



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



FACULTE DES SCIENCES

S.C.D. - U.H.P. NANCY 1
BIBLIOTHÈQUE DES SCIENCES
Rue du Jardin Botanique
54600 VILLERS-LES-NANCY

U.F.R Sciences & Techniques Mathématiques, Informatique, Automatique de l'Université Henri Poincaré, Nancy-1
Ecole Doctorale IAE+M
Département de Formation Doctorale " Electrotechnique et Electronique"

Thèse

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy-I

en Génie Electrique

par **Bruno DOUINE**

Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique

Soutenue publiquement le 7 novembre 2001

Membres du jury :

Président du jury :

M. P. TIXADOR Directeur de recherche C.N.R.S., Grenoble

Rapporteurs : M. M. AUSLOOS Professeur, Université de Liège

M. F. BOULLAUT Professeur, Université Paris XI

Examineurs :

M. J.L. DUCHATEAU Ingénieur, C.E.A. Cadarache

M. A. REZZOUG Professeur, U. H. P.

M. J. LEVEQUE Maître de conférence, U. H. P.

Remerciements

Je remercie Monsieur Abderrezak REZZOUG pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et m'avoir permis de mener ces travaux de recherche.

Je remercie Monsieur Jean LEVEQUE et Monsieur Denis NETTER pour leur aide, leurs conseils et leur enthousiasme.

Je remercie Monsieur Pascal TIXADOR pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

Je remercie Monsieur Marcel AUSLOOS et Monsieur Frédéric BOUILLAUT qui ont bien voulu s'intéresser à mon travail en tant que rapporteurs.

Je remercie Monsieur Jean-Luc DUCHATEAU pour l'intérêt qu'il a porté à ma thèse et pour sa présence dans mon jury.

Je remercie toutes les personnes qui m'ont aidé pendant la préparation de la soutenance de ma thèse.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	7
CHAPITRE 1 THEORIE ET MODELISATION	9
I. Introduction	9
II. La supraconductivité	13
1. Propriétés générales	13
2. Les grandeurs critiques	14
III. Les supraconducteurs à haute température critique HT_c	18
1. Structures microscopique et macroscopique	18
2. Grandeurs critiques	19
3. Utilisation des supraconducteurs à haute température critique	21
IV. Modèle de l'état critique. Pertes en régime variable.	22
1. Pertes en régime variable périodique dans les supraconducteurs. Modèle de l'état critique de Bean.	22
2. Pertes en régime variable périodique dans les HT_c . Modèle en $E(J^n)$.	44
V. Conclusion	60
CHAPITRE 2 CALCUL NUMERIQUE DES PERTES ET ANALYSE DIMENSIONNELLE	65
I. Introduction	65
II. Distribution de la densité de courant et du champ électrique, et calcul des pertes en champ propre	66
1. Objet de l'étude et équations régissant l'évolution de $E(r, t)$ et $J(r, t)$.	66
2. Méthode de résolution numérique	68
3. Distribution de la densité de courant et du champ électrique	70
4. Etude paramétrique	74
III. Analyse dimensionnelle pour le calcul des pertes.	77
1. Principe de l'analyse dimensionnelle	77
2. Exemple simple de résolution	79

3. Utilisation de l'analyse dimensionnelle pour le calcul de pertes dans un supraconducteur	80
IV. Conclusion	86
CHAPITRE 3 MESURES DES PERTES	89
I. Introduction	89
II. Echantillons testés	90
III. Mesure de la caractéristique E(I) en courant continu	91
IV. Mesures en régime variable périodique	95
1. Banc de mesures en régime variable périodique.	95
2. Méthodes de mesures électriques	96
3. Résultats des mesures de pertes	110
V. Conclusion	117
CHAPITRE 4 COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES, NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX	121
I. Introduction	121
II. Modèles théoriques	122
1. Formules théoriques de pertes.	122
2. Changement de modèle en pénétration complète	124
III. Comparaison des calculs et des mesures de pertes	130
IV. Conclusion	134
CONCLUSION GENERALE	137

LISTE DES SYMBOLES

a	[m]	demi-épaisseur d'une plaque supraconductrice
B	[T]	induction magnétique
B_0	[T]	induction magnétique à la surface
B_{\max}	[T]	amplitude de l'induction magnétique
B_p	[T]	induction magnétique de pénétration complète
$c(t)$	[m]	rayon de pénétration instantané du champ électrique dans un cylindre ou un tube supraconducteur
D	[m]	diamètre de l'amenée de courant
$d(t)$	[m]	profondeur de pénétration instantanée du champ électrique dans une plaque supraconductrice
d_c	[m]	distance entre la bobine de compensation et le câble d'alimentation de l'échantillon
e	[m]	épaisseur de pénétration du champ magnétique dans un cylindre
E	[V/m]	champ électrique
E_C	[V/m]	champ électrique critique
f	[Hz]	fréquence
f_m	[Hz]	fréquence de la tension mesurée
f_r	[Hz]	fréquence de la tension de référence
$F(a,b,c,z)$		fonction hypergéométrique
H	[A/m]	champ magnétique
H_a	[A/m]	champ magnétique appliqué
H_0	[A/m]	champ magnétique à la surface du supraconducteur
H_C	[A/m]	champ magnétique critique
H_{C1}	[A/m]	premier champ magnétique critique
H_{C2}	[A/m]	second champ magnétique critique
H_{\max}	[A/m]	amplitude du champ magnétique
H^*	[A/m]	champ magnétique d'irréversibilité
$i(t)$	[A]	courant instantané

I	[A]	courant efficace
I_C	[A]	courant critique
I_{\max}	[A]	amplitude du courant
I_p	[A]	courant pour lequel la pénétration de la densité de courant est complète
J	[A/m ²]	densité de courant
$J_0(t)$	[A/m ²]	densité de courant à la surface du supraconducteur
J_C	[A/m ²]	densité de courant critique
J_{C0}	[A/m ²]	densité de courant critique pour $B = 0$
j_{SC}	[A/m ²]	densité de supercourant
L	[H]	inductance de l'échantillon
l_{pp}	[m]	distance entre les prises de potentiel
L_{ac}	[m]	longueur de l'amenée de courant
M	[A/m]	aimantation
m	[H]	inductance mutuelle
n		puissance de J de la relation $E(J)$ dans un matériau supraconducteur
p	[m]	profondeur de pénétration du champ magnétique dans une plaque supraconductrice
P	[W]	puissance des pertes
P_{Ba}	[W]	puissance des pertes dans un tube, calculée avec une formule approchée
P_{BC}	[W]	puissance des pertes dans un cylindre, calculée avec le modèle de Bean
P_{BT}	[W]	puissance des pertes dans un tube, calculée avec le modèle de Bean
P_C	[W]	puissance des pertes en pénétration complète
P_i	[W]	puissance des pertes en pénétration incomplète
$p_v(t)$	[W/m ³]	puissance électromagnétique dissipée instantanée par unité de volume
P_v	[W/m ³]	puissance des pertes par unité de volume
$p_{vc}(t)$	[W/m ³]	puissance électromagnétique dissipée instantanée par unité de volume en pénétration complète
P_{vc}	[W/m ³]	puissance des pertes en pénétration complète par unité de volume

$p_{VI}(t)$ [W/m ³]	puissance électromagnétique dissipée instantanée par unité de volume en pénétration incomplète
P_{VI} [W/m ³]	puissance des pertes en pénétration incomplète par unité de volume
Q [J]	énergie
R [m]	rayon d'un cylindre
R_{in} [m]	rayon intérieur d'un tube
R_e [m]	rayon extérieur d'un tube
r_s [m]	rayon de pénétration de la densité de courant dans un cylindre ou un tube supraconducteur
S [m ²]	section d'un cylindre ou d'un tube
T [K]	température
T_C [K]	température critique
U [V]	tension efficace
U_C [V]	tension continue critique
U_m [V]	tension efficace mesurée
$U_{réf}$ [V]	valeur efficace de la tension de référence
V [m ³]	volume
V_p [m/s]	vitesse de propagation d'un front
$x_0(t)$ [m]	profondeur de pénétration du champ magnétique

Symboles grecs

α_R	facteur de forme d'un tube = $1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}$
β	rapport B_{max}/B_p
χ	susceptibilité magnétique
$\Gamma(\beta)$	facteur de pertes
φ [Wb]	flux magnétique
φ_0 [Wb]	quantum de flux magnétique
Φ [rad]	déphasage de la tension mesurée par rapport à la tension de référence
ξ [m]	longueur de cohérence
ξ_{ab} [m]	longueur de cohérence suivant le plan ab

ξ_c	[m]	longueur de cohérence suivant le plan c
λ_L	[m]	longueur de London
λ_{Lab}	[m]	longueur de London suivant le plan ab
λ_{Lc}	[m]	longueur de London suivant la direction c
μ	[H/m]	perméabilité magnétique
μ_0	[H/m]	perméabilité magnétique du vide
ω	[rad/s]	pulsation électrique
ω_m	[rad/s]	pulsation électrique de la tension mesurée
ω_r	[rad/s]	pulsation électrique de la tension de référence

Bases et coordonnées

$\{\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\}$ base cartésienne

$\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\}$ base cylindrique

(x, y, z) coordonnées cartésiennes

(r, θ , z) coordonnées cylindriques.

INTRODUCTION GENERALE

Les matériaux supraconducteurs ont la propriété de transporter du courant alternatif avec des pertes nettement plus faibles que les conducteurs classiques. De plus, à la température de l'hélium liquide, ils peuvent supporter des densités de courant importantes. Ces propriétés ont intéressé les industriels et des applications en régime variable ont vu le jour. Cependant le coût important de l'hélium et sa manipulation ont freiné leur développement industriel.

La découverte de supraconducteurs à haute température critique (HT_C), à la fin des années 80, a relancé l'intérêt pour ces matériaux. En effet ils ont le grand avantage de rester supraconducteur à la température de l'azote liquide. Ceci rend leur utilisation beaucoup plus facile et moins chère que celles de leurs prédécesseurs. Pour l'instant les densités de courant que les conducteurs, fabriqués avec ces nouveaux matériaux supraconducteurs, peuvent supporter, sont assez faibles. Cependant les espoirs de développer ces conducteurs avec des fortes densités de courant existent. A cette condition le développement d'applications industrielles dans le futur deviendrait réaliste.

L'étude des pertes dans ces matériaux supraconducteurs est nécessaire à la mise au point d'applications dans le domaine de l'électrotechnique. De nombreux travaux ont déjà porté sur le calcul de ces pertes. Ce calcul est basé sur un modèle proposé par C. P. Bean [7] dans les années 60. Ce modèle donne une relation simplifiée entre le champ électrique et la densité de courant, dans le matériau supraconducteur. Pour le calcul de ces pertes dans les matériaux à haute température critique, nous avons cherché à utiliser un modèle plus fin que le modèle de Bean. Comme la plupart des auteurs, nous utilisons la relation $E(J^n)$, déduite des mesures. Cependant il n'existe pas, pour l'instant, de calcul analytique des pertes utilisant ce nouveau modèle.

Pour notre part nous avons travaillé sur les pertes en régime variable dans une amenée de courant supraconductrice à haute température critique. Nous avons limité notre étude au calcul et à la mesure des pertes en champ propre, c'est à dire que l'échantillon est parcouru par un courant de transport et non soumis à un champ magnétique extérieur.

L'utilisation probable dans l'avenir des supraconducteurs HT_C dans le transport du courant, fera qu'ils seront parcourus par des courants sinusoïdaux ou non sinusoïdaux. Nous avons donc calculé et mesuré les pertes dans ces matériaux, dans les deux cas.

Nous avons développé également un modèle de calcul numérique des pertes, qui permet une étude fine du comportement électromagnétique de l'échantillon, quand il est parcouru par ce courant.

La comparaison des résultats de calculs théoriques et numériques de pertes, et des mesures de pertes, permet de valider l'ensemble de notre étude.

CHAPITRE 1 THEORIE ET MODELISATION

I. Introduction

Les matériaux supraconducteurs permettent le transport de courant avec des pertes négligeables en courant continu, et inférieures aux conducteurs classiques en courant alternatif. Cependant la connaissance de ces pertes en régime alternatif est nécessaire au développement d'applications utilisant ces supraconducteurs.

Des formules analytiques de ces pertes existent. Néanmoins l'utilisation des supraconducteurs à haute température critique (HT_C), ayant des caractéristiques différentes des supraconducteurs à basse température critique (BT_C), nécessite la recherche de nouvelles formules théoriques pour le calcul des pertes.

Dans ce chapitre, nous présenterons d'abord les propriétés générales de la supraconductivité, puis les propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs HT_C .

Dans la dernière partie, nous développerons les calculs de pertes pour une plaque et un cylindre, utilisant le modèle de Bean. Ces calculs sont connus depuis une trentaine d'années[7][19]. Ils concernent, une plaque et un cylindre soumis à un champ magnétique longitudinal, un cylindre soumis à un champ magnétique transversal, et enfin un cylindre parcouru par un courant de transport.

Nous présentons ci-après un tableau récapitulatif des résultats de ces calculs, déjà publiés dans différents articles et ouvrages [1][2][11][13][15][16] où B_{\max} est l'amplitude de l'induction magnétique en champ magnétique appliqué et I_{\max} l'amplitude du courant parcourant le cylindre en champ propre :

Différents cas étudiés	Formules de pertes par unité de volume, calculées à l'aide du modèle de Bean		
	<i>Champ magnétique extérieur appliqué</i>		
	Formule commune de pertes pour les trois cas étudiés en champ extérieur (B_0 induction magnétique à la surface) $P_V = 2.f. \frac{B_{max}^2}{\mu_0} \cdot \Gamma(\beta) \text{ avec } \beta = B_{max}/B_p$		
	Pénétration incomplète $B_0 < B_p$	Pénétration complète $B_0 > B_p$	B_p
Plaque d'épaisseur a soumise à un champ magnétique extérieur longitudinal	$\Gamma(\beta) = \frac{\beta}{3}$	$\Gamma(\beta) = \frac{1}{3\beta} - \frac{2}{3\beta^2}$	$a \cdot \mu_0 \cdot J_c$
Cylindre de rayon R soumis à un champ magnétique extérieur longitudinal	$\Gamma(\beta) = \frac{2\beta}{3} - \frac{\beta^2}{3}$	$\Gamma(\beta) = \frac{2}{3\beta} - \frac{1}{3\beta^2}$	$R \cdot \mu_0 \cdot J_c$
Cylindre de rayon R soumis à un champ magnétique extérieur transversal	$\Gamma(\beta)$ calculé numériquement	$\Gamma(\beta)$ calculé numériquement	$2.R \frac{\mu_0}{\pi} J_c$

Tableau 1 : Formules de pertes sous champ magnétique extérieur

Cas étudié	Formules de pertes par unité de volume, calculées à l'aide du modèle de Bean	
	<i>Champ magnétique propre</i>	
	Pénétration incomplète pour $I_{max} < I_C$	$I_{max} > I_C$
Cylindre de rayon R parcouru par un courant de transport, donc soumis à son champ propre	$P_V = \mu_0 J_C^2 R^2 \cdot f \cdot \left[\frac{I_{max}}{I_C} - \frac{I_{max}^2}{2 I_C^2} + \left(1 - \frac{I_{max}}{I_C} \right) \ln \left(1 - \frac{I_{max}}{I_C} \right) \right]$?

Tableau 2 : Formule de pertes en champ propre

Avec un raisonnement basé sur le modèle de Bean, on montre qu'il y a progressivement pénétration du champ magnétique vers l'intérieur du matériau, à mesure que le champ magnétique extérieur augmente.

En champ magnétique appliqué, quand l'induction magnétique à la surface du matériau supraconducteur B_0 , atteint une valeur B_p , le champ magnétique est présent dans tout le matériau. Nous parlons alors de pénétration complète. Puis si le champ augmente encore, l'induction augmente partout dans le matériau.

Lorsque le supraconducteur est parcouru par un courant et non soumis à un champ magnétique autre que son champ propre, le modèle Bean ne permet de traiter que de la pénétration incomplète qui correspond à $I_{max} < I_C$. Pour les supraconducteurs HT_C, le courant critique I_C est donné par le constructeur et répond à un critère de champ

électrique, en général le critère utilisé est de $1\mu\text{V}/\text{cm}$. Dans le cas des BT_C , au-delà de I_C , le matériau repasse à l'état normal. Or nous avons observé expérimentalement que pour des courants allant jusqu'à $2.I_C$, il n'y a pas d'emballement thermique dans nos échantillons supraconducteurs HT_C . Un des buts de notre étude est donc de trouver un modèle qui nous permette de calculer les pertes pour des courants de transport supérieurs au courant critique.

Dans cette même partie nous présentons nos propres travaux. Ils sont axés sur l'étude des pertes en champ propre d'un tube supraconducteur HT_C .

Tout d'abord nous avons effectué le calcul de ces pertes, à l'aide du modèle de Bean. En effet il n'existe pas de formule analytique de pertes dans le cas spécifique d'un tube. On peut aisément à partir des calculs faits sur le cylindre, déduire la formule des pertes pour un tube. La formule de pertes que nous avons trouvée, sert de référence pour la suite de notre étude.

Comme nous l'avons dit plus haut, cette formule de pertes en champ propre n'est valable qu'en pénétration incomplète du courant dans le matériau supraconducteur. Si le courant dépasse le courant critique, avec le modèle de Bean, la densité de courant, en tout point du matériau, est supérieure à la densité de courant critique J_C , et le matériau change d'état. Dans les matériaux HT_C la relation $E(J^n)$, s'éloigne du modèle de Bean car la valeur de l'exposant n est relativement faible. Il existe alors des valeurs de J supérieures à J_C , sans que cela provoque un changement d'état. Il peut donc y avoir pénétration complète du matériau avec des densités de courant, en tout point du matériau, supérieures à J_C . Il est nécessaire de trouver une nouvelle expression des pertes, prenant en compte cette caractéristique spécifique des supraconducteurs HT_C . Ce nouveau modèle utilise donc la relation $E(J^n)$ du matériau.

Nous avons calculé ces pertes en champ propre pour un courant sinusoïdal, mais aussi non sinusoïdal, ce qui est un autre point original de notre travail. L'intérêt de cette dernière étude est de savoir si les pertes dépendent de la forme du courant, donc du taux d'harmonique de celui-ci.

II. La supraconductivité

Dans cette partie nous présentons la supraconductivité. Elle est caractérisée par certaines propriétés et grandeurs critiques, que l'on retrouve dans tous les types de matériau supraconducteur.

1. Propriétés générales

La supraconductivité, qui n'apparaît qu'en dessous d'une certaine température critique et d'un certain champ magnétique appliqué [1][2][3][4], est caractérisée par quelques propriétés spécifiques.

L'absence de résistivité ($<10^{-25}\Omega\text{m}$) en courant continu, est le phénomène le plus intéressant pour ce qui concerne le transport de l'énergie électrique.

Le diamagnétisme parfait est un autre aspect important. Quand un échantillon supraconducteur est refroidi en dessous de sa température critique puis placé dans un champ magnétique, celui-ci est éjecté de l'échantillon (figure1). La susceptibilité χ dans l'échantillon est égale à -1 (diamagnétisme parfait). C'est l'effet Meissner. C'est l'apparition de courant supraconducteur de surface qui empêche le champ magnétique de pénétrer à l'intérieur du matériau.

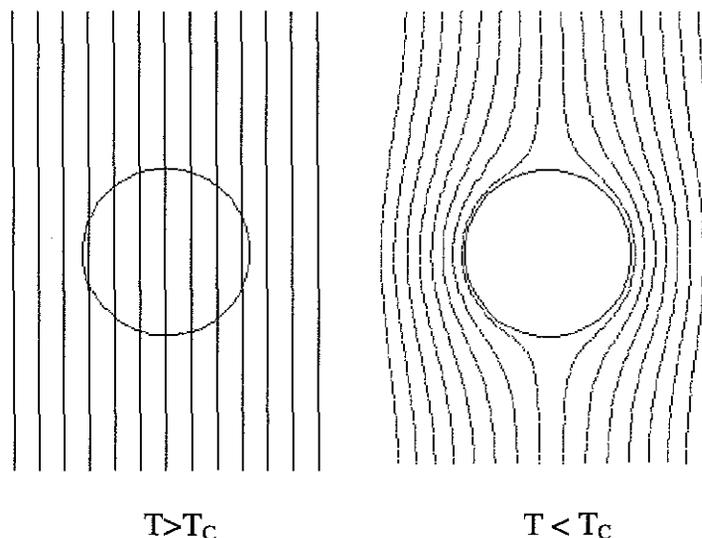


Figure 1 Diamagnétisme parfait des supraconducteurs

2. Les grandeurs critiques

Comme nous l'avons dit juste avant, la supraconductivité n'apparaît que quand la température est inférieure à une valeur critique. Cette température critique n'est pas la seule grandeur critique de la supraconductivité. On définit aussi les champs magnétiques critiques et la densité de courant critique.

a. Température critique

La température critique est la température en dessous de laquelle apparaît la supraconductivité. Elle est inférieure à 23K pour les matériaux à basse température critique (10K pour NbTi), elle est de l'ordre de 100 K pour les supraconducteurs à haute température critique[2].

b. Champs critiques

Au-delà d'une valeur de champ magnétique critique, la supraconductivité disparaît. A ce sujet, deux comportements différents définissent deux types de supraconducteurs.

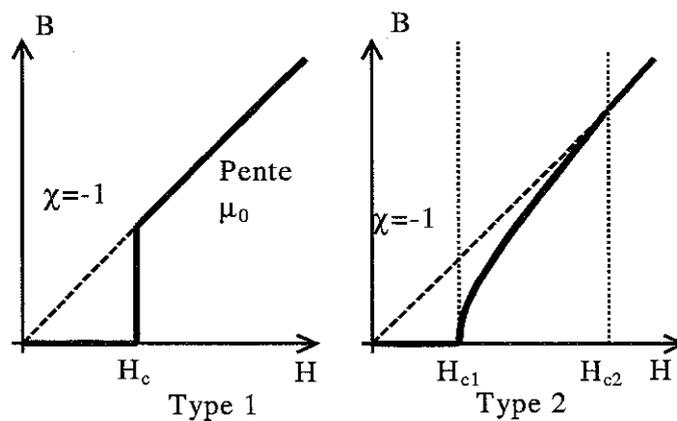


Figure 2 Courbes de l'induction en fonction du champ magnétique des deux types de supraconducteur

i Supraconducteurs de type I

Les supraconducteurs de type I sont caractérisés par un seul champ critique H_c . Lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique extérieur H l'induction magnétique B est nulle à l'intérieur tant que $H < H_c$ et l'aimantation $\vec{M} = -\vec{H}$. Par contre à la surface du matériau dans une épaisseur de l'ordre de λ_L appelée longueur de London[4][5][6], l'induction pénètre le matériau et des courants supraconducteurs d'écrantage se développent.

Du fait de leur faible valeur de champ critique, ces matériaux sont sans intérêt pratique en électrotechnique et nous n'en parlerons plus par la suite.

ii Supraconducteurs de type II

Ces matériaux possèdent deux champs critiques H_{c1} et H_{c2} avec $H_{c2} \gg H_{c1}$. Ils sont considérés comme supraconducteurs tant que H est inférieur à H_{c2} . L'induction magnétique, égale à $\mu_0 H_{c2}$, étant supérieure ou très supérieure au Tesla, ils sont plus appropriés à une utilisation pratique.

L'évolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique appliqué, diffère de celle du type I uniquement entre H_{c1} et H_{c2} (figure 2). Dans cette zone le supraconducteur de type II ne possède plus la propriété de diamagnétisme parfait, l'écrantage est partiel. Il est dit dans un état mixte[2][4][6].

Dans l'état mixte, au niveau microscopique, il y a pénétration ponctuelle de l'induction dans le matériau sous forme de tubes ou vortex. Ils sont organisés en réseau triangulaire ou réseau d'Abrikosov pour minimiser l'énergie de ce réseau. Chaque vortex (figure 3) porte le même quantum de flux magnétique $\varphi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Wb, et son rayon est égal à la longueur de cohérence ξ . Autour de ces tubes se développent des courants supraconducteurs et l'induction diminue de façon exponentielle. Dans les supraconducteurs de type II la longueur de cohérence est inférieure à la longueur de London.

H_{c1} correspond à l'apparition des premiers vortex et donc :

$$\mu_0 \cdot H_{c1} \approx \frac{\varphi_0}{\pi \lambda_L^2} \quad (1)$$

On arrive à H_{c2} quand tout le champ a pénétré dans le matériau qui est alors à l'état normal, et donc :

$$\mu_0 \cdot H_{c2} \approx \frac{\Phi_0}{\pi \cdot \xi_L^2} \quad (2)$$

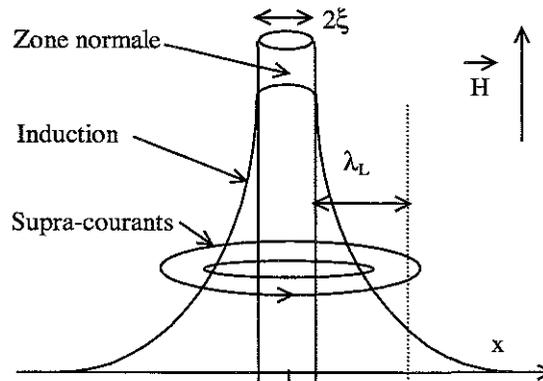


Figure 3 Structure d'un vortex

c. Densité de courant critique

Pour rester supraconducteur, la densité de courant de transport J doit rester inférieure à une valeur critique J_C . Celle-ci dépend de B car la seule présence d'un courant de transport, crée un champ magnétique H , et donc la première limite de J correspond à l'apparition du premier vortex à $H=H_{c1}$.

En dessous de H_{c1} , J est tout de même limitée à une valeur critique J_C dépendant de l'induction B .

Au-dessus de H_{c1} l'interaction du courant et des vortex devrait les faire se déplacer, et provoquer ainsi une dissipation d'énergie et le passage du matériau à l'état normal. La densité de courant critique serait alors nulle. Cependant les défauts du matériau (dislocations, impuretés etc.) vont bloquer les vortex et ainsi empêcher le changement d'état. Cet effet d'ancrage des vortex est appelé «flux pinning».

La caractéristique du champ électrique E en fonction de la densité de courant J , est représentée sur la figure 4 [2][13]. Pour les faibles valeurs de E avec J proche de J_C la courbe $E(J)$ est de forme exponentielle, c'est la région de « flux-creep ». Cela correspond à des déplacements des vortex dus à l'activation thermique. Pour les fortes valeurs de E avec $J > J_C$, c'est la région de « flux flow ». Dans cette région les vortex se déplacent ensemble et les pertes sont équivalentes à celles dues à des frottements

visqueux. La densité de courant critique est donc celle qui va arracher les vortex des défauts provoquant un passage à l'état de « flux flow ». La densité de courant critique varie avec le champ magnétique, et plusieurs relations $J_c(B)$ [5][15][19] ont été proposées par divers auteurs.

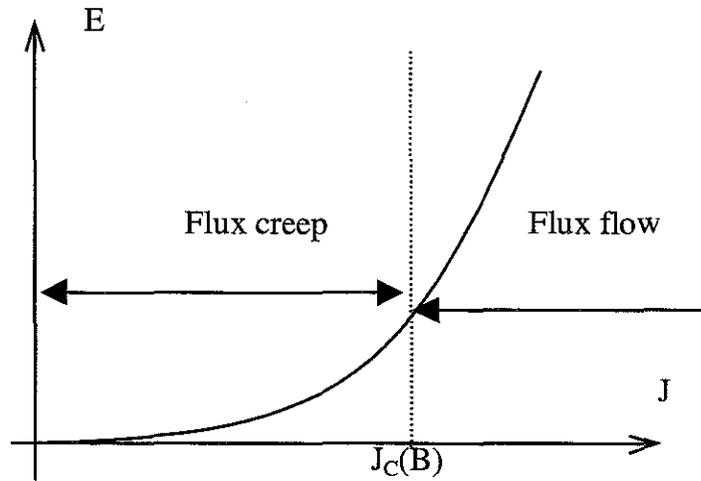


Figure 4 Caractéristique champ électrique densité de courant à $T=0K$.

d. Surface critique

Chaque valeur critique, de la température, du champ magnétique ou de la densité de courant, dépend des deux autres paramètres. On définit donc une surface critique (Figure 5) en dessous de laquelle le matériau reste supraconducteur.

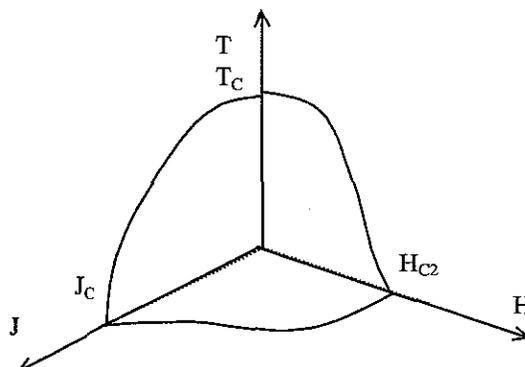


Figure 5 Surface critique

III. Les supraconducteurs à haute température critique HT_C

Le premier matériau supraconducteur à haute température critique à été découvert en 1986. Sa température critique était de 34K. Depuis cette date, cette valeur a été largement dépassée et l'espoir de leur utilisation à la température de l'azote liquide, est devenu maintenant une réalité.

1. Structures microscopique et macroscopique

Les matériaux supraconducteurs HT_C sont des céramiques constituées de plans d'oxyde de cuivre entre lesquels on trouve des atomes d'éléments comme l'yttrium [4]. On admet que la supraconductivité apparaît au niveau des plans de CuO appelé plan ab. Ils sont encadrés par des couches isolantes qui canalisent le courant dans ces plans. Par contre, suivant la direction perpendiculaire dite c, la densité de courant est nettement inférieure. D'où la nature fortement anisotrope en courant de ces matériaux. De plus la longueur de cohérence ξ_{ab} et la longueur de London λ_{Lab} suivant le plan ab, sont très différentes de celles suivant la direction c, ξ_c et λ_{Lc}

Nous donnons en exemple les grandeurs caractéristiques pour $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$: $T_C=110$ K, $\xi_{ab} = 1,4$ nm, $\xi_c = 0,2$ nm, $\lambda_{Lab} = 160$ nm et $\lambda_{Lc} = 1000$ nm.

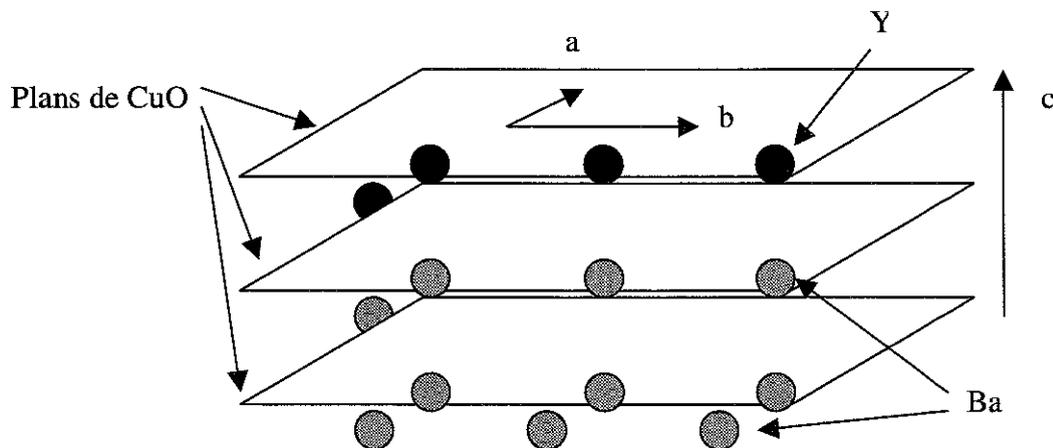


Figure 6 Structure cristallographique simplifiée de $YBa_2Cu_3O_7$

Cette anisotropie explique les différences de caractéristiques entre un monocristal et un polycristal. Pour un monocristal, et dans le plan ab, la densité de courant peut être importante. Par contre, un polycristal est composé de grains orientés aléatoirement, par conséquent les plans ab des différents grains ne sont pas parallèles. De plus ces grains sont séparés par des joints isolants. Ces ensembles forment des jonctions Josephson [4] [8][10][14]. Ces jonctions constituent des obstacles au passage du courant notamment si elles sont dans la direction c. Elles sont appelées des « jonctions faibles ». Pour atténuer ce problème les fabricants essaient d'orienter les grains et de réduire les distances entre les grains.

2. Grandeurs critiques

Les grandeurs critiques des matériaux supraconducteurs HT_C diffèrent de celles des BT_C , en valeur mais aussi au niveau de leurs définitions.

a. Température critique

Pour les supraconducteurs HT_C , sous champ, le saut de la résistivité lors du changement d'état est moins franc que pour les supraconducteurs BT_C [2]. Il est alors difficile de définir la température critique. Le critère de la résistivité inférieure à $10^{-14}\Omega.m$ est souvent utilisé.

Les températures critiques des matériaux les plus utilisés sont, 92K pour le composé $YBa_2Cu_3O_7$ et de 110K pour le $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$.

b. Densité de courant critique

La densité de courant critique de ces matériaux dépend de leur structure interne.

Pour les monocristaux, cette valeur reste relativement élevée dans le plan ab. Dans les matériaux polycristallins, objet de notre étude, constitués de grains, on peut mesurer par aimantation des valeurs de J_{CM} "magnétique" correspondant à des courants intragrains (figure 7).

Ces valeurs sont plus faibles que dans les monocristaux, mais néanmoins bien supérieures à celles mesurées en courant de transport. C'est cette dernière densité de courant que l'on utilisera par la suite et nous la noterons J_C .

Pour obtenir la valeur de J_C , on mesure la tension aux bornes d'un échantillon parcouru par un courant continu. A partir de la courbe $U(I)$ mesurée et du critère de champ électrique choisi (E_C est en général de $1\mu\text{V}/\text{cm}$), on obtient J_C .

La faible valeur de J_C vient du fait que le courant de transport doit passer de grain en grain, et donc traverser un isolant par effet Josephson, d'où le terme de courant intergrain (figure 7).

Il faut savoir aussi que J_C diminue rapidement avec le champ magnétique comme dans une jonction Josephson[8][10].

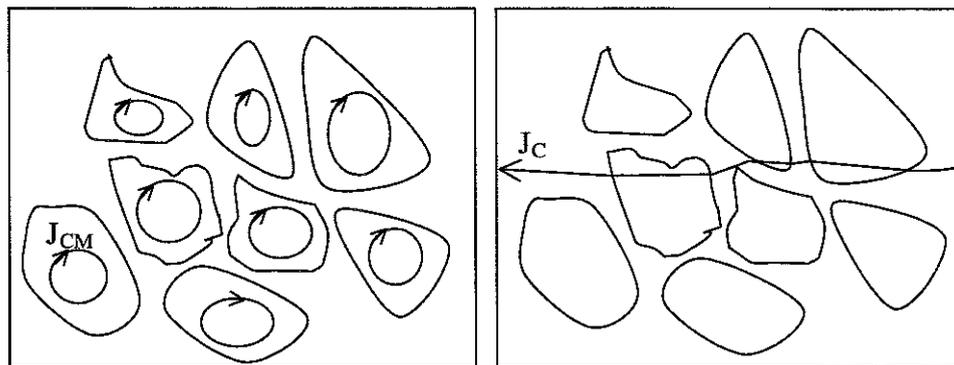


Figure 7 Courants intragrain et intergrain.

c. Champs critiques

Dans les supraconducteurs à haute température critique, il n'existe pas uniquement les deux champs magnétiques critiques H_{C1} et H_{C2} . Entre les deux existe un champ dit d'irréversibilité noté H^* , au-delà duquel le réseau de vortex disparaît pour laisser place à un liquide de vortex. La densité de courant critique est alors nulle. En effet le moindre courant dans ce liquide fait se mouvoir les vortex et provoque une dissipation d'énergie. La valeur de champ magnétique importante pour ces supraconducteurs est donc H^* .

3. Utilisation des supraconducteurs à haute température critique

Les supraconducteurs à haute température critique se trouvent sous trois formes [4].

Sous la forme de pièces massives, dans les amenées de courant par exemple, ils sont formés de grains que l'on essaie d'aligner au mieux, pour obtenir les meilleures caractéristiques possibles, notamment en densité de courant

Sous la forme de conducteurs mono ou multifilamentaires, obtenus par la technique d'introduction d'une poudre de matériau supraconducteur dans un tube en argent, ils sont utilisés pour le transport de courant et la création de bobines.

On les retrouve aussi sous la forme de films.

IV. Modèle de l'état critique. Pertes en régime variable.

Pour décrire le phénomène des pertes en régime variable on utilise le modèle de l'état critique de Bean [1][2][7][11][16]. Nous présentons ce modèle dans cette partie.

Nous rappelons les calculs de pertes réalisés à l'aide de ce modèle, tout d'abord pour une plaque et un cylindre supraconducteurs soumis à un champ magnétique extérieur, puis pour un cylindre parcouru par un courant de transport.

L'échantillon supraconducteur pour lequel nous avons mesuré des pertes en champ propre, est un tube. Nous avons calculé, à l'aide du modèle de Bean, la formule de pertes correspondante, à partir des calculs faits avec le cylindre.

Nous présentons ensuite les travaux de I. Mayergoyz sur la distribution du courant dans une plaque supraconductrice soumise à un champ extérieur, utilisant un modèle différent du modèle de Bean. Le modèle de Bean pose une hypothèse forte sur la relation $E(J)$ dans le matériau, et il ne permet pas de calculer les pertes en champ propre pour un courant maximum supérieur au courant critique. Le modèle utilisé par I. Mayergoyz prend en compte la relation entre le champ électrique local et la densité de courant local $E(J^n)$.

Enfin nous exposons les calculs de pertes que nous avons développés, utilisant ce nouveau modèle. Nous avons étudié les pertes en champ propre dans un tube supraconducteur HT_C , parcouru par un courant sinusoïdal et non sinusoïdal. Dans notre calcul, nous travaillons aussi avec des courants supérieurs au courant critique donné par le constructeur. Nous apportons donc une contribution personnelle par rapport au calcul de pertes basé sur le modèle de Bean.

1. Pertes en régime variable périodique dans les supraconducteurs. Modèle de l'état critique de Bean.

Les pertes en régime variable périodique dans les matériaux supraconducteurs sont des pertes par hystérésis.

Au niveau microscopique, elles sont dues au mouvement des vortex, lié à la variation du champ magnétique local. Ce mouvement crée un champ électrique qui, associé au courant, occasionne des pertes.

Au niveau macroscopique la variation de l'induction magnétique produit un champ électrique variable. En chaque point soumis à ce champ électrique, la densité locale de courant devient égale ou supérieure à sa valeur critique. D'où l'apparition de pertes résistives liées à la présence en ces points de champ électrique et de densité de courant simultanément.

Le calcul de ses pertes peut se faire de deux façons.

Soit, comme il est d'usage, en intégrant le cycle $M(H)$ en régime permanent. On a alors l'énergie dissipée :

$$Q = \int_{\text{cycle}} M.dH \quad (3)$$

Soit, en intégrant sur tout le volume V du matériau et sur une période, le produit scalaire du champ électrique et de la densité de courant :

$$Q = \int_T \int_V \vec{E} \cdot \vec{J}.dv.dt \quad (4)$$

Pour calculer les pertes à l'aide de cette dernière formule, nous sommes amenés à utiliser un modèle présenté pour la première fois par C. P. Bean en 1964 [7].

Le modèle de l'état critique de Bean, impose que la densité locale de courant dans un matériau supraconducteur est soit nulle, soit égale à sa valeur critique J_C :

$$J = \pm J_C \text{ ou } J = 0$$

C'est une loi « macroscopique locale »[17]. Cette hypothèse peut sembler forte, mais elle permet de donner des formules analytiques des pertes en régime variable dans des cas simples.

La densité de courant critique J_C est considérée comme constante dans le modèle de Bean. On peut aussi tenir compte de la variation de J_C en fonction de l'induction magnétique.

Nous allons développer maintenant, les calculs des pertes pour une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur, un cylindre soumis à un champ magnétique extérieur puis parcouru par un courant, enfin pour un tube supraconducteur parcouru par un courant.

a. Calcul des pertes dans une plaque infiniment longue soumise à un champ magnétique extérieur variable longitudinal.

Nous allons calculer les pertes dans une plaque supraconductrice infiniment longue de largeur $2a$, lorsqu'elle est soumise à un champ magnétique extérieur H_a parallèle à sa surface (figure 8) et orienté suivant y . Le problème est indépendant de z et de y . Toutes les grandeurs ne varient que suivant x .

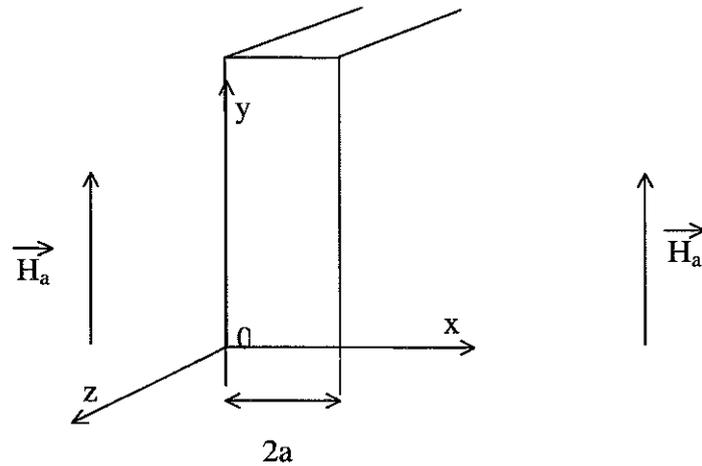


Figure 8 Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur

Dans le cas considéré, les champs électrique et magnétique obéissent aux équations de Maxwell simplifiées :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (6)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (7)$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad (8)$$

A mesure que le champ magnétique H_a augmente, l'induction magnétique B va pénétrer progressivement à l'intérieur du matériau sous forme d'un réseau de vortex.

Nous considérerons que $B > \mu_0 H_{C1}$, ainsi il y a présence de vortex et donc de pertes.

Nous allons utiliser le modèle de l'état critique de Bean qui permet de déterminer facilement l'induction magnétique B et la distribution de courant à l'intérieur de la plaque.

L'équation (6), utilisée avec le modèle de Bean, donne :

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \pm \mu_0 \vec{J}_C \text{ ou } \vec{\text{rot}} \vec{B} = 0 \quad (9)$$

L'induction à la surface de plaque vaut :

$$B_0(0, t) = \mu_0 H_a(t) = B(2a, t)$$

H_a et B_0 sont alternatifs et d'amplitudes respectives, H_{\max} et B_{\max} .

L'induction $B(x, t)$ est orientée suivant Oy :

$$\vec{B} = B(x, t) \vec{u}_y \quad (10)$$

On considère que dans une première phase, $B_0(t)$ augmente de 0 à B_{\max} .

La densité de courant se répartit dans la plaque, en commençant par les surfaces externes, pour s'opposer à la pénétration de l'induction magnétique. J est donc orientée suivant Oz , avec $J = -J_C$ ou 0 pour $0 < x < a$ et $J = +J_C$ ou 0 pour $a < x < 2a$.

Les équations (8) et (11) deviennent :

$$\text{Suivant } Oz \quad \frac{\partial B}{\partial x} = \pm \mu_0 J_C \quad (11)$$

$$\text{Suivant } Oy \quad \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (12)$$

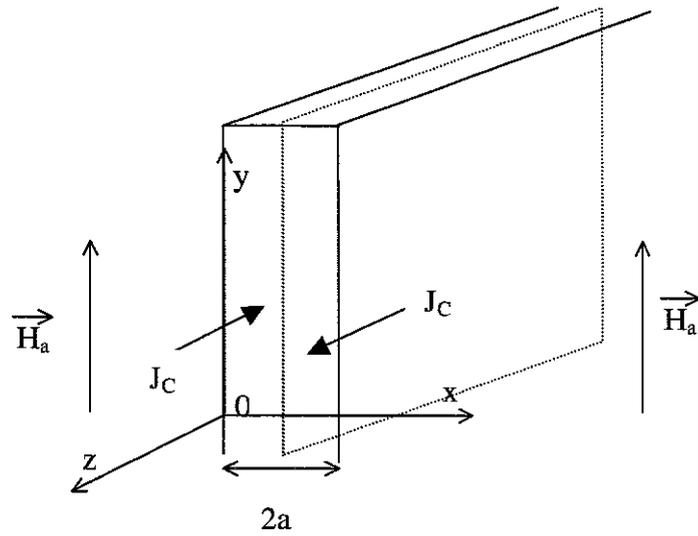


Figure 9 Courants induits dans la plaque soumise à un champ magnétique extérieur.

\vec{E} n'existe que dans la zone où \vec{B} varie dans le temps. La profondeur de pénétration du champ magnétique dans le matériau $d(t)$, varie avec $B_0(t)$. \vec{E} est orienté suivant Oz comme \vec{J} :

$$\vec{E} = E(x, t) \cdot \vec{u}_z$$

$$\vec{J} = J(x, t) \cdot \vec{u}_z$$

et donc on obtient le produit scalaire suivant, qui traduit la présence de pertes électromagnétiques dans cette zone :

$$\vec{E} \cdot \vec{J} = |E| \cdot J_c \quad (13)$$

De (13) et (14) on tire pour $0 < x < d(t)$:

$$B(x, t) = -\mu_0 J_c \cdot x + B_0(t) \quad (14)$$

$$\text{et donc } \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial B_0}{\partial t}$$

$$E(x, t) = \frac{\partial B(x, t)}{\partial t} \cdot (x - d(t)) \quad (15)$$

La profondeur de pénétration $d(t)$ maximale, change en fonction de B_{\max} . Si B_{\max} est faible, il y a pénétration incomplète du champ magnétique dans la plaque. Si B_{\max} est grand, le champ magnétique pénètre complètement la plaque.

Nous allons considérer, dans ce qui suit, le cas d'une pénétration incomplète puis complète de B dans la plaque.

i Pénétration incomplète de l'induction dans la plaque

Nous avons représenté sur la figure 10 les évolutions dans le temps et l'espace de B, E et J, en pénétration incomplète, pour $\left| \frac{\partial H_a}{\partial t} \right|$ constant.

Au moment où B atteint sa valeur maximum, l'induction pénètre à l'intérieur du matériau sur une profondeur p (figure 10 a). A la première montée de B, E pénètre avec la même profondeur $d(t) = p$. On peut calculer p grâce à (14) :

$$p = \frac{B_{\max}}{\mu_0 J_C} \quad (16)$$

Quand B diminue à partir de B_{\max} (figure 10 b) l'induction est piégée et ne varie plus à l'intérieur du matériau (pour $d(t) < x < p$ et $2a-p < x < 2a-d(t)$). Par contre dans la partie externe de la plaque (pour $0 < x < d(t)$ et $2a-d(t) < x < 2a$), apparaissent des courants de densité J_C qui s'opposent à la diminution de B, et donc aux courants piégés à l'intérieur. Dans cette partie de la plaque, E existe du fait de la variation dans le temps de B(t) et à la même expression que précédemment (15).

On peut calculer d(t) grâce à (14) :

$$d(t) = \frac{B_{\max} - B_0(t)}{2\mu_0 J_C} \quad (17)$$

On en déduit la puissance électromagnétique instantanée dissipée par unité de volume ($\frac{\partial B_0}{\partial t} < 0$ ici) :

$$\begin{aligned} p_V(t) &= \frac{2}{2a} \int_0^{d(t)} E \cdot J_C \cdot dx = \frac{\partial B_0}{\partial t} \cdot \frac{J_C}{a} \left[\frac{x^2}{2} - d(t) \cdot x \right]_0^{d(t)} \\ &= -\frac{1}{a \mu_0^2 \cdot 8 \cdot J_C} \cdot \frac{\partial B_0}{\partial t} \cdot [B_{\max} - B_0(t)]^2 \\ p_V(t) &= \frac{1}{24 \cdot a \cdot \mu_0^2 \cdot J_C} \frac{\partial [(B_{\max} - B_0(t))^3]}{\partial t} \quad (18) \end{aligned}$$

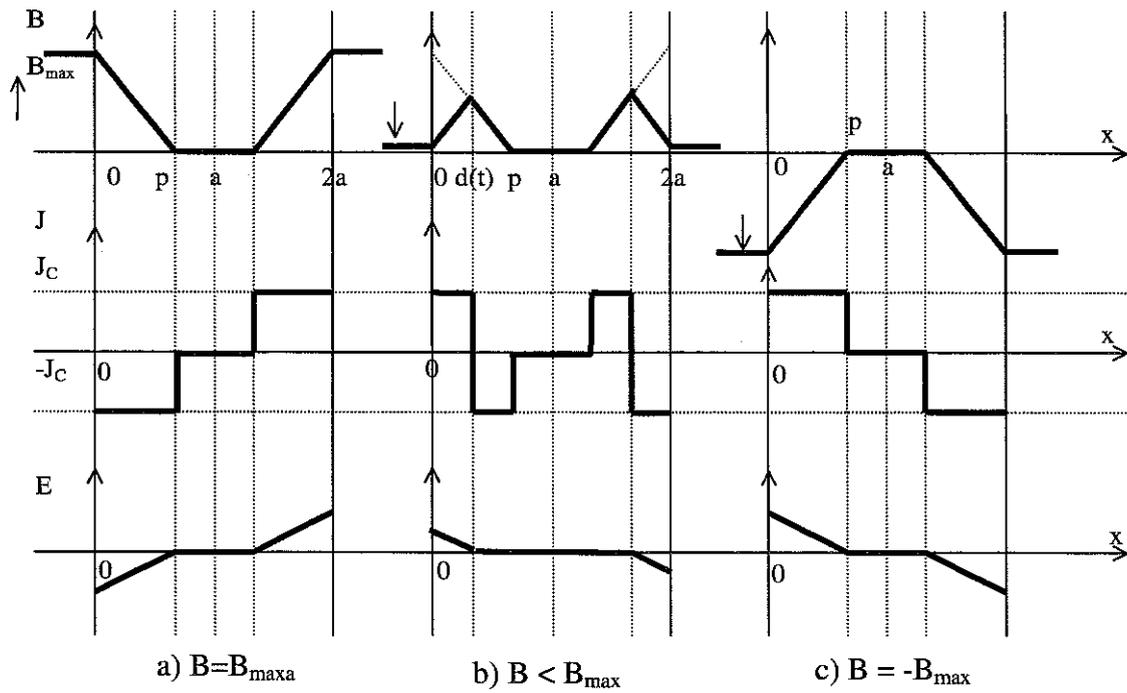


Figure 10 Distributions de B, J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration incomplète.

Quand $B_0(t)$ évolue de B_{\max} à $-B_{\max}$ il s'écoule une demi période. On peut calculer les pertes par unité de volume sur cette demi période et en déduire les pertes totales par unité de volume P_V :

$$\begin{aligned}
 P_V &= \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} p_V(t) \cdot dt = \frac{f}{12 \cdot a \cdot \mu_0^2 \cdot J_C} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{\partial [(B_{\max} - B_0(t))^3]}{\partial t} dt \\
 &= \frac{f}{12 \cdot a \cdot \mu_0^2 \cdot J_C} \cdot \int_{B_{\max}}^{-B_{\max}} d[(B_{\max} - B_0(t))^3] \\
 &= \frac{f}{12 \cdot a \cdot \mu_0^2 \cdot J_C} \cdot [(B_{\max} - B_0(t))^3]_{B_{\max}}^{-B_{\max}}
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$P_V = \frac{2 \cdot f \cdot B_{\max}^3}{3 \cdot a \cdot \mu_0^2 \cdot J_C} \tag{20}$$

ii Pénétration complète de l'induction dans la plaque

Dans ce cas B pénètre entièrement dans la plaque à partir d'une valeur B_p que l'on peut calculer :

$$B_p = a \cdot \mu_0 \cdot J_c \quad (21)$$

Quand B varie de B_{max} à $-B_{max}$ il existe deux phases (figure 11).

Premièrement, l'induction ne varie que dans une épaisseur $d(t)$ à partir de la surface (figure 11 b), entre 0 et $d(t)$ et entre $2a-d(t)$ et $2a$. Cela dure jusqu'à ce que $d(t)$ atteigne a et donc à l'instant t_1 où $B_0(t_1) = B_{max} - 2B_p$. On a alors la même puissance instantanée dissipée $p_v(t)$ que précédemment (18).

Deuxièmement l'induction ayant pénétrée dans toute la plaque, elle augmente progressivement en chaque point (figure 11 c). Ceci se produit pour $B_{max} - 2B_p > B_0(t) > -B_{max}$. Ici $p_v(t)$ est constante puisque E et J sont figés. On obtient alors :

$$p_v(t) = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot J_c \cdot \frac{a}{2} \quad (22)$$

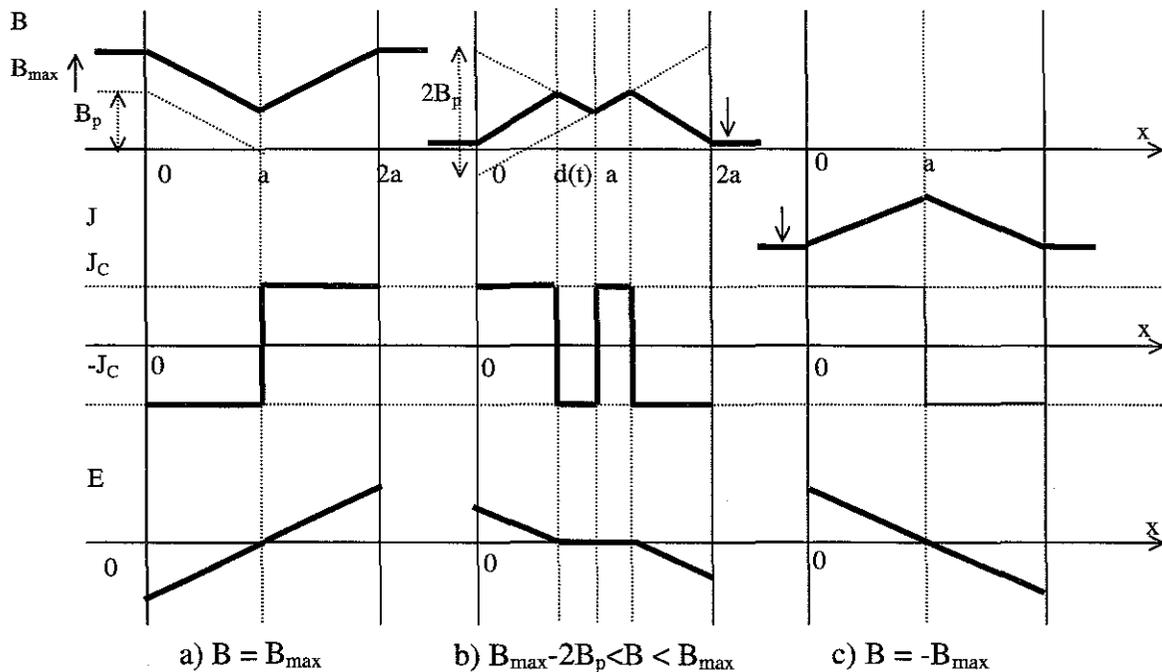


Figure 11 Distributions de B, J et E à l'intérieur d'une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur variable en pénétration complète.

Nous en déduisons :

$$P_V = 2.f \left[\int_{B_{\max}}^{B_{\max}-2B_p} \frac{d([B_{\max} - B_0]^3)}{24.a.\mu_0^2.J_C} + \int_{B_{\max}-2B_p}^{-B_{\max}} J_C \cdot \frac{a}{2} .dB_0 \right] \quad (23)$$

$$P_V = 2.f.J_C.a. \left[B_{\max} - \frac{2.\mu_0.J_C.a.}{3} \right] \quad (24)$$

iii Facteur de pertes

Pour pouvoir comparer les pertes des différents cas étudiés, on exprime P_V en fonction du facteur de pertes $\Gamma(\beta)$ où $\beta = B_{\max}/B_p$ [1][15] :

$$P_V = 2.f. \frac{B_{\max}^2}{\mu_0} .\Gamma(\beta) \quad (25)$$

$$\text{Avec } \Gamma(\beta) = \beta/3 \quad (26)$$

en pénétration incomplète ($\beta < 1$)

$$\text{Et } \Gamma(\beta) = \frac{1}{\beta} - \frac{2}{3.\beta^2} \quad (27)$$

en pénétration complète ($\beta > 1$)

b. Calcul des pertes dans un cylindre supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur variable périodique.

Nous allons calculer les pertes dans un cylindre, de rayon R , soumis à un champ magnétique extérieur variable $H_a(t)$, parallèle puis perpendiculaire à son axe. Les valeurs maximales de ce champ magnétique appliqué et de l'induction magnétique à la surface du cylindre $B_0(t)$, sont aussi égales à H_{\max} et B_{\max} .

Les phénomènes physiques rencontrés sont les mêmes que pour la plaque, seules les équations changent. On remplace naturellement les coordonnées cartésiennes par des coordonnées cylindriques.

i Champ magnétique extérieur longitudinal.

Le cylindre est dans la direction Oz, ainsi que le champ magnétique appliqué $H_a(t)$. J et E sont donc orientés suivant θ et varient en fonction de r.

(6) et (5) deviennent :

$$-\frac{\partial B}{\partial r} = \pm \mu_0 \cdot J_c \quad (28)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(r \cdot E)}{\partial r} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (29)$$

Nous en déduisons l'induction B_p de pénétration complète :

$$B_p = \mu_0 \cdot J_c \cdot R \quad (30)$$

Pour le calcul suivant de la puissance instantanée, on va considérer une phase de décroissance de $H_a(t)$.

En pénétration incomplète le champ magnétique pénètre jusqu'à R_p (figure 12) que l'on peut calculer :

$$R_p = R - \frac{B_{\max}}{\mu_0 \cdot J_c}$$

Le champ électrique est présent entre $R_1(t)$ et R. On le calcule avec (29) :

$$E(r,t) = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot \frac{(r^2 - R_1^2(t))}{2r} \quad (31)$$

La valeur de $R_1(t)$ est la suivante :

$$R_1(t) = R - \frac{B_{\max} - B_0(t)}{2 \cdot \mu_0 \cdot J_c}$$

Nous en déduisons la valeur de la puissance instantanée de pertes par unité de volume :

$$p_v(t) = -\frac{J_c \cdot \frac{\partial B_0}{\partial t}}{R^2} \left[\frac{R^3}{3} + \frac{2 \cdot R_1^3(t)}{3} - R_1^2 \cdot R \right]$$

En pénétration complète R_p est égal à 0 (figure 12). Quand $R_1(t)$ s'annule, $E(r,t)$ reste fixe dans le temps et est égal à :

$$E(r,t) = -\frac{\partial B_0}{\partial t} \cdot \frac{r}{2}$$

Nous avons alors une puissance instantanée de pertes par unité de volume, égale à :

$$p_v(t) = -\frac{\partial B_0}{\partial t} \cdot \frac{J_c \cdot R}{3}$$

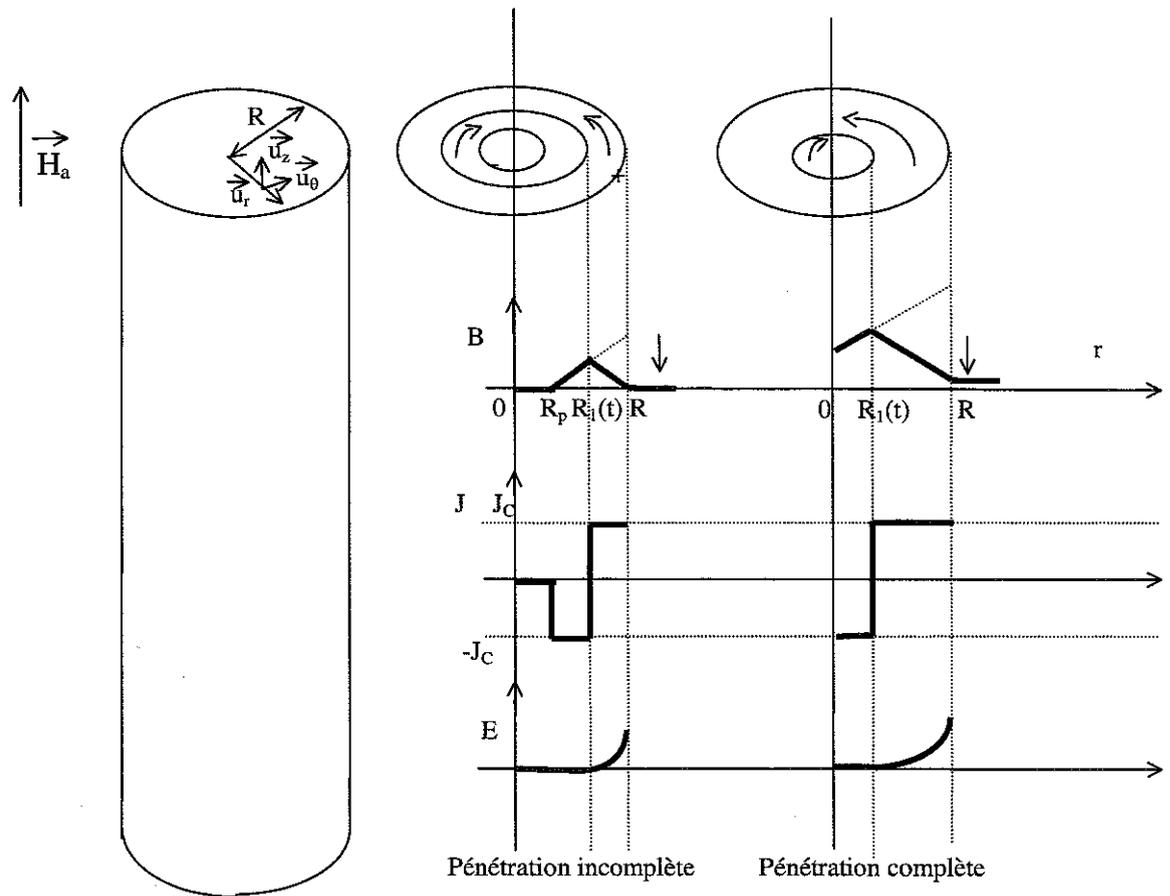


Figure 12 Distribution de B, J et E dans un cylindre supraconducteur soumis à un magnétique extérieur longitudinal.

Nous calculons les pertes par unité de volume P_V , en intégrant $p_v(t)$ sur la période.

Nous obtenons alors P_V sous la forme de l'équation (25) ($\beta = B_{\max}/B_p$) avec :

$\Gamma(\beta) = \frac{2\beta}{3} - \frac{\beta^2}{3} \text{ en pénétration incomplète}$	(32)
--	------

$\Gamma(\beta) = \frac{2}{3\beta} - \frac{1}{3\beta^2} \text{ en pénétration complète}$	(33)
---	------

ii Champ magnétique extérieur transversal.

Quand on applique à un cylindre supraconducteur, un champ magnétique extérieur variable perpendiculaire à son axe, les distributions de B, J et E sont plus complexes [1][11].

Soit O le centre du cylindre et Ox l'axe parallèle au champ magnétique appliqué H_a .

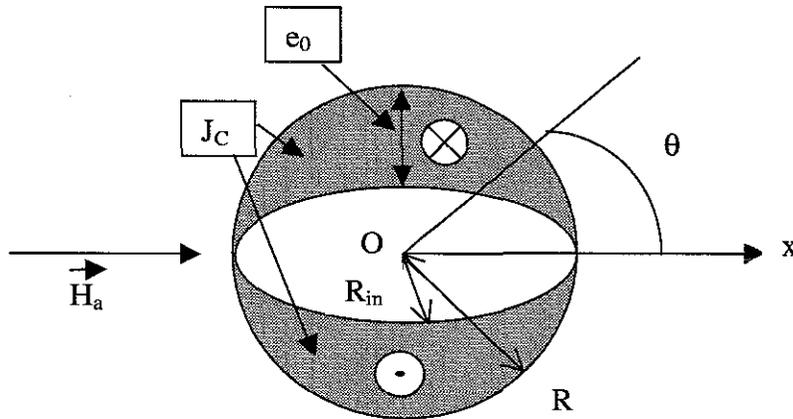


Figure 13 Cylindre supraconducteur soumis à un champ magnétique appliqué transversal.

Dans la littérature [11] on trouve que l'induction magnétique pénètre à l'intérieur du cylindre sur une épaisseur e qui dépend de θ (figure 13):

$$e(\theta) = e_0 |\sin \theta|$$

Dans cette épaisseur la densité de courant est égale à $\pm J_c$, conformément au modèle de Bean, de telle façon à annuler l'induction magnétique à l'intérieur du cylindre (en dehors de cette épaisseur).

Pour calculer l'induction de pénétration complète B_p , on calcule d'abord l'induction magnétique induite au centre B_{iO} créé par les courants induits.

Chaque élément de surface ds , situé à la distance r de O , dans lequel circule un courant di , crée une induction dB en O (figure 14) :

$$dB = \frac{\mu_0 \cdot J_C \cdot ds}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

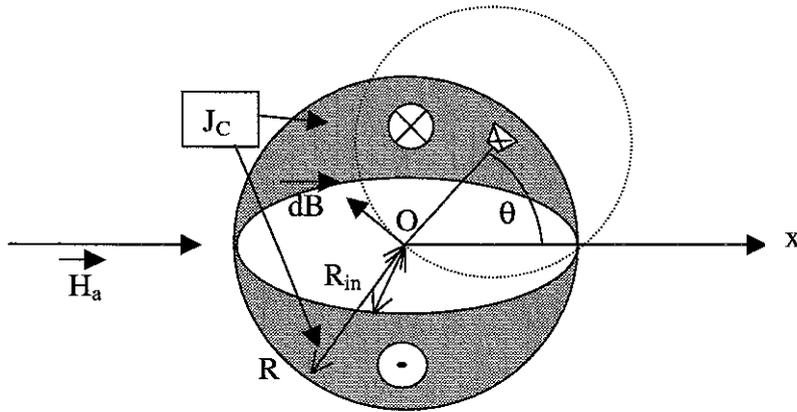


Figure 14 Élément d'induction magnétique dB créé par un élément de courant di .

Pour avoir l'induction totale créée par le supraconducteur en O , on intègre :

$$B_{i0} = \frac{2 \cdot \mu_0 \cdot J_C}{\pi} \cdot \int_{R_{in}}^R dr \cdot \int_0^\pi \cos \theta \cdot d\theta$$

On a pénétration complète du champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur quand le rayon intérieur R_{in} devient nul (figure 15).

On a alors l'induction magnétique B_p de pénétration complète :

$$B_p = B_{i0}(R_i = 0) = 2 \frac{\mu_0}{\pi} J_C \cdot R \quad (34)$$

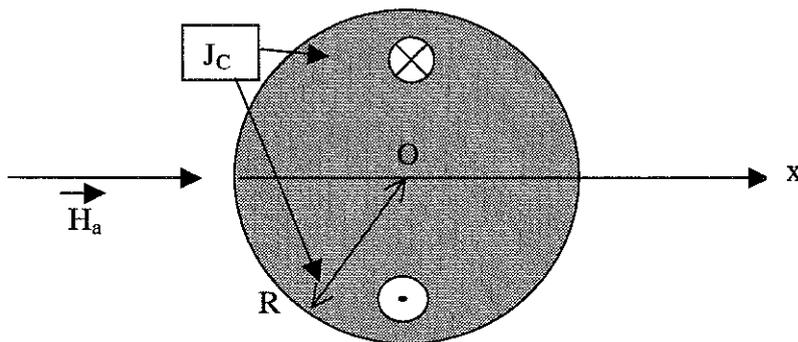


Figure 15 Pénétration complète du champ magnétique.

Dans ce cas, où le champ magnétique appliqué est transversal, on obtient P_V , et donc $\Gamma(\beta)$, uniquement à l'aide de méthodes numériques.

Nous avons représenté (figure 16) le facteur de pertes $\Gamma(\beta)$ dans les trois cas étudiés précédemment[1].

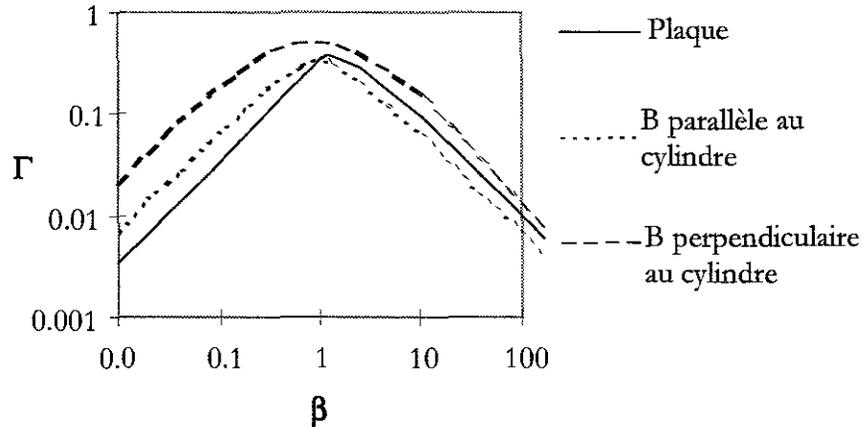


Figure 16 Facteur de pertes Γ en fonction de β

Nous observons que le facteur de pertes a la même évolution en fonction de β pour tous les cas traités. Cependant les valeurs de ce facteur de pertes diffèrent légèrement. Ceci vient du fait que le phénomène physique et le modèle restent les mêmes, mais que les structures géométriques sont différentes.

c. Pertes en régime variable dans un cylindre supraconducteur soumis à son champ magnétique propre.

Le champ magnétique propre d'un câble est le champ magnétique créé par le courant circulant dans ce câble. Nous allons présenter ici, le calcul des pertes d'un cylindre parcouru par un courant alternatif, et qui n'est soumis qu'à son champ magnétique propre.

On prend pour exemple un cylindre de rayon R dans lequel circule un courant alternatif périodique $i(t)$ de fréquence f et variant entre $-I_{\max}$ et I_{\max} (figure 17).

L'axe du cylindre est orienté suivant \vec{u}_z et donc :

$$\vec{J} = J \cdot \vec{u}_z \quad (35)$$

On utilise le modèle de l'état critique de Bean pour étudier les distributions de B, J et E dans le matériau.

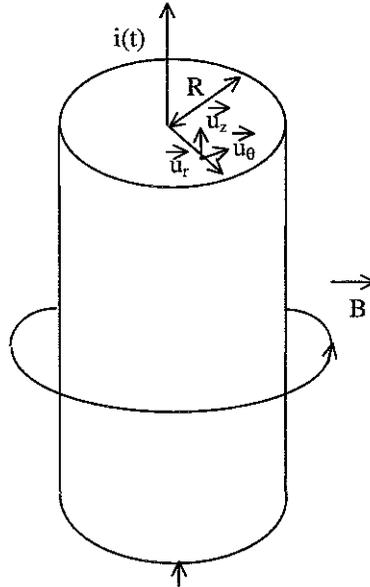


Figure 17 Cylindre supraconducteur parcouru par un courant

i Première montée du courant de 0 à I_{max} .

Lors de la première montée du courant, le courant ne peut apparaître en premier au centre car il y aurait présence de champ magnétique dans tout le supraconducteur, ainsi que d'un champ électrique, et donc de courant, ce qui est impossible. Le courant se répartit donc d'abord dans la partie extérieure du cylindre, puis petit à petit vers l'intérieur, pour un rayon r compris entre r_s et R (figure 18).

La présence du courant $i(t)$ entraîne l'existence d'une induction magnétique $B(r,t)$ suivant θ :

$$\vec{B}(r, t) = B(r, t) \cdot \vec{u}_\theta \quad (36)$$

La variation temporelle de l'induction crée un champ électrique $E(r,t)$ suivant Oz et donc des pertes. D'après le modèle de Bean la présence de E fait que la densité de courant J est égale à J_C .

On calcule le courant critique qui correspond à la pénétration complète du courant dans le matériau :

$$I_C = \pi.R^2.J_C \quad (37)$$

Si le courant maximum I_{\max} est inférieur au courant critique on obtient :

$$I_{\max} = \pi.(R^2 - r_s^2)J_C \quad (38)$$

D'où :

$$r_s = R \sqrt{1 - \frac{I_{\max}}{I_C}} \quad (39)$$

Le théorème d'Ampère permet de calculer l'induction magnétique :

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \cdot \iint_{\text{l'intérieur}} \vec{J}.d\vec{s} \quad (40)$$

On obtient alors pour B (figure 18) :

Si $r < r_s$: $B = 0$

Si $r_s < r < R$: $B = \frac{\mu_0 J_C}{2} \left(r - \frac{r_s^2}{r} \right)$

Si $r > R$: $B = \frac{\mu_0 J_C (R^2 - r_s^2)}{2.r}$

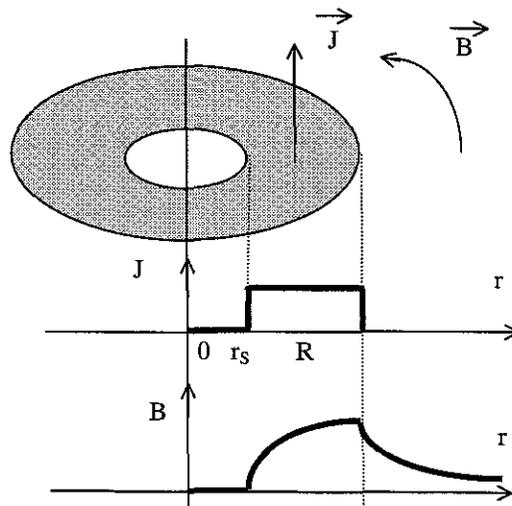


Figure 18 Répartition de J et B lors de la première montée du courant dans un cylindre alimenté par un courant $i(t)$

ii Variation du courant de I_{max} à $-I_{max}$

Lorsque le courant diminue à partir de sa valeur maximum il apparaît une densité de courant négative suivant Oz dans la partie extérieure (figure 19) :

$$\text{pour } c(t) < r < R \quad \vec{J} = -J_c \cdot \vec{u}_z$$

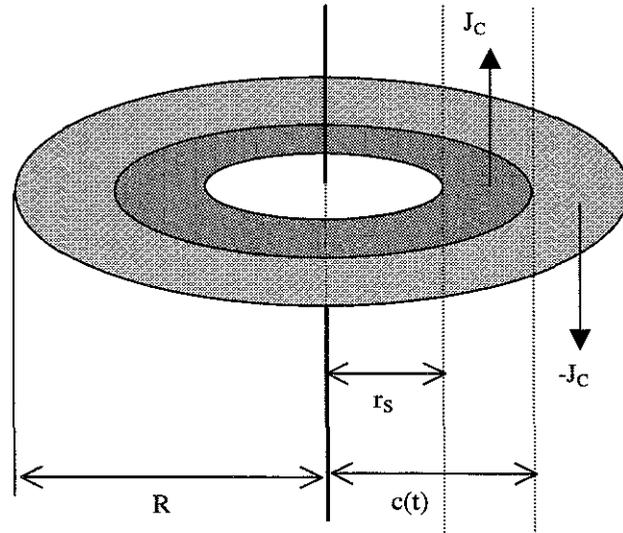


Figure 19 Répartition de J dans un supraconducteur alimenté par un courant $i(t)$ en régime permanent

A l'intérieur pour $r_s < r < c(t)$ l'induction magnétique est piégée et ne varie plus, comme la densité de courant qui reste égale à J_c .

Le rayon $c(t)$ varie avec le courant $i(t)$:

$$c(t) = R \sqrt{1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}} \quad (41)$$

Pour le calcul des pertes on ne va s'intéresser qu'à la zone où l'induction varie c'est à dire pour $c(t) < r < R$. Avec (40) on obtient :

$$B = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} - \frac{\mu_0 J_c}{2} \left(r - \frac{R^2}{r} \right) \quad (42)$$

De plus, (5) donne le champ électrique, dans cette zone :

$$\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (43)$$

$$E(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \cdot \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) \quad (44)$$

Sur la figure 20 sont représentées les courbes des distributions de J, B et E dans le cylindre, suivant le rayon r, calculées à partir des équations précédentes.

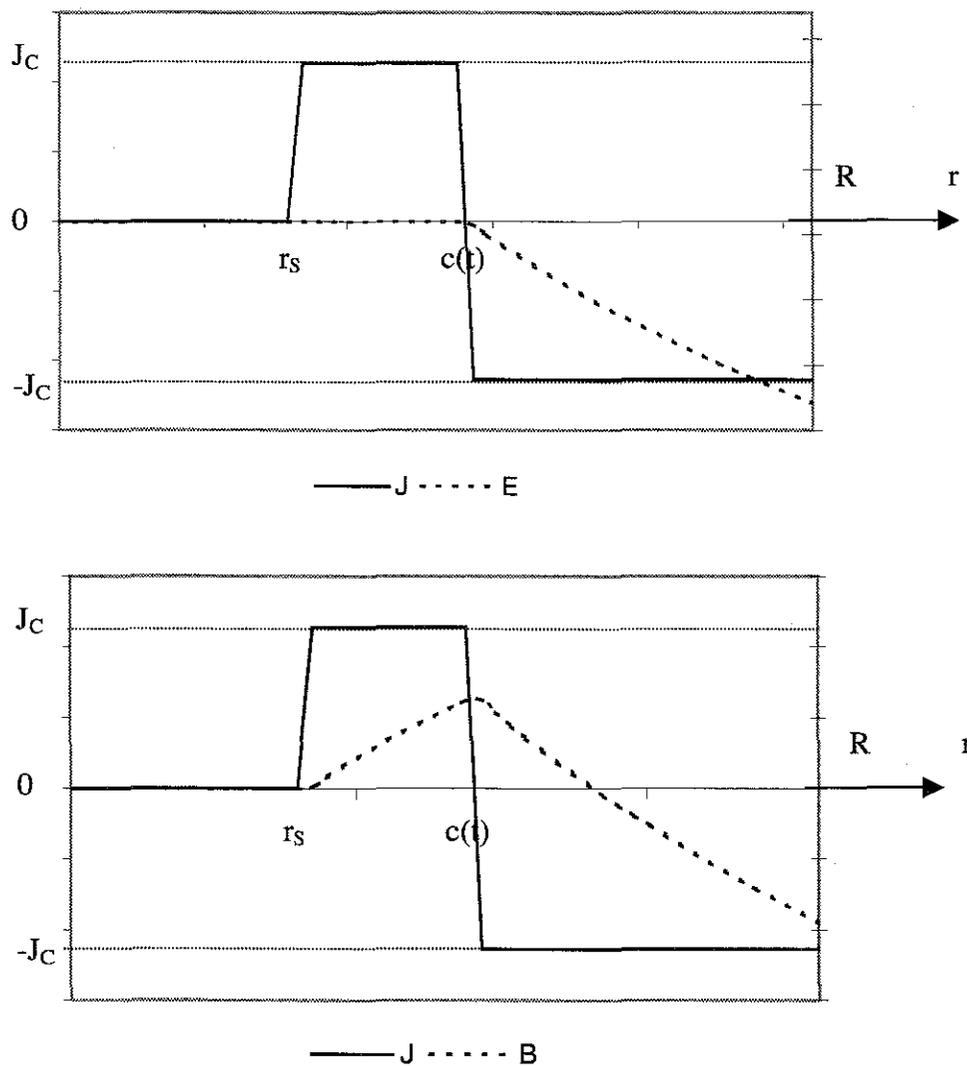


Figure 20 Distribution de J, E et B calculées, en fonction du rayon r, dans un supraconducteur alimenté par un courant $i(t)$ en régime permanent

Nous calculons, grâce à $E(r,t)$, la puissance électromagnétique instantanée dissipée par unité de volume :

$$p_v(t) = \frac{2}{R^2} \cdot \int_{c(t)}^R E \cdot J_c \cdot r \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot J_c}{\pi \cdot R^2} \frac{\partial i}{\partial t} \int_{c(t)}^R r \cdot \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) dr$$

$$p_v(t) = \frac{\mu_0 \cdot J_c}{4 \cdot \pi} \frac{\partial i}{\partial t} \left(\frac{i(t)}{2I_c} - \frac{I_{max}}{2I_c} - \ln\left(1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}\right) \right) \quad (45)$$

La puissance électromagnétique des pertes par unité de volume est égale à :

$$P_v = 2f \cdot \int_{T/2} p_v(t) \cdot dt =$$

$$= \mu_0 \cdot \frac{J_c}{2 \cdot \pi} \cdot f \cdot \int_{\frac{T}{2}} \left[\frac{1}{4 \cdot I_c} \cdot \frac{\partial i^2}{\partial t} - \frac{I_{max}}{2 \cdot I_c} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} - 2 \cdot I_c \cdot \frac{\partial f_i(t)}{\partial t} \right] \cdot dt$$

avec $f_i(t) = \left(1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}\right) \cdot \ln\left(1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}\right) - \left(1 - \frac{I_{max}}{2I_c} + \frac{i(t)}{2I_c}\right)$

Quand le courant varie de I_{max} à $-I_{max}$, on obtient par intégration un résultat équivalent au calcul de l'intégrale sur $T/2$ dans le temps :

$$P_v = \mu_0 \cdot \frac{J_c}{2 \cdot \pi} \cdot f \cdot \left[\frac{i(t)^2}{4 \cdot I_c} - \frac{I_{max} \cdot i(t)}{2 \cdot I_c} - f_i(t) \right]_{-I_{max}}^{I_{max}}$$

Nous obtenons finalement les pertes P_{BC} :

$$P_{BC} = S \cdot h \cdot \mu_0 \cdot J_c^2 \cdot R^2 \cdot f \cdot \left[\frac{I_{max}}{I_c} - \frac{I_{max}^2}{2 \cdot I_c^2} + \left(1 - \frac{I_{max}}{I_c}\right) \ln\left(1 - \frac{I_{max}}{I_c}\right) \right] \quad (46)$$

S est la section du tube et h la longueur du tube.

Les pertes sont indépendantes de la forme du courant $i(t)$ et ne dépendent que de la valeur maximale de ce courant. Elles dépendent aussi du courant critique. Elles sont proportionnelles à la fréquence. Ceci est caractéristique des pertes par hystérésis.

Nous notons que la formule de pertes en champ propre que nous venons de calculer, n'est valable que pour un courant maximum inférieur au courant critique. Au-delà le

supraconducteur repasse à l'état normal. Pour les supraconducteurs à haute température critique, la transition est moins franche. Nous allons étudier leur cas par la suite.

d. Pertes en régime variable dans un tube cylindrique supraconducteur soumis à son champ magnétique propre.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons fait des mesures de pertes sur une amenée de courant supraconductrice de forme tubulaire (figure 21). N'ayant pas trouvé dans la littérature de formule analytique de pertes pour cette forme, nous avons, tout d'abord, calculé ces pertes à l'aide du modèle de Bean.

Comme pour le cylindre, le courant est supposé circuler dans la direction de l'axe du cylindre.

Dans le cas du tube représenté ci-dessous, les valeurs de I_C , r_s et $c(t)$ sont définis par rapport aux rayons intérieur et extérieur R_{in} et R_e du tube :

$$I_C = \pi R_e^2 \cdot \alpha_R \quad (47)$$

$$r_s = R_e \sqrt{1 - \alpha_R \cdot \frac{I_{max}}{I_C}} \quad (48)$$

$$c(t) = R_e \sqrt{1 - \alpha_R \frac{I_{max}}{2I_C} + \alpha_R \frac{i(t)}{2I_C}} \quad (49)$$

avec $\alpha_R = 1 - \frac{R_i^2}{R_e^2}$

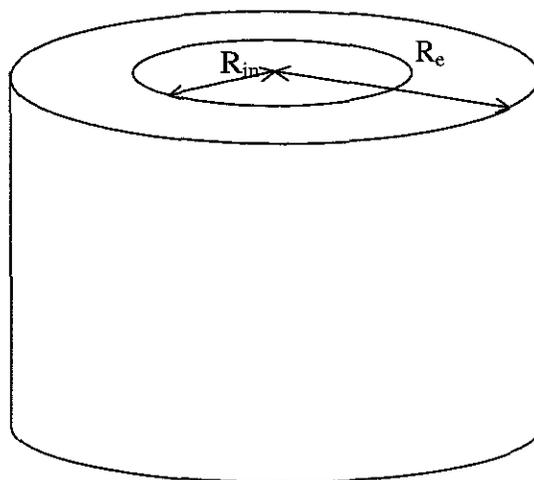


Figure 21 Tube cylindrique supraconducteur

Les expressions de $B(r,t)$ et $E(r,t)$ sont les mêmes que pour le cylindre.

En suivant la même démarche que pour le cylindre plein, nous obtenons la puissance instantanée par unité de volume dans le conducteur supraconducteur et les pertes P_{BT} :

$$p_V(t) = \frac{2}{R_e^2 - R_{in}^2} \cdot \int_{c(t)}^{R_e} E J_C \cdot r \cdot dr = \frac{\mu_0 \cdot J_C}{\pi(R_e^2 - R_{in}^2)} \frac{\partial i}{\partial t} \int_{c(t)}^{R_e} r \cdot \ln\left(\frac{r}{c(t)}\right) dr$$

$$p_V(t) = \frac{\mu_0 J_C}{4\pi \alpha_R} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \left(\frac{\alpha_R i(t)}{2I_C} - \frac{\alpha_R I_{max}}{2I_C} - \ln\left(1 - \frac{\alpha_R I_{max}}{2I_C} + \frac{\alpha_R i(t)}{2I_C}\right) \right) \quad (50)$$

$$P_{BT} = S \cdot h \cdot \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \cdot g\left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right) \text{ avec} \quad (51)$$

$$g\left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right) = \left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C} - \frac{\alpha_R^2 I_{max}^2}{2I_C^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right) \ln\left(1 - \frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right) \right)$$

Il est intéressant de tracer les courbes de P_{BT} en fonction de I_{max} , pour diverses valeurs du facteur de forme α_R , pour un courant critique I_C constant et une section S constante (figure 22).

Pertes en mW

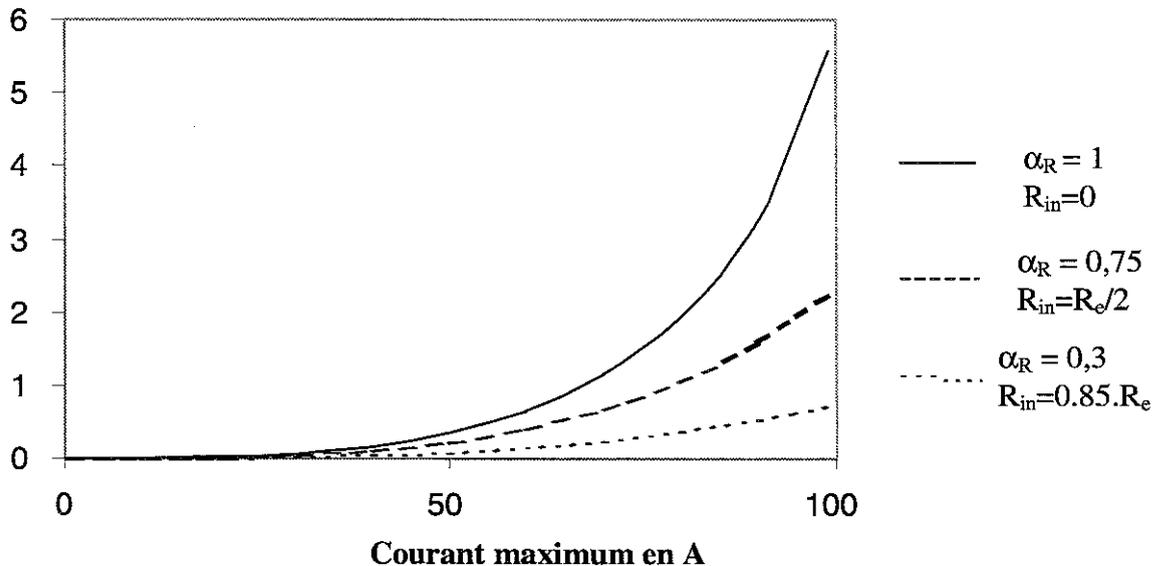


Figure 22 Pertes en champ propre d'un tube, en fonction du maximum du courant de transport, pour trois valeurs du facteur de forme et $I_C = 100A$.

Pour un courant critique donné et donc une section de tube donnée, on s'aperçoit que les pertes diminuent quand le rapport rayon intérieur sur rayon extérieur du tube diminue. En fait, quand ce rapport diminue pour une même section du tube, l'épaisseur diminue et le rayon extérieur augmente. Pour diminuer les pertes on a donc intérêt à diminuer l'épaisseur du tube et augmenter le rayon extérieur du tube.

Par la suite il sera intéressant d'avoir une formule approchée de P_{BT} et donc de $g\left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right)$. Comme le montre la figure 23, nous pouvons prendre une approximation

$$\text{de } g\left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right) \approx 0,2 \cdot \left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right)^3.$$

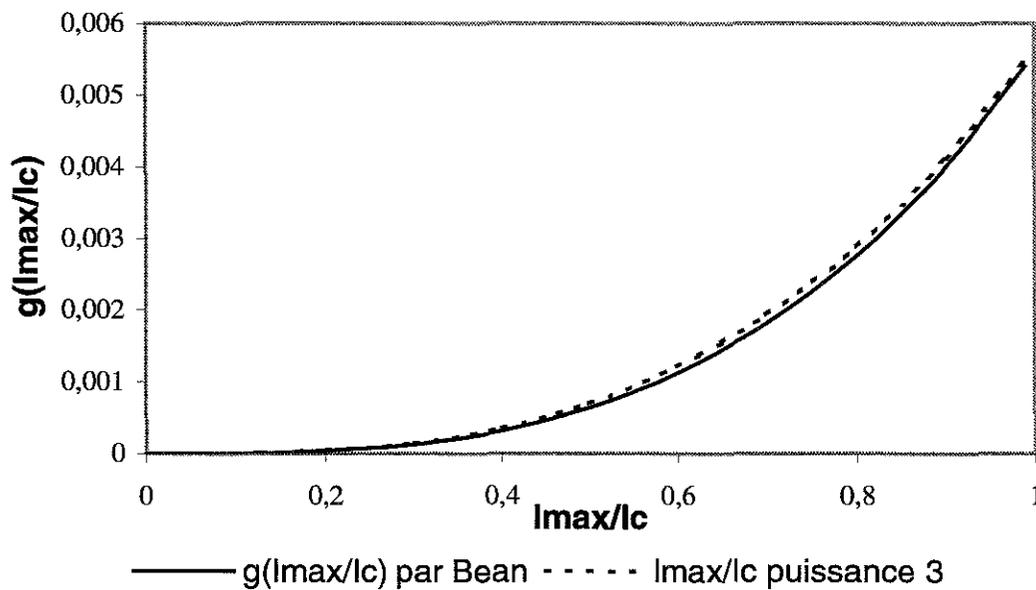


Figure 23 Courbe de $g(I_{max}/I_C)$ calculée avec le modèle de Bean et courbe de la fonction

$$0,2 \cdot \left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C}\right)^3, \text{ pour } \alpha_R=0.3.$$

Pour finir, nous obtenons pour un tube, une formule approchée de pertes en champ propre P_{Ba} :

$$P_{Ba} = h \cdot \frac{0,2 \cdot \alpha_R}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \cdot f \cdot I_{max}^3}{I_C} \quad (52)$$

2. Pertes en régime variable périodique dans les HTc. Modèle en $E(J^n)$.

L'objet de notre travail est de calculer les pertes dans un tube supraconducteur HT_c, parcouru par un courant et soumis uniquement à son champ propre. Nous avons choisi de prendre différentes formes de courant périodique, soit sinusoïdal, soit non sinusoïdal. En effet, pour des applications futures de ces matériaux supraconducteurs, il faut considérer le cas où ils sont associés à des convertisseurs statiques.

Pour estimer les pertes dans les supraconducteurs HT_c, les concepteurs utilisent des formules de pertes calculées à l'aide du modèle de Bean. Nous pensons que pour ces matériaux, un modèle plus fin est nécessaire. Nous avons donc cherché ce nouveau modèle qui permettrait de vérifier les mesures de pertes que nous avons effectuées.

Pour cela nous avons été amenés à réfléchir sur le calcul des pertes en régime alternatif dans les matériaux supraconducteurs HT_c, de façon générale. En cela l'ouvrage de I. Mayergoyz[12] nous a été d'une aide importante. En effet, il traite de la diffusion du courant dans une plaque supraconductrice sans utiliser le modèle de Bean, en tenant compte de la caractéristique $E(J^n)$ du matériau.

a. Relation $E(J)$

Pour un conducteur classique il existe une relation simple entre la densité de courant locale \vec{J} et le champ électrique local \vec{E} :

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (53)$$

Il est connu que dans les supraconducteurs, la relation entre \vec{J} et \vec{E} est de la forme :

$$\vec{E} = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \cdot \frac{\vec{J}}{J} \quad (54)$$

Pour les supraconducteurs à basse température critique, n est grand et vaut plusieurs dizaines. Mais pour les supraconducteurs à haute température critique n varie entre 7 et 20 [2][15]. La valeur de n est déterminée à partir de courbes expérimentales.

Si n tend vers l'infini on retrouve le modèle de Bean.

Nous avons représenté (figure 24) la courbe $E(J)$ mesurée pour un échantillon supraconducteur à haute température critique, que nous avons utilisé pour nos mesures, ainsi que celle issue du modèle de Bean.

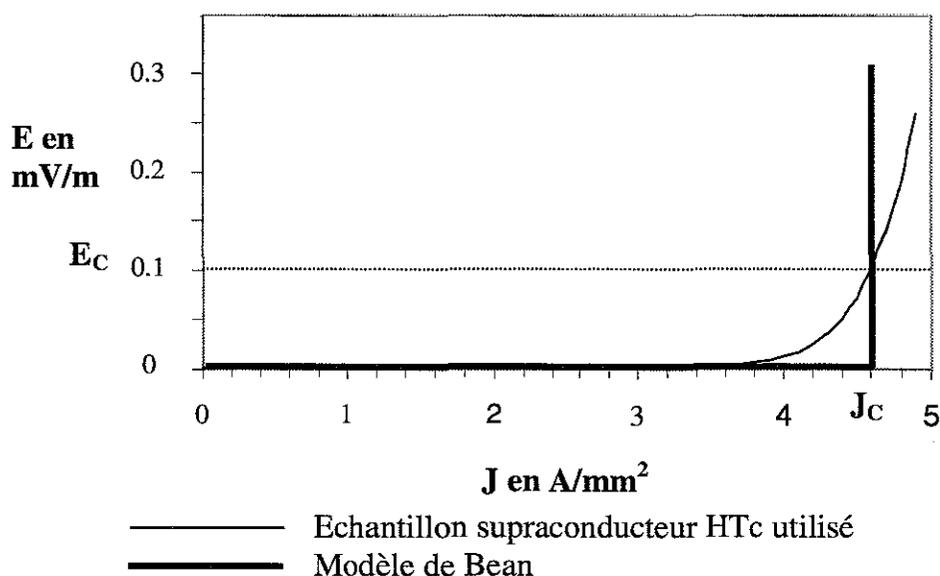


Figure 24 Champ électrique mesuré en fonction de la densité de courant dans un supraconducteur à haute température critique et modèle de Bean.

Avec cette nouvelle relation $E(J)$, on ne peut plus définir une seule valeur de densité de courant critique mais une valeur pour un critère de champ électrique (0,1 ou 1 ou 10 $\mu\text{V/cm}$). Pour les supraconducteurs à haute température critique où n est faible, le courant critique varie énormément en fonction du critère. Il faut donc bien vérifier le choix qui a été fait par le fabricant du matériau utilisé.

Cette nouvelle relation entre E et J nécessite une étude spécifique des pertes qui va être présentée par la suite.

b. Diffusion non linéaire de la densité de courant dans un supraconducteur à haute température critique soumis à un champ magnétique appliqué.

Du fait de la relation (54) entre E et J dans un supraconducteur à haute température critique, la densité de courant $J(x,t)$ peut prendre n'importe quelle valeur et pas

uniquement sa valeur critique J_c . Elle varie en fonction du temps et de la position dans le matériau.

I. Mayergoyz [12] a décrit la diffusion de J dans une plaque soumise à un champ magnétique appliqué extérieur $H_0(t)$ (figure 25). La forme et les dimensions de celle-ci ainsi que le repère utilisé sont les mêmes que précédemment (IV.1.a). Nous allons rappeler ici les principaux résultats développés par cet auteur. Ces résultats nous seront utiles dans la suite de nos travaux.

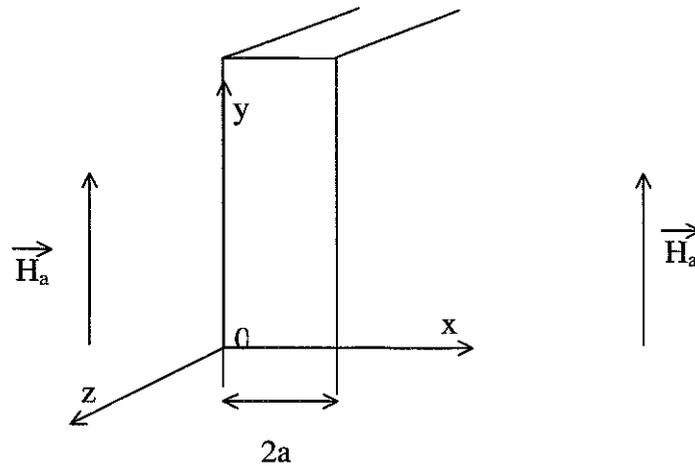


Figure 25 Plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur

Le champ électrique E et la densité de courant J sont orientés suivant Oz et varient en fonction de x .

La combinaison des équations (5), (6) et (54) donne :

$$\Delta E = \mu_0 \cdot k \cdot \frac{\partial E^n}{\partial t} \quad (55)$$

$$\text{Avec } k = \frac{J_c}{E_c^n}, J = k \cdot E^n$$

Où :

$$\Delta J^n = \mu_0 \cdot k^n \cdot \frac{\partial J}{\partial t} \quad (56)$$

I. Mayergoyz impose les conditions aux frontières et initiales suivantes :

$$J(0,t) = c.t^q \quad (t \geq 0, q > 0)$$

$$J(x,0) = 0 \quad (x > 0)$$

La condition à la frontière correspond à un grand nombre de fonctions croissantes monotones (q de 0 à ∞).

A partir de ces conditions et de l'équation (56) il calcule $J(x,t)$ et obtient:

$$J(x,t) = \begin{cases} c.t^q \cdot \left(1 - \frac{x}{d.t^m}\right)^{\frac{1}{n-1}} & \text{si } x < x_0 \\ 0 & \text{si } x \geq x_0 \end{cases}$$

avec:

$$x_0 = d.t^m$$

$$d = \sqrt{\frac{n.c^{n-1}}{\mu_0.k^n.m.(n-1)}}$$

$$\text{et } m = \frac{q(n-1)+1}{2}$$

De ces relations, nous pouvons déduire deux choses. Pour les supraconducteurs à haute température critique où $7 < n < 20$, on obtient $J(x,t) \approx J(0,t) = J_0(t)$ et donc constant dans l'espace à un instant t . Ensuite la profondeur de pénétration x_0 dépend évidemment du temps, mais aussi de n et du coefficient k caractérisants le matériau utilisé.

$H(x,t)$ est calculé à partir de $J(x,t)$, à l'aide de l'équation (6) :

$$\frac{\partial H(x,t)}{\partial x} = J_0(t)$$

D'où :

$$H(x_0,t) = 0$$

$$H(0,t) = H_0(t) = J_0(t).x_0$$

L'auteur calcule aussi l'évolution de la position $x_0(t)$ où le champ s'annule:

$$x_0(t) = \frac{1}{H_0(t)} \left[\frac{2(n+1)}{\mu_0 k^n} \int_0^t H_0^{2n}(\tau) d\tau \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (57)$$

Sur la figure 26 sont représentées les évolutions possibles de $x_0(t)$, de $J(x,t)$ et de $H(x,t)$.

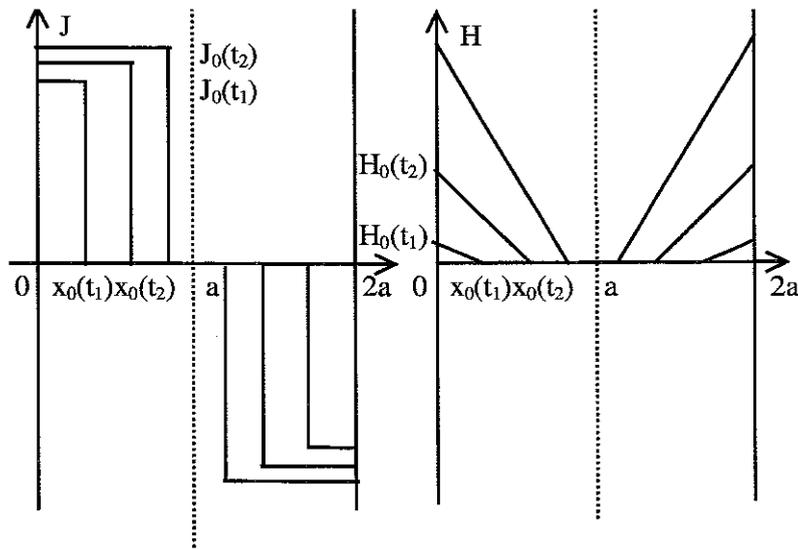


Figure 26 Diffusion de la densité de courant dans un supraconducteur à haute température critique en pénétration incomplète

En réalité et comme nous le verrons en simulation $J(x,t)$ atteint rapidement une valeur proche de J_C et y reste. A partir de là l'augmentation de $H_0(t)$, donc du courant induit, dans le supraconducteur provient essentiellement de l'augmentation de $x_0(t)$. On est proche de ce qui se passe avec le modèle de Bean.

A partir du moment où il y a pénétration complète de la densité de courant, $J_0(t)$ continue d'augmenter alors que x_0 reste égale à la demi épaisseur a (figure 27).

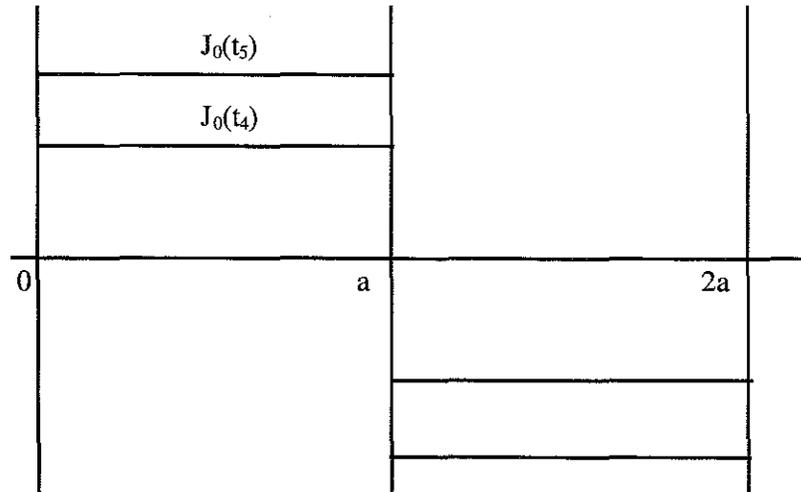


Figure 27 Distribution de la densité de courant dans une plaque supraconductrice à haute température critique, soumise à un champ magnétique extérieur et en pénétration complète.

Nous allons maintenant nous appuyer sur ces résultats théoriques pour étudier le cas d'un tube supraconducteur.

c. Calcul des pertes en champ propre dans un tube supraconducteur à haute température critique, parcouru par un courant alternatif.

I. Mayergoyz a montré que la densité de courant à l'intérieur du supraconducteur soumis à un champ magnétique appliqué extérieur, est pratiquement constante en fonction de la position pour des valeurs de n suffisamment grandes ($n > 6$).

Nous allons considérer que ceci reste vrai aussi pour un tube supraconducteur soumis uniquement à son champ propre.

Nous avons calculé les pertes en champ propre dans ce tube. Le courant alternatif $i(t)$ parcourant le tube est, soit sinusoïdal, soit non sinusoïdal.

Si le maximum du courant est assez grand, il existe deux phénomènes séparés dans le temps pendant une période.

Tout d'abord pour des valeurs absolues de $i(t)$ relativement faible (inférieur à I_C) la pénétration est incomplète, la densité de courant n'est présente que dans une partie du matériau. Nous appellerons P_{VI} les pertes par unité de volume correspondantes.

Puis quand la valeur absolue de $i(t)$ est assez grande (supérieur à I_C) la pénétration est complète, le courant est présent dans toute la section du tube. Nous appellerons les pertes par unité de volume correspondantes P_{VC} (Figure 28). Les pertes par unité de volume sont toujours notées P_V .

Nous allons considérer que, pendant une période, le courant est une fonction monotone pendant sa croissance et sa décroissance, comme dans le cas d'un signal sinusoïdal.

Nous allons exposer maintenant les calculs en pénétration incomplète et complète dans le cas général, puis pour deux cas particuliers dont le cas d'un courant sinusoïdal.

i Pénétration incomplète

Pour simplifier nous considérons que la pénétration est complète quand $i(t)$ atteint et dépasse le courant critique I_C donné par le critère de $1\mu\text{V/cm}$. Il y a donc pénétration incomplète pour :

$$|i(t)| < I_C \text{ (figure 28).}$$

Comme dans le paragraphe 1.d, J est dirigé suivant Oz et varie en fonction de r . D'après ce qui vient d'être dit, on considère que la densité de courant $J(r, t) \approx J(R_e, t) = J_0(t)$ pour $r_s < r < R$ et qu'elle est nulle ailleurs.

Après plusieurs tentatives nous n'avons pas pu trouver une relation entre $r_s(t)$ et $J_0(t)$ analogue à (57), reliant la profondeur de pénétration au champ magnétique extérieur. Nous avons donc utilisé, par la suite, le modèle de Bean dans le cas de la pénétration incomplète. En fait en simulation nous montrerons que $J_0(t)$ varie surtout autour de valeurs très proches de J_C . Cela se vérifie d'autant plus que n est plus grand. Dans ce cas les pertes par unité de volume P_{VI} sont donc égales à :

$$P_{VI} = \mu_0 J_C^2 \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} - \frac{\alpha_R^2 I_{\max}^2}{2 I_C^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} \right) \ln \left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} \right) \right)$$

Comme nous l'avons déjà vu, ce sont des pertes par hystérésis qui ne dépendent pas de la forme du courant $i(t)$.

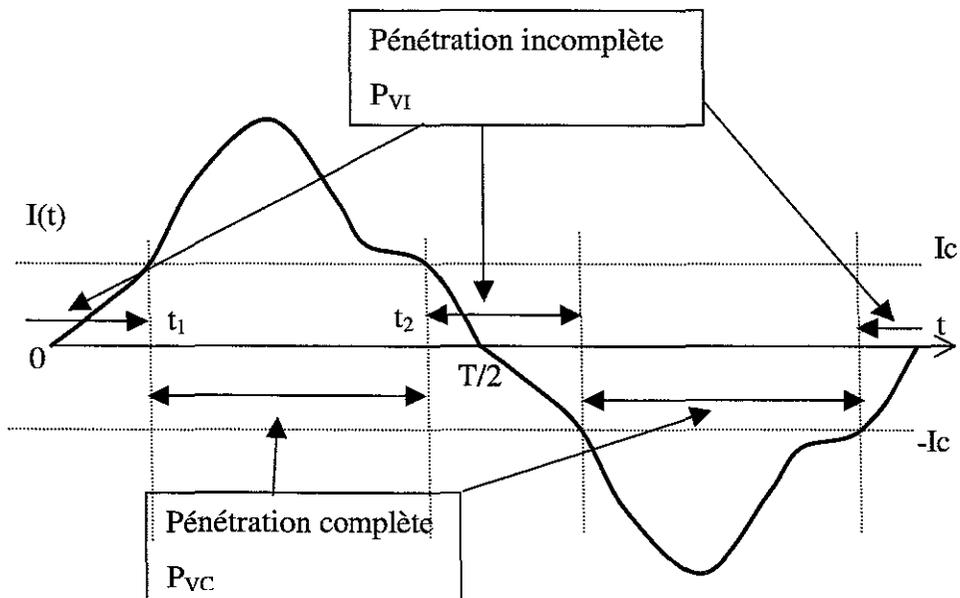


Figure 28 Intervalles de temps correspondant aux cas de pénétration incomplète et complète du courant dans le matériau.

ii Pénétration complète

Il y a pénétration complète du courant dans le matériau pour :

$$|i(t)| > I_c \text{ (figure 28).}$$

Et donc pour :

$$t_1 < t < t_2$$

t_1 et t_2 sont les instants où le courant $i(t)$ est égal au courant critique.

En pénétration complète, à la vue des calculs de I. Mayergoyz, nous avons choisi de prendre $J(r,t)=J_0(t)$ constant dans toute l'épaisseur du tube. Donc pour un courant $i(t)$ et une section du tube S :

$$J_0(t) = \frac{i(t)}{S}$$

La puissance instantanée liée aux pertes par unité de volume est alors égale à :

$$P_{VC}(t) = \frac{2\pi}{S} \cdot \int_{R_i}^{R_e} E(t) \cdot J_0(t) \cdot r \cdot dr = E(t) \cdot J_0(t)$$

Nous avons la relation entre E et J à partir de (54) :

$$E = (-1)^{n+1} E_C \cdot \left(\frac{J}{J_C} \right)^n \quad (58)$$

Nous obtenons alors pour la puissance moyenne des pertes par unité de volume en pénétration complète :

$$P_{VC} = 2 \cdot f \cdot \frac{E_C}{J_C^n} \cdot \int_{t_1}^{t_2} J_0^{n+1}(t) dt$$

Soit en fonction du courant $i(t)$:

$$P_{VC} = \frac{2 \cdot f}{S} \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \int_{t_1}^{t_2} i^{n+1}(t) dt \quad (59)$$

Nous observons qu'en pénétration complète, les pertes dépendent de la forme du courant $i(t)$, contrairement au cas de la pénétration incomplète.

Pour avoir les pertes P_V , si $I_{max} > I_C$, il faut ajouter à P_{VC} , la puissance des pertes en pénétration incomplète P_{VI} pour I_{max} égal à I_C :

$$P_{VI}(I_{max} = I_C) = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \cdot \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right)$$

$$P_V = P_{VI}(I_{max}=I_C) + P_{VC}$$

Pour résumé, les pertes par unité de volume P_V sont égales à :

$P_V = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_c^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} - \frac{\alpha_R^2 I_{\max}^2}{2 I_C^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} \right) \ln \left(1 - \frac{\alpha_R I_{\max}}{I_C} \right) \right)$	Si $I_{\max} < I_C$
$P_V = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_c^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right) + \frac{2 \cdot f}{S} \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \int_{t_1}^{t_2} i^{n+1}(t) dt$	Si $I_{\max} > I_C$

iii Calcul des pertes pour un courant sinusoïdal

Nous allons tout d'abord étudier le cas d'un courant sinusoïdal :

$$i(t) = I_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Comme nous venons de le voir, si $I_{\max} < I_C$ nous retrouvons la formule de pertes par unité de volume tirée du modèle de Bean.

Si $I_{\max} > I_C$ il y a pénétration complète, ce qui correspond sur la première demi période à l'intervalle suivant :

$$\theta_1 < \omega t < \pi - \theta_1$$

$$\text{Avec } \theta_1 = \text{Arcsin} \frac{I_C}{I_{\max}} \quad (60)$$

Nous avons alors :

$$P_{VC} = \frac{2}{\pi \cdot S} \cdot \frac{E_C \cdot I_{\max}^{n+1}}{I_C^n} \cdot \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} \theta d\theta \quad (61)$$

L'intégrale est égale à une fonction hypergéométrique $F(a,b,c,z)$. On trouve à l'aide d'un logiciel de calcul formel (Mathematica) :

$$\int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} \theta d\theta = \cos \theta_1 \cdot F \left(\frac{1}{2}, \frac{-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1 \right)$$

Le résultat du calcul de l'intégrale dépend de n et de θ_1 et donc de I_{\max}/I_C . Nous introduisons la fonction $F_1(n, I_{\max}/I_C)$ telle que :

$$F_1\left(n, \frac{I_{\max}}{I_C}\right) = \cos \theta_1 \cdot F\left(\frac{1}{2}, \frac{1-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1\right)$$

Si le courant maximum I_{\max} est très supérieur au courant critique, θ_1 tend vers 0. Dans ce cas on retrouve la formule de pertes en pénétration complète extrême (extreme full penetration) proposée par Dresner[18]. Celle-ci utilise la fonction gamma $\Gamma(n)$:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} \theta d\theta = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{2 \cdot \Gamma\left(\frac{n+3}{2}\right)} = F_2(n)$$

Nous avons représenté $F_1(n, I_{\max}/I_C)$ en fonction de I_{\max}/I_C pour différentes valeurs de n (figure 29). La valeur $n=13$ représente une moyenne des valeurs que nous avons obtenues avec nos échantillons. Les autres valeurs ne sont là qu'à titre de comparaison.

Nous observons que les valeurs de la fonction F_1 sont plus importantes quand n est plus faible. De plus, ces valeurs augmentent rapidement quand le rapport I_{\max}/I_C augmente. Puis, dès que I_{\max}/I_C est assez grand, la fonction F_1 atteint sa valeur finale qui correspond à la fonction $F_2(n)$.

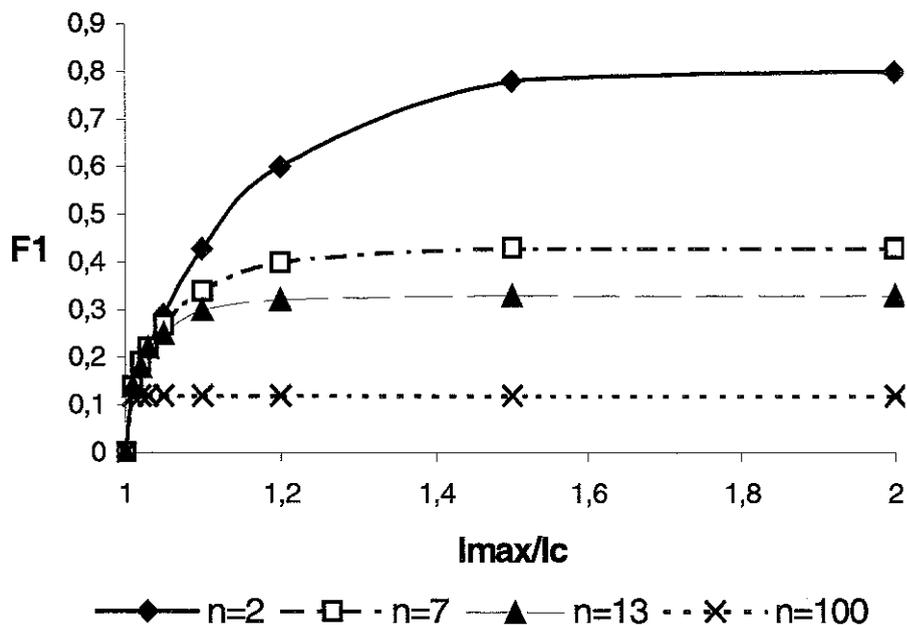


Figure 29 F_1 en fonction de I_{\max}/I_C pour $n=2, 7, 13$ et 100

Nous obtenons donc finalement les pertes par unité de volume pour $I_{\max} > I_C$:

$$P_V = \mu_0 J_C^2 \frac{R_c^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right) + \frac{2}{\pi S} \cdot \frac{E_C \cdot I_{\max}^{n+1}}{I_C^n} \cdot F_1 \left(n, \frac{I_{\max}}{I_C} \right) \quad (62)$$

Sur la figure 30 sont représentés les courbes donnant les pertes en pénétration complète en fonction du courant maximum, pour différentes valeurs de n, et avec un courant critique de 100A. Nous avons choisi ici, des valeurs de n(7, 13 et 17), correspondantes à des échantillons supraconducteurs HT_C que nous avons testés ou qui peuvent exister.

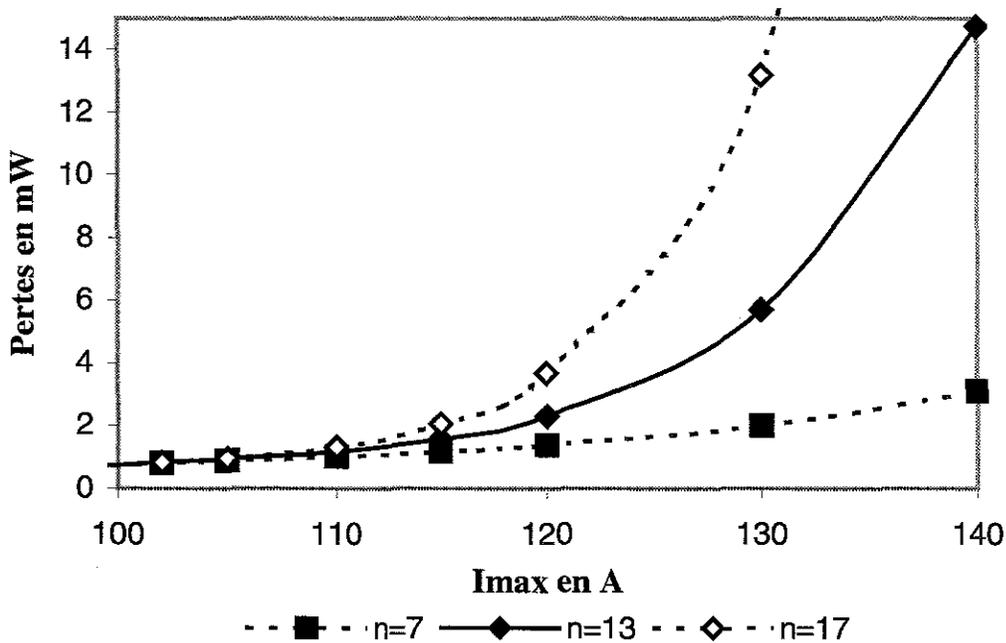


Figure 30 Pertes en pénétration complète en fonction du courant maximum pour n = 7, 13 et 17, avec $I_C=100A$, $\alpha_R=0.3$ et $f=50Hz$.

Contrairement au cas de la pénétration incomplète en courant, pour $i(t) > I_C$ les valeurs de pertes varient énormément en fonction de n. Plus n est élevé plus les pertes sont importantes et leur croissance rapide. La croissance en I_{\max}^{n+1} des pertes est peu sensible à la diminution de $F_1(n)$, quand n augmente.

iv Calcul des pertes pour un courant non sinusoïdal

Nous allons prendre le cas d'un tube mis dans un circuit comprenant une source de tension sinusoïdale, une résistance R et un gradateur. La forme du courant dans le tube supraconducteur est la suivante (figure 31) :

$$i(\theta) = \hat{I} \cdot \sin \theta \text{ pour } \psi + k\pi < \theta < \pi - \psi + k\pi$$

$$i(\theta) = 0 \text{ pour } k\pi < \theta < \psi + k\pi$$

k entier

ψ est l'angle d'amorçage du gradateur.

Pour ce cas, et si $\psi > \frac{\pi}{2}$, le maximum du courant I_{\max} n'est pas égale à \hat{I} . C'est pourquoi nous les avons écrits avec des symboles différents.

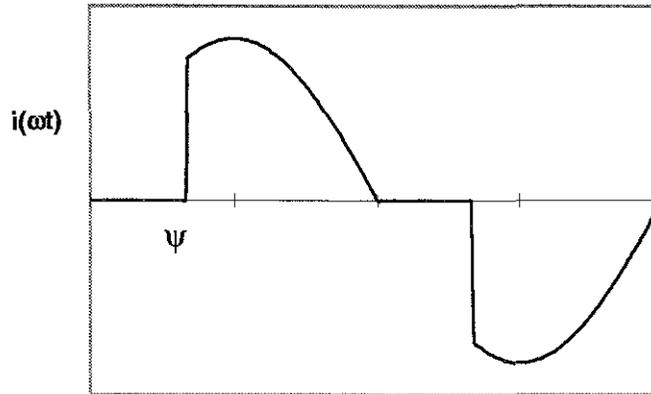


Figure 31 Courant circulant dans l'échantillon, fourni par un gradateur.

La formule (51) qui donne les pertes en pénétration incomplète ($I_{\max} < I_C$), est la même que pour un courant sinusoïdal. En effet, nous avons montré dans la partie (1.c) que quelle que soit la forme du courant, les pertes en pénétration incomplète ne dépendent que du maximum du courant, et pas de la forme du courant.

En pénétration complète nous rappelons que les pertes sont définies, par rapport à θ_1 et θ_2 , comme suit :

$$P_{VC} = \frac{1}{\pi \cdot S} \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} i^{n+1}(\theta) d\theta \quad (63)$$

Nous allons calculer maintenant les pertes par unité de volume pour $I_{\max} > I_C$

Nous trouvons pour θ_2 :

$$\theta_2 = \pi - \arcsin \frac{I_C}{\hat{I}}$$

Suivant la valeur de ψ nous obtenons deux cas différents.

Pour $\psi < \frac{\pi}{2}$:

Dans ce cas :

$$I_{\max} = \hat{I}$$

Suivant la valeur de I_{\max} et ψ , nous avons deux valeurs différentes pour θ_1 .

Si $I_{\max} \sin \psi < I_C$, $\theta_1 = \arcsin \frac{I_C}{I_{\max}}$ comme en régime sinusoïdal (figure 32).

Nous obtenons alors la même formule de pertes qu'en régime sinusoïdal (62).

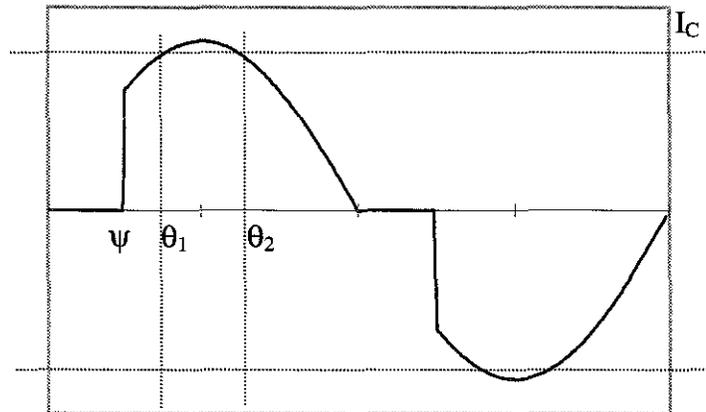


Figure 32 Cas où $I_{\max} \sin \psi < I_C$ pour $\psi < \pi/2$

Si $I_{\max} \sin \psi > I_C$, $\theta_1 = \psi$ (figure 33)

Dans ce cas nous obtenons à l'aide du logiciel le résultat pour l'intégrale de i^{n+1} :

$$\int_{\psi}^{\theta_2} I_{\max}^{n+1} \cdot \sin^{n+1} \theta \cdot d\theta = I_{\max}^{n+1} \left(\cos \psi \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \psi\right) - \cos \theta_2 \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_2\right) \right)$$

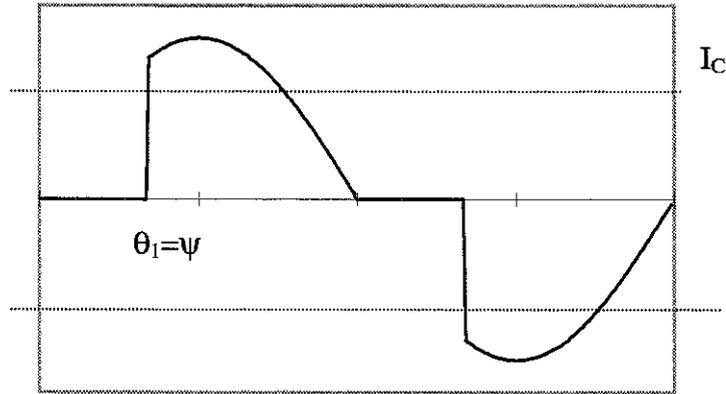


Figure 33 Cas où $I_{\max} \sin \psi > I_C$ pour $\psi < \pi/2$

Nous appelons $F_3\left(n, \frac{I_{\max}}{I_C}\right)$ la fonction suivante :

$$F_3\left(n, \frac{I_{\max}}{I_C}, \psi\right) = \frac{1}{2} \left[\cos \psi \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \psi\right) - \cos \theta_2 \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_2\right) \right]$$

Nous avons alors une relation donnant les pertes par unité de volume, analogue à celle du cas sinusoïdal :

$$P_V = \mu_0 J_C^2 \cdot \frac{R_c^2}{\alpha_R} \cdot f\left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R)\right) + \frac{2}{\pi S} \cdot \frac{E_C \cdot I_{\max}^{n+1}}{I_C^n} \cdot F_3\left(n, \frac{I_{\max}}{I_C}, \psi\right)$$

Pour $\psi > \frac{\pi}{2}$:

Dans ce cas (figure 34) :

$$I_{\max} = \hat{I} \cdot \sin \psi, \text{ et } \theta_1 = \psi \quad \forall \psi.$$

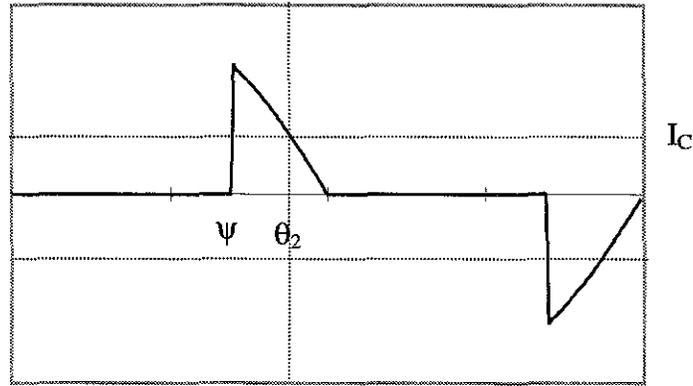


Figure 34 Cas où $\psi > \pi/2$

L'intégrale de $i^{n+1}(\theta)$ diffère du cas précédent uniquement par le coefficient qui est maintenant \hat{I}^{n+1} :

$$\int_{\psi}^{\theta_2} \hat{I}^{n+1} \cdot \sin^{n+1} \theta \cdot d\theta = \hat{I}^{n+1} \left(\cos \psi \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \psi\right) - \cos \theta_2 \cdot F\left(\frac{1}{2}, -\frac{n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_2\right) \right)$$

Nous en déduisons les pertes par unité de volume en fonction de I_{\max} :

$$P_V = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right) + \frac{2}{\pi \cdot S} \cdot \frac{E_C \cdot I_{\max}^{n+1}}{I_C^n} \cdot \frac{F_3 \left(n, \frac{I_{\max}}{I_C}, \psi \right)}{(\sin \psi)^{n+1}}$$

Nous avons représenté sur la figure ci-dessous les pertes, en pénétration complète, en fonction de I_{\max} pour trois valeurs d'angle d'amorçage ψ (60° , 90° et 120°) et toujours pour un courant critique de 100A et n égal à 13.

Jusqu'à I_{\max} égale à 140A les courbes du régime sinusoïdal et celle obtenues avec ψ inférieur ou égal à 60° , sont très proches. La différence serait plus sensible si le courant maximum était plus grand. Pour ψ supérieur à 60° nous observons que les pertes diminuent quand l'angle d'amorçage augmente. Cela provient du fait que l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ diminue quand ψ augmente et donc $F_3 \left(n, \frac{I_{\max}}{I_C} \right)$ diminue aussi.

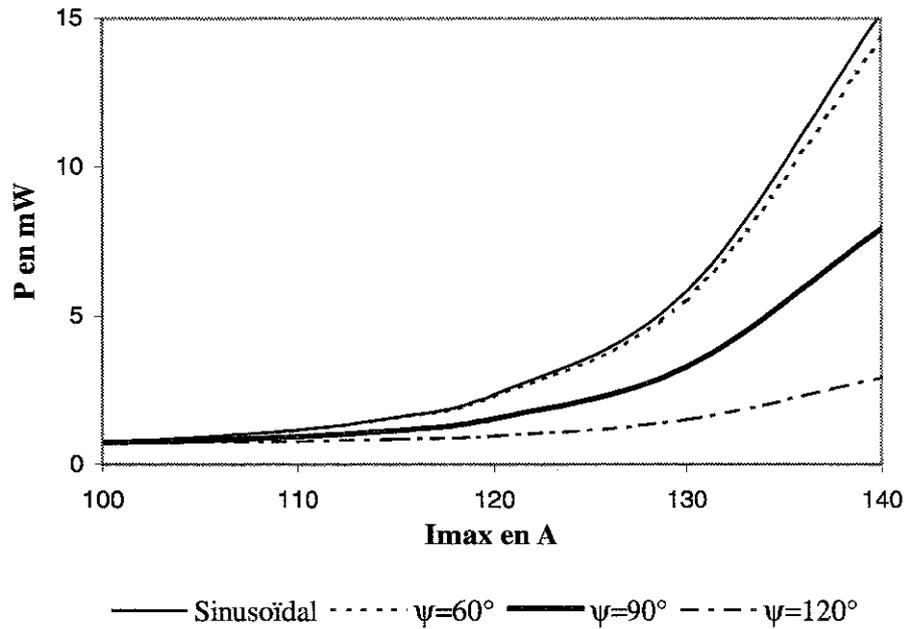


Figure 35 Pertes en fonction du courant maximum pour différentes valeurs de l'angle d'amorçage, avec $I_C=100A$ et $n =13$.

V. Conclusion

Le but de ce chapitre était tout d'abord de présenter le phénomène de supraconductivité et ses grandeurs critiques, en particulier pour les supraconducteurs à haute température critique.

Ce sont les pertes en régime variable dans ces derniers, et en particulier en champ magnétique propre, qui constituent l'objet de notre étude. Nous avons présenté le calcul théorique de ces pertes utilisant le modèle de l'état critique de Bean. Ces calculs sont connus et utilisés depuis plusieurs années. Ils concernent une plaque supraconductrice soumise à un champ magnétique extérieur, et un cylindre soumis à un champ magnétique extérieur puis à son champ propre.

Nous avons réalisé le calcul des pertes en champ propre dans un tube, à l'aide du modèle de Bean. Nous aurons besoin de ce résultat, par la suite, pour comparer les valeurs théoriques de pertes avec nos mesures. Nous avons montré que les pertes par unité de volume dans un tube, sont égales à :

$$P_V = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\frac{\alpha_R \cdot I_{\max}}{I_C} - \frac{\alpha_R^2 \cdot I_{\max}^2}{2 \cdot I_C^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R \cdot I_{\max}}{I_C} \right) \ln \left(1 - \frac{\alpha_R \cdot I_{\max}}{I_C} \right) \right)$$

Cette formule, plus générale que celle du cylindre, fait intervenir un facteur α_R qui dépend de la forme du tube :

$$\alpha_R = 1 - \frac{R_{in}^2}{R_e^2}$$

R_{in} et R_e sont les rayons intérieur et extérieur du tube.

Pour les supraconducteurs à haute température critique nous avons proposé pour le calcul des pertes en champ propre, l'utilisation d'un modèle basé sur la relation

$$E = E_C \left(\frac{J}{J_C} \right)^n \text{ du matériau.}$$

Nous avons montré qu'en champ propre, le phénomène de pénétration du courant dans le matériau se passe en deux temps. Tout d'abord il y a pénétration de la partie externe vers l'intérieur puis, quand la pénétration est complète, il y a augmentation uniforme de la densité de courant dans l'ensemble du matériau.

Pour l'instant nous gardons la formule donnant les pertes en champ propre, dans un tube, construite à partir du modèle de Bean en pénétration incomplète. Nous allons la modifier grâce aux calculs numériques dans le chapitre suivant.

Par contre en pénétration complète nous avons proposé une formule de pertes par unité de volume, qui ne pouvait exister avec le modèle de Bean.

La limite entre la pénétration complète et incomplète est pratiquement égale au courant critique I_C , défini par le critère de $1\mu\text{V/cm}$ et donné par le constructeur.

Nous pouvons résumer le calcul des pertes en champ propre dans un tube supraconducteur HT_C par ce tableau :

$P_V = \mu_0 J_C^2 \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\frac{\alpha_R I_{max}}{I_C} - \frac{\alpha_R^2 I_{max}^2}{2 I_C^2} + \left(1 - \frac{\alpha_R I_{max}}{I_C} \right) \ln \left(1 - \frac{\alpha_R I_{max}}{I_C} \right) \right)$	<p style="text-align: center;">Si $I_{max} < I_C$</p>
$P_V = \mu_0 J_C^2 \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right) + \frac{2f}{S} \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \int_{i_1}^{i_2} i^{n+1}(t) dt$	<p style="text-align: center;">Si $I_{max} > I_C$</p>

Quand $I_{\max} > I_C$, la formule des pertes dépend de la forme du courant.

Pour un courant sinusoïdal nous avons :

$$P_V = \mu_0 \cdot J_C^2 \cdot \frac{R_e^2}{\alpha_R} \cdot f \left(\alpha_R - \frac{\alpha_R^2}{2} + (1 - \alpha_R) \ln(1 - \alpha_R) \right) + \frac{2}{\pi S} \cdot \frac{E_C \cdot J_{\max}^{n+1}}{I_C^n} \cdot F_1 \left(n, \frac{I_{\max}}{I_C} \right)$$

avec :

$$F_1 \left(n, \frac{I_{\max}}{I_C} \right) = \cos \theta_1 \cdot F \left(\frac{1}{2}, \frac{1-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1 \right)$$

Nous avons montré que dans le cas d'un courant non sinusoïdal, provenant d'un gradateur, seule la fonction F_1 doit être remplacée par une autre fonction qui dépend de la forme du courant $i(t)$.

Il est important de comparer ces résultats théoriques avec les mesures de pertes exposées dans le troisième chapitre. Cette comparaison se fera dans le dernier chapitre, où nous saurons si nos modèles de calcul, en pénétration incomplète et complète, doivent être utilisés tels quels ou modifiés.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE 1

[1] WILSON M.N. Superconducting Magnets, **Oxford Science Publications**, 1983, 335 p.

[2] TIXADOR P., Les supraconducteurs, **Hermes collection matériaux**, Paris, 1995, 203 p.

[3] KITTEL, Physique de l'état solide, **Dunod Université**, Paris, 1983.

[4] BRUNET Y., Supraconducteurs, **Techniques de l'ingénieur**, D2 700-1 à D2 700-19.

[5] HLASNIK I. ; Séminaire sur les supraconducteurs, **Université de Franche-Comté I.G.E. C.R.E.E.B.E.L.**, Belfort 27 et 28 novembre 1995

[6] MAILFERT A., Contribution à l'étude de la pénétration macroscopique de l'induction magnétique dans les supraconducteurs de seconde espèce impurs. **Faculté des sciences de Paris**, thèse de doctorat d'état es sciences physiques, Paris, 1969.

[7] BEAN C. P., Magnetization of high-field superconductors, **Reviews of modern physics**, janvier 1964, pp.31-39.

[8] GINSBERG D.M., Physical properties of high temperature superconductor, **World scientific**, 1988, 516 p.

[9] PAASI J. KOTTMAN P. POLAK M., Temperature-dependant roles of inter and intragrain current systems on the critical current and magnetisation of BSCCO-2223/Ag tapes, **Physica C**, 249, 1995, pp.350-360.

[10] VANDERBEMDEN P., Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods. **Université de Liège, Faculté des sciences appliquées**. 1999, Liège, 193 p.

[11] CARR W.J., AC loss and macroscopic theory of superconductors, **Gordon and breach science publishers**, 1983, 158 p.

[12] MAYERGOYZ I., Non linear diffusion of electromagnetic fields, **Academic press**, 1998, 407 p.

[13] CIAZYNSKI D., Distributions de courant et pertes à l'intérieur d'un composite multifilamentaire supraconducteur soumis à un champ variable, **Thèse de doctorat ès sciences physiques**, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1986.

[14] MAJHOFER A. WOLF T. DIETERICH W., Irreversible magnetisation effects in a network of resistively shunted tunnel junctions, **Physical review B**, vol. 44, n° 17, nov. 1991, pp. 9634-9638.

[15] LE NAOUR S., Pertes en champ propre et longitudinal dans les conducteurs supraconducteurs à 50Hz. **Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté**, CREEBEL, Belfort, nov. 96.

[16] NORRIS W. T., Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac : conductors and edges of thin sheets. 1970.

[17] BOSSAVIT A., Notes sur les modèles macroscopiques de supraconducteurs en vue du calcul numérique, **Journées math. et ingénierie des supra.**, Pont-à-Mousson, mai 1994, 35 p

[18] DRESNER L., Hysteresis losses in power-law cryoconductors, **Applied superconductivity**, vol. 4, n° 7/8, 1996, pp. 337-341.

[19] KIM Y. B., HEMPSTEAD C. F., STRNAD A.R., Critical persistent currents in hard superconductors, **Physical review letters**, volume n°9, n°7, octobre 1962, pp. 306-309.

CHAPITRE 2 CALCUL NUMERIQUE DES PERTES ET ANALYSE DIMENSIONNELLE

I. Introduction

Les formules analytiques donnant les pertes en champ propre pour les supraconducteurs à haute température critique ont été énoncées au chapitre précédent. Elles doivent être complétées par des essais de simulations numériques.

Dans le chapitre précédent, dans le cas d'une pénétration incomplète, le courant maximum I_{\max} étant alors inférieur au courant critique I_C , nous avons utilisé le modèle de Bean. Avec ce modèle la densité de courant est nulle ou égale à la densité de courant critique J_C , dans le temps et dans l'espace. Il ne tient pas compte du caractère non linéaire de la relation entre le champ électrique E et la densité de courant J , d'où l'introduction de (58) :

$$E = (-1)^{n+1} \cdot E_C \cdot \left(\frac{J}{J_C} \right)^n$$

La simulation permet de tenir compte des caractéristiques du matériau, c'est-à-dire E_C , J_C et n , ainsi que la variation de J_C en fonction du champ magnétique B [1][2][3][4]. Elle permet aussi de vérifier ou d'infirmer que le passage de la pénétration incomplète à la pénétration complète se fait pour I_{\max} égale à I_C .

L'objectif de ce chapitre est double. Il s'agit dans un premier temps, de présenter la méthode numérique utilisée pour calculer la répartition de la densité de courant et du champ électrique dans le matériau en pénétration incomplète. Ceci permet de calculer les valeurs des pertes en fonction du courant maximum. Dans un deuxième temps, avec ces valeurs calculées et en appliquant l'analyse dimensionnelle au problème des pertes en champ propre, nous déduisons une nouvelle relation qui donne les pertes en pénétration incomplète et tient compte des caractéristiques du matériau.

II. Distribution de la densité de courant et du champ électrique, et calcul des pertes en champ propre

Pour calculer les pertes en champ propre dans un supraconducteur, il est nécessaire de connaître la répartition de la densité de courant et de champ électrique à l'intérieur de celui-ci. L'évolution dans le temps et l'espace de cette distribution, permet aussi d'analyser plus finement les phénomènes se produisant quand on alimente un échantillon supraconducteur en courant alternatif sinusoïdal.

1. Objet de l'étude et équations régissant l'évolution de $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ et $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$.

Nous avons étudié la répartition de la densité de courant dans un tube entièrement supraconducteur, identique à celui du chapitre précédent :

- rayon intérieur $R_{in} = 4\text{mm}$
- rayon extérieur $R_e = 4,8\text{mm}$
- hauteur $h = 60\text{mm}$.

Il est alimenté par un courant sinusoïdal circulant dans le sens de la hauteur.

Comme nous l'avons vu précédemment les équations (55) et (56) régissent la distribution de \mathbf{E} et \mathbf{J} .

Nous utilisons un repère cylindrique (figure 36). Le courant $i(t)$ circule suivant \vec{u}_z .

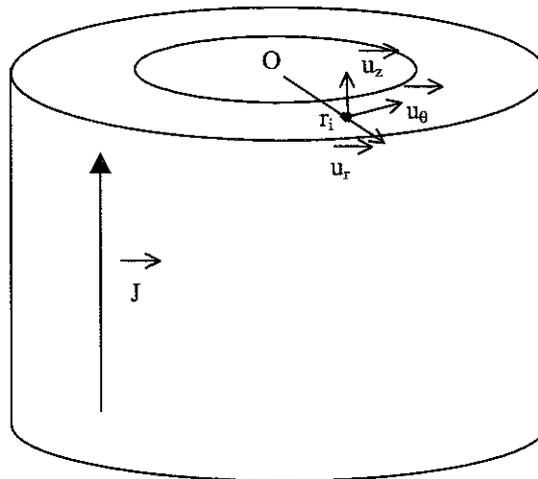


Figure 36 Repère utilisé

La densité de courant et le champ ne sont fonction que de r et t et sont notés $J(r, t)$ et $E(r, t)$. Pour les déterminer il faut résoudre l'une des équations (55) ou (56) que l'on réécrit sous la forme :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E}{\partial r} + \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} = \mu_0 \cdot k \cdot \frac{\partial E^n}{\partial t} \quad (64)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial J^n}{\partial r} + \frac{\partial^2 J^n}{\partial r^2} = \mu_0 \cdot k^n \cdot \frac{\partial J}{\partial t} \quad (65)$$

L'objectif de ces calculs est de déterminer $J(r, t)$ et $E(r, t)$ pour $r \in [R_{in}, R_e]$. Les frontières du domaine étudié sont les rayons intérieur et extérieur du tube.

Il est nécessaire de connaître les conditions à ces frontières.

Sur le rayon extérieur du tube, nous connaissons le champ magnétique $B(R_e, t)$ grâce au théorème d'Ampère:

$$B(R_e, t) = \frac{\mu_0 \cdot i(t)}{2 \cdot \pi \cdot R_e}$$

A partir de l'équation (5), nous déduisons la relation entre E et B :

$$\frac{\partial E}{\partial r} (r = R_e) = \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\mu_0 \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t}}{2 \cdot \pi \cdot R_e} \quad (66)$$

Comme nous l'avons présenté dans le chapitre précédent, dans le cas de la pénétration incomplète nous pouvons prendre $E=0$ à l'intérieur du tube. La continuité de la composante tangentielle du champ permet d'écrire $E(r=R_i, t) = 0$.

La résolution numérique de la distribution de $E(r, t)$ et $J(r, t)$ n'est possible qu'avec cette condition à la frontière intérieure et après un changement de variable

$G(r, t) = E^n(r, t)$. L'équation (64) devient :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial G^n}{\partial r} + \frac{\partial^2 G^n}{\partial r^2} = \mu_0 \cdot k \cdot \frac{\partial G}{\partial t} \quad (67)$$

Le calcul de $G(r, t)$ permet de déduire $E(r, t)$ et $J(r, t)$.

Les conditions aux frontières sont maintenant :

$$\frac{\partial G^n}{\partial r} = \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\mu_0 \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t}}{2 \cdot \pi \cdot R_e} \quad (68)$$

$$G(r=R_{in}, t) = 0 \quad (69)$$

Cette condition à la frontière impose donc :

$$E(r=R_{in}, t) = J(r=R_{in}, t) = 0$$

2. Méthode de résolution numérique

Pour connaître la répartition de G et donc de J et E dans l'espace et à chaque instant, nous avons développé un programme de calcul numérique. Nous avons utilisé une méthode de différences finies pour résoudre l'équation (67).

a. Discrétisation

Par la suite nous utiliserons les conventions suivantes :

- le pas d'espace est noté Δ_r et le pas de temps Δ_t .
- l'indice d'espace est i et de temps t :
- i varie de 0 à N_r
- t varie de 0 à N_t
- N_r est le nombre total de points dans l'espace
- N_t est le nombre total d'instant de calcul

L'endroit où nous calculons les différentes valeurs, est situé à un rayon nommé r_i (figure 37), à partir du centre du tube :

$$r_i = R_{in} + i \cdot \Delta_r$$

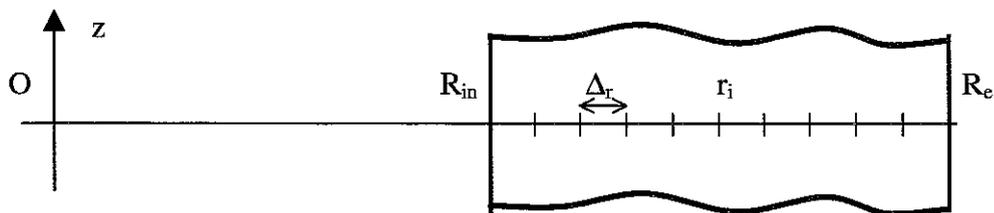


Figure 37 Discrétisation dans l'espace et frontières

L'équation aux dérivées partielles est remplacée par l'équation aux différences avec :

$$\frac{\partial G^n}{\partial r} = \frac{G_{i+1,t}^n - G_{i-1,t}^n}{2 \cdot \Delta_r}$$

$$\frac{\partial^2 G^n}{\partial r^2} = \frac{G_{i+1,t}^n - 2G_{i,t}^n + G_{i-1,t}^n}{\Delta_r^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \frac{G_{i,t+1} - G_{i,t}}{\Delta_t}$$

L'équation (67) permet d'écrire une série d'équations numériques de $G_{i,t}$:

$$\boxed{G_{i+1,t+1}^n \left(\frac{1}{\Delta_r^2} + \frac{1}{2r_i \Delta_r} \right) + G_{i,t+1}^n \left(-\frac{2}{\Delta_r^2} \right) + G_{i-1,t+1}^n \left(\frac{1}{\Delta_r^2} - \frac{1}{2r_i \Delta_r} \right) = \mu_0 \cdot k \left(\frac{G_{i,t+1}}{\Delta_t} - \frac{G_{i,t}}{\Delta_t} \right)}$$

b. Conditions aux frontières

La condition à la frontière extérieure (68) donne, pour $i = N_r$:

$$f(t) = \left(\frac{\partial G^n}{\partial r} \right)_{r=R_e} = \frac{G_{N_r+1,t}^n - G_{N_r,t}^n}{2\Delta_r}$$

d'où

$$G_{N_r,t+1}^n \left(-\frac{2}{\Delta_r^2} \right) + G_{N_r-1,t+1}^n \left(\frac{2}{\Delta_r^2} \right) + \left(\frac{1}{\Delta_r^2} + \frac{1}{2r_{N_r} \Delta_r} \right) 2 \cdot \frac{\Delta_r \cdot f(t)}{k} = \mu_0 \cdot k \left(\frac{G_{N_r,t+1}}{\Delta_t} - \frac{G_{N_r,t}}{\Delta_t} \right)$$

La condition (69) pour la frontière intérieure donne pour $i=1$:

$$G_{2,t+1}^n \left(\frac{1}{\Delta_r^2} + \frac{1}{2r_1 \Delta_r} \right) + G_{1,t+1}^n \left(-\frac{2}{\Delta_r^2} \right) = \mu_0 \cdot k \left(\frac{G_{1,t+1}}{\Delta_t} - \frac{G_{1,t}}{\Delta_t} \right)$$

c. Résolution

Nous obtenons N_r équations pour chaque instant :

$$\begin{bmatrix} F_1[G_{i-1,t+1}, G_{i,t+1}, G_{i+1,t+1}, G_{i,t}] = 0 \\ \vdots \\ F_k[G_{i-1,t+1}, G_{i,t+1}, G_{i+1,t+1}, G_{i,t}] = 0 \\ \vdots \\ F_{N_r}[G_{i-1,t+1}, G_{i,t+1}, G_{i+1,t+1}, G_{i,t}] = 0 \end{bmatrix}$$

Cela revient à résoudre :

$$(F_1^2 + \dots + F_k^2 + \dots + F_{N_r}^2) = 0$$

En fait, numériquement on doit minimiser l'expression entre parenthèse.

Cette équation est résolue par notre programme utilisant Mathematica.

A partir des valeurs de $G(r,t)$, nous calculons les valeurs de $E(r, t)$ et $J(r, t)$.

d. Choix de la discrétisation et temps de calcul.

La discrétisation concerne les grandeurs spatiale et temporelle. Elles ne peuvent être choisies de manière indépendante. En effet, pour que la résolution ait un sens, il faut que le front de propagation ne se déplace pas plus d'un pas spatial en un pas de temps.

Soit V_p la vitesse de propagation du front, on a :

$$V_p \leq \frac{\Delta_r}{\Delta_t}$$

e. Calcul des pertes

La puissance instantanée et les pertes en régime variable périodique sont obtenues par intégration numérique

$$p(t_k) = 2 \cdot \pi \cdot h \cdot \Delta_r \cdot \sum_{i=1}^{N_r} E_i \cdot J_i \cdot r_i$$

$$P = \frac{\sum_{k=1}^{N_t} p(t_k)}{N_t}$$

3. Distribution de la densité de courant et du champ électrique

Dans cette partie, nous simulons la circulation d'un courant sinusoïdal de la forme :

$$i(t) = I_{\max} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

Il existe un transitoire d'un quart de période correspondant à la première pénétration du courant. Nous ne l'avons pas représenté car sa contribution aux pertes est négligeable. Sur les figures 38 et 39 sont tracées les répartitions de courant et de champ électrique à l'intérieur du conducteur. Nous avons pris pour ce conducteur un courant critique de 100A et une valeur de n égale à 13, qui constituent les valeurs moyennes des échantillons testés. Le maximum du courant est de 100A. La fréquence du courant est de 50 Hz. Sur les courbes représentées, le temps t est compris entre 20ms et 26ms. Durant cet intervalle de temps le courant est positif. Nous pouvons observer l'ensemble du phénomène de répartition du courant, pendant un peu plus d'un quart de période. Le courant est nul à $t = 20\text{ms}$, croissant de 20ms à 25ms et décroissant de 25ms à 26ms.

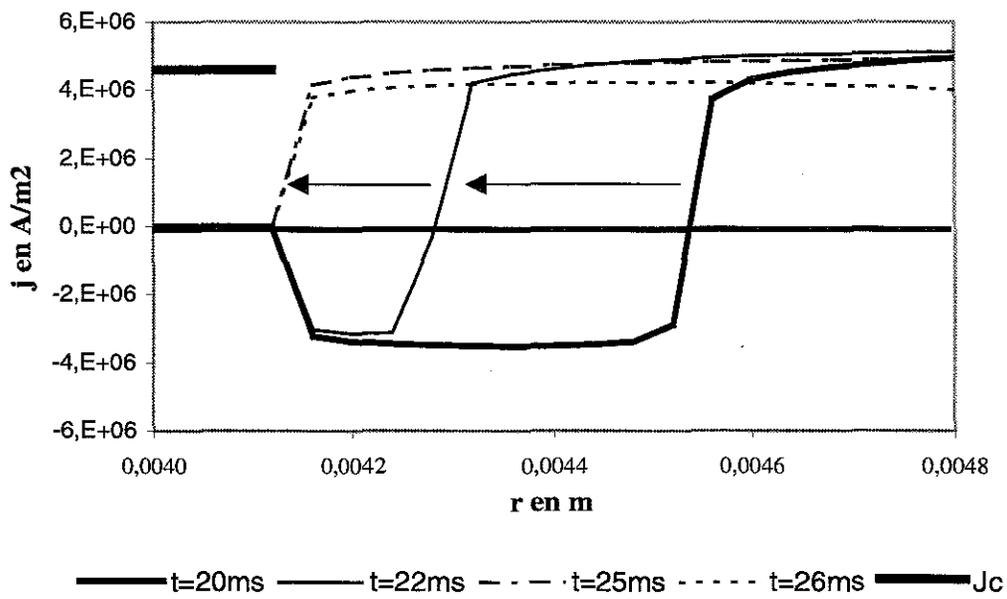


Figure 38 Distribution de la densité de courant dans l'épaisseur du supraconducteur à différents instants, pour $n = 13$.

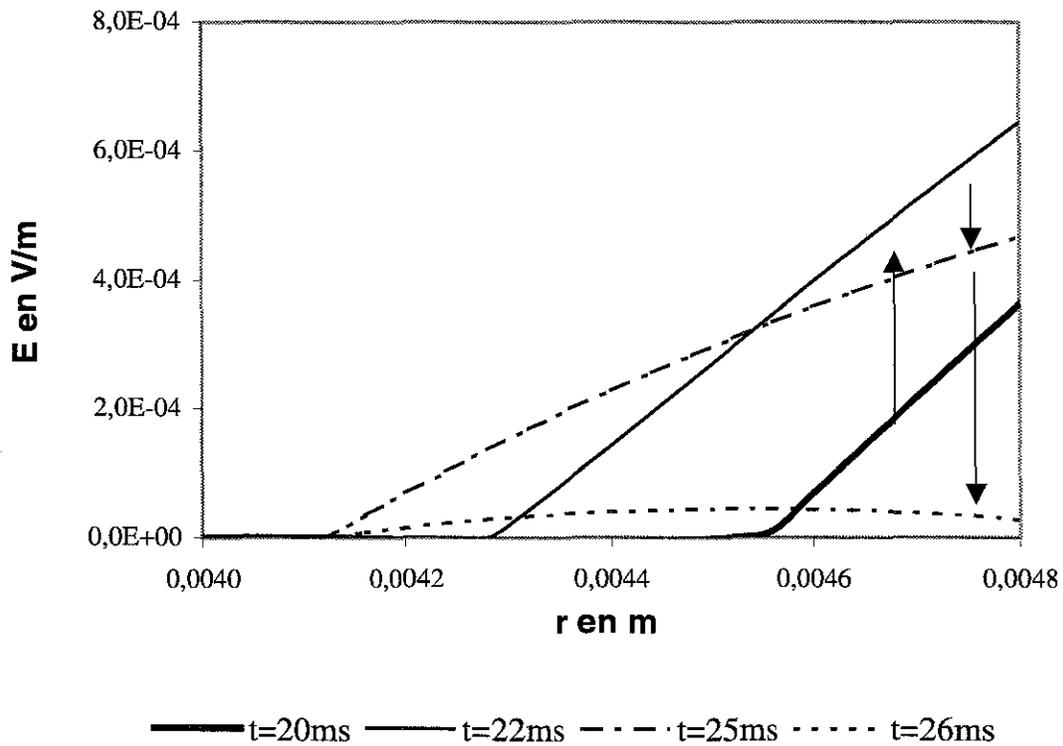
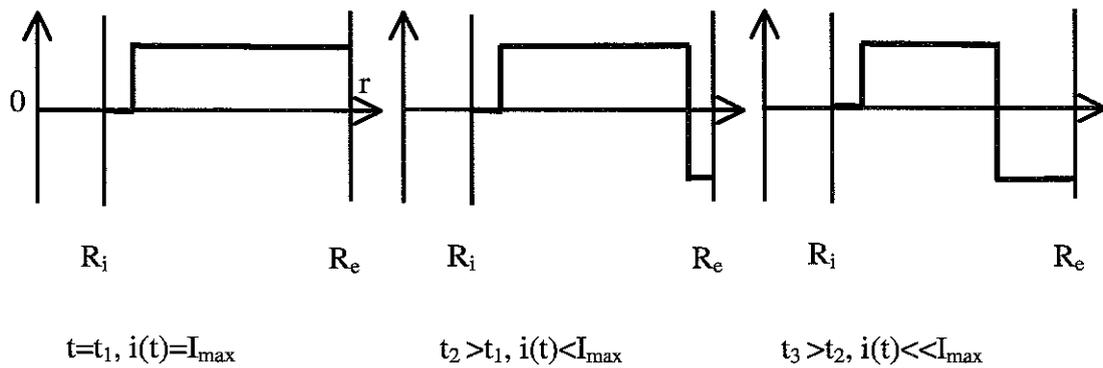


Figure 39 Distribution du champ électrique dans l'épaisseur du supraconducteur à différents instants, pour $n=13$.

Le comportement général de la distribution de courant est très semblable à celui que l'on aurait trouvé grâce au modèle de Bean.

Il existe une légère différence juste après le passage au maximum du courant où nous avons alors les distributions de courant représentées sur la figure 40. La distribution de courant utilisant le modèle en J^n n'est pas constante et égale à $\pm J_C$ mais prend des valeurs variables en fonction du rayon. De plus quand $i(t)$ décroît à partir de I_{\max} cette distribution de courant reste positive quelque temps ($t=t_2$).

- avec le modèle de Bean



- avec la simulation numérique

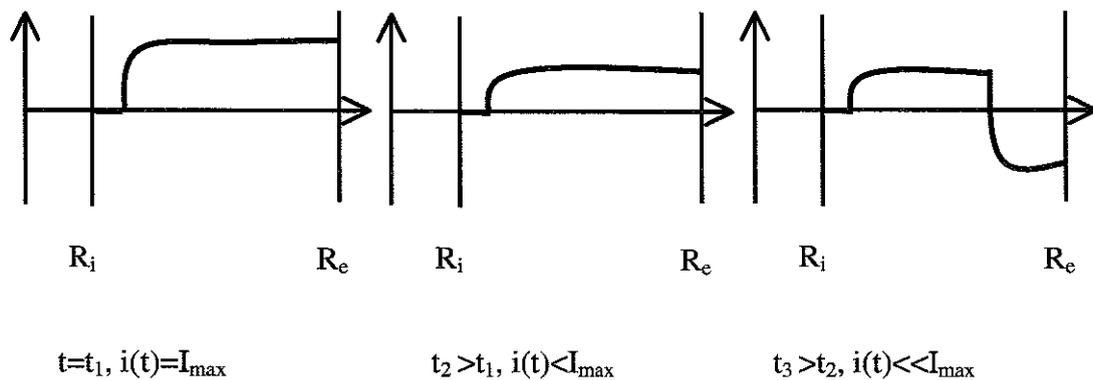


Figure 40 Distributions du courant dans l'épaisseur du tube supraconducteur obtenues avec le modèle de Bean et avec le modèle en J^n , aux instants suivant l'arrivée au courant maximum.

Il est aussi intéressant de comparer les distributions données par le modèle de Bean avec notre modèle pour différentes valeurs de n .

Nous avons représenté sur les deux figures 41 et 42 les distributions de E et J , simulées suivant le rayon à un instant donné ($t = 24\text{ms}$), pour différentes valeurs de n et avec le modèle de Bean. Le courant est ici croissant, positif et de valeur instantanée environ 80A . Le courant maximum est égal à 90A et le courant critique égal à 100A .

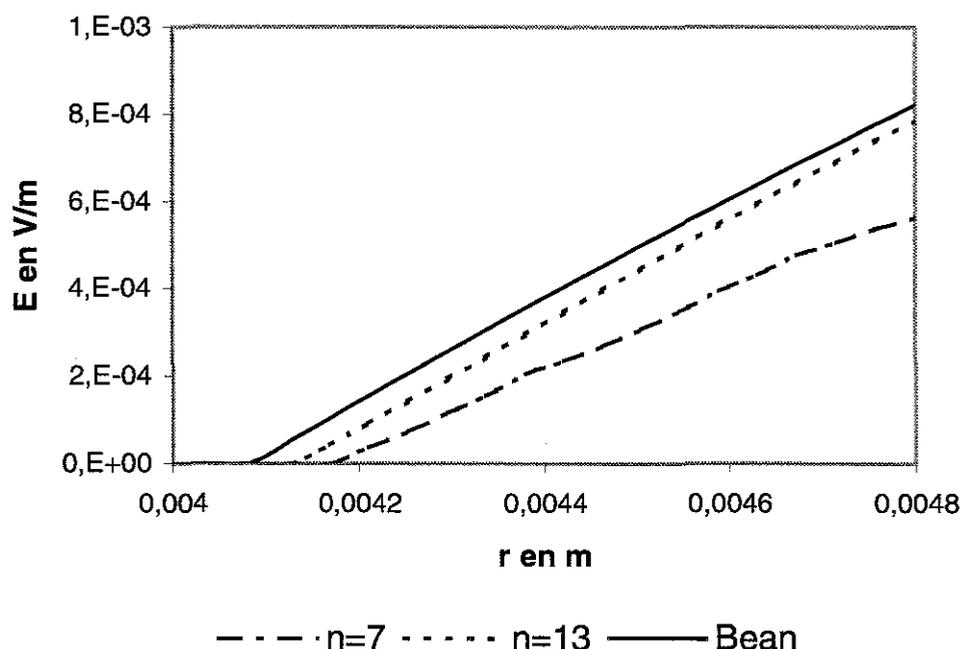


Figure 41 Distribution du champ électrique en fonction du rayon pour différentes valeurs de n et avec le modèle de Bean, à $t = 24\text{ms}$.

Nous remarquons que la pénétration du champ électrique est d'autant plus importante que n est grand. Cela affecte un peu la valeur du courant pour laquelle il y a pénétration complète du matériau. Cependant pour n variant de 7 à 30, la variation de cette valeur est relativement faible. Nous considérons donc, à partir de maintenant, qu'il y a pénétration complète du matériau pour un courant pratiquement égal au courant critique constructeur.

Nous observons aussi que dans la partie externe du supraconducteur où le champ électrique existe, la densité de courant maximum est d'autant inférieure à la densité de courant critique, que n est grand

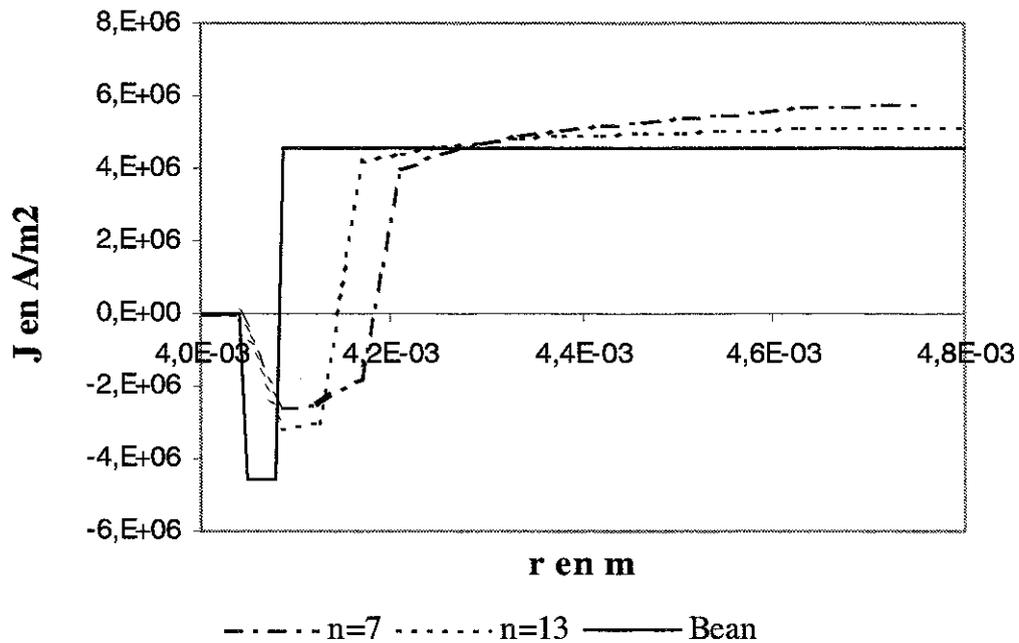


Figure 42 Distribution de la densité de courant en fonction du rayon pour différentes valeurs de n et avec le modèle de Bean, à $t = 24\text{ms}$.

4. Etude paramétrique

Nous avons étudié l'influence sur les pertes, de la valeur de n et du courant critique I_c , caractéristiques du matériau, puis la variation des pertes en fonction de la fréquence.

Concernant la variation de n , nous avons fixé ici un courant critique de 100A, et une fréquence de 50Hz. Sur la figure 43 sont représentées les courbes des pertes en fonction du courant maximum, pour deux valeurs de n et la courbe de pertes obtenue à l'aide du modèle de Bean.

Nous remarquons que les pertes diminuent quand n augmente. En pénétration incomplète, la propagation du champ électrique vers l'intérieur du matériau est d'autant plus rapide que n est grand. Les valeurs de $E(r,t)$ et $J(r,t)$, et donc aussi les pertes, sont plus importantes quand n faible. Cependant nous remarquons que les variations de ces pertes en fonction de n , sont relativement faibles. Le calcul des pertes utilisant le modèle de Bean paraît suffisant.

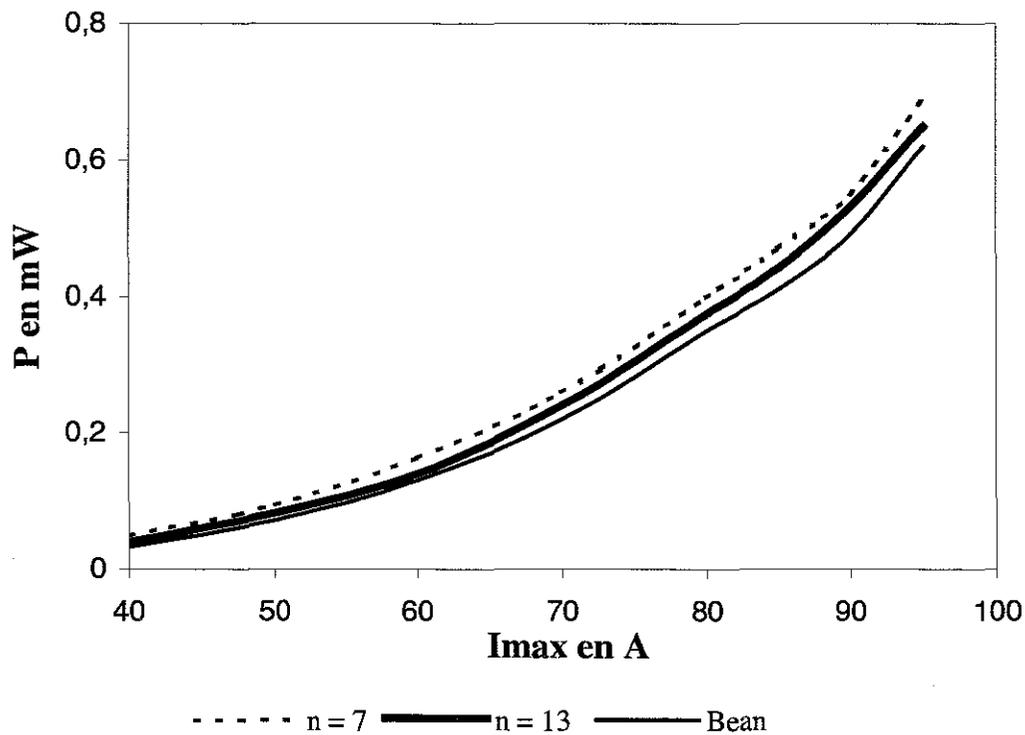


Figure 43 Pertes calculées numériquement en fonction du courant maximum, pour différentes valeurs de n.

Pour l'étude concernant la variation du courant critique, nous prenons une valeur de n égale à 13 et une fréquence de 50Hz. Sur la figure 44 sont représentées les courbes des pertes obtenues par simulation, en fonction du courant maximum, pour différentes valeurs de courant critique.

Les pertes diminuent quand le courant critique augmente mais les valeurs sont très proches. Dans ce cas les pertes sont inversement proportionnelles au courant critique. Ceci est à rapprocher de la formule de pertes approchée utilisant le modèle Bean (52) :

$$P_{Ba} = h \cdot \frac{0,2 \cdot \alpha_R}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \cdot f \cdot I_{max}^3}{I_C}$$

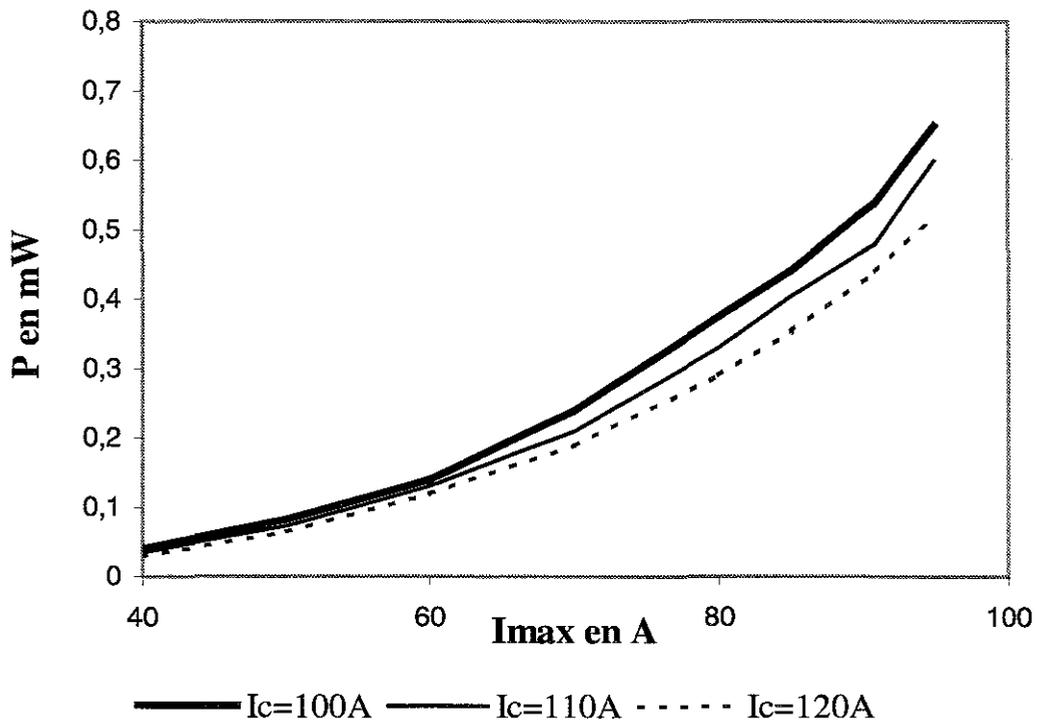


Figure 44 Pertes calculées numériquement en fonction du courant maximum pour différentes valeurs du courant critique et pour $n = 13$.

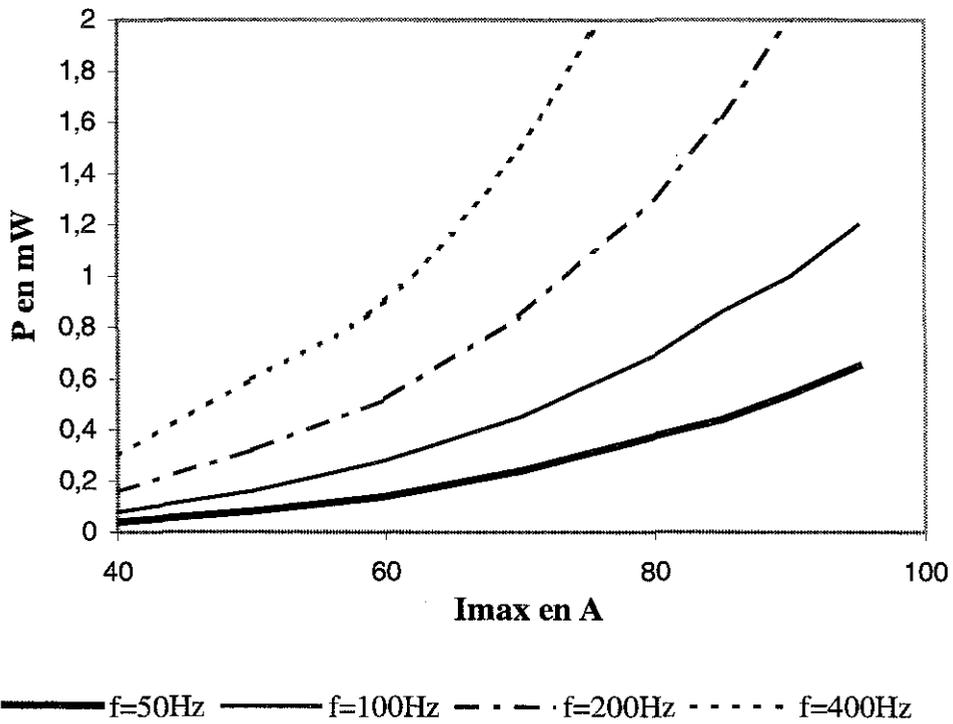


Figure 45 Pertes calculées numériquement en fonction du courant maximum pour différentes valeurs de fréquence et pour $n = 13$.

Pour terminer, nous avons étudié l'influence de la fréquence avec un courant critique égal à 100A et n constant. Les résultats obtenus font l'objet de la figure 45.

Les pertes sont pratiquement proportionnelles à la fréquence. Nous retrouvons une caractéristique de la formule de pertes calculée à partir du modèle de Bean.

En conclusion, en comparant les résultats obtenus par résolution numérique de l'équation (67) munie des conditions aux frontières et ceux basés sur le modèle de Bean, nous avons des différences visibles en terme de comportement (instantané ou local) (figures 38 à 42). En ce qui concerne les pertes, les résultats obtenus sont d'autant plus semblables que la valeur de n est grande, pour devenir identiques quand n tend vers l'infini. Ces constatations montrent les apports de notre approche, mais aussi la validité des résultats par rapport au modèle de Bean, modèle éprouvé dans d'autres applications.

III. Analyse dimensionnelle pour le calcul des pertes.

A partir des conclusions du paragraphe précédent, nous avons voulu rechercher une nouvelle relation donnant les pertes en tenant compte des variations de n en fonction du matériau. Nous avons utilisé l'analyse dimensionnelle [5] pour résoudre ce problème. Cela a déjà été proposé, dans le cas d'un ruban supraconducteur, par L. Dresner [6][7][8]. Pour un ruban d'épaisseur a et de section S, parcouru par un courant sinusoïdal de fréquence f et d'amplitude I_{max} , soumis à son champ propre, l'auteur aboutit à la relation donnant les pertes par unité de volume :

$$P_v = \left(\frac{1}{6} + 0.17.n^{-0,427} \right) . a^{-1} . \left(\frac{f \cdot \mu_0}{J_c} \right)^{\frac{n}{n+1}} . E_c^{\frac{1}{n+1}} . \left(\frac{I_{max} \cdot a}{S} \right)^{\frac{3n+1}{n+1}}$$

1. Principe de l'analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est basée sur le fait que la dimension de toute grandeur physique peut être exprimée par un produit de dimensions fondamentales indépendantes. Celles-ci sont les dimensions de masse notée [M], de longueur [L], de temps [T] et de courant [I].

Par exemple si une grandeur a une dimension $[Q_i]$, celle-ci est définie en fonction des éléments de bases élevés chacun à une puissance déterminée. Cela donne l'équation aux dimensions générale:

$$[Q_i] = [M^x, L^y, T^z, I^w].$$

Si une grandeur Q_1 est fonction de paramètres :

$$Q_1 = f(Q_2, Q_3, \dots, Q_n) \quad (70)$$

Il existe l'équation aux dimensions correspondante :

$$[Q_1] = [f(Q_2, Q_3, \dots, Q_n)]$$

N'importe quelle fonction continue peut se mettre sous la forme d'un produit dont chaque terme est un paramètre élevé à une certaine puissance. Cela donne pour l'équation aux dimensions :

$$[Q_1] = [Q_2^{a_2} Q_3^{a_3} \dots Q_n^{a_n}]$$

Et si maintenant on remplace chaque paramètre par ses dimensions fondamentales on obtient pour le paramètre Q_i :

$$[M^{a_i x}, L^{a_i y}, T^{a_i z}, I^{a_i w}]$$

Les exposants des dimensions fondamentales de chaque coté de l'équation aux dimensions peuvent être égalisés, donnant ainsi quatre équations. Celles-ci peuvent permettre de déterminer quatre des $(n-1)$ des puissances a_i . On arrive alors à former $(n-5)$ groupes sans dimension et l'équation aux dimensions devient :

$$[Q_1] = [Q'_1 \Pi_2^{a_2} \dots \Pi_{n-4}^{a_{n-4}}]$$

Q'_1 est un paramètre composé ayant la même dimension que Q_1 .

L'équation (70) se transforme en une forme alternative :

$$\Pi_1 = g(\Pi_2, \dots, \Pi_{n-4}) = \frac{Q_1}{Q'_1}$$

Pour comprendre la démarche que nous adopterons par la suite, nous allons l'illustrer par un exemple.

2. Exemple simple de résolution

Nous prenons comme exemple une résistance de résistivité ρ , de longueur l_g , et de section constante S , dans laquelle circule un courant continu I . Nous voulons connaître la puissance consommée par la résistance en fonction de ces différents paramètres. L'équation aux dimensions est la suivante :

$$[P] = [\rho^a, l_g^b, S^c, I^d]$$

Nous pouvons établir un tableau dans lequel sont listées les puissances des dimensions fondamentales de chaque paramètre et de la puissance.

Puissance des dimensions fondamentales

Paramètres	M	L	T	I
ρ	1	3	-3	-2
l_g	0	1	0	0
S	0	2	0	0
I	0	0	0	1
Puissance P	1	2	-3	0

Cela donne quatre équations :

$$a = 1$$

$$3a + b + 2c = 2$$

$$-3a = 3$$

$$-2a + d = 0$$

Nous obtenons :

$$a = 1$$

$$d = 2$$

$$b = -1 - 2c$$

D'où

$$[P] = [\rho, l_g^{-1-2c}, S^c, I^2] = \left[\rho, l_g^{-1}, \left(\frac{S}{l_g^2} \right)^c, I^2 \right]$$

et

$$P = \rho \cdot \frac{I^2}{l_g} \cdot F_{\text{onct}} \left(\frac{S}{l_g^2} \right) \text{ ou } \frac{P}{I^2} = F_{\text{onct}} \left(\frac{S}{l_g^2} \right)$$

Dans cette dernière équation les grandeurs de chaque côté sont bien sans dimension. Il suffit alors d'utiliser des valeurs de simulation ou de mesures de la puissance en fonction des différents paramètres pour trouver l'équation finale. Ici nous trouvons évidemment :

$$F_{\text{onct}} \left(\frac{S}{l_g^2} \right) = \left(\frac{S}{l_g^2} \right)^{-1}$$

et donc :

$$P = \rho \cdot \frac{l_g}{S} \cdot I^2$$

3. Utilisation de l'analyse dimensionnelle pour le calcul de pertes dans un supraconducteur

Nous allons maintenant chercher une nouvelle forme analytique des pertes en champ propre pour un tube supraconducteur, de rayon intérieur R_{in} et de rayon extérieur R_{e} , utilisant les résultats obtenus par résolution numérique de (67), que nous avons présentés précédemment, et l'analyse dimensionnelle.

L'utilisation de l'analyse dimensionnelle pour le calcul de ces pertes permet de tenir compte des caractéristiques spécifiques du matériau, et notamment de E_C , J_C et la puissance n , tirée des courbes expérimentales.

Comme dans tous les cas les pertes sont proportionnelles à la hauteur du tube, nous allons étudier par la suite les pertes par unité de longueur P_{li} .

Les paramètres physiques entrant en jeu dans le phénomène d'hystérésis des pertes sont donc la perméabilité μ_0 , la fréquence f , le courant maximum I_{max} et le courant critique I_C caractéristique du matériau.

Dans le cas où l'on fait circuler du courant continu dans l'échantillon, la densité de courant est constante dans toute la section. Nous avons alors :

$$E = k_i \cdot I^n \text{ avec } k_i = \frac{E_C}{I_C^n}$$

Nous prendrons k_i comme paramètre caractéristique du matériau à la place du courant critique. La puissance des pertes par unité de longueur sera donc une fonction de μ_0 , f , k_i et I_{\max} .

Cela nous donne comme équation aux dimensions :

$$[P_{li}] = [\mu_0^a, f^b, k_i^c, I_{\max}^d]$$

Nous avons le tableau suivant :

Paramètres	Puissance des dimensions fondamentales			
	M	L	T	I
μ_0	1	1	-2	-2
f	0	0	-1	0
k_i	1	1	-3	-1-n
I_{\max}	0	0	0	1
Puissance par unité de longueur P_{li}	1	1	-3	0

Cela donne les équations suivantes :

$$a + c = 1$$

$$-2a - b - 3c = -3$$

$$-2a - (n+1)c + d = 0$$

Après simplification on a :

$$b = a$$

$$c = 1 - a$$

$$d = a(1 - n) + (n + 1)$$

L'équation aux dimensions devient :

$$[P_{li}] = [\mu_0^a, f^a, k_i^{1-a}, I_{\max}^{a(1-n)+(n+1)}] \text{ ou } [P_{li}] = \left[\left(\frac{\mu_0 f}{k_i} I_{\max}^{1-n} \right)^a, I_{\max}^{(n+1)}, k_i \right]$$

Nous choisissons arbitrairement P_{li} de la forme :

$$P_{li} = \alpha_{li}(n) \cdot \left(\frac{\mu_0 f}{k_i} \right)^a \cdot I_{\max}^{a(1-n)+(n+1)} \cdot k_i \quad (71)$$

$\alpha_{li}(n)$ est un coefficient dépendant de n et que nous calculerons par la suite.

Nous avons besoin de connaître l'exposant a . Pour cela nous utilisons la formule approchée déduite du modèle Bean P_{Ba} . Si n tend vers l'infini P_{li} tend vers P_{Ba} :

$$P_{li} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{P_{Ba}}{h} = \frac{0,2 \cdot \alpha_R}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 \cdot f \cdot I_{max}^3}{I_C} \quad (72)$$

Nous en déduisons que $a(1-n)+(n+1)$ tend vers 3 quand n tend vers l'infini.

Il existe pour a une infinité de solutions. Nous avons choisi de prendre une solution analogue à celle proposée par L. Dresner[6][7] :

$$a(1-n) + (n+1) = \frac{3n+1}{n+1}$$

Ce qui donne :

$$a = \frac{n}{n+1}$$

A partir de (71) et (72) nous mettons $\alpha_{li}(n)$ sous la forme :

$$\alpha_{li}(n) = F(n) \cdot \alpha_R$$

avec $F(n)$ une fonction de n sans dimension, $\alpha_R = 1 - \frac{R_m^2}{R_e^2}$ indépendant de n et avec

$$F(\infty) = \frac{0,2}{\pi}$$

Nous avons alors une nouvelle relation pour P_{li} :

$$P_{li} = F(n) \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{\mu_0 f}{k_i} \right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot I_{max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot k_i \quad (73)$$

Il nous reste à déterminer les valeurs de $F(n)$. Pour cela nous utilisons les résultats de simulation de calcul de pertes P_{simul} déjà exposés précédemment. Nous prenons les résultats de calculs de pertes (figure 46) pour $I_C=100A$, et pour un courant de transport sinusoïdal de fréquence f égale à 50Hz et une amplitude I_{max} de 80A.

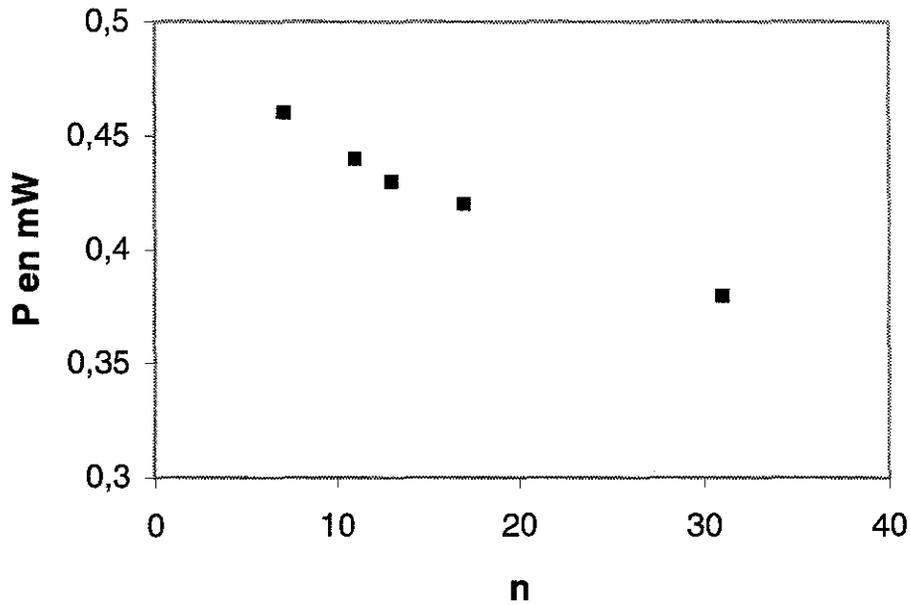


Figure 46 Résultats de calculs numériques de pertes P_{simul} en fonction de n pour $I_C=100\text{A}$, $I_{\text{max}}=80\text{A}$ et $f=50\text{Hz}$.

Nous en déduisons les valeurs de $F(n)$ ($F(n)$ simulation sur la figure 47) en appliquant :

$$F(n) = \frac{P_{\text{simul}}}{\alpha_R \cdot \left(\frac{\mu_0 f}{k_i}\right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot I_{\text{max}}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot k_i}$$

A partir de la distribution des points $F(n)$, connaissant par ailleurs l'asymptote $F(\infty)$, nous avons procédé à plusieurs essais avant de trouver une forme simple de fonction $F_a(n)$ approchant au mieux ces points :

$$F_a(n) = \frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n}$$

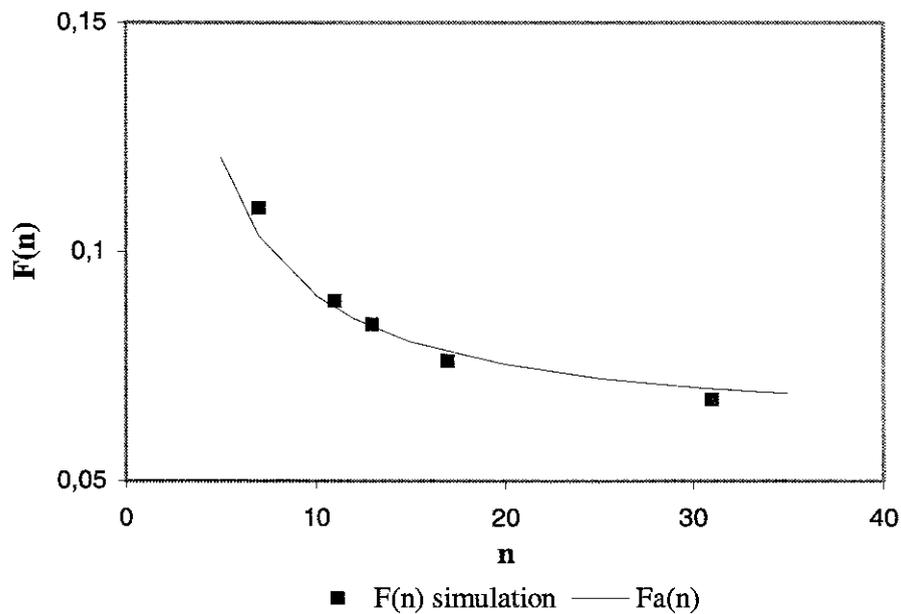


Figure 47 Courbe $F(n)$, fonction sans dimension, déduite des résultats de calculs numériques de pertes, et courbe $F_a(n)$ fonction approchée de $F(n)$.

C'est cette fonction approchée que nous allons utiliser pour proposer une nouvelle formule de pertes en champ propre, pour un tube et en pénétration incomplète :

$$P_i = h \cdot P_{ii} = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_{\max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot F(n)$$

Pour finir nous avons les pertes P_i égale à :

$$P_i = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_{\max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right) \quad (74)$$

Nous avons comparé, pour diverses valeurs de courant maximum, les résultats issus de cette formule de pertes P_i , avec ceux provenant du calcul numérique des pertes P_{num} données par (67). A titre d'exemple, nous avons pris ici $I_c=100A$, $f=50Hz$, $\alpha_R=0,30$ et $n=13$ (figure 48).

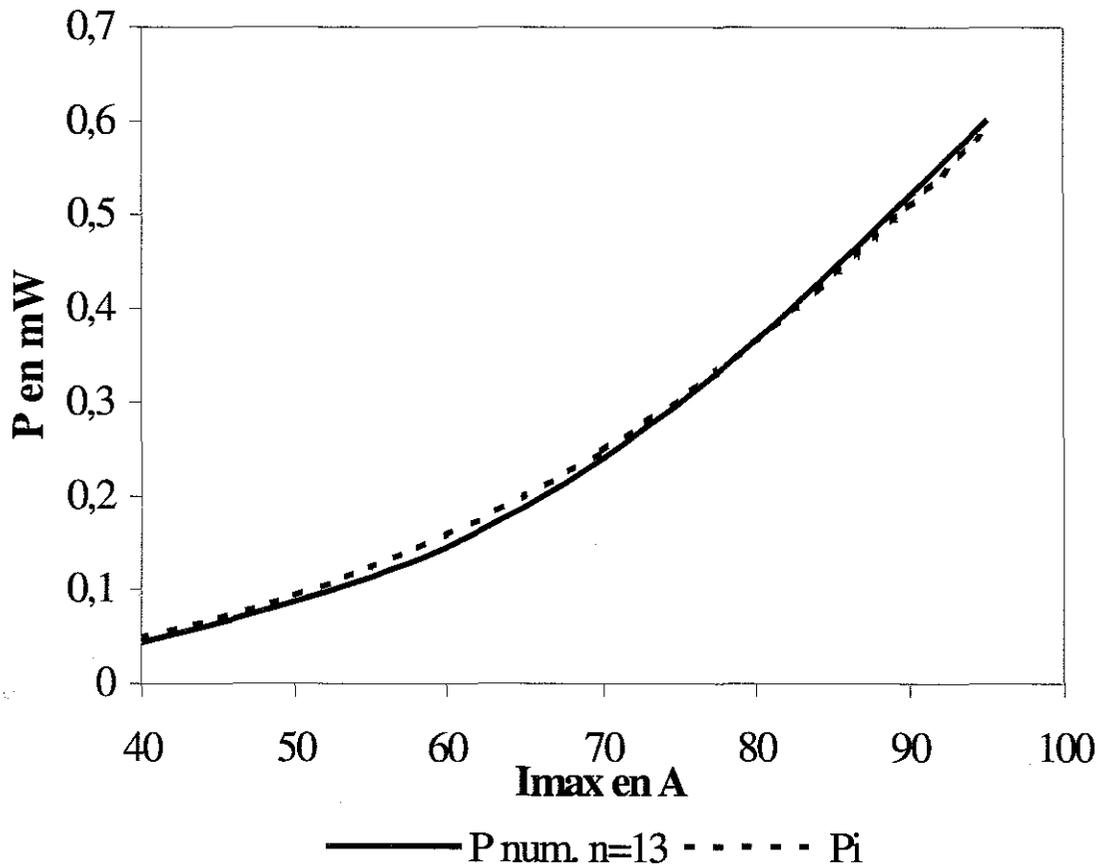


Figure 48 Pertes en fonction du courant maximum, calculées numériquement P_{num} et celles issues de (74) P_i , pour $I_C=100A$, $f=50Hz$ et $n=13$.

Les courbes de pertes P_i et $P_{num.}$ sont pratiquement superposées. Nous montrons ici que la formule de pertes en pénétration incomplète, calculée après analyse dimensionnelle, pour une seule valeur de courant maximum, est aussi valable pour toutes les valeurs de courant maximum. L'analyse dimensionnelle nous a donc permis de trouver une nouvelle formule de pertes, qui tient compte de façon assez fine des caractéristiques du matériau supraconducteur, et notamment de n .

IV. Conclusion

Le calcul numérique des distributions de la densité de courant et du champ électrique nous a permis de constater plusieurs choses.

- Tout d'abord nous avons vérifié pour un supraconducteur massif HT_C qu'il existe deux phénomènes différents, comme cela était prévu avec le modèle de Bean :
- ✓ Si le courant est faible il y a pénétration incomplète de la densité de courant. Ici nous avons observé que les courbes de perte calculées numériquement, sont proches mais différentes de celles données par le modèle de Bean.
- ✓ Si le courant est plus fort et atteint une valeur proche de I_C , il y a pénétration complète. Les valeurs de courant, pour lesquelles il y a pénétration complète, diffèrent peu les unes des autres pour des valeurs de n très différentes.
- Dans le cas de la pénétration incomplète, l'analyse dimensionnelle nous a permis de trouver une nouvelle formule analytique pour le calcul des pertes pour un tube en champ propre. Elle tient compte de tous les paramètres et notamment de n :

$$P_i = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_{\max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right)$$

- La formule de pertes déduite du modèle de Bean est équivalente à la précédente pour n très grand. Elle reste satisfaisante en première approximation pour des valeurs de n de l'ordre de quelques unités. Cependant, notre nouvelle formule, calculée avec l'analyse dimensionnelle, apporte une précision supplémentaire aux calculs des pertes. De plus la formule de pertes P_i dépend de la valeur de n de la caractéristique $E(J^n)$. Ce n'est pas le cas de la formule tirée du modèle de Bean.
- Nous avons observé à travers le calcul numérique des pertes en pénétration incomplète, que les pertes augmentent si la fréquence augmente ou si le courant critique diminue, les autres paramètres étant fixés. Ceci est conforme aux prévisions du modèle de Bean et à notre nouvelle formule de pertes.

Après avoir présenté les mesures et donné les résultats expérimentaux dans le chapitre suivant, nous vérifierons la validité de la relation que nous proposons, dans le dernier volet de notre étude.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE 2

[1] BOSSAVIT A., Notes sur les modèles macroscopiques de supraconducteurs en vue du calcul numérique, **Journées math. et ingénierie des supra.**, Pont-à-Mousson, mai 1994, 35 p.

[2] LE NAOUR S., Pertes en champ propre et longitudinal dans les conducteurs supraconducteurs à 50Hz. **Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté**, CREEBEL, Belfort, nov. 96.

[3] AMEMIYA N. MIYAMOTO K. BANNO N. TSUKAMOTO O., Numerical analysis of AC losses in High T_C superconductors based on E-j characteristics represented with n-value, **IEEE transactions on applied superconductivity**, vol. 7, n° 2, 1997, pp.2110-2113.

[4] LEHTONEN J. KORPELA A. PAASI J PITEL J KOVAC P. , Computational comparison of magnetization losses in HTS solenoids wound of tape conductors having different aspect ratios, **-Supercond. Sci. Tech.**, 12, 1999, pp.450-455.

[5] STOLL R.L., The analysis of eddy currents, **Clarendon Press**, Oxford, 1974, 128 p.

[6] DRESNER L., Hysteresis losses in power-law cryoconductors. Part II, **Applied superconductivity**, vol. 4, n° 7/8, 1996, pp. 337-341.

[7] LUE J.W., DEMKO J.A., DRESNER L., HUGHEY R.L., SINHA U., TOLBERT J.C., OLSEN S.K., AC losses of prototype HTS transmission cables, **I.E.E.E. transactions on applied superconductivity**, vol. 9, n° 2, 1999, pp. 416-419.

[8] DRESNER L., Hysteresis losses in power-law cryoconductors, **Applied superconductivity**, vol. 4, n° 4, 1996, pp. 167-172.

CHAPITRE 3 MESURES DES PERTES

I. Introduction

Les mesures de pertes peuvent être réalisées de plusieurs manières, suivant la nature de la source (champ magnétique ou/et courant de transport) [2][3][15]

Dans le premier chapitre nous avons vu que dans le cas de l'exposition d'un supraconducteur de type II à un champ magnétique variable, la présence de défauts, permettant d'augmenter la densité de courant critique, entraîne l'irréversibilité de la courbe d'aimantation et le piégeage du flux dans le supraconducteur. Les pertes électromagnétiques correspondantes sont proportionnelles à la surface du cycle d'hystérésis parcouru [1][8][9]. Ce type de mesure est très précis et fournit en même temps des informations sur les propriétés physiques du supraconducteur telles que les valeurs des champs critiques H_{C1} et H_{C2} . Par contre, il ne permet pas de mesurer les pertes liées au courant de transport.

La méthode calorimétrique consiste à mesurer la quantité de gaz libérée par le liquide réfrigérant du fait des pertes. Cette mesure est globale, et l'on doit tenir compte des puissances fournies par toutes les sources d'échauffement, notamment les amenées de courant. Il faut atteindre l'équilibre thermique pour chaque mesure, ce qui demande donc beaucoup de temps. De plus la précision n'est acceptable que pour des valeurs de pertes importantes[2][3].

Dans le cas où les pertes sont dues au passage d'un courant de transport dans le supraconducteur et donc en champ propre, la méthode électrique est la plus utilisée [7][8][10][11][12]. Elle est instantanée et précise, à condition de porter beaucoup de soins dans la mesure de la tension correspondant aux pertes. En effet, il s'agit de valeurs de l'ordre du microvolt.

Nous nous sommes intéressés à la mesure des pertes dans le cas où le courant est périodique, sinusoïdal ou non [4][5]. En effet, dans l'avenir on peut imaginer une utilisation de ces matériaux pour constituer des câbles de transports électriques. Leur

utilisation avec des convertisseurs statiques étant alors probable, nous nous sommes posés la question de l'importance des pertes supplémentaires liées aux harmoniques.

Le but de l'expérience est de mesurer des pertes en régime variable périodique, avec la meilleure précision possible, pour différentes formes de courant et différents échantillons.

Les échantillons utilisés sont des amenées de courant supraconductrices HT_C. Avant de mesurer les pertes en régime alternatif, nous avons mesuré la caractéristique électrique U(I) de chaque échantillon et nous les avons comparées.

Pour générer les harmoniques en fort courant de façon simple, mais néanmoins significative, nous avons opté pour un système d'alimentation d'une charge résistive par un gradateur. Nous avons mesuré et comparé les pertes de chaque échantillon en courant sinusoïdal ou non.

II. Echantillons testés

Les échantillons étudiés sont des amenées de courant supraconductrices à haute température critique composite compacté de Bi-Pb-Sr-Ca-Cu O 2223. Leur température critique est de 108K.

Ils sont réalisés sous forme d'un tube de dimensions suivantes :

- longueur L_{ac} 80mm
- section S 22mm² approximativement ($\pm 10\%$), cela donne un rayon extérieur R_e de 4,8mm et un rayon intérieur R_{in} de 4mm.

A chaque extrémité se trouve un ruban de contact en argent de 10mm de large.

Le courant critique minimum (à 77K avec le critère de 1μV/cm) donné par le constructeur est de 100A, correspondant à une densité critique de courant minimum de 4,6A/mm².

Le constructeur fournit une courbe de la variation de la densité de courant critique en fonction du champ magnétique, $J_C(B)$. Cette courbe peut varier en fonction des échantillons, et elle est proche de celle correspondant au modèle de Kim exposé dans le premier chapitre (4).

Les prises de potentiel sont installées sur le bord intérieur des rubans de contact en argent et sont donc distantes d'à peu près $l_{pp} = 6\text{cm}$ (figure 50).

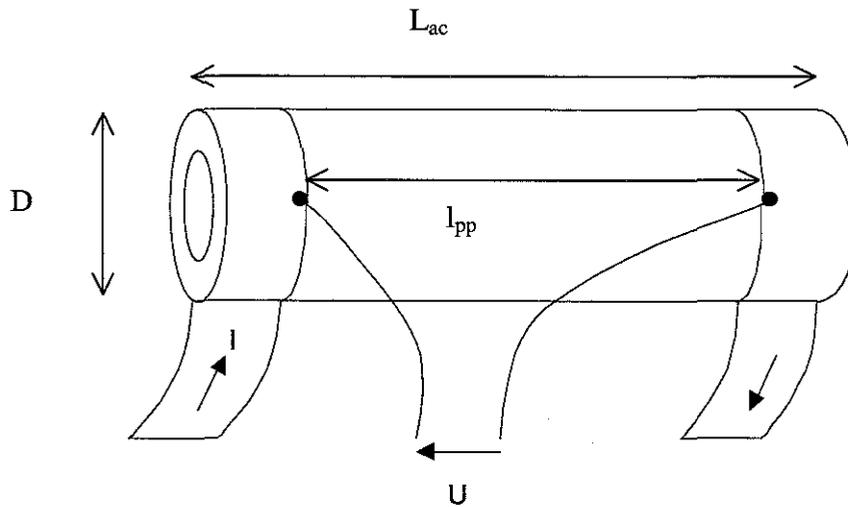


Figure 49 Echantillon testé.

III. Mesure de la caractéristique $E(I)$ en courant continu

Pour utiliser les formules analytiques de pertes et permettre la simulation des distributions de E et J dans le matériau, il est nécessaire de connaître la caractéristique du champ électrique en fonction de la densité de courant $E(J)$. Notamment il est intéressant de connaître les valeurs de E_C , I_C , J_C et n de la relation :

$$\vec{E} = E_C \cdot \left(\frac{|J|}{J_C} \right)^n \cdot \frac{\vec{J}}{|J|}$$

Pour connaître ces valeurs on peut, soit utiliser une méthode consistant à appliquer un champ magnétique extérieur et à mesurer l'aimantation[6][1], soit mesurer la tension aux bornes d'un échantillon parcouru par un courant de transport. Bien que cette deuxième méthode n'offre pas la meilleure précision, nous l'avons adoptée car c'est la seule que nous pouvions mettre en œuvre. Nous allons la décrire maintenant.

En alimentant l'échantillon en courant continu, on considère que le courant se répartit pratiquement uniformément dans tout le matériau, à la condition que I soit supérieur ou égal au courant critique.

On obtient alors des relations simples entre d'une part le courant I et la densité de courant J , et d'autre part entre le champ électrique E et la tension aux bornes U :

$I = J.S$ S section de l'échantillon

$U = E.l_{pp}$ l_{pp} distance entre les prises de potentiel

D'où :

$I_C = J_C.S$

$U_C = E_C.l_{pp}$

Le banc de mesure en courant continu (figure 50) est composé d'un générateur de courant dont la valeur peut varier de 0 à 200A, d'un ampèremètre et d'un millivoltmètre d'une précision de $1\mu V$.

Nous avons choisi le critère de E_C égal $1\mu V/cm$, qui est le critère le plus couramment utilisé pour les supraconducteurs HTc. Cela nous donne une tension critique entre les prises de potentiel d'environ $6\mu V$.

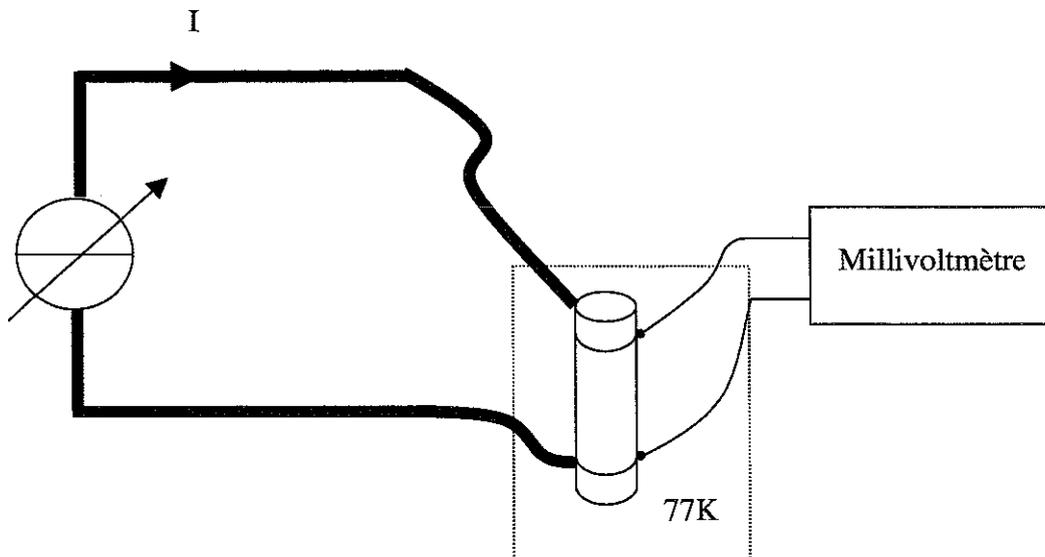


Figure 50 Banc de mesure courant continu

A partir du relevé expérimental de $U(I)$, nous déduisons les relations $E(I)$ et $E(J)$ qu'on identifie aux fonctions :

$$E = E_C \cdot \left(\frac{I}{I_C} \right)^n = k_i \cdot I^n \quad (75)$$

$$E = E_C \cdot \left(\frac{J}{J_C} \right)^n = k \cdot J^n \quad (76)$$

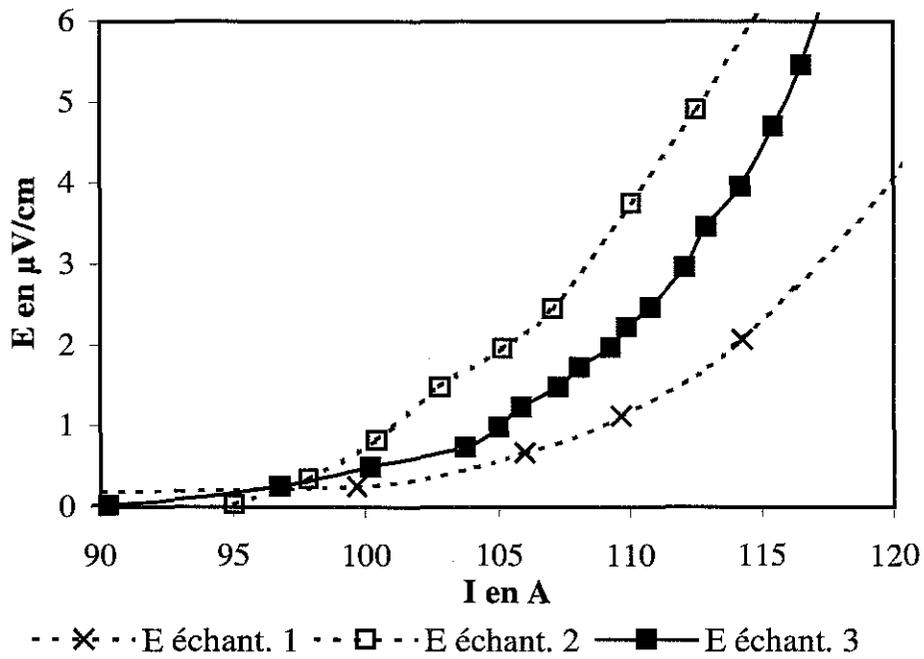


Figure 51 Caractéristiques électriques comparées des différents échantillons.

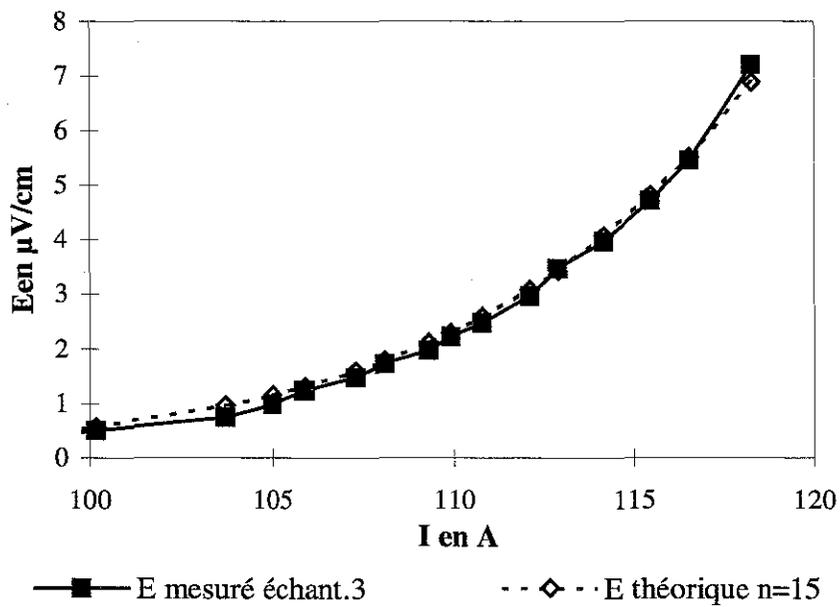


Figure 52 Caractéristique électrique de l'échantillon 3 comparées avec la caractéristique théorique avec $n=15$.

Les courbes de la figure 51 ont été obtenues avec trois échantillons différents.

Nous observons que pour des échantillons d'un même fabricant, identiques en forme et courant critique, les caractéristiques champ électrique/courant sont relativement différentes.

Pour chacun des échantillons nous avons comparé la courbe expérimentale à une courbe théorique de la forme $E = E_C \left(\frac{I}{I_C} \right)^n = k_1 \cdot I^n$ (figure 52).

Pour les trois échantillons, les courbes $E(I^n)$ les plus proches des courbes expérimentales, ont été obtenues pour les valeurs de I_C et n suivantes :

$E_C=1\mu\text{V/cm}$	Echantillon n°1	Echantillon n°2	Echantillon n°3
I_C	108	102	105
n	15	13	15

Les valeurs mesurées du courant critique et de n sont différentes suivant les échantillons. Les variations de ces valeurs suivant les échantillons sont d'environ 10%. Si cette dispersion est faible sur le lot de composants que nous avons obtenus, nous estimons qu'il existe bien des valeurs différentes de I_C et n pour des échantillons différents. La valeur du courant critique 100A que donne le constructeur est proche à moins de 10% des courants critiques que nous avons mesurés.

Nous avons réalisé deux séries de mesures, séparées d'un an, pour l'échantillon n°3 (figure 53). Entre les deux, nous avons utilisé l'échantillon pour des mesures de pertes, et il a donc pu perdre ses caractéristiques. Nous avons monté alors le courant maximum jusqu'à 150% du courant critique donné par le constructeur. Nous observons, dans ce cas, que la valeur de son courant critique et de n ont diminué. Son nouveau courant critique est de 97A et n vaut 12.

Nous en concluons que l'utilisation des supraconducteurs à haute température critique, et plus particulièrement au-delà du courant critique, altère la qualité du matériau.

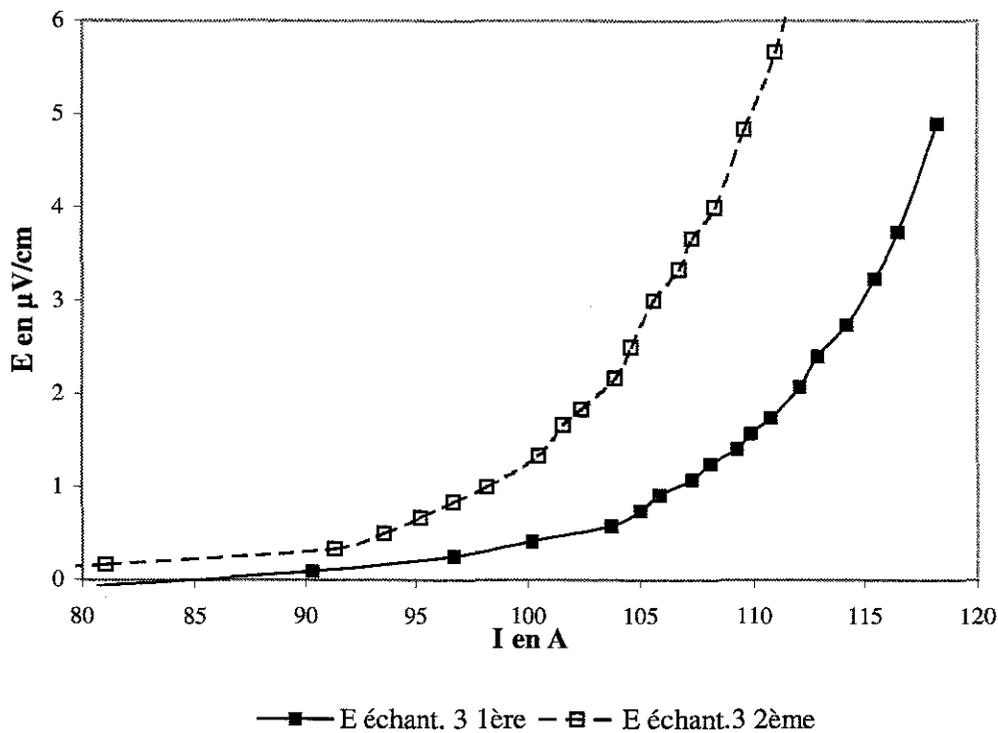


Figure 53 Caractéristique de l'échantillon 3 pour les 1^{ère} et 2^{ème} séries de mesures.

IV. Mesures en régime variable périodique

Nous présentons maintenant les mesures effectuées en courant alternatif périodique. Tout d'abord le banc de mesure, puis les méthodes de mesures et enfin les résultats des mesures de pertes en courant sinusoïdal ou non.

1. Banc de mesures en régime variable périodique.

Etant donné que le courant critique des échantillons est d'environ 100A, nous avons besoin d'une alimentation qui puisse fournir en courant de pointe jusqu'à 150A. Nous avons donc opté pour la solution suivante (figure 54).

L'aménage de courant, plongée dans l'azote liquide à 77K, est alimentée en courant alternatif de fréquence fondamentale f égale à 50Hz. Pour ajuster la tension, un alternostat lié au réseau et un transformateur sont nécessaires. Ce dernier alimente une résistance de valeur fixe. Il peut débiter dans l'échantillon jusqu'à 110A efficace. Nous réglons la valeur du courant en faisant varier l'alternostat en entrée.

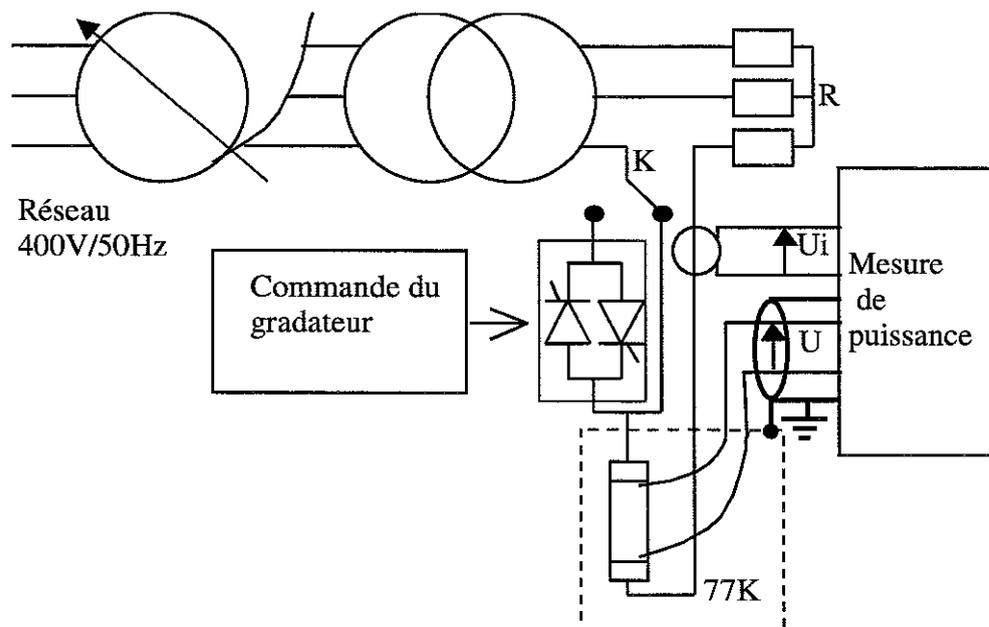


Figure 54. Banc expérimental en courant alternatif

Le courant est soit sinusoïdal soit découpé par un gradateur dont nous pouvons régler l'angle d'amorçage des thyristors ψ . La commande du gradateur ne permettant pas d'avoir un angle d'amorçage nul, le choix entre un courant sinusoïdal ou non sinusoïdal se fait par l'interrupteur K.

Nous recueillons la valeur efficace et la forme du courant par une sonde à effet Hall, qui fournit une tension image $u_i(t)$ du courant $i(t)$. Cette tension et la tension aux bornes de l'échantillon $u(t)$ sont injectés dans le système de mesure de puissance.

2. Méthodes de mesures électriques

Deux types de mesures électriques sont réalisés pour déterminer les pertes. La méthode la plus sûre, et utilisée en général quand on a un câble transportant un courant sinusoïdal, nécessite la mise en œuvre d'un amplificateur à détection synchrone. Cependant quand le courant n'est pas sinusoïdal, cette méthode ne convient plus. Nous avons donc décidé d'utiliser une autre méthode, efficace quelle que soit la forme du courant. Nous allons en exposer maintenant les points principaux. Nous présentons aussi la méthode de compensation de la partie réactive qui est souvent utilisée pour augmenter la précision des mesures de pertes.

a. Utilisation d'un amplificateur différentiel et de l'intégration numérique

La puissance moyenne est calculée par intégration numérique de la puissance instantanée :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t).dt$$

Le banc expérimental présenté sur la figure 55 est composé d'un amplificateur différentiel de gain G égal à 1000, d'une sonde de courant, d'une carte d'acquisition reliée à un PC réalisant la multiplication et le calcul de la valeur moyenne.

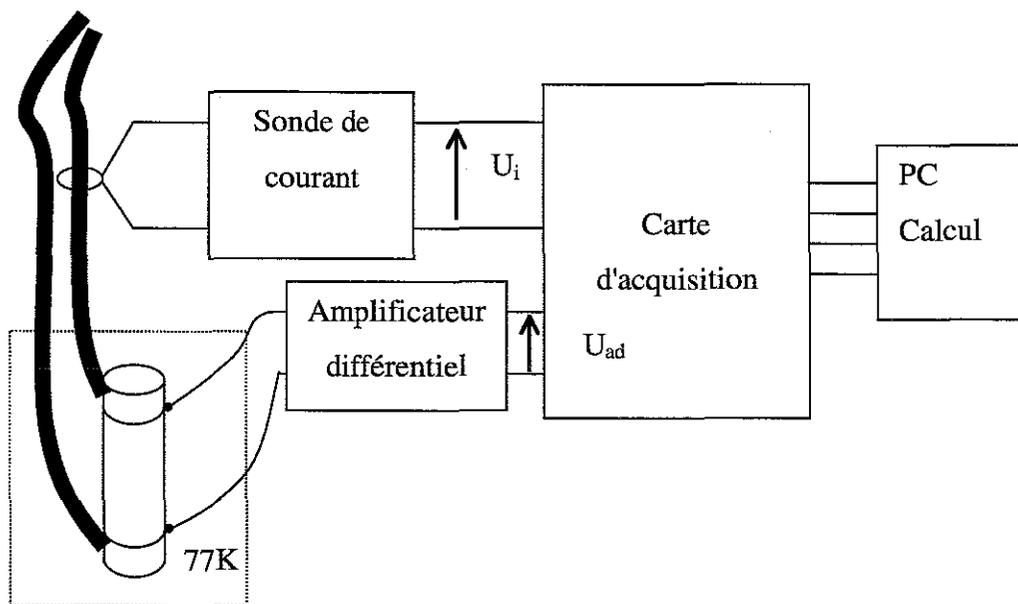


Figure 55 Mesure de pertes à amplificateur différentiel

Les tensions recueillies à l'entrée de la carte d'acquisition sont $u_{ad} = G.u(t)$ et $u_i(t) = \alpha.i(t)$. Ces tensions sont échantillonnées à une fréquence f_e de 10kHz, on a alors les valeurs numériques $i_n(t)$ et $u_n(t)$. Nous réalisons à l'aide du calculateur la multiplication et l'intégration numérique de $p(t)$ pour obtenir les pertes :

$$P = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N i_k \cdot u_k \text{ avec } NT_e = T \text{ période du signal alternatif et } T_e \text{ période}$$

d'échantillonnage. Ici on a $N=200$ et $T=20\text{ms}$.

Le problème principal ici est la précision de la mesure de $u(t)$ lorsque sa valeur efficace n'atteint que quelques microvolts. En effet l'utilisation d'un amplificateur différentiel limite la précision sur la mesure de l'amplitude de la tension mesurée à environ 10%, pour des tensions efficaces allant de 1 à $100\mu\text{V}$ [13][14]. Cela correspond à la gamme de tensions que nous mesurons.

L'amplificateur utilisé est le circuit INA114 schématisé sur la figure 56.

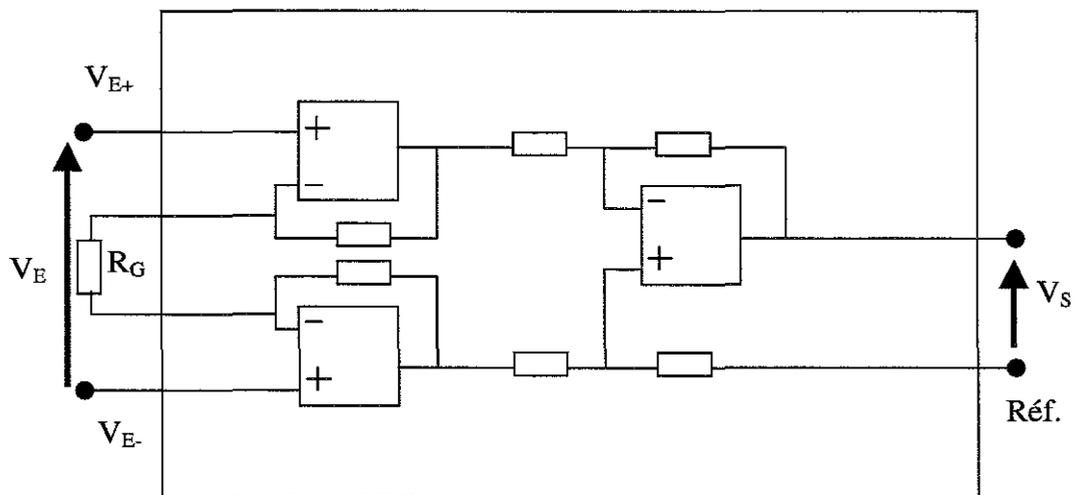


Figure 56 Amplificateur différentiel

Son gain est défini comme suit :

$$G = \frac{V_S}{V_E} = 1 + \frac{50000}{R_G}$$

Avec R_G de $50,0\Omega$ on a G égal à 1001 ± 2 . Par la suite on prendra $G=1000$. La bande passante est de 1kHz. A la fréquence de 50Hz le déphasage introduit est négligeable.

Quand nous mesurons des tensions de quelques dizaines de microvolts, nous devons faire très attention à deux points. Le premier concerne l'endroit où se situent les prises de potentiel. Nous avons choisi de les fixer sur le bord intérieur des rubans d'argent pour limiter l'influence des pertes de ceux-ci sur les pertes mesurées. Le deuxième consiste à limiter le bruit dans tout le système de mesure. Pour cela nous avons blindé et limité la longueur des câbles entre les prises de potentiel et l'amplificateur. Nous avons aussi relié à la terre le cryostat d'azote et le blindage (figure 54). Cette liaison se fait en étoile.

Le déphasage entre le courant et la tension qui entrent dans l'ordinateur, doit être une image aussi bonne que possible du déphasage réel. La situation devient critique pour le calcul de la valeur moyenne quand ce déphasage approche $\pi/2$. Le déphasage entre le courant réel et la tension à sa sortie de la sonde $u_{sc}(t)$ n'est pas significatif pour une fréquence de 50 Hz.

Sur les figures suivantes nous avons représenté les courbes des courants, tensions et puissances instantanées dans les cas où $I_{max} = 0,6$ et $I_C = 60A$ (figures 57 et 58) et $I_{max} = 1,2$ et $I_C = 120A$ (figures 59 et 60).

Pour I_{max} égal à 60A nous remarquons que l'amplitude de la tension ne vaut que quelques dizaine de microvolts et donc la précision est médiocre. De plus après la multiplication nous obtenons une puissance instantanée dont l'amplitude de la partie alternative est grande devant la valeur moyenne, d'où une grande imprécision sur la valeur de cette dernière.

Pour I_{max} égal à 120A c'est l'inverse, l'amplitude de la tension approche le millivolt et la valeur moyenne de la puissance est de l'ordre de 10mW. La précision est ici tout à fait satisfaisante.

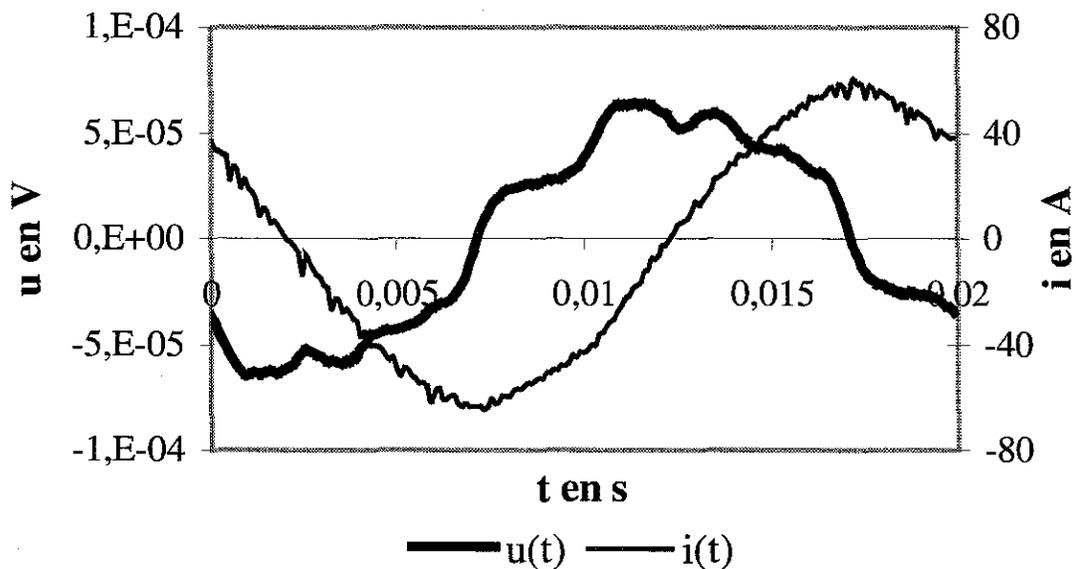


Figure 57 Tension et courant de l'échantillon avec un courant maximum de 60A

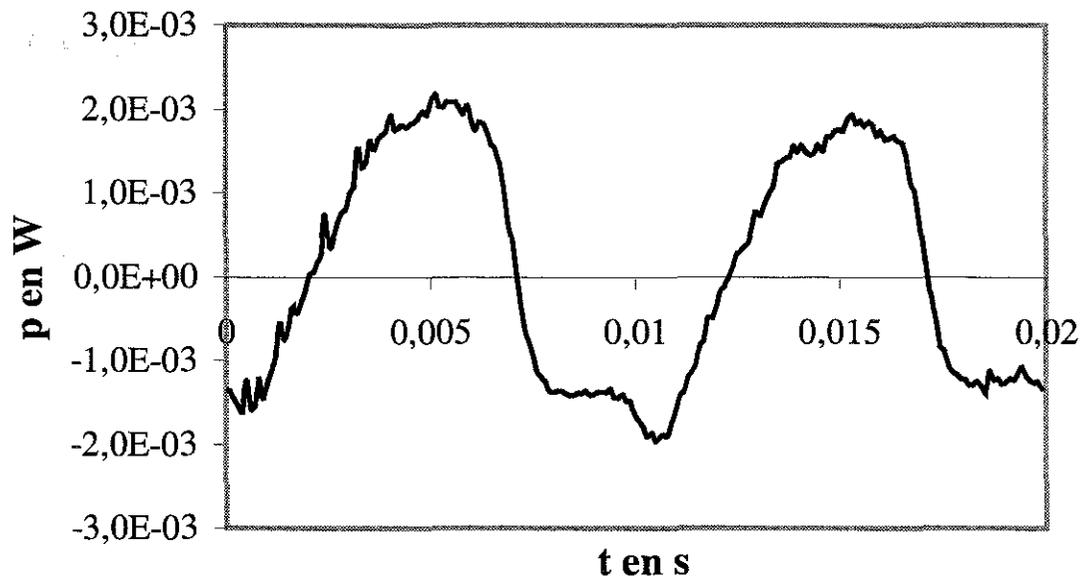


Figure 58 Puissance instantanée de l'échantillon avec un courant maximum de 60A

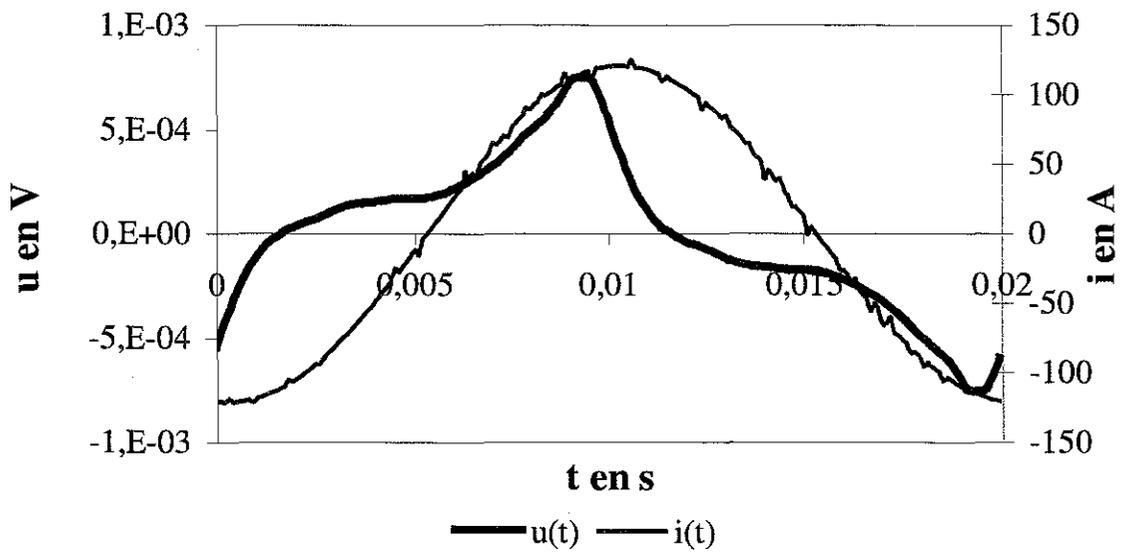


Figure 59 Tension et courant de l'échantillon avec un courant maximum de 120A

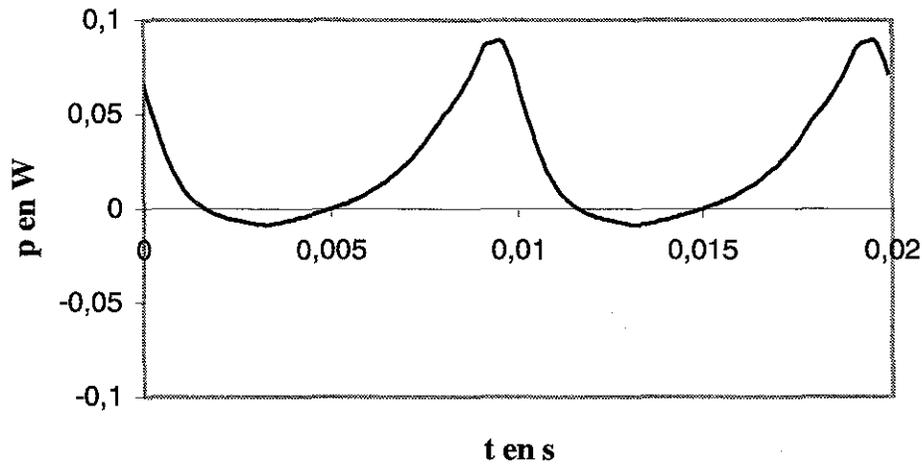


Figure 60 Puissance instantanée de l'échantillon avec un courant maximum de 120A

b. Compensation de la partie réactive de la tension

Dans la littérature on recommande de compenser la partie réactive de la tension pour augmenter la précision de la mesure de pertes[7][10][11][12].

Le principe de la compensation est le suivant. On considère que la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine ou de l'échantillon supraconducteur est la somme d'une chute de tension ohmique $u_p(t)$ qui correspond aux pertes et d'une chute de tension inductive :

$$u(t) = u_p(t) + L \cdot \frac{di}{dt}$$

Avec L l'inductance de l'échantillon.

On compense la partie réactive $L \cdot \frac{di}{dt}$ par un tension induite $M \cdot \frac{di}{dt}$ aux bornes d'une bobine placée au voisinage d'un conducteur transportant le courant $i(t)$. La position de la bobine doit être telle que :

$$L \cdot \frac{di}{dt} = -M \cdot \frac{di}{dt}$$

La tension résultante est donc théoriquement égale à la tension liée aux pertes.

On utilise la compensation car la partie réactive de la tension est en générale très grande devant la tension représentant les pertes. On augmente alors la précision de la mesure de pertes.

Dans le cas d'une bobine dont on peut connaître approximativement l'inductance L , et dont la tension inductive est grande, la méthode de compensation est justifiée. Dans le cas d'un simple conducteur supraconducteur, la justification théorique de la méthode de la compensation de la tension réactive est plus difficile. En effet, l'inductance d'un câble supraconducteur parcouru par un courant périodique, et soumis à son champ propre n'est pas définie. Malgré cela, cette méthode de compensation est aussi utilisée dans le cas d'un simple conducteur.

Pour réaliser la compensation, nous avons réalisé le montage suivant (figure 61).

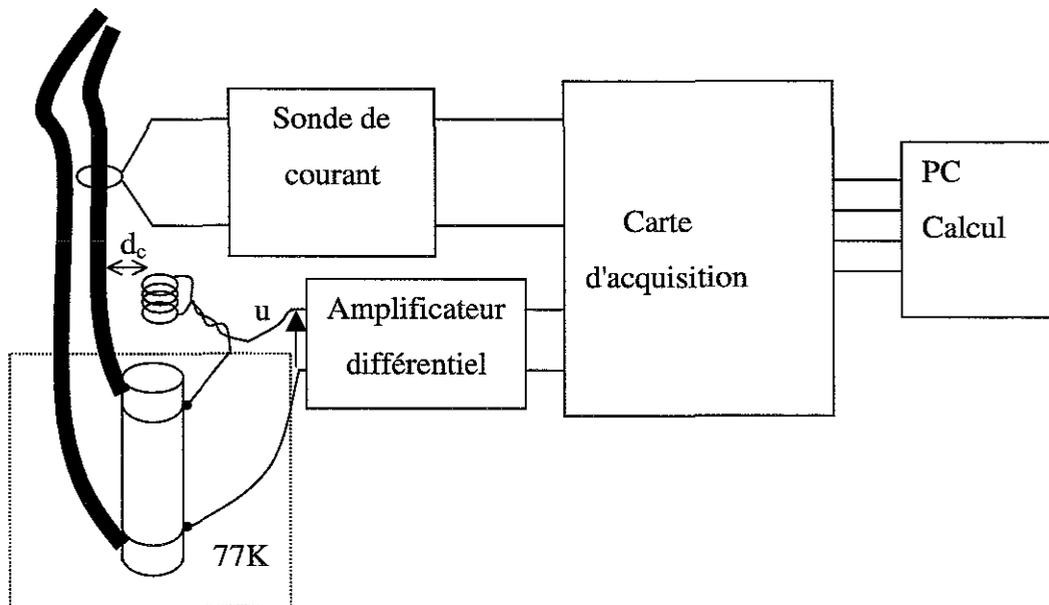


Figure 61 Mesure de pertes avec compensation de la partie réactive de la tension

La bobine de compensation, constituée de quelques spires, est mise en série avec l'échantillon. Nous approchons ces spires du câble d'alimentation de l'échantillon à une distance d_c . Quand nous faisons varier cette distance, la tension efficace à la sortie de l'amplificateur change. La compensation est obtenue quand nous avons un minimum de la tension efficace. Cela correspond à une puissance instantanée $(u(t).i(t))$ uniquement positive qui doit être égale à la puissance instantanée des pertes.

Sur les figures 62 à 69 sont représentés les tensions et courants avec et sans compensation pour différentes valeurs de courant maximum.

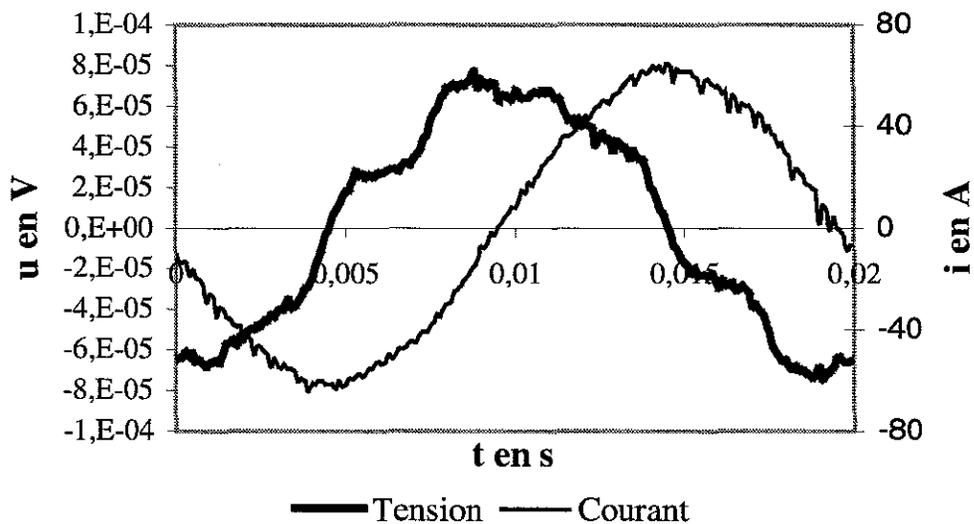


Figure 62 Tension et courant sans compensation pour un courant maximum de 60 A.

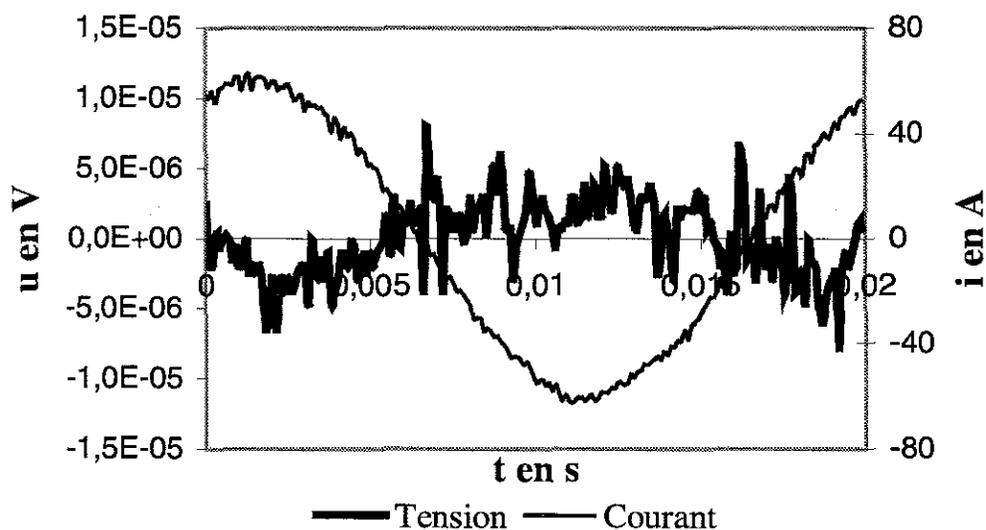


Figure 63 Tension et courant avec compensation pour un courant maximum de 60 A.

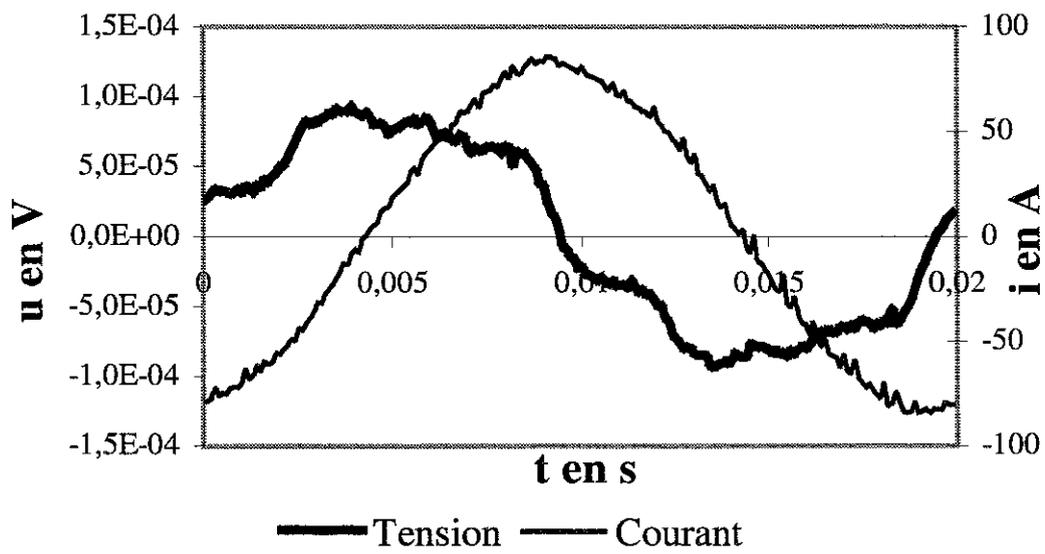


Figure 64 Tension et courant sans compensation pour un courant maximum de 80 A.

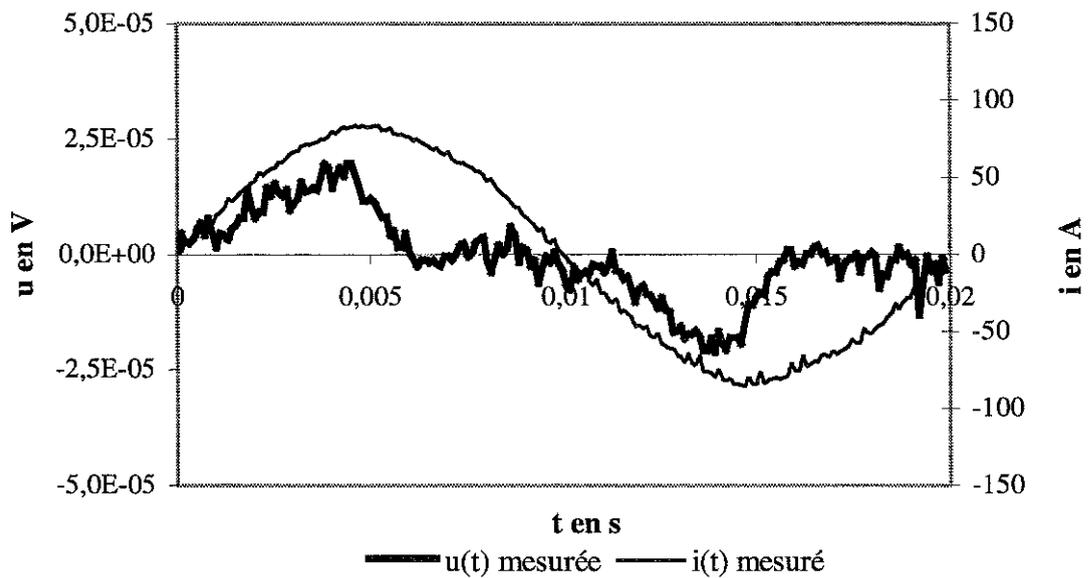


Figure 65 Tension et courant avec compensation pour un courant maximum de 80 A.

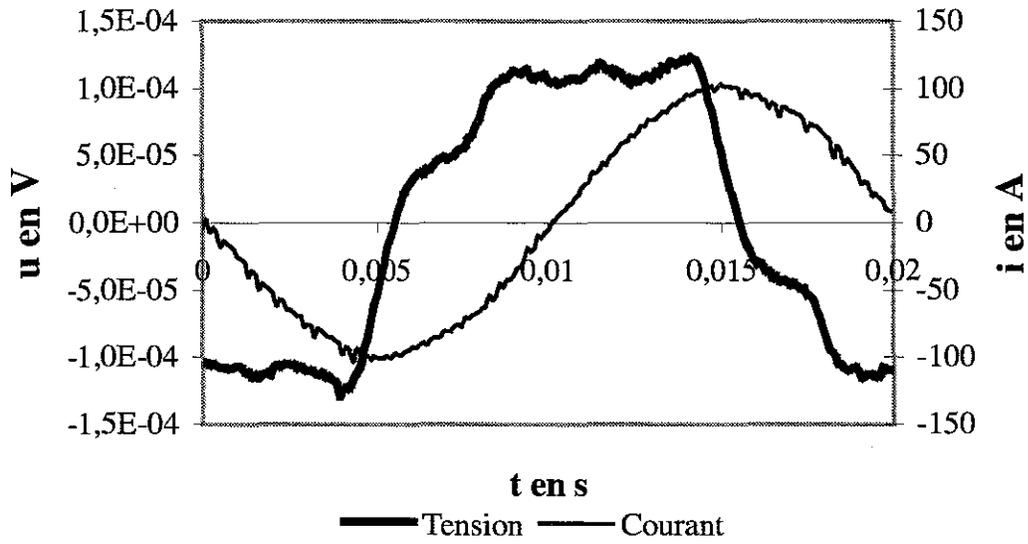


Figure 66 Tension et courant sans compensation pour un courant maximum de 100 A.

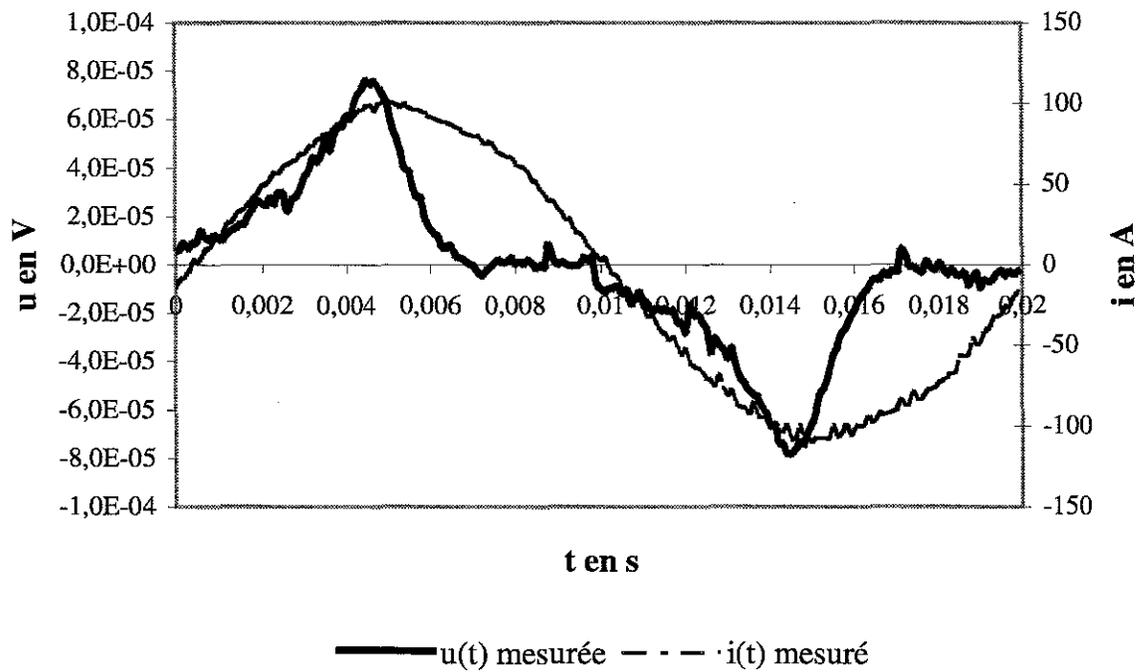


Figure 67 Tension et courant avec compensation pour un courant maximum de 100 A.

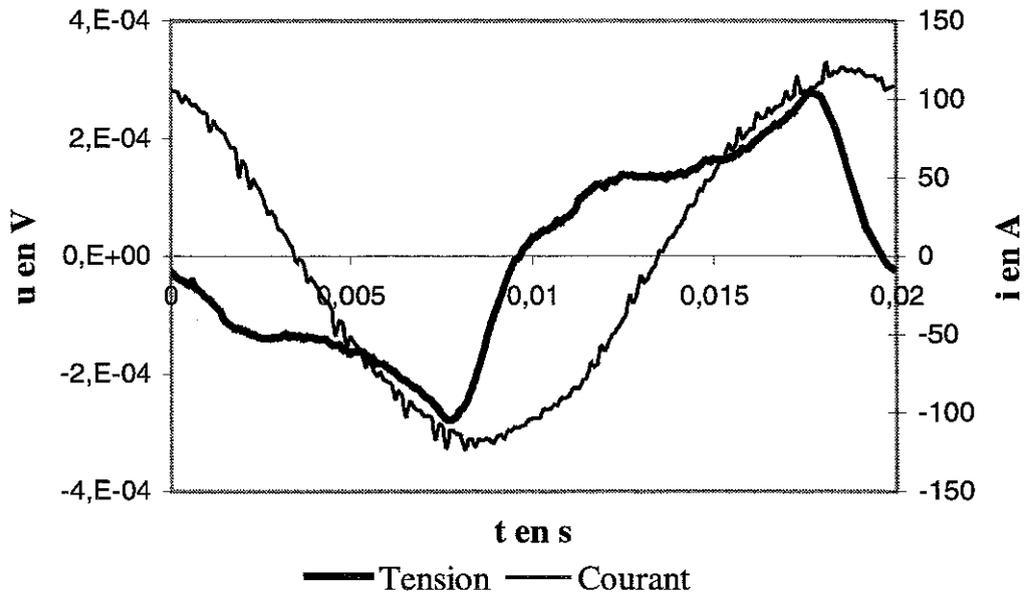


Figure 68 Tension et courant sans compensation pour un courant maximum de 120 A.

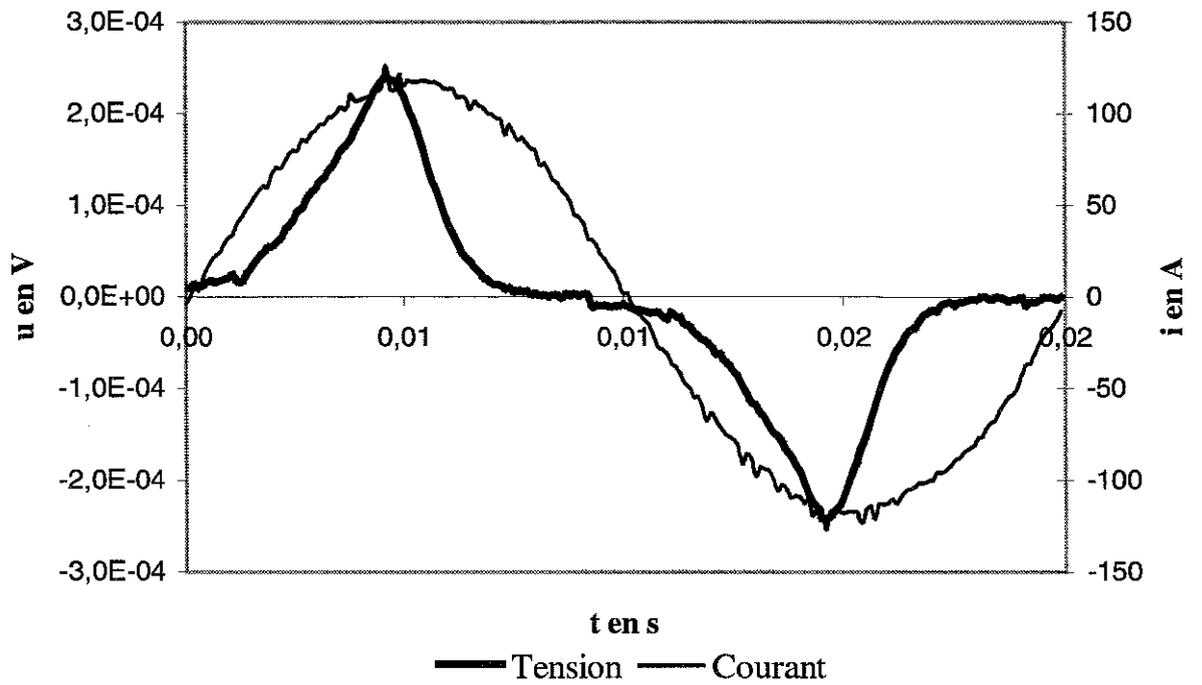


Figure 69 Tension et courant avec compensation pour un courant maximum de 120 A.

Quand le courant maximum est de 60 A, la courbe de la tension obtenue, avec compensation, est visiblement noyée dans le bruit. Le type de mesure de pertes, obtenu avec la méthode de mesure exposée précédemment, ne donne pas de résultats probants. Par contre dans les cas où le courant maximum dépasse 80 A, la partie de la tension correspondant aux pertes devient significative par rapport au bruit.

Nous avons aussi voulu comparer les résultats de mesures de pertes obtenus avec et sans compensation (tableau ci-dessous).

Imax en A	60	80	100	120
P mesurée sans compensation en mW	0,15	0,45	1,8	7,2
P mesurée avec compensation en mW	0,01	0,35	1,8	7,3

Nous observons évidemment que pour un courant maximum de 60 A, les mesures donnent des résultats différents. Ces résultats sont probablement faux tous les deux car le rapport signal/bruit est faible. A partir de 80 A, les résultats sont très proches avec un rapport signal/bruit satisfaisant à la vue des courbes de tensions obtenues avec compensation.

c. Utilisation d'un amplificateur à détection synchrone

Dans la mesure électrique des pertes dans un supraconducteur, le problème principal se trouve dans la précision de la mesure de la tension, notamment après compensation. En effet, elle peut être d'amplitude comparable ou inférieure au bruit présent, notamment pour des valeurs de pertes faibles. C'est notre cas si le courant maximum est inférieur au courant critique. Avec la méthode précédente on amplifie le signal utile, mais aussi le bruit. Le rapport signal/bruit reste constant. Pour augmenter ce rapport, on

est amené à utiliser un voltmètre à détection synchrone, appelé aussi voltmètre vectoriel (figure 70). Le principe de ce dernier est le suivant.

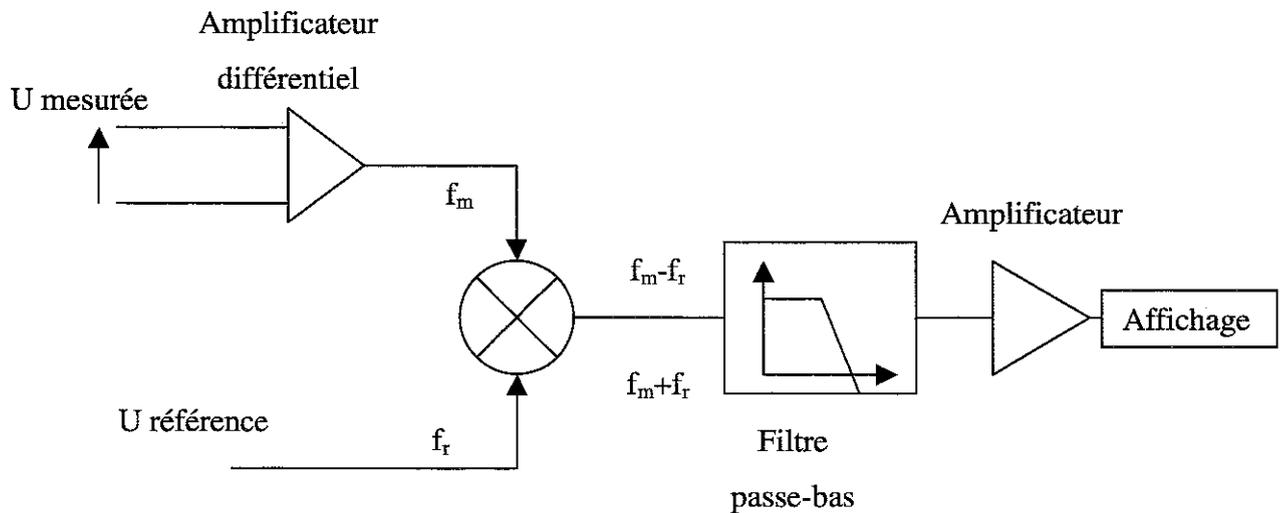


Figure 70 Amplificateur à détection synchrone

Soit le signal utile mesuré :

$$u_m(t) = U_m \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_m \cdot t - \phi)$$

Si on le multiplie par un signal de référence $u_{\text{réf}}(t) = U_{\text{réf}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega_r \cdot t$ on obtient:

$$U_m \cdot U_{\text{réf}} [\cos[(\omega_m - \omega_r) \cdot t - \phi] - \cos[(\omega_m + \omega_r) \cdot t - \phi]]$$

Ensuite on passe ce signal à travers un filtre passe-bas de fréquence de coupure très petite, et on recueille :

$$U_m \cdot U_{\text{réf}} \cdot \cos \phi$$

Le voltmètre vectoriel utilisé fournit directement la tension $U_m \cdot \cos \Phi$.

Cette valeur est proportionnelle à la valeur efficace U_m du signal, et au cosinus du déphasage du signal par rapport au signal de référence. Par contre, si le signal n'a pas la même fréquence que la référence, la valeur moyenne en sortie devient négligeable.

Si le signal récupéré à l'entrée du voltmètre est bruité, seul le bruit de fréquence égale à la fréquence du signal utile va subsister. Les autres bruits seront fortement atténués, cela est d'autant plus vrai que la fréquence de coupure du filtre est basse. On a donc une augmentation du rapport signal/bruit.

Dans la plupart des cas la tension mesurée comporte des harmoniques. Alors, seule l'harmonique de même fréquence que la référence, a une valeur de tension de sortie non nulle. Donc si :

$$u_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(n \cdot \omega \cdot t - \phi_n)$$

$$u_{\text{réf}}(t) = U_{\text{réf}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \omega \cdot t$$

Nous obtenons :

$$U_1 \cdot U_{\text{réf}} \cdot \cos \phi_1$$

Des mesures de pertes sont donc possibles pour des valeurs très faibles de tension ($<10\mu\text{V}$). Si le signal de référence est en phase avec le courant parcourant l'échantillon et si le courant est purement sinusoïdal (figure 71), alors la puissance active P consommée par l'échantillon est égale à :

$$P = IU_1 \cdot \cos \phi_1$$

Pour augmenter la précision des mesures, nous compensons la partie réactive de la tension (figure 71).

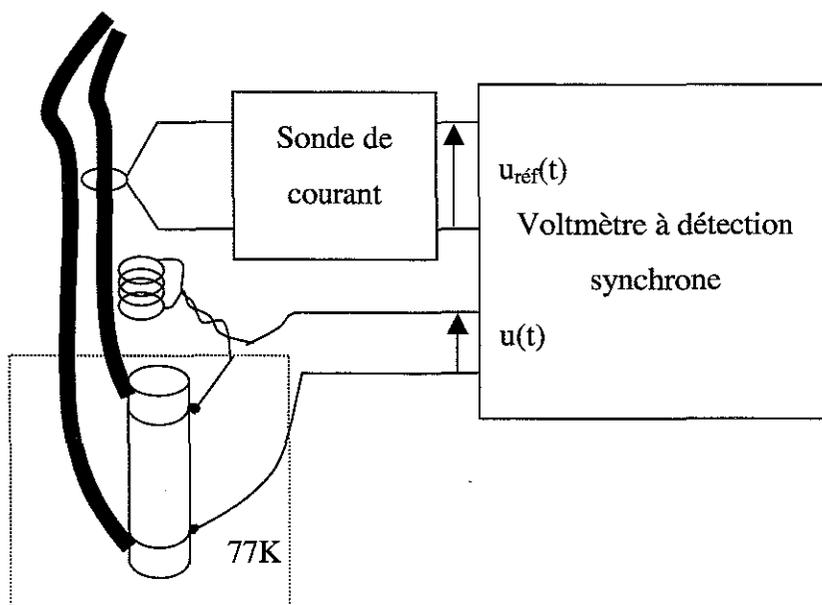


Figure 71 Mesure de pertes à voltmètre à détection synchrone

Le problème de cette méthode est qu'elle ne fonctionne que si le courant, donc le signal de référence, est sinusoïdal. Nous pourrions utiliser comme référence les différentes harmoniques de courant $i_i(t)$ et nous obtiendrions les puissances correspondantes $P_i = I_i \cdot U_i \cdot \cos \varphi_i$. Cependant, ce procédé nous a paru trop lourd car nous voulions garder le caractère instantané des mesures. Nous avons donc préféré n'utiliser que la première méthode de mesure dans le cas où le courant est non sinusoïdal.

3. Résultats des mesures de pertes

Nous vous présentons ici les résultats des mesures de pertes pour différents échantillons. Nous avons comparé les résultats donnés par les deux méthodes de mesures pour un courant sinusoïdal. Puis nous avons mesuré les pertes dans le cas d'un courant non sinusoïdal.

Nous n'avons disposé d'un amplificateur à détection synchrone qu'à partir de la mise en essais du troisième échantillon. Les mesures de pertes ont été faites avec la première méthode pour les trois échantillons, et avec l'amplificateur à détection synchrone pour le troisième.

a. Pertes mesurées des différents échantillons alimentés par un courant sinusoïdal.

i Comparaison des mesures de pertes données par les deux méthodes.

Nous avons mesuré les pertes en courant alternatif de l'échantillon n°3 avec la première méthode, c'est-à-dire l'intégration numérique du produit tension courant, puis avec la deuxième méthode, à l'aide d'un voltmètre à détection synchrone (figure 72). Nous appelons P_{m1} les résultats donnés par la première méthode et P_{m2} les résultats donnés par la deuxième méthode. Nous avons obtenu des résultats très proches pour les deux méthodes. Cela valide, pour nous, l'utilisation de la première méthode de mesures, mais uniquement pour des valeurs de maximum de courant supérieur à 80 A.

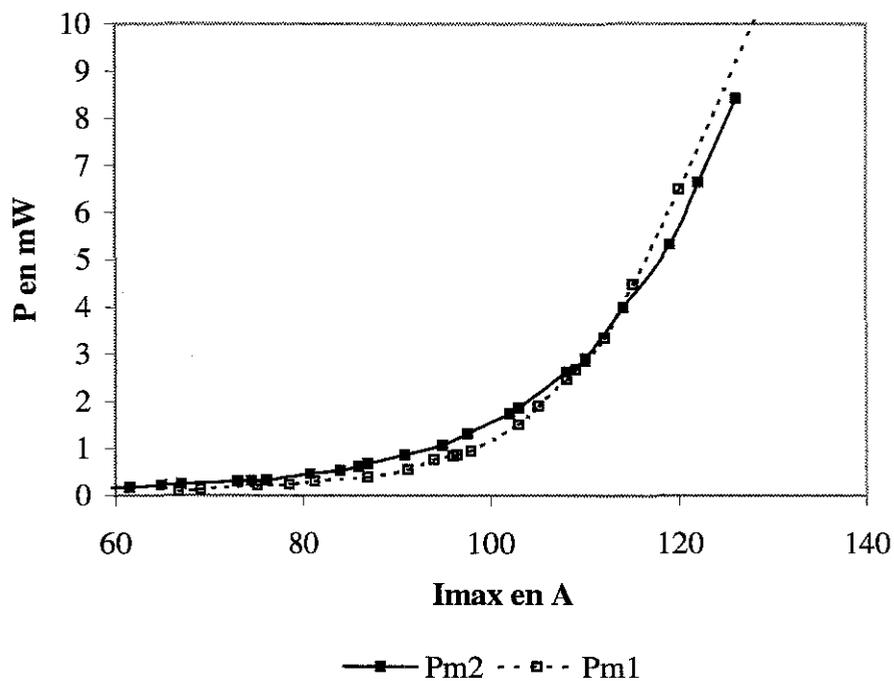


Figure 72 Comparaison des mesures de pertes données par les deux méthodes.

ii Comparaison des mesures de pertes des différents échantillons alimentés par un courant sinusoïdal.

Nous avons vu que les différents échantillons présentent des caractéristiques $E(I)$ différentes. Nous avons donc comparé les pertes mesurées en fonction du maximum du courant appliqué pour chaque échantillon (figure 73), dans le but de savoir s'il y a une concordance avec les grandeurs caractéristiques I_C et n .

On doit rappeler ici les caractéristiques mesurées précédemment :

$E_C=1\mu V/Cm$	Echantillon n°1	Echantillon n°2	Echantillon n°3 1 ^{ère} utilisation	Echantillon n°3 2 ^{ème} utilisation
I_C	108	102	105	97
N	15	13	15	12

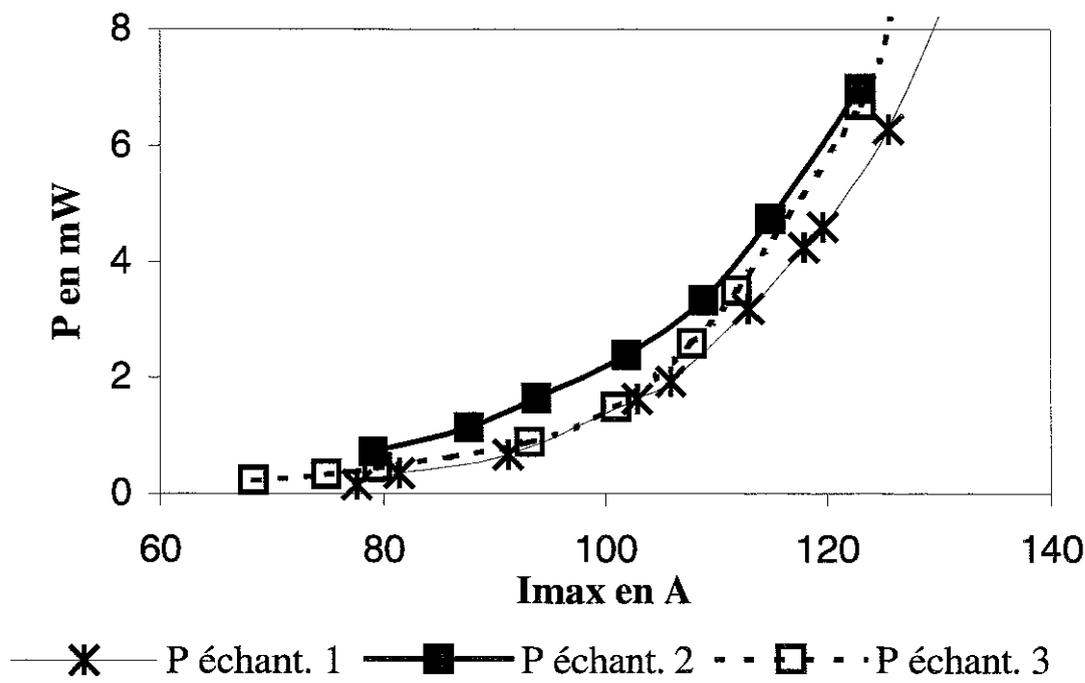


Figure 73 Comparaison des pertes mesurées des différents échantillons en fonction du maximum du courant.

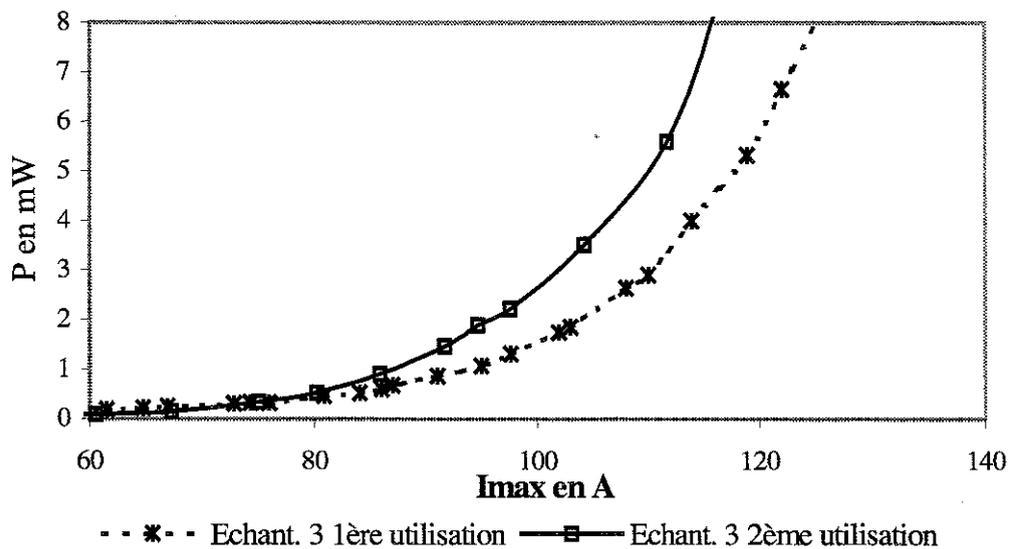


Figure 74 Comparaison des pertes mesurées de l'échantillon 3 pour une première puis une deuxième utilisation, en fonction du maximum du courant.

Les pertes semblent plus importantes quand le courant critique est plus faible, ce qui est conforme aux prévisions théoriques.

L'influence de la valeur de n sur les pertes semble moins évidente à partir de ces courbes, notamment du fait de la faible différence entre les valeurs de n suivant les échantillons.

Nous avons aussi mesuré les pertes données par l'échantillon numéro 3 à un an d'intervalle (figure 74). Les utilisations successives d'un échantillon détériorent ses caractéristiques : diminution du courant critique et augmentation des pertes.

b. Pertes mesurées des différents échantillons alimentés par un courant non sinusoïdal.

Nous nous sommes intéressés aux pertes dans un supraconducteur à haute température critique alimenté par un courant non sinusoïdal. La forme du courant devait correspondre à un cas réel de transport de courant mais aussi être réalisable facilement. L'utilisation d'un gradateur fournit une solution expérimentale intéressante.

Les mesures ont été réalisées, comme cela a été expliqué précédemment, avec la première méthode de mesure.

Nous avons mesuré les pertes en fonction du courant maximum pour plusieurs valeurs d'angle d'amorçage ψ .

i Relevés des tensions et courants instantanés.

Les tensions et courants instantanés relevés sont représentés sur les figures suivantes.

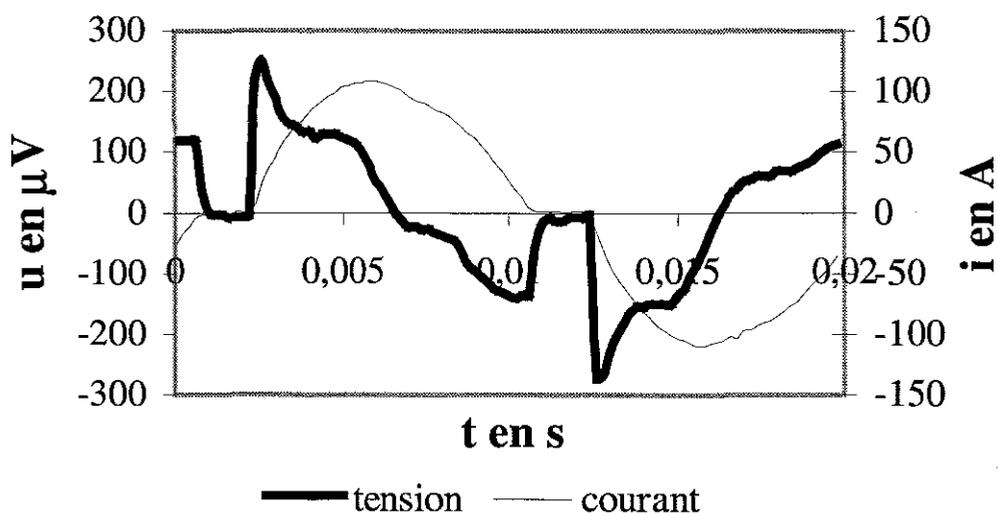


Figure 75 Tension et courant instantanés pour un angle d'amorçage de 30° .

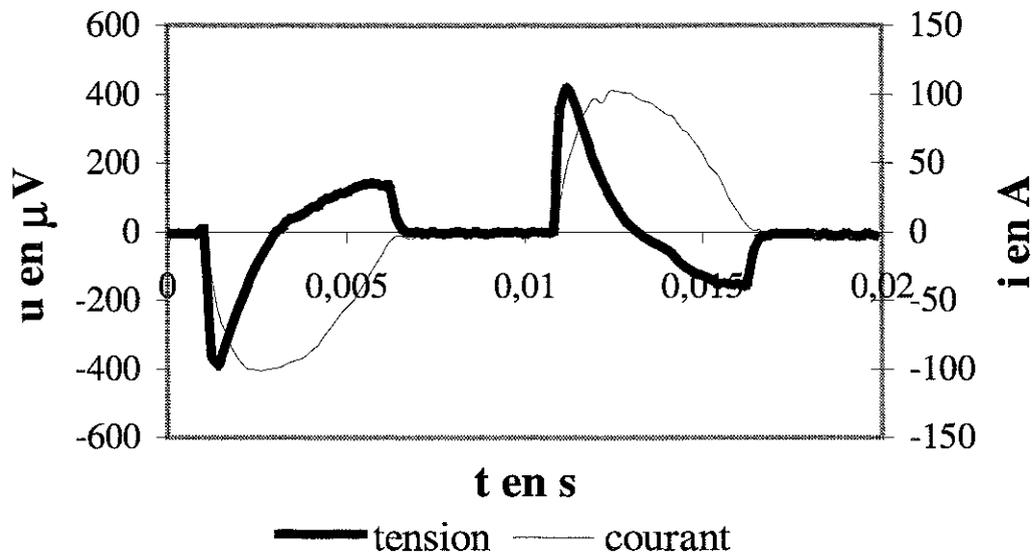


Figure 76 Tension et courant instantanés pour un angle d'amorçage d'environ 90°.

La forme du courant ne correspond pas totalement au courant provenant d'un gradateur fonctionnant avec une charge résistive (figure chapitre 2). En fait c'est l'inductance du secondaire du transformateur qui provoque cette déformation.

La tension aux bornes de l'échantillon s'annule quand le courant s'annule. En fait quand il n'y a pas de courant, il n'y a pas non plus de variation de courant et donc pas de variation de champ magnétique, ni de champ électrique et donc pas de tension.

ii Mesures de pertes en courant non sinusoïdal

Les courbes suivantes (figures 77 à 80) représentent les pertes mesurées en fonction du courant maximum pour différents angles d'amorçage, et pour les trois échantillons.

Nous remarquons sur ces différentes figures que les courbes de pertes pour un échantillon, sont très proches les unes des autres, quand le courant maximum est inférieur ou légèrement supérieur au courant critique. Nous observons une petite divergence de ces courbes pour les échantillons n°1 et n°3, quand le courant maximum atteint des valeurs supérieures à 120% du courant critique constructeur. La divergence est moins marquée pour l'échantillon n°2. Pour ces valeurs de courants maximums et pour tous les échantillons, les pertes semblent diminuées quand on augmente l'angle d'amorçage. Ceci est conforme à la prévision théorique.

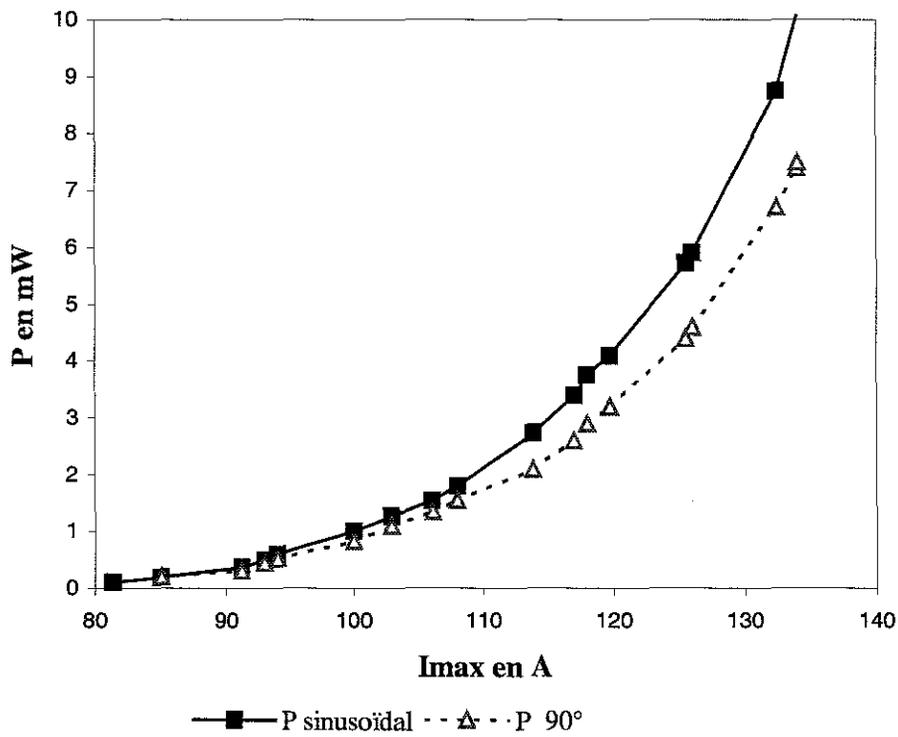


Figure 77 Pertes mesurées de l'échantillon n°1 en fonction du courant maximum pour un courant sinusoïdal et pour un angle d'amorçage de 90°.

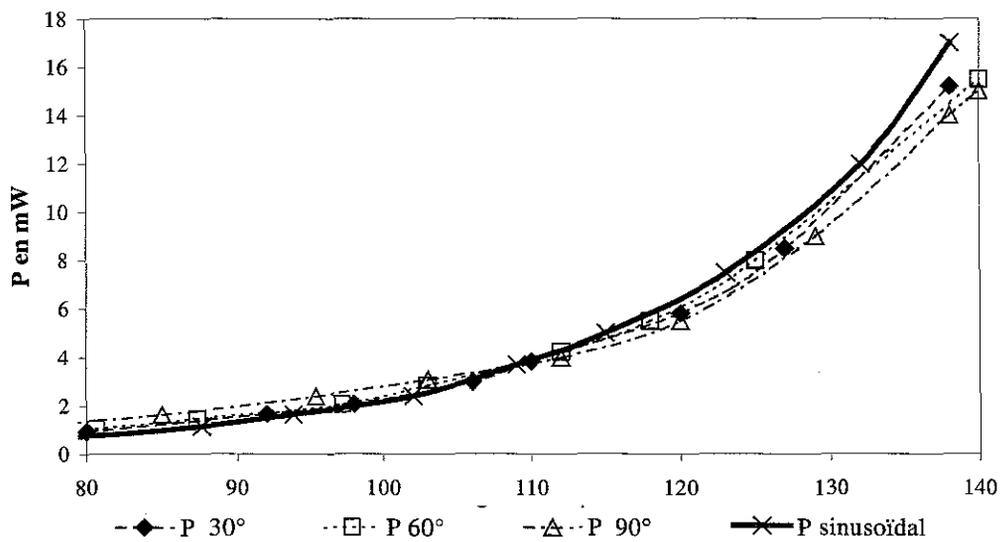


Figure 78 Pertes mesurées de l'échantillon n°2 en fonction du courant maximum pour un courant sinusoïdal et pour des angles d'amorçage de 30°, 60° et 90°.

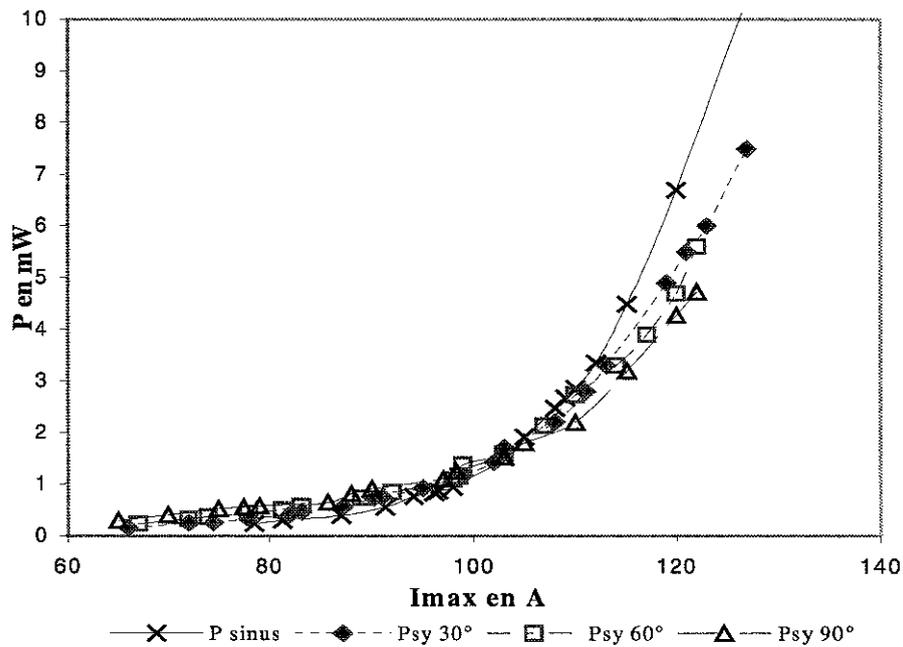


Figure 79 Pertes mesurées de l'échantillon n°3 en fonction du courant maximum pour un courant sinusoïdal et pour des angles d'amorçage de 30°, 60° et 90° pour la première utilisation.

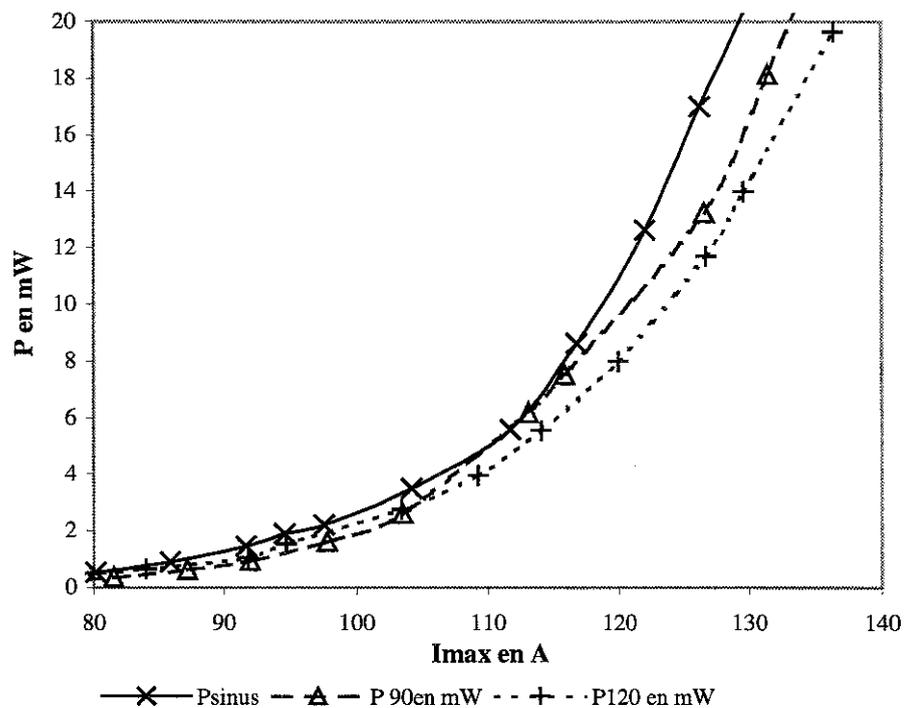


Figure 80 Pertes mesurées de l'échantillon n°3 en fonction du courant maximum pour un courant sinusoïdal et pour des angles d'amorçage de 30°, 60° et 90° pour la deuxième utilisation.

V. Conclusion

La mesure de E en fonction de I , en courant continu, est indispensable à la connaissance des caractéristiques du matériau, à savoir pour la détermination de la valeur de n et celle du courant critique. Cependant, le manque de précision de cette mesure doit nous rendre prudent sur l'utilisation de ces valeurs dans les calculs de pertes.

Nous avons effectué des mesures de pertes d'un échantillon supraconducteur à haute température critique transportant un courant sinusoïdal ou non sinusoïdal.

Nous avons exposé nos méthodes de mesures et le problème de leur précision.

Les pertes augmentent avec la valeur maximale du courant. Tant que celle-ci ne dépasse pas trop le courant critique, les pertes ne dépendent pas de la forme du courant mais uniquement de la valeur maximale du courant. Il semble qu'il y ait une petite variation des pertes en fonction de la forme du courant, quand ce dernier augmente bien au-delà du courant critique donné par le constructeur. Néanmoins, le manque de précision de nos mesures ne permet pas de trancher cette question de façon définitive.

Toutes ces mesures vont permettre de valider ou non les calculs effectués précédemment. C'est ce que nous allons étudier dans le chapitre suivant.

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE 3

[1] VANDERBEMDEN P., Determination of critical current in bulk high temperature superconductors by magnetic flux profile measuring methods. **Université de Liège, Faculté des sciences appliquées**. 1999, Liège, 193 p.

[2] LUE J.W., DEMKO J.A., DRESNER L., HUGHEY R.L., SINHA U., TOLBERT J.C., OLSEN S.K., AC losses of prototype HTS transmission cables, **I.E.E.E. transactions on applied superconductivity**, vol. 9, n° 2, 1999, pp. 416-419.

[3] LE NAOUR S., Pertes en champ propre et longitudinal dans les conducteurs supraconducteurs à 50Hz. **Thèse de doctorat de l'Université de Franche-Comté, CREEBEL, Belfort**, nov. 96.

[4] DOUINE B. LEVEQUE J. REZZOUG A., AC losses measurements of a high critical superconductor transporting sinusoidal or non sinusoidal current, **I.E.E.E. transactions on applied superconductivity**, vol. 10, n°1, mars 2000, pp.1489-1492.

[5] DOUINE B. LEVEQUE J. REZZOUG A., Mesures de pertes dans les supraconducteurs à haute température critique alimenté en courant sinusoïdal et non sinusoïdal, **6^{èmes} journées de cryogénie et de supraconductivité**, vol. 2, Aussois, mai 2000, pp. 807-811.

[6] POLAK M. MAJOROS M., Superconducting materials and coils for operation at power frequencies, **EUCAS 95**, Edinburgh, 1995, 6 p.

[7] PAASI J. POLAK M. KOTTMAN P. SUCHON D. LAHTINEN M. KOKAVEC J.; Electric field and losses in BSCCO-2223/Ag tapes carrying Ac transport current, **I.E.E.E. Transactions on applied superconductivity**, vol. 5, n°2, juin 1995, pp. 713-716.

- [8] ISSHI H. HIRANO S. HARA T. YAMAMOTO T., Estimation of AC losses of polycrystalline YBCO by two different methods, **I.E.E.E. Transactions on applied superconductivity**, vol. 3, n°1, mars 1993, pp. 1417-1420.
- [9] PAASI J. TUOHIMAA A., Hysteresis losses in Bi-2223 superconductors, **I.E.E.E. trans. on magnetics**, vol.32, n°4, juillet 1996, pp. 2796-2800.
- [10] DAFFIX H. TIXADOR P., Electrical ac losses measurements in superconducting coils, **IEEE Transactions on applied superconductivity**, juin 1997, vol.7, n°2, pp. 286-289.
- [11] KOKAVEC J. HLASNIK I. FUKUI S., Very sensitive electric method for AC loss measurement in SC coils. **I.E.E.E. Transactions on applied superconducting**, vol. 3, n°1, mars 1993, pp.153-155.
- [12] OZELIS J.P., AC loss measurement of model and full size 50mm SSC collider dipole magnets at Fermilab, **I.E.E.E. Transactions on applied superconducting**, vol.3, n°1, mars 1993, pp.678-682.
- [13] FOLLIOT J-C., Mesure et détection des très faibles tensions, **Techniques de l'ingénieur**, mesures et contrôle, R985, pp. 1-12.
- [14] MAX J., Utilisation du traitement du signal dans les mesures de grandeurs physiques, **Techniques de l'ingénieur**, mesures et contrôle, R1095, pp. 1-22.
- [15] BEGHIN E. BOCK J. DUPERRAY G. LEGAT D. HERRMANN P.F., AC loss measurements in high T_C superconductors, **Applied superconductivity**, vol. 3, n°6, 1995, pp. 339-349.

CHAPITRE 4 COMPARAISON DES RESULTATS THEORIQUES, NUMERIQUES ET EXPERIMENTAUX

I. Introduction

Nous avons développé dans le premier chapitre, le calcul théorique des pertes en champ propre pour un tube supraconducteur HT_C .

Dans les deux premiers chapitres nous avons montré que, suivant la valeur maximale du courant de transport, il y a pénétration incomplète ou complète du courant ou du champ magnétique dans l'échantillon. A ces deux cas de pénétration nous avons associé deux formules de pertes qui tiennent compte de la caractéristique $E(J^n)$ du matériau et notamment de la valeur de n .

En pénétration incomplète la formule de pertes a été établie grâce, d'une part à la formule de pertes déduite du modèle de Bean, et d'autre part aux résultats de calculs numériques de pertes associés à l'analyse dimensionnelle.

En pénétration complète nous avons dû imposer arbitrairement la distribution de courant dans la section du tube. Nous avons choisi une distribution de la densité de courant constante dans l'espace dans toute la section, ce qui nous a semblé le plus conforme aux développements trouvés dans la littérature. Malgré cela, le choix arbitraire de cette distribution de courant doit nous rendre prudent sur la validité de notre formule de pertes en pénétration complète. Cela nous impose de vérifier que les résultats de calculs de pertes correspondent bien aux mesures de pertes présentées dans le chapitre précédent.

Dans ce chapitre nous montrons d'ailleurs que les résultats des calculs et des mesures diffèrent assez nettement quand $I_{max} > I_C$. Nous avons donc décidé de reconsidérer dans ce cas, la distribution de courant pour obtenir des résultats de calculs de pertes plus proches des données expérimentales. Nous obtenons ainsi le modèle « définitif » de calcul des pertes donnant des résultats corrects pour l'ensemble de notre travail.

Pour conclure ce chapitre nous comparons, pour tous les échantillons utilisés pour les mesures de pertes, les résultats des calculs, avec ceux issus du modèle « définitif », et ceux obtenus par les mesures de pertes.

II. Modèles théoriques

Tout d'abord, nous rappelons ici les formules de pertes dans les cas de pénétration incomplète et complète. Celles-ci s'expriment en fonction de la puissance n de la relation $E(J)$ du matériau et du courant critique I_C de l'échantillon. Les échantillons testés ont des valeurs de n allant de 12 à 15, et des courants critiques allant de 97 à 110A. Pour ces valeurs de n et pour un critère de champ électrique critique de $1\mu\text{V/cm}$, nous avons montré grâce aux calculs numériques, que la pénétration est complète quand le courant atteint environ la valeur du courant critique I_C . Par la suite nous prendrons cette valeur comme frontière entre les deux phénomènes précités.

Puis, nous montrerons que les pertes calculées en pénétration complète ne correspondent pas aux mesures de pertes. Nous proposerons donc une nouvelle distribution de courant en pénétration complète, qui permet de faire coïncider les pertes calculées et mesurées.

1. Formules théoriques de pertes.

Il est nécessaire ici, de bien expliciter les formules de pertes en champ propre dans un tube supraconducteur, dont le calcul a été présenté dans les deux premiers chapitres. Comme nous l'avons déjà dit, il y a une formule de pertes en pénétration incomplète, calculée à l'aide du modèle de Bean et de l'analyse dimensionnelle, et une formule en pénétration complète calculée avec l'hypothèse que $J(r,t)$ reste constante dans la section du tube.

a. En pénétration incomplète

La relation établie à partir de l'analyse dimensionnelle est :

$$P_i = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{n+1} \cdot E_C^{n+1} \cdot I_{\max}^{3n+1} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right)$$

Nous rappelons que la limite de cette formule, quand n tend vers l'infini, est la formule approchée des pertes P_{Ba} données par le modèle de Bean.

b. En pénétration complète

La formule de pertes en pénétration complète est la somme de deux composantes :

$$P = P_i (I_{\max} = I_C) + P_C$$

$P_i (I_{\max} = I_C)$ est obtenue à partir de la relation donnée en (a) :

$$P_i = h.(\mu_0.f)^{\frac{n}{n+1}}.E_C^{\frac{1}{n+1}}.I_C^{\frac{2n+1}{n+1}}.\alpha_R.\left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n}\right)$$

P_C est la formule de pertes en pénétration complète tiré des calculs exposés au premier chapitre :

$$P_C = 2.f.h.\frac{E_C}{I_C^n}.\int_{t_1}^{t_2} i^{n+1}(t).dt$$

avec t_1 et t_2 les instants entre lesquels $i(t) \geq I_C$.

Cette dernière formule dépend de la forme du courant.

Si le courant est sinusoïdal nous avons :

$$P_C = \frac{1}{\pi}.f.h.\frac{E_C}{I_C^n}.I_{\max}^{n+1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^{n+1}(\theta).d\theta$$

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{I_C}{I_{\max}}\right) \text{ et } \theta_2 = \pi - \theta_1$$

Cela donne pour P_C :

$$P_C = \frac{2}{\pi}.f.h.E_C \left(\frac{I_{\max}}{I_C}\right)^n .I_{\max}.\cos\theta_1.F\left(\frac{1}{2}, \frac{-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2\theta_1\right)$$

Nous avons, en résumé, les formules de pertes suivantes :

$P = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{n+1} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_{\max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right)$	Si $I_{\max} < I_C$
<p>Pour un courant quelconque</p> $P = h \cdot (\mu_0 \cdot f)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_C^{\frac{2n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right) + 2 \cdot f \cdot h \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \int_{t_1}^{t_2} i^{n+1}(t) \cdot dt$	Si $I_{\max} > I_C$
<p>Pour un courant sinusoïdal</p> $P = h \cdot (\mu_0 \cdot f)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_C^{\frac{2n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right) + \frac{2}{\pi} \cdot f \cdot h \cdot E_C \left(\frac{I_{\max}}{I_C} \right)^n \cdot I_{\max} \cdot \cos \theta_1 \cdot F \left(\frac{1}{2}, \frac{-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1 \right)$	

2. Changement de modèle en pénétration complète

Un nouveau problème se pose dans le cas de la pénétration complète. Quand le courant maximum est supérieur à I_C , les pertes calculées n'augmentent pas autant que celles mesurées.

Nous avons représenté les courbes des pertes mesurées, calculées théoriquement et numériquement de l'échantillon n°3 sur la figure 81. Son courant critique est de 105A avec n égal 15.

Nous avons donc décidé de changer de modèle en pénétration complète et nous avons utilisé les résultats de simulation numérique pour modifier ce modèle.

En effet si nous comparons les résultats issus des simulations donnant $J(r,t)$ et $E(r,t)$ juste avant la pénétration complète de l'échantillon par le courant, avec ceux obtenus avec le modèle théorique en pénétration complète, les différences sont importantes. (figures 82 et 83)

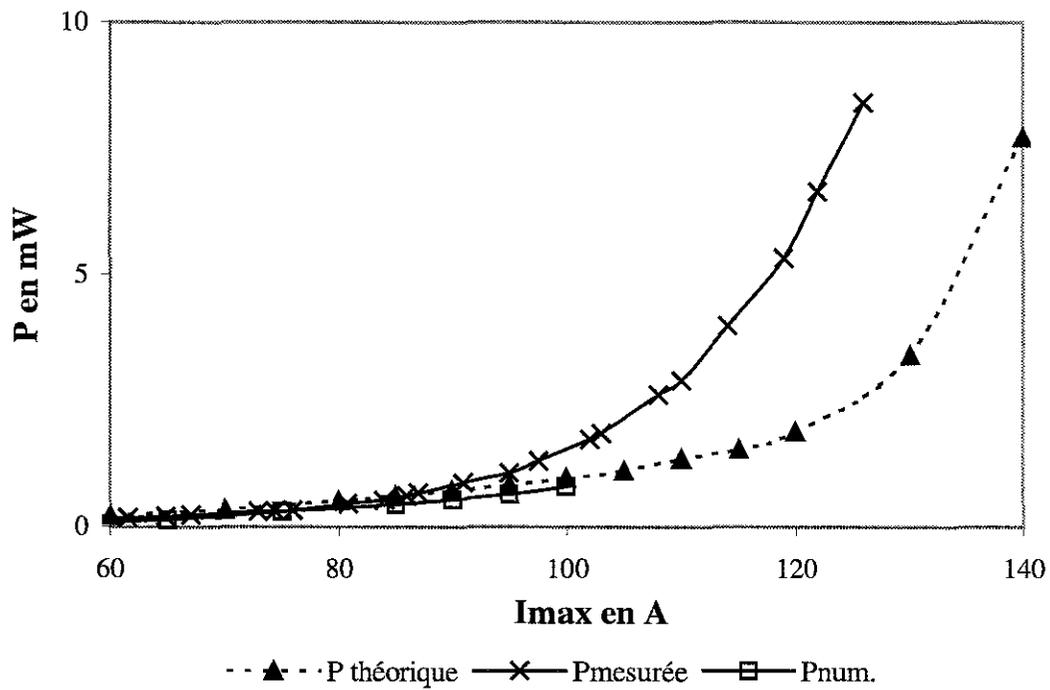


Figure 81 Comparaison des pertes mesurées, calculées théoriquement et numériquement en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°3.

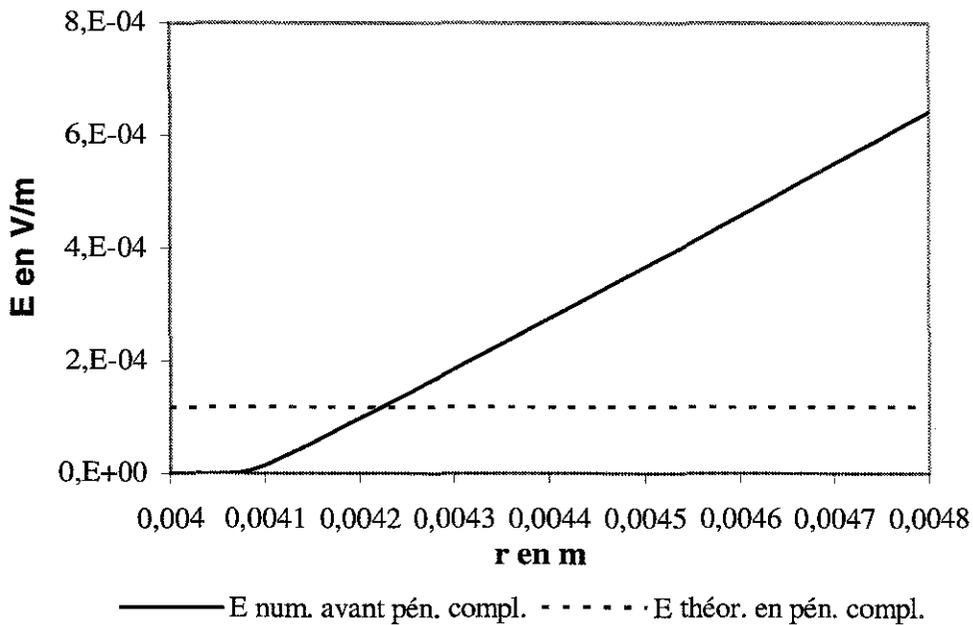


Figure 82 Répartition du champ électrique calculée numériquement juste avant la pénétration complète et répartition imposée du champ électrique en pénétration complète, sans changement de modèle.

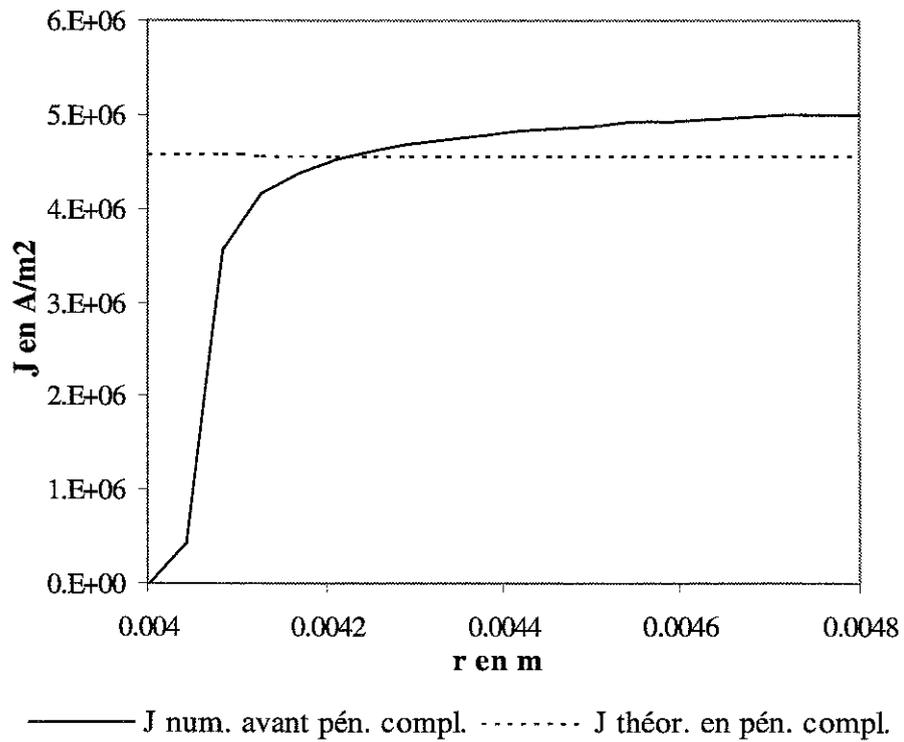


Figure 83 Répartition de la densité de courant calculée numériquement juste avant la pénétration complète et répartition de la densité de courant imposée en pénétration complète sans changement de modèle.

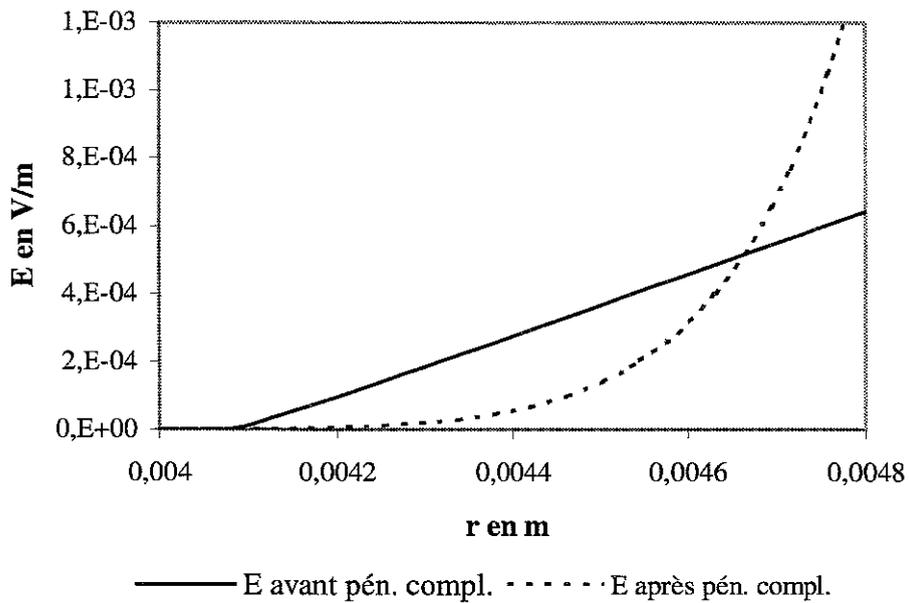


Figure 84 Répartition du champ électrique calculée numériquement avant la pénétration complète et répartition théorique du champ électrique en pénétration complète avec changement de modèle.

Nous observons que si la répartition de $J(r,t)$ ne change pas trop avant et après la pénétration complète, ce n'est pas le cas de $E(r,t)$. Premièrement, la valeur moyenne du champ électrique $E(r,t)$ est plus importante avant la pénétration complète (trait plein) qu'après cette dernière (trait pointillé). Deuxièmement le champ électrique augmente avec le rayon avant la pénétration complète et non après. De ce fait la puissance instantanée est plus grande avant qu'après.

Nous avons cherché une nouvelle répartition de $J(r,t)$ en pénétration complète permettant d'obtenir une répartition de $E(r,t)$ qui soit plus proche de celle calculée juste avant la pénétration complète. Nous avons tout d'abord pensé à prendre une répartition de $J(r,t)$ où celle-ci augmente linéairement avec le rayon de tube (figure 85). Cela donne une répartition $E(r, t)$ représentée sur la figure 84.

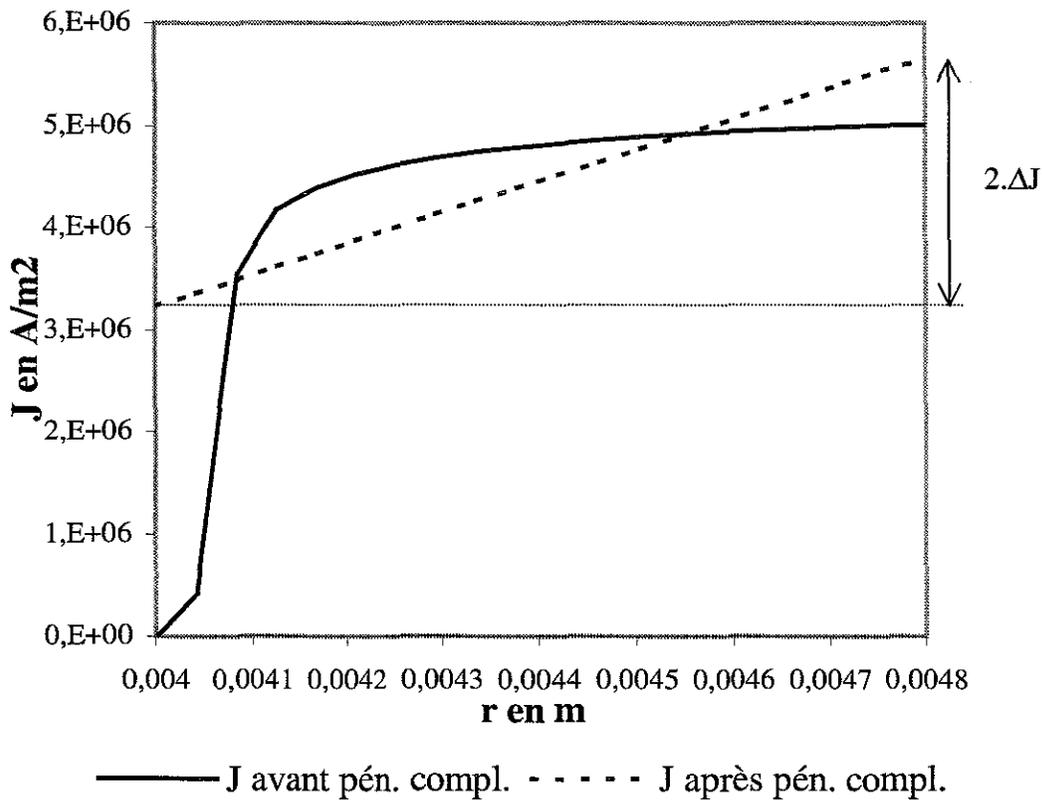


Figure 85 Répartition de la densité de courant calculée numériquement avant la pénétration complète et répartition imposée de la densité de courant en pénétration complète avec changement de modèle.

Cependant, cette répartition de courant ne permet pas de calculer facilement les pertes. Nous avons choisi un nouveau modèle de répartition permettant un calcul plus aisé des pertes. Nous avons séparé en deux surfaces égales la section du tube (figures 86 et 87). Ce choix est uniquement dicté par la facilité de calcul qu'il permet. Dans la section intérieure nous imposons une densité de courant :

$$J = \frac{i(t) - \Delta I}{S}$$

Dans la section extérieure :

$$J = \frac{i(t) + \Delta I}{S}$$

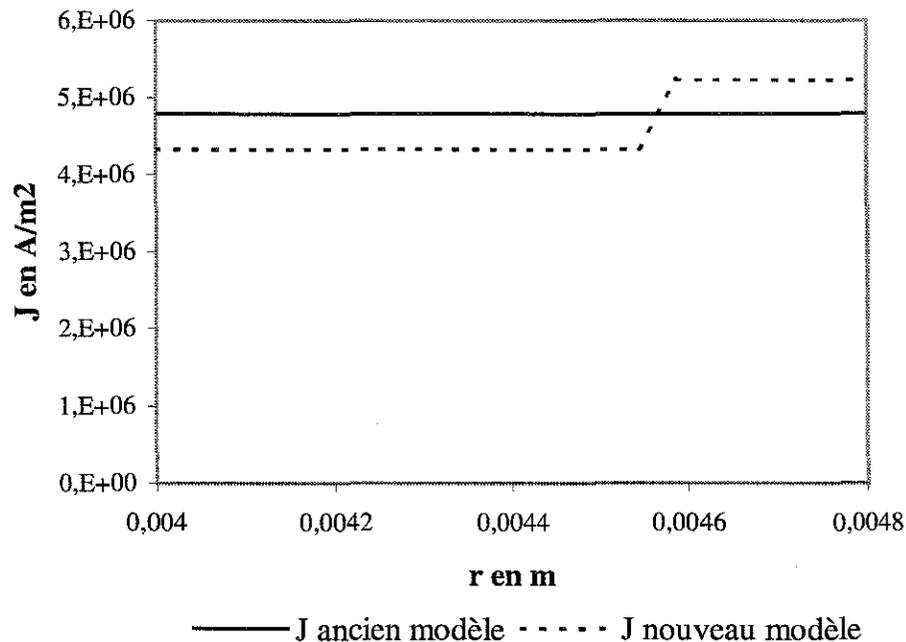


Figure 86 Répartition de la densité de courant imposée en pénétration complète avec l'ancien et le nouveau modèle.

En régime sinusoïdal nous obtenons facilement les pertes en pénétration complète dans le tube, en procédant de la même façon que dans le paragraphe (II.1) de ce chapitre :

$$P_C = \frac{1}{\pi} \cdot f \cdot h \cdot E_c \cdot \frac{1}{I_C^n} \left((I_{\max} - \Delta I)^{n+1} + (I_{\max} + \Delta I)^{n+1} \right) \cos \theta_1 \cdot F \left(\frac{1}{2}, \frac{-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1 \right) \quad (77)$$

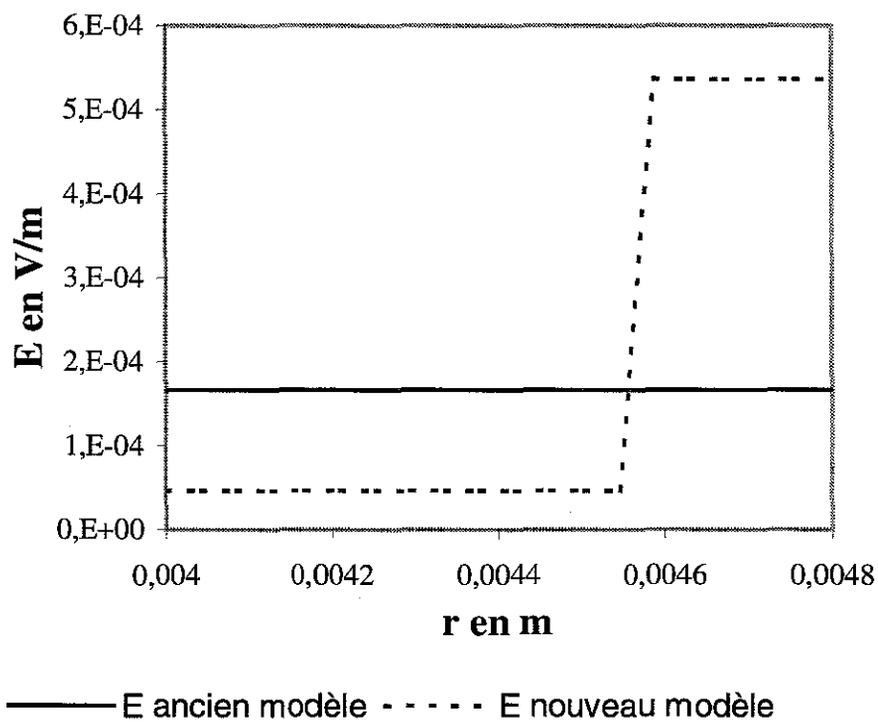


Figure 87 Répartition du champ électrique imposée en pénétration complète avec l'ancien et le nouveau modèle.

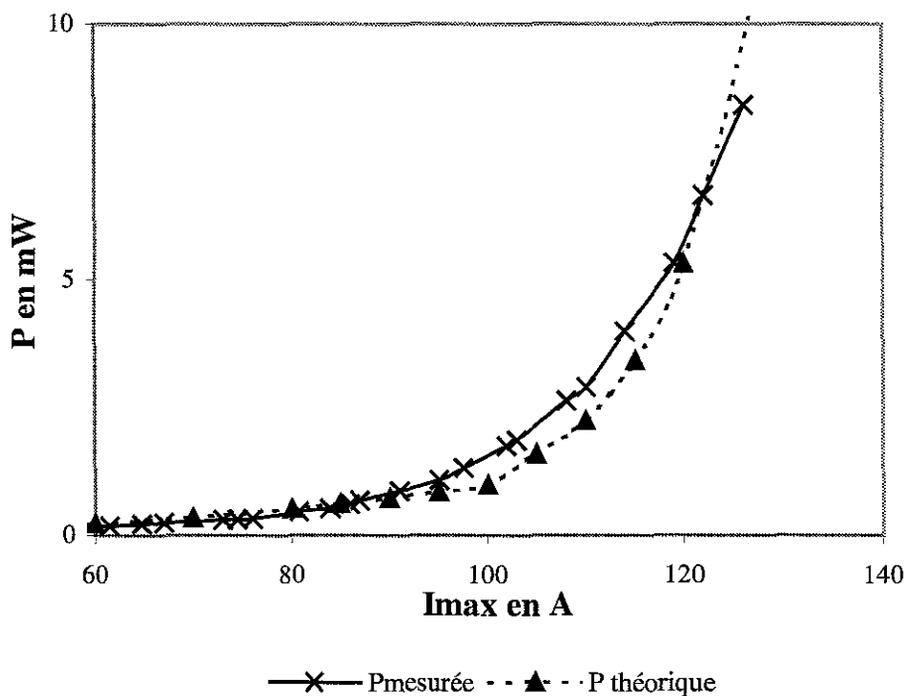


Figure 88 Comparaison des pertes mesurées, calculées théoriquement avec la nouvelle répartition de courant et numériquement, en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°3.

En prenant une valeur de ΔI d'environ 10% de celle de I_C , nous obtenons des courbes de pertes théoriques proches des résultats expérimentaux (figure 88). Sur la même figure nous avons représenté les pertes calculées numériquement. Nous voyons que les courbes de pertes calculées se rapprochent assez près des pertes mesurées pour cet échantillon.

Il nous reste à vérifier pour tous les échantillons, la validité de ce résultat.

III. Comparaison des calculs et des mesures de pertes

Nous allons comparer les pertes mesurées des trois échantillons avec les pertes calculées. Nous allons pouvoir observer l'influence des caractéristiques propres de chaque échantillon et valider notre calcul de pertes. La répartition de courant est celle présentée précédemment avec toujours ΔI égale à 10% de I_C .

Les pertes sont beaucoup plus importantes dans le cas où le maximum du courant dépasse le courant critique, que dans le cas où il est inférieur ou proche du courant critique. Nous avons donc représenté pour chaque échantillon les courbes de pertes avec deux échelles différentes, de 0 à 2mW (figures 90 et 91), et de 0 à 20mW (figures 89 et 92).

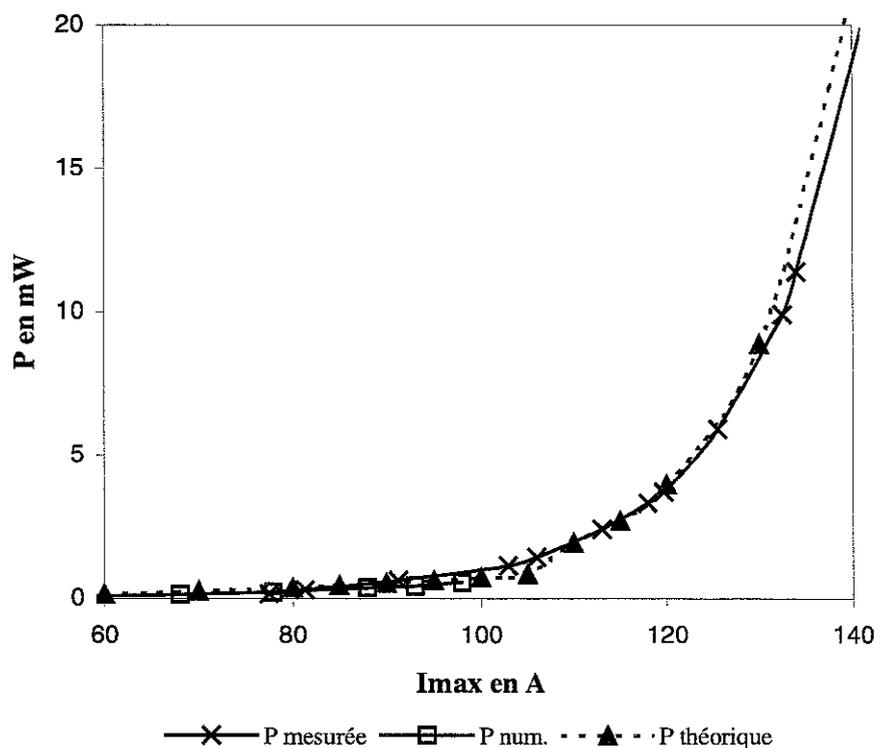


Figure 89 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°1

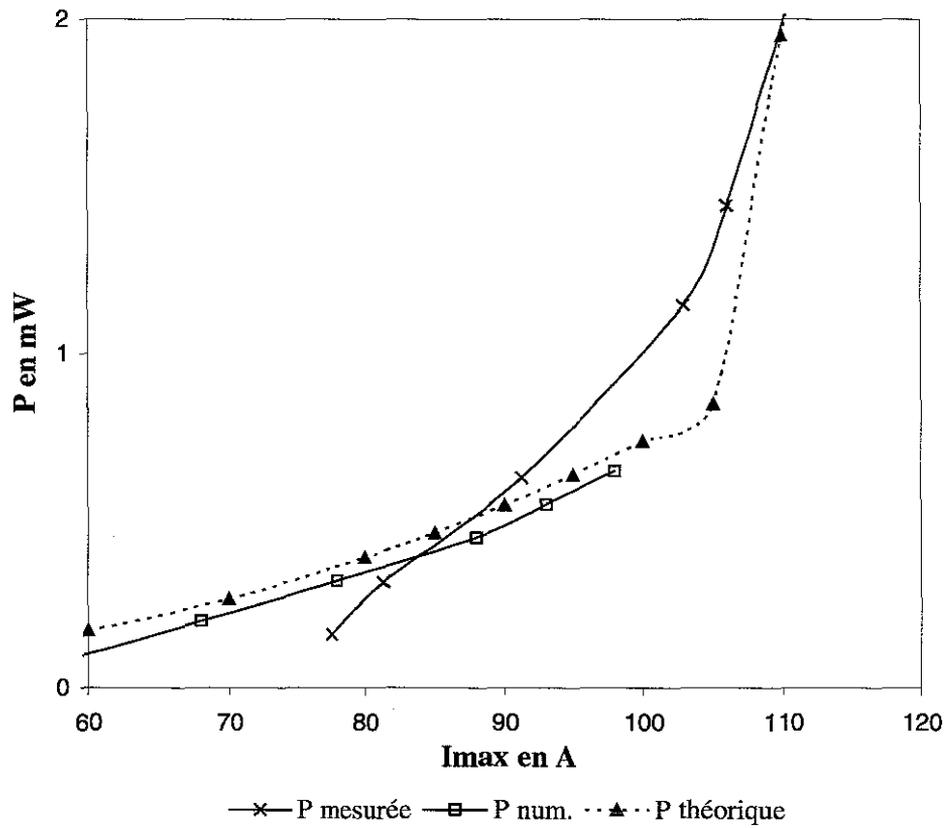


Figure 90 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°1

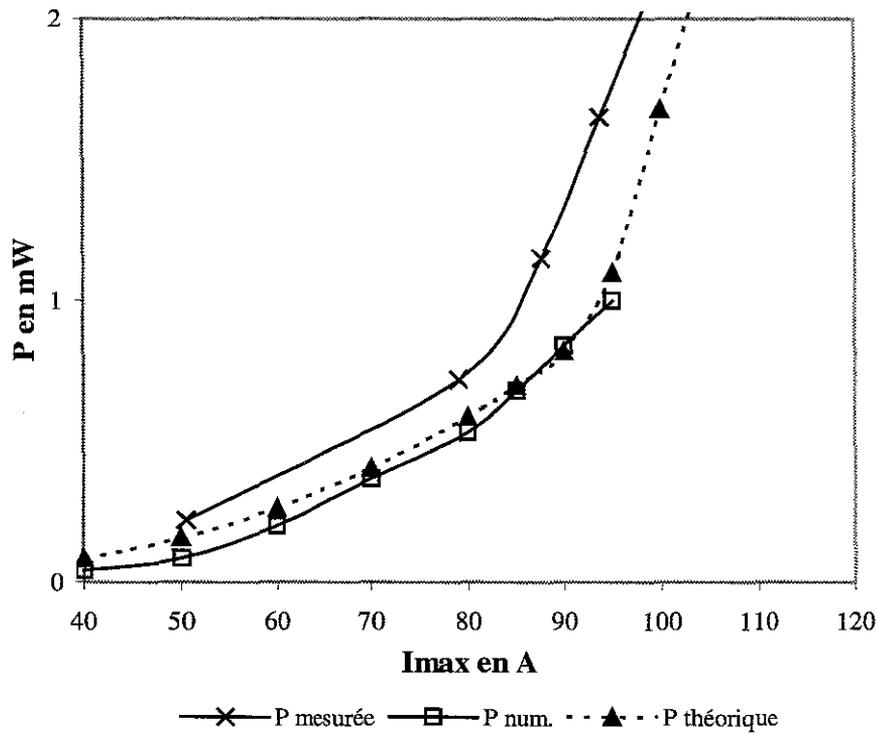


Figure 91 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°2

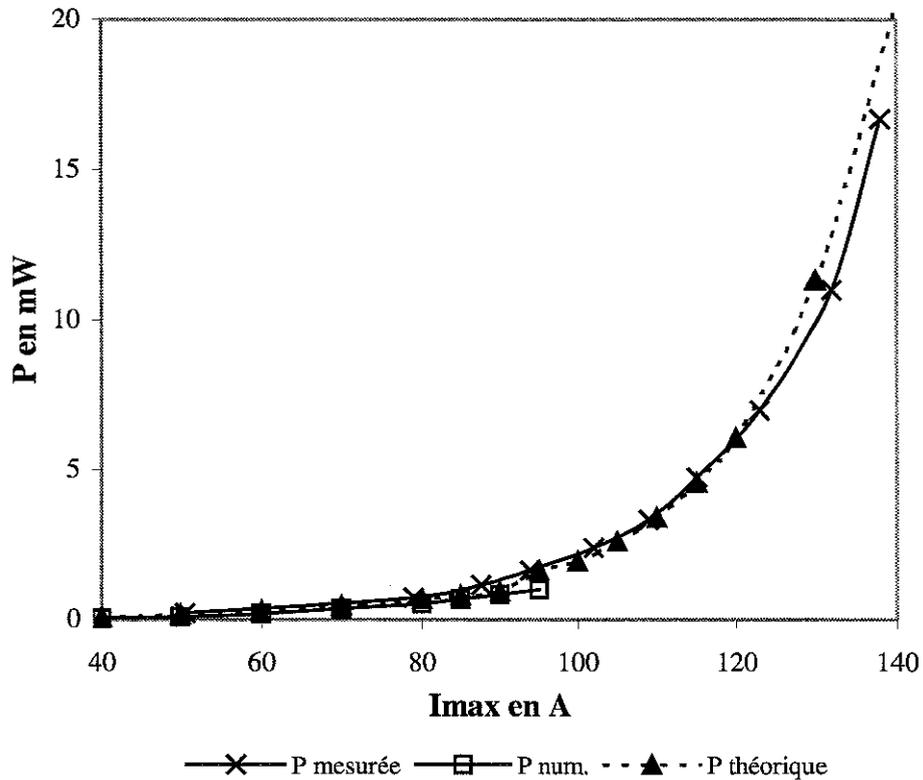


Figure 92 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°2

Les courbes des pertes en fonction du courant maximum de l'échantillon n°3 sont représentées sur la figure 88. Nous avons indiqué dans le chapitre précédent que les caractéristiques du matériau et les pertes ont varié lorsque nous avons effectué une deuxième série de mesures. Nous avons représenté sur la figure 93 les courbes de pertes de cette deuxième série de mesures.

La comparaison des courbes de pertes calculées et mesurées pour les différents échantillons, montre une bonne concordance générale des résultats. Néanmoins quand le courant maximum et les pertes sont faibles, les courbes ont des écarts relatifs assez importants notamment pour l'échantillon n°2. Nous pensons que cela peut s'expliquer de plusieurs façons.

Premièrement la précision des mesures, à faible courant maximum, n'est pas très bonne pour des pertes inférieures à 2 mW. Ce manque de précision vient du système de mesure mais aussi de la présence probable de faibles pertes supplémentaires au niveau

des contacts entre les prises de potentiels et le ruban d'argent, lui-même en contact avec le matériau supraconducteur.

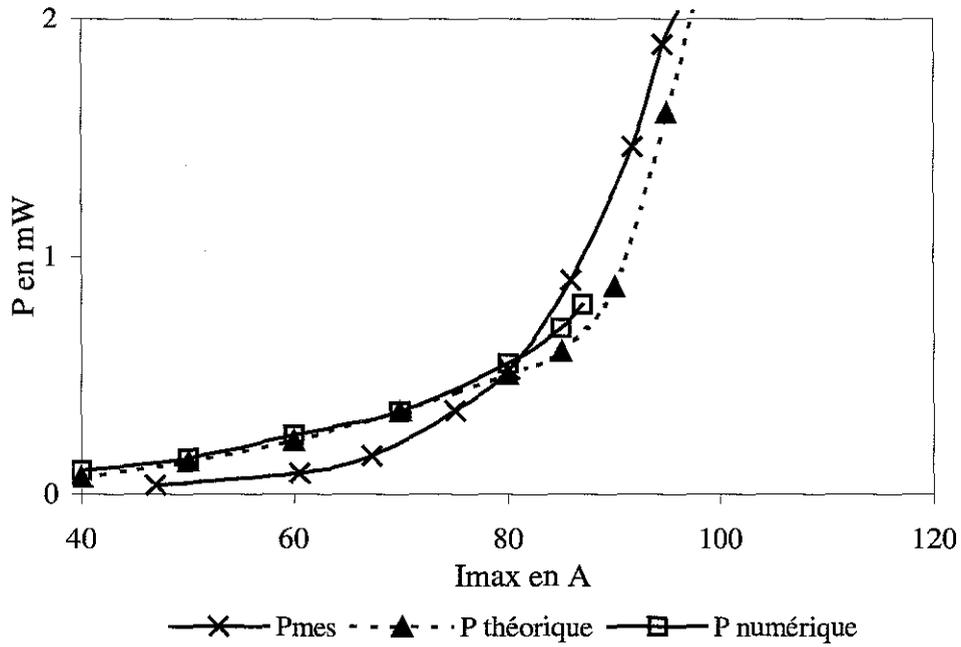


Figure 93 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°3 (deuxième série de mesures)

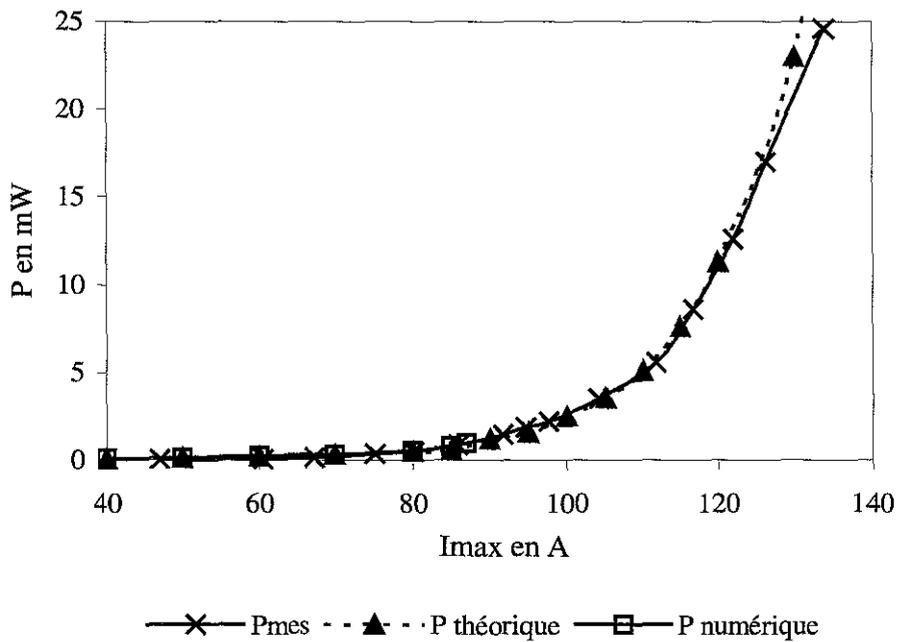


Figure 94 Pertes en fonction du courant maximum pour l'échantillon n°3 (deuxième série de mesures)

Deuxièmement nous avons supposé dans la partie théorique que la répartition du courant est la même sur toute la longueur du tube. Aux extrémités du tube, où le matériau supraconducteur est en contact avec les rubans d'argent, la répartition du courant est différente. Nous sommes dans l'incapacité de prévoir la répartition du courant dans cette zone et donc cela peut expliquer en partie les différences entre théorie et expérience.

Malgré tout, et surtout pour les forts courants, les formules de pertes que nous avons trouvées semblent, dans l'ensemble, traduire correctement l'évolution des pertes.

IV. Conclusion

La comparaison des mesures de pertes avec les pertes calculées nous a permis d'abord de modifier notre modèle théorique en pénétration complète puis de valider ce nouveau modèle.

Nous retiendrons donc les relations suivantes pour les pertes en champ propre pour un tube supraconducteur HT_C :

$P = h \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot f}{I_C} \right)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_{\max}^{\frac{3n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right)$	Si $I_{\max} < I_C$
<p>Pour un courant quelconque</p> $P = h \cdot (\mu_0 \cdot f)^{\frac{n}{n+1}} \cdot E_C^{\frac{1}{n+1}} \cdot I_C^{\frac{2n+1}{n+1}} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right) +$ $f \cdot h \cdot \frac{E_C}{I_C^n} \cdot \left[\int_{t_1}^{t_2} (i^{n+1}(t) - \Delta I) \cdot dt + \int_{t_1}^{t_2} (i^{n+1}(t) - \Delta I) \cdot dt \right]$	Si $I_{\max} > I_C$
Pour un courant sinusoïdal	

$$\begin{aligned}
P &= h \cdot (\mu_0 \cdot f)^n \cdot E_C^{n+1} \cdot I_C^{2n+1} \cdot \alpha_R \cdot \left(\frac{0,2}{\pi} + \frac{0,3}{n} \right) + \\
&\frac{1}{\pi} \cdot f \cdot h \cdot E_C \cdot \frac{1}{I_C^n} \left((I_{\max} - \Delta I)^{n+1} + (I_{\max} + \Delta I)^{n+1} \right) \cos \theta_1 \cdot F \left(\frac{1}{2}, \frac{-n}{2}, \frac{3}{2}, \cos^2 \theta_1 \right)
\end{aligned}$$

Même s'il faut tenir compte de l'imprécision de nos mesures, la bonne concordance des mesures et des calculs de pertes, sur différents échantillons, est manifeste. Nous pensons donc que les formules théoriques de pertes en champ propre que nous avons trouvées, correspondent à l'évolution des pertes. Reste à les vérifier sur des échantillons de caractéristiques fondamentalement différentes.

CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce travail de thèse a consisté en l'étude théorique et expérimentale des pertes des conducteurs supraconducteurs massifs à haute température critique (HT_C).

La plupart du temps, pour prévoir les pertes dans les supraconducteurs HT_C , on utilise des formules de pertes calculées à l'aide du modèle de Bean. Ces formules, connues depuis plusieurs dizaines d'années, ont été utilisées avec succès pour les supraconducteurs à basse température critique (BT_C). Cependant les caractéristiques spécifiques des HT_C nous ont amenés à réfléchir sur la validité de ces formules de pertes pour ces supraconducteurs.

L'utilisation, dans l'avenir, de ces conducteurs pour le transport de courant, nous a incités à étudier plus particulièrement les pertes en champ propre, avec un courant sinusoïdal et non sinusoïdal.

Dans la partie théorique, nous avons tout d'abord rappelé les calculs de pertes basés sur le modèle de Bean. Nous avons ainsi traité des cas différents, champ magnétique extérieur ou champ propre, et de formes de conducteurs différentes, plaque, cylindre et tube. Nous avons montré que les formules de pertes correspondantes ne dépendent pas de la forme du champ magnétique extérieur ou du courant de transport, mais des valeurs maximales de ces derniers.

Nous avons montré que la pénétration du champ magnétique à l'intérieur du conducteur supraconducteur, se fait de deux façons différentes selon que l'on est en pénétration complète ou incomplète. Tout d'abord il y a pénétration du champ magnétique de l'extérieur vers l'intérieur du conducteur. Puis, quand la pénétration est complète, le champ magnétique augmente dans tout le matériau.

Nous avons étudié plus particulièrement les pertes en champ propre dans un tube supraconducteur HT_C . La formule de pertes en champ propre avec le modèle de Bean, nous a servi de référence pour l'ensemble de notre étude.

Le calcul de pertes en champ propre, à l'aide du modèle de Bean, a deux inconvénients. Premièrement, il ne tient pas compte de la caractéristique réelle $E(J^n)$ du matériau. Or si n vaut quelques unités l'hypothèse de Bean semble forte. Deuxièmement, ce calcul n'est valable que pour des valeurs de courant maximum inférieures au courant critique, au-delà le supraconducteur est supposé revenir à l'état normal. Nous avons montré que les échantillons supraconducteurs HT_C que nous avons utilisés pour les mesures, supportent des courants maximums supérieurs au courant critique donné par le constructeur, sans changement d'état.

Nous avons donc cherché à trouver une formule donnant les pertes en champ propre pour les courants maximums importants.

Si on utilise la relation $E(J^n)$, la distribution de courant dans le conducteur, obéit à une équation différentielle n'ayant pas de solution analytique.

Dans le cas de la pénétration complète, nous avons proposé un modèle simplifié de distribution de courant, permettant d'obtenir une formule de pertes. Nous imposons une distribution de courant constante dans toute la section du tube.

Dans la deuxième partie, nous avons cherché à connaître la distribution de courant dans le tube, en pénétration incomplète, à l'aide d'une résolution numérique de l'équation différentielle. Avec les résultats numériques de distribution courant, nous calculons les pertes.

A l'aide de ces résultats numériques de pertes, et de l'analyse dimensionnelle, nous avons obtenu une nouvelle relation donnant les pertes en pénétration incomplète. Cette formule apporte une précision supplémentaire par rapport à la formule calculée à l'aide du modèle de Bean, qui reste suffisante en première approximation. Cette nouvelle formule est fonction de la valeur de n , n étant propre à chaque échantillon.

Dans la partie expérimentale, nous avons exposé nos deux méthodes de mesures électriques de pertes. Nous avons montré, que si l'une des deux méthodes est plus précise, l'autre permet de mesurer ces pertes dans le cas d'un courant non sinusoïdal. Nous avons observé, pour tous les échantillons, que les pertes ne dépendent pas de la forme du courant, si le courant maximum n'est pas trop supérieur au courant critique. Si le courant maximum est très supérieur au courant critique, la forme du courant intervient sur la valeur des pertes, comme nous l'avons prévu en théorie.

Dans la dernière partie, nous avons comparé les mesures avec les calculs de pertes, en régime sinusoïdal. Nous avons dû modifier la distribution de courant, que nous imposons dans le calcul théorique des pertes en pénétration complète, afin que les courbes expérimentales et théoriques coïncident. Nous avons vérifié, pour tous les échantillons, que les pertes mesurées et calculées avec cette distribution de courant, sont assez proches.

Pour conclure, nous avons établi des relations qui conduisent à des résultats particulièrement proches de ceux obtenus par les mesures. Ce travail a permis d'ouvrir des voies de calculs en vue d'établir des outils simples mais précis, à utiliser pour la mise en œuvre en électrotechnique de ces nouveaux matériaux. Les méthodes utilisées pour trouver ces relations peuvent être appliquées pour trouver des relations analytiques qui permettent de calculer les pertes pour des supraconducteurs de formes différentes.

Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est l'étude théorique et expérimentale des pertes dans les supraconducteurs massifs à haute température critique (SHT_C). La plupart du temps, on utilise des formules de pertes calculées à l'aide du modèle de Bean. Cependant les caractéristiques spécifiques des HT_C nous ont amenés à réfléchir sur la validité de ces formules de pertes pour les SHT_C. L'utilisation, dans l'avenir, de ces conducteurs pour le transport de courant, nous a incités à étudier plus particulièrement les pertes en champ propre, avec un courant sinusoïdal et non sinusoïdal. Dans la partie théorique, nous avons étudié plus particulièrement les pertes en champ propre dans un tube SHT_C. Nous proposons ici des formules donnant les pertes, en pénétration complète et incomplète. Dans le cas de la pénétration complète, nous avons proposé un modèle simplifié de distribution de courant, permettant d'obtenir une formule de pertes. Dans la deuxième partie, nous avons cherché à connaître la distribution de courant dans le tube, en pénétration incomplète et les pertes. A l'aide de ces résultats numériques de pertes, et de l'analyse dimensionnelle, nous avons obtenu une nouvelle relation donnant les pertes en pénétration incomplète. Dans la partie expérimentale, nous observons, pour tous les échantillons, que les pertes ne dépendent pas de la forme du courant, si $I_{MAX} < 1,3 * I_C$. Si $I_{MAX} > 1,3 * I_C$, la forme du courant intervient sur la valeur des pertes. Dans la dernière partie, nous avons comparé les mesures avec les calculs de pertes, en régime sinusoïdal. Nous avons dû modifier la distribution de courant, que nous imposons dans le calcul théorique des pertes en pénétration complète, afin que les courbes expérimentales et théoriques coïncident. Nous avons vérifié, pour tous les échantillons, que les pertes mesurées et calculées avec cette distribution de courant, sont assez proches. Les méthodes utilisées pour trouver ces relations permettent de calculer les pertes pour des supraconducteurs de formes différentes.

Mots-clés : supraconducteur, haute température critique, pertes, champ propre, mesures.

Génie Electrique

Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy
Université Henri Poincaré, Nancy-1
Faculté des Sciences – 54500 Vandoeuvre-lès-Nancy