



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**U.F.R. Sciences et Techniques Mathématiques, Informatique et Automatique**

**École Doctorale IAEM Lorraine**

**Département de Formation Doctorale Automatique**

**Thèse**

présentée pour l'obtention du titre de

**Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1**

en Automatique, Traitement du Signal, Génie Informatique

par **Édouard THOMAS**

**CONTRIBUTION À LA PRISE DE DÉCISION DYNAMIQUE EN MAINTENANCE  
PRÉVISIONNELLE PAR FORMALISATION D'UN PRINCIPE D'OPPORTUNITÉ**

Soutenue publiquement le 15 juillet 2009 devant la commission d'examen :

Membres du jury :

Rapporteurs :

M. Pierre DEHOMBREUX Professeur, Faculté Polytechnique de Mons (Belgique)

M. Antoine GRALL Professeur, Université de Technologies de Troyes

Examineurs :

M. Basim AL-NAJJAR Professeur, Université de Växjö (Suède)

M. Thomas BRUSS Professeur, Université Libre de Bruxelles (Belgique)

M. Thierry DIVOUX Professeur, Université Henri Poincaré de Nancy

M. Benoît IUNG Professeur, Université Henri Poincaré de Nancy (directeur de thèse)

M. Éric LEVRAT Maître de conférence, Université Henri Poincaré de Nancy (codirecteur de thèse)

Centre de Recherche en Automatique de Nancy

Faculté des Sciences et Techniques – 54500 Vandœuvre-lès-Nancy



**U.F.R. Sciences et Techniques Mathématiques, Informatique et Automatique**

**École Doctorale IAEM Lorraine**

**Département de Formation Doctorale Automatique**

**Thèse**

présentée pour l'obtention du titre de

**Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1**

en Automatique, Traitement du Signal, Génie Informatique

par **Édouard THOMAS**

**CONTRIBUTION À LA PRISE DE DÉCISION DYNAMIQUE EN MAINTENANCE  
PRÉVISIONNELLE PAR FORMALISATION D'UN PRINCIPE D'OPPORTUNITÉ**

Soutenue publiquement le 15 juillet 2009 devant la commission d'examen :

Membres du jury :

Rapporteurs :

M. Pierre DEHOMBREUX Professeur, Faculté Polytechnique de Mons (Belgique)

M. Antoine GRALL Professeur, Université de Technologies de Troyes

Examineurs :

M. Basim AL-NAJJAR Professeur, Université de Växjö (Suède)

M. Thomas BRUSS Professeur, Université Libre de Bruxelles (Belgique)

M. Thierry DIVOUX Professeur, Université Henri Poincaré de Nancy

M. Benoît IUNG Professeur, Université Henri Poincaré de Nancy (directeur de thèse)

M. Éric LEVRAT Maître de conférence, Université Henri Poincaré de Nancy (codirecteur de thèse)

Centre de Recherche en Automatique de Nancy

Faculté des Sciences et Techniques – 54500 Vandœuvre-lès-Nancy



*Cette thèse est dédiée à  
Georges Thomas (1928–2001).*



## Remerciements

*Encadrer Édouard Thomas.* Telle est la tâche qui fut assignée à Éric Levrat, maître de conférence au Centre de recherche en automatique de Nancy (CRAN) et Benoît Lung, professeur au même CRAN. Il est légitime de commencer la liste des remerciements par leurs deux noms. Merci Éric, merci Benoît, je n'aurais jamais cru que nous arriverions jusque là ! Cette victoire est surtout la vôtre, et vous le savez.

Je veux ensuite remercier le professeur Alain Richard, directeur du CRAN. Au-delà de ses fonctions, il a toujours cru à ce projet de thèse, et s'est beaucoup investi pour qu'il aboutisse dans les meilleures conditions. Ses constants encouragements ont été pour moi salutaires dans les périodes de doute.

Merci à Messieurs Pierre Dehombreux, professeur à la Faculté polytechnique de Mons, et Antoine Grall, professeur à l'Université de technologies de Troyes, qui ont aimablement accepté de rapporter sur mon document de thèse. Leurs commentaires m'ont permis d'en améliorer la présentation. De même, Monsieur Thomas Bruss, professeur à l'Université libre de Bruxelles, a effectué un travail de relecture minutieux du document, qui a permis là encore d'en améliorer la présentation. Les autres examinateurs de nos travaux sont le docteur Basim Al-Najjar, professeur à l'Université de Växjö, et Monsieur Thierry Divoux, professeur au CRAN et président du jury. Je les remercie d'accepter d'évaluer nos travaux. Et, pour leur aide précieuse dans l'étude des opérateurs d'agrégation qui figure dans le chapitre 3, je remercie Pierre Marchand, Jean-Luc Marichal et Tony Bourdier.

Il me faut ensuite remercier ma famille, sans qui toute cette aventure aurait été infiniment plus pénible. C'est qu'il en faut de la patience et de la confiance lorsqu'un membre de la tribu effectue douze années d'études... Merci d'y avoir cru, de m'avoir encouragé, d'avoir contribué à ce que tout se passe pour le mieux. Une page de ma vie se tourne (c'est même tout un chapitre), et pour moi le vrai travail commence maintenant. Grâce à vous, aux valeurs que



vous m'avez transmises, je peux m'investir pleinement dans ce en quoi je crois. Un tel accomplissement n'est pas possible sans le soutien des siens.

D'autres personnes ont permis que ces recherches s'effectuent dans les meilleures conditions. Il y a déjà les collègues de travail, doctorants (Pierrot, Christian, Nico, Gilbert, Andres, Carlos, Gabriella, Sébastien, Martin, Danilo, Luca...), anciens doctorants (Aurélie, Max, Belynda, Domi, Thomas, Bryan, Alex, Ahmed, Salah et Salah, Will, David, Michaël...), enseignants (au CRAN ou ailleurs), visiteurs et autres formateurs, et le personnel technique sans qui on ne s'en sortirait pas (merci Jocelyne, Christine, Anne, Marjorie et les autres). Il y a ensuite le CIES Lorraine (je remercie chaleureusement Françoise Dendien et Laurence Hensch), et l'IUT Nancy-Brabois qui m'a accueilli durant mes trois années de monitorat (merci Annie, et tous les enseignants du département Génie électrique et informatique industrielle, avec qui j'ai passé des super moments).

Je remercie également mon employeur actuel, les Éditions POLE, et tous nos collaborateurs, pour leur patience, leur compréhension et leur aide matérielle dans la période finale.

Enfin, il y a tous ceux qui, en amont de la thèse, ont permis que cette aventure puisse avoir lieu : mathématiciens de l'Institut Élie Cartan de Nancy, automaticiens du CRAN, enseignants de l'ENSEM, et les autres étudiants des promos passées avec lesquels « on en a bien bavé », mais qu'est-ce que ça en valait la peine !

À toutes et à tous, merci.

**Dr E.T.**



# Sommaire

REMERCIEMENTS.....	7
SOMMAIRE.....	10
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	15
CHAPITRE 1 L'ACTUEL BESOIN D'ÉVOLUTION DE LA DÉCISION DE MAINTENANCE.....	21
1.1 Introduction.....	21
1.2 Le contexte de la décision de maintenance pour les systèmes industriels...	22
1.2.1 Vers la performance globale de l'entreprise à travers le maintien de la performance du système de production.....	23
1.2.2 Le processus de maintien en conditions opérationnelles et son principal levier d'action, la maintenance.....	25
1.2.3 La maintenance, tout au long du cycle de vie du système.....	26
1.2.3.1 La maintenance en phase de conception.....	27
1.2.3.2 La maintenance en phase d'exploitation.....	28
1.2.3.3 La maintenance en fin de vie du système.....	29
1.2.4 Déploiement du processus de maintenance en entreprise.....	30
1.2.5 Le déploiement d'une stratégie de maintenance prévisionnelle.....	37
1.2.5.1 Les processus de surveillance et diagnostic.....	39
1.2.5.2 Le processus de pronostic.....	40
1.2.5.3 Le processus d'aide à la décision de maintenance.....	41
1.2.5.4 Certaines limitations de l'approche.....	44
1.2.5.5 Élaboration des plans de maintenance.....	50
➤ Estimation des performances futures du système.....	50
➤ Sélection d'un plan de maintenance.....	52
1.3 Problématique générale de l'aide à la décision de maintenance prévisionnelle.....	53
1.3.1 Le cadre d'étude d'une maintenance exploitant des opportunités pour un système industriel.....	53
1.3.2 Les problèmes associés à une action de maintenance réalisée sur le composant C.....	55
1.4 Conclusion.....	62

CHAPITRE 2	VERS DE NOUVELLES FORMES DE MAINTENANCE OPPORTUNISTE.....	65
2.1	Introduction.....	65
2.2	La maintenance opportuniste dans la littérature.....	66
2.2.1	Les origines de la maintenance opportuniste.....	67
2.2.2	L'héritage du concept original.....	68
2.2.3	La notion de regroupement d'actions de maintenance.....	72
2.2.4	Exploiter tous les arrêts de production afin de synchroniser la maintenance avec la production.....	76
2.2.5	La modélisation de l'apparition des opportunités.....	78
2.2.6	Bilan des approches rencontrées.....	79
2.3	Vers l'adoption d'une définition consensuelle de la maintenance opportuniste relative au contexte de notre étude.....	81
2.3.1	Discussion de la terminologie existante.....	81
2.3.2	Proposition d'une nouvelle terminologie.....	82
2.3.3	Propriétés à satisfaire pour définir une action de maintenance C-opportune de seconde espèce (C composant du système).....	85
2.3.4	Les différents critères intervenant dans la définition d'une action de maintenance opportune (C composant) .....	85
2.3.4.1	La notion de proximité.....	86
2.3.4.2	La notion d'accessibilité.....	92
2.3.4.3	Vers une démarche de recherche d'une action de maintenance C-opportune de seconde espèce.....	93
2.4	Illustration quantitative des gains de temps réalisés à l'aide d'actions de maintenance opportunistes.....	95
2.5	Conclusion.....	101

CHAPITRE 3	LA FORMALISATION DE LA MAINTENANCE OPPORTUNE : ASPECTS MATHÉMATIQUES.....	105
3.1	Introduction.....	105
3.2	Formalisation de la notion de maintenance opportune.....	106
3.2.1	L'algorithme de Bruss (actions opportunes de première espèce).....	106
3.2.1.1	Formalisation du problème de la sélection du dernier arrêt pertinent.....	107
➤	Modélisation des arrêts de production.....	108
➤	Les arrêts de production susceptibles d'être des opportunités pour la maintenance.....	110
3.2.1.2	Formalisation de la question (Q2) sous la forme d'un problème d'arrêt optimal.....	111
➤	Construction d'un espace probabilisé.....	114
➤	Construction du problème d'arrêt optimal.....	116

3.2.1.3	L'algorithme de Bruss.....	119
➤	Le théorème de Bruss : cas général.....	120
➤	L'algorithme de Bruss : application à un exemple.....	122
➤	L'algorithme de Bruss : application à la maintenance.....	125
3.2.1.4	Exemples d'application académiques de l'algorithme de Bruss à des problématiques de type (Q2) en maintenance.....	128
➤	Cas monocomposant : la sélection de l'arrêt optimal.....	129
➤	Le classement de l'ensemble des arrêts de production.....	134
➤	La suppression <i>a priori</i> d'un arrêt de production non pertinent : démarche générale.....	138
➤	La suppression <i>a priori</i> d'un arrêt de production non pertinent sur un exemple.....	140
▪	Le critère de maintenabilité.....	142
▪	Le critère de fiabilité.....	145
▪	Les critères de maintenabilité et de fiabilité réunis.....	146
3.2.1.5	Conclusion.....	147
3.2.2	Les relations d'équivalence (pour les actions opportunes de seconde espèce).....	149
3.2.2.1	Les relations d'équivalence en algèbre.....	149
3.2.2.2	Formalisation de la maintenance C-opportune de seconde espèce..	151
➤	Les relations de proximité avec le composant C.....	152
▪	Première proposition : relation de proximité stricte.....	155
▪	Seconde proposition : relation de proximité élargie.....	157
➤	La prise en compte de l'outillage et des compétences pour un opérateur donné.....	161
➤	Prendre en compte la sécurité pour une action de maintenance.....	169
▪	La relation de consignation.....	169
▪	La relation de réalisation.....	171
▪	La relation de clôture.....	171
➤	La prise en compte des autres critères retenus.....	172
▪	L'échange de flux entre deux composants.....	172
▪	La participation à une même finalité.....	173
▪	Être dans une même enceinte de confinement.....	173
3.2.2.3	Exploitation des relations à l'aide d'une masse d'opportunité.....	173
3.2.2.4	Agrégation des critères.....	177
3.2.2.5	Une exploitation des boîtes englobantes à l'aide de la logique floue.....	180
3.3	Conclusion.....	185
CHAPITRE 4 VALIDATION EXPÉRIMENTALE.....		187
4.1	Introduction.....	187
4.2	Exploitation de la plateforme TELMA.....	190

4.3 L'architecture technique de la plateforme TELMA.....	192
4.3.1 La partie opérative.....	192
4.3.2 La partie commande.....	193
4.3.3 La génération de défaillances.....	195
4.3.4 L'architecture de communication et de maintenance.....	195
4.3.5 Mise en évidence d'un besoin en maintenance sur TELMA.....	197
4.4 Expérimentation et validation des travaux sur la plateforme TELMA ....	200
4.4.1 Développement d'une intervention de maintenance opportune de première espèce sur TELMA.....	201
4.4.2 Développement d'une intervention de maintenance opportune de seconde espèce sur TELMA .....	210
4.4.3 Utilisation de la notion de proximité floue à des fins de maintenance sur TELMA.....	217
4.5 Conclusion.....	224
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	227
PUBLICATIONS DE L'AUTEUR.....	233
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	237
ANNEXE I.....	255
ANNEXE II.....	257
ANNEXE III.....	263
ANNEXE IV.....	264
ANNEXE V.....	268
ANNEXE VI.....	271
ANNEXE VII.....	273
ANNEXE VIII.....	274
ANNEXE IX.....	282
ANNEXE X.....	284
RÉSUMÉ.....	302
ABSTRACT.....	302



# Introduction générale

Aux besoins essentiels de produire « plus », « mieux » et « moins cher » s'est adossé aujourd'hui un contexte législatif en perpétuelle évolution et une crise financière qui conduit à réaliser de conséquentes économies d'énergie. Cette situation conduit les entreprises industrielles, non seulement à faire face à des enjeux économiques liés aux impératifs de gains de productivité, mais aussi à des enjeux sociaux liés aux impératifs de sécurité des hommes et des matériels, aux exigences de protection de l'environnement et de réduction des nuisances.

Ces enjeux vitaux pour la prospérité voire la survie de l'entreprise se déclinent notamment au niveau des équipements par le concept de maintien en condition opérationnelle, dont le rôle est de garantir tout au long de la phase d'exploitation la finalité attendue du système par une maîtrise de ses performances<sup>1</sup>. Dans ce but, le maintien en condition opérationnelle met en œuvre un ensemble de moyens logistiques et de processus, dont celui, pivot, de la maintenance, considéré actuellement comme l'un des principaux leviers d'action sur la performance globale des systèmes de production [Sénéchal, 2004]. Son impact est en effet simultané sur la productivité, la disponibilité de l'outil de production, la qualité du produit mais aussi sur les aspects sécuritaires et sur l'environnement.

En ce sens, l'optimisation des stratégies de maintenance a fait l'objet de multiples développements au cours des dernières décennies. Cependant, l'amélioration des processus de maintenance, au niveau tactique (planification–ordonnancement) comme au niveau opérationnel (intervention), reste peu abordée et d'utilisation peu courante en entreprise [El Aoufir et Bouami, 2003]. Cette problématique diffère du choix d'une politique de maintenance ou de l'optimisation des paramètres associés à une stratégie de maintenance. En effet, il s'agit de réaliser des compromis entre des acteurs aux missions parfois antagonistes

---

<sup>1</sup> Performances liées aux exigences de productivité, disponibilité, sécurité ou de coût du système.



(comme la production et la maintenance), dans un contexte évolutif et un environnement complexe. Cela implique de devoir prendre des décisions pertinentes et cohérentes avec les objectifs de chacune des parties impliquées. Les objectifs de la maintenance sont la maîtrise des performances de l'outil de production.

Cependant, la performance est d'autant plus difficile à maîtriser que l'évolution continue de l'environnement du système de production, les reconfigurations fréquentes de l'outil de production, le vieillissement des composants modifient sans cesse les caractéristiques<sup>2</sup>, performances ou propriétés du système de production. La prise en compte de cette dynamique requiert, au minimum, de surveiller le système et son environnement afin de réagir, en cas d'apparition de dégradations du processus opérant ou de dérives qualité du produit, voire d'anticiper ces aléas pour éviter d'en subir les conséquences<sup>3</sup>. Ces sous-processus majeurs de surveillance de déviation et d'anticipation des dégradations induisent au niveau du processus de maintenance l'émergence de nouvelles approches proactives comme la maintenance prévisionnelle<sup>4</sup>. [Léger et Morel, 2001] ont proposé de regrouper ces trois sous-processus (processus de surveillance–diagnostic, processus de pronostic et processus d'aide à la décision) au sein d'une même entité, le système intégré de maintenance prévisionnelle (SIMP). L'objectif du SIMP est de maîtriser les performances des systèmes industriels par la proposition d'actions de maintenance pertinentes, c'est-à-dire adaptées à un contexte, ne pénalisant pas la production, et respectant des impératifs de sécurité aussi bien pour le système que pour les agents ou l'environnement.

Plus précisément, l'exploitation d'un processus de pronostic permet d'anticiper une défaillance sur un équipement (en extrapolant l'impact des lois de dégradation auxquelles il est soumis, grâce notamment au processus de surveillance et diagnostic). Il devient ainsi possible d'envisager l'intérêt de la réalisation d'une ou de plusieurs action(s) de maintenance préventive sur un horizon temporel futur. Les problèmes induits par cette orientation se posent alors en ces termes : Quels sont les composants du système qui devraient bénéficier en priorité d'une action de maintenance préventive ? Pour ces composants, quelles actions de

---

<sup>2</sup> Caractéristiques de fiabilité, de disponibilité et de maintenabilité, risques d'apparition d'un mode de défaillances...

<sup>3</sup> Ou au moins de les minimiser.

<sup>4</sup> Dans une stratégie de maintenance prévisionnelle, le déclenchement d'action de maintenance est justifié par l'analyse des prévisions de l'évolution des paramètres significatifs de la dégradation du bien.

maintenance envisager ? À quel moment les effectuer (pour limiter les risques d'impact sur l'homme et sur l'environnement, limiter les coûts directs et indirects de maintenance...) ?

En ce sens, notre contribution vise à répondre (au moins en partie et sous certaines hypothèses) à ces questions, en proposant des outils d'aide à la décision dynamiques. L'aide à la décision dynamique de maintenance fonctionne en synergie avec le processus de pronostic, et vient compléter le système intégré de maintenance prévisionnelle. Une originalité de notre travail est de proposer un cadre général permettant de traiter simultanément, au sein d'un même ensemble d'outils d'aide à la décision, les questions posées. En effet, dans la littérature, ces questions sont parfois posées mais restent relativement indépendantes les unes des autres [Budai, *et al.*, 2006].

Par ailleurs, toute action de maintenance qui résulte d'une réflexion sur les questions que nous venons de soulever peut être qualifiée d'opportuniste. Malheureusement aucune définition consensuelle du terme « opportuniste » n'émerge dans la littérature, tant du point de vue académique que du point de vue industriel. Nous serons donc amenés à approfondir cette notion plutôt imprécise<sup>5</sup> de « maintenance opportuniste », et de la généraliser afin de proposer des actions de maintenance préventive non planifiées, pertinentes voire optimales au sens de certains critères. Plus précisément, le présent document sera composé de quatre chapitres :

**§I** — Le rôle et l'évolution du processus de maintenance au sein de l'entreprise [Wang, 2002] sont décrits et discutés dans le premier chapitre du mémoire. Les nouvelles formes de maintenance (notamment la maintenance prévisionnelle) mobilisent de nouvelles connaissances et de nouvelles hypothèses de travail. Pour maîtriser les performances des systèmes de production, un système intégré de maintenance prévisionnelle est introduit. Les processus de surveillance–diagnostic ainsi que de pronostic ayant déjà fait l'objet d'études approfondies, nous nous focaliserons sur le processus d'aide à la décision de maintenance et les hypothèses mises en jeu. Les grandes familles de problèmes rencontrées dans la définition d'un outil pour la décision de maintenance dans un cadre prévisionnel concernent aussi bien le choix des composants candidats à une action de maintenance que la nature ou la date de réalisation de cette action.

---

<sup>5</sup> Car non définie au sein d'une norme, et d'acceptation non consensuelle.

**§II** — Les interrogations du chapitre précédent amènent naturellement à approfondir le concept de maintenance opportuniste. Nous verrons que, selon les auteurs et selon les périodes, ce concept regroupe des réalités souvent très différentes. La définition du concept de maintenance opportuniste fait par exemple intervenir des notions aussi diverses que la proximité entre composants, la compétence d'un opérateur, l'outillage disponible, le respect de consignes de sécurité, l'intégration du planning de la maintenance au sein de la production. Le verrou scientifique qui se pose alors est de faire la synthèse entre toutes ces approches afin d'appréhender les caractéristiques communes à toutes ces notions. Il apparaît notamment que la maintenance opportuniste est généralement vue comme une démarche qui n'est planifiable que sur le très court terme.

Nous proposerons alors de préciser la nature et le rôle des opportunités dans le déploiement d'une intervention de maintenance, en introduisant la notion de maintenance opportune. La maintenance opportune de première espèce permet de traiter les problématiques du type « Quand effectuer une intervention de maintenance donnée ? ». La maintenance opportune de seconde espèce permet d'aider l'expert à résoudre les problématiques du type « Sur quel composant effectuer en priorité une intervention de maintenance ? » dans un environnement complexe.

**§III** — Le chapitre 3 montrera que, sous certaines hypothèses, les critiques faites à la maintenance opportuniste ne sont pas nécessairement justifiées. Nous illustrerons que les actions de maintenance opportunes permettent en effet de planifier des plans de maintenance, tout en exploitant, de façon dynamique, des opportunités. Une modélisation mathématique, aussi précise et complète que possible, permettra de fonder la notion de maintenance opportune sur des bases rigoureuses.

L'originalité des réponses que nous apporterons par rapport aux critiques portées à la maintenance opportuniste sera précisée à travers la modélisation de la notion de maintenance opportune. Par exemple, nous développerons une méthodologie de proposition puis de sélection d'actions de maintenance préventive non planifiées (*actions de maintenance opportunes*) qui est dynamique, qui prend en compte les critères d'intervention jugés pertinents par le décideur de maintenance, qui est indépendante de ce nombre de critères, et qui est (pour une partie) prouvée optimale.

Une première partie du chapitre 3 présentera les outils mathématiques utilisés pour définir la notion de maintenance opportune de première espèce (à l'aide de l'analyse stochastique). Des exemples académiques seront fournis à des fins pédagogiques. Une deuxième partie proposera de modéliser, à l'aide d'outils algébriques, la notion de maintenance opportune de seconde espèce. Pour cela, les critères d'opportunisme pertinents pour la réalisation d'actions de maintenance, seront précisés. D'autres exemples seront présentés pour illustrer la pertinence de ce concept pour l'expert, pour trouver des compromis, et justifier des prises de décisions de maintenance aussi objectives que possibles.

**§IV** — Le dernier chapitre est consacré à une application de la démarche proposée sur une plateforme réelle, proche d'un *process* industriel de *e*-maintenance, représentative de la réalité en matière de technologies, de complexité ou d'intégration matérielle et logicielle. L'objectif de l'expérimentation est de démontrer la faisabilité de la méthodologie proposée en développant des outils d'aide à la décision sur un système complexe réel, tant du point de vue de la formalisation des concepts que de leur mise en œuvre. Les limites rencontrées lors de l'implémentation du concept de maintenance opportune seront discutées.

Par ailleurs, nous montrerons comment la notion de maintenance opportune peut être exploitée pour aborder des problématiques (de maintenance, mais également de conception par exemple) pour lesquelles elles n'avaient pas *a priori* été développées.



# Chapitre 1

## L'actuel besoin d'évolution de la décision de maintenance

### 1.1 Introduction

Dans un contexte industriel de plus en plus concurrentiel, où de nouvelles préoccupations sociétales et environnementales viennent s'ajouter à la finalité économique, la maîtrise de la performance des processus de production est un enjeu capital, qui permet d'améliorer la performance globale des entreprises. Un levier d'action sur cette maîtrise, principalement pendant la phase d'exploitation, est le processus de maintenance qui, appliqué au niveau des systèmes de production sous une forme anticipative, permet d'investiguer un ensemble d'interventions visant à prévenir un processus de dégradations des performances de ces systèmes. Dans ce cadre anticipatif, un processus d'aide à la décision de maintenance permet d'aider le décideur du service maintenance à sélectionner, parmi cet ensemble d'interventions potentielles, les actions de maintenance les plus adaptées au contexte (car les moins pénalisantes en termes de coûts, et permettant des gains en termes de disponibilité, de productivité, de qualité ...).

Sur la base de stratégies de maintenance anticipant l'apparition de défaillances sur les composants surveillés d'un système de production, ce chapitre a pour objet de présenter certaines problématiques relatives à la prise de décision en maintenance.

## 1.2 Le contexte de la décision de maintenance pour les systèmes industriels

L'objet de notre étude est la maintenance des systèmes industriels, et en particulier des systèmes de production. Un tel système est généralement défini de la façon suivante :

**Définition 1.1** (sens commun) : Un **système de production** est tout équipement physique utilisé afin de créer un produit (bien ou service) à partir de matières premières.

Cette définition accepte plusieurs niveaux de lecture. Au niveau le plus abstrait, un système industriel peut être vu comme un processus de transformation. Plus précisément, ce processus transforme, au sein d'un environnement donné, des matières premières diverses en un ou plusieurs produit(s) fini(s), à l'aide de ressources telles que du travail (humain ou mécanique), des capitaux (pour les machines et les matériaux...) et un espace physique délimité.

Un système de production peut également être vu comme un processus générique, caractérisé par des flux. En premier lieu, le flux physique est constitué des matières premières, depuis leur forme brute primitive jusqu'au produit manufacturé, en passant par toutes les étapes intermédiaires de transformation de ces matières. Ces transformations sont supportées par des composants physiques constituant le système de production. En second lieu, un flux décisionnel peut être considéré afin de représenter les décisions qu'un agent donné peut prendre relativement à ces composants. Un flux informationnel, alimenté par différents documents et un ensemble d'informations relatifs au produit à réaliser et aux composants du système de production, accompagne les flux physique et décisionnel.

Enfin, au niveau le plus basique, un système de production peut être vu comme un ensemble de composants physiques ou de constituants, liés les uns aux autres dans le but de réaliser une ou plusieurs fonction(s) particulière(s) qui contribuera(ont) à réaliser un produit fini.

Afin de faire ressortir l'ensemble de ces niveaux de lecture, l'Association française d'ingénierie système (AFIS<sup>6</sup>) propose une définition<sup>7</sup> d'un système (de production), que nous

---

<sup>6</sup> <http://www.afis.fr>

<sup>7</sup> Glossaire de base de l'AFIS : [http://www.afis.fr/nav/gt/is/doc/Glossaire\\_Base-V1-2.pdf](http://www.afis.fr/nav/gt/is/doc/Glossaire_Base-V1-2.pdf) .

avons décidé de retenir dans la suite du document. Cette définition d'un système de production (ou d'un système industriel) est la suivante :

**Définition 1.2 (AFIS) :** Un **système** (et notamment un **système de production**) est un ensemble d'éléments en interaction entre eux et avec l'environnement, intégré pour rendre à son environnement les services correspondant à sa finalité. Ces éléments constituant le système seront appelés **composants**. Un **équipement** résulte de l'assemblage de composants, et désignera toute partie du système de production. Une **machine** sera un équipement dédié à une tâche spécifique.

Dans ce contexte, un système n'est jamais isolé dans le temps ou dans l'espace, il est en interaction avec un environnement ou avec d'autres systèmes. Cette interaction avec un environnement conduit à prendre en considération des contraintes de fonctionnement qui peuvent parfois sembler contradictoires avec les objectifs fixés au système de production afin qu'il réalise sa finalité [Baptiste, *et al.*, 2007]. Par exemple, un équipement doit être partagé entre l'équipe de production (pour laquelle il est une ressource) et l'équipe de maintenance (pour laquelle il est la finalité).

### **1.2.1 Vers la performance globale de l'entreprise à travers le maintien de la performance du système de production**

La principale caractéristique d'un système de production est sa performance. En effet, l'entreprise utilisatrice de ce système de production doit rechercher une triple performance : aux impératifs de performance économique induits par un contexte économique de plus en plus concurrentiel et par une augmentation sensible des prix de l'énergie ou des matières premières s'ajoutent des impératifs environnementaux et sociétaux (Figure 1.3).

[Note : à des fins de simplicité, nous avons adopté un système de numérotation globale pour les définitions, équations, figures, tableaux...]



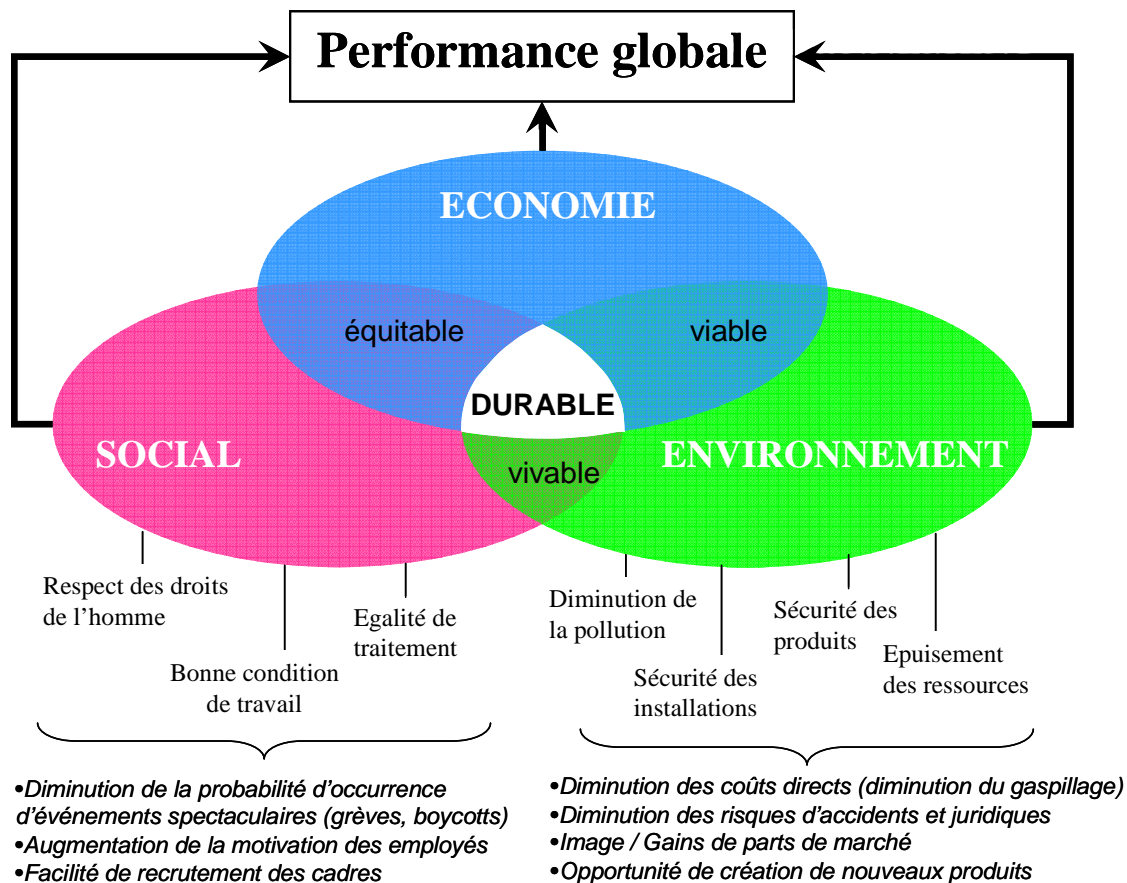


Figure 1.3. La performance globale de l'entreprise d'après [Reynaud, 2003].

La performance globale de l'entreprise se décline au niveau de l'ensemble des processus et sous-systèmes internes de l'entreprise, et donc notamment au niveau du système de production<sup>8</sup>, et ce tout au long de son cycle de vie. L'exigence de triple performance au niveau de l'entreprise se traduit, pour un système de production, de la manière suivante :

- sur le plan économique, la production est responsable de la maîtrise de nombreux paramètres liés à la pérennité de l'entreprise (d'où des notions de productivité, qualité des produits...);
- sur le plan social, une partie du personnel de l'entreprise est affectée à la production (d'où des notions de sécurité, de formations...);

<sup>8</sup> Le concept de « performance globale du système de production » est synonyme d'obtention conjointe de la **pertinence** (adéquation des moyens mis en œuvre par rapport aux objectifs), de l'**efficience** (adéquation des résultats obtenus par rapport aux moyens), et de l'**efficacité** (adéquation des résultats par rapport aux objectifs), sur l'intégralité du cycle de vie du système [Sénéchal, 2004].

- sur le plan environnemental, le système de production est consommateur d'énergie et de matières premières d'une part, et producteur de rebuts et autres polluants d'autre part.

Ces exigences, considérées séparément sur chacun de ces trois plans (économique, social et environnemental), amènent à rechercher des solutions qui peuvent être rédhibitoires au sens de la satisfaction des deux autres critères. Par exemple, la recherche de la productivité maximale au moindre coût peut avoir des conséquences désastreuses sur le plan environnemental. Ainsi, pour parvenir à maîtriser les performances d'un système de production, il faut être capable de concilier, tout au long de son cycle de vie, des objectifs qui peuvent parfois sembler antagonistes. Cette tâche est vitale pour les systèmes de production dont les coûts de maintien en conditions opérationnelles sont supérieurs aux coûts d'acquisition.

### 1.2.2 Le processus de maintien en conditions opérationnelles et son principal levier d'action, la maintenance

Dans le but de conserver et améliorer les performances du système de production, le processus de **maintien en conditions opérationnelles** (Figure 1.4) met en œuvre un ensemble d'activités et de moyens logistiques (approvisionnement, acquisition et gestion des rechanges, opérations de maintenance, outillages, documentation, formation...) dans l'objectif de garantir, tout au long de la phase d'exploitation, la finalité attendue du système de production<sup>9</sup>.



Figure 1.4. Le processus de maintien en conditions opérationnelles [ <http://www.afis.fr/> ].

<sup>9</sup> Selon la définition proposée par l'AFIS.

L'impact du processus de maintien en conditions opérationnelles est visible sur chacun des trois axes de performance du système de production.

Le processus de maintien en conditions opérationnelles permet en effet de :

- augmenter la disponibilité du système de production, réduire les coûts directs (axe économique),
- maîtriser la sûreté de fonctionnement de ce système, réduire le risque d'occurrence d'événements néfastes pour son environnement (axe environnemental),
- maîtriser la sécurité, améliorer les conditions de travail des personnels (axe social).

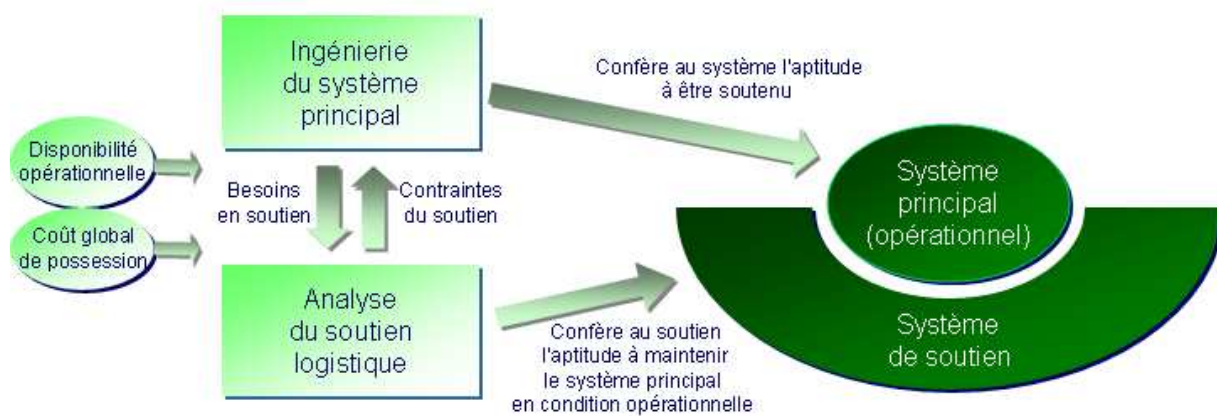
Pour remplir ces missions, le processus de maintien en conditions opérationnelles s'appuie sur le processus pivot de maintenance, considéré actuellement comme l'un des principaux leviers d'action sur la performance globale des systèmes de production [Sénéchal, 2004] à cause de son impact simultané sur la productivité, la disponibilité de l'outil de production, la qualité du produit mais aussi sur les aspects sécuritaires ou environnementaux.

Selon la norme [AFNOR, 2001], la **maintenance** est l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise. Elle a donc bien un impact sur la productivité, la disponibilité de l'outil de production et la qualité du produit [Waeyenbergh and Pintelon, 2004 ; Kutucuoglu, *et al.*, 2001], mais aussi sur les aspects sécuritaires ou environnementaux [DeSimone, *et al.*, 1997]. Le rôle de la maintenance est donc primordial pendant la phase d'exploitation du système de production, mais également tout au long de son cycle de vie [Monchy, 1987 ; Monchy, 2003 ; Takata, *et al.*, 2004], de sa conception [Parida, 2006] à sa fin de vie [Cunha and Caldeira Duarte 2004].

### 1.2.3 La maintenance, tout au long du cycle de vie du système

Le cycle de vie d'un système de production peut être représenté de façon simplifiée par trois phases principales : une phase de conception, une phase d'exploitation et une phase de fin de vie. Le **coût du cycle de vie** ou **coût global de possession** est, pour l'acquéreur d'un système de production, constitué d'une part du coût d'acquisition du système et des coûts directs d'exploitation (coûts humains et de ravitaillement) principalement déterminés par la

conception du système, et d'autre part des coûts du soutien sur toute la durée de vie opérationnelle du système, principalement déterminés par l'analyse du soutien logistique<sup>10</sup> (Figure 1.5).



*Figure 1.5. Approche du soutien logistique intégré (le système principal est un système de production) [ <http://www.afis.fr/> ].*

### 1.2.3.1 La maintenance en phase de conception

La conception d'un système en détermine en grande partie les coûts directs d'exploitation. Parmi ces coûts directs, les coûts de maintenance s'avèrent généralement très supérieurs au coût d'acquisition initial du système. C'est pourquoi la maintenance doit être l'une des préoccupations majeures des concepteurs du système, afin de minimiser les coûts de maintenance de l'entreprise qui l'exploitera. En particulier, des questions relatives à la structure même du système doivent être posées au moment de sa conception : Comment agencer les composants du système, les uns par rapport aux autres, afin de faciliter les futures tâches de maintenance ? Quels sont alors les matériaux à utiliser pour ces composants afin d'augmenter la durée de vie du système ? Quels sont les outils à utiliser et les compétences à mettre en œuvre pour accéder à un composant donné du système ? Quels sont les composants qui peuvent figurer au sein d'une même enceinte de confinement ? Comment regrouper dans un même lieu des composants qui partagent une propriété commune (par exemple un échange de flux de matière), de manière à faciliter les futures tâches de maintenance ? Plus

<sup>10</sup> Glossaire de base de l'AFIS : [http://www.afis.fr/nav/gt/is/doc/Glossaire\\_Base-V1-2.pdf](http://www.afis.fr/nav/gt/is/doc/Glossaire_Base-V1-2.pdf) .

généralement, est-il possible de prendre en considération une propriété commune entre les composants qui permettrait de faciliter les futures interventions de maintenance ? Répondre à de telles interrogations au niveau de la conception<sup>11</sup> constitue un service supplémentaire que le concepteur peut apporter au futur utilisateur du système de production [Kiritsis, *et al.*, 2003].

L'hypothèse sera faite dans la suite de ce document qu'un tel lien entre le concepteur et l'utilisateur du système de production existe ; c'est-à-dire que le plan CAO<sup>12</sup> du système de production est à disposition du responsable du service maintenance, il fournit des informations sur l'ensemble des composants du système de production, et notamment sur les composants principaux<sup>13</sup>.

### 1.2.3.2 La maintenance en phase d'exploitation

Lors de l'exploitation du système de production, le processus de maintenance assure la gestion puis l'exécution des interventions nécessaires au maintien en conditions opérationnelles du système. Concrètement, la maintenance utilise en permanence les indicateurs de performance du système de production (sûreté de fonctionnement, productivité, disponibilité, qualité des produits, sécurité...), si possible avec rétroaction. Ainsi, lorsqu'un dysfonctionnement ou une défaillance (respectivement une dérive de performance) survient, le processus de maintenance doit proposer une liste d'opérations correctives (respectivement préventives) destinées à garantir simultanément un niveau de performance acceptable, suivant le triplet (coût ; délai ; qualité), et une réduction maximale des risques d'apparition d'incidents critiques.

Selon [Lewin, 1951], [Duffuaa, *et al.*, 1998] ou [Francastel, 1999], toute action de maintenance peut être décomposée en trois phases (P, R et C)<sup>14</sup> : une phase de préparation<sup>15</sup> (P), une phase de réalisation<sup>16</sup> (R) et une phase de clôture<sup>17</sup> (C) [Léger, *et al.*, 2008]. Il

---

<sup>11</sup> On parle alors de *design for maintenance*.

<sup>12</sup> Conception Assistée par Ordinateur

<sup>13</sup> Composants de premier niveau, définis par l'ingénieur mécanicien au moment de la conception de l'arborescence du système.

<sup>14</sup> En anglais : *P, E, C* pour *Preparation, Execution, Closing*.

<sup>15</sup> Préparer la mise en œuvre de tous les moyens destinés à la réalisation des travaux prévus.

<sup>16</sup> Réaliser, au niveau opérationnel, l'intervention de maintenance.

devient aujourd'hui nécessaire de proposer des approches globales pour la planification de la maintenance, qui prennent en compte non seulement la production mais également la sécurité tout au long de ces trois phases [Raouf, 2004].

La notion de sécurité est propre à une action de maintenance donnée, et impose des conditions pour la réalisation de cette action (par des protocoles, ou par des gammes de consignation–déconsignation, de condamnation–remise en configuration de fonctionnement, ou de dépose–repose). Ces règles définissent implicitement des critères d'association ou de regroupement de composants ou d'actions de maintenance, selon les règles de sécurité qui s'imposent à chacun d'eux lors de la réalisation d'une action de maintenance : pour un composant donné, et pour une action de maintenance considérée sur ce composant, il est possible (en exploitant la documentation technique) de disposer *a priori* de l'ensemble des composants du système qui vérifient, pour une certaine action de maintenance, la même gamme de consignation que le composant donné pour l'action de maintenance considérée.

La planification puis l'exécution définitive des interventions résultent d'une collaboration avec le processus de production, afin de *pénaliser le moins possible* ce dernier. En particulier, la planification d'actions de maintenance durant les arrêts de production du système permet d'atteindre cet objectif [Al-Najjar and Alsyouf, 2003]. Pour cette raison, de telles actions de maintenance peuvent être qualifiées d'*opportunistes*.

### 1.2.3.3 La maintenance en fin de vie du système

La maintenance peut en outre intervenir durant la phase de fin de vie d'un système de production pour offrir des services supplémentaires aux entreprises. Elle permet en effet de prolonger la vie des systèmes de production grâce à la réalisation d'interventions durant la phase d'exploitation (afin notamment de garantir un retour sur investissement), mais également de les faire évoluer tout en conservant les caractéristiques. De plus, la maintenance peut être mise à profit pour assurer que le système de production pourra être démantelé, et qu'une partie de ses composants pourra être réutilisée à temps. En fonction de l'option retenue (démantèlement, destruction, réutilisation, recyclage matériel ou fonctionnel,

---

<sup>17</sup> Remise en marche de l'équipement, retour d'expérience et capitalisation de toutes les données exploitables ultérieurement.

amélioration de matériel, *retrofitting*), l'entreprise ou le service chargé(e) du démantèlement du système devra mobiliser les ressources humaines et matérielles nécessaires pour assurer le respect des contraintes normatives en vigueur : traitement ou recyclage des composants électroniques, des matières plastiques et métalliques, des huiles moteurs... Ainsi, la maintenance (ou maintenance réalisée autrement) doit aujourd'hui être envisagée tout au long du cycle de vie du système de production (Figure 1.6).

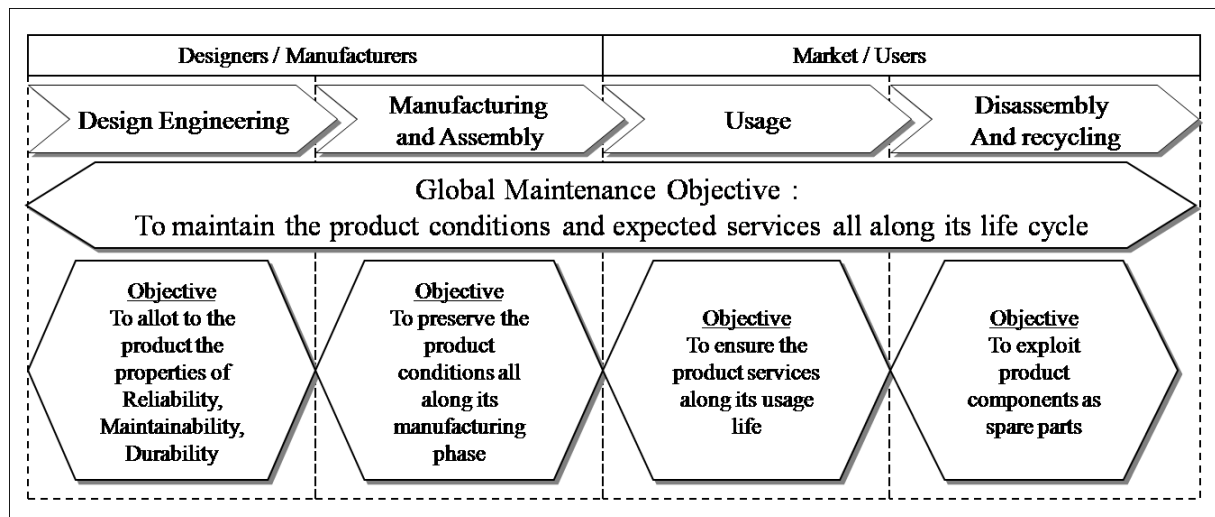


Figure 1.6. La maintenance, tout au long du cycle de vie du système de production

[Levrat, *et al.*, 2008a].

#### 1.2.4 Déploiement du processus de maintenance en entreprise

Quelle que soit la phase du cycle de vie d'un système de production, la maintenance repose sur le déploiement d'activités. Les principales activités de la maintenance relativement à la phase d'exploitation d'un système de production sont rappelées dans [Francastel, 1999] et [Francastel, 2003]. Dans un premier temps, et en accord avec la phase de préparation, le développement d'une action de maintenance exige de collecter les données de base du système, ainsi que les données de fonctionnement de l'équipement à maintenir, dans le but d'en connaître les performances courantes. Il devient alors possible de concevoir un plan ou programme de maintenance, consistant en une définition ou un recensement des opérations de maintenance sur l'équipement en fonction des objectifs de performance requis pour le système. Ensuite, les ressources en matériels et personnels doivent être gérées, planifiées et

ordonnées dans le but de réaliser les tâches de maintenance prévues par le plan de maintenance. La réalisation de ces tâches, ainsi que l'amélioration et la modification des équipements, constituent deux autres activités de la maintenance (*cf.* phase de réalisation). Enfin, la capitalisation des données issues du retour d'expérience permet de corriger ou ajuster la stratégie de maintenance et d'en garantir la finalité (la maintenance de l'équipement de façon à satisfaire les performances du système). Les nouvelles technologies de l'information et de la communication disponibles depuis quelques années facilitent ce travail. L'exploitation de ces technologies en maintenance a donné naissance au concept de *e-maintenance* [Muller, *et al.*, 2008a ; Levrat, *et al.*, 2008a].

Le processus de maintenance n'est pas isolé des autres processus de l'entreprise (Figure 1.7) : il doit collaborer notamment avec les processus ou services de conception, de gestion des stocks, de logistique, de ressources humaines, de production, de qualité, de business... [Smit and Slaterus, 1992]. Une telle intégration entre les différents processus de l'entreprise se matérialise sous la forme de différents flux échangés entre ces processus, comme des flux informationnels, des flux physiques, des flux énergétiques ou des flux décisionnels. Le principal flux circulant entre les différents processus de l'entreprise, dans un souci d'intégration, est le flux informationnel.

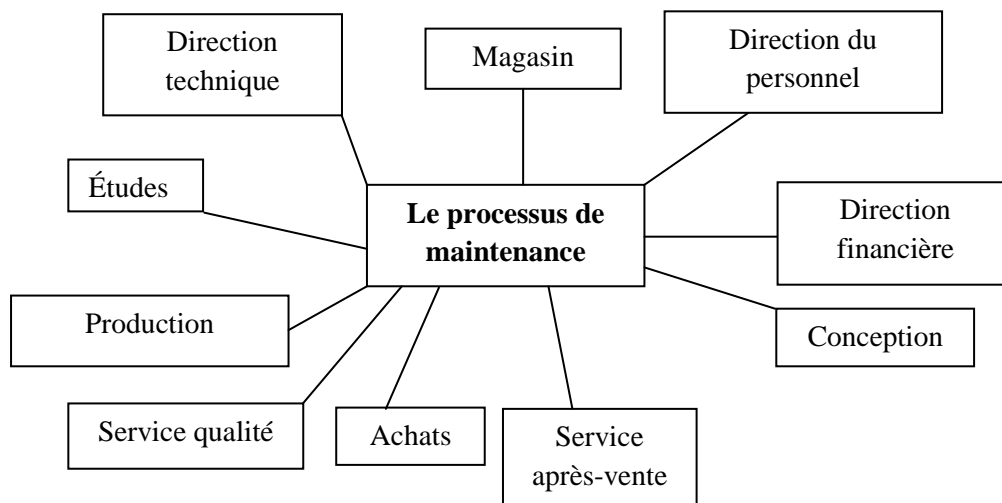


Figure 1.7. L'interaction entre le processus de maintenance et les autres processus internes de l'entreprise [Monchy, 2003].



Des tentatives de standardisation de ces flux à travers la modélisation des objets échangés ont été proposées dans différents travaux (cf. les travaux de MIMOSA<sup>18</sup> ou de OMG<sup>19</sup>). Le principal outil support aux informations de gestion de la maintenance est la GMAO<sup>20</sup>. Un système d'information de gestion de la maintenance a vocation à contenir toutes les informations, au niveau tactique et opérationnel, relatives au développement d'une action de maintenance donnée (date de début ou durée d'une action, gammes de consignation–déconsignation à respecter, compétences et outillage nécessaires, caractéristiques du composant objet d'une action, moyens de gestion nécessaires à l'exécution d'une action...). Cependant, dans les faits, il semble que les systèmes d'information de gestion de la maintenance ne comportent pas les informations nécessaires au bon développement d'une action de maintenance d'une manière aussi exhaustive (voir le chapitre 4 du présent document).

En tant que système d'information, le système d'information de gestion de la maintenance doit donc lui-même pouvoir interagir avec les autres systèmes ou processus supports d'information dans l'entreprise, tels que la GPAO<sup>21</sup>, l'EAM<sup>22</sup>, le SCM<sup>23</sup>, le CRM<sup>24</sup>, le MES<sup>25</sup> ou l'ERP<sup>26</sup>, afin de permettre le développement d'une action de maintenance.

Le système d'information de gestion de la maintenance se développe aux niveaux décisionnels (niveau stratégique et niveau tactique) de l'entreprise<sup>27</sup>. Le rôle de la

---

<sup>18</sup> MIMOSA (*Machinery Information Management Open Standards Alliance*) est un modèle des données qui décrit le monde et les relations entre les objets de ce monde. MIMOSA dispose d'une base (MIMOSA XML) commune à tous les processus considérés, ce qui permet de mettre en œuvre une forme de standardisation des flux circulant entre ces processus [ <http://www.mimosa.org/index.aspx> ].

<sup>19</sup> OMG (*Object Management Group*) est une association américaine à but non lucratif créée en 1989 dont les buts sont de promouvoir le modèle objet et de développer des standards d'intégration pour l'entreprise [ <http://www.omg.org/> ].

<sup>20</sup> Gestion de la Maintenance Assistée par Ordinateur.

<sup>21</sup> Gestion de Production Assistée par Ordinateur.

<sup>22</sup> *Enterprise Asset management* (système d'information dédié à la gestion du système de production).

<sup>23</sup> *Supply Chain Management* (système d'information associé à la logistique).

<sup>24</sup> *Customer Relationship Management* (système de gestion des relations avec le client).

<sup>25</sup> Le MES (*Manufacturing Execution System*) pilote à travers le temps la fabrication des produits.

<sup>26</sup> L'ERP (*Enterprise Resource Planning*) vise à fédérer les processus de gestion de l'entreprise.

<sup>27</sup> Au niveau opérationnel des activités de maintenance, le système d'information de gestion de la maintenance se décline sous la forme d'une MAO (Maintenance Assistée par Ordinateur). La MAO apporte aux opérateurs une assistance à la détection et au diagnostic des défaillances, puis à l'exécution des interventions correctives et

maintenance à ces niveaux de l'entreprise consiste, d'une part, à définir le type de maintenance appliquée sur chaque équipement et, d'autre part, à assurer la gestion du personnel et la gestion des achats relatifs aux activités de maintenance. Ainsi, différentes stratégies de maintenance peuvent être envisagées en fonction de l'organisation des activités de maintenance et des objectifs de performance du procédé physique.

Le choix entre une stratégie de maintenance corrective et une stratégie de maintenance préventive se fait en fonction de l'acceptabilité de l'apparition d'une défaillance. Si les conséquences d'une défaillance sont acceptables des points de vue économique et sécuritaire, alors une stratégie corrective peut être envisagée [Monchy, 1987]. Une stratégie de maintenance corrective optimise le ratio entre le temps de production et le temps consacré à la maintenance.

Dans la plupart des cas cependant, les conséquences d'une défaillance ne sont pas acceptables, de par le fait que les systèmes de production deviennent de plus en plus complexes. Aussi devient-il nécessaire d'envisager des stratégies de maintenance préventives, sans doute plus coûteuses de prime abord, mais qui permettront d'éviter au maximum de telles défaillances. Celles-ci ont pour objectif de prévenir l'apparition de défaillances sur un système de production. Une stratégie de maintenance préventive résulte d'un compromis qui se justifie dès lors que les coûts induits par l'apparition d'une défaillance sur le système de production sont supérieurs aux coûts totaux engendrés par une stratégie de maintenance préventive. Ces coûts comprennent les coûts (directs) de maintenance<sup>28</sup> et les coûts indirects. Les coûts directs de maintenance sont principalement liés à la main d'œuvre, aux frais généraux du service maintenance, aux coûts de possession des stocks de pièces et des outillages relatifs à un système de production, à la consommation de matières, d'énergie, de fournitures et de produits (pièces détachées...), et aux coûts des contrats de maintenance (notamment en cas de sous-traitance).

---

préventives. De plus, elle élabore les indicateurs de fonctionnement du procédé physique à partir de données brutes issues des composants constitutifs du système (*via* des automates, des capteurs...).

<sup>28</sup> Les **coûts de maintenance** sont définis par la norme NF EN 15341 comme étant « *les coûts directement imputables à la maintenance* ». Cette même norme précise que « *Ces coûts peuvent s'analyser par nature (personnel, outillages et équipements de maintenance, produits et matières consommées, sous-traitance, autres) et par destination (préparation, documents techniques, interventions, suivi et gestion, magasinage, formation, autres)* » [AFNOR, 2007].

Les coûts indirects sont liés à l'immobilisation du système de production, et donc à une perte de production ou à une non production. Ils comprennent en particulier le coût des pertes de produits non fabriqués, le coût des pertes des matières premières en cours de transformation, le coût des pertes liées aux produits déclassés ou de mauvaise qualité, les coûts de main d'œuvre inoccupée dans le service production, les coûts d'amortissement, les coûts liés aux délais potentiellement non tenus (pénalités de retard, perte de clients, dégradation de l'image de marque), les frais de remise en route du système de production.

Une stratégie de maintenance préventive peut être systématique ou conditionnelle<sup>29</sup>, suivant la possibilité de disposer de symptômes précurseurs à l'apparition d'une défaillance. Les stratégies de maintenance préventives systématiques visent à améliorer une performance liée à l'âge du système, ou à une unité d'usage. Une stratégie de maintenance systématique est qualifiée de « statique ». Elle est également aveugle, dans le sens qu'elle peut conduire à effectuer des remplacements préventifs d'équipements parfaitement sains et performants [Djurdjanovic, *et al.*, 2003]. Certaines interventions de maintenance seront superflues, et seront donc source de coûts inutiles pour l'entreprise. De plus, les interventions de maintenance peuvent elles-mêmes être des sources ou des causes de défaillance ; nous chercherons donc également à en diminuer le nombre pour réduire le risque d'engendrer d'autres défaillances.

Une stratégie de maintenance conditionnelle (conditionnée par l'état observé de l'équipement) permet de réduire ces coûts de maintenance superflus. Elle vise également à maîtriser la performance des équipements en fonction d'un paramètre de fonctionnement. Une action de maintenance n'est planifiée que si un tel paramètre de fonctionnement atteint un seuil critique donné. Les stratégies de maintenance conditionnelles sont donc réactives à une dégradation, au lieu d'être réactives à une défaillance (cas de la maintenance corrective). Elles peuvent également être prévisionnelle<sup>30</sup> (ou proactives<sup>31</sup> [Iung, *et al.*, 2003]). En effet, une stratégie de

---

<sup>29</sup> La **maintenance conditionnelle** est définie par la norme X60-319 [AFNOR, 2001] comme une maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et / ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement, et intégrant les actions qui en découlent.

<sup>30</sup> La **maintenance prévisionnelle** est définie par la norme X60-000 [AFNOR, 2002] comme une maintenance conditionnelle exécutée en suivant les prévisions extrapolées de l'analyse et de l'évaluation de paramètres significatifs de la dégradation du bien.

<sup>31</sup> Une approche de maintenance **proactive** s'attache à surveiller les causes potentielles d'une défaillance. Elle s'oppose à une approche **réactive** qui ne s'attaque qu'aux symptômes de cette défaillance.

maintenance prévisionnelle cherche à anticiper la performance future du système de production en extrapolant les valeurs du paramètre de fonctionnement aux instants futurs. Cette notion d'anticipation définit une fenêtre temporelle permettant de planifier des actions de maintenance préventives, et plus généralement d'exploiter la notion d'opportunité qui apparaît pendant la phase d'exploitation d'un système de production. L'objectif est d'améliorer la performance globale du système de production tout en maîtrisant les coûts de maintenance. Comparativement à la maintenance conditionnelle, la maintenance prévisionnelle diminue les dérives de qualité du produit, l'insécurité et les coûts directs de maintenance grâce à un meilleur suivi des dégradations et à une meilleure maintenabilité [Léger, 1999]. De plus, elle augmente la disponibilité du système de production par la réalisation d'interventions anticipées.

La maintenance prévisionnelle planifie l'intervention avant l'apparition supposée de la défaillance, et donc souvent avant que les effets de la défaillance aient un impact important sur le système. De cette manière, elle n'engendre pas d'interventions préventives superflues et contribue donc à la diminution des coûts directs mais aussi indirects de maintenance. La stratégie de maintenance prévisionnelle présente ainsi certaines caractéristiques importantes qui sont rappelées ci-dessous [Muller, 2005] :

- réduction du nombre de défaillances imprévues,
- réduction des incidents critiques,
- suppression d'actions de maintenance inutiles,
- amélioration de la planification et de la réalisation des tâches,
- diminution des temps de maintenance,
- approche anticipative qui permet de saisir les opportunités qui apparaissent lors de la phase d'exploitation d'un système de production,
- conditions d'approvisionnement en pièces détachées optimisées (achat juste à temps),
- amélioration de la sécurité des interventions de maintenance.

La part de maintenance corrective et de maintenance préventive systématique est donc diminuée par la mise en place de stratégies de maintenance conditionnelle voire prévisionnelle, mais pas supprimée : il restera toujours une part résiduelle de maintenance

corrective et une part de maintenance préventive systématique. Les différentes approches sont synthétisées dans la figure 1.8.

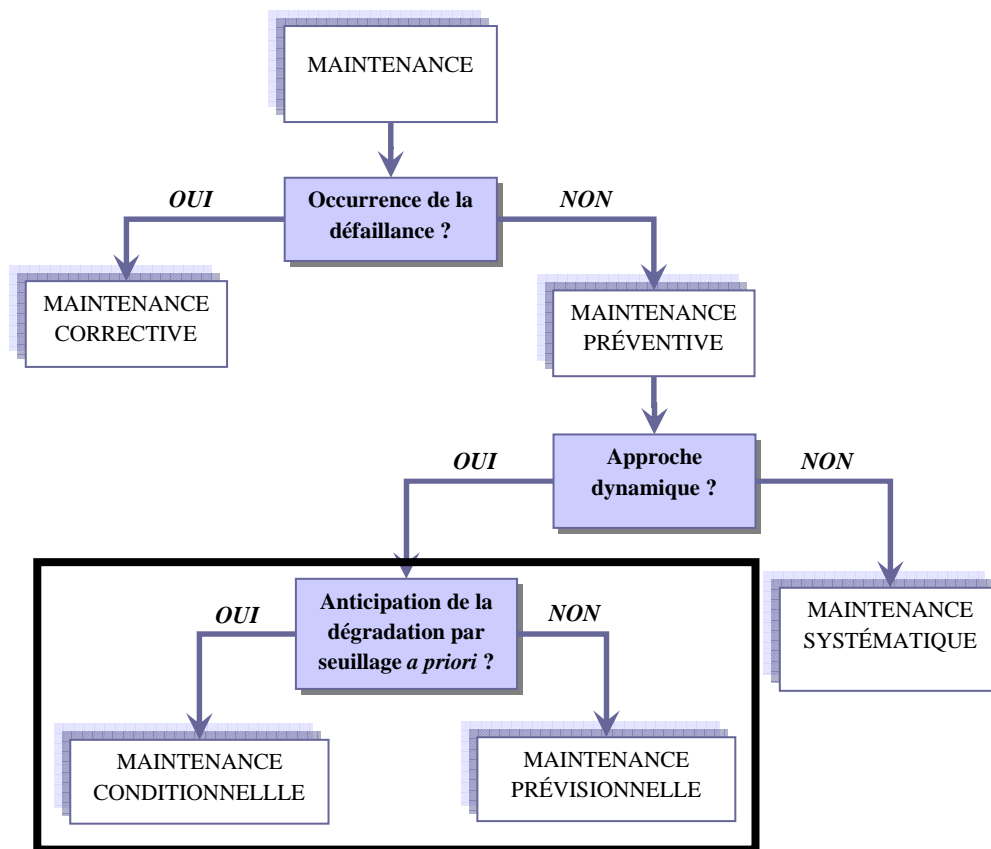


Figure 1.8. Les différentes stratégies de maintenance, interprétées d'après [AFNOR, 2001].

Il est à noter qu'une stratégie de maintenance se traduit principalement dans un plan de maintenance<sup>32</sup>, résultat d'un choix réfléchi entre des actions préventives, anticipant toute défaillance, et des actions correctives imposées par des événements fortuits. Les critères de choix seront toujours un compromis vis-à-vis de performances requises et le coût de l'action (coûts directs vs. coûts indirects) pour éviter la défaillance.

Dans le cas d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, la mise en œuvre dans un plan de maintenance exploite la démarche proactive de pilotage du processus de production, du maintien en conditions opérationnelles [Muller, 2005] et de la maintenance.

<sup>32</sup> Le **plan de maintenance** regroupe l'ensemble des interventions systématiques, conditionnelles ou prévisionnelles à réaliser sur les équipements du système de production durant la période de simulation ou de pronostic.

Aujourd'hui encore, la mise en œuvre d'une stratégie de maintenance conditionnelle est une tâche extrêmement complexe, notamment à cause du manque d'instrumentation du système physique. Avec le développement de technologies modernes comme l'analyse vibratoire, la thermographie, la tribologie ou l'utilisation des ultrasons, la situation s'est nettement améliorée et la plupart des composants critiques d'une installation industrielle peuvent être surveillés, voire surveillés à distance avec le développement de technologies telles que les capteurs sans fil et les outils de communication à distance. Ces développements permettent de mettre en œuvre des stratégies de maintenance conditionnelle, mais sont en général insuffisants pour développer des stratégies de maintenance prévisionnelle qui, elles, nécessitent de mettre en place des outils d'anticipation des défaillances.

Par ailleurs, ces nouvelles approches nécessitent encore des développements relatifs à la communication à distance entre agents de natures différentes, ou à la transmission sécurisée et au stockage pérenne de l'information. En outre, ces technologies représentent un coût certain (en matériel, en formation...) et ne sont donc pas encore accessibles à toutes les entreprises. Enfin, une approche prévisionnelle nécessite de disposer d'un retour d'expérience fiable et constant.

### **1.2.5 Le développement d'une stratégie de maintenance prévisionnelle**

D'actives recherches ont débuté ces dernières années afin de développer des démarches proactives, et notamment des stratégies de maintenance prévisionnelle [Byington, *et al.*, 2002]. Nous retiendrons notamment les tentatives d'implémentation suivantes :

- [Byington, *et al.*, 2003] implémentent un module de pronostic dans un cas industriel en utilisant l'architecture OSA-CBM<sup>33</sup>.
- [Jardine, *et al.*, 2004] proposent une suite logicielle EXAKT pour permettre de développer des stratégies de maintenance conditionnelle sur un système de production.

---

<sup>33</sup> OSA-CBM (*Open System Architecture for Condition-Based Maintenance*) est un programme de recherche américain qui réunit des chercheurs et des industriels dans le but de définir des standards, depuis la collecte des données à la recommandation d'actions de maintenance spécifiques. L'objectif à terme est de produire des logiciels ainsi que des composants qui seront interchangeables au sein d'un même système de production [ <http://www.mimoso.org/downloads/39/specifications/index.aspx> ].

- [Djurđjanovic, *et al.*, 2003] proposent un ensemble d’algorithmes (rassemblés sous le nom de *Watchdog Agent*) pour l’estimation et la prédiction des performances des équipements.
- À Nancy, [Léger, 1999] propose un système intégré de maintenance prévisionnelle, développé notamment dans [Muller, *et al.*, 2008b].

Le **système intégré de maintenance prévisionnelle**, défini par [Muller, 2005], est un système (au sens de la définition 1.2 proposée par l’AFIS) intégré (coopérant avec les autres processus de l’entreprise) de maintenance prévisionnelle. Ses fonctions sont les suivantes : (1) surveiller, (2) diagnostiquer, (3) pronostiquer l’état<sup>34</sup> ou la performance du système de production afin de proposer, dans le cadre d’une fonction d’aide à la décision (4), la mise en œuvre d’un ensemble d’actions de maintenance.

Les deux premières fonctions, surveiller et diagnostiquer, sont interdépendantes et nous supposons, pour simplifier, qu’elles seront réalisées au sein d’un processus unique, appelé simplement « processus de surveillance ». Ce processus ne fera pas l’objet de notre travail.

Ainsi, le système intégré de maintenance prévisionnelle est composé de trois processus : « Processus de Surveillance », « Processus de Pronostic » et « Processus d’Aide à la décision » agencés selon le modèle de la figure 1.9. Nous proposons dans les paragraphes suivants de développer chacun de ces processus.

---

<sup>34</sup> L’**état** du système est défini comme l’aptitude de ce dernier à remplir les tâches définies par son exploitant. On distingue des états **nominaux** (le système remplit normalement sa mission), **dégradés** (accomplissement partiel de la mission ou diminution d’une performance attendue) ou **défaillants** (impossibilité d’exécuter la mission).

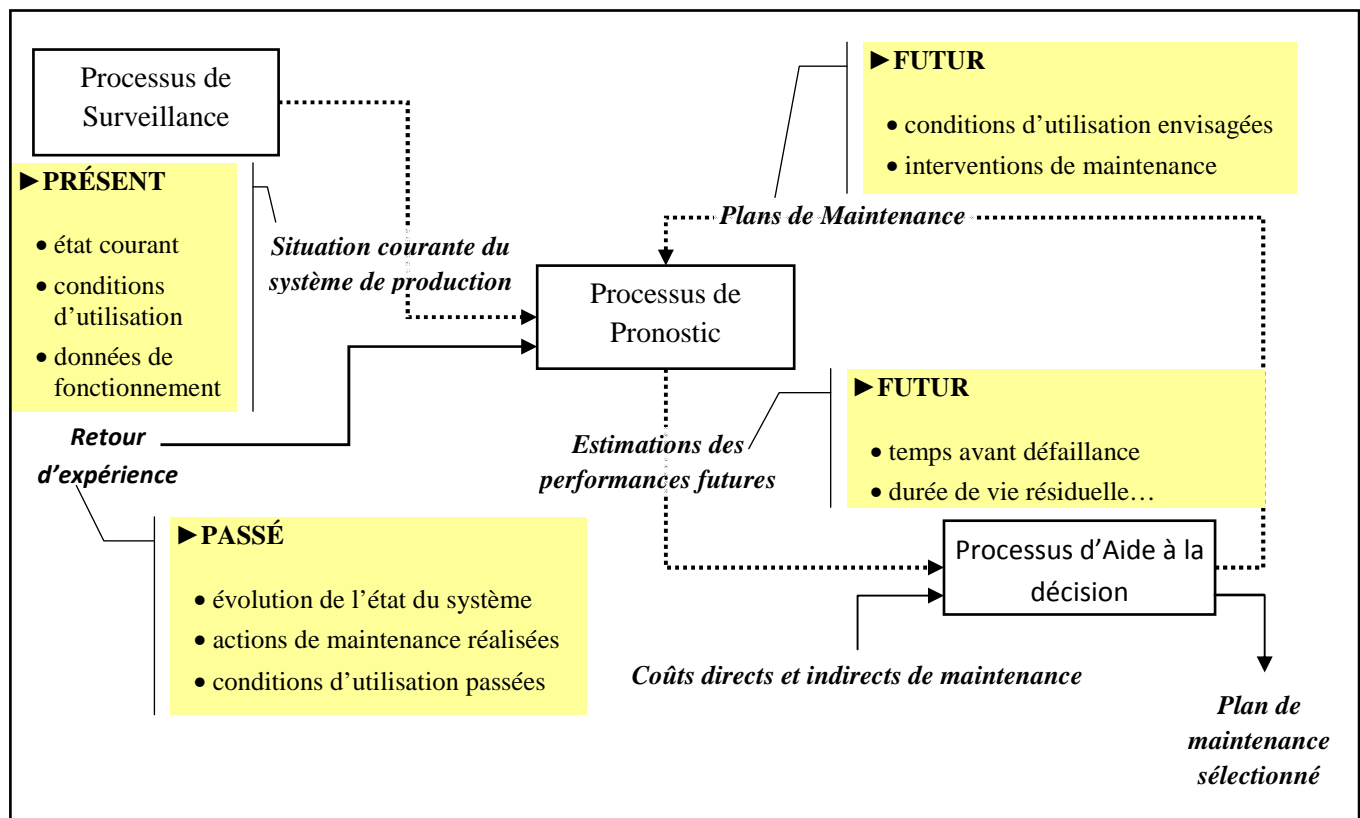


Figure 1.9. Modèle d'un système intégré de maintenance prévisionnelle [Muller, 2005].

### 1.2.5.1 Les processus de surveillance et diagnostic

La surveillance industrielle est un processus qui détecte et classe les défaillances en observant l'évolution du système (processus de détection), puis qui effectue un diagnostic en localisant les éléments défaillants et en identifiant les causes premières de ces défaillances (processus de diagnostic) [S.C. Thomas, *et al.*, 1991]. Dans le contexte de la maintenance prévisionnelle, le principe de base de la surveillance est d'apprécier le comportement dégradé d'un système en surveillant des symptômes relatifs soit à la déviation anormale de ses flux de sortie, soit à la détérioration de ses composants majeurs.

La surveillance de déviation consiste à évaluer, sur la base d'une référence statique ou dynamique, l'anormalité ou la dérive d'une variation d'une propriété du système évoluant en fonction d'une échelle de temps continue [Léger, 1999].



La surveillance de dégradation ou de défaillance consiste, quant à elle, à évaluer, sur la base d'un comportement de référence du système, l'anormalité des états atteints par ce système.

Le sous-processus de diagnostic a pour objectif de localiser l'origine (la cause) des dégradations ou des déviations qui apparaissent sur le système. Le sous-processus de diagnostic est important et doit être précis dans ses conclusions [Leray, 1998].

Nous supposerons dans le reste de ce document que nous disposons d'un processus de surveillance et de diagnostic, capable de mesurer et de mémoriser en continu l'état d'un composant de premier niveau<sup>35</sup> quelconque du système de production, en fonction d'une situation donnée, dans un environnement donné.

#### 1.2.5.2 Le processus de pronostic

Les données du processus de diagnostic sont utilisées par un processus de pronostic, dont la fonction peut être résumée ainsi [Muller, *et al.*, 2005] :

*« Après détection de la dégradation d'un composant ou d'un sous-système, le rôle du pronostic est de prédire l'évolution future des performances du système de production en tenant compte d'interventions de maintenance planifiées et éventuellement, de conditions opérationnelles ou environnementales changeantes. »*

En fonction des besoins et des contraintes de maintenance, le pronostic est utilisé pour obtenir [Vachtsevanos and Wang, 2001 ; ISO 13381-1, 2004] :

- l'estimation du temps jusqu'à la défaillance (ou durée de vie résiduelle<sup>36</sup>) d'un composant et du risque d'apparition d'un ou de plusieurs autre(s) mode(s) de défaillance existant(s) ou à venir,
- la probabilité qu'une dégradation (défaillance) intervienne avant un instant donné,
- la répercussion d'une défaillance ou d'une action de maintenance, au niveau d'un composant, sur l'ensemble du système.

---

<sup>35</sup> Lors de la phase de conception, les composants de premier niveau sont ceux qui sont modélisés les premiers à l'aide de logiciels de CAO.

<sup>36</sup> Traduction de l'anglais RUL : *Remaining Useful Life*.

Dans ce dernier cas, le processus de pronostic peut être utilisé afin d'estimer l'état et les performances futures du système de production.

Par ailleurs, comme le futur ne peut être envisagé avec certitude, et que les données d'entrée du processus de pronostic sont elles-mêmes souvent entachées d'erreurs<sup>37</sup>, il est indispensable de prendre en compte, d'une manière ou d'une autre, la notion d'incertitude en sortie du processus de pronostic. C'est pourquoi une région de confiance est systématiquement associée à tout résultat numérique fourni par le processus de pronostic.

Dans [Voisin, *et al.*, 2008], les auteurs ont défini, de façon générique, ce qu'est un processus de pronostic, en vue d'une implémentation adaptée à un contexte industriel donné.

Nous supposerons dans le reste de ce document que nous disposons d'un processus de pronostic, capable d'estimer à la demande l'état futur du système à partir de son état présent, des lois de dégradation qui le gouvernent, des conditions d'exploitation présentes et futures et des actions de maintenance préventives planifiées. Selon la norme ISO 13381-1 [ISO 13381-1, 2004], une région de confiance est associée à l'estimation fournie. Cependant, nous n'en ferons pas usage dans les présents travaux, car le processus de pronostic utilisé délivre une valeur numérique brute sans région de confiance associée (voir chapitre 4).

### 1.2.5.3 Le processus d'aide à la décision de maintenance

Enfin, le pronostic n'est pas une fin en soi, il doit déboucher sur le déclenchement direct ou différé d'interventions de maintenance. Ceci nécessite au préalable de sélectionner un ensemble d'actions de maintenance potentielles parmi un plan de maintenance, à partir du pronostic de l'impact de chacune de ces actions sur les performances du système de production. Afin d'aider l'expert maintenance à faire le choix d'un plan de maintenance, un processus d'aide à la décision de maintenance doit être défini au sein du système intégré de maintenance prévisionnelle.

Le processus d'aide à la décision de maintenance est classiquement défini comme un ensemble d'activités et d'outils concourant au choix des meilleures stratégies de maintenance

---

<sup>37</sup> En effet, les sources d'incertitudes qui émaillent le système de maintenance prévisionnelle sont nombreuses : incertitude sur les données collectées, sur le résultat du diagnostic, sur les paramètres du modèle de pronostic, sur les conditions opérationnelles et environnementales futures...

selon des critères prédéfinis [El Aoufir, *et al.*, 2003 ; Pellegrin, 1997]. Ainsi la notion recouverte par ce terme est différente de notre problématique et se situe plus en amont, à un niveau stratégique de la maintenance. La décision dont il est question dans les présents travaux est une décision qui se situe plutôt à un niveau tactique. En revanche, les deux acceptions du terme « processus d'aide à la décision de maintenance » partagent un certain nombre d'attributs ou de caractéristiques de la décision de maintenance.

Ce processus est caractérisé par sa complexité, en partie due au fait que des intérêts conflictuels devraient idéalement être satisfaits. La décision de maintenance est donc multicritère. Le processus d'aide à la décision de maintenance doit ainsi trouver un compromis satisfaisant « au mieux » un ensemble de critères dont certains sont antagonistes. Privilégier des actions de maintenance de faible coût, avec un haut niveau de sécurité, garantissant une fiabilité satisfaisante pour le système tout en maîtrisant l'impact environnemental illustre cette notion. Ceci amène l'expert à faire des choix ou à préciser ses préférences, ce qui peut être fait *a priori* de la décision (agrégation des préférences), *a posteriori* de la décision (recherche d'un optimal au sens de Pareto), ou de façon itérative pendant le processus de décision (recherche d'un compromis) [Horn, 1997].

Ces choix doivent être guidés par la recherche d'une performance globale pour le système de production. Puisque la performance globale d'un système de production résulte d'un compromis (*cf.* Figure 1.3), le processus d'aide à la décision de maintenance doit permettre à l'expert de préciser ses préférences à tout moment du processus de décision ; il est donc itératif, intégré et doit collaborer avec les autres processus de l'entreprise. En général, un processus d'aide à la décision est statique, car il ne permet pas de remettre en cause une décision prise à un instant précédent. Un processus d'aide à la décision statique ne permet pas la recherche d'un compromis en temps réel. Aussi, le processus d'aide à la décision de maintenance (de niveau tactique) est un processus dynamique.

En outre, dans le cas d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, le nombre de plans de maintenance potentiels est plus important, car l'utilisation d'un processus de pronostic amène, de par sa fonction d'anticipation des défaillances, de nouvelles opportunités pour la maintenance. Le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle devient alors un outil indispensable à l'expert, et doit vérifier certaines propriétés pour être pleinement exploité [Vatn, 1997 ; Labib, *et al.*, 1998 ; Lugtigheid, *et al.*, 2007], notamment être de nature dynamique et réagir à toute évolution de l'environnement du système de production. En particulier, l'exécution d'un processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle doit

être « assez rapide » pour que l'apparition de nouvelles données puisse permettre de remettre en cause une précédente décision. L'aspect dynamique du processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle résulte de son interaction avec un processus de pronostic.

Dans le cas où existerait une solution optimale qui serait très difficile ou coûteuse à obtenir, le processus doit privilégier une solution acceptable obtenue à moindre coût. En particulier, une solution satisfaisante mais non optimale obtenue rapidement doit être privilégiée à la recherche à tout prix de la meilleure solution.

Le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle doit intégrer la nature multicritère du problème et donc permettre au décideur de modifier ses préférences ou de privilégier un critère à tout moment. Le processus doit notamment permettre d'intégrer des objectifs antagonistes, voire des jugements subjectifs, et doit faciliter la prise de décision non seulement par un expert, mais également par un groupe d'experts. L'interactivité du processus est une propriété qui peut permettre d'atteindre ces objectifs.

En particulier, le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle ne doit pas prescrire d'actions de maintenance, mais il doit proposer des alternatives et en indiquer la pertinence par une évaluation de leur impact potentiel [Dekker and Scarf, 1998]. Cet ensemble d'alternatives doit être aussi restreint que possible, afin de ne pas désorienter le décideur [Dekker, 1995]. Cependant, il faut veiller à ne pas exclure *a priori* ou arbitrairement de potentielles alternatives. L'espace de recherche des solutions doit être le plus vaste possible, et le processus d'aide à la décision de maintenance ne doit éliminer des alternatives que pour des raisons objectives liées aux critères de décision retenus, à la performance globale et aux objectifs recherchés [Emblemsvåg and Tønning, 2003].

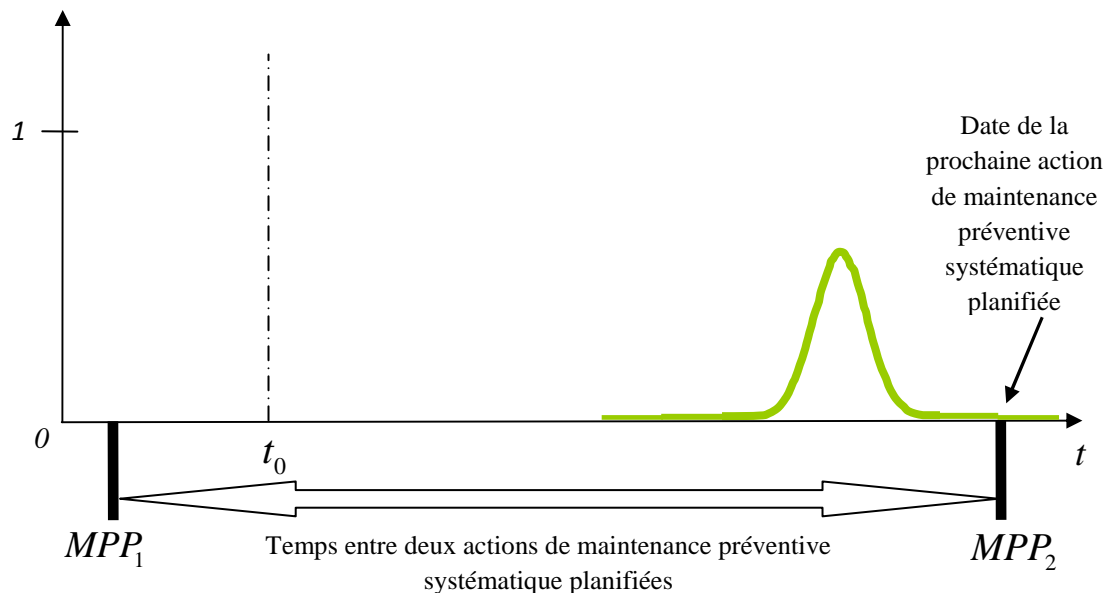
En outre, si aucune alternative ne convient, le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle doit le spécifier, voire proposer au décideur des solutions dégradées. Dans ce cas, une mesure du risque encouru par la sélection d'une telle alternative doit être proposée au décideur.

Pour atteindre ces objectifs, le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle s'appuie sur de l'information basée sur un historique du système de production, sur l'état courant du système et de ses composants ainsi que sur les tendances et événements à venir [De Vin, *et al.*, 2004]. Ces données proviennent notamment du système d'information de maintenance, du processus de diagnostic et du processus de pronostic.

#### 1.2.5.4 Certaines limitations de l'approche

L'horizon temporel de la décision de maintenance doit nécessairement être fini, et (idéalement) déterministe. Or, dans le cas d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, la nature de la durée de vie résiduelle d'un composant donné d'un système de production, estimée à l'aide du processus de pronostic, est non déterministe. Cette nature par essence incertaine de la durée de vie résiduelle pose de nombreuses questions relatives à l'horizon de la décision (Figure 1.10).

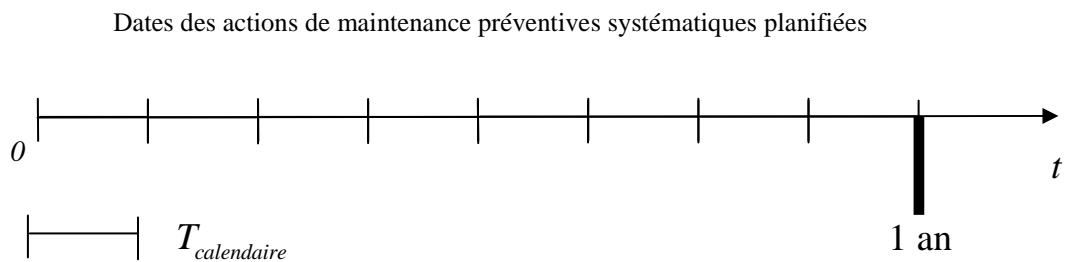
*Densité de la durée de vie résiduelle en fonction du temps,  
à partir d'une situation dégradée à l'instant  $t_0$*



*Figure 1.10. Densité de probabilité d'une durée de vie résiduelle sur l'intervalle  $[t_0; +\infty[$ .*

Bien qu'une stratégie de maintenance prévisionnelle soit développée, une stratégie de maintenance préventive systématique peut être définie en amont, afin de disposer d'arrêts de production réservés à des actions de maintenance préventive planifiées aux dates  $MPP_1$  et  $MPP_2$ .

Cette situation, où une stratégie de maintenance préventive systématique est mise en œuvre en amont, sert à fonder le raisonnement. En effet, considérons l'exemple où une stratégie de maintenance préventive systématique est développée au sein d'une entreprise. Nous supposons que l'échelle temporelle sur laquelle la stratégie calendaire est développée est l'année (Figure 1.11). Sur la fenêtre considérée,  $N_{cal}$  interventions de maintenance préventives systématiques sont planifiées.



*Figure 1.11. Huit interventions de maintenance préventives systématiques sont planifiées, sur l'année, pour un système de production.*

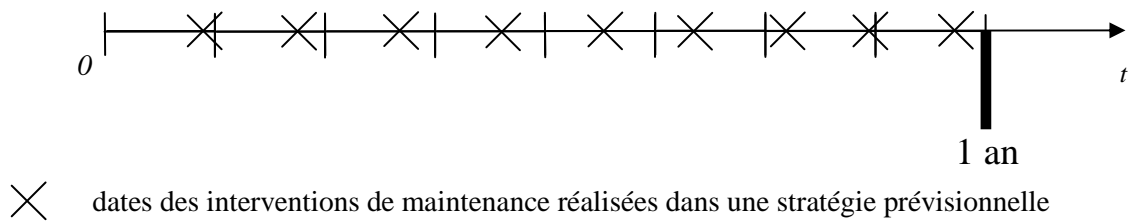
Une limitation des stratégies de maintenance prévisionnelle est alors la suivante : si des actions de maintenance prévisionnelle sont supposées devoir être réalisées avant la date de la prochaine intervention systématique, alors il est possible que cela conduise à ajouter, sur la fenêtre temporelle considérée, une action de maintenance préventive supplémentaire (Figure 1.12). Cela sera le cas, par exemple, si l'on a toujours  $T_{pr} \leq \frac{T_{cal}}{1 + \frac{T_{cal}}{H}}$ , avec :

$$T_{pr} \leq \frac{T_{cal}}{1 + \frac{T_{cal}}{H}}$$

$H$  la fenêtre temporelle considérée,

$T_{cal}$  la durée entre deux interventions de maintenance préventives calendaires,

$T_{pr}$  une des durées entre deux interventions de maintenance prévisionnelle consécutives.



*Figure 1.12. Une stratégie de maintenance prévisionnelle demande la réalisation de neuf interventions de maintenance sur l'année.*

Dans cette situation hypothétique, la valeur du budget annuel alloué au service maintenance peut empêcher la réalisation d'une intervention de maintenance prévisionnelle. La mise en place d'une stratégie de maintenance prévisionnelle doit ainsi faire l'objet d'une étude rigoureuse.

Une autre limitation propre aux simulations ou aux expériences provient de la difficulté d'obtenir *via* un processus de pronostic une incertitude associée à une durée de vie résiduelle. La durée de vie résiduelle d'un composant est en effet représentée à l'aide d'une distribution probabiliste (Figure 1.10), en accord avec la norme [ISO 13381-1, 2004]. Or, dans cette étude, à des fins d'implémentation, nous supposerons que la durée de vie résiduelle d'un composant est une quantité finie et déterministe. Une durée de vie résiduelle stochastique sera ainsi transformée en amont du processus d'aide à la décision de maintenance en une quantité déterministe (Figure 1.13).

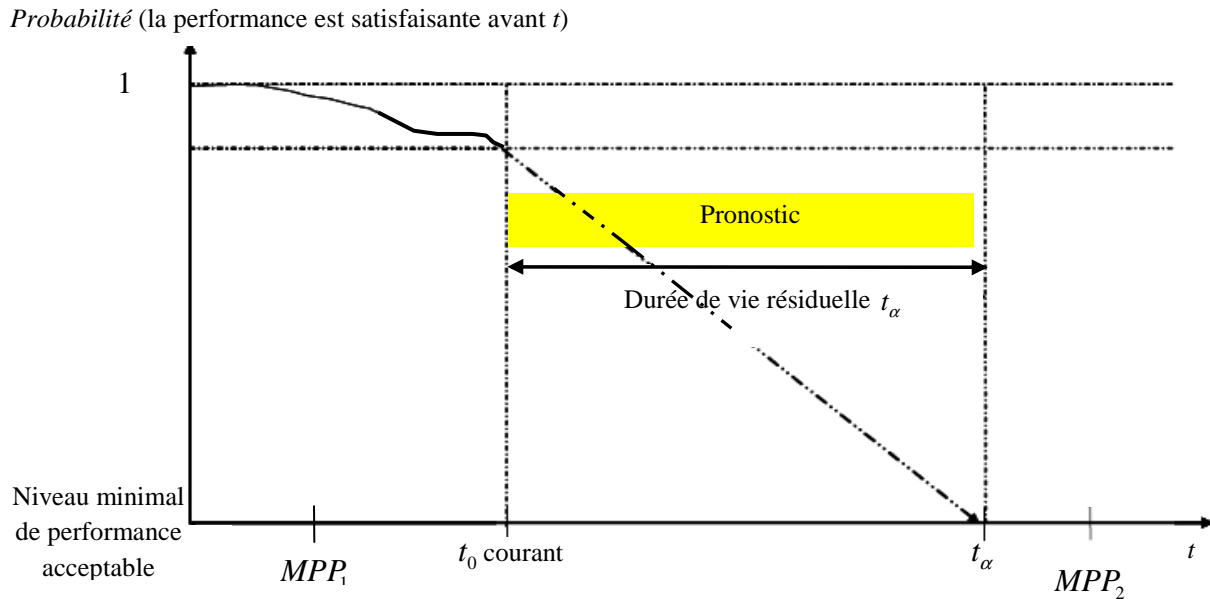


Figure 1.13. Exemple d'obtention d'une durée de vie résiduelle à l'aide de la distribution d'un processus de pronostic.

La figure 1.13 présente la démarche d'un processus de pronostic : à l'instant  $t_0$ , un pronostic de la durée de vie d'un composant est effectué. Une date de défaillance attendue,  $t_\alpha$ , est pronostiquée. La simplification consistant à transformer une durée de vie résiduelle (par nature incertaine) en une quantité déterministe résulte de l'hypothèse qui suit, et que nous supposons vérifiée dans toute la suite de l'étude.

L'incertitude sur la durée de vie résiduelle est négligeable devant les constantes de temps apparaissant dans les présents travaux.

Cette hypothèse, relativement forte, permet néanmoins d'effectuer une première simplification des problématiques liées à l'aide à la décision de maintenance dans un cadre prévisionnel. L'hypothèse illustre également que l'aspect anticipatif permis par une stratégie de maintenance prévisionnelle, si elle fournit des degrés de liberté supplémentaires, augmente considérablement la complexité de la problématique. Une discussion avancée de cette hypothèse constitue une perspective de travail intéressante à plus long terme.



La durée de vie résiduelle pourra ainsi être assimilée à un des instants  $t_\alpha$  auxquels la probabilité de la défaillance estimée par le processus de pronostic est inférieure à  $\alpha$  (Figure 1.14)<sup>38</sup>.

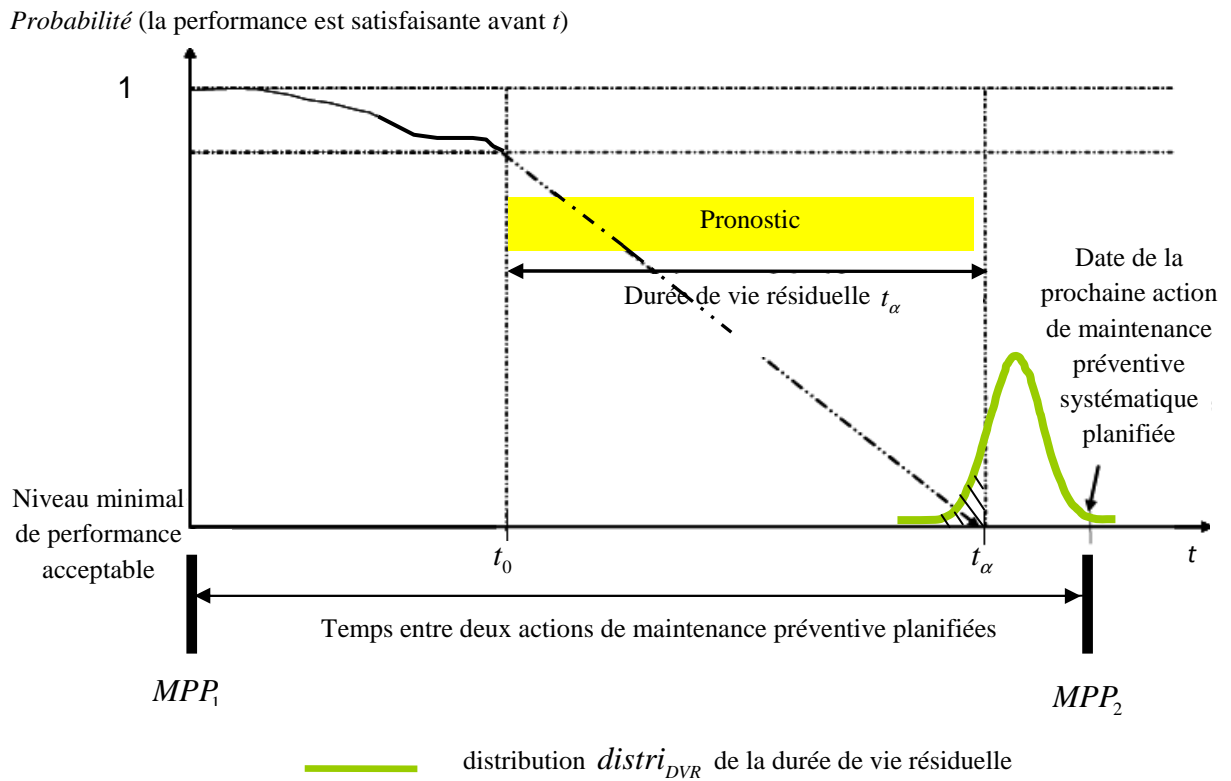


Figure 1.14. Exemple de durée de vie résiduelle d'un composant à un instant  $t_0$  donné.

Sur la figure 1.14, la durée de vie résiduelle est représentée par une distribution de probabilité continue  $distri_{DVR}$  et l'aire de la partie hachurée est égale à  $\alpha \in [0;1]$ . Le paramètre (déterministe)  $t_\alpha$  est donc défini par  $\int_{t_0}^{t_\alpha} distri_{DVR} = \alpha$ . Ainsi, avec probabilité  $\alpha$ , une défaillance apparaîtra (sur le composant dont on évalue la durée de vie résiduelle) avant la date  $t_\alpha$ . Ainsi défini,  $t_\alpha$  est nécessairement unique car la fonction  $t \mapsto \int_{t_0}^t distri_{DVR}$  est strictement croissante sur  $[t_0; +\infty[$ .

<sup>38</sup> Pour faciliter la lecture du document, la courbe de performance du composant de la figure 1.10 et la courbe de la densité de la durée de vie résiduelle de ce même composant (Figure 9) seront superposées.

Nous pouvons donc énoncer la problématique première de l'aide à la décision dynamique de maintenance telle que présentée dans ce chapitre : entre les dates  $t_0$  et  $t_\alpha$ , quelle(s) action(s) de maintenance effectuer afin d'éviter une défaillance du système de production provoquée par un ou plusieurs mécanisme(s) de dégradation pronostiqué(s) ?

D'autres questions suivent alors : Une fois une telle action de maintenance précisée, quand la réaliser, et quel opérateur est le plus qualifié pour la réaliser, dans le but d'obtenir un compromis satisfaisant, notamment entre la sécurité de l'intervention, les coûts de l'intervention et la disponibilité du système ?

Le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle utilise donc les informations suivantes, indispensables à son fonctionnement : le nombre de composants de premier niveau (*cf.* partie 1.2.5.1) du système de production, ainsi que les états possibles de ces composants ; la liste des composants en phase de dégradation, ainsi que les modes de défaillance impliqués dans ces dégradations ; la durée de vie résiduelle de ces composants (sous l'hypothèse qu'aucune intervention de maintenance n'est effectuée sur ceux-ci) ; le pronostic de la performance future (en termes de qualité, disponibilité, sécurité, fiabilité...) des composants de premier niveau, des équipements et du système de production (sous l'hypothèse qu'aucune intervention de maintenance n'est effectuée sur ceux-ci) ; les conditions de fonctionnement futures du système ; la liste des actions de maintenance (lubrification, réglage, réparation, remplacement...) permettant de ramener un composant donné à un niveau acceptable ou nominal de performance ; les caractéristiques de fiabilité et de maintenabilité de chaque composant de premier niveau, les caractéristiques de disponibilité des pièces de rechanges, des outillages et des opérateurs de maintenance [Cassady, *et al.*, 2001 ; Lust, *et al.*, 2008].

Il est important que ces informations soient les plus fiables et précises possibles ; le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle sera d'autant moins utile au décideur que les données seront floues, incomplètes, manquantes, ou que les termes employés, les hypothèses et les résultats des processus de diagnostic et de pronostic seront imprécis. Cela peut être le cas pour certains éléments de la décision de maintenance auxquels il est impossible d'accéder ou qu'il est difficile de contrôler, comme les facteurs humains. Enfin, une dernière limitation peut être une explosion combinatoire de l'espace des alternatives, notamment dans le cas de systèmes possédant un grand nombre de composants surveillés.

Finalement, le rôle du processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle est de proposer, puis de sélectionner un ensemble d'actions de maintenance permettant de ramener l'équipement à un niveau de performance donné [Muller, *et al.*, 2007]. Ainsi, le processus décisionnel se déroule en trois étapes clés :

- élaboration d'une liste d'actions de maintenance envisageables,
- estimation des performances futures du système associées à chaque plan,
- sélection du plan de maintenance qui possède le plus grand impact sur la performance globale (en tenant compte à la fois des coûts directs et indirects).

#### 1.2.5.5 Élaboration des plans de maintenance

Le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle élabore en premier lieu un ensemble d'actions de maintenance (étape clé 1). Pour y parvenir, il doit prendre en compte les contraintes de production, les ressources humaines et matérielles disponibles de maintenance et l'ensemble des coûts associés (en collaboration avec le secteur décisionnel de l'entreprise) afin de déterminer quel composant ou sous-ensemble du système peut subir quelle action de maintenance et à quel moment (à partir de la situation courante).

Nous décomposons ici les deux dernières étapes du processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle.

##### ➤ Estimation des performances futures du système (étape clé 2)

Le processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle et le processus de pronostic sont intimement liés au sein du système intégré de maintenance prévisionnelle (*cf.* Figure 1.9). Les scénarios de maintenance retenus sont transmis au processus de pronostic qui estime (*a*) le futur mode de fonctionnement et (*b*) les futures performances du système (point de vue exploitation) associées à chaque scénario, en intégrant la part d'imprécision et d'incertitude inhérente aux connaissances disponibles.

Cette étape d'estimation des performances futures du système est réalisée à l'aide de ce couplage entre les deux processus, à partir des données d'entrée du processus de pronostic. Les données d'entrée sont constituées de la connaissance du passé (historique de l'évolution du système : suivi des paramètres de fonctionnement, défaillance, conditions d'utilisation, action de maintenance...), de la connaissance du présent (surveillance de l'état courant :

déviations ou dégradations détectées, causes de ses déviations ou dégradations identifiées, conditions d'utilisation, propriétés physiques, pièces de rechanges disponibles...), et de la connaissance du futur (prévisions des conditions d'utilisation : sollicitations, mode de fonctionnement, environnement ; prévision des interventions de maintenance à effectuer sur la période de simulation). Différentes propriétés des composants doivent donc être utilisées afin d'effectuer une estimation des performances futures du système, comme la localisation précise des composants, le temps nécessaire pour accéder aux composants (à l'aide d'outils et de compétences donnés), la durée des arrêts de production (pendant lesquels les composants ne sont pas sollicités)...

La figure 1.15 illustre le couplage entre les processus de pronostic et d'aide à la décision de maintenance, où, à partir des informations d'entrée du processus de pronostic, des algorithmes de pronostic sont exécutés, afin de déterminer les performances futures du système de production pour chaque scénario de maintenance, défini par le processus d'aide à la décision à l'étape précédente. Ainsi, le processus de pronostic peut être réitéré plusieurs fois jusqu'à l'obtention d'un plan de maintenance qui respecte les exigences de performances du maintien en conditions opérationnelles.

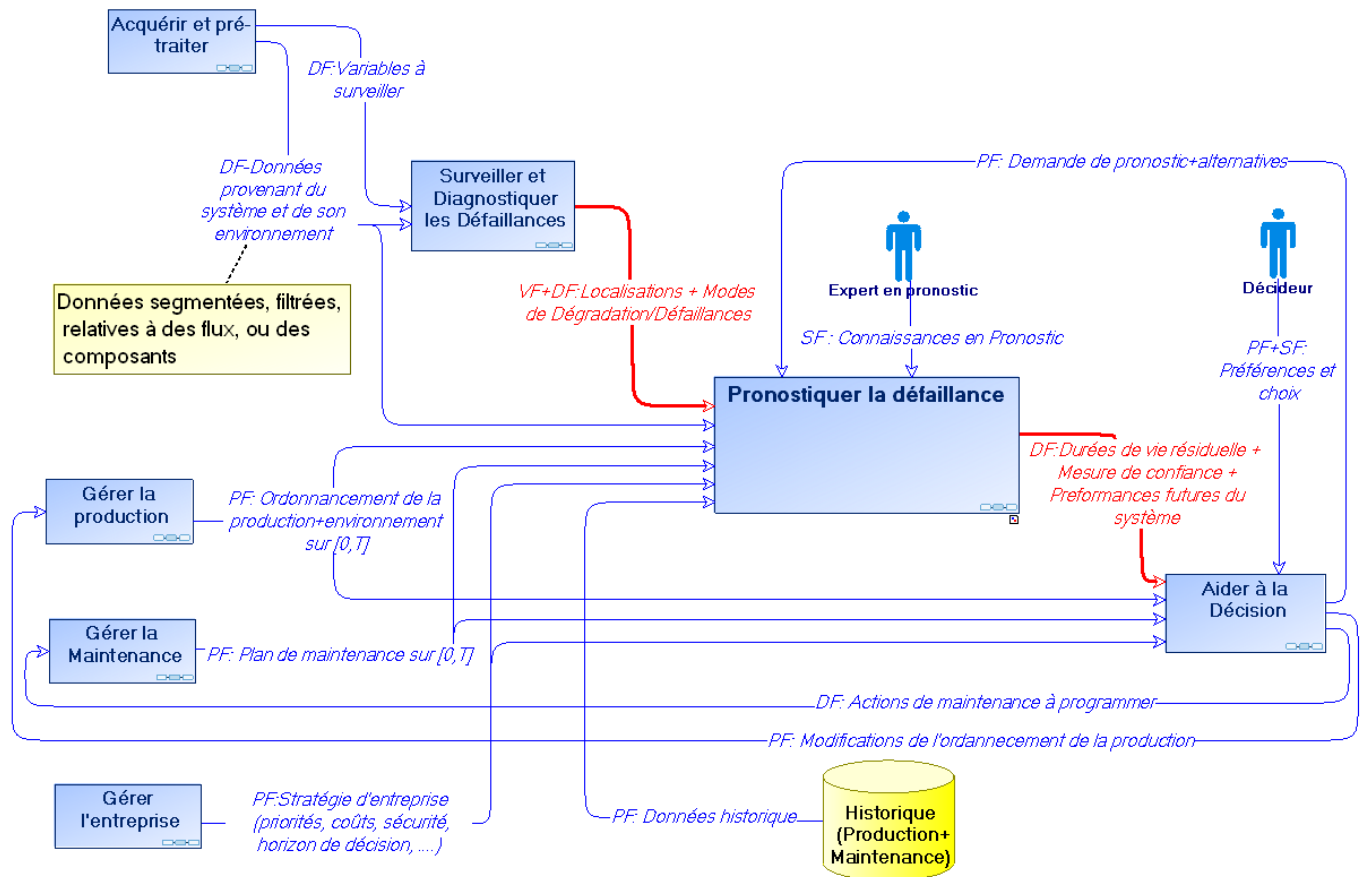


Figure 1.15. Interactions entre le processus de pronostic et le processus d'aide à la décision  
(SF : savoir faire, PF : pouvoir faire, DF : devoir faire, VF : vouloir faire)

[Voisin, et al., 2008].

### ➤ Sélection d'un plan de maintenance (étape clé 3)

La dernière étape du processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle consiste donc à trouver un *compromis* au regard de la performance globale, sous les contraintes imposées (par l'environnement du système de production ou spécifiques à son maintien en conditions opérationnelles) aux différents plans présélectionnés. Dans un contexte où le système de production et son environnement sont complexes, il est pertinent de proposer à l'expert un ensemble d'actions de maintenance potentielles<sup>39</sup> qui auront un impact positif sur la performance globale du système de production.

<sup>39</sup> L'ensemble de ces actions sera appelé **plan primitif de maintenance**.

En outre, il est souhaitable d'avoir un ordonnancement des plans primitifs de maintenance selon l'ordre de pertinence de ces plans (en fonction du contexte) ou selon les préférences du décideur.

L'utilisation conjointe d'un processus de pronostic et d'une méthodologie multicritère permet donc de développer des actions de maintenance de nature anticipative qui peuvent être qualifiées d'*opportunistes*. En effet, au lieu de réagir à une défaillance, ces actions de maintenance prévisionnelle sont déclenchées par un processus de dégradation observé sur un équipement du système de production, tout en tenant compte de l'environnement de l'équipement sujet à cette dégradation. Le nombre total de défaillances sur le système de production est donc réduit, de même que les coûts associés à ces défaillances.

### **1.3 Problématique générale de l'aide à la décision de maintenance prévisionnelle**

Nous considérons dans le reste du document un système industriel soumis à une surveillance des dégradations de ses composants de premier niveau. Ce système a fait l'objet d'un processus d'ingénierie de maintenance dans lequel un plan de maintenance préventive a été défini et paramétré, ce qui signifie qu'un ensemble d'actions de maintenance préventives sont proposées à l'expert afin de rétablir les performances du système industriel. Le plan de maintenance intègre des actions de maintenance préventives systématiques pour des composants réputés non critiques (ou non surveillés), et des actions de maintenance préventives prévisionnelles pour les autres composants. Un système intégré de maintenance prévisionnelle permet, à partir des données disponibles, de sélectionner des plans primitifs de maintenance adaptés au contexte d'exploitation du système et à son environnement.

#### **1.3.1 Le cadre d'étude d'une maintenance exploitant des opportunités pour un système industriel**

Sur un système de production, un processus de dégradation est observé à l'instant  $t_0$  sur un composant  $C$  à l'aide d'un processus de surveillance. L'instant courant  $t_0$  se situe entre les dates  $MPP_1$  et  $MPP_2$ , qui sont respectivement la date de la dernière action de maintenance

préventive effectuée sur le composant  $C$ , et la date de la prochaine action de maintenance préventive planifiée pour ce composant (si le comportement dysfonctionnel de  $C$  est celui attendu). L'estimation de l'évolution de la dégradation de  $C$  est effectuée par un processus de pronostic, et fait apparaître une durée de vie résiduelle<sup>40</sup> égale à  $t_\alpha := t_\alpha(C)$  si aucune action de maintenance n'est entreprise.

Par ailleurs, la date estimée de défaillance du composant  $C$  est supposée<sup>41</sup> antérieure à  $MPP_2$ , en tenant compte de l'incertitude associée à cette estimation (Figure 1.16). Une intervention de maintenance préventive prévisionnelle est donc nécessaire sur  $C$ , avant sa date de défaillance estimée, afin de rétablir ses performances.

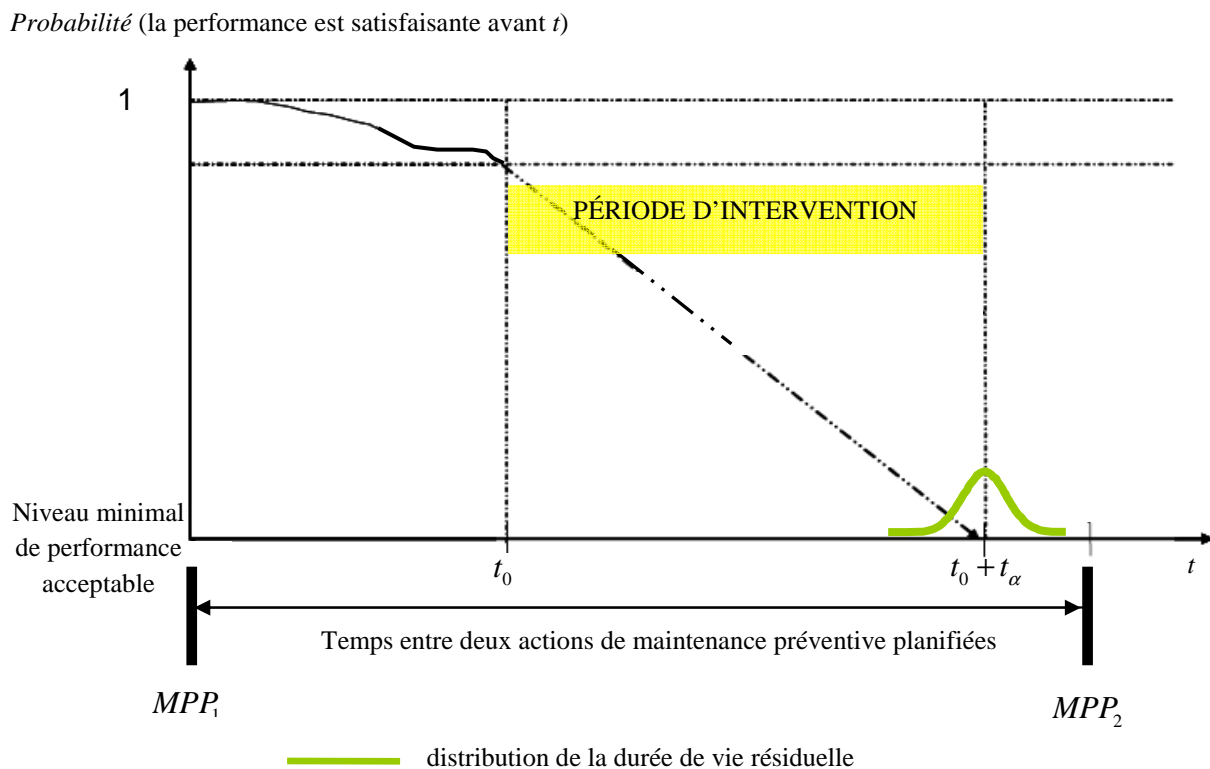


Figure 1.16. Représentation de la période d'intervention pour une action de maintenance prévisionnelle.

<sup>40</sup> Au sens de [ISO, 2004] : une région de confiance est associée à cette estimation.

<sup>41</sup> Si ce n'est pas le cas, alors aucune action de maintenance n'est envisagée, à l'instant  $t_0$ , sur le composant  $C$ .

### 1.3.2 Les problèmes associés à une action de maintenance réalisée sur le composant C

De façon générale, lorsqu'une action de maintenance préventive *classique*<sup>42</sup> doit être réalisée sur un équipement, les questions suivantes sont posées [Knezevic, *et al.*, 1997] :

- (1) Quelle est la raison d'être de cette action de maintenance ?
- (2) Quand réaliser l'action de maintenance ?
- (3) Quelle est la nature de cette action de maintenance ?
- (4) Comment la réaliser ?
- (5) Où est localisé l'équipement objet de cette action de maintenance ?
- (6) Quelle est la durée moyenne de cette action de maintenance ?

La figure 1.17 résume l'ensemble de ces interrogations.

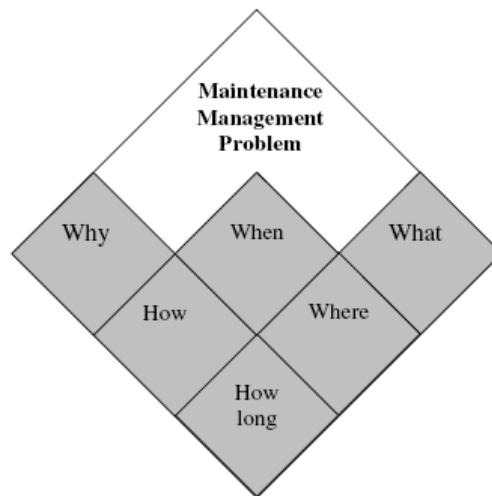


Figure 1.17. Les éléments relatifs au développement d'une action de maintenance [Knezevic, *et al.*, 1997].

Dans le cadre d'une stratégie de maintenance corrective, la question (1) trouve une réponse grâce à l'existence même d'un processus de diagnostic. En effet, c'est l'apparition d'une

---

<sup>42</sup> *i.e.* non prévisionnelle.



défaillance ou d'une dégradation sur un équipement qui déclenche une action de maintenance. L'existence d'un processus de pronostic permet de répondre à la question (3), et ce en évaluant l'impact des différentes actions envisageables pour l'équipement objet de la dégradation sur la performance globale du système de production. Les questions (4) et (6) trouvent une réponse grâce à la phase d'ingénierie de la maintenance, dont une partie des résultats se situe dans le système d'information de gestion de la maintenance (GMAO, ou *CMMS*<sup>43</sup> *software*), qui permet d'avoir à disposition l'ensemble des éléments de réalisation de l'action de maintenance relatifs à ces questions. Le système d'information de gestion de la maintenance permet également de répondre à la question (5), en produisant un plan de conception de l'équipement objet de la dégradation.

La deuxième question relative à la date d'intervention de l'opération de maintenance (la question « Quand ? ») ne trouve pas de réponse immédiate et nécessite un développement. Par ailleurs, l'approche anticipative adoptée, induite par la mise en place d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, permet de poser d'autres questions relatives à la réalisation d'actions de maintenance dans une démarche opportuniste.

En considérant la figure 1.18, une première question se pose à la personne en charge de la planification de cette intervention (appelée « décideur » ou « expert » dans la suite) :

À quel moment effectuer une action de maintenance donnée ? (Q1)

En particulier, est-il judicieux d'attendre la date  $MPP_2$  pour réaliser une intervention de maintenance préventive sur le composant  $C$  ?

---

<sup>43</sup> CMMS : *Computerised Maintenance Management System*.

Probabilité (la performance est satisfaisante avant  $t$ )

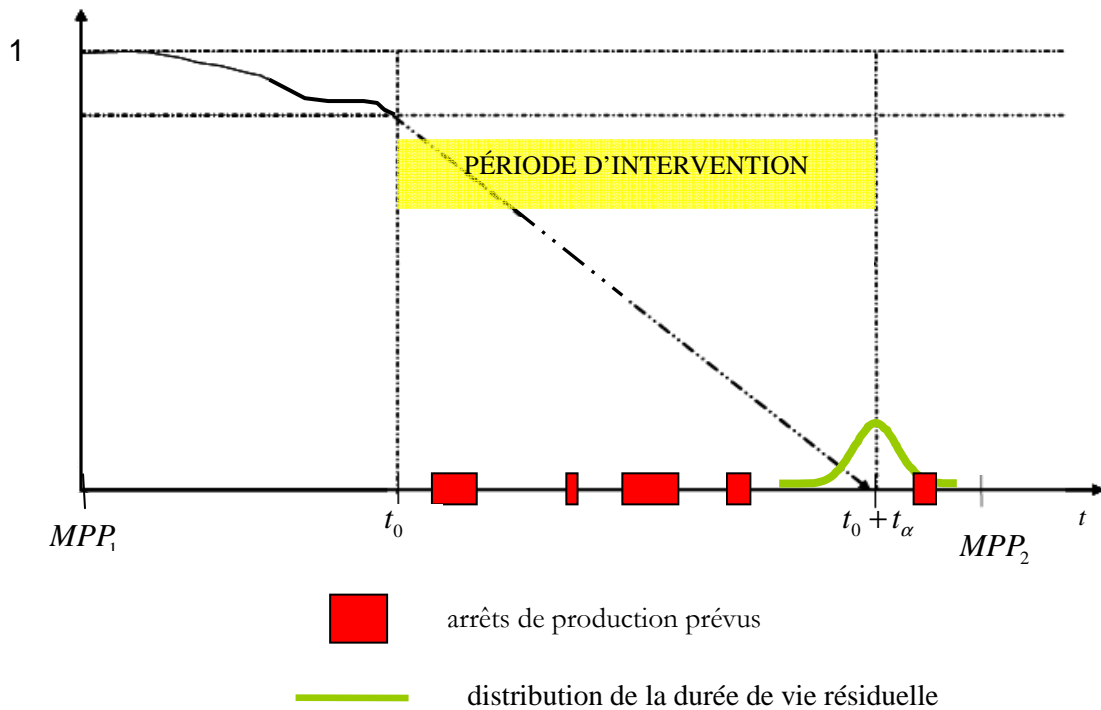


Figure 1.18. S'il en existe, quel(s) arrêt(s) de production considérer pour réaliser l'intervention de maintenance prévisionnelle ?

Puisque la maintenance et la production exploitent un même système industriel, la planification d'une action de maintenance peut se faire indépendamment de la production (ce qui peut en perturber le calendrier ou les échéances, et donc pénaliser la productivité de l'entreprise), ou bien à la demande de la production (ce qui peut entraîner une augmentation des risques de défaillance, pour des raisons de maximisation de la disponibilité et de la productivité du système), ou bien en synchronisation avec la production (ce qui permet idéalement de satisfaire les contraintes de la production comme de la maintenance). Si cela est possible, l'action de maintenance prévisionnelle sera effectuée durant l'un des arrêts de production prévus du système.

Les arrêts de production sont dus soit à la maintenance (dans le cas d'une stratégie de maintenance préventive systématique), soit à la production (la défaillance d'un composant qui impose alors l'immobilisation de toute une partie du système, la reconfiguration de l'outil de production, un changement d'équipe, un manque de matières premières pour alimenter le

système, un manque de personnel qualifié pour utiliser un équipement, un contexte défavorable ou présentant un caractère dangereux, un arrêt déjà planifié, des stocks trop importants ou l'absence d'une demande de la part du marché...).

Le système d'information de la gestion de maintenance est utilisé pour caractériser, parmi ces arrêts de production, ceux qui seront imputables à la maintenance (défaillance ou arrêt programmé), sous la forme de dates de début et de durées respectives associées. Les autres arrêts de production sont issus du système de gestion et de suivi de la production. Dans ce cas, les caractéristiques de ces arrêts de production sont obtenus *via* l'ERP (en exploitant la partie relative à la planification de la production) ou le MES (en exploitant la partie relative à l'ordonnancement – dynamique – de la production) de l'entreprise. L'aspect intégré et collaboratif du processus de maintenance revêt une importance particulière pour (Q1), qui devient donc :

Est-il possible de sélectionner un arrêt de production afin d'effectuer cette action de maintenance, et si oui lequel ? (Q2)

Afin de réduire les coûts directs de maintenance, mais également afin de ne pas remplacer de façon prématurée un composant en phase de dégradation et néanmoins encore performant, une intervention de maintenance sera réalisée « aussi tardivement que possible ». D'une part, plus l'action de maintenance est reportée dans le temps, plus les coûts totaux de maintenance associés à cette action sont susceptibles d'augmenter. En effet, le processus de dégradation du composant qui doit faire l'objet de l'intervention de maintenance va continuer à se développer, ce qui pourra engendrer des dommages pour le système de production (besoins supplémentaires en pièces détachées et en main d'œuvre, temps d'intervention rallongés, consommation d'énergie accrue...). D'autre part, plus l'action de maintenance est reportée, plus la maintenance permettra de réaliser des économies. En effet, reporter une intervention de maintenance fournit un horizon de décision temporel qui permettra de combiner des actions de maintenance, ce qui aura pour conséquence la baisse des temps d'immobilisation du système de production et une meilleure répartition des ressources (en pièces détachées et en main d'œuvre) [Lihovd, *et al.*, 1996].

Dans ce contexte conflictuel, l'expert devra choisir le *dernier* arrêt de production qui puisse garantir que l'intervention de maintenance sera réalisable.

(Q1) ainsi que la (Q2) ne sauraient admettre une réponse absolue et définitive dans le contexte dynamique induit par une stratégie de maintenance prévisionnelle. En effet, la connaissance et les données relatives au système de production évoluent continûment avec le temps. Ce sera le cas, par exemple, si un arrêt de production supplémentaire est prévu à une date future (Figure 1.19), ou si l'évolution du processus de dégradation du composant  $C$  (et donc la durée de vie résiduelle estimée de  $C$ ) est remise en cause par le processus de pronostic. Pour être satisfaisante, toute procédure de réponse aux questions 1 et 2 se doit donc d'être elle-même dynamique.

En particulier, le choix d'un arrêt de production pour effectuer l'action de maintenance donnée peut-il être modifié, en temps négligeable par rapport à la durée qui nous sépare du prochain arrêt de production, suite à de nouvelles connaissances sur le système de production ? (Q3)

Probabilité (la performance est satisfaisante avant  $t$ )

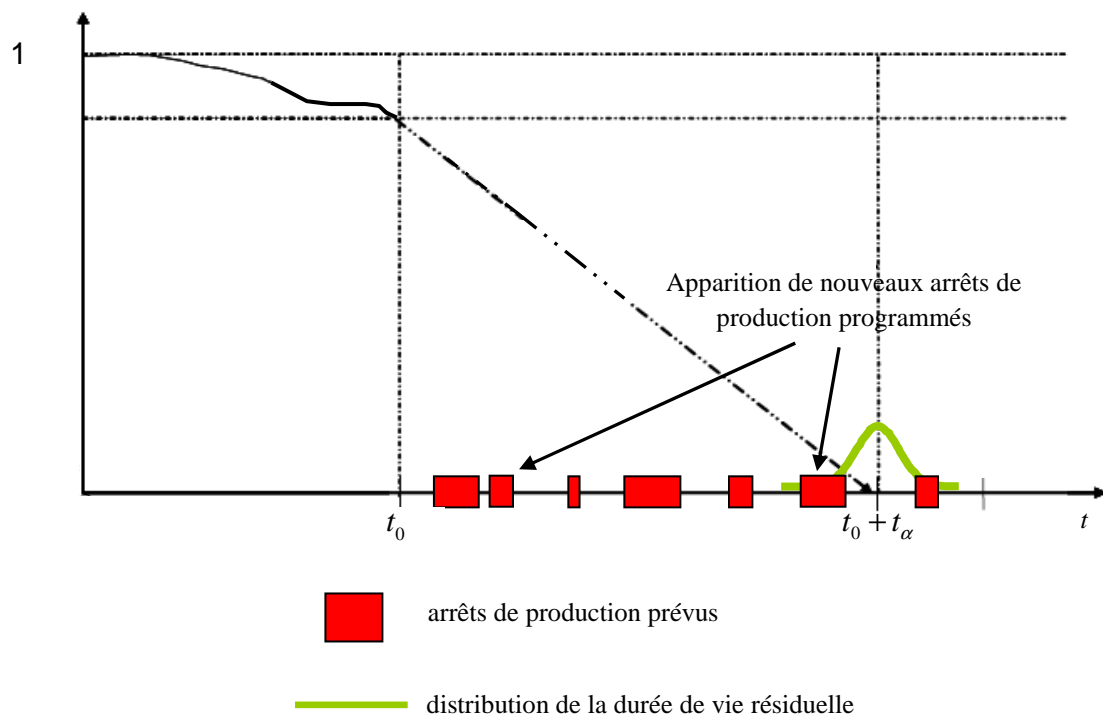


Figure 1.19. De nouveaux arrêts de production sont programmés dans l'avenir.

Par ailleurs, l'incertitude liée à l'estimation de la durée de vie résiduelle par le processus de pronostic est elle-même source de questions pertinentes pour l'expert. Supposons en effet

qu'un arrêt de production soit planifié dans la fenêtre temporelle d'incertitude utile<sup>44</sup> associée à la durée de vie résiduelle de  $C$  estimée par le processus de pronostic (cf. Figure 1.19). La question de la détermination du choix de  $\alpha$ , et donc du paramètre  $t_\alpha$ , se pose alors :

Quel est le risque encouru (en termes de performances pour le système de production) à développer une action de maintenance au cours d'un arrêt de production prévu dans la fenêtre temporelle d'incertitude associée à  $t_\alpha$  ? **(Q4)**

De même, si un paramètre du système de production influant les performances du composant  $C$  ne peut être mesuré avec précision, alors plusieurs scénarios d'évolution de la dégradation de  $C$  peuvent être envisagés (Figure 1.20). Plusieurs durées de vie résiduelles,  $t_\alpha^1, t_\alpha^2, t_\alpha^3 \dots$  et autant de régions d'incertitude, peuvent donc être associées à  $C$  par le processus de pronostic.

*Probabilité (la performance est satisfaisante avant  $t$ )*

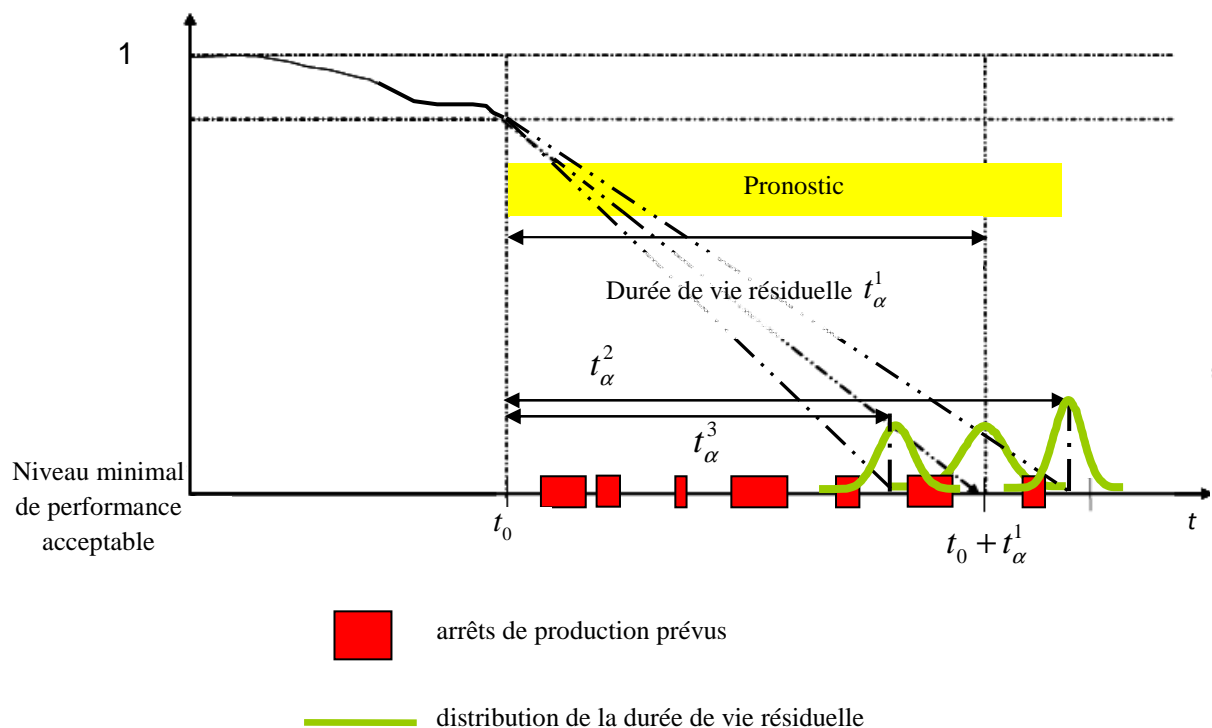


Figure 1.20. Plusieurs scénarios possibles pour l'évolution de la dégradation du composant.

<sup>44</sup> C'est-à-dire que l'incertitude associée à la durée de vie résiduelle du composant n'est plus négligeable par rapport à la date de début et à la durée d'un tel arrêt de production.

Quel risque (en termes de performances globales du système de production) l'expert prend-il à privilégier un arrêt de production (optimal pour un scénario donné) par rapport à un autre arrêt de production (optimal pour un autre scénario) pour réaliser l'action de maintenance sur le composant *C* ? **(Q5)**

Ces deux dernières questions illustrent en partie la complexité de la décision de maintenance dans le cadre d'une stratégie de maintenance prévisionnelle.

Enfin, le processus d'aide à la décision de maintenance peut et doit être utilisé afin d'investiguer des actions de maintenance potentielles sur d'autres composants dégradés du système de production, en profitant d'une action de maintenance prévisionnelle prévue sur le système de production. De telles actions opportunistes peuvent être caractérisées par certains critères reliant les composants, comme par exemple : la proximité, l'échange d'un flux, l'utilisation du même outillage et des mêmes compétences pour réaliser l'ensemble des actions de maintenance. Il s'agit alors d'utiliser ces propriétés dans le but de réaliser des actions de maintenance préventives non envisagées *a priori* sur des composants dégradés du système de production.

Comment modéliser, sur le système de production, des critères tels que la proximité entre composants ou l'accessibilité à un composant, depuis un équipement quelconque du système, à partir d'outils et de compétences donnés ? **(Q6)**

Comment utiliser les formalismes retenus pour modéliser les critères de la question **(Q6)** pour construire un module d'aide à la décision de maintenance ? **(Q7)**

Tout élément de réponse à ces questions permettra d'investiguer de nouvelles actions de maintenance opportunistes pour les composants dégradés du système de production, ce qui contribuera à en maîtriser la performance globale.

## 1.4 Conclusion

Avec l'émergence de nouvelles contraintes (développement durable, tensions économiques, crise de l'énergie et des matières premières...), la maîtrise des performances des systèmes de production est devenue un enjeu majeur pour les entreprises. Le processus de maintien en conditions opérationnelles a pour rôle de garantir un certain niveau de performance de l'ensemble des équipements de ces systèmes. Le processus clé du maintien en conditions opérationnelles est celui de maintenance. L'étude de la phase d'exploitation des systèmes de production fait apparaître des opportunités qui pourraient être mises à profit pour réaliser des actions de maintenance préventive. La maintenance permet d'exploiter ces opportunités, lors de la phase d'exploitation des systèmes de production, lorsqu'elle est déployée selon des stratégies prévisionnelles. Le développement de ces approches anticipatives par rapport aux processus de dégradation des équipements est réalisé à travers un système intégré de maintenance prévisionnelle. Un tel système est composé de plusieurs processus, dont ceux de pronostic et d'aide à la décision. L'exploitation du processus de pronostic en particulier permet d'élargir considérablement les opportunités d'intervention de maintenance. Ainsi, en mettant en place des stratégies de maintenance prévisionnelle, tout événement à venir (arrêt de production prévu, intervention de maintenance planifiée...) devient source de potentielles opportunités pour la maintenance. La notion d'opportunité, qui n'a pas été formellement définie jusqu'à présent, fait l'objet du chapitre suivant. La proposition d'opportunités permettant de déployer des activités de maintenance données est la tâche du processus d'aide à la décision. En effet, la mise en œuvre de stratégies prévisionnelles pose, au niveau de la décision de maintenance, de nombreuses questions dont certaines ont été évoquées dans ce chapitre.

Les questions **(Q1)** et **(Q2)** seront traitées dans le chapitre 3, et **(Q3)** sera également discutée. **(Q4)** et **(Q5)** illustrent la complexité de la décision de maintenance prévisionnelle et ne seront pas résolues dans les présents travaux. Enfin, **(Q6)** et **(Q7)** trouveront des éléments de réponses dans la seconde partie du troisième chapitre, une fois que la notion d'opportunité aura été approfondie.







## Chapitre 2

### Vers de nouvelles formes de maintenance opportuniste

#### 2.1 Introduction

À partir de la notion de maîtrise des performances des systèmes industriels, le chapitre 1 a présenté le système intégré de maintenance prévisionnelle. Au sein d'un système intégré de maintenance prévisionnelle, les processus de pronostic et d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle permettent d'exploiter, sur un horizon temporel fini, les opportunités susceptibles de se présenter afin de réaliser des interventions de maintenance préventives. De telles opportunités ont souvent été mentionnées ou étudiées dans les travaux scientifiques au cours des dernières décennies. Le but du présent chapitre est de discuter cette notion d'opportunités, ainsi que la notion connexe de maintenance opportuniste.

Nous verrons que deux critères sont fréquemment associés aux actions de maintenance opportunistes : un événement déclencheur, et une date d'occurrence. L'événement déclencheur permet de préciser la nature de l'opportunité, et la date d'occurrence permet d'étudier la distribution des opportunités dans le temps.

L'impact d'actions de maintenance opportunistes est considérable pour les performances globales du système de production. La prise en compte de l'environnement de l'équipement objet d'une telle action de maintenance prévisionnelle suggère de synchroniser la maintenance avec la production, ce qui a pour effet d'augmenter la disponibilité du système de production et de réduire les coûts indirects de maintenance.

Enfin, intégrer dans la décision de maintenance prévisionnelle l'environnement d'un équipement permet d'investiguer d'autres actions de maintenance préventive sur des composants qui sont en phase de dégradation et qui partagent des similitudes avec l'équipement maintenu.

L'étude présentée dans ce chapitre a été synthétisée dans [Thomas, *et al.*, 2008b], et a pour objectif de préciser les différentes notions associées aux termes « opportuniste » et « maintenance opportuniste ».

## 2.2 La maintenance opportuniste dans la littérature

Si l'on considère le dictionnaire d'Émile Littré de 1872, une *opportunité* est la qualité de ce qui est à propos, et l'*opportuniste* est toute conduite qui se conforme aux circonstances. *Opportun* est un mot tiré du latin *opportunus*, épithète appliqué au vent « qui conduit au port ». Le Trésor de la langue française<sup>45</sup> précise que par métonymie une opportunité est une circonstance ou une occasion favorable. Cette acception du terme dérive de l'influence de l'anglais *opportunity* et est condamnée par les puristes qui recommandent d'employer plutôt les termes « occasion » ou « possibilité ». Ainsi, une « action de maintenance opportuniste » devrait plutôt être appelée « action de maintenance suscitée par une occasion » en toute rigueur. L'opportuniste entendu au sens de la maintenance fait référence à l'instant du bon moment pour agir (le *Kairos*) mais également à l'environnement qui peut être propice à une occasion d'intervention. La notion de maintenance opportuniste devient pertinente dès lors que le système de production considéré est multicomposant : la notion de maintenance opportuniste a peu de sens pour un système monocomposant. Or, les systèmes de production que nous considérons sont complexes, multicomposants et interagissent avec un environnement (voir le chapitre 1).

Nous verrons que des situations très différentes sont parfois qualifiées d'*opportunistes*, ce qui peut résulter de l'absence de définition de ce terme au sein d'une norme ou de l'absence de consensus autour de l'expression « maintenance opportuniste ».

---

<sup>45</sup> <http://atilf.atilf.fr/tlf.htm>

Cependant, on observe en pratique qu'une opportunité en maintenance est directement liée à l'apparition d'un événement déclenché par l'évolution du système de production. Ainsi, une action de maintenance est qualifiée d'opportuniste si elle est déclenchée suite à un événement sur un équipement, tel une défaillance ou un arrêt de production. En pratique, l'action de maintenance opportuniste est ainsi la contrepartie d'un événement subi.

### 2.2.1 Les origines de la maintenance opportuniste

Jusque dans les années quatre-vingt-dix, la plupart des modèles de maintenance sont consacrés aux systèmes de production monocomposants [Wang, 2002]. Or, la notion de maintenance opportuniste n'a de sens que pour les systèmes complexes, ce qui explique que les travaux consacrés à la maintenance opportuniste sont relativement récents. Cependant, quelques chercheurs se sont intéressés à des modèles opportunistes sur des systèmes multicomposants bien avant 1990.

La notion de « maintenance opportuniste » trouve ses origines au début des années 1960, au sein du RAND<sup>46</sup> Project (aujourd'hui RAND Corporation<sup>47</sup>), avec des chercheurs tels que John Joseph McCall, Dale Weldeau Jorgensen ou encore Roy Radner. Ces chercheurs font l'étude systématique de la combinaison d'une action de maintenance préventive et d'une action de maintenance corrective sur un système de production multicomposant. L'objectif poursuivi est une réduction des coûts de remise en état<sup>48</sup> (« *set up costs* ») d'un équipement. C'est dans leurs travaux que le terme « opportuniste » semble apparaître pour la première fois, vers 1962–1963. En effet, dans [Radner and Jorgensen, 1962], [McCall, 1963], [Radner and Jorgensen, 1963] et [Jorgensen and McCall, 1963], une « politique de remplacement opportuniste » (*opportunistic replacement policy*) consiste à déclencher une action de remplacement pour un composant non surveillé du système, en fonction de l'état (dégradé ou non dégradé) d'un ou de plusieurs autre(s) composant(s) surveillé(s) en continu<sup>49</sup>. Ces articles proposent alors de réaliser un remplacement préventif du composant non surveillé.

---

<sup>46</sup> RAND : acronyme pour *Research and Development*.

<sup>47</sup> Organisation américaine à but non lucratif dédiée à l'aide à la décision pour le secteur privé aussi bien que pour le secteur public.

<sup>48</sup> Les coûts de remise en état après une intervention de maintenance sur un équipement recouvrent les dépenses effectuées dans le seul but de rendre cet équipement à nouveau fonctionnel et apte à l'utilisation.

<sup>49</sup> C'est-à-dire dont la défaillance peut être connue immédiatement. On parlerait aujourd'hui de « maintenance conditionnelle ».

L'ensemble de ces travaux sera repris et développé dans l'ouvrage [Jorgensen, *et al.*, 1967]. À notre sens, ces idées peuvent être perçues aujourd'hui comme les débuts des stratégies conditionnelles en maintenance. En effet, des actions de maintenance sont déclenchées à partir de la seule connaissance de l'état d'un composant du système de production.

L'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » est ici la défaillance d'autres composants du système. Cet événement permet le regroupement de plusieurs actions de maintenance, et donc la réduction des temps de maintenance associés à ces actions.

En résumé, la notion de maintenance opportuniste présentée par les chercheurs de RAND Corporation est la suivante :

« À un instant donné  $t$ , profiter d'une action de maintenance corrective sur le composant surveillé  $C$  pour réaliser une action de maintenance préventive sur un composant non surveillé  $D$ . » L'événement déclencheur de l'opportunité est la défaillance d'un composant, et sa date d'occurrence est aléatoire.

### 2.2.2 L'héritage du concept original

Nous retrouvons la même approche dans nombre de travaux au cours des décennies suivantes ([Berg, 1978], [Tatsuno, *et al.*, 1983] et [Wijnmalen and Hontelez, 1997] ; [Haurie and L'Ecuyer, 1982] ; [Pullen and M.U. Thomas, 1986] ; [Dagpunar, 1996] ; [Dekker, *et al.*, 1997], [Berk and Moinzadeh, 2000] ; [Satow and Osaki, 2003]). On retrouve systématiquement dans ces travaux l'association d'une action de maintenance corrective et d'une intervention de maintenance préventive. Dans la suite de ce paragraphe, nous avons sélectionné certains travaux parmi les plus récents et les plus originaux, qui nous semblent représentatifs de cette approche.

Deux politiques de maintenance opportunistes ont été présentées dans [Savsar, 2006]. Dans les deux cas, le système de production est supposé constitué de plusieurs machines<sup>50</sup> « indépendantes<sup>51</sup> », et chaque machine est sujette à deux types d'actions de maintenance :

---

<sup>50</sup> Nous rappelons qu'un équipement est toute partie du système de production, le composant étant un équipement particulier. Par ailleurs, une machine sera dans la suite un équipement possédant une finalité propre.

<sup>51</sup> Dans le sens qu'une défaillance sur une des machines n'a aucune incidence sur les autres machines.

des actions de nature corrective (effectuées uniquement dans le cas d'une défaillance d'un équipement, au moment de cette défaillance), et des actions de nature préventive. Dans la première politique, les actions de maintenance préventive sur un équipement donné ne sont réalisées que si une défaillance apparaît sur cet équipement. Dans ce cas, une action de maintenance corrective est effectuée sur un composant pour rétablir l'équipement dans un état de bon fonctionnement, et l'action de maintenance préventive (qui peut porter sur une autre partie du même équipement) est également effectuée à cette occasion, à l'instant de la défaillance. Cette politique coïncide, à l'échelle d'un équipement quelconque, avec l'approche proposée par les chercheurs de RAND Corporation à l'échelle du système. Par ailleurs, une politique similaire<sup>52</sup> de remplacement opportuniste est discutée dans [Liang, 1985] : toute action de maintenance préventive sur un équipement est systématiquement associée à une action de maintenance corrective sur ce même équipement. Une telle association permet de réduire les temps de préparation relatifs aux deux actions de maintenance.

L'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » reste la défaillance d'une partie du système de production (une des machines). Cet événement permet une réduction des temps de maintenance associés à la réalisation de l'action préventive.

La notion de maintenance opportuniste présentée par [Savsar, 2006], dans la première politique opportuniste, est la suivante :

« À un instant donné  $t$ , réaliser une action de maintenance corrective sur un équipement et réaliser une action de maintenance préventive sur ce même équipement. » L'événement déclencheur de l'opportunité est une défaillance d'une partie du système, et sa date d'occurrence est aléatoire.

Dans la seconde politique proposée par [Savsar, 2006], les actions de maintenance préventive associées à l'une des machines sont réalisées :

- soit de façon systématique (toutes les  $T$  unités de temps,  $T > 0$ ),
- soit, si cette machine subit une défaillance pendant l'intervalle de temps  $[0.75(d+T); d+T]$ , où  $d$  représente la date de la dernière action de maintenance

---

<sup>52</sup> L'auteur parle de « *block replacement* » (respectivement « *piggyback policy* ») et non de « *machine replacement* » (respectivement « *opportunistic policy* »), mais l'approche est identique.

préventive ayant eu lieu et  $d+T$  la date de la prochaine action de maintenance préventive planifiée, en même temps que l'action de maintenance corrective associée à cette défaillance. Cette action de maintenance préventive est alors simplement avancée dans le temps (et réalisée conjointement avec une action de maintenance corrective) et ne sera pas effectuée à la date  $d+T$  comme initialement prévu.

Dans cette politique, si la machine subit une défaillance dans l'intervalle de temps<sup>53</sup>  $[d;0.75(d+T)[$ , seule l'action de maintenance corrective est effectuée, et l'intervention de maintenance préventive sera réalisée à la date  $d+T$ . Ainsi, les actions de maintenance préventive planifiées ne seront réalisées aux dates initialement prévues que pour les machines qui n'auront pas subi la moindre défaillance durant le dernier quart de leur temps de fonctionnement. Une stratégie similaire est étudiée au chapitre 2.3 de l'ouvrage [Gertsbakh, 1977].

L'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » est encore la défaillance d'une partie de la machine. Cet événement permet à nouveau une réduction du nombre d'arrêts de maintenance associés à la réalisation d'actions préventives.

La notion de maintenance opportuniste présentée par [Savsar, 2006], dans la seconde politique opportuniste, est la suivante :

« À un instant donné intervenant dans un intervalle de temps précisé *a priori*, réaliser une action de maintenance corrective sur l'équipement et réaliser une action de maintenance préventive sur un autre équipement. » L'événement déclencheur de l'opportunité est la défaillance d'une partie du système de production, et sa date d'occurrence est aléatoire dans une fenêtre temporelle fixée.

Sur le même modèle, une « opportunité » pour la maintenance est définie dans [Kececioglu and Sun, 1995] comme étant soit la défaillance d'un composant du système de production, soit la planification d'actions de maintenance préventive systématique à réaliser sur plusieurs composants simultanément. Ainsi, deux composants distincts  $C$  et  $D$  du système de

---

<sup>53</sup> Le coefficient 0,75 a été fixé *a priori*. Les auteurs ne précisent pas comment cette valeur a été obtenue.

production étant considérés, une action de maintenance opportuniste est effectuée dès lors qu'une des situations suivantes apparaît :

- le composant *C* fait l'objet d'un remplacement préventif, **et**
- le composant *D* connaît une défaillance et doit être remplacé ;
  
- le composant *C* doit faire l'objet d'un remplacement préventif, **et**
- le composant *D* doit lui aussi faire l'objet d'un remplacement préventif.

Dans la première situation, qui coïncide avec celle présentée par les chercheurs de RAND Corporation, l'action de maintenance opportuniste consiste à profiter d'une action de maintenance corrective sur *C* pour réaliser le remplacement préventif anticipé de *D*. Dans la seconde situation, l'action de maintenance opportuniste consiste à regrouper deux actions de maintenance (remplacement préventif de *D* et remplacement préventif de *C*, tous deux s'inscrivant dans le cadre d'une stratégie de maintenance préventive systématique). Ce regroupement sera matérialisé par la réalisation d'une seule intervention de maintenance commune à *C* et *D*, au cours d'un même instant<sup>54</sup>. Les auteurs parlent dans ces deux situations de « *remplacement conjoint de C et D* »<sup>55</sup>. Ces travaux s'inspirent de ceux figurant dans [Vergin and Scriabin, 1977], qui ne traitaient que de systèmes constitués d'au plus trois composants.

L'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » est ici soit la défaillance d'autres composants du système, soit la planification d'actions de maintenance de type préventif systématique sur plusieurs composants. Cet événement permet le regroupement de plusieurs actions de maintenance.

Enfin, une nouvelle notion de maintenance opportuniste présentée par [Vergin and Scriabin, 1977] (cf. la « *deuxième situation* » mentionnée par les auteurs) est la suivante :

« Regrouper les deux actions de maintenance préventive au cours d'un même instant qui reste à déterminer parmi plusieurs dates possibles. » Un des critères de succès de cette approche est

---

<sup>54</sup> Pour les auteurs des travaux cités, les temps de réalisation des actions de maintenance sont négligeables.

<sup>55</sup> « *Joint replacement of both C and D.* »



que les temps et les ressources associés aux deux actions de maintenance préventive permettent leur réalisation simultanée.

Nous retiendrons qu'un événement déclencheur d'une opportunité pour la maintenance peut être la donnée de dates d'interventions préventives futures. L'occurrence d'une opportunité est alors déterministe.

Cette dernière approche se démarque des précédentes, qui étaient toutes associées à une défaillance d'une partie du système, et donc à une action de maintenance corrective. Ce n'est qu'à la fin des années 1970 que les chercheurs ont proposé de regrouper ensemble des actions de maintenance préventives planifiées afin de réduire les coûts ou les temps de maintenance, ou d'augmenter la performance du système de production. [Wildeman, 1996] recense les différentes approches permettant de regrouper ensemble des interventions de maintenance, que ce soit dans la recherche d'une action qui se veut opportuniste ou non. Les chercheurs qui adoptent cette démarche de regroupement, notamment ceux travaillant dans le domaine de la recherche opérationnelle, ne revendiquent pas toujours le qualificatif « opportuniste » pour ce type d'actions de maintenance. Pourtant, au sens de la définition introduite précédemment, ces actions de regroupement constituent des actions opportunistes [Cho and Parlar, 1991].

La notion de maintenance opportuniste ne peut donc être systématiquement réduite à celle proposée par les chercheurs de RAND Corporation, puisque certaines approches étudient le regroupement systématique de plusieurs actions de maintenance préventives sur des composants différents d'un même système de production. La notion de maintenance corrective n'est pas nécessaire à l'investigation d'interventions de maintenance opportunistes.

### **2.2.3 La notion de regroupement d'actions de maintenance**

Nous allons explorer dans ce paragraphe les actions de maintenance opportunistes consistant à regrouper différentes interventions de maintenance. Deux classes de problèmes ont globalement été étudiées, qui permettent en particulier de généraliser l'approche des chercheurs de RAND Corporation.

Dans une première classe de problèmes, les composants du système de production sont regroupés en catégories de composants qui devraient être remplacés simultanément et systématiquement à chaque défaillance de l'un d'entre eux [Assaf and Levikson, 1982 ;

Epstein, 1982 ; Fisher and Brennan, 1986 ; Ritchken and Wilson, 1990]. Cette première approche est donc apparentée aux politiques opportunistes proposées par les chercheurs de RAND Corporation : l'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » est la défaillance d'une partie du système. Cette défaillance permet de réaliser une ou plusieurs action(s) de maintenance préventive sur un ou plusieurs autre(s) composants(s) du système. Cette approche de remplacement systématique d'un ensemble de composants se révèle pertinente dès lors que les coûts d'accès à ces composants d'une même catégorie (coûts de désassemblage et de réassemblage) sont « bornés » ou « limités ».

La notion de maintenance opportuniste dans le cas d'un regroupement d'actions de maintenance est la suivante (première classe de regroupements) :

« À un instant donné  $t$ , profiter d'une action de maintenance corrective sur le composant  $C$  pour réaliser le remplacement préventif de tous les composants situés dans une même catégorie que  $C$ . » L'événement déclencheur de l'opportunité est la défaillance d'un composant du système de production, et sa date d'occurrence est aléatoire.

Dans une seconde classe de problèmes, des critères de regroupement d'actions de remplacement préventif sont définis pour des systèmes de production particuliers. L'événement déclencheur de l'action opportuniste peut être l'âge du système de production, ou le nombre de défaillances qu'il aura connues pendant un intervalle de temps donné.

Les systèmes de production sont supposés constitués de plusieurs machines indépendantes<sup>56</sup>, toutes étant sujettes à des défaillances qui sont aléatoires, indépendantes et identiquement distribuées [Nakagawa, 1979 ; Nakagawa, 1983 ; Okumoto and Elsayed, 1983 ; Sule and Harmon, 1979]. Trois politiques de regroupement d'actions de remplacement préventif de plusieurs composants ont été développées pour ces systèmes [Pham and Wang, 1996 ; Wang, 2002] :

- Les politiques- $T$  consistent à effectuer des remplacements préventifs de plusieurs composants dès que le système de production atteint l'âge  $T$ <sup>57</sup> [Okumoto and Elsayed, 1983 ; Jhang and Sheu, 1999] ;

---

<sup>56</sup> Toujours dans le sens qu'une défaillance sur une des machines n'a aucune incidence sur les autres machines.

<sup>57</sup> En anglais, on parle de « *T-age group replacement policies* ».

- Les politiques- $m$  consistent à effectuer une inspection générale sur le système de production et à remplacer ceux des composants jugés défectueux, dès que  $m$  défaillances ont eu lieu sur le système<sup>58</sup> [Park, 1979] ;
- Les politiques- $(m ; T)$  consistent à effectuer une inspection générale sur le système de production et des remplacements préventifs sur un ensemble de composants, dès que le système atteint l'âge  $T$ , ou dès que exactement  $m$  défaillances ont eu lieu sur le système, quel que soit celui de ces deux événements qui apparaît le premier<sup>59</sup> [Özekici, 1988 ; Ritchken and Wilson, 1990 ; van der Duyn Shouten and Vanneste, 1990 ; Zheng and Fard, 1992]. Lors d'une inspection, tous les composants défaillants sont remplacés et tous les composants jugés défectueux sont remis en état de bon fonctionnement.

Les critères de regroupement d'actions de maintenance peuvent être liés aux coûts ou temps associés au démontage et au remontage, aux coûts de remise en marche des équipements, à l'existence de composants redondants dans le système, ou à la nature de la distribution des défaillances sur les composants (indépendantes et identiquement distribuées) [Wang, 2002]. Enfin, rappelons que ces approches ne sont pas systématiquement qualifiées d'*opportunistes* par leurs auteurs.

L'événement interne au système de production qui est déclencheur de l'action « opportuniste » peut ainsi être son âge, ou le nombre de défaillances qu'il a connues durant un intervalle temporel. Cet événement permet de réaliser de façon groupée plusieurs actions de maintenance préventive et de réduire les coûts moyens de maintenance par unité de temps, en fonction des variables de décision  $m$  et  $T$ .

Au final, la notion de maintenance opportuniste dans le cas d'un regroupement d'actions de maintenance pour la seconde classe de regroupements est la suivante (cas d'une politique- $T$ ) : « Toutes les  $T$  unités de temps, réaliser le remplacement préventif de plusieurs composants, où  $T$  est donné. » L'événement déclencheur de l'opportunité est la date annoncée (déterministe et fixée par avance) d'une intervention de maintenance préventive.

---

<sup>58</sup> En anglais, on parle de « *m-failure group replacement policies* ».

<sup>59</sup> En anglais, on parle de « *(m ; T)-group replacement policies* ».

La notion de maintenance opportuniste dans le cas d'un regroupement d'actions de maintenance pour la seconde classe de regroupements est la suivante (cas d'une politique- $m$ ) : « À l'instant de la défaillance numéro  $m$  sur un système de production, réaliser une inspection générale et remplacer ceux des composants jugés défectueux (mais pas encore réputés défaillants). » L'événement déclencheur de l'opportunité est le nombre de composants ayant connu une défaillance. Sa date d'occurrence est aléatoire.

La notion de maintenance opportuniste dans le cas d'un regroupement d'actions de maintenance pour la seconde classe de regroupements est la suivante (cas d'une politique- $(m ; T)$ ) :

« À la date  $\min(\text{instant de la défaillance numéro } m ; \text{instant présent} + T)$ , réaliser le remplacement préventif de plusieurs composants. » L'événement déclencheur de l'opportunité est la date annoncée d'une intervention de maintenance préventive ou le nombre de composants ayant connu une défaillance. La date d'occurrence d'une telle opportunité est aléatoire.

Signalons enfin qu'il existe une autre manière de regrouper des actions de maintenance, constituant un cas particulier qui ne semble pas avoir été investigué dans la littérature. Il s'agit, au niveau opérationnel, de réaliser une action de maintenance non planifiée au cours d'une intervention de maintenance (corrective ou préventive). Dans ce cas, l'opérateur prend l'initiative de réaliser une action supplémentaire (inspection, remplacement...). Une telle action à l'initiative d'un opérateur n'est déclenchée que parce qu'il a accès à une information ou à une partie du système qui l'amène à effectuer cette intervention.

L'événement déclencheur de l'opportunité est une observation faite par l'opérateur de maintenance au cours de la réalisation d'une action de maintenance donnée. Cet événement permet à l'opérateur de réaliser, s'il le juge utile et s'il a obtenu l'accord du responsable de la maintenance, une autre intervention de maintenance. La date d'occurrence de l'opportunité est aléatoire.

Une telle intervention de maintenance peut être qualifiée d'opportuniste, puisqu'il s'agit bien d'effectuer une action de maintenance préventive non planifiée *a priori* en profitant d'une intervention en cours de réalisation.

Cependant, il nous semble que la question particulière de la sécurité et la pertinence d'une telle action de maintenance, réalisée de la seule initiative de l'opérateur, devraient être

discutées en profondeur. En particulier, l'origine d'une telle action de maintenance peut être une méconnaissance ou la non surveillance d'une partie du système ; une telle action de maintenance pourrait donc, dans certains cas, ne pas présenter toutes les garanties en termes de sécurité pour l'opérateur. Il nous semble nécessaire de chercher à réduire, voire supprimer, le nombre de ces actions de maintenance.

Or, ce qui distingue une telle action opportuniste de celles rencontrées précédemment est précisément le niveau de décision associée à cette action : une action de la seule initiative de l'opérateur est décidée au niveau opérationnel, alors que tous les autres groupements d'actions de maintenance rencontrés sont décidés au niveau tactique (voire stratégique<sup>60</sup>) de l'entreprise.

Les notions de regroupement d'actions de maintenance qui viennent d'être évoquées dans le présent paragraphe sont toutes associées à un arrêt de production. L'arrêt de production permettant de regrouper plusieurs actions de maintenance peut être dû soit à une défaillance, soit à la réalisation programmée d'une intervention de maintenance préventive. Une question naturelle se pose alors : un arrêt quelconque<sup>61</sup> du système de production ne permettrait-il pas le regroupement de plusieurs actions de maintenance ?

#### **2.2.4 Exploiter tous les arrêts de production afin de synchroniser la maintenance avec la production**

Toute interruption du système de production peut être exploitée et mise à profit afin de réaliser des regroupements d'actions de maintenance, et réaliser ainsi des actions opportunistes. Nous allons explorer de telles approches dans ce paragraphe.

[Duncan and Scholnick, 1973] proposent d'exploiter des opportunités pour la réalisation d'interventions de maintenance. Les auteurs définissent de telles opportunités comme étant une période au cours de laquelle un composant donné peut être changé sans perte ni impact négatif pour la production. On retrouve dans cette définition la notion d'arrêt de production rencontrée au premier chapitre : toute intervention de maintenance qui peut être effectuée

---

<sup>60</sup> Au sens où on décide *au niveau stratégique* d'adopter une politique de maintenance opportuniste. Mais la décision d'intervenir se situe, elle, *au niveau tactique*.

<sup>61</sup> Hors intervention de maintenance ou défaillance d'une partie du système de production.

durant un arrêt de production du système permet de maintenir le système sans pénaliser la production, ce qui constitue une nouvelle acception, dans cette sous-partie du document, d'une *action de maintenance opportuniste*. Il a en effet été rappelé au chapitre précédent que si les deux fonctions « production » et « maintenance » sont aujourd'hui des éléments clés de l'entreprise, elles ont depuis toujours des contraintes de fonctionnement conflictuelles, dont l'origine est le besoin d'un même élément : l'équipement de production. [Weinstein and Chung, 1999] ainsi que [Ben-Daya, *et al.*, 2000] insistent sur la réalité des conflits observés en pratique entre les services production et maintenance dans les entreprises. Aussi toute intervention de maintenance qui s'effectue sur le système sans pénaliser la production sera-t-elle qualifiée d'*opportuniste*. Cette notion de « maintenance opportuniste<sup>62</sup> » est complémentaire de celles étudiées précédemment<sup>63</sup>, et illustre une autre acception (et donc la richesse) de la notion de « maintenance opportuniste ».

Dans une démarche de synchronisation entre la production et la maintenance, les arrêts de production sont planifiés ou non, mais imposés par la production, pour des raisons d'organisation des équipes, de logistique (approvisionnement en matières premières), d'objectifs en termes de productivité, *etc.* (*cf.* chapitre 1). Il s'agit alors de saisir des opportunités en sélectionnant, parmi ces arrêts de production, ceux qui permettraient de réaliser « au mieux » une action de maintenance donnée. Une telle action de maintenance est donc opportuniste, car elle ne nécessitera pas pour sa réalisation une immobilisation supplémentaire de l'outil de production [Van Dijkhuizen, 2000 ; Rahim and Ben-Daya, 2001]. Cette notion de synchronisation diffère de la notion classique de *planification conjointe* [Dedopoulos and Shah, 1995 ; Kaabi, *et al.*, 2004 ; Cassady and Kutanoglu, 2005 ; Kianfar, 2005 ; Sortrakul, *et al.*, 2005 ; Marmier, 2007]. En effet, lors de la planification conjointe, on cherche à optimiser la répartition des charges de travail de la production et de la maintenance selon un critère de performance (la disponibilité du système de production par exemple).

Une dernière approche pour réaliser une intervention de maintenance sans pénaliser la production consiste à améliorer le fonctionnement global du système de production en tenant compte à la fois de la capacité de production, de la demande à satisfaire, de la fiabilité et de la maintenabilité des outils de production [Radhoui, 2008]. Cette approche consiste à constituer,

---

<sup>62</sup> Intervention de maintenance effectuée durant un arrêt de production.

<sup>63</sup> Regroupement de plusieurs actions de maintenance préventives, ou association d'une intervention de maintenance préventive à une action de maintenance corrective.

au niveau de la production, un stock tampon de sécurité avant d'effectuer toute action de maintenance [Salameh and Ghattas, 2001], afin de compenser la non productivité du système durant sa maintenance. Cependant, il ne s'agit ni d'une synchronisation entre deux fonctions de l'entreprise, ni d'exploiter une opportunité. Nous ne développerons donc pas ces approches plus avant.

La notion de maintenance opportuniste qui vient d'être étudiée est directement liée à un arrêt de production, qui est vu comme une opportunité pour la maintenance. Dans la partie suivante, nous allons nous intéresser aux instants d'apparition d'une opportunité pour la maintenance.

### **2.2.5 La modélisation de l'apparition des opportunités**

Les opportunités pour le groupement d'actions de maintenance sont constituées d'événements propres au système de production, comme l'occurrence d'une défaillance, la réalisation programmée d'une intervention de maintenance préventive ou le vieillissement des composants du système. La question de l'apparition de ces événements, ou opportunités, se pose alors. De nombreuses études ont été consacrées à cette question ([Dekker and Smeitink, 1991], [Vanneste, 1992], [Dekker and Dijkstra, 1992], [Dekker and Smeitink, 1994], [Dekker and Van Rijn, 1996], [Scarf, 1997], [Zequeira, *et al.*, 2008]). L'hypothèse la plus fréquente est que les opportunités apparaissent au cours du temps suivant une loi de distribution probabiliste, et cette distribution est indépendante des lois de fiabilité relatives aux composants du système. La cause, les facteurs déclencheurs ou la nature de ces opportunités importent par ailleurs peu dans ces études.

En général, la nature même des opportunités ne permet pas d'anticiper la préparation d'une intervention de maintenance préventive. Mais la mise en œuvre d'une stratégie de maintenance prévisionnelle permet *d'anticiper* l'occurrence d'une opportunité (*cf.* chapitre 1), et donc évite d'avoir à faire des hypothèses sur le processus d'apparition des opportunités pour la maintenance : tout événement anticipé devient une opportunité potentielle pour la maintenance. Une hypothèse fondamentale de notre travail est la suivante :

« Il devient possible de préparer, par avance, une intervention de maintenance préventive à réaliser au cours d'une opportunité future. »

## 2.2.6 Bilan des approches rencontrées

Récemment, dans un remarquable effort de clarification des concepts et approches mis en jeu, [Budai, *et al.*, 2006] ont synthétisé différentes notions de groupement d'actions de maintenance, de processus d'apparition des opportunités, et de synchronisation entre la production et la maintenance :

- le regroupement de plusieurs actions de maintenance au cours d'une unique intervention peut être qualifié d'opportuniste,
- les arrêts de production planifiés par la production peuvent être des opportunités pour la maintenance,
- une action de maintenance opportuniste peut être une action effectuée durant un arrêt de production afin de ne pas modifier, autant que possible, la planification de la production.

La définition suivante est proposée :

**Définition 2.1** [Budai, *et al.*, 2006] : une **opportunité** est toute interruption du processus de production. Plus précisément, une **opportunité pour la maintenance** est un instant (*i*) au cours duquel les composants à maintenir sont moins sollicités qu'à l'usuel, (*ii*) qui n'apparaît qu'occasionnellement, (*iii*) qu'il est difficile de prévoir par avance.

La définition 2.1 semble difficilement formalisable, car l'appréciation des critères semble très subjective. Les points suivants nous semblent devoir être discutés :

1. Un expert peut-il toujours décider qu'un composant est « *moins sollicité qu'à l'usuel* »<sup>64</sup> ? En outre, est-il toujours judicieux d'effectuer une action de maintenance sur un composant qui, bien que « *moins sollicité qu'à l'usuel* », peut toujours être en fonctionnement ?

Il nous semble que, pour des raisons de sécurité, une action de maintenance doit toujours s'effectuer sur un équipement inactif (ou rendu inactif) du système de production. Aussi, nous

---

<sup>64</sup> « *The units to be maintained are less needed for their function than normally* » [Budai, *et al.*, 2006].



pensons que la non sollicitation d'une partie du système, fût-elle « *occasionnelle* » et « *difficile à prévoir par avance* », n'est pas nécessairement une opportunité pour la maintenance.

2. Que signifie qu'un événement n'apparaît « *qu'occasionnellement* »<sup>65</sup> ? Comment distinguer un événement occasionnel d'un événement qui ne l'est pas ?
3. Que signifie « *difficile de prévoir par avance* »<sup>66</sup> ? En particulier, la définition 2.1 exclut-elle de la liste des opportunités les événements qui sont anticipés à l'aide d'un système intégré de maintenance prévisionnel ? Quelle est l'échelle temporelle (court terme, moyen terme, long terme) sous-entendue par ce critère ?

Ces points ne sont pas approfondis dans les travaux [Budai, *et al.*, 2006], qui portent sur une étude bibliographique des liens entre la planification de la maintenance et la planification de la production.

Pour résumer, il nous semble que la définition 2.1 soit difficilement formalisable, qu'elle présente des risques en matière de sécurité lors d'une intervention de maintenance (tant pour l'opérateur que pour le système de production et son environnement) et qu'elle ne soit pas pertinente dans le contexte d'une stratégie de maintenance prévisionnelle. Pour ces différentes raisons, nous choisirons de ne pas retenir la définition 2.1.

Nous conserverons néanmoins certaines idées développées dans l'étude [Budai, *et al.*, 2006] (comme le besoin de formaliser la notion de maintenance opportuniste afin d'aboutir à une acception consensuelle de ce terme), et insistons sur l'important travail de clarification et de synthèse qui y est réalisé et dont nous nous sommes en partie inspirés.

Dans la section suivante, nous présentons nos propres définitions relatives aux notions d'opportunités et d'actions (ou d'interventions) de maintenance opportunistes. Tous les facteurs qui conditionnent, à notre sens, la bonne réalisation d'une action de maintenance seront pris en compte.

---

<sup>65</sup> « *We speak of opportunities if these events occur occasionally* » [Budai, *et al.*, 2006].

<sup>66</sup> « *We speak of opportunities if these events are difficult to predict in advance* » [Budai, *et al.*, 2006].

## 2.3 Vers l'adoption d'une définition de la maintenance opportuniste relative au contexte de notre étude

Les réalités scientifiques et industrielles relatives aux notions d'opportunité et de maintenance opportuniste sont extrêmement variées et recouvrent des contextes très divers, comme nous l'avons vu. En outre, les gains potentiels permis par la réalisation d'actions de maintenance opportunistes peuvent être considérables.

Finalement, qu'est-ce qu'une action de maintenance opportuniste ? Nous avons mis en évidence qu'il n'existe pas, dans la littérature ou dans les pratiques, d'acception consensuelle de ce terme. Nous allons tenter de proposer une définition de ces termes, basée sur l'existant, adaptée au contexte de la présente étude et permettant de réaliser les bénéfices (en temps d'intervention) présentés dans la partie précédente.

### 2.3.1 Discussion de la terminologie existante

Toutes les approches *opportunistes* rencontrées dans la littérature dont l'événement déclencheur est une défaillance présentent une limitation, que leurs auteurs respectifs n'ont semble-t-il jamais discutée ou rencontrée lors de la phase de validation expérimentale. Pour pouvoir mettre en œuvre une telle approche, la défaillance à l'origine de l'intervention corrective ne doit pas être trop importante (ou catalectique<sup>67</sup>) et ne doit pas mobiliser à elle seule l'ensemble des ressources disponibles du service maintenance. Sinon aucune autre action de maintenance ne saurait être réalisée. Le choix d'une stratégie de maintenance préventive prévisionnelle, de par ses aspects anticipatif et réactif à une dégradation, nous permet d'entrevoir différemment cette notion d'opportunité, puisque l'on escompte que des défaillances sur le système de production ne surviendront plus que très rarement.

Enfin, l'étude réalisée dans la section précédente nous amène à penser que le terme « intervention opportuniste » n'est pas représentatif des approches étudiées, de la réalité ou des pratiques. Les termes « intervention opportune » et « action (ou intervention) de maintenance opportune » nous semblent plus adaptés<sup>68</sup>. En effet, le terme « opportuniste » en

---

<sup>67</sup> Une défaillance est **catalectique** si elle est à la fois soudaine et complète.

<sup>68</sup> En anglais : « *opportune* » plutôt que « *opportunistic* ».

maintenance renvoie systématiquement à une action déclenchée par la défaillance d'une partie du système, alors que la mise en œuvre d'une stratégie de maintenance prévisionnelle permet de déclencher une intervention par la seule connaissance d'arrêts de production à venir.

### 2.3.2 Proposition d'une nouvelle terminologie

Prenons l'exemple d'une action de maintenance sur un composant donné du système. Nous allons considérer deux niveaux de maintenance opportune : un niveau lié à l'événement déclencheur de l'action de maintenance (qui n'est pas l'apparition d'une défaillance mais la venue d'un arrêt de production, puisque la dégradation des composants est supposée maîtrisée), et un niveau lié à l'environnement du composant.

**Définition 2.2 :** Une **action de maintenance opportune** est une action de maintenance, effectuée sur un composant  $K$  du système de production, qui est soit opportune de première espèce, soit  $C$ -opportune de seconde espèce pour un composant  $C$  du système de production.

**Définition 2.3 :** Une action de maintenance sera qualifiée d'**action opportune de première espèce** si elle s'effectue durant un arrêt de production.

Une action de maintenance opportune de première espèce a donc vocation à ne pas pénaliser la production. De plus, elle ne concerne qu'un composant. L'événement déclencheur d'une action de maintenance opportune de première espèce est la donnée de toute interruption future de la production. Si une stratégie de maintenance prévisionnelle est déployée dans l'entreprise, l'interruption de production à venir peut être mise à profit afin de développer une intervention de maintenance opportune.

Les actions « opportunes *de seconde espèce* » concerneront quant à elles les groupements d'actions de maintenance réalisées sur plusieurs composants. L'événement déclencheur de l'opportunité sera l'apparition d'une dégradation sur un composant surveillé du système de production, ou l'observation d'une perte de performance du système de production. Sa date d'occurrence peut être anticipée si une stratégie de maintenance prévisionnelle est déployée dans l'entreprise.

**Définition 2.4 :** Une **action C-opportune de seconde espèce** est une action de maintenance préventive réalisée, en coïncidence avec une action sur le composant  $C$ , sur un composant dégradé  $D$  qui vérifie au moins l'une des conditions suivantes :

1. le composant  $D$  est proche de  $C$  au sens d'un critère de proximité (physique ou géographique) rigoureusement défini. Dans le cas où des enceintes (par exemple de confinement) existent dans le système, les deux composants sont situés dans la même enceinte ;
2. la gamme de consignation – déconsignation propre à cette action est identique à la gamme de consignation – déconsignation mise en œuvre pour l'action de maintenance sur le composant  $C$  ;
3. un flux de matière ou d'énergie relie l'un des composants à l'autre ;
4. les deux composants participent à une même fonction identifiée du système ;
5. les outils et compétences nécessaires à l'accès au composant  $C$  permettent également d'accéder au composant  $D$  ;
6. si les deux actions de maintenance considérées sont opportunes de première espèce, et si les ressources disponibles permettent de réaliser ces deux actions simultanément, alors leur arrêt de production associé est le même.

Un composant  $D$  qui bénéficie d'une action de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce partage donc avec  $C$  une certaine propriété, voire plusieurs propriétés : les six conditions proposées dans la définition 2.4 sont conciliables et indépendantes, car la validation de l'une d'entre elles n'a aucune incidence sur la validation des autres. Par exemple,  $C$  vérifie toutes les propriétés proposées, et l'intervention de maintenance prévisionnelle sur le composant  $C$  est donc une action de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce ; nous pouvons donc conclure que de telles actions existent.

Si une action de maintenance donnée ne vérifie aucun de ces critères, alors cette action n'est pas opportune (elle est isolée, dans le temps et dans l'espace). Toute action de maintenance vérifiant un ou plusieurs de ces critères sera opportune. Si une action de maintenance vérifie tous ces critères, elle est (en un certain sens) « la plus opportune possible ». Aussi est-il nécessaire de chercher à associer à toute action de maintenance prévisionnelle programmée des actions de maintenance « les plus opportunes possible » (qui vérifieront un nombre

maximum de critères définissant la maintenance opportune). Pour cela, il devient nécessaire de s'assurer qu'une action de maintenance prévisionnelle donnée vérifie ou non ces différents critères.

La troisième propriété traduit une notion de dépendance entre deux composants d'un système de production, là où la plupart des modèles opportunistes dans la littérature font l'hypothèse peu réaliste d'équipements (et donc de composants) indépendants (au sens où une défaillance sur l'un n'a pas d'effet direct sur l'autre) ; cf. la partie 2.2 du présent chapitre. Nous ne faisons donc pas de telle hypothèse d'indépendance sur les composants du système de production.

Les quatre premières propriétés identifiées sont propres aux composants (et donc à la structure) du système de production ; elles traduisent une notion de *proximité* entre ces composants. Intuitivement, le regroupement de deux actions de maintenance sera facilité si les deux composants sur lesquels portent ces actions sont proches l'un de l'autre.

La cinquième propriété est propre à l'opérateur de maintenance, à ses compétences et aux outils dont il peut disposer ; elle reflète les *ressources* du service maintenance. Intuitivement, le regroupement de deux actions de maintenance sera facilité si un même opérateur peut effectuer seul ces deux actions, avec ses compétences et les outils à sa disposition : nous parlerons de l'accessibilité, pour un opérateur, à un composant depuis un premier composant donné.

La dernière propriété est propre aux *actions de maintenance* (date, disponibilité des pièces de rechange). Intuitivement, le regroupement de plusieurs actions de maintenance sera facilité si leurs dates de début coïncident, et si leur durée respective le permet<sup>69</sup>.

D'autres propriétés auraient pu être retenues. Par exemple, le caractère opportun d'une intervention de maintenance peut dépendre de la possibilité d'identifier précisément la cause de la dégradation constatée (« diagnosticabilité » des processus de dégradation ou des défaillances) [Wani and Gandhi, 2000], ou d'autres critères de nature tribologiques [Wani and Gandhi, 1999 ; Wani and Gandhi, 2002]. À ce jour, il nous semble que le formalisme qui sera

---

<sup>69</sup> Le chapitre 3 proposera un exemple académique mais réaliste illustrant toute la pertinence de cette propriété.

développé au chapitre suivant pour formaliser les propriétés présentées dans la définition 2.4 pourra s'appliquer tel quel à ces autres critères.

### **2.3.3 Propriétés à satisfaire pour définir une action de maintenance C-opportune de seconde espèce (C composant du système)**

Les différentes propriétés peuvent être vérifiées à l'aide de tests portant sur les composants ou sur les dates d'intervention des actions de maintenance. La qualité des informations disponibles *via* le système d'information de gestion de la maintenance, ainsi que l'interaction entre le processus de maintenance et les autres processus internes de l'entreprise, interviennent de façon cruciale pour vérifier ces critères. La faisabilité et l'applicabilité de cette étude (en termes de processus dynamique, d'intégration au sein d'une suite d'outils ou de réalisation effective de calculs) dépendent donc de la précision et de la complétude du système d'information de gestion de la maintenance, qui doit permettre de vérifier si les différents critères sont satisfaits.

### **2.3.4 Les différents critères intervenant dans la définition d'une action de maintenance C-opportune de seconde espèce (C composant)**

La notion de simultanéité entre deux actions de maintenance opportune de première espèce ne nécessite aucun développement particulier pour être validée ou invalidée, puisque l'ensemble des informations nécessaires à cette validation est immédiatement disponible (date de début et durée de chacune des deux interventions de maintenance, besoin en pièces détachées et en main d'œuvre). Par contre, la notion de réalisation en coïncidence avec une action sur un composant *C* donné du système de production doit être discutée.

Dans la définition d'une action de maintenance opportune, deux familles de critères essentiellement vont être approfondies : la proximité et l'accessibilité. Il s'agit de savoir si l'un au moins de ces critères est vérifié par un composant donné du système de production : proximité avec un composant fixé, ressources communes avec une action de maintenance fixée.

Quant à valider un critère de proximité ou d'accessibilité, un seul outil mathématique sera mobilisé et adapté à chacun des critères (la notion de classe d'équivalence associée à une

relation d'équivalence permet précisément de saisir la notion de partage d'une propriété donnée avec un élément donné d'un ensemble<sup>70</sup>), cf. le chapitre suivant. Auparavant, nous allons approfondir ces deux critères, à commencer par la notion de proximité.

#### 2.3.4.1 La notion de proximité

Pour illustrer la notion de proximité, ainsi que les autres critères, une représentation schématique en deux dimensions d'un système de production fictif est proposée sur la figure 2.5. Cette représentation n'a pas d'autre ambition que de faciliter la compréhension des différentes notions présentées. En particulier, le dernier chapitre de cette étude ne fera pas intervenir de tels exemples académiques et simplificateurs (les composants ne seront pas réduits à des points !), et intégrera bien la connaissance métier.

L'exemple académique considéré est constitué de  $N = 35$  composants  $C_1, \dots, C_{35}$  ainsi que de quatre parties : un moteur électrique, une armoire électrique, une partie mécanique et une partie hydropneumatique (exemple académique).

---

<sup>70</sup> En effet, tout objet  $A$  partage avec lui-même cette propriété (réflexivité) ; si  $A$  et  $B$  ont cette propriété en commun, alors  $B$  et  $A$  l'ont aussi (symétrie) ; si  $A$  partage cette propriété avec  $B$ , et que  $B$  la partage avec  $C$ , alors  $A$  et  $C$  vérifient cette propriété (transitivité). Ce sont les axiomes définissant une relation d'équivalence.

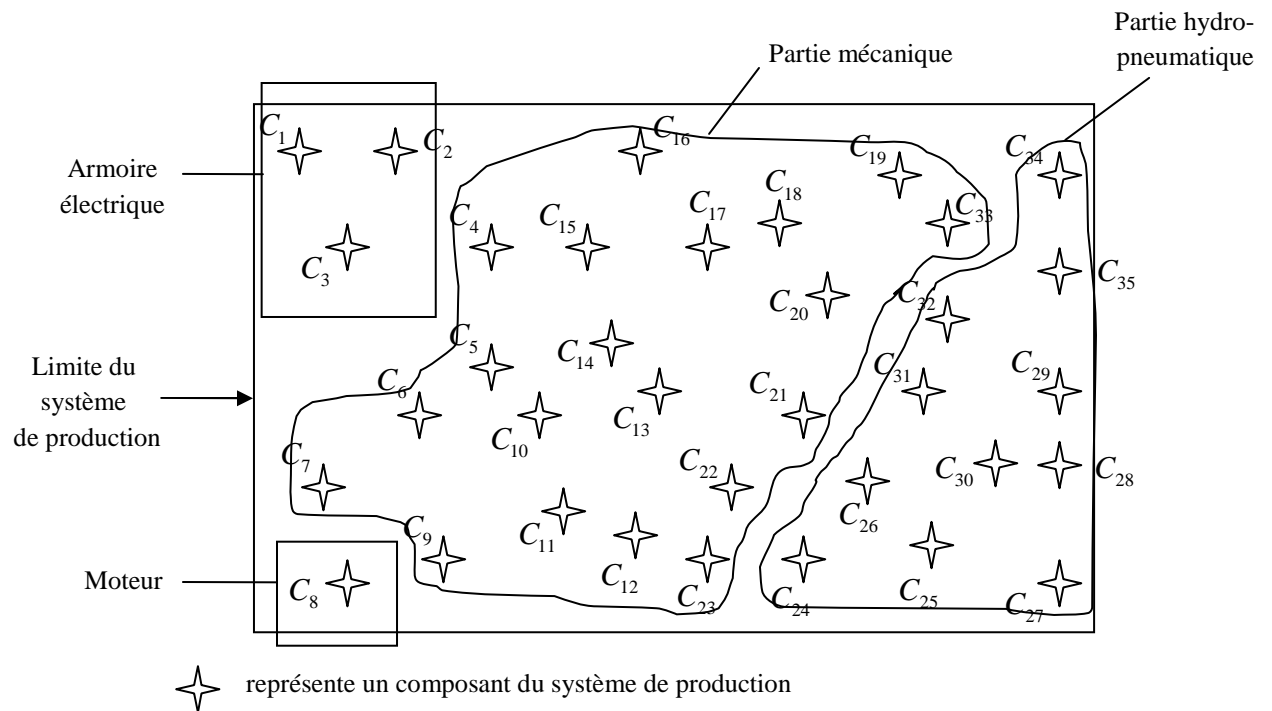


Figure 2.5. Schéma du système de production, avec ses trente-cinq composants et ses quatre parties.

La première question qui se pose si l'on veut investiguer des actions de maintenance opportunes est : comment définir un critère de proximité entre deux composants quelconques  $C$  et  $D$  du système ? Une idée naturelle consisterait à considérer le système de production comme un objet (de volume fini et dont les composants sont en nombre fini, assimilés à des points) de l'espace euclidien (muni d'un repère  $(0; x; y; z)$ ), puis de fixer un seuil  $seuil > 0$  tel que :

$$\begin{cases} d(C; D) \leq seuil & \Rightarrow C \text{ et } D \text{ proches,} \\ d(C; D) > seuil & \Rightarrow C \text{ et } D \text{ non proches,} \end{cases}$$

avec  $d$  une distance, comme la distance euclidienne usuelle (Figure 2.6).



Le choix d'une autre distance (distance de Mahalanobis...) est tout à fait similaire et influe seulement sur la géométrie des boules<sup>71</sup> associées à cette distance dans le repère  $(0; x; y; z)$  de l'espace.

Cette approche naïve suppose que les composants sont assimilés à des points de mesure nulle. Une telle approximation montre très vite ses limites dans la réalité d'un système de production, où deux composants peuvent avoir des « tailles » très diverses.

Par exemple, un composant peut avoir, dans une des trois dimensions, une mesure supérieure au seuil  $s$  fixé. Dès lors, comment adapter cette notion naïve de distance à cette réalité ? Est-il intéressant, pour la maintenance, de chercher à réduire tous les composants à des points de mesure nulle ?

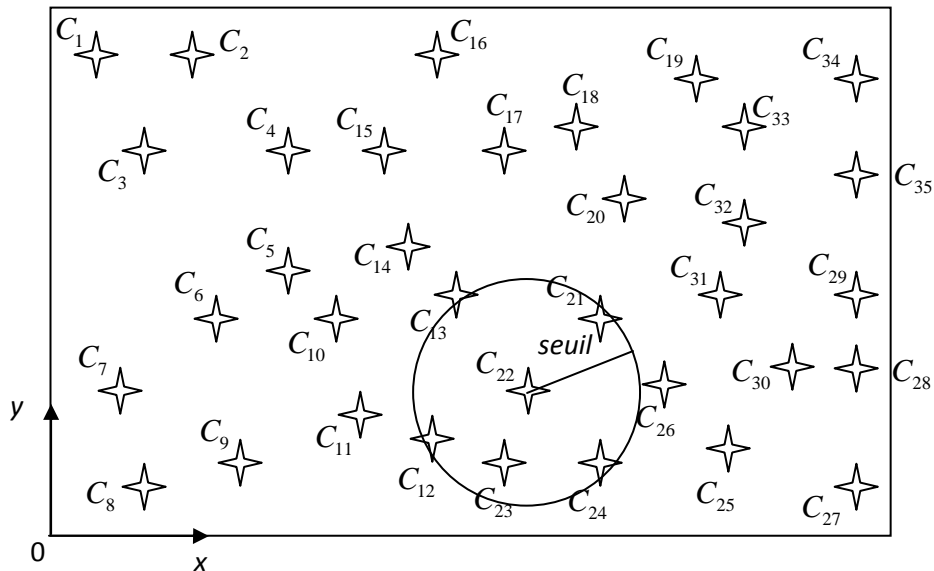


Figure 2.6. Illustration de la proximité (cas de la distance euclidienne) : avec le seuil fixé, les composants « proches » de  $C_{22}$  sont  $C_{12}, C_{21}, C_{24}$  et  $C_{25}$ .

<sup>71</sup> Nous rappelons qu'une *boule*, au sens mathématique du terme, est par définition l'ensemble  $B(C; seuil)$  des points  $X$  dont la distance au point  $C$  est inférieure à la valeur *seuil* :  $B(C; seuil) = \{X \in \mathbb{R}^3 \mid d(C; X) < seuil\}$ .

Ensuite, les problèmes soulevés par cette approche naïve sont nombreux : comment l'expert va-t-il fixer la valeur du seuil et la distance  $d$  ? De quels paramètres et données dépendent ce seuil et cette distance ?

Par ailleurs, si  $d$  est la distance euclidienne par exemple, un seuil  $s$  absolu (uniforme pour tout le système et tous les composants) ne saurait être réaliste, puisqu'il ne prend pas en compte la structure du système et la notion du « métier maintenance ».

Par exemple, on peut imaginer que dans certaines zones, la propriété « Être distants de trois mètres » représente une notion d'éloignement (partie du système correspondant à une armoire électrique), alors que dans d'autres zones cette propriété est au contraire synonyme de proximité (partie mécanique du système). Pour corriger ce biais, il semble intéressant d'introduire une dépendance du seuil  $s$  par rapport à la partie du système considéré, et donc implicitement par rapport aux composants eux-mêmes. Cela conduit à définir différents sous-ensembles du système, deux à deux disjoints et couvrant tout le système, et autant de seuils. Une telle partition *a priori*<sup>72</sup> rend impossible la quantification de la proximité entre deux composants du système qui n'appartiennent pas au même sous-ensemble (à la même classe). Ainsi, sur l'exemple de la figure 2.6, le composant  $C_{24}$  ne saurait être proche du composant  $C_{22}$  qui appartient à une autre partie du système (Figure 2.5).

Cette éventualité, si elle semble se prêter à la notion d'appartenance à une même enceinte, restreint de façon non forcément pertinente la recherche de composants « proches » d'un composant donné.

Les questions se posent alors de savoir d'une part comment partitionner *a priori* le système de sorte que les distances entre composants d'une même classe soient comparables, d'autre part comment fixer le seuil  $s$  pour chaque classe, et enfin comment choisir  $d$  en fonction de la structure du système. Cette remarque ne dépend pas de la nature de la distance  $d$  choisie.

Pour notre application à la maintenance, il nous semble important que la notion de proximité définie sur les composants soit transitive<sup>73</sup>. En effet, pour l'investigation de nouvelles actions

---

<sup>72</sup> L'intérêt de disposer de partitions *a priori* est que l'information peut être embarquée sur le produit, sous la forme d'une étiquette, d'un tag, d'une puce électronique, ou de tout autre moyen permis par les nouvelles technologies de l'information et de la communication. Le produit devient alors porteur de l'information le concernant.

<sup>73</sup> On rappelle qu'une relation binaire  $\mathfrak{R}$  est **transitive** si  $\mathfrak{R}(C;D)$  et  $\mathfrak{R}(D;E)$  entraînent  $\mathfrak{R}(C;E)$ .

de maintenance non *a priori* planifiées à partir d'une intervention sur un composant  $C$ , l'expert peut privilégier les composants qui sont *autour de C*. En pratique, cette notion de proximité se traduit de la manière suivante : si le composant  $E$  est « proche » du composant  $D$ , lui-même proche du composant  $C$ , alors le composant  $E$  est, lui aussi, « proche » de  $C$  et peut être candidat à une action de maintenance.

Par rapport à la notion naïve de proximité (qui ne vérifie pas la relation de transitivité), une notion de proximité qui serait transitive permettrait en outre d'élargir le champ d'investigation des composants candidats.

Nous adopterons donc une définition de la proximité qui soit une relation d'équivalence : elle sera réflexive (tout composant est proche de lui-même), symétrique (si  $C$  est proche de  $D$ , alors  $D$  est proche de  $C$ ) et transitive.

En conclusion, pour investiguer des actions de maintenance opportunes, la notion de proximité entre composants doit être modélisée, sous les contraintes suivantes :

- prendre en compte le volume d'occupation des composants,
- la notion de proximité doit être représentée sous la forme d'une relation d'équivalence afin d'être cohérente avec la modélisation des autres propriétés.

Avec une telle définition de la notion de propriété, tous les critères intervenant dans la définition de la maintenance opportune de seconde espèce se présenteront naturellement sous la forme de relations d'équivalence. Le modèle sera réaliste et pourra être étudié à l'aide d'un seul outil mathématique commun à tous les critères.

Il nous semble important de préciser qu'il existe au moins une étude relativement récente consacrée à une notion de proximité intégrant la connaissance métier [Rotundo and Colton, 1999]<sup>74</sup>. Les auteurs ont établi que les paramètres à prendre en compte pour assurer la proximité entre deux composants  $C$  et  $D$  (sachant que  $C$  fait l'objet d'une action de maintenance) sont les compétences de l'opérateur de maintenance intervenant sur  $C$  ainsi que l'outillage à sa disposition pour réaliser cette intervention. Pour évaluer la proximité entre  $C$  et  $D$ , des modèles géométriques tridimensionnels sont utilisés, dans lesquels intervient l'espace nécessaire à un opérateur pour effectuer l'intervention sur  $C$ . Cet espace est appelé

---

<sup>74</sup> Cet article n'est pas dédié à la maintenance des systèmes, mais plutôt à leur conception.

*volume de service*<sup>75</sup> (comme le volume occupé par la main de l'opérateur et un tournevis, ou l'espace occupé par un opérateur sur une échelle, ou encore l'espace nécessaire pour manier une grue, pour vérifier qu'un moteur est hors tension, ou pour changer le filtre à huile d'un moteur). Ces volumes sont déterminés à l'aide de facteurs humains et des outils utilisés pour réaliser l'intervention.

La méthodologie déduite de [Rotundo and Colton, 1999] est alors la suivante : considérer les composants de premier niveau du système de production, puis associer à ces composants des boîtes englobantes<sup>76</sup> et des volumes de service<sup>77</sup> associés aux différentes actions de maintenance possibles sur ces composants. Ces volumes de service sont virtuels (comme les boîtes englobantes), en ce sens qu'ils n'occupent en réalité aucun espace physique ; ils représentent l'espace requis pour effectuer une intervention de maintenance donnée. Un volume de service  $V = V(C; M)$  étant associé à un composant  $C$  et une action de maintenance  $M$ , on cherche les composants  $D$  dont les boîtes englobantes  $B(D)$  (ou les volumes de service) rencontrent  $V$ . Ces intersections non vides sont appelées *volumes d'interférence*. Les composants  $D$  qui génèrent ces volumes d'interférence sont alors qualifiés de *proches* de  $C$ . Cette définition de la proximité prend ainsi en compte le volume des composants  $C$  et  $D$ , mais également la nature de l'intervention de maintenance sur le composant  $C$ .

Malheureusement, telle quelle, cette définition ne définit pas une relation d'équivalence sur l'ensemble des composants du système de production. En outre, il est parfois complexe d'évaluer le volume d'occupation d'un composant qui doit faire l'objet d'une intervention de maintenance particulière. Enfin, cette notion de proximité dépend de la nature de l'intervention de maintenance, alors que la proximité ne devrait dépendre, à notre sens, que de la structure du système de production.

En conclusion, il existe au minimum une étude qui a permis de définir une notion de proximité, entre les composants d'un système de production, qui soit réaliste (les composants

---

<sup>75</sup> En anglais : *service volume*, que l'on pourrait également traduire par *volume nécessaire pour entretenir C*.

<sup>76</sup> Boîte englobante  $B(C)$  : volume virtuel qui englobe intégralement le composant  $C$ .

<sup>77</sup> On notera  $V(C; M)$  le volume de service associé au composant  $C$  et à l'action de maintenance  $M$  sur  $C$ .

ne sont pas réduits à des points de volume nul) et qui intègre une connaissance métier liée à la maintenance (sous la forme de volumes de service).

Nous abordons maintenant le second critère majeur intervenant dans la définition de la maintenance opportune, à savoir la notion d'accessibilité à un équipement depuis un composant donné : il ne suffit pas qu'un composant *D* soit « proche » de *C*, il faut encore qu'un opérateur de maintenance puisse *accéder* à *D* s'il effectue une intervention sur *C*.

#### 2.3.4.2 La notion d'accessibilité

La notion d'accessibilité à un composant donné semble implicitement intégrée dans la notion de maintenabilité<sup>78</sup> associée à un composant. L'accessibilité peut être obtenue et mesurée, par simulation à l'aide des outils de conception numérique, par retour d'expérience, puis intégrée dans la maintenabilité d'un composant comme en étant l'un des éléments<sup>79</sup>. Les facteurs qui affectent l'accessibilité à un composant donné incluent [Dhillon, 1999] :

1. la localisation et l'environnement du composant ;
2. la liste et l'agencement des équipements à proximité du composant ;
3. la distance à parcourir pour accéder au composant ;
4. les actions de démontage et de remontage à réaliser pour accéder au composant (actions de maintenance intermédiaires) ;
5. la nature des outils et des accessoires requis pour réaliser l'ensemble des actions de maintenance ;
6. la tenue et l'équipement que doit porter le technicien de maintenance pour réaliser l'ensemble des actions de maintenance en respectant des conditions de sécurité données ;

---

<sup>78</sup> « Le concept de maintenabilité doit tenir compte des caractéristiques de conception, de fabrication et de mise en place qui influencent l'aptitude du dispositif à satisfaire à certaines exigences d'utilisation et de maintenance spécifiées. Cette aptitude est habituellement mesurée en termes de durée des opérations de maintenance, d'exigences de maintenance préventive *etc.* » [AFNOR, 1986].

<sup>79</sup> La maintenabilité d'un composant *C* intègre, en général, le temps du diagnostic, le temps nécessaire pour obtenir les pièces de rechange, le temps nécessaire à l'accès à *C*, le temps de réalisation de l'action de maintenance sur *C* (préparation, réalisation, clôture), le temps de remise en route du système de production [AFNOR, 1986].

7. les besoins spécifiques à un technicien de maintenance donné (éclairage, outillage spécifique, volume d'action...);
8. les autorisations et habilitations nécessaires à la réalisation de l'ensemble des actions de maintenance ;
9. les risques associés à l'accès aux parties du système de production concernées par la réalisation de l'ensemble des actions de maintenance ;
10. la fréquence avec laquelle les techniciens de maintenance accèdent au composant.

Les trois premiers facteurs concernent la structure du système de production et seront formalisés à l'aide de relations de proximité au chapitre suivant. Le facteur suivant concerne la maintenabilité des composants concernés par des actions de maintenance intermédiaires. Le cinquième facteur sera formalisé à l'aide d'une relation d'outillage. Les quatre facteurs suivants concernent les aspects sécuritaires de l'accès à un composant et seront formalisés à l'aide de relations de consignation, de réalisation et de clôture. En particulier, le neuvième facteur doit permettre de définir l'ensemble des règles de sécurité nécessaires au bon déroulement d'une intervention de maintenance donnée. Enfin, le dernier facteur concerne le retour d'expérience et pourra être exploité afin de corriger les modèles utilisés pour représenter l'accessibilité à un composant donné d'un système de production.

Toutes les conditions définissant les actions de maintenance *C*-opportunes de seconde espèce seront ainsi formalisées, sous la forme de relations d'équivalence, au chapitre suivant. Il existe alors essentiellement deux façons d'investiguer une action de maintenance opportune.

#### 2.3.4.3 Vers une démarche de recherche d'une action de maintenance *C*-opportune de seconde espèce

La première démarche consiste à établir une hiérarchie entre les différents critères et à rechercher l'ensemble des composants dégradés (ayant atteint un niveau de dégradation suffisant et ayant une criticité telle qu'ils sont candidats à une action de maintenance) vérifiant le premier critère, puis le sous-ensemble de composants qui vérifient le deuxième critère, *etc.* La recherche de composants candidats à une intervention de maintenance opportune se fait alors de façon séquentielle, par exemple en recherchant les composants qui sont « proches » de *C*, puis en restreignant cet ensemble de composants à ceux qui sont « accessibles » depuis

C, puis en investiguant, parmi ces derniers, ceux des composants dont les actions de maintenance préventives associées vérifient la même gamme de consignation – déconsignation que l'action programmée sur C, *etc.* Les composants candidats à une intervention opportune seront alors ceux qui vérifieront, dans un ordre précis, un certain nombre de critères fixés *a priori* par l'expert. Cette approche nécessite d'imposer une hiérarchie entre les différents critères définissant une action de maintenance opportune. Ce travail de classification échoit à l'expert, qui peut alors privilégier une caractéristique des actions de maintenance plutôt qu'une autre (par exemple la proximité sur la sécurité). Le résultat reflétera les priorités de l'expert en termes de maintenance, ainsi que son expérience ou sa connaissance métier.

La seconde démarche consiste à évaluer, pour chacun des composants du système de production, s'il vérifie chacune des propriétés caractérisant la notion de maintenance opportune. Les composants candidats à une telle intervention de maintenance seront alors naturellement ceux qui vérifient un nombre maximum de ces propriétés, sans avoir à ordonner les différents critères selon une hiérarchie préétablie. L'expert a également la possibilité, dans cette approche, de pondérer les différents critères afin de prendre en considération ses préférences. La recherche de composants candidats à une intervention de maintenance opportune se fait alors de façon globale.

Parmi les deux approches proposées ci-dessus, nous avons choisi de développer la seconde, car il nous semblait extrêmement complexe de proposer, de façon générale, une hiérarchie entre les différents critères mobilisés dans la notion de maintenance opportune. Néanmoins, dans des travaux récents qui restent à étendre à l'ensemble des critères, nous avons commencé à explorer la première approche [Thomas, *et al.*, 2008a], [Derigent, *et al.*, 2009]. À terme, il serait intéressant de comparer les résultats fournis par chacune de ces deux démarches.

Si réaliser une intervention de maintenance opportuniste est généralement considéré comme permettant à l'entreprise de réaliser un gain, la nature ou la quantification de ce gain ne sont pas systématiquement étudiées dans la littérature. Le gain peut être réalisé *via* les services maintenance et production (synchronisation entre maintenance et production, regroupement d'actions de maintenance...), et mesuré en termes financiers [Budai, *et al.*, 2006] ou en termes de temps d'intervention global [Al-Najjar and Alsayouf, 2003].

Dans la partie suivante, nous allons illustrer, sur un modèle simple mais réaliste, les bénéfices qui pourraient être réalisés, en termes de temps d'intervention, en mettant en œuvre une stratégie de maintenance qui intègre la réalisation d'actions de maintenance opportunistes<sup>80</sup>. Nous nous focaliserons sur l'aspect temps d'intervention global pour les opérateurs de maintenance.

## **2.4 Illustration quantitative des gains de temps réalisés à l'aide d'actions de maintenance opportunistes**

Le contexte est celui de la maintenance d'un système de production. Nous supposons dans l'exemple qu'une stratégie de maintenance prévisionnelle est déployée au sein de l'entreprise afin de maîtriser les performances de ce système. Nous demanderons en outre que toutes les décisions de maintenance soient prises en pratique au niveau tactique de la maintenance, en faisant intervenir notamment un module d'aide à la décision (de maintenance) dynamique et couplé avec un module de pronostic. Les interventions de maintenance seront donc systématiquement planifiées, notamment pour des raisons sécuritaires, et ne pourront être décidées au niveau opérationnel. Le processus d'aide à la décision, utilisant de façon dynamique l'information relative au système et à son environnement, sera utilisé pour fournir des éléments de décision de maintenance au niveau tactique.

L'existence et l'exploitation d'un système d'information de gestion de la maintenance sont fondamentales dans nos travaux : il est primordial de consigner toutes les observations faites par l'opérateur (les données issues du retour d'expérience) au cours de la réalisation de son intervention. Cela permet de réactualiser certaines connaissances (état d'un composant, phénomène de dégradation en cours...) et de décider éventuellement d'une nouvelle action de maintenance, et donc participe à l'amélioration de la performance du système.

Nous allons illustrer dans cette partie le bénéfice, en termes de temps d'intervention, qui peut être réalisé en mettant en place une stratégie de maintenance prévisionnelle basée sur des interventions opportunes plutôt que systématiques. Nous verrons à quel point le déploiement

---

<sup>80</sup> Dans le sens du regroupement, au cours d'une même intervention, de deux actions de maintenance préventives programmées sur deux composants distincts d'un même système de production. Peu d'études en effet ont été consacrées aux avantages qu'il peut y avoir à profiter d'une intervention de maintenance sur un composant pour effectuer une autre intervention, non planifiée, sur un autre composant.



d'une telle stratégie dans l'entreprise peut permettre d'élargir de façon considérable le champ d'investigation de la maintenance opportuniste « traditionnelle ».

L'exemple fait intervenir deux composants  $C$  et  $D$  supposés en phase de dégradation et nécessitant une intervention de maintenance. Supposons que la date de l'intervention de maintenance sur le composant  $C$  ait été fixée. Appelons  $O$  l'opérateur de maintenance qui réalisera cette intervention de maintenance. Deux scénarios sont possibles : profiter de l'intervention sur  $C$  pour réaliser une action de maintenance préventive sur un composant  $D$  autre que  $C$  (scénario 1), ou bien ne pas envisager cette éventualité (scénario 2). En termes de maintenance, le scénario 2 s'apparente à la pratique observée généralement en entreprise de nos jours. Le scénario 1 quant à lui propose de réaliser des actions de nature opportuniste.

La question suivante, relative au développement d'actions de maintenance opportunistes (dans une acception quelconque du terme « opportuniste » discutée dans la partie 2.2), semble avoir fait l'objet de très peu d'études :

Y a-t-il un avantage à profiter de l'intervention de maintenance sur le composant  $C$  pour réaliser une autre intervention, non planifiée, sur un composant  $D$  différent de  $C$  ?

Pour répondre à cette question, nous allons faire usage des hypothèses et données disponibles de par le contexte de l'étude. En particulier, nous utiliserons les informations suivantes :

- l'action de maintenance à effectuer sur le composant  $C$  (respectivement  $D$ ) est fixée ;
- depuis l'extérieur du système, le temps d'accès à  $C$  pour l'opérateur  $O$  est de  $TA_C^O > 0$ ;
- depuis l'extérieur du système, le temps d'accès à  $D$  pour l'opérateur  $O$  est de  $TA_D^O > 0$ ,
- le temps d'intervention sur le composant  $C$  pour l'opérateur  $O$  est de  $TI_C^O > 0$ ;
- le temps d'intervention sur le composant  $D$  pour l'opérateur  $O$  est de  $TI_D^O > 0$ ;
- le temps d'accès au composant  $D$  à partir du composant  $C$ , pour l'opérateur  $O$ , est de  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O > 0$ .

Les constantes de temps sont toutes exprimées dans la même unité de temps. Nous insistons sur le fait que cette étude a uniquement vocation à illustrer notre propos quant aux bénéfices

potentiels pouvant être réalisés *via* la réalisation d'actions de maintenance opportunistes, en termes de temps totaux d'intervention.

D'après le scénario 1, une seule intervention de maintenance est réalisée, sur le composant  $C$ , à une certaine date  $t^{(1)}$  fixée. Le temps total  $TT_1^O$  consacré par l'opérateur  $O$  à la réalisation de cette intervention est égal, en unités de temps, à :

$$TT_1^O = TA_C^O + TI_C^O + \Delta T_{C \rightarrow D}^O + TI_D^O + TA_D^O. \quad (2.7)$$

D'après le scénario 2, une intervention de maintenance est planifiée sur le composant  $C$  à la date  $t^{(1)}$  et une seconde devra l'être sur le composant  $D$  à une date  $t^{(2)} > t^{(1)}$ . Si c'est le même opérateur  $O$  qui réalise ces deux interventions, alors le temps total  $TT_2^O$  consacré à la réalisation de ces deux interventions de maintenance peut être évalué. Il est égal, en unités de temps, à :

$$\begin{aligned} TT_2^O &= TA_C^O + TI_C^O + TA_C^O + TA_D^O + TI_D^O + TA_D^O \\ &= 2TA_C^O + 2TA_D^O + TI_C^O + TI_D^O. \end{aligned} \quad (2.8)$$

On en déduit par différence le gain potentiellement réalisé en privilégiant le scénario 1 sur le scénario 2 :

$$TT_2^O - TT_1^O = TA_C^O + TA_D^O - \Delta T_{C \rightarrow D}^O. \quad (2.9)$$

Dès lors que le temps d'accès  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O$  est, pour une quelconque raison, négligeable devant les constantes de temps  $TA_C^O$  et  $TA_D^O$ , le gain de temps réalisé en privilégiant le scénario 1 sur le scénario 2 peut être de l'ordre de grandeur (en unités de temps) à deux fois le temps d'accès à un des composants  $C$  ou  $D$ , si  $TA_C^O \approx TA_D^O =: TA^O$ .

Même en supposant qu'un deuxième opérateur  $O'$  (qui n'est pas l'opérateur  $O$ ) puisse réaliser l'intervention de maintenance sur le composant  $D$ , à la date  $t^{(2)}$ , en un temps (exprimé en unités de temps) égal à  $TA_D^{O'} + TI_D^{O'} + TA_D^{O'}$  avec

- $TA_D^{O'} < TA_D^O$  le temps d'accès, pour l'opérateur  $O'$ , au composant  $D$  ;
- $TI_D^{O'} < TI_D^O$  le temps d'intervention, pour l'opérateur  $O'$ , sur le composant  $D$ ,

il est réaliste de conclure qu'un gain de temps peut être obtenu. En effet, on obtient alors :

$$\begin{aligned} (TA_C^O + TI_C^O + TA_C^O) + (TA_D^{O'} + TI_D^{O'} + TA_D^{O'}) - TT_1^O = \\ (TA_C^O + TA_D^{O'}) + (TA_D^{O'} - TA_D^O) + (TI_D^{O'} - TI_D^O) - \Delta T_{C \rightarrow D}^O. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Si les différences entre  $TA_D^O$  et  $TA_D^{O'}$  d'une part, et  $TI_D^O$  et  $TI_D^{O'}$  d'autre part sont « petites » (exemple :  $(TA_D^O - TA_D^{O'}) + (TI_D^O - TI_D^{O'}) < \Delta T_{C \rightarrow D}^O$ ), alors le gain de temps réalisé en privilégiant le premier scénario sur le second reste de l'ordre de grandeur (en unités de temps) de deux fois le temps d'accès à un des deux composants  $C$  ou  $D$ .

En particulier, une telle action de maintenance (réalisée selon le scénario 1) permet de réduire les coûts de maintenance, car elle permet de réduire le temps qui y est consacré (notamment le temps d'accès à un composant) par un opérateur donné, qui devient ainsi plus disponible. Cet opérateur pourra alors être redéployé sur d'autres sites et employé à d'autres tâches de maintenance.

Ensuite, dans une démarche de maintenance conditionnelle, réaliser une action de maintenance sur le composant  $D$  à titre préventif (et en adéquation avec son état) permet de réduire les risques d'une défaillance du système de production. D'autre part, si l'action a été préparée convenablement, elle peut permettre de réduire le risque d'erreur humaine ou de maintenance imparfaite qui peut être dû à la réalisation d'une action de maintenance précipitée.

Par ailleurs, il faut préciser que ces gains s'obtiennent sans contrepartie financière : la nature des deux actions de maintenance étant les mêmes dans les deux scénarios, les coûts de maintenance sont moindres dans le premier scénario. En effet, moins de tâches, notamment de démontage et de remontage, liées à l'accès aux composants, seront réalisées.

En outre, les actions de démontage et de remontage sont source de défauts et causes potentielles de défaillance ; il est donc intéressant de chercher à en réduire le nombre.

Ces considérations mènent naturellement à la conclusion suivante : si l'on ne s'en tient qu'aux temps d'intervention de maintenance, le service maintenance de l'entreprise a tout intérêt à développer des actions de maintenance « opportunistes » (au sens entendu dans le scénario 1). Or, le temps d'intervention (en unités de temps) lié à ce scénario est le suivant (cf. (2.7)) :

$$TT_1^O = (TA_C^O + TA_D^O) + (TI_C^O + TI_D^O) + \Delta T_{C \rightarrow D}^O. \quad (2.11)$$

Pour réduire au maximum le temps total  $TT_1^O$ , il est nécessaire de réduire, pour un opérateur donné, le temps d'accès à un composant donné du système de production, le temps d'intervention sur ce composant, ainsi que la quantité  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O$ . Les constantes de temps  $TA_C^O$ ,  $TA_D^O$ ,  $TI_C^O$  et  $TI_D^O$  ne peuvent être diminuées par la seule mise en place d'une démarche « opportuniste », mais peuvent être réduites à condition de déterminer les facteurs qui les définissent.

Par ailleurs, il est nécessaire de comprendre les éléments qui agissent directement sur le dernier terme  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O$  afin de le minimiser. Il est donc possible d'agir sur différents éléments qui interviennent lors de la réalisation d'une intervention de maintenance, et qui affectent la valeur des quantités  $TA_D^O$ ,  $TA_D^{O'}$ ,  $TI_D^O$ ,  $TI_D^{O'}$  et  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O$ .

Les facteurs qui conditionnent la bonne réalisation d'une action de maintenance sont, outre le respect des aspects sécuritaires, les éléments liés à la réalisation même de cette action. En conclusion, les éléments qui affectent la valeur des quantités  $TA_D^O$ ,  $TA_D^{O'}$ ,  $TI_D^O$ ,  $TI_D^{O'}$  et  $\Delta T_{C \rightarrow D}^O$  sont les suivants [Zwingman, 2005] :

- le nombre d'opérateurs disponibles dans le service de maintenance de l'entreprise,
- les compétences de chacun de ces opérateurs,
- les outils à disposition de chacun de ces opérateurs,
- les aspects sécuritaires et environnementaux (gammes de consignation–déconsignation relatives au bon déroulement d'une intervention de maintenance...),
- la structure du système de production, et notamment la localisation des composants qui le constituent.

Dans le cas où une stratégie de maintenance prévisionnelle est déployée au sein de l'entreprise, la problématique générale suivante émerge de ces considérations :

En utilisant un processus d'aide à la décision de maintenance prévisionnelle, l'expert peut-il choisir *a priori* un composant  $D$  parmi ceux qui nécessitent une intervention de maintenance préventive prévisionnelle afin de garantir une réduction globale des temps d'intervention ?

Deux situations particulières vont permettre de regrouper des actions de maintenance (*cf.* chapitre 1) :

Soit le composant  $D$  est soumis à une stratégie de maintenance préventive systématique, auquel cas l'expert peut choisir, parmi l'ensemble des composants soumis à une stratégie de maintenance préventive systématique, ceux qui sont « le plus proche » de leur échéance de maintenance (en unités de temps), afin de réaliser un regroupement de ces actions de maintenance préventives avec l'action prévisionnelle prévue sur le composant  $C$ .

Soit le composant  $D$  surveillé est candidat à des actions de maintenance prévisionnelle et est diagnostiqué comme étant entré dans un processus de dégradation avéré, auquel cas l'expert peut décider de regrouper les deux interventions de maintenance (relatives à  $C$  et à  $D$ ) afin de réduire les temps d'intervention de maintenance totaux (*cf.* l'équation (2.11)).

Le champ d'investigation de la maintenance opportuniste devient donc considérable dès lors qu'une stratégie de maintenance prévisionnelle est déployée en entreprise. La notion de maintenance opportuniste, afin d'être pleinement exploitée, doit faire l'objet d'une modélisation aussi réaliste que possible, à l'aide de définitions et d'un formalisme adaptés aux hypothèses faites dans la présente étude.

L'équation (2.11) résume donc le bénéfice qui peut être réalisé, en termes de temps d'intervention, *via* le service maintenance de l'entreprise, en mettant en œuvre une « stratégie de maintenance opportuniste ». Nous rappelons que cette expression a été employée dans le sens suivant<sup>81</sup> : profiter d'une intervention planifiée de maintenance préventive sur un composant  $C$  pour effectuer une action de maintenance préventive sur un composant  $D$  autre que  $C$ . Nous avons alors établi que le gain obtenu en adoptant cette démarche, par rapport à la

---

<sup>81</sup> *cf.* le scénario Ici-dessus.

stratégie consistant à ne pas effectuer<sup>82</sup> cette action de maintenance préventive non planifiée, pouvait s'exprimer en temps d'intervention de la façon suivante :

$$TT_2^O - TT_1^O = TA_C^O + TA_D^O - \Delta T_{C \rightarrow D}^O. \quad (2.12)$$

## 2.5 Conclusion

Les différentes acceptions académiques et industrielles du terme « maintenance opportuniste » ont été étudiées dans le présent chapitre. L'étude a révélé que les pratiques et caractéristiques de la maintenance opportuniste sont différentes d'un contexte à l'autre.

Les bénéfices potentiels qui peuvent être réalisés en effectuant des actions de maintenance opportunistes ont été quantifiés en termes de temps totaux d'intervention de maintenance.

Pour apporter un cadre d'étude permettant de formaliser la notion de maintenance opportuniste, nous avons proposé la notion de maintenance opportune :

Une action de maintenance opportune est une action de maintenance, effectuée sur un composant  $K$  du système de production, qui est soit opportune de première espèce, soit  $C$ -opportune de seconde espèce pour un composant  $C$  du système de production.

Une action de maintenance opportune de première espèce s'effectue durant un arrêt de production.

Une action  $C$ -opportune de seconde espèce est réalisée sur un composant dégradé  $D$  et vérifie l'une des conditions suivantes :  $D$  est proche de  $C$  au sens d'un critère de proximité (physique ou géographique) rigoureusement défini ;  $D$  est accessible depuis  $C$  au sens de l'outillage et des compétences nécessaires à la réalisation des deux interventions de maintenance ; les deux actions de maintenance sont opportunes de première espèce et seront réalisées simultanément.

La notion de maintenance opportune fait intervenir plusieurs critères, parmi lesquels la proximité entre deux composants, la synchronisation avec la production et l'accessibilité. Chacun de ces critères, s'il est validé, permet de définir une action de maintenance opportune,

---

<sup>82</sup> cf. le scénario 2 ci-dessus.

dans le contexte où un composant  $C$  fixé doit faire l'objet d'une intervention de maintenance prévisionnelle.

Pour s'assurer qu'un critère donné est satisfait, le troisième chapitre proposera un ensemble d'outils mathématiques et une modélisation formelle des différents critères intervenant dans la définition d'une action de maintenance opportune. Il s'agira de vérifier si l'un des critères fournis par la définition d'une action de maintenance opportune est satisfait.







## Chapitre 3

### Formalisation de la maintenance opportune : aspects mathématiques

#### 3.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons expliqué pourquoi il est important, dans le cadre d'un système de production qui fait l'objet d'une stratégie de maintenance prévisionnelle, de chercher à effectuer des actions de maintenance opportunes de première espèce, c'est-à-dire réalisées pendant les arrêts du système de production planifiés par la production. En particulier, les questions **(Q1)** et **(Q2)** conduisent l'expert à rechercher, parmi les arrêts de production à venir, le dernier arrêt qui permettra le développement de l'action de maintenance qu'il aura décidé d'effectuer. Ceci nous a logiquement amenés, au niveau du chapitre 2, à la définition du concept de maintenance opportune. Chacune des conditions vérifiées dans cette définition constitue une opportunité pour réaliser une action de maintenance.

Ce chapitre a donc pour objet de présenter les outils mathématiques qui nous ont permis de formaliser et de modéliser la notion de maintenance opportune, puis nous allons appliquer ces modèles sur l'exemple académique du système de production introduit au deuxième chapitre.

La démarche repose exclusivement sur l'exploitation de données, d'informations et de connaissances qui sont supposées disponibles par le contexte de notre étude. En particulier, il ne s'agira pas de construire un nouveau processus d'aide à la décision de maintenance, ni de restructurer en profondeur la connaissance disponible. En effet, l'exploitation d'un système

d'information de gestion de la maintenance doit permettre d'éviter la création de nouvelles informations qui ne soient pas *a priori* disponibles ou la définition d'un processus supplémentaire dans l'entreprise.

## 3.2 Formalisation de la notion de maintenance opportune

Le but de cette section est de présenter l'ensemble des outils mathématiques qui seront utilisés pour formaliser le concept de maintenance opportune.

Dans une première sous-partie, l'algorithme de Bruss, relatif aux actions de maintenance opportunes de première espèce, est introduit. Puis, dans une seconde sous-partie, la notion de relation d'équivalence, relative aux actions de maintenance  $C$ -opportunes de seconde espèce (où  $C$  est un composant du système de production), est investiguée. Nous verrons plusieurs exploitations du concept de maintenance opportune.

### 3.2.1 L'algorithme de Bruss (pour les actions opportunes de première espèce)

L'**algorithme de Bruss** (ou **algorithme des odds**) a vocation à répondre aux problématiques du type : parmi un ensemble fini d'événements à venir, quel est celui (s'il y en a un) qui constituera l'ultime opportunité ? Naturellement, puisque les événements sont à venir, tout algorithme permettant de résoudre ce genre de problématique est à objectif de nature probabiliste.

La problématique générale de l'arrêt optimal, ou du choix de la dernière opportunité parmi un ensemble fini d'événements à venir, peut être formulée de façon mathématique sous la forme d'une équation de Bellman ou, plus généralement, sous la forme d'une chaîne de Markov d'arrêt en théorie des processus de Markov décisionnels. En effet, la théorie des chaînes de Markov d'arrêt mobilise l'analyse fonctionnelle, la théorie des martingales et le principe d'optimalité pour résoudre *précisément* ce type de problèmes décisionnels [Shiryayev, 1978 ; Billingsley, 2005]. Nous rappelons que le principe d'optimalité, dû à Bellman en 1957, est le principe de base de la programmation dynamique [Bellman, 2003].

Cependant, ces théories très générales, en l'état, peinent à exploiter certaines formulations ou certaines hypothèses, telles que l'hypothèse d'indépendance entre les différents événements. C'est la raison pour laquelle nous utiliserons la théorie de l'arrêt optimal et plus précisément

l'algorithme de Bruss, qui ont été conçus pour utiliser le principe de Bellman tout en s'adaptant à l'hypothèse d'indépendance faite dans le présent travail.

### 3.2.1.1 Formalisation du problème de la sélection du dernier arrêt pertinent

Le contexte est celui de la recherche d'un arrêt de production connu à venir pour réaliser une action de maintenance prévisionnelle fixée, ce qui permettra, par définition, de réaliser une intervention de maintenance opportune de première espèce. La nature et les caractéristiques de cette intervention (comme la moyenne des temps techniques de réparation) sont donc connues. Rappelons pour mémoire la figure 1.18 (Figure 3.1) :

*Probabilité* (la performance est satisfaisante avant  $t$ )

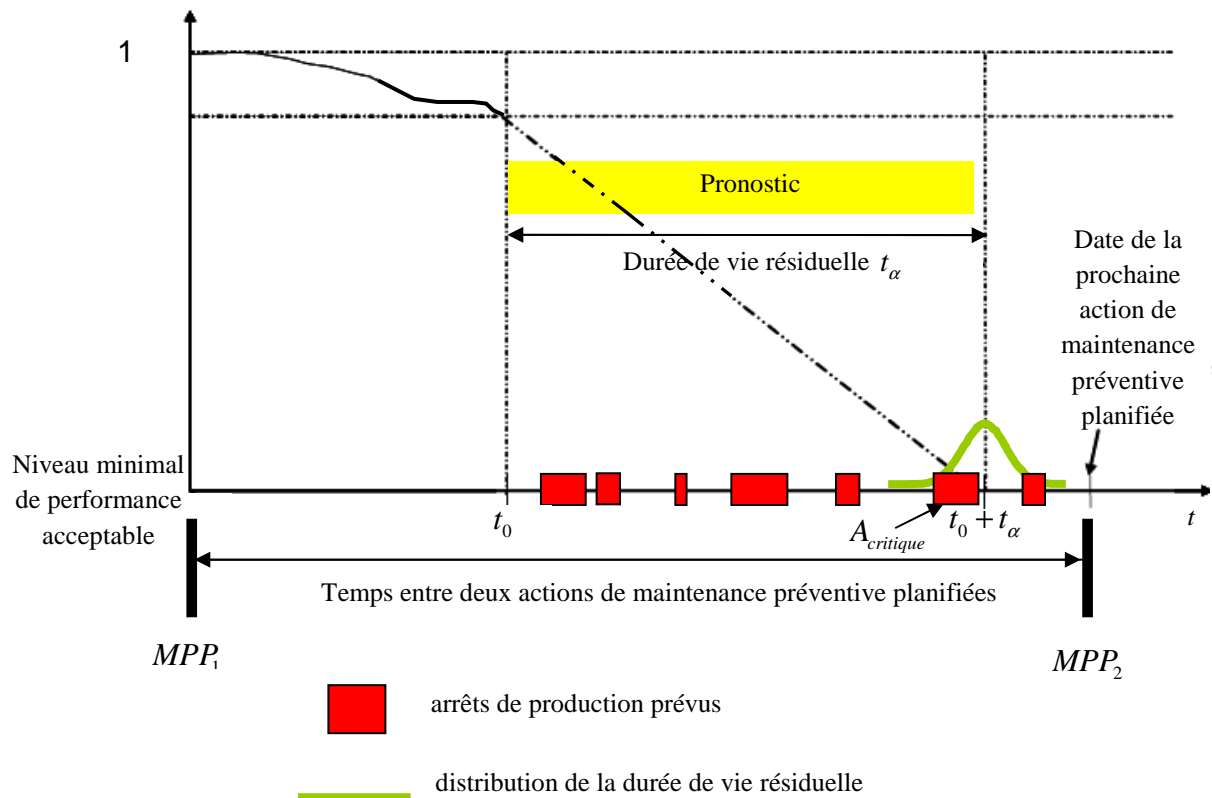


Figure 3.1. Distribution des arrêts de production à venir.

Pour répondre à la question (Q2), le problème est de sélectionner, à l'instant courant  $t_0$ , le dernier arrêt de production propice au développement d'une intervention de maintenance donnée, parmi les arrêts planifiés avant la date  $t_0 + t_\alpha$ .

Il est donc nécessaire de préciser :

- comment les arrêts de production sont formalisés,
- ce que l'expression « propice au développement d'une action de maintenance » signifie.

Nous rappelons enfin que le cas où l'estimation de la durée de vie résiduelle d'un composant, devant faire l'objet d'une intervention de maintenance prévisionnelle, coïncide avec un arrêt de production programmé, a été évoqué au premier chapitre (dans la figure 3.1 par exemple, la date estimée de la défaillance du composant est censée avoir lieu juste après l'arrêt de production  $A_{critique}$ ). Deux scénarios, au moins, sont alors envisageables : un scénario « optimiste » où l'arrêt de production  $A_{critique}$  est pris en compte en tant qu'opportunité potentielle pour la maintenance, et un scénario « pessimiste » où l'arrêt de production  $A_{critique}$  n'est pas intégré dans la liste des potentielles opportunités à venir. Une étude plus approfondie de ce cas de figure pourrait être menée, mais compliquerait le modèle présenté dans le présent document. C'est une des raisons pour lesquelles nous avons décidé de transformer, au premier chapitre, une durée de vie résiduelle (par essence aléatoire) en une quantité déterministe. Ainsi, l'estimation de la durée de vie résiduelle d'un composant ne coïncide pas avec un arrêt de production planifié.

#### ➤ Modélisation des arrêts de production

Un arrêt de production  $A$  est défini à l'aide d'une date de début  $a = a(A)$  et d'une durée associée  $d = d(A)$ . Le nombre (fini) d'arrêts de production prévus entre les dates  $t_0$  et  $t_0 + t_\alpha$  sera noté  $n = n(t_0)$ . Ce nombre sera supposé déterministe, bien que la donnée de nouveaux arrêts de production planifiés, à une date  $t_0 + \Delta t > t_0$ , puisse faire évoluer ce nombre d'arrêts de production de  $n = n(t_0)$  à  $n' = n'(t_0 + \Delta t)$ .

Dans tous les cas, le nombre déterministe  $n = n(t_0)$  ne dépend que de la connaissance des arrêts futurs dont le service maintenance peut disposer à la date  $t_0$ . Cette caractéristique impose une approche réactive et dynamique du problème.

Finalement, à l'instant  $t_0$ , le service maintenance de l'entreprise dispose d'une suite  $(a_i; d_i)_{1 \leq i \leq n} = (a(A_i); d(A_i))_{1 \leq i \leq n(t_0)}$  où  $n$  est un entier naturel,  $a_i \in [t_0; t_0 + t_\alpha]$  pour tout indice  $i$  entre 1 et  $n$ ,  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ ,  $\min_{1 \leq i \leq n} (d_i) > 0$ , et  $\sum_{i=1}^n d_i < t_\alpha$ .

Ces dernières conditions signifient simplement que les arrêts ne sont pas dégénérés (chaque arrêt se situe dans l'intervalle de temps fourni par le processus de pronostic ; la durée de chaque arrêt est non nulle ; la somme des temps d'immobilisation du système est inférieure à sa durée de vie résiduelle estimée<sup>83</sup>) et qu'ils arrivent dans l'ordre où ils sont nommés ( $A_1$  « avant »  $A_2$ , lui-même « avant »  $A_3$  etc.).

Un arrêt de production est donc identifié à un couple  $(a; d)$ . La fin de cet arrêt de production se situe à la date  $a + d$ .

Le problème de la réalisation « optimale » d'une action de maintenance opportune de première espèce peut donc être reformulé ainsi :

*Déterminer l'arrêt de production  $A_{i_0} = (a_{i_0}; d_{i_0})$ ,  $1 \leq i_0 \leq n$ , au cours duquel une action de maintenance prévisionnelle donnée doit être effectuée afin de restaurer le système de production ou l'un de ses composants dans un état nominal, pour préserver les performances attendues du système ou du produit manufacturé par ce système.*

Ainsi formulé, le problème peut se mettre sous la forme d'un problème d'arrêt optimal, sous réserve que l'hypothèse suivante soit satisfaite :

Les arrêts de production sont deux à deux indépendants.

---

<sup>83</sup> Pour évaluer la durée de vie résiduelle du système de production, le processus de pronostic doit nécessairement prendre en compte les arrêts de production, pendant lesquels le système n'est pas sollicité, et donc son vieillissement (et son processus de dégradation) est ralenti pendant ces périodes.

Notamment, la planification d'un arrêt de production ne doit pas avoir d'influence sur les autres arrêts de production. De même, la date de début d'un arrêt de production, ainsi que sa durée respective, ne doivent avoir aucune incidence l'une sur l'autre, ou sur les autres arrêts de production.

La validité de cette hypothèse trouve sa justification dans la complexité d'un système de production : les arrêts de production ont des origines diverses, allant de la production (qui fixe des contraintes de productivité et de nombre de produits à transformer en un temps donné) à la direction (qui fixe des directives d'utilisation du système) en passant par le respect de la législation en vigueur (qui impose de respecter certaines exigences en termes d'utilisation du système). Ces multiples facteurs, ainsi que la part d'incertitude et d'aléa qui les accompagne, font de cette hypothèse un prérequis réaliste et vérifié en pratique.

- Les arrêts de production susceptibles d'être des opportunités pour la maintenance

Une action de maintenance préventive étant programmée sur un composant du système de production, comment évaluer qu'un arrêt de production sera propice au développement de cette action ? Puisqu'un arrêt de production  $A$  est défini à l'aide de deux paramètres, un instant de début  $a$  et une durée  $d$ , l'arrêt de production sera propice à la réalisation de cette action de maintenance si, et seulement si :

- le composant objet de l'intervention assure encore un niveau de performance acceptable à l'instant  $a$ , ce qui lui permet de remplir sa mission (par exemple il est survivant<sup>84</sup> à cet instant),
- le composant est maintenable en  $d$  unités de temps.

La première condition stipule que l'intervention de maintenance prévue sera préventive (elle interviendra avant la défaillance, physique ou fonctionnelle, du composant). La seconde condition assure que l'intervention pourra être effectuée dans le délai imparti. Un arrêt de production propice au développement d'une intervention de maintenance prévisionnelle donnée sur un composant donné sera appelé un **succès**.

---

<sup>84</sup> La fiabilité n'est qu'un critère de performance parmi d'autres possibles ; voir un exemple au chapitre 4.

Ainsi, en première approche, deux fonctions essentielles et classiques pourront être utilisées pour évaluer la probabilité d'un succès (ou la pertinence d'un arrêt de production donné vis-à-vis du déroulement d'une action de maintenance prévisionnelle), à savoir la fiabilité et la maintenabilité. Mais tout autre critère de performance peut également être utilisé, à condition d'être capable de fournir une évaluation de la probabilité que le composant soit performant (au sens de ce critère) à un instant donné. Il devient alors possible d'estimer, de façon probabiliste, la pertinence de l'arrêt  $A$  pour l'action de maintenance préventive prévue.

Ainsi, la probabilité que l'arrêt de production  $A$  permette le développement de l'action de maintenance préventive prévue peut être définie comme la probabilité que le composant objet de l'intervention soit survivant à l'instant futur  $a$  et qu'il soit maintenable pendant un intervalle de durée  $d$  unités de temps. L'hypothèse d'indépendance permet d'évaluer cette expression<sup>85</sup>, la probabilité cherchée est alors égale à  $R(a).M(d)$ , où  $R$  est la fiabilité du composant, et  $M$  sa maintenabilité.

Nous insistons néanmoins sur le fait que tout critère de performance peut être utilisé en lieu et place de la maintenabilité ou de la fiabilité, pour peu que l'expert puisse disposer d'une mesure (même estimée ou sous forme probabiliste) de cette performance.

### 3.2.1.2 Formalisation de la question (Q2) sous la forme d'un problème d'arrêt optimal

Il s'agit de mettre le problème de maintenance abordé sous la forme d'un problème d'arrêt optimal. La théorie de l'arrêt optimal en temps discret est présentée de façon détaillée dans l'ouvrage (Chow, *et al.*, 1991). Nous utiliserons dans la suite les seuls éléments nécessaires à la résolution des questions formulées dans le premier chapitre.

Au sein de la théorie des probabilités et de l'analyse stochastique, la théorie de l'arrêt optimal permet de renseigner sur le comportement optimal (quand il existe) à adopter dans certaines situations où le futur est incertain. Les outils et fondements de cette théorie sont la théorie de

---

<sup>85</sup> La date de début  $a$  et la durée  $d$  étant indépendantes, il en va de même de  $f(a)$  et de  $g(d)$ , où  $f$  et  $g$  sont deux fonctions quelconques de  $a$  et  $d$  respectivement.



la mesure, la théorie des martingales et l'espérance conditionnelle ; ils sont introduits par exemple dans l'ouvrage [Ducel, 1998].

Soit  $(\Omega; G; P)$  un espace probabilisé. Certaines définitions de base sont rappelées en annexe (cf. Annexe I), à savoir la définition d'un espace probabilisé, d'une suite stochastique, d'une filtration et d'un temps d'arrêt. Dans tout ce paragraphe, nous fixerons  $I$  un sous ensemble non vide, fini ou infini, de l'ensemble des entiers strictement positifs, et une filtration  $(G_i)_{i \in I}$  de  $G$ . Pour les applications,  $I$  sera en fait l'ensemble des entiers non nuls inférieurs à un entier donné.

**Définition 3.2 :** Une **règle d'arrêt** (ou **variable d'arrêt**)  $\tau$  est une variable aléatoire définie sur  $\Omega$  et à valeurs dans  $\mathbb{N} \cup \{+\infty\}$ , telle que :

- $P(\tau < +\infty) = 1$ ,
- $\{\tau = i\} \in G_i \quad \forall i \in I$ .

La première condition est une condition technique qui permet d'assurer que  $\tau$  est presque sûrement finie. Cela permet de donner un sens à la seconde condition. Ainsi, une règle d'arrêt peut être vue comme un temps d'arrêt presque sûrement fini.

Soient maintenant  $(x_i)_{i \in I}$  des variables aléatoires telles que la suite  $(x_i; G_i)_{i \in I}$  soit une suite stochastique intégrable<sup>86</sup>. Soit également  $\tau$  une règle d'arrêt.

Il devient alors possible de définir une nouvelle variable aléatoire  $x_\tau$  de la façon suivante :

$$x_\tau = \sum_{i \in I} x_i \mathbf{1}_{\{\tau = i\}} = \begin{cases} x_i & \text{sur } \{\tau = i\} \\ 0 & \text{sur } \{\tau = +\infty\} \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $\mathbf{1}$  désigne la fonction indicatrice<sup>87</sup>.

---

<sup>86</sup> C'est-à-dire une suite stochastique telle que  $E(|x_i|) < +\infty, \quad \forall i \in I$ , où  $E$  désigne l'opérateur espérance mathématique.

<sup>87</sup> L'indicatrice  $\mathbf{1}_F$  d'un ensemble  $F$  quelconque est définie de la manière suivante :

$\tau$  étant une règle d'arrêt et  $I$  étant notamment un sous-ensemble de  $\mathbb{N}$ , la variable  $x_\tau$  est bien définie et presque tous les termes<sup>88</sup> de la somme qui interviennent dans (3.3) sont nuls : pour presque tous les  $\omega$  dans  $\Omega$ , il existe un indice  $i$  de l'ensemble  $I$  tel que  $x_\tau(\omega) = x_i(\omega)$  et  $\tau(\omega) = i$ .

**Définition 3.4 :** La **valeur**  $V$  de la suite stochastique  $(x_i; G_i)_{i \in I}$  est, par définition,  $\sup_\tau (E(x_\tau))$ , où le supremum est pris sur toutes les variables d'arrêt  $\tau$ . Puisque la suite stochastique est supposée intégrable,  $V$  est bien définie, et l'on a :

$$-\infty < E(x_i) \leq V := \sup_\tau (E(x_\tau)) \leq +\infty, \quad \forall i \in I. \quad (3.5)$$

Le problème de l'arrêt optimal est alors le suivant :

*Comment calculer la valeur d'une suite stochastique (intégrable) ?*

*Existe-t-il une variable d'arrêt optimale  $\tau^*$ , c'est-à-dire une règle d'arrêt telle que  $E(x_{\tau^*})$  existe<sup>89</sup> et soit égale à  $V$  ?*

*Si une telle règle d'arrêt existe, de quelle nature est-elle ? Peut-elle être explicitement définie ?*

Dans certains cas<sup>90</sup>, il est possible de répondre à ces questions à l'aide d'outils probabilistes [Chow, *et al.*, 1991], voire plus simplement à l'aide de l'algorithme de Bruss [Bruss, 2000 ; Bruss, 2003] lorsque des hypothèses supplémentaires sont disponibles. Notamment, les questions que nous avons abordées dans le premier chapitre, relatives à la sélection du dernier arrêt de production propice à une intervention de maintenance donnée, peuvent être résolues à l'aide de cet algorithme. Il suffit en effet de formuler ces questions sous la forme d'un problème d'arrêt optimal.

- 
- $\mathbf{1}_F(x) = 1$  si  $x \in F$ ,
  - $\mathbf{1}_F(x) = 0$  si  $x \notin F$ .

<sup>88</sup> En fait, tous les termes sauf au plus un.

<sup>89</sup> Définisse une quantité *finie*.

<sup>90</sup> Lorsque les calculs sont faisables (calcul de l'espérance, du supremum...).

$n = n(t_0)$  désigne le nombre d'arrêts de production à venir connus à l'instant  $t_0$ . Un exemple académique et purement illustratif<sup>91</sup> accompagne cette partie. Les éléments illustratifs relatifs à l'exemple seront placés dans un encadré.

Nous prendrons  $n = 7$  dans l'exemple (sept arrêts de production).

➤ Construction d'un espace probabilisé

L'univers  $\Omega$  désigne ici l'ensemble des  $n$  premiers entiers :  $\Omega := \{1; 2; \dots; n\}$ . Les  $n!$  permutations<sup>92</sup> qui peuvent être définies sur l'univers  $\Omega$  sont supposées équiprobables.

$\Omega := \{1; 2; \dots; 7\}$ .  $7! = 5040$  permutations peuvent être définies sur cet ensemble.

Les arrêts de production à venir  $A_1, A_2, \dots, A_n$  (ordonnés selon leur ordre d'arrivée) sont supposés classés dans une liste  $(A_{\omega(1)}; A_{\omega(2)}; \dots; A_{\omega(n)})$  par ordre décroissant de pertinence. On place en premier élément de cette liste le « meilleur » arrêt de production  $A_{\omega(1)}$  pour l'action de maintenance, jusqu'au dernier élément de la liste où se trouve le « pire » arrêt de production  $A_{\omega(n)}$  pour réaliser l'action de maintenance préventive prévue.  $\omega$  est une permutation de  $\Omega$ .

Dans l'exemple, supposons que les arrêts  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$  sont classés ainsi par ordre décroissant de pertinence :  $(A_2; A_5; A_4; A_7; A_1; A_3; A_6)$ . Le deuxième arrêt est le « meilleur » arrêt de production, le sixième est le « pire » des arrêts de production (vis-à-vis de l'action de maintenance).

La permutation  $\omega$  est donc  $(2\ 5\ 4\ 7\ 1\ 3\ 6)$  : elle envoie 1 sur 2, 2 sur 5, 3 sur 4, 4 sur 7, 5 sur 1, 6 sur 3, et 7 sur 6. Son inverse est la permutation  $\omega^{-1} = (5\ 1\ 6\ 3\ 2\ 7\ 4)$ . Elle envoie 1 sur 5, 2 sur 1, 3 sur 6, 4 sur 3, 5 sur 2, 6 sur 7, et 7 sur 4. On vérifie sans peine que  $\omega \circ \omega^{-1} = \omega^{-1} \circ \omega = id_{\Omega}$ .

<sup>91</sup> En particulier, cet exemple ne sera pas repris par la suite.

<sup>92</sup> On rappelle que, pour tout entier  $n$ ,  $n! = 1.2.3.4 \dots (n-1).n$  est le produit de tous les entiers de 1 à  $n$ .

Pour tout indice  $1 \leq i \leq n$ , soit  $y_i$  le nombre de termes  $j \in \{1; 2; 3; \dots; i\}$  tels que  $\omega^{-1}(j) \leq \omega^{-1}(i)$ . En d'autres termes,  $y_i$  est le classement relatif de l'arrêt de production numéro  $i$   $A_i$ , parmi tous les arrêts  $A_1, A_2, \dots, A_i$  qui se sont déjà produits. Cette valeur ne dépend que des arrêts déjà passés, et non des arrêts à venir.

Dans notre exemple, cela se traduit de la manière suivante :

$i = 1$  : seul l'arrêt  $A_1$  s'est produit, il est donc le mieux classé parmi tous les arrêts ayant déjà eu lieu. On a donc :  $y_1 = 1$ .

$i = 2$  : seuls les arrêts  $A_1$  et  $A_2$  se sont produits, et  $A_2$  est mieux classé que  $A_1$  ; on vérifie en effet que  $1 = \omega^{-1}(2) < \omega^{-1}(1) = 5$ . Parmi tous les arrêts s'étant déjà produits,  $A_2$  est le mieux classé, et l'on a donc  $y_2 = 1$ .

$i = 3$  : seuls les arrêts  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  se sont produits, et  $A_3$  est le moins bien classé de ces trois arrêts. En effet, on a  $\omega^{-1}(1) \leq \omega^{-1}(3)$ ,  $\omega^{-1}(2) \leq \omega^{-1}(3)$ , et  $\omega^{-1}(3) \leq \omega^{-1}(3)$ . On a donc  $y_3 = 3$ .

De la même manière, il est aisé de trouver les autres valeurs de la suite  $(y_1; \dots; y_7)$  de cet exemple<sup>93</sup>.

Nous construisons maintenant la filtration de la manière suivante : soit  $G_i$  la tribu, associée à  $\Omega$ , engendrée<sup>94</sup> par les variables  $y_1 \dots y_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Ainsi,  $(G_1 \dots G_n)$  définit bien une filtration de  $\wp(\Omega)$ . La propriété de croissance (au sens de l'inclusion) qui doit être vérifiée est évidente, puisque l'on a immédiatement (par définition)  $y_i \leq i$ , pour tout indice  $i$  compris entre 1 et  $n$ . Ainsi le nombre de valeurs possibles pour  $y_i$  croît avec  $i$ .

Nous posons  $G := G_n$  qui sera la sigma-algèbre de référence associée à l'univers  $\Omega$ .

Enfin, la probabilité  $P$  définie sur  $G$  sera l'équiprobabilité. Nous avons donc construit complètement un espace probabilisé  $(\Omega; G; P)$ .

<sup>93</sup> On trouve immédiatement :  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 1$ ,  $y_3 = 3$ ,  $y_4 = 2$ ,  $y_5 = 2$ ,  $y_6 = 6$ ,  $y_7 = 4$ .

<sup>94</sup> La notion de « tribu engendrée » est bien définie mais complexe (et parfois impossible) à expliciter ; nous ne la développerons pas sur l'exemple.

➤ Construction du problème d'arrêt optimal

Nous conservons les notations de la partie précédente. Intuitivement, lors de l'expérience consistant à choisir un arrêt de production, une notion de « récompense » permet d'évaluer *a posteriori* un choix réalisé *a priori*. En effet, une action de maintenance prévisionnelle étant fixée (*a priori*), une « récompense » (0 ou 1) pourrait être associée (*a posteriori*). La « récompense » associée à un arrêt de production  $A_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , serait la quantité  $R_i$  qui vaut<sup>95</sup> :

- 1 si  $i = \omega^{-1}(1)$  et si l'arrêt numéro  $i$  a été sélectionné pour réaliser l'action de maintenance,
- 0 sinon.

En effet, de cette façon, on sélectionne<sup>96</sup> le « meilleur » arrêt de production : c'est bien  $A_{\omega(1)}$  qui est sélectionné et récompensé par la valeur  $R_{\omega(1)} = 1$ .

Sur l'exemple illustratif, l'idée est de « récompenser » le deuxième arrêt de production, à savoir  $A_2$ . On a bien  $\omega(2) = 1$ , soit  $2 = \omega^{-1}(1)$ . Mais, pour le récompenser, encore faut-il que cet arrêt ait été réellement choisi pour effectuer l'action de maintenance prévisionnelle, ce qui n'est pas aisé à prévoir lorsque l'on se situe à l'instant courant  $t_0$ , avant l'apparition du premier arrêt de production !

Cependant, pour  $i < n$ , la variable  $R_i$  n'est pas  $G_i$ -mesurable. Cela traduit le fait qu'il n'est pas possible de sélectionner *a priori* le « meilleur » arrêt de production (cela ne peut être fait qu'*a posteriori*). En effet, pour connaître la valeur de  $R_i$ , il faut être capable de connaître le classement absolu de  $A_i$  parmi les  $n$  arrêts de production, et non le seul classement relatif mesuré par la variable  $y_i$ .

---

<sup>95</sup> Les récompenses  $R_1, \dots, R_n$  ne doivent pas être confondues avec la distribution de fiabilité  $R$  du système de production.

<sup>96</sup> En donnant la valeur 1 plutôt que 0.

Puisque nous avons besoin de cette connaissance qui n'est pas disponible *a priori*, nous allons utiliser le conditionnement par rapport à la connaissance disponible à un instant donné. Cette idée a déjà été utilisée par Anne Barros dans ses travaux de thèse de doctorat [Barros, 2003].

La variable récompense que nous allons considérer est donc la suivante :  $x_i := P(i = \omega^{-1}(1) | G_i)$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Le conditionnement se fait sur la tribu  $G_i$ , de telle sorte que, au début de l'arrêt de production numéro  $i$ , seule la connaissance disponible à cet instant est utilisée pour estimer la valeur de  $x_i$ , avec  $1 \leq i \leq n$ .

De cette manière, la variable aléatoire  $x_i$  est (par définition)  $G_i$ -mesurable et intégrable,  $1 \leq i \leq n$ .  $(x_i; G_i)_{1 \leq i \leq n}$  définit donc une suite stochastique intégrable.

Nous pouvons maintenant établir rigoureusement que le problème de maintenance posé peut être formulé en termes d'un problème d'arrêt optimal.

Soit en effet  $\tau$  une variable d'arrêt. Nous pouvons définir une nouvelle variable aléatoire  $x_\tau$  comme indiqué dans les rappels sur la théorie de l'arrêt optimal (avec  $I$  l'ensemble des entiers de 1 à  $n$ ). Nous avons la suite d'égalités suivante (les sommes et intégrales sont toutes finies) :

$$E(x_\tau) = E\left(\sum_{i=1}^n x_i \mathbf{1}_{\{\tau=i\}}\right) \text{ par définition de } x_\tau \quad (3.6)$$

$$= \sum_{i=1}^n E(x_i \mathbf{1}_{\{\tau=i\}}) \text{ car la somme est finie et } E \text{ est linéaire} \quad (3.7)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} x_i \mathbf{1}_{\{\tau=i\}} \text{ par définition de l'espérance} \quad (3.8)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_{\{\tau=i\}} x_i \text{ par définition d'une indicatrice} \quad (3.9)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_{\{\tau=i\}} P(i = \omega^{-1}(1) | G_i) \text{ par définition de la variable } x_i \quad (3.10)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_{\{\tau=i\}} \mathbf{1}_{\{i=\omega^{-1}(1)\}} \quad \text{par définition de } G_i \quad (3.11)$$

$$= \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \mathbf{1}_{\{\tau=i\}} \cdot \mathbf{1}_{\{i=\omega^{-1}(1)\}} \quad \text{par définition d'une indicatrice} \quad (3.12)$$

$$= \sum_{i=1}^n E \left( \mathbf{1}_{\{i=\omega^{-1}(1)\}} \cdot \mathbf{1}_{\{\tau=i\}} \right) \quad \text{par définition de l'espérance mathématique} \quad (3.13)$$

$$= E \left( \sum_{i=1}^n \mathbf{1}_{\{i=\omega^{-1}(1)\}} \cdot \mathbf{1}_{\{\tau=i\}} \right) \quad \text{car la somme est finie} \quad (3.14)$$

$$= E \left( \mathbf{1}_{\{\tau=\omega^{-1}(1)\}} \right) \quad \text{par simple calcul} \quad (3.15)$$

$$= P \left( \{\tau = \omega^{-1}(1)\} \right) \quad \text{par définition de l'espérance mathématique.} \quad (3.16)$$

Nous aboutissons finalement à l'égalité fondamentale suivante :

$$\boxed{E(x_\tau) = P(\tau = \omega^{-1}(1))} \quad (3.17)$$

où  $\tau$  désigne une variable d'arrêt.

Dans l'égalité (3.17), le second membre représente la probabilité que la variable  $\tau$  s'arrête sur l'arrêt de production « le meilleur » (*i.e.* le dernier succès de la suite des événements) pour effectuer une action de maintenance opportune de première espèce. Or, (3.17) prouve que maximiser cette probabilité revient rigoureusement à résoudre le problème de l'arrêt optimal pour la suite stochastique intégrable  $(x_i; G_i)_{i=1}^n$  sur l'espace probabilisé  $(\Omega; G; P)$ .

Il faut rappeler que toutes les conditions et hypothèses techniques sont vérifiées : la suite stochastique est intégrable car l'univers est fini, et les variables  $x_i$  sont  $G_i$ -mesurables par construction ( $1 \leq i \leq n$ ).

Nous pouvons enfin conclure que maximiser  $\tau \mapsto P(\omega_\tau = 1)$  est rigoureusement équivalent à calculer la valeur  $\sup_\tau (E(x_\tau))$  de cette suite stochastique, pour  $\tau$  une variable d'arrêt. Nous allons maintenant présenter l'algorithme de Bruss, qui permet de trouver la variable d'arrêt optimale et de calculer la valeur  $V$  associée à cette variable.

### 3.2.1.3 L'algorithme de Bruss

Les sections précédentes ont permis d'établir rigoureusement que la question de maintenance abordée relève bien du problème de l'arrêt optimal. Ce dernier, dans toute sa généralité, n'a pas reçu de réponse complète et fait encore l'objet de nombreuses recherches, dans le domaine de la décision [Bruss, 2006] comme dans le domaine des mathématiques financières [Rogerson, *et al.*, 2005] par exemple. Cependant, dans le cas qui nous occupe, le problème de l'arrêt optimal peut être résolu, grâce à l'hypothèse (réaliste) d'indépendance que nous avons formulée. L'algorithme de Bruss requiert alors la connaissance des éléments mathématiques qui suivent.

Soit  $(\Omega; G; P)$  un espace probabilisé. Soient  $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$   $n$  événements aléatoires indépendants définis sur cet espace probabilisé,  $n \geq 2$ . À chaque événement  $A_i$  est associée une fonction indicatrice aléatoire  $I_i$ , de telle sorte que  $I_i = \mathbf{1}_{A_i}$ ,  $1 \leq i \leq n$  (la variable  $I_i$  prend la valeur 1 si, et seulement si, l'événement  $A_i$  a lieu, et 0 sinon).

Une indicatrice égale à 1 est appelée un **succès** (de même, nous dirons qu'un événement dont l'indicatrice associée est égale à 1 est lui-même un **succès**).

Les indicatrices aléatoires sont supposées apparaître séquentiellement, dans l'ordre suivant :  $I_1$ , puis  $I_2$ , puis... et enfin  $I_n$ . Un observateur a la possibilité d'arrêter ce processus d'observation à chacune de ces observations (par exemple lors de l'observation  $I_j$ ,  $1 \leq j \leq n$ ), mais sans pouvoir garder en mémoire les observations  $(I_k)_{1 \leq k \leq j-1}$  précédentes.



Un succès est donc une observation égale à 1 (ce qui signifie que l'indicatrice vaut 1, et donc que l'événement correspondant a lieu). En pratique, on ne peut conclure qu'un événement est un succès que lorsque cet événement a eu lieu.

Nous désignons par  $B_k$  la tribu engendrée par  $(I_i)_{1 \leq i \leq k}$  et par  $\Upsilon$  la famille des règles<sup>97</sup>  $t$  telles que l'événement  $\{t = k\}$  est  $B_k$ -mesurable,  $1 \leq k \leq n$ . Le défi est alors de trouver une « règle optimale », c'est-à-dire une variable d'arrêt  $\tau^{(n)} \in \Upsilon$  qui maximise la quantité  $P(I_t = 1; I_j = 0, t+1 \leq j \leq n)$  où  $t \in \Upsilon$ . Cette quantité est exactement la probabilité de stopper l'observation de la suite  $(I_i)_{1 \leq i \leq n}$  précisément lors de l'apparition du dernier succès de la suite : l'observation est stoppée sur un succès (car  $I_{\tau^{(n)}} = 1$ ), et plus aucun autre succès ne se produira (car  $I_{\tau^{(n)}+1} = I_{\tau^{(n)}+2} = \dots = I_n = 0$ ). La quantité à maximiser est nécessairement de nature probabiliste, car nous venons de remarquer qu'un événement ne peut être qualifié de succès qu'une fois qu'il s'est produit. Pour trouver une règle *a priori*, il est donc nécessaire d'*estimer* la probabilité qu'un événement sera un succès.

Enfin, nous parlerons de stratégie **optimale** ou de règle **optimale** en référence à la maximisation de cette quantité : l'optimalité a lieu au sens de la maximisation de l'application bien définie  $t \mapsto P(I_t = 1; I_j = 0, t+1 \leq j \leq n)$ , où  $t \in \Upsilon$ .

Il peut paraître surprenant que ce problème trouve une réponse pertinente, même dans certains cas particuliers. Pourtant, il a reçu en 2000 une solution générale [Bruss, 2000].

➤ Le théorème de Bruss : cas général

Nous adopterons les conventions classiques suivantes dans toute la suite du manuscrit : une somme vide est égale à zéro, et le supremum de l'ensemble vide vaut  $-\infty$ .

---

<sup>97</sup> Si tant est que l'observation est un jeu...

**Théorème 3.18** [Bruss, 2000] : Soit  $(I_i)_{1 \leq i \leq n}$  une suite de  $n$  indicatrices aléatoires indépendantes définies sur le même espace probabilisé  $(\Omega; G; P)$ . Nous définissons les quantités suivantes :

$$p_j := E(I_j) = P(A_j), \quad q_j := 1 - p_j, \quad r_j := p_j / q_j, \quad 1 \leq j \leq n. \quad (3.19)$$

Alors une règle optimale  $\tau^{(n)}$  existe pour trouver le dernier succès de cette suite, et cette règle consiste à s'arrêter sur le premier indice  $k$  (s'il existe) tel que  $I_k = 1$  et  $k \geq s$ , où :

$$s := \sup \left( 1; \sup \left\{ 1 \leq i \leq n \mid \sum_{j=i}^n r_j \geq 1 \right\} \right). \quad (3.20)$$

En outre, la valeur  $V$  associée à cette stratégie est égale à :

$$V = V_s = \left( \prod_{j=s}^n q_j \right) \cdot \left( \sum_{j=s}^n r_j \right). \quad (3.21)$$

La valeur  $V$  est strictement supérieure à  $1/e$  (environ 36,78 %) dans le cas où  $\sum_{j=s}^n r_j \geq 1$  [Bruss, 2003].

Quelques remarques peuvent être faites à propos du theorem de Bruss :

- Les quantités  $r_j$ ,  $1 \leq j \leq n$ , sont appelées « *odds* » dans la littérature anglo-saxonne, mais ne possèdent pas d'équivalent en français, ni dans la plupart des autres langues. C'est la raison pour laquelle le théorème de Bruss et l'algorithme de Bruss (voir ci-après) sont parfois appelés respectivement « théorème des *odds* »<sup>98</sup> et « algorithme des *odds* »<sup>99</sup> ;

<sup>98</sup> *Odds theorem* dans la littérature anglo-saxonne.

<sup>99</sup> *Odds algorithm* dans la littérature anglo-saxonne (terminologie proposée par Thomas Bruss en 2000). On trouve également les terminologies *Bruss algorithmus*, *Bruss strategy* et *Bruss odds'algorithm*.

- La valeur  $V$  (cf. définition 3.3) est bien celle qui a été introduite dans la section précédente ; on parle parfois de « récompense optimale »<sup>100</sup> ou de « probabilité de gagner »<sup>101</sup> ;
- La dernière partie du résultat concernant le cas où la somme cumulée des *odds* dépasse 1 est établie dans [Bruss, 2003] ;
- La stratégie optimale<sup>102</sup> consiste donc à ignorer les  $s - 1$  premières indicatrices, ou les  $s - 1$  premiers événements (cf.  $k \geq s$  dans le théorème 3.18), puis à s'arrêter sur le premier succès (cf.  $I_k = 1$ ) rencontré ;
- L'indice  $k$  correspondant au premier succès, rencontré après l'événement (ou l'indicatrice) numéro  $s$  inclus(e), correspond<sup>103</sup> bien *a priori* au dernier succès de la liste ; cet indice  $k$  n'a d'ailleurs aucune raison d'être égal à  $s$  ;
- La formule qui définit  $s$  est parfaitement explicite et l'indice  $s$  s'obtient par ailleurs sans grandes difficultés (cf. la sous-section suivante) ;
- La démonstration de ce théorème, son lien précis avec la théorie de l'arrêt optimal ainsi que d'autres compléments utiles se trouvent dans les deux articles [Bruss, 2000] et [Bruss, 2003] ; une présentation didactique en français est proposée dans [Bruss, 2005] avec de nombreux exemples ;
- La question d'un nombre aléatoire d'événements à venir est abordée dans [Bruss, 2000] au paragraphe 4.1. Dans ce cas, pour utiliser l'algorithme de Bruss, l'idée consiste à faire une hypothèse sur la loi d'occurrence des événements (par exemple en supposant que les opportunités apparaissent selon une loi de Poisson).

➤ L'algorithme de Bruss : application à un exemple

L'on déduit de ce qui précède un algorithme, simple à mettre en œuvre sur des exemples concrets, afin de calculer l'indice  $s$  du théorème de Bruss, et également évaluer *a priori* le « meilleur » arrêt de production pour réaliser une intervention de maintenance préventive.

---

<sup>100</sup> *Optimal reward* dans la littérature anglo-saxonne.

<sup>101</sup> *Win probability* dans la littérature anglo-saxonne.

<sup>102</sup> L'algorithme de Bruss est linéaire en les entrées (c'est-à-dire le nombre  $n$  d'événements sur l'horizon d'observation). Il fournit une réponse générale au problème posé, ce que clairement aucun algorithme strictement sous-linéaire ne peut réaliser. Au sens de l'informatique théorique, l'algorithme de Bruss est donc optimal.

<sup>103</sup> Au sens de la maximisation de la probabilité d'arrêter l'observation précisément sur le dernier succès.

Un exemple est le suivant : l'expérience aléatoire consiste à lancer un dé non pipé à six faces vingt fois de suite ( $n = 20$ ). L'espace probabilisé est tout désigné : l'univers est constitué des entiers 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ; la tribu est l'ensemble des parties de cet univers ; la probabilité est l'équiprobabilité sur la tribu. L'événement auquel nous avons choisi de nous intéresser est l'obtention d'un « 6 » au cours d'un lancer de ce dé. L'indicatrice associée à cet événement vaut 1 si l'on obtient effectivement un « 6 », et 0 sinon. Un succès est donc l'obtention d'un « 6 » à la suite d'un lancer du dé. Il faut souligner que les lancers sont indépendants puisque le dé est supposé non truqué. Cette hypothèse est fondamentale.

Les événements (et donc les indicatrices) apparaissent de façon séquentielle, ce qui signifie que l'ordre d'apparition des événements est important. Dans l'exemple du dé, l'expérience consistera alors à lancer  $n$  fois un dé, et non lancer un dé  $n$  fois puisque le paramètre temps est pris en compte à travers l'ordre des événements : un premier lancer, puis un deuxième... et enfin un vingtième. L'observateur a la possibilité, au cours de l'expérience, de s'arrêter sur une indicatrice particulière mais n'a pas la possibilité de « revenir en arrière » pour modifier son choix : il ne peut s'arrêter sur un événement passé.

Dans notre exemple, un succès est donc l'obtention d'un « 6 » au cours d'un lancer. La question est de trouver *a priori* (c'est-à-dire avant le début de l'expérience, *i.e.* avant la première observation, ou encore avant le premier jet du dé) une règle qui permette de s'arrêter sur le dernier « 6 » qui apparaîtra au cours de la série de vingt lancers (si tant est qu'un « 6 » apparaîtra effectivement).

L'existence d'une telle règle optimale est garantie par le théorème 3.18. Pour appliquer ce résultat, nous allons procéder en plusieurs étapes. Avant toute autre chose, nous devons calculer certaines quantités et vérifier que les hypothèses sont satisfaites.

#### ÉTAPE 0 : Vérifier les hypothèses

L'espace probabilisé est défini conformément au théorème 3.18. Les événements (respectivement les indicatrices) sont aléatoires et indépendants car le dé est non pipé.

Les quantités intervenant dans le théorème peuvent toutes être explicitées. La probabilité d'un succès (quantité strictement comprise entre 0 et 1) ne dépend pas du lancer dans cet exemple : elle vaut un sixième.

Ainsi, nous avons :  $p_i = 1/6$ ,  $1 \leq i \leq 20$ , et l'on en déduit :

$$q_i = 1 - 1/6 = 5/6, \quad 1 \leq i \leq 20, \quad \text{et enfin} \quad r_i = \frac{1/6}{5/6} = 1/5, \quad 1 \leq i \leq 20.$$

### ÉTAPE 1 : Calculer l'indice $s$

Il est relativement aisé d'exploiter la formule (3.20) pour calculer l'indice (déterministe)  $s$ . En effet, il suffit d'écrire les *odds*  $r_j$ ,  $1 \leq j \leq 20$ , du dernier au premier :  $r_{20}, r_{19}, \dots, r_2, r_1$ . Puis on somme ces *odds* « de gauche à droite », c'est-à-dire en commençant par  $r_{20}$ . S'il existe, l'unique indice  $i$  tel que  $r_{20} + r_{19} + \dots + r_{i-1} < 1$  et  $r_{20} + r_{19} + \dots + r_i \geq 1$  est alors l'indice  $s$  recherché. Sinon, on pose  $s = 1$ .

En l'occurrence, nous avons dans notre exemple :  $r_{20} + r_{19} + r_{18} + r_{17} = 4/5 < 1$ , et  $r_{20} + r_{19} + r_{18} + r_{17} + r_{16} = 5/5 \geq 1$ . Il s'ensuit que  $s = 16$ .

La stratégie optimale pour s'arrêter sur le dernier « 6 » lorsque l'on effectue vingt lancers d'un dé non truqué est alors la suivante : laisser passer les quinze premiers lancers puis s'arrêter sur le premier « 6 » qui apparaît à partir du seizième lancer. Il faut noter que cette stratégie, de nature probabiliste, ne garantit pas qu'un « 6 » va effectivement apparaître entre le seizième et le vingtième lancer.

Il reste enfin à estimer la valeur  $V$  (au sens de la définition 3.3) associée à cette stratégie optimale.

### ÉTAPE 2 : Calculer la valeur $V$

La formule (3.22) nous fournit directement la valeur  $V$  associée à la stratégie (optimale) que le théorème (3.18) nous a suggérée. Il vient directement :

$$V = \left( \prod_{j=s}^n q_j \right) \cdot \left( \sum_{j=s}^n r_j \right) = \left( \prod_{j=15}^{20} q_j \right) \cdot \underbrace{\sum_{j=15}^{20} r_j}_1 = (5/6)^5 \approx 40,19 \%$$

Ce calcul est conforme au résultat de [Bruss, 2003].

Dans cet exemple simple, les probabilités de succès ne dépendaient pas de l'événement considéré. Par contre, dans le problème de maintenance (**Q2**), il faudra être capable d'évaluer les probabilités de succès en fonction des critères de performance retenus, des dates de début

des arrêts de production, et de leur durée associée<sup>104</sup>. Nous proposons, dans la partie suivante, de développer un exemple pour lequel un critère de performance  $X$  est utilisé (nous pourrions prendre la fiabilité), ainsi que la maintenabilité.

➤ L'algorithme de Bruss : application à la maintenance

Nous allons procéder comme pour l'exemple précédent : validation des hypothèses, évaluation de l'indice  $s$ , formulation de la stratégie optimale et calcul de la valeur associée.

### ÉTAPE 0 : Vérifier les hypothèses

L'espace probabilisé a été construit dans les sections précédentes. Les événements sont les occurrences des  $n$  arrêts de production, et nous avons supposé (et en partie justifié) que ces événements étaient deux à deux indépendants. Un arrêt de production est caractérisé par une date de début, notée  $a$ , et une durée, notée  $d$ .

Nous supposons par ailleurs que nous disposons d'un critère de performance  $X$  dépendant du temps (paramètre  $a$ ) et associé au composant  $C$  qui doit faire l'objet de l'intervention de maintenance prévisionnelle. Enfin, nous utiliserons un second critère, à savoir la maintenabilité  $M$ , associé à la réalisation de l'action de maintenance prévisionnelle pendant la durée de l'arrêt de production (paramètre  $d$ ).

Les quantités intervenant dans le théorème (3.18) peuvent toutes être explicitées. Grâce à l'hypothèse d'indépendance, la probabilité d'un succès (quantité strictement comprise entre 0 et 1) est donc égale à :

$$\begin{aligned} p_i &= P(\text{l'arrêt numéro } i \text{ est un succès}) \\ &= P(\text{la performance de } C \text{ est acceptable à l'instant } a_i \text{ et } C \text{ est maintenable en } d_i \text{ unités de temps}) \\ &= P(\text{la performance de } C \text{ est acceptable à l'instant } a_i) \cdot P(C \text{ est maintenable en } d_i \text{ unités de temps}) \\ &= X(a_i) \cdot M(d_i), \quad 1 \leq i \leq n. \end{aligned}$$

Nous en déduisons immédiatement :

$$q_i = 1 - X(a_i) \cdot M(d_i), \quad 1 \leq i \leq n, \quad \text{et} \quad r_i = X(a_i) \cdot M(d_i) / (1 - X(a_i) \cdot M(d_i)), \quad 1 \leq i \leq n.$$

On a nécessairement :  $p_i \in ]0;1[$ ,  $1 \leq i \leq n$ , et de même pour les  $r_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ .

---

<sup>104</sup> Très récemment, Thomas Bruss et Guy Louchard ont combiné l'algorithme de Bruss avec une estimation séquentielle des *odds* dans la situation où ces derniers sont *a priori* inconnus [Bruss and Louchard, 2009].

### ÉTAPE 1 : Calculer l'indice $s$

- Écrire les *odds* de la façon suivante, en commençant du dernier (pour  $i = n$ ) au premier (pour  $i = 1$ ) :  $r_n, r_{n-1}, r_{n-2}, r_{n-3}, \dots, r_2, r_1$  ;
- Additionner les  $r_i$  « de gauche à droite », c'est-à-dire en commençant par le dernier (*i.e.*  $r_n$ ), jusqu'à ce que cette somme dépasse 1 (au sens large). Il s'agit donc de calculer les quantités  $(K_i)_{1 \leq i \leq n} := (r_n + r_{n-1} + \dots + r_{n-i+1})_{1 \leq i \leq n} = \left( \sum_{j=1}^i r_{n-j+1} \right)_{1 \leq i \leq n}$  ;
- Si la valeur 1 est atteinte, le premier indice  $i$  pour lequel ces sommes atteignent la valeur 1 est l'indice  $s$  cherché;
- Si la valeur 1 n'a pas été atteinte, on pose  $s := 1$ .

Il s'agit bien là de l'interprétation exacte de la formule (3.20).  $s$  est l'indice à partir duquel on recherche le premier succès de la suite finie des observations. Le cas  $s = 1$  signifie par exemple que le premier succès qui apparaît doit être considéré.

### ÉTAPE 2 : Calculer la valeur $V$

Il est tout aussi aisé de calculer la récompense optimale associée à cette stratégie. En vertu de (3.21), on calcule en effet d'abord  $Q_s := q_n q_{n-1} \dots q_s = \prod_{j=s}^n q_j$ , puis  $V = V_s = Q_s \cdot K_s$ .

### ÉTAPE 3 : Estimer l'arrêt de production optimal pour développer l'action de maintenance préventive

Les probabilités de succès étant dans cette application dépendantes des événements considérés, nous proposons dans cette étape de suggérer un arrêt de production précis censé être précisément le succès recherché. L'idée la plus naturelle consiste à privilégier, parmi les arrêts éligibles (c'est-à-dire à partir du numéro  $s$ ), l'arrêt de production dont la probabilité de succès est la plus grande (en valeur absolue).

- Si  $\sum_{i=1}^n r_i \geq 1$  : puisque les probabilités de succès associées à chaque arrêt de production sont connues, nous proposons de développer l'action de maintenance durant l'arrêt de

production dont le *odds* (ou la probabilité de succès<sup>105</sup>) est le plus élevé. Si plusieurs arrêts de production possèdent un *odds* (ou une probabilité de succès) qui réalise ce maximum, c'est le dernier de ces arrêts de production (celui de plus grand indice, qui vient donc le plus tard) qui est sélectionné ;

- Sinon : heuristiquement parlant, on peut supposer qu'aucun arrêt de production ne permettra, en l'état, de réaliser l'action de maintenance préventive prévue. En effet, les probabilités de succès des arrêts sont trop faibles, et un risque existe soit quant à la fiabilité (ou la performance) du composant, soit quant à sa maintenabilité. Nous suggérons alors dans ce cas d'imposer un arrêt de production supplémentaire, si le besoin en est impérieux, dédié à l'intervention de maintenance préventive prévue, sur la base objective du résultat de l'algorithme de Bruss (à savoir qu'aucun des arrêts de production planifiés ne permettra, *a priori*, de réaliser cette intervention). Dans ce cas, bien entendu, l'action de maintenance ne pourra plus être qualifiée d'opportune.

### ÉTAPE 3 bis : Imposer un arrêt de production

Si la somme des *odds* n'atteint pas la valeur 1 à cause de la maintenabilité (les arrêts sont « trop courts »), il est possible d'augmenter, de façon fictive (à des fins de simulation), la durée de certains de ces arrêts (par exemple de 30 % de leur durée initiale) et de relancer l'algorithme de Bruss. En cas de succès, la décision peut être d'augmenter la durée d'un arrêt de production existant de 30 % de sa valeur.

Si la somme des *odds* n'atteint pas la valeur 1 à cause de la fiabilité (ou d'un défaut de performance), alors le processus de dégradation en cours sur le composant est avancé, et un arrêt de production doit être planifié au plus tôt. L'expert peut alors avancer dans le temps, de façon fictive (à des fins de simulation), certains arrêts de production et relancer l'algorithme de Bruss. En cas de succès, la décision peut être d'avancer dans le temps un arrêt de production existant.

Si la somme des *odds* n'atteint pas 1 à cause de l'ensemble des critères, il n'existe pas d'instant futur privilégié. Un arrêt de production à court terme devra être programmé afin de réaliser l'intervention de maintenance. Cet arrêt s'avérera pénalisant pour la production, mais pertinent pour la maintenance et imposé de façon objective et non subjective.

---

<sup>105</sup> En effet, le *odds*  $r$  est une fonction strictement croissante de la probabilité  $p$  :  $r = \frac{p}{1-p}$ .



Dans le même ordre d'idée, il faut mentionner le fait suivant : l'utilisation de plusieurs critères indépendants pour qualifier un arrêt de production de succès (pour la réalisation d'une intervention de maintenance prévisionnelle) fait de manière évidente baisser les probabilités de succès. En effet, plus le nombre de conditions à remplir pour pouvoir être qualifié de succès est important, et plus la probabilité pour un arrêt d'être effectivement un succès est faible. Cela se traduit immédiatement dans les calculs : plus on multiplie de nombres strictement compris entre 0 et 1, plus on se rapproche de 0. Or, les *odds* sont une quantité strictement croissante des probabilités de succès. Ainsi, plus le nombre de critères indépendants est important, et moins l'expert aura des chances d'obtenir une somme cumulée des *odds* qui dépassera 1, auquel cas aucun arrêt privilégié ne se dégagera : la première opportunité sera à privilégier. En conclusion, pour utiliser la version originale de l'algorithme de Bruss, l'expert doit être conscient que le nombre de critères à réunir doit être restreint, et donc que les critères doivent être très ciblés. Plus le nombre de critères est important, plus les *odds* seront proches de zéro, et moins la stratégie sera active (c'est-à-dire susceptible de fournir une aide à la décision de maintenance pertinente). Nous verrons cependant, dans la dernière partie de cette section, comment exploiter l'algorithme afin de prendre en compte un nombre plus important de critères et donc d'obtenir un arrêt de production privilégié qui réalise un compromis entre ces différents critères.

#### 3.2.1.4 Exemples d'application académiques de l'algorithme de Bruss à des problématiques de type (Q2) en maintenance

L'algorithme de Bruss est illustré dans cette partie sur des exemples académiques, mais réalistes. L'unité de temps utilisée sera l'heure (h). Les notations et définitions précédentes sont conservées. Pour les applications, le logiciel *Matlab* a été utilisé, mais tout logiciel de calcul dans lequel les opérations et fonctions élémentaires (division, calcul d'une exponentielle...) peut convenir. Au vu de la relative simplicité des calculs mis en jeu, on constatera que l'obtention des résultats est immédiate. Certains des résultats qui suivent sont synthétisés dans [Levrat, *et al.*, 2008b].

➤ Cas monocomposant : la sélection de l'arrêt optimal

L'algorithme de Bruss est utilisé pour trouver l'arrêt de maintenance le plus pertinent pour effectuer une intervention de maintenance préventive fixée sur un composant  $C$  donné du système de production [Thomas, *et al.*, 2006].

Un processus de dégradation est constaté sur ce composant, à l'aide du processus de surveillance et diagnostic. Le processus de pronostic évalue la durée de vie résiduelle (RUL) de ce composant (en heures), sous l'hypothèse qu'aucune action de maintenance n'est effectuée sur ce composant<sup>106</sup>. Le responsable de la maintenance a fixé le paramètre  $\alpha$  à 0,95 (il veut être sûr à 95 % que la date de la défaillance sera située dans l'intervalle de temps associé ; voir le chapitre 1), et obtient que  $t_{0,95} = 1\,500$  h. Ainsi, l'horizon d'observation est égal à 1 500 h. La liste des arrêts de production prévus entre l'instant courant de détection du processus de dégradation et  $t_{0,95}$  est obtenue grâce au système de GMAO, qui regroupe notamment l'ensemble des arrêts de production planifiés (en accord avec la production). Ces arrêts de production sont supposés être au nombre de 12 et distribués comme suit sur l'horizon temporel (Tableau 3.23) :

Numéro de l'arrêt de production	Début (h)	Durée (h)
1	200	3
2	310	2
3	400	4
4	560	2
5	620	1
6	690	4
7	800	4
8	910	2
9	980	3
10	1 100	7
11	1 250	3
12	1 360	4

Tableau 3.23. Détail des douze arrêts de production, en unités de temps (h).

La probabilité de succès  $p_i$  d'un arrêt de production ( $1 \leq i \leq 12$ ) sera estimée à l'aide des caractéristiques de fiabilité (fonction  $X$ ) et de maintenabilité (fonction  $M$ ) de  $C$ , également

<sup>106</sup> Dans le cas où aucun processus de pronostic n'est disponible, il est ici possible de faire usage de la fonction fiabilité et d'attendre le prochain arrêt de maintenance prévu dans le cadre de la stratégie de maintenance préventive systématique développée sur le système de production.

disponibles *via* la GMAO. À des fins d'illustration, la distribution de fiabilité du composant  $C$  est ainsi supposée suivre une loi de Weibull dont les paramètres seront successivement les suivants : (0,8 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 2,5 ; 3) pour le paramètre de forme, (100 h ; 200 h ; 400 h ; 700 h ; 1 000 h ; 1 500 h) pour le paramètre d'échelle, et 0 pour le paramètre de localisation. La distribution de maintenabilité de  $C$  relativement à l'action de maintenance fixée sera supposée suivre une loi exponentielle, dont le paramètre prendra successivement les valeurs suivantes : ( $4 \text{ h}^{-1}$  ;  $2 \text{ h}^{-1}$  ;  $1 \text{ h}^{-1}$  ;  $0,5 \text{ h}^{-1}$  ;  $0,25 \text{ h}^{-1}$  ;  $0,125 \text{ h}^{-1}$  ;  $0,0625 \text{ h}^{-1}$ ). À partir de ces données, les probabilités de succès associées à chacun des arrêts de production sont calculées, ainsi que leurs *odds* correspondants. Pour être calculées, les probabilités de succès nécessitent donc de disposer d'un modèle fiabiliste capable d'évaluer la probabilité que le composant  $C$  soit survivant à un instant donné. Dans la suite, un modèle simple<sup>107</sup> a été utilisé, dans lequel le système de production est supposé être uniquement dans l'un des deux états complémentaires « en fonctionnement » ou « en arrêt de production ». Pour les applications, un tel modèle sera suffisant car une « incertitude minimale » sur les probabilités de succès n'aura que peu d'incidence sur la décision finale<sup>108</sup>. Par contre, des incertitudes sur les caractéristiques des arrêts de production semblent avoir plus d'impact sur la décision, mais restent dans une certaine mesure peu influentes sur le résultat (*cf.* Annexe II).

En vertu de la somme intervenant dans (3.20), la somme cumulée des *odds* est calculée (Tableaux 3.27, 3.28 et 3.29). Dans chacune des colonnes des tableaux 3.27, 3.28 et 3.29 figure donc la somme cumulée des *odds* pour une valeur particulière des paramètres définissant les distributions de fiabilité et de maintenabilité. L'algorithme s'exécute de façon instantanée. Les indices  $s$  sont représentés en gras dans les tableaux.

Enfin, dans la dernière ligne de ces trois tableaux figure l'arrêt de production suggéré par l'algorithme de Bruss. Cet arrêt de production est donc le dernier (dans l'ordre chronologique) susceptible de permettre la réalisation de l'intervention de maintenance fixée, maximisant la probabilité de succès.

---

<sup>107</sup> Pour être plus réaliste, il faudrait être capable d'évaluer plus précisément la probabilité d'être survivant à un instant donné. Cela peut être réalisé en affinant le modèle de fonctionnement du système de production (qui est, sous sa forme la plus simple, un modèle binaire de type « En fonctionnement–En arrêt »), par exemple en intégrant une phase dynamique d'arrêt du système de production (ralentissement progressif vers l'état arrêt) et une phase dynamique de redémarrage (reprise progressive du fonctionnement du système). Prendre en compte ces dynamiques permettrait d'obtenir une distribution de fiabilité plus réaliste.

<sup>108</sup> En effet, l'algorithme de Bruss, de par (3.20) et de par la façon d'obtenir l'arrêt optimal, semble peu sensible à une « variation minimale » sur la valeur des probabilités de succès. La valeur  $V$  (*cf.* définition 3.4) est fonction continue des *odds*.

Numéro de l'arrêt de production	Somme des <i>odds</i> pour le paramètre de forme égal à					
	0,8	1	1,5	2	3	5
12	0,20	0,15	0,07	0,02	0,00	0,00
11	0,39	0,31	0,15	0,06	0,01	0,00
10	0,70	0,57	0,32	0,16	0,03	0,00
9	0,98	0,82	0,51	0,30	0,10	0,01
8	<b>1,21</b>	<b>1,03</b>	0,69	0,44	0,18	0,03
7	1,61	1,43	<b>1,04</b>	0,77	0,45	0,20
6	2,10	1,92	1,54	<b>1,28</b>	0,99	0,79
5	2,29	2,11	1,76	1,51	<b>1,24</b>	<b>1,10</b>
4	2,67	2,52	2,22	2,02	1,88	1,98
3	3,52	3,48	3,52	3,72	4,49	6,43
2	4,13	4,17	4,42	4,81	5,87	8,08
1	5,29	5,58	6,42	7,33	9,02	11,53
Arrêt proposé	10	10	7	6	6	6

Tableau 3.24. Sommes cumulées des *odds*, arrondies à 0,01, selon le paramètre de forme.

Dans le tableau 3.24, le paramètre d'échelle et le paramètre de la loi exponentielle sont fixés, et sont égaux à 700 h et  $0,5 \text{ h}^{-1}$  respectivement (ainsi, le temps moyen pour effectuer l'intervention de maintenance est égal à  $\text{MTTR} = 2 \text{ h}$ ). Les probabilités associées à chaque arrêt de production sont fournies à titre indicatif, arrondies à 0,01, pour le cas où le paramètre de forme est égal à 0,8 : elles valent 0,54, 0,39, 0,46, 0,28, 0,16, 0,33, 0,29, 0,19, 0,22, 0,24, 0,16, 0,17, respectivement, du premier arrêt de production au douzième arrêt de production. Ainsi, dans le cas où le paramètre de forme est égal à 0,8, la somme cumulée du huitième *odds* au douzième *odds* dépasse 1, mais la somme cumulée du neuvième *odds* au douzième *odds* n'atteint pas 1. Cela permet d'affirmer que l'indice  $s$  vaut 8, et que l'arrêt de production optimal est le dixième, car à partir de l'arrêt 8 inclus c'est l'arrêt numéro 10 qui possède la plus grande probabilité (0,24 en l'occurrence, valeur que l'on peut retrouver à partir du *odds*  $0,70 - 0,39 = 0,31$  lu dans le tableau 3.24, car  $0,31/(1 + 0,31) = 0,236\dots$ ).

On procède de la même façon pour toutes les autres valeurs possibles des paramètres. Pour ne pas alourdir inutilement la présentation du document par trop de chiffres, les probabilités ne sont pas fournies (mais elles sont facilement recalculables à l'aide des distributions et des paramètres fournis).

Le tableau 3.24 fait apparaître que plus le paramètre de forme augmente, plus l'instant optimal de réalisation de l'intervention de maintenance vient rapidement. En d'autres termes, plus le système se dégrade, et plus il faut intervenir rapidement (la fiabilité devient prépondérante par rapport à la maintenabilité). Cette conclusion persiste si les constantes

700 h et  $0,5 \text{ h}^{-1}$  sont remplacées par d'autres valeurs réalistes (au sens du problème de maintenance considéré). L'optimalité de la stratégie proposée par l'algorithme de Bruss est mesurée à l'aide de la valeur  $V$  (cf. définition 3.3), qui est environ<sup>109</sup> égale à 0,41, 0,41, 0,41, 0,42, 0,42 et 0,43 lorsque le paramètre de forme vaut 0,8, 1, 1,5, 2, 3 et 5 respectivement (cf. l'équation (3.21)). On vérifie que ces résultats concordent avec le théorème de Bruss : dans le cas où la somme cumulée des *odds* a atteint 1, alors la probabilité de succès de la stratégie est supérieure à 0,36.

Numéro de l'arrêt de production	Somme des <i>odds</i> pour le paramètre d'échelle égal à					
	100	200	400	700	1 000	1 500
12	0,0	0,0	0,0	0,1	0,2	0,6
11	0,0	0,0	0,0	0,1	0,5	<b>1,2</b>
10	0,0	0,0	0,0	0,3	0,9	2,3
9	0,0	0,0	0,0	0,5	<b>1,4</b>	3,2
8	0,0	0,0	0,1	0,7	1,8	3,9
7	0,0	0,0	0,1	<b>1,1</b>	2,5	5,3
6	0,0	0,0	0,2	1,5	3,5	7,1
5	0,0	0,0	0,3	1,8	3,8	7,5
4	0,0	0,0	0,4	2,2	4,6	8,5
3	0,0	0,1	0,9	3,5	6,6	11,6
2	0,0	0,2	<b>1,4</b>	4,4	7,8	13,0
1	0,5	0,6	2,6	6,4	10,2	15,8
Arrêt proposé	1	1	3	7	10	12

Tableau 3.25. Sommes cumulées des *odds*, arrondies à 0,1, selon le paramètre d'échelle.

Dans le tableau 3.25, le paramètre de forme et le paramètre de la loi exponentielle sont fixés, et sont égaux à 1,5 et  $0,5 \text{ h}^{-1}$  respectivement (la valeur exacte de ces constantes n'influe pas sur le résultat). On constate que plus le paramètre d'échelle augmente, plus l'instant optimal de réalisation de l'intervention de maintenance vient tardivement. En effet, à maintenabilité égale, plus le système se dégrade tardivement et moins il faut intervenir rapidement.

<sup>109</sup> Les résultats sont arrondis à 0,01.

Numéro de l'arrêt de production	Somme des <i>odds</i> pour le paramètre de la loi exponentielle égal à						
	4	2	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
12	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0
11	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0
10	0,4	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,1
9	0,6	0,6	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1
8	0,9	0,9	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1
7	<b>1,4</b>	<b>1,4</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	0,7	0,4	0,2
6	2,0	2,0	1,9	1,5	<b>1,1</b>	0,6	0,3
5	2,8	2,6	2,3	1,8	1,1	0,7	0,3
4	3,8	3,6	3,0	2,2	1,4	0,8	0,4
3	5,7	5,5	4,8	3,5	2,1	<b>1,1</b>	0,6
2	8,6	8,2	6,7	4,4	2,5	1,3	0,7
1	14,7	14,2	11,1	6,4	3,3	1,7	0,8
Arrêt proposé	7	7	7	7	6	3	1

Tableau 3.26. Sommes cumulées des *odds*, arrondies à 0,1, selon le paramètre de la loi exponentielle.

Dans le tableau 3.26, le paramètre de forme et le paramètre d'échelle sont fixés, et sont égaux à 1,5 et 700 h respectivement (la valeur exacte de ces constantes n'influe pas sur le résultat). On constate que plus le paramètre de la loi exponentielle augmente, plus l'instant optimal de réalisation de l'intervention de maintenance vient rapidement. Dans les trois premières colonnes, la maintenabilité ne pénalise pas la valeur des *odds*. Ainsi, l'arrêt de production est dans ces trois cas déterminé par la seule fiabilité. Puis, à mesure que le paramètre de la loi exponentielle augmente, la maintenabilité devient prépondérante et les arrêts de production sélectionnés sont « les plus longs » avant l'arrêt numéro 7. Enfin, dans le cas où le paramètre de la loi exponentielle est égal à 0,0625, la somme totale cumulée de tous les *odds* n'atteint pas 1. Aucun arrêt de production ne semble assez long pour réaliser l'intervention de maintenance fixée sur le composant C. Une décision dégradée est proposée par l'algorithme (à savoir, le premier arrêt de production, dont la probabilité de succès est la plus forte).

En fait, dans cette situation, l'expert doit imposer un arrêt de production consacré à la réalisation de l'intervention de maintenance. Comme il a été vu dans la partie précédente, l'expert peut dans ce cas précis faire usage d'un arrêt de production existant, et en augmenter la durée. Une telle décision repose sur le résultat objectif de l'algorithme de Bruss.

➤ Le classement de l'ensemble des arrêts de production

L'algorithme de Bruss est utilisé afin de classer l'ensemble des arrêts de production par ordre décroissant d'optimalité, ce qui permet d'effectuer des regroupements d'actions de maintenance opportunes de première espèce [Thomas, *et al.*, 2007].

L'exemple considéré fait intervenir deux composants indépendants  $C_1$  et  $C_2$  d'un même système de production, afin de mettre en évidence un autre aspect de l'aide à la décision offert par l'algorithme de Bruss. L'expert maintenance peut en effet souhaiter avoir à sa disposition non seulement le choix optimal proposé par cet algorithme, mais également des choix de repli, ou la possibilité de choisir un arrêt de production sous-optimal mais privilégié par l'expert, par exemple pour regrouper deux actions de maintenance opportunes de première espèce. La démarche est identique à celle adoptée dans l'exemple précédent.

Les deux composants  $C_1$  et  $C_2$  sont supposés être en phase de dégradation, et une action de maintenance préventive prévisionnelle doit être réalisée sur chacun de ces deux composants. Nous supposons pour simplifier que les durées de vie résiduelles de  $C_1$  et  $C_2$  sont toutes deux égales à 1 500 h et que, sur cet horizon d'observation, dix-huit arrêts de production sont prévus, distribués comme indiqué dans le Tableau 3.27.

Numéro de l'arrêt de production	Début (h)	Durée (h)
1	80	3
2	140	2
3	200	4
4	310	2
5	400	1
6	560	4
7	620	4
8	690	2
9	730	1
10	800	7
11	910	3
12	980	14
13	1 050	8
14	1 100	4
15	1 250	3
16	1 360	4
17	1 380	4
18	1 400	5

Tableau 3.27. Détail des dix-huit arrêts de production, en unités de temps (h).

Pour le composant  $C_1$  (respectivement  $C_2$ ), la fiabilité est supposée suivre une loi de Weibull de paramètres 1,5 (respectivement 2) pour le paramètre de forme, 500 h (respectivement 400 h) pour le paramètre d'échelle, et 0 pour le paramètre de localisation. La maintenabilité est supposée distribuée selon une loi exponentielle de paramètre  $0,3 \text{ h}^{-1}$  (respectivement  $0,8 \text{ h}^{-1}$ ).

L'algorithme de Bruss fournit alors, pour ce contexte, les résultats suivants : pour le composant  $C_1$  (respectivement  $C_2$ ), l'indice  $s$  vaut 6 (respectivement 4), la stratégie optimale est d'attendre le sixième (respectivement quatrième) arrêt. La valeur associée à cette stratégie est de 39,69 % (respectivement 44,24 %). De plus, l'expert peut disposer du classement des arrêts de production, en fonction du composant, par ordre décroissant de pertinence (Tableau 3.28).

Choix	Numéro de l'arrêt		Valeur $V$		Décision optimale, sous-optimale ou dégradée pour les deux composants
	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	
1	6	4	0,40	0,44	<b>OPTIMALE</b>
2	4	3	0,39	0,50	Sous-optimale
3	3	2	0,40	0,49	Sous-optimale
4	2	1	0,40	0,52	Sous-optimale
5	1	5	0,40	0,36	Sous-optimale ( $C_1$ ), Dégradée ( $C_2$ )
6	7	6	0,39	0,27	Dégradée
7	5	7	0,36	0,18	Dégradée
8	10	8	0,33	0,10	Dégradée
9	8	9	0,28	0,06	Dégradée
10	12	10	0,24	0,04	Dégradée
11	11	11	0,20	0,01	Dégradée
12	13	12	0,16	0,01	Dégradée
13	9	13	0,12	0,00	Dégradée
14	14	14	0,08	0,00	Dégradée
15	15	15	0,04	0,00	Dégradée
16	16	16	0,03	0,00	Dégradée
17	18	17	0,02	0,00	Dégradée
18	17	18	0,01	0,00	Dégradée

Tableau 3.28. Résultats complets (les résultats sont arrondis à 0,01).



Dans le tableau 3.28, pour chacun des deux composants, seul le premier arrêt peut être qualifié d'« optimal » : c'est celui qui est préconisé par l'algorithme de Bruss pour le problème originel (les différents indices  $s$  calculés ne sont pas représentés dans ce tableau). Pour les autres arrêts, la décision est nécessairement sous-optimale.

Pour un composant donné, l'adjectif « sous-optimal » signifie qu'un « arrêt optimal » a été trouvé par l'algorithme de Bruss (la somme cumulée des *odds* a dépassé 1), mais cette solution est optimale pour un problème qui n'est plus le problème originel. En effet, considérons l'un des deux composants. Pour une ligne  $l$  donnée du tableau 3.28 où figure le qualificatif « sous-optimal » pour ce composant, les arrêts déjà préconisés pour ce composant (l'arrêt optimal et les arrêts sous-optimaux qui apparaissent dans les  $l - 1$  lignes précédentes) sont supprimés. Aussi, le contexte du problème est différent pour chaque ligne, puisque certains arrêts (ceux proposés dans les lignes précédentes) ne sont plus supposés exister. Il en va bien entendu de même pour l'autre composant.

Pour un composant donné, l'adjectif « dégradé » signifie quant à lui que la somme cumulée totale des *odds* n'a pas atteint 1. La valeur associée à une décision « dégradée » est alors généralement inférieure à 0,37, en vertu du théorème 3.18. L'arrêt de production de plus grande probabilité de succès est alors proposé comme solution « dégradée » pour ce composant. De façon heuristique, il est peu probable qu'une décision dégradée soit propice au développement de l'intervention de maintenance prévisionnelle prévue sur ce composant. Il en va bien entendu de même pour l'autre composant.

Pour un composant donné, si aucune solution optimale n'est trouvée pour le problème originel (et donc toutes les solutions sont dégradées), c'est sans doute que l'expert a défini un nombre trop important de critères pour caractériser la notion de succès associée à un arrêt de production. La solution alors pour retrouver une solution optimale consiste soit à réduire le nombre de critères, soit à utiliser l'algorithme de Bruss différemment, comme nous le verrons dans le dernier exemple de ce paragraphe.

*Par ailleurs, puisque les lignes du tableau 3.28 renvoient toutes à un problème différent, la comparaison des valeurs entre deux lignes n'a pas de sens, y compris pour un même composant. Les valeurs ne sont présentées que pour illustrer, de façon quantitative, à l'aide du théorème 3.18, la différence entre une décision dégradée et une qui ne l'est pas.*

De façon plus précise, les résultats du tableau 3.28 ont été obtenus (pour chaque composant) en utilisant l'algorithme de Bruss original de façon récursive, en supprimant, à chaque étape, l'arrêt proposé à l'étape précédente de la liste des arrêts de production candidats à l'intervention de maintenance prévisionnelle. Interprétons par exemple une ligne du Tableau 3.28 : pour le composant  $C_1$  (respectivement  $C_2$ ), en cinquième choix (c'est-à-dire si les quatre premiers arrêts préconisés sont supprimés), l'algorithme de Bruss propose de considérer l'arrêt de production numéro 1 (respectivement 5) pour effectuer une action de maintenance préventive, et cette stratégie est optimale avec probabilité 0,40 (respectivement 0,36) ; cette décision est sous-optimale car quatre arrêts de production sont supposés ne pas exister. Cette décision est même dégradée pour le composant  $C_2$  car la somme totale cumulée des *odds* n'a pas atteint 1.

Le tableau 3.28 peut être exploité par l'expert maintenance de la façon suivante pour réaliser des regroupements d'actions de maintenance opportunes de première espèce : l'expert peut décider d'effectuer une action de maintenance sur le composant  $C_2$  pendant le quatrième arrêt de production, puis une autre action de maintenance sur le composant  $C_1$  pendant le sixième arrêt. Ce scénario correspond à une décision optimale pour chacun des deux composants.

Un second scénario est envisageable, qui peut s'avérer plus pertinent (en termes de critères non intégrés à ce niveau de l'aide à la décision de maintenance, tels que les coûts, l'accessibilité aux composants, la disponibilité des personnes ou des pièces de rechange...). En effet, l'expert peut décider de regrouper les deux actions de maintenance lors du quatrième arrêt de production ; ainsi, il effectue une action de maintenance opportuniste. Cette décision est optimale pour l'un des composants, et sous-optimale pour l'autre (le quatrième arrêt vient en deuxième position pour  $C_1$ ). Au final, c'est l'expert seul qui décidera du scénario et sélectionnera l'arrêt ou les arrêts de production au cours duquel ou desquels réaliser les deux interventions de maintenance prévisionnelle prévues sur  $C_1$  et  $C_2$ .

Dans le cas plus général où les durées de vie résiduelle  $t_{\alpha_1}(C_1)$  et  $t_{\alpha_2}(C_2)$  des deux composants sont différentes, où  $(\alpha_1; \alpha_2) \in [0; 1]^2$ , et si l'expert maintenance veut mettre en place une démarche similaire à celle qui vient d'être développée, alors l'horizon d'observation qui doit être considéré est  $t_\alpha := \min(t_{\alpha_1}(C_1); t_{\alpha_2}(C_2))$ .

Enfin, d'autres cas d'application sont présentés dans [Iung, *et al.*, 2007], [Levrat, *et al.*, 2007] et [Levrat, *et al.*, 2008b]. Deux critères (et donc deux façons de définir les probabilités de succès) sont retenus. On constate alors que, selon le critère retenu (fiabilité *versus* performance), la décision de maintenance n'est pas la même (réaliser une intervention de maintenance ou non ; réaliser une intervention de maintenance « bientôt » ou « bien plus tard »). Ces exemples illustrent la complexité du travail (et notamment de la décision) de l'expert maintenance.

- La suppression *a priori* d'un arrêt de production non pertinent :  
démarche générale

L'algorithme de Bruss peut aussi être utilisé pour supprimer de la liste des arrêts de production candidats à la réalisation opportune d'une intervention de maintenance prévisionnelle ceux des arrêts pour lesquels un niveau de performance associé à un critère de performance fixé est clairement trop faible. Ce sera par exemple le cas d'un arrêt de production « trop court » (critère de maintenabilité : l'arrêt ne permettra pas *a priori* de réaliser l'intervention de maintenance) ou « trop éloigné dans le temps » (critère de fiabilité : le composant ne sera *a priori* pas survivant à la date proposée). Cette notion de non acceptabilité *a priori* d'un arrêt de production ne peut être précisée que par l'expert maintenance, en fonction de son expérience et de son savoir-faire. Elle permet de prendre en compte un nombre important de critères pour qualifier un arrêt de production de succès, sans pénaliser le calcul de la probabilité de succès.

Nous proposons dans cette section d'illustrer, sur un exemple académique mais réaliste, comment l'algorithme de Bruss peut intégrer ce savoir-faire de l'expert maintenance afin de l'aider à supprimer de la liste des opportunités potentielles ceux des arrêts de production qui *a priori* ne conviendraient pas pour l'un des critères de performance retenus. L'étude et les résultats proviennent de [Thomas, *et al.*, 2008c].

Supposons que nous considérons un critère de performance  $X$  quelconque parmi un ensemble de critères associés à un arrêt de production candidat à la réalisation d'une intervention de maintenance prévisionnelle sur un composant  $C$ . Il est possible que l'expert puisse détecter *a priori* que certains arrêts de production ne réaliseront pas un niveau de performance acceptable au sens du critère  $X$  : cas d'un arrêt trop court ( $X$  est alors la maintenabilité, et la durée de l'arrêt est « très inférieure » à la moyenne des temps techniques de réparation), cas

d'un arrêt trop éloigné dans le temps ( $X$  est la fiabilité, et la date de l'intervention arrive « bien après » la durée de vie résiduelle estimée de  $C$ ), la qualité des produits manufacturés ne sera plus acceptable ( $X$  est un critère de qualité, et la date de l'intervention arrive « trop tard » par rapport à un processus de dégradation observé), *etc.* Les termes entre simples cotes sont subjectifs, et seul l'expert maintenance, grâce à sa connaissance métier, peut quantifier ces notions afin de les intégrer dans un algorithme. L'algorithme de Bruss permet de façon naturelle d'intégrer la connaissance métier et le savoir-faire de l'expert maintenance afin de l'aider à ne conserver que les arrêts de production qui seront *a priori* pertinents pour la réalisation d'une intervention de maintenance prévisionnelle.

L'intérêt de cette démarche est le suivant. Elle va permettre de corriger un biais qui peut affecter les méthodes de réalisation de compromis et auquel l'algorithme de Bruss, sous la forme que nous avons développée, est sujet. En effet, lors de la réalisation d'un compromis entre au moins deux critères antagonistes, il est possible qu'un des critères soit suffisamment performant pour compenser d'autres critères qui devraient être rédhibitoires pour l'arrêt de production. Par exemple, nous avons observé dans différentes simulations que parfois l'arrêt optimal suggéré par l'algorithme de Bruss était parfaitement non réaliste : l'optimal pouvait être de durée « bien trop courte » pour permettre le développement technique de l'action de maintenance prévisionnelle ; par contre, sa fiabilité était telle qu'elle compensait largement la pénalité infligée par le critère de maintenabilité. Et réciproquement, toujours dans le cas des deux critères indépendants de fiabilité et de maintenabilité, nous avons pu observer qu'un arrêt de production bien trop tardif pouvait être déclaré optimal, car sa durée était très supérieure à celle des autres arrêts. Dans ces deux situations, la probabilité de succès (et donc le *odd*) de l'arrêt était alors convenable, mais « gonflée artificiellement » par la valeur importante d'une de ses composantes. De tels résultats sont en pratique inexploitable en l'état. Pire, ils peuvent conduire à des décisions dramatiques pour l'entreprise, en termes de sécurité notamment. Cela illustre que toute décision fournie par un algorithme doit être discutée, voire critiquée, par un expert, et qu'il ne faut pas toujours suivre strictement les recommandations issues d'un « calcul brut » (hors de toute connaissance métier).

Dans le cas présent, l'algorithme de Bruss peut être adapté afin de corriger ce biais, justement en supprimant de la liste des arrêts candidats à la réalisation de l'intervention prévisionnelle ceux qui n'atteindraient pas un niveau de performance minimal selon chacun des critères retenus. Il est alors de la responsabilité de l'expert maintenance de fixer, pour chaque critère

précisé, un niveau de performance minimal acceptable que devra atteindre tout arrêt candidat à la réalisation de l'action de maintenance prévisionnelle.

Une autre façon de corriger ce biais à l'aide de l'algorithme de Bruss serait de définir un succès comme étant un arrêt de production pour lequel le niveau de performance, associé à un critère de performance donné, est supérieur à un seuil fixé par l'expert maintenance. Cela pose alors le problème du calcul des probabilités de succès, à savoir comment évaluer la probabilité qu'une performance sera supérieure à un niveau fixé. Cela offre une perspective intéressante qui permettrait de confronter l'algorithme de Bruss avec certaines pratiques industrielles.

En pratique, pour supprimer un arrêt de production de la liste des candidats (et une fois que des seuils d'acceptabilité ont été définis pour chaque critère), nous avons utilisé l'algorithme de Bruss pour classer l'ensemble des arrêts de production selon chacun des critères, et avons retiré de la liste ceux qui ne réalisent pas un résultat minimal pour ce critère : dans le cas où  $n$  arrêts de production  $A_1, A_2, \dots, A_n$  sont annoncés, la probabilité de succès associée à chacun de ces arrêts est égale à  $p_i = X(A_i)$ ,  $1 \leq i \leq n$ , leur *odds* est égal à  $r_i = X(A_i)/(1 - X(A_i))$ ,  $1 \leq i \leq n$ , et l'arrêt  $A_i$  n'est conservé que si  $p_i$  est supérieur à un seuil minimal fixé par l'expert maintenance (ce seuil *a priori* ne doit dépendre que du critère  $X$  et non de l'indice  $i$ ).

S'il apparaît, au final, qu'aucun arrêt de production ne réalise un résultat minimal pour l'ensemble des critères, l'expert doit se demander s'il n'a pas été trop exigeant. Dans ce cas, il pourra réduire ses niveaux d'exigence, et donc les seuils de performance minimaux. Dans le cas contraire, c'est qu'aucun des arrêts à venir ne convient, et il faudra alors imposer un arrêt de production spécialement dédié à la réalisation de l'intervention de maintenance prévisionnelle. Ce point a déjà été discuté précédemment.

- La suppression *a priori* d'un arrêt de production non pertinent sur un exemple

Nous présentons maintenant un exemple issu de [Thomas, *et al.*, 2008c] pour illustrer une autre exploitation de l'algorithme de Bruss, à savoir comment supprimer des arrêts de production non acceptables en utilisant la connaissance métier de l'expert maintenance. Le

Le système de production est supposé constitué d'un seul composant  $C$ , en phase de dégradation. La durée de vie résiduelle de  $C$  est supposée égale à 800 h. [L'exemple est académique et cette valeur n'est pas réellement compatible avec les données relatives à la fiabilité qui suivent. Pour ce seul critère et pour les valeurs proposées, une durée de vie résiduelle acceptable serait d'environ 200 h (en fixant un seuil minimum de fiabilité égal à 82 %). Nous avons néanmoins conservé l'exemple à des fins d'illustration. Nous remercions Pierre Dehombreux pour cette remarque.] L'unité de temps est l'heure (h). Avant l'échéance, vingt arrêts sont programmés (voir Tableau 3.29), et l'expert maintenance cherche à savoir *a priori* si l'un des arrêts de production pourra lui permettre de réaliser une action de maintenance prévisionnelle sur  $C$ .

Arrêt de production	Date de début de l'arrêt, en heures (h)	Durée de l'arrêt, en heures (h)
1	30	3,8
2	60	3,0
3	90	3,7
4	120	3,4
5	150	3,8
6	180	3,5
7	210	3,7
8	240	3,4
9	270	3,3
10	300	3,2
11	330	3,2
12	360	3,7
13	390	3,3
14	420	3,5
15	450	3,2
16	480	3,7
17	510	3,4
18	540	3,9
19	570	3,9
20	600	3,6

Tableau 3.29. Caractéristiques des vingt arrêts de production.

Les deux critères que l'expert a choisi de retenir pour discriminer les différents arrêts de production sont la fiabilité et la maintenabilité du composant  $C$ . En l'occurrence, la

maintenabilité de  $C$  est supposée suivre une loi exponentielle de paramètre  $0,2 \text{ h}^{-1}$  (la moyenne des temps techniques de réparation est ainsi égale à 5 h), et la fiabilité de  $C$  est supposée suivre une loi de Weibull de paramètres 1,5 pour le paramètre de forme, 600 h pour le paramètre d'échelle et 0 pour le paramètre de localisation. Les dates de début et durées des arrêts seront exprimés en heures (par exemple, « 0,5 h » signifie « trente minutes »).

Dans les trois tableaux suivants (Tableaux 3.30, 3.31 et 3.32), nous avons appliqué l'algorithme de Bruss dans trois situations pour obtenir le classement de l'ensemble des arrêts de production, par ordre décroissant de pertinence. La première situation ne fait intervenir que le critère de maintenabilité (Tableau 3.30). La deuxième situation ne fait intervenir que le critère de fiabilité (Tableau 3.31). Enfin, la troisième situation fait intervenir les deux critères afin de réaliser un compromis entre maintenabilité et fiabilité (Tableau 3.32).

Dans les trois situations, l'ensemble des données de départ est identique, seuls les critères changent d'une situation à l'autre. Au sein d'une même situation, par contre, les critères sont identiques, et c'est l'ensemble des arrêts de production qui est réduit d'une unité à chaque étape du classement des arrêts de production.

La notion de succès est définie par l'expert maintenance, qui fixe un seuil compris entre 0 et 1 reflétant son niveau d'exigence en fonction de sa connaissance métier (plus le seuil est élevé, plus l'expert est exigeant). Un seuil trop élevé va conduire à ne retenir aucun arrêt de production, car tous les arrêts seront supprimés, faute de pouvoir satisfaire au niveau d'exigence fixé par l'expert. Le seuil peut être interprété comme le risque que l'expert tolère quant à la « bonne réalisation » (au sens du critère de performance considéré) de l'action de maintenance prévisionnelle. La valeur d'un seuil est propre à un critère ; elle reflète la connaissance de l'expert concernant la criticité du composant  $C$ , sa performance attendue, l'environnement de  $C$ , la prise en compte de la sécurité de l'intervention... La signification que revêt un seuil dépend donc du critère considéré.

- Le critère de maintenabilité

Dans le tableau 3.30, le critère de performance retenu est la maintenabilité. L'expert a fixé un seuil neutre de 0,50. Remarquons que, pour ce critère, la date de début n'intervient pas dans le calcul des probabilités de succès.

Les lignes du tableau 3.30 qui sont intégralement renseignées correspondent à ceux des arrêts de production qui répondent au niveau d'exigence fixé par l'expert. Les lignes du tableau où

figure le symbole \* correspondent aux arrêts de production qui ne répondent pas au niveau d'exigence fixé par l'expert.

De tels arrêts devraient donc être supprimés *a priori* de la liste des candidats à la réalisation de l'intervention de maintenance prévisionnelle sur le composant C.

Rang	Arrêt proposé	Valeur de la stratégie	Probabilité de succès
1	20	0,51	0,51
2	19	0,54	0,54
3	18	0,54	0,54
4	16	0,50	0,52
5	17	*	*
6	14	0,50	0,50
7	13	*	*
8	12	0,50	0,52
9	11	*	*
10	10	*	*
11	9	*	*
12	8	*	*
13	7	0,50	0,52
14	6	0,50	0,50
15	5	0,50	0,54
16	4	*	*
17	3	0,50	0,52
18	15	*	*
19	1	0,50	0,54
20	2	*	*

Tableau 3.30. Classement des arrêts de production (critère : maintenabilité, seuil : 0,50).

Dans le tableau 3.30, les vingt arrêts de production sont classés par ordre décroissant de pertinence pour le critère de maintenabilité. Cette liste est obtenue en appliquant récursivement l'algorithme de Bruss, comme expliqué précédemment. L'objectif est de sélectionner le dernier succès, en termes de maintenabilité, tout en garantissant un niveau de performance fixé par l'expert (c'est-à-dire, dans cet exemple, que la durée de l'arrêt de production doit être suffisante pour que la probabilité de réaliser l'intervention durant l'arrêt considéré soit supérieure ou égale à ½).



Plus précisément, la première colonne désigne le rang de l'arrêt de production, par ordre décroissant de pertinence. La deuxième colonne fournit l'arrêt de production correspondant. La troisième colonne fournit la valeur (au sens de la définition 3.3) associée à la stratégie consistant à sélectionner l'arrêt de production proposé. La valeur est calculée en utilisant 3.21. Dans le cas où l'algorithme suggère de supprimer l'arrêt de production car il ne satisfait pas au niveau d'exigence fixé par l'expert, aucune probabilité n'est renseignée puisque l'arrêt n'a pas à être sélectionné. La quatrième colonne fournit la probabilité avec laquelle l'arrêt correspondant satisfait aux exigences de l'expert pour le critère de performance considérée ; cette probabilité est calculée à l'aide de la fonction  $X$ . Cette probabilité est en fait exactement la probabilité de succès de l'arrêt de production, lorsqu'un succès est défini uniquement en termes de maintenabilité. En effet, aucun autre critère de performance n'est utilisé. Si cette probabilité est strictement inférieure au seuil fixé par l'expert, alors le symbole \* est utilisé. Notons que les chiffres de la troisième et de la quatrième colonne n'entretiennent aucun rapport (le premier est propre à la stratégie adoptée, le second est propre à l'arrêt de production).

Nous rappelons que les durées des arrêts de production sont toutes comprises entre trois et quatre heures, alors que la moyenne technique des temps de réparation est de cinq heures. Nous précisons à nouveau que deux lignes différentes du tableau 3.30 (respectivement 3.31, 3.32) sont indépendantes, et qu'en particulier cela n'a pas de sens de comparer les chiffres entre deux telles lignes. En effet, le problème résolu n'est pas le même, puisque les données (en l'occurrence l'ensemble des arrêts de production à venir) diffèrent.

Au sens de la maintenabilité, et avec le niveau d'exigence qui a été fixé par l'expert, la stratégie optimale consiste à attendre le vingtième arrêt de production. Les arrêts de production les plus courts ont été pénalisés. Si le seuil avait été fixé à 0,52 au lieu de 0,50, alors les arrêts de production numéro 6, 14 et 20 seraient exclus de la liste des candidats, auquel cas la stratégie optimale consisterait à attendre l'arrêt de production numéro 19. Dans cette situation, la solution optimale fournie par l'algorithme de Bruss ne satisfierait pas aux exigences de l'expert maintenance. Pour cette raison, il est important de disposer non seulement de la solution optimale, mais également de solutions sous-optimales ou dégradées, elles-mêmes obtenues à l'aide de l'algorithme de Bruss.

- Le critère de fiabilité

Pour le critère de fiabilité, le seuil a été fixé à 0,50 par l'expert (seuil neutre). La durée des arrêts de production n'intervient pas dans ce cas. Les durées sont régulièrement réparties, de trente heures en trente heures, sur l'horizon d'observation. Le tableau 3.31 s'interprète de la même manière que le tableau 3.30.

Rang	Arrêt proposé	Valeur de la stratégie	Probabilité de succès
1	19	*	*
2	18	*	*
3	17	*	*
4	16	*	*
5	15	0,51	0,52
6	14	0,51	0,56
7	13	0,52	0,59
8	12	0,53	0,63
9	11	0,54	0,67
10	10	0,55	0,70
11	9	0,56	0,74
12	8	0,57	0,78
13	7	0,58	0,81
14	6	0,59	0,85
15	5	0,60	0,88
16	4	0,61	0,91
17	3	0,62	0,94
18	2	0,62	0,97
19	1	0,63	0,99
20	20	*	*

Tableau 3.31. Classement des arrêts de production (critère : fiabilité, seuil : 0,50).

Nous remarquons que le seuil a permis d'éliminer les arrêts numéros 16, 17, 18, 19 et 20. Les arrêts les plus éloignés dans le temps sont pénalisés. Remarquons que l'arrêt optimal proposé par l'algorithme de Bruss (ainsi que les trois arrêts sous-optimaux suivants) ont été exclus grâce au seuillage. L'arrêt de production qui se dégage dans cette situation est l'arrêt numéro 15. La différence entre une stratégie optimale et le choix d'un arrêt qui puisse satisfaire aux exigences de l'expert maintenance est illustrée.

Bien entendu, cette étude pourrait être menée avec tout autre critère de performance que l'expert aurait à sa disposition. Mais nous allons maintenant conduire la même démarche, en combinant le critère de fiabilité et le critère de maintenabilité. Nous allons obtenir des candidats optimaux (au sens de l'algorithme de Bruss) et pertinents (au sens des différents critères retenus).

- Les critères de fiabilité et de maintenabilité réunis

La lecture des seuls tableaux 3.30 et 3.31 ne fait pas apparaître clairement un arrêt de production privilégié, qui réaliserait un compromis acceptable pour chacun des deux critères et qui serait en outre optimal. L'utilisation de l'algorithme de Bruss avec un seuil nous fournit ce candidat (voir le tableau 3.32 en page suivante). En l'occurrence, le seuil a été fixé à 0,35, ce qui est supérieur au produit 0,25 des deux précédents seuils.

L'arrêt de production privilégié qui se dégage est l'arrêt numéro 12 (Tableau 3.32). Ce choix ne semblait pas s'imposer à l'origine. Avec d'autres seuils, le résultat eût été bien entendu différent. Remarquons que dans l'absolu, l'arrêt optimal (au sens du problème originel) est l'arrêt numéro 18, qui n'est optimal ni pour le critère de fiabilité, ni pour le critère de maintenabilité. Mais c'est le dernier arrêt qui réalise le meilleur compromis global. Cependant, il ne garantit pas que l'action de maintenance prévisionnelle puisse être réalisée avec une probabilité supérieure à 35 %. Une telle garantie ne pourra être associée qu'à un arrêt plus long (à fiabilité égale) ou plus rapproché dans le temps (à maintenabilité égale).

On le voit, le problème du compromis (choisir un arrêt de production convenable pour la maintenabilité et pour la fiabilité) est un problème relativement délicat.

*L'arrêt de production numéro 12 est donc un candidat acceptable pour chacun des deux critères retenus (il réalise un compromis entre ces deux critères), et il est optimal au sens de l'algorithme de Bruss appliqué à une variante du problème originel (en effet, les arrêts de production non acceptables pour l'un des critères sont supprimés de la liste des candidats). Ce choix ne s'imposait pas, a priori, ni suite à l'étude de la distribution des arrêts de production, ni par la prise en compte de la fiabilité seule, ni par la prise en compte de la maintenabilité seule. Mais la combinaison de ces deux critères et la formulation explicite d'une contrainte à optimiser ont permis de dégager ce compromis.*

Rang	Arrêt de production proposé	Valeur de la stratégie	Probabilité de succès
1	18	*	*
2	16	*	*
3	15	*	*
4	14	*	*
5	13	*	*
6	12	0,42	0,35
7	11	*	*
8	10	0,42	0,35
9	9	0,42	0,37
10	8	0,42	0,40
11	7	0,43	0,44
12	6	0,43	0,44
13	5	0,43	0,48
14	4	0,43	0,46
15	3	0,43	0,50
16	2	0,43	0,44
17	1	0,43	0,53
18	17	*	*
19	19	*	*
20	20	*	*

*Tableau 3.32. Classement des arrêts de production  
(critères : fiabilité et maintenabilité, seuil : 0,35).*

Par contre, il faut souligner que la détermination d'un seuil par l'expert peut se révéler une tâche ardue dans un environnement complexe impliquant de nombreux critères, et sans doute qu'une perspective intéressante de recherche serait de trouver des outils permettant à l'expert d'évaluer ou de fixer les seuils d'exigence des arrêts de production en fonction des critères retenus.

### 3.2.1.5 Conclusion

L'algorithme de Bruss peut être exploité par l'expert maintenance sous de multiples formes. En particulier, des résultats tels que les tableaux 3.30, 3.31 et 3.32 peuvent receler des renseignements très utiles pour le problème de sélection d'un arrêt de production convenable dans un contexte donné. Ils mettent en évidence que l'algorithme de Bruss peut être mis à

profit avec succès dans des situations pour lesquelles il ne semblait pas avoir été conçu initialement. Nous ne doutons pas qu'il peut être utilisé à profit afin d'aider à résoudre d'autres types de problèmes en maintenance. D'autres études seront certainement nécessaires pour poursuivre l'exploration des résultats et algorithmes présentés dans ce document et améliorer la prise de décision pour les actions de maintenance opportunes de première espèce, par exemple en permettant d'intégrer des facteurs humains en plus de la connaissance métier de l'expert.

Nous allons maintenant nous consacrer à la notion de regroupement d'actions de maintenance, et notamment à la notion d'action de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce, où  $C$  est un composant donné du système de production.

### 3.2.2 Les relations d'équivalence (pour les actions opportunes de seconde espèce)

Dans le deuxième chapitre, nous avons montré l'intérêt de réaliser des interventions de maintenance  $C$ -opportunes de seconde espèce, c'est-à-dire des interventions de maintenance réalisées sur un autre composant que le composant  $C$ , objet d'une action de maintenance prévisionnelle.

Pour réaliser de telles actions de maintenance, il est nécessaire de trouver des composants (autres que  $C$ ) qui partagent avec  $C$  une propriété commune. La façon la plus naturelle de trouver de tels composants est d'identifier les propriétés qui sont pertinentes au sens de la maintenance<sup>110</sup>, puis de considérer, au sein du système de production, les composants qui partagent un maximum de propriétés communes avec  $C$ .

Mathématiquement parlant, il s'agit de construire des<sup>111</sup> relations d'équivalence sur le système de production (vu comme étant un ensemble – fini – de composants, *cf.* définition 1.2), puis de rechercher quels sont les composants qui sont dans la classe de  $C$  (*cf.* chapitre 2). Plus un composant partage de propriétés communes avec  $C$ , plus il est susceptible de bénéficier d'une intervention de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce.

Nous commençons cette partie par rappeler quelques définitions relatives aux relations d'équivalence, puis nous verrons comment les utiliser pour investiguer des composants candidats à une action de maintenance  $C$ -opportune.

#### 3.2.2.1 Les relations d'équivalence en algèbre

Les relations d'équivalence, ainsi que certaines autres notions algébriques très classiques, sont présentées dans les ouvrages [Bourbaki, 2006] ou [Garnier and Taylor, 2002]. Nous ne présentons dans ce paragraphe que les aspects essentiels à notre problématique.

La notion de relation d'équivalence sur un ensemble de référence  $E$  (supposé fini et non vide dans toute la suite) permet de mettre en relation des éléments qui partagent une même propriété, et qui peuvent donc être considérés comme « identiques » (ou « similaires ») par

---

<sup>110</sup> Voir la définition 3.2.

<sup>111</sup> Autant qu'il y a de propriétés.

rapport à cette propriété. Ainsi, il devient possible de regrouper les éléments de l'ensemble par « paquets » (ou classes) d'éléments qui « se ressemblent ». Un tel paquet définit une *classe d'équivalence*, (classe pour la relation d'équivalence considérée). L'ensemble de ces classes définit un nouvel ensemble : l'ensemble quotient de l'ensemble de référence par la relation d'équivalence considérée.

**Définition 3.29 :** Une **relation d'équivalence**  $\mathfrak{R}$  sur un ensemble  $E$  est une relation binaire sur  $E \times E$  qui est réflexive, symétrique et transitive. Plus précisément :

- $\mathfrak{R}$  associe un élément  $x$  de  $E$  à un autre élément  $y$  de  $E$  (**relation binaire** sur le produit cartésien  $E \times E$ ) ; on note  $\mathfrak{R}(x; y)$  ou, par convention,  $x\mathfrak{R}y$ ,
- tout élément de  $E$  est associé à lui-même pour  $\mathfrak{R}$  :  $\forall x \in E, x\mathfrak{R}x$  (**réflexivité**),
- si un élément  $x$  est associé à l'élément  $y$  pour  $\mathfrak{R}$ , alors l'élément  $y$  est associé à l'élément  $x$  pour la relation binaire  $\mathfrak{R}$  :  $\forall (x; y) \in E \times E, x\mathfrak{R}y \Rightarrow y\mathfrak{R}x$  (**symétrie**),
- si l'élément  $x$  est en relation avec l'élément  $y$ , et que cet élément  $y$  est lui-même associé à l'élément  $z$ , alors l'élément  $x$  est en relation avec l'élément  $z$  :  $\forall (x; y; z) \in E \times E \times E, (x\mathfrak{R}y \text{ et } y\mathfrak{R}z) \Rightarrow x\mathfrak{R}z$  (**transitivité**).

**Définition 3.30 :** La **classe d'équivalence** de l'élément  $x$  de  $E$  pour la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}$  définie sur  $E$  est l'ensemble des éléments de  $E$  qui sont en relation avec  $x$ . On note  $Cl_{\mathfrak{R}}(x)$  cette classe<sup>112</sup>. On a donc :  $Cl_{\mathfrak{R}}(x) = \{y \in E \mid x\mathfrak{R}y\}$ .

On remarque que, quel que soit l'élément  $x$  de  $E$  considéré et quelle que soit la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}$  définie sur  $E$ ,  $Cl_{\mathfrak{R}}(x)$  est un sous-ensemble de  $E$  qui n'est jamais vide car il contient au moins  $x$  lui-même. Réciproquement, tout élément de  $E$  appartient à une classe d'équivalence pour la relation  $\mathfrak{R}$  : la sienne.

---

<sup>112</sup> On trouve encore, dans la littérature, les notations  $[x]$ ,  $\mathfrak{R}(x)$  ou encore  $\dot{x}$  pour désigner la classe de  $x$ .

En outre, on a, pour  $x$  et  $y$  deux éléments de  $E$  :  $Cl_{\mathfrak{R}}(x) = Cl_{\mathfrak{R}}(y)$  si, et seulement si,  $x\mathfrak{R}y$ . Et réciproquement, si  $y$  est un élément de  $E$  qui n'appartient pas à  $Cl_{\mathfrak{R}}(x)$ , alors l'intersection de  $Cl_{\mathfrak{R}}(y)$  avec  $Cl_{\mathfrak{R}}(x)$  est vide.

En conclusion, l'ensemble des classes d'équivalence de  $E$  pour la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}$  forme une partition de  $E$ . Et inversement, toute partition de  $E$  y définit une relation d'équivalence.

**Définition 3.31** : Un ensemble  $E$  et une relation d'équivalence  $\mathfrak{R}$  sur  $E$  étant donnés, l'**ensemble quotient**  $E/\mathfrak{R}$  est l'ensemble de toutes les classes d'équivalence de  $E$  pour  $\mathfrak{R}$ . On a donc :  $E/\mathfrak{R} = \{Cl_{\mathfrak{R}}(x) \mid x \in E\}$ .

$E/\mathfrak{R}$  définit donc un nouvel ensemble construit à partir de l'ensemble  $E$  et de la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}$ . C'est un sous-ensemble de l'ensemble des parties de  $E$ .

### 3.2.2.2 Formalisation de la maintenance $C$ -opportune de seconde espèce

Nous supposons que le composant  $C$  du système de production doit faire l'objet d'une intervention de maintenance prévisionnelle. Nous recherchons alors des composants  $D$  (autres que  $C$ ) afin de réaliser des actions de maintenance  $C$ -opportunes, si cela est possible.

Il est nécessaire de préciser que tous les composants du système de production sont potentiellement candidats à une telle intervention de maintenance ; aussi le modèle doit-il prendre en compte l'ensemble de tous les composants du système. Ensuite, il s'agit de trouver les composants du système qui partagent avec  $C$  une propriété commune pertinente pour la maintenance. Cette recherche conduit naturellement à la notion de classes d'équivalence. Il s'agit alors de formaliser, sous forme de relations d'équivalence, les propriétés pertinentes pour la maintenance opportune. Nous allons développer dans la suite la propriété de « proximité » (notamment au sens physique, ou géographique, de ce terme) entre composants d'un même système. Nous utiliserons des outils issus de la conception, et reprendrons



l'exemple académique développé dans le chapitre 2 afin d'illustrer cette propriété (cf. figure 2.10).

➤ Les relations de proximité avec le composant  $C$

Le formalisme qui sera développé sur cet exemple est générique et sera utilisé pour les autres propriétés associées à une action de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce, où  $C$  est un composant donné du système de production.

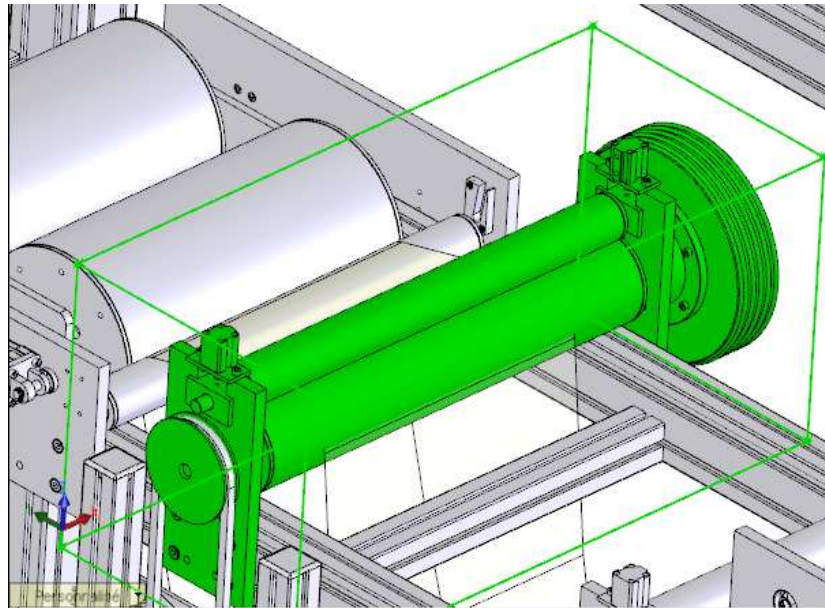
La relation de proximité permet de représenter plusieurs notions relatives aux liens reliant les composants d'un même système de production (cf. définition 2.18). Une telle relation exploite directement l'information disponible *via* la GMAO, qui est exploité par l'expert pour obtenir une boîte englobante pour chaque composant du système de production. Une **boîte englobante** est un volume géométrique élémentaire dans l'espace (ou une surface géométrique élémentaire dans le plan) de mesure non nulle, convexe et compact, qui contient intégralement un composant donné du système de production. Par exemple, un parallélépipède rectangle autour de l'un des composants du système constitue une boîte englobante de ce composant. Nous rappelons que nous avons choisi d'utiliser les boîtes englobantes car elles constituent des objets géométriques qui permettent de localiser avec précision un composant du système de production dans un repère fixé. La notion de boîte englobante est utilisée en conception pour détecter des collisions entre les différents éléments constitutifs d'un objet à usiner. Une boîte englobante peut aujourd'hui être obtenue de façon plus aisée que les volumes d'occupation rencontrés dans le chapitre précédent.

Nous supposerons en outre qu'un repère  $(O; x; y; z)$  de l'espace est privilégié, et que les caractéristiques géométriques de la boîte englobante (coordonnées des sommets...) sont exprimées dans ce repère. Les modeleurs CAO 3D disponibles (comme *CATIA*, ou *SolidWorks*) permettent d'obtenir ces caractéristiques.

Toute boîte englobante sera supposée parallélépipédique dans les axes de ce repère. Elle ne revêt aucune interprétation physique : la boîte englobante est une forme géométrique abstraite associée à un composant donné, elle ne sera donc pas supposée incluse dans la limite physique du système de production.

**Définition 3.32** : Une **boîte englobante alignée selon les axes** est un parallélépipède rectangle dans les axes du repère  $(O; x; y; z)$  qui contient intégralement le composant considéré.

La figure 3.33 présente, dans un repère  $(O; x; y; z)$ , l'exemple d'une boîte englobante sur un modèle CAO d'une partie de la plateforme de télémaintenance TELMA (cf. chapitre 4).



*Figure 3.33 : La boîte englobante associée à un composant de la plateforme TELMA (automatiquement générée par le modèleur 3D Solidworks).*

La donnée d'une boîte englobante associée à chacun des  $N$  composants du système de production (où  $N$  est un entier supérieur ou égal à deux<sup>113</sup>) fournit naturellement un ensemble  $E_{box}$  de  $N$  éléments ; chaque élément de  $E_{box}$  est une boîte englobante associée à un composant. De cette manière, la boîte englobante  $B_C$  associée au composant  $C$  est caractérisée par ses coordonnées dans l'espace.

---

<sup>113</sup> Le cas de systèmes mono-composants n'est pas abordé dans cette étude, car la notion de maintenance opportuniste n'a pas vraiment de sens pour ces systèmes.

En appelant  $C_1, C_2, \dots, C_N$  les  $N$  composants du système de production et  $B_{C_i}$  la boîte englobante alignée selon les axes associée au composant  $C_i$  ( $1 \leq i \leq N$ ), on peut écrire :

$$E_{box} = \{B_{C_1}; B_{C_2}; \dots; B_{C_N}\} = \left\{ (B_{C_i})_{1 \leq i \leq N} \right\}. \quad (3.34)$$

Pour  $1 \leq i \leq N$ ,  $B_{C_i}$  est donc un parallélépipède rectangle aligné selon les axes du repère dont les caractéristiques pourront donc être codées de la façon suivante :

$$B_{C_i} : \left( \underline{x}_i; \overline{x}_i; \underline{y}_i; \overline{y}_i; \underline{z}_i; \overline{z}_i \right) \quad (3.35)$$

de telle sorte que, dans le repère  $(O; x; y; z)$ , les huit sommets  $S_1^{(i)}, \dots, S_8^{(i)}$  de la boîte englobante  $B_{C_i}$  aient pour coordonnées (Figure 3.37) :

$$S_1^{(i)} \begin{array}{l} \underline{x}_i \\ \underline{y}_i \\ \underline{z}_i \end{array}, \quad S_2^{(i)} \begin{array}{l} \overline{x}_i \\ \underline{y}_i \\ \underline{z}_i \end{array}, \quad S_3^{(i)} \begin{array}{l} \underline{x}_i \\ \overline{y}_i \\ \underline{z}_i \end{array}, \quad S_4^{(i)} \begin{array}{l} \overline{x}_i \\ \overline{y}_i \\ \underline{z}_i \end{array}, \quad S_5^{(i)} \begin{array}{l} \underline{x}_i \\ \underline{y}_i \\ \overline{z}_i \end{array}, \quad S_6^{(i)} \begin{array}{l} \overline{x}_i \\ \underline{y}_i \\ \overline{z}_i \end{array}, \quad S_7^{(i)} \begin{array}{l} \underline{x}_i \\ \overline{y}_i \\ \overline{z}_i \end{array}, \quad S_8^{(i)} \begin{array}{l} \overline{x}_i \\ \overline{y}_i \\ \overline{z}_i \end{array}. \quad (3.36)$$

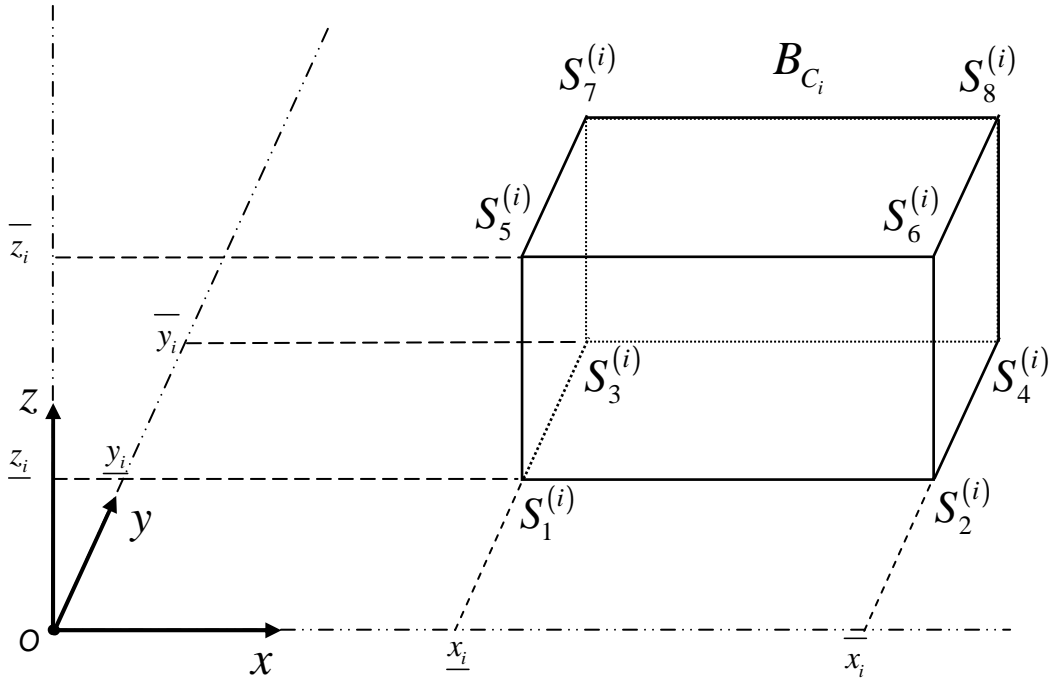


Figure 3.37. Les caractéristiques géométriques d'une boîte englobante.

Nous avons donc la propriété suivante (puisque une boîte englobante est de volume non nul) :

$$\forall i \in \llbracket 1; N \rrbracket, \quad \bar{x}_i - \underline{x}_i > 0, \quad \bar{y}_i - \underline{y}_i > 0, \quad \bar{z}_i - \underline{z}_i > 0. \quad (3.38)$$

Nous pouvons maintenant formaliser la notion de proximité entre composants à l'aide d'une relation d'équivalence. Il existe au moins deux façons de procéder.

- Première proposition : relation de proximité stricte

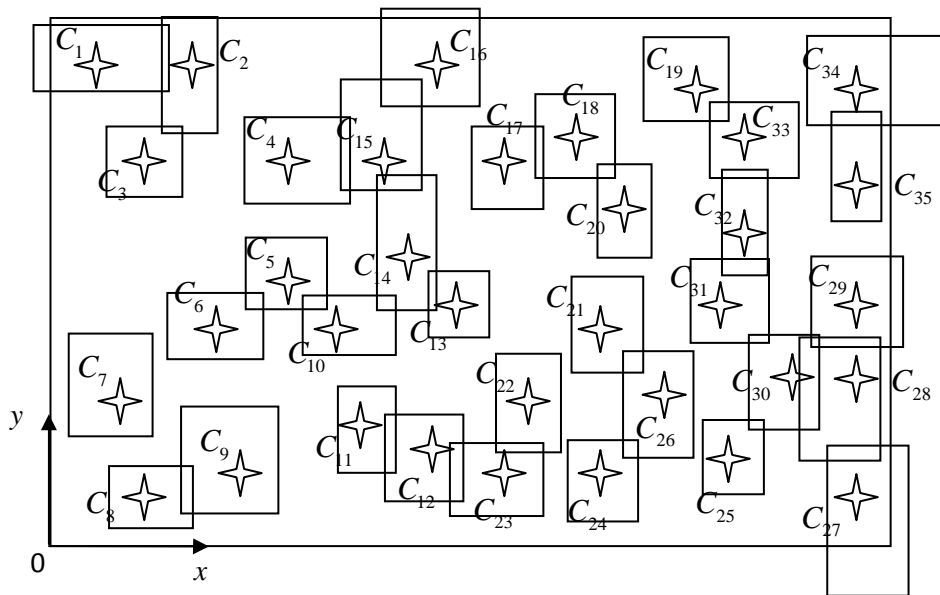
**Définition 3.39** : Soient deux composants  $C_i$  et  $C_j$ ,  $(i; j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$ .  $C_i$  est **strictement proche** de  $C_j$  si, et seulement si,  $B_{C_i} \cap B_{C_j} \neq \emptyset$ . Autrement dit, la boîte englobante associée au composant  $C_i$  et la boîte englobante associée au composant  $C_j$  se rencontrent.

Deux classes sont alors naturellement associées au composant  $C_i$ , *via* la définition suivante.

**Définition 3.40** : les composants en **relation de proximité stricte** avec  $C_i$  sont les composants du système de production qui sont strictement proches de  $C_i$ .

Ainsi, à chaque composant sont associées deux classes : la classe des composants qui sont strictement proches de  $C_i$ , et la classe des autres composants (qui sont donc non strictement proches de  $C_i$ ). Puisque le système comprend  $N$  composants, cette relation définit  $2N$  classes.

Sur l'exemple académique proposé au deuxième chapitre, dans un repère  $(0; x; y)$  fixé, les boîtes englobantes (en deux dimensions) associées aux différents composants sont matérialisées dans la figure suivante (figure 3.41) :



*Figure 3.41. Les boîtes englobantes, alignées selon les axes, associées à chacun des composants.*

Cette notion permet, sur cet exemple académique, de définir 70 classes de proximité. Par exemple, le composant  $C_7$  est le seul des 35 composants qui soit strictement proche de  $C_7$ , et tous les autres ne le sont pas ; les composants  $C_{10}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{14}$  et  $C_{15}$  sont les seuls composants strictement proches de  $C_{14}$ .

Cette notion de proximité stricte est très naturelle, mais extrêmement restrictive et peut être contraignante. En effet, elle nécessite de pouvoir accéder rapidement à la liste des composants

qui sont strictement proches d'un composant donné, dans un contexte où le nombre de classes est relativement élevé, et donc où le nombre de candidats potentiels à une action opportune de seconde espèce pour ce critère est très restreint (cf. Annexe III). Une telle modélisation est donc peu pertinente dans le contexte de l'investigation d'actions de maintenance opportunes. Par ailleurs, la figure 3.41 suggère une autre définition.

■ Seconde proposition : relation de proximité élargie

Soient deux composants  $C_i$  et  $C_j$ ,  $(i; j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$ .  $C_i$  sera en relation de proximité élargie avec  $C_j$  si, par définition, il existe une suite finie de boîtes englobantes associées à autant de composants du système qui permettent de relier  $B_{C_i}$  à  $B_{C_j}$  grâce à la relation de stricte proximité. Plus formellement, nous proposons la définition suivante :

**Définition 3.42** : Soient deux composants  $C_i$  et  $C_j$ ,  $(i; j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$ .  $C_i$  est en **relation de proximité élargie** avec  $C_j$  si, et seulement si, il existe un entier  $m(i; j) \in \mathbb{N}$  tel que nous ayons simultanément :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \underline{x}_i; \overline{x}_i \right] \cap \left[ \underline{x}_{u_1}; \overline{x}_{u_1} \right] \neq \emptyset \\ \left[ \underline{x}_{u_1}; \overline{x}_{u_1} \right] \cap \left[ \underline{x}_{u_2}; \overline{x}_{u_2} \right] \neq \emptyset \\ \vdots \\ \left[ \underline{x}_{u_{m(i;j)}}; \overline{x}_{u_{m(i;j)}} \right] \cap \left[ \underline{x}_j; \overline{x}_j \right] \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (3.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \underline{y}_i; \overline{y}_i \right] \cap \left[ \underline{y}_{u_1}; \overline{y}_{u_1} \right] \neq \emptyset \\ \left[ \underline{y}_{u_1}; \overline{y}_{u_1} \right] \cap \left[ \underline{y}_{u_2}; \overline{y}_{u_2} \right] \neq \emptyset \\ \vdots \\ \left[ \underline{y}_{u_{m(i;j)}}; \overline{y}_{u_{m(i;j)}} \right] \cap \left[ \underline{y}_j; \overline{y}_j \right] \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (3.44)$$

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} \left[ \underline{z}_i; \overline{z}_i \right] \cap \left[ \underline{z}_{u_1}; \overline{z}_{u_1} \right] \neq \emptyset \\ \left[ \underline{z}_{u_1}; \overline{z}_{u_1} \right] \cap \left[ \underline{z}_{u_2}; \overline{z}_{u_2} \right] \neq \emptyset \\ \vdots \\ \left[ \underline{z}_{u_{m(i,j)}}; \overline{z}_{u_{m(i,j)}} \right] \cap \left[ \underline{z}_j; \overline{z}_j \right] \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (3.45)$$

avec

$$\left( u_1; u_2; \dots; u_{m(i,j)} \right) \in \llbracket 1; N \rrbracket^{m(i,j)} , \quad (3.46)$$

$$B_{C_k} : \left( \underline{x}_k; \overline{x}_k; \underline{y}_k; \overline{y}_k; \underline{z}_k; \overline{z}_k \right), \quad (3.47)$$

pour  $1 \leq k \leq m$ .

Nous noterons alors :  $C_i \mathfrak{R}_{PROX} C_j$ . Nous avons le résultat suivant.

**Proposition 3.48** :  $\mathfrak{R}_{PROX}$  définit une relation d'équivalence sur le système de production.

*Démonstration* :

La preuve de ce résultat, bien que simple, est assez technique et est reportée en annexe (cf. Annexe IV). Notons cependant que, au vu de la « définition heuristique » qui précède la définition 3.42, cette propriété est complètement évidente.

Il faut remarquer que cette définition et cette propriété ne dépendent pas de la nature géométrique de la boîte englobante. En effet, la définition peut être adaptée à un parallélépipède rectangle non aligné aux axes, par exemple, ou à une sphère. Le point essentiel est de pouvoir obtenir les caractéristiques géométriques de cet objet, par exemple en utilisant la GMAO. La figure 3.49, qui est à comparer avec la figure 3.41, illustre la proposition 3.48.

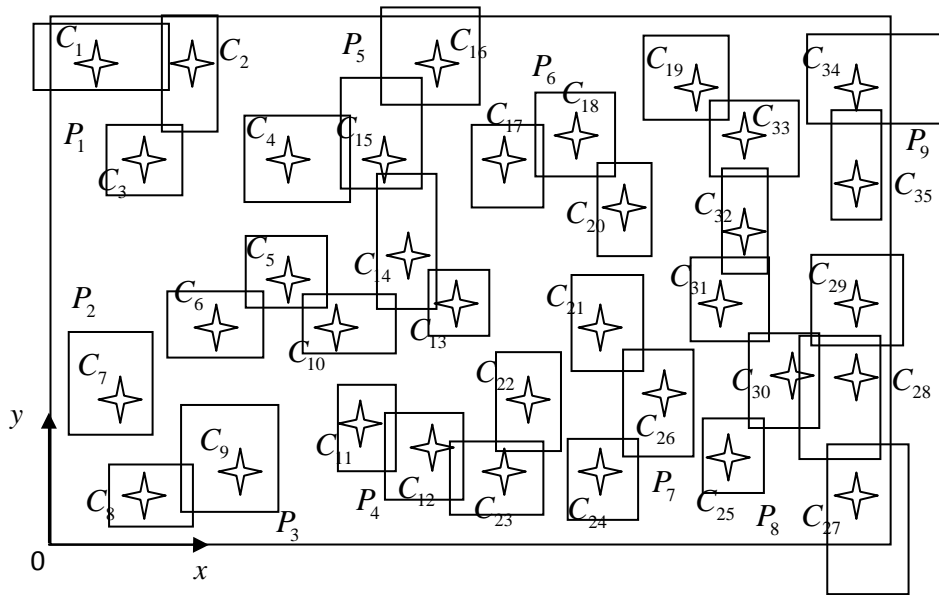


Figure 3.49. Les classes d'équivalence pour la relation  $\mathfrak{R}_{PROX}$ .

La figure 3.49 met en évidence l'existence de neuf classes d'équivalence ( $P_1 \dots P_9$ ) sur l'ensemble des composants pour la relation de proximité. Une de ces classes est réduite, en ce sens qu'elle ne contient qu'un seul composant dont la boîte englobante n'en rencontre aucune autre. Il faut rappeler que le critère de proximité entre deux composants n'est pas nécessairement lié à la distance qui peut exister entre deux composants (ou entre les boîtes englobantes qui leur sont associées).

Par ailleurs, le nombre total de classes d'équivalence pour un système de production donné dépend clairement de la finesse et de la précision avec lesquelles les boîtes englobantes sont localisées. Par exemple, en cas de modélisation grossière de la localisation des composants dans l'espace (les boîtes englobantes sont de diamètre supérieur au diamètre du système), il n'existera qu'une seule classe d'équivalence qui regroupera l'ensemble des composants. De même, le nombre maximal de classes d'équivalence, pour un système donné, ne saurait excéder le nombre de composants de ce système. Une réflexion concernant l'impact de la précision de la modélisation des composants par la conception sur le nombre de classes d'équivalence obtenu nous a conduits à nous poser une question de nature algébrique. Il s'agit à la base d'un problème pratique : si l'expert maintenance veut imposer que deux composants soient en relation d'équivalence, comment doit-il (s'il en a la possibilité !) faire régler, par la conception, les paramètres grâce auxquels la modélisation est faite ? Cette question se



reformule en termes purement algébriques ; à notre connaissance, elle n'a pas reçu de réponse générale en mathématiques. La formalisation algébrique de ce problème est proposée en annexe (cf. Annexe V).

Nous reprenons maintenant l'analyse de la figure 3.49. Les neuf classes d'équivalence *a priori* constituées contiennent les composants suivants :

CLASSE  $P_1$  : composants  $C_1, C_2, C_3$ .

CLASSE  $P_2$  : composant  $C_7$ .

CLASSE  $P_3$  : composants  $C_8, C_9$ .

CLASSE  $P_4$  : composants  $C_{11}, C_{12}, C_{22}, C_{23}$ .

CLASSE  $P_5$  : composants  $C_4, C_5, C_6, C_{10}, C_{13}, C_{14}, C_{15}, C_{16}$ .

CLASSE  $P_6$  : composants  $C_{17}, C_{18}, C_{20}$ .

CLASSE  $P_7$  : composants  $C_{21}, C_{24}, C_{26}$ .

CLASSE  $P_8$  : composants  $C_{19}, C_{25}, C_{27}, C_{28}, C_{29}, C_{30}, C_{31}, C_{32}, C_{33}$ .

CLASSE  $P_9$  : composants  $C_{34}, C_{35}$ .

Ainsi, une relation de proximité a été introduite sur le système de production, sous la forme d'une relation d'équivalence. Tous les composants au sein d'une même classe d'équivalence partagent une même propriété, à savoir une *proximité* avec l'un des composants de cette classe.

Pour illustrer les différentes propriétés et les résultats obtenus, nous avons choisi un mode de représentation géométrique uniforme qui permet de visualiser, du premier coup d'œil, les ressemblances et les différences entre les différentes figures du document. D'autres modes de représentation sont possibles, comme par exemple une représentation sous forme d'un graphe (au sommet sont les composants de référence, puis différentes branches symbolisent les composants accessibles pour chacun des opérateurs de maintenance depuis les composants de référence). Une représentation sous la forme d'un graphe permettrait par exemple de retrouver visuellement la chaîne de composants reliant deux composants donnés du système de production supposés être dans une même classe d'équivalence. Cependant, nous ne ferons pas

usage de la connaissance précise de la chaîne de composants permettant de relier deux composants donnés : il nous suffira de savoir qu'elle existe. Nous n'utiliserons en effet que la connaissance « les deux composants appartiennent à la même classe d'équivalence » ou « les deux composants n'appartiennent pas à la même classe d'équivalence ». La représentation proposée a été choisie car elle est adaptée pour illustrer la propriété d'appartenance, même si d'autres modes de représentation permettraient de visualiser plus d'informations.

- La prise en compte de l'outillage et des compétences pour un opérateur donné

La deuxième famille de relations d'équivalence considérée sur le système de production concerne l'accessibilité à un composant donné pour un opérateur donné, en fonction de ses compétences et de l'outillage dont il dispose. Les termes « outillage » ou « boîte à outils » seront considérés au sens élargi d'ensemble d'outillages et de moyens techniques dont dispose un opérateur de maintenance. Une boîte à outils contient bien entendu des outils (l'outillage courant, ou caisse à outils), mais également du matériel spécifique ou coûteux, qui peut être plus encombrant tel qu'une échelle, un engin de chantier ou du matériel électroportatif. Ce matériel peut être déplaçable (intervention sur site) ou non (intervention dans les locaux du service maintenance) [Marmier, 2007]. Dans ce sens, la boîte à outils reflète également les aptitudes, compétences et habilitations d'un opérateur de maintenance donné.

Reprenons notre exemple académique, supposé être un système hydro-électrique (Figure 2.10). Trois opérateurs de maintenance  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$ , aux compétences et aptitudes diverses, sont susceptibles d'intervenir sur ce système : un hydraulicien  $W_1$ , un électromécanicien  $W_2$ , et un électricien  $W_3$ . Les composants  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont situés dans une armoire électrique isolée et seuls  $W_2$  et  $W_3$  sont habilités par l'entreprise à intervenir sur ces composants. Cela se traduit par l'impossibilité pour l'hydraulicien  $W_1$  d'accéder à ces composants à partir d'un composant donné du système, ou d'intervenir sur tout autre composant à partir de  $C_1$ , de  $C_2$  ou de  $C_3$ , car il ne dispose pas d'un outil spécifique (multimètre, matériel de consignation des armoires électriques...) ou de la compétence pour le faire. Ainsi, l'isolement d'un composant traduit l'impossibilité qu'a un opérateur donné d'intervenir sur ce composant.

De manière générale, la prise en compte de l’outillage et des compétences pour un opérateur donné peut être formalisée comme suit. Nous supposons que  $OP$  opérateurs de maintenance  $W_1, \dots, W_{OP}$  sont disponibles dans le service maintenance, avec  $OP$  un entier non nul. Nous considérons un opérateur  $W_k$  quelconque,  $k \in \llbracket 1; OP \rrbracket$ . À cet opérateur est associée<sup>114</sup> une boîte à outils  $T_k$ , vue comme un ensemble fini de moyens techniques et d’outils que  $W_k$  a à sa disposition et dont il peut faire l’usage. Nous noterons  $T$  la « boîte à outils commune », ou « boîte à outils minimale », qui est la boîte à outils dont dispose tout opérateur de maintenance :  $T := \bigcap_{k=1}^{OP} T_k$ . Cette boîte à outils minimale peut éventuellement être vide, c’est-à-dire ne pas exister (ou ne contenir aucun outil). Ainsi, chaque boîte à outils est au moins constituée des moyens techniques contenus dans  $T$ . Chaque boîte à outils contient donc d’une part les outils de base, et d’autre part des outils et matériels spécifiques au domaine de compétence de l’opérateur auquel cette boîte à outils est associée.

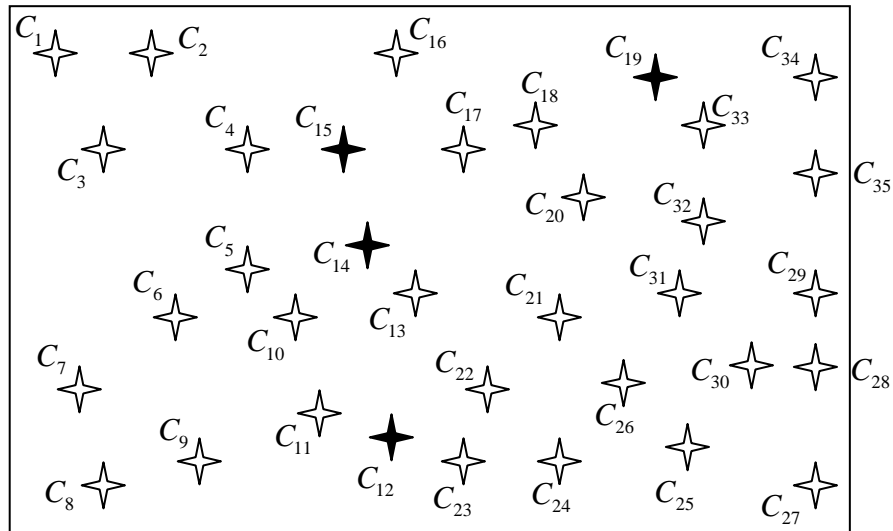
**Définition 3.50 :** Parmi les  $N$  composants du système de production, ceux qui sont accessibles à toute personne autorisée à évoluer autour du système, sans accréditation particulière et sans autres outils que ceux de  $T$ , sont les **composants de référence** du système de production.

Les composants sont des points d’entrée privilégiés (obligatoires pour toute personne ne disposant pas d’outils ou de compétences particulières) dans le système de production.

Il est possible qu’aucun composant de référence n’existe dans le système de production. Dans ce cas, l’accès au système de production nécessite la présence d’un opérateur possédant des compétences et un outillage spécialisés. Dans notre exemple académique, les composants de référence sont au nombre de quatre ( $C_{12}, C_{14}, C_{15}, C_{19}$ ) et seront symbolisés comme sur la Figure 3.51 de la page suivante.

---

<sup>114</sup> Au sens élargi défini en début de paragraphe.



- ✧ représente un composant du système de production
- ✦ représente un composant de référence du système de production

Figure 3.51. Les composants de référence de l'exemple académique.

Nous rappelons enfin que les connaissances disponibles dans la GMAO permettent de connaître l'ensemble des composants accessibles à un opérateur donné, à l'aide de sa boîte à outils associée. Il est alors possible de définir une relation d'accessibilité (depuis un composant donné et pour un opérateur de maintenance donné) sur le système de production.

**Définition 3.52 :** Soient deux composants  $C_i$  et  $C_j$ ,  $(i; j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ ,  $i \neq j$ .  $C_j$  est **accessible depuis  $C_i$  pour l'opérateur de maintenance  $W_k$** ,  $k \in \llbracket 1; OP \rrbracket$ , s'il existe une suite finie d'outils<sup>115</sup> de  $T_k$  permettant à cet opérateur d'accéder au composant  $C_j$  à partir du composant  $C_i$ .

Nous noterons alors  $C_j \mathfrak{R}_k C_i$ ,  $(i; j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2$ ,  $k \in \llbracket 1; OP \rrbracket$ .

<sup>115</sup> En pratique : s'il existe une procédure ne faisant intervenir que les compétences de l'opérateur  $k$  et les outils à sa disposition.

**Proposition 3.53 :**  $\mathfrak{R}_k$  est une relation d'équivalence.

*Démonstration :*

Soient  $C_i, C_j, C_h$  trois composants du système de production,  $W_k$  un opérateur de maintenance, et  $T_k$  sa boîte à outils associée,  $(i; j; h) \in \llbracket 1; N \rrbracket^3$ ,  $k \in \llbracket 1; OP \rrbracket$ .

La réflexivité est évidente :  $C_i \mathfrak{R}_k C_i$ .

La symétrie nécessite de supposer que toute intervention de démontage (respectivement de montage) réalisée à l'aide de  $T_k$  est réversible avec les outils de cette même boîte à outils  $T_k$ .

Cela sera notamment le cas si les actions de maintenance utilisent le même outil pour réaliser les opérations de montage et de démontage (c'est souvent le cas en pratique). Sous réserve que cette hypothèse est acceptée, nous pouvons supposer que la relation  $\mathfrak{R}_k$  est symétrique.

La transitivité de  $\mathfrak{R}_k$  est immédiate :  $C_i \mathfrak{R}_k C_j, C_j \mathfrak{R}_k C_h \Rightarrow C_i \mathfrak{R}_k C_h$ .

Nous définissons de cette manière  $OP$  relations d'accessibilité aux composants pour les opérateurs de maintenance, et donc au plus  $N.OP$  classes d'équivalence pour cette notion.

Il est à noter que tous les composants de référence (s'il y en a) appartiennent, par définition, à la même classe d'équivalence  $W_k^1$  pour la relation  $\mathfrak{R}_k$ , quel que soit l'entier  $k$  compris entre 1 et  $OP$ . Par ailleurs, tous les composants qui n'appartiennent pas à cette classe sont les composants qui, dans l'absolu, ne sont pas accessibles à l'opérateur  $W_k$ .

La connaissance de toutes les classes d'équivalence pour la relation  $\mathfrak{R}_k$ ,  $1 \leq k \leq OP$ , et non de la seule classe des composants de référence, peut être exploitée de plusieurs manières. Cela est illustré ci-après à l'aide de l'exemple académique.

Dans notre exemple, les composants  $C_1, C_2$  et  $C_3$  sont situés dans une armoire électrique isolée (Figure 2.11) et seuls  $W_2$  (l'électromécanicien) et  $W_3$  (l'électricien) sont habilités par l'entreprise à intervenir sur ces composants. Ainsi, il est impossible à  $W_1$  (l'hydraulicien) d'accéder à ces composants, ni d'intervenir sur tout autre composant à partir de  $C_1$ , de  $C_2$  ou

de  $C_3$  (à supposer que, par erreur ou par accident, il y ait accédé malgré tout<sup>116</sup>). Le composant  $C_8$  est de nature électrique (moteur), et comme pour les trois composants précédents,  $W_1$  n'est pas habilité à intervenir dessus, mais  $W_3$  non plus (cet opérateur est encore en formation et n'est pas accrédité par l'entreprise pour intervenir sur ce moteur). Une boîte à outils commune  $T$  existe (c'est la boîte à outils minimale), et il sera supposé que chacune des trois boîtes à outils  $T_1, T_2$  et  $T_3$  contient ces outils de base.

Avec (3.51) et (3.52), la relation d'accessibilité pour l'hydraulicien  $W_1$  peut être représentée de la façon suivante (Figure 3.54) :

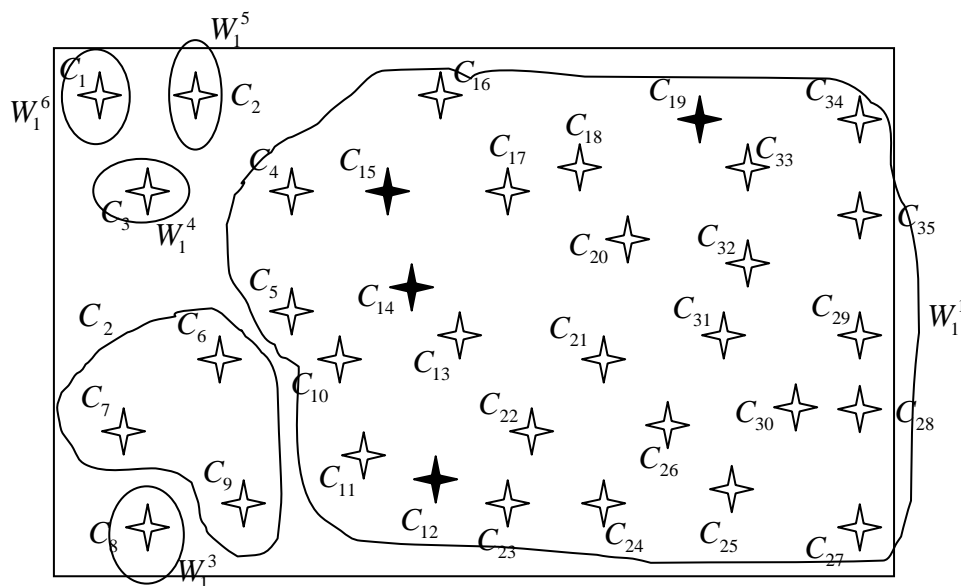


Figure 3.54. Classes pour la relation  $\mathfrak{R}_1$ .

D'après la figure 3.54, six classes d'équivalence  $(W_1^1; \dots; W_1^6)$  constituent une partition de l'ensemble des composants du système pour la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}_1$ . La classe  $W_1^1$  est constituée de l'ensemble des composants qui sont directement accessibles à l'hydraulicien à l'aide de sa boîte à outils. Seule la connaissance de cette classe est utile en pratique, car ce sont les composants de cette classe qui sont accessibles à l'opérateur. Les composants  $C_1, C_2, C_3$  et  $C_8$  (qui constituent chacun respectivement une classe d'équivalence) ne sont pas accessibles à l'opérateur  $W_1$ , de même que les composants  $C_6, C_7$  et  $C_9$ . Néanmoins, ces

<sup>116</sup> Par mesure de sécurité, il est nécessaire de prendre cette situation en compte.

trois derniers composants appartiennent à la même classe, ce qui signifie qu'il est possible, à partir de chacun de ces trois composants, d'accéder aux deux autres à l'aide de la boîte à outils  $T_1$ .

Notons également qu'il est évident que les composants de référence se retrouvent tous dans la classe  $W_1^1$  ; en effet ces composants sont tous directement accessibles à tout opérateur de maintenance, et donc en particulier à  $W_1$ . Il est cependant possible que, à l'aide de ses compétences propres, l'opérateur  $W_1$  ait directement accès à l'un des composants (de la classe  $W_1^1$ ) qui ne soit pas un composant de référence.

Enfin, il peut être intéressant d'avoir à sa disposition la constitution des classes autres que  $W_1^1$  relatives à la notion d'accessibilité pour l'opérateur de maintenance  $W_1$ . Illustrons ce point à l'aide de la figure 3.54 ci-dessus et de la figure 2.11 du chapitre précédent. Les composants  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont situés dans une armoire électrique. Nous avons vu que l'opérateur  $W_1$  n'a pas directement accès à ces composants. Une propriété illustrée par la figure 3.54 est que, pour  $W_1$ , il n'est pas possible d'accéder à l'un de ces composants à partir d'un autre à l'aide de la boîte à outils (et des compétences) à sa disposition actuellement. En effet, ces trois composants forment trois classes d'équivalence disjointes. Ainsi, pour que l'opérateur  $W_1$  puisse accéder à chacun de ces trois composants, il faudra lui faire acquérir un savoir-faire (dans le domaine électrique) et lui fournir de nouveaux outils spécifiques, et pour  $C_1$ , et pour  $C_2$ , et pour  $C_3$ . Cela peut être réalisé à travers un plan de formation et d'investissement en outillage pour cet opérateur.

Par contre, la situation est différente pour les composants de la classe  $W_1^2$ . En effet, d'après la figure 2.11, les trois composants de cette classe appartiennent à la partie mécanique du système de production (voir Figure 2.11). Actuellement, l'hydraulicien  $W_1$  n'a pas accès directement à ces trois composants. Cela peut être dû par exemple à un défaut d'équipement de l'opérateur, à une habilitation qui ne lui a pas été accordée, ou encore à la non maîtrise d'une procédure ou d'une technique. Mais la figure 3.54 illustre que  $W_1$ , s'il avait accès à l'un quelconque de ces trois composants, pourrait également intervenir sur les deux autres (à l'aide de sa boîte à outils et de ses compétences actuelles). Aussi, peut-être ne manque-t-il à  $W_1$  qu'une accréditation ou un outil spécifique pour élargir son champ d'action de la classe  $W_1^1$  à

une nouvelle classe réunissant  $W_1^1$  et  $W_1^2$ . Il est légitime de penser que le coût de formation de l'hydraulicien  $W_1$  est moindre pour l'entreprise si elle souhaite faire acquérir à cet opérateur une nouvelle compétence de nature hydraulique plutôt qu'électrique (par exemple pour des raisons ponctuelles de remplacement de  $W_2$  ou de  $W_3$ ). La notion de relation d'équivalence permet de faire la distinction entre un important besoin de formation (permettre à  $W_1$  d'intervenir sur l'armoire électrique en lui offrant une formation, des accréditations et des outils) et un besoin plus léger (étendre les compétences de  $W_1$  à une autre partie mécanique du système de production). Cela se traduit par le fait que, dans la première situation, le nombre de classes d'équivalence est plus important que dans la seconde. Ce point ne sera pas exploité dans la suite. Cependant, pour un souci de cohérence avec la figure 3.54, nous continuerons à faire figurer dans les illustrations suivantes l'ensemble de toutes les classes d'équivalence pour la notion d'accessibilité relative à un opérateur de maintenance donné, même si seule la classe numérotée 1 sera utilisée.

Nous obtenons de même les classes d'équivalence pour les deux autres relations  $\mathcal{R}_2$  et  $\mathcal{R}_3$  (Figures 3.55 et 3.56 respectivement) :

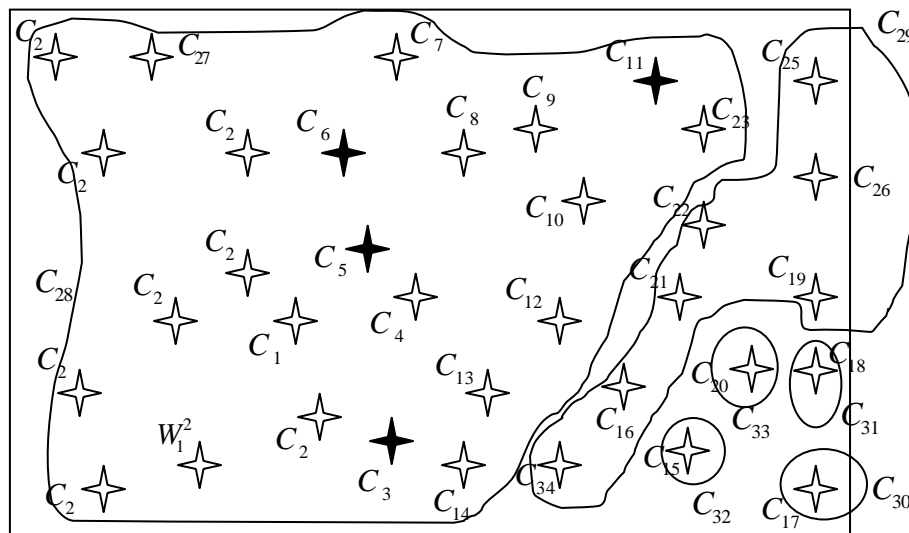


Figure 3.55. Classes pour la relation  $\mathcal{R}_2$ .



D'après la figure 3.55, six classes d'équivalences ( $W_2^1; \dots; W_2^6$ ) constituent une partition de l'ensemble des composants du système pour la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}_2$ . La classe  $W_2^1$  est constituée de l'ensemble des composants qui sont directement accessibles à l'électromécanicien à l'aide de sa boîte à outils.

Nous remarquons que la classe  $W_2^2$ , qui est constituée de composants qui ne sont pas directement accessibles à l'électromécanicien, regroupe à elle seule un cinquième des composants. La relation d'équivalence  $\mathfrak{R}_2$  met donc en exergue le fait suivant : si une intervention de maintenance (opportune ou non) doit être effectuée par l'électromécanicien sur un des composants de cette classe (par exemple le composant  $C_{31}$ ), alors cet opérateur doit nécessairement être accompagné par l'un des autres opérateurs afin déjà de pouvoir accéder à cette partie du système de production. Si cette situation revient fréquemment ou est jugée trop contraignante, alors la figure 3.55 suggère que l'entreprise offre à l'électromécanicien une formation ou un outil afin qu'il acquière une compétence supplémentaire, ce qui se traduirait par exemple par le regroupement des deux classes  $W_2^1$  et  $W_2^2$  en une seule classe. Ainsi,  $W_2$  pourrait intervenir seul sur le composant  $C_{31}$  (ainsi que sur tous les autres composants de  $W_2^2 = Cl_{\mathfrak{R}_2}(C_{31})$ ), ce qui actuellement n'est pas possible.

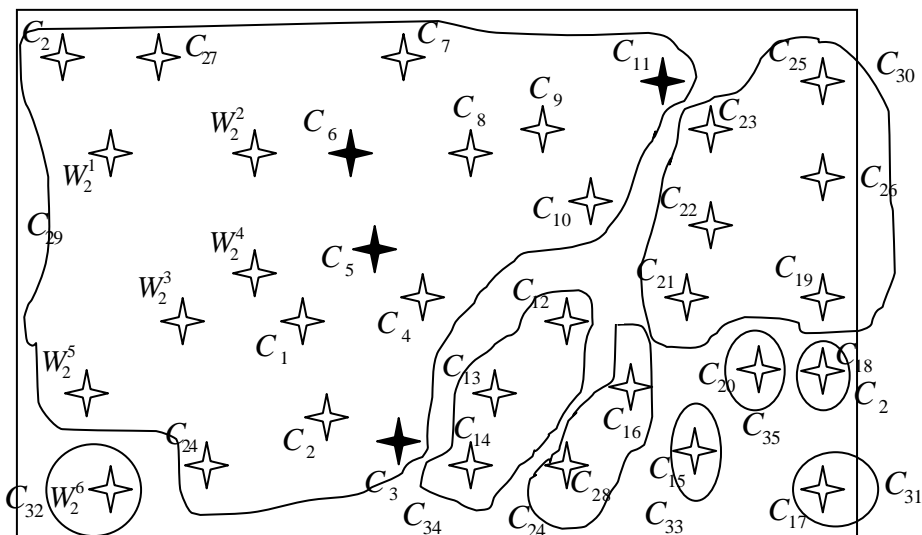


Figure 3.56. Classes pour la relation  $\mathfrak{R}_3$ .

D'après la figure 3.51, neuf classes d'équivalences  $(W_3^1; \dots; W_3^9)$  constituent une partition de l'ensemble des composants du système pour la relation d'équivalence  $\mathfrak{R}_3$ . La classe  $W_3^1$  est constituée de l'ensemble des composants qui sont directement accessibles à l'électricien à l'aide de sa boîte à outils.

Enfin, les figures 3.54, 3.55 et 3.56 permettent de s'assurer que tout composant du système de production est accessible directement par l'un des opérateurs de maintenance. Dans le cas contraire<sup>117</sup>, cela pourrait signifier que la maintenance d'une partie du système (ou au moins d'un composant  $C$ ) est sous-traitée à une entreprise tierce, ou que le service maintenance peut être amélioré dans l'entreprise (soit en embauchant un opérateur  $W_{OP+1}$  dont les compétences permettraient d'assurer que  $C \in W_{OP+1}^1$ , soit en faisant acquérir à l'un des opérateurs  $W_k$  une compétence spécifique permettant d'assurer que  $C \in W_k^1$ ,  $1 \leq k \leq OP$ ).

En synthèse de cette partie, si l'opérateur de maintenance  $W_k$  effectue une action de maintenance préventive planifiée sur le composant  $C_i$ , il est possible d'investiguer des actions de maintenance  $C_i$ -opportunes de seconde espèce à l'aide de la relation  $\mathfrak{R}_k$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $1 \leq k \leq OP$ .

➤ Prendre en compte la sécurité pour une action de maintenance

Après avoir développé les notions de proximité et d'accessibilité, il est intéressant de prendre en considération les critères de sécurité. En effet, les impératifs de sécurité en maintenance (les gammes) ne sont pas les mêmes au cours de chacune des trois phases de préparation, de réalisation et de clôture ([Dhillon, 1999] ; [Grusemeyer, 2005]). Aussi trois relations liées à la sécurité seront-elles considérées (cf. chapitre précédent). Ces relations d'équivalence fonctionnent exactement sur le même principe que les relations précédentes.

▪ La relation de consignation

Cette relation permet de prendre en compte la sécurité des biens et des personnes lors d'une intervention de maintenance donnée. Elle permet notamment de *préparer* cette action de

---

<sup>117</sup> Il existerait donc un composant  $C$  qui n'appartiendrait à aucun des  $W_k^1$ ,  $1 \leq k \leq OP$ .

maintenance en imposant des conditions de réalisation de cette action (par exemple, par des gammes de consignation–déconsignation, de condamnation–remise en configuration de fonctionnement, ou de dépose–repose). Ces règles définissent implicitement des critères d’association ou de regroupement de composants, ou d’actions de maintenance.

Ainsi, deux composants seront en **relation de consignation** si les gammes de consignation et de déconsignation qui s’appliquent sur ces composants sont les mêmes pour deux opérations de maintenance données.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{CONS}$  la relation de consignation sur le système de production.

L’hypothèse sera faite que tout composant du système peut bénéficier de deux gammes de consignation et déconsignation. La première est la gamme vide (aucune règle de consignation n’est appliquée au composant<sup>118</sup>). La deuxième est la gamme de consignation extrême (plus aucune interaction n’est possible entre ce composant et une quelconque autre partie du système). Cette règle correspond, pour le composant, à une situation d’isolement total du reste du système. Ainsi, à tout composant est associée au moins une<sup>119</sup> gamme de consignation et déconsignation, ce qui permet de bien définir la relation de consignation (qui est de fait une relation d’équivalence). Il faut aussi remarquer que cette relation intègre en partie les compétences de chacun des opérateurs de maintenance, ainsi que les outils (au sens élargi du paragraphe précédent) qu’il a à sa disposition.

Pour un composant  $C$  donné, et pour une action de maintenance donnée sur ce composant, il est possible de disposer *a priori* de l’ensemble des composants du système qui vérifient, pour une certaine action de maintenance, la même gamme de consignation que  $C$  pour l’action donnée. Si le système est constitué de  $N$  composants, et que chaque composant peut faire l’objet d’au plus  $nb\_int$  interventions de maintenance de nature différente, alors on dispose *a priori* d’au plus  $N.nb\_int$  partitions du système en classes d’équivalence pour les relations de consignation.

---

<sup>118</sup> C’est schématiquement la règle de sécurité qui correspond à l’action de maintenance « Ne rien faire ».

<sup>119</sup> De fait, au moins deux.

- La relation de réalisation

D'autres règles de sécurité doivent être respectées afin de *réaliser* une intervention de maintenance dans les meilleures conditions de sécurité. Ces spécifications peuvent se traduire en termes de moyens humains, moyens en matériel, procédures spécifiques ou consignes de sécurité particulières pour une intervention de maintenance donnée (exemple : port d'une combinaison de protection).

Ainsi, deux composants seront en **relation de réalisation** si les consignes, procédures et règles de sécurité spécifiques qui s'appliquent sur ces composants sont les mêmes pour deux opérations de maintenance respectivement données.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{REAL}$  la relation de réalisation sur le système de production.

L'hypothèse sera faite que l'absence de toute règle, recommandation, consigne ou procédure pour une intervention donnée sur un composant donné définit une procédure (vide) de réalisation. Cette remarque permet de bien définir la relation de réalisation (qui est de fait une relation d'équivalence).

- La relation de clôture

Cette relation représente la liste des tâches, tests et vérifications à effectuer *à la fin* d'une action de maintenance afin que le système soit à nouveau opérationnel, dans des conditions d'utilisation et de sécurité données (exemples : remise en route, amorçage, mise en pression, nettoyage, purification...).

Ainsi, deux composants seront en **relation de clôture** si les tâches, tests et vérifications à effectuer en fin d'intervention sont les mêmes pour deux opérations de maintenance respectivement associées à ces composants.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{CLOTURE}$  la relation de clôture sur le système de production.

L'hypothèse sera faite que l'absence de toute vérification suite à une intervention donnée sur un composant donné définit une action de clôture. Cette remarque permet de bien définir la relation de clôture (qui est de fait une relation d'équivalence).

Idéalement, la conjonction de ces trois relations (de consignation, de sécurisation et de clôture) doit être recherchée. Pour plus de précisions, des actions propres à chacune de ces trois notions sont présentées dans le document de travail [INRS, 1993]. Ces relations peuvent cependant être utilisées indépendamment les unes des autres afin d'investiguer de potentielles actions opportunes.

Néanmoins, toute intervention de maintenance candidate se devra de posséder des caractéristiques (en termes des trois relations susmentionnées) compatibles avec celles de l'action de maintenance planifiée. L'évaluation de cette compatibilité relève du seul expert de maintenance, qui devra retenir une intervention de maintenance ou la supprimer de la liste des actions candidates.

➤ La prise en compte des autres critères retenus

Les autres critères retenus pour définir les actions de maintenance  $C$ -opportunes de seconde espèce sont naturellement représentés sous la forme de relations d'équivalence.

- L'échange de flux entre deux composants.

Soient  $C$  et  $D$  deux composants du système de production qui échangent un flux (par exemple de matière ou d'énergie). Nous noterons  $F(C;D)$  cette propriété, et  $\neg F(C;D)$  son contraire.  $F$  peut être vue comme une propriété de proximité (cf. la relation de proximité élargie) et peut être modélisée de la même façon.

Supposons que le premier composant soit l'objet d'une intervention de maintenance. La réalisation de cette intervention nécessite alors de prendre en compte la nature de ce flux, et imposera peut-être de réaliser une intervention également sur le composant  $D$ .

Ainsi, deux composants  $C$  et  $D$  seront en **relation de transfert de flux** s'il existe un entier  $m(C;D)$  tel que, simultanément,  $F(C;U_1), F(U_1;U_2), \dots, F(U_{m(C;D)};D)$ , où  $U_1, U_2 \dots U_{m(C;D)}$  sont  $m(C;D)$  composants du système de production.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{FLUX}$  la relation de transfert de flux sur le système de production.

De la même manière que dans le cas de la proximité élargie, on montre que  $\mathfrak{R}_{FLUX}$  définit une relation d'équivalence sur le système.

- La participation à une même finalité

Si deux composants participent à un même objectif ou à une même finalité au sein du système de production, alors il peut être pertinent de profiter d'une intervention de maintenance sur l'un de ces deux composants pour en effectuer une sur l'autre (notamment pour des raisons de vieillissement de ces composants, d'immobilisation d'un équipement ou de sécurité).

Ainsi, deux composants seront en **relation d'association** s'ils participent à un même objectif au sein du système de production.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{ASSO}$  la relation d'association sur le système de production.

De manière évidente,  $\mathfrak{R}_{ASSO}$  définit une relation d'équivalence sur le système.

- Être dans une même enceinte de confinement

Si une partie du système se trouve compartimentée en enceintes et que deux composants se situent au sein d'une même enceinte, alors ces composants peuvent être considérés « proches » en un sens.

Plus précisément, nous appellerons **enceinte** tout ensemble de composants qui sont regroupés au sein d'un même espace physique de confinement délimité dans l'espace. Les termes « bâti », « carter », « sous-ensemble clos », « espace de confinement », « boîte carter » sont parfois utilisés dans ce sens.

Ainsi, deux composants seront en **relation de confinement** s'ils appartiennent à la même enceinte.

Nous noterons  $\mathfrak{R}_{CONF}$  la relation de confinement sur le système de production.

De manière évidente,  $\mathfrak{R}_{CONF}$  définit une relation d'équivalence sur le système.

### 3.2.2.3 Exploitation des relations à l'aide d'une masse d'opportunité

La définition de la notion de maintenance  $C_i$ -opportune de seconde espèce fait donc intervenir, avec notre compréhension de la maintenance, six critères principaux, qui tous ont pu être modélisés à l'aide de relations d'équivalence sur le système ( $1 \leq i \leq N$ ). Il peut y avoir d'autres critères, comme nous l'avons souligné dans le deuxième chapitre, mais les

mécanismes de modélisation restent identiques, dans le sens que la procédure de modélisation par des relations d'équivalence présentée dans cette section est générique.

Nous avons conscience que l'ensemble des informations relatives aux relations d'équivalences de l'ensemble  $R$  peut être très important. Cependant, pour les entreprises que nous avons considérées dans le premier chapitre, ces informations sont déjà existantes et potentiellement inexploitées. Par ailleurs, il est fondamental d'avoir à sa disposition un important ensemble de données si l'on veut exploiter la notion de maintenance opportune.

Soit  $REL$  l'ensemble de ces relations d'équivalence :

$$REL := \{\mathfrak{R}_{PROX}; \mathfrak{R}_1; \dots; \mathfrak{R}_{OP}; \mathfrak{R}_{CONS}; \mathfrak{R}_{REAL}; \mathfrak{R}_{CLOTURE}; \mathfrak{R}_{FLUX}; \mathfrak{R}_{ASSO}; \mathfrak{R}_{CONF}\}. \quad (3.57)$$

Pour un opérateur de maintenance  $W_k$  donné ( $1 \leq k \leq OP$ ), nous définissons également :

$$REL_k := \{\mathfrak{R}_{PROX}; \mathfrak{R}_k; \mathfrak{R}_{CONS}; \mathfrak{R}_{REAL}; \mathfrak{R}_{CLOTURE}; \mathfrak{R}_{FLUX}; \mathfrak{R}_{ASSO}; \mathfrak{R}_{CONF}\}. \quad (3.58)$$

Nous avons ainsi :  $|REL| = OP + 7$ ,  $|REL_k| = 8$  ( $1 \leq k \leq OP$ ).

Ces critères étant supposés deux à deux indépendants, une action de maintenance sur un composant  $C_j$  est « d'autant plus  $C_i$ -opportune » que le nombre de critères validés pour  $C_j$  (associé à cette action) est élevé. En effet, chacun de ces critères influe sur  $\Delta_{C_i \rightarrow C_j}^{W_k}$  qui est le temps mis par l'opérateur de maintenance  $W_k$  ( $1 \leq k \leq OP$ ) pour accéder au composant  $C_j$  depuis le composant  $C_i$  : « à la limite » (comme dans le cas  $C_i = C_j$ ), on doit avoir  $\Delta_{C_i \rightarrow C_j}^{W_k} = 0$  unité de temps, ce qui correspond à la situation où toutes les conditions sont satisfaites pour effectuer une action de maintenance  $C_i$ -opportune sur le composant  $C_j$ .

Plus précisément, nous considérons une action de maintenance préventive prévisionnelle  $M(C_i)$  sur le composant  $C_i$  du système de production, effectuée par l'opérateur  $W_k$ . Nous recherchons alors des composants  $C_j$  et des actions de maintenance  $M(C_j)$  « les plus

opportunes possibles ». La définition 2.10 fait intervenir un certain nombre de critères qui ont été supposés deux à deux indépendants. La façon la plus naturelle d'obtenir la liste des actions de maintenance « les plus opportunes possibles » est de sélectionner, parmi toutes les actions candidates, celles pour lesquelles le nombre de critères satisfaits est le plus grand. La fonction d'agrégation des différents critères est alors simplement la somme du nombre de critères satisfaits.

Nous aboutissons à la définition suivante :

$$\begin{aligned} Masse_1Oppo_j^{(i;k)} &:= Masse_1Oppo^{(i;k)}(C_j; M(C_j)) \\ &:= \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} 1_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Cette quantité  $Masse_1Oppo_j^{(i;k)}$  est en quelque sorte la « masse d'opportunité » associée à l'action de maintenance  $C_i$ -opportune  $M(C_j)$  sur le composant  $C_j$  du système de production par l'opérateur  $W_k$ .  $Masse_1Oppo_j^{(i;k)}$  est un entier compris entre 0 et 8, qui sera normalisé de la façon suivante :

$$\begin{aligned} Masse_2Oppo_j^{(i;k)} &:= Masse_2Oppo^{(i;k)}(C_j; M(C_j)) \\ &:= \frac{1}{8} Masse_1Oppo_j^{(i;k)} \\ &= \frac{1}{8} \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} 1_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Cette normalisation permet de rendre la fonction d'agrégation insensible au nombre de critères retenus : si par exemple  $\text{card}(REL_k)$  ou  $\text{card}(REL)$  augmente suite à la décision de l'expert maintenance de retenir un nouveau critère (relatif à une intervention de maintenance opportune et formalisable à l'aide d'une relation d'équivalence), alors la masse d'opportunité ainsi définie reste comprise entre 0 et 1. De même, si l'expert décide d'abandonner un critère (par exemple car il ne peut plus accéder aux données relatives à ce critère), la masse



d'opportunité reste comprise entre 0 et 1. La définition 3.60 réalise en fait la moyenne arithmétique des indicatrices des différents critères.

De manière plus générale, il est possible de considérer des poids  $(\alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)})_{\mathfrak{R} \in REL_k} \in [0;1]^{|REL_k|}$  de somme totale égale à 1 :

$$\begin{aligned} Masse_3Oppo_j^{(i;k)} &:= Masse_3Oppo^{(i;k)}(C_j; M(C_j)) \\ &= \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} \alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)} 1_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}} \end{aligned} \quad (3.61)$$

avec  $\sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} \alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)} = 1$ .

$Masse_3Oppo_j^{(i;k)}$  permet ainsi à l'expert de pondérer certains des critères, s'il le souhaite. Le

cas particulier où  $\alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)} = \frac{1}{|REL_k|} \quad \forall \mathfrak{R} \in REL_k$  correspond à  $Masse_2Oppo_j^{(i;k)}$ .

Cependant, si l'on souhaite que l'évaluation de l'action de maintenance  $M(C_j)$  sur le composant  $C_j$  reste indépendante de l'ordre dans lequel les composants sont considérés, alors les poids  $(\alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)})_{\mathfrak{R} \in REL_k} \in [0;1]^{|REL_k|}$  doivent être tous égaux, et l'on retrouve  $Masse_2Oppo_j^{(i;k)}$ .

Nous avons consigné la preuve de ce résultat en annexe (cf. Annexe VI).

Dans le même ordre d'idée, l'expert a la possibilité, avec ce formalisme, d'imposer qu'un ou plusieurs des critères soi(en)t vérifié(s) par une potentielle action de maintenance  $C_i$ -opportune effectuée par l'opérateur  $W_k$ .

Nous définissons ainsi l'ensemble  $Veto(REL_k)$  qui est le sous-ensemble de  $REL$  correspondant à ceux des critères devant être validés pour effectuer l'action de maintenance  $M(C_j)$  sur le composant  $C_j$ .

Nous pouvons alors introduire la fonction d'agrégation suivante :

$$\begin{aligned}
Masse_4Oppo_j^{(i;k)} &:= MasseOppo^{(i;k)}(C_j; M(C_j)) \\
&:= \left( \prod_{\mathfrak{R} \in Veto(REL_k)} 1_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}} \right) \cdot \left( \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k \setminus Veto(REL_k)} \alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)} 1_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}} \right). \tag{3.62}
\end{aligned}$$

Le choix d'une action de maintenance  $C_i$ -opportune se portera vers les couples  $(C_j; M(C_j))$  qui maximisent la valeur (qui devra nécessairement être non nulle) de  $Masse_4Oppo_j^{(i;k)}$ . Nous faisons remarquer que la masse opportune ne peut prendre que  $2^{|REL_k|+1} - 1$  (soit ici 511) valeurs au maximum (voir Annexe VII), quelles que soient les préférences du décideur, le composant  $C_j$  et l'action de maintenance  $M(C_j)$  (et aussi l'opérateur de maintenance  $W_k$  qui effectuera l'action de maintenance  $M(C_i)$  sur le composant  $C_i$ ). Ce nombre croît donc exponentiellement avec le nombre de critères définissant la notion de maintenance  $C_i$ -opportune et pouvant être représentés à l'aide de relations d'équivalence.

La définition (3.62) semble recouvrir toutes les façons d'agréger les différents critères retenus dans la définition de maintenance opportune. Cependant, il existe en fait d'autres manières d'agréger les critères de la définition 2.10 au sein d'une masse d'opportunité. Pour l'illustrer, nous allons déjà récapituler l'ensemble des propriétés qu'une telle masse doit posséder.

#### 3.2.2.4 Agrégation des critères

Nous cherchons la forme que peut prendre une fonction  $f : \{0;1\}^n \rightarrow [0;1]$ , où  $n$  est un entier naturel non nul (le nombre de critères retenus), sous certaines hypothèses résultant du contexte de notre étude. Une telle fonction (de l'ensemble  $\{0;1\}^n$  dans l'intervalle continu  $[0;1]$ ) est parfois appelée *fonction pseudo-booléenne*.

Nous noterons  $x_1 \dots x_n$  les  $n$  variables de la fonction  $f$ ; ce sont des variables booléennes.

Les propriétés que  $f$  devra satisfaire sont les suivantes.

Propriété 1 :  $f$  est symétrique, c'est-à-dire invariante sous l'action du groupe des permutations  $S_n$  ; en clair :  $f(x_1 \dots x_n) = f(x_{\sigma(1)} \dots x_{\sigma(n)})$ ,  $\forall \sigma \in S_n$ .

(Les critères peuvent être agrégés au sein de  $f$  dans un ordre quelconque.)

Propriété 2 :  $f$  est une fonction idempotente, c'est-à-dire que  $f(x \dots x) = x$ , quel que soit le booléen  $x$ .

On doit également avoir  $f$  compensatoire :  $\min(x_i; 1 \leq i \leq n) \leq f(x_1 \dots x_n) \leq \max(x_i; 1 \leq i \leq n)$ .

(La masse d'opportunité  $f$  doit être à valeurs dans  $[0; 1]$ , elle doit valoir 0 si aucun critère n'est satisfait, et 1 si tous les critères sont satisfaits.)

La propriété 2 découle immédiatement des propriétés 3 et 4 qui suivent.

Propriété 3 :  $f$  est une fonction auto-duale (ou stable sous la négation standard). Quels que soient les booléens  $x_1 \dots x_n$ ,  $f(1 - x_1; \dots; 1 - x_n) = 1 - f(x_1; \dots; x_n)$ .

(L'évaluation de l'agrégation n'est pas sensible à un renversement simultané de l'échelle et des variables.)

Propriété 4 :  $f$  est strictement croissante. Soient  $(x_1 \dots x_n)$  et  $(x'_1 \dots x'_n)$   $2n$  booléens tels que tous les  $x'_i$  soient supérieurs (au sens de la relation d'ordre usuelle) aux  $x_i$  correspondants.

On doit avoir :  $f(x'_1 \dots x'_n) \geq f(x_1 \dots x_n)$ . De plus, l'inégalité est stricte dès lors que l'un au moins des  $x'_i$  est strictement supérieur au  $x_i$  correspondant.

Les propriétés 3 et 4 impliquent la propriété 2, mais également la propriété 5 suivante.

Propriété 5 : soient  $(x_1 \dots x_n)$  et  $(x'_1 \dots x'_n)$   $2n$  booléens. On doit avoir :

$$f(x'_1 \vee x_1; \dots; x'_n \vee x_n) \geq \max(f(x_1; \dots; x_n); f(x'_1; \dots; x'_n))$$

où le symbole  $\vee$  représente l'opérateur logique  $\max$  sur l'ensemble des booléens.

( $0 \vee 0 = 0$  ;  $0 \vee 1 = 1$  ;  $1 \vee 0 = 1$  ;  $1 \vee 1 = 1$ .)

Il s'agit de trouver l'ensemble des fonctions  $f$  satisfaisant ces propriétés. Remarquons déjà que la moyenne arithmétique des variables booléennes  $x_1 \dots x_n$  convient. La question est de savoir s'il existe d'autres solutions à ce problème.

Par exemple, la fonction suivante, proposée par Jean-Luc Marichal à partir des outils développés dans sa thèse [Marichal, 1999], convient :

$$n = 3, \quad f(x_1; x_2; x_3) := c(x_1 + x_2 + x_3) + (1 - 3c)(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_1x_2x_3),$$

avec  $c$  une constante réelle strictement comprise entre 0 et  $\frac{1}{2}$ . On remarque que pour  $c$  égal à un tiers, on retrouve la moyenne arithmétique usuelle.

L'étude des fonctions d'agrégation  $f$  satisfaisant à ces propriétés a été commencée récemment. Jean-Luc Marichal obtient, dans ses travaux de thèse, des résultats de classification intéressants [Marichal, 1999], mais sous des hypothèses plus fortes. Il se base pour cela notamment sur des études de János Aczél [Aczél, 1948 ; Aczél, 1966 ; Aczél and Dhombres, 1989]. De même, [Bustince, *et al.*, 2007] proposent des solutions, mais toujours sur des hypothèses plus fortes (l'ensemble de départ n'est pas  $\{0 ; 1\}$  mais  $[0 ; 1]$  et  $f$  y est continue). [Hammami, 2003] recense de façon aussi exhaustive que possible l'ensemble des méthodes d'agrégation multicritères.

Quelle que soit *in fine* la notion de masse opportune retenue, celle-ci permet de quantifier à quel point une intervention de maintenance *a priori* non planifiée peut se révéler opportune pour l'entreprise. Les critères retenus pour évaluer cet aspect sont de plusieurs natures (proximité, distance, outillage, sécurité...) et mobilisent des informations ou des connaissances issues de divers services de l'entreprise (conception, production, maintenance...). La notion de maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce, associée à un composant  $C$  du système de production, va permettre de sélectionner des composants en phase de dégradation afin d'effectuer des regroupements d'actions de maintenance préventives et ainsi réaliser des gains en termes de temps totaux d'intervention.

Cependant, la maintenance  $C$ -opportune de seconde espèce ne peut être pertinente que si les données dont dispose le décideur sont précises. En ce qui concerne l'outillage ou les règles de sécurité, les éléments utiles (liste d'outils, de compétences ou de procédures par exemple)

sont connus avec précision (*via* des documents techniques, des procédures standards, des normes...). Particulièrement en ce qui concerne la notion de proximité, l'utilisation de relations d'équivalence ne saurait être pertinente si les données de conception relatives au système sont approximatives, comme nous le verrons au chapitre 4.

Pour tenter d'établir malgré tout une notion relative de proximité exploitable en pratique, nous avons décidé d'investiguer une notion *graduelle* de la proximité. Une investigation prometteuse repose sur l'utilisation des outils de la logique floue, appliqués aux différents critères qui permettent de caractériser une action de maintenance *C*-opportune de seconde espèce, où *C* est un composant fixé du système de production, mais surtout appliqués au critère de proximité. La logique floue permet précisément de donner un sens à des notions telles que « plus proche de ce composant que d'un autre », ou « assez proche de l'un des composants et très proche d'un autre ».

Plus précisément, nous allons définir dans la section suivante une notion de proximité floue à l'aide des boîtes englobantes disponibles *a priori* sur un système de production.

#### 3.2.2.5 Une exploitation des boîtes englobantes à l'aide de la logique floue

Dans cette section, nous mettons en place quelques principes fondamentaux pour permettre l'utilisation et l'application des boîtes englobantes. Les boîtes englobantes peuvent en effet être exploitées d'une manière différente de celle présentée dans les sections précédentes, afin de définir une notion floue de la proximité entre deux composants donnés d'un système de production. En premier lieu, cette contribution résulte d'une réflexion autour de la notion de boîte englobante dans le concept de maintenance opportune. Mais en fait, les développements proposés dans la présente section peuvent être utilisés sans référence aucune à la maintenance. Une application réelle sera proposée dans le chapitre suivant.

Soit  $B_M$  la boîte englobante d'un composant  $M$ . Toute partie de  $M$  est alors contenue dans  $B_M$  et  $B_M$  est un parallélépipède rectangle. Si l'on fait croître uniformément  $B_M$  d'une unité géométrique selon les trois directions ( $X ; Y ; Z$ ) du repère dans lequel les boîtes englobantes sont définies (voir la figure 3.63), on obtient une boîte englobante contenant  $B_M$ , que l'on note

$B_M^1$ . Si le pas d'accroissement est égal à  $\alpha$ , alors on obtient une nouvelle boîte englobante  $B_M^\alpha$  de l'objet  $M$  (voir figure 3.64). Notons que  $B_M = B_M^0$ .

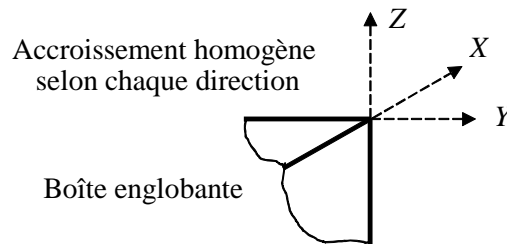


Figure 3.63. Visualisation des axes du repère et d'une boîte englobante.

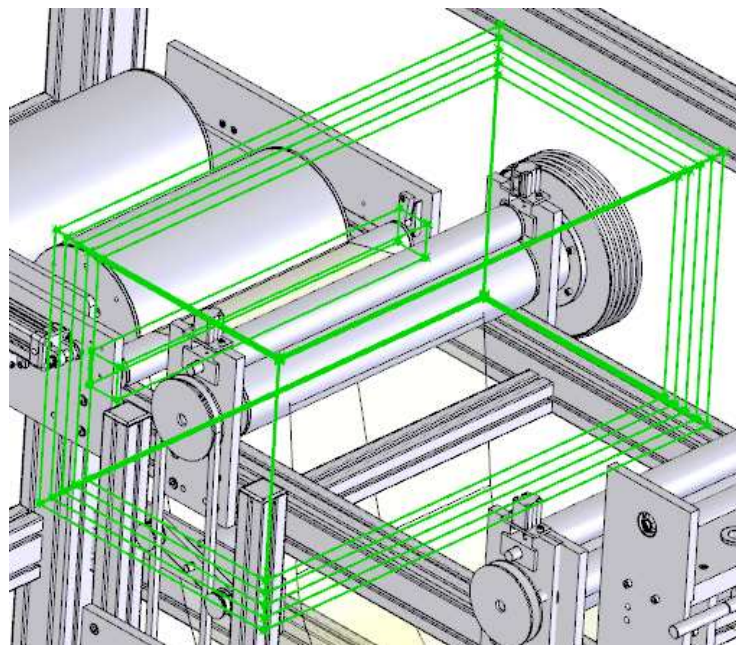


Figure 3.64. Plusieurs boîtes englobantes autour d'un composant de premier niveau (vue CAO du sous-ensemble d'accumulation de la plateforme TELMA).

Dans le cas où le pas d'accroissement est uniforme (égal à  $\alpha$ ) dans les trois directions de l'espace, remarquons que la boîte englobante  $B_M^\alpha$  n'est autre que la dilatation de la boîte englobante  $B_M$  par un élément structurant cubique d'arête  $\alpha$  en morphologie mathématique [Serra, 1983]. C'est également le volume obtenu après  $\alpha$  dilatations de  $B_M$  par un élément structurant cubique d'arête unité. Cette remarque a été mise à profit dans [Derigent, *et al.*,

2009] pour développer des actions de maintenance opportunes en utilisant les outils usuels de la morphologie mathématique. Nous ne développerons pas cette démarche ou la notion de morphologie mathématique dans le présent document, mais des développements sont actuellement en cours pour tenter de prolonger l’analogie entre la notion de boîte englobante (relative à la conception) et la notion d’élément structurant (relative à la morphologie mathématique).

Dans la suite nous considérons des valeurs particulières de  $\alpha$  pour un objet  $M$  donné, permettant de modéliser ses relations de proximité avec les autres éléments du système étudié. L’unité sera le millimètre (mm) à des fins de visualisation sur la plateforme TELMA.

Soient deux objets  $M$  et  $N$  avec  $B_M$  et  $B_N$  leur boîte englobante respective. Si l’on fait « grossir » la boîte englobante de  $M$  jusqu’à ce qu’elle intersecte  $B_N$ , on obtient  $\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}$  tel que :

$$\alpha_{\min}^{M \rightarrow N} = \inf \{ \alpha \geq 0 \mid B_M^\alpha \cap B_N^0 \neq \emptyset \}. \quad (3.65)$$

$\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}$  est l’**indice de contact de  $M$  vers  $N$** . C’est le plus petit indice avec lequel il faut grossir la boîte englobante de  $M$  afin qu’elle ait une intersection non vide avec la boîte englobante de  $N$ .

De même, si l’on fait grossir la boîte englobante de  $M$  jusqu’à ce qu’elle contienne complètement  $B_N$ , on obtient  $\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}$  tel que :

$$\alpha_{\max}^{M \rightarrow N} = \inf \{ \alpha \geq 0 \mid B_M^\alpha \supseteq B_N^0 \}. \quad (3.66)$$

$\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}$  est l’**indice d’absorption de  $N$  par  $M$** . C’est le plus petit indice avec lequel il faut grossir uniformément la boîte englobante de  $M$  afin qu’elle contienne intégralement la boîte englobante de  $N$ . Les deux indices  $\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}$  et  $\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}$  sont commensurables avec des distances entre un objet donné  $M$  et un autre objet  $N$ . Ainsi, on peut obtenir, pour chaque objet  $M$  d’un système industriel modélisé sur un outil approprié tel que *SolidWorks*, un couple d’indices

$(\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}; \alpha_{\max}^{M \rightarrow N})$  associé à chaque autre objet  $N$  (composant ou sous-ensemble) du système étudié.

On souhaite maintenant connaître les composants ou sous-ensembles « les plus proches » d'un composant de référence sur lequel on s'apprête à réaliser une action de maintenance. Cette notion de proximité est une notion graduelle (ou progressive) qui peut être modélisée sous la forme d'un ensemble flou défini par « ensemble flou des objets proches de l'objet de référence ». Ainsi, pour un composant  $M$  de référence, à chaque composant ou sous-ensemble  $N$  présent dans la modélisation 3D est associé un degré  $\mu(M; N)$  d'appartenance à l'ensemble flou « des objets proches de  $M$  ».

Le degré d'appartenance à l'ensemble flou des objets « proches de  $M$  » est défini de la façon suivante pour tous éléments  $M$  et  $N$  présents dans la modélisation du système  $S$  (voir Annexe IX) :

$$\mu(M; N) = 1 - \frac{\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}}{\delta(M)} + \frac{1}{2} \frac{(\alpha_{\max}^{M \rightarrow N} - \alpha_{\min}^{M \rightarrow N})^2}{\delta(M)^2}, \quad (3.67)$$

avec  $\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}$  l'indice de contact de  $M$  vers  $N$ ,  $\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}$  l'indice d'absorption de  $N$  par  $M$ , et  $\delta(M) = \max_{p \text{ composant de } S} (\alpha_{\max}^{M \rightarrow p})$ . Il est possible de rendre  $\delta(M)$  indépendant de  $M$  en considérant le diamètre du système  $S$ , défini par  $\delta = \text{diam}(S) = \max_{\substack{X \text{ composant de } S \\ Y \text{ composant de } S}} d(X; Y)$ , où  $d$  est la distance euclidienne usuelle. Cela permet d'avoir la même constante de normalisation pour tous les composants du système. Cependant, pour les applications, l'ordre de grandeur de  $\text{diam}(S)$  est tel que les résultats deviennent difficilement lisibles, les valeurs de  $\mu(M; N)$  étant pour la plupart très proches de zéro. C'est la raison pour laquelle, à des fins d'illustration, la formule retenue pour le degré de proximité avec  $M$ ,  $\mu(M; \bullet)$ , est celle définie par l'équation (3.67).

Explicitons la démarche pour obtenir  $\mu$ . Il s'agit de construire une fonction adimensionnelle de deux variables, à valeurs dans  $[0;1]$ , qui soit telle que  $\mu(M; M) = 1$ , et qui traduise notamment la propriété suivante :  $\mu(M; N)$  est d'autant plus petit (proche de zéro) que  $N$



(respectivement  $M$ ) se trouve éloigné de  $M$  (respectivement  $N$ ). C'est une façon de pénaliser les composants qui ne peuvent bénéficier d'une action de maintenance opportune.

L'annexe IX présente en détail les calculs qui ont permis d'obtenir la forme (3.67) du degré d'appartenance à l'ensemble flou des objets proches de  $M$ .

Le graphe de la fonction  $\mu$  est représenté sur la figure 3.68 ci-dessous.

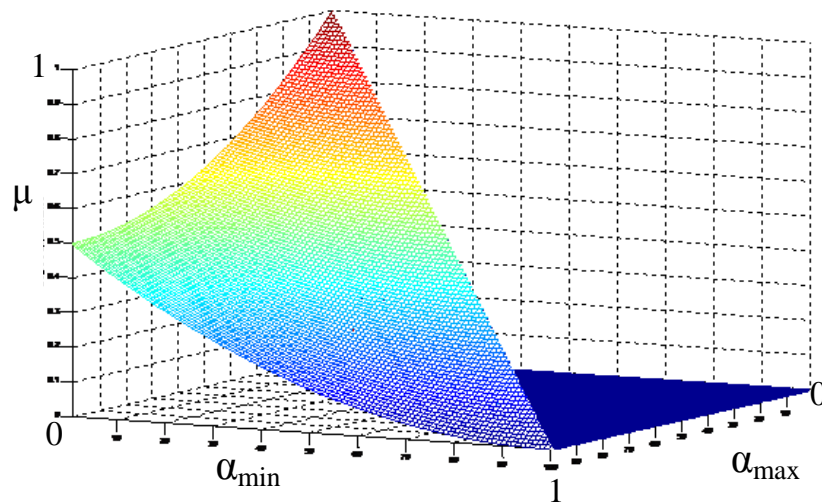


Figure 3.68. Graphe de la fonction d'appartenance  $\mu$  avec  $\delta = \delta(S) = 100$ .

La fonction  $\mu$  privilégie donc les objets qui sont « proches » de l'élément de référence, mais également les objets de petit volume, et les objets « ramassés » (dans le sens où leurs arêtes sont toutes du même ordre de grandeur). Cet *a priori* imposé permet de ne pas considérer des composants qui demanderaient à un opérateur de maintenance un déplacement ou un temps de démontage incompatibles avec les objectifs de la maintenance opportune. Nous en verrons un exemple d'application dans le chapitre suivant.

La construction d'une fonction d'appartenance « floue » à partir de critères tels que la proximité doit permettre à l'expert maintenance de prendre des décisions basées sur des estimations précises d'éloignement des composants. L'éloignement est mesuré dans cette section et dans [Derigent, *et al.*, 2009] en termes de « distance entre boîtes englobantes », tout

en intégrant la géométrie des composants. Il semble possible d'étendre la mesure d'éloignement à d'autres critères, tels que la sécurité (proximité des règles de consignation–déconsignation), l'outillage (proximité des outils utilisés), la compétence (proximité des aptitudes techniques à mettre en œuvre)... De telles extensions de l'étude fourniront à l'expert maintenance autant d'éléments relatifs mais objectifs qui lui permettront de prendre une décision de maintenance adaptée à la situation observée, à la structure du système de production et à son environnement.

### 3.3 Conclusion

Un ensemble diversifié d'outils mathématiques, issus aussi bien de l'analyse stochastique que de l'algèbre, ont été mobilisés afin de nous aider à modéliser la notion de maintenance opportune. De nombreux éléments de théorie ont été rappelés et des exemples académiques illustratifs ont été proposés afin de mettre à disposition des experts un ensemble aussi cohérent et complet que possible d'outils pour résoudre leurs problèmes de décision dans le domaine de la maintenance. L'accent a été mis sur les notions de synchronisation de la maintenance avec la production et de regroupement d'actions de maintenance.

Des masses d'opportunité permettant d'agréger les différents critères retenus ont été proposées. Ainsi l'expert maintenance peut-il qualitativement et quantitativement évaluer le caractère opportun d'une intervention de maintenance préventive *a priori* non planifiée.

Enfin, d'autres développements sont possibles, et la notion de boîte englobante a permis de définir une notion relative de proximité sur le système de production.

La faisabilité et la mise en œuvre, immédiate et intuitive, des outils proposés ont été illustrées à travers différents exemples réalistes, bien qu'académiques. Le prochain chapitre propose d'explorer la faisabilité et la mise en œuvre de l'approche à travers un passage à l'échelle sur un système de production quasi industriel. Nous discuterons les limites des présents travaux et analyserons leur valeur ajoutée.



## Chapitre 4

# Validation expérimentale d'une stratégie de maintenance opportune sur la plateforme TELMA

### 4.1 Introduction

Le présent chapitre décrit la mise en œuvre du processus d'aide à la décision de maintenance sur la plateforme d'expérimentation TELMA de l'A IPL<sup>120</sup>. Nous allons montrer l'applicabilité de la démarche proposée dans les chapitres précédents sur une plateforme réelle, à travers un scénario de maintenance. Nous verrons en particulier comment les outils présentés peuvent être implantés sur une telle plateforme. Enfin, nous mettrons en évidence certaines limites de nos travaux.

TELMA est une plateforme proche d'une réalité industrielle. Elle représente, à une échelle réduite<sup>121</sup> pour d'évidentes raisons sécuritaires<sup>122</sup>, un *process* industriel issu de PSA<sup>122</sup> Peugeot Citroën pour l'emboutissage de tôles (voir figures 4.1 et 4.2). Les caractéristiques de base du *process* ont été conservées : une fine **bande de tôle** est transformée en **produits finis** *via quatre postes de transformation*. La figure 4.3 représente une vue réelle de TELMA ; la figure 4.4 en présente une vue schématique.

---

<sup>120</sup> L'A IPL est un centre de ressources régional utilisé comme support expérimental de formations approfondies dans le domaine de la productique et de la conception intégrée en mécanique.

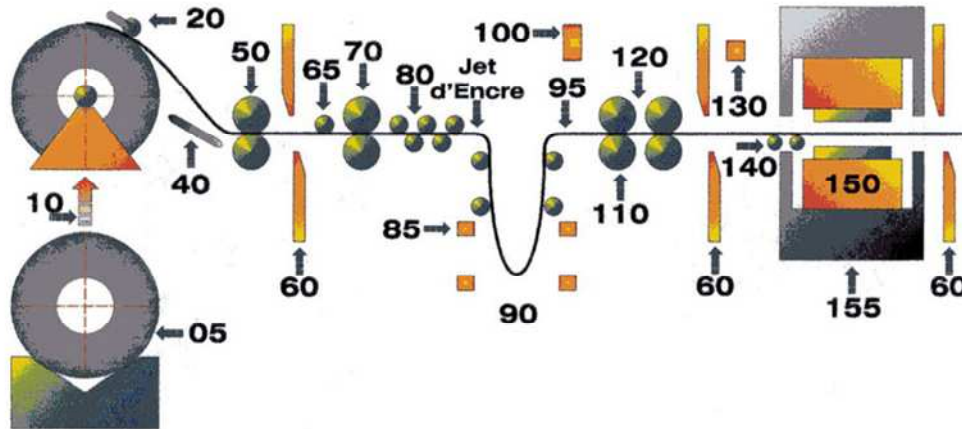
<http://www.aip-primeca.net>

<sup>121</sup> La taille de TELMA est de moins de trois mètres de longueur, alors que le système s'étend sur une vingtaine de mètres dans l'industrie.

<sup>122</sup> Site de Peugeot Société Anonyme : <http://www.psa-peugeot-citroen.com/en/hp1.php>



Figure 4.1. Vue tridimensionnelle du process utilisé chez PSA Peugeot Citroën.



- 05-Stockage
- 10-Chargeur
- 20-Dérouleuse
- 40-Guide bêche
- 50-Rouleaux d'engagement
- 60-Cisaille 1 ou 2 ou 3
- 65-Rouleau brossier
- 70-Rouleaux de traction
- 80-Planeuse ,Redresseuse
- 85-Sonde de contrôle boucle

- 90-Fosse à boucle
- 95-Tôle
- 100-Guide bande
- 110-Pinceur anti-retour
- 120-Amenage
- 130-Sonde soudure
- 140-Engagement bande sous l'outil
- 150-Matrice
- 155-Presse

La tôle initialement stockée (05) est chargée sur la dérouleuse (20). Elle est guidée vers la découpe à l'aide du rouleau d'engagement (50). Les parties de la tôle qui ont souffert du transport et du stockage sont cisailées par la cisaille 1 (60). La tôle est ensuite brossée (65) entraînée par le rouleau de traction (70) vers un mécanisme à rouleaux qui la rend plane (80). Étant donné que le déroulement à l'amont de la boucle est un processus continu et que la découpe à l'aval de la boucle est discontinu et périodique, la boucle joue le rôle d'une longueur tampon, permettant le raccordement entre ces deux processus.

Schéma (1) - Ligne de Découpe

Figure 4.2. Représentation du process utilisé chez PSA Peugeot Citroën.



Figure 4.3. La plateforme TELMA (vue réelle).

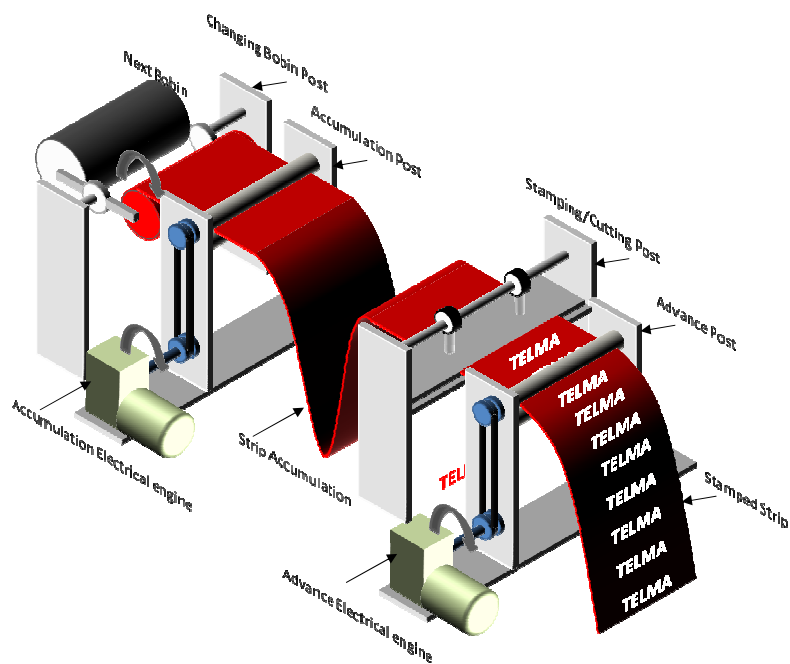


Figure 4.4. La plateforme TELMA (vue schématique).

Les quatre postes de transformation qui composent ce *process* physique sont les suivants : changement de bobine, accumulation de la bande de tôle, avance de la bande de tôle, poinçonnage de la bande de tôle (voir Figure 4.5).

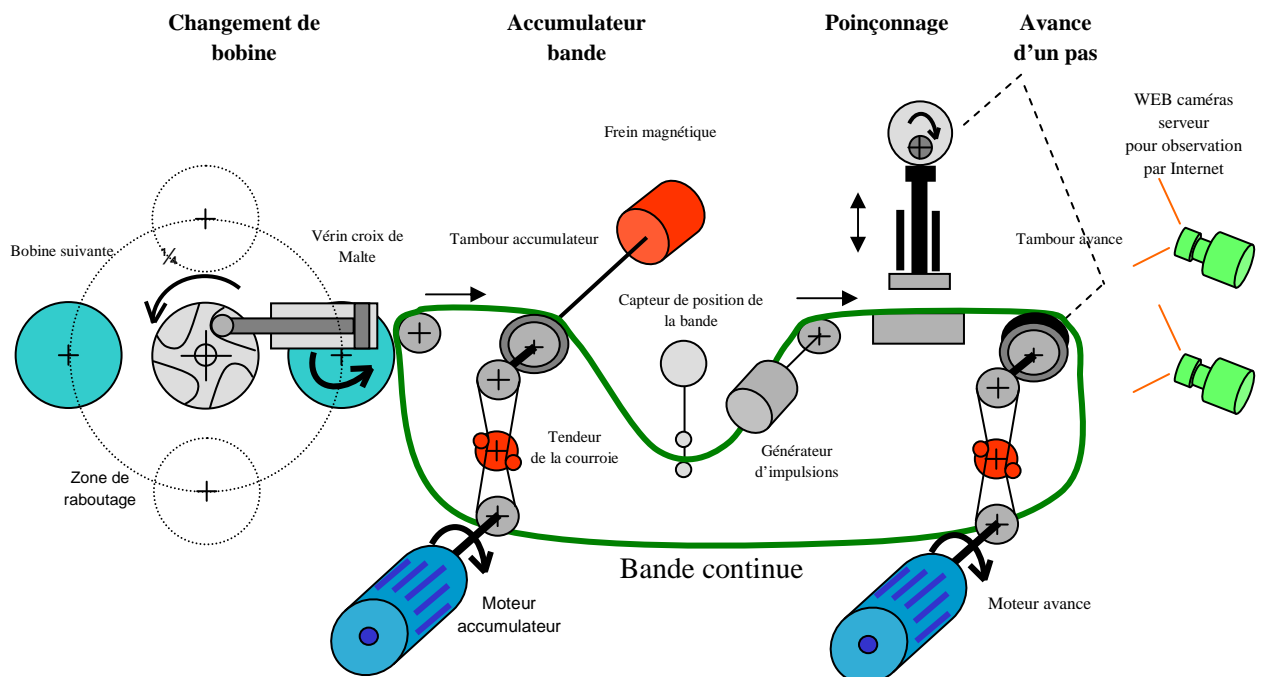


Figure 4.5. Les quatre postes de transformation de la plateforme TELMA.

## 4.2 Exploitation de la plateforme TELMA

La plateforme TELMA est opérationnelle depuis fin 2005. L'infrastructure de TELMA permet d'étudier l'impact de stratégies de maintenance classiques, mais également de mettre en place de la télémaintenance. En effet, la plateforme est accessible et contrôlable à distance par le Web à tout moment, elle peut fonctionner vingt-quatre heures sur vingt-quatre et sept jours sur sept, sans personnel spécialisé, ni encadrement à proximité. Une Webcam permet à l'utilisateur d'en visualiser le fonctionnement. Des capteurs sont déployés sur l'ensemble de la plateforme.

TELMA est utilisée pour l'enseignement à des fins pédagogiques. Elle répond aux besoins des formations en maintenance de niveau BAC+2 à BAC+5. En particulier, elle permet de déployer des stratégies de maintenance à travers une GMAO, et de mettre en œuvre une évaluation de ces stratégies.

TELMA est également exploitée par les chercheurs du CRAN pour valider leurs travaux, particulièrement en lien avec l'impact de nouvelles stratégies de maintenance sur les performances d'un système industriel. Elle permet de mettre en œuvre des outils matériels, logiciels ou progiciels pour supporter des stratégies de maintenance avancées, telles la télémaintenance ou la *e*-maintenance. En particulier, TELMA est utilisée dans le cadre du projet européen DYNAMITE<sup>123</sup>, où elle sert de plateforme d'expérimentation et de validation de composants « innovants » pour la maintenance. Dans ce sens, la plateforme est en perpétuelle évolution. À terme, TELMA devra supporter de nouvelles technologies (notamment des technologies sans fils), permettre le développement de nouveaux services (pronostic, estimation de durées de vie résiduelles) et permettre d'étudier l'impact de nouvelles formes de maintenance (télémaintenance, *e*-maintenance). Ces nouvelles fonctionnalités sont en cours d'intégration autour d'une proposition de standardisation de type MIMOSA.

La plateforme TELMA nous a permis de tester la validité de nos travaux, en exploitant uniquement l'existant et sans développer de nouvelles fonctionnalités, de nouvelles technologies ou de nouveaux services.

En effet, sous sa forme première, la plateforme TELMA nous offre la possibilité d'étudier les notions de synchronisation entre la production et la maintenance. En particulier, elle nous permet d'implémenter complètement la notion de maintenance opportune de première espèce, et notamment l'algorithme de Bruss. Pour ce faire, nous avons utilisé les données réelles de terrain et/ou issues des logiciels disponibles (en lien avec la production).

En outre, sous sa forme plus évoluée de plateforme de *e*-maintenance, TELMA nous permet d'implémenter certains aspects relatifs à la notion de maintenance *C*-opportune de seconde espèce, où *C* sera un composant donné de TELMA, ainsi que la notion floue de proximité introduite au chapitre 3. Pour cela, nous avons plus spécifiquement utilisé, de l'infrastructure existante, un *webservice* de pronostic, un ensemble de données de conception et des outils de traitement des données. Le *webservice* de pronostic existant<sup>124</sup> permet d'obtenir, en temps réel<sup>125</sup>, une valeur représentant la durée de vie résiduelle de certains composants de TELMA.

---

<sup>123</sup> *Dynamic decision in maintenance*, IP DYNAMITE FP6-IST-NMP-2-017498.

<sup>124</sup> <http://dynaweb.cran.uhp-nancy.fr:4101/Prognosis/WebService.aspx>

<sup>125</sup> Concrètement, une fois l'ensemble des paramètres adéquats renseignés, un processus calcule en permanence, en tâche de fond et de façon transparente pour l'utilisateur, la durée de vie résiduelle de l'équipement concerné (ici la courroie dentée).



Cette durée de vie résiduelle est pour l'instant délivrée sous la forme d'une donnée déterministe, et peut être stockée, dans un champ texte, dans la GMAO utilisée sur TELMA. La sortie du processus de pronostic, sous la forme de cette valeur numérique, sera exploitée comme donnée d'entrée de l'algorithme de Bruss.

## **4.3 L'architecture technique de la plateforme TELMA**

Dans cette partie, nous allons présenter successivement les aspects de la plateforme TELMA relatifs à la partie opérative, à la partie commande, à la génération de défaillances, et enfin à l'architecture de communication et de maintenance.

### **4.3.1 La partie opérative**

La plateforme TELMA est structurée autour d'une partie opérative simulant le déroulement de bandes de tôle, servant une presse verticale (voir la figure 4.5). L'alimentation en bandes de tôle est simulée en entrée par un système automatisé de changement de bobines (voir la figure 4.5, poste 'Changement de bobine', et la figure 4.6), constitué d'un barillet supportant deux bobines, entraîné par un vérin pneumatique. La bande de tôle est représentée sous la forme d'une bande de caoutchouc continue. L'intérêt de disposer d'une bande continue est d'éviter, lors d'une utilisation à distance, de gérer un flux de produit en entrée ou en sortie. L'avance du produit est assurée par deux systèmes mécaniques d'entraînement :

- le premier (voir la figure 4.5, poste 'Accumulation de la bande') achemine le produit en entrée de la presse, en assurant une tension constante de la bande afin d'éliminer les risques de déchirement ;
- le second système en aval (voir la figure 4.5, poste 'Avance d'un pas') tire sur le produit pour l'amener sous la presse et y subir une opération de poinçonnage (voir la figure 4.5, poste 'Poinçonnage'), en respectant des exigences strictes de positionnement du produit. Ce système assure également l'animation du poinçon de la presse. Le couplage s'effectue *via* une courroie crantée.

Le processus physique est ainsi composé de quatre sous-processus : changement de bobine, accumulation de la bande, poinçonnage et système d'avance. Chacun de ces sous-processus est constitué de plusieurs composants, tels que des vérins pneumatiques, des distributeurs, une croix de Malte<sup>126</sup>, des moteurs, un axe pour supporter les bobines... En lien avec la partie commande, des capteurs et des actionneurs permettent en outre de mesurer et contrôler les différents paramètres de fonctionnement des quatre sous-processus.

#### 4.3.2 La partie commande

La plateforme est pilotée par des composants « d'automatisation », reliés aux capteurs et aux actionneurs, qui communiquent *via* un réseau de terrain de type Ethernet industriel, ouverts vers le niveau Entreprise (Ethernet AIPL et Intranet) et vers son environnement (Internet). L'installation est constituée de deux automates Schneider<sup>127</sup> TSX Premium et d'un module d'entrées et sorties déportées. Le premier automate assure le contrôle-commande de la plateforme. Le module d'entrées et sorties déporté Momentum de Schneider permet le contrôle des énergies (pneumatique et électrique), des balises lumineuses (qui reflètent l'état de la plateforme) du pupitre, et du sous-ensemble 'Changement de bobine'. Les deux Altivar ATV 58 de Schneider pilotent les moteurs qui acheminent le produit.

Il existe des filtres de comportement qui génèrent des alertes. Les filtres de comportement permettent de détecter des déviations par rapport à des comportements nominaux identifiés sur la plateforme TELMA. Des algorithmes de seuillage permettant de distinguer un comportement dévié d'un comportement nominal existent sur TELMA. Ils sont paramétrés par un expert externe à l'AIPL.

Deux modes d'utilisation de la plateforme sont possibles : le mode Local (qui est prioritaire), et le mode Distant. En mode Local, l'écran tactile Magélis de Schneider permet d'interagir avec la plateforme TELMA. Dans ce mode, la mise en production est gérée *via* l'écran tactile. De plus, une caméra Web pilotable permet de visualiser à distance et à tout moment le système en fonctionnement.

---

<sup>126</sup> Croix de Malte : mécanisme convertissant un mouvement de rotation continue en rotation saccadée.

<sup>127</sup> <http://www.schneider.fr>

Dans le mode Distant, la production est gérée par l'intermédiaire d'un navigateur Internet (voir la figure 4.6).

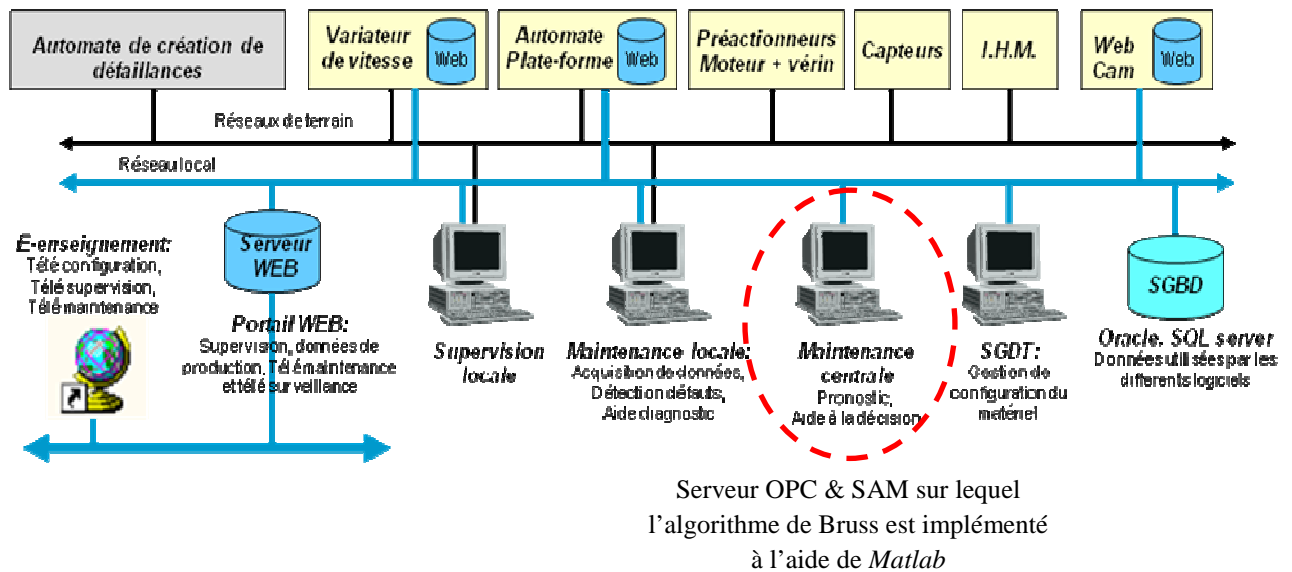


Figure 4.6. L'architecture de la plateforme TELMA.

Nous avons choisi d'utiliser le mode local, car il nous permet d'implémenter directement l'algorithme de Bruss sur le poste de maintenance central, sous la forme d'un algorithme (voir Annexe X) écrit à l'aide du langage de programmation *Matlab* de la société The MathWorks<sup>128</sup>.

Le mode d'utilisation local donne accès à deux types de fonctionnement. Le mode *automatique* assure une production en continu, vingt-quatre heures sur vingt-quatre. Il offre la possibilité à l'utilisateur de paramétrer (manuellement, ou automatiquement pour une campagne de production) la capacité de la bobine, le temps de changement d'une bobine et la cadence de production. L'utilisateur peut accéder à tout instant aux données de fonctionnement de la plateforme *via* le réseau. Le mode *manuel* permet de positionner le module des bobines soit en position courante, soit en position rabouillage, et de repositionner correctement la réserve de bande afin d'éviter tout déchirement du produit.

Nous avons choisi d'utiliser le mode automatique car il est le plus adapté pour tester la synchronisation production–maintenance (et donc la notion de maintenance opportune de

<sup>128</sup> <http://www.mathworks.fr>

première espèce) dans un contexte proche de l'industrie. Le mode automatique pour TELMA correspond au mode usuel de production pour un système industriel (système fonctionnant en trois-huit par exemple).

### **4.3.3 La génération de défaillances**

Une fonctionnalité intéressante de TELMA est la possibilité offerte à l'utilisateur de générer des défaillances pour en étudier les conséquences, mais également pour éprouver les algorithmes de surveillance, de diagnostic et de pronostic existants. La génération de défaillance permet notamment de générer des défaillances ou des dégradations lentes sur la plateforme, en particulier sur les composants critiques. Le calcul de la durée de vie résiduelle d'un composant critique pour lequel un processus de dégradation lente a été généré permet d'étudier l'impact de la dégradation sur la décision d'intervenir ou non pour réaliser une action de maintenance sur ce composant.

En termes de programmes, d'algorithmes ou de paramétrage, la génération de défaillance est supportée par le second automate Schneider TSX Premium, qui est chargé de générer des défaillances et des dégradations contrôlées. Nous allons recourir à cette fonctionnalité afin de générer une dégradation lente au niveau du vérin pneumatique. Le *webservice* de pronostic nous fournira alors la durée de vie résiduelle du vérin, ce qui nous permettra de tester l'exécution et la pertinence de l'algorithme de Bruss.

### **4.3.4 L'architecture de communication et de maintenance**

Un serveur utilisant le standard de communication OPC (*Object linking and embedding for Process Control*) situé sur le poste de maintenance central permet d'accéder à l'état des différents composants de la plateforme (capteurs, actionneurs, moteurs...). Les automates, les variateurs Altivar, les modules d'entrées et sorties déporté, l'écran tactile de la plateforme et le poste central sont reliés à un réseau de terrain Ethernet industriel permettant d'accéder aux configurations des composants (programmes et paramètres de fonctionnement), ainsi qu'à leur état courant et à leur valeur courante.

Le logiciel *SuiteVoyager*, développé par la société américaine Wonderware<sup>129</sup>, ouvre l'architecture de la plateforme TELMA vers le réseau Internet pour pouvoir la piloter à distance. Par ailleurs, les automates et variateurs Altivar intègrent un serveur *web* pouvant héberger un site Internet et permettant également une prise de contrôle et une reconfiguration à distance.

Le système d'information de gestion de la maintenance de la plateforme TELMA est basé sur le progiciel CASIP (*Computer-Aided Safety and Industrial Productivity*), développé par la société Predict<sup>130</sup>.

En ingénierie, CASIP permet d'accéder à une base de connaissances de maintenance, ce qui garantit la cohérence et permet la réutilisation des analyses, des données et des travaux effectués, ainsi qu'une ouverture aisée vers des systèmes d'information dans l'entreprise (ERP, MES ou GMAO). Autour de cette base se trouvent différents modules de traitement, parmi lesquels des modules d'ingénierie de la maintenance (AMDEC, HAZOP, DIAG) ou des modules de suivi des dérives de fonctionnement, de détection des défaillances, de surveillance, de diagnostic (SAM) et de pronostic.

En exploitation, le module de surveillance SAM possède une base de données temps réel, et communique avec le serveur OPC pour accéder aux variables automates de la plateforme. Nous ferons usage des données issues des deux niveaux tactique et opérationnel de la plateforme : notre configuration opérationnelle pour le test prend en considération les données accessibles sur le serveur CASIP-SAM.

Le système d'information de gestion de la maintenance de la plateforme TELMA est intégré à un système ERP (*Sage X3 Entreprise* de la société SAGE<sup>131</sup>), une GMAO (*OptiMaint* de la société Apisoft<sup>132</sup>) et un MES (*FlexNet* de la société Apriso Corporation<sup>133</sup>).

L'ERP *Sage X3 Entreprise* est connecté avec le logiciel *Incoplan* de la société Incotec<sup>134</sup>. *Incoplan* gère l'ordonnancement des ordres de production, et donc permet d'obtenir

---

<sup>129</sup> <http://www.wonderwarecentral.com/>

<sup>130</sup> <http://www.predict.fr>

<sup>131</sup> <http://www.sage.fr> anciennement Adonix.

<sup>132</sup> <http://www.apisoft.fr>

<sup>133</sup> <http://www.apriso.com/index.htm>

<sup>134</sup> <http://www.incotec-software.com/fr/>

directement les caractéristiques (début, durée) des arrêts de production à venir. Plus précisément, le résultat du module de planification de la production de l'ERP constitue une entrée du logiciel *Incoplan*. Nous pouvons donc extraire d'*Incoplan* des informations relatives à la production. Nous exploiterons bien évidemment ces caractéristiques pour appliquer l'algorithme de Bruss et proposer des interventions de maintenance opportunes de première espèce.

La gestion de la maintenance est assurée, au niveau business, par le progiciel de GMAO *OptiMaint* (gestion des plans de maintenance, gestion des équipements, gestion des interventions, logistique de maintenance, pilotage). La base de données d'*OptiMaint* est pour la maintenance un élément central qui nous permettra soit d'extraire des données, soit de consigner de l'information.

Comme déjà mentionné, la communication du système de maintenance avec le système de production est assurée *via* un serveur OPC. Un serveur DDE (*Dynamic Data Exchange*) permet aux ordinateurs connectés au progiciel CASIP d'extraire des informations de maintenance de la base de données.

Une présentation approfondie de la plateforme TELMA est disponible dans [Levrat et Lung, 2007] et [Levrat, *et al.*, 2008]. De la documentation supplémentaire est également disponible à l'adresse suivante :

<http://aip-primeca.net/lorraine/intranetpedagogique/documentation.asp>

#### **4.3.5 Mise en évidence d'un besoin en maintenance sur TELMA**

Des inspections et des observations sur la plateforme ont permis de constater un problème récurrent sur TELMA. En étudiant les causes principales responsables de la non disponibilité de la plateforme (*via* une AMDEC) et en exploitant le retour d'expérience, il apparaît que, sur l'ensemble des quatre postes, le sous-processus 'Changement de bobine' (voir la figure 4.7) est celui qui pénalise le plus TELMA. En effet, de fréquents problèmes de blocage de la bobine ont été observés. Le sous-processus 'Changement de bobine' est dédié à l'opération de verrouillage-déverrouillage de l'axe portant la bobine de tôle, ainsi qu'à la mise en rotation du barillet portant la nouvelle bobine à dérouler et la bobine vide. Il contient en particulier un processus 'Tourner la bobine d'un quart de tour' (voir la figure 4.8), qui est le siège de la

défaillance majeure. Le retour d'expérience nous a permis d'identifier plus précisément la cause de la défaillance est due au vérin pneumatique de mise en rotation des bobines (voir les figures 4.7 et 4.8). Ce mode de défaillance de la plateforme est particulièrement pénalisant en termes de disponibilité. En outre, étant donné le poids des bobines, si la défaillance survient en cours de changement, le vérin d'indexation ne permet plus de bloquer la rotation du barillet, ce qui peut avoir d'importantes conséquences en termes de sécurité des opérateurs : en effet, la remise en état requiert de décharger les bobines pour intervenir. Aussi avons-nous décidé d'adopter, sur ce sous-ensemble critique, une stratégie de maintenance préventive prévisionnelle pour anticiper une défaillance du vérin de rotation, limiter les pertes dues à l'indisponibilité de la plateforme, et réduire les risques pour la sécurité des personnes. De plus, nous adopterons une approche de maintenance opportune de première espèce pour éviter de pénaliser le moyen de production par une intervention de maintenance.

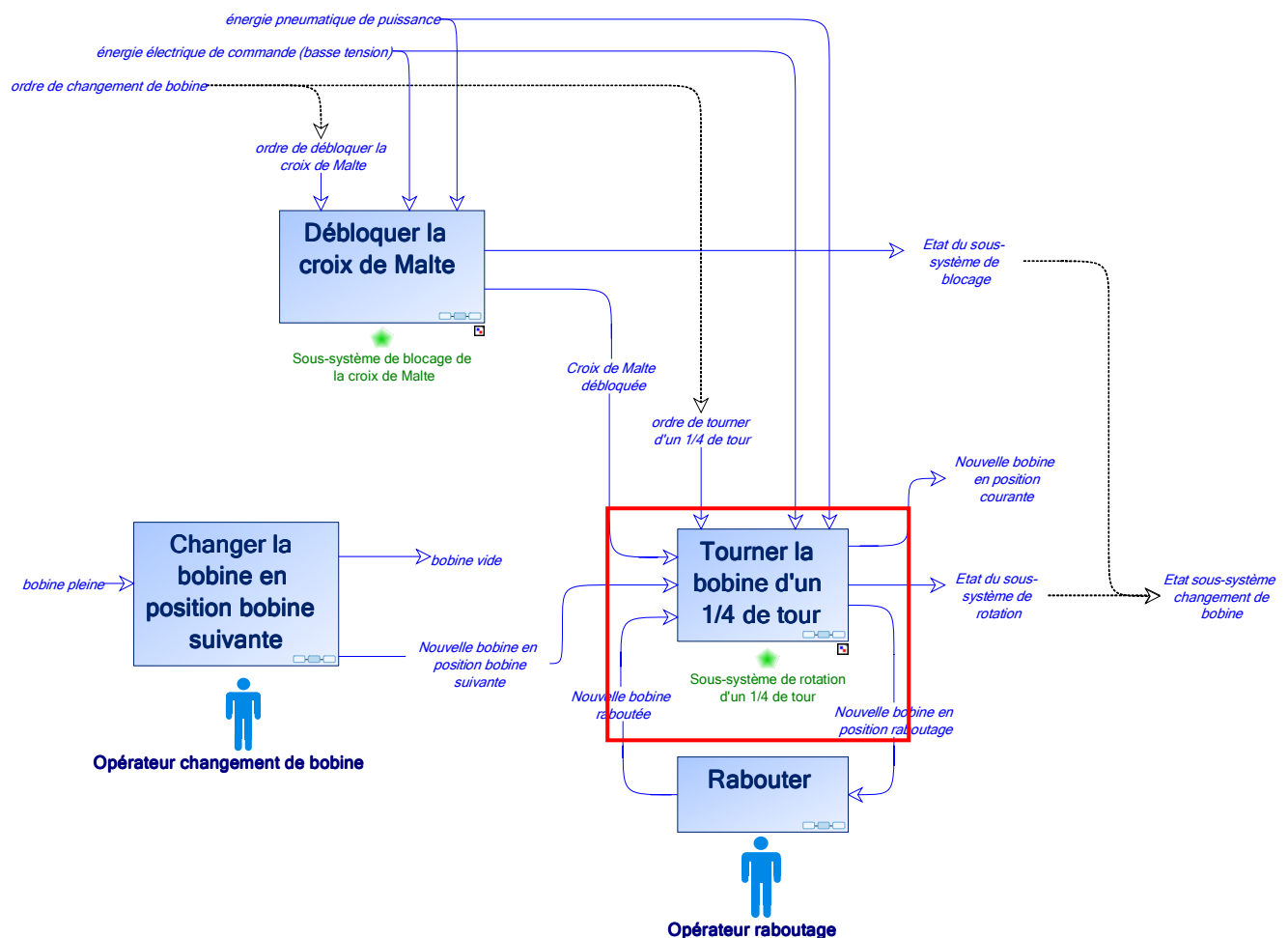


Figure 4.7. Analyse fonctionnelle du processus 'Changement de bobine'.

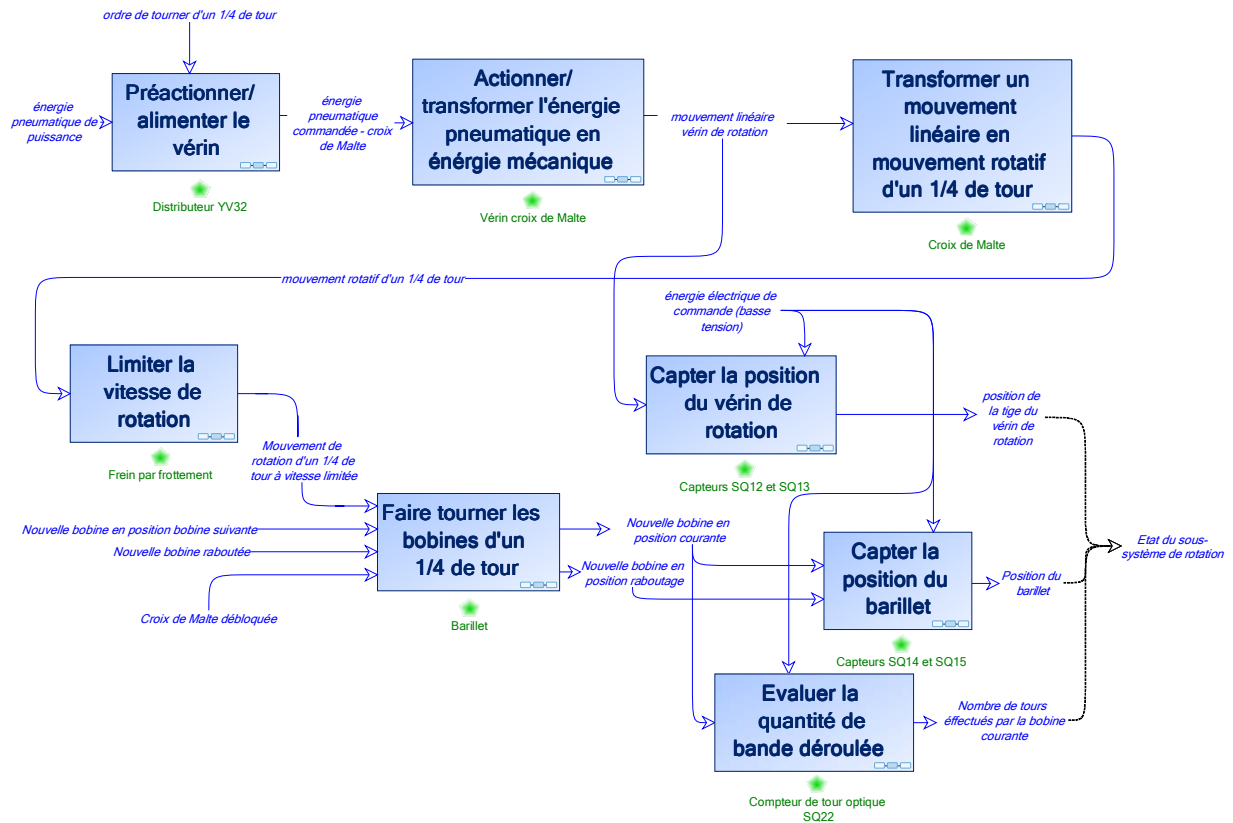


Figure 4.8. Décomposition du sous-processus 'Tourner la bobine d'un quart de tour'.

Dans le processus 'Tourner la bobine d'un quart de tour', relatif au composant 'Bobine courante', le composant 'vérin de rotation' permet de convertir une énergie pneumatique (un flux d'entrée d'air régulé) en un mouvement de translation (un flux de sortie, correspondant à un mouvement rectiligne de l'axe) [Muller, 2005]. Le flux d'entrée de l'activité supportée par ce vérin est caractérisé par deux variables statiques : une pression d'entrée  $P$  et un taux d'écoulement  $Fr$  de l'air. Le flux de sortie est caractérisé par deux autres variables statiques : la force statique  $F$  finale, et la vitesse moyenne  $S$  de translation.

Les unités associées à ces grandeurs physiques sont les suivantes :  $P$  est exprimée en pascals (Pa),  $Fr$  est exprimé en litres par seconde (L/s),  $F$  est exprimée en newtons (N), et  $S$  en mètres par seconde (m/s). Les relations établies entre un écart sur les flux (d'entrée comme de sortie) et la dégradation d'un composant donné permettent d'aboutir à la conclusion suivante : l'état courant du vérin se répercute sur la vitesse moyenne de translation  $S$  et la force statique  $F$  relatives au sous-processus 'Tourner la bobine d'un quart de tour'. Tout problème de nature dysfonctionnelle du vérin de rotation ou de ses flux d'entrée induit une déviation de  $F$  et/ou de  $S$ , conduisant à la non rotation de la bobine courante.



Cette connaissance, de nature fonctionnelle et dysfonctionnelle, est utilisée dans [Lung, *et al.*, 2005] pour formaliser un modèle de pronostic du sous-processus ‘Tourner la bobine d’un quart de tour’. Ainsi, un modèle de pronostic a été développé et implémenté pour être accessible *via* le *webservice*<sup>135</sup> ; il renvoie comme résultat une durée de vie résiduelle du vérin, exprimée sous la forme d’une donnée déterministe, qui peut être stockée dans une base de données telle que la base d’*OptiMaint*. Le modèle de pronostic fournit également une courbe d’évolution dans le temps de la probabilité d’assurer la fonction (qui est la base du calcul de la durée de vie résiduelle *RUL*).

## **4.4 Expérimentation et validation des travaux sur la plateforme TELMA**

En partant du constat précédent relatif à la défaillance du vérin, nous avons développé dans un premier temps une action de maintenance opportune de première espèce. Dans un deuxième temps, nous avons mis en œuvre une intervention de maintenance *C*-opportune de seconde espèce, où *C* désigne un composant de TELMA. Enfin, dans un troisième temps, nous avons illustré sur TELMA comment la notion floue de proximité peut être utilisée à des fins de maintenance.

### **4.4.1 Développement d’une intervention de maintenance opportune de première espèce sur TELMA**

L’algorithme de Bruss a été mis en œuvre sur la plateforme TELMA, plus exactement sur le composant ‘Vérin pneumatique’ du sous-processus ‘Tourner la bobine d’un quart de tour’. Nous avons développé le scénario réaliste<sup>136</sup> suivant en mode automatique.

---

<sup>135</sup> <http://dynaweb.cran.uhp-nancy.fr:4101/Prognosis/WebService.asmx> est un *webservice* de pronostic qui délivre la durée de vie résiduelle d’un composant de la plateforme TELMA, à partir d’un modèle de pronostic de ce composant.

<sup>136</sup> Le scénario intègre aussi bien un critère de performance (la quantité de produits finis à usiner), le traitement d’une dégradation (au niveau du vérin) que l’appel en temps réel à un *webservice* (le pronostic).

La planification de la production sur TELMA se fait sur un mois : le calendrier de la production est réactualisé chaque mois pour le mois suivant. Un mois représente six cent soixante-douze heures de fonctionnement en continu. Pour le prochain mois, les objectifs de production de la plateforme sont de huit cent mille produits finis, ce qui représente (en moyenne) environ vingt produits finis par minute.

Nous avons fixé l'origine des temps ( $t_0 = 0$ ) au démarrage de l'expérience, c'est-à-dire précisément au début du mois suivant la définition du scénario. L'unité de mesure temporelle est l'heure. L'horizon temporel devait se terminer six cent soixante-dix heures plus tard ( $T = t_0 + 670$  h), après un mois de fonctionnement attendu de la plateforme.

Grâce au mode automatique, une stratégie de maintenance préventive systématique peut être définie *a priori*, en tenant compte des données disponibles et de plus de trois ans de retour d'expérience. Plus précisément, une intervention de maintenance préventive systématique est programmée après quatre cent quatre-vingts heures de fonctionnement du système ( $t = 480$  h). Au cours de cette intervention, plusieurs composants doivent être remplacés, dont le vérin pneumatique, dont la durée de vie, dans ces conditions d'exploitation, est évaluée à cinq cents heures ( $t = 500$  h dans l'échelle des temps considérée). Cette période de l'échelle des temps adoptée a été accélérée durant le déroulement du scénario.

Le planning de la production est établi à partir de ces données et d'autres contraintes liées au fonctionnement de l'AIPL. En particulier, les arrêts de production résultent de l'organisation interne de l'AIPL. Les arrêts de production à venir sont actualisés dans *Incoplan* dès qu'ils sont connus<sup>137</sup>. Par exemple, à l'instant  $t = 0$ , six arrêts de production sont d'ores et déjà programmés pour cause d'absence annoncée de l'ensemble des ingénieurs de l'AIPL, sans la présence desquels la plateforme ne peut fonctionner (pour des raisons sécuritaires). Plus précisément, quatre arrêts sont dus à l'absence de l'ensemble des responsables qualifiés pour cause de formation (trois quarts d'heure d'arrêt après deux cents heures de fonctionnement ; une heure d'arrêt après deux cent trente heures ; une heure d'arrêt après deux cent cinquante-six heures ; une heure d'arrêt après trois cent dix heures ; une demi-heure d'arrêt après trois cent vingt heures ; trois quarts d'heure d'arrêt après quatre cent vingt-cinq heures).

---

<sup>137</sup> Aujourd'hui, la base de données d'*OptiMaint* ne permet pas, en l'état actuel, de stocker telles quelles les caractéristiques des arrêts de production.

Après une période d'utilisation de deux cents heures ( $t = 200$  h), des filtres de comportement implantés dans la partie commande de la plateforme ont mis en évidence une augmentation du temps de sortie du vérin (calculé, au sein de l'automate, à partir des capteurs de rentrée et de sortie du vérin ; voir la figure 4.8). Sous l'hypothèse que les capteurs ne sont pas défectueux, nous avons rapproché cette déviation de la diminution de la pression dans la chambre interne du vérin (dégradation du vérin d'indexation sans déviation de ses flux d'entrée). Il devient alors nécessaire d'effectuer une intervention de maintenance juste à temps (une action non planifiée initialement). Cette action vise à contrôler la dégradation du vérin en vérifiant son étanchéité interne (recherche de potentielles fuites), qui a un impact direct sur les performances du sous-processus 'Tourner la bobine d'un quart de tour'. Le risque est que la pression interne soit insuffisante pour amener la bobine dans sa nouvelle position.

Dans le cas présent, une analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité, réalisée à l'aide de CASIP, a permis d'isoler les grandes causes potentielles de la dégradation. Les causes externes au vérin (par exemple un problème avec le distributeur ou avec le conduit qui alimente le vérin) sont visibles par des déviations sur les flux entrants, auquel cas l'intervention de maintenance est reportée sur l'environnement du vérin.

Sur la base du retour d'expérience, nous avons ciblé le diagnostic sur des causes internes, qui sont les plus probables. En effet, le nombre de sollicitations et les forces à exercer favorisent les dégradations du vérin d'indexation.

En conséquence, plusieurs interventions de maintenance peuvent être réalisées sur le vérin et planifiées dans *OptiMaint* :

- simple inspection externe du vérin et de son environnement (n'inclut aucun démontage des éléments du vérin), c'est une intervention de premier niveau ;
- inspection de la chambre interne du vérin (incluant un démontage des éléments du vérin), c'est une intervention de deuxième niveau ;
- lubrification des joints internes asséchés du vérin à l'aide de silicone (incluant un démontage des éléments du vérin), c'est une intervention de deuxième niveau ;
- remplacement des joints d'étanchéité internes du vérin (incluant un démontage des éléments du vérin), c'est une intervention de troisième niveau ;

- remplacement du vérin (n'inclut aucun démontage des éléments du vérin), c'est une intervention de deuxième niveau.

Le démontage des éléments du vérin consiste à désassembler le piston de la chambre afin de vérifier l'étanchéité des différentes parties ou de remplacer les joints d'étanchéité internes. Dans le cas de la plateforme TELMA, un des techniciens est hydraulicien, il est habilité à effectuer l'ensemble de ces interventions de maintenance sur le vérin pneumatique et sur son environnement. Nous considérons que le coût de l'une quelconque des interventions de démontage du vérin est très inférieur à son coût de remplacement. Il est donc plus rentable de réaliser une intervention de maintenance préventive nécessitant le démontage du vérin que de remplacer ce composant.

Les données du constructeur permettent ainsi, en fonction de l'âge du vérin, de ne retenir que les trois interventions de maintenance suivantes en cas de dégradation interne au vérin : remplacement du vérin (vérin « âgé ») ; remplacement des joints du vérin ; lubrification des joints et de la tige du vérin. Les deux dernières interventions doivent être réalisées par l'opérateur hydraulicien. Chacune des autres actions de maintenance peut être réalisée par tout opérateur de maintenance.

Dans la majeure partie des situations de dégradation observées, le retour d'expérience nous a permis de conclure à une dégradation interne du vérin, ce qui est un problème récurrent sur TELMA compte tenu des contraintes auxquelles est soumis le vérin lorsque le barillet est déverrouillé. La performance du vérin, bien qu'altérée, lui permet néanmoins de remplir provisoirement sa fonction principale. L'intervention de maintenance adaptée à la situation consiste soit à lubrifier les différents éléments internes du vérin pneumatique, soit à remplacer les joints d'étanchéité. Privilégier l'une de ces deux actions de maintenance sur l'autre ne peut être fait qu'après un contrôle sur site. Les caractéristiques des deux actions de maintenance (durée moyenne et paramètre de maintenabilité associé aux actions de maintenance) sont obtenues directement en interrogeant la base de données d'*OptiMaint* où ces informations sont contenues<sup>138</sup>. En particulier, la durée moyenne de la plus longue des deux interventions

---

<sup>138</sup> Concrètement, l'exploitation des bases de données est aisée, car depuis CASIP on peut facilement lire ou écrire dans une base de données (au format Access de Microsoft Office ( <http://office.microsoft.com> ) par exemple).

de maintenance (remplacement des joints d'étanchéité) est de quarante minutes, réparties comme suit<sup>139</sup> : consignation de la plateforme (5 min), accès au vérin (5 min), remplacement des joints d'étanchéité (10 min), lubrification (5 min), vérifications et remontage (10 min), déconsignation de la plateforme (5 min). Nous avons donc considéré la situation « pessimiste » (*i.e.* la plus coûteuse en temps d'intervention).

Le *webservice* de pronostic, invoqué par une routine [Voisin, *et al.*, 2008], a fourni à cet instant ( $t = 200$  h) de la dégradation une durée de vie résiduelle de deux cent cinquante heures pour le vérin (fin de vie à 450 h dans l'échelle des temps). Cette donnée est directement exploitée comme point d'entrée pour *Matlab* lors de l'exécution de l'algorithme de Bruss. La valeur (déterministe) obtenue pour la durée de vie résiduelle signifie que l'action de maintenance doit être réalisée à partir de l'instant de détection de cette dégradation (instant courant  $t$ ) et avant la prochaine intervention de maintenance préventive planifiée (instant  $T := 480$ h), tout en cherchant à éviter d'immobiliser le système. Il s'agit donc de savoir si les arrêts de production prévus sur la plateforme permettront de réaliser l'action de maintenance préventive sur le vérin.

La séquence de recherche des données utiles est la suivante : dès qu'un processus de dégradation est observé sur un composant *via* une surveillance spécifique du temps de mouvement du vérin, développée dans CASIP-SAM, une routine dans CASIP appelle le *webservice* de pronostic afin d'obtenir une estimation (déterministe) de la durée de vie résiduelle du composant. Le résultat est automatiquement envoyé au responsable de la maintenance *via* un courrier électronique. Il doit alors exécuter une requête SQL<sup>140</sup> afin d'extraire, de la base de données d'*OptiMaint*, la liste des arrêts de production programmés avant la date fournie par le *webservice* de pronostic. La liste des arrêts de production programmés est disponible dans le planning de la production d'*OptiMaint*. La liste est recopiée telle quelle par le décideur dans le programme *Matlab*, qui exécute l'algorithme de Bruss depuis le poste de maintenance central. Cette étape est immédiate, mais une modification du programme *Matlab* devrait permettre de l'automatiser. Toutes les autres informations nécessaires à l'exécution de l'algorithme de Bruss (paramètres de fiabilité, de

---

<sup>139</sup> Les durées associées à l'intervention de lubrification sont respectivement 5 min, 5 min, 0 min, 5 min, 5 min et 5 min (soit vingt-cinq minutes au total).

<sup>140</sup> *Structured Query Language*.

maintenabilité, de performance) sont saisies directement dans le programme *Matlab* par le décideur, qui dispose de ces valeurs (données constructeur, retour d'expérience, connaissances métier sont présentes dans la GMAO ou sont fournies par le processus de pronostic).

Nous rappelons que deux points de vue peuvent être adoptés : privilégier un critère de fiabilité, ou privilégier un critère de performance. Durant le scénario, nous avons décidé de retenir un critère de performance<sup>141</sup> lié au vérin pneumatique, l'autre aspect ayant été traité dans le chapitre 3. Dans le cas de la plateforme TELMA, les caractéristiques de maintenabilité, de fiabilité et de performance des équipements concernent la nature et les paramètres de ces distributions de probabilité (loi exponentielle pour la maintenabilité, loi empirique pour la performance). Les caractéristiques des deux lois sont obtenues notamment par le retour d'expérience et le processus de pronostic et devraient être stockées dans la GMAO pour être directement exploitables. Cette opération n'est pas possible à ce jour avec *OptiMaint*, mais tout à fait envisageable à court terme.

Pour synthétiser, les arrêts de production à venir sont recensés dans le tableau 4.9. Ils sont distribués de façon non régulière et figurent sous la forme de dates de début, associés à leur durée respective (en minutes min). On retrouve les arrêts programmés *a priori* dans le scénario, mais également d'autres arrêts (plus courts).

---

<sup>141</sup> L'aspect performance est intéressant, car il tient compte de la dynamique courante de la dégradation, alors que la fiabilité basée sur le retour d'expérience reste une vue statique.

Numéro	Date de début (h)	Durée (min)
1	200	45
2	210	30
3	230	60
4	235	30
5	250	15
6	256	60
7	310	60
8	320	30
9	400	15
10	420	15
11	425	45
12	430	30
13	480	75

Tableau 4.9. Détail des treize arrêts de production programmés de  $t$  à  $T$   
( $T$  est la date du prochain arrêt de maintenance préventive planifié).

Il faut noter que si le « meilleur » arrêt se trouve être l'arrêt numéro 13, alors le système peut continuer à fonctionner jusqu'à la date du prochain arrêt de maintenance préventive planifié.

Pour exécuter l'algorithme de Bruss, il faut préciser le critère de performance retenu (afin de pouvoir évaluer les *odds* associés à chaque arrêt de production). Or, dans [Iung, *et al.*, 2005], il est établi que le sous-processus porté par le vérin fonctionne en état nominal tout en garantissant les performances du produit fini lorsque la force statique  $F$  développée par le vérin est supérieure à six cents newtons (600 N). C'est précisément ce critère que nous avons utilisé pour évaluer l'optimalité de l'arrêt de production dans l'algorithme de Bruss [Thomas, *et al.*, 2006]. Au niveau du composant, il faut être capable d'exprimer que la force statique développée par le vérin est supérieure à 600 N. On introduit donc le critère de performance  $X$  suivant<sup>142</sup> : pour  $t_0 \leq t \leq T$ ,  $X(t) := P(F(t) \geq 600\text{N})$ . Au niveau du processus de changement de bobine, la performance évalue si l'équipement peut ou non assurer sa finalité : elle est fournie sous forme probabiliste, par le processus de pronostic de la performance. La figure 4.10 représente l'évolution temporelle de la probabilité que la force statique soit supérieure ou égale à six cents newtons sur l'horizon. C'est le critère de performance retenu sur l'intervalle  $[t_0; T] = [0; 450]$  (en heures).

<sup>142</sup> La probabilité  $P$  ne doit pas être confondue avec la pression  $P$ . La typographie adoptée ainsi que le contexte devraient permettre de les distinguer sans ambiguïté.

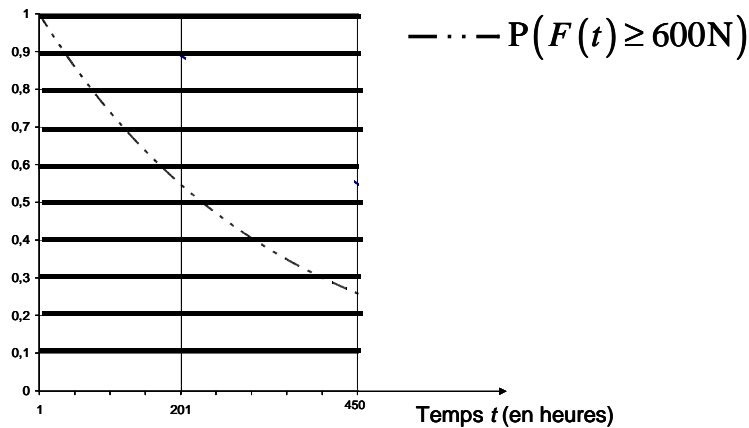


Figure 4.10. Graphe de la fonction  $P(F(\bullet) \geq 600N)$ .

L'intervention de maintenance qui doit être effectuée dure en moyenne 40 min (la loi de maintenabilité associée est supposée être une distribution exponentielle de paramètre  $1,5 \text{ h}^{-1}$ ). On remarque donc que, parmi ces arrêts de production, certains ne permettront pas *a priori* de réaliser cette action de maintenance (par exemple les arrêts 5 et 9). Ils ne pourront donc pas être qualifiés *a priori* de « succès » au sens développé dans le chapitre 3 du présent document. Sur la base de ces données et du contexte présenté précédemment, l'algorithme de Bruss est appliqué. Les résultats de cet algorithme sont consignés dans le tableau 4.11 (voir la section 3.2.1.5 pour comprendre comment ces résultats sont obtenus).

Classement	Arrêt retenu	Probabilité de gain	Décision
<b>1</b>	<b>7</b>	<b>0,4020</b>	<b>Optimale</b>
2	6	0,4028	Non optimal
3	13	0,3997	Non optimal
4	4	0,4012	Non optimal
5	3	0,4098	Non optimal
6	2	0,4024	Non optimal
7	1	0,4081	Non optimal

Tableau 4.11. Résultats pour l'approche considérée (critère de performance).

L'indice  $s$  est égal à 7 avec probabilité de gain de 40,2 %, et l'arrêt numéro 7 se trouve être l'arrêt optimal (sa probabilité de succès est la plus grande, parmi les arrêts 7 à 13). Ainsi, du seul point de vue de la performance du processus, une action de maintenance préventive juste



à temps peut être envisagée, à  $t = 310$  h. Le tableau 4.11 montre qu'une action de maintenance doit être effectuée avant l'arrêt planifié de maintenance préventive (l'arrêt 13 n'arrive qu'en troisième position). Mais, entre l'arrêt 6 et l'arrêt 7 (de même durée), l'algorithme suggère d'attendre l'arrêt 7 plutôt que d'avancer l'action de maintenance à l'arrêt 6. Cette situation illustre que l'algorithme de Bruss choisit l'événement le plus éloigné dans le temps de l'instant présent. L'intérêt évident est que des économies financières peuvent être réalisées (par exemple sur une période d'une année), comme cela a été évoqué dans le chapitre 1 : l'algorithme de Bruss est, par définition du critère optimisé, la stratégie qui permet d'éviter « au mieux » la situation évoquée par la figure 1.12.

En outre, le tableau 4.11 contient d'autres informations qui peuvent aider l'expert dans sa décision<sup>143</sup>. En effet, il comprend non seulement l'arrêt optimal, mais également la liste des arrêts sous-optimaux, par ordre décroissant de pertinence (pour le critère de performance considéré). Seules les sept premières alternatives sont proposées à des fins d'illustration<sup>144</sup>. Pour une exploitation complète du tableau 4.11, nous renvoyons au chapitre 3. En l'occurrence, l'intervention de maintenance sera planifiée lors du septième arrêt de production, et aucune autre alternative n'a dû être investiguée. Cependant, comme nous allons le voir, cette décision peut être remise en cause.

Lors du déroulement du scénario, un nouvel arrêt de production peut remettre en cause la décision de maintenance que nous avons retenue en premier lieu. En effet, à l'instant courant  $t = 249$  h, l'AIPL nous a informés d'un prochain arrêt de la plateforme pour raisons sécuritaires, programmé à la date  $t = 380$  h, pour une durée d'une heure. Cet arrêt à venir a été assimilé à un arrêt de production. Les quatre premiers arrêts de production ont déjà eu lieu (voir le tableau 4.9), mais l'action de maintenance préventive juste à temps n'a pas encore été effectuée. Le nouvel arrêt de production programmé sera désigné « arrêt de production 8b ». La question qui se pose à nous est la suivante : est-il possible de reporter à l'arrêt 8b l'action de maintenance, ou doit-elle vraiment être effectuée lors du septième arrêt ? La donnée d'un nouvel arrêt de production modifie-t-elle la décision ?

---

<sup>143</sup> Nous n'avons pas exploité ces informations lors du déroulement du scénario.

<sup>144</sup> Il est tout aussi aisé d'obtenir le classement des treize arrêts de production par ordre décroissant d'optimalité (au sens de l'algorithme de Bruss), et non seulement des sept premiers.

Nous avons à nouveau sollicité le *webservice* de pronostic, qui a fourni une (nouvelle) durée de vie résiduelle de 448 h pour le vérin. L'ensemble des caractéristiques était sensiblement identique à celui de la situation précédente (à l'exception de l'ajout de l'arrêt de production 8b). Notamment, l'évolution de la probabilité d'assurer une force statique supérieure ou égale à six cents newtons est inchangée. Après une nouvelle application de l'algorithme de Bruss, le tableau 4.12 révèle qu'il est possible de reporter l'action de maintenance de la date  $t = 310$  h à la date  $t = 380$  h, avec une probabilité de succès de valeur 0,465 supérieure à 0,402, la valeur précédente.

Classement	Arrêt de production suggéré	Probabilité de gain	Décision
1	8b	0,4650	Optimale

Tableau 4.12. Résultats intégrant la nouvelle donnée.

C'est alors cette décision que nous avons choisi de retenir. L'intervention de maintenance prévisionnelle sur le vérin pneumatique a été différée pour être effectuée lors de l'arrêt 8b.

Il faut souligner que, d'après le retour d'expérience disponible au moment de l'expérience, aucune action de maintenance n'aurait été envisagée en temps normal sur le vérin pneumatique avant la date de maintenance préventive systématique programmée. Cela aurait sans doute conduit à une intervention de maintenance corrective et à des coûts indirects. Ce scénario illustre bien la complexité du travail de l'expert de maintenance, qui doit gérer de nombreux paramètres et prendre en temps réel des décisions qui peuvent être lourdes de conséquence. Le besoin de l'accompagner dans de telles prises de décision est indispensable.

Nous avons pu vérifier avec ce scénario que l'algorithme de Bruss peut être employé de façon dynamique, notamment lors de l'annonce de la programmation d'un arrêt de production supplémentaire. Les opérations exigeant du temps pour leur exécution sont l'obtention de la durée de vie résiduelle du vérin par le *webservice* de pronostic, et l'extraction ainsi que la conversion d'informations issues de bases de données.

Nous venons de voir que l'arrêt de maintenance qui est privilégié pour réaliser l'intervention de maintenance sur le vérin pneumatique est l'arrêt numéro 8b (durée : une heure). Aucune information n'est venue ensuite remettre en cause cette décision. Comme l'intervention de maintenance sur le vérin dure au pire quarante minutes, nous savions d'ores et déjà qu'il

resterait du temps (au pire vingt minutes). La question s'est alors naturellement posée de savoir si l'on pouvait se consacrer à d'autres tâches de maintenance, et donc si l'on pouvait effectuer une intervention de maintenance de seconde espèce.

Afin de compléter l'intervention de maintenance opportune de première espèce à réaliser sur TELMA, nous avons validé la notion de maintenance *C*-opportune de seconde espèce, avec *C* un composant de TELMA qui n'est pas en lien avec la bobine considérée dans la présente section.

#### **4.4.2 Développement d'une intervention de maintenance opportune de seconde espèce sur TELMA**

À la suite de la décision prise dans la section précédente, nous avons observé à l'instant  $t = 370$  h que la courroie crantée subit, elle aussi, un processus de dégradation (perte de tension). Nous désignerons dans toute la suite par *C* la courroie crantée du poste d'accumulation de la plateforme TELMA. Elle est un composant du processus de déroulement de la bande ('Accumulation de la bande'), et plus précisément du sous-processus 'Transmettre le mouvement de rotation-accumulation' (voir les figures 4.13 et 4.14). La surveillance de la plateforme par un opérateur (qui a observé un léger relâchement de *C*) a permis de conclure que la courroie n'est pas défectueuse mais a besoin d'être rapidement retendue manuellement (voir la figure 4.15). L'intervention sur le vérin pneumatique, dix heures plus tard, fournit une opportunité pour retendre la courroie crantée durant l'arrêt de production *8b* (durée : une heure). L'opérateur de maintenance, après avoir réalisé l'intervention sur le vérin pneumatique (d'une durée de vingt-cinq ou de quarante minutes), devra donc aller retendre la courroie. Cette intervention de maintenance peut être réalisée en huit minutes par tout opérateur. Dans le pire des cas, il devrait donc rester douze minutes disponibles pour éventuellement réaliser une troisième action de maintenance (et dans le meilleur des cas, il restera vingt-sept minutes). Nous avons alors décidé d'investiguer des interventions sur des composants dégradés « autour » de la courroie crantée, là où se situera l'opérateur.

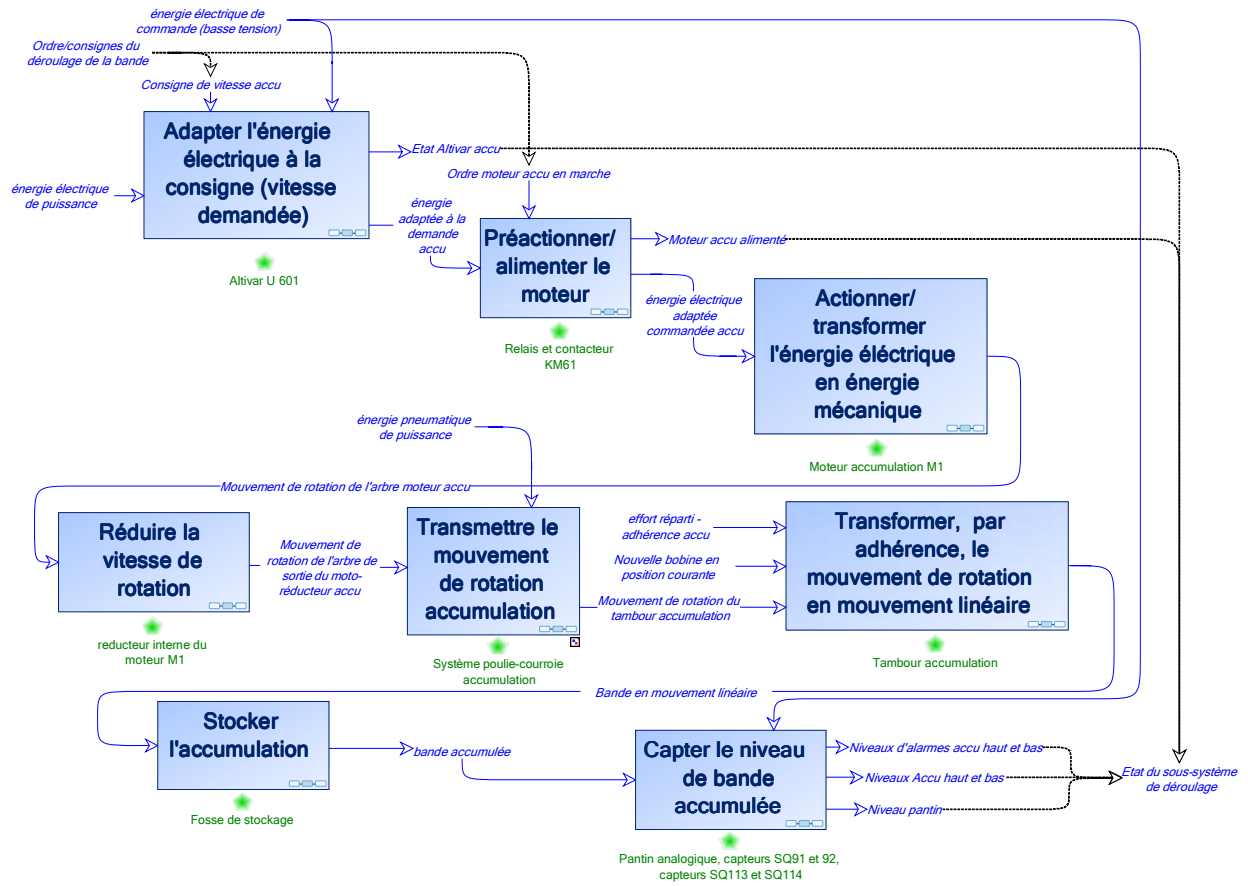


Figure 4.13. Décomposition du processus d'accumulation de la bande.

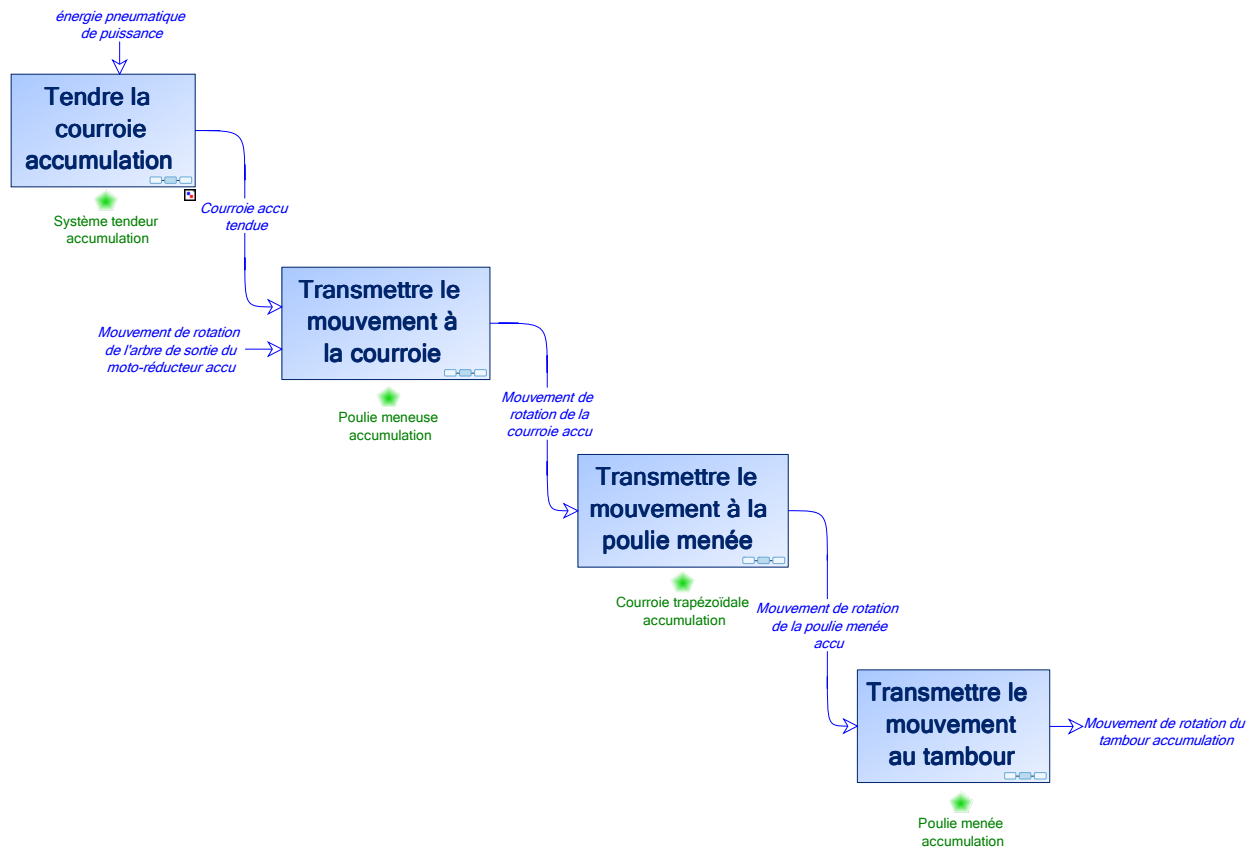


Figure 4.14. Décomposition du sous-processus 'Transmettre le mouvement de rotation-accumulation'.

Grâce au *webservice* de pronostic évoqué dans la partie 4.2, il est possible d'obtenir la durée de vie résiduelle de  $C$  à tout instant.

Le logiciel *SolidWorks* a été utilisé<sup>145</sup> afin d'obtenir des boîtes englobantes autour de chaque composant de premier niveau<sup>146</sup> défini dans TELMA. Le code source de cet applicatif est fourni en annexe au présent document (*cf.* Annexe X) et peut être réutilisé pour tout système de production modélisé sous *SolidWorks*.

La figure 4.15 propose de visualiser la boîte englobante obtenue à l'aide de *SolidWorks* autour du sous-ensemble d'accumulation de TELMA. De même, on obtient une boîte englobante

<sup>145</sup> Le développement de l'applicatif a été réalisé par William Derigent, maître de conférence au Centre de recherche en automatique de Nancy et spécialiste de conception assistée par ordinateur.

<sup>146</sup> On rappelle que ce sont les composants principaux définis par l'ingénieur mécanicien au moment de la conception de l'arborescence du système.

associée à tous les composants de premier niveau qui ont été définis au moment de la conception de TELMA.

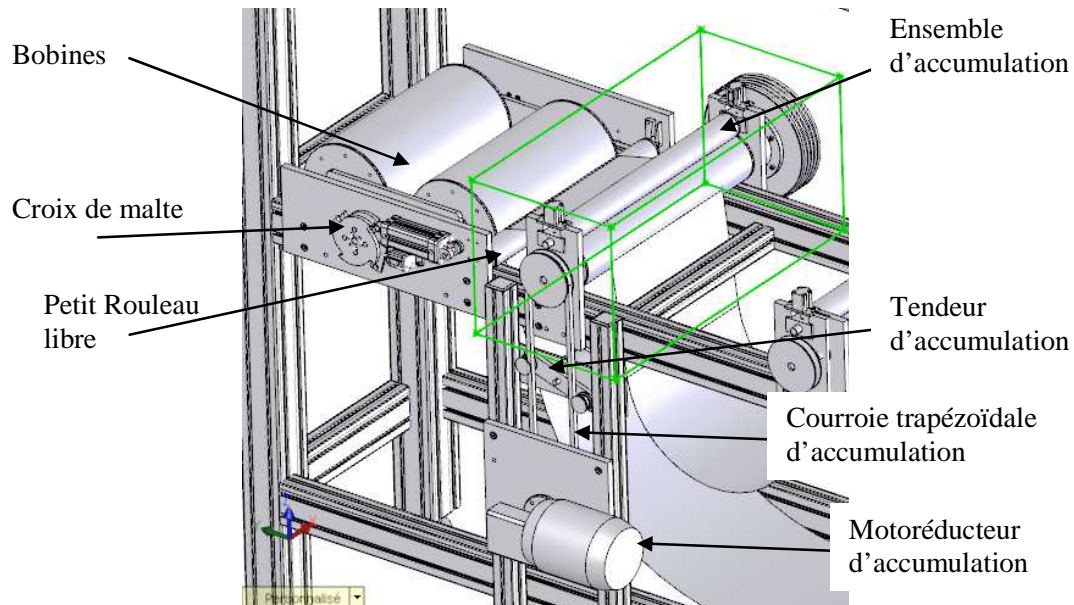


Figure 4.15 : Le poste d'accumulation (vue CAO SolidWorks).

En outre, nous obtenons en sortie, pour une boîte englobante  $B$  donnée, la liste des boîtes englobantes avec lesquelles  $B$  est en contact. Comme ces informations n'ont pas vocation à être souvent modifiées (sauf reconfiguration de la plateforme), nous les avons consignées dans les tables de la base de données d'*OptiMaint*. Le tableau 4.16 synthétise les résultats obtenus pour la plateforme TELMA (temps d'exécution de l'applicatif : une seconde).

Les treize éléments de la plateforme TELMA qui ont été définis, au moment de la conception, comme composants de premier niveau, figurent tous dans le tableau 4.16. Ils sont précisés en page suivante.

Les treize composants de premier niveau sont les suivants :

*CAcc* : courroie moteur d'accumulation (courroie trapézoïdale d'accumulation sur *Fig. 4.15*)

*RAv* : motoréducteur d'avance

*PR* : petit rouleau libre

*CAv* : courroie moteur d'avance

*C* : courroie crantée

*RAcc* : motoréducteur d'accumulation

*TAcc* : tendeur d'accumulation

*TAv* : tendeur d'avance

*P* : poinçon

*B* : bobines

*Av* : ensemble d'avance

*Acc* : ensemble d'accumulation

*M* : croix de Malte

Éléments	<i>RAv</i>	<i>PR</i>	<i>CAcc</i>	<i>Acc</i>	<i>CAv</i>	<i>C</i>	<i>RAcc</i>	<i>TAcc</i>	<i>TAv</i>	<i>P</i>	<i>Av</i>	<i>B</i>	<i>M</i>
<i>RAv</i>	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>PR</i>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
<i>CAcc</i>	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
<i>Acc</i>	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
<i>CAv</i>	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
<i>C</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
<i>RAcc</i>	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
<i>TAcc</i>	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
<i>TAv</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
<i>P</i>	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
<i>Av</i>	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
<i>B</i>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
<i>M</i>	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Tableau 4.16. Intersection des boîtes englobantes des composants de premier niveau de TELMA.

Le tableau 4.16 renseigne quant à l'intersection de deux boîtes englobantes associées à deux composants : 0 signifie que les boîtes englobantes ne se rencontrent pas, 1 signifie que les deux boîtes englobantes sont d'intersection non vide.

On remarque que le châssis de la plateforme TELMA n'est pas considéré comme un composant du système. Sinon, ce châssis englobant – par définition – tous les autres

composants, et donc une partie de chaque boîte englobante, il n'y aurait qu'une seule classe d'équivalence triviale constituée de l'ensemble de tous les composants.

Le tableau 4.16 est naturellement symétrique. Tous les éléments diagonaux sont des 1. On déduit du tableau 4.16, de proche en proche, que TELMA possède deux classes d'équivalence relatives à la notion de proximité élargie qui a été définie au chapitre 3. Ces deux classes<sup>147</sup> sont précisées ci-dessous.

La première classe de composants comprend les six éléments suivants : motoréducteur d'avance, courroie moteur d'avance, tendeur d'avance, ensemble d'avance, courroie crantée (composant *C*), poinçon.

La seconde classe de composants comprend les sept éléments suivants : petit rouleau libre, bobines, croix de Malte, courroie moteur d'accumulation, ensemble d'accumulation, motoréducteur d'accumulation, tendeur d'accumulation.

Nous avons donc décidé d'investiguer des interventions de maintenance préventive sur les composants de la première classe (ceux qui sont « proches » de la courroie crantée *C*). Des informations visuelles (inspections) ont permis de constater que le tendeur d'avance et le poinçon étaient dans une phase de dégradation, mais conservaient leur aptitude à remplir leur mission. Un des éléments du tendeur d'avance avait besoin d'être resserré (outillage : outils standard ; durée totale de l'intervention : 11 min), alors que le poinçon avait besoin d'être affûté (outillage : outils spécialisés ; durée totale de l'intervention : 45 min). Rappelons que nous avons estimé (*cf.* le premier paragraphe de la section 4.4.2) qu'il devait rester au minimum douze minutes de temps lors de l'arrêt de production (et au mieux vingt-sept minutes). Nous avons donc choisi de programmer une action de maintenance sur le tendeur d'avance, d'abord justifiée par la proximité du tendeur d'avance avec *C*, puis privilégiée pour des raisons évidentes de compatibilité des temps d'intervention avec la durée de l'arrêt de production 8*b*.

---

<sup>147</sup> Une modélisation plus fine des différents constituants des composants de premier niveau aurait permis d'obtenir un plus grand nombre de classes d'équivalence pour la relation de proximité élargie.



Soulignons que dans ce cas, la notion de relation d'outillage, si elle était concrètement mise en œuvre, permettrait sans doute de favoriser l'intervention sur le tendeur d'avance plutôt que l'intervention sur le poinçon.

Au final, l'arrêt de production *8b*, qui est apparu relativement tardivement (c'est-à-dire après la première prose de décision de maintenance), a été utilisé pour effectuer trois interventions de maintenance : remplacement des joints d'étanchéité internes du vérin pneumatique ; tension de la courroie crantée ; resserrage du tendeur d'avance. L'hydraulicien qui est intervenu sur la plateforme, ingénieur à l'A IPL, a mis exactement une heure pour réaliser les trois interventions de maintenance. Aussi le planning de production n'a-t-il pas été remis en cause par la maintenance, et les actions préventives ont pu être réalisées.

En temps normal (c'est-à-dire avant que la décision ne fût prise d'investiguer des interventions de maintenance opportunes), seule l'action de maintenance sur la courroie crantée aurait été effectuée. Cela aurait sans doute résulté en une défaillance sur le vérin pneumatique.

Nous pouvons à présent identifier certaines limitations à l'implémentation industrielle du concept de maintenance opportune. La première d'entre elles est que la base de données de la GMAO *OptiMaint* ne permet pas toujours son exploitation (*via* des requêtes SQL par exemple). Pour contourner cette difficulté, une conversion de la base de données de la GMAO utilisée en une nouvelle base adéquate a été nécessaire. Une telle opération de conversion s'est en fait révélée aisée, et n'a nécessité que quelques opérations élémentaires (temps total de la conversion : moins de dix minutes).

Une deuxième limitation est que la GMAO *OptiMaint* ne consigne pas, à ce jour, certaines données nécessaires à cette implémentation. Nous avons stocké ces informations sous d'autres formats (un fichier au format *Excel* de Microsoft Office pour les caractéristiques des arrêts de production à venir ; un fichier texte pour la durée de vie d'un équipement et pour les coordonnées des boîtes englobantes).

Enfin s'est posé le problème de la saisie des données, qui peuvent figurer dans des fichiers dispersés (liste des outils), dans de la documentation papier (procédures de sécurisation ou de consignation de la plateforme), voire sous forme non formalisée (connaissance métier et expérience, par exemple pour remarquer le relâchement de la courroie crantée ou pour identifier le besoin d'affutage du poinçon). Dans ce dernier cas, une seconde limitation à

l'implémentation industrielle du concept de maintenance opportune peut apparaître. En effet, il peut être complexe de formaliser dans la GMAO *OptiMaint* une heuristique ou une connaissance métier. De même, il peut être difficile d'obtenir certaines informations ou connaissances d'une tierce personne, qui peut être externe au service (comme le responsable production est extérieur au service maintenance). C'est par exemple le cas si des relations conflictuelles ou des tensions existent entre deux services d'une entreprise, ou si une partie du service est externalisée.

#### **4.4.3 Utilisation de la notion de proximité floue à des fins de maintenance sur TELMA**

À la fin du déroulement du scénario, nous nous sommes posé la question suivante :

*Une fois l'intervention de maintenance de première espèce et l'intervention sur la courroie crantée C planifiées durant l'arrêt de production 8b, comment aurions-nous pu exploiter le temps restant si aucune information ne nous avait permis de rechercher un composant candidat à une intervention de maintenance C-opportune de seconde espèce ?*

Pour répondre à cette question, nous avons bien entendu recherché des composants « proches » de C (cf. tableau 4.16 et son exploitation), au sens de la notion de proximité élargie (relation d'équivalence sur l'ensemble des composants de premier niveau de TELMA faisant intervenir les boîtes englobantes associées à ces composants, cf. définition 3.42). Mais si cette recherche s'était révélée infructueuse, il aurait fallu élargir la recherche à d'autres composants.

À toutes fins utiles, et notamment pour permettre le développement d'autres scénarios sur TELMA, il serait souhaitable de mener une telle recherche. Pour notre part, le temps nous a manqué pour conduire ces travaux, mais nous avons néanmoins commencé une étude en ce sens sur la plateforme. L'objectif alors est de rechercher des composants « proches » de deux éléments distincts du poste d'accumulation (voir la figure 4.5), à savoir le sous-ensemble d'accumulation et le motoréducteur d'accumulation. Puisqu'ils appartiennent à la même classe d'équivalence pour la relation de proximité (la modélisation CAO n'est pas assez fine pour qu'ils figurent dans deux classes distinctes), il n'est pas possible de trouver un composant qui est « proche » de l'un mais pas de l'autre, ou de décider si un composant quelconque donné est « plus proche » de l'un que de l'autre. Nous observons ici une

limitation de l'approche de modélisation retenue pour la proximité, due principalement au manque de précision des données de conception.

Or, nous voulions étudier le cas de la courroie d'accumulation  $CAcc$  et du tendeur d'accumulation  $TAcc$  : une simple observation suggère que ces deux composants sont « proches » du sous-ensemble d'accumulation et du motoréducteur d'accumulation (cf. figure 4.15), mais sans toutefois pouvoir désigner clairement, à cause de leur géométrie, celui des deux composants qui serait « le plus proche » des deux éléments considérés.

Nous avons donc fait appel à la notion de proximité floue, présentée dans la section 3.2.2.5, pour clarifier ces questions de proximité relative. La problématique est donc la suivante pour TELMA : Considérant les deux éléments 'Sous-ensemble d'accumulation'  $Acc$  et 'Motoréducteur d'accumulation'  $RAcc$  du poste d'accumulation de la plateforme, peut-on formellement établir que les composants de premier niveau 'Courroie d'accumulation'  $CAcc$  et 'Tendeur d'accumulation'  $TAcc$  sont « proches » de  $Acc$  et de  $RAcc$  ? Si c'est bien le cas, peut-on décider lequel de ces deux composants est « le plus proche » des deux éléments  $Acc$  et de  $RAcc$  considérés dans leur ensemble ?

Pour répondre à ces questions, nous allons rechercher les composants en relation de proximité élargie avec d'abord le sous-ensemble d'accumulation  $Acc$ , puis avec le motoréducteur d'accumulation  $RAcc$ , et enfin avec  $Acc$  et avec  $RAcc$ .

Considérons le sous-ensemble d'accumulation  $Acc$  de la plateforme TELMA présenté sur la figure 4.15. Ce sous-ensemble est formé de plusieurs dizaines de composants. Nous avons considéré, à des fins de comparaison, les cinq éléments suivants, pour lesquels nous disposons de données de conception précises : motoréducteur d'accumulation  $RAcc$ , courroie d'accumulation  $C$ , tendeur d'accumulation  $TAcc$ , motoréducteur d'avance  $RAv$  et châssis  $Ch$ . Les coordonnées dans l'espace euclidien des boîtes englobantes ont été obtenues à l'aide de *SolidWorks*. Le programme original qui a permis de les obtenir est présenté en annexe (voir Annexe X).

Si l'on calcule les indices de contact et d'absorption du sous-ensemble d'accumulation avec chacun de ces cinq composants, nous obtenons les valeurs présentées en millimètres (mm) dans le tableau 4.17. Nous rappelons que toutes les valeurs utilisées sont des valeurs réelles, issues de la documentation technique disponible pour la plateforme TELMA.

<b>Sous-ensemble d'accumulation</b>	$\alpha_{\min}^{Acc \rightarrow \bullet}$	$\alpha_{\max}^{Acc \rightarrow \bullet}$
Courroie d'accumulation	0	390
Tendeur d'accumulation	4	122
Motoréducteur d'accumulation	174	424
Motoréducteur d'avance	728	1 126
Châssis plateforme TELMA	0	1 187

*Tableau 4.17 : Valeurs des indices de contact et d'absorption pour le sous-ensemble d'accumulation Acc.*

On constate que le sous-ensemble d'accumulation *Acc* est en contact direct avec la courroie d'accumulation qui l'entraîne ( $\alpha_{\min}^{Acc \rightarrow C} = 0$ ) et est très proche du tendeur d'accumulation mais avec lequel il n'est pas en contact direct. Si l'on analyse la géométrie des boîtes englobantes, on constate que le tendeur d'accumulation est plus « ramassé » que la courroie d'accumulation. En partant du sous-ensemble d'accumulation, on est en contact direct avec le châssis de la plateforme, mais il faut faire grossir sa boîte englobante de 1 187 mm pour contenir l'ensemble du châssis et par conséquent l'ensemble de la plateforme. On remarque également dans le tableau 4.17 que le sous-ensemble d'accumulation est distant du motoréducteur d'avance situé de l'autre côté de la plateforme.

Nous reproduisons maintenant la même démarche avec le motoréducteur d'accumulation *RAcc*, et avec les mêmes éléments. L'unité est toujours le millimètre.

<b>Motoréducteur d'accumulation</b>	$\alpha_{\min}^{RAcc \rightarrow \bullet}$	$\alpha_{\max}^{RAcc \rightarrow \bullet}$
Courroie d'accumulation	0	389
Tendeur d'accumulation	52	171
Sous-ensemble d'accumulation	174	687
Motoréducteur d'avance	633	1 031
Châssis plateforme TELMA	0	1 196

*Tableau 4.18 : Valeurs des indices de contact et d'absorption pour le motoréducteur d'accumulation RAcc.*

En comparant les tableaux 4.17 et 4.18, il apparaît que, bien que les valeurs des indices de contact soient identiques dans les deux cas pour le motoréducteur d'accumulation et pour le sous-ensemble d'accumulation (174 mm, voir les tableaux 4.17 et 4.18), l'indice d'absorption est beaucoup plus grand si l'on prend comme référence le motoréducteur d'accumulation  $RAcc$  plutôt que le sous-ensemble d'accumulation  $Acc$  (respectivement 687 mm et 424 mm). Ces valeurs nous renseignent de la géométrie des boîtes englobantes de ces deux éléments : le motoréducteur d'accumulation est plus ramassé que le sous-ensemble d'accumulation.

Et en effet, nous avons pu vérifier que la boîte englobante du motoréducteur d'accumulation est « plus petite » (de plus petit volume) que celle du poste d'accumulation et donc exige un facteur d'accroissement bien plus grand pour absorber le sous-ensemble d'accumulation.

Une autre remarque vient en observant les valeurs associées à la courroie d'accumulation qui est en contact avec les deux objets de référence (indices de contact nuls) et qui demande de façon quasi symétrique le même accroissement en partant du moteur  $RAcc$  ou du sous-ensemble  $Acc$  (390 mm vs. 389 mm). Enfin, les indices d'absorption maximaux (pour absorber la boîte englobante du châssis de la plateforme TELMA) sont très proches. Cela traduit que les diamètres des deux boîtes englobantes sont eux-mêmes très proches.

Et en effet, on vérifie que le diamètre de la boîte englobante de  $Acc$  est égale à 1 187 mm, et que celui de la boîte englobante de  $RAcc$  est égal à 1 196 mm.

De manière générale, nous remarquons que si  $\alpha_{\max}^{M \rightarrow N}$  est égal à  $\alpha_{\min}^{M \rightarrow N}$ , où  $M$  et  $N$  sont deux composants d'un système  $S$ , cela signifie que (la boîte englobante de) l'objet investigué  $N$  est contenu dans (la boîte englobante de) l'objet de référence  $M$ . C'est le cas par exemple des composants regroupés dans un même bâti ou une même enceinte. On peut ainsi directement, à partir d'un composant, sous-ensemble ou ensemble de référence, déterminer quels sont les éléments dans un environnement plus ou moins proche (notion floue) de l'objet de référence, ou ceux situés dans la même enceinte. Nous n'utiliserons pas cette propriété sur la plateforme TELMA.

Nous pouvons maintenant appliquer la fonction d'appartenance à deux dimensions définie en 3.67 sur cet exemple (voir également l'Annexe VIII). Nous obtenons alors les résultats présentés dans les tableaux 4.19 et 4.20, en considérant respectivement comme objet de référence le sous-ensemble d'accumulation  $Acc$  et le motoréducteur d'accumulation  $RAcc$ .

Sous-ensemble d'accumulation	$\mu(Acc; \bullet)$
Courroie d'accumulation	0,73
Tendeur d'accumulation	0,90
Motoréducteur d'accumulation	0,66
Motoréducteur d'avance	0,11
Châssis plateforme TELMA	0,50

Tableau 4.19 : Degrés de proximité des différents composants avec Acc.

On constate dans le tableau 4.19 que le degré d'appartenance de la courroie d'accumulation (environ 0,73) au sous-ensemble flou des composants proches du sous-ensemble d'accumulation est plus faible que celui du tendeur d'accumulation (environ 0,90), puisqu'ils sont pratiquement aussi proches du sous-ensemble d'accumulation et que le tendeur a une boîte englobante de forme plus « ramassée ». Ainsi, au vu des valeurs de  $\mu$ , et si l'on doit prévoir une intervention sur le sous-ensemble d'accumulation *Acc*, on peut proposer par ordre décroissant d'intérêt de : intervenir de préférence sur le tendeur d'accumulation, puis sur la courroie d'accumulation, et enfin sur le motoréducteur d'accumulation, si une dégradation est en cours d'évolution sur ces composants. En revanche on ne classera pas le motoréducteur d'avance qui se situe « plus loin » sur la plateforme ( $\mu(Acc;RAv)=0,50$ ) et qui demandera une procédure de démontage spécifique sans point commun avec le sous-ensemble d'accumulation. On remarque enfin que le châssis a un degré d'appartenance de 0,50 car (i) il est en contact avec le sous-ensemble d'accumulation et (ii) qu'il est le composant dont la boîte englobante contient toutes les autres boîtes. C'est donc la boîte de plus grande dimension.

Le tableau 4.20 présente des résultats similaires, mais pour le motoréducteur d'accumulation *RAcc*. On observe notamment le phénomène suivant :  $\mu(RAcc;C) = \mu(Acc;C) \approx 0,73$  pour la courroie d'accumulation, alors que pour le tendeur d'accumulation on a un degré d'appartenance légèrement différent ( $\mu(RAcc;TAcc) \approx 0,86$  vs.  $\mu(Acc;TAcc) \approx 0,90$ ).

<b>Motoréducteur d'accumulation</b>	$\mu(RAcc; \bullet)$
Courroie d'accumulation	0,73
Tendeur d'accumulation	0,86
Sous-ensemble d'accumulation	0,52
Motoréducteur d'avance	0,19
Châssis plateforme TELMA	0,50

Tableau 4.20 : Degrés de proximité des différents composants avec RAcc.

D'après le tableau 4.20, le motoréducteur d'avance  $RAv$  a un degré de proximité plus élevé avec le moteur d'accumulation (environ 0,19) qu'avec le sous-ensemble d'accumulation (environ 0,11), puisque  $Acc$  et  $RAcc$  sont à la même hauteur (selon l'axe  $Z$ ) et dans le même plan, simplement éloignés de quelques dizaines de centimètres.

Nous allons maintenant exploiter les différents ensembles flous constitués, en élaborant de nouveaux ensembles (flous ou binaires) résultant d'opérations logiques, d'agrégation ou de « binarisation » (alpha-coupes) sur deux ou plusieurs ensembles flous. Nous avons considéré dans le tableau 4.21 les degrés d'appartenance des deux ensembles « Proche de  $RAcc$  » et « Proche de  $Acc$  » pour les deux  $t$ -normes naturelles  $\mu_{\min}$  et  $\mu_{\text{produit}}$  définies de la façon suivante ( $N$  un composant du système) :

$$\mu_{\min}(N) = \min(\mu(RAcc; N); \mu(Acc; N)),$$

$$\mu_{\text{produit}}(N) = \mu(RAcc; N) \cdot \mu(Acc; N).$$

<b>Composants</b>	$\mu_{\min}$	$\mu_{\text{produit}}$
Courroie d'accumulation	0,73	0,53
Tendeur d'accumulation	0,86	0,78
Motoréducteur d'avance	0,11	0,02
Châssis plateforme TELMA	0,50	0,25

Tableau 4.21 : Degrés de proximité avec RAcc et Acc, pour deux  $t$ -normes.

Le tableau 4.21 illustre la propriété « Être proche du sous-ensemble d'accumulation et du motoréducteur d'accumulation », selon deux interprétations. Il en résulte d'une part que l'on peut tout à fait considérer la courroie d'accumulation et le tendeur d'accumulation comme étant deux composants de premier niveau « proches » de *RAcc* et de *Acc*. D'autre part, nous concluons que le tendeur d'accumulation est « plus proche » de *Acc* et de *RAcc* que la courroie *C*.

Ainsi, le concept de maintenance opportune nous a amenés à exploiter la notion de boîte englobante. Cette dernière permet à son tour de définir, sous la forme de relations floues, des notions telles que la proximité. Elle permet également de retrouver simplement l'ensemble des composants qui sont dans la même enceinte qu'un composant donné, si la modélisation des composants par la conception est suffisamment fine.

L'exemple développé ci-dessus pourrait être adapté, dans le contexte du déploiement d'une stratégie de maintenance opportune sur TELMA, à la recherche de composants « proches » d'un élément donné de la plateforme. Seul le manque de temps nous a empêchés de développer cette démarche dans le scénario proposé dans la section 4.4.2.

Il nous semble que cette notion de boîte englobante peut faire l'objet d'autres développements pour la maintenance. Des expérimentations sont actuellement en cours, dans lesquelles la morphologie mathématique est mise à contribution afin de tenter d'exploiter plus encore les boîtes ainsi définies sur un système de production [Derigent, *et al.*, 2009].

D'autres applications sur TELMA seront possibles dans un proche avenir. En effet, la relation d'accessibilité peut être traitée de la même manière que la proximité, pour autant que la GMAO *OptiMaint* contienne les données adéquates. Dans le cas présent, la base de données d'*OptiMaint* contient effectivement les informations suivantes relatives aux opérateurs de maintenance : nombre des opérateurs, noms, qualifications et compétences. Par contre, la base de données ne contient à ce jour aucun élément<sup>148</sup> concernant les outils nécessaires à la réalisation d'une action de maintenance donnée ou concernant les outils qui sont à disposition d'un opérateur de maintenance donné. Seul ce manque d'information nous empêche

---

<sup>148</sup> Autre que sous forme libre dans les fiches d'intervention associées à une gamme de maintenance.



aujourd'hui d'obtenir *a priori* les classes d'équivalence relatives à la notion d'accessibilité pour chacun des opérateurs de maintenance figurant dans la base de données d'*OptiMaint*. De même, les informations relatives aux règles de consignation–déconsignation (propres à chaque intervention de maintenance recensée dans la base de données) ne sont à ce jour pas disponibles *via* *OptiMaint*. Cependant, la base de données existe, et la connaissance existe (documentation papier, connaissance experte ou issue du retour d'expérience). Il serait intéressant de consigner la connaissance disponible dans la base de données existante, afin de pouvoir développer complètement un exemple industriel illustrant et quantifiant les apports de la notion de maintenance opportune pour l'entreprise.

Enfin, si une analyse *a posteriori* des avantages (ou des pertes) consécutifs à la mise en œuvre d'actions de maintenance opportune est toujours réalisable pour peu que l'on dispose d'un modèle économique – aussi simple soit-il –, il serait intéressant d'intégrer *a priori* des critères économiques (ou tout autre critère) dans les formalismes décrits jusqu'à présent, en plus des points de vue de la sécurité, de la proximité ou de l'outillage disponible...

## 4.5 Conclusion

Le présent chapitre a présenté la plateforme industrielle TELMA dédiée à l'expérimentation de nouvelles formes de maintenance, telles que la télémaintenance, la maintenance prévisionnelle, la *e*-maintenance ou la maintenance opportune. Nous avons illustré la faisabilité et les possibilités d'implantation du concept de maintenance opportune sur cette plateforme. Un scénario a été proposé afin de développer l'ensemble des problématiques industrielles rencontrées lors de la mise en œuvre d'une telle stratégie de maintenance. Cela nous a permis d'identifier certaines limitations non rédhibitoires de notre approche et de proposer des améliorations pour l'avenir : adoption d'une autre GMAO plus adaptée aux besoins spécifiques liés à TELMA, création de champs nouveaux dans la base de connaissances d'*OptiMaint* afin d'y référencer des informations qui sont disponibles, plus grande coopération entre les différents acteurs (notamment conception, maintenance, production) afin de partager des données, des heuristiques ou des connaissances métier complémentaires.

Plus précisément, il est apparu, lors de la phase d'implémentation de la notion de maintenance opportune de première espèce, que l'obtention d'un certain type de données peut être une gageure, bien que ces informations soient en théorie disponibles. C'est le cas par exemple des caractéristiques des arrêts de production pour l'expert maintenance, alors que ces caractéristiques sont connues de la production.

Lors de l'implémentation de la notion de maintenance *C*-opportune de seconde espèce, où *C* est un composant de la plateforme TELMA, il est apparu que la GMAO *OptiMaint* est actuellement mal adaptée à la mise en application directe de cette notion. En effet, en l'état actuel de sa configuration, la base de données ne se prête pas directement à l'import et à l'export de l'information. Par exemple, elle ne permet pas à ce jour de stocker de façon précise les données qui sont directement accessibles et dont nous avons fait usage (coordonnées des boîtes englobantes, intersection des boîtes englobantes, valeur des indices de contact et d'absorption, durée de vie résiduelle des composants surveillés, compétence des opérateurs de maintenance, liste des outils nécessaires à la réalisation d'une action de maintenance, règles de sécurité associées à la réalisation d'une action de maintenance). Cependant, aucun obstacle fondamental n'est apparu, et des adaptations mineures de cette GMAO permettraient, sans aucun doute, de développer un exemple réel complet issu de l'industrie.

Par ailleurs, nous avons montré que le concept de maintenance opportune est un outil d'aide à la décision pertinent et dynamique pour le déclenchement d'actions de maintenance préventives (non planifiées *a priori*) dans le contexte d'une stratégie de maintenance prévisionnelle.

Enfin, pour évaluer quantitativement la valeur ajoutée pour l'entreprise du concept de maintenance opportune, il faudrait mettre en œuvre d'autres critères (tels la sécurité, l'accessibilité avec des outils donnés, pour un opérateur donné...) et développer, sur le même exemple, un modèle économique.



## Conclusion générale

Dans le présent travail de thèse, nous nous sommes intéressés à la maintenance des systèmes de production. Plus spécifiquement, les nouvelles formes prévisionnelles de la maintenance permettent aux entreprises de mieux maîtriser les performances de leur outil de production. Nous avons décrit les entreprises pour lesquelles le concept de maintenance prévisionnelle peut être pertinent. Nous avons également présenté certains des nombreux défis et avantages véhiculés par ce concept. Nos réflexions se sont plus spécifiquement portées sur les opportunités qui sont maintenant offertes aux experts maintenance grâce à la mise en œuvre de stratégies de maintenance prévisionnelle. Sept questions, de **(Q1)** à **(Q7)**, ont été isolées comme étant des verrous scientifiques relatifs à la mise en œuvre d'une stratégie de maintenance prévisionnelle.

Pour cela, nous avons étudié le concept d'opportunité en maintenance. Il est apparu que cette notion cachait en fait de nombreuses approches et des pratiques très diverses. Cependant, la notion de maintenance opportuniste, quelle que soit l'acception de ce terme, est aujourd'hui mal adaptée aux nouveaux défis posés par la maintenance prévisionnelle. Pour ces raisons, mais également pour revenir à une dénomination étymologiquement plus rigoureuse, nous avons introduit la notion de maintenance opportune. Des actions de maintenance opportune apparaissent donc naturellement lorsque l'on met en place des stratégies de maintenance prévisionnelle au sein d'une entreprise.

La maintenance opportune se décline selon deux axes : un axe temporel, relatif à « la meilleure » date à laquelle effectuer une intervention de maintenance prévisionnelle (*cf.* la question « *When?* » de la figure 1.17), et un axe relatif au choix de « la meilleure » intervention de maintenance préventive (*cf.* la question « *What?* » de la figure 1.17). Nous parlerons alors de maintenance opportune de première espèce. Un axe spatial, ensuite, qui concerne l'environnement d'un composant *C* qui sera l'objet d'une intervention de maintenance prévisionnelle. La problématique consiste à déterminer s'il existe un composant,

parmi ceux en phase de dégradation, qui pourrait bénéficier « en priorité » d'une intervention de maintenance préventive lors de l'action prévisionnelle planifiée sur C. La maintenance C-opportune de seconde espèce permet de sélectionner de tels composants, en précisant ce que l'expression « en priorité » sous-entend.

Dans le troisième chapitre, nous avons introduit des formalismes mathématiques qui permettent de modéliser le concept de maintenance opportune. De nombreux exemples académiques ont été consignés, à des fins pédagogiques et pour montrer la portée de ce nouveau concept. La maintenance opportune nous a en effet permis de poser des questions qui n'avaient pas été envisagées au début de l'étude : des questions relatives à la robustesse de l'algorithme de Bruss, aux liens entre géométrie des boîtes englobantes (utilisées en conception) et morphologie mathématique (utilisée par exemple en imagerie), ou encore à la classification des fonctions d'agrégation de préférences vérifiant certaines hypothèses (en théorie de la décision).

Enfin, nous avons développé un scénario sur la plateforme de *e*-maintenance TELMA qui simule un processus industriel. Cette application a permis de montrer la faisabilité de l'approche sur un cas réel représentatif. Elle a également permis de montrer les premières limites de l'édifice théorique bâti au cours des chapitres précédents : limitations techniques dues à l'actuelle inadéquation entre les besoins du décideur et les solutions logicielles proposées ; limitations dues au besoin de précision et de finesse dans certains types de données pour pouvoir mettre en œuvre les outils d'aide à la décision proposées. Cependant, il semble possible de les contourner en partie (par exemple en introduisant de nouvelles classes ou de nouveaux attributs dans les systèmes d'information de maintenance, ou en développant des approches floues qui vont permettre de prendre en compte les incertitudes sur les données initiales).

Enfin, d'un point de vue technique, l'ensemble des données à manipuler est disponible sous diverses formes dans l'entreprise, et un défi à court terme consiste à savoir automatiser leur saisie.

Nous avons apporté des éléments de réponse précis aux verrous scientifiques identifiés. La question (Q1) posait le problème de la date de réalisation d'une intervention de maintenance. Nous avons vu qu'il est possible et pertinent d'exploiter les arrêts de production programmés

pour réaliser des tâches de maintenance. L'algorithme de Bruss a été mis à contribution afin de sélectionner le « meilleur » arrêt pour réaliser une action de maintenance précise, au sens d'un ou de plusieurs critères considéré(s) par le responsable de la maintenance. Déterminer un arrêt de production optimal ou un compromis était le défi posé par la question (Q2). Nous avons mis en évidence que l'algorithme de Bruss pouvait être utilisé de façon dynamique (Q3). Par ailleurs, l'algorithme est prouvé optimal, au sens de la recherche de la dernière opportunité potentielle. De plus, les heuristiques développées tendent à suggérer que l'algorithme de Bruss est robuste et peu sensible à de faibles variations sur les conditions initiales : des incertitudes de l'ordre de 10 % sur la durée des arrêts de production n'ont pas modifié le résultat de son exécution (cf. Annexe II).

Dans le contexte de la réalisation d'une intervention de maintenance sur un composant donné, la question (Q4) posait le problème de l'évaluation du risque encouru en cherchant un arrêt de production « le plus tardif possible », et donc potentiellement « proche » de la fin de vie du composant. Des éléments de réponse ont été apportés, notamment en faisant remarquer que les estimations fournies par un processus de pronostic sont par essence non déterministes. Il convient de savoir rester critique vis-à-vis des valeurs issues d'un pronostic, et de comprendre comment ces valeurs ont été obtenues et calculées. La question (Q5) posait la question du risque pris à plébisciter un arrêt de production plutôt qu'un autre. Nous avons alors souligné que la décision issue de l'algorithme de Bruss est optimale (au sens du critère retenu par le responsable de la maintenance). Par ailleurs, nous avons entamé (sur un exemple, en annexe) une étude de sensibilité de l'algorithme de Bruss à une petite variation sur les données d'entrée. Il en est ressorti une certaine « robustesse » de la décision finale, qui suggère que l'optimum fourni par l'algorithme est l'arrêt de production qui doit être privilégié par le responsable de la maintenance. Néanmoins, de plus amples études (plus formelles notamment) permettraient sans doute d'établir rigoureusement cette propriété. De manière similaire, l'introduction d'un critère économique permettrait de conforter le résultat issu de l'algorithme de Bruss. La question (Q6) abordait le problème de la modélisation des critères usuels qui interviennent dans la réalisation d'une intervention de maintenance (outillage, compétences des opérateurs, sécurité, proximité des composants...). Nous avons vu que l'algèbre, à travers la notion de relation d'équivalence, permettait de définir de façon simple et naturelle un formalisme commun pour tous les critères rencontrés. D'autres approches sont certainement possibles, et il serait intéressant de comparer les résultats obtenus avec un

formalisme différent (par exemple en termes de proximité avec un composant donné). La solution abstraite développée dans les présents travaux peut en outre être réellement exploitée, à travers la notion de maintenance opportune. Nous avons démontré, dans les chapitres 3 et 4, que ce concept peut apporter des réponses pertinentes aux défis posés par la maintenance. C'était l'objectif de la question (Q7).

Du point de vue de la recherche, plusieurs perspectives peuvent être dégagées. Récemment, nous avons approfondi le concept de proximité (en lien avec la maintenance) à l'aide d'outils tels que la morphologie mathématique ou la logique floue [Derigent, *et al.*, 2009]. Notre vision de la proximité a ainsi considérablement évolué, d'une approche euclidienne naïve à des concepts mathématiques plus complexes, mais toujours dans le but de pouvoir exploiter des connaissances relatives au système de production à des fins de maintenance. À terme, nous espérons pouvoir modéliser de façon pertinente et exploiter plusieurs propriétés complexes des systèmes de production (accessibilité à un composant, proximité relative entre deux composants pour un opérateur aux compétences et habilitations fixées, exploitation optimale de l'ensemble des ressources disponibles), ainsi que certaines intuitions qui sont du domaine de la connaissance métier et ne peuvent être formalisées aujourd'hui.

Par ailleurs, il serait souhaitable de pouvoir intégrer *a priori* dans les modèles des contraintes de coût et des méthodes quantitatives d'évaluation de nos apports, ce qui fournirait au décideur de maintenance un outil d'aide à la décision plus complet pour trouver des solutions ou des compromis aux nouveaux défis de la maintenance prévisionnelle. Une phase de validation expérimentale sur un système réel ou une plateforme industrielle devra accompagner une extension de nos travaux. Les notions de coûts et de temps d'intervention permettraient par ailleurs de quantifier la valeur ajoutée des stratégies de maintenance prévisionnelle, à travers la recherche d'actions de maintenance opportune, par rapport à des stratégies de maintenance plus conventionnelles.

Enfin, nous avons soulevé des questions de nature mathématique, à partir simplement de considérations relatives à la maintenance des systèmes de production. Nous sommes convaincus que la maintenance est par nature un domaine d'application privilégié des mathématiques, et que, réciproquement, la maintenance peut participer activement au développement des mathématiques.







## Publications de l'auteur

### *Revues internationales avec comité de lecture*

Iung, B., E. Levrat and E. Thomas. 'Odds algorithm'-based opportunistic maintenance task execution for preserving product conditions. *Annals of the CIRP*, **56** (1), pp. 13–16, 2007.

Levrat, E., E. Thomas and B. Iung. 'Odds'-based decision-making tool for opportunistic production–maintenance synchronisation. *International Journal of Production Research*, **46** (19), pp. 5263–5287, 2008.

Derigent, W., E. Thomas, E. Levrat and B. Iung. Opportunistic maintenance based on fuzzy modeling of component proximity. *Annals of the CIRP*, **58** (1), pp. 29–32, 2009.

### *Revue nationale avec comité de lecture*

Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste. *Revue électronique des Sciences et Technologies de l'Automatique e-sta*, **4** (3), pp. 13–18, 2007.

Présenté aux Deuxièmes Journées Doctorales – Journées Nationales « Modélisation, Analyse et Conduits des Systèmes dynamiques » JD–JN MACS, 9–11 juillet 2007, Reims, France.

### *Conférences internationales avec comité de lecture*

Thomas, E., E. Levrat, B. Iung and M. Monnin. 'Odds algorithm'-based opportunity-triggered preventive maintenance with production policy. In: *Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes Safeprocess'06*, pp. 835–840, 29<sup>th</sup> August – 1<sup>st</sup> September 2006, People's Republic of China, 2006.

Levrat, E., E. Thomas and B. Iung. A decision tool for opportunistic maintenance strategy to preserve component performances. In: *Proceedings of the IFAC conference on Cost Effective Automation (CEA) in networked product development and manufacturing*, 2<sup>nd</sup> – 5<sup>th</sup> October 2007, Monterrey, United Mexican States, 2007.

Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. Overview on opportunistic maintenance. In: *Proceedings of the 9<sup>th</sup> IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems*, 9<sup>th</sup> – 10<sup>th</sup> October 2008, Szczecin, Republic of Poland, 2008.

Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. Maintenance decision-making tool reaching a compromise between maintainability and reliability performances. In: *Proceedings of the 17<sup>th</sup> IFAC World Congress*, 6<sup>th</sup> – 11<sup>th</sup> July 2008, Seoul, Republic of Korea, 2008.

Thomas, E., E. Levrat, B. Iung and P. Cochetoux. Opportune maintenance and predictive maintenance decision. In: *Proceedings of the 13<sup>th</sup> IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*, 3<sup>rd</sup> – 5<sup>th</sup> June 2009, Moscow, Russian Federation, 2009.

### ***Conférences nationales avec comité de lecture***

Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste. In: *Actes des Deuxièmes Journées Doctorales – Journées Nationales « Modélisation, Analyse et Conduits des Systèmes dynamiques » JD–JN MACS*, 9–11 juillet 2007, Reims, France, 2007.

Thomas, E., W. Derigent and E. Levrat. Fuzzy modelling of proximity for opportunistic maintenance. In: *Actes des Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications LFA 2008*, 16–17 octobre 2008, Lens, France, 2008.





## Références bibliographiques

- Aczél, J. On mean values. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **54**, pp. 392–400, 1948.
- Aczél, J. Lectures on functional equations and their applications. *Academic Press Incorporated*, New York, 411 pages, 1966.
- Aczél, J. and J. Dhombres. Functional equations in several variables with applications to mathematics, information theory and to the natural and social sciences. *Cambridge University Press*, Cambridge, 462 pages, 1989.
- AFNOR. Guide de maintenabilité de matériel. Première partie : sections un, deux et trois. Introduction, exigences et programme de maintenabilité. *Association Française de Normalisation*, Norme X60–310, Paris, 1986.
- AFNOR. Terminologie de la maintenance. *Association Française de Normalisation*, norme NF EN 13306 X 60–319, Paris, 2001.
- AFNOR. Maintenance industrielle – Fonction maintenance. *Association Française de Normalisation*, norme FD X 60–000, Paris, 2002.
- AFNOR. Maintenance – Indicateurs de performances clés pour la maintenance. *Association Française de Normalisation*, norme NF EN 15341, Paris, 2007.
- Al-Najjar, B. and I. Alsyouf. Enhancing a company's profitability and competitiveness using integrated vibration-based maintenance: a case study. *European Journal of Operational Research*, **157**, pp. 643–657, 2003.

- Assaf, D. and B. Levikson. On optimal replacement policies. *Management Science*, **28** (11), pp. 1304–1312, 1982.
- Baptiste, P., A. Bernard, J.-P. Bourrières, P. Lopez, G. Morel, H. Pierreval and M.-C. Portmann. *Comité d'experts productique : Prospectives de recherche*, 2007.
- Barros, A. Maintenance des systèmes multicomposants sous surveillance imparfaite : modélisation stochastique et optimisation. *Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Troyes*, 2003.
- Bellman, R. Dynamic programming. *Dover Publications Incorporated*, New York, 366 pages, 2003.
- Ben-Daya, M., S.O. Duffaa and A. Raouf. Maintenance, modeling and optimization. *Kluwer Academic Publishers*, Massachussets, 504 pages, 2000.
- Berg, M. General trigger-off replacement procedures for two-unit systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, **25**, pp. 15–29, 1978.
- Berk, E. and K. Moinzadeh. Analysis of maintenance policies for  $M$  machines with deteriorating performance. *IIE Transactions*, **32**, pp. 433–444, 2000.
- Billingsley, P. Probability and measure. *Wiley*, New York, 593 pages, 1995.
- Bourbaki, N. Théorie des ensembles. Réimpression inchangée de l'original de 1970, *Springer*, Berlin–Heidelberg–New York, 355 pages, Fascicule de résultats, paragraphe 5, 2006.
- Bruss, F.T. Sum the odds to one and stop. *Annals of Probability*, **28**, pp. 1384–1391, 2000.
- Bruss, F.T. A note on bounds for the odds-theorem of optimal stopping. *Annals of Probability*, **31**, 1859–1861, 2003.
- Bruss, F.T. Le bon choix... raisonné. *Pour la Science*, **335** (septembre), pp. 56–61, 2005.

- Bruss, F.T. The art of a right decision: why decision makers want to know the odds-algorithm. In: *Newsletter of the European Mathematical Society*, **62**, pp. 14–20, 2006.
- Bruss, F.T. and G. Louchard. The odds algorithm based on sequential updating and its performance. *Advances in Applied Probability*, **41** (1), pp. 131–153, 2009.
- Budai, G., R. Dekker and R.P. Nicolai. A review of planning models for maintenance and production. *Economic Institute report*, EI 2006–**44**, 2006.
- Bustince, H. J. Montero, E. Barrenechea and M. Pagola. Semiautoduality in a restricted family of aggregation operators. *Fuzzy Sets and Systems*, **158** (12), pp. 1360–1377, 2007.
- Byington, C.S., M. Roemer, G. Kacprzyński and T.R. Galie. Prognostic enhancements to diagnostic systems for improved condition-based maintenance. In: *Proceedings of the 2002 IEEE Aerospace Conference*, pp. 2815–2824, 9<sup>th</sup> – 16<sup>th</sup> March 2002, Big Sky, Montana, United States of America, 2002.
- Byington, C.S., M. Watson, M.J. Roemer, T.R. Galie, J.J. McGroarty and C. Savage. Prognostic enhancements to gas turbine diagnostic systems. In: *Proceedings of the 2003 IEEE Aerospace Conference*, pp. 1–9, 8<sup>th</sup> – 15<sup>th</sup> March 2003, Big Sky, Montana, United States of America, 2003.
- Cassady, C.R. and E. Kutanoglu. Integrating preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *IEEE Transactions on Reliability*, **54** (2), pp. 304–309, 2005.
- Cassady, C.R., W.P. Murdock Jr. and E.A. Pohl. Selective maintenance for support equipment involving multiple maintenance actions. *European Journal of Operational Research*, **129** (2), pp. 252–258, 2001.
- Cho, D.I. and M. Parlar. A survey of maintenance models for multi-units systems. *European Journal of Operational Research*, **51** (1), pp. 1–23, 1991.



- Chow, Y.S., H. Robbins and D. Siegmund. The theory of optimal stopping. *Dover*, New York, 142 pages, 1991.
- Cunha, P.F. and J.A. Caldeira Duarte. Development of a productive service module based on a life cycle perspective of maintenance issues. *Annals of the CIRP*, **53** (1), pp. 13–16, 2004.
- Dagpunar, J.S. A maintenance model with opportunities and interrupt replacement options. *The Journal of the Operational Research Society*, **47** (11), pp. 1406–1409, 1996.
- Dedopoulos, I.T. and N. Shah. Optimal short-term scheduling of maintenance and production for multipurpose plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, **34**, pp. 192–201, 1995.
- Dekker, R. On the use of operations research models for maintenance decision making. *Microelectronics Reliability*, **35** (9–10), pp. 1321–1331, 1995.
- Dekker, R. and M.C. Dijkstra. Opportunity-based age replacement: Exponentially distributed times between opportunities. *Naval Research Logistics*, **39**, pp. 175–190, 1992.
- Dekker, R. and P.A. Scarf. On the impact of optimisation models in maintenance decision making: the state of the art. *Reliability Engineering and System Safety*, **60**, pp. 111–119, 1998.
- Dekker, R. and E. Smeitink. Opportunity-based block replacement: The single component case. *European Journal of Operational Research*, **53**, pp. 46–63, 1991.
- Dekker, R. and E. Smeitink. Preventive maintenance at opportunities of restricted duration. *Naval Research Logistics*, **41**, pp. 335–353, 1994.
- Dekker, R., F.A. van der Duyn Schouten and R.E. Wildeman. A review of multi-component models with economic dependence. *Mathematical Methods of Operational Research*, **45** (3), pp. 411–435, 1997.

- Dekker, R. and C. van Rijn. Prompt – a decision-support system for opportunity-based preventive maintenance. In: S. Özekici (Editor), *Reliability and Maintenance of Complex Systems*, NATO ASI series, **154**, pp. 530–549, 1996.
- Derigent, W., E. Thomas, E. Levrat and B. Iung. Opportunistic maintenance based on fuzzy modeling of component proximity. *Annals of the CIRP*, **58** (1), pp. 29–32, 2009.
- DeSimone, L.D., F. Popoff and the World Business Council for Sustainable Development (WBCSD). Eco-efficiency. *MIT Press*, Cambridge, Massachusetts, United States of America, 306 pages, 1997.
- De Vin, L.J., A.H.C. Ng and J. Oscarsson. Simulation based decision support for manufacturing system life cycle management. *Journal of Advanced Manufacturing Systems*, **3** (2), pp. 115–128, 2004.
- Dhillon, B.S. Engineering maintainability. How to design for reliability and easy maintenance. *Gulf Professional Publishing*, Houston, 254 pages, Chapter 5, 1999.
- Djurdjanovic, D., J. Lee and J. Ni. Watchdog Agent, an infotronics-based prognostics approach for product performance degradation assessment and prediction. *Advanced Engineering Informatics*, **17** (3–4), pp. 109–125, 2003.
- Ducel, Y. Introduction à la théorie mathématique des probabilités. *Ellipses*, Paris, 127 pages, 1998.
- Duffuaa, S. O., A. Raouf and J. Campbell. Planning and control of maintenance systems. *Wiley*, New York, 400 pages, 1998.
- Duncan, J. and L.S. Scholnick. Interrupt and opportunistic maintenance strategies for systems of deteriorating components. *Operational Research Quarterly*, **24** (2), pp. 271–283, 1973.

- El Aoufir, A. and D. Bouami. Place des modèles d'optimisation dans le processus d'aide à la décision en maintenance. *Revue Française de Gestion Industrielle*, **22** (3), pp. 61–76, 2003.
- Emblemsvåg, J. and L. Tønning. Decision support in selecting maintenance organization. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **9** (1), pp. 11–24, 2003.
- Epstein, S. A replacement schedule for multicomponent life-limited parts. *Naval Research Logistics Quarterly*, **29** (4), pp. 685–692, 1982.
- Fisher, W. and J. Brennan. The performance of cannibalization policies in a maintenance system with spares, repair and resource constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, **33** (1), pp. 1–15, 1986.
- Francastel, J.-C. La fonction maintenance – De l'expression à la satisfaction du besoin. *AFNOR*, Paris, 354 pages, 1999.
- Francastel, J.-C. Ingénierie de la maintenance – De la conception à l'exploitation d'un bien. *Dunod*, Paris, 494 pages, 2003.
- Garnier, R. and J. Taylor. Discrete mathematics for new technology. *Institute of Physics Publishing*, London, Chapter 4, pp. 148–213, 2002.
- Gertsbakh, I.B. Models of preventive maintenance. *North-Holland Publishing Company*, 257 pages, 1977.
- Grusenmeyer, C. Les accidents liés à la maintenance. Étude bibliographique. *Les Notes Scientifiques et Techniques de l'INRS (Institut National de Recherche et de Sécurité pour la prévention des accidents du travail et des maladies professionnelles)*, NS **248**, 79 pages, 2005.
- Hammami, A. Modélisation technico-économique d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau. *Thèse de doctorat de l'Université Laval*, Québec, 2003.

- Haurie, A. and P. L'Ecuyer. A stochastic control approach to group preventive replacement in a multicomponent system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **27**, pp. 387–393, 1982.
- Horn, J. Multicriteria decision making and evolutionary computation. In: T. Bäck, D.B. Fogel and Z. Michalewicz (Editors), *Handbook of evolutionary computation*, *Institute of Physics Publishing*, Bristol, England, 1997.
- INRS. Consignation et déconsignation. *Institut National de Recherche et de Sécurité pour la prévention des accidents du travail et des maladies professionnelles* (Éditeur), ED **754**, 28 pages, 1993.
- ISO 13381–1. Condition monitoring and diagnostics of machines – Prognostics. *ISO (International Standard Organization)*, 2004.
- Iung, B., E. Levrat and E. Thomas. ‘Odds algorithm’-based opportunistic maintenance task execution for preserving product conditions. *Annals of the CIRP*, **56** (1), pp. 13–16, 2007.
- Iung, B., G. Morel and J.-B. Léger. Proactive maintenance strategy for harbour crane operation improvement. *Robotica*, **21**, pp. 313–324, 2003.
- Iung, B., M. Véron, M.-C. Suhner and A.Muller. Integration of maintenance strategies into prognosis process to decision-making aid on system operation. *Annals of the CIRP*, **54** (1), pp. 5–8, 2005.
- Jardine, A.K.S., T. Joseph and D. Banjevic. Optimizing condition-based maintenance decisions for equipment subject to vibration monitoring. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **5** (3), pp. 192–202, 1999.
- Jhang, J.P. and S.H. Sheu. Opportunity-based age replacement policy with minimal repair. *Reliability Engineering and System Safety*, **64** (3), pp. 339–344, 1999.

- Jorgensen, D.W. and J.J. McCall. Optimal scheduling of replacement and inspection. *Operations Research*, **11**, pp. 732–746, 1963.
- Jorgensen, D.W., J.J. McCall and R. Radner. Optimal replacement policy. *RAND McNally and Company*, Chicago, 225 pages, 1967.
- Kaabi, J., C. Varnier and N. Zerhouni. Ordonnancement de la production et de la maintenance. Cas d'un atelier de type *Flow Shop* à deux machines. In: O. Sénéchal (Editor), *Maîtrise du compromis production/maintenance*, Journal Européen des Systèmes Automatisés, **37** (5), pp. 641–660, 2004.
- Kececioglu, D. and F.-B. Sun. A general discrete-time dynamic programming model for the opportunistic replacement policy and its application to ball-bearing systems. *Reliability Engineering and System Safety*, **47** (3), pp. 175–185, 1995.
- Kianfar, F. A numerical method to approximate optimal production and maintenance plan in a flexible manufacturing system. *Applied Mathematics and Computation*, **170**, pp. 924–940, 2005.
- Kiritsis, D., A. Bufardi and P. Xirouchakis. Research issues on product lifecycle management and information tracking using smart embedded systems. *Advanced Engineering Informatics*, **17**, pp. 189–202, 2003.
- Knezevic, J., L. Papic and B. Vasic. Sources of fuzziness in vehicle maintenance management. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **3** (4), pp. 281–28, 1997.
- Kutucuoglu, K.Y., J. Hamali, Z. Irani and J.M. Sharp. A framework for managing maintenance using performance measurement systems. *International Journal of Operations & Production Management*, **21**, pp. 173–195, 2001.
- Labib, A.W., R.F. O'Connor and G.B. Williams. An effective maintenance system using the analytic hierarchy process. *Integrated Manufacturing Systems*, **9** (2), pp. 87–98, 1998.

- Léger, A., C. Duval, R. Farret, P. Weber, E. Levrat and B. Iung. Modeling of human and organizational impacts for system risk analyses. In: *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management*, 18<sup>th</sup> – 23<sup>rd</sup> May 2008, Hong Kong, People's Republic of China, 2008.
- Léger, J.-B. Contribution méthodologique à la maintenance prévisionnelle des systèmes de production : Proposition d'un cadre Formel de Modélisation. *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré de Nancy*, 1999.
- Léger, J.-B. and G. Morel. Integration of maintenance in the enterprise: towards an enterprise modelling-based framework. *Production Planning and Control*, **12**, pp. 176–187, 2001.
- Leray, P. Apprentissage et diagnostic de systèmes complexes : réseaux de neurones et réseaux bayésiens – Application à la gestion en temps réel du trafic téléphonique français. *Thèse de doctorat de l'Université Paris 6*, Chapitre 1, 1998.
- Levrat, E. and B. Iung. TELMA : A full e-maintenance platform. In: *Proceedings of the Second World Congress on Engineering Asset Management and the Fourth International Conference on Condition Monitoring WCEAM/CM*, 11<sup>th</sup> –14<sup>th</sup> June 2007, Harrogate, England, 2007.
- Levrat, E., B. Iung and A. Crespo Marquez. E-maintenance: review and conceptual framework. *Production Planning & Control*, **19** (4), pp. 408–429, 2008a.
- Levrat, E., E. Thomas and B. Iung. 'Odds'-based decision-making tool for opportunistic production–maintenance synchronisation. *International Journal of Production Research*, **46** (19), pp. 5263–5287, 2008b.
- Levrat, E., E. Thomas and B. Iung. A decision tool for opportunistic maintenance strategy to preserve component performances. In: *Proceedings of the IFAC conference on Cost Effective Automation (CEA) in networked product development and manufacturing*, 2<sup>nd</sup> – 5<sup>th</sup> October 2007, Monterrey, United Mexican States, 2007.

- Lewin, K. Field theory in social science: selected theoretical papers. Cartwright, D. (Editor), *Harper and Row*, New York, 346 pages, 1951.
- Liang, T.Y. Optimum piggyback preventive maintenance policies. *IEEE Transaction on Reliability*, **34**, pp. 529–538, 1985.
- Lihovd, E., M. Rasmussen and C. Steinebach. A decision support system prototype for maintenance management. In: *Proceedings of the 13<sup>th</sup> European Conference on Maintenance Euromaintenance*, **96** (1), pp. 323–332, 21<sup>st</sup> – 23<sup>rd</sup> May 1996, Copenhagen, Denmark, 1996.
- Lutigheid, D., D. Banjevic and A.K.S. Jardine. System repairs: when to perform and what to do? *Reliability Engineering and System Safety*, **93**, pp. 604–615, 2007.
- Lust, T., O. Roux and F. Riane. Exact and heuristics methods for the selective maintenance problem. *European Journal for Operational Research*, **197** (3), pp. 1166–1177, 2009.
- Marchand, P. Mathématiques discrètes – Cours et exercices corrigés. *Dunod*, Paris, 352 pages, 2004.
- Marichal, J.-L. Aggregation operators for multicriteria decision aid. *Thèse de doctorat de l'Université de Liège*, 1999.
- Marmier, F. Contribution à l'ordonnancement des activités de maintenance sous contrainte de compétence : une approche dynamique, proactive et multi-critère. *Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté*, 2007.
- McCall, J.J. Operating characteristics of opportunistic replacement and inspection policies. *Management Science*, **10** (1), pp. 85–97, 1963.
- Monchy, F. La fonction maintenance – Formation à la gestion de la maintenance industrielle. *Masson*, Paris, 451 pages, 1987.

- Monchy, F. Maintenance – Méthodes et organisations. *Dunod*, Paris, 528 pages, 2003.
- Muller, A. Contribution à la maintenance prévisionnelle des systèmes de production par la formalisation d'un processus de pronostic. *Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré de Nancy*, 2005.
- Muller, A., A. Crespo Marquez and B. Iung. On the concept of e-maintenance: review and current research. *Reliability Engineering and System Safety*, **93** (8), pp. 1165–1187, 2008a.
- Muller, A., M.-C. Suhner and B. Iung. Maintenance alternative integration to prognosis process engineering. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **13** (2), pp. 198–211, 2007.
- Muller, A., M.-C. Suhner and B. Iung. Formalisation of a new prognosis model for supporting proactive maintenance on industrial system. *Reliability Engineering and System Safety*, **93** (2), pp. 234–253, 2008b.
- Nakagawa, T. Further results of replacement problem of a parallel system in a random environment. *Journal of Applied Probability*, **16**, pp. 923–926, 1979.
- Nakagawa, T. Optimal number of failures before replacement time. *IEEE Transactions on Reliability*, **32** (1), pp. 114–116, 1983.
- Okumoto, K. and E. Elsayed. An optimum group maintenance policy. *Naval Research Logistics Quarterly*, **30**, pp. 667–674, 1983.
- Okumoto, K. and S. Osaki. Optimal policies for a standby system with preventive maintenance. *Operational Research Quarterly*, **28** (2), pp. 415–423, 1977.
- Özekici, S. Optimal periodic replacement of multicomponent reliability systems. *Operations Research*, **36**, pp. 542–552, 1988.



- Parida, A. Development of a multi-criteria hierarchical framework for maintenance performance measurement – Concepts, issues and challenges. *Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Luleå*, 2006.
- Park, K.S. Optimal number of minimal repairs before replacement. *IEEE Transactions on Reliability*, **28** (2), pp. 137–140, 1979.
- Pellegrin, C. Fondements de la décision de maintenance. *Economica*, Paris, 112 pages, 1997.
- Pham, H. and H. Wang. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research*, **94** (3), pp. 425–438, 1996.
- Pullen, K.W. and M.U. Thomas. Evaluation of an opportunistic replacement policy for a 2-unit system. *IEEE Transactions on Reliability*, **35** (3), pp. 320–324, 1986.
- Radhoui, M. Analyse des performances de systèmes de production sujets à des défaillances aléatoires et pouvant engendrer des produits non conformes dans un environnement incertain. *Thèse de doctorat de l'Université Paul Verlaine de Metz*, 2008.
- Radner, R. and D.W. Jorgensen. Optimal replacement and inspection of stochastically failing equipment. In: K.J. Arrow, S. Karlin and H. Scarf (Editors), *Studies in Applied Probability and Management Science*, Stanford University Press, Stanford, California, United States of America, 1962.
- Radner, R. and D.W. Jorgensen. Opportunistic replacement of a single part in the presence of several monitored parts. *Management Science*, **10**, pp. 70–84, 1963.
- Rahim, M. A. and M. Ben-Daya. (Editors). Integrated models in production planning, inventory, quality, and maintenance. *Kluwer Academic Publishers*, Massachussets, 472 pages, Part II (Chapters 2 to 6), 2001.
- Raouf, A. Productivity enhancement using safety and maintenance integration. An overview. *Kybernetes*, **33** (7), pp. 1116–1126, 2004.

- Reynaud, E. Développement durable et entreprise : vers une solution symbiotique ? *Journée AIMS (Association Internationale de Management Stratégique), Atelier Développement Durable et entreprise*, 15 mai 2003, Angers, 2003.
- Ritchken, P. and J.G. Wilson.  $(m, T)$  group maintenance policies. *Management Science*, **36**, pp. 632–639, 1990.
- Rogerson, R. R. Shimer and R. Wright. Search-theoretic models of the labor market : a survey. *Journal of Economic Literature*, **43**, pp. 959–988, 2005.
- Rose, B. Proposition d'un référentiel support à la conception collaborative : CO<sup>2</sup>MED (COLlaborative CONflict Management in Engineering Design), Prototype logiciel dans le cadre du projet IPPOP. Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy, 2004.
- Rotundo, V. and J.S. Colton. Serviceability considerations for the layout of coiled tubing units. *Journal of Engineering Design*, **10** (3), pp. 259–275, 1999.
- Salameh, M.K. and R.E. Ghattas. Optimal just-in-time buffer inventory for regular preventive maintenance. *International Journal of Production Economics*, **74** (1–3), pp. 157–161, 2001.
- Satow, T. and S. Osaki. Opportunity-based age replacement with different intensity rates. *Mathematical and Computer Modelling*, **38** (11–13), pp. 1419–1426, 2003.
- Savsar, M. Effects of maintenance policies on the productivity of flexible manufacturing cells. *Omega*, **34** (3), pp. 274–282, 2006.
- Scarf, P.A. On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of Operational Research*, **99** (3), pp. 493–506, 1997.
- Sénéchal O. Pilotage des systèmes de production vers la performance globale. *Habilitation à diriger les recherches*, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2004.

Serra, J. Image analysis and mathematical morphology (vol. 1). *Academic Press*, Londres, 610 pages, 1983.

Shiryayev, A.N. Optimal stopping rules. *Springer*, New York, 217 pages, 1978.

Smit, K. and W. Slaterus. *Information Model for Maintenance Management*. Cap Gemini Publishing, The Netherlands, 1992. Traduit en français par M. Sperry, Gestion de l'information pour le management de la maintenance – Le modèle MIMM. *AFNOR*, Paris, 1992.

Sortrakul, N., H. Nachtmann and C.R. Cassady. Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry*, **56** (2), pp. 161–168, 2005.

Sourisse, C. and F. Klay. Management des moyens de production : efficacité, disponibilité, rentabilité. *Hermès*, Paris, 1999.

Sule, D. and B. Harmon. Determination of coordinated maintenance scheduling frequencies for a group of machines. *IIE Transactions*, **11** (1), pp. 48–53, 1979.

Takata, S., F. Kimura, F.J.A.M. van Houten, E. Westkämper, M. Shpitalni, D. Ceglarek and J. Lee. Maintenance: changing role in life cycle management. *Annals of the CIRP*, **53** (2), pp. 643–655, 2005.

Tatsuno, K., F. Ohi and T. Nishida. Opportunistic maintenance policy with minimal repair. *Mathematica Japonica*, **28**, pp. 327–335, 1983.

Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. L'algorithme de Bruss comme contribution à une maintenance préventive opportuniste. *Revue électronique des Sciences et Technologies de l'Automatique e-sta*, **4** (3), pp. 13–18, 2007.

Présenté aux Deuxièmes Journées Doctorales – Journées Nationales « Modélisation, Analyse et Conduits des Systèmes dynamiques » JD–JN MACS, 9–11 juillet 2007, Reims, France.

- Thomas, E., W. Derigent and E. Levrat. Fuzzy modelling of proximity for opportunistic maintenance. In: *Actes des Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications LFA 2008*, 16–17 octobre 2008, Lens, France, 2008a.
- Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. Overview on opportunistic maintenance. In: *Proceedings of the 9<sup>th</sup> IFAC Workshop on Intelligent Manufacturing Systems*, 9<sup>th</sup> – 10<sup>th</sup> October 2008, Szczecin, Republic of Poland, 2008b.
- Thomas, E., E. Levrat and B. Iung. Maintenance decision-making tool reaching a compromise between maintainability and reliability performances. In: *Proceedings of the 17<sup>th</sup> IFAC World Congress*, 6<sup>th</sup> – 11<sup>th</sup> July 2008, Seoul, Republic of Korea, 2008c.
- Thomas, E., E. Levrat, B. Iung and P. Cochetoux. Opportune maintenance and predictive maintenance decision. In: *Proceedings of the 13<sup>th</sup> IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*, 3<sup>rd</sup> – 5<sup>th</sup> June 2009, Moscow, Russian Federation, 2009.
- Thomas, E., E. Levrat, B. Iung and M. Monnin. ‘Odds algorithm’-based opportunity-triggered preventive maintenance with production policy. In: *Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes Safeprocess’06*, pp. 835–840, 29<sup>th</sup> August – 1<sup>st</sup> September 2006, People’s Republic of China, 2006.
- Thomas, S.C., D.P. Gaver and P.A. Jacobs. Inspection models and their application. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business and Industry*, **3** (4), pp. 283–304, 1991.
- Vachtsevanos, G. and P. Wang. Fault prognosis using dynamic wavelet neural networks. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Systems Readiness Technology AUTOTESTCON 2001*, 20<sup>th</sup> – 23<sup>rd</sup> August 2001, Valley Forge, Pennsylvania, United States of America, 2001.

- Van der Duyn Schouten, F.A. and S.G. Vanneste. Analysis and computation of  $(n, N)$ -strategies for maintenance of a two-component system. *European Journal of Operational Research*, **48**, pp. 260–274, 1990.
- Van Dijkhuizen, G. Maintenance grouping in multi-step multi-component production systems. In: M. Ben-Daya, S. Duffuaa and A. Raouf (Editors), *Maintenance, Modelling and Optimization*, Kluwer Academic Publishers, 475 pages, pp. 283–306, 2000.
- Vanneste, S.G. A generalized age-replacement model. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, **6**, pp. 525–541, 1992.
- Vatn, J. Maintenance optimisation from a decision theoretical point of view. *Reliability Engineering and System Safety*, **58**, pp. 119–126, 1997.
- Vergin, R.C. and M. Scriabin. Maintenance scheduling for multi-component equipment. *AIIE Transactions*, **9**, pp. 297–305, 1977.
- Voisin, A., E. Levrat, P. Cocheteux and B. Iung. Generic prognosis model for proactive maintenance decision support: application to pre-industrial e-maintenance test bed. *Journal of Intelligent Manufacturing*, DOI 10.1007/s10845-008-0196-z, to appear in 2009.
- Waeyenbergh, G. and L. Pintelon. Maintenance concept development: a case study. *International Journal of Production Economics*, **89** (3), pp. 395–405, 2004.
- Wang, H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, **139** (3), pp. 469–489, 2002.
- Wani, M.F. and O.P. Gandhi. Development of maintainability index for mechanical systems. *Reliability Engineering and System Safety*, **65** (3), pp. 259–270, 1999.
- Wani, M.F., and O.P. Gandhi. Diagnosability evaluation of systems using bipartite graph and matrix approach. *Artificial Intelligence for Engineering Design, Analysis and Manufacturing (AI EDAM)*, **14** (3), pp. 193–206, 2000.

- Wani, M.F. and O.P. Gandhi. Maintainability design and evaluation of mechanical systems based on tribology. *Reliability Engineering and System Safety*, **77** (2), pp. 181–188, 2002.
- Weinstein, L. and C.H. Chung. Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment. *Computers and Operations Research*, **26**, pp. 1059–1074, 1999.
- Wijnmalen, D.J.D. and J.A.M. Hontelez. Coordinated condition-based repair strategies for components of a multi-component maintenance system with discounts. *European Journal of Operational Research*, **98** (1), pp. 52–63, 1997.
- Wildeman, R.E. The art of grouping maintenance. *Thèse de Doctorat de l'Université Erasmus de Rotterdam*, 1996.
- Zequeira, R.I., J.E. Valdes and C. Berenguer. Optimal buffer inventory and opportunistic preventive maintenance under random production capacity availability. *International Journal of Production Economics*, **111** (2), pp. 686–696, 2008.
- Zheng, X.T. and N. Fard. Hazard-rate tolerance method for an opportunistic replacement policy. *IEEE Transactions on Reliability*, **41** (1), pp. 13–20, 1992.
- Zwingman, X. Modèle d'évaluation de la fiabilité et de la maintenabilité au stade de la conception. *Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg*, 2005.



## Annexe I

Un espace probabilisé est la donnée d'un triplet  $(\Omega; G; P)$  avec :  $\Omega$  un ensemble de référence appelé **univers**, supposé discret (et même fini dans la présente étude),  $G$  une **tribu**<sup>1</sup> (ou **sigma-algèbre**) associée à  $\Omega$ , et  $P$  une **probabilité** (fonction définie sur  $G$  et à valeurs dans  $[0 ; 1]$ ).

**Définition** : Une **suite stochastique** est une suite  $(y_j; F_j)_{j \in J}$  où  $J \subseteq \mathbb{N}$ , et où, pour tout  $j \in J$ ,  $y_j$  est une variable aléatoire définie sur  $\Omega$ ,  $F_j$  est une sous-tribu de  $G$  et  $y_j$  est  $F_j$ -mesurable.

**Définition** : Une **filtration**  $(G_i)_{i \in I}$  de  $G$  est une suite croissante<sup>2</sup> de sous-tribus de  $G$ ,  $I$  étant un ensemble non vide (fini ou infini) de  $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ .

**Définition** : Un **temps d'arrêt**  $u$  est une variable aléatoire définie sur  $\Omega$ , telle que :

- $P(u \in I) = 1$ ,
- $\{u = i\} \in G_i, \quad \forall i \in I$ .

---

<sup>1</sup> Tribu ou  $\sigma$ -algèbre : partie  $G$  de  $\wp(\Omega)$ , l'ensemble des parties de  $\Omega$ , telle que :

- $\emptyset \in G$ ,
- $\forall A \in G, A^c \in G$ ,
- si, pour tout entier  $n$ ,  $A_n \in G$ , alors  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n \in G$ .

Par exemple,  $\wp(\Omega)$  définit une tribu sur  $\Omega$ , de même que  $\{\Omega; \emptyset\}$ . Ces tribus sont qualifiées de triviales.

<sup>2</sup> Au sens de l'inclusion.



La première condition est une condition technique qui permet d'assurer que  $u$  est presque sûrement à valeurs dans l'ensemble  $I$ . Cette première condition assure que la seconde condition a bien un sens.

Intuitivement, la seconde condition stipule que la valeur de la variable aléatoire  $u$  à un instant (discret) donné ne dépend que des valeurs précédentes de  $u$ , et non des valeurs à venir.

## Annexe II

### Influence d'un paramètre sur un *odds* donné

Soit  $A := (a; d)$  un arrêt de production de durée  $d$ , qui débute à l'instant  $a$ .

Supposons que sa probabilité de succès soit nulle :  $p(A) = 0$ . Alors  $A$  doit être supprimé de la liste des opportunités potentielles.

Supposons que sa probabilité de succès soit égale à 1 :  $p(A) = 1$ . Alors la liste des opportunités potentielles ne conservera que de tels arrêts de production, et celui qui sera sélectionnée sera le dernière tel arrêt de production (dans l'ordre chronologique).

L'hypothèse sera donc faite dans toute la suite que la probabilité de succès de  $A$  est strictement comprise entre 0 et 1 :  $0 < p(A) < 1$ .

En outre, l'indépendance entre les différents paramètres nous a conduits à l'hypothèse suivante :  $p$  s'écrit comme le produit des différentes fonctions qui sont appliquées à chacun des paramètres définissant  $A$ . On peut donc toujours écrire :

$$p(A) = \prod_{i=1}^{Nb} J_i(H_i),$$

avec  $Nb$  le nombre de paramètres retenus,  $H_1 \dots H_{Nb}$  les  $Nb$  paramètres, et  $J_1 \dots J_{Nb}$  les  $Nb$  fonctions appliquées à ces paramètres.

Considérons l'exemple académique suivant :  $Nb = 2$ ,  $H_1$  représente la date de début de l'arrêt de production,  $H_2$  représente sa durée,  $J_1$  la fonction fiabilité et  $J_2$  la fonction maintenabilité.

Avec ces hypothèses, on peut alors définir le *odds*  $r(A)$  associé à l'arrêt de production  $A$  caractérisé par le couple  $(H_1; H_2)$  :

$$r(A) = \frac{p(A)}{1-p(A)}, \text{ ce qui fournit également : } p(A) = \frac{r(A)}{1+r(A)} = \prod_{i=1}^{Nb} J_i(H_i).$$

Soit alors  $i_0 \in \llbracket 1; Nb \rrbracket$  un entier. Il vient :  $J_{i_0}(H_{i_0}) = \frac{r(A)}{(1+r(A)) \prod_{i \in \llbracket 1; Nb \rrbracket \setminus \{i_0\}} J_i(H_i)}$ , ce qui

représente la contribution absolue du paramètre  $H_{i_0}$  au *odds*  $r(A)$ .

La contribution relative de ce même paramètre est bien entendu

$$\frac{J_{i_0}(H_{i_0})}{r(A)}, \text{ soit } \frac{1}{(1+r(A)) \prod_{i \in \llbracket 1; Nb \rrbracket \setminus \{i_0\}} J_i(H_i)}.$$

Pour illustrer l'influence des caractéristiques de l'arrêt de production sur le *odd*, deux fonctions sont associées à une intervention de maintenance préventive prévisionnelle donnée : une distribution de Weibull pour la fiabilité  $J_1$ , et une distribution exponentielle pour la maintenabilité  $J_2$ .

L'influence de la durée  $H_2$  d'un arrêt de production sur le choix de l'arrêt de production peut concrètement se mesurer de la manière suivante :

- calculer  $\frac{J_2(H_2 \pm \varepsilon) - J_2(H_2)}{r(A)}$ , pour  $\varepsilon$  allant de 0 à un certain pourcentage (par exemple 20 %) de  $H_2$  ;
- en déduire l'influence de la durée  $H_2$  sur  $r(A)$  ;
- voir ensuite l'influence de  $H_2$  sur la somme des *odds*, et sur l'indice  $s$  ;
- décider si l'incertitude (ou l'aléa) relative à la donnée des durées est ou non pénalisante pour la mise en pratique de l'algorithme de Bruss.

Développons cette démarche sur l'exemple relatif à la sélection de l'arrêt de production optimal dans le cas monocomposant développé au chapitre 3. L'horizon d'observation est de 1 500 h, et douze arrêts de production sont planifiés sur cet horizon (Tableau A2.1) :

Numéro de l'arrêt de production	Date de début (en heures)	Durée (en heures)
1	200	3
2	310	2
3	400	4
4	560	2
5	620	1
6	690	4
7	800	4
8	910	2
9	980	3
10	1 100	7
11	1 250	3
12	1 360	4

Tableau A2.1. Répartition des arrêts de production sur l'horizon d'observation.

Les paramètres de la loi de Weibull sont supposés être les suivants : 1,5 pour le paramètre de forme, 700 h pour le paramètre d'échelle et 0 pour le paramètre de localisation. Le paramètre de la loi exponentielle est égal à  $0,5 \text{ h}^{-1}$ . Nous allons chercher à déterminer l'influence de la durée de l'arrêt numéro 9 (trois heures) sur le choix de l'arrêt qui sera sélectionné *in fine* afin de développer l'intervention de maintenance prévisionnelle.

On rappelle le résultat dans ce contexte (*cf.* Tableau 3.27) : la somme cumulée des *odds* dépasse 1 pour l'arrêt numéro 7, et ce même arrêt est sélectionné pour effectuer l'intervention de maintenance prévisionnelle.

L'arrêt numéro 9, dans ce contexte, dure trois heures. Nous allons étudier la répercussion d'une incertitude de 20 % sur le choix final (20 % de trois heures représentent 36 minutes). Ainsi, la durée de l'arrêt 9 sera successivement égale à 3 h, 3 h 06 min, 3 h 12min, ..., 3 h 36 min, tous les autres paramètres restant inchangés. L'ensemble des résultats est consigné dans les tableaux A2.2a et A2.2b.

Arrêts de production	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 24	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 30	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 36	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 42	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 48	Durée de l'arrêt 9 : 2 h 54	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 00
1	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
2	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
3	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
4	0,49	0,49	0,49	0,50	0,50	0,50	0,51
5	0,66	0,67	0,67	0,68	0,68	0,68	0,69
6	<b>1,02</b>	<b>1,03</b>	<b>1,03</b>	<b>1,03</b>	<b>1,04</b>	<b>1,04</b>	<b>1,04</b>
7	1,52	1,53	1,53	1,53	1,54	1,54	1,54
8	1,73	1,74	1,74	1,75	1,75	1,75	1,76
9	2,19	2,20	2,20	2,20	2,21	2,21	2,22
10	3,50	3,50	3,50	3,51	3,51	3,52	3,52
11	4,39	4,40	4,40	4,41	4,41	4,41	4,42
12	6,39	6,40	6,40	6,41	6,41	6,41	6,42
Candidat	7	7	7	7	7	7	7

Tableau A2.2a. Influence de la durée de l'arrêt numéro 9 sur la somme cumulée des odds.

Arrêts de production	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 00	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 06	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 12	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 18	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 24	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 30	Durée de l'arrêt 9 : 3 h 36
1	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
2	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
3	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32	0,32
4	0,51	0,51	0,51	0,52	0,52	0,52	0,53
5	0,69	0,69	0,69	0,69	0,70	0,70	0,70
6	<b>1,04</b>	<b>1,04</b>	<b>1,05</b>	<b>1,05</b>	<b>1,06</b>	<b>1,06</b>	<b>1,06</b>
7	1,54	1,55	1,55	1,55	1,56	1,56	1,56
8	1,76	1,76	1,76	1,77	1,77	1,77	1,77
9	2,22	2,22	2,22	2,22	2,23	2,23	2,23
10	3,52	3,52	3,53	3,53	3,53	3,53	3,54
11	4,42	4,42	4,42	4,42	4,43	4,43	4,43
12	6,42	6,42	6,42	6,43	6,43	6,43	6,43
Candidat	7	7	7	7	7	7	7

Tableau A2.2b. Influence de la durée de l'arrêt numéro 9 sur la somme cumulée des odds.

Il apparaît clairement à la lueur de ces tableaux que l'influence d'une incertitude (jusqu'à 20 %) sur la durée d'un seul arrêt de production est très limitée. L'amplitude de la valeur de l'indice  $s$  est en effet ici inférieure à  $1,07 - 1,01 = 0,06$ . Sur cet exemple, l'arrêt proposé *in fine* par l'algorithme de Bruss est donc peu susceptible d'évoluer suite à une « faible incertitude » (jusqu'à 20 %) sur la durée d'un seul des arrêts de production.

Cependant, il est naturel de se demander si cette conclusion persiste dans le cas où l'incertitude ne porte plus sur un arrêt, mais sur plusieurs arrêts de production. Par exemple, étudions le cas où la durée de l'arrêt numéro 9 varie de 2 h 24 à 3 h 36 (jusqu'à 20 % d'incertitude) et celle de l'arrêt numéro 7 varie de 3 h 12 à 4 h 48 (jusqu'à 20 % d'incertitude également). Cette fois, seuls les arrêts proposés sont indiqués dans le tableau A2.3, et non plus les *odds* ou leurs sommes cumulées.

Durée de l'arrêt 7 \ Durée de l'arrêt 9	Durée de l'arrêt 9						
	2 h 24	2 h 36	2 h 48	3 h 00	3 h 12	3 h 24	3 h 36
3 h 12	6	6	6	7	7	7	7
3 h 24	6	7	7	7	7	7	7
3 h 36	7	7	7	7	7	7	7
3 h 48	7	7	7	7	7	7	7
4 h 00	7	7	7	7	7	7	7
4 h 12	7	7	7	7	7	7	7
4 h 24	7	7	7	7	7	7	7
4 h 36	7	7	7	7	7	7	7
4 h 48	7	7	7	7	7	7	7

Tableau A2.3. Influence de la durée de deux arrêts de production sur la décision finale.

Seuls les scénarios très négatifs (durées des deux arrêts inférieures aux valeurs planifiées, et l'une des deux étant pénalisée d'au moins 15 %) voient la proposition d'une date avancée dans le temps pour effectuer l'action de maintenance préventive prévisionnelle. L'heuristique nous conduit à la conclusion que des « petites incertitudes » (inférieures à 10 %) sur la durée d'un arrêt de production ne modifient pas la décision finale.

Par contre, dans le cas où de nombreux arrêts de production sont pénalisés (en termes de durée), ce résultat devient évidemment faux. Considérons en effet le même exemple, avec les durées figurant dans le tableau A2.4 et tous les autres paramètres étant inchangés.

Numéro de l'arrêt de production	Durée estimée (en heures)	Durée constatée (en heures)
1	3	3
2	2	2
3	4	4
4	2	2
5	1	1
6	4	4
7	4	3,2
8	2	2
9	3	3
10	7	6
11	3	2,4
12	4	3,2

*Tableau A2.4. Répartition estimée et répartition constatée des arrêts de production sur l'horizon d'observation.*

L'arrêt sélectionné devient l'arrêt numéro 6. Il semble évident que l'intervention de maintenance prévisionnelle doit alors être avancée dans le temps : l'arrêt numéro 7 devient « trop court » pour effectuer cette action. En considérant que l'arrêt 7 dure effectivement quatre heures, l'arrêt proposé redevient l'arrêt numéro 7. Ces exemples illustrent à nouveau l'importance de la précision sur les données disponibles dans le système d'information de gestion de la maintenance.

## Annexe III

Classes d'équivalence pour la relation de stricte proximité sur l'exemple académique :

Composant	Classe des composants qui en sont strictement proches	Composant	Classes des composants qui en sont strictement proches
$C_1$	$C_1, C_2$	$C_{19}$	$C_{19}, C_{33}$
$C_2$	$C_1, C_2, C_3$	$C_{20}$	$C_{18}, C_{20}$
$C_3$	$C_2, C_3$	$C_{21}$	$C_{21}, C_{26}$
$C_4$	$C_4, C_{15}$	$C_{22}$	$C_{22}, C_{23}$
$C_5$	$C_5, C_6, C_{10}$	$C_{23}$	$C_{12}, C_{22}, C_{23}$
$C_6$	$C_5, C_6$	$C_{24}$	$C_{24}, C_{26}$
$C_7$	$C_7$	$C_{25}$	$C_{25}, C_{30}$
$C_8$	$C_8, C_9$	$C_{26}$	$C_{21}, C_{24}, C_{26}$
$C_9$	$C_8, C_9$	$C_{27}$	$C_{27}, C_{28}$
$C_{10}$	$C_5, C_{10}, C_{14}$	$C_{28}$	$C_{27}, C_{28}, C_{29}, C_{30}$
$C_{11}$	$C_{11}, C_{12}$	$C_{29}$	$C_{28}, C_{29}, C_{30}$
$C_{12}$	$C_{11}, C_{12}, C_{23}$	$C_{30}$	$C_{25}, C_{28}, C_{29}, C_{30}, C_{31}$
$C_{13}$	$C_{13}, C_{14}$	$C_{31}$	$C_{30}, C_{31}, C_{32}$
$C_{14}$	$C_{10}, C_{13}, C_{14}, C_{15}$	$C_{32}$	$C_{31}, C_{32}, C_{33}$
$C_{15}$	$C_{14}, C_{15}, C_{16}$	$C_{33}$	$C_{19}, C_{32}, C_{33}$
$C_{16}$	$C_{15}, C_{16}$	$C_{34}$	$C_{34}, C_{35}$
$C_{17}$	$C_{17}, C_{18}$	$C_{35}$	$C_{34}, C_{35}$
$C_{18}$	$C_{17}, C_{18}, C_{20}$		

Pour un composant donné, deux classes sont déterminées : la classe des composants qui sont strictement proches de ce composant, et la classe de tous les autres (qui ne sont pas strictement proches de ce composant). Seule la première de ces deux classes est indiquée dans cette annexe.



## Annexe IV

Nous établissons ici que  $\mathfrak{R}_{PROX}$  définit une relation d'équivalence sur le système de production (cf. **Proposition 3.43**).

Nous avons trois propriétés à démontrer : la réflexivité, la symétrie et la transitivité de  $\mathfrak{R}_{PROX}$ .

Réflexivité de  $\mathfrak{R}_{PROX}$  : il s'agit de s'assurer que tout composant de notre système est en relation avec lui-même. Mais cela est immédiat : on prend  $m(i;i) := 0$  (la suite est alors vide). On a bien, en effet, la relation suivante :  $\forall i \in \llbracket 1; N \rrbracket, C_i \mathfrak{R}_{PROX} C_i$ .

Symétrie de  $\mathfrak{R}_{PROX}$  : il s'agit de s'assurer que si un premier composant est en relation avec un deuxième, alors le deuxième est en relation avec le premier. C'est également évident : par hypothèse, le premier composant est en relation avec le deuxième. Nous en déduisons donc l'existence d'un entier  $m(i;j) \geq 0$  vérifiant les propriétés (3.38), (3.39) et (3.40) énoncées dans la définition 3.37. Alors le même entier  $m(j;i) := m(i;j)$  permet de s'assurer que le deuxième composant est en relation de proximité élargie avec le premier. En effet, au lieu de considérer, dans cet ordre, les boîtes englobantes  $B_{C_{u_1}}, B_{C_{u_2}}, \dots, B_{C_{u_{m(i;j)-1}}}, B_{C_{u_{m(i;j)}}$ , qui permettent d'assurer que  $C_i \mathfrak{R}_{PROX} C_j$ , on considère dans cet ordre  $B_{C_{u_{m(j;i)}}}, B_{C_{u_{m(j;i)-1}}}, \dots, B_{C_{u_2}}, B_{C_{u_1}}$  qui permettent d'assurer que  $C_j \mathfrak{R}_{PROX} C_i$ . Nous avons donc bien :

$$\forall (i;j) \in \llbracket 1; N \rrbracket^2, C_i \mathfrak{R} C_j \Rightarrow C_j \mathfrak{R} C_i.$$

Transitivité de  $\mathfrak{R}_{PROX}$  : c'est peut-être la seule partie un peu technique ou délicate de la démonstration. Intuitivement, elle se comprend bien, mais elle nécessite une preuve rigoureuse. Supposons donc que la boîte englobante  $B_{C_i}$  associée au composant  $C_i$  soit en relation de proximité élargie avec la boîte englobante  $B_{C_j}$  du composant  $C_j$ , et que  $B_{C_j}$  soit

en relation de proximité élargie avec la boîte englobante  $B_{C_k}$  du composant  $C_k$ ,  $(i; j; k) \in \llbracket 1; N \rrbracket^3$ . Il s'agit de s'assurer que  $B_{C_i}$  est en relation de proximité élargie avec  $B_{C_k}$ .

Par hypothèse, nous disposons, d'une part, d'un entier positif  $m(i; j)$  tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{x}_i; \overline{x}_i[ \cap ]\underline{x}_{u_1}; \overline{x}_{u_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{x}_{u_1}; \overline{x}_{u_1}[ \cap ]\underline{x}_{u_2}; \overline{x}_{u_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{x}_{u_{m(i;j)}}; \overline{x}_{u_{m(i;j)}}[ \cap ]\underline{x}_j; \overline{x}_j[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{y}_i; \overline{y}_i[ \cap ]\underline{y}_{u_1}; \overline{y}_{u_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{y}_{u_1}; \overline{y}_{u_1}[ \cap ]\underline{y}_{u_2}; \overline{y}_{u_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{y}_{u_{m(i;j)}}; \overline{y}_{u_{m(i;j)}}[ \cap ]\underline{y}_j; \overline{y}_j[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (2)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{z}_i; \overline{z}_i[ \cap ]\underline{z}_{u_1}; \overline{z}_{u_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{z}_{u_1}; \overline{z}_{u_1}[ \cap ]\underline{z}_{u_2}; \overline{z}_{u_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{z}_{u_{m(i;j)}}; \overline{z}_{u_{m(i;j)}}[ \cap ]\underline{z}_j; \overline{z}_j[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (3)$$

avec  $(u_1; u_2; \dots; u_{m(i;j)}) \in \llbracket 1; N \rrbracket^{m(i;j)}$ .

Nous disposons, d'autre part, d'un entier positif  $m(j; k)$  tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{x}_j; \overline{x}_j[ \cap ]\underline{x}_{v_1}; \overline{x}_{v_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{x}_{v_1}; \overline{x}_{v_1}[ \cap ]\underline{x}_{v_2}; \overline{x}_{v_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{x}_{v_{m(j;k)}}; \overline{x}_{v_{m(j;k)}}[ \cap ]\underline{x}_k; \overline{x}_k[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{y}_j; \overline{y}_j[ \cap ]\underline{y}_{v_1}; \overline{y}_{v_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{y}_{v_1}; \overline{y}_{v_1}[ \cap ]\underline{y}_{v_2}; \overline{y}_{v_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{y}_{v_{m(j;k)}}; \overline{y}_{v_{m(j;k)}}[ \cap ]\underline{y}_k; \overline{y}_k[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ]\underline{z}_j; \overline{z}_j[ \cap ]\underline{z}_{v_1}; \overline{z}_{v_1}[ \neq \emptyset \\ ]\underline{z}_{v_1}; \overline{z}_{v_1}[ \cap ]\underline{z}_{v_2}; \overline{z}_{v_2}[ \neq \emptyset \\ \vdots \\ ]\underline{z}_{v_{m(j;k)}}; \overline{z}_{v_{m(j;k)}}[ \cap ]\underline{z}_k; \overline{z}_k[ \neq \emptyset \end{array} \right. , \quad (6)$$

avec  $(v_1; v_2; \dots; v_{m(j;k)}) \in \llbracket 1; N \rrbracket^{m(j;k)}$ .

Nous considérons alors l'entier positif  $m(i; k) := m(i; j) + m(j; k) + 1$ , ainsi que les entiers

$(u_1; u_2; \dots; u_{m(i;j)}; j; v_1; v_2; \dots; v_{m(j;k)}) \in \llbracket 1; N \rrbracket^{m(i;k)}$ .

Alors, par construction, cet indice et ces entiers montrent que le composant  $C_i$  et le composant  $C_k$  sont en relation de proximité élargie. Ainsi nous avons bien :

$$\forall (i; j; k) \in \llbracket 1; N \rrbracket^3, (C_i \mathfrak{R}_{PROX} C_j \text{ et } C_j \mathfrak{R}_{PROX} C_k) \Rightarrow C_i \mathfrak{R}_{PROX} C_k.$$

Ceci achève la démonstration.

## Annexe V

Nous proposons dans cette annexe de formaliser mathématiquement une question qui trouve ses origines dans de simples considérations relatives à la maintenance des systèmes de production. La question est la suivante. Nous savons que le nombre de classes d'équivalence est compris entre 1 et  $Nb\_Comp$ , où  $Nb\_Comp$  est le nombre de composants du système de production, quels que soient le système de production et la relation d'équivalence considérée sur l'ensemble des composants. Les seuls paramètres qui influent sur le nombre de classes sont la structure du système de production, la nature de la propriété représentée par la relation d'équivalence, et la précision de cette représentation par un modèle mathématique.

Par exemple, le nombre de classes d'équivalence pour la relation de proximité élargie dépend de la configuration physique du système, de la notion de proximité codée par la relation, et de la précision avec laquelle les boîtes englobantes sont définies (de sorte qu'elles contiennent intégralement un composant donné tout en étant de volume minimal).

Lorsque le système de production est donné et que la propriété modélisée est fixée, le seul paramètre qui puisse influencer sur le nombre total de classes d'équivalence est la précision avec laquelle la propriété (relative à la maintenance opportune) est représentée par un modèle (de nature mathématique). L'expert maintenance peut alors se poser la question de savoir s'il peut, d'une façon ou d'une autre, agir sur ce paramètre. Par exemple, dans le cas de la relation de proximité élargie et en définissant les boîtes englobantes de façon précise au moment de la conception, on obtient un modèle plus pertinent pour la maintenance opportune, car le nombre de classes d'équivalence est élevé. L'expert peut ainsi obtenir des actions de maintenance  $C$ -opportunes de seconde espèce précises à partir de la donnée d'une intervention de maintenance sur le composant  $C$ .

Cette annexe a pour but de formaliser mathématiquement cette problématique : si l'expert a la possibilité d'agir sur la précision de la représentation de la propriété par un modèle mathématique, comment en fixer les paramètres de sorte à avoir « ni trop peu de classes, ni pas assez » ? Cette dernière expression peut être comprise dans le sens suivant : « de sorte que

deux composants fixés *a priori* soient dans une même classe », ou bien dans le sens suivant : « de sorte que deux composants fixés *a priori* appartiennent à deux classes d'équivalence distinctes ». Nous proposons dans ce qui suit de donner un sens mathématique rigoureux à cette problématique, qu'il serait intéressant d'étudier, pour elle-même aussi bien que pour notre propos. À notre connaissance, cette question n'a jamais été soulevée, et n'a pas reçu de réponse satisfaisante dans toute sa généralité.

Les notations qui sont introduites dans la suite sont indépendantes du reste du document.

Soit  $E$  un ensemble non vide (éventuellement infini). On considère une relation d'équivalence  $R$  sur  $E$ , qui dépend des paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ,  $n \geq 1$ . Ainsi,  $R = R_{(p_1, \dots, p_n)}$ . Les paramètres  $p_1, \dots, p_n$  sont tous supposés varier entre 0 et 1. Ainsi, à chaque jeu de paramètres correspond une partition précise de  $E$  en classes d'équivalence pour  $R$ .

Nous ferons les hypothèses suivantes :

$$p_i = 0 \quad \forall i \in \{1; \dots; n\} \Leftrightarrow \left| \frac{E}{R} \right| = |E|,$$

$$p_i = 1 \quad \forall i \in \{1; \dots; n\} \Leftrightarrow \left| \frac{E}{R} \right| = 1.$$

En d'autres termes, si les paramètres sont tous nuls, alors chaque élément de  $E$  n'est en relation qu'avec lui-même. On a alors autant de classes d'équivalence que d'éléments, chaque élément formant ainsi une classe.

De même, si tous les paramètres sont « assez grands » (ou, plus exactement, égaux à 1), alors chaque élément de  $E$  est en relation avec tous les autres. Dans ce cas, il n'existe qu'une seule classe d'équivalence, c'est  $E$  lui-même.

Fixons deux éléments  $e_1$  et  $e_2$  dans  $E$ . La problématique est la suivante :

Comment choisir les paramètres  $p_1, \dots, p_n$  de façon à avoir  $e_1 R_{(p_1, \dots, p_n)} e_2$  et  $K := \bar{e}_1 = \bar{e}_2$  minimal (au sens de la cardinalité de  $K$ ) ?

Remarquons que le problème est bien posé, puisqu'il existe toujours au moins un jeu de paramètres tel que  $K$  soit bien défini (c'est le cas où tous les paramètres sont égaux à 1). Par exemple, toujours pour la relation de proximité élargie, nous avons  $n = 1$  et nous pouvons

fixer le paramètre (le diamètre de la boîte englobante) à  $\text{diam}(S)$  (ou à 1 si l'on a normalisé de sorte que le paramètre soit compris entre 0 et 1).

## Annexe VI

Dans cette annexe, nous montrons que, sous les hypothèses d'additivité du modèle et d'invariance sous l'action du groupe de permutations, la masse d'opportunité

$$Masse_3 Oppo_j^{(i;k)} = \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} \alpha_{\mathfrak{R}}^{(k)} \mathbf{1}_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}}$$

est en fait nécessairement la masse d'opportunité

$$Masse_2 Oppo_j^{(i;k)} = \frac{1}{8} \sum_{\mathfrak{R} \in REL_k} \mathbf{1}_{\{C_i \mathfrak{R} C_j\}}.$$

La démonstration est aisée (et se généralise à un nombre arbitraire de relations d'équivalence). On écrit  $REL_k := \{REL_k^{(1)}; \dots; REL_k^{(8)}\}$ . Les indices  $i$  et  $k$  (correspondant respectivement au composant donné du système de production et à l'opérateur de maintenance prévu) sont supposés fixés. Il existe nécessairement un indice  $j$  (correspondant à un autre composant du système de production) tel que  $C_i REL_k^{(ind_1)} C_j$  et non  $C_i REL_k^{(ind_2)} C_j$ , où  $ind_1$  et  $ind_2$  sont deux indices distincts entre 1 et 8. Sinon le système de production serait monocomposant (réduit à  $C_i$ ), ou alors les relations d'équivalence seraient si grossières qu'aucune d'elles ne permette de distinguer  $C_i$  des autres composants (et le système peut ainsi être considéré monocomposant de notre point de vue).

Alors, en considérant successivement chacune des huit transpositions (qui engendrent le groupe des permutations à huit éléments), on obtient après simplifications les égalités suivantes :

$$Masse_3 Oppo_j^{(i;k)} = \alpha_{REL_k^{(1)}}^{(k)} = \alpha_{REL_k^{(2)}}^{(k)} = \dots = \alpha_{REL_k^{(8)}}^{(k)}.$$



On en déduit immédiatement  $\alpha_{REL_k^{(1)}}^{(k)} = \alpha_{REL_k^{(2)}}^{(k)} = \dots = \alpha_{REL_k^{(8)}}^{(k)} = \frac{1}{8}$ .

Il vient enfin :  $Masse_3Oppo_j^{(i;k)} = Masse_2Oppo_j^{(i;k)}$ .

## Annexe VII

Nous établissons dans cette annexe le calcul qui prouve que la masse opportune ne peut prendre que  $2^{|R|+1} - 1$  valeurs différentes, avec  $R$  l'ensemble des critères définissant une action de maintenance  $C_i$ -opportune (huit dans le présent document, cf. définition 3.2). Les notations sont celles de la seconde partie du troisième chapitre.

Déjà, nous avons supposé que  $|R_k|$  est constant, quelle que soit la valeur de l'entier  $k \in [1; OP]$ . Cela est légitime dans le présent travail, mais non nécessaire.

Dans cette annexe seulement, nous allons noter  $u_k$  le cardinal de  $R_k$  et  $v_k$  le cardinal de l'ensemble  $Veto(R_k)$ . Nous avons donc  $0 \leq v_k \leq u_k < +\infty$ .

Chacun des  $v_k$  éléments de  $Veto(R_k)$  ne peut prendre qu'une seule valeur (c'est la valeur 1).

Chacun des  $u_k - v_k$  éléments de  $R_k \setminus Veto(R_k)$  peut prendre deux valeurs (0 ou 1), ce qui représente  $2^{u_k - v_k}$  ensembles de valeurs possibles.

Ainsi, le nombre total  $S_k$  de valeurs que peut prendre la masse opportune est égale à :

$$S_k = \sum_{v_k=0}^{u_k} 2^{u_k - v_k} = 2^{u_k} \sum_{v_k=0}^{u_k} \left(\frac{1}{2}\right)^{v_k} = 2^{u_k} \frac{1 - 1/2^{u_k+1}}{1/2} = 2^{u_k+1} \left(1 - \frac{1}{2^{u_k+1}}\right) = 2^{u_k+1} - 1 = 2^{|R_k|+1} - 1.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

## Annexe VIII

Le problème présenté dans cette annexe est d'obtenir une classification des opérateurs d'agrégation possédant des propriétés mathématiques précises. Une partie de ce problème a été résolue en utilisant les notions développées dans [Marchand, 2004], mais il attend encore une réponse satisfaisante dans le cas général.

Les notations qui sont introduites dans la suite sont indépendantes du reste du document.

Considérons un entier naturel  $n$  non nul et l'ensemble  $E := \{0;1\}^n$ .

Nous cherchons la forme que peut prendre une fonction non constante  $f : E \rightarrow [0;1]$ .  $f$  est parfois appelée « fonction pseudo-booléenne ».

Nous noterons  $x_1, x_2, \dots, x_n$  les  $n$  arguments de  $f$ , ce sont des variables booléennes.

La fonction  $f$  vérifie un certain nombre de propriétés. En effet, on rappelle que  $f$  est supposée être un opérateur d'agrégation des préférences. Les propriétés élémentaires imposées à  $f$  sont listées ci-dessous.

**Propriété 1 :**  $f$  est « symétrique », c'est-à-dire invariante sous l'action du groupe des permutations  $S_n$  ; on a donc  $f(x_1; \dots; x_n) = f(x_{\sigma(1)}; \dots; x_{\sigma(n)})$ ,  $\forall \sigma \in S_n$ .

(On peut agréger les critères au sein de  $f$  dans l'ordre que l'on veut).

**Propriété 2 :** on doit avoir  $f(x; \dots; x) = x$ , quel que soit le booléen  $x$ .  $f$  est une fonction qualifiée d'« idempotente ».

On a également (mais c'est évident par définition de  $f$  et par la propriété 2 car les arguments sont des variables booléennes) :

$$\min(x_i; 1 \leq i \leq n) \leq f(x_1; \dots; x_n) \leq \max(x_i; 1 \leq i \leq n).$$

On dit parfois que l'opérateur  $f$  est « compensatoire ».

**Propriété 3 :** on doit avoir  $f(1-x_1; \dots; 1-x_n) = 1 - f(x_1; \dots; x_n)$ .

$f$  est une fonction « auto-duale ».

**Propriété 4 :**  $f$  doit être « strictement croissante », dans le sens suivant :

Soient  $(x_1 \dots x_n)$  et  $(x'_1 \dots x'_n)$   $2n$  booléens tels que tous les  $x'_i$  soient supérieurs aux  $x_i$  correspondants. On doit avoir :  $f(x'_1 \dots x'_n) \geq f(x_1 \dots x_n)$ . De plus, l'inégalité est stricte dès lors que l'un au moins des  $x'_i$  est strictement supérieur au  $x_i$  correspondant (nous parlerons d'« ordre usuel composante par composante »).

En clair,  $f$  est strictement croissante par rapport à chacune de ses variables.

Les moyennes arithmétiques vérifient ces quatre propriétés, mais ce ne sont pas les seules, comme on peut s'en convaincre en considérant l'exemple suivant (voir [Marichal, 1999] pour une étude des moyennes arithmétiques) :

$$n = 3, \quad f(x_1; x_2; x_3) := c(x_1 + x_2 + x_3) + (1 - 3c)(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 - 2x_1x_2x_3),$$

où  $c$  est une constante réelle quelconque (remarquer que, pour  $c$  égal à un tiers, on retrouve la moyenne arithmétique usuelle).

La problématique est donc de trouver l'ensemble des fonctions pseudo-booléennes vérifiant les propriétés 1 à 4.

Nous proposons déjà de résoudre une version simplifiée du problème en utilisant [Marchand, 2004]. L'ouvrage traite en effet surtout le cas où l'intervalle d'arrivée  $[0 ; 1]$  est remplacé par l'ensemble booléen  $\{0 ; 1\}$ . Cela permet de développer sur un exemple simple un certain nombre d'outils standards. Ensuite, une généralisation est proposée, avant de revenir au problème initial.

Quand deux  $n$ -uplets comportent le même nombre de « 1 », on peut passer de l'un à l'autre par permutation des composantes. Donc une fonction symétrique a la même valeur sur deux  $n$ -uplets qui ont le même nombre de « 1 » dans leurs composantes. Pour un élément  $\varepsilon$  de

$[0 ; 1]^n$  nous définissons  $|\varepsilon|$  comme étant le nombre de « 1 » dans les composantes de  $\varepsilon$  (c'est le « support » de  $\varepsilon$ ).

Si  $f$  est auto-duale, alors elle prend deux valeurs différentes aux deux extrémités  $(0 ; 0 \dots ; 0)$  et  $(1 ; 1 \dots ; 1)$  de  $[0 ; 1]^n$ . Montrons que ces deux conditions sont incompatibles pour  $n$  pair.

Si  $n = 0$ , il n'y a que deux fonctions 0 et 1 et aucune n'est auto-duale.

Si  $n$  est pair et vaut au moins 2, posons  $n = 2k$ . Considérons les deux  $n$ -uplets constitués de  $k$  fois « 1 » suivi de  $k$  fois « 0 » pour le premier, et de  $k$  fois « 0 » suivi de  $k$  fois « 1 » pour le second. Ces deux  $n$ -uplet ont le même nombre de composantes égales à « 1 ». Les conditions imposent que la fonction  $f$  y prenne à la fois la même valeur ( $f$  symétrique) et des valeurs différentes ( $f$  auto-duale). D'où une contradiction et l'inexistence d'une telle fonction à un nombre pair d'arguments.

Supposons maintenant  $n$  impair et posons  $n = 2k + 1$ . Montrons l'équivalence suivante pour une fonction pseudo-booléenne  $f$  vérifiant les conditions imposées :

$$f(\varepsilon) = 0 \Leftrightarrow |\varepsilon| \leq k \quad (\text{I})$$

Supposons  $f(\varepsilon) = 1$  et  $|\varepsilon| \leq k$ .

Comme  $f$  est auto-duale, on a  $f(\bar{\varepsilon}) = 0$ . Mais comme  $|\bar{\varepsilon}| > |\varepsilon|$ , en permutant les composantes de  $\bar{\varepsilon}$ , on peut construire un  $\varepsilon'$  strictement plus grand (au sens de l'ordre usuel composante par composante) que  $\varepsilon$ . Pour cet  $\varepsilon'$ , on doit avoir  $f$  qui vaut 1 par la propriété de stricte croissance et qui vaut 0 par la propriété de symétrie. Cette contradiction impose donc que : ( $|\varepsilon| \leq k$  implique  $f(\varepsilon) = 0$ ).

Supposons  $f(\varepsilon) = 0$  et  $|\varepsilon| > k$ .

On a  $f(\bar{\varepsilon}) = 1$ . Comme  $|\varepsilon| + |\bar{\varepsilon}| = 2k + 1$ , on a  $|\bar{\varepsilon}| < |\varepsilon|$ . Donc, en permutant les composantes de  $\bar{\varepsilon}$ , on peut obtenir un  $\varepsilon'$  strictement plus petit que  $\varepsilon$  (pour l'ordre usuel

composante par composante). La fonction  $f$  doit valoir 1 sur  $\varepsilon'$  (propriété de symétrie) mais aussi 0 (propriété de croissance). D'où une contradiction.

La propriété (I) détermine complètement la fonction  $f$ , ce qui établit l'unicité d'une telle fonction. Par ailleurs, la fonction définie par (II) vérifie trivialement (I) et les propriétés 1, 2 et 4 imposées.

On rappelle que  $n = 2k + 1$ . Posons  $P_k(n) = \{E ; E \subseteq [1, n] \text{ et } \text{Card}(E) = k + 1\}$ . On définit alors :

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{E \in P_k(n)} \left( \prod_{i \in E} x_i \right). \quad (\text{II})$$

Cette fonction est la fonction cherchée. En effet, la symétrie est évidente, la croissance résulte du fait que la fonction est écrite en utilisant seulement des sommes et des produits, et elle est auto-duale, ce qui se prouve immédiatement à partir de la propriété (I).

On déduit de la propriété 3 une autre forme de l'écriture de  $f_n$  :

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{E \in P_k(n)} \left( \sum_{i \in E} x_i \right). \quad (\text{III})$$

Remarque : la formule (II) donne la forme simplifiée de la fonction  $f_n$  au sens des monômes maximaux.

Les outils qui viennent d'être développés permettent de répondre à une problématique plus générale, à savoir la classification des fonctions booléennes qui vérifient uniquement les propriétés 1 et 4 énoncées. Dans ce contexte, les deux constantes 0 et 1 sont des solutions de ce problème.

Soit une fonction  $f$  à  $n$  variables vérifiant les deux conditions imposées. Son support est entièrement connu dès que l'on connaît, s'il existe, le plus petit  $k$  tel qu'il existe un  $n$ -uplet booléen  $\varepsilon$  du support de la fonction tel que  $|\varepsilon| = k$ .

En effet, les deux propriétés imposées à la fonction permettent de dire que le support de  $f$  est formé de tous les  $\varepsilon'$  tels que  $|\varepsilon'| \geq k$ . Pour chaque valeur de  $k$ , on obtient une seule fonction solution du problème, solution que nous noterons  $\sigma_{n;k}$ . Remarquons que cette notation  $\sigma_{n,k}$  est souvent celle utilisée pour noter la  $k^{\text{ème}}$  fonction symétrique élémentaire des  $n$  racines d'un polynôme de degré  $n$ . Ceci n'est pas un hasard, en effet, vu la forme du support de  $\sigma_{n;k}$ , il est immédiat de trouver son écriture sous la forme d'une somme de monômes conjonctifs :

$$\sigma_{n;k} = \sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_j \leq \dots \leq i_k \leq n} \prod_{m=i_1}^{i_k} x_m. \quad (\text{IV})$$

En particulier :

Pour  $k = 0$ , on obtient  $\sigma_{n;0} = 1$ .

Pour  $k = 1$ , on obtient  $\sigma_{n;1} = x_1 + \dots + x_n$  (somme des  $n$  variables).

Pour  $k = n$ , on obtient  $\sigma_{n;n} = x_1 \dots x_n$  (produit des  $n$  variables).

Si un tel indice  $k$  n'existe pas, c'est que le support de la fonction cherchée est vide ;  $f$  est donc la fonction identiquement nulle.

Il existe donc au total  $n + 2$  fonctions booléennes symétriques et croissantes à  $n$  variables. Parmi celles-ci, aucune n'est auto-duale si  $n$  est pair, et une seule l'est pour  $n$  impair : c'est la fonction  $f_n$  donnée par la formule (II).

Par ailleurs, de même que pour l'écriture de  $f_n$ , l'écriture donnée par la formule (III) est simplifiée et ne contient que des monômes centraux.

Enfin, ces fonctions vérifient la récurrence suivante, immédiate à partir de (IV) et d'un raisonnement combinatoire :

$$\sigma_{n+1;k+1} = x_{n+1} \sigma_{n;k} + \sigma_{n;k+1}. \quad (\text{V})$$

Nous revenons maintenant au problème original des fonctions pseudo-booléennes qui vérifient les propriétés 1, 2, 3 et 4.

La propriété de symétrie permet une « factorisation à gauche » d'une fonction  $f$  solution par la fonction qui compte les composantes égales à 1 dans un vecteur d'entrée. C'est-à-dire que, pour toute solution  $f$  du problème, il existe une unique fonction  $g$  de l'intervalle d'entiers  $\llbracket 0; n \rrbracket$  dans le segment réel  $[0; 1]$  telle que pour tout  $n$ -uplet  $\varepsilon$  on ait  $f(\varepsilon) = g(|\varepsilon|)$ .

Remarquons que la fonction  $\varepsilon \mapsto |\varepsilon|$  est en fait la somme arithmétique usuelle des composantes d'un  $n$ -uplet  $\varepsilon$ . Donc cette remarque évidente prouve que les fonctions  $f$  cherchées sont en fait des fonctions de la moyenne arithmétique des variables.

La fonction  $g$  peut être considérée comme une suite finie de  $n + 1$  termes et les propriétés imposées sur  $f$  se traduisent par des propriétés de cette suite  $g$ , qui sont :

- Interprétation pour  $g$  de la propriété 1 : sans intérêt (dès qu'une fonction s'écrit

$$f(\varepsilon) = g\left(\sum_{i=1}^n \varepsilon_i\right), \text{ alors la fonction } f \text{ est symétrique) ;}$$

- Interprétation pour  $g$  de la propriété 2 :  $g(0) = 0$  et  $g(n) = 1$  ;
- Interprétation pour  $g$  de la propriété 3 : pour tout  $k$  dans  $\llbracket 0; n \rrbracket$ ,  $g(k) + g(n - k) = 1$ .

Remarquons que les  $n + 1$  conditions ci-dessus sont écrites deux fois (car  $k$  varie de 0 à  $n$  : on pourrait se restreindre à  $k$  entre 0 et partie entière de  $n/2$ ) et que pour  $n$  pair elles impliquent que  $g(n/2) = 1/2$ . On retrouve ici la raison de l'inexistence d'une fonction booléenne classique à un nombre pair de variables ;

- Interprétation pour  $g$  de la propriété 4 : la fonction  $g : \llbracket 0; n \rrbracket \rightarrow [0; 1]$  doit être strictement croissante. Remarquons que cette condition interdit l'existence de telles fonctions en algèbre de Boole classique, sauf dans le cas où  $n = 1$ .

Réciproquement, pour toute donnée d'une suite finie  $g : \llbracket 0; n \rrbracket \rightarrow [0, 1]$  vérifiant les quatre conditions ci-dessus, la fonction  $f$  définie par  $f(\varepsilon) = g(|\varepsilon|)$  est une solution du problème étudié. L'ensemble des solutions du problème est donc paramétré de



manière bijective par les suites strictement croissantes à  $n - 1$  termes et à valeurs dans  $]0 ; 1[$ . Cette suite est complétée par les termes de rangs respectif 0 et  $n$  en prenant les valeurs 0 et 1, puis  $f$  est définie en posant  $f(\varepsilon) = g(\lfloor \varepsilon \rfloor)$ .

Si l'on veut une écriture analytique de la fonction  $f$  en tant que fonction polynomiale de  $\lfloor \varepsilon \rfloor$ , la théorie du polynôme d'interpolation de Lagrange va permettre de l'obtenir, sous la forme d'un polynôme de degré au plus  $n$ . Mais on peut également utiliser la méthode des différences divisées plutôt que la base de Lagrange.

Testons la méthode des différences divisées sur l'exemple proposé ci-dessus :  $f(x_1 ; x_2 ; x_3) = c(x_1 + x_2 + x_3) + (1 - 3c)(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 - 3x_1x_2x_3)$ . Dans la formule précédente, les opérateurs sont ceux de l'arithmétique et pas les opérateurs (de même notation) booléens.

La suite  $g$  associée est clairement  $g(0) = 0$ ,  $g(1) = c$ ,  $g(2) = 1 - c$ ,  $g(3) = 1$ . Remarquons que pour que la condition de stricte croissance soit vérifiée, il faut et il suffit que  $0 < c < 1/2$ .

L'opérateur  $\Delta$  est défini sur les suites en posant  $\Delta u(n) := u(n + 1) - u(n)$ .

On obtient ici :

$$\text{Pour } \Delta g : \Delta g(0) = c, \Delta g(1) = 1 - 2c, \Delta g(2) = c,$$

$$\text{Pour } \Delta^2 g : \Delta^2 g(0) = 1 - 3c, \Delta^2 g(1) = 3c - 1,$$

$$\text{Pour } \Delta^3 g : \Delta^3 g(0) = 6c - 2.$$

L'application de la formule de Newton donne  $g$  sous la forme d'un polynôme de degré inférieur ou égal à 3 :

$$g(i) = g(0)/0! + \Delta g(0)i/1! + \Delta^2 g(0)i(i-1)/2! + \Delta^3 g(0)i(i-1)(i-2)/3!,$$

soit dans notre exemple :

$$g(i) = c i + (1 - 3c)i(i-1)/2 + (6c - 2)i(i-1)(i-2)/6 \quad \text{pour } 0 \leq i \leq 3.$$

Pour en déduire  $f$ , il suffit de remplacer  $i$  par la somme  $x_1 + x_2 + x_3$  des variables (et effectuer quelques calculs et simplifications...).

Comme les arguments sont des variables booléennes, ils sont idempotents. Ainsi, si l'on pose  $\sigma = x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3$ , le calcul prouve que  $i^2 = i + 2\sigma$  avec  $i = x_1 + x_2 + x_3$  et il vient donc :  $i(i - 1) = 2\sigma$ . De même, en posant  $P = x_1x_2x_3$ , on trouve :  $\sigma i = 2\sigma + 3P$ , et il vient alors après calculs :  $i(i - 1)(i - 2) = 2\sigma i - 2\sigma = 3P$ . Le report dans la formule donnant  $g$  en remplaçant  $i$  par la somme des variables redonne la formule initiale de  $f$ .

Remarquons enfin que l'exemple  $f$  est le cas général pour trois variables. Il est aussi très facile de trouver la forme générale pour quatre variables car les contraintes sur la suite  $g$  ne laissent qu'un paramètre  $c$  variant dans l'intervalle  $]0, \frac{1}{2}[$ . Cette suite est  $0, c, 1/2, 1 - c, 1$  et la méthode de Newton donne la forme générale des fonctions cherchées dans ce cas de quatre variables. Pour cinq variables, la même méthode va permettre de trouver la forme générale avec deux paramètres indépendants  $c$  et  $c'$  vérifiant  $0 < c < c' < \frac{1}{2}$ .

## Annexe IX

Dans cette annexe, nous cherchons une fonction polynôme du second degré  $f$  de deux variables  $x$  et  $y$  telle que :

- $f : [0; \delta(S)] \times [0; \delta(S)] \rightarrow [0; 1]$ , avec  $\delta(S) > 0$  le diamètre du système  $S$ ,
- $f(x; y) = 0$  si  $y < x$ ,
- à  $x$  constant,  $f(x; \bullet)$  est décroissante,
- à  $y$  constant,  $f(\bullet; y)$  est décroissante,
- $x \mapsto f(x; x)$  décroît linéairement de  $f(0; 0) = 1$  jusqu'à  $f(\delta(S); \delta(S)) = 0$ ,
- $f(x; \delta(S)) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{1}{2}$ ,  $f(x; \delta(S)) \xrightarrow{x \rightarrow \delta(S)} 0$ .

Remarque : un polynôme de degré inférieur ne permet pas de prendre en compte l'ensemble de ces contraintes.

On écrit :

$$f(x; y) = a_1 x^2 + a_2 y^2 + a_3 xy + a_4 x + a_5 y + a_6, \text{ avec } (a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6) \in \mathbb{R}^6.$$

Les différentes conditions imposent les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} 2a_1x + a_3y_0 + a_4 \leq 0, & \forall x \in [0; y_0], \quad y_0 \in [0; \delta(S)], \\ 2a_2y + a_3x_0 + a_5 \leq 0, & \forall y \in [x_0; \delta(S)], \quad x_0 \in [0; \delta(S)], \\ a_6 = 1, \\ a_1 + a_2 + a_3 = 0, \\ a_4 + a_5 = -\frac{1}{\delta(S)}. \end{cases}$$

On trouve très aisément un ensemble de solutions. Parmi celles-ci, nous choisirons, pour

$(x; y) \in [0; \delta(S)]^2$  :

$$(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6) = \left( \frac{1}{2(\delta(S))^2}; \frac{1}{2(\delta(S))^2}; -\frac{1}{(\delta(S))^2}; 0; -\frac{1}{\delta(S)}; 1 \right).$$

Ainsi,  $f(x; y) = 1 - \frac{y}{\delta(S)} + \frac{1}{2} \frac{(x-y)^2}{(\delta(S))^2}$  si  $y \geq x$ ,

et

$f(x; y) = 0$  sinon.

## Annexe X

Dans cette annexe sont regroupés les programmes qui ont été exploités pour les expérimentations faites sur la plateforme TELMA. L'algorithme de Bruss a été programmé sous *Matlab* en exploitant directement les travaux de Thomas Bruss [Bruss, 2000]. L'algorithme qui fournit les boîtes englobantes associées aux composants de premier niveau a été développé sous *SolidWorks* par William Derigent, maître de conférence au CRAN.

### L'algorithme de Bruss utilisé :

```
% Oddsmacs.m
more on;

% On fournit les s_i (début) et d_i (durées)

% -----
%      CAS 1
% -----
% On fournit directement sous forme de tableau les débuts et les durées des arrêts de
% production. Sur un exemple.
debut = 100*[2 3.1 4 5.6 6.2 6.9 8 9.1 9.8 11 12.5 13.6];
duree = [3 2 4 2 1 4 4 2 3 7 3 4];

% -----
%      CAS 2
% -----
% Ces données sont directement saisies, une à une, par ordre croissant d'instant de début, par
% l'utilisateur.
N = input('\n Nombre d'arrêts à saisir : ');
for i = 1 : N
    fprintf('\n Arrêt numéro %g.\n', i)
    debut(i) = input(' Rentrer une date de début : ');
    duree(i) = input(' ainsi que la durée correspondante : ');
end
```

```

% -----
%      CAS 3
% -----
% Un fichier contenant les caractéristiques des arrêts de production (par exemple au format
% Excel) est importé à l'aide de la commande load.

% Test d'arrêt
if (length(debut)~= (length(duree))
    erreur = fprintf('Attention à bien définir le nombre d'arrêts !\n');
    break
end

% Nombre d'arrêts de production
N = length(debut);

% Nombre d'alternatives souhaité par l'expert
nb_alt = input('\nEntrer le nombre nb_alt d"alternatives voulues : nb_alt = ');
if nb_alt <= 0
    fprintf('\n Nombre d"alternatives négatif, ou valeur mal typée.')
    break
end

if nb_alt >= (N + 1)
    fprintf('\n Plus d"aternatives que d"arrets proposés, ou valeur mal typée.')
    break
end

if ~(nb_alt <= N) & (nb_alt > 0) & ((floor(nb_alt) - nb_alt) == 0) & (length(nb_alt) == 1))
    fprintf('\n La valeur de nb_alt rentrée n"est pas bien typée.')
    break
end

% Calcul des différentes quantités utiles

% Paramètres de la lois de Weibull (fiabilité)
forme = 1.5;
echelle = 700;
localisation = 0;

% Paramètre de la loi exponentielle
para = 0.5;

debut = debut';
duree = duree';

% Maintenabilité et fiabilité

```

```

% Probabilité pour que le système soit réparé pendant duree
maintenabilite = 1 - exp( - para*duree);

% Probabilité pour que le système soit survivant à l'instant debut
for i = 1 : N
    if (sum(duree(1 : (i-1))) > debut(i))
        fprintf('\n Problème lors de la saisie des données : la somme des durées devient trop
grande.')
        fprintf('\n Fin de l"algorithmme.')
        break
    else
        fiabilite(i) = exp( -(((debut(i) - sum(duree(1 : (i-1)))) - localisation) / echelle) .^ forme);
    end
end % On retire les durées des arrêt de production précédents
fiabilite = fiabilite';
% Probabilités et 'odds'
p = maintenabilite .* fiabilite;
q = 1 - p;
r = p ./ q;
r_verif = p ./ q; % Pour conserver tous les 'odds'
r_degrade = r; % Pour la décision dégradée.

% Classement des alternatives par ordre décroissant de pertinence
odds(1) = 0;
odds_verif(1) = 0;
for classer = 1 : nb_alt

for n = 1 : N
    odds(n + 1) = odds(n) + r(N + 1 - n);
end
odds = odds';

for n = 1 : N
    odds_verif(n + 1) = odds_verif(n) + r_verif(N + 1 - n);
end
odds_verif = odds_verif'; % Pour conserver les sommes cumulées des 'odds'

for i = 1 : N
    decision(i, 1) = N + 1 - i;
    decision(i, 2) = odds(i + 1);
end

% Pour conserver le tableau de prise de décision
for i = 1 : N
    decision_verif(i, 1) = N + 1 - i;
    decision_verif(i, 2) = odds_verif(i + 1);
end

% Pour la prise de décision

```

```

%fprintf('\n Arrêts et somme cumulée des "odds" :\n')
decision;

odds_retenus = zeros(N, 1);
odds_retenus_verif = zeros(N, 1);

% Valeur des 'odds' 'au-delà' de l'indice calculé, et calcul de l'indice s
for i = 1 : N
    if decision(i, 2) >= 1
        odds_retenus = r(N - i + 1 : N);
        s(classer) = N - i + 1;
        break
    else
        s(classer) = 1;
    end
end

% Calcul de la récompense optimale
recompense(classer) = (prod(q(s(classer) : n)))*(sum(r_degrade(s(classer) : n)));

% Indice du plus grand 'odd'
odd_max_retenu = max(odds_retenus);
for i = 1 : N
    if (r(i) == odd_max_retenu)
        action = i;
        break
    end
end

if (odds_retenus == 0)
    fprintf('\n EN CHOIX NUMERO %g\n', classer)
    fprintf(' Attention : décision dégradée.')
    fprintf(' L"algorithme des "odds" vous propose la décision dégradée suivante : l"arrêt
numéro %g.\n', min(find(r_degrade == max(r_degrade))))
    fprintf(' Ce choix est optimal avec probabilité %g.\n', recompense(classer))
    fprintf(' Probabilité associée à cet arrêt : %g.\n', p(min(find(r_degrade ==
max(r_degrade))))
    fprintf(' Début de cet arrêt : %gh.\n', debut(min(find(r_degrade == max(r_degrade))))
    fprintf(' Durée de cet arrêt : %gh.\n', duree(min(find(r_degrade == max(r_degrade))))
    r_degrade(min(find(r_degrade == max(r_degrade)))) = 0;
    q(min(find(r_degrade == max(r_degrade)))) = 1;
else
    fprintf('\n EN CHOIX NUMERO %g\n', classer)
    fprintf(' L"algorithme des "odds" vous propose l"arrêt numéro %g.\n', action)
    fprintf(' Ce choix est optimal avec probabilité %g.\n', recompense(classer))
    fprintf(' Probabilité associée à cet arrêt : %g.\n', p(action))
    fprintf(' Début de cet arrêt : %gh.\n', debut(action))
    fprintf(' Durée de cet arrêt : %gh.\n', duree(action))
    r(action) = 0;

```



```

r_degrade = r;
%q(action) = 1;
end

```

% Pour supprimer de la liste des sommes cumulées la première valeur supérieure à 1

```

for i = 1 : N
    if odds(i) >= 1
        odds(i) = 0;
        break
    end
end
end

```

end

```

fprintf('\n')
fprintf('\n')

```

### **L'algorithme fournissant les boîtes englobantes :**

```

Dim swApp As SldWorks.SldWorks
Dim genDoc As SldWorks.ModelDoc2
Dim assemblyDoc As assemblyDoc
Dim composants() As Object
Dim listeBoiteEnglobante() As Double
Dim tableComposants() As indices
Type indices
    indiceMin As Double
    indiceMax As Double
End Type

```

Sub main()

I - RÉCUPÉRATION DES OBJETS D'ASSEMBLAGE

Set swApp = Application.SldWorks

Set genDoc = swApp.ActiveDoc

If genDoc Is Nothing Then

    MsgBox "aucun document ouvert"

    End

End If

If genDoc.GetType <> 2 Then

    MsgBox "Le document ouvert n'est pas un assemblage."

    End

End If

```
Set assemblyDoc = genDoc
```

```
'II - RÉCUPÉRATION DES COMPOSANTS
```

```
composants = assemblyDoc.GetComponents(True)
```

```
'III - CRÉATION DE LA TABLE DES COMPOSANTS ET DE LA LISTE DES BOÎTES  
ENGLOBANTES
```

```
Dim nbComponents As Double
```

```
nbComponents = assemblyDoc.GetComponentCount(True)
```

```
ReDim tableComposants(nbComponents, nbComponents)
```

```
ReDim listeBoiteEnglobante(nbComponents, 5)
```

```
'Initialisation tableComposants
```

```
For l = 1 To nbComponents
```

```
    For m = 1 To nbComponents
```

```
        Dim ind As indices
```

```
        tableComposants(l, m).indiceMax = 10000
```

```
        tableComposants(l, m).indiceMin = 10000
```

```
    Next m
```

```
Next l
```

```
'IV - POUR CHAQUE COMPOSANT, RÉCUPÉRATION ET STOCKAGE DE SA  
BOÎTE ENGLOBANTE
```

```
Dim index As Double
```

```
Dim compteur As Double
```

```
Dim boiteTemporaire() As Double
```

```
For Each composant In composants
```

```
    index = index + 1
```

```
    boiteTemporaire = composant.GetBox(False, False)
```

```
    drawBox boiteTemporaire, composant.Name2
```

```
    For compteur = 0 To 5
```

```
        listeBoiteEnglobante(index, compteur) = boiteTemporaire(compteur)
```

```
    Next compteur
```

```
Next
```

```
' V - POUR CHAQUE COMPOSANT, CALCUL DES DISTANCES MIN et MAX AVEC  
LES AUTRES BOÎTES
```

```
Dim i As Integer
```

```
Dim j As Integer
```

```
Dim h As Double
```

```
Dim res As Double
```

```
Dim notAllIn As Boolean
```

```
Dim old_res As Double
```

```
Dim nbComponentsInside As Integer
```

```
Dim diagonaleMax As Double
```

```
Dim tempDiagonale As Double
```

```

pas = 0.01
diagonaleMax = 0

For i = 1 To UBound(listeBoiteEnglobante)
    Dim centre() As Double
    Dim tempBoite() As Double
    Dim bigboite() As Double
    Dim tempBoite2() As Double
    Dim point(2) As Double

    'On récupère le centre
    tempBoite = getBoite(listeBoiteEnglobante, i)
    centre = getCentre(tempBoite)

    nbComponentsInside = 0
    notAllIn = True
    h = 0
    old_res = -10000000
    While notAllIn

        'On crée une boîte plus grande
        bigboite = boiteAgrandie(tempBoite, h)
        tempDiagonale = ((bigboite(3) - bigboite(0)) ^ 2 + (bigboite(4) - bigboite(1)) ^ 2 +
(bigboite(5) - bigboite(2)) ^ 2) ^ 0.5
        If diagonaleMax < tempDiagonale Then
            diagonaleMax = tempDiagonale
        End If

        'On recherche les intersections entre la boîte agrandie et les autres boîtes
        For j = 1 To nbComponents
            If j <> i Then
                tempBoite2 = getBoite(listeBoiteEnglobante, j)
                'drawBox tempBoite2
                res = intersectionBoites(bigboite, tempBoite2)
                '0 pour out, 0.5 pour in/out, 1 pour in
                If res <> 0 Then
                    If (tableComposants(i, j).indiceMin = 10000) Then
                        tableComposants(i, j).indiceMin = h
                    End If
                End If
            End If

            If Round(res, 6) = Round(volumeBoite(tempBoite2), 6) Then
                If (tableComposants(i, j).indiceMax = 10000) Then
                    tableComposants(i, j).indiceMax = h
                    nbComponentsInside = nbComponentsInside + 1
                End If
            Else
                old_res = res
            End If
        Next j
    WEnd
Next i

```

```

        End If
    End If
Next

'Si tous les objets sont contenus à l'intérieur, alors on a terminé
If (nbComponentsInside = nbComponents - 1) Then notAllIn = False

    'Incrementation du facteur d'offset
    h = h + pas
Wend
tableComposants(i, i).indiceMin = h - pas
tableComposants(i, i).indiceMax = h - pas

Next

'VI - Normalisation
For i = 1 To nbComponents

    Dim hMax As Double
    hMax = tableComposants(i, i).indiceMax
    For j = 1 To nbComponents
        If (i <> j) Then
            tableComposants(i, j).indiceMax = Round(tableComposants(i, j).indiceMax, 3)
            tableComposants(i, j).indiceMin = Round(tableComposants(i, j).indiceMin, 3)
        End If
    Next
Next

'VI - Écriture du résultat dans un fichier texte
Dim fso As FileSystemObject
Dim textStream As textStream

Set fso = CreateObject("Scripting.FileSystemObject")
Set textStream = fso.CreateTextFile("C:\res.txt")

textStream.WriteLine ("Valeurs-minimales")

'On écrit les noms des composants
textStream.Write "composants "
For i = 1 To nbComponents
    textStream.Write composants(i - 1).Name2 & " "
Next i
textStream.Write vbCrLf

'On écrit la valeur de h associée à chaque composant,
'précédée par le nom du composant
For i = 1 To nbComponents
    textStream.Write composants(i - 1).Name2 & " "

```

```

    For j = 1 To nbComponents
        textStream.Write tableComposants(i, j).indiceMin & " "
    Next j
    textStream.Write vbCrLf
Next i

```

```

textStream.WriteBlankLines (1)
textStream.WriteLine ("Valeurs-maximales")

```

```

'On écrit les noms des composants
textStream.Write "composants "
For i = 1 To nbComponents
    textStream.Write composants(i - 1).Name2 & " "
Next i
textStream.Write vbCrLf

```

```

'On écrit la valeur de h associée à chaque composant,
'précédée par le nom du composant
For i = 1 To nbComponents
    textStream.Write composants(i - 1).Name2 & " "
    For j = 1 To nbComponents
        textStream.Write tableComposants(i, j).indiceMax & " "
    Next j
    textStream.Write vbCrLf
Next i

```

```

textStream.Write vbCrLf
textStream.Write "diagonaleMax " & diagonaleMax

```

End Sub

Public Function getCentre(vbox() As Double) As Double()

```

    Dim centre(2) As Double

```

```

    centre(0) = (vbox(0) + vbox(3)) / 2

```

```

    centre(1) = (vbox(1) + vbox(4)) / 2

```

```

    centre(2) = (vbox(2) + vbox(5)) / 2

```

```

    getCentre = centre

```

End Function

Public Function getBoite(boxList() As Double, i As Integer) As Double()

```

    Dim boite(5) As Double

```

```

    Dim j As Integer

```

```

For j = 0 To 5
    boite(j) = boxList(i, j)
Next j

```

```

    getBoite = boite
End Function

```

```

Public Function transformCarre(vbox() As Double) As Double()
    'Transformation de toute boite englobante parallélépipédique en boite carrée

```

```

    Dim echelleboite(5) As Double
    For i = 0 To 5
        echelleboite(i) = vbox(i)
    Next i

```

```

    Dim centreX As Double
    Dim centreY As Double
    Dim centreZ As Double

```

```

    centreX = (vbox(0) + vbox(3)) / 2
    centreY = (vbox(1) + vbox(4)) / 2
    centreZ = (vbox(2) + vbox(5)) / 2

```

```

    vec1X = (vbox(0) - centreX)
    vec1Y = (vbox(1) - centreY)
    vec1Z = (vbox(2) - centreZ)

```

```

    If Abs(vec1X) <= Abs(vec1Y) And Abs(vec1X) <= Abs(vec1Z) Then
        vMax = Abs(vec1X)
    ElseIf vec1Y <= vec1Z Then
        vMax = Abs(vec1Y)
    Else
        vMax = Abs(vec1Z)
    End If

```

```

    echelleboite(0) = vMax + centreX
    echelleboite(1) = vMax + centreY
    echelleboite(2) = vMax + centreZ
    echelleboite(3) = -vMax + centreX
    echelleboite(4) = -vMax + centreY
    echelleboite(5) = -vMax + centreZ
    transformCarre = echelleboite

```

```

End Function

```

```

Public Sub drawPoint(vbox() As Double)

```

```

    Dim swSelMgr          As SldWorks.SelectionMgr
    Dim swFeat            As SldWorks.Feature
    Dim swSketchPt(8)    As SldWorks.SketchPoint
    Dim swSketchSeg(12)  As SldWorks.SketchSegment

```

```
Set swModel = assemblyDoc
swModel.ClearSelection
swModel.Insert3DSketch2 True
swModel.SetAddToDB True
swModel.SetDisplayWhenAdded False
```

```
'Draw points at each corner of bounding box
Set swSketchPt(0) = swModel.CreatePoint2(vbox(0), vbox(1), vbox(2))
```

```
swModel.SetDisplayWhenAdded True
swModel.SetAddToDB False
swModel.Insert3DSketch2 True
```

End Sub

```
Public Sub drawBox(vbox() As Double, Optional nom As String)
```

```
    Dim swSelMgr          As SldWorks.SelectionMgr
    Dim swFeat            As SldWorks.Feature
    Dim swSketchPt(8)     As SldWorks.SketchPoint
    Dim swSketchSeg(12)   As SldWorks.SketchSegment
    Dim smgr              As SldWorks.SelectionMgr
    Set swModel = assemblyDoc
    swModel.ClearSelection
    swModel.Insert3DSketch2 True
    swModel.SetAddToDB True
    swModel.SetDisplayWhenAdded False
```

```
'Draw points at each corner of bounding box
Set swSketchPt(0) = swModel.CreatePoint2(vbox(3), vbox(1), vbox(5))
Set swSketchPt(1) = swModel.CreatePoint2(vbox(0), vbox(1), vbox(5))
Set swSketchPt(2) = swModel.CreatePoint2(vbox(0), vbox(1), vbox(2))
Set swSketchPt(3) = swModel.CreatePoint2(vbox(3), vbox(1), vbox(2))
Set swSketchPt(4) = swModel.CreatePoint2(vbox(3), vbox(4), vbox(5))
Set swSketchPt(5) = swModel.CreatePoint2(vbox(0), vbox(4), vbox(5))
Set swSketchPt(6) = swModel.CreatePoint2(vbox(0), vbox(4), vbox(2))
Set swSketchPt(7) = swModel.CreatePoint2(vbox(3), vbox(4), vbox(2))
```

```
'Now draw bounding box
```

```
Set swSketchSeg(0) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(0).X, swSketchPt(0).Y,
swSketchPt(0).Z, swSketchPt(1).X, swSketchPt(1).Y, swSketchPt(1).Z)
Set swSketchSeg(1) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(1).X, swSketchPt(1).Y,
swSketchPt(1).Z, swSketchPt(2).X, swSketchPt(2).Y, swSketchPt(2).Z)
Set swSketchSeg(2) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(2).X, swSketchPt(2).Y,
swSketchPt(2).Z, swSketchPt(3).X, swSketchPt(3).Y, swSketchPt(3).Z)
Set swSketchSeg(3) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(3).X, swSketchPt(3).Y,
swSketchPt(3).Z, swSketchPt(0).X, swSketchPt(0).Y, swSketchPt(0).Z)
```

```

Set swSketchSeg(4) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(0).X, swSketchPt(0).Y,
swSketchPt(0).Z, swSketchPt(4).X, swSketchPt(4).Y, swSketchPt(4).Z)
Set swSketchSeg(5) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(1).X, swSketchPt(1).Y,
swSketchPt(1).Z, swSketchPt(5).X, swSketchPt(5).Y, swSketchPt(5).Z)
Set swSketchSeg(6) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(2).X, swSketchPt(2).Y,
swSketchPt(2).Z, swSketchPt(6).X, swSketchPt(6).Y, swSketchPt(6).Z)
Set swSketchSeg(7) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(3).X, swSketchPt(3).Y,
swSketchPt(3).Z, swSketchPt(7).X, swSketchPt(7).Y, swSketchPt(7).Z)
Set swSketchSeg(8) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(4).X, swSketchPt(4).Y,
swSketchPt(4).Z, swSketchPt(5).X, swSketchPt(5).Y, swSketchPt(5).Z)
Set swSketchSeg(9) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(5).X, swSketchPt(5).Y,
swSketchPt(5).Z, swSketchPt(6).X, swSketchPt(6).Y, swSketchPt(6).Z)
Set swSketchSeg(10) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(6).X, swSketchPt(6).Y,
swSketchPt(6).Z, swSketchPt(7).X, swSketchPt(7).Y, swSketchPt(7).Z)
Set swSketchSeg(11) = swModel.CreateLine2(swSketchPt(7).X, swSketchPt(7).Y,
swSketchPt(7).Z, swSketchPt(4).X, swSketchPt(4).Y, swSketchPt(4).Z)

```

```

swModel.SetDisplayWhenAdded True
swModel.SetAddToDB False
swModel.Insert3DSketch2 True

```

```

Set smgr = swModel.SelectionManager

```

```

If nom <> "" Then smgr.GetSelectedObject6(1, 0).Name = "esquisse de " & nom
swModel.ClearSelection

```

End Sub

Function boiteAgrandie(vbox() As Double, longueurDiag As Double) As Double()

```

Dim echelleboite(5) As Double

```

```

For i = 0 To 5
    echelleboite(i) = vbox(i)
Next i

```

```

Dim centreX As Double
Dim centreY As Double
Dim centreZ As Double

```

```

centreX = (vbox(0) + vbox(3)) / 2
centreY = (vbox(1) + vbox(4)) / 2
centreZ = (vbox(2) + vbox(5)) / 2

```

```

normVec1 = ((vbox(0) - centreX) ^ 2 + (vbox(1) - centreY) ^ 2 + (vbox(2) - centreZ) ^ 2) ^
(1 / 2)

```

```

vec1X = (vbox(0) - centreX) / normVec1
vec1Y = (vbox(1) - centreY) / normVec1
vec1Z = (vbox(2) - centreZ) / normVec1

```



```
normVec2 = ((vbox(3) - centreX) ^ 2 + (vbox(4) - centreY) ^ 2 + (vbox(5) - centreZ) ^ 2) ^  
(1 / 2)
```

```
vec2X = (vbox(3) - centreX) / normVec2
```

```
vec2Y = (vbox(4) - centreY) / normVec2
```

```
vec2Z = (vbox(5) - centreZ) / normVec2
```

```
echelleboite(0) = Sgn(vec1X) * longueurDiag + vbox(0)
```

```
echelleboite(1) = Sgn(vec1Y) * longueurDiag + vbox(1)
```

```
echelleboite(2) = Sgn(vec1Z) * longueurDiag + vbox(2)
```

```
echelleboite(3) = Sgn(vec2X) * longueurDiag + vbox(3)
```

```
echelleboite(4) = Sgn(vec2Y) * longueurDiag + vbox(4)
```

```
echelleboite(5) = Sgn(vec2Z) * longueurDiag + vbox(5)
```

```
boiteAgrandie = echelleboite
```

```
End Function
```

```
Function lgDiagBoite(vbox() As Double) As Double
```

```
Dim centreX As Double
```

```
Dim centreY As Double
```

```
Dim centreZ As Double
```

```
centreX = (vbox(0) + vbox(3)) / 2
```

```
centreY = (vbox(1) + vbox(4)) / 2
```

```
centreZ = (vbox(2) + vbox(5)) / 2
```

```
lgDiagBoite = ((vbox(0) - centreX) ^ 2 + (vbox(1) - centreY) ^ 2 + (vbox(2) - centreZ) ^ 2)  
^ (1 / 2)
```

```
End Function
```

```
Public Function intersectionBoites(Boite1() As Double, Boite2() As Double) As Double
```

```
Dim point(2) As Double
```

```
Dim res As Double
```

```
Dim xMax As Double
```

```
Dim xMin As Double
```

```
Dim yMax As Double
```

```
Dim yMin As Double
```

```
Dim zMax As Double
```

```
Dim zMin As Double
```

```
Dim nbPointsIn As Double
```

```
Dim nbPointsOut As Double
```

```
If Boite1(0) > Boite1(3) Then
```

```
    xMax = Boite1(0)
```

```
    xMin = Boite1(3)
```

```
Else
```

```

    xMax = Boite1(3)
    xMin = Boite1(0)
End If

If Boite1(1) > Boite1(4) Then
    yMax = Boite1(1)
    yMin = Boite1(4)
Else
    yMax = Boite1(4)
    yMin = Boite1(1)
End If

If Boite1(2) > Boite1(5) Then
    zMax = Boite1(2)
    zMin = Boite1(5)
Else
    zMax = Boite1(5)
    zMin = Boite1(2)
End If

'Calcul des intersections
intersectionBoites = getDistance(Boite2(0), Boite2(3), xMin, xMax) *
getDistance(Boite2(1), Boite2(4), yMin, yMax) * getDistance(Boite2(2), Boite2(5), zMin,
zMax)
'MsgBox intersectionBoites
End Function
Public Function getDistance(xDroite As Double, xGauche As Double, xMin As Double,
xMax As Double) As Double

    Dim diff As Double
    If (xDroite < xMin) Then
        If (xGauche < xMin) Then
            diff = 0
        ElseIf (xGauche > xMin And xGauche < xMax) Then
            diff = xGauche - xMin
        ElseIf (xGauche > xMax) Then
            diff = xMax - xMin
        End If
    ElseIf (xDroite > xMin And xDroite < xMax) Then
        If (xGauche < xMin) Then
            diff = xDroite - xMin
        ElseIf (xGauche > xMin And xGauche < xMax) Then
            diff = Abs(xGauche - xDroite)
        ElseIf (xGauche > xMax) Then
            diff = xMax - xDroite
        End If
    ElseIf (xDroite > xMax) Then
        If (xGauche < xMin) Then
            diff = xMax - xMin

```

```
    ElseIf (xGauche > xMin And xGauche < xMax) Then
        diff = xMax - xGauche
    ElseIf (xGauche > xMax) Then
        diff = 0
    End If
End If

getDistance = diff

End Function
Public Function volumeBoite(tempBoite() As Double) As Double

    volumeBoite = Abs((tempBoite(0) - tempBoite(3)) * (tempBoite(1) - tempBoite(4)) *
(tempBoite(2) - tempBoite(5)))

End Function
```







## **Contribution à la prise de décision dynamique en maintenance prévisionnelle par formalisation d'un principe d'opportunité**

**Résumé :** Les besoins essentiels de produire « plus », « mieux » et « moins cher » s'inscrivent aujourd'hui dans une crise financière qui conduit les entreprises industrielles à faire face à des enjeux économiques liés aux impératifs de gains de productivité, mais aussi à des enjeux sociaux liés aux impératifs de sécurité des hommes et des matériels, aux exigences de protection de l'environnement et de réduction des nuisances. Ces enjeux se déclinent au niveau des équipements par le concept de maintien en condition opérationnelle (MCO). La maintenance en est l'élément principal, et l'un des principaux leviers d'action sur la performance globale des systèmes de production lorsqu'elle est couplée à un processus de pronostic. On parle alors de stratégies de maintenance prévisionnelles. Ces nouvelles formes de maintenance posent de nombreux défis scientifiques et industriels, dont certains sont étudiés dans les présents travaux : Quel est le « meilleur » instant pour réaliser une intervention de maintenance préventive donnée ? Comment regrouper deux actions de maintenance préventive ? Qu'est-ce qu'une opportunité pour la maintenance ?

Les réponses à ces questions mobilisent des outils mathématiques variés, allant de l'algorithme de Bruss en analyse stochastique aux relations d'équivalence en algèbre. Enfin, une application industrielle sur la plateforme TELMA est présentée.

**Mots clés :** Maintenance prévisionnelle, Maintenance opportuniste, Aide à la décision de maintenance, Synchronisation maintenance–production, Algorithme de Bruss, Relations d'équivalence.

## **Contribution to dynamic decision-making for predictive maintenance: formalisation of an opportunity principle**

**Abstract:** The needs to produce “more”, “better” and “cheaper” are today in line with a financial crisis which makes companies struggle with economical issues (related to the obligation to make profits), social issues (related to safety of men and machines) and environmental ones (related to the reduction of nuisance and pollution). At the equipment level, the system maintaining in operational conditions (SMOC) has to deal with these issues. Maintenance is the key process of the SMOC, and one of the most significant processes to lever up the global performances of the system when associated to a prognosis process. This defines predictive maintenance strategies. Those new forms of maintenance make numerous scientific as well as industrial issues rise, and some are tackled in the present document: When to perform a particular predictive maintenance action? How to group together several preventive maintenance actions? What is opportunity for maintenance?

Answers to these questions make use of different mathematical tools, such as Bruss algorithm (in stochastic analysis) or equivalence relations (in algebra). Finally, an industrial application on TELMA platform is presented.

**Keywords:** Predictive maintenance, Opportunistic maintenance, Maintenance decision-making, Maintenance–Production synchronisation, Bruss algorithm, Equivalence relations.





## **Contribution à la prise de décision dynamique en maintenance prévisionnelle par formalisation d'un principe d'opportunité**

**Résumé :** Les besoins essentiels de produire « plus », « mieux » et « moins cher » s'inscrivent aujourd'hui dans une crise financière qui conduit les entreprises industrielles à faire face à des enjeux économiques liés aux impératifs de gains de productivité, mais aussi à des enjeux sociaux liés aux impératifs de sécurité des hommes et des matériels, aux exigences de protection de l'environnement et de réduction des nuisances. Ces enjeux se déclinent au niveau des équipements par le concept de maintien en condition opérationnelle (MCO). La maintenance en est l'élément principal, et l'un des principaux leviers d'action sur la performance globale des systèmes de production lorsqu'elle est couplée à un processus de pronostic. On parle alors de stratégies de maintenance prévisionnelles. Ces nouvelles formes de maintenance posent de nombreux défis scientifiques et industriels, dont certains sont étudiés dans les présents travaux : Quel est le « meilleur » instant pour réaliser une intervention de maintenance préventive donnée ? Comment regrouper deux actions de maintenance préventive ? Qu'est-ce qu'une opportunité pour la maintenance ?

Les réponses à ces questions mobilisent des outils mathématiques variés, allant de l'algorithme de Bruss en analyse stochastique aux relations d'équivalence en algèbre. Enfin, une application industrielle sur la plateforme TELMA est présentée.

**Mots clés :** Maintenance prévisionnelle, Maintenance opportuniste, Aide à la décision de maintenance, Synchronisation maintenance–production, Algorithme de Bruss, Relations d'équivalence.

## **Contribution to dynamic decision-making for predictive maintenance: formalisation of an opportunity principle**

**Abstract:** The needs to produce “more”, “better” and “cheaper” are today in line with a financial crisis which makes companies struggle with economical issues (related to the obligation to make profits), social issues (related to safety of men and machines) and environmental ones (related to the reduction of nuisance and pollution). At the equipment level, the system maintaining in operational conditions (SMOC) has to deal with these issues. Maintenance is the key process of the SMOC, and one of the most significant processes to lever up the global performances of the system when associated to a prognosis process. This defines predictive maintenance strategies. Those new forms of maintenance make numerous scientific as well as industrial issues rise, and some are tackled in the present document: When to perform a particular predictive maintenance action? How to group together several preventive maintenance actions? What is opportunity for maintenance?

Answers to these questions make use of different mathematical tools, such as Bruss algorithm (in stochastic analysis) or equivalence relations (in algebra). Finally, an industrial application on TELMA platform is presented.

**Keywords:** Predictive maintenance, Opportunistic maintenance, Maintenance decision-making, Maintenance–Production synchronisation, Bruss algorithm, Equivalence relations.