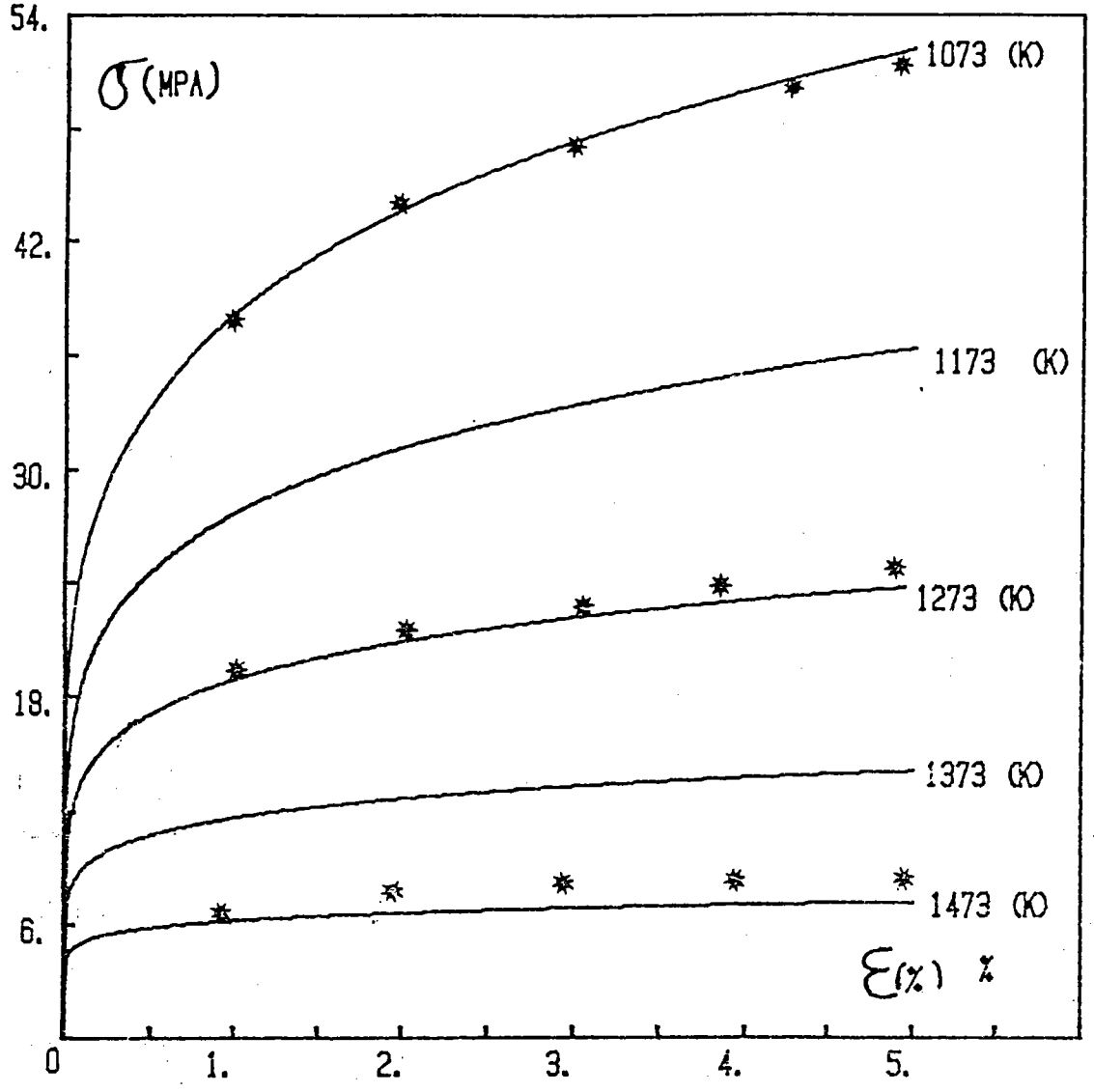


Fig. 27a-Diagramme (contrainte-deformation)
comparé à des mesures experimentales
(Loi R3)

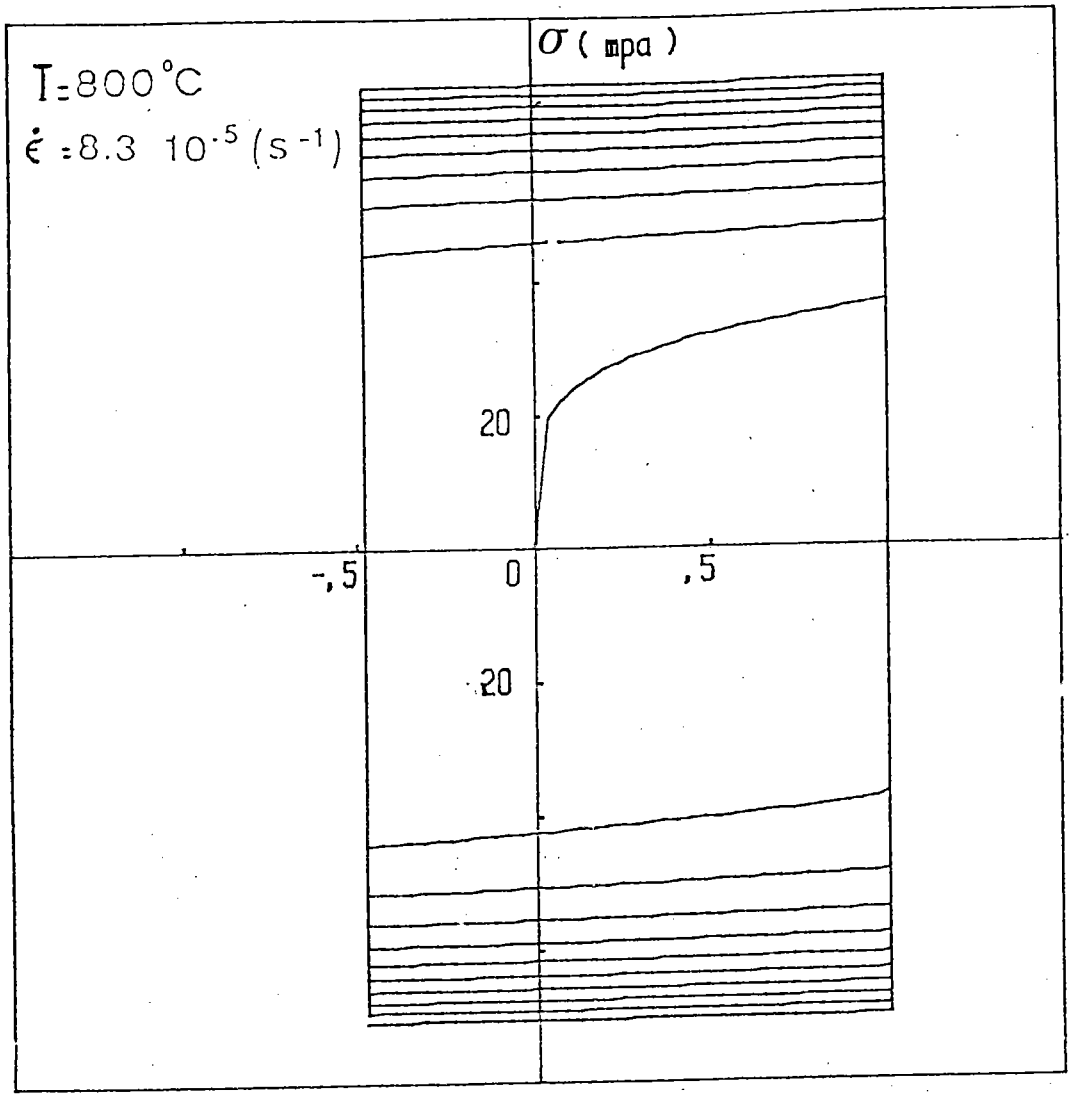


Fig. 27b-Courbe (traction-compression)
obtenue ă l'aide de la loi R3

+ Dans le cas où ε_c est assez grand :

$$\exp\left(-\beta.\varepsilon_c\right) \simeq 0$$

la loi (R3) devient alors :

$$\sigma \simeq \lambda(T).\left|\dot{\varepsilon}\right|^{m(T)}\operatorname{sgn}\dot{\varepsilon}$$

qui est équivalente à la loi de Norton [25].

Ce choix de loi de saturation a été guidé par des observations expérimentales [7,8] qui montrent que le gonflement de la brame admet un régime transitoire (début de coulée) suivi d'un régime permanent (les amplitudes du gonflement sont quasi-constantes sauf dans le cas d'incidence).

II - 43-3 Formulations et identifications de λ(T), n(T), m(T)

Concernant l'identification de ces paramètres, nous avons utilisé les données expérimentales des essais de traction à chaud qui ont été menés sur un acier 18 M 5 (voir figure 10) dans une gamme de température comprise entre 800 et 1200°C . Ces coefficients ont été extrapolés jusqu'à la température de fusion en admettant l'hypothèse suivante :

$$\lim_{T\to Tf} m(T) = \alpha_o \qquad \text{où } \alpha_o \neq 1$$

$$\lim_{T\to Tf} n(T) = 0$$

$$\lim_{T\to Tf} \lambda(T) = \eta$$

En d'autres termes, les trois équations adoptées décrivent alors un comportement d'un fluide newtonien , ou non newtonien quand la température est égale à la température de fusion :

$$\sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon} \qquad \text{ou} \qquad \sigma = \eta \cdot \dot{\varepsilon}^{\alpha_o}$$

La poutre considérée admet donc un comportement évolutif dans son épaisseur, ce qui cerne mieux le phénomène réel de la brame dans une machine de coulée continue (figures 28a et 28b).

Les traductions analytiques des coefficients s'écrivent ainsi :

$$\lambda(T) = A \cdot \exp (B / T)$$

$$n(\theta) = n_o \cdot (1 - \theta)^r$$

$$m(\theta) = m_o \cdot (1 - \theta) + m_1\theta \cdot \exp(\beta(\theta - 1))$$

où A, B, n_o, r, m_o, m_1, β sont des constantes des matériaux.

II - 5 DISCRETISATION ET FORMULATION ALGEBRIQUE DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES DU PROBLEME

II - 51 Relation moment-contrainte

En tenant compte de l'hypothèse (H1), la déformation est donnée, en un point de coordonnées (x,y), par la relation suivante :

$$\varepsilon = -(y - y_o).c(x)$$

où : - y_o est l'ordonnée de la fibre neutre
- $c(x)$ est la courbure

La vitesse de déformation s'écrit alors :

$$\dot{\varepsilon} = -(y - y_o).\dot{c}(x)$$

où $\dot{c}(x)$ est la vitesse de courbure.

Dans le cas d'un régime stationnaire :

$$\dot{c}(x) = v. \frac{dc}{dx}$$

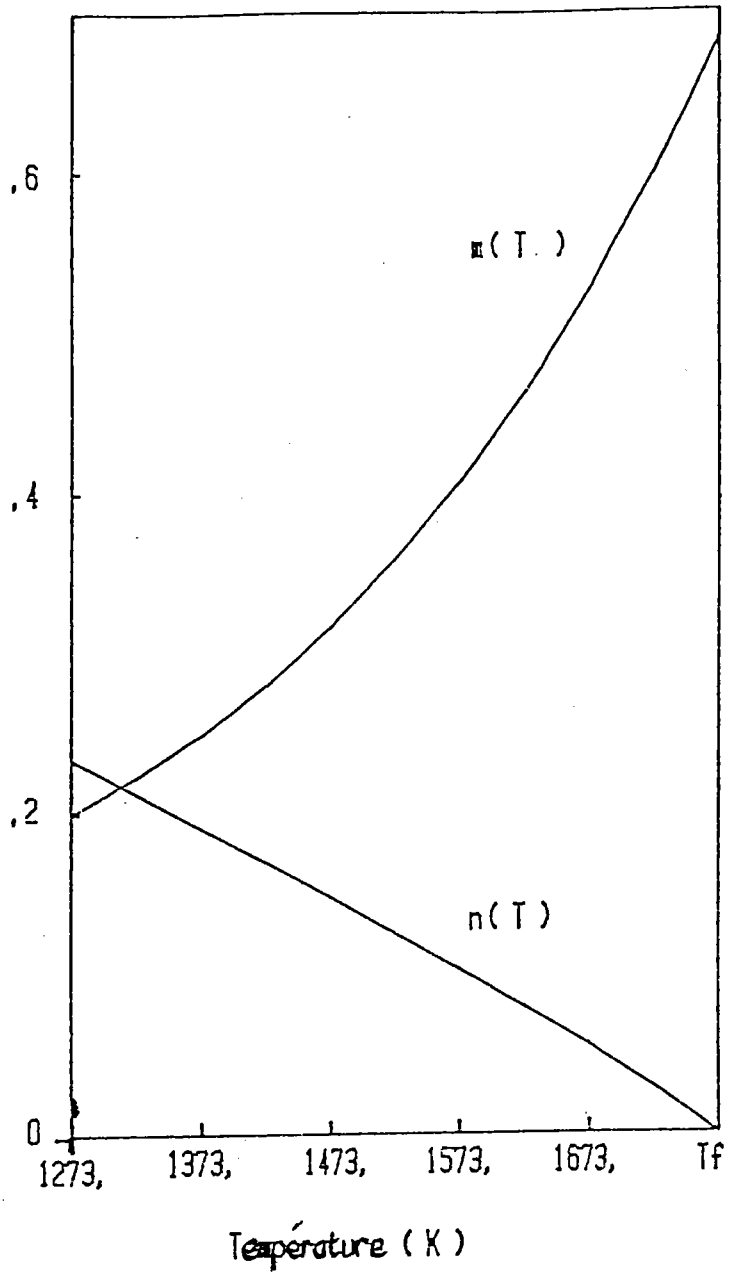


Fig. 28a Evolution en fonction de la température des 2 paramétres n , m

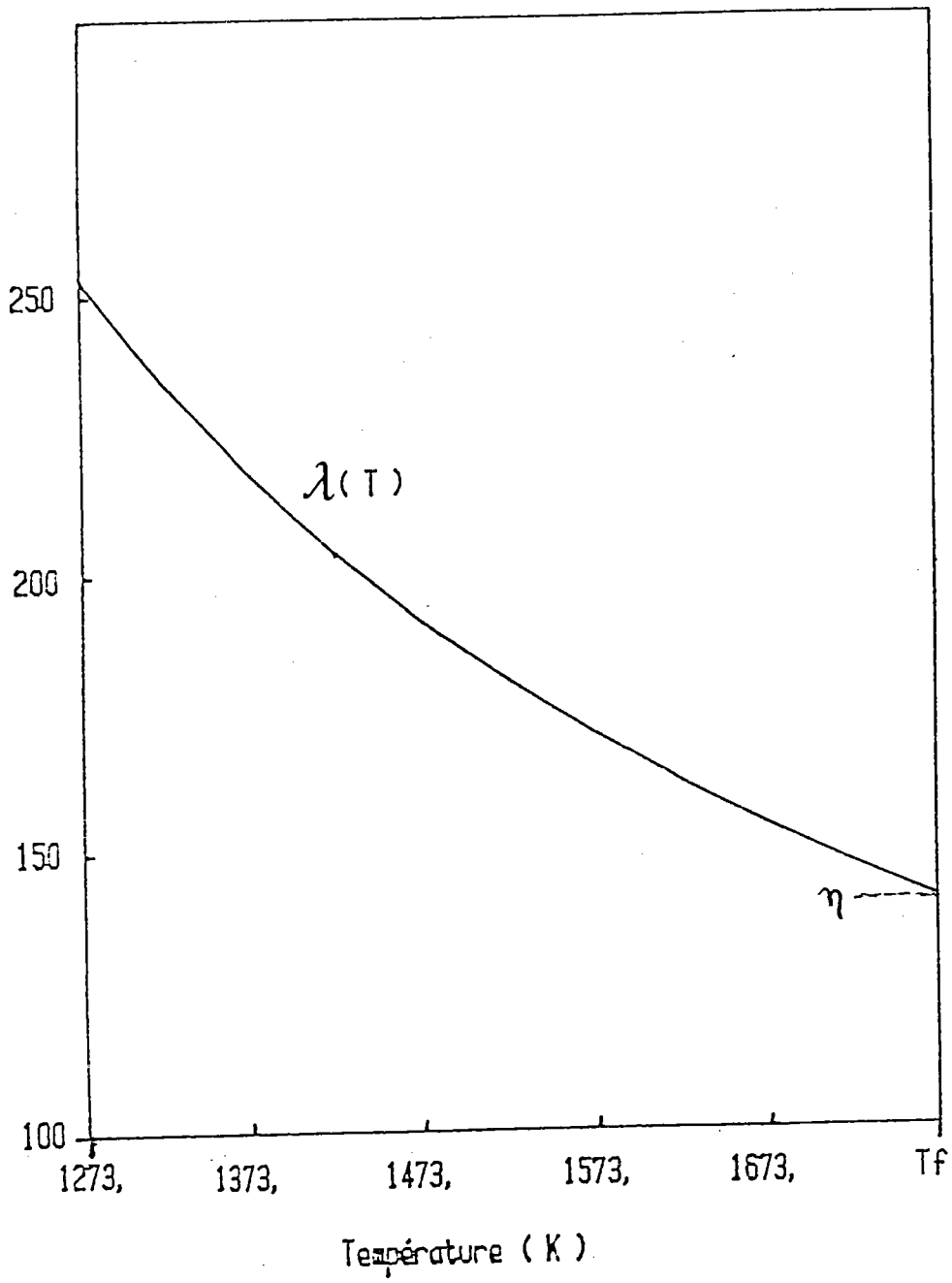


Fig. 28b-Evolution en fonction de la température du parametre λ

où v est la vitesse de la brame.
Les expressions des lois (R1, R2, R3) évoquées précédemment qui sont de type $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$ se transforment alors en :

$$\sigma = \sigma(c, \frac{dc}{dx}, y, T)$$

Des considérations des équations de la mécanique des milieux continus nous fournissent une équation intégrale entre le moment fléchissant et la contrainte qui s'exprime par :

$$M(x) = \int_{-h/2}^{h/2} - \sigma(c, \frac{dc}{dx}, y, T) \cdot (y - y_o)\, dy \qquad (M1)$$

h étant l'épaisseur solidifiée.
On dispose également de l'hypothèse (H3) qui nous permet d'écrire la température sous la forme :

$$T(Y) = (\frac{Te - Tf}{4}).Y^2 + (\frac{Tf - Te}{2}).Y + (\frac{3Te + Tf}{4})$$

où :
* Te est la température à la surface
* Tf est la température de fusion
* $Y = y/(h/2)$

L'équation (M1) s'écrit alors :

$$M(x) = \int_{-1}^{1} \beta.\sigma(c, \frac{dc}{dx}, Y) \cdot (Y - Y_o)\, dY$$

avec $\beta = -(h/2)^2$

D'autre part, la nullité de l'effort normal sur la fibre neutre s'exprime par :

$$0 = \int_{-1}^{1} \sigma(c, \frac{dc}{dx}, Y)\, dY$$

Si on considère que la pente de la déformée du gonflement est très petite ($\frac{du}{dx} << 0$), on obtient la relation classique :

$$c(x) = \frac{d^2u}{dx^2}$$

II - 52 Conditions aux limites

II - 521 Cas de deux rouleaux

Le moment fléchissant, la courbure et la pente devront être identiques aux deux extrémités de la poutre :

$$M(L) = M(o)$$
$$c(L) = c(o)$$
$$u'(L) = u'(o)$$

Il y a lieu de noter que ces conditions semblent avoir été confirmées par l'essai simulatif avec la plasticine effectué à l'I.R.S.I.D. (Chapitre I). Ainsi les conditions de contact brame - rouleaux s'expriment par :

$$u(o) = u(L) = 0$$

où L est l'espacement entre deux rouleaux.

II - 522 Cas de plusieurs rouleaux

On suppose que Mo, la courbure du premier et du dernier rouleau sont des données du problème. Ces grandeurs prennent leurs valeurs calculées dans le cas de deux rouleaux. Soient Md la valeur calculée de Mo, c_d^o, c_d^m les valeurs respectives de la courbure du premier et du dernier rouleau, les conditions aux limites s'expriment donc par :

$$Mo = Md$$
$$c(o) = c_d^o$$
$$c(L_T) = c_d^m$$

où L_T est la longueur totale de la poutre.

Désignons par δ_i la dénivellation de l'appui d'indice i. Les conditions de contact brame- rouleaux sont données par :

$$u_i = \delta_i \qquad \text{avec } 1 \leq i \leq n-2$$

Le tableau suivant récapitule ainsi les diverses conditions aux limites :

cas de deux rouleaux	$u(o) = u(L) = 0$ $u''(o) = u''(L)$ $u'(o) = u'(L)$ $M(L) = Mo$
Cas de plusieurs rouleaux	$ui = \delta i$ $u''(o) = c_d^o$ $u''(L_T) = c_d^m$ $Mo = Md$

II - 53 Discrétisation du problème

De l'analyse précédente, on constate que la distribution de la déformée du gonflement et la contrainte sont liés par un système de quatre équations :

$$+ c(x) = \frac{d^2u}{dx^2} \qquad (E1)$$

$$+ M(x) = \int_{-1}^{1} \beta . \alpha(c, \frac{dc}{dx}, Y) . (Y - Y_o)\, dY \qquad (E2)$$

$$+ \quad 0 = \int_{-1}^{1} \alpha(c, \frac{dc}{dx}, Y)\, dY \qquad (E3)$$

$$+ \text{ conditions aux limites} \qquad (E4)$$

C'est un système d'équation différentielles non linéaires dû à la forme des équations rhéologiques choisies. Si l'on veut résoudre l'ensemble de ces équations, on est conduit assez logiquement à rechercher une discrétisation du problème et à faire appel à des procédures de linéarisation et d'intégration numériques.

METHODES NUMERIQUES

La plupart des méthodes numériques [35] conduisent généralement à résoudre un système linéaire à chaque itération. Le choix d'une

telle méthode de résolution doit tenir compte de plusieurs facteurs:

- le type de non-linéarité;
- l'existence d'une ou plusieurs solutions;
- la précision et la rapidité de convergence désirée;
- les divers problèmes de stabilité et de divergence qui y sont souvent associés.

On présente ici une méthode classique [36] dite méthode de quasi-linéarisation modifiée (Q.L.M.) qui est particulièrement intéressante et efficace pour résoudre un problème aux limites non linéaires dans un contexte industriel. Nous présentons d'abord quelques généralités utiles de cette méthode avant de passer à son application au problème posé.

a) Présentation générale de la méthode de Q.L.M.

Soit à résoudre un système d'équations différentielles :

$$\frac{dZ}{dx} - \varphi(Z, x) = 0 \qquad (1)$$

soumis à des conditions aux limites de type :

$$f[Z(0)] = 0 \ , \ g[Z(1)] = 0 \ , \ h[Z(0), Z(1)] = 0$$

où + Z et φ sont des vecteurs d'ordre n

+ f, g, h sont respectivement des vecteurs d'ordre p, q, r tels que p + q + r = n

L'idée de résolution de ce système est de chercher un vecteur Z qui rende aussi proche que possible de zéro le résidu G(Z) tel que :

$$G(Z) = \sum_{x=0}^{1} (Z' - \varphi(Z,x))^T.(Z' - \varphi(Z,x)) + (f^T.f + g^T.g + h^T.h) \qquad (2)$$

avec $0 < x < 1$ et $Z' = dZ/dx$

Considérons maintenant un vecteur admissible $Z(x)$ et un vecteur variant $\tilde{Z}(x)$ tel que :

$$\tilde{Z}(x) = Z(x) + \Delta Z(x) \qquad (3)$$

Le passage du vecteur Z au vecteur $\tilde{Z}$ provoque donc une perturbation du résidu $G(Z)$ qui s'écrit :

$$\delta G(Z) = 2 \sum_{x=0}^{1} (Z' - \varphi)^T.\delta(Z' - \varphi) + 2(f^T.\delta f + g^T.\delta g + h^T.\delta h) \qquad (4)$$

Considérons maintenant le système d'équation défini par :

$$\delta(Z' - \varphi) = -\alpha(Z' - \varphi) \qquad (5)$$

et

$$\delta f = -\alpha f \,, \qquad \delta g = -\alpha g \,, \qquad \delta h = -\alpha h$$

où α est un paramètre de descente compris entre 0 et 1.

L'équation (4) devient donc :

$$\delta G(Z) = 2\alpha \left[\sum_{x=0}^{1} (Z' - \varphi)^T.(Z' - \varphi) + (f^T.f + g^T.g + h^T.h) \right] \qquad (6)$$

en combinant les équations (5) et (6) on obtient :

$$\delta G = -2\alpha G \qquad (7)$$

Si le vecteur Z(x) n'est pas un vecteur solution de (1) :

$$G(Z) > 0$$

on a alors

$$\delta G < 0$$

L'obtention des " directeurs de descente " est donc assurée :

$$\tilde{G} < G$$

En développant les équations (5) on obtient un système d'équations :

$$\begin{aligned} &\Delta Z' - \varphi_Z^T . \Delta Z + \alpha(Z' - \varphi) = 0 \\ &(f)^T_{Z(0)} . \Delta Z(0) + \alpha f = 0 \\ &(g^T)_{Z(1)} . \Delta Z(1) + \alpha g = 0 \\ &(h^T)_{Z(0)} . \Delta Z(0) + (h^T)_{Z(1)} . \Delta Z(1) + \alpha h = 0 \end{aligned} \qquad (8)$$

Nous faisons un changement de variable :

$$v(x) = \frac{\Delta Z(x)}{\alpha} \qquad (9)$$

Le système (8) peut s'écrire alors :

$$\begin{aligned} &v' - (\varphi^T)_Z . v + Z' - \varphi = 0 \\ &(f^T)_{Z(0)} . v(0) + f = 0 \\ &(g^T)_{Z(0)} . v(1) + g = 0 \\ &(h^T)_{Z(0)} . v(0) + (h^T)_{Z(1)} . v(1) + h = 0 \end{aligned} \qquad (10)$$

qui est un système linéaire classiquement résolvable [37,38].

En combinant (3) et (9) nous obtenons :

$$\tilde{Z}(x) = Z(x) + \alpha . v(x) \qquad (11)$$

qui est une famille de solution selon le paramètre α. Le choix convenable de α se fait pae un processus numérique jusqu'à l'obtention de l'inégalité suivante :

$$G(\alpha) < G(0) \qquad (12)$$

qui assure une convergence accélérée de la méthode.

Le calcul sera alors achevé s'il satisfait à la condition :

$$\| G \| < \eta \qquad (13)$$

où η est un paramètre de précision.

b) APPLICATIONS AU PROBLEME DU GONFLEMENT

Le vecteur faisant l'objet du calcul portera plus précisément sur les inconnues suivantes :

$$u,\ c,\ Mo,\ Fo,\ Ri,\ Yo \qquad 1 \leq i \leq n - 2 \qquad (14)$$

On suppose d'abord que la distribution, le long de la poutre, des ordonnées de la fibre neutre est connue.

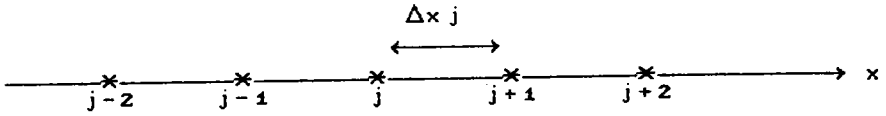
Les équations du problème se ramènent alors au système suivant :

$$* \int_{-1}^{1} - \sigma (c, c', Y).(Y - Yo)\, dY = M(Mo, Fo, Ri, x) \qquad (15)$$

$$* \frac{d^2 u}{dx^2} = c \qquad (16)$$

* conditions limites (17)

Désignons par j l'indice de discrétisation, variant de 1 à m. Cet indice repère chaque noeud (l'intersection des droites parallèles avec l'axe des x est appelé noeud).



L'intervalle Δx_j compris entre les noeuds j et (j+1) étant petit. Pour calculer la déformée du gonflement, on fait ici le choix de représenter l'équation (16) par les différences finies, soit :

$$\left[\frac{d^2u}{dx^2} \right]_j \simeq \frac{u_{j-1} - 2.u_j + u_{j+1}}{\Delta x_j^{\,2}} \qquad (S1)$$

(pour des intervalles Δx_j égaux !)
L'équation (15) peut également s'écrire :

$$\int_{-1}^{1} \beta.\sigma\,(c_j, c'_j, Y).(Y - Yo)\,dY = M(Mo, Fo, Ri, x_j)$$

qui est équivalente à :

$$\int_{-1}^{1} \beta.\sigma\,(c_j, c'_j, Y).(Y - Yo)\,dY - M(Mo, Fo, Ri, x_j) = 0$$

Considérons une fonction G telle que :

$$G = \int_{-1}^{1} \beta.\sigma\,(c_j, c'_j, Y).(Y - Yo)\,dY - M(Mo, Fo, Ri, x_j)$$

nous avons alors :

$$G = G\,(c_j, c'_j, Mo, Fo, Ri, x_j)$$

Si on fait agir le processus de quasi-linéarisation Modifiée sur cette fonction G, nous obtenons l'équation différentielle suivante

$$\frac{\partial G}{\partial c_j} . \Delta c_j + \frac{\partial G}{\partial c'_j} . \Delta c'_j + \frac{\partial G}{\partial Mo} . \Delta Mo + \frac{\partial G}{\partial Fo} . \Delta Fo + \frac{\partial G}{\partial Ri} . \Delta Ri =$$

$$- G (c_j , c'_j , Mo, Fo, Ri, x_j)$$

$$(\frac{\partial G}{\partial Ri} . \Delta Ri = \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial G}{\partial Ri} . \Delta Ri \quad \text{(convention d'Einstein)})$$

Si on fait le choix de représenter c'_j par

$$c_j \simeq \frac{c_j - c_{j-1}}{\Delta x_j}$$

l'équation devient :

$$A_{j-1} . \Delta c_{j-1} + B_j . \Delta c_j + C_j . \Delta Mo + D_j . \Delta Fo + E_{j,i} . \Delta Ri = - G \quad (S2)$$

où $A_{j-1} = -(\frac{1}{\Delta x_j}) . \frac{\partial G}{\partial c'_j}$ $\quad B_j = \frac{\partial G}{\partial c_j} + (\frac{1}{\Delta x_j}) . \frac{\partial G}{\partial c'_j}$

$C_j = \frac{\partial G}{\partial Mo}$, $D_j = \frac{\partial G}{\partial Fo}$, $E_{j,i} = \frac{\partial G}{\partial Ri}$

Ensuite le système (S1) se transforme en :

$$\Delta u_{j-1} - 2.\Delta u_j + \Delta u_{j+1} - \Delta x_j \Delta c_j = -G_2 \quad (S_{11})$$

avec $G_2 = u_{j-1} - 2.u_j + u_{j+1} - \Delta x_j c_j$

Les conditions aux limites peuvent également s'écrire de la manière suivante :

Dans le cas de deux rouleaux :

$$\Delta u_{j=i} = \delta i - u_{j=i}$$

$$\Delta Mo - \Delta Mm = Mm - Mo$$

$$\Delta c_o - \Delta c_m = c_m - c_o \quad (S2)$$

$$\Delta u'_o - \Delta u'_m = u'_m - u'_o$$

Dans le cas de plusieurs rouleaux :

$$\begin{aligned} \Delta u_{j=i} &= \delta i - u_{j=i} \\ \Delta Mo &= Md - Mo \\ \Delta c_o &= c_d^o - c_o \\ \Delta c_m &= c_d^m - c_m \end{aligned} \qquad (S3)$$

c) RESOLUTION NUMERIQUE

Avant de rentrer dans certains détails de calculs, signalons les principales entrées du programme ; elles concernent :

- les caractéristiques du matériau et les conditions de coulée (vitesse de la brame, épaisseur solidifiée, température de la surface, ...)
- la géometrie de la poutre étudiée (nombre d'appuis, portée de la poutre, ..)
- le chargement de la poutre (charges réparties, type de loi envisagé,..)
- le choix du pas de découpage Δx_j
- enfin le choix des valeurs numériques de paramètres de précision permettant de s'assurer de la convergence des boucles itératives.

On précise également que le programme utilise toujours comme solution initiale une fonction sinusoidale (pour l'évaluation de la déformée et de la courbure)et une fonction constante (pour l'évaluation de la fibre neutre).

Examinons maintenant les étapes de calculs éffectuées :

a) la distribution de la fibre neutre Yo est supposée connue. Une suite de plusieurs calculs conduit à une solution des grandeurs u, c, Mo, Fo, Ri. La convergence du calcul est controlée en utilisant l'inégalité suivante :

$$\|G\| < \eta_1$$

où η_1 est un paramètre de précision.

b) on dispose donc de ces distributions précédentes. La résolution de l'équation (E3) est éffectuée par la procédure classique de dichotomie. Elle permet d'obtenir une nouvelle distribution des ordonnées de la fibre neutre le long de la poutre .
c) Le vecteur des inconnues étant donc déterminé, il sera acceptable s'il satisfait à la condition finale :

$$G < \eta$$

Si ce vecteur ne satisfait pas cette inégalité, le calcul sera repris au niveau a).

Lorsque la convergence totale est acquise, l'instruction est donnée de sortir l'ensemble des résultats suivants :

- les ordonnées de la fibre neutre;
- les distributions du moment fléchissant;
- les distributions de la déformée du gonflement;
- le diagramme des déformations, vitesse de déformation, contraintes, déformations cumulées.

APPLICATION NUMERIQUE DU MODELE

CHAPITTRE III :

APPLICATION NUMERIQUE DU MODELE

III 1) DONNEES DU CALCUL

Le modèle théorique, exposé dans les paragraphes précédents, est appliqué ici dans les conditions de coulées pour lesquelles l'I.R.S.I.D a éffectué des mesures industrielles.
Les paramètres technologiques retenus, lors de ces mesures, sont les suivants :

+ pour les mesures "Sumitomo " :
  - Epaisseur solide : 22.85 mm
  - Ecartement des rouleaux : 310mm
  - Pression ferrostatique : 0.187 N/mm^2
  - Température de surface : 1633 K
  - Vitesse de coulée : 0.7 m/mn

+ pour les mesures effectuées à Dunkerque :
  - Epaisseur solide : 75 mm
  - Ecartement des rouleaux : 390mm
  - Pression ferrostatique : 0.647 N/mm^2
  - Température de surface : 1323 K
  - Vitesse de coulée : 1.3 m/mn

D'autre part, nous avons adopté les caractéristiques mécaniques du matériau, obtenues à partir des essais de traction à chaud (voir chapitre I) telles que les suivantes :

pour les lois R1 et R2 :

$$\lambda(\theta) = A.\exp\left(B/(Tf.\theta)\right)$$

$$n(\theta) = no\,(1-\theta)^r$$

$$m(\theta) = mo\,(1-\theta) + m_1.\theta.\exp(\beta(\theta-1))$$

Les valeurs de A, B, no, r, mo, m1, β sont indiquées dans le tableau suivant :

A	B	no	r	mo	m1	β
31.78	2642.5	0.74	0.90	0.125	0.68	3.86

pour la loi R3 on a le tableau de valeurs suivant :

A	B	no	r	mo	m1	β
49.92	2190.72	0.45	0.90	0.125	0.68	3.86

En ce qui concerne la température, celle-ci a été choisie comme étant une fonction non linéaire dans l'épaisseur :

$$T(Y) = \left(\frac{-Tf + Te}{4}\right) . Y^2 + \left(\frac{Tf - Te}{2}\right) . Y + \frac{3Tf + Te}{4}$$

où Tf = 1773 K

Te = 1633 K pour "Sumitomo"

Te = 1323 K pour " Dunkerque"

$Y = y / (h/2)$ avec $-h/2 \leq y \leq h/2$

Il y a lieu de noter que cette représentation semble plus réaliste que celles où l'on a admis que la température est une fonction linéaire de l'épaisseur (figure 29).

Les poutres étudiées ci-après concernent les trois cas suivants :

-le cas de deux rouleaux supposés alignés;

-le cas d'un ensemble de rouleaux (n = 11) supposés alignés et régulièrement espacés;

-enfin, le cas où on suppose d'abord qu'un de ces rouleaux est désaligné (la valeur du désalignement est compris entre +0.5 et +6 mm) en maintenant les mêmes espacements, ensuite les rouleaux sont supposés alignés, mais cette fois-ci l'espacement

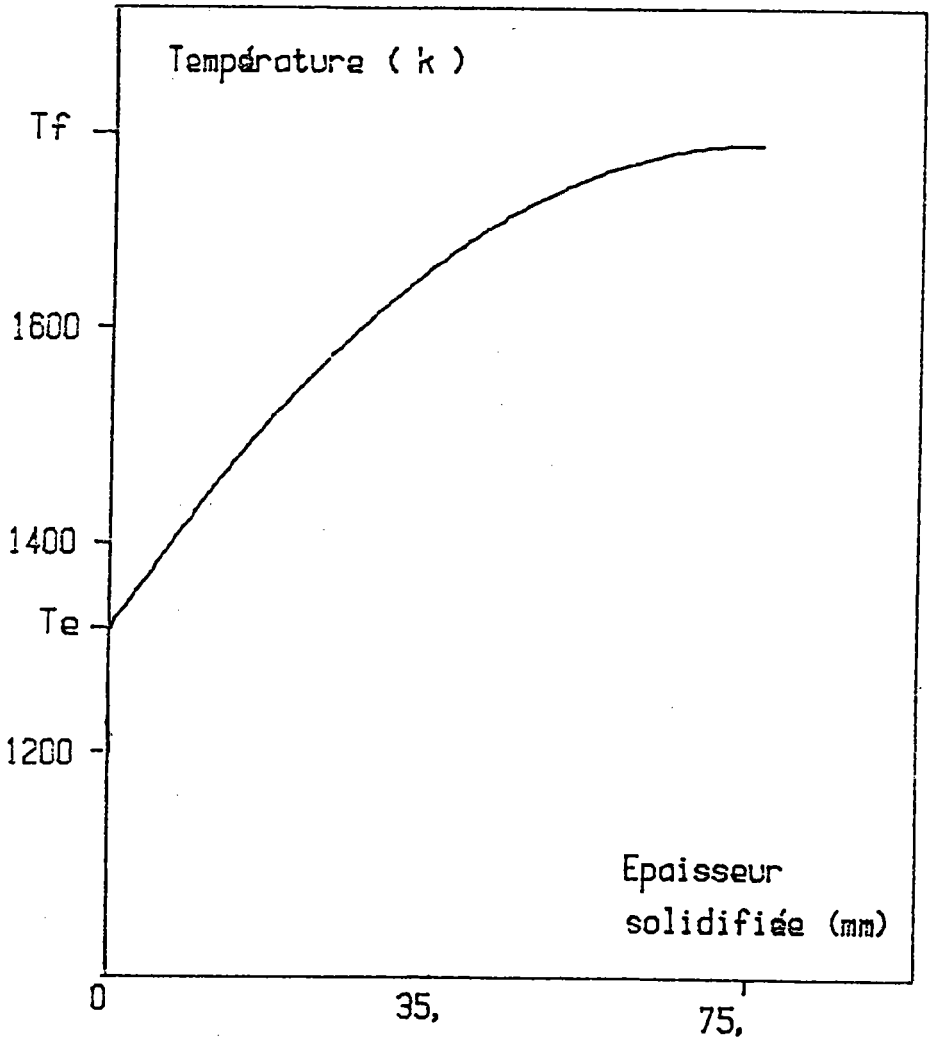


Fig. 29-Distribution de la température dans l'epaisseur solidifiée

est variable. On peut également envisager une modification simultanée : désalignement et variation de l'espacement.

III 2) RESULTATS DU CALCUL

III 21) Cas de deux rouleaux

Les figures 30a et 30b donnent les courbes (gonflement - longueur) de chacune des trois lois obtenues dans le cas des deux conditions de coulée envisagées. On constate que les trois lois ont pratiquement la même allure, la courbe donnée par la loi de saturation (R3) présente un gonflement légérement réduit vis-à-vis de celles des autres lois. Les courbes obtenues par les lois R1 et R2 restent trés proches l'une de l'autre; cette proximité de comportement s'explique par le fait que ces deux lois décrivent un premier cycle de chargement trés voisin.

Comparativement aux autres figures, comme celles obtenues en utilisant la loi de Norton-Hoff [34](figure 31), on peut déja déduire que la prise en compte du chargement cyclique et de l'effet de la température sont indispensables si l'on veut simuler correctement le phénomène du gonflement de la brame dans le cas du retour en arrière ainsi que sa capacité de déformation dans le domaine viscoplastique.

En effet, suite à l'examen des deux figures 30 et 31 on constate alors que les résultats ont été grandement améliorés par rapport à ceux obtenus par [34]. Il met en évidence :

-l'existence d'un léger gonflement positif de l'ordre de 50% du gonflement négatif, ce qui est en trés bon accord avec les mesures effectuées, alors que si on analyse la courbe obtenue par [34], on constate que les gonflements positifs et négatifs ont le même ordre de grandeur.

-La distribution du gonflement en tout point de mesures entre les deux rouleaux de soutien est assez proche de celui mesuré, tandis que la distribution du gonflement obtenu par [34] diffère fortement des mesures.

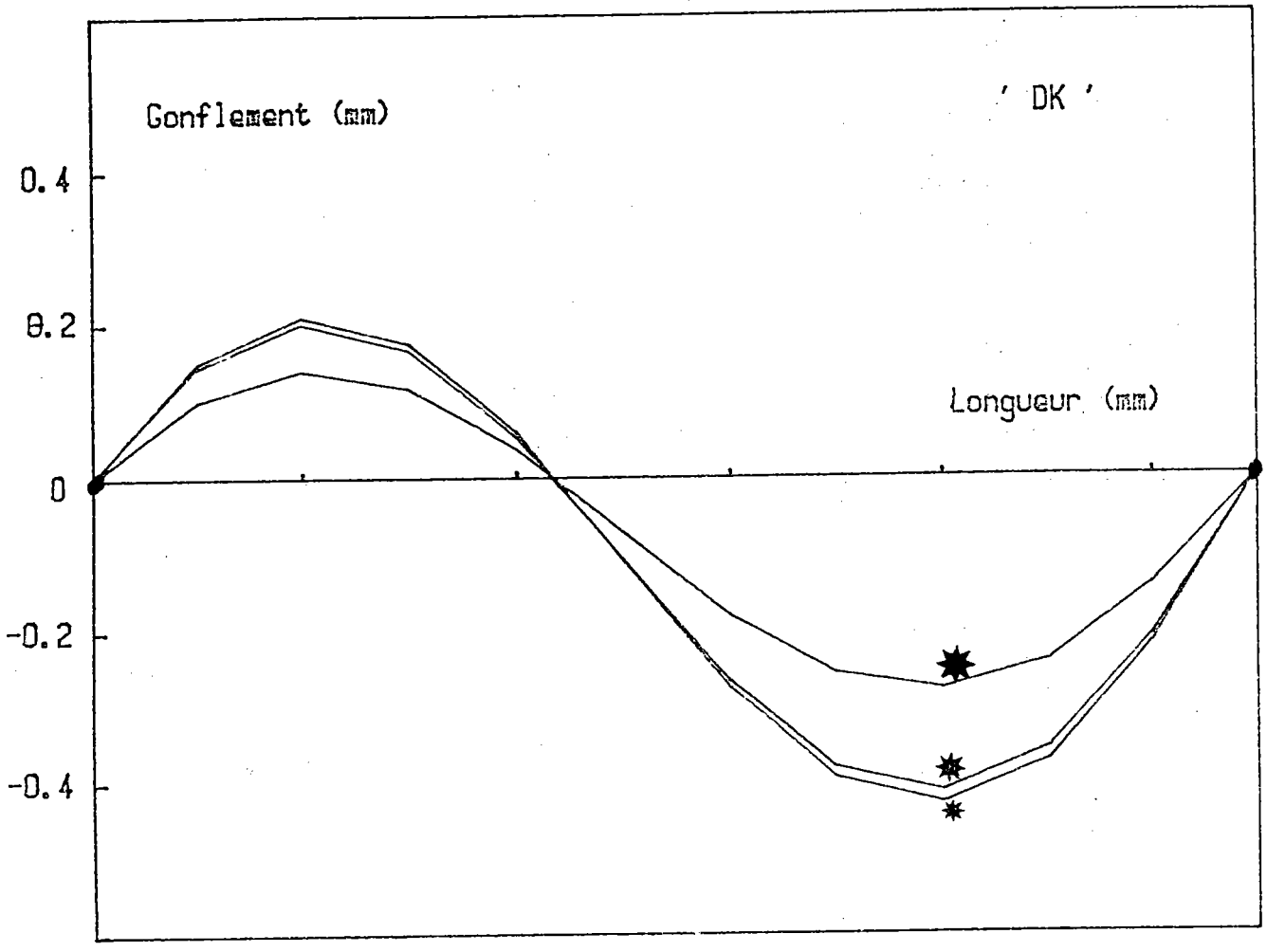


Fig. 30a-Courbes (gonflement-longueur) dans le cas de deux rouleaux

(✸Loi R1, ✸Loi R2, ✸Loi R3)

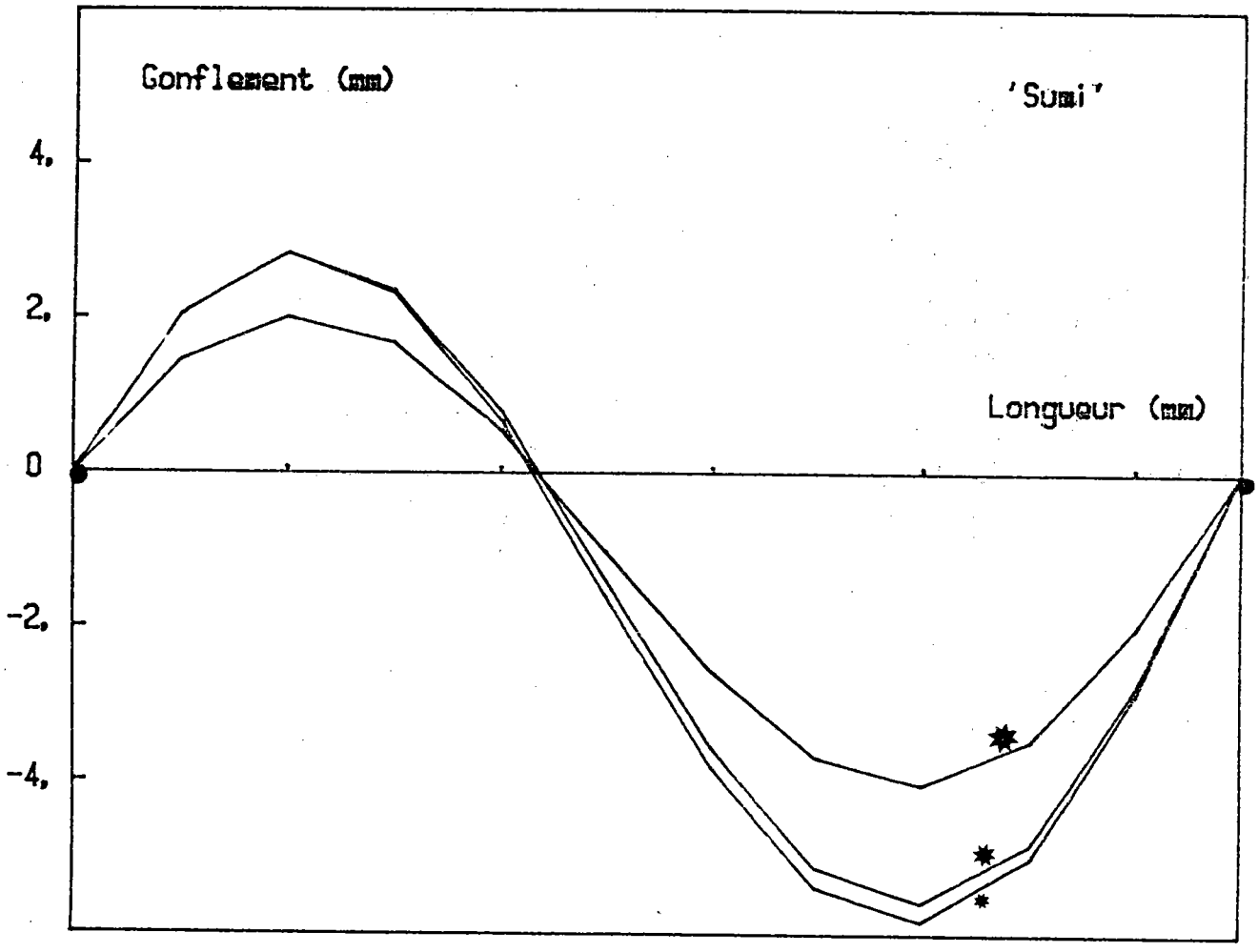


Fig. 30b-Courbe (gonflement-longueur) dans le cas de deux rouleaux
(* Loi R1 , ✸ Loi R2 , ✸ Loi R3)

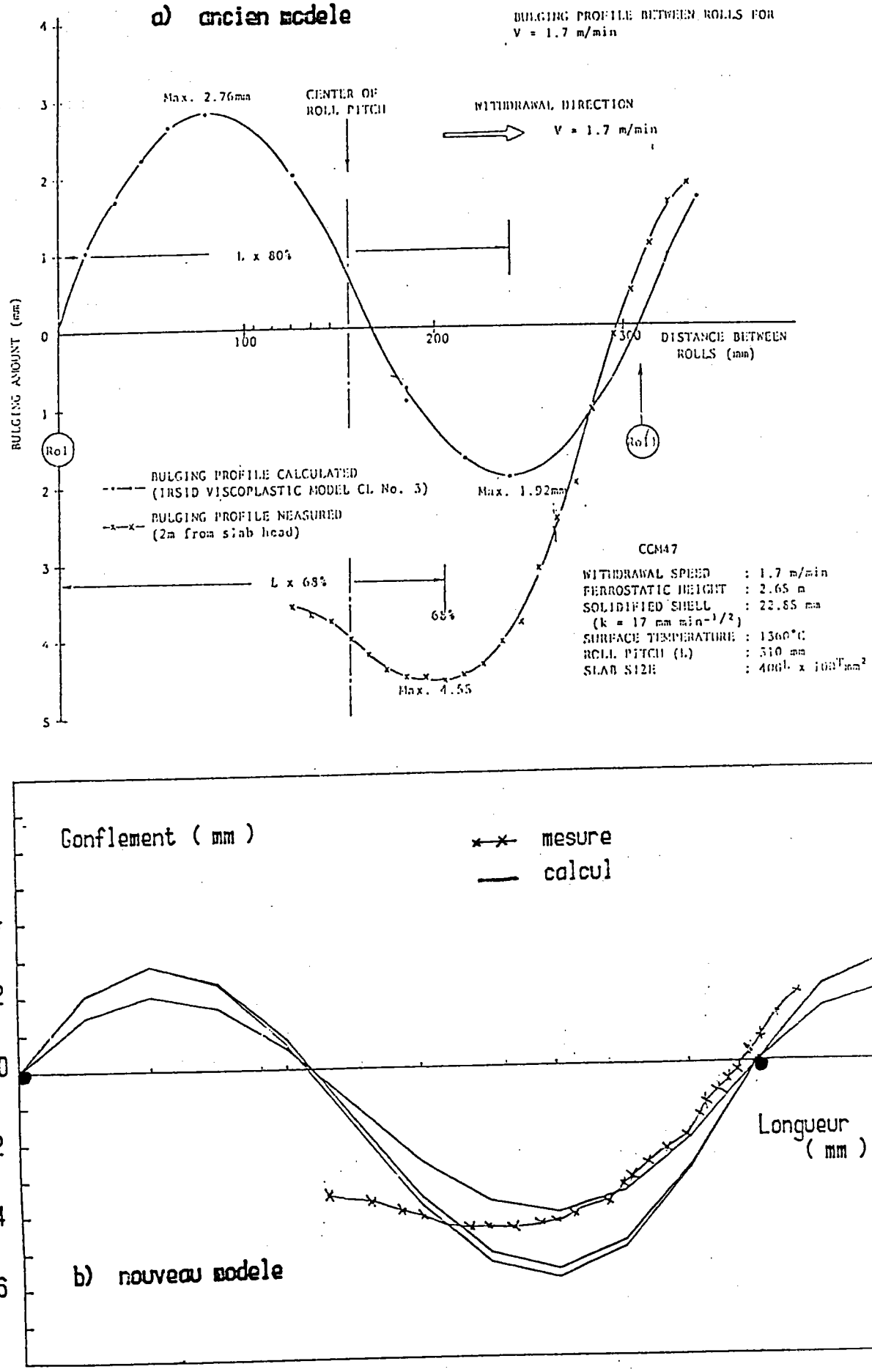


Fig. 31-Comparaison du calcul
du gonflement à l'experience

L'ensemble de ces résultats est récapitulé dans les tableaux suivants :

+ Pour le cas de "Sumitomo"

Comparaison du gonflement positif (en mm)

gonflement(+) mesuré	gonflement (+) calculé par [34]	gonflement (+) nouveau modéle
+ 3	2.76	2.86 a 2.87

Comparaison du gonflement négatif (en mm)

gonflement(-) mesuré	gonflement (-) calculé par [34]	gonflement (-) nouveau modéle
- 4.55	-1.92	-4.28 a - 5.11

Comparaison de la position du maximum du gonflement

position mesuré	position calculé par [34]	position nouveau modéle
68%	80%	72%

+ pour le cas de "Dunkerque"

gonflement mesuré	gonflement calculé
-0.1 à -0.7	-0.3 à -0.45

III 22) Cas de plusieurs rouleaux

On rapelle que le calcul a été effectué pour un ensemble de onze rouleaux. Ce nombre semble suffisant pour décrire l'évolution du gonflement de la brame dans une machine de coulée.

a) Cas de rouleaux régulièrement espacés sans faux-rond

On suppose que l'espacement est équidistant

390mm X 10 pour le cas de" Dunkerque"

310mm x 10 pour le cas de "Sumitomo"

et que les rouleaux sont alignés.

Si on utilise la loi R1 (sans déformation cumulée), on constate alors (d'aprés la figure 32) que la distribution du gonflement obtenu dans le cas de deux rouleaux se répéte entre chaque paire de rouleaux , et que la distribution des contraintes est quasi périodique. Ceci rejoint les observations faites lors des mesures expérimentales. Ces observations affirment que l'évolution du gonflement est généralement quasi-constante quand les rouleaux sont parfaitement alignés [8].

En faisant intervenir la déformation cumulée, les distributions du gonflement ont une allure différente, comme le montrent les figures 33,34.Le gonflement devient de plus en plus faible le long de la poutre, alors que la distribution des contraintes augmente progressivement, ce qui traduit un durcissement de la brame. Ce phénomène s'explique par l'introduction de la déformation cumulée qui consiste à considérer que la brame resiste à la déformation au cours du chargement cyclique subi lors de son processus de refroidissement.En conséquence, la brame "se gonfle" de moins en moins quand elle traverse l'ensemble des rouleaux de soutien. Cette diminution a une tendance à devenir stationnaire au delà de quelques rouleaux, si on utilise la loi de saturation (R3) comme le montre la figure 34 .

En première conclusion, suite à ces différents résultats, on est en mesure d'affirmer que ce modèle permet de décrire correctement l'évolution du gonflement de la brame en coulée continue (les

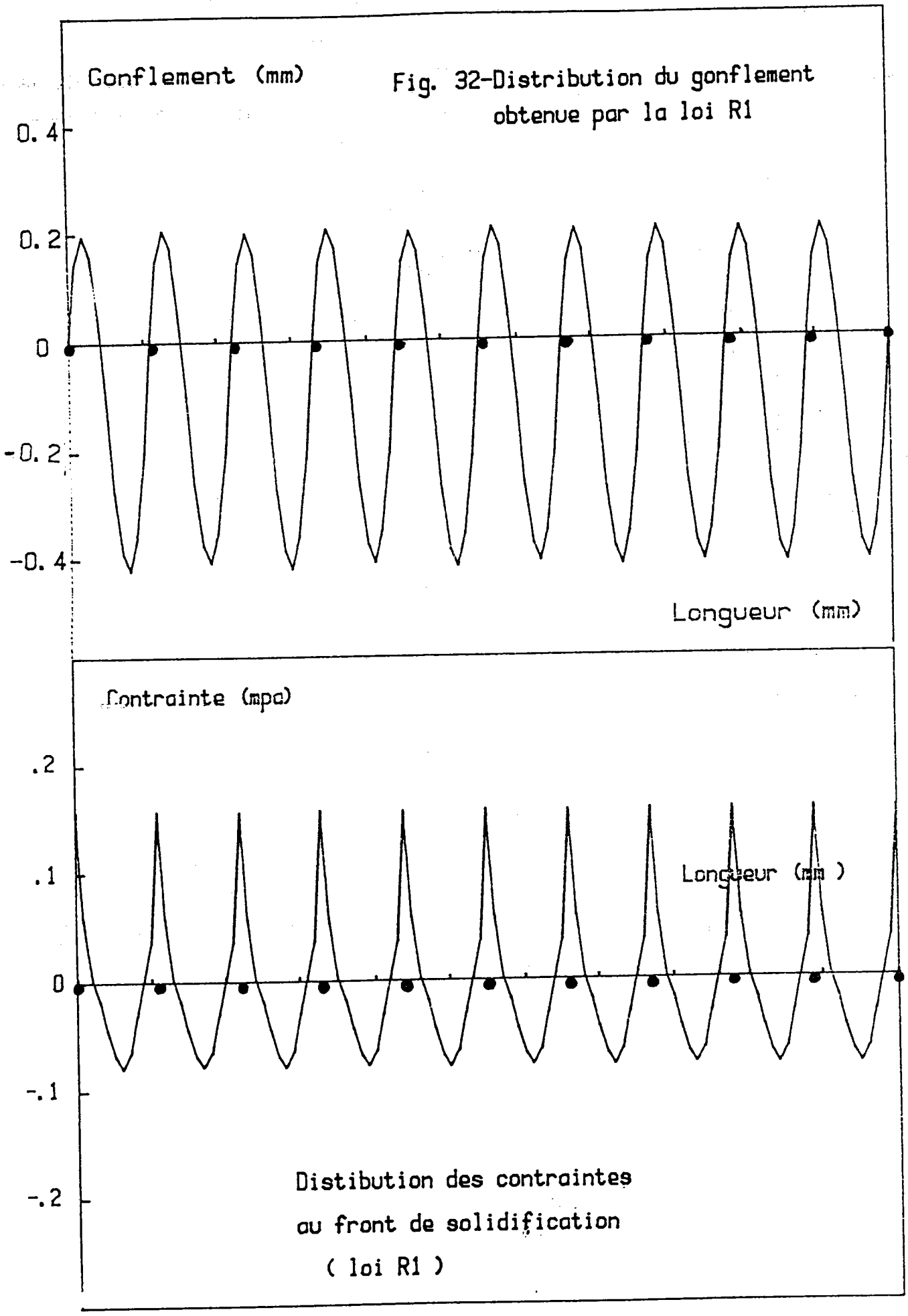


Fig. 32-Distribution du gonflement obtenue par la loi R1

Distibution des contraintes au front de solidification (loi R1)

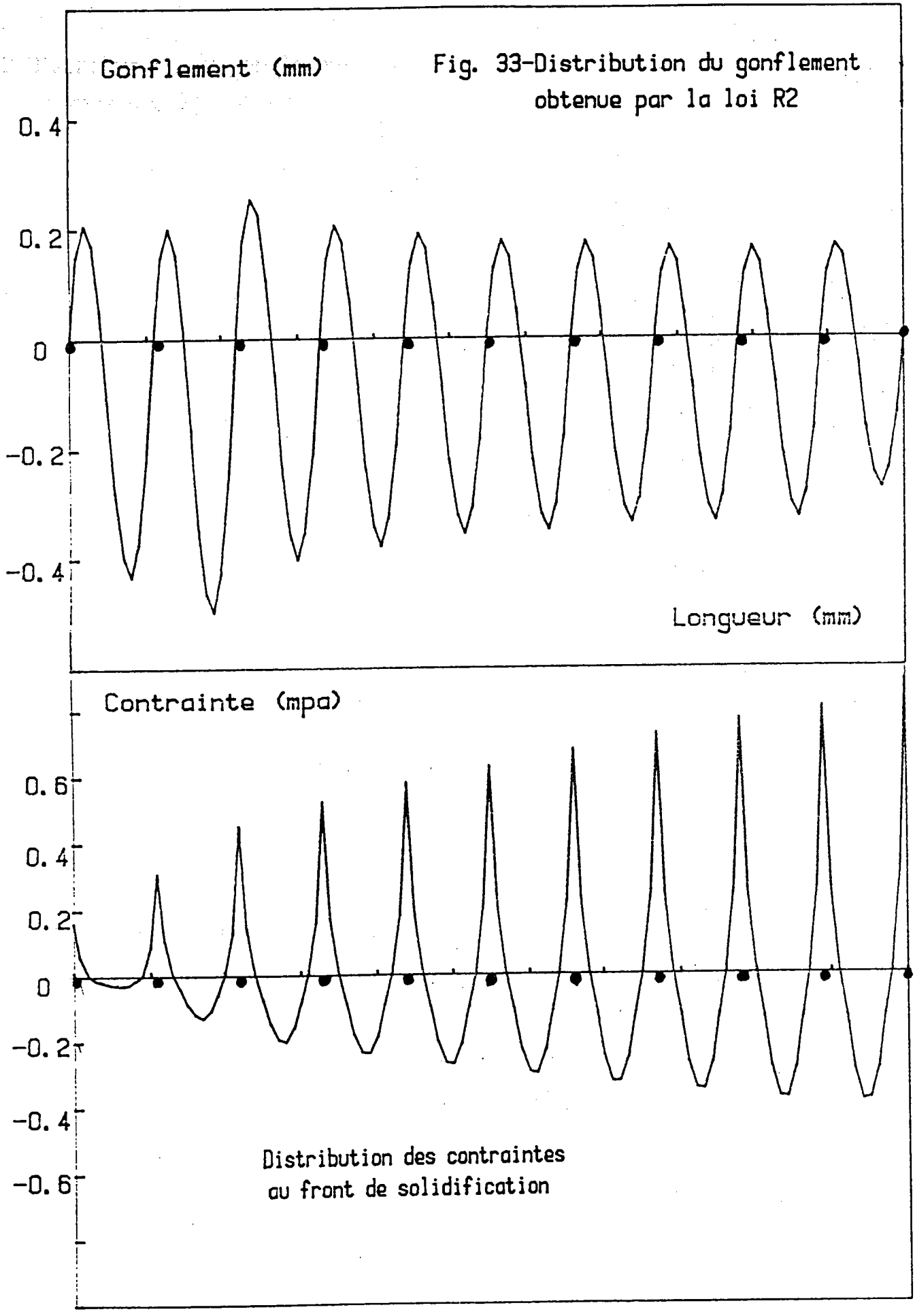


Fig. 33-Distribution du gonflement obtenue par la loi R2

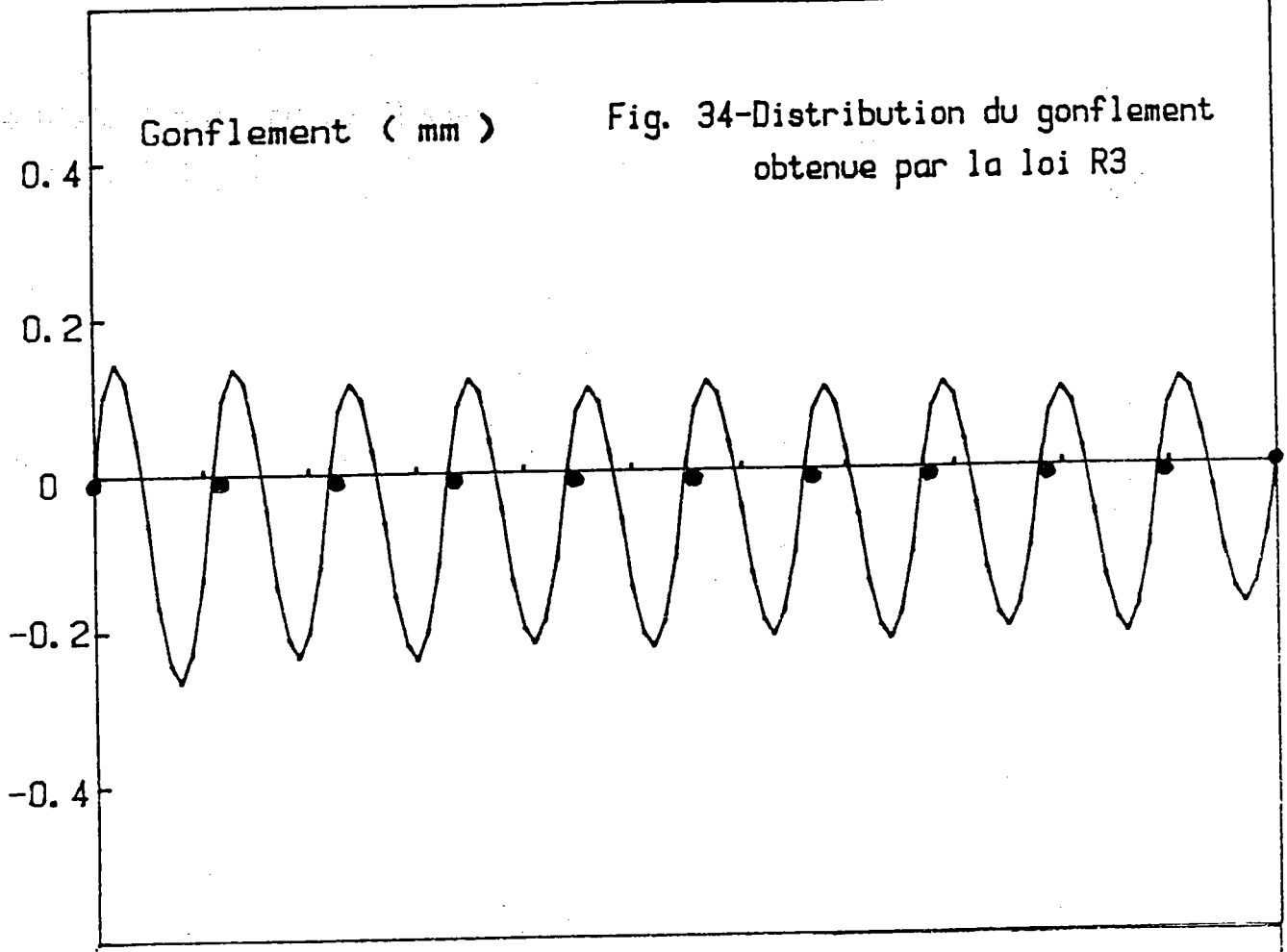
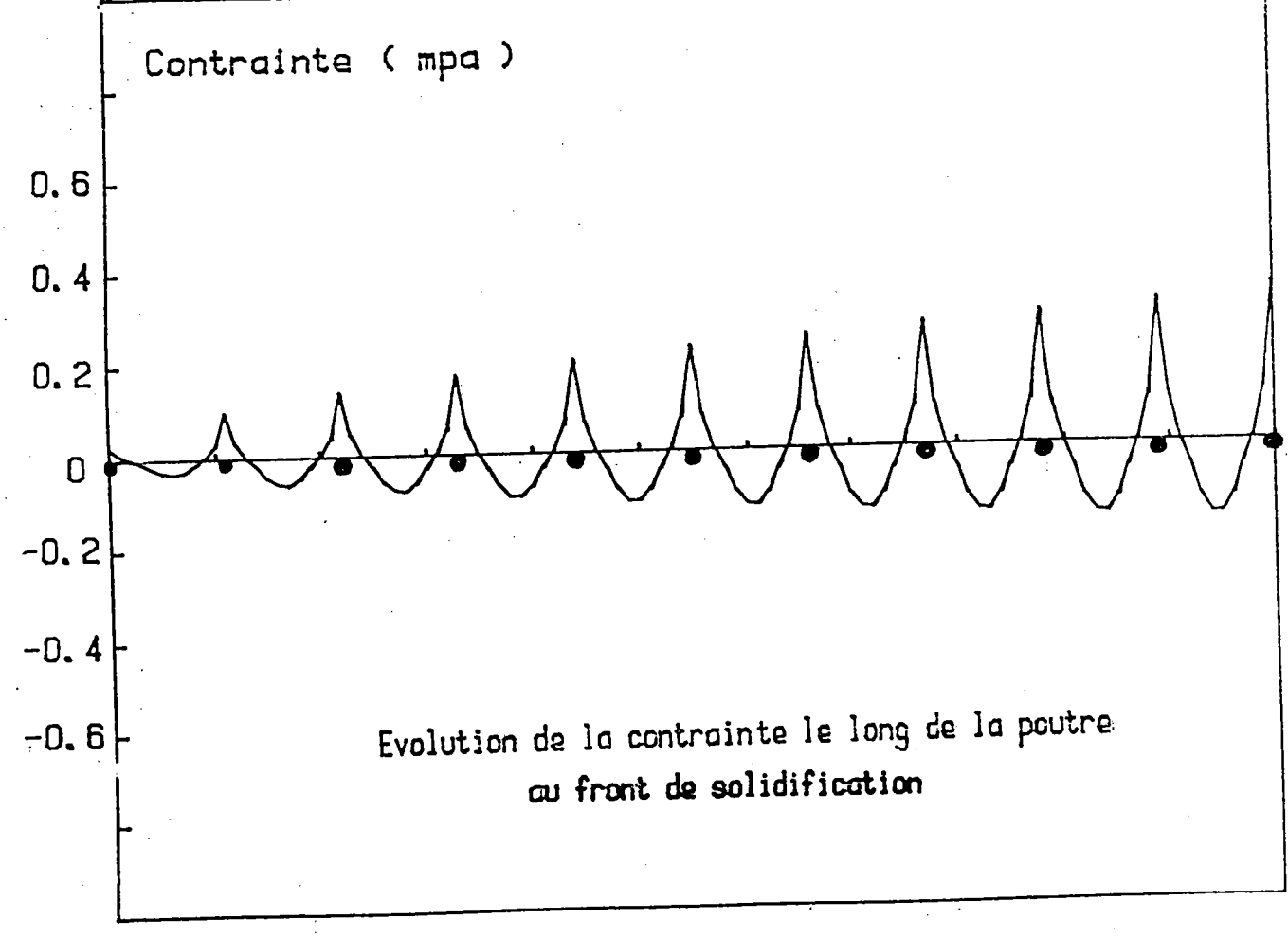


Fig. 34-Distribution du gonflement obtenue par la loi R3



Evolution de la contrainte le long de la poutre au front de solidification

rouleaux étant sans défauts géomètriques (excentrement, espacement irrégulier)).

L'ordre de grandeur du gonflement obtenu s'avère en bon accord avec les prévisions expérimentales.

Afin de quantifier l'influence des divers paramètres sur le comportement de la peau solidifiée, nous avons mis en évidence une loi de gonflement, établie à partir de ce modèle, qui exprime la déformée maximale en fonction des principaux paramètres technologiques :

température à la surface de la brame (Te)
écartement entre deux rouleaux successifs (L)
pression ferrostatique (P)
vitesse de la brame (V)
épaisseur solidifiée (h)

Pour le gonflement positif, elle se traduit par l'expression :

$$\Delta+ = 1{,}088.\ 10^{-25}.\ \frac{Te^{5{,}638}\ .\ L^{7{,}252}\ .\ P^{2{,}192}}{V^{1{,}083}\ .\ h^{5{,}419}}$$

Pour le gonflement négatif on a :

$$\Delta- = 2{,}03\ .\ 10^{-25}.\ \frac{Te^{5{,}626}\ .\ L^{7{,}309}\ .\ P^{2{,}213}}{V^{1{,}07}\ .\ h^{5{,}473}}$$

où Te (°K) , L (mm), V (mm/s), P (N/mm^2), h(mm)

Cette loi, facilement exploitable, peut être très utile pour les utilisateurs et les constructeurs de machine de coulée continue.

Ainsi, l'écartement des rouleaux de soutien apparait comme le paramètre essentiel controlant l'intensité du gonflement. Il est alors necessaire de faire appel a des technologies particulières qui permettent de minimiser la valeur de l'écartement.

Les deux autres paramètres influant sur l'intensité du gonflement sont l'épaisseur solidifiée et la température de la surface de la brame. Il faut noter que, sur machine industrielle, l'influence de ces deux paramètres s'additionne [33,34]. En effet, pour limiter le gonflement, l'épaisseur solidifiée peut être diminuer en augmentant l'intensité du refroidissement secondaire (donc en diminuant la température de la surface).

La pression ferrostatique peut également influer de façon importante sur le comportement de la peau solide, elle dépend de la géomètrie des machines adoptées (rayon de courbure et la hauteur ferrostatique).

b) Cas de rouleaux non régulièrement espacés avec faux rond

Le dernier aspect examiné, au cours de cette présentation des résultats concernera l'influence d'une modification géomètrique sur l'évolution du gonflement de la brame au cours du processus de solidification. Dans ce rapport, on se contentera de donner quelques résultats dans ce sens, pour deux situations : désalignement d'un rouleau et variation d'écartement.

Tout d'abord, on suppose que les espacements sont équidistants (390 x 10 pour "Dunkerque" et 310 x 10 pour "Sumitomo") et qu'un des rouleaux de soutien est désaligné de +3mm.

Les figures 35a,35b montrent que la ditribution du gonflement est trés différentes l'une de l'autre.

Dans le cas de "Dunkerque" (figure 35a), le phénomène du gonflement est d'abord stationnaire avant désalignement en gardant la même périodicité entre chaque paire de rouleaux (c'est-à-dire la présence d'un gonflement positif et négatif dans chaque écartement). Aprés désalignement, le gonflement est nettement amplifié, il passe de 0.4 à -2, en changeant de périodicité (elle passe d'une période de longueur L à une période de longueur 2L, avec alternance d'un gonflement totalement positif- totalement négatif dans les écartements qui se suivent).

Si on examine maintenant le figure 35b obtenues en utilisant les données expérimentales de "Sumitomo", on constate alors, après désalignement, la même amplification que précedemment, mais cette fois-ci avec la présence d'un gonflement positif et négatif dans chaque écartement.

Ce phénomène semble plus proche de celui prévu par les mesures effectuées [7, 8] qui semblent indiquer qu'une amplification a été révélée ainsi que la présence d'un gonflement négatif dans les quatre écartements qui se suivent après le défaut.

Cette différence de prévision du modèle entre les deux cas étudiés peut s'expliquer par le fait que le phénomène, après défaut, dépend de l'amplitude de l'excentrement du rouleau et de l'intensité du gonflement : si l'écart entre ces deux grandeurs est voisin, on remarque que le gonflement obtenu est semblable à celui prévu par l'exprérience.

A titre d'illustration prenons le cas de "Dunkerque" et essayons de ramener la valeur du gonflement maximal plus proche de celle du désalignement. Pour ce faire, on diminue volontairement la valeur de l'épaisseur solidifiée (ou la température de la surface et la vitesse). On constate alors que la figure 36 illustre bien ce phénomène.

Une autre forme d'illustration possible consiste à procéder par un désalignement progressif pour les deux cas étudiés. Les figures 37a et bmontrent visiblement que le phénomène de gonflement perd sa stabilité au fur et à mesure que la dénivellation devient importante.

Examinons maintenant l'autre situation oú l'on fait varier l'écartement sans excentrement des rouleaux.
Si on analyse les figures 38 et 39, on constate également que cette situation conduit à des conclusions analogues à celles évoquées précédemment : amplification du gonflement, changement de périodicité dans la partie avale à la modification à partir de certaines valeurs d'écartements (figure 40).

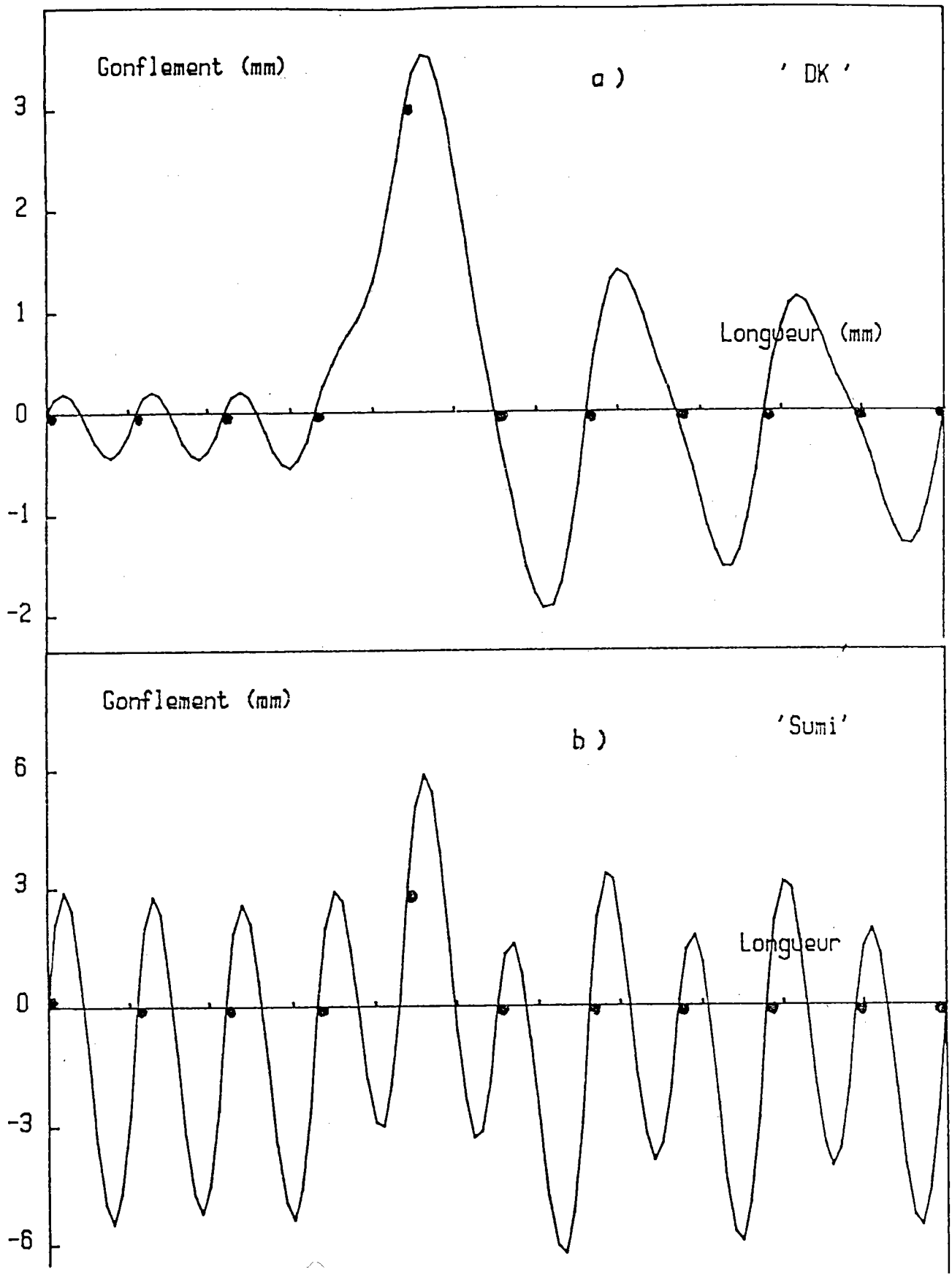


Fig. 35-Influence du desalignement
sur le prfil du gonflement
Ordre du desalignement : +3 mm

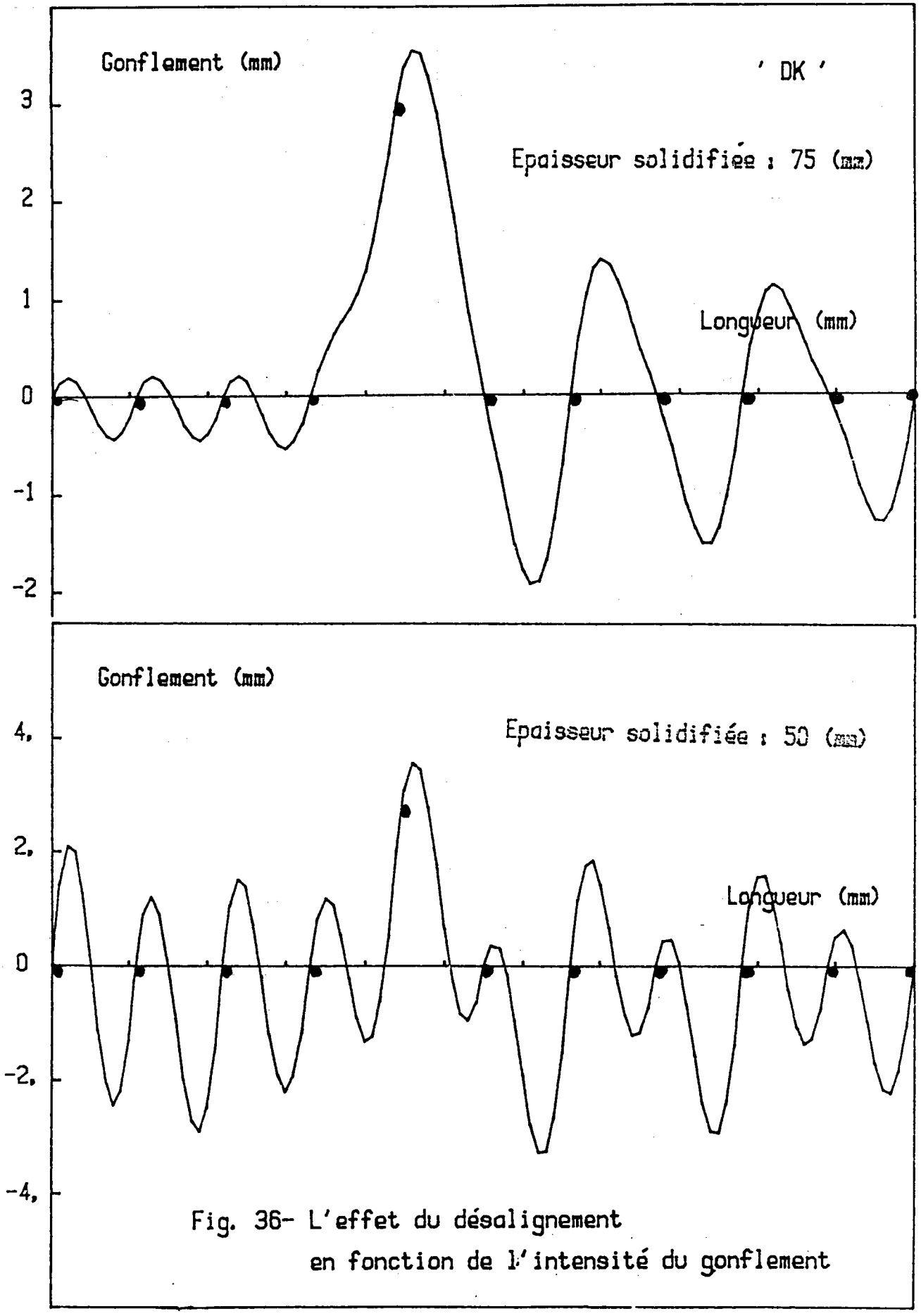


Fig. 36- L'effet du désalignement
en fonction de l'intensité du gonflement

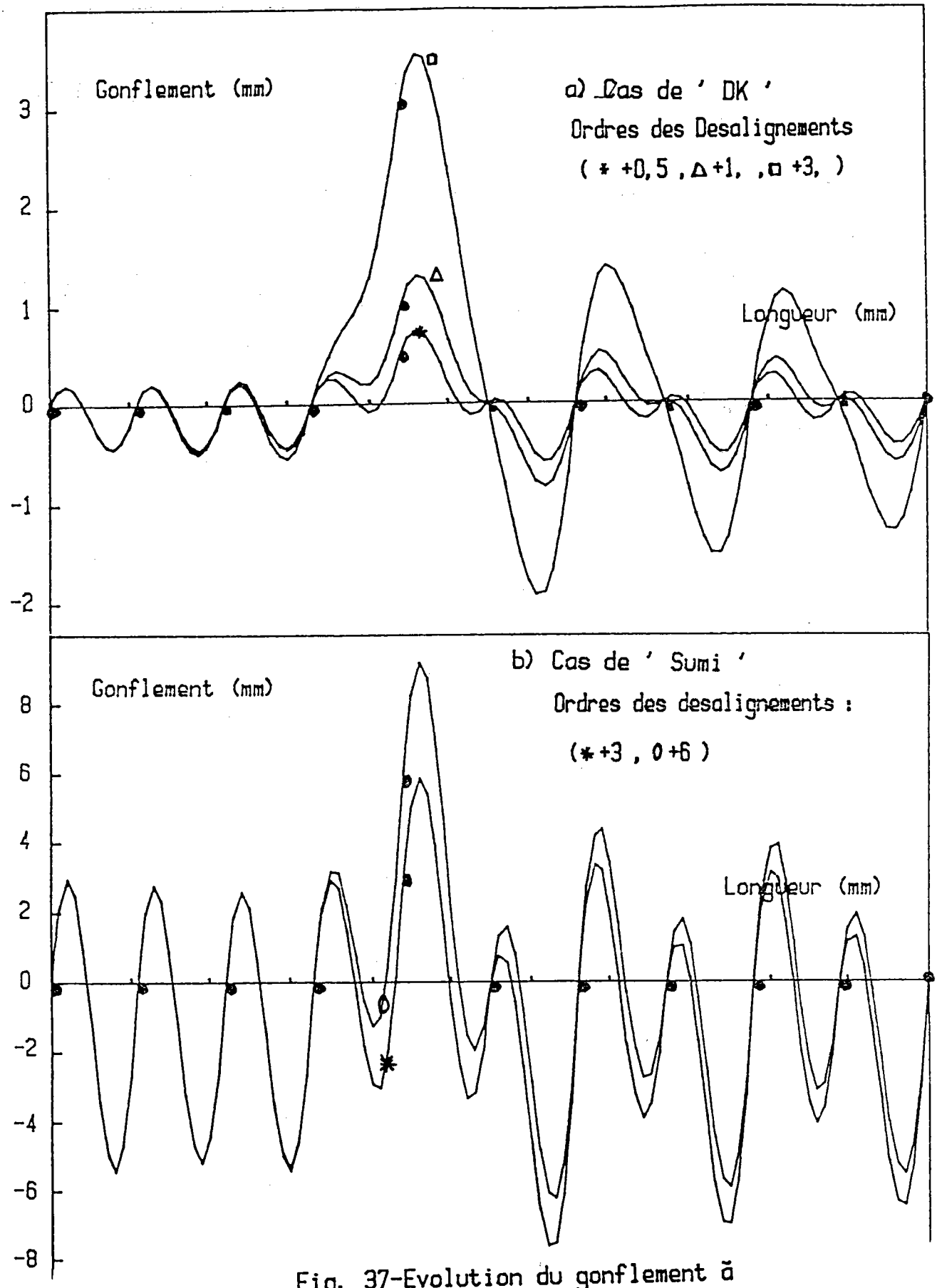


Fig. 37-Evolution du gonflement à différents desalignements

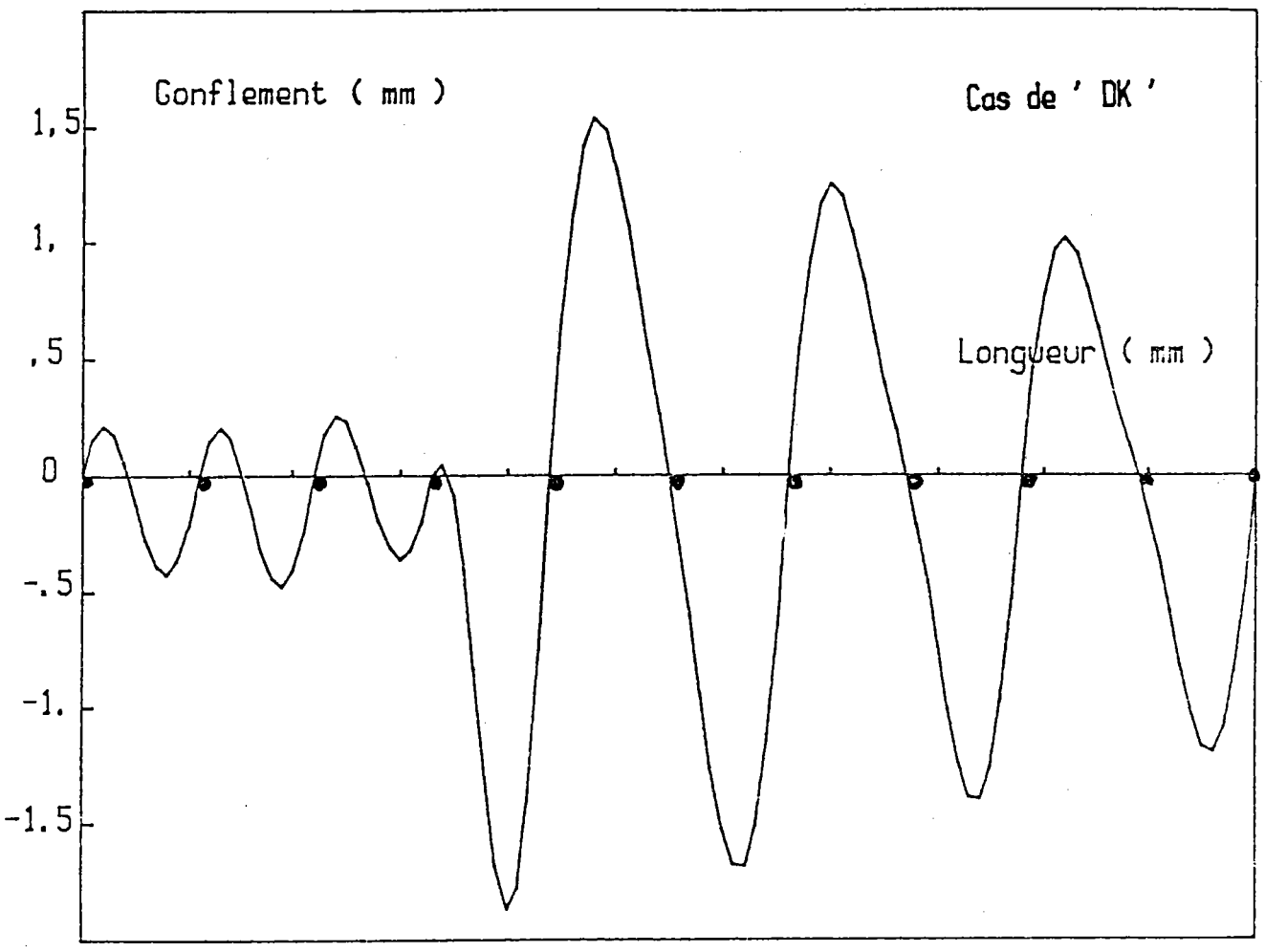


Fig. 38-Effet du changement de l'espacement
sur le gonflement.
(390*3 400 390*6)

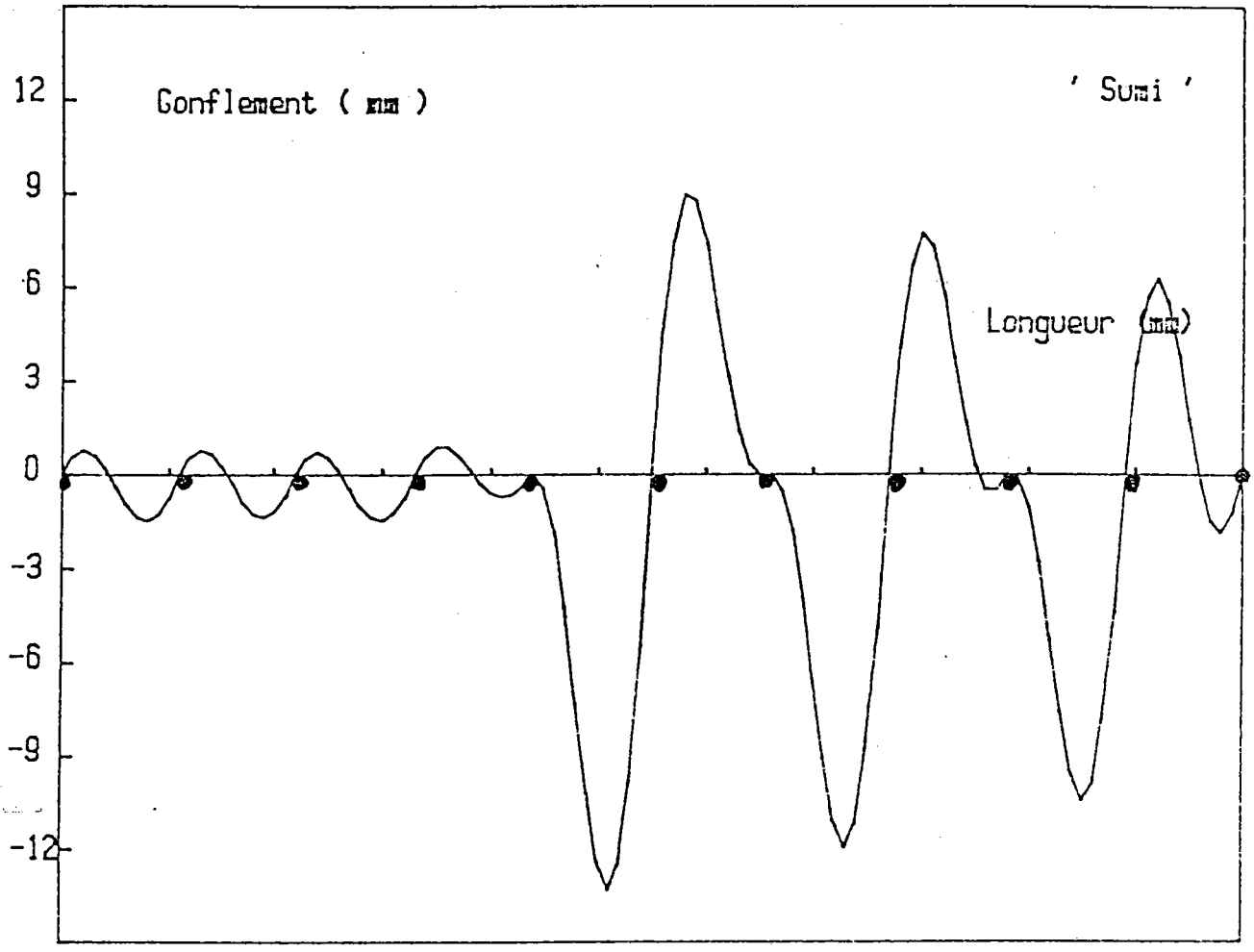


Fig.

Fig. 39 Effet du changement de l'espacement sur le gonflement.
(250*4 310*6)

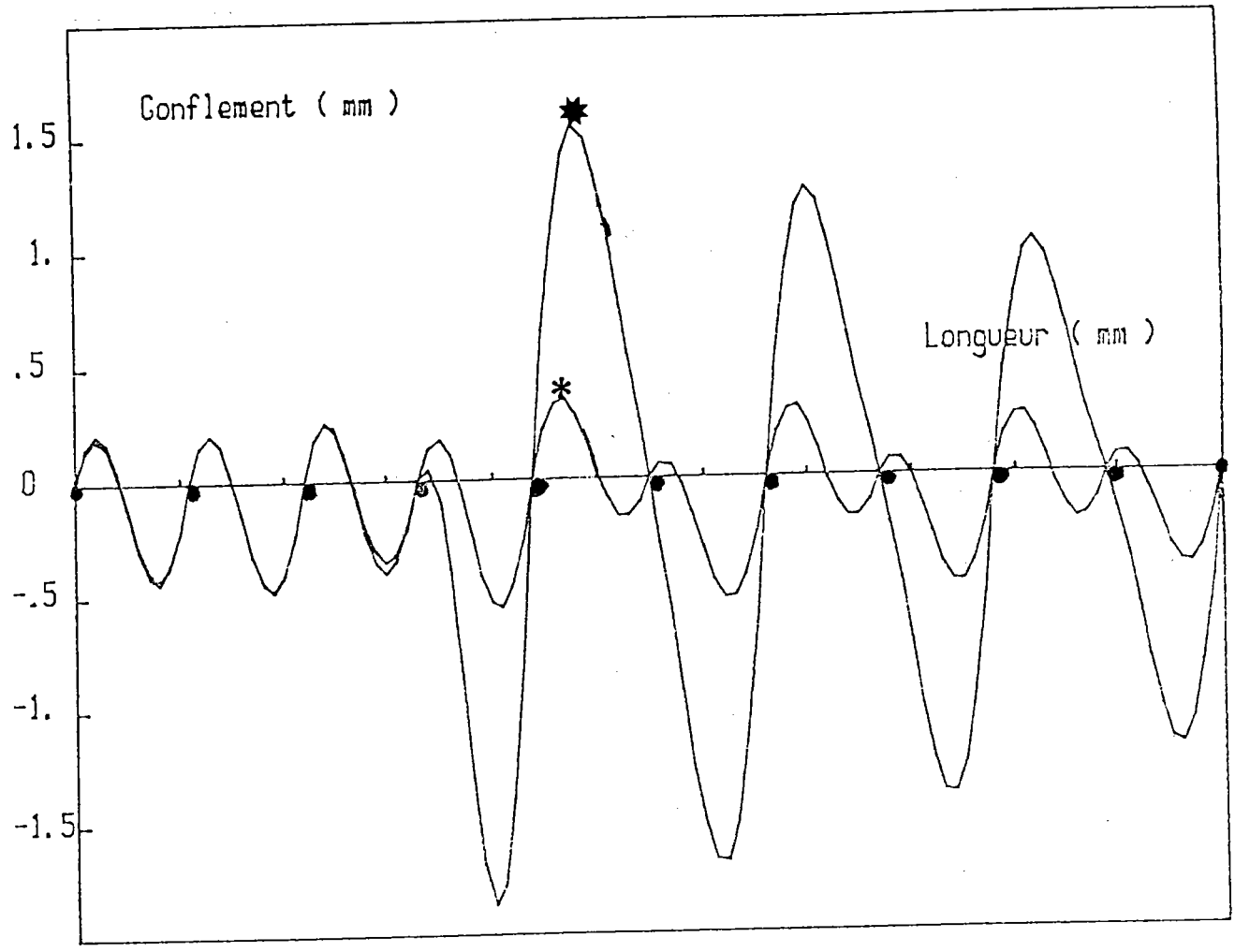


Fig. 40-Evolution du gonflement à différents espacements (*400 , ✸440)

A la suite de ces différents résultats, on peut conclure que ce modèle permet également de décrire l'influence des défauts géomètriques du système de soutien sur le gonflement de la brame. Les prévisions de ce modèle s'avèrent en bon accord avec les mesures expérimentales lorsque les défauts géomètriques sont moins importants. Elles sont moins bonnes dans le cas oú ils dépassent un certain niveau critique.

On doit noter que les défauts géomètriques du sytème de soutien affectent véritablement le comportement de la brame et que la prise en compte de cet effet dans le cadre de la théorie mise en oeuvre mérite une attention particulière (figure 41).

De même, les exemples de calcul qui ont été traités, avec variation d'écartement, devraient inciter les ingénieurs à plus de prudence quant à l'utilisation d'un système de rouleaux non régulièrement espacés.

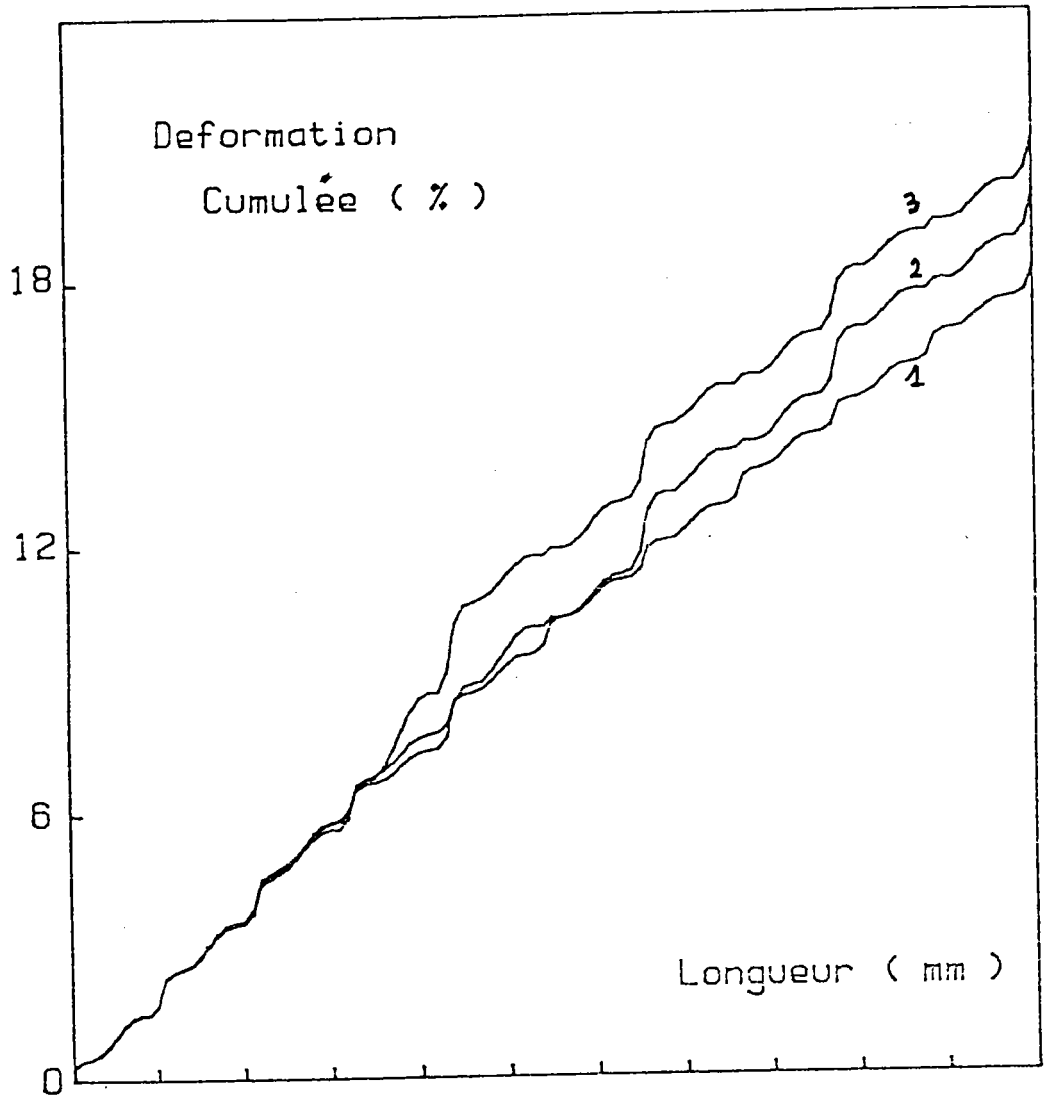


Fig. 41-Evolution de la déformation cumulée
sous l'effet geometrique
(au front de solidification)

1) absence de l'effet
2) effet du desalignement
3) effet de l'ecartement

B.U. METZ

CONCLUSION GENERALE

Il a été présenté dans le détail un nouveau modèle de calcul viscoplastique d'écoulement des brames dans une machine de coulée continue. Les fondements mécaniques de ce modèle ont été clairement énoncés, sa formulation mathématique a été développée progressivement, en soulignant les aspects originaux comme celui lié à la rhéologie. De même la résolution numérique a été largement développée de manière à fournir toutes les informations utiles à des ingénieurs qui seraient désireux de programmer ce modèle de calcul.

On peut résumer ici les possibilités qu'offre ce modèle. Sous un chargement cyclique, il permet de suivre dans la poutre, au droit de n'importe quelle section, l'évolution de la flèche, des déformations et des contraintes. Il intégre également des lois de comportement des matériaux plus élaborées que celles utilisées dans les modèlisations précédentes, en tenant compte des conditions évolutives de la température.

Des possibilités de caractère plus pratique sont également à mentionner telles que :

-On peut appliquer sur la poutre divers type de chargement (forces réparties ou concentrées)

-On peut considérer que la poutre repose oú défile sur une infinité d'appuis

-On peut considérer également que la poutre est isotherme ou qu'elle possède un gradient thermique dans l'épaisseur.

En conséquence, on est en droit de considérer que ce nouveau modèle peut-être particulièrement utile à l'amélioration de la qualité du produit coulé.

Par exemple, il peut être utilisé afin de définir la géométrie des coulées continues permettant de minimiser les déformations subies par le produit. Il peut également faciliter l'interprétation des résultats d'essais conduits en laboratoire ou sur site. Il permet d'établir des critères de choix pour la conception et l'entretien des machines de coulées continues.

BIBLIOGRAPHIE

[1] H.FUJII, T. OHASHI, T. HIROMOTO
Testu to Hagané 1976, 62 n°14, 1813-1822

[2] A. PALMAERS, R.ETIENNE, J. MIGNON,
Stahl und Eisen 1979, 19 1039-1059

[3] T. UEDA et al.
High speed casting on vertical-bending type slab caster.
Kawasaki Seitestu Biho 12 (1980) n°3

[4] B. BROULUND
Development of a mathematical model of slab bulging on severa roll pitches with misalignements or eccentricities in continuou casting of steel. RP. ACI/mcs 87/57, (commission personnelle

[5] K. WÜNNENBERG
Strangausbauchung zwischen Stützvollen beim Stauggieben von Brammen, Stahl und Eisen, n°6 1978

[6] J.Y. LAMANT et al.
Etude du gonflement des brames de coulée continue, Recherche CECA 7210 CA306, Rapport IRSID ACI82 RE 942

[7] IRSID
Measurement of bulging amount and profile and study of critical conditions for internal cracks formation on the experimental continuous caster of Sumitomo metals, March 1983 April 1984 non publié.

[8] P. RAHIER, J.Y. LAMANT, R. KRÄMER
Caractérisation du comportement mécanique de la brame dans la machine de coulée continue N°23 USINOR Dunkerque Juillet 1987 non publié

[9] J.Y. LAMANT, M. LARRECQ, Z. SMARZYNSKI, J.P. BIRAT
Investigation of slab bulging during continuous casting by simulation on a plasticine model. Transactions ISIJ Vol 24 1984

[10] Z. SMARZYNSKI, M. LARRECQ
Détermination des caractéristiques mécaniques de l'austénite à haute température pour des déformations lentes et de faibles amplitudes. non publié

[11] IRSID Essais de traction à chaud. Aout 1986 non publié.

[12] IRSID
Essais à basse vitesse sur la machine de torsion à chaud. Avril 1987 non publié.

[13] N. YAMAUCHI, Y. UCHIDA, T. YAMAMOTO, H. MISUMI
Internal cracks in continuously cast slabs. NIPPON STEEL Technical report n°13 juin 1979

[14] MIZUKAMI et al.
Analytical calculation of bulging of the solidification shell formed at continuous slab casting. NKK 97th ISIJ MEETING avril 1979 S169

[15] K. SORIMACHI, T. EMY
Elastoplastic stress analysis of bulging as a major cause of internal cracks in continuously cast slabs.
Testu to Hagané, 63(8), 1297-1304

[16] A. GRILL, K. SCHWERDTFEGER
Finite elements analysis of bulging produced by creep in continuously cast steel slabs. Iron making and steel making 1979, n°3, p 131

[17] J.D. WEBER, Z. SMARZYNSKI, J.P. BIRAT, J.Y. LAMANT, M.LARRECQ IRSID Re 933 , January 1982

[18] K.MIYAZAWA, K. SCHWERDTFEGER
Computation of bulging of continuously cast slabs with simple bending theory. Iron and Steel making 1979 n°2

[19] T. MATSUMIYA, Y. NAKAMURA
Mathematical model of slab bulging during continuous casting. Congress Pittsburg, Mars 1982, Process Technology Conference AIME.

[20] Y.N. ROBOTNOV
Creep problems in structural North Holland Publishing Company Amsterdam London 1969

[21] J. LEMAITRE, J.L. CHABOCHE, C. GALHARAGUE
Sur un paramètre de cumulation dans le fluage avec retours en arrière. C.R. Acad. Sc. Paris, t272 (4/1/1971)

[22] J. LEMAITRE, J.L. CHABOCHE, Y. MUNAKATA
Method of metal characterisation for creep and low cycle fatigue prediction in structure . 1st symposium on mechanical behaviour of metals, Kyoto Aout 1973

[23] E.N. ANDRADE
The viscous flow in metals and allied phenomena. Proc. Roy. Soc. London A84 (1910)

[24] J. LEMAITRE
Modèles rhéologiques et lois d'écoulement. Ecole d'été sur la mise en forme des métaux et alliages CNRS 1975

[25] N.J. HOFF
Les fondements de la mécanique du fluage des corps métalliques. Conférences Institut H. Poincare Paris 1964

[26] A. FRIAA
La loi de North-Hoff généralisée en plasticité et viscoplasticité . Thèse université Paris IV 1979

[27] J. LEMAITRE
Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élasto-viscoplastiques. publication ONERA n° 135 1972

[28] J.D. WEBER, A. LABZAE
Energie libre et potentiel de dissipation associés à la loi de Norton - Hoff

[29] J. LEMAITRE, J.L. CHABOCHE
Mécanique des matériaux solides Dunod 1985

[30] L.S. COSTRIN, E.E. CRISMAN, R.H. HAWLEY, J. DUFFY
On the localization of the plastic flow in mild steel tubes under dynamic torsional loading, Brown University Technical report, NSF 18532/7 Janv. 1979

[31] J.R. KLEPACZKO
A power form of the mechanical equation of state with the temperature. Eng. trans., 13 (1965) 561 (in polish)

[32] J.R. KLEPACZKO
A pratical stress - strain - strain rate - temperature constitutive relation of the power form. Journal of mecanical working technology, 15, 1987, p 143-165

[33] A. ETIENNE
Influence du refroidissement secondaire sur le gonflement et la qualité interne des brames. Convention 7210 CA/208 84

[34] J.D. WEBER, "IRSID"
Etude du gonflement des brames de coulée continue. Convention 7210 CA/306 1984

[35] Na T.Y.
Computation methods in engineering boundary value problems
p 107-109 Academic Press 1979

[36] A. MIELE, R.R. IYER
Modified quasilinearisation method for solving non-linear, two point boundary value problem. J. of Math. Anal. and App 36, p674-692, 1971

[37] R.P. TEWARSON, D.P. CHEN
A method of solving algebric systems consisting of linear and non-linear equations. Int. J. for Nim. Method in Eng. Vol 21, p1517-1581, 1985

[38] Conte S.D. de Bon C.
Elementary numerical analysis. Mc Graw Hill International Book Company 1981