



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

U.F.R. ESSTIN

École Doctorale EMMA (Énergétique, Mécanique et Matériaux)

Département de Formation Doctorale : Mécanique et Énergétique

## Thèse

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy 1

en Mécanique et Énergétique

par **Sophie MOISSETTE**

### **Étude dynamique et thermique par modélisation eulérienne-lagrangienne des effets liés aux interactions turbulence-particules dans un écoulement gaz-solide en conduite verticale non-isotherme**

Thèse soutenue le 19 décembre 2001 à l'ESSTIN

Membres du jury :

Rapporteurs :	M. Michel LANCE	Professeur, Université Claude-Bernard Lyon I
	M. Olivier SIMONIN	Professeur, INP Toulouse
Examineurs :	M. Francis ALLARD	Professeur, Université de La Rochelle
	M. Pascal BOULET	Maître de Conférences, UHP-Nancy 1 (Co-directeur de thèse)
	M. Gérard COGNET	Professeur, INP Grenoble
	M. Benoît OESTERLÉ	Professeur, UHP-Nancy 1 (Directeur de thèse)

UNIVERSITÉ DE LORRAINE NANCY 1  
BIBLIOTHEQUE DES SCIENCES  
Rue du Jardin Botanique  
54600 VILLERS-LES-NANCY

*A l'issue de ces trois années passées au LUMEN (intégré aujourd'hui au LEMTA), la rédaction de ce manuscrit est l'occasion d'adresser mes remerciements aux personnes qui ont permis l'aboutissement de cette thèse.*

*J'adresse en premier lieu mes sincères et chaleureux remerciements à Benoît Oesterlé et Pascal Boulet pour la qualité de l'encadrement qu'ils m'ont apporté au cours de ces années. Votre disponibilité et vos compétences ont largement contribué à la progression de mes travaux. Merci pour vos conseils, votre soutien et la confiance que vous m'avez accordée au cours de ces années.*

*Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance aux membres de mon jury de thèse pour leur regard neuf et critique indispensable à l'avancée de tout travail de recherche: Messieurs Michel Lance et Olivier Simonin qui ont accepté de consacrer une partie de leur temps à la lecture attentive de ce manuscrit et qui ont contribué par leurs critiques et conseils à l'amélioration de ce document; Messieurs Francis Allard et Gérard Cognet pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.*

*Un grand merci à toute l'équipe du LUMEN, pour son accueil chaleureux et son ambiance de travail sympathique. Merci à Anne, Valérie et Anélie pour les bons moments passés ensemble, pour votre soutien et pour les nombreuses discussions scientifiques et autres.*

*Enfin, pour leur soutien et leurs encouragements, je remercie de tout cœur Aurélien, mes parents, mes sœurs et ma famille.*

Sommaire.....	i
Nomenclature .....	ix
<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1: ÉCOULEMENT GAZ-SOLIDE ANISOTHERME.....</b>	<b>7</b>
I. INTRODUCTION .....	9
II. LES ÉCOULEMENTS GAZ-SOLIDE ANISOTHERMES: SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE .....	11
1. Études expérimentales en conduite verticale .....	11
2. Études numériques.....	13
a. Approche à un fluide.....	14
b. Approche eulérienne-eulérienne.....	14
c. Approche eulérienne-lagrangienne.....	14
d. Simulation numérique directe (DNS) .....	15
III. PRINCIPE GÉNÉRAL DE NOTRE MODÉLISATION.....	16
1. Configuration expérimentale type .....	16
2. Configuration numérique.....	17
3. Principe de suivi des particules.....	20
IV. GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT .....	22
1. Caractéristiques des phases dispersée et continue.....	22
a. Le nombre de Reynolds particulière .....	22
b. Le temps de relaxation ou temps de réponse.....	22
c. La vitesse de chute.....	23
d. La fraction volumique, le taux de chargement .....	23
e. Le nombre de Stokes.....	24
f. L'échelle de longueur de Kolmogorov et la micro-échelle de Taylor.....	25
2. Caractérisation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi .....	25
a. Température moyenne de mélange.....	25
b. Nombre de Nusselt de suspension.....	26
3. Ordre de grandeur des données caractéristiques des écoulements simulés.....	26
V. CONCLUSION: JUSTIFICATION DES ORIENTATIONS.....	30

CHAPITRE 2: MODÉLISATION DU CHAMP FLUIDE .....	33
I. INTRODUCTION .....	35
II. LE MODÈLE EULÉRIEN.....	37
1. Formulation.....	37
a. Hypothèses.....	37
b. Modélisation.....	37
2. Modèles de fermeture.....	37
a. Modèle $k-\varepsilon$ à bas nombre de Reynolds.....	38
b. Tensions de Reynolds .....	39
c. Flux thermiques turbulents.....	40
III. TRAITEMENT NUMÉRIQUE .....	42
1. Discrétisation .....	42
a. Résolution dynamique .....	42
b. Résolution thermique.....	42
2. Conditions limites .....	43
a. À la paroi.....	43
b. Au centre .....	43
3. Résolution.....	44
a. Procédure de résolution.....	44
b. Conservation de la vitesse débitante et du flux de chaleur.....	44
IV. VALIDATION EN MONOPHASIQUE .....	45
1. Dynamique .....	45
a. Grandeurs moyennes caractéristiques .....	45
b. Bilan des contributions sur l'énergie cinétique turbulente .....	47
2. Thermique .....	48
a. Variations de température.....	48
b. Distribution des flux thermiques turbulents .....	50
c. Échanges fluide/paroi .....	53
V. ÉVALUATION DE GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DU FLUIDE NÉCESSAIRES AU SUIVI DES PARTICULES DISCRÈTES.....	54
1. Échelle lagrangienne intégrale du fluide .....	54
2. Variance de la température .....	56

CHAPITRE 3: SUIVI LAGRANGIEN .....	59
I. INTRODUCTION .....	61
II. CONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE "LIBRE" D'UNE PARTICULE .....	63
1. Équation du mouvement.....	63
2. La force de traînée .....	64
a. Loi de traînée standard.....	64
b. Modification du coefficient de traînée .....	66
3. La force de portance.....	66
4. Les effets particuliers liés à la non isothermie.....	69
a. Thermophorèse .....	69
b. Modification de la traînée.....	69
5. Le moment .....	69
III. LE SUIVI DE LA TEMPÉRATURE .....	71
1. Échanges par convection .....	71
2. Échanges par conduction au sein de la particule.....	73
3. Échanges par rayonnement.....	74
IV. SYNTHÈSE DU MODÈLE MIS EN PLACE.....	76
a. Coefficient de traînée.....	76
b. Coefficient de portance.....	76
c. Coefficient de moment.....	77
d. Coefficient d'échange de chaleur par convection .....	77
V. MISE EN ŒUVRE NUMÉRIQUE.....	78
1. Intégration numérique.....	78
2. Pas d'intégration.....	79
3. Nombre de particules injectées.....	80
ANNEXE1 .....	81
ANNEXE2 .....	87

CHAPITRE 4: COLLISIONS .....	91
I. INTRODUCTION .....	93
II. COLLISIONS AVEC LA PAROI .....	95
1. Généralités.....	95
a. <i>Les collisions particules/paroi sont-elles essentielles ?</i> .....	95
b. <i>Modèle de collision</i> .....	96
c. <i>Irrégularité des rebonds</i> .....	97
2. Modèle de paroi virtuelle type Sommerfeld.....	98
3. Mise en place du modèle, méthode de traitement d'un choc.....	100
a. <i>Position du point d'impact</i> .....	100
b. <i>Paroi virtuelle</i> .....	102
c. <i>Évaluation des vitesses après le choc</i> .....	103
III. COLLISIONS ENTRE PARTICULES.....	104
1. Généralités.....	104
a. <i>Approche déterministe ou probabiliste</i> .....	104
b. <i>Hypothèses de base pour le traitement des collisions entre particules</i> .....	104
c. <i>Écoulement dense ou dilué</i> .....	105
d. <i>Fréquence de collision</i> .....	107
e. <i>Forces hydrodynamiques</i> .....	109
2. Mise en place du modèle.....	110
a. <i>Probabilité de collision et fréquence de collision</i> .....	110
b. <i>Partenaire de collision</i> .....	111
c. <i>Calcul des vitesses de la particule suivie après le choc</i> .....	114
d. <i>En zone de proche paroi</i> .....	114
IV. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION .....	115
1. Estimation du transfert de chaleur par conduction au cours d'une collision.....	115
2. Estimation du transfert de chaleur par convection entre deux collisions .....	116
3. Comparaison des échanges de chaleur par conduction et par convection .....	116
V. ANALYSE DE L'INFLUENCE DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE ET LA THERMIQUE .....	119
1. Les collisions avec la paroi .....	119
a. <i>L'importance de la variance de l'angle d'inclinaison</i> .....	119
b. <i>Les coefficients de frottement et de restitution</i> .....	127
2. Les collisions entre particules .....	130
a. <i>L'importance des collisions entre particules</i> .....	130
b. <i>Les coefficients de frottement et de restitution</i> .....	131
ANNEXE3.....	135

CHAPITRE 5: DISPERSION .....	141
I. INTRODUCTION .....	143
II. LA DISPERSION DE PARTICULES SOLIDES DANS LA LITTÉRATURE .....	145
1. Fluctuations de vitesse.....	145
2. Fluctuations de température.....	147
III. TRAITEMENT DE LA DISPERSION .....	148
1. Modèle stochastique du premier ordre .....	148
a. Génération des fluctuations de vitesse .....	148
b. Génération des fluctuations de température.....	149
c. Turbulence non-homogène.....	150
2. Évaluation des échelles intégrales du fluide vu. ....	150
a. Échelles intégrales temporelles $T_i^*$ .....	151
b. Échelle intégrale de température $T_0^*$ .....	152
3. Discussion sur les incompatibilités théoriques du modèle proposé.....	152
a. Hypothèse d'isotropie locale .....	152
b. Transport turbulent d'un scalaire passif .....	152
c. Proposition d'une voie d'investigation .....	152
IV. VALIDATION DU MODÈLE EN ÉCOULEMENT HOMOGENÈE CISAILLÉ .....	152
1. Conditions de l'étude .....	152
2. Résultats.....	152
V. RÉSULTATS EN CONDUITE .....	152
1. Déclinaison du modèle dans le cas de l'application en conduite .....	152
a. Fluctuations de vitesse .....	152
b. Fluctuations de température .....	152
2. Influence de la modélisation de la dispersion.....	152
a. Modélisation des fluctuations de vitesses.....	152
b. Modélisation des fluctuations de température.....	152
3. Bilan.....	152
ANNEXE4.....	171
ANNEXE5.....	175



**CHAPITRE 6: INFLUENCE DES PARTICULES SUR L'ÉCOULEMENT GAZEUX..185**

I. INTRODUCTION .....	187
II. LES TERMES SOURCES $\langle S_{pu} \rangle$ ET $\langle S_{p\theta} \rangle$ .....	189
1. Échanges de quantité de mouvement .....	189
2. Échanges de chaleur.....	189
III. LA MODULATION DE LA TURBULENCE .....	190
1. Les phénomènes physiques.....	190
2. La modélisation .....	193
a. Principe de redistribution de l'énergie en écoulement diphasique .....	193
b. Modélisation du terme source et définition du taux de dissipation .....	194
c. Importance de la modélisation au regard de la dispersion.....	196
IV. MODIFICATIONS INDUITES PAR CES TERMES .....	197
1. Mise en œuvre des modèles .....	197
a. Formulation classique: modèle 1 .....	197
b. Formulation type Crowe: modèle 2.....	198
c. Formulation hybride: modèle 3.....	198
d. Mise en œuvre du couplage .....	199
2. Comportement dynamique .....	199
3. Comportement thermique .....	202
4. Bilan .....	203

CHAPITRE 7: RÉSULTATS EN TRANSFERTS COUPLÉS DYNAMIQUE ET THERMIQUE .....	207
I. INTRODUCTION .....	209
II. CARACTÉRISATION DES CHAMPS DE TEMPÉRATURE .....	211
1. Résultats à température de paroi imposée .....	211
<i>a. Influence de la taille des particules .....</i>	<i>211</i>
<i>b. Influence du nombre de Reynolds de l'écoulement .....</i>	<i>213</i>
<i>c. Influence du taux de chargement.....</i>	<i>213</i>
2. Résultats à flux imposé.....	215
III. MODULATION DES ÉCHANGES THERMIQUES ENTRE LA SUSPENSION ET LA PAROI .....	216
1. Caractérisation des échanges en simulation <i>one-way</i> .....	216
2. Caractérisation des échanges en simulation <i>four-way</i> .....	217
<i>a. Cas de grosses particules, formulation hybride du modèle de turbulence.....</i>	<i>218</i>
<i>b. Cas de petites particules, formulation classique du modèle de turbulence.....</i>	<i>220</i>
3. Influence du modèle thermique sur les prédictions .....	222
4. Tentative d'analyse et bilan.....	224
IV. VERS DES RÉSULTATS INFORMATIFS POUR LES MODÉLISATIONS EULÉRIENNES .....	229
 CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....	 233
 RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	 239

S.C.D. - U.H.P. NANCY 1  
BIBLIOTHÈQUE DES SCIENCES  
Rue du Jardin Botanique  
54600 VILLERS-LES-NANCY



# NOMENCLATURE

## LETTRES LATINES

$C_t$	concentration	$\text{kg/m}^3$
$c_p$	capacité thermique spécifique	$\text{J/kgK}$
$D, R$	diamètre et rayon de la conduite	$m$
$d_p, r_p$	diamètre et rayon des particules	$m$
$f_c$	fréquence de collision	$1/s$
$g$	gravité	$m/s^2$
$k$	énergie cinétique turbulente du fluide ( $= \langle u_i u_i \rangle / 2$ )	$m^2/s^2$
$m$	taux de chargement	–
$m_p$	masse d'une particule	$kg$
$N$	nombre de particules par unité de volume de suspension	$m^{-3}$
$Nu_s$	nombre de Nusselt de la suspension	–
$Nu_p$	nombre de Nusselt particulaire	–
$P$	pression	$Pa$
$Pr$	nombre de Prandtl	–
$Pr_t$	nombre de Prandtl turbulent	–
$Q_m$	débit massique	$kg/s$
$Re$	nombre de Reynolds de l'écoulement ( $= \rho_f U_{mf} D / \mu_f$ )	–
$Re_p$	nombre de Reynolds particulaire	–
$St$	nombre de Stokes	–
$T_{mE}$	échelle mobile eulérienne du fluide	$s$
$T_L$	échelle intégrale lagrangienne du fluide	$s$
$U$	vitesse instantannée	$m/s$
$U_m$	vitesse débitante	$m/s$
$u$	fluctuation de vitesse	$m/s$
$u_\tau$	vitesse de frottement à la paroi	$m/s$

## LETTRES GRECQUES

$\alpha$	fraction volumique	–
$\varepsilon$	taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente du fluide	$m^2/s^3$
$\Theta$	température instantannée	$K$
$\Theta_m$	température moyenne dans une section	$K$

$\Theta_w$	température de la paroi	<i>K</i>
$\theta$	fluctuation de température	<i>K</i>
$\lambda_f$	conductibilité thermique du fluide	<i>W/mK</i>
$\rho$	masse volumique	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
$\sigma$	écart type des fluctuations de vitesse	<i>m/s</i>
$\tau_c$	temps moyen entre deux collisions	<i>s</i>
$\tau$	temps de relaxation de la particule	<i>s</i>
$\tau_{p\theta}$	temps de relaxation thermique de la particule	<i>s</i>
$\mu_f, \nu_f$	viscosité dynamique, cinématique du fluide	<i>Pa.s, m<sup>2</sup>/s</i>
$\mu_t, \nu_t$	viscosité dynamique et cinématique turbulente	<i>Pa.s, m<sup>2</sup>/s</i>
$\Omega_p$	vitesse de rotation instantannée de la particule	<i>rad/s</i>
$\omega_p$	fluctuation de vitesse de rotation de la particule	<i>rad/s</i>

## INDICES

	fluide
<i>p</i>	particules
<i>i</i>	<i>i</i> <sup>ème</sup> composante
*	propriété du fluide vu par la particule
+	unité de paroi

## AUTRES

$\langle \rangle$	moyenne de phase
-------------------	------------------

# ***INTRODUCTION***



# ***INTRODUCTION***

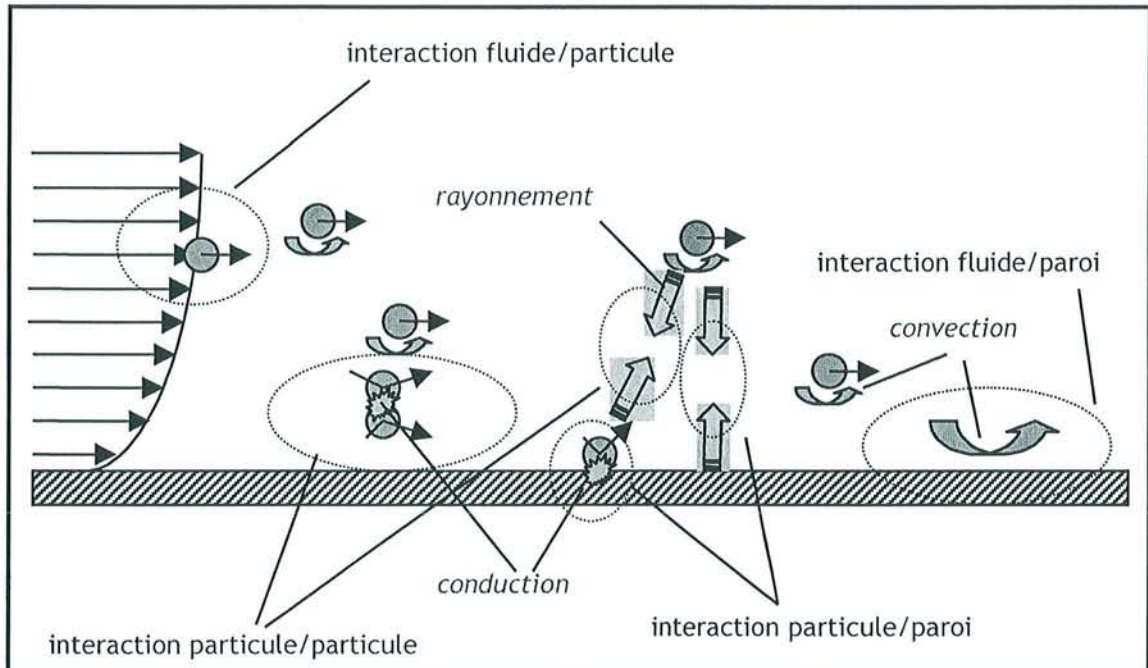
Les écoulements gaz-solide, caractérisés par la présence simultanée d'une phase porteuse, le gaz, et d'une phase dispersée, les inclusions solides, sont présents dans des domaines industriels variés, tels que les procédés de combustion, le transport pneumatique ou encore les procédés de séchages, mais également, dans tous les domaines mettant en jeu le transport de polluants. La compréhension et la modélisation des phénomènes physiques gouvernant le comportement de chacune des phases constituent deux étapes fondamentales pour la prédiction des écoulements et l'optimisation des procédés industriels. De nombreuses études expérimentales et numériques sont menées à ce sujet, tant au niveau *macroscopique*, pour la prédiction globale de la suspension, qu'au niveau *microscopique*, pour l'étude du comportement d'une inclusion ou des modifications du champ fluide en présence d'une inclusion. Ces travaux ont établi que l'ajout de particules au sein d'un écoulement gazeux non isotherme modifie à la fois le comportement dynamique et thermique de l'écoulement. Sur le plan dynamique, la présence de particules provoque une modification, parfois importante, des profils de vitesses et d'énergie cinétique turbulente de la phase porteuse. Dans le cas d'écoulements anisothermes confinés, les transferts de chaleur entre la suspension et la paroi se trouvent également modifiés en présence de particules. Si les études réalisées ont permis d'identifier en partie les phénomènes physiques mis en jeu dans les écoulements gaz-solide, elles ont également mis en évidence la diversité et la complexité de leurs comportements (selon les cas: augmentation ou diminution de l'énergie cinétique turbulente du fluide, augmentation ou diminution des transferts thermiques). La modélisation et la simulation de ces écoulements de suspension, dans une optique de prédiction et d'optimisation, apparaissent en conséquence particulièrement délicates, ce qui explique le nombre important d'études encore consacrées à ces questions.

La motivation du travail présenté ici repose sur la constatation que le caractère anisotherme des écoulements gaz-solide est très souvent ignoré dans les modélisations. Pourtant, dans plusieurs applications, telles que le séchage ou la combustion, ce caractère anisotherme de l'écoulement constitue un élément clé du procédé. Les travaux entrepris visent à contribuer à l'étude des transferts thermiques en écoulement diphasique gaz-solide confiné, par le biais d'une simulation numérique. L'objectif que nous poursuivons consiste donc à mettre en place un modèle capable de simuler numériquement une large gamme d'écoulements gaz-solide anisothermes confinés de manière à étudier les différents paramètres susceptibles de modifier les échanges thermiques entre la suspension et la paroi.

La description et la simulation des phénomènes physiques rencontrés dans tout écoulement anisotherme confiné mettant en jeu une phase dispersée sous forme d'inclusions et une phase porteuse sous forme gazeuse apparaissent en ce sens primordiales pour cette étude. En effet, ces différentes interactions, illustrées sur la figure 1, sont autant de mécanismes susceptibles de participer à la modification des échanges de chaleur entre la suspension et la paroi. Les phénomènes physiques se répartissent en deux catégories: les uns qualifiés d'interactions dynamiques (en bleu) agissent sur la structure dynamique de



l'écoulement (vitesse, turbulence) et les autres (en rouge) qualifiés d'interactions thermiques, agissent directement sur les échanges de chaleur. La contribution de chaque mécanisme à la modification des échanges varie selon les situations, ce qui ne simplifie pas la mise en place d'un modèle capable de traiter une large gamme d'écoulements.



**Figure 1:** Phénomènes physiques gouvernant le comportement d'une suspension gaz-solide

Les acquis de notre équipe intégrée au L.E.M.T.A. – UMRCNRS7563 (Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, équipe LUMEN) dans le domaine de la simulation lagrangienne des écoulements gaz-solide ont naturellement orienté le choix de la modélisation vers une approche eulérienne-lagrangienne. En parallèle, un code eulérien-eulérien a été développé de façon à disposer au sein de l'équipe de deux outils de simulation complémentaires. Les premières études menées au LUMEN sur le thème des échanges de chaleur en écoulements gaz-solide (Benabdallah (1995) et Boulet *et al.* (1997)) ont montré l'importance d'une représentation précise de l'écoulement de la phase porteuse, notamment en zone pariétale. Partant de cette constatation, les efforts de notre équipe se sont orientés vers le développement de codes de calculs capables de représenter finement l'écoulement fluide (notamment en zone de proche paroi) et les interactions fluide-particules (modulation de la turbulence par les particules et effets de la turbulence sur le mouvement des particules). Ce manuscrit dresse le bilan des résultats acquis et des perspectives de développement du modèle de simulation eulérien-lagrangien.

Le rapport des travaux entrepris est organisé en 7 chapitres mettant en évidence les étapes nécessaires à la mise en place et à la validation du modèle.

Dans le premier chapitre, nous revenons sur la caractérisation générale des écoulements gaz-solide anisothermes. Une synthèse bibliographique sur les études expérimentales et numériques consacrées à

l'étude des échanges de chaleur dans les écoulements diphasiques à phase dispersée permet d'identifier les tendances observées et les difficultés de la modélisation de ces écoulements. Viennent ensuite la présentation du principe de la simulation mise en place et la définition de grandeurs caractéristiques des écoulements diphasiques. A la lumière de ces informations, l'intérêt de cette étude et les choix réalisés pour la mise au point du modèle sont précisés.

Le deuxième chapitre est dédié à la modélisation eulérienne mise en place pour décrire l'écoulement de la phase gazeuse. Le modèle eulérien de type RANS (Reynolds Average Navier Stokes) est associé à un modèle de fermeture de type  $k-\varepsilon$  anisotrope à bas nombre de Reynolds afin d'assurer une représentation satisfaisante de l'écoulement jusqu'en zone de proche paroi. Après la description de ce modèle et la présentation de sa mise en œuvre numérique, une validation en écoulement monophasique est présentée.

Les trois chapitres suivants sont consacrés à la description du suivi lagrangien de particules discrètes. Le mouvement des particules est déterminé par trois types de phénomènes physiques que nous avons choisi de décrire séparément. Dans le chapitre trois, nous nous intéressons au mouvement d'une particule solide dans un écoulement illimité dont les caractéristiques instantanées au voisinage de la particule sont supposées connues par ailleurs. Les différents effets pris en compte sont discutés et leur mise en œuvre numérique pour la construction des trajectoires est présentée. Le quatrième chapitre traite des deux types de collisions rencontrés par une particule se déplaçant dans un écoulement de suspension confiné: les chocs avec la paroi et les chocs entre particules. Les modèles utilisés pour simuler ces deux phénomènes sont discutés et leur mise en œuvre numérique est décrite. Un paragraphe est consacré à l'importance des transferts thermiques au cours de ces collisions. Pour terminer ce chapitre, quelques résultats sont présentés afin d'analyser l'influence des collisions sur le comportement dynamique et thermique des particules. Le cinquième chapitre est consacré à la description du modèle utilisé pour déterminer les caractéristiques instantanées (vitesse et température) du fluide le long de la trajectoire de la particule. Dans un premier temps le modèle de dispersion, basé sur un processus stochastique du premier ordre est présenté, en insistant sur la génération des fluctuations de température du fluide. Nous proposons ensuite une validation en écoulement homogène cisailé avant d'évaluer l'influence de ce modèle sur le comportement dynamique et thermique des particules en conduite verticale anisotherme.

La description de chacune des deux phases étant établie, le problème du couplage est abordé dans le sixième chapitre. Plus particulièrement, les difficultés liées à la modélisation de la modulation de la turbulence du fluide en présence de particules sont discutées. Les différentes approches envisagées sont décrites en insistant sur les hypothèses et les limites de modélisation avant d'être testées numériquement sur une configuration type. Enfin, le dernier chapitre est consacré à la présentation de résultats numériques issus de simulations complètes prenant en compte les transferts couplés dynamique et thermique. Les prédictions numériques sont comparées à des résultats expérimentaux tirés de la littérature afin d'évaluer les performances du modèle pour la simulation d'un écoulement gaz-solide en conduite verticale chauffée.



# ÉCOULEMENT GAZ-SOLIDE

## ANISOTHERME

I. INTRODUCTION .....	9
II. LES ÉCOULEMENTS GAZ-SOLIDE ANISOTHERMES: SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE .....	11
1. Études expérimentales en conduite verticale .....	11
2. Études numériques.....	13
a. Approche à un fluide .....	14
b. Approche eulérienne-eulérienne .....	14
c. Approche eulérienne-lagrangienne .....	14
d. Simulation numérique directe (DNS) .....	15
III. PRINCIPE GÉNÉRAL DE NOTRE MODÉLISATION.....	16
1. Configuration expérimentale type.....	16
2. Configuration numérique .....	17
3. Principe de suivi des particules.....	20
IV. GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT .....	22
1. Caractéristiques des phases dispersée et continue.....	22
a. Le nombre de Reynolds particulaire .....	22
b. Le temps de relaxation ou temps de réponse .....	22
c. La vitesse de chute .....	23
d. La fraction volumique, le taux de chargement .....	23
e. Le nombre de Stokes.....	24
f. L'échelle de longueur de Kolmogorov et la micro-échelle de Taylor.....	25
2. Caractérisation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi.....	25
a. Température moyenne de mélange.....	25
b. Nombre de Nusselt de suspension .....	26
3. Ordre de grandeur des données caractéristiques des écoulements simulés .....	26
V. CONCLUSION: JUSTIFICATION DES ORIENTATIONS.....	30



# **ÉCOULEMENT GAZ-SOLIDE**

## **ANISOTHERME**

### **I. INTRODUCTION**

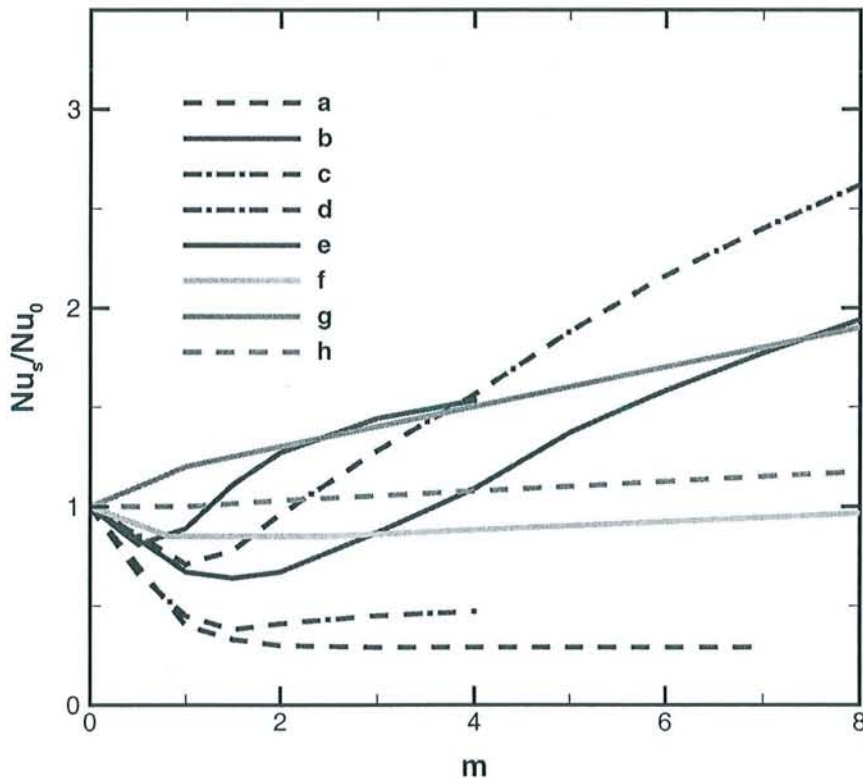
Pour comprendre et caractériser la modification des échanges thermiques en écoulement gaz-solide en conduite verticale, un certain nombre d'études expérimentales et numériques ont été menées. Le premier paragraphe de ce chapitre présente les informations recueillies grâce à ces travaux. La synthèse bibliographique présentée à ce stade vise à caractériser de façon générale les écoulements anisothermes que nous étudions et les modélisations mises en place pour leur simulation. Cette synthèse contribue également à situer notre étude par rapport aux connaissances déjà acquises. Les éléments bibliographiques spécifiques à la mise en place du modèle seront apportés par la suite, au fur et à mesure de la présentation des travaux réalisés. Le second paragraphe décrit de façon globale le principe sur lequel repose notre modélisation. Le troisième paragraphe est consacré à la définition de grandeurs caractéristiques fondamentales d'un écoulement gaz-solide en conduite et à la présentation de ces grandeurs caractéristiques pour les écoulements étudiés. Ceci nous amène pour finir à expliquer les orientations adoptées pour le développement de notre modèle, compte tenu des acquis de l'équipe et de l'objectif poursuivi.



## II. LES ÉCOULEMENTS GAZ-SOLIDE ANISOTHERMES: SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

### 1. Études expérimentales en conduite verticale

Toutes les études expérimentales mettent en évidence que l'ajout de particules conduit à la modification des échanges thermiques entre la suspension et la paroi. Cependant, selon les cas, la présence des particules tend à augmenter ou à diminuer ces échanges. La figure 1.2, issue de Boulet et Oesterlé (2000), reflète la diversité des tendances observées expérimentalement en conduite verticale: le rapport entre le nombre de Nusselt de suspension (défini au paragraphe III.2.b) et le nombre de Nusselt, déterminé dans les mêmes conditions, en fluide pur est reporté en fonction du taux de chargement, pour différentes expériences.



**Figure 1.2:** Évolution du nombre de Nusselt de suspension en fonction du taux de chargement en conduite verticale, résultats expérimentaux typiques.

- a. Boothroyd et Haque (1970a) -  $Re = 80000$ , particules de zinc,  $d_p = 15 \mu m$ ,  $D = 25,4mm$
- b. Boothroyd et Haque (1970a) -  $Re = 35000$ , particules de zinc,  $d_p = 15 \mu m$ ,  $D = 50,8mm$
- c. Boothroyd et Haque (1970a) -  $Re = 35000$ , particules de zinc,  $d_p = 15 \mu m$ ,  $D = 76,2mm$
- d. Hasegawa et al. (1983) -  $Re = 15000$ , particules de graphite,  $d_p = 18 \mu m$ ,  $\Theta_w = 573K$ ,  $D = 18mm$
- e. Hasegawa et al. (1983) -  $Re = 15000$ , particules de graphite,  $d_p = 18 \mu m$ ,  $\Theta_w = 1173K$ ,  $D = 18mm$



f. Jepson *et al.* (1963) -  $Re = 30400$ , particules de sable,  $d_p = 500 \mu m$ ,  $D = 38,1 mm$

g. Wilkinson et Norman (1967) -  $Re = 70000$ , particules de verre,  $d_p = 60 \mu m$ ,  $D = 53,3 mm$

h. Wilkinson et Norman (1967) -  $Re = 18000$ , particules de verre,  $d_p = 60 \mu m$ ,  $D = 53,3 mm$

Selon les cas, la présence des particules conduit à une augmentation ou une diminution du nombre de Nusselt dans des proportions importantes. Cette figure permet également d'identifier les principaux paramètres susceptibles d'influencer les échanges de chaleur, tels que la taille des particules, le taux de chargement, le niveau de turbulence et le niveau de température. En plus des données reportées sur la figure 1.2, un certain nombre de références viennent confirmer les tendances observées: Farbar et Depew (1963), Depew et Farbar (1963) ou Matsumoto *et al.* (1978) notamment. L'ensemble de ces travaux forme une base de données couvrant une large gamme d'écoulements diphasiques en termes de taille de particules, de nombre de Reynolds ou de niveau de température, et constitue ainsi un ensemble de références indispensables à la validation d'une simulation numérique.

Parmi les expériences disponibles, nous avons établi des comparaisons avec un ensemble de résultats représentatifs des différentes tendances générales observées. Les travaux concernés sont les suivants:

- les publications de Depew et Farbar (1963) et Farbar et Depew (1963), qui traitent d'écoulements mettant en jeu des particules de verre de 30 à 200  $\mu m$  de diamètre pour des taux de chargement atteignant au maximum 10, et pour des Reynolds d'écoulement allant de 13500 à 27400. Ces auteurs étudient la modification des échanges de chaleur liée à la présence des particules dans la zone d'établissement thermique et en écoulement thermiquement établi, pour des conditions de température et de flux de chaleur imposés à la paroi. Les mesures mettent en évidence une augmentation de la longueur de conduite nécessaire à l'établissement thermique de l'écoulement plus marquée pour les petites particules que pour les plus grosses et d'autant plus importante que le taux de chargement est élevé. En ce qui concerne le régime thermiquement établi, les auteurs aboutissent aux conclusions suivantes:
  - pour un taux de chargement donné, les transferts de chaleurs diminuent lorsque la taille des particules augmente
  - pour les faibles taux de chargement, les transferts thermiques sont généralement plus faibles en présence de particules qu'en fluide pur, quelle que soit la taille des particules
  - pour des taux de chargement croissants, plus les particules sont petites, plus les transferts thermiques augmentent rapidement
  - au delà d'une certaine taille de particule, les transferts thermiques ne varient plus avec le taux de chargement
- l'étude de Jepson *et al.* (1963) concerne l'injection de grains de sable de diamètre compris entre 90 et 1000  $\mu m$ , à des taux de chargement atteignant 25, au sein d'écoulements d'air de Reynolds compris entre 15500 et 77500. Ces auteurs reportent uniquement des résultats en régime thermiquement établi. Leurs mesures rapportent une diminution des échanges pour les faibles taux de chargement, suivie d'une augmentation pour les taux de chargement plus élevés. Pour une taille de particule fixée, cette augmentation se révèle d'autant plus rapide que le nombre de Reynolds de l'écoulement est faible.

- les travaux de Boothroyd et Haque (1970a) concernent des particules de zinc de  $15 \mu\text{m}$  de diamètre, injectées au sein de conduites de diamètres variables, pour des Reynolds d'écoulement variant de 35000 à 100000, et des taux de chargement atteignant 10. Ici aussi, les mesures concernent seulement les échanges de chaleur en écoulement thermiquement établi. La modification des échanges thermiques en présence des particules confirme les précédents résultats et met également en évidence l'importance de la taille relative de la conduite et des particules: pour un nombre de Reynolds et une taille de particules fixés, les échanges de chaleur sont d'autant plus élevés que le diamètre de la conduite est important.

Citons également l'étude expérimentale de Matsumoto *et al.* (1978), qui traite de suspensions de particules de cuivre et de verre, de diamètres compris entre  $72$  et  $1130 \mu\text{m}$ , pour des Reynolds d'écoulement allant de 12000 à 24000. Ces travaux ne sont pas encore inclus dans les simulations présentées dans notre étude mais pourront constituer une base de comparaison intéressante pour de futures investigations dans la mesure où quelques profils de température du gaz en présence de particules sont présentés en plus de la caractérisation des échanges thermiques.

D'une manière générale, les différents auteurs attribuent les modifications des échanges thermiques observées d'une part aux effets liés à la modulation de la turbulence du fluide en présence de particules (les études expérimentales sur ce sujet (Tsuji *et al.* (1984)) montrent en effet que l'ajout de particules conduit à une augmentation ou une diminution du niveau de turbulence) et d'autre part à une augmentation de la capacité thermique globale de la suspension du fait de l'ajout des particules.

Afin de comprendre les phénomènes physiques responsables des différents comportements observés à l'échelle *macroscopique*, des investigations à l'échelle *microscopique* s'avèrent nécessaires. Si ces études, menées à l'échelle de la particule, ne nous intéressent pas directement ici, elles contribuent cependant à la compréhension des écoulements diphasiques. En effet, les travaux dédiés à l'étude des modifications dynamiques et thermiques liées à la présence d'une particule contribuent à la compréhension de phénomènes physiques tels que les effets de sillage et les effets combinés de la présence d'une particule et d'une paroi. Citons notamment en ce qui concerne les transferts de chaleur, les études menées par Hetsroni *et al.* (1995, 1997, 2001) qui observent la modification de la structure d'un écoulement de plaque plane en présence d'une particule solide et l'augmentation importante du coefficient de transfert de chaleur qui en résulte. Ces travaux contribuent également à mettre en évidence les faiblesses des modélisations mises en place et les points sur lesquels les efforts doivent être portés.

## 2. Études numériques

Dans une perspective de prédiction des transferts thermiques entre la paroi et un écoulement chargé en particules solides, un certain nombre de corrélations empiriques ont été établies sur la base des résultats expérimentaux (se reporter à Boothroyd (1971), p170, pour une synthèse des corrélations existantes). Cependant, ces corrélations sont difficilement exploitables du fait des spécifications restrictives de leur domaine de validité. Pour la prédiction et l'optimisation des procédés, la simulation numérique apparaît donc comme une alternative intéressante à l'utilisation plus ou moins pertinente de ces corrélations ou à la mise en place d'un plan d'expériences. Ce paragraphe présente les différentes approches numériques décrites dans la littérature pour simuler et prédire le comportement dynamique et thermique d'un écoulement gazeux chargé en particules solides.

### **a. Approche à un fluide**

L'approche choisie par Michaelides (1986) repose sur un concept simple: le mélange diphasique est considéré comme un fluide homogène unique dont les propriétés physiques, telles que la masse volumique et la capacité thermique, sont affectées par la présence des particules. Cette approche, si elle conduit à des résultats globaux (en terme de nombres de Nusselt) satisfaisants sur les cas testés, ne permet ni d'étudier les interactions entre les deux phases, ni d'analyser les comportements respectifs de chacune de ces phases. Au contraire, les modèles de type euler/euler et euler/lagrange sont des outils susceptibles de fournir ce type d'informations.

### **b. Approche eulérienne-eulérienne**

Les modélisations mises en place par Louge *et al.* (1993), par Han *et al.* (1991) et Boulet *et al.* (1999) sont basées sur des approches de type euler/euler. Dans ces modèles, les phases en présence sont considérées comme deux phases fluides obéissant aux équations de la mécanique des milieux continus. Les équations de transport moyennées, obtenues par la procédure classique basée sur la décomposition de Reynolds, peuvent être résolues, moyennant la mise en place d'un modèle de fermeture pour chacune des phases. La représentation de l'influence de phénomènes physiques gouvernant le comportement de la phase dispersée, tels que l'influence de la turbulence ou des collisions, apparaît comme une des difficultés majeures pour la mise en place de ces modèles. Louge *et al.* (1993) s'intéressent au comportement d'une suspension constituée de particules massives présentant la particularité de ne pas être affectées par la turbulence du fluide. Dans leur étude, les collisions entre particules sont primordiales et leurs effets sur le comportement de la phase dispersée est modélisé sur la base de résultats de la théorie cinétique des gaz. Han *et al.* (1991) considèrent au contraire le cas de particules de petites tailles, affectées par la turbulence du fluide. Leur modélisation repose sur les concepts de diffusivité turbulente et diffusivité thermique turbulente pour chacune des deux phases. Le modèle mis en place par Boulet *et al.* (1999) repose sur la modélisation de He et Simonin (1994) qui présente la particularité de prendre en compte à la fois les collisions entre particules et les effets de la turbulence sur le mouvement des particules. Les résultats obtenus avec ce type d'approche sont satisfaisants et reflètent notamment la réduction des transferts thermiques à faible taux de chargement et l'augmentation de ces transferts pour les taux de chargement plus élevés. Cependant leur gamme d'utilisation reste limitée du fait des hypothèses adoptées pour l'établissement des conditions aux limites sur la phase particulaire.

### **c. Approche eulérienne-lagrangienne**

Dans l'approche eulérienne-lagrangienne, la phase dispersée est simulée en effectuant le suivi lagrangien des particules au sein de l'écoulement gazeux. Cette approche s'avère particulièrement intéressante pour rendre compte de façon explicite et détaillée des phénomènes physiques gouvernant le mouvement des particules solides. Si cette approche est largement utilisée pour l'étude dynamique du comportement d'une suspension, son utilisation dans le cas d'écoulements anisothermes est peu développée. Cependant, nous avons recensé dans la littérature quelques études consacrées à la mise au point de modèles basés sur cette approche.

Li et Mason (2000) s'intéressent à la simulation d'écoulements gaz-solide à forts taux de chargement en conduite horizontale. Dans cette étude, les efforts de modélisation portent essentiellement sur la représentation des collisions entre particules et avec la paroi et des transferts thermiques associés. En

raison des forts taux de chargements mis en jeu, les effets liés à la turbulence du fluide sur le mouvement des particules sont supposés négligeables et en conséquence, le modèle de turbulence utilisé est un modèle basique où la viscosité turbulente est supposée constante.

Berlemont *et al.* (1995) proposent une simulation eulérienne-lagrangienne de la vaporisation de gouttelettes au sein d'un jet turbulent. Leur étude présente la particularité d'intégrer les effets liés aux transferts de masse propres au phénomène de vaporisation des inclusions. La dispersion des gouttelettes est modélisée par un processus aléatoire (Berlemont *et al.* (1990)) mais les auteurs ne mentionnent pas la prise en compte des fluctuations de température du fluide. Ces travaux mettent notamment en évidence les effets et les difficultés liés au couplage entre les deux phases.

Pour la configuration qui nous intéresse ici (conduite verticale), seuls les travaux d'Avila et Cervantes (1995) sont répertoriés. Le modèle mis en place par ces auteurs repose sur un modèle de fermeture de type  $k-\epsilon$  standard pour la simulation de la phase porteuse. En ce qui concerne la phase dispersée, la force de traînée est prise en compte ainsi que les effets liés à la gravité (les forces de portance sont négligées) mais les collisions entre particules ne sont pas considérées. Enfin, l'influence de la turbulence du fluide est simulée par un modèle de dispersion de type *eddy interaction* tant pour la vitesse que pour la température. Les résultats obtenus par ces auteurs ne sont satisfaisants que sur le plan qualitatif, probablement en raison d'une description trop simplifiée des trajectoires des particules et de la zone de proche paroi. Cette étude constitue cependant une base de comparaison intéressante pour nos propres travaux qui résultent d'une approche similaire.

#### ***d. Simulation numérique directe (DNS)***

Le développement des modélisations eulérienne-eulérienne et eulérienne-lagrangienne se heurte au manque de résultats expérimentaux nécessaires à l'analyse et la compréhension des mécanismes mis en jeu dans les écoulements diphasiques anisothermes. La simulation numérique directe, qualifiée parfois d'expérience numérique, apparaît comme un outil intéressant pour étudier ces mécanismes. Déjà couramment exploitée pour qualifier le comportement dynamique des écoulements diphasiques, cette méthode a été récemment utilisée pour étudier le comportement thermique de tels écoulements. Citons notamment les travaux de Sato *et al.* (1998), de Jaber (1998) et de Jaber et Mashayek (2000) concernant le transfert de chaleur en présence de particules solides au sein d'une turbulence homogène isotrope décroissante. Ces études s'intéressent en particulier à la caractérisation de propriétés thermiques turbulentes de chacune des deux phases, telles que les fluctuations de température, dans diverses situations. Ces travaux restent toutefois en marge de nos préoccupations dans la mesure où les résultats obtenus concernent des écoulements peu réalistes.

### III. PRINCIPE GÉNÉRAL DE NOTRE MODÉLISATION

La configuration choisie pour mettre en place le modèle numérique s'inspire des configurations expérimentales mises en place pour l'étude des transferts thermiques dans les écoulements de suspension, afin de faciliter les comparaisons entre les résultats de nos simulations et les résultats expérimentaux.

#### 1. Configuration expérimentale type

Les expériences auxquelles nous nous sommes référés sont réalisées sur une configuration comportant une première portion de conduite isotherme, destinée à l'établissement dynamique de l'écoulement, et une seconde portion de conduite chauffée par un apport de chaleur au niveau de la paroi, destinée à l'étude de l'établissement thermique (figure 1.3). Les particules sont injectées en amont de la portion de conduite isotherme. L'apport de chaleur à la paroi est assuré par la présence de plusieurs résistances chauffantes (flux imposé) ou d'un échangeur contenant un fluide calorifique maintenu à température constante. Les résultats expérimentaux disponibles sur ce type de configuration sont des distributions radiales de vitesses de l'air, de vitesses des particules et d'énergie cinétique turbulente du fluide pour l'écoulement dynamiquement établi (Tsuji *et al.* (1984), Maeda *et al.* (1980), Lee et Durst (1982)). La caractérisation thermique de l'écoulement se traduit par l'intermédiaire de nombres de Nusselt de suspension dans la zone d'établissement thermique (Depew et Farbar (1963)) ou pour l'écoulement thermiquement établi (Jepson *et al.* (1963), Farbar et Depew (1963), Boothroyd et Haque (1970a)).

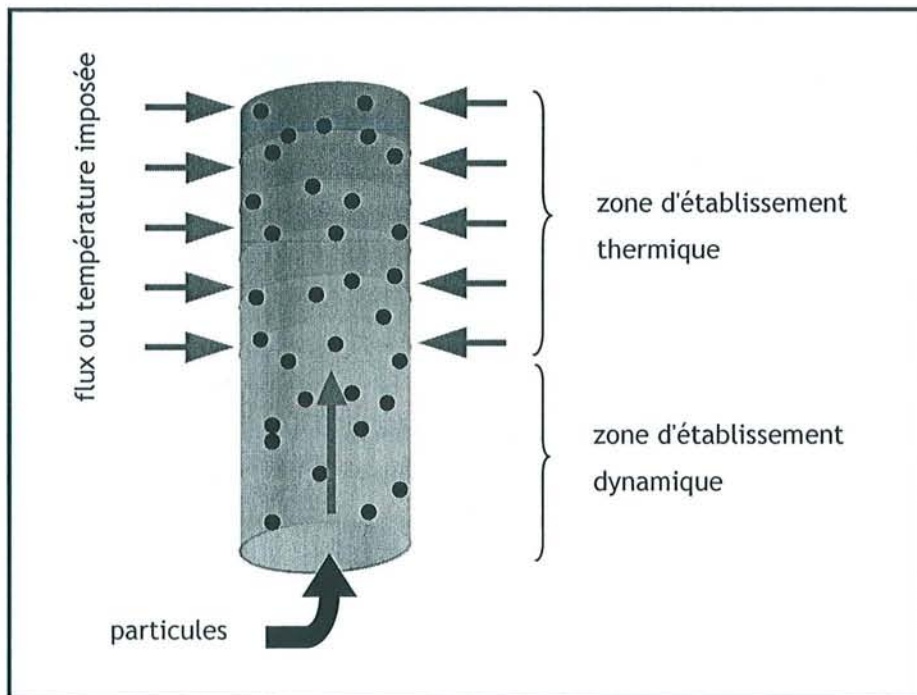


Figure 1.3: Configuration expérimentale

## 2. Configuration numérique

Le modèle numérique est construit sur un principe analogue à la configuration expérimentale: les problèmes dynamique et thermique sont découplés et traités successivement, conformément à la figure 1.4. Bien que l'étude du comportement dynamique de la suspension ne constitue pas l'objectif premier de ce travail, un soin particulier doit être apporté à sa modélisation. En effet, la performance du modèle thermique est profondément liée à la qualité de la simulation dynamique.

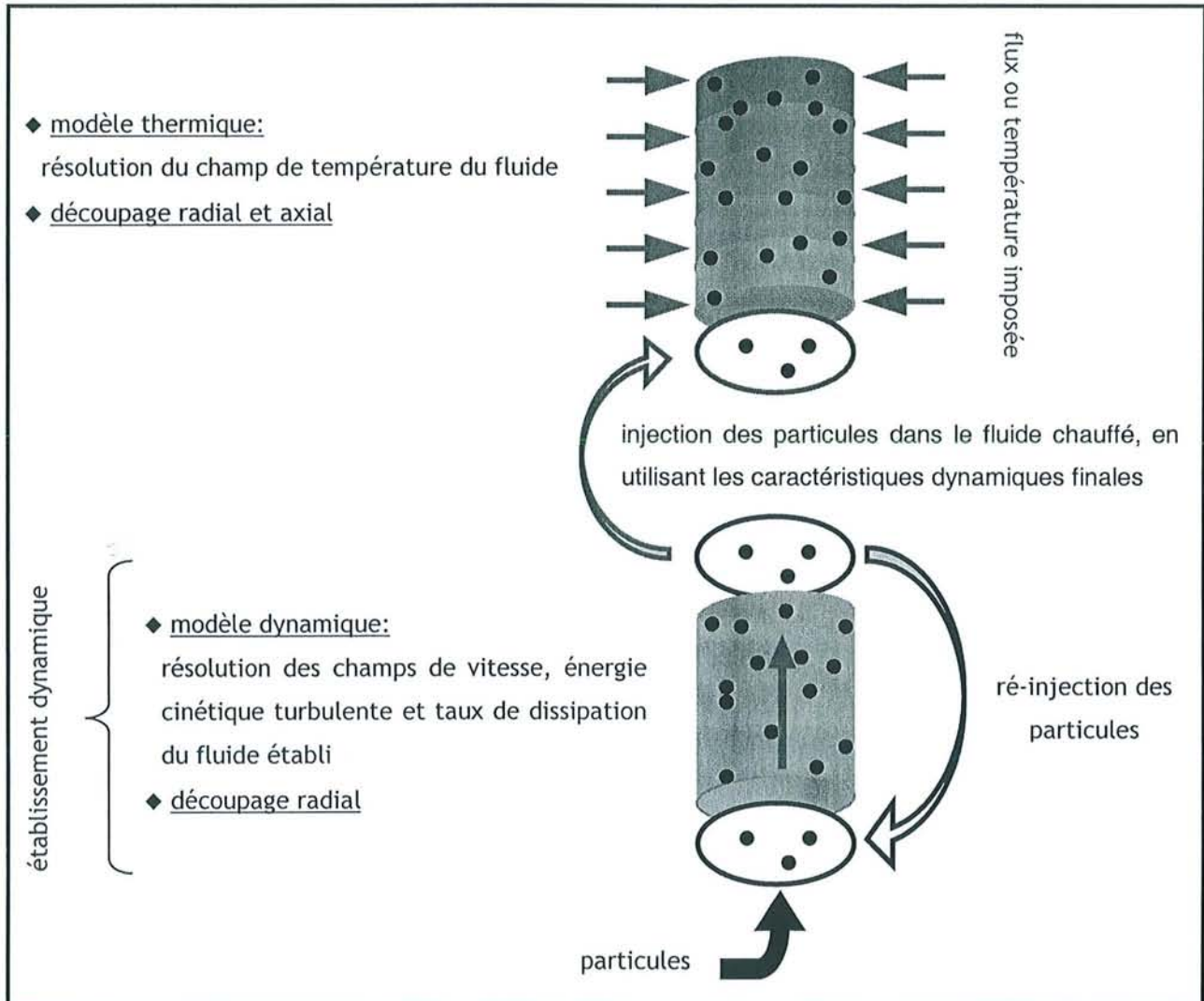


Figure 1.4: Schéma de principe de la simulation

La première phase de la simulation vise donc à caractériser l'écoulement de suspension dynamiquement établi, afin de déterminer les informations utiles à la simulation thermique, telles que les champs de vitesse, d'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation. Pour cela, une procédure de calcul itérative entre la résolution eulérienne du champ gazeux et le suivi de particules discrètes est mise en place. La seconde phase de la simulation utilise les résultats obtenus précédemment comme données de base pour prédire l'évolution thermique de la suspension. Le champ de température du fluide est résolu en s'appuyant sur les champs de vitesse, d'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation précédemment calculés. Les particules discrètes sont alors injectées dans le champ fluide anisotherme, avec des conditions initiales correspondant à leurs caractéristiques en fin de suivi dynamique. De

nouveau, une procédure itérative entre les résolutions eulérienne et lagrangienne est mise en place pour simuler le comportement thermique de la suspension. Le principe général de la simulation est représenté sur les figures 1.4 et 1.5.

La résolution eulérienne du champ gazeux s'appuie sur la discrétisation des équations sur un découpage radial et axial du domaine (voir chapitre 2). Ce même maillage est utilisé pour caractériser la phase dispersée par traitement statistique sur l'ensemble des particules injectées.

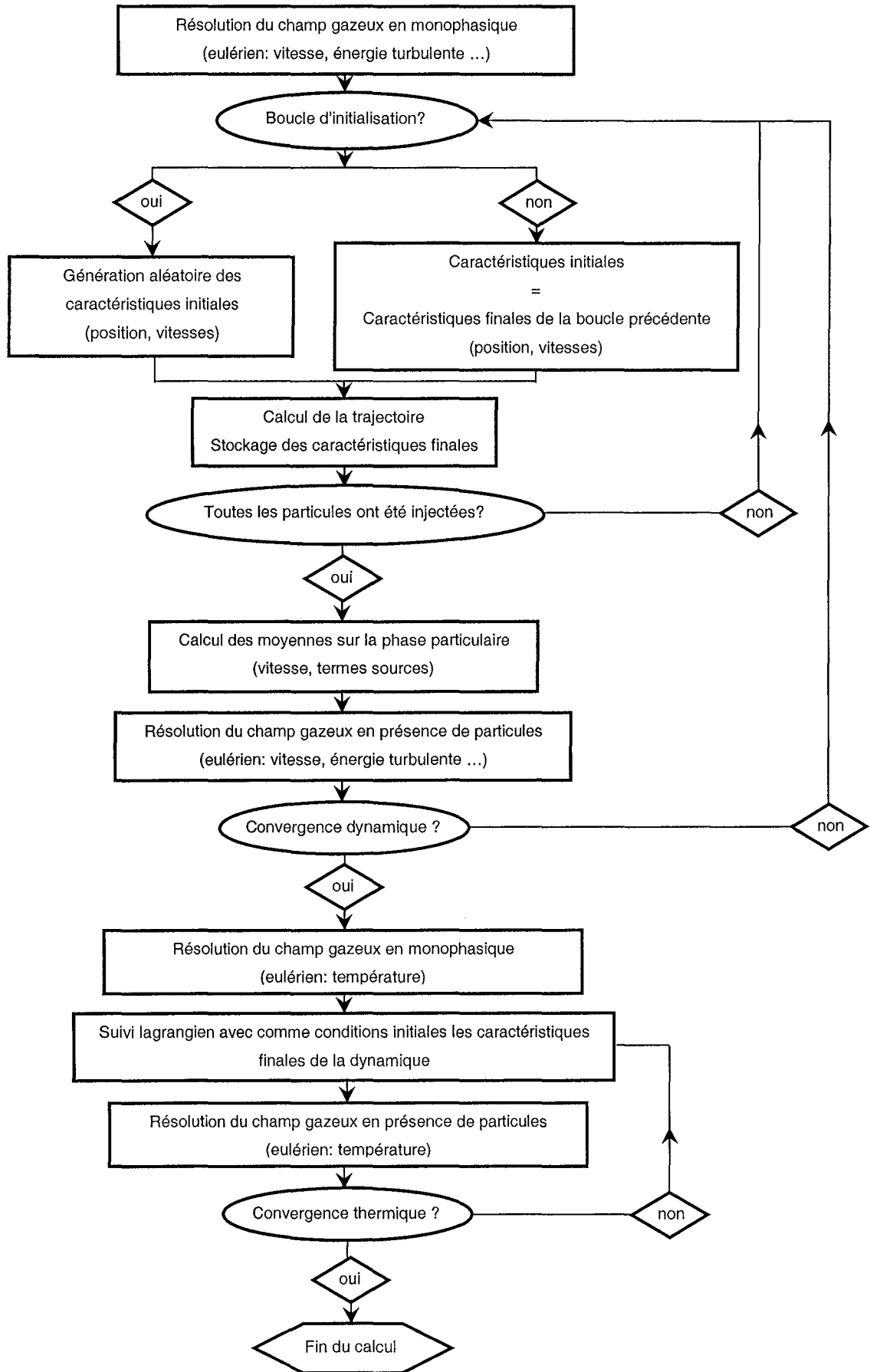


Figure 1.5: Organigramme du modèle de simulation



### 3. Principe de suivi des particules

La procédure de construction d'une trajectoire de particule au sein de l'écoulement gazeux s'articule autour de quatre phases rendant compte des phénomènes physiques gouvernant son mouvement: la caractérisation de l'écoulement gazeux environnant, le mouvement de la particule induit par les forces agissant sur cette particule, les collisions éventuelles avec la paroi et enfin les collisions avec d'autres particules. La figure 1.6 suivante illustre cette procédure:

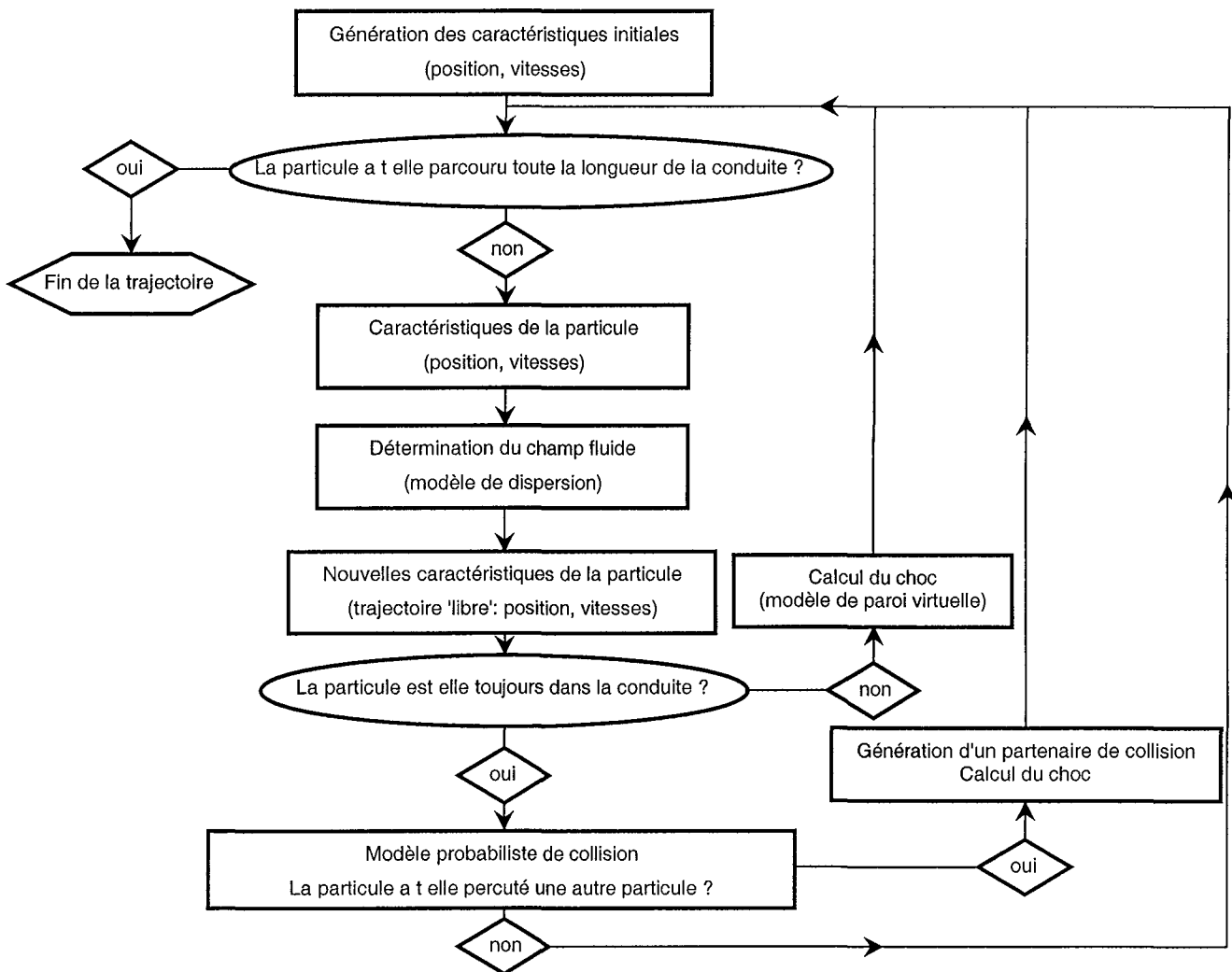


Figure 1.6: Construction de la trajectoire d'une particule

Connaissant les caractéristiques de la particule (position, vitesses) à un instant donné,  $t$ , les caractéristiques instantanées du gaz au voisinage de la particule sont déterminées sur la base des résultats du modèle eulérien, décrit au chapitre 2, et d'un modèle de dispersion, décrit au chapitre 5. Les caractéristiques de la particule à l'instant suivant,  $t + \Delta t$ , sont alors évaluées en considérant son mouvement sans collision (chapitre 3). Lorsque la nouvelle position de la particule ne se situe pas dans le domaine de l'écoulement, ici, la conduite, la procédure décrite au chapitre 4 est mise en œuvre pour rendre compte de la collision de la particule avec la paroi. L'éventualité d'une collision avec une autre

particule pendant le pas de temps est prise en compte par un modèle probabiliste, également décrit au chapitre 4. Chacune de ces étapes est répétée pour aboutir à la trajectoire complète de la particule au sein de la conduite. Lorsque la particule se déplace dans un écoulement non-isotherme, le suivi de sa température est effectué simultanément.

Pour caractériser le comportement de la phase solide, un grand nombre de particules est suivi au sein de l'écoulement selon cette méthode. Pour des raisons de temps de calcul et de stockage, le nombre de particules simulées est inférieur au nombre de particules réellement présentes dans l'écoulement. Cependant, statistiquement, le comportement des particules injectées est bien représentatif du comportement de l'ensemble des particules réelles. En moyennant, dans chaque cellule, les caractéristiques instantanées des particules suivies, les grandeurs moyennes de la phase dispersée telles que la vitesse, l'agitation, la vitesse de rotation, la concentration ou la température sont évaluées.

## IV. GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DE L'ÉCOULEMENT

L'ensemble des grandeurs utilisées par la suite est défini dans la nomenclature. Cependant, nous revenons sur la définition de grandeurs typiques des écoulements diphasiques anisothermes dans la mesure où ces grandeurs seront largement utilisées dans la suite du manuscrit. Les deux premiers paragraphes sont consacrés aux définitions proprement dites de grandeurs caractéristiques des deux phases et des échanges thermiques entre la suspension et la paroi. Le dernier paragraphe présente l'estimation de certaines de ces grandeurs pour les configurations expérimentales utilisées comme références pour cette étude.

### 1. Caractéristiques des phases dispersée et continue

#### a. Le nombre de Reynolds particulaire

Le nombre de Reynolds de la particule caractérise l'écoulement autour de la particule. Il est défini par:

$$Re_p = \frac{\rho_f \|\vec{U}_p - \vec{U}_f\| d_p}{\mu_f} \quad [1.1]$$

#### b. Le temps de relaxation ou temps de réponse

En considérant que la seule force agissant sur la particule est la force de traînée, l'équation du mouvement de la particule s'écrit:

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{18\mu_f C_D Re_p}{\rho_p d_p^2} (U_f - U_p) \quad [1.2]$$

En imposant que la vitesse de la particule est nulle à l'instant initial et en supposant la vitesse du fluide et le temps de relaxation constants sur le temps d'intégration, la solution de cette équation s'écrit:

$$U_p = U_f \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) \right] \quad [1.3]$$

où  $\tau_p$  est le temps de relaxation de la particule, défini par:

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f C_D Re_p} \quad [1.4]$$

Ce temps de relaxation représente le temps nécessaire à la particule pour répondre aux sollicitations du fluide et plus exactement pour atteindre 63 % de la vitesse du fluide environnant.

En régime de Stokes ( $Re_p \rightarrow 0$ ), le coefficient de traînée s'exprime par  $C_D = 24/Re_p$  (chapitre 3), et le temps de relaxation devient simplement:

$$\tau_p = \rho_p d_p^2 / 18\mu_f \quad [1.5]$$

De la même manière, ne considérant que les échanges par convection avec le fluide, la variation de température de la particule répond à l'équation différentielle:

$$\frac{d\Theta_p}{dt} = \frac{6Nu_p\lambda_f}{\rho_p c_{pp} d_p^2} (\Theta_f - \Theta_p) \quad [1.6]$$

En supposant  $\Theta_p(t=0) = \Theta_{p0}$  et en effectuant les changements de variables:  $\Theta'_p = \Theta_p - \Theta_{p0}$  et  $\Theta'_f = \Theta_f - \Theta_{p0}$ , pour  $\Theta_f$  et  $\tau_{p\theta}$  constants sur le temps d'intégration, la solution de l'équation [1.6], est de la forme:

$$\Theta'_p = \Theta'_f \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{p\theta}}\right) \right] \quad [1.7]$$

avec  $\tau_{p\theta}$  le temps de relaxation thermique de la particule. Ce temps de relaxation est défini comme le temps nécessaire à la particule pour atteindre 63 % de l'écart de température  $\Theta'_f$ , et s'exprime par:

$$\tau_{p\theta} = \frac{\rho_p c_{pp} d_p^2}{6Nu_p \lambda_f} \quad [1.8]$$

Pour le cas d'une sphère en régime de Stokes, le nombre de Nusselt de la particule se réduit à  $Nu_p = 2$  (chapitre 3) et le temps de relaxation thermique s'exprime simplement par:

$$\tau_{p\theta} = \frac{\rho_p c_{pp} d_p^2}{12\lambda_f} \quad [1.9]$$

### **c. La vitesse de chute**

C'est la vitesse limite qu'atteindrait une particule en chute libre sous l'effet de la gravité et de la traînée. Cette vitesse est donnée par la relation [1.10] pour  $\rho_p \gg \rho_f$ :

$$V_{ch} = \tau_p g \quad [1.10]$$

### **d. La fraction volumique, le taux de chargement**

La fraction volumique de la phase dispersée représente le volume occupé par les particules dans une unité de volume de suspension. Si les inclusions sont monodispersées et sphériques, elle s'exprime simplement par:

$$\alpha = \pi d^3 N / 6 \quad [1.11]$$

où N est le nombre de particules présentes par unité de volume de suspension.

La concentration (en kg/m<sup>3</sup>) est alors donnée simplement par:  $Ct = \rho_p \alpha_p$

En écoulement gaz-solide, la notion de taux de chargement, rapport des débits massiques de chaque phase, est largement utilisée:

$$m = \frac{Q_{mp}}{Q_{mf}} = \frac{\alpha_p \rho_p U_{mp}}{(1 - \alpha_p) \rho_f U_{mf}} \quad [1.12]$$

En première approximation, la vitesse moyenne des particules est de l'ordre de la différence de la vitesse moyenne du fluide et de la vitesse de chute des particules:  $U_{mp} \approx U_{mf} - \tau_p g$

Généralement, la fraction volumique peut être négligée devant 1 d'où l'expression approchée du taux de chargement:

$$m \approx \frac{\alpha_p \rho_p}{\rho_f} \left( 1 - \frac{\tau_p g}{U_{mf}} \right) \quad [1.13]$$

### e. Le nombre de Stokes

Pour caractériser les effets de la turbulence de la phase porteuse sur le mouvement des particules, le nombre de Stokes est défini comme le rapport du temps de relaxation des particules,  $\tau_p$ , et d'un temps caractéristique de la turbulence du fluide,  $T_{mE}$ , l'échelle mobile eulérienne:

$$St = \frac{\tau_p}{T_{mE}} \quad [1.14]$$

Pour  $St \rightarrow 0$ , le mouvement des particules est fortement influencé par la turbulence du fluide: les particules solides se comportent comme des particules fluides. Pour  $St \rightarrow \infty$ , le mouvement des particules n'est pas affecté par la turbulence: les particules ne réagissent pas aux fluctuations de vitesses.

L'échelle mobile eulérienne,  $T_{mE}$ , caractérise le temps moyen de corrélation des fluctuations de vitesse du fluide, dans un repère mobile se déplaçant à la vitesse moyenne du fluide. Cette échelle est liée à l'échelle lagrangienne,  $T_L$ , qui caractérise le temps moyen de corrélation des fluctuations de vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule fluide:

$$T_L = \beta T \quad [1.15]$$

où  $\beta$  est un coefficient dont la valeur dépend du type d'écoulement considéré et du niveau de turbulence (Hinze (1975), p 423). Pour notre application en conduite, nous avons considéré  $\beta \approx 0.6$ .

Le nombre de Stokes s'exprime alors par:

$$St = \beta \frac{\tau_p}{T_L} \quad [1.16]$$

*Remarque:*

D'autres définitions du nombre de Stokes sont également rencontrées dans la littérature, selon le choix adopté pour le temps caractéristique de la turbulence du fluide. Par exemple, il existe  $St = \tau_p / T_L$  ou  $St = \tau_p / T^*$ , où  $T^*$  désigne l'échelle temporelle de la turbulence le long de la trajectoire de la particule (voir chapitre 5).

### f. L'échelle de longueur de Kolmogorov et la micro-échelle de Taylor

L'échelle de longueur de Kolmogorov,  $\eta$ , caractérise la taille des plus petites structures de l'écoulement. Cette échelle est définie par la relation [1.17]:

$$\eta = \left( \frac{v_f^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad [1.17]$$

Les équations utilisées pour déterminer la trajectoire d'une particule au sein de l'écoulement gazeux (chapitre 3) sont établies pour des particules de taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov. En effet, à cette échelle, les caractéristiques du fluides sont homogènes. La particule *voit* donc un champ fluide uniforme, ce qui constitue l'hypothèse de base pour l'établissement de son équation de mouvement.

En général, cette condition s'avère trop restrictive et la taille des particules est plutôt comparée à la micro-échelle de Taylor,  $\lambda$ . Cette échelle caractérise le comportement à l'origine de la fonction d'autocorrélation des fluctuations de vitesse du fluide. Elle peut être interprétée comme la taille d'une zone fluide où les fluctuations de vitesse sont quasi-parfaitement corrélées. En conséquence, il est généralement admis qu'une particule inférieure à cette échelle *voit* le même champ fluide sur toute sa surface. En turbulence homogène et isotrope, la micro-échelle de Taylor peut être évaluée par la la relation [1.18]:

$$\lambda = \sqrt{\frac{15v_f \langle u_f^2 \rangle}{\varepsilon}} \quad [1.18]$$

Pour un écoulement en conduite, nous ne disposons pas d'expression pour calculer cette échelle. Nous utiliserons donc la relation [1.18] pour évaluer simplement l'ordre de grandeur de cette caractéristique dans nos écoulements.

## 2. Caractérisation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi

### a. Température moyenne de mélange

La température moyenne de mélange est définie dans une section droite de l'écoulement d'abscisse  $z$  par:

$$\Theta_{ms}(z) = \frac{mc_{pp} \Theta_{mp}(z) + c_{pf} \Theta_{mf}(z)}{c_{pf} + mc_{pp}} \quad [1.19]$$

où  $\Theta_{mp}$  et  $\Theta_{mf}$  sont respectivement les températures moyennes au niveau de la section d'abscisse  $z$  de la phase dispersée et de la phase continue, définies par:

$$\Theta_{mp} = \frac{2\pi \int_0^R \alpha_p \rho_p \langle U_{pz} \rangle \langle \Theta_p \rangle r dr}{Q_{mp}} \quad [1.20]$$

$$\Theta_{mf} = \frac{2\pi \int_0^R (1-\alpha)\rho_f \langle U_{fz} \rangle \langle \Theta_f \rangle r dr}{Q_{mf}} \quad [1.21]$$

### **b. Nombre de Nusselt de suspension**

Les échanges thermiques entre la paroi et la suspension, en une section droite de l'écoulement, sont caractérisés par un coefficient d'échange,  $h_s$ , présenté généralement sous forme adimensionnelle par l'intermédiaire d'un nombre de Nusselt de suspension:

$$Nu_s(z) = \frac{h_s D}{\lambda_f} \quad [1.22]$$

Selon la condition aux limites appliquée, température ou flux imposé à la paroi, deux définitions de ce nombre de Nusselt sont adoptées:

$$\text{à flux imposé: } Nu_s(z) = \frac{D\varphi_w}{\lambda_f (\Theta_w(z) - \Theta_{ms}(z))} \quad [1.23]$$

où  $\varphi_w$  désigne la densité de flux de chaleur imposée à la paroi.

$$\text{à température imposée: } Nu_s(z) = \frac{(Q_{mf}c_{pf} + Q_{mp}c_{pp})(\Theta_{ms}(z) - \Theta_0)}{\lambda_f \pi L \frac{(\Delta T_s - \Delta T_i)}{\ln(\Delta T_s / \Delta T_i)}} \quad [1.24]$$

ici  $\Theta_0$  désigne la température initiale de la suspension,  $L$  la longueur entre le début de la portion de conduite chauffée et la section d'abscisse  $z$ , et  $\Delta T_s$  et  $\Delta T_i$  sont définis par:

$$\Delta T_s = \Theta_w - \Theta_{ms}(z) \quad \Delta T_i = \Theta_w - \Theta_0 \quad [1.25]$$

*Remarque:*

La relation [1.23] donne un nombre de Nusselt local dans la mesure où seules des grandeurs locales interviennent dans sa définition, par contre, le Nusselt donné par la relation [1.24] est un Nusselt global puisqu'interviennent dans sa définition les caractéristiques de la suspension en début et en fin de portion de conduite chauffée.

## **3. Ordre de grandeur des données caractéristiques des écoulements simulés**

Ce paragraphe est destiné à caractériser de façon générale les études expérimentales auxquelles nous nous sommes référés pour la validation du modèle eulérien-lagrangien mis en place. Le tableau 1.1 donne pour chacune de ces expériences les propriétés des particules injectées (taille et masse volumique) et les propriétés de l'écoulement gazeux (diamètre de conduite, vitesse débitante et nombre de Reynolds). Nous avons également ajouté l'ordre de grandeur des grandeurs caractéristiques moyennes de l'écoulement au centre de la conduite. Ces grandeurs, la vitesse moyenne, l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation sont déterminées par une simulation eulérienne en fluide pur. Dans le tableau 1.2, nous avons évalué l'ordre de grandeur des échelles caractéristiques de la

turbulence ( $\eta$ ,  $\lambda$  et  $T$ ) au centre de la conduite, du temps de relaxation dynamique ( $\tau_p$ ) et du nombre de Stokes ( $St$ ). L'échelle intégrale lagrangienne,  $T$ , est estimée au centre de la conduite par la relation classique:

$$T_L \approx 0,3 \frac{k}{\varepsilon} \quad [1.26]$$

Le temps de relaxation de la particule est calculé en supposant que la vitesse relative entre le fluide et la particule est de l'ordre de la vitesse de chute des particules.

	$D$ [m]	$U_{mf}$ [m/s]	$Re$	$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$d_p$ [μm]	$\langle U_{fz} \rangle_c$ [m/s]	$\langle k \rangle_c$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	$\langle \varepsilon \rangle_c$ [m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> ]
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	0,0305	11	22200	1020	200 500	13,5	0,33	16,0
Maeda <i>et al.</i> (1980)	0,056	6	21100	2590 2590 8960	136 45 93	7	0,09	1,2
Farbar et Depew (1963)	0,0175	13	15000	2500	30 70 200	16,1	0,51	54,4
		23	26600		30 70 200	28,1	1,37	237,9
Jepson <i>et al.</i> (1963)	0,0381	12	30200	2500	200 500	14,6	0,36	14,8
		18	45400		200 500	21,8	0,75	43,4
Boothroyd et Haque (1970)	0,0254	59	99100	6900	15	70,5	7	1798
	0,0508	29	97500		15	34,7	1,7	107
	0,0762	20	100800		15	23,9	0,8	23,2

**Tableau 1.1:** Conditions expérimentales des cas tests

Dans ces tableaux, les deux premiers cas (Tsuji *et al.* (1984) et Maeda *et al.* (1980)) correspondent à un écoulement isotherme, avec des taux de chargement qui sont inférieurs à 4. Ces résultats sont utilisés



pour valider la partie dynamique du modèle mis en place, tant au niveau des vitesses de particules que de la modulation de la turbulence liée à la présence de ces particules. Les cas suivants correspondent à des écoulements anisothermes, pour des taux de chargement atteignant 20. Ces résultats expérimentaux servent de référence pour évaluer le modèle dans ses capacités à caractériser les échanges de chaleur entre la suspension et la paroi.

Le tableau 1.1 met en évidence la variété des écoulements simulés: la gamme du nombre de Reynolds de l'écoulement s'étend de 15000 à 100000, la taille des particules varie entre 15 et 500  $\mu\text{m}$  et le diamètre des conduites entre 1,7 et 7,6 cm environ. Cette variété nous permettra de valider notre modèle sur une gamme d'écoulement relativement étendue.

	$d_p [\mu\text{m}]$	$\eta [\mu\text{m}]$	$\lambda [\mu\text{m}]$	$T_{lc} [s]$	$\tau_p [s]$	$St$
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	200	120	1760	$6,2 \cdot 10^{-3}$	$7,4 \cdot 10^{-2}$	6,5
	500				0,21	18
Maeda <i>et al.</i> (1980)	136	230	3350	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$9,1 \cdot 10^{-2}$	2,5
	45				$1,5 \cdot 10^{-2}$	0,4
	93				0,14	3,8
Farbar et Depew (1963)	30	90	1180	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	1,5
	70				$3,2 \cdot 10^{-2}$	6,8
	200				0,14	30
	30	60	930	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	2,4
	70				$3,2 \cdot 10^{-2}$	11
	200				0,14	50
Jepson <i>et al.</i> (1963)	200	120	1910	$7,3 \cdot 10^{-3}$	0,14	11,5
	500				0,38	31
	200	95	1610	$5,2 \cdot 10^{-3}$	0,14	16
	500				0,38	43
Boothroyd et Haque (1970)	15	35	765	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	2,3
	15	75	1540	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	0,6
	15	110	2275	$1 \cdot 10^{-2}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	0,3

**Tableau 1.2:** Évaluation de quelques grandeurs caractéristiques des cas tests

Le tableau 1.2 montre d'une part que la taille des particules est généralement proche de l'échelle de Kolmogorov tout en restant inférieure à la micro-échelle de Taylor. En conséquence nous pouvons considérer que les caractéristiques du fluide sont quasi-uniformes au voisinage de la particule. D'autre

part, les nombres de Stokes s'étendent sur une gamme allant de 0,3 à 50. Les expériences simulées mettent donc en jeu des particules dont le mouvement est particulièrement sensible à la turbulence du fluide et des particules qui le sont beaucoup moins.

Cet ensemble de résultats expérimentaux constitue donc une base de données à caractère très diversifié qui nous permettra de tester le modèle proposé sur une gamme d'écoulements variée.

## V. CONCLUSION: JUSTIFICATION DES ORIENTATIONS

Les paragraphes précédents ont permis de resituer l'approche eulérienne-lagrangienne dans la simulation des écoulements gaz-particules anisothermes, de décrire le principe de la simulation et de définir quelques éléments caractéristiques des écoulements étudiés. Ces informations constituent des éléments importants pour expliquer et justifier les orientations que nous avons choisies pour le développement du modèle.

### APPROCHE EULÉRIENNE-LAGRANGIENNE

Comme nous l'avons précisé dans l'introduction, les acquis de l'équipe en matière de simulation lagrangienne ont naturellement dirigé les choix de développement vers une approche eulérienne-lagrangienne. De plus, cette approche permet une description fine des divers phénomènes physiques responsables du mouvement des particules. Le développement du code de calcul présenté ici est basé sur la version existante d'un code de calcul eulérien couplé à un module de trajectographie. Nos efforts ont porté d'une part sur une modularisation du code existant permettant plus de flexibilité et facilitant le développement et le paramétrage du modèle et d'autre part sur l'amélioration proprement dite du modèle. Nous présentons dans le paragraphe suivant les principaux points sur lesquels nous avons apporté une amélioration.

### LA DESCRIPTION DE LA PHASE PORTEUSE

Les travaux précédents (Benabdallah (1995) et Boulet *et al.* (1997)) ont mis en évidence l'importance d'une représentation fine de l'écoulement de la phase porteuse pour la caractérisation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi. Ces échanges dépendent principalement du gradient de température à la paroi d'où l'importance primordiale de la représentation de l'écoulement en zone pariétale. Ces remarques nous ont amenés à réfléchir sur les possibilités qui permettraient d'améliorer la description de la phase gazeuse notamment dans cette zone. Le modèle existant étant basé sur une fermeture de type  $k-\epsilon$  associée à des lois de paroi standards, nous nous sommes orientés vers un modèle  $k-\epsilon$  à bas nombre de Reynolds destiné à améliorer la représentation dynamique de l'écoulement en proche paroi. Toujours dans un souci d'amélioration de la représentation de l'écoulement porteur, la modélisation des tensions de Reynolds et des flux thermiques turbulents a évolué vers des modèles anisotropes (de type NEVM pour la dynamique et GGDH pour la thermique). La description et la validation de la modélisation de l'écoulement gazeux est présentée au chapitre 2.

### LA DESCRIPTION DE LA PHASE DISPERSÉE

La description du mouvement de la phase dispersée a également fait l'objet d'améliorations. En effet, notre objectif est de construire un modèle capable de représenter le comportement d'une large gamme de particules. Nous nous sommes donc attachés à la description des divers phénomènes physiques susceptibles de modifier leur comportement. Notre attention s'est notamment portée sur la représentation des collisions et des interactions avec la turbulence du fluide. Le modèle de trajectographie qui incluait déjà les interactions particules-particules et particules-paroi a été réactualisé en se basant sur les résultats d'études récentes. L'importance de la prise en compte de ces interactions et leur modélisation fait l'objet du chapitre 4 de ce manuscrit. En ce qui concerne la dispersion, le code existant comportait un

modèle de type *eddy interaction* pour générer les fluctuations de vitesse du fluide le long de la trajectoire des particules. Ce modèle a été remplacé par un modèle stochastique capable de prendre en compte l'inhomogénéité de la turbulence du fluide. La génération de fluctuations de température du fluide le long de la trajectoire de la particule solide a été introduit sur les bases d'un processus analogue. La description et la validation de ce module sont présentées au chapitre 5.

#### LE COUPLAGE ENTRE LES DEUX PHASES

Finalement une attention particulière a été portée aux aspects liés au couplage entre les deux phases. La modélisation des termes sources représentatifs des modifications de l'écoulement gazeux dues à la présence des particules est décrite et discutée au chapitre 6. L'aspect lié à la modification de la turbulence s'est avéré particulièrement délicat. En effet, la modélisation de la turbulence du fluide en présence de particules est une question ouverte et les modèles proposés sont généralement limités à certaines configurations du fait des hypothèses posées au départ pour leur établissement. Pourtant, la représentation de la turbulence est particulièrement importante pour la caractérisation thermique de l'écoulement et donc des échanges entre la suspension et la paroi. Notre objectif sur ce plan est simplement de déterminer quelle modélisation apparaît la mieux adaptée à la représentation thermique d'une large gamme d'écoulements.



# MODÉLISATION DU CHAMP FLUIDE

I. INTRODUCTION .....	35
II. LE MODÈLE EULÉRIEN.....	37
1. Formulation .....	37
a. Hypothèses.....	37
b. Modélisation.....	37
2. Modèles de fermeture.....	37
a. Modèle $k-\varepsilon$ à bas nombre de Reynolds.....	38
b. Tensions de Reynolds .....	39
c. Flux thermiques turbulents.....	40
III. TRAITEMENT NUMÉRIQUE .....	42
1. Discrétisation .....	42
a. Résolution dynamique .....	42
b. Résolution thermique .....	42
2. Conditions limites.....	43
a. À la paroi.....	43
b. Au centre .....	43
3. Résolution .....	44
a. Procédure de résolution.....	44
b. Conservation de la vitesse débitante et du flux de chaleur.....	44
IV. VALIDATION EN MONOPHASIQUE .....	45
1. Dynamique .....	45
a. Grandeurs moyennes caractéristiques .....	45
b. Bilan des contributions sur l'énergie cinétique turbulente .....	47
2. Thermique.....	48
a. Variations de température.....	48
b. Distribution des flux thermiques turbulents.....	50
c. Échanges fluide/paroi .....	53
V. ÉVALUATION DE GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DU FLUIDE NÉCESSAIRES AU SUIVI DES PARTICULES DISCRÈTES.....	54
1. Échelle lagrangienne intégrale du fluide.....	54
2. Variance de la température.....	56



# ***MODÉLISATION DU CHAMP FLUIDE***

## **I. INTRODUCTION**

La simulation de l'écoulement gazeux repose sur une formulation de type RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), obtenue pour un mélange diphasique: le mélange est considéré comme constitué de multiples zones monophasiques séparées par des interfaces. Dans chaque parcelle monophasique, les équations locales de la mécanique des milieux continus sont vérifiées. En introduisant la notion de moyenne de phase et en moyennant ces équations, les équations exactes gouvernant le comportement du mélange peuvent être établies (He et Simonin (1994)). Dans ces équations apparaissent notamment la fraction volumique de chaque phase et des termes d'échanges aux interfaces à modéliser. Dans notre approche, nous nous intéressons seulement aux équations gouvernant la phase continue, les caractéristiques de la phase dispersée étant déterminées par une méthode lagrangienne.

Dans ce chapitre, la première partie est consacrée à la description du modèle et des hypothèses de fermeture associées. La seconde partie présente les grandes lignes de la procédure numérique mise en œuvre pour la résolution du système d'équations. Une première validation du modèle est entreprise en simulant un écoulement monophasique et en comparant les résultats numériques à des résultats expérimentaux ou théoriques tirés de la littérature. Cette phase de validation, nécessaire, constitue la troisième partie de ce chapitre. Pour terminer, nous nous sommes intéressés dans la dernière partie à l'évaluation de grandeurs caractéristiques de l'écoulement gazeux nécessaires au suivi lagrangien des particules.





## II. LE MODÈLE EULÉRIEN

### 1. Formulation

#### a. Hypothèses

Pour établir le système d'équations gouvernant l'écoulement gazeux en conduite verticale ascendante (axisymétrique) les hypothèses suivantes sont adoptées:

- l'écoulement est stationnaire en moyenne, pseudo-établi dynamiquement et en cours d'établissement thermique et incompressible.
- la diffusion axiale est négligeable devant la diffusion radiale
- le rayonnement et la convection naturelle sont négligeables

#### b. Modélisation

Pour notre application en conduite verticale, moyennant les hypothèses précisées, le système d'équations gouvernant la phase gazeuse prend la forme suivante classique (en coordonnées cylindriques):

*Bilan de quantité de mouvement:*

$$-(1-\alpha)\frac{\partial\langle P\rangle}{\partial z}-\rho_f(1-\alpha)g+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r(1-\alpha)\left[\mu_f\frac{\partial\langle U_{fz}\rangle}{\partial r}-\rho_f\langle u_{fr}u_{fz}\rangle\right]\right)+\langle S_{puz}\rangle=0 \quad [2.1]$$

*Bilan d'énergie:*

$$(1-\alpha)\rho_f c_{pf}\langle U_{fz}\rangle\frac{\partial\langle\Theta_f\rangle}{\partial z}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r(1-\alpha)\left[\lambda_f\frac{\partial\langle\Theta_f\rangle}{\partial r}-\rho_f c_{pf}\langle u_{fr}\theta_f\rangle\right]\right)+\langle S_{p\theta}\rangle \quad [2.2]$$

Dans ces équations apparaissent les corrélations doubles  $\langle u_{fr}u_{fz}\rangle$  et  $\langle u_{fr}\theta_f\rangle$  qui nécessitent une modélisation.

### 2. Modèles de fermeture

En absence de description spécifique reconnue pour ces corrélations en écoulement diphasique, une pratique courante est adoptée ici: les concepts de viscosité et de diffusivité turbulente, dédiés aux écoulements monophasiques sont utilisés pour décrire la turbulence de la phase gazeuse. Les modèles mis en place ici reposent sur une fermeture à deux équations de type  $k-\varepsilon$ . La présence du terme d'échange de quantité de mouvement aux interfaces conduit à l'apparition de termes additionnels rendant compte de la modification de la turbulence par la présence des particules. La modélisation de ces termes sources et les hypothèses posées pour l'établissement des équation de transport de l'énergie cinétique turbulente du fluide et du taux de dissipation sont précisées au chapitre 6.

**a. Modèle  $k-\varepsilon$  à bas nombre de Reynolds**

L'étude des transferts thermiques entre la suspension et la paroi reposant de façon essentielle sur la description fine de l'écoulement en zone de proche paroi, une formulation à bas nombre de Reynolds du modèle de fermeture est adoptée. Le choix du modèle mis en place, parmi les nombreuses formulations disponibles dans la littérature, s'appuie sur deux études successives de Hrenya *et al.* (1995,1998), qui comparent les performances de plusieurs versions "low-reynolds" (9 versions), d'une part pour la prédiction d'un écoulement turbulent en conduite et d'autre part pour la prédiction des transferts thermiques pour ces mêmes écoulements. Les résultats des différents modèles sont comparés à des résultats expérimentaux (Laufer (1954), Schildknecht *et al.* (1979), Eggels *et al.* (1994)) pour la dynamique, et à des corrélations (Gnielinski (1976) et Sleicher et Rouse (1975)) pour les transferts thermiques, pour une large gamme de nombre de Reynolds (5000 à 500000). L'analyse de ces auteurs met en évidence les performances particulières de la formulation proposée par Myong et Kasagi (1990): sur le plan dynamique, ce modèle fournit des prédictions particulièrement satisfaisantes, notamment pour la viscosité turbulente. Sur le plan thermique, les prédictions sont également en très bon accord avec les corrélations de référence.

Dans notre configuration axisymétrique, pour un écoulement établi en dynamique et en cours d'établissement thermique, les modèles utilisés se réduisent au système suivant (en coordonnées cylindriques):

*Transport de l'énergie cinétique turbulente:*

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\alpha)r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_f \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + (1-\alpha)\mu_t \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha)\rho_f \varepsilon + \langle S_{pk} \rangle = 0 \quad [2.3]$$

*Transport du taux de dissipation:*

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\alpha)r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_f \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + (1-\alpha)f_1 C_{\varepsilon 1} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha)f_2 C_{\varepsilon 2} \rho_f \frac{\varepsilon^2}{k} + \langle S_{p\varepsilon} \rangle = 0 \quad [2.4]$$

avec la viscosité turbulente:

$$\mu_t = \rho_f C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad [2.5]$$

*Constantes et fonction d'amortissement de la modélisation à bas nombre de Reynolds (Myong et Kasagi (1990)):*

$$f_2 = \left[ 1 - \frac{2}{9} \exp \left( \left( \frac{Re_t}{6} \right)^2 \right) \right] \times \left( 1 - \exp \left( \frac{-y^+}{5} \right) \right)^2 \quad [2.6]$$

$$f_\mu = \left[ 1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right] \times \left( 1 - \exp \left( \frac{-y^+}{70} \right) \right) \quad [2.7]$$

$$\text{avec } Re_t = k^2 / \nu_f \varepsilon \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu_f} \quad (\text{avec } y \text{ la distance à la paroi}) \quad [2.8]$$

$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_\mu$	$f_1$
1.4	1.3	1.4	1.8	0.09	1.0

**Tableau 2.1:** Constantes du modèle  $k - \varepsilon$

Les constantes et fonction d'amortissement utilisées ici sont celles préconisées par Myong et Kasagi (1990) pour un écoulement monophasique (tableau 2.1).

### b. Tensions de Reynolds

Les contraintes turbulentes sont estimées au choix par un modèle de viscosité linéaire (les tensions de Reynolds varient linéairement avec les taux de déformations moyens), ou par un modèle de viscosité non linéaire (NEVM) (les tensions de Reynolds font intervenir une forme quadratique des taux de déformation moyens), tel que celui proposé par Speziale (1987). Le modèle linéaire conduisant à l'égalité des termes diagonaux, l'appellation *modèle  $k - \varepsilon$  isotrope* lui est souvent attribuée, par opposition au modèle non-linéaire, *anisotrope*, qui reproduit l'anisotropie des termes diagonaux. L'intérêt du modèle anisotrope, au delà de la simulation de la phase gazeuse, prend tout son sens au regard du suivi lagrangien des particules, et plus particulièrement du modèle de dispersion: en effet, les performances du modèle de dispersion sont fortement liées à une bonne représentation des caractéristiques de la turbulence et notamment de l'anisotropie. Dans notre configuration, les deux modèles conduisent à la même expression pour la contrainte turbulente,  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$ , mais se distinguent par l'expression des termes diagonaux.

*Modèle isotrope standard:*

$$\rho_f \langle u_{fr} u_{fz} \rangle = -\mu_t \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \quad \langle u_{fi}^2 \rangle = \frac{2}{3} k \quad [2.9]$$

*Modèle anisotrope (NEVM), Speziale (1987):*

$$\begin{aligned} \rho_f \langle u_{fr} u_{fz} \rangle &= -\mu_t \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \\ \langle u_{fr}^2 \rangle &= \frac{2}{3} k - \frac{5}{3} C_\mu C_D \frac{\mu_t k}{\rho_f \varepsilon} \left( \frac{d \langle U_{fz} \rangle}{dr} \right)^2 \\ \langle u_{ft}^2 \rangle &= \frac{2}{3} k - \frac{2}{3} C_\mu C_D \frac{\mu_t k}{\rho_f \varepsilon} \left( \frac{d \langle U_{fz} \rangle}{dr} \right)^2 \\ \langle u_{fz}^2 \rangle &= \frac{2}{3} k + \frac{7}{3} C_\mu C_D \frac{\mu_t k}{\rho_f \varepsilon} \left( \frac{d \langle U_{fz} \rangle}{dr} \right)^2 \end{aligned} \quad [2.10]$$

où  $C_D = 1,68$ .

Le modèle NEVM a finalement été utilisé pour l'ensemble des simulations: dans notre configuration, la résolution eulérienne n'est pas modifiée (l'expression de la contrainte turbulente est identique au modèle standard) et la formulation algébrique facilite l'estimation des termes diagonaux.

### c. Flux thermiques turbulents

Les flux thermiques turbulents peuvent être évalués par un modèle isotrope (modèle standard), basé sur une loi de gradient simple (SED), par un modèle anisotrope reposant sur les lois de gradient généralisées de Daryl et Harlow (1970) modèle GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis), ou encore par le modèle WET proposé par Launder (1988). Comme pour les tensions de Reynolds, l'anisotropie des deux dernières propositions sert également les performances du suivi lagrangien. Notons également que ces deux modèles nécessitent une expression au second ordre des tensions de Reynolds, et seront donc associés au modèle NEVM. Dans notre écoulement en conduite verticale, la formulation de chacun de ces modèles est réduite à:

*Modèle standard SED:*

$$\rho_f \langle u_{fr} \theta_f \rangle = -\frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} \quad [2.11]$$

où la variation radiale du nombre de Prandtl turbulent est estimée selon la proposition de Kays (1994):

$$Pr_t = \left\{ 0,5882 + 0,228 \frac{v_t}{v_f} - 0,0441 \left( \frac{v_t}{v_f} \right)^2 \left[ 1 - \exp \left( \frac{-5,165}{v_t/v_f} \right) \right] \right\}^{-1} \quad [2.12]$$

*Modèle GGDH, (Daryl et Harlow (1970)):*

$$\langle u_{fr} \theta_f \rangle = -f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_{fr}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} + \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z} \right] \quad [2.13]$$

$$\langle u_{fz} \theta_f \rangle = -f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} + \langle u_{fz}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z} \right] \quad [2.14]$$

*Modèle WET, (Launder (1988)):*

$$\langle u_{fr} \theta_f \rangle = -f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_{fr}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} + \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z} \right] \quad [2.15]$$

$$\langle u_{fz} \theta_f \rangle = -f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} + \langle u_{fz}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z} + \langle u_{fr} \theta_f \rangle \frac{\partial \langle u_{fz} \rangle}{\partial r} \right] \quad [2.16]$$

Dans la configuration choisie, les modèles GGDH et WET conduisent à la même expression du flux thermique turbulent  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle$  nécessaire à la modélisation du champ gazeux. Les deux modèles se

différencient simplement par l'expression du flux turbulent  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$  dont l'estimation devient importante pour la mise en place du modèle de dispersion (chapitre 5).

*Constantes et fonction d'amortissement:*

Rokni et Sunden (1999) préconisent  $C_t \approx 0,3$  pour des écoulements en conduite de section trapézoïdale. Cependant, la valeur de cette constante n'est pas universelle. Abe et Suga (2001) estiment la valeur de cette constante en channel, dans le cas du modèle GGDH, en utilisant des résultats de LES. Ils constatent d'une part que ce paramètre n'est pas constant mais varie en fonction de la distance à la paroi et d'autre part que la valeur trouvée dépend du flux thermique considéré:  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$  ou  $\langle u_{f//} \theta_f \rangle$ . Dans notre modèle, la présence de la paroi est prise en compte par l'intermédiaire de la fonction d'amortissement  $f_{\mu t}$ . La forme de cette fonction est analogue à celle de la fonction d'amortissement  $f_{\mu}$  du modèle dynamique mais les expressions utilisées diffèrent selon les auteurs. Rokni et Gatski (2000) testent deux formes différentes et recommandent, pour leur application en conduite de section trapézoïdale, la forme suivante, issue du modèle à bas Reynolds de Lam-Bremhorst:

$$f_{\mu t} = \left[ (1 - \exp(-0.0225 Re_k))^2 \right] \times \left( 1 + \frac{41}{Re_t} \right) \quad [2.17]$$

$$\text{où } Re_k = \sqrt{k} D / \nu_f \quad \text{et} \quad Re_t = k^2 / \nu_f \varepsilon \quad [2.18]$$

Nous avons également testé le modèle en utilisant une fonction  $f_{\mu t}$  identique à la fonction  $f_{\mu}$  du modèle dynamique, donnée par Myong et Kasagi (1990):

$$f_{\mu t} = \left[ 1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right] \times \left( 1 - \exp\left(\frac{-y^+}{70}\right) \right) \quad [2.19]$$

Notons qu'à la paroi, un développement en série de Taylor montre que les deux fonctions proposées ont le même comportement:  $f_{\mu t} \propto \frac{1}{y}$ . On montre également que ce type de fonction conduit à  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle \propto y^3$ , ce qui est correct pour une condition limite de type  $\Theta_w = \text{constante}$ , mais erroné pour la condition limite de type  $\varphi_w = \text{constante}$ , qui implique  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle \propto y^2$ . Cependant, nous avons conservé la même fonction pour les deux types de conditions limites, dans la mesure où les résultats obtenus ne semblaient pas aberrants.

L'influence de la valeur de constante  $C_t$  et de la fonction  $f_{\mu}$  sur les résultats en fluide pur est discutée au paragraphe IV.2.

### III. TRAITEMENT NUMÉRIQUE

#### 1. Discrétisation

Dans notre simulation, les aspects dynamique et thermique sont considérés intégralement découplés (voir chapitre 1), de telle sorte que la simulation de l'écoulement est elle-même divisée en deux aspects distincts: l'un purement dynamique et l'autre purement thermique.

##### a. Résolution dynamique

La résolution du système d'équations formé par les équations de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie cinétique turbulente et de son taux de dissipation est basée sur un schéma numérique aux différences finies reposant sur un découpage radial de la conduite. La répartition radiale des mailles est logarithmique, resserrée en zone de proche paroi, afin de rendre compte finement de la structure de l'écoulement dans cette zone. En effet, la qualité de la représentation dynamique de l'écoulement, particulièrement dans cette zone est primordiale pour la simulation du comportement thermique de l'écoulement. La répartition des nœuds du maillage radial suit la loi logarithmique suivante:

$$\frac{r}{R}(i) = 1 - \frac{1}{0,407Rt} \left[ \exp\left(\frac{i}{nbri} \ln(1 + 0,407Rt)\right) - 1 \right] \quad [2.20]$$

pour  $i \in [0; nbri]$  et avec  $nbri$ , le nombre de nœuds et  $Rt$ , le nombre de Reynolds turbulent, défini par:

$$Rt = 0,5Re \sqrt{\frac{C_f}{8}} \quad \text{et} \quad C_f = 0,316Re^{-0,25} \quad [2.21]$$

D'une façon générale, le nombre de nœuds est fixé à 50 dans nos simulations (valeur qui assure l'indépendance des résultats vis à vis du maillage).

Les dérivées spatiales sont évaluées par un schéma aux différences finies centrées à l'ordre un.

##### b. Résolution thermique

La résolution de l'équation de bilan de l'énergie repose sur le même découpage radial et sur un découpage axial nécessaire à la représentation de l'établissement thermique de l'écoulement. La répartition axiale est de type logarithmique, resserrée à l'entrée de la portion de conduite chauffée, selon:

$$z(i) = \frac{R}{CL_t} \left[ \exp\left(\frac{i}{nbrz} \ln\left(1 + \frac{CL_t}{R}\right)\right) - 1 \right] \quad [2.22]$$

avec  $C = 10$ , une constante,  $nbrz$  le nombre de tranches axiales et  $L_t$  la longueur de conduite chauffée. Dans nos simulations le nombre de tranches a été fixé à 40.

## 2. Conditions limites

### a. À la paroi

Grâce à la modélisation à bas nombre de Reynolds, les équations dynamiques et thermique sont résolues jusqu'à la paroi, avec les conditions limites suivantes:

Vitesse:

$$\langle U_{fz} \rangle_w = 0 \quad [2.23]$$

Énergie cinétique turbulente:

$$k_w = 0 \quad [2.24]$$

Taux de dissipation:

$$\varepsilon_w = \nu_f \frac{\partial^2 k}{\partial y^2} \approx \frac{4\nu_f k_1}{y_1^2} - \varepsilon_1 \quad [2.25]$$

où  $k_1$  et  $\varepsilon_1$  sont respectivement les valeurs de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation à la maille adjacente à la paroi, définie telle que  $y_1^+ < 0,6$  (Myong et Kasagi (1990)).

Température:

$$\text{à température imposée: } \Theta_w = \Theta_{ref} \quad [2.26]$$

$$\text{à flux de chaleur imposé: } \varphi_w = -\lambda_f \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} \quad [2.27]$$

avec  $\frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r}$  discrétisé à l'ordre deux par un schéma aux différences finies amont.

### b. Au centre

Au centre, les gradients des grandeurs moyennes sont imposés à zéro:

$$\left. \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right|_c = 0, \quad \left. \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} \right|_c = 0, \quad \left. \frac{\partial k}{\partial r} \right|_c = 0, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right|_c = 0 \quad [2.28]$$



### 3. Résolution

#### *a. Procédure de résolution*

Les équations à résoudre sont non linéaires et couplées. Le système d'équations ainsi discrétisé est linéarisé puis résolu par une méthode itérative sous-relaxée, basée sur une procédure de résolution de système matriciel tridiagonal de type TDMA.

Pour chaque grandeur moyenne,  $G$ , (vitesse, énergie cinétique turbulente, taux de dissipation et température), la solution a convergé lorsque la somme des résidus définie par:

$$R = \sum_{i=1}^{nbri} \frac{G^{old}(i) - G(i)}{g_G G^{old}(i)}, \text{ avec } g_G \text{ le facteur de sous-relaxation}$$

est inférieure à un critère de convergence donné. Typiquement, la valeur du critère de convergence est fixée à  $10^{-6}$ .

#### *b. Conservation de la vitesse débitante et du flux de chaleur*

Du fait de la discrétisation par différences finies, le système d'équations nécessite une condition limite additionnelle: en effet, le profil de vitesse déterminé pourrait satisfaire aux exigences du système d'équations et conduire à un débit différent. Une procédure de vérification permet de s'assurer de la bonne conservation du débit. De manière similaire, on vérifie également, dans la partie thermique, la conservation de l'énergie.

## IV. VALIDATION EN MONOPHASIQUE

La pertinence de notre simulation globale en écoulement diphasique repose en premier lieu sur une validation de la prédiction eulérienne de l'écoulement monophasique du gaz en conduite. Pour la caractérisation dynamique, les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux de Laufer (1954) (mesures par fil chaud) et aux compléments d'analyse de ces données expérimentales réalisés par Hinze (1975). Les résultats expérimentaux de Depew et Farbar (1963) et Nagano *et al.* (1990) serviront de référence expérimentale pour la caractérisation thermique. Enfin, les corrélations usuelles pour l'estimation du nombre de Nusselt en conduite fourniront également une base de comparaison intéressante.

### 1. Dynamique

Laufer (1954) a étudié expérimentalement les caractéristiques de la turbulence au sein d'un écoulement d'air en conduite horizontale à  $Re \approx 40850$  et  $Re \approx 408500$ . La distribution de la vitesse moyenne axiale est obtenue par des mesures de pression. Un système d'anémométrie à fil chaud est utilisé pour évaluer les distributions des fluctuations de vitesse dans les trois directions et la contrainte turbulente  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$  mais également les corrélations de vitesse triples et quadruples ainsi que le taux de dissipation de l'énergie turbulente. Hinze (1975) utilise ces données expérimentales pour analyser la turbulence dans ce type d'écoulement. Il évalue notamment la viscosité turbulente  $\nu_t$ , grandeur importante dans les modèles de turbulence. Les données expérimentales sont également utilisées par cet auteur pour évaluer les contributions des différents termes intervenants dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente.

#### a. Grandeurs moyennes caractéristiques

L'évolution radiale des profils adimensionnés de vitesse moyenne axiale, de viscosité turbulente et de variances des fluctuations de vitesse est représentée respectivement sur les figures 2.1, 2.2 et 2.3, pour  $Re \approx 40850$ . L'accord entre les différents résultats numériques et expérimentaux est globalement satisfaisant pour chacune des grandeurs. L'anisotropie des fluctuations de vitesse est bien représentée exceptée en zone proche paroi où la simulation numérique tend à surestimer l'amplitude des fluctuations dans chacune des trois directions. Le retour à l'isotropie au centre de la conduite, inhérent à la modélisation mise en place, ne nuit en rien à la qualité des résultats dans notre configuration, puisque ce phénomène est une caractéristique intrinsèque aux écoulements en conduite cylindrique. La capacité du modèle de Myong et Kasagi (1990) à représenter de façon satisfaisante la distribution de la viscosité turbulente, mise en évidence par l'étude de Hrenya *et al.* (1995), est confirmée.

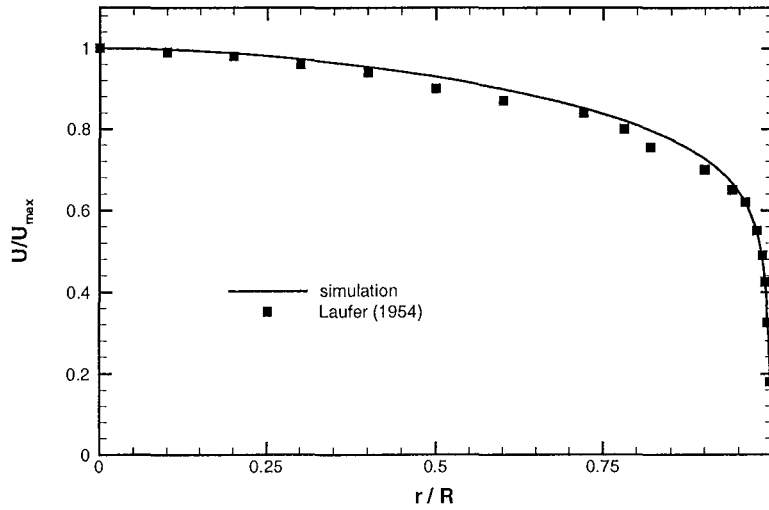


Figure 2.1: Profils de vitesse,  $Re \approx 40850$

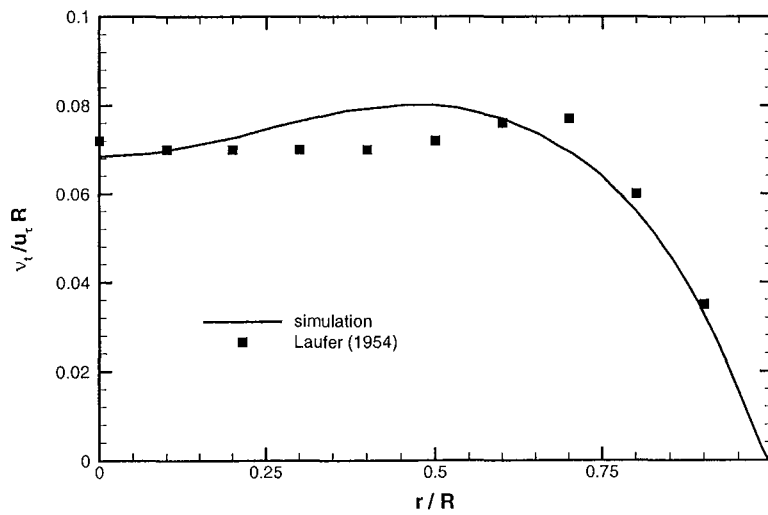


Figure 2.2: Profils de viscosité turbulente,  $Re \approx 408500$

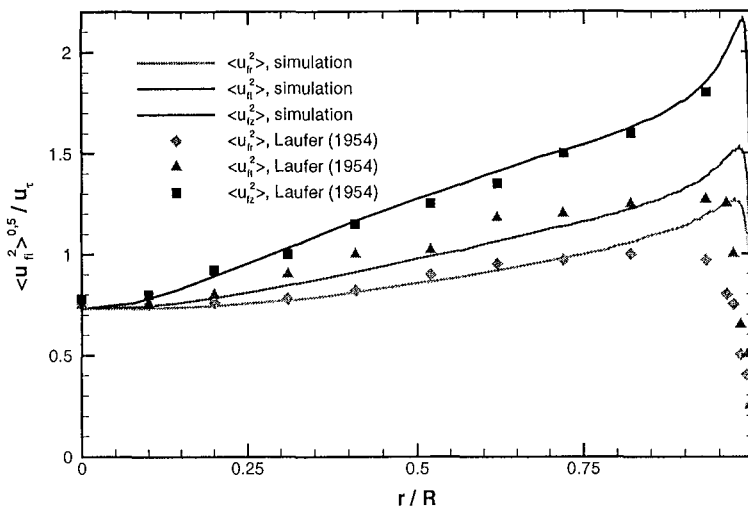


Figure 2.3: Profils des fluctuations,  $Re \approx 40850$

**b. Bilan des contributions sur l'énergie cinétique turbulente**

Les contributions des termes de production, diffusion et dissipation intervenants dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente sont confrontés aux résultats déduits par Hinze (1975) des expériences de Laufer (1954). La vitesse de référence est ici la vitesse de frottement,  $u_\tau$ . En zone de proche paroi, les termes sont exprimés en fonction de la distance à la paroi  $y^+ = yu_\tau/\nu_f$  et dans le noyau turbulent, en fonction du rayon  $r$ . Les figures 2.4a et 2.4b représentent respectivement la confrontation entre les résultats numériques (traits continus) et expérimentaux (symboles) en zone de proche paroi et dans la zone pleinement turbulente. L'adéquation entre l'expérience et la simulation est très satisfaisante, quelle que soit la zone de l'écoulement considérée. L'équilibre production/dissipation en zone pleinement turbulente est parfaitement représenté. Les performances du modèle à bas nombre de Reynolds sont mises en évidence par l'accord obtenu pour chacun des termes dans la zone de proche paroi. La condition imposée à la paroi pour le taux de dissipation est particulièrement bien adaptée au cas présenté ici.

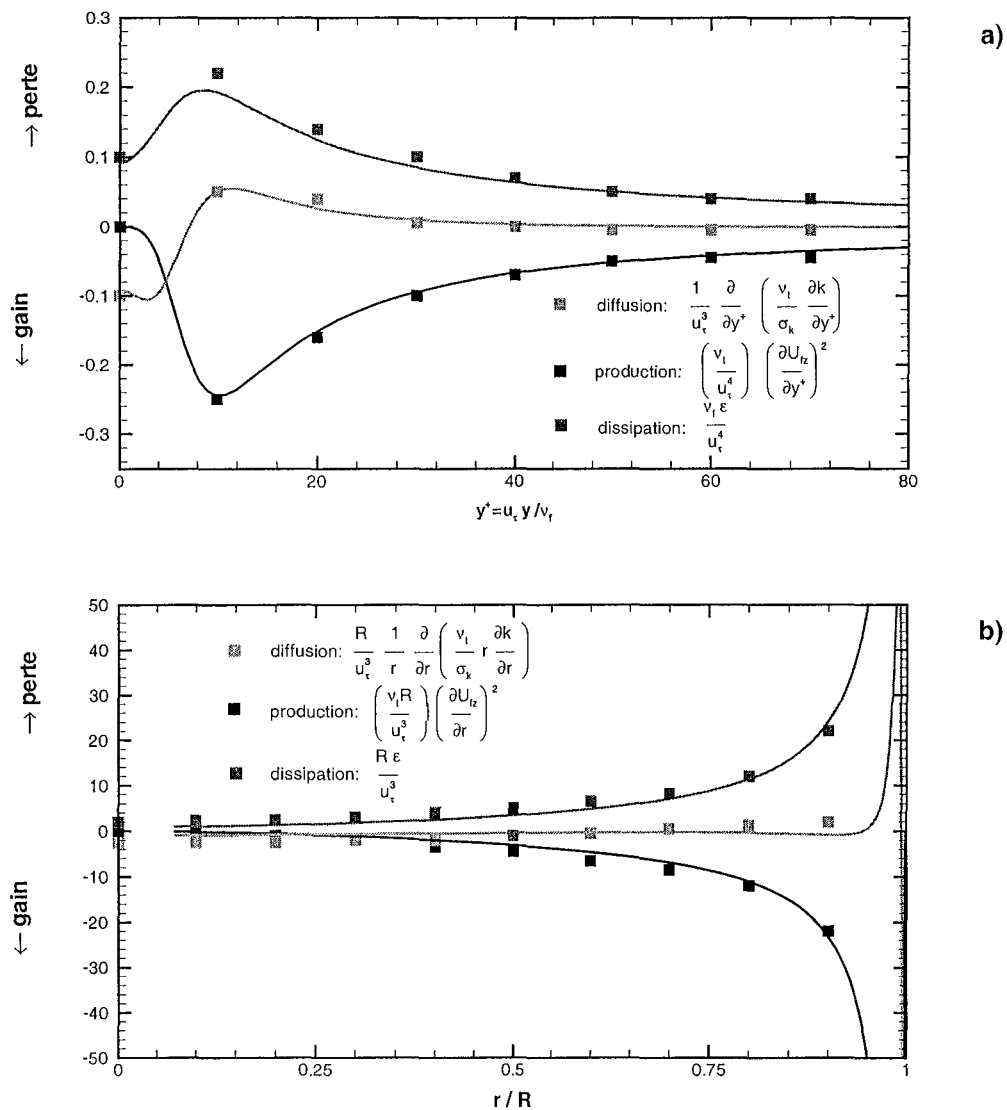


Figure 2.4: Bilan d'énergie en zone de proche paroi (a) et dans le noyau turbulent (b),  $Re \approx 40850$

## 2. Thermique

Les performances du modèle en ce qui concerne la représentation thermique de l'écoulement sont évaluées en s'appuyant sur trois niveaux de comparaison: des variations axiales et radiales de température, des distributions de flux thermiques turbulents et enfin des transferts thermiques entre la paroi et l'écoulement gazeux. Pour étayer la validation, trois types de résultats expérimentaux serviront de référence:

- un ensemble de données expérimentales rapportées par Nagano *et al.* (1990), qui mesurent, par anémométrie à fil chaud et froid, les caractéristiques thermiques, en proche paroi, d'un écoulement d'air à  $Re \approx 40000$ , pour une température de paroi imposée à  $100^\circ\text{C}$  environ.
- un résultat expérimental de Depew et Farbar (1963) qui mesurent l'évolution axiale de la température de la paroi d'une conduite verticale soumise à un flux de chaleur constant, dans laquelle circule de l'air à  $Re \approx 13500$ .
- Un ensemble de corrélations destinées à l'évaluation des transferts thermiques pour les écoulements en conduite.

### a. Variations de température.

Sur la figure 2.5, la température  $\langle \Theta_f \rangle^+$ , température adimensionnelle basée sur la température de

frottement,  $\theta_\tau = \frac{q_w}{\rho_f C_{pf} u_\tau}$ , et définie par la relation [2.29] est portée en fonction de la distance à la paroi

adimensionnelle,  $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu_f}$ :

$$\langle \Theta_f \rangle^+ = \frac{\langle \Theta_f \rangle - \Theta_w}{\theta_\tau} \quad [2.29]$$

Les résultats numériques des modèles SED et GGDH / WET sont confrontés aux résultats expérimentaux de Nagano *et al.* (1990). Trois variantes du modèle GGDH / WET sont proposées: dans la première version, la fonction  $f_{\mu t}$  proposée par Rokni et Gatski (2000), associée à  $C_t = 0,23$  est utilisée (RG,  $C_t = 0,23$ ); les deux autres versions utilisent la fonction  $f_{\mu t}$  de type Myong et Kasagi (1990) pour  $C_t = 0,24$  et  $C_t = 0,26$  respectivement (MK,  $C_t = 0,24$  et MK,  $C_t = 0,26$ ). Cette figure met en évidence l'influence de la valeur du paramètre  $C_t$  sur les résultats. Pour le cas d'un écoulement en conduite, la simulation numérique est optimale pour  $C_t = 0,23$  avec  $f_{\mu t}$  proposée par Rokni et Gatski (2000) et  $C_t = 0,26$  avec  $f_{\mu t}$  de type Myong et Kasagi (1990). Parmi les trois modèles, SED, GGDH / WET RG et GGDH / WET MK, la version GGDH / WET associée à une fonction d'amortissement de type Myong et Kasagi (1990) semble la plus adéquate pour représenter les résultats expérimentaux. Les performances de ce modèle sont sans doute dues au fait que le modèle dynamique à bas Reynolds de Myong et Kasagi (1990) a été développé pour le cas spécifique d'un écoulement en conduite. La forme de la fonction d'amortissement proposée semble également bien adaptée pour la représentation du comportement thermique de l'écoulement en conduite.

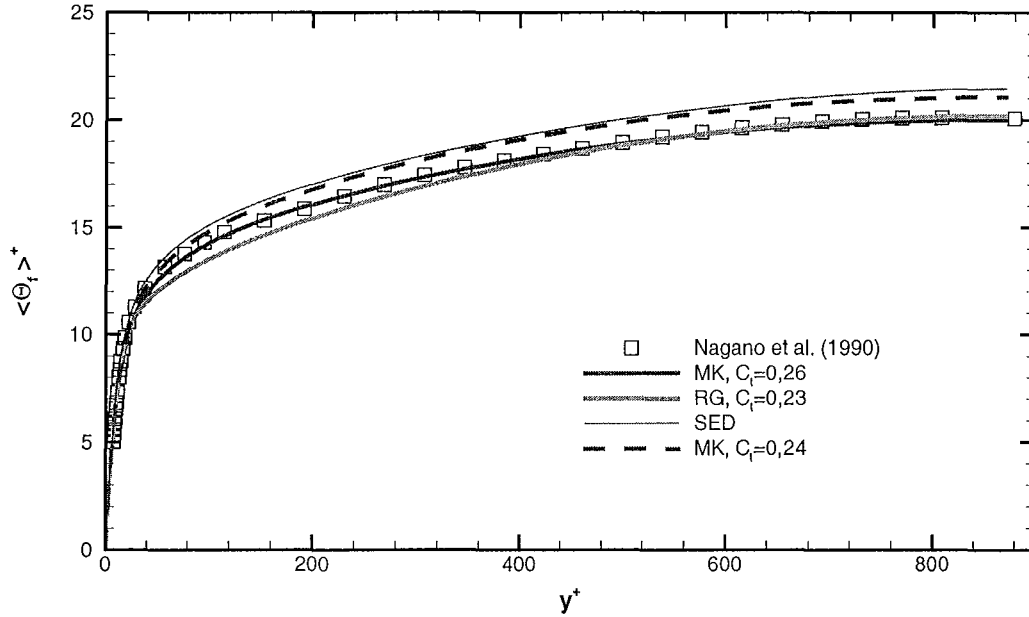


Figure 2.5: Profil de température,  $\Theta_w$  imposée

La figure 2.6 présente l'évolution de la température de paroi adimensionnelle en fonction de la position axiale caractérisée par le rapport  $z/D$ . Les résultats numériques pour les modèles SED et GGDH / WET RG et MK pour deux valeurs de la constante  $C_t$  sont confrontés aux résultats expérimentaux de Depew et Farbar (1963). Cette figure met de nouveau en évidence l'importance notable de la valeur de la constante  $C_t$  sur ce type de résultats. Moyennant une valeur de cette constante adaptée, les performances des modèles SED et GGDH/WET sont analogues et très satisfaisants. Ces résultats indiquent également une différence de comportement des modèles selon le type de condition limite imposée (température ou flux constant): les valeurs optimales de la constante  $C_t$  (au regard de ces résultats expérimentaux) sont légèrement plus faibles et le modèle SED est plus performant (figure 2.6). Cet écart lié à la condition limite est probablement attribuable en partie au mauvais comportement asymptotique de la fonction d'amortissement pour une condition de type flux imposé (voir paragraphe II.2). A titre indicatif, le tableau 2.2 compare les valeurs du nombre de Nusselt obtenues dans les différents cas.

Flux imposé	GGDH, MK	GGDH, RG	SED	GGDH, MK	GGDH, RG	Collburn	Dittus Boelter
Depew et Farbar (1963)	$C_t=0,26$	$C_t=0,23$		$C_t=0,22$	$C_t=0,18$	$Nu = 0,023Re^{0,8} Pr^{1/3}$	$Nu = 0,023Re^{0,8} Pr^{0,4}$
Nu	40,8	42,4	38,4	37,6	37,9	41,1	40,2

Tableau 2.2: Comparaison des nombres de Nusselt en régime établi,  $Re \approx 15300$

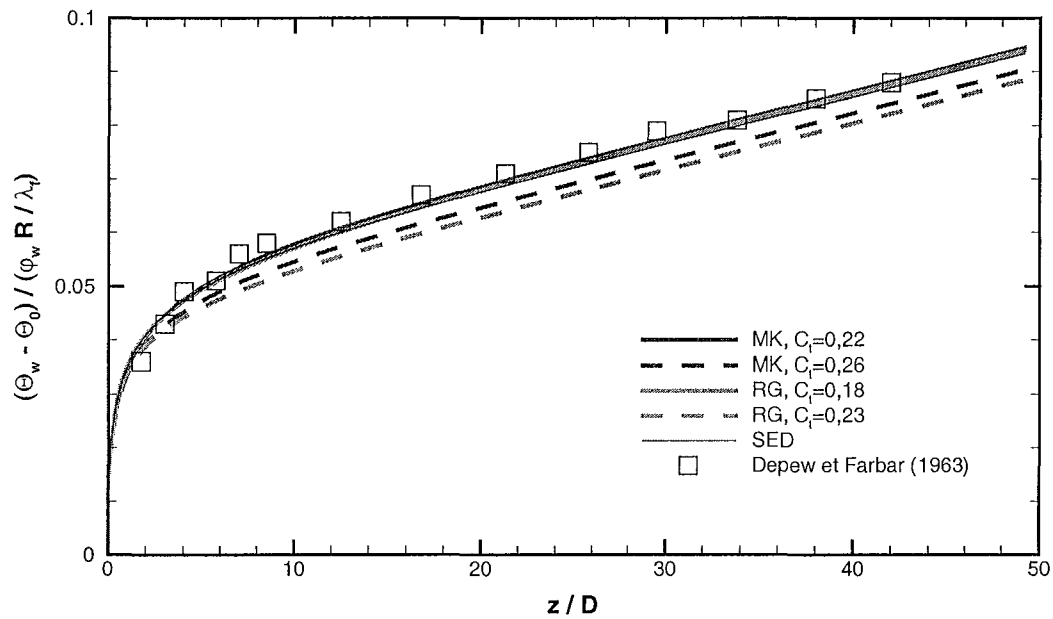


Figure 2.6: Température de paroi,  $\phi_w$  imposé,  $Re \approx 13500$

**b. Distribution des flux thermiques turbulents**

La distribution radiale du flux thermique turbulent adimensionnel,  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle^+ = \frac{\langle u_{fr} \theta_f \rangle}{u_\tau \theta_\tau}$ , est représentée sur la figure 2.7, pour les modèles SED, GGDH / WET MK et RG. Les différentes prédictions sont très voisines et l'accord avec les résultats expérimentaux de Nagano *et al.* (1990) est jugé satisfaisant.

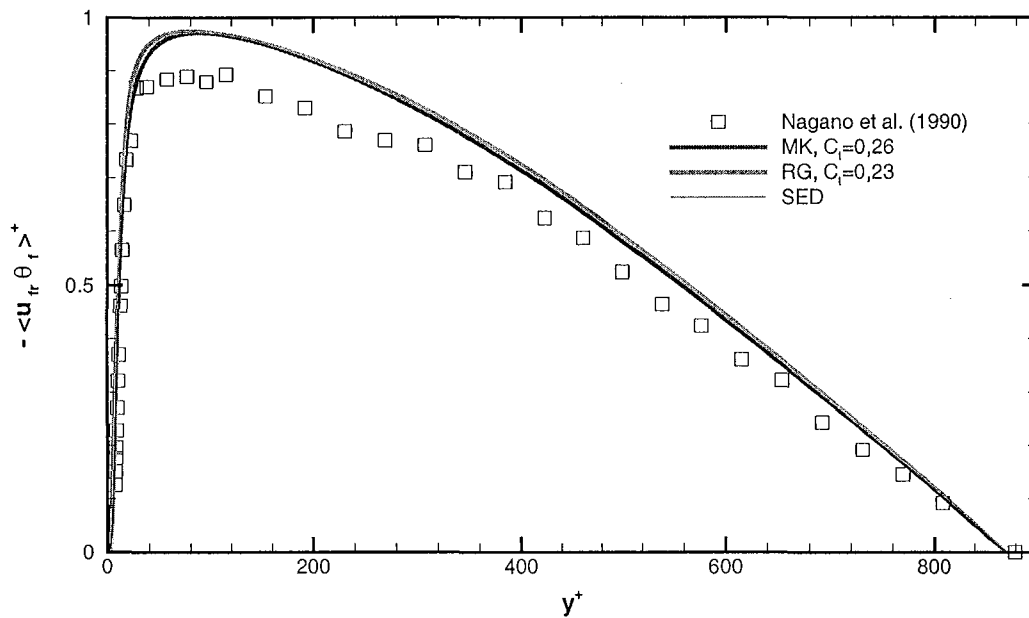
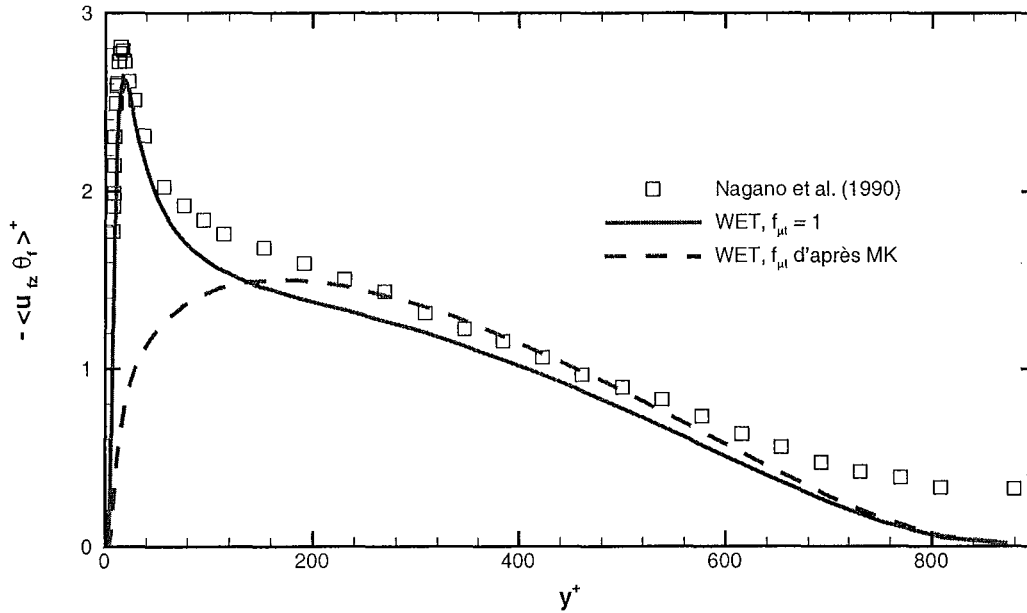


Figure 2.7: Profil de flux thermique turbulent,  $\Theta_w$  imposée

La figure 2.8 met en évidence l'influence de la fonction d'amortissement  $f_{\mu t}$  sur les prédictions du flux thermique turbulent  $\langle u_{fz}\theta_f \rangle^+ = \frac{\langle u_{fz}\theta_f \rangle}{u_\tau\theta_\tau}$  via un modèle WET MK. Au regard des résultats expérimentaux, il apparaît clairement que l'utilisation d'une fonction d'amortissement de type MK pour prédire ce flux turbulent est mal appropriée. Nous avons donc conservé pour la suite une modélisation de  $\langle u_{fz}\theta_f \rangle$  en imposant  $f_{\mu t} = 1$ .



**Figure 2.8:** Profil de flux thermique turbulent,  $\Theta_w$  imposée

Comme précisé précédemment, les modèles GGDH et WET se différencient dans notre configuration par l'expression du flux turbulent  $\langle u_{fz}\theta_f \rangle$ . En effet, le modèle WET fait intervenir un terme supplémentaire fonction de  $\langle u_{fr}\theta_f \rangle \frac{\partial \langle u_{fz} \rangle}{\partial r}$ . En calculant séparant les différents termes (**wet i**), l'importance des différentes contributions a été mise en évidence.

Modèle W.E.T.:

$$\langle u_{fr}\theta_f \rangle = \underbrace{-f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{fr}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r}}_{\text{wet 1}} - \underbrace{f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z}}_{\text{wet 2}} \quad [2.30]$$

$$\langle u_{fz}\theta_f \rangle = \underbrace{-C_t \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{fr} u_{fz} \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r}}_{\text{wet 3}} - \underbrace{C_t \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{fz}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z}}_{\text{wet 4}} - \underbrace{C_t \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{fr}\theta_f \rangle \frac{\partial \langle u_{fz} \rangle}{\partial r}}_{\text{wet 5}} \quad [2.31]$$



La figure 2.9 représente la répartition radiale de ces différentes contributions (sous forme adimensionnelle:  $\text{wet } i^+ = \frac{\text{wet } i}{u_\tau \theta_\tau}$ ) dans le cas expérimental Nagano *et al.* (1990). Cette comparaison montre d'une part que le terme **wet 2** est négligeable devant **wet 1** et que le terme **wet 3** est négligeable devant **wet 4** et **wet 5**, et d'autre part que le terme **wet 5**, propre au modèle WET, est du même ordre de grandeur que le terme **wet 4**. Une formulation de type WET est donc indispensable pour obtenir une représentation satisfaisante du flux thermique turbulent  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ . Le modèle retenu pour les simulations avec particules prend la forme suivante:

$$\langle u_{fr} \theta_f \rangle = -f_{\mu t} C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_{fr}^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial r} \right] \quad [2.32]$$

$$\langle u_f \theta_f \rangle = -C_t \frac{k}{\varepsilon} \left[ \langle u_f^2 \rangle \frac{\partial \langle \Theta_f \rangle}{\partial z} + \langle u_{fr} \theta_f \rangle \frac{\partial \langle U_f \rangle}{\partial r} \right] \quad [2.33]$$

avec

$$f_{\mu t} = \left[ 1 + \frac{3.45}{\sqrt{Re_t}} \right] \times \left( 1 - \exp\left( \frac{-y^+}{70} \right) \right) \quad [2.34]$$

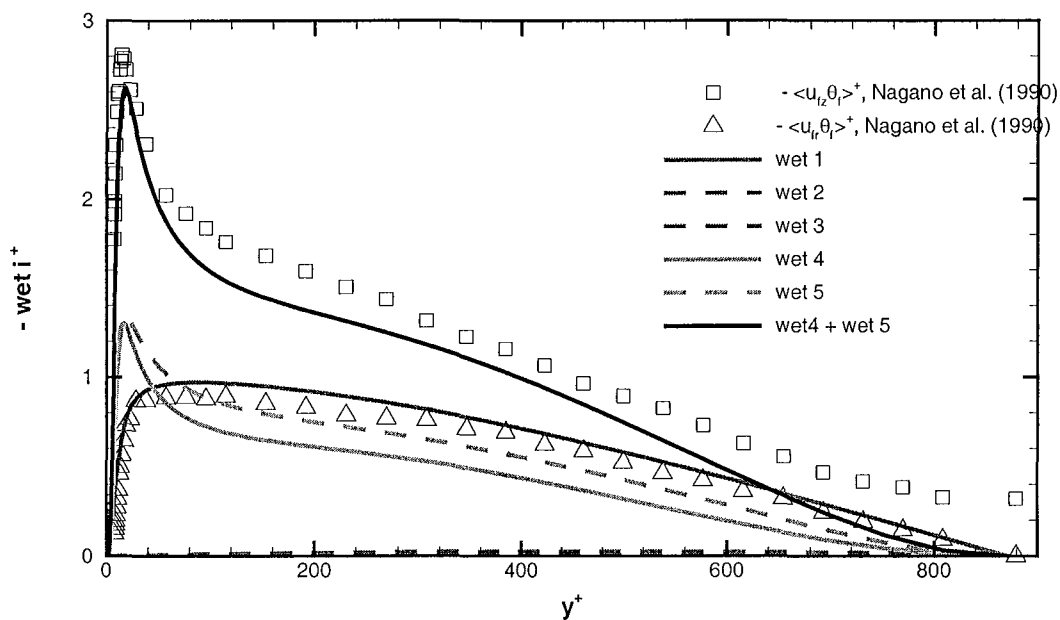


Figure 2.9: Décomposition des termes du modèle WET,  $\Theta_w$  imposée

### c. Échanges fluide/paroï

La figure 2.10 présente les variations du nombre de Nusselt pour des nombres de Reynolds de l'écoulement croissants. Les différents modèles ont un comportement voisin et satisfaisant. Les modèles GGDH / WET associés aux fonctions d'amortissement de Myong et Kasagi (1990) ou de Rokni et Gatski (2000) sont notamment en très bon accord avec les corrélations les plus souvent citées comme référence: celle de Dittus-Boelter et celle de Colburn. Cette figure complète la validation de notre modélisation eulérienne du comportement de la phase continue.

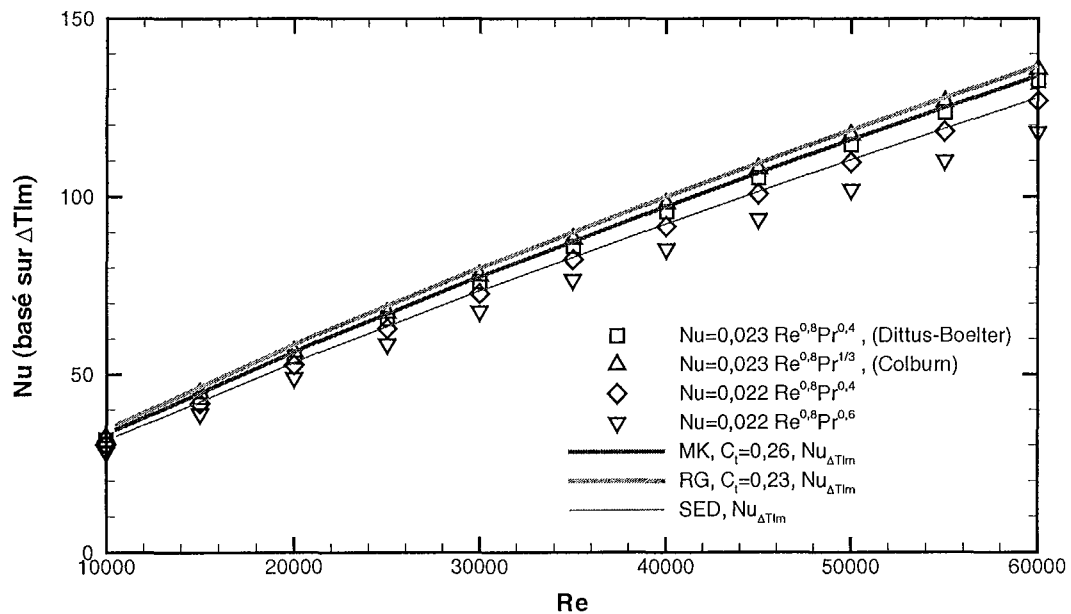


Figure 2.10: Variation du nombre de Nusselt avec le nombre de Reynolds en fluide pur

## V. ÉVALUATION DE GRANDEURS CARACTÉRISTIQUES DU FLUIDE NÉCESSAIRES AU SUIVI DES PARTICULES DISCRÈTES

### 1. Échelle lagrangienne intégrale du fluide

L'échelle lagrangienne intégrale du fluide caractérise le temps moyen de décorrélation des fluctuations de vitesse de particules fluides, le long de leurs trajectoires. En turbulence quelconque, on définit la matrice:

$$T_{Lij} = \int_0^{\infty} R_{Lij}(t) dt \quad [2.35]$$

avec  $R_{Lij}(t)$  la fonction d'autocorrélation lagrangienne temporelle des fluctuations de vitesse, donnée par:

$$R_{Lij}(\tau) = \frac{u_i(\mathbf{x}(t), t) u_j(\mathbf{x}(t + \tau), t + \tau)}{\sqrt{\langle u_i(\mathbf{x}(t), t)^2 \rangle} \sqrt{\langle u_j(\mathbf{x}(t + \tau), t + \tau)^2 \rangle}} \quad [2.36]$$

Dans le cas d'une turbulence stationnaire, homogène et isotrope, la matrice est diagonale et s'exprime en fonction d'une seule grandeur caractéristique: l'échelle lagrangienne  $T_L$ .

Cette échelle, caractéristique de la turbulence du fluide, revêt une importance particulière dans la modélisation de l'influence de la turbulence du fluide sur le mouvement de particules discrètes (voir chapitre 4). Dans le cadre d'une modélisation de type RANS, la difficulté réside en son estimation à partir de propriétés statistiques eulériennes de la turbulence, telles que l'énergie cinétique turbulente,  $k$ , et son taux de dissipation,  $\varepsilon$ . En considérant la consistance du modèle de Langevin avec les hypothèses de Kolmogorov, on montre qu'en turbulence homogène isotrope stationnaire, (Pope (2000), p 487):

$$T_L = \frac{4}{3C_0} \frac{k}{\varepsilon} \quad [2.37]$$

avec  $C_0$  un coefficient du modèle. L'estimation de ce coefficient reste un problème non résolu: il est supposé constant pour les grands nombres de Reynolds (mais les valeurs proposées dans la littérature varient considérablement:  $1 \leq C_0 \leq 10$  environ) et dépendant de  $Re$  pour les plus petits nombres de Reynolds.

En écoulement en conduite, l'anisotropie et l'inhomogénéité de la turbulence impliquent que l'on détermine un tenseur échelle lagrangienne, cependant, par manque d'informations, la forme obtenue en THI est souvent conservée pour les simulations. Chang (1998) propose d'exprimer les échelles en tenant compte de l'anisotropie par la relation semi-empirique:

$$T_{Lij} = C_{Lij} \frac{\langle u_{fi} u_{fj} \rangle}{\varepsilon} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} C_{Lij} = 0,2 \quad \text{pour } i = j \\ C_{Lij} = 1,0 \quad \text{pour } i \neq j \end{array} \quad [2.38]$$

Ushijima et Perkins (1999) proposent d'évaluer les variations de l'échelle lagrangienne dans un écoulement confiné unidirectionnel (en conduite ou channel flow). En divisant l'écoulement en trois zones

(le centre de la conduite, la zone intermédiaire et la zone de proche paroi), pour analyser et combiner les différentes données expérimentales et corrélations existantes, ces auteurs proposent une corrélation empirique pour évaluer l'échelle intégrale lagrangienne dans la direction normale à la paroi, au sein de l'écoulement.

Leur proposition prend la forme suivante:

$$T_{Lr} = \frac{4}{3C_0} \frac{k}{\tilde{\varepsilon}} \quad [2.39]$$

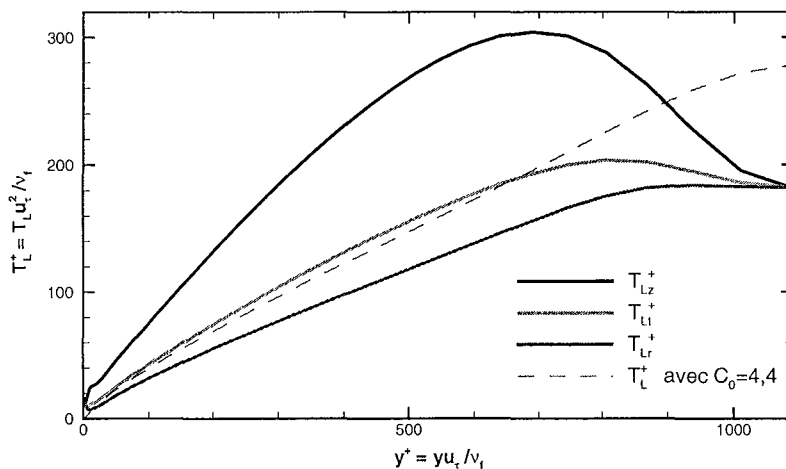
$$C_0 = C_{0m} + (C_{0w} - C_{0m}) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y^+}{10}\right)^2\right] + (C_{0c} - C_{0m}) \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y^+ - R^+}{0,13R^+}\right)^2\right] \quad [2.40]$$

$$\text{avec } \tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu_f \left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial y}\right)^2, \quad y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu_f}, \quad R^+ = \frac{Ru_\tau}{\nu_f}, \quad C_{0m} = 5,5, \quad C_{0c} = 4,42(R^+)^{0,06}, \quad C_{0w} = 1,8. \quad [2.41]$$

À partir de cette étude et en suivant le principe suivi par Chang (1998), nous proposons de construire les échelles dans les directions  $z$  et  $\theta$  (les échelles  $T_{Lij}$  pour  $i \neq j$  ne sont pas nécessaires à notre modèle de dispersion), selon:

$$T_{Lz} = \frac{4}{3C_0} \frac{k \langle u_{fz}^2 \rangle}{\tilde{\varepsilon} \langle u_{fr}^2 \rangle} \quad T_{Lt} = \frac{4}{3C_0} \frac{k \langle u_{ft}^2 \rangle}{\tilde{\varepsilon} \langle u_{fr}^2 \rangle} \quad [2.42]$$

Cette proposition, qui reste approximative et empirique, permet de rendre compte du fait que dans notre configuration, l'échelle lagrangienne dans la direction longitudinale est plus grande que dans les directions transverses (figure 2.11).



**Figure 2.11:** Profil des échelles intégrales lagrangiennes  $T_L$  du fluide pour un écoulement à  $Re \approx 40850$ , mise en évidence de l'anisotropie

## 2. Variance de la température

La variance de la température du fluide est indispensable pour reconstruire, selon un modèle aléatoire, la température instantanée du fluide le long de la trajectoire des particules (voir chapitre 5). Cette grandeur étant une caractéristique moyenne de l'écoulement fluide, ses variations obéissent à une équation de transport qui s'obtient en travaillant sur l'équation de bilan de l'énergie. La marche à suivre pour écrire cette équation est analogue à la procédure utilisée pour écrire l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente. Nous avons choisi de ne pas résoudre cette équation de transport qui demande une modélisation relativement complexe, mais d'estimer directement la variance de la température en simplifiant cette équation de transport.

En supposant la turbulence localement homogène (convection et diffusion négligeables), l'équation de transport de  $\langle \theta_f^2 \rangle$  se réduit à l'égalité des termes de production et de diffusion, ce qui conduit dans notre configuration à (Handbook of Turbulence (1977), p. 267):

$$-\langle u_{r_f} \theta_f \rangle \frac{\partial \theta_f}{\partial r} - \langle u_{z_f} \theta_f \rangle \frac{\partial \theta_f}{\partial z} - \varepsilon_\theta = 0 \quad [2.43]$$

avec  $\varepsilon_\theta$  le terme de dissipation de la variance de la température.

Le terme de dissipation peut se modéliser par (Schiestel (1993), p. 209):

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon}{k} \frac{k_\theta}{R} \quad \text{avec } k_\theta = \frac{1}{2} \langle \theta_f^2 \rangle \quad [2.44]$$

Cette modélisation du taux de dissipation repose sur l'hypothèse qu'il existe un rapport constant entre les échelles de temps dynamique et thermique (Hwang et Lin (1999)):

$$R = \frac{k_\theta / \varepsilon_\theta}{k / \varepsilon} = \text{constante} \quad [2.45]$$

En supposant:

$$\langle u_{r_f} \theta_f \rangle \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \gg \langle u_{z_f} \theta_f \rangle \frac{\partial \theta_f}{\partial z} \quad [2.46]$$

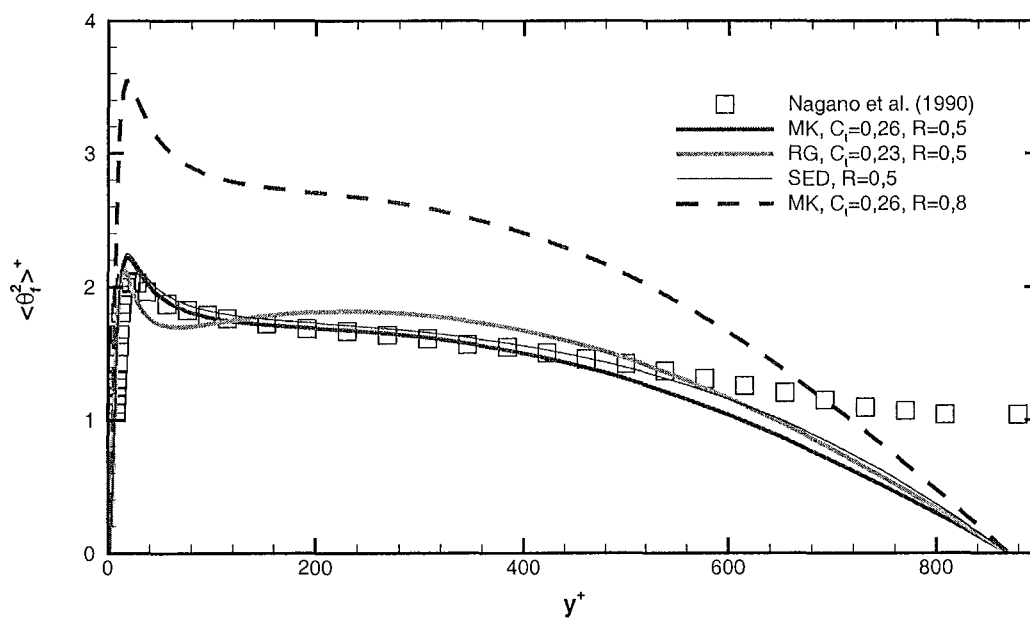
on obtient:

$$\langle \theta_f^2 \rangle = -2R \frac{k}{\varepsilon} \langle u_{r_f} \theta_f \rangle \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial r} \right) \quad [2.47]$$

La valeur de la constante  $R$  diffère selon les auteurs et les configurations dans une gamme variant de 0,5 à 1. Avila et Cervantes (1995) utilisent également cette approximation pour évaluer la variance de la température du fluide dans leur étude, avec  $R = 1$ .

La figure 2.12 présente la distribution radiale de la variance des fluctuations de température adimensionnée,  $\langle \theta_f^2 \rangle^+ = \frac{\langle \theta_f^2 \rangle}{\theta_\tau^2}$ . Les résultats numériques obtenus par la relation [2.47] pour trois modèles de fermeture thermique (SED, GGDH / WET MK et RG) sont comparés aux résultats expérimentaux de Nagano *et al.* (1990). Pour chacun de ces modèles, la valeur  $R = 0,5$  s'est révélée optimale pour représenter les données expérimentales. La figure 2.12 montre notamment qu'une valeur plus élevée conduit à une surestimation de la variance des fluctuations de température.

Un défaut majeur de l'approximation utilisée apparaît également sur cette représentation: au centre de la conduite, la variance des fluctuations tend numériquement vers 0, ce qui n'est pas conforme à la réalité physique. Cette erreur est directement liée à l'hypothèse d'homogénéité locale: dans cette zone, les termes de diffusion (liés aux gradient des flux thermiques turbulents) ont une importance dont nous ne tenons pas compte ici. Une des méthodes envisageable pour palier à ce problème consisterait à mettre en œuvre la résolution complète de l'équation de transport de la variance de température.



**Figure 2.12:** Profil de la variance des fluctuations de température du fluide,  $\Theta_w$  imposée



## **SUIVI LAGRANGIEN**

I. INTRODUCTION .....	61
II. CONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE "LIBRE" D'UNE PARTICULE .....	63
1. Équation du mouvement.....	63
2. La force de traînée .....	64
a. Loi de traînée standard.....	64
b. Modification du coefficient de traînée .....	66
3. La force de portance .....	66
4. Les effets particuliers liés à la non isothermie .....	69
a. Thermophorèse .....	69
b. Modification de la traînée.....	69
5. Le moment .....	69
III. LE SUIVI DE LA TEMPÉRATURE .....	71
1. Échanges par convection .....	71
2. Échanges par conduction au sein de la particule .....	73
3. Échanges par rayonnement .....	74
IV. SYNTHÈSE DU MODÈLE MIS EN PLACE .....	76
a. Coefficient de traînée.....	76
b. Coefficient de portance.....	76
c. Coefficient de moment.....	77
d. Coefficient d'échange de chaleur par convection .....	77
V. MISE EN ŒUVRE NUMÉRIQUE.....	78
1. Intégration numérique.....	78
2. Pas d'intégration .....	79
3. Nombre de particules injectées .....	80
ANNEXE1 .....	81
ANNEXE2 .....	87





# ***SUIVI LAGRANGIEN***

## **I. INTRODUCTION**

La simulation de la phase dispersée repose sur l'injection et le suivi d'un grand nombre de particules au sein de l'écoulement gazeux déterminé par le modèle eulérien décrit au chapitre 2. La construction intégrale d'une trajectoire nécessite l'utilisation de plusieurs modèles visant à décrire les différents phénomènes physiques susceptibles d'affecter le mouvement de la particule. Dans l'approche choisie ici, la simulation du mouvement d'une particule est établie sur la construction de la trajectoire d'une particule isolée, un modèle de collision à la paroi, un modèle de collisions entre particules et un modèle de dispersion. La description de la modélisation mise en place pour représenter le mouvement d'une particule unique au sein d'un écoulement illimité donné est présentée dans ce chapitre. Les chapitre 4 et 5 traitent respectivement de la modélisation des collisions (à la paroi et entre particules) et du modèle de dispersion mis en place.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description des forces prises en compte et des modélisations adoptées pour la prédiction du mouvement d'une particule. La deuxième partie est dédiée au déplacement d'une particule au sein d'un écoulement anisotherme et plus particulièrement à l'évolution de la température de la particule le long de sa trajectoire. La troisième partie récapitule les caractéristiques du modèle adopté en définitive et la dernière partie présente la mise en œuvre numérique de ce modèle.



## II. CONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE "LIBRE" D'UNE PARTICULE

Le suivi lagrangien d'une particule est effectué en intégrant, le long de sa trajectoire, le système d'équations différentielles donnant son déplacement et ses accélérations linéaire et angulaire. Ces équations reposent sur les principes fondamentaux de la mécanique: le déplacement par unité de temps est égal à la vitesse, la somme des forces agissant sur la particule est égale au produit de la masse par l'accélération et la somme des moments agissant sur la particule est égale au produit de l'inertie par l'accélération angulaire.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \quad m \frac{d\vec{V}}{dt} = \sum \vec{F} \quad I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \sum \vec{M} \quad [3.1]$$

Le problème fondamental réside alors dans l'estimation des forces et moments agissants sur la particule.

### 1. Équation du mouvement

Il est important de rappeler qu'il n'existe pas, à l'heure actuelle, d'expression analytique permettant d'évaluer l'ensemble des forces agissant sur une particule sphérique, rigide, de petite taille en mouvement dans un écoulement illimité non uniforme et instationnaire quelconque. Suite aux travaux de Basset, Boussinesq et Ossen qui donnèrent lieu à l'établissement de l'équation du mouvement d'une petite particule au sein d'un fluide visqueux au repos (en régime de Stokes) (connue sous le nom d'équation de BBO), de nombreux auteurs se sont attachés à développer cette équation pour des conditions moins restrictives. Dans le cas limite où le nombre de Reynolds de l'écoulement tend vers zéro, Maxey et Riley (1983) synthétisent et complètent les précédentes études afin de déterminer de façon rigoureuse l'expression analytique des actions du fluide sur une petite particule, pour un écoulement non uniforme et instationnaire. Par contre, pour les nombres de Reynolds légèrement plus élevés mais toujours inférieurs à 1, les études analytiques, basées sur les développements asymptotiques, ne fournissent plus qu'une expression approchée de ces actions.

Dans les configurations pratiques auxquelles nous nous intéressons ici, le mouvement relatif entre la particule et le fluide est relativement important, et conduit à des nombres de Reynolds particuliers généralement compris entre 0 et 1000, ce qui sort largement du domaine de validité des études théoriques. Dans ce type d'applications, les actions du fluide sur la particule sont estimées par l'intermédiaire d'expressions semi empiriques faisant intervenir des corrélations issues d'études numériques et expérimentales. En l'absence de force extérieure de volume autre que la gravité, l'équation du mouvement d'une particule s'écrit alors:

$$m_p \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}_{\text{traînée}} + \vec{F}_{\text{masse ajoutée}} + \vec{F}_{\text{gradient de pression}} + \vec{F}_{\text{Basset}} + \vec{F}_{\text{portance}} + \vec{F}_{\text{gravité}} \quad [3.2]$$

Dans ce bilan apparaissent les forces **de traînée stationnaire**, rendant compte des frottements visqueux et des contraintes de pression à la surface, **de masse ajoutée**, liée à l'accélération du fluide dans le sillage de la particule, **de gradient de pression**, liée à l'action du gradient de pression du fluide sur le

volume occupé par la particule, **de Basset**, relative à l'histoire de la particule, **de portance**, relative aux effets du cisaillement du champ fluide et de la rotation de la particule (et aux éventuelles non-linéarités du champ fluide (termes de Faxen)) et enfin **la poussée d'Archimède**. Dans les écoulements gaz-particules, les forces de masse ajoutée et de Basset peuvent être négligées compte tenu du rapport des masses volumiques des particules et du gaz (Michaelides (1997)). Pour la même raison, la force liée au gradient de pression, traduisant l'action de la pression qui agirait sur le volume de fluide occupé par la particule, est généralement négligeable. Cependant, nous la prendrons en compte dans nos calculs étant donnée la simplicité de son expression et sachant qu'en présence de particules, le gradient de pression peut augmenter de façon importante.

De manière générale, les forces de traînée et portance sont exprimées au moyen de coefficients adimensionnels définis respectivement par:

$$\text{pour la traînée:} \quad C_D = F_D / 1/2 \rho_f V_R^2 S \quad [3.3]$$

$$\text{pour la portance:} \quad C_L = F_L / 1/2 \rho_f V_R^2 S \quad [3.4]$$

où  $S = \pi \cdot d_p^2 / 4$  désigne le maître couple et  $V_R = \|\vec{U}_f - \vec{U}_p\|$  la norme de la vitesse relative.

L'équation du mouvement de la particule devient:

$$\rho_p \frac{4}{3} \pi r_p^3 \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho_f S V_R^2 \frac{\vec{F}_D}{\|\vec{F}_D\|} + \frac{1}{2} C_L \rho_f S V_R^2 \frac{\vec{F}_L}{\|\vec{F}_L\|} - \frac{4}{3} \pi r_p^3 \overline{\text{grad}(P)} + \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p \vec{g} \quad [3.5]$$

L'intégration de cette équation nécessite alors l'estimation des coefficients de traînée et portance ainsi que la détermination de la direction de chacune des composantes.

## 2. La force de traînée

C'est, dans la plupart des cas, la force prépondérante dans l'équation du mouvement. Elle traduit les effets de viscosité dans le cas où la vitesse relative entre le fluide et la particule est constante. Cette force agit dans la direction de la vitesse relative  $(\vec{U}_f - \vec{U}_p)$  et se caractérise par sa dépendance au nombre de Reynolds particulaire, défini par  $Re_p = \rho_f \|\vec{U}_f - \vec{U}_p\| d_p / \mu_f$ .

### a. Loi de traînée standard

L'expression la plus usuelle est établie analytiquement pour le cas limite d'un écoulement rampant autour de la sphère ( $Re_p \rightarrow 0$ ), c'est la traînée de Stokes:

$$\vec{F}_D = 3\pi\mu_f d_p (\vec{U}_f - \vec{U}_p) \quad [3.6]$$

ce qui conduit à:

$$C_D = 24/Re_p \quad [3.7]$$

Cette formulation, bien que valable uniquement lorsque  $Re_p \rightarrow 0$ , reste valable pour les faibles Reynolds ( $Re_p < 0,1$ ). En effet, dans cette gamme, l'écoulement autour de la sphère est peu différent de

l'écoulement rampant et la traînée reste linéaire. Au delà de  $Re_p = 0,1$ , l'écoulement autour de la particule est perturbé et la traînée devient non linéaire. Ce phénomène a fait l'objet d'études numériques et expérimentales, qui ont donné lieu à l'établissement de nombreuses corrélations empiriques. Clift *et al.* (1978) font une revue complète des différentes expressions disponibles dans la littérature.

Pour les écoulements gaz-solide et dans la gamme de Reynolds qui nous intéresse ici, les corrélations les plus souvent utilisées sont les suivantes:

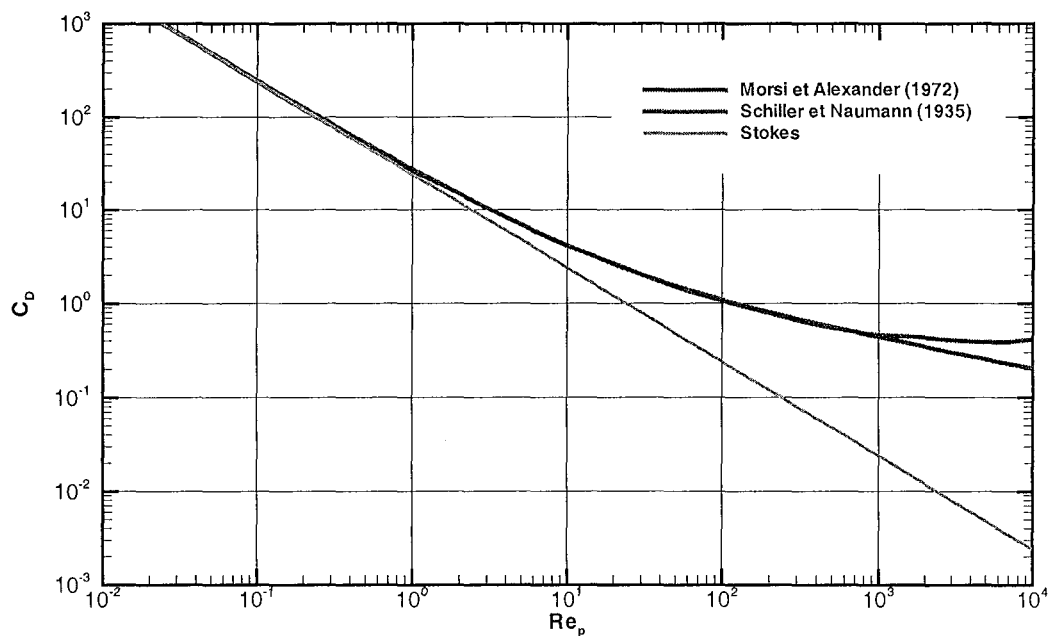
$$\text{Schiller et Naumann (1935): } C = \frac{24}{Re_p} (1 + 0,15 Re_p^{0,687}) \quad \text{pour } Re_p < 700 \quad [3.8]$$

$$\text{Morsi et Alexander (1972): } C = \frac{k1}{Re_p} + \frac{k2}{Re_p^2} + k3 \quad \text{pour } Re_p < 50000 \quad [3.9]$$

avec  $k1$ ,  $k2$ ,  $k3$  selon le tableau 3.1.

$Re_p \rightarrow$	<0,1	0,1→1	1→10	10→10 <sup>2</sup>	10 <sup>2</sup> →10 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup> →5.10 <sup>3</sup>	5.10 <sup>3</sup> →10 <sup>4</sup>	10 <sup>4</sup> →5.10 <sup>4</sup>
$k1$	24	22,73	29,167	46,5	98,33	148,62	-490,546	-1662,5
$k2$	0	0,0903	-3,889	-116,67	-2778	-4,75. 10 <sup>4</sup>	57,87. 10 <sup>4</sup>	5,4167. 10 <sup>6</sup>
$k3$	0	3,69	1,222	0,6167	0,3644	0,357	0,46	0,5191

**Tableau 3.1:** Coefficients  $k1$ ,  $k2$ ,  $k3$  pour l'estimation de  $C_D$  selon Morsi et Alexander (1972)



**Figure 3.1:** Variation du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds particulaire

Ces deux expressions donnent des estimations très voisines (figure 3.1). La première expression offre une formulation simple et intéressante pour l'intégration de l'équation du mouvement de la particule (Michaelides (1988)) et la seconde présente l'avantage d'être précise pour une plus large gamme de Reynolds. Dans notre étude, la formulation de Morsi et Alexander (1972) a été retenue de façon à ne pas être limité en terme de Reynolds particulaire.

Notons que la corrélation choisie ne permet pas de traiter les cas particuliers où le nombre de Reynolds dépasse la valeur critique pour laquelle on observe une forte chute de la traînée, ce qui ne pose pas de problème particulier dans la mesure où les nombres de Reynolds alors mis en jeu sont largement supérieurs à ceux rencontrés dans nos applications ( $Re_p > 10^5$ ).

### **b. Modification du coefficient de traînée**

De nombreux paramètres, propres à la particule où à l'écoulement fluide, sont également susceptibles de modifier la traînée. Dans le cas qui nous intéresse ici, on peut retenir les effets suivants: la **turbulence** du fluide, la **rotation** de la particule, la présence d'une **paroi**, la présence **d'autres particules**, la **non-uniformité** de l'écoulement, la **rugosité de la surface** de la particule, la **forme** de la particule ou encore les effets de **raréfaction**. Ces paramètres modifient la structure de l'écoulement autour de la particule et par conséquent affectent le coefficient de traînée. Selon les cas, cette modification peut conduire de façon notable à une variation du mouvement des particules.

Dans notre étude, nous avons retenu uniquement l'influence de la turbulence du fluide (discussion en annexe 1). La corrélation choisie pour rendre compte de cet effet est celle proposée par Brucato *et al.* (1998):

$$(C_D - C_{D0})/C_{D0} = 8,76 \cdot 10^{-4} (d_p/\eta)^3 \quad [3.10]$$

où  $C_{D0}$  désigne le coefficient de traînée évalué par la loi standard et  $\eta$  désigne l'échelle de longueur de Kolmogorov. L'expression proposée prédit une augmentation notable du coefficient de traînée dès que le rapport  $(d_p/\eta)$  est de l'ordre de 5 (figure en annexe 1).

## **3. La force de portance**

Deux situations entraînent l'apparition d'une force latérale sur la particule: la particule se déplace dans un écoulement cisailé, c'est l'effet Saffman, ou la particule possède une rotation propre, c'est l'effet Magnus. Ces deux effets sont généralement évalués séparément puis simplement additionnés. Aux petits nombres de Reynolds, si chacune des contributions peut effectivement être évaluée de façon indépendante, il n'en est pas de même pour la gamme de Reynolds qui nous intéresse ici. Pour les raisons développées en annexe 2, nous prenons uniquement en compte la force due à la rotation de la particule.

Pour une sphère en rotation pure dans un écoulement uniforme, la portance due à la rotation s'exprime par:

$$\vec{F}_{pm} = -\frac{1}{2} C_{Lm} \rho_f S \|V_R\|^2 \frac{\vec{\Omega}_p \wedge (\vec{U}_f - \vec{U}_p)}{\|\vec{\Omega}_p \wedge (\vec{U}_f - \vec{U}_p)\|} \quad [3.11]$$

le coefficient de portance  $C_{Lm}$  dépendant alors essentiellement du nombre de Reynolds et du taux de rotation de la particule,  $\gamma$  :

$$\gamma = r_p \frac{\|\overline{\Omega}_p\|}{\|\overline{U}_f - \overline{U}_p\|} \quad [3.12]$$

Par une analyse théorique tenant compte des effets d'inertie, Rubinow et Keller (1961) trouvent que pour les petits nombre de Reynolds ( $Re_p < 1$ ), le coefficient de portance est indépendant du nombre de Reynolds et vaut:

$$C_{Lm} = 2\gamma \quad [3.13]$$

Pour les nombres de Reynolds plus élevés, l'analyse théorique n'est plus envisageable et les auteurs ont recours à la simulation numérique ou à l'expérience pour évaluer ce coefficient. Dans la gamme de Reynolds qui nous intéresse ici, entre 0 et 1000 environ, les études sont assez peu nombreuses: on peut citer Oesterlé et Bui Dinh (1998), Tsuji *et al.* (1985) et Barkla et Auchterlonie (1971) pour les études expérimentales, et Chegroun et Oesterlé (1993) et Kurose et Komori (1999) pour les études numériques. Après analyse et synthèse des différents résultats expérimentaux, Oesterlé et Bui Dinh (1998) ont proposé la corrélation suivante pour estimer le coefficient de portance:

$$C_{Lm} = 0,45 + (2\gamma - 0,45) \exp(-0,075\gamma^{0,4} Re_p^{0,7}) \quad \text{pour } 10 < Re_p < 140 \text{ et } 1 < \gamma < 6 \quad [3.14]$$

Les auteurs précisent que la corrélation est en accord avec les quelques résultats expérimentaux allant jusqu'à des Reynolds particuliers proches de 2000, mais que le manque de résultats ne permet pas d'assurer la précision de l'expression proposée.

Par manque d'alternative, nous estimerons que la corrélation proposée permet cependant d'estimer la portance de façon satisfaisante pour nos applications. Comme le fait remarquer Sakiz (1999), l'expression proposée peut s'appliquer également pour des taux de rotation inférieurs moyennant une légère modification permettant de satisfaire les conditions limites données respectivement par les travaux de Rubinov et Keller (1961) et de Tsuji *et al.* (1985):

$$C_{Lm}/\gamma = 0,45 + (2 - 0,45) \exp(-0,075 Re_p^{0,7}) \quad \text{pour } \gamma < 1 \quad [3.15]$$

Kurose et Komori (1999) proposent une corrélation sous forme d'une fonction du taux de rotation aux coefficients tabulés selon le nombre de Reynolds particulière. Cependant, au delà du manque de simplicité de leur expression, le comportement asymptotique de leur expression n'est en accord ni avec les résultats de Rubinow et Keller (1961) pour les petites nombres de Reynolds, ni avec les résultats expérimentaux obtenus pour les nombres de Reynolds les plus élevés (figure 3.2).

La figure 3.2 présente les variations du coefficient de portance données par les relations [3.14] et [3.15] en fonction de  $Re_p$  pour  $0,02 < \gamma < 3$ . Sur cette figure nous avons également représenté une compilation des expressions de Rubinow et Keller (1961), Bui Dinh (1992) et Tsuji *et al.* (1985) qui constituaient les relations de référence avant les travaux de Oesterlé et Bui Dinh (1998). Les résultats de Kurose et Komori (1999) sont également rapportés. Nous notons sur cette figure une bonne adéquation de la relation proposée par Oesterlé et Bui Dinh (1998) avec les résultats plus anciens. Ajoutons



également que les résultats de Tsuji *et al.* (1985) ne sont valables que pour  $\gamma < 0,7$ , ce qui explique l'écart observé pour les plus forts taux de rotation, sur la figure 3.2b.

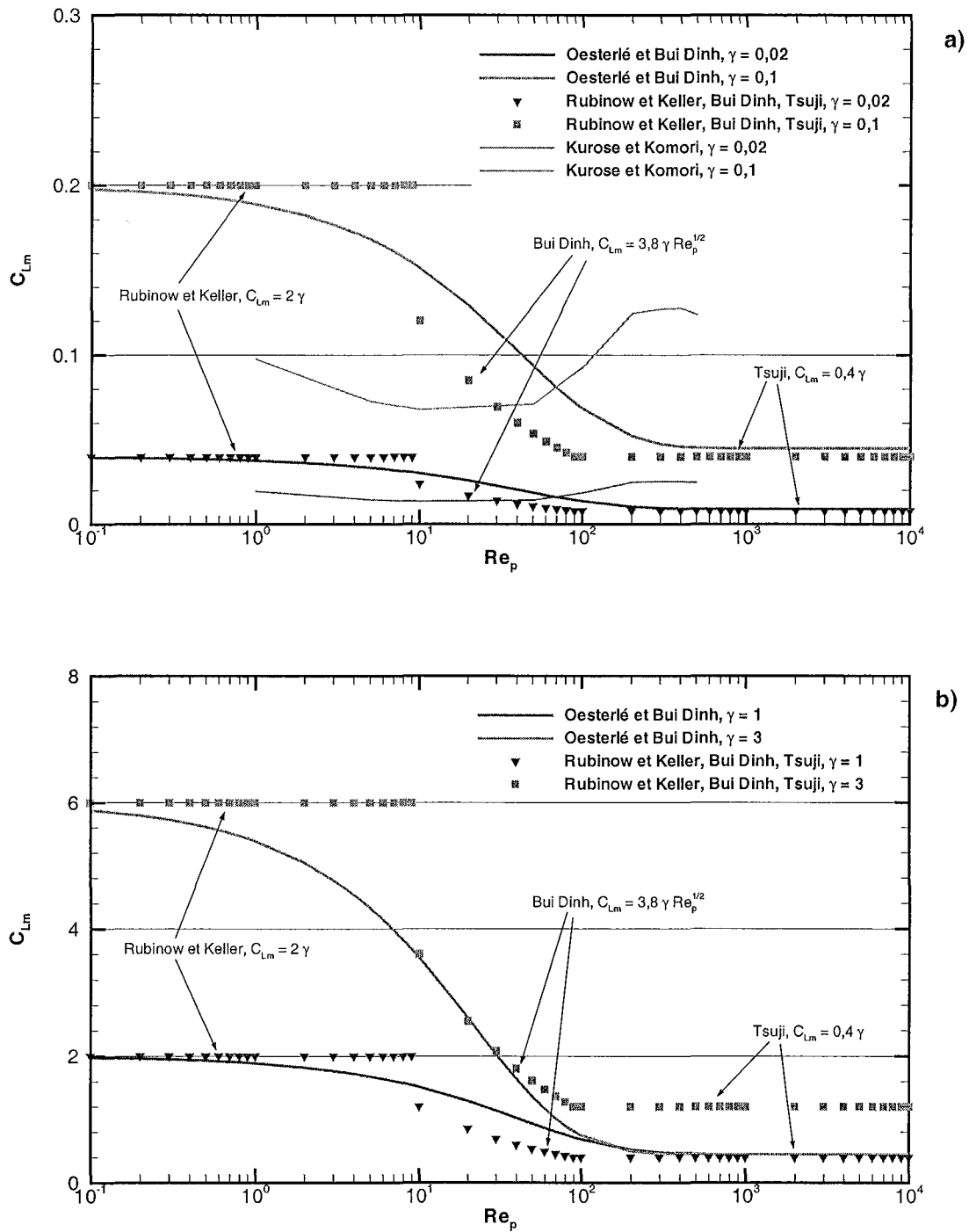


Figure 3.2: Variations du coefficients de portance due à la rotation de la particule en fonction du nombre de Reynolds particulaire, pour les faibles taux de rotation (a) et les forts taux de rotation (b)

## 4. Les effets particuliers liés à la non isothermie

### a. Thermophorèse

Dans notre application, une partie de la trajectoire se déroule dans un gaz chauffé par apport de chaleur à la paroi. La présence de gradient de température peut alors donner naissance à une force particulière liée au phénomène de thermophorèse. Ce phénomène, particulièrement important pour l'étude des aérosols, traduit le fait qu'en présence d'un gradient de température, les petites particules se dirigent vers les zones de basses températures (Renoux et Boulaux (1998) p. 61). Dans le cadre de notre étude, cette force est supposée négligeable dans la mesure où les particules mises en jeu sont relativement grosses (diamètres supérieurs à 10  $\mu\text{m}$ ). De plus, une des questions relatives à l'estimation de cette force est soulevée par Greenfield et Quarini (1998). L'expression de la force de thermophorèse nécessite l'évaluation du gradient *instantané* de température du fluide au voisinage de la particule. Les fluctuations de température présentes dans notre écoulement sont susceptibles de donner lieu à des gradients instantanés importants que nous ne sommes pas en mesure de déterminer.

### b. Modification de la traînée

Les corrélations proposées pour évaluer le coefficient de traînée supposent toutes que le fluide et la particule sont à la même température. Dans nos applications, une partie du trajet de la particule se déroule dans un gaz chauffé, entraînant une différence de température entre la particule et le fluide. Katoshevski *et al.* (2001) ont étudié la modification de la force de traînée dans ce cas, pour de faibles valeurs de  $Re_p$ . Ils montrent que les effets de convection naturelle et de modification de la viscosité du fluide augmentent d'autant plus le coefficient de traînée que le nombre de Reynolds particulaire est petit (toujours  $<1$ ). Dans nos applications, les nombres de Reynolds particuliers sont nettement plus élevés, la différence de température entre le fluide et la particule est de quelques degrés et les variations de température du fluide sont supposées ne pas entraîner de variation des propriétés physiques telles que la viscosité ou la masse volumique. Cette dernière hypothèse est discutable dans la mesure où les propriétés de l'air varient de façon sensible même dans la gamme des températures considérées, cependant, nous avons choisi de ne pas en tenir compte dans cette étude. Nous admettons donc que la traînée n'est pas affectée par la variation de température, et les corrélations usuelles sont adoptées.

## 5. Le moment

Le suivi de la rotation d'une particule le long de sa trajectoire nécessite l'évaluation du couple exercé par le fluide sur cette particule. Comme pour les forces de traînée et portance, ce couple est généralement exprimé par l'intermédiaire d'un coefficient adimensionnel défini selon:

$$C_{M\Omega} = T/1/16 \rho_f \|\vec{\Omega}\|^3 S d_p^3 \quad [3.16]$$

qui varie en fonction d'un nombre de Reynolds basé sur la vitesse de rotation:

$$Re_\Omega = \rho_f \|\vec{\Omega}\| d_p^2 / 4\mu_f \quad [3.17]$$

En écoulement rampant, Rubinow et Keller (1961) déterminent l'expression analytique de ce couple:

$$\vec{T} = -\pi\mu d_p^3 \overrightarrow{\Omega_p} \quad [3.18]$$

ce qui donne

$$C_{M\Omega} = 16/Re_\Omega \quad [3.19]$$

Dennis *et al.* (1980) montrent que cette relation reste valable pour les nombres de Reynolds allant jusqu'à 10 environ. Pour les nombres de Reynolds plus élevés, nous utilisons l'expression proposée par Dennis *et al.* (1980):

$$C_{M\Omega} = 1/\pi(\alpha Re_\Omega^{-1/2} + \beta Re_\Omega^{-1}) \quad [3.20]$$

	$\alpha = 5,32$	$\beta = 37,2$		$10 < Re_\Omega < 20$	
avec	$\alpha = 6,44$	et $\beta = 32,2$	pour	$20 < Re_\Omega < 50$	[3.21]
	$\alpha = 6,45$	$\beta = 32,1$		$Re_\Omega > 50$	

### III. LE SUIVI DE LA TEMPÉRATURE

Une particule en mouvement dans un milieu fluide non-isotherme verra sa température modifiée sous les effets combinés des trois modes de transfert de chaleur: la conduction, la convection et le rayonnement. Dans le cadre d'une approche lagrangienne, la température instantanée des particules doit donc être évaluée le long des trajectoires, en tenant compte des différents modes d'échanges. Pour cela, une équation de bilan d'énergie est résolue le long de la trajectoire. En première approximation, seuls les échanges de chaleur par convection sont pris en compte, les effets radiatifs peuvent être négligés, comme nous le montrerons par la suite.

#### 1. Échanges par convection

Considérons une particule dont la température instantanée est supposée uniforme (voir justification au paragraphe III.2),  $\Theta_p$ , en suspension dans un fluide à la température  $\Theta_f$  instantanée, différente de  $\Theta_p$ . En tenant compte uniquement des échanges de chaleur par convection (et donc par conduction au sein du gaz), l'équation caractérisant l'évolution de la température de la particule s'obtient simplement en écrivant que la quantité de chaleur apportée par convection est égale à la quantité de chaleur accumulée au sein de la particule :

$$m_p c_{pp} \frac{d\Theta_p}{dt} = \pi d_p^2 h_p (\Theta_f(t) - \Theta_p(t)) \quad [3.22]$$

Le coefficient d'échange de chaleur moyen par convection,  $h_p$ , est évalué par l'intermédiaire d'un nombre de Nusselt moyen qui dépend des propriétés du fluide et du régime d'écoulement :

$$Nu_p = \frac{h_p d_p}{\lambda_f} \quad [3.23]$$

Pour une sphère isotherme, immobile dans un fluide illimité au repos (écoulement rampant), un calcul théorique donne simplement :

$$Nu_p = 2 \quad [3.24]$$

Comme pour le coefficient de traînée, le nombre de Nusselt moyen varie dès lors qu'il existe un mouvement relatif entre la particule et le fluide. De multiples corrélations empiriques, permettant de rendre compte de cet effet, sont disponibles dans la littérature. Comme pour le coefficient de traînée, les expressions proposées sont valables dans des gammes de nombre de Reynolds limitées. Parmi les corrélations utilisées dans la littérature, on peut citer celles de:

Ranz et Marshall (1952) (utilisé par Zaichik *et al.* (1997)): [3.25]

$$Nu_p = 2 + 0,6 Re_p^{1/2} Pr^{1/3} \quad 1 \leq Re_p \leq 7.10$$

$$0,6 \leq Pr \leq 400$$

Clift *et al.* (1978), (utilisé par Avila et Cervantes (1995)):

[3.26]

$$Nu_p = 1 + (1 + Re_p Pr)^{1/3} \quad 0 \leq Re_p \leq 1$$

$$Nu_p = 1 + Re_p^{-1} \left( 1 + \frac{1}{Re_p Pr} \right)^{1/3} Pr^{1/3} \quad 1 \leq Re_p \leq 100$$

$$Nu_p = 1 + 0,752 Re_p^{0,472} \left( 1 + \frac{1}{Re_p Pr} \right)^{1/3} Pr^{1/3} \quad 100 \leq Re_p \leq 2000$$

Li et Mason (2000):

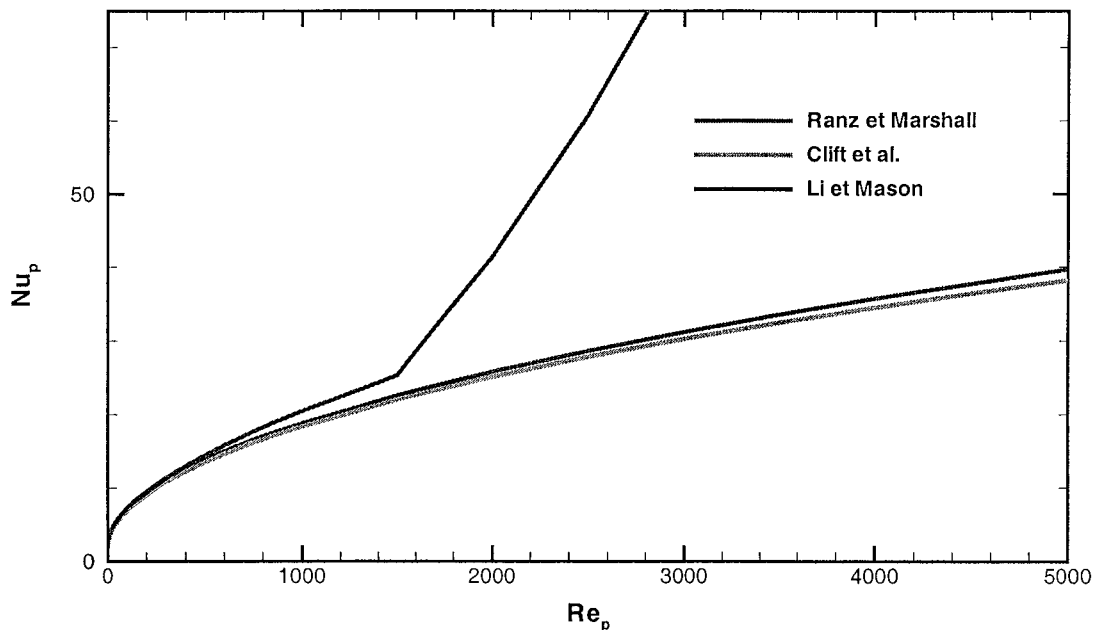
[3.27]

$$Nu_p = 2 + 0,6 Re_p^{1/2} Pr^{1/3} \quad 0 \leq Re_p \leq 200$$

$$Nu_p = 2 + 0,5 Re_p^{1/2} Pr^{1/3} + 0,02 Re_p^8 Pr^{1/3} \quad 200 \leq Re_p \leq 1500$$

$$Nu_p = 2 + 0,000045 Re_p^{1,8} \quad Re_p \geq 1500$$

L'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds est tracée sur la figure 3.3 pour les différentes corrélations proposées.



**Figure 3.3:** Variation du nombre de Nusselt de la particule en fonction de  $Re_p$

Si les estimations sont voisines pour les nombres de Reynolds modérés (inférieurs à 1500 environ), l'expression proposée par Li et Mason (2000) conduit pour les nombres de Reynolds les plus forts à des valeurs jusqu'à 5 fois supérieures aux deux autres corrélations. Dans nos simulations, les nombres de Reynolds particulières sont généralement compris entre 0 et 1000, gamme pour laquelle toutes les

corrélations sont équivalentes. Nous avons retenu l'expression la plus courante pour notre étude: celle de Ranz et Marshall (1952).

Les paramètres tels que la présence d'une paroi ou d'autres particules, le cisaillement du champ de vitesse ou du champ de température, la rotation de la particule ou encore la turbulence du fluide entraînent à priori des modifications du nombre de Nusselt moyen d'une particule, de la même manière que ces paramètres ont une influence sur le coefficient de traînée. Ces effets n'ont pas été pris en considération dans le cas présent, mais pourront faire l'objet d'une recherche bibliographique pour de futurs développements.

## 2. Échanges par conduction au sein de la particule

Les transferts de chaleur par conduction sont présents à plusieurs niveaux: conduction au sein de la particule, conduction au moment des chocs entre les particules ou avec la paroi. Il convient de s'assurer que leurs effets sont bien négligeables dans les applications choisies. Nous nous limitons ici à la conduction au sein de la particule, les transferts de chaleur relatifs aux collisions seront traités au chapitre 4.

Fan et Zhu (1998) analysent l'évolution de la température au sein d'une particule dont la surface est soumise à un flux de chaleur constant. Ils concluent que la température peut être considérée comme étant uniforme au sein de la particule lorsque le nombre de Biot,  $Bi$ , est inférieur à 0,1:

$$Bi = \frac{h_p d_p}{2\lambda_p} < 0,1 \quad [3.28]$$

où  $h_p$  désigne le coefficient de transfert de chaleur par convection à la surface de la sphère et  $\lambda_p$  la conductivité thermique de la particule. Comme précisé au paragraphe précédent, ce coefficient peut s'écrire en fonction du nombre de Nusselt de la particule, dont la valeur est égale à 2 pour les petits nombres de Reynolds:

$$h_p = \frac{Nu_p \lambda_f}{d_p} \quad [3.29]$$

Ce qui conduit alors à:

$$Bi = \frac{\lambda_f}{\lambda_p} < 0,1 \quad [3.30]$$

Dans les écoulements gaz-particules, cette relation est généralement vérifiée. L'ordre de grandeur des conductivités thermiques est le suivant:

- pour de l'air,  $\lambda_f = 0,026 \text{ W / mK}$
- pour du verre  $\lambda_p \approx 0,8 \text{ W / mK}$
- pour du métal  $\lambda_p \approx 100 \text{ W / mK}$ .

L'ordre de grandeur du nombre de Biot peut donc être estimé à:

- $Bi \approx 0,03$  pour le couple air/verre et
- $Bi \approx 0,0003$  pour le couple air/métal.

Cependant, pour les nombres de Reynolds plus élevés, de l'ordre de 1000, le nombre de Nusselt particulière est proche de 20. Dans ce cas, les nombres de Biot sont multipliés par 10, ce qui conduit à  $Bi \approx 0,3$  pour le couple air/verre et  $Bi \approx 0,003$  pour le couple air/métal. La température au sein de billes de verre en suspension dans de l'air n'est donc pas tout à fait uniforme. Pourtant, la température des particules sera supposée uniforme dans tous les développements suivants, ce qui pourra être une source d'incertitude pour les suspensions mettant en jeu des billes de verres aux nombres de Reynolds particulières élevés.

### 3. Échanges par rayonnement

Pour estimer l'importance des échanges radiatifs, il convient en premier lieu de préciser l'origine du flux de chaleur radiatif. En effet, à priori, les particules reçoivent du rayonnement issu des différents éléments de son environnement, tels que les autres particules, le gaz et enfin la paroi. Pour des suspensions diluées à moyennement denses, dans une configuration où la paroi est portée à haute température pour réchauffer la suspension, il semble logique de considérer en première approximation que le flux radiatif prépondérant est émis par la paroi. Une particule suffisamment petite devant le diamètre de la conduite peut être considérée comme étant entourée globalement par une surface émissive à la température  $\Theta_w$ . Pour une particule absorbant tout le rayonnement émis, le bilan d'énergie peut alors s'écrire de la manière suivante:

$$m_p c_{pp} \frac{d\Theta_p}{dt} = \pi d_p^2 h_p (\Theta_f(t) - \Theta_p(t)) + \pi d_p^2 \sigma_b (\Theta_w^4 - \Theta_p^4(t)) \quad [3.31]$$

où  $\sigma_b = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}$  est la constante de Stefan-Boltzmann.

Le tableau 3.2 compare les termes convectifs et radiatifs pour différents cas de figure, en considérant la particule immobile ( $Nu = 2$ ).

$d_p \text{ } \mu\text{m}$	convection : $h_p(\Theta_f - \Theta_p)$ en $[\text{W/m}^2]$			rayonnement: $\sigma_b(\Theta_w^4 - \Theta_p^4)$ en $[\text{W/m}^2]$		
	$\Theta_f - \Theta_p = 1$	$\Theta_f - \Theta_p = 5$	$\Theta_f - \Theta_p = 10$	$\Theta_w = 330$ $\Theta_p = 290$	$\Theta_w = 350$ $\Theta_p = 290$	$\Theta_w = 400$ $\Theta_p = 290$
30	1730	8700	17300			
100	520	2600	5200	270	450	1050
200	260	1300	2600			

**Tableau 3.2:** Comparaison des échanges par convection et par rayonnement

A première vue, les effets radiatifs sont loin d'être négligeables, notamment pour les plus grosses particules. Cependant du fait de l'inertie thermique, les particules de plus grosse taille auront en moyenne une température plus éloignée de celle du fluide que les petites particules. De plus, ces particules auront également une vitesse relative avec le fluide importante, et donc un nombre de Nusselt largement supérieur à 2. Ces deux effets contribuent à limiter l'importance des échanges radiatifs. Cependant, il est

certain que le fait de négliger la contribution du rayonnement dans les échanges thermiques biaise nos résultats en sous estimant les quantités de chaleur échangées.

Pour limiter l'influence du rayonnement, les niveaux de température simulés seront limités à des valeurs relativement faibles comprises dans une gamme de 20 à 100 °C. La prise en compte de ces émissions dans les futurs développements constitue cependant un aspect important.



## IV. SYNTHÈSE DU MODÈLE MIS EN PLACE

Compte tenu des particularités développées au paragraphe précédent, le système d'équations caractérisant le mouvement d'une particule solide au sein de l'écoulement gazeux non isotherme se réduit à:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{U}_p \quad [3.32]$$

$$\begin{aligned} \rho_p \frac{4}{3} \pi r_p^3 \frac{d\vec{U}_p}{dt} = & \frac{1}{2} C_{Df} \rho_f S \|\vec{V}_R\| (\vec{U}_f - \vec{U}_p) + \frac{1}{2} C_{Lp} \rho_f S V_R^2 \frac{\vec{\Omega}_p \wedge (\vec{U}_f - \vec{U}_p)}{\|\vec{\Omega}_p \wedge (\vec{U}_f - \vec{U}_p)\|} \\ & - \frac{4}{3} \pi r_p^3 \overline{\text{grad}(P)} + \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p \vec{g} \end{aligned} \quad [3.33]$$

$$\frac{2}{5} r_p^2 \rho_p \frac{4}{3} \pi r_p^3 \frac{d\vec{\Omega}_p}{dt} = -\frac{1}{16} C_{M\Omega} \rho_f \|\vec{\Omega}_R\| S d_p^3 \vec{\Omega}_R \quad [3.34]$$

$$m_p c_{pp} \frac{d\Theta_p}{dt} = \pi d_p^2 h_p (\Theta_f - \Theta_p) \quad [3.35]$$

$$\text{où} \quad \vec{\Omega}_R = \vec{\Omega}_p - \frac{1}{2} \text{rot}(\vec{U}_f) \quad \text{et} \quad \vec{V}_R = \vec{U}_p - \vec{U}_f \quad [3.36]$$

Les coefficients de traînée, portance, moment et échange convectif sont exprimés par les corrélations suivantes:

### a. Coefficient de traînée

Morsi et Alexander (1972):

$$C_D = \frac{k_1}{Re_p} + \frac{k_2}{Re_p^2} + k_3 \quad \text{pour } Re_p < 50000 \quad [3.37]$$

où  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  sont des constantes données en fonction du nombre de Reynolds particulaire (tableau 3.1).

Dans le cas de particules de taille supérieure à la plus petite échelle de la turbulence,  $\eta$ , les propositions de Brucato *et al.* (1998) sont utilisées pour tenir compte de la modification de la traînée liée à la turbulence du fluide:

$$(C_D - C_{D0})/C_{D0} = 8,76 \cdot 10^{-4} (d_p/\eta)^3 \quad [3.38]$$

### b. Coefficient de portance

Oesterlé et Bui Dinh (1998):

$$C_{Lm} = 0,45 + (2\gamma - 0,45) \exp(-0,075\gamma^{0,4} Re_p^{0,7}) \quad \text{pour } 1 < \gamma < 6 \quad [3.39]$$

$$C_{Lm}/\gamma = 0,45 + (2 - 0,45)\exp(-0,075Re_p^{0,7}) \quad \text{pour } \gamma < 1$$

$$\text{où } \gamma = R_p \frac{\|\vec{\Omega}_p\|}{\|\vec{U}_f - \vec{U}_p\|}$$

### c. Coefficient de moment

Rubinow et Keller (1961):

$$C_{M\Omega} = 16/Re_\Omega \quad \text{pour } Re_\Omega \leq 10 \quad [3.40]$$

Dennis *et al.* (1980):

$$C_{M\Omega} = 1/\pi(\alpha Re_\Omega^{-1/2} + \beta Re_\Omega^{-1}) \quad [3.41]$$

$$\alpha = 5,32 \quad \beta = 37,2 \quad 10 < Re_\Omega < 20$$

$$\alpha = 6,44 \quad \text{et } \beta = 32,2 \quad \text{pour } 20 < Re_\Omega < 50$$

$$\alpha = 6,45 \quad \beta = 32,1 \quad Re_\Omega > 50$$

$$\text{où } Re_\Omega = \rho_f \frac{\|\vec{\Omega}\| d_p}{4\mu_f}$$

### d. Coefficient d'échange de chaleur par convection

Ranz et Marshall (1952):

$$Nu_p = 2 + 0,6Re_p^{1/2} Pr^{1/3} \quad \text{pour } 1 \leq Re_p \leq 7.10 \quad \text{et } 0,6 \leq Pr \leq 400 \quad [3.42]$$

$$\text{où } Nu_p = \frac{h_p d_p}{\lambda_f}$$

## V. MISE EN ŒUVRE NUMÉRIQUE

### 1. Intégration numérique

Le système d'équations est intégré par une méthode analytique: le pas de temps est choisi suffisamment petit pour que les vitesse et température du fluide, les forces  $\vec{F}_L + \vec{F}_g + \vec{F}_p$  (portance, gravité, pression), les coefficients de traînée et de moment, et le nombre de Nusselt puissent être considérés comme constants pendant ce pas de temps. Les équations à intégrer s'écrivent sous la forme d'équations du premier ordre avec second membre:

$$\frac{d\vec{U}_p}{dt} = \frac{(\vec{U}_f - \vec{U}_p)}{\tau_p} + \vec{F}_L + \vec{F}_g + \vec{F}_p \quad [3.43]$$

$$\frac{d\vec{\Omega}_p}{dt} = -\frac{15}{16} C_{M\Omega} \frac{\rho_f}{\rho_p} \|\vec{\Omega}_R\| \left( \vec{\Omega}_p - \frac{1}{2} \text{rot}(\vec{U}_f) \right) \quad [3.44]$$

$$\frac{d\Theta_p}{dt} = \frac{(\Theta_f - \Theta_p)}{\tau_{p\theta}} \quad [3.45]$$

$$\text{avec } \tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_f} \frac{24}{C_D Re_p} \text{ et } \tau_{p\theta} = \frac{\rho_p c_{pp} d_p^2}{6Nu_p \lambda_f}$$

Les équations vectorielles sont projetées sur les axes du repère cartésien fixe  $R_{xyz}$  puis intégrées analytiquement. Les solutions analytiques de ces équations sont obtenues de façon classique en ajoutant la solution homogène et une solution particulière (en supposant les temps de relaxation dynamique et thermique constants sur le temps d'intégration):

$$U_{pi}(t) = C1 \exp(-t/\tau_p) + \left( \frac{U_{fi}}{\tau_p} + F_{Li} + F_{gi} + F_{pi} \right) \tau_p \quad [3.46]$$

$$\Omega_{pi}(t) = C2 \exp\left(-\frac{15}{16} C_{M\Omega} \frac{\rho_f}{\rho_p} \|\vec{\Omega}_R\| t\right) + \frac{1}{2} \left( \text{rot}(\vec{U}_f) \right)_i \quad [3.47]$$

$$\Theta_p(t) = C3 \exp(-t/\tau_{p\theta}) + \Theta_f \quad [3.48]$$

d'où, à  $t + \Delta t$ :

$$U_{pi}(t + \Delta t) = C1 \exp(-t/\tau_p) \exp(-\Delta t/\tau_p) + \left( \frac{U_{fi}}{\tau_p} + F_{Li} + F_{gi} + F_{pi} \right) \tau_p \quad [3.49]$$

$$\Omega_{pi}(t + \Delta t) = C2 \exp\left(-\frac{15}{16} C_{M\Omega} \frac{\rho_f}{\rho_p} \|\vec{\Omega}_R\| t\right) \exp\left(-\frac{15}{16} C_{M\Omega} \frac{\rho_f}{\rho_p} \|\vec{\Omega}_R\| \Delta t\right) + \frac{1}{2} \left( \text{rot}(\vec{U}_f) \right)_i \quad [3.50]$$

$$\Theta_p(t + \Delta t) = C3 \exp(-t/\tau_{p0}) \exp(-\Delta t/\tau_{p0}) + \Theta_f \quad [3.51]$$

Ce qui permet d'exprimer les vitesses linéaire et angulaire et la température de la particule à l'instant  $t + \Delta t$  en fonction de ces grandeurs à l'instant précédent,  $t$  :

$$U_{pi}(t + \Delta t) = U_{fi} + [U_{pi}(t) - U_{fi}] \exp(-\Delta t/\tau_p) + \tau_p (F_{Li} + F_{gi} + F_{pi}) [1 - \exp(-\Delta t/\tau_p)] \quad [3.52]$$

$$\Omega_{pi}(t + \Delta t) = \left[ \Omega_{pi}(t) - \frac{1}{2} (\text{rot}(\vec{U}_f))_i \right] \exp(-\frac{15}{16} C_{M\Omega} \frac{\rho_f}{\rho_p} \|\vec{\Omega}_R\| \Delta t) + \frac{1}{2} (\text{rot}(\vec{U}_f))_i \quad [3.53]$$

$$\Theta_p(t + \Delta t) = (\Theta_p(t) - \Theta_f) \exp(-t/\tau_{p0}) \exp(-\Delta t/\tau_{p0}) + \Theta_f \quad [3.54]$$

La nouvelle position de la particule est obtenue par:

$$x_{pi}(t + \Delta t) = x_{pi}(t) + \frac{\Delta t}{2} (U_{pi}(t) + U_{pi}(t + \Delta t)) \quad [3.55]$$

## 2. Pas d'intégration

Le pas de temps d'intégration est choisi en fonction des temps moyens caractéristiques de l'écoulement tels que les temps de relaxation dynamique,  $\tau_p$ , et thermique,  $\tau_{p0}$ , le temps moyen entre deux collisions,  $\tau_c$ , le temps moyen nécessaire à une particule pour traverser la conduite,  $t_{trav}$  (évalué par  $t_{trav} = D/V_{ch}$ ), et l'échelle temporelle lagrangienne de la turbulence du fluide,  $T_L$ .

L'expression retenue pour évaluer le pas de temps est donnée par les relations [3.56] et [3.57] pour les suivis dynamique et thermique respectivement:

$$\text{pour le suivi dynamique: } \Delta t = \min \left\{ \frac{\tau_p}{20}; \frac{t_{trav}}{5}; \frac{\tau_c}{10}; \frac{T_L}{5} \right\} \quad [3.56]$$

$$\text{pour le suivi thermique: } \Delta t = \min \left\{ \frac{\tau_{p0}}{20}; \frac{\tau_p}{20}; \frac{t_{trav}}{5}; \frac{\tau_c}{10}; \frac{T_L}{5} \right\} \quad [3.57]$$

Notons que ces relations ne garantissent pas un temps de calcul optimal. L'influence du pas de temps sur les résultats a été testée en imposant  $\Delta t' = \frac{\Delta t}{10}$ , avec  $\Delta t$  selon les relations [3.56] et [3.57]. Sur les cas testés, l'utilisation d'un pas de temps plus petit n'a pas entraîné de modification des résultats. L'utilisation d'un pas de temps variable en fonction de la position de la particule dans la conduite a été envisagée dans la mesure où certains temps caractéristiques (l'échelle temporelle lagrangienne de la turbulence par exemple) varient fortement, notamment en zone de proche paroi. Cette option n'a pas été retenue pour l'instant en raison de l'augmentation du temps de calcul engendrée.

### **3. Nombre de particules injectées**

La caractérisation du comportement de la phase dispersée par une méthode lagrangienne nécessite le suivi d'un grand nombre de particules afin d'assurer la qualité du traitement statistique et des résultats qui en sont extraits (distributions radiales de vitesse, de température, de corrélations de vitesses fluctuantes... ). Le nombre de particules injectées est choisi suffisamment grand afin que les résultats statistiques soient représentatifs du comportement de la phase dispersée. Les cellules utilisées pour repérer la position des particules et effectuer les statistiques sont définies par le maillage eulérien décrit au chapitre 2 (paragraphe III). Le nombre des cellules est fixé à 50 pour les besoins de la simulation eulérienne. Le nombre de particules minimal nécessaire pour obtenir des résultats statistiques exploitables est déterminé en comparant les distributions des grandeurs qui nous intéressent pour un nombre croissant de particules injectées. Le nombre de particules injectées est jugé suffisant lorsque les profils de ces grandeurs ne dépendent plus de ce nombre et ne présentent plus de fluctuations importantes. Les statistiques sur les grandeurs fluctuantes caractéristiques de la phase particulaire nécessitent notamment un nombre de particules important. De cette manière, un nombre de particules fixé à 50000 a été adopté pour les simulations présentées ici.

## Annexe 1

# **PARAMÈTRES SUSCEPTIBLES DE MODIFIER LE COEFFICIENT DE TRAÎNÉE**

## **1. Forme et état de surface des particules**

Dans notre étude, les particules sont considérées sphériques et parfaitement lisses. Pour les études expérimentales auxquelles nous nous intéressons, ces hypothèses sont recevables. Cependant, en pratique, l'état de surface et la forme des particules transportées sont très diversifiés. La prise en compte dans la détermination de la traînée de tels paramètres devra donc être envisagée pour la simulation de cas pratiques (voir Clift *et al.* (1978) pour la prise en compte de ces paramètres).

## **2. Raréfaction**

Si la taille des particules est telle que le gaz environnant ne puisse plus être considéré comme continu ( $Kn \geq 10^{-3}$ ), la traînée est réduite par rapport à la loi de traînée standard. Dans l'air, pour des conditions standards de pression et température, le diamètre à partir duquel les effets de raréfaction peuvent être négligés se situe entre 5 et 10  $\mu\text{m}$  (Clift *et al.* (1978), Sommerfeld (2000)). Les suspensions auxquelles nous nous intéressons concernent des particules de diamètres supérieurs (supérieur à 15  $\mu\text{m}$  pour les comparaisons expérimentales), ne nécessitant donc pas la prise en compte de tels effets.

## **3. Rotation de la particule et cisaillement de l'écoulement**

Les taux de rotation de la particule et de cisaillement du champ fluide sont caractérisés respectivement par:

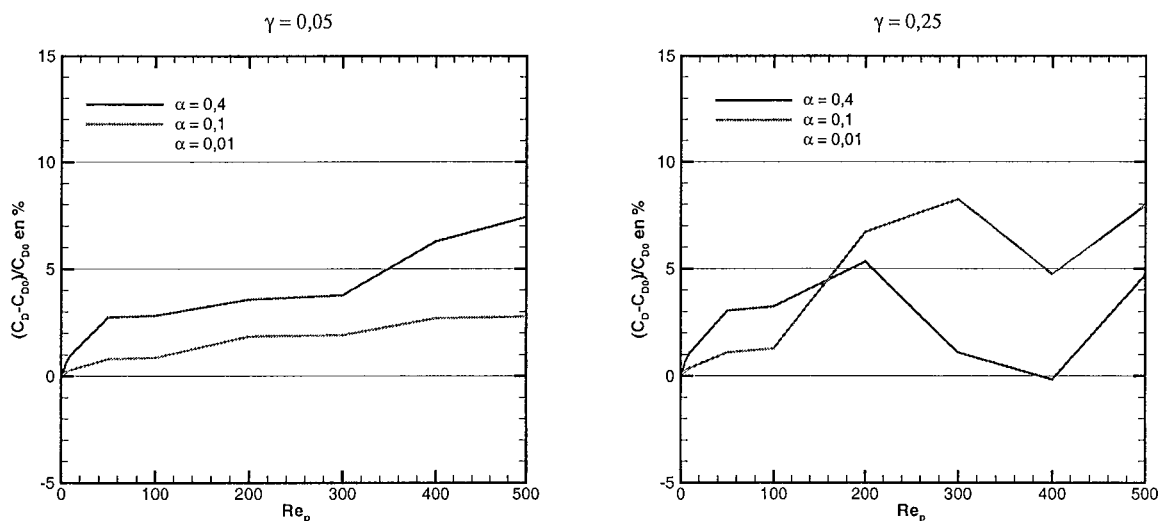
$$\gamma = r_p \left\| \overline{\Omega_p} \right\| / \left\| \overline{U_f} - \overline{U_p} \right\| \quad [\text{A1.1}]$$

$$\alpha = r_p \left\| \frac{\partial \overline{U_f}}{\partial r} \right\| / \left\| \overline{U_f} - \overline{U_p} \right\| \quad [\text{A1.2}]$$

Les résultats théoriques à faible  $Re_p$  montrent que la rotation de la particule ne modifie pas la traînée (Rubinov et Keller (1961)) alors que la présence d'un cisaillement entraîne une légère augmentation (Saffman (1965), Harper et Chang (1968)). Pour ce qui est des nombres de Reynolds particuliers plus élevés, les études, peu nombreuses, laissent penser que pour des particules sphériques lisses, la rotation et le cisaillement ne modifient pas la traînée de façon notable (Crowe *et al.* (1998)).

Récemment, Kurose et Komori (1999) ont étudié numériquement l'influence de ces paramètres sur le coefficient de traînée. Leur étude confirme que pour  $Re_p < 1$ , le coefficient de traînée n'est pas modifié.

Par contre, pour des nombres de Reynolds particuliers plus grands, le coefficient de traînée en présence de rotation et ou de cisaillement peut dévier jusqu'à 10% par rapport au coefficient de traînée standard. Les auteurs proposent une corrélation permettant de prendre en compte cet effet, pour des  $Re_p$  compris entre 1 et 500, des taux de cisaillement entre 0 et 0.4 et des taux de rotation entre 0 et 0,25. La figure A.1 met en évidence la modification de  $C_D$  pour différentes conditions ( $C_{D0}$  désigne le coefficient de traînée standard, sans rotation ni cisaillement). Ces résultats présentent cependant quelques points pour le moins gênants: tout d'abord, la corrélation proposée présente de fortes variations; ensuite, à fort taux de rotation, le coefficient de traînée croît légèrement avec l'augmentation du taux de cisaillement, puis décroît brusquement pour le taux de cisaillement le plus élevé; et enfin, le domaine d'application est restreint et la corrélation diverge rapidement en dehors de ce domaine. Pour ces raisons, et en l'absence de travaux validant ou invalidant cette proposition, nous avons négligé, pour l'instant, la prise en compte de l'influence de la rotation et du cisaillement sur la traînée.



**Figure A.1:** Influence des taux de rotation et cisaillement sur le coefficient de traînée

Récemment, Lee et Wilczak (2000) ont étudié numériquement les effets du cisaillement sur une sphère pour des nombres de Reynolds particuliers modérés. Ces auteurs retrouvent la tendance, déjà observée, d'une augmentation de la traînée en présence de cisaillement. Leurs résultats sont reportés sur la figure A.2 (points) et comparés à la corrélation proposée par Kurose et Komori (1999) (traits

continus). Les deux études présentent effectivement les mêmes tendances, avec pourtant des amplitudes largement différentes, pour les plus faibles comme pour les plus fortes valeurs de  $Re_p$ . Même si cette observation ne permet pas de conclure sur la validité de la corrélation proposée, il est clair que son utilisation, sans tenir compte des effets de rotation, pourrait conduire à une estimation du coefficient de traînée meilleure qu'avec une loi de traînée standard.

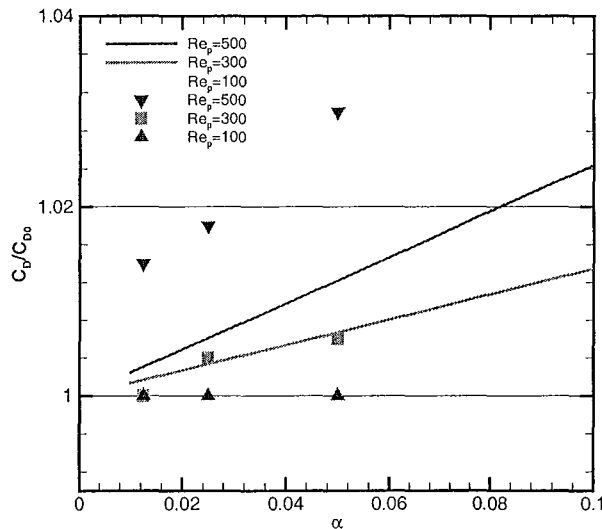


Figure A.2: Modification de la traînée en présence de cisaillement

#### 4. Turbulence du fluide

L'influence de la turbulence du fluide sur la traînée est difficile à étudier et à modéliser puisqu'elle dépend à la fois des caractéristiques des particules et du niveau de turbulence du fluide. Le mouvement de petites particules est affecté par la turbulence du fluide dans la mesure où elles répondent rapidement à une sollicitation du fluide. A l'inverse, le mouvement de grosses particules est peu affecté par les sollicitations du fluide mais la turbulence affecte le développement de l'écoulement autour de la particule. On distingue donc deux effets: l'un lié aux variations temporelles de la vitesse instantanée, et l'autre lié à ses variations spatiales. Pour les particules de tailles intermédiaires, Clift *et al.* (1978) font remarquer que le problème est d'autant plus compliqué que des effets liés à l'accélération peuvent également intervenir. Dans notre étude, la trajectoire est découpée en pas de temps supposés suffisamment petits pour que le mouvement de la particule puisse être considéré comme stationnaire pendant cette durée. Les effets de la turbulence liés aux variations temporelles de la vitesse locale du fluide sont pris en compte séparément, par un modèle de dispersion (chapitre 5). Le problème se pose donc pour les particules de taille supérieure à la plus petite échelle de la turbulence, l'échelle de Kolmogorov,  $\eta$ . En effet, le champ de vitesse instantanée autour de particules de cette taille n'est plus uniforme mais présente des fluctuations pouvant modifier la force de traînée.

Les mêmes conclusions peuvent être obtenues en raisonnant en terme d'échelle caractéristique de la turbulence plutôt qu'en termes de variations temporelles et spatiales: les fluctuations turbulentes de



grande échelle (de taille supérieure à celle de la particule) sont vues par la particule comme des variations instantanées du champ fluide, alors que les fluctuations de tailles inférieures agissent globalement sur la particule et conduisent en moyenne à une augmentation de la viscosité du fluide (Ormancey et Martinon (1983)). Cette augmentation de la viscosité conduit à une diminution du  $Re_p$ , et donc à une augmentation de  $C_D$  (cette tendance est bien représentée par la corrélation proposée par Brucato *et al.* (1998) et utilisée dans notre modélisation).

Pour les nombres de Reynolds particuliers modérés ( $Re_p > 1000$ ), les avis sur les effets de la turbulence sur le coefficient de traînée sont partagés: selon les études, la traînée en écoulement turbulent est peu modifiée, augmentée ou réduite par rapport à l'écoulement laminaire. Dernièrement, Brucato *et al.* (1998) ont étudié expérimentalement la modification de la traînée de particules solides au sein d'un écoulement liquide turbulent. Ils montrent que la modification de la traînée peut être corrélée au rapport du diamètre de la particule et de la plus petite échelle de la turbulence et proposent:

$$(C_D - C_{D0})/C_{D0} = 8,76 \cdot 10^{-4} (d_p/\eta)^3 \quad [\text{A1.3}]$$

en précisant que le facteur multiplicatif ( $8,76 \cdot 10^{-4}$ ) est susceptible de varier légèrement en fonction du diamètre. La figure A.3 représente les variations de  $C_D$  en fonction du rapport  $(d_p/\eta)$ . L'expression proposée prédit une augmentation notable du coefficient de traînée dès que le rapport  $(d_p/\eta)$  est de l'ordre de 5. La corrélation ayant été établie sur la base de résultats expérimentaux s'étalant sur une gamme de  $(d_p/\eta)$  compris entre 2 et 30 et pour  $Re_p$  compris entre 2 et 50, nous pouvons considérer la corrélation proposée valable sur ce domaine. A défaut d'autre proposition, nous utiliserons cette corrélation pour tenir compte des effets de la turbulence sur la traînée, dans le cas de particules de taille supérieure à la plus petite échelle de la turbulence. Il faut noter cependant que l'intensité turbulente est également un paramètre important dans la modification du coefficient de traînée et que son effet n'est pas inclus dans la corrélation proposée.

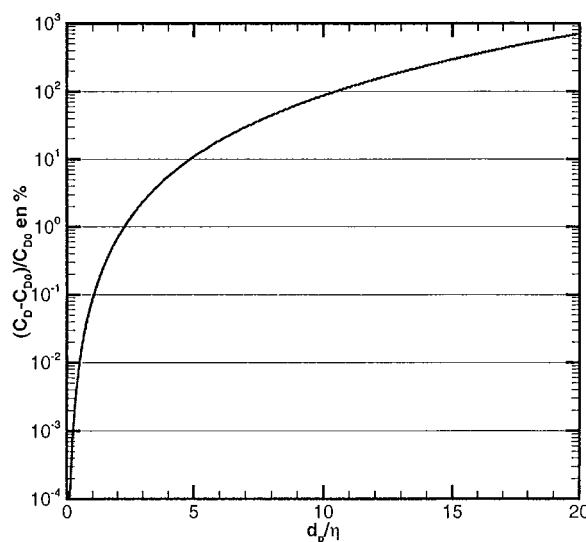


Figure A.3: Modification de la traînée due à la turbulence

Un des effets identifiés de la turbulence est relatif à la transition laminaire/turbulent se produisant au niveau de la couche limite se développant autour de la particule et provoquant une brusque diminution du coefficient de traînée: en écoulement turbulent, le nombre de Reynolds particulaire critique (pour lequel cette transition a lieu) diminue lorsque l'intensité turbulente relative (définie par  $I_r = \sqrt{u'^2} / |\vec{U} - \vec{V}|$ ) augmente (Crowe *et al.* (1998), Clift *et al.* (1978)). Cet effet n'est pas pris en compte dans notre étude dans la mesure où il concerne des nombres de Reynolds particuliers élevés ( $Re_p > 1000$ ).

## 5. Présence de particules voisines ou d'une paroi

La présence d'une paroi ou d'autres particules constitue un élément perturbateur du champ fluide susceptible de modifier la force de traînée s'exerçant sur une particule. Nous avons considéré que la présence d'autres particules ne modifiait pas la traînée, dans la mesure où les écoulements auxquels nous nous sommes intéressés mettent en jeu des fractions volumiques relativement faibles (de l'ordre de  $10^{-3}$  au maximum). Une estimation rapide, basée une corrélation proposée par Di Felice, recommandée par Crowe *et al.* (1998), donne une modification de la traînée de l'ordre de quelques pour-cent pour les cas les plus défavorables.

En ce qui concerne les effets de la paroi, les études, de nouveau limitées au cas des nombres de Reynolds particuliers voisins de l'unité, montrent une augmentation significative de la traînée lorsque la particule se rapproche de la paroi. Cependant, dans notre configuration, la zone de proche paroi est également la zone de fort  $Re_p$ : la vitesse du fluide tend vers 0 et la vitesse des particules est généralement supérieure du fait de leur agitation transverse. Les études disponibles restent, à l'heure actuelle, trop restrictives pour tenir compte de façon satisfaisante de cet effet.



## Annexe 2

# **DISCUSSION SUR LA FORCE DE PORTANCE DE TYPE SAFFMAN**

En considérant une particule se déplaçant à la vitesse  $\vec{U}_p$  dans un écoulement fluide de direction parallèle à  $\vec{U}_p$ , de vitesse  $\vec{U}_f$  au centre de la particule et de gradient  $\chi$ , perpendiculaire à  $\vec{U}_f$ , la force latérale s'exerçant sur la particule, et mise en évidence par Saffman (1965) en considérant les effets d'inertie, s'écrit sous la forme:

$$F_L = \frac{1}{2} C_{Lsa} \cdot \rho_f \cdot S \cdot \|(U_f - U_p)_z\| \cdot \|(U_f - U_p)_z\| \cdot \frac{\chi}{\|\chi\|} \quad C_{Lsa} = 8.22 \cdot \frac{\sqrt{Re_x}}{Re_p} \quad Re_x = \frac{|\chi| \cdot r_p^2}{\nu} \quad [\text{A2.1}]$$

Cette force latérale est colinéaire à  $\overline{U_f - U_p}$  et dirigée dans le même sens. Les conditions d'application de cette expression,  $Re_p \ll Re_x^{1/2} \ll 1$ , sont très restrictives et rarement satisfaites dans les écoulements de suspension étudiés ici.

Mei (1992), après analyse des travaux de Dandy et Dwyer (1990), propose une expression du coefficient de portance due au cisaillement valable pour des nombres de Reynolds particulières plus élevés, et largement utilisées dans les simulations numériques.

A ce stade se pose encore la question de l'expression vectorielle de cette force dans le cas général où la vitesse de la particule n'est pas parallèle à celle du fluide. En effet, Feuillebois (1980) met en évidence que dans le cas d'un mouvement quelconque de la particule, en écoulement rampant, cette force ne peut pas s'écrire sous une forme vectorielle simple du type  $\vec{F}_L = k(\overline{U_f - U_p}) \times \overline{rot(U_f)}$ , rencontrée parfois dans la littérature. Dans le cas limite des écoulements rampants, Harper et Chang (1968) ont donné l'expression exacte de cette portance pour un mouvement quelconque de la particule (généralisation des travaux de Saffman (1965)). Il n'existe pas, à notre connaissance, d'expression équivalente pour le cas des nombres de Reynolds plus élevés.

Dans notre cas, l'écoulement est cisailé principalement en proche paroi, et dans cette zone, la vitesse des particules est rarement parallèle à celle du fluide, de plus, le nombre de Reynolds de la particule est

souvent élevé (faible vitesse du fluide et vitesse des particules beaucoup plus grande à cause de l'agitation transversale).

La présence de la paroi à proximité de la particule modifie également la force de portance ce qui fait l'objet de nombreuses études, pour des configurations variées. Wang *et al.* (1997), synthétisent les différentes études et concluent que l'on dispose aujourd'hui d'une expression optimale pour cette portance dans le cas où l'écoulement est **stationnaire**, le profil de vitesse est **linéaire** et le gradient de vitesse du fluide est **perpendiculaire** à la vitesse relative de la particule. Dans notre étude, si l'écoulement peut être considéré stationnaire et le profil de vitesse linéaire localement, la particule se déplace rarement parallèlement à la paroi (le cisaillement n'est pas perpendiculaire à la vitesse relative de la particule). Dans ces conditions, nous considérons que les corrélations disponibles ne sont pas utilisables pour estimer de façon satisfaisante la portance due au cisaillement dans nos applications.

De plus, les zones de fort cisaillement sont également les zones de forte rotation des particules, suite aux nombreux chocs à la paroi, et le problème se pose alors d'estimer les effets combinés des deux portances. En écoulement rampant, les contributions du cisaillement et de la rotation peuvent simplement être additionnés, ce qui n'est plus vrai pour les Reynolds particuliers plus élevés. Kurose et Komori (1999) étudient la force de portance pour une particule en rotation dans un écoulement cisailé pour des nombres de Reynolds particuliers modérés (compris entre 1 et 500). Ils concluent que pour des nombres de Reynolds assez élevés, les effets combinés du cisaillement et de la rotation ne peuvent pas être estimés simplement en additionnant leurs contributions respectives. Ils proposent, après analyse de leur résultats numériques, une corrélation pour estimer la portance dans ce cas. Cependant, cette corrélation présente un comportement critiquable à une des limites: pour un écoulement non cisailé, l'estimation du coefficient de portance n'est pas en accord avec les résultats précédemment établis (paragraphe II.3). Nous avons donc choisi, en absence d'études complémentaires, de ne pas prendre en compte dans notre suivi lagrangien la portance liée au cisaillement.

De plus, il faut noter que la portance liée au cisaillement n'est pas la force prépondérante dans nos applications: la traînée est de loin majoritaire. Notons également, comme signalé par Matida *et al.* (2000), que l'estimation de la force de portance due au cisaillement par une de ces corrélations reste faussée par l'utilisation du gradient de vitesse moyen au lieu du gradient instantané. Une évaluation correcte de cette portance nécessiterait donc l'utilisation d'un modèle capable d'estimer le gradient de vitesse instantané le long de la trajectoire de la particule.





## **COLLISIONS**

I. INTRODUCTION .....	93
II. COLLISIONS AVEC LA PAROI .....	95
1. Généralités .....	95
a. Les collisions particules/paroi sont-elles essentielles ? .....	95
b. Modèle de collision .....	96
c. Irrégularité des rebonds .....	97
2. Modèle de paroi virtuelle type Sommerfeld .....	98
3. Mise en place du modèle, méthode de traitement d'un choc .....	100
a. Position du point d'impact .....	100
b. Paroi virtuelle .....	102
c. Évaluation des vitesses après le choc .....	103
III. COLLISIONS ENTRE PARTICULES.....	104
1. Généralités .....	104
a. Approche déterministe ou probabiliste.....	104
b. Hypothèses de base pour le traitement des collisions entre particules.....	104
c. Écoulement dense ou dilué.....	107
d. Fréquence de collision .....	105
e. Forces hydrodynamiques .....	109
2. Mise en place du modèle .....	110
a. Probabilité de collision et fréquence de collision.....	110
b. Partenaire de collision .....	111
c. Calcul des vitesses de la particule suivie après le choc.....	114
d. En zone de proche paroi.....	114
IV. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION .....	115
1. Estimation du transfert de chaleur par conduction au cours d'une collision.....	115
2. Estimation du transfert de chaleur par convection entre deux collisions .....	116
3. Comparaison des échanges de chaleur par conduction et par convection.....	116
V. ANALYSE DE L'INFLUENCE DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE ET LA THERMIQUE .....	119
1. Les collisions avec la paroi .....	119
a. L'importance de la variance de l'angle d'inclinaison.....	119
b. Les coefficients de frottement et de restitution.....	127
2. Les collisions entre particules .....	130
a. L'importance des collisions entre particules.....	130
b. Les coefficients de frottement et de restitution.....	131
ANNEXE3 .....	135





# ***COLLISIONS***

## **I. INTRODUCTION**

En écoulement gaz-solide confiné, deux types de collisions sont susceptibles d'affecter notablement le comportement de la suspension: les collisions particules-paroi et les collisions entre particules. Ces collisions, qui se caractérisent par une dissipation d'énergie, sont à l'origine de nombreux phénomènes physiques importants en pratique tels que l'érosion des parois, la fragmentation et l'agglomération des particules (entre elles ou sur la paroi). Elles contribuent également à la modification de l'écoulement gazeux et du comportement de la phase solide (agitation, répartition dans la conduite). Le nombre (taux de chargement) et la taille des particules ainsi que la configuration de l'écoulement gazeux apparaissent comme les facteurs majeurs régissant la fréquence des collisions et donc leur importance au regard du comportement de la suspension.

Ce chapitre met en évidence l'importance, dans les configurations étudiées, des deux types de collisions, avec la paroi (paragraphe II) et entre particules (paragraphe III), et présente la modélisation mise en œuvre pour leur simulation numérique. Le quatrième paragraphe est consacré à une réflexion concernant l'importance des transferts thermiques par conduction au cours des collisions. Enfin, la dernière partie présente une analyse numérique de l'influence des paramètres de collision sur le comportement dynamique et thermique d'une suspension.



## II. COLLISIONS AVEC LA PAROI

### 1. Généralités

#### *a. Les collisions particules/paroi sont-elles essentielles ?*

En écoulement confiné, le mouvement des particules peut s'avérer fortement influencé par les collisions avec la paroi. La fréquence de ces collisions est liée à l'inertie de la particule et à la dimension caractéristique de confinement, ici le diamètre de la conduite. En considérant le rapport entre la distance parcourue par la particule avant qu'elle n'atteigne la paroi et la longueur de relaxation de la particule, caractérisant la longueur nécessaire à la particule pour réagir à une sollicitation fluide, une première indication de l'importance des collisions sur le comportement de la suspension peut être apportée. Si ce rapport est supérieur à 1, la particule n'a pas le temps de répondre aux sollicitations du fluide entre 2 chocs à la paroi. Pour un écoulement en canal vertical, Sommerfeld (1992) estime que le comportement global de la suspension peut être considéré comme étant dominé par les collisions avec la paroi si plus de 30% des particules subissent une collision avant de répondre aux sollicitations du fluide. Dans le cas contraire, le mouvement des particules est principalement affecté par le fluide et les collisions à la paroi sont de moindre importance. L'analyse de Sommerfeld (1992) conduit à une estimation du diamètre des particules au dessus duquel l'écoulement est dominé par les collisions avec la paroi, selon la relation [4.1]:

$$d_p > \sqrt{\frac{18\mu_f D}{0.7\sigma_p \rho_p}} \quad [4.1]$$

Dans cette expression,  $\sigma_p = \sqrt{u_p^2}$  caractérise les fluctuations de vitesse transversale des particules.

A titre d'information, l'ordre de grandeur du diamètre de particules à partir duquel le comportement de la suspension est fortement affecté par les collisions à la paroi, noté  $d_p max$ , est donné dans le tableau 4.1, pour les études expérimentales que nous avons simulées. Pour cette estimation, l'écart-type des fluctuations de vitesse des particules est estimé par la relation [4.2] découlant du modèle de Hinze-Tchen (Fan et Zhu (1998), p 470) :

$$\frac{\sqrt{u_p^2}}{\sqrt{u_f^2}} = \left(1 + \frac{\tau_p}{T_L}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad [4.2]$$

Cette relation rend uniquement compte de l'agitation des particules sous l'effet de la turbulence du fluide. Or en écoulement confiné, les collisions avec la paroi et entre particules contribuent à augmenter cette agitation. Nous nous sommes donc placés dans le cas le plus défavorable pour cette estimation: le diamètre  $d_p max$  est surestimé. Le tableau 4.1 indique que pour les écoulements étudiés, les particules les plus grosses, 200 et 500  $\mu m$ , ont un diamètre voisin du diamètre  $d_p max$ . En conséquence pour ces cas tests, les collisions avec la paroi ont un rôle important, voire déterminant, sur le comportement de la suspension. La prise en compte, dans la simulation numérique, de ces interactions particules-paroi

s'avère donc nécessaire, pour leur caractérisation. Le mouvement des particules les plus petites (inférieures à  $100 \mu\text{m}$ ) apparaît logiquement plus affecté par la turbulence de l'écoulement porteur que par les collisions avec la paroi.

	$D$ [m]	$\rho_p$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]	$U_{mf}$ [m/s]	$\sigma_p$ [m/s]	$d_p \text{max}$ [ $\mu\text{m}$ ]	$d_p \text{utilisé}$ [ $\mu\text{m}$ ]
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	0,0305	1020	11	0,17	285	200 et 500
Maeda <i>et al.</i> (1980)	0,056	2590	5,7	0,2	220	136 et 45
		8960	5,7	0,11	160	93
Farbar et Depew (1963)	0,0175	2500	13	0,31	100	30, 70 et 200
	0,0175	2500	23	0,51	80	
Jepson <i>et al.</i> (1963)	0,0381	2500	12	0,14	225	200 et 500
	0,0381	2500	18	0,17	205	

**Tableau 4.1:** Plus petit diamètre des particules dont le mouvement est régi par les collisions avec la paroi

### ***b. Modèle de collision***

La mise au point d'un modèle numérique représentatif des collisions particules/paroi se révèle particulièrement complexe étant donné le grand nombre de paramètres mis en jeu, parmi lesquels on peut citer les propriétés de la particule et de la paroi (coefficients de frottement et de restitution), leurs états de surface (rugosité) et leurs formes, les vitesses (de translation et de rotation) de la particule, et l'angle de collision. Des phénomènes hydrodynamiques peuvent également intervenir lors du rapprochement de la particule avec la paroi, cependant, dans les écoulement gaz-particules, ces effets peuvent être négligés (Durst et Raszillier (1989), cité par Sommerfeld (1992)). Nous négligeons également dans notre modèle les phénomènes particulièrement complexes d'adhérence de la particule à la paroi, de fragmentation de la particule ou d'érosion de la paroi.

La méthode usuelle adoptée pour simuler les collisions particules-paroi repose sur une forme intégrée (sur la durée du choc, supposée négligeable devant les autres temps caractéristiques) des équations de conservation de quantité de mouvement et de moment cinétique de la particule, aboutissant au modèle dit de sphère dure (hard sphere model). Ce modèle permet de déterminer les caractéristiques de la particule après le choc, mais ne donne aucune information sur leur évolution pendant le choc. Par opposition, le modèle dit de sphère molle (soft sphere model) permet de suivre la particule pendant toute la durée du choc et de tenir compte d'éventuelles déformations de la particule (Crowe *et al.* (1998)). Dans notre cas, les particules suivies sont des particules solides que l'on suppose indéformables et le modèle de collision est donc basé sur les hypothèses de type sphère dure. Ce type de modèle est largement décrit dans la littérature (Tsuji *et al.* (1987), Crowe *et al.* (1998), Petitjean(1994)) et peut se déduire aisément du modèle de collision entre particules, décrit en annexe 3, en considérant le partenaire de collision comme une particule de diamètre infiniment grand devant le diamètre de la particule suivie. La procédure mise en œuvre pour la détermination des vitesses après le choc étant identique à celle

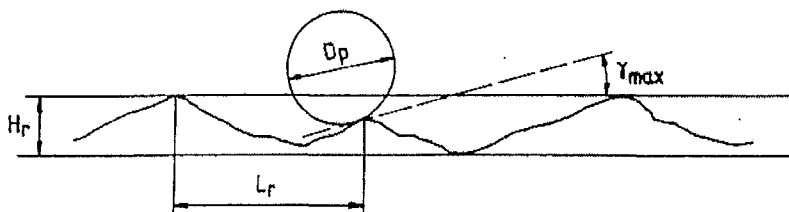
concernant les chocs entre particules, nous nous contentons ici de donner les caractéristiques propres à la modélisation des interactions particule/paroi.

### c. Irrégularité des rebonds

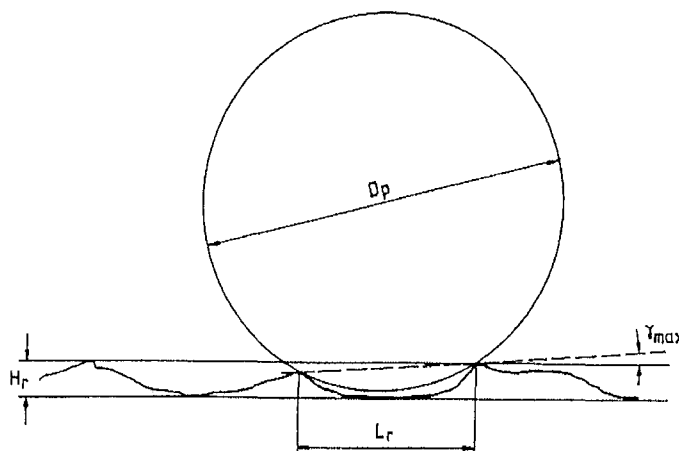
L'utilisation du modèle de sphère dure (annexe 3) suppose que les surfaces en contact sont parfaitement lisses et conduit à des collisions régulières. Si cette hypothèse peut être acceptée dans le cas de particules parfaitement sphériques et suffisamment grosses pour ne pas ressentir les effets de rugosité de la paroi, dans la majeure partie des cas, la rugosité des surfaces en contact et la non sphéricité des particules conduit à l'observation de rebonds irréguliers (résultats expérimentaux de Sommerfeld et Hubert (1993, 1999)). Afin de rendre compte de ces rebonds irréguliers, deux types de modèles ont été développés, les uns s'attachant à modéliser les rebonds de particules non sphériques et les autres à simuler l'influence de la rugosité de la paroi (voir Crowe *et al.* (1998) pour plus de détails). Dans cette étude, nous nous limitons à la simulation de résultats expérimentaux mettant en jeu des particules de forme sphérique et nous considérons donc seulement les effets de rugosité de la paroi pour la mise en œuvre du modèle numérique.

Les modèles développés pour simuler cet effet reposent sur le concept de paroi virtuelle: une paroi fictive est générée de façon à simuler l'angle d'inclinaison de la surface effectivement vue par la particule à chaque collision. Les caractéristiques de cette inclinaison dépendent naturellement des propriétés de rugosité de la paroi et du diamètre de la particule. En caractérisant la rugosité par la hauteur moyenne des aspérités,  $H_r$ , et la distance moyenne séparant deux pics,  $L_r$ , Sommerfeld (1992) propose d'estimer l'angle maximal d'inclinaison,  $\gamma_{max}$ , par des considérations géométriques:

- pour une petite particule,  $d_p < L_r$ ,  $\gamma_{max} = \arctan(2H_r/L_r)$



- pour une grosse particule,  $d_p > L_r$ ,  $\gamma_{max} = \arctan(H_r/2L_r)$



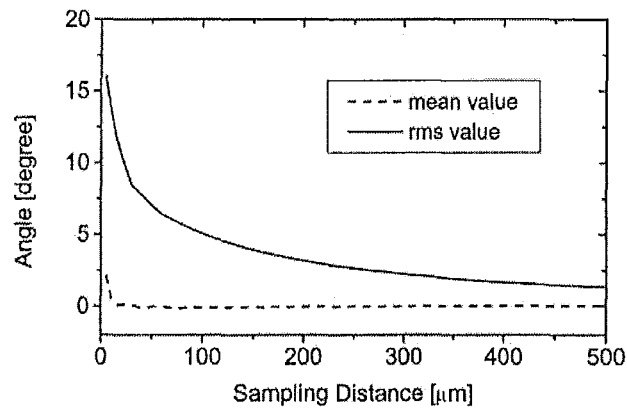
Ces relations sont difficilement utilisables en pratique dans la mesure où les propriétés de la paroi,  $L_r$  et  $H_r$ , ne sont généralement pas connues. Cependant cette analyse met en évidence que pour une paroi donnée, l'angle maximal d'inclinaison  $\gamma$  diminue lorsque la taille des particules augmente.

Les modèles se différencient alors par la méthode utilisée pour générer la paroi fictive: Matsumo et Saito (1970) (cité par Sommerfeld (1992)) utilisent une fonction sinusoïdale pour représenter les aspérités de la paroi, Franck *et al.* (1993) décomposent la paroi en une suite de segments générés de façon aléatoire en tenant compte des caractéristiques de rugosité de la paroi et de taille des particules, et enfin, Tsuji *et al.* (1987) et Sommerfeld (1992) proposent de générer à chaque collision, un angle  $\gamma$  selon un processus aléatoire, de façon à simuler l'angle d'inclinaison de la surface *vue* par la particule. Schade et Hädrich (1998) notent que tous les modèles conduisent à de bonnes prédictions lorsque les coefficients intervenants dans les modèles ont été déterminés dans les mêmes conditions expérimentales que celles de l'écoulement simulé. Dans notre modélisation, les propositions de Sommerfeld (1992) ont été retenues pour rendre compte des irrégularités des rebonds. Les problèmes liés à l'estimation de paramètres tels que les coefficients de restitution et de frottement ou la caractérisation de la rugosité, sont discutés au paragraphe V.

## 2. Modèle de paroi virtuelle type Sommerfeld

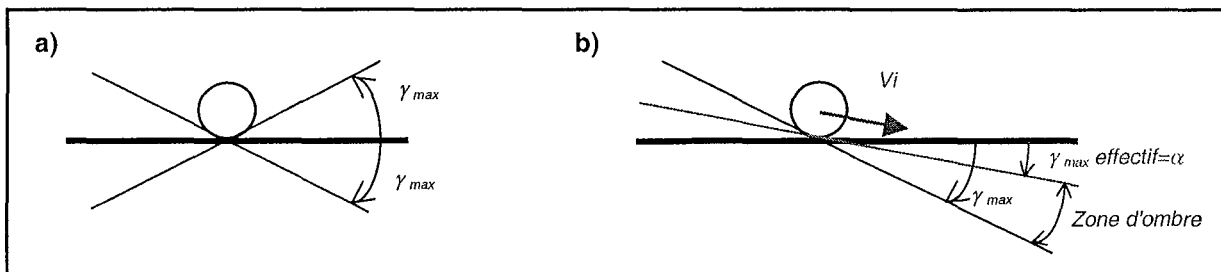
Pour rendre compte de la rugosité de la surface, Sommerfeld (1990) considère que l'inclinaison de la paroi par rapport à la trajectoire de la particule est distribuée de façon aléatoire. Connaissant l'inclinaison maximale *vue* par une particule,  $\gamma_{max}$ , l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle est déterminé en effectuant le tirage d'un nombre aléatoire compris entre  $-\gamma_{max}$  et  $+\gamma_{max}$ , en suivant une distribution uniforme. Les résultats obtenus en utilisant ce modèle pour simuler un écoulement en canal vertical montrent une amélioration des prédictions en ce qui concerne les fluctuations de vitesses des particules. En effet, l'auteur constate que la prise en compte de la rugosité de la paroi permet de limiter la sous estimation de ces fluctuations observée en utilisant un modèle de paroi lisse. Une étude suivante du même auteur (Sommerfeld 1992) montre que les résultats peuvent encore être améliorés en considérant que la distribution de l'angle d'inclinaison est gaussienne plutôt qu'uniforme. Sommerfeld (1999) et Schade et Hädrich (1998), analysent expérimentalement la rugosité de diverses parois et constatent que l'angle d'inclinaison des aspérités suit effectivement une répartition quasi gaussienne, de moyenne nulle et dont l'écart-type varie avec la résolution spatiale utilisée pour l'analyse. Ces résultats confirment d'une part que l'angle d'inclinaison peut être simulé en le générant de façon aléatoire selon une distribution gaussienne, et d'autre part que l'angle d'inclinaison moyen d'une aspérité *vue* par une particule dépend de sa taille: pour une paroi donnée, plus la particule est grosse, plus l'écart-type de cet angle d'inclinaison est petit (figure 4.1).

Dans les configurations expérimentales que nous avons choisies de simuler, de telles caractéristiques de rugosité ne sont pas disponibles. Afin de déterminer l'influence de la valeur de l'écart-type de l'angle d'inclinaison sur les prédictions numériques, une étude paramétrique est présentée au paragraphe V.



**Figure 4.1:** Variations de l'angle d'inclinaison des aspérités avec la taille des particules (Sommerfeld (1999))

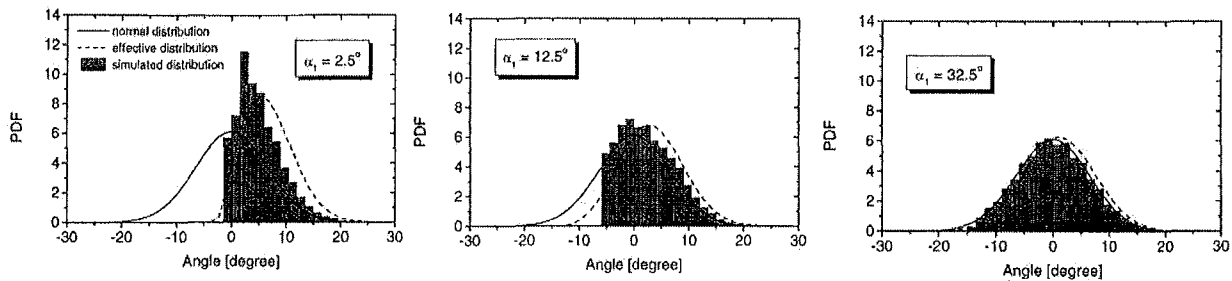
Sommerfeld et Zivkovic (1992), Schade et Hädrich (1998) et Sommerfeld (1999) mettent en évidence que la distribution de l'angle d'inclinaison d'une aspérité *vue* par la particule dépend également de l'angle entre la trajectoire de la particule et la paroi fixe. Cette effet, appelé *shadow effect*, se traduit par un décalage de la moyenne de la distribution gaussienne précédemment considérée pour les angles d'impact les plus faibles. L'origine du phénomène est simplement liée au fait que certaines zones des aspérités sont occultées lorsque l'angle d'impact devient plus rasant (figure 4.2). Une conséquence immédiate est observée lors de l'utilisation du modèle décrit précédemment pour générer l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle: il arrive que l'angle généré,  $\gamma$ , soit supérieur à l'angle d'impact  $\alpha$ , ce qui ne peut arriver physiquement puisque la particule serait alors à l'extérieur de la conduite (zone d'ombre).



**Figure 4.2:** Illustration du *shadow effect* ; a) cas théorique, b) cas pratique.

Sommerfeld (1999) identifie plusieurs régimes de comportement pour la distribution de l'angle d'inclinaison et en déduit la distribution effective de l'angle d'inclinaison vu par la particule, en fonction de l'angle d'impact. Il montre que cette distribution théorique peut être reproduite numériquement par la procédure suivante: l'angle d'inclinaison est généré en suivant la distribution gaussienne standard et dans le cas où l'angle ainsi généré conduit à l'aberration décrite précédemment ( $\gamma > \alpha$ ), un nouvel angle d'inclinaison est généré. Une comparaison entre la distribution effective théorique de l'angle d'inclinaison *vue* et la distribution obtenue par la simulation numérique suivant cette procédure est présentée sur la figure 4.3, pour trois valeurs de l'angle d'impact ( $2,5^\circ$ ,  $12,5^\circ$  et  $32,5^\circ$ ). Cette figure, issue de Sommerfeld (1999) montre que la procédure proposée permet effectivement de générer l'angle d'inclinaison de la paroi selon la distribution théorique effective, ce qui valide la méthode.





**Figure 4.3:** Distribution de l'angle d'inclinaison vu par la particule, pour différentes valeurs de l'angle d'impact (Sommerfeld (1999))

Un aspect additionnel du problème est évoqué par Sommerfeld et Zivkovic (1992): ces auteurs précisent que le caractère tridimensionnel des aspérités vues par la particule ne doit pas être omis. En effet, la génération du seul angle d'inclinaison  $\gamma$  revient à modéliser la rugosité de la paroi comme un ensemble de sillons tracés perpendiculairement à la direction suivie par la particule au moment de l'impact. Or la rugosité est plutôt constituée de petites aspérités à caractère tridimensionnel. Sommerfeld et Zivkovic (1992) proposent de faire pivoter la paroi virtuelle précédemment générée autour de la normale à la paroi fixe afin de rendre compte de cet aspect tridimensionnel des aspérités. L'angle de rotation est généré selon une distribution uniforme entre  $-\pi$  et  $+\pi$  dans la mesure où aucune direction privilégiée ne peut être dégagée. L'ensemble de ces opérations permet de balayer toutes les inclinaisons possibles de la paroi.

Nous avons mentionné précédemment le problème dit de *shadow effect* lié à la possibilité de générer un angle d'inclinaison conduisant au phénomène non physique d'une particule provenant de l'extérieur de la conduite. Nous avons constaté que le même genre de phénomène pouvait se produire en ce qui concerne la vitesse de la particule après le choc: dans certains cas, l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle conduit à une vitesse après impact qui induirait que la particule se déplace à l'extérieur de la conduite fixe, ce qui n'est pas envisageable en pratique. Dans les simulations, ce genre de phénomène conduit automatiquement à la détection d'un autre choc. Pour ne pas rencontrer ce cas de figure, la même procédure que celle utilisée pour pallier au problème du *shadow effect* est mise en place: lorsque cette situation est rencontrée, un nouvel angle d'inclinaison est généré.

### 3. Mise en place du modèle, méthode de traitement d'un choc

#### a. Position du point d'impact

Au cours du suivi lagrangien de la trajectoire des particules, un choc avec la paroi doit être simulé lorsqu'un point discret de la trajectoire de la particule suivie se trouve en dehors du cylindre représentant la conduite. Un simple test, effectué à la fin de chaque pas de temps, permet donc de vérifier que la particule se situe bien dans la conduite. Si la particule se trouve, numériquement, en dehors de la conduite, la première opération consiste à déterminer les coordonnées du centre de la particule au moment précis du contact avec la paroi. Les vitesses de la particule avant impact sont alors évaluées par simple interpolation linéaire et le calcul du choc peut être entrepris. Il s'agit donc dans un premier temps de déterminer l'intersection de la droite définie par les coordonnées de la particule au début et à la fin du

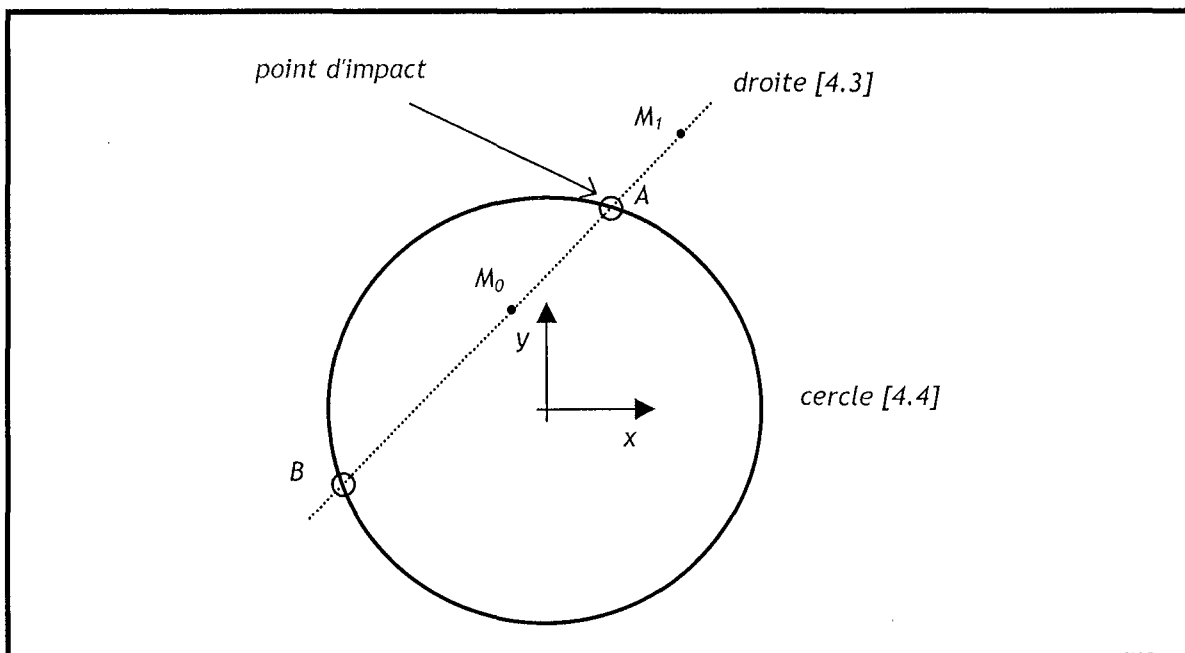
pas de temps considéré avec le cylindre de rayon  $R - d_p/2$ , définissant la position extrême du centre d'une particule dans la conduite.

Dans le repère orthonormé fixe,  $R_{xyz}$ , les coordonnées de la position de la particule au début et à la fin du pas de temps sont notées  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  et  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  respectivement. La première étape consiste à déterminer la position dans un plan  $P_{xy}$  du point d'impact,  $M_i(x_i, y_i)$ , en cherchant le point d'intersection de la droite passant par  $(x_0, y_0)$  et  $(x_1, y_1)$ , dont l'équation est donnée par [4.3]:

$$y = \frac{(y_0 - y_1)(x - x_0)}{(x_0 - x_1)} + y_0 \quad [4.3]$$

et du cercle défini par l'équation [4.4]:

$$x^2 + y^2 = (R - d_p/2)^2 \quad [4.4]$$



**Figure 4.4:** Détermination de la position du point d'impact, vue d'un plan  $P_{xy}$

Les contraintes physiques du problème ( $M_0$  à l'intérieur du cercle et  $M_1$  à l'extérieur) imposent que la droite coupe le cercle en deux points distincts, notés  $A(x_a, y_a)$  et  $B(x_b, y_b)$ , qui sont les racines du système formé par les deux équations précédentes (figure 4.4). Pour déterminer lequel de ces deux points,  $A$  ou  $B$ , est le point d'impact recherché, il suffit de déterminer lequel des deux est le plus proche du point  $M_1$ . La troisième coordonnée du point d'impact,  $z$  ainsi que les vitesses de la particule avant impact, sont alors estimées simplement par interpolation linéaire.

Pour faciliter la résolution du choc, il est intéressant de se placer dans un repère orthonormé particulier,  $R_{st}$ , tel que l'axe  $r$  passe par le point d'impact et soit perpendiculaire à la paroi, et que la vitesse

incidente de la particule,  $\vec{U}_p(U_x, U_y, U_z)$ , se trouve dans le plan défini par les axes  $r$  et  $s$  (figure 4.5). Il convient, pour changer de repère, d'effectuer successivement une rotation d'axe  $z$  et d'angle  $\theta$ , puis une rotation d'axe  $r$ , et d'angle  $\varphi$ . La matrice de changement de repère s'écrit alors:

$$\begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad [4.5]$$

avec

$$\cos \theta = xi / \sqrt{xi^2 + yi^2} \quad [4.6]$$

$$\sin \theta = yi / \sqrt{xi^2 + yi^2} \quad [4.7]$$

$$\cos \varphi = (u_y \cos \theta - u_x \sin \theta) / \sqrt{u_z^2 + (u_y \cos \theta - u_x \sin \theta)^2} \quad [4.8]$$

$$\sin \varphi = u_z / \sqrt{u_z^2 + (u_y \cos \theta - u_x \sin \theta)^2} \quad [4.9]$$

Si la paroi est lisse, le repère ainsi obtenu convient pour traiter la collision. Par contre, dans le cas d'une paroi rugueuse, une paroi fictive est générée, sur les bases du modèle décrit au paragraphe précédent.

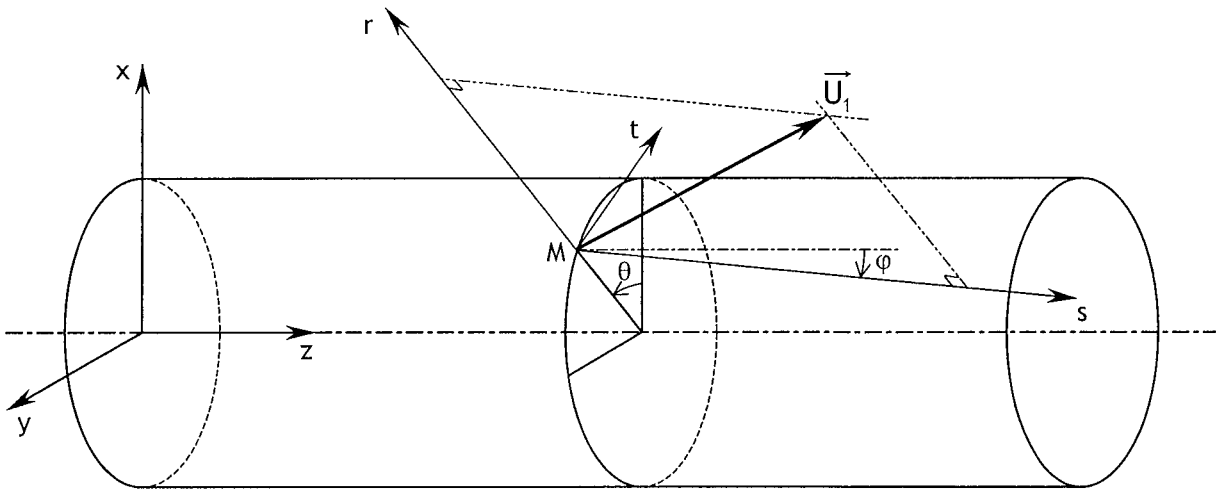


Figure 4.5: Représentation du changement de repère pour le traitement d'une collision

**b. Paroi virtuelle**

L'inclinaison de la paroi fictive est obtenue en générant d'une part l'angle  $\gamma$ , en suivant une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type  $\sqrt{\langle \gamma^2 \rangle}$ , et d'autre part l'angle  $\psi$ , en suivant une distribution uniforme entre  $-\pi$  et  $+\pi$ , pour rendre compte des effets tridimensionnels. Un nouveau changement de

repère est effectué, de façon à conserver l'axe  $r$  normal à la paroi effective et la vitesse incidente dans le plan  $P_{st}$ . La matrice correspondant à ce changement de repère s'écrit :

$$\begin{bmatrix} r' \\ s' \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos \psi \sin \gamma & -\sin \psi \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \psi \cos \gamma & 0 \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix} \quad [4.10]$$

Les effets non physiques liés au *shadow effect* sont traités en générant une nouvelle paroi fictive lorsque la vitesse normale à la paroi fictive avant le choc est négative (particule qui provient de l'extérieur de la conduite) ou lorsque la vitesse normale à la paroi fixe après le choc est négative (particule qui rebondit hors de la conduite).

### **c. Évaluation des vitesses après le choc**

Les vitesses de la particules après le choc sont déterminées selon le principe présenté en annexe 3, en tenant compte de la non-élasticité et des frottements. Le calcul de la trajectoire de la particule est ensuite poursuivi normalement selon la méthode exposée au chapitre 3.

### III. COLLISIONS ENTRE PARTICULES

#### 1. Généralités

##### *a. Approche déterministe ou probabiliste*

Dans le cadre des modélisations eulériennes-lagrangiennes, deux approches sont envisageables pour traiter les collisions entre particules: une méthode déterministe et une méthode probabiliste. La méthode déterministe est conceptuellement la plus simple: toutes les particules sont injectées et suivies simultanément dans l'écoulement. Le nombre de particules injectées est égal au nombre de particules se trouvant effectivement dans l'écoulement. A la fin de chaque pas de temps, un algorithme de détection des collisions détermine, en se basant sur les positions et vitesses des différentes particules, les couples de particules donnant lieu à une collision. Les collisions entre les couples ainsi détectés sont alors simulées numériquement en se basant sur les équations classiques du choc entre deux particules. Cette méthode est particulièrement gourmande en temps de calcul et nécessite de grandes capacités de stockage : le nombre de particules à injecter devient rapidement très important (d'autant plus grand que le taux de chargement augmente) et l'algorithme de détection est particulièrement délicat à mettre en œuvre. Si l'utilisation de cette approche est difficilement envisageable pour des applications industrielles, elle est particulièrement bien adaptée pour améliorer la compréhension des mécanismes gouvernant les écoulements de suspension (Tanaka et Tsuji (1991)) et pour servir de base aux développements de modèles de fermeture nécessaires aux modélisations eulériennes-eulériennes (Sakiz (1999), Lavieville (1997)). La méthode probabiliste repose sur un traitement statistique des collisions: à la fin de chaque phase de déplacement de la particule, une évaluation de la probabilité pour que la particule ait subi une collision pendant le pas de temps considéré est effectuée. La probabilité de collision est évaluée, par analogie avec la théorie cinétique des gaz, en fonction des caractéristiques particulières locales, telles que la concentration et l'agitation moyenne des particules. La comparaison d'un nombre, tiré de façon aléatoire, et de cette probabilité permet alors de décider si la particule a subi une collision. Lorsqu'une collision a lieu, une particule fictive, appelée partenaire de collision, est générée, en respectant les propriétés locales moyennes de la phase dispersée. Les nouvelles caractéristiques de la particule suivie sont alors déterminées en utilisant les lois classiques du choc entre deux sphères. Cette approche, retenue pour notre étude, est particulièrement bien adaptée à la simulation numérique de configurations pratiques visant à prédire le comportement de suspensions (Oesterlé et Petitjean (1991,1993), Sommerfeld et Zivkovic (1992), Sommerfeld (1999), Achim (1999)).

##### *b. Hypothèses de base pour le traitement des collisions entre particules*

Dans cette étude, nous supposons la suspension suffisamment diluée pour que les collisions soient binaires. Kitron *et al.* (1990) évaluent la fraction volumique au delà de laquelle les collisions ne peuvent plus être considérées comme binaires à  $\alpha_p = 0,055$ . Cependant, cet auteur précise que cette condition n'est pas suffisante puisqu'elle ne garantit pas qu'en dessous de cette valeur les collisions sont effectivement binaires. Dans les configurations étudiées, cette fraction volumique maximale correspond à des taux de chargement largement supérieurs à nos conditions de tests: de l'ordre de 40 à 100 contre

des maximums de 10 à 20 pour notre étude. Ne disposant pas de critère plus précis, nous supposons notre hypothèse valide mais avec quelques réserves pour les plus forts taux de chargements.

Les caractéristiques moyennes des particules autour de la particule suivie sont supposées homogènes à l'échelle de la particule.

Après une collision, les deux particules ne coalescent pas, et ne sont ni déformées, ni fragmentées.

### ***c. Fréquence de collision***

L'évaluation du temps moyen entre deux collisions est particulièrement délicate du fait de la complexité des mécanismes mis en jeu. L'origine d'une collision entre deux particules réside simplement dans l'existence d'un mouvement relatif entre ces deux particules. Par contre, ces différences de vitesses entre particules sont dues à des réponses aux sollicitations fluide différentes, pouvant être liées aux paramètres suivants:

- différences de taille ou de masse
- cisaillement du champ fluide
- mouvement Brownien
- turbulence

Les études relatives à l'estimation de la fréquence moyenne de collisions,  $f_c = 1/\tau_c$ , sont nombreuses et dépendent principalement du phénomène physique responsable de ces collisions. Une revue complète des différentes formulations disponibles pour exprimer  $f_c$  est réalisée par Williams et Crane (1983) ou Achim (1999), nous nous contentons ici des expressions relatives aux cas où les collisions sont dues à l'agitation des particules, et non à l'existence d'une vitesse relative entre la particule suivie et le nuage de particules environnantes.

C'est en effet le cas de figure rencontré dans les configurations étudiées: plaçons nous dans un écoulement gazeux ascendant, localement homogène, chargé en particules toutes identiques. Un observateur suivant une particule donnée en se déplaçant à la vitesse moyenne des particules environnantes, verra des particules qui se déplacent dans tous les sens, sans direction privilégiée. Le mouvement de la particule suivie ne se distinguera pas de celui des autres particules par une vitesse relative moyenne différente. Par contre, si la particule suivie était de taille ou de masse volumique différente, son mouvement se distinguerait des autres par la présence d'une vitesse relative moyenne, également susceptible d'être à l'origine de collisions entre particules.

Les expressions recensées ici concernent donc la fréquence de collision de particules monodispersées, se déplaçant à la même vitesse moyenne et la classification est basée sur l'inertie des particules.

Les particules de forte inertie étant peu influencées par la turbulence, c'est leur mouvement d'agitation qui est à l'origine des collisions. Ce comportement est proche du comportement des molécules au sein d'un gaz. C'est donc par analogie avec la théorie cinétique des gaz que la fréquence de collision de ce type de particules est obtenue. L'hypothèse sous-jacente à cette modélisation, appelé hypothèse de chaos moléculaire, tient au fait que les vitesses des particules sont absolument indépendantes (décorrélées). Dans ces conditions, et en supposant que le mouvement fluctuant des particules est

isotrope ( $\langle u_p^2 \rangle = \langle v_p^2 \rangle = \langle w_p^2 \rangle = \sigma_p^2$ ), Abrahamson (1975) obtient l'expression suivante pour la fréquence de collision de particules monodispersées:

$$f_c = 2^{3/2} \pi^{1/2} N d_p^2 \sqrt{2\sigma_p^2} \quad [4.11]$$

A l'inverse, les particules dont l'inertie tend vers zéro suivent parfaitement la turbulence du fluide. Dans ce cas, les collisions entre particules sont liées à la turbulence du fluide uniquement. Dans cette configuration, Saffman et Turner (1956) trouvent que la fréquence de collision s'exprime par:

$$f_c = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{3} N d_p^3 \sqrt{\frac{\varepsilon}{v_f}} \quad [4.12]$$

En pratique, ces deux cas extrêmes sont rarement rencontrés: les particules sont plus où moins affectées par la turbulence. L'hypothèse du chaos moléculaire est alors remise en cause: les vitesses des particules avant la collision ne sont pas indépendantes. Lavieville (1997) suggère que la corrélation entre les vitesses de chaque particule a pour principale origine la corrélation entre les vitesses du fluide  $vu$  par chaque particule. Les particules subissant l'influence de la turbulence auront alors des vitesses avant impact corrélées si leur taille est telle que les vitesses du fluide  $vu$  par chacune d'entre elles sont corrélées. En d'autres termes, la corrélation entre les vitesses des particules est d'autant plus marquée que la taille des particules est petite devant une échelle caractéristique de la turbulence, et que les particules ont une faible inertie. En travaillant sur les fonctions de distribution des vitesses de deux particules, Lavieville (1997) obtient une expression tenant compte de cette corrélation entre les vitesses des deux particules entrant en collision en écoulement homogène isotrope:

$$f_c = \pi N d_p^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} k_p} \sqrt{1 - \xi_{fp}^2} f(d_p) \quad [4.13]$$

où  $k_p$  représente l'énergie cinétique turbulente des particules, et  $\xi_{fp}^2 f(d_p)$  représente le taux de corrélation moyen des vitesses normales de deux particules situées à une distance  $d_p$ . Dans cette expression, le terme  $\xi_{fp}^2$  représente la corrélation entre les fluctuations de vitesses du fluide et des particules en un point. Cette corrélation s'exprime par:

$$\xi_{fp}^2 = \frac{k_{fp}}{2kk_p} \text{ avec } k_{fp} = \frac{1}{2} \langle u_{fi} u_{pi} \rangle \quad [4.14]$$

Le terme  $f(d_p)$  représente la corrélation longitudinale eulérienne de vitesse, et permet de rendre compte de la corrélation des vitesses du fluide en deux points séparés d'une distance égale au diamètre des particules. Lavieville note que le terme  $\xi_{fp}^2 f(d_p)$  peut tendre vers zéro si le mouvement des deux phases est décorrélé ( $\xi_{fp}^2 \rightarrow 0$ ) ou si les particules sont très éloignées ( $f(d_p) \rightarrow 0$ ). L'utilisation de cette relation pour décrire les cas extrêmes présentés précédemment (particules de très faible et très forte

inertie) rejoint les expressions obtenues par Saffman et Turner (1956) et par Abrahamson (1975). En effet, si les particules ne sont pas affectées par la turbulence:

$$\xi_{fp}^2 \rightarrow 0$$

ce qui entraîne:

$$f_c = \pi N d_p^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} k_p} \sqrt{1 - \xi_{fp}^2 f(d_p)} \rightarrow \pi N d_p^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} k_p} = 4 \sqrt{\pi} N d_p^2 \sqrt{\sigma_p^2} \quad [4.15]$$

ce qui correspond exactement à l'expression proposée par Abrahamson (1975).

Dans le cas limite où les particules sont très petites et suivent parfaitement la turbulence du fluide:

$$k_p \rightarrow k \quad [4.16]$$

et en turbulence homogène et isotrope,

$$\xi_{fp}^2 \rightarrow 1 \quad [4.17]$$

de plus, le développement de  $f(d_p)$  au voisinage de zéro prend la forme:

$$f(d_p \rightarrow 0) \rightarrow 1 - \frac{d_p^2}{\lambda^2} + O(d_p^3) \quad [4.18]$$

où  $\lambda$  est la micro échelle de Taylor, ce qui entraîne:

$$f_c = \pi N d_p^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} k_p} \sqrt{1 - \xi_{fp}^2 f(d_p)} \rightarrow \pi N d_p^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{2}{3} k} \frac{d_p}{\lambda} \quad [4.19]$$

Dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope où une expression de la micro échelle de Taylor est disponible, la relation [4.19] conduit effectivement à une expression voisine de celle proposée par Saffman et Turner (1956) (Lavieville (1997), p 145).

Dans le cas des écoulements gaz/solide auxquels nous nous intéressons, nous admettons que  $\xi_{fp}^2 f(d_p) \rightarrow \xi_{fp}^2$ , dans la mesure où les particules considérées sont suffisamment petites devant la micro échelle de Taylor. Cette simplification ne permet pas d'obtenir un comportement limite satisfaisant dans le cas de très petites particules. En effet, dans ce cas, la fréquence de collision tend vers zéro. Cependant, l'utilisation du développement limité au voisinage de zéro (relation [4.18]) de  $f(d_p)$  ne nous semble pas meilleure dans la mesure où cette fonction tend alors rapidement vers zéro lorsque  $d_p$  augmente. L'approximation  $f(d_p) \cong 1$  apparaît donc comme un compromis satisfaisant pour les particules dont le diamètre est voisin de la micro échelle de Taylor.

#### ***d. Écoulement dense ou dilué***

Un des critères fréquemment utilisé pour la classification des écoulements de suspension repose sur l'estimation de l'importance relative des effets liés aux collisions entre particules par rapport aux effets



hydrodynamiques. Dans les écoulements dits **dilués**, le mouvement des inclusions est gouverné par les actions du fluide sur la particule (force de traînée, de portance, effets de la turbulence). Par opposition, dans les écoulements dits **denses**, les interactions entre particules sont si nombreuses que le mouvement des inclusions est largement affecté par ces collisions. Crowe (1981) (cité par Achim (1999)) propose de caractériser ces deux régimes d'écoulement en examinant le rapport du temps de relaxation des particules,  $\tau_p$ , et du temps moyen entre deux collisions successives,  $\tau_c$  :

- en écoulement dilué:  $\tau_p/\tau_c < 1$ , la particule a le temps de répondre aux sollicitations fluides entre deux collisions.
- en écoulement dense:  $\tau_p/\tau_c > 1$ , le mouvement des particules est gouverné par les collisions.

En nous référant à cette classification, nous proposons d'évaluer le régime d'écoulement de suspension rencontré dans les applications typiques simulées, en estimant l'ordre de grandeur du taux de chargement au delà duquel la suspension est dite **dense**.

Pour estimer l'ordre de grandeur de la fréquence de collision dans nos applications, nous utilisons l'expression établie par Abrahamson (1975) dans le cas de particules non affectées par la turbulence du fluide et lorsque le mouvement fluctuant des particules est isotrope ( $\langle u_p^2 \rangle = \langle v_p^2 \rangle = \langle w_p^2 \rangle = \sigma_p^2$ ) (paragraphe 1.c). Dans nos études, les particules étant monodispersées, cette expression se réduit à :

$$f_c = 2^{3/2} \pi^{1/2} N d_p^2 \sqrt{2\sigma_p^2} \quad [4.20]$$

où N est le nombre de particules par unité de volume, et  $\sigma_p$  l'écart-type des fluctuations de vitesses des particules. En introduisant la fraction volumique,  $\alpha_p = \pi d_p^3 N / 6$ , on obtient:

$$\frac{\tau_p}{\tau_c} = \frac{24\alpha_p \tau_p \sigma_p}{d_p \sqrt{\pi}} \quad [4.21]$$

Le taux de chargement s'exprime par (chapitre 1):

$$m \approx \frac{\alpha_p \rho_p}{\rho_f} \left( 1 - \frac{\tau_p g}{U_f} \right) \quad [4.22]$$

d'où:

$$\frac{\tau_p}{\tau_c} = \frac{24m \rho_f \tau_p \sigma_p}{d_p \rho_p \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{\tau_p g}{U_f} \right)} \quad [4.23]$$

L'écoulement est dit dense pour  $\frac{\tau_p}{\tau_c} > 1$  soit pour:

$$m > \frac{d_p \rho_p \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{\tau_p g}{U_f} \right)}{24 \rho_f \tau_p \sigma_p} \quad [4.24]$$

Afin d'être en accord avec l'expression utilisée pour évaluer la fréquence de collision, il convient ici d'estimer la vitesse fluctuante moyenne des particules,  $\sigma_p = \sqrt{u_p^2}$ , en supposant que les particules ne sont pas influencées par la turbulence. L'agitation des particules provient alors des différentes collisions (principalement des interactions particules/paroi) et dépend donc de paramètres divers tels que le taux de chargement, la taille des particules par rapport au diamètre de la conduite ou encore le régime d'écoulement. A défaut d'une expression générale pour estimer cette vitesse d'agitation, nous proposons d'évaluer son ordre de grandeur maximal dans le cas d'un écoulement confiné dominé par les collisions particules/paroi par l'intermédiaire d'une vitesse caractéristique des particules, la vitesse de chute:

$$\sigma_p \approx \tau_p g \quad [4.25]$$

Cette relation conduit évidemment à une large surestimation de l'agitation des particules de petite taille. Afin d'affiner cette évaluation (en particulier pour les petites particules), nous avons également réalisé l'estimation du taux de chargement au delà duquel la suspension est dite dense en utilisant la relation découlant du modèle de Hinze-Tchen pour calculer la vitesse fluctuante moyenne des particules (agitation liée à la turbulence du fluide) (relation [4.2]). Les résultats obtenus pour les configurations expérimentales simulées par la suite sont reportés dans le tableau [4.2].

Cette estimation montre parfaitement l'importance des collisions entre particules dès les faibles taux de chargement, notamment pour les plus grosses particules.

	$U_{mf}$ [m/s]	$d_p$ [ $\mu m$ ]	$St$	$\tau_p$ [s]	$\sigma_p$ [m/s]		$m$	
					[4.2]	[4.25]	[4.2]	[4.25]
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	11	200	6,5	$7,4 \cdot 10^{-2}$	0,17	0,72	0,93	0,2
		500	18	0,21	0,11	2,06	1,1	0,06
Farbar et Depew (1963)	13	30	1,5	$6,9 \cdot 10^{-3}$	0,37	0,07	1,8	9,8
		70	6,8	$3,2 \cdot 10^{-2}$	0,21	0,31	1,6	1
	200	30	2,4	$6,9 \cdot 10^{-3}$	0,52	0,07	1,3	9,8
		70	11	$3,2 \cdot 10^{-2}$	0,27	0,31	1,2	1,1
Jepson <i>et al.</i> (1963)	12	200	11,5	0,14	0,14	1,37	1,4	0,14
		500	31	0,38	0,09	3,73	1,6	0,04
	18	200	16	0,14	0,17	1,37	1,2	0,15
		500	43	0,38	0,11	3,73	1,5	0,04

**Tableau 4.2:** Caractéristiques des écoulements simulés: évaluation du taux de chargement au delà duquel la suspension est considérée comme dense

### e. Forces hydrodynamiques

Durant la phase de rapprochement de deux particules, les forces exercées par le gaz situé entre les deux particules, peuvent, dans certains cas, devenir importantes et influencer le mouvement des particules. Ces effets hydrodynamiques pendant la phase d'approche sont supposés négligeables. Kitron *et al.* (1990) rapportent que, selon Soo (1967), les effets hydrodynamiques lors de la phase d'approche de deux particules, peuvent être négligés lorsque la distance parcourue par l'une pendant son temps de

relaxation est beaucoup plus grande que le diamètre de la plus grosse des deux. Dans le cas de particules monodispersées, en considérant le temps de relaxation de Stokes, ces effets sont négligeables si:

$$\frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{d_p}{D} Re > 1800 \quad [4.26]$$

Dans le cas de particules solides en suspension dans un écoulement turbulent de gaz, ces effets hydrodynamiques sont généralement négligeables. Si tel n'est pas le cas, la fréquence de collision est réduite. La prise en compte de ce phénomène est généralement basée sur la notion d'efficacité de collision et devient particulièrement importante pour l'étude des aérosols (Achim (1999)).

Pour le type de configurations que nous étudions, l'ordre de grandeur du diamètre des particules au delà duquel les effets hydrodynamiques n'influencent pas les collisions est de quelques microns (voir tableau 4.3). Le diamètre des particules injectées est, dans ces configurations, toujours largement supérieur au diamètre limite, ce qui justifie parfaitement notre hypothèse.

	$U_{mf}$ [m/s]	$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$d_p$ min [μm]
Farbar et Depew (1963) ou Jepson <i>et al.</i> (1963)	13	2500	1
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	11	1020	3

**Tableau 4.3:** Diamètre au dessous duquel les particules sont influencées par les forces hydrodynamiques au cours des collisions

## 2. Mise en place du modèle

### a. Probabilité de collision et fréquence de collision

Le modèle probabiliste utilisé nécessite l'évaluation de la probabilité pour que la particule suivie subisse un choc pendant le pas de temps écoulé. Supposons connue la fréquence de collision,  $f_c$ , la probabilité pour que la particule suivie subisse une collision entre deux instants  $t1$  et  $t2$ ,  $P(t1,t2)$ , s'exprime simplement par la relation [4.27] (Oesterlé et Petitjean (1993)):

$$P(t1,t2) = 1 - \exp(-f_c(t2 - t1)) \quad [4.27]$$

Une procédure statistique simple détermine alors si une collision a effectivement lieu: un nombre aléatoire compris entre 0 et 1 est généré selon une distribution uniforme ; si ce nombre est plus grand que la probabilité calculée, la collision est rejetée, dans le cas contraire, elle est effective.

Le traitement de la collision nécessite alors de générer une particule fictive : le partenaire de collision.

**b. Partenaire de collision**

Les vitesses linéaires et angulaires du partenaire de collision sont estimées à partir des caractéristiques moyennes des particules environnantes. Chacune des composantes de vitesses est décomposée en une valeur moyenne et une fluctuation :

$$U_{pi} = \langle U_{pi} \rangle + u_{pi} \text{ pour les composantes de la vitesse linéaire} \quad [4.28]$$

$$\Omega_{pi} = \langle \Omega_{pi} \rangle + \omega_{pi} \text{ pour les composantes de la vitesse angulaire} \quad [4.29]$$

Les vitesses linéaire et angulaire moyennes sont estimées en fonction des vitesses moyennes des particules environnantes et les fluctuations sont générées de façon aléatoire, en suivant des distributions gaussiennes de moyennes nulles et d'écart types donnés par les écart types des caractéristiques des particules environnantes.

Une procédure particulière a été testée pour générer les fluctuations des composantes de la vitesse linéaire du partenaire de collision en tenant compte de la corrélation entre les vitesses du fluide  $vu$  par chacune des deux particules. Ce modèle, proposé par Sommerfeld (1999) repose sur une fonction de corrélation exponentielle basée sur le nombre de Stokes et dont les variations ont été estimées de façon empirique par comparaison avec des simulations LES (Lavieville (1997)). Dans nos configurations, les tests effectués avec cette méthode n'ont pas été concluants dans le sens où aucune influence du modèle n'a été détectée, ni sur les profils de vitesses des particules, ni même sur les profils d'énergie cinétique des particules. D'autres tests sont prévus à ce sujet avec des particules de taille réduite dans le but de mettre en évidence une influence de ce modèle.

Les caractéristiques du partenaire de collision étant définies, la position du point d'impact entre les deux particules reste à déterminer. Statistiquement, le partenaire de collision peut venir frapper la particule suivie sur un point quelconque de sa surface. Cependant, tous les points de la surface n'ont pas la même probabilité d'être le point d'impact. La suite de ce paragraphe précise la procédure mise en place pour déterminer la position de ce point d'impact.

Dans un premier temps, nous nous plaçons dans un repère tel que la particule fictive soit immobile. Dans ce repère, la vitesse de la particule suivie s'écrit :

$$\vec{V}_R = \vec{U}_{p1} - \vec{U}_{p0} \quad [4.30]$$

Dans un second temps, un nouveau changement de repère est effectué de telle sorte que l'axe  $x$  soit placé dans la direction de la vitesse relative  $V_R$ . Cette opération nécessite deux rotations successives, illustrées sur les figures 4.6 et 4.7.

Rotation d'angle  $\varphi$  autour de  $z_0$  afin d'amener  $\vec{V}_t$  selon  $x_1$  :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

où  $\varphi$  est défini par:

$$\cos \varphi = \frac{V_x}{V_t}$$

$$\sin \varphi = \frac{V_y}{V_t}$$

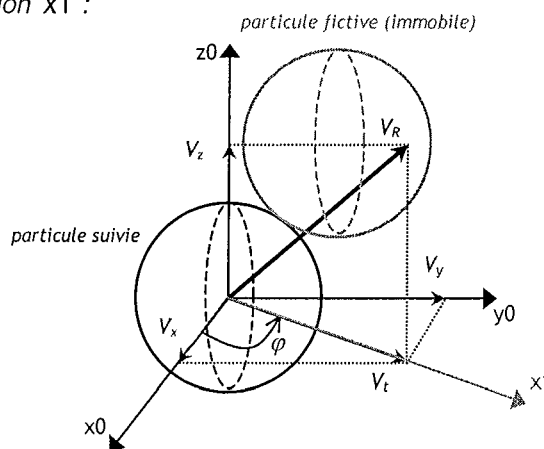


Figure 4.6: Rotation autour de  $z_0$

Rotation d'angle  $\theta$  autour de  $y_1$  afin d'amener  $\vec{V}_R$  selon  $z_2$  :

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$$

où  $\theta$  est défini par:

$$\cos \theta = \frac{V_z}{V_r}$$

$$\sin \theta = \frac{V_t}{V_r}$$

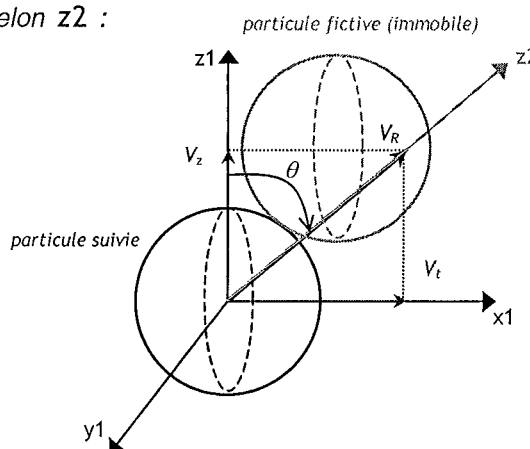


Figure 4.7: Rotation autour de  $y_1$

Dans le repère  $R_{x_2, y_2, z_2}$ , seul un hémisphère de la particule suivie peut être frappé par la particule fictive (figure 4.8). Projétons l'ensemble des points  $C_i$ , positions possibles du centre de la particule fictive au moment de l'impact, sur un plan perpendiculaire à la vitesse  $V$ . La répartition de ces points est uniforme sur le disque de rayon  $R_1 + R_0$  (on suppose que les particules sont réparties de façon homogène dans l'espace). Il convient alors de générer la position du centre du partenaire de collision en respectant la répartition proposée.

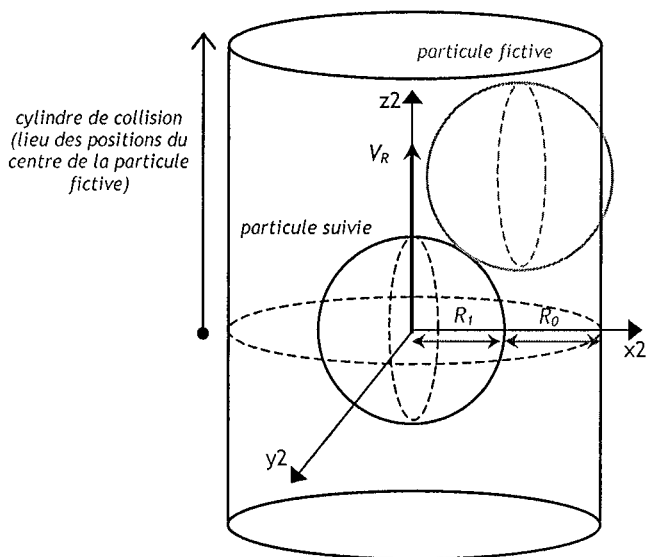


Figure 4.8: Cylindre de collision

Dans un premier temps, le plan vertical  $P_{x_3z_3}$  dans lequel se situe le point d'impact,  $C$ , est déterminé en générant l'angle  $\psi$  entre les plans  $P_{x_2z_2}$  et  $P_{x_3z_3}$  (figure 4.9). Cet angle est généré de façon aléatoire selon une distribution uniforme entre  $[0;2\pi]$ . Une rotation du repère est effectuée afin de se placer dans le plan d'impact.

Rotation d'angle  $\gamma$  autour de  $z_2$  tel que le plan  $P_{x_3,z_3}$  soit le plan d'impact :

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

où  $\gamma$  est généré aléatoirement selon une distribution uniforme entre 0 et  $2\pi$ .

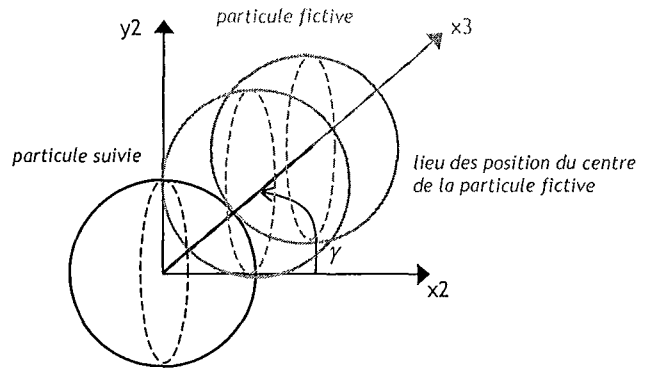


Figure 4.9: Rotation autour de  $z_2$

Dans un second temps, la position du point d'impact sur l'arc de cercle  $(AB)$ , est obtenue en générant deux nombres  $N$  et  $M$ , selon une répartition uniforme entre  $[0;1]$ , et en évaluant ainsi  $\rho$ , la projection sur  $x_3$  de  $(C_0C_1)$ . Une dernière rotation autour de  $y_3$  est effectuée pour aboutir à un repère facilitant la résolution du choc: ce repère est tel que l'axe  $z_4$  passe par le centre des deux particules et le point d'impact (figure 4.10).

Détermination de  $\rho$  par tirage aléatoire puis rotation d'angle  $\delta$  autour de  $y_3$  :

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta & 0 & -\sin\delta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\delta & 0 & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

$$\sin\delta = \frac{\rho}{R_1 + R_0}$$

où  $\delta$  est défini par:

$$\cos\delta = \frac{\sqrt{(R_1 + R_0)^2 - \rho^2}}{R_1 + R_0}$$

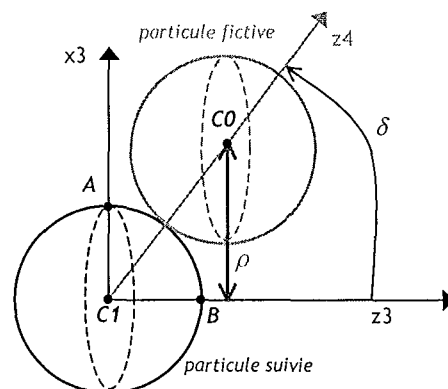


Figure 4.10: Rotation autour de  $y_3$

et avec  $\rho$  généré aléatoirement.

***c. Calcul des vitesses de la particule suivie après le choc***

Les vitesses (linéaires et angulaires) de la particule suivie sont calculées dans le repère  $R_{x_4, y_4, z_4}$  selon la méthode classique décrite en annexe 3, en tenant compte de l'inélasticité et des frottements.

***d. En zone de proche paroi***

Dans notre simulation, toutes les particules sont traitées de la même manière, sans accorder d'importance à leur situation dans la conduite. Cependant, la zone de proche paroi mériterait un traitement particulier. Une particule située dans cette zone, contrairement au cas général, ne peut pas être considérée comme étant entourée de particules réparties uniformément. La surface de la particule en vis à vis avec la paroi ne pourra être percutée par aucune autre particule du fait de la présence de la paroi. La fréquence de collision devrait logiquement être réduite et la génération du point d'impact devrait tenir compte de la présence de la paroi.

## IV. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION

Lorsque le taux de chargement est élevé, la fréquence des collisions entre particules et avec la paroi est élevée et les transferts de chaleur par conduction lors des ces collisions peuvent devenir un mode de d'échange de chaleur particulièrement important. Dans nos applications, nous considérons que ces phénomènes ne sont pas primordiaux. Pour s'assurer du bien fondé de cette hypothèse, nous proposons de comparer la quantité de chaleur échangée lors d'une collision avec la paroi ou avec une autre particule, à la quantité de chaleur échangée par convection avec le fluide environnant pendant le laps de temps séparant deux collisions.

### 1. Estimation du transfert de chaleur par conduction au cours d'une collision

Sun et Chen (1988) étudient le transfert de chaleur entre deux sphères lors d'une collision. Ils montrent que la quantité de chaleur échangé,  $Q_{imp}$ , dépend de la surface de contact,  $A_c$ , de la durée de la collision,  $t_c$ , de la vitesse relative des particules,  $V_R$ , et de leurs propriétés physiques (module de Young,  $E$ , coefficient de poisson,  $\nu_p$ , conductivité thermique,  $\lambda_p$ , masse volumique,  $\rho_p$ , diamètre,  $d_p$ ). L'analyse de ces auteurs conduit à l'expression de la quantité de chaleur échangée pendant l'impact, donnée par la relation suivante :

$$Q_{imp} = \frac{0,87C(\Theta_2 - \Theta_1)A_c\sqrt{t_c}}{(\rho_1 c_{p1} \lambda_{p1})^{-1/2} + (\rho_2 c_{p2} \lambda_{p2})^{-1/2}} \quad [4.31]$$

où  $C$  est un facteur de correction compris généralement entre 1 et 5 (Sun et Chen (1988)), et  $A$  et  $t$  sont donnés par les relations suivantes :

$$A_c = \pi \left( \frac{2}{d_{p1}} + \frac{2}{d_{p2}} \right)^{-1} \left[ \frac{15 \left( \frac{1}{m_{p1}} + \frac{1}{m_{p2}} \right)^{-1} V_R^2}{16 \left( \frac{1-\nu_{p1}^2}{E_1} + \frac{1-\nu_{p2}^2}{E_2} \right)^{-1} \sqrt{\left( \frac{2}{d_{p1}} + \frac{2}{d_{p2}} \right)^{-1}}} \right]^{2/5} \quad [4.32]$$

$$t_c = \frac{2,94}{V_R} \left[ \frac{15 \left( \frac{1}{m_{p1}} + \frac{1}{m_{p2}} \right)^{-1} V_R^2}{16 \left( \frac{1-\nu_{p1}^2}{E_1} + \frac{1-\nu_{p2}^2}{E_2} \right)^{-1} \sqrt{\left( \frac{2}{d_{p1}} + \frac{2}{d_{p2}} \right)^{-1}}} \right]^{2/5} \quad [4.33]$$

$V_R$  étant la vitesse relative entre les deux corps au moment de l'impact. Cette vitesse est de l'ordre de grandeur de la vitesse d'agitation des particules,  $\sigma_p$ . Dans cette étude, nous considérons  $\sigma_p \approx 1 \text{ m/s}$  (valeur importante pour nos cas tests) et  $C = 5$  (cas le plus favorable pour la conduction).



## 2. Estimation du transfert de chaleur par convection entre deux collisions

Pour estimer le transfert de chaleur par convection,  $Q_{conv}$ , nous considérons que pendant le temps séparant deux collisions,  $\tau_c$ , la température du fluide ne varie pas:

$$Q_{conv} = m_p c_p (\Theta_p(t + \tau_c) - \Theta_p(t)) \quad [4.34]$$

avec

$$\Theta_p(t + \tau_c) = (\Theta_p(t) - \Theta_f) \exp\left[-\frac{\tau_c}{\tau_{p\theta}}\right] + \Theta_f \quad [4.35]$$

Le temps séparant deux collisions entre particules est évalué à partir de l'expression proposée par Abrahamson (1975) (paragraphe III.1.c) pour la fréquence de collision:

$$f_c = 2^{3/2} \pi^{1/2} N d_p^2 \sqrt{2\sigma_p^2} \quad [4.36]$$

où N désigne le nombre de particules par unité de volume.

En introduisant la fraction volumique,  $\alpha_p = \pi d_p^3 N / 6$  et le taux de chargement  $m \approx \frac{\alpha_p \rho_p}{\rho_f} \left(1 - \frac{\tau_p g}{U_f}\right)$ , on

obtient:

$$\tau_c = \frac{d_p \rho_p \sqrt{\pi} \left(1 - \frac{\tau_p g}{U_f}\right)}{24 m \rho_f \sigma_p} \quad [4.37]$$

Le temps entre deux collisions avec la paroi est évalué en estimant le temps mis par une particule pour traverser la conduite horizontalement en divisant le diamètre de la conduite par la vitesse d'agitation des

particules:  $\tau_c = \frac{D}{\sigma_p}$ .

## 3. Comparaison des échanges de chaleur par conduction et par convection

Pour évaluer l'ordre de grandeur des quantités de chaleur échangées par convection entre deux chocs et par conduction au cours des impacts, les données nécessaires sont estimées en fonction de caractéristiques moyennes des expériences simulées par la suite. Les temps de relaxation dynamique et thermique sont évalués en régime de Stokes. La vitesse moyenne de l'air est choisie de l'ordre de 20 m/s, le diamètre de la conduite de l'ordre de 0,02 m et le taux de chargement de l'ordre de 5. Les propriétés physiques des matériaux utilisés sont données dans le tableau 4.4.

Matériau	$E$ [GPa]	$\nu_p$	$\rho_p$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\lambda_p$ [W/mK]	$c_p$ [kJ/kgK]
verre	70	0,24	2500	0,8	0,8
acier	200	0,3	7000	30	0,5

**Tableau 4.4:** Ordre de grandeur des propriétés physiques du verre et de l'acier

Les écarts de température entre une particule et le fluide, deux particules ou entre une particule et la paroi pouvant être très différents, nous nous plaçons dans le cas le plus défavorable: un écart de température entre les corps entrant en collision important :  $\Theta_2 - \Theta_1 = 50^\circ\text{C}$ , et un écart entre la particule et le fluide faible:  $\Theta_f - \Theta_p(t) = 1^\circ\text{C}$ . Les évaluations sont réalisées dans le cas de contacts entre particules et entre une particule et la paroi pour deux matériaux (le verre et l'acier) et reportées dans les tableaux 4.5 et 4.6 suivants.

Type d'impact	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\tau_c$ [s]	$A_c$ [ $\text{m}^2$ ]	$t_c$ [s]
Particule-particule verre	30	$9,2 \cdot 10^{-4}$	$7,2 \cdot 10^{-13}$	$9,0 \cdot 10^{-8}$
	100	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$8,0 \cdot 10^{-12}$	$3,0 \cdot 10^{-7}$
	200	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-11}$	$6,0 \cdot 10^{-7}$
Particule-paroi verre-acier	30	0,02	$1,4 \cdot 10^{-12}$	$8,8 \cdot 10^{-8}$
	100	0,02	$1,6 \cdot 10^{-11}$	$2,9 \cdot 10^{-7}$
	200	0,02	$6,2 \cdot 10^{-11}$	$5,8 \cdot 10^{-7}$
Particule-particule acier	30	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$7,0 \cdot 10^{-13}$	$8,8 \cdot 10^{-8}$
	100	$7,7 \cdot 10^{-3}$	$7,8 \cdot 10^{-12}$	$2,9 \cdot 10^{-7}$
	200	$9,9 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-11}$	$5,8 \cdot 10^{-7}$
Particule-paroi acier-acier	30	0,02	$1,6 \cdot 10^{-12}$	$1,0 \cdot 10^{-7}$
	100	0,02	$1,8 \cdot 10^{-11}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$
	200	0,02	$7,2 \cdot 10^{-11}$	$6,7 \cdot 10^{-7}$

**Tableau 4.5:** Temps caractéristiques (durée du contact, durée entre deux chocs) et surface en contact

Type d'impact	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	$Q_{imp}$ [J]	$Q_{conv}$ [J]	$Q_{conv}/Q_{imp}$
Particule-particule verre	30	$3 \cdot 10^{-11}$	$4,2 \cdot 10^{-9}$	140
	100	$6 \cdot 10^{-10}$	$4,7 \cdot 10^{-8}$	80
	200	$3,4 \cdot 10^{-9}$	$1,7 \cdot 10^{-7}$	50
Particule-paroi verre-acier	30	$1 \cdot 10^{-10}$	$2,7 \cdot 10^{-8}$	270
	100	$2 \cdot 10^{-9}$	$2,8 \cdot 10^{-7}$	135
	200	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$6,3 \cdot 10^{-7}$	55
Particule-particule acier	30	$2,3 \cdot 10^{-10}$	$1,1 \cdot 10^{-8}$	50
	100	$4,7 \cdot 10^{-9}$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	25
	200	$2,7 \cdot 10^{-8}$	$3,2 \cdot 10^{-7}$	12
Particule-paroi acier-acier	30	$5,7 \cdot 10^{-10}$	$4,3 \cdot 10^{-8}$	75
	100	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-7}$	25
	200	$6,6 \cdot 10^{-8}$	$6,4 \cdot 10^{-7}$	10

**Tableau 4.6:** Comparaison des transfert de chaleur par conduction et par convection

Les résultats de cette estimation conduisent aux remarques suivantes:

- les transferts de chaleur pendant les collisions sont effectivement plus faibles que les transferts par convection
- les transferts par conduction sont plus importants pour les particules les plus grosses
- les transferts par conduction ont plus d'importance par rapport aux transferts par convection lorsque la conductibilité thermique des particules est plus élevée
- dans certains cas, les transferts par conduction atteignent 1/10 des transferts par convection

L'hypothèse posée (transferts par conduction au cours des collisions négligeables) apparaît donc parfaitement justifiée pour les plus petites particules, même à un taux de chargement relativement élevé ( $m=5$ ). Par contre, il convient de rester prudent dans le cas des grosses particules, notamment pour celles présentant une forte conductibilité (acier). En conséquence, une des améliorations qui pourra être apportée au modèle est la prise en compte des échanges de chaleur au cours des collisions, celles avec la paroi se caractérisant par une différence de température importante au moment de l'impact et celles entre particules prenant toute leur importance pour les forts taux de chargement.

## V. ANALYSE DE L'INFLUENCE DES COLLISIONS SUR LA DYNAMIQUE ET LA THERMIQUE

Dans les paragraphes précédents, l'importance des collisions avec la paroi et entre particules a été mise en évidence par une estimation de l'ordre de grandeur de temps caractéristiques tels que le temps de relaxation de la particule et les temps moyens entre deux collisions avec la paroi ou entre particules. Les choix de modélisation de ces collisions ont été discutés et les techniques de simulation ont été présentées. Nous proposons maintenant d'analyser les résultats de la simulation numérique afin d'étudier l'importance de certains paramètres intervenant dans la modélisation. Pour isoler les effets de ces paramètres, les simulations sont réalisées en supposant que l'écoulement de la phase porteuse n'est pas affecté par la présence des particules (simulation *one-way*).

Dans la première partie nous nous sommes appliqués à mettre en évidence l'influence des chocs avec la paroi et notamment de la variance de l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle et des coefficients de frottement et restitution entre la particule et la paroi. Dans un deuxième temps, nous analysons l'importance des collisions entre particules et des coefficients de frottement et de restitution entre deux particules. Les simulations numériques sont réalisées dans les configurations expérimentales de Tsuji *et al.* (1984) et Maeda *et al.* (1980) dont les caractéristiques principales sont reportées dans le tableau 4.7.

	$D$ [m]	$U_{mf}$ [m/s]	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\rho_p$ [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]
Tsuji <i>et al.</i> (1984)	0,0305	7,45	501	1020
Maeda <i>et al.</i> (1980)	0,056	5,6	136	2590
			93	8960
			45	2590

**Tableau 4.7:** Caractéristiques des configurations expérimentales simulées

### 1. Les collisions avec la paroi

#### a. L'importance de la variance de l'angle d'inclinaison

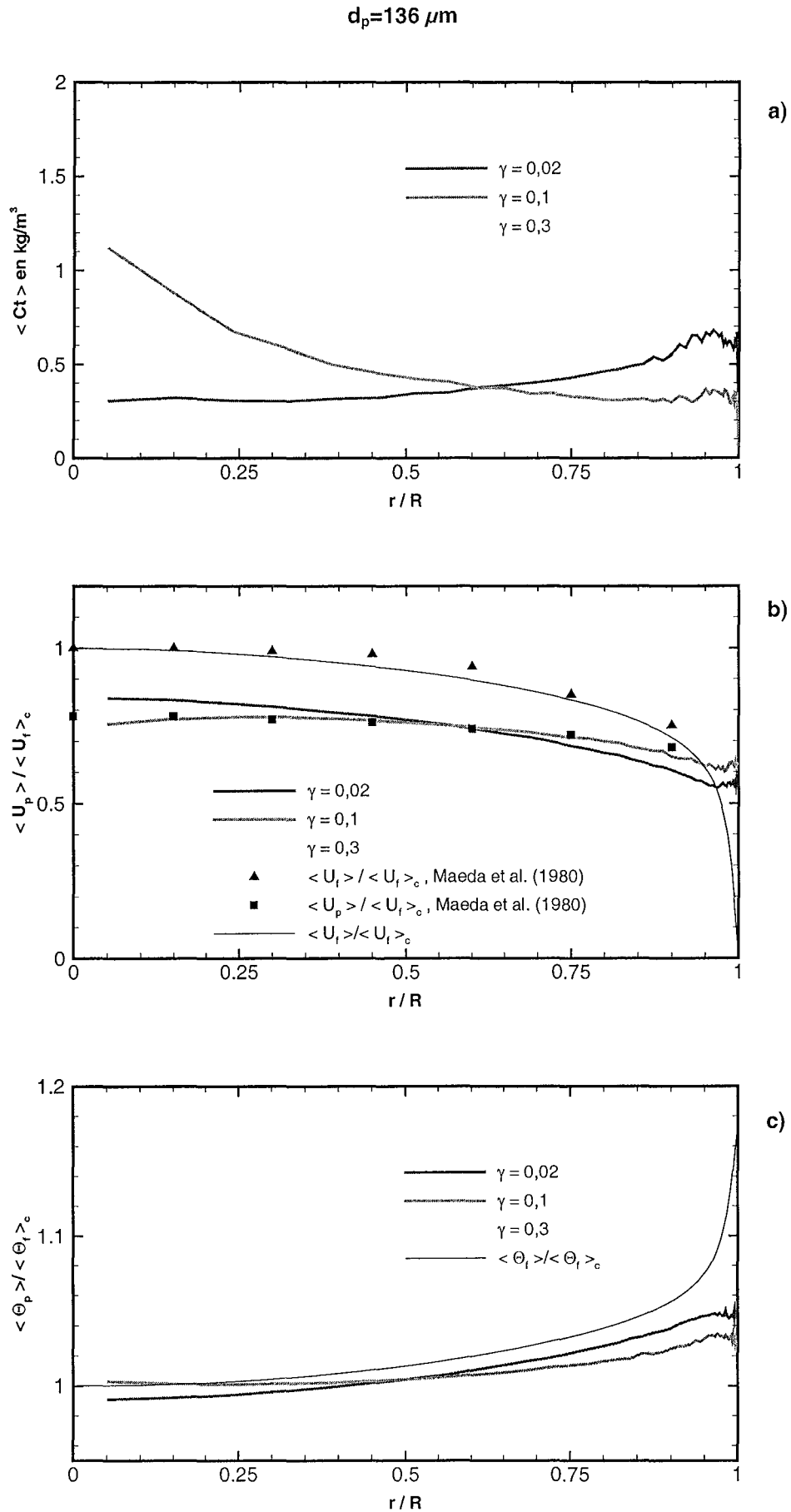
Dans nos simulations, la rugosité de la paroi *vue* par les particules est représentée par l'écart-type de l'angle d'inclinaison,  $\sqrt{\gamma^2}$  que nous noterons  $\gamma$  ici, nécessaire à la génération de la paroi virtuelle. De façon générale, les valeurs données à l'angle d'inclinaison sont comprises entre 0 et 20° environ, ce qui correspond respectivement à une paroi parfaitement lisse et à une paroi très rugueuse. Cependant, nous avons vu (paragraphe II) que cet angle dépendait à la fois de l'état de surface de la paroi et du matériau la constituant mais aussi de la taille des particules. Il semble donc insuffisant de fixer arbitrairement une valeur de  $\gamma$  pour l'ensemble des simulations, indépendamment de l'expérience considérée et de la taille

des particules. D'un autre coté, nous disposons généralement de peu d'informations concernant les propriétés de rugosité des conduites mises en place dans les expériences. Cette étude est donc destinée à évaluer l'impact de ce coefficient sur les résultats numériques.

Les résultats expérimentaux de Maeda *et al.* (1980) sont choisis ici comme cas de référence. En effet, les résultats présentés par ces auteurs concernent un taux de chargement suffisamment faible ( $m=0,3$ ) pour que l'écoulement porteur ne soit quasiment pas affecté par la présence des particules, ce qui justifie une simulation *one-way*. Les données caractéristiques de cette expérience sont répertoriées dans le tableau 4.7. Bien que ces résultats soient purement dynamiques, nous avons ajouté dans la simulation une portion de conduite anisotherme de manière à évaluer l'impact de l'angle d'inclinaison non seulement sur le comportement dynamique des particules mais également sur leur comportement thermique. Pour cet aspect, la température de la paroi est imposée à 352 K.

Pour chaque type de particules (136 et 45  $\mu\text{m}$  en verre et 93  $\mu\text{m}$  en cuivre), trois valeurs de  $\gamma$  comprises entre 0,01 rad ( $\approx 0,6^\circ$ ) et 0,3 rad ( $\approx 17^\circ$ ) sont testées. Les figures 4.12 à 4.14 présentent respectivement les distributions radiales de vitesse, de concentration et de température obtenus pour chaque type de particules en écoulement dynamiquement et thermiquement établis. Sur ces figures, les lignes continues représentent les résultats issus des simulations numériques et les symboles représentent les résultats expérimentaux (vitesses des particules et du fluide). Les profils de vitesse et de température du fluide issus de la simulation sont également rapportés (traits fins).

Dans chacun des cas, les profils de concentration sont fortement affectés par la valeur de  $\gamma$ . Pour les faibles valeurs de cet angle, les particules ont tendance à se concentrer dans la zone de proche paroi. Cette tendance s'inverse lorsque la valeur de  $\gamma$  augmente, conduisant alors à une accumulation des particules dans la zone centrale de la conduite. Les distributions radiales de vitesse et de température moyennes des particules ont des comportements similaires: dans le cas des particules de petite taille (45  $\mu\text{m}$ ), la valeur de  $\gamma$  n'a quasiment pas d'influence ni sur la vitesse, ni sur la température, par contre, pour les particules de 136 et 93  $\mu\text{m}$ , ces deux grandeurs sont affectées par la valeur de l'angle d'inclinaison. Dans ces deux cas, plus la valeur de  $\gamma$  est élevée, plus les profils de vitesses ont tendance à s'aplatir. Ce phénomène apparaît également sur les profils de température. Il apparaît donc que la valeur de l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle agit directement sur les profils de température des particules et en conséquence agira sur la valeur du nombre de Nusselt de suspension. Pour les valeurs de  $\gamma$  les plus élevées, les profils de vitesses présentent une étonnante chute au centre de la conduite, qui correspond à un pic de concentration. Cet affaissement peu réaliste peut s'expliquer en observant l'allure de trajectoires individuelles. En effet, nous avons constaté que les particules suivies avaient en moyenne des trajectoires physiquement peu probables lorsque la valeur de  $\gamma$  était trop élevée. Dans ces cas de figure, les particules parcourent la conduite dans un plan vertical en effectuant une succession de rebonds de part et d'autre de la circonférence. Il convient donc de choisir une valeur de  $\gamma$  modérée de façon à éviter ce comportement irréaliste des particules.



**Figure 4.12:** Distributions radiales de concentration (a), vitesse (b) et de température (c) ;  $136 \mu\text{m}$

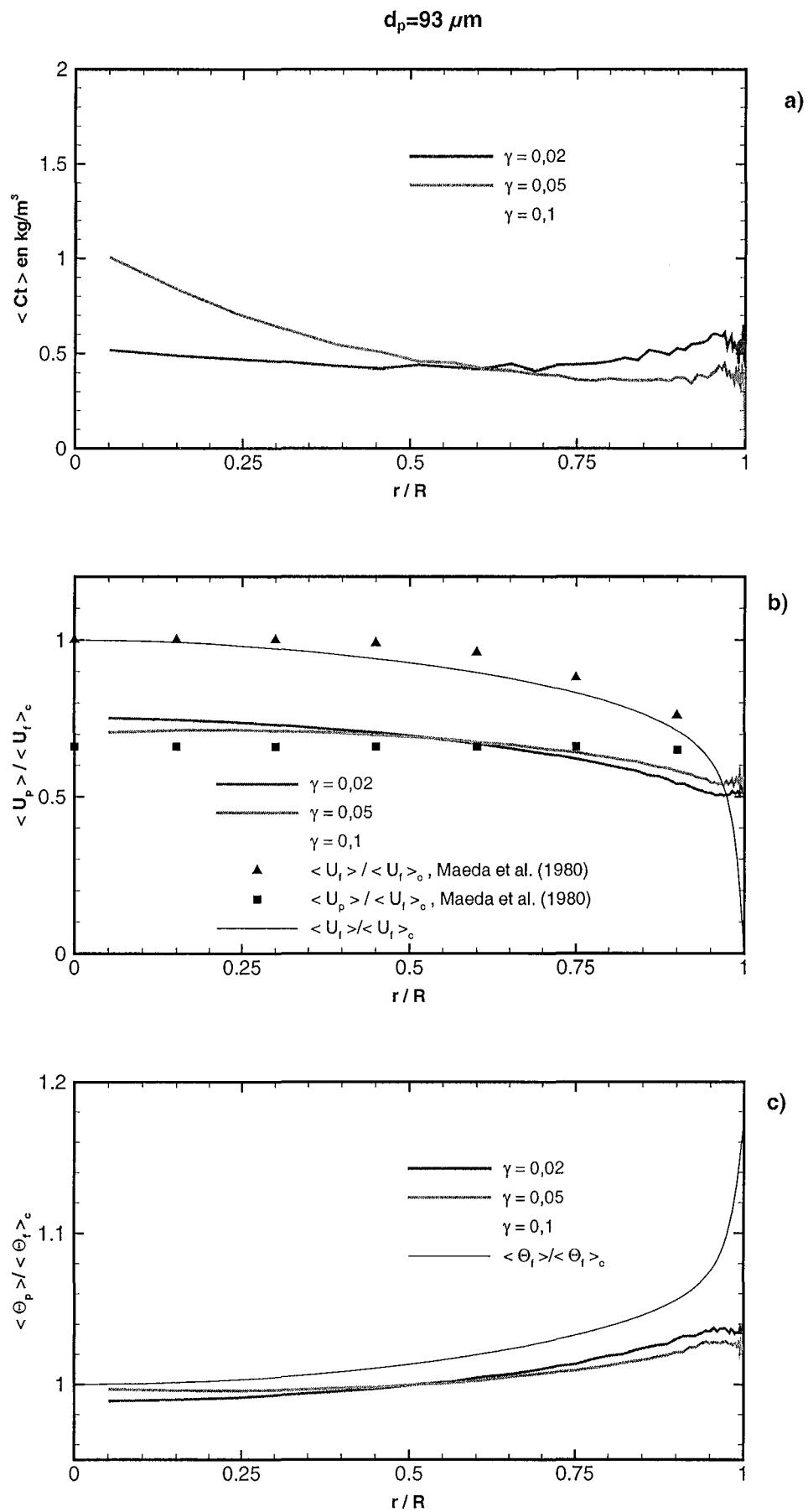
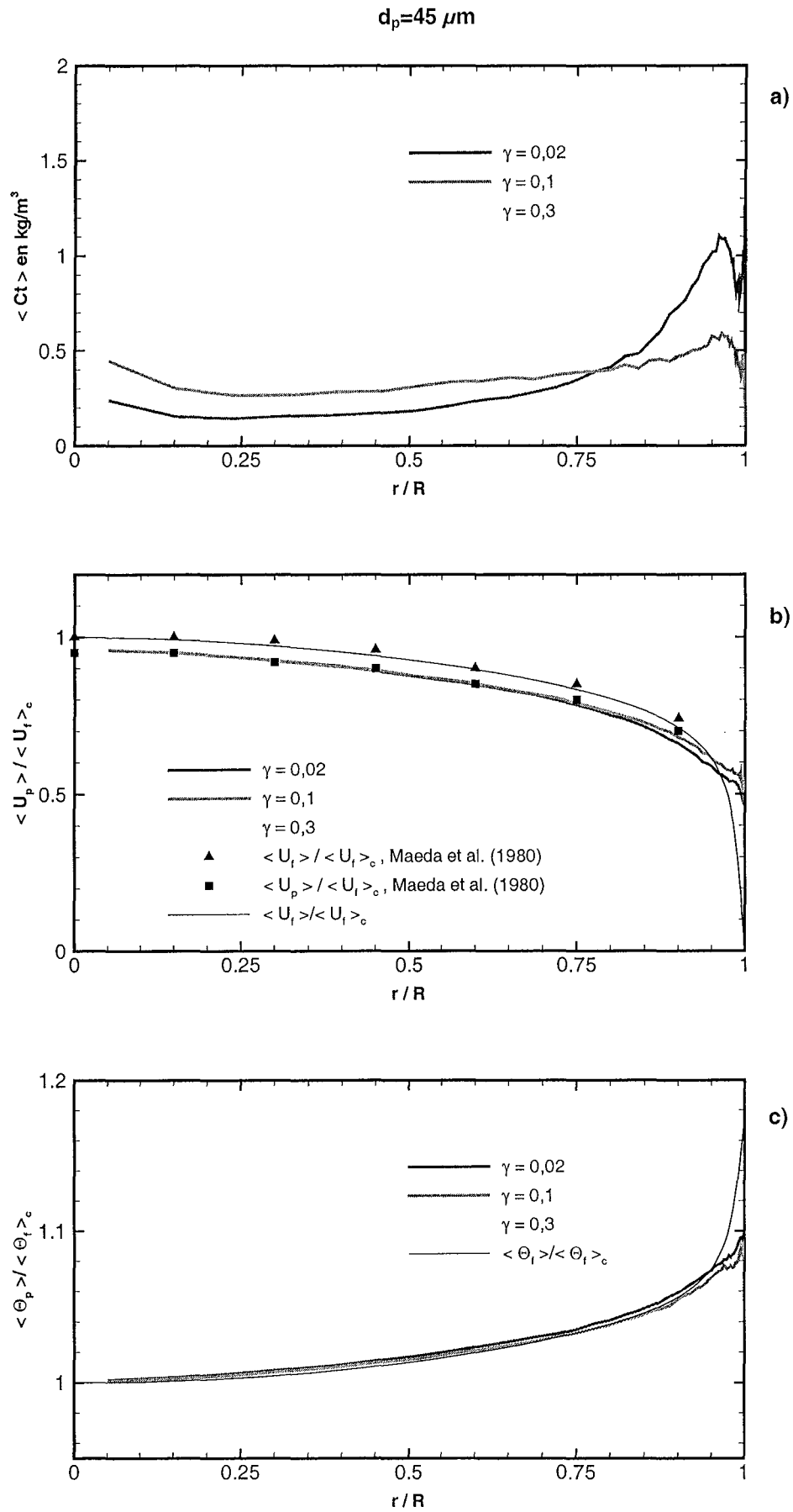


Figure 4.13: Distributions radiales de concentration (a), vitesse (b) et de température (c) ;  $93 \mu\text{m}$

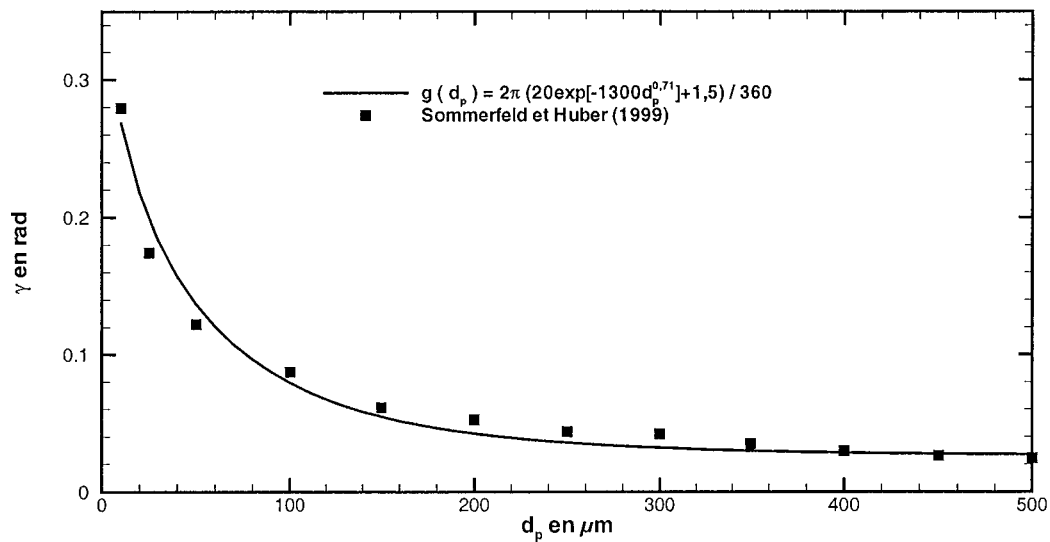


**Figure 4.14:** Distributions radiales de concentration (a), vitesse (b) et de température (c) ;  $45 \mu\text{m}$



En comparant les profils de vitesse mesurés par Maeda *et al.* (1980) et ceux obtenus par les simulations numériques, il apparaît que la valeur de  $\gamma$  permettant de représenter au mieux les résultats expérimentaux diminue lorsque la taille des particules augmente: pour les particules de  $45 \mu\text{m}$ , la valeur  $\gamma = 0,3$  donne un profil de vitesse des particules très proche des résultats expérimentaux alors que la valeur  $\gamma = 0,02$  conduit à une légère sous-estimation de la vitesse des particules en zone de proche paroi. Pour les particules de  $136 \mu\text{m}$ , une valeur de  $\gamma$  trop importante ( $\gamma = 0,3$ ), sous-estime la vitesse des particules alors qu'une valeur trop faible ( $\gamma = 0,02$ ) tend à la surestimer. Pour cette taille de particule, une valeur voisine de  $\gamma = 0,1$  apparaît optimale. Ces observations sont conformes à nos attentes: comme nous l'avons précisé au paragraphe II.2, pour une paroi donnée, plus les particules sont de taille importante, plus l'angle maximal d'inclinaison  $\nu$  est petit. A ce sujet, les mesures de Sommerfeld et Huber (1999) montrent que la décroissance de  $\gamma$  avec la taille des particules est de forme exponentielle (figure 4.1). Afin de représenter cette décroissance, nous avons donc cherché la fonction qui permettait d'approcher de façon satisfaisante la courbe expérimentale de la figure 4.1. La fonction,  $g(d_p)$ , définie par la relation [4.38] et représentée sur la figure 4.11 s'est avérée adéquate:

$$g(d_p) = \gamma(d_p) = 2\pi(20 \exp[-1300d_p^{0,71}] + 1,5) / 360 \tag{4.38}$$



**Figure 4.11:** Représentation de la variation de l'angle d'inclinaison vu par les particules

Les valeurs de  $\gamma$  estimées en utilisant cette fonction dans les cas expérimentaux simulés précédemment, sont reportées dans le tableau 4.8.

taille des particules	136 $\mu\text{m}$	93 $\mu\text{m}$	45 $\mu\text{m}$
$\gamma$ en rad	0,06	0,085	0,15

**Tableau 4.8:** Estimation de l'angle d'inclinaison vu par les particules

Les valeurs de l'angle d'inclinaison obtenues par la fonction [4.38] proposée correspondent dans les cas simulés à l'ordre de grandeur conduisant à des résultats numériques en accord avec les résultats expérimentaux. Ceci ne permet cependant pas de conclure que la solution idéale pour évaluer ce paramètre réside dans la fonction proposée. En effet, il est clair que chaque paroi possède une courbe caractéristique, telle que celle présentée sur la figure 4.1, bien spécifique. Dans la mesure où de telles informations ne sont généralement pas disponibles pour les applications que nous souhaitons simuler, nous proposons une solution intermédiaire permettant de tenir compte de l'effet de la taille des particules. En premier lieu, nous admettons que la variation de l'angle d'inclinaison  $\gamma$  suit pour toutes les parois une décroissance exponentielle du même type que celle mesurée par Sommerfeld et Huber (1999). En second lieu, il convient de déterminer la valeur optimale de l'angle d'inclinaison,  $\gamma_0$ , pour une taille de particule donnée,  $d_{p0}$ , par mesure expérimentale ou en recherchant par tâtonnement la valeur offrant la meilleure adéquation de résultats numériques et expérimentaux pour cette taille de particules. La valeur optimale pour les autres tailles de particules peut alors être évaluée par la fonction  $g^*(d_p)$  suivante:

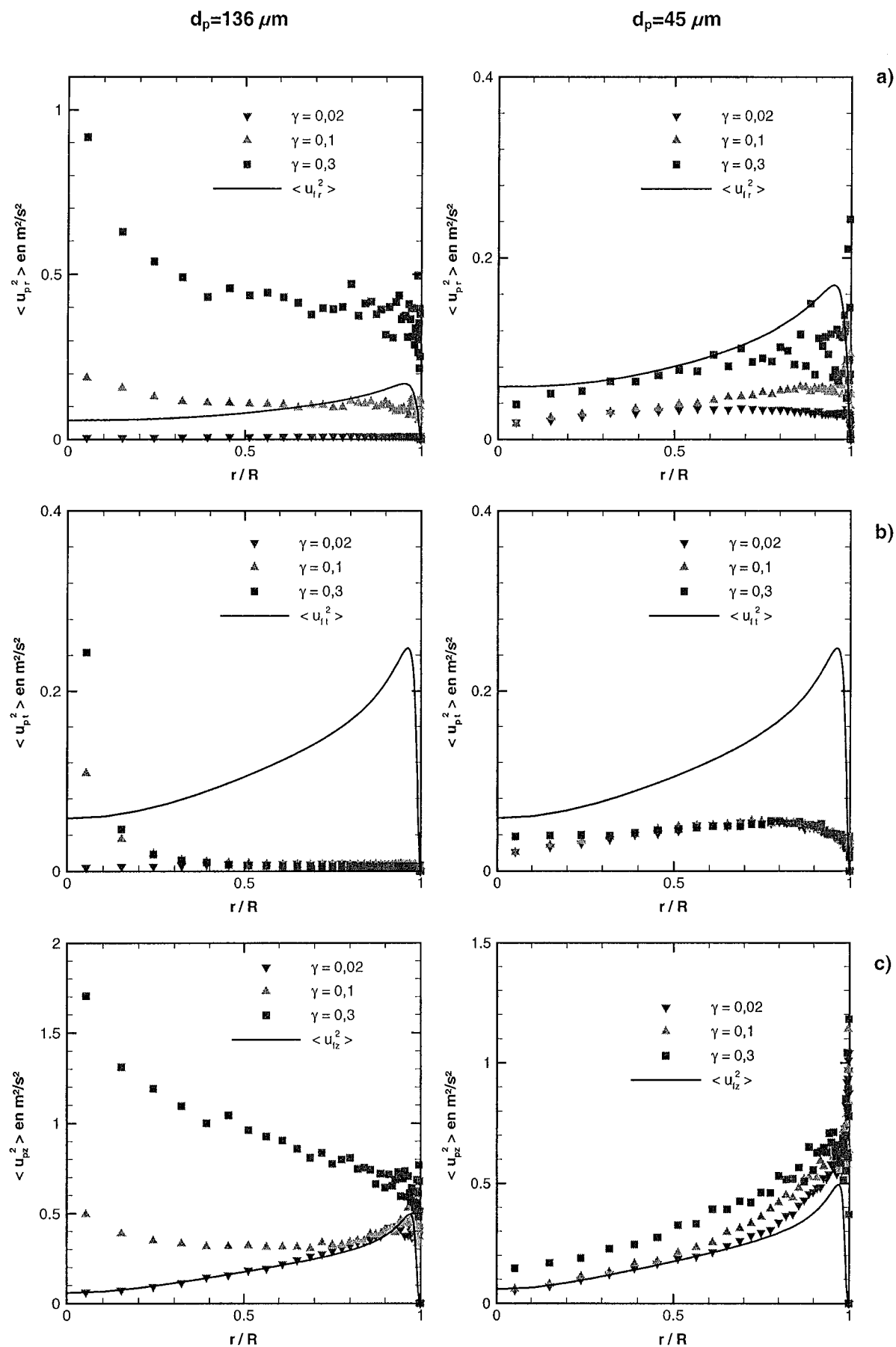
$$g^*(d_p) = \gamma(d_p) = g(d_p) \frac{\gamma_0}{g(d_{p0})} \quad [4.39]$$

La difficulté est alors l'évaluation d'un couple  $(d_{p0}, \gamma_0)$ , notamment dans le cas d'expériences destinées à l'étude des transferts thermiques. En effet, la plupart de ces expériences ne comportent pas de résultats sur les profils de vitesse des particules qui nous permettrait de *caler* la fonction définie par la relation [4.39]. Il existe toutefois quelques expériences présentant à la fois des résultats thermiques et des mesures de pertes de charges qui peuvent permettre le *calage* de cette fonction (Boothroyd et Haque (1970)). Dans les autres cas, la solution qui subsiste reste alors le choix arbitraire de  $\gamma$ .

Pour compléter l'analyse de l'influence de l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle, la figure 4.15 présente les variations de la variance des fluctuations de vitesses des particules dans chacune des trois directions:  $r$ ,  $t$  et  $z$ , respectivement pour les particules de 136 et 45  $\mu\text{m}$  (symboles). La variance des fluctuations de vitesse du fluide est également représentée à titre de comparaison (traits continus).

Pour le cas des particules de 136  $\mu\text{m}$ , les variances des fluctuations de vitesse dans les directions axiale et radiale augmentent fortement lorsque l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle augmente. Dans la direction transversale, ces variances sont proches de zéro quelle que soit la valeur de l'angle considérée, excepté dans la zone centrale où un pic apparaît pour les valeurs de  $\gamma$  supérieures à 0,1. Ces pics sont le reflet du problème évoqué précédemment: si la valeur de  $\gamma$  est trop élevée, les trajectoires des particules deviennent peu réalistes: ces trajectoires sont très *inclinées*, voire quasi horizontales, et les particules traversent la conduite de part et d'autre en passant par la zone centrale.

Dans le cas des petites particules (45  $\mu\text{m}$ ), les mêmes tendances sont observées. Les variances des fluctuations radiale et axiale augmentent lorsque la valeur de l'angle d'inclinaison augmente alors que la variance des fluctuations dans la direction transversale n'est pas affectée. L'augmentation de ces variances apparaît cependant plus restreinte et semble limitée par la variance des fluctuations de vitesse du fluide. En effet, ces particules étant plus petites, leur comportement est plus affecté par la turbulence du fluide et l'influence des collisions avec la paroi est plus limitée.



**Figure 4.15:** Distributions radiales de la variances des fluctuations de vitesse des particules dans les directions radiale (a), transversale (b) et axiale (c) ;  $136 \mu\text{m}$  et  $45 \mu\text{m}$

### ***b. Les coefficients de frottement et de restitution***

Dans le modèle mis en place, les collisions sont représentées par un modèle dit de sphère dure qui, sur la base de lois mécaniques simples, permet de déterminer les vitesses linéaires et angulaires de la particule après un choc. Ce modèle, décrit en annexe 3, nécessite la connaissance de trois paramètres caractérisant les propriétés relatives des deux surfaces en contact. Ces paramètres sont les coefficients de frottement statique et dynamique et le coefficient de restitution. Une fois encore, ces paramètres sont rarement précisés dans les études expérimentales. Pour les associations de matériaux largement utilisées dans la construction mécanique, les ordres de grandeurs de ces coefficients sont généralement disponibles, même s'ils dépendent beaucoup de l'état de surface et de la composition exacte de chaque élément. Par exemple, le coefficient de frottement statique acier-acier est généralement compris entre 0,15 et 0,3 et le coefficient de frottement dynamique entre 0,1 et 0,3, dans le cas d'un contact sec (ni mouillé, ni graissé). Par contre, pour les associations de matériaux rencontrées dans les études expérimentales qui nous intéressent, telles que les contacts verre-acier, verre-plexiglass, sable-acier, sable-plexiglass, polystyrène-acier ou polystyrène-plexiglass, peu d'informations sont disponibles. De plus, ces coefficients dépendent également de l'angle d'impact de la particule sur la paroi (Sommerfeld et Huber (1999)). En conséquence, il est important d'évaluer l'impact de la valeur choisie pour chacun de ces coefficients sur les résultats de nos simulations numériques.

Par défaut, les valeurs que nous avons imposées pour chacun des coefficients sont les suivantes:

- coefficient de restitution = 0,9
- coefficient de frottement statique = 0,4
- coefficient de frottement dynamique = 0,4

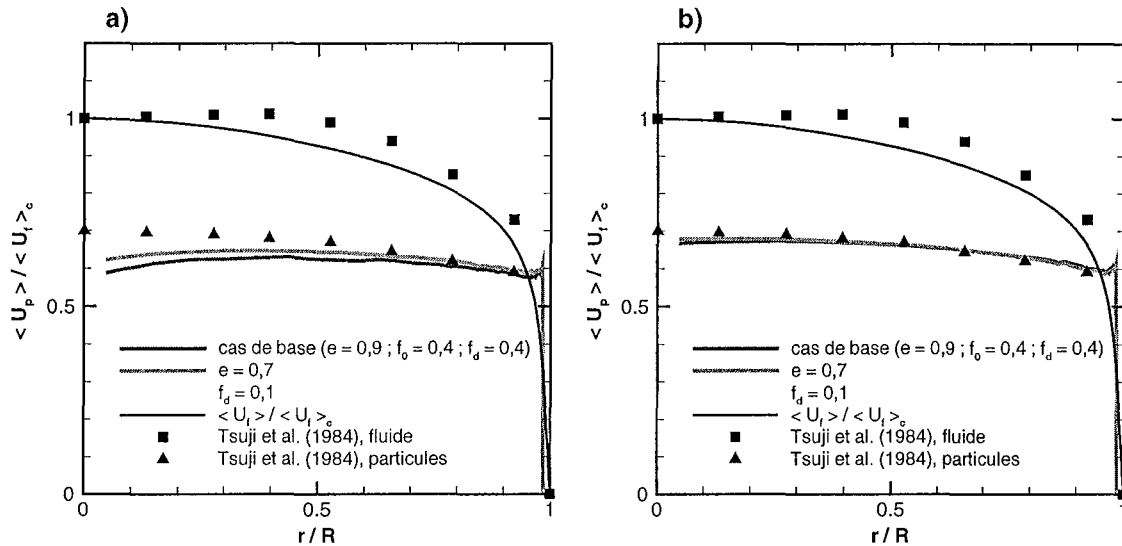
Dans cette étude, les résultats obtenus avec les coefficients utilisés par défaut sont comparés aux résultats obtenus avec les valeurs suivantes:

- coefficient de restitution = 0,7
- coefficient de frottement statique = 0,1
- coefficient de frottement dynamique = 0,1

Nous avons réalisé cette petite étude paramétrique dans les conditions expérimentales de Maeda *et al.* (1980), déjà exploitées au paragraphe précédent, et de Tsuji *et al.* (1984) (tableau 4.7). Nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux modifications induites par ces paramètres sur les profils de vitesse et de température des particules (toujours en simulant une portion de conduite chauffée additionnelle, à température de paroi imposée à 352 K), et sur les profils de concentration. Les essais menés ont montré que seuls les profils de vitesse des particules étaient sensibles à ces paramètres. De plus, les modifications induites sur ces profils se sont avérées dépendre du paramètre  $\gamma$  caractérisant la rugosité de la paroi. En particulier, pour les faibles valeurs de  $\gamma$  (de l'ordre de 0,02 rad), les effets induits par les variations des coefficients de frottement et de restitution sont moins perceptibles.

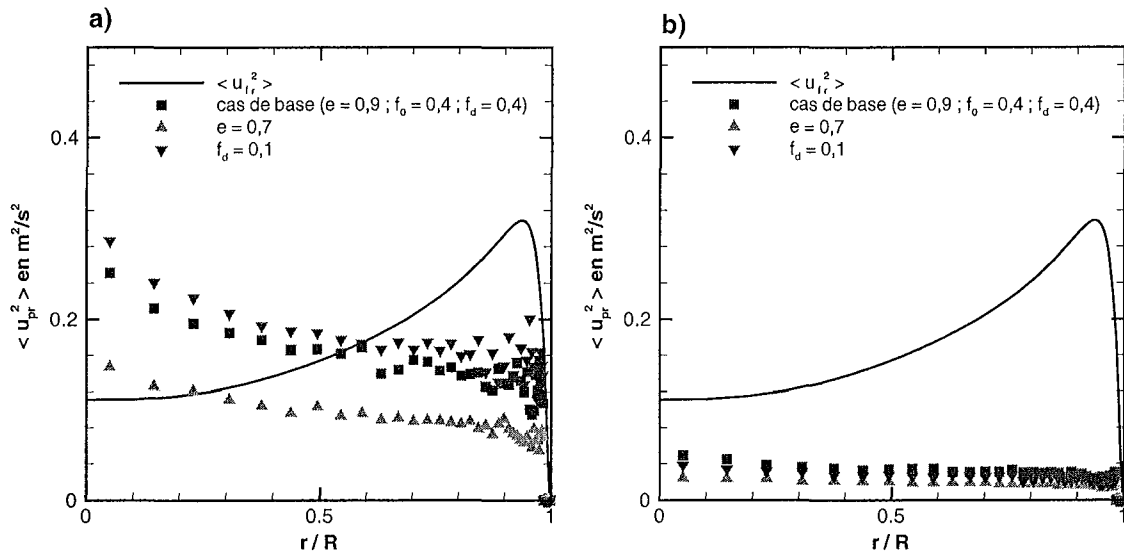
Les modifications du profil de vitesse des particules pour deux valeurs de  $\gamma$  égales à 0,05 et 0,02 sont reportées sur la figure 4.16. Le cas test présenté est basé sur les résultats expérimentaux de Tsuji *et al.*

(1984), pour des particules de polystyrène de  $501 \mu\text{m}$ . Le niveau de la vitesse des particules a tendance à s'élever lorsque les coefficients de restitution et de frottement dynamique diminuent. Par contre, nous avons constaté que le coefficient de frottement statique n'est pas un paramètre déterminant pour les résultats: ses variations ne modifient pas l'écoulement. L'influence de la valeur de  $\gamma$  est également bien représentée: les comparaisons avec les résultats expérimentaux montrent qu'une valeur de 0,05 est visiblement trop importante alors que la valeur 0,02 est bien adaptée à la situation. L'influence des autres paramètres (coefficients de restitution et frottement) dans ce dernier cas devient quasiment négligeable.

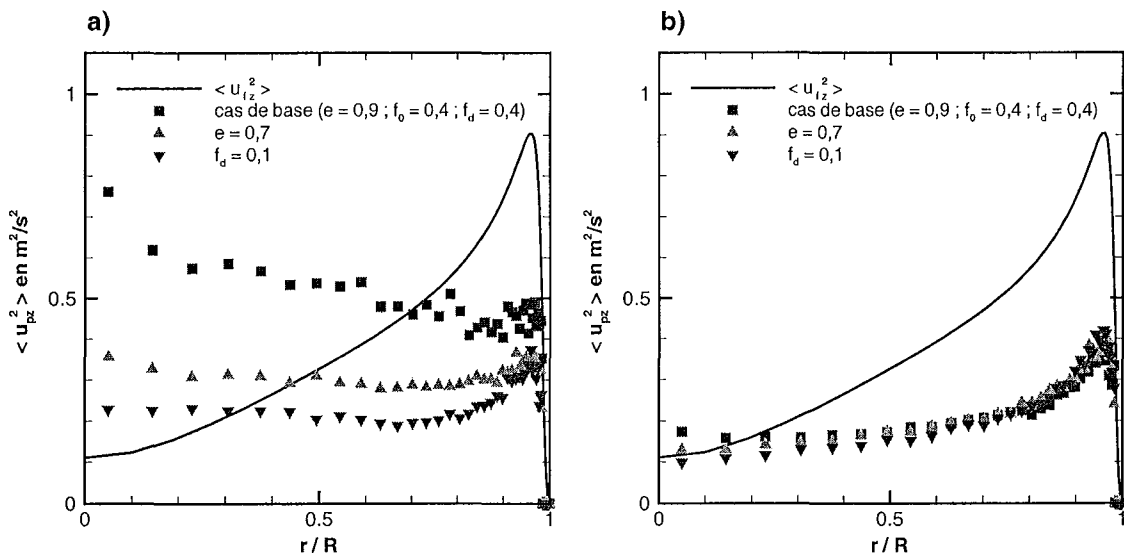


**Figure 4.16:** Profils de vitesse des particules, Tsuji *et al.* (1984),  $501 \mu\text{m}$ , pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison:  $\gamma = 0,05$  (a) et  $\gamma = 0,02$  (b)

L'impact des coefficients de frottement et de restitution sur les variances des fluctuations de vitesse des particules dans les directions axiales et radiales est présenté sur les figure 4.17 et 4.18. Comme pour les autres grandeurs, aucune tendance particulière ne se dégage véritablement dans le cas où la valeur de  $\gamma$  est faible. Par contre dans le cas de la valeur de  $\gamma$  la plus forte, ces profils sont indiscutablement affectés par les coefficients de restitution et de frottement dynamique (les profils obtenus avec un coefficient de frottement statique différent ne sont pas représentés dans la mesure où ce paramètre n'a aucun impact ici). Une diminution de la valeur du coefficient de restitution entraîne une diminution globale de l'énergie cinétique des particules. Ceci se répercute directement sur l'agitation des particules qui présente une nette diminution dans chacune des directions. L'influence du coefficient de frottement dynamique est plus mitigée: une réduction de ce paramètre entraîne une diminution importante du niveau de l'agitation dans la direction axiale et une légère augmentation du niveau d'agitation dans la direction radiale.

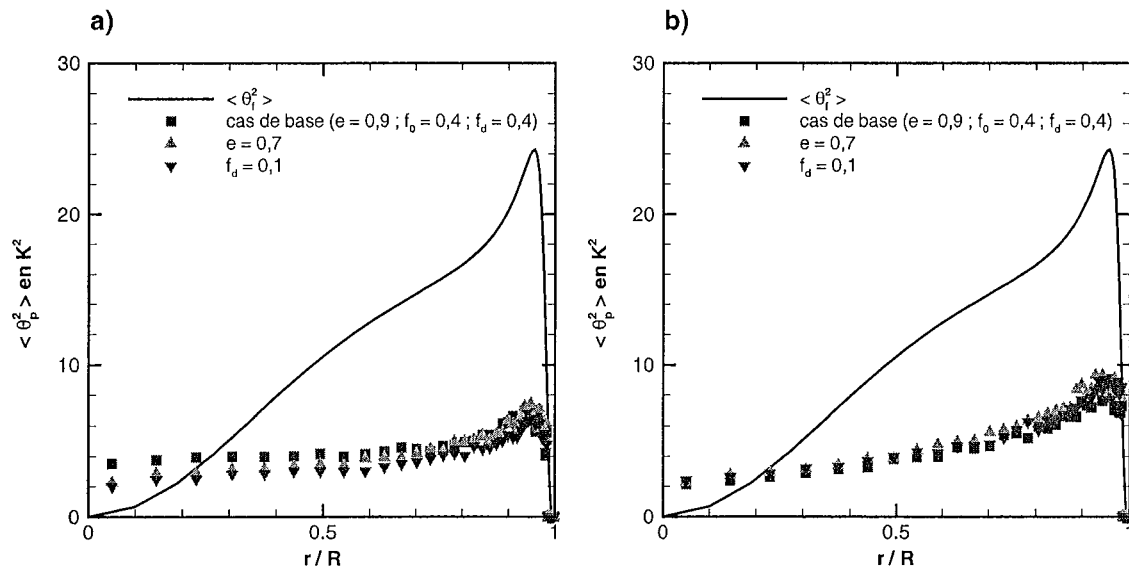


**Figure 4.17:** Profils de variance des fluctuations de vitesse des particules dans la direction radiale, Tsuji *et al.* (1984),  $501 \mu\text{m}$ , pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison:  $\gamma = 0,05$  (a) et  $\gamma = 0,02$  (b)



**Figure 4.18:** Profils de variance des fluctuations de vitesse des particules dans la direction axiale, Tsuji *et al.* (1984),  $501 \mu\text{m}$ , pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison:  $\gamma = 0,05$  (a) et  $\gamma = 0,02$  (b)

En ce qui concerne les fluctuations de température des particules, nous avons constaté qu'elles ne réagissaient quasiment pas aux modifications des coefficients de frottement et de restitution. Sur la figure 4.19 qui représente les profils radiaux des fluctuations de température des particules pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison, seule une très légère diminution des profils peut être détectée dans la zone centrale pour les plus faibles valeurs des coefficients de restitution et de frottement dynamique, dans le cas d'une forte valeur de  $\gamma$ .



**Figure 4.19:** Profils de variance des fluctuations de température des particules, Tsuji *et al.* (1984), 501  $\mu\text{m}$ , pour deux valeurs de l'angle d'inclinaison:  $\gamma = 0,05$  (a) et  $\gamma = 0,02$  (b)

## 2. Les collisions entre particules

### a. L'importance des collisions entre particules

Nous avons évalué au paragraphe III.1 qu'en moyenne dans les cas expérimentaux traités les collisions entre particules deviennent un phénomène important pour le comportement de la suspension pour des taux de chargement supérieurs à environ 1,5. Dans ce paragraphe, nous souhaitons mettre en évidence numériquement l'influence de ces collisions. Pour cela, nous avons réalisé des simulations pour différents taux de chargement en ignorant les collisions entre particules puis en incluant le modèle de collisions présenté au paragraphe III. Le cas test présenté ici est basé sur les conditions expérimentales de Tsuji *et al.* (1984), pour des particules de 501  $\mu\text{m}$  (tableau 4.7). Comme précédemment, une portion de conduite chauffée est ajoutée afin d'évaluer l'impact des collisions sur le comportement thermique de la suspension. Les résultats des simulations avec et sans prise en compte des collisions entre particules pour des taux de chargement de 1 et 4 sont présentés sur les figures 4.20 et 4.21.

Dans un premier temps, nous analysons l'influence du modèle sur les profils radiaux de quantités moyennes telles que la concentration, la vitesse des particules et la température des particules (figure 4.20). Pour ces grandeurs, la prise en compte des collisions modifie légèrement les profils pour chacun des deux taux de chargement présentés. La prise en compte des collisions tend à homogénéiser les profils, ce qui est conforme à nos attentes. Dans les cas testés, le taux de chargement semble avoir un rôle mineur vis à vis de l'importance de la prise en compte des collisions: la modification des profils induite par celles-ci est à peine plus prononcée dans le cas d'un fort taux de chargement que dans celui d'un taux de chargement plus faible. Notons cependant que les simulations sont réalisées ici en *one-way* (peu réaliste pour les forts taux de chargement) ce qui limite l'influence du taux de chargement. Le profil le plus affecté est le profil de concentration: plus le taux de chargement est grand, plus le profil est aplati.

En analysant les variations des profils des fluctuations caractéristiques des particules, telles que les fluctuations de vitesses axiale et radiale et les fluctuations de température (figure 4.21), l'influence du taux de chargement est plus nette. Dans les deux cas présentés ( $m=1$  et  $m=4$ ), la simulation des collisions provoque une légère augmentation des fluctuations de vitesse radiale et une réduction des fluctuations de vitesse axiale et des fluctuations de température. Cette influence est plus prononcée dans le cas du plus fort taux de chargement ( $m=4$ ). Nous avons observé des tendances similaires pour les autres simulations réalisées (Farbar et Depew (1963),  $200\mu\text{m}$ ) ce qui nous amène aux conclusions suivantes:

- la prise en compte des collisions entre particules affecte le comportement de la suspension même pour les petits taux de chargement
- la température des particules est la grandeur la moins influencée par la prise en compte ou non des collisions
- plus le taux de chargement est élevé plus les fluctuations de vitesse des particules sont isotropes
- les collisions entre particules tendent à réduire les fluctuations de température des particules

#### ***b. Les coefficients de frottement et de restitution***

Le calcul d'un choc entre deux particules nécessite, comme pour les chocs avec la paroi, l'évaluation des coefficients de restitution et de frottement dynamique et statique. Comme pour les collisions avec la paroi, nous avons réalisé des simulations pour différentes valeurs de ces coefficients.

Par défaut, les valeurs que nous avons imposées pour chacun des coefficients sont les suivantes:

- coefficient de restitution = 0,9
- coefficient de frottement statique = 0,4
- coefficient de frottement dynamique = 0,4

Dans cette étude, les résultats obtenus avec les coefficients utilisés par défaut ont été comparés aux résultats obtenus avec les valeurs suivantes:

- coefficient de restitution = 0,7
- coefficient de frottement statique = 0,1
- coefficient de frottement dynamique = 0,1

Les résultats obtenus ont montré que les variations des coefficients de frottement dynamique et statique n'avaient aucun impact sur les profils étudiés (concentration, vitesse des particules, température des particules et fluctuations de vitesse et température des particules). En ce qui concerne le coefficient de restitution, une très légère réduction des fluctuations de vitesse radiale a été constatée lorsque ce paramètre passe de 0,9 à 0,7.



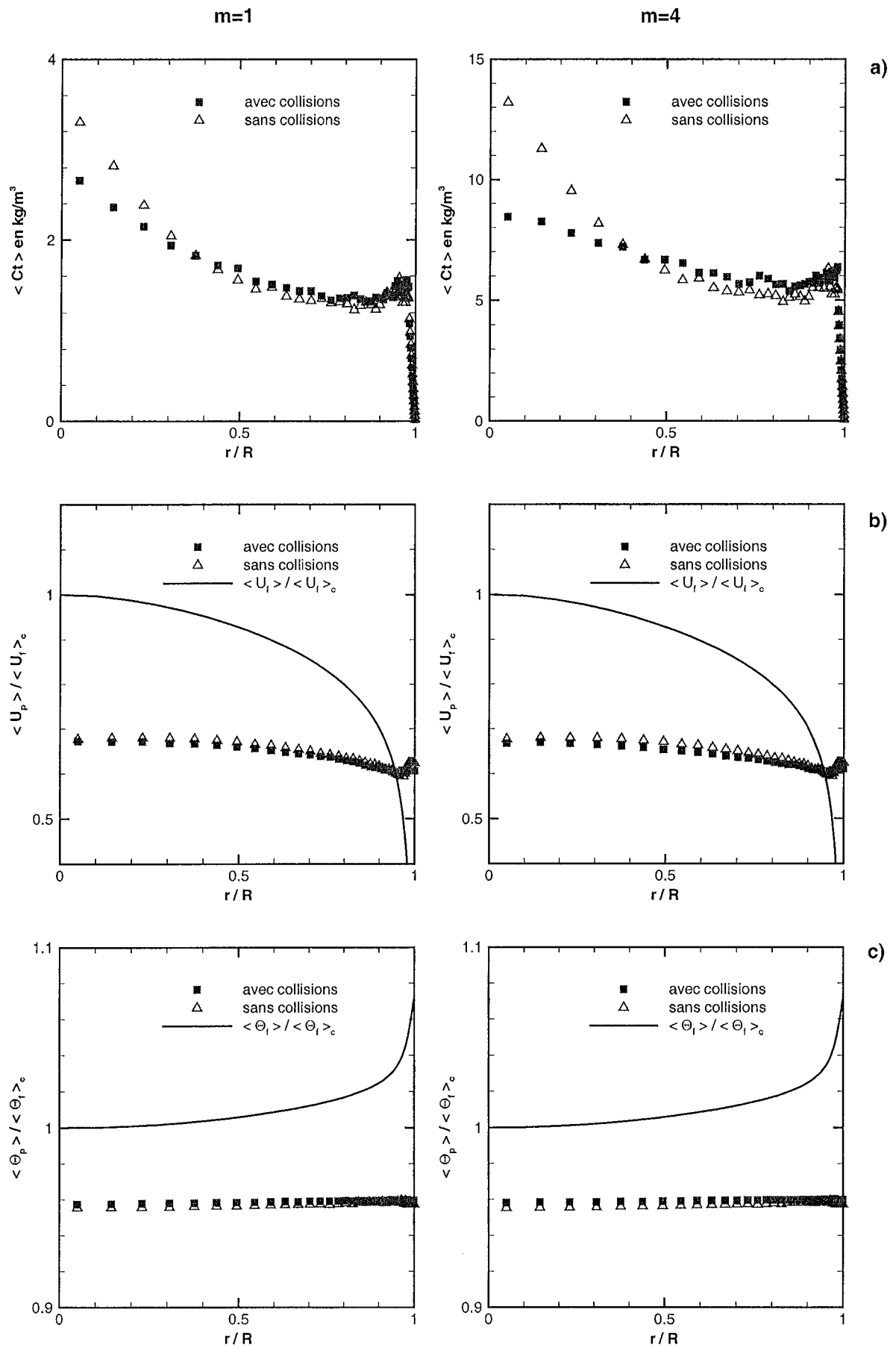


Figure 4.20: Distributions radiales de concentration (a), vitesse (b) et température (c) ;  $m=1$  et  $m=4$

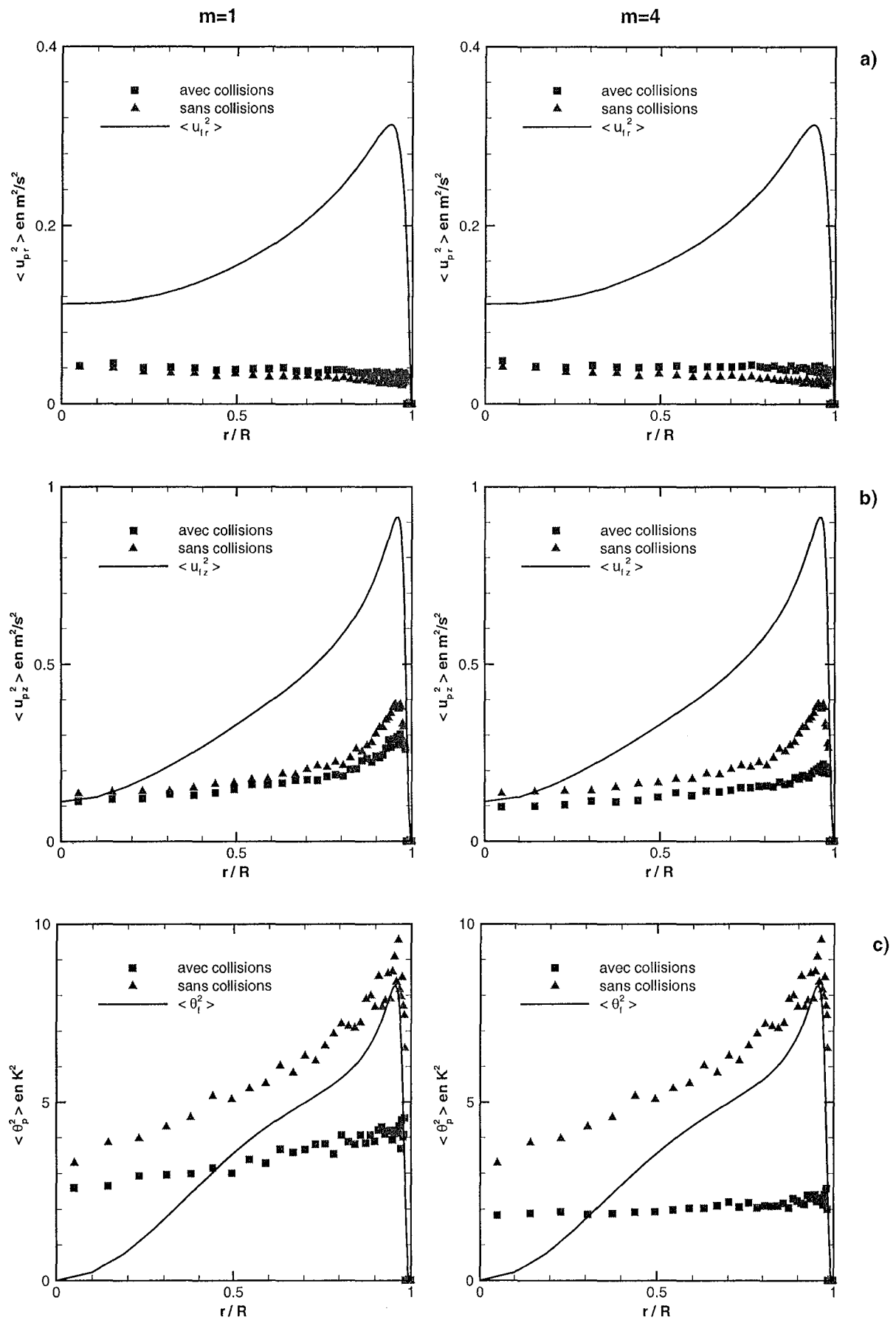


Figure 4.21: Distributions radiales des fluctuations de vitesse radiale (a), vitesse axiale (b) et température (c) ;  $m=1$  et  $m=4$



## Annexe 3

**ÉQUATIONS D'UN CHOC**

Afin de faciliter l'écriture des équations du choc entre deux particules, il convient de se placer dans le repère  $R_{xyz}$  tel que l'axe  $z$  passe par le centre de chacune des particules et le point d'impact (chapitre 4, paragraphe III.2.b). La mise en équations présentée ici concerne le cas général de deux particules de taille différente en mouvement dans le repère  $R_{xyz}$  entrant en collision au point d'impact  $I$  donné.

$I$  le point de contact entre les deux particules

$C_0$  le centre de la particule fictive (immobile)

$C_1$  le centre de la particule suivie

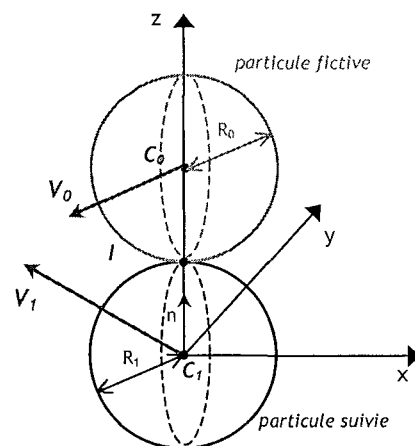
$\vec{V}_0$  la vitesse de la particule fictive avant impact

$\vec{V}_1$  la vitesse de la particule suivie avant impact

$R_0$  le rayon de la particule fictive avant impact

$R_1$  le rayon de la particule suivie avant impact

$\vec{n}$  la normale à la surface d'impact



**Figure A4.1:** Configuration d'une collision

Pour déterminer les vitesses linéaires et angulaires de la particule suivie après le choc, les équations classiques de la collision entre deux corps en mouvement sont résolues. Soit  $\vec{J}$  l'impulsion de la particule  $P_0$  (fictive) sur la particule  $P_1$  (suivie),  $\vec{V}_0$  et  $\vec{V}_1$ , les vitesses linéaires des particules avant impact,  $\vec{\Omega}_0$  et  $\vec{\Omega}_1$ , les vitesses angulaires des particules avant impact, l'écriture des équations de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique du système (composé des deux particules) au cours de la collision conduisent au système constitué des équations [A4.1] et [A4.2], donnant  $\vec{V}_0'$ ,  $\vec{V}_1'$  les vitesses linéaires des particules après impact et  $\vec{\Omega}_0'$ ,  $\vec{\Omega}_1'$ , les vitesses angulaires des particules après impact (dans ces équations,  $m_0$  et  $m_1$  sont respectivement les masses de chacune des deux particules).

La variation de quantité de mouvement de la particule suivie est égale à l'impulsion:

$$\begin{aligned}
 V'_{1x} &= \frac{J_x}{m_1} + V_{1x} & V'_{0x} &= \frac{-J_x}{m_0} + V_{0x} \\
 V'_{1y} &= \frac{J_y}{m_1} + V_{1y} & V'_{0y} &= \frac{-J_y}{m_0} + V_{0y} \\
 V'_{1z} &= \frac{J_z}{m_1} + V_{1z} & V'_{0z} &= \frac{-J_z}{m_0} + V_{0z}
 \end{aligned}
 \tag{A4.1}$$

La variation du moment cinétique est égale au moment de l'impulsion:

$$\begin{aligned}
 \Omega'_{1x} &= \frac{-J_y}{\frac{2}{5}m_1R_1} + \Omega_{1x} & \Omega'_{0x} &= \frac{-J_y}{\frac{2}{5}m_0R_0} + \Omega_{0x} \\
 \Omega'_{1y} &= \frac{J_x}{\frac{2}{5}m_1R_1} + \Omega_{1y} & \Omega'_{0y} &= \frac{J_x}{\frac{2}{5}m_0R_0} + \Omega_{0y} \\
 \Omega'_{1z} &= \Omega_{1z} & \Omega'_{0z} &= \Omega_{0z}
 \end{aligned}
 \tag{A4.2}$$

Ce système constitué de 12 équations et 15 inconnues nécessite l'écriture de 3 équations supplémentaires pour être résolu. Les trois équations introduites caractérisent la non-élasticité du choc qui se traduit par la non-conservation de la vitesse relative normale [A4.3], et les phénomènes de frottement entre les particules pendant la durée du choc. Ces relations supplémentaires rendent compte des propriétés des particules et font intervenir des paramètres propres au matériau des particules: le coefficient de restitution  $e$  et les coefficients de frottement statique,  $f_0$ , et dynamique,  $f_d$ .

Prise en compte de la non-élasticité de la collision (variation de la vitesse relative normale):

$$V'_{1z} - V'_{0z} = -e(V_{1z} - V_{0z}) \tag{A4.3}$$

Cette équation permet d'exprimer de façon simple  $J_z$  :

$$J_z = \frac{-(1+e)(V_{1z} - V_{0z})}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_0}} \tag{A4.4}$$

Prise en compte du frottement pendant la collision:

Les forces de frottement entre les deux corps pendant la durée du choc ont la même direction que la composante tangentielle de la vitesse relative du point de contact pour chacune des deux particules.

Cette vitesse, dite de glissement s'exprime donc à partir de la vitesse du point de contact  $I$  pour chacune des deux particules:

$$\text{Particule suivie, } P_1: \quad \vec{V}_I = \vec{V}_1 + \vec{\Omega}_1 \times \vec{C}_1 I = \vec{V}_1 + R_1 \vec{\Omega}_1 \times \vec{n} \quad [\text{A4.5}]$$

$$\text{Particule fictive, } P_0: \quad \vec{V}_I = \vec{V}_0 + \vec{\Omega}_0 \times \vec{C}_0 I = \vec{V}_0 - R_0 \vec{\Omega}_0 \times \vec{n} \quad [\text{A4.6}]$$

d'où:

$$\vec{V}_{I(P_1)} - \vec{V}_{I(P_0)} = \vec{V}_1 - \vec{V}_0 + R_1 \vec{\Omega}_1 \times \vec{n} + R_0 \vec{\Omega}_0 \times \vec{n} \quad [\text{A4.7}]$$

La vitesse de glissement est seulement la composante tangentielle de la vitesse donnée par la relation [A4.7]:

$$\vec{Vg} = \begin{cases} V_{1x} - V_{0x} + R_1 \Omega_{1y} + R_0 \Omega_{0y} \\ -R_1 \Omega_{1x} - R_0 \Omega_{0x} \\ 0 \end{cases} \quad [\text{A4.8}]$$

De la même façon, la vitesse de glissement après le choc s'écrit:

$$\vec{Vg}' = \begin{cases} V'_{1x} - V'_{0x} + R_1 \Omega'_{1y} + R_0 \Omega'_{0y} \\ -R_1 \Omega'_{1x} - R_0 \Omega'_{0x} + V1'y - V0'y \\ 0 \end{cases} \quad [\text{A4.9}]$$

Après réécriture (en utilisant les relations [A4.1] et [A4.1]):

$$\vec{Vg}' = \begin{cases} V_{1x} - V_{0x} + R_1 \Omega_{1y} + R_0 \Omega_{0y} + \frac{7}{2} J_x \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_0} \right) \\ -R_1 \Omega_{1x} - R_0 \Omega_{0x} + \frac{7}{2} J_y \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_0} \right) \\ 0 \end{cases} \quad [\text{A4.10}]$$

Les forces de frottement ont la même direction que cette vitesse de glissement, et la composante tangentielle de l'impulsion (qui traduit l'effet de ces forces de frottement) a également la même direction que cette vitesse, d'où l'expression de l'impulsion sous la forme:

$$\vec{J} = J_z \vec{z} + J_t \vec{t} \quad \text{avec} \quad \vec{t} = \frac{\vec{Vg}}{\|\vec{Vg}\|} \quad [\text{A4.11}]$$

d'où la nouvelle écriture de [A4.10]:

$$\vec{Vg}' = \vec{Vg} + \frac{7}{2} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_0} \right) J_t \vec{t} \quad [\text{A.4.12}]$$

En supposant le choc sans glissement ( $\vec{Vg}' = 0$ ), l'impulsion tangentielle est déterminée:

$$\|J_t\| = \frac{2}{7} \frac{\|Vg\|}{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_0}\right)} \quad [\text{A.4.13}]$$

Le choc est effectivement sans glissement si  $\|J_t\| < f_d \|J_z\|$ . Si la relation n'est pas vérifiée, la collision est avec glissement et l'impulsion tangentielle est évaluée au moyen de la loi de Coulomb sur le frottement:

$$\|J_t\| = f_d \|J_z\| \quad [\text{A.4.14}]$$

Dans chacun des cas (avec ou sans glissement), les composantes de l'impulsion sur les axes  $x$  et  $y$  sont déterminées par:

$$\begin{aligned} J_x &= -\|J_t\| \frac{Vg_x}{\|Vg\|} \\ J_y &= -\|J_t\| \frac{Vg_y}{\|Vg\|} \end{aligned} \quad [\text{A.4.15}]$$

Si la collision est sans glissement, la détermination des vitesses linéaires et angulaires est issue de la résolution du système constitué des équations [A4.1], [A4.2], [A4.3] et [A4.13].

Dans la configuration avec glissement, la détermination des vitesses linéaires et angulaires est issue de la résolution du système constitué des équations [A4.1], [A4.2], [A4.3] et [A4.14].







## **DISPERSION**

I. INTRODUCTION .....	143
II. LA DISPERSION DE PARTICULES SOLIDES DANS LA LITTÉRATURE .....	145
1. Fluctuations de vitesse .....	145
2. Fluctuations de température .....	147
III. TRAITEMENT DE LA DISPERSION .....	148
1. Modèle stochastique du premier ordre .....	148
a. Génération des fluctuations de vitesse .....	148
b. Génération des fluctuations de température .....	149
c. Turbulence non-homogène .....	150
2. Évaluation des échelles intégrales du fluide vu .....	150
a. Échelles intégrales temporelles $T_i^*$ .....	151
b. Échelle intégrale de température $T_0^*$ .....	152
3. Discussion sur les incompatibilités théoriques du modèle proposé .....	153
a. Hypothèse d'isotropie locale .....	153
b. Transport turbulent d'un scalaire passif .....	154
c. Proposition d'une voie d'investigation .....	154
IV. VALIDATION DU MODÈLE EN ÉCOULEMENT HOMOGENÈE CISAILLÉ .....	156
1. Conditions de l'étude .....	156
2. Résultats .....	156
V. RÉSULTATS EN CONDUITE .....	159
1. Déclinaison du modèle dans le cas de l'application en conduite .....	159
a. Fluctuations de vitesse .....	159
b. Fluctuations de température .....	160
2. Influence de la modélisation de la dispersion .....	161
a. Modélisation des fluctuations de vitesses .....	161
b. Modélisation des fluctuations de température .....	166
3. Bilan .....	169
ANNEXE4 .....	171
ANNEXE5 .....	175



# DISPERSION

## I. INTRODUCTION

La prise en compte de l'influence de la turbulence du fluide porteur sur la dispersion des particules solides est sans aucun doute un des points les plus délicats pour la mise en œuvre du suivi lagrangien de particules au sein d'un écoulement fluide déterminé par un modèle de type RANS (Reynolds Average Navier Stokes). Les modèles RANS, basés sur la résolution d'équations moyennées, donnent accès aux grandeurs moyennes de l'écoulement, tels que les champs de vitesses moyennes et les caractéristiques moyennes de la turbulence (chapitre 2). Or, les équations permettant le suivi lagrangien de la particule requièrent les caractéristiques instantanées de vitesse et température du fluide non perturbé au centre de la particule, ou *fluide vu par la particule* (chapitre 3). Il apparaît donc nécessaire, pour rendre compte du mouvement des particules dans le champ turbulent, d'évaluer les caractéristiques instantanées du fluide, et de reproduire le caractère aléatoire de la turbulence. La difficulté est donc la suivante: comment à partir de grandeurs moyennes peut-on reconstruire la nature aléatoire du mouvement fluide le long de la trajectoire de la particule?

Dans les simulations basées sur les modèles de type RANS, les grandeurs caractéristiques instantanées du fluide telles que la vitesse et la température sont décomposées en une valeur moyenne, déterminée à partir de la solution eulérienne, et une fluctuation, générée par un modèle de dispersion:

$$U_f = \langle U_f \rangle + u_f \quad [5.1]$$

$$\Theta_f = \langle \Theta_f \rangle + \theta_f \quad [5.2]$$

Si les concepts inhérents à chaque type de modèle sont bien particuliers, la méthode repose dans tous les cas sur la génération de nombres aléatoires visant à reproduire au mieux la turbulence.

La première partie de ce chapitre présente les principaux modèles rencontrés dans la littérature pour la génération de fluctuations de vitesse et de température du fluide. La seconde partie est consacrée à la description détaillée du modèle mis en place dans notre approche, de ses atouts et de ses limites. Une première validation du modèle est proposée en troisième partie, par comparaison avec des résultats analytiques obtenus en écoulement homogène cisailé par Zaichik (1999). Enfin, une série de résultats obtenus en conduite verticale pour différents types de particules est présentée et analysée dans le dernier paragraphe.

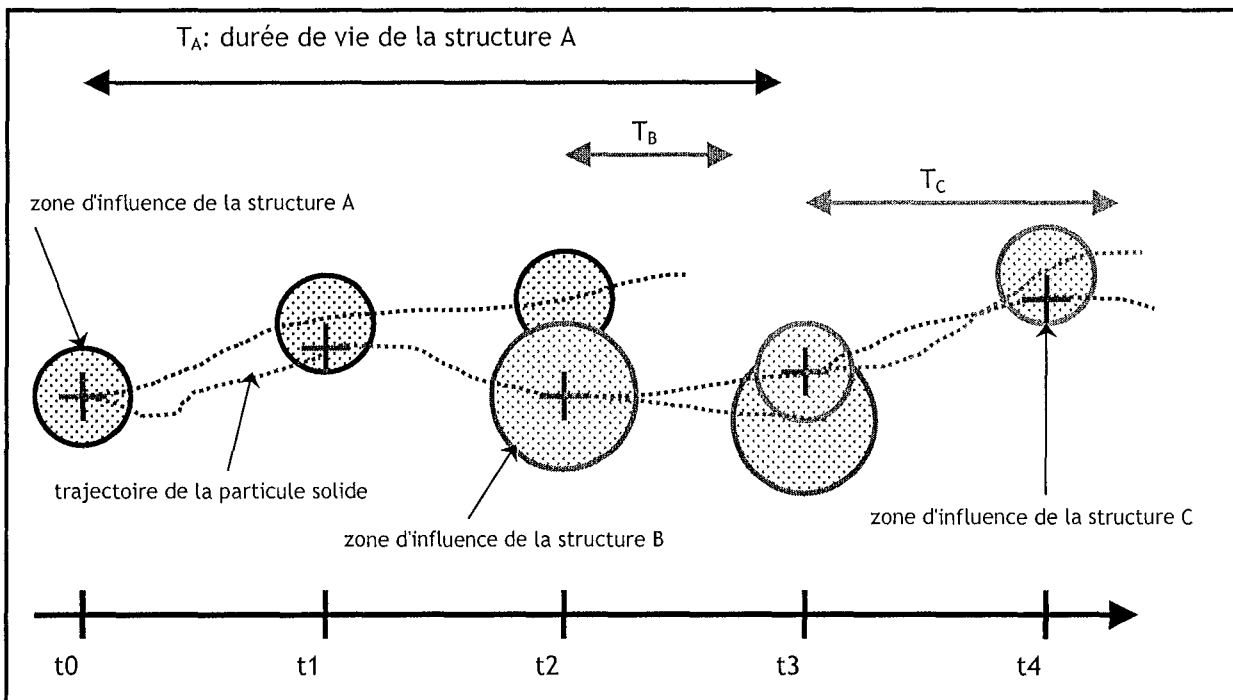


## II. LA DISPERSION DE PARTICULES SOLIDES DANS LA LITTÉRATURE

Le problème de la génération des fluctuations de vitesses le long de la trajectoire d'une particule solide est largement développé dans la littérature: les modèles proposés s'affinent et tendent à mieux représenter les phénomènes physiques mis en jeu. Par contre, celui de la génération des fluctuations de température du fluide reste encore peu abordé. Les deux remarques suivantes peuvent en partie expliquer ce manque: tout d'abord, toute modélisation thermique nécessite en premier lieu une modélisation dynamique performante, et logiquement les modèles de dispersion purement dynamiques sont à développer en premier lieu; ensuite, la modélisation des fluctuations de température en écoulement monophasique pose déjà d'importants problèmes fondamentaux non résolus aujourd'hui (Pope (2000), p 554-555), ce qui ne facilite pas la mise en place des modèles adaptés au suivi de particules solides.

### 1. Fluctuations de vitesse

Les modèles les plus répandus sont de type *eddy interaction* (Gosman et Ioannides (1981), Graham (1996)). Ces modèles considèrent que la particule suivie traverse un certain nombre de tourbillons discrets aléatoires, caractérisés par une durée de vie (un temps caractéristique), une zone d'influence (une longueur caractéristique) et une intensité (une fluctuation).



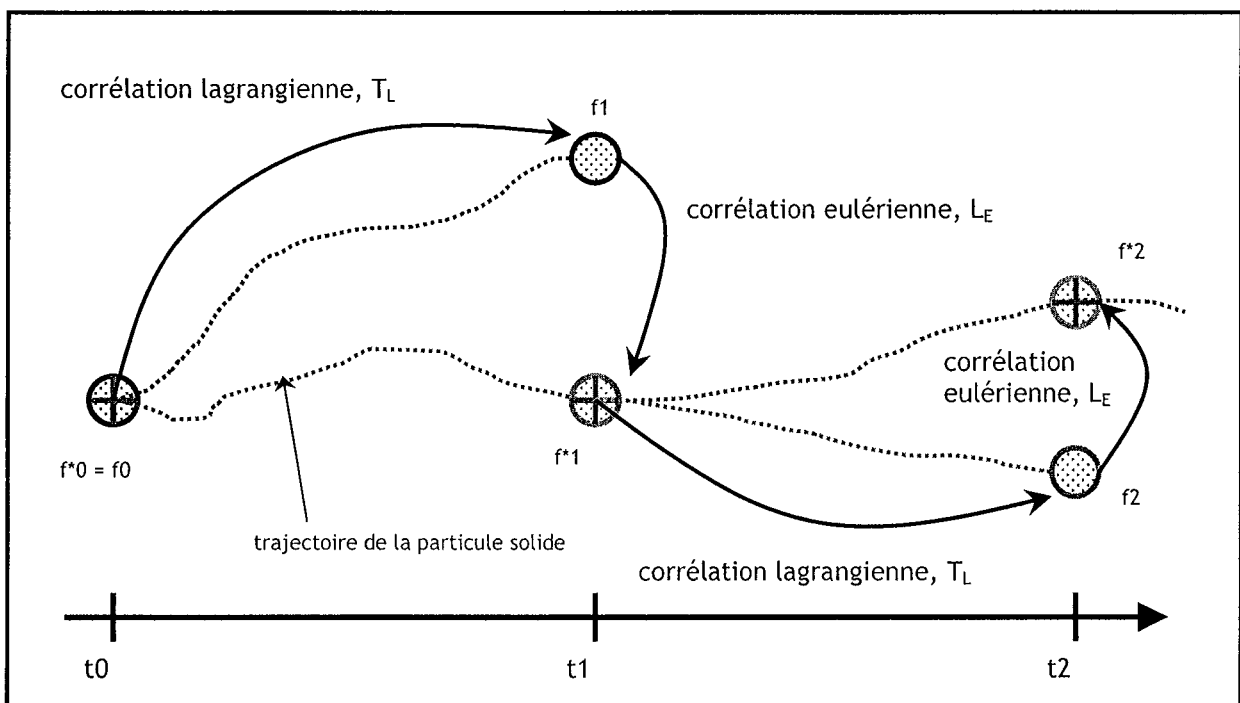
**Figure 5.1:** Représentation de la turbulence selon un modèle de type *eddy interaction*

La figure 5.1 illustre le principe d'un tel modèle. La particule solide reste affectée par un même tourbillon tant qu'elle se maintient dans sa zone d'influence et tant que le tourbillon perdure. Si la particule quitte le tourbillon, un nouvel élément fluctuant est généré, en respectant les caractéristiques moyennes du fluide.

Sur l'exemple précédent, un nouvel élément fluctuant est généré à l'instant  $t_2$  puisque la particule solide a quitté la zone d'influence de la structure A. Une nouvelle structure est également générée à l'instant  $t_3$  puisque qu'à cet instant la durée de vie de la structure B est terminée.

Les récents développements de cette méthode ont permis d'affiner la représentation de phénomènes physiques importants tels que la non-homogénéité ou les effets de croisements de trajectoires (paragraphe III.2). Cependant, la représentation de l'anisotropie de la turbulence et des effets d'inertie reste non résolue avec ce type de modélisation (paragraphe III.2).

Une seconde catégorie de modèles, développée plus récemment, utilise des processus stochastiques de manière à reconstruire les fluctuations de vitesses du fluide le long de la trajectoire de la particule. Ces modèles sont construits en présupposant de la forme des corrélations et en bâtissant le processus de manière à reproduire la forme de corrélation voulue. Le principe proposé par Burry et Bergeles (1993), repris par Zhou et Leschziner (1996) et par Pascal et Oesterlé (2000), consiste à suivre simultanément la particule solide et une particule fluide associée, ce qui met en jeu successivement un processus tenant compte de la corrélation spatiale eulérienne et un processus tenant compte de la corrélation temporelle lagrangienne. Berlemont *et al.* (1990) utilisent le même principe, mais en considérant la corrélation lagrangienne sur un grand nombre de pas de temps précédents, contrairement à la plupart des modèles qui se limitent à la corrélation avec le pas de temps juste antérieur. Le principe de ces modèles est illustré sur la figure 5.2.



**Figure 5.2:** Représentation de la turbulence sur la base de processus stochastiques

Les processus mis en place pour suivre la particule fluide sont construits de façon à générer une corrélation lagrangienne de forme exponentielle, conformément aux observations expérimentales. Cette simple étape permettant seulement de suivre une particule fluide le long de sa trajectoire, une corrélation spatiale eulérienne permet de rendre compte de l'écartement de la particule solide par rapport à la particule fluide associée.

Le modèle mis en place dans notre simulation repose sur un processus stochastique du premier ordre. Il présente la particularité de générer directement la fluctuation de vitesse du fluide le long de la trajectoire de la particule solide et résulte des travaux de Pétrissans (2001) sur la validité et les performances des modèles de dispersion basés sur les processus stochastiques. Dans le modèle retenu, illustré sur la figure 5.3, la forme de la corrélation du fluide vu par la particule (le long de la trajectoire solide) est supposée exponentielle, et nécessite l'estimation de l'échelle intégrale temporelle du fluide vu par la particule,  $T^*$ .

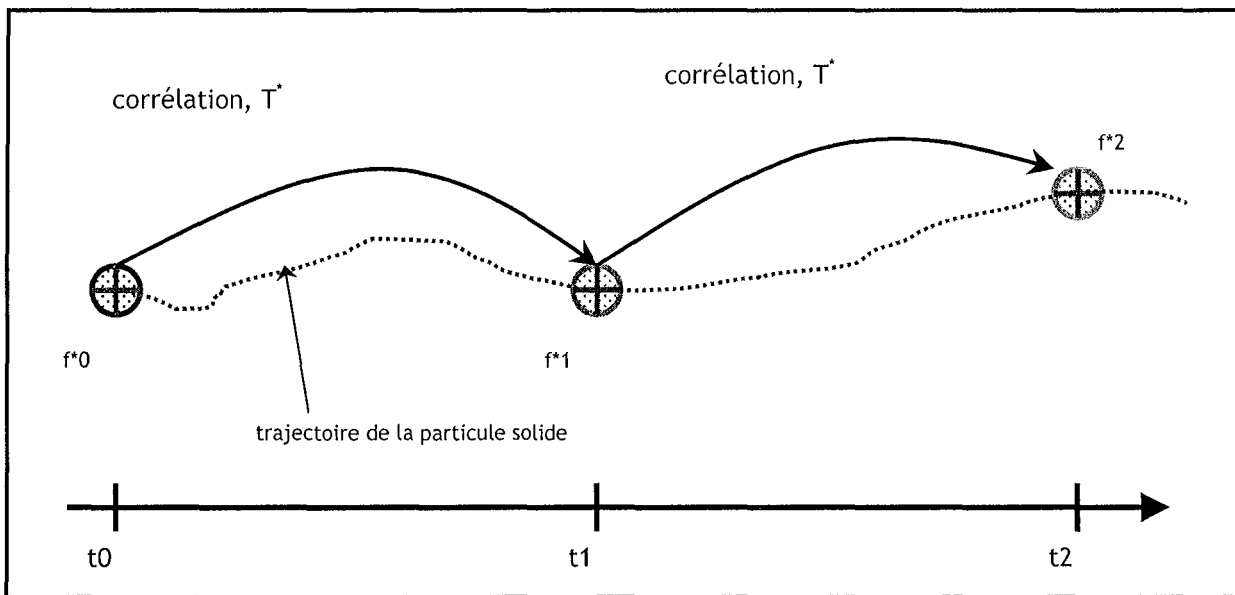


Figure 5.3: Représentation de la turbulence selon le modèle stochastique proposé

## 2. Fluctuations de température

En ce qui concerne les fluctuations de température du fluide, nous retiendrons les travaux d'Avila et Cervantes (1995) qui utilisent un modèle de type *eddy interaction* en supposant les échelles lagrangiennes dynamique et thermique égales. Leur modèle tient lieu de référence dans la mesure où nous n'avons répertorié aucune autre étude eulérienne-lagrangienne mentionnant la prise en compte des fluctuations de température du fluide. Notons également que le modèle proposé dans le code de calcul commercial FIDAP (FLUENT) pour générer les fluctuations de température de fluide repose également sur une approche de type *eddy interaction*.

Dans notre cas, les fluctuations de température du fluide sont générées le long de la trajectoire de la particule par un processus stochastique du premier ordre analogue à celui mis en place pour les fluctuations de vitesse.



### III. TRAITEMENT DE LA DISPERSION

#### 1. Modèle stochastique du premier ordre

##### a. Génération des fluctuations de vitesse

La fluctuation de vitesse à l'instant  $t$  et à la position discrète,  $X_p(t)$ , de la particule suivie est générée selon le processus auto-régressif du premier ordre suivant:

$$u_{f_n} = u_{f_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_i^*}\right) + \psi_{i_n} \quad [5.3]$$

où  $u_{f_n} = u_{f_i}(X_p(n\Delta t), n\Delta t)$  est la fluctuation de vitesse du fluide à l'instant  $t = n\Delta t$  et à la position  $X_p(n\Delta t)$ ,  $u_{f_{n-1}}$  la fluctuation de vitesse du fluide à l'instant  $t = (n-1)\Delta t$  et à la position  $X_p((n-1)\Delta t)$ ,  $T_i^*$  l'échelle intégrale temporelle du fluide vu et  $\psi_{i_n}$  une variable gaussienne de moyenne nulle, et dont l'écart type est déterminé par les conditions de stationnarité sous l'hypothèse de quasi-homogénéité (annexe 4):

$$\langle \psi_{i_n}^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{T_i^*}\right) \right] \langle u_{f_i}^2 \rangle \quad [5.4]$$

Dans le cas d'une turbulence homogène, le processus est consistant avec une corrélation exponentielle décroissante des fluctuations de vitesse le long de la trajectoire de la particule (notons qu'en THI, des résultats de LES et DNS tendent à montrer que ceci est une bonne approximation). Dans le cas d'une turbulence non homogène, telle que celle de notre écoulement en conduite, l'auto-corrélation générée par le processus est considérée comme étant une approximation satisfaisante de la forme réelle (que nous supposons également ne pas s'éloigner de trop d'une exponentielle, mais rien ne permet de confirmer cette hypothèse).

Le caractère anisotrope de la turbulence est pris en compte en construisant les perturbations aléatoires  $\psi_{i_n}$  de façon à générer des fluctuations de vitesse respectant les tensions de Reynolds du fluide supposées connues. Pour respecter ces contraintes turbulentes, les covariances  $\langle \psi_{i_n} \psi_{j_n} \rangle$  doivent satisfaire à la relation suivante (annexe 4):

$$\langle \psi_{i_n} \psi_{j_n} \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-\Delta t \left( \frac{1}{T_i^*} + \frac{1}{T_j^*} \right)\right) \right] \langle u_{f_i} u_{f_j} \rangle \quad [5.5]$$

Pour générer ces variables aléatoires de façon corrélée, la procédure mise en place repose sur la construction des  $\psi_i$  sur la base de trois variables aléatoires indépendantes  $\chi_i$  de distribution gaussienne, de valeur moyenne nulle et de variance égale à un, selon la forme donnée par:

$$\psi_i = b_{ik} \chi_k \quad [5.6]$$

où les coefficients  $b_{ik}$  sont calculés par (annexe 4):

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \langle \psi_1^2 \rangle^{1/2}, & b_{12} &= 0, & b_{13} &= 0 \\ b_{i1} &= b_{11}^{-1} \langle \psi_i \psi_1 \rangle \\ b_{i2} b_{22} &= \langle \psi_i \psi_2 \rangle - b_{21} b_{i1}, & i &= 2,3 \\ b_{i3} b_{33} &= \langle \psi_i \psi_3 \rangle - b_{31} b_{i1} - b_{32} b_{i2}, & i &= 2,3 \end{aligned} \right\} \quad [5.7]$$

### **b. Génération des fluctuations de température**

Les fluctuations de température sont générées le long de la trajectoire de la particule selon un processus stochastique similaire:

$$\theta_{fn} = \theta_{fn-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_0^*}\right) + \xi_n \quad [5.8]$$

où  $\theta_{fn}$  est la fluctuation de température du fluide à l'instant  $t = n\Delta t$  et à la position  $X_p(n\Delta t)$ ,  $\theta_{fn-1}$  la fluctuation de température du fluide à l'instant  $t = (n-1)\Delta t$  et à la position  $X_p((n-1)\Delta t)$ ,  $T_0^*$  l'échelle intégrale temporelle de température du fluide vu et  $\xi_n$  une variable gaussienne de moyenne nulle, et dont l'écart type est déterminé par les conditions de stationnarité sous l'hypothèse de quasi-homogénéité (annexe 4):

$$\langle \xi_n^2 \rangle = \left(1 - \exp\left(-2\frac{\Delta t}{T_0^*}\right)\right) \langle \theta_f^2 \rangle \quad [5.9]$$

Pour générer les fluctuations de température en tenant compte des flux thermiques turbulents,  $\langle u_{fi} \theta_f \rangle$ , caractéristiques de l'écoulement porteur, les variables aléatoires  $\xi_n$  doivent satisfaire la relation suivante:

$$\langle \xi_n \psi_{i_n} \rangle = \left[1 - \exp\left(-\Delta t \left(\frac{1}{T_0^*} + \frac{1}{T_i^*}\right)\right)\right] \langle u_{fi} \theta_f \rangle \quad [5.10]$$

La condition spécifiée est satisfaite en construisant la variable  $\xi$  sur la base d'une variable aléatoire  $\zeta$  de distribution gaussienne, de valeur moyenne nulle et de variance égale à un, selon la relation donnée par:

$$\xi = a\zeta + c_k \psi_k \quad [5.11]$$

où les coefficients  $a$  et  $c_k$  sont déterminés en fonction des contraintes sur  $\langle \xi^2 \rangle$  et  $\langle \xi \psi_i \rangle$ . Par des opérations analogues à celles décrites en annexe 4, ces coefficients s'évaluent par les relations suivantes:

$$\left. \begin{aligned} c_k \langle \psi_k \psi_i \rangle &= \langle \xi \psi_i \rangle \\ a^2 &= \langle \xi^2 \rangle - \langle (c_k \psi_k)^2 \rangle \end{aligned} \right\} \quad [5.12]$$

### c. Turbulence non-homogène

Dans une turbulence non homogène, la présence d'un gradient de la variance des fluctuations de vitesse

$\langle u_{f1}^2 \rangle$  dans la direction  $x_1$ , soit  $\frac{\partial \langle u_{f1}^2 \rangle}{\partial x_1}$  est associée à un gradient de pression moyenne,  $\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_1}$ . Dans

une telle situation, le mouvement d'une particule fluide est affecté par une force due à l'action de ce gradient de pression moyenne. Macinnes et Bracco (1992) et Legg et Raupach (1982) montrent que cet effet doit être pris en compte dans les modèles de dispersion afin d'éviter une dérive (*spurious drift*) des particules vers les zones de faible intensité turbulente. Il convient donc d'ajouter un terme destiné à corriger cet effet dans le processus stochastique. La modification induite par cette correction est établie selon les propositions de Legg et Raupach (1982) et donne lieu à l'établissement de la nouvelle forme de l'équation [5.3] dans la direction  $x_1$ :

$$u_{f1_n} = u_{f1_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_1^*}\right) + \psi_{1_n} + \frac{\partial \langle u_{f1}^2 \rangle}{\partial x_1} T_1^* \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_1^*}\right)\right) \quad [5.13]$$

En comparant notre modèle à une équation de type Langevin, il apparaît que ce terme de correction est

également présent dans l'équation de Langevin sous une forme plus générale liée à  $\frac{\partial \langle u_{fi} u_{fj} \rangle}{\partial x_j}$ . Il semble

donc que le terme correctif devrait faire intervenir également le gradient des tensions de Reynolds non diagonales. De manière similaire, le modèle utilisé pour les fluctuations de température devrait tenir compte du gradient des flux thermiques turbulents. Cependant, dans l'état actuel, notre modèle tient uniquement compte du gradient de la variance des fluctuations de vitesses, conformément à l'équation [5.13].

Dans ce modèle, les grandeurs caractéristiques moyennes de l'écoulement, telles que les écarts-types des fluctuations de vitesse et de température, les tensions de Reynolds et les flux thermiques turbulents, sont donnés par des mesures expérimentales dans le cas de l'étude en écoulement homogène cisailé, ou par la résolution eulérienne dans le cas de l'application en conduite (chapitre 2). Ces grandeurs ne dépendent pas des caractéristiques instantanées de la particule autres que sa position dans l'espace pour le cas d'une turbulence non homogène. Par contre, les échelles intégrales du fluide vu sont fortement liées à la particule et aux caractéristiques turbulentes du fluide dans la mesure où elles représentent la mémoire des fluctuations fluide le long de la trajectoire de la particule. Ces échelles n'étant pas accessibles directement, elles requièrent une modélisation particulière présentée au paragraphe suivant.

## 2. Évaluation des échelles intégrales du fluide vu.

Pour accéder expérimentalement à ces échelles intégrales, il serait nécessaire de se placer sur une particule solide et de mesurer, le long de la trajectoire, les fluctuations du fluide (de vitesse ou de température). Le développement récent de l'utilisation de la simulation numérique directe (DNS), qualifiée d'expérience numérique, en écoulement diphasique offre la possibilité d'évaluer *expérimentalement* ces échelles (Rambaud (2001)). Cependant, les études sont récentes et en l'état actuel, il n'existe pas d'expression générale théorique ou empirique reconnue pour évaluer ces grandeurs.

### a. Échelles intégrales temporelles $T_i^*$

Plusieurs auteurs ont proposé des expressions semi-empiriques dans le cas d'une turbulence homogène isotrope et stationnaire, en essayant de tenir compte des différents effets susceptibles de modifier les échelles caractéristiques de la turbulence du fluide vu. En l'absence de force extérieure, notamment la gravité, l'échelle intégrale du fluide vu par une particule de très faible inertie (qui suit parfaitement le fluide,  $\tau_p \rightarrow 0$ ) tend vers l'échelle intégrale lagrangienne du fluide,  $T_L$  alors que l'échelle intégrale du fluide vu par une particule de très forte inertie (quasi immobile par rapport au fluide,  $\tau_p \rightarrow \infty$ ) tend vers l'échelle eulérienne du fluide. Cette différence entre les particules de faible et de forte inertie est liée à la présence d'une vitesse relative instantanée induite par l'inertie des particules. Wang et Stock (1993) et Pozorski et Minier (1998) proposent des expressions tenant compte de l'influence de l'inertie des particules sur l'échelle intégrale temporelle du fluide vu. Une étude de Pétrissans *et al.* (2000) montre que les deux propositions conduisent à des résultats comparables. Nous avons retenu l'expression semi-empirique proposée par Wang et Stock (1993):

$$T^* = T_{mE} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_L}{T_{mE}} \right) \left( (1 + St)^{0.4(1+0.015t)} \right)^{-1} \right] \quad [5.14]$$

$$\text{avec } St = \frac{\tau_p}{T_{mE}} \quad [5.15]$$

Il convient de préciser que les expressions semi-empiriques proposées (Wang et Stock (1993) ou Pozorski et Minier (1998)) conduisent à une variation monotone de  $T^*$  avec  $St$ . Or les résultats de LES et DNS (Deutsch et Simonin (1991), Squires et Eaton (1991)) révèlent que  $T^*$  atteint un maximum pour  $St$  voisin de 0,2, ce qui montre les limites des relations semi-empiriques proposées (la présence de ce maximum s'explique par les phénomènes de concentration préférentielles (Maxey (1987), Février *et al.* (2001)). Cependant, à défaut de propositions plus performantes, la relation [5.14] est utilisée dans nos travaux.

En présence de force extérieure, dans notre cas la gravité, il s'établit un mouvement relatif moyen entre la particule et le fluide qui donne lieu à des modifications de l'échelle intégrale temporelle du fluide vu et notamment à une anisotropisation de cette échelle. Le mouvement relatif moyen tend à réduire l'échelle intégrale temporelle du fluide vu dans la mesure où les particules *changent de tourbillon fluide* plus fréquemment sous l'effet de cette vitesse relative moyenne (ce que l'on nomme couramment effet de croisement de trajectoires). La présence du mouvement relatif moyen conduit également à une modification des échelles selon la direction considérée: une forte vitesse relative moyenne génère un déplacement du nuage de particules dans la direction du mouvement relatif moyen; l'échelle intégrale du fluide vu est donc affectée par les échelles spatiales du fluide dans la direction du mouvement moyen. Ces échelles sont différentes selon que l'on considère les corrélations dans la direction longitudinale ou les directions transversales, d'où une anisotropisation des échelles intégrales du fluide vu (effet de continuité, Csanady(1963)).

Nous avons choisi d'utiliser les propositions de Wang et Stock (1993) pour tenir compte de l'effet d'un mouvement relatif moyen sur les échelles intégrales du fluide vu (Pozorski et Minier (1998) proposent également des expressions qui pourraient être testées):

$$T_{//}^* = \frac{T^*}{\sqrt{1 + \left(\frac{T^*V^*}{L_f}\right)^2}} \quad [5.16]$$

$$T_{\perp}^* = \frac{T^*}{1 + \left(\frac{T^*V^*}{L_f}\right)^2} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{T^*V^*}{L_f}\right)^2} - \frac{T^*V^*}{2L_f} \right] \quad [5.17]$$

où  $V^*$  est la vitesse relative moyenne et  $L_f$  l'échelle intégrale de longueur longitudinale évaluée par la relation:

$$L_f = \sigma_f T_{mE} \quad [5.18]$$

$$\text{avec } \sigma_f = \sqrt{\frac{2}{3}} k \quad [5.19]$$

Nous supposons que ces expressions, établies dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope, fournissent une estimation acceptable des échelles intégrales du fluide vu dans le cas plus général d'une turbulence non-homogène et non isotrope. En effet, nous ne disposons pas, à l'heure actuelle, d'expression de ces échelles pour le cas général. Cependant, le développement de la DNS en écoulement diphasique est susceptible de fournir des éléments de réponse sur ce point.

### **b. Échelle intégrale de température $T_{\theta}^*$**

L'estimation de l'échelle intégrale de température du fluide vu repose sur l'hypothèse (forte) que le rapport des échelles intégrales de vitesse et de température du fluide vu est du même ordre de grandeur que le rapport des échelles intégrales lagrangiennes de vitesse et de température du fluide:

$$\frac{T_{\theta}^*}{T^*} \approx \frac{T_{L\theta}}{T_L} \quad [5.20]$$

Le rapport des échelles intégrales lagrangiennes du fluide est comparable au rapport des diffusivités turbulentes, c'est à dire  $Pr_t^{-1}$ . En effet, en turbulence stationnaire et isotrope, ces diffusivités peuvent s'exprimer comme le produit de la variance des fluctuations de vitesse et de l'échelle intégrale lagrangienne (Pope (2000), p 499):

$$v_t = \sigma^2 T_L \quad \text{et} \quad v_{\theta} = \sigma^2 T_{L\theta} \quad [5.21]$$

$$\text{d'où } \frac{T_{L\theta}}{T_L} = \frac{v_{\theta}}{v_t} = \frac{1}{Pr_t} \quad [5.22]$$

En présence d'un mouvement relatif moyen, les échelles intégrales de vitesse du fluide vu devenant anisotropes, nous considérons que l'échelle principale caractéristique de la diffusion turbulente est celle qui caractérise la direction du mouvement relatif. Nous admettons donc que  $\frac{T_\theta^*}{T_{//}^*} \approx \frac{1}{Pr_t}$  donne une estimation satisfaisante de l'échelle intégrale de température du fluide vu.

### 3. Discussion sur les incompatibilités théoriques du modèle proposé

Ce paragraphe soulève plusieurs problèmes liés à l'utilisation du modèle de dispersion proposé. L'impact des imperfections du modèle sur nos simulations n'a pas encore été évalué, cependant, une voie d'investigation de ces effets est proposée et sera examinée dans de futurs travaux.

#### a. Hypothèse d'isotropie locale

Contrairement aux modèles de type Langevin, reconnus pour leur compatibilité avec les équations de Navier Stokes en fluide pur, notre modèle n'est pas compatible avec l'hypothèse d'isotropie locale de Kolmogorov. Dans notre modèle, les variations des fluctuations de vitesse du fluide sont supposées obéir à l'équation différentielle stochastique [5.23], équivalente à la relation [5.3], mais sous une forme comparable à celle de Langevin:

$$du_{fi} = -u_{fi} \frac{dt}{T_i} + B_{ij} dW_j \quad [5.23]$$

où  $W_i$  est un processus de Wiener isotrope. La forme matricielle de  $B_{ij}$  permet de respecter les tensions de Reynolds en corrélant les termes aléatoires des différentes composantes de la fluctuation de vitesse. Dans un modèle de type Langevin, les fluctuations de vitesse obéissent à l'équation différentielle stochastique donnée par:

$$du_{fi} = G_{ij} u_{fj} dt + \sqrt{C_0 \varepsilon} dW_i - u_{fj} \frac{\partial \langle U_{fi} \rangle}{\partial x_j} dt \quad [5.24]$$

où  $G_{ij}$  est une matrice de coefficients à déterminer. Dans ce modèle, le terme aléatoire est isotrope et c'est le dernier terme qui traduit la dépendance entre  $u_{fi}$  et  $u_{fj}$  lorsqu'il existe des tensions de Reynolds non diagonales.

L'hypothèse de Kolmogorov entraîne que la fonction de structure  $\langle du_{fi} du_{fj} \rangle$  doit respecter:

$$\langle du_{fi} du_{fj} \rangle = C_0 \varepsilon \delta_{ij} dt \quad [5.25]$$

avec  $C_0$  la constante de Kolmogorov. Le respect de cette hypothèse est à l'origine du coefficient multiplicatif du terme aléatoire de l'équation de Langevin et imposerait que notre matrice  $\mathbf{B}$  soit isotrope, ce qui n'est pas le cas. Néanmoins, le modèle proposé présente l'avantage de respecter les tensions de Reynolds notamment dans le cas où le fluide porteur est affecté par la présence des particules (chapitre 6), ce que ne permettrait pas un modèle de type Langevin.

Remarque: Pope (2000, p. 487 et p. 504) note que pour les nombres de Reynolds élevés, la compatibilité du modèle de Langevin et de l'hypothèse de Kolmogorov reste un problème non résolu.

### ***b. Transport turbulent d'un scalaire passif***

Dans notre étude, la température est considérée comme un scalaire passif dans la mesure où les variations de température sont supposées ne pas affecter les propriétés physiques du fluide telles que la viscosité ou la masse volumique. Les études portant sur le transport d'un tel scalaire insistent sur la propriété de ce scalaire à être borné. En effet, on peut montrer (Pope (2000), p. 21) que dans un écoulement caractérisé par une valeur maximale,  $\Theta_{max}$  et une valeur minimale  $\Theta_{min}$  de ce scalaire, la valeur du scalaire en n'importe quel point et à n'importe quel instant n'excédera pas ces limites. Dans un écoulement homogène sans gradient moyen, cette condition implique que la variance des fluctuations de température décroît avec le temps en tendant vers zéro.

Dans un modèle de type Langevin, en écoulement homogène sans gradient moyen, les fluctuations de température obéissent à l'équation différentielle stochastique suivante:

$$d\theta_f = G_\theta \theta_f dt + B_\theta dW_\theta \quad [5.26]$$

De cette équation, on peut déduire l'équation vérifiée par la variance des fluctuations de température:

$$\frac{\partial \langle \theta_f^2 \rangle}{\partial t} = 2G_\theta \langle \theta_f^2 \rangle + B_\theta^2 \quad [5.27]$$

La propriété du scalaire passif à être borné implique au regard de cette équation, que le terme  $B_\theta^2$  soit nul.

Dans notre modèle, le terme aléatoire est construit afin de respecter les flux thermiques turbulents en corrélant les fluctuations de température aux fluctuations de vitesse et l'équation différentielle stochastique à laquelle les fluctuations de température obéissent s'écrit sous la forme:

$$d\theta_f = -\theta_f \frac{dt}{T_\theta} + A_\theta dW_\theta + C_{\theta i} (B_{ij} dW_i) \quad [5.28]$$

Le processus mis en place ne respecte donc pas la condition de scalaire borné.

*Remarque:* l'utilisation d'un modèle de type Langevin sans terme aléatoire ne solutionne pas pour autant le problème particulièrement complexe du transport d'un scalaire passif: en effet, d'autres propriétés concernant le transport d'un tel scalaire ne sont pas correctement reproduites par ce type de modèle (discussion de Pope (2000), p. 555).

### ***c. Proposition d'une voie d'investigation***

Une voie possible pour évaluer l'impact des deux problèmes soulevés ici consisterait à mettre en place un modèle de type Langevin pour le suivi des fluctuations du fluide vu par une particule solide en remplaçant les échelles intégrales du fluide par les échelles intégrales du fluide vu estimées selon les relations proposées au paragraphe III.2. Dans le modèle de Langevin, les échelles intégrales n'apparaissent pas directement mais interviennent dans les coefficients  $G_j$  que l'on détermine en comparant les équations de transport des tensions de Reynolds induites par le modèle et celles données par les modèles RSM. Dans notre cas, le modèle de fermeture sur le fluide reposant sur une modélisation

de type  $k-\varepsilon$ , la compatibilité ne peut pas être vérifiée. L'idée est alors de faire l'hypothèse de quasi-homogénéité des corrélations doubles pour évaluer les coefficients  $G_j$  à chaque position discrète.

La comparaison des résultats obtenus avec notre modèle et avec la méthode décrite ci-dessus pourrait apporter des éléments de réponse aux problèmes soulevés.



## IV. VALIDATION DU MODÈLE EN ÉCOULEMENT HOMOGENÈ CISAILLÉ

Nous proposons de valider le modèle de dispersion proposé en nous intéressant à la dispersion de particules au sein d'un écoulement turbulent homogène cisailé non isotherme, caractérisé par des gradients de température et de vitesse constants. En se basant sur une analyse théorique relevant d'une approche p.d.f. (Zaichik (1999), Zaichik *et al.* (1997)), et en supposant que les température et vitesse moyennes des particules sont égales à celles du fluide, Zaichik (1999) établit les expressions analytiques des moments du second ordre de la phase solide auxquels nous comparerons nos résultats numériques.

### 1. Conditions de l'étude

Nous nous plaçons donc dans des conditions identiques à celles utilisées par Zaichik (1999) pour établir les résultats analytiques: les caractéristiques de l'écoulement sont déterminées par les résultats expérimentaux de Tavoularis et Corrsin (1981) obtenus dans le cas d'un écoulement turbulent quasi-homogène, cisailé et à gradients de température et de vitesse constants [5.29] et [5.30].

$$\frac{\langle u_{fx}^2 \rangle}{k} = 1,07, \quad \frac{\langle u_{fy}^2 \rangle}{k} = 0,37, \quad \frac{\langle u_{fz}^2 \rangle}{k} = 0,56, \quad \frac{\langle u_{fx} u_{fy} \rangle}{\langle u_{fx}^2 \rangle^{1/2} \langle u_{fy}^2 \rangle^{1/2}} = -0,45 \quad [5.29]$$

$$\frac{\langle u_{fx} \theta_f \rangle}{\langle u_{fx}^2 \rangle^{1/2} \langle \theta_f^2 \rangle^{1/2}} = 0,59, \quad \frac{\langle u_{fy} \theta_f \rangle}{\langle u_{fy}^2 \rangle^{1/2} \langle \theta_f^2 \rangle^{1/2}} = -0,45 \quad [5.30]$$

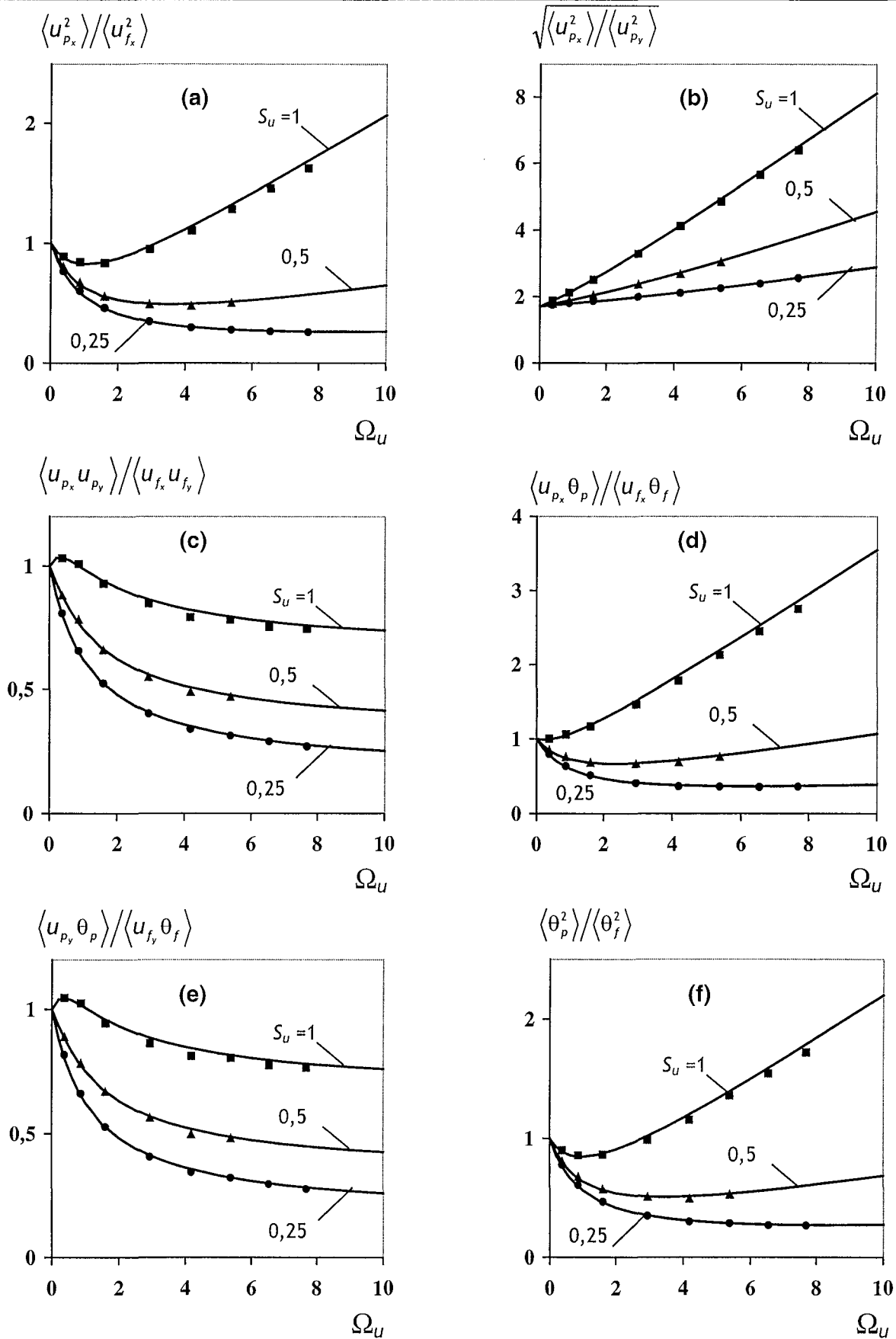
Conformément aux hypothèses posées par Zaichik (1999) les échelles intégrales de vitesse et de température du fluide  $v_u$  et  $v_\theta$  sont supposées constantes et égales:  $T_i^* = T_\theta^* = T^*$ . Le paramètre  $S_u = T^* G_u$ , caractérise le gradient de vitesse ( $G_u$  étant le gradient de vitesse moyenne) (les notations utilisées ici sont identiques à celles utilisées dans Zaichik (1999)). Il est supposé égal au paramètre caractéristique du gradient de température  $S_\theta = (T^* k^{0,5} / \langle \theta_f^2 \rangle^{0,5}) G_\theta$ , où  $G_\theta$  est le gradient de température moyen. Les temps adimensionnels caractéristiques  $\Omega_u$  and  $\Omega_\theta$  (équivalents à des nombres de Stokes) sont définis par:  $\Omega_u = \tau_p / T^*$  et  $\Omega_\theta = \tau_{p\theta} / T_\theta^*$ . Pour chaque valeur du paramètre caractérisant le gradient  $S_u$ , les calculs sont menés pour différentes valeurs du temps de relaxation des particules  $\tau_p = \tau_{p\theta}$  afin de balayer une gamme de nombre de Stokes  $\Omega_u = \Omega_\theta$  comprise entre 0 et 10. Les conditions numériques complètes de l'étude sont décrites dans Moissette *et al.* (2000), rapporté en annexe 5.

### 2. Résultats

La figure 5.4 représente les contraintes turbulentes de la phase solide (tracés (a),(b) et (c)), les flux thermiques turbulents (tracés (d) et (e)) et les fluctuations de température (tracé (f)) en fonction du paramètre  $\Omega_u$  pour différentes valeurs du paramètre de gradient  $S_u$ . Cette figure montre que le modèle

de dispersion proposé reproduit parfaitement l'évolution des quantités fluctuantes de la phase dispersée prédites par la solution analytique. Les caractéristiques essentielles de l'écoulement diphasique, telles que le développement de l'anisotropie de la vitesse r.m.s. des particules (tracé (b)) ou les similarités entre les flux thermiques turbulents et les contraintes turbulentes des particules sont bien représentées.

Le modèle proposé a également été utilisé pour étudier l'influence de la prise en compte des effets non linéaires de la force de traînée et du transfert de chaleur sur les moments du second ordre de la phase solide (Moissette *et al.* (2000), annexe 5). Cette étude a notamment confirmé que l'utilisation d'un temps de relaxation moyen, pratique courante dans les approches eulériennes, permettait de tenir compte de façon satisfaisante de ces effets non linéaires, sous réserve que les gradients moyens de température et de vitesse ne soient pas trop élevés.



**Figure 5.4:** Contraintes turbulentes des particules (a)-(c), flux thermiques turbulents (d)-(e) et intensité des fluctuations de température des particules (f). Les traits continus représentent les résultats analytiques de Zaichik et les symboles représentent les résultats de la simulation numérique.

## V. RÉSULTATS EN CONDUITE

Dans cette partie, nous mettons en évidence l'importance de la modélisation de la turbulence du fluide sur le comportement de particules solides en conduite verticale. Pour isoler les effets liés au modèle de dispersion les simulations sont réalisées en supposant que l'écoulement de la phase porteuse n'est pas modifié par la présence des particules (simulation *one-way*). Notre étude se concentre ici sur les effets propres à la modélisation mise en œuvre pour générer les fluctuations de vitesse et de température du fluide le long de la trajectoire des particules. Le premier paragraphe précise la forme du modèle stochastique dans le cas d'une application en conduite verticale. Dans cette configuration, les fluctuations de vitesse du fluide sont soumises à la contrainte turbulente  $\langle u_{f_r} u_{f_z} \rangle$  qui est donnée par la résolution eulérienne (chapitre 2). De plus, un terme de correction du *spurious drift* doit être ajouté pour rendre compte des effets liés au gradient de la variance des fluctuations de vitesse. Les fluctuations de température du fluide sont soumises aux flux thermiques turbulents  $\langle u_{f_r} \theta_f \rangle$  et  $\langle u_{f_z} \theta_f \rangle$ , également donnés par le modèle eulérien. Le second paragraphe présente les résultats de nos simulations numériques afin d'évaluer l'influence de la précision du modèle sur le comportement des particules.

### 1. Déclinaison du modèle dans le cas de l'application en conduite

#### a. Fluctuations de vitesse

Les fluctuations de vitesse du fluide le long de la trajectoire sont générées en tenant compte de l'anisotropie et de la non-homogénéité de la turbulence, selon le principe présenté au paragraphe II.1. Dans le cas de la conduite verticale, le modèle se décline de la manière suivante:

• *direction axiale:*

$$u_{fz_n} = u_{fz_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_z^*}\right) + \psi_{z_n} \quad [5.31]$$

où  $\psi_{z_n}$  est une variable gaussienne de moyenne nulle et de variance donnée par:

$$\langle \psi_z^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-2 \frac{\Delta t}{T_z^*}\right) \right] \langle u_{fz}^2 \rangle \quad [5.32]$$

et où  $T_z^*$  est donné par la relation [5.16].

• *direction tangentielle:*

$$u_{ft_n} = u_{ft_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_t^*}\right) + \psi_{t_n} \quad [5.33]$$

où  $\psi_{t_n}$  est une variable gaussienne de moyenne nulle et de variance donnée par:

$$\langle \psi_t^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-2 \frac{\Delta t}{T_t^*}\right) \right] \langle u_{ft}^2 \rangle \quad [5.34]$$

et où  $T_t^*$  est donné par la relation [5.17].

• *direction radiale:*

$$u_{fr_n} = u_{fr_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_r^*}\right) + \psi_{r_n} + \frac{\partial \langle u_{fr}^2 \rangle}{\partial r} T_r^* \left( 1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_r^*}\right) \right) \quad [5.35]$$

où  $\psi_{r_n}$  est construit selon:

$$\psi_{r_n} = a_r \zeta + b_r \psi_{z_n} \quad [5.36]$$

avec  $\zeta \in N(0,1)$ , et où les coefficients  $a_r$  et  $b_r$  sont donnés par:

$$a_r = \sqrt{\langle \psi_r^2 \rangle - b_r^2 \langle \psi_z^2 \rangle} \quad b_r = \frac{\langle u_{fr} u_{fz} \rangle \left[ 1 - \exp\left(-\Delta t \left( \frac{1}{T_z^*} + \frac{1}{T_r^*} \right) \right) \right]}{\langle \psi_z^2 \rangle} \quad [5.37]$$

avec:

$$\langle \psi_r^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-2 \frac{\Delta t}{T_r^*}\right) \right] \langle u_{fr}^2 \rangle \quad [5.38]$$

et où  $T_r^*$  est donné par la relation [5.17].

La version présentée ici est la version la plus complète du modèle: elle comprend à la fois le respect de la corrélation  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$  et le terme correctif du *spurious drift*. Cependant, le code de calcul permet de choisir une version moins complexe du modèle (sans terme correctif du *spurious drift* ou sans respect de la corrélation) et ce dans le but d'évaluer l'importance de la prise en compte de ces aspects.

### **b. Fluctuations de température**

Concernant les fluctuations de température du fluide, le modèle le plus élaboré que nous ayons mis en place tient compte des deux corrélations température-vitesse que sont  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle$  et  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ . Le modèle prend alors la forme suivante:

$$\theta_{fn} = \theta_{fn-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_\theta}\right) + \psi_{\theta_n} \quad [5.39]$$

où  $\psi_{\theta_n}$  est une variable aléatoire construite selon:

$$\psi_{\theta_n} = a_\theta \zeta + b_\theta \psi_{r_n} + c_\theta \psi_{z_n} \quad [5.40]$$

où  $\zeta \in N(0,1)$ , et où les coefficients  $a_\theta$ ,  $b_\theta$  et  $c_\theta$  sont donnés par:

$$c_\theta = \frac{\langle u_{fz} \theta_f \rangle [1 - \exp(-\Delta t(1/T_z^* + 1/T_\theta^*))] - \langle u_{fr} \theta_f \rangle [1 - \exp(-\Delta t(1/T_r^* + 1/T_\theta^*))] \langle \psi_r \psi_z \rangle / \langle \psi_r \psi_r \rangle}{\langle \psi_z^2 \rangle - [\langle \psi_r \psi_z \rangle]^2 / \langle \psi_r^2 \rangle} \quad [5.41]$$

$$b_\theta = \frac{\langle u_{fr} \theta_f \rangle [1 - \exp(-\Delta t(1/T_r^* + 1/T_\theta^*))] - c_\theta \langle \psi_r \psi_z \rangle}{\langle \psi_r^2 \rangle} \quad [5.42]$$

$$a_\theta = \sqrt{\langle \psi_\theta^2 \rangle - b_\theta^2 \langle \psi_r^2 \rangle - c_\theta^2 \langle \psi_z^2 \rangle - 2b_\theta c_\theta \langle \psi_r \psi_z \rangle} \quad [5.43]$$

avec

$$\langle \psi_r \psi_z \rangle = b_r \langle \psi_z^2 \rangle \quad [5.44]$$

$$\langle \psi_\theta^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-2 \frac{\Delta t}{T_\theta^*}\right) \right] \langle \theta_f^2 \rangle \quad [5.45]$$

et où  $T_\theta^*$  est donné par la relation [5.20].

Le modèle présenté ici pour les fluctuations de température peut également être décliné en une version moins complète en ne tenant pas compte de l'une ou des deux corrélations température-vitesse du fluide. Ceci toujours dans le but d'évaluer l'importance de ces corrélations sur le comportement des particules.

## 2. Influence de la modélisation de la dispersion

Dans cette partie, les simulations numériques sont réalisées sur la base des conditions expérimentales de Farbar et Depew (1963) présentées dans le tableau 1.1, pour un Reynolds de l'écoulement voisin de 26500, et avec une température de paroi imposée à 352 K. Le diamètre des particules injectées est fixé arbitrairement à 100, 30 et 5  $\mu\text{m}$ . Afin d'isoler les effets propres au modèle de dispersion, nous admettons que les particules ne modifient ni le comportement dynamique, ni le comportement thermique de la phase fluide (*one way*). Le taux de chargement est donc fixé à une faible valeur ( $m = 0,05$ ) et les collisions entre particules ne sont pas modélisées. Pour chaque cas, les simulations sont menées avec des déclinaisons de complexité croissante du modèle de dispersion pour respectivement les fluctuations de vitesse et les fluctuations de température.

### a. Modélisation des fluctuations de vitesses

Nous analysons ici l'influence de la modélisation des fluctuations de vitesse du fluide sur le comportement dynamique des particules. Pour cela, les simulations sont réalisées en utilisant les déclinaisons suivantes du modèle:

- modèle complet tel que décrit au paragraphe V.1.a
- modèle non corrélé: les fluctuations sont générées sans tenir compte de la contrainte turbulente  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$  ( $\psi_{r_n}$  généré selon une distribution gaussienne)
- modèle sans terme correctif du *spurious drift* (construction de  $u_{fr_n}$  indépendamment de  $\frac{\partial \langle u_{fr}^2 \rangle}{\partial r}$ )

Les figures 5.5 à 5.7 présentent les profils radiaux des caractéristiques moyennes de la phase particulaire obtenus avec chacune de ces déclinaisons, avec respectivement:

- figure 5.5: les profils de concentration moyenne et vitesse moyenne axiale des particules
- figure 5.6: les profils d'énergie cinétique turbulente des particules dans les directions axiale et radiale
- figure 5.7: les profils de la contrainte turbulente des particules.

Les grandeurs moyennes de la phase fluide sont également portées, à titre de comparaison. L'analyse de ces figures conduit aux conclusions suivantes:

- le terme correctif du *spurious drift* affecte essentiellement la répartition des particules dans la conduite (figure 5.5). Sans ce terme correctif, les particules ont tendance à s'accumuler dans les zones de faible intensité turbulente que sont ici la zone de très proche paroi et la zone centrale de la conduite. Les particules de petite taille sont particulièrement sensibles à ce phénomène: la concentration dans les zones de faible intensité turbulente est environ 8 fois plus élevée que dans le reste de la conduite avec le modèle sans correction. L'introduction du terme correctif ramène les pics de concentration dans ces zones à des niveaux plus acceptables. La vitesse moyenne des particules est très légèrement affectée par les effets du *spurious drift*: sans terme correctif, les profils sont un peu plus élevés que ceux obtenus avec le modèle complet. Pour les particules de 100  $\mu\text{m}$ , le profil de l'énergie cinétique turbulente des particules dans la direction axiale est également sensible au terme correctif: l'introduction de ce terme dans le modèle provoque une augmentation des fluctuations dans la zone de proche paroi et une réduction dans la zone centrale. Le fait que seules les particules de 100  $\mu\text{m}$  voient leur agitation axiale influencée par une modification du modèle de dispersion peut sembler étrange à première vue: du fait de l'inertie, les particules les plus petites devraient être plus influencées que les plus grosses. Cependant, les petites particules répondant également mieux aux sollicitations du fluide, le niveau de leur agitation est conditionné par le niveau de turbulence du fluide, contrairement aux particules plus grosses.
- le comportement des particules de 100 et 30  $\mu\text{m}$  n'est quasiment pas modifié par la prise en compte de la corrélation  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$ . Par contre, pour les particules de 5  $\mu\text{m}$ , nous observons une importante modification du profil de la contrainte turbulente (figure 5.7). En effet, ce profil tend vers le profil de la contrainte turbulente du fluide. Effectivement, les particules les plus petites répondent particulièrement bien à la turbulence du fluide et le respect de la corrélation  $\langle u_{fr} u_{fz} \rangle$  pour générer les fluctuations fluides le long de la trajectoire agit directement sur la corrélation  $\langle u_{pr} u_{pz} \rangle$ .
- le rôle de l'inertie des particules est bien représenté: les particules les plus petites, de faible inertie, suivent parfaitement bien le fluide et les profils de leurs caractéristiques moyennes sont quasi identiques à ceux du fluide. Par contre, les particules les plus grosses répondent moins bien aux sollicitations du fluide et leur comportement est en conséquence moins affecté par les caractéristiques de ce fluide. Les propriétés turbulentes des particules les plus grosses (100  $\mu\text{m}$ ) résultent de l'agitation transversale des particules qui tend à homogénéiser les distributions. L'énergie cinétique de la phase particulaire dans la direction axiale est notamment supérieure à celle du fluide au centre de la conduite (figure 5.6).

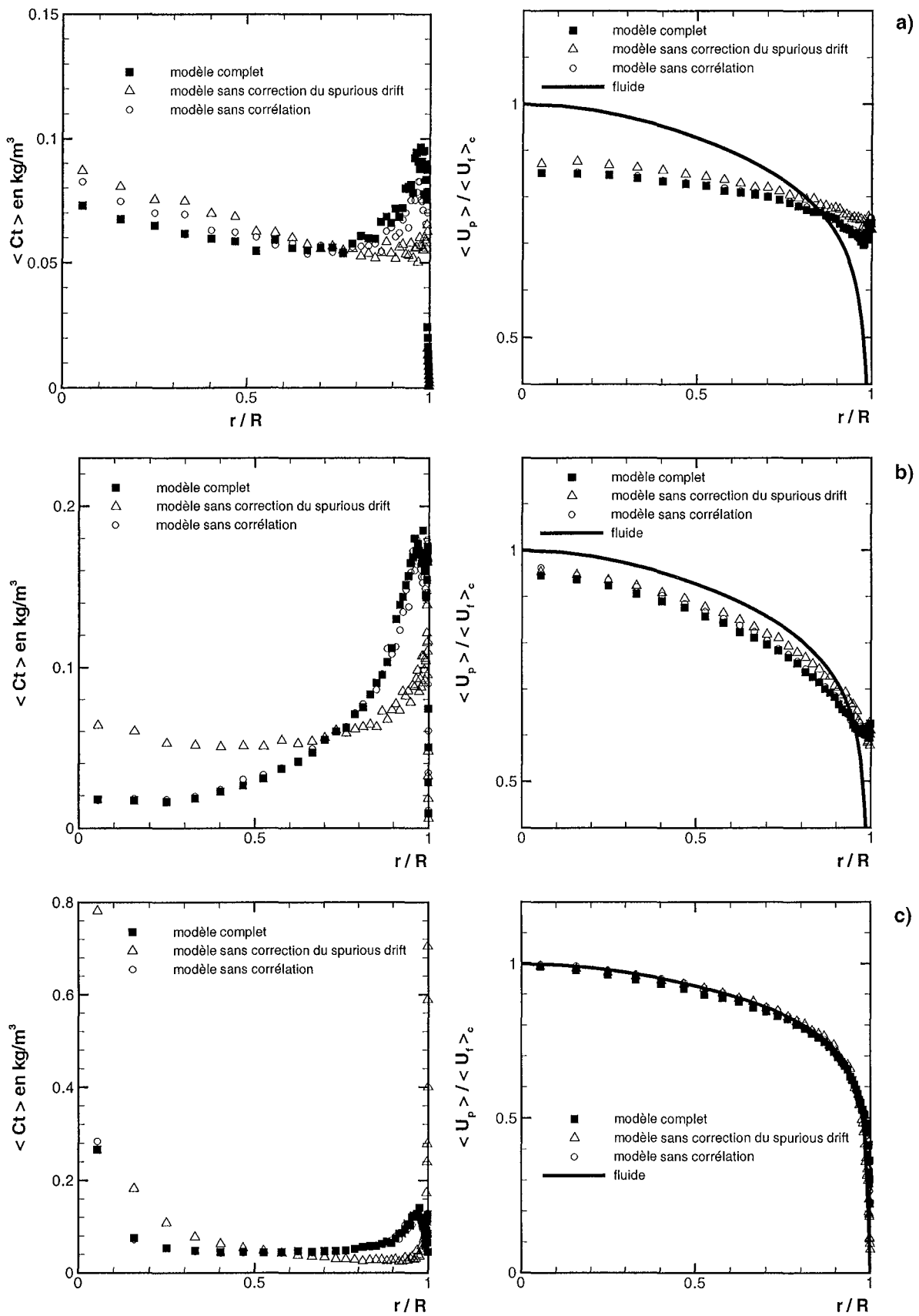
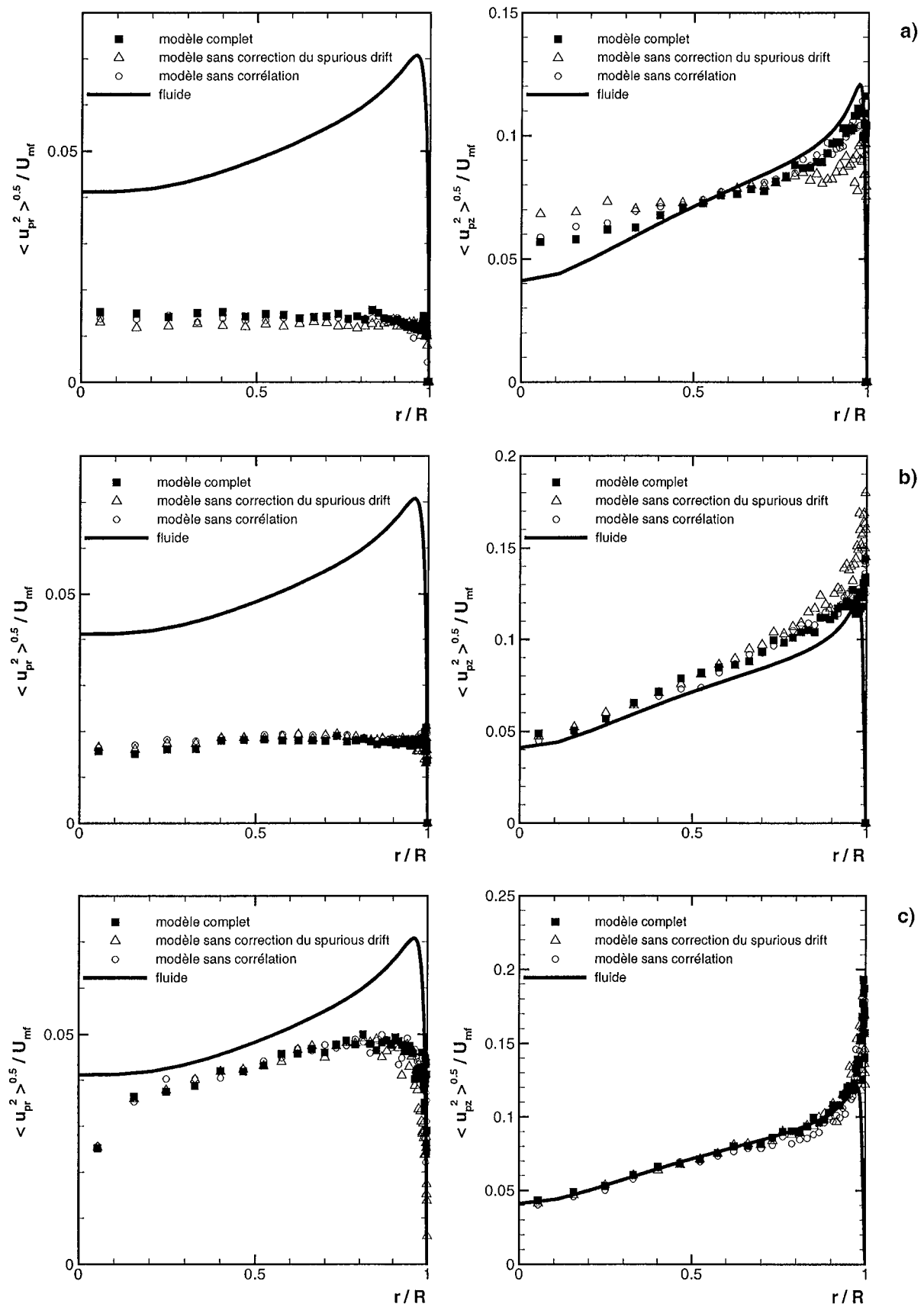
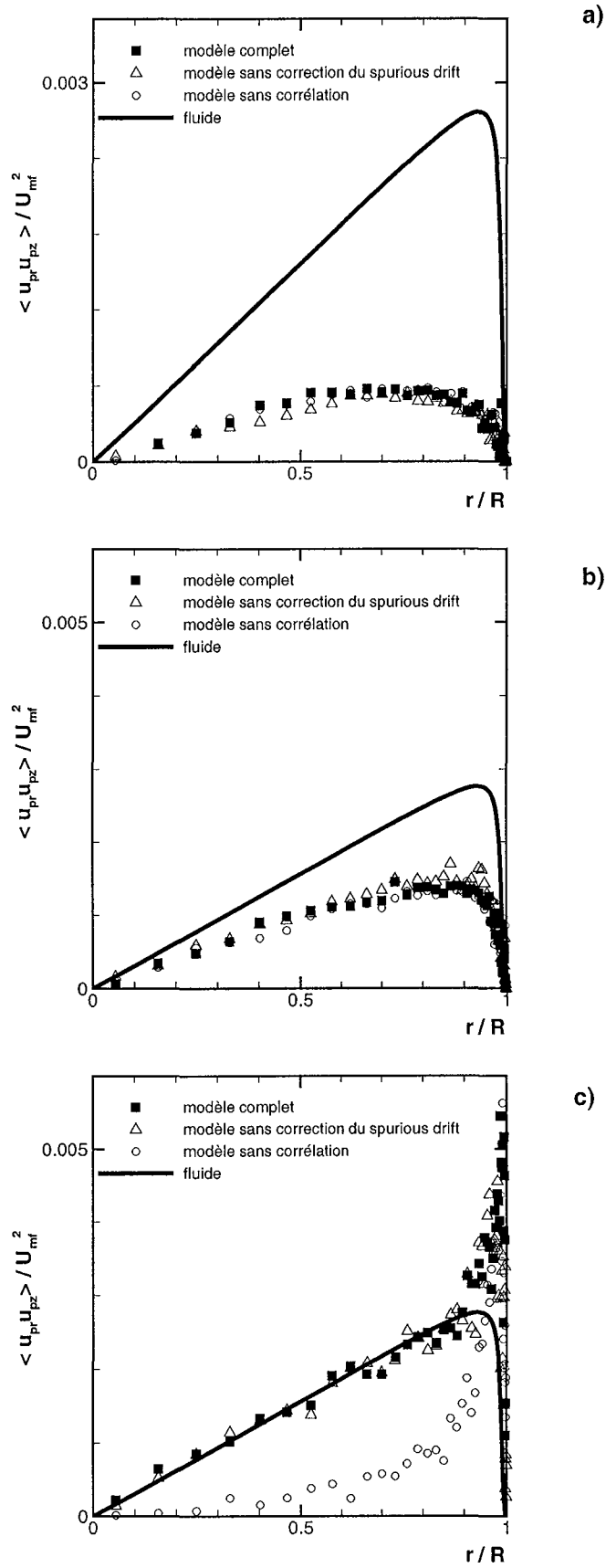


Figure 5.5: Profils radiaux de concentration et de vitesse,  $Re \approx 26500$ , particules de verre,  $d_p = 100\mu m$  (a),  $d_p = 30\mu m$  (b) et  $d_p = 5\mu m$  (c)





**Figure 5.6:** Profils radiaux d'énergie cinétique turbulente des particules dans les directions axiale et radiale,  $Re \approx 26500$ , particules de verre,  $d_p = 100\mu\text{m}$  (a),  $d_p = 30\mu\text{m}$  (b) et  $d_p = 5\mu\text{m}$  (c)



**Figure 5.7:** Profils radiaux des contraintes turbulentes des particules,  $Re \approx 26500$ , particules de verre,  $d_p = 100\mu m$  (a),  $d_p = 30\mu m$  (b) et  $d_p = 5\mu m$  (c)

### ***b. Modélisation des fluctuations de température***

Nous analysons maintenant l'influence de la modélisation des fluctuations de température du fluide sur le comportement thermique des particules. Pour cela, les simulations sont réalisées en utilisant les déclinaisons suivantes du modèle:

- modèle complet tel que décrit au paragraphe V.1.b
- modèle non corrélé avec  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ : les fluctuations sont générées sans tenir compte de  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ , mais en respectant  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle$  ( $\Psi_{\theta_n}$  construit selon  $\Psi_{\theta_n} = a_{\theta 1} \zeta + b_{\theta 1} \Psi_{r_n}$ )
- modèle non corrélé avec  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle$  et non corrélé avec  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ : les fluctuations de température sont générées indépendamment des fluctuations de vitesse.

Les figures 5.8 et 5.9 présentent les profils radiaux des caractéristiques thermiques moyennes de la phase particulaire obtenus avec chacune de ces déclinaisons, avec respectivement:

- les profils de température moyenne et de variance des fluctuations de température des particules sur la figure 5.8
- les profils des flux thermiques turbulents des particules dans les directions axiale et radiale sur la figure 5.9

Les grandeurs moyennes de la phase fluide sont également portées, à titre de comparaison. L'analyse de ces figures conduit aux conclusions suivantes:

- l'inertie thermique des particules affecte la réponse des particules au modèle de dispersion au même titre que l'inertie dynamique: le comportement de ces particules est peu affecté par la turbulence du fluide. Les profils de fluctuations de température et de flux thermiques turbulents ne sont pas conditionnés par la turbulence du fluide mais par le mouvement d'agitation des particules. Il faut noter notamment que le niveau des fluctuations de température et du flux turbulent  $\langle u_{pz} \theta_p \rangle$  est largement supérieur à celui de la phase fluide. En conséquence, la complexité du modèle de génération des fluctuations de température du fluide ne modifie pas le comportement de particules de cette taille. Les particules de plus faible inertie voient leurs propriétés tendre vers les propriétés du fluide. Ces particules sont également plus sensibles à la modélisation de la dispersion.
- les particules sont plus sensibles au flux thermique turbulent  $\langle u_{fr} \theta_f \rangle$  qu'au flux turbulent  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$ . En effet, en ne respectant aucune corrélations température-vitesse du fluide, une légère modification de chacun des profils est observée: légère réduction du niveau de température et du niveau des fluctuations de température des particules pour les particules de 30 et 5  $\mu\text{m}$ . Pour les flux thermiques turbulents de la phase particulaire, une légère réduction est également constatée pour les particules de 30  $\mu\text{m}$  alors que cette réduction est bien plus nette pour les particules les plus petites. Par contre, l'introduction dans le modèle de la corrélation  $\langle u_{fz} \theta_f \rangle$  n'a quasiment aucun effet sur le comportement des particules: seul le profil du flux  $\langle u_{pz} \theta_p \rangle$  pour les particules les plus petites est légèrement modifié.

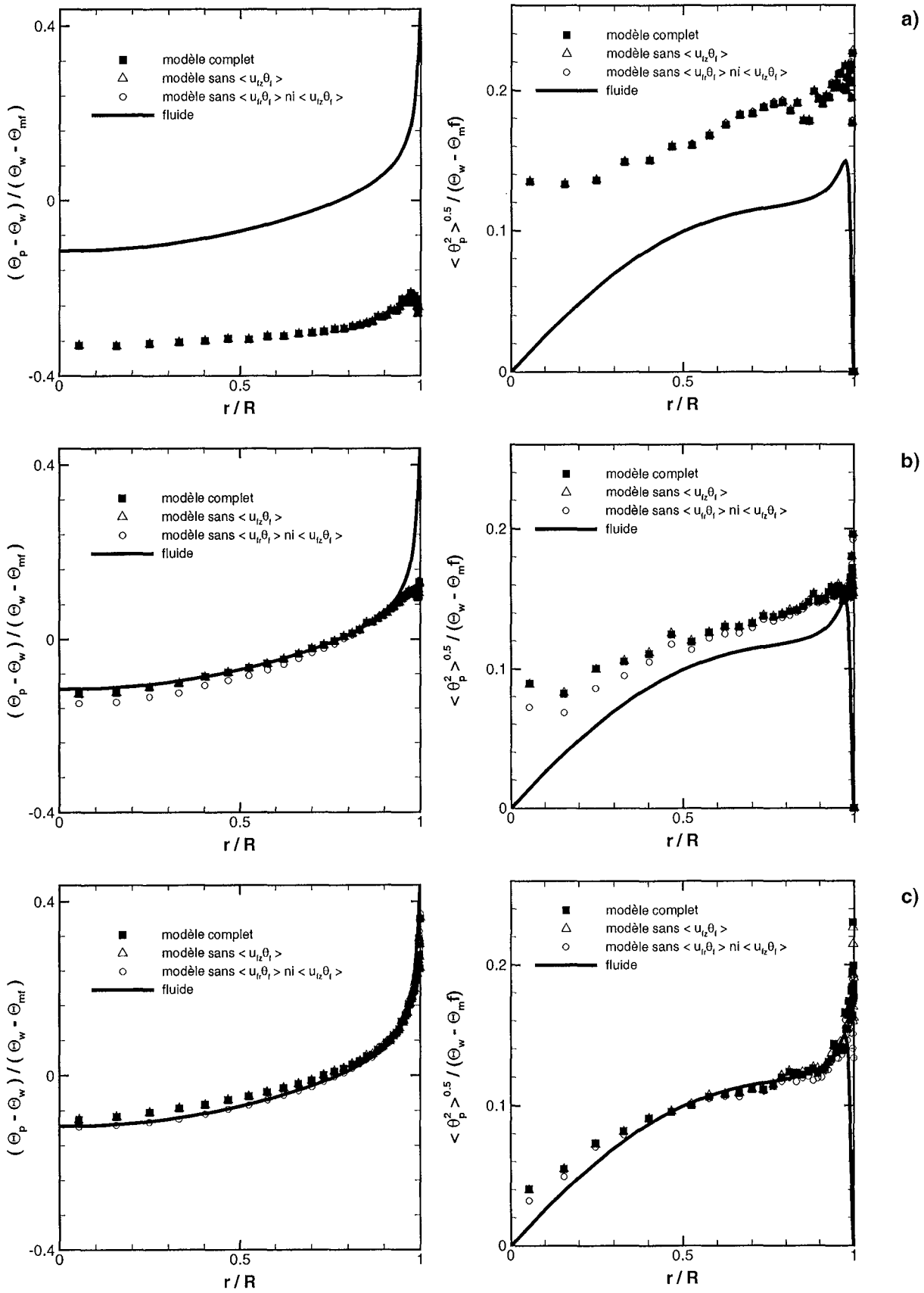


Figure 5.8: Profils radiaux de température et fluctuations de température,  $Re \approx 26500$ , particules de verre,  $d_p = 100\mu\text{m}$  (a),  $d_p = 30\mu\text{m}$  (b) et  $d_p = 5\mu\text{m}$  (c)

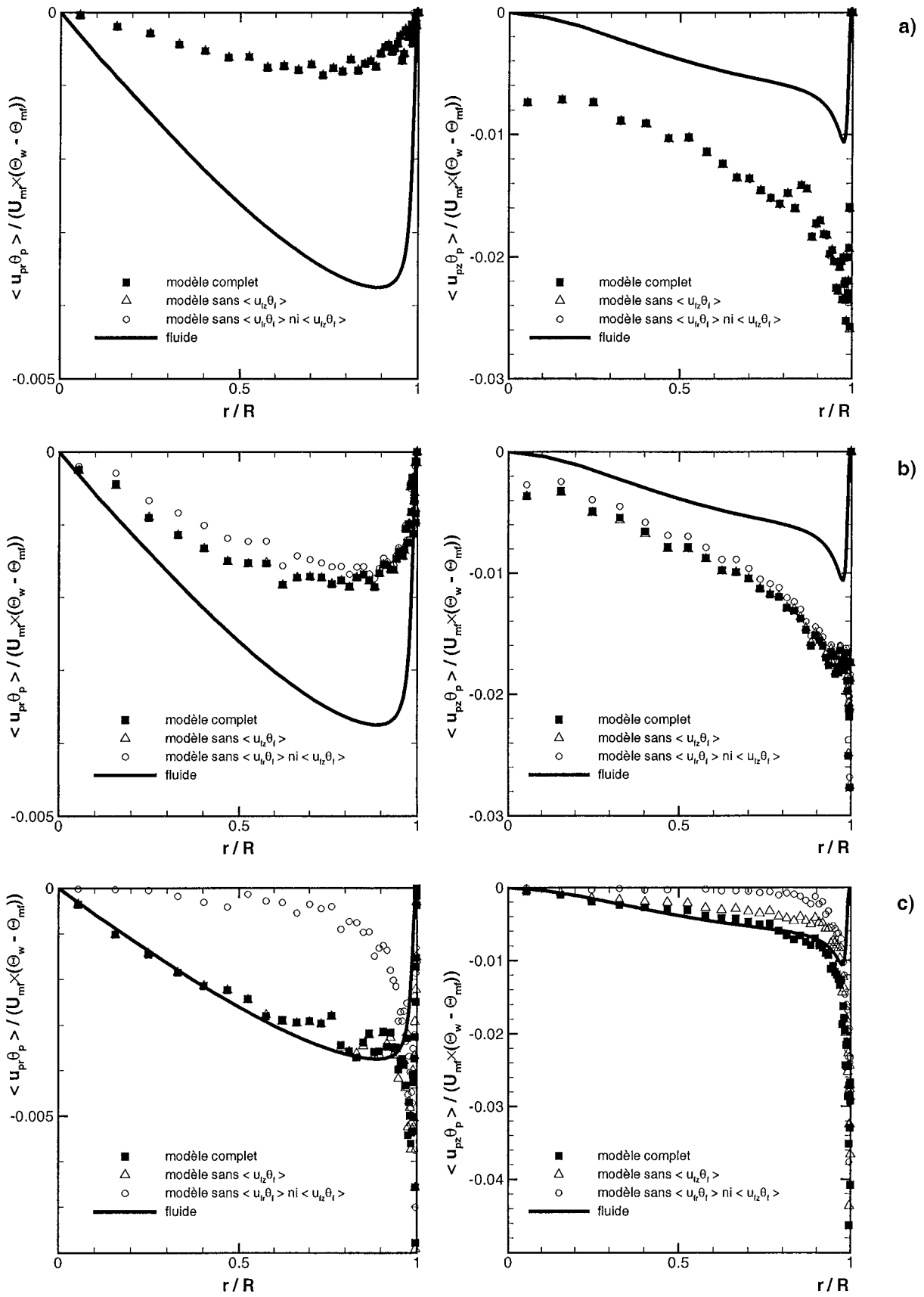


Figure 5.9: Profils radiaux de flux thermiques turbulents,  $Re \approx 26500$ , particules de verre,  $d_p = 100\mu\text{m}$  (a),  $d_p = 30\mu\text{m}$  (b) et  $d_p = 5\mu\text{m}$  (c)

- les profils de température des particules ne sont que peu modifiés, même pour les particules les plus petites ce qui laisse penser que la modélisation des fluctuations de température n'est pas primordiale pour la caractérisation du nombre de Nusselt de suspension. Cependant, les propriétés turbulentes des particules de faible inertie ne sont pas insensibles à la modélisation de la dispersion.

### 3. Bilan

Dans cette partie, nous avons mis en évidence les effets de la turbulence sur le mouvement de particules solides. Le fait de générer des fluctuations fluides en respectant la contrainte turbulente ou les flux thermiques turbulents du fluide affecte essentiellement la prédiction des contraintes et flux thermiques turbulents de la phase particulaire. Par contre, la prise en compte de la non-homogénéité de la turbulence par l'introduction d'un terme correctif du *spurious drift* s'est révélée importante pour la prédiction des profils de vitesse et de concentration des particules. A ce sujet, il est important de noter qu'en conduite, un terme correctif doit également être introduit dans la direction axiale, du fait du gradient  $\partial\langle u_{fr}u_{fz} \rangle/\partial r$ . Dans ce cas, l'équation [5.30] s'écrirait:

$$u_{fz_n} = u_{fz_{n-1}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_z^*}\right) + \psi_{z_n} + \frac{\partial\langle u_{fr}u_{fz} \rangle}{\partial r} T_z^* \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_z^*}\right)\right) \quad [5.46]$$

De plus, en imaginant un comportement thermique des particules analogue à leur comportement dynamique, la question de l'effet des gradients des flux thermiques turbulents apparaît également fondamentale pour la prédiction de la température des particules.



## Annexe 4

# COMPLÉMENTS SUR LE MODÈLE DE DISPERSION

## I. DÉTERMINATION DES PROPRIÉTÉS DES VARIABLES ALÉATOIRES

Considérons une fluctuation fluide à l'instant  $t$  et à la position discrète,  $X_p(t)$ , de la particule suivie, générée selon le processus auto-régressif du premier ordre suivant:

$$f_n = f_{n-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T^*}\right) + \psi_n \quad [\text{A3.1}]$$

avec  $f_n = f(X_p(n\Delta t), n\Delta t)$  la fluctuation à l'instant  $t = n\Delta t$ , et à la position  $X_p(n\Delta t)$ ,  $f_{n-1}$  la fluctuation à l'instant  $t = (n-1)\Delta t$  et à la position  $X_p((n-1)\Delta t)$ ,  $T^*$  l'échelle intégrale caractéristique du fluide vu et  $\psi_n$  des variables de distribution gaussiennes. Les caractéristiques de la distribution des  $\psi_n$  sont imposées par les propriétés moyennes de la turbulence:

- la moyenne des  $\psi_n$  est nulle:

en moyennant l'équation [A3.1], on trouve:

$$\langle f_n \rangle = \left\langle f_{n-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T^*}\right) \right\rangle + \langle \psi_n \rangle = \langle f_{n-1} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta t}{T^*}\right) + \langle \psi_n \rangle \quad [\text{A3.2}]$$

or la moyenne des fluctuations est nulle par définition d'où:

$$\langle \psi_n \rangle = 0 \quad [\text{A3.3}]$$

- l'écart type est déterminé:

en prenant le carré de l'équation [A3.1] et en moyennant:

$$\langle f_n^2 \rangle = \langle f_{n-1}^2 \rangle \exp\left(-\frac{2\Delta t}{T^*}\right) + \langle \psi_n^2 \rangle + 2\langle f_{n-1}\psi_n \rangle \exp\left(-\frac{\Delta t}{T^*}\right) \quad [\text{A3.4}]$$

or, les variables  $f_{n-1}$  et  $\psi_n$  sont indépendantes d'où  $\langle f_{n-1}\psi_n \rangle = 0$



en admettant que la turbulence puisse être considérée comme quasi homogène entre 2 instants successifs, on a:  $\langle f_n^2 \rangle \approx \langle f_{n-1}^2 \rangle$  ce qui conduit à:

$$\langle \psi_n^2 \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\Delta t}{T^*}\right) \right] \langle f_n^2 \rangle \quad [\text{A3.5}]$$

## II. TRAITEMENT DE L'ANISOTROPIE

### 1. Corrélation des variables aléatoires

Considérons deux fluctuations fluide, à l'instant  $t = n\Delta t$ , et à la position  $X_p(n\Delta t)$ , notées  $f1_n = f1(X_p(n\Delta t), n\Delta t)$  et  $f2_n = f2(X_p(n\Delta t), n\Delta t)$ , générées selon le processus autorégressif d'ordre un décrit précédemment. Si la turbulence considérée est caractérisée par une corrélation entre ces deux fluctuations (tensions de Reynolds pour deux composantes de la fluctuation de vitesse ou flux thermique turbulent pour un couple de fluctuation vitesse/température), alors les variables aléatoires intervenant dans la génération de chacune des fluctuations doivent être corrélées. La corrélation de ces deux variables est imposée:

En prenant le produit des deux fluctuations et moyennant:

$$\begin{aligned} \langle f1_n f2_n \rangle &= \langle f1_{n-1} f2_{n-1} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta t}{T1^*}\right) \exp\left(-\frac{\Delta t}{T2^*}\right) + \langle \psi1_n \psi2_n \rangle \\ &+ \langle \psi1_n f2_{n-1} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta t}{T2^*}\right) + \langle \psi2_n f1_{n-1} \rangle \exp\left(-\frac{\Delta t}{T1^*}\right) \end{aligned} \quad [\text{A3.6}]$$

les variables  $\psi1_n$  et  $f2_{n-1}$  sont indépendantes ainsi que les variables  $\psi2_n$  et  $f1_{n-1}$  d'où:

$$\langle f1_n f2_n \rangle = \langle f1_{n-1} f2_{n-1} \rangle \exp\left(-\Delta t \left( \frac{1}{T1^*} + \frac{1}{T2^*} \right)\right) + \langle \psi1_n \psi2_n \rangle \quad [\text{A3.7}]$$

en admettant que la turbulence puisse être considérée comme quasi homogène entre 2 instants successifs, on a:  $\langle f1_n f2_n \rangle \approx \langle f1_{n-1} f2_{n-1} \rangle$  ce qui conduit à:

$$\langle \psi1_n \psi2_n \rangle = \left[ 1 - \exp\left(-\Delta t \left( \frac{1}{T1^*} + \frac{1}{T2^*} \right)\right) \right] \langle f1_n f2_n \rangle \quad [\text{A3.8}]$$

### 2. Construction de variables corrélées

Pour générer  $i$  variables aléatoires de façon corrélées, la procédure mise en place repose sur la construction des  $\psi_i$  sur la base  $i$  de variables aléatoires indépendantes  $\chi_i$  de distribution gaussienne, de valeur moyenne nulle et de variance égale à un, selon la forme générale suivante:

$$\psi_i = b_{ik} \chi_k \quad [\text{A3.9}]$$

Les coefficients  $b_{ik}$  sont calculés en multipliant  $\psi_i$  par  $\psi_j$  et en moyennant. Prenons le cas particulier de trois variables (cas rencontré pour les 3 composantes de la fluctuation de vitesse), ce qui nous donne 9 coefficients  $b_{ik}$  à déterminer. Les équations donnant accès à ces coefficients sont les suivantes:

$$\begin{aligned}\langle \psi_1^2 \rangle &= b_{11}^2 + b_{12}^2 + b_{13}^2 \\ \langle \psi_2^2 \rangle &= b_{21}^2 + b_{22}^2 + b_{23}^2 \\ \langle \psi_3^2 \rangle &= b_{31}^2 + b_{32}^2 + b_{33}^2 \\ \langle \psi_1 \psi_2 \rangle &= b_{11} b_{21} + b_{12} b_{22} + b_{13} b_{23} \\ \langle \psi_1 \psi_3 \rangle &= b_{11} b_{31} + b_{12} b_{32} + b_{13} b_{33} \\ \langle \psi_2 \psi_3 \rangle &= b_{21} b_{31} + b_{22} b_{32} + b_{23} b_{33}\end{aligned}\tag{A3.10}$$

On dispose donc de 6 équations pour 9 inconnues ce qui nous laisse 3 degrés de liberté. On choisit par exemple  $b_{12} = b_{13} = b_{23} = 0$  ce qui conduit à:

$$\begin{aligned}b_{11} &= \langle \psi_1^2 \rangle^{1/2} \\ b_{21} &= b_{11}^{-1} \langle \psi_1 \psi_2 \rangle \\ b_{31} &= b_{11}^{-1} \langle \psi_1 \psi_3 \rangle \\ b_{22} &= [\langle \psi_2^2 \rangle - b_{21}^2]^{1/2} \\ b_{32} &= [\langle \psi_2 \psi_3 \rangle - b_{21} b_{31}] b_{22}^{-1} \\ b_{33} &= [\langle \psi_3^2 \rangle - b_{31}^2 - b_{32}^2]^{-1}\end{aligned}\tag{A3.11}$$



*Annexe 5*

***COMPLÉMENTS SUR LA VALIDATION***

***EN ÉCOULEMENT HOMOGÈNE***

***CISAILLÉ***



ELSEVIER

International Journal of Heat and Fluid Flow 22 (2001) 220–226

---



---

International Journal of  
**HEAT AND  
 FLUID FLOW**


---



---

www.elsevier.com/locate/ijhff

## Temperature fluctuations of discrete particles in a homogeneous turbulent flow: a Lagrangian model

S. Moissette, B. Oesterlé\*, P. Boulet

Laboratoire Universitaire de Mécanique et d'Energétique de Nancy (LUMEN), ESSTIN, Université Henri Poincaré – Nancy 1, 2 Rue Jean Lamour, F-54500 Vandoeuvre-les-Nancy, France

### Abstract

Within the frame of Lagrangian approaches for the prediction of heat transfer in dispersed two-phase flows, a new dispersion model is proposed which involves correlated stochastic processes to predict the velocity and temperature of a discrete particle along its path in terms of the instantaneous velocity and temperature of the surrounding fluid element. The dispersion problem is carefully addressed in taking into account the anisotropy of the flow and the turbulent heat flux resulting from velocity–temperature correlations. The model is used to simulate the behavior of particles suspended in a homogeneous turbulent shear flow. The numerically predicted correlations between the fluctuating quantities are in perfect agreement with the results of an analytical study by Zaichik (Phys. Fluids 11 (1999) 1521–1534). A supplementary investigation of the associated effects of non-linear drag and heat transfer is then proposed. © 2001 Elsevier Science Inc. All rights reserved.

**Keywords:** Two-phase flow; Turbulence; Particles; Lagrangian simulation; Heat transfer

### 1. Introduction

Non-isothermal turbulent flows with solid particles or droplets are encountered in many industrial processes such as pneumatic conveying, powder drying systems or combustion. When using the so-called Eulerian–Lagrangian approach to predict such dispersed two-phase flows, the difficulty is to simulate as accurately as possible the turbulent fluctuations of the fluid and their influence on the motion and temperature of the suspended particles. In fact, it can be observed that the effect of temperature fluctuations is rarely carefully dealt with in gas–solid flows. Provided this requirement is satisfied, Lagrangian methods may improve the formulation of the closure assumptions which are needed to predict heat transfer in turbulent gas–solid flows by means of two-fluid models. For instance, the particle turbulent heat flux components  $\langle u'_{pi} \theta'_p \rangle$ , which are generally modelled by introducing a particle turbulent Prandtl number (Han et al., 1991; Kouzoubov et al., 1997), might be more accurately assessed by using data provided by Lagrangian investigations.

As regards the question of particle dynamics, the main problem in developing dispersion models is to numerically simulate the instantaneous velocity of the fluid surrounding the discrete particle (the fluid *seen* by the particle). After several

pioneering works dedicated to particle dispersion in isotropic turbulence (e.g., Gosman and Ioannides, 1981; Ormancey and Martinon, 1984; Wang and Stock, 1993), Lagrangian methods for anisotropic turbulence have been suggested by Berlemont et al. (1990), Zhou and Leschziner (1991, 1997) and Burry and Bergeles (1993). Unlike such techniques, which involve a temporal step followed by a spatial step to predict the instantaneous velocity of the fluid seen, the model considered herein lies on a single first-order stochastic process according to the integral time scale  $T^*$  of the fluid seen by the discrete particle. The reader is referred to Wang and Stock (1993) or Pozorski and Minier (1998) who have proposed analytical expressions of  $T^*$  in terms of particle inertia and mean drift velocity, and to Pétrissans et al. (2000) for additional information about the capabilities of the dispersion model, which can account for the inertia effect, the continuity effect and the crossing trajectories effect, as well as for the so-called spurious drift in case of non-homogeneous turbulence (Legg and Raupach, 1982).

As concerns heat transfer prediction, it is worth mentioning the Lagrangian simulation of non-isothermal gas–solid flow by Avila and Cervantes (1995), who have used an eddy-interaction model by assuming equal dynamic and thermal integral time scales of the fluid. However, the requirement that the fluctuations must be connected by the given velocity–temperature correlations of the fluid  $\langle u'_i \theta'_f \rangle$  was not taken into account in their model. Heat transfer predictions in a turbulent gas–solid pipe flow using an enhanced Lagrangian model were recently presented by Moissette et al. (2000). The main objective was to improve the description of the effect of

\* Corresponding author. Tel.: +33-383-503-398; fax: +33-383-542-173.

E-mail addresses: sophie.moissette@esstin.uhp-nancy.fr (S. Moissette), oesterbe@esstin.uhp-nancy.fr (B. Oesterlé).

Notation		$y$	mean shear direction
$a, b_{ik}, c_k$	coefficients used to generate correlated random variables	$z$	spanwise direction
$C_D$	drag coefficient	<i>Greeks</i>	
$c_p$	particle specific heat	$\Delta t$	time step
$d_p$	particle diameter	$\theta_f$	fluid temperature
$G_u$	mean velocity gradient	$\theta_p$	particle temperature
$G_\theta$	mean temperature gradient	$\nu_f$	fluid kinematic viscosity
$h_p$	particle-to-fluid heat transfer coefficient	$\zeta$	temperature random disturbance
$k$	fluid turbulent kinetic energy	$\rho_f$	fluid density
$m_p$	particle mass	$\rho_p$	particle density
$Nu_p$	particle Nusselt number	$\tau_p$	particle dynamic relaxation time
$Pr$	Prandtl number	$\tau_{p0}$	Stokesian particle dynamic relaxation time
$Re_k$	particle Reynolds number based on $\sqrt{k}$	$\tau_{pe}$	effective dynamic relaxation time
$Re_p$	particle Reynolds number	$\tau_{p\theta}$	particle thermal relaxation time
$S_u$	dimensionless mean velocity gradient	$\tau_{p\theta 0}$	particle thermal relaxation time for $Nu_p = 2$
$S_\theta$	dimensionless mean temperature gradient	$\tau_{p\theta e}$	effective thermal relaxation time
$T^*$	integral time scale	$\chi_i, \zeta$	independent Gaussian variables
$T_\theta^*$	temperature integral time scale	$\psi_i$	velocity random disturbance
$t$	time	$\Omega_u$	dynamic Stokes number
$\mathbf{U}_f$	fluid velocity vector	$\Omega_{ue}$	modified dynamic Stokes number
$\mathbf{U}_p$	particle velocity vector	$\Omega_\theta$	thermal Stokes number
$u_{fi}$	fluid velocity component	<i>Subscripts and superscripts</i>	
$u_{pi}$	particle velocity component	$\langle \rangle$	ensemble average
$\mathbf{X}_p$	particle position vector	$\langle \rangle$	fluctuating quantity
$x$	streamwise direction	$n$	quantity at time $n\Delta t$

turbulence on particles, but also to get as accurate information as possible about the particle turbulent heat flux components  $\langle u'_{pi} \theta'_p \rangle$ . For this purpose, the instantaneous velocity and temperature fluctuations of the fluid seen by the particles are simulated by means of specific stochastic processes which make them satisfy the local value of  $\langle u'_f \theta'_f \rangle$ .

The present work is devoted to the validation of such a new Lagrangian model for heat transfer prediction. The case dealt with herein is a homogeneous turbulent flow with constant gradients of mean velocity and temperature. Analytical expressions of the second-order moments have been given in this case by Zaichik (1999), according to a theoretical analysis in the frame of a p.d.f. approach (Zaichik, 1999; Zaichik et al., 1997), with the assumption that the mean velocity and temperature of particles are equal to the fluid ones (no external force or heat source). The model is first thoroughly described, then numerical results are given and compared to the analytical ones. Finally, supplementary calculations are devoted to the investigation of possible non-linear drag and heat transfer effects.

## 2. Formulation

### 2.1. Overview of the Lagrangian simulation

Particles are tracked in a homogeneous shear flow with constant mean temperature gradient by solving the equation of motion under the assumptions of incompressible fluid and dilute suspension. Hence, inter-particle collisions are neglected, as well as the effect of particles upon the fluid flow (one-way simulation). Moreover, spherical solid particles are considered, and the only force acting on particles is the drag force (no gravity).

The dynamic equations are reduced to

$$\frac{d\mathbf{X}_p}{dt} = \mathbf{U}_p, \quad \frac{d\mathbf{U}_p}{dt} = \frac{\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_p}{\tau_p}, \quad (1)$$

where  $\mathbf{X}_p$  and  $\mathbf{U}_p$  are the position and velocity of the particle,  $\mathbf{U}_f$  is the instantaneous local fluid velocity and

$$\tau_p = \frac{4}{3} \rho_p d_p / (\rho_f C_D \|\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_p\|)$$

is the relaxation time of the particle:  $\tau_p$  is constant if Stokes' drag law applies ( $Re_p \ll 1$ ,  $Re_p$  standing for the instantaneous particle Reynolds number), otherwise  $\tau_p$  depends on  $Re_p$  (non-linear drag force, see Section 2.3).

In addition, the temperature of each particle is computed along its trajectory assuming that each particle has a uniform temperature and that the temperature is sufficiently low to neglect radiative transfer. Under such assumptions, the energy balance takes the following form:

$$\frac{d\theta_p}{dt} = \frac{\theta_f - \theta_p}{\tau_{p\theta}}, \quad (2)$$

where  $\theta_p$  and  $\theta_f$  are the instantaneous temperatures of the particle and of the fluid seen, respectively, and  $\tau_{p\theta}$  is the particle thermal relaxation time, defined by

$$\tau_{p\theta} = \frac{m_p c_p}{\pi d_p^2 h_p} \quad (3)$$

which is either constant or varies as a function of  $Re_p$ , depending on the particle Nusselt number expression used to estimate  $h_p$  (see Section 2.3).

In the following sections, the fluctuating parts of the fluid velocity and temperature at location  $\mathbf{X}(t)$  and time  $t$  are denoted by  $u'_f(\mathbf{X}, t)$  and  $\theta'_f(\mathbf{X}, t)$ , respectively.

### 2.2. Dispersion modelling

The instantaneous velocity and temperature fluctuations of the fluid at each point of the discrete particle trajectory are simulated by means of appropriate stochastic processes. Using any available dispersion model to predict the velocity fluctu-

ations of the fluid at the discrete particle location  $\mathbf{X}_p(t)$ , the following first-order autoregressive process is used to generate the fluid temperature fluctuation at time  $t$  and location  $\mathbf{X}_p(t)$ :

$$\theta'_n = \theta'_{n-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_\theta^*}\right) + \xi_n, \quad (4)$$

where  $\theta'_n$  stands for  $\theta'_f(\mathbf{X}_p(n\Delta t), n\Delta t)$ ,  $T_\theta^*$  is the temperature integral time scale of the fluid seen by the particle, and the  $\xi_n$  are Gaussian variables with zero mean value and with variance given by

$$\langle \xi_n^2 \rangle = \left(1 - \exp\left(-2\frac{\Delta t}{T_\theta^*}\right)\right) \langle \theta_f'^2 \rangle \quad (5)$$

from stationarity requirements under quasi-homogeneity conditions. In case of homogeneous turbulence, such a first-order time series is consistent with an exponentially decaying time correlation of the temperature fluctuation  $\theta'_f(\mathbf{X}_p(t), t)$  along the particle path.

In order to ensure consistency of the generated temperature fluctuations with the required values of the velocity–temperature one-point correlations  $\langle u'_i \theta'_f \rangle$  of the fluid, the  $\xi_n$  have to be linked with the random terms appearing in the process used to generate the velocity fluctuation. Let us examine the case where the velocity fluctuations of the fluid seen by the particle obey the same kind of first-order stochastic process (consistent with an exponentially decaying time correlation of the velocity fluctuation). Introducing  $u'_n = u'_f(\mathbf{X}_p(n\Delta t), n\Delta t)$  and three Gaussian variables  $\psi_{in}$ , and denoting by  $T_i^*$  the integral time scales of the fluid seen, the corresponding time series can be written as

$$u'_{in} = u'_{i,n-1} \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_i^*}\right) + \psi_{in} \quad (6)$$

showing that  $\xi_n$  must satisfy

$$\langle \xi_n \psi_{in} \rangle = \left[1 - \exp\left(-\Delta t \left(\frac{1}{T_\theta^*} + \frac{1}{T_i^*}\right)\right)\right] \langle u'_{fi} \theta'_f \rangle. \quad (7)$$

Moreover, anisotropy can be introduced into the stochastic process (6) by linking the white noise disturbances  $\psi_{in}$  in order to satisfy the prescribed values of the Reynolds stresses. From Eq. (6), we get the conditions to be fulfilled by the covariances:

$$\langle \psi_{in} \psi_{jn} \rangle = \left[1 - \exp\left(-\Delta t \left(\frac{1}{T_i^*} + \frac{1}{T_j^*}\right)\right)\right] \langle u'_{fi} u'_{fj} \rangle. \quad (8)$$

A simple procedure to generate such correlated random numbers is to consider a set of three independent random variables  $\chi_i$  selected from a normal p.d.f. with zero mean and variance unity, and to build  $\psi_i$  as follows:

$$\psi_i = b_{ik} \chi_k, \quad (9)$$

where the coefficients  $b_{ik}$  are calculated, without loss of generality, according to

$$\begin{aligned} b_{11} &= \langle \psi_1^2 \rangle^{1/2}, & b_{12} &= 0, & b_{13} &= 0, \\ b_{21} &= b_{11}^{-1} \langle \psi_1 \psi_2 \rangle, \\ b_{22} &= \langle \psi_2^2 \rangle^{1/2} - b_{21} b_{11}, & i &= 2, 3, \\ b_{31} &= \langle \psi_1 \psi_3 \rangle - b_{31} b_{11} - b_{32} b_{12}, & i &= 2, 3. \end{aligned} \quad (10)$$

The conditions specified by Eqs. (5) and (7) can easily be satisfied by selecting a random number  $\zeta$  from a normal p.d.f. with zero mean and variance unity, and building  $\xi$  by

$$\xi = a\zeta + c_k \psi_k, \quad (11)$$

where the coefficients  $a$  and  $c_k$  are obtained from the conditions on  $\langle \xi^2 \rangle$  and  $\langle \xi \psi_i \rangle$  according to Eqs. (5) and (7):

$$c_k \langle \psi_k \psi_i \rangle = \langle \xi \psi_i \rangle, \quad a^2 = \langle \xi^2 \rangle - \langle (c_k \psi_k)^2 \rangle. \quad (12)$$

In the present study, which aims at improving our dispersion model with regard to heat transfer, this method is applied to a homogeneous shear flow by taking into account the fluid Reynolds stress  $\langle u'_x u'_y \rangle$  and the fluid velocity–temperature correlations  $\langle u'_{ix} \theta'_f \rangle$ ,  $\langle u'_{iy} \theta'_f \rangle$  (flow direction  $x$ , shear direction  $y$ ).

### 2.3. Numerical conditions

In order to compare the results of the proposed dispersion model with the analytical solution derived by Zaichik (1999), the flow characteristics are evaluated from the experimental data of Tavoularis and Corrsin (1981) obtained in a nearly homogeneous shear flow with constant mean gradients of velocity and temperature:

$$\begin{aligned} \frac{\langle u'^2_{ix} \rangle}{k} &= 1.07, & \frac{\langle u'^2_{iy} \rangle}{k} &= 0.37, \\ \frac{\langle u'^2_{ix} \rangle}{k} &= 0.56, & \frac{\langle u'_{ix} u'_{iy} \rangle}{\langle u'^2_{ix} \rangle^{1/2} \langle u'^2_{iy} \rangle^{1/2}} &= -0.45, \\ \frac{\langle u'_{ix} \theta'_f \rangle}{\langle u'^2_{ix} \rangle^{1/2} \langle \theta_f'^2 \rangle^{1/2}} &= 0.59, & \frac{\langle u'_{iy} \theta'_f \rangle}{\langle u'^2_{iy} \rangle^{1/2} \langle \theta_f'^2 \rangle^{1/2}} &= -0.45, \end{aligned} \quad (13)$$

where  $k = \langle u'_j u'_{fj} \rangle / 2$  is the turbulent kinetic energy of the fluid. According to the assumptions made by Zaichik (1999) in his quasi-state solution for a homogeneous layer, the velocity and temperature integral time scales of the fluid seen by the particles are assumed to be constant and equal to each other, i.e.,  $T_i^* = T_\theta^* = T^*$ . The velocity gradient parameter  $S_u = T^* G_u$ , where  $G_u$  is the mean velocity gradient, is assumed to be equal to the temperature gradient parameter  $S_\theta = (T^* k^{0.5} / \langle \theta_f'^2 \rangle^{0.5}) G_\theta$ , where  $G_\theta$  is the mean temperature gradient. The dimensionless time parameters (similar to Stokes numbers)  $\Omega_u$  and  $\Omega_\theta$  are defined by  $\Omega_u = \tau_p / T^*$  and  $\Omega_\theta = \tau_{p\theta} / T^*$ .

Numerical calculations are based on the computation of a large number of particle trajectories through the flow (2 000 000 particles are injected). Averaging is performed to compute statistical quantities such as the particle velocity–temperature correlations. Initially, particles are uniformly distributed along a straight line with given length  $L$ , in the direction of the flow gradients (Fig. 1). In order to avoid any boundary effect, only particles with final position  $y$  lying within the small segment  $[-L/20, +L/20]$  are taken into account to evaluate the statistical quantities. This small test section, one tenth of the injection length  $L$ , is divided into 20 cells of width  $\Delta y$ . For each test, at least 1000 particles have

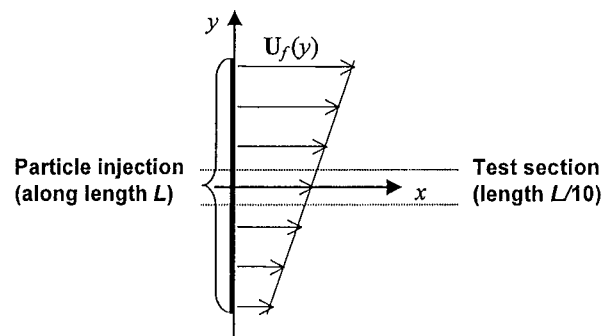


Fig. 1. Sketch of the test configuration.

been observed in each cell of the test section at the end of the computation. Particle trajectories and temperature are computed by integrating Eqs. (1) and (2) by means of a first-order Runge–Kutta method, the fluid fluctuating quantities being calculated according to the above-presented dispersion model. For the sake of reliability, a small enough time step is chosen, namely  $\Delta t = \min(T^*/10, \tau_p/10)$ , and the total tracking time is not less than  $\max(5T^*, 5\tau_p)$ .

First, computations have been carried out with the assumption that the particle relaxation times  $\tau_p$  and  $\tau_{p\theta}$  are constant (i.e.,  $Re \ll 1$  and  $Nu_p = 2$ ) and equal to each other. Since the velocity and temperature integral time scales are also equal to each other, the dynamic and thermal Stokes numbers  $\Omega_u$  and  $\Omega_\theta$  are identical. For each value of the gradient parameter, various tests have been performed for several values of the particle relaxation times  $\tau_p = \tau_{p\theta}$ , leading to Stokes numbers  $\Omega_u = \Omega_\theta$  varying between 0 and 10. The turbulent kinetic energy  $k$  and the integral time scale  $T^*$  do not affect the results since all quantities are non-dimensional, therefore they are fixed to arbitrary values.

Further computations have been performed in the case of non-linear drag force and heat transfer. In this case, the dy-

namic and thermal particle relaxation times do not remain constant along the particle trajectory, therefore they have to be computed at each time step. The relaxation times  $\tau_p$  and  $\tau_{p\theta}$  depend, respectively, on the particle drag coefficient  $C_D$ , evaluated from the correlation of Morsi and Alexander (1972), and on the particle Nusselt number  $Nu_p$ , estimated from the following commonly used correlation:  $Nu_p = 2 + 0.6Re_p^{0.5}Pr^{0.33}$ , where  $Pr$  is the fluid Prandtl number. Now, besides the dimensionless gradient parameters  $S_u, S_\theta$  and the Stokes numbers  $\Omega_u, \Omega_\theta$ , another nondimensional parameter has to be considered, namely  $Re_k = \sqrt{k} \cdot d_p / \nu_f$ . This is because the possible non-linear drag and heat transfer effects are depending on the particle Reynolds number  $Re_p$  based on the instantaneous relative velocity, which is not known before performing the simulation. Since there is no mean drift velocity here (no gravity force), the only characteristic Reynolds number which can be fixed is  $Re_k$ , keeping in mind that the effective average particle Reynolds number will depend on both  $Re_k$  and  $\Omega_u$ . For small inertia particles, which follow rather well the fluid fluctuations, the average relative velocity may be expected to be small compared to  $\sqrt{k}$ , therefore  $\langle Re_p \rangle \ll Re_k$ , whereas we may expect  $\langle Re_p \rangle \approx Re_k$  for very

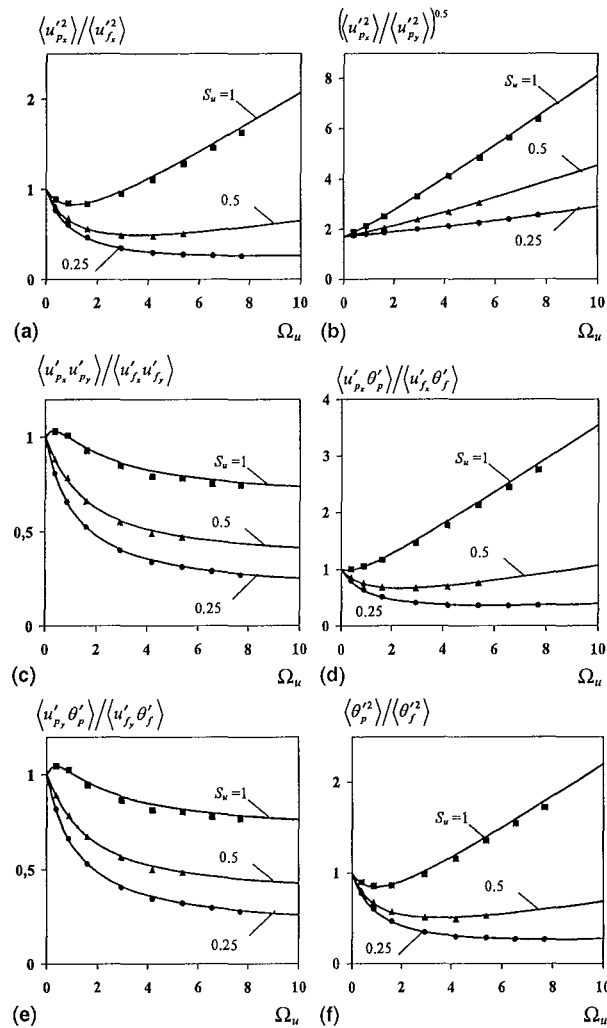


Fig. 2. Particle kinetic stresses (a)–(c), heat fluxes (d)–(e) and temperature fluctuation intensity (f). Solid curves are for Zaichik's analytical results and symbols are for the present computation.



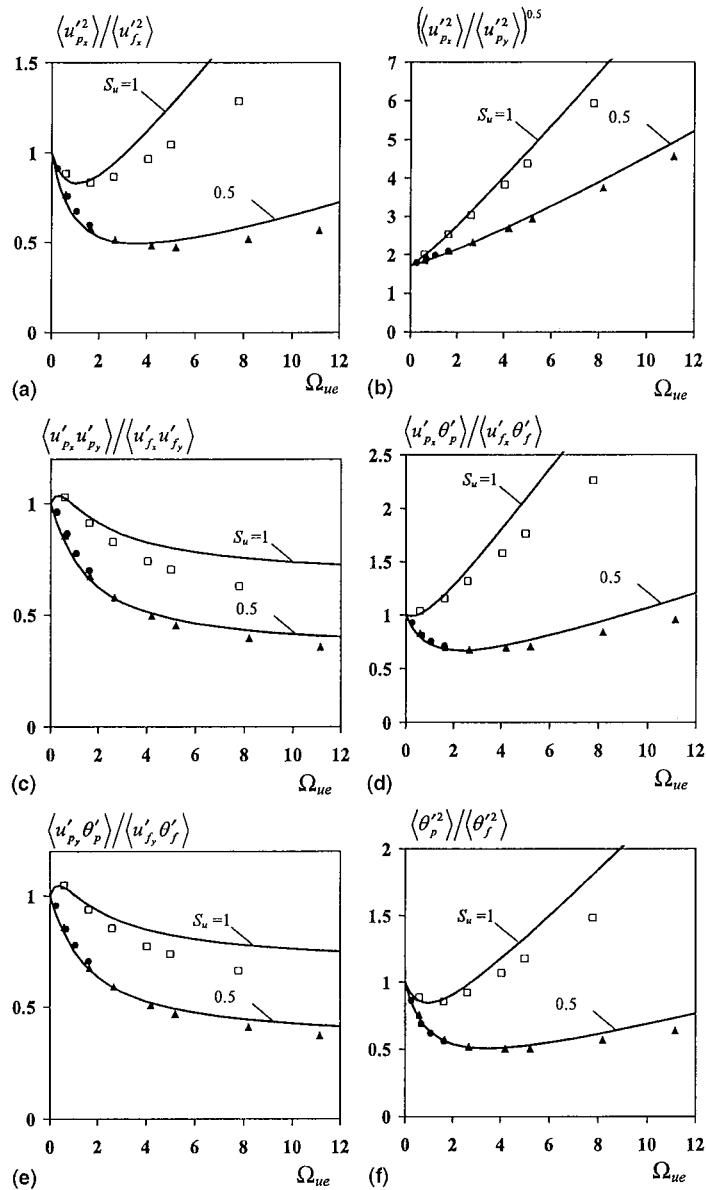


Fig. 3. Particle kinetic stresses (a)–(c), heat fluxes (d)–(e) and temperature fluctuation intensity (f) in case of non-linear drag and heat transfer effects. Solid curves are for Zaichik's analytical results and symbols are for the present computation. ( $\blacktriangle$ )  $Re_k = 10$ ,  $S_u = S_\theta = 0.5$ ; ( $\bullet$ )  $Re_k = 100$ ,  $S_u = S_\theta = 0.5$ ; ( $\square$ )  $Re_k = 10$ ,  $S_u = S_\theta = 1$ .

heavy particles. The flow characteristics are the same as for the linear drag case. However, the assumption  $\Omega_u = \Omega_\theta$  is now based on the Stokesian particle relaxation time  $\tau_{p0}$ , since the instantaneous particle relaxation times are not constant along the particle path. Assuming, as above,  $S_u = S_\theta$ , the influence of  $Re_k$  can be investigated by comparing the numerical predictions with the results obtained under the assumption of linear drag. Computations have been carried out for  $S_u = S_\theta = 0.5$  and 1,  $Re_k = 10$  and 100, and  $\Omega_u = \Omega_\theta$  ranging from 1 to 10.

### 3. Numerical results

Figs. 2 and 3 display the particle kinetic stresses (plots (a), (b) and (c)), turbulent heat fluxes (plots (d) and (e)) and

temperature fluctuations (plot (f)) as a function of the particle Stokes number  $\Omega_u$  for various values of the gradient parameter  $S_u$ . In Fig. 2, comparison is made between Zaichik's analytical results (solid curves) and the results from the present Lagrangian model, assuming constant and equal particle dynamic and thermal relaxation times, according to Zaichik's hypothesis. Fig. 2 shows that the proposed dispersion model leads to perfect agreement with the analytical solution for all particle fluctuating quantities. The main features of the fluid–solid flow, such as the development of anisotropy in particle r.m.s. velocity (Fig. 2(b)) or the similarities between the particle turbulent heat fluxes and particle kinetic stresses are correctly simulated. It may be mentioned that Zaichik's analysis also assumes exponentially decaying correlation functions for the fluid seen by the particles, therefore it is not surprising to obtain such a good

agreement. For detailed analysis of the physical sense of the whole curves, one will refer to Zaichik (1999), whose theoretical investigation has been restricted to constant relaxation times, however. It may therefore be interesting to use the proposed Lagrangian technique in order to assess the effect of non-linear drag force and heat transfer, which cannot be taken into account in a rigorous way in analytical investigations.

Corresponding results are presented in Fig. 3, which illustrates the effects of non-linear drag force and Reynolds dependent Nusselt number. Since  $\tau_p$  changes along the particle trajectory, the particle fluctuating quantities are plotted against the modified Stokes number  $\Omega_{ue}$  based on the effective particle relaxation time, which is the average relaxation time defined by

$$\tau_{pe} = \tau_{p0} \frac{24}{C_D \langle Re_p \rangle}, \quad (14)$$

where  $\tau_{p0}$  is the Stokesian particle relaxation time, and  $C_D$  is the drag coefficient at particle Reynolds number  $\langle Re_p \rangle$  based on the particle average relative velocity, computed from the Lagrangian simulation as  $(\sum_i (u'_{fi} - u'_p)^2)^{1/2}$ . In a similar way, the effective thermal relaxation time is defined by  $\tau_{p\theta e} = \tau_{p\theta 0} (2/ Nu_p)$  where  $\tau_{p\theta 0}$  is the particle relaxation time assuming a constant particle Nusselt number (equal to 2), and  $Nu_p$  is the Nusselt number at particle Reynolds number  $\langle Re_p \rangle$ . It should be mentioned, however, that  $\tau_{p\theta e}$  and  $\tau_{pe}$  remain close to each other in the range of  $\langle Re_p \rangle$  investigated here, due to the assumption  $\tau_{p\theta 0} = \tau_{p0}$ . Comparison is made between the cases of linear drag force and non-linear drag force (with  $Re_k = 10$  and 100), for  $S_u = S_\theta = 0.5$  and 1, and  $\tau_{p0}/T^*$  ranging from 1 to 10.

For particles experiencing non-linear drag and heat transfer effects, it can be concluded from the plots in Fig. 3 that the particle kinetic stresses, turbulent heat fluxes and temperature fluctuation intensity may be approximated in a satisfactory way by considering the inertia parameters (or Stokes numbers)  $\Omega_u$  and  $\Omega_\theta$  based on effective relaxation times depending on the mean relative velocity. However, better agreement is observed for  $S_u = S_\theta = 0.5$ : for larger values of the gradient parameters, the particle kinetic stresses and heat fluxes are overestimated, as can be seen from the curves for  $S_u = S_\theta = 1$ . Therefore, the present Lagrangian calculations confirm that the use of an effective mean relaxation time, as generally done in Eulerian calculations, allows the non-linear drag and heat transfer effects to be correctly taken into account, provided that the velocity and temperature gradients are not too large.

#### 4. Conclusion and prospects

An improved Lagrangian model for the simulation of heat transfer in turbulent particulate two-phase flows has been described and tested by comparing the numerical predictions with the analytical results in a homogeneous shear flow. The dispersion model is built in such a way that the fluid velocity and temperature fluctuations are correlated according to the prescribed Reynolds stresses and velocity-temperature correlations. The predicted particle r.m.s. velocities and temperatures, as well as particle kinetic stresses and turbulent heat fluxes, have been shown to be in perfect agreement with the theoretical results. The Lagrangian technique has been used to investigate the effects of non-linear drag and heat transfer. Extension of the theoretical expressions by using effective dynamic and thermal relaxation times has been shown to be possible in Eulerian cal-

culations, provided that the velocity and temperature gradients are not too high.

In order to extend the proposed model for non-homogeneous turbulence, appropriate expressions of the integral time scales should be used, as described by Moissette et al. (2000) for example. Moreover, it must be kept in mind that the gradient of the fluid r.m.s. velocity must be introduced into the stochastic process used to generate the fluid velocity, as done by Pétrissans et al. (2000) in a pipe flow, in order to avoid the so-called spurious drift effect (Legg and Raupach, 1982).

#### References

- Avila, R., Cervantes, J., 1995. Analysis of the heat transfer coefficient in a turbulent particle pipe flow. *Int. J. Heat Mass Transfer* 38, 1923–1932.
- Berlemont, A., Desjonqueres, P., Gouesbet, G., 1990. Particle Lagrangian simulation in turbulent flows. *Int. J. Multiphase Flow* 16, 19–34.
- Burby, D., Bergeles, G., 1993. Dispersion of particles in anisotropic turbulent flows. *Int. J. Multiphase Flow* 19, 651–664.
- Gosman, A.D., Ioannides, E., 1981. Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors. In: *Proceedings of the 19th Aerospace Science Meeting, AIAA, St. Louis, MO, Paper 81-0323*.
- Han, K.S., Sung, H.J., Chung, M.K., 1991. Analysis of heat transfer in a pipe carrying two-phase gas-particle suspension. *Int. J. Heat Mass Transfer* 34, 69–78.
- Kouzoubov, A., Fletcher, C.A.J., Lee, B.E., Tu, J.Y., 1997. Gas–solid confined flows with heat transfer. In: *Proceedings of the ASME-FED Summer Meeting, Vancouver, Canada, Paper FEDSM97-3602*.
- Legg, B.J., Raupach, M.R., 1982. Markov-chain simulation of particle dispersion in inhomogeneous flows: the mean drift velocity induced by a gradient in Eulerian velocity variance. *Boundary Layer Meteorol.* 24, 3–13.
- Moissette, S., Oesterlé, B., Boulet, P., 2000. Simulation of particle temperature fluctuations in Eulerian–Lagrangian predictions of heat transfer in a turbulent gas–solid pipe flow. In: *Proceedings of the ASME-FED Summer Meeting, Boston, MA, Paper FEDSM2000-11143*.
- Morsi, S.A., Alexander, A.J., 1972. An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *J. Fluid Mech.* 55, 193–208.
- Ormancey, A., Martinon, J., 1984. Prediction of particle dispersion in turbulent flows. *Phys. Chem. Hydrodyn.* 5, 229–244.
- Pétrissans, A., Oesterlé, B., Tanière, A., 2000. Particle dispersion in gas–solid flows using available models for the fluid time scale seen by discrete particles. In: Nagano, Y., Hanjalić, K., Tsuji, T. (Eds.), *Proceedings of the Third International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Nagoya, Japan*, pp. 923–930.
- Pozorski, J., Minier, J.P., 1998. On the Lagrangian turbulent dispersion models based on the Langevin equation. *Int. J. Multiphase Flow* 24, 913–945.
- Tavoularis, S., Corrsin, S., 1981. Experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow with a uniform mean temperature gradient. Part 1. *J. Fluid Mech.* 104, 311–347.
- Wang, L.P., Stock, D.E., 1993. Dispersion of heavy particles by turbulent motion. *J. Atmos. Sci.* 50, 1897–1913.
- Zaichik, J., 1999. A statistical model of particle transport and heat transfer in turbulent shear flows. *Phys. Fluids* 11, 1521–1534.
- Zaichik, L.I., Pershukov, V.A., Kozelev, M.V., Vinberg, A.A., 1997. Modeling of dynamics, heat transfer and combustion in two-phase turbulent flows: 2. Flows with heat transfer and combustion. *Exp. Thermal Fluid Sci.* 15, 311–322.
- Zhou, Q., Leschziner, M.A., 1991. A time-correlated stochastic model for particle dispersion in anisotropic turbulence. In: *Proceedings of*

226

*S. Moissette et al. / Int. J. Heat and Fluid Flow 22 (2001) 220–226*

the Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows, Munich, Germany, pp. 10.3.1–10.3.6.

Zhou, Q., Leschziner, M.A., 1997. Modelling particle dispersion in turbulent recirculating flow with an anisotropy-resolving scheme. In:

Proceedings of the ASME-FED Summer Meeting, Vancouver, Canada, Paper FEDSM97-3643.





# ***INFLUENCE DES PARTICULES SUR L'ÉCOULEMENT GAZEUX***

I. INTRODUCTION .....	187
II. LES TERMES SOURCES $\langle S_{pu} \rangle$ ET $\langle S_{p\theta} \rangle$ .....	189
1. Échanges de quantité de mouvement.....	189
2. Échanges de chaleur .....	189
III. LA MODULATION DE LA TURBULENCE .....	190
1. Les phénomènes physiques .....	190
2. La modélisation.....	193
a. Principe de redistribution de l'énergie en écoulement diphasique .....	193
b. Modélisation du terme source et définition du taux de dissipation.....	194
c. Importance de la modélisation au regard de la dispersion.....	196
IV. MODIFICATIONS INDUITES PAR CES TERMES .....	197
1. Mise en œuvre des modèles.....	197
a. Formulation classique: modèle 1 .....	197
b. Formulation type Crowe: modèle 2.....	198
c. Formulation hybride: modèle 3.....	198
d. Mise en œuvre du couplage .....	199
2. Comportement dynamique.....	199
3. Comportement thermique.....	202
4. Bilan.....	203



# ***INFLUENCE DES PARTICULES SUR L'ÉCOULEMENT GAZEUX***

## **I. INTRODUCTION**

Nous avons présenté dans les chapitres précédents les modèles utilisés pour représenter respectivement l'écoulement de la phase porteuse (chapitre 2) et le comportement des inclusions au sein de cet écoulement (chapitre 3 à 5). Ces éléments ne suffisent évidemment pas pour modéliser entièrement le comportement de la suspension. En effet, il convient de décrire maintenant la méthode mise en œuvre pour représenter le couplage entre ces deux phases, et plus précisément les modifications induites par la présence des particules sur l'écoulement de la phase gazeuse. Dans ce chapitre, nous explicitons dans un premier temps les termes sources présents dans les équations de bilan de la quantité de mouvement et de l'énergie (chapitre II, équations [2.1] et [2.2]) de la phase continue. Dans un second paragraphe, nous discutons de la modulation de la turbulence induite par la présence des particules et des difficultés liées à la modélisation de ce phénomène encore mal connu. Enfin, nous présentons les premiers résultats de travaux initiés dans le sens d'une analyse de l'influence du couplage et de sa modélisation sur le comportement de la suspension.





## II. LES TERMES SOURCES $\langle S_p \rangle$ ET $\langle S_{p\theta} \rangle$

Les termes sources  $\langle S_{pu_i} \rangle$  et  $\langle S_{p\theta} \rangle$  traduisent les échanges de quantité de mouvement et de chaleur entre la phase continue et la phase particulaire. La formulation de ces quantités est connue et provient de l'écriture des équations en introduisant la notion de moyenne de phase (He et Simonin (1994)) et de l'expression des termes d'échanges aux interfaces.

### 1. Échanges de quantité de mouvement

Ce terme rend compte des échanges de quantité de mouvement entre la phase dispersée et la phase continue au niveau des interfaces. Les forces de surface exercées par le fluide sur la particule (traînée, portance), sont à l'origine de ces échanges de quantité de mouvement. Pour des inclusions sans changement de phase, ce terme s'exprime par:

$$\langle S_{pu_i} \rangle = n \left\langle -m_p \left[ \frac{dU_{pi}}{dt} - g_i \right] \right\rangle \quad [6.1]$$

où  $n$  désigne le nombre de particules par unité de volume de suspension.

### 2. Échanges de chaleur

Ce terme traduit les échanges de chaleur entre la phase dispersée et la phase continue. Dans notre étude, seuls les transferts thermiques par convection sont pris en compte (les échanges dus au rayonnement sont négligés). Pour des inclusions sans changement de phase, ces transferts s'expriment selon la relation [6.2]:

$$\langle S_{p\theta} \rangle = n \left\langle -m_p c_p \frac{d\Theta_p}{dt} \right\rangle \quad [6.2]$$

### III. LA MODULATION DE LA TURBULENCE

La présence des particules conduit également à une modulation de la turbulence du fluide. Ce phénomène est particulièrement important pour notre étude: en effet, le niveau de turbulence peut affecter de manière importante les échanges de chaleur. Une représentation précise de la modulation de la turbulence apparaît en ce sens primordiale pour la description du comportement de la suspension. Cependant, la connaissance des phénomènes physiques responsables de la modulation de la turbulence reste encore incomplète, malgré les nombreuses études consacrées à ce problème. La modélisation de la turbulence du fluide en écoulement diphasique apparaît en conséquence comme un challenge particulièrement délicat.

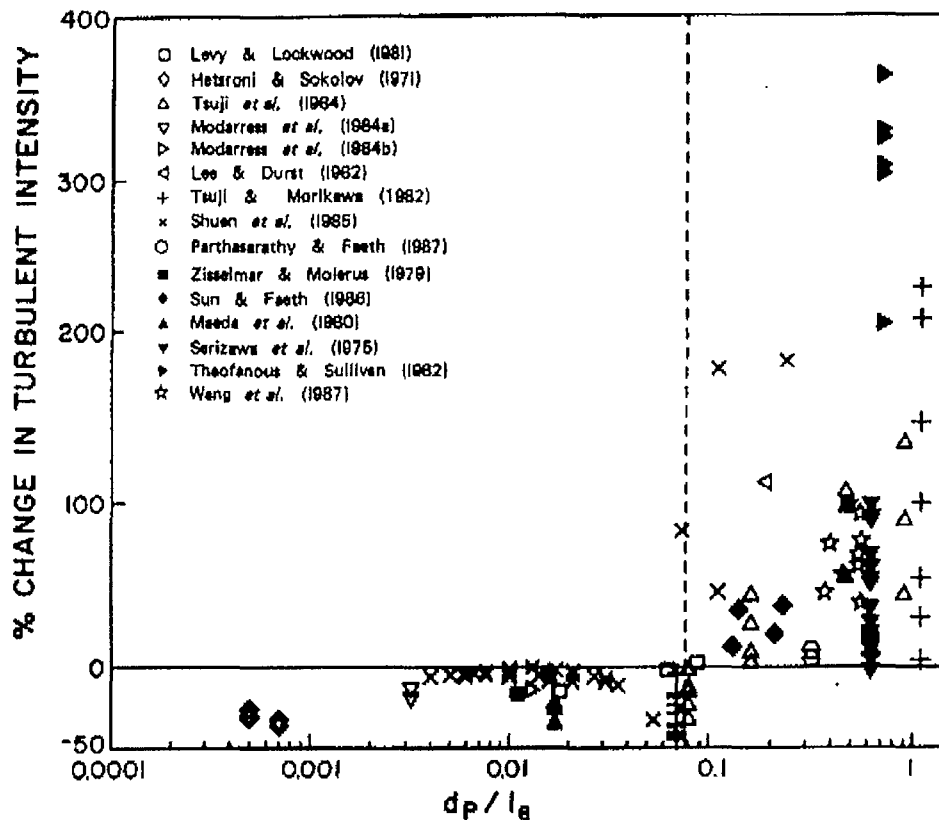
Dans ce paragraphe, nous revenons dans la première partie sur les observations et les conclusions tirées d'études expérimentales concernant la modulation de la turbulence en présence d'inclusions. Dans un second temps, nous discutons de plusieurs propositions de modélisation en essayant de dégager les hypothèses posées pour leur obtention et les limites induites par ces hypothèses.

#### 1. Les phénomènes physiques

Les interactions entre les particules et la turbulence du fluide porteur sont complexes et leur étude s'avère donc particulièrement délicate. La diversité des comportements observés expérimentalement est en partie responsable de la difficulté de modélisation de ces effets. Afin d'isoler les phénomènes, plusieurs auteurs se sont attachés à établir une classification des écoulements. Gore et Crowe (1989) collectent un grand nombre de données expérimentales et étudient les variations d'intensité turbulente en fonction du rapport de la taille des particules et de l'échelle de longueur caractéristique des structures porteuses d'énergie de la turbulence,  $l_e$ . La figure 6.1 représente les variations observées. La tendance générale qui se dégage de ce graphique corrobore la représentation généralement admise de la modulation de la turbulence par les inclusions: les particules les plus grosses tendent à augmenter le niveau de turbulence alors que les plus petites tendent à réduire ce niveau. Il est clair ici que l'appellation grosse ou petite particule caractérise la taille de la particule par rapport à une dimension caractéristique de la turbulence. Les résultats présentés sur la figure 6.1 montrent que la transition entre les particules qui augmentent la turbulence et celles qui la réduisent se produit à un rapport  $d_p/l_e$  voisin de 0,1 ( $d_p/l_e = 0,08$  selon la figure). La dispersion des données suggère cependant que le paramètre  $d_p/l_e$  ne suffit pas à décrire le comportement de la suspension. Elgobashi (1994) propose également une classification destinée à identifier les régimes de comportement d'une suspension en fonction de la fraction volumique et d'un rapport de temps caractéristiques de la particule et de la turbulence. La figure 6.2 représente la classification proposée. Pour les écoulements très dilués,  $\alpha_p \leq 10^{-6}$ , la turbulence n'est pas modifiée par la présence des particules (dénomination *one-way*). Lorsque la fraction volumique augmente, les particules modifient la turbulence du fluide. Les suspensions caractérisées par un rapport  $\tau_p/\tau_e$  (équivalent à un nombre de Stokes, où  $\tau_e$  désigne l'échelle de temps caractéristique des structures porteuses d'énergie de la turbulence) supérieur à 1 conduisent à une production de turbulence

tandis que celles caractérisées par un rapport inférieur à 1 tendent à réduire le niveau de turbulence. Pour les fractions volumiques supérieures,  $\alpha_p \geq 10^{-3}$ , le comportement de la suspension est également influencé par les collisions entre particules (*four-way*).

Ces deux analyses montrent que la modulation de la turbulence est au minimum fonction des paramètres que sont le rapport de longueurs caractéristiques de chaque phase, le rapport de temps caractéristiques de chaque phase et la fraction volumique en particules.



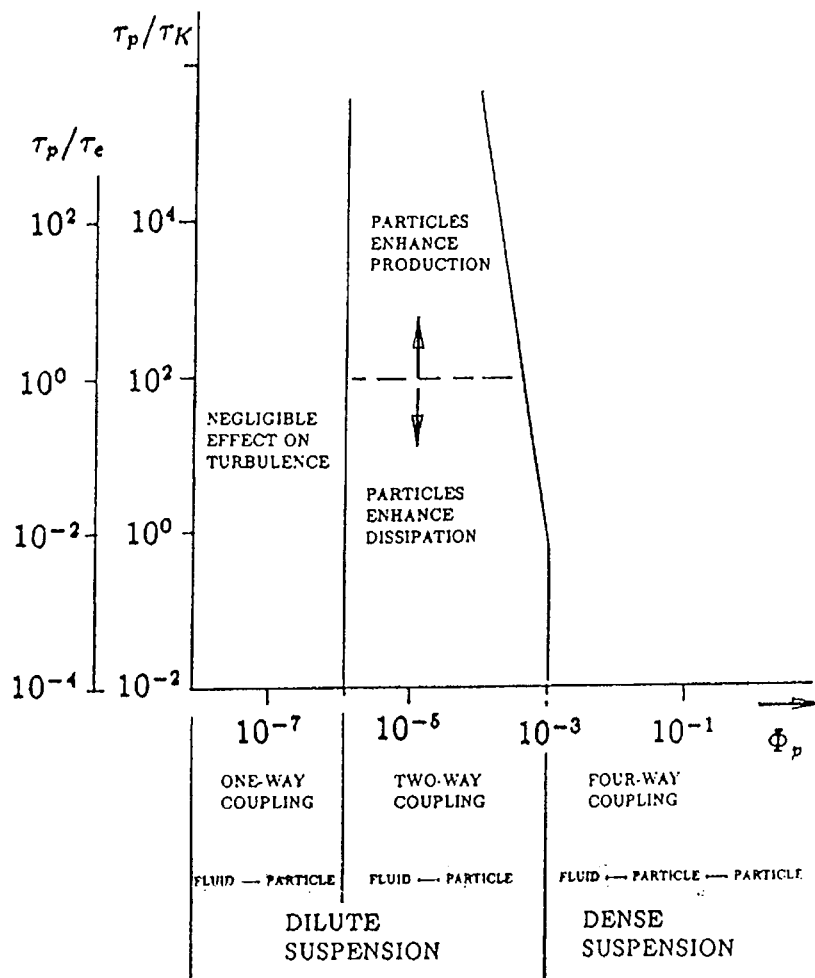
**Figure 6.1:** Modification de l'intensité turbulente en fonction du rapport d'échelles de longueur caractéristiques (Gore et Crowe (1989)).

Parmi les phénomènes physiques invoqués pour tenter d'expliquer la modulation de la turbulence en présence de particules, plusieurs pistes proposées dans la littérature peuvent être retenues dans le cas des écoulements étudiés ici:

- les particules transportées par le fluide absorbent de l'énergie cinétique turbulente du fluide pour répondre aux fluctuations de vitesse du fluide auxquelles elles sont soumises. Plus les particules répondent rapidement aux sollicitations du fluide, plus elles absorbent d'énergie cinétique turbulente. Ce phénomène provoque une extra-dissipation d'énergie cinétique turbulente du fluide qui est d'autant plus forte que le nombre de Stokes de la particule est petit. Cette dissipation d'énergie turbulente est liée au travail des forces de surface par la vitesse relative fluctuante.

- la présence d'un sillage derrière les particules est une source d'énergie cinétique turbulente. Cette production d'énergie cinétique turbulente est liée au travail des forces de surface par la vitesse relative moyenne.
- les particules de forte inertie peuvent être considérées comme des obstacles quasi-immobiles. La présence de telles particules conduit, en plus du sillage déjà évoqué, à une réduction de l'espace disponible pour le développement de la turbulence. La longueur caractéristique de l'écoulement est donc modifiée par la présence des particules. Ce phénomène est à priori lié à l'inertie des particules et à la fraction volumique.
- enfin, la présence des particules affecte le profil de vitesse du fluide ce qui entraîne une modification de la production d'énergie cinétique turbulente.

Généralement, les différents phénomènes sont combinés et leur résultante peut conduire à une augmentation ou une réduction globale de l'énergie cinétique turbulente du fluide.



**Figure 6.2:** Classification des écoulements selon la fraction volumique et le rapport d'échelles caractéristiques (Elgobashi (1994))

Une étude récente de Mittal (2000) suggère que l'augmentation de la turbulence attribuée généralement au détachement de tourbillons dans le sillage des particules est plutôt alimentée par un phénomène de

résonance de ce sillage. Cet auteur étudie par DNS la modification de l'énergie cinétique turbulente du fluide derrière une sphère plongée dans un écoulement turbulent. Il rapporte une augmentation de la turbulence dans des situations ne présentant pas de détachement de tourbillons dans le sillage. La turbulence du fluide apparaît comme un excitateur du sillage présent derrière la particule. La production d'énergie cinétique turbulente est liée à la déstabilisation du sillage et elle devient maximale lorsque le sillage entre en résonance. Un des aspects intéressants de cette étude est que l'analyse des résultats conduit à l'établissement d'un critère pour évaluer les conditions qui mèneront à une augmentation significative de l'énergie cinétique turbulente. Il se trouve que ce critère est identique à celui proposé par Gore et Crowe (1989). Cependant, l'étude suggère également que ce critère dépend du nombre Reynolds particulaire, ce qui confirme l'idée que le paramètre  $d_p/l_e$  ne suffit pas.

## 2. La modélisation

Dans cette étude, nous avons choisi un modèle de fermeture de type  $k-\varepsilon$  pour représenter la turbulence du fluide. L'extension du modèle développé pour les écoulements monophasiques à un écoulement diphasique pose plusieurs questions fondamentales. En effet, les mécanismes modélisés dans le cadre d'un écoulement monophasique sont perturbés par la présence des particules et les hypothèses avancées pour la modélisation peuvent être transgressées. En monophasique, la modélisation  $k-\varepsilon$  nécessite l'introduction du concept de viscosité turbulente qui repose sur les constatations suivantes:

- la diffusion turbulente est contrôlée par les grosses structures de l'écoulement
- le taux de dissipation caractérise la cascade énergétique qui transmet l'énergie des grandes échelles vers les petites échelles responsables de la dissipation visqueuse.

En écoulement diphasique, la turbulence produite dans le sillage des particules peut être une source importante d'énergie et participer au transport par diffusion turbulente. De plus la présence des particules modifie la cascade énergétique en introduisant une production d'énergie à l'échelle de la taille des particules. En conséquence, la définition même de la viscosité turbulente n'est plus entièrement fondée en écoulement diphasique. La modélisation de la turbulence du fluide nécessite donc l'introduction de nouvelles hypothèses pour permettre la modélisation des contraintes turbulentes du fluide mais également l'établissement des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation (dont la définition doit être précisée) en présence de particules.

Nous ne prétendons pas reprendre ici le détail des étapes nécessaires à la mise en place des modèles, ni analyser l'ensemble des formulations proposées. Dans une première partie, nous reprenons simplement les conclusions établies par Simonin et Squires (2001), qui découlent d'une mise en équations rigoureuse permettant d'expliquer par approche théorique les échanges d'énergie dans un écoulement chargé en particules. Dans la seconde partie, nous présentons deux orientations (la formulation standard et une formulation proposée par Crowe (2000)) que nous avons testées en précisant les hypothèses posées afin de fixer les limites de ces modélisations.

### *a. Principe de redistribution de l'énergie en écoulement diphasique*

Les équations exactes de l'énergie moyenne et fluctuante peuvent être établies pour un mélange diphasique en utilisant le concept de moyenne de phase (He et Simonin (1994)). Cette mise en équation

fait notamment intervenir des termes de transferts aux interfaces. En analysant les équations de l'énergie moyenne de la suspension et de l'énergie turbulente de chacune des deux phases, Simonin et Squires (2001) caractérisent les échanges d'énergie dans un écoulement chargé en particules.

La première constatation provient de l'écriture des équations de l'énergie cinétique moyenne et turbulente de la suspension: l'énergie dissipée par le mouvement moyen au niveau des interfaces est gagnée par le mouvement fluctuant de la suspension. Comment expliquer alors que cet apport d'énergie au niveau du mouvement fluctuant ne se traduit pas obligatoirement par une augmentation de la turbulence de la phase fluide? Il apparaît que le résultat de cet apport pour la turbulence du fluide dépend essentiellement de l'échelle caractéristique des différents mécanismes responsables de la redistribution de l'énergie. Pour le fluide, le terme lié à la présence des particules peut être décomposé en un terme dit de *vraie modulation de la turbulence* qui regroupe les mécanismes se produisant aux grandes échelles et un terme dit de *pseudo-turbulence* qui regroupe les mécanismes se produisant à une échelle caractéristique de la phase dispersée (effets de sillage). Les différentes contributions peuvent être attribuées à deux processus de redistribution de l'énergie. Premièrement, l'énergie fournie par le mouvement moyen du fluide est redistribuée vers le mouvement moyen de la phase dispersée et vers le mouvement fluctuant du fluide, au niveau des petites échelles. Une partie de l'énergie absorbée par ces deux phénomènes provient également du mouvement fluctuant du fluide, au niveau des grandes échelles (dissipation d'énergie turbulente pour alimenter le mouvement de diffusion par gradient de concentration). Ce premier processus correspond donc pour la turbulence du fluide à une dissipation aux grandes échelles et à une production aux petites échelles. Deuxièmement, le mouvement fluctuant du fluide fournit de l'énergie provenant des grandes échelles, au mouvement fluctuant de la phase dispersée (alimente l'accélération instantanée des particules) et au mouvement fluctuant de la phase fluide, au niveau des petites échelles. Ce second processus correspond également, pour la turbulence du fluide, à une dissipation aux grandes échelles et à une production aux petites échelles. Les petites échelles correspondent ici à une échelle caractéristique de la phase dispersée. Si cette échelle est suffisamment petite, la production d'énergie turbulente qui s'effectue à ces échelles est supposée être dissipée instantanément (hypothèse d'équilibre local). Le bilan pour la turbulence du fluide sera donc globalement négatif. Si la production s'effectue à des échelles trop grandes pour que l'énergie soit immédiatement dissipée, alors le bilan pour la turbulence du fluide peut être une augmentation ou une réduction selon l'importance relative des deux mécanismes en compétition.

La question fondamentale de la modélisation, dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente du fluide, du terme de transfert aux interfaces a motivé un grand nombre d'études, sans aboutir pour l'instant à un résultat entièrement satisfaisant. Fondamentalement, les différents aspects de la modulation de la turbulence sont inclus dans l'expression générale de ce terme et devraient donc permettre de représenter l'augmentation ou la réduction de la turbulence. Pourtant, plusieurs hypothèses doivent être posées pour être en mesure d'exprimer et de calculer les différents termes.

#### ***b. Modélisation du terme source et définition du taux de dissipation***

Dans ce paragraphe nous présentons successivement la modélisation classique de la turbulence du fluide en écoulement diphasique (Berlemont *et al.* (1990)) et la modélisation proposée par Crowe (2000), en essayant de préciser les hypothèses et limites de chacun des modèles.

Dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente du fluide, deux termes nécessitent une modélisation: le terme source lié à la présence des particules et le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Pour exprimer les termes d'échanges aux interfaces, il est nécessaire de poser une hypothèse dite de séparation des échelles: la taille des particules doit être petite devant la plus petite échelle de longueur de la turbulence. Cette hypothèse permet de ramener l'intégrale des contraintes qui agissent sur les interfaces en une force ponctuelle que l'on sait exprimer. L'autre point qui pose problème est la définition du taux de dissipation qui apparaît dans l'équation. En effet, le taux de dissipation est imposé par la quantité d'énergie turbulente à dissiper. En écoulement monophasique, elle est imposée par les grandes échelles de l'écoulement. Par contre, en écoulement diphasique, une contribution liée à la turbulence développée dans le sillage des particules vient s'ajouter à la contribution des grandes échelles de l'écoulement. En conséquence, le taux de dissipation est constitué de deux composantes: l'une, classique, liée à la contribution des grandes échelles de l'écoulement et l'autre liée au sillage des particules. Pour revenir à une définition classique du taux de dissipation, il est nécessaire de poser une hypothèse supplémentaire, dite hypothèse d'équilibre local (voir paragraphe précédent). Cette hypothèse stipule que l'énergie cinétique turbulente produite dans le sillage des particules est immédiatement dissipée. Dans l'équation de l'énergie cinétique du fluide, l'hypothèse d'équilibre local aboutit à la forme classique rencontrée dans de nombreuses études où le taux de dissipation représente le processus de cascade énergétique tel qu'en monophasique et où le terme source se réduit à:

$$\langle S_{pk} \rangle = \langle s_{pu} u_{fi} \rangle \quad [6.3]$$

L'équation du taux de dissipation est alors construite par analogie avec l'équation sur l'énergie cinétique turbulente, comme dans le cas monophasique. Dans cette équation un terme supplémentaire lié à la présence des particules est introduit. Ce terme est simplement modélisé par:

$$\langle S_{pe} \rangle = C_{\epsilon 3} \frac{\epsilon}{k} \langle S_{pk} \rangle \quad [6.4]$$

où  $C_{\epsilon 3}$  désigne une constante dont la valeur n'est pas universelle (généralement,  $0,9 \leq C_{\epsilon 3} \leq 2$ ).

Cette modélisation présente le défaut de ne pouvoir prédire qu'une réduction de la turbulence. L'hypothèse selon laquelle l'énergie turbulente produite dans le sillage est immédiatement dissipée est bien sûr responsable de ce phénomène. En effet si cette hypothèse se révèle acceptable pour les petites particules, telles que la production due au sillage s'effectue à une échelle où l'énergie produite sera immédiatement dissipée, elle s'avère naturellement inadéquate dans le cas de particules plus grosses.

En fait, le cas de particules susceptibles de produire dans leur sillage de l'énergie turbulente à une échelle supérieure à l'échelle des structures dissipatives est particulièrement délicat à modéliser. En effet, ce phénomène vient bouleverser la cascade énergétique telle que nous la définissons en écoulement monophasique et l'on ne dispose pas à ce jour d'équation de transport pour le taux de dissipation associé à cette configuration.

Crowe et Gilland (1998) et Crowe (2000) remettent en cause la démarche classique de dérivation l'équation de l'énergie cinétique turbulente en affirmant que la méthode est erronée. Selon eux, l'erreur vient du fait que le terme source  $S_{pu}$  sur l'équation de quantité de mouvement représente une force moyenne par unité de suspension et ne peut donc pas être considéré comme une force locale, exercée



en un point de l'écoulement. Suite à ce constat, une nouvelle méthode de dérivation de l'équation de l'énergie cinétique turbulente en écoulement diphasique est proposée. Le terme source apparaît alors sous la forme:

$$\langle S_{pk} \rangle = -\left( \langle S_{pu_i} \rangle \left( \langle U_{f_i} \rangle - \langle U_{p_i} \rangle \right) - \langle S_{pu_i} u_{p_i} \rangle \right) \quad [6.5]$$

Cette formulation permet notamment de rendre compte de la production d'énergie turbulente dans le sillage des particules. Il s'avère en fait que cette expression correspond à la forme du terme d'échange aux interfaces obtenu dans la méthode classique avant d'introduire l'hypothèse d'équilibre local. La difficulté en conservant cette forme générale est bien sûr de définir le taux de dissipation. En effet, si l'on admet que la production d'énergie turbulente dans le sillage des particules n'est pas dissipée immédiatement, cela signifie que cette production a lieu à une échelle grande devant la taille des structures dissipatives. En conséquence la cascade énergétique est modifiée. Que caractérise alors le taux de dissipation? Crowe (2000) propose une relation algébrique pour représenter ce taux de dissipation. Cette relation fait intervenir une échelle de longueur hybride qui repose sur l'échelle de longueur caractéristique de la turbulence en fluide pur et sur une échelle caractéristique de la distance entre les particules (paragraphe IV.1). Pour pouvoir utiliser ce type de modélisation dans notre cas, il reste encore à exprimer les tensions de Reynolds. Nous avons admis en première approximation que la modélisation classique reposant sur la viscosité turbulente pouvait s'appliquer. Cette approximation est parfaitement incorrecte sur le plan théorique: la diffusion est perturbée par la production dans le sillage et le taux de dissipation ne caractérise plus le processus de cascade énergétique qui est perturbé par les particules.

### ***c. Importance de la modélisation au regard de la dispersion***

En formulation eulérienne-lagrangienne, la définition du taux de dissipation est également problématique pour le suivi des particules. En effet, la modélisation de la dispersion des particules par la turbulence du fluide nécessite l'évaluation d'échelles caractéristiques de cette turbulence. En particulier, l'échelle intégrale lagrangienne de la turbulence,  $T_L$ , qui se définit par une relation de la forme:

$$T_L = C \frac{k}{\varepsilon} \quad [6.6]$$

où  $C$  est une constante (dans la littérature  $0,13 \leq C \leq 1,3$  (voir chapitre 2, paragraphe V.1)).

Dans cette relation  $k$  et  $\varepsilon$  caractérisent respectivement l'intensité des structures porteuses d'énergie et le taux de dissipation de ces structures. Il est donc important dans le cadre des approches eulériennes-lagrangiennes que ces deux grandeurs soient estimées. En supposant que les particules produisent de l'énergie cinétique turbulente à grande échelle, il devient difficile de définir cette échelle intégrale lagrangienne de la turbulence (cas de la formulation de Crowe (2000)). En effet, dans les cas où la cascade énergétique est perturbée, la définition du taux de dissipation est particulièrement délicate.

## IV. MODIFICATIONS INDUITES PAR CES TERMES

Dans cette partie, nous présentons les travaux que nous avons initiés pour étudier l'importance de la modélisation de la modulation de la turbulence sur la caractérisation dynamique et thermique d'une suspension en conduite verticale.

### 1. Mise en œuvre des modèles

Trois types de modélisation sont testés ici: la formulation classique, la formulation proposée par Crowe (2000) et une formulation hybride qui utilise la formulation du terme source  $S_{pk}$  proposée par Crowe (2000) mais qui conserve une formulation classique de l'équation de transport du taux de dissipation. Cette dernière formulation ne repose sur aucune justification théorique mais constitue simplement un test numérique. En effet, comme nous l'avons précisé au paragraphe précédent, en admettant que la production d'énergie turbulente dans le sillage n'est pas immédiatement dissipée, il devient difficile de définir ce que représente le taux de dissipation, et donc d'établir son équation de transport.

#### a. Formulation classique: modèle 1

Transport de l'énergie cinétique turbulente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1-\alpha)r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_f \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + (1-\alpha)\mu_t \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha)\rho_f \varepsilon + \langle S_{pk} \rangle = 0 \quad [6.7]$$

Transport du taux de dissipation:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1-\alpha)r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_f \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + (1-\alpha)f_1 C_{\varepsilon 1} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha)f_2 C_{\varepsilon 2} \rho_f \frac{\varepsilon^2}{k} + \langle S_{p\varepsilon} \rangle = 0 \quad [6.8]$$

Viscosité turbulente:

$$\mu_t = \rho_f C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad [6.9]$$

Modélisation des termes sources:

$$\langle S_{pk} \rangle = \langle s_{pu_i} u_{f_i} \rangle \quad [6.10]$$

$$\langle S_{p\varepsilon} \rangle = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} \langle S_{pk} \rangle \quad [6.11]$$

**b. Formulation type Crowe: modèle 2**

Transport de l'énergie cinétique turbulente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\alpha) r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_f \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + (1-\alpha) \mu_t \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha) \rho_f \varepsilon + \langle S_{pk} \rangle = 0 \quad [6.12]$$

Taux de dissipation:

$$\varepsilon = k^{3/2} \left[ \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{l} \right] \quad [6.13]$$

où la distance entre particules,  $\lambda$ , et l'échelle de longueur du fluide,  $l$ , sont exprimées selon:

$$\lambda = \sqrt[3]{\frac{\pi d_p^3}{6 \alpha_p}} - d_p \quad [6.14]$$

$$l = \frac{k_0^{3/2}}{\varepsilon_0} \quad [6.15]$$

Dans la relation [6.15],  $k_0$  et  $\varepsilon_0$  représentent respectivement l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation de l'écoulement non perturbé par la présence des particules.

Viscosité turbulente:

$$\mu_t = \rho_f C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad [6.16]$$

Modélisation des termes sources:

$$\langle S_{pk} \rangle = - \left( \langle S_{pui} \rangle \langle \langle U_{fi} \rangle \rangle - \langle U_{pi} \rangle \right) - \langle S_{pui} u_{pi} \rangle \quad [6.17]$$

**c. Formulation hybride: modèle 3**

Transport de l'énergie cinétique turbulente:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\alpha) r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu_f \right) \frac{\partial k}{\partial r} \right) + (1-\alpha) \mu_t \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha) \rho_f \varepsilon + \langle S_{pk} \rangle = 0 \quad [6.18]$$

Transport du taux de dissipation:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( (1-\alpha) r \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu_f \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + (1-\alpha) f_1 C_{\varepsilon 1} \mu_t \frac{\varepsilon}{k} \left( \frac{\partial \langle U_{fz} \rangle}{\partial r} \right)^2 - (1-\alpha) f_2 C_{\varepsilon 2} \rho_f \frac{\varepsilon^2}{k} + \langle S_{p\varepsilon} \rangle = 0 \quad [6.19]$$

Viscosité turbulente:

$$\mu_t = \rho_f C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad [6.20]$$

Modélisation des termes sources:

$$\langle S_{pk} \rangle = -\left( \langle S_{pu_i} \rangle \langle U_{f_i} \rangle - \langle U_{p_i} \rangle \right) - \langle S_{pu_i} u_{p_i} \rangle \quad [6.21]$$

$$\langle S_{pe} \rangle = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon}{k} \langle S_{pk} \rangle \quad [6.22]$$

#### d. Mise en œuvre du couplage

Notre simulation est basée sur une procédure de calcul itérative qui permet à chaque itération de recalculer les caractéristiques de chacune des deux phases en tenant compte de la présence de la seconde phase (chapitre 1). Les termes sources qui nous préoccupent ici sont évalués dans la partie lagrangienne de la simulation et injectés dans les équations gouvernant le comportement de la phase gazeuse. Dans la plupart des cas, l'introduction directe des termes sources  $\langle S_{pu} \rangle$ ,  $\langle S_{pk} \rangle$  et  $\langle S_{pe} \rangle$  perturbent tellement le système d'équations que le calcul diverge rapidement. Afin de faciliter la convergence et d'éviter ces problèmes, une procédure de sous-relaxation de ces termes sources est mise en place selon la relation [6.23]:

$$\langle S_{p\phi} \rangle = 0,9 \langle S_{p\phi} \rangle^{\text{itération précédente}} + 0,1 \langle S_{p\phi} \rangle^{\text{lagrange}} \quad [6.23]$$

où  $\langle S_{p\phi} \rangle$  désigne le terme source effectivement introduit dans les équations eulérienne,  $\langle S_{p\phi} \rangle^{\text{itération précédente}}$  le terme source introduit dans les équations eulériennes à l'itération précédente, et  $\langle S_{p\phi} \rangle^{\text{lagrange}}$  le terme source calculé par la simulation lagrangienne qui précède.

Cette procédure s'est montrée efficace dans de nombreux cas. Cependant elle ne garantit pas la non divergence des calculs qui reste encore un obstacle pour nombre de configurations. Les configurations qui posent encore problème n'ont pas été identifiées de façon précise, mais les forts taux de chargements sont généralement les cas les plus délicats, notamment pour les petites particules.

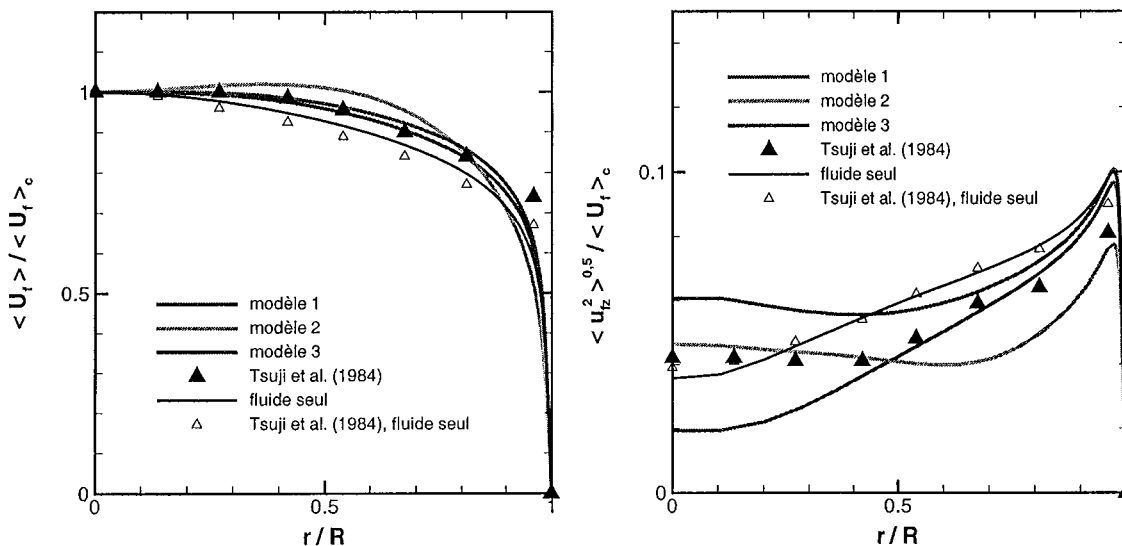
## 2. Comportement dynamique

Les figures 6.3 et 6.4 présentent les résultats des simulations numériques réalisées avec chacun des trois modèles présentés au paragraphe précédent. Les profils de vitesse moyenne du fluide et de l'écart type des fluctuations de vitesse du fluide dans la direction axiale en présence de particules de  $500 \mu\text{m}$  sont représentés pour deux valeurs du taux de chargement:  $m = 1,3$  (figure 6.3) et  $m = 3,4$  (figure 6.4). Sur chacune de ces figures, les résultats de la simulation en fluide seul (*one-way*) sont également représentés. Il apparaît clairement que dans cette configuration, la prise en compte du couplage est importante même pour le plus petit taux de chargement. Le choix du modèle s'avère dans les deux cas

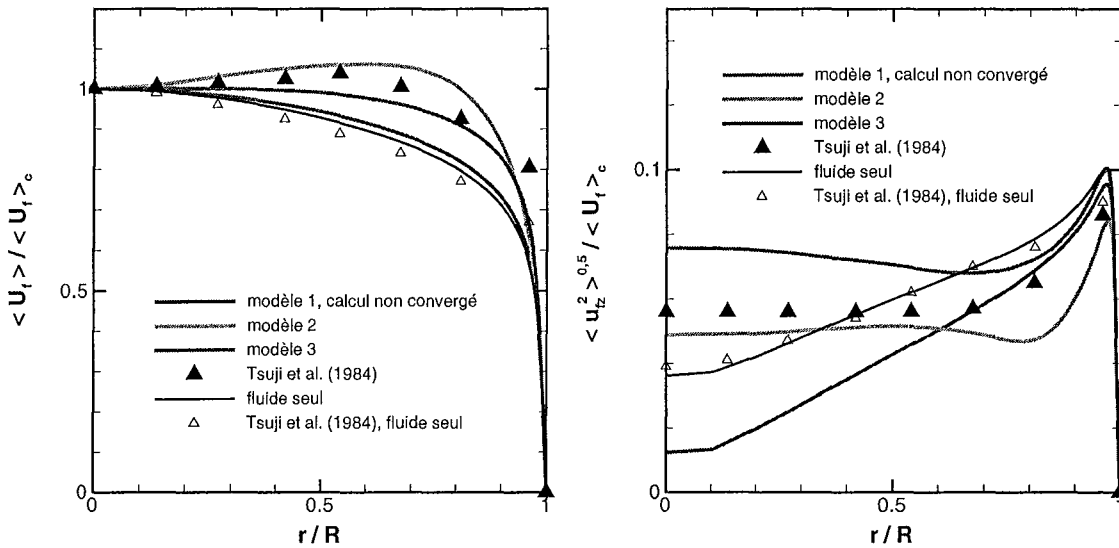
primordial pour les prédictions. Cependant, il est difficile de déterminer lequel de ces modèles est le mieux adapté.

Pour le taux de chargement  $m = 1,3$ , les modifications du profil de vitesse moyenne sont représentées de façon satisfaisante avec les modèles 1 (formulation classique) et 3 (formulation hybride). Le modèle 2 (formulation type Crowe) présente un gradient à la paroi sous-estimé et une augmentation surestimée dans la zone centrale. Par contre, au regard de l'énergie turbulente, aucun des modèles n'est pleinement satisfaisant. Le modèle 1 surestime la réduction de l'intensité en zone centrale mais représente correctement la zone de proche paroi. Le modèle 3 surestime l'intensité dans la zone centrale et s'accorde également avec les résultats expérimentaux en zone de proche paroi. Le modèle 2 offre une prédiction satisfaisante dans la zone centrale mais sous-estime l'intensité dans la zone pariétale.

Pour un taux de chargement plus élevé, les conclusions sont également difficiles à extraire. Notons en premier lieu que le calcul mené avec le modèle 1 n'a pas convergé. Dans ce cas, la procédure de sous relaxation des termes sources n'a pas suffi à stabiliser le calcul. Cependant, le résultat non convergé donne tout de même la tendance du modèle: une réduction importante de la turbulence, contradictoire avec les résultats expérimentaux. Pour ce taux de chargement, les profils de vitesses obtenus avec les modèles 2 et 3 sont relativement proches des résultats expérimentaux. Les profils d'intensité turbulente sont surestimés avec le modèle 3 (formulation hybride) et sont satisfaisants avec le modèle 2 (formulation type Crowe), excepté en zone de proche paroi.

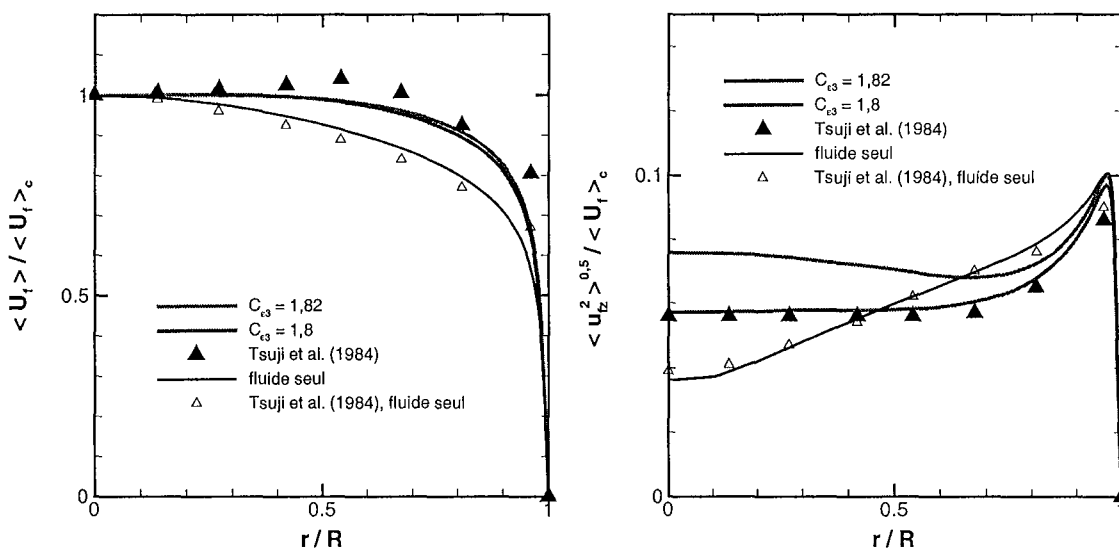


**Figure 6.3:** Modification du comportement de la phase fluide en présence de particules de polystyrène,  $d_p = 501\mu m$ ,  $m = 1,3$ ,  $Re \approx 22000$  (Tsuji *et al.* (1984))



**Figure 6.4:** Modification du comportement de la phase fluide en présence de particules de polystyrène,  $d_p = 501\mu\text{m}$ ,  $m = 3,4$ ,  $Re \approx 22000$  (Tsuji *et al.* (1984))

Nous pensons que le mauvais comportement du modèle 2 en zone de proche paroi peut être attribué en partie au fait que l'estimation de la dissipation tient compte d'une échelle caractéristique de la turbulence et de la distance entre les particules, mais devrait également tenir compte de la distance à la paroi. Dans les modèles 1 et 3, le terme source introduit dans l'équation de transport du taux de dissipation fait appel à une constante,  $C_{\varepsilon 3}$ . La valeur de cette constante n'est pas universelle et oscille entre 0,9 et 2 environ, selon les auteurs. Le modèle 3 présentant des capacités à prédire une augmentation de la turbulence, nous souhaitons évaluer l'influence de la valeur de cette constante sur les résultats. Les résultats obtenus, pour le taux de chargement  $m = 3,4$ , avec  $C_{\varepsilon 3} = 1,8$  et  $C_{\varepsilon 3} = 1,82$  sont présentés sur la figure 6.5.

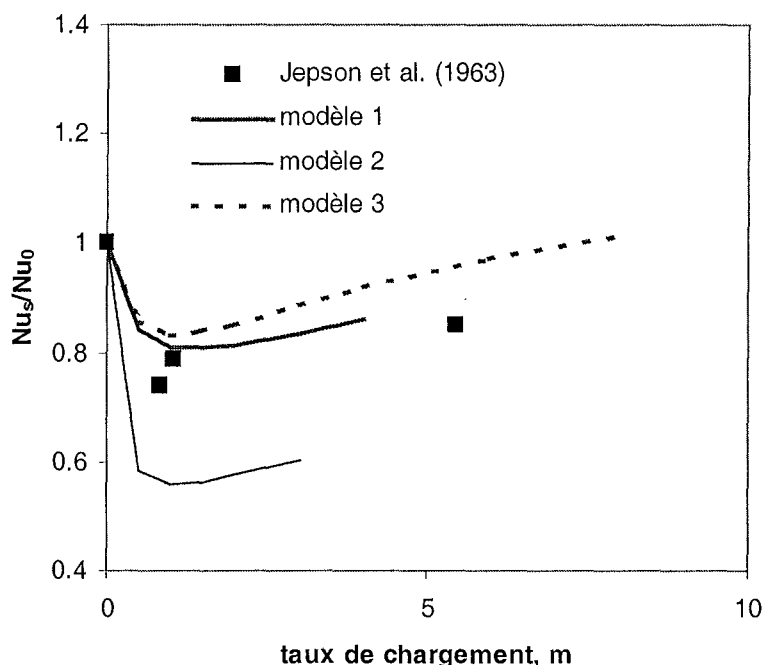


**Figure 6.5:** Influence de  $C_{\varepsilon 3}$ ,  $d_p = 501\mu\text{m}$ ,  $m = 3,4$ ,  $Re \approx 22000$  (Tsuji *et al.* (1984))

Cette figure montre que les profils de vitesse ne sont pas perturbés par une modification de la constante alors que l'intensité de la turbulence est fortement affectée. Une légère augmentation de  $C_{\varepsilon_3}$  provoque une diminution forte du niveau de turbulence prédit. Dans le cas présenté, la valeur  $C_{\varepsilon_3} = 1,82$  permet de prédire parfaitement le niveau obtenu expérimentalement. Cependant, nous avons noté que pour un taux de chargement plus faible, cette valeur conduit à une prédiction qui surestime le niveau de turbulence. La valeur de  $C_{\varepsilon_3}$  est probablement fonction de nombreux paramètres tels que le taux de chargement, le temps de relaxation des particules ou la distance à la paroi (nécessité d'une fonction d'amortissement ?). Les résultats présentés ici sont évidemment insuffisants pour établir une véritable conclusion, cependant, il est clair que la formulation des termes sources selon les propositions de Crowe (2000) permet de représenter l'augmentation de l'intensité turbulente en présence de grosses particules. Néanmoins, les problèmes théoriques liés à ce type de formulation (discutés au paragraphe III.2) constituent un obstacle à leur utilisation. De plus, la sensibilité du modèle à la valeur de la supposée constante  $C_{\varepsilon_3}$  pose la question de la validité de la modélisation du terme source dans l'équation de transport du taux de dissipation.

### 3. Comportement thermique

L'étude des échanges thermiques entre la suspension et la paroi constituant l'objectif de notre étude, nous nous intéressons ici à l'influence de la modélisation de la turbulence sur le comportement thermique de l'écoulement. Pour cela, nous nous sommes placés dans une configuration expérimentale mettant en jeu de grosses particules, susceptibles de provoquer une augmentation du niveau de turbulence du fluide. La simulation de la configuration de Jepson *et al.* (1963) à  $Re \approx 46500$ , en présence de particules de  $500 \mu m$  est réalisée avec chacun des trois modèles proposés, pour des taux de chargement croissants. Les variations du nombre de Nusselt de la suspension (défini au chapitre 1) rapporté au nombre de Nusselt obtenu en fluide pur dans les mêmes conditions d'écoulement sont reportées en fonction du taux de chargement sur la figure 6.6. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre clairement que la formulation classique des termes sources conduit aux meilleures prédictions dans ce cas. Cependant, nous sommes rapidement confrontés à des problèmes de convergence du calcul en augmentant le taux de chargement. Il convient également de noter les bonnes performances du modèle hybride. Ces résultats tendent à montrer que dans cette configuration expérimentale, la modulation de la turbulence n'est pas le seul facteur responsable de la variation du nombre de Nusselt de suspension. Nous reviendrons sur les phénomènes qui expliquent ces variations au chapitre suivant. Notons néanmoins qu'ici, la modification de la capacité thermique du mélange, du fait de la présence des particules, est certainement à l'origine de l'augmentation du Nusselt observée lorsque le taux de chargement augmente. En conséquence, la modélisation de la turbulence n'est pas critique pour la qualité des résultats dans cette zone. Les résultats obtenus avec le modèle 2 (formulation type Crowe) présentent une très forte réduction des échanges en présence de particules. Ce phénomène est très certainement lié à la qualité de la simulation en zone de proche paroi. En effet, les échanges thermiques sont principalement gouvernés par les phénomènes de proche paroi et nous avons déjà mentionné les mauvaises performances du modèle 2 dans cette zone.



**Figure 6.6:** Influence de la modélisation de la turbulence sur la prédiction des échanges thermiques,  $d_p = 500\mu\text{m}$ ,  $Re \approx 46500$  (Jepson *et al.* (1963))

#### 4. Bilan

La prédiction des échanges thermiques entre la suspension et la paroi requiert une modélisation fine du comportement dynamique de la suspension, et notamment de la modulation de la turbulence du fluide par la présence des particules. Sur ce point, la modélisation des termes de transfert aux interfaces proposée par Crowe (2000) s'est montrée intéressante pour prédire une augmentation de la turbulence par les grosses particules. Pourtant, un modèle basé sur cette formulation pose un important problème théorique sur le plan de la définition du taux de dissipation et de sa modélisation. Sur le plan théorique, la formulation classique est satisfaisante mais elle ne permet pas, du fait des hypothèses posées, de prédire une augmentation de la turbulence.

D'un point de vue purement pratique, la formulation classique apparaît bien adaptée pour traiter le cas de particules de petite taille, tandis que pour les particules les plus grosses nous savons qu'elle se révélera incapable de prédire une augmentation de la turbulence. Sur le plan numérique, conscients des réserves émises précédemment, la formulation hybride peut offrir une alternative intéressante. La difficulté est alors d'évaluer dans chaque cas si les particules relèvent de la catégorie des *petites* ou des *grosses* particules. Une des possibilités envisageables est l'utilisation de l'indication apportée par l'évaluation du rapport  $d_p/l_e$ . Pour une valeur de ce rapport supérieure à 0,08, la présence des particules conduit généralement à une augmentation de l'intensité turbulente alors que pour une valeur inférieure, une réduction de l'intensité turbulente est observée (paragraphe III.1 de ce chapitre). En évaluant ce rapport pour les configurations simulées, une indication sur le comportement des particules vis à vis de la turbulence du fluide peut être apportée. Les cas présentant un rapport  $d_p/l_e$  inférieur à 0,08 peuvent



être considérés comme des suspensions de *petites* particules et les cas présentant un rapport  $d_p/l_e$  supérieur à 0,08 comme des suspensions de *grosses* particules. Cependant, cette solution pratique doit seulement être vue comme un test numérique, étant bien entendu que la modélisation  $k - \varepsilon$  à deux équations de transport ne peut être établie que sous réserve de poser les hypothèses fondamentales de séparation des échelles et d'équilibre local.

Les difficultés de modélisation de la turbulence en écoulement diphasique par un modèle de type  $k - \varepsilon$  sont liées en partie au fait que dans ces écoulements, la modulation de la turbulence est un phénomène caractérisé par plusieurs échelles. Le bilan global sur l'énergie turbulente du fluide dépend des échelles auxquelles se produisent les différents mécanismes de transfert d'énergie. En particulier, la production d'énergie turbulente dans le sillage des particules n'a pas les mêmes conséquences sur la turbulence du fluide si elle se produit aux petites échelles de la turbulence ou si elle se produit à une échelle de l'ordre de grandeur de l'échelle des structures porteuses d'énergie. Or la modélisation  $k - \varepsilon$  traite l'énergie turbulente de façon globale, et ne permet donc pas de tenir compte de ces particularités. Pour la modélisation de ces phénomènes, les approches multi-échelles semblent particulièrement prometteuses. Cette technique permettrait notamment de séparer les mécanismes à petite échelle des mécanismes à plus grande échelle (Sato (1996)).





# RÉSULTATS EN TRANSFERTS COUPLÉS

## DYNAMIQUE ET THERMIQUE

I. INTRODUCTION .....	209
II. CARACTÉRISATION DES CHAMPS DE TEMPÉRATURE .....	211
1. Résultats à température de paroi imposée .....	211
a. Influence de la taille des particules .....	211
b. Influence du nombre de Reynolds de l'écoulement .....	213
c. Influence du taux de chargement .....	213
2. Résultats à flux imposé .....	215
III. MODULATION DES ÉCHANGES THERMIQUES ENTRE LA SUSPENSION ET LA PAROI .....	216
1. Caractérisation des échanges en simulation <i>one-way</i> .....	216
2. Caractérisation des échanges en simulation <i>four-way</i> .....	217
a. Cas de grosses particules, formulation hybride du modèle de turbulence .....	218
b. Cas de petites particules, formulation classique du modèle de turbulence .....	220
3. Influence du modèle thermique sur les prédictions .....	222
4. Tentative d'analyse et bilan .....	224
IV. VERS DES RÉSULTATS INFORMATIFS POUR LES MODÉLISATIONS EULÉRIENNES .....	229



# **RÉSULTATS EN TRANSFERTS COUPLÉS**

## **DYNAMIQUE ET THERMIQUE**

### **I. INTRODUCTION**

Pour terminer, ce chapitre présente les capacités du code de calcul à prédire le comportement thermique de la suspension. Nous discuterons en particulier de notre aptitude à prévoir la modification des transferts de chaleur observée expérimentalement sur diverses configurations en présence de particules. Les résultats présentés ici résultent d'une simulation *four-way* (les modifications de l'écoulement fluide par la présence des particules (notamment de la turbulence) et les interactions entre particules sont simulées), sauf mention contraire précisée dans le texte. Afin de répréciser les conditions des simulations, les caractéristiques principales du modèle sont rappelées ici:

- modèle  $k - \varepsilon$  anisotrope à bas nombre de Reynolds (chapitre 2) pour la dynamique de la phase fluide
- modèle WET (chapitre 2) pour la thermique de la phase fluide
- suivi lagrangien des particules (forces de traînée, de portance et gravité; moment) (chapitre 3, paragraphe IV)
- prise en compte des collisions entre particules et avec la paroi (chapitre 4) avec respectivement un modèle probabiliste et un modèle de paroi virtuelle (dans cette partie, les valeurs des différents paramètres sont fixés arbitrairement: les coefficients de restitution sont fixés à 0,9; et les coefficients de frottements (statiques et dynamiques) à 0,4, enfin, l'écart type de l'angle d'inclinaison de la paroi virtuelle est fixé à 0,02)
- modèle stochastique du 1<sup>er</sup> ordre pour la dispersion des particules (chapitre 5, paragraphe V.1), prise en compte de l'anisotropie et de la non homogénéité de la turbulence
- prise en compte de la modulation de la turbulence par la présence des particules (chapitre 6) par la formulation classique (modèle 1,  $C_{\varepsilon 3} = 1,8$ )

Dans chaque partie, les simulations éventuellement effectuées avec une autre déclinaison du modèle sont signalées et les précisions sur la modélisation utilisée sont apportées. Trois aspects de l'exploitation des résultats numériques sont présentés ici: la caractérisation thermique de l'écoulement par l'étude des champs de température de chacune des deux phases, la caractérisation des échanges de chaleur entre la suspension et la paroi et enfin l'analyse de grandeurs turbulentes caractéristiques des particules en vue d'apporter des éléments informatifs pour la mise en place des modèles eulériens.



## II. CARACTÉRISATION DES CHAMPS DE TEMPÉRATURE

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés à la caractérisation thermique de la suspension au travers l'étude des profils de température de chacune des deux phases, dans différents cas. Les résultats présentés ici se rapportent à la configuration expérimentale de Farbar et Depew (1963) qui concerne l'injection de particules de verre de diamètre compris entre 30 et 200  $\mu\text{m}$ , au sein d'un écoulement anisotherme. Les simulations sont réalisées dans les conditions suivantes:

- $D = 0,0175 \text{ m}$ ,  $L_{chauffée} = 1 \text{ m}$ ,  $Re \approx 26500$  et  $Re \approx 15300$ ,  $\Theta_w = 352 \text{ K}$
- $d_p = 30 \mu\text{m}$ ,  $70 \mu\text{m}$ ,  $140 \mu\text{m}$  et  $200 \mu\text{m}$ ,  $\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_{pp} = 840 \text{ J/kgK}$

Les distributions radiales de température du fluide et des particules obtenues en fin de portion de conduite chauffée ( $z = 1 \text{ m}$ ) sont présentées pour chacune des deux conditions limites, température de paroi imposée et flux de chaleur à la paroi imposé. Afin de faciliter l'interprétation des résultats, les températures sont présentées en valeur absolue plutôt que sous forme adimensionnelle. Une représentation de la température adimensionnée sous la forme  $(\Theta_w - \Theta)/(\Theta_w - \Theta_0)$  où  $\lambda_f(\Theta_w - \Theta)/(R\phi_w)$  ne permet pas notamment de mettre en évidence de façon simple la variation de la température à la paroi.

Farbar et Depew (1963) ne rapportent pas de mesure de température de chacune des phases et les résultats numériques ne sont donc pas validés par comparaison expérimentale (une validation par comparaison expérimentale sur le nombre de Nusselt de suspension est proposée au paragraphe suivant). Cependant, ces résultats nous renseignent sur les modifications du comportement thermique de la suspension en présence de particules, en fonction de paramètres tels que la taille des particules, le nombre de Reynolds de l'écoulement, le taux de chargement et le type de condition limite imposée à la paroi.

### 1. Résultats à température de paroi imposée

#### a. Influence de la taille des particules

Les figures 7.1 et 7.2 mettent en évidence l'influence de la taille des particules sur les profils de température de chacune des deux phases pour des nombres de Reynolds d'écoulement de 15300 et 26500 respectivement. Dans chacun des cas, le taux de chargement est fixé à  $m = 1$  (les mêmes tendances sont observées pour des taux de chargement différents). Pour l'écoulement à  $Re = 15300$ , les particules injectées ont un diamètre de 70 et 140  $\mu\text{m}$  (figure 7.1). Pour l'écoulement à  $Re = 26500$  (figure 7.2), les mêmes particules de 140  $\mu\text{m}$  sont utilisées mais la taille des petites particules est ramenée à 30  $\mu\text{m}$  de façon à étendre la gamme des diamètres étudiés. Sur chacune de ces figures, le profil de température de l'écoulement en fluide pur est également représenté.

Dans chacun des cas, il apparaît clairement que la présence des particules modifie considérablement le gradient à la paroi de la température du fluide. Ce gradient augmente d'autant plus que la taille des particules est petite. Ceci indique que la quantité de chaleur nécessaire pour maintenir une température de paroi fixée à 352 K est plus importante en présence de particules, et d'autant plus élevée que la taille



des particules est petite. Les petites particules ayant une inertie thermique plus faible, les échanges de chaleur entre les deux phases sont plus efficaces et, sur une longueur fixée, la quantité de chaleur absorbée par les particules est plus importante. Pour un taux de chargement donné, l'écart de température entre le fluide et les particules s'accroît lorsque le diamètre des particules augmente. En zone de proche paroi, la température des petites particules tend également à suivre la température du fluide alors que pour les particules de plus grosse taille, les profils sont plus aplatis, ce qui rappelle les tendances observées sur les profils de vitesse.

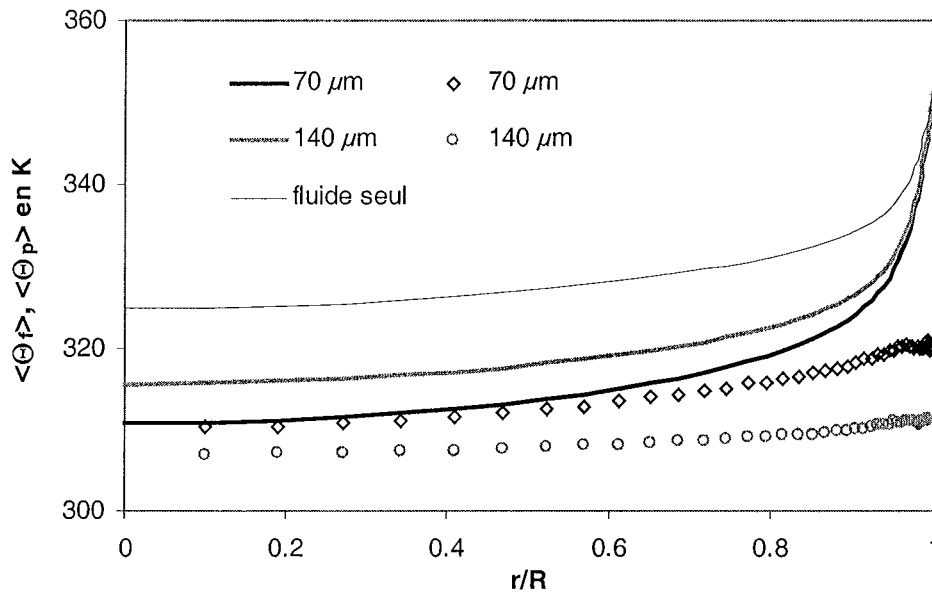


Figure 7.1: Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $Re \approx 15300$ ,  $\Theta_w = 352 K$

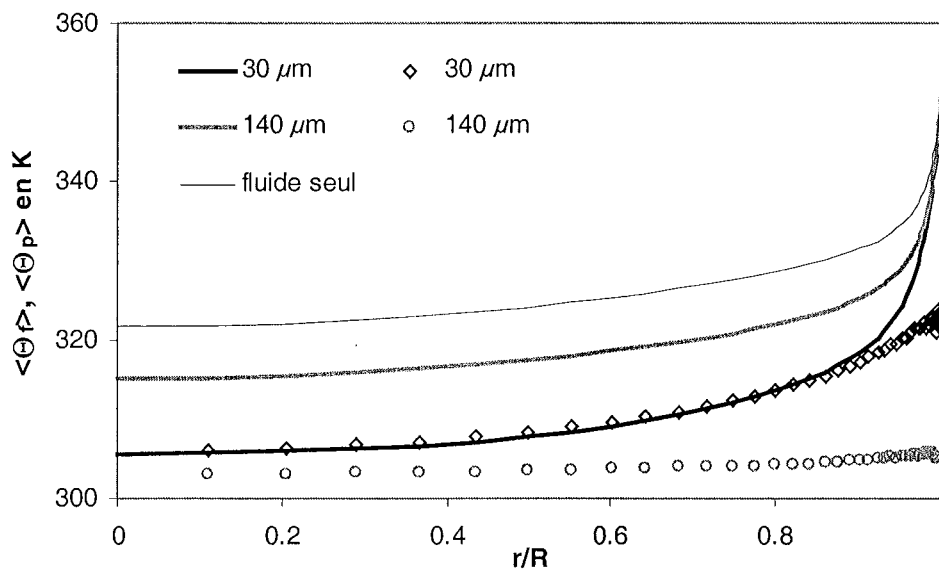
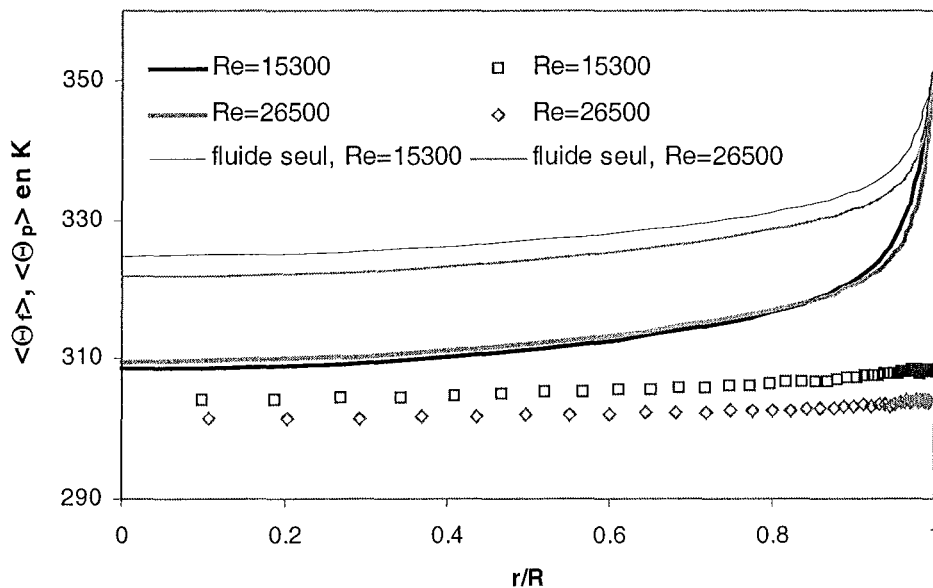


Figure 7.2: Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $Re \approx 26500$ ,  $\Theta_w = 352 K$

### b. Influence du nombre de Reynolds de l'écoulement

La figure 7.3 montre l'influence du nombre de Reynolds de l'écoulement sur le comportement thermique de chacune des deux phases, pour des particules de  $140 \mu\text{m}$  de diamètre et pour un taux de chargement fixé à  $m = 2$ . Les profils de température du fluide en présence de particules sont quasiment superposés avec seulement un gradient de température à la paroi légèrement plus fort pour le nombre de Reynolds le plus élevé. En comparant ces tendances à celles du cas monophasique, il apparaît que l'effet du nombre de Reynolds sur le gradient de température est similaire dans les deux cas (augmentation pour les Reynolds les plus forts). D'autre part, des tendances différentes sont observées pour le niveau de température du fluide: dans le cas monophasique, ce niveau pour l'écoulement à  $Re = 26500$  est légèrement inférieur à celui de l'écoulement à  $Re = 15300$ , alors que dans le cas diphasique, le nombre de Reynolds n'a quasiment pas d'effet. La présence des particules a donc un effet plus marqué sur la température du fluide pour les écoulements à plus faible nombre de Reynolds. Concernant les particules, la figure 7.3 montre que leur niveau de température est plus élevé dans le cas de l'écoulement à plus faible nombre de Reynolds, pour un champ de température du fluide quasiment identique. Cette tendance traduit le fait que sur une longueur donnée, les particules en suspension dans un écoulement à moins forte vitesse absorbent d'avantage de chaleur que celles transportées par un écoulement à plus forte vitesse, simplement parce que leur temps de séjour dans la conduite est plus long.



**Figure 7.3:** Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $d_p = 140 \mu\text{m}$ ,  $m = 2$ ,

$$\Theta_w = 352 \text{ K}$$

### c. Influence du taux de chargement

L'influence du taux de chargement sur les profils de température de chacune des deux phases est mise en évidence sur les figure 7.4 et 7.5, pour des particules de  $140$  et  $30 \mu\text{m}$  respectivement. Dans chaque cas, le niveau de température du fluide diminue lorsque le taux de chargement augmente. Ce phénomène peut être attribué au fait que la quantité de chaleur absorbée par les particules augmente lorsque la quantité de particules en suspension augmente. En conséquence, le niveau de température du

fluide est plus bas et le flux de chaleur apporté à la paroi, pour maintenir une température de paroi fixée, est plus élevé. Si les tendances observées pour les profils de température du fluide sont analogues dans les deux cas, il apparaît que le comportement thermique des particules dépend de leur taille. En effet, pour les particules de petite taille, quel que soit le taux de chargement, le profil de température des particules suit celui du fluide, excepté dans la zone de très proche paroi. Par contre, dans le cas de particules plus grosses, leur niveau de température varie peu par rapport aux variations du niveau de température du fluide. Pour une suspension de grosses particules, l'écart de température entre les deux phases diminue lorsque le taux de chargement augmente.

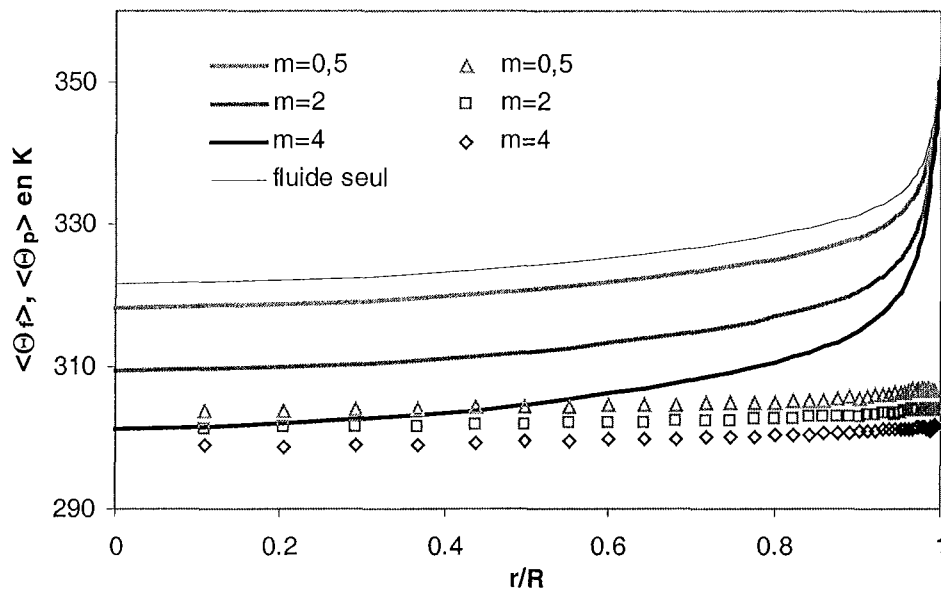


Figure 7.4: Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $d_p = 140 \mu m$ ,  $Re \approx 26500$ ,  $\Theta_w = 352 K$

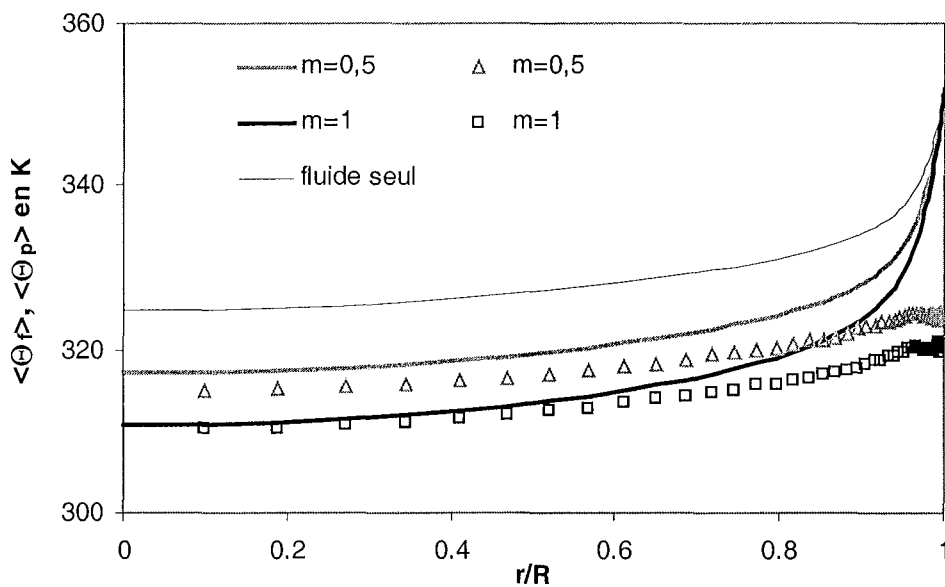


Figure 7.5: Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $d_p = 30 \mu m$ ,  $Re \approx 26500$ ,  $\Theta_w = 352 K$

## 2. Résultats à flux imposé

Pour terminer, la figure 7.6 présente les résultats obtenus en imposant une condition limite de type flux de paroi imposé. Cette simulation numérique est donc basée sur des conditions expérimentales analogues à celles de Farbar et Depew (1963), mais en imposant  $\phi_w = 1000 \text{ W/m}^2$  à la place de la condition de température de paroi imposée. Les résultats sont présentés ici pour des particules de 70 et 200  $\mu\text{m}$ , pour un écoulement à  $Re \approx 26500$ , et pour deux taux de chargement. Les tendances déjà observées avec une condition de type température imposée se retrouvent également ici: en particulier, l'augmentation du taux de chargement se traduit par une réduction du niveau de température du fluide et le niveau de température des petites particules suit le niveau de température du fluide tandis que les particules plus grosses ont un niveau de température inférieur à celui du fluide. D'autre part, les particules présentes dans l'écoulement absorbent une partie de la chaleur fournie au fluide au niveau de la paroi ce qui se traduit ici par une diminution de la température de paroi, d'autant plus marquée que la taille des particules est réduite.

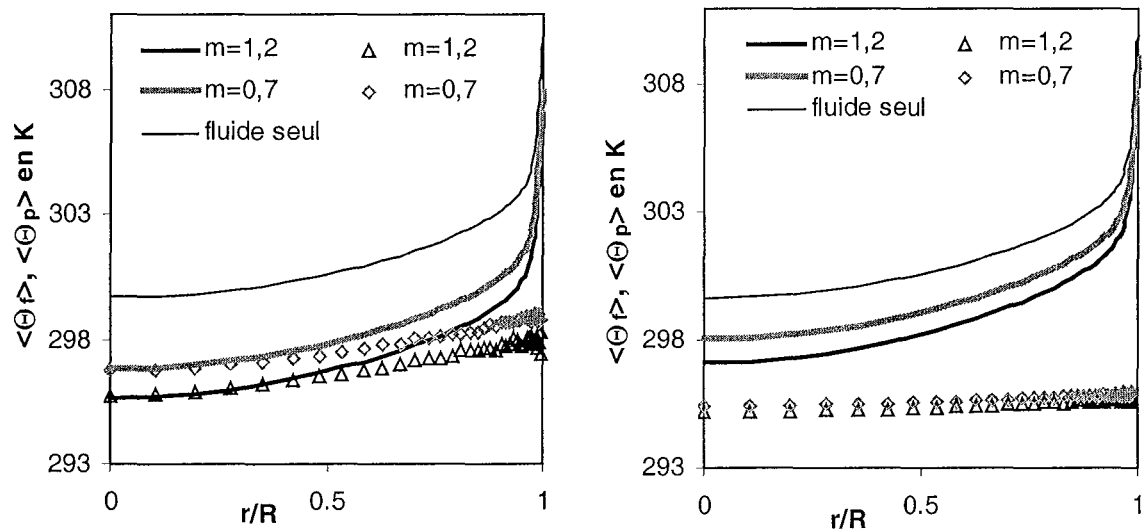


Figure 7.6: Profils radiaux de température du fluide et des particules,  $Re \approx 26500$ ,  $\phi_w = 1000 \text{ W/m}^2$

### III. MODULATION DES ÉCHANGES THERMIQUES ENTRE LA SUSPENSION ET LA PAROI

Dans ce paragraphe, les résultats présentés visent à mettre en évidence les capacités du code de calcul à prédire la modulation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi et l'importance de la prise en compte des transferts couplés dynamiques et thermiques. Ces échanges de chaleur sont caractérisés par un nombre de Nusselt de suspension calculé en fin de portion de conduite chauffée, en régime thermiquement établi. Les nombres de Nusselt sont évalués par les relations [1.23] et [1.24] rappelées ici:

$$\text{à flux imposé: } Nu_s(z) = \frac{D\varphi_w}{\lambda_f(\Theta_w(z) - \Theta_{ms}(z))}$$

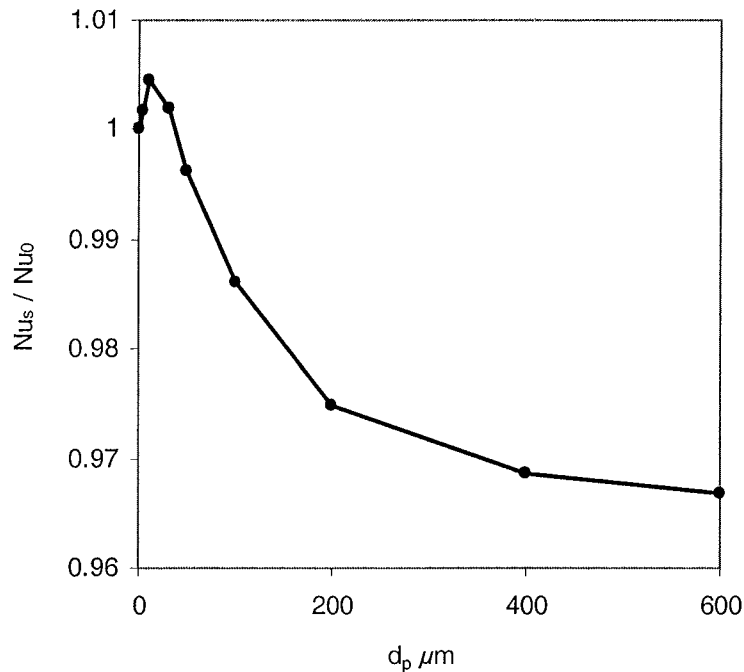
où  $\varphi_w$  désigne la densité de flux de chaleur imposée à la paroi et  $\Theta_{ms}(z)$  la température moyenne de mélange à l'abscisse  $z$  (définie par la relation [1.19]).

$$\text{à température imposée: } Nu_s(z) = \frac{(Q_{mf}c_{pf} + Q_{mp}c_{pp})(\Theta_{ms}(z) - \Theta_0)}{\lambda_f \pi L \frac{(\Delta T_s - \Delta T_i)}{\ln(\Delta T_s / \Delta T_i)}}$$

ici  $\Theta_0$  désigne la température initiale de la suspension,  $L$  la longueur entre le début de la portion de conduite chauffée et la section d'abscisse  $z$ , et  $\Delta T_s$  et  $\Delta T_i$  des différences de température caractéristiques de l'entrée et de la sortie (définies par la relation [1.25]).

#### 1. Caractérisation des échanges en simulation *one-way*

La figure 7.7 présente les variations du nombre de Nusselt de suspension rapporté au nombre de Nusselt en fluide pur en fonction de la taille des particules injectées. Les simulations sont réalisées dans les conditions d'écoulement de Farbar et Depew (1963) à  $Re \approx 26500$  à un très faible taux de chargement  $m = 0,05$ , mais avec une condition à la paroi de type flux imposé ( $\varphi_w = 1000 \text{ W/m}^2$ ) et en étendant la gamme des diamètres des particules de 5 à 600  $\mu\text{m}$ . Compte tenu du faible taux de chargement, les calculs sont menés en admettant que les comportements dynamique et thermique de la phase fluide ne sont pas modifiés par la présence des particules (*one-way*). La figure 7.7 indique une augmentation du  $Nu_s$  en présence de petites particules et une réduction de  $Nu_s$  lorsque la taille des particules augmente. Cette courbe reflète la tendance généralement observée pour les grosses particules à faible taux de chargement. En effet, Jepson *et al.* (1963) et Farbar et Depew (1963) rapportent une diminution de  $Nu_s$  pour les grosses particules à faible taux de chargement. Par contre, la tendance observée pour les petites particules est généralement une légère diminution de  $Nu_s$  à faible taux de chargement suivie d'une importante augmentation pour les taux de chargement plus élevés.



**Figure 7.7:** Caractérisation de la modulation des échanges à très faible taux de chargement

L'analyse des résultats de cette simulation amène les conclusions suivantes:

- la réduction ou l'augmentation du nombre de Nusselt de suspension dépend directement de la taille des particules
- plus les particules présentent une forte inerte thermique et plus leur niveau de température sera faible (pour un même niveau de température du fluide), provoquant une réduction de la température moyenne de la suspension. La définition adoptée pour le nombre de Nusselt de suspension conduit alors à une réduction du nombre de Nusselt.

## 2. Caractérisation des échanges en simulation *four-way*

Les résultats présentés ici sont issus de simulations complètes, incluant les différents aspects du couplage entre les phases, tant sur le plan dynamique que thermique. Nous avons distingué deux types de configurations: le cas de *grosses* particules et le cas de *petites* particules. La distinction entre ces deux catégories de particules est effectuée en estimant le rapport  $d_p/l_e$ , comme proposé au chapitre 6 (paragraphe IV.4). Pour les suspensions mettant en jeu des particules dites *grosses*, la modulation de la turbulence est traitée par la méthode hybride (modèle 3,  $C_{\varepsilon 3} = 1,8$ ) décrite au chapitre 6: les termes sources tiennent compte d'une production de turbulence dans le sillage des particules (ces simulations sont menées avec toutes les réserves émises et discutées au chapitre 6 sur cette formulation). Pour le cas de suspension de particules dites *petites*, le modèle de turbulence suit la formulation classique (modèle 1,  $C_{\varepsilon 3} = 1,8$ ) découlant des hypothèses de séparation des échelles et d'isotropie locale: la présence des particules ne peut conduire qu'à une réduction de la turbulence du fluide.

Dans chaque cas, le rapport  $d_p/l_e$  est évalué en estimant l'échelle de longueur caractéristique des structures énergétique de la turbulence,  $l_e$ , au centre de la conduite, par la relation [7.1]:

$$\frac{d_p}{l_e} \approx \frac{d_p}{T_{mE} \sqrt{\frac{2}{3} k}} \quad [7.1]$$

où  $T_{mE}$  désigne l'échelle mobile eulérienne, évaluée par la relation [1.15] ( $T_L = 0,6T_{mE}$ ). Les valeurs de  $T_L$  et  $k$  au centre de la conduite sont données par les tableaux 1.1 et 1.2 (chapitre 1).

Les caractéristiques des configurations simulées dans cette partie sont reportées dans le tableau 7.1 suivant:

Expérience	condition limite	Re	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]
Farbar et Depew (1963)	$\Theta_w = 352 \text{ K}$	15300	200
		25600	140 70 30
Jepson <i>et al.</i> (1963)	$\varphi_w = 1000 \text{ W/m}^2$	30900	500
		46500	

**Tableau 7.1:** Caractéristiques des configurations simulées

**a. Cas de grosses particules, formulation hybride du modèle de turbulence**

Nous avons retenu deux configurations expérimentales susceptibles d'être simulées avec le modèle de turbulence hybride. Ces configurations sont issues des expériences de Jepson *et al.* (1963) et de Farbar et Depew (1963) et concernent les résultats mettant en jeu des particules de 500 et 200  $\mu\text{m}$  de diamètre respectivement. L'estimation du rapport  $d_p/l_e$  pour ces cas tests est reportée dans le tableau 7.2.

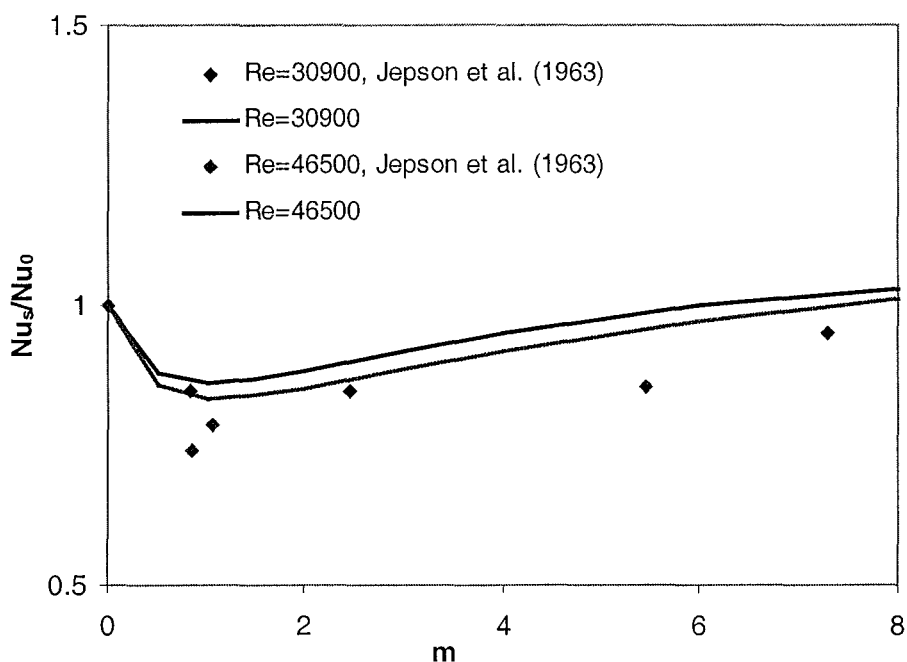
Expérience	$d_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	Re	$k_c$ [ $\text{m}^2/\text{s}^2$ ]	$T_{Lc}$ [s]	$l_e$ [m]	$d_p/l_e$
Farbar et Depew (1963)	200	15300	0,51	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,073
		25600	1,37	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,073
Jepson <i>et al.</i> (1963)	500	30900	0,36	$7,3 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	0,084
		46500	0,75	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$6,1 \cdot 10^{-3}$	0,081

**Tableau 7.2:** Évaluation du rapport  $d_p/l_e$

Dans chaque cas, ce rapport est proche de la valeur 0,08 qui caractérise la zone de transition entre les particules qui réduisent ou qui augmentent la turbulence du fluide. Pour ces suspensions, il est donc difficile de prévoir si l'une ou l'autre des formulations du modèle de turbulence sera plus performante. Nous avons choisi de simuler ces configurations avec la méthode hybride.

Les résultats des simulations sont reportées sur les figures 7.8 et 7.9 et sont confrontés aux résultats expérimentaux pour chacune des configurations.

La figure 7.8 présente les variations du rapport du nombre de Nusselt de suspension et du nombre de Nusselt de l'écoulement en fluide pur, pour la configuration expérimentale de Jepson *et al.* (1963). Dans ce cas, les variations qualitatives sont bien représentées par la simulation: les échanges thermiques commencent par décroître jusqu'à un taux de chargement voisin de 1 puis augmentent légèrement pour les taux de chargement supérieurs. Pour chaque nombre de Reynolds, les prédictions numériques sont légèrement surestimées par rapport aux résultats expérimentaux mais restent en accord satisfaisant avec les mesures expérimentales. Les variations du nombre de Nusselt de suspension en fonction du taux de chargement pour la configuration de Farbar et Depew (1963) sont reportées sur la figure 7.9. Dans ce cas, les résultats numériques sont en accord qualitatif et quantitatif avec les résultats expérimentaux.

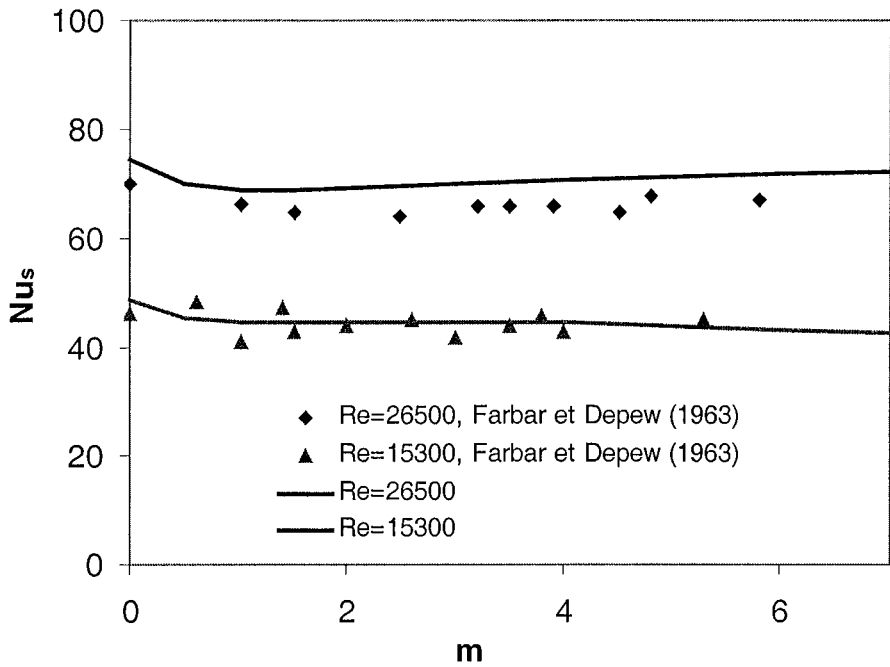


**Figure 7.8:** Évolution des échanges thermiques en fonction du taux de chargement, Jepson *et al.* (1963),  
 $d_p = 500 \mu m$

Notre modèle de simulation s'avère donc relativement bien adapté à la caractérisation des échanges thermiques d'un écoulement de suspension constitué de grosses particules. Ces résultats ne permettent cependant pas de conclure sur les performances de la formulation hybride de la modulation de la turbulence. En effet, les tests réalisés en adoptant une formulation classique fournissent également des prédictions satisfaisantes sur ces cas tests. Notamment, les simulations initiales basée sur un modèle  $k - \epsilon$  non *low-Reynolds* et avec une formulation classique des termes sources ont déjà conduit à d'excellentes prédictions (Boulet *et al.* 2000). Ceci tend donc à montrer que la modulation de la turbulence n'a pas, dans ces configurations, un rôle primordial sur les modifications des échanges



thermiques en présence de particules. Nous reviendrons sur l'analyse des phénomènes pouvant expliquer les variations du nombre de Nusselt de suspension au paragraphe 4.



**Figure 7.9:** Évolution des échanges thermiques en fonction du taux de chargement, Farbar et Depew (1963),  $d_p = 200 \mu m$

**b. Cas de petites particules, formulation classique du modèle de turbulence**

Les configurations expérimentales retenues pour les simulations en formulation classique sont issues des travaux de Farbar et Depew (1963). Pour chaque cas test, le rapport  $d_p/l_e$  est évalué dans le tableau 7.3. Chacune des configurations peut être définie comme une suspension de *petites* particules au sens où nous l'avons défini au chapitre 6.

Expérience	Re	$d_p [\mu m]$	$k_c [m^2/s^2]$	$T_{lc} [s]$	$l_e [m]$	$d_p/l_e$
Farbar et Depew (1963)	15300	140	0,51	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,052
		70				0,026
		30				0,011
	25600	140	1,37	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,052
		70				0,026
		30				0,011

**Tableau 7.3:** Évaluation du rapport  $d_p/l_e$

Les résultats des simulations sont reportés sur les figures 7.10 à 7.13 pour les particules de diamètre respectivement 140, 70 et 30  $\mu m$ . Les variations du nombre de Nusselt de suspension sont reportées en fonction du taux de chargement et confrontées aux résultats expérimentaux. Dans chacun des cas, les simulations fournissent des prédictions satisfaisantes sur les plans qualitatif et quantitatif. Le cas des

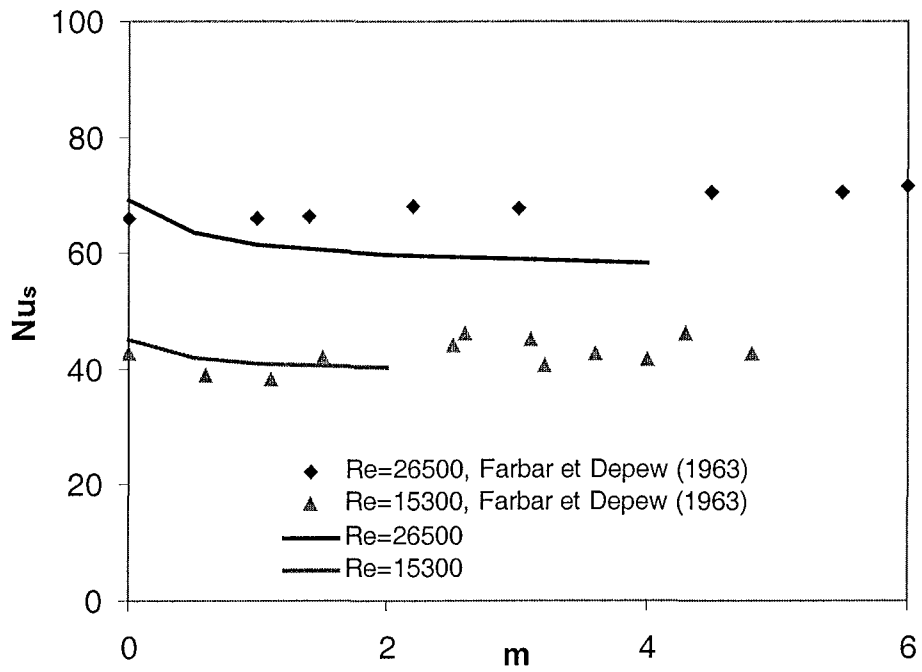


Figure 7.10: Évolution des échanges thermiques en fonction du taux de chargement, Farbar et Depew (1963),  $d_p = 140 \mu m$

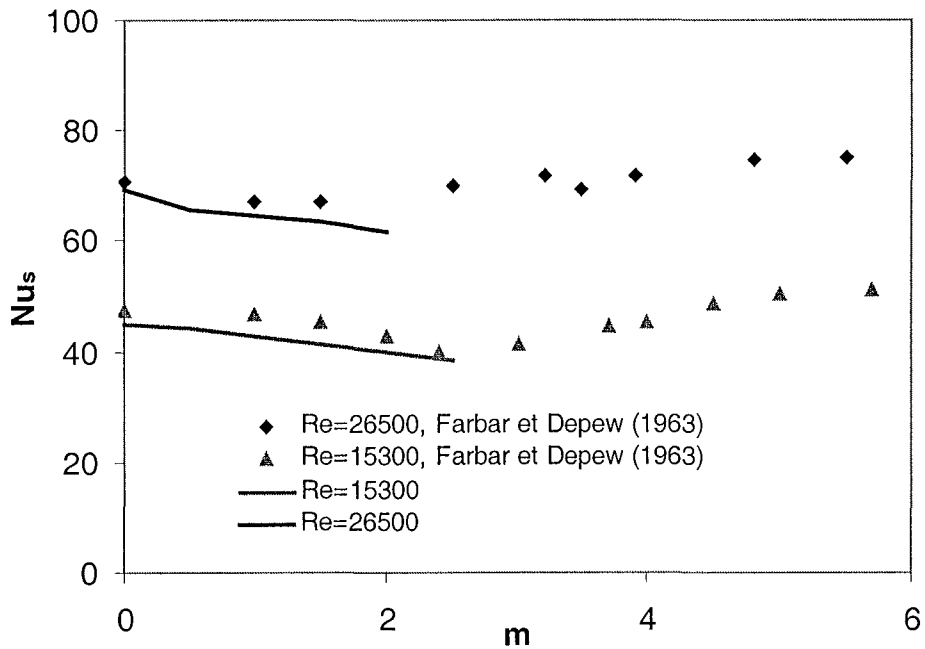
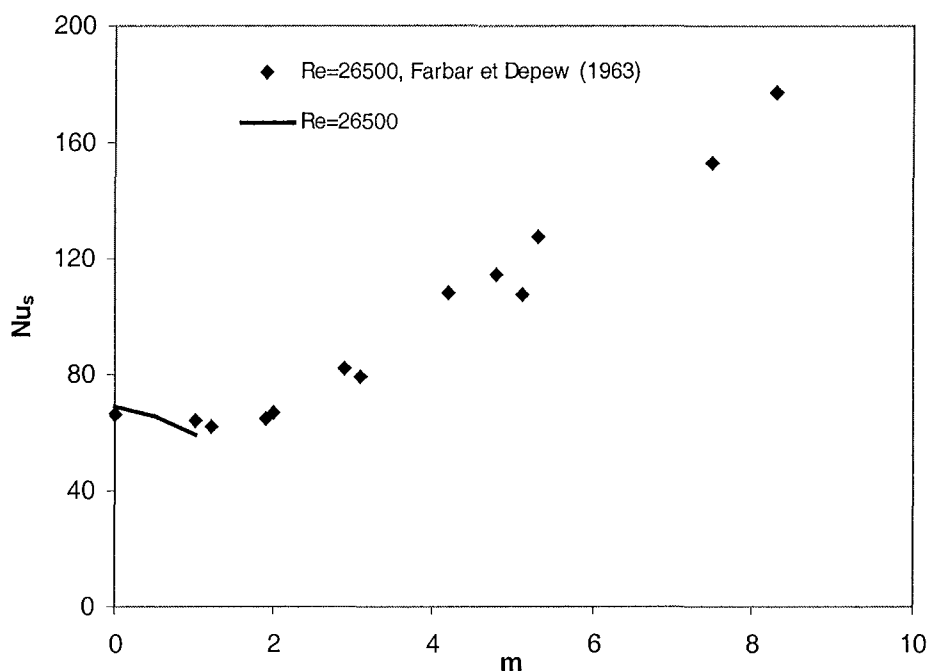


Figure 7.11: Évolution des échanges thermiques en fonction du taux de chargement, Farbar et Depew (1963),  $d_p = 70 \mu m$

particules de  $140 \mu\text{m}$  au plus fort nombre de Reynolds est quantitativement moins bien représenté: la diminution des échanges entre la suspension et la paroi est surestimée par notre modèle. Le modèle proposé présente donc des aptitudes à représenter les diverses tendances observées expérimentalement en matière de modulation des échanges thermiques en présence de particules solides de différentes tailles. Cependant, la modélisation mise en place pose encore de nombreux problèmes de convergence, dès que le taux de chargement s'élève. Les courbes incomplètes présentées sur les figures traduisent une divergence du calcul pour les taux de chargement immédiatement supérieurs. Nous constatons notamment que plus les particules sont de petite taille, plus le taux de chargement à partir duquel intervient la divergence est faible. Le comportement de particules de  $30 \mu\text{m}$  apparaît en conséquence particulièrement délicat à simuler numériquement. Nous expliquons cette tendance par le fait que les particules les plus petites sont également celles qui entraînent une modulation de la turbulence la plus importante et donc une perturbation plus forte du calcul. Notons également que pour une taille de particule donnée, les configurations à plus fort Reynolds permettent la convergence des calculs pour de plus forts taux de chargement.



**Figure 7.12:** Évolution des échanges thermiques en fonction du taux de chargement, Farbar et Depew (1963),  $d_p = 30 \mu\text{m}$

### 3. Influence du modèle thermique sur les prédictions

Dans ce paragraphe nous présentons les résultats d'une étude antérieure menée sur l'influence du modèle de fermeture en thermique sur les prédictions des échanges de chaleur entre la suspension et la paroi (Moissette et Chagras (2001)). La configuration expérimentale de Farbar et Depew (1963) est simulée pour différentes tailles de particules:  $30$ ,  $70$  et  $200 \mu\text{m}$ . Dans cette étude la représentation de la dynamique de l'écoulement reposait sur le modèle  $k - \epsilon$  décrit au chapitre 2, mais dans une version non

low-Reynolds (dans la zone de proche paroi, le raccordement était réalisé en utilisant les lois de paroi standards pour la vitesse et par extrapolation pour les autres grandeurs). Les termes sources sont exprimés selon la formulation classique décrite au chapitre 6. L'accent est mis ici sur le modèle de fermeture thermique: les modèles SED et GGDH (chapitre 2) sont testés et les résultats obtenus dans les différents cas sont confrontés avec les résultats expérimentaux. La figure 7.13 met en évidence les variations observées selon la taille des particules. Il apparaît clairement que les particules les plus grosses ne sont pas affectées par le choix du modèle de fermeture. Par contre, les échanges thermiques en présence de petites particules se trouvent d'autant plus influencés par le choix du modèle que le taux de chargement est élevé. Les particules les plus petites étant plus sensibles à la turbulence du fluide, il semble logique que leur comportement soit affecté par la modélisation mise en place pour caractériser les flux thermiques turbulents ( voir modèle de dispersion au chapitre 5). Du point de vue des échanges thermiques, il semble également normal que cet effet se ressente d'autant plus dans les cas où les particules ont une place importante dans la modulation des échanges et donc aux plus forts taux de chargement. Notons également sur ces figures que si la modulation des échanges en présence de particules de 200 et 70  $\mu\text{m}$  est en adéquation avec les résultats expérimentaux, les prédictions pour le cas des particules de 30  $\mu\text{m}$  sont ici particulièrement mauvaises. Cette figure met donc également en évidence la nécessité d'une modélisation à bas nombre de Reynolds, notamment pour le cas des plus petites particules, même si se posent alors d'importants problèmes de convergence des calculs (paragraphe précédent).

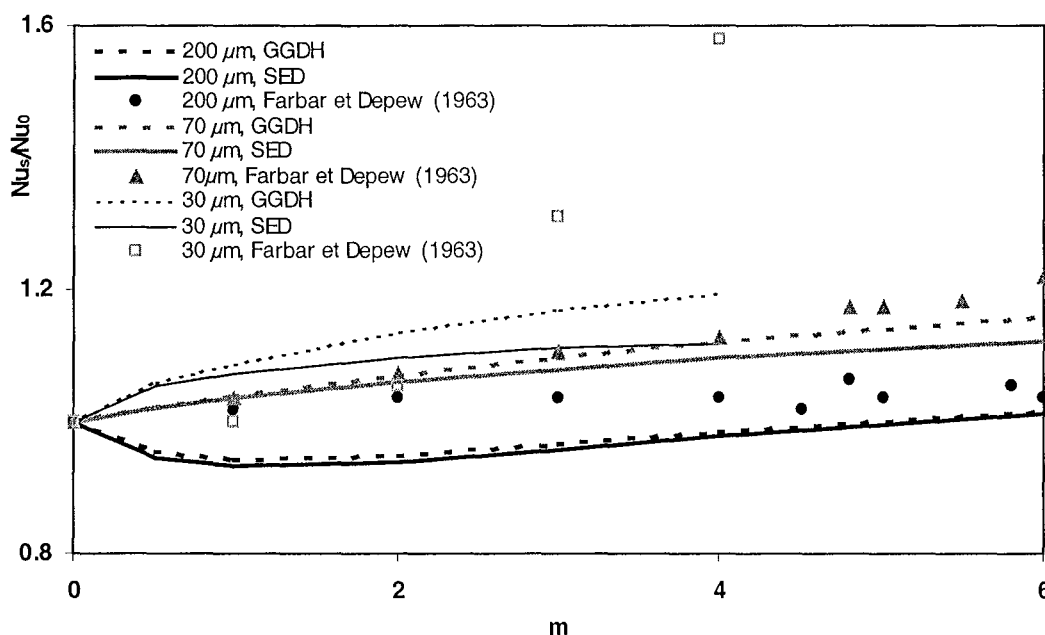


Figure 7.13: Étude de l'influence du modèle de fermeture thermique,  $Re \approx 26500$ , Farbar et Depew (1963)

#### 4. Tentative d'analyse et bilan

Pour conclure sur la caractérisation des échanges thermiques en présence de particules, nous proposons ici quelques explications des différents comportements observés. Afin de bien positionner le problème, il convient de préciser également l'importance de la définition du nombre de Nusselt de suspension adoptée. En effet, en conservant une définition plus classique du nombre de Nusselt, c'est à dire un nombre de Nusselt du fluide, tel qu'il serait défini par la relation [7.2] (pour une condition limite de type flux imposé), les variations observées seraient différentes. Une telle définition caractériserait la modification des échanges entre le fluide et la paroi alors que la définition classique caractérise les échanges entre la suspension et la paroi. Dans le premier cas, l'influence des particules intervient indirectement sur la température moyenne du fluide et dans le second cas, l'influence des particules intervient en plus sur la température moyenne du mélange, de façon directe.

*Définition classique du nombre de Nusselt de suspension (relation [1.23]):*

$$Nu_s(z) = \frac{D\varphi_w}{\lambda_f(\Theta_w(z) - \Theta_{ms}(z))}$$

*Définition du nombre de Nusselt basée sur la température moyenne du fluide:*

$$Nu_s^*(z) = \frac{D\varphi_w}{\lambda_f(\Theta_w(z) - \Theta_{mf}(z))} \quad [7.2]$$

Dans le cas d'un fort taux de chargement, la définition classique du Nusselt tend vers:

$$Nu_s(z) \rightarrow \frac{D\varphi_w}{\lambda_f(\Theta_w(z) - \Theta_{mp}(z))} \quad [7.3]$$

Or la température moyenne des particules est inférieure à celle du fluide ce qui nous donne:

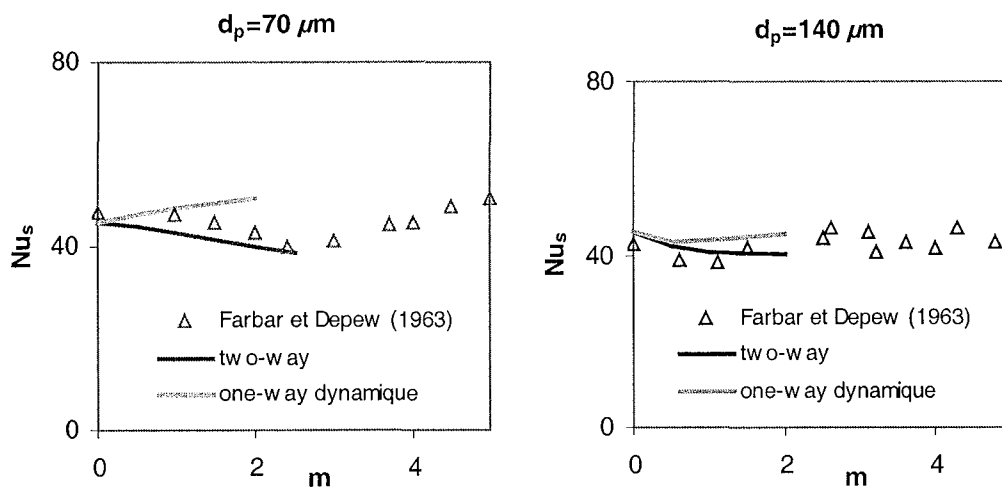
$$Nu_s(z) < Nu_s^*(z) \quad [7.4]$$

Pour une température moyenne de fluide donnée, le nombre de Nusselt défini de façon classique sera influencé par le niveau de température atteint par les particules, qui dépendra notamment de la taille des particules et du taux de chargement. Au contraire, dans la définition donnée par la relation [7.2], pour une température moyenne de fluide donnée, le nombre de Nusselt sera identique quel que soit le niveau de température des particules. Ces remarques sont également valables pour le cas d'une condition limite de type température de paroi imposée. Il est donc clair que les définitions [1.23] et [1.24] du nombre de Nusselt tiennent compte des modifications du comportement thermique de chacune des deux phases.

Deux phénomènes sont généralement invoqués pour expliquer les variations du nombre de Nusselt de suspension (défini par la relation [1.23] ou [1.24]): la réduction de la turbulence qui tend à diminuer les échanges entre le fluide et la paroi et l'augmentation de la capacité thermique globale du mélange qui tend à accroître le nombre de Nusselt.

La simulation numérique nous offre la possibilité d'analyser l'influence directe de la modification du comportement dynamique de la suspension, en incluant la modulation de la turbulence, sur les échanges thermiques. La figure 7.14 présente les résultats de simulations menées d'une part en supposant le comportement dynamique de la phase fluide non-affecté par la présence des particules (*one-way*

dynamique) et d'autre part en effectuant la simulation complète (*two-way*, formulation classique de la modulation de la turbulence), pour des particules de 70 et de 140  $\mu\text{m}$  respectivement (conditions expérimentales de Farbar et Depew (1963),  $Re \approx 15300$ ). Pour cette étude, les calculs sont volontairement limités à des taux de chargement inférieurs à 2. Dans chacun des cas, l'influence de la prise en compte de la présence des particules sur le comportement dynamique de la phase fluide est clairement établie. Trois tendances importantes se dégagent de cette figure: le nombre de Nusselt de suspension est surestimé si le couplage dynamique entre les phases n'est pas pris en compte et l'impact de ce couplage est d'autant plus fort que les particules sont petites et que le taux de chargement est élevé. Les écarts observés sont légitimement attribués à la modification de la dynamique de l'écoulement et en particulier à la modulation de la turbulence par les particules. La figure 7.15 apporte un complément d'information à l'analyse de ces résultats: les profils radiaux de vitesse et d'énergie cinétique turbulente de la phase fluide, ainsi que les profils radiaux de température de chacune des phases sont représentés pour les deux types de simulation (*one-way* et *two-way*), pour les deux tailles de particules et pour deux valeurs du taux de chargement:  $m = 0,5$  et  $m = 2$ .



**Figure 7.14:** Influence de la modification de la dynamique de l'écoulement (modulation de la turbulence)

Les tracés de la figure 7.15 montrent en particulier que la présence des particules provoque une réduction de la turbulence, d'autant plus forte que les particules sont de petite taille et que le taux de chargement est élevé. Le niveau de turbulence dans la zone de proche paroi est particulièrement sensible à ces deux paramètres. Les profils de température de chacune des deux phases sont affectés par cette modulation de la turbulence, qui se traduit par une diminution nette du niveau de température de la phase fluide. Ce résultat traduit le fait que la réduction de la turbulence, notamment en zone de proche paroi, affecte directement la diffusion turbulente de la chaleur dans la direction radiale et conduit donc à une réduction des transferts thermiques entre le fluide et la paroi, qui provoque une diminution du niveau de la température du fluide. Le fait de négliger la réduction de la turbulence induite par la présence des particules nous amène donc logiquement à surestimer les transferts thermiques entre la suspension et la paroi. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la présence des particules se révèle influante sur la dynamique de la phase fluide, donc pour les forts taux de chargement et les particules les plus petites.

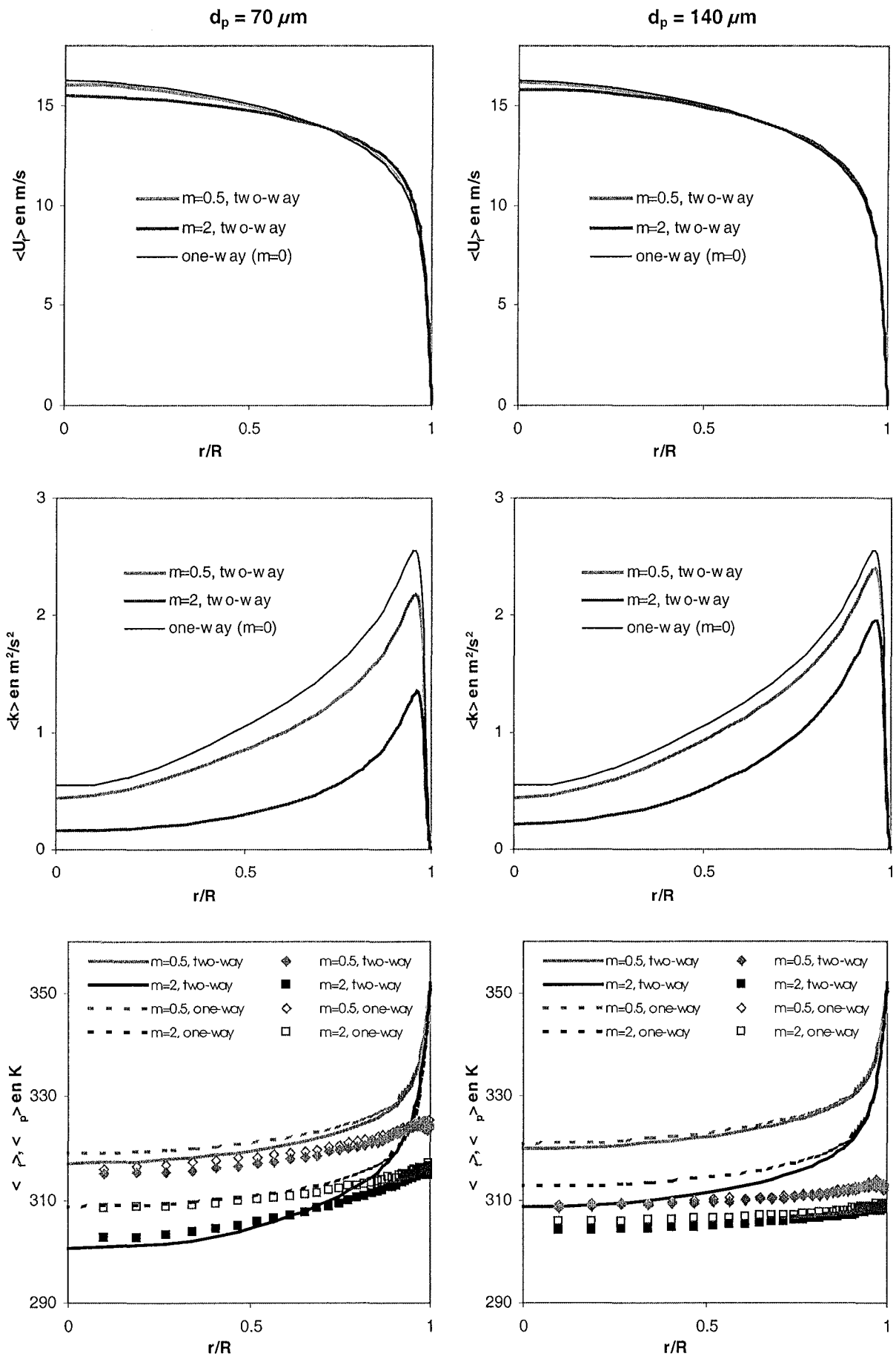


Figure 7.15: Influence du couplage entre les deux phases, 140  $\mu\text{m}$  et 70  $\mu\text{m}$

Nous avons montré ici l'impact de la modulation de la turbulence, mais ce phénomène ne permet d'expliquer à lui seul les variations du nombre de Nusselt de la suspension. En particulier, les augmentations de ce Nusselt en présence de petites particules (par exemple le cas des particules de  $70 \mu\text{m}$  de Farbar et Depew (1963) à  $Re \approx 26500$ ) ne peuvent pas être imputées à la modulation de la turbulence. Pour un cas à température de paroi imposée, la présence des particules provoque une augmentation du flux de chaleur fourni à la paroi, liée à l'augmentation de la capacité thermique du mélange, (cf. augmentation du gradient de température du fluide (paragraphe II.1)) qui participe à l'augmentation des échanges thermiques entre la suspension et la paroi. Cet effet s'accompagne par contre d'une diminution de la température moyenne du fluide et des particules qui provoque une diminution du nombre de Nusselt de la suspension. Les variations du nombre de Nusselt résultent donc de deux effets antagonistes que sont l'augmentation du flux de chaleur à la paroi et la diminution de la température moyenne du mélange. Au delà d'une certaine quantité de particules injectée, il semble que l'augmentation de la capacité thermique soit prépondérante, conduisant à l'augmentation du nombre de Nusselt de suspension.

Les travaux présentés ici ont contribué à améliorer la représentation numérique des écoulements diphasiques anisothermes comme le montre la figure 7.16. Cette figure compare les résultats numériques de deux types de simulations, l'une issue du modèle eulérien-lagrangien d'Avila et Cervantes (1995) et l'autre obtenue avec le modèle proposé ici, aux résultats expérimentaux de Farbar et Depew (1963), pour deux nombres de Reynolds de l'écoulement ( $Re \approx 26500$  et  $Re \approx 15300$ ) et pour deux tailles de particules ( $200 \mu\text{m}$  et  $70 \mu\text{m}$ ). L'amélioration apportée par notre modèle est nette: dans chaque cas, les résultats précédents surestiment l'augmentation du nombre de Nusselt de suspension alors que les résultats de nos simulations sont plus proches des variations expérimentales. Nous pensons que cette amélioration est en partie due à l'apport du modèle à bas nombre de Reynolds: en effet, comme nous l'avons montré, une surestimation des échanges peut être liée à une mauvaise estimation de la modulation de la turbulence notamment en zone de proche paroi.

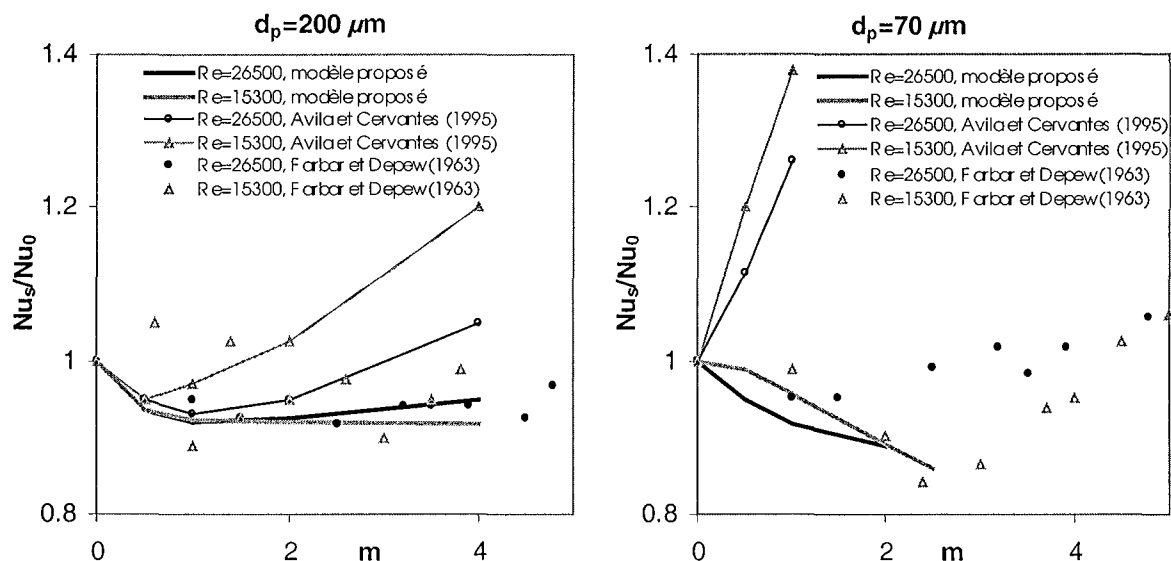


Figure 7.16: Amélioration apportée par le modèle proposé; configuration Farbar et Depew (1963)



En conclusion, cette partie a démontré l'intérêt de notre approche tant pour la caractérisation thermique des écoulements de suspension en conduite que sur le plan de l'analyse des phénomènes générant les différents comportements observés. En particulier, la modélisation s'est montrée adéquate pour la prédiction des variations du nombre de Nusselt de suspension dans des configurations variées en terme de nombre de Reynolds de l'écoulement, de taille de particules et de taux de chargement. Il convient cependant de rester modeste quand aux performances du modèle car de nombreux problèmes subsistent encore, sur le plan de la modélisation (modulation de la turbulence) et également sur le plan de la convergence des calculs notamment pour les particules de petites tailles et pour les taux de chargement les plus élevés.

## IV. VERS DES RÉSULTATS INFORMATIFS POUR LES MODÉLISATIONS EULÉRIENNES

Nous avons montré dans le paragraphe précédent l'intérêt de notre modélisation dans le domaine de la prédiction des échanges thermiques entre la paroi et la suspension diphasique. Nous souhaitons dans cette partie insister sur les informations que peuvent apporter les simulations eulériennes-lagrangiennes. En effet, le suivi lagrangien des particules présente l'avantage de permettre une description fine du comportement de la phase dispersée, en se basant sur des modèles physiques relativement simples. En conséquence cette approche peut être utilisée pour apporter un certain nombre d'informations utiles au développement des modèles de type euler-euler pour la caractérisation du comportement de la phase dispersée. Nous initiions au sein de l'équipe un ensemble de travaux visant dans un premier temps à évaluer les hypothèses de modélisation posées dans le modèle eulérien-eulérien développé au laboratoire. Nous espérons que cette démarche permettra d'alimenter nos réflexions sur l'analyse des différences observées entre les simulations eulérienne et lagrangienne. A ce titre nous présentons ici un exemple des informations susceptibles d'être extraites des simulations lagrangiennes. Nous avons évalué le nombre de Prandtl turbulent de la phase dispersée nécessaire à l'estimation de la diffusivité thermique de cette phase dans le modèle eulérien. Ce nombre de Prandtl turbulent est défini pour la phase particulaire de manière analogue à la définition du nombre de Prandtl turbulent de la phase fluide (relation [7.5]).

$$Pr_{tp} = \frac{\nu_{tp}}{\epsilon_{Htp}} \quad [7.5]$$

où  $\nu_{tp}$  désigne une pseudo-viscosité turbulente de la phase particulaire et  $\epsilon_{Htp}$  une pseudo-diffusivité thermique turbulente de la phase particulaire. Ces deux grandeurs sont définies par les relations [7.6] et [7.7].

$$\langle u_{pr} u_{pz} \rangle = -\nu_{tp} \frac{\partial \langle u_{pz} \rangle}{\partial r} \quad [7.6]$$

$$\langle u_{pr} \theta_p \rangle = -\epsilon_{tp} \frac{\partial \langle \theta_p \rangle}{\partial r} \quad [7.7]$$

Dans les modèles eulériens, le nombre de Prandtl turbulent de la phase particulaire est couramment fixé à une valeur constante comprise entre 0,9 et 1.

L'évaluation lagrangienne de cette grandeur pour deux nombres de Reynolds est présentée sur les figures 7.17 et 7.18. Les calculs sont menés sur la configuration expérimentale de Farbar et Depew (1963). Cette estimation est réalisée pour différentes tailles de particules et différents taux de chargement, en exploitant les caractéristiques des particules en fin de portion de conduite chauffée. Même si ces premiers résultats sont assez dispersés, une tendance générale semble se dégager. Pour

un écoulement à  $Re \approx 15300$ , la valeur du nombre de Prandtl turbulent des particules se situe autour de 0,5 et pour un écoulement à  $Re \approx 26500$ , cette valeur se rapproche de 1. La taille des particules et le taux de chargement ne semblent pas à priori déterminants sur cette grandeur. Par contre, il semble que ce paramètre dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement. Afin d'affiner ces remarques et d'apporter des informations sur le comportement de cette grandeur en zone de proche paroi, nous envisageons d'injecter un nombre plus important de particules de façon à améliorer la qualité de nos statistiques. Ces résultats constituent simplement un premier essai d'exploitation du code de calcul lagrangien en vue d'apporter des informations utiles à la mise en place de modèles eulériens. En effet, les grandeurs qui nous intéressent sont surtout les corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température de la phase particulaire, en vue de la mise en place et de la validation, pour les approches euler-euler, de modèles de fermetures au second ordre sur la phase dispersée.

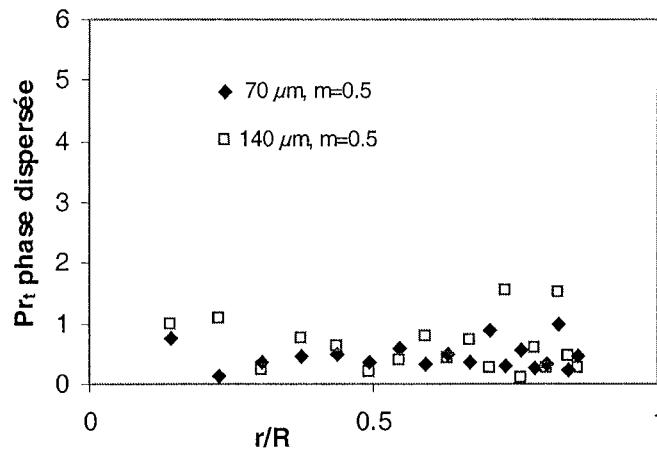


Figure 7.17: Estimation du nombre de Prandtl turbulent de la phase dispersée,  $Re \approx 15300$

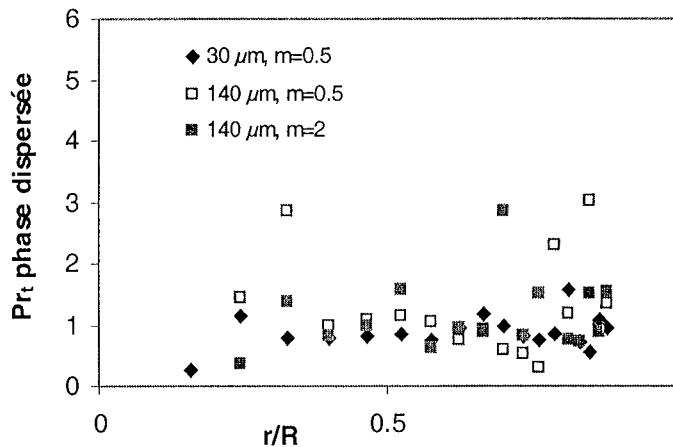


Figure 7.18: Estimation du nombre de Prandtl turbulent de la phase dispersée,  $Re \approx 26500$





## ***CONCLUSION ET PERSPECTIVES***



# ***CONCLUSION ET PERSPECTIVES***

S.C.D. - U.H.P. NANCY 1  
BIBLIOTHEQUE DES SCIENCES  
Rue du Jardin Botanique  
54000 VILLERS-LES-NANCY

## *RAPPEL DU CONTEXTE ET DES OBJECTIFS DE L'ÉTUDE*

Ce travail de thèse s'inscrit dans la thématique de recherche de notre équipe orientée vers le développement d'outils de simulations des écoulements diphasiques gaz-solide. Le modèle mis en place ici repose sur une approche eulérienne-lagrangienne déjà largement utilisée pour les simulations de suspensions chargées en particules solides. L'originalité et l'intérêt de cette étude viennent de la modélisation non seulement du comportement dynamique mais également du comportement thermique de l'écoulement. En effet, bien que dans plusieurs applications (séchage, combustion) le caractère anisotherme constitue un aspect très important du procédé, peu de travaux sont consacrés à la caractérisation thermique de l'écoulement. L'objectif principal de cette étude était donc de contribuer à l'étude des suspensions gaz-solide anisothermes par la mise en place d'un modèle de simulation capable de prédire le comportement dynamique et thermique de tels écoulements. L'application pratique choisie pour mettre en place et valider le modèle a été un écoulement d'air ascendant en conduite verticale chauffée par un apport de chaleur au niveau de la paroi (flux ou température imposée). Les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature sur cette configuration fournissent une base de données intéressante pour les comparaisons et la validation du modèle.

## *ASPECTS IMPORTANTS DE LA MODÉLISATION ET CONTRIBUTION APPORTÉE PAR CETTE ÉTUDE*

Dans ce manuscrit, nous nous sommes attachés à décrire les différents aspects de la modélisation mise en place. Le choix des modèles a été motivé par la volonté de mettre en place une simulation performante tant sur le plan de la description de la phase fluide (chapitre 2) que sur le plan du suivi des particules (chapitre 3 à 5) mais également en ce qui concerne les différentes interactions entre la turbulence du fluide et les particules (chapitre 5 et 6).

La description de la phase porteuse, décrite au chapitre 2, repose sur un modèle  $k - \varepsilon$  anisotrope, à bas nombre de Reynolds pour la partie dynamique et sur un modèle de fermeture de type WET pour la partie thermique. La validation en écoulement monophasique de cette modélisation pour notre application en conduite a démontré les performances de ces modèles. Cet aspect nous a semblé particulièrement important pour parvenir par la suite à simuler de façon satisfaisante le comportement de la phase dispersée dans cet écoulement mais également pour prédire correctement les échanges thermiques.



Le suivi lagrangien des particules repose sur une modélisation prenant en compte les différents phénomènes physiques susceptibles d'affecter le mouvement de chaque particule et finalement le comportement global de la phase particulaire. En ce sens, les collisions avec la paroi et entre particules sont prises en compte. Le chapitre 4 fait état des modèles mis en place et de l'influence des paramètres de collision. Ces paramètres se sont montrés particulièrement importants sur le comportement dynamique de la suspension, mais avec un effet réduit sur son comportement thermique. La prise en compte de la dispersion des particules solides a été l'objet de la mise en place d'un modèle basé sur les processus stochastiques du premier ordre, tant sur la partie dynamique que thermique. Le chapitre 5 a notamment mis en évidence l'influence de la prise en compte de la turbulence du fluide sur le comportement thermique des particules et notamment sur les grandeurs turbulentes de la phase particulaire.

L'importance de la prise en compte du couplage entre les deux phases et des difficultés liées à sa modélisation fait l'objet du chapitre 6. Nous avons notamment montré les limites de la formulation classique des termes sources. En particulier, l'augmentation de la turbulence du fluide en présence des particules ne peut pas être reproduite dans le cadre de ces approches. Cependant, nos tests numériques ont également montré qu'une augmentation de la turbulence pouvait être obtenue en s'appuyant cependant sur une modélisation non satisfaisante sur le plan théorique.

Enfin, le dernier chapitre dresse le bilan des capacités du code de calcul à prédire la modulation des échanges thermiques en présence de particules. Les comparaisons avec les mesures expérimentales montrent que la modélisation mise en œuvre permet de simuler une gamme relativement large d'écoulements, même si plusieurs problèmes se posent encore pour les particules les plus petites (diamètres de quelques dizaines de microns) et pour les plus forts taux de chargement (autour d'une dizaine).

### PERSPECTIVES

Cette étude ouvre la voie à de nombreuses perspectives tant sur le plan de l'exploitation des résultats que sur le plan de l'amélioration de la modélisation. D'un point de vue exploitation, de nombreuses informations peuvent encore être extraites des résultats numériques obtenus. En particulier, une analyse fine des champs de vitesse, de turbulence et de température de chacune des phases devrait fournir des explications quant aux mécanismes qui entraînent l'augmentation ou la réduction des transferts thermiques entre la suspension et la paroi. Un certain nombre d'idées ont déjà été avancées dans ce manuscrit, notamment sur le rôle de la turbulence, mais nous envisageons à court terme de préciser et d'argumenter ces idées. D'autre part, nous espérons parvenir à apporter une aide à la mise en place de nos modèles eulériens en exploitant les résultats obtenus sur la phase particulaire (par exemple sur la modélisation du nombre de Prandtl turbulent de la phase dispersée). Sur le plan de l'amélioration du modèle, plusieurs voies intéressantes sont également envisageables. Le point qui semble le plus important à ce stade est bien sûr l'amélioration de la représentation de la modulation de la turbulence par les particules. Sur ce point, les modèles multi-échelles apparaissent particulièrement prometteurs. Dans un second temps, l'amélioration de la description des phénomènes thermiques pourra être envisagée. En particulier, la prise en compte des transferts radiatifs permettrait de ne pas se limiter en terme de niveau de température. D'autre part, nous avons considéré jusqu'ici que les propriétés physiques du fluide ne

variaient pas avec la température ce qui peut également nuire aux prédictions. L'introduction de ces variations dans le modèle doit donc également être envisagée.

L'ensemble de ces améliorations vise à disposer d'un outil capable de prédire et d'expliquer le comportement d'une large gamme d'écoulements, toujours dans le souci d'une application à des cas industriels, avec à plus long terme la perspective d'applications au séchage de granulés ou de poudres qui nécessitera également la prise en compte du transfert de masse aux interfaces.



## ***RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES***



# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abe K. et Suga K.**, (2001), Towards the development of a Reynolds-averaged algebraic turbulent scalar-flux model. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **22**, 19-29.
- Abrahamson J.**, (1975), Collision rate of small particles in a vigorously turbulent fluid, *Chem. Engng. Sci.*, **30**, 1371-1379.
- Achim P.**, (1999), Simulations de collisions, coalescence et rupture de gouttes par une approche lagrangienne: application aux moteurs à propergol solide. *Thèse*. Université de Rouen.
- Avila R. et Cervantes J.**, (1995), Analysis of the heat transfer coefficient in a turbulent particle pipe flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **38**, 1923-1932.
- Barkla H.M. et Auchterlonie**, (1971), The Magnus or Robins effect on rotating sphere. *J. Fluid Mech.*, **47**, 437-448.
- Benabdallah M.**, (1995), Simulation lagrangienne du transfert de chaleur dans un écoulement gaz-solide en conduite. *Thèse*, Université Henri Poincaré, Nancy 1.
- Berlemont A., Desjonqueres P. et Gouesbet G.**, (1990), Particle Lagrangian simulation in turbulent flows, *Int. J. Multiphase Flow*, **16** (1), 19-34.
- Berlemont A., Grancher M.S. et Gouesbet G.**, (1995), Heat and mass transfer coupling between vaporizing droplets and turbulence using a Lagrangian approach. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **38** (16), 3023-3034.
- Boothroyd R.G. et Haque H.**, (1970a), Fully developed heat transfer to a gaseous suspension of particles flowing turbulently in ducts of different size. *J. Mech. Engng. Sci.*, **12**, 191-200.
- Boothroyd R.G. et Haque H.**, (1970b), Experimental investigation of heat transfer in the entrance region of a heated duct conveying fine particles. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **48**, 109-120.
- Boothroyd R.G.**, (1971), *Flowing Gas-Solids Suspensions*. Powder Technology Series, Chapman and Hall LTD.
- Boulet P. et Oesterlé B.**, (2000), Lagrangian simulation of non-isothermal gas-solid flows, *Lecture Series 2000-06 of the Von Karman Institute for Fluid Dynamics*. Theoretical and experimental modeling of particulate flow. ISSN 0377-8312.
- Boulet P., Oesterlé B. et Tanière A.**, (1997), Numerical simulation of heat transfer in a gas-solid pipe flow, *7<sup>th</sup> Int. Symp. On Gas-Particle Flows*, ASME FEDSM, Paper 97-3578, Vancouver, Canada.
- Boulet P., Oesterlé B. et Tanière A.**, (1999), Prediction of heat transfer in a turbulent gas-solid pipe flow using a two-fluid model, *Particulate Science et Technology*, **17** (4), 253-267.
- Boulet P., Moissette S., Andreux R. et Oesterlé B.**, (2000), Test of an Eulerian-Lagrangian simulation of wall heat transfer in a gas-solid pipe flow. *Int. J. Heat et Fluid Flow*, **21**, 381-387.
- Brucato A., Grisafi F. et Montante G.**, (1998), Particle drag coefficients in turbulent fluids. *Chem. Engng. Sci.*, **53** (18), 3295-3314.
- Bui Dinh T.**, (1992), Étude numérique des actions hydrodynamiques sur une sphère en translation et

rotation dans la gamme des nombres de Reynolds inférieurs à 50. *Thèse de l'Institut National Polytechnique de Lorraine.*

**Burry D. et Bergeles G.**, (1993), Dispersion of particles in anisotropic turbulent flows. *Int. J. Multiphase Flow.*, **19**, 651-664.

**Chang Z.Z.**, (1998), Etude de collisions interparticulaires en écoulement turbulent isotrope ou anisotrope par une approche lagrangienne à plusieurs trajectoires simultanées. *Thesis*, Université de Rouen, France.

**Chegroun N. et Oesterlé B.**, (1993), Étude numérique de la traînée, de la portance et du couple sur une sphère en translation et en rotation. *Actes 11<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*, Lille-Villeneuve d'Ascq, France, **3**, 81-84.

**Clift R., Grace J.R. et Weber M.E.**, (1978), *Bubbles, Drops and Particles*. Academic Press (New York, San Francisco, London).

**Crowe C., Sommerfeld M. et Tsuji Y.**, (1998), *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. CRC Press.

**Crowe C.T. et Gilland I.**, (1998), Turbulence modulation of fluid-particle flows – A basic approach. *ICMF'98, 3<sup>rd</sup> Int Conf. Multiphase Flow*, Lyon, France, paper 337.

**Crowe C.T.**, (1981), On the relative importance of particle-particle collisions in gas-particle flows. In *Proceeding of the Conference on gas borne particles*, paper C78/81, 135-137.

**Crowe C.T.**, (2000), On models for turbulence modulation in fluid-particle flows, *Int. J. Multiphase Flow* **26** (5), 719-727.

**Csanady G.T.**, (1963), Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere. *J. of the Atmospheric Sci.*, **20**, 201-208.

**Daly B.J. et Harlow F.H.**, (1970), Transport equations in turbulence. *Phys. of Fluids*, **13**, 2634-2649.

**Dandy D.S. et Dwyer H.A.**, (1990), A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag and heat transfer. *J. of Fluid Mech*, **216**, 381-410.

**Dennis S.C.R., Singh S.N. et Ingham D.B.**, (1980), The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, **101**, 257-279.

**Depew C.A. et Farbar L.**, (1963), Heat transfer to pneumatically conveyed glass particles of fixed size, *J. Heat Transfer, Trans. ASME*, **85C**, 164-171.

**Deutsch E. et Simonin O.**, (1991), Large eddy simulation applied to the motion of particles in stationary homogeneous fluid turbulence, *Turbulence Modification in Multiphase Flow*, ASME-FED, **110**, 35-42.

**Durst F. et Raszillier H.**, (1989), Analysis of particle-wall interaction. *Chem. Engng. Sci.*, **44**, 2871-2879.

**Eggels J.G.M., Unger F., Weiss M.H., Westerweel J., Adrian R.J., Friedrich R. et Nieuwstadt F.T.M.**, (1994), Fully developed turbulent pipe flow: a comparison between direct numerical simulation and experiment. *J. Fluid Mech.*, **268**, 175-209.

**Elghobashi S.**, (1994) On predicting particle-laden turbulent flows, *Appl. Sci. Res.* **52**, 309-329.

**Fan L.S. et Zhu C.**, (1998), *Principles of Gas-Solid Flows*. Cambridge Series in Chemical Engineering, Cambridge University Press.

**Farbar L. et Depew C.A.**, (1963), Heat transfer effects to gas-solids mixtures using solid spherical particles of uniform size, *Ind. et Engng. Chem. Fundam.*, **2**, 130-135.

**Feuillebois F.**, (1980), Certains problèmes d'écoulements mixtes fluide-particules solides. *Thèse*, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI.

- Février P., Simonin O. et Legendre D.**, (2001), Particle dispersion and preferential concentration dependence on turbulent Reynolds number from direct and large-eddy simulations of isotropic homogeneous turbulence, . 4<sup>th</sup> *Int. Conf. on Multiphase Flow*, 27 May - 1 June, New Orleans, USA, paper ICMF798.
- Frank Th., Schade K.-P. et Petrak D.**, (1993), Numerical simulation and experimental investigation of a gas-solid two-phase flow in a horizontal channel. *Int. J. Multiphase Flow*, **19**, 187-198.
- Gnielinski V.**, (1976), New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *Int. J. Chem. Eng.*, **16**, 359-368.
- Gore R.A. et Crowe C.T.**, (1989), Effect of particle size on modulating turbulent intensity, *Int. J. Multiphase Flow* **15** (2), 279-285.
- Gosman A.D. et Ioannides E.**, (1981), Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors. *Proc. 19<sup>th</sup> Aerospace Science Meeting, AIAA*, St.Louis, MO, paper 81-0323.
- Graham D.I.**, (1996), An improved eddy interaction model for numerical simulation of turbulent particle dispersion. *J. Fluid Eng.*, **118**, 819-823.
- Greenfield C. et Quarini G.**, (1998), A Lagrangian simulation of particle deposition in a turbulent boundary layer in the presence of thermophoresis. *Applied Math. Mod.*, **22**, 759-771.
- Han K.S., Sung H.J. et Chung M.K.**, (1991), Analysis of heat transfer in pipe carrying two-phase gas-particle suspension, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**, 69-78.
- Handbook of Turbulence**, (1977), Volume 1: Fundamentals and Applications, *Edité par Frost W. et Moulden T.H.*, Plenum Press: New York and London.
- Harper E.Y. et Chang I.D.**, (1968) Maximum dissipation resulting from lift in a slow viscous shear flow. *Int. J. of Fluid Mech.*, **33** (2), 209-225.
- Hasegawa S., Echigo R., Kanemaru K., Ichimiya K. et Sanui M.**, (1983), Experimental study on forced convective heat transfer of flowing gaseous solid suspension at high temperature. *Int. J. Multiphase Flow*, **9**, 131-145.
- He J. et Simonin O.**, (1994), Numerical modelling of dilute gas-solid turbulent flows in vertical channel, EDF Report HE-44/94/021/A (Direction des Études et Recherches, EDF).
- Hetsroni G., Gurevich M., Rozenblit R., Yarin L.P. et Ziskind G.**, (2001), Effect of particle motion on the wall's thermal structure and on heat transfert. *Int. J. Multiphase Flow*, **27**, 393-413.
- Hetsroni G., Rozenblit R. et Lu D.M.**, (1995), Heat transfer enhancement by a particle on the bottom of a flume. *Int. J. Multiphase Flow*, **21**, 963-984.
- Hetsroni G., Rozenblit R. et Yarin L.P.**, (1997), The effect of coarse particles on the heat transfer in a turbulent boundary layer. *Int. J. Multiphase Flow*, **40**, 2201-2217.
- Hinze J.O.**, (1975), *Turbulence*. 2<sup>nd</sup> edition, McGraw-Hill, New-York.
- Hishida M. et Nagano Y.**, (1978a) Simultaneous measurements of velocity and temperature in nonisothermal flows. *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **100**, 340-345.
- Hishida M. et Nagano Y.**, (1978b) Structure of turbulent temperature and velocity fluctuations in the thermal entrance region of a pipe. *Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf.*, Toronto, **2**, 531-536.
- Hishida M. et Nagano Y.**, (1979) Structure of turbulent velocity and temperature fluctuations in fully developed pipe flow. *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **101**, 15-22.



- Hishida M. et Nagano Y.**, (1988a) Turbulence measurements with symmetrically bent v-shaped hot wires. Part 1: principles of operation. *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **110**, 264-269.
- Hishida M. et Nagano Y.**, (1988b) Turbulence measurements with symmetrically bent v-shaped hot wires. Part 2: measuring velocity components and turbulent shear stresses. *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **110**, 270-274.
- Hrenya C.M., Bolio E.J., Chakrabarti D. et Sinclair J.L.**, (1995), Comparison of low Reynolds number  $k - \varepsilon$  turbulence models in predicting fully developed pipe flow, *Chem. Engng Sci.* **50** (12), 1923-1941.
- Hrenya C.M., Miller S., Mallo T. et Sinclair J.L.**, (1998), Comparison of low Reynolds number  $k - \varepsilon$  turbulence models in predicting heat transfer rates for pipe flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* **41** (11) 1543-1547.
- Huber N. et Sommerfeld M.**, (1993), Particle-wall collisions: experimental studies and numerical models. *FED-Vol. 166*, Gas-Solid Flows.
- Hwang C.B. et Lin C.A.**, (1999), A low Reynolds number two-equation  $kq$ - $eq$  model to predict thermal fields. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **42** (17), 3217-3230.
- Jaberi F.A. et Mashayek**, (2000), Temperature decay in two-phase turbulent flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **43**, 993-1005.
- Jaberi F.A.**, (1998), Temperature fluctuations in particle-laden homogeneous turbulent flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **41**, 4081-4093.
- Jepson G., Poll A. et Smith W.**, (1963), Heat transfer from gas to wall in a gas/solids transport line. *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **41**, 207-211.
- Katoshevski D., Zhao B., Ziskind G. et Bar-Ziv E.**, (2001), Experimental study of the drag force acting on a heated particle. *Aerosol Sci.*, **32**, 73-86.
- Kays W.M.**, (1994), Turbulent Prandtl number – Where are we? *J. Heat Transfer, Trans. ASME*, **116**, 284-295.
- Kitron A., Elperin T. et Tamir A.**, (1990), Monte Carlo simulation of gas-solids suspension flows in impinging streams reactors. *Int. J. Multiphase Flow*, **16**, 1-17.
- Kurose R. et Komori S.**, (1999), Drag and lift forces on a rotating sphere in a linear shear flow. *J. Fluid Mech.*, **384**, 183-206.
- Laufer J.**, (1954), The structure of turbulence in fully developed pipe flow. *Report 1174, National advisory committee for aeronautics*.
- Lauder B.E.**, (1988), On the computation of convective heat transfer in complex turbulent flows. *ASME J. Heat Transfer*, **110**, 1112-1128.
- Lavieville J.**, (1997), Simulations numériques et modélisation des interactions entre l'entraînement par la turbulence et les collisions interparticulaires en écoulements gaz-solide. *Thèse*. Université de Rouen.
- Lee S. et Wilczak J.M.**, (2000), The effects of shear flow on the unsteady wakes behind a sphere at moderate Reynolds numbers. *Fluid Dynamics Research*, **27** (1), 1-22.
- Lee S.L. et Durst F.**, (1982), On the motion of particles in turbulent duct flows. *Int. J. Multiphase Flow*, **8** (2), 125-146.
- Legg B.J. et Raupach M.R.**, (1982), Markov-chain simulation of particle dispersion in inhomogeneous flows : the mean drift velocity induced by a gradient in Eulerian velocity variance. *Boundary-Layer Meteorology*, **24**, 3-13.

- Li J. et Mason D.J.**, (2000), A computational investigation of transient heat transfer in pneumatic transport of granular particles. *Powder Technology*, **112**, 273-282.
- Louge M., Yusof J.M. et Jenkins J.T.**, (1993), Heat transfer in the pneumatic transport of massive particles. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36**, 265-275.
- MacInnes J.M. et Bracco F.V.**, (1992), Stochastic particle dispersion modeling and the tracer-particle limit. *Phys. Fluids A*, **4**, 2809-2824.
- Maeda M., Hishida K. et Furutani T.**, (1980), Optical measurements of local gas and particle velocity in an upward flowing dilute gas-solids suspension. *Proc. Polyphase Flow and Transport Technology (Century 2-ETC, San Francisco)*, 211-216.
- Matida E.A., Nishino K. et Torii K.**, (2000), Statistical simulation of particle deposition on the wall from turbulent dispersed pipe flow. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **21**, 389-402.
- Matsumoto S. et Saito S.**, (1970), Monte Carlo simulation of horizontal pneumatic conveying based on the rough wall model. *J. Chem. Engng. Japan*, **3**, 223-230.
- Matsumoto S., Ohnishi S. et Maeda S.**, (1978), Heat transfer to vertical gas-solid suspension flows. *J. Chem. Engng. Japan*, **11**, 89-95.
- Maxey M.R. et Riley J.J.**, (1983), Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Phys. Fluids*, **26** (4), 883-889.
- Maxey M.R.**, (1987), The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields. *J. Fluid Mech.*, **174**, 441-465.
- Mei R.**, (1992), An approximate expression for the shear lift force on a spherical particle at finite Reynolds number. *Int. J. of Multiphase Flow*, **18**, 145-147.
- Michaelides E.E.**, (1986), Heat transfer in particulate flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **29**, 265-273.
- Michaelides E.E.**, (1988), On the drag coefficient and the correct integration of the equation of motion of particles in gases. *J. Fluid Eng.*, **110**, 339-341.
- Michaelides E.E.**, (1997), Review – The transient equation of motion for particles, bubbles, and droplets. *J. Fluid Eng.*, **119**, 223-247.
- Mittal R.**, (2000), Response of the sphere wake to freestream fluctuations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, **13**, 397-419.
- Moissette S. et Chagras V.**, (2001), Influence de la modélisation de la turbulence sur la simulation d'un écoulement gaz-solide non isotherme en conduite. *Proc. V<sup>ème</sup> Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois, Thermique des Systèmes*, 233-240, Lyon, France.
- Moissette S., Oesterlé B. et Boulet P.**, (2000), Temperature fluctuations of discrete particles in a homogeneous turbulent flow : a Lagrangian model. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **22**, 220-226.
- Morsi S.A. et Alexander A.J.**, (1972), An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *J. Fluid Mech.*, **55**, 193-208.
- Myong H.K. et Kasagi N.**, (1990), A new approach to the improvement of  $k - \epsilon$  turbulence model for wall-bounded shear flows, *JSME Int. Journal, Series II* **33** (1), 63-72.
- Nagano Y., Kasagi N., Kawamura H., Maeda M., Maekawa H. et Takagi T.**, (1990), *Data-Base on Turbulent Heat Transfer*, FW\_PI001: Transport processes of heat and momentum in the wall region of turbulent pipe flow, disponible à l'adresse: <http://www.jsme.or.jp/ted/HTDB/dathet.html>.

- Oesterlé B. et Bui Dinh T.**, (1998), Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers. *Exp. Fluids*, **25**, 16-22.
- Oesterlé B. et Petitjean A.**, (1991), Simulation of particle-to-particle interactions. *Proc. of Int. Conf. on Multiphase Flow 1991*, **1**, 91-94, Tsukuba, Japon.
- Oesterlé B. et Petitjean A.**, (1993), Simulation of particle-to-particle interactions in gas-solid flows. *Int. J. Multiphase Flow*, **19**, 199-211.
- Ormancey A. et Martinon J.**, (1983), Simulation numérique du comportement de particules dans un écoulement turbulent. *La Recherche Aéronautique*, **5**, 353-362.
- Pascal Ph. et Oesterlé B.**, (2000), On the dispersion of discrete particles moving in a turbulent shear flow. *Int. J. Multiphase Flow*, **26**, 293-325.
- Petitjean A.**, (1994), Simulation lagrangienne d'écoulements gaz-solide en conduite avec prise en compte des interactions entre particules. *Thèse*. Université de Nancy 1.
- Pétrissans A.**, (2001), Sur les modèles stochastiques lagrangiens de suivi de particules dans un champ turbulent et leur application en écoulement gaz-solide confinés. *Thèse*, Université de Nancy 1.
- Pétrissans A., Oesterlé B. et Tanière A.**, (2000), Dispersion predictions based on the fluid time scale seen by discrete particles, using first and second-order stochastic processes. *Proc. of ASME FEDSM'00*, Boston, Massachusetts, paper FEDSM2000-11142.
- Pope S. B.**, (2000), *Turbulent Flows*. Cambridge University Press.
- Pozorski J. et Minier J.P.**, (1998), On the Lagrangian turbulent dispersion models based on the Langevin equation. *Int. J. Multiphase Flow*, **24**, 913-945.
- Prétel H.**, (1997), Etude du comportement thermohydraulique de pulvérisations liquides sous l'effet d'un rayonnement infrarouge. Application à la protection incendie par rideau d'eau, *Thèse* de l'INSA de Lyon.
- Rambaud P.**, (2001), Contribution à l'étude du comportement de particules solides en écoulement turbulent confiné par simulation numérique directe. *Thèse*, Université Henri-Poincaré Nancy 1 et Université Libre de Bruxelles.
- Ranz W.E. et Marshall W.R.**, (1952), Evaporation from Drops. *Chem. Eng. Prog.*, **48**, 173-180.
- Renoux A. et Boulaud D.**, (1998), *Les aérosols, Physique et métrologie*. Lavoisier TEC&DOC.
- Rokni M. et Gatski T.B.**, (2000), Predicting turbulent flow and heat transfer in 3D ducts using an EASM, in Y. Nagano, K. Hanjalic and T. Tsuji (Ed.), *Proc. of the 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Aichi Shuppan, Japan, pp.357-364.
- Rokni M. et Sunden B.**, (1999), Improved modeling of turbulent forced convective heat transfer in straight ducts, *Trans. ASME - J. Heat Trans.* **121**, 712-719.
- Rubinov S.I. et Keller J.B.**, (1961), The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, **55**, 447-459.
- Saffman P.G. et Turner J.S.**, (1956), On the collision of drops in turbulent clouds, *J. Fluid Mech.*, **1**, 16-30.
- Saffman P.G.**, (1965), The lift on a small sphere in a slow shear flow. *J. of Fluid Mech.*, **22**, 385-400.
- Sakiz M.**, (1999), Simulation numérique lagrangienne et modélisation eulérienne d'écoulements diphasiques gaz-particules en canal vertical. *Thèse*. École nationale des Ponts et Chaussées.
- Sato Y.**, (1996), Turbulence structure and modeling of dispersed two-phase flows, *Thèse*, Keio University, Japon.

- Sato Y., Deutsch E. et Simonin O.**, (1998), Direct numerical simulations of heat transfer by solid particles suspended in homogeneous isotropic turbulence. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **19**, 187-192.
- Schade K.-P. et Hädrich Th.**, (1998), Investigation of wall roughness on particle-wall collision. *ICMF'98, 3<sup>rd</sup> Int Conf. Multiphase Flow*, Lyon, France.
- Schiestel R.**, (1993), *Modélisation et simulation des écoulements turbulents*. Traité des Nouvelles Technologies, série Mécanique, Hermès, Paris.
- Schildknecht M., Miller J.A. et Meier G.E.A.**, (1979), The influence of suction on the structure of turbulence in fully developed pipe flow. *J. Fluid Mech.*, **90**, 67-107.
- Schiller L. et Naumann A.**, (1935), *V.D.I. Zeitung*, **77**, 318.
- Shimizu A., Hasegawa S. et Tanaka H.**, (1988), Flow and heat transfer characteristics of gaseous solid suspension medium within circular riser tubes, *JSME International Journal Series II*, **31** (3), 451-460.
- Simonin O. et Squires K.D.**, (2001), On turbulence modification in dense particulate two-phase flows. *Euromech. Colloquium 421 on Strongly-Coupled Dispersed Two-Phase Flows*, Grenoble, France.
- Sleicher C.A. et Rouse M.W.**, (1975), A convenient correlation for heat transfer to constant and variable property fluid in turbulent pipe flow. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **18**, 677-683.
- Sommerfeld M. et Huber N.**, (1999), Experimental analysis and modelling of particle-wall collisions. *Int. J. Multiphase Flow*, **25**, 1457-1489.
- Sommerfeld M. et Zivkovic G.**, (1992), Recent advances in the numerical simulation of pneumatic conveying through pipe systems. *Computational Methods in Applied Science*. Éditeurs: Hirsch Ch., Periaux J. et Onate E. Invited Lectures and Special Technological Sessions of the First European Computational Fluid Dynamics Conference and the First European Conference on Numerical Methods in Engineering, Bruxelles, 201-212.
- Sommerfeld M.**, (1990), Numerical simulation of the particle dispersion in turbulent flow : the importance of lift forces and particle-wall collision models. *Symp. on Numerical Methods for Multiphase Flows, ASME-FED*, **91**, 11-18.
- Sommerfeld M.**, (1992), Modelling of particle-wall collisions in confined gas-particle flows. *Int. J. Multiphase Flow*, **18**, 905-926.
- Sommerfeld M.**, (1999), Inter-particle collisions in turbulent flows: a stochastic lagrangian model. *First International Symposium, Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Santa Barbara, USA.
- Sommerfeld M.**, (2000), Overview and fundamentals, *Lecture Series 2000-06 of the Von Karman Institute for Fluid Dynamics*. Theoretical and experimental modeling of particulate flow. ISSN 0377-8312.
- Soo S.L.**, (1967), *Fluid Dynamics of Multiphase Systems*, Blaisdell, Waltham, Mass.
- Speziale C.G.**, (1987), On nonlinear K-l and K- $\epsilon$  models of turbulence. *J. Fluid Mech.*, **178**, 459-475.
- Squires K. D. et Eaton J. K.**, (1991), Measurements of particle dispersion from direct numerical simulations of isotropic turbulence, *J. Fluid Mech.*, **226**, 1-35.
- Sun J. et Chen M.M.**, (1988), A theoretical analysis of heat transfer due to particle impact. *Int J. Heat Mass Transfer*, **31** (5), 969-975.
- Tanaka T. et Tsuji Y.**, (1991), Numerical simulation of gas-solid two-phase flow in a vertical pipe: on the effect of inter-particle collision. *FED-Vol. 121, Gas-Solid Flows*.
- Tavoularis S. et Corrsin S.**, (1981), Experiments in nearly homogenous turbulent shear flow with a uniform mean temperature gradient. Part 1. *J. Fluid Mech.*, **104**, 311-347.

- Tsuji Y., Morikawa Y. et Mizuno O.**, (1985), Experimental measurement of the Magnus force on a rotating sphere at low Reynolds numbers. *J. Fluids Engng., Trans. ASME*, **107**, 484-488.
- Tsuji Y., Morikawa Y. et Shiomi H.**, (1984), LDV measurements of an air-solid two-phase flow in a vertical pipe. *J. Fluid Mech.*, **139**, 417-434.
- Tsuji Y., Morikawa Y., Tanaka T., Nakatsukasa N. et Nakatani M.**, (1987), Numerical simulation of gas-solid two-phase flow in a two-dimensional horizontal channel. *Int. J. Multiphase Flow*, **13**, 671-684.
- Ushijima K. et Perkins R.J.**, (1999), Evaluation of  $C_0$  and  $T_L$  in turbulent pipe or channel flows. *Proc. Of ASME-FEDSM*, Paper FEDSM99-7759, San Francisco, Californie, USA.
- Wang L.P. et Stock D.E.**, (1993), Dispersion of heavy particles by turbulent motion. *J. Atmosph. Sci.*, **50**, 1897-1913.
- Wang Q., Squires K.D., Chen M. et McLaughlin J.B.**, (1997), On the role of the lift force in turbulence simulations of particle deposition. *Int. J. of Multiphase Flow*, **23** (4), 749-763.
- Wilkinson G.T. et Norman J.R.**, (1967), Heat transfer to a suspension of solids in a gas, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, **45**, 314-318.
- Williams J.J.E. et Crane R.I.**, (1983), Particle collision rate in turbulent flow, *Int. J. Multiphase Flow*, **9** (4), 421-435.
- Zaichik L.I.**, (1999), A statistical model of particle transport and heat transfer in turbulent shear flows. *Phys. Fluids*, **11**, 1521-1534.
- Zaichik L.I., Pershukov V.A., Kozelev M.V. et Vinberg A.A.**, (1997), Modeling of dynamics, heat transfer and combustion in two-phase turbulent flows : 2. Flows with heat transfer and combustion. *Exp. Thermal Fluid Sci.*, **15**, 311-322.
- Zhou Q. et Leschziner M.A.**, (1996), Modelling particle dispersion in anisotropic turbulence. In: *Pro. ECCOMAS Comp. Fluid Dynamics Conf.*, Paris, France, 577-583.

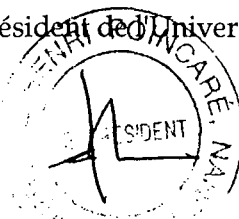
Mademoiselle Sophie MOISSETTE

DOCTORAT DE L'UNIVERSITE HENRI POINCARÉ, NANCY-I  
en Mécanique & Energétique

VU, APPROUVÉ ET PERMIS D'IMPRIMER

Nancy, le 27 DEC. 2001 n°635

Le Président de l'Université



Claude BURLET

ÉTUDE DYNAMIQUE ET THERMIQUE PAR MODÉLISATION EULÉRIENNE-LAGRANGIENNE DES  
EFFETS LIÉS AUX INTERACTIONS TURBULENCE-PARTICULES DANS UN ÉCOULEMENT  
GAZ-SOLIDE EN CONDUITE VERTICALE NON-ISOTHERME

Cette étude constitue une contribution au développement d'outils de simulation d'écoulements gaz-solide en situation anisotherme, présents dans de nombreuses applications industrielles (séchage, combustion, ...). La modélisation repose sur une approche euler-lagrange et s'appuie sur une représentation fine des mécanismes qui affectent le comportement de la suspension (modèle k- $\epsilon$  anisotrope, à bas Reynolds et modèle WET, suivi lagrangien avec collisions et dispersion, couplage entre les phases). L'influence des différents phénomènes et de leur modélisation sur le comportement de chaque phase est évaluée par plusieurs études paramétriques et par confrontation avec des résultats issus de la littérature. Le code de calcul s'est avéré capable de prédire la modulation des échanges thermiques en présence de particules pour une gamme relativement large d'écoulements, même si plusieurs problèmes se posent encore pour les particules les plus petites et pour les plus forts taux de chargement.

*Mots clés:* gaz-solide, diphasique, particules, transfert de chaleur, euler-lagrange, dispersion, turbulence, collisions, couplage four-way

DYNAMIC AND THERMAL STUDY OF THE EFFECTS LINKED TO PARTICLE-TURBULENCE  
INTERACTIONS IN A NON-ISOTHERMAL GAS-SOLID FLOW IN A VERTICAL PIPE, USING AN  
EULERIAN-LAGRANGIAN MODELLING

The present study aimed at contributing to the development of simulation tools for turbulent gas-solid non-isothermal flows, which are present in numerous industrial applications (drying processes, combustion, ...). The modelling is implemented in the frame of an Eulerian-Lagrangian approach and leans on a fine representation of the mechanisms able to affect the suspension behaviour (anisotropic low-Reynolds k- $\epsilon$  closure model and WET closure model, stochastic particle tracking with collisions and dispersion, coupling between the phases). The influence of the various phenomena and their modelling on the behaviour of each phase is estimated by several parametric studies and by comparisons with results from the literature. The calculation code turned out to be able to predict the heat exchange modulation in the presence of particles for a relatively wide range of flows, even if several problems still arise for the smallest particle sizes and for the strongest mass loading ratios.

*Key words:* gas-solid, two-phase flow, particle, heat transfer, Euler-Lagrange, dispersion, turbulence, collisions, four-way coupling