



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

U.F.R. Sciences & Techniques de la Matière et des Procédés
Ecole Doctorale EMMA
Département de Formation Doctorale POEM

Thèse

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy-I

en Physique des Plasmas

par **Nicolas DUBUIT**

Transport turbulent d'impuretés dans un plasma magnétisé

Soutenance publique prévue le 25 Octobre 2006

Membres du jury :

Rapporteurs :	Dr. Sadruddin BENKADDA	Directeur de Recherche CNRS, Marseille
	Prof. Laurent VILLARD	Professeur, Ecole Polytechnique Fédérale, Lausanne
Examineurs :	Prof. Gérard BONHOMME	Professeur, U.H.P., Nancy I (Directeur de thèse)
	Prof. Michel FABRY	Professeur, U.H.P., Nancy I
	Dr. Xavier GARBET	Ingénieur CEA , Cadarache (directeur de thèse CEA)
	Prof. Dr. Jan KRÜGER	Professeur, Université de la Sarre, Saarbrücken

Résumé

Ce travail de thèse porte sur le transport turbulent d'impuretés dans les plasmas de fusion par confinement magnétique. C'est une question de la plus haute importance pour le développement de la fusion comme source d'énergie. En effet, une accumulation d'impuretés au coeur du plasma impliquerait des pertes d'énergies par radiation, conduisant par refroidissement à l'extinction des réactions de fusion. Il est par contre prévu d'injecter des impuretés dans le bord du plasma, afin d'extraire la chaleur par rayonnement sans endommager les éléments de la première paroi. Ces contraintes contradictoires nécessitent un contrôle précis du transport d'impuretés, afin de minimiser la concentration d'impuretés au coeur du plasma tout en la maximisant au bord. Une très bonne connaissance de la physique sous-jacente au transport est indispensable. L'effet de la turbulence, principal mécanisme de transport, sur les impuretés est donc une question centrale.

Dans cette thèse, les formules complètes du flux turbulent d'impuretés pour un spectre donné de fluctuations ont été dérivées. Pour ce faire, une théorie quasi-linéaire a été appliquée à une turbulence d'ondes de dérive. L'origine et les caractéristiques des principaux mécanismes d'accumulation, ou pincement, d'impuretés ont été identifiées. L'effet dominant provient de la compressibilité de la vitesse de dérive électrique dans un plan perpendiculaire au champ magnétique de confinement. Cette compressibilité est liée à la courbure du champ magnétique. Elle donne lieu à une vitesse de pincement, dite de courbure, dirigée vers l'axe magnétique du plasma. Un second effet, dit de thermodiffusion, est inversement proportionnel au nombre de charge et disparaît donc pour la plupart des espèces d'impuretés, sauf les plus légères. Il induit un flux d'impuretés proportionnel au gradient de température, et peut changer de sens selon la vitesse de phase moyenne des fluctuations. De plus, l'existence d'une vitesse de pincement liée à la compressibilité parallèle au champ magnétique a été confirmée.

Une nouvelle version du code de turbulence fluide TRB a été développée. Cette nouvelle version permet de simuler le transport d'une espèce d'impuretés, en présence d'une turbulence d'ondes de dérive électroniques et ioniques. Le code a été développé de telle sorte que la turbulence soit forcée par les flux et non par les gradients, ce qui est le mode de forçage en conditions réalistes. Des simulations à flux nul, correspondant à un plasma en état stationnaire dont la source d'impureté est limitée au bord, ont montré sans ambiguïté la présence d'un pincement turbulent d'impuretés. Les prédictions de la théorie quasi-linéaire ont été confirmées numériquement, et l'importance relative des mécanismes de pincement a été étudiée. En particulier le rôle dominant du pincement de courbure a été mis en évidence. La décroissance de la thermodiffusion avec la charge de l'impureté a également été vérifiée, de même que son comportement en fonction du rapport de la température électronique à la température ionique (déterminant la vitesse de phase moyenne des fluctuations). Par contre, l'effet observé de la compressibilité dans la direction parallèle au champ magnétique est négligeable.

Enfin, des simulations du code TRB ont été comparées à des mesures effectuées lors d'expériences sur les tokamaks Tore Supra et JET. L'existence d'un pincement turbulent d'impuretés, dirigé vers l'intérieur du plasma, a été ainsi confirmée. L'indépendance du transport en fonction de la charge de l'impureté est observée dans les expériences comme dans les simulations. De plus, le profil radial du rapport de la vitesse de pincement à la diffusivité est en bon accord qualitatif avec les mesures effectuées lors d'expérience d'injection d'impuretés. Ces faits confirment le rôle dominant du pincement de courbure dans le transport d'impuretés.

Remerciements

Oh, le compte de ce qu'on doit... (D. Pennac)

Qu'un déluge de remerciements tombe tout d'abord sur Xavier Garbet, qui a toujours su encadrer et guider cette thèse avec une compétence, une gentillesse, une disponibilité et une patience inégalables. Il m'a toujours prodigué sans compter son temps pourtant fort précieux et, avant même le démarrage de cette thèse et depuis le commencement de mon stage de DEA, sa pédagogie a illuminé devant mes pas l'immense labyrinthe de la physique des plasmas de tokamaks.

Ma gratitude va aussi à mon directeur de thèse Gérard Bonhomme, pour son soutien constant - malgré l'éloignement - et ses conseils avisés.

Je remercie aussi chaudement les directeurs successifs du DRFC, Jean Jacquinet et Michel Chatelier, et du SCCP, Alain Bécoulet, d'avoir toujours été attentifs à créer, dans leur laboratoire, un cadre hautement propice à la réussite des thèses qui s'y déroulent.

De très nombreux membres du DRFC, thésards, chercheurs ou autres, m'ont d'ailleurs souvent été d'un grand secours. Rémy Guirlet et Thomas Parisot, en particulier, ont toujours répondu à mes questions fort naïves concernant les mesures de transport d'impuretés, et ce sans jamais me rire au nez. De même, Clarisse Bourdelle, Tuong Hoang, Frederic Imbeaux et de nombreux autres m'ont bien souvent accordé leur attention et leurs lumières. Carine Giroud, à JET, m'a apporté son expérience des diagnostics et de la modélisation du transport d'impuretés, avec sa bonne humeur constante.

C'est à Stéphane Heuraux que je dois entre autres d'avoir choisi ce sujet de thèse, choix heureux s'il en est ! Qu'il en soit ici chaudement remercié.

Je tiens beaucoup aussi à saluer l'ensemble du 1er étage du bâtiment 513 (dit « la théorie »), dont la diversité, la bonne humeur et les pauses-café furent l'occasion de très bons moments.

Mais ces trois merveilleuses années passées à Cadarache auraient jamais été les mêmes sans la gentillesse de Guillaume et de Guilhem, avec qui j'ai successivement partagé un bureau. Ils ont supporté stoïquement (entre autres) mes diatribes, mes lubies, mon désordre et ma machine à café...

Table des matières

1. Introduction	9
1.1. Fusion contrôlée	9
1.1.1. Fusion thermonucléaire	9
1.1.2. Confinement magnétique	10
1.1.2.1. Tokamak	10
1.1.2.2. Autres types de confinement magnétique	11
1.2. Géométrie du tokamak	11
1.2.1. Équilibre	11
1.2.1.1. Géométrie	11
1.2.1.2. Équilibre MHD	11
1.2.2. Trajectoires	13
1.2.2.1. Mouvement cyclotronique	14
1.2.2.2. Dérives	14
1.2.2.3. Mouvement parallèle aux lignes de champ	16
1.3. Impuretés	17
1.3.1. Type d'impuretés présentes dans un plasma de tokamak	18
1.3.1.1. Selon le taux d'ionisation	18
1.3.1.2. Selon les techniques d'injection	19
1.4. Transport	19
1.4.1. Description du transport	19
1.4.2. Transport collisionnel	20
1.4.2.1. Transport classique	20
1.4.2.2. Transport néoclassique	21
1.4.3. Microturbulence	22
1.4.4. Instabilités MHD affectant le transport	23
1.4.4.1. Dents de scie	23
1.4.4.2. NTMs	23
1.4.4.3. ELMs	23
1.4.5. Variables adimensionnées	24
1.4.6. Échelles de référence	24
1.5. Positionnement du sujet	24
1.5.1. Contexte expérimental	24
1.5.2. Théorie	25
1.5.2.1. TEP	25
1.5.2.2. Thermodiffusion	26
1.5.3. Démarche	26
 I. Analyse de stabilité	 27

2. Description fluide du plasma	28
2.1. Généralités	28
2.1.1. Modèle particulaire	28
2.1.2. Modèle cinétique	28
2.1.3. Modèle fluide	29
2.2. Équations de Braginskii	29
2.3. Vitesses de dérive	30
2.3.1. Vitesses de dérive fluides	30
2.3.2. Dérive électrique	30
2.3.3. Dérive diamagnétique	30
2.3.3.1. Dérive diamagnétique en théorie fluide	30
2.3.3.2. Lien avec le mouvement des particules	31
2.3.3.3. Tenseur des contraintes	32
2.3.4. Dérive de polarisation	32
2.3.4.1. Dérive de polarisation liée aux variations de dérive électrique	33
2.3.4.2. Dérive de polarisation liée aux variations de dérive diamagnétique	33
2.3.5. Conclusion	33
3. Instabilités ITG/TEM	34
3.1. Principe	34
3.1.1. Instabilité et turbulence	34
3.1.1.1. Introduction	34
3.1.1.2. Types d'instabilités étudiées	34
3.1.2. Analyse de stabilité linéaire	35
3.2. Réponse à une perturbation	35
3.2.1. Équation de conservation de la densité	35
3.2.1.1. Équation de conservation	35
3.2.1.2. Advection	36
3.2.1.3. Compressibilité des vitesses de dérives	36
3.2.1.4. Réponse de la densité	38
3.2.1.5. Électrons circulants	38
3.2.2. Conservation de la quantité de mouvement	39
3.2.3. Conservation de l'énergie	39
3.3. Relation de dispersion et stabilité	40
3.3.1. Linéarisation	41
3.3.2. Taux de croissance	42
3.3.2.1. Relation de dispersion	42
3.3.2.2. Solution analytique pour une branche ionique	43
3.3.2.3. Solution analytique pour une branche d'électrons piégés	43
4. Flux quasilinéaire	45
4.1. Principe et limitations	45
4.1.1. Modèle quasilinéaire	45
4.1.1.1. Problématique	45
4.1.1.2. Principe	45
4.1.1.3. Spectre de fluctuations	46
4.1.2. Limitations	46

4.1.2.1.	Faibles niveaux de fluctuations	46
4.1.2.2.	Choix des spectres	47
4.1.2.3.	Estimation du niveau d'instabilité	47
4.1.2.4.	Au-delà de la théorie quasilinear	48
4.2.	Flux quasilinear 2D	49
4.2.1.	Calcul du flux	49
4.2.2.	Piquage de compression $E \times B$	50
4.2.3.	Piquage de thermodiffusion	50
4.3.	Effets de la vitesse parallèle	51
II.	Simulations non-linéaires	52
5.	Modèle non-linéaire	53
5.1.	Introduction : limitations du calcul quasilinear	53
5.2.	Équations non linéaires	53
5.2.1.	Normalisations	53
5.2.1.1.	Échelles de référence	53
5.2.1.2.	Normalisations utilisées	54
5.2.2.	Équations de conservation	55
5.2.2.1.	Évolution de la densité	55
5.2.2.2.	Évolution de la vitesse parallèle	55
5.2.2.3.	Évolution de la pression	56
5.2.3.	Quasineutralité	56
5.3.	Conclusion	57
6.	Code TRB	58
6.1.	Présentation générale	58
6.2.	Flux fixe - gradient fixe	58
6.2.1.	Position du problème	58
6.2.2.	Passage de flux fixe à gradient fixe, et inversement	59
6.2.2.1.	Gradient fixe vers flux fixe.	59
6.2.2.2.	Flux fixe vers gradient fixe.	60
6.2.3.	Implémentation du mode "gradient fixe" dans TRB.	60
6.3.	Modes simulés	60
6.3.1.	Modes radiaux	60
6.3.2.	Modes mn	61
6.3.3.	Sélection des modes simulés	61
6.3.3.1.	Limites naturelles du nombre de modes	61
6.3.3.2.	Approximations permettant de limiter le nombre de modes	62
6.4.	Déroulement schématique de l'exécution	63
6.4.1.	Constantes de temps	63
6.4.1.1.	Pas de temps numérique	63
6.4.1.2.	Pas de temps de stockage des profils	65
6.4.1.3.	Pas de temps de calcul des couplages	65
6.4.2.	Post-traitement	65
6.5.	Implémentation des impuretés	65

6.5.1.	Modification du code	65
6.5.2.	Validation	65
7.	Étude non linéaire du transport d'impuretés	67
7.1.	Simulations stationnaires 2D	67
7.1.1.	Conditions des simulations	67
7.1.2.	Présence d'une vitesse de piquage turbulente des impuretés.	68
7.1.3.	Comparaison du pincement $E \times B$ et de thermodiffusion	68
7.1.4.	Effet de la température	69
7.2.	Effets de compressibilité parallèle	71
7.2.1.	Effet de la vitesse parallèle	71
7.2.2.	Discussion des amplitudes des mécanismes de pincement	72
7.2.2.1.	Pincement de compressibilité $E \times B$	72
7.2.2.2.	Thermodiffusion	72
7.2.2.3.	Compressibilité parallèle	73
7.3.	Simulations de transitoires	73
7.3.1.	Extraction de D et V	73
7.3.2.	Évolution de D et V sur un transitoire TRB	74
7.4.	Retour sur l'hypothèse d'impuretés traces	75
III.	Études expérimentales	76
8.	Transport de particules et de traces de tritium	78
8.1.	Piquage de densité électronique	78
8.1.1.	Description simplifiée du transport	78
8.1.2.	Modélisation intégrée	79
8.1.2.1.	Principe	79
8.1.2.2.	Difficultés	79
8.1.2.3.	Résultats	80
8.2.	Transport de traces de tritium	81
8.2.1.	Rappel de théorie : le comportement des traces de tritium	82
8.2.2.	Présentation du choc étudié	82
8.2.3.	Résultats et discussion	82
8.2.3.1.	Analyse JETTO	82
8.2.3.2.	Simulations TRB	83
9.	Transport d'impuretés	85
9.1.	Tore Supra	85
9.1.1.	Description des chocs	85
9.1.2.	Simulations de turbulence	85
9.1.2.1.	Conditions des simulations	85
9.1.2.2.	Raideur	85
9.1.2.3.	Résultats.	86
9.1.3.	Discussion	86
9.2.	JET	87
9.2.1.	Description du choc étudié	87

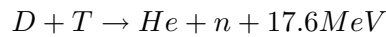
9.2.2. Résultats des simulations et discussion	88
9.3. Conclusion de la comparaison avec l'expérience	89
Conclusion et perspectives	90
A. Solution analytique de la relation de dispersion locale	92
A.1. Solution analytique pour une branche ionique.	92
A.2. Solution analytique pour une branche d'électrons piégés.	93

1. Introduction

1.1. Fusion contrôlée

1.1.1. Fusion thermonucléaire

La fusion nucléaire est une réaction nucléaire mettant en oeuvre des noyaux légers. Lorsque ce sont des noyaux très légers qui fusionnent (comme l'hydrogène ou ses isotopes, Deutérium 2H ou Tritium 3H), ce type de réaction libère une quantité d'énergie de plusieurs MeV, à comparer avec les quelques eV des réactions chimiques. Il existe de nombreuses réactions de ce type, la plus efficace à des énergies raisonnablement basses est



Pour que ces réactions se produisent, il faut que les noyaux s'approchent à des distances de l'ordre de $10^{-15}m$, ils doivent donc vaincre la répulsion coulombienne. Ceci se produit naturellement dans un plasma lors de collisions si l'énergie des noyaux est suffisante, de l'ordre de quelques dizaines de keV au moins. Ces énergies sont de l'ordre de 1000 fois l'énergie d'ionisation des atomes d'hydrogène ; à de telles températures les électrons sont donc détachés des noyaux et le gaz, mélange d'électrons et d'ions est appelé plasma.

En régime stationnaire, les pertes et les sources de chaleur se compensent exactement. On représente généralement les pertes de chaleur par le temps caractéristique de refroidissement du plasma : le temps de confinement. Si les réactions de fusion sont la seule source de chaleur, l'équilibre thermique impose le critère de Lawson

$$n_i T_i \tau_E \gtrsim 5.10^{21} m^{-3}.keV.s \quad (1.1)$$

où n_i est la densité de d'ions combustibles du plasma, T_i sa température (ionique) et τ_E le temps de confinement de l'énergie.

Le coeur du soleil a une forte densité grâce à la gravitation, ainsi qu'une taille qui lui garantit un temps de confinement suffisant, malgré une température relativement faible (de l'ordre du keV)¹. Sur terre ces paramètres ne sont pas envisageables, et pour que des réactions de fusion soient possible deux techniques sont connues :

- Le « confinement inertiel », une implosion avec une forte densité mais un temps de confinement très court ($\sim 10^{-11}s$),
- Le « confinement magnétique », avec une faible densité ($\sim 10^{20}m^{-3}$) mais un temps de confinement plus long ($\sim 1s$).

¹De plus, le soleil a épuisé son tritium et l'essentiel de son deutérium dans les premières phases de son évolution ; il fonctionne maintenant grâce à un cycle de réactions complexe (le « cycle p-p ») qui transforme deux protons en un deutérium (et neutrino) puis en Hélium. Cette réaction utilise directement des protons mais est beaucoup moins efficace que la réaction DT.

1.1.2. Confinement magnétique

L'approche inverse consiste à optimiser le temps de confinement tout en maintenant une température et une densité suffisantes, en figeant le plasma dans un intense champ magnétique. Ceci est possible parce que la trajectoire d'une particule de charge e_s et de masse m_s dominée par un champ magnétique statique B est dictée par la force de Lorentz :

$$\vec{F} = e_s \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Cette force est toujours perpendiculaire à la vitesse de la particule et au champ magnétique. La particule va donc décrire une hélice autour des lignes de champ B , sans s'en écarter plus que du rayon de cette hélice, appelé rayon de Larmor, de l'ordre du mm pour les ions et quelques dizaines de microns pour les électrons, plus légers. Si les lignes du champ magnétique forment des boucles, la particule est confinée. La configuration la plus simple pour former des boucles de champ magnétique est le solénoïde torique ; c'est donc celle qu'on retrouve dans la plupart des expériences actuelles.

En fait, le champ magnétique n'est pas uniforme, ce qui provoque une dérive verticale des particules, en sens opposé pour les ions et pour les électrons (voir 2.3). Cette séparation de charges crée un champ électrique vertical qui, à son tour, fait dériver les particules vers l'extérieur du tore. Ce phénomène réduit dramatiquement le confinement. Pour contourner cet obstacle, on annule l'effet de ces dérives en donnant une composante poloïdale au champ magnétique : les lignes de champ s'enroulent sur des tores emboîtés. Ainsi, les particules, en suivant les lignes du champ magnétique, voient leur dérive verticale annulée à chaque tour.

Le champ magnétique poloïdal peut être généré de différentes manières, mais la technique la plus utilisée actuellement est celle du tokamak.

1.1.2.1. Tokamak

Dans un tokamak [1], le champ magnétique poloïdal est créé par un courant électrique toroïdal (de l'ordre du MA) circulant dans le plasma. Ce courant, appelé « courant plasma », peut être généré de plusieurs manières complémentaires :

Par induction, comme dans un transformateur. En appliquant une rampe de courant à un solénoïde placé verticalement au centre du tokamak, on induit une force électromotrice dans le tore. Celle-ci génère alors un courant. C'est une manière simple et efficace de créer du courant, mais elle ne peut fonctionner en continu : la rampe de courant circulant dans le solénoïde central ne peut continuer indéfiniment.

Par des ondes. Certaines ondes électromagnétiques permettent la génération de courant électrique dans un plasma. Les plus utilisées sont les ondes à fréquence hybride basse (LH) et les ondes à fréquence cyclotronique électronique, mais du courant a été aussi généré par l'injection de neutres et les ondes à fréquence cyclotronique ionique. La durée de génération du courant n'est limitée que par la technique du générateur, ce qui permet d'envisager un fonctionnement continu d'un tokamak. Des décharges de plusieurs minutes ont été obtenues sur Tore Supra en utilisant uniquement les ondes LH pour génération de courant.

Courant de bootstrap. Un gradient radial de pression génère naturellement un courant électrique parallèle au champ magnétique. Ce courant peut fournir une part importante du

courant total, en présence d'un fort gradient de pression, ce qui se produit typiquement dans les barrières de transport.

1.1.2.2. Autres types de confinement magnétique

Stellarator Le champ magnétique poloïdal peut également être généré par des bobines externes, ou par une déformation des bobines responsables du champ magnétique toroïdal. Ce système a l'avantage de ne pas nécessiter de courant plasma et donc de pouvoir fonctionner en continu ; mais au prix de bobines plus délicates à réaliser (bobines non planes) et d'un transport néoclassique (voir section 1.4.2) plus important.

RFP Le RFP (pour « reversed field pinch ») est un type de confinement différent, où le plasma génère lui-même un champ magnétique toroïdal opposé au champ magnétique externe. L'avantage est de ne pas être sensible aux dents de scie (voir 1.4.4.1) et donc de pouvoir travailler avec un courant plasma très élevé, mais la turbulence MHD limite fortement le confinement dans ce type de machine.

1.2. Géométrie du tokamak.

1.2.1. Équilibre

1.2.1.1. Géométrie

La géométrie torique d'un tokamak impose d'utiliser des coordonnées adaptées :

- r le petit rayon,
- θ l'angle poloïdal,
- φ l'angle toroïdal.

De plus on utilise fréquemment les variables suivantes :

- R le grand rayon, dont la valeur sur l'axe du tore est notée R_0
- a le petit rayon au bord du plasma (défini par la surface à l'intérieur de laquelle toutes les surfaces magnétiques sont fermées sans contact matériel),
- ϵ_r l'inverse du rapport d'aspect : $\epsilon_r = \frac{r}{R_0}$

1.2.1.2. Équilibre MHD

Fonctions de flux Les particules sont liées à leur « surface magnétique », ou « tube de flux », la surface parcourue par la ligne de champ de la particule. Pour un plasma axisymétrique, ces surfaces forment des tores emboîtés, dont la section n'est pas obligatoirement circulaire. La limite du tore le plus central est un cercle appelé axe magnétique.

Le plasma est en équilibre si, partout dans le plasma, la force magnétique équilibre le gradient de pression :

$$\vec{j} \wedge \vec{B} = \vec{\nabla} P \quad (1.2)$$

Le gradient de pression est donc perpendiculaire aux surfaces magnétiques. Comme de plus $\vec{j} \cdot \vec{\nabla} P = 0$, le courant circule sur les surfaces magnétiques.

Il est généralement utile de repérer les surfaces magnétiques par leur flux magnétique poloïdal Ψ . Il s'agit du flux du champ magnétique intercepté par un disque horizontal délimité

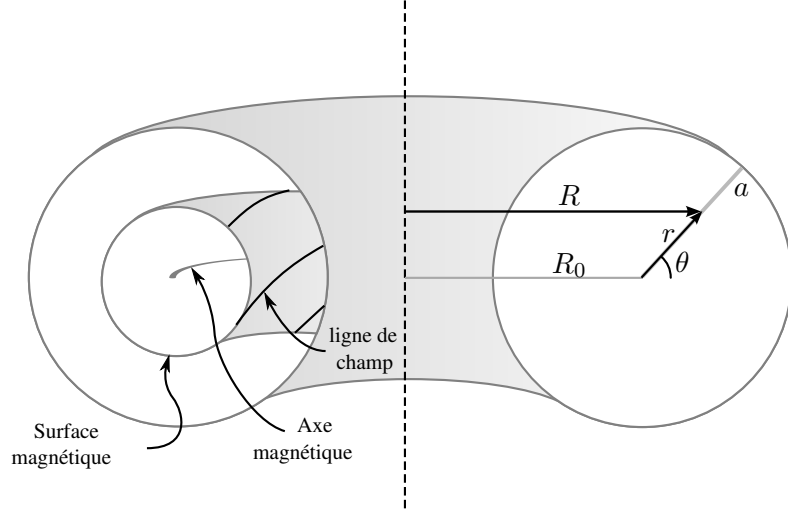


FIG. 1.1.: Géométrie d'un tokamak.

par la surface considérée². $\vec{\nabla}P$ étant perpendiculaire aux surfaces de flux, P est une fonction de Ψ .

De plus, le courant $\vec{j}$ jouant un rôle symétrique de $\vec{B}$ dans l'équation (1.2), il peut être représenté par son flux poloïdal, noté

$$f = \mu_0 \int_0^R j_z R dR$$

On peut montrer que f est, comme P , une fonction de Ψ seulement.

Équation de Grad-Shafranov L'équilibre du plasma (1.2) liant f , P et $\vec{B}$ d'une part, et le théorème d'Ampère $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ équivalent à

$$f = RB_\varphi \quad (1.3)$$

et qui relie donc $\vec{B}$ et f d'autre part, conduisent à l'équation de Grad-Shafranov :

$$R \partial_R \frac{1}{R} \partial_R \Psi + \partial_z^2 \Psi = -\mu_0 R^2 P'(\Psi) - f(\Psi) f'(\Psi) \quad (1.4)$$

qui décrit l'interaction entre la géométrie (décrite par $\Psi(R, \varphi, z)$) et les profils de pression et de courant ($P(\Psi)$ et $f(\Psi)$).

Champ magnétique toroïdal L'équation de Grad-Shafranov gouverne le courant électrique via f , donc aussi le champ magnétique toroïdal B_φ . Celui-ci dépend donc des profils de courant et de pression³. Il est donné par le théorème d'Ampère 1.3. Comme f est une fonction de Ψ ,

²Le champ magnétique étant parallèle à ces surfaces, le flux ne dépend pas de l'altitude du disque choisi pour le calcul.

³L'influence de la pression sur le champ magnétique toroïdal peut se comprendre par le diamagnétisme du plasma. En effet, la trajectoire de rotation des particules chargées autour des lignes de champ (voir 1.2.2.1) produit autant de moments magnétiques qui s'opposent au champ magnétique imposé. Plus le plasma est

f est constant sur une surface magnétique, donc sur une surface donnée, $B_\varphi \propto 1/R$.

Cependant, si la pression cinétique est faible devant la pression magnétique (β faible, voir sec.1.4.5), la dépendance en pression disparaît de l'équation de Grad-Shafranov et le plasma ne perturbe pas le champ magnétique toroïdal. On a alors dans tout le plasma⁴

$$B_\varphi = B_{\varphi 0} \frac{R_0}{R} \quad (1.5)$$

où B_0 est le champ en $R = R_0$.

Facteur de sécurité La géométrie des lignes de champ sur une surface magnétique est décrite par le facteur de sécurité q , qui est l'angle toroïdal au cours duquel la ligne de champ parcourt un tour poloïdal. Il s'agit d'une quantité constante sur une surface de flux. Il correspond au rapport du champ toroïdal au champ poloïdal :

$$q = \frac{r}{R_0} \frac{B_\varphi}{B_\theta}$$

Une valeur faible de q correspond donc à un champ poloïdal fort. On définit de plus le cisaillement magnétique

$$s = \frac{r}{q} \frac{dq}{dr}$$

qui représente le cisaillement radial des lignes de champ.

Il est à noter que si q est un nombre rationnel d'ordre faible, la surface de flux (alors appelée « surface rationnelle ») n'est plus parcourue par une seule ligne de champ mais par des lignes de champ bouclées sur elles-mêmes⁵. Le transport parallèle au champ magnétique, beaucoup plus important que le transport perpendiculaire car non soumis à la force de Lorentz (voir 1.2.2 et 1.4) ne permet pas dans ce cas d'homogénéiser la pression ou le courant sur une surface de flux, ce qui favorise de nombreuses instabilités (1.4.4.1, 1.4.4.2, 6.3.2 par exemple). Si cependant le dénominateur et le numérateur de q sont grands, les différentes lignes de champ d'une même surface magnétique seront fortement imbriquées et donc suffisamment proches les unes des autres pour que le transport perpendiculaire soit suffisant pour homogénéiser le plasma sur la surface magnétique.

1.2.2. Trajectoires

Dans un plasma, perpendiculairement aux lignes de champ, les particules sont soumises à la force de Lorentz et à la force centrifuge

$$m_s d_t \vec{v}_\perp = e_s \left(\vec{E}_\perp + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) + \vec{F}_{centrifuge}$$

dense et chaud, donc plus la pression cinétique est élevée, plus cet effet est important.

⁴On peut retrouver directement ce résultat, dans le vide, en appliquant le théorème d'Ampère à un cercle horizontal de rayon R . La circulation du champ magnétique le long de ce cercle $2\pi R B_\varphi$ est égal au courant total circulant dans les bobines du solénoïde, qui est constant.

⁵Autrement dit, une ligne de champ d'une surface irrationnelle se rapproche infiniment près de tout point de la surface de flux, donc de toute autre ligne de champ de la même surface après un certain nombre de tours, ce qui permet en pratique à des phénomènes collisionnels, même rares, de mettre en contact les deux lignes de champ. Au contraire, une surface rationnelle d'ordre faible ($q = 3/2$ par exemple) ne permet pas à deux lignes de champ données de se rapprocher.

1.2.2.1. Mouvement cyclotronique

L'élément dominant étant le champ magnétique statique, le mouvement correspondant est déterminé par

$$m_s d_t \vec{v}_\perp = e_s \vec{v}_\perp \wedge \vec{B}$$

ce qui correspond à un mouvement circulaire dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, le mouvement cyclotronique. La trajectoire la plus simple des particules est donc une hélice autour d'une ligne de champ, dont le rayon (appelé rayon de Larmor) est donné par l'équilibre de la force centrifuge et de la force de Lorentz

$$m_s \frac{v_\perp^2}{\rho_s} = e_s v_\perp B$$

d'où

$$\rho_s = \frac{m_s v_\perp}{e_s B}$$

et pour un fluide de température T_s , on définit un rayon de Larmor thermique

$$\rho_s = \frac{\sqrt{m_s T_s}}{e_s B}$$

typiquement quelques millimètres pour les ions dans le coeur d'un plasma de tokamak (et 60 fois moins pour des électrons).

Le centre de la trajectoire cyclotronique est appelé le centre-guide. Le déplacement de la particule est la somme vectorielle de la trajectoire du centre-guide et du mouvement cyclotronique, ce qui revient en première approximation à une hélice le long d'une ligne de champ.

1.2.2.2. Dérives

Le mouvement cyclotronique ne tient compte que de la force magnétique due à un champ magnétique uniforme. Si on tient compte des autres forces perpendiculaires et du gradient de champ magnétique, on obtient une vitesse supplémentaire $\vec{v}_d$:

$$m_s d_t \vec{v}_d + m_s d_t \vec{v}_{cy} = e_s \left(\vec{E} + (\vec{v}_{cy} + \vec{v}_d) \wedge (\vec{B}_G + \delta \vec{B}_{cy}) \right) + \vec{F}_{centrifuge}$$

où $\vec{B} = \vec{B}_G + \vec{B}_{cy}$ est séparé en champ magnétique au centre-guide et variation sur l'orbite cyclotronique. L'équation du mouvement cyclotronique peut être traitée séparément, il s'ajoute alors au mouvement cyclotronique un mouvement supplémentaire de vitesse $\vec{v}_d$, correspondant à un déplacement du centre de la trajectoire cyclotronique, qui vaut (au premier ordre en ρ_*) :

$$m_s d_t \vec{v}_d = e_s \left(\vec{E} + \left\langle \vec{v}_{cy} \wedge \delta \vec{B}_{cy} \right\rangle_{\varphi_c} + \vec{v}_d \wedge \vec{B}_G \right) + \frac{m_s v_\parallel^2}{R} \vec{u}_R$$

où $\vec{u}_R = \vec{\nabla} R$ est le vecteur unitaire radial dans le plan équatorial, et $\langle \rangle_{\varphi_c}$ est une moyenne sur la phase cyclotronique.

Cette vitesse supplémentaire $\vec{v}_d$ est beaucoup plus lente que la trajectoire cyclotronique. En

appliquant à cette équation $\frac{\vec{B}_{xG}}{B_{xG}^2} \wedge$, il vient⁶ :

$$\vec{v}_d = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}_G}{B_G^2} + \frac{\vec{B}_G}{B_G^2} \wedge \frac{m_s}{e_s} d_t \vec{v}_d - \frac{\vec{B}_G}{B_G^2} \wedge \left\langle \vec{v}_{cy} \wedge \delta \vec{B}_{cy} \right\rangle_{\varphi_c} - \frac{\vec{B}_G}{B_G^2} \wedge \frac{m_s v_{\parallel}^2}{e_s R} \vec{u}_R \quad (1.6)$$

On obtient ainsi trois vitesses de dérive : respectivement

- La dérive électrique $\vec{v}_E$,
- La dérive de polarisation $\vec{v}_{pol}$,
- La dérive de gradient et de courbure $\vec{v}_g$.

Dérive électrique C'est le premier terme de l'équation (1.6). Elle apparaît en présence d'un champ électrique perpendiculaire aux lignes de champ :

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{B}_G \wedge \vec{\nabla} \phi}{B_G^2}$$

Elle ne dépend pas de la charge ni de la masse de la particule considérée : cette vitesse est donc la même pour toutes les particules. Elle ne dépend pas non plus de la vitesse de la particule : elle s'applique au plasma en bloc et existe donc en tant que vitesse fluide.

Dérive de gradient et de courbure du champ magnétique La vitesse de gradient et de courbure correspond aux deux derniers termes de l'équation (1.6) :

$$\vec{v}_g = -\frac{\vec{B}_G}{B_G^2} \wedge \left\langle \vec{v}_{cy} \wedge \delta \vec{B}_{cy} \right\rangle_{\varphi_c} - \frac{\vec{B}_G}{B_G^2} \wedge \frac{m_s v_{\parallel}^2}{e_s R} \vec{u}_R$$

Ici $\delta \vec{B} = \frac{1}{2} \rho_s \vec{\nabla}_{\perp} |B|$ est la variation de champ magnétique vue par la particule au cours de sa trajectoire cyclotronique. La deuxième partie de cette équation correspond à l'influence de la force centrifuge (due à la courbure de $\vec{B}$) sur la trajectoire.

Dans un tokamak, le champ magnétique est donné par (1.5). On obtient alors, en introduisant l'invariant adiabatique $\mu = \frac{m_s v_{\perp}^2}{2B}$,

$$\vec{v}_g = \frac{m_s v_{\parallel}^2 + \mu B}{e_s B} \frac{\vec{B}}{B} \wedge \frac{\vec{\nabla} B}{B} \simeq \frac{2T_s}{e_s B} \frac{\vec{B}}{B} \wedge \frac{\vec{\nabla} B}{B}$$

dans la limite des faibles β (rapport de la pression cinétique sur la pression magnétique). C'est une vitesse de dérive dirigée verticalement. Son signe dépend de la charge de la particule e_s : elle induit une séparation de charges, donc est à l'origine d'un champ électrique. D'autre part, il ne s'agit pas d'une vitesse fluide car elle dépend de la vitesse des particules. Sa conséquence fluide est la dérive diamagnétique.

Dérive de polarisation Il s'agit du deuxième terme de l'équation (1.6) :

$$\vec{v}_{pol} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \frac{m_s}{e_s} d_t \vec{v}_d$$

⁶ en ne gardant que la dérive perpendiculaire au mouvement cyclotronique : $\vec{v}_d \perp \vec{B}$

La vitesse de dérive électrique est ici dominante dans un rapport R/L_n ; on peut ne garder donc qu'elle, ce qui donne

$$\vec{v}_{pol} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \frac{m_s}{e_s} d_t \left(\frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \phi \right) = -\frac{m_s}{e_s B^2} d_t \vec{\nabla} \phi$$

Cette dérive apparaît lors de la présence d'un champ électrique fluctuant. Comme elle est proportionnelle à m_s , elle est négligeable pour les électrons.

1.2.2.3. Mouvement parallèle aux lignes de champ

Équation du mouvement parallèle Dans un champ magnétique uniforme, une particule ne subit pas de force magnétique dans la direction parallèle et il ne reste que

$$m_s d_t v_{\parallel} = e_s E_{\parallel} + F_{coll}$$

qui conduit à la loi d'ohm sur des temps longs par rapport à la fréquence de collision.

Dans un tokamak par contre, le champ magnétique toroïdal n'est pas uniforme sur une surface de flux (eq. 1.5). Il existe alors une force supplémentaire. En effet, la conservation du flux magnétique impose que en présence d'un gradient parallèle de champ magnétique, les lignes de champ se resserrent : il existe alors, à la position de la particule, une composante du champ magnétique dirigée vers le centre-guide. En utilisant des coordonnées cylindriques avec l'axe des z le long du champ magnétique $\vec{B} = B_z \vec{e}_z + B_{\rho} \vec{e}_{\rho}$, la conservation du flux magnétique s'écrit en effet

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \partial_z B_z + \frac{1}{\rho} \partial_{\rho} (\rho B_{\rho}) = 0$$

donc B_{ρ} est donné par

$$\partial_{\rho} (\rho B_{\rho}) = \rho \nabla_{\parallel} B_{\parallel}$$

et avec une longueur de gradient de B beaucoup plus grande que le rayon de Larmor,

$$B_{\rho} = \frac{\rho}{2} \nabla_{\parallel} B_{\parallel}$$

La force de Lorentz associée est $e_s \vec{v} \wedge \vec{B}_{\rho}$. Elle agit dans la direction parallèle et l'équation du mouvement parallèle est donc, avec $\rho_s = \frac{m v_{\perp}}{e B}$

$$m_s d_t v_{\parallel} = e_s E_{\parallel} + F_{coll} - \mu \nabla_{\parallel} B_{\parallel}$$

où $\mu = \frac{m_s v_{\perp}^2}{2B}$ et l'invariant adiabatique, constant le long de la trajectoire pour un champ B variant lentement.

Particules piégées Il résulte de cette force que si le champ magnétique augmente le long d'une ligne de champ, les particules ayant la vitesse parallèle initiale la plus faible seront repoussées. C'est l'équivalent d'un puits de potentiel, où le potentiel est donné par μB . L'énergie totale de la particule subissant une telle force

$$E = \frac{1}{2} m_s v_{\parallel}^2 + \mu B$$

est la même au point de rebroussement de la particule $E_{rebr} = \mu B_{rebr}$ qu'au point de champ magnétique minimal $E_{Bmin} = \frac{1}{2}m_s v_{\parallel, Bmin}^2 + \mu B_{min}$, d'où

$$\frac{1}{2}m_s v_{\parallel, Bmin}^2 = \mu (B_{rebr} - B_{min})$$

ce qui donne la condition de piégeage

$$\left. \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \right|_{Bmin}^2 < \frac{(B_{max} - B_{min})}{B_{min}}$$

Ce piégeage constitue le principe des miroirs magnétiques. Dans les tokamaks, la variation de B donnée par l'équation 1.5 donne comme condition de piégeage

$$\left. \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \right|_{\theta=0} < \sqrt{\frac{2r}{(R-r)}} \sim \sqrt{2\epsilon_r} \quad (1.7)$$

dans le cas d'un grand rapport d'aspect. Une particule vérifiant cette condition fera des mouvements d'aller-retour le long de la ligne de champ.

Trajectoire « banane » En fait la particule ne décrit pas exactement des aller-retours le long de la ligne de champ. En effet, la particule subit une dérive verticale (cf 1.2.2.2) qui, à un point de rebroussement la pousse vers l'extérieur de la surface magnétique, et à l'autre point de rebroussement vers l'intérieur. La particule suit donc une trajectoire en forme de « banane »⁷. La largeur de cette trajectoire banane, dans la direction radiale, est

$$\delta_b \approx \frac{q\rho_s}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

1.3. Impuretés

Un plasma de fusion idéal est composé uniquement de tritium et de deutérium à parts égales. Mais ceci n'est pas réalisable, pour plusieurs raisons :

- Les réactions de fusion produisent de l'hélium dans le coeur du plasma.
- Les parois du tore subissent un flux de chaleur, et surtout de particules rapides, qui produit une érosion de la surface. Or, la densité du plasma est faible (de l'ordre de $10^{19} - 10^{20} m^{-3}$, bien moins dense que l'air) donc même une faible érosion du mur produit une pollution sensible du plasma.
- Pour limiter l'érosion de la paroi, il est essentiel de limiter la température du plasma de bord. Pour cela, le plus efficace est d'y placer une petite quantité d'impuretés (généralement de l'argon) qui, par rayonnement, vont refroidir le plasma. La chaleur est ainsi transmise au mur sous la forme de rayonnement et non d'un bombardement de particules rapides[2].

Or, ces impuretés sont indésirables dans le coeur du plasma, pour plusieurs raisons :

⁷Dans le cas des particules rapides dans le centre du plasma (injection de neutres ou noyaux d'hélium provenant de réactions de fusion), cette trajectoire est très large; on parle alors d'orbite « patate » .

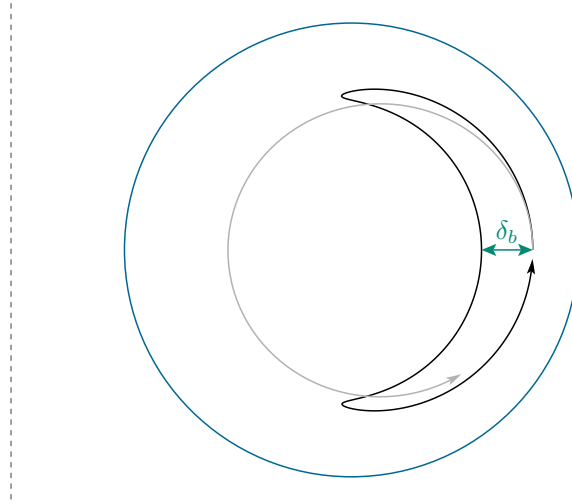


FIG. 1.2.: Trajectoire des particules passantes (gris) et des particules piégées (noir) : projection poloïdale de la trajectoire du centre-guide. Pour des raisons de lisibilité, c'est la trajectoire d'un ion, plus large, qui est représentée ; de plus l'amplitude de la dérive verticale a été multipliée par 10 afin d'élargir un peu plus la trajectoire « banane ».

- Dilution du combustible. La puissance produite est proportionnelle à la densité d'ions combustibles, par contre la qualité du confinement limite la densité électronique. Toute impureté prend donc la place d'ions combustibles dans la proportion du nombre de charge. Par exemple, un ion d'hélium prend la place de deux ions deutérium ou tritium ; et un seul ion métallique prend la place de plusieurs dizaines d'ions D ou T.
- Le plasma rayonne une part importante de son énergie sous forme de rayons X issus du rayonnement de freinage des électrons (bremsstrahlung) lors de collisions électrons-ions. Or, la présence d'impuretés lourdes augmente ce rayonnement, et refroidit d'autant le coeur du plasma.
- De plus, en présence d'éléments partiellement ionisés, des collisions inélastiques se produisent, qui conduisent à l'émission de photons de desexcitation, donc à la perte d'énergie. Ce rayonnement, utile au bord du plasma pour l'extraction de la chaleur, est évidemment néfaste dans le coeur où l'on cherche à maximiser la température ionique.

Il est donc essentiel de connaître, et si possible contrôler, le comportement et la répartition (le transport) des impuretés dans un plasma.

1.3.1. Type d'impuretés présentes dans un plasma de tokamak

On distingue généralement différentes catégories d'impuretés présentes dans les tokamaks.

1.3.1.1. Selon le taux d'ionisation

Les énergies d'ionisation des couches profondes des atomes lourds sont telles que ceux-ci ne sont jamais totalement ionisés, même dans le coeur d'un plasma de type ITER. Les concentrations relatives des différents états d'ionisation d'une impureté peuvent être estimés par un équilibre coronal, qui consiste à supposer que le déplacement des impuretés est beaucoup plus

lent que leur équilibre thermique local, atteint en des temps de l'ordre du temps de collision. Il s'agit généralement d'une approximation qui permet d'obtenir des ordres de grandeur raisonnables. En général, les impuretés légères ($Z \lesssim 20$) sont totalement ionisées au coeur du plasma, ce qui fait que le rapport de leur charge à leur masse Z/A reste proche de $1/2$. A l'inverse, les impuretés lourdes comme le tungstène (présent dans les éléments de première paroi d'ITER et de machines actuelles), ne sont que partiellement ionisées au coeur du plasma ($Z_{max} \sim 35$) et donc $Z/A < 1/2$.

1.3.1.2. Selon les techniques d'injection

Les techniques d'injection sont différentes selon les impuretés. Les injections d'impuretés métalliques (Al, Ni, Ge, W) sont effectuées par ablation laser (« Laser Blow Off ») qui permettent des injections très rapides. Pour les impuretés gazeuses (T, He, N, Ne, Ar) on utilise des vannes piézoélectriques, de constante de temps beaucoup plus longue. Enfin, l'hélium et le tritium peuvent également être injectés directement dans le coeur du plasma par l'injection de neutres de haute énergie.

1.4. Transport

Dans un plasma comme dans tout milieu matériel, ni les particules ni la chaleur ne restent là où elles ont été déposées. Les grandeurs comme la densité ou la température sont ainsi en moyenne constantes le long des lignes du champ magnétique, le long desquelles le mouvement des particules est libre. Les lignes de champ s'enroulent sur des tores emboîtés, appelés surfaces magnétiques, sur lesquelles ces grandeurs sont constantes.

La présence du champ magnétique permet d'augmenter de plusieurs ordres de grandeur le confinement radial du plasma, perpendiculairement aux surfaces magnétiques. Différents phénomènes viennent néanmoins limiter son efficacité. Il en résulte un transport radial, bien plus faible que le transport parallèle, mais néanmoins fondamental car c'est lui qui détermine la répartition des particules et de la chaleur dans le plasma, donc la densité et la température qui seront atteintes dans le coeur d'un réacteur.

1.4.1. Description du transport

Indépendamment des mécanismes responsables du transport radial, il est nécessaire de le quantifier à l'échelle de la machine. Il est souvent représenté par une diffusion-convection : par exemple, on représente le flux radial d'électrons par l'expression

$$\Gamma = -D\nabla_r n + vn$$

où n est la densité électronique, Γ le flux radial d'électrons, D la diffusivité et v la vitesse de convection radiale (parfois appelée vitesse de pincement). Il convient de noter qu'il ne s'agit là que d'une représentation, plus ou moins adéquate selon les phénomènes sous-jacents : il est très fréquent que D et/ou v dépendent de n ou de ∇n . Néanmoins, il s'agit de quantités intéressantes et largement utilisées parce qu'il est souvent possible de les extraire des données expérimentales, et qu'elles permettent des comparaisons quantitatives. Cette description diffusion-convection du flux de particules est couplée à la conservation des particules qui

permet d'en déduire le profil de la densité électronique

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla_r \Gamma + S$$

où S est la source d'électrons (liée à la présence d'atomes neutres dans le plasma, perdant leurs électrons). Ainsi, en régime stationnaire,

$$\Gamma(r) = \int_0^r S = -D\nabla_r n + vn$$

Si la source de particules est cantonnée au bord du plasma, ce qui est le cas en l'absence de chauffage par injection d'atomes neutres rapides, dans le coeur du plasma $S = 0$ et le profil de densité est donné par

$$\frac{\nabla_r n}{n} = \frac{v}{D} \quad (1.8)$$

donc un profil de densité stationnaire non uniforme en l'absence de source de particules dénote la présence d'une vitesse de convection radiale.

Ce type de représentation peut également être utilisé pour le transport d'impuretés, de chaleur ou même de rotation toroïdale. Les diffusivités de la chaleur électronique et la chaleur ioniques⁸ sont généralement notées χ_e et χ_i respectivement. Cependant, le chauffage étant généralement présent jusqu'au centre du plasma, la mise en évidence expérimentale d'une vitesse de pincement est beaucoup plus délicate et n'a été entreprise que très récemment.

1.4.2. Transport collisionnel

L'un des mécanismes responsables du transport radial tient aux collisions entre les particules du plasma. Lors d'une collision en effet, deux particules voient leurs trajectoires perturbées. En particulier, leur centre-guide se déplace vers une ligne de champ voisine⁹.

Le transport collisionnel est dominant pour des plasmas de température modérée, ce qui explique qu'il a été largement étudié dans les années 70. Il est maintenant bien documenté.

1.4.2.1. Transport classique

Il s'agit de la forme la plus simple de transport collisionnel. Lors d'une collision, le centre-guide de chaque particule se retrouve décalé. Il s'en suit radialement une marche au hasard donc une diffusion. L'importance de ce transport peut être estimée simplement : le décalage de centre-guide est de l'ordre d'un rayon de Larmor, de plus la fréquence de la marche au hasard est la fréquence de collision. Dans un tokamak, pour les ions le rayon de Larmor est de l'ordre de $\Delta r \sim 10^{-3}m$, et le temps de collision de l'ordre de $\Delta t \sim 10^{-3}s$, ce qui fait une

⁸La section efficace de collision coulombienne entre particules diminue avec la température. Dans un plasma de tokamak, la température est généralement élevée (plusieurs keV) et la densité modérée (de l'ordre de $10^{21}m^{-3}$), ce qui fait que la fréquence des collisions électrons-ions est assez faible, de l'ordre de la ms. Or, les phénomènes régissant le transport de chaleur agissent différemment sur les électrons et sur les ions ; de plus les sources de chaleur sont très différentes pour les électrons et pour les ions. Ainsi, le transport de chaleur ionique est largement découplé du transport de chaleur électronique, et $T_e \neq T_i$.

⁹A ce sujet il est intéressant de rappeler que la collision de deux particules identiques n'induit pas de transport global. En effet, le transfert de quantité de mouvement dans ce cas est identique (mais de sens opposé) pour les deux particules, et les déviations de centre-guide sont égales. Il y a bien eu un déplacement local, mais aucun déplacement moyen. A grande échelle donc, le bilan est nul.

diffusion de l'ordre de

$$D_{class} \sim \frac{\Delta r^2}{\Delta t} \sim 10^{-3} m^2 s^{-1}$$

ce qui est très faible par rapport aux diffusivités mesurées expérimentalement, de l'ordre de $1 m^2 s^{-1}$.

1.4.2.2. Transport néoclassique

Comme le champ magnétique n'est pas uniforme, le changement de trajectoire lors d'une collision peut avoir un effet beaucoup plus important. C'est le transport néoclassique, qui est dû au piégeage d'une partie des particules du côté externe du tore.

diffusivité des particules majoritaires Un terme essentiel du transport néoclassique consiste à considérer les électrons piégés. Pour ces particules, une collision conduit au changement de trajectoire banane (et non plus seulement au changement de trajectoire cyclotronique), si la période d'évolution le long de la trajectoire banane est plus courte que le temps de collision. La marche au hasard a alors un pas plus important que dans le cas du transport classique, ce qui conduit à une diffusivité

$$D_{neo} = \frac{\nu_{ei} \rho_b^2}{\sqrt{\epsilon}}$$

qui est plus importante : de l'ordre de $10^{-3} m^2 s^{-1}$ pour les électrons et $0.1 m^2 s^{-1}$ pour les ions. Cette diffusivité reste néanmoins beaucoup plus faible que la diffusivité observée expérimentalement.

Effet Ware C'est l'effet du champ électrique toroïdal E_φ sur la trajectoire des particules piégées. Le champ électrique toroïdal accélère les particules sur une moitié de la banane et les ralentit sur l'autre moitié. Il s'ensuit que la trajectoire n'est plus symétrique poloïdalement, et la particule est sensible à la dérive verticale plus longtemps lorsque celle-ci est dirigée vers l'intérieur que vers l'extérieur. La particule subit donc une vitesse moyenne vers l'axe du plasma [3].

Cette vitesse moyenne peut être calculée très simplement en considérant l'équation du mouvement suivant φ :

$$d_t m v_\varphi = q \left(E_\varphi + \left(\vec{v} \wedge \vec{B} \right)_\varphi \right)$$

En moyenne sur une trajectoire banane, le terme de gauche disparaît et il reste

$$E_\varphi = - \langle v_r B_\theta - v_\theta B_r \rangle = - \langle v_r \rangle B_\theta$$

d'où

$$\langle v_r \rangle = - \frac{E_\varphi}{B_\theta}$$

Cette vitesse, typiquement de l'ordre de $0.2 m s^{-1}$, concerne les particules piégées seulement. Elle est identique pour les électrons et pour les ions, ne dépend pas de leur température, et conduit à une convection de la matière vers l'intérieur du plasma. De plus, elle disparaît lors des chocs sans courant inductif ($E_\varphi = 0$), c'est à dire les chocs où le courant est généré

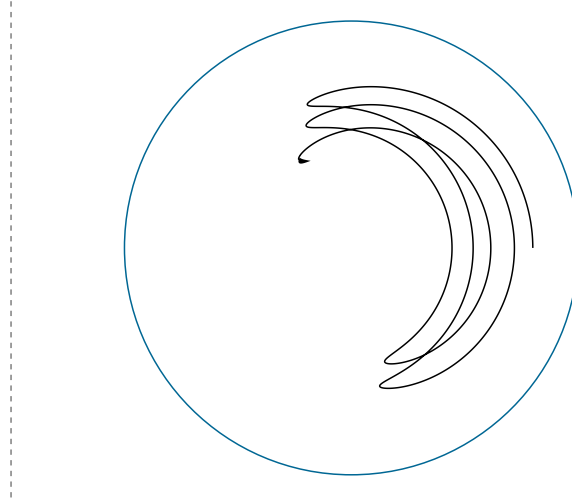


FIG. 1.3.: Effet Ware : projection de la trajectoire du centre-guide dans un plan poloïdal. Les orbites bananes ne sont plus symétriques verticalement, ce qui induit un déplacement de l'orbite vers l'intérieur du plasma.

uniquement par des ondes (LHCD, ECCD,...) et le courant de bootstrap (régimes dits de "tokamak avancé").

Transport néoclassique des impuretés. Le transport collisionnel (néoclassique) est plus important pour les impuretés que pour les électrons ou les ions majoritaires, parce que la section efficace de collision augmente avec la charge de la particule et est donc plus importante pour les impuretés.

Le transport néoclassique des impuretés dans une géométrie arbitraire (de type tokamak) a fait l'objet d'une revue par Hirshman et Sigmar [4]. Il s'agit de phénomènes complexes dont il n'est pas aisé de tirer des tendances qualitatives générales [5].

Néanmoins le transport néoclassique des impuretés est calculé numériquement par divers codes comme NCLASS [6] et est quantitativement insuffisant pour expliquer le transport d'impuretés observé dans la plupart des tokamaks actuels [7, 8, 9, 10].

1.4.3. Microturbulence

Lorsqu'on augmente la puissance de chauffage, et donc pour des gradients de température de plus en plus forts, le confinement du plasma se dégrade, du fait de l'apparition d'une turbulence à petite échelle. Il s'agit d'une turbulence liée à la présence de différentes espèces de particules dans le plasma, à petite échelle (de l'ordre du rayon de Larmor ionique) mais responsable d'un transport perpendiculaire important à grande échelle. Le confinement est typiquement un ordre de grandeur moins bon qu'avec le transport néoclassique seul.

L'effet de la turbulence sur le transport de chaleur a été largement étudié durant les dernières décennies ; le transport turbulent de particules quant à lui a reçu une attention plus tardive. L'effet de la turbulence sur le transport d'impuretés reste largement méconnu et fait l'objet de ce travail.

1.4.4. Instabilités MHD affectant le transport

La MHD (Magnétohydrodynamique) est l'étude d'un fluide conducteur, neutre électriquement, en présence d'un champ magnétique. Les différentes particules constituant le plasma ne sont pas différenciées, ce qui conduit à négliger des phénomènes essentiels comme la microturbulence. Néanmoins, de nombreuses instabilités très communes dans les plasmas de tokamak peuvent être décrites avec ce modèle.

1.4.4.1. Dents de scie

Les dents de scie sont une instabilité qui apparaît dans un plasma de tokamak lorsqu'il existe dans le plasma une surface où $q = 1$. Dès que le courant situé à l'intérieur de la surface $q = 1$ est suffisant, le cisaillement magnétique sur la surface $q = 1$ rend favorable une reconnexion des lignes de champ situées à l'intérieur avec les lignes de champ situées à l'extérieur. Il se forme donc une surface magnétique indépendante, un îlot, qui s'étend très rapidement vers l'intérieur jusqu'à occuper tout l'intérieur de l'ancienne surface $q = 1$. Durant ce processus, très rapide, le plasma situé à l'intérieur de la surface est expulsé et le nouveau plasma à l'intérieur de la surface $q = 1$ a un courant, une température et une densité uniformes. Puis le courant recommence à y augmenter lentement, jusqu'à atteindre de nouveau une valeur suffisante pour déclencher une nouvelle reconnexion.

L'évolution temporelle de la température, de la densité et du courant présente donc des « dents de scie », augmentant lentement ($\sim 50ms$) puis chutant très rapidement ($\sim 100\mu s$). L'effet de ces dents de scie, en moyenne sur une période est ainsi d'aplatir les profils. Concernant les impuretés, le coeur du plasma est donc « nettoyé » régulièrement, ce qui empêche toute accumulation.

1.4.4.2. NTMs

Comme les dents de scie, les NTMs (« Neoclassical Tearing Modes ») sont des îlots magnétiques qui croissent sur des surfaces de q rationnel, mais les NTMs apparaissent le plus fréquemment sur les surfaces $q = 2$ ou $3/2$. Contrairement aux dents de scie, ces îlots ne s'étendent pas jusqu'au coeur du plasma mais sont limités en largeur par un phénomène de saturation non linéaire. Ils présentent ainsi un aplatissement local du profil de pression, lequel modifie le courant de bootstrap ce qui permet en retour la croissance de l'îlot.

Leur effet est donc de produire sur les surfaces de q rationnel une zone de transport très fortement augmenté (par la composante radiale du champ magnétique dans l'îlot), donc des plateaux dans les profils. De plus ils perturbent localement considérablement la diffusivité et la convection des particules, y compris des impuretés.

1.4.4.3. ELMs

Les modes localisés de bord, ou ELMs (pour « Edge Localized modes »), apparaissent au bord du plasma en présence d'une barrière de transport. Dans ces barrières, le transport turbulent est fortement réduit, ce qui permet à des gradients importants de pression (le « piédestal ») de se constituer. Au delà d'un certain gradient de pression, un mode MHD se développe, augmente brutalement le transport radial et fait relaxer le piédestal. Ces ELMs sont essentiels pour l'étude du plasma de bord et augmentent les contraintes sur les matériaux de la paroi,

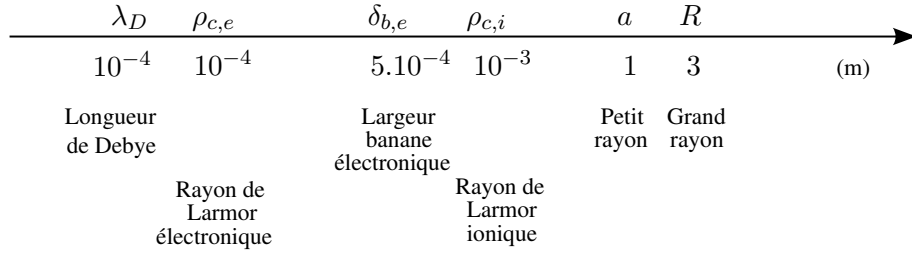


FIG. 1.4.: Échelles de référence

mais influent peu sur le plasma de coeur si ce n'est comme condition aux limites, par la limitation d'amplitude moyenne du piédestal. Notamment, en expulsant périodiquement une partie du plasma, ils aident à éliminer les impuretés du coeur du plasma.

1.4.5. Variables adimensionnées

Les paramètres du plasma sont souvent résumés à un ensemble de paramètres adimensionnés, qui décrivent les caractéristiques d'un plasma indépendamment de ses dimensions réelles. Il existe trois paramètres largement utilisés :

- ρ_* est le rapport du rayon de Larmor à la taille de la machine . Pour $\rho_* \rightarrow 0$, les phénomènes comme la turbulence sont locaux : ils ne dépendent pas de la taille de la machine.
- ν_* , la collisionnalité, rapport de la fréquence de collision à la fréquence de transit (l'inverse du temps nécessaire à une particule pour traverser le plasma), décrit l'influence relative des collisions. Pour $\nu_* \rightarrow 0$, les collisions deviennent négligeables.
- β , rapport de la pression cinétique à la pression magnétique, décrit l'importance des phénomènes électromagnétiques dans la turbulence. A faible β , la quantité d'énergie disponible pour la turbulence (et donc pour des fluctuations de champ magnétiques) est très faible devant l'énergie du champ magnétique statique : celui-ci est peu perturbé par la turbulence, c'est l'approximation électrostatique.

D'autres quantités adimensionnées sont également importantes : le facteur de sécurité q (influe sur le développement des modes, tant MHD que de microturbulence), le rapport d'aspect ϵ (déterminant notamment la fraction de particules piégées), Z_{eff} qui représente la quantité d'impuretés présentes dans le plasma, ...

1.4.6. Échelles de référence

Les échelles de temps et de longueur sont résumées dans la figure 1.4 .

1.5. Positionnement du sujet

1.5.1. Contexte expérimental

De nombreuses expériences de transport d'impuretés ont été effectuées durant les 20 dernières années. Bien que les résultats soient assez dispersés, on peut en tirer quelques conclusions générales.

La plupart des résultats en mode L suggèrent l'existence d'une région centrale où la diffusion varie, selon les cas, entre la valeur néoclassique [11] et un ordre de grandeur au-dessus [12, 13].

A l'extérieur de cette région, le transport est généralement au moins deux ordres de grandeur au-dessus de la valeur néoclassique. Dans des plasmas en mode H, le même comportement est le plus souvent observé [9, 14, 15, 7]. Il est à noter cependant qu'un profil de diffusion plat et fortement anormal a parfois été rapporté [16].

En présence de chauffage additionnel, on note généralement une réduction de l'accumulation d'impuretés [8, 15, 17].

Divers résultats récents sont plus focalisés sur les dépendances paramétriques. En particulier, en changeant le rapport T_e/T_i on observe une inversion du sens de la vitesse de pincement [9] (vers l'extérieur à fort T_e/T_i). De plus, la dépendance en Z a été testée dans [18] et [19]. Le transport observé semble indépendant de Z .

1.5.2. Théorie.

Le transport d'impuretés néoclassique, contribution des collisions entre particules de différentes espèces au transport radial de particules, est maintenant bien connu ; la théorie a été explicitée dans [4] et diverses implémentations numériques complètes existent, comme le code NCLASS [6]. Les valeurs de diffusion, de l'ordre de $0.01 m^2 s^{-1}$, sont trop faible pour rendre compte des résultats expérimentaux dans les tokamaks actuels.

Par contre, le transport turbulent d'impuretés a reçu très peu d'attention théorique jusque très récemment [20, 21, 22]. Les démarches et résultats théoriques du transport électronique ont donc été adaptés au transport des impuretés dans ce travail.

Le transport électronique lié à la turbulence a été étudié depuis plusieurs décennies (voir [23, 24, 25] pour des revues). La présence de mécanismes de pincement a été particulièrement étudiée : en effet, la puissance fusion étant proportionnelle au carré de la densité de combustible, un piquage de densité, même modeste, est très bénéfique. Deux mécanismes ont été particulièrement étudiés : l'équipartition turbulente (TEP, pour « turbulent equipartition ») et la thermodiffusion. Ces mécanismes conduisent à un flux de la forme [26]

$$\Gamma_e = -f_t D \left(\nabla_r n_e + C_q \frac{2}{R} n_e - C_T \frac{\nabla_r T_e}{T_e} n_e \right)$$

où le terme en C_q est décrit par la TEP et celui contenant C_T est la thermodiffusion. Les valeurs de C_q et C_T dépendent des conditions de turbulence .

1.5.2.1. TEP

La théorie de l'équipartition turbulente a été initialement développée dans [27] puis reformulée dans [28, 29, 30]. Il s'agit de prendre en compte la courbure du champ magnétique (ou, de manière équivalente, le gradient de champ magnétique) dans le transport lié à la dérive électrique turbulente. Il en résulte un piquage de densité.

Il est à noter que le gradient de champ magnétique n'est pas une force thermodynamique, mais induit un effet géométrique. Il est donc plus exact de considérer cet effet comme une diffusion induisant un profil plat d'une quantité qui est la densité corrigée de l'effet géométrique de l'inhomogénéité du champ magnétique. Cette correction dépend des modèles utilisés.

Pour les électrons piégés, la précession des orbites conduit à

$$C_q = \frac{1}{4} + \frac{2s}{3}$$

où s est le cisaillement magnétique. Pour les ions, la valeur de

$$C_q = \langle \cos \theta + s \theta \sin \theta \rangle$$

dépend du degré de ballonnement de la turbulence : dans la limite du ballonnement fort (présence de turbulence seulement pour $\theta \sim 0$), $C_q \sim 1 + (s - \frac{1}{2}) \langle \theta^2 \rangle$.

Ce pincement dépend donc du profil de q . Une telle dépendance a été observée expérimentalement en mode L dans JET [31] et Tore Supra [32].

D'autre part, les collisions modifient le comportement des particules piégées, et diminuent la valeur de C_q , ce qui permet d'expliquer l'aplatissement du profil de densité aux fortes collisionnalités [33].

1.5.2.2. Thermodiffusion

La thermodiffusion a été présentée dans [34] et plus récemment dans [35]. Si on prend en compte la compressibilité de la dérive diamagnétique dans le transport de densité électronique, on obtient dans le flux de particules un terme proportionnel au gradient de température (d'où l'appellation « thermodiffusion ») qui conduit à un piquage de densité. La constante C_T est positive (pincement vers l'intérieur) pour une turbulence dominée par des modes ioniques, et décroît jusqu'à devenir négative pour des régimes dominés par les modes électroniques, ce qui a été constaté dans des simulations de turbulence [36].

1.5.3. Démarche

La suite de ce travail est organisée en trois parties. La partie 1 présente un modèle quasi-linéaire analytique du transport turbulent d'impuretés, inspiré des modèles déjà disponibles pour le transport électronique. Dans la partie 2, un modèle non-linéaire de transport d'impuretés est implémenté dans le code TRB, et les caractéristiques du transport d'impuretés en mode non-linéaire sont étudiées. Enfin, la partie 3 contient une comparaison de ces modèles avec des données expérimentales.

Première partie .

Analyse de stabilité

2. Description fluide du plasma

2.1. Généralités

2.1.1. Modèle particulaire

Une description complète du plasma consiste à décrire l'état (position, vitesse) de chaque particule à chaque instant, de manière cohérente avec les champs électrique et magnétique, et ensuite en déduire les grandeurs intéressantes (comme par exemple la densité, le champ électrique...). Or, du fait du grand nombre de particules dans le plasma¹, c'est à la fois impossible et inutile². En effet, les grandeurs mesurables et intéressantes sont des grandeurs moyennes qui dépendent de l'effet collectif de très nombreuses particules.

2.1.2. Modèle cinétique.

D'un problème à 6N équations décrivant la trajectoire de chaque particule individuellement dans l'espace des phases en fonction de l'état individuel de *toutes* les autres particules, la physique statistique permet de se ramener à un modèle cinétique à 6 dimensions plus le temps par espèce où chaque espèce est décrite par sa fonction de distribution $f(\vec{q}, \vec{p}, t)$ dans l'espace des phases. Cette approximation est valide à des échelles grandes devant la longueur de Debye, en dessous desquelles les effets individuels apparaissent.

La conservation des particules est alors traduite par une équation sur la fonction de distribution : la variation de f le long d'une trajectoire de l'espace des phases doit être la compression du flux (le terme de collisions est généralement négligeable dans un plasma de coeur de tokamak³)

$$d_t f = \partial_t f + \dot{\vec{q}} \cdot \partial_{\vec{q}} f + \dot{\vec{p}} \cdot \partial_{\vec{p}} f = -f \left(\partial_{\vec{q}} \cdot \dot{\vec{q}} + \partial_{\vec{p}} \cdot \dot{\vec{p}} \right)$$

En fait, les équations de Hamilton $\dot{\vec{p}} = -\partial_{\vec{q}} H$ et $\dot{\vec{q}} = \partial_{\vec{p}} H$ montrent que le terme de droite (compression) est nul ; on obtient ainsi l'équation de Vlasov :

$$\partial_t f - [H, f] = 0 \quad (2.1)$$

où le crochet de Poisson est défini par $[H, f] = \partial_{\vec{q}} H \partial_{\vec{p}} f - \partial_{\vec{p}} H \partial_{\vec{q}} f$.

Modèle gyrocinétique De très nombreux phénomènes, en particulier concernant la micro-turbulence, se passent à des échelles où les temps sont longs devant la période de rotation cyclotronique des ions (et *a fortiori* des électrons). Dans ces conditions, on peut utiliser une fonction de distribution moyennée sur le mouvement cyclotronique [37]. L'espace des phases

¹Typiquement de l'ordre de 10^{21} dans un tokamak actuel.

²Cela correspond à une quantité d'information beaucoup trop grande ; de plus, les trajectoires des particules sont chaotiques, ce qui fait qu'au bout d'un temps très court elles sont fortement modifiées par la plus infime perturbation de leur état initial.

³Les collisions coulombiennes diminuent avec la température.

n'a alors plus que 5 dimensions : par exemple $\vec{x}_G$ la position du centre-guide, μ le moment magnétique, et K l'énergie cinétique. La particule ne « voit » alors plus le potentiel électrique réel, mais le potentiel électrique moyenné sur une rotation cyclotronique⁴. Ceci revient à modifier les équations de Maxwell, et dans ces conditions l'équation de Vlasov (2.1) devient l'équation gyrocinétique.

Ce modèle, qui permet de s'affranchir d'une dimension par rapport à un modèle cinétique complet⁵, a été récemment largement étudié, analytiquement et numériquement [38, 39].

2.1.3. Modèle fluide.

On peut simplifier le modèle cinétique : au lieu de considérer la fonction de distribution dans l'espace des phases, on l'intègre dans l'espace des vitesses pour ne plus considérer que ses « moments »

$$\begin{aligned} n(\vec{q}, t) &= \int f(\vec{q}, \vec{v}, t) d\vec{v} \\ \vec{v}(\vec{q}, t) &= \int \vec{v} f(\vec{q}, \vec{v}, t) d\vec{v} \\ P(\vec{q}, t) &= \int (\vec{v} - \langle \vec{v} \rangle) \otimes (\vec{v} - \langle \vec{v} \rangle) f(\vec{q}, \vec{v}, t) d\vec{v} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

On obtient les équations d'évolution de ces champs en intégrant pour chaque espèce l'équation (gyro)cinétique dans l'espace des vitesses - plus précisément en prenant les moments de l'ensemble de l'équation (gyro)cinétique. On obtient ainsi une équation pour chaque moment.

Le terme $\vec{q} \cdot \partial_{\vec{q}} f$ de l'équation de Vlasov implique que l'équation fluide régissant le moment d'ordre m dépend du moment d'ordre $m + 1$. Tel quel, cet ensemble d'équations est infini, il est donc nécessaire d'exprimer un des moments en fonction des autres. C'est le problème complexe de la fermeture. Cette équation peut intervenir à différents niveaux, par exemple une approximation isotherme permet de s'affranchir des moments d'ordre 2 (pression) et au-delà. D'autres fermetures, plus fines, conservent la pression mais non les moments supérieurs.

2.2. Équations de Braginskii

Les équations de Braginskii décrivent l'évolution des moments fluides. Elles s'obtiennent en intégrant l'équation de Fokker-Planck (l'équation de Vlasov tenant compte des collisions), dans l'hypothèse où il y a suffisamment de collisions pour que la fonction de distribution des particules soit toujours proche d'une Maxwellienne.

Dans la suite, on néglige les termes de friction. On suppose ainsi que les collisions sont suffisantes pour maintenir une fonction de distribution proche d'une Maxwellienne, mais suffisamment faibles pour ne pas produire d'effets de viscosité significatifs.

L'équation d'évolution de la densité est

$$d_t n_s = -n_s \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s \quad (2.2)$$

⁴qui est le produit de convolution du potentiel par une fonction de Bessel.

⁵au prix de l'hypothèse que toutes les fréquences d'intérêt sont beaucoup plus faibles que la fréquence cyclotronique, ce qui explique que ce modèle ne soit pas adapté à l'étude des interactions entre le plasma et les ondes RF utilisées pour les chauffages.

Le bilan des forces donne l'évolution de la vitesse fluide

$$n_s m_s d_t \vec{v}_s = n_s e_s \left(\vec{E} + \vec{v}_s \wedge \vec{B} \right) - \vec{\nabla} P_s - \vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}_s \quad (2.3)$$

Enfin, la conservation de l'énergie gouverne l'évolution de la pression

$$\frac{3}{2} n_s d_t T_s = -P_s \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s - \vec{\Pi}_s : \vec{\nabla} \vec{v}_s \quad (2.4)$$

où q_s , le flux de chaleur, doit être spécifié au moyen d'hypothèses sur la fonction de distribution.

2.3. Vitesses de dérive

2.3.1. Vitesses de dérive fluides

Les équations de Braginskii, représentent le comportement fluide du plasma. Il n'existe pas, dans ce cadre, de centre-guide ou de vitesse de dérive : il n'existe qu'une vitesse fluide pour chaque espèce, donnée par (2.3). Cependant, la composante perpendiculaire à $\vec{B}$ de cette vitesse doit correspondre aux vitesses de dérive.

On ne considère que la composante perpendiculaire à $\vec{B}$ de l'équation (2.3) et en lui appliquant $\frac{\vec{B}}{B^2} \wedge$ on obtient

$$\vec{v}_\perp = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} + \frac{1}{e_s n_s} \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} P_s + \frac{1}{e_s n_s} \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}_s + \frac{m_s}{e_s} \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge d_t \vec{v}_\perp \quad (2.5)$$

On obtient donc trois vitesses de dérive,

- la dérive électrique
- la dérive diamagnétique
- la dérive de polarisation

2.3.2. Dérive électrique

En présence d'un champ électrique, chaque particule subit une vitesse de dérive

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \phi$$

identique pour toutes les particules du plasma (1.2.2.2), le fluide subit donc globalement cette dérive.

2.3.3. Dérive diamagnétique

2.3.3.1. Dérive diamagnétique en théorie fluide

Il s'agit du second terme de l'équation (2.5) :

$$\vec{v}_\star = \frac{1}{e_s n_s} \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} P_s$$

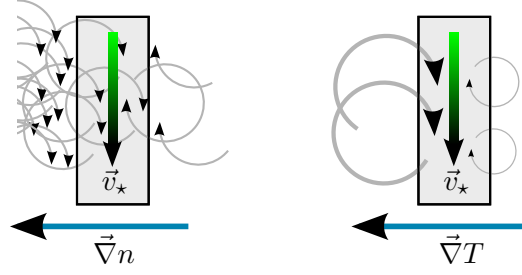


FIG. 2.1.: Dérive diamagnétique, en présence de gradient de densité (à gauche), et de température (à droite).

Cette dérive correspond bien à un mouvement d'ensemble des particules dans le plasma à une position donnée, cependant les centre-guides des particules ne bougent pas, ce qui peut se comprendre comme suit. Cette dérive provient de la « force » du gradient de pression, qui n'est pas une force agissant sur les particules mais plutôt un bilan de quantité de mouvement.

A titre d'exemple, on peut considérer le cas d'un gradient de densité. A une position donnée, il y a plus de particules ayant leur centre-guide du côté des fortes densités que de particules ayant leur centre-guide du côté des faibles densités. Les particules d'une espèce tournent toutes dans le même sens, donc le mouvement cyclotronique dirige localement les premières dans une direction et les secondes dans la direction opposée. Il en résulte, par effet de bilan, une vitesse d'ensemble du fluide sans autre mouvement de chaque particule que son mouvement cyclotronique.

Le cas d'un gradient de température est identique : alors les particules ayant leur centre-guide du côté forte température sont en moyenne plus rapides que les autres, et il s'ensuit localement une vitesse d'ensemble. Ces effets sont décrits à la figure 2.1.

2.3.3.2. Lien avec le mouvement des particules

Le lien entre la description fluide de la dérive diamagnétique et le mouvement des particules apparaît lors du passage gyrocinétique - fluide comme conséquence de la dérive de gradient et de courbure.

En effet, considérons le courant porté par cette dérive :

$$\vec{j}_g = n_s e_s \frac{m_s v_{\parallel}^2 + \mu B}{e_s B} \frac{\vec{B}}{B} \wedge \frac{\vec{\nabla} B}{B}$$

A ce courant s'ajoute le courant d'aimantation, correspondant au courant porté par le mouvement cyclotronique, qu'on peut calculer simplement par

$$\vec{j}_M = \vec{\nabla} \wedge \vec{M} = \vec{\nabla} \wedge \left(n_s \mu \frac{\vec{B}}{B} \right) = \vec{\nabla} \wedge \left(-\frac{n_s T_s \vec{B}}{B^2} \right) = -\vec{\nabla} P_s \wedge \frac{\vec{B}}{B^2} - P_s \vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{B^2} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} P_s - 2P_s \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^3}$$

Le courant total est donc

$$\vec{j}_{tot} = \vec{j}_g + \vec{j}_M = n_s \frac{2T_s}{B} \frac{\vec{B}}{B} \wedge \frac{\vec{\nabla} B}{B} + \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} P_s - 2P_s \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^3} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} P_s$$

On voit donc que le terme en $\vec{\nabla}B$ du courant d'aimantation compense en partie la dérive de gradient et de courbure, ce qui correspond finalement à une vitesse de dérive

$$\vec{v}_* = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \frac{\vec{\nabla}P}{e_s n_{eq}}$$

C'est bien la vitesse obtenue à partir des équations fluides.

2.3.3.3. Tenseur des contraintes

Le tenseur des contraintes $\vec{\Pi}$ qui apparaît dans (2.3) et subséquemment dans (2.5) représente les effets de viscosité liés aux collisions. On supposera ici que la viscosité est suffisamment faible aux échelles de temps et d'espace considérées pour que ce terme soit négligeable, ce qui est raisonnable dans la limite d'un plasma chaud et peu dense.

Cependant, bien que ce tenseur de contraintes soit de nature collisionnelle, un terme ne dépend pas de la collisionnalité. Néanmoins, ce terme compense un terme de la dérive de polarisation (section 2.3.4) et disparaît avec celui-ci des équations du mouvement.

2.3.4. Dérive de polarisation

Il s'agit du dernier terme de l'équation (2.5). C'est l'effet des variations des vitesses de dérive à des fréquences comparable à la fréquence cyclotronique :

$$\vec{v}_{pol} = \frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \frac{m_s}{e_s} d_t \vec{v}_d = \frac{\vec{B}}{B} \wedge \frac{d_t \vec{v}_d}{\omega_{cs}}$$

où $\vec{v}_d$ représente en toute généralité la somme de toutes les vitesses de dérive (dérive de polarisation comprise). En fait dans des conditions classiques d'un plasma de coeur de tokamak, la dérive électrique et la dérive diamagnétique sont dominantes et on ne garde donc qu'elles :

$$\vec{v}_{pol} = \frac{1}{\omega_{cs}} \frac{\vec{B}}{B} \wedge (\partial_t + \vec{v}_E \cdot \nabla + \vec{v}_* \cdot \nabla) (\vec{v}_E + \vec{v}_*)$$

Or, dans la limite des faibles collisionnalités (donc des faibles viscosités), $\frac{1}{\omega_{cs}} (\partial_t + \vec{v}_d \cdot \nabla) (\vec{v}_*)$ compense le terme $\vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}$ de (2.5), lié au tenseur des contraintes. Ceci peut se comprendre en se rappelant que les termes correspondants dans l'équation du mouvement fluide (2.3) ne sont, en l'absence de collisions, que des termes de bilan local de quantité de mouvement, et n'agissent pas directement sur la trajectoire des particules. Ainsi, une variation rapide des vitesses de dérive correspondantes n'a pas d'effet sur la trajectoire cyclotronique des particules, et n'induit donc pas de dérive spécifique⁶.

⁶En présence de collisions, par contre, il y a bien transfert de quantité de mouvement et la viscosité n'est plus négligeable. Il reste dans ce cas des termes résiduels non nuls dans la dérive de polarisation.

2.3.4.1. Dérive de polarisation liée aux variations de dérive électrique

L'effet d'une variation de dérive électrique est

$$\vec{v}_{pol}^{(E)} = \frac{1}{\omega_{cs}} \frac{\vec{B}}{B} \wedge d_t \left(\frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \phi \right) = -\frac{m_s}{e_s B^2} d_t \vec{\nabla} \phi$$

Cette dérive apparaît lors de la présence d'un champ électrique fluctuant. Comme elle est proportionnelle à m_s , elle est négligeable pour les électrons.

2.3.4.2. Dérive de polarisation liée aux variations de dérive diamagnétique

Le terme, dans la dérive de polarisation, lié à la vitesse diamagnétique,

$$\vec{v}_{pol}^{(*)} = -\frac{m_s}{e_s B^2} \left(\vec{v}_* \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\nabla} \phi = -\frac{m_s}{e_s B^2} \left[\frac{P_s}{e_s n_{s,eq}}, \vec{\nabla} \phi \right]$$

On utilise ici les “crochets de poisson”. Cette notation est le plus souvent utilisée pour la vitesse de dérive électrique $\vec{v}_E \cdot \vec{\nabla} = \left(\frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \phi \right) \cdot \vec{\nabla} = \frac{1}{B} \left(\begin{array}{c|c} 0 & \frac{\partial_r}{r^{-1}\partial_\theta} \\ 0 & R^{-1}\partial_\varphi \\ 1 & \phi \end{array} \right) \cdot \begin{array}{c} \frac{\partial_r}{r^{-1}\partial_\theta} \\ R^{-1}\partial_\varphi \end{array} = \frac{1}{B} \frac{1}{r} (\partial_r \phi \partial_\theta - \partial_\theta \phi \partial_r) = \frac{1}{B} [\phi, \cdot]$. Ici, pour la dérive diamagnétique, en remplaçant ϕ par $\frac{P_s}{e_s n_{s,eq}}$, on obtient $\vec{v}_* \cdot \vec{\nabla} = \frac{1}{B} \left[\frac{P_s}{e_s n_{s,eq}}, \cdot \right]$.

2.3.5. Conclusion

La trajectoire des particules (plus précisément, de leur centre-guide) ne s'effectue le long des lignes de champ qu'en première approximation. De même, un modèle fluide indique que la vitesse fluide n'est pas nulle transversalement au champ magnétique. Plusieurs phénomènes causent ainsi une dérive des particules, dont certains dépendent de la charge des particules. Ceci est à l'origine de l'interaction turbulente entre le plasma et le champ électromagnétique : une dérive différente pour les électrons et pour les ions va tendre à une séparation de charges, ce qui crée un champ électrique. Le mécanisme de cette interaction est discuté plus en détail dans le chapitre 3.

3. Instabilités ITG/TEM

3.1. Principe

3.1.1. Instabilité et turbulence

3.1.1.1. Introduction

On pourrait définir de manière générale une instabilité comme un processus par lequel une petite perturbation d'un équilibre est amplifiée exponentiellement. La nature du phénomène et des grandeurs perturbées définit l'instabilité ; dans le cadre de la microturbulence dans un plasma chaud par exemple, les instabilités principales proviennent de l'interaction du champ électromagnétique avec les particules chargées du plasma. Une perturbation de champ électromagnétique provoque en effet dans certains cas une réponse du plasma de nature à amplifier cette perturbation initiale. Une instabilité est généralement un phénomène linéaire : dans le cas d'un plasma, la réponse à une perturbation électromagnétique infinitésimale est proportionnelle à cette perturbation.

La turbulence, d'un autre côté, peut être décrite comme la compétition d'une instabilité avec un phénomène de saturation, par couplage non linéaire entre plusieurs modes. Une perturbation initiale infinitésimale croît linéairement jusqu'à atteindre une amplitude qui favorise des effets non-linéaires (proportionnels par exemple au carré de la perturbation), lesquels vont limiter l'amplitude de cette perturbation, ce qui conduit à un état stationnaire fluctuant.

Une turbulence typique de thermoconvection est celle par laquelle un fluide chauffé continûment par sa base développe des mouvements convectifs qui répartissent en partie la chaleur, ce qui limite l'amplitude de l'instabilité. L'instabilité correspondante (instabilité de Rayleigh-Bénard) provient de la compétition entre le gradient de température et la force de gravité.

3.1.1.2. Types d'instabilités étudiées

Dans un tokamak de nombreuses instabilités sont susceptibles de se présenter. Certaines ne sont pas stabilisées non-linéairement et conduisent à l'arrêt brutal de la décharge (une disruption). Il est donc impératif de se maintenir dans un régime tel que ces instabilités soient absentes, en se plaçant sous le seuil d'instabilité. D'autres sont instables, mais sont limitées non-linéairement en amplitude et sont responsables de la turbulence. C'est le cas des instabilités étudiées dans le cadre de ce travail.

On se limite par la suite aux instabilités et à la turbulence électrostatiques, c'est-à-dire que l'on néglige les fluctuations de champ magnétique¹. Deux instabilités de ce type sont

¹Cette hypothèse, dont la validité expérimentale est toujours débattue, est néanmoins supportée par diverses mesures récentes indiquant que l'effet de β sur le confinement semble négligeable. $\beta \propto \frac{P}{B^2}$ est le rapport de la pression cinétique sur la pression magnétique. Comme la turbulence augmente avec la pression, dans le cadre d'une turbulence magnétique les fluctuations de B augmentent avec P et donc les fluctuations relatives $\frac{\delta B}{B}$ avec β , ce qui augmenterait le transport à fort β . L'absence de dépendance du confinement en fonction de β indique que les fluctuations du champ magnétique ne semblent pas jouer un rôle dominant.

présentes fréquemment dans les plasmas de tokamak. Les instabilités de type ITG (pour « ion température gradient ») sont dues au gradient de température ionique. Les instabilités TEM (« Trapped electron modes ») sont liées à la présence d'électrons piégés, dont le piégeage les empêche de répondre adiabatiquement aux fluctuations de potentiel, et sont essentiellement contrôlées par les gradients de densité et de température électroniques.

3.1.2. Analyse de stabilité linéaire

Dans la suite de ce chapitre, on s'intéresse aux conditions d'instabilité de ces modes, ce qui constitue une étude purement linéaire (où l'on ne considère que des fluctuations infinitésimales). La nature linéaire du problème se prête bien à une étude analytique. Ce calcul se déroule en deux principales étapes :

- Dans un premier temps, on détermine la réponse du plasma à une perturbation de potentiel donnée. Cette réponse est due aux vitesses de dérive.
- Ensuite est introduite la quasineutralité, une relation entre les réponses en densité des différentes espèces qui impose une densité de charge nulle partout, quelle que soit la perturbation de potentiel initiale. Cette relation permet d'obtenir le taux de croissance de l'instabilité, et donc les domaines de paramètre où le plasma est instable.

Au chapitre 4, on étudie analytiquement l'effet qualitatif sur le transport des impuretés de la turbulence liée à ces modes. En effet on peut extraire des informations intéressantes sans faire d'hypothèse sur l'amplitude de la turbulence, dans le cas où l'amplitude relative des fluctuations reste faible et où le spectre de fluctuations est large - c'est l'hypothèse quasilineaire.

3.2. Réponse à une perturbation

La réponse du plasma à une perturbation électrique est donnée par les équations de conservation en présence de vitesses de dérive, elles-mêmes dues à la perturbation.

3.2.1. Équation de conservation de la densité

3.2.1.1. Équation de conservation

Comme toute équation de conservation, la conservation de la densité s'écrit pour chaque espèce « active » s (s pouvant désigner les électrons piégés, les ions ou les impuretés ; les électrons circulants ont un rôle « passif ») :

$$\partial_t n_s + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{v}_s) = S_{n_s}$$

où $\vec{v}$ désigne la vitesse des centre-guides, et non la vitesse des particules elles-mêmes. On peut séparer $\vec{v}$ en $\vec{v}_{\parallel}$ et $\vec{v}_{\perp}$, en effet les effets à l'origine des vitesses perpendiculaires au champ magnétique (dérives) et parallèle (accélération par la force électrique, et gradient de pression) sont de nature très différentes :

$$\partial_t n_s + \vec{\nabla}_{\perp} \cdot (n_s \vec{v}_{\perp s}) + \nabla_{\parallel} (n_s v_{\parallel s}) = S_{n_s}$$

La vitesse perpendiculaire est la somme des vitesses de dérives $\vec{v}_{\perp} = \vec{v}_E + \vec{v}_* + \vec{v}_{pol}$.

Pour chacune de ces vitesses, on peut séparer la partie advection et la partie compression :

$$\vec{\nabla} (n\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{\nabla} n + n \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$$

3.2.1.2. Advection

Pour l'advection on ne retiendra pas la dérive électrique. L'absence de $\vec{v}_*$ dans l'advection de la densité s'explique de la manière suivante : le flux de densité correspondant est $n_s \vec{v}_* = n_s \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} P}{n_s e_s B^2} = \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} P}{e_s B^2}$. La divergence de ce même flux est donc $\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} P}{e_s B^2}$, ce qui est clairement un terme de compression seulement. De plus, si on s'intéresse au flux moyen sur des temps longs, la dérive diamagnétique disparaît : si on décompose n , P , ϕ en grandeurs moyennes n_{eq} , P_{eq} , ϕ_{eq} et fluctuations infinitésimales $\tilde{n}$, $\tilde{P}$, $\tilde{\phi}$, ce qui est valide dans le cadre d'une étude linéaire, le flux radial moyen est $\langle n v_* \rangle_r = \left\langle \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} (P_{eq} + \tilde{P})}{e_s B^2} \right\rangle_r = \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} P_{eq}}{e_s B^2} \Big|_r + \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} \langle \tilde{P} \rangle}{e_s B^2} \Big|_r$. Le premier de ces termes est normal à $\vec{\nabla} P_{eq}$, donc sa composante radiale est nulle ; et par définition $\langle \tilde{P} \rangle = 0$. Ceci est une illustration du fait que la dérive diamagnétique ne correspond pas à un déplacement moyen de matière, mais plutôt à une vitesse moyenne locale des particules, ainsi qu'il est expliqué au paragraphe 2.3.3 .

D'autre part, on considère que l'advection due à la dérive diamagnétique est négligeable devant celle liée aux autres vitesses de dérive v_d . En effet,

$$|\vec{v}_{pol}| = \frac{m_s}{e_s B} dt v_d \sim \frac{\rho_s \omega}{c_s} v_d$$

où $1/\omega$ est un temps typique du phénomène étudié. Dans des conditions typiques des plasmas de coeur de tokamak, $\rho_s \sim 10^{-3}m$, la vitesse acoustique $c_s \sim 10^5 m s^{-1}$ et la turbulence ITG a lieu à des fréquences de l'ordre de $\omega \sim 10^5 s^{-1}$, ce qui implique

$$v_{pol} \sim 10^{-3} v_d$$

En amplitude donc, v_{pol} est négligeable devant les autres vitesses de dérive, ce qui permet de la négliger dans l'advection² : $v_{pol} \vec{\nabla} n \ll v_E \vec{\nabla} n$.

Comme il ne reste que la dérive électrique $\vec{v}_E$, la dérivée Lagrangienne est $d_t = \partial_t + \vec{v}_E \cdot \vec{\nabla}$. L'équation de conservation de la densité s'écrit donc :

$$\partial_t n_s + \vec{v}_E \cdot \vec{\nabla} n_s = -n_{s,eq} \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_E + \vec{v}_* + \vec{v}_{pol}) - n_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} + S_{n_s} \quad (3.1)$$

3.2.1.3. Compressibilité des vitesses de dérives

Arrivé à ce point, il est nécessaire de connaître les divergences des vitesses de dérive : elles sont responsables des effets de compressibilité dans la direction perpendiculaire aux lignes de champ.

²Par contre, on ne peut pas négliger les effets de compression de la vitesse de polarisation, car ils sont différents pour les électrons et les ions et jouent ainsi un rôle essentiel dans l'apparition du potentiel, nécessaire à l'instabilité.

Pour la vitesse électrique on obtient

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_E = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{B}}{B^2} \wedge \vec{\nabla} \phi \right) = \vec{\nabla} \phi \cdot \left(\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{B^2} \right)$$

On définit alors

$$\vec{\mathcal{C}} := \vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{B^2}$$

qui est un vecteur caractéristique de la courbure du champ magnétique, dirigé verticalement dans un tore où $B \propto 1/R$. Dans la limite des faibles β , où la pression d'équilibre ne modifie pas le champ magnétique dans le vide,

$$\vec{\mathcal{C}} = \frac{2\vec{B} \wedge \vec{\nabla} B}{B^3}$$

La compressibilité de la vitesse de dérive électrique est ainsi :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_E = \vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} \phi$$

Un calcul analogue permet d'obtenir la compressibilité des autres vitesses de dérive :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_E &= \vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} \phi \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_* &= \vec{\mathcal{C}} \cdot \frac{\vec{\nabla} P}{e_s n_{s,eq}} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_g &= \vec{\mathcal{C}} \cdot \frac{T_s}{e_s B} \vec{u}_r \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{pol} &= -\frac{m_s}{e_s B^2} d_t \nabla^2 \phi - \frac{m_s}{e_s^2 B^2 n_{s,eq}} \nabla \cdot [P_s, \nabla \phi] \end{aligned}$$

où dans $\nabla [P_s, \nabla \phi] = [P_s, \Delta \phi] + [\nabla P_s, \nabla \phi]$ on néglige le second terme, qui est d'ordre ρ_* plus faible.

L'opérateur $\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla}$, présent dans les dérivées électrique et diamagnétique, se note aussi

$$\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} = 2 \frac{|\vec{\nabla} B|}{B^2} \vec{e}_y \cdot \vec{\nabla} = 2 \frac{\nabla B}{B^2} \partial_y$$

où, dans un tokamak $|B| = \frac{B_0 R_0}{R}$ donc $\nabla B = -\frac{B_0 R_0}{R^2}$ d'où

$$\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} = -2 \frac{B_0 R_0}{R^2} \left(\frac{R}{B_0 R_0} \right)^2 \partial_y = -\frac{2}{B_0 R_0} (r^{-1} \cos \theta \partial_\theta + \sin \theta \partial_r)$$

Moyenne de va-et-vient Pour les électrons piégés, dont le mouvement de va-et-vient le long des trajectoires “bananes” (page 16) est très rapide devant les temps de corrélation des fluctuations, il faut considérer la moyenne de cette expression sur une trajectoire banane (*bounce average*).

On pose $\chi = \varphi - q\theta$, coordonnée angulaire normale aux lignes de champ. Si on suppose que la grandeur F (potentiel électrique pour $\vec{v}_E$, pression pour $\vec{v}_*$) à laquelle on applique $\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla}$ ne dépend que de χ et r , ce qui revient à dire qu'elle est uniforme le long des lignes de champ,

alors

$$\begin{aligned}\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} &= -\frac{2}{B_0 R_0} \langle r^{-1} \cos \theta \partial_\theta + \sin \theta \partial_r \rangle_{\text{bounce}} \\ &= -\frac{2}{B_0 R_0} \langle r^{-1} \cos \theta (-q) \partial_\chi + \sin \theta \partial_r q \partial_q \chi \partial_\chi + \sin \theta \partial_r \rangle_{\text{bounce}}\end{aligned}$$

Le troisième terme est de moyenne nulle³ et il reste

$$\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} = \frac{2}{B_0 R_0} \frac{q}{r} \langle \cos \theta \partial_\chi + s \theta \sin \theta \partial_\chi \rangle_{\text{bounce}}$$

où s représente le cisaillement magnétique (cf. 1.2). Cette moyenne ne doit pas être calculée directement, car elle ne concerne que les électrons piégés, et la fraction de particules piégées varie fortement avec θ (pour atteindre 0 en $\theta = \pm\pi$). Dans la limite des faibles ϵ_r , on obtient après un calcul cinétique

$$\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla} = \frac{2}{B_0 R_0} \frac{q}{r} \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} s \right) \partial_\chi$$

3.2.1.4. Réponse de la densité

Muni des divergences des vitesses de dérive, qui représentent donc les effets de compressibilité du plasma perpendiculairement au champ magnétique, on peut revenir au calcul de la réponse en densité à une fluctuation de potentiel. L'équation (3.1) devient

$$d_t n_s = -n_{s,eq} \vec{\mathcal{C}} \cdot \left(\vec{\nabla} \phi + \frac{\vec{\nabla} P_s}{e_s n_{s,eq}} \right) + n_{s,eq} \frac{m_s}{e_s B^2} d_t \nabla^2 \phi + \frac{m_s}{e_s^2 B^2} [P_{s,eq}, \Delta \phi] - n_{s,eq} \nabla_\parallel v_\parallel s + S_{n_s}$$

qu'on peut aussi noter

$$d_t \left(n_s - n_{s,eq} \frac{m_s}{e_s B^2} \nabla^2 \phi \right) = -\vec{\mathcal{C}} \cdot \left(n_{s,eq} \vec{\nabla} \phi + \frac{1}{e_s} \vec{\nabla} P_s \right) + \frac{m_s}{e_s^2 B^2} [P_{s,eq}, \Delta \phi] - n_{s,eq} \nabla_\parallel v_\parallel s + S_{n_s} \quad (3.2)$$

Il faut noter que du fait de leur plus faible masse, les électrons passants sont peu sensibles à la dérive de polarisation. De plus, leur dynamique parallèle est négligée (les électrons piégés ont une vitesse de précession fixe).

Il convient ici de considérer la moyenne ("Bounce average", cf sec.3.2.1.3) de l'opérateur $\vec{\mathcal{C}} \cdot \vec{\nabla}$ pour les électrons piégés.

3.2.1.5. Électrons circulants

Les électrons circulants ont pour densité moyenne

$$n_{ep,eq} = (1 - f_t) n_{e,eq}$$

où $f_t \simeq \sqrt{\frac{2r}{R}}$ (t pour *trapped*) est la fraction d'électrons piégés (1.2.2.3) et $f_p = (1 - f_t)$ est la fraction d'électrons circulants (p pour *passing*).

³ car $\langle \sin \theta \rangle = 0$; d'autre part la largeur banane est faible devant les longueurs de gradients, et par hypothèse $\partial_r F$ ne varie pas le long d'une ligne de champ.

Leur masse est très inférieure à celle des ions ; d'autre part ils ne sont pas contraints au mouvement d'aller-retour des particules piégées. Ils peuvent donc réagir beaucoup plus rapidement dans la direction parallèle que les ions ou que les électrons à une perturbation de potentiel. Ils atteignent ainsi très rapidement l'équilibre thermodynamique avec le potentiel électrique : ils sont considérés comme adiabatiques aux fréquences typiques de la microturbulence ITG/TEM étudiée ici⁴. On suppose donc que leurs fluctuations de densité sont de type Boltzmann :

$$n_{ep} = f_p n_{e,eq} + f_p n_{e,eq} \frac{e(\phi - \langle \phi \rangle)}{T_{e,eq}}$$

dont la dérivée Lagrangienne est

$$d_t n_{ep} = d_t f_p n_{e,eq} + d_t f_p n_{e,eq} \frac{e(\phi - \langle \phi \rangle)}{T_{e,eq}}$$

où $d_t f_p n_{e,eq} = \vec{v}_E \cdot \vec{\nabla} (f_p n_{e,eq}) = f_p [\phi, n_{e,eq}]$.

3.2.2. Conservation de la quantité de mouvement

De même que la matière, la quantité de mouvement doit être conservée. Cette équation donne la vitesse de rotation toroïdale des ions (la rotation toroïdale des électrons piégés est déterminée par la précession des orbites) :

$$d_t v_{\parallel s} = \frac{F_{\parallel}}{m_s n_{s,eq}}$$

Les forces en présence sont la force électrique $\vec{F}_{el,s} = -n_{s,eq} e_s \vec{\nabla} \phi$ et la force de gradient de pression $\vec{\nabla} P_s$ (il s'agit en fait d'un effet de bilan) donc

$$d_t v_{\parallel s} = -\frac{e_s}{m_s} \nabla_{\parallel} \phi - \frac{\nabla_{\parallel} P_s}{m_s n_{s,eq}} \quad (3.3)$$

3.2.3. Conservation de l'énergie

Cette équation donne une équation sur la pression de chaque espèce :

$$d_t P_s = \partial_t P_s + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} P_s = -\Gamma P_{s,eq} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}$$

où $\Gamma = \frac{5}{3}$ est le coefficient de compressibilité adiabatique. Comme pour la densité, on considère pour l'advection que $\vec{v}_E \gg v_{pol}$, de plus $\vec{v}_{\star} \cdot \vec{\nabla} P = 0$ d'où $\vec{v} = \vec{v}_E$.

Fermeture Une relation de fermeture est nécessaire pour déterminer $\vec{q}$ (moment d'ordre 3, qui en toute généralité doit être un tenseur d'ordre 3 mais qui n'est qu'un vecteur si on suppose une pression scalaire) ; on suppose donc une fonction de distribution Maxwellienne qui donne

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = \Gamma \sigma n_{s,eq} \vec{v}_D \cdot \vec{\nabla} T$$

⁴ A des fréquences plus rapides par contre, ils perdent leur adiabaticité et sont responsables d'une autre instabilité : les modes ETG, pour « Electron Temperature Gradient », très similaires aux modes ITG, mais dont la fréquence est beaucoup plus élevée et les échelles plus courtes, de l'ordre du rayon de Larmor électronique. Ces différences d'échelles limitent les interactions entre ces modes et les modes ITG.

où σ est un paramètre arbitraire ajusté afin de retrouver les seuils d'instabilité gyrocinétiques. Cette fermeture n'est pas la seule possible : les modèles dits *Gyro-Landau-fluide* (p.ex. GLF23, ou TRB avec l'option Landau-fluide) la raffinent en utilisant une autre fermeture :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{q} = \Gamma \sigma n_{s,eq} v_D \cdot \vec{\nabla} T - \sigma_1 n_{s,eq} v_D \cdot \vec{\nabla} T_{eq} - \sigma_2 n_{s,eq} v_{\parallel} \nabla_{\parallel} T_{eq}$$

La question de la fermeture est très importante car elle influe fortement sur le transport à grande échelle.

L'évolution de la pression devient :

$$\begin{aligned} d_t P_s &= -\Gamma P_{s,eq} \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_E + \vec{v}_*) - \Gamma \sigma n_{s,eq} v_D \cdot \vec{\nabla} T - \Gamma P_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} \\ &= -\Gamma P_{s,eq} \vec{\mathcal{C}} \cdot \left(\vec{\nabla} \phi + \frac{\vec{\nabla} P}{e_s n_{s,eq}} \right) - \Gamma \sigma n_{s,eq} \frac{T_{s,eq} \vec{\mathcal{C}}}{e_s} \cdot \vec{\nabla} T - \Gamma P_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} \\ &= -\Gamma \vec{\mathcal{C}} \cdot \left(P_{s,eq} \vec{\nabla} \phi + \frac{1}{e_s} T_{s,eq} \vec{\nabla} P + \frac{\sigma}{e_s} P_{s,eq} \vec{\nabla} T \right) - \Gamma P_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} \end{aligned}$$

Comme précédemment, on choisit n et P comme variables (et non pas T) ; on modifie donc le terme $\sigma P_{s,eq} \vec{\nabla} T$ en :

$$\sigma P_{s,eq} \vec{\nabla} T = \sigma T_{s,eq} n_{s,eq} \vec{\nabla} T = \sigma T_{s,eq} \left(\vec{\nabla} P - T_{s,eq} \vec{\nabla} n \right)$$

et on obtient l'évolution de la pression :

$$d_t P_s = -\Gamma \vec{\mathcal{C}} \cdot \left(P_{s,eq} \vec{\nabla} \phi + \frac{(1+\sigma)}{e_s} T_{s,eq} \vec{\nabla} P - \frac{\sigma}{e_s} T_{s,eq}^2 \vec{\nabla} n \right) - \Gamma P_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} \quad (3.4)$$

3.3. Relation de dispersion et stabilité

Les réponses à une perturbation de potentiel étant données par les équations (3.2), (3.3) et (3.4), on s'intéresse aux conditions pour lesquelles le plasma répond à la perturbation de potentiel initiale en l'amplifiant, autrement dit au domaine d'instabilité.

Il est essentiel de noter que le plasma reste toujours (quasi-)neutre⁵. Cette propriété lie les réponses linéaires en densité des différentes espèces et détermine ainsi les conditions d'instabilité.

Par la suite on considère un modèle simplifié ne tenant pas compte de la dynamique parallèle ni des effets de rayon de Larmor fini. Les calculs s'en trouvent largement simplifiés, au prix

⁵En effet, les potentiels électriques mis en oeuvre par la turbulence correspondent à des densités de charge, donc des écarts relatifs de densité électronique et ionique, dérisoires. A titre d'exemple, si on considère des fluctuations de potentiel de dimension de l'ordre du rayon de Larmor $\rho_s \sim 10^{-3} m$, l'équation de Poisson indique $\Delta \phi = e \delta n / \epsilon_0$. Pour en obtenir un ordre de grandeur grossier, on peut supposer ϕ donné par la réponse des électrons passants $\frac{\tilde{n}}{n} = \frac{e \phi}{T}$, et supposer que la turbulence est telle qu'elle aplatit le profil de densité $\frac{\tilde{n}}{n} \lesssim \frac{\rho_s}{L_n}$ (turbulence forte). Ce qui donne

$$\frac{\delta n}{n} = \frac{\epsilon_0}{e n} \Delta \phi \sim \frac{\epsilon_0}{e n} \frac{\phi}{\rho_s^2} \sim \frac{\epsilon_0}{e n \rho_s^2} \frac{T}{e} \frac{\tilde{n}}{n} \lesssim \frac{\epsilon_0}{e n \rho_s} \frac{T}{e} \frac{1}{L_n} \sim 10^{-6}$$

Même dans ces conditions, l'écart relatif de densité entre ions et électrons est donc négligeable.

de la disparition de certains modes liés à la dynamique parallèle, mais surtout de l'absence d'informations sur la structure radiale des modes. Seul le calcul du taux de croissance, donc des conditions de stabilité, est possible. Cependant cette limitation ne concerne que le calcul de l'instabilité, et n'affecte pas la possibilité d'étudier ensuite les effets de la dynamique parallèle sur le transport des impuretés dans le cas de modes liés aux gradients de température ionique.

Dans la section 3.3.1, les réponses linéaires des différents champs à un mode de Fourier (k, ω) sont calculées.

Puis dans la section 3.3.2 la relation de quasineutralité permet d'obtenir la relation de dispersion $\omega = f(k)$. Si alors $\Im(\omega) > 0$, le mode est instable. Cette condition d'instabilité se traduit par des seuils en gradients en dessous desquels le plasma est stable au regard de l'instabilité considérée.

3.3.1. Linéarisation

En considérant des petites perturbations relatives de densités, pressions, et potentiel électrique, on peut linéariser les équations et utiliser la transformée de Fourier de ces perturbations :

$$n_s = n_{s,eq} + \tilde{n}_{\omega k} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})} + c.c.$$

où l'indice *eq* désigne la composante constante sur une surface de flux. Dans ces conditions, la dérivée Lagrangienne devient

$$d_t \simeq \partial_t + \vec{v}_E \cdot \vec{\nabla}_{eq} \simeq \partial_t + \frac{ik_\theta \tilde{\phi}}{B} (-\vec{u}_r) \cdot \partial_{r,eq} \vec{u}_r = -i\omega - \frac{ik_\theta \tilde{\phi}}{B} \partial_{r,eq}$$

D'autre part, il est plus confortable d'utiliser des grandeurs normalisées. On définit donc pour chaque espèce les fréquences caractéristiques des effets de la courbure du champ magnétique, du gradient de densité et du gradient de pression :

$$\begin{aligned} \omega_{ds} &= k_y \frac{2T_{s,eq}}{e_s B R} \lambda_s \\ \omega_{ns} &= k_\theta \frac{T_{s,eq}}{e_s B} \frac{dn_{s,eq}}{n_{s,eq} dr} \\ \omega_{ps} &= k_\theta \frac{T_{s,eq}}{e_s B} \frac{dP_{s,eq}}{P_{s,eq} dr} \end{aligned}$$

On définit aussi les fluctuations normalisées de densité et de pression :

$$\tilde{n}_s = \frac{\tilde{n}_s}{n_{s,eq}} \quad \tilde{P}_s = \frac{\tilde{P}_s}{P_{s,eq}}$$

L'équation sur la densité (3.2), pour chaque espèce, devient dans l'espace de Fourier des fluctuations (en ne gardant que les termes dominants, ce qui revient à négliger à priori la dérive de polarisation)

$$\begin{aligned} -i\omega \tilde{n}_s - \frac{ik_\theta \tilde{\phi}}{B} \partial_{r,eq} n_{s,eq} &= -\vec{C} \cdot \left(n_{s,eq} i\vec{k} \tilde{\phi} + \frac{1}{e_s} i\vec{k} \tilde{P}_s \right) \\ -i\omega \tilde{n}_s - i \frac{e_s n_{s,eq}}{T_{s,eq}} \omega_{ns} \tilde{\phi} &= -i \frac{\omega_{ds}}{T_{s,eq}} \left(e_s n_{s,eq} \tilde{\phi} + \tilde{P}_s \right) \end{aligned}$$

d'où, en grandeurs normalisées,

$$\omega \tilde{n}_s = (\omega_{ds} - \omega_{ns}) \frac{e_s \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} + \omega_{ds} \tilde{P}_s$$

De même l'équation décrivant l'évolution de la pression (3.4) devient

$$-i\omega \tilde{P}_s - i \frac{e_s P_{s,eq}}{T_{s,eq}} \omega_{ps} \tilde{\phi} = -i\omega_{ds} \Gamma \left(e_s P_{s,eq} \tilde{\phi} + (1 + \sigma) T_{s,eq} \tilde{P}_s - \sigma T_{s,eq}^2 \tilde{n}_s \right)$$

$$(\omega - \omega_{ds} \Gamma (1 + \sigma)) \tilde{P}_s = (\omega_{ds} \Gamma - \omega_{ps}) \frac{e_s \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} - \omega_{ds} \Gamma \sigma \tilde{n}_s$$

Le système de 2 équations à deux inconnues $\tilde{n}$ et $\tilde{P}$ peut être découplé ; on obtient ainsi la réponse linéaire en pression et en densité à une perturbation de potentiel

$$\begin{aligned} \tilde{n}_s &= \frac{(\omega - \omega_{ds} \Gamma (1 + \sigma)) (\omega_{ds} - \omega_{ns}) + \omega_{ds} (\omega_{ds} \Gamma - \omega_{ps})}{\omega (\omega - \omega_{ds} \Gamma (1 + \sigma)) + \omega_{ds}^2 \Gamma \sigma} \frac{e_s \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} \\ \tilde{P}_s &= \frac{\omega (\omega_{ds} \Gamma - \omega_{ps}) - \omega_{ds} \Gamma \sigma (\omega_{ds} - \omega_{ns})}{\omega (\omega - \omega_{ds} \Gamma (1 + \sigma)) + \omega_{ds}^2 \Gamma \sigma} \frac{e_s \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} \end{aligned}$$

Il est judicieux de définir $\mathcal{A}_{ns} = \frac{\omega_{ns}}{\omega_{ds}} - 1 = \frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{ns}} - 1$ et $\mathcal{A}_{Ps} = \frac{\omega_{ps}}{\omega_{ds}} - \Gamma = \frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{Ps}} - \Gamma$, qui sont en quelque sorte des gradients « canoniques » de densité et de pression tenant compte des effets de courbure. Ainsi, on obtient les expressions simplifiées

$$\begin{aligned} \tilde{n}_s &= - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{ds}} - \Gamma (1 + \sigma) \right) \mathcal{A}_{ns} + \mathcal{A}_{Ps}}{\frac{\omega^2}{\omega_{ds}^2} - \frac{\omega}{\omega_{ds}} \Gamma (1 + \sigma) + \Gamma \sigma} \frac{ze \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} \\ \tilde{P}_s &= - \frac{\frac{\omega}{\omega_{ds}} \mathcal{A}_{Ps} - \Gamma \sigma \mathcal{A}_{ns}}{\frac{\omega^2}{\omega_{ds}^2} - \frac{\omega}{\omega_{ds}} \Gamma (1 + \sigma) + \Gamma \sigma} \frac{ze \tilde{\phi}}{T_{s,eq}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

où, pour un modèle fluide, $\sigma = 1$. Le terme $\frac{\omega}{\omega_{ds}}$ qui apparaît est proportionnel à la vitesse de phase poloïdale des modes (car $\omega_{ds} \propto k_\theta$).

Électrons passants : On considère les électrons passants comme adiabatiques (cf 3.2.1.5) : ils sont supposés atteindre très vite une fonction de distribution de Boltzmann et être en équilibre avec le potentiel

$$\tilde{n}_{ec} = \frac{-e \tilde{\phi}}{T_{e,eq}}$$

3.3.2. Taux de croissance

3.3.2.1. Relation de dispersion

Le fait qu'on se place à des échelles très grandes devant la longueur de Debye et l'inverse de la fréquence plasma, permet de supposer le plasma neutre :

$$\sum_{s \in \{i, z, et\}} z_s \tilde{n}_s = \tilde{n}_{ec}$$

ou

$$\sum_{s \in \{i, z, et\}} z_s \bar{n}_s n_{s,eq} = \bar{n}_{ec} (1 - f_t) n_{e,eq}$$

On peut remplacer les $\tilde{n}_s$ par les réponses à une perturbation de potentiel (3.5), ce qui donne la relation de dispersion

$$\sum_{s \in \{i, z, et\}} \frac{z_s^2}{T_{s,eq}} \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_{ds}} - \Gamma(1 + \sigma) \right) \mathcal{A}_{ns} + \mathcal{A}_{Ps}}{\frac{\omega^2}{\omega_{ds}^2} - \frac{\omega}{\omega_{ds}} \Gamma(1 + \sigma) + \Gamma\sigma} n_{s,eq} + (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0$$

où la somme doit être prise sur toutes les espèces réactives. On peut normaliser les fréquences à la fréquence “de courbure” ionique ω_{di} . On définit ainsi

$$\Omega := \frac{\omega}{\omega_{di}} = \frac{\omega}{k_y} \frac{eBR}{2T_{i,eq}} = v_y^{ph} \frac{\omega_{ci} R}{2v_{th,i}^2}$$

qui est la vitesse de phase poloïdale de l’onde (normalisée). Cette normalisation implique $\frac{\omega}{\omega_{ds}} = \frac{\omega_{di}}{\omega_{ds}} \Omega = \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega$; et la relation de dispersion devient

$$\sum_{s \in \{i, z, et\}} \frac{z_s^2}{T_{s,eq}} \frac{\left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1 + \sigma) \right) \mathcal{A}_{ns} + \mathcal{A}_{Ps}}{\frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1 + \sigma) \Omega + \Gamma\sigma} n_{s,eq} + (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0 \quad (3.6)$$

Cette relation de dispersion peut être mise sous la forme d’un polynôme en Ω (ou de manière équivalente en ω). A chaque espèce active (ions (modes ITG), électrons piégés (modes TEM), impuretés...) considérées dans la somme correspond une « branche » d’instabilité. A chaque branche correspondent deux racines du polynôme.

Les racines dont la partie imaginaire est positive $\gamma = \Im(\omega) > 0$ sont instables; il y en a au plus une par branche.

On constate que la fréquence ω n’apparaît que sous la forme ω/ω_{ds} , où $\omega_{dz} \sim z^{-1} \omega_{di}$. La résonance apparaît donc, pour les impuretés, à des fréquences de l’ordre de z fois plus faibles que pour les modes ioniques.

3.3.2.2. Solution analytique pour une branche ionique

L’équation (3.6) peut être résolue analytiquement dans le cas d’une instabilité simple [26], car dans ce cas on n’est en présence que d’un polynôme d’ordre 2 en Ω . Le calcul, détaillé dans l’annexe A, permet d’obtenir le seuil d’instabilité des modes ITGs : ces modes sont instables si

$$\mathcal{A}_{Pi} \geq \frac{n_{i,eq}}{4\tau_{ie} n_{e,eq}} \mathcal{A}_{ni}^2 + \frac{5}{3} \mathcal{A}_{ni} + \frac{10}{9} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie}$$

3.3.2.3. Solution analytique pour une branche d’électrons piégés

De même, si seuls les électrons piégés sont à prendre en compte dans la somme (3.6), un calcul analogue donne un plasma sera instable pour

$$\mathcal{A}_{Pe} \geq \frac{\mathcal{A}_{ne}^2}{4(1 - f_t)} + \frac{5}{3} \mathcal{A}_{ne} + \frac{10}{9} (1 - f_t)$$

Ce calcul ne tient pas compte des collisions, qui sont fondamentales dans la déstabilisation par le gradient de densité des modes TEM.

4. Flux quasilinéaire

4.1. Principe et limitations

4.1.1. Modèle quasilinéaire

4.1.1.1. Problématique

La linéarisation et la transformation de Fourier des équations de conservation (cf. 3.3.1) permet d'obtenir la réponse de densité et de pression correspondant à une fluctuation de potentiel électrique donnée :

$$\begin{aligned}\tilde{n}_{k\omega} &= F_{k\omega} \tilde{\phi}_{k\omega} \\ \tilde{P}_{k\omega} &= G_{k\omega} \tilde{\phi}_{k\omega}\end{aligned}$$

On peut en déduire les propriétés de stabilité du plasma, à partir de la quasineutralité (sec. 3.3.2). Cependant, aucune information n'est encore obtenue concernant les flux associés aux instabilités mises ainsi en évidence.

4.1.1.2. Principe

Le transport turbulent de particules provient de la convection des fluctuations de densité (dus à la compressibilité des fluctuations de vitesse), effectuée par ces mêmes fluctuations de vitesse. Il s'agit donc d'un phénomène non linéaire. La vitesse de convection dominante étant la vitesse de dérive électrique, le flux radial de particules est en première approximation

$$\Gamma = \langle n v_E \rangle|_r$$

où la moyenne doit être effectuée sur une durée beaucoup plus courte que le temps de confinement des particules, mais beaucoup plus longue que le temps de corrélation de la turbulence. Cette dernière condition assure que $\langle \tilde{n} \rangle v_E|_r = \langle \tilde{v}_E \rangle n|_r = 0$. Sous ces conditions,

$$\Gamma = \langle \tilde{n} \tilde{v}_E \rangle|_r = \sum_{k\omega} \tilde{n}_{k\omega} \tilde{v}_{E,k\omega}^*$$

et comme $v_{E,k\omega} = -\frac{ik_\theta \phi_k}{B}$,

$$\Gamma = \sum_{k,\omega} F_{k\omega} \frac{ik_\theta}{B} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 \quad (4.1)$$

Le spectre de fluctuations $\left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2$ doit être connu pour déterminer le flux de particules. Deux approches complémentaires sont dès lors possibles. La théorie quasilinéaire [26, 20, 40] consiste à obtenir des informations sur le transport à partir de cette relation et de prescriptions sur le spectre, c'est le sujet de ce chapitre. Pour tout ce qui nécessite la connaissance du spectre de

turbulence, il est nécessaire de recourir à un modèle non-linéaire (chapitre 5).

4.1.1.3. Spectre de fluctuations

Théorie linéaire Dans la théorie linéaire, le spectre de fluctuations se déduit de l'ambipolarité, qui conduit à la relation de dispersion (3.6). Cette relation fixe une valeur (ou plutôt, deux - dont, au plus, une instable - par espèce) pour la "vitesse de phase" complexe Ω . Cette relation est non dispersive¹ : la vitesse de phase Ω ne dépend pas de $(\vec{k}, \omega)$.

La solution obtenue, une somme d'oscillations amplifiées satisfaisant chacune à la solution $\Omega_{lin} \propto (\omega + i\gamma)$ de la relation de dispersion (3.6), a pour spectre une lorentzienne ; la largeur spectrale en est le taux de croissance $\Im(\Omega) \propto \gamma$ ².

Utiliser ce spectre de fluctuations revient à négliger tous les phénomènes non linéaires, ce qui est inconsistant en phase stationnaire de la turbulence. De plus (et surtout) la théorie linéaire ne dit rien de l'amplitude des fluctuations, donc du flux.

Couplages non linéaires Le calcul de la relation de dispersion (3.6) suppose l'indépendance des modes de Fourier ; or, les non-linéarités présentes dans les équations de conservation (3.2), (3.4) etc. induisent des couplages entre les modes : plus précisément, l'évolution de l'amplitude d'un mode dépend, à cause des non-linéarités, de l'amplitude des autres modes voisins.

L'effet de ces couplages fait que le spectre en Ω des fluctuations subit un étalement vers les modes de Ω voisins. Ceci conduit à un élargissement supplémentaire du spectre, qui peut se représenter sous la forme d'une Lorentzienne de largeur arbitraire $\Delta\Omega$. L'ordre de grandeur de $\Delta\Omega$ peut être estimé grossièrement³ de l'ordre de $\Im(\Omega_{lin}) \sim \gamma$.

Ces effets d'élargissement sont représentés schématiquement dans la figure 4.1.

4.1.2. Limitations

4.1.2.1. Faibles niveaux de fluctuations

La théorie quasilinear est basée sur la réponse linéaire des densités (et des pressions) aux fluctuations de potentiel, ce qui n'est acceptable que pour des fluctuations de faible amplitude relative. De plus il est nécessaire que le spectre en fréquence des fluctuations soit large, c'est-à-dire que l'énergie turbulente soit répartie sur de nombreux modes couplés. Dans le coeur d'un plasma de tokamak, cette supposition semble raisonnable ; en effet les fluctuations relatives de densité mesurées sont généralement de l'ordre de 10^{-2} . Par contre, dans le plasma de bord, les fluctuations relatives sont généralement très importantes, et cette hypothèse n'est plus valide.

Cette hypothèse peut aussi être formulée comme la nécessité d'une turbulence très développée, c'est à dire mettant en jeu de nombreux modes de Fourier de faible amplitude chacun.

¹ Ceci n'est vrai que si la dérive de polarisation et les effets de rayon de Larmor fini ont été négligés dans le calcul de la relation de dispersion.

² Autrement dit, toute fonction $\phi(\vec{x}, t) = \sum_{k, \omega | \Omega_{k, \omega} = \Omega_{lin}} \phi_{k, \omega} e^{\vec{k} \cdot \vec{x}} e^{\gamma t} e^{-i\omega t}$ est solution de la relation de dispersion linéaire. Cette fonction a pour spectre continu $\phi_{\vec{k}}(\omega) = \frac{\phi_{\vec{k}}}{\gamma^2 + (\omega - \omega(\Omega_{lin}, \vec{k}))^2}$, comme toujours dans les cas d'oscillations amorties/amplifiées.

³ Ceci peut se justifier par l'argument que lors de la saturation de l'instabilité, la croissance linéaire (représentée par γ), qui produit un élargissement du spectre, est compensée par les non-linéarités, responsables de cet élargissement spectral $\Delta\Omega$.

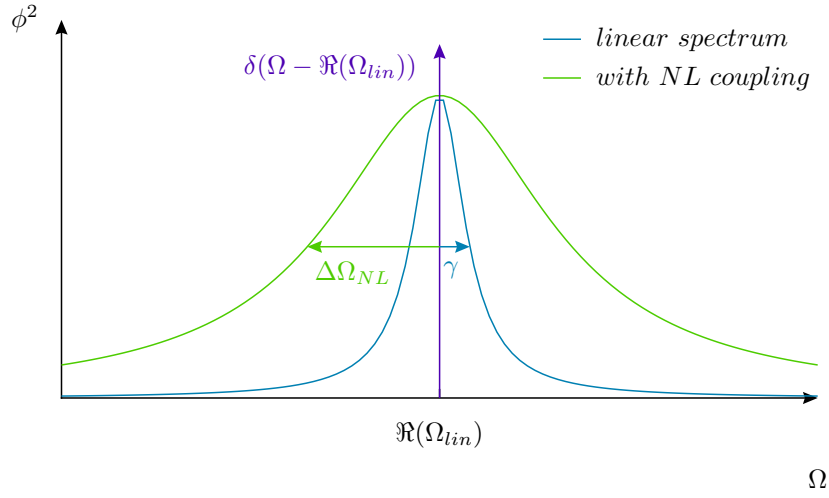


FIG. 4.1.: Élargissement du spectre turbulent

4.1.2.2. Choix des spectres

De nombreuses prescriptions différentes ont été utilisées pour le spectre et le niveau de fluctuations [41, 26]. Certaines utilisent des formes de spectre prédéfinies (lorentzienne...), d'autres des spectres tirés de simulations de turbulence.

4.1.2.3. Estimation du niveau d'instabilité

Longueur de mélange Cette approximation consiste (dans sa forme la plus brutale) à supposer que le niveau des fluctuations est tel que les rouleaux de convection forment un plateau transitoire dans le profil de densité (cf fig. 4.2) c'est à dire

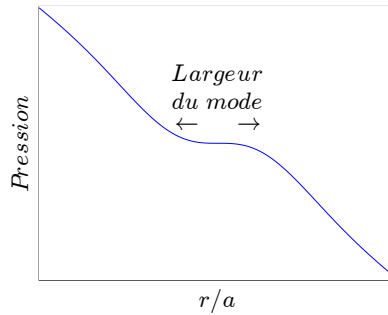


FIG. 4.2.: Approximation de longueur de mélange

$$\frac{n_{eq}}{L_n} \sim k_r \tilde{n}$$

d'où, en ignorant les électrons piégés et en supposant que les électrons passants sont adiabatiques,

$$\tilde{\phi} = -\frac{T_{e,eq}}{ek_r L_n}$$

Enfin, on peut ne considérer que le mode le plus instable, dont $k_r \sim 1/\rho_i$, ce qui donne l'ordre de grandeur des fluctuations

$$\tilde{\phi} = -T_{e,eq} \frac{\rho_i}{eL_n}$$

Cette relation suppose cependant les hypothèses suivantes :

- l'instabilité conduit à des plateaux transitoires dans le profil de densité,
- tous les électrons sont passants et adiabatiques,
- on ne considère que le mode le plus instable, pour lequel on suppose $k_r \sim 1/\rho_i$.

On ne peut donc obtenir au mieux qu'un ordre de grandeur par cette méthode.

Modèle amélioré de longueur de mélange Une approche un peu plus fine consiste à :

- ne garder que le mode le plus instable (c'est-à-dire supposer un spectre de fluctuations étroit)
- considérer que le mode est saturé quand sa croissance linéaire est compensée par le terme de convection dominant.

La convection est principalement produite par la dérive électrique, ce qui permet de considérer

$$\gamma_{max} \tilde{n}_e = \vec{v}_E \cdot \vec{\nabla} \tilde{n}_e = -v_E i k_r \tilde{n}_e$$

d'où on peut éliminer n_e ce qui donne

$$v_E = -i \frac{\gamma_{max}}{k_r}$$

Or $v_E = \frac{k_\theta}{B} \tilde{\phi} = -L_n \frac{T_{e,eq}}{eL_n} \frac{k_\theta}{B} \frac{e\tilde{\phi}}{T_{e,eq}} = -L_n \omega_{ne} \frac{e\tilde{\phi}}{T_{e,eq}}$ d'où

$$|\tilde{\phi}| = \frac{\gamma_{max}}{k_r} \frac{T_{e,eq}}{eL_n \omega_{ne}}$$

ou, plus simplement,

$$|\tilde{\phi}| = \frac{\gamma_{max} B}{k_r k_\theta}$$

4.1.2.4. Au-delà de la théorie quasilinear

Diverses autres descriptions ont été proposées pour étudier le transport d'impuretés traces au-delà des limitations de la théorie quasilinear (spectre de fluctuations large, faible niveau de fluctuations relatives).

Des simulations non-linéaires des équations de Hasegawa-Wakatani ont été effectuées et le transport d'impuretés, en tant que particules tests, a été étudié dans ce système [21]. Il en ressort que le transport d'un traceur est déterminé par le comportement de la vortacité : la densité d'impureté-trace se déplace vers les zones de forte densité par les trous de vortacité. Ce mécanisme constitue une explication à un piquage de densité d'impuretés.

Une autre approche est liée à la non-localité, ou « action à distance » (à des échelles de temps rapides devant le temps de confinement). La non-localité peut résulter de l'existence d'événements de transport à grande échelle (des avalanches). Des modèles de transport qui reproduisent ces propriétés ont été proposés, basés sur une approche de « Continuous Time Random Walk (CTRW) » (marche au hasard à temps continu) [42], ou sur une équation maî-

trasse [43]. Ces modèles conduisent à un pincement de densité d'impureté qui n'est pas prévu par une théorie quasilinéaire.

Enfin, un mécanisme basé sur des processus de Ratchett (« Ratchett process ») a été étudié récemment. Ce mécanisme conduit, lui aussi, à une vitesse de pincement d'impuretés [44].

4.2. Flux quasilinéaire 2D

4.2.1. Calcul du flux

Quelle que soit la prescription choisie pour le spectre des fluctuations $\left\{ \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right| \right\}$, on obtient grâce à (3.5) et (4.1) le flux de particules Γ_s (et de chaleur Γ_{Ps}) en fonction des “gradients généralisés” $\mathcal{A}_{ns}$ et $\mathcal{A}_{Ps}$:

$$\Gamma_s = \sum_{k,\omega} F \frac{ik_\theta}{B} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 = \sum_{k,\omega} -\frac{ik_\theta}{B} \frac{\left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma) \right) \mathcal{A}_{ns} + \mathcal{A}_{Ps} \frac{zen_{s,eq}}{T_{s,eq}}}{\frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma\sigma} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 \quad (4.2)$$

ainsi que de la même manière le flux de pression

$$\Gamma_{Ps} = \sum_{k,\omega} G \frac{ik_\theta}{B} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 = \sum_{k,\omega} -\frac{ik_\theta}{B} \frac{\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega \mathcal{A}_{Ps} - \Gamma\sigma \mathcal{A}_{ns}}{\frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma\sigma} zen_{s,eq} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2$$

On peut mettre les coefficients correspondants sous la forme d'une matrice de transport

$$\begin{vmatrix} \Gamma_s \\ \Gamma_{Ps} \end{vmatrix} = \sum_{k,\omega} \frac{ik_\theta}{B} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 \frac{zen_{s,eq}/T_{s,eq}}{\frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma\sigma} \begin{pmatrix} \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma) & 1 \\ -T_{s,eq} \Gamma\sigma & \frac{T_{i,eq} z_s}{\lambda_s} \Omega \end{pmatrix} \begin{vmatrix} \mathcal{A}_{ns} \\ \mathcal{A}_{Ps} \end{vmatrix} \quad (4.3)$$

Quelques remarques :

- $\Gamma(1+\sigma) = 10/3 \simeq 3.3$ dans le cas fluide standard ($\Gamma = \frac{5}{3}$ et $\sigma = 1$).
- L'ambipolarité peut être exprimée par la relation de dispersion (3.6) ; cette relation fixe une (ou plutôt, 2 (dont au plus une instable) par espèce) valeur pour la “vitesse de phase” Ω , qui ne dépend pas de (k, ω) . Ce qui fait que dans l'expression ci-dessus, la somme sur le spectre peut être mise en facteur

$$\begin{vmatrix} \Gamma_s \\ \Gamma_{Ps} \end{vmatrix} = \left(\sum_{k,\omega} \frac{ik_\theta}{B} \left| \tilde{\phi}_{k,\omega} \right|^2 \right) \dots$$

En fait, un calcul linéaire pour la quasi-neutralité n'est pas vraiment valable, car il néglige les couplages non linéaire entre modes (qui est nul linéairement, de par la définition de la transformée de Fourier).

Piquage de densité Le piquage de densité, hors des sources de particules, est

$$\frac{\partial_r n_{s,eq}}{n_{s,eq}} = \frac{V}{D}$$

si on représente comme d'habitude le flux de particules par

$$\Gamma_{s,eq} = -D\partial_r n_{s,eq} + V n_{s,eq} = \left(D \frac{1}{L_n} + V\right) n_{s,eq}$$

Le flux de particules quasi-linéaire (4.2) peut être mis sous cette forme :

$$\begin{aligned} \Gamma_s &= - \sum_{k,\omega} \frac{\left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma)\right) \left(\frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{ns}} - 1\right) + \left(\frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{Ps}} - \Gamma\right) \frac{z e n_{s,eq}}{T_{s,eq}} \frac{i k_\theta}{B} \left|\tilde{\phi}_{k,\omega}\right|^2}{\frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma \sigma} \\ &= \sum_{k,\omega} \frac{1}{N} \frac{z e}{T_{s,eq}} \frac{i k_\theta}{B} \left|\tilde{\phi}_{k,\omega}\right|^2 \left(- \left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma)\right) \frac{R}{2\lambda_s} \frac{1}{L_{ns}} + \left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma \sigma - \frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{Ps}}\right) \right) n_{s,eq} \end{aligned}$$

où on a posé $N = \frac{T_{i,eq}^2 z_s^2}{T_{s,eq}^2 \lambda_s^2} \Omega^2 - \frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma \sigma$.

La première partie, proportionnelle à $\nabla n_s = n_s/L_{ns}$, correspond donc à la diffusion ; et la seconde partie, proportionnelle à n_s , à la convection.

On obtient ainsi le piquage de densité

$$\left. \frac{\nabla_r n_{s,eq}}{n_{s,eq}} \right|_{stationnaire} = \frac{V}{D} = - \frac{\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma \sigma - \frac{1}{2\lambda_s} \frac{R}{L_{Ps}}}{\left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma)\right) \frac{R}{2\lambda_s}}$$

que l'on sépare en deux parties, l'une où l'on distingue

- Le terme de thermodiffusion, en $1/L_p$:

$$\left. \frac{\vec{\nabla} n_{s,eq}}{n_{s,eq}} \right|_{\vec{\nabla} P} = \left(\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma(1+\sigma) \right)^{-1} \frac{1}{L_{Ps}}$$

- Le terme de compression $E \times B$:

$$\left. \frac{\vec{\nabla} n_{s,eq}}{n_{s,eq}} \right|_C = \left(\frac{\Gamma}{\frac{T_{i,eq} z_s}{T_{s,eq} \lambda_s} \Omega - \Gamma \sigma} - 1 \right)^{-1} \frac{2\lambda_s}{R}$$

4.2.2. Piquage de compression $E \times B$

Ce terme, est parfois appelé « pincement de courbure ». Il est toujours dirigé vers le centre du plasma. Il est identique pour toutes les espèces ioniques.

4.2.3. Piquage de thermodiffusion

Ce terme diminue avec z , la charge de l'impureté.

De plus, il peut changer de signe selon le signe de Ω , la vitesse de phase de la turbulence. Comme cette expression doit être prise en compte dans la somme sur les différents modes, il faut voir en Ω une moyenne de la vitesse de phase sur le spectre de la turbulence. Pour des modes ITG, cette vitesse est généralement positive ce qui correspond à une vitesse de piquage des impuretés vers l'extérieur du tore, donc une décontamination.

4.3. Effets de la vitesse parallèle

Il existe également un terme du flux quasilinéaire lié à la dynamique parallèle. Ce terme a été dérivé dans [22] avec un modèle fluide quasilinéaire et à l'aide de simulations gyrocinétiques utilisant le code GS2 (en mode quasilinéaire). Il en ressort une vitesse de pincement proportionnelle à Z/A , et dont le signe dépend de T_i/T_e .

Deuxième partie .

Simulations non-linéaires

5. Modèle non-linéaire

5.1. Introduction : limitations du calcul quasilinear

Si il présente l'avantage de permettre d'effectuer des calculs analytiques de flux de particules (et de chaleur), et d'en tirer des prédictions qualitatives de dépendances paramétriques ainsi qu'une compréhension physique détaillée des mécanismes de pincement turbulent, le modèle quasilinear est basé sur des hypothèses fortes qui ne sont pas toujours vérifiées en pratique. De plus, calculer un flux turbulent impose de prescrire un spectre de turbulence ; or le choix de ce spectre de turbulence influence grandement le résultat final. Il est donc indispensable de confronter les résultats du modèle quasilinear avec des simulations de turbulence non-linéaires.

Le modèle de turbulence non-linéaire présenté dans ce chapitre est implémenté dans le code TRB [45, 36]. Le modèle et le code ont été étendus pour tenir compte du transport des impuretés.

5.2. Équations non linéaires

Le principe du modèle non linéaire est le même que celui du modèle linéaire : les équations de conservation de la matière, de l'impulsion et de l'énergie donnent des équations d'évolution pour la densité, la vitesse parallèle et la pression des différentes espèces considérées (ions, électrons piégés et impureté) ; mais l'évolution de ces champs est maintenant calculée numériquement non linéairement. Ces équations (3.2, 3.3, 3.4) sont celles ayant servi à établir le modèle linéaire.

5.2.1. Normalisations

5.2.1.1. Échelles de référence

La détermination d'une normalisation « naturelle » repose sur le choix d'échelles caractéristiques du phénomène étudié.

Échelle de longueur Différentes longueurs de référence existent dans un plasma, parmi lesquelles :

- la taille du plasma a ,
- la largeur d'orbite banane,
- le rayon de Larmor ionique,
- le rayon de Larmor électronique,
- la longueur de Debye,

Le mouvement cyclotronique des particules est beaucoup plus rapide que les échelles de temps considérées : il moyenne donc toute fluctuation plus petite que rayon de Larmor des particules considérées. Dans le cadre d'une turbulence ionique, le rayon de Larmor est donc la plus petite

grandeur	grandeur normalisée
x	$\frac{x}{\rho_{s0}}$
$\vec{\nabla}_{eq}$	$a \vec{\nabla}_{eq}$
t	$\frac{c_{s0} t}{a}$
v	$\frac{v}{c_{s0}}$
n	$\frac{a}{\rho_{s0}} \frac{n}{n_0}$
P	$\frac{a}{\rho_{s0}} \frac{P}{P_0}$
ϕ	$\frac{a}{\rho_{s0}} \frac{e_i \phi}{T_{i0}}$

TAB. 5.1.: Normalisation

longueur susceptible d'influencer la turbulence. Dans une turbulence liée aux électrons piégés, c'est également le rayon de Larmor ionique qui rentre en compte : la largeur des trajectoires « bananes » $\delta_{b,e} \sim q \rho_e \epsilon_r^{-\frac{1}{2}} \sim 10^{-1} \rho_i$ est plus faible, et le potentiel électrique est donc moyenné par le mouvement des ions sur un rayon de Larmor ionique.

D'autre part, dans la limite des grandes tailles de plasma, la turbulence devient locale : la taille du plasma ne doit pas influencer la turbulence. Dans ce cas, la seule longueur de référence est le rayon de Larmor

$$\rho_{s0} = \frac{\sqrt{m_i T_{e0}}}{e_i B}$$

Échelle de temps De même, les temps caractéristiques sont donnés par :

- la fréquence plasma électronique
- la vitesse acoustique (ou la vitesse thermique)

La fréquence plasma n'entre pas en compte ici. En effet il s'agit d'un effet dépendant de β , et on se place dans un cadre électrostatique. Il ne reste donc que la vitesse acoustique

$$c_{s0} = \sqrt{\frac{T_{e0}}{m_i}}$$

ce qui donne le temps de transit a/c_s comme échelle de temps caractéristique.

5.2.1.2. Normalisations utilisées

Les échelles de référence ci-dessus suggèrent une normalisation de type Gyro-Bohm. Cette normalisation est particulièrement pertinente dans le cas d'une turbulence locale. Elles sont rassemblées dans la table 5.1. Les valeurs de référence de densité et de température sont fixées *a priori* et ne servent que pour les normalisations.

Ces normalisations permettent aux simulations d'utiliser des nombres de l'ordre de l'unité, ce qui minimise les erreurs d'arrondi.

Les diffusivités calculées sont ainsi normalisées à la diffusivité gyro-Bohm

$$\chi_{gB} = \frac{\rho_s^2 c_s}{a}$$

qui s'obtient en considérant une marche au hasard, dont le pas est le rayon de Larmor, et la période le temps de transit.

Normalisation des sources En plus des valeurs de pression et de densité, il est nécessaire de normaliser les sources. La source de densité normalisée est donnée par

$$\bar{s}_n = \frac{d\bar{n}}{d\bar{t}} \Big|_{src} = \frac{a^2}{c_{s0}\rho_{s0}n_0} \frac{dn}{dt} \Big|_{src} = \frac{a^2 e B_0}{T_0 n_0} s_n$$

et la densité de source de puissance normalisée par

$$\bar{s}_P = \frac{2}{3} \frac{d\bar{P}}{d\bar{t}} \Big|_{src} = \frac{2}{3} \frac{a}{\rho_{s0}P_0} \frac{a}{c_{s0}} \frac{dP}{dt} \Big|_{src} = \frac{2a^2 e B_0}{3T_0^2 n_0} s_P$$

5.2.2. Équations de conservation

5.2.2.1. Évolution de la densité

L'équation 3.2 peut être simplifiée pour les électrons piégés, en négligeant la dérive de polarisation et la dynamique parallèle. On obtient alors

$$d_t n_e = -\frac{\vec{C}}{e} \cdot \vec{\nabla} (en_{e,eq}\phi - P_e) + S_{ne}$$

Pour les impuretés, il est nécessaire de garder tous les termes de l'équation 3.2

$$d_t n_z = -\frac{\vec{C}}{ze} \cdot \vec{\nabla} (zen_{z,eq}\phi + P_z) - n_{z,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel z} + S_{nz}$$

L'évolution de la densité ionique s'obtient ensuite en utilisant la quasineutralité.

En utilisant les normalisations ci-dessus, ces équations s'écrivent

$$\begin{aligned} d_t n_e &= i\omega_{dte} (n_{e,eq}\phi - P_e) + S_{ne} \\ d_t n_z &= i\omega_{dti} \left(n_{z,eq}\phi + \frac{P_z}{z} \right) - n_{z,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel z} + S_{nz} \end{aligned}$$

où on définit

$$\omega_{dti} = -i2\epsilon_a \rho_{s0} (\cos(\theta)r^{-1}\partial_{\theta} + \sin(\theta)\partial_r)$$

pour les ions et les impuretés, et

$$\omega_{dte} = -i2\epsilon_a \rho_{s0} q r^{-1} \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}s \right) \partial_{\varphi}$$

pour les électrons piégés (cf 3.2.1.3).

5.2.2.2. Évolution de la vitesse parallèle

La conservation de la quantité de mouvement appliquée aux espèces ioniques, donne

$$d_t v_{\parallel i} = -\frac{e}{m_i} \nabla_{\parallel} \phi - \frac{\nabla_{\parallel} P_i}{m_i n_{i,eq}}$$

$$d_t v_{\parallel z} = -\frac{Ze}{Am_i} \nabla_{\parallel} \phi - \frac{1}{Am_i} \frac{\nabla_{\parallel} P_z}{n_{z,eq}}$$

d'où, en unités normalisées,

$$\begin{aligned} d_t v_{\parallel i} &= -\nabla_{\parallel} \phi - \frac{\nabla_{\parallel} P_i}{n_{i,eq}} \\ d_t v_{\parallel z} &= -\frac{Z}{A} \nabla_{\parallel} \phi - \frac{1}{A} \frac{\nabla_{\parallel} P_z}{n_{z,eq}} \end{aligned}$$

5.2.2.3. Évolution de la pression

Pour les pressions ionique, électronique et d'impureté, la démarche est exactement la même que pour la densité :

$$d_t P_s = -\frac{\Gamma \vec{C}}{ze} \cdot \left(ze P_{s,eq} \vec{\nabla} \phi + (1 + \sigma) T_{s,eq} \vec{\nabla} P - \sigma T_{s,eq}^2 \vec{\nabla} n \right) - \Gamma P_{s,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel s} + S_{P_s}$$

devient

$$\begin{aligned} d_t P_e &= -i\omega_{de} \Gamma \left(-P_{e,eq} \phi - T_{e,eq}^2 n_e + 2T_{e,eq} P_e \right) + S_{P_e} \\ d_t P_i &= -i\omega_{di} \Gamma \left(P_{i,eq} \phi - T_{i,eq}^2 n_i + 2T_{i,eq} P_i \right) - \Gamma P_{i,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel i} + S_{P_i} \\ d_t P_z &= -i\omega_{dzi} \Gamma \left(z P_{z,eq} \phi - T_{z,eq}^2 n_z + 2T_{z,eq} P_z \right) - \Gamma P_{z,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel z} + S_{P_z} \end{aligned}$$

5.2.3. Quasineutralité

Dans le modèle linéaire, la relation de quasineutralité

$$n_i + zn_z = n_{ep} + n_{et}$$

impose une contrainte au spectre de fluctuations du potentiel électrique. De manière analogue, dans le modèle non-linéaire, la quasineutralité donne l'équation d'évolution du potentiel électrique.

En sommant les équations de conservation de la densité on peut ainsi annuler les termes $d_t n_s$ ce qui laisse :

$$\begin{aligned} & d_t \left([-n_{ep} - n_{et} + n_i + zn_z] - (n_{i,eq} + z\alpha n_{z,eq}) \frac{m_i}{eB^2} \nabla^2 \phi \right) \\ &= -d_t n_{ep,eq} - d_t f_p n_{e,eq} \frac{e(\phi - \langle \phi \rangle)}{T_{e,eq}} - \frac{\vec{C}}{e} \cdot \left(-en_{et,eq} \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} P_{et} \right) \\ & \quad - \frac{\vec{C}}{e} \cdot \left(en_{i,eq} \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} P_i \right) - \frac{\vec{C}}{ez} \cdot \left(ez n_{z,eq} \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} P_z \right) \\ & \quad - n_{i,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel i} - z n_{z,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel z} \\ & \quad + \frac{m_i}{e^2 B^2} \left([P_i, \Delta \phi] + \frac{\alpha}{z} [P_z, \Delta \phi] \right) \end{aligned}$$

où on a négligé la non-linéarité de polarisation $[\nabla P, \nabla \phi]$ qui est d'ordre ρ_* par rapport au terme linéaire $[P, \Delta \phi]$. La seule non-linéarité retenue dans le modèle non-linéaire est donc l'advection de la vitesse de dérive électrique.

En pratique, on ne calcule pas directement l'évolution du potentiel électrique, mais plutôt de la *vorticité*¹ :

$$\Omega := n_{e,eq} \left(f_p \frac{e(\phi - \langle \phi \rangle)}{T_{e,eq}} - \left(1 + (\alpha - 1) \frac{zn_{z,eq}}{n_{e,eq}} \right) \frac{m_i}{eB^2} \nabla^2 \phi \right)$$

d'où l'équation d'évolution de la vorticité :

$$\begin{aligned} d_t \Omega = & -\frac{\vec{C}}{e} \cdot \vec{\nabla} (en_{e,eq}\phi + P_i + P_z) + f_t \frac{\vec{C}}{e} \cdot \vec{\nabla} (en_{e,eq}\phi - P_e) - n_{i,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel i} - zn_{z,eq} \nabla_{\parallel} v_{\parallel z} \\ & + f_p [n_{e,eq}, \phi] + \frac{m_i}{e^2 B^2} \left([P_i, \Delta \phi] + \frac{\alpha}{z} [P_z, \Delta \phi] \right) \end{aligned} \quad (5.1)$$

5.3. Conclusion

Le modèle présenté ici est implémenté numériquement dans le code TRB, sujet du chapitre 6.

Outre sa nature fluide qui, en négligeant l'action stabilisante de l'effet Landau, abaisse les seuils d'instabilité, ce modèle est limité principalement par deux aspects. D'une part, les collisions ne sont pas prises en compte. D'autre part, s'agissant d'un code électrostatique, les fluctuations de champ magnétique sont négligées.

Néanmoins, même si il ne peut prétendre à une représentation parfaitement exacte du plasma, ce modèle permet, tout en restant raisonnablement simple, de tester les effets non-linéaires à l'oeuvre dans le transport turbulent d'impuretés.

¹Cette appellation vient du fait que la vorticité, au sens de la mécanique des fluides ($\vec{\nabla} \wedge \vec{v}$) devient pour la vitesse de dérive électrique $\vec{\nabla} \wedge \vec{v}_E = \vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B} \wedge \vec{\nabla} \phi}{B^2} = \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \phi \right) \frac{\vec{B}}{B^2} - \left(\vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{B}}{B^2} \right) \vec{\nabla} \phi = \frac{\vec{B}}{B^2} \Delta \phi$

6. Code TRB

6.1. Présentation générale

Le code TRB [45] implémente le modèle fluide non-linéaire décrit au chapitre 5. Il s'agit d'un code spectral, par opposition à un code à différences finies : le calcul de l'évolution temporelle se fait dans l'espace de Fourier¹, et non par discrétisation de l'espace réel. Ceci présente l'avantage d'éviter les erreurs d'arrondi et les instabilités numériques inhérentes aux codes à différences finies.

La géométrie utilisée est tridimensionnelle, circulaire à surfaces concentriques. L'ellipticité et la triangularité du plasma ne sont donc pas prises en compte.

Ce code a été modifié pour permettre la simulation du transport d'impuretés.

6.2. Flux fixe - gradient fixe

6.2.1. Position du problème

Il existe deux modes de fonctionnement classiques des codes de turbulence : à flux fixe, ou à gradient fixe. Ces deux principes de fonctionnement sont présentés à la figure 6.1.

Un code à gradient fixe calcule les flux produits par la turbulence, en présence de gradients imposés pour les champs considérés². Le gradient imposé ne subit pas de rétroaction de la turbulence.

A l'inverse, un code à flux fixe détermine l'évolution des profils en fonction de sources imposées en entrée (donc de flux déterminés, de par les équations de conservation). Il s'agit d'un fonctionnement plus proche des conditions d'une expérience réelle : en effet les sources (de puissance, de densité...) sont les paramètres imposés ; les profils sont le résultat de l'évolution du plasma soumis à ces sources³.

Un code quasilinear fonctionne ainsi naturellement à flux fixe : l'instabilité et le niveau de saturation de la turbulence sont calculés à partir des gradients locaux.

La distinction flux fixe - gradient fixe recoupe souvent la distinction entre un code global et un code local : en effet, un code global fonctionnera généralement à flux fixe (simulation du transport dans sa globalité), alors qu'un code à gradient fixe sera le plus souvent local.

La résilience⁴ (parfois appelée "raideur") des profils est une importante différence pratique

¹pour les directions toroïdale et poloidale. Pour la direction radiale, une base de fonctions d'Hermite et de Bessel est utilisée (voir 6.3)

²On entend ici par champ, toute quantité dépendant de l'espace et du temps : températures, densités, vitesses toroïdales, potentiel électrique. La nouvelle version de TRB est donc un code à 8 champs et 3 dimensions (pour 3 espèces).

³En pratique, les sources réelles dépendent des profils. Par exemple, la source de chaleur due à l'injection de neutres se déplace vers l'extérieur du plasma si la densité augmente.

⁴De par la présence de seuls d'instabilités, le flux turbulent est nul tant que les gradients critiques ne sont pas atteints, et augmente ensuite très rapidement avec les gradients, ce qui maintient les gradients proches du seuil d'instabilité. Ce phénomène est particulièrement visible sur le transport de chaleur électronique,

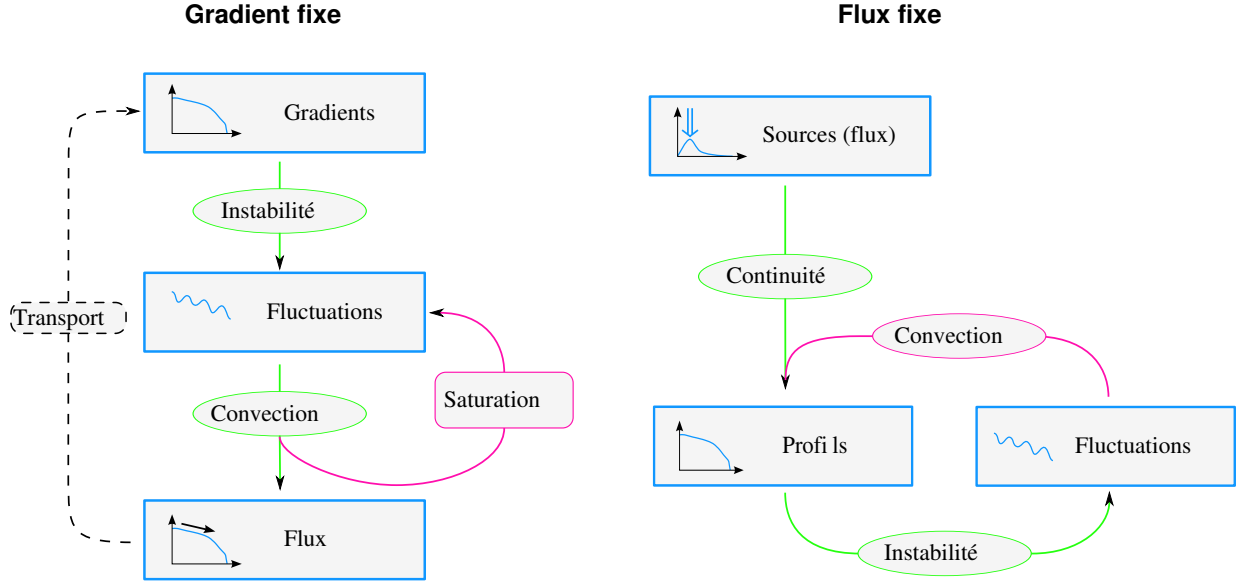


FIG. 6.1.: Principe de fonctionnement d'un code à gradient fixe (à gauche) et à flux fixe (à droite).

entre un code à gradient fixe et un code à flux fixe. En effet, pour des profils résilients, une faible modification de la source aura un effet négligeable sur le profil, alors qu'une faible modification du gradient entraînera une forte modification du flux. Les codes à gradient fixe sont donc très sensibles aux gradients imposés, qui ne sont connus dans les conditions expérimentales qu'avec une précision limitée.

6.2.2. Passage de flux fixe à gradient fixe, et inversement

6.2.2.1. Gradient fixe vers flux fixe.

Un code à gradient fixe donne les flux produits par des gradients imposés. Si un tel code est couplé à une équation de transport global, prenant en compte la présence éventuelle de sources, le flux calculé peut rétroagir sur les gradients de départ ; on obtient alors un principe de fonctionnement équivalent à un code à gradient fixe.

Néanmoins, il subsiste une différence : la modification des profils est effectuée dans une boucle différente de la boucle de saturation de la turbulence, généralement à une échelle de temps plus longue. En effet, l'échelle de temps du transport est le temps de confinement, de l'ordre de quelques $10^{-1}s$ dans un tokamak actuel, alors que la saturation de la turbulence s'effectue à des échelles de l'ordre du temps de corrélation (ou du taux de croissance linéaire), de l'ordre de $10^{-5}s$. Cette séparation d'échelle est une approximation : le rôle direct du transport dans la saturation de la turbulence est remplacé par une estimation plus ou moins rigoureuse du niveau de turbulence.

De plus, la boucle de transport s'effectue généralement sur des profils 1D moyennés en temps.

où le profil est parfois totalement "figé" au-delà d'un certain gradient.

Néanmoins, cette technique permet d'utiliser un code de turbulence local pour le calcul de l'évolution de profils globaux soumis à des sources prédéfinies. Les effets à grande échelle de la turbulence (streamers) sont alors négligés.

6.2.2.2. Flux fixe vers gradient fixe.

Il peut être intéressant, notamment pour la comparaison entre différents codes, de faire fonctionner un code à flux fixe en mode "gradient fixe", c'est à dire lui fournir des profils en entrée.

Pour ce faire, il faut calculer en permanence une source permettant de maintenir les profils imposés, malgré l'action de la turbulence. Les flux moyens sont calculés comme moyenne de la convection et peuvent ainsi être comparés aux flux produits par un code à gradient fixe.

6.2.3. Implémentation du mode "gradient fixe" dans TRB.

Afin de permettre des comparaisons avec les codes à gradient fixe, notamment GS2 utilisé en mode quasilinear [22], le code TRB est muni d'un mode "gradient fixe" qui a été modifié pour prendre en compte les modifications afférentes au transport d'impuretés.

Afin d'éviter que le code ne soit numériquement instable, l'adaptation aux modifications de flux de la source qui maintient les gradients a lieu non pas à chaque pas de temps, mais à une échelle de temps plus longue que le temps de corrélation de la turbulence. Cependant, pour maintenir des profils proches de la "consigne", cette échelle de temps doit être courte devant le temps de confinement. En pratique, le flux utilisé pour calculer, à chaque pas de temps, la source de correction des profils n'est pas calculée avec le flux du pas de temps précédent, mais avec une moyenne du flux sur cette "constante de temps" de maintien des profils.

6.3. Modes simulés

Les 7 grandeurs simulées par TRB (n_e , n_z , $v_{||i}$, $v_{||z}$, P_e , P_i , et P_z) sont décomposées en :

- la partie axisymétrique, qui ne dépend que de r , et représente l'évolution des profils d'une part,
- la partie fluctuant en φ et θ d'autre part.

L'une comme l'autre peuvent varier rapidement en temps comme en espace : il ne s'agit pas d'une séparation d'échelle, mais seulement d'un traitement différent des profils et du reste des modes.

6.3.1. Modes radiaux

La partie axisymétrique correspond aux modes de Fourier ($k_\theta = 0$, $k_\varphi = 0$). Elle est projetée au démarrage de la simulation sur une base de fonctions de Bessel. Elle est recalculée dans l'espace réel à intervalles réguliers pour l'enregistrement dans le fichier de sortie.

6.3.2. Modes mn

La partie fluctuante en φ et θ est simulée au travers d'un ensemble de modes $\left(m = \frac{k_\theta}{2\pi}, n = \frac{k_\varphi}{2\pi}\right)$, appelés modes (m, n) , centrés radialement autour de leur surface de résonance :

$$r_0(m, n) = r\left(q = \frac{m}{n}\right) =: r_{mn}$$

En effet, la dynamique dans la direction parallèle au champ magnétique, très rapide, défavorise les modes non résonnants. Bien que théoriquement nécessaires à une description complète des champs considérés, ces modes sont donc généralement dominés par les modes résonnants des surfaces rationnelles proches ; c'est pourquoi ils sont négligés dans TRB. Ceci permet de gagner en résolution (en pratique, en nombre de modes).

Il existe cependant un cas particulier où ceci constitue une limitation sérieuse : le cas des zones de cisaillement magnétique nul, fréquemment utilisées pour la création de barrières de transport internes⁵. En effet, dans ces zones $d_r q = 0$, donc les surfaces rationnelles sont éloignées les unes des autres. Les modes simulés sont donc éloignés et mal couplés les uns aux autres, ce qui a deux effets néfastes :

- Le couplage entre modes instables et modes stables n'est plus efficace ; l'amplitude de certains modes croît démesurément ce qui peut conduire à une instabilité numérique et au crash de la simulation ;
- Les modes instables résonnants croissent probablement aussi dans la réalité, mais finissent par transférer leur énergie à des modes non résonnants. Cette physique, probablement importante dans les zones de cisaillement faible, est ignorée dans TRB.

Néanmoins, mise à part cette réserve concernant les zones de cisaillement faible, l'utilisation de modes résonnants seulement permet d'accéder à des résolution beaucoup plus importantes, pour des moyens de calcul donnés.

Chaque mode (m, n) a une structure radiale propre, qui est représentée au moyen d'un certain nombre de fonctions d'Hermite. La forme radiale du mode peut donc fluctuer librement.

On considère qu'il faut une dizaine de modes radiaux par mode (m, n) . Si le nombre de modes radiaux n'est pas suffisant, la structure radiale du mode ne sera pas correctement simulée. En particulier, la largeur du mode sera imposée en entrée, et non le résultat de la simulation. Néanmoins, ceci peut être utile pour des simulations qualitatives à faible résolution, car dans ce cas le nombre de modes - et surtout le nombre de couplages entre modes - est considérablement diminué.

6.3.3. Sélection des modes simulés

6.3.3.1. Limites naturelles du nombre de modes

Lors du paramétrage d'une simulation se pose la question du choix des modes simulés. Il est évident que la valeur minimale et la valeur maximale du facteur de sécurité q dans le plasma

⁵les barrières de transport internes, ou ITBs, sont des zones à l'intérieur du plasma de coeur où la turbulence est fortement réduite, ce qui conduit à une amélioration spectaculaire du confinement. Les ITBs sont généralement déclenchées en créant une zone de cisaillement magnétique nul, donc un minimum dans le profil de q , au moyen d'une zone de plus faible courant au centre du plasma.

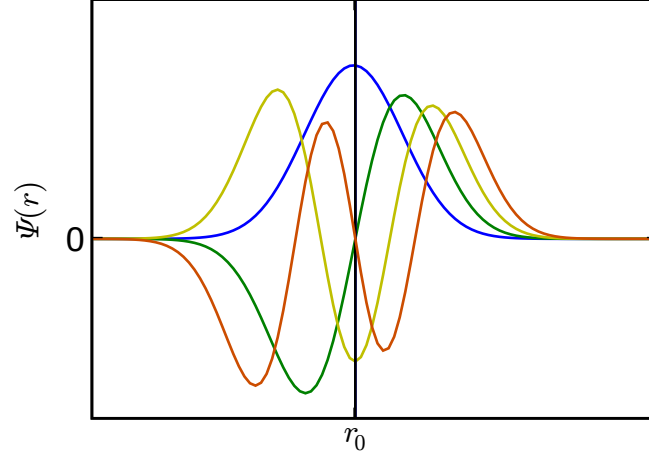


FIG. 6.2.: Les 4 premières fonctions d’Hermite, qui constituent la base sur laquelle la forme radiale des modes est projetée. r_0 est la position de la surface de résonance du mode : $q(r_0) = m/n$. La largeur radiale de ces modes est prédéfinie ; par l’utilisation de nombreuses fonctions d’hermite la largeur du mode peut varier librement et donc être plus faible que celle-ci.

vont fournir des limites triviales :

$$q_{min} \leq \frac{m}{n} \leq q_{max}$$

D’autre part, du fait du mouvement cyclotronique, les fluctuations dont l’échelle est inférieure au rayon de Larmor ionique sont fortement amorties. On peut donc négliger les modes correspondants. En général on considère que l’essentiel du transport a lieu à des échelles

$$k_{\theta} \rho_s \lesssim 0.3$$

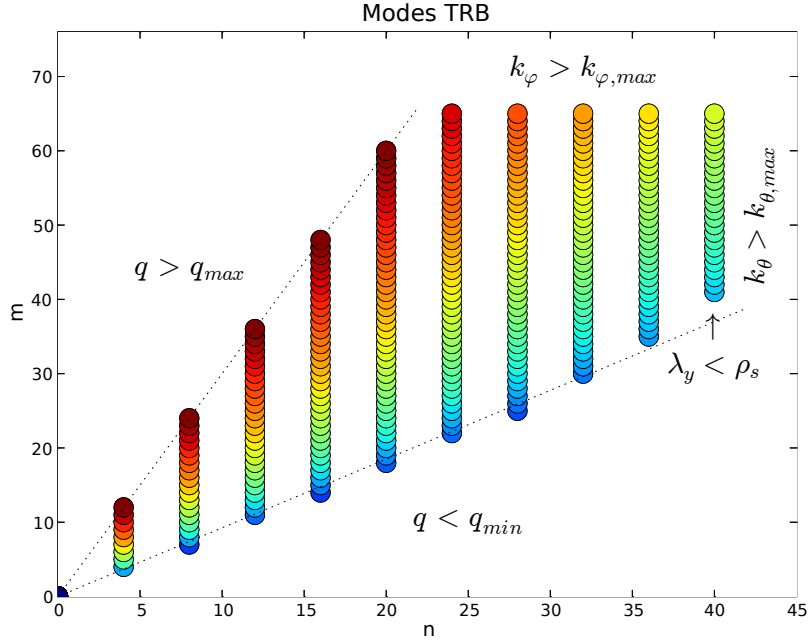
6.3.3.2. Approximations permettant de limiter le nombre de modes

Théoriquement, les relations ci-dessus suffisent à borner le nombre de modes. Cependant, dans des conditions réalistes, le nombre de modes correspondant est immense. Donc, il est nécessaire de recourir à un certain nombre d’approximations :

Limitation du nombre de modes au bord : Le profil de température chute brutalement en approchant du bord du plasma, ce qui entraîne une diminution correspondante du rayon de Larmor. Les seules conditions ci-dessus conduiraient à conserver un nombre de modes astronomique au bord du plasma, une région qui est de toute manière mal simulée par les codes de turbulence adaptés au plasma de coeur (MHD, source de neutres, couplage coeur-bord, profil de q ...). On ajoute donc une condition supplémentaire,

$$m \leq m_{max}$$

qui, de par l’augmentation de q au bord, limite le nombre de modes uniquement au bord

FIG. 6.3.: Sélection des modes (m, n) simulés

du plasma.

Suppression de certains modes toroïdaux : Les résultats ne sont pas modifiés considérablement si on ne garde que les modes dont n est multiple de 4.

Ces diverses contraintes sont rassemblées sur la figure 6.3.

Approximation Gyro-Bohm. Si la turbulence est locale, c'est à dire qu'elle ne dépend pas de la taille du plasma, alors une modification de ρ_* ne modifie pas la turbulence. En utilisant cette approximation, il est donc possible d'effectuer une simulation avec un ρ_* plus grand, ce qui est très avantageux pour le temps de calcul. Typiquement, les valeurs expérimentales de ρ_* sont de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$, alors que $\rho_* = 7,5 \cdot 10^{-3}$ est communément utilisé pour des simulations de TRB.

6.4. Déroulement schématique de l'exécution

Le schéma d'exécution simplifié de TRB est représenté à la figure 6.4.

6.4.1. Constantes de temps

6.4.1.1. Pas de temps numérique

L'unité la plus courte est le pas de temps numérique, qui correspond à l'évolution des champs (compression et advection). Chaque pas de temps est divisé en deux, afin de minimiser les effets de la discrétisation en temps : l'évolution des champs est décalée par rapport à l'advection (« time splitting »).

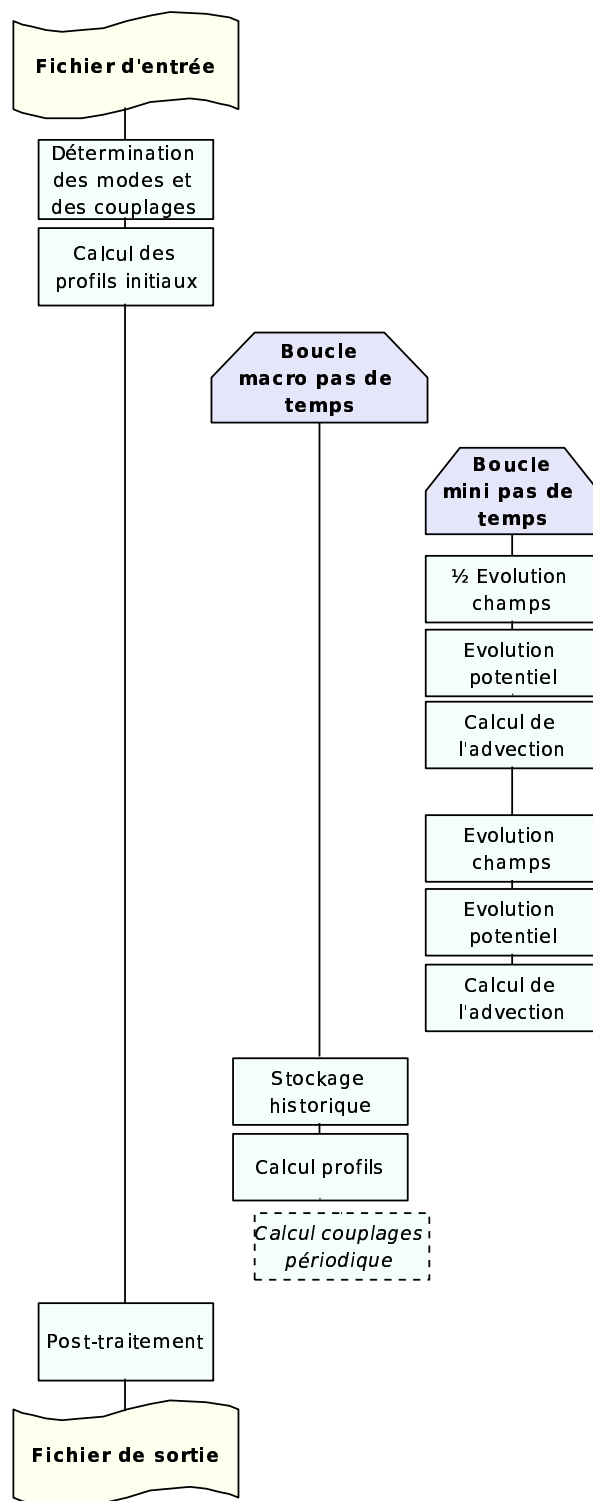


FIG. 6.4.: Déroulement de l'exécution de TRB

6.4.1.2. Pas de temps de stockage des profils

Plus long que le précédent, il correspond à la périodicité d'enregistrement des historiques des profils.

6.4.1.3. Pas de temps de calcul des couplages

Les couplages évoluant avec des durées typiques de l'ordre du temps de confinement, il n'est pas nécessaire de les calculer aussi souvent.

6.4.2. Post-traitement

Différents post-traitements sont effectués à la fin de l'exécution, en particulier une SVD qui permet d'extraire les modes propres et valeurs propres (linéaires). On peut ainsi obtenir le sens de rotation des ondes, ce qui permet de savoir si on a affaire à des modes ioniques ou électroniques ; ainsi que les taux de croissance des modes.

La conservation de l'énergie est enregistrée durant la simulation et contrôlée en post-traitement.

6.5. Implémentation des impuretés

6.5.1. Modification du code

L'implémentation des impuretés a été effectuée en deux temps.

Dans un premier temps, à partir de l'implémentation initiale (scalaire passif n'influant pas la quasineutralité) une implémentation ne prenant pas en compte la dynamique parallèle des impuretés a été mise au point. Les modifications concernaient essentiellement :

- l'intégration dans le reste du code d'un champ supplémentaire pour la pression des impuretés (initialisation, sauvegardes et reprises, ...), la propagation à ce champ des avantages du code (mode « gradient fixe » par exemple)
- l'implémentation de l'équation d'évolution de la pression, le calcul des couplages entre champs,
- les modifications à l'équation d'évolution de la vorticité prenant en compte la contribution de la nouvelle espèce ionique,
- une relecture complète du code rendue nécessaire par le fait que la supposition $n_e = n_i$ était rendue caduque.

Cette implémentation partielle a permis les études des pincements de courbure et de thermodiffusion présentées dans la section 7.1.

Dans un second temps, la dynamique parallèle des impuretés a été implémentée. L'impureté est donc maintenant dans le code une seconde espèce ionique complète.

6.5.2. Validation

Seules les modifications au code ont nécessité validation : l'ancien code avait déjà été validé. La validation s' st effectuée principalement sur un test : considérer un plasma constitué à 50%

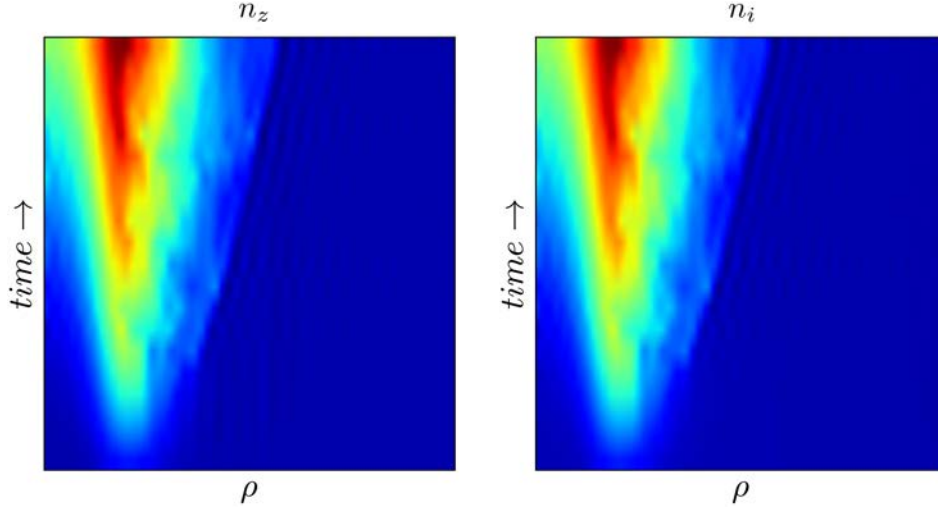


FIG. 6.5.: Validation des modifications du code. A gauche, densité d' « impureté » ; à droite, densité d'ion « majoritaire » dans un mélange 50% Deutérium + 50% Deutérium.

de deutérium (comme ion majoritaire) et 50% de deutérium (comme impureté)⁶. Les deux fluides doivent avoir le même comportement.

Ce test n'est pas trivial : en effet, l'implémentation des impuretés est très différente de l'implémentation de l'ion majoritaire. La densité de l'ion majoritaire n'est pas un des champs qui évoluent dans le code, car l'équation de conservation de la densité d'ion majoritaire est remplacée par l'équation sur la vorticité. La densité ionique est calculée à posteriori par

$$n_i = n_e - zn_z$$

Au contraire, la densité d'impuretés suit une équation d'évolution tout comme la densité électronique. La comparaison de l'évolution de densité ionique et d'impureté est donc un bon test de l'implémentation du transport d'impuretés.

Le résultat du test est présenté à la figure 6.5. Les deux évolutions sont bien identiques (aux erreurs d'arrondi et d'initialisation près).

⁶Plus précisément, TRB étant un code à flux fixe, ce qui est fixé ce n'est pas la composition mais les sources. La source d'électron est donc le double de la source d'impuretés, l'impureté étant du deutérium comme l'ion majoritaire.

7. Étude non linéaire du transport d'impuretés

Le code TRB, présenté au chapitre 6, est utilisé dans ce chapitre pour étudier le transport non-linéaire d'impuretés, et en particulier pour tester les prédictions de la théorie quasilineaire.

7.1. Simulations stationnaires 2D

Les effets de la dérive électrique et de la dérive de polarisation peuvent être étudiés qualitativement à l'aide de simulations 2D (c'est à dire, dans le cas de TRB, qui ne résolvent pas la structure radiale des modes). En effet, l'extension radiale des modes est limitée par le cisaillement magnétique d'une part, et par la dynamique parallèle (via le cisaillement de vitesse) d'autre part. Or, l'influence du premier n'est pas étudiée dans ce chapitre. L'effet de la seconde sera étudié à la section 7.2. Dans cette section, l'extension radiale des modes est donc fixée arbitrairement, ce qui permet de gagner en temps de calcul : passer de 9 à 2 modes radiaux par mode (m, n) divise approximativement le nombre de couplages, donc le temps de calcul, par $(9/2)^2 \sim 20$.

Le fait de considérer uniquement l'état stationnaire permet de limiter en grande partie l'influence de l'amplitude des fluctuations, mal évaluée par tout code fluide¹. En particulier, le modèle quasilineaire indique que le rapport v/D (qui détermine le profil stationnaire, eq. 1.8 page 20) ne dépend pas de l'amplitude des fluctuations $|\tilde{\phi}|$.

7.1.1. Conditions des simulations

Pour ces simulations, on se place dans une gamme de paramètres permettant des simulations non-linéaires économes en temps de calcul, correspondant donc à un plasma de petite taille, avec un chauffage important.

Ce dernier point permet d'obtenir une turbulence forte, donc des niveaux de fluctuations élevés, ce qui favorise donc des temps de confinement courts et permet d'obtenir des profils stationnaires rapidement. Si l'on dévie peu du domaine de validité de la théorie quasilineaire (eq. 1.8 page 20) ceci ne doit pas influencer considérablement le profil d'équilibre.

L'impureté choisie par défaut dans la suite est le carbone : il s'agit d'une impureté « intermédiaire » entre les impuretés très légères (He, Tritium) et les impuretés lourdes (impuretés métalliques : W, Ni,...) qui est fréquemment présente dans les machines actuelles dont la première paroi est partiellement couverte de tuiles de carbone.

¹En particulier, l'effet Landau est un effet qui n'est pas pris en compte dans le cadre d'une description fluide. Il s'agit d'un effet stabilisant, donc un code fluide indique des seuils d'instabilité plus bas qu'un code cinétique. Il surestime ainsi l'instabilité, et donc le niveau de turbulence.

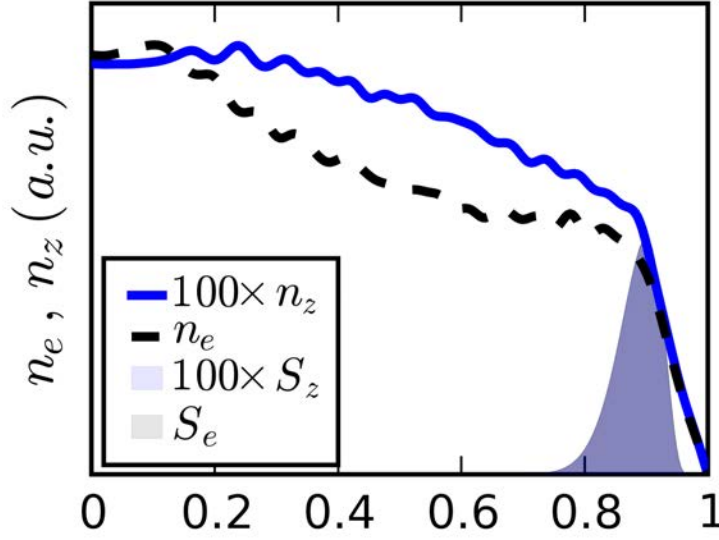


FIG. 7.1.: Profils de densité d'équilibre : électrons et traces de Carbone.

7.1.2. Présence d'une vitesse de piquage turbulente des impuretés.

La mise en évidence de la présence d'une vitesse de pincement repose sur l'équation 1.8 page 20. En régime stationnaire et à l'intérieur de toutes les sources d'impuretés, la présence d'un profil de densité d'impureté piqué témoigne de l'existence d'une vitesse de pincement.

Une simulation simple a donc été effectuée, avec des sources d'électrons et de carbone situées au bord du plasma. Ces sources ont été choisies homothétiques, ce qui devrait produire des profils homothétiques si les coefficients de transport D et v sont identique.

Le profil d'équilibre obtenu est reproduit dans la figure 7.1 .

Le profil de densité d'impureté n'est pas plat : les impuretés sont donc également soumises à un phénomène de piquage de densité, ainsi que le prédit la théorie quasilinear. D'autre part, la forme du profil de densité des impuretés est différente de la forme du profil de densité électronique : les phénomènes à l'oeuvre sont donc différents.

7.1.3. Comparaison du pincement $E \times B$ et de thermodiffusion

Deux vitesses de dérive existent dans la limite bidimensionnelle, et chacune est responsable d'une vitesse de piquage, via l'asymétrie des effets de compression qui apparaît en présence de courbure du champ magnétique :

- la vitesse de dérive électrique, qui est responsable du piquage de compression $E \times B$,
- et la vitesse de dérive diamagnétique, à l'origine du pincement de thermodiffusion.

Dans la théorie quasilinear, ces deux vitesses existent pour les électrons comme pour les impuretés, mais la thermodiffusion est inversement proportionnelle à la charge de la particule, ce qui la diminue fortement pour les impuretés. De plus, le pincement de compression $E \times B$ n'est pas identique pour les électrons piégés d'une part, et pour les espèces ioniques d'autre part.

Il est donc intéressant de séparer ces deux effets. Ceci est possible, en court-circuitant les parties du code correspondant à la compression de vitesse de dérive électrique ou diamagné-

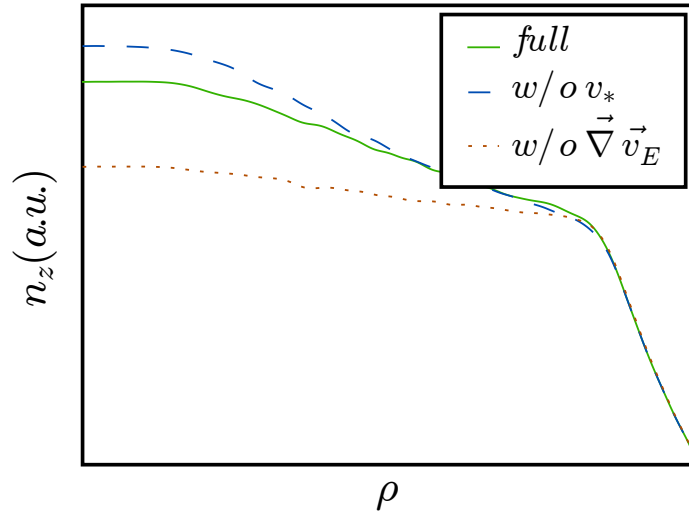


FIG. 7.2.: Comparaison des deux mécanismes bidimensionnels de pincement d'impuretés.

tique, respectivement.

En utilisant les mêmes paramètres qu'à la section 7.1.2, on obtient le résultat présenté à la figure 7.2 .

Le piquage dominant est celui lié à la compression de dérive électrique. Cet effet est dirigé vers l'intérieur, ainsi que le prévoit la théorie quasilinear. A cause de la dépendance en $1/Z$ de la thermodiffusion, celle-ci est beaucoup plus faible.

7.1.4. Effet de la température

Concernant le transport électronique, il a été mis en évidence à plusieurs reprises que la thermodiffusion change de signe avec la vitesse de phase moyenne de la turbulence. Celle-ci est positive pour une turbulence dominée par les ions, favorisée par un fort T_i/T_e , et négative pour une turbulence électronique - plus présente pour des T_e élevés . La convection à grande échelle des électrons est alors dirigée vers l'intérieur pour des modes ioniques, et vers l'extérieur pour des modes électroniques.

Le calcul quasilinear de la section 4.2.3 indique un comportement opposé en ce qui concerne les espèces ioniques, notamment les impuretés. Plus spécifiquement, la convection est alors globalement vers l'intérieur pour des modes électroniques, et vers l'extérieur pour des modes ioniques (il convient de rappeler qu'une vitesse de pincement différente pour les ions et les électrons ne contredit pas la quasineutralité : en effet, le spectre de turbulence s'ajuste pour toujours maintenir le plasma électriquement neutre).

Ce comportement doit être testé non-linéairement : en effet, il est fortement lié au spectre de la turbulence, que la théorie quasilinear ne permet pas de prévoir correctement.

Plusieurs simulations ont donc été effectuées avec TRB, avec des valeurs de T_i/T_e différentes (avec T_i fixé). Plus précisément, c'est la source de chaleur électronique qui varie entre les différentes simulations. Les profils stationnaires correspondants sont présentés à la figure 7.3 .

Comme prévu par la théorie quasilinear, le profil stationnaire de la densité d'impureté se

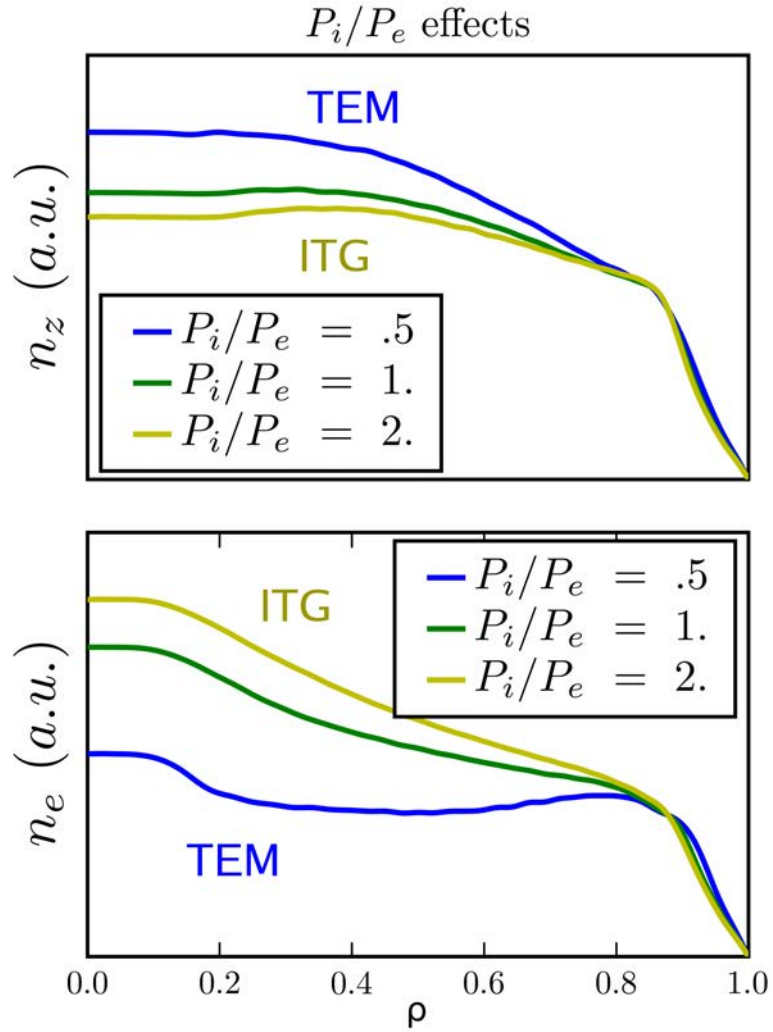


FIG. 7.3.: Influence de T_i/T_e sur les profils d'équilibre dans le cas bidimensionnel. Pour un chauffage à dominante ionique, les ions majoritaires et les électrons s'accumulent au centre, et le contenu impuretés est limité.

comporte inversement aux électrons : le profil d'impureté est plus piqué dans le cas à fort T_e . De plus, cet effet est plus faible pour les impuretés (ici, du carbone) que pour les électrons.

7.2. Effets de compressibilité parallèle

7.2.1. Effet de la vitesse parallèle

Ces effets ont été étudiés avec un modèle quasilinear gyrocinétique dans [22]. On les étudie ici avec un modèle fluide non-linéaire.

Alors que les effets liés aux vitesses de dérive électrique et diamagnétique peuvent être étudiés qualitativement en fixant arbitrairement l'extension radiale des modes (quasi-2D), les effets de la compressibilité dans la direction parallèle nécessitent des simulations tridimensionnelles complètes : il est nécessaire d'avoir une bonne résolution radiale de la structure des modes. En effet, c'est essentiellement la dynamique parallèle au champ magnétique détermine la forme et l'extension radiales des modes de ballonnement, via le cisaillement de vitesse parallèle² ; et ces modes sont les moteurs des fluctuations de vitesse parallèle.

Pour ces simulations, 9 modes radiaux sont utilisés pour chaque mode (m, n) .

L'équation régissant la dynamique parallèle est l'équation de conservation de l'impulsion parallèle (3.3)

$$d_t v_{\parallel s} = -\frac{e_s}{m_s} \nabla_{\parallel} \phi - \frac{\nabla_{\parallel} P_s}{m_s n_{s,eq}}$$

Le premier terme est proportionnel à Z/A , alors que le second décroît en $1/A$ et est négligeable pour les impuretés lourdes. Ainsi, une impureté sera d'autant plus sensible aux effets de la dynamique parallèle qu'elle sera légère et fortement chargée ($Z/A \gg 1$). A l'inverse, pour une impureté dont $Z/A \ll 1$, les effets de la dynamique parallèle seront amoindris.

Il est donc possible de mettre en évidence l'effet de la compressibilité parallèle en comparant le transport de deux espèces d'impuretés différentes, l'une avec $Z/A \gg 1$ et l'autre à $Z/A \ll 1$ (il faut souligner qu'une impureté « réaliste » reste poché de $Z/A \sim 1/2$).

En pratique, pour des raisons numériques, la valeur de Z/A est plafonnée : à de trop fortes valeurs de Z les effets de dilution obligent à utiliser une concentration d'impureté trop faible par rapport aux fluctuations de densité électronique. Ainsi, pour l'étude des effets de dynamique parallèle, les valeurs de Z et A choisies sont respectivement :

- $Z = 10$, $A = 1$ pour amplifier les effets de dynamique parallèle,
- $Z = 1$, $A = 10$ pour l'impureté « témoin » dont la dynamique parallèle est ainsi amortie.

De plus, pour ces deux impuretés, un cas à chauffage à dominante électronique ($S_{Pe}/S_{Pi} = 2$) a été simulé, afin de déterminer l'influence éventuelle du rapport de températures. Les résultats sont présentés à la figure 7.4 .

De ces simulations, il ressort que la dynamique parallèle est effectivement associée à un mécanisme de pincement, qui est orienté vers l'intérieur dans tous les cas testés. Néanmoins, cet effet, important pour une impureté fictive dont le rapport de la charge à la masse est artificiellement élevé ($Z/A = 10$), ne semble pas prépondérant pour une impureté réaliste, dont le rapport Z/A reste proche de $1/2$ (sauf pour les impuretés métalliques lourdes, de type tungstène, qui ne sont pas totalement ionisées dans un plasma de tokamak d'une part, et dont le rapport Z/A est encore plus faible, et pour l'hydrogène, pour lequel $Z/A = 1$ d'autre part)

²le cisaillement magnétique y joue aussi un rôle.

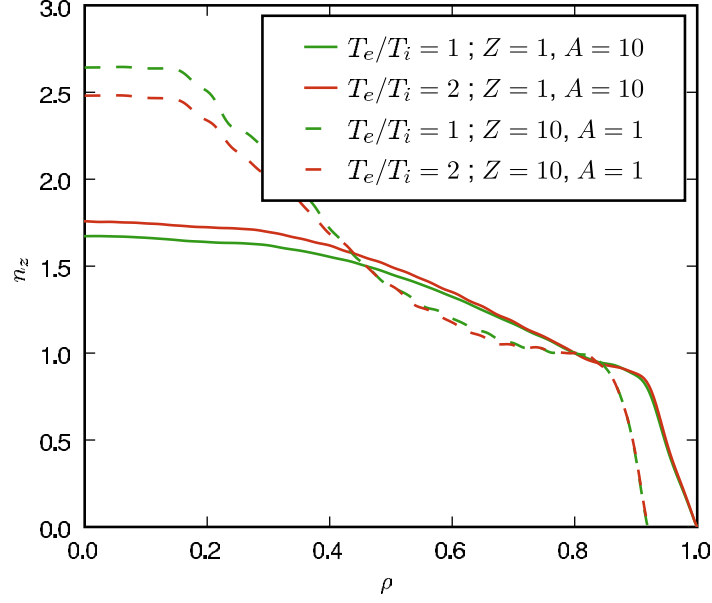


FIG. 7.4.: Effets de vitesse parallèle, mis en évidence sur deux espèces d'impureté fictive. En pointillés, une impureté sensible aux effets de vitesse parallèle, en traits pleins une impureté à faible vitesse parallèle. En rouge, un cas à chauffage électronique dominant.

L'effet constaté du rapport de température ionique-électronique est similaire à ce qui est observé quasi-linéairement dans [22] : un chauffage à dominante électronique diminue le pincement vers l'intérieur. Cet effet est donc opposé, pour les impuretés, à la thermodiffusion pour laquelle un chauffage électronique augmente le pincement vers l'intérieur.

7.2.2. Discussion des amplitudes des mécanismes de pincement

Trois mécanismes responsables de pincement de densité d'impuretés ont été étudiés.

7.2.2.1. Pincement de compressibilité $E \times B$

Le pincement parfois appelé « de courbure », lié à la compressibilité de la vitesse de dérive $E \times B$. Comme le suggère la théorie quasilinear, ce pincement est toujours orienté vers l'intérieur. Son amplitude est modérée ($v/D \sim R^{-1}$) mais il est toujours observé dans les simulations. Il est ainsi souvent dominant pour le transport d'impuretés.

7.2.2.2. Thermodiffusion

La « thermodiffusion », qui a pour origine la compressibilité de la vitesse de dérive diamagnétique. Elle diminue en $1/Z$ pour les impuretés et son effet est négligeable pour les impuretés plus lourdes que le carbone, tant que $T_e \sim T_i$.

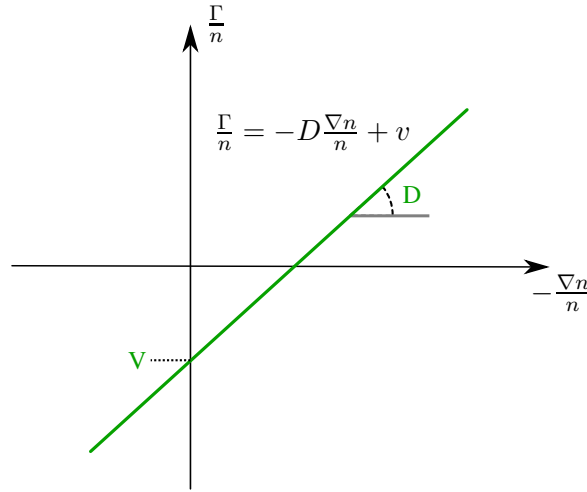


FIG. 7.5.: Principe de l'extraction de D et v à partir d'un transitoire. A chaque point radial correspond un tel graphe. Chaque pas de temps donne une valeur de Γ/n et $-\nabla n/n$. Un fit linéaire sur les points obtenus donne les valeurs de D et v

7.2.2.3. Compressibilité parallèle

Le pincement de dynamique parallèle, qui dans les simulations est toujours observé vers l'intérieur (mais diminue pour $T_e > T_i$). Il est d'ampleur modérée pour les impuretés réelles, dont le rapport Z/A reste de l'ordre de l'unité. En particulier, bien que présentant le bon comportement en T_e/T_i , il semble insuffisant pour expliquer la décontamination communément observée lors de l'adjonction de chauffage électronique dans un coeur de plasma de tokamak (voir par exemple [8]).

Néanmoins, il faut noter que la dynamique parallèle est généralement sous-estimée dans TRB, qui est un code fluide. Ceci pourrait expliquer la différence avec les résultats de [22], obtenus à l'aide du code gyrocinétique GS2 (mais en mode quasilinear), où la prise en compte de la dynamique parallèle conduit à une variation sensible du pincement de densité d'impuretés avec T_e/T_i , sans toutefois permettre un pincement vers l'extérieur pour des conditions de plasma réalistes.

7.3. Simulations de transitoires

7.3.1. Extraction de D et V

Si on considère la représentation diffusion-convection $\Gamma = -D\nabla n + vn$, on peut écrire

$$\frac{\Gamma}{n} = -D \frac{\nabla n}{n} + v$$

On peut ainsi extraire D et v d'une régression linéaire de Γ/n en fonction de $-\frac{\nabla n}{n}$ (fig. 7.5).

Avec une simulation de l'évolution d'un transitoire, on obtient ainsi, pour chaque position radiale, un nuage de points correspondant chacun à un instant, et donc à une valeur de gradient.

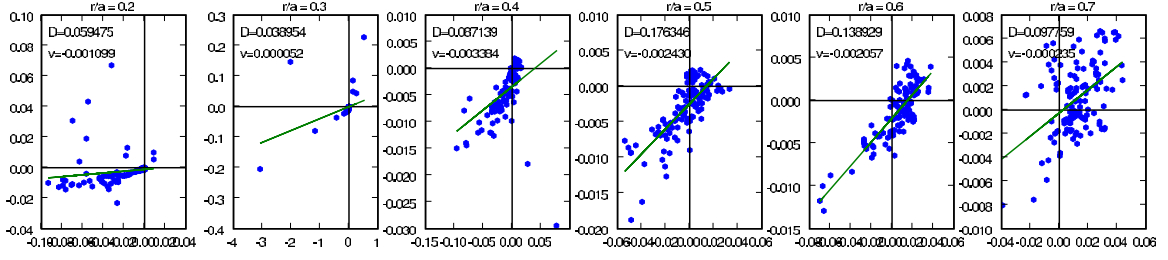


FIG. 7.6.: Calcul de D et v pour quelques rayons avec un transitoire TRB. En abscisse, $-\nabla n/n$; en ordonnée Γ/n .

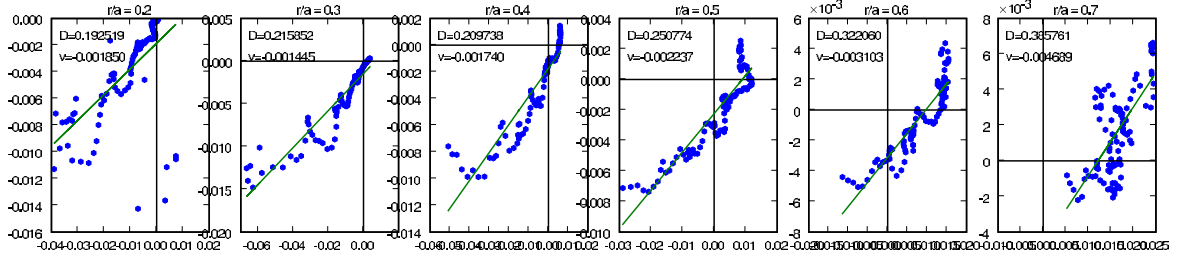


FIG. 7.7.: Après lissage, calcul de D et v pour quelques rayons avec un transitoire TRB. En abscisse, $-\nabla n/n$; en ordonnée Γ/n .

Si les différents points ne s'alignent pas, cela signifie que la représentation diffusion-convection n'est pas adaptée. En fait cette représentation n'est exacte que dans le domaine d'application de la théorie quasilinear (faibles fluctuations et turbulence répartie sur de nombreux modes) et pour une impureté sous forme de trace. D'autres descriptions ont été proposées récemment pour dépasser ces limitations (cf section 4.1.2.4), mais seule la représentation diffusion-convection est utilisée couramment pour l'analyse de données expérimentales.

En pratique, des petites fluctuations du profil perturbent fortement le gradient local, et donc dispersent considérablement le nuage de points. Il est donc utile de lisser le transitoire avant d'effectuer les régressions linéaires. Si le transitoire est suffisamment lent par rapport au temps de corrélation des fluctuations, il est possible d'utiliser une moyenne en temps; mais en général meilleurs résultats sont obtenus à l'aide d'un lissage spatial. Pour les transitoires présentés ci-après, les profils du code ont été remplacés par leurs fits polynomiaux. Entre 4 et une quinzaine de coefficients suffisent pour obtenir un profil visuellement très proche du profil d'origine.

7.3.2. Évolution de D et V sur un transitoire TRB

La technique ci-dessus est appliquée à un transitoire de densité d'impuretés avec le code TRB. Les plots correspondant à la figure 7.5 pour quelques rayons sont représentés à la figure 7.6. L'effet du lissage des profils du transitoire est représenté à la figure 7.7 : les nuages de points sont moins dispersés et permettent un fit linéaire pour obtenir des valeurs de D et v .

Pour des impuretés traces, le modèle quasilinear indique que D et v ne dépendent que des paramètres du plasma, et non de l'impureté. Ils doivent donc être constants au cours de l'injection. Toute déviation significative de D et v au cours d'un transitoire pour une impureté

trace signifie donc que le modèle quasilinear n'est pas complètement valide.

7.4. Retour sur l'hypothèse d'impuretés traces

Diverses simulations ont été effectuées en augmentant progressivement la concentration relative d'impureté, sans modifier la source de densité électronique totale. Ces simulations ont été effectuées avec des sources homothétiques pour l'ion majoritaire et pour les impuretés. En régime stationnaire, on ne voit alors aucun effet sur le transport électronique ni sur le spectre de fluctuations, jusqu'à des concentrations relatives de plusieurs 10^{-1} (en nombre d'électrons associés).

En fait, le premier effet à apparaître dans TRB lors de simulations d'injections d'impuretés est lié à la dilution du plasma, si l'injection d'impuretés n'est pas associée à une diminution correspondante de la source électronique. Il est probable que dans un plasma réel, d'autres effets de la présence d'impuretés, non implémentés dans TRB, modifient indirectement la turbulence à des concentrations relatives plus faibles (On peut citer, par exemple, les pertes radiatives de chaleur ou le transport néoclassique). Ces phénomènes sont équivalents, pour la turbulence, à une modification des sources donc des flux imposés. Ils modifient ainsi in fine la turbulence.

Néanmoins, lors d'un transitoire, le gradient de densité d'impureté peut être très fort, et sur des temps courts modifier sensiblement le spectre de turbulence. Ceci pourrait avoir un effet sur la propagation des transitoires, mais cet effet n'a pas été étudié ici.

Troisième partie .

Études expérimentales

Résumé introductif

Résumé des chapitres précédents

Les chapitres précédents ont présenté le développement d'un modèle de transport turbulent d'impuretés. Ce modèle prédit la présence de trois mécanismes de pincement pour les impuretés, liés à la compressibilité de trois vitesses fluides : la vitesse de dérive électrique, la vitesse de dérive diamagnétique et la vitesse parallèle.

Ce modèle a été étudié d'abord analytiquement, à l'aide d'un modèle quasilinéaire simple. Le code de turbulence fluide TRB a ensuite été modifié pour permettre des simulations non-linéaires du transport d'impuretés, ce qui permet de s'affranchir des contraintes du modèle quasilinéaire (faibles fluctuations relatives, turbulence répartie sur de nombreux modes, et nécessité d'obtenir un spectre de turbulence extérieur pour calculer le transport). Les résultats de simulations non linéaires ont qualitativement confirmé les prédictions du modèle quasilinéaire concernant chacune des trois vitesses de pincement.

Ces résultats, comme toute théorie, doivent donc être confrontés avec l'expérience.

La comparaison s'effectuera donc entre des simulations du code TRB, et des expériences sur les tokamaks Tore Supra et JET.

Niveau de comparaison

De nombreux diagnostics (interférométrie pour la densité électronique, détecteurs de neutrons pour le tritium, spectroscopie UV pour les impuretés,...) fournissent des données intégrées sur des lignes de visées. Deux approches sont donc envisageables pour la comparaison avec des simulations :

quantitative : les résultats de la simulation sont intégrés sur la ligne de visée du diagnostic avant d'être comparés aux valeurs expérimentales. Ainsi, les erreurs inhérentes à la reconstruction des profils sont évitées et une comparaison fiable et directe est possible. Néanmoins, l'interprétation de désaccords entre expérience et simulation n'est pas évidente.

modèle réduit : l'expérience et la simulation sont comparés à l'aide d'un modèle réduit commun, le plus souvent un modèle diffusion-convection. L'interprétation des résultats est simplifiée, mais le passage des données expérimentales, souvent intégrées, aux coefficients de transport D et v n'est pas toujours unique.

Le code TRB est un code fluide et ne prend pas en compte quantité de phénomènes perturbant le transport (MHD, transport néoclassique...). Il ne peut donc pas prétendre à un accord parfait avec les résultats expérimentaux. C'est pourquoi la deuxième méthode est utilisée par la suite.

Dans le chapitre 8, le transport d'électrons et de traces de tritium est brièvement étudié à la lumière du modèle présenté. Puis, dans le chapitre 9, le transport d'impuretés dans Tore Supra et JET est analysé et comparé avec les prédictions de TRB pour divers paramètres plasma.

8. Transport de particules et de traces de tritium

8.1. Piquage de densité électronique

8.1.1. Description simplifiée du transport

La très faible densité d'un plasma¹ de tokamak rend les mesures des grandeurs thermodynamiques très délicates. Par conséquent, les diagnostics disponibles souffrent d'une incertitude qui ne permet pas, sauf exception, de mesurer directement les profils et les flux correspondants aux échelles spatiales et temporelles caractéristiques de la turbulence. Lors de la comparaison théorie-expérience, on utilise ainsi généralement pour caractériser le transport une description simplifiée, la description diffusion-convection (voir la section 1.4.1).

Lorsque la théorie quasilineaire est valide (faibles fluctuations et spectre de turbulence large), il se trouve que cette description est exacte pour une espèce présente sous forme de trace. En effet la théorie quasilineaire suggère une description en diffusion-convection du transport de particules ; et si les particules considérées sont suffisamment peu concentrées pour ne pas modifier la turbulence, D et v ne dépendent pas du profil de densité de l'espèce. Cette description peut être étendue au transport électronique, mais dans ce cas D et v peuvent dépendre de la densité ou du gradient de densité et ne sont donc plus des constantes en présence de transitoires.

Au chapitre 4, trois vitesses de pincement sont mises en évidence :

- la première concerne la compressibilité de la vitesse de dérive électrique ;
- la thermodiffusion est due à la compressibilité de la dérive diamagnétique ;
- Une dernière est liée à la compressibilité du mouvement parallèle, mais concerne moins directement le transport électronique.

L'expression de la première, pour des électrons piégés, fait intervenir un terme proportionnel à $1/4 + 2s/3$. Ce terme provient de la moyenne, sur une trajectoire banane, de la fréquence de précession des électrons piégés. Le rapport v/D de cette première vitesse de pincement dépend donc de $\nabla_r q/q$. Par contre, elle ne dépend pas de $\nabla_r T/T$.

A l'inverse, la thermodiffusion est une vitesse de pincement proportionnelle à $\nabla_r T/T$, mais ne dépend pas directement du cisaillement magnétique donc de $\nabla_r q/q$.

Ces considérations ont conduit à proposer la formule suivante pour décrire le transport d'électrons :

$$\Gamma = -D \left(\nabla_r n + c_q \frac{\nabla_r q}{q} n + c_T \frac{\nabla_r T}{T} n \right)$$

où c_q et c_T sont des paramètres ajustés en fonction des mesures. Ainsi, la détermination de c_T et c_q à partir des données expérimentales permet en principe de connaître l'influence relative du pincement de compressibilité de v_E et du pincement de thermodiffusion.

¹ de l'ordre de $10^{20} m^{-3}$, à comparer avec $2,7 \cdot 10^{25} m^{-3}$ pour un gaz dans les conditions normales de température et de pression.

8.1.2. Modélisation intégrée

8.1.2.1. Principe

De nombreux processus, souvent complexes, sont à l'oeuvre dans un plasma de tokamak : les différents systèmes de chauffage, les phénomènes liés à l'injection de matière, les phénomènes de turbulence, le transport, etc. Ces phénomènes ont lieu à des échelles très différentes : de la centaine de GHz pour certains systèmes de chauffage micro-ondes, au Hz pour le transport à grande échelle ; de quelques centaines de microns pour le rayon de Larmor électronique au m pour la taille de la machine. Une simulation directe et complète de l'ensemble des phénomènes à l'oeuvre dans le plasma est donc impossible : elle nécessiterait, pour couvrir ces différentes échelles, une puissance de calcul hors de proportion avec les moyens disponibles actuellement ou dans un futur proche. De plus, chacun constitue un sujet complexe en soi - il est donc illusoire d'espérer les connaître tous.

Fort heureusement, ces phénomènes sont souvent faiblement couplés : par exemple, le transport néoclassique influe peu sur la turbulence, et en première approximation la turbulence n'influe sur les systèmes de chauffage ou d'injection de matière qu'au travers du transport à grande échelle.

Il est ainsi envisageable de simuler chacun de ces processus indépendamment, chacun avec ses propres échelles de temps ou d'espace, et de coupler ces processus via le transport à grande échelle, pour espérer décrire le plasma.

C'est le principe de la modélisation intégrée : différents « modules » sont exécutés indépendamment, et communiquent au travers des équations de transport à grande échelle. Il existe ainsi des modules pour chaque système de chauffage, pour chaque système d'injection de matière, pour le transport néoclassique, pour le transport turbulent, pour différents phénomènes MHD, pour le chauffage inductif, etc. Ces modules sont couplés au moyen des équations du transport radial à grande échelle, qui sont les équations de conservation de la matière, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la charge.

Ce système n'est pas parfait : de très nombreux couplages existent entre ces différents phénomènes, comme par exemple la synergie entre chauffage LH et FCE, le transport néoclassique des ions rapides issus de l'injection de neutres, entre la turbulence et les particules rapides, etc. Certains de ces couplages peuvent eux-même être pris en compte par des modules spécifiques ou par une modification des modules concernés, mais il s'agit d'un exercice complexe et généralement partiel. Néanmoins, la modélisation intégrée simplifie grandement la comparaison théorie-expérience.

Plusieurs codes de modélisation intégrée existent, notamment JETTO, CRONOS, ASTRA et TRANSP. C'est le code JETTO qui a été utilisé pour la simulation intégrée du transport d'électrons et de traces de tritium.

8.1.2.2. Difficultés

Différents chocs JET ont été analysés dans le but d'une part de mettre en évidence la présence d'un piquage de densité, et si possible de différencier l'effet de la thermodiffusion de l'effet de la compression de dérive électrique (souvent appelé « pincement de courbure »). Cette approche se heurte néanmoins à plusieurs difficultés.

Source de neutres : Premièrement, un gradient de densité stationnaire dans le coeur du plasma peut être produit par une source de densité pénétrant profondément dans le plasma comme par un mécanisme turbulent. Or, il est difficile de séparer ces effets.

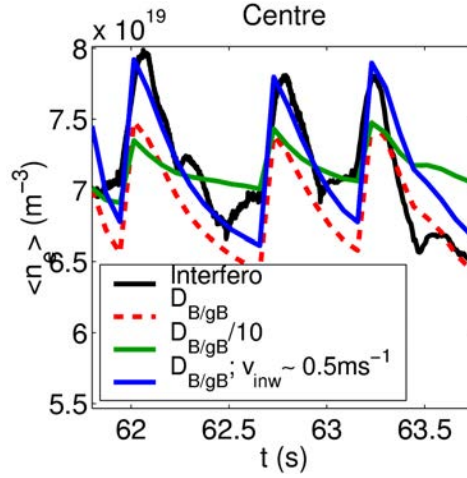


FIG. 8.1.: Dynamique mesurée des perturbations de densité au centre du plasma (voie centrale de l'interférométrie en noir). La présence d'une vitesse de pincement anormale est nécessaire pour en rendre compte.

En effet les phénomènes de recyclage des neutres au bord du plasma sont complexes, difficiles à prédire a priori et les diagnostics disponibles sont indirects. Néanmoins, des simulations complètes de plasma de bord [46, 47] suggèrent que pour les chocs JET étudiés la source de particules reste cantonnée au bord du plasma. De plus, des chocs similaires en hélium et en hydrogène sur TCV ne montrent aucune différence de gradient de densité électronique, alors que l'échange de charge est beaucoup plus efficace pour l'hydrogène et produit une source de densité plus centrale [48].

Séparation des piquages : D'autre part, la séparation du piquage de compression de v_E et de la thermodiffusion est délicate, parce que les profils de $\nabla T/T$ et de $-\nabla q/q$ sont toujours similaires. La précision des données disponibles ne permet pas de séparer ces deux effets.

8.1.2.3. Résultats

Présence d'un pincement anormal. La présence d'un gradient de densité stationnaire à l'intérieur des sources signe la présence d'une vitesse de pincement. La théorie néoclassique prédit un tel pincement (voir 1.4.2.2) mais inférieur à $0.05 m.s^{-1}$ pour les chocs étudiés. Il peut donc être responsable à lui seul du pincement observé, à condition de se trouver en présence d'une diffusivité très faible.

Le choc 57110 est un choc en mode L qui présente de courtes phases de mode H (de l'ordre de $100 ms$) au cours desquelles la densité au bord augmente. Au cours de la phase de mode L qui suit, la propagation de cette anomalie de densité dans le coeur du plasma, suivie par l'interférométrie, permet de déterminer la diffusivité et la vitesse de pincement indépendamment l'une de l'autre. La comparaison des données expérimentales avec des simulations JETTO confirme sans ambiguïté qu'il existe un pincement anormal ; l'effet Ware seul nécessiterait des diffusivités environ 10 fois trop faibles pour rendre compte des gradients observés (fig. 8.1).

De plus, on peut noter que la loi d'échelle JET (Bohm-Gyro Bohm) décrit bien la diffusivité de ce choc.

Bien que l'analyse de ces transitoires ne soit effectuée que pendant la phase de décroissance de la densité (donc en mode L), il n'est pas exclu que les courtes phases de mode H perturbent les phases de mode L autrement que par la modification de densité. En particulier, la température varie également au cours de ces transitoires, la perturbation doit modifier localement la turbulence. Cependant, la perturbation de température n'est visible qu'à la périphérie du plasma. De plus, l'amplitude de l'écart entre la vitesse de Ware et la vitesse de pincement mesurée, et l'accord entre la diffusivité et la loi d'échelle JET jouent en faveur de ce résultat.

Le piquage augmente aux faibles collisionnalités. Les chocs 57110 et 57101, similaires mais de densités différentes, ont été analysés. La séparation entre D et v possible pour le choc 57110 n'est pas possible pour le choc 57101, mais il est raisonnable de supposer que la loi d'échelle Bohm-Gyro Bohm, valable pour le choc 57110, est utilisable pour le 57101 également.

Les profils d'équilibre suggèrent que l'amplitude du pincement anormal (et donc la valeur des constantes c_T et c_q , 2 fois plus fortes pour le choc 57101) augmente aux plus faibles collisionnalités, ce qui confirme d'autres résultats [31, 49, 50]. Néanmoins, il ne s'agit pas d'une étude a-dimensionnelle à proprement parler, les valeurs de ρ_* , β et q (entre autres) n'étant pas tout à fait identiques pour ces deux chocs.

8.2. Transport de traces de tritium

L'injection de traces de tritium dans des plasmas de deutérium est intéressante à plus d'un titre. D'une part, la présence de tritium même en faible quantité est signalée par la production de neutrons de fusion (neutrons de $14MeV$) ; ces neutrons peuvent être mesurés suivant suffisamment de lignes de visée pour permettre la reconstruction tomographique en 2 dimensions (r , θ) de la densité de tritium. D'autre part, le tritium peut être injecté comme gaz (au bord du plasma) ou par l'injection de neutres, qui les dépose dans le coeur du plasma et permet également l'étude du transport des ions rapides.

D'un point de vue physique, le tritium se comporte vis-à-vis de la turbulence comme un traceur quasi parfait et constitue en quelque sorte un intermédiaire entre le deutérium et les impuretés. En effet, le remplacement d'un ion deutérium par un ion tritium n'entraîne pas d'effet de dilution, et est donc transparent pour la densité électronique. De plus, le tritium n'entraîne pas de modification sensible du rayonnement du plasma, tant au bord qu'au coeur, et la chaleur déposée par les particules α issues des réactions de fusion de traces de tritium est négligeable dans le bilan global de puissance du plasma. Les effets thermiques de l'injection de traces de tritium sont donc négligeables².

Enfin, pour ce qui est de la turbulence les différences entre deutérium et tritium se résument à une masse 1,5 fois plus grande, donc

- un rayon de Larmor multiplié par 1.2 (d'où une très légère augmentation des effets de rayon de Larmor fini)
- une vitesse thermique 1.2 fois plus faible
- une modification des effets des collisions avec les électrons, qui disparaissent à faible collisionnalité.

Ces effets sont donc minimes.

²L'hydrogène pourrait aussi, d'un point de vue théorique, être utilisé comme trace, mais la mesure de la densité d'hydrogène-trace est très difficile techniquement.

8.2.1. Rappel de théorie : le comportement des traces de tritium

Sous les conditions de validité de la théorie quasilinear, c'est à dire

- d'une part, des faibles fluctuations relatives
- d'autre part, un spectre de fluctuations large, autrement dit présence de nombreux modes couplés,

le transport d'une trace est de type diffusion-convection, et la diffusivité D comme la vitesse de pincement v ne dépendent que des caractéristiques de la turbulence, et non de la concentration d'impuretés.

Pour une espèce présente en tant que trace, c'est à dire en quantités suffisamment faibles pour ne pas modifier la turbulence, D et v ne dépendent pas des profils de densité ni de température de l'espèce trace.

Alors que dans les expériences courantes, les impuretés sont généralement présentes en tant que traces, ce n'est jamais le cas pour le transport de deutérium qui est généralement l'ion majoritaire du plasma : du fait de la neutralité du plasma, le transport de l'ion majoritaire est identique au transport électronique. Des traces de tritium peuvent donc être considérées à la fois comme l'impureté la plus légère possible ($Z = 1$) mais également comme un marqueur pour étudier l'effet direct de la turbulence sur l'ion majoritaire, avec tous les avantages d'une trace (possibilité de transitoires non perturbatifs).

8.2.2. Présentation du choc étudié

Le choc analysé (choc JET 61097) est un choc en mode H. Le tritium est injecté, directement au coeur du plasma, par l'injection de neutres uniquement. Ceci permet de minimiser les effets du recyclage au bord du plasma, très gênants pour l'étude du transport de particules (section 8.1.2.2). Il s'agit encore d'un avantage de l'analyse de transport de traces de tritium : il est impossible de réaliser un plasma dont la source d'ion majoritaire ne serait que l'injection de neutres ³.

Il convient de tenir compte, pour le calcul de la source de tritium, du transport néoclassique important des ions rapides. Ceci a été effectué en amont de l'analyse de transport ; on se limite ici à la phase de transport du tritium thermique.

8.2.3. Résultats et discussion

8.2.3.1. Analyse JETTO

L'analyse JETTO du choc 61097, en accord avec les résultats de [51], montre des valeurs de D du même ordre pour le tritium et pour le deutérium. Les valeurs de v obtenues sont, par contre, environ 1,5 fois plus fortes pour les traces de tritium que pour le deutérium.

La faible différence de diffusivité entre le deutérium et les traces de tritium peut s'expliquer par des effets de collisions (néoclassiques) : en effet, les collisions avec le tritium perturbent peu le transport du deutérium, alors que les collisions avec le deutérium forment l'essentiel du transport néoclassique des traces de tritium.

Pour ce qui est de la turbulence, bien que la physique gouvernant les flux turbulents de tritium et de deutérium soit la même, le fait que le tritium soit injecté comme trace induit

³La seule « densité naturelle », densité résiduelle présente dans le tore en l'absence de toute source de densité, ne serait pas négligeable même si un tel choc était possible techniquement. De plus, le recyclage au bord du plasma est toujours présent et serait important après quelques temps de confinement.

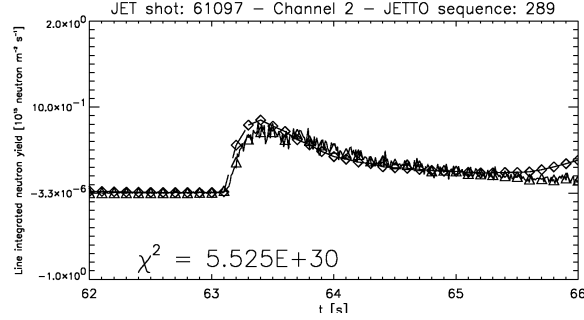


FIG. 8.2.: Suivi du tritium par les emmissivités de neutrons : l'évolution expérimentale et modélisation intégrée.

que son flux est gouverné par le profil de densité du deutérium. Autrement dit, la diffusivité et la vitesse de pincement du tritium agissent sur la densité de tritium, mais dépendent de la densité de deutérium. Il semblerait donc normal que les valeurs de diffusivité et de vitesse de pincement turbulent soient identiques pour les deux espèces. Cependant, le transport du deutérium est fortement contraint par la quasineutralité. L'analyse expérimentale du transport du deutérium, qui s'effectue d'ailleurs sur le transport électronique, donne la diffusion et la convection de l'ensemble du plasma neutre (deutérium et électrons), lesquelles ne dépendent pas que des ions, et ne donnent donc pas directement accès à la physique du transport turbulent du deutérium.

Autrement dit, le transport de traces de tritium est de nature purement ionique, alors que le transport de deutérium (en tant qu'ion majoritaire) est contraint par le transport électronique.

Ceci pourrait expliquer les différences observées entre le transport électronique et le transport de traces de tritium.

8.2.3.2. Simulations TRB

Des simulations stationnaires de ce choc ont été effectuées avec TRB (où le tritium est l'impureté), en plaçant la source de tritium au bord du plasma. Les profils de densité de tritium et d'électrons obtenus (fig. 8.3), sont en bon accord qualitatif avec le résultat de l'analyse de transport JETTO. En effet, le rapport v_T/D_T du tritium est environ 2 fois plus important que le rapport v_e/D_e des électrons pour les simulations TRB, alors que l'analyse JETTO donne un rapport 1,5 environ.

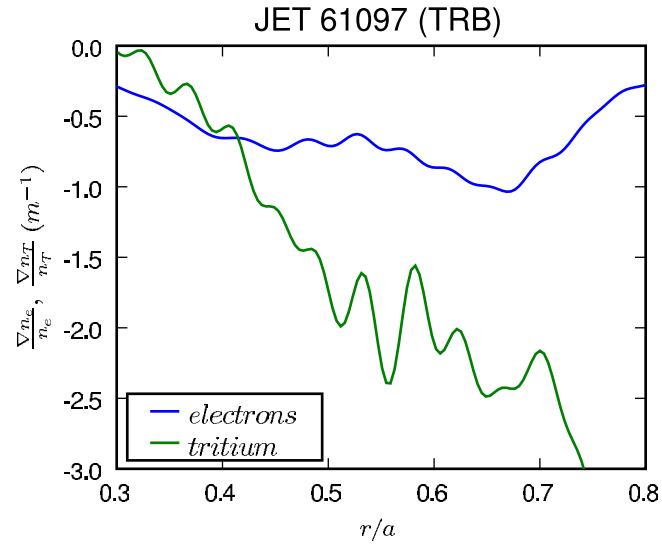


FIG. 8.3.: Profils TRB de $\nabla n/n$, pour le tritium et les pour les électrons. La source de densité étant externe pour les deux espèces, ces courbes représentent également v/D .

9. Transport d'impuretés

9.1. Tore Supra

9.1.1. Description des chocs

Une série de chocs « ohmiques » (c'est à dire sans chauffage additionnel) identiques a été réalisée. Dans chaque choc a été injectée une impureté différente, afin de tester la dépendance en charge du transport d'impuretés. Des impuretés métalliques (Al, Ni, Ge, Ti) ainsi que des impuretés gazeuses (N, Ar) ont été injectées ce qui permet de s'assurer que les résultats sont indépendants de la méthode d'injection (ablation laser pour les impuretés métalliques, injection de gaz pour les impuretés gazeuses).

Les quantités injectées, avec des concentrations relatives de l'ordre de 10^{-2} , sont suffisamment faibles pour ne pas perturber sensiblement le profil de densité électronique (ce qui a été vérifié avec la réflectométrie) ; de plus la turbulence n'est probablement pas affectée par l'injection car aucune modification du signal de la réflectométrie de fluctuations n'a été observée [52].

L'analyse des mesures expérimentales (spectrométrie UV et bolométrie) indique que le transport est indépendant de la charge de l'impureté injectée [18].

9.1.2. Simulations de turbulence

Des simulations de ces chocs ont été effectuées avec le code TRB.

9.1.2.1. Conditions des simulations

Le rayon de Larmor ionique expérimental étant trop faible pour permettre une simulations 3D avec des moyens de calcul raisonnables, il a été augmenté pour les simulations (voir 6.3.3.2). Spécifiquement, la valeur de $\rho_\star = 7,5 \cdot 10^{-3}$ au centre du plasma choisie pour les simulations est ainsi environ 4 fois plus élevée que la valeur expérimentale. Il convient d'en tenir compte pour le calcul des dépôts de puissance normalisés.

Une simulation CRONOS d'un de ces chocs ont permis de calculer les sources de densité et de puissance, y compris la puissance d'échange thermique ions-électrons.

9.1.2.2. Raideur

Des simulations du plasma, sans impuretés, indiquent que pour TRB les sources de chaleur et de particules sont insuffisantes pour obtenir les gradients expérimentaux. Ceci s'explique par le fait que les seuils d'instabilités fluides, négligeant l'effet Landau stabilisant, sont plus faibles que les seuils d'instabilités cinétiques. La turbulence apparaît donc à des gradients plus faibles que dans la réalité. Ceci, et le fait que le code comme les expériences montrent une forte raideur [52] (il faut augmenter fortement la source pour modifier les profils) implique qu'il est impossible d'avoir à la fois les profils et les sources réalistes.

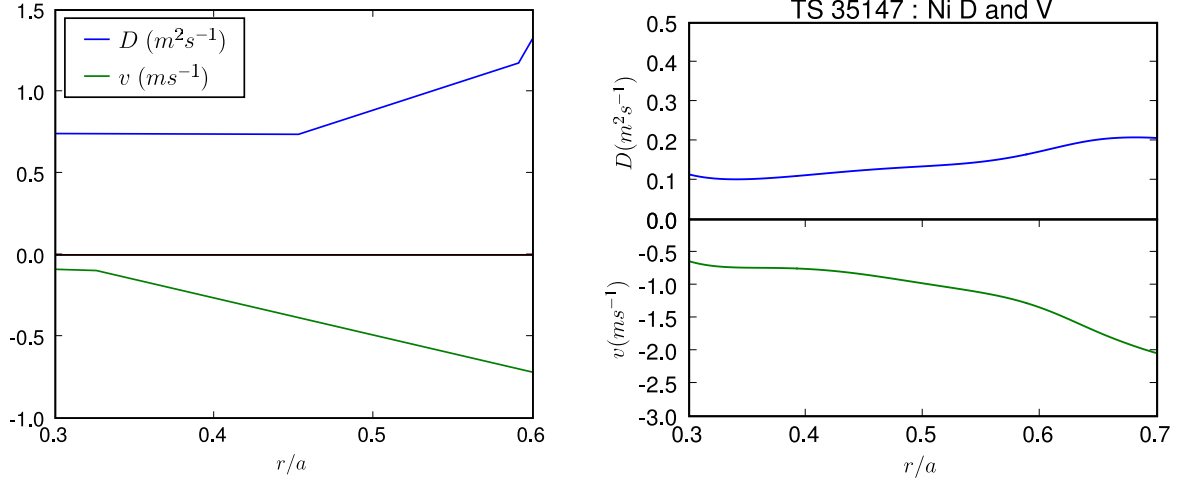


FIG. 9.1.: Diffusivité et vitesse de pincement issues de la modélisation du transport d'impureté (à g.) et d'une simulation TRB (à d.).

On fait par la suite le choix d'utiliser des sources réalistes (obtenues par une simulation du plasma avec le code CRONOS) : les niveaux de turbulence restent ainsi élevés mais plus raisonnables (quelques pour cents à mi-rayon).

9.1.2.3. Résultats.

On observe, dans les simulations de TRB, un pincement turbulent des impuretés vers l'intérieur du plasma (voir fig. 9.2). Ce résultat est en bon accord qualitatif avec la modélisation du transport d'impuretés effectuée avec le code ITC [18] (fig. 9.1). Comme on peut s'y attendre, la diffusivité et la vitesse de pincement sont plus fortes dans la zone de gradient ($0.5 \lesssim r/a \lesssim 0.8$) qu'au coeur du plasma ($0.2 \lesssim r/a \lesssim 0.5$), les gradients - moteurs de la turbulence - y étant plus forts (ce qui est également confirmé par les mesures de fluctuations de densité).

Les différences de coefficients de transport entre les différentes espèces d'impuretés simulées est minime (fig. 9.2), comme le prédit la théorie (voir sec. 4.2). Ce résultat est également retrouvé expérimentalement [18].

9.1.3. Discussion

Les résultats des simulations de TRB, les prédictions théoriques et les observations expérimentales sont en bon accord qualitatif pour cette série de chocs. D'une part, le transport des différentes espèces injectées est similaire. D'autre part, le pincement d'impuretés comme d'électrons est orienté vers l'intérieur du plasma. Enfin, le transport turbulent est plus fort dans la zone de gradients que dans le coeur du plasma.

Néanmoins, l'absence de mesure de profils de température ionique limite la fiabilité de la comparaison avec l'expérience. Une seconde série de chocs a été effectuée ultérieurement pour combler cette lacune.

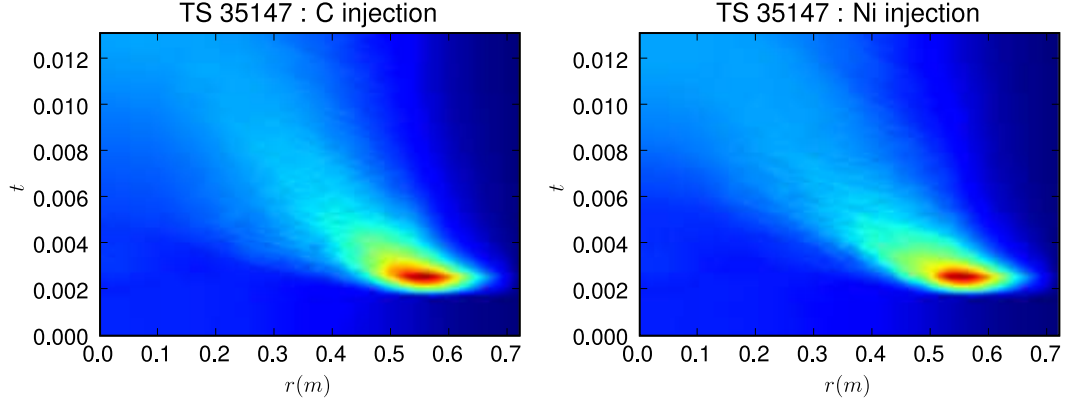


FIG. 9.2.: Injection de deux impuretés différentes dans le choc Tore Supra 35147 : carbone ($Z=6$, à gauche) et Nickel ($Z=28$, à droite)

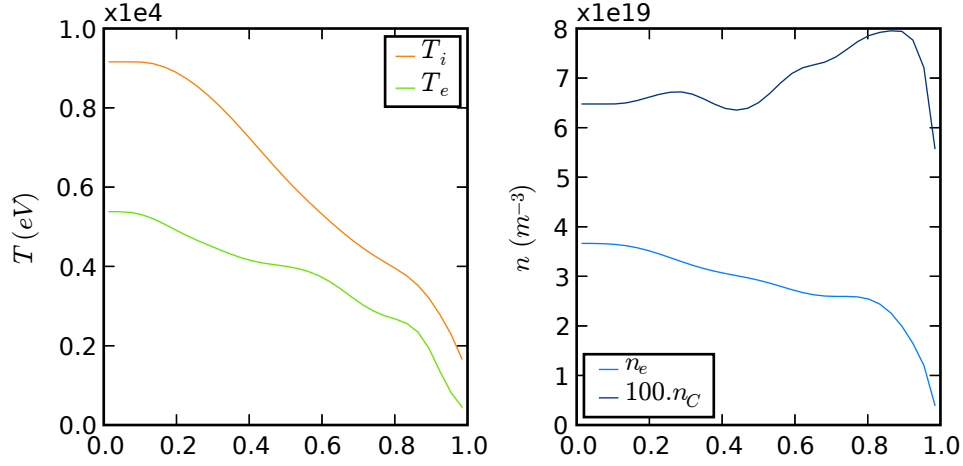


FIG. 9.3.: Profils de température (à gauche) et de densité (à droite) pour le choc JET 60932.

9.2. JET

9.2.1. Description du choc étudié

Le choc JET étudié est le choc no. 60932. Il s'agit d'un choc en mode hybride, avec un fort ($16MW$) chauffage (injection de neutres majoritairement) et une densité relativement faible ($4.10^{19}m^{-3}$). Ces paramètres minimisent la collisionnalité, donc l'influence des collisions qui ne sont pas prises en compte dans TRB.

La température ionique est plus de 2 fois plus élevée que la température électronique pour ce choc, ce qui le distingue largement des chocs de Tore Supra étudiés. De plus il présente une barrière externe de transport, donc un piédestal. Les profils de densité et de température de ce choc sont représentés à la figure 9.3.

Le profil du facteur de sécurité q est monotone¹, et donc bien adapté à un code ayant pour

¹ $\nabla_r q \sim 0$ dans les 20% les plus centraux du plasma, mais cette zone n'est jamais simulée par TRB (et est

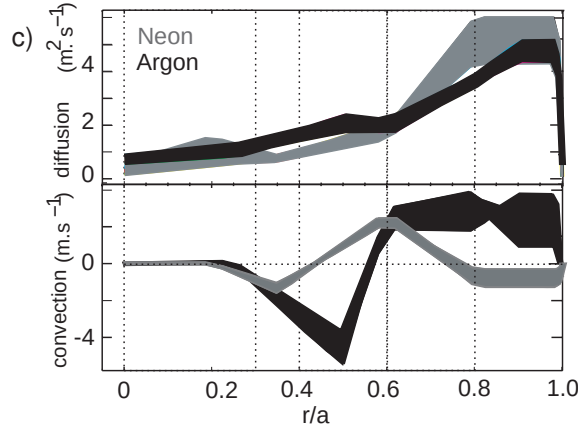


FIG. 9.4.: D (bleu) et v (vert) pour l'argon dans le choc JET 60932 [19]. L'anomalie sur la vitesse de pincement autour de $r/a = 0.5$ provient certainement de la présence de NTM sur la surface $q = 3/2$.

hypothèse la prédominance des surfaces de résonance².

Enfin, ce choc a bénéficié de bonnes mesures de tous les diagnostics, en particulier concernant les impuretés. Deux impuretés différentes (argon et néon) ont été injectées simultanément, comme mélange gazeux, et leur propagation dans le plasma suivie par les rayons X mous et par échange de charge. De plus les profils stationnaires de carbone sont également disponibles par échange de charge.

9.2.2. Résultats des simulations et discussion

Les simulations de TRB pour ce choc indiquent un pincement vers l'intérieur, similaire pour toutes les espèces d'impuretés (carbone, néon, argon).

L'analyse du transport d'impuretés pour ce choc a été effectuée dans [19] et le résultat est représenté sur la figure 9.4. Le transport est très probablement dominé par les NTMs entre $r/a = 0.4$ et $r/a = 0.6$; de plus le manque de données d'échange de charges entre $r/a = 0.6$ et $r/a = 0.8$ (seuls les spectres de rayons X mous sont disponibles) limite la fiabilité des données au-delà de $r/a = 0.6$. La seule partie exploitable est donc située entre $r/a = 0.2$ et $r/a = 0.35$. Le transport des deux impuretés injectées (néon et argon) y est similaire, et présente un pincement vers l'intérieur. Ceci est bien compatible avec les résultats de TRB.

Néanmoins, le profil de densité du carbone intrinsèque est creux (fig. 9.3), ce qui correspond à un pincement vers l'extérieur car la source de carbone est périphérique (le carbone est totalement ionisé pour $r/a < 0.8$). Cette situation est très courante dans les chocs en mode hybride et en mode H à JET. Elle n'est pas expliquée par les simulations de TRB, qui présentent toujours un pincement vers l'intérieur ainsi qu'il a été noté au chapitre 7.

L'inversion de la vitesse de pincement des impuretés injectées, observée pour certains chocs

généralement stable vis-à-vis de la microturbulence)

²En effet, en présence de zones de cisaillement magnétique nul ($\nabla_r q = 0$) les modes résonnants sont largement écartés et la répartition de l'énergie entre les modes ne se fait plus efficacement; le code devient instable. Physiquement, l'énergie des modes résonnants instables se répartit sur des modes stables non résonnants, or ils ne sont pas pris en compte dans TRB.

JET à fort chauffage électronique, n'est jamais obtenue dans des simulations de TRB. De plus, elle n'est pas non plus observée pour des conditions plasma réalistes dans des simulations GS2 quasilineaires [53].

9.3. Conclusion de la comparaison avec l'expérience

L'accord entre les prédictions théoriques du code TRB et l'expérience est le plus souvent satisfaisant, mais reste en échec dans quelques cas.

Tout d'abord, les prédictions du code TRB concernant le transport électronique ont été comparées avec succès à l'expérience par le passé.

Ensuite, les prédictions de TRB sont en bon accord avec l'analyse du transport de traces de tritium. Il serait cependant utile de simuler un transitoire correspondant à l'injection effectuée sur le choc JET 61097, afin de confirmer ce résultat en mode stationnaire par une comparaison dynamique.

De plus, le code TRB reproduit bien le transport d'impuretés observé pour le choc ohmique Tore Supra. L'accord est bon également pour les impuretés injectées (argon et néon) dans le choc JET 60932.

Par contre, le code TRB ne rend pas compte du profil creux du carbone à l'équilibre dans ce même choc, ni du pincement d'impuretés vers l'extérieur observé dans certaines décharges, notamment à fort T_e/T_i .

Conclusion et perspectives

Le transport turbulent d'impuretés a été étudié tout d'abord sous un angle théorique et numérique, puis a été comparé aux données issues de diverses expériences.

L'étude théorique s'est appuyée sur un calcul quasi-linéaire des flux d'impuretés. Trois mécanismes de pincement de densité d'impuretés ont été mis en évidence : le premier lié à la compressibilité de la dérive électrique, le second lié à la compressibilité de dérive diamagnétique et le dernier à la compressibilité parallèle. La première vitesse de pincement, souvent appelée « pincement de courbure », est toujours dirigée vers l'intérieur. Elle ne dépend pas de l'espèce considérée. La seconde, appelée thermodiffusion, décroît en $1/Z$: elle est négligeable pour les impuretés plus lourdes que le carbone. De plus, elle change de signe avec la vitesse de phase moyenne de la turbulence. Ainsi, elle est dirigée vers l'extérieur pour une turbulence ITG (chauffage ionique prédominant), et vers l'intérieur pour une turbulence TEM (chauffage électronique). La troisième, liée à la dynamique parallèle au champ magnétique, dépend peu de la charge pour des impuretés complètement ionisées. Elle aussi dépend de la vitesse de phase moyenne. Cependant, elle a un comportement inverse : dirigée vers l'intérieur pour une turbulence ionique, elle s'oriente vers l'extérieur pour une turbulence électronique.

Le code fluide non-linéaire TRB a été modifié pour permettre la simulation d'un plasma constitué de deux espèces ioniques indépendantes. Cette modification a conduit à passer de 5 à 8 champs. Le code modifié a été validé, et peut fonctionner au choix à flux fixe ou à gradient fixe. Des simulations à flux fixe nul avec le code modifié ont montré sans ambiguïté l'existence d'un pincement turbulent d'impuretés. Les caractéristiques des différentes vitesses de pincement ont été confirmées en régime non-linéaire, en particulier la disparition de la thermodiffusion pour les impuretés plus lourdes que le carbone et son inversion avec T_e/T_i . Le pincement lié à la dynamique parallèle constaté est faible, alors qu'il semble modéré sur la base de simulations gyrocinétiques. Ceci est probablement dû à la nature fluide des équations résolues par le code TRB, qui conduisent à une fréquence de transit faible devant les fréquences typiques des fluctuations. Ces résultats ont été confirmés à gradient fixe. Il en ressort que le pincement des impuretés est dominé par le pincement de courbure, donc dirigé vers l'intérieur. De plus, pour les impuretés plus lourdes que le carbone il ne dépend pas de l'espèce considérée.

Ces prédictions théoriques devaient être confrontées aux mesures expérimentales. Pour ce faire, diverses expériences de transport, sur les tokamaks Tore Supra et JET, ont été simulées. Comme tous les codes fluides, TRB présente des niveaux d'instabilité trop élevés pour des gradients expérimentaux. Ainsi, les valeurs de D et v sont toujours surestimées si l'on fixe des gradients réalistes. Par contre, en utilisant des sources réalistes, les niveaux de turbulence ont le bon ordre de grandeur. Pour les chocs Tore Supra, les profils de D et v concordent qualitativement avec les profils tirés de l'expérience. De plus, les valeurs numériques de D et v ne dépendent pas de Z , en accord avec les mesures expérimentales. Les simulations de chocs du JET ont également montré de bons résultats qualitatifs en ce qui concerne le transport de traces de tritium et d'impuretés injectées. Cependant, il n'a pas été possible de reproduire le pincement vers l'extérieur observé pour le carbone d'une part, et dans des décharges à chauffage électronique dominant d'autre part. Ce dernier cas pourrait être expliqué par les limitations

de la description fluide par rapport à la description cinétique, limitant la dynamique parallèle.

En résumé, les simulations numériques sont en accord qualitatif avec la théorie quasilinéaire. Le pincement d'impuretés est toujours *orienté vers l'intérieur* et *ne dépend pas de l'espèce considérée* pour les impuretés plus lourdes que le carbone. Ces conclusions sont en bon accord avec l'expérience, sauf d'une part pour les régimes à chauffage électronique dominant (ce que pourraient expliquer les limitations du fluide par rapport au cinétique), et d'autre part pour le carbone intrinsèque à JET. Ce phénomène reste encore à expliquer.

Une suite logique de ce travail serait donc d'étudier les raisons de ce désaccord. L'effet des limitations de la théorie fluide par rapport à la théorie cinétique, en particulier sur le pincement lié à la dynamique parallèle, apparaît comme un bon candidat : des simulations gyrocinétiques non-linéaires semblent nécessaires pour clarifier cette situation.

D'autre part, les limitations de la théorie quasilinéaire apparaissent dans les simulations non-linéaires. Des effets non linéaires, par exemple de type Ratchett, pourraient conduire à d'autres effets de pincement non décrits ici. De plus, même lors d'injections en quantité de trace, les valeurs de diffusivité et de convection varient au cours de la relaxation du profil de densité d'impuretés simulés. Ceci suggère que la représentation diffusion-convection n'est pas forcément la plus appropriée des descriptions possibles du transport. D'autres types de descriptions, fondées par exemple sur une diffusion fractionnaire, ont été proposées récemment. Ces descriptions prennent en compte l'intermittence du transport et des profils stationnaires non plats à flux nul. Ils pourraient apporter une réponse à cette problématique, tant pour l'analyse de simulations que pour l'analyse d'expériences.

A. Solution analytique de la relation de dispersion locale

A.1. Solution analytique pour une branche ionique.

L'équation 3.6 peut se résoudre analytiquement dans le cas d'une instabilité simple, c'est à dire si on ne considère qu'une seule espèce réactive. Si on ne considère que les ions, il s'agit du mode ITG. La relation de dispersion s'écrit alors plus simplement :

$$\frac{z^2}{T_{i,eq}} \frac{(z\Omega - \Gamma(1 + \sigma)) \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi}}{z^2\Omega^2 - \Gamma(1 + \sigma)z\Omega + \Gamma\sigma} n_{i,eq} + (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0$$

On peut alors simplifier la relation de dispersion : on obtient alors un polynôme en Ω :

$$\frac{n_{i,eq}}{T_{i,eq}} z^2 ((z\Omega - \Gamma(1 + \sigma)) \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi}) + (z^2\Omega^2 - \Gamma(1 + \sigma)z\Omega + \Gamma\sigma) (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0$$

$$\begin{aligned} (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} z^2 \Omega^2 + \left(\frac{n_{i,eq}}{T_{i,eq}} z^3 \mathcal{A}_{ni} - \Gamma(1 + \sigma) (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} z \right) \Omega \\ - \Gamma(1 + \sigma) \frac{n_{i,eq}}{T_{i,eq}} z^2 \mathcal{A}_{ni} + \frac{n_{i,eq}}{T_{i,eq}} z^2 \mathcal{A}_{Pi} + \Gamma\sigma (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \Omega^2 + \left(z \mathcal{A}_{ni} - \Gamma(1 + \sigma) (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \frac{1}{z} \right) \Omega \\ + \left(-\Gamma(1 + \sigma) \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi} + \Gamma\sigma (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \frac{1}{z^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

La solution est donnée par

$$\Omega = - \frac{z \mathcal{A}_{ni} - \Gamma(1 + \sigma) (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \frac{1}{z} \pm \sqrt{\Delta}}{2 (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}}}$$

où Δ est le discriminant

$$\begin{aligned} \Delta = & \left(z \mathcal{A}_{ni} - \Gamma(1 + \sigma) (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \frac{1}{z} \right)^2 \\ & - 4 (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \left(-\Gamma(1 + \sigma) \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi} + \Gamma\sigma (1 - f_t) \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}} \frac{1}{z^2} \right) \end{aligned}$$

Dans la suite, on suppose que $\sigma = 1$ (ce qui correspond à un modèle fluide « standard »), de plus on pose

$$\tau_{ie} := (1 - f_t) \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \left(z \mathcal{A}_{ni} - \frac{2\Gamma}{z} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \right)^2 - 4\tau_{ie} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \left(-2\Gamma \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi} + \frac{\Gamma}{z^2} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \right) \\
 &= z^2 \mathcal{A}_{ni}^2 - 4\Gamma \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \mathcal{A}_{ni} + \left(\frac{2\Gamma}{z} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \right)^2 - 4 \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \left(-2\Gamma \mathcal{A}_{ni} + \mathcal{A}_{Pi} + \frac{\Gamma}{z^2} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \right) \\
 &= z^2 \mathcal{A}_{ni}^2 + 4\Gamma \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \mathcal{A}_{ni} - 4 \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \mathcal{A}_{Pi} + 4 \left(\frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \right)^2 \tau_{ie}^2 \frac{\Gamma}{z^2} (\Gamma - 1)
 \end{aligned}$$

Les interactions binaires entre particules dans un plasma chaud étant limitées à une courte distance, le plasma peut être assimilé à un gaz parfait de coefficient de compression adiabatique $\Gamma = 5/3$, donc

$$\Delta = z^2 \mathcal{A}_{ni}^2 + \frac{20}{3} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \mathcal{A}_{ni} - 4 \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie} \mathcal{A}_{Pi} + \frac{40}{9} \frac{1}{z^2} \left(\frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \right)^2 \tau_{ie}^2$$

Comme Δ est réel, si $\Delta > 0$ les deux solutions sont réelles : le mode est marginalement stable. Si $\Delta < 0$ par contre, il existe deux solutions, l'une stable et l'autre instable, dont le taux de croissance est

$$\gamma = \frac{n_{i,eq}}{n_{e,eq}} \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2\tau_{ie}}$$

Le seuil d'instabilité est donc atteint pour $\Delta = 0$, ce qui revient à

$$\mathcal{A}_{Pi}^0 = \frac{n_{i,eq}}{4\tau_{ie}n_{e,eq}} z^2 \mathcal{A}_{ni}^2 + \frac{5}{3} \mathcal{A}_{ni} + \frac{10}{9} \frac{1}{z^2} \frac{n_{e,eq}}{n_{i,eq}} \tau_{ie}$$

On retrouve ici l'effet stabilisant de la dilution en présence d'impuretés, du moins pour les faibles gradients de densité : en présence d'impuretés, $n_i/n_e < 1$ ce qui augmente le seuil $\mathcal{A}_{Pi}^0$. De même, une augmentation du gradient de densité est stabilisante.

Pour un plasma pur, $n_i = n_e$ et pour les ions

$$\mathcal{A}_{Ps} = \frac{1}{4\tau_{ie}} \mathcal{A}_{ns}^2 + \frac{5}{3} \mathcal{A}_{ns} + \frac{10}{9} \tau_{ie}$$

A.2. Solution analytique pour une branche d'électrons piégés.

De même que précédemment, si on considère les électrons piégés comme seule espèce réactive,

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{T_{e,eq}} \frac{\left(-\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Omega - \Gamma(1+\sigma) \right) \mathcal{A}_{ne} + \mathcal{A}_{Pe}}{\frac{T_{i,eq}^2}{T_{e,eq}^2\lambda_e^2} \Omega^2 + \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Gamma(1+\sigma) \Omega + \Gamma\sigma} n_{e,eq} + (1-f_t) \frac{n_{e,eq}}{T_{e,eq}} = 0 \\
 &\frac{\left(-\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Omega - 2\Gamma \right) \mathcal{A}_{ne} + \mathcal{A}_{Pe}}{\frac{T_{i,eq}^2}{T_{e,eq}^2\lambda_e^2} \Omega^2 + 2\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Gamma\Omega + \Gamma} + (1-f_t) = 0 \\
 &\left(-\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Omega - 2\Gamma \right) \mathcal{A}_{ne} + \mathcal{A}_{Pe} + (1-f_t) \frac{T_{i,eq}^2}{T_{e,eq}^2\lambda_e^2} \Omega^2 + 2(1-f_t) \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq}\lambda_e} \Gamma\Omega + \Gamma(1-f_t) = 0
 \end{aligned}$$

$$(1 - f_t) \frac{T_{i,eq}^2}{T_{e,eq}^2 \lambda_e^2} \Omega^2 + \frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq} \lambda_e} (2\Gamma (1 - f_t) - \mathcal{A}_{ne}) \Omega - 2\Gamma \mathcal{A}_{ne} + \mathcal{A}_{Pe} + \Gamma (1 - f_t) = 0$$

dont le discriminant est

$$\Delta = \left(\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq} \lambda_e} \right)^2 (2\Gamma (1 - f_t) - \mathcal{A}_{ne})^2 - 4(1 - f_t) \frac{T_{i,eq}^2}{T_{e,eq}^2 \lambda_e^2} (-2\Gamma \mathcal{A}_{ne} + \mathcal{A}_{Pe} + \Gamma (1 - f_t))$$

$$\Delta = \left(\frac{T_{i,eq}}{T_{e,eq} \lambda_e} \right)^2 \left(\mathcal{A}_{ne}^2 + 4\Gamma (1 - f_t) \mathcal{A}_{ne} - 4(1 - f_t) \mathcal{A}_{Pe} - 4(1 - f_t) \Gamma (1 - f_t) + 4\Gamma^2 (1 - f_t)^2 \right)$$

De même que précédemment, il existe un mode instable si $\Delta < 0$ donc

$$\mathcal{A}_{ne}^2 + 4\Gamma (1 - f_t) \mathcal{A}_{ne} - 4(1 - f_t) \mathcal{A}_{Pe} - 4(1 - f_t) \Gamma (1 - f_t) + 4\Gamma^2 (1 - f_t)^2 < 0$$

d'où

$$\mathcal{A}_{Pe} > \frac{\mathcal{A}_{ne}^2}{4(1 - f_t)} + \Gamma \mathcal{A}_{ne} + \Gamma (\Gamma - 1) (1 - f_t)$$

soit, pour $\Gamma = 5/3$,

$$\mathcal{A}_{Pe} > \frac{\mathcal{A}_{ne}^2}{4(1 - f_t)} + \frac{5}{3} \mathcal{A}_{ne} + \frac{10}{9} (1 - f_t)$$

Bibliographie

- [1] John Wesson. *Tokamaks*. Clarendon Press, 3rd edition, 2004.
- [2] G.P. Maddison, M. Brix, R. Budny, M. Charlet, I. Coffey, J.G. Cordey, P. Dumortier, S.K. Erents, N.C. Hawkes, M. von Hellermann, D.L. Hillis, J. Hogan, L.D. Horton, L.C. Ingesson, S. Jachmich, G.L. Jackson, A. Kallenbach, H.R. Koslowski, K.D. Lawson, A. Loarte, G.F. Matthews, D. McDonald, G.R. McKee, A. Meigs, A.M. Messiaen, F. Milani, P. Monier-Garbet, M. Murakami, M.F.F. Nave, J. Ongena, M.E. Puiatti, E. Rachlew, J. Rapp, S. Sharapov, G.M. Staebler, M. Stamp, J.D. Strachan, W. Suttrop, G. Telesca, M.Z. Tokar, B. Unterberg, M. Valisa, K.-D. Zastrow, and EFDA-JET 2000 work-programme contributors. Impurity-seeded plasma experiments on jet. *Nuclear Fusion*, 43(1) :49–62, 2003.
- [3] A. A. Ware. Pinch-effect oscillations in an unstable tokamak plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 25(14) :916–919, Oct 1970.
- [4] S. P. Hirshman and D. J. Sigmar. Neoclassical transport of impurities in tokamak plasmas. *Nuclear Fusion*, 21 :1079, 1981.
- [5] R Guirlet, C Giroud, T Parisot, M E Puiatti, C Bourdelle, L Carraro, N Dubuit, X Garbet, and P R Thomas. Parametric dependences of impurity transport in tokamaks. *accepted in Plasma Physics and Controlled Fusion*.
- [6] W. A. Houlberg, K. C. Shaing, S. P. Hirshman, and M. C. Zarnstorff. Bootstrap current and neoclassical transport in tokamaks of arbitrary collisionality and aspect ratio. *Physics of Plasmas*, 4(9) :3230–3242, 1997.
- [7] C. Giroud, P. Belo, R. Barnsley, I. Coffey, R. Dux, M. von Hellermann, E. Joffrin, A. Meigs C. Jupen, M. O’Mullane, V. Pericoli Ridolfini, A.C.C. Sips, A. Whiteford, K.-D. Zastrow, and JET EFDA contributors. Z-dependence of impurity transport in the hybrid scenario at jet. *31st EPS Conference on Plasma Phys. London, 28 June - 2 July 2004 ECA*, 28G :P-5.159, 2004.
- [8] R Dux, R Neu, A G Peeters, G Pereverzev, A Muck, F Ryter, J Stober, and ASDEX Upgrade Team. Influence of the heating profile on impurity transport in asdex upgrade. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 45(9) :1815–1825, 2003.
- [9] M. E. Puiatti, M. Valisa, C. Angioni, L. Garzotti, P. Mantica, M. Mattioli, L. Carraro, I. Coffey, C. Sozzi, and JET-EFDA contributors. Analysis of metallic impurity density profiles in low collisionality joint european torus h-mode and l-mode plasmas. *Physics of Plasmas*, 13(4) :042501, 2006.
- [10] R. Dux, C. Giroud, R. Neu, A.G.Peeters, J. Stober, and K.D. Zastrow. Accumulation of impurities in advanced scenarios. *Journal of Nuclear Materials*, 313-316 :1150–1155, March 2003.
- [11] E Scavino, J S Bakos, R Dux, H Weisen, and TCV Team. Effects of plasma shape on laser blow-off injected impurity transport in tcv. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 45(11) :1961–1974, 2003.

- [12] M. Mattioli, C. De Michelis, and A.L. Pecquet. Laser blow-off injected impurity transport in l mode tore supra plasmas. *Nuclear Fusion*, 38(11) :1629–1635, 1998.
- [13] R. Giannella, L. Lauro-Taroni, M. Mattioli, B. Alper, B. Denne-Hinnov, G. Magyar, J. O'Rourke, and D. Pasini. Role of current profile in impurity transport in jet l mode discharges. *Nuclear Fusion*, 34(9) :1185–202, 1994.
- [14] R. Dux, A.G. Peeters, A. Gude, A. Kallenbach, R. Neu, and ASDEX Upgrade Team. Z dependence of the core impurity transport in asdex upgrade h mode discharges. *Nuclear Fusion*, 39(11) :1509–1522, 1999.
- [15] M E Puiatti, M Valisa, M Mattioli, T Bolzonella, A Bortolon, I Coffey, R Dux, M von Hellermann, P Monier-Garbet, M F F Nave, J Ongena, and contributors to the EFDA-JET Workprogramme. Simulation of the time behaviour of impurities in jet ar-seeded discharges and its relation with sawtooth and rf heating. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 45(12) :2011–2024, 2003.
- [16] J. E. Rice, J. L. Terry, J. A. Goetz, Y. Wang, E. S. Marmor, M. Greenwald, I. Hutchinson, Y. Takase, S. Wolfe, H. Ohkawa, and A. Hubbard. Impurity transport in alcator c-mod plasmas. volume 4, pages 1605–1609. AIP, 1997.
- [17] R. Neu, R. Dux, A. Geier, H. Greuner, K. Krieger, H. Maier, R. Pugno, V. Rohde, S. W. Yoon, and ASDEX Upgrade Team. New results from the tungsten programme at asdex upgrade. *Journal of Nuclear Materials*, 313-316 :116–126, 2003.
- [18] T. Parisot, R. Guirlet, N. Dubuit, A. Sirinelli, X. Garbet, C. Bourdelle, P. R. Thomas, and L. Godbert-Mouret. Dependence of anomalous impurity transport on electron density and impurity charge in the tore supra tokamak. *33rd EPS Conference on Plasma Phys.*, pages P–5.102, 2006.
- [19] C. Giroud, R. Barnsley, P. Burrati, I. Coffey, K. Lawson, M. O'Mullane, M. von Hellermann, C. Jupen, A. Meigs, A.-D. Whiteford, K.-D. Zastrow, and JET EFDA contributors. Experimental determination of z dependence of impurity transport on jet. *Submitted to Nucl. Fusion*, 2006.
- [20] C. Estrada-Mila, J. Candy, and R. E. Waltz. Gyrokinetic simulations of ion and impurity transport. *Physics of Plasmas*, 12(2) :022305, 2005.
- [21] M. Priego, O. E. Garcia, V. Naulin, and J. Juul Rasmussen. Anomalous diffusion, clustering, and pinch of impurities in plasma edge turbulence. *Physics of Plasmas*, 12(6) :062312, 2005.
- [22] C. Angioni and A. G. Peeters. Direction of impurity pinch and auxiliary heating in tokamak plasmas. *Physical Review Letters*, 96(9) :095003, 2006.
- [23] W. Horton. Drift waves and transport. *Rev. Mod. Phys.*, 71(3) :735–778, Apr 1999.
- [24] X Garbet, P Mantica, C Angioni, E Asp, Y Baranov, C Bourdelle, R Budny, F Crisanti, G Cordey, L Garzotti, N Kirneva, D Hogewey, T Hoang, F Imbeaux, E Joffrin, X Litaudon, A Manini, D C McDonald, H Nordman, V Parail, A Peeters, F Ryter, C Sozzi, M Valovic, T Tala, A Thyagaraja, I Voitsekhovitch, J Weiland, H Weisen, A Zabolotsky, and the JET EFDA Contributors. Physics of transport in tokamaks. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(12B) :B557–B574, 2004.
- [25] C Bourdelle. Turbulent particle transport in magnetized fusion plasma. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 47(5A) :A317–A326, 2005.

- [26] H. Nordman, J. Weiland, and A. Jarmen. Simulation of toroidal drift mode turbulence driven by temperature gradients and electron trapping. *Nuclear Fusion*, 30(6) :983–995, 1990.
- [27] V V Yankov. *JETP Letters*, 60 :171, 1994.
- [28] J. Nycander and V. V. Yankov. Anomalous pinch flux in tokamaks driven by the longitudinal adiabatic invariant. *Physics of Plasmas*, 2(8) :2874–2876, 1995.
- [29] M. B. Isichenko, A. V. Gruzinov, and P. H. Diamond. Invariant measure and turbulent pinch in tokamaks. *Phys. Rev. Lett.*, 74(22) :4436–4439, May 1995.
- [30] D. R. Baker and M. N. Rosenbluth. Density profile consistency and its relation to the transport of trapped versus passing electrons in tokamaks. *Physics of Plasmas*, 5(8) :2936–2941, 1998.
- [31] H Weisen, A Zabolotsky, X Garbet, D Mazon, L Zabeo, C Giroud, H Leggate, M Valovic, K-D Zastrow, and contributors to the JET-EFDA Workprogramme. Shear and collisionality dependences of particle pinch in jet l-mode plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(5) :751–765, 2004.
- [32] G. T. Hoang, C. Bourdelle, X. Garbet, J. F. Artaud, V. Basiuk, J. Bucalossi, F. Clairet, C. Fenzi-Bonizec, C. Gil, J. L. Segui, J. M. Travers, E. Tsitrone, and L. Vermare. Parametric dependence of turbulent particle transport in tore supra plasmas. *Physical Review Letters*, 93(13) :135003, 2004.
- [33] C. Angioni, A. G. Peeters, G. V. Pereverzev, F. Ryter, and G. Tardini ASDEX Upgrade Team. Theory-based modeling of particle transport in asdex upgrade h-mode plasmas, density peaking, anomalous pinch and collisionality. *Physics of Plasmas*, 10(8) :3225–3239, 2003.
- [34] B. Coppi and C. Spight. Ion-mixing mode and model for density rise in confined plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 41(8) :551–554, Aug 1978.
- [35] W. M. Tang, G. Rewoldt, and Liu Chen. Microinstabilities in weak density gradient tokamak systems. *Physics of Fluids*, 29(11) :3715–3718, 1986.
- [36] X. Garbet, L. Garzotti, and P. Mantica. Turbulent particle transport in magnetized plasmas. *Phys. Rev. Lett.*, 91(3) :35001, 2003.
- [37] E. A. Frieman and Liu Chen. Nonlinear gyrokinetic equations for low-frequency electromagnetic waves in general plasma equilibria. *Physics of Fluids*, 25(3) :502–508, 1982.
- [38] L Villard, P Angelino, A Bottino, S J Allfrey, R Hatzky, Y Idomura, O Sauter, and T M Tran. First principles based simulations of instabilities and turbulence. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(12B) :B51–B62, 2004.
- [39] A.J. Brizard and T.S. Hahm. Foundations of nonlinear gyrokinetic theory. *Review of Modern Physics*, 2006 (submitted).
- [40] X. Garbet, N. Dubuit, E. Asp, Y. Sarazin, C. Bourdelle, P. Ghendrih, and G. T. Hoang. Turbulent fluxes and entropy production rate. *Physics of Plasmas*, 12(8) :082511, 2005.
- [41] C. Angioni, A. G. Peeters, F. Jenko, and T. Dannert. Collisionality dependence of density peaking in quasilinear gyrokinetic calculations. *Physics of Plasmas*, 12(11) :112310, 2005.
- [42] B. Ph. van Milligen, B. A. Carreras, and R. Sanchez. Uphill transport and the probabilistic transport model. *Physics of Plasmas*, 11(8) :3787–3794, 2004.

- [43] D. del Castillo-Negrete, B. A. Carreras, and V. E. Lynch. Fractional diffusion in plasma turbulence. *Physics of Plasmas*, 11(8) :3854–3864, 2004.
- [44] M. Vlad, F. Spineanu, and S. Benkadda. Impurity pinch from a ratchet process. *Physical Review Letters*, 96(8) :085001, 2006.
- [45] X. Garbet and R. E. Waltz. Action at distance and bohm scaling of turbulence in tokamaks. *Physics of Plasmas*, 3(5) :1898–1907, 1996.
- [46] G. T. Hoang, C. Bourdelle, B. Pegourie, B. Schunke, J. F. Artaud, J. Bucalossi, F. Clairet, C. Fenzi-Bonizec, X. Garbet, C. Gil, R. Guirlet, F. Imbeaux, J. Lasalle, T. Loarer, C. Lowry, J. M. Travere, and E. Tsitrone Tore Supra Team. Particle pinch with fully noninductive lower hybrid current drive in tore supra. *Physical Review Letters*, 90(15) :155002, 2003.
- [47] E. Tsitrone. Private communication.
- [48] H. Weisen. Private communication.
- [49] M Valovic, R Budny, L Garzotti, X Garbet, A A Korotkov, J Rapp, R Neu, O Sauter, P deVries, B Alper, M Beurskens, J Brzozowski, D McDonald, H Leggate, C Giroud, V Parail, I Voitsekhovitch, and JET EFDA contributors. Density peaking in low collisionality elmy h-mode in jet. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(12) :1877–1889, 2004.
- [50] C. Angioni, A. G. Peeters, G. V. Pereverzev, F. Ryter, and G. Tardini ASDEX Upgrade Team. Density peaking, anomalous pinch, and collisionality in tokamak plasmas. *Physical Review Letters*, 90(20) :205003, 2003.
- [51] K-D Zastrow, J M Adams, Yu Baranov, P Belo, L Bertalot, J H Brzozowski, C D Challis, S Conroy, M de Baar, P de Vries, P Dumortier, J Ferreira, L Garzotti, T C Hender, E Joffrin, V Kiptily, J Mailloux, D C McDonald, R Neu, M O’Mullane, M F F Nave, J Ongena, S Popovichev, M Stamp, J Stober, D Stork, I Voitsekhovitch, M Valovic, H Weisen, A D Whiteford, A Zabolotsky, and JET EFDA Contributors. Tritium transport experiments on the jet tokamak. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 46(12B) :B255–B265, 2004.
- [52] A. Sirinelli. Private communication.
- [53] C. Angioni. Private communication.