



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

Faculté des Sciences et Techniques - UFR STMP
École doctorale EMMA (Energie, Mécanique et Matériaux)
Département de formation doctorale : Mécanique - Energétique

THÈSE

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri-Poincaré, Nancy 1
en Mécanique et Energétique

par

Aurélie KAEMMERLEN

Transfert de chaleur à travers les isolants thermiques du bâtiment

soutenance publique le 29 octobre 2009

Composition du jury

<i>Président :</i>	Jean-Bernard SAULNIER	Professeur, ENSMA, Poitiers
<i>Rapporteurs :</i>	Bruno PEUPORTIER	Maître de recherche, Ecole des Mines, Paris
	Franck ENGUEHARD	Ingénieur, CEA, Le Ripault
<i>Examineurs :</i>	Samira KHERROUF	Ingénieur, ADEME, Sophia Antipolis
	Van Chau VO	Research leader, Dow Chemical, Rheinmuenster
	Gérard JEANDEL	Professeur, Directeur de thèse, ESSTIN, Nancy
	Dominique BAILLIS	Professeur, Co-directrice de thèse, INSA, Lyon

Avant propos

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été effectué en collaboration entre le Centre de Thermique de Lyon (CETHIL) et le Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée de Nancy (LEMTA). L'étude s'inscrit dans le cadre de l'ANR ECOTEP (Étude, Caractérisation et Optimisation des Transferts Energétiques dans la Paroi) qui vise la conception et la mise en oeuvre de nouveaux isolants en régimes permanent et transitoire.

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs de thèse Dominique BAILLIS, professeur au CETHIL, et Gérard JEANDEL, professeur au LEMTA, pour m'avoir permis de traiter ce sujet complexe. J'ai acquis grâce à eux une grande autonomie dans mon travail tout en progressant dans mon raisonnement scientifique.

Je remercie l'ADEME pour son soutien financier à travers l'attribution d'une bourse de thèse qui a été cofinancée par les sociétés Dow Chemical et Steico-Casteljaloux. Merci à Samira KHERROUF, mon ingénieur de suivi à l'ADEME, pour son soutien envers ce projet. Merci à Chau VO, ingénieur chez Dow Chemical pour son vif intérêt à mon étude et sa participation active à une meilleure caractérisation des mousses de polystyrène extrudé.

Je remercie d'autre part Bruno PEUPORTIER, Maître de recherche à l'école des Mines de Paris et Franck ENGUEHARD, ingénieur au CEA, d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Je n'aurais ensuite pas pu obtenir mes nombreux résultats expérimentaux sans l'aide de Bernard MONOD au LEMTA, Hébert SALLEE, François OLIVE et Maud de la division CPM (Caractérisation Physique des Matériaux) du CSTB de Grenoble, Ewa TOCHA de Dow Chemical ou encore Gilbert THOLLET au laboratoire MATEIS de Lyon.

A présent je tiens à remercier l'ensemble des membres du CETHIL et du LEMTA que j'ai côtoyé durant ces trois années, pour nos échanges divers et variés, mais toujours

riches d'enseignements, que ce soit autour d'un chocolat chaud ou lors de réunions plus formelles. Mes pensées se tournent plus particulièrement vers Fidy et Rémi pour leur aide précieuse quand j'étais perdue dans le rayonnement, mais également vers Julien, Khâryn et Sylvain qui ont partagé mon bureau ainsi que tous mes collègues qui ont su me sortir le nez de mes recherches quand j'avais besoin de recul. Merci à Fatmir ASLLANAJ d'avoir relu mes rapports, m'apportant ainsi de précieux conseils. Enfin un remerciement à Shihe XIN pour m'avoir permis d'encadrer des élèves ingénieurs INSA en TD d'Analyse Numérique et pour m'avoir embarquée dans l'organisation de la journée du CETHIL pour laquelle je n'oublierai pas comment organiser le co-voiturage d'un laboratoire entier...

Je souhaite également exprimer mes remerciements à toute ma famille et à ma moitié qui m'ont toujours encouragée.

Table des matières

Avant propos	i
Sommaire	I
Nomenclature	XV
Introduction générale	i
1 Modèles du transfert radiatif et conductif	1
1.1 Introduction	1
1.2 Equations du transfert thermique	2
1.2.1 Equation de conservation de l'énergie	2
1.2.2 Equation du Transfert Radiatif (ETR)	3
1.2.3 Conditions aux limites thermiques	7
1.3 Résolution du transfert thermique	10
1.3.1 Méthodes numériques de résolution couplée	10
1.3.2 Résolution numérique de l'ETR	12
1.3.3 Résolution de l'équation de l'énergie	14
1.4 Conclusion	14
2 Caractérisation des matériaux étudiés	15
2.1 Introduction	15
2.2 Présentation des isolants étudiés	15
2.2.1 Mousses de polystyrène extrudé	16
2.2.2 Isolants en fibres de bois	16
2.3 Caractérisation morphologique	17

2.3.1	Par microscopie électronique à balayage	17
2.3.2	Par tomographie	22
2.4	Caractérisation thermique	27
2.4.1	Conductivité thermique totale	27
2.4.2	Conductivité phonique des matériaux bruts	30
2.4.3	Conductivité phonique des isolants	31
2.4.4	Capacité thermique massique des isolants	36
2.5	Caractérisation des propriétés optiques des matrices	37
2.5.1	Polystyrène	38
2.5.2	Bois	42
2.6	Conclusion	42
3	Identification des propriétés radiatives	43
3.1	Introduction	43
3.2	Description de la méthode d'identification	44
3.2.1	Principe de la méthode inverse	44
3.2.2	Hypothèses	46
3.2.3	Fonctions de phase	47
3.3	Détermination des réflectances et transmittances	50
3.3.1	Définition des BRDF et BTDF	50
3.3.2	Calcul des réflectances et transmittances théoriques	51
3.3.3	Détermination des BRDF et BTDF expérimentales	53
3.4	Identification des propriétés radiatives du Thermisorel	58
3.4.1	Identification à partir des grandeurs hémisphériques	58
3.4.2	Identification à partir des mesures bidirectionnelles	61
3.5	Identification des propriétés radiatives des mousses XPS	63
3.6	Études paramétriques	65
3.6.1	Influence de l'incertitude sur les mesures spectrales	65
3.6.2	Influence de l'initialisation des paramètres	66
3.7	Conclusion	69
4	Méthodes prédictives des propriétés radiatives des mousses XPS	71
4.1	Introduction	71

4.2	Étude bibliographique	72
4.3	Description des modèles utilisés	73
4.3.1	Modélisation par une méthode d'intégration	73
4.3.2	Modélisation par une procédure de Monte-Carlo	78
4.3.3	Comparaison des modèles	84
4.3.4	Synthèse sur les modèles étudiés	90
4.4	Étude des propriétés radiatives de bâtonnets concaves	90
4.4.1	Comparaison des efficacités d'extinction avec Mie	91
4.4.2	Comparaison des efficacités d'extinction selon la forme de la section	94
4.4.3	Influence de la longueur des bâtonnets	98
4.5	Sensibilité du modèle et validation expérimentale	101
4.5.1	Sensibilité à la dispersion de l'épaisseur des parois	102
4.5.2	Validation basée sur les spectres de réflectances et transmittances hémisphériques	105
4.5.3	Validation basée sur les conductivités	112
4.5.4	Comparaison des résultats avec ceux issus de l'identification	120
4.6	Conclusion	121
5	Étude du transfert de chaleur en régime transitoire	123
5.1	Introduction	123
5.2	Résultats pour l'isolant en fibres de bois	124
5.2.1	Propriétés considérées et données expérimentales	124
5.2.2	Comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales	126
5.2.3	Étude du transfert de chaleur en régime transitoire en se basant sur la conductivité thermique totale	132
5.3	Résultats pour les mousses XPS	133
5.3.1	Evolution des propriétés de l'isolant avec la température	133
5.3.2	Comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales	133
5.3.3	Étude du transfert de chaleur en régime transitoire en se basant sur la conductivité thermique totale	136
5.4	Résultats pour des assemblages d'isolants	138
5.4.1	validation expérimentale	138

5.4.2 Simulation du comportement annuel d'une paroi	141
5.5 Conclusion	144
Conclusion	147
Bibliographie	151
A Résolution numérique de l'ETR	157
A.1 Méthode matricielle	157
A.2 Coefficients de sensibilité	160
A.2.1 Méthode usuelle de calcul de la sensibilité	161
A.2.2 Nouvelle méthode basée sur la dérivation de l'ETR	161
A.2.3 Comparaison des méthodes et résultats numériques	165
B Dispositifs de mesures thermiques	167
B.1 Le fil chaud	168
B.2 La plaque chaude gardée	168
B.3 La méthode fluxmétrique	170
B.4 La méthode Flash	170
C Lois de l'optique géométrique	173
C.1 Relations de Fresnel	174
C.2 Relations pour des films minces	175
C.3 Relations pour des films épais	176
D Broyage du bois pour déterminer les indices optiques	179
D.1 Protocole de broyage	180
D.2 Résultats	181
D.2.1 Observation des poudres après broyage	181
D.2.2 Mesures spectrales sur les pastilles de poudre	182
E Relations géométriques dans les mousses XPS	185
E.1 Relations géométriques pour le dodécaèdre	186
E.1.1 Propriétés d'un dodécaèdre	186
E.1.2 Calcul du volume occupé par une cellule	187

E.1.3	Calcul du volume occupé par les bâtonnets	187
E.1.4	Calcul du volume occupé par les parois	189
E.2	Relations géométriques pour l'octaèdre tronqué	192
E.2.1	Propriétés d'un octaèdre tronqué	192
E.2.2	Calcul du volume occupé par une cellule	193
E.2.3	Calcul du volume occupé par les bâtonnets	193
E.2.4	Calcul du volume occupé par les parois	194
E.3	Calcul de l'épaisseur des parois et de la fraction volumique de polymère . .	196
E.4	Impact du changement de formule géométrique	197
E.5	Relations géométriques pour un triangle concave	202
F	Modèle de Rosseland	205
F.1	Modèle de Rosseland	205
F.2	Modèle de Rosseland à diffusion anisotrope	206
F.3	Intégration numérique	207
G	Calcul des coefficients d'extinction corrigés des parois et bâtonnets	209
G.1	Calcul du coefficient d'extinction corrigé des parois	209
G.2	Calcul du coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets	212
H	Méthode DDA	217
H.1	Paramètres décrivant la morphologie de la cible	217
H.2	Précision des résultats	219
H.3	Paramètres d'orientations de la cible dans l'espace	221
I	Résolution transitoire de l'équation de l'énergie	223
I.1	Modifications apportées au code	223
I.2	Cas test analytique	224

Table des figures

1.1	Système de référence dans le cas d'une configuration type plaque plane . . .	3
1.2	Définition de la luminance spectrale directionnelle L_{λ}	3
1.3	Variation de la luminance spectrale directionnelle à la traversée d'un vo- lume élémentaire	4
1.4	Plaque plane soumise à deux sources de rayonnement sur ses deux surfaces	8
2.1	Image MEB - Échantillons B3 et C3	19
2.2	Visualisation au MEB des parois des cellules - Échantillon B3	21
2.3	Visualisation au MEB des bâtonnets des mousses XPS	22
2.4	Visualisation au MEB d'échantillons de Thermisorel	23
2.5	Visualisation d'un faisceau de fibres au MEB	23
2.6	Principe général de reconstitution d'une image 3D	24
2.7	Reconstruction 3D de la mousse H2	26
2.8	Reconstruction 3D du Thermisorel (Travaux de Faessel ^[1])	26
2.9	Conductivités thermiques totales des mousses XPS	28
2.10	Conductivités thermiques totales des isolants en fibres de bois	28
2.11	Isotherme du Thermisorel - Mesures CSTB	29
2.12	Conductivité thermique du Thermisorel fonction de sa teneur en eau - Me- sures CSTB	29
2.13	Modèle géométrique pour une fibre de bois avec lumen (a) et modèle pour déterminer la conductivité transverse (b)	35
2.14	chaleurs massiques des mousses XPS (a) et du Thermisorel (b)	37
2.15	Résultats en réflexion (a) et transmission (b) sur du polystyrène dense . . .	41
2.16	Indices optiques du polystyrène dense	41

3.1	Discrétisation angulaire	50
3.2	BRDF Réflectance bidirectionnelle	51
3.3	BTDF Transmittance bidirectionnelle	51
3.4	Réflexion et transmission aux interfaces du milieu	51
3.5	Réflectances hémisphériques expérimentales du Spectralon et de l'Infragold - Référence Infragold	56
3.6	Comparaison de la RDH expérimentale à celle calculée à partir des BRDF sur du Thermisorel (a) avec la référence Spectralon et (b) avec la référence Infragold	57
3.7	$\frac{\Phi_{lam}^r(\theta)}{\Phi_{lam}^r(0)\cos\theta} = f(\theta)$ pour l'Infragold et le Spectralon	57
3.8	Discrétisation spectrale retenue (a) Mesures hémisphériques (b) Transmittance directe - Mesures du Thermisorel	58
3.9	Résultats de l'identification pour le Thermisorel (a) épaisseur optique et (b) albedo et facteur d'anisotropie	59
3.10	Propriétés radiatives isotropes équivalentes du Thermisorel	60
3.11	Comparaison des propriétés radiatives isotropes calculées à partir des mesures bidirectionnelles et hémisphériques pour le Thermisorel	62
3.12	Propriétés radiatives isotropes calculées pour les mousses XPS	63
3.13	Propriétés radiatives isotropes calculées pour les mousses XPS - Influence des mesures	65
3.14	Sensibilité des (a) RDH et (b) TDH en fonction de τ et pour $\omega = 0.9$ et $g = 0.7$	67
3.15	Sensibilité de la TD en fonction de τ et pour $\omega = 0.9$ et $g = 0.7$	67
3.16	Comparaison de l'extinction identifiée par rapport à la loi de Beer-Lambert sur du Thermisorel	68
4.1	Modèle dodécaédrique utilisé : vue en perspective et coupe	74
4.2	Angles d'incidences possibles sur une fenêtre plane orientée d'un angle α par rapport à la direction d'incidence	81
4.3	Définition des angles θ et φ	83
4.4	Comparaison du coefficient d'extinction corrigé donné par les modèles	85
4.5	Coefficients d'extinction pour $\Phi_s = 2\mu m$, $f_s = 8\%$	86
4.6	Coefficients d'extinction pour $\Phi_s = 5\mu m$, $f_s = 48\%$	87
4.7	Cylindre de platine : $Q_e = f(\alpha)$ (a) Swathi et al [2] (b) nos résultats	88
4.8	Efficacité d'extinction en fonction du paramètre de taille ($\tilde{n} = 1,497 - 1,69.10^{-3}i$)	89

4.9 Extinction en fonction du paramètre de taille pour $\phi = 60^\circ$ et $\tilde{n} = 1,497 - 1,69.10^{-3}i$	90
4.10 Comparaison entre Mie et DDA des (a) Q_e et (b) g	92
4.11 Comparaison entre Mie et DDA de Q_e^*	92
4.12 Evolution de la dérivée de la luminance	94
4.13 Efficacités de diffusion selon les diamètres équivalents testés (a) Q_s^* (b) Q_s	96
4.14 Corrélation entre les facteurs d'efficacité de diffusion obtenus par DDA et par la théorie de Mie	97
4.15 Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 2 \mu m$	100
4.16 Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 4 \mu m$	100
4.17 Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 6 \mu m$	100
4.18 Fonctions de répartition des polydispersions : $\overline{D_{cell}} = 50, 100$ et $200 \mu m$	103
4.19 Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 50 \mu m$	103
4.20 Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 100 \mu m$	104
4.21 Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 200 \mu m$	104
4.22 Conductivité radiative pour différentes valeurs de $\overline{D_{cell}}$ et σ à $T=300K$	105
4.23 Réflectances et transmittances hémisphériques pour une tranche d'épaisseur (a) $449 \mu m$, (b) $2 mm$	107
4.24 Transmittance directe pour une tranche d'épaisseur (a) $449 \mu m$, (b) $2 mm$	107
4.25 Influence de l'incertitude des tailles de cellules sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse H2	109
4.26 Influence de l'incertitude des tailles de cellules sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3	109
4.27 Influence de la fraction volumique de bâtonnets sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse H2	110
4.28 Influence de la fraction volumique de bâtonnets sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3	110
4.29 Influence de n sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3	111
4.30 Coefficient d'extinction corrigé pour $\Phi_c = 150 \mu m$	113

4.31	Conductivité radiative en fonction de la taille des cellules et de l'indice de réfraction à $T = 300K$ (a) Pour deux densités de mousses (b) Positions de la taille de cellule optimale pour $\rho_f = 25 \text{ kg.m}^{-3}$	113
4.32	Conductivité radiative en fonction de l'épaisseur des parois et de l'indice de réfraction à $T = 300K$	114
4.33	Coefficient d'extinction corrigé en fonction du diamètre des cellules	115
4.34	Influence de la corrélation sur la conductivité radiative pour les mousses C3 (a) et H2 (b) à $23^\circ C$	116
4.35	Conductivités thermiques totales en fonction de la taille des cellules (incertitudes en abscisse) et pour f_s compris entre 0 and 40% (incertitudes en ordonnée) - Comparaison avec les mesures à $23^\circ C$	117
4.36	Conductivités radiatives théoriques des mousses XPS à $23^\circ C$	118
4.37	Conductivités thermiques totales $f_s = 27\%$ pour $T = 23^\circ C$ - Comparaison avec les résultats issus du code couplé	119
4.38	Comparaison des coefficients d'extinction corrigés identifiés à ceux issus du modèle prédictif - Mousse H2	120
4.39	Comparaison des coefficients d'extinction corrigés identifiés à ceux issus du modèle prédictif - Mousse B3	121
5.1	Résultats expérimentaux obtenus pour le Thermisorel : (a) Températures aux frontières et (b) Flux aux frontières	125
5.2	Influence du pas de temps sur les flux calculés aux frontières	127
5.3	Influence de (a) l'évolution des Températures sur (b) les flux aux frontières	128
5.4	Evolution des flux dans le milieu à l'état stationnaire (a) Flux total et conductif (b) Flux radiatif	130
5.5	Evolution des flux dans le milieu au cours du temps (a) Flux total et conductif (b) Flux radiatif	130
5.6	Comparaison des flux aux frontières selon différentes valeurs de C_p	131
5.7	Comparaison des flux aux frontières entre le code couplé et le code simplifié	132
5.8	Influence des variations en fonction de la température de la chaleur massique et de la conductivité thermique sur le flux au cours du temps	134
5.9	Résultats expérimentaux obtenus pour la mousse C1 : (a) Températures aux frontières et (b) Flux aux frontières	134
5.10	Comparaison des flux numériques et expérimentaux aux frontières en régime transitoire	135
5.11	Parts radiative, conductive et totale des flux aux frontières	136

5.12 Comparaison des flux aux frontières en transitoire - Code équivalent et Code couplé	137
5.13 Flux mesurés sur les assemblages d'isolants (a) Mousse du côté chaud et (b) Thermisorel du côté chaud	139
5.14 Comparaison des flux numériques et expérimentaux pour les assemblages avec la mousse C1 du côté chaud	140
5.15 Comparaison des flux numériques et expérimentaux pour les assemblages avec le Thermisorel du côté chaud	140
5.16 Comportement des murs 1 et 2 au cours d'une semaine	143
5.17 Comportement des murs 1 à 4 au cours d'une journée	144
A.1 Discrétisation angulaire	158
A.2 Coefficients de sensibilité des BRDF (a) et BTDF (b) calculés par les deux méthodes	166
B.1 Principe de la mesure Fil Chaud	169
B.2 Principe de la mesure Plaque Chaude Gardée à deux éprouvettes	169
B.3 Principe de la méthode Fluxmétrique	170
C.1 Relations de Fresnel à l'interface	174
C.2 Transmittance et réflectance d'un film mince avec phénomène d'interférences	176
C.3 Transmittance et réflectance d'un film épais sans phénomène d'interférences	177
D.1 Vibro-broyeur à billes MM400	180
D.2 Visualisation au microscope de (a) Pastille de pin broyé $<50\ \mu m$, (b) Poudre d'isolant fibreux broyé $<10\ \mu m$ et (c) Pastille de cellulose broyée $<20\ \mu m$	182
D.3 Réflectances hémisphérique et spéculaire du pin broyé de granulométrie inférieure à $50\ \mu m$	183
D.4 Réflectances hémisphérique et spéculaire de cellulose broyée de granulométrie inférieure à $20\ \mu m$	183
D.5 Réflectances hémisphérique de divers matériaux broyés	184
E.1 Paramètres morphologiques d'une cellule de polystyrène	186
E.2 Dodécaèdre régulier	187
E.3 Volume d'intersection considéré	188
E.4 Illustration de l'empiètement des bâtonnets sur les parois	190

E.5	Vue en coupe de l'empiètement des parois sur les bâtonnets	192
E.6	Octaèdre tronqué régulier	193
E.7	Evolution de l'épaisseur des parois d_w par rapport à Placido	198
E.8	Evolution de la fraction de polymère f_s par rapport à Placido	198
E.9	Evolution de la conductivité radiative selon les formules géométriques	200
E.10	Evolution de la conductivité totale selon les formules géométriques	201
E.11	Evolution de la conductivité radiative et totale pour $\rho_f = 25 \text{ kg.m}^{-3}$	201
E.12	Grandeurs impliquées dans un arc de cercle	202
E.13	Aire réelle et triangle équilatéral l'englobant	203
G.1	Géométrie du problème	213
H.1	Section de cylindres occupée par les dipôles	218
H.2	Orientation de la cible dans le repère principal ^[3]	221
I.1	Température dans le milieu	226
I.2	Flux conductif dans le milieu	226

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques des échantillons de mousses XPS	18
2.2	Taille des cellules mesurées et incertitudes associées - Mousses XPS . . .	21
2.3	Valeurs de conductivités thermiques du bois selon le sens des fibres pour une humidité de 12%	31
3.1	Conductivités radiatives des mousses XPS, à 20°C, estimées à partir des mesures par plaques chaudes gardées	64
4.1	Conductivités radiatives - Écarts entre les modèles de Placido et de Monte Carlo	87
4.2	Paramètres du code DDSCAT pris pour comparaison avec Mie	91
4.3	Paramètres géométriques des différents cas comparés avec le code DD-SCAT pour $a = 5,39 \mu m$	95
4.4	Résultats des simulations en DDA sur différentes sections, $d = 0,4 \mu m$. . .	96
4.5	Paramètres utilisés dans le code DDSCAT pour vérifier l'influence de la longueur	99
4.6	Caractéristiques des échantillons de mousses XPS	106
5.1	Propriétés des matériaux constituant le mur étudié en transitoire	142
5.2	Parois considérées	142
A.1	Temps de calcul obtenus par les méthodes de différences finies et par dérivation de l'ETR	166

Nomenclature

Grandeurs

A	Aire	m^2
a	Côté du triangle équilatéral	m
a_{eff}	Rayon effectif de la cible	m
a_s	Longueur d'arête d'un polyèdre régulier	m
b_s	Longueur d'arête	m
C_p	Chaleur massique	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$C_{e,\lambda}$	Section efficace d'extinction	m^2
$C_{a,\lambda}$	Section efficace d'absorption	m^2
$C_{s,\lambda}$	Section efficace de diffusion	m^2
C^μ	Poids de la direction μ	-
d	Distance inter-dipôles	m
D_{ASTM}	Diamètre selon la méthode ASTM	m
D	Diamètre d'un cercle équivalent	m
D_{cell}	Diamètre intersphère	m
d_w	Épaisseur de parois	m
d_M	Épaisseur de parois médiane	m
e	Distance arête - extrémité d'une section d'un bâtonnet	m
E	Épaisseur du milieu	m
f_s	Fraction de polymère dans les bâtonnets	-
g	Facteur d'anisotropie	-
G	Section projetée	m^2

h	Coefficient d'échange convectif	$W.m^{-2}.K^{-1}$
k	Conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
K	Facteur de forme	-
L	Longueur	m
L_λ	Luminance monochromatique	$W.m^{-3}.sr^{-1}$
L_λ^0	Luminance monochromatique du corps noir	$W.m^{-3}$
N	Nombre	-
$\tilde{n} = n - ik$	Indice de réfraction complexe, (n,k) constantes optiques	-
P	Fonction de phase de diffusion	-
p_r	Pouvoir réflecteur	-
q	Densité de flux	$W.m^{-2}$
Q_t	Flux thermique total	W
$Q_{e,\lambda}$	Facteur d'efficacité d'extinction	-
$Q_{a,\lambda}$	Facteur d'efficacité d'absorption	-
$Q_{s,\lambda}$	Facteur d'efficacité de diffusion	-
$\mathcal{R}$	Réflectance d'un film	-
r''	Réflectance bidirectionnelle (BRDF)	-
$r'^\cap$	Réflectance directionnelle hémisphérique (RDH)	-
r_s	Rayon d'un bâtonnet	m
s	Abscisse curviligne	m
S_r	Terme source radiatif	$W.m^{-3}$
T	Température	K
$\mathcal{T}$	Transmittance d'un film	-
t	Temps	s
t''	Transmittance bidirectionnelle (BTDF)	-
$t'^\cap$	Transmittance directionnelle hémisphérique (TDH)	-
U	Déperdition thermique d'un mur	$W.m^{-2}.K^{-1}$
V	Volume	m^3
x	Paramètre de taille	-
y	Grandeur	-
z	Abscisse	m

Symboles Grecs

α	Angle	<i>rad</i>
α_λ	Absorptivité monochromatique	m^{-1}
β_λ	Coefficient monochromatique d'extinction	m^{-1}
β_λ^*	Coefficient monochromatique d'extinction corrigé	m^{-1}
β_R	Coefficient d'extinction moyen de Rosseland	m^{-1}
$\beta_{R,G}$	Coefficient d'extinction moyen de Glicksman	m^{-1}
$\vec{\Delta}$	Direction de diffusion	-
δ	Densité	-
Δt_{diff}	Temps caractéristique de diffusion	<i>s</i>
ϵ_λ	Émissivité monochromatique	-
ε	Porosité	-
κ_λ	Coefficient monochromatique d'absorption	m^{-1}
$\kappa_{R,0}$	Coefficient d'absorption moyen d'un milieu dense	m^{-1}
λ	Longueur d'onde	<i>m</i>
μ	$= \cos \theta$	-
ω	Albedo	-
$\omega\%$	Teneur massique en eau	-
$d\Omega$	Angle solide	<i>sr</i>
Φ_s	Diamètre des bâtonnets	<i>m</i>
ϕ	Angle azimutal	<i>rad</i>
Φ_c	Diamètre des cellules (sphère circonscrite)	<i>m</i>
Φ^r	Signal en réflexion	-
Φ^t	Signal en transmission	-
ϖ	Fonction de distribution log-normale de paramètres (m, σ)	-
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
ρ_0	Masse volumique du polystyrène dense	$kg.m^{-3}$
ρ_f	Masse volumique de la mousse	$kg.m^{-3}$
σ_λ	Coefficient monochromatique de diffusion	m^{-1}
τ	Épaisseur optique	-
ϑ	Longueur de corde moyenne	<i>m</i>

θ	Angle polaire	rad
ξ	Nombre aléatoire	-
ξ_0	Demi-angle de divergence	rad

Constantes

c_0	Vitesse de la lumière dans le vide	$2,99776.10^8\ W.m^2$
h	Constante de Planck	$6,626.10^{-34}\ J.s$
k	Constante de Boltzmann	$1,3805.10^{-23}\ J.K^{-1}$
σ_B	Constante de Stefan-Boltzmann	$5,6698.10^{-8}\ W.K^{-4}.m^{-2}$

Indices

$bat(s)$	Bâtonnet(s)
c	Conductif
$cell$	Cellule
dod	Dodécaèdre
ech	Échantillon
f	Mousse
fen	Fenêtres
g	Gaz
$0,E$	Frontières
lam	Lambertien
λ	Monochromatique
oct	Octaèdre tronqué
p	Polymère
r	Radiatif
ref	Référence
t	Total

v Par unité de volume

Exposants

* Coefficient corrigé
0 Corps noir

Sigles

BRDF	Réflectance bidirectionnelle
BTDF	Transmittance bidirectionnelle
EPS	Polystyrène expansé
ETR	Équation du Transfert Radiatif
GES	Gaz à effet de serre
GS	Grandeurs spectrales
MEB	Microscopie électronique à balayage
MST	Milieu semi-transparent
PU	Polyuréthane
RDH	Réflectance directionnelle-hémisphérique
TD	Transmittance directe
TDH	Transmittance directionnelle-hémisphérique
XPS	Polystyrène extrudé

Introduction générale

Le réchauffement climatique n'est actuellement quasiment plus contesté par la communauté scientifique internationale puisque des effets sensibles sont désormais observables à l'échelle du globe. En effet, on note déjà une hausse des températures moyennes de l'atmosphère et des océans, une fonte massive de la neige et de la glace et une élévation du niveau de la mer. Selon les dernières prévisions du GIEC (groupe intergouvernemental d'experts sur l'évolution du climat), la Terre pourrait ainsi subir un réchauffement global de l'ordre de 1,8°C à 4°C d'ici 2100 si aucune action de réduction des gaz à effet de serre (GES) n'était entreprise. Selon les experts du GIEC on pourrait contenir le réchauffement climatique à moins de 2°C si les émissions mondiales de GES étaient divisées par deux par rapport à leur niveau de 1990. Afin de respecter le développement des pays du Sud, cela se traduit par une division par quatre de la part des pays industrialisés.

La France a choisi de diviser d'un facteur 4 ses émissions de GES d'ici 2050. Le résidentiel-tertiaire est le secteur le plus consommateur en énergie (70,56 Mtep en 2006, soit 43,6% de la facture énergétique), ce qui représente 23% des émissions nationales de CO₂. Ces chiffres placent ce secteur devant les transports (31%), l'industrie (24%) et l'agriculture (2%) au niveau de la facture énergétique. Les deux-tiers des consommations du secteur résidentiel-tertiaire sont dus aux logements et puisque le taux de renouvellement des habitations est très faible (renouvellement du parc bâti en un siècle environ), l'objectif de facteur 4 ne peut être atteint que grâce à un effort massif d'isolation et d'amélioration des équipements thermiques, pour les bâtiments anciens notamment. En effet, depuis une trentaine d'années des progrès ont été faits dans les logements neufs grâce à l'instauration des réglementations thermiques depuis 1973 alors que les bâtiments anciens restent très mal isolés. Un programme de réhabilitation doit donc être entrepris en prenant en compte des contraintes d'épaisseurs des parois qui doivent rester faibles après ajout d'une isolation plus performante. Les isolants actuels sont uniquement ca-

ractérisés en fonction de leur capacité à isoler du froid en hiver en régime permanent. Ce critère est insuffisant lorsqu'on veut prendre en compte l'occupation des locaux dans le temps ou bien au niveau du confort d'été.

Dans ces conditions, une diminution, même réduite en pourcentage, des besoins énergétiques des bâtiments grâce à l'amélioration de l'isolation des parois, aura des retombées économiques et environnementales conséquentes. Le domaine du bâtiment n'est pas le seul concerné puisque l'optimisation d'isolants thermiques représente un indiscutable intérêt dans tous les domaines où la consommation d'énergie est importante en volume et en coût : les sites de stockage (chambre froide, centrales de distribution ...), le transport (routier, ferroviaire ...) mais aussi là où la conservation des produits est essentielle (domaines alimentaire et médical ...). Ces travaux présentent également un fort intérêt environnemental car la réduction de la consommation d'énergie reste un objectif prioritaire dans le cadre du développement durable.

Notre étude présente un intérêt scientifique important car elle permet d'enrichir et de faire avancer les recherches sur les isolants semi-transparents. En effet, pour augmenter les capacités d'isolation des produits, il est nécessaire de bien comprendre les phénomènes de transferts thermiques couplés conduction - rayonnement au sein de ces milieux semi-transparents complexes de type fibreux et alvéolaires. Aujourd'hui encore, la modélisation et la caractérisation thermique de ces milieux restent mal maîtrisées et les travaux dans ce domaine restent rares dans la littérature. La complémentarité des partenaires qui ont été impliqués durant cette thèse (LEMTA, CSTB, CETHIL, ISOROY, DOW CHEMICAL) a permis d'avancer aussi bien dans le domaine de la modélisation que de la caractérisation. Les matériaux qui ont été étudiés sont des mousses de polystyrène extrudées (XPS) et des matériaux fibreux à base de fibres de bois (laines de bois).

Le laboratoire du LEMTA a une importante expérience dans le domaine de la modélisation des transferts thermiques et notamment radiatifs dans des milieux fibreux tels que la laine de verre. L'étude portant sur les isolants en fibres végétales (bois) est novatrice car à notre connaissance jamais le transfert de chaleur par rayonnement n'a été étudié dans ce matériau.

Le laboratoire du CETHIL a quant à lui beaucoup d'expérience dans la modélisation des propriétés radiatives de milieux poreux cellulaires tels que les mousses métalliques ou céramiques à pores ouverts et les mousses de polystyrène expansé à pores fermés. L'étude sur les mousses de polystyrène extrudé représente donc une étape supplémentaire dans la compréhension de ces milieux isolants.

Le mémoire s'articule autour de cinq chapitres :

- La première partie du mémoire, purement théorique, présente le formalisme de résolution du transfert de chaleur par conduction et rayonnement. Le transfert de chaleur par convection n'est pas présenté puisqu'il est négligeable dans nos matériaux poreux du fait de la petite taille des pores et des faibles gradients de température. Les équations régissant le transfert de chaleur sont l'équation de conservation de l'énergie traduisant l'équilibre thermique local dans le matériau considéré, et l'équation de transfert radiatif (ETR). Les méthodes de résolution de ces deux équations sont présentées en géométrie monodimensionnelle et en fonction du temps.

- Le second chapitre est principalement expérimental puisque nous y faisons un inventaire des caractéristiques des deux isolants étudiés et qui sont nécessaires à la résolution du transfert de chaleur. Ainsi, après une courte introduction sur les process de fabrication de ces isolants qui vont induire un certain nombre de propriétés, nous nous intéressons à la caractérisation morphologique, thermique et optique de ces milieux.

- Le chapitre suivant présente la méthode d'identification des propriétés radiatives à partir de mesures par spectrométrie infrarouge. Cette méthode a l'avantage de pouvoir caractériser les propriétés radiatives d'un milieu dont on connaît peu d'informations à priori et pour lequel il serait difficile d'y accéder par calcul direct via des lois d'interaction rayonnement-particules. Nous pouvons ainsi évaluer la part radiative dans le transfert de chaleur d'un milieu quelconque.

- La quatrième partie présente une méthode de calcul direct des propriétés radiatives des mousses XPS. Après une présentation des méthodes prédictives rencontrées dans la littérature, nous décrivons les modèles étudiés. Une attention particulière est apportée au calcul des propriétés radiatives des bâtonnets qui sont des amas de matière situés aux intersections entre plusieurs cellules. Les résultats obtenus par notre modèle sont ensuite confrontés aux données expérimentales, en analysant de plus les erreurs liées aux incertitudes expérimentales.

- Le dernier chapitre est consacré à la résolution du transfert de chaleur en régime transitoire dans les isolants précédemment caractérisés. Les calculs sont comparés à des mesures fluxmétriques pour validation du modèle. De plus, nous étudions dans cette

partie l'effet du rayonnement en fonction du temps par comparaison aux calculs simplifiés ne prenant pas en compte le rayonnement mais une conductivité équivalente. Enfin, nous présentons une étude plus appliquée au bâtiment en simulant le comportement d'une paroi à une variation annuelle de la température extérieure.

Chapitre 1

Modèles du transfert radiatif et conductif

Sommaire

1.1	Introduction	1
1.2	Equations du transfert thermique	2
1.3	Résolution du transfert thermique	10
1.4	Conclusion	14

1.1 Introduction

Le transfert de chaleur dans les isolants étudiés se fait par deux modes : la conduction et le rayonnement. Notre étude porte sur des isolants du bâtiment de forte porosité, leur utilisation se fait à température ambiante en présence de faibles gradients de température. De plus, pour les mousses de polystyrène extrudé, la taille des pores cellulaires est faible, tandis que pour les laines de bois, l'espace entre chaque fibre est relativement faible. Pour ces raisons, les mouvements d'air sont limités et la convection est négligeable par rapport au transfert par conduction et rayonnement. En effet, lorsque le nombre de Rayleigh modifié est calculé dans ces milieux fibreux, il doit être inférieur à 40 pour pouvoir négliger la convection ^[4]. Dans le cas d'isolants en fibres de bois qui sont moins poreux que les mousses de polystyrène extrudé, ce nombre est d'environ 0,5 et il est donc tout à fait justifié de négliger la convection.

Nous allons présenter dans ce chapitre les équations régissant ces deux modes

de transfert de chaleur ainsi que les méthodes de résolution usuellement utilisées. L'application aux isolants étudiés sera présentée dans les chapitres suivants.

1.2 Equations du transfert thermique

Le transfert de chaleur par conduction et rayonnement obéit à deux équations : l'équation de conservation de l'énergie traduisant l'équilibre thermique local dans le matériau considéré, et l'équation de transfert radiatif (ETR).

1.2.1 Equation de conservation de l'énergie

En régime instationnaire et en l'absence de toute source de chaleur, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\text{div}(\vec{q}_t) = -\text{div}(\vec{q}_c + \vec{q}_r) \quad (1.1)$$

ρ est la masse volumique, C_p la chaleur massique, T la température, $\vec{q}_c$ le vecteur densité de flux conductif, $\vec{q}_r$ le vecteur densité de flux radiatif et $\vec{q}_t$ le vecteur densité de flux total.

Si on se place dans le cas d'un transfert thermique monodirectionnel et en régime permanent, l'équation 1.1 devient :

$$\text{div}(\vec{q}_t) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial q_c}{\partial z} = -\frac{\partial q_r}{\partial z} \quad (1.2)$$

z étant l'axe perpendiculaire aux plans des interfaces comme illustré sur la figure 1.1. Nous aurons donc les relations suivantes $dz = ds \cos \theta = \mu ds$ et l'angle solide centré sur $\vec{\Delta}$ $d\Omega = -d\mu d\phi$.

La propagation de la chaleur par conduction obéit à la loi de Fourier 1.3 avec k_c la conductivité thermique phonique (purement conductive) du milieu qui dépend de la morphologie, de la composition et de la température du milieu :

$$\vec{q}_c(T) = -k_c(T) \text{grad} \vec{T} \quad (1.3)$$

La propagation de la chaleur par rayonnement obéit à l'équation de transfert radiatif (ETR) décrite dans le paragraphe suivant.

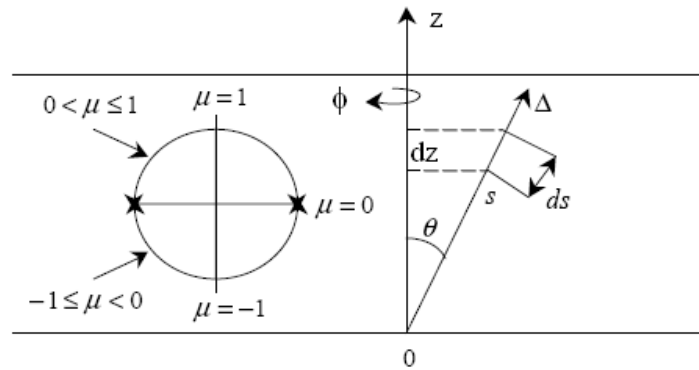
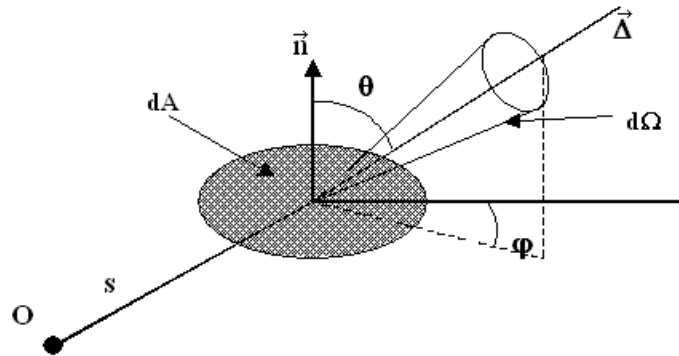


FIGURE 1.1 – Système de référence dans le cas d'une configuration type plaque plane

1.2.2 Equation du Transfert Radiatif (ETR)

L'équation du transfert radiatif est obtenue en faisant le bilan d'énergie radiative sur un volume élémentaire placé sur le parcours d'un rayon.

1.2.2.1 Définition de la luminance

FIGURE 1.2 – Définition de la luminance spectrale directionnelle L_λ

Ce bilan d'énergie est fait sur la luminance spectrale directionnelle $L_\lambda(s, \vec{\Delta})$ qui est définie, en un point de coordonnée s et pour une surface élémentaire associée dA de normale $\vec{n}$, comme la puissance rayonnée $d\Phi_\lambda^3$ à travers l'unité de surface projetée perpendiculairement à la direction $\vec{\Delta}$ ($dA \cos \theta$) et dans l'angle solide $d\Omega$ et par unité de

longueur d'onde, autour de la longueur d'onde λ (figure 1.2) :

$$L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) = \frac{d^3\Phi_\lambda}{dA \cos \theta d\Omega d\lambda} \quad (1.4)$$

La densité de flux radiatif par unité de surface est alors obtenue par intégration sur l'espace et le spectre de longueur d'onde de la luminance pondérée par la direction :

$$\vec{q}_r(s, t) = \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\Omega=4\pi} L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) \vec{\Delta} d\Omega d\lambda \quad (1.5)$$

1.2.2.2 Etablissement de l'ETR

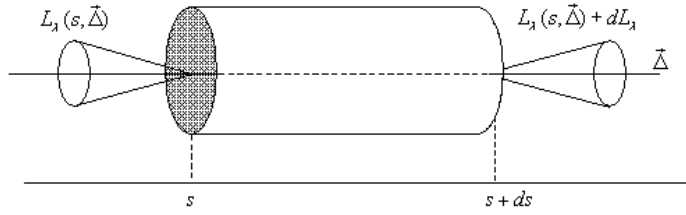


FIGURE 1.3 – Variation de la luminance spectrale directionnelle à la traversée d'un volume élémentaire

Le bilan énergétique est effectué à partir des flux entrant et sortant d'un volume élémentaire (figure 1.3). Le milieu semi transparent (MST) va interagir avec le rayonnement en l'absorbant et en le diffusant. Les phénomènes d'atténuation et de renforcement de la luminance sont les suivants :

Pertes par absorption et diffusion

Le faisceau est absorbé et diffusé par le milieu. Cette perte est proportionnelle à la luminance, à l'épaisseur du milieu traversé (ds) et au coefficient spectral d'extinction. La relation est la suivante :

$$dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) = \beta_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) ds \quad (1.6)$$

$\beta_\lambda = \kappa_\lambda + \sigma_\lambda$ est le coefficient monochromatique d'extinction, avec σ_λ le coefficient monochromatique de diffusion et κ_λ le coefficient monochromatique d'absorption.

Le coefficient d'extinction correspond à l'inverse de la distance moyenne parcourue par les photons de longueur d'onde λ avant d'être interceptés (absorbés ou diffusés) par le milieu. Le coefficient de diffusion (respectivement d'absorption) correspond à l'inverse de la distance moyenne parcourue par les photons avant d'être diffusés (respectivement absorbés) par le milieu. On définit également l'albédo monochromatique $\omega_\lambda = \sigma_\lambda / \beta_\lambda$ qui correspond à la proportion de l'énergie interceptée par le milieu qui est diffusée.

Emission propre

Tout corps étant à une température différente de $0K$ peut émettre du rayonnement, et d'après la loi de Kirchhoff, le coefficient spectral d'émission directionnel est égal au coefficient monochromatique d'absorption. Le gain dû à l'émission propre du milieu obéit alors à la relation :

$$dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) = \kappa_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda^0 [T(s, t)] ds \quad (1.7)$$

$L_\lambda^0(T)$ est la luminance monochromatique du corps noir à la température locale $T(s, t)$, donnée par la loi de Planck :

$$L_\lambda^0(T) = \frac{1}{\pi} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (1.8)$$

$C_1 = 2\pi h c^2$ et $C_2 = h c / k$ avec c , la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu telle que $c = c_0 / n$ avec n l'indice optique du milieu et c_0 la vitesse de la lumière dans le vide. h est la constante de Planck et k est la constante de Boltzmann.

Dans le cas où l'indice de réfraction du milieu n est égal à 1, ce qui est le cas des milieux de très haute porosité constitués principalement d'air, nous avons $C_1 = 3,7418310 \cdot 10^{-16} W.m^2$ et $C_2 = 1,43879 \cdot 10^{-2} m.K$.

La luminance totale du corps noir dans le vide s'exprime à partir de la loi de Stefan-Boltzmann :

$$L^0(T) = \int_{\lambda=0}^{\infty} L_\lambda^0(T) d\lambda = \frac{\sigma_B T^4}{\pi} \quad (1.9)$$

Renforcement par diffusion

Le milieu diffuse une partie du rayonnement provenant de toutes les directions de l'espace $\vec{\Delta}'$ dans la direction $\vec{\Delta}$ du faisceau. Ce rayonnement s'ajoute alors au faisceau incident. Pour connaître ce gain d'énergie, il faut considérer toutes les directions de l'es-

pace sur les 4π sr et faire intervenir la fonction de phase de diffusion du milieu P_λ . Ce gain s'exprime par :

$$dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_\lambda(s, \vec{\Delta}') P_\lambda(\vec{\Delta}' \rightarrow \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}') d\Omega' ds \quad (1.10)$$

La probabilité que la diffusion du rayonnement arrivant selon $\vec{\Delta}'$ se fasse selon $\vec{\Delta}$ dans l'angle $d\Omega$ est égale à $\frac{1}{4\pi} P_\lambda(\vec{\Delta}' \rightarrow \vec{\Delta}) d\Omega$. La fonction de phase de diffusion est donc normalisée selon la relation :

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} P_\lambda(\vec{\Delta}' \rightarrow \vec{\Delta}) d\Omega = 1 \quad (1.11)$$

Bilan radiatif

Si on fait le bilan des gains et pertes au niveau du volume élémentaire, nous obtenons l'équation du transfert radiatif (ETR) qui est l'équation intégral-différentielle suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}{ds} = & \underbrace{-\kappa_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}_{\text{Perte par absorption}} - \underbrace{\sigma_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}_{\text{Perte par diffusion}} + \underbrace{\kappa_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda^0[T(s, t)]}_{\text{Gain par émission propre}} \\ & + \underbrace{\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_\lambda(s, \vec{\Delta}') P_\lambda(\vec{\Delta}' \rightarrow \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}', t) d\Omega'}_{\text{Renforcement par diffusion}} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Une autre écriture met en évidence un terme source d'énergie radiative S_r :

$$\frac{dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}{ds} = -\beta_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t) + S_r(s, \vec{\Delta}, t)$$

$$\text{avec } S_r(s, \vec{\Delta}, t) = \kappa_\lambda(s, \vec{\Delta}) L_\lambda^0[T(s, t)] + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_\lambda(s, \vec{\Delta}') P_\lambda(\vec{\Delta}' \rightarrow \vec{\Delta}) L_\lambda(s, \vec{\Delta}', t) d\Omega'$$

En toute rigueur, la luminance dépend également du temps puisque $ds = c dt$ et

nous pouvons écrire que :

$$\frac{dL_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}{ds} = \frac{\partial L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}{\partial s} + \frac{1}{c} \frac{\partial L_\lambda(s, \vec{\Delta}, t)}{\partial t}$$

Toutefois, le deuxième terme du second membre peut être négligé dans notre cas étant donné que les ondes électromagnétiques se propagent très rapidement et l'on considère que la luminance varie lentement avec le temps.

Pour résoudre l'ETR, il nous faut donc connaître les coefficients volumiques monochromatiques d'extinction β_λ et de diffusion σ_λ ainsi que la fonction de phase spectrale P_λ . Nous pouvons déterminer ces propriétés radiatives selon deux types de méthodes :

1. Des méthodes d'identification basées sur des mesures spectrales de transmission, de réflexion ou d'émission sur des échantillons du milieu poreux étudié. Ces méthodes seront décrites au chapitre 3.
2. Des méthodes prédictives basées sur des modèles théoriques permettant de modéliser directement l'interaction du milieu avec le rayonnement à partir de la connaissance de sa structure et des caractéristiques radiatives de ses constituants. Ces méthodes seront décrites au chapitre 4 pour les mousses polystyrène. Concernant l'isolant en fibres de bois, puisque nous n'avons pas réussi à déterminer les indices optiques de la matrice, nous n'avons pas pu utiliser de méthode prédictive.

1.2.3 Conditions aux limites thermiques

1.2.3.1 Conditions de température imposée

On considère un milieu d'épaisseur E . La condition de température imposée aux frontières correspond dans la pratique au système des plaques chaudes gardées : les surfaces sont initialement à la même température que le milieu, et à un temps t une montée en température rapide est imposée sur une face (en $z = 0$). Nous allons également considérer que la température de la plaque froide peut évoluer au cours du temps :

$$T(0, t) = f_0(t) \quad \text{et} \quad T(E, t) = f_E(t) \quad \text{pour} \quad t > 0 \quad (1.13)$$

De plus le dispositif de plaques chaudes est fait de manière à ce que l'émissivité des plaques soit très importante et on peut considérer que les deux faces se comportent

comme des corps noirs. Les luminances obéissent alors aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} L_{\lambda}(0, \mu, t) &= L_{\lambda}^0(f_0(t)) \quad \forall \quad 0 < \mu \leq 1 \\ L_{\lambda}(E, \mu, t) &= L_{\lambda}^0(f_E(t)) \quad \forall \quad -1 \leq \mu < 0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

1.2.3.2 Conditions de flux imposé

Les conditions aux limites radiatives portant sur le champ de luminance dépendent de la nature des frontières (noires, opaques, transparentes ou semi-transparentes). On considère que le milieu est constitué d'une plaque plane verticale placée dans de l'air immobile (figure 1.4).

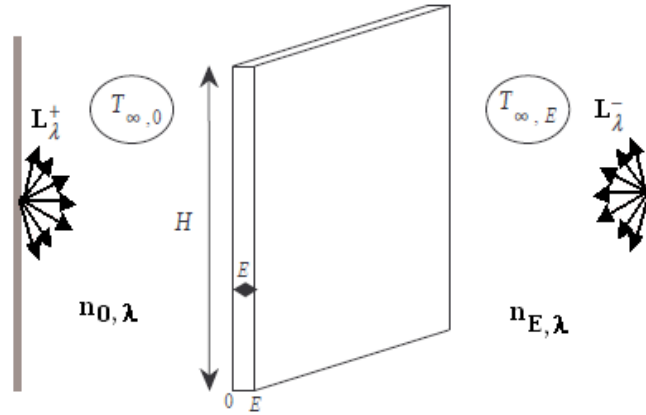


FIGURE 1.4 – Plaque plane soumise à deux sources de rayonnement sur ses deux surfaces

Les coefficients d'échange convectif entre la surface et l'air ambiant sont notés h_0 et h_E et les températures $T_{\infty,0}$ et $T_{\infty,E}$ sont les températures à l'infini définies respectivement en $z = 0$ et $z = E$. $n_{0,\lambda}$ et $n_{E,\lambda}$ sont respectivement les indices de réfraction pour la face avant et pour la face arrière.

Deux sources radiatives variant dans le temps sont imposées à l'extérieur des deux faces : L_{λ}^+ pour la face avant et L_{λ}^- pour la face arrière. Le rayonnement à la frontière est dû à l'émission propre de la frontière, à la réflexion du rayonnement par la frontière dirigée vers l'intérieur du milieu, et à la transmission du rayonnement imposé provenant de l'extérieur du milieu. La condition aux limites en $z = 0$, de direction $0 < \mu \leq 1$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ est alors donnée par la relation 1.15. Cette relation est donnée dans le cas général sans symétrie azimutale, elle se simplifie si les divers coefficients sont indépendants de

l'angle azimutal ϕ . Les conditions aux limites de flux pour la face arrière sont définies de façon similaire.

$$\begin{aligned}
 L_{\lambda}(0, \mu, \phi, t) = & \epsilon_{\lambda}(0, \mu, \phi) \left(\frac{n_{\lambda}}{n_{0,\lambda}} \right)^2 L_{\lambda}^0(T_0(t)) \\
 & + \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{\mu'=-1}^0 r''_{\lambda}(0, (\mu', \phi'), (\mu, \phi)) L_{\lambda}(0, \mu', \phi', t) |\mu'| d\mu' d\phi' \\
 & + \int_{\phi'=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 t''_{\lambda}(0, (\mu', \phi'), (\mu, \phi)) \left(\frac{n_{\lambda}}{n_{0,\lambda}} \right)^2 L_{\lambda}^+(\mu', \phi', t) \mu' d\mu' d\phi'
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

n_{λ} est l'indice optique du milieu étudié et $n_{0,\lambda}$ est l'indice du milieu extérieur (l'air en l'occurrence ici avec $n_{0,\lambda} = 1$). $r''_{\lambda}(0, \vec{\Delta}', \vec{\Delta})$ et $t''_{\lambda}(0, \vec{\Delta}', \vec{\Delta})$ sont respectivement les réflectivités et transmittivités monochromatiques bidirectionnelles de la face avant (BRDF et BTDF définies au chapitre 3) et $\epsilon_{\lambda}(0, \vec{\Delta})$ l'émissivité monochromatique directionnelle de la face avant.

Si on fait intervenir les réflectivités et transmittivités monochromatiques directionnelles hémisphériques (respectivement $\rho_{\lambda} = r'_{\lambda}{}^{\cap}(z, \Delta'')$ et $\tau_{\lambda} = t'_{\lambda}{}^{\cap}(z, \Delta'')$) les différents cas de surfaces sont définis ($\epsilon_{\lambda} + \rho_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1$):

- Surfaces noires : $\epsilon_{\lambda} = 1, \rho_{\lambda} = \tau_{\lambda} = 0$,
- Surfaces opaques : $\tau_{\lambda} = 0, \epsilon_{\lambda} \neq 0$ et $\rho_{\lambda} \neq 0$,
- Surfaces transparentes : $\tau_{\lambda} = 1, \rho_{\lambda} = \epsilon_{\lambda} = 0$,
- Surfaces semi-transparentes : $\epsilon_{\lambda} = 0, \tau_{\lambda} \neq 0$ et $\rho_{\lambda} \neq 0$.

Les conditions aux limites thermiques s'obtiennent à partir d'un bilan énergétique des flux à la frontière. En $z = 0$ cette condition s'écrit :

$$-k(T) \frac{\partial T}{\partial z} + h_0(T) (T - T_{\infty,0}) + f_0(T) = g_0 \tag{1.16}$$

g_0 et f_0 représentent respectivement le gain et la perte par rayonnement de la face avant.

$$\begin{aligned}
 f_0(T) &= \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 \{ \epsilon_{\lambda}(0, (\mu, \phi)) n_{\lambda}^2 + \epsilon_{\lambda}(0, (-\mu, \phi)) n_{0,\lambda}^2 \} L_{\lambda}^0(T) \mu \, d\mu \, d\phi \, d\lambda \\
 g_0 &= \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 \alpha_{\lambda}(0, (\mu, \phi)) \{ L_{\lambda}^+(\mu, \phi, t) + L_{\lambda}^0(T_{\infty,0}) \} \mu \, d\mu \, d\phi \, d\lambda \\
 &+ \int_{\lambda=0}^{\infty} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu=-1}^0 \alpha_{\lambda}(0, (\mu, \phi)) L_{\lambda}(0, \mu, \phi, t) |\mu| \, d\mu \, d\phi \, d\lambda
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

$\alpha_{\lambda}(s, (\mu, \phi))$ représente l'absorptivité monochromatique directionnelle. Elle est égale à l'émissivité monochromatique directionnelle $\epsilon_{\lambda}(s, (\mu, \phi))$ selon la loi de Kirchhoff Draper.

L'expression de la condition aux limites 1.17 pour la face arrière est similaire à celle de la face avant.

1.3 Résolution du transfert thermique

Le transfert thermique dans les milieux poreux utilisés en isolation est équivalent à un transfert de chaleur entre deux plaques planes parallèles, ce qui nous permet de faire une résolution du problème en géométrie monodimensionnelle. Le transfert de chaleur peut alors être résolu numériquement.

1.3.1 Méthodes numériques de résolution couplée

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre l'équation du transfert de chaleur 1D couplé par rayonnement et conduction dans les matériaux semi-transparents. L'objectif est de résoudre un système de deux équations (ETR et équation de conservation de l'énergie) à deux inconnues (le champ de luminances et le champ de températures). La luminance dépend implicitement de la température mais il n'existe pas de solution analytique à ce système dans des cas complexes.

En **régime stationnaire**, on utilise des méthodes numériques dont le principe général est le suivant :

1. On fixe arbitrairement un champ initial de températures, par exemple un profil linéaire à la première itération.
2. Grâce à ce champ de températures, il est possible de calculer le flux radiatif q_r en résolvant l'ETR numériquement ou par des modèles approchés. On détermine ensuite le terme source radiatif S_r .
3. A partir de la connaissance de S_r , on résout l'équation de conservation de l'énergie entre les deux itérations. On a ainsi déterminé le champ de température correspondant à l'itération suivante. On peut ainsi déterminer le flux conductif grâce au champ de température calculé et aux conditions aux limites.
4. On utilise le nouveau champ de températures pour résoudre l'ETR à nouveau et on itère jusqu'à ce que le champ de températures converge, ce qui donne le champ de températures réel et nous permet de déterminer le flux thermique total.

Pour une résolution en **transitoire**, le principe est proche :

1. A partir d'un champ initial de température du matériau (à l'instant initial) on calcule le flux radiatif q_r et le terme source radiatif S_r ,
2. A partir de la connaissance de S_r , on résout l'équation de conservation de l'énergie **instationnaire** et on détermine le champ de température correspondant à l'instant d'après.
3. On utilise le nouveau champ de températures pour résoudre l'ETR. On itère ainsi le processus jusqu'à ce que le champ de température converge, ce qui donne le champ de température au cours du temps jusqu'à atteindre le régime "permanent"..

Le critère d'arrêt sur le champ de température pourra prendre la forme suivante, avec $\mathcal{E}$ un réel strictement positif choisi très petit (typiquement 10^{-5} dans nos simulations) :

$$\max_{1 \leq i \leq N} \left| \frac{T_i^{(n+1)} - T_i^n}{T_i^n} \right| \leq \mathcal{E}$$

N est le nombre de points de la discrétisation spatiale, n représente le numéro de l'itération en temps et i est la dimension du vecteur des températures.

1.3.2 Résolution numérique de l'ETR

De nombreuses méthodes existent pour résoudre numériquement l'ETR avec pour objectif la détermination du flux radiatif. Les plus courantes sont la méthode aux ordonnées discrètes (MOD), la méthode des zones, la méthode de Monte Carlo, les méthodes multiflux, la méthode des harmoniques sphériques ou encore la méthode matricielle. La plupart de ces méthodes sont décrites dans l'ouvrage de Modest ^[5]. Voici un rapide descriptif de chacune d'elles :

- **Les méthodes multiflux** : elles reposent sur une discrétisation angulaire du milieu et l'hypothèse d'uniformité de la luminance pour chacun des angles solides ainsi formés. La méthode des deux flux repose sur la discrétisation la plus simple : le bilan de luminance est fait dans le sens de propagation du flux et dans le sens opposé du fait de l'hypothèse d'isotropie hémisphérique de la luminance. En augmentant la discrétisation angulaire on rencontre les modèles à quatre et six flux utilisés en multidimensionnel. La méthode aux ordonnées discrètes est une méthode multiflux possédant beaucoup de directions discrètes.

- **La méthode aux ordonnées discrètes (MOD ou S_N)** : elle consiste à approcher le terme intégral de l'ETR (équation 1.12) par une formule de quadrature. Ceci permet d'obtenir, pour chaque direction de la discrétisation angulaire choisie, un système d'équations différentielles ordinaires en 1D qui peut se résoudre par une méthode aux différences finies après une discrétisation spatiale. La méthode des ordonnées discrètes est aussi appelée approximation S_N où N indique l'ordre de la quadrature.

- **La méthode matricielle** : elle utilise la méthode aux ordonnées discrètes, à savoir approcher l'intégrale dans l'ETR par une quadrature numérique afin d'obtenir un système d'équations différentielles ordinaires en 1D. La résolution se fait ensuite en écrivant l'ETR sous forme matricielle (Plass et al. ^[6] et Waterman ^[7]). La méthode matricielle s'applique uniquement aux transferts monodimensionnels. Cette méthode a été appliquée à des isolants fibreux constitués de fibres de silice par Jeandel et al. ^[8] et Boulet et al. ^[9]. C'est cette méthode que nous avons utilisée puisque d'une part ce code a été développé au LEMTA et validé par rapport à des cas tests de la littérature, mais surtout, la méthode matricielle permet une résolution analytique en espace de l'ETR et de façon stable numériquement. Sa description fait ainsi l'objet de l'annexe A.1.

- **La méthode des zones** : elle consiste à diviser le milieu en zones volumiques isothermes et les surfaces entourant le milieu en zones surfaciques isothermes. Le transfert radiatif est modélisé en écrivant un bilan d'énergie pour chaque zone. Elle permet

d'obtenir des résultats d'une bonne précision si le nombre de zones choisi est suffisamment important. Elle permet d'obtenir des résultats avec une bonne précision à condition que les discrétisations angulaires soient suffisamment nombreuses et adaptées au milieu étudié.

- **La méthode de Monte Carlo** : elle repose sur une approche statistique pour résoudre l'ETR. Elle consiste à lancer des paquets de photons (donc d'énergie) et à les suivre depuis leur émission jusqu'à leur absorption ou leur sortie du milieu. Le paquet peut subir dans le milieu des absorptions, diffusions et réflexions. Ces événements sont choisis de manière probabiliste en respectant les propriétés radiatives du milieu.

- **La méthode des harmoniques sphériques (P_N)** : elle consiste à développer la distribution angulaire de la luminance en une série d'harmoniques sphériques pouvant être tronquée à N termes. L'ETR se réduit alors à un système d'équations aux dérivées partielles, comme pour la méthode des ordonnées discrètes. La résolution se fait ensuite en discrétisant l'espace puis application d'une méthode aux différences finies par exemple.

- **La méthode des transferts discrets** : elle a été développée par Shah en 1979 [10] et est une combinaison de trois méthodes : méthode des zones, méthode multiflux et méthode de Monte-Carlo. L'espace étudié est divisé en éléments de volumes dans lesquels les propriétés radiatives et la température sont supposées uniformes. Les frontières sont discrétisées en éléments de surface. On va suivre le parcours des faisceaux de photon, émis depuis le centre d'un élément de surface et selon chaque direction de propagation discrète (non aléatoire comme dans la méthode de Monte-Carlo), jusqu'à son absorption dans le milieu ou aux frontières. Chaque faisceau contient le flux radiatif correspondant à la totalité de son angle solide d'émission. On écrit le bilan de luminances à chaque intersection entre le rayon et les volumes de contrôle.

- **La méthode des volumes finis** : après discrétisation angulaire comme pour la MOD, elle consiste à subdiviser le domaine spatial en éléments de volume (ou de surface en bidimensionnel) qui sont appelés volumes de contrôle. L'équation de transfert radiatif, dont le premier terme est un terme de divergence, est intégrée sur chaque volume de contrôle pour chaque directions angulaires discrètes. Grâce au théorème de flux-divergence, ces intégrales de volume sont transformées en intégrales de surface. Les termes de flux sont alors évalués aux interfaces entre les volumes de contrôle tandis que le second terme de l'ETR qui a été également intégré sur chaque volume fini et chaque angle solide est évalué à partir des valeurs des propriétés du milieu au centre du volume de contrôle. C'est une méthode conservative et permet donc d'obtenir un bilan radiatif

exact pour chaque composante de la luminance.

1.3.3 Résolution de l'équation de l'énergie

La résolution de l'équation de conservation de l'énergie (relation 1.1) permet de déterminer le champ de températures à chaque instant. Le flux conductif est déterminé grâce à la loi de Fourier (équation 1.3).

En transfert thermique unidirectionnel, des schémas de différences finies ou d'éléments finis sont habituellement utilisés pour résoudre l'équation de conservation de l'énergie. Dans notre cas, l'équation est non-linéaire puisque la conductivité dépend de la température. Une transformation de Kirchhoff est appliquée pour traiter la non-linéarité de l'équation qui est résolue par la méthode des éléments finis P2 et un schéma de type Runge Kutta pour la résolution temporelle. Cette technique permet de gagner en précision et simplifier la programmation. Cette méthode est utilisée dans le code de calcul TRC1D (Transient Radiation and Conduction 1D) développé au LEMTA par Fatmir Asllanaj durant sa thèse [11] et qui effectue le couplage entre le code de rayonnement 1D et le code qui résout l'équation de conservation de l'énergie. Nous avons choisi d'utiliser ce code puisqu'il permet la résolution des problèmes instationnaires de façon stable, précise et avec un temps de calcul correct.

Des modifications ont été apportées pour prendre en compte l'évolution de la température des deux côtés de l'isolant. Le formalisme est décrit en annexe I et un cas test analytique est présenté.

1.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le formalisme de résolution du transfert de chaleur par conduction et rayonnement. Nous avons vu que cela nécessitait la connaissance d'un certain nombre de paramètres. Les chapitres suivants décriront ainsi la détermination des propriétés conductives et radiatives du milieu en fonction de la morphologie mais également de la nature de la matrice constituant ce milieu poreux.

Chapitre 2

Caractérisation des matériaux étudiés

Sommaire

2.1	Introduction	15
2.2	Présentation des isolants étudiés	15
2.3	Caractérisation morphologique	17
2.4	Caractérisation thermique	27
2.5	Caractérisation des propriétés optiques des matrices	37
2.6	Conclusion	42

2.1 Introduction

Dans ce chapitre sont indiquées les différentes caractéristiques des isolants étudiés et de leur matrice solide : caractéristiques chimiques, morphologiques et thermiques. La détermination des propriétés radiatives de ces isolants fera l'objet des deux prochains chapitres.

2.2 Présentation des isolants étudiés

Les deux matériaux étudiés sont très différents de par leurs compositions et leurs procédés de fabrication. Ce sont ces deux points qui vont influencer sur leurs caractéristiques

thermiques et radiatives.

2.2.1 Mousses de polystyrène extrudé

Le polystyrène est formé par polymérisation du styrène, une résine thermoplastique pouvant être extrudée ou expansée. Le procédé d'extrusion consiste à faire fondre ensemble une matière plastique à base de polystyrène, les additifs et l'agent d'expansion à température élevée et sous pression. Cette masse fondue est ensuite projetée dans l'atmosphère à travers une fente, à ce moment elle subit une expansion qui peut atteindre 40 fois son volume initial. Elle est extrudée sous forme de planches ayant une pellicule superficielle continue pour être ensuite découpée aux dimensions souhaitées.

Le procédé d'extrusion est réalisé sous pression et donne une mousse plus homogène et plus dense que la mousse expansée (EPS), avec des cellules fermées et fines. Le polystyrène extrudé (XPS) est résistant à l'eau et à la compression. Un agent destiné à retarder l'inflammabilité peut y être ajouté.

2.2.2 Isolants en fibres de bois

Le bois est le matériau obtenu à partir du tronc et des branches des arbres, c'est un tissu végétal qui se compose principalement de matières organiques (cellulose et lignine) et d'une faible quantité d'éléments minéraux (1 à 1,5%). Il se compose en moyenne de :

- Cellulose (40 à 50%),
- Lignine (15 à 30%),
- Hémicellulose (10 à 30%),
- Autres substances organiques : polysaccharides, pentosanes, hexosanes, résines, tannins, colorants, cires, alcaloïdes...
- Humidité rapportée à la matière sèche : le taux varie de 50 à 100% pour le bois saturé (bois vert) et de 10 à 20% pour le bois séché à l'air.

Les trois principaux constituants (cellulose, hémicellulose et lignine) sont difficiles à obtenir à l'état pur. De plus, leurs propriétés physiques diffèrent selon l'origine du matériau.

A l'état naturel les fibres sont liées entre elles par une interaction de la lignine et de l'hémicellulose : la lignine joint les fibres de bois entre elles, l'hémicellulose lie la cellulose et la lignine.

Lorsque le bois est défibré, ce sont les liens entre les fibres qui sont rompus. Ces liens ne se reforment pas naturellement sauf si trois éléments sont réunis : eau, énergie et pression. En effet un processus chimique se produit lorsqu'on impose au bois défibré un effet calorique et de pression en présence de vapeur d'eau. C'est de cette manière que sont fabriqués les panneaux de fibres de bois durs ou poreux sans apport de substances additives (défibrage thermomécanique TMP). Le défibrage peut également être thermomécánico-chimique (CTMP). Il faut néanmoins noter que ces deux modes de défibrage entraînent une altération de la fibre et une dégradation plus ou moins importante de la lignine notamment le défibrage CTMP.

L'isolant Thermisorel fourni par la société STEICO-Casteljaloux est élaboré selon un procédé humide proche de celui des papiers sans utilisation de liant. Le mélange fibre-vapeur issu du défibrage thermomécanique est transformé en une pâte par addition d'eau. La pâte raffinée est ensuite conformée sur une machine à former où l'eau est extraite par simple égouttage d'abord, puis par pressage sous rouleaux lors de la mise en épaisseur. L'opération de séchage permet finalement de vaporiser l'eau de process. Les liaisons inter-fibres qui en résultent sont de type liaisons hydrogènes et assurent la cohésion du panneau. Les matériaux sont quasi homogènes dans l'épaisseur et les fibres sont orientées dans des plans perpendiculaires à l'axe de compression avec de plus une orientation privilégiée dans le sens marche des rouleaux presseurs.

2.3 Caractérisation morphologique

2.3.1 Par microscopie électronique à balayage

2.3.1.1 Principe général

Le microscope électronique à balayage (MEB ou SEM pour Scanning Electron Microscopy en anglais) fournit des informations sous forme d'images lumineuses résultant de l'interaction d'un faisceau d'électrons avec un volume microscopique de l'échantillon étudié. Le MEB est constitué d'une enceinte sous vide secondaire où le faisceau est mis en forme par des lentilles électromagnétiques pour exciter l'objet à étudier.

Le faisceau d'électrons est focalisé sur la surface de l'échantillon sous forme d'une tache (spot) très fine et il balaie une surface rectangulaire de l'échantillon. Les interactions entre le faisceau et le volume microscopique sont captées par des détecteurs qui

transmettent un signal à un écran cathodique dont le balayage est synchronisé avec celui du faisceau incident.

2.3.1.2 Application aux mousses XPS

Quatre échantillons de mousses XPS (référéncés C1, C3, H2 et B3) ont été visualisés au MEB. Les épaisseurs et densités de ces échantillons sont répertoriées dans le tableau 2.1.

Les échantillons ont été fournis par la société Dow Chemical et ils ont été choisis de manière à ce qu'ils aient des masses volumiques proches de 35 kg.m^{-3} tandis que leurs caractéristiques morphologiques sont différentes. Ceci permet d'établir une comparaison des comportements thermiques des mousses en fonction de leur morphologie.

Echantillon	C1	H2	C3	B3
Epaisseur (mm)	30	30	50	50
Densité (kg.m^{-3})	35	35	35	32

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques des échantillons de mousses XPS

La préparation de l'échantillon est délicate : lorsqu'il est placé dans la chambre du microscope, il reçoit un flux d'électrons très important, et dans le cas d'isolants électriques tels que les mousses XPS, des phénomènes de charges à la surface de l'échantillon viennent gêner les mesures. Il faut alors métalliser la surface de l'échantillon via un dépôt très fin d'or par pulvérisation et une couche d'argent conductrice est déposée sur les bords de l'échantillon pour évacuer les charges électriques sur le porte-objet métallique.

Il faut également prendre soin dans la découpe de l'échantillon puisque nous souhaitons observer les cellules (épaisseur des parois, taille des pores, forme des cellules) à la surface de l'échantillon. La coupe est faite à l'aide d'un couteau microtome et la découpe doit être très régulière et plane.

Pour chaque échantillon passé au MEB, nous avons calculé la taille moyenne des cellules selon la méthode standard ASTM D3576-98 ^[12]. La première étape est la détermination de la longueur de corde moyenne ϑ selon la relation 2.1.

$$\vartheta = \frac{L}{N} \quad (2.1)$$

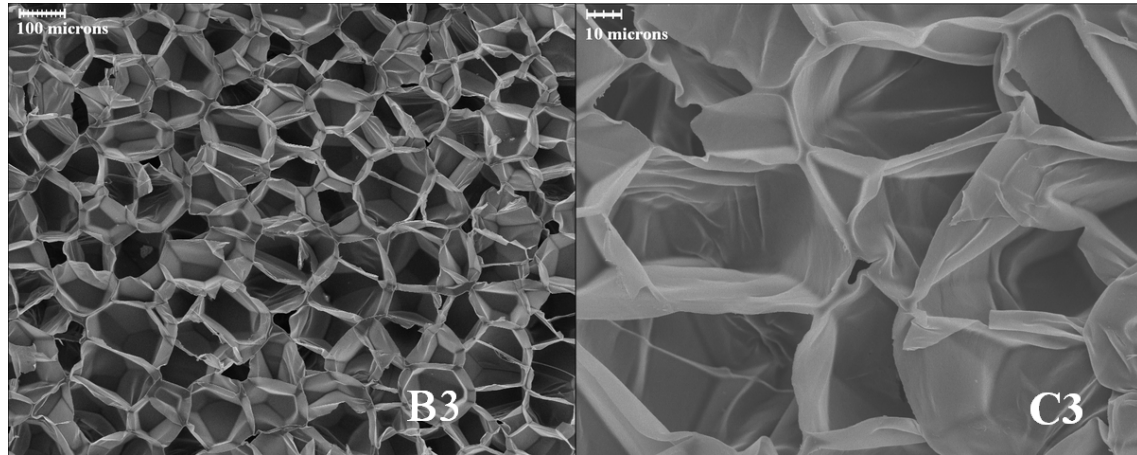


FIGURE 2.1 – Image MEB - Échantillons B3 et C3

L est la longueur de la corde prise comme référence et N est le nombre de cellules interceptées sur cette longueur de corde.

La méthode ASTM se base sur l'hypothèse que les cellules sont des sphères tronquées et la relation entre le diamètre moyen des cellules D_{ASTM} et la longueur moyenne obéit à l'équation 2.2.

$$D_{ASTM} = 1,62 \vartheta \quad (2.2)$$

Cette relation se démontre à partir du calcul de la longueur de corde moyenne ϑ_1 dans un cercle de diamètre apparent D_1 , la longueur de corde étant définie comme la distance moyenne entre deux points situés sur le cercle :

$$\vartheta_1 = \frac{4}{D_1} \int_0^{D_1/2} \sqrt{(D_1/2)^2 - y^2} dy = \frac{\pi D_1}{4} \quad (2.3)$$

On en déduit $\vartheta_1 = 0,785 D_1$ et si on applique le même calcul de longueur de corde moyenne entre le diamètre apparent en 2D D_1 et le diamètre d'une sphère en 3D on retrouve bien la relation 2.2 :

$$D_{ASTM} = \frac{D_1}{0,785} = 1,27 D_1 = 1,62 \vartheta \quad (2.4)$$

Nous avons également procédé à un calcul numérique de type Monte Carlo sur un assemblage de cellules de formes dodécaédriques pour déterminer la relation entre la

longueur moyenne de corde ϑ et le diamètre de la sphère circonscrite Φ_c . Les différentes relations sont indiquées équation 2.5 et nous avons observé qu'il existait un écart assez faible entre les estimations de D_{ASTM} et Φ_c (écart de l'ordre de $10 \mu m$ pour une taille de cellule de $120 \mu m$). De plus, des auteurs utilisant la méthode ASTM pour évaluer la taille de cellules de polymères considèrent que le diamètre D_{ASTM} ainsi calculé par la méthode standard représente le diamètre de la sphère circonscrite (Campo et al. [13], Almanza et al. [14]), nous conserverons donc cette hypothèse.

$$\begin{aligned} ASTM \Rightarrow D_{ASTM} &= 1,62 \vartheta \\ \text{Dodecaedre} \Rightarrow \Phi_c &= 1,76 \vartheta \end{aligned} \quad (2.5)$$

Une autre méthode a également été utilisée : par analyse d'image MEB, les aires A des cellules projetées sont mesurées sur l'image 2D sont converties en des cercles de diamètres équivalents D :

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (2.6)$$

On peut ainsi estimer différents diamètres équivalents en faisant une moyenne sur les N aires détectées :

$$D_{10} = \frac{\sum_{i=1}^N D_i}{N} ; \quad D_{32} = \frac{\sum_{i=1}^N D_i^3}{\sum_{i=1}^N D_i^2} ; \quad D_{43} = \frac{\sum_{i=1}^N D_i^4}{\sum_{i=1}^N D_i^3} \quad (2.7)$$

Le diamètre D_{10} représente le diamètre arithmétique moyen, le diamètre D_{32} est appelé diamètre de Sauter (le rapport volume/surface est conservé) et le diamètre D_{43} est le diamètre moyen en volume. Le diamètre de Sauter est usuellement utilisé dans le cadre des transferts de chaleur (Ahern et al. [15]). Le diamètre moyen doit ensuite être converti en diamètre de sphère équivalente 3D. On peut utiliser la même démarche que pour la méthode ASTM, à savoir $D_{ASTM} = D_{32}/0,785$ ou bien $\Phi_c = D_{32}/0,754$.

La détermination des diamètres de cellules polymères par imagerie 2D pose néanmoins problème puisque le diamètre moyen ainsi calculé sur une découpe de la mousse peut ne pas être précis en raison de la forme plus ou moins allongée des cellules dans l'espace. Il y a ainsi une importante incertitude sur la taille des cellules déterminée d'autant plus quand les cellules sont de taille importante.

Les tailles de cellules moyennes ainsi que les incertitudes associées sont indiquées dans le tableau 2.2. Chaque valeur est une moyenne entre la méthode ASTM et celle utilisant le diamètre de Sauter, ainsi qu'une moyenne entre la formule des sphères tronquées et celle pour des dodécaèdres.

Mousse	Φ_c moyen (μm)	Précision (μm)
B3	203	50
C1	57	15
C3	76	30
H2	108	30

TABLEAU 2.2 – Taille des cellules mesurées et incertitudes associées - Mousses XPS

La **détermination de l'épaisseur des parois** à partir d'images MEB est plus délicate que les mesures de taille de cellule. En effet, il est difficile d'isoler sur les images des parois vues uniquement sur leur tranche : les parois ont une épaisseur proche du micron et se replient sur elles-mêmes lors de la coupe de l'échantillon (ceci est visualisable à la figure 2.2). Il est également délicat de donner une épaisseur moyenne de parois puisque cette épaisseur n'est pas constante selon la position de la coupe (présence des bâtonnets aux bords des parois qui épaississent alors ces parois).

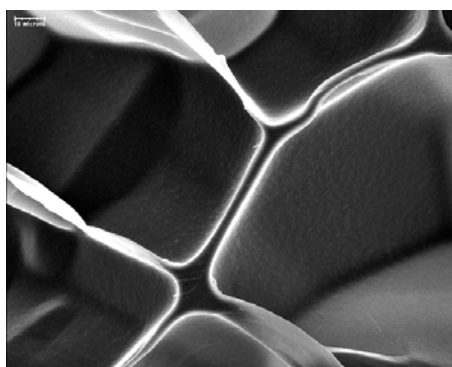


FIGURE 2.2 – Visualisation au MEB des parois des cellules - Échantillon B3

La **détermination de la dimension des bâtonnets** à partir d'images MEB est la plus difficile à cause de la présence des parois qui occultent le plus souvent la visualisation des bâtonnets pour des mousses à pores fermés, comme nous pouvons le voir à la

figure 2.3 (a). Sur les sections de bâtonnets visibles, nous pouvons néanmoins observer la forme non circulaire de la section (figure 2.3 (b)) : les bâtonnets sont des prismes de section triangulaire concave qui occupe environ les deux tiers de la section d'un triangle équilatéral englobant la section concave selon les travaux de Kuhn et al [16].

Il est cependant délicat de déterminer cette section à partir des images et nous évaluerons donc cette section à partir de modèles géométriques décrits en annexe E.

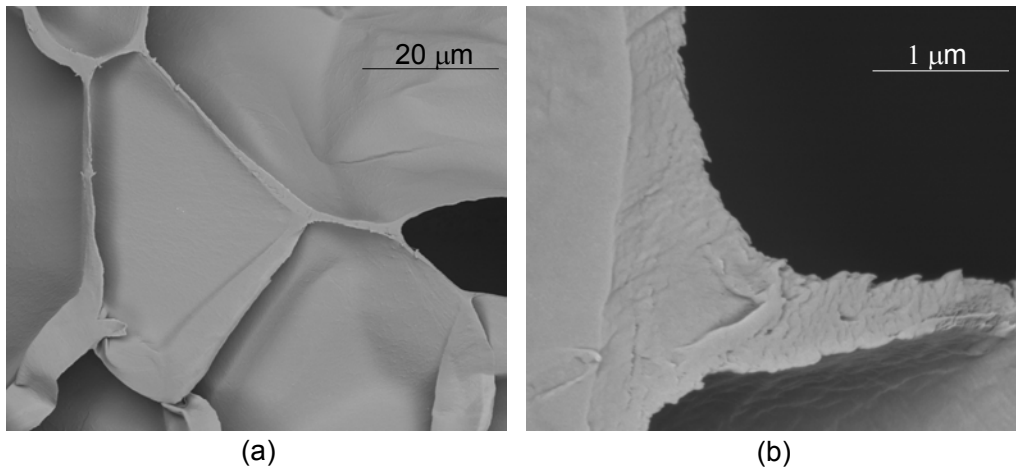


FIGURE 2.3 – Visualisation au MEB des bâtonnets des mousses XPS

2.3.1.3 Application aux isolants fibreux

Nous pouvons voir sur la figure 2.4 obtenue au MEB sur l'isolant Thermisorel la complexité de ce matériau dû à la morphologie des fibres de bois. En effet, ces fibres végétales sont plus ou moins arrachées, de forme non cylindriques, avec des cavités (que l'on appelle le lumen : espace dans lequel coule la sève lorsque l'arbre est vivant) et il subsiste des faisceaux de fibres non divisées (figure 2.5). Nous observons un diamètre moyen de fibres d'environ 40 μm .

2.3.2 Par tomographie

2.3.2.1 Principe général

La tomographie aux rayons X est une méthode complémentaire à la microscopie électronique à balayage. En effet, elle permet de visualiser la répartition spatiale 3D de

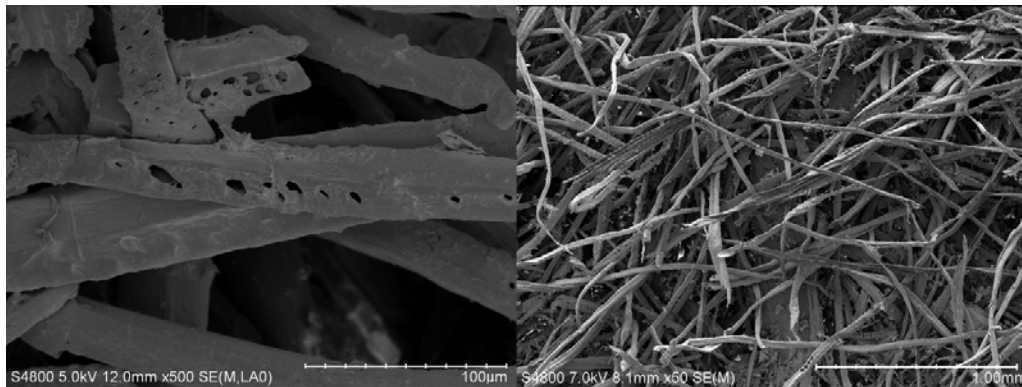


FIGURE 2.4 – Visualisation au MEB d'échantillons de Thermisorel

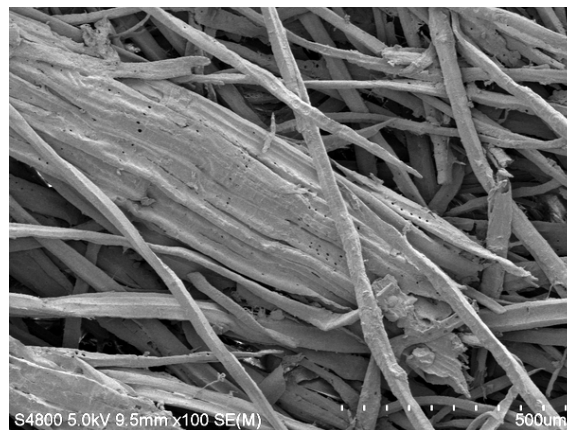


FIGURE 2.5 – Visualisation d'un faisceau de fibres au MEB

la matière dans le milieu étudié.

La tomographie repose sur l'analyse multi-directionnelle de l'interaction du faisceau avec la matière pour effectuer une reconstruction tridimensionnelle (figure 2.6). L'image numérique obtenue représente en niveaux de gris ou de couleurs le coefficient d'atténuation local du faisceau incident. Une calibration et un étalonnage permettent ensuite de traduire ces niveaux en échelle de densité.

L'atténuation des rayons X (photons) se fait selon trois processus ^[17]:

1. Diffusion cohérente (élastique) : le faisceau change de direction après interaction avec des atomes du matériau sans perte d'énergie du photon et sans modification de la longueur d'onde.
2. Diffusion incohérente (inélastique) : le faisceau dévie légèrement par rapport à sa direction incidente avec transfert d'énergie (excitation, ionisation, ...).

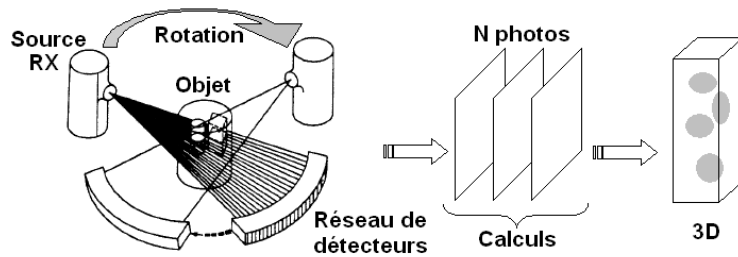


FIGURE 2.6 – Principe général de reconstitution d'une image 3D

3. Adsorption : l'énergie du photon incident va éjecter des électrons d'atomes qui vont émettre un photon ou un électron en revenant à leur état d'équilibre.

L'atténuation des rayons X par la matière obéit à la loi de Beer :

$$I_x = I_0 e^{-\beta x} \quad (2.8)$$

avec I_0 l'intensité incidente et β le coefficient linéaire d'extinction.

Le coefficient β (en m^{-1}) fait intervenir la section efficace qui représente le nombre d'interactions par unité de volume, par atome de la cible et par particule incidente. La section efficace dépend alors de la probabilité de chaque processus cité précédemment fonction de l'énergie du photon incident, de la longueur d'onde du faisceau incident ainsi que du numéro atomique de l'atome avec lequel le photon interagit.

2.3.2.2 Application aux mousses XPS

Les mousses de polymères peuvent être caractérisées selon trois échelles :

- l'échelle microscopique se situe au niveau des parois et des arêtes, cette échelle caractérise la microstructure des mousses.
- l'échelle mésoscopique concerne l'arrangement des cellules au sein de la matrice (taille des cellules, géométrie, ...).
- l'échelle macroscopique considère le matériau dans son ensemble en le supposant homogène.

Pour l'étude des transferts thermiques, la caractérisation morphologique concerne les échelles micro et mésoscopique. Les mesures par MEB permettent la détermination d'un certain nombre de paramètres mais ces images 2D ne donnent que des propriétés de surface et non en profondeur. La tomographie des mousses polymères a déjà fait l'objet d'études, en particulier dans le domaine de la tenue mécanique des matériaux

(travaux de E. Maire [18], S. Youssef [19]).

La description de la structure sous forme de voxels c'est-à-dire de pixels en 3D (un voxel est soit constitué de matière, soit de gaz (vide, air)) est à la base de la reconstruction de l'architecture des mousses. A partir de ces reconstructions ont été développés des modèles d'éléments finis qui sont plus pertinents pour modéliser ensuite le transfert thermique dans le milieu ou encore déterminer le comportement de mousses à la compression puisqu'ils s'intègrent bien dans les codes de calcul souvent basés sur les éléments finis. Le maillage du volume est alors généré de façon à représenter la structure cellulaire.

Les principales informations auxquelles nous souhaiterions avoir accès grâce à la tomographie sont :

- la densité globale de la mousse et sa variation dans l'échantillon.
- la distribution granulométrique des cellules, plus facile à obtenir que par MEB puisque les cellules apparaissent dans leur totalité et non en coupe.
- la distribution de taille des parois et des arêtes (bâtonnets).

Il faut cependant prendre garde à avoir une résolution suffisante pour obtenir l'épaisseur des parois.

Des premières mesures ont été effectuées sur les échantillons B3 et H2 à l'ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) de Grenoble avec une résolution de $0,7 \mu m$. Sur la figure 2.7 est représenté pour la mousse H2 un exemple de reconstruction 3D. L'épaisseur des parois est difficilement calculable puisque les parois sont représentées dans leur épaisseur par seulement 2 à 3 voxels en moyenne et ne permettent donc pas l'évaluation de ce paramètre de façon précise.

Les mesures sont encourageantes et tendent à montrer qu'il est nécessaire de s'investir dans cette direction avec une résolution plus fine.

2.3.2.3 Application aux isolants fibreux

La tomographie a déjà été appliquée à des isolants de type fibreux et en particulier on se réfèrera aux travaux de Faessel [1] et Lux [20]. L'image obtenue sous forme de voxels a été utilisée pour reconstruire la morphologie du matériau et peut être directement utilisée pour calculer les caractéristiques du milieu fibreux (anisotropie, porosité, taille des fibres, orientation des fibres,...) grâce à des opérations mathématiques classiques en traitement d'images. A partir de ces images la reconstruction de la morphologie par

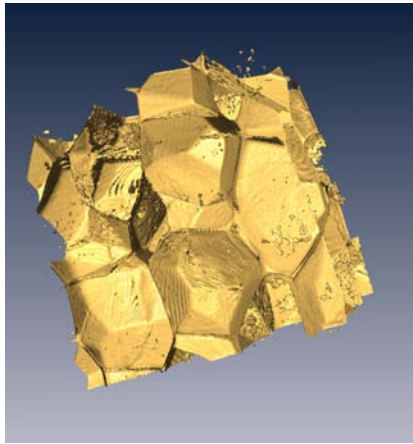
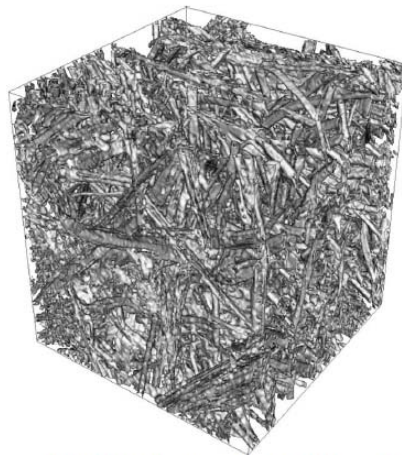


FIGURE 2.7 – Reconstruction 3D de la mousse H2

éléments finis peut être utilisée afin de résoudre ensuite le transfert de chaleur dans le milieu grâce à des codes de calcul commerciaux.

A la figure 2.8 est donnée une reconstruction 3D du Thermisorel effectuée par le LRBB (Laboratoire de Rhéologie du Bois de Bordeaux) à partir d'images obtenues par tomographie.



3D Rendering of a Thermisorel® fibreboard after tomographic reconstruction. Effective specific gravity: 170 kg m^{-3} , size: $256 \times 256 \times 256 \text{ pixels}^3$ ($1.3 \times 1.3 \times 1.3 \text{ mm}^3$).

FIGURE 2.8 – Reconstruction 3D du Thermisorel (Travaux de Faessel ^[1])

2.4 Caractérisation thermique

Comme cela a été précédemment présenté, deux équations permettent de modéliser le couplage conduction-rayonnement à l'intérieur des milieux semi-transparents de type mousse : l'équation de conservation de l'énergie (équation 1.1) et l'équation du transfert radiatif (équation 1.12). La résolution du transfert de chaleur couplé permet de déterminer une conductivité thermique totale qui peut être déterminée de manière expérimentale. Nous décrivons dans ce chapitre les résultats des mesures de la conductivité thermique totale sur les isolants étudiés.

Afin de résoudre les deux équations pré-citées, les propriétés thermiques du matériau (conductivité phonique et propriétés radiatives) doivent être connues. Pour déterminer la conductivité phonique de l'isolant, nous avons besoin de connaître la conductivité phonique de la matrice solide. Concernant les propriétés radiatives, nous avons besoin de connaître les propriétés optiques de la matrice solide. Leur détermination est présentée dans ce paragraphe.

2.4.1 Conductivité thermique totale

Ce paragraphe regroupe l'ensemble des résultats de mesures de conductivités totales des isolants cellulaires et fibreux effectuées principalement au CSTB. Les dispositifs de mesures sont présentés en annexe B.

La conductivité totale a été mesurée sur les 4 échantillons de mousses XPS (tableau 2.1) à partir de mesures fluxmétriques, Fil Chaud et Plaque Chaude Gardée. Les résultats sont indiqués à la figure 2.9. La conductivité totale a été également mesurée sur des isolants fibreux commerciaux de STEICO à partir des trois méthodes précédemment citées. Les résultats sont indiqués à la figure 2.10. Le Thermisorel et l'Isorel sont constitués uniquement de bois tandis que l'Isotoit est également imprégné de bitume. Leurs densités sont différentes : 170 kg.m^{-3} pour le Thermisorel, 260 kg.m^{-3} pour l'Isorel et 300 kg.m^{-3} pour l'Isotoit.

Concernant les mousses XPS, nous observons que les mesures sont toutes en accord entre elles notamment en ce qui concerne le classement des mousses entre elles en fonction de leur conductivité thermique. Les mesures Fil Chaud semblent néanmoins les moins bien adaptées pour des mesures précises sur ce type de matériaux puisque l'écart est plus important vis-à-vis des mesures fluxmétriques. Concernant les laines de bois, les mesures "Fil Chaud" présentent également un écart très important par rapport

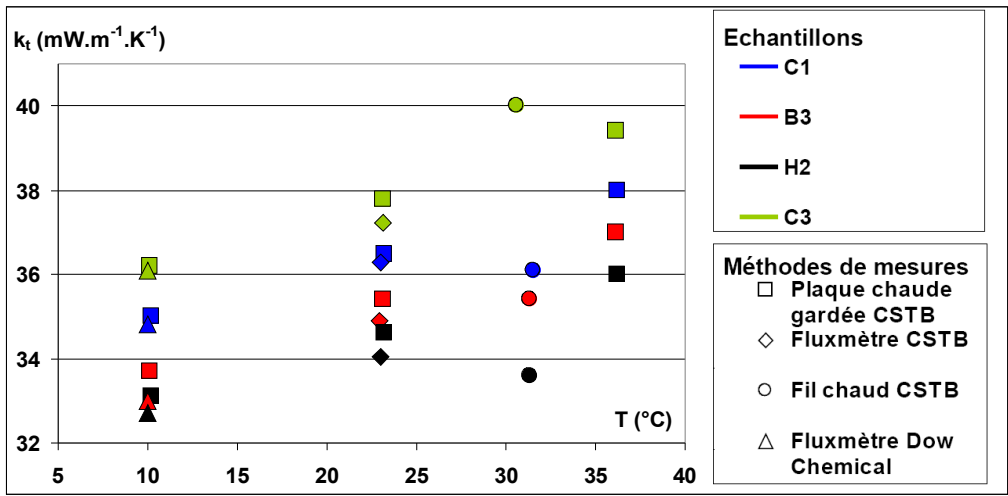


FIGURE 2.9 – Conductivités thermiques totales des mousses XPS

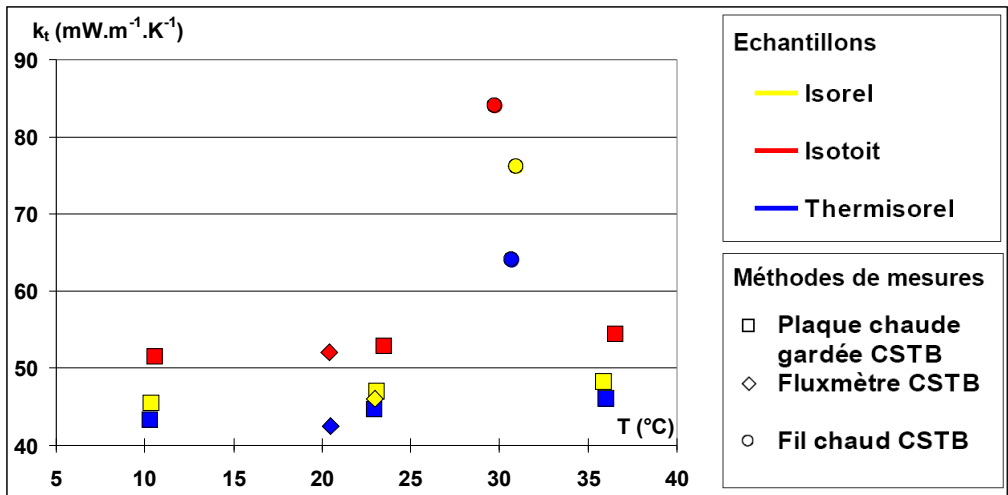


FIGURE 2.10 – Conductivités thermiques totales des isolants en fibres de bois

aux autres méthodes de mesures. Les causes possibles identifiées sont : un mauvais contact entre le fil chaud et le panneau de fibres, ou l'anisotropie du matériau.

Les travaux de Gobbé [21] montrent en effet que la conductivité des isolants en fibres de bois est fortement orthotrope (grande différence de conductivité entre le plan parallèle et le plan perpendiculaire à la surface) et que la méthode Fil Chaud doit être adaptée pour donner la conductivité équivalente du milieu.

De plus, la conductivité thermique de cet isolant varie beaucoup avec l'humidité.

Le Thermisorel, conditionné dans différentes ambiances humides, se charge en eau, comme le montre l'isotherme d'adsorption de la figure 2.11. Le Thermisorel peut ainsi adsorber jusqu'à $\omega = 17\%$ de son poids lorsqu'il est placé dans une ambiance à 90% d'humidité relative (HR). Cette humidité adsorbée a une conséquence directe sur la conductivité thermique du matériau comme l'indique la figure 2.12, ceci n'a pas encore fait l'objet de publication à notre connaissance, sur ce matériau.

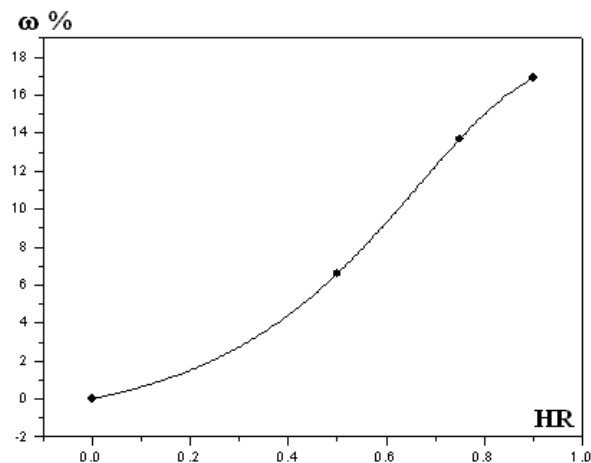


FIGURE 2.11 – Isotherme du Thermisorel - Mesures CSTB

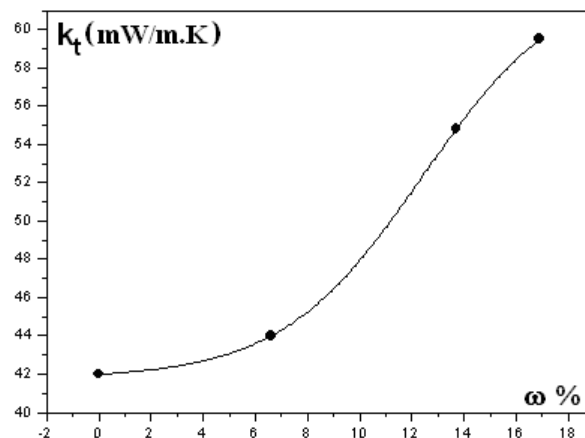


FIGURE 2.12 – Conductivité thermique du Thermisorel fonction de sa teneur en eau - Mesures CSTB

2.4.2 Conductivité phonique des matériaux bruts

2.4.2.1 Polystyrène

La conductivité thermique du polystyrène à température ambiante varie, selon les méthodes et la pureté des matériaux utilisés, entre $0,144 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $0,164 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Voici quelques résultats issus de la littérature :

- mesure par fil chaud : $0,148 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 25°C selon les travaux de Sakakibara [22].
- mesure par fil chaud avec une longueur très petite (10 mm) : $0,164 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 25°C selon Zhang [23].
- méthode du disque de Lee : $0,147 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 40°C selon Sombatsompop [24].

Des mesures Flash et fil chaud ont été effectuées au CETHIL et au CSTB de Grenoble sur des plaques de polystyrène dense fournies par Dow Chemical (polystyrène de couleur bleue) afin d'utiliser une valeur fiable de conductivité lors de la phase de modélisation. Les valeurs trouvées sont de $0,148 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ par la méthode Flash et $0,15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ par les mesures fil chaud. Ces valeurs sont en accord avec la littérature.

La dépendance en température de la conductivité thermique du polystyrène n'est pas prise en compte dans notre étude étant donnée sa faible influence sur la conductivité phonique des mousses XPS à cause de leur forte porosité, et aussi du fait que l'on s'intéresse à des températures proches de l'ambiante (20°C) dans l'application en isolation thermique des bâtiments.

Nous avons finalement considéré une valeur moyenne de $0,148 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ dans nos modèles.

2.4.2.2 Bois

Le bois a une structure fibreuse non homogène qui lui confère une certaine porosité en emprisonnant de l'air, ce qui lui permet de faire partie des matériaux isolants même à l'état brut. Le bois brut a ainsi une conductivité très inférieure à celle du béton, de l'acier ou même du verre. En effet, pour la plupart des bois la conductivité est comprise entre $0,10$ et $0,21 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 12% d'humidité selon le *Wood Handbook* [25]. Puisque les performances thermiques du bois en masse sont supérieures à celle du verre en masse, nous pouvons nous attendre à un gain au niveau de la conductivité de matériaux en fibres de bois par rapport à des fibres de verre, en optimisant notamment la morphologie du

milieu.

La valeur de la conductivité est fortement dépendante de la nature du bois : densité et taux d'humidité. Le matériau brut étant de plus constitué de fibres assez denses orientées dans le sens de la croissance de l'arbre, sa conductivité thermique est plus grande dans le sens de ses veines (donc un pouvoir isolant plus faible). Le tableau 2.3 regroupe quelques valeurs de conductivité dans les sens parallèle et perpendiculaire aux fibres issues du dossier écrit par Triboulot et al. dans les techniques de l'ingénieur [26].

Matériau	Conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	
	direction parallèle	direction perpendiculaire
chêne (densité = 0,65)	0,3	0,2
épicéa (densité = 0,45)	0,2	0,13

TABLEAU 2.3 – Valeurs de conductivités thermiques du bois selon le sens des fibres pour une humidité de 12%

Pour des essences de bois de densités différentes de celles indiquées dans le tableau 2.3, Triboulot et al. [26] indiquent une relation pour calculer la conductivité thermique dans les directions perpendiculaires au sens des fibres en fonction de la densité du bois et de son taux d'humidité :

$$k = 0,62\delta - 0,15 \quad (2.9)$$

avec δ la densité du bois dépendante de l'humidité relative. Par exemple pour un pin maritime de densité égale à 0,60 pour une humidité relative de 12%, la conductivité transverse serait de $0,22 W.m^{-1}.K^{-1}$.

2.4.3 Conductivité phonique des isolants

La détermination de la conductivité phonique dans les milieux poreux a fait l'objet de nombreux travaux. Nous présentons ici ceux concernant les mousses cellulaires et les milieux fibreux.

2.4.3.1 Mousses de polystyrène extrudé

Ce sont des milieux poreux (porosité supérieure à 95%) constitués d'une matrice solide formant des cellules de forme polyhédrique. Ces cellules sont constituées par l'assemblage de poutres de polymère formant des faces (en majorité de forme pentagonale)

recouvertes d'un film de polymère. De ce fait, la conductivité phonique des mousses dépend fortement des conductivités des phases solides et gazeuses.

Plusieurs modèles ont été utilisés pour tenter de prédire la conductivité phonique des mousses, la formule de Glicksman est la plus utilisée. Il s'agit d'une modélisation de type parallèle-série fondée sur une analogie électrique pour des cellules de type dodécaèdre pentagonal et il donne une formule pour évaluer la conductivité phonique (équation 2.10). La formulation a été établie par Schuetz en 1982 dans sa thèse [27].

$$k_c = \varepsilon k_g + k_p(1 - \varepsilon) \frac{(2 - f_s)}{3} \quad (2.10)$$

k_g est la conductivité phonique du gaz contenu, k_p celle du polymère, ε la porosité du matériau et f_s la part de polymère contenu dans les poutres de cellules (struts en anglais). Glicksman et al. avaient alors observé que cela correspond à l'orientation des deux tiers des parois et du tiers des bâtonnets parallèlement au gradient de température.

La porosité ε du matériau est reliée à la densité de la mousse ρ_f et à celle du polystyrène dense ρ_0 via la relation suivante :

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_f}{\rho_0} \quad (2.11)$$

La conductivité de l'air est fonction de la température et nous avons choisi de la calculer dans nos modèles grâce à la relation 2.12.

$$k_{g,air}(T) = aT^3 + bT^2 + cT + d \quad W.m^{-1}.K^{-1} \quad (2.12)$$

$$\text{où } a = 1,5207 \cdot 10^{-11}$$

$$b = -4,8574 \cdot 10^{-8}$$

$$c = 1,0184 \cdot 10^{-4}$$

$$d = -3,9333 \cdot 10^{-4}$$

L'équation 2.10 établie pour des cellules de forme pentagonale est retrouvée par Glicksman en se basant sur le modèle de Russel sur des cellules cubiques et il l'étend aux autres formes de cellules. Cette formule est communément utilisée pour des milieux cellulaires ouverts et fermés et a été confortée par l'étude de Leach [28] en 1993 qui trouve une formule de la forme $k_c = \varepsilon k_g + \frac{2}{3}k_p(1 - \varepsilon)X$, avec X un facteur compris entre 0 et 1.

En 1986, Cunningham [29] propose une autre formulation prenant en compte l'orien-

tation des poutres (équation 2.13) et qui est utile dans le cas de mousses fortement anisotropes.

$$\begin{aligned} k_{c//} &= (1 - \varepsilon)k_p (\langle \cos^2 \theta \rangle + \langle \sin^2 \theta \rangle (1 - f_s)) \\ k_{c\perp} &= \frac{1}{2}(1 - \varepsilon)k_p (\langle \sin^2 \theta \rangle + \langle \cos^2 \theta \rangle (1 - f_s)) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Un autre modèle a été proposé plus récemment par Ahern et al. [15] en se basant sur une analogie électrique de la conductivité thermique. Ce modèle est plus adapté pour les mousses dont le gaz d'imprégnation a une conductivité proche de celle de l'air tandis que le modèle de Glicksman avait été établi pour des mousses gonflées avec des gaz lourds de type CFC ou HFC. La conductivité phonique obéit dans ce cas à l'équation 2.14. **C'est cette relation que nous considérerons dans nos modèles puisque les échantillons de mousses considérés contiennent de l'air.**

$$k_c = k_g + \frac{\rho_f}{\rho_0} (k_p - k_g) K \quad (2.14)$$

K représente un facteur de forme de la mousse lié à la fraction de parois $(1 - f_s)$ et de bâtonnets f_s . Son expression est donnée à l'équation 2.15.

$$\begin{aligned} K &= (1 - f_s)K_{parois} + f_s K_{poutres} \\ K_{parois} &= \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4k_g}{k_g + k_p} \right) \\ K_{poutres} &= \frac{2}{3} \left(1 + \frac{k_g}{2k_p} \right) \end{aligned} \quad (2.15)$$

2.4.3.2 Isolants en fibres de bois

La détermination de la conductivité d'un milieu composé de fibres de bois a fait l'objet de travaux récents grâce à la caractérisation morphologique de ce type de matériau par tomographie aux rayons X. La reconstruction en 3D du réseau de fibres permet d'utiliser des codes d'éléments finis de résolution du transfert de chaleur par conduction.

- Faessel et al. (2005) [1] ont utilisé le logiciel commercial ABAQUS qui consiste à mailler un milieu continu en un nombre fini d'éléments. Dans ABAQUS, les équations de transfert de chaleur sont résolues par le biais d'un calcul matriciel. Les auteurs négligent la conductivité de la phase gazeuse tout comme les transferts de chaleur par rayonnement et convection. Le volume élémentaire étudié est alors soumis à un gradient de température entre deux faces opposées.

Grâce à une étude de sensibilité de la conductivité phonique à cinq paramètres (longueur des fibres, densité des fibres, orientations horizontal et vertical des fibres, tortuosité) les auteurs ont montré que la densité participe à hauteur de 60% dans la valeur de la conductivité, l'orientation horizontale et la tortuosité influencent 25% de la conductivité, tandis que la longueur des fibres et l'orientation horizontale participent à hauteur de 10%.

- Lux et al. (2006) [20] sont allés plus loin dans la modélisation des fibres de bois en prenant en considération la porosité inter fibres (appelée le lumen) en complément de la porosité du milieu (fraction volumique d'air contenu en dehors des fibres) et ils prennent en compte la conductivité de la phase gazeuse. Les fibres de bois sont ensuite modélisées par des fibres pleines équivalentes dans le calcul de la conductivité phonique, afin de prendre en compte la porosité inter fibres.

Pour accélérer le calcul par éléments finis leur première étape consiste à obtenir un milieu équivalent constitué de fibres reconstituées sans lumen (fibres pleines), donc nécessitant un maillage moins fin. Les propriétés thermiques de ce milieu équivalent sont obtenues à partir de celles du bois, qui est un matériau orthotrope dont la conductivité longitudinale $k_{//, \text{fibre}}$ est égale à $0,88 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et la conductivité dans les directions transverses $k_{\perp, \text{fibre}}$ à $0,44 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (d'après Siau [30]). Un modèle géométrique simple dérivé de l'ouvrage de Siau est utilisé afin d'obtenir des formules analytiques des conductivités longitudinale et transverse des fibres remplies. Ce modèle est repris figure 2.13 et les conductivités sont données aux équations 2.16 et 2.17.

$$k_{//, \text{fibre}} = k_{//, \text{bois}} \cdot (1 - a^2) + k_{\text{air}} a^2 \quad (2.16)$$

$$k_{\perp, \text{fibre}} = \frac{(1 - a) Z k_{\perp, \text{bois}}^2 + a Z k_{\text{air}} k_{\perp, \text{bois}}}{(1 - a)^2 k_{\perp, \text{bois}} + a (1 - a) k_{\text{air}} + a Z k_{\perp, \text{bois}}} \quad (2.17)$$

a est la racine carré de la porosité inter fibres, Z est un facteur déterminé expérimentalement (relation empirique donnée dans [30]) et qui traduit le fait qu'une partie des parois de bois orientées perpendiculairement vis-à-vis du flux de chaleur ne participent pas au transfert par conduction. Ce facteur Z est pris égal à 0,72 par les auteurs.

La seconde étape consiste à résoudre les équations régissant le transfert de chaleur (par conduction uniquement) à travers le milieu diphasique air - fibres pleines et à déterminer le tenseur de conductivité macroscopique. Les auteurs ont choisi de résoudre

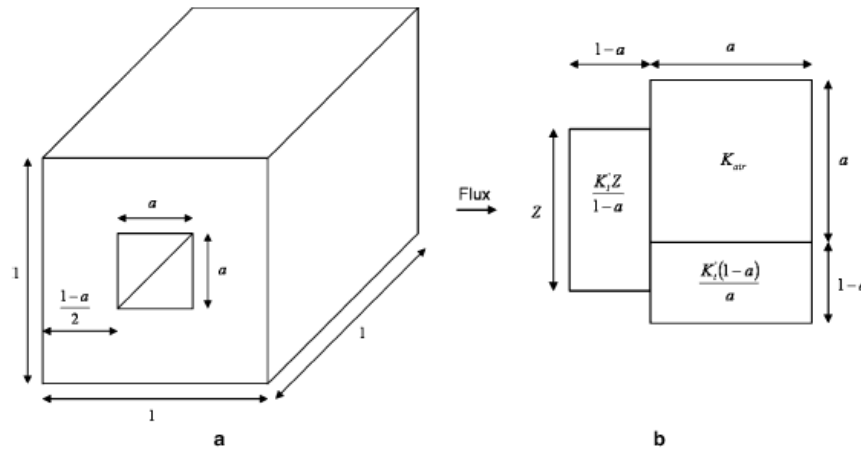


FIGURE 2.13 – Modèle géométrique pour une fibre de bois avec lumen (a) et modèle pour déterminer la conductivité transverse (b)

ces équations dans le cas où il y a équilibre thermique (état stationnaire) avec une méthode de prise de moyenne volumique permettant d'estimer le champ local de conductivité thermique en définissant les variables à grande échelle comme les moyennes des variables locales sur un volume élémentaire représentatif.

Les bornes inférieures et supérieures de la conductivité du matériau biphasé sont données par les relation suivantes :

$$\begin{aligned}
 k_{//} &= \varepsilon_{\text{air}} k_{\text{air}} + \varepsilon_{\text{fibres}} k_{//, \text{fibres}} \\
 k_{\perp} &= \frac{k_{\text{air}} k_{\perp, \text{fibres}}}{\varepsilon_{\text{air}} k_{\perp, \text{fibres}} + \varepsilon_{\text{fibres}} k_{\text{air}}}
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Les résultats obtenus après résolution des équations régissant le transfert de chaleur ont été comparés à des mesures expérimentales. La conductivité du Thermisorel dans la direction transverse a été déterminée expérimentalement par une combinaison de mesures au fil chaud et au ruban chaud (d'après la méthode décrite par Gobbé et al ^[21]) à $(5,3 \pm 0,53) \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et la conductivité longitudinale à $(10,7 \pm 1) \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (Lux ^[20]). L'accord entre les mesures et les calculs est relativement bon puisque le modèle donne des valeurs de $5,2 \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour la conductivité transverse et $7,35 \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour la conductivité longitudinale moyennée sur les deux directions longitudinales.

Néanmoins, nous ne pouvons pas utiliser ces résultats pour évaluer la conductivité phonique de nos isolants en fibres de bois puisque les mesures par plaque chaude gardée présentées à la figure 2.10 indiquent une conductivité totale inférieure à la conductivité transverse déterminée par Lux.

- Plus récemment, Thoemen et al. [31] ont présenté une méthode permettant de déterminer simultanément la perméabilité macroscopique et la conductivité thermique de structures en fibres de bois dont les densités sont comprises entre 500 et 1360 kg.m^{-3} . La méthode consiste à utiliser la reconstruction 3D de l'isolant par tomographie, puis de déterminer la perméabilité en résolvant la loi de Darcy dans le milieu et la conductivité thermique en résolvant le transfert de chaleur obéissant à la loi de Fourier (la convection et le rayonnement sont négligés). Une relation a ainsi été établie et la conductivité thermique est exprimée en fonction de la densité du milieu selon une loi polynomiale du second ordre. Les conductivités thermiques mesurées grâce à un dispositif fluxmétrique sont proches des valeurs calculées, en accord avec les erreurs de mesures et les hypothèses posées. Les simulations indiquent que la conductivité longitudinale est environ deux fois plus élevée que la conductivité transverse. Cependant, ce modèle donne des valeurs erronées pour des densités telles que celle du Thermisorel et nous ne pouvons donc pas l'utiliser pour nos isolants.

2.4.4 Capacité thermique massique des isolants

La capacité thermique massique C_p (ou chaleur massique) est une donnée nécessaire à la résolution du transfert de chaleur en fonction du temps. Elle a été mesurée grâce au dispositif calorimétrique du CSTB sur nos échantillons puisqu'à notre connaissance l'évolution de la chaleur massique n'avait pas encore fait l'objet d'études sur ces matériaux. Les résultats obtenus sur la plage de température 15-30 °C pour les quatre échantillons de mousses XPS sont indiqués à la figure 2.14 (a). A la figure 2.14 (b) sont indiquées les chaleurs massiques du Thermisorel sec et du Thermisorel contenant 3% massique d'eau (ce qui correspond à une humidité ambiante relative d'environ 35% d'après la figure 2.11).

On remarque la forte influence de l'humidité sur la chaleur massique du Thermisorel puisque la chaleur massique moyenne à 20 °C est de $1200 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ sans présence d'eau et elle passe à $1262 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ avec 3% de teneur massique en eau. Ces valeurs sont cohérentes avec la loi de mélange classique et pour 70% d'humidité relative, la

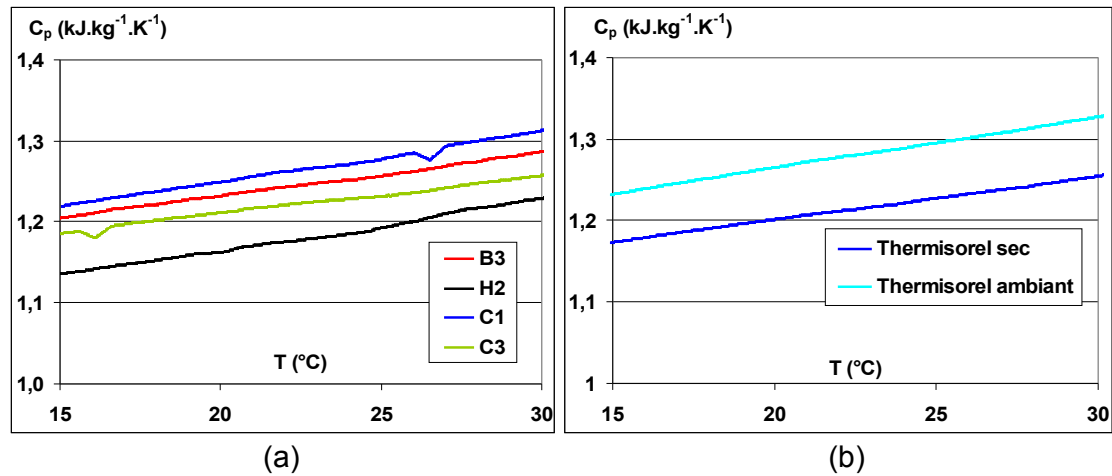


FIGURE 2.14 – chaleurs massiques des mousses XPS (a) et du Thermisorel (b)

chaleur massique serait alors d'environ $1400 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

On notera que les chaleurs massiques mesurées sont du même ordre de grandeur pour le Thermisorel et pour les mousses XPS, contrairement à ce qui est rapporté par les fabricants d'isolants en fibres de bois qui avancent des chaleurs massiques de l'ordre de $2100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. La valeur rapportée par les fabricants est une valeur irréaliste même avec une teneur en eau élevée si on se fit aux mesures effectuées par calorimétrie.

2.5 Caractérisation des propriétés optiques des matrices

Les indices optiques (n, k) permettent de caractériser l'interaction entre la matière composant l'isolant et le rayonnement thermique responsable du transfert de chaleur radiatif lorsqu'on connaît la morphologie du milieu. Ils ainsi sont nécessaires à la détermination des propriétés radiatives de l'isolant en fonction de sa morphologie. L'indice complexe est noté $\tilde{n}_\lambda = n_\lambda - i.k_\lambda$, sa partie réelle n est l'indice de réfraction tandis que sa partie imaginaire k est l'indice d'extinction du milieu.

Les indices optiques sont obtenus grâce à des mesures spectrales de réflexion et transmission sur la matrice (polystyrène dense ou bois brut). Les méthodes employées ainsi que les résultats sont indiqués dans ce paragraphe.

2.5.1 Polystyrène

Les auteurs ayant étudié précédemment le transfert de chaleur dans les mousses de PSE (Kuhn et al. [16], Glicksman et al. [32, 33]) se sont déjà intéressés à l'évolution de ces indices avec la longueur d'onde dans l'infrarouge et des valeurs sont ainsi disponibles dans la littérature. Cependant, elles sont en général accessibles uniquement sous forme de graphiques et donc peu précises. De plus, ces valeurs ont été obtenues pour des polystyrènes dont la composition n'est pas nécessairement la même que le polystyrène formant les mousses étudiées. Nous avons donc choisi de déterminer les indices n et k à partir de mesures de réflexion et de transmission sur notre matériau brut.

2.5.1.1 Méthode utilisée

Coquard et al. [34] a mis au point une méthode de détermination expérimentale de ces indices à partir de mesures spectrométriques en réflectance et transmittance sur des films de polystyrène. Ces films, d'épaisseur contrôlée, sont obtenus directement à partir d'échantillons de mousses fondues et moulées. Nous avons légèrement modifié la procédure d'identification des indices. La surface obtenue doit être très plane afin d'obtenir une réflexion spéculaire à l'interface et non diffuse. Cette hypothèse se vérifie en comparant les spectres de réflexion hémisphérique à la réflexion spéculaire. Si les spectres sont proches alors la part diffuse est négligeable.

L'identification des indices se fait par une méthode de résolution des systèmes non linéaires qui détermine les indices n et k tels que l'écart soit minimisé entre les valeurs mesurées et les valeurs théoriques, et ceci pour chaque longueur d'onde. La méthode initiale développée par Coquard fait appel uniquement aux lois de l'optique sur les films épais (autrement dit sur des plaques), ces lois se rapprochant de celles obtenues pour les films fins mais qui négligent les interférences. Ces lois sont décrites à l'annexe C.

A partir de l'ordre de grandeur des indices n et k disponibles dans la littérature, les épaisseurs de films adaptées à chaque mesure sont à déterminer :

- Pour les mesures de réflectance, des plaques de fortes épaisseurs E doivent être utilisés afin d'éliminer tout phénomène d'interférences. En effet, pour que le phénomène d'interférence puisse être négligé, on doit avoir $E/\lambda > 10$. L'épaisseur des plaques doit être d'au moins 2 mm.
- Pour les mesures de transmittance, il est nécessaire d'utiliser des films d'épaisseur relativement faible afin que la transmittance mesurée ne soit pas nulle no-

tamment pour les longueurs d'onde correspondant au pic d'absorption du polystyrène. Des films d'épaisseur inférieure à $100\ \mu m$ sont indiqués.

Le problème qui se pose pour les films de faible épaisseur (les mesures en transmission) est que les lois de l'optique des films épais ne sont plus valables étant donné la présence d'interférences entre les rayons qui sont réfléchis aux interfaces. Ces interférences entraînent des fluctuations sur les valeurs de transmittance mesurées qui deviennent très sensibles à la valeur de l'épaisseur.

Pour s'affranchir de ce problème d'interférences, un dispositif avait été mis au point par Coquard : il consiste à faire pivoter le porte échantillon autour d'un axe normal au plan d'incidence du rayon et ainsi à faire varier l'angle d'incidence. En moyennant les valeurs de transmittances obtenues pour de nombreux angles d'incidence compris entre 0 et 50° , il est possible d'éliminer les fluctuations des mesures dues au phénomène d'interférences. La relation C.8 peut donc être utilisée pour calculer les transmittances d'un film épais, et en déduire la transmittance moyenne pour des angles d'incidence compris entre 0 et 50° . L'identification des indices n et k se fait alors sur cette valeur moyenne.

A partir des mesures en réflectance à angle d'incidence fixe et en transmittance à angle d'incidence variable sur les films d'épaisseur connue, les indices du polystyrène sont déterminés par un processus itératif de type JACOBI :

- A partir d'une valeur k_0 initiale de l'indice imaginaire proche de la valeur réelle, on détermine par dichotomie la valeur n_1 de l'indice réel qui permet de satisfaire l'équation C.7 donnant la réflectance d'un film épais,
- à partir de cette valeur de n calculée à la première itération, on en déduit, également par dichotomie, la valeur k_1 qui permet d'obtenir l'égalité des transmittances moyennes expérimentales et théoriques obtenues par l'équation C.8 donnant la transmittance d'un film épais,
- On utilise alors à nouveau l'équation C.7 pour déterminer la valeur n_2 à la deuxième itération. Ce processus itératif est répété jusqu'à ce que les fluctuations de k_i et n_i entre les itérations i et $i + 1$ soient inférieures à une valeur très faible ($0,01\%$). Les valeurs de n_{i+1} et k_{i+1} obtenues tendent alors vers les valeurs de n et k qui satisfont les deux équations C.7 et C.8 simultanément.

Après quelques tests, nous avons choisi de ne pas appliquer ce dispositif de mesure à angle d'incidence variable pour les mesures en transmission et nous n'avons

mesuré la transmittance qu'en incidence normale. En effet, les résultats étaient similaires quand on comparait l'indice imaginaire (sensible à la transmission) déterminé auparavant par Coquard par le dispositif à angle d'incidence variable à celui obtenu avec un angle d'incidence fixe sur le même échantillon de polystyrène. On remarque également que cet indice imaginaire est très proche de celui mesuré sur le polystyrène de Dow Chemical. On peut donc se passer du dispositif à angle d'incidence variable en déterminant tout de même avec précision l'épaisseur du film étudié et être certain de sa planéité puisque ce sont ces paramètres qui avaient contraint Coquard à utiliser la méthode décrite précédemment.

On obtient de plus les mêmes résultats d'identification si on utilise pour la transmission les lois de l'optique géométrique sur les films minces (avec prise en compte des interférences) au lieu de celle sur les films épais. Les différentes relations sont données en annexe C). Ceci est plus cohérent avec les grandeurs physiques mesurées et les lois de l'optique associées (transmission sur un film mince et réflexion sur un film épais) tandis que le temps de calcul reste inchangé.

2.5.1.2 Indices optiques du polystyrène

Nous avons identifié les indices optiques du polystyrène de couleur bleu utilisé pour fabriquer les mousses isolantes. Nous avons également déterminé les indices du polystyrène transparent (sans les pigments de CuPh donnant cette couleur bleu) afin de vérifier si le pigment avait un impact sur les propriétés du polystyrène. La masse volumique de ce polystyrène dense est $\rho_0 = 1050 \text{ kg.m}^{-3}$.

Les films utilisés en transmission étaient d'épaisseur très fine (environ $50 \text{ }\mu\text{m}$) et les pastilles utilisées en réflexion étaient de quelques millimètres d'épaisseur. Les valeurs moyennes utilisées pour l'identification sont celles indiquées à la figure 2.15, nous avons pu identifier les indices sur la plage $[2; 50] \mu\text{m}$.

De nombreuses mesures ont été effectuées sur le polystyrène brut et nous avons obtenu des résultats différents selon le dispositif utilisé. Les résultats qui ont été choisis pour l'identification ont été obtenus en réflexion sur le spectromètre du LEMTA car elles étaient reproductibles contrairement au dispositif du CSTB. En effet, sur le dispositif du CSTB, nous obtenions une dispersion très importante des mesures de réflexion à cause du porte-échantillon inadapté à la taille de nos pastilles de polystyrène et nous ne mesurons donc pas la réflexion spéculaire. Sur ce dispositif, nous avons observé une différence de réflexion entre les pastilles transparentes et les pastilles de couleur bleue.

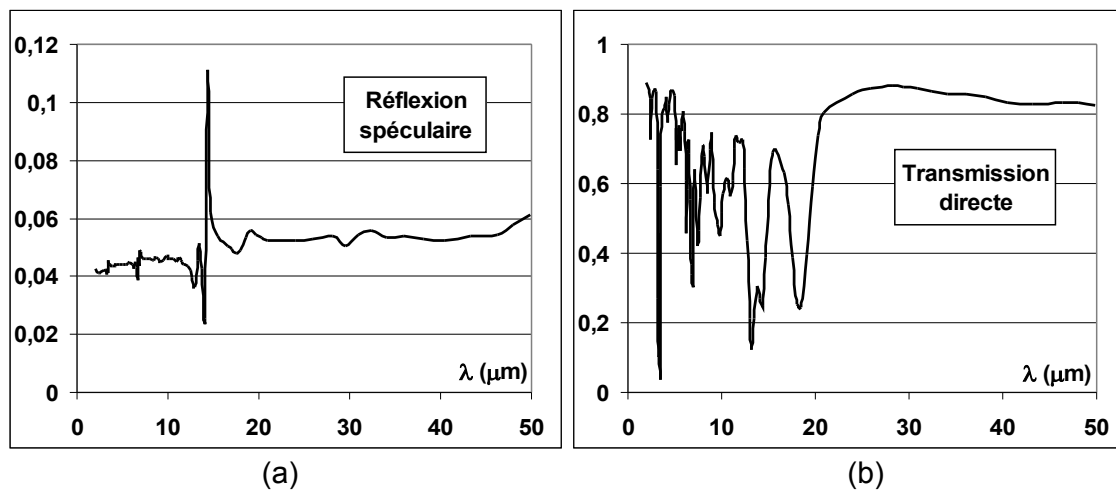


FIGURE 2.15 – Résultats en réflexion (a) et transmission (b) sur du polystyrène dense

Ceci était un biais de mesures et nous avons finalement observé qu'il n'y avait aucune différence d'indices optiques selon la présence ou non de pigment bleu (en très faible quantité dans le matériau brut). Au niveau des mesures en transmission, nous avons obtenu des mesures similaires sur les différents dispositifs. Finalement, nous estimons à 3% l'erreur qui peut être faite sur l'indentification de l'indice réel n en nous basant sur l'erreur faite en réflexion.

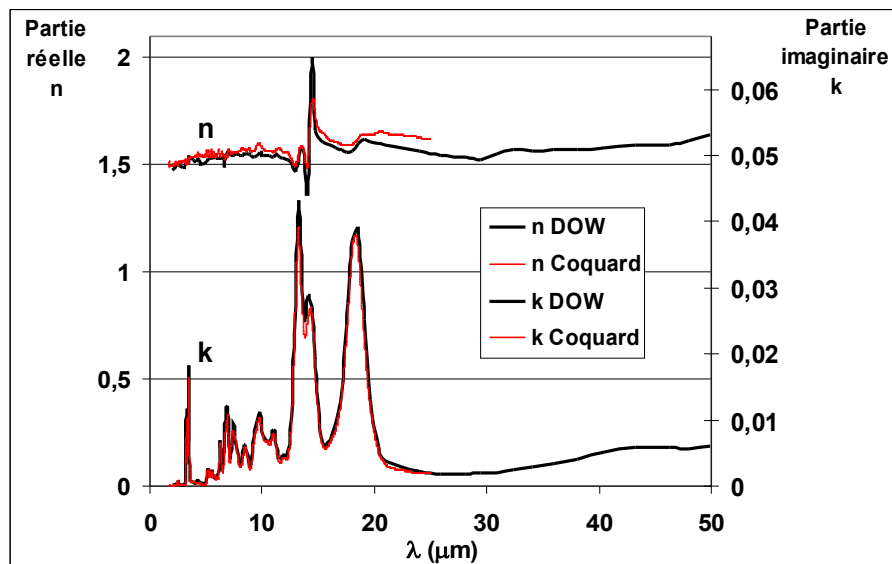


FIGURE 2.16 – Indices optiques du polystyrène dense

Nous noterons que l'indice présente des différences avec celui déterminé par Coquard durant sa thèse [34] sur le polystyrène dense d'un autre fabricant. La différence porte essentiellement sur la partie réelle de l'indice avec un écart d'environ 2% entre les matériaux, comme on peut le voir sur la figure 2.16. Cet écart peut être dû aux incertitudes expérimentales comme évoqué plus haut mais il peut être également dû à la différence dans la formulation chimique du polystyrène utilisé pour la fabrication des mousses puisqu'il y a présence d'additifs dans le matériau. L'écart sur l'indice k est en moyenne de 20%, ce qui peut paraître assez important mais ce coefficient est d'ordre de grandeur très faible et cet écart n'a qu'une faible influence sur les propriétés radiatives comme nous le verrons par la suite.

2.5.2 Bois

Nous avons tenté de déterminer les indices optiques du bois brut grâce à un broyage très fin du matériau. La poudre obtenue est ensuite destinée à fabriquer des pastilles dont la réflectance spéculaire est mesurée par spectroscopie infrarouge. La démarche et les résultats sont indiqués en annexe D.

Pour synthétiser, la granulométrie finale que nous avons réussi à obtenir grâce à notre dispositif expérimental n'a malheureusement pas été suffisante pour déterminer les indices optiques du bois brut.

Puisque ces indices sont la base de la détermination des propriétés radiatives grâce à des méthodes prédictives et que nous n'avons pas pu les déterminer, nous ne présentons pas une telle méthode pour les isolants en fibres de bois dans ce mémoire.

2.6 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre un grand nombre de méthodes et de modèles permettant d'accéder aux propriétés des milieux isolants étudiés telles que la conductivité phonique, les indices optiques et la morphologie réelle du milieu.

Des résultats nouveaux ont été présentés tels que l'évolution de propriétés thermiques des isolants en fonction de la température ou de l'humidité, et la détermination des indices optiques des matériaux bruts tels que le polystyrène et le bois.

Dans ce contexte, nous allons montrer en quoi le comportement thermique des isolants est fortement dépendant de toutes ces caractéristiques.

Chapitre 3

Identification des propriétés radiatives

Sommaire

3.1	Introduction	43
3.2	Description de la méthode d'identification	44
3.3	Détermination des réflectances et transmittances	50
3.4	Identification des propriétés radiatives du Thermisorel	58
3.5	Identification des propriétés radiatives des mousses XPS	63
3.6	Études paramétriques	65
3.7	Conclusion	69

3.1 Introduction

Les propriétés radiatives sont données par les coefficients volumiques monochromatiques d'extinction β_λ et de diffusion σ_λ ainsi que par la fonction de phase spectrale P_λ qui décrit la distribution du rayonnement diffusé dans l'espace. Il est nécessaire de les déterminer afin de résoudre le transfert de chaleur par rayonnement. La méthode d'identification permet d'accéder aux propriétés radiatives de matériaux sans connaître leurs propriétés thermophysiques.

De nombreuses études ont été effectuées sur les méthodes inverses notamment pour les milieux fibreux (laine de verre principalement) et pour une description détaillée

de ces études, le lecteur peut se référer aux thèses de Milandri [35], Nicolau [36] ou plus récemment celle de Kandem Tagne [37].

3.2 Description de la méthode d'identification

Dans ce chapitre la méthode d'identification des propriétés radiatives est décrite ainsi que les hypothèses qui lui sont associées.

3.2.1 Principe de la méthode inverse

La méthode d'identification des paramètres consiste à déterminer les propriétés radiatives à partir de mesures des transmittances et réflectances bidirectionnelles ou hémisphériques par spectrométrie infrarouge. Ces propriétés sont l'épaisseur optique du milieu τ_λ , l'albedo ω et la fonction de phase de diffusion P_λ .

L'épaisseur optique τ_λ se définit pour toute abscisse z . L'épaisseur optique et l'albedo sont reliées aux coefficients d'extinction β_λ et de diffusion σ_λ via les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\tau_\lambda(z) &= \beta_\lambda z \\ \omega_\lambda &= \frac{\sigma_\lambda}{\beta_\lambda}\end{aligned}$$

L'épaisseur optique du milieu τ_λ se calcule pour $z = E$.

La méthode générale consiste à minimiser l'écart quadratique moyen entre les grandeurs déterminées expérimentalement et celles calculées numériquement par résolution de l'ETR. Il est alors nécessaire d'adopter un modèle pour le calcul de la fonction de phase. Quelques uns sont indiqués au paragraphe 3.2.3.

La fonction F à minimiser, pour chaque longueur d'onde, dans le cas où on utilise exclusivement les BRDF (Bidirectional Reflection Distribution Function) et BTDF (Bidirectional Transmission Distribution Function), décrites plus loin, est la suivante :

$$F = \int_{\mu=0}^1 \left[t''_{\lambda,th}(E, \mu_1, \mu) - t''_{\lambda,exp}(E, \mu_1, \mu) \right]^2 d\mu + \int_{\mu=-1}^0 \left[r''_{\lambda,th}(0, \mu_1, \mu) - r''_{\lambda,exp}(0, \mu_1, \mu) \right]^2 d\mu \quad (3.1)$$

μ_1 est la direction incidente du rayonnement ($\mu_1 \approx 1$),

$t''_{\lambda,th}$, $r''_{\lambda,th}$ sont respectivement les BTDF et BRDF calculées numériquement en

résolvant l'ETR (3.4),

$t''_{\lambda,exp}$, $r''_{\lambda,exp}$ représentent les BTDF et BRDF déterminées expérimentalement.

Nous avons utilisé une autre méthode puisque nous ne disposons pas dans un premier temps de suffisamment de mesures bidirectionnelles sur nos matériaux. Le principe est le suivant : nous disposons de N grandeurs expérimentales y_{exp} et nous voulons déterminer N paramètres p_i décrivant les propriétés radiatives du milieu. Nous identifions ces paramètres tels que l'écart relatif soit nul entre les valeurs numériques et les valeurs expérimentales. Nous cherchons alors à résoudre un système non-linéaire de N équations à N inconnues qui est le suivant :

$$F_i(p_i) = 1 - \frac{y_{th,i}(p_i)}{y_{exp,i}} = 0 \quad \text{pour } 1 < i < N \quad (3.2)$$

Cela revient à chercher le minimum de la fonction suivante :

$$F = \sum_i (F_i(p_i))^2 \quad (3.3)$$

L'écart quadratique relatif est utilisé puisque les grandeurs expérimentales ne présentent pas le même ordre de grandeur. L'équation 3.3 est le problème dual d'une minimisation par moindres carrés mais en considérant un écart quadratique relatif au lieu de l'écart quadratique absolu entre les valeurs expérimentales et théoriques.

Pour résoudre le problème de minimisation (relation 3.1 ou 3.3) plusieurs méthodes peuvent être appliquées. Une méthode a été développée à l'aide du logiciel Matlab au LEMTA par J. Sabil. Le calcul de minimisation fait intervenir le gradient de F calculé à partir d'une dérivation de l'ETR par rapport à chacun des paramètres cherchés. Ce calcul de gradient a été nécessaire pour déterminer la sensibilité des BTDF et BRDF aux paramètres (albedo, épaisseur optique et fonction de phase). Ces calculs de sensibilité sont indiqués à l'annexe A.2. On appellera cette méthode *Fmincon* en référence à la fonction de minimisation Matlab utilisée.

Une autre méthode est celle utilisant le formalisme de la minimisation au sens des moindres carrés, elle ne fait pas intervenir les gradients calculés lors de l'étude de sensibilité et sera nommée *Lsqcurvefit* en référence à la fonction de minimisation Matlab utilisée.

Des tests d'identification montrent que la méthode *Fmincon* n'identifie pas de manière satisfaisante les grandeurs (τ , ω et g) à cause de l'atteinte d'un minimum local au lieu du minimum global lorsqu'on souhaite identifier ces trois grandeurs à partir de trois données expérimentales (réflectance et transmittance hémisphérique, et transmittance directe). Ceci peut se voir en remontant par calcul aux réflectances et transmittances théoriques (à partir des grandeurs identifiées) et en les comparant aux valeurs expérimentales. Cette atteinte de minimum locale est quasi-systématique dans le cas où on utilise le gradient déterminé à partir de la résolution de l'ETR tandis que l'identification est meilleure si la fonction Matlab calcule d'elle-même le gradient de la fonction à minimiser. Cette différence se retrouve dans le cas où on identifie cinq grandeurs (τ , ω et g , $f1$ et $f2$ de la fonction de phase de Nicolau) à partir de cinq données expérimentales. De plus, lorsqu'on laisse la fonction Matlab déterminer le gradient de la fonction, les propriétés identifiées par la méthode *Fmincon* sont très proches de celles obtenues par la méthode *Lsqcurvefit* et les erreurs sur les grandeurs spectrales sont identiques et négligeables.

Finalement, c'est la minimisation par la méthode *Lsqcurvefit* que nous avons utilisée, avec la minimisation des écarts relatifs (relation 3.2).

Le paragraphe 3.3 indique comment sont obtenues les réflectances et transmittances spectrales théoriques et expérimentales tandis que les résultats des identifications sur les laines de bois et les mousses XPS sont respectivement indiqués aux paragraphes 3.4 et 3.5.

3.2.2 Hypothèses

1. On suppose une symétrie azimutale au niveau des conditions aux limites radiatives (on se place sous incidence quasi normale). Nous supposons également une indépendance par rapport à l'angle azimutal ϕ dans l'équation de transfert radiatif.
2. Expérimentalement, du fait de l'utilisation d'un spectromètre à transformée de Fourier, on néglige l'émission propre du milieu qui est une constante pour chaque longueur d'onde.
3. On considère que l'échantillon est placé dans un milieu non absorbant et non diffusant, ceci nous permet de relier simplement les grandeurs spectrales aux luminances aux frontières de l'échantillon. De plus, nous supposons que les frontières de l'échantillon sont transparentes du fait de la forte porosité des milieux étudiés.

4. Enfin, la prise en compte de la dépendance angulaire (θ) des coefficients d'extinction et de diffusion se traduirait par un nombre de paramètres à identifier bien trop important. Aussi, Milandri dans sa thèse [35] a choisi en première approximation, de maintenir ces coefficients constants tout en sachant que ce choix ne serait rigoureusement vérifié que pour un milieu formé de fibres réparties aléatoirement dans l'espace. Nous faisons cette même approximation pour nos deux matériaux, mousses XPS et fibres de bois, bien que le milieu fibreux ne vérifie pas à priori cette condition de répartition aléatoire.

A partir des hypothèses simplificatrices et en introduisant de nouvelles grandeurs (albedo et épaisseur optique), l'ETR s'écrit sous la forme 3.4.

$$\mu \frac{dL_\lambda(\tau_\lambda, \mu)}{d\tau_\lambda} = -L_\lambda(\tau_\lambda, \mu) + \frac{\omega_\lambda}{2} \int_{\mu'=-1}^1 P_\lambda(\mu' \rightarrow \mu) L_\lambda(\tau_\lambda, \mu') d\mu' \quad (3.4)$$

3.2.3 Fonctions de phase

Il est nécessaire d'adopter un modèle pour la fonction de phase $P_\lambda(\mu' \rightarrow \mu)$ afin de résoudre l'ETR (équation 3.4). Ci-dessous sont données quelques représentations de la fonction de phase utilisées notamment dans le cas de milieux poreux cellulaires ou fibreux.

Quelques représentations de la fonctions de phase

- Chu et Churchill [38] ont présenté la fonction de phase sous forme d'un développement sur la base orthogonale des polynômes de Legendre P_n :

$$P(\mu', \mu) = \sum_{n=0}^N a_n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (3.5)$$

où : $a_0 = 1$, a_n sont des constantes pouvant être calculées à partir de la **théorie de Mie** (Kerker [39]), et P_n sont les polynômes de Legendre d'ordre n .

* Lorsque $N = 0$, $P_0(\mu', \mu) = 1$: elle correspond à une diffusion isotrope.

* Lorsque $N = 1$, $P_1(\mu', \mu) = 1 + a_1 \mu \mu'$: elle correspond à une diffusion linéaire anisotrope (las : linear anisotropic scattering). Dans ce cas, la constante a_1 appelée facteur adimensionnel d'asymétrie appartient à l'intervalle $[-1, 1]$:

si $a_1 \in [0, 1]$, on a une diffusion préférentielle vers l'avant.

si $a_1 \in [-1, 0]$, on a une diffusion préférentielle vers l'arrière.

* Lorsque $N = 2$, $P_2(\mu', \mu) = 1 + a_1\mu\mu' + \frac{1}{4}a_2(3\mu^2 - 1)(3\mu'^2 - 1)$, la fonction de phase représente une diffusion anisotrope du second ordre. Dans le cas particulier où : $a_0 = 1$ et $a_2 = 1/2$, la fonction de phase s'appelle fonction de phase de Rayleigh. Cette fonction est utilisée pour des milieux constitués de petites particules sphériques de diamètre très inférieur à la longueur d'onde.

Cette fonction de phase nécessite de déterminer les N paramètres $a_1 \dots a_N$ avec $N \gg 1$.

- La distribution de Dirac permet de modéliser une diffusion exclusivement dirigée vers l'avant (resp. dirigée vers l'arrière) :

$$P_{\delta+}(\mu', \mu) = 2\delta(\mu - \mu') \quad (\text{resp. } P_{\delta-}(\mu', \mu) = 2\delta(\mu + \mu')) \quad (3.6)$$

- Henyey et Greenstein [40] ont introduit la fonction de phase suivante dans le but d'étudier la diffusion du rayonnement par la matière interstellaire. Dans le cas d'un milieu isotrope, cette fonction a la forme :

$$P_{HG,\lambda}(\mu', \mu) = \int_{w=0}^1 \frac{(1 - g_{HG,\lambda}^2) dw}{[1 + g_{HG,\lambda}^2 - 2g_{HG,\lambda}(\mu\mu' + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu'^2} \cos(2\pi w))]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.7)$$

Le paramètre g_{HG} est appelé coefficient d'asymétrie. Il satisfait :

- $0 < g_{HG} \leq 1$ pour la diffusion avant,
- $-1 \leq g_{HG} < 0$ pour la diffusion arrière,
- $g_{HG} = 0$ pour la diffusion isotrope.

Dans ce cas, la fonction de phase est déterminée par 1 seul paramètre g_{HG} . Cette fonction de phase a été utilisée notamment pour des matériaux fibreux ou poreux comme les laines de verre (Uny [41]) les mousses de carbones et les fibres de silice. Cependant Nicolau [36] a montré que ce modèle n'était pas satisfaisant pour ces matériaux puisqu'il subsiste des erreurs sur les réflectances et la rétrodiffusion n'est pas prise en compte.

- Nicolau et al. [36] ont déterminé la fonction de phase suivante qui contient deux fonctions de phase de Henyey & Greenstein associées à une fonction isotrope :

$$P_{Nicolau,\lambda}(\mu', \mu) = f_{2,\lambda} \left(f_{1,\lambda} P_{HG1,\lambda}(\mu', \mu) + (1 - f_{1,\lambda}) P_{HG2,\lambda}(\mu', \mu) \right) + (1 - f_{2,\lambda}) \quad (3.8)$$

- $P_{HG1,\lambda}$: représente la diffusion avant avec un paramètre d'asymétrie $0 \leq g_{HG1} \leq 1$,
- $P_{HG2,\lambda}$: la rétrodiffusion avec un paramètre d'asymétrie $-1 \leq g_{HG2} \leq 0$,
- $f_{1,\lambda}$: pondère l'effet de diffusion avant et rétrodiffusion ($0 \leq f_{1,\lambda} \leq 1$),
- $f_{2,\lambda}$: pondère l'anisotropie et l'isotropie ($0 \leq f_{2,\lambda} \leq 1$).

Dans ce cas, la fonction de phase est déterminée par 4 paramètres : g_{HG1} , g_{HG2} , $f_{1,\lambda}$, $f_{2,\lambda}$.

- A. Milandri [35] a amélioré dans sa thèse la fonction de phase de Nicolau pour représenter au mieux la fonction de phase issue de la théorie de Mie :

$$P_{\lambda}(\theta', \theta) = (1 - f_{3,\lambda}) P_{Nicolau,\lambda}(\theta', \theta) + f_{3,\lambda} P_{Lorentz,\lambda}(\theta', \theta) \quad (3.9)$$

avec :

$$P_{Lorentz,\lambda}(\theta', \theta) = \frac{1}{\pi} \frac{g_{Lorentz,\lambda}}{g_{Lorentz,\lambda}^2 - (\theta' + \theta)^2}; \quad (3.10)$$

θ' , θ représentent respectivement les angles polaires des directions d'incidence et de diffusion.

$f_{3,\lambda}$: représente le poids de la fonction de Nicolau par rapport à celle de Lorentz ($0 \leq f_{3,\lambda} \leq 1$).

Dans ce cas, la fonction de phase est déterminée par 6 paramètres : g_{HG1} , g_{HG2} , $f_{1,\lambda}$, $f_{2,\lambda}$, $f_{3,\lambda}$ et $g_{Lorentz}$.

Correction de la fonction de phase

La condition de normalisation sur la fonction de phase discrétisée est effectuée selon la démarche utilisée par Nicolau [36], à savoir l'utilisation de coefficients ε_i associés à chaque direction μ_i ou $-\mu_i$. La figure 3.1 indique la discrétisation polaire choisie (m directions discrètes) : la BRDF est définie pour l'hémisphère arrière ($m/2 + 1 \leq j \leq m$) et la BTDF pour l'hémisphère avant ($1 \leq j \leq m/2$).

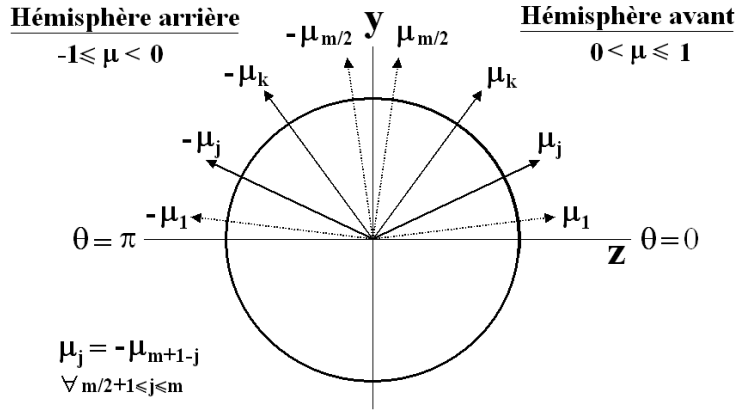


FIGURE 3.1 – Discrétisation angulaire

Le facteur correctif à la fonction de phase $P(\mu_i, \mu_j)$ devient alors $(1 + \varepsilon_i + \varepsilon_j)$. La relation de normalisation est ainsi :

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (1 + \varepsilon_i + \varepsilon_j) C_i^\mu P(\mu_i, \mu_j) = 1, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (3.11)$$

C_i^μ sont les poids par rapport à μ_i de la quadrature utilisée sur m directions.

3.3 Détermination des réflectances et transmittances

Dans ce paragraphe sont décrits les calculs des réflectances et transmittances théoriques à partir des luminances solutions de l'ETR, puis sont donnés les moyens mis en oeuvre pour les déterminer expérimentalement.

3.3.1 Définition des BRDF et BTDF

On introduit les notions de BRDF (Bidirectional Reflection Distribution Function ou réflectance monochromatique bidirectionnelle) et BTDF (Bidirectional Transmission Distribution Function) qui font le lien entre la luminance solution de l'ETR et les réflectances et transmittances bidirectionnelles expérimentales.

La BRDF peut être définie comme le rapport entre la luminance réfléchie en un point z d'une surface d'aire dA et l'éclairement incident à celle-ci. Les BTDF $t_\lambda''(z, \Delta'', \Delta)$ et BRDF $r_\lambda''(z, \Delta'', \Delta)$ sont définies par la relation 3.12 (on se réfèrera aux figures 3.2 et

3.3).

$$\begin{aligned} r''_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}) &= \frac{L_{\lambda}(z, \vec{\Delta})}{L_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'') \cos \theta'' d\Omega''} \\ t''_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}') &= \frac{L_{\lambda}(z, \vec{\Delta}')}{L_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'') \cos \theta'' d\Omega''} \end{aligned} \quad (3.12)$$

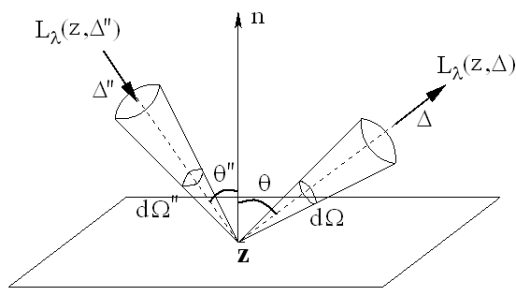


FIGURE 3.2 – BRDF Réflectance bidirectionnelle

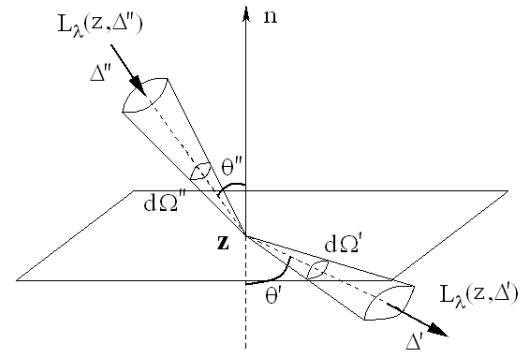


FIGURE 3.3 – BTDF Transmittance bidirectionnelle

3.3.2 Calcul des réflectances et transmittances théoriques

La résolution de l'équation de transfert radiatif (ETR) permet d'obtenir les luminances transmises à la frontière du milieu en $z = E$ et réfléchies à la frontière du milieu en $z = 0$ à partir des propriétés radiatives du milieu (figure 3.4).

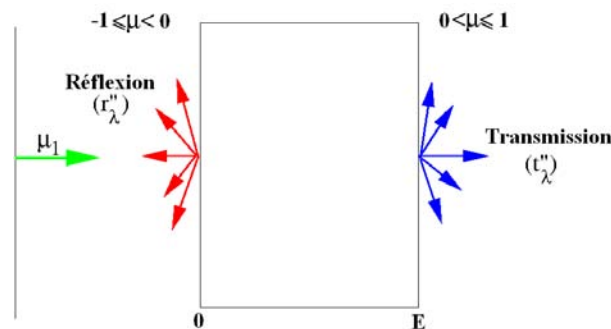


FIGURE 3.4 – Réflexion et transmission aux interfaces du milieu

Les BTDF et BRDF théoriques sont calculées à partir des luminances solutions

de l'ETR grâce à la relation 3.12 car le milieu environnant est supposé non absorbant. Ensuite, les réflectances et transmittances directionnelles hémisphériques sont reliées aux BRDF-BTDF grâce à la relation 3.13.

$$\begin{aligned} r'_{\lambda}(z, \Delta'') &= \frac{\int_{\Omega=2\pi} L_{\lambda}(z, \Delta) \cos \theta \, d\Omega}{L_{\lambda}(z, \Delta'') \cos \theta'' \, d\Omega''} = \int_{\Omega=2\pi} r''_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}') \cos \theta \, d\Omega \\ t'_{\lambda}(z, \Delta'') &= \frac{\int_{\Omega=2\pi} L_{\lambda}(z, \Delta') \cos \theta' \, d\Omega'}{L_{\lambda}(z, \Delta'') \cos \theta'' \, d\Omega''} = \int_{\Omega=2\pi} t''_{\lambda}(z, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}') \cos \theta' \, d\Omega' \quad (3.13) \end{aligned}$$

La transmittance directe est calculée selon la relation 3.14 faisant intervenir le signal transmis qui est détecté dans la première direction μ_1 . Cette transmittance directe représente le rapport du flux énergétique transmis par l'échantillon sur le flux incident.

$$TD_{\lambda}(z, \Delta'') = \frac{L_{\lambda}(z, \mu_1)}{L_{\lambda}(z, \Delta'')} \quad (3.14)$$

Au niveau de la résolution de l'ETR, il existe plusieurs méthodes. Une des méthodes couramment employée consiste à discrétiser l'espace angulaire suivant différentes directions discrètes et de résoudre le système d'équations résultant par une méthode aux différences finies. Pour notre étude, nous rappelons que nous avons choisi la méthode matricielle, plus précise puisqu'on résout le système de manière analytique. Cette méthode a été adaptée à notre problème pour lequel il n'existe pas d'émission propre. Son principe est le suivant :

Après discrétisation de l'ETR (relation 3.15), on écrit le système homogène à résoudre sous forme matricielle (équation 3.16).

$$\mu_j \frac{dL_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \mu_j)}{d\tau_{\lambda}} = -L_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \mu_j) + \frac{\omega_{\lambda}}{2} \sum_{k=1}^m P_{\lambda}(\mu_k \rightarrow \mu_j) L_{\lambda}(\tau_{\lambda}, \mu_k) C_k^{\mu} \quad 1 \leq j \leq m \quad (3.15)$$

où C_k^{μ} est le poids associé à la direction μ_k pour la quadrature utilisée.

$$\frac{d\mathbf{L}_{\lambda}(\tau_{\lambda})}{d\tau_{\lambda}} = \mathbf{A}_{\lambda} \cdot \mathbf{L}_{\lambda}(\tau_{\lambda}) \quad (3.16)$$

$\mathbf{L}_{\lambda}$ est le vecteur dont les composantes sont les luminances dans les différentes directions discrètes retenues pour l'étude (m directions) et $\mathbf{A}_{\lambda}$ est une matrice carrée de taille

m composée de quatre blocs (relation 3.17) qui sont eux-mêmes des matrices carrées de taille $m/2$ (relation 3.18).

$$A_\lambda = \begin{bmatrix} A_\lambda^1 & A_\lambda^2 \\ -A_\lambda^2 & -A_\lambda^1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \text{avec} \quad (A_\lambda^1)_{jk} &= \frac{1}{\mu_j} \left\{ \frac{\omega_\lambda}{2} P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) C_k^\mu - \delta_{jk} \right\} \\ (A_\lambda^2)_{jk} &= \frac{1}{\mu_j} \left\{ \frac{\omega_\lambda}{2} P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) C_k^\mu \right\} \end{aligned} \quad (3.18)$$

La construction de ces matrices ainsi que le formalisme de résolution d'un tel système par une méthode de diagonalisation de la matrice caractéristique du milieu A_λ sont décrits en annexe A.1.

Remarque : Pour le calcul des BRDF et BTDF théoriques, nous avons écrit l'ETR sous forme adimensionnée : la luminance n'est pas dérivée par rapport à z mais par rapport à l'épaisseur optique $\tau_\lambda = \beta_\lambda \cdot z$. De plus, du fait de l'hypothèse faite sur la dépendance angulaire, on considère que les coefficients d'extinction et de diffusion sont indépendants de la direction μ .

3.3.3 Détermination des BRDF et BTDF expérimentales

Dans tout ce paragraphe, nous n'indiqueront pas la dépendance spectrale qui est sous-entendue pour toutes les grandeurs présentées.

Mesures bidirectionnelles

Les BRDF et BTDF expérimentales peuvent être calculées à partir des grandeurs bidirectionnelles et directionnelles hémisphériques issues de mesures spectroscopiques. Le matériel utilisé est un spectromètre FTIR de type Brucker IFS 66v/S avec une sphère intégrante de revêtement Infragold pour les mesures hémisphériques. Le détecteur MCT (HgCdTe) a une très grande sensibilité, ce qui est utile pour les mesures bidirectionnelles. Une cuve a été installée sur le spectromètre du LEMTA afin de faire des mesures sous vide et ainsi s'affranchir de l'humidité dans les matériaux poreux et des signaux parasites dus aux composants de l'air.

Considérons la figure 3.2 : le signal que nous détectons est le rayonnement réfléchi

par la surface de l'échantillon et il obéit à la relation suivante :

$$\Phi_{ech}^r(\theta) = K \cos \theta L_\lambda(0, \vec{\Delta}) d\Omega \quad (3.19)$$

K est une constante liée à la surface émettrice de l'échantillon et aux caractéristiques du montage. Le signal de référence est celui mesuré à l'aide d'un miroir pour lequel la réflexion est spéculaire et donc $\theta = \theta''$. Ce signal de référence peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\Phi_{ref}^r = K \cos \theta'' L_\lambda(0, \vec{\Delta}'') d\Omega'' \quad (3.20)$$

Or seuls les rayons contenus dans $d\Omega$ sont captés par le détecteur puisque l'angle solide en détection est plus petit que l'angle solide d'incidence. Il vient ainsi l'expression finale du signal de référence :

$$\Phi_{ref}^r = K \cos \theta'' L_\lambda(0, \vec{\Delta}'') d\Omega \quad (3.21)$$

Grâce à la relation 3.12 et aux relations 3.19 et 3.21 on en déduit l'expression de la BRDF :

$$BRDF_{ech}(\theta) = r_\lambda''(0, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}) = \frac{1}{\cos \theta d\Omega''} \frac{\Phi_{ech}^r(\theta)}{\Phi_{ref}^r} \quad (3.22)$$

Pour nos échantillons très diffusants nous avons dû utiliser un diaphragme très grand (7 mm) afin de détecter le signal renvoyé par l'échantillon, or avec ce diaphragme, nous ne sommes pas capables de mesurer le signal de référence Φ_{ref}^r pour cause de saturation du détecteur. Nous avons donc déterminé la BRDF de l'échantillon par l'intermédiaire de la BRDF d'un corps supposé lambertien, à savoir soit le Spectralon soit l'Infragold. Un corps lambertien est un corps qui diffuse de manière isotrope, autrement dit, il émet dans toutes les directions avec la même intensité. En effet, pour un corps ayant une diffusion lambertienne et un pouvoir réflecteur de p_r , la BRDF obéit à l'équation suivante :

$$BRDF_{lam}(\theta) = \frac{1}{\cos \theta d\Omega''} \frac{\Phi_{lam}^r(\theta)}{\Phi_{ref}^r} = \frac{p_r}{\pi} \quad (3.23)$$

En combinant les équations 3.22 et 3.23 nous obtenons la valeur de la BRDF de l'échantillon en fonction du signal mesuré avec l'échantillon et celui mesuré avec le corps lambertien :

$$BRDF_{ech}(\theta) = \frac{p_r}{\pi} \frac{\Phi_{ech}^r(\theta)}{\Phi_{lam}^r(\theta)} \quad (3.24)$$

Des tests ont été effectués sur les deux matériaux de référence supposés lambertiens : le Spectralon et l'Infragold. Ces deux matériaux possèdent tous deux des inconvénients et avantages :

- Le Spectralon n'est habituellement utilisé que sur la plage 0,2-2,5 μm sur laquelle son pouvoir réflecteur est supérieur à 95%, or notre domaine va au-delà de 2,5 μm . Il est cependant parfaitement lambertien sur cette plage.
- L'Infragold est un corps utilisé sur la plage 0,7-20 μm pour laquelle son pouvoir réflecteur est compris entre 94 et 96% (figure 3.5) mais son comportement n'est pas parfaitement lambertien et donc l'expression 3.24 ne peut pas lui être applicable en toute rigueur.

Nous verrons un peu plus loin dans ce paragraphe ce que cela implique.

Le même raisonnement peut être effectué pour la détermination de la BTDF avec comme signal de référence une mesure en l'absence d'échantillon :

$$BTDF_{ech}(\theta) = t''_{\lambda} \left(E, \vec{\Delta}'', \vec{\Delta}' \right) = \frac{1}{\cos \theta' d\Omega''} \frac{\Phi_{ech}^t}{\Phi_{ref}^t} \quad (3.25)$$

Mesures hémisphériques

Expérimentalement, les réflectances et transmittances directionnelles hémisphériques sont mesurées grâce à un dispositif formé d'une sphère intégrante constituée d'un revêtement en Infragold ayant un très bon pouvoir réflecteur dans le domaine spectral étudié et qui a la propriété de réfléchir le rayonnement de façon diffuse. Ainsi le signal obtenu en sortie de la sphère intégrante est proportionnel à l'éclairement global incident.

Pour calculer la réflectance directionnelle hémisphérique nous effectuons 3 mesures : une en l'absence d'échantillon afin d'éliminer les réflexions parasites pouvant avoir lieu dans la sphère aux alentours de l'échantillon Φ_0 , une avec un matériau de référence dont les propriétés sont identiques au revêtement de la sphère $\Phi_{ref}^{r\cap}$ et une avec l'échantillon étudié $\Phi_{ech}^{r\cap}$. On note p_r le pouvoir réflecteur de la sphère ($\cong 0,965$ pour la sphère de revêtement Infragold). Le calcul à effectuer est alors le suivant :

$$r'_{\lambda} \left(0, \vec{\Delta}'' \right) = p_r \frac{\Phi_{ech}^{r\cap} - \Phi_0}{\Phi_{ref}^{r\cap} - \Phi_0} \quad (3.26)$$

Dans le cas de la transmittance directionnelle hémisphérique deux mesures suf-

fisent : une mesure de référence sans échantillon $\Phi_{ref}^{t\cap}$ et une avec l'échantillon $\Phi_{ech}^{t\cap}$.

$$t_{\lambda}^{\prime\cap}(0, \vec{\Delta}'') = \frac{\Phi_{ech}^{t\cap}}{\Phi_{ref}^{t\cap}} \quad (3.27)$$

Vérification des mesures de BRDF

Nous avons dans un premier temps vérifié si le Spectralon conservait son comportement lambertien sur la plage de mesure de notre spectromètre (1,4-12,5 μm), ce qui est le cas, excepté autour de la longueur d'onde de 8 μm pour laquelle le Spectralon ne réfléchit quasiment plus le rayonnement. Ceci peut être observé sur la figure 3.5 indiquant les réflectances hémisphériques mesurées avec l'aide de la sphère intégrante ayant un revêtement en Infragold et dont le signal de référence est celui avec une référence en Infragold également.

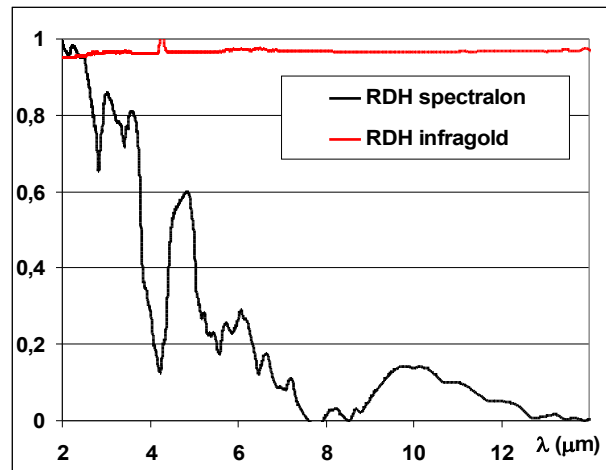


FIGURE 3.5 – Réflectances hémisphériques expérimentales du Spectralon et de l'Infragold - Référence Infragold

Ensuite, afin de vérifier la validité des mesures BRDF, nous avons comparé la réflectance hémisphérique mesurée sous vide sur un échantillon de Thermisorel de 1 mm d'épaisseur à celle déterminée à partir des mesures bidirectionnelles selon la relation 3.13. La figure 3.6 indique les résultats lorsque la RDH est déterminée à partir de la référence Spectralon ou de la référence Infragold considérée comme parfaitement lambertienne. Il s'avère que lorsque nous considérons l'Infragold comme parfaitement lambertien alors les résultats sont quasiment superposés. Cependant, nous n'utiliserons

pas l'Infragold pour déterminer les BRDF d'un échantillon puisque nous nous intéressons à la forme de la fonction de phase et un écart de comportement lambertien pourrait fausser les résultats d'identification et par conséquent les interprétations que nous pouvons en tirer. En effet, la figure 3.7 montre l'évolution du rapport $(\Phi_{lam}^r(\theta))/(\Phi_{lam}^r(0) \cos \theta)$ en fonction de l'angle θ , on constate que le Spectralon a un comportement très proche du lambertien pour la plage spectrale $[1,4-12,5] \mu m$ puisque ce rapport est très proche de 1, tandis que l'Infragold est plus éloigné du comportement lambertien.

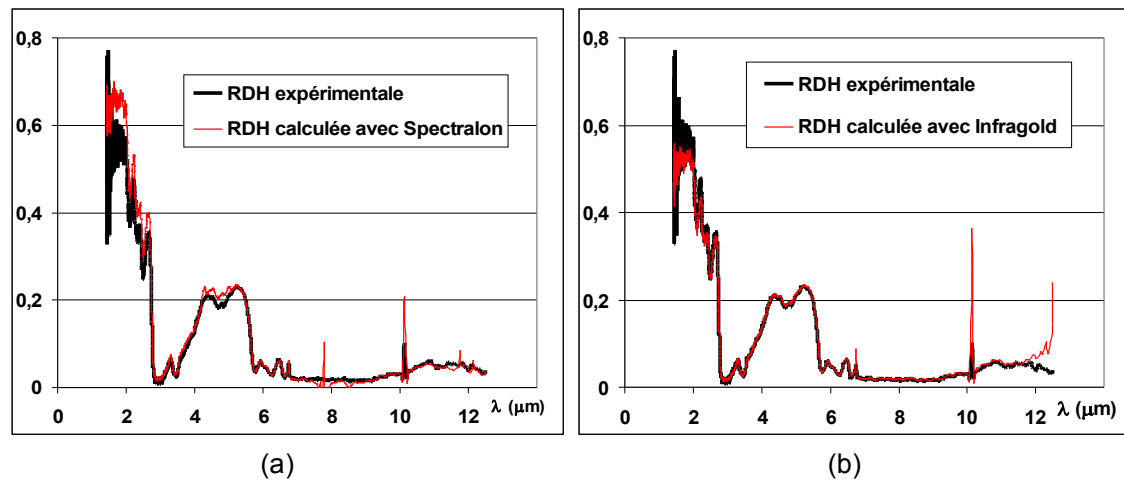


FIGURE 3.6 – Comparaison de la RDH expérimentale à celle calculée à partir des BRDF sur du Thermisorel (a) avec la référence Spectralon et (b) avec la référence Infragold

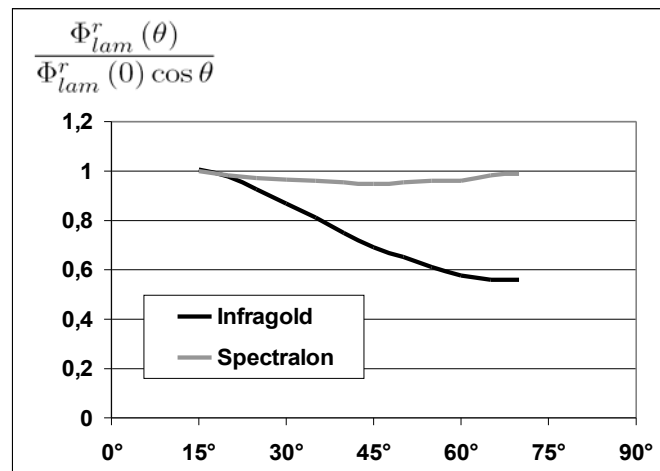


FIGURE 3.7 – $\frac{\Phi_{lam}^r(\theta)}{\Phi_{lam}^r(0) \cos \theta} = f(\theta)$ pour l'Infragold et le Spectralon

3.4 Identification des propriétés radiatives du Thermisorel

3.4.1 Identification à partir des grandeurs hémisphériques

Les résultats d'identification indiqués ici sont ceux obtenus à partir des mesures de réflectance et transmittance hémisphériques et de transmittance directe effectuées dans une enceinte sous vide, sur le spectromètre du LEMTA, sur la plage spectrale $[2 - 12] \mu m$. Les mesures de réflectances et transmittances ont été effectuées sur un échantillon de Thermisorel de 1 mm d'épaisseur pris au coeur d'un panneau isolant (loin des bords). Nous identifions à partir de ces mesures les trois paramètres suivants : épaisseur optique τ_λ , albedo ω_λ et le coefficient d' g_λ de la fonction de phase de Henyey et Greenstein.

En raison du très grand nombre de longueurs d'onde utilisées pour les mesures spectrales, il a fallu limiter ce nombre afin de diminuer les temps de calcul tout en gardant l'évolution globale des propriétés sur toute la plage de longueurs d'onde considérée. Aucune moyenne n'a été effectuée sur les mesures spectrales et ce sont donc des résultats bruts qui seront présentés. Ils ont l'avantage de ne pas lisser les pics présents dans le spectre. La courbe 3.8 indique la discrétisation retenue (avec 69 points) par rapport au signal initial, on peut voir qu'on ne perd pas d'information sur l'évolution des grandeurs spectrales.

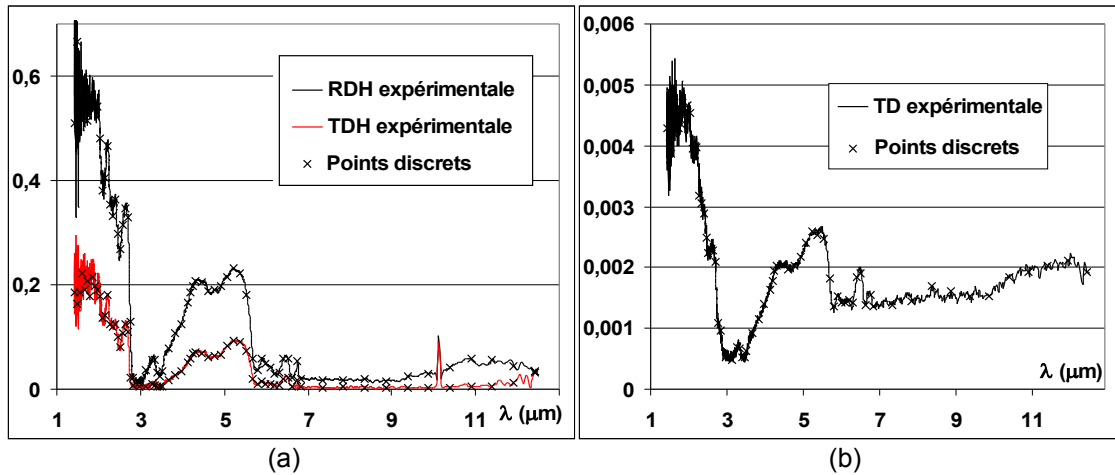


FIGURE 3.8 – Discretisation spectrale retenue (a) Mesures hémisphériques (b) Transmittance directe - Mesures du Thermisorel

La discrétisation qui a été choisie est une quadrature à 44 points avec un pas constant de 4° entre 0° et 180° . L'angle solide du faisceau incident $d\Omega''$ est pris égal à

0,005542, ce qui correspond à une demi-angle de divergence du faisceau incident ξ_0 de $2,4^\circ$ selon l'équation 3.28. Cette valeur avait été déterminée sur le dispositif du LEMTA avec un diaphragme de 7 mm . Nous avons également testé le cas où on considère un angle ξ_0 très inférieur, et égal à $0,86^\circ$ (valeur correspondant à l'angle mesuré sur le dispositif du CSTB) et nous avons observé que cela n'avait pas d'influence sur les résultats des identifications à partir des grandeurs hémisphériques et de la transmittance directe.

$$d\Omega'' = 2\pi (1 - \cos \xi_0) \quad (3.28)$$

Nous avons également comparé nos résultats dans le cas où on utilise une quadrature similaire à celle utilisée par Milandri et al. [35]. Cette quadrature présente une concentration des directions selon la direction normale, ce qui permet de modéliser les fonctions de phase plus pointues dans la direction d'incidence. **Nous avons obtenu les mêmes résultats avec ces deux quadratures (quadrature de Gauss et quadrature à pas constant). Nos résultats ne sont donc pas dépendants du choix de la quadrature.**

Les résultats de l'identification (épaisseur optique τ_λ , albedo ω_λ et facteur d'anisotropie g_λ) sont donnés à la figure 3.9.

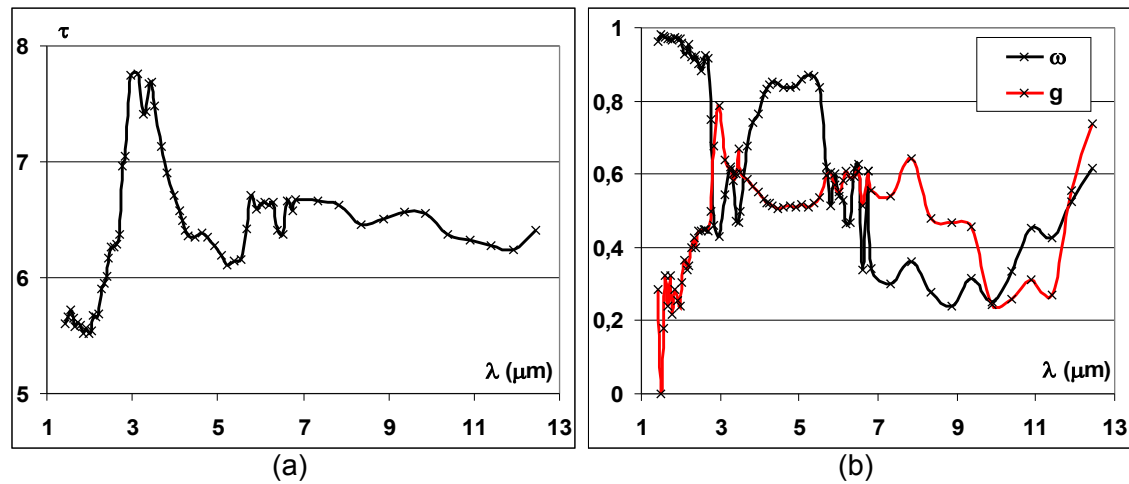


FIGURE 3.9 – Résultats de l'identification pour le Thermisorel (a) épaisseur optique et (b) albedo et facteur d'anisotropie

Nous avons vérifié que les grandeurs spectrales calculées à partir des propriétés identifiées sont toujours égales aux valeurs expérimentales (erreur inférieure à 0,1%).

Ceci indique que le problème de minimisation que nous avons résolu a bien identifié la solution.

A partir de ces valeurs, les propriétés radiatives isotropes équivalentes (τ^* et ω^*) ont été calculées. Les équations permettant de déterminer ces grandeurs isotropes équivalentes sont indiquées en annexe F. Ces propriétés radiatives ont été d'autre part identifiées par méthode inverse en fixant le coefficient d'anisotropie $g_\lambda = 0$. Les résultats sont indiqués à la figure 3.10. Nous observons que l'identification des propriétés radiatives isotropes équivalentes donne des résultats très proches des grandeurs calculées avec une fonction de phase de Henyey-Greenstein. Ceci tend à confirmer que les propriétés radiatives isotropes équivalentes identifiées sont correctes.

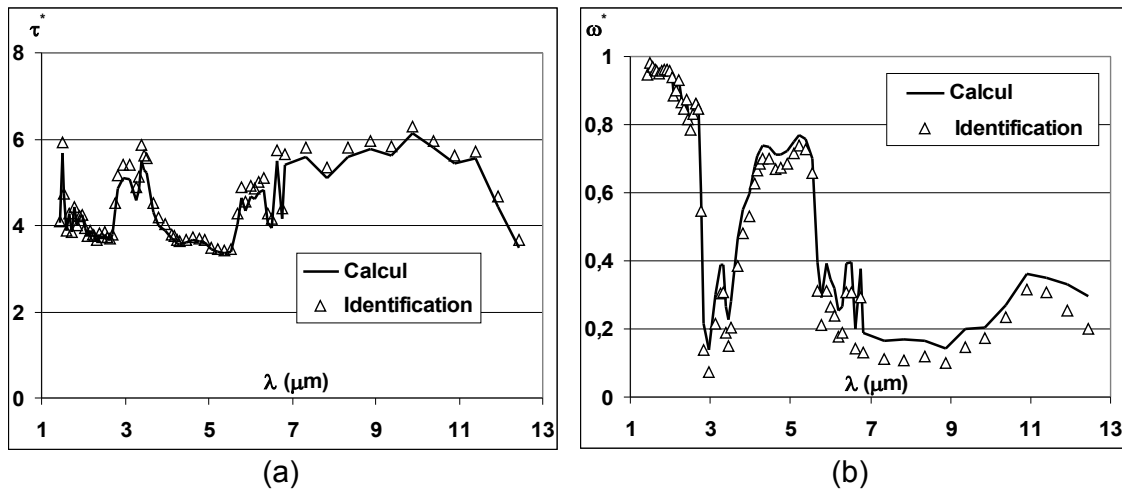


FIGURE 3.10 – Propriétés radiatives isotropes équivalentes du Thermisorel

Les propriétés radiatives nous apportent des informations sur le comportement du milieu fibreux. Une grande épaisseur optique révèle une extinction importante du rayonnement dans le milieu. L'extinction n'est de plus pas majoritairement due à l'absorption grâce à la forte porosité des laines de bois. Les bandes d'absorption se situent entre 2,7 and 3,7 μm ainsi qu'entre 5,7 and 10 μm . L'extinction se fait ainsi essentiellement par diffusion et d'après l'évolution obtenue pour le coefficient d'anisotropie dont la valeur moyenne est de 0,5 (Figure 3.9), la diffusion obtenue est vers l'hémisphère avant de façon peu directionnelle.

On peut calculer la conductivité radiative k_r selon la formule de Rosseland (Voir

l'annexe F), en fonction de la valeur identifiée du coefficient d'extinction corrigé β_λ^* . Il faut noter que nous négligeons 60% de l'énergie du corps noir en ne considérant que la plage $[2 - 12] \mu m$ tandis que la plage conseillée pour estimer la conductivité radiative d'un isolant à 20°C est $[2 - 45] \mu m$ pour laquelle seule 5% de l'énergie du corps noir est négligée. Néanmoins, nous avons observé que les réflexion et transmission au delà de $12 \mu m$ étaient quasiment nulles sur ce matériau, ce qui implique une part radiative très faible et donc que la détermination de la conductivité radiative sur cette plage de mesure a peu de conséquences.

On trouve $k_r = 1,53 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 20°C lorsqu'on identifie avec la fonction de phase de Henyey-Greenstein et $k_r = 1,47 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 20°C avec une fonction de phase isotrope. Ces valeurs sont très proches et on peut ainsi estimer que le transfert par rayonnement dans le Thermisorel représente environ 4% de la conductivité thermique totale, estimée à $43 \pm 1 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ grâce aux mesures sur le dispositif de Plaques Chaudes Gardées (figure 2.10).

3.4.2 Identification à partir des mesures bidirectionnelles

Nous avons pu mesurer les BRDF d'un échantillon de Thermisorel de 1 mm d'épaisseur. Néanmoins, cet échantillon transmet trop peu de rayonnement pour pouvoir déterminer les BTDF expérimentalement avec une précision suffisante. A partir de ces mesures bidirectionnelles, nous pouvons déterminer un plus grand nombre de paramètres caractérisant la fonction de phase.

Nous avons choisi d'utiliser la fonction de phase de Nicolau (Equation 3.8) et avons identifié 6 paramètres : l'épaisseur optique τ_λ , l'albedo ω_λ et les paramètres de la fonction de phase $g1_\lambda$, $g2_\lambda$, $f1_\lambda$ et $f2_\lambda$. Puisque nous avons 6 inconnues, il nous faut connaître 6 grandeurs expérimentales. Après divers tests d'identification, il s'avère que le choix optimum est de conserver les trois précédentes grandeurs expérimentales (réflectance hémisphérique, transmittance hémisphérique et transmittance directe) auxquelles on ajoute des mesures de réflectances bidirectionnelles, par exemple à des angles de 15°, 30° et 45°.

Nous identifions une fonction de phase présentant un pic très pointu vers l'avant avec une légère rétrodiffusion vers l'arrière avec des paramètres moyens $g1 = 0,82$, $g2 = -0,18$, $f1 = 0,70$ et $f2 = 0,91$. Ce résultat doit être considéré avec précaution puisque nous utilisons seulement deux paramètres sur six pour caractériser la diffusion avant (mesures de transmittances hémisphérique et directe) tandis que la fonction de

phase selon les directions arrières a une allure isotrope, ce qui est cohérent avec les BRDF expérimentales du Thermisorel. En effet, les BRDF se superposent pour toutes les directions de diffusion considérées, autrement dit, la fonction de phase selon les directions arrière doit être isotrope. Enfin, les paramètres de la fonction de phase de Nicolau minimisent de façon satisfaisante l'écart relatif entre les données expérimentales et celles calculées avec ces paramètres.

Si on compare à la figure 3.11 les propriétés radiatives isotropes calculées à partir des paramètres identifiés avec la fonction de phase de Henyey-Greenstein et avec celle de Nicolau, on remarque que les valeurs sont très proches en ce qui concerne l'albedo corrigé ω_λ^* mais il y a un écart assez important sur l'épaisseur optique corrigée τ_λ^* .

Avec les valeurs identifiées grâce à la fonction de phase de Nicolau, la conductivité radiative est estimée à $k_r = 1,51 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à 20°C , qui est une valeur similaire à celle identifiée grâce à la fonction de phase de Henyey-Greenstein.

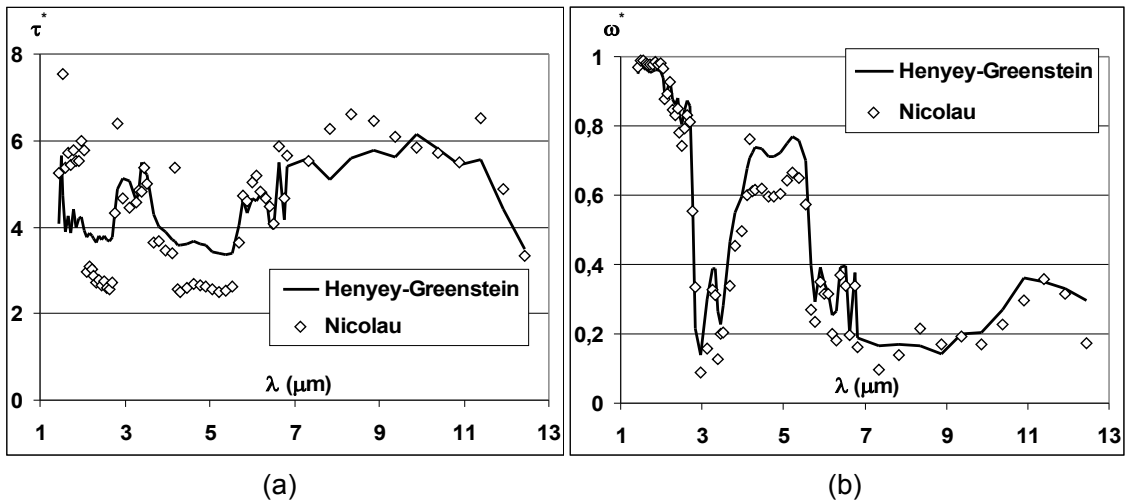


FIGURE 3.11 – Comparaison des propriétés radiatives isotropes calculées à partir des mesures bidirectionnelles et hémisphériques pour le Thermisorel

Ainsi, pour conclure sur l'identification des propriétés radiatives du Thermisorel, on retiendra que **ce matériau présente à priori une diffusion isotrope vers l'arrière** mais le manque d'information en transmission directionnelle nous empêche de conclure quant à l'allure réelle de la fonction de phase selon l'hémisphère avant. Nous pouvons supposer qu'elle présente un pic de diffusion vers l'avant grâce aux données de transmittance directe, ce qui serait cohérent avec la morphologie du milieu.

3.5 Identification des propriétés radiatives des mousses XPS

Nous avons identifié les propriétés radiatives des quatre échantillons de mousses XPS présentés précédemment. Comme pour le Thermisorel, nous avons testé plusieurs quadratures angulaires et nous avons observé que les résultats étaient là encore indépendants du choix de l'angle solide du faisceau incident.

Des tranches de 1 mm d'épaisseur ont été découpées à l'aide d'une lame microtome et nous avons mesuré les réflectances hémisphériques et les transmittances hémisphériques sur le spectromètre du LEMTA possédant une plage spectrale allant de 2 à 14 μm . La figure 3.12 indique le coefficient d'extinction corrigé calculé à partir des paramètres τ_λ^* et ω_λ^* identifiés en diffusion isotrope équivalente. La conductivité radiative estimée par le modèle de Rosseland à diffusion anisotrope y est également indiquée pour chaque échantillon.

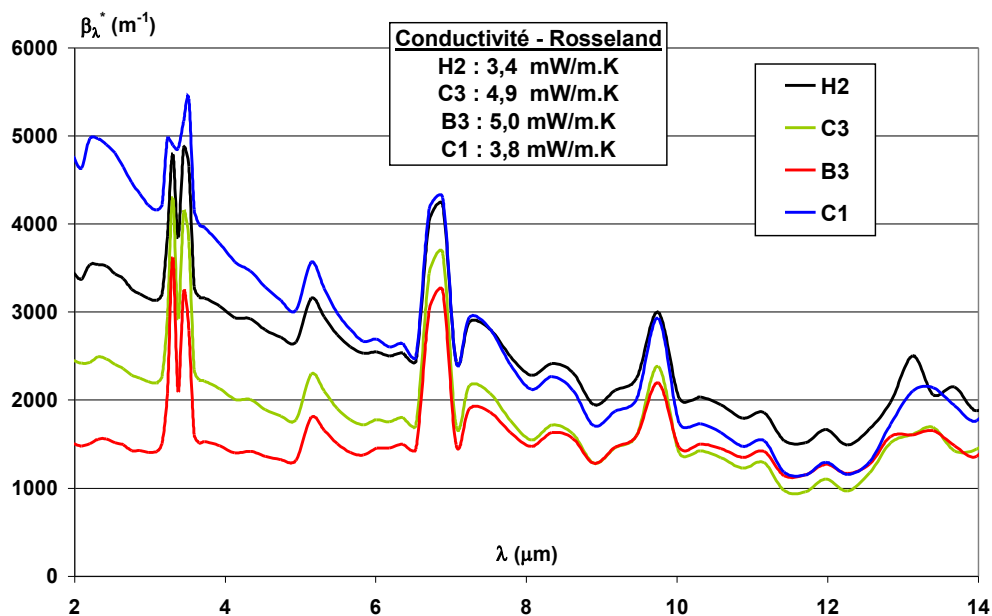


FIGURE 3.12 – Propriétés radiatives isotropes calculées pour les mousses XPS

Nous avons également estimé la conductivité radiative à partir de la conductivité totale expérimentale à laquelle on retire la partie conduction pure (Voir le chapitre 2). Le tableau 3.1 indique les conductivités radiatives estimées à 20°C et pour des fractions volumiques de bâtonnets comprises entre 0 et 40% (pour le calcul de la conductivité phonique).

Échantillon	Conductivité radiative $f_s = 0\%$	Conductivité radiative $f_s = 40\%$
H2	$5,3 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$5,7 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
C3	$8,5 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$8,9 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
B3	$6,4 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$6,7 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
C1	$7,2 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	$7,6 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

TABLEAU 3.1 – Conductivités radiatives des mousses XPS, à 20 °C, estimées à partir des mesures par plaques chaudes gardées

On remarque que les conductivités radiatives identifiées sont toutes sous-évaluées de 20 à 50%. Néanmoins, les propriétés radiatives identifiées sont à prendre avec précaution puisqu'elles ont été identifiées sur une plage spectrale qui ne prend en compte que 50% de l'énergie du corps noir, ce qui peut entraîner une sous-évaluation de l'ordre de quelques $\text{mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ de la conductivité radiative.

Nous avons également effectué l'identification des propriétés à partir d'autres épaisseurs d'échantillon en réflexion et transmission avec des épaisseurs proches de 25 mm en réflexion et de 0,5 mm en transmission sur le spectromètre du CSTB et sur une plage légèrement plus grande (2-19 μm). Nous avons également mesuré la transmittance directe et avons donc pu identifier trois paramètres (τ , ω et g). Les résultats de l'identification sont indiqués à la figure 3.13 sur laquelle sont également indiquées les conductivités radiatives correspondantes. Comme pour le Thermisorel, les propriétés radiatives isotropes équivalentes identifiées sont identiques à celles calculées à partir de l'identification de τ , ω et g .

Nous avons pu observer qu'il y avait des écarts expérimentaux entre les différents spectromètres, notamment au niveau des signaux en transmission hémisphérique. Ces résultats sont donc à considérer avec précaution. Les propriétés radiatives identifiées sont relativement proches mais on observe des écarts assez importants sur les conductivités radiatives estimées par la modèle de Rosseland. Elles sont en effet plus proches des valeurs expérimentales indiquées dans le tableau 3.1 excepté pour l'échantillon C3. Ceci ne permet cependant pas de conclure sur la validité de l'identification comme cela a été discuté auparavant (plage spectrale considérée et incertitudes de mesures).

A la suite de ces observations, nous avons préféré comparer les résultats d'identification aux résultats issus des modèles de prédiction des propriétés radiatives via les spectres de réflectances et transmittances hémisphériques au lieu de comparer les propriétés radiatives. En effet, nous nous affranchissons alors de la sensibilité de la méthode d'identification aux propriétés radiatives et comparons ainsi des

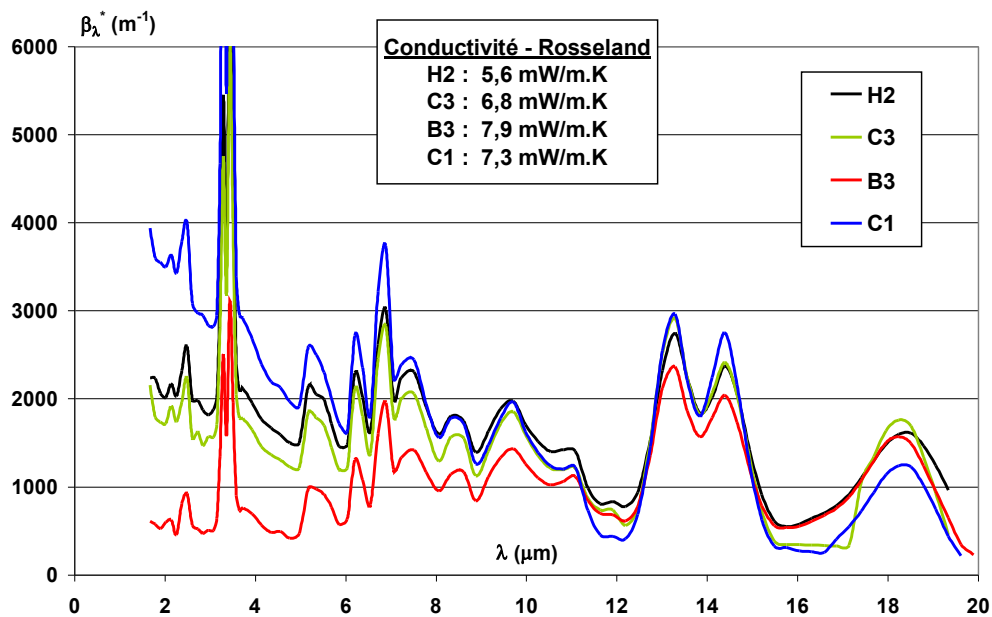


FIGURE 3.13 – Propriétés radiatives isotropes calculées pour les mousses XPS - Influence des mesures

résultats de calculs directs à des données expérimentales.

3.6 Études paramétriques

3.6.1 Influence de l'incertitude sur les mesures spectrales

Nous estimons à $\pm 20\%$ l'erreur qui peut être commise sur les spectres de réflectances et transmittances à partir de mesures comparatives effectuées sur des matériaux identiques mais sur des dispositifs de mesures différents (spectromètres FTIR du CSTB, du LEMTA et du CETHIL). Il est donc important de voir quel est l'impact de ces incertitudes sur l'identification des propriétés radiatives.

Pour le Thermisorel, un écart de 20% sur les trois grandeurs spectrales (réflectance hémisphérique, transmittance hémisphérique et transmittance directe) provoque un écart de l'ordre de $\pm 10\%$ pour le coefficient d'extinction corrigé, avec une erreur plus importante aux courtes longueurs d'onde. Si cette même erreur est faite sur l'ensemble du spectre, l'erreur sur la conductivité radiative déterminée par la méthode de Rosseland

est de 2% seulement. L'écart reste donc faible et l'identification des propriétés radiatives à partir de mesures spectrales, même entachées d'incertitudes, reste fiable pour l'isolant en fibres de bois.

D'autres calculs en prenant des erreurs différentes entre les réflectances et transmittances nous donnent des résultats similaires en terme d'erreur sur la conductivité radiative calculée par le modèle de Rosseland. Pour l'isolant en fibres de bois considéré, les erreurs se limitent aux courtes longueurs d'onde (là où l'absorption est très faible) et ceci influe peu sur le résultat du modèle de Rosseland.

Pour les mousses XPS, l'influence de l'incertitude de mesures spectrales est bien plus importante. En effet, nous avons observé des écarts de l'ordre de 35% sur le coefficient d'extinction corrigé et un erreur de 30% sur la conductivité radiative identifiée à partir du modèle de Rosseland dans le cas d'une erreur de 20% sur les trois grandeurs spectrales mesurées. De plus, l'identification effectuée sur des échantillons d'épaisseurs différentes a conduit à des écarts de propriétés radiatives identifiées, c'est pour cela que les résultats obtenus par les modèles de prédictions seront comparés via des calculs directs de réflectances et transmittances hémisphériques.

3.6.2 Influence de l'initialisation des paramètres

Comme pour tout problème de minimisation, il faut initialiser les paramètres. Une initialisation aléatoire des paramètres est généralement utilisée sauf dans le cas où la sensibilité de la fonction à minimiser est faible vis-à-vis d'un ou plusieurs paramètres. Une description de la démarche utilisée pour les calculs des coefficients de sensibilité est indiquée en annexe A.2.

Les études de sensibilité nous indiquent que lorsqu'on identifie trois paramètres (épaisseur optique, albedo et facteur d'anisotropie) à partir des trois grandeurs spectrales (réflectance hémisphérique, transmittance hémisphérique et transmittance directe), la méthode inverse permet d'identifier correctement les trois paramètres pour n'importe quelle initialisation de ceux-ci. En effet, ceci est observé sur les figures 3.14 et 3.15.

Cette absence d'influence de l'initialisation n'est cependant pas présente lorsqu'on identifie les propriétés radiatives à partir de mesures bidirectionnelles, comme cela avait déjà été soulevé par Nicolau [36]. L'épaisseur optique doit alors être initialisée proche de sa valeur réelle. On peut alors fixer $\tau_\lambda = -\ln(TD_\lambda)$ en accord avec la loi de Beer-Lambert

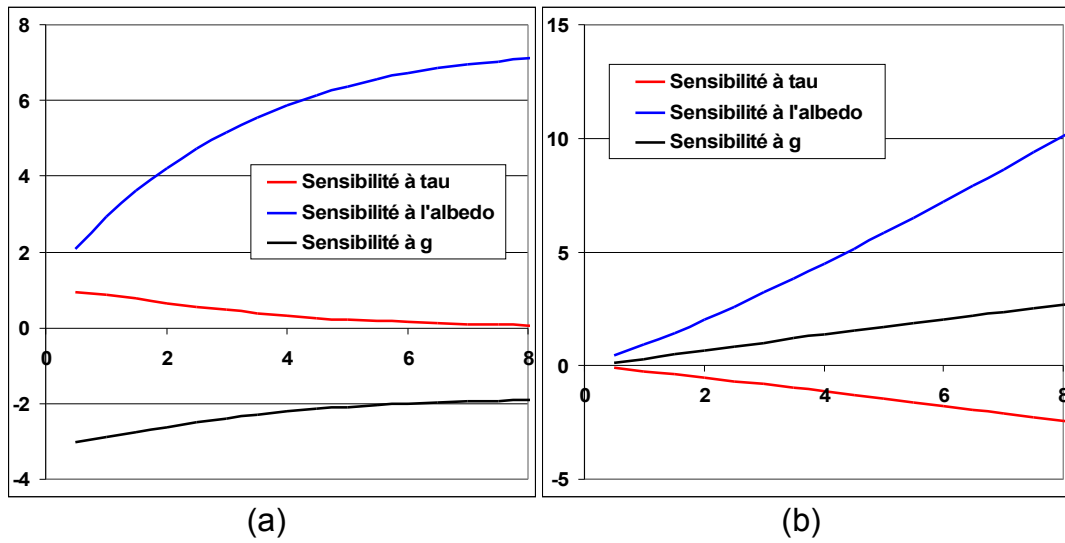


FIGURE 3.14 – Sensibilité des (a) RDH et (b) TDH en fonction de τ et pour $\omega = 0.9$ et $g = 0.7$

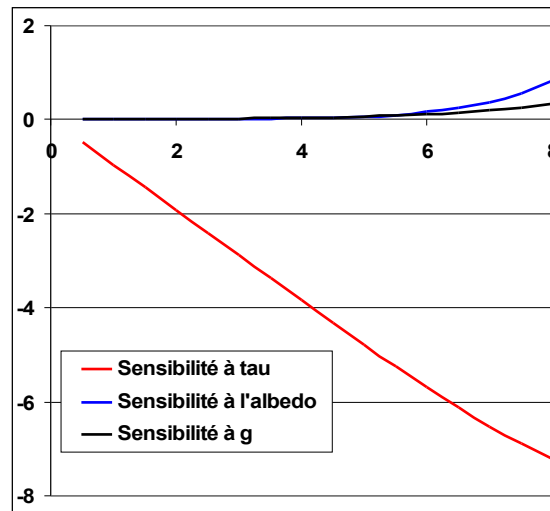


FIGURE 3.15 – Sensibilité de la TD en fonction de τ et pour $\omega = 0.9$ et $g = 0.7$

(équation 3.29).

$$TD_{\lambda} = \frac{L_{\lambda}(z \cong E, \mu_1)}{L_{\lambda}(0^+, \Delta'')} = \exp(-\tau_{\lambda}) \quad (3.29)$$

$L_{\lambda}(0^+, \Delta'')$ est la luminance incidente arrivant sur l'isolant, et $L_{\lambda}(z \cong E, \mu_1)$ est la luminance transmise selon la première direction et calculée par résolution de l'ETR dans le milieu.

Lors de la procédure de minimisation, seule la première initialisation est aléatoire (ou en accord avec la loi de Beer-Lambert) puisqu'on initialise ensuite pour chaque longueur d'onde avec les valeurs des propriétés identifiées à la longueur d'onde précédente. Ceci permet d'atteindre plus rapidement la convergence de la méthode de minimisation.

On notera par exemple sur le Thermisorel, que le coefficient d'extinction identifié a une valeur proche de la valeur donnée par la loi de Beer-Lambert appliquée pour chaque longueur d'onde (figure 3.16). Les écarts plus importants observés autour de $8\ \mu\text{m}$ lors de l'identification avec la fonction de phase de Nicolau sont dus aux BRDF expérimentales peu précises dans cette plage spectrale à cause de la très faible réflexion de la référence Spectralon, comme cela a été vu à la figure 3.5.

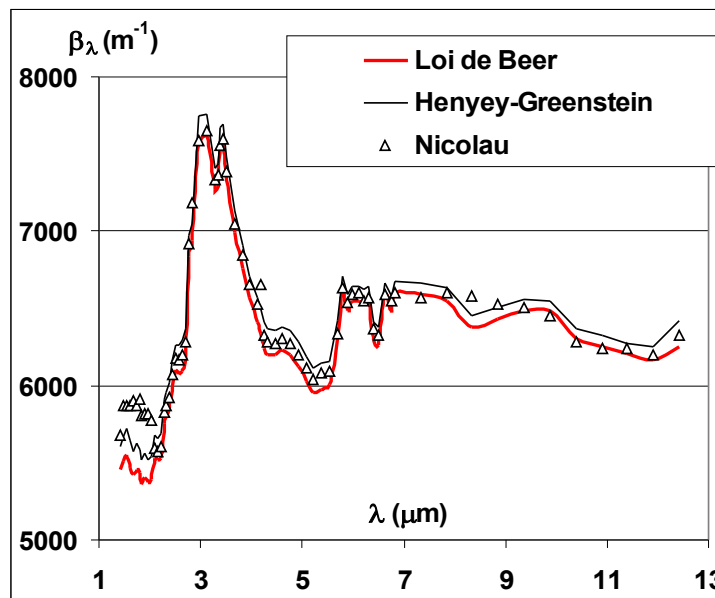


FIGURE 3.16 – Comparaison de l'extinction identifiée par rapport à la loi de Beer-Lambert sur du Thermisorel

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre la méthode d'identification des propriétés radiatives à partir de données expérimentales a été décrite, puis les résultats d'identification ont été présentés sur les isolants étudiés.

Nous avons mis en évidence d'une part la très faible part du transfert de chaleur par rayonnement dans l'isolant en fibres de bois Thermisorel, et d'autre part une certaine adéquation des résultats de l'identification sur les mousses XPS vis-à-vis des mesures de conductivité totale même s'il existe une incertitude importante due aux erreurs de mesures. Ces incertitudes quant à l'identification des propriétés radiatives impliquent que la validation des modèles de prédiction sera effectuée par rapport à des mesures directes des réflectances et transmittances et non à partir de grandeurs identifiées.

On retiendra qu'une erreur est souvent commise en évaluant une conductivité radiative équivalente en utilisant le modèle approché de Rosseland à partir des propriétés radiatives identifiées. Afin de compléter nos observations, nous verrons dans le chapitre 5 la différence qu'il peut y avoir sur cette conductivité radiative lorsqu'on résout le transfert de chaleur couplé dans des conditions proches des conditions expérimentales.

Chapitre 4

Méthodes prédictives des propriétés radiatives des mousses XPS

Sommaire

4.1	Introduction	71
4.2	Étude bibliographique	72
4.3	Description des modèles utilisés	73
4.4	Étude des propriétés radiatives de bâtonnets concaves	90
4.5	Sensibilité du modèle et validation expérimentale	101
4.6	Conclusion	121

4.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter les modèles permettant de déterminer les propriétés radiatives des mousses de polystyrène extrudé. Nous présentons dans un premier temps un aperçu des précédentes études portant sur ce type d'isolant, puis nous décrirons la modélisation utilisée ainsi que les résultats obtenus. Les résultats seront comparés aux données expérimentales à notre disposition.

4.2 Étude bibliographique

De nombreux auteurs ont étudié les propriétés radiatives de mousses isolantes à pores fermés telles que les mousses de polystyrène expansé (EPS), les mousses de polystyrène extrudé (XPS) et les mousses de polyuréthane (PUR). Toutes les études convergent pour dire que la performance thermique des isolants dépend fortement de leur morphologie. Glicksman et al. [33] ont d'abord étudié des mousses polyuréthane et les auteurs ont prédit les propriétés radiatives de ces mousses en fonction de leur porosité et de leurs caractéristiques morphologiques. Ils ont alors considéré les bâtonnets (situés aux jonctions entre les pores fermés) comme des corps noirs cylindriques du fait de leur épais diamètre. En effet, les calculs des propriétés radiatives des bâtonnets de PUR par la théorie Mie, utilisant l'indice de réfraction complexe du polyuréthane, donnait des résultats semblables du fait de la taille des bâtonnets. La diffusion du rayonnement par les parois cellulaires n'avait pas été prise en compte.

Un modèle plus complexe a ensuite été élaboré par Kuhn et al. [16], puis repris par Placido et al. [42]. Les lois de l'optique géométrique ont été appliquées pour les parois des cellules et la théorie Mie a été utilisée pour les bâtonnets en utilisant l'indice de réfraction complexe de la matrice (polyuréthane ou polystyrène). Tant les parois que les bâtonnets ont été considérés orientés aléatoirement dans l'espace, et une intégration des propriétés radiatives a été effectuée pour chaque orientation. Le modèle décrit de manière fidèle l'intensité et la variation de la conductivité radiative à partir des caractéristiques morphologiques.

Une procédure de lancer de rayons a été développée par Coquard et al. [43, 44] pour les mousses EPS. La particularité de cette étude était la prise en compte de la double porosité de ces mousses qui provient du processus d'expansion (les billes de polystyrène fusionnent entre elles lors du process, laissant apparaître des macroporosités). Les auteurs ont constaté que la prise en compte des macroporosités avait une influence limitée sur le calcul de la conductivité thermique équivalente.

D'autres méthodes ont été développées pour déterminer les propriétés radiatives à partir de la morphologie de milieux cellulaires à pores ouverts obtenue par tomographie et grâce à une approche type Monte-Carlo [45, 46, 47]. Zeghondy et al. [46] ont ainsi déterminé les propriétés radiatives de la mullite à l'aide de la méthode RDFI (Radiative Distribution Function Identification). Ces méthodes ne sont pas encore applicables aux mousses à cellules fermées, comme c'est le cas des mousses XPS, puisque la résolution des tomographes n'est actuellement pas assez fine afin d'obtenir simultanément la taille

précise des pores, l'épaisseur des parois et le diamètre des bâtonnets. La modélisation des propriétés radiatives basées sur la morphologie du milieu est fondamentale pour aller plus loin dans l'optimisation des structures cellulaires dans l'objectif de réduire au minimum la contribution radiative dans le transfert thermique.

Nous avons choisi de nous baser sur le modèle décrit par Placido et al. [42] afin de modéliser les propriétés radiatives de mousses XPS à partir de la connaissance de leur structure. Ce modèle a fait l'objet dans un premier temps d'une comparaison avec celui de Coquard et al. [43, 44] en ce qui concerne des mousses qui seraient constituées uniquement de parois. Nous avons ensuite modifié la modélisation portant les bâtonnets des mousses afin de prendre en compte de façon plus réaliste le transfert radiatif sur ces particules élémentaires constituant le milieu.

4.3 Description des modèles utilisés

Deux modèles récents ont été comparés lors de notre étude avec l'hypothèse de parois et de poutres (bâtonnets) orientées aléatoirement dans le milieu. Ce sont les modèles de Placido et al. [42], basé sur une méthode d'intégration des propriétés radiatives, et celui de Coquard et al. [34, 43, 44], basé sur une procédure de type Monte-Carlo et développé pour des mousses EPS (constituées de parois uniquement) auquel nous avons associé la prise en compte de bâtonnets cylindriques [48].

Après une description des modèles ainsi qu'une comparaison entre eux, nous présentons une étude novatrice portant sur la détermination des propriétés radiatives des bâtonnets.

4.3.1 Modélisation par une méthode d'intégration

4.3.1.1 Modélisation géométrique

Placido et al. [42] modélisent les cellules par des dodécaèdres réguliers (figure 4.1), les parois sont alors des pentagones réguliers. Les bâtonnets sont des amas de matière situés aux jonctions entre les cellules et ils sont considérés comme ayant une forme cylindrique, de section circulaire constante de diamètre Φ_s pour déterminer les propriétés radiatives.

Les bâtonnets des mousses polystyrène ont une forme réelle s'approchant d'un triangle de forme concave dont l'aire représente les deux tiers de celle du triangle équilatéral qui l'englobe. La section circulaire prise pour les calculs des propriétés radiatives présente alors la même aire que la section triangulaire concave.

La relation entre l'épaisseur des parois d_w , le diamètre des cellules Φ_c (qui représente la distance entre deux sommets opposés du dodécaèdre), le diamètre des bâtonnets Φ_s et la porosité ε est selon Placido et al. [42] :

$$d_w = \frac{\frac{\rho_f}{\rho_0} 0,348 \Phi_c^3 - 2,8 \Phi_c \Phi_s^2 + 3,93 \Phi_s^3}{[1,3143 \Phi_c^2 + 10,323 \Phi_s^2 - 7,367 \Phi_s \Phi_c]} \quad (4.1)$$

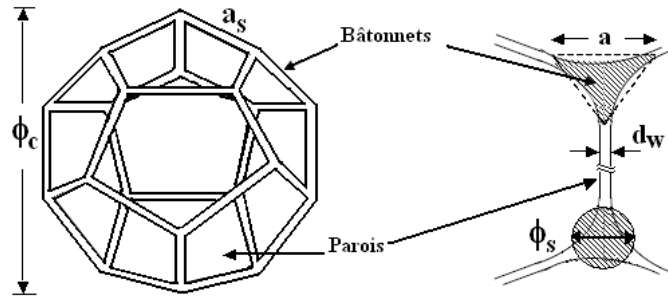


FIGURE 4.1 – Modèle dodécaédrique utilisé : vue en perspective et coupe

Nous avons effectué des modifications par rapport à cette formule, ceci est présenté en annexe E. Nous avons ainsi établi d'autres formules selon la forme triangulaire incurvée ou cylindrique des bâtonnets et selon la forme de la cellule (dodécaèdre ou octaèdre tronqué.) En effet, d'après les travaux de Dillard et al. [49], les mousses polymères ont des cellules ayant des faces carrées, hexagonales et pentagonales. Ceci implique que la morphologie des mousses polymères peuvent être modélisées par une distribution de dodécaèdres et d'octaèdres tronqués.

4.3.1.2 Calcul de la conductivité thermique

Pour calculer la conductivité thermique totale du matériau, les auteurs de la littérature découplent généralement la conduction et le rayonnement, et ils utilisent l'approximation de diffusion de Rosseland avec prise en compte de l'anisotropie de fonction de phase de diffusion (Voir le formalisme du modèle de Rosseland en annexe F). La mousse est supposée constituer un milieu optiquement épais, ce qui est le cas dans les applica-

tions courantes d'isolation du bâtiment. La conductivité thermique totale de la mousse obéit alors simplement à l'équation suivante :

$$k_t = k_r + k_c \quad (4.2)$$

Les auteurs de la littérature choisissent souvent la formule de Glicksman (équation 2.10) pour déterminer la conductivité phonique k_c (conduction dans la phase solide et dans la phase gazeuse). **Nos isolants ont l'air comme gaz d'imprégnation, pour cette raison, nous avons choisi de déterminer la conductivité phonique à partir de la formule de Ahern et al. (équation 2.14).**

La conductivité radiative k_r est déterminée selon l'équation F.5 faisant intervenir le coefficient d'extinction moyen de Rosseland β_R .

4.3.1.3 Calcul du coefficient d'extinction corrigé

Du fait de la forte porosité de ces milieux, l'hypothèse de diffusion indépendante est usuellement utilisée et le coefficient d'extinction corrigé du milieu β_λ^* est alors calculé par addition du coefficient d'extinction corrigé des parois à celui des bâtonnets, pondérés par leurs fractions volumiques (équation 4.3). Le coefficient d'extinction corrigé des parois (respectivement des bâtonnets) est déterminé en considérant un milieu constitué uniquement de parois (respectivement de bâtonnets).

$$\beta_\lambda^* = (1 - f_s) \beta_{\lambda,\text{parois}}^*(d_w) + f_s \beta_{\lambda,\text{poutres}}^*(\Phi_s) \quad (4.3)$$

f_s représente la fraction volumique de polymère contenue dans les bâtonnets, d_w est l'épaisseur des parois et Φ_s est le diamètre équivalent des bâtonnets.

4.3.1.3.1 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des parois

Le coefficient d'extinction corrigé des parois $\beta_{\lambda,\text{parois}}^*$ est prédit à partir de la modélisation des parois des cellules par des films minces infinis orientés aléatoirement dans le milieu. Selon Kuhn et al. [16], le coefficient d'extinction corrigé obéit à l'équation 4.4. Une démonstration de cette relation est indiquée à l'annexe G.1.

$$\beta_{\lambda,\text{parois}}^* = \frac{\rho f}{2d_w \rho_0} \int_0^{\pi/2} [\mathcal{R}(\alpha, \tilde{n}) \cos(2\alpha) + 1 - \mathcal{T}(\alpha, \tilde{n})] \times \sin(2\alpha) \, d\alpha \quad (4.4)$$

ρ_f est la masse volumique de la mousse, ρ_0 la masse volumique du matériau dense (polystyrène).

L'optique géométrique appliquée aux parois nous permet de calculer les coefficients $\mathcal{R}$ et $\mathcal{T}$ qui sont respectivement la réflectance et la transmittance d'un **film mince** orienté d'un angle α par rapport à la direction d'incidence et d'épaisseur d_w dont l'indice de réfraction complexe est $\tilde{n}$. Les lois sont indiquées à l'annexe C.

L'indice de réfraction complexe $\tilde{n}$ est déterminé via des mesures de transmittance-réflectance sur des films de polystyrène dense. La méthode de détermination de l'indice de réfraction complexe a été décrite au chapitre 2.

Remarque sur la dispersion de l'épaisseur des parois : Placido et al. ont introduit dans leur modèle une distribution d'épaisseur des parois afin de correspondre au mieux à la morphologie réelle du matériau. Le coefficient d'extinction corrigé est ainsi une combinaison des coefficients de parois d'épaisseurs différentes (équation 4.5). L'épaisseur est supposée obéir à une loi log-normale de dispersion σ et l'épaisseur médiane des parois est d_M (équation 4.6).

$$\beta_{\lambda, \text{parois}}^* = \int_0^{\infty} \beta_{\lambda, \text{parois}}^*(d_w) \varpi(d_w) dd_w \quad (4.5)$$

$\varpi(d_w)$ représente la densité de probabilité de l'épaisseur des parois dans le milieu (cette fonction est à normaliser):

$$\varpi(d_w) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma d_w} \exp\left(-\frac{(\ln(d_w) - \ln(d_M))^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.6)$$

Placido et al. ont utilisé cette distribution pour pouvoir caler son modèle avec des mesures issues de mesures de transmittances et réflectances hémisphériques. Ce "calage" permet de déterminer la dispersion σ de la distribution pour ensuite étudier l'évolution des propriétés thermiques de l'isolant. d_M représente l'épaisseur médiane, c'est-à-dire l'épaisseur pour laquelle 50% des épaisseurs sont inférieures à la médiane et l'autre moitié y est supérieure. Cette épaisseur médiane a été présentée par Placido comme l'épaisseur moyenne, ceci ne correspond pas à la définition mathématique de la moyenne arithmétique de la distribution log-normale. Les relations ci-dessous reprennent

la définition mathématique de la loi log-normale de paramètres m et σ .

$$\varpi(d_w) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma d_w} \exp\left(-\frac{(\ln(d_w) - m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

l'épaisseur moyenne est : $E(d_w) = \exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)$ (4.7)

l'épaisseur médiane est : $\exp(m)$ ($= d_M$ définie par Placido)

Nous étudierons au paragraphe 4.5.1 l'influence de la dispersion de l'épaisseur des parois sur les propriétés radiatives (coefficient d'extinction et conductivité radiative) pour des mousses sans présence de bâtonnets. **Nous montrerons plus loin que la prise en compte de la dispersion de l'épaisseur autour d'une valeur moyenne a très peu d'influence sur la conductivité radiative de mousses ne possédant pas de bâtonnets, bien que les propriétés radiatives spectrales soient modifiées notamment aux très courtes longueur d'onde.** Il semble donc judicieux de modéliser le milieu en considérant une épaisseur de parois constante.

4.3.1.3.2 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets

Le coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets $\beta_{\lambda, \text{poutres}}^*$ est prédit à partir de la modélisation des poutres par des cylindres infinis de section circulaire constante et orientés aléatoirement dans le milieu. Selon Placido et al. [42], le coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets obéit à l'équation 4.8.

$$\beta_{\lambda, \text{poutres}}^* = \frac{4\rho_f}{\pi\rho_0\Phi_s} \int_0^{\pi/2} (Q_e(\phi) - Q_s(\phi) \sin^2 \phi - g_{cyl} Q_e(\phi) \cos^2 \phi) \cos \phi \, d\phi \quad (4.8)$$

Q_e et Q_s sont respectivement les facteurs d'efficacité d'extinction et de diffusion issus de la théorie de Mie appliquée à un cylindre orienté d'un angle ϕ .

Nous avons cherché à redémontrer cette formule à partir des travaux menés sur des milieux fibreux modélisés comme des cylindres infinis orientés aléatoirement dans l'espace. La démonstration se trouve en annexe G.2 et la relation que nous avons trouvée est quasiment identique à celle donnée par Placido [42] excepté le terme Q_s à la place de Q_e associé au terme $g_{cyl} \cos^2 \phi$. La différence vient d'une différence dans la définition

de la fonction de phase d'un cylindre : nous avons choisi la fonction de phase de Lee [50] dans laquelle il y a l'efficacité de diffusion Q_s au dénominateur alors que Placido et al. ont utilisé l'efficacité d'extinction au dénominateur.

$$\beta_{\lambda, \text{poutres}}^* = \frac{4f_v}{\pi\Phi_s} \int_0^{\pi/2} (Q_e(\phi) - Q_s(\phi) \sin^2 \phi - g_{cyl} Q_s(\phi) \cos^2 \phi) \cos \phi \, d\phi \quad (4.9)$$

Nous adoptons donc la formule 4.9 sachant que le calcul du coefficient d'extinction des bâtonnets a été modifié pour prendre en compte la forme de la section réellement observée sur les mousses XPS. Cette modification fait l'objet du paragraphe suivant. Les modifications portent sur l'expression des facteurs d'efficacité d'extinction et de diffusion Q_e et Q_s issus de la théorie de Mie. Un facteur correctif a été en effet déterminé.

4.3.2 Modélisation par une procédure de Monte-Carlo

Le modèle développé par Coquard et al. [43] utilise les lois de l'optique géométrique associées à une procédure de type Monte-Carlo afin de déterminer les propriétés radiatives d'une mousse de polystyrène expansé. Nous avons associé à ce modèle un code développé pour des milieux fibreux par les mêmes auteurs (Coquard et al. [48]) afin de déterminer les propriétés d'une mousse qui serait uniquement constituée de bâtonnets. La validité de l'optique géométrique appliquée aux bâtonnets de diamètre proche de la longueur d'onde sera discutée par la suite.

Comme pour le modèle basé sur l'intégration des propriétés radiatives (Modèle de Placido et al.), l'hypothèse de diffusion indépendante est faite. Ainsi les propriétés radiatives de la mousse sont l'addition de la contribution des bâtonnets et des parois. Cette addition est donnée à l'équation 4.3 dans laquelle chaque terme est pondéré par la fraction volumique de chacune des particules élémentaires (parois et bâtonnets).

4.3.2.1 Modélisation géométrique

On introduit une nouvelle définition pour la taille d'une cellule : le diamètre d'une cellule considéré dans le modèle de Monte-Carlo (D_{cell}) ne représente plus la distance entre deux sommets. La relation entre le diamètre de cellule utilisé par Placido et celui utilisé par Coquard dans le cas des cellules de formes dodécaédriques est donnée par

la relation 4.10. Le diamètre D_{cell} représente alors le diamètre intersphère, c'est-à-dire la distance entre deux arêtes opposées.

$$D_{cell} = \frac{2,62}{2,80} \Phi_c \approx 0,936 \Phi_c \quad (4.10)$$

Dans le cas de cellules de formes tétrakaidécaédriques (octaèdre tronqué), la relation qui est appliquée est l'équation 4.11. Le diamètre D_{cell} représente alors le diamètre de la sphère inscrite dans les faces carrées, c'est-à-dire la distance entre deux faces carrées opposées.

$$D_{cell} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \Phi_c \approx 0,894 \Phi_c \quad (4.11)$$

4.3.2.2 Calcul des propriétés radiatives

La méthode de Monte-Carlo permet de déterminer les propriétés radiatives du milieu : le coefficient d'extinction monochromatique β_λ , l'albedo ω_λ et la fonction de phase de diffusion $P_\lambda(\theta)$. Ces propriétés radiatives sont ensuite utilisées pour résoudre le transfert de chaleur dans l'isolant. Nous pouvons, comme pour le modèle de Placido, définir un coefficient d'extinction corrigé du milieu à partir de ces propriétés radiatives et ainsi calculer une conductivité radiative grâce au modèle de Rosseland (annexe F).

La méthode est basée sur un processus statistique avec l'hypothèse de diffusion indépendante : les propriétés radiatives globales du milieu constitué de particules orientées aléatoirement (parois ou bâtonnets) sont déterminées à partir des propriétés d'une particule isolée interagissant avec le rayonnement. La procédure de lancer de rayons prend en compte la probabilité qu'un rayon d'intercepter les particules orientées de façon aléatoire dans le milieu. Le modèle d'interaction rayonnement-particule utilisé est l'optique géométrique, validée pour les parois de mousses polystyrène et développée pour des milieux fibreux par Coquard et al. [48].

4.3.2.2.1 Propriétés d'une mousse constituée uniquement de parois

Les fenêtres sont disposées de manière aléatoire dans l'espace et l'hypothèse de diffusion indépendante est faite, ainsi les propriétés radiatives du milieu global sont déterminées à partir des propriétés d'une paroi isolée (appelée par la suite fenêtre).

Pour une fenêtre isolée, les propriétés radiatives sont les sections efficaces d'extinction $C_{e,\lambda}$, d'absorption $C_{a,\lambda}$ et de diffusion $C_{s,\lambda}$ ainsi que la fonction de phase $P_\lambda(\theta)$.

est l'angle entre la direction d'incidence et la direction de diffusion.

La procédure de lancer de rayons nous permet d'accéder aux propriétés radiatives moyennées sur toutes les orientations possibles des fenêtres de cellules : $\langle C_{e,\lambda} \rangle$, $\langle C_{s,\lambda} \rangle$ et $\langle P_\lambda(\theta) \rangle$. Nous avons alors les relations suivantes :

$$\beta_\lambda = N_v \cdot \langle C_{e,\lambda} \rangle \quad ; \quad \omega_\lambda = \frac{\langle C_{s,\lambda} \rangle}{\langle C_{e,\lambda} \rangle} \quad \text{et} \quad P_\lambda(\theta) = \langle P_\lambda(\theta) \rangle \quad (4.12)$$

L'optique géométrique est basée sur les mêmes lois que pour le modèle de Placido et al. de sorte que les réflectances et transmittances d'une fenêtre orientée selon un angle α entre sa normale et la direction d'incidence sont déterminées selon les équations données dans l'annexe C. N_v est le nombre de fenêtres par unité de volume.

On effectue alors un nombre important de lancers (pour chaque bande de longueur d'onde) qui se déroulent de la façon suivante :

1. L'orientation de la fenêtre vis-à-vis de la direction incidente est choisie de manière probabiliste : la probabilité de rencontrer une fenêtre orientée selon un angle α et φ (figure 4.2) est égale à l'angle solide d'incidence divisée par celui de l'hémisphère (équation 4.13). De plus, les fenêtres étant orientées aléatoirement dans l'espace, on peut intégrer selon l'angle φ sur 2π .

$$\begin{aligned} \Pr(\alpha, \varphi) &= \frac{d\Omega}{2\pi} = \frac{\sin\alpha d\alpha d\varphi}{2\pi} \\ \Pr(\alpha) &= \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\alpha d\alpha d\varphi}{2\pi} = \sin\alpha d\alpha \end{aligned} \quad (4.13)$$

Un nombre aléatoire ξ , représentant la fonction de répartition de α , est ainsi choisi à chaque lancer ($\xi \in [0, 1]$) et l'angle α est déterminé selon la relation 4.14.

$$\xi = \frac{\int_0^\alpha \sin\alpha' d\alpha'}{\int_0^{\pi/2} \sin\alpha' d\alpha'} \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}(1 - \xi) = \cos^{-1}(\xi) \quad (4.14)$$

2. La réflectance $\mathcal{R}(\alpha)$ et la transmittance $\mathcal{T}(\alpha)$ de la fenêtre orientée d'un angle α sont alors calculées selon les lois de l'optique géométrique données en annexe C.
3. $A_{fen} \cos\alpha$ est la surface visible de la fenêtre, α est l'angle entre la normale à la fenêtre et la direction d'incidence. On définit également θ comme l'angle entre la direction d'incidence et la direction de diffusion.

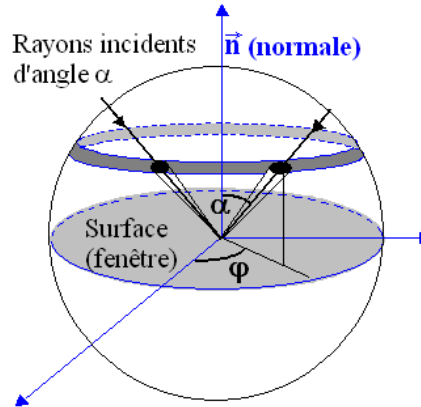


FIGURE 4.2 – Angles d'incidences possibles sur une fenêtre plane orientée d'un angle α par rapport à la direction d'incidence

Le modèle initial de Coquard et al. [43] ne prend pas en compte les rayons transmis dans la part d'énergie diffusée, ainsi, son coefficient d'extinction correspond à la proportion d'énergie absorbée et réfléchi par les parois. De même la fonction de phase représente la probabilité qu'un rayon soit réfléchi selon un angle donné. L'énergie transmise n'est pas déviée par les parois car nous sommes en optique géométrique ainsi cette hypothèse n'influence pas sur la valeur finale de la conductivité du milieu. Cette considération n'a d'influence ni sur le coefficient d'extinction corrigé, ni sur la conductivité du milieu mais elle en a sur la fonction de phase de diffusion obtenue. Cette dernière ne correspond pas à la vraie fonction de phase qui présente un fort pic vers l'avant correspondant à l'énergie transmise directement par le milieu. Le coefficient d'extinction non corrigé n'a alors plus autant d'intérêt puisqu'il est constant en fonction de la longueur d'onde du fait de la conservation de l'énergie : l'extinction représente l'inverse d'une distance parcourue par un photon avant d'être intercepté par le milieu (transmission, absorption et réflexion).

Dans la procédure de calcul, la proportion d'énergie incidente qui est réfléchi $Diff$ est incrémentée de $\mathcal{R}A_{fen} \cos \alpha$ et la proportion d'énergie réfléchi et absorbée Ext est incrémentée de $(1 - \mathcal{T}) A_{fen} \cos \alpha$. La répartition angulaire de l'énergie réfléchi $F_{Diff}(\theta)$ est incrémentée de $\mathcal{R}A_{fen} \cos \alpha$ avec $\theta = 180 - 2\alpha$ puisque l'on considère une réflexion spéculaire.

Nous avons modifié ce programme pour que la proportion d'énergie incidente qui a été diffusée prenne en compte la réflexion et la transmission : $Diff$ est incrémentée de $(\mathcal{R} + \mathcal{T})A_{fen} \cos \alpha$ et la proportion d'énergie diffusée et absorbée Ext est incrémentée de $A_{fen} \cos \alpha$. La répartition angulaire de l'énergie diffusée $F_{Diff}(\theta)$ est incrémentée de

$\mathcal{R}A_{fen} \cos \alpha$ avec $\theta = 180 - 2\alpha$, et on ajoute en $\theta = 0$ la part transmise : $\mathcal{T}A_{fen} \cos \alpha$. Nous avons vérifié que nous obtenons le même coefficient d'extinction corrigé dans les deux cas.

A la fin des N lancers, les sections efficaces d'extinction et de diffusion d'une fenêtre obéissent aux équations suivantes : 4.15.

$$\langle C_{e,\lambda} \rangle = \frac{Ext}{N} \quad \text{et} \quad \langle C_{s,\lambda} \rangle = \frac{Diff}{N} \quad (4.15)$$

La fonction de phase est construite à partir de la répartition angulaire de l'énergie réfléchie.

$$\langle P_\lambda(\theta_i) \rangle = \frac{4\pi}{d\omega_i} \frac{F_{Diff}(\theta_i)}{\sum_{\theta} F_{Diff}(\theta)} = \frac{2}{\sin \theta_i \Delta \theta_i} \frac{F_{Diff}(\theta_i)}{\sum_{\theta} F_{Diff}(\theta)} \quad (4.16)$$

La discrétisation angulaire se compose de 180 directions :

- pour $i = 1$ à 179 : $\theta_i = 1$ à 179° et $\Delta \theta_i = \frac{\pi}{180} rad$,
- pour $i = 0$ et 180 : $\theta_0 = 0, 25^\circ$ et $\theta_{180} = 179, 75^\circ$ respectivement : $\Delta \theta_i = \frac{\pi}{2 \times 180} rad$.

La fonction de phase est normalisée de par sa définition puisque l'équation de normalisation est :

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{i=0}^{180} \langle P_\lambda(\theta_i) \rangle d\omega_i = 1 \quad (4.17)$$

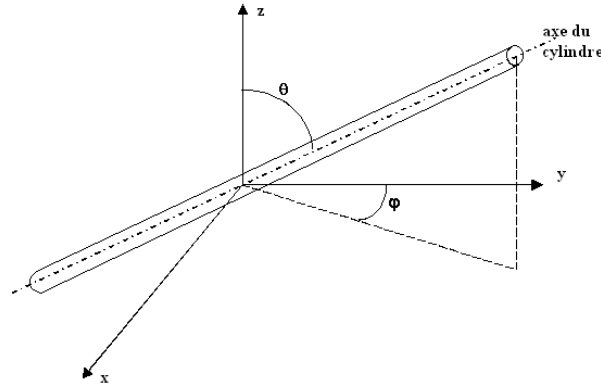
Les propriétés radiatives du milieu (β_λ , ω_λ et $P_\lambda(\theta)$) sont finalement obtenues selon les équations 4.12 citées précédemment.

4.3.2.2.2 Propriétés d'une mousse constituée uniquement de bâtonnets

La démarche est identique pour les bâtonnets avec utilisation des lois de l'optique géométrique, l'objectif étant de déterminer les propriétés radiatives du milieu constitué uniquement de bâtonnets (β_λ , ω_λ et $P_\lambda(\theta)$).

La direction du rayon incident est prise de façon aléatoire dans l'espace. Dans le repère (x,y,z) de la figure 4.3, on considère que le rayonnement incident arrive selon la direction y . Les angles pour décrire la position de la fibre sont alors : l'angle azimutal φ et l'angle polaire θ . L'angle entre la direction incidente et l'axe de la fibre est alors de $\pi/2 - \theta$.

La direction d'émission doit respecter une densité de probabilité répondant à l'ex-

FIGURE 4.3 – Définition des angles θ et φ

pression de l'angle solide. La densité de probabilité liée à l'angle azimutal est uniforme sur $[0; 2\pi]$ tandis que la densité de probabilité liée à l'angle polaire est proportionnelle à l'angle solide d'incidence. Nous choisissons ainsi deux nombres aléatoires ξ_φ et ξ_θ et en déduisons les angles φ et θ selon les relations suivantes, via le même raisonnement que pour les parois orientées aléatoirement :

$$\theta = \cos^{-1}(\xi_\theta)$$

$$\varphi = 2\pi\xi_\varphi$$

(4.18)

On choisit ensuite de manière aléatoire le point de départ du rayonnement incident le long du bâtonnet et on effectue le suivi du rayon jusqu'à ce qu'il sorte du cylindre représentant le bâtonnet :

- On détermine dans un premier temps les coordonnées du point d'intersection entre le rayon incident et la surface du bâtonnet,
- Grâce au tirage d'un nombre aléatoire ξ et à la connaissance de la réflectivité $\mathcal{R}$ de la surface (définie à l'équation C.5 grâce aux relations de Fresnel appliquées à l'interface air-polymère), on détermine si le rayon est réfléchi ou non à cette interface. Si $\xi > \mathcal{R}$ alors le rayon rentre dans le bâtonnet.
- Si le rayon rentre dans le bâtonnet alors on calcule son angle de réfraction et la distance z qu'il doit parcourir avant de rencontrer à nouveau une interface air-polymère. Grâce au tirage d'un nouveau nombre aléatoire, on détermine si ce rayon est absorbé ou non dans le milieu en respectant la loi de Beer : si le nombre aléatoire ξ est supérieur à la quantité absorbée dans le milieu Q_{abs}

obéissant à la relation 4.19, alors le rayon est absorbé. Sinon, il atteint l'interface et il peut alors à nouveau être réfléchi ou transmis.

$$Q_{abs} = \exp\left(-\frac{4\pi k_{\lambda}}{\lambda} z\right) \quad (4.19)$$

Les calculs sont alors identiques aux parois : à la fin des N lancers, les propriétés radiatives sont déterminées à partir des proportions d'énergie incidente qui ont été diffusées ou absorbées. En effet, dès qu'un rayon est absorbé, on incrémente la proportion d'énergie diffusée et absorbée Ext de $A_{fen} \cos \theta$. Dès qu'un rayon est réfléchi dès la première interface ou transmis après une ou plusieurs réflexion dans le bâtonnet, on incrémente la proportion d'énergie diffusée $Diff$ de $A_{fen} \cos \theta$ et on mémorise la répartition angulaire de cette énergie diffusée pour déterminer la fonction de phase.

La discrétisation angulaire est également choisie identique à celle utilisée pour les parois afin de pouvoir effectuer l'addition des fonctions de phase de chacun des milieux.

4.3.3 Comparaison des modèles

4.3.3.1 Mousse sans bâtonnets

Afin de comparer le modèle de Placido et al. à celui basé sur une procédure de type Monte Carlo, il a été décidé de se baser sur le diamètre moyen des cellules $D_{cell} = 200 \mu m$. La masse volumique du polystyrène a été prise égale à $1150 kg.m^{-3}$ et celle de la mousse est prise égale à $14,3 kg.m^{-3}$ et $25 kg.m^{-3}$.

On notera que le modèle de Placido et al. programmé en Fortran est bien plus rapide d'exécution que le modèle de Monte-Carlo : avec le modèle de placido et al., les propriétés radiatives sont calculées sur autant de longueurs d'onde que comptent les données optiques (indices n et k) en une dizaine de secondes tandis qu'avec la procédure de Monte-Carlo ces propriétés sont déterminées en 5 minutes pour 100 bandes de longueur d'onde (modèle gris par bandes). Le nombre de lancers pour chaque longueur d'onde a été pris égal à 100 000, un nombre supérieur de lancers ne donne pas de différences notables.

Les données optiques (n et k) du polystyrène utilisé pour élaborer le polystyrène expansé étudié par Coquard et al. sont connues sur une plage de longueur d'onde de 2 à $25 \mu m$ divisée en 2581 bandes. Ils ont été présenté dans le chapitre 2, à la figure 2.16.

Le nombre de bandes dans le modèle de Monte-Carlo a été réduit à 50 ou 100.

La figure 4.4 indique les coefficients d'extinction corrigés obtenus avec les deux modèles pour les densités de mousses testées. Nous remarquons que les courbes se superposent parfaitement entre les deux modèles, cependant le temps de calculs est très supérieur pour le lancer de rayon avec ainsi une obligation de réduire le nombre de longueurs d'onde pour réduire ce temps de calcul. Ceci a fait l'objet d'une publication lors du congrès CHT08 (Kaemmerlen et al. [51]).

Nous noterons la différence d'allure du spectre due à la différence d'épaisseur des parois résultant de la différence de densité des mousses.

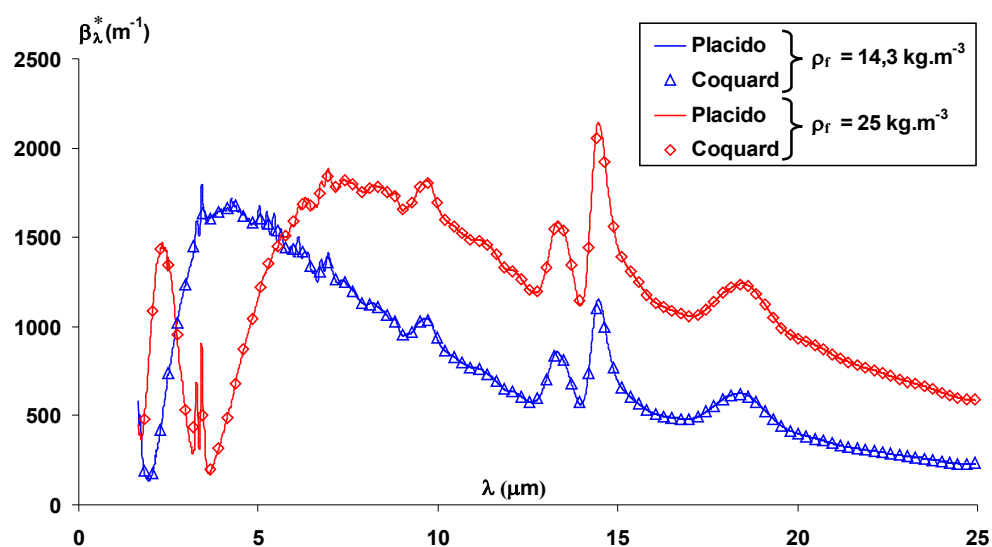


FIGURE 4.4 – Comparaison du coefficient d'extinction corrigé donné par les modèles

4.3.3.2 Mousse avec bâtonnets

Ce paragraphe indique les résultats obtenus avec la procédure de Monte-Carlo pour déterminer les propriétés radiatives d'une mousse constituée de parois et de bâtonnets. On choisit pour les bâtonnets un nombre de lancers égal à 500 000 puisque nous avons observé numériquement que le coefficient d'extinction corrigé ne varie plus avec un nombre plus grand de lancers. Pour les parois, nous avons fixé ce nombre de lancers à 100 000.

Paramètres : Nous avons comparé les coefficients d'extinction pour une mousse ayant

les paramètres morphologiques suivants : $\rho_f = 37,3 \text{ kg.m}^{-3}$, $\Phi_c = 110 \text{ }\mu\text{m}$, $\Phi_s = 2$ ou $5 \text{ }\mu\text{m}$ et avec la relation de Placido et al. (équation 4.1) pour relier les données morphologiques. La fraction volumique de polymère contenue dans les bâtonnets est alors de 8% pour $\Phi_s = 2 \text{ }\mu\text{m}$ et 48% pour $\Phi_s = 5 \text{ }\mu\text{m}$. Les indices sont ceux indiqués à la figure 2.16, sur la plage $[2 ; 25] \text{ }\mu\text{m}$

Les résultats sont indiqués sur les figures 4.5 et 4.6 pour lesquelles nous avons séparé le coefficient d'extinction des bâtonnets du coefficient d'extinction total (avec indication de l'extinction due aux parois). Le coefficient d'extinction des parois est le même pour les deux approches (procédure de Monte-Carlo ou méthode de Placido et al. utilisant la théorie de Mie) comme nous l'avons montré dans le paragraphe précédent.

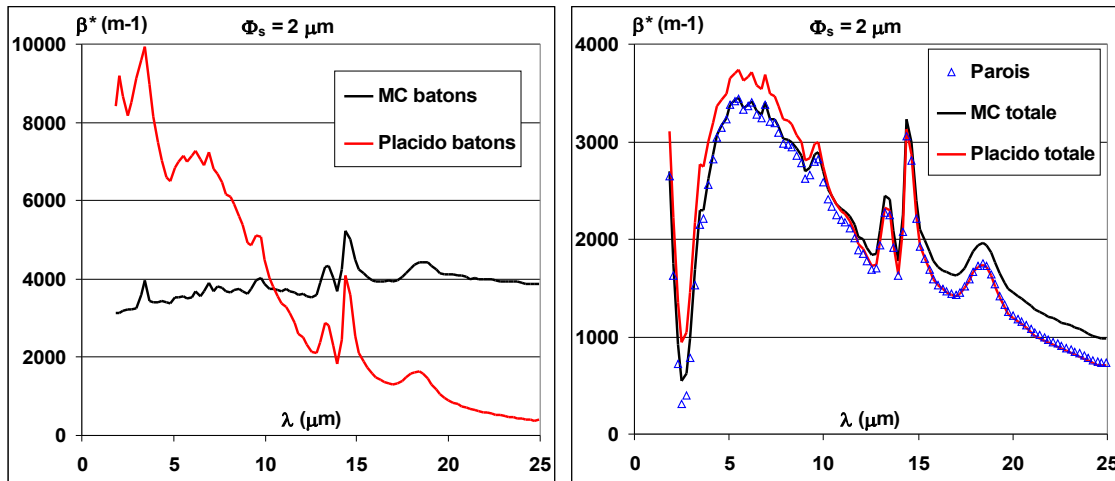
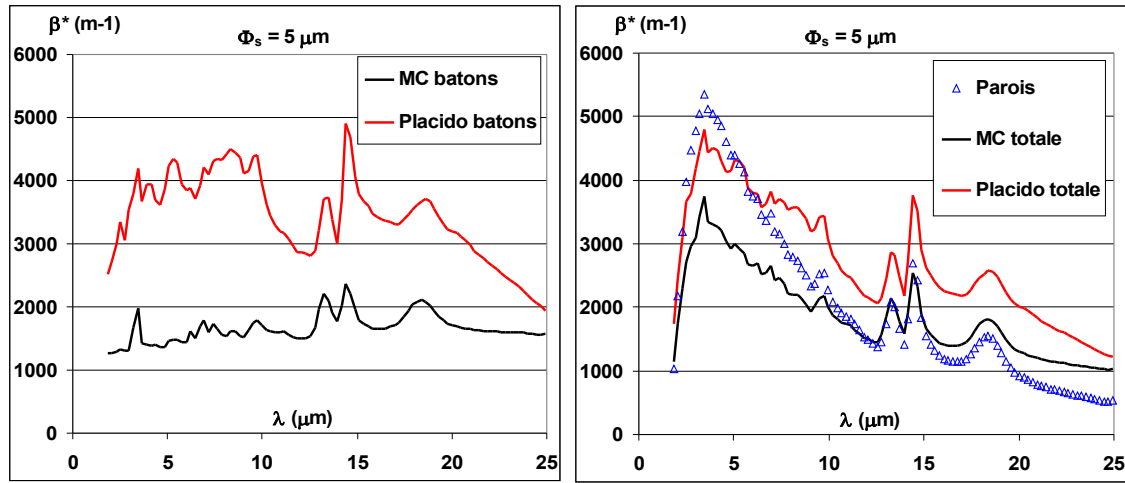


FIGURE 4.5 – Coefficients d'extinction pour $\Phi_s = 2\mu\text{m}$, $f_s = 8\%$

On pouvait s'attendre à ce que le coefficient d'extinction total soit différent entre les deux modèles à cause de la différence au niveau de la détermination du coefficient d'extinction des bâtonnets. La différence principale vient des lois utilisées pour déterminer les propriétés radiatives des bâtonnets : optique géométrique pour la procédure de Monte-Carlo et théorie de Mie pour la méthode d'intégration de Placido. Effectivement, nous pouvons voir qu'il y a d'importantes différences dans les résultats de l'extinction due aux bâtonnets (figures 4.5 et 4.6 de gauche). Ces différences se retrouvent avec plus ou moins d'importance au niveau de l'extinction corrigée totale (et donc au niveau de la conductivité radiative) notamment si la fraction volumique de bâtonnets est importante. Au niveau de la conductivité radiative (tableau 4.1), nous avons 5% d'écart seulement

FIGURE 4.6 – Coefficients d'extinction pour $\Phi_s = 5\mu m, f_s = 48\%$

	Placido	Monte Carlo	écart MC/Mie
$\Phi_s = 2\mu m$	3,71	3,52	-5,1%
$\Phi_s = 5\mu m$	2,93	4,34	48,1%

TABLEAU 4.1 – Conductivités radiatives - Écarts entre les modèles de Placido et de Monte Carlo

quand on considère le cas ($\Phi_s = 2\mu m, f_s = 8\%$) tandis que cet écart est de 48% dans le cas ($\Phi_s = 5\mu m, f_s = 48\%$), ce qui est bien trop important quand on sait que des études précédentes estiment que les bâtonnets peuvent représenter 70% du volume selon Kuhn et al. [16].

Afin de compléter ces observations, nous avons comparé les efficacités d'extinction obtenues par la théorie de Mie à celles calculées grâce aux lois de l'optique géométrique. Nous nous sommes dans un premier temps assuré que notre code calculant les propriétés des bâtonnets pas la théorie de Mie était valable même pour des paramètres de taille élevés. Pour cela nous avons comparé nos résultats aux travaux de Swathi et Tong [2] qui présentent un algorithme permettant de calculer les coefficients de diffusion pour des matériaux très absorbants (cylindres en platine et cuivre à incidence oblique avec le rayonnement) jusqu'à un grand paramètre de taille (α variant entre 0,1 et 1000).

La figure 4.7 donne l'efficacité d'extinction Q_e en fonction du paramètre de taille α dans le cas d'un cylindre en platine (d'indice de réfraction complexe $\tilde{n} = 2,34 - 4,17i$) pour différentes incidences. Les efficacités d'extinction calculées grâce à notre code basé

sur la théorie de Mie-Kerker sont identiques à celles figurant dans l'article de Swathi et al. [2] (Nous avons effectué les calculs sur un nombre limité de points, ceci explique la différence d'allure des courbes mais les points sont superposés). **Cela confirme la validité du code même à des paramètres de taille élevés.**

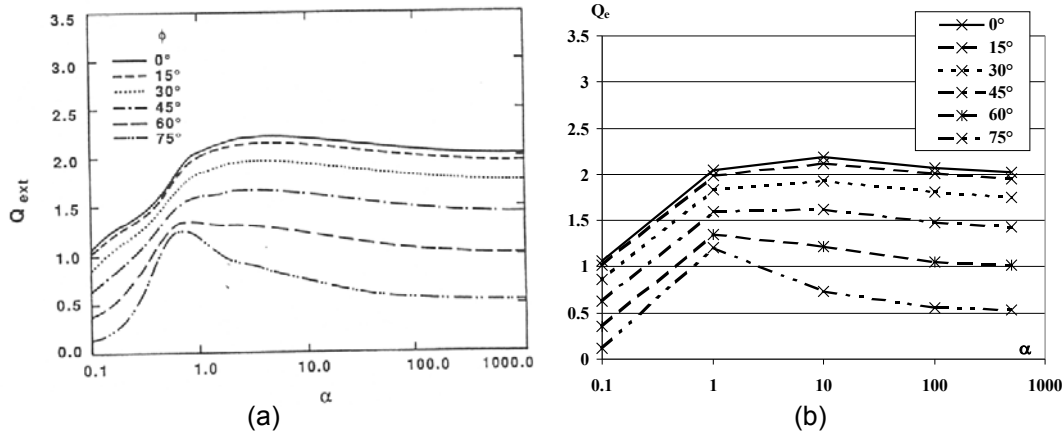


FIGURE 4.7 – Cylindre de platine : $Q_e = f(\alpha)$ (a) Swathi et al [2] (b) nos résultats

Le modèle étant validé, nous avons comparé les résultats obtenus par la théorie de Mie à ceux obtenus avec le modèle de Monte-Carlo. Les résultats sont indiqués à la figure 4.8 pour un matériau isolant diélectrique d'indice $\tilde{n} = 1,497 - 1,69 \cdot 10^{-3}i$. Nous avons dû ajouter la prise en compte des phénomènes de diffraction du rayonnement dans les résultats donnés par la procédure de Monte-Carlo. Ainsi on ajoute la contribution de la diffraction égale à $\cos(\phi)$ au facteur d'efficacité d'extinction Q_e calculé par la théorie de Mie pour des cylindres.

En effet, le facteur d'efficacité d'extinction est défini usuellement comme le rapport entre la section efficace d'extinction et la section projetée de la particule qui est proportionnelle à $\cos(\phi)$ et ainsi la part de la diffraction dans le facteur d'efficacité est simplement égale à 1. Les cylindres ont cependant une définition différente du facteur d'efficacité défini alors comme le rapport entre la section efficace et la section **normale** projetée au cylindre (égale à $\Phi_s L$ avec Φ_s le diamètre du cylindre et L sa longueur). Ainsi, pour les cylindres, la part de la diffraction est de $\cos(\phi)$.

Pour s'en convaincre, on peut raisonner sur des particules de facteur d'efficacité $Q_e = C_e/G$ Avec G la section projetée. Pour une particule quelconque de surface A , $G = A \cos(\phi)$ et $Q_{e,1} = C_{e,1}/(A \cos(\phi))$, et pour un cylindre de diamètre Φ_s , $G = \Phi_s L$ et $Q_{e,2} = C_{e,2}/(\Phi_s L)$.

Les grandeurs comparables sont alors $Q_{e,1}$ et $Q_{e,2}/\cos(\phi)$. Si on considère la part de la diffraction $Q_{e,1-diff} = Q_{e,2-diff}/\cos(\phi) = 1$ d'où $Q_{e,2-diff} = \cos(\phi)$.

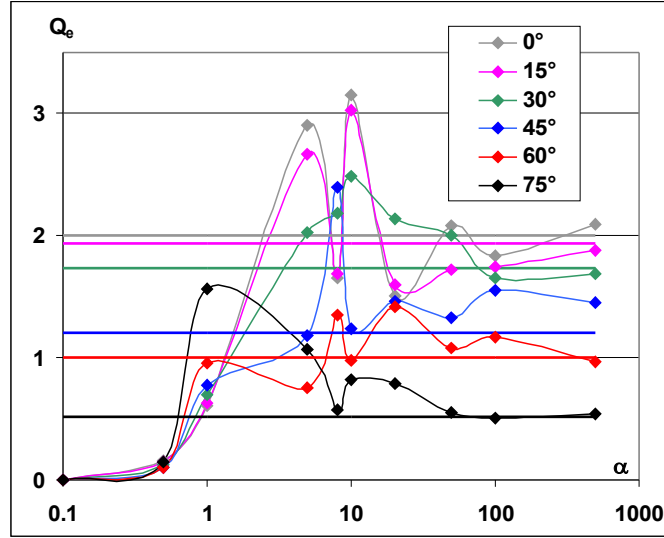


FIGURE 4.8 – Efficacité d'extinction en fonction du paramètre de taille ($\tilde{n} = 1,497 - 1,69.10^{-3}i$)

D'après les courbes présentées à la figure 4.8, **nous pouvons conclure que nous ne pouvons pas appliquer en toute rigueur l'optique géométrique aux bâtonnets des mousses car le facteur de taille n'est pas suffisamment élevé** : le paramètre de taille pour lequel se rejoignent les efficacité d'extinction issues de la théorie de Mie et ceux issus des lois de l'optique géométrique est supérieur à 100. En effet les bâtonnets de mousses de polystyrène ont un diamètre caractéristique proche des longueurs d'onde considérées et le facteur de taille se situe donc entre 1 et 10 seulement.

Il faut noter que la figure 4.8 présente des oscillations au niveau des facteurs d'efficacité en fonction du paramètre de taille. La figure 4.9 indique les oscillations obtenues pour un plus grand nombre de paramètres de taille α dans le cas du même cylindre diélectrique d'indice $\tilde{n} = 1,497 - 1,69.10^{-3}i$ et orienté d'un angle $\phi = 60^\circ$. Nous voyons bien ici que ces oscillations ne diminuent franchement qu'à partir d'un paramètre de taille supérieur à 100 (l'efficacité d'extinction déterminée par les lois de l'optique géométrique est égale à 1 pour cet angle d'incidence) et l'erreur sur l'efficacité d'extinction en utilisant l'optique géométrique peut ainsi être plus ou moins importante selon le paramètre de taille.

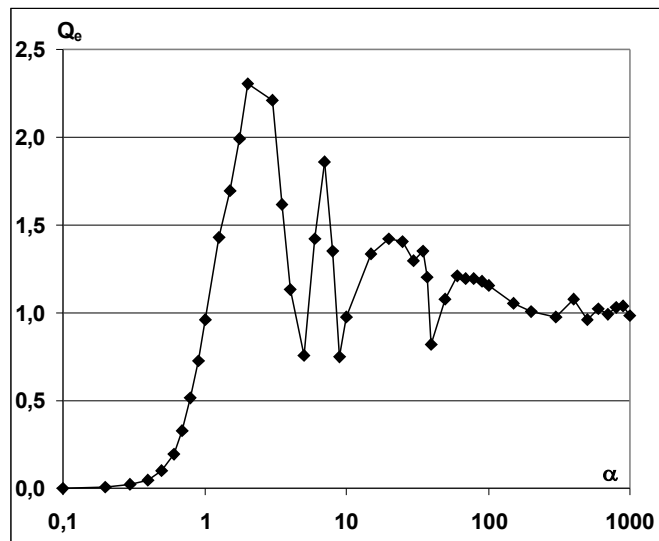


FIGURE 4.9 – Extinction en fonction du paramètre de taille pour $\phi = 60^\circ$ et $\tilde{n} = 1,497 - 1,69 \cdot 10^{-3}i$

4.3.4 Synthèse sur les modèles étudiés

La synthèse de cette étude est que d'une part, les deux méthodes donnent des résultats identiques dans le cas de mousses constituées de parois uniquement pour un temps de calcul plus long dans le cas du modèle de Monte-Carlo. Et d'autre part, les lois de l'optique géométrique appliquées aux bâtonnets ne sont pas applicables du fait des diamètres très faibles de ceux-ci. Ceci implique que la méthode de Coquard et al. n'est pas applicable en l'état si on considère des parois et des bâtonnets indépendants les uns des autres. Du fait du temps de calcul requis par des méthodes de type Monte-Carlo, nous avons choisi d'utiliser le modèle de Placido et al. pour résoudre le transfert de chaleur dans des mousses isolantes de polystyrène en considérant la présence des parois et des bâtonnets dans ces mousses.

4.4 Étude des propriétés radiatives de bâtonnets concaves

Nous avons vu précédemment que l'optique géométrique n'est pas applicable aux bâtonnets des mousses, en théorie indépendante. Nous avons également évoqué au paragraphe 2.3.1.2 la section triangulaire concave des bâtonnets. Sachant cela, nous

avons souhaité vérifier si les propriétés radiatives des bâtonnets de section triangulaire concave étaient équivalentes aux propriétés radiatives de bâtonnets de section circulaire ayant la même section, comme l'ont supposé les précédents auteurs [16, 42].

L'approximation dipolaire discrète (DDA : Discrete Dipole Approximation) nous a semblé la méthode la plus adaptée étant donné qu'elle permet de déterminer les propriétés radiatives d'une particule de forme quelconque. La méthode est décrite à l'annexe H et nous présentons ici les résultats obtenus.

Tout d'abord les résultats de la méthode DDA sont comparés avec ceux issus de la théorie de Mie pour des cylindres infinis de section circulaire. Ensuite, nous étudions l'influence de la forme de la section et la longueur des bâtonnets sur les propriétés radiatives.

4.4.1 Comparaison des efficacités d'extinction avec Mie

Nous indiquons dans l'annexe H quels sont les paramètres à choisir dans le code DDSCAT afin d'obtenir une bonne précision sur les calculs des efficacités d'extinction, de diffusion, et sur la fonction de phase. Ces paramètres sont la distance inter-dipôles d , le diamètre Φ_s et la longueur L du cylindre. Nous utilisons pour cette étude des critères identiques pour des sections triangulaire ou circulaire de même aire.

Nous avons choisi des paramètres du code pour lesquels l'erreur est inférieure à 5% pour les sections efficaces d'extinction, de diffusion et sur le facteur d'anisotropie déterminés par le code DDSCAT par rapport à la solution "exacte" de Mie-Kerker (voir le tableau 4.2).

Longueur d'onde	Diamètre	Distance Inter-dipôles	Longueur
$\lambda = 2\mu m$	$\Phi_s = 2\mu m$	$d = 0, 2\mu m$	$L = 40\mu m$
	$4\mu m$	$0, 4\mu m$	$80\mu m$
	$6\mu m$	$0, 6\mu m$	$100\mu m$
$\lambda = 10\mu m$	$\Phi_s = 2\mu m$	$d = 0, 2\mu m$	$L = 50\mu m$
	$4\mu m$	$0, 4\mu m$	$100\mu m$
	$6\mu m$	$0, 6\mu m$	$150\mu m$
$\lambda = 25\mu m$	$\Phi_s = 2\mu m$	$d = 0, 2\mu m$	$L = 60\mu m$
	$4\mu m$	$0, 4\mu m$	$120\mu m$
	$6\mu m$	$0, 6\mu m$	$180\mu m$

TABLEAU 4.2 – Paramètres du code DDSCAT pris pour comparaison avec Mie

Les figures 4.10 et 4.11 indiquent les résultats obtenus pour la section efficace d'extinction Q_e , le coefficient d'anisotropie g et la section efficace d'extinction corrigée Q_e^* . Nous n'avons pas indiqué les courbes pour le coefficient de diffusion mais les courbes sont quasiment superposées à celles du coefficient d'extinction du fait de la faible absorption du polystyrène. **Nous observons un très bon accord entre les résultats issus de Mie avec ceux déterminés avec le code DDSCAT, sur le triplet (Q_e, Q_s et g), pour des sections circulaires et triangulaire de même section.**

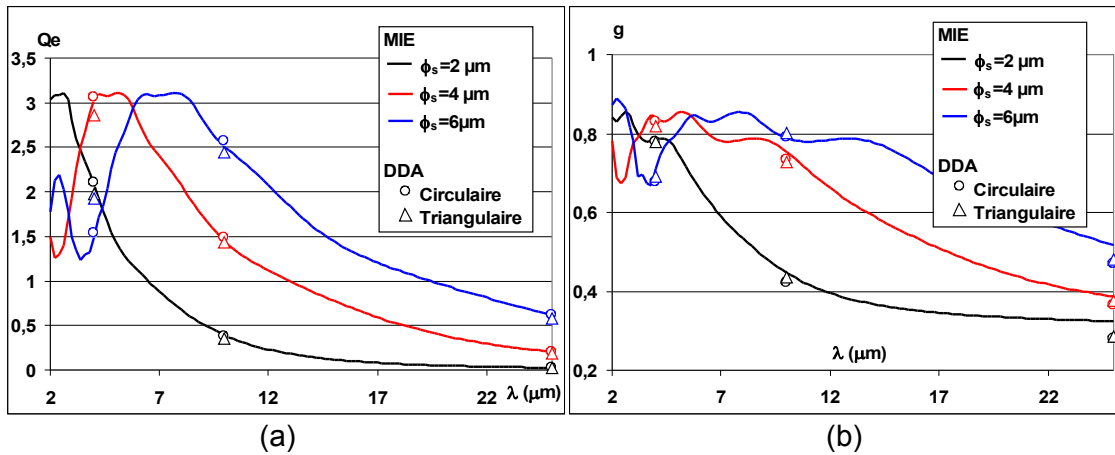


FIGURE 4.10 – Comparaison entre Mie et DDA des (a) Q_e et (b) g

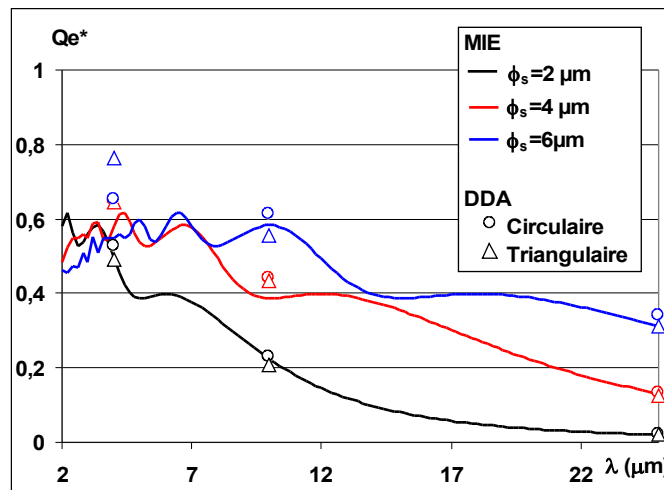


FIGURE 4.11 – Comparaison entre Mie et DDA de Q_e^*

Nous remarquons que même si l'erreur est faible sur le triplet (Q_e, Q_s et g), cela peut avoir plus d'impact sur le coefficient corrigé calculé à partir de ces trois grandeurs. En effet, l'erreur peut aller jusqu'à 20% entre les sections d'extinction corrigées (Q_e^* , figure 4.11) obtenues via le code DDSCAT pour des bâtonnets de section circulaire par rapport à la théorie de Mie-Kerker.

Ceci peut s'expliquer simplement grâce au calcul de l'erreur relative de l'extinction corrigée de DDSCAT par rapport à Mie. L'erreur relative obéit en effet à l'équation suivante :

$$\frac{\Delta Q_e^*}{Q_e^*} = \underbrace{\frac{Q_e}{Q_e^*}}_{\text{Erreur1}} \underbrace{\frac{\Delta Q_e}{Q_e}}_{\text{Terme1}} + \underbrace{\left(1 - \frac{Q_e}{Q_e^*}\right)}_{\text{Erreur2}} \underbrace{\left(\frac{\Delta Q_s}{Q_s} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta Q_s}{Q_s} \frac{\Delta g}{g}\right)}_{\text{Terme2}} \quad (4.20)$$

Comme le terme *Erreur1* est supérieur à 1, alors le terme *Erreur2* est toujours négatif, et on se trouve ainsi dans un cas très défavorable au niveau de la précision sur l'extinction corrigé si *Terme1* et *Terme2* ne sont pas du même signe. Du fait de la sensibilité de l'erreur relative sur l'extinction corrigée, on préférera comparer sur les paramètres (Q_e, Q_s et g) pris séparément en ce qui concerne le rôle de la forme de la section des bâtonnets sur les propriétés radiatives.

Nous observons sur l'efficacité d'extinction corrigée des écarts plus importants entre Mie et DDSCAT pour la longueur d'onde de $4 \mu m$ par rapport aux calculs pour 10 et $25 \mu m$. Néanmoins, la participation à l'extinction du rayonnement des longueurs d'ondes de l'ordre de $4 \mu m$ est assez faible et nous pouvons à priori penser que l'écart sera faible entre la conductivité radiative issue de la théorie de Mie et celle obtenue par le code DDSCAT avec une section circulaire.

En effet, si nous nous basons sur l'expression de la conductivité radiative donnée par Rosseland (équation F.3), l'inverse de l'extinction corrigée est pondérée par la dérivée de la luminance du corps noir. La figure 4.12 indique l'évolution de $dL_\lambda^0(T)/dL^0(T)$, terme pondérateur de l'extinction précitée. On y voit bien l'importance de l'extinction aux longueur d'onde autour de $8 \mu m$ et le faible poids de $\lambda = 4 \mu m$.

La validation étant faite avec Mie, nous pouvons raisonnablement conduire une étude comparative sur les propriétés radiatives en fonction de la forme de la section (circulaire, triangulaire et triangulaire concave).

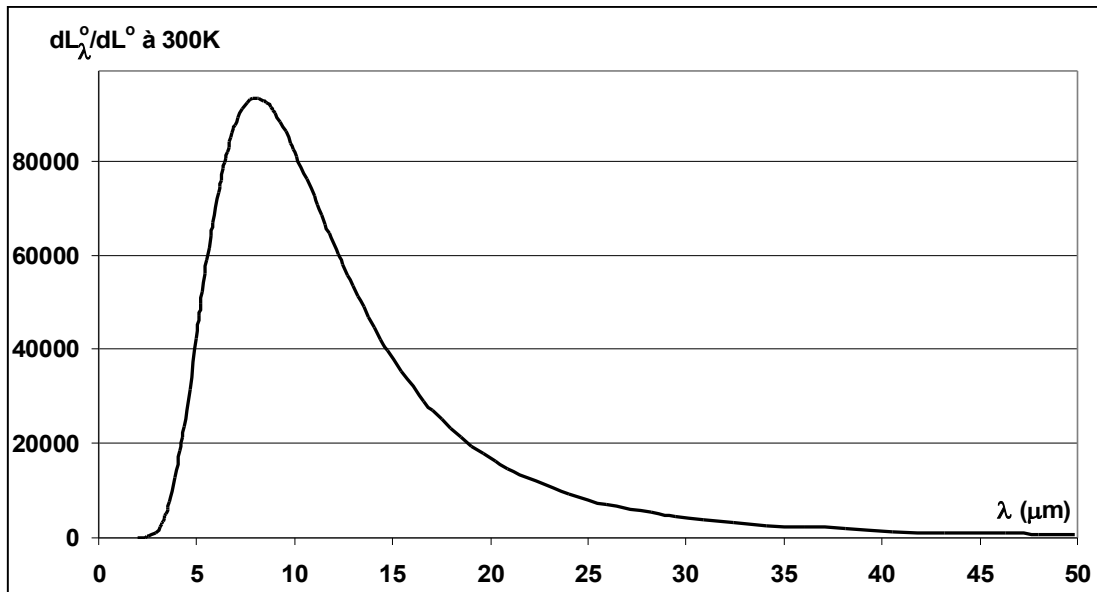


FIGURE 4.12 – Evolution de la dérivée de la luminance

4.4.2 Comparaison des efficacités d'extinction selon la forme de la section

4.4.2.1 Section triangulaire de même section

Si on étudie l'influence de la forme de la section (triangulaire ou cylindrique), on peut voir sur les figures précédentes (4.10 et 4.11) que l'écart reste faible entre les deux sections, excepté aux courtes longueurs d'onde.

Nous pouvons faire la même remarque que précédemment : nous pouvons nous attendre à un faible écart de conductivité radiative si on prend une section triangulaire à la place d'une section circulaire.

4.4.2.2 Section triangulaire concave

Intéressons-nous maintenant au cas de la section réelle des bâtonnets, à savoir une section concave occupant les deux tiers de la section du triangle équilatéral englobant les bâtonnets. Nous voulons savoir s'il est toujours possible de calculer les propriétés radiatives du bâtonnet en considérant une section circulaire de même aire. Pour ce faire, la géométrie de la section concave supposée des bâtonnets a été implémentée dans le code DDSCAT.

En annexe E.5 sont indiquées les relations existant entre les différents paramètres : côté du triangle équilatéral, diamètres équivalents, rayon de courbure, angle de l'arc de cercle, ...

Nous avons souhaité comparé les propriétés radiatives d'un cylindre de section circulaire orienté aléatoirement à celles d'un prisme à section triangulaire ainsi qu'à celles d'un prisme de section triangulaire concave (section réelle). Nous avons choisi trois cas de figure pour déterminer leurs dimensions :

- CAS A : On prend pour le cylindre de section circulaire et le prisme de section triangulaire des sections identiques à celle du triangle englobant la section réelle concave.
- CAS B : On prend pour le cylindre et le prisme des sections identiques à celle de la section réelle concave.
- CAS C : On prend pour le cylindre et le prisme des périmètres identiques à celui de la section réelle concave.

Nous avons comparé ces différents cas pour des longueurs d'onde $\lambda = 6, 10$ et $15 \mu m$ et deux longueurs d'arêtes de la section concave $a = 5,39 \mu m$ et $a = 3,27 \mu m$ représentatives dans le cas des mousses XPS. L'indice de réfraction complexe du polystyrène est pris en fonction de la longueur d'onde (indice déterminé par Coquard, figure 2.16). Les paramètres géométriques correspondant aux différents cas sont indiqués au tableau 4.3 pour la longueur d'arête $a = 5,39 \mu m$: Φ_s est alors le diamètre équivalent du cylindre de section circulaire et a_{eq} est la longueur d'arête équivalente du prisme de section triangulaire.

	Cylindre	Prisme triangulaire
CAS A	$\Phi_s = 4\mu m$	$a_{eq} = 5,39\mu m$
CAS B	$\Phi_s = 3,27\mu m$	$a_{eq} = 4,40\mu m$
CAS C	$\Phi_s = 5,21\mu m$	$a_{eq} = 5,46\mu m$

TABLEAU 4.3 – Paramètres géométriques des différents cas comparés avec le code DD-SCAT pour $a = 5,39 \mu m$

Nous avons choisi pour tous les cas une distance inter-dipôles $d = 0,4 \mu m$ et une longueur de bâtonnet $L = 100 \mu m$. Les résultats sont indiqués au tableau 4.4 pour la longueur d'onde $\lambda = 10 \mu m$ et pour la longueur d'arête $a = 5,39 \mu m$. Le facteur d'efficacité de diffusion $Q_{s,\lambda}$ et le facteur d'efficacité de diffusion corrigé $Q_{s,\lambda}^*$ sont représentés à la figure 4.13 pour les trois diamètres équivalents à un triangle équilatéral de côté $a = 5,39 \mu m$. Les calculs avec une distance interdipôle plus petite ainsi que pour l'autre

valeur de longueur d'arête confirment ces résultats.

		Q_e	Q_s	Q_a	g	Q_e^*	Q_s^*
	Triangle Concave	0,906	0,878	0,028	0,694	0,297	0,268
CAS A	Cylindre	1,412	1,366	0,046	0,732	0,413	0,367
	Prisme	1,358	1,314	0,044	0,727	0,403	0,359
	MIE	1,362	1,330	0,032	0,751	0,364	0,332
CAS B	Cylindre	1,085	1,053	0,032	0,659	0,391	0,359
	Prisme	1,113	1,079	0,034	0,680	0,379	0,345
	MIE	1,025	1,001	0,024	0,647	0,378	0,354
CAS C	Cylindre	2,136	2,072	0,064	0,776	0,528	0,464
	Prisme	1,377	1,332	0,045	0,721	0,417	0,372
	MIE	2,081	2,034	0,047	0,786	0,483	0,436

TABLEAU 4.4 – Résultats des simulations en DDA sur différentes sections, $d = 0,4 \mu\text{m}$

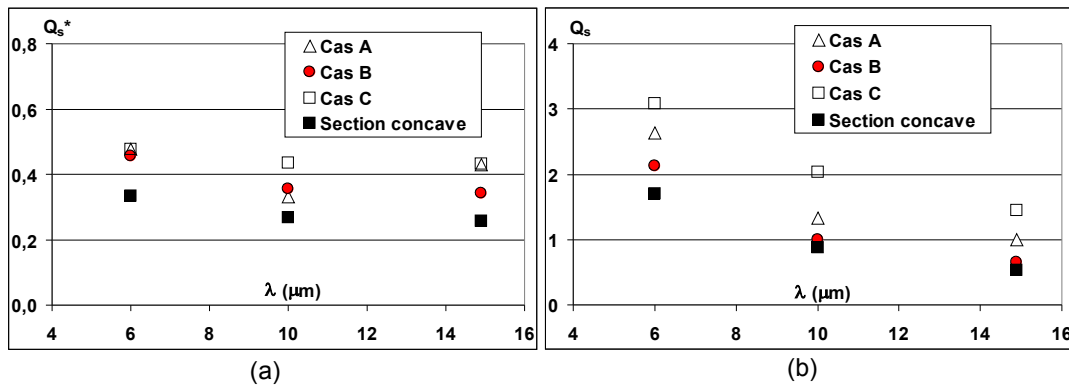


FIGURE 4.13 – Efficacités de diffusion selon les diamètres équivalents testés (a) Q_s^* (b) Q_s

On remarque pour toutes les longueurs d'onde testées que le cas le plus proche des propriétés radiatives de la section réelle est le cas B (aire identique à celle de la section réelle). Nous observons les mêmes comportements pour les 3 longueurs d'onde testées :

- l'erreur faite sur (Q_e, Q_s) est de 15 à 45% avec une surestimation avec Mie des coefficients d'extinction et de diffusion. L'erreur moyenne est de 30%.
- L'erreur sur le facteur d'anisotropie g est de l'ordre de 4%, ce qui est très faible (c'est de l'ordre de grandeur de l'erreur faite entre le code DDSCAT et Mie dans le cas de bâtonnets cylindriques).
- L'erreur faite sur les coefficients d'extinction et de diffusion corrigés (Q_e^*, Q_s^*) est

de 25 à 40% avec là encore une surestimation avec Mie par rapport au cas réel de la section concave.

- L'erreur sur l'albedo est cependant très faible (de l'ordre de 1%), ce qui est une observation très importante. En effet, nous avons pu observer lors d'une étude de sensibilité qu'une erreur faible sur l'albedo donne une erreur raisonnable sur l'extinction corrigée tandis qu'une erreur élevée sur l'albedo va amplifier l'erreur sur l'extinction corrigée.

Etant donné que l'erreur faite sur l'extinction corrigée se retrouve directement sur le flux radiatif ainsi que sur les spectres de réflectances et transmittances hémisphériques, il est possible d'effectuer une correction systématique des coefficients obtenus par la théorie de Mie pour des bâtonnets de forme cylindrique, à savoir une diminution de l'ordre de 25% pour les coefficients Q_e et Q_s . En effet nous avons vu que la forme la plus proche de la forme réelle est un bâtonnet de section triangulaire concave. La figure 4.14 indique le ratio entre le facteur d'efficacité de diffusion déterminé par la méthode dipolaire discrète et celui donné par la théorie de Mie pour le diamètre équivalent retenu pour décrire les bâtonnets (Cas B). Le même écart est trouvé pour le facteur d'efficacité d'extinction.

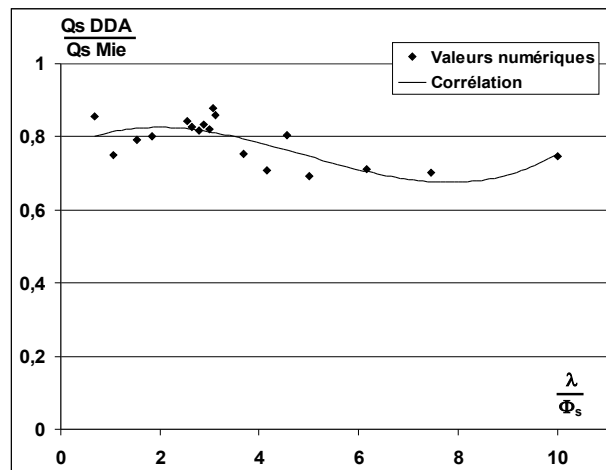


FIGURE 4.14 – Corrélation entre les facteurs d'efficacité de diffusion obtenus par DDA et par la théorie de Mie

La corrélation indiquée à la figure 4.14 obéit à l'équation 4.21, valable pour un ratio λ/Φ_s compris entre 0,7 et 10. L'écart absolu maximum qui a été observé sur le facteur

d'efficacité est égale à 0,07 grâce à cette corrélation.

$$Q_{s,\lambda} = Q_{s,\lambda,\text{Mie}} \left(0,0015 \left(\frac{\lambda}{\Phi_s} \right)^3 - 0,0219 \left(\frac{\lambda}{\Phi_s} \right)^2 + 0,0688 \left(\frac{\lambda}{\Phi_s} \right) + 0,7639 \right) \quad (4.21)$$

Les conclusions de cette étude sont valables uniquement pour nos dimensions de bâtonnets et aux longueurs d'onde étudiées.

Nous pouvons également retenir que l'erreur est relativement faible entre des bâtonnets de section circulaire ou triangulaire, point important à préciser puisque les observations ne sont pas identiques lorsqu'il s'agit d'une section triangulaire concave.

La fonction de phase de diffusion du milieu a été déterminée à partir des lois de l'optique géométrique pour des parois et à partir de la théorie de Mie pour les bâtonnets. Nous avons constaté que les réflectances et transmittances hémisphériques calculées avec la fonction de phase du milieu sont proches des résultats obtenus en considérant une fonction de phase de Henyey-Greenstein (décrite au paragraphe 3.2.3 et ne dépendant que du coefficient d'asymétrie g_λ). Puisque nous avons constaté que le coefficient d'asymétrie des bâtonnets était identique selon que l'on considère une section concave ou une section circulaire équivalente ayant la même section, considérer la fonction de phase Henyey-Greenstein a semblé justifié pour déterminer les réflectances spectrales et transmittances hémisphériques des mousses.

4.4.3 Influence de la longueur des bâtonnets

Nous avons précédemment évoqué les tests qui avaient été effectués pour vérifier l'adéquation entre les résultats obtenus par la théorie de Mie sur des cylindres circulaires de longueur infinie avec ceux obtenus par le code DDA sur des cylindres discrétisés sous forme de dipôles et de longueur finie. Nous avons pu constater que les résultats étaient comparables à condition de bien choisir les paramètres de la cible : taille des dipôles et longueur du bâtonnet. Nous avons observé que la longueur devait être grande comparativement au diamètre du bâtonnet et à la longueur d'onde étudiée. Nous n'avons néanmoins pas pu dégager de relation pour fixer ces paramètres.

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à l'influence de la longueur du bâtonnet sur ses propriétés radiatives. En effet la structure cellulaire d'une mousse XPS est

très complexe et nous n'avons pas des bâtonnets de longueur infinie ni de bâtonnets "flottants" dans l'espace et qui auraient une longueur bien définie (et égale à la longueur des arêtes des polyèdres formant les cellules).

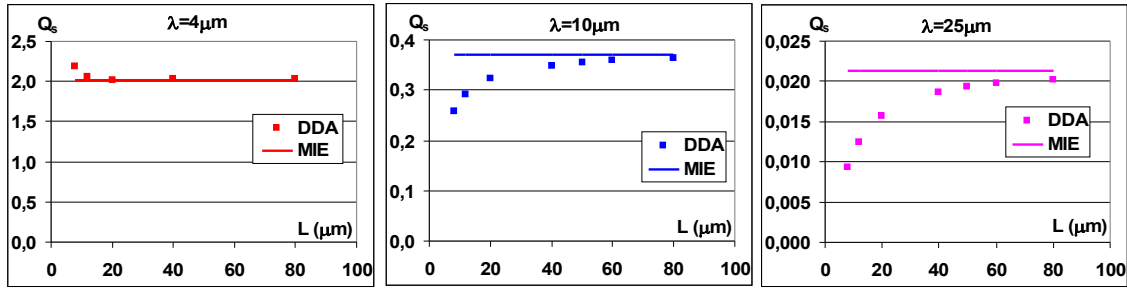
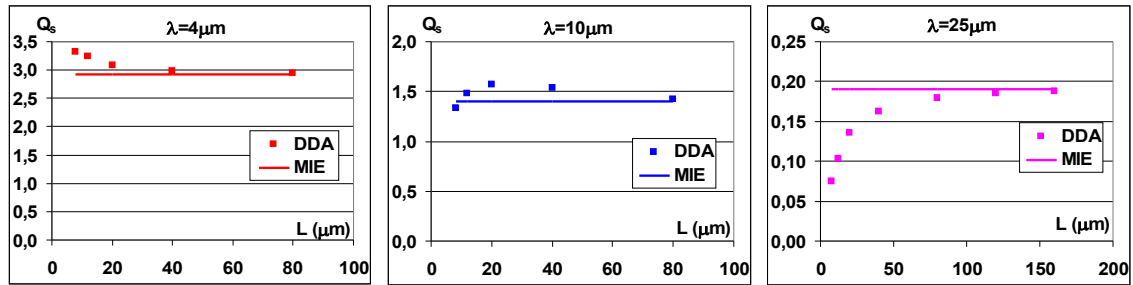
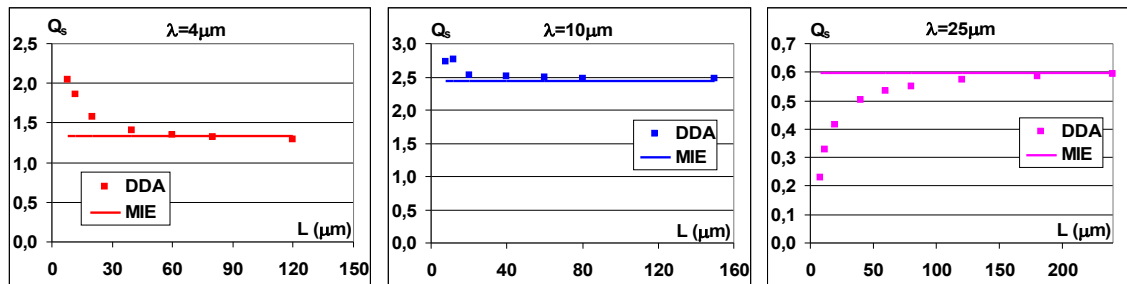
Nous avons pris les paramètres (diamètre du bâtonnet, longueur d'onde et distance inter-dipôle) indiqués dans le tableau 4.5. Ils sont pratiquement les mêmes que ceux indiqués au tableau 4.2 à l'exception de ceux pris pour $\Phi_s = 4\mu m$, plus petits pour avoir une meilleure précision sur les résultats.

$\Phi_s = 2\mu m$		$\Phi_s = 4\mu m$		$\Phi_s = 6\mu m$	
$\lambda (\mu m)$	$d(\mu m)$	$\lambda (\mu m)$	$d(\mu m)$	$\lambda (\mu m)$	$d(\mu m)$
4	0,2	4	0,2	4	0,6
10	0,2	10	0,2	10	0,6
25	0,2	25	0,4	25	0,6

TABLEAU 4.5 – Paramètres utilisés dans le code DDSCAT pour vérifier l'influence de la longueur

Des simulations ont ensuite été lancées pour des longueurs de bâtonnet comprises entre 8 et 80 μm , ce qui correspond aux longueurs que nous pouvons rencontrer dans des mousses ayant des pores dodécaédriques de taille comprise entre 50 et 200 μm .

Les figures 4.15, 4.16 et 4.17 reprennent les différents résultats obtenus en terme d'efficacité de diffusion. Des figures similaires sont obtenues pour l'efficacité d'extinction, l'efficacité d'extinction corrigé et le facteur d'anisotropie de la diffusion. Nous n'avons pas pu dégager de règle pour savoir si on surestime ou sous-estime les propriétés radiatives d'un bâtonnet de longueur finie par rapport à la théorie de Mie cependant nous pouvons observer que cet écart diminue globalement quand la longueur augmente. Nous observons que les erreurs relatives peuvent être assez élevées avec la théorie de Mie dans les cas extrêmes de bâtonnets de courte longueur (moins de 20 μm) et aux grandes longueurs d'onde (observé pour 25 μm ici).

FIGURE 4.15 – Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 2 \mu m$ FIGURE 4.16 – Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 4 \mu m$ FIGURE 4.17 – Efficacité de diffusion Q_s pour $\Phi_s = 6 \mu m$

Pour conclure, nous avons observé qu'il existe effectivement un écart entre les propriétés radiatives de bâtonnets déterminées par la théorie de Mie et celles calculées grâce au code DDSCAT sur des bâtonnets de longueur finie.

La question est de savoir quelle est la représentation des bâtonnets la plus réaliste étant donné que la structure réelle de la mousse n'est pas un assemblage d'éléments bien définis et indépendants les uns des autres mais un ensemble de cellules assemblées

les unes aux autres et dont l'épaisseur de paroi augmente à proximité des jonctions entre plusieurs cellules. Les bâtonnets sont donc tous joints les uns aux autres par leurs extrémités et sont de plus reliés entre eux par les parois très fines des cellules.

Un maillage cubique pour modéliser les cellules des mousses permet de visualiser ceci plus aisément que pour le maillage dodécaédrique ou tétrakaidécaédrique. Les bâtonnets peuvent alors être assimilés à des cylindres infinis puisque leur longueur n'est plus celle de l'arête d'un cube mais chaque bâtonnet de longueur fini tel que défini dans le modèle de Placido est relié aux bâtonnets voisins de sorte qu'ils forment un bâtonnet de longueur très importante. L'hypothèse de bâtonnets de longueur infinie est alors justifiée mais dans le cas réel nous nous situons certainement dans un cas intermédiaire puisque chaque bâtonnet est relié à son voisin mais son axe change de direction, formant virtuellement un réseau de bâtonnets reliés entre eux.

Seule une résolution directe des équations de Maxwell dans la structure réelle pourrait résoudre ce problème. Ceci est une perspective intéressante de même qu'effectuer dans un premier temps des lancers de rayon en utilisant les lois de l'optique géométrique et comparer les résultats obtenus avec les éléments (parois et bâtonnets) considérés comme indépendants les uns des autres. Le lancer de rayons dans ces conditions (optique géométrique) pourrait apporter des éléments de réponse mais il faudra interpréter les résultats avec précaution puisque nous sommes dans les limites d'applicabilité des lois de l'optique géométrique pour nos tailles de particules.

4.5 Sensibilité du modèle et validation expérimentale

Dans ce paragraphe sont indiqués les résultats d'études de sensibilités du modèle de Placido à divers paramètres d'entrée que sont les indices optiques (n, k) , la dispersion de la distribution d'épaisseurs des parois ainsi que l'incertitude sur la détermination des paramètres morphologiques. Les résultats du modèle sont alors comparés aux données expérimentales. Ce qui est présenté dans cette partie a fait l'objet d'une part d'une publication dans un congrès [51], et d'autre part d'un article soumis dans le Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer [52].

4.5.1 Sensibilité à la dispersion de l'épaisseur des parois

Considérons ici une mousse sans présence de bâtonnets. Selon Placido et al. [42], les parois ont une épaisseur non constante et sont distribuées selon une loi log-normale (équation 4.22). L'étude sur une polydispersion d'épaisseurs donnant lieu à un temps de calcul plus élevé, il nous est apparu utile de vérifier la pertinence du choix d'une monodispersion basée sur l'épaisseur moyenne des parois dans le milieu. La masse volumique de la mousse utilisée dans ce cas test est égale à $14,3 \text{ kg/m}^3$.

$$\varpi(d_w) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma d_w} \exp\left(-\frac{(\ln(d_w) - m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.22)$$

Nous avons déterminé le coefficient d'extinction corrigé β^* et la conductivité radiative k_r pour différentes dispersions d'épaisseurs de parois σ , et pour différentes tailles de cellules moyennes $\overline{D_{cell}}$. Nous rappelons ici la relation qui existe entre la taille Φ_c et le diamètre de l'intersphère à un dodécaèdre D_{cell} est donnée à la relation 4.23.

$$D_{cell} = \frac{2,62}{2,80} \Phi_c \quad (4.23)$$

La relation donnant l'épaisseur moyenne de parois $\overline{d_w}$ ainsi que celle entre l'épaisseur moyenne et le paramètre m de la loi log-normale sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \overline{D_{cell}} &= 3,532 \frac{\rho_0 \overline{d_w}}{\rho_f} \\ m &= \ln(\overline{d_w}) - \frac{\sigma^2}{2} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Les fonctions de répartition des polydispersions étudiées sont représentées à la figure 4.18 tandis que les figures 4.19, 4.20 et 4.21 présentent les résultats concernant la variation du coefficient d'extinction corrigé en fonction de la dispersion pour trois tailles de cellules différentes. Pour des raisons de clarté, lorsque les courbes des mono et polydispersions sont superposées, les longueurs d'onde ne sont plus représentées sur les figures. Nous observons ainsi que l'écart entre la monodispersion et ses polysdispersions est négligeable aux longueurs d'ondes élevées tandis que cet écart augmente avec la dispersion aux courtes longueurs d'onde (7% d'écart au maximum). On remarque également que l'écart augmente lorsque l'épaisseur moyenne augmente.

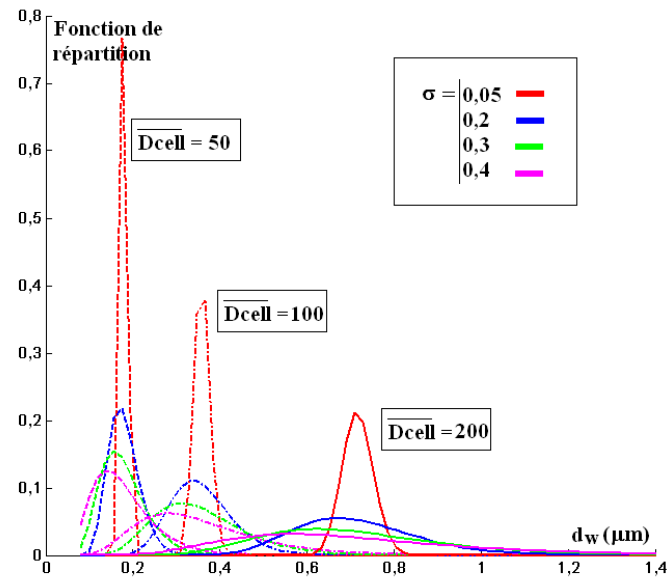


FIGURE 4.18 – Fonctions de répartition des polydispersions : $\overline{D_{cell}} = 50, 100$ et $200 \mu m$

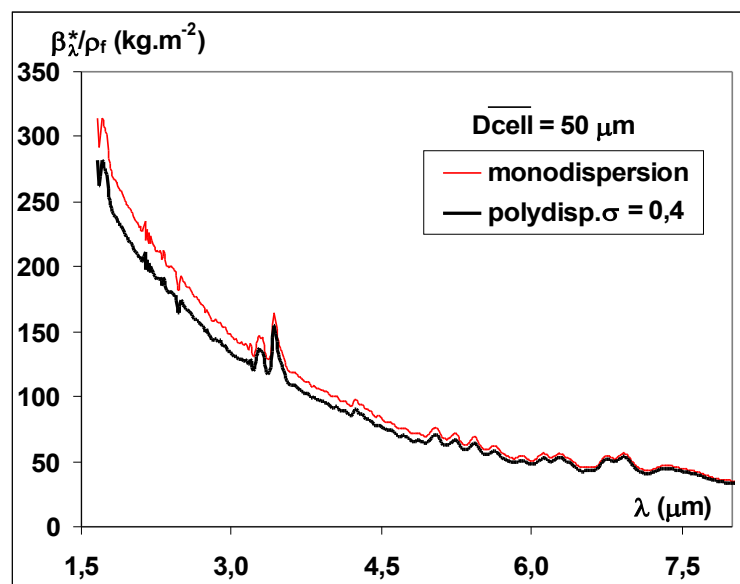


FIGURE 4.19 – Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 50 \mu m$

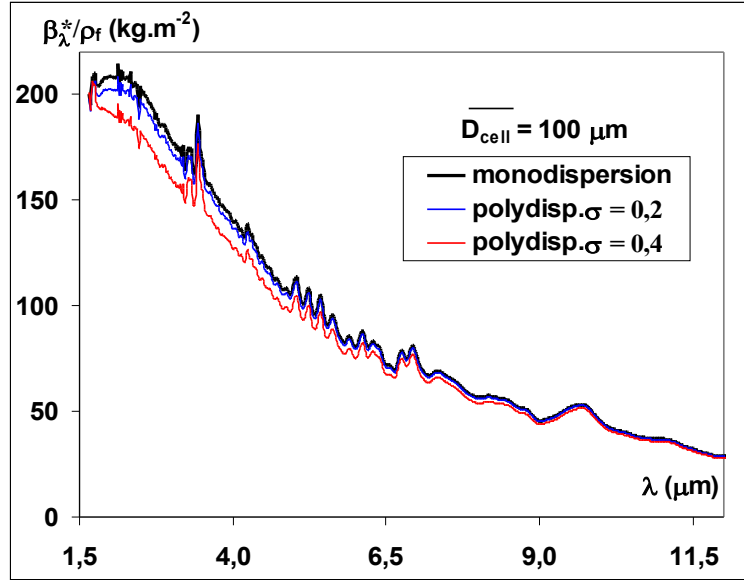


FIGURE 4.20 – Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 100 \mu m$

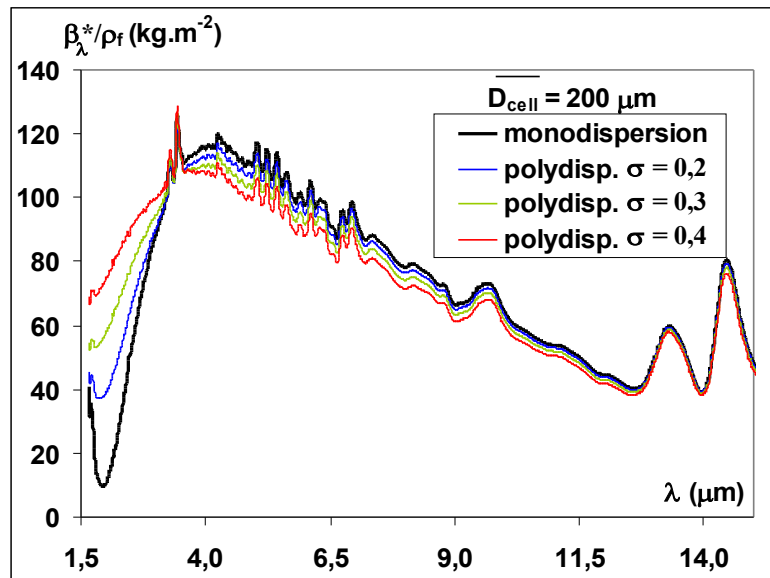


FIGURE 4.21 – Coefficient d'extinction corrigé, pondéré par la densité de la mousse, en fonction de la dispersion : $\overline{D_{cell}} = 200 \mu m$

La figure 4.22 présente l'évolution de la conductivité radiative calculée grâce au modèle de Rosseland (formalisme à l'annexe F) en fonction de la taille moyenne des cellules et de la dispersion de l'épaisseur de parois. Bien qu'il existe un écart selon les dispersions sur le coefficient d'extinction corrigé, cet écart n'est plus visible dans la valeur de la conductivité radiative déterminée à partir du modèle de Rosseland. L'hypothèse de travailler sur une monodispersion nous a donc semblé être justifiée, ceci est important puisque cette hypothèse était communément admise mais non justifiée.

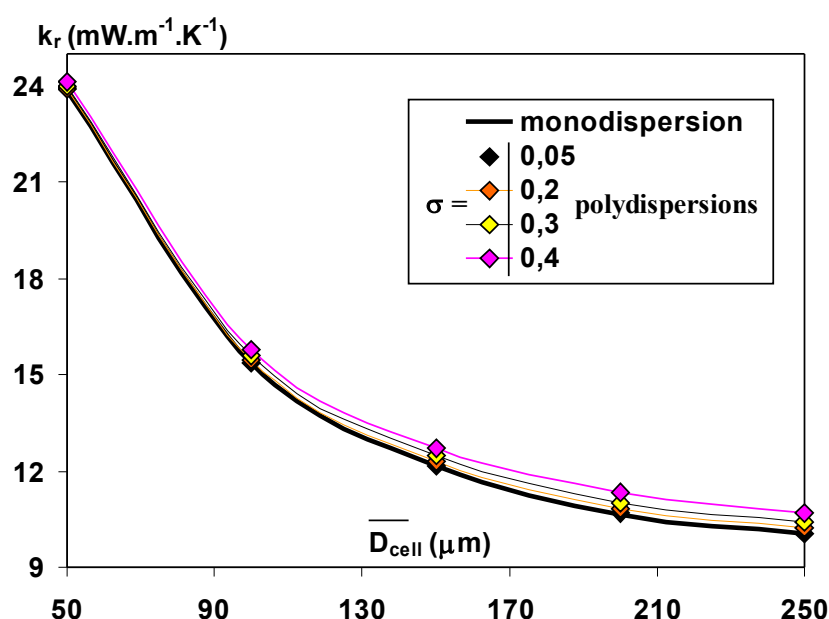


FIGURE 4.22 – Conductivité radiative pour différentes valeurs de $\overline{D}_{cell}$ et σ à $T=300K$

4.5.2 Validation basée sur les spectres de réflectances et transmittances hémisphériques

Dans ce paragraphe, nous effectuons des comparaisons du modèle avec les résultats expérimentaux sur les quatre échantillons de mousses XPS dont les caractéristiques morphologiques ont été données au paragraphe 2.3.1.2. Le tableau 4.6 reprend ces différentes données morphologiques tandis que les indices optiques sont ceux déterminés sur le polystyrène dense composant ces mousses (figure 2.16) et dont la masse volumique est $\rho_0 = 1050 \text{ kg.m}^{-3}$. Différentes fractions volumiques ont été considérées et les épaisseurs de parois sont déterminées en accord avec la relation E.34 donnée à

l'annexe E en considérant des cellules de forme dodécaédrique avec prise en compte des empiètements des parois sur les bâtonnets. Les indices sont ceux qui ont été déterminés sur la plage de longueur d'onde $[2-50] \mu m$ pour le polystyrène constituant les échantillons.

A partir des propriétés radiatives déterminées grâce au modèle décrit en début de chapitre, nous avons résolu l'ETR de manière à déterminer les réflectances et transmittances hémisphériques qui sont des grandeurs plus facilement comparables aux données expérimentales comme cela a été évoqué lors de l'identification des propriétés radiatives décrite au paragraphe 3.5. La fonction de phase considérée est la fonction de phase de Henyey-Greenstein dont la définition a été donnée au paragraphe 3.2.3. Sauf information contraire, les calculs de réflectances et transmittances sont effectués pour des épaisseurs de 1 mm .

Nous comparerons en particulier les résultats obtenus pour les mousses H2 et C3 étant donné que ces deux mousses de même densité ont des tailles de cellules proches alors que la différence au niveau de leur conductivité thermique mesurée à 20°C est de $3,2 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$ comme cela est résumé au tableau 4.6. Selon le fournisseur, l'échantillon H2 présente une isotropie au niveau de sa structure, ce qui n'est pas le cas de la mousse C3.

Echantillon	Densité	Taille Φ_c	Conductivité totale à 23°C
H2	35 kg.m^{-3}	$108 \pm 30 \mu m$	$34,2 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$
C3	35 kg.m^{-3}	$76 \pm 30 \mu m$	$37,4 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$
B3	32 kg.m^{-3}	$203 \pm 50 \mu m$	$35,4 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$
C1	35 kg.m^{-3}	$57 \pm 15 \mu m$	$36,5 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$

TABLEAU 4.6 – Caractéristiques des échantillons de mousses XPS

4.5.2.1 Vérification de l'hypothèse d'un milieu homogène de surface transparente

Afin de valider nos calculs de réflectances et transmittances hémisphériques sur des tranches fines de mousses XPS, nous avons comparé les résultats obtenus en considérant le milieu homogène équivalent d'une part (ETR résolue par la méthode décrite dans le chapitre 3), et les résultats obtenus d'autre part via un lancer de rayon effectué dans une tranche fictive de mousse ne possédant pas de bâtonnets. Cette procédure a été décrite par Coquard et al. dans [34, 44] à la différence près que dans notre cas nous ne considérons pas des mousses PSE possédant des macroporosités mais des mousses

XPS possédant uniquement des parois. La tranche fictive est ainsi constituée de cellules tétrakaidécaédriques (octaèdres tronqués).

Nous nous sommes fixés un diamètre de cellule $\Phi_c = 56 \mu m$ et une porosité de 0,9679. L'épaisseur de parois moyenne est ainsi de $0,481 \mu m$. Les résultats sont indiqués aux figures 4.23 et 4.24 pour des épaisseurs de tranches de $449 \mu m$ et $2 mm$. Il y a ainsi entre 8 et 35 cellules sur l'épaisseur de la tranche.

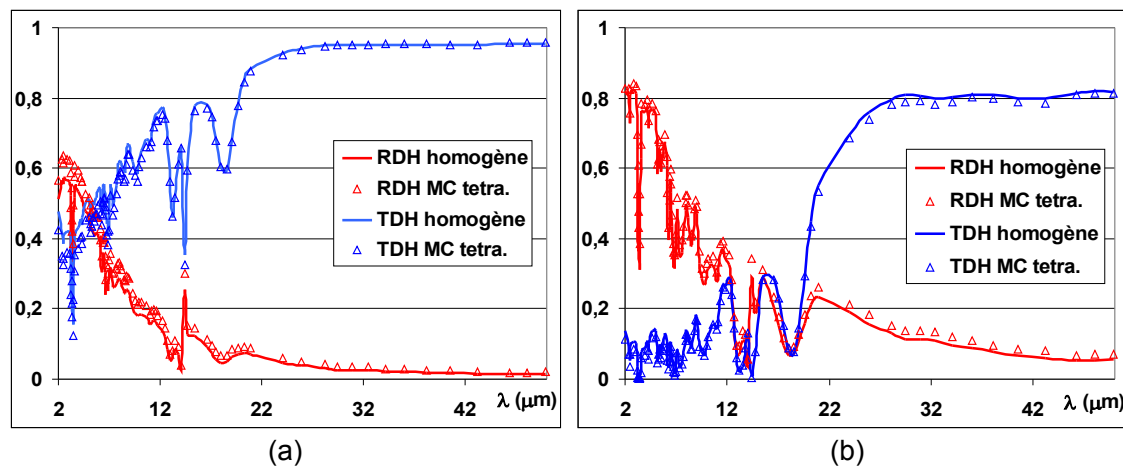


FIGURE 4.23 – Réflectances et transmittances hémisphériques pour une tranche d'épaisseur (a) $449 \mu m$, (b) $2 mm$

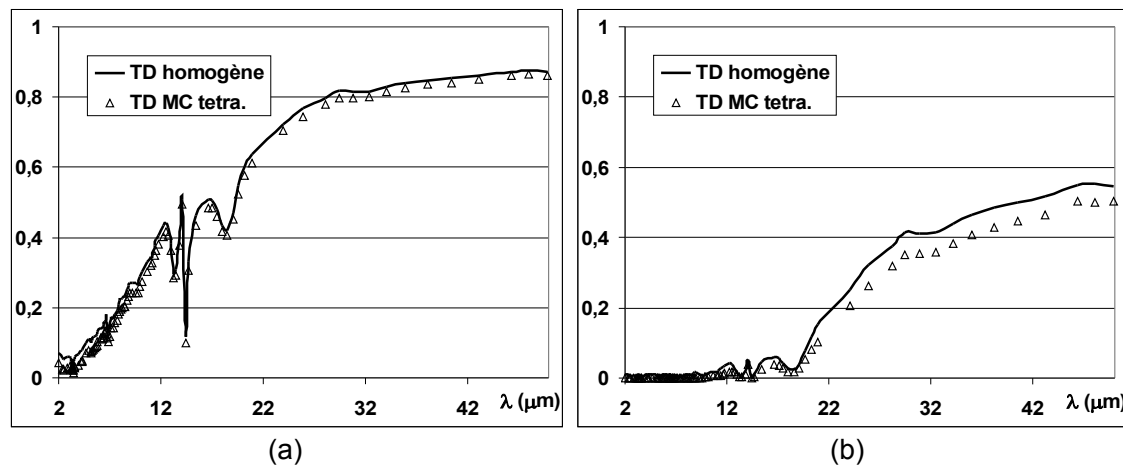


FIGURE 4.24 – Transmittance directe pour une tranche d'épaisseur (a) $449 \mu m$, (b) $2 mm$

Nous remarquons que l'écart est quasiment nul sur la transmittance hémisphé-

rique pour l'épaisseur de 2 *mm* en particulier, tandis que l'écart sur la réflectance hémisphérique est d'environ 10% entre les deux méthodes. **Les écarts sont finalement très faibles vis-à-vis des incertitudes expérimentales, et pour cette raison, nous pouvons comparer les réflectances et transmittances hémisphériques expérimentales à des valeurs estimées en résolvant l'ETR sur le milieu considéré comme homogène ayant des surfaces transparentes.**

Les transmittances directes déterminées via les deux approches (figure 4.24) présentent des écarts plus importants que sur les grandeurs hémisphériques. Autrement dit, même s'il n'y a qu'une dizaine de cellules sur l'épaisseur de tranche considérée, le fait de considérer les grandeurs hémisphériques est une approche convenable puisqu'on intègre les propriétés radiatives soit dans le milieu (en considérant un milieu homogène équivalent), soit à l'observation (grâce aux grandeurs hémisphériques).

4.5.2.2 Influence de la taille des cellules

Etant donné qu'il y a une incertitude au niveau de la mesure du diamètre des cellules, les propriétés radiatives ont été calculées pour les trois valeurs suivantes : diamètre moyen, minimum et maximum en accord avec la dispersion des données indiquée au tableau 4.6.

La comparaison des réflectances et transmittances hémisphériques théoriques et expérimentales est donnée à la figure 4.25 pour la mousse H2 et à la figure 4.26 pour la mousse C3. Ces résultats ont été obtenus sans prendre en compte la présence des bâtonnets dans le modèle afin d'isoler la dépendance des grandeurs spectrales à la taille de cellules uniquement.

Nous observons que la taille moyenne des cellules déterminée expérimentalement pour la mousse H2 décrit de façon correcte le comportement spectral du milieu étant donné que les valeurs expérimentales sont très proches des valeurs numériques notamment les transmittances. L'écart entre les mesures et les résultats numériques sont plus importants pour l'échantillon C3 que pour l'échantillon H2. Cet écart est probablement dû à l'anisotropie structurale de la mousse C3. De plus, la taille de cellule minimum donne des résultats proches des résultats expérimentaux, ce qui pourrait indiquer que l'anisotropie de la mousse C3 pourrait entraîner une réduction de l'épaisseur des parois dans la direction parallèle au transfert de chaleur, à cause de l'allongement des cellules par exemple.

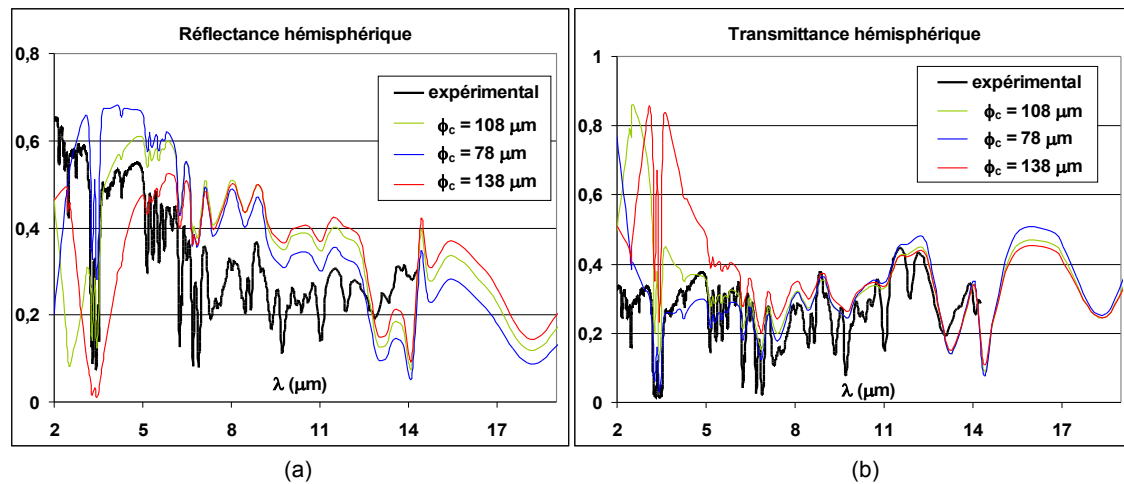


FIGURE 4.25 – Influence de l'incertitude des tailles de cellules sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse H2

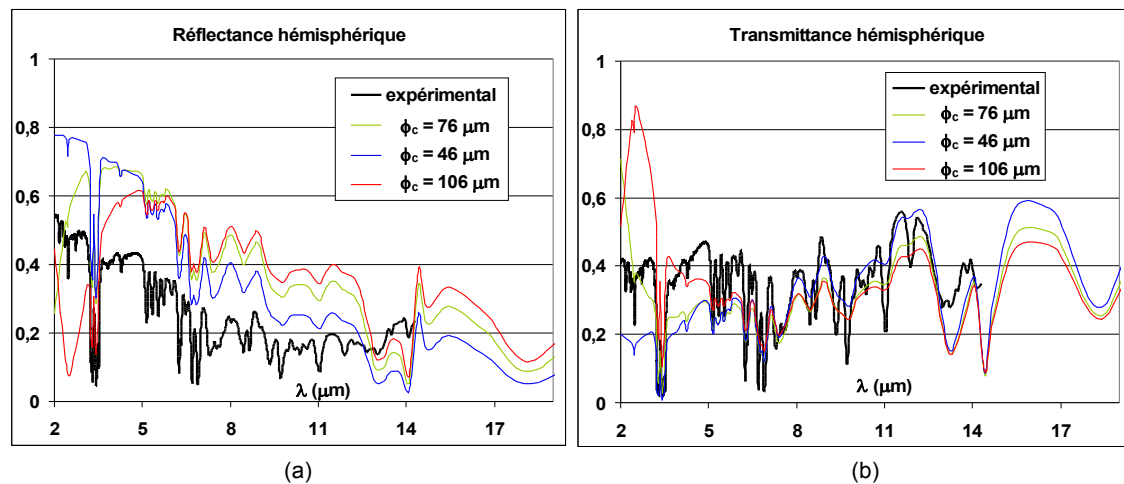


FIGURE 4.26 – Influence de l'incertitude des tailles de cellules sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3

4.5.2.3 Influence de la fraction volumique de bâtonnets

La figure 4.27 montre les résultats pour la mousse H2 lorsqu'on considère la taille moyenne des cellules $\Phi_c = 108 \mu\text{m}$ et différentes fractions volumiques de bâtonnets comprises entre 0 et 40%. La figure 4.28 montre les résultats obtenus pour la mousse C3 avec 27% de polymère contenu dans les bâtonnets et pour différentes tailles de cellule.

Nous observons que l'ajout des bâtonnets ne change pas de façon significative les

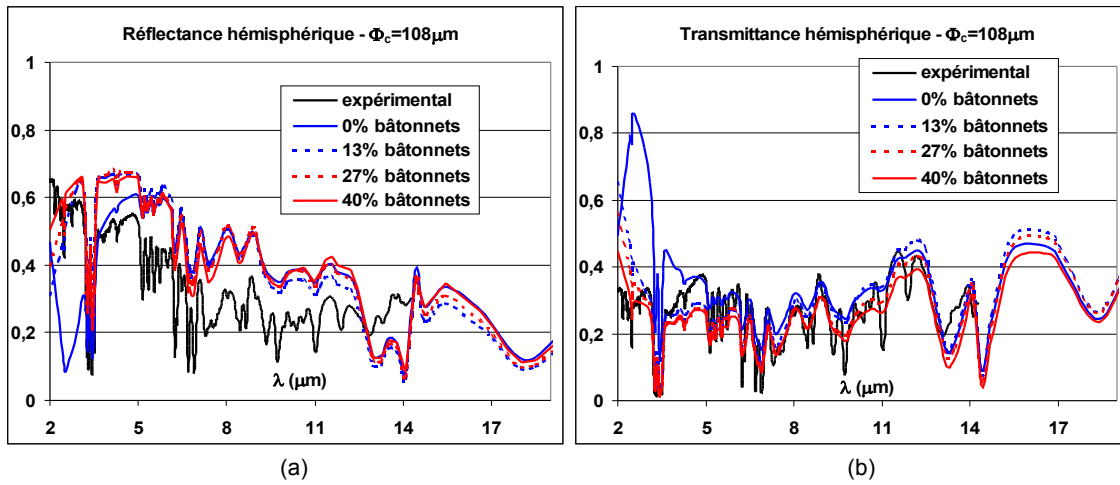


FIGURE 4.27 – Influence de la fraction volumique de bâtonnets sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse H2

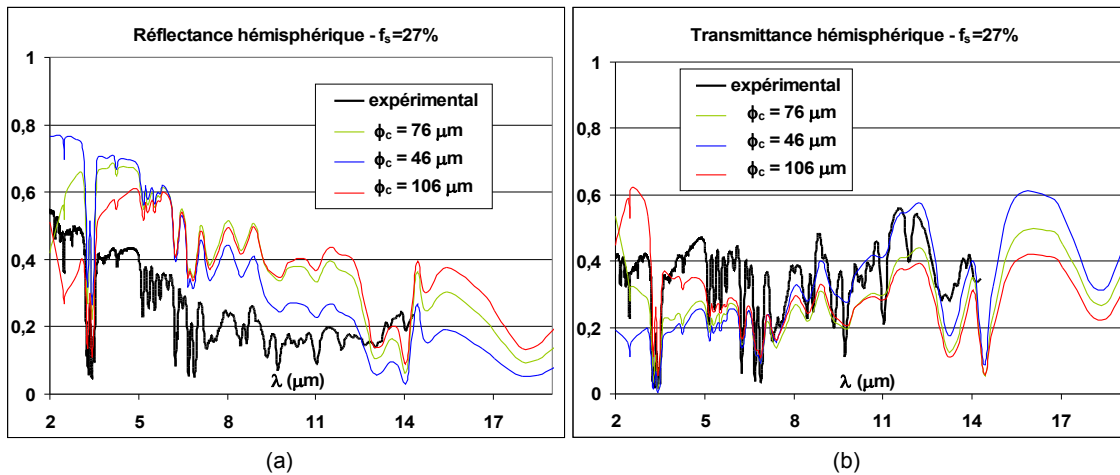


FIGURE 4.28 – Influence de la fraction volumique de bâtonnets sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3

réflectances et transmittances hémisphériques, excepté aux courtes longueurs d'onde. Pour cette raison, l'influence de la corrélation établie pour une forme triangulaire concave de bâtonnets (équation 4.21) a été étudiée sur les conductivités au lieu des grandeurs spectrales. Ces résultats sont indiqués plus loin.

4.5.2.4 Influence des indices optiques

L'indice optique complexe du polystyrène est une caractéristique d'entrée importante puisqu'il conditionne les propriétés d'absorption et de réflexion des parois et bâtonnets. Des valeurs des indices (n, k) en fonction de la longueur d'onde sont présentes dans la littérature et il est possible de les déterminer expérimentalement à travers des mesures spectroscopiques sur des films denses. Les valeurs de ces indices diffèrent dans la littérature, comme cela a été évoqué au chapitre 2. L'incertitude expérimentale sur la partie réelle de l'indice optique n a ainsi été précédemment estimée à 3% tandis que l'erreur possible sur l'indice imaginaire k peut être élevée puisque ce coefficient est d'intensité très faible. En effet le polystyrène est un matériau diélectrique pour lequel l'indice imaginaire très inférieur à l'unité joue un rôle moins important dans l'extinction du rayonnement que la partie réelle. Nous verrons au paragraphe suivant les résultats en terme de conductivités thermiques.

La figure 4.29 indique les réflectances et transmittances hémisphériques de la mousse C3 en prenant $\Phi_c = 46 \mu m$ et en négligeant les bâtonnets puisque nous avons précédemment montré que leur prise en compte avait peu d'influence sur les grandeurs spectrales, pour les mousses considérées.

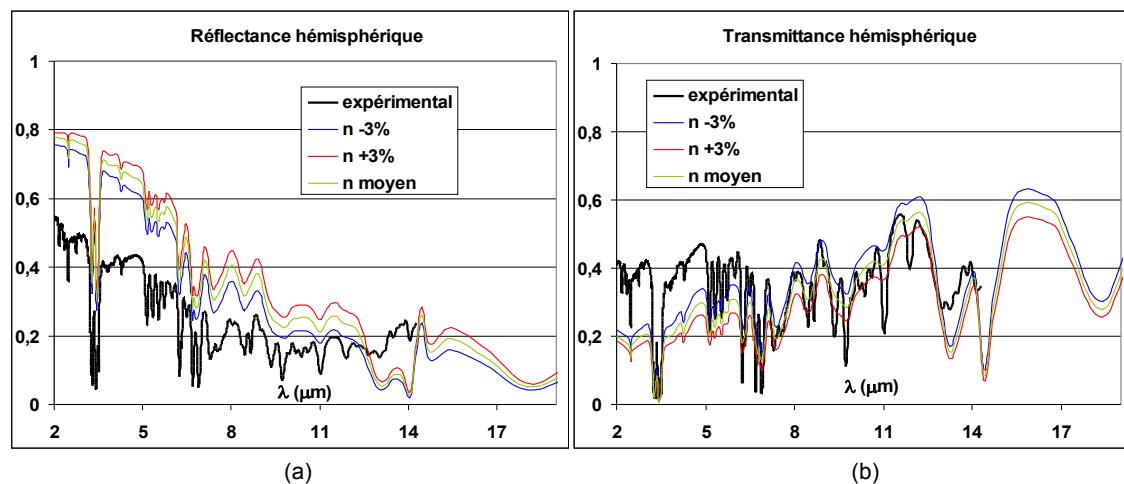


FIGURE 4.29 – Influence de n sur les réflectances (a) et transmittances hémisphériques (b) - mousse C3

On observe que l'erreur est négligeable sur les grandeurs hémisphériques mais si on calcule la conductivité radiative avec le modèle de Rosseland pour ces paramètres on trouve un écart moyen de $1,2 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$, soit environ 15% d'incertitude sur la

conductivité radiative lorsqu'il y a 3% d'incertitude sur l'indice n .

4.5.3 Validation basée sur les conductivités

Dans ce paragraphe, on s'intéresse aux résultats de conductivités (radiative et totale) dont la partie radiative a été déterminée dans un premier temps par le modèle de Rosseland. Puis nous montrons quel écart nous pouvons avoir sur la conductivité totale lorsqu'on résout le transfert de chaleur couplé dans une plaque d'isolant dans des conditions proches du système de Plaques Chaudes Gardées.

4.5.3.1 Sensibilité aux indices optiques

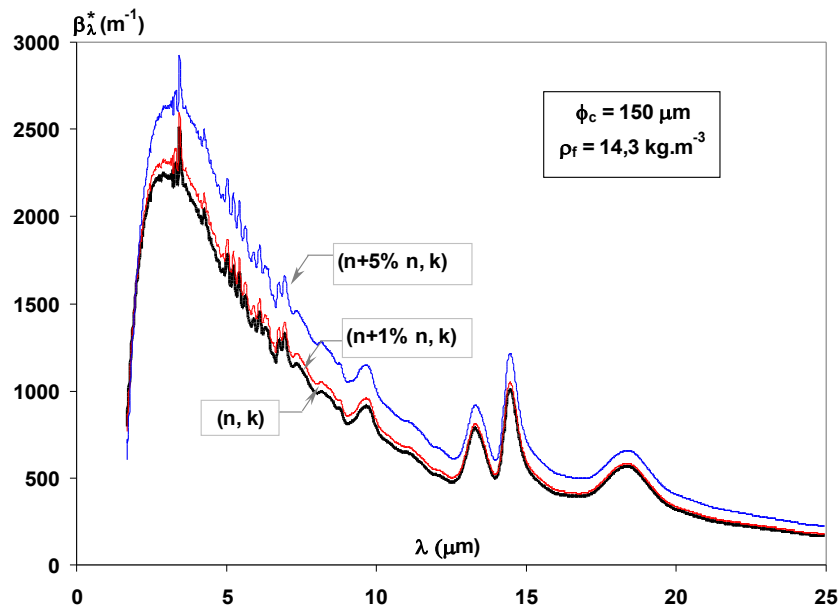
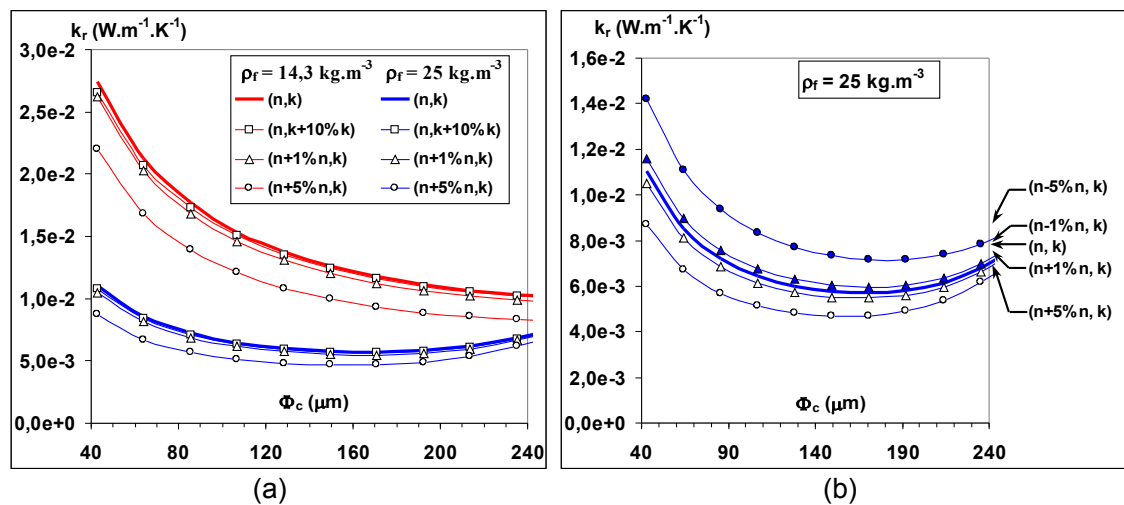
Pour cette étude, nous nous sommes basés sur les indices obtenus par Coquard sur la plage de longueur d'onde $[2-25] \mu m$ (figure 2.16) et nous avons décalé les indices (n, k) d'un certain pourcentage afin de vérifier leur influence sur les conductivités puisque l'optimisation de la performance des mousses passe par la recherche du minimum de conductivité.

La figure 4.30 présente l'évolution spectrale du coefficient d'extinction corrigé β_λ^* pour une taille de cellule fixée et pour différentes erreurs sur l'indice n . Nous n'avons pas représenté les résultats portant sur l'indice imaginaire k étant donné que même en imposant une erreur de 10% sur k , la différence sur le coefficient d'extinction corrigé reste négligeable.

résultats en terme de conductivité radiative sont indiqués à la figure 4.31 pour des densités de mousses de 14,3 et 25 $kg.m^{-3}$, en l'absence de bâtonnets et pour différentes tailles de cellule. Nous observons là encore qu'une variation de l'indice k a peu d'influence sur le coefficient d'extinction : un écart de 10% de cet indice provoque moins de 4% d'écart sur la conductivité radiative alors qu'un écart de 1% sur l'indice n en provoque environ 5% (figure 4.31 (a)).

L'extinction est fortement sensible à la valeur de n et cette sensibilité se répercute sur la conductivité radiative. C'est donc cet indice qu'il faut déterminer avec le plus grand soin. De plus, nous observons à la figure 4.31 (b) que l'optimum en terme de taille de cellule peut être déplacé de façon sensible lorsqu'une faible erreur sur n est commise.

Pour une mousse sans bâtonnets, la taille des cellules est directement reliée à la

FIGURE 4.30 – Coefficient d'extinction corrigé pour $\Phi_c = 150 \mu m$ FIGURE 4.31 – Conductivité radiative en fonction de la taille des cellules et de l'indice de réfraction à $T = 300K$ (a) Pour deux densités de mousses (b) Positions de la taille de cellule optimale pour $\rho_f = 25 \text{ kg.m}^{-3}$

porosité de la mousse et à l'épaisseur des parois. La figure 4.32 indique les résultats de la figure 4.31 (a) transposés en terme d'épaisseur de parois. Nous observons que les tailles de cellules optimales correspondent aux mêmes épaisseur de parois quelque

soit la densité de la mousse, pour un indice de réfraction complexe donné. Ceci peut se vérifier grâce à l'expression du coefficient d'extinction corrigé (équation 4.4) puisqu'il ne dépend que de l'indice $\tilde{n}$ et de l'épaisseur des parois d_w et son intensité est pondérée par la densité de la mousse, ce qui est directement répercuté sur la conductivité radiative selon le modèle de Rosseland.

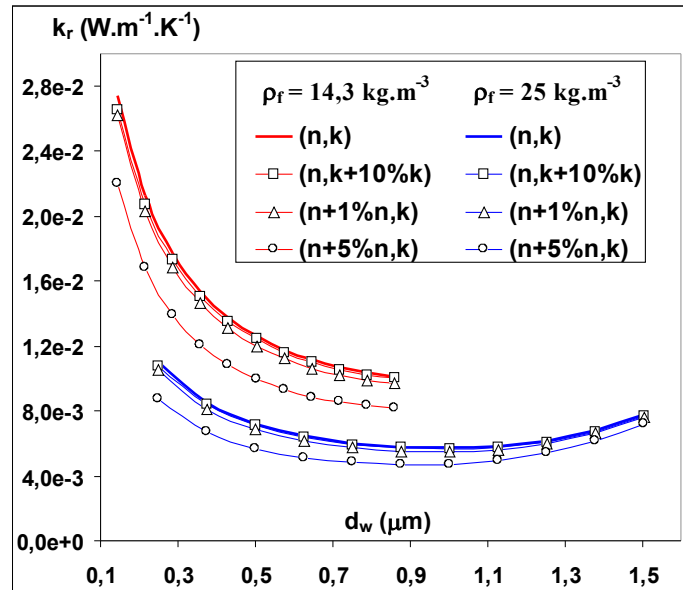


FIGURE 4.32 – Conductivité radiative en fonction de l'épaisseur des parois et de l'indice de réfraction à $T = 300K$

La présence d'un optimum d'épaisseur des parois est due à la variation spectrale du coefficient de diffusion en fonction de l'épaisseur des parois présentes dans les mousses, la variation due à l'absorption étant faible. Cette variation spectrale liée à l'énergie transportée par chaque longueur d'onde provoque l'atteinte d'un minimum de conductivité radiative après avoir effectué le calcul du coefficient de Rosseland. La valeur du minimum est donc difficile à prévoir à part via des calculs. De plus, plus la densité de la mousse est faible, et plus la variation de la conductivité radiative autour de cet optimum est importante.

La figure 4.33 indique le coefficient d'extinction corrigé déterminé pour différentes tailles de cellules et pour une masse volumique de mousse proche de 35 kg.m^{-3} , en considérant f_s nulle, et en fonction de la longueur d'onde. Ceci, pour permettre une meilleure compréhension de la présence d'un minimum de conductivité radiative. Le diamètre de cellule $\Phi_c = 138 \text{ } \mu\text{m}$ est celui donnant la plus faible conductivité radiative

parmi les diamètres considérés, c'est pourquoi nous avons mis sa courbe en évidence par rapport aux autres diamètres. Nous avons de plus superposé le graphique au terme pondérant l'inverse du coefficient d'extinction corrigé dans le calcul de la conductivité radiative selon la méthode de Rosseland (Annexe F). **Nous observons que le maximum d'extinction se déplace vers les grandes longueurs d'onde lorsque le diamètre des cellules augmente (et donc que l'épaisseur des parois augmente), tandis que l'intensité maximum de l'extinction diminue.**

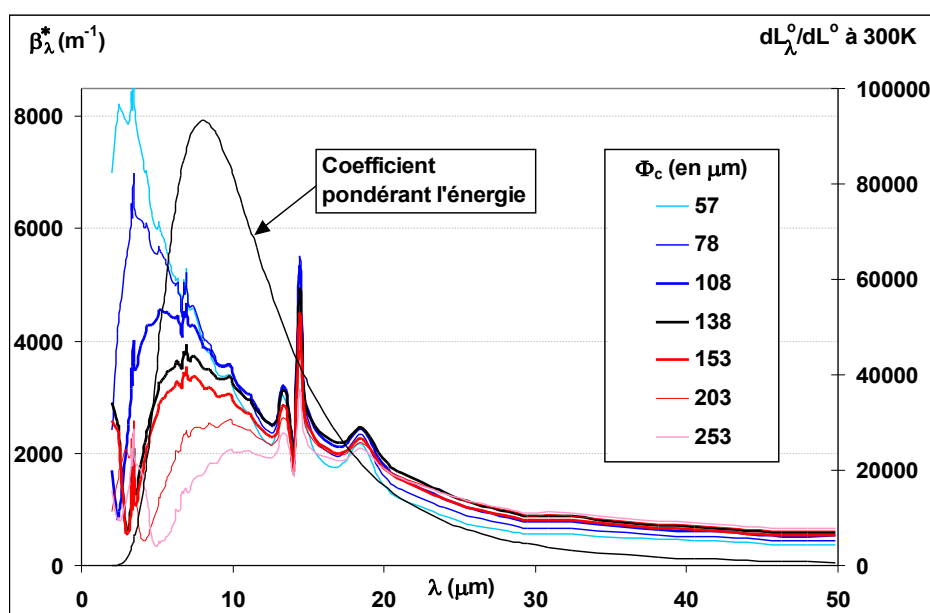


FIGURE 4.33 – Coefficient d'extinction corrigé en fonction du diamètre des cellules

4.5.3.2 Influence de la corrélation pour la forme concave des bâtonnets

Concernant les échantillons de mousses étudiés, la figure 4.34 indique les conductivités radiatives obtenues avec et sans la corrélation établie pour prendre en compte la forme réelle concave des bâtonnets, et ce pour les trois tailles de cellules des mousses C3 et H2 en faisant varier la fraction volumique de bâtonnets entre 0 et 40%.

Les indices considérés ici sont ceux que nous avons déterminés sur le polystyrène dense de Dow Chemical (figure 2.16). Les indices étant connus sur la plage de longueur d'onde $[2-50] \mu m$, le calcul de la conductivité radiative grâce au modèle de Rosseland est effectué en négligeant seulement 6% de l'énergie du corps noir à 20 °C.

Les valeurs "expérimentales" des conductivités radiatives indiquées à la figure 4.34 sont obtenues en déduisant la conductivité phonique de la conductivité totale $k_r = k_t - k_c$ telle que la conductivité totale est celle mesurée sur le système de plaques chaudes gardées (valeurs indiquées au tableau 4.6) et la conductivité phonique est celle calculée par la formule de Ahern (équation 2.14) pour les fractions volumique de bâtonnets considérées.

A la vue des résultats, nous pouvons conclure que la corrélation limite les variations de conductivité radiative avec la fraction volumique de bâtonnets alors que les précédents modèles surestimaient l'influence de f_s . Les conductivités radiatives déterminées numériquement entourent la valeur de la conductivité radiative expérimentale pour la mousse H2 qui est la plus isotrope (Figure 4.34 (b)) tandis que pour la mousse C3, le modèle avec corrélation sous-estime la conductivité radiative. Nous observons ainsi un écart maximum de $1 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour l'échantillon C3 lorsque $f_s = 40\%$ (Figure 4.34 (a)).

Sur la figure 4.35 sont indiquées les valeurs de conductivités thermiques totales déterminées avec notre modèle pour des fractions volumiques de bâtonnets comprises entre 0 et 40% selon l'incertitude obtenue sur la taille des cellules, pour les quatre échantillons.

Les valeurs sont très dispersées autour de la valeur moyenne de taille des cellules.

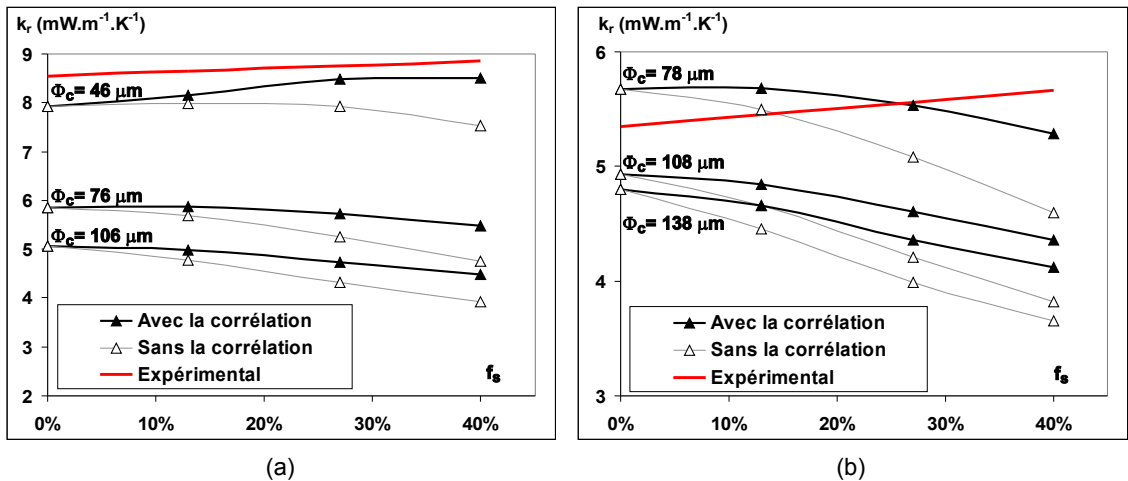


FIGURE 4.34 – Influence de la corrélation sur la conductivité radiative pour les mousses C3 (a) et H2 (b) à 23 °C

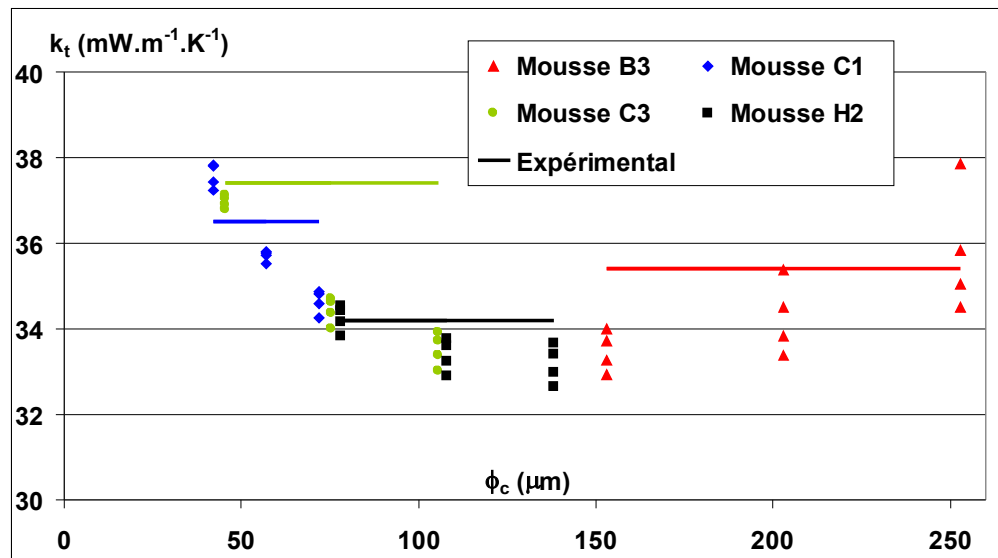


FIGURE 4.35 – Conductivités thermiques totales en fonction de la taille des cellules (incertitudes en abscisse) et pour f_s compris entre 0 and 40% (incertitudes en ordonnée) - Comparaison avec les mesures à 23 °C

Les résultats numériques sont très proches des valeurs expérimentales uniquement dans le cas de la mousse H2 qui est la seule mousse à présenter une isotropie de sa structure. Pour cette mousse, l'erreur maximale sur la conductivité totale n'est que de 4,5% alors qu'elle peut aller jusqu'à 12% pour les autres échantillons.

L'erreur commise pour les échantillons anisotropes est cependant relativement peu élevée et une amélioration de la prise en compte de l'anisotropie structurale dans le modèle pourrait apporter une meilleure précision à ces calculs.

4.5.3.3 Comparaison avec le modèle de Glicksman

La figure 4.36 indique la conductivité radiative en fonction de la taille des cellules pour les quatre échantillons. Les deux formules prises pour évaluer le coefficient d'extinction moyen utilisé dans l'équation F.5 permettant de calculer la conductivité radiative sont : la formule de Glicksman définie ci-dessous (équation 4.25), et la formule de Roseland définie en annexe F.

Glicksman et al. [33] ont déterminé dans les années 90 une formule pour les mousses cellulaires tels que les mousses PUR, XPS et EPS. La méthodologie est reprise dans des travaux plus récents par Campo-Arnáiz et al. [13] qui ont étudié des mousses

de polyoléfine. Le coefficient d'extinction de Glicksman, que l'on notera $\beta_{R,G}$, obéit à la relation suivante :

$$\beta_{R,G} = 4,10 \frac{\sqrt{f_s \rho_f / \rho_0}}{\Phi_c} + (1 - f_s) \frac{\rho_f}{\rho_0} \kappa_{R,0} \quad (4.25)$$

$\kappa_{R,0}$ représente le coefficient d'absorption moyen du polystyrène dense calculé selon la formule de Rosseland F.6. A partir de mesures de transmissions directes sur un film mince de polystyrène dense d'épaisseur $48 \mu m$, nous avons évalué ce coefficient à $\kappa_{R,0} = 80 \pm 20 \text{ cm}^{-1}$.

Les dispersions des valeurs observées à la figure 4.36 sont d'une part dues aux fractions de bâtonnets comprises entre 0 et 40%, mais d'autre part les deux formules donnent des résultats différents. Nous rappelons tout d'abord que la formule donnée par Glicksman n'est pas applicable si on considère une fraction f_s nulle. Nous observons que les résultats sont très proches lorsque la taille des cellules est supérieure à $150 \mu m$. Ces résultats montrent que la formule de Glicksman, qui a l'avantage de donner une formulation simple du coefficient d'extinction d'une mousse à partir de quelques données, n'est pas applicable pour des tailles de cellules faibles telles que celles rencontrées dans nos échantillons de mousses.

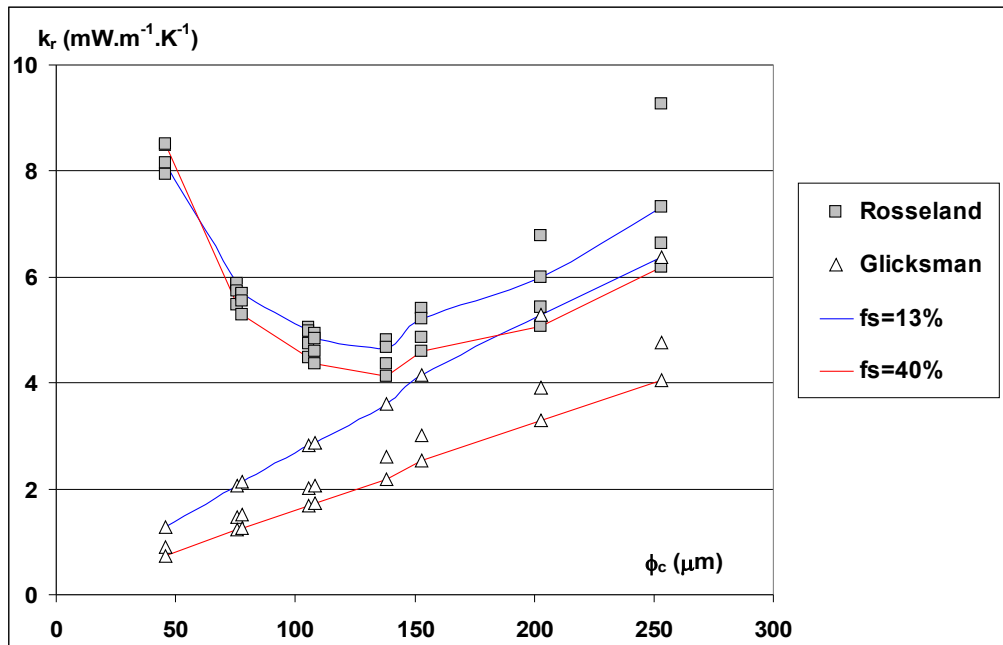


FIGURE 4.36 – Conductivités radiatives théoriques des mousses XPS à 23°C

4.5.3.4 Comparaison avec le code couplé conduction-rayonnement

Enfin, voyons les résultats si on ne considère plus le modèle de Rosseland, mais si on résout de façon couplée la conduction et le rayonnement dans le milieu en considérant des paramètres représentatifs des mesures sur des dispositifs de type Plaques Chaudes Gardées : épaisseur E de l'échantillon prise égale à 40 mm, températures des plaques chaudes et froides de respectivement 33 et 13°C de façon à obtenir une température moyenne de 23°C avec une différence de température ΔT de 20°C entre les deux faces de l'isolant. A partir du flux total q_t mesuré des deux côtés de l'isolant en régime permanent, on peut estimer la conductivité thermique équivalente selon la relation 4.26. Ce calcul correspond à celui qui est fait sur les systèmes fluxmétriques.

Les résultats sont indiqués à la figure 4.37. Nous remarquons que les écarts sont très faibles entre les modèles excepté aux faibles tailles de cellules pour lesquelles le modèle de Rosseland surestime la part radiative.

$$k_t = \frac{q_t E}{\Delta T} \quad (4.26)$$

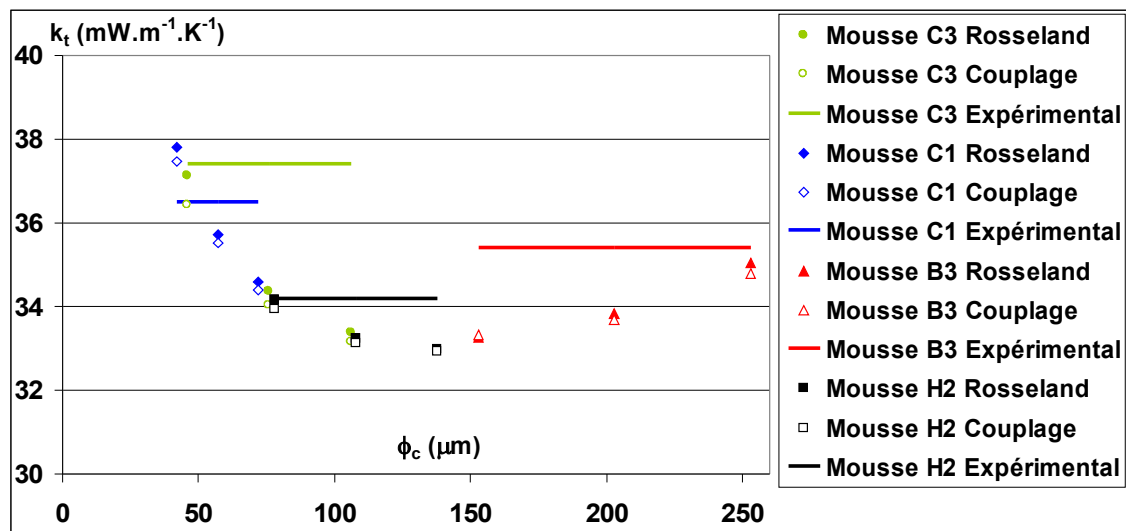


FIGURE 4.37 – Conductivités thermiques totales $f_s = 27\%$ pour $T = 23^\circ\text{C}$ - Comparaison avec les résultats issus du code couplé

4.5.4 Comparaison des résultats avec ceux issus de l'identification

Nous avons évoqué au chapitre 3 la sensibilité des propriétés radiatives identifiées par méthode inverse à partir de mesures de réflectance et transmittance hémisphériques, nous avons comparé les coefficients d'extinction corrigé β_λ^* identifiés sur les dispositifs spectrométriques du LEMTA et du CSTB à ceux prédits par le modèle pour 27% de bâtonnets et pour les trois valeurs de taille de cellules en accord avec la dispersion observée expérimentalement.

Les figures 4.38 et 4.39 présentent respectivement cette comparaison pour les mousses H2 et B3. Nous observons un accord assez bon entre les courbes puisque les résultats de l'identification sont globalement encadrés par les résultats du modèle prédictif malgré l'incertitude sur les propriétés identifiées.

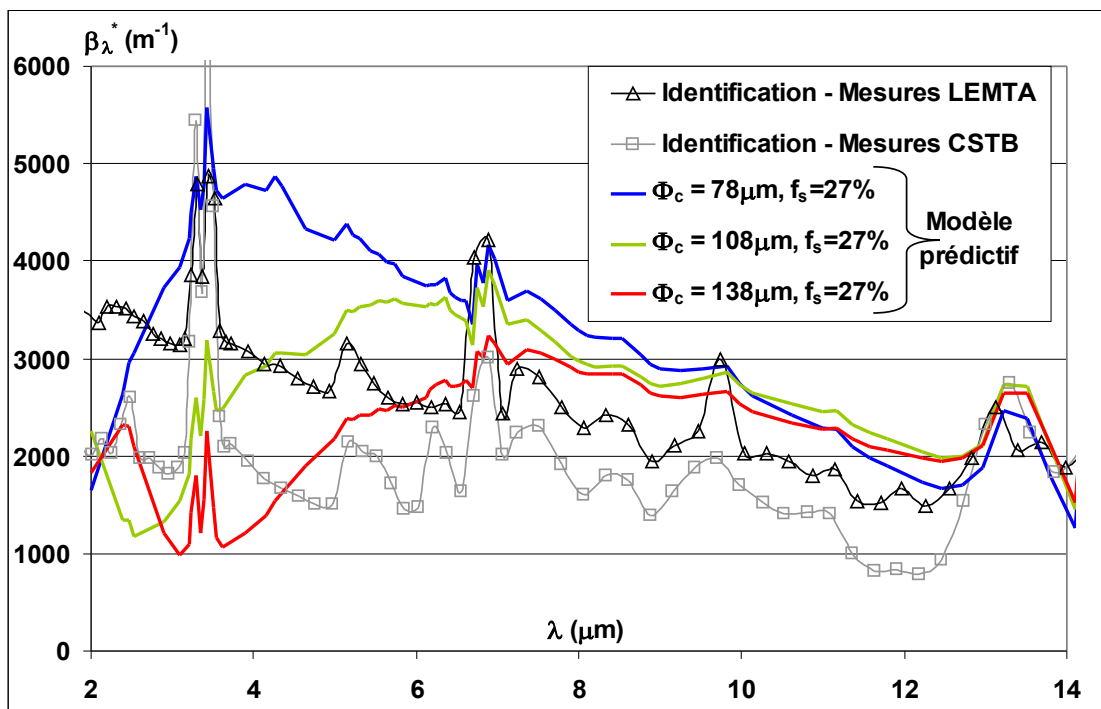


FIGURE 4.38 – Comparaison des coefficients d'extinction corrigés identifiés à ceux issus du modèle prédictif - Mousse H2

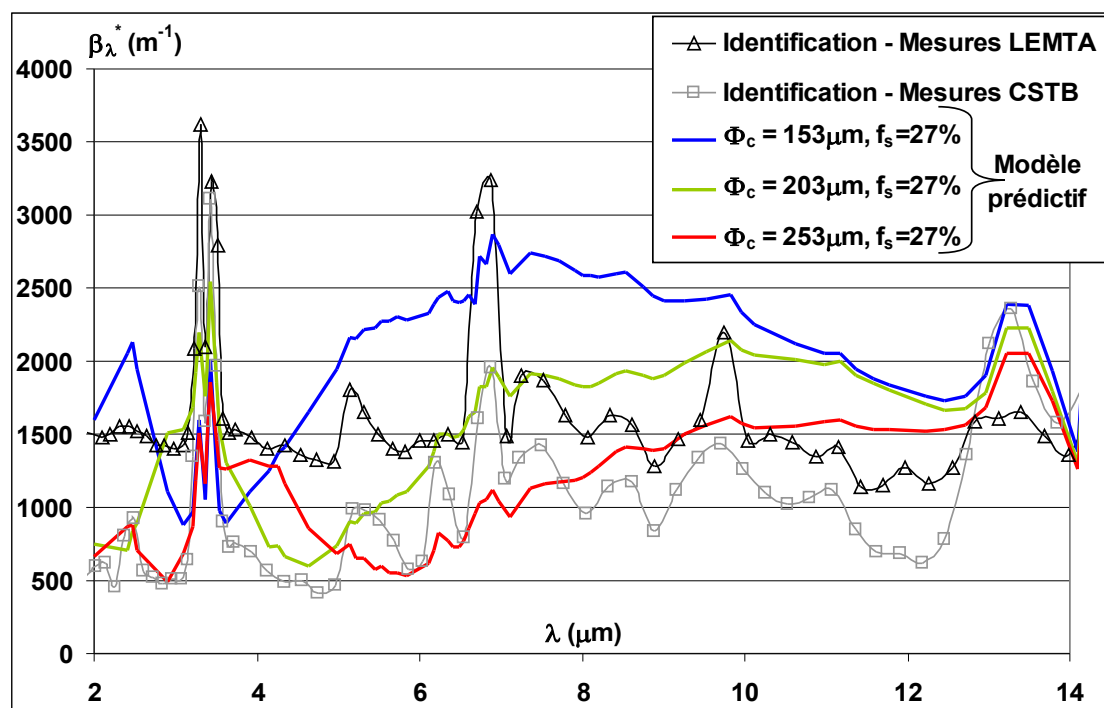


FIGURE 4.39 – Comparaison des coefficients d'extinction corrigés identifiés à ceux issus du modèle prédictif - Mousse B3

4.6 Conclusion

Après avoir décrit le modèle utilisé pour déterminer les propriétés radiatives d'une mousse de polystyrène extrudé à partir des caractéristiques intrinsèques du milieu, nous avons montré quelles étaient ses limitations quant à sa sensibilité aux paramètres tels que les indices optiques et les paramètres morphologiques (taille de cellules, épaisseur des parois, fraction volumique en bâtonnets et dispersion des différentes valeurs).

Les résultats obtenus avec notre méthode prédictive sont très proches des valeurs expérimentales lorsque l'échantillon de mousse présente une isotropie de sa structure. Pour les échantillons anisotropes, il y a des écarts relativement faibles (12% d'erreur maximale sur la conductivité thermique totale) en comparaison avec la sensibilité du modèle aux paramètres morphologiques. Néanmoins, ces incertitudes n'expliquent pas les écarts qui subsistent entre les données expérimentales et les résultats théoriques. L'explication de cet écart doit ainsi être à chercher au niveau des limites du modèle : non prise en compte de l'anisotropie de la structure et séparation des propriétés radiatives des parois et des bâtonnets alors qu'en réalité le polymère est réparti dans la mousse de

façon continue. C'est donc ces deux points qu'il faudra développer dans les prochaines études.

Une géométrie plus réaliste a été utilisée pour modéliser plus précisément l'influence des bâtonnets sur le transfert radiatif et après comparaison avec les anciens modèles nous avons pu observer que le rôle des bâtonnets était jusqu'à présent surévalué quant à leur participation à l'atténuation du transfert de chaleur par rayonnement. En effet, le coefficient d'extinction des bâtonnets était surévalué de 25% environ lorsqu'on considère non pas la forme réelle triangulaire concave des bâtonnets mais une section circulaire équivalente.

Nous avons ensuite montré les limites du modèle de Glicksman pour estimer la conductivité radiative puisqu'il ne permet pas d'accéder aux propriétés d'une mousse ne possédant pas de bâtonnets et/ou ayant des tailles de cellules inférieures à $150\ \mu m$.

Enfin, nous avons montré sur les échantillons étudiés que le modèle de Rosseland donne une approximation correcte de la valeur de la conductivité radiative grâce à une comparaison avec les conductivités totales théoriques estimées via une résolution couplée conduction - rayonnement du transfert de chaleur dans une configuration proche des dispositifs fluxmétriques.

Chapitre 5

Étude du transfert de chaleur en régime transitoire

Sommaire

5.1	Introduction	123
5.2	Résultats pour l'isolant en fibres de bois	124
5.3	Résultats pour les mousses XPS	133
5.4	Résultats pour des assemblages d'isolants	138
5.5	Conclusion	144

5.1 Introduction

Nous rappelons que notre étude porte sur des isolants du bâtiment de forte porosité. Nous négligeons le transfert de chaleur par convection par rapport au transfert par conduction et rayonnement. Nos matériaux sont utilisés à température ambiante avec présence de faibles gradients de température. Ces facteurs font que la convection naturelle est faible. Toutes les équations ont été décrites au chapitre 1.

Ce chapitre présente les résultats obtenus grâce au modèle transitoire pour résoudre le transfert de chaleur dans le milieu isolant. Le code développé au LEMTA par Asllanaj [11, 53] a été modifié afin de considérer des variations de températures sur les deux faces de l'isolant lors de la résolution de l'équation de conservation de l'énergie. Ces modifications, validées sur des cas tests, sont présentées dans l'annexe I.

Dans un premier temps, les résultats obtenus pour l'isolant en fibres de bois sont présentés, accompagnés de tests de sensibilité à divers paramètres des calculs en régime transitoire. Ensuite, sont présentés les résultats pour les mousses XPS puis pour des assemblages de ces deux isolants.

5.2 Résultats pour l'isolant en fibres de bois

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont fait l'objet d'une publication soumise à l'International Journal of Thermal Sciences [54].

5.2.1 Propriétés considérées et données expérimentales

Nous avons besoin de plusieurs paramètres dans le code de résolution du transfert de chaleur en régime transitoire. ces paramètres sont les suivants :

1. Les **propriétés radiatives** spectrales (épaisseur optique, albedo et fonction de phase de diffusion) ont été identifiées par méthode inverse à partir des mesures en réflectances hémisphériques, transmittances hémisphériques et transmittances directes (chapitre 3).
2. L'isolant Thermisorel étudié a une **masse volumique** de $\rho = 170 \text{ kg.m}^{-3}$. Le bois brut en l'absence de porosité a une densité proche de $\rho_0 = 1530 \text{ kg.m}^{-3}$ d'après les travaux de Lux [20]. L'isolant présente donc une porosité de l'ordre de 89%.
3. La **chaleur massique** de l'isolant a été évaluée à $C_p = 2100 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ par les fabricants d'isolants en fibres de bois, tandis que des mesures par calorimétrie effectuées au CSTB donnent un coefficient C_p moyen de $1280 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ qui est une valeur très inférieure à celle donnée par les fabricants mais qui est celle d'un échantillon à l'air ambiant contenant 3% d'eau (voir au paragraphe 2.4.4). Cette teneur en eau ne correspond pas forcément aux conditions rencontrées lors des mesures en transitoire et il faudra en tenir compte lors de la validation expérimentale. Nous comparerons donc les résultats selon la valeur du C_p afin de voir son influence puisque le C_p va augmenter avec la teneur en eau, par exemple avec 5% d'eau, le C_p sera proche de $1360 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$. Cette teneur en eau correspond à un échantillon de Thermisorel placé dans une ambiance avec 50% d'humidité relative.
4. La **conductivité phonique** du thermisorel a fait l'objet d'études comme cela a été décrit au paragraphe 2.4.3 mais qui ne sont pas directement transposables à notre

matériau. C'est pour cela que nous avons dû utiliser pour la majorité de nos simulations une conductivité phonique $k_c = 41,8 \text{ mW/m.K}$ évaluée à partir des mesures de conductivité totale associées aux évaluations de la conductivité radiative selon le modèle de Rosseland.

L'évolution du flux thermique au cours du temps a été mesurée au CSTB sur les faces de l'isolant soumises, côté plaque chaude, à une élévation de la température de 15 à 25°C, et côté plaque froide, à un maintien d'une température de 15°C. Les résultats expérimentaux sont indiqués à la figure 5.1. Les mesures ont été effectuées à des intervalles de temps de 10 secondes et l'épaisseur E de l'échantillon est de 22,2 mm.

Nous avons dû intercaler entre l'isolant et les plaques chaude et froide des capteurs plans de flux thermique ayant des temps de réponse courts afin de mesurer les flux de chaque côté de l'isolant. En effet, les valeurs de flux données par le dispositif fluxmétrique nous fournissaient des intensités de flux trop élevées en régime transitoire vis-à-vis des chaleurs massiques des isolants. Les températures et les flux aux frontières ont été mesurées jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint.

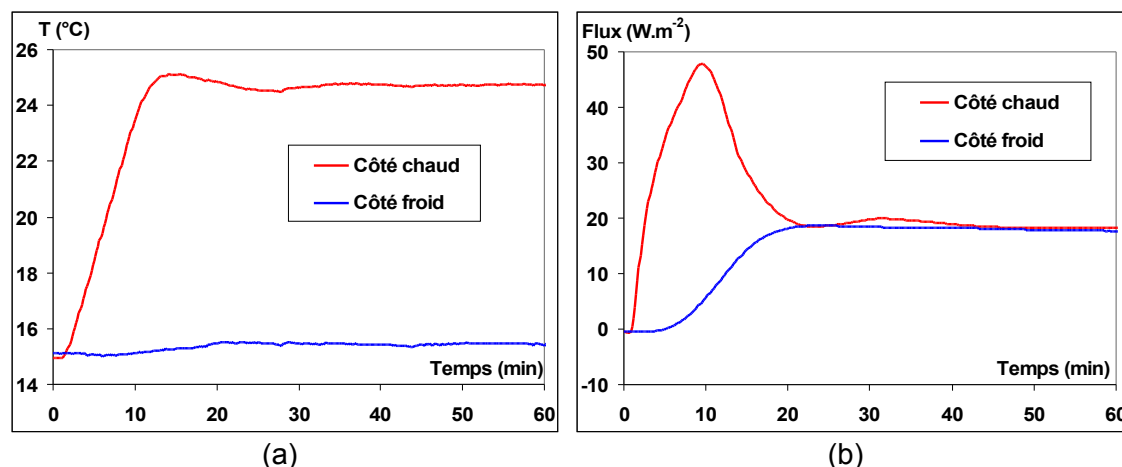


FIGURE 5.1 – Résultats expérimentaux obtenus pour le Thermisorel : (a) Températures aux frontières et (b) Flux aux frontières

5.2.2 Comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales

Nous avons effectué une étude de sensibilité aux différents paramètres sur les résultats. Nous avons ensuite comparé nos résultats avec les données issues du dispositif fluxmétrique, lorsque les paramètres sont fixés.

5.2.2.1 Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale est constituée de 155 points répartis en 5 zones symétriques par rapport au centre du matériau. Elles ont chacune un pas spatial constant et celui-ci est plus petit vers les bords afin de mieux prendre en compte les gradients de températures à ces endroits. Pour tous les calculs, nous avons utilisé respectivement $\Delta z = 0,0111 \text{ mm}$ pour le pas le plus petit dans une zone à $2,22 \text{ mm}$ du bord, puis $\Delta z = 0,074 \text{ mm}$ dans la zone allant jusqu'à $4,44 \text{ mm}$ du bord et $\Delta z = 0,69 \text{ mm}$ dans la zone centrale.

Les flux obtenus avec cette discrétisation sont très peu oscillants au bord et nous avons comparé les résultats dans le cas où on prend un maillage plus fin avec par exemple 543 points répartis toujours sur 5 zones ayant chacune un pas constant. Pour le maillage à 155 points, le plus petit pas spatial est de $0,01 \text{ mm}$, ce qui nous donne un rapport $\beta \cdot \Delta z = 0,6$ si on prend un coefficient d'extinction de $60\,000 \text{ m}^{-1}$. Ce rapport est non connu à priori pour la méthode aux éléments finis utilisée et il faut donc le chercher pour une application particulière. Le rapport que nous avons trouvé est supérieur au rapport maximum de 0,1 recommandé pour des méthodes de différences finies tandis qu'avec le maillage à 543 points, ce rapport est réduit à 0,099. Néanmoins, après comparaison des flux radiatif, conductif et total entre ces deux cas, nous pouvons dire qu'il n'y a aucun écart significatif que ce soit au niveau des flux comme des champs de températures. Il est donc tout à fait justifié de travailler avec la discrétisation à 155 points.

5.2.2.2 Discrétisation temporelle

Le pas de temps expérimental est de 10 secondes. Nous avons résolu le transfert de chaleur dans l'isolant dont les caractéristiques ont été données précédemment et dont la chaleur massique a été prise à $2100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (donnée fabricant). Les températures aux frontières sont celles mesurées expérimentalement et interpolées si besoin pour les

pas de temps inférieurs au pas expérimental.

La figure 5.2 indique les résultats obtenus pour des pas de temps de 5 et 60 s. Nous n'avons pas indiqué sur cette figure les résultats obtenus pour le pas de 10 s car il n'y a aucune différence au niveau des flux calculés aux frontières. Pour le pas de 60 s, les écarts sont faibles et sont dus au lissage de l'évolution de la température. Pour les calculs présentés par la suite, nous conserverons le pas de temps de 10 s qui semble un bon compromis entre temps de calcul et précision des calculs vis-à-vis des données expérimentales.

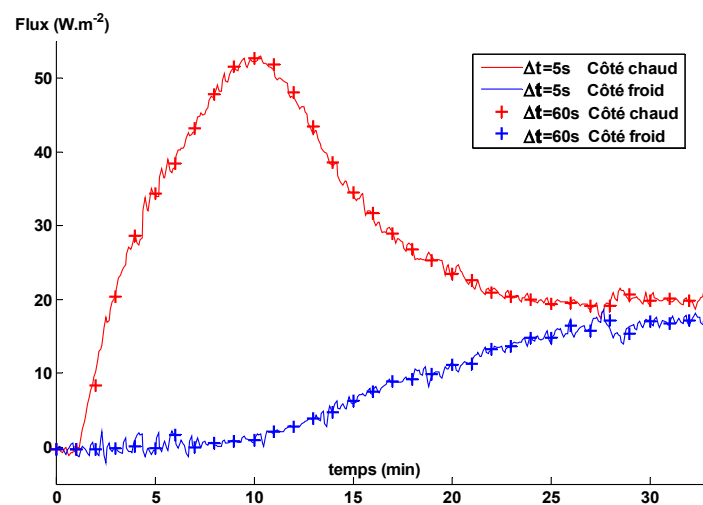


FIGURE 5.2 – Influence du pas de temps sur les flux calculés aux frontières

5.2.2.3 Conditions aux limites en température

Afin de comparer les résultats de flux avec les valeurs expérimentales, nous avons considéré deux cas d'évolution des températures de la plaque chaude et de la plaque froide. La température initiale dans le milieu est supposée linéaire entre les deux frontières étant donné qu'on observe globalement un écart de 0,2°C entre les deux plaques au début de l'expérience.

- Le cas noté "Cas 1" est celui d'une évolution de type rampe choisie proche de l'évolution expérimentale, à savoir une augmentation linéaire de la température de 15,39 à 24,68°C en 16 minutes suivie d'un palier à 24,68°C. La température constante de la plaque froide est alors de 15,39°C. Ces températures correspondent aux températures mesurées sur le dispositif une fois le régime perma-

nent atteint.

- Le cas noté "Cas 2" est directement l'évolution de température mesurée lors de l'expérience.

La figure 5.3 (a) indique l'évolution de température des deux cas testés et la figure 5.3 (b) donne les résultats en terme de flux aux frontières au cours du temps. La chaleur massique prise pour ces calculs est de $2100 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

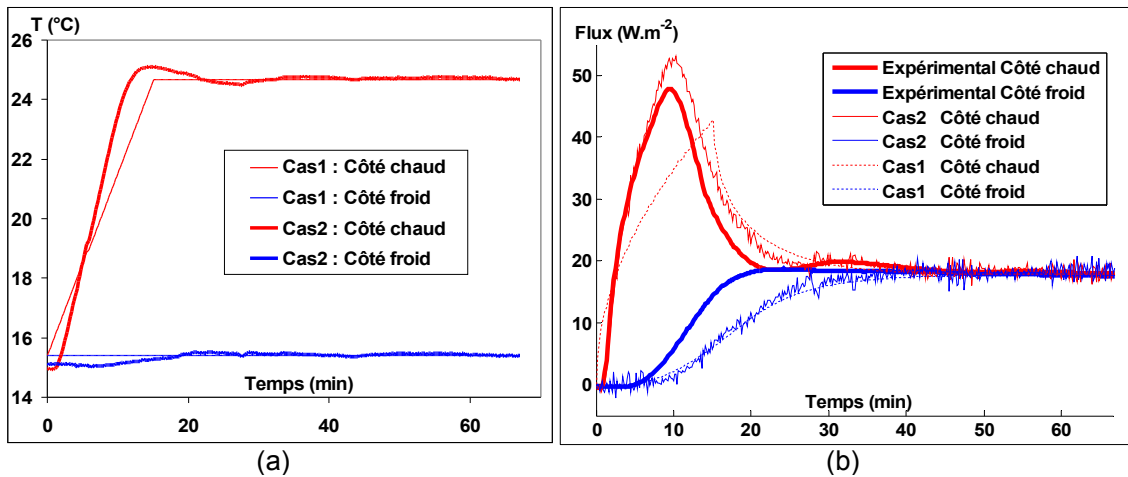


FIGURE 5.3 – Influence de (a) l'évolution des Températures sur (b) les flux aux frontières

Pour chaque évolution de température (Cas 1 et Cas 2), nous observons que les flux du côté froid sont quasiment identiques quelque soit le pas de temps choisi tandis qu'il y a une forte influence sur l'évolution de l'intensité du flux côté plaque chaude. Nous observons ainsi une très bonne adéquation temporelle au niveau du maximum d'intensité du flux côté Plaque Chaude, et ce uniquement dans le cas où nous considérons l'évolution réelle de la température (Cas 2).

Le maximum de flux se situe bien autour de 10 minutes dans le Cas 2 alors que pour l'évolution fictive du Cas 1, ce pic n'intervient qu'au bout de 15 minutes, soit seulement au moment où la plaque chaude atteint sa température de consigne. Ceci peut être causé par le décalage subit lors de la montée en température dans les deux cas puisque cette montée est plus rapide dans le Cas 2 et ainsi le flux augmente plus rapidement et son intensité maximum est plus importante. Tout ceci indique que l'évolution du flux calculé est très sensible aux variations de température et nous devons donc considérer les températures réellement soumises aux frontières de l'isolant au lieu de prendre une rampe fictive afin de comparer des résultats numériques et des données expérimentales.

Nous observons de plus à la figure 5.3 (b) que les flux du côté chaud sont relativement proches des valeurs expérimentales, alors que les flux du côté froid sont sous-évalués lors du régime transitoire. Nous pouvons attribuer cet écart à la valeur de la chaleur massique considérée pour la résolution du transfert de chaleur, comme nous le verrons au paragraphe suivant.

Si on étudie maintenant l'évolution des flux radiatif, conductif et total dans le milieu une fois le régime permanent atteint (figure 5.4), on observe que le flux total est bien constant dans le milieu, preuve que le régime permanent est effectivement atteint. On observe de très faibles oscillations aux bords sur le flux total en raison du maillage spatial choisi. Ces oscillations sont notamment visibles entre deux zones de pas constant différentes et il est possible d'affiner le maillage au bord de façon à supprimer ces oscillations. Cependant cela pénaliserait le temps de calcul sans pour autant modifier le flux aux frontières chaude et froide.

Nous observons à la figure 5.4 (b) que le flux radiatif diminue fortement près des bords tandis que le flux conductif (figure 5.4 (a)) y présente une valeur plus élevée. Ceci est cohérent vis-à-vis des phénomènes mis en jeu : aux bords, le flux radiatif évolue très rapidement du fait du libre parcours moyen des photons. Ils leur faut parcourir une certaine distance avant d'être absorbés et cela provoque un saut de température aux bords, ce qui crée une augmentation du flux conductif aux bords et donc une diminution du flux radiatif. On peut évaluer cette distance à quelques centaines de microns. Cette valeur est en accord avec l'approximation qu'ont fait Lux et al. [20] : les auteurs ont évalué le libre parcours moyen comme étant de l'ordre de la distance inter-fibres déterminée par tomographie et égale à $322\mu m$.

Enfin, à la figure 5.5 sont indiqués les flux dans le milieu lors des croissance (au bout de 400 s) et décroissance (au bout de 800 s) du flux du côté chaud, correspondant à l'augmentation de la température de côté chaud puis sa stabilisation. Nous voyons sur la figure 5.5 (a) qu'en régime transitoire, les flux thermiques conductif et total sont très proches. Nous observons d'une part la forte variation de ces flux dans le milieu lors de la montée en température et d'autre part le début de l'avancée du front de chaleur dans le milieu lorsque la face chaude ne subit plus de montée en température. Concernant l'évolution du flux radiatif dans le milieu au cours du temps (figure 5.5 (b)), nous observons qu'il diminue toujours fortement près du bord côté plaque chaude.

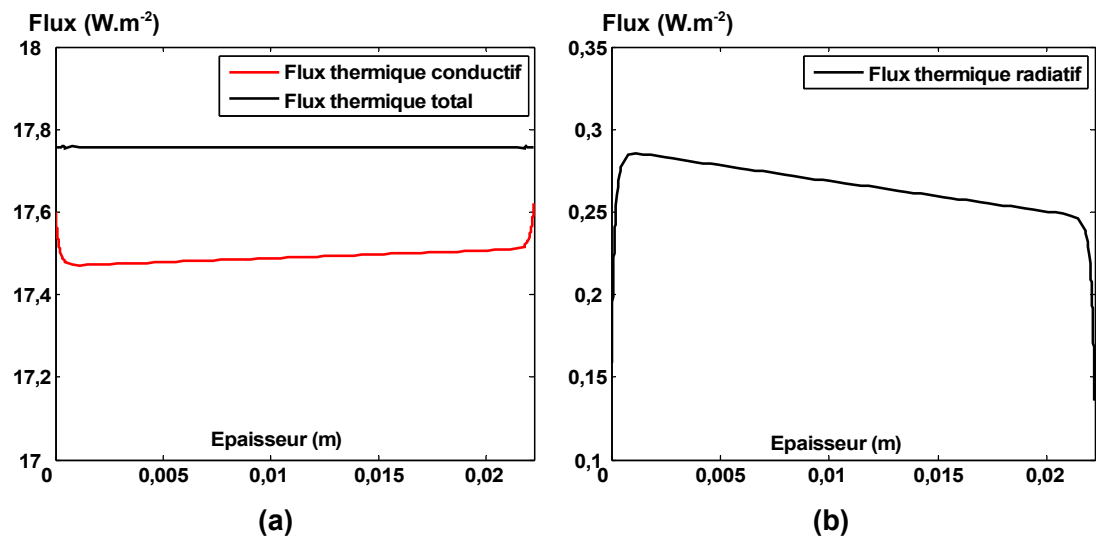


FIGURE 5.4 – Evolution des flux dans le milieu à l'état stationnaire (a) Flux total et conductif (b) Flux radiatif

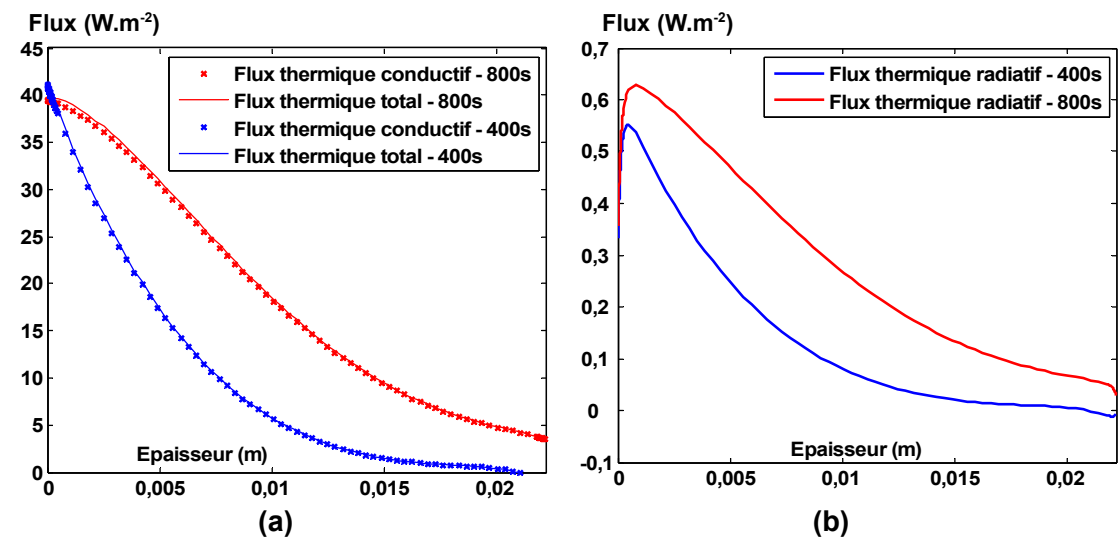


FIGURE 5.5 – Evolution des flux dans le milieu au cours du temps (a) Flux total et conductif (b) Flux radiatif

5.2.2.4 Influence de la chaleur massique

La valeur de la chaleur massique de l'isolant en fibres de bois est très sensible à l'humidité comme l'ont montré les mesures effectuées que nous avons effectuées au

CSTB et comme cela a été montré au paragraphe 2.4.4. Nous avons donc résolu le transfert de chaleur en régime transitoire dans l'isolant pour différentes valeurs de la chaleur massique afin de voir son influence.

La figure 5.6 présente les résultats obtenus en terme de flux aux frontières au cours du temps d'une part pour la chaleur massique usuellement indiquée par les fabricants de laines de bois ($C_p = 2100 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$), et d'autre part, pour une chaleur massique $C_p = 1202 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ correspondant à un échantillon sec de Thermisorel. En effet, la conductivité thermique mesurée une fois le régime permanent atteint nous indique que l'isolant était sec lors de l'expérience.

L'évolution des températures aux frontières est celle mesurée expérimentalement (Cas 2 indiqué à la figure 5.3 (a)).

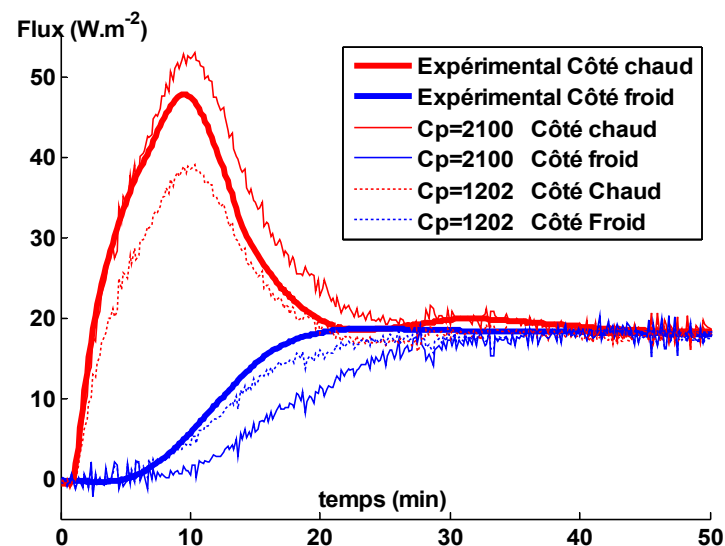


FIGURE 5.6 – Comparaison des flux aux frontières selon différentes valeurs de C_p

Nous pouvons voir à la figure 5.6 que le flux côté plaque chaude en régime transitoire est plus important lorsqu'on augmente la chaleur massique, tandis que le flux côté froid diminue. Ceci est en accord avec les phénomènes physiques mis en jeu à savoir que la chaleur se propage plus vite dans le milieu lorsque l'inertie du matériau est plus faible, à conductivité thermique égale. **Les écarts de flux sont significatifs entre les C_p testés mais nous observons que nous encadrons parfaitement les résultats expérimentaux avec ces deux valeurs de chaleur massique du côté chaud.** les valeurs numériques du côté froid sont toutefois plus proches des valeurs expérimentales lors-

qu'on considère la chaleur massique déterminée expérimentalement, par calorimétrie, avec une teneur en eau nulle.

5.2.3 Étude du transfert de chaleur en régime transitoire en se basant sur la conductivité thermique totale

Dans ce paragraphe, la question est de savoir s'il y a une différence de flux en régime transitoire selon que l'on considère une résolution couplée conduction - rayonnement ou une résolution simplifiée avec uniquement la conductivité totale. Pour la résolution dite simplifiée, on considère que le transfert de chaleur se comporte de façon similaire au transfert par conduction pure (loi de Fourier) et on remplace la conductivité phonique par une conductivité thermique équivalente (ou totale).

Pour ces tests, nous avons considéré la conductivité totale déterminée numériquement en régime permanent à partir du flux total : $k_t = 42,44 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$ et la chaleur massique est prise égale à $2100 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$. Les résultats sont indiqués à la figure 5.7.

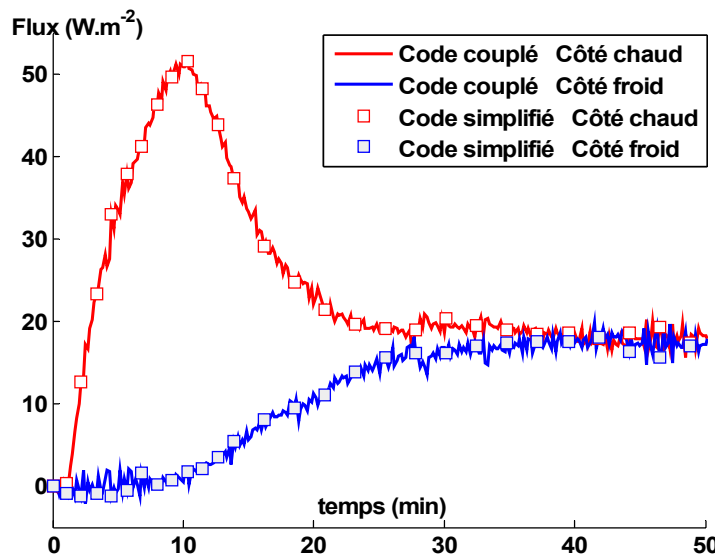


FIGURE 5.7 – Comparaison des flux aux frontières entre le code couplé et le code simplifié

Nous remarquons que l'écart est nul entre les flux déterminés avec le code de résolution couplée et celui utilisant la conductivité équivalente du milieu. Étant donné que la part radiative est faible dans le transfert de chaleur dans l'isolant bois étudié, nous

avons effectué l'interprétation de ces résultats après avoir effectué les mêmes calculs mais pour un isolant présentant une part radiative plus élevée comme c'est le cas des mousses XPS. Les résultats sont indiqués au paragraphe suivant.

5.3 Résultats pour les mousses XPS

5.3.1 Evolution des propriétés de l'isolant avec la température

La chaleur massique et la conductivité thermique varient avec la température, comme cela a été vu au chapitre 2. Les évolutions sont relativement faibles mais nous avons vérifié si elles ont une influence sur les calculs en régime transitoire.

On considère la mousse C1 pour ces tests. La conductivité thermique totale varie avec la température de même que la chaleur massique (relations 5.1). Les valeurs moyennes à 20 °C sont $C_p = 1249,3 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ et $k_t = 36,13 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$ selon les données expérimentales présentées aux figures 2.14 et 2.9.

$$\begin{aligned} k_t &= 2,31 + 0,115T \text{ (mW.m}^{-1}.K^{-1}) \text{ (T en Kelvin)} \\ C_p &= 5,79T - 448,15 \text{ (J.kg}^{-1}.K^{-1}) \text{ (T en Kelvin)} \end{aligned} \quad (5.1)$$

L'évolution de la température aux frontières est une rampe allant de 15 à 25 °C en 5 min, similaire au Cas 1 présenté pour l'échantillon de Thermisorel. La figure 5.8 indique les résultats obtenus avec le code simplifié (non couplé) lorsque la conductivité thermique et la chaleur massique varient avec la température. Ces résultats sont comparés à ceux obtenus en prenant les propriétés thermophysiques moyennes à 20 °C. Nous n'observons aucun écart dans les flux mesurés aux frontières. **Ceci indique la faible influence des variations de la conductivité et de la chaleur massique en fonction de la température.** Il est donc justifié de considérer des valeurs moyennes lors de nos simulations puisque l'étude des isolants thermiques utilisés dans le bâtiment implique une faible gamme de températures.

5.3.2 Comparaison des résultats numériques avec les données expérimentales

Les mesures fluxmétriques sont indiquées à la figure 5.9 pour la mousse C1 de 30,3 mm d'épaisseur. La conductivité thermique totale estimée à partir des ces mesures

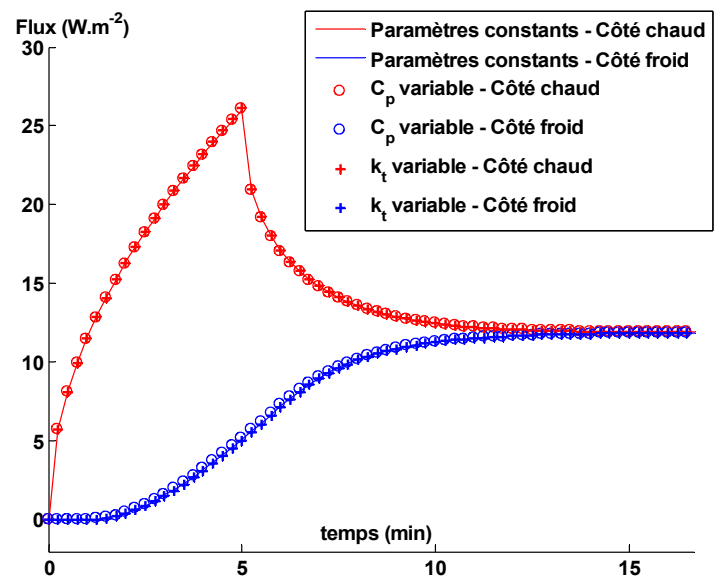


FIGURE 5.8 – Influence des variations en fonction de la température de la chaleur mas-
sique et de la conductivité thermique sur le flux au cours du temps

fluxmétriques est $k_t = 36,48 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$, valeur proche à 1% près de la valeur dé-
terminée sur le système de Plaques Chaudes Gardées. Nous considérons la chaleur
massique moyenne à 20°C : $C_p = 1249,3 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$.

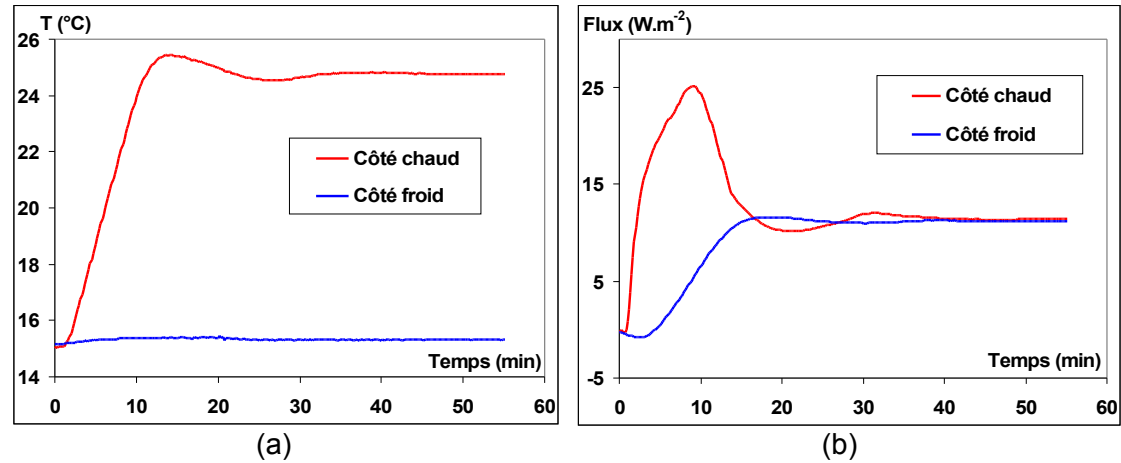


FIGURE 5.9 – Résultats expérimentaux obtenus pour la mousse C1 : (a) Températures
aux frontières et (b) Flux aux frontières

On résout dans un premier temps le transfert de chaleur couplé conduction et

rayonnement à partir des propriétés radiatives déterminées grâce au modèle prédictif, en considérant une taille moyenne de cellule de $57 \mu m$ et avec 27% de bâtonnets. La conductivité phonique que nous allons considérer est donc $k_c = 28,64 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$ (équation 2.14). Les flux calculés aux frontières sont indiqués à la figure 5.10.

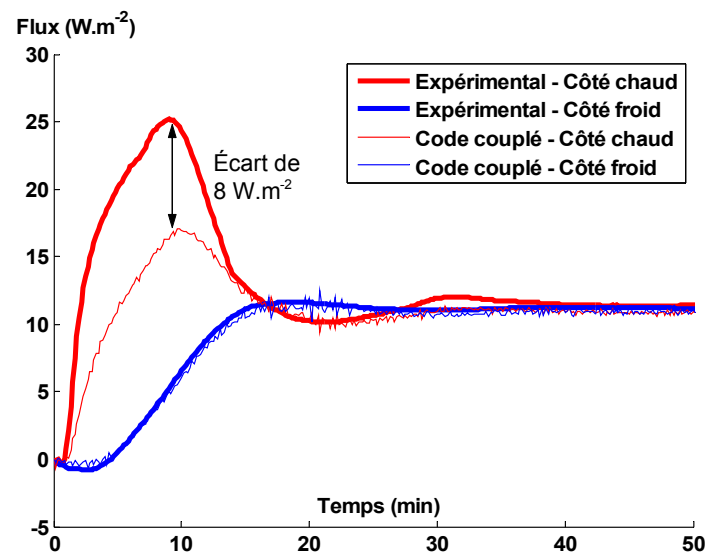


FIGURE 5.10 – Comparaison des flux numériques et expérimentaux aux frontières en régime transitoire

Nous observons un écart absolu de flux au niveau du pic d'intensité du flux thermique de 8 W.m^{-2} . Cet écart est très important vis-à-vis de l'intensité des flux aux frontières mais il faut le comparer à l'écart absolu observé entre les simulations et les données fluxmétriques sur la laine de bois Thermisorel : l'écart absolu était de 6 W.m^{-2} soit du même ordre de grandeur que pour la mousse XPS. Nous ne savons pas avec certitude d'où provient cet écart d'intensité du flux présent uniquement du côté chaud et lors de la montée rapide en température.

Nous pensons que cet écart que l'on retrouve quelque soit le matériau étudié pourrait être dû à une erreur expérimentale, ou un paramètre expérimental non maîtrisé. L'origine pourrait ainsi être l'état de surface des isolants puisque, pour les deux sortes d'isolants (mousses XPS et laines de bois), la surface n'est pas parfaitement lisse, ce qui pourrait fausser les mesures de températures notamment puisque cette mesure est prise sur chaque fluxmètre plan. L'hypothèse des frontières transparentes faite dans nos calculs numériques pourrait également être mise en cause.

Nous avons calculé la conductivité totale grâce à la relation 5.2 qui relie k_t au flux thermique total q_t à l'épaisseur de l'échantillon E et à la différence de température ΔT entre les deux côtés de l'isolant. Nous trouvons une valeur $k_t = 34,97 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ inférieure de 4% par rapport à la valeur expérimentale. Ceci est dû à la conductivité radiative qui est sous-évaluée de 4% lorsqu'on considère les propriétés radiatives déterminées grâce au modèle prédictif, pour la taille moyenne de la mousse C1. Ceci avait déjà été observé au paragraphe 4.5. Ceci a peu d'influence sur le flux calculé.

$$k_t = \frac{q_t E}{\Delta T} \quad (5.2)$$

A la figure 5.11, nous avons mis en évidence les parts conductives et radiatives au niveau des flux aux frontières. Nous voyons que la part radiative augmente bien avec les températures aux bords. Pour la mousse C1, la part radiative représente environ 18% du transfert thermique total une fois le régime transitoire atteint.

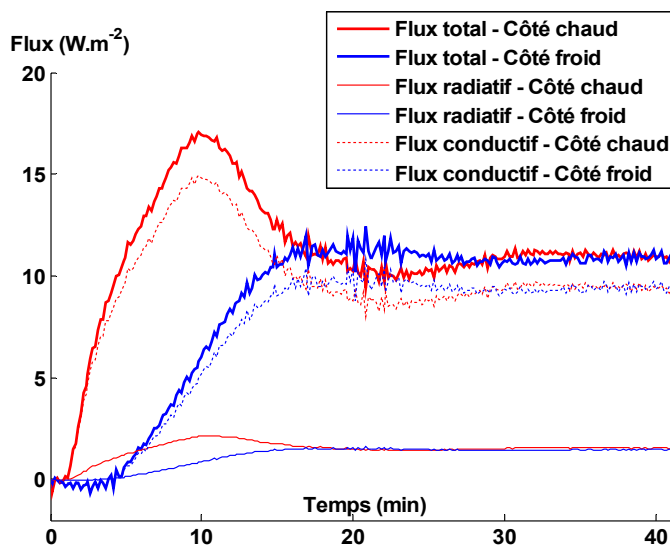


FIGURE 5.11 – Parts radiative, conductive et totale des flux aux frontières

5.3.3 Étude du transfert de chaleur en régime transitoire en se basant sur la conductivité thermique totale

Nous considérons toujours le cas de la mousses C1 soumise à l'élévation de température indiquée à la figure 5.9 (a) et nous effectuons les mêmes calculs que dans le

paragraphe précédent mais avec une conductivité équivalente prise égale à celle trouvée numériquement par le calcul couplé, à savoir $k_t = 34,97 \text{ mW.m}^{-1}.K^{-1}$. Les résultats sont indiqués à la figure 5.12 et **nous observons que l'écart est quasiment nul entre les flux donnés par le code couplé et ceux donnés par le calcul avec la conductivité équivalente.**

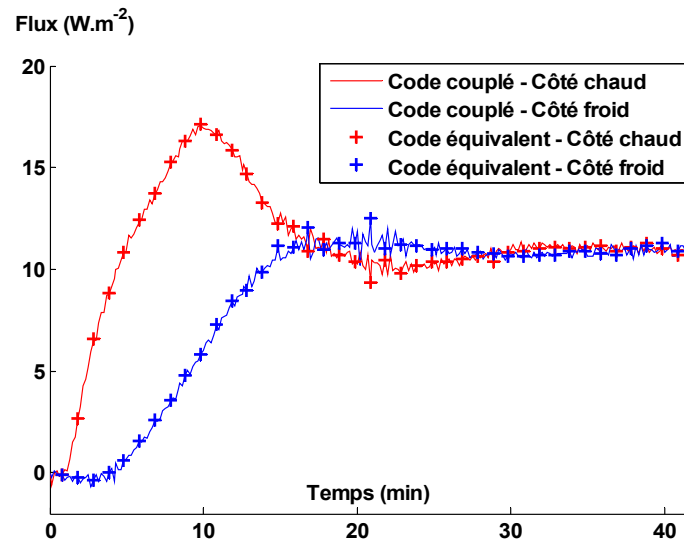


FIGURE 5.12 – Comparaison des flux aux frontières en transitoire - Code équivalent et Code couplé

En comparant les flux mesurés en transitoire sur les divers échantillons de mousses XPS, on se rend compte qu'il y a peu d'écarts au niveau des flux quelque soit le caractère isotrope des mousses. Cela conforte l'hypothèse selon laquelle la conductivité totale seule suffit à modéliser le transfert de chaleur en transitoire dans les milieux semi-transparentes étudiés, dans des applications à température ambiante sans présence de forts gradients thermiques.

De plus, selon les résultats de l'identification des propriétés radiatives, les matériaux étudiés présentent une diffusion anisotrope puisqu'elle présente un pic vers l'avant et par conséquent, nous pouvons conclure que cette anisotropie de la diffusion n'a pas d'influence sur les résultats transitoire.

5.4 Résultats pour des assemblages d'isolants

Les calculs présentés dans ce paragraphe ont été effectués sur un code de résolution du transfert de chaleur par conduction (en considérant la conductivité totale pour des isolants) en géométrie monodimensionnelle et dans des parois multicouches, dans le cadre d'une collaboration avec Issiaka Traoré, en thèse au LEMTA.

5.4.1 validation expérimentale

Des mesures fluxmétriques ont été effectuées sur différents assemblages constitués de mousse XPS C1 et de Thermisorel afin de valider l'approche consistant à considérer la conductivité équivalente de chaque milieu et afin de valider la résolution du transfert de chaleur dans une superposition de milieux homogènes.

Aucun liant ou colle n'a été ajouté pour effectuer les mesures présentées à la figure 5.13 : les plaques d'isolants ont été simplement mises en contact les unes avec les autres selon les quatre configurations suivantes :

- **PC-C1-Ther-PF** = Plaque chaude - Mousse C1 - Thermisorel - Plaque froide
- **PC-Ther-C1-PF** = Plaque chaude - Thermisorel - Mousse C1 - Plaque froide
- **PC-Ther-C1-Ther-PF** = Plaque chaude - Thermisorel - Mousse C1 - Thermisorel - Plaque froide
- **PC-C1-Ther-C1-PF** = Plaque chaude - Mousse C1 - Thermisorel - Mousse C1 - Plaque froide

Les plaques de Thermisorel faisaient en moyenne 21,7 *mm* d'épaisseur tandis que les plaques de mousse C1 faisaient 30,3 *mm* d'épaisseur. Les mesures ont été effectuées jusqu'à atteindre le régime permanent. Par souci de clarté, la figure 5.13 n'indique pas les résultats pour les temps supérieurs à 1h, les calculs sont néanmoins comparés aux mesures jusqu'à l'atteinte du régime permanent. A chaque fois, l'évolution des températures aux frontières a été mesurée et ce sont ces températures expérimentales qui sont utilisées dans le code de résolution du transfert de chaleur. Globalement, la plaque froide est maintenue à une température proche de 15°C et la plaque chaude subit une élévation de température de 15 à 25°C.

Si on compare dans un premier temps les résultats expérimentaux obtenus pour ces quatre assemblages (figure 5.13) à ceux obtenus avec les isolants pris séparément (figures 5.1 et 5.9) on remarque qu'il y a peu d'écarts au niveau de l'intensité des flux lors-

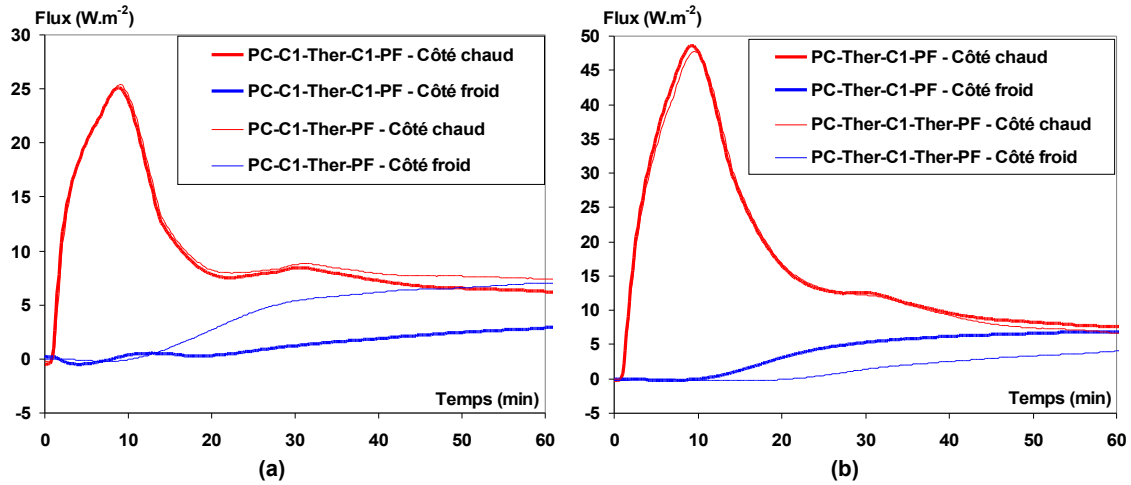


FIGURE 5.13 – Flux mesurés sur les assemblages d'isolants (a) Mousse du côté chaud et (b) Thermisorel du côté chaud

qu'on compare l'isolant seul avec l'assemblage possédant cet isolant du côté chaud. En effet, lorsqu'on calcule le temps caractéristique de diffusion Δt_{diff} de la chaleur (Equation 5.3), on trouve 18 minutes pour la mousse d'épaisseur 30,3 mm et 43 minutes pour le thermisorel d'épaisseur 21,7 mm, qui sont des temps inférieurs à la durée de la sollicitation de 14 minutes et tout se passe comme si les autres couches matérielles de l'assemblage n'existaient pas.

$$\Delta t_{diff} = \frac{\rho C_p E^2}{k_t} \quad (5.3)$$

Par contre, on observe un écart important au niveau temporel : **le régime permanent est atteint au bout d'un temps plus long dans le cas des assemblages.** Cet apport de l'assemblage par rapport à des isolants monocouches sera étudié plus précisément dans le paragraphe suivant, en comparant les comportements des isolants placés dans une paroi soumise à des variations journalières de la température du côté extérieur.

Les figures 5.14 et 5.15 indiquent les flux de chaleur aux frontières calculés grâce au code développé pour des assemblages respectivement lorsque la mousse est placée du côté chaud et lorsque c'est le Thermisorel du côté chaud.

Nous pouvons voir dans un premier temps que l'intensité du flux du côté chaud, en régime transitoire, est plus importante lorsque l'isolant en fibres de bois est disposé du côté chaud grâce à sa forte capacité thermique ($\rho \cdot C_p$). Cela a pour

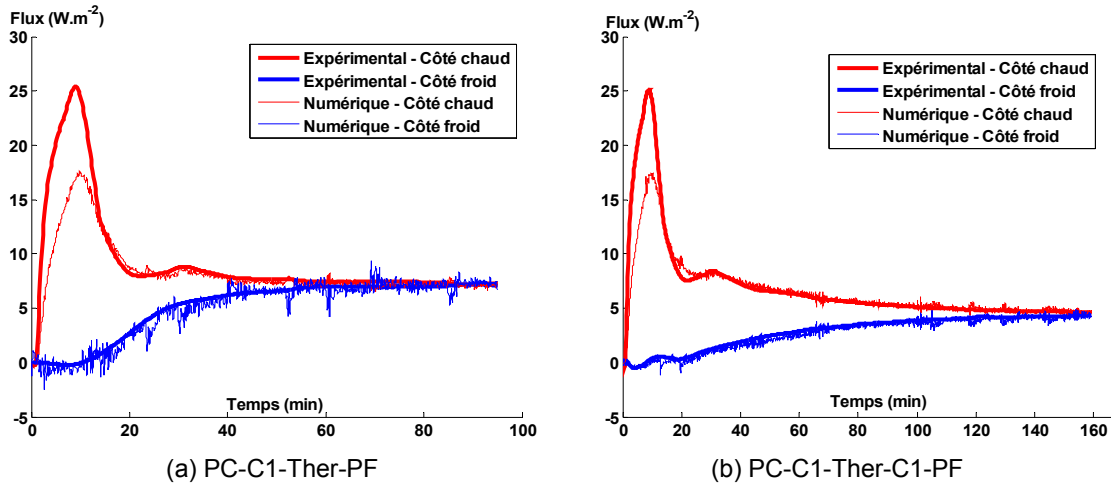


FIGURE 5.14 – Comparaison des flux numériques et expérimentaux pour les assemblages avec la mousse C1 du côté chaud

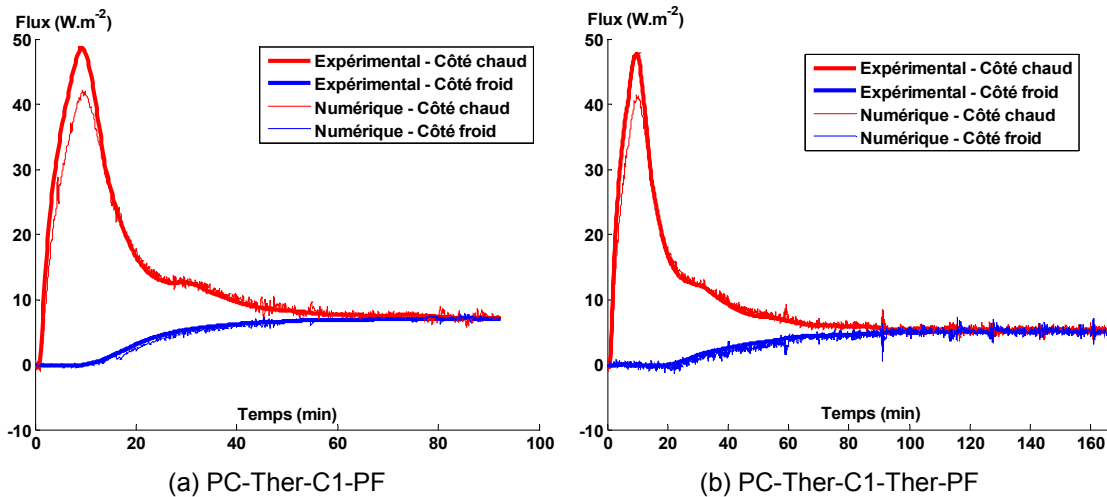


FIGURE 5.15 – Comparaison des flux numériques et expérimentaux pour les assemblages avec le Thermisorel du côté chaud

conséquence une énergie stockée dans le milieu supérieure au cas où la mousse est du côté chauffé. Si on calcule la différence de l'intégrale des flux, on peut déterminer l'énergie qui a été stockée dans l'assemblage. Nous trouvons ainsi un facteur 2 entre les cas où c'est soit la mousse, soit le Thermisorel, du côté chaud. C'est une information qui sera utile au niveau de la protection à la chaleur en été pour un bâtiment.

Nous observons que l'écart au niveau du pic d'intensité du flux côté chaud entre

les calculs et les mesures est d'environ 7 W.m^{-2} et ce pour les quatre configurations, comme cela a été observé pour les isolants pris séparément. Mis à part cet écart qui pourrait être dû à une incertitude expérimentale, les courbes numériques sont quasiment superposées aux mesures, ce qui indique la validité de notre approche via une résolution non couplée conduction-rayonnement du transfert de chaleur.

Enfin, on notera qu'en régime permanent, on retrouve bien une conductivité totale cohérente avec des assemblages d'isolants mis en série, à savoir, pour i isolants d'épaisseur E_i et de conductivité totale $k_{t,i}$ formant un isolant d'épaisseur E , nous avons une conductivité équivalente obéissant à la relation suivante :

$$k_t = \frac{E}{\sum_i \frac{E_i}{k_{t,i}}} \quad (5.4)$$

5.4.2 Simulation du comportement annuel d'une paroi

Dans la littérature, nous trouvons des études portant sur le comportement en régime transitoire de parois constituées d'un isolant unique et de divers matériaux de construction. On pourra citer les travaux d'Al Regib et al. [55] qui ont effectué des simulations du comportement de parois en régime transitoire jusqu'à atteinte du régime permanent, lorsqu'une rampe en température est appliquée du côté externe. Ils ont observé numériquement que dans le cas où la température extérieure était supérieure à la température intérieure, la position optimum de l'isolant est sur la face extérieure du mur, tandis que cette position est inversée dans le cas contraire où la température ambiante est inférieure à la température intérieure.

Asan [56] a étudié l'influence de la position d'un isolant dans un mur selon qu'il était disposé en une partie ou en deux moitiés séparées dans la paroi. Il montre, grâce à une variation de la température extérieure sur une journée type, avec prise en compte de la convection aux frontières, que la position optimum est de placer une moitié de l'isolant du côté externe et l'autre moitié au centre de la paroi.

Néanmoins, à notre connaissance aucune étude n'a été publiée concernant le comportement en paroi d'un assemblage d'isolants de nature différentes.

Le code de résolution transitoire sur des assemblages étant validé, nous avons effectué des calculs des flux des deux côtés d'une paroi représentative d'un bâtiment. On considère une paroi avec de la brique de 20 *cm* d'épaisseur placée du côté extérieur, de l'isolant (mousse XPS, Thermisorel ou un assemblage de ces deux matériaux) puis de l'enduit plâtre de 2 *cm* d'épaisseur. Les propriétés thermiques considérées pour les différents matériaux sont regroupées dans le tableau 5.1.

Matériau	k_t ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	ρ ($kg.m^{-3}$)	C_p ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)
Brique	0,39	650	1000
Enduit plâtre	0,57	1150	1000
Mousse XPS	0,0365	35	1250
Thermisorel	0,0420	170	1360

TABEAU 5.1 – Propriétés des matériaux constituant le mur étudié en transitoire

Afin de comparer uniquement le comportement en transitoire des parois nous avons fixé la déperdition thermique U de l'ensemble à $0,30 W.m^{-2}.K^{-1}$, ce qui est inférieur au coefficient maximal recommandé par la réglementation thermique RT2005 pour des parois en contact avec l'extérieur ($U_{max} = 0,36 W.m^{-2}.K^{-1}$). Nous avons considéré l'évolution des températures extérieures relevées toutes les heures, durant une année, dans la ville de Nancy (données fournies par le CSTB). La température intérieure a été fixée arbitrairement à 20°C. Nous avons calculé les épaisseurs d'isolants pour $U = 0,30 W.m^{-2}.K^{-1}$ grâce à la relation 5.5. Ces épaisseurs sont indiquées au tableau 5.2.

$$U_t = \frac{1}{\sum_i \frac{E_i}{k_{t,i}}} \quad (5.5)$$

Mur 1	20 <i>cm</i> Brique	10 <i>cm</i> Mousse XPS		2 <i>cm</i> Enduit plâtre
Mur 2	20 <i>cm</i> Brique	11,5 <i>cm</i> Thermisorel		2 <i>cm</i> Enduit plâtre
Mur 3	20 <i>cm</i> Brique	5,4 <i>cm</i> Mousse XPS	5,4 <i>cm</i> Thermisorel	2 <i>cm</i> Enduit plâtre
Mur 4	20 <i>cm</i> Brique	5,4 <i>cm</i> Thermisorel	5,4 <i>cm</i> Mousse XPS	2 <i>cm</i> Enduit plâtre

TABEAU 5.2 – Parois considérées

Sur la figure 5.16 sont indiquées les évolutions des flux du côté intérieur pour les murs 1 et 2 tout au long d'une semaine. Nous observons qu'il y a bien un déphasage entre le moment où la température est maximale à l'extérieur et celui où le flux est maximal à l'intérieur. Ce déphasage est plus important dans le cas du mur 2 grâce au plus fort pouvoir de stockage du Thermisorel par rapport à la mousse polystyrène. Ce pouvoir

de stockage est lié au produit de la chaleur massique par la masse volumique du matériau (ρC_p) qui est appelé inertie thermique. De plus, nous observons que le flux subit une atténuation plus forte dans le cas du mur 2, ce qui est également lié au pouvoir de stockage. Ceci est un paramètre important au niveau du confort d'été pour amortir les pics de surchauffe.

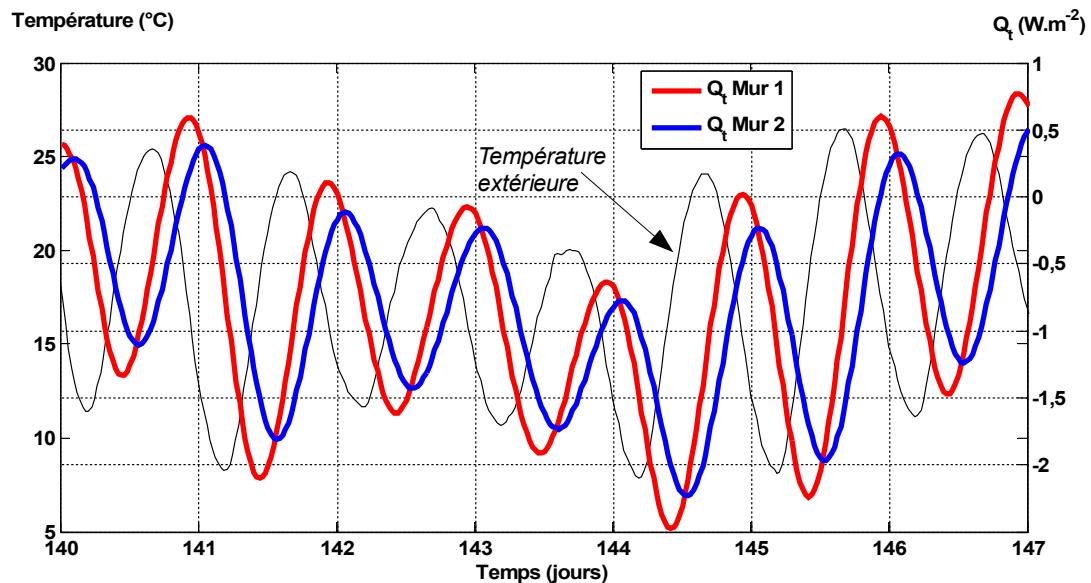


FIGURE 5.16 – Comportement des murs 1 et 2 au cours d'une semaine

Sur la figure 5.17 sont indiquées les évolutions des flux du côté intérieur, pour les quatre murs considérés, tout au long d'une journée. Nous pouvons faire la même remarque que précédemment à savoir que l'intensité maximale du flux est déphasée en fonction de la capacité de stockage du mur, celle-ci étant égale pour les murs 3 et 4 puisqu'ils sont constitués des mêmes matériaux mais placés différemment. Cette différence d'organisation des isolants dans la paroi provoque cependant une atténuation du flux plus forte dans le cas du mur 4 pour lequel l'isolant possédant la plus forte capacité thermique (Thermisorel), est placé du côté extérieur, même si les flux restent très voisins entre les murs 3 et 4.

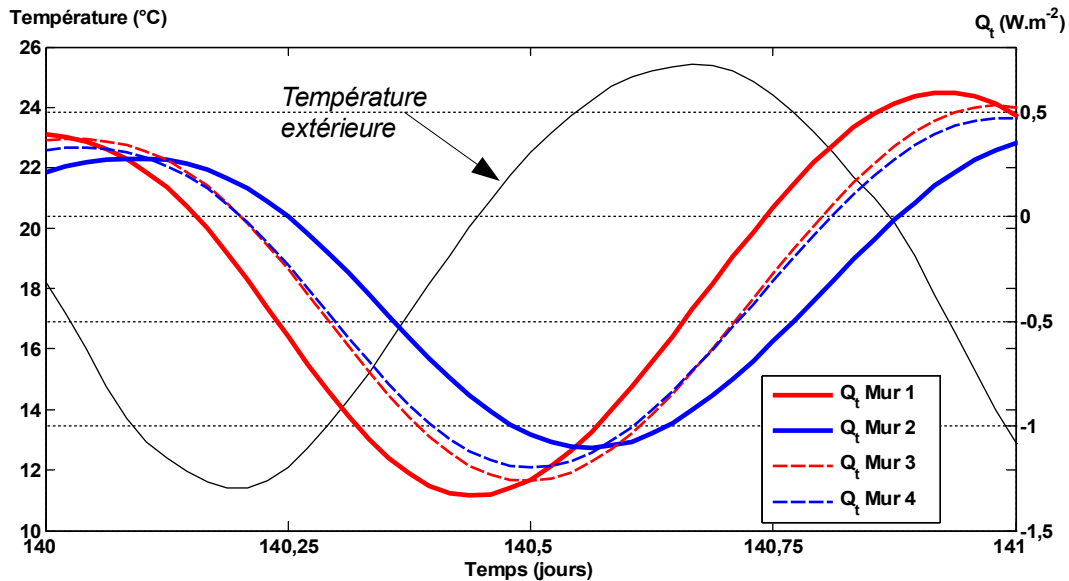


FIGURE 5.17 – Comportement des murs 1 à 4 au cours d'une journée

5.5 Conclusion

Le transfert de chaleur a été résolu numériquement pour les deux types d'isolants : laines de bois et mousses XPS. Nous avons montré que les flux aux frontières dépendent fortement des variations de températures aux bords tandis qu'ils dépendent peu des variations des propriétés thermiques (conductivité et la chaleur massique) avec la température. En effet, ces propriétés varient assez peu avec la température pour les matériaux testés et la valeur moyenne est suffisante pour résoudre le transfert de chaleur au cours du temps. Néanmoins, ces propriétés, et notamment la chaleur massique, doivent être mesurées auparavant sur des échantillons afin de ne pas générer d'erreurs.

Nous observons la bonne adéquation des résultats numériques avec les valeurs expérimentales, excepté au niveau du pic d'intensité du flux thermique du côté Plaque Chaude, lors de la montée en température, pour lequel une incertitude de mesure liée à la nature des surfaces des isolants pourrait être la cause. Ceci valide les résultats donnés en transitoire par le code, ce qui n'avait à notre connaissance pas encore fait l'objet de publications.

Nous avons montré que les flux sont identiques selon que le transfert de chaleur est résolu de façon couplée ou non. Ceci est une observation importante puisque les codes commerciaux en thermique du bâtiment utilisent la conductivité totale des isolants

pour modéliser leurs comportement dans les parois. A partir de cette observation, nous avons effectué des calculs de transfert de chaleur non couplé dans des assemblages de mousses XPS et de laines de bois et nous avons là encore observé une très bonne adéquation des résultats numériques avec les mesures fluxmétriques correspondantes.

Enfin, à travers des cas tests portant sur le comportement transitoire de parois lorsqu'ils sont soumis à des variations périodiques de températures, nous avons dégagé quelques comportements importants des isolants, à savoir le rôle du stockage de chaleur dans les matériaux qui permet d'atténuer le flux mais également de déphaser les extrémums de flux par rapport aux extrémums de températures.

Conclusion et Perspectives

Ce travail de thèse avait pour objectif l'optimisation thermique d'isolants poreux utilisés dans le bâtiment grâce à une meilleure compréhension des phénomènes de transfert de chaleur. Grâce à la complémentarité des études théoriques et expérimentales menées, nous avons déterminé les propriétés radiatives des mousses de polystyrène extrudé et celles de l'isolant en fibres de bois selon une à plusieurs méthodes, puis nous avons résolu le transfert de chaleur au cours du temps dans ces isolants pris séparément ou mis en assemblages. Plusieurs points intéressants ont ainsi été soulevés.

Afin de modéliser les transferts de chaleur dans les isolants, nous avons eu besoin de les caractériser de manière précise. Dans un premier temps, nous nous sommes donc intéressés aux propriétés morphologiques des isolants. Nous avons vu les limites des méthodes de détermination par imagerie MEB des différents paramètres tels que les tailles moyennes des particules utilisées ensuite dans des modèles d'interaction rayonnement - particule afin de déterminer les propriétés radiatives. Les propriétés thermiques des matrices (bois et polystyrène) constituant les isolants ont également été étudiées afin de déterminer la conductivité phonique du milieu poreux. La conductivité thermique totale a également fait l'objet de mesures grâce à différents dispositifs pour différentes températures et nous avons observé la forte influence de l'humidité sur les propriétés de l'isolant en fibres de bois. Afin de résoudre le transfert de chaleur en régime transitoire, nous avons déterminé par calorimétrie les capacités calorifiques des isolants en fonction de la température. Enfin, les propriétés optiques des matrices ont fait l'objet d'études : pour le polystyrène, nous avons pu déterminer les indices optiques avec une précision satisfaisante sur une grande partie de la plage de longueur d'onde utile en transfert radiatif, alors que pour le bois brut, nous n'avons pas réussi à accéder aux indices optiques à cause de la complexité du milieu végétal.

Les propriétés radiatives des deux types d'isolant ont été identifiées par méthode inverse, c'est à dire à partir de mesures en réflexion et transmission grâce à un spectromètre à transformée de Fourier. Nous avons mis en évidence la très faible part du transfert de chaleur par rayonnement dans l'isolant fibreux étudié de par sa masse volumique élevée. D'autre part, la méthode d'identification est très sensible aux incertitudes expérimentales, c'est pourquoi il est préférable de comparer les résultats des modèles prédictifs aux mesures directes de réflexion et transmission dans le cas des mousses XPS.

Des méthodes prédictives de calcul des propriétés radiatives à partir de caractéristiques morphologiques et optiques ont été appliquées aux mousses polystyrène uniquement étant donné que les indices optiques du bois n'ont pas pu être déterminés. L'originalité de notre étude a consisté en la modélisation des propriétés radiatives des bâtonnets en prenant en compte leur section triangulaire concave réelle au lieu d'une section circulaire équivalente. Nous avons ainsi observé que le rôle des bâtonnets au niveau de l'atténuation du rayonnement était surestimé par les précédents auteurs. Nous avons également étudié la sensibilité du modèle prédictif aux incertitudes expérimentales sur divers paramètres comme les indices optiques et les différents paramètres morphologiques. Malgré la très grande sensibilité à certains paramètres, les résultats théoriques sont très proches des mesures dans le cas où la structure de l'échantillon est isotrope.

Nous avons étudié finalement le comportement thermique en régime transitoire des isolants pris séparément ou en assemblages. Le code de résolution transitoire du transfert de chaleur couplé conduction - rayonnement a été validé à partir de mesures fluxmétriques, chose qui n'avait pas été faite auparavant puisque le code avait été uniquement validé avec les résultats en régime permanent. Nous avons montré que dans le cadre de l'isolation thermique des bâtiments, les propriétés thermiques telles que la conductivité thermique et la chaleur massique pouvaient être considérées pour une température moyenne donnée au lieu de considérer leur évolution en fonction de la température. Cette hypothèse est valide lorsqu'il n'y a pas de fortes variations en températures. De plus, nous avons montré que le flux de chaleur était identique aux frontières d'un isolant selon que le transfert de chaleur était résolu de façon couplée ou non couplée. Ce point est très important puisque les codes de calculs dans le domaine du bâtiment se basent sur la conductivité totale des matériaux sans effectuer de résolution couplée de la conduction et du rayonnement. Nous validons ainsi cette démarche pour les matériaux

étudiés. Ensuite, nous avons effectué des comparaisons de mesures fluxmétriques avec des calculs de transfert de chaleur dans des assemblages en série d'isolants et nous avons là aussi de très bons accords. Enfin, nous avons pu observer à travers des cas tests portant sur le comportement transitoire de parois, lorsqu'ils sont soumis à des variations périodiques de températures, que nous ne pouvons pas réduire le pouvoir isolant d'un matériau via sa seule conductivité thermique mais que la masse volumique et la chaleur massique jouent un rôle à la fois au niveau de l'atténuation du flux de chaleur mais également au niveau du déphasage des extremums de flux par rapport aux extremums de températures extérieures.

Ce travail offre de nombreuses perspectives, à savoir pour les propriétés morphologiques, nous devrions être capable d'accéder à plus d'information grâce à des analyses d'images issues de tomographie X. En effet, l'anisotropie des mousses de polystyrène n'a pas été étudiée et le modèle prédictif pourrait gagner en précision en considérant des propriétés morphologiques différentes selon les orientations dans le milieu. De plus, la tomographie pourrait nous permettre de valider notre démarche qui a consisté à traiter de façon indépendante les parois et bâtonnets dans les mousses XPS grâce à des calculs de type lancer de rayons dans le milieu réel tomographié. L'effet des charges et la nature du polymère pourront également présenter un intérêt fort pour optimiser les performances des mousses XPS.

Nous avons montré que les propriétés optiques du bois n'étaient pour le moment pas accessibles par l'intermédiaire d'un broyage du matériau végétal. D'autres procédés de broyage doivent être étudiés afin de réduire encore la finesse des poudres afin d'obtenir des tailles bien inférieures aux longueurs d'onde du domaine infrarouge étudié. Un tel procédé aurait l'avantage d'être ensuite transposable à d'autres matériaux végétaux qu'il est actuellement difficile de modéliser vis-à-vis du rayonnement et de leur morphologie. Une comparaison des performances de différentes fibres végétales pourra être menée, suivie par l'amélioration des performances thermiques des isolants fibreux en fonction de leur morphologie devra être étudiée de façon à pouvoir modifier les process industriels de fabrication.

En ce qui concerne la résolution du transfert de chaleur en transitoire, et notamment concernant les isolants en fibres de bois, l'humidité doit être prise en compte dans

les modèles futurs puisqu'elle change d'une part les propriétés thermiques, mais d'autre part elle participe au transfert de chaleur via un transfert de masse. Une modélisation plus complète du comportement annuel d'une paroi doit être poursuivie en prenant en compte d'autres positions des assemblages dans la paroi (du côté interne ou externe notamment), les effets d'inertie des planchers, des effets de la ventilation, de l'apport solaire ou encore de l'influence des vitrages et vérifier si ce que nous avons observé sur les assemblages est transposable sur l'efficacité énergétique d'un bâtiment.

Enfin, des mesures croisées doivent être envisagées pour améliorer la caractérisation expérimentale des propriétés des matériaux. En effet, nous avons pu observé un certain nombre de biais expérimentaux selon les dispositifs utilisés chez les différents partenaires de l'étude.

Bibliographie

- [1] M. Faessel, C. Delisée, F. Bos, and P. Castéra. Radiation heat transfer in foam insulation. *Composites Science and Technology*, 65:1931–1940, 2005.
- [2] P.S. Swathi and T.W. Tong. A new algorithm for computing the scattering coefficients of highly absorbing cylinders. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 40(4):525–532, 1988.
- [3] B.T. Draine and P.J. Flatau. User guide to the discrete dipole approximation code *ddscat* 6.1. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0409262v2>, 2004.
- [4] R.K. Bhattacharyya. Heat-transfer model for fibrous insulations. *Thermal Insulation Performance, ASTM STP 718, D.L. McElroy and R.P. Tye, Eds., American Society for Testing and Materials*, pages 272–286, 1980.
- [5] M.F. Modest. *Radiative heat transfer*. Mc Graw-Hill International Ed., Mechanical Engineering Series, 1993.
- [6] G.N. Plass, G.W. Kattawar, and F.E.E Catchings. Matrix operator theory of radiative transfer. *Applied Optics*, 12:314–329, 1973.
- [7] P.C. Waterman. Matrix exponential description of radiative transfert. *Journal of the Optical Society of America*, 71(4):410–422, 1981.
- [8] G. Jeandel, P. Boulet, and G. Morlot. Radiative transfer through a medium of silica fibers oriented in parallel planes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(2), 1993.
- [9] P. Boulet, G. Jeandel, and G. Morlot. Model of radiative transfer in fibrous media - matrix method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(18):4287–4297, 1993.
- [10] N.G. Shah. *The computation of radiation heat transfer*. Thèse de doctorat, Imperial College of Science and Technology - London, 1979.
- [11] F. Asllanaj. *Etude et analyse numérique des transferts de chaleur couplés par rayonnement et conduction dans les milieux semi-transparents : application aux milieux Fibreux*. Thèse de doctorat, LEMTA et Institut Elie Cartan, Nancy Université, 2001.
- [12] Standard test method for cell size of rigid cellular plastics : ASTM D3576-98. ASTM International, volume 08.02, issued June 2000.

- [13] R.A. Campo-Arnáiz, M.A. Rodríguez-Pérez, B. Calvo, and J.A. de Saja. Extinction coefficient of polyolefin foams. *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, 43:1608–1617, 2005.
- [14] O.A. Almanza, M.A. Rodríguez-Pérez, and J.A. De Saja. Prediction of the radiation term in the thermal conductivity of crosslinked closed cell polyolefin foams. *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics*, 38:993–1004, 2000.
- [15] A. Ahern, G. Verbist, D. Weaire, R. Phelan, and H. Fleurent. The conductivity of foams: a generalisation of the electrical to the thermal case. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 263:275–279, 2005.
- [16] J. Kuhn, H.P. Ebert, M.C. Arduini-Schuster, D. Büttner, and J. Fricke. Thermal transport in polystyrene and polyurethane foam insulations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35(7), 1992.
- [17] C. Thiery. Tomographie à rayons X, 2002. Techniques de l'Ingénieur, Traité Analyse et Caractérisation, Doc. P 950.
- [18] E. Maire, A. Fazekas, L. Salvo, R. Dendievel, S. Youssef, P. Cloetens, and J.M. Le-tang. X-ray tomography applied to the characterization of cellular materials. related finite element modeling problems. *Composites Science and Technology*, 63:2431–2443, 2003.
- [19] S. Youssef. *Etude par tomographie X et modélisation par éléments finis du comportement mécanique des mousses solides*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale matériaux de Lyon - INSA, 2004.
- [20] J. Lux, A. Ahmadi, C. Gobbé, and C. Delisée. Macroscopic thermal properties of real fibrous materials: Volume averaging method and 3D image analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:1958–1973, 2006.
- [21] C. Gobbé, S. Iserna, and B. Ladevie. Hot strip method : application to thermal characterisation of orthotropic media. *International Journal of Thermal Sciences*, 43:951–958, 2004.
- [22] Y. Sakakibara, I. Yamada, S. Hiraoka, and T. Aragaki. Thermal conductivity of polystyrene above and below the glass transition temperature. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 23(4), 1990.
- [23] X. Zhang and M. Fujii. Measurements of the thermal conductivity and thermal diffusivity of polymers. *Polymer Engineering and Science*, 43(11):1755–1764, 2003.
- [24] N. Sombatsompop and A.K. Wood. Measurement of thermal conductivity of polymers using an improved lee's disk apparatus. *Polymer Testing*, 16(3):203–223, 1997.
- [25] Forest Products Laboratory. *Wood handbook - Wood as an engineering material*. Gen. Tech. Rep. FPL-GTR-113. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, 1999.
- [26] M.-C. Trouy-Triboulot and P. Triboulot. Matériau bois, structure et caractéristiques. Techniques de l'Ingénieur, Traité Analyse et Caractérisation - Doc. C925.

- [27] M.A. Schuetz. Heat transfer in foam insulation. Rapport de master, Dept of mechanical engineering, MIT, 1982.
- [28] A.G. Leach. Thermal conductivity of foams models for heat conduction. *Applied physics*, 26:733–739, 1993.
- [29] A. Cunningham and D.J. Sparrow. Rigid polyurethane foam: What makes it the most effective insulant? *Cellular Polymers*, 5:327–342, 1986.
- [30] J.F. Siau. *Transport Processes in Wood*. Springer Series in Wood Science, 1984.
- [31] H. Thoemen, T. Walther, and A. Wiegmann. 3D simulation of macroscopic heat and mass transfer properties from the microstructure of wood fibre networks. *Composites Science and Technology*, 68:608–616, 2008.
- [32] L.R. Glicksman, M.A. Schuetz, and M. Sinofsky. Radiation heat transfer in foam insulation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 30(1):187–197, 1987.
- [33] L.R. Glicksman, M. Mozgowiec, and M. Torpey. Radiation heat transfer in foam insulation. In *Proceedings of the Ninth International Heat Transfer Conference, Jerusalem*, pages 379–384, 1990.
- [34] R. Coquard. *Etude du transfert de chaleur couplé conduction-rayonnement dans les mousses de Polystyrène expansé : Modélisation et caractérisation*. Thèse de doctorat, Ecole Doctorale MEGA - INSA Lyon, 2004.
- [35] A. Milandri. *Détermination des paramètres radiatifs d'un isolant fibreux : théorie de Mie, oscillateurs de Lorentz et méthode inverse*. Thèse de doctorat, Nancy Université, 2000.
- [36] V. Nicolau. *Identification des propriétés radiatives des matériaux semi-transparents diffusants*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon - INSA, 1994.
- [37] H.T. Kamdem Tagne. *Etude du transfert thermique dans les milieux poreux anisotropes. Application aux isolants thermiques en fibres de silice*. Thèse de doctorat, Ecole doctorale MEGA - INSA Lyon, 2008.
- [38] C.M. Chu and S.W. Churchill. Representation of the angular distribution of radiation scattered by a spherical particle. *Journal of the Optical Society of America*, 45:958–962, 1955.
- [39] M. Kerker. *Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*. Academic Press, New York, 1969.
- [40] L.G. Henyey and J.L. Greenstein. Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysics Journal*, 93:70–83, 1941.
- [41] G. Uny. *Modélisation du transfert couplé rayonnement-convection au sein de matériaux poreux et identification de leurs propriétés radiatives. Application aux laines de verre*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 1986.
- [42] E. Placido, M.C. Arduini-Schuster, and J. Kuhn. Thermal properties predictive model for insulating foams. *Infrared Physics and Technology*, 46:219–231, 2005.

- [43] R. Coquard and D. Baillis. Modeling of heat transfer in low-density EPS foam. *ASME Journal of Heat Transfer*, 128:538–549, 2006.
- [44] R. Coquard, D. Baillis, and D. Quenard. Radiative properties of expanded polystyrene foams. *ASME Journal of Heat Transfer*, 131:127–145, 2008.
- [45] M. Tancrez and J. Taine. Direct identification of absorption and scattering coefficients and phase function of a porous medium by a monte carlo technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47:373–383, 2004.
- [46] B. Zeghondy, E. Iacona, and J. Taine. Determination of the anisotropic radiative properties of a porous material by radiative distribution function identification (RDFI). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:2810–2819, 2006.
- [47] J. Petrasch, P. Wyss, and A. Steinfeld. Tomography-based monte carlo determination of radiative properties of reticulate porous ceramics. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 105:180–197, 2007.
- [48] R. Coquard and D. Baillis. Radiative properties of dense fibrous medium containing fibers in the geometric limit. *ASME Journal of Heat Transfer*, 128(10):1022–1030, 2006.
- [49] T. Dillard, F. N’Guyen, E. Maire, L. Salvo, S. Forest, Y. Bienvenu, J.-D. Bartout, M. Croset, R. Dendievel, and P. Cloetens. 3D quantitative image analysis of open-cell nickel foams under tension and compression loading using X-ray microtomography. *Philosophical Magazine*, 85(19):2147–2175, 2005.
- [50] S.C. Lee. Radiative transfer through a fibrous medium : allowance for fiber orientation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 36(3):253–263, 1986.
- [51] A. Kaemmerlen, D. Baillis, and R. Coquard. Radiative properties of cellular foams. In *Proceedings of CHT-08, ICHMT International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer, Marrakech*, volume 1, 2008. CHT-08-152 pages.
- [52] A. Kaemmerlen, C. Vo, G. Jeandel, and D. Baillis. Radiative properties of extruded polystyrene foams: predictive model and experimental results. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Article accepté pour publication le 18 novembre 2009.
- [53] F. Asllanaj, G. Jeandel, and J.R. Roche. Numerical solution of radiative transfer equation coupled with nonlinear heat conduction equation. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, 11:449–473, 2001.
- [54] A. Kaemmerlen, F. Asllanaj, H. Sallée, D. Baillis, and G. Jeandel. Transient modeling of combined conduction and radiation in wood fibre insulation and comparison with experimental data. *International journal of Thermal Sciences*, Article soumis en avril 2009.
- [55] E. Al-Regib and S.M. Zubair. Transient heat transfer through insulated walls. *Energy*, 20(7):687–694, 1995.

- [56] H. Asan. Investigation of wall's optimum insulation position from maximum time lag and minimum decrement factor point of view. *Energy and Buildings*, 32:197–203, 2000.
- [57] F. De Ponte and S. Klarsfeld. Conductivité thermique des isolants, 2002. Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle - Doc. R 2 930.
- [58] A. Degiovanni. Conductivité et diffusivité thermique des solides, 1994. Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle - Doc. R 2 850.
- [59] W.J Parker, R.J. Jenkins, C.P. Butler, and G.L. Abbot. Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity. *Journal of Applied Physics*, 32:1679–1684, 1961.
- [60] M. Quinn Brewster. *Thermal Radiative Transfer and Properties*. John Wiley and Sons, 1992.
- [61] B. Eyheraguibel. *Caractérisation des substances humiques biomimétiques - Effets sur les végétaux*. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, 2004.
- [62] X. Colom, F. Carrillo, F. Nogués, and P. Garriga. Structural analysis of photodegraded wood by means of FTIR spectroscopy. *Polymer Degradation and Stability*, 80:543–549, 2003.
- [63] S.S. Kelley, T.G. Rials, R. Snell, L.H. Groom, and A. Sluiter. Use of near infrared spectroscopy to measure the chemical and mechanical properties of solid wood. *Wood Science and Technology*, 38:257–276, 2004.
- [64] K.K. Pandey and A.J. Pitman. FTIR studies of the changes in wood chemistry following decay by brown-rot and white-rot fungi. *International Biodeterioration and Biodegradation*, 52:151–160, 2003.
- [65] A. Naumann, M. Navarro-González, S. Peddireddi, U. Kües, and A. Polle. Fourier transform infrared microscopy and imaging: Detection of fungi in wood. *Fungal Genetics and Biology*, 42:829–835, 2005.
- [66] C.F. Bohren and D.R. Huffman. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. John Wiley, New York, 1983.
- [67] H.C. Hottel and A.F. Sarofim. *Radiative transfer*. McGraw-Hill, New York, 1967.
- [68] H. Lee and R.O. Buckius. Scaling anisotropic scattering in radiation heat transfer for a planar medium. *ASME Journal of heat transfer*, 104:68–75, 1982.
- [69] H.T. Kamdem Tagne and D. Baillis. Radiative heat transfer using isotropic scaling approximation : Application to fibrous medium. *Journal of Heat Transfer*, 127, 2005.
- [70] B.T. Draine and P.J. Flatau. Discrete dipole approximation for scattering calculations. *Journal of the Optical Society of America A: Optics, Image Science, and Vision*, 11(4):1491–1499, 1994.
- [71] B.T. Draine. The discrete dipole approximation and its application to interstellar graphite grains. *The astrophysical journal*, 333:848–872, 1988.

Annexe A

Résolution numérique de l'ETR

Sommaire

A.1 Méthode matricielle	157
A.2 Coefficients de sensibilité	160

A.1 Méthode matricielle

La méthode matricielle permet de résoudre l'ETR associée à des conditions aux limites données, en géométrie monodimensionnelle (ici la direction Oz). La forme discrétisée de l'ETR en régime stationnaire est rappelée ci-dessous dans le cas de l'hypothèse de symétrie azimutale (indépendance par rapport à l'angle azimutal ϕ). La figure A.1 indique la discrétisation de l'espace angulaire en m directions spécifiques. m est choisi pair pour une raison de symétrie entre l'hémisphère avant et l'hémisphère arrière.

$$\mu_j \frac{dL_\lambda(z, \mu_j)}{dz} = \kappa_\lambda(\mu_j) L_\lambda^0(T(z)) - \beta_\lambda(\mu_j) L_\lambda(z, \mu_j) + \sum_{k=1}^m \mathbb{P}_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) L_\lambda(z, \mu_k) \quad 1 \leq j \leq m \quad (\text{A.1})$$

Dans laquelle $\mathbb{P}$ prend en compte la fonction de phase, le coefficient de diffusion et les poids d'intégration :

$$\mathbb{P}_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) = \frac{1}{2} \sigma_\lambda(\mu_k) P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) C_k^\mu \quad 1 \leq j, k \leq m \quad (\text{A.2})$$

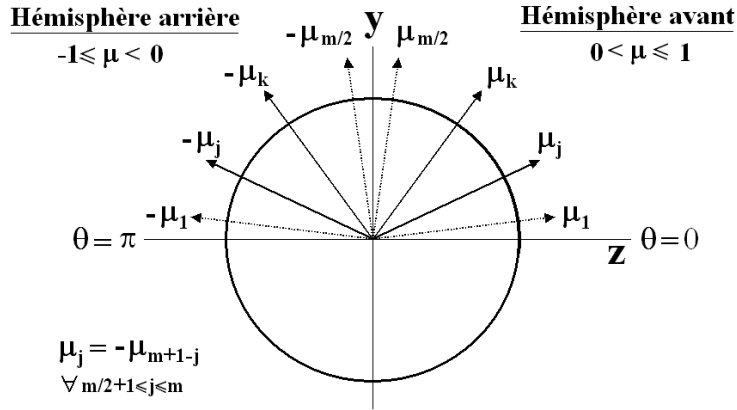


FIGURE A.1 – Discrétisation angulaire

Le système obtenu par discrétisation de l'ETR (équation A.1) revient à résoudre le système matriciel suivant :

$$\frac{d\mathbf{L}_\lambda(z)}{dz} = A_\lambda \mathbf{L}_\lambda(z) + \mathbf{E}_\lambda^0(z) \quad (\text{A.3})$$

Dans lequel $\mathbf{L}_\lambda$ est un vecteur dont les composantes sont les luminances dans les différentes directions discrètes μ_j . On peut différencier le vecteur des luminances de chacun des hémisphères avant et arrière (relation A.4).

$$\mathbf{L}_\lambda(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_\lambda^+(z) = [L_\lambda(z, \mu_j)]_{1 \leq j \leq m/2} \\ \mathbf{L}_\lambda^-(z) = [L_\lambda(z, -\mu_j)]_{1 \leq j \leq m/2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

De même le vecteur $\mathbf{E}_\lambda^0(z)$ de taille m peut être décomposé :

$$\mathbf{E}_\lambda^0(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_\lambda^{0+}(z) \\ -\mathbf{E}_\lambda^{0+}(z) \end{bmatrix}, \text{ avec } \mathbf{E}_\lambda^{0+}(z) = \left[\frac{\kappa_\lambda(\mu_j)}{\mu_j} L_\lambda^0(T(z)) \right]_{1 \leq j \leq m/2} \quad (\text{A.5})$$

Un certain nombre de simplifications peuvent être faites sur les divers coefficients du fait des symétries du problème (symétrie azimutale).

$$\begin{aligned} \kappa_\lambda(\mu_j) &= \kappa_\lambda(-\mu_j) \quad , \quad \sigma_\lambda(\mu_j) = \sigma_\lambda(-\mu_j) \quad , \quad \beta_\lambda(\mu_j) = \beta_\lambda(-\mu_j) \quad \forall 1 \leq j \leq m/2 \\ P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) &= P_\lambda(-\mu_k \rightarrow -\mu_j) \quad , \quad P_\lambda(\mu_k \rightarrow -\mu_j) = P_\lambda(-\mu_k \rightarrow \mu_j) \quad \forall 1 \leq j, k \leq m/2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

De plus, le choix d'une quadrature symétrique entre l'hémisphère avant et l'hémisphère arrière implique la symétrie des poids C_k^μ :

$$C_k^\mu = C_{m+1-k}^\mu \quad \forall m/2 + 1 \leq k \leq m \quad (\text{A.7})$$

A partir de ces simplifications, la matrice caractéristique du milieu A_λ s'écrit sous la forme A.8.

$$A_\lambda = \begin{bmatrix} A_\lambda^1 & A_\lambda^2 \\ -A_\lambda^2 & -A_\lambda^1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \text{avec} \quad (A_\lambda^1)_{jk} &= \frac{1}{\mu_j} \left\{ \frac{1}{2} \sigma_\lambda(\mu_k) P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) C_k^\mu - \beta_\lambda(\mu_k) \delta_{jk} \right\} \\ (A_\lambda^2)_{jk} &= \frac{1}{\mu_j} \left\{ \frac{1}{2} \sigma_\lambda(\mu_k) P_\lambda(\mu_k \rightarrow \mu_j) C_k^\mu \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

La méthode de résolution appliquée aux isolants est la **méthode de diagonalisation**. Elle a été développée par Asllanaj [11] et présente l'intérêt d'être stable numériquement et très précise. La méthode consiste à résoudre de manière analytique le système A.3 qui est un système différentiel ordinaire du premier ordre, linéaire, non homogène. La résolution classique se fait en plusieurs étapes : dans un premier temps on cherche la solution générale qui est la solution au système homogène (relation A.10). Ensuite on recherche une solution particulière du système avec second membre par la méthode de variation des constantes. La solution finale est alors la somme des solutions générale et particulière.

$$\frac{d\mathbf{L}_{h\lambda}(z)}{dz} = A_\lambda \cdot \mathbf{L}_{h\lambda}(z) \quad (\text{A.10})$$

Les conditions aux limites radiatives associées à la relation A.3 sont les suivantes :

$$\mathbf{L}_\lambda^+(0) = \mathbf{L}_{h\lambda}^+(0) + \mathbf{L}_{p\lambda}^+(0) \quad \text{et} \quad \mathbf{L}_\lambda^-(E) = \mathbf{L}_{h\lambda}^-(E) + \mathbf{L}_{p\lambda}^-(E) \quad (\text{A.11})$$

où $\mathbf{L}_{h\lambda}^+(0)$ et $\mathbf{L}_{p\lambda}^+(0)$ sont respectivement les conditions aux limites homogène et particulière au point $z = 0$, et $\mathbf{L}_{h\lambda}^-(E)$ et $\mathbf{L}_{p\lambda}^-(E)$ sont respectivement les conditions aux limites homogène et particulière au point $z = E$.

La solution du problème homogène A.10 s'exprime alors sous la forme suivante :

$$\mathbf{L}_{h\lambda}(z) = \exp(A_\lambda \cdot z) \cdot K_\lambda \quad (\text{A.12})$$

Le terme $\exp(A_\lambda \cdot z)$ est l'exponentielle de la matrice $(A_\lambda \cdot z)$, et K_λ est un vecteur constant déterminé en fonction des conditions aux limites radiatives homogènes. Cependant, la résolution directe de cette équation donne lieu à des instabilités numériques quand les valeurs propres de la matrice sont supérieures à l'unité (ce qui correspond également à une épaisseur optique importante), ce qui est le cas des milieux fibreux considérés. Ceci peut être évité en faisant appel à la diagonalisation de la matrice A_λ , méthode très bien détaillée dans la thèse d'Asllanaj ^[11] et donc non reprise ici.

La solution particulière est calculée à partir de la méthode dite de *variation des constantes* en posant :

$$\mathbf{L}_{p\lambda}(z) = \exp(A_\lambda z) \cdot K_\lambda(z) \quad (\text{A.13})$$

Dans laquelle K_λ est supposé différentiable et qui s'exprime sous la forme suivante :

$$K_\lambda(z) = \int_{s=0}^z \exp(-A_\lambda s) E_\lambda^0(s) \, ds + C_\lambda \quad (\text{A.14})$$

C_λ est une constante fixée de façon à obtenir un problème numérique stable (donc sans instabilités numériques).

Dans le cas d'absence de symétries des coefficients radiatifs on ne peut plus écrire la matrice caractéristique sous sa forme particulière et la méthode de diagonalisation ne peut plus s'appliquer. Une méthode aux différences finies peut alors être utilisée ^[11]. Toutes ces méthodes sont données dans la thèse d'Asllanaj et ne sont donc pas reprises ici dans le détail.

A.2 Coefficients de sensibilité

Les coefficients de sensibilité représentent l'influence de chacun des j paramètres p sur les BTDF et BRDF pour chacune des directions i de la discrétisation. Ces coefficients sont définis par la relation suivante :

$$\text{Sensibilité de BRTDF \% } p = \frac{(p)_j}{(BRTDF_{th,\lambda})_i} \frac{\partial (BRTDF_{th,\lambda})_i}{\partial (p)_j} \quad (\text{A.15})$$

A.2.1 Méthode usuelle de calcul de la sensibilité

Les coefficients de sensibilité peuvent être approchés par une formule de différences finies :

$$\text{Sensibilité de BRTDF \% } p = \frac{p}{BRTDF(p)} \frac{BRTDF(p + dp) - BRTDF(p)}{dp}. \quad (\text{A.16})$$

Les BRTDF sont alors calculées numériquement par résolution de l'ETR pour chaque paramètre p et $p + dp$, la méthode de résolution étant celle décrite précédemment.

La fonction de phase choisie dans notre cas est la fonction de phase de Nicolau rapellée relation A.17. Il faut alors prendre garde à bien normaliser la fonction de phase de Henyey-Greenstein P_{HGg} puisque les coefficients ε_i issus de la condition de normalisation seront différents pour g et $g + dg$.

$$P_{nico,\lambda}(\mu', \mu) = f_{2,\lambda} \left(f_{1,\lambda} P_{HGg1,\lambda}(\mu', \mu) + (1 - f_{1,\lambda}) P_{HGg2,\lambda}(\mu', \mu) \right) + (1 - f_{2,\lambda}) \quad (\text{A.17})$$

A.2.2 Nouvelle méthode basée sur la dérivation de l'ETR

Une nouvelle méthode de calcul de la sensibilité a été développée au LEMTA. Il s'agit de dériver l'équation du transfert radiatif par rapport aux paramètres radiatifs. Nous allons présenter ici les calculs détaillés des coefficients de sensibilité par rapport à l'albedo ω et aux trois paramètres de la fonction de phase de Nicolau ($f1$, $f2$ et $g1$, avec $g2 = -g1$). La sensibilité par rapport à l'épaisseur optique τ se calcule via la formule de différences finies A.16.

A.2.2.1 Sensibilité par rapport à l'albedo

Notons par L et L_d les luminances solutions des ETR dont l'albedo est égale à ω et $\omega + d\omega$ respectivement :

$$\mu \frac{dL}{d\tau} = -L + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L(\mu') d\mu' \quad (\text{A.18})$$

$$\mu \frac{dL_d}{d\tau} = -L_d + \frac{(\omega + d\omega)}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') d\mu' \quad (\text{A.19})$$

Par soustraction de (A.18) à (A.19), on obtient :

$$\mu \frac{d(L_d - L)}{d\tau} = -(L_d - L) + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) \left((\omega + d\omega) L_d(\mu') - \omega L(\mu') \right) d\mu' \quad (\text{A.20})$$

Or

$$(\omega + d\omega)L_d - \omega L = (\omega + d\omega)(L_d - L) + d\omega L$$

L'équation (A.20) devient après avoir divisé par $d\omega$:

$$\mu \frac{d\left(\frac{L_d - L}{d\omega}\right)}{d\tau} = -\frac{L_d - L}{d\omega} + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) \left((\omega + d\omega) \frac{L_d(\mu') - L(\mu')}{d\omega} + L(\mu') \right) d\mu' \quad (\text{A.21})$$

En passant à la limite quand $d\omega \rightarrow 0$ et en notant par L' la dérivée de L par rapport à ω , on obtient :

$$\mu \frac{dL'}{d\tau} = -L' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L'(\mu') d\mu' + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L(\mu') d\mu' \quad (\text{A.22})$$

Cette équation a la forme d'une équation de transfert radiatif **non homogène** qui est résolue par la méthode matricielle décrite en annexe A.1. La solution de cette équation est la dérivée de L par rapport à ω . Pour calculer le coefficient de sensibilité, il reste à relier la luminance aux BRDF-BTDF et à appliquer la relation A.15. Il en sera de même pour les autres paramètres $f1$, $f2$ et $g1$.

A.2.2.2 Sensibilité par rapport à $f1$

Soit L_d la luminance solution de l'ETR dont le coefficient de diffusion avant et de rétrodiffusion de la fonction de Nicolau est égale à $f1 + df1$:

$$\mu \frac{dL_d}{d\tau} = -L_d + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P_{f1d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') d\mu' \quad (\text{A.23})$$

P_{f1d} est la fonction de phase qui correspond à $f1 + df1$:

$$P_{f1d} = f2 [(f1 + df1)P_{HGg1} + (1 - (f1 + df1))P_{HG-g1}] + (1 - f2)$$

Par soustraction de l'équation (A.23) par l'ETR dont le coefficient de diffusion de la

fonction de Nicolau est égale à f_1 , on obtient :

$$\mu \frac{d(L_d - L)}{d\tau} = -(L_d - L) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \left(P_{f1d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') - P_{f1}(\mu' \rightarrow \mu) L(\mu') \right) d\mu' \quad (\text{A.24})$$

Or

$$\begin{aligned} P_{f1d} L_d - P_{f1} L &= P_{f1d} (L_d - L) + (P_{f1d} - P_{f1}) L \\ &= P_{f1d} (L_d - L) + f_2 df_1 (P_{HGg1} - P_{HG-g1}) L \end{aligned}$$

L'équation (A.24) devient après avoir divisé par df_1 :

$$\begin{aligned} \mu \frac{d\left(\frac{L_d - L}{df_1}\right)}{d\tau} &= -\frac{L_d - L}{df_1} + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P_{f1d}(\mu' \rightarrow \mu) \frac{L_d(\mu') - L(\mu')}{df_1} d\mu' \\ &\quad + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 f_2 (P_{HGg1} - P_{HG-g1}) L(\mu') d\mu' \end{aligned}$$

En passant à la limite quand $df_1 \rightarrow 0$ et en notant par L' la dérivée de L par rapport à f_1 , on obtient :

$$\mu \frac{dL'}{d\tau} = -L' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L'(\mu') d\mu' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 f_2 (P_{HGg1} - P_{HG-g1}) L(\mu') d\mu' \quad (\text{A.25})$$

Cette équation a la forme d'une équation de transfert radiatif **non homogène**.

A.2.2.3 Sensibilité par rapport à f_2

Soit L_d la luminance solution de l'ETR dont le coefficient qui pondère l'isotropie et l'anisotropie dans la fonction de Nicolau est égale à $f_2 + df_2$:

$$\mu \frac{dL_d}{d\tau} = -L_d + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P_{f2d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') d\mu' \quad (\text{A.26})$$

P_{f2d} est la fonction de phase qui correspond à $f_2 + df_2$:

$$\begin{aligned} P_{f2d} &= (f_2 + df_2) [f_1 P_{HGg1} + (1 - f_1) P_{HG-g1}] + (1 - f_2 - df_2) \\ &= (f_2 + df_2) P_{nicoHG} + (1 - f_2 - df_2) \end{aligned}$$

Par soustraction de l'équation (A.26) par l'ETR dont le coefficient qui pondère l'isotropie et l'anisotropie dans la fonction de phase de Nicolau est égal à f_2 , on obtient :

$$\mu \frac{d(L_d - L)}{d\tau} = -(L_d - L) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \left(P_{f_2d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') - P_{f_2}(\mu' \rightarrow \mu) L(\mu') \right) d\mu' \quad (\text{A.27})$$

Or

$$\begin{aligned} P_{f_2d} L_d - P_{f_2} L &= P_{f_2d} (L_d - L) + (P_{f_2d} - P_{f_2}) L \\ &= P_{f_2d} (L_d - L) + df_2 (P_{nicoHG} - 1) L \end{aligned}$$

L'équation (A.27) devient après avoir divisé par df_2 :

$$\begin{aligned} \mu \frac{d \left(\frac{L_d - L}{df_2} \right)}{d\tau} &= - \frac{L_d - L}{df_2} + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P_{f_2d}(\mu' \rightarrow \mu) \frac{L_d(\mu') - L(\mu')}{df_2} d\mu' \\ &\quad + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 (P_{nicoHG} - 1) L(\mu') d\mu' \end{aligned}$$

En passant à la limite quand $df_2 \rightarrow 0$ et en notant par L' la dérivée de L par rapport à f_2 , on obtient :

$$\mu \frac{dL'}{d\tau} = -L' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L'(\mu') d\mu' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 (P_{nicoHG} - 1) L(\mu') d\mu' \quad (\text{A.28})$$

Cette équation a la forme d'une équation du transfert radiatif **non homogène**.

A.2.2.4 Sensibilité par rapport à g_1

Soit L_d la luminance solution de l'ETR dont le coefficient d'asymétrie dans la fonction de Nicolau est égale à $g_1 + dg_1$:

$$\mu \frac{dL_d}{d\tau} = -L_d + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P_{g_1d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') d\mu' \quad (\text{A.29})$$

P_{g1d} est la fonction de phase qui correspond à $g1 + dg1$:

$$\begin{aligned} P_{g1d} &= f2 [f1 P_{HGg1+dg1} - (1 - f1) P_{HG-(g1+dg1)}] + (1 - f2) \\ &= f2 P_{nicoHGg1+dg1} + (1 - f2) \end{aligned}$$

Par soustraction de l'équation (A.29) par l'ETR dont le coefficient d'asymétrie est égal à $g1$, on obtient :

$$\mu \frac{d(L_d - L)}{d\tau} = -(L_d - L) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 \left(P_{g1d}(\mu' \rightarrow \mu) L_d(\mu') - P_{g1}(\mu' \rightarrow \mu) L(\mu') \right) d\mu' \quad (\text{A.30})$$

Or

$$\begin{aligned} P_{g1d} L_d - P_{g1} L &= P_{g1d} (L_d - L) + (P_{g1d} - P_{g1}) L \\ &= P_{g1d} (L_d - L) + f2 [f1 (P_{HGg1+dg1} - P_{HGg1}) + (1 - f1) (P_{HG-(g1+dg1)} - P_{HG-g1})] \end{aligned}$$

L'équation (A.30) devient après avoir divisé par $dg1$ et passer à la limite quand $dg1 \rightarrow 0$:

$$\mu \frac{dL'}{d\tau} = -L' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 P(\mu' \rightarrow \mu) L'(\mu') d\mu' + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 f2 \left(f1 P'_{HGg1} - (1 - f1) P'_{HG(-g1)} \right) L(\mu') d\mu' \quad (\text{A.31})$$

où P'_{HGg1} est la dérivée de la fonction de phase de Heney-Greenstein par rapport à $g1$. Cette équation est également équivalente à une équation du transfert radiatif **non homogène**.

A.2.3 Comparaison des méthodes et résultats numériques

Une comparaison des deux méthodes du calcul de la sensibilité (méthode de différence finies et méthode basée sur la dérivation de l'ETR) a été effectuée en utilisant une quadrature de Gauss avec $m = 46$ directions.

Des valeurs arbitraires des paramètres, issues des travaux de Milandri ^[35] sur des milieux fibreux, ont été choisies :

- $\omega = 0,95$,
- $\tau = 5$,
- $f1 = 0,95$,
- $f2 = 0,8$,

- $g1 = 0,9,$
- $g2 = -g1.$

Pour la méthode de différences finies on choisi les variations $\Delta\tau = 0,05$ et pour les autres paramètres $\Delta = 0,001$. La figure A.2 représente les courbes de sensibilité pour les BTDF et BRDF obtenues par les deux méthodes. Nous pouvons voir qu'elles se superposent parfaitement.

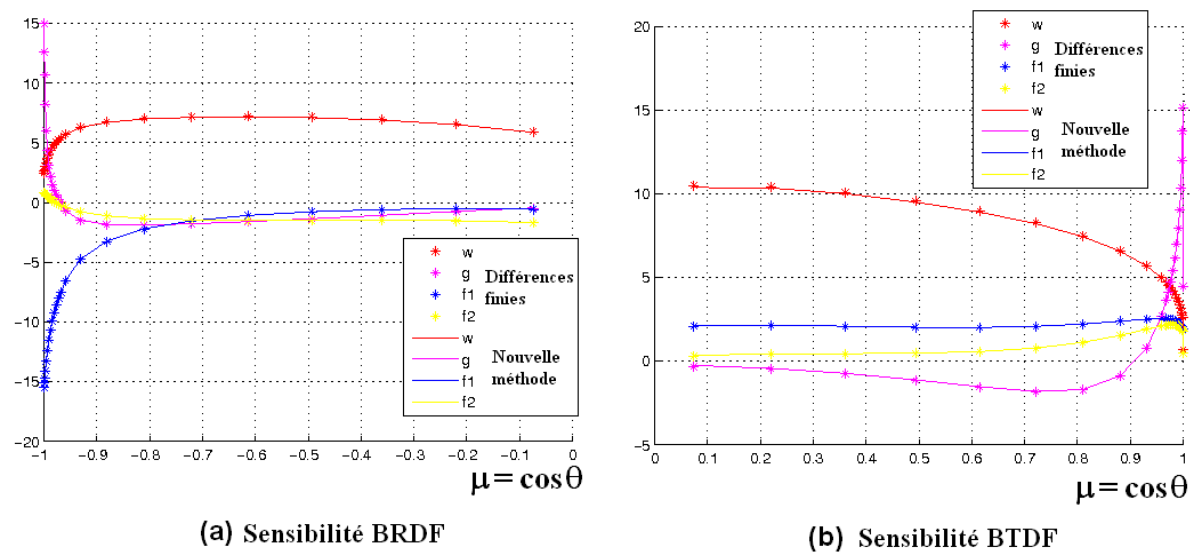


FIGURE A.2 – Coefficients de sensibilité des BRDF (a) et BTDF (b) calculés par les deux méthodes

Le tableau ci-dessous indique les temps de calcul obtenus par les deux méthodes. Ils sont équivalents dans l'ensemble.

Sensibilité	Méthode de différences finies	Méthode de dérivation de l'ETR
albedo	3,09s	2,75s
g	2,49s	4,70s
f1	2,43s	2,47s
f2	2,44s	2,50s

TABEAU A.1 – Temps de calcul obtenus par les méthodes de différences finies et par dérivation de l'ETR

Annexe B

Dispositifs de mesures thermiques

Sommaire

B.1 Le fil chaud	168
B.2 La plaque chaude gardée	168
B.3 La méthode fluxmétrique	170
B.4 La méthode Flash	170

Dans cette annexe sont présentées différentes méthodes utilisées pour déterminer les propriétés thermophysiques des matériaux comme la conductivité thermique totale mais également la diffusivité thermique.

Il existe différentes méthodes pour déterminer les propriétés thermiques des matériaux. Elles partent cependant du même principe : on applique une perturbation thermique sur un échantillon et on mesure la réponse du matériau en différents points et/ou en fonction du temps. Les techniques les plus employées actuellement sont la plaque chaude gardée, la méthode flash face arrière et le fil chaud. La classification entre les méthodes en régime permanent et celles en régime transitoire est couramment employée. On pourra se référer aux articles de De Ponte ^[57] et de Degiovanni ^[58] publiés dans les techniques de l'ingénieur.

1. **Méthodes en régime permanent** : Le temps n'est pas pris en compte. On mesure le rapport entre une différence de température ΔT et le flux de chaleur Q_t qui traverse l'échantillon de surface A . On obtient alors une résistance thermique (R) et si on l'associe à l'épaisseur de l'échantillon E , on arrive à la conductivité thermique k_t de l'échantillon :

$$k_t = \frac{Q_t E}{\Delta T A} \text{ avec } R = \frac{E}{k_t A}$$

En régime permanent, c'est la méthode de la plaque chaude gardée qui donne la meilleure précision de mesure (inférieure à 1%).

2. **Méthodes en régime transitoire :** Elles sont plus utilisées que celles en régime stationnaire et elles permettent d'identifier plusieurs grandeurs (conductivité, diffusivité, effusivité). Ces méthodes sont également plus rapides mais moins précises qu'en régime permanent. Elles nécessitent une bonne connaissance des transferts de chaleur ayant lieu dans le matériau car le traitement des mesures n'est pas le même selon que le matériau soit purement conducteur ou non. Les méthodes Flash et Fil Chaud sont plus délicates si le matériau n'est pas opaque.

B.1 Le fil chaud

La méthode du fil chaud est une méthode en régime transitoire qui consiste à estimer la conductivité thermique d'un matériau à partir de l'évolution de la température mesurée par un thermocouple placé à proximité d'un fil résistif (représenté à la figure B.1). Ce fil métallique chauffé par effet Joule est pris en sandwich entre deux blocs du matériau à caractériser.

Les sources d'erreur proviennent principalement du contact imparfait entre le fil chaud et l'éprouvette, des effets de bords (aux temps longs) et des effets de contact (aux temps courts) mais l'avantage de la méthode est qu'elle permet d'atteindre directement la conductivité thermique à partir de la connaissance de la chaleur massique du matériau.

Cette méthode ne peut pas s'appliquer en toute rigueur aux matériaux anisotropes (isolants fibreux en particulier) et semi-transparentes puisque seule la conductivité du matériau dans la zone proche du fil est impliquée dans la mesure (propriétés locales). Cette méthode essaye toutefois d'être étendue à ces matériaux, comme l'a fait Gobbé ^[21] avec des isolants constitués de fibres de bois fortement orthotropique.

B.2 La plaque chaude gardée

Cette méthode en régime stationnaire a comme principe de reproduire le transfert de chaleur qui aurait lieu à travers une plaque entourée de deux plans parallèles isothermes : un plan "chaud" et l'autre "froid".

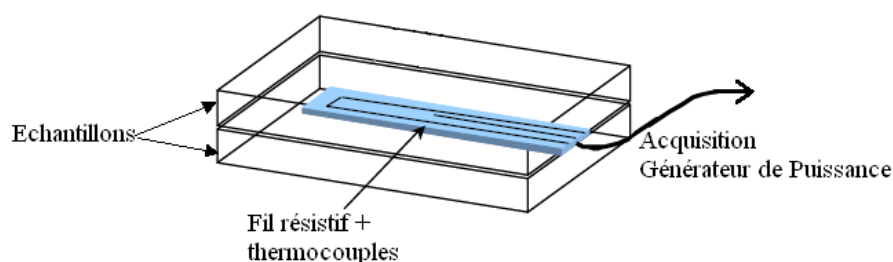


FIGURE B.1 – Principe de la mesure Fil Chaud

Plusieurs dispositifs sont possibles. L'un d'entre eux, appelé système à deux éprouvettes, est illustré figure B.2. Il consiste à réchauffer par effet Joule une plaque métallique (plaque chaude) située entre deux éprouvettes identiques en contact vers l'extérieur avec une plaque froide. Les deux plaques froides étant de températures égales mais inférieures à celle de la plaque chaude. La puissance électrique dissipée par effet Joule dans la plaque chaude se répartit alors en deux parties égales et pour éviter les pertes thermiques aux bords des éprouvettes, elles sont placées dans une enceinte contrôlée en température et humidité.

Le terme de plaque chaude gardée vient du fait que pour éviter les fuites latérales à travers la plaque chaude elle-même, la zone centrale de cette plaque (zone de mesure) est séparée par un déjoint de la partie périphérique (appelée zone de garde). Cette zone est régulée en température de sorte que sa température soit identique à celle de la zone de mesure.

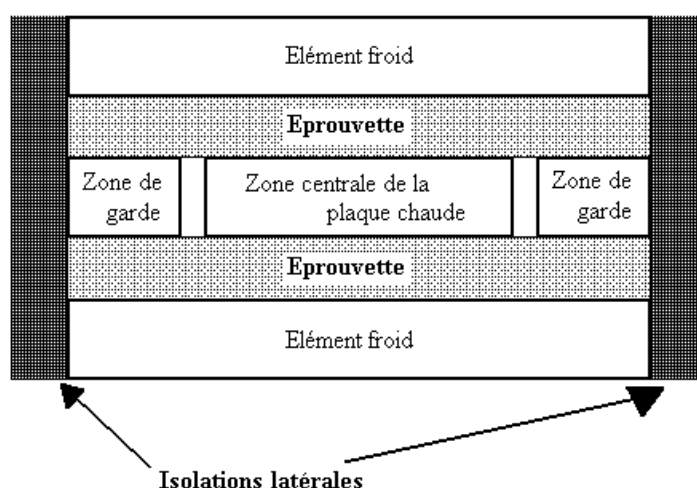


FIGURE B.2 – Principe de la mesure Plaque Chaude Gardée à deux éprouvettes

B.3 La méthode fluxmétrique

La méthode fluxmétrique est identique sur le principe à la méthode de la plaque chaude gardée à savoir l'établissement en régime permanent d'une densité de flux thermique unidirectionnelle et uniforme dans l'espace. L'échantillon est placé entre une plaque chaude et une plaque froide, la mesure se fait grâce à un fluxmètre sur une des faces de l'échantillon (figure B.3). Cette mesure est plus rapide mais moins précise que la plaque chaude gardée de ce fait elle permet d'avoir une bonne estimation de la conductivité thermique.

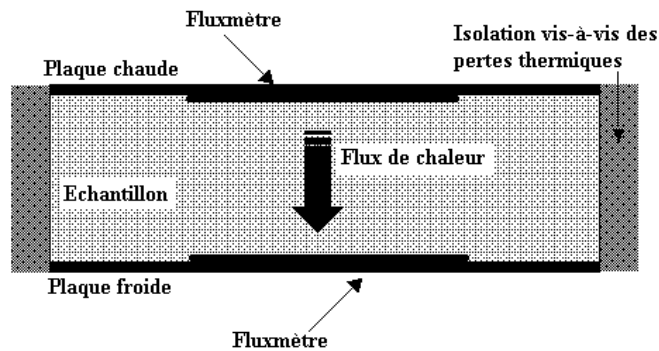


FIGURE B.3 – Principe de la méthode Fluxmétrique

B.4 La méthode Flash

La méthode Flash (ou Laser-Flash) a été proposée pour la première fois par Parker en 1961 [59] et a été depuis adaptée à divers matériaux : des matériaux semi-transparents compacts comme la silice et le verre, des milieux poreux humides, des liquides mais aussi à des milieux anisotropes ou à des milieux hétérogènes complexes.

Il s'agit d'une méthode en régime transitoire : on impose une excitation thermique à une face d'un échantillon cylindrique et on regarde la variation de température en fonction du temps (thermogramme) sur une face. Si celle-ci est la face opposée à l'excitation, il s'agit d'une mesure flash face arrière. La source d'excitation peut être un laser, qui est la source la plus utilisée du fait de sa souplesse d'utilisation et de son coût désormais abordable, on utilise également des tubes à éclats qui produisent une impulsion plus homogène dans l'espace.

L'identification des caractéristiques thermiques nécessite l'élaboration d'un modèle thermocinétique de conduction et rayonnement qu'il faut comparer avec le thermogramme expérimental. Le premier modèle de Parker suppose qu'il n'y a pas de pertes avec l'extérieur (radiatives ou conductives) et la diffusivité est déduite du temps de demi-montée en température mesurée par la méthode flash face arrière.

Dans certains cas (matériau semi-transparent), il est nécessaire de recouvrir la face soumise à l'impulsion d'une fine couche de revêtement réfléchissant ou opaque afin d'obtenir une bonne répartition du flux de chaleur sur la face excitée afin que n'intervienne pas le rayonnement d'origine surfacique et que le transfert thermique dépende uniquement des caractéristiques volumiques du matériau.

Annexe C

Lois de l'optique géométrique

Sommaire

C.1 Relations de Fresnel	174
C.2 Relations pour des films minces	175
C.3 Relations pour des films épais	176

Nous décrivons dans cette annexe les relations utilisées en optique géométrique sur des films épais et minces de matière considérée comme homogène. Quand les films ont des dimensions du même ordre de grandeur que les longueurs d'onde étudiées, nous appliquons l'optique géométrique avec prise en compte des interférences dans les films (lois sur les films minces), sinon, nous appliquons la loi des films épais.

Les lois de l'optique géométrique ont été appliquées au polystyrène dans la détermination des indices optiques de ce matériau dense ainsi qu'à la modélisation des propriétés radiatives des mousses. Nous avons supposé que la réflexion à l'interface air/polystyrène est spéculaire (rayon réfléchi dans la direction symétrique à la direction d'arrivée par rapport à la normale) et ce sont les relations de Fresnel qui sont utilisées pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission à l'interface. Cette hypothèse est usuellement utilisée dans les études sur les mousses de polymère et nous pouvons estimer que cette hypothèse est justifiée dans notre cas d'étude suite à nos observations au MEB. En effet, les surfaces de polymère paraissent lisses à l'échelle du micron et dans le cas contraire, nous aurions eu à prendre en compte une réflexion diffuse pour laquelle la direction de diffusion se répartirait de manière aléatoire dans le demi-espace arrière de la paroi.

C.1 Relations de Fresnel

Dans le cas d'une interface air - milieu homogène d'indice $\tilde{n}$ (figure C.1), les relations de Fresnel obéissent à l'équation C.1.

$$\tilde{r}_{12//} = \frac{\tilde{E}_{r//}}{\tilde{E}_{i//}} = \frac{\tilde{n} \cos \tilde{\theta}_i - \cos \tilde{\theta}_r}{\tilde{n} \cos \tilde{\theta}_i + \cos \tilde{\theta}_r} \quad \text{et} \quad \tilde{r}_{12\perp} = \frac{\tilde{E}_{r\perp}}{\tilde{E}_{i\perp}} = \frac{\cos \tilde{\theta}_i - \tilde{n} \cos \tilde{\theta}_r}{\cos \tilde{\theta}_i + \tilde{n} \cos \tilde{\theta}_r} \quad (\text{C.1})$$

La loi de Snell relie les angles complexes d'incidence $\tilde{\theta}_i$ et de réfraction $\tilde{\theta}_r$:

$$\tilde{n} \sin \tilde{\theta}_r = \sin \tilde{\theta}_i \quad (\text{C.2})$$

$\tilde{E}_{i//}$, $\tilde{E}_{i\perp}$ et $\tilde{E}_{r//}$, $\tilde{E}_{r\perp}$ représentent les amplitudes complexes des vecteurs électriques incident et réfléchis pour des polarisations parallèle et perpendiculaire,

$\tilde{r}_{12//}$, $\tilde{t}_{12//}$, $\tilde{r}_{12\perp}$ et $\tilde{t}_{12\perp}$ représentent les coefficients de réflexion et de transmission de Fresnel pour des polarisations parallèle et perpendiculaire du champ électrique.

Remarque : Dans le cas des films diélectriques ($n \gg k$, ce qui est le cas du polystyrène) les angles complexes peuvent être remplacés par les angles géométriques réels et la loi de Snell peut être écrit simplement $n \sin \theta_r = \sin \theta_i$.

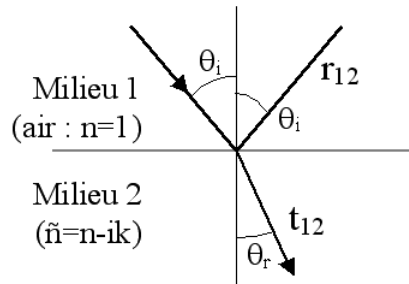


FIGURE C.1 – Relations de Fresnel à l'interface

Nous avons de plus les relations suivantes qui relient les différents coefficients de Fresnel selon la polarisation du champ électrique toujours dans le cas d'une interface air - milieu homogène (on pourra se référer à l'ouvrage de Brewster [60]) :

$$\begin{aligned}
\tilde{r}_{12\perp} &= -\tilde{r}_{21\perp} \quad ; \quad \tilde{r}_{12//} = -r_{21//} \\
\tilde{r}_{12\perp}^2 + \tilde{t}_{12\perp}\tilde{t}_{21\perp} &= 1 \quad ; \quad \tilde{r}_{12//}^2 + \tilde{t}_{12//}\tilde{t}_{21//} = 1 \\
\tilde{r}_{21\perp} &= 2 - \tilde{t}_{12\perp} \quad ; \quad \tilde{t}_{21//} = \tilde{n}(2 - \tilde{n}\tilde{t}_{12//})
\end{aligned} \tag{C.3}$$

La réflectivité $\mathcal{R}$ de l'interface se définit alors comme le rapport entre le flux réfléchi et le flux incident et la transmittivité $\mathcal{T}$ comme le rapport entre les flux transmis et incident. Pour une onde incidente non polarisée la réflectance (respectivement la transmittance) est la moyenne arithmétique entre les réflectances (respectivement les transmittances) des polarisation parallèle et perpendiculaire, qui sont égales au carré du module des coefficients de réflexion (respectivement des coefficients de transmission) :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2} (R_{//} + R_{\perp}) \quad \text{avec} \quad \mathcal{R}_{//} = |\tilde{r}_{12//}|^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_{\perp} = |\tilde{r}_{12\perp}|^2 \tag{C.4}$$

Finalement la réflectivité et la transmittivité d'un film mince sont définies selon l'équation suivante :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{12} = \mathcal{R}_{21} = \frac{|\tilde{r}_{12//}|^2 + |\tilde{r}_{12\perp}|^2}{2} \quad \text{et} \quad \mathcal{T} = \mathcal{T}_{12} = \mathcal{T}_{21} = 1 - \mathcal{R} \tag{C.5}$$

C.2 Relations pour des films minces

En effectuant le bilan des réflexions et transmissions multiples à travers un film mince (figure C.2) entouré d'air et en tenant compte des différences de phase (phénomène d'interférences) entre ces différents rayons réfléchis et transmis, nous obtenons la transmittance $\mathcal{T}_{film}$ et la réflectance $\mathcal{R}_{film}$ d'une paroi d'épaisseur E (relations C.6).

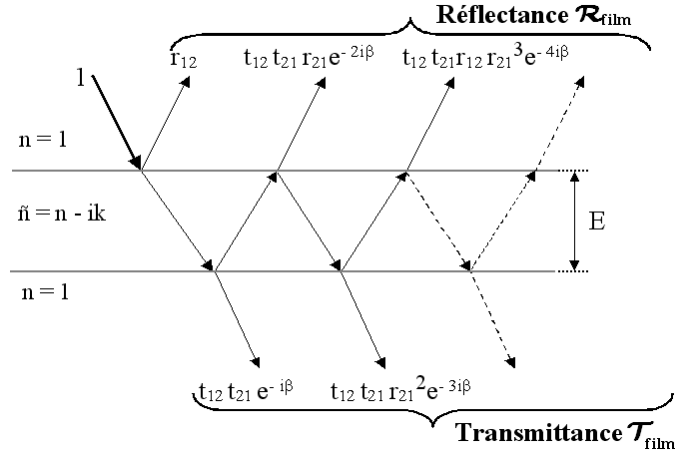


FIGURE C.2 – Transmittance et réflectance d'un film mince avec phénomène d'interférences

$$\begin{aligned}
 \tilde{r}_{film} &= \tilde{r}_{12} + \tilde{t}_{12}\tilde{r}_{21}\tilde{t}_{21}e^{-2i\tilde{\beta}} + \tilde{t}_{12}\tilde{r}_{21}^3\tilde{t}_{21}e^{-4i\tilde{\beta}} + \dots = \frac{\tilde{r}_{12}(1 - e^{-2i\tilde{\beta}})}{1 - \tilde{r}_{12}^2 e^{-2i\tilde{\beta}}} \\
 \Rightarrow \mathcal{R}_{film} &= \frac{|\tilde{r}_{film//}|^2 + |\tilde{r}_{film\perp}|^2}{2} \\
 \tilde{t}_{film} &= \frac{(1 - \tilde{r}_{12}^2)e^{-i\tilde{\beta}}}{1 - \tilde{r}_{12}^2 e^{-2i\tilde{\beta}}} \\
 \Rightarrow \mathcal{T}_{film} &= \frac{|\tilde{t}_{film//}|^2 + |\tilde{t}_{film\perp}|^2}{2} \\
 \text{avec } \tilde{\beta} &= \frac{2\pi\tilde{n}E \cos \tilde{\theta}_r}{\lambda}
 \end{aligned} \tag{C.6}$$

La partie imaginaire de $\tilde{\beta}$ donne l'atténuation du rayonnement lors d'un passage sur l'épaisseur du film et sa partie réelle donne le changement de phase lorsqu'un rayon traverse cette interface.

C.3 Relations pour des films épais

Les lois des films épais permettent de déterminer la transmittance $\mathcal{T}_{film}$ et la réflectance $\mathcal{R}_{film}$ de films épais vis-à-vis de la longueur d'onde en fonction de leur épaisseur et des indices de réfraction (Figure C.3). D'après Brewster ^[60] ces lois dans le cas des

milieux diélectriques ($k \ll n$), s'expriment par :

$$\mathcal{R}_{film} = \mathcal{R} + \mathcal{R}(1 - \mathcal{R})^2\tau^2 + \dots = \mathcal{R} \left[1 + \frac{(1 - \mathcal{R}^2)\tau^2}{1 - \mathcal{R}^2\tau^2} \right] \quad (C.7)$$

$$\mathcal{T}_{film} = (1 - \mathcal{R})^2\tau + \mathcal{R}^2(1 - \mathcal{R})^2\tau^3 + \dots = \frac{\tau(1 - \mathcal{R})^2}{1 - \mathcal{R}^2\tau^2} \quad (C.8)$$

$$\text{avec } \tau = \exp\left(-\frac{4\pi \cdot k \cdot E}{\lambda \cos(\theta_r)}\right) \quad (C.9)$$

E est l'épaisseur du film, θ_r est l'angle de réfraction et $\mathcal{R}$ est la réflectivité de l'interface calculée à partir des relations C.1 à C.5.

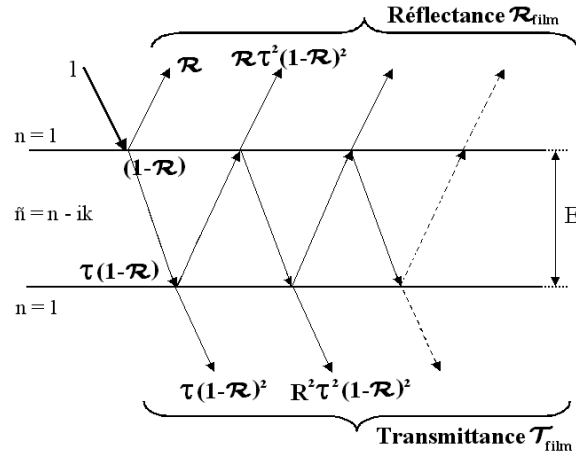


FIGURE C.3 – Transmittance et réflectance d'un film épais sans phénomène d'interférences

Annexe D

Broyage du bois pour déterminer les indices optiques

Sommaire

D.1 Protocole de broyage	180
D.2 Résultats	181

Il y a très peu d'informations sur les propriétés optiques du bois brut dans la littérature bien que diverses études aient été effectuées sur divers bois bruts dans le domaine infrarouge, ou plus généralement dans le proche infrarouge et le visible par spectrométrie Raman et infrarouge. Les principaux constituants du bois peuvent ainsi être détectés grâce à leurs bandes caractéristiques (bandes de vibration spécifiques aux liaisons entre les atomes d'hydrogène, oxygène et carbone). Les bandes et pics d'absorption sont de plus identifiés principalement grâce au caractère polysaccharidique de la cellulose et de l'hémicellulose et au caractère aromatique de la lignine (Eyheraguibel [61]).

En synthèse de ces études qui s'intéressent uniquement aux spectres d'absorption, les propriétés diffèrent selon le type de bois : bois dur ou tendre, feuillu ou conifère (Colom et al. [62], Kelley et al. [63]), mais également selon son état de dégradation : présence de mousse ou photodégradation (Pandey et al. [64], Naumann et al. [65]).

Ainsi, à notre connaissance, aucune étude n'a actuellement été faite pour déterminer les indices optiques du bois, et c'est pour cette raison que nous avons cherché à développer une méthode permettant de déterminer ces propriétés.

L'approche qui a été utilisée est de broyer le plus finement possible du bois, mais également ses composés élémentaires comme la cellulose ou la lignine, afin d'obtenir une pastille de bois brut homogène par pression de la poudre. Ensuite, dans le cas où on obtient une pastille dont la réflexion serait spéculaire, on applique la méthode de Kramers-Kronig [35, 66] pour déterminer les indices optiques. Il est nécessaire que la réflexion soit spéculaire car dans le cas contraire, la diffusion du rayonnement indique que les particules formant la pastille sont de trop grande taille vis-à-vis de la longueur d'onde et donc que le milieu ne peut pas être considéré comme homogène.

D.1 Protocole de broyage

Le dispositif de broyage devait être capable de réduire le matériau végétal en une poudre de diamètre proche du micromètre, sans altérer sa composition chimique, par pollution ou dégradation par échauffement notamment. Notre choix s'est porté sur le vibro-broyeur à billes MM400 de la société Retsch qui a été additionné d'un set cryogénique permettant de broyer à froid le matériau.



FIGURE D.1 – Vibro-broyeur à billes MM400

Le dispositif est indiqué à la figure D.1 où nous pouvons voir les deux bols destinés au broyage. Des billes sont introduites dans ces bols et c'est leur mise en mouvement par vibration à haute fréquence qui provoque la désintégration du matériau.

La poudre ainsi obtenue est ensuite passée dans un système de tamis placé sur une table vibrante et dont les mailles sont de finesse variable.

La fréquence de vibration des bols ainsi que le temps de broyage sont deux paramètres à fixer pour obtenir le broyage le plus fin possible. Nous avons observé que si les bols n'étaient pas refroidis à l'azote liquide, alors l'échantillon était brûlé en fin de process à cause de la trop forte friction du bois dans les bols. L'échantillon est initialement à la température de l'azote liquide (-196°C) et un broyage de 10 minutes permet de conserver une température très basse dans les bols de broyage. Les essais effectués ont montré que la fréquence de broyage optimale était de 30 Hz (valeur maximale de ce broyeur) avec un broyage en deux fois 10 minutes.

D.2 Résultats

Les échantillons dont nous disposions étaient des bois bruts (pin et eucalyptus), des isolants en fibres de bois (Pavatherm et Thermisorel) ainsi que des constituants élémentaires du bois (cellulose, hémicellulose et lignine).

A notre connaissance, l'hémicellulose n'est pas disponible sur le marché à l'état pur et nous avons donc utilisé à la place du Xylan qui est son constituant principal. Nous avons effectué des broyages puis des séparations des poudres obtenues selon leur granulométrie.

D.2.1 Observation des poudres après broyage

Les quantités de poudre de diamètre inférieure à $20\text{ }\mu\text{m}$ sont très faibles pour tous les matériaux testés (hémicellulose, cellulose, Isolants fibreux, lignine) et nous n'avons quasiment rien récupéré dans le tamis de diamètre $10\text{ }\mu\text{m}$, en tout cas pas assez pour former des pastilles de matériau compacté afin d'effectuer les mesures au spectromètre FTIR. Sur la figure D.2 sont représentées quelques images acquises au microscope pour une poudre et deux pastilles de poudres compactées sous presse. Nous observons que le pin (figure D.2 (a)) qui a été broyé avec une granulométrie inférieure à $50\text{ }\mu\text{m}$ est toujours sous forme de fibres, contrairement à la poudre que nous avons pu obtenir (figure D.2 (b)) sur un isolant fibreux. Cette poudre obtenue sur un échantillon de Pavatherm (isolant en fibres de bois commercialisé par la société Pavatex) a été obtenue après de multiples broyages cryogéniques mais la quantité finale de matière n'était pas suffisante

pour former une pastille. Nous notons de plus que les échantillons broyés de cellulose (figure D.2 (c)), mais également ceux d'hémicellulose et de lignine, sont des poudres possédant des particules non fibreuses et plutôt sphériques.

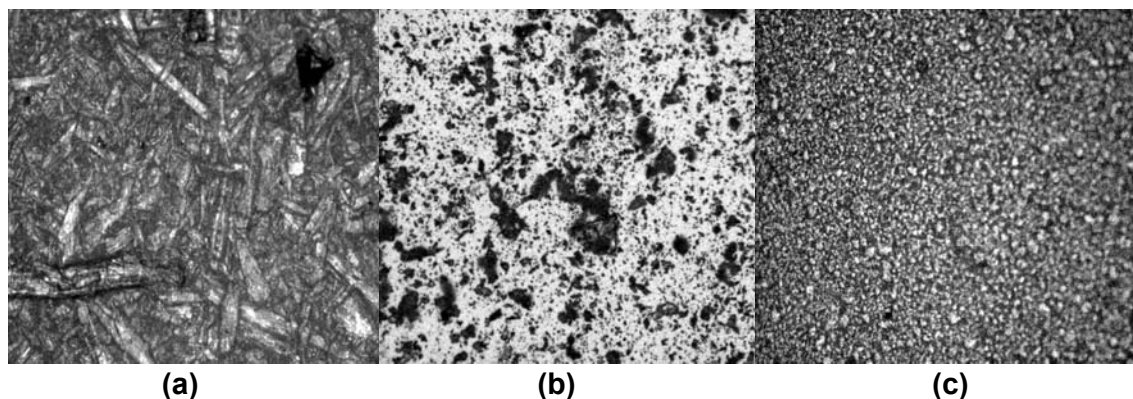


FIGURE D.2 – Visualisation au microscope de (a) Pastille de pin broyé $<50\ \mu m$, (b) Poudre d'isolant fibreux broyé $<10\ \mu m$ et (c) Pastille de cellulose broyée $<20\ \mu m$

D.2.2 Mesures spectrales sur les pastilles de poudre

Nous avons pu effectuer des mesures spectrométriques pour des pastilles de différentes granulométries et de diverses compositions chimiques. Sur la figure D.3 sont indiquées les réflectances hémisphérique et spéculaire obtenues sur une pastille de pin broyé dont la granulométrie est inférieure à $50\ \mu m$, et sur la figure D.4 il s'agit des résultats pour une pastille de cellulose broyée dont la granulométrie est inférieure à $20\ \mu m$. Nous observons pour ces deux types de poudres qu'il y a un facteur supérieur à 10 entre les réflectances hémisphérique et spéculaire, ce qui indique que la réflexion se fait principalement de façon diffuse et non spéculaire. Les indices optiques ne peuvent donc pas être obtenus avec ces mesures.

La figure D.5 reprend quelques uns des résultats obtenus sur les composés élémentaires du bois tels que la cellulose, l'hémicellulose et la lignine. Les réflectances hémisphériques des composés élémentaires sont comparés aux spectres obtenus pour du pin broyé et du Thermisorel non broyé. Nous observons que ces deux matériaux (pin et thermisorel) présentent une réflectance hémisphérique très proche alors même qu'ils ne sont pas sous la même forme (pastille de poudre pour le pin et isolant fibreux pour le Thermisorel), cependant ils ont la même composition puisque le Thermisorel est principalement fabriqué avec du pin des landes. Nous observons d'autre part que les spectres

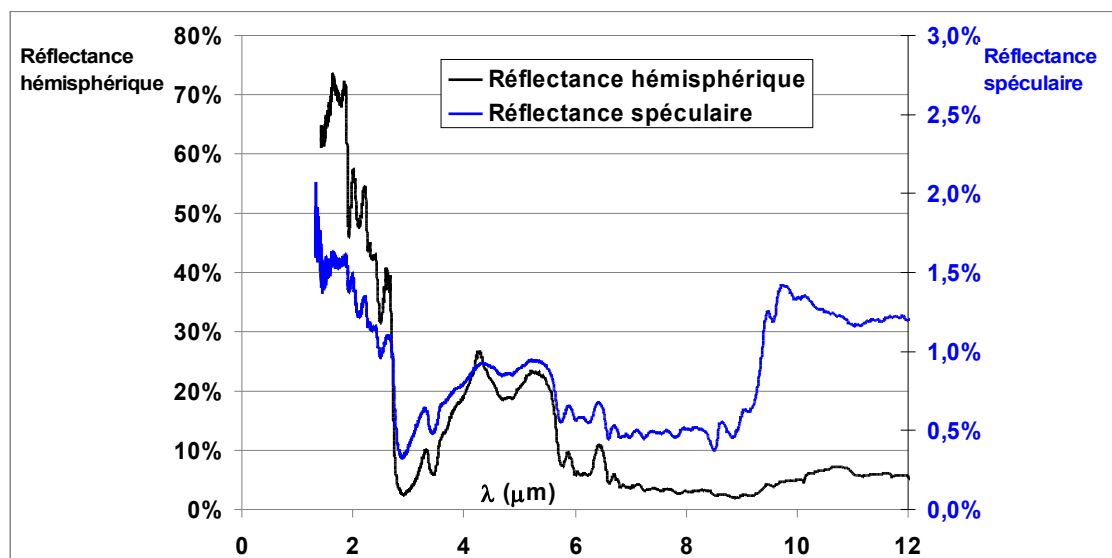


FIGURE D.3 – Réflectances hémisphérique et spéculaire du pin broyé de granulométrie inférieure à 50 μm

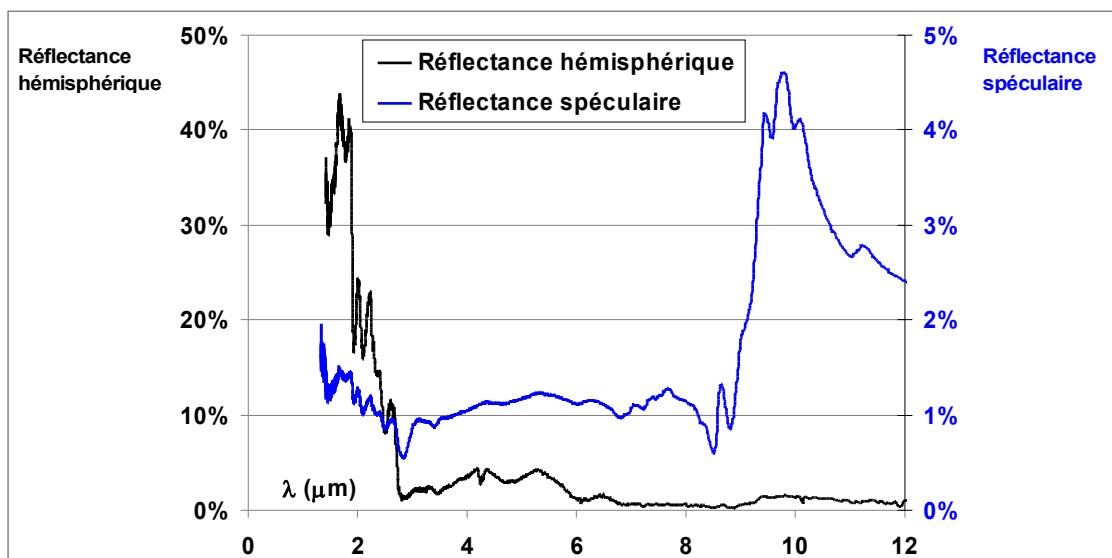


FIGURE D.4 – Réflectances hémisphérique et spéculaire de cellulose broyée de granulométrie inférieure à 20 μm

des composés élémentaires sont tous assez proches les uns des autres mais sont d'intensité plus faible que le pin et Thermisorel. Ceci pourrait s'expliquer par une dégradation des composés lors des process de fabrication ou également par une différence au niveau

de la forme des particules formant les poudres comme cela a été vu au paragraphe précédent, à la figure D.2.

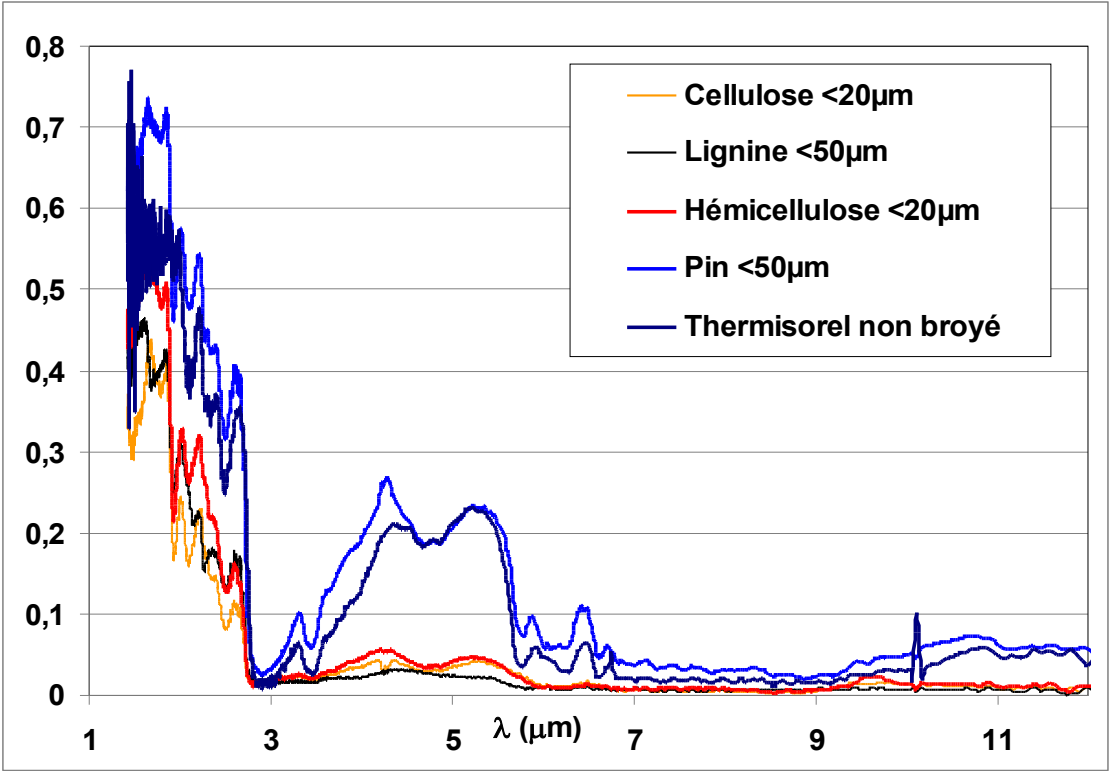


FIGURE D.5 – Réflectances hémisphérique de divers matériaux broyés

Annexe E

Relations géométriques dans les mousses XPS

Sommaire

E.1 Relations géométriques pour le dodécaèdre	186
E.2 Relations géométriques pour l'octaèdre tronqué	192
E.3 Calcul de l'épaisseur des parois et de la fraction volumique de polymère	196
E.4 Impact du changement de formule géométrique	197
E.5 Relations géométriques pour un triangle concave	202

Dans cette annexe sont présentées les relations qui existent entre les différents paramètres morphologiques des mousses de polystyrène extrudé. On s'intéresse au cas général de cellules de forme dodécaédrique ou tétrakaidécaédrique (octaèdre tronqué) possédant des amas de matière aux jonctions entre cellules (les bâtonnets). Sont indiquées également les relations mathématiques utilisées pour construire un triangle concave représentatif de la section réelle des bâtonnets.

La figure E.1 indique les grandeurs mises en jeu avec comme illustration un dodécaèdre.

- d_w l'épaisseur des parois,
- Φ_c le diamètre de la sphère circonscrite,
- Φ_s le diamètre équivalent des bâtonnets,
- a_s la longueur d'une arête d'une face (pentagonale pour le dodécaèdre et carrée

ou hexagonale pour l'octaèdre tronqué).

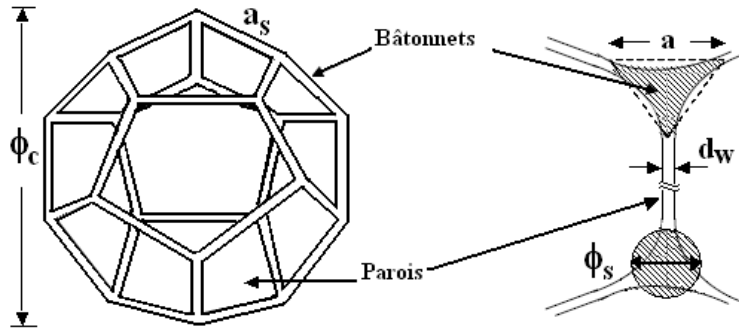


FIGURE E.1 – Paramètres morphologiques d'une cellule de polystyrène

Le paramètre le plus facilement mesurable à partir d'images au microscope électronique à balayage est Φ_c . L'objectif est alors de trouver une relation donnant d_w en fonction de couples (Φ_s, Φ_c) car la connaissance de ces trois paramètres est nécessaire au calcul des propriétés radiatives du milieu. Les paragraphes suivants décrivent la démarche du calcul pour les deux formes de cellules (dodécaèdre et octaèdre tronqué) ainsi que pour plusieurs hypothèses de forme des bâtonnets (section circulaire ou triangulaire).

E.1 Relations géométriques pour le dodécaèdre

E.1.1 Propriétés d'un dodécaèdre

Nous rappelons ici les diverses propriétés géométriques d'un dodécaèdre illustré à la figure E.2.

La longueur a_s d'une arête est liée à la taille d'une cellule via la relation suivante :

$$\Phi_c = 2,80a_s \quad (\text{E.1})$$

Le volume et l'aire du dodécaèdre sont liés à la longueur d'une arête selon les relations suivantes :

$$V_{dod} = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4} a_s^3 \quad (\text{E.2})$$

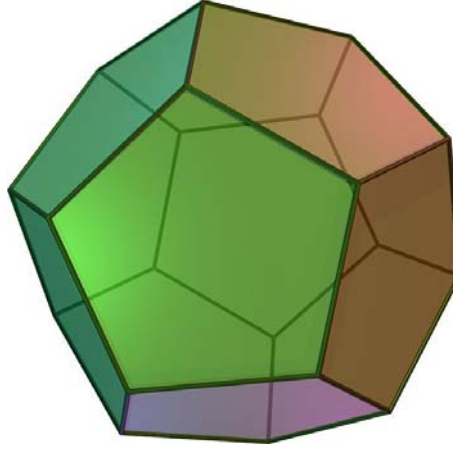


FIGURE E.2 – Dodécaèdre régulier

$$A_{dod} = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} a_s^2 \quad (\text{E.3})$$

Enfin, le diamètre de la sphère circonscrite Φ_c est ici égal à la distance entre 2 sommets opposés.

E.1.2 Calcul du volume occupé par une cellule

Le volume occupé par une cellule V_{cell} est égal au volume du dodécaèdre soit :

$$V_{cell} = 0,349\Phi_c^3 \quad (\text{E.4})$$

Remarque : Cette formule est identique à celle donnée par Placido [42].

E.1.3 Calcul du volume occupé par les bâtonnets

Le volume occupé par les bâtonnets V_{bat} se calcule de la façon suivante :

$$V_{bat} = N_{bats}A_{section}L_{bat} + N_{intersections}V_{intersections} \quad (\text{E.5})$$

où N_{bats} est le nombre de bâtonnets par cellule, $A_{section}$ est l'aire de la section d'un bâtonnet, L_{bat} est la longueur d'un bâtonnet, $N_{intersections}$ est le nombre d'intersections volumiques par cellule et enfin $V_{intersections}$ est le volume occupé par ces intersections.

Ces intersections se trouvent aux extrémités des bâtonnets et ont une forme que l'on approchera de celle d'un octaèdre régulier. 4 bâtonnets se rejoignent pour former les intersections qui sont au nombre de 5 pour le dodécaèdre puisque nous avons 20 sommets partagés entre 4 cellules. Cela reste une approximation étant donné que des triangles équilatéraux ne peuvent théoriquement pas être formés aux arêtes entre des cellules dodécaédriques puisque l'angle entre deux faces est de $116,57^\circ$ tandis que dans un triangle équilatéral celui-ci est de 120° . De ce fait, les intersections volumiques ne peuvent être rigoureusement des octaèdres réguliers mais ceci est une bonne approximation lorsqu'on cherche à modéliser la forme moyenne des cellules d'une mousse polymère.

Il y a 30 arêtes dans un dodécaèdre, et ces arêtes sont partagées par 3 cellules. Le nombre de bâtonnets par cellule N_{bats} est donc égal à 10.

La section des bâtonnets est soit triangulaire concave (occupant les deux tiers de l'aire du triangle équilatéral de côté a l'englobant), soit circulaire de diamètre Φ_s mais de même aire. Nous avons donc la relation suivante entre a et Φ_s :

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{a^2}{4} = \pi \frac{\Phi_s^2}{4}$$

$$\text{donc } a = \sqrt{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} \Phi_s \quad (\text{E.6})$$

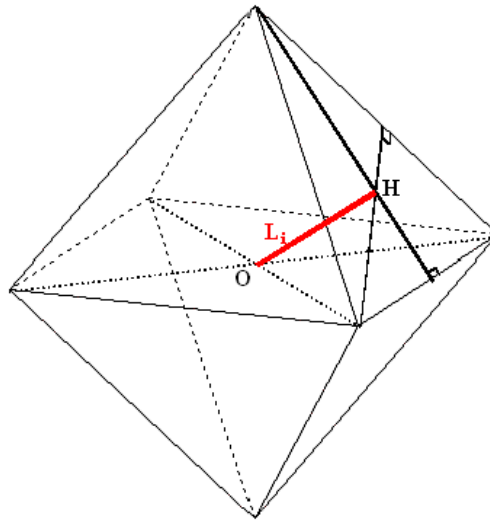


FIGURE E.3 – Volume d'intersection considéré

La longueur d'un bâtonnet jusqu'à l'intersection entre plusieurs bâtonnets est égale à $L_{bat} = a_s - 2.L_i$. Cette longueur d'intersection L_i est égale à la distance entre le centre O du volume d'intersection et le barycentre H à une des faces (cf figure E.3). Nous avons donc la relation suivante entre la longueur d'intersection L_i et la longueur de l'arête a d'un triangle équilatéral :

$$L_i = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (E.7)$$

enfin, l'intersection volumique a un volume égal à celui d'un octaèdre soit :

$$V_{intersections} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3 \quad (E.8)$$

Au final nous obtenons l'approximation suivante pour le volume occupé par les bâtonnets dans une cellule :

$$\begin{aligned} V_{bats} &= N_{bats} A_{section} L_{bat} + N_{intersections} V_{intersections} \\ &= \left(10 \frac{\pi \Phi_s^2}{4} \left(a_s - 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} \right) \right) + 5 \frac{\sqrt{2}}{3} a^3 \\ &= 2,805 \Phi_c \Phi_s^2 \end{aligned} \quad (E.9)$$

Remarque 1 : Cette formule est différente de celle donnée par Placido [42]. En effet, Placido considère que la longueur d'un bâtonnet va être égale à $a_s - r_s$ en supposant que deux bâtonnets seulement participent à la construction du volume d'intersection. Ceci n'est pas tout à fait rigoureux et le calcul de volume tel qu'il a été présenté ici sera utilisé.

Remarque 2 : Nous observons que le terme restant après simplification est simplement en $\Phi_c \Phi_s^2$. En effet, les termes en Φ_s^3 se simplifient entre eux. Nous obtenons alors la même expression du volume occupé par les bâtonnets que si nous avions considéré des bâtonnets de longueur $L_{bat} = a_s$ et ne possédant pas d'intersections entre eux.

E.1.4 Calcul du volume occupé par les parois

Pour calculer le volume occupé par les parois nous devons nous intéresser à la forme des bâtonnets (prisme de section circulaire ou triangulaire). En effet, cela va fortement influencer sur la surface disponible pour les parois.

Sur la figure E.4 sont indiquées les grandeurs utilisées pour déterminer le volume

occupé par les parois. On suppose que les bâtonnets empiètent sur la surface utilisable par les parois (surface entre deux cellules) sur une distance e , ce qui réduit la surface à un pentagone régulier d'arête b_s au lieu de a_s .

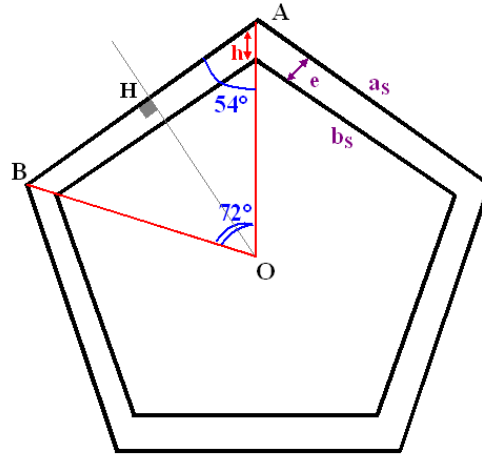


FIGURE E.4 – Illustration de l’empiètement des bâtonnets sur les parois

La relation existant entre b_s et e est :

$$b_s = a_s - 2e \tan 36^\circ \quad (\text{E.10})$$

La surface occupée par les parois obéit alors à l’équation suivante :

$$V_{\text{parois},1} = N_{\text{parois}} A(b_s) d_w \quad (\text{E.11})$$

où N_{parois} est le nombre de parois par cellule, $A(b_s)$ est la surface disponible pour les parois (pour les dodécaèdres ce sont des pentagones de côté b_s).

Il y a 12 faces pentagonales dans un dodécaèdre, et ces faces sont partagées entre 2 cellules. Le nombre de parois par cellule N_{parois} est donc égal à 6.

L’aire d’une face pentagonale est égale à :

$$A(b_s) = \frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4} b_s^2 \quad (\text{E.12})$$

On peut alors considérer deux cas pour le calcul de e selon la forme de la section :

1. Section circulaire, de diamètre Φ_s .

La distance e est dans ce cas directement égale au rayon du cylindre.

$$e = \frac{\Phi_s}{2} \quad (\text{E.13})$$

La surface occupée par les parois est alors égale à :

$$\begin{aligned} V_{\text{parois},1} &= \left[6 \frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4} \left(a_s - 2 \frac{\Phi_s}{2} \tan 36^\circ \right)^2 \right] d_w \\ &= [1,317\Phi_c^2 - 5,357\Phi_s\Phi_c + 5,4491\Phi_s^2] d_w \end{aligned} \quad (\text{E.14})$$

2. Section triangulaire, de côté a .

La distance e est dans ce cas égale à la distance entre un sommet et le barycentre du triangle équilatéral (voir figure E.5) :

$$e = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (\text{E.15})$$

La surface occupée par les parois est alors égale à :

$$\begin{aligned} V_{\text{parois},1} &= \left[6 \frac{\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}}{4} \left(a_s - 2 \frac{\Phi_s}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}} \tan 36^\circ \right)^2 \right] d_w \\ &= [1,317\Phi_c^2 - 13,4284\Phi_s\Phi_c + 34,2375\Phi_s^2] d_w \end{aligned} \quad (\text{E.16})$$

On peut également considérer un volume d'empiètement supplémentaire pour le bâtonnet de section triangulaire. Cet empiètement est négligeable dans le cas d'une section de forme circulaire mais il devient non négligeable à cause de la géométrie du triangle (voir figure E.5).

On ajoute alors le volume total d'empiètement V_{emps} dans le calcul du volume occupé par les parois dans le cas d'une section de forme triangulaire. Le nombre de ces empiètements N_{emps} est de 30 puisque nous avons 6 pentagones par cellules et 5 côtés par pentagone. On peut considérer que le volume des empiètements V_{emps} obéit à la

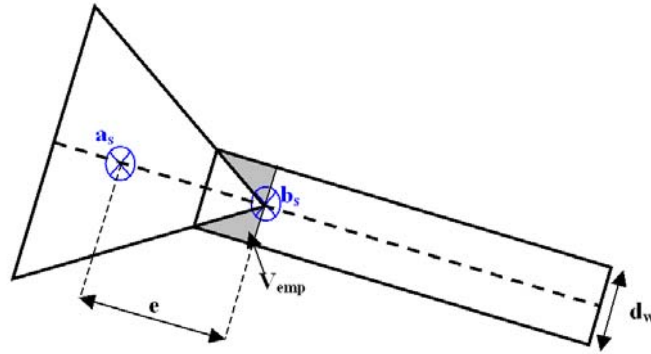


FIGURE E.5 – Vue en coupe de l'empiètement des parois sur les bâtonnets

relation suivante :

$$\begin{aligned}
 V_{emps} &= N_{emps} V_{emp} b_s \\
 &= N_{emps} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} d_w \frac{d_w}{2} \right) b_s \\
 &= 4,639 \Phi_c d_w^2 - 17,976 \Phi_s d_w^2
 \end{aligned} \tag{E.17}$$

E.2 Relations géométriques pour l'octaèdre tronqué

E.2.1 Propriétés d'un octaèdre tronqué

Nous rappelons ici les diverses propriétés géométriques d'un octaèdre tronqué illustré à la figure E.6. Il est parfois dénommé tétrakaidécaèdre.

La longueur a_s d'une arête est liée à la taille d'une cellule via la relation suivante :

$$\Phi_c = \sqrt{10} a_s = 3,16 a_s \tag{E.18}$$

Le volume et l'aire d'un octaèdre tronqué sont liés à la longueur d'une arête selon les relations suivantes :

$$V_{oct} = 8\sqrt{2} a_s^3 \tag{E.19}$$

$$A_{oct} = 6 \left(1 + 2\sqrt{3} \right) a_s^2 \tag{E.20}$$

Enfin, le diamètre de la sphère circonscrite Φ_c est ici égal à la distance entre 2

faces carrées opposées.

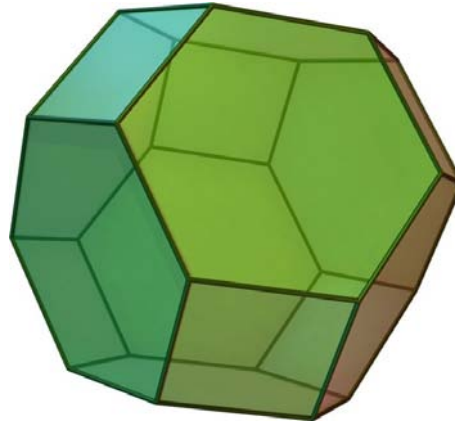


FIGURE E.6 – Octaèdre tronqué régulier

E.2.2 Calcul du volume occupé par une cellule

Le volume occupé par une cellule V_{cell} est égal au volume de l'octaèdre tronqué soit :

$$V_{cell} = 0,358\Phi_c^3 \quad (E.21)$$

E.2.3 Calcul du volume occupé par les bâtonnets

Le volume occupé par les bâtonnets V_{bat} se calcule de la même façon que pour le dodécaèdre (voir équation E.5).

Il y a 36 arêtes dans un dodécaèdre, et ces arêtes sont partagées par 3 cellules. Le nombre de bâtonnets par cellule N_{bats} est donc égal à 12.

Nous avons toujours la relation E.6 entre a et Φ_s et la relation E.7 entre a et L_i puisque l'intersection volumique est toujours approchée par un octaèdre (relation E.8). Les intersections sont au nombre de 6 pour l'octaèdre tronqué puisque nous avons 24 sommets partagés entre 4 cellules.

Au final nous obtenons l'approximation suivante pour le volume occupé par les

bâtonnets dans une cellule :

$$\begin{aligned}
 V_{bats} &= N_{bats} A_{section} L_{bat} + N_{intersections} V_{intersections} \\
 &= (12 \frac{\pi \Phi_s^2}{4} (a_s - 2 \frac{a}{\sqrt{6}})) + 6 \frac{\sqrt{2}}{3} a^3 \\
 &= 2,9804 \Phi_c \Phi_s^2
 \end{aligned} \tag{E.22}$$

E.2.4 Calcul du volume occupé par les parois

Pour calculer le volume occupé par les parois nous devons nous intéresser à la forme des bâtonnets (prisme de section circulaire ou triangulaire). En effet, cela va fortement influencer sur la surface disponible pour les parois.

On applique la même démarche que pour les cellules de forme dodécaédriques pour estimer le volume occupé par les parois. On suppose donc que les bâtonnets empiètent sur la surface utilisable par les parois (surface entre deux cellules) sur une distance e , ce qui réduit les surfaces à des polyèdres réguliers d'arêtes b_{s1} pour les faces carrées et b_{s2} pour les faces hexagonales au lieu de a_s .

La relation existant entre les b_s et e sont :

$$\begin{aligned}
 b_{s1} &= a_s - 2e \\
 b_{s2} &= a_s - 2e \tan 30^\circ
 \end{aligned} \tag{E.23}$$

La surface occupée par les parois obéit cette fois à la relation suivante :

$$V_{parois,1} = [N_{parois\ 1} A(b_{s1}) + N_{parois\ 2} A(b_{s2})] d_w \tag{E.24}$$

où N_{parois} est le nombre de parois par cellule, $A(b_s)$ est la surface disponible pour les parois sachant que l'indice 1 se réfère aux faces carrées et l'indice 2 aux faces hexagonales.

Il y a 6 faces carrées dans un octaèdre tronqué, et ces faces sont partagées entre 2 cellules. Le nombre de parois de type 1 par cellule $N_{parois\ 1}$ est donc égal à 3.

Il y a 8 faces hexagonales dans un octaèdre tronqué, et ces faces sont partagées entre 2 cellules. Le nombre de parois de type 2 par cellule $N_{parois\ 2}$ est donc égal à 4.

Les aires des faces hexagonales et carrées sont égales à :

$$\begin{aligned} A(b_{s1}) &= b_{s1}^2 \\ A(b_{s2}) &= \frac{3\sqrt{3}}{2} b_{s2}^2 \end{aligned} \quad (E.25)$$

On peut également considérer deux cas pour le calcul de e selon la forme de la section :

1. Section circulaire, de diamètre Φ_s .

La distance e est directement égale au rayon du cylindre (relation E.13).

La surface occupée par les parois est alors égale à :

$$\begin{aligned} V_{parois,1} &= \left[3(a_s - \Phi_s)^2 + 6\sqrt{3}(a_s - \Phi_s \tan 30^\circ)^2 \right] d_w \\ &= [1,339\Phi_c^2 - 5,692\Phi_s\Phi_c + 6,464\Phi_s^2] d_w \end{aligned} \quad (E.26)$$

2. Section triangulaire, de côté a .

La distance e est définie selon la relation E.15 comme cela a été vu pour les cellules dodécaédriques.

La surface occupée par les parois est alors égale à :

$$\begin{aligned} V_{parois,1} &= \left[3 \left(a_s - 2 \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 + 6\sqrt{3} \left(a_s - 2 \frac{a}{\sqrt{3}} \tan 30^\circ \right)^2 \right] d_w \\ &= [1,339\Phi_c^2 - 10,8413\Phi_s\Phi_c + 23,4492\Phi_s^2] d_w \end{aligned} \quad (E.27)$$

On peut là encore considérer un volume d'empiètement supplémentaire pour les bâtonnets de section triangulaire.

Le nombre de ces empiètements pour l'octaèdre tronqué N_{emps} est de 36 puisque nous avons 3 carrés par cellules avec 4 côtés par carré et 4 hexagones par cellules avec 6 côtés par hexagone. On peut considérer que le volume des empiètements V_{emps} obéit à la relation suivante :

$$\begin{aligned} V_{emps} &= N_{emps,1} V_{emp,1} b_{s1} + N_{emps,2} V_{emp,2} b_{s2} \\ &= (3 \times 4b_{s1} + 4 \times 6b_{s2}) \frac{\sqrt{3}}{4} d_w^2 \\ &= 4,929\Phi_c d_w^2 - 21,324\Phi_s d_w^2 \end{aligned} \quad (E.28)$$

E.3 Calcul de l'épaisseur des parois et de la fraction volumique de polymère

A partir de la connaissance du volume occupé dans chaque cellule par les bâtonnets (V_{bats}), celui occupé par les parois ($V_{parois} = V_{parois,1} + V_{emps}$) et celui d'une cellule (V_{cell}). On peut déterminer la fraction volumique de polymère contenue dans les bâtonnets f_s et l'épaisseur moyenne des parois d_w .

En effet on relie ces trois volumes à la porosité du milieu via la relation suivante :

$$\frac{\rho_f}{\rho_0} = 1 - \varepsilon = \frac{V_{bats} + V_{parois}}{V_{cell}} \quad (E.29)$$

La fraction de polymère contenue dans les bâtonnets étant reliée elle aux volume occupés par les parois et les bâtonnets selon cette relation :

$$f_s = \frac{V_{bats}}{V_{bats} + V_{parois}} \quad (E.30)$$

Si on ne considère pas les volumes d'empiètement (dans le cas où la section des bâtonnets est triangulaire) l'épaisseur des parois est tout simplement déterminée par la relation suivante puisque le volume occupé par les parois est directement proportionnel à d_w :

$$d_w = \frac{\frac{\rho_f}{\rho_0} V_{cell} - V_{bats}}{[V_{parois}/d_w]} \quad (E.31)$$

Ce qui donne par exemple pour des cellules tétrakaidécaédriques avec des bâtonnets circulaires la relation suivante exprimée en fonction du couple (Φ_c et Φ_s) :

$$d_w = \frac{\frac{\rho_f}{\rho_0} 0,358\Phi_c^3 - 2,9804\Phi_c\Phi_s^2}{[1,339\Phi_c^2 - 5,692\Phi_s\Phi_c + 6,464\Phi_s^2]} \quad (E.32)$$

Si on considère maintenant les volumes d'empiètement (dans le cas où la section des bâtonnets est triangulaire) un terme en d_w^2 apparaît dans l'expression du volume occupé par les parois. Il faut donc résoudre une équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

dans laquelle notre inconnue est d_w :

$$\underbrace{V_{emps}}_{a d_w^2} + \underbrace{V_{parois,1}}_{b d_w} + \underbrace{\left(V_{bats} - \frac{\rho_f}{\rho_0} V_{cell}\right)}_c = 0 \quad (E.33)$$

où on distingue le volume occupé par les parois proportionnel à d_w du volume d'empiètement proportionnel à d_w^2 .

La solution est alors le terme suivant :

$$\begin{aligned} d_w &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \text{avec } a &= 4,639\phi_c - 17,976\phi_s \\ b &= 1,317\phi_c^2 - 13,4284\phi_s\phi_c + 34,2375\phi_s^2 \\ c &= 2,805\phi_c\phi_s^2 - 0,349(1 - \varepsilon)\phi_c^3 \end{aligned} \quad (E.34)$$

Avec la prise en compte des "volumes d'empiètement" V_{emps} , on obtient une différence assez notable avec le cas où on ne le prend pas en compte. Ceci est montré au paragraphe suivant.

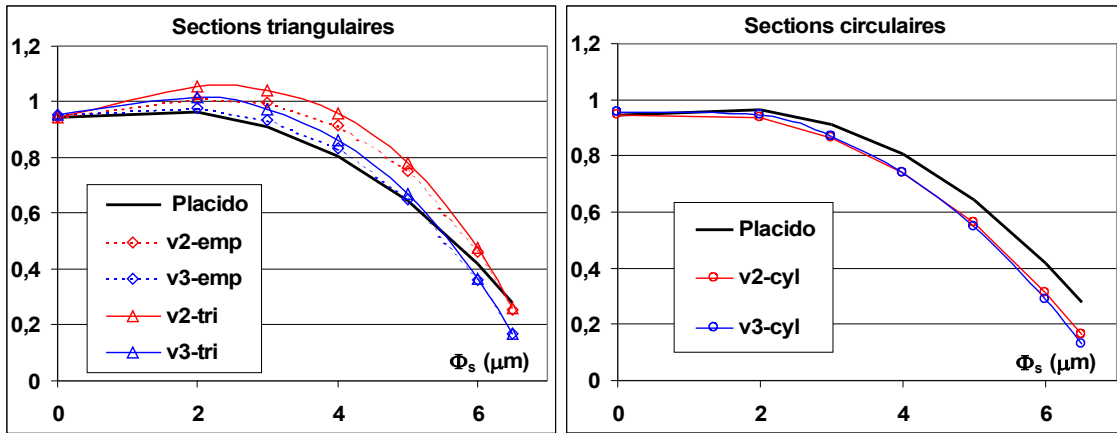
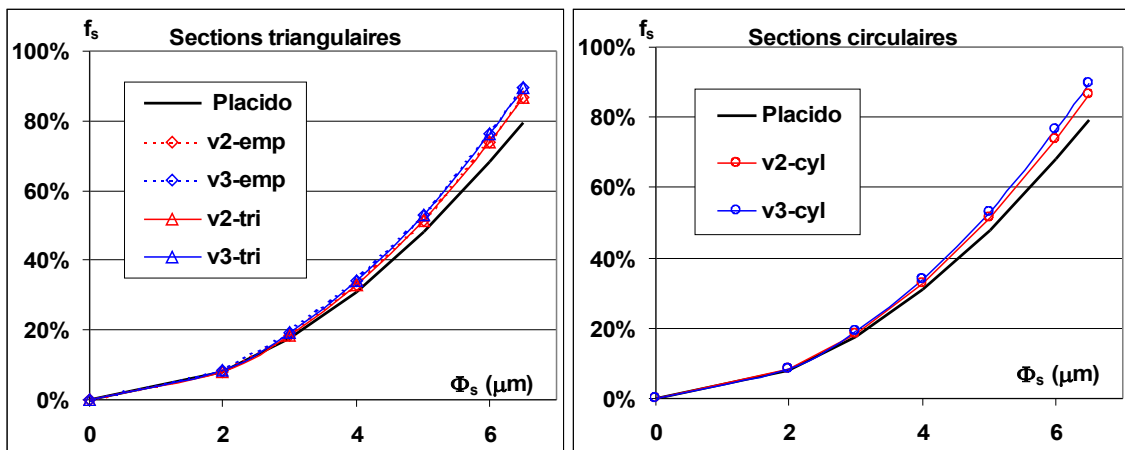
E.4 Impact du changement de formule géométrique

Etant donné que nous avons établi plusieurs relations entre les différents paramètres morphologiques, il est utile de connaître l'influence que cela peut avoir sur les résultats.

Paramètres : Nous avons choisi pour cette simulation le couple de paramètres suivants ($\Phi_c = 110\mu m$; $\rho_f = 37,3kg.m^{-3}$). Pour les calculs de conductivité radiative, les indices pris sont ceux de Coquard et al. sur la plage $[2 ; 25] \mu m$

Evolution des paramètres morphologiques

Sur les figures E.7 et E.8, nous avons indiqué les évolutions de l'épaisseur des parois et de la fraction volumique de polymère contenue dans les bâtonnets, en fonction du diamètre équivalent des bâtonnets Φ_s , et en fonction des différentes relations géométriques développées dans cette annexe. Nos relations étant à chaque fois comparées avec les résultats donnés par Placido.

FIGURE E.7 – Evolution de l'épaisseur des parois d_w par rapport à PlacidoFIGURE E.8 – Evolution de la fraction de polymère f_s par rapport à Placido

- Les relations annotées *v2* se réfèrent à des cellules de forme dodécaédrique tandis que les cellules des versions *v3* sont des octaèdres tronqués (appelés également tétrakaidécaèdres).
- Les annotations *cyl* indiquent une section de bâtonnets circulaire tandis que *tri* et *emp* sont des sections triangulaires, avec comme différence la prise en compte ou non de l'empiètement des parois sur ces bâtonnets (comme expliqué en annexe).
- Toutes ces relations prennent en compte pour les calculs géométriques l'occupation de deux tiers seulement de la section triangulaire englobant les bâtonnets, tandis que pour les calculs radiatifs on utilise un diamètre équivalent d'une sec-

tion circulaire de même aire que la section réelle (triangulaire concave).

Nous observons tout d'abord que nos résultats sont globalement proches de ceux donnés par Placido. Si on considère que les bâtonnets sont circulaires on trouve des épaisseurs de parois plus faibles que Placido et inversement pour des bâtonnets de forme triangulaire. Au niveau de la prise en compte des volumes d'empiètements, on remarque que cela diminue légèrement l'épaisseur estimée des parois.

Au niveau de la fraction volumique de polymère contenue dans les bâtonnets, elle était sous-évaluée par Placido et globalement nous ne trouvons pas de différences importantes entre nos nouvelles relations géométriques.

Nous verrons par la suite les conséquences sur les propriétés radiatives.

La prise en compte de l'empiètement est nécessaire lorsqu'on considère des bâtonnets de section triangulaire étant donnée la forte occupation par ce type de section sur la surface disponible pour les parois (par rapport aux sections circulaires).

Une vérification s'impose néanmoins au niveau des formules donnant les propriétés radiatives en fonction de l'épaisseur des parois : pour calculer les propriétés radiatives, on considère que la totalité du polymère se répartit de façon uniforme selon des parois d'épaisseur constante, ceci n'est pas correct si nous prenons en compte l'empiètement. En effet, le bâtonnet se retrouve imbriquée dans une paroi. En toute rigueur nous ne pouvons donc plus utiliser la relation suivante qui permet de déterminer le coefficient d'extinction corrigé des parois grâce à la relation 4.4 :

$$Surf_w = \frac{N_{fen} S_{fen}}{V_f} = \frac{\rho_f}{\rho_0 d_w} \quad (E.35)$$

Après vérification, l'erreur commise sur la surface de polymère par unité de volume $Surf_w$ est inférieure à 3% entre le cas où on considère que cette surface est égale au volume de polymère contenu dans les parois divisé par l'épaisseur des parois, et le cas où nous regardons la surface totale réellement occupée par les parois empiétant sur des bâtonnets. Nous pouvons donc sans risque utiliser la relation 4.4 pour déterminer le coefficient d'extinction du aux parois.

Evolution des propriétés radiatives

Au niveau des propriétés radiatives, nous avons souhaité voir quel était l'impact du changement de relation géométrique. Nous avons conservé les paramètres indiqués précé-

demment et les résultats sont indiqués à la figure E.9. il faut donc garder à l'esprit que ces comparaisons donnent une idée de l'erreur commise pour déterminer la conductivité radiative pour ces paramètres précis (masse volumique et taille de cellule) et que cette erreur peut être plus ou moins importante selon les paramètres morphologiques de la mousse.

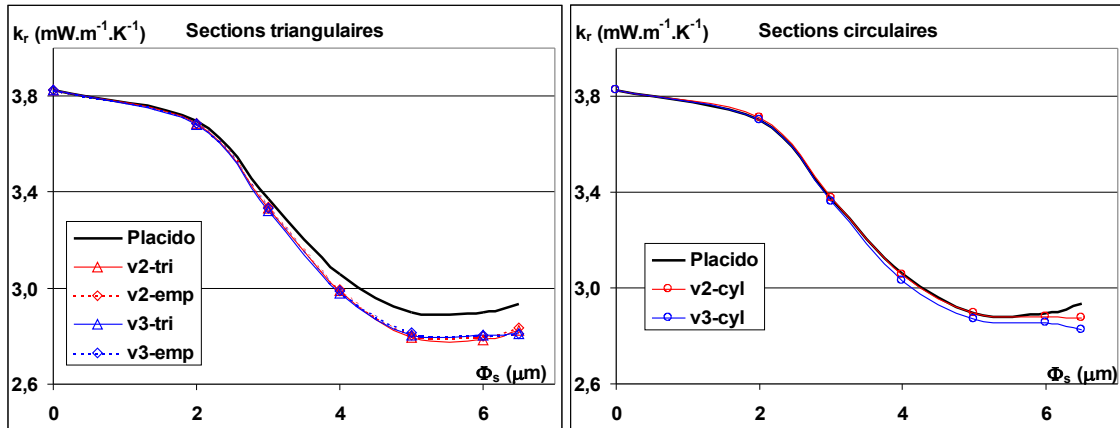


FIGURE E.9 – Evolution de la conductivité radiative selon les formules géométriques

On remarque tout d'abord le très faible écart dans les valeurs de conductivité entre les résultats donnés par Placido et ceux obtenus avec les formules géométriques considérant les bâtonnets sous forme cylindrique. La différence est plus importante entre les résultats de Placido et ceux obtenus avec des bâtonnets des forme triangulaire. La conductivité radiative était alors sur-évaluée par Placido et al. notamment lorsque la fraction volumique de bâtonnets devient importante.

Evolution de la conductivité thermique

Les différences sont beaucoup moins visibles si on s'intéresse à la conductivité totale (indiquée à la figure E.10 pour les différentes formules) étant donné que la conductivité de la phase solide diminue avec la fraction de polymère contenue dans les bâtonnets selon la relation de Glicksman (équation 2.10). L'écart entre les formules géométriques est ici d'environ $0,2 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, ce qui est tout à fait négligeable.

La figure E.11 indique les résultats obtenus en terme de conductivité radiative et de conductivité totale pour une autre mousse dont la masse volumique serait de 25 kg.m^{-3} . Les relations géométriques illustrées sont celles de Placido, *v3-cyl* et *v3-emp*. Seule la masse volumique de la mousse change entre ce cas et le précédent et nous observons

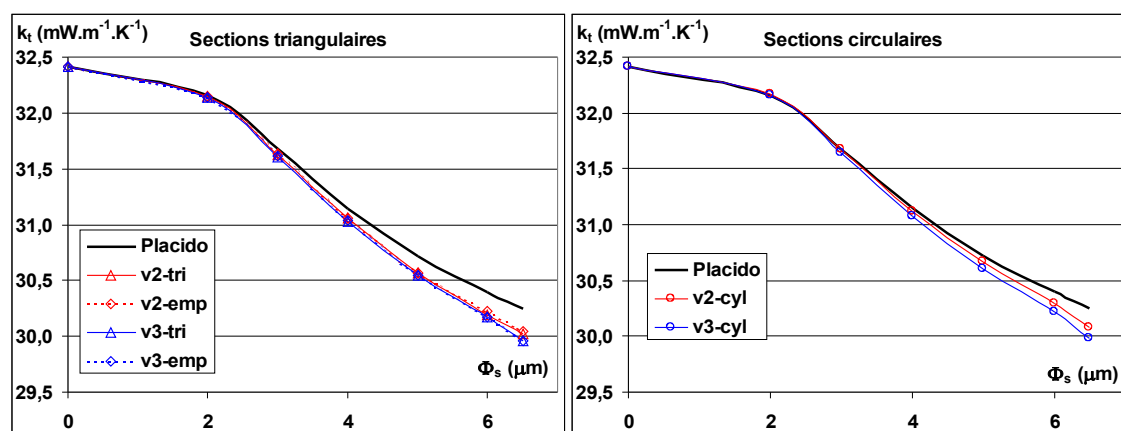
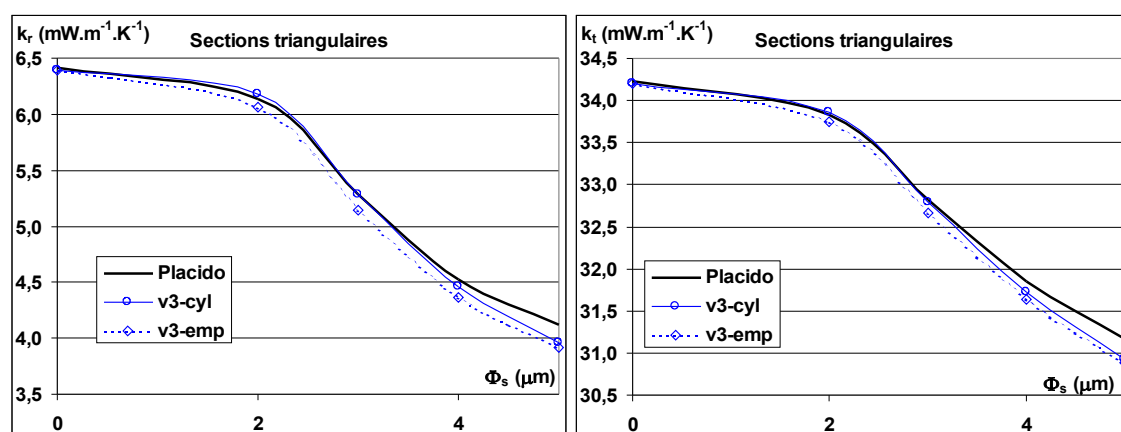


FIGURE E.10 – Evolution de la conductivité totale selon les formules géométriques

encore ici peu de différence dans les propriétés thermiques de la mousse dans le cas où nous avons une fraction volumique de bâtonnets élevée ($0,3 \text{ mW.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ de différence au niveau de la conductivité totale).

FIGURE E.11 – Evolution de la conductivité radiative et totale pour $\rho_f = 25 \text{ kg.m}^{-3}$

Dans un souci de précision, nous considérerons préférentiellement les relations **v3 – emp** ou **v2 – emp** construites sur la base de bâtonnets triangulaires avec prise en compte de l'empiètement volumique des parois sur chaque extrémité des bâtonnets (sommet des triangles), sachant que l'erreur est toutefois faible avec les autres relations géométriques étudiées ici.

E.5 Relations géométriques pour un triangle concave

Sont indiquées ici toutes les relations utilisées pour construire un triangle concave représentatif de la section réelle des bâtonnets. En effet, nous avons besoin de déterminer le rayon de courbure et l'angle au centre des arcs de cercle formant les concavités de la section réelle pour pouvoir construire la section du bâtonnet utilisée par le code DDA. Pour cela, une façon d'y arriver est de déterminer ces grandeurs à partir de la connaissance de l'aire notée A_h qui se trouve entre l'arc de cercle de longueur s et la corde de longueur a . On se référera à la figure E.12.

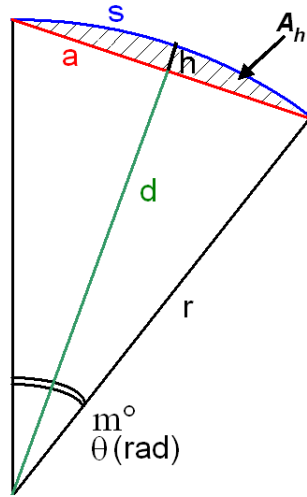


FIGURE E.12 – Grandeurs impliquées dans un arc de cercle

Calcul de A_h

Nous partons du fait que la section concave occupe les deux tiers de la section d'un triangle équilatéral l'englobant. On se référera à la figure E.13. Ce triangle équilatéral a des arêtes de longueur a , son aire sera noté A_{tri} . L'aire de la section réelle est notée A_{bat} . Nous avons la relation E.36 entre ces différentes aires.

$$3A_h = A_{tri} - A_{bat} = A_{tri} - \frac{2}{3}A_{tri} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \quad (E.36)$$

On en déduit la relation suivante :

$$A_h = \frac{a^2}{12\sqrt{3}} \quad (E.37)$$

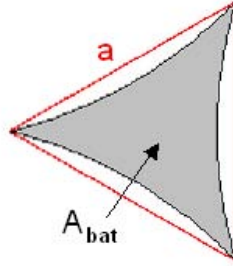


FIGURE E.13 – Aire réelle et triangle équilatéral l'englobant

Relations dans un arc de cercle

Nous connaissons désormais du triangle équilatéral l'aire A_h comprise entre l'arc de cercle et la corde, en fonction de l'arête a . On se réfèrera à la figure E.12. L'aire A_h peut se déterminer en retirant l'aire du secteur à l'aire du triangle :

$$A_h = \frac{\theta r^2}{2} - \frac{d a}{2} = \frac{r^2}{2} (\theta - \sin \theta) \quad (\text{E.38})$$

L'expression E.38 fait intervenir le rayon de courbure r qui peut s'exprimer en fonction de la corde a et de l'angle au centre θ :

$$r = \frac{a}{2 \sin(\theta/2)} \quad (\text{E.39})$$

Si on remplace r dans l'équation E.38 par son expression donnée à l'équation E.39 on obtient l'équation suivante à résoudre :

$$A_h = \frac{a^2}{4} \left[\frac{\theta - \sin \theta}{1 - \cos \theta} \right] \quad (\text{E.40})$$

Cette équation peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} f(\theta) &= 0 \\ \left[\frac{\theta - \sin \theta}{1 - \cos \theta} \right] - \frac{4 A_h}{a^2} &= 0 \\ \left[\frac{\theta - \sin \theta}{1 - \cos \theta} \right] - \sqrt{3} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E.41})$$

L'équation E.41 peut alors se résoudre de manière itérative par la méthode de New-

ton : on pose $\theta_0 = 3\sqrt{3}$ et on calcule jusqu'à convergence $\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{f(\theta)}{f'(\theta)}$. Dans notre cas la dérivée de la fonction $f(\theta)$ est :

$$f'(\theta) = \frac{\sqrt{3} \cos \theta_n - \sin \theta_n + \theta_n - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \sin \theta_n - \cos \theta_n} \quad (\text{E.42})$$

La solution est $\theta = 0,57107 \text{ rad} = 32,72^\circ$.

Construction du triangle concave

Connaissant l'arête du triangle équilatéral a , on peut désormais connaître le rayon de courbure r via l'équation E.39 et par conséquent la longueur de l'arc $s = r\theta$.

Je ne détaillerai pas la démarche complète menant à la construction de la section concave. Les points importants sont la recherche des coordonnées des centres des trois arcs de cercle formant la section. On détermine alors l'équation de chaque arc de cercle qui est fonction du rayon de courbure r et des coordonnées du centre de l'arc. Des tests sont alors effectués dans une sous-routine ajoutée au code DDSCAT pour placer les dipôles à l'intérieur de la section concave.

Calcul des diamètres équivalents

Dans le paragraphe 4.4.2.2, nous avons choisi plusieurs diamètres équivalents de sections circulaires équivalentes à la section des bâtonnets de forme triangulaire. Trois cas ont été utilisés et voici les calculs effectués pour déterminer le diamètre équivalent D en fonction du côté c du triangle équilatéral englobant la section réelle des bâtonnets :

- CAS A : On prend pour le cylindre et le prisme des sections identiques à celle du triangle englobant la section réelle concave.
- CAS B : On prend pour le cylindre et le prisme des sections identiques à celle de la section réelle concave.
- CAS C : On prend pour le cylindre et le prisme des périmètres identiques à celui de la section réelle concave.

$$D_A = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\pi}} a ; \quad D_B = \sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}} a ; \quad D_C = \frac{3s}{\pi} = \frac{3\theta}{\pi} \frac{a}{2 \sin(\theta/2)} \quad (\text{E.43})$$

Annexe F

Modèle de Rosseland

Sommaire

F.1	Modèle de Rosseland	205
F.2	Modèle de Rosseland à diffusion anisotrope	206
F.3	Intégration numérique	207

Dans cette annexe est indiqué le formalisme du modèle de Rosseland ainsi que du modèle dit **Rosseland à diffusion anisotrope** qui permet d'accéder aux propriétés radiatives isotropes équivalentes.

F.1 Modèle de Rosseland

L'approximation de Rosseland repose sur l'hypothèse d'un milieu optiquement épais, autrement dit un milieu dans lequel le rayonnement parcourt une très petite distance avant d'être absorbé puisque les dimensions du milieu sont grandes devant le libre parcours moyen des photons. Cette approximation est, de plus, valable dans le cas d'isolant absorbant et diffusant de manière isotrope et pour lequel l'indice de réfraction est constant et égal à 1 (de part la forte porosité des isolants de type mousse ou fibres, l'indice du milieu est proche de celui de l'air). Elle n'est rigoureusement valable que loin des frontières du domaine.

Un milieu optiquement épais est tel que $\tau \gg 1$, avec τ l'épaisseur optique de

l'échantillon définie comme l'intégrale de l'extinction sur l'épaisseur de l'échantillon :

$$\tau_\lambda = \int_{\Delta z} \beta_\lambda(z) dz \quad (\text{F.1})$$

Remarque : Si on considère un coefficient d'extinction moyen d'un milieu d'épaisseur E , alors l'épaisseur optique obéit à l'équation suivante :

$$\tau_\lambda = \beta_\lambda E \quad (\text{F.2})$$

Dans le cas d'un milieu optiquement épais, le flux radiatif se simplifie sous la forme :

$$q_r = -\frac{4\pi}{3} \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\lambda} \frac{dL_\lambda^0(T)}{dz} d\lambda = -\frac{4\pi}{3} \frac{dT}{dz} \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\lambda} \frac{dL_\lambda^0(T)}{dT} d\lambda \quad (\text{F.3})$$

En considérant alors l'expression de la luminance totale du corps noir donnée par la loi de Stefan-Boltzmann (équation 1.9), le flux radiatif peut être estimé selon une équation de type diffusion similaire à la loi de Fourier pour le transfert par conduction (équation F.4).

$$q_r = -k_r(T) \frac{dT}{dz} \quad (\text{F.4})$$

La conductivité radiative k_r est alors déterminée à partir de la relation suivante :

$$k_r(T) = \frac{16\sigma_B T^3}{3\beta_R} \quad (\text{F.5})$$

β_R est le coefficient d'extinction de Rosseland moyenné sur toutes les longueurs d'onde obtenu à partir des coefficients d'extinction monochromatiques β_λ selon la relation :

$$\frac{1}{\beta_R} = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{\beta_\lambda} \frac{dL_\lambda^0(T)}{dL^0(T)} d\lambda \quad (\text{F.6})$$

F.2 Modèle de Rosseland à diffusion anisotrope

Il a été observé expérimentalement que les mousses polystyrène et les isolants fibreux avaient un comportement fortement anisotrope vis à vis de la diffusion (Glicksman et al [32]). Pour un matériau au comportement radiatif anisotrope le coefficient d'extinction

est souvent surestimé. Une correction a donc été apportée au modèle de Rosseland (Hottel et Sarofin [67], Lee et Buckius [68]) par l'intermédiaire d'un coefficient de diffusion corrigé σ_λ^* défini par la relation F.7.

$$\sigma_\lambda^* = \sigma_\lambda(1 - g_\lambda) \quad (\text{F.7})$$

g_λ est le facteur d'anisotropie, il est défini à partir de la fonction de phase selon la relation F.8. μ représente ici le cosinus directeur entre la direction d'incidence et la direction de diffusion ($\mu = \cos \theta$ où θ est l'angle entre le rayonnement incident et le rayonnement diffusé). Dans le cas de la fonction de phase de Henyey-Greenstein, le facteur d'assymétrie g_{HG} est égal au facteur d'anisotropie.

$$g_\lambda = \frac{1}{2} \int_{\mu=-1}^1 P_\lambda(\mu) \mu \, d\mu \quad (\text{F.8})$$

Le coefficient d'extinction monochromatique corrigé β_λ^* est alors défini selon la relation suivante :

$$\beta_\lambda^* = \kappa_\lambda + \sigma_\lambda^* \quad (\text{F.9})$$

On définit également une épaisseur optique corrigée τ_λ^* et un albedo corrigé ω_λ^* :

$$\begin{aligned} \tau_\lambda^* &= \beta_\lambda^* E \\ \omega_\lambda^* &= \frac{\sigma_\lambda^*}{\beta_\lambda^*} \end{aligned} \quad (\text{F.10})$$

F.3 Intégration numérique

Lorsque l'intégration numérique s'effectue sur un intervalle de longueur d'onde d'amplitude $\Delta\lambda = [\lambda_1, \lambda_2]$, il est préférable d'utiliser la formulation suivante de l'équation F.6 définissant le coefficient de Rosseland :

$$\frac{1}{\beta_R} = \frac{\int_{\Delta\lambda} \frac{1}{\beta_\lambda^*} \frac{dL_\lambda^0(T)}{dL^0(T)} d\lambda}{\int_{\Delta\lambda} \frac{dL_\lambda^0(T)}{dL^0(T)} d\lambda} \quad (\text{F.11})$$

A partir des expressions de $L_\lambda^0(T)$ (Loi de Planck 1.8) et de $L^0(T)$ (Loi de Stefan-

Boltzmann 1.9) on obtient par dérivation :

$$\frac{dL_{\lambda}^0(T)}{dL^0(T)} = \frac{C_1 C_2 \exp(\frac{C_2}{\lambda T})}{4\sigma_B T^5 \lambda^6 [\exp(\frac{C_2}{\lambda T}) - 1]^2} \quad (\text{F.12})$$

Le flux radiatif obéit finalement à la relation F.13. Il faut cependant noter que ce flux est calculé sur un intervalle de longueur d'onde fini et qu'il est donc différent du flux radiatif correspondant théoriquement à un intervalle de longueur d'onde infini. Ainsi, pour un intervalle $[0; 25] \mu m$, l'erreur sur la luminance $L_{\Delta\lambda}^0$ par rapport à la luminance du corps noir L^0 calculé sur toutes les longueurs d'onde est de 17%. Si on considère l'intervalle $[0; 40] \mu m$, dans ce cas l'erreur n'est plus que de 5%.

$$q_{r,\Delta\lambda} = -\frac{4\pi}{3\beta_R} \frac{dL_{\Delta\lambda}^0(T)}{dz} \quad (\text{F.13})$$

Annexe G

Calcul des coefficients d'extinction corrigés des parois et bâtonnets

Sommaire

G.1 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des parois	209
G.2 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets	212

G.1 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des parois

On se place dans un milieu cellulaire constitué uniquement de parois (fenêtres) orientées aléatoirement. Les paramètres du milieu sont :

- N_{fen} : le nombre de fenêtres, A_{fen} : la surface d'une fenêtre, d_w : l'épaisseur des fenêtres, V_f : le volume du milieu isolant,
- $\mathcal{R}(\alpha)$ et $\mathcal{T}(\alpha)$: respectivement la réflectance et la transmittance d'une fenêtre orientée d'un angle α entre sa normale et la direction d'incidence. Ces grandeurs dépendent de la longueur d'onde.
- ρ_0 et ρ_f : respectivement la masse volumique du polystyrène constituant les parois et celle du milieu.

Pour des raisons de simplification, on ne prend en compte dans le phénomène de diffusion que les rayons réfléchis par les fenêtres et non ceux transmis qui ne subissent aucun changement de direction de propagation étant donné notre configuration de fenêtres parfaitement planes. Cela n'entraîne pas de différence dans le calcul du co-

efficient d'extinction mais il y a disparition du fort pic vers l'avant dû à la transmission dans la fonction de phase de diffusion. On définit ainsi le facteur d'efficacité d'extinction $Q_{e,\lambda} = 1 - T(\alpha)$ et de diffusion $Q_{s,\lambda} = \mathcal{R}(\alpha)$.

Le coefficient d'extinction obéit à la relation G.1, dans laquelle $A_{fen} \cdot \cos \alpha$ représente la surface apparente au rayonnement incident, et $\sin \alpha d\alpha$ représente la probabilité qu'a le rayonnement incident de rencontrer une fenêtre orientée selon l'angle α .

$$\beta_\lambda = \frac{N_{fen} A_{fen}}{V_f} \langle Q_{e,\lambda} \cos \alpha \rangle = \frac{N_{fen} A_{fen}}{V_f} \int_0^{\pi/2} (1 - T) \cos \alpha \sin \alpha d\alpha \quad (G.1)$$

Pour calculer le coefficient d'extinction corrigé nous devons connaître le facteur d'anisotropie, et par conséquent nous devons déterminer la fonction de phase de diffusion $P(\theta)$. La fonction de phase de diffusion s'exprime en fonction de la probabilité $R_d(\theta)$ qu'un rayon incident, compris dans un angle solide élémentaire, soit diffusé dans une direction faisant un angle θ avec le rayon incident, avec $\theta = \pi - 2\alpha$. La relation reliant fonction de phase et probabilité de diffusion est la suivante :

$$P(\theta) = \frac{2R_d(\theta)}{\sin \theta d\theta} \quad (G.2)$$

La probabilité $R_d(\theta)$ est proportionnelle à $\mathcal{R}(\alpha) \cos \alpha \sin \alpha d\alpha$ puisque cela correspond au produit de la probabilité de rencontrer une fenêtre orientée suivant α et de la probabilité qu'a le rayon d'être réfléchi par cette fenêtre. Or la probabilité de rencontrer une fenêtre orientée suivant α est proportionnelle à $\cos \alpha \sin \alpha d\alpha$ avec $\cos \alpha$ pour tenir compte de la surface projetée et $\sin \alpha d\alpha$ pour tenir compte de l'angle solide sous lequel est vue la fenêtre.

Sachant que $\sin(\theta) = \sin(2\alpha) = 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)$ et $d\theta = -2d\alpha$, la fonction de phase s'exprime sous la forme suivante :

$$P(\theta) = \frac{2 [K \mathcal{R}(\alpha) \cos \alpha \sin \alpha d\alpha]}{\sin \theta d\theta} = K' \mathcal{R}(\alpha) \quad (G.3)$$

K' est une constante déterminée à partir de la normalisation de la fonction de phase :

$$\frac{1}{2} \int_{\theta=0}^{\pi} P(\theta) \sin \theta d\theta = 1 \quad \text{donc} \quad K' = \frac{2}{\int_{\theta=0}^{\pi} \mathcal{R}(\alpha) \sin \theta d\theta} \quad (G.4)$$

Et finalement la fonction de phase de diffusion s'écrit :

$$P(\theta) = \frac{2\mathcal{R}(\alpha)}{\int_{\theta=0}^{\pi} \mathcal{R}(\alpha) \sin \theta \, d\theta} \quad (\text{G.5})$$

Ainsi nous avons l'expression du facteur d'anisotropie g_λ (équation G.6).

$$g_\lambda = \frac{1}{2} \int_{\mu=-1}^1 P(\mu) \mu \, d\mu = \frac{1}{2} \frac{\int_{-1}^1 2\mathcal{R}(\alpha) \cos \theta \, d(\cos \theta)}{\int_{\theta=0}^{\pi} \mathcal{R}(\alpha) \sin \theta \, d\theta} = - \frac{\int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \cos(2\alpha) \sin(2\alpha) \, d\alpha}{\int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \sin(2\alpha) \, d\alpha} \quad (\text{G.6})$$

Le coefficient de diffusion σ_λ est déterminé comme suit :

$$\sigma_\lambda = \frac{N_{fen} A_{fen}}{V_f} \langle Q_{s,\lambda} \cos \alpha \rangle = \frac{N_{fen} A_{fen}}{V_f} \int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \cos \alpha \sin \alpha \, d\alpha \quad (\text{G.7})$$

Nous en déduisons l'expression du coefficient d'extinction corrigé (équation G.8), conformément au modèle à diffusion anisotrope décrit en annexe F (équation F.9) :

$$\begin{aligned} \beta_\lambda^* &= \frac{N_{fen} S_{fen}}{V_f} \left[\int_0^{\pi/2} (1 - \mathcal{T}) \frac{\sin 2\alpha}{2} \, d\alpha + \int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \frac{\sin 2\alpha}{2} \, d\alpha \frac{\int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \cos 2\alpha \sin 2\alpha \, d\alpha}{\int_0^{\pi/2} \mathcal{R} \sin 2\alpha \, d\alpha} \right] \\ \beta_\lambda^* &= \frac{N_{fen} S_{fen}}{V_f} \left[\int_0^{\pi/2} (1 - \mathcal{T} + \mathcal{R} \cos 2\alpha) \frac{\sin 2\alpha}{2} \, d\alpha \right] \end{aligned} \quad (\text{G.8})$$

D'après la relation G.9 existant entre les caractéristiques du milieu, nous retrouvons l'expression du coefficient d'extinction corrigée donnée par Placido ^[42] (Equation G.10).

$$\frac{N_{fen} S_{fen}}{V_f} = \frac{\rho_f}{\rho_0 d_w} \quad (\text{G.9})$$

$$\beta_{\lambda, \text{parois}}^* = \frac{\rho_f}{2d_w \rho_0} \int_0^{\pi/2} [\mathcal{R}(\alpha, \tilde{n}) \cos(2\alpha) + 1 - \mathcal{T}(\alpha, \tilde{n})] \sin(2\alpha) \, d\alpha \quad (\text{G.10})$$

G.2 Calcul du coefficient d'extinction corrigé des bâtonnets

On se place dans un milieu cellulaire constitué uniquement de bâtonnets (*en anglais struts*) orientés aléatoirement. Les paramètres du milieu sont :

- Φ_s : le diamètre de la section équivalente (circulaire) des bâtonnets (r_s le rayon équivalent), L : la longueur d'un bâtonnet,
- V_f : le volume du milieu isolant, V_{bat} : le volume occupé par les bâtonnets, N_{bat} : le nombre total de bâtonnets, N_v : le nombre de bâtonnets par unité de volume,
- ρ_0 et ρ_f : respectivement la masse volumique du polystyrène constituant les parois et celle du milieu.

On prendra garde à la différence de définitions du facteur d'efficacité d'extinction pour les cylindres par rapport à d'autres particules telles que les parois. En effet, la définition générale est la suivante :

$$Q_e = \frac{C_e}{G}$$

G est la "section projetée" de la particule telle que pour une particule quelconque de surface S , $G = S \cos(\phi)$ et $Q_{e,1} = C_{e,1}/(S \cos(\phi))$, alors que pour un cylindre de diamètre Φ_s et de longueur L , $G = \Phi_s L$ et $Q_{e,2} = C_{e,2}/(\Phi_s L)$.

Le coefficient d'extinction β_λ obéit ainsi à la relation G.11 dans laquelle Q_e est le facteur d'efficacité d'extinction des bâtonnets et C_e est la section efficace d'extinction (en m^2) et $2r_s L$ est la "section projetée" G du cylindre.

$$\begin{aligned} \beta_\lambda &= N_v C_{e,\lambda} = N_v 2r_s L Q_{e,\lambda} \\ \frac{\rho_f}{\rho_0} &= 1 - \varepsilon = \frac{V_{bat}}{V_f} = \frac{N_{bat} (\pi r_s^2 L)}{V_f} = N_v \pi r_s^2 L \\ \text{d'où } N_v &= \frac{\rho_f}{\pi \rho_0 r_s^2 L} \\ \text{et au final } \beta_\lambda &= \frac{4\rho_f}{\pi \rho_0 \Phi_s} Q_{e,\lambda} \end{aligned} \tag{G.11}$$

De même le coefficient de diffusion peut s'exprimer en fonction de l'efficacité de diffusion :

$$\sigma_{s,\lambda} = \frac{4\rho_f}{\pi \rho_0 \Phi_s} Q_{s,\lambda} \tag{G.12}$$

Le calcul du coefficient d'extinction corrigé β_λ^* défini à l'équation G.13 fait intervenir le facteur d'anisotropie g_λ du milieu et les coefficients d'extinction β_λ et de diffusion σ_λ .

$$\beta_\lambda^* = \beta_\lambda - g_\lambda \sigma_\lambda \quad (\text{G.13})$$

La démonstration qui suit se fait sur la détermination de l'efficacité d'extinction corrigée $Q_{e,\lambda}^*$. Au niveau notation, la dépendance en longueur d'onde ne sera pas rappelée pour ne pas alourdir les formules et les crochets $\langle \rangle$ indiqueront une grandeur moyennée sur toutes les directions que peuvent prendre les bâtonnets dans l'espace. On notera qu'il existe une relation entre les trois angles (θ , ε et ϕ définies à la figure G.1) (on peut en trouver la démonstration chez Lee [50] ou encore Milandri [35]):

$$\cos \theta = \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos \varepsilon \quad (\text{G.14})$$

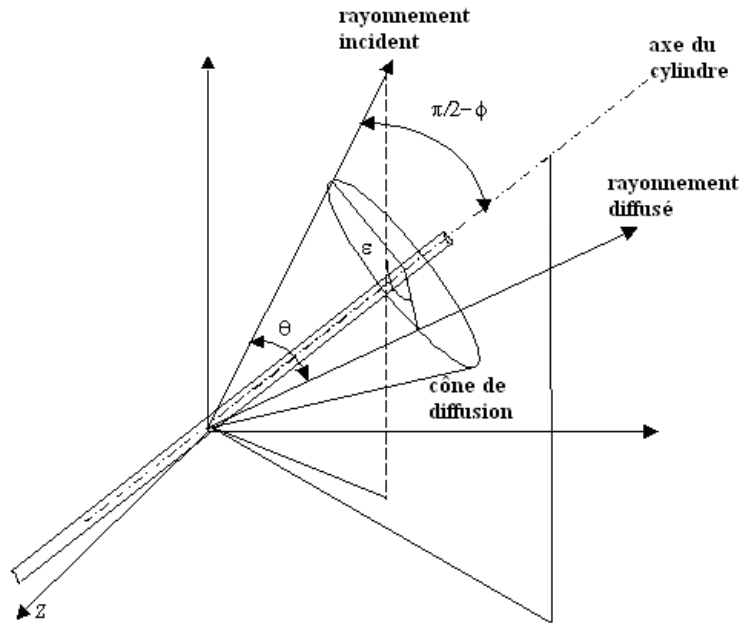


FIGURE G.1 – Géométrie du problème

L'efficacité d'extinction moyenne du milieu obéit à la relation G.15 faisant intervenir l'efficacité monochromatique d'extinction corrigée d'un cylindre orienté d'un angle ϕ

(angle entre la normale au cylindre et le rayonnement incident, cf. figure G.1).

$$\langle Q_e^* \rangle = \int_0^{\pi/2} Q_e^*(\phi) \cos \phi \, d\phi = \langle Q_e \rangle - \langle g \rangle \langle Q_s \rangle \quad (\text{G.15})$$

Sont rappelées ci-dessous les définitions de l'efficacité de diffusion et d'extinction, de la fonction de phase d'un cylindre orienté d'un angle ϕ et du facteur d'anisotropie du milieu tels que définis par de nombreux auteurs (Kerker [39], Lee [50], Kamdem Tagne [69]) qui sont des lois obtenus par la théorie de Mie. Facteur d'efficacité de diffusion :

$$Q_s(\phi) = \frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \, d\varepsilon \quad (\text{G.16})$$

Facteur d'efficacité d'extinction :

$$\begin{aligned} Q_e(\phi) &= \frac{Q_e^E + Q_e^H}{2} \\ Q_e(\phi) &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{kr_s} \operatorname{Re} \left\{ b_{0,\lambda}^E + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{m,\lambda}^E \right\} + \frac{2}{kr_s} \operatorname{Re} \left\{ a_{0,\lambda}^H + 2 \sum_{m=1}^{\infty} a_{m,\lambda}^H \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{G.17})$$

Fonction de phase de diffusion :

$$p_{cyl}(\varepsilon, \phi) = \frac{4\lambda}{\pi^2 \Phi_s \langle Q_s \rangle} \frac{i(\varepsilon, \phi)}{\sin \varepsilon \cos^2 \phi} \quad (\text{G.18})$$

Facteur d'anisotropie d'une fibre orientée selon un angle ϕ :

$$\begin{aligned} g(\phi) &= \frac{\int_0^{\pi-2\phi} p_{cyl}(\varepsilon, \phi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta}{\int_0^{\pi-2\phi} p_{cyl}(\varepsilon, \phi) \sin \theta \, d\theta} \\ &= \frac{\int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \cos \theta \, d\varepsilon}{\int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \, d\varepsilon} \\ &= \frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s Q_s(\phi)} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) [\sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos \varepsilon] \, d\varepsilon \end{aligned} \quad (\text{G.19})$$

$i(\varepsilon, \phi)$ est la fonction de répartition angulaire de la luminance obtenue à partir de la théorie de Mie étendue aux cylindres. On peut trouver le formalisme de ce modèle dans l'ouvrage de Kerker [39]. On peut écrire cette fonction de répartition en fonction des différentes fonctions de distribution selon les modes de polarisation (équation G.20, le premier indice indique la polarisation de l'onde incidente et la seconde de l'onde diffusée).

$$\begin{aligned} i_\lambda(\varepsilon, \phi) &= \frac{1}{2} (i_{EE,\lambda}(\varepsilon, \phi) + i_{EH,\lambda}(\varepsilon, \phi) + i_{HE,\lambda}(\varepsilon, \phi) + i_{HH,\lambda}(\varepsilon, \phi)) \\ &= \frac{1}{2} \left(\left| b_{0,\lambda}^E + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{m,\lambda}^E \cos(m\varepsilon) \right|^2 + \left| 2 \sum_{m=1}^{\infty} a_{m,\lambda}^E \sin(m\varepsilon) \right|^2 + \left| 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{m,\lambda}^H \sin(m\varepsilon) \right|^2 + \left| a_{0,\lambda}^H + 2 \sum_{m=1}^{\infty} a_{m,\lambda}^H \cos(m\varepsilon) \right|^2 \right) \end{aligned} \quad (G.20)$$

On peut finalement réécrire l'équation G.15 :

$$\begin{aligned} \langle Q_e^* \rangle &= \langle Q_e \rangle - \langle g \rangle \langle Q_s \rangle \\ &= \int_0^{\pi/2} Q_e(\phi) \cos \phi \, d\phi - \langle Q_s \rangle \frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s \langle Q_s \rangle} \int_0^{\pi/2} \left[\int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) (\sin^2 \phi + \cos \varepsilon \cdot \cos^2 \phi) \, d\varepsilon \right] \cos \phi \, d\phi \\ &= \int_0^{\pi/2} \left(Q_e(\phi) - \frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) (\sin^2 \phi + \cos \varepsilon \cos^2 \phi) \, d\varepsilon \right) \cos \phi \, d\phi \\ &= \int_0^{\pi/2} \left(Q_e(\phi) - \left[\frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \, d\varepsilon \right] \sin^2 \phi - \left[\frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \cos \varepsilon \, d\varepsilon \right] \cos^2 \phi \right) \cos \phi \, d\phi \end{aligned} \quad (G.21)$$

On remplace ensuite les expressions entre crochets par les paramètres correspondants : $Q_s(\phi)$ défini relation G.16 et $g_{cyl}(\phi)$ défini relation G.22.

$$g_{cyl}(\phi) = \frac{2\lambda}{\pi^2 \Phi_s Q_s(\phi)} \int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \cos \varepsilon \, d\varepsilon = \frac{\int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \cos \varepsilon \, d\varepsilon}{\int_0^\pi i(\varepsilon, \phi) \, d\varepsilon} \quad (G.22)$$

Finalement le coefficient d'extinction corrigé β_λ^* obéit à la relation G.23.

$$\beta_\lambda^* = \frac{4\rho_f}{\pi\rho_0\Phi_s} \int_0^{\pi/2} (Q_e(\phi) - Q_s(\phi) \sin^2 \phi - g_{cyl} Q_s(\phi) \cos^2 \phi) \cos \phi \, d\phi \quad (G.23)$$

Cette relation est quasiment identique à celle donnée par Placido [42], la différence vient de la définition du facteur d'anisotropie g_{cyl} d'un cylindre orienté selon un angle ϕ : une différence de définition de la fonction de phase d'un cylindre (différente de la fonction de phase de Lee [50], relation G.18) fait que Placido obtient au dénominateur l'efficacité d'extinction, tandis que nous avons adopté la définition usuellement utilisée par les auteurs travaillant sur les milieux fibreux avec l'efficacité de diffusion au dénominateur (relation G.22).

Annexe H

Méthode DDA

Sommaire

H.1 Paramètres décrivant la morphologie de la cible	217
H.2 Précision des résultats	219
H.3 Paramètres d'orientations de la cible dans l'espace	221

Le principe de la méthode DDA est la décomposition de la particule en dipôles électromagnétiques oscillants. Ces dipôles interagissent avec le rayonnement : chaque dipôle est activé d'une part par le champ électromagnétique incident et d'autre part par les champs électromagnétiques diffusés par les autres dipôles de la particule élémentaire (bâtonnet). Une fois les moments dipolaires des différents dipôles évalués numériquement, les sections efficaces d'absorption, de diffusion et d'extinction de la particule élémentaire peuvent être calculées. On se référera aux articles de Draine et Flatau [70, 71] et au guide d'utilisateur du code DDSCAT [3] pour une description complète de cette méthode.

Cette annexe présente les différents paramètres qui doivent être rentrés dans le code DDSCAT v6.1 de Draine et Flatau.

H.1 Paramètres décrivant la morphologie de la cible

Notre cible est un cylindre de longueur L , de diamètre Φ interagissant avec un rayonnement de longueur d'onde λ . La cible est constituée d'un matériau homogène d'indice de réfraction complexe $\tilde{n}_\lambda = n_\lambda - i.k_\lambda$ qui peut varier avec la longueur d'onde.

Pour décrire la cible deux paramètres sont entrés dans le code :

- dans le cas d'un cylindre de section circulaire (morphologie "CYLNDR") :
 - SHPAR1 = L/d
 - SHPAR2 = Φ/d
- pour une cible de section triangulaire (morphologie "PRISM3") :
 - SHPAR1 = a/d
 - SHPAR2 = L/a

d est la distance inter-dipôles (autrement dit la taille des cubes du maillage) et a est la longueur du côté du triangle équilatéral. A partir de ces deux paramètres, le code génère la cible dans l'espace : le volume est modélisé sous la forme d'un assemblage de N dipôles contiguës occupant chacun un volume cubique de côté d appelé espace inter-dipôle. La figure H.1 permet de visualiser l'occupation des dipôles dans des sections cylindriques, triangulaires ou encore triangulaire concave. Les dipôles ont été représentés par des sphères occupant les mailles cubiques par souci de clarté.

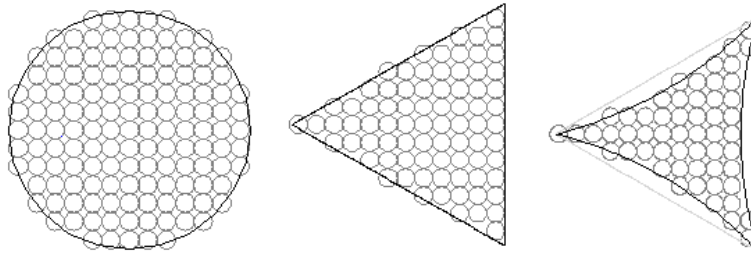


FIGURE H.1 – Section de cylindres occupée par les dipôles

A partir du nombre N de dipôles, on définit un rayon effectif de la cible a_{eff} qui est défini comme le diamètre de la sphère équivalente de volume égal à celui occupé par l'assemblage des N cubes représentant le cible. Son expression est donnée à l'équation H.1.

$$a_{eff} = \left(\frac{3N}{4\pi} \right)^{1/3} d = \left(\frac{3V}{4\pi} \right)^{1/3} \quad (H.1)$$

En entrée du code pour caractériser la cible on donne ainsi les deux paramètres SHPAR1 et SHPAR2 (qui conditionnent le nombre de dipôles N) accompagnés de la morphologie souhaitée (cylindre ou prisme de section triangulaire), ainsi que le rayon effectif a_{eff} (qui conditionne la distance inter-dipôles d).

Au niveau des résultats, une conversion est nécessaire pour obtenir les facteurs

d'efficacité de diffusion et d'extinction. En effet la définition du facteurs d'efficacité Q (d'extinction ou de diffusion) en fonction de la section efficace C (d'extinction ou de diffusion) dans le code DDSCAT est :

$$Q_{DDA} = \frac{C}{\pi a_{eff}^2}$$

Alors que celle définie usuellement pour les cylindres est :

$$Q_{CYL} = \frac{C}{\phi L}$$

La conversion suivante sera donc appliquée pour les bâtonnets de section cylindrique :

$$Q_{CYL} = Q_{DDA} \times \frac{\pi a_{eff}^2}{\phi L} \quad (H.2)$$

Pour des bâtonnets de section triangulaire ou triangulaire concave, la section projetée $G = \frac{3}{4}aL$ et la conversion suivante sera donc appliquée :

$$Q_{TRI} = Q_{DDA} \times \frac{\pi a_{eff}^2}{\frac{3}{4}aL} \quad (H.3)$$

Ce sont ces grandeurs Q_{CYL} et Q_{TRI} qui pourront être comparées aux facteurs d'efficacité obtenus par la théorie de Mie sur des cylindres circulaires de longueur infinie.

H.2 Précision des résultats

Pour atteindre une précision sur les sections efficaces d'extinction et de diffusion, la distance inter-dipôle d doit être choisie suffisamment petite par rapport aux dimensions de la cible. Ceci se traduit par la relation suivante selon Draine [3, 70]:

$$|\tilde{n}| kd < 1 \quad (H.4)$$

$\tilde{n}$ est l'indice de réfraction complexe du matériau et k est le nombre d'onde : $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Draine indique qu'il est préférable de prendre la grandeur $|\tilde{n}| kd$ inférieure à 0,5 si on souhaite avoir une bonne précision sur la fonction de phase.

Les auteurs indiquent également que le nombre de dipôles doit être choisi suffi-

samment grand pour décrire la morphologie de la cible (ils indiquent $N > 10^3$ pour une sphère par exemple). Pour des bâtonnets cela se traduit par un nombre suffisant de dipôles dans la section (circulaire ou triangulaire). Selon nos tests, ce nombre de dipôle doit être au moins égal à 12 pour une section circulaire. Il existe cependant une limitation en terme de mémoire disponible sur l'ordinateur et de temps de compilation.

De nombreux tests ont été effectués pour déterminer quelle serait la précision de nos résultats par rapport à la solution "exacte" donnée par la théorie de Mie-Kerker, selon les paramètres utilisés (longueur du bâtonnet, diamètre, distance inter-dipôles et longueur d'onde). Nous nous sommes donc placés dans le cas de bâtonnets de section circulaire afin de comparer avec les résultats issus de la théorie de Mie-Kerker.

Nous avons choisi comme diamètres 2, 4 et $6\mu m$ et comme longueurs d'onde 4, 10 et $25\mu m$. Ces paramètres correspondent à ceux rencontrés pour des mousses XPS soumises au rayonnement thermique. Concernant l'indice de réfraction, nous l'avons choisi constant et égal à l'indice moyen quelque soit la longueur d'onde en première approximation.

Il ressort de ces tests qu'il est très difficile de connaître à l'avance la précision que l'on peut obtenir pour des paramètres donnés (L, λ, d et ϕ), comme cela avait été souligné par Draine [71]. Cependant certains comportements ont pu être observés et en respectant ces quelques règles, on peut retrouver les résultats de la théorie de Mie avec quelques pourcents d'erreur seulement sur les efficacités d'extinction, de diffusion et du facteur d'anisotropie.

- Le critère $|\tilde{n}|kd < 1$ n'est pas suffisant pour avoir une bonne précision car pour certains paramètres nous avons obtenu une très bonne précision en ne respectant pas cette condition ($|\tilde{n}|kd > 1$).
- Le critère qui semble le plus important et qui implique moins de 20% d'erreur pour les cas testés est le choix d'un rapport $\frac{\phi}{d} \geq 4$ pour respecter la forme cylindrique à partir du maillage cubique. Ensuite, si on souhaite moins de 10% d'erreur il faut principalement diminuer d pour augmenter le rapport $\frac{\phi}{d}$ (Un rapport égal à 10 semble un bon compromis entre temps de calcul et précision) et choisir une longueur L plus grande. Ainsi les rapports $\frac{L}{\phi}$ que nous avons choisi pour obtenir au maximum 5% d'erreur sont respectivement 10, 25 et 30 pour les longueurs d'onde de 4, 10 et $25\mu m$.

H.3 Paramètres d'orientations de la cible dans l'espace

Les bâtonnets sont considérés comme étant orientés aléatoirement dans l'espace. La position angulaire de la cible est repérée grâce à trois angles dans le code DDSCAT (β , Θ et Φ). L'axe du cylindre est placé selon le vecteur $\hat{a}_1$ et le rayonnement incident se propage dans la direction $\hat{x}$ (figure H.2). L'angle β représente alors la rotation de la cible sur son axe, Θ est l'angle entre la direction d'incidence et l'axe de la cible, et l'angle Φ représente la rotation de $\hat{a}_1$ autour de la direction d'incidence.

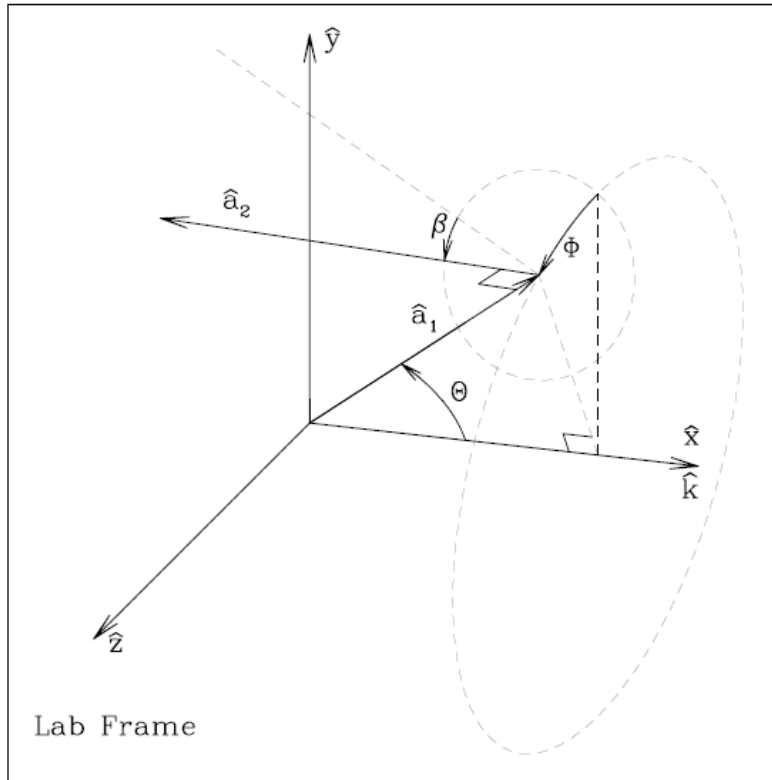


FIGURE H.2 – Orientation de la cible dans le repère principal [3]

Pour une cible quelconque orientées aléatoirement dans l'espace, on fait varier les angles β et Φ de 0° à 360° , et Θ de 0° à 180° et l'efficacité (d'extinction ou de diffusion) moyenne est obtenue par la formule suivante :

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\beta=0}^{2\pi} \int_{\cos \Theta=-1}^1 \int_{\Phi=0}^{2\pi} Q(\beta, \Theta, \Phi) d\beta d(\cos \Theta) d\Phi \quad (\text{H.5})$$

Pour un bâtonnet de section circulaire et pour des raisons de symétrie, nous fixons les angles β et Φ à 0° , et nous faisons varier Θ de 0° à 90° . Ainsi la valeur moyenne de l'efficacité Q devient :

$$\langle Q \rangle = \int_{\cos \Theta=0}^1 Q(\Theta) d(\cos \Theta) \quad (\text{H.6})$$

Pour un bâtonnet de section triangulaire, nous fixons toujours l'angle Φ à 0° et nous faisons varier les angles Θ de 0° à 90° et β de 0° à 120° . La valeur moyenne de l'efficacité Q devient :

$$\langle Q \rangle = \frac{3}{2\pi} \int_{\beta=0}^{2\pi/3} \int_{\cos \Theta=0}^1 Q(\beta, \Theta) d\beta d(\cos \Theta) \quad (\text{H.7})$$

Nous avons vérifié que ces symétries étaient correctes grâce à des simulations prenant en compte soit tout le domaine angulaire soit celui réduit grâce aux symétries. Les résultats obtenus sont identiques au pourcent près.

Annexe I

Résolution transitoire de l'équation de l'énergie

Sommaire

I.1 Modifications apportées au code	223
I.2 Cas test analytique	224

Dans cette annexe sont indiquées quelques modifications apportées à la prise en considération des conditions aux limites dans le code transitoire tel qu'il a été présenté dans la thèse de Fatmir Asllanaj ^[11]. Un cas test analytique est ensuite présenté.

I.1 Modifications apportées au code

Le code avait été initialement écrit pour considérer une évolution de température en fonction du temps d'un côté du milieu semi-transparent tandis que l'autre face était maintenue à une température constante. Nous avons ajouté à cette autre face une évolution temporelle de la température. L'équation de conservation de l'énergie à résoudre est la suivante (elle remplace l'équation 5.22 de la thèse de Fatmir Asllanaj ^[11]) :

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{1}{\rho} \left([M] [C_p(T(t))] \right)^{-1} \left(-[R] \Psi_c(T(t)) + S_r(t) - \rho C_p(f_0(t)) f'_0(t) M^0 \right. \\ \left. - \rho C_p(f_E(t)) f'_E(t) M^E - \Psi_c(f_0(t)) R^0 - \Psi_c(f_E(t)) R^E \right) \quad (I.1)$$

Les matrices $[M]$ et $[R]$ ainsi que les vecteurs $S_r(t)$, R^0 , R^E , M^0 et M^E de l'équation I.1 dépendent de la discrétisation spatiale. Leur construction est indiquée à l'annexe 5 de la thèse de Fatmir Asllanaj [11]. On redonne ici uniquement les expressions des vecteurs M^0 et M^E . La discrétisation spatiale sur z va de $z_0 = 0$ à $z_{N+1} = E$.

Le vecteur M^0 est construit ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1^0 = \frac{-1}{z_1^2 z_2 (z_2 - z_1)} \int_0^{z_2} (x - z_1) (x - z_2)^2 x \, dx \\ M_2^0 = \frac{1}{z_1 z_2^2 (z_2 - z_1)} \int_0^{z_2} (x - z_1)^2 (x - z_2) x \, dx \\ M_i^0 = 0 \quad \forall \quad 3 \leq i \leq N \end{array} \right. \quad (I.2)$$

Le vecteur M^E est construit ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_N^E = \frac{-1}{(E - z_N)^2 (E - z_{N-1}) (z_N - z_{N-1})} \int_{z_{N-1}}^E (x - z_N) (x - z_{N-1})^2 (x - E) \, dx \\ M_{N-1}^E = \frac{1}{(E - z_N) (E - z_{N-1})^2 (z_N - z_{N-1})} \int_{z_{N-1}}^E (x - z_N)^2 (x - z_{N-1}) (x - E) \, dx \\ M_i^E = 0 \quad \forall \quad 0 \leq i \leq N - 2 \end{array} \right. \quad (I.3)$$

I.2 Cas test analytique

Afin de vérifier que le code transitoire de résolution du transfert de chaleur avec condition de températures imposées avait bien été programmé en langage Fortran, nous l'avons testé sur des cas tests pour lesquels la solution analytique était connue. Nous présentons ici les résultats du cas test présenté en annexe 7 de la thèse de Fatmir Asllanaj [11].

Les autres cas tests (non présentés ici) ont concerné la prise en compte d'une évolution de température dépendante du temps des deux côtés du milieu afin de vérifier

la bonne implémentation de la matrice M^E dans le code. Pour ces tests, nous avons notamment inversé les conditions de températures aux frontières et avons vérifié que les résultats étaient bien symétriques.

On soumet une surface d'un milieu d'épaisseur $E = 0,1m$ à une évolution de température fonction du temps $f(t)$ pendant une durée de $50s$ tandis que la température reste constante du côté froid. Les conditions aux limites et initiales sont alors les suivantes :

$$f(t) = \frac{(T_0 - T_E)t}{50} + T_E \quad \forall 0 \leq t \leq 50s, \quad T_0 = 400K, \quad T_E = 300K$$

$$T(z, 0) = T_E \quad \forall z \in [0, E], \quad c_1 = 100000 \text{ et } c_2 = 300$$

On suppose qu'il y a une source interne de chaleur S_r dans le milieu. On considère de plus que la conductivité phonique λ_c du milieu ne dépend pas de la température ni de la position. Nous l'avons prise égale à $1 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$ puisque cela n'a pas d'influence sur le résultat obtenu.

$$\begin{aligned} S_r(z, t) &= \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) - \lambda_c \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t) \\ \text{avec} \quad \frac{\partial T}{\partial t}(z, t) &= \left(1 - \frac{z}{E}\right) f'(t) - \frac{c_1 z (z - E)}{(c_2 + z)} \\ \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z, t) &= -\frac{2t c_1 c_2 (c_2 + E)}{(c_2 + z)^3} \end{aligned} \quad (I.4)$$

Dans ce cas, la solution analytique obéit à l'équation I.5.

$$T(z, t) = \frac{(T_E - f(t))}{E} z + f(t) - \frac{c_1 t}{(c_2 + z)} z (z - E) \quad \forall 0 \leq z \leq E \text{ et } 0 \leq t \leq 50s \quad (I.5)$$

La température dans le milieu pour différents moments est indiquée à la figure I.1. Le flux conductif est indiqué à la figure I.2. Nous pouvons voir l'accord parfait sur ces deux figures entre la solution analytique et le résultat issu du code transitoire.

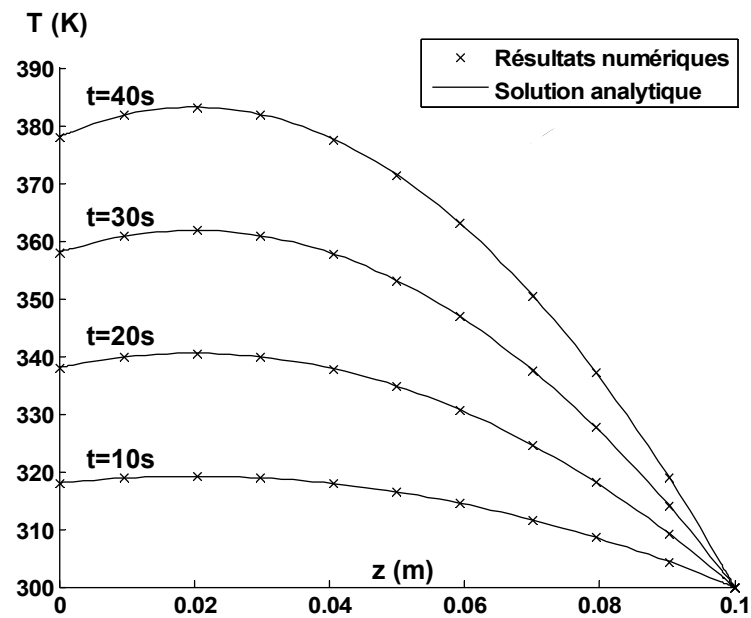


FIGURE I.1 – Température dans le milieu

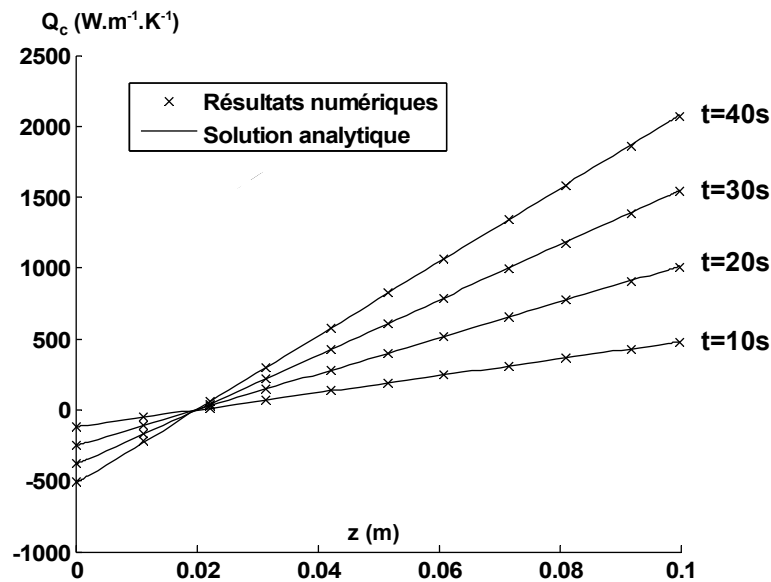


FIGURE I.2 – Flux conductif dans le milieu

RESUME

Cette étude a pour objectif la compréhension des phénomènes de transfert de chaleur couplés conduction-rayonnement, en régime transitoire, dans les isolants thermiques du bâtiment, en vue de leur optimisation. Nous avons étudié deux matériaux poreux très différents : des mousses de polystyrène extrudé (XPS) et un isolant en fibres de bois. Les propriétés radiatives ont été identifiées par méthode inverse. Nous avons ainsi mis en évidence la très faible contribution du transfert radiatif pour la laine de bois étudiée. Un modèle de prédiction des propriétés radiatives à partir des données morphologiques a été adopté pour les mousses XPS, puis validé grâce à différentes mesures. Nous avons montré que les propriétés radiatives sont très dépendantes des paramètres morphologiques ainsi que des indices optiques du polystyrène, et qu'un effort de caractérisation doit être fait pour des structures anisotropes. Enfin nous avons validé le code de résolution du transfert couplé conduction-rayonnement en régime transitoire grâce à des mesures fluxmétriques effectuées sur les isolants pris séparément puis mis en assemblages. Dans le cadre de l'isolation thermique du bâtiment, nous avons montré que les flux thermiques aux frontières des isolants en régime transitoire étaient identiques au cas où on considère la conductivité thermique totale qui prend en compte les contributions radiative et conductive. Nous avons montré l'importance des inerties thermiques grâce à des simulations annuelles du comportement de parois.

Mots-clés : Isolant thermique, Milieu poreux, Transfert de chaleur, Régime transitoire, Conduction, Rayonnement, Propriétés radiatives

ABSTRACT

The objective of this study is to better understand the mechanisms of the coupling radiative-conductive heat transfer of thermal building insulators used in a transient regime. Two insulating materials were studied in this work: extruded polystyrene foam (XPS) and wood wool. The radiative properties were determined using the inverse method. We demonstrated that the contribution of the radiative heat transfer of the wood wool was quite small. For XPS, radiative properties are more significant and are a function of the foam morphological structure as well as the optical indices of the polymer matrix. A model was developed for isotropic XPS material, however additional developments are needed to better characterize the effects of the foam anisotropy. The coupling radiative-conductive heat transfer in a transient regime was analyzed and validated with the heat flux meter measurement. The experiments were performed with a single insulating element and with various combinations of them. For building thermal insulation in a transient regime, we demonstrated the heat fluxes at the borders of insulators, determined by the coupling solution, are identical when considering the total thermal conductivity which includes radiative and conductive heat transfer. The individual contribution of radiative and conductive heat transfer was not noticeable, however the thermal inertia of the material contributed to delay the heat peak.

Keywords : Thermal insulator, Porous medium, Heat transfer, Transient state, Conduction, Radiation, Radiative properties