



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Faculté des Sciences
U.F.R. Sciences et Techniques de la Matière et des Procédés
Ecole Doctorale PROMEMA

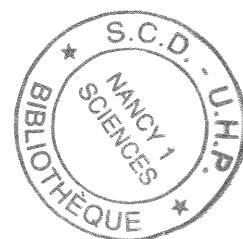
Thèse

Présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy I

Spécialité: PHYSIQUE DES PLASMAS

par Sébastien HACQUIN



**ETUDE DE LA PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN PLASMA:
APPLICATIONS A LA MESURE DU PROFIL DE DENSITE ET A LA
CARACTERISATION DES FLUCTUATIONS EN REFLECTOMETRIE**

Soutenue publiquement le 25 octobre 1999 devant la commission d'examen:

Président:	M. M. FABRY	Professeur, U.H.P., Nancy I
Rapporteurs:	M ^{me} M.E. MANSO M. C. LAVIRON M. D. MOREAU	Professeur, CFN IST Lisbonne Ingénieur physicien CEA, Cadarache Ingénieur physicien CEA, Cadarache
Examineurs:	M. F. CLAIRET M. S. HEURAUX M. G. LECLERT	Ingénieur physicien CEA, Cadarache Maître de Conférences, U.H.P., Nancy I Directeur de Recherche CNRS, Marseille
Invité:	A.J.H. DONNE	Physicien, FOM Jülich

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications de l'Université Henri Poincaré (Nancy I).

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Michel FABRY, Professeur à l'Université Henri Poincaré (Nancy I), de m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire et d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Madame Maria Emilia MANSO, Professeur à l'Institut Supérieur et Technique de l'Université de Lisbonne (Portugal), et à Monsieur Clément LAVIRON, Ingénieur Physicien au CEA Cadarache, qui ont accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit. Je tiens également à remercier Monsieur Didier MOREAU, Ingénieur Physicien au CEA Cadarache, qui a bien voulu se joindre aux rapporteurs.

Mes sincères remerciements vont également à Monsieur Frédéric CLAIRET, Ingénieur Physicien au CEA Cadarache, et à Monsieur Tony DONNE, Physicien au FOM (Jülich, Allemagne), qui ont spontanément accepté de participer au jury.

Que Monsieur Stéphane HEURAUX, Maître de Conférences à l'Université Henri Poincaré (Nancy I), trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour avoir dirigé cette thèse. Ce travail doit énormément à nos nombreuses discussions, à ses encouragements permanents, à ses conseils avisés et à sa grande disponibilité. Ses solides compétences et son engagement affirmé m'ont apporté satisfaction tout au long de ce travail.

J'exprime mon immense gratitude à Monsieur Gérard LECLERT, Directeur de Recherche au CNRS, qui m'a fait profiter de ses grandes compétences au cours de ce travail. En particulier, son regard critique et objectif ainsi que sa rigueur scientifique m'ont été d'un précieux recours.

Que l'ensemble des membres de l'équipe et des personnes avec qui j'ai été amené à travailler trouve en ces quelques lignes le témoignage de ma reconnaissance. Je pense tout particulièrement à Mesdemoiselles Isabelle BOUCHER, Muriel COLIN et Catherine FANACK. A Monsieur Serge PECOUL, j'exprime mes plus chaleureux remerciements pour ses encouragements divers et sa participation active à l'évolution de ce travail. Je joins tout

naturellement à ces remerciements son épouse Madame Céline PECOUL, née THUPNOT, pour son dévouement dans la saisie informatique de ce manuscrit.

Que Monsieur Michel RICHARD trouve tout particulièrement l'expression de ma sympathie et de ma reconnaissance pour les nombreux conseils qu'il m'a prodigués et pour son empressement à résoudre bon nombre de soucis informatiques. Je tiens également à remercier Monsieur Jean-François PAUTEX pour son aide inestimable à la confection des figures de ce rapport, et Monsieur Jean-Luc BRIANCON pour avoir résolu avec compétence les problèmes liés à l'utilisation des PC.

Enfin, à tous mes collègues thésards (ex. et présents), j'exprime ma sincère sympathie pour les relations amicales que nous avons entretenues. Je remercie aussi l'ensemble des personnes du laboratoire qui m'ont accordé un accueil chaleureux.

Que soient spécialement remerciées toutes les personnes qui ont porté un intérêt à ce travail et qui ont permis de le faire avancer grâce à leurs compétences scientifiques, et tout particulièrement: Messieurs Tony DONNE, Jaco VAN GORKOM et Marc VAN DE POL du FOM travaillant sur le réflectomètre de TEXTOR (Jülich, Allemagne) ainsi que Messieurs Frédéric CLAIRET, Clément LAVIRON, Roland SABOT et Philippe MOREAU du CEA Cadarache.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

7

PARTIE I : PRESENTATION DE LA REFLECTOMETRIE

<u>I. RAPPELS HISTORIQUES SUR LA PROPAGATION DES ONDES DANS LES PLASMAS</u>	11
I.1. Etude de l'ionosphère	11
I.1.1. Sondages verticaux par réflexion d'onde	11
I.1.2. Diffusion incohérente	13
I.2. Applications des ondes aux plasmas de fusion	13
I.2.1. Diagnostics plasma	14
I.2.2. Réflectométrie micro-onde	15
<u>II. MODELE DE PROPAGATION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS UN PLASMA MAGNETISE</u>	16
II.1. Hypothèses	16
II.2. Relation de dispersion	17
II.3. Modes de polarisation	18
II.4. Coupures et résonances	19
II.5. Limites du modèle	21
<u>III. MESURE DU PROFIL DE DENSITE PAR REFLECTOMETRIE</u>	22
III.1. Principe	22

III.2. Expression du déphasage et du temps de vol d'une onde dans un plasma	23
III.3. Inversion d'Abel	25
III.4. Autres méthodes de reconstruction du profil de densité	26
III.5. Avantages et limites de la réflectométrie	27
IV. <u>PRINCIPE DES DIFFERENTES TECHNIQUES DE REFLECTOMETRIE</u>	28
IV.1. Systèmes à modulation de fréquence	29
IV.2. Autres types de réflectomètre	30
IV.3. Réflectométrie de pulse	31
IV.3.1. Principe	31
IV.3.2. Avantages et inconvénients techniques	32
IV.3.3. Intérêts pour la reconstruction du profil	33
IV.4. Systèmes à compression de pulse	33
IV.5. Systèmes utilisés pour la détection des fluctuations de densité	34

PARTIE II : ETUDE DE LA PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN MILIEU DISPERSIF

I. <u>INTRODUCTION</u>	36
II. <u>PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN MILIEU DISPERSIF</u>	37
II.1. Cas d'un plasma homogène	37
II.2. Cas d'un plasma de profil quelconque	38
II.2.1. Notions de temps de vol et d'élargissement du pulse	38
II.2.2. Prise en compte des termes d'ordre supérieur	40
II.3. Cas des expériences de réflectométrie: plasma et guide d'onde	47

III. <u>SIMULATIONS NUMERIQUES DE LA PROPAGATION D'UN PULSE</u>	49
III.1. Choix de l'équation	49
III.2. Présentation du code dépendant du temps	50
III.3. Tests du code	52
III.4. Validation des résultats analytiques à l'aide du code	54
III.4.1. Comparaison avec les résultats analytiques	54
III.4.2. Régimes "spatial" et "spectral": notion de largeur optimale	56
III.4.3. Etude en présence de guides d'onde	57
IV. <u>METHODE DE COMPRESSION DE PULSE</u>	61
IV.1. Principe	61
IV.2. Outils de simulation	62
IV.3. Résultats préliminaires	62
V. <u>CONCLUSION</u>	63

PARTIE III : DETERMINATION DU PROFIL DE DENSITE A PARTIR DES MESURES DE REFLECTOMETRIE

I. <u>DESCRIPTION DES PRINCIPES DE MESURES D'UN REFLECTOMETRE</u>	65
I.1. Réflectomètre classique	65
I.2. Réflectomètre de pulse	66
II. <u>ANALYSE DE LA MESURE DE L'ELARGISSEMENT DU PULSE</u>	66
II.1. Evaluation de l'erreur commise	66
II.2. Influence de la dispersion dans les guides sur la mesure	68

II.3. Application de la mesure de l'élargissement à la réflectométrie classique	69
III. <u>APPLICATIONS A LA DETERMINATION DU PROFIL DE DENSITE</u>	69
III.1. Reconstruction du profil par morceaux	70
III.1.1. Reconstruction par morceaux linéaires	70
III.1.2. Reconstruction par morceaux paraboliques	73
III.2. Inversion d'Abel	75
III.2.1. Méthode usuelle	75
III.2.2. Méthode utilisant les temps de vol et les largeurs optimales	76
IV. <u>RÔLE DES ERREURS DE MESURE SUR LA DETERMINATION DU PROFIL</u>	78
IV.1. Origine des erreurs de mesure	78
IV.2. Effets sur la reconstruction du profil	78
IV.3. Effets sur l'initialisation du profil	80
V. <u>OBTENTION DE LA LARGEUR OPTIMALE A PARTIR DES MESURES D'UN REFLECTOMETRE A BALAYAGE EN FREQUENCE: APPLICATIONS AUX DONNEES DE TORE SUPRA</u>	81
V.1. Simulation de l'effet des fluctuations de phase sur le pulse reconstruit	81
V.2. Détermination du temps de vol et de la largeur optimale à partir des mesures de TORE SUPRA	87
VI. <u>CONCLUSION</u>	92

PARTIE IV : ETUDE DE L'EFFET DES FLUCTUATIONS DE DENSITE SUR LE SIGNAL REFLECHI

I. <u>PROCESSUS PHYSIQUES DE BASE INDUITS PAR LES FLUCTUATIONS DE DENSITE</u>	94
--	-----------

I.1. Hypothèses	94
I.2. Fluctuations à petit nombre d'onde: $k_f < 2k_A$	95
I.3. Fluctuations à grand nombre d'onde: $2k_A < k_f < 2k_0$	95
II. COMPARAISON DES METHODES DE SIMULATION DE LA PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN PLASMA FLUCTUANT	96
II.1. Cas de fluctuations de densité de faible amplitude	96
II.1.1. Fluctuations à petit nombre d'onde	97
II.1.2. Fluctuations résonantes de Bragg	100
II.2. Cas de fluctuations de densité de forte amplitude	102
II.2.1. Fluctuations résonantes de Bragg	102
II.2.2. Fluctuations de type MHD à la coupure	105
II.3. Discussion sur l'équivalence entre réflectométrie de pulse et compression de pulse	107
III. ETUDE DE L'EFFET DES FLUCTUATIONS RADIALES DE DENSITE SUR LA FORME DU PULSE REFLECHI	108
III.1. Fluctuations résonantes de Bragg	108
III.2. Fluctuations de type MHD	113
IV. RESULTATS PRELIMINAIRES DU CODE TEMPOREL 2D	115
IV.1. Présentation du code	115
IV.2. Résultats préliminaires et perspectives	116
V. CONCLUSION	117
CONCLUSION	118

<u>ANNEXE 1:</u> Equation de propagation d'une onde transverse dans un plasma froid	120
<u>ANNEXE 2:</u> Expression de la phase en fonction du profil de densité	122
<u>ANNEXE 3:</u> Initialisation par un profil de densité parabolique	123
<u>ANNEXE 4:</u> Reconstruction du profil par morceaux paraboliques	132
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	138

INTRODUCTION

La fusion thermonucléaire contrôlée est une des voies les plus prometteuses pour répondre, dans un avenir proche, aux besoins en énergie sans cesse croissants [Ada93]. Aux températures très élevées (de l'ordre de 100 millions de degrés) requises pour atteindre les conditions de fusion, la matière, qui se trouve alors à l'état de plasma, doit être confinée. La filière tokamak basée sur un confinement magnétique du plasma dans une enceinte de forme toroïdale est actuellement la plus développée. La compréhension des processus physiques en cause, aussi bien que l'optimisation des conditions de fonctionnement d'un réacteur expérimental, imposent la connaissance des paramètres du plasma. Les températures rencontrées dans les tokamaks interdisent tout contact des appareils de mesure avec le plasma. L'utilisation d'ondes électromagnétiques a de ce fait pris une part prépondérante dans les diagnostics des plasmas de fusion [Har98].

La densité électronique est un des paramètres qu'il est primordial de déterminer et de contrôler dans un tokamak. Les diagnostics donnant accès à cette quantité présentent leurs propres avantages et inconvénients. Initialement appliquée aux sondages de l'ionosphère, la réflectométrie est à présent très utilisée pour la mesure du profil radial de densité des machines à fusion [Man93, Lav96, Maz98]. Son principe repose sur les propriétés de réflexion d'une onde électromagnétique hyperfréquence sur une couche de densité critique, appelée couche de coupure. La mesure du déphasage ou du temps de vol entre l'onde émise et l'onde réfléchi par le plasma fournit une information sur la position de la couche de coupure. Le profil de densité est alors reconstruit à partir d'un balayage en fréquence de l'onde sonde. En raison notamment du champ magnétique de confinement, les plasmas de fusion sont des milieux anisotropes. Deux modes de polarisation de l'onde peuvent alors être employés en réflectométrie. Le mode ordinaire, qui présente l'avantage d'être indépendant du champ magnétique, est historiquement le plus utilisé. Nous nous sommes limités à ce mode qui permet une interprétation plus aisée des résultats obtenus. Cette étude est cependant conceptuellement applicable au cas du mode extraordinaire, correspondant à un champ électrique de l'onde perpendiculaire au champ magnétique, au prix d'un formalisme plus compliqué.

Une de nos premières motivations a été d'améliorer la détermination du profil de densité dans le cas de la réflectométrie de pulse où peu de points de mesure sont disponibles. L'analyse de la propagation d'un pulse a permis de mettre en évidence le rôle des effets dispersifs, constituant par ailleurs une partie originale de ce travail. Il est montré que la déformation du pulse permet d'accéder à une information supplémentaire sur le profil de densité. Une partie importante du travail réalisé a été constituée par la mise au point de nouvelles méthodes de reconstruction de profil utilisant l'information déduite de l'élargissement du pulse. Pour tester la pertinence de ces méthodes, la propagation d'un train d'onde, modélisé par un pulse d'enveloppe gaussienne, dans un plasma a été étudiée. Parallèlement à des approches théoriques, des outils numériques ont été développés pour l'étude de la propagation d'un pulse. Un effort a été consenti afin de définir le domaine de validité de ces outils dans des situations physiques réalistes. L'applicabilité des méthodes de détermination du profil de densité a été discutée à l'aide de données expérimentales obtenues sur TORE SUPRA. Dans un souci de réalisme, tous les éléments conduisant à une dispersion du pulse dans une expérience, en particulier les guides d'onde, ont été pris en compte. Suite à des contacts avec l'équipe réflectométrie du tokamak TEXTOR (Jülich, Allemagne), des simulations de cas réels ont été menées, mettant ainsi en évidence le rôle des guides.

Les données fournies par un réflectomètre sont en pratique plus ou moins bruitées, et des disparités importantes sur les mesures de temps de vol peuvent être observées [Hei95b]. La présence de fluctuations de densité dans les plasmas de tokamak est souvent avancée pour expliquer les perturbations des mesures de réflectométrie [Mor97]. Deux processus distincts, l'oscillation de la couche de coupure et la diffusion d'une partie de l'onde, peuvent affecter le signal réfléchi [Con93,Gus96]. Des simulations à une dimension nous ont permis d'illustrer certains effets possibles sur la forme du pulse réfléchi pour différents types de fluctuations. Il en est ressorti que les perturbations pouvaient devenir importantes pour des fluctuations situées au voisinage de la couche de coupure. Pour des fluctuations résonantes de Bragg loin de la zone de réflexion, la séparation du signal réfléchi en deux pulses rétrodiffusé et réfléchi permet en général de discriminer les informations provenant de la zone de fluctuation et de la coupure. Une suite logique à cette étude est de caractériser les fluctuations de densité, ce qui constitue une des perspectives de ce travail.

Dans la première partie de ce manuscrit, après un rappel historique sur la propagation des ondes dans les plasmas, les bases théoriques sur lesquelles reposent la réflectométrie ainsi

que les principaux systèmes employés à ce jour sont présentés. Dans la deuxième partie, une étude approfondie des effets dispersifs et de leur rôle sur la déformation d'un pulse est réalisée. Une attention particulière a été portée à la caractérisation de l'élargissement du pulse. Cela a permis de mettre en évidence la notion de largeur optimale du pulse, qui offre une information supplémentaire sur le profil de densité. La troisième partie est consacrée au développement de nouvelles méthodes utilisant cette notion de largeur optimale. Le problème d'initialisation, traité dans le cas où seules les données de réflectométrie sont disponibles, a fait l'objet d'importants travaux. Il est alors montré que l'information déduite de la largeur optimale permet d'améliorer l'initialisation du profil, et par suite, sa reconstruction. Des applications concrètes correspondant à des situations rencontrées sur des tokamaks tels que TEXTOR ou TORE SUPRA seront également présentées et discutées. Dans la quatrième et dernière partie, le rôle des fluctuations de densité sur la propagation du pulse est étudié. Après une comparaison des différentes méthodes possibles de simulation, les effets sur le signal réfléchi et leur conséquences sur la perturbation des mesures sont discutés. Enfin, une conclusion sur les résultats et les perspectives de ce travail est réalisée.

PARTIE I
PRESENTATION DE LA REFLECTOMETRIE

I. RAPPELS HISTORIQUES SUR LA PROPAGATION DES ONDES DANS LES PLASMAS

I.1. Etude de l'ionosphère

La naissance de la physique de l'ionosphère au début du XX^{ème} siècle a conduit aux premières études sur la propagation des ondes dans les plasmas. Dans les années 1920, Appleton et Hartree posaient les bases de la théorie magnéto-ionique sur la propagation des ondes radioélectriques dans les plasmas magnétisés [Har31]. Parallèlement, l'idée d'utiliser des ondes radioélectriques pour sonder l'ionosphère est apparue. C'est ainsi que, grâce à l'apparition des premiers radars, Breit et Tuve ont montré expérimentalement l'existence de l'ionosphère en 1925 [Bre26]. Une meilleure connaissance des plasmas ionosphériques est alors devenue nécessaire avec le développement des télécommunications. Les progrès des techniques radars ont vu l'émergence de nombreuses méthodes d'investigation basées sur la propagation d'ondes [Gir75]. Nous allons discuter plus en détail des sondages verticaux par réflexion d'onde et de la diffusion incohérente et cela, pour deux raisons. D'une part, ces méthodes sont à l'origine de l'essentiel des connaissances actuelles sur l'ionosphère. D'autre part, des méthodes similaires sont appliquées aux plasmas de fusion thermonucléaire.

I.1.1. Sondages verticaux par réflexion d'onde

Les sondages verticaux par réflexion d'onde restèrent longtemps le moyen d'étude de l'ionosphère le plus répandu et permirent d'acquérir bon nombre de connaissances sur ses propriétés, en particulier, son profil d'ionisation et ses variations temporelles. Le principe de mesure par sondages verticaux est basé sur les propriétés de réflexion d'une onde radioélectrique, obtenues sous certaines conditions [Bud61]. Les fréquences des ondes utilisées pour sonder l'ionosphère par réflexion sont de l'ordre de 0.1 à 10 MHz. La mesure du temps de délai entre l'impulsion émise et l'écho réfléchi fournit alors une information sur la position de la couche de réflexion. La densité électronique de l'ionosphère étant inhomogène dans la direction verticale (cf. figure I-1), un balayage en fréquence permet de sonder différentes couches de réflexion. Les ionosphéristes ont l'habitude de présenter leurs résultats sous forme d'un "ionogramme" dans lequel la fréquence de sondage est portée en abscisse alors que l'ordonnée représente le temps de propagation de l'onde ou, plus habituellement, son équivalent en distance appelé hauteur virtuelle. Le calcul des hauteurs

virtuelles pour différentes fréquences sondes permet d'extraire le profil d'ionisation ou de densité électronique (quasi-neutralité). Les méthodes de restitution du profil de densité, applicables aussi bien aux plasmas ionosphériques qu'aux plasmas de fusion, ont fait l'objet d'importants travaux dans cette thèse et seront donc présentées en détail. Un des inconvénients des sondages verticaux est dû à ce que le profil de densité de l'ionosphère n'est pas monotone dans toutes ses couches (cf. figure I-1). Ainsi, une mesure de la densité n'est pas possible par sondage en contre-bas lorsque la densité décroît avec l'altitude. Cette lacune a été en partie comblée depuis l'avènement des satellites qui peuvent emporter un sondeur à leur bord pour explorer l'ionosphère supérieure en contre-haut. Les sondes en contre-bas recouvrent de façon assez extensive la surface du globe et ont servi de base historique à la physique de l'ionosphère. Depuis le premier sondeur en contre-haut lancé en 1962 à bord du satellite canado-américain Alouette I sur une orbite circulaire à 1000 km d'altitude, de nombreux autres satellite-sondeurs tels Explorer 20, Alouette 2, Isis 1 et 2 ont permis d'élargir les connaissances sur les couches ionosphériques supérieures.

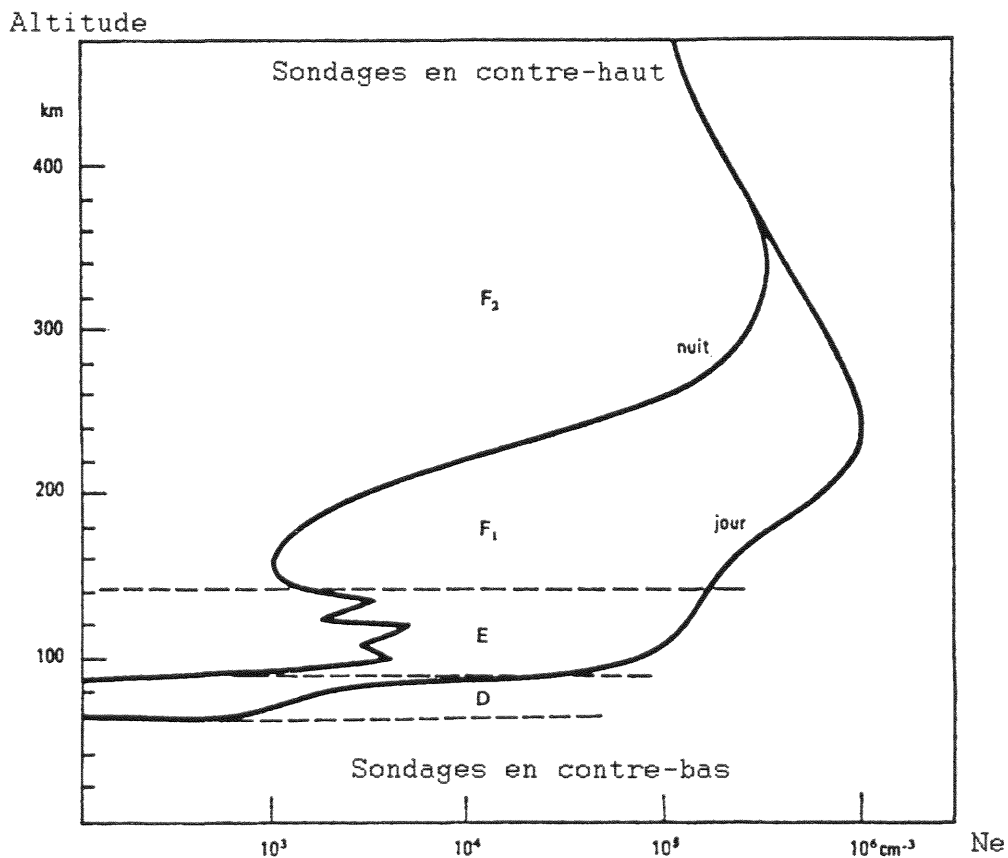


Figure I-1: Profils de densité électronique diurne et nocturne des différentes couches de l'ionosphère

I.1.2. Diffusion incohérente

Aujourd'hui, la diffusion incohérente est la méthode la plus récente et la plus largement utilisée pour l'étude de l'ionosphère terrestre. Elle repose sur le principe qu'une onde électromagnétique de fréquence beaucoup plus élevée (≈ 500 MHz) que les fréquences plasma et cyclotron électronique est partiellement diffusée de façon cohérente par les irrégularités de densité électronique du milieu [She75]. En fait, les particules présentes dans les plasmas ionosphériques subissent une certaine agitation thermique. Ainsi, des phénomènes de diffusion se produisent dans toutes les directions de façon totalement aléatoire, ce qui lui vaut le nom de diffusion incohérente. Notons, par ailleurs, que la section efficace de ce processus correspond à celle de la diffusion Thomson. Le spectre en puissance de l'onde diffusée comporte un premier spectre dit ionique, lequel est bordé de façon symétrique par deux raies dites électroniques. Le spectre ionique correspond aux oscillations pseudo-acoustiques du milieu, c'est-à-dire à des phénomènes de diffusion par des fluctuations de densité électronique liées à la présence d'ions. Les deux raies électroniques sont, quant à elles, dues aux oscillations de plasma. Le spectre en puissance permet alors d'extraire un grand nombre d'informations sur les paramètres du plasma, tels que sa densité électronique, ses températures électronique et ionique ou sa composition ionique. Actuellement, les radars à diffusion incohérente représentent une des principales sources d'investigation de l'ionosphère et plus généralement, des effets du soleil sur notre environnement. Ces données demeurent primordiales notamment pour les besoins des télécommunications.

I.2. Applications des ondes aux plasmas de fusion

Tout comme pour l'ionosphère, les ondes jouent un rôle important dans la physique des plasmas de laboratoire et, tout particulièrement, pour les plasmas de fusion thermonucléaire. Cela est peu surprenant au regard de certaines similitudes que présentent ces deux domaines de la physique. Prenons en effet l'exemple de la fusion thermonucléaire par confinement magnétique. Nous retrouvons alors le contexte d'un plasma soumis à un champ magnétique comme pour l'ionosphère. Bien que les ordres de grandeur des différents paramètres du plasma, et donc de ses fréquences caractéristiques, varient énormément, les études sur la propagation des ondes dans l'ionosphère ont fortement inspiré leurs applications aux plasmas de fusion. Les ondes sont entre autre utilisées pour les diagnostics et pour le chauffage additionnel (aux fréquences cyclotron ionique et cyclotron électronique) nécessaire

à l'obtention des conditions d'ignition. Nous focaliserons maintenant notre attention sur les diagnostics micro-onde et, en particulier, sur la réflectométrie qui fait l'objet de cette thèse.

I.2.1. Diagnostics plasma

Depuis l'intensification des recherches sur la fusion thermonucléaire contrôlée et l'apparition des premiers tokamaks, la connaissance des paramètres du plasma s'est avérée de plus en plus nécessaire à la bonne compréhension des processus physiques mis en jeu. De plus, l'évolution des dispositifs de confinement vers des configurations toujours plus proches des conditions thermonucléaires exige des moyens de diagnostics sans cesse plus performants. Les diagnostics installés sur les différents tokamaks sont habituellement nombreux et leur description peut être trouvée dans la littérature [Hut87]. Alors que certains diagnostics utilisés dans les plasmas de laboratoire ne sont pas applicables dans de tels environnements, les ondes électromagnétiques occupent une place prépondérante dans les diagnostics de plasmas de fusion [Har98]. Les diagnostics employant des ondes perturbent très peu le plasma et, de plus, ils évitent tout contact entre les appareils de mesure et le plasma. Les caractéristiques des plasmas de fusion imposent d'utiliser pour ce type de diagnostics, des ondes hyperfréquences dans la gamme des dizaines de GHz. Nous nous contenterons ici de rappeler le principe de quelques uns des diagnostics utilisés pour la mesure de densité électronique, en précisant les autres paramètres auxquels ils donnent éventuellement accès et leurs mérites et inconvénients respectifs.

L'évaluation de la densité électronique en tout point du plasma est nécessaire à la compréhension de certains phénomènes physiques s'y déroulant. Du fait de la géométrie toroïdale des tokamaks, la connaissance de la densité peut se restreindre à la détermination de son profil radial. Plusieurs dispositifs de mesure de la densité sont généralement implémentés sur les machines actuelles. Alors que l'utilisation de sondes électrostatiques est limitée au bord du plasma en raison des hautes températures mises en jeu au cœur des tokamaks, d'autres techniques, telles que l'interférométrie ou la diffusion Thomson incohérente, permettent en principe d'accéder au profil de densité jusqu'au centre.

La diffusion Thomson incohérente a été présentée dans le cadre des plasmas ionosphériques. Les fréquences utilisées pour les plasmas de tokamak sont nettement supérieures mais le principe reste identique. D'autres diagnostics présentant une meilleure

précision, tels que l'interférométrie ou la réflectométrie, lui sont souvent préférés pour la mesure du profil de densité dans les tokamaks.

L'interférométrie consiste à sonder le plasma avec une onde de fréquence supérieure aux fréquences de coupure (par exemple à l'aide d'un laser infrarouge). Le plasma est alors totalement transparent au faisceau de sondage. La mesure du déphasage de l'onde ayant traversé le plasma par rapport à une onde de référence donne ainsi accès à la densité intégrée sur toute la corde de mesure, c'est-à-dire à une densité linéique. Il est alors possible en principe de connaître le profil de densité radial à partir des mesures sur plusieurs cordes verticales. L'interférométrie nécessite cependant de nombreuses cordes de mesure pour obtenir une bonne résolution spatiale du profil de densité, ce qui est rarement le cas pour des raisons d'encombrement.

I.2.2. Réflectométrie micro-onde

La réflectométrie, inspirée des méthodes radars appliquées aux sondages ionosphériques présentés précédemment, a été proposée par Cavallo et Cano pour la mesure du profil de densité [Can80]. Les premières implémentations de la réflectométrie sur des dispositifs de fusion ont conduit à des résultats prometteurs [Sim85a, Hub87]. Elle s'est ensuite vite imposée comme un diagnostic sûr et doit être installée sur le futur tokamak ITER [Cos99]. Forte d'un équipement peu encombrant, elle répond notamment aux problèmes d'accessibilité réduite sur la prochaine génération de tokamaks. Une des principales difficultés à laquelle sont confrontées les expériences de réflectométrie est liée à la présence de fluctuations de densité qui peuvent fortement modifier le signal réfléchi et rendre la reconstruction du profil de densité erronée [Tok99, et références citées dedans]. Afin de pallier ce problème, il est apparu nécessaire de balayer très rapidement le profil de densité pour atteindre des temps de mesure inférieurs aux temps caractéristiques des fluctuations de densité. Cela a conduit au développement de nombreuses techniques de réflectométrie [Lav96], qui seront présentées au chapitre IV de cette partie.

En raison de sa sensibilité aux fluctuations de densité, l'idée d'utiliser la réflectométrie pour caractériser ces fluctuations a été envisagée. En effet, il est possible d'extraire une information sur les fluctuations à partir de la variation de phase qu'elles induisent [Fan96]. La

réflectométrie de fluctuations, qui impose de travailler à fréquence fixe, est aujourd'hui largement utilisée [Maz98].

Les différentes méthodes de réflectométrie sont caractérisées par la nature du faisceau de sondage employé. Ainsi, nous distinguons des réflectomètres sondant le plasma à un instant donné avec une seule fréquence, plusieurs fréquences ou un spectre continu de fréquences. Ce travail s'est inscrit dans cette dernière catégorie et plus spécialement dans l'étude de la réflectométrie de pulse qui, à ce jour, a fait très peu l'objet d'approches analytiques ou numériques.

II. MODELE DE PROPAGATION D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE DANS UN PLASMA MAGNETISE

II.1. Hypothèses

L'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma peut se déduire des équations de Maxwell [Sti92]:

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\sigma} \cdot \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{I-1})$$

où μ_0 , c , $\vec{E}$ et $\vec{\sigma}$ sont respectivement la perméabilité magnétique dans le vide, la vitesse de la lumière dans le vide, le champ électrique de l'onde et le tenseur de conductivité.

Un plasma est un milieu généralement très complexe à décrire, de sorte que la résolution de l'équation (I-1) est lourde à mettre en œuvre. Cependant, certaines hypothèses permettent de simplifier le problème. Tout d'abord, les ondes que nous considérerons sont dans la gamme de fréquences des GHz de sorte que les ions et les particules neutres peuvent être supposés immobiles. Ainsi, seuls les électrons seront pris en compte dans la description du plasma. De plus, nous négligerons la vitesse thermique des électrons devant la vitesse de phase de l'onde. Cette hypothèse, qui porte le nom d'approximation plasma froid, est le plus souvent vérifiée dans les expériences de réflectométrie. Enfin, les phénomènes collisionnels seront également négligés.

II.2. Relation de dispersion

Sous les hypothèses définies précédemment, une onde plane monochromatique solution des équations de Maxwell satisfait la relation de dispersion suivante [Bud61, Gin64]:

$$D(\bar{N}, \omega) = \varepsilon_{xx} N_{\perp}^4 - [\varepsilon_{xy}^2 + (\varepsilon_{xx} - N_{\parallel}^2)(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] N_{\perp}^2 + \varepsilon_{zz} [(\varepsilon_{xx} - N_{\parallel}^2)^2 + \varepsilon_{xy}^2] = 0 \quad (\text{I-2})$$

où $N_{\parallel}$ et $N_{\perp}$ sont respectivement l'indice de réfraction suivant la direction du champ magnétique et suivant la direction perpendiculaire. Les composantes non nulles du tenseur diélectrique sont données par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2} \\ \varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i \frac{\omega_{ce} \omega_{pe}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{ce}^2)} \\ \varepsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \end{array} \right. \quad (\text{I-3})$$

où
$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \quad (\text{I-4})$$

et
$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e} \quad (\text{I-5})$$

sont respectivement la pulsation plasma électronique et la pulsation cyclotron électronique.

En général, dans les expériences de réflectométrie, l'onde sonde est envoyée perpendiculairement au champ magnétique appliqué, de sorte que ne contribue que la composante de l'indice de réfraction perpendiculaire au champ magnétique. Dans ce cas, la relation de dispersion devient:

$$D(N, \omega) = \varepsilon_{xx} N^4 - [\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xx}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})] N^2 + \varepsilon_{zz} [\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2] = 0 \quad (\text{I-6})$$

L'expression des solutions de l'équation (I-6) est équivalente à l'équation d'Appleton-Hartree sous les hypothèses déjà mentionnées. Notons enfin que l'indice de réfraction dépend du nombre d'onde k et de la pulsation ω de l'onde:

$$N = \frac{kc}{\omega} \quad (\text{I-7})$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide.

II.3. Modes de polarisation

La relation de dispersion (I-6) conduit à deux solutions pour l'indice de réfraction :

$$N_0^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (\text{I-8})$$

$$N_x^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{pe}^2 - \omega_{ce}^2} \quad (\text{I-9})$$

Pour la première solution (I-8), l'indice de réfraction ne dépend pas de la fréquence cyclotron électronique, et donc du champ magnétique. Pour cette raison, elle est appelée onde ordinaire (notée 0). Par contre, la deuxième solution (I-9) dépend à la fois de la densité électronique et du champ magnétique, et porte le nom d'onde extraordinaire (notée X). Leurs états de polarisation peuvent se déduire de l'équation d'onde [Sti92] (cf. figure I-2).

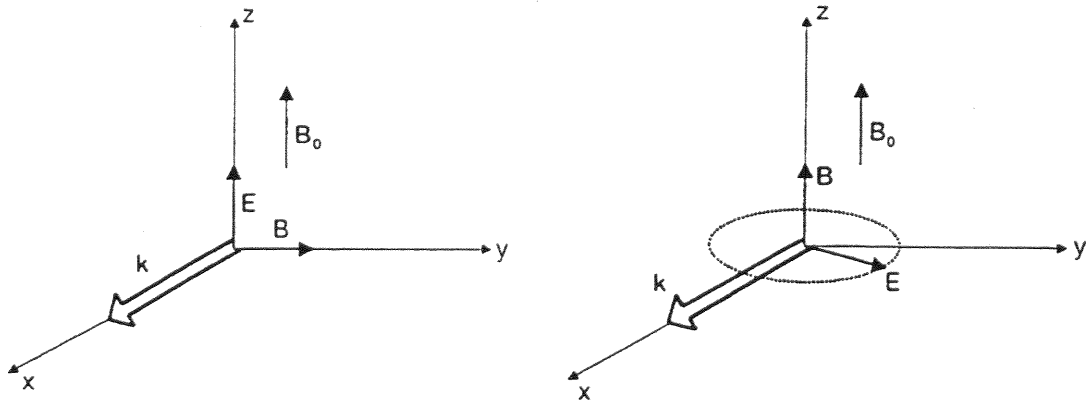


Figure I-2 : Etat de polarisation des ondes ordinaire (à gauche) et extraordinaire (à droite)

L'onde ordinaire est une onde transversale, de polarisation rectiligne. Son champ électrique est parallèle au champ magnétique appliqué B_0 , ce qui explique qu'elle y soit

insensible. L'onde extraordinaire est polarisée elliptiquement et son champ électrique est perpendiculaire à B_0 .

II.4. Coupures et résonances

L'indice de réfraction d'un milieu conditionne la propagation d'une onde dans ce milieu. Une onde se propage dans un milieu d'indice positif. Les zones où l'indice est négatif sont non propagatrices et l'onde est dite évanescente. Si l'indice est nul, nous sommes en présence d'une coupure. Dans ce cas, l'onde ne se propage pas mais est réfléchiée. A l'inverse, nous pouvons définir une résonance lorsque l'indice tend vers l'infini. Dans ce cas, l'onde est absorbée par le milieu. Dans le cas d'un milieu homogène (ω_{pe} constante), la figure I-3 représente l'indice de réfraction pour les modes de polarisation ordinaire et extraordinaire en fonction de la fréquence de l'onde.

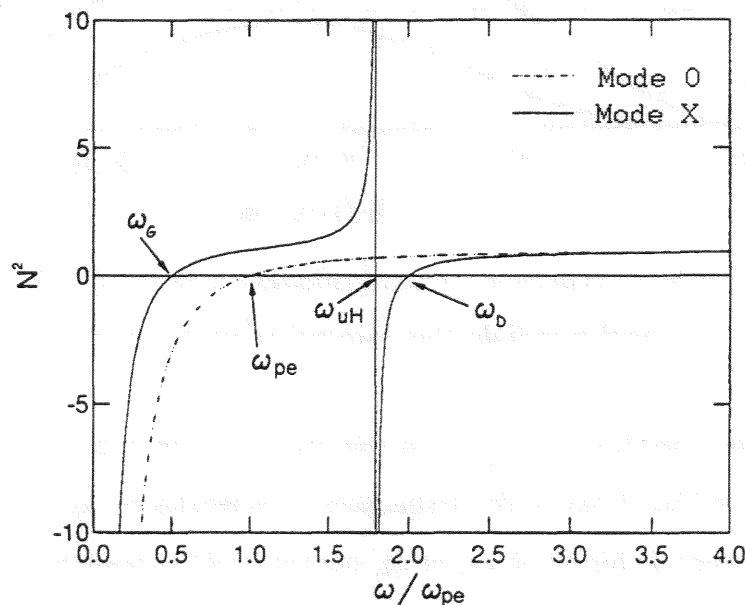


Figure I-3 : indice de réfraction pour les modes O et X (d'après [Hei95b])

Ainsi, pour le mode O, une coupure est observée pour $\omega = \omega_{pe}$. Le mode O ne présente pas de résonance et une onde de polarisation ordinaire se propage pour toute fréquence supérieure à la fréquence plasma électronique. Le mode X possède des propriétés plus complexes. D'une part, il présente une résonance pour $\omega = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2} = \omega_{UH}$ où ω_{UH} est appelée fréquence hybride haute. D'autre part, il existe deux coupures pour l'onde

extraordinaire, définies par $\omega_G = \frac{1}{2}(\sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2} - \omega_{ce})$ et $\omega_D = \frac{1}{2}(\sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2} + \omega_{ce})$, appelées respectivement coupure gauche (signe -) et coupure droite (signe +). L'onde X se propage pour des fréquences comprises entre ω_G et ω_{UH} , et pour des fréquences supérieures à ω_D .

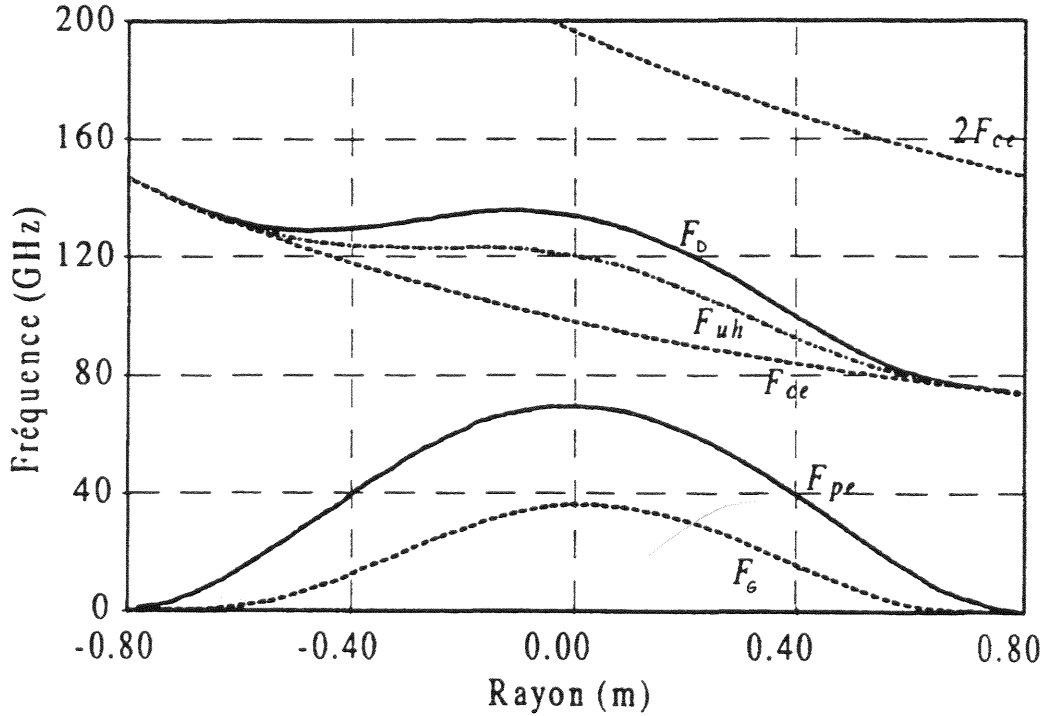


Figure I-4: Principales fréquences caractéristiques des modes O et X en fonction de la position radiale d'un tokamak (d'après [Mor97])

L'indice de réfraction dépend de la fréquence de l'onde considérée, mais également des propriétés du milieu, à savoir des fréquences caractéristiques ω_{pe} et ω_{ce} pour un plasma. Ainsi, pour un plasma de fusion où ω_{pe} et ω_{ce} dépendent de la position radiale, les conditions de propagation changent. La figure I-4 indique les fréquences de coupure et de résonance pour les mode O et X en fonction de la position radiale d'un tokamak. La fréquence cyclotron électronique et sa première fréquence harmonique ont été représentées car elles peuvent conduire à l'absorption respectivement du mode O et de la branche haute du mode X. Les caractéristiques considérées sont typiquement celles rencontrées dans les tokamaks actuels, à

savoir un profil de densité de la forme $n_e(r) = n_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right)^2$ avec $n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$ et $a = 0.8 \text{ m}$,

et un champ magnétique maximum au centre $B_0 = 4\text{T}$ avec une décroissance donnée par

$$B = \frac{B_0 R_0}{R_0 + r}.$$

Le mode O et la branche basse du mode X ne permettent de sonder qu'une partie du plasma, si le sondage est réalisé par exemple du côté faible champ magnétique. De plus, la fréquence de coupure de ces deux modes est nulle au bord du plasma. Expérimentalement, une bonne résolution spatiale impose une fréquence minimale de sondage qui est typiquement de l'ordre de 18 GHz. Dès lors, le bord du plasma ne peut être exploré en réflexion, ce qui conduit à un problème d'initialisation du profil sur lequel nous reviendrons ultérieurement. Par contre, il est intéressant de noter que la branche haute du mode X permet, en principe, d'explorer la quasi-totalité du plasma. De plus, elle permet de sonder le bord du plasma, en théorie jusqu'à des densités nulles, ce qui pallie tout problème d'initialisation. Cependant, travailler en mode X impose une parfaite connaissance du profil de champ magnétique, ce qui n'est pas toujours facile à obtenir, et de travailler à hautes fréquences, domaine actuellement en plein développement. Le mode O, au contraire, présente l'intérêt d'être insensible au champ magnétique, et permet ainsi une interprétation plus aisée des mesures réalisées.

II.5. Limites du modèle

Aux températures requises pour produire des réactions de fusion ($\approx 10\text{ keV}$), les effets relativistes, qui ne sont pas pris en compte par le modèle plasma froid, ne sont pas toujours négligeables et peuvent fortement modifier la densité de coupure. En fait, le mode O et la branche basse du mode X sont peu sensibles à ces effets relativistes. La branche haute du mode X est, elle, plus affectée. Cependant, il est possible de prendre en compte les effets relativistes en multipliant la masse des électrons par le facteur $\left(1 + \frac{5T_e}{m_e c^2}\right)^{1/2}$ dans l'approximation plasma froid [Maz92]. La figure I-4 ne prend pas en compte la correction relativiste mais cela ne change en rien ses caractéristiques qualitatives.

D'autre part, certains phénomènes d'absorption ne sont pas pris en compte par ce modèle. C'est le cas pour le mode O à la fréquence cyclotron électronique et pour la branche haute du mode X au double de cette fréquence. En général, ces phénomènes d'absorption

restent rares au vu des fréquences caractéristiques pour les tokamaks actuels, et ce en dépit des modifications induites par les effets relativistes.

III. MESURE DU PROFIL DE DENSITE PAR REFLECTOMETRIE

III.1. Principe

La réflectométrie est basée sur la réflexion d'une onde, qui se produit lorsque celle-ci rencontre une coupure (cf. figure I-5). Comme nous l'avons vu pour les plasmas ionosphériques, il est possible de déduire une information du trajet aller-retour d'une onde qui s'est réfléchi sur une couche de coupure. Pour cela, il est utile de travailler dans une gamme adéquate de fréquences. Selon le type de réflectomètre considéré et le traitement de données effectué, la quantité mesurée est soit le déphasage, soit le temps de vol de l'onde mais nous verrons qu'il existe une relation entre ces deux quantités. Le déphasage et le temps de vol de l'onde, dus à son trajet aller-retour dans le plasma, dépendent de l'indice de réfraction intégré sur tout le parcours. Ainsi, pour déterminer la position de la couche de coupure x_c , il est nécessaire de connaître le profil de densité jusqu'à cette couche. Il est donc indispensable de balayer la fréquence de l'onde sonde pour reconstruire la totalité du profil de densité. Nous allons maintenant rappeler les expressions du déphasage et du temps de vol qu'une onde accumule lors d'une expérience de réflectométrie.

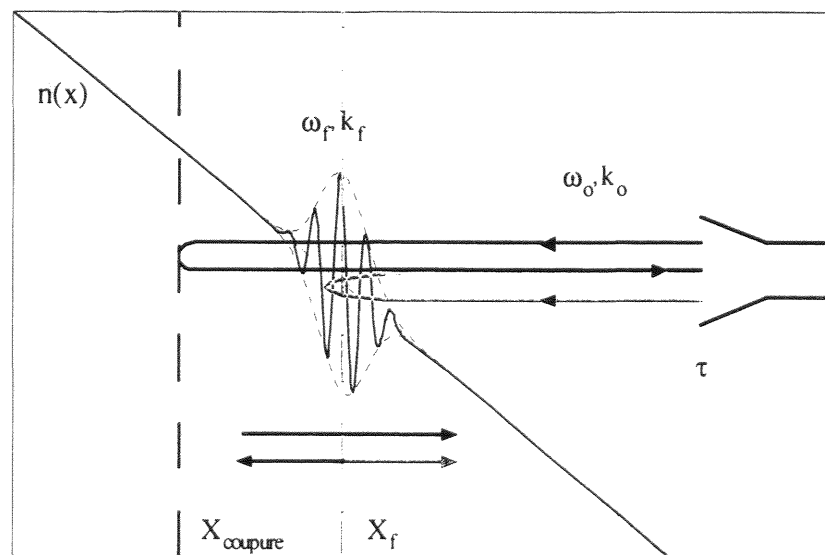


Figure I-5: Schéma de principe de la réflectométrie

III.2. Expressions du déphasage et du temps de vol d'une onde dans un plasma

Supposons une onde monochromatique de fréquence f se propageant dans un milieu homogène. Le nombre d'onde k et l'indice de réfraction, liés par (I-7), restent alors constants, et de façon générale, le déphasage de cette onde après un parcours de longueur L s'exprime par:

$$\varphi(f) = kL = \frac{2\pi}{c} f N L \quad (\text{I-10})$$

Considérons maintenant le cas d'un milieu inhomogène tel que, par exemple, un plasma de tokamak. Le calcul du déphasage de l'onde devient alors beaucoup plus compliqué et nécessiterait de résoudre rigoureusement l'équation de propagation (I-1). Cependant, si nous supposons que les propriétés du milieu varient lentement, une solution approchée peut être obtenue. Il est en effet possible, dans ce cas, de définir localement le nombre d'onde et l'indice de réfraction de sorte que:

$$\varphi(f) = \int_0^L k(x) dx = \frac{2\pi}{c} f \int_0^L N(x) dx \quad (\text{I-11})$$

Cette approximation, dite WKB du nom de ses auteurs Wentzel, Kramers et Brillouin, impose que l'amplitude du champ électrique de l'onde varie très peu par rapport à sa phase. Cette condition est le plus souvent vérifiée, excepté lorsque l'onde rencontre une coupure ou une résonance.

La réflectométrie repose justement sur le principe de réflexion d'une onde par une couche de coupure. L'approximation WKB n'est donc plus valide dans la zone de réflexion de l'onde. Sous l'hypothèse d'un gradient linéaire au voisinage de cette zone, nous pouvons cependant montrer que le champ électrique s'exprime à l'aide des fonctions d'Airy. En assurant la continuité avec les expressions du champ électrique avant et après la couche de coupure où l'approximation WKB est vérifiée, le déphasage de l'onde peut alors s'écrire [Fan97]:

$$\varphi(f) = 2 \int_{x_0}^{x_c(f)} k(x) dx - \frac{\pi}{2} = 4\pi \frac{f}{c} \int_{x_0}^{x_c(f)} N(x) dx - \frac{\pi}{2} \quad (\text{I-12})$$

L'onde parcourt deux fois la distance du bord du plasma x_0 à la couche de coupure $x_c(f)$, justifiant ainsi le terme 2 devant l'intégrale. Le terme $-\pi/2$, non prédit par l'approximation WKB, correspond à la correction introduite par la réflexion sur la couche de coupure.

L'information utile pour mesurer le profil de densité est, en général, le temps de vol de l'onde dans le plasma. Nous allons maintenant montrer le lien existant entre le temps de vol et le déphasage. La vitesse de déplacement d'un train d'onde de forme quelconque, appelée vitesse de groupe, est définie par [Sti92]:

$$V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (\text{I-13})$$

D'après (I-7), nous pouvons encore écrire:

$$V_g = \frac{c}{\frac{\partial(N\omega)}{\partial \omega}} \quad (\text{I-14})$$

Par définition, le temps de propagation d'un train d'onde est donné par:

$$\tau = \int_0^L \frac{dx}{V_g(x)} \quad (\text{I-15})$$

Par suite, (I-14) permet d'écrire:

$$\tau = \int_0^L \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \omega} (N(x) \omega) dx = \frac{\partial}{\partial \omega} \left[\frac{\omega}{c} \int_0^L N(x) dx \right] \quad (\text{I-16})$$

Nous retrouvons l'expression du déphasage (I-11) dans le terme entre crochets, d'où:

$$\tau(f) = \frac{\partial \varphi}{\partial \omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial f} \quad (\text{I-17})$$

Il apparaît donc que le temps de vol est proportionnel à la dérivée du déphasage par rapport à la fréquence.

Dans le cas du mode O, l'indice de réfraction s'écrit :

$$N(x) = \sqrt{1 - \frac{f_{pe}^2(x)}{f^2}} \quad (\text{I-18})$$

où $f_{pe} = \frac{\omega_{pe}}{2\pi}$ est la fréquence plasma électronique.

Les expressions (I-12) et (I-17) donnent alors:

$$\varphi(f) = 4\pi \frac{f}{c} \int_{x_0}^{x_c(f)} \sqrt{1 - \frac{f_{pe}^2(x)}{f^2}} dx - \frac{\pi}{2} \quad (\text{I-19})$$

$$\tau(f) = \frac{2}{c} \int_{x_0}^{x_c(f)} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{f_{pe}^2(x)}{f^2}}} \quad (\text{I-20})$$

Nous verrons dans le chapitre suivant, que la position de la couche de coupure peut être obtenue par inversion de cette dernière intégrale.

Dans le cas du mode X, il n'est pas possible d'inverser analytiquement l'intégrale exprimant le temps de vol. Seule, une méthode numérique permet d'accéder au profil de densité.

Remarque: d'après l'expression de la pulsation plasma électronique (I-4), la relation (I-20) peut également s'écrire:

$$\tau(f) = \frac{2}{c} \int_{x_0}^{x_c(f)} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_e(x)}{n_c}}} \quad (\text{I-21})$$

où $n_c = n_e(x_c)$ est la densité à la coupure. Nous montrons ainsi que le temps de vol dans le plasma (de même que le déphasage) dépend à la fois de la forme du profil de densité et de la fréquence de sondage.

III.3. Inversion d'Abel

C'est la méthode la plus connue et sans doute la plus utilisée pour le mode O. La position de la couche de coupure est obtenue analytiquement à partir des temps de vol par inversion d'Abel de l'expression (I-20) [Sim85b]:

$$x_c(f) = \frac{c}{\pi} \int_0^f \frac{\tau(f_p) df_p}{\sqrt{f^2 - f_p^2}} \quad (\text{I-22})$$

L'expression (I-22) rend compte de la nécessité de connaître le profil du temps de vol, et donc de balayer en fréquence tel que nous l'avons déjà précisé. Comme la densité critique à la couche de coupure est liée à la fréquence de l'onde ($n_c = \frac{4\pi^2 \epsilon_0 m_e}{e^2} f^2$) et que la position de cette couche de coupure peut être calculée par inversion d'Abel, le balayage en fréquence permet de reconstruire le profil de densité $n_e(x_c)$.

Dans le cas du mode X, l'indice de réfraction a une forme plus complexe de sorte qu'il n'est pas possible d'obtenir analytiquement la position de la couche de coupure. Comme discuté ci-après, un traitement itératif est nécessaire.

III.4. Autres méthodes de reconstruction du profil de densité

Une autre approche consiste à reconstruire le profil de densité de façon itérative. Le principe d'une telle méthode repose sur le fait que le profil puisse être supposé linéaire entre les couches de coupure de deux fréquences consécutives. Ainsi, si le profil est connu jusqu'à une certaine couche de coupure, une approximation linéaire permet de connaître la position de la couche de coupure suivante. Le profil est ainsi déterminé morceau par morceau. Dans le cas du mode X, où une inversion d'Abel n'est pas applicable, une méthode a été développée par Bottollier-Curtet [Bot86]. Nous allons exposer brièvement son principe. Supposons deux fréquences successives f_i et f_{i+1} telles que leurs déphasages respectifs vérifient la relation $\varphi(f_{i+1}) - \varphi(f_i) = 2\pi$. A l'aide de (I-12), nous pouvons écrire:

$$f_{i+1} \int_{x_0}^{x_{i+1}} N(x, f_{i+1}) dx - f_i \int_{x_0}^{x_i} N(x, f_i) dx = \frac{c}{2} \quad (\text{I-23})$$

Soit encore:

$$f_{i+1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} N(x, f_{i+1}) dx = \frac{c}{2} - f_{i+1} \int_{x_0}^{x_i} N(x, f_{i+1}) dx + f_i \int_{x_0}^{x_i} N(x, f_i) dx \quad (\text{I-24})$$

En supposant que le profil est connu du bord du plasma jusqu'à la couche de coupure x_i donnée par la fréquence f_i , le membre de droite de (I-24) peut être déterminé. Quant au membre de gauche, en supposant que la fréquence cyclotron électronique reste quasiment constante entre les couches de coupure x_i et x_{i+1} des fréquences f_i et f_{i+1} , il peut être exprimé comme suit:

$$f_{i+1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} N(x, f_{i+1}) dx = \frac{4}{3} \frac{x_{i+1} - x_i}{2} f_{i+1} N(x_i, f_{i+1}) \quad (\text{I-25})$$

La position x_{i+1} de la coupure correspondant à la fréquence f_{i+1} peut ainsi être calculée à partir de (I-24) et (I-25). La densité électronique en x_{i+1} , donnée par $N(x_{i+1}, f_{i+1}) = 0$, est facilement déterminée si le profil de champ magnétique est connu. Par itérations successives, les points du profil correspondant aux différentes fréquences f_i peuvent être obtenues.

Une méthode similaire peut aussi être appliquée pour le mode O. A partir des temps de vol mesurés pour différentes fréquences, la position des couches de coupures correspondantes est donnée par la formule itérative suivante [She97] :

$$x_k = x_{k-1} + \left[\frac{c \tau_V}{4} - \frac{x_0}{2} - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{x_i - x_{i-1}}{\sqrt{1 - n_{i-1}/n_k} + \sqrt{1 - n_i/n_k}} \right] \sqrt{1 - n_{k-1}/n_k} \quad (\text{I-26})$$

Si peu de fréquences sont disponibles, une interpolation de type spline permet d'obtenir un profil "lisse".

Les progrès considérables de l'informatique ont conduit au développement d'outils nouveaux tels que les réseaux de neurones. Utilisés dans divers domaines, ils sont aujourd'hui employés pour la détermination du profil de densité [San99]. Leur principal avantage est d'être incomparablement plus rapide qu'une méthode usuelle d'inversion d'Abel, offrant même la possibilité d'une reconstruction de profil en temps réel. De plus, les erreurs commises avec les réseaux de neurones sont souvent inférieures à celles d'une inversion d'Abel. Cette méthode a déjà été présentée en détail [Hei95b] et ne sera donc pas discutée plus longuement ici. Les réseaux de neurones permettent d'obtenir la forme de profil de densité la plus compatible avec les valeurs de temps de vol mesurés pour différentes fréquences. Avant d'être appliqués aux mesures de profils de densité, les réseaux de neurones doivent être entraînés sur une série de profils de forme générale. Il est donc primordial de vérifier que la série de profils choisie recouvre tous les profils possibles.

III.5. Avantages et limites de la réflectométrie

L'intérêt majeur de la réflectométrie est qu'elle permet d'atteindre à la fois une bonne résolution spatiale et une bonne résolution temporelle. L'évolution des techniques micro-onde permet d'atteindre, à l'heure actuelle, des temps de balayage en fréquence de l'ordre de quelques dizaines de μs . Il est alors possible de suivre des changements rapides du profil de densité. De plus, le balayage en fréquence permet de disposer de beaucoup de points de mesure et par conséquent, d'obtenir un profil de densité avec une très bonne définition spatiale. Un autre avantage de la réflectométrie réside dans la simplicité de son dispositif et surtout dans son faible encombrement. En effet, l'emploi de guides d'onde n'exige qu'un accès très réduit à l'enceinte à vide. Cela offre un avenir prometteur à la réflectométrie en raison de l'accessibilité probablement limitée pour les diagnostics sur les futurs tokamaks tel ITER.

Comme toute méthode de mesure, la réflectométrie reste confrontée à diverses difficultés. Les réflexions parasites, telles que les multiples réflexions entre le plasma et les parois du tore, provoquent des interférences nuisibles à la précision des mesures. Cependant, les méthodes actuelles de détection hétérodyne et de filtrage numérique permettent de

s'affranchir en partie de ces réflexions parasites. Les principales sources de perturbation sont liées à des phénomènes physiques propres au plasma. En plus des phénomènes d'absorption pouvant considérablement réduire le niveau de signal réfléchi, la présence de fluctuations de densité dans les plasmas de fusion est invoquée pour expliquer les erreurs de mesure. Divers phénomènes dus aux fluctuations (rétrodiffusion, diffraction, interférences) peuvent en effet fortement perturber les mesures, au point de rendre la détermination du profil totalement erronée. En raison de sa sensibilité aux fluctuations de densité, la réflectométrie est également utilisée pour les étudier.

Notons enfin un problème, crucial pour la réflectométrie en mode O, qui est l'initialisation du profil de densité. D'après l'expression de la position de la couche de coupure donnée par inversion d'Abel, nous avons vu que les temps de vol pour des fréquences allant de 0 à la fréquence de coupure doivent être connus. Or expérimentalement, pour des raisons de résolution spatiale, les fréquences les plus basses généralement employées sont de l'ordre de 20 GHz. L'intégrale d'Abel peut alors être séparée en deux parties. La première partie pour des fréquences inférieures à la fréquence sonde la plus basse ne peut être calculée à partir des mesures de réflectométrie. Il existe différentes alternatives pour pallier ce problème d'initialisation. Une première solution consiste à se servir des données d'autres diagnostics de mesure de densité (interférométrie, faisceau d'ions Li) [Mor97, Man99]. Cependant, comme les mesures des différents diagnostics ne sont pas forcément faites au même instant et à la même position, l'initialisation du profil peut être erronée. Une autre possibilité consiste à extrapoler les valeurs mesurées jusqu'à la fréquence nulle. Un modèle d'extrapolation a été proposé et semble conduire à des résultats encourageants [Var95]. Il est également possible d'avoir recours à l'utilisation du mode X.

IV. PRINCIPE DES DIFFERENTES TECHNIQUES DE REFLECTOMETRIE

Les premiers réflectomètres utilisés [Sim85a, Hub87, Bot87] permettaient de sonder le plasma par un balayage linéaire en fréquence durant typiquement quelques millisecondes. Dans ces conditions, les fluctuations de densité, présentant des temps caractéristiques de l'ordre de plusieurs dizaines de microsecondes, pouvaient fortement perturber le signal réfléchi et rendre ainsi difficile la détermination du profil de densité. Grâce à l'évolution récente des composants micro-ondes, différentes techniques de réflectométrie ont été développées afin de répondre à ce problème [Lav96]. En outre, ces diverses méthodes doivent

prendre en compte les problèmes liés aux guide d'ondes, dont les longueurs nécessaires pour accéder au plasma croissent bien souvent avec la taille des tokamaks. Les principales techniques employées aujourd'hui sont présentées ci-après.

IV.1. Systèmes émettant à un instant donné une seule fréquence sonde

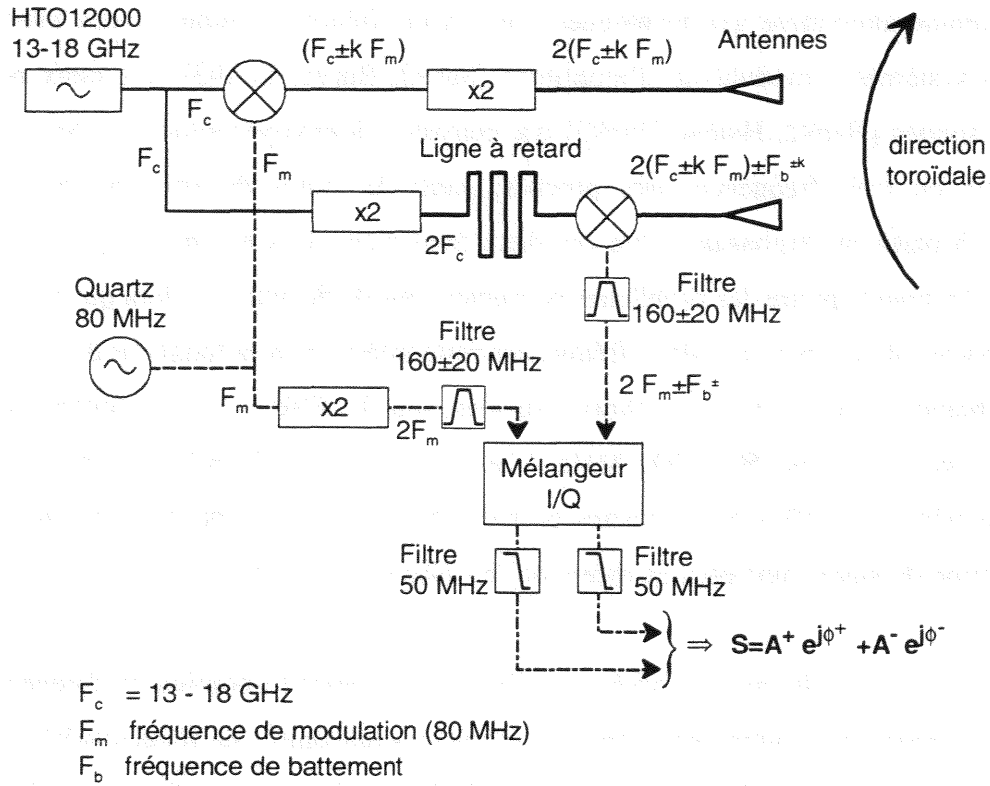


Figure I-6: Schéma de principe du réflectomètre mode O (26-36 GHz) à détection hétérodyne de TORE SUPRA (d'après [Mor97])

Cette technique est la plus ancienne et la plus largement utilisée pour la reconstruction du profil de densité. Son principe consiste simplement à mesurer le déphasage de l'onde (ou directement son retard de groupe par analyse spectrale) en faisant varier de façon continue la fréquence sonde (cf. figure I-6). Différentes méthodes permettent alors de déduire le temps de vol, ou retard de groupe, qui est la quantité utile à l'évaluation du profil [Mor97]. Les systèmes à une fréquence sonde consistent habituellement à balayer la fréquence sur une large bande afin de sonder la totalité du profil. Cette méthode, employée sur TORE SUPRA [Cla94] ou encore sur ASDEX [Sil92], permet de déterminer le profil de densité en quelques dizaines de microsecondes au cours desquelles le plasma peut être supposé stationnaire.

L'avantage majeur de ce type de réflectomètre est qu'il fournit beaucoup de points de mesure, ce qui offre une bonne résolution spatiale des profils reconstruits.

IV.2. Autres types de réflectomètre

Nous allons maintenant rappeler brièvement les principaux systèmes existants, proposés comme alternative aux techniques à une seule fréquence sonde. Nous avons tout d'abord les systèmes à modulation d'amplitude [San92, Bur95, Lun95] et à deux ou trois fréquences sondes [Han92, Han94, Han95] qui consistent à envoyer simultanément dans le plasma deux ou trois fréquences très proches. Ainsi, le temps de vol peut être extrait directement à partir du déphasage entre ces deux fréquences. Ces techniques permettent de s'affranchir en grande partie des problèmes de fluctuations de densité, dès lors que la distance entre les couches de coupure des deux fréquences reste inférieure à la longueur de corrélation de ces fluctuations. Ceci impose un choix judicieux pour la différence de fréquence qui est typiquement de l'ordre de 50 à 200 MHz. L'inconvénient de tels réflectomètres est leur grande sensibilité aux réflexions parasites de sorte que l'utilisation de deux antennes (une pour l'émission du signal, une pour sa réception) est bien souvent requise.

Des techniques alternatives basées sur l'envoi d'un spectre continu en fréquence ont également été proposées comme solutions aux problèmes rencontrés en réflectométrie. Un de ces systèmes est la réflectométrie de pulse, dont l'étude théorique et numérique fait l'objet de cette thèse et qui sera présentée plus en détail dans le paragraphe suivant. Basé sur le même principe, le radar à "corrélation de bruit" qui consiste à sonder le plasma avec un signal à "bruit large" autour d'une fréquence centrale a été proposé [Kor92]. Une partie du signal est introduit dans une ligne à retard ajustable. L'enveloppe de la fonction de corrélation entre le signal de référence et le signal provenant du plasma présente un maximum qui correspond à la position de la couche de réflexion. Enfin, l'idée d'utiliser des pulses ultra-courts (~ 1 ps) est apparue [Dom95, Dom99, Kub99]. Un seul pulse est ainsi suffisant pour sonder la totalité du profil de densité. Le signal réfléchi est généralement détecté à travers différents canaux de fréquence par des récepteurs semblables à ceux utilisés dans les systèmes radar habituels.

IV.3. Réflectométrie de pulse

IV.3.1. Principe

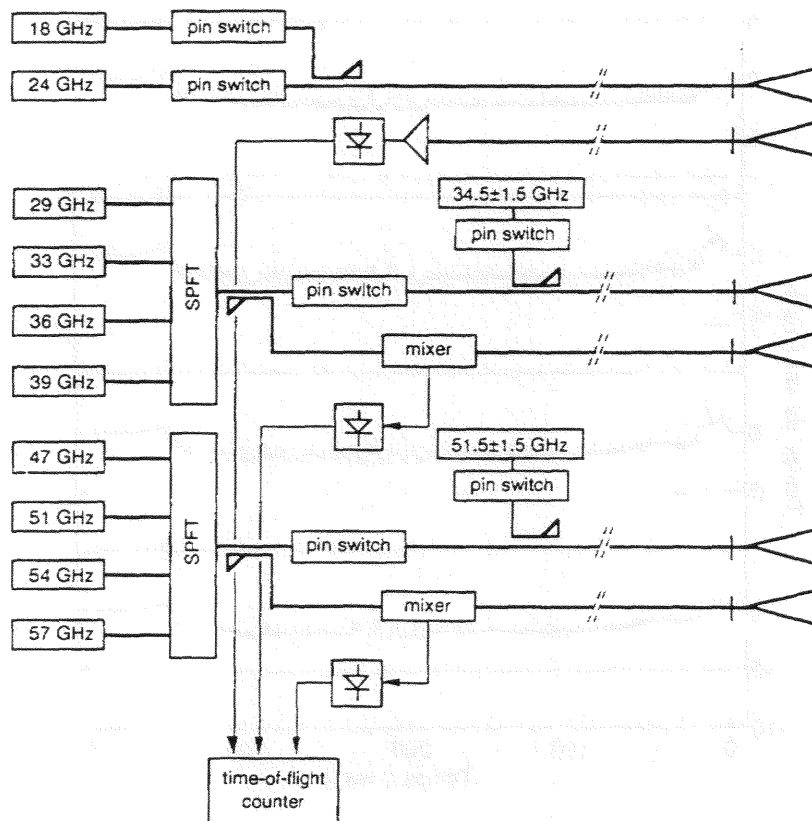


Figure I-7: Schéma de principe du réflectomètre de pulse à dix canaux de TEXTOR (d'après [Hei95b])

Inspirée des techniques radar utilisées depuis des décennies à des fins militaires ou civiles, la réflectométrie de pulse a été proposée en 1990 par deux groupes différents (RTP, FOM et TRINITI, TROITSK) dans le cadre d'un meeting de travail. La particularité de cette méthode est de sonder le plasma à l'aide de pulses micro-onde très courts (< 1 ns), par opposition aux techniques classiques où l'onde de sondage peut être supposée continue et quasi-monochromatique. Le temps de vol (ou retard de groupe) est alors déduit de la mesure du temps de délai entre l'émission du pulse et la réception de son écho. La détermination du profil de densité nécessite de mesurer le temps de vol pour différentes fréquences de sondage convenablement choisies. Des premiers résultats prometteurs ont été obtenus sur RTP [Hei94] et START [She93] à l'aide de systèmes radar à quatre canaux de fréquence. A titre d'exemple, l'évolution du temps de vol mesuré pour les quatre canaux sur RTP est montrée

sur la figure I-8 dans le cas d'une injection de glaçons. Un système à dix canaux est actuellement en développement sur TEXTOR-94 [Hug99] (cf. figure I-7).

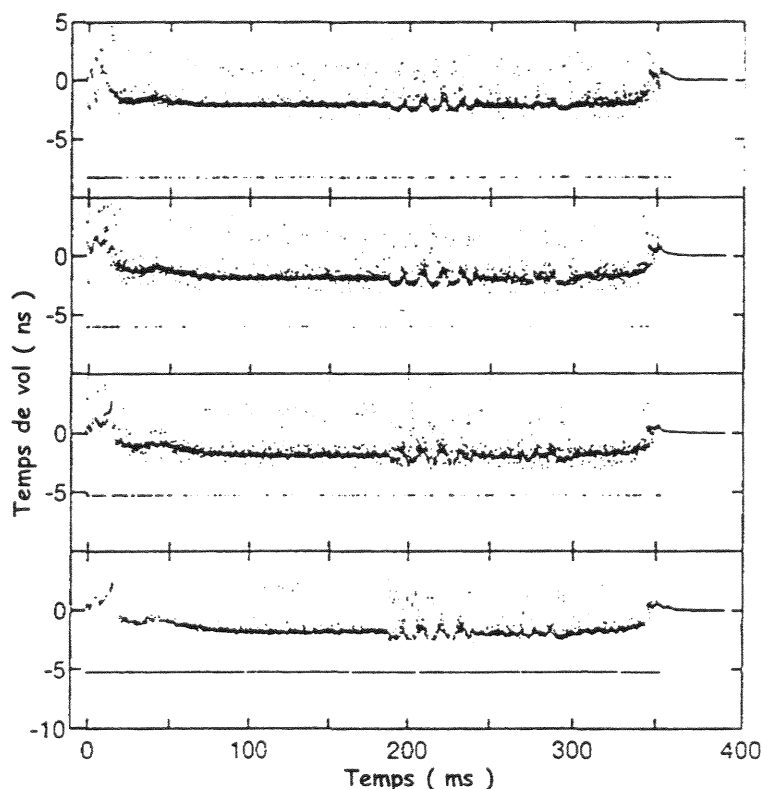


Figure I-8: Evolution du temps de vol pour les quatre canaux du réflectomètre de RTP qui illustre une injection de glaçons à 188 ms (d'après [Hei95b])

IV.3.2. Avantages et inconvénients techniques

Un premier avantage de la réflectométrie de pulse est qu'elle permet de s'affranchir totalement de l'aspect temporel de la turbulence du plasma. De plus, le temps de vol, quantité nécessaire à la reconstruction du profil, est directement mesuré.

Les temps de vol caractéristiques obtenus pour des plasmas de fusion (de l'ordre de quelques ns) sont tels que les fluctuations de densité peuvent être supposées "figées" au cours de la mesure, ce qui a tendance à moins perturber les mesures. Cependant, l'aspect spatial de la turbulence reste présent et peut contribuer à un élargissement conséquent du pulse réfléchi ou à des réflexions parasites liées à des phénomènes de rétrodiffusion de Bragg d'une partie du pulse.

Le choix des guides d'onde est fondamental en réflectométrie du pulse. En effet, les pulses de sondage présentant un large spectre fréquentiel peuvent être fortement élargis par effets dispersifs. Des guides d'ondes surdimensionnés sont souvent requis pour limiter un étalement trop important des pulses. Les réflexions parasites induites par de tels guides d'ondes sont éliminées à l'aide de fenêtres de temps bien choisies.

Notons, enfin, que l'alignement des antennes avec le champ magnétique n'est pas crucial en réflectométrie de pulse dans la mesure où les pulses de polarisation ordinaire et extraordinaire sont en principe réfléchis à des positions distinctes. Cette propriété pourrait en théorie autoriser des mesures simultanées en mode O et en mode X, en dépit d'une diminution de l'amplitude des pulses réfléchis.

IV.3.3. Intérêts pour la reconstruction du profil

La réflectométrie de pulse permet d'atteindre un taux de répétition de mesures élevé ($\sim 2\text{MHz}$) [Gor98]. Des profils de densité sont reconstruits typiquement toutes les quelques microsecondes, ce qui offre la possibilité d'observer des transitions rapides du plasma. Cependant, le faible nombre de canaux de sondage actuellement disponible (de l'ordre de 10 sur TEXTOR) peut conduire à une mauvaise résolution spatiale du profil de densité. C'est pourquoi il est nécessaire d'extraire le maximum d'information de la propagation du pulse dans le plasma. Actuellement, seuls les temps de vol pour une série de fréquences discrètes sont mesurés et utilisés pour déterminer le profil de densité. Comme nous le verrons dans les parties suivantes, une information supplémentaire peut être déduite de l'élargissement du pulse, ce qui permet de déterminer le profil de densité avec une plus grande précision.

IV.4. Systèmes à compression de pulse

Initialement développée pour des applications civiles et militaires, la compression de pulse peut être désormais utilisée en réflectométrie [Lav95]. Supposons que le pulse de sondage puisse être décomposé en une série de fréquences discrètes. Si pour chacune de ces fréquences, l'amplitude et la phase d'une onde monochromatique réfléchi par le plasma sont mesurées, une transformée de Fourier permet alors de reconstruire le pulse réfléchi. Ainsi, à partir de systèmes à balayage en fréquence, il est possible en principe d'extraire la même information que dans le cas de la réflectométrie de pulse. Cette idée sera discutée plus

précisément dans la partie II où nous montrerons à l'aide de simulations numériques cette équivalence de principe entre réflectométrie de pulse et réflectométrie de compression de pulse. De ce fait, les études réalisées au cours de cette thèse sur la propagation d'un pulse dans un plasma et ses applications pour la mesure du profil de densité peuvent également trouver leur utilité pour la réflectométrie à une fréquence sonde.

IV.5. Systèmes utilisés pour la détection des fluctuations de densité

La réflectométrie appliquée à la caractérisation des fluctuations de densité nécessite habituellement des dispositifs différents de ceux employés pour la mesure du profil de densité. Les fluctuations de densité sont en général mesurées par des dispositifs à fréquence fixe. Ces dispositifs permettent notamment de détecter clairement les fluctuations de type MHD [Man93, Hei95a, Mor98]. Les fluctuations turbulentes à grands nombres d'onde peuvent être étudiées à partir des mesures obtenues par deux réflectomètres (réflectométrie de corrélation). Il est alors possible d'en déduire la largeur de corrélation des fluctuations et leur nombre d'onde [Naz95].

Les interprétations qualitatives des mesures de réflectométrie restent cependant délicates, en particulier pour les fluctuations à grand nombre d'onde dont les effets sur l'onde sonde peuvent se produire loin de la couche de coupure. C'est pourquoi des modèles théoriques [Con93, Guz96] et des simulations numériques [Fan96, Bou99] restent nécessaires. Le rôle des fluctuations sur la modification de la forme du signal réfléchi a été étudié (cf partie IV) afin de mieux comprendre leurs effets sur les mesures de réflectométrie. La suite logique de cette démarche est d'utiliser la caractérisation des fluctuations de densité pour corriger les données utilisées afin d'obtenir une meilleure mesure du profil. Toutefois, il est tout d'abord nécessaire d'améliorer les méthodes de reconstruction dans le cas où peu de points de mesure sont disponibles.

PARTIE II

ETUDE DE LA PROPAGATION D'UN PULSE

DANS UN MILIEU DISPERSIF

I. INTRODUCTION

En réflectométrie classique (modulation de fréquence), l'onde de sondage est habituellement supposée monochromatique. Par contre, les signaux utilisés en réflectométrie de pulse ont une durée de l'ordre d'une nanoseconde, et présentent de ce fait une largeur spectrale dont il faut tenir compte. Les composantes fréquentielles du pulse de sondage vont se propager à des vitesses différentes dans des milieux dispersifs comme les plasmas ou les guides d'onde. La principale conséquence sera la modification plus ou moins importante de la forme du pulse, qui est source d'information sur le profil de densité du plasma. Dans cette partie, une étude approfondie des effets dispersifs est réalisée afin de mieux comprendre leur rôle sur la déformation d'un pulse. Cette étude a été réalisée d'abord pour un plasma homogène (équivalent au cas du guide), et ensuite plus généralement pour un plasma de profil quelconque. Il sera montré, en particulier, que l'élargissement subi par le pulse permet d'accéder à une information supplémentaire sur la forme de ce profil.

Cette étude s'est limitée au cas unidimensionnel de sorte que le pulse est supposé être une onde plane infinie dans la direction transverse. Dans la direction de propagation, une enveloppe gaussienne du pulse est considérée, ce qui est acceptable au regard des pulses générés expérimentalement. Bien que seul le mode ordinaire ait été étudié, cela ne retire rien à la généralité de ces travaux et des études comparables pourraient être réalisées pour le mode extraordinaire, qui est de plus en plus utilisé en réflectométrie [Cla99]. Une approche analytique de la propagation d'un pulse dans un milieu dispersif est tout d'abord traitée. Le code que nous avons développé ainsi que les principaux résultats numériques obtenus sur les phénomènes dispersifs seront ensuite présentés. Un exemple concret d'une expérience typique de réflectométrie de pulse sur TEXTOR sera étudié. Une attention particulière sera alors portée à la méthode de compression de pulse afin de montrer ses similitudes avec la réflectométrie de pulse. Enfin, l'intérêt de la mesure de l'élargissement du pulse pour la reconstruction du profil de densité sera discuté.

II. PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN MILIEU DISPERSIF

II.1. Cas d'un plasma homogène

Dans un premier temps, nous allons nous intéresser au cas d'un plasma homogène. La propagation d'un pulse dans un plasma homogène de pulsation ω_{p0} obéit à l'équation suivante (cf. annexe 1):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\omega_{p0}^2}{c^2} \right] E(x, t) = 0 \quad (\text{II-1})$$

Le pulse initial en $x = 0$ est donné par:

$$E(0, t) = \cos(\omega_0 t) \exp(-t^2 / \tau^2) \quad (\text{II-2})$$

Par une méthode de transformée de Laplace, il est possible de résoudre l'équation (II-1) [Nod97] et d'en déduire la forme du pulse après propagation:

$$E(x, t) = E(0, t - \frac{x}{c}) - \frac{\omega_{p0} x}{c} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(0, t - t') J_1(\omega_{p0} \sqrt{t'^2 - x^2/c^2}) H(t' - x/c)}{\sqrt{t'^2 - x^2/c^2}} dt' \quad (\text{II-3})$$

où J_1 et H représentent respectivement la fonction de Bessel du premier ordre et la fonction de Heaviside. Dans le vide, $\omega_p = 0$ et nous retrouvons que $E(x, t) = E(0, t - x/c)$. Le pulse se propage alors à la vitesse c sans déformation. En présence de plasma ($\omega_p \neq 0$), le second terme illustre les effets de dispersion, responsables de la déformation du pulse. Ces effets seront d'autant plus forts que la densité du plasma sera élevée et toute onde de fréquence inférieure à ω_{p0} sera évanescence.

Pour une onde polarisée en mode ordinaire, l'indice de réfraction dans un guide d'onde rectangulaire (mode fondamental TE_{10}) est donné par:

$$N = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2} \quad (\text{II-4})$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide et λ_g , la longueur d'onde de coupure du guide. Cette dernière est égale au double de la dimension du guide dans la direction perpendiculaire au champ électrique. Nous pouvons remarquer que (II-4) correspond également à l'indice donné

par une marche de plasma, de fréquence égale à la fréquence de coupure $f_g = \frac{c}{\lambda_g}$ du guide.

Ainsi, l'expression d'un pulse après propagation dans un guide d'onde est également donnée par (II-3), où la pulsation plasma doit être remplacée par la pulsation de coupure du guide. Les effets de dispersion dans un guide peuvent donc devenir importants quand sa fréquence de coupure tend vers la fréquence de l'onde. C'est pourquoi il convient de porter une attention particulière au choix des lignes de transmission, spécialement en réflectométrie de pulse où les effets dispersifs peuvent fortement "étaier" le pulse, conduisant à une diminution de son amplitude qui rend difficile sa détection.

II.2. Cas d'un plasma de profil quelconque

II.2.1. Notions de temps de vol et d'élargissement du pulse

Dans cette étude, nous supposons que les pulses incident et réfléchi sont mesurés dans le vide, milieu non dispersif où il existe une dualité entre l'espace et le temps. La propagation du pulse peut ainsi être abordée par deux approches rigoureusement équivalentes. En effet, considérer l'évolution temporelle de la distribution spatiale d'un pulse revient à considérer l'évolution de sa forme temporelle dans l'espace. Il a été choisi ici de faire une analyse temporelle, mais une analyse dans l'espace conduirait aux mêmes résultats.

Considérons un pulse de fréquence ω_0 et d'enveloppe gaussienne de largeur à mi-hauteur σ dans le domaine temporel:

$$E_{inc}(t) = \exp(i\omega_0 t) \exp(-4 \ln 2 \frac{t^2}{\sigma^2}) \quad (\text{II-5})$$

Le spectre en fréquence d'un tel pulse est une gaussienne de largeur à mi-hauteur inversement proportionnelle à σ :

$$S(\omega) = \frac{\sigma \sqrt{\pi}}{2\sqrt{\ln 2}} \exp(-\frac{\sigma^2 (\omega - \omega_0)^2}{16 \ln 2}) \quad (\text{II-6})$$

Chaque composante de ce spectre va subir un déphasage différent $\phi(\omega)$ au cours de la propagation du pulse. En supposant que les déphasages $\phi(\omega)$ soient invariants au cours du temps, il est alors possible de connaître le pulse réfléchi par transformée de Fourier inverse:

$$E_{ref}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \exp(-i\phi(\omega)) \exp(i\omega t) d\omega \quad (\text{II-7})$$

En toute rigueur, il est nécessaire de connaître le déphasage propre à chaque fréquence pour calculer l'expression (II-7). Selon la précision désirée, plusieurs méthodes de calcul du déphasage sont possibles. Une première solution consiste à le calculer sous l'approximation WKB. Cette approximation n'étant pas valide au voisinage de la couche de coupure, un calcul plus précis nécessite la résolution de l'équation de Helmholtz que nous présenterons ultérieurement. En fait, sous certaines hypothèses, une estimation analytique est possible comme nous allons le montrer. En effet, la largeur des spectres utilisés en réflectométrie de pulse reste généralement petite devant la fréquence porteuse (ou centrale) ω_0 . Sous cette condition, nous pouvons faire un développement de Taylor de la phase comme suit:

$$\varphi(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\omega - \omega_0)^n \varphi^{(n)}(\omega_0) \quad (\text{II-8})$$

Supposons dans un premier temps que nous puissions écrire que $\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) = \varphi_0$. Dans ce cas, il est trivial de montrer que le pulse réfléchi est donné par:

$$E_{ref}(t) = \exp(i(\omega_0 t - \varphi_0)) \exp(-4 \ln 2 \frac{t^2}{\sigma^2}) \quad (\text{II-9})$$

En fait, l'enveloppe du pulse est restée fixe, et seule l'onde porteuse s'est déphasée de φ_0 . Cette situation correspond au cas d'une onde monochromatique d'extension infinie et n'est donc pas réaliste d'un point de vue physique pour un pulse.

A l'ordre supérieur, nous pouvons écrire que $\varphi(\omega) = \varphi_0 + (\omega - \omega_0)\varphi'(\omega_0)$. Le calcul du pulse réfléchi donne ici:

$$E_{ref}(t) = \exp(i(\omega_0 t - \varphi_0)) \exp(-4 \ln 2 \frac{(t - \varphi'(\omega_0))^2}{\sigma^2}) \quad (\text{II-10})$$

L'onde porteuse est toujours déphasée de φ_0 , mais cette fois l'enveloppe s'est également propagée de la quantité $\varphi'(\omega_0)$. Nous pouvons alors définir le temps de vol comme étant le temps de propagation de l'enveloppe, soit:

$$\tau(\omega_0) = \varphi'(\omega_0) = \frac{\partial \varphi(\omega_0)}{\partial \omega} \quad (\text{II-11})$$

A cet ordre d'approximation, l'enveloppe du pulse s'est propagée sans se déformer, ce qui correspond au cas d'un pulse très large.

A l'ordre 2, nous pouvons écrire:

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + (\omega - \omega_0)\varphi'(\omega_0) + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \varphi''(\omega_0) \quad (\text{II-12})$$

soit encore:

$$\varphi(\omega) = \varphi_0 + (\omega - \omega_0)\tau_0 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \varphi''(\omega_0) \quad (\text{II-13})$$

où φ_0 et τ_0 correspondent respectivement au déphasage de l'onde porteuse et au temps de vol de l'enveloppe. La résolution de (II-7) conduit ici à une expression complexe du champ électrique réfléchi. Nous préciserons seulement que le pulse réfléchi garde une enveloppe gaussienne, toujours décalée d'un temps de vol τ_0 , avec une durée donnée par [Hei95b]:

$$\sigma_{ref} = \sigma_{inc} \sqrt{1 + \left(\frac{8 \ln 2 \varphi''(\omega_0)}{\sigma_{inc}^2} \right)^2} \quad (\text{II-14})$$

où σ_{inc} est la durée du pulse incident.

Les calculs précédents ont été réalisés dans l'espace temps-fréquence. Comme nous l'avons précisé au début de ce chapitre, il est possible de faire ces calculs de façon analogue dans l'espace (x, k) , et l'expression (II-14) devient ainsi dans le domaine spatial:

$$L_{ref} = L_{inc} \sqrt{1 + \left(\frac{8c^2 \ln 2 \varphi''(\omega_0)}{L_{inc}^2} \right)^2} \quad (\text{II-15})$$

où L_{inc} et L_{ref} sont des longueurs exprimées en mètres.

Par analogie avec le lien entre le temps de vol et la dérivée de la phase, nous pouvons souligner le fait que l'élargissement du pulse est explicitement relié à la dérivée seconde de la phase. Les ordres supérieurs en $(\omega - \omega_0)^n$ avec $n > 2$ sont responsables d'une modification de l'enveloppe du pulse lors de sa propagation. La prise en compte de ces ordres ne permet plus d'obtenir une solution analytique pour le pulse réfléchi et nécessite une résolution numérique de l'équation (II-7). Comme nous allons le voir, une analyse des termes d'ordre supérieur permet de donner une interprétation physique de chaque ordre.

II.2.2. Prise en compte des termes d'ordre supérieur

D'après les relations (II-7) et (II-8), il est immédiat de constater que l'expression du pulse réfléchi dépend à la fois du spectre du pulse incident et du profil de phase, lequel est fonction de l'indice du milieu traversé. La relation (II-15) de l'élargissement du pulse n'est

valide que si les termes de dérivées d'ordre supérieur à 2 de la phase sont négligeables. Cela revient à dire que $\varphi'(\omega)$ doit rester quasiment constante pour toute composante ω du pulse, ce qui n'est pas toujours le cas pour un pulse à grande largeur spectrale se propageant dans un milieu très dispersif. Regardons maintenant les modifications de la forme du pulse réfléchi quand cette condition n'est plus vérifiée.

Afin d'ajouter un terme de dérivée d'ordre 3 de la phase, prenons tout d'abord l'exemple d'un profil de densité linéaire $\omega_{pe}^2(x) = \alpha x$ pour lequel le déphasage d'une onde ordinaire de fréquence ω vaut : $\varphi(\omega) = \frac{4}{3} \frac{\omega^3}{c \alpha} - \frac{\pi}{2}$. Pour un pulse de fréquence porteuse ω_0 , la relation (II-8) permet d'exprimer le déphasage subi par la composante fréquentielle ω de la façon suivante:

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + (\omega - \omega_0) \frac{4\omega_0^2}{c \alpha} + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \frac{8\omega_0}{c \alpha} + \frac{1}{6} (\omega - \omega_0)^3 \frac{8}{c \alpha} \quad (\text{II-16})$$

Pour un profil linéaire, seuls les termes d'ordre inférieur à trois sont non nuls. Pour observer des effets significatifs du terme d'ordre trois, il convient de choisir une pente de profil faible (α petit) et un spectre du pulse incident suffisamment large (Δf grand). La figure II-1(b) montre un exemple de pulse réfléchi calculé à l'aide des expressions (II-7) et (II-16) pour un profil de pente $\alpha = 1.56 \cdot 10^{23} \text{ rad}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$ (équivalent à une densité de $6 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ pour un rayon de 1 m), et un pulse incident de fréquence $f_0 = 40 \text{ GHz}$ et de largeur à mi-hauteur $L_{inc} = 1.8 \text{ cm}$ (correspondant à $\Delta f = 14.5 \text{ GHz}$). La figure 1(a) est obtenue dans les mêmes conditions mais en omettant le terme d'ordre trois de l'expression (II-16). La comparaison des figures II-1(a) et II-1(b) permet de constater la dissymétrie du pulse liée au terme de dérivée d'ordre trois.

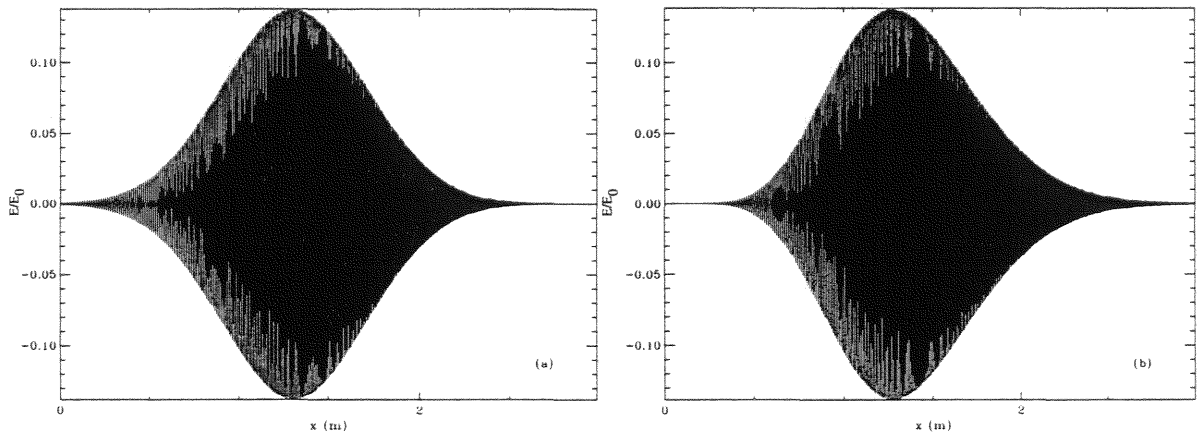


Figure II-1: Elargissement du pulse par effets dispersifs dans un plasma de profil linéaire
(a) sans le terme de dérivé de phase d'ordre 3, (b) avec le terme de dérivé de phase d'ordre 3

Un développement limité du temps de vol autour de la fréquence centrale permet de bien comprendre cette dissymétrie. Dans le cas d'un profil linéaire, un développement à l'ordre 2 est suffisant:

$$\tau(\omega) = \tau(\omega_0) + (\omega - \omega_0)\tau'(\omega_0) + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \tau''(\omega_0) \quad (\text{II-17})$$

Pour les fréquences ω^- et ω^+ correspondant aux fréquences minimale et maximale considérées à mi-hauteur du spectre du pulse, nous pouvons respectivement écrire:

$$\tau(\omega^-) = \tau(\omega_0) - \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau'(\omega_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 \tau''(\omega_0) \quad (\text{II-18})$$

$$\tau(\omega^+) = \tau(\omega_0) + \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)\tau'(\omega_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 \tau''(\omega_0) \quad (\text{II-19})$$

où $\Delta\omega$ représente la largeur spectrale du pulse. Il apparaît alors clairement que l'élargissement du pulse, qui est lié à $\tau(\omega^+) - \tau(\omega^-)$, est proportionnel à $\tau'(\omega_0)$, donc à $\varphi'(\omega_0)$. Le terme d'ordre supérieur en $\tau'(\omega_0)$ conduit, quant à lui, à une dissymétrie des temps de vol par rapport à la fréquence centrale et par suite à une dissymétrie du pulse réfléchi, mais il ne change pas son élargissement.

Il est possible de généraliser ce résultat en écrivant:

$$\tau(\omega^-) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(-\frac{\Delta\omega}{2}\right)^n \tau^{(n)}(\omega_0) \quad (\text{II-20})$$

$$\tau(\omega^+) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^n \tau^{(n)}(\omega_0) \quad (\text{II-21})$$

Ainsi, il devient clair que les termes de dérivées d'ordre impair de τ (ou de dérivées d'ordre pair de φ) sont responsables d'un élargissement symétrique du pulse alors que les termes de dérivées d'ordre pair de τ (donc de dérivées d'ordre impair de φ) contribuent à sa dissymétrie.

Les effets des termes d'ordre supérieur sur la forme du pulse réfléchi deviennent importants dès lors que la dérivée seconde de la phase varie beaucoup sur l'étendue du spectre du pulse incident. Nous allons maintenant présenter divers exemples illustrant le rôle joué par la variation de la dérivée seconde de la phase sur la déformation du pulse réfléchi. Un premier exemple est obtenu pour un profil de densité parabolique:

$$n_e(x) = n_0 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{II-22})$$

avec $n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$ et $R = 0.7 \text{ m}$. Le profil de la dérivée seconde de la phase correspondant à ce profil de densité, qui peut être obtenu analytiquement (cf. annexe 2), est représenté sur la figure II-2. ϕ'' varie beaucoup pour les fréquences proches de la fréquence maximum en $x = R$, en raison de la pente faible du profil de densité.

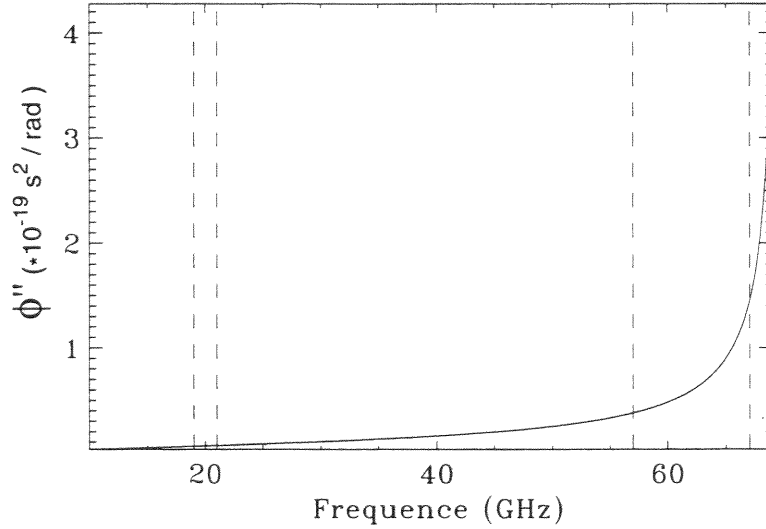


Figure II-2: Variation de la dérivée seconde de la phase en fonction de la fréquence pour un profil parabolique

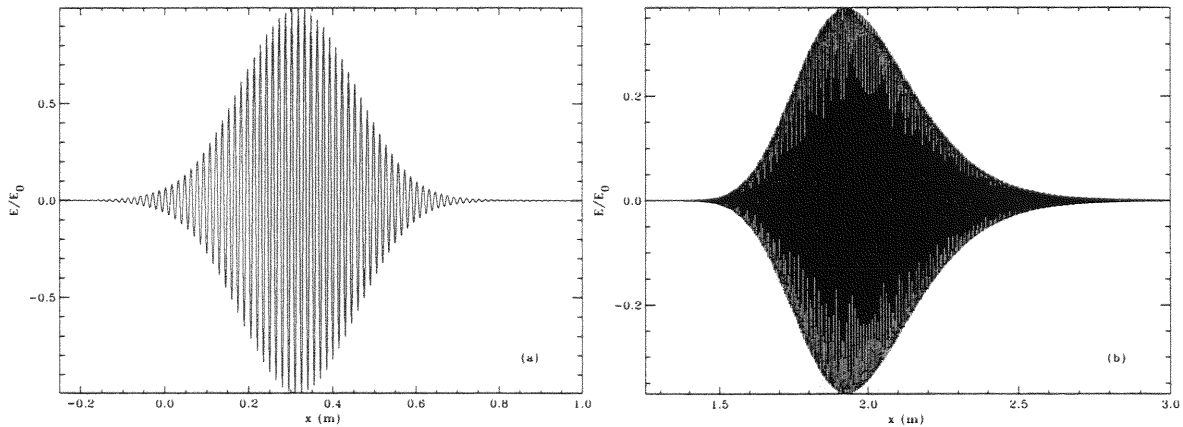


Figure II-3: Forme du pulse réfléchi dans le cas
(a) d'une faible variation de ϕ'' , (b) d'une forte variation de ϕ''

La figure II-3(a) montre que pour un pulse incident présentant un spectre étroit $\Delta f = 0.8 \text{ GHz}$ et de fréquence relativement faible $f = 20 \text{ GHz}$ (correspondant à une faible variation

de ϕ'' , comme indiqué par deux lignes pointillées sur la figure II-2, la forme du pulse réfléchi est peu modifiée. Par contre, pour un large spectre $\Delta f = 4.1$ GHz et une fréquence plus élevée du pulse incident $f = 62$ GHz (correspondant alors à une forte variation de ϕ'' , comme illustré par deux lignes pointillées sur la figure II-2, le pulse réfléchi est déformé de façon significative (cf. figure II-3(b)).

Nous venons de voir qu'une forte variation de la dérivée seconde de la phase conduit à un pulse réfléchi très déformé. En fait, dans certains cas, la dérivée seconde peut même changer de signe en fonction de la fréquence. Cette situation, équivalente à une inversion du profil de temps de vol, peut être obtenue en présence de guides d'onde (cf. III.4.3), ou observée pour certains profils particuliers tels que ceux présentant un fort raidissement de gradient. Afin d'illustrer les effets induits par ce changement de signe, considérons l'exemple d'un profil de densité de la forme:

$$n_e(x) = n_0 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{R} \right)^{1/2} \right] \quad (\text{II-23})$$

avec $n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$ et $R = 1$ m. Un tel profil conduit à un changement de signe de ϕ'' pour la fréquence $f = 60.5$ GHz et, de ce fait, à une inversion du profil de temps de vol (cf. figure II-4).

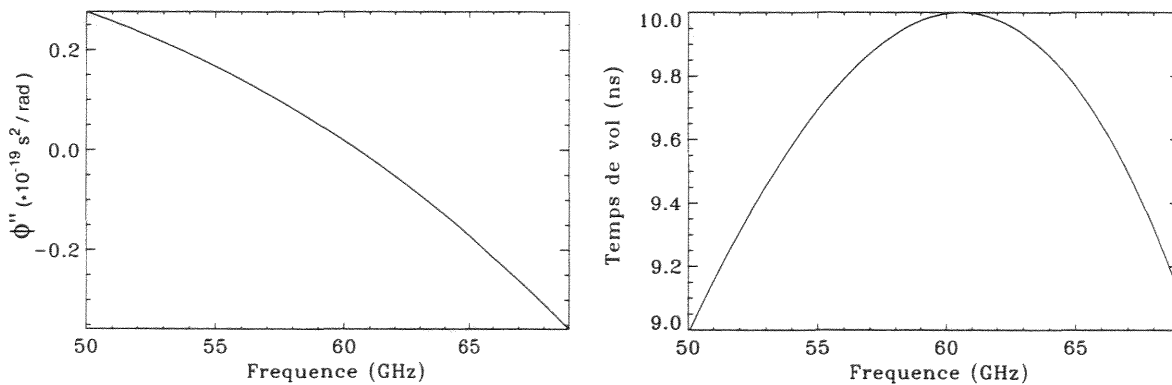


Figure II-4: Dérivée seconde de la phase et temps de vol en fonction de la fréquence et pour un profil en racine carrée

La forme des pulses réfléchis est montrée sur les figures II-5, II-6 et II-7 pour différentes largeurs spectrales du pulse incident de fréquence $f = 60.5$ GHz, correspondant au point d'inversion du profil de temps de vol. Dans le cas d'un spectre étroit $\Delta f = 1.6$ GHz (cf. fig. II-5), le pulse réfléchi n'est pas modifié de façon significative. Cela s'explique par le fait

que toutes les composantes fréquentielles du pulse ont pratiquement le même temps de vol. Lorsque le spectre devient plus large ($\Delta f = 4.1$ GHz), des phénomènes de battement entre des fréquences présentant le même temps de vol apparaissent (cf. figure II-6). Plus le spectre du pulse est large, plus ces phénomènes de battement deviennent importants (cf. figure II-7 pour $\Delta f = 6.4$ GHz). Cela s'explique par le fait que la fréquence de battement est proportionnelle à la différence de fréquence des ondes considérées. Ainsi, lorsque le spectre du pulse devient large, plusieurs périodes de battement, alors petites devant la largeur du pulse réfléchi, sont observables.

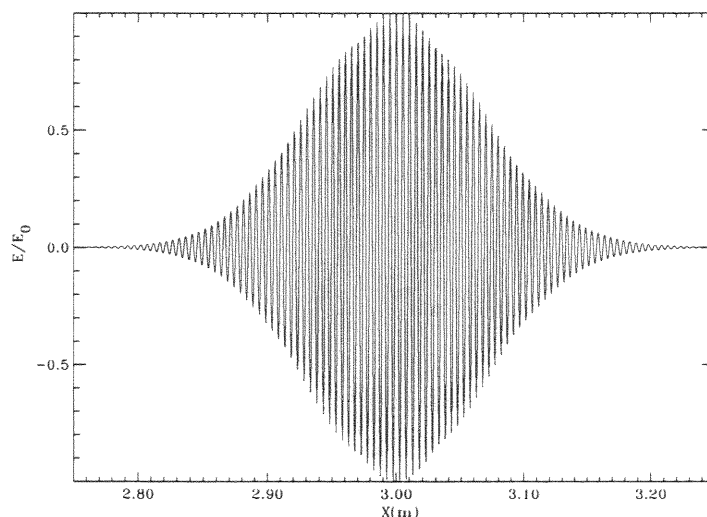


Figure II-5: Forme du pulse réfléchi dans le cas d'une inversion du profil de temps de vol pour une largeur spectrale $\Delta f = 1.6$ GHz du pulse incident de fréquence $f = 60.5$ GHz

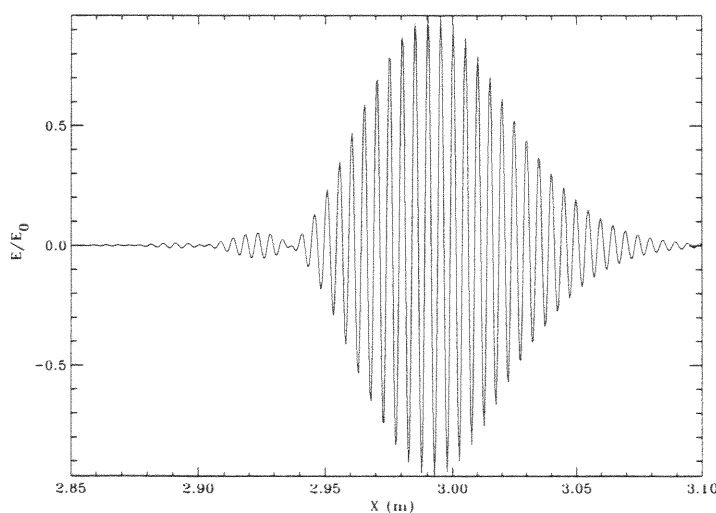


Figure II-6: Forme du pulse réfléchi dans le cas d'une inversion du profil de temps de vol pour une largeur spectrale $\Delta f = 4.1$ GHz du pulse incident de fréquence $f = 60.5$ GHz

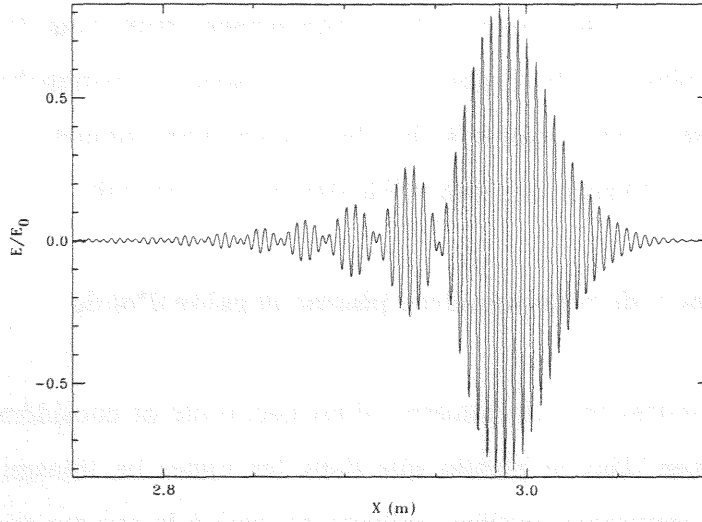


Figure II-7: Forme du pulse réfléchi dans le cas d'une inversion du profil de temps de vol pour une largeur spectrale $\Delta f = 6.4$ GHz du pulse incident de fréquence $f = 60.5$ GHz

La figure II-8 représente le pulse réfléchi obtenu dans les mêmes conditions que précédemment pour un pulse incident de largeur spectrale $\Delta f = 5$ GHz et de fréquence $f = 61$ GHz. Dans ce cas, la fréquence centrale du pulse ne correspond plus au point d'inversion du temps de vol et les phénomènes de battement, qui se produisent entre deux ondes d'amplitudes différentes, sont moins importants que précédemment.

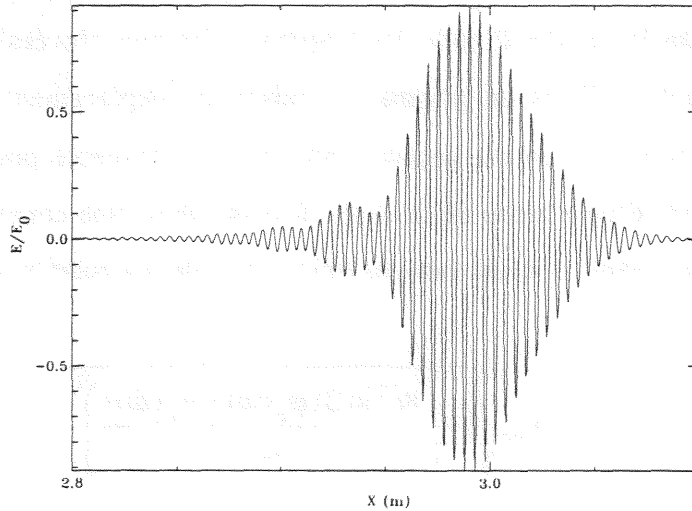


Figure II-8: Forme du pulse réfléchi dans le cas d'une inversion du profil de temps de vol pour une largeur spectrale $\Delta f = 5$ GHz du pulse incident de fréquence $f = 61$ GHz

Dans les cas qui viennent d'être présentés, les termes d'ordre supérieur ont des contributions non négligeables de sorte que la relation (II-15) d'élargissement du pulse n'est

plus valide. Cependant, ces situations restent extrêmement rares pour les profils typiques rencontrés dans les plasmas de fusion et pour les spectres habituellement utilisés en réflectométrie de pulse. Ainsi, comme le justifieront certaines simulations numériques (cf. chap. III), la relation (II-15) sera supposée valide dans tout ce qui suit.

II.3. Cas des expériences de réflectométrie: plasma et guide d'onde

Dans les expériences de réflectométrie, il est nécessaire de considérer les phénomènes de dispersion aussi bien dans le plasma que dans les lignes de transmission. En fait, le déphasage d'un pulse traversant plusieurs milieux est égal à la somme des déphasage subis dans chaque milieu. Il en est donc de même pour les dérivées successives de la phase et en particuliers pour le temps de vol. Nous allons maintenant voir ce que cela implique pour l'élargissement du pulse.

Comme nous l'avons vu, les guides d'onde peuvent être modélisés par des marches de plasma. Ainsi, la relation (II-15) reste vraie pour l'élargissement du pulse dans un guide, à condition que la fréquence de l'onde reste suffisamment grande devant sa fréquence de coupure f_g , de sorte que les effets d'ordre supérieur soient négligeables (cf figure II-9). Cependant, il demeure une différence entre la dispersion dans les guides et la dispersion dans le plasma. En effet, dans les guides d'onde, les fréquences les plus élevées se propagent plus vite et $\varphi''(\omega)$ est négative. Dans un plasma, en raison du déplacement de la couche de coupure avec la fréquence, $\varphi''(\omega)$ est généralement positive (excepté pour certains profils atypiques ou en présence d'un plateau de densité). Il existe donc une compensation entre les effets dispersifs dans le plasma et ceux dans les guides d'onde. La relation (II-15) devrait, en toute rigueur, s'écrire:

$$L_{ref} = L_{inc} \sqrt{1 + \left(\frac{8c^2 \ln 2 (\varphi_p''(\omega) + \varphi_g''(\omega))}{L_{inc}^2} \right)^2} \quad (\text{II-24})$$

où $\varphi_g''(\omega)$ est la contribution négative due au guide d'onde

et $\varphi_p''(\omega)$ la contribution habituellement positive due au plasma.

Seules les informations provenant de la propagation du pulse dans le plasma sont utiles à la détermination du profil de densité. Dans les méthodes habituelles de reconstruction de profil, les temps de vol dans les guides doivent ainsi être retranchés. Si nous voulons

utiliser également l'élargissement du pulse (cf. Partie III), il faudra de la même manière considérer uniquement l'élargissement dû au plasma. Connaissant les dimensions des guides utilisés et la fréquence des pulses de sondage, il est possible d'en déduire la contribution $\phi_g''(\omega)$ liée aux guides d'onde.

Le déphasage d'une onde de fréquence ω dans un guide de longueur D est donné par:

$$\phi_g(\omega) = \frac{\omega}{c} N D \quad (\text{II-25})$$

où l'indice de réfraction N , donné par (II-4), peut encore s'écrire:

$$N = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2} \quad (\text{II-26})$$

avec ω_g , la fréquence de coupure du guide. La dérivée seconde de la phase devient ainsi (cf. figure II-9):

$$\phi_g''(\omega) = -\frac{D}{c} \omega_g^2 (\omega^2 - \omega_g^2)^{-3/2} \quad (\text{II-27})$$

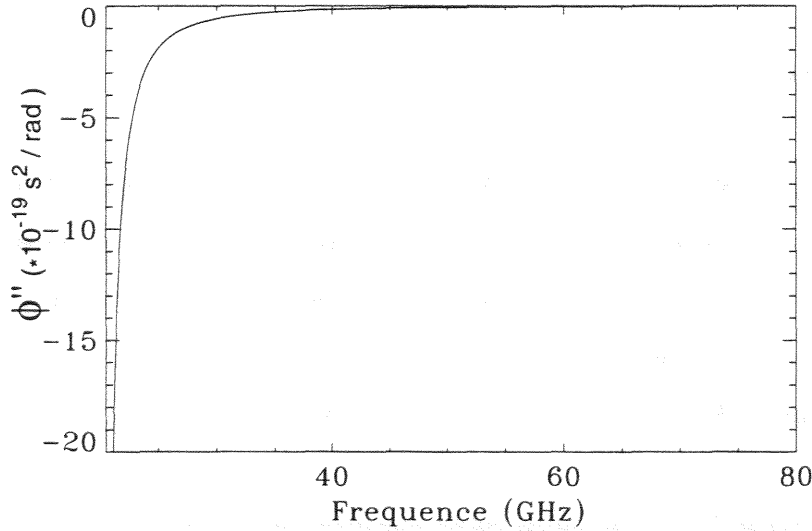


Figure II-9: Dérivée seconde de la phase induite par un guide d'onde de longueur $D = 3 \text{ m}$ et de fréquence de coupure $f_g = 20 \text{ GHz}$

Il convient de préciser que si le pulse traverse le guide d'onde deux fois (une fois à l'émission et une fois à la réception), la distance D correspond alors à deux fois la longueur du guide. Connaissant $\phi_g''(\omega)$, nous pouvons en principe déterminer l'élargissement dû uniquement au plasma. L'expression (II-24) permet d'écrire:

$$\varphi''(\omega) = \varphi_p''(\omega) + \varphi_g''(\omega) = \pm \frac{L_{inc} \sqrt{L_{ref}^2 - L_{inc}^2}}{8c^2 \ln 2} \quad (\text{II-28})$$

Par suite, nous pouvons exprimer le terme $\varphi_p''(\omega)$, responsable de l'élargissement du pulse dans le plasma, comme suit:

$$\varphi_p''(\omega) = -\varphi_g''(\omega) \pm \frac{L_{inc} \sqrt{L_{ref}^2 - L_{inc}^2}}{8c^2 \ln 2} \quad (\text{II-29})$$

L'indétermination de signe pour le calcul de $\varphi_p''(\omega)$ peut être levée à partir du profil de temps de vol qui fixe le signe de $\varphi''(\omega)$ dans l'expression (II-28). L'élargissement du pulse dans le plasma peut alors être obtenu en reportant (II-29) dans (II-15).

Remarque : si le pulse traverse plusieurs guides d'onde de sections différentes comme c'est le cas sur TEXTOR, $\varphi_g''(\omega)$ doit correspondre à la somme des dérivées secondes de la phase propres à chaque guide.

III. SIMULATIONS NUMERIQUES DE LA PROPAGATION D'UN PULSE

III.1. Choix de l'équation

D'une façon générale, la densité électronique varie dans l'espace et le temps, de sorte qu'il conviendrait d'écrire $\omega_{pe}(x, t)$. Dans les expériences actuelles de réflectométrie, les temps de propagation de l'onde restent le plus souvent inférieurs aux temps caractéristiques de la turbulence temporelle de la densité. Par la suite, le profil de densité ainsi que ses fluctuations seront de ce fait supposés stationnaires au cours du temps et seront notés $\omega_{pe}(x)$.

En généralisant (II-1), l'équation de propagation à une dimension d'une onde polarisée ordinairement dans un plasma inhomogène s'écrit (cf. annexe 1):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\omega_{pe}^2(x)}{c^2} \right] E(x, t) = 0 \quad (\text{II-30})$$

où $\omega_{pe}(x) = \sqrt{\frac{n_e(x)e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ est la pulsation plasma électronique.

Les conditions initiales donnent:

$E(x,0)$ connu et $\frac{\partial}{\partial t}E(x,0) = -c \frac{\partial}{\partial x}E(x,0)$, correspondant à un pulse initial défini dans le vide et se propageant dans le sens des x croissants. Les fluctuations de densité peuvent être prises en compte par l'ajout d'un terme perturbateur $\tilde{n}_e(x) = n_e(x) + \delta n_e(x)$, où $n_e(x)$ est la densité non perturbée et $\delta n_e(x)$, le terme représentant les fluctuations.

Dans le cas d'une onde purement monochromatique, l'équation (II-30) peut être réduite à une équation de Helmholtz indépendante du temps. En réflectométrie classique où la durée de l'onde sonde est supérieure au temps de vol de l'onde, l'équation de Helmholtz est généralement utilisée. Dans le cadre de la réflectométrie de pulse, l'approximation d'onde monochromatique n'est plus vérifiée, si bien qu'il est nécessaire de résoudre directement (II-30).

III.2. Présentation du code dépendant du temps

La discrétisation de l'équation (II-30) doit permettre de calculer le champ électrique de l'onde $E_{i,j}$ au point $x = i\Delta x$ d'une grille et à l'instant $t = j\Delta t$ où Δx et Δt sont respectivement les pas de discrétisation en espace et en temps. Les dérivées secondes par rapport au temps t et à la position x peuvent s'écrire:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(x,t) = \frac{E_{i,j+1} - 2E_{i,j} + E_{i,j-1}}{\Delta t^2} \quad (\text{II-31})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E(x,t) = \frac{E_{i+1,j} - 2E_{i,j} + E_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (\text{II-32})$$

Pour des raisons de stabilité, nous avons choisi de faire l'approximation suivante:

$$\omega_{pe}^2(x)E(x,t) \approx \omega_{pe}^2(i) \left[\frac{E_{i,j+1} + 2E_{i,j} + E_{i,j-1}}{4} \right] \quad (\text{II-33})$$

L'équation (II-30) conduit ainsi à l'algorithme itératif suivant [Coh95]:

$$E_{i,j+1} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_{pe}^2(i)}{4}} (E_{i+1,j} + E_{i-1,j}) - \frac{4\omega_{pe}^2(i)}{4 + \omega_{pe}^2(i)} E_{i,j} - E_{i,j-1} \quad (\text{II-34})$$

Pour obtenir cet algorithme, les vitesses ont été normées par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide c , ce qui impose $\Delta x = \Delta t$. L'algorithme (II-34) est un schéma aux différences finies centrées du second ordre. Il permet de calculer le champ électrique de l'onde à l'instant $(j+1)\Delta t$ en chaque point de la grille $i\Delta x$ avec $1 \leq i \leq n$ où n est le nombre de points de grille.

Les champs électriques $E_{i,0}$ et $E_{i,1}$ aux instants successifs $(j-1)\Delta t$ et $j\Delta t$ avec $j = 1$ constituent les conditions initiales. Un calcul itératif de (II-34) permet de suivre l'évolution du champ pour les instants $j \geq 2$. Il convient de définir des conditions de transparence aux limites $i = 1$ et $i = n$ afin d'éviter toute réflexion non physique sur les bords de la boîte numérique. Les conditions de transparence dans le vide donnent respectivement pour les limites à gauche et à droite:

$$E_{1,j} = E_{2,j-1} \quad (\text{II-35})$$

$$E_{n,j} = E_{n-1,j-1} \quad (\text{II-36})$$

En fait, en $L = n \Delta x$, nous avons le plasma et la condition de transparence choisie devrait être différente de celle dans le vide. Cependant, cela n'est pas un problème pour simuler une expérience de réflectométrie. En prenant soin de choisir la position de la couche de coupure suffisamment loin du bord de la boîte ($x_c < L$), le champ électrique est en effet négligeable en $x = L$ et les réflexions parasites sont alors insignifiantes.

Nous allons maintenant évaluer l'erreur numérique induite par le choix de l'approximation (II-33), qui peut encore s'exprimer:

$$E(x,t) \approx \left[\frac{E(x,t+\Delta t) + 2E(x,t) + E(x,t-\Delta t)}{4} \right] \quad (\text{II-37})$$

Un développement limité au second ordre montre que le terme de droite est:

$$E(x,t) + \frac{\Delta t^2}{4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x,t) \quad (\text{II-38})$$

D'après l'équation (II-30) et à position fixe (x constant), nous pouvons écrire que:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x,t) = -\omega_{pe}^2(x) E(x,t) \quad (\text{II-39})$$

Il en résulte que le terme de droite de (II-37) est:

$$\left(1 - \omega_{pe}^2(x) \frac{\Delta t^2}{4} \right) E(x,t) \quad (\text{II-40})$$

L'erreur numérique commise dans l'approximation (II-33) est donc égale à $\omega_{pe}^2(x) \frac{\Delta t^2}{4}$, d'où la nécessité de prendre un pas en temps Δt et par conséquent un pas de grille Δx petits. Afin d'atteindre une bonne précision numérique, cent points ont été choisis pour définir une longueur d'onde. Pour une fréquence de 30 GHz, soit une longueur d'onde de 1 cm, l'erreur numérique est de l'ordre de 0.1 %, ce qui reste acceptable pour les temps de propagation étudiés.

III.3. Tests du code

Le code temporel permet de simuler différents types de réflectomètre, en fonction de la nature des conditions initiales choisies. En définissant comme condition initiale un train d'onde suffisamment long, il est possible de simuler un réflectomètre classique à une seule fréquence. Une comparaison avec un code stationnaire résolvant l'équation de Helmholtz a été un premier moyen de vérifier la validité de ce code. Le code temporel nécessite un train d'onde long de sorte que les ondes incidente et réfléchie se superposent, condition nécessaire à la mesure du déphasage dans le plasma. Par exemple, pour un profil de densité linéaire, le temps de vol vaut $4 x_c/c$, donc la longueur du train d'onde incident doit être supérieure à $4 x_c$. A cette longueur, il convient de rajouter quelques longueurs d'onde afin d'adoucir les discontinuités aux extrémités du pulse, ce qui permet de réduire les effets de spectre. Dans le cas d'un profil linéaire ($n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.7 \text{ m}$) et pour une fréquence de sondage $f = 40 \text{ GHz}$, les champs électriques de l'onde calculés par les codes stationnaire et temporel sont représentés sur la figure II-10.

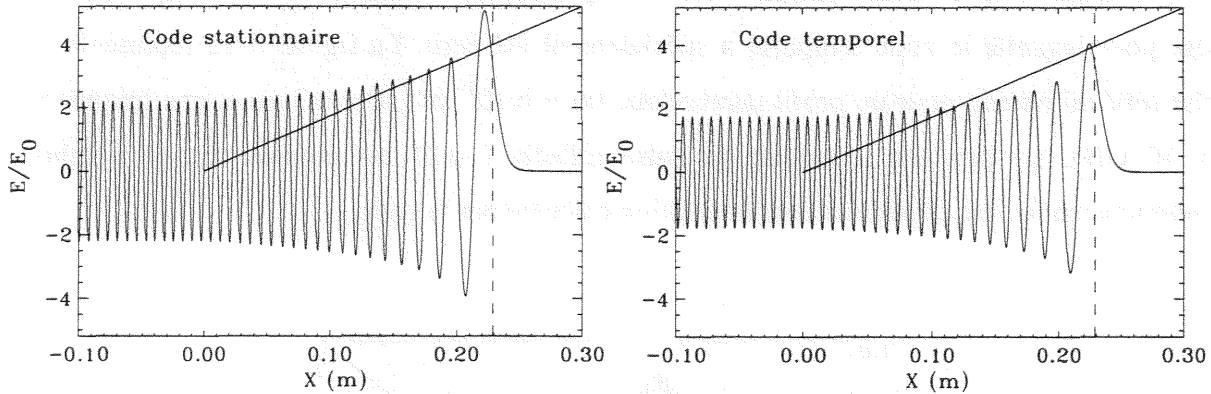


Figure II-10: Champs électriques calculés par un code stationnaire résolvant l'équation de Helmholtz et par un code temporel résolvant l'équation de propagation (II-30). Les lignes continue et pointillée représentent le profil de densité et la position de la coupure

Nous pouvons constater sur cette figure que les deux codes ne donnent pas la même amplitude. En effet, à la différence du code stationnaire, le code temporel permet d'observer les phénomènes d'interférences entre les ondes incidente et réfléchie, responsables du phénomène d'oscillation de l'amplitude de l'onde résultante à la fréquence f . Il convient alors d'être prudent pour le calcul du déphasage de l'onde par le code temporel et de s'assurer que

l'amplitude de l'onde est suffisante. Les déphasages calculés par le code temporel et par le code de Helmholtz pour la gamme de fréquence 20-60 GHz et pour le même profil de densité que précédemment sont montrés sur la figure II-11.

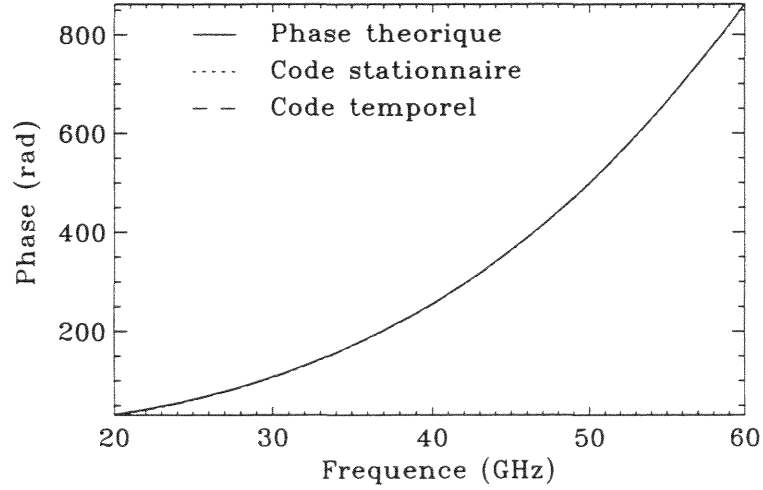


Figure II-11: Comparaison des déphasages calculés par les codes temporel et de Helmholtz

Montrons maintenant quelques résultats préliminaires simulant la réflectométrie de pulse pour laquelle le code temporel a spécialement été écrit. La figure II-12 représente le pulse réfléchi obtenu pour un profil parabolique ($n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.7 \text{ m}$) et une fréquence $f = 40 \text{ GHz}$. La position théorique du pulse réfléchi (-0.21 m) imposée par le nombre d'itérations choisi est en accord avec la position calculée par le code.

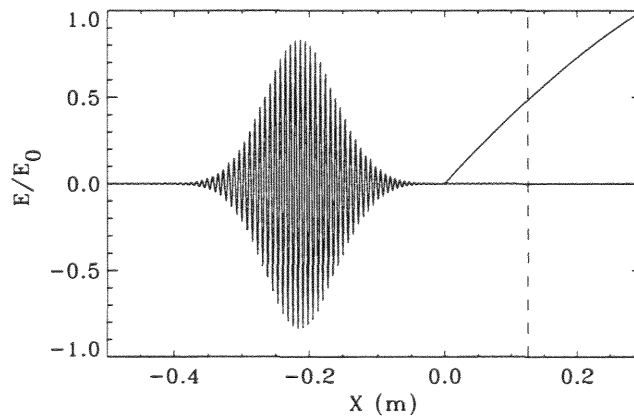


Figure II-12: Représentation du pulse réfléchi dans le cas d'un profil parabolique ($n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.7 \text{ m}$) et d'une fréquence sonde $f = 40 \text{ GHz}$

Pour différentes fréquences du pulse incident, les temps de vol calculés par le code sont comparés aux temps de vol théoriques pour le même profil de densité (cf. figure II-13).

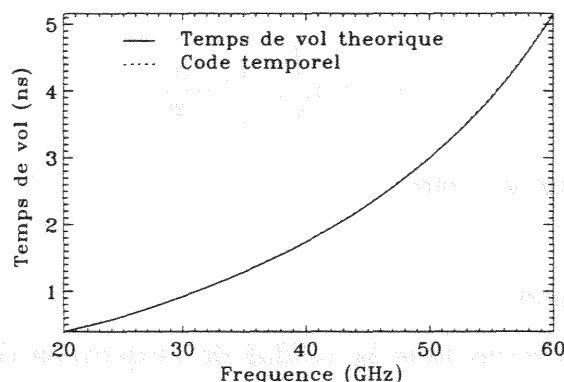


Figure II-13: Temps de vol calculés par le code comparés aux temps de vol théoriques

D'autres tests, notamment en présence de fluctuations de densité, ont été menés et ont conduit à des résultats concluants. Au regard de la variété des situations étudiées précédemment, la pertinence des résultats fournis par le code temporel montre sa fiabilité. Une fois ces tests réalisés, nous pouvons désormais étendre nos domaines d'études et nous intéresser plus précisément aux phénomènes de dispersion.

III.4. Validation des résultats analytiques à l'aide du code

III.4.1. Comparaison avec les expressions analytiques

En réflectométrie de pulse, l'onde sonde est envoyée pendant un temps très court (< 1 ns), ce qui revient à explorer le plasma avec un large spectre en fréquence. Le pulse réfléchi sera alors élargi en raison des effets dispersifs se produisant dans le plasma. Dans le chapitre II.2, nous avons montré que, pour un pulse incident gaussien, la largeur du pulse réfléchi pouvait, sous certaines conditions, être décrite par (II-15). La validité de cette relation impose que les effets dispersifs ne soient pas trop forts de sorte que le pulse réfléchi conserve une forme gaussienne. Cela revient à supposer que les termes d'ordre supérieur au terme de dérivée seconde de la phase sont négligeables, ce qui ne peut être vrai que si la largeur Δf du spectre en fréquence reste petite devant la fréquence de sondage f_0 . Cette condition reste le

plus souvent vérifiée sous l'hypothèse d'un modèle 1D, ce que nous allons montrer à l'aide du code temporel.

Dans un tokamak, le profil de densité radial peut être approché par la forme générale suivante:

$$n_e(x) = n_0 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{R} \right)^\alpha \right]^\beta \quad (\text{II-41})$$

où n_0 est la densité maximum au centre,

R le rayon du profil,

α et β des paramètres de forme.

Pour de tels profils, nous avons testé la validité de l'expression (II-15) à l'aide du code temporel pour une large gamme de paramètres α et β et pour différentes fréquences.

Un exemple est montré sur la figure II-14 pour un profil de densité typique ($n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha = \beta = 2$) et pour une fréquence sonde de 60 GHz. L'évolution de la largeur du pulse réfléchi en fonction de la largeur du pulse incident calculée par le code est comparée à l'expression analytique (II-15).

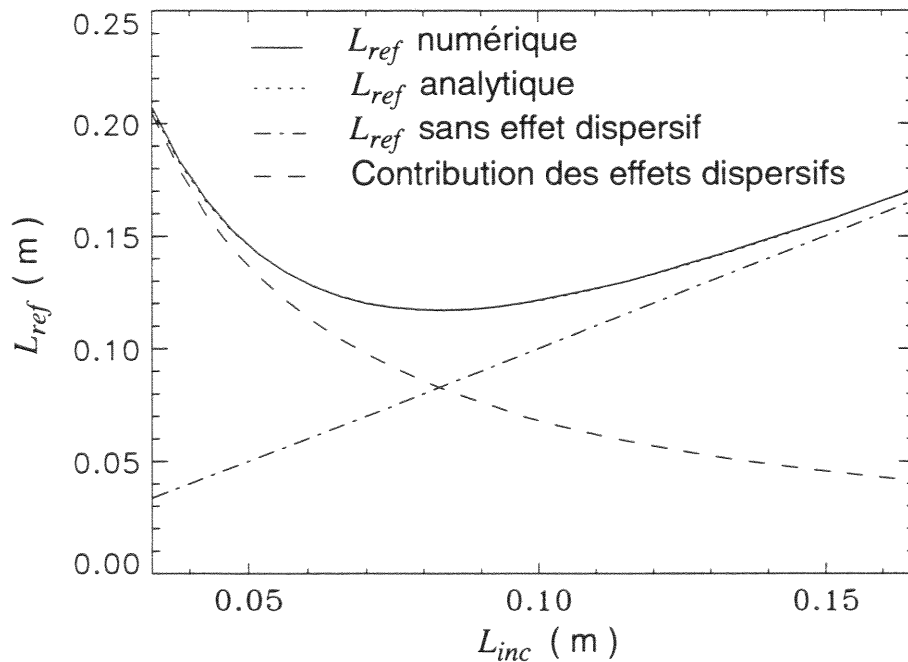


Figure II-14: Elargissement du pulse par effets dispersifs dans un plasma de profil de densité ($n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha = \beta = 2$): comparaison des résultats théoriques et numériques

Nous pouvons noter la parfaite concordance entre les résultats théoriques (ligne pointillée) et les résultats numériques (ligne continue). Dans la plupart des simulations que nous avons réalisées, les résultats obtenus étaient en accord avec la relation analytique (II-15). Dans tout ce qui suit, cette expression sera donc supposée valide.

III.4.2. Régimes “spatial” et “spectral” : notion de largeur optimale

Sans effet dispersif, le pulse réfléchi aurait la même largeur que le pulse incident. Dans ce cas, le second terme de la racine carrée dans (II-15) serait nul (ligne discontinue croissante de la figure II-14). A l'inverse, si la largeur du pulse incident était négligeable, la largeur du pulse réfléchi serait gouvernée seulement par le second terme de la racine carrée dans (II-15) et serait alors inversement proportionnelle à la largeur du pulse incident (ligne discontinue décroissante de la figure II-14). En réalité, la largeur du pulse réfléchi résulte d'une combinaison quadratique de ces deux contributions, à savoir la largeur spatiale du pulse incident et son élargissement dû aux effets de dispersion. Nous pouvons distinguer deux régimes selon que l'une ou l'autre de ces deux contributions domine. Le premier régime correspond aux grandes largeurs du pulse incident. Le spectre fréquentiel étant étroit, la dispersion n'a pas d'effet significatif sur la forme du pulse et la largeur du pulse réfléchi est approximativement la même que celle du pulse incident. Seule la distribution spatiale du champ électrique détermine la forme du pulse réfléchi, d'où l'appellation de “régime spatial”. Le second régime correspond aux faibles largeurs du pulse incident. Dans ce cas, le pulse, qui présente un large spectre, est fortement élargi par effets dispersifs. La largeur du pulse réfléchi est fixée par la largeur du spectre fréquentiel, d'où le nom de “régime spectral”. A la limite entre ces deux régimes, le pulse réfléchi présente une largeur minimale. La largeur du pulse incident qui conduit à cette largeur minimale du pulse réfléchi sera appelée “largeur optimale” dans tout ce qui suit. Une expression analytique de la largeur optimale peut être déduite de (II-15):

$$L_{opt}(f) = \sqrt{8c^2 \ln 2 |\varphi''(\omega)|} \quad (\text{II-42})$$

où, comme nous l'avons vu dans le chapitre II.3., le terme de dérivée seconde peut être positif ou négatif. Sous cette condition particulière, la largeur du pulse réfléchi est égale à $\sqrt{2}$ fois la largeur du pulse incident et l'expression (II-15) peut encore s'écrire:

$$L_{ref} = L_{inc} \sqrt{1 + \left(\frac{L_{opt}}{L_{inc}} \right)^4} \quad (\text{II-43})$$

En raison de la dépendance entre la largeur du pulse et la largeur de son spectre et du fait que la dérivée seconde de la phase est égale à la dérivée du temps de vol, la largeur optimale peut également s'écrire:

$$L_{opt}(f) = c[\tau(f^+) - \tau(f^-)] \quad (\text{II-44})$$

où f^- et f^+ sont respectivement les fréquences minimale et maximale (définies à mi-hauteur du spectre) contenues dans le pulse de largeur optimale. Cette dernière traduit les effets dispersifs subis par le pulse au cours de sa propagation. D'après (II-42), nous constatons qu'elle dépend de la dérivée seconde de la phase. Plus les effets dispersifs seront importants, plus ϕ'' sera élevée, et donc plus grande sera la largeur optimale.

III.4.3. Etude en présence de guides d'onde

Comme discuté dans le chapitre II.3, les guides d'onde sont responsables d'un élargissement du pulse qui s'oppose généralement avec l'élargissement dû au plasma. L'élargissement global du pulse est alors donné par l'expression (II-24). Le critère de validité de (II-24) impose que la dérivée seconde de la phase $\phi''(\omega) = \phi_p''(\omega) + \phi_g''(\omega)$ reste quasiment constante entre les bornes inférieure et supérieure du spectre. Nous allons étudier dans quelle mesure ce critère est vérifié à travers deux exemples.

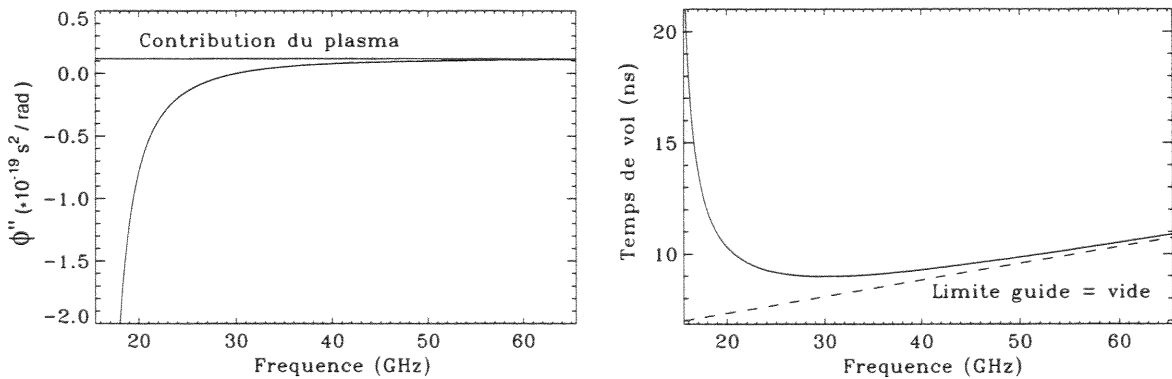


Figure II-15: Dérivée seconde de la phase et temps de vol en présence d'un guide d'onde ($D = 1.75 \text{ m}$, $f_g = 15 \text{ GHz}$) et d'un plasma ($n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha = 1$, $\beta = 2$)

Nous avons simulé des cas en présence d'un guide d'onde de longueur $D = 1.75$ m et de fréquence de coupure $f_g = 15$ GHz et d'un plasma de profil de densité ($\alpha = 1$, $\beta = 2$). La particularité d'un tel profil est que les termes de dérivée de la phase d'ordre supérieur à deux sont nuls. En l'absence du guide, le pulse réfléchi resterait donc de forme gaussienne avec une largeur rigoureusement donnée par (II-15). Il est intéressant de voir les modifications que vont induire le guide d'onde sur la forme du pulse réfléchi. La dérivée seconde de la phase en fonction de la fréquence pour ce système est représenté sur la figure II-15. Pour les fréquences proches de la fréquence de coupure du guide, nous retrouvons le comportement propre au guide avec une forte variation de ϕ'' . A l'inverse, pour des fréquences élevées devant la fréquence de coupure du guide, ϕ'' tend vers ϕ_p'' , qui est constant pour le profil choisi. Nous pouvons alors noter une inversion du profil de temps de vol correspondant (cf. figure II-15).

Les figures II-16, II-17 et II-18 représentent les pulses réfléchis correspondant à des pulses incidents de différentes fréquences. La ligne pointillée sur ces figures indique la position théorique du pulse réfléchi. Pour une fréquence du pulse incident proche de la fréquence de coupure du guide, la forte variation de ϕ'' explique la dissymétrie importante du pulse réfléchi (cf. figure II-16). Les composantes basse fréquence du pulse, présentant un grand temps de vol, ne sont pas encore ressorties du guide d'onde ($x > 0$).

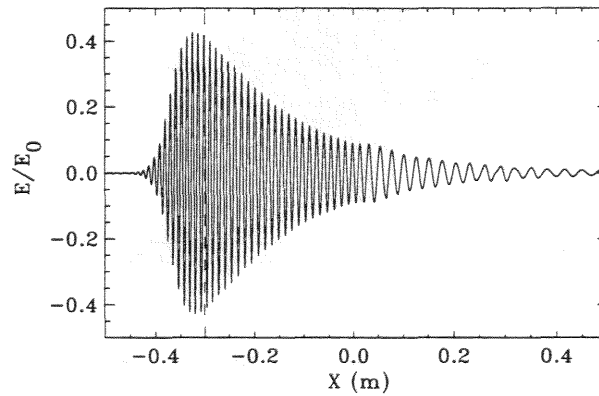


Figure II-16: Représentation du pulse réfléchi pour un pulse incident de fréquence $f_0 = 24$ GHz et de largeur spectrale $\Delta f = 4.1$ GHz

Pour un pulse de fréquence $f = 30$ GHz correspondant au point d'inversion du profil de temps de vol, des phénomènes de battement sont observés et conduisent à une erreur sur la position théorique du pulse réfléchi (cf. figure II-17). Pour une fréquence suffisamment élevée

du pulse incident, le guide d'onde ne contribue pratiquement plus aux effets de dispersion et l'élargissement du pulse provient essentiellement de son parcours dans le plasma. Ainsi, nous retrouvons la forme gaussienne du pulse réfléchi, qui est attendue en vertu de la forme de profil de densité choisie (cf. figure II-18).

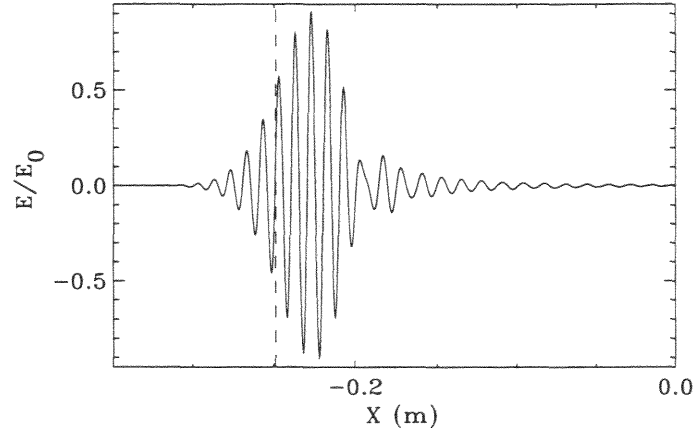


Figure II-17: Représentation du pulse réfléchi pour un pulse incident de fréquence $f_0 = 30$ GHz et de largeur spectrale $\Delta f = 4.1$ GHz

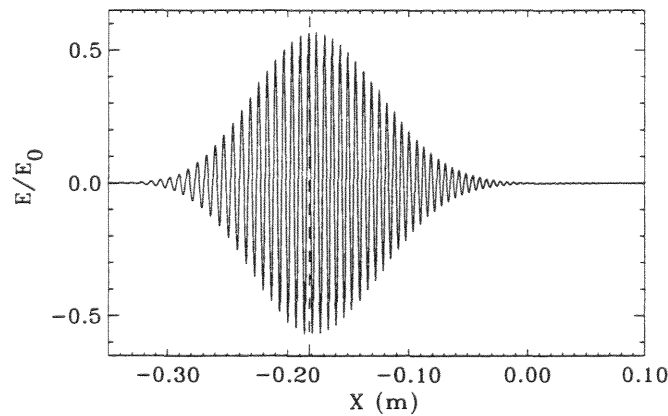


Figure II-18: Représentation du pulse réfléchi pour un pulse incident de fréquence $f_0 = 45$ GHz et de largeur spectrale $\Delta f = 4.1$ GHz

Nous avons aussi simulé des cas réalistes en prenant l'exemple de guides utilisés en réflectométrie de pulse sur le tokamak TEXTOR avec un profil de densité typique. L'exemple suivant correspond ainsi à deux guides d'ondes utilisés sur TEXTOR pour les canaux de fréquence 36 GHz et 39 GHz et le profil de densité indiqué sur la figure II-19. Le premier guide présente une longueur de 3 m et une fréquence de coupure de 21 GHz, alors que le

second fait 9.5 m de long avec une fréquence de coupure de 6.5 GHz. Le profil de temps de vol d'un tel système calculé par le code est représenté sur la figure II-20. Une inversion du temps de vol est observée à $f = 37$ GHz, qui explique les phénomènes de battement du pulse réfléchi obtenu pour un pulse incident de fréquence $f_0 = 37$ GHz et de largeur spectrale $\Delta f = 4.1$ GHz (cf. figure II-21). Cependant, au regard des largeurs des pulses de sondage employés sur TEXTOR (0.7 ns), ces phénomènes de battement affectent très peu la forme du pulse réfléchi, et donc le temps de vol mesuré. Par contre, pour accéder à la mesure de l'élargissement du pulse, nous verrons que des largeurs de pulse plus petites sont en principe nécessaires. Il conviendra alors de prêter attention à une possible inversion du profil de temps de vol.

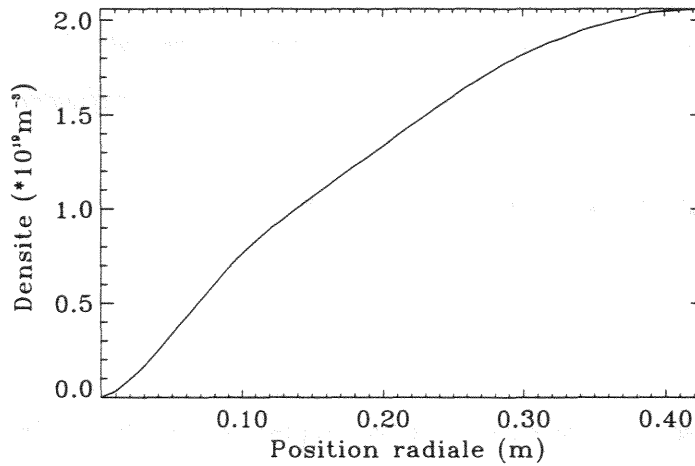


Figure II-19: Exemple d'un profil de densité typique du côté faible champ magnétique pour le tokamak TEXTOR en phase ohmique (sans chauffage additionnel)

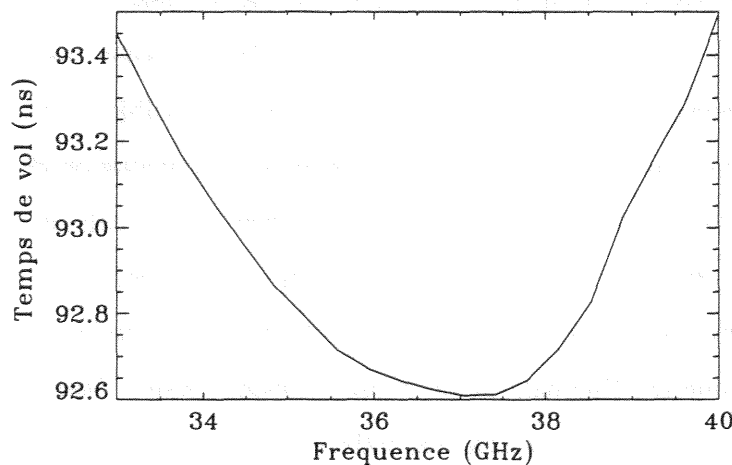


Figure II-20: Profil de temps de vol correspondant aux guides d'onde et au plasma de TEXTOR calculé par le code temporel

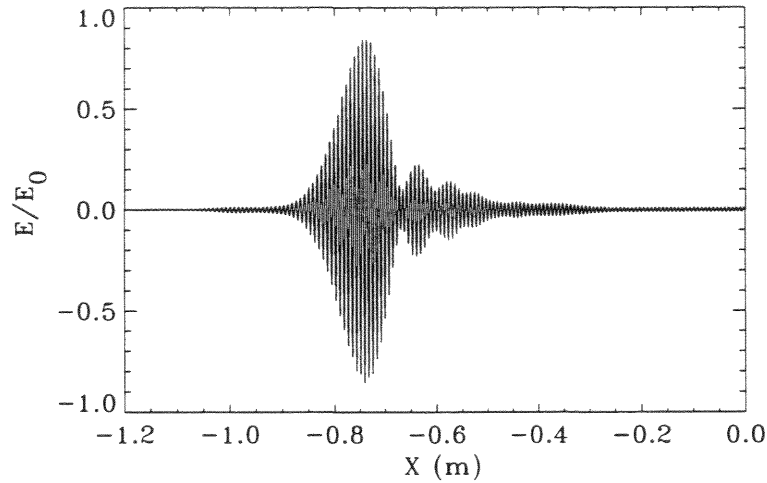


Figure II-21: Représentation du pulse réfléchi obtenu pour un pulse incident de fréquence 37 GHz et de largeur spectrale 4.1 GHz dans l'exemple d'une configuration de TEXTOR

IV. METHODE DE COMPRESSION DE PULSE

IV.1. Principe

La méthode de compression de pulse repose sur le fait qu'un pulse peut être décomposé en une série de fréquences discrètes présentant chacune une amplitude et une phase particulières. Si pour chacune de ces fréquences, l'amplitude et la phase d'une onde monochromatique réfléchie par le plasma sont mesurées, alors une transformée de Fourier inverse permet de reconstruire la forme du pulse réfléchi équivalent dans le domaine temporel (ou spatial si l'espace position-nombre d'onde est considéré). Ainsi, par des techniques de balayage en fréquence habituelles, il est en principe possible d'extraire les mêmes informations que dans le cas de la réflectométrie de pulse. L'appellation de "compression de pulse" tient du fait que la durée du pulse reconstruit peut être beaucoup plus courte que le temps de balayage en fréquence nécessaire. Plus ce temps sera long, plus l'énergie émise sera importante, et meilleurs seront le rapport signal sur bruit et la précision. Cependant, il existe un compromis afin que les fluctuations de densité puissent rester "gelées". Des premières expériences de compression de pulse ont été réalisées sur JET [Lav95], montrant le potentiel de cette méthode pour la mesure du profil de densité dans les tokamaks.

IV.2. Outils de simulation

Afin de simuler la technique de compression de pulse, nous disposons d'un code résolvant l'équation de Helmholtz 1D par une méthode de Noumerov à l'ordre 4 [Fan97]. Ce code permet de simuler la réflectométrie à modulation de fréquence et d'extraire le déphasage subi par l'onde sonde pour toute une série de fréquences discrètes. L'intérêt majeur du code de Helmholtz est qu'il permet de traiter les cas en présence de fluctuations, à la différence d'un code WKB. Comme cette étude s'est limitée au cas unidimensionnel, la variation d'amplitude du signal réfléchi n'a pas été prise en compte ici. Un programme de transformée de Fourier rapide [Pre86] est ensuite utilisé pour reconstruire le pulse réfléchi, ce qui revient à calculer l'expression (II-7). Le pulse réfléchi dépend non seulement du déphasage propre à chaque fréquence mais également de la forme du spectre. Dans un souci de cohérence avec les études précédentes, nous avons considéré un spectre de forme gaussienne. La transformée de Fourier rapide impose d'avoir un nombre de points égal à une puissance entière de deux. Un nombre suffisant de zéros est alors ajouté au nombre de fréquences employées. Dans la méthode de compression de pulse, deux paramètres importants doivent être définis. Il s'agit tout d'abord de la largeur spectrale Δf choisie pour définir le pulse réfléchi. Comme nous l'avons vu précédemment, la largeur du pulse réfléchi dépend de la largeur spectrale considérée. L'autre paramètre est le pas de fréquence δf utilisé au cours du balayage. Ce paramètre fixe la zone maximale $L = c/2\delta f$ dans laquelle le pulse peut être déterminé sans aucune ambiguïté. Il est nécessaire que L soit supérieure au parcours total de l'onde.

IV.3. Résultats préliminaires

A l'aide des outils numériques qui viennent d'être présentés, nous avons pu vérifier la validité de cette méthode. La figure II-22 montre l'élargissement du pulse calculé par simulation de la compression de pulse dans le cas d'un profil linéaire ($n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.7 \text{ m}$, $\alpha = \beta = 1$) et d'une fréquence $f = 30 \text{ GHz}$. La largeur du pulse incident est en fait définie par le nombre de fréquences utilisées pour reconstruire le pulse réfléchi. Nous pouvons noter la parfaite concordance de ces résultats avec les résultats théoriques donnés par (II-15). En particulier, nous retrouvons la notion de largeur optimale qui été observée expérimentalement

[Lav95]. La méthode de compression de pulse conduit donc, en théorie, aux mêmes informations que la réflectométrie de pulse.

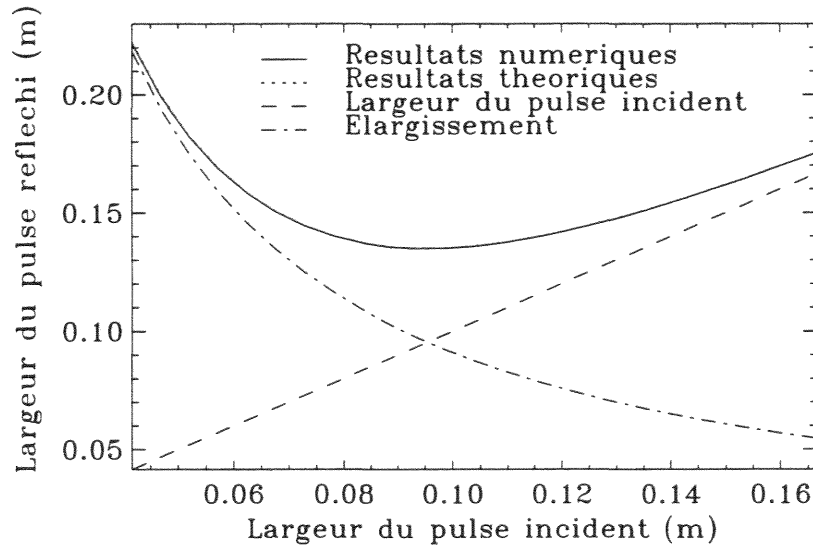


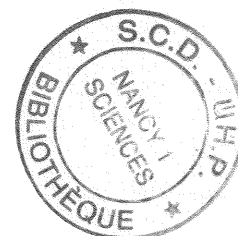
Figure II-22: Largeur du pulse réfléchi en fonction de la largeur du pulse incident: comparaison des résultats de la méthode de compression de pulse avec les résultats théoriques donnés par (II-15)

V. CONCLUSION

Une étude approfondie de la déformation d'un pulse par effets dispersifs a été réalisée dans cette partie. Ainsi, ont été observés différents régimes d'élargissement du pulse, ainsi que l'existence d'une largeur optimale du pulse incident correspondant à une largeur minimale du pulse réfléchi. Dans les expériences de réflectométrie, le profil de densité est déduit de la mesure du temps de vol, qui est égal à la dérivée de la phase par rapport à la fréquence. L'élargissement du pulse, qui dépend de la dérivée seconde de la phase, peut donc être vu comme un effet dispersif d'ordre supérieur. Alors que le temps de vol est fixé par la fréquence centrale, l'élargissement contient une information qui prend en compte l'ensemble des fréquences du pulse. Une amélioration de la détermination du profil peut donc en principe être obtenue. Il a également été montré que la méthode de compression de pulse utilisant des systèmes à balayage en fréquence permet aussi d'accéder à la mesure de l'élargissement d'un pulse.

PARTIE III

**DETERMINATION DU PROFIL DE DENSITE A
PARTIR DES MESURES DE REFLECTOMETRIE**



I. DESCRIPTION DES PRINCIPES DE MESURES D'UN REFLECTOMETRE

Dans le cas d'une polarisation ordinaire de l'onde sonde, le profil de densité est reconstruit à partir des mesures de temps de vol, encore appelé retard de groupe. Nous précisons ici comment cette quantité peut être extraite des données soit d'un réflectomètre à une seule fréquence, soit d'un réflectomètre de pulse. Une bonne résolution spatiale du profil nécessite un grand nombre de fréquences sondes. Les réflectomètres de pulse ne sont actuellement équipés que de quelques canaux en fréquence (typiquement de l'ordre d'une dizaine [Hug99]). Comme nous le verrons, l'information fournie par l'élargissement du pulse, et donc par la largeur optimale, devrait améliorer la détermination du profil. Les conditions requises pour la mesure de la largeur optimale sont également discutées.

I.1. Réflectomètre classique

Dans le cas des systèmes à une seule fréquence, l'onde réfléchiée par le plasma est mélangée avec une onde de référence. Supposons, pour simplifier, que ces deux ondes ont la même amplitude A , constante au cours du temps. Le signal détecté sera alors de la forme suivante:

$$S(t) = A^2 [1 + \cos(\varphi(t))] \quad (\text{III-1})$$

où $\varphi(t)$ représente l'évolution temporelle du déphasage entre l'onde provenant du plasma et l'onde de référence. Différentes techniques peuvent être utilisées pour déduire le retard de groupe à partir de ce signal. Nous nous limiterons à présenter la transformée de Fourier glissante employée sur TORE SUPRA [Mor97]. Son principe consiste à réaliser une transformée de Fourier du signal sur une fenêtre temporelle. En déplaçant cette fenêtre sur la durée de l'acquisition, le retard de groupe peut être évalué sur toute la gamme en fréquence balayée. Le choix de la largeur de la fenêtre temporelle est primordial, car les informations provenant du signal sont moyennées sur une durée équivalente à cette largeur. Si la fenêtre est trop étroite, le signal est peu moyenné de sorte que toute perturbation aura une forte répercussion. A l'inverse, si la fenêtre est trop large, le signal peut être moyenné sur plusieurs fréquences de sondage. Dans ces deux cas, l'évaluation du retard de groupe peut être erronée. Il existe donc une largeur optimale de la fenêtre, qui est de l'ordre de quelques GHz sur

TORÉ SUPRA. L'effet de moyenne, inhérent à cette technique, permet de s'affranchir de la plupart des variations brutales dans le profil de temps de vol.

I.2. Réflectomètre de pulse

La particularité de ce type de réflectomètre est de générer des signaux de courte durée (0.7 ns, par exemple, sur TEXTOR [Gor98]). Le temps de vol est directement donné par le délai entre l'émission du pulse de sondage et la réception de son écho renvoyé par le plasma. La détection est réalisée à mi-hauteur du front montant des pulses émis et réfléchi [Hug99]. Une précision théorique de 70 ps sur le temps de vol est attendue, ce qui correspond à une résolution spatiale de 1 cm pour un pulse réfléchi dans le vide par un miroir métallique. Une dispersion supérieure (≈ 300 ps) pour les valeurs mesurées expérimentalement est cependant observée. Deux causes sont avancées, qui seraient susceptibles d'expliquer cette dispersion. Une première raison invoquée est la diminution du rapport signal sur bruit, qui peut être due soit aux radiations émises par le plasma, soit à un faible niveau du signal réfléchi. L'autre raison est la présence de fluctuations de densité, qui peuvent conduire à des variations significatives du temps de vol (cf. Partie IV).

II. ANALYSE DE LA MESURE DE L'ÉLARGISSEMENT DU PULSE

II.1. Evaluation de l'erreur commise

Nous allons maintenant discuter des conditions sous lesquelles l'élargissement du pulse pourrait être mesuré expérimentalement. La mesure de la largeur d'un pulse est, en principe, possible en utilisant un deuxième détecteur pour le front descendant [Hug91]. L'élargissement du pulse peut alors être obtenu à partir de la largeur des pulses incident et réfléchi. Cet élargissement, proportionnel à la dérivée seconde de la phase, peut aussi s'exprimer à partir de la largeur optimale d'après (II-42). C'est cette dernière qui sera utilisée pour la reconstruction du profil de densité (cf. chapitres III.1 et III.2). Nous procédons ici au calcul d'erreur sur la largeur optimale afin de définir les conditions les plus favorables à sa mesure. A partir de (II-43), nous pouvons écrire:

$$L_{opt} = \sqrt{L_{inc}} (L_{ref}^2 - L_{inc}^2)^{1/4} \quad (\text{III-2})$$

Par dérivation du logarithme de l'expression (III-2), nous pouvons en déduire l'erreur sur la largeur optimale:

$$\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}} \frac{\Delta L_{ref}}{L_{ref}} + \frac{1}{2} \left| 1 - \frac{\frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}}{1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}} \right| \frac{\Delta L_{inc}}{L_{inc}} \quad (III-3)$$

Le terme entre les barres de valeur absolue dans (III-3) est positif en régime spectral ($L_{ref} > \sqrt{2}L_{inc}$) et négatif en régime spatial ($L_{ref} < \sqrt{2}L_{inc}$). En supposant que les erreurs relatives sur la mesure de la largeur des pulses incident et réfléchi sont identiques et égales à $\Delta L/L$, (III-3) conduit donc à:

$$\left(\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} \right)_{plus} = \frac{\Delta L}{L} \quad (III-4)$$

en régime spectral, et:

$$\left(\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} \right)_{plas} = \frac{\frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}}{1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}} \frac{\Delta L}{L} \quad (III-5)$$

en régime spatial.

Nous pouvons constater que pour un pulse incident de largeur inférieure ou égale à la largeur optimale, l'erreur commise sur sa détermination reste constante et égale à celle commise sur les mesures de L_{inc} et L_{ref} . Par contre, plus la largeur du pulse incident est grande devant la largeur optimale, plus la détermination de celle-ci sera imprécise. Afin d'obtenir une bonne précision sur la mesure de la largeur optimale, il est donc important de faire les mesures en régime spectral. Cependant, pour un pulse incident trop étroit les termes d'ordre supérieur risquent de contribuer, de sorte que (II-15) et par suite (III-2) ne seront plus valides. De plus, le pulse réfléchi peut être trop dispersé pour être détecté. Forts de toutes ces considérations, nous pouvons en conclure qu'un pulse de sondage de largeur voisine de la largeur optimale est un bon compromis pour optimiser les mesures de L_{opt} . Pour les profils de densité actuellement rencontrés dans les tokamaks, l'ordre de grandeur de L_{opt} est compris entre 10 cm et 30 cm. Les erreurs de mesure de la largeur des pulses ne doivent donc pas dépasser quelques cm pour une précision d'environ 10 %.

II.2. Influence de la dispersion dans les guides sur la mesure

Afin de calculer la largeur optimale due au plasma uniquement, la contribution des guides d'onde doit, en toute rigueur, être soustraite. D'après les relations (II-29) et (II-42), nous pouvons écrire:

$$L_{opt}^2 = 8c^2 \ln 2 \varphi_p'' = -8c^2 \ln 2 \varphi_g'' \pm L_{inc} \sqrt{L_{ref}^2 - L_{inc}^2} \quad (\text{III-6})$$

La dérivée logarithmique de (III-6) conduit à l'expression suivante:

$$\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} = \left[\frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}} \frac{\Delta L_{ref}}{L_{ref}} + \frac{1}{2} \left| 1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2} \right| \frac{\Delta L_{inc}}{L_{inc}} \right] \left/ \left| 1 \pm \frac{8c^2 \ln 2 \varphi_g''}{L_{inc} \sqrt{L_{ref}^2 - L_{inc}^2}} \right| \right. \quad (\text{III-7})$$

Nous retrouvons au numérateur l'expression (III-3) calculée précédemment. Le terme au dénominateur est dû à la présence du guide et ne dépend que de ses caractéristiques. De ce fait, les conditions les plus favorables pour mesurer la largeur optimale restent inchangées et sont obtenues quand $L_{ref} \approx \sqrt{2} L_{inc}$. Nous allons maintenant montrer l'influence du guide sur la précision de la mesure de la largeur optimale. Le terme au dénominateur de (III-7) peut encore s'écrire:

$$1 \pm \frac{8c^2 \ln 2 \varphi_g''}{L_{inc} \sqrt{L_{ref}^2 - L_{inc}^2}} = \frac{\varphi_p'' + \varphi_g''}{\varphi_p''} \quad (\text{III-8})$$

L'erreur sur la largeur optimale devient ainsi:

$$\left(\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} \right)_{guide} = \frac{|\varphi_p'' + \varphi_g''|}{\varphi_p''} \left(\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} \right)_{plas} \quad (\text{III-9})$$

et peut être interprétée comme étant le produit du terme d'erreur sans guide, donné par (III-4) ou (III-5), par le terme d'erreur lié à la présence du guide. L'expression (III-9) tend à montrer que l'erreur est minimale lorsque les effets dispersifs dans le guide et dans le plasma se compensent. Cependant, il devient difficile dans ce cas de vérifier la condition $L_{ref} \approx \sqrt{2} L_{inc}$ car des pulses très étroits seraient alors nécessaires. Il est donc important que $|\varphi_p'' + \varphi_g''|$ ne soit pas trop petit, afin que les mesures ne soient pas réalisées en régime trop spatial. Lorsque le guide est très peu dispersif, l'erreur peut être décrite par (III-4) et (III-5). Notons qu'il existe une symétrie et que nous retrouvons cette erreur lorsque $\varphi_g'' = -2\varphi_p''$. Il convient néanmoins de s'assurer que les termes d'ordre supérieur gardent une contribution négligeable quand φ_g''

devient important, ce qui impose que la fréquence de coupure du guide f_g reste petite devant la fréquence de l'onde.

Enfin, nous pouvons noter, d'après (III-2) et (III-6), qu'un seul pulse est à priori nécessaire pour déterminer la largeur optimale. Cependant, l'utilisation de plusieurs pulses incidents, de largeurs identiques ou différentes, permet de diviser l'erreur par le nombre de pulses. De plus, l'envoi de plusieurs pulses semble nécessaire afin de connaître la gamme en largeur de pulse à utiliser.

II.3. Application de la mesure de l'élargissement à la réflectométrie classique

Nous avons vu que la méthode de compression de pulse, basée sur des systèmes équivalents aux systèmes à modulation de fréquence, permettait en principe d'extraire la même information que la réflectométrie de pulse. Ainsi, les conditions nécessaires à la détermination de l'élargissement du pulse et, en particulier, de la largeur optimale présentées précédemment s'appliquent aussi à la méthode de compression de pulse. Connaissant parfaitement les fréquences utilisées pour reconstruire le pulse réfléchi, l'erreur sur la largeur du pulse incident peut être supposée nulle. D'après (III-3), l'erreur sur l'évaluation de la largeur optimale s'écrit alors:

$$\frac{\Delta L_{opt}}{L_{opt}} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{L_{inc}^2}{L_{ref}^2}} \frac{\Delta L_{ref}}{L_{ref}} \quad (III-10)$$

Les conclusions concernant les conditions optimales de mesure et les corrections induites par les guides précisées en II.1 et II.2 sont toujours valables.

III. APPLICATIONS A LA DETERMINATION DU PROFIL DE DENSITE

Nous inspirant des principales méthodes de reconstruction de profil déjà existantes, nous montrons dans ce chapitre qu'il est possible de les améliorer à l'aide de la largeur optimale. Ces travaux s'intéressent spécialement aux cas où peu de points de mesure sont disponibles. Nous avons ainsi considéré seulement huit fréquences de sondage. Dans ces conditions, l'initialisation du profil est particulièrement délicate et d'autres diagnostics sont bien souvent indispensables. Les méthodes de reconstruction que nous avons développées

sont basées uniquement sur l'utilisation des données de la réflectométrie. Des profils de densité de forme générale donnée par (II-41) ont été choisis afin de tester ces méthodes.

III.1. Reconstruction du profil par morceaux

III.1.1. Reconstruction par morceaux linéaires

Le profil de densité peut être déterminé par morceaux linéaires de façon itérative, à partir des temps de vol obtenus pour différentes fréquences sondes [She97]. En supposant le profil linéaire entre les couches de coupure de deux fréquences successives, celui-ci est défini par les points $(x_{c,k}, n_{c,k})$ tels que:

$$x_{c,k} = x_{c,k-1} + \frac{n_{c,k} - n_{c,k-1}}{\alpha_k} \quad (\text{III-11})$$

où $x_{c,k}$, $n_{c,k}$ et α_k sont respectivement la position de la couche de coupure pour la $k^{\text{ième}}$ fréquence, la densité critique correspondante et la pente du $k^{\text{ième}}$ segment. La pente des différents segments peut être déduite des temps de vol correspondants à l'aide de la relation suivante:

$$\frac{1}{\alpha_k} = \left[\frac{c \tau(f_k)}{4n_{c,k}} - \sum_{i=0}^{k-2} \left(\sqrt{1 - \frac{n_{c,i}}{n_{c,k}}} - \sqrt{1 - \frac{n_{c,i+1}}{n_{c,k}}} \right) \right] / \sqrt{1 - \frac{n_{c,k-1}}{n_{c,k}}} \quad (\text{III-12})$$

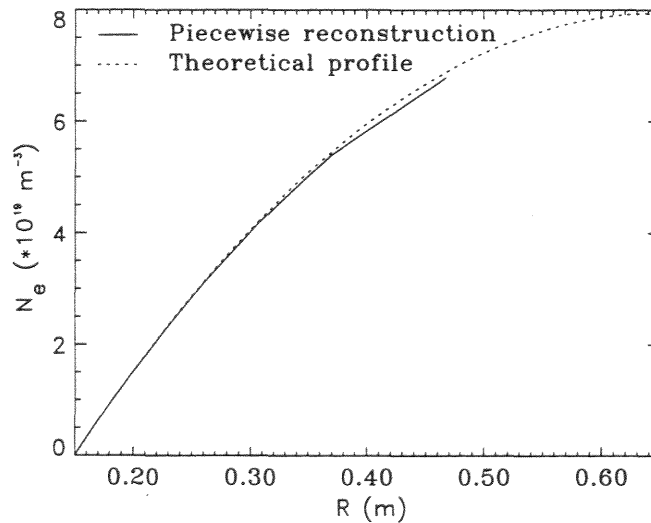


Figure III-1: Exemple de profil reconstruit par morceaux linéaires à partir des temps de vol

pour un profil théorique donné par $n_e(x) = n_0 \left[1 - (1 - x/R)^\alpha \right]^\beta$ avec $n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$,

$$R = 0.5 \text{ m}, \alpha=2, \beta=1$$

Une technique d'interpolation de type "spline cubique" peut ensuite être utilisée pour obtenir un profil lisse.

Il est important de noter que cette méthode impose de connaître la position du bord du plasma pour calculer la pente α_l . Si les mesures du temps de vol et de la largeur optimale pour la fréquence la plus basse sont disponibles, le profil peut être initialisé uniquement à partir des données de la réflectométrie. A partir de (II-42) et (A2-4), une expression de la largeur optimale peut être obtenue pour un profil linéaire de pente α :

$$L_{opt}(f) = 8\sqrt{\frac{2\pi m_e \epsilon_0 f}{e^2 \alpha}} \quad (\text{III-13})$$

Ainsi, la largeur optimale pour la fréquence f_l permet de calculer la pente α_l . La position x_0 du bord du plasma est ensuite déduite à partir du temps de vol $\tau(f_l)$. Quand le profil de densité au bord du plasma (c'est-à-dire jusqu'à la couche de coupure de la première fréquence) est quasiment linéaire, la position x_0 et la pente α_l sont déterminées avec une bonne précision en n'utilisant que les données de réflectométrie. Une bonne reconstruction du profil de densité est alors obtenue, même dans le cas d'un faible nombre de fréquences sondes. Un exemple de profil reconstruit par cette méthode est montrée sur la figure III-1.

En fait, il est aussi possible d'utiliser une méthode similaire entièrement basée sur les mesures de largeurs optimales [Hac98]. La méthode d'initialisation présentée précédemment est utilisée et les points du profil sont donnés par:

$$x_k = x_{k-1} + \frac{n_k - n_{k-1}}{\alpha_k} \quad (\text{III-14})$$

où n_k est la densité critique correspondant à la fréquence la plus élevée contenue dans le pulse de sondage, x_k la position de la couche de coupure correspondante et α_k la pente du $k^{ième}$ segment. Les pentes des différents morceaux du profil peuvent alors être calculées à l'aide de la formule suivante:

$$\frac{c_k}{\alpha_k} = \frac{L_{opt}(f_k)}{4} - \sum_{i=0}^{k-2} \left[\frac{n_c^+}{\alpha_{i+1}} \left(\sqrt{1 - \frac{n_i}{n_c^+}} - \sqrt{1 - \frac{n_{i+1}}{n_c^+}} \right) - \frac{n_c^-}{\alpha_{i+1}} \left(\sqrt{1 - \frac{n_i}{n_c^-}} - \sqrt{1 - \frac{n_{i+1}}{n_c^-}} \right) \right]$$

et

$$c_k = n_c^+ \sqrt{1 - \frac{n_{k-1}}{n_c^+}} - n_c^- \sqrt{1 - \frac{n_{k-1}}{n_c^-}} \quad (\text{III-15})$$

où n_c^- et n_c^+ sont respectivement les densités critiques pour les fréquences inférieure et supérieure, f_k^- and f_k^+ , contenues dans le pulse pour la $k^{ième}$ fréquence sonde. La différence majeure entre cette méthode et celle utilisant les temps de vol réside dans le poids du gradient de densité proche de la couche de coupure sur la détermination de la pente α_k . Le gradient de densité au voisinage de la couche de coupure influence fortement la largeur optimale, et donc la détermination de la pente α_k . Notons par ailleurs que dans le cas où $n_k^+ > n_{k+1}^-$, l'algorithme (III-15) doit être modifié.

Un exemple de profil reconstruit par cette méthode est montré sur la figure III-2. Une distance dans le vide de 15 cm entre le détecteur (correspondant à $R = 0$) et le bord du plasma a été choisie afin de simuler une expérience réelle. Dans l'exemple choisi, le profil théorique présente de fortes courbures dans certaines régions, ce qui explique les limites de l'approximation par morceaux linéaires. Pour de tels profils, des méthodes plus performantes sont nécessaires.

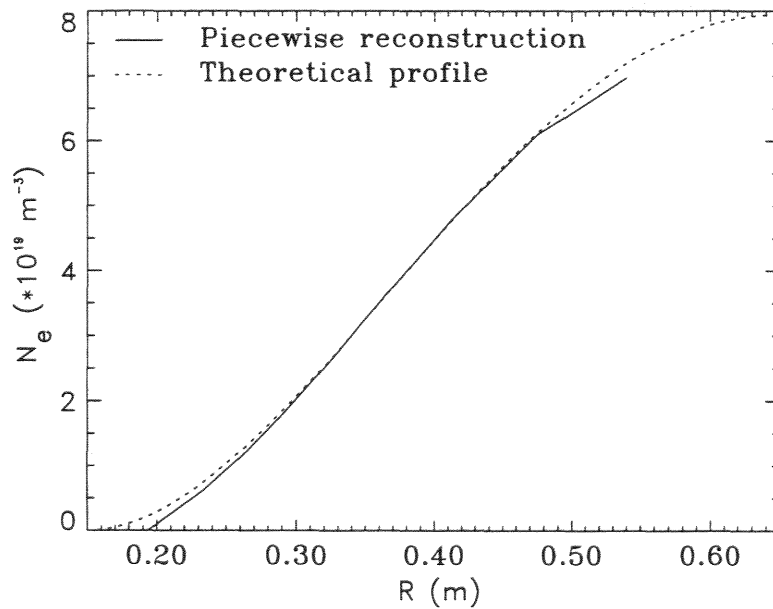


Figure III-2: Exemple de profil reconstruit à partir des largeurs optimales pour un profil de densité théorique donné par $n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha=2$, $\beta=2$

III.1.2. Reconstruction par morceaux paraboliques

Si un réflectomètre de pulse permet de mesurer simultanément le temps de vol et la largeur optimale, une double information sur le profil peut être extraite. Une méthode de reconstruction du profil par morceaux paraboliques peut donc être employée. Dans un premier temps, la méthode d'initialisation qui suppose une forme parabolique du profil au bord du plasma est présentée. Ensuite, le principe de reconstruction de l'ensemble du profil est développé.

Le profil n'est pas toujours linéaire au bord du plasma de sorte qu'il est difficile d'évaluer la position du bord du plasma avec précision. Afin d'améliorer l'initialisation du profil, un profil de forme parabolique est supposé entre la bord du plasma x_0 et la couche de coupure de la deuxième fréquence $x_c(f_2)$:

$$n_e(x) = a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) \quad (\text{III-16})$$

Trois inconnues doivent être déterminées: a et b les coefficients de la parabole, et τ_v le temps de vol dans le vide. Nous disposons de quatre équations pour déterminer ces inconnues, qui sont données ci-dessous par les expressions du temps de vol et de la largeur optimale pour les deux fréquences les plus basses:

$$\tau(f_1) = \tau_v + \frac{2}{c} \int_0^{x_{c1}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{ax^2 + bx}{n_{c1}}}} \quad (\text{III-17})$$

$$\tau(f_2) = \tau_v + \frac{2}{c} \int_0^{x_{c2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{ax^2 + bx}{n_{c2}}}} \quad (\text{III-18})$$

$$L_{opt}(f_1) = c(\tau(f_1^+) - \tau(f_1^-)) \quad (\text{III-19})$$

$$L_{opt}(f_2) = c(\tau(f_2^+) - \tau(f_2^-)) \quad (\text{III-20})$$

Pour calculer les trois inconnues, seules trois équations sont à priori nécessaires. Nous avons choisi de prendre le temps de vol pour la fréquence la plus basse et les largeurs optimales pour les deux fréquences les plus basses. Le temps de vol pour la seconde fréquence permet ensuite

de vérifier la validité de l'approximation parabolique du profil au bord. La méthode de résolution numérique utilisée est précisée dans l'annexe 3. D'autres méthodes plus performantes auraient sans doute pu être utilisées pour résoudre ce système de quatre équations à trois inconnues. Le développement de telles méthodes exigerait une programmation numérique plus complexe et ne fait pas l'objet de ces travaux. Une bonne initialisation est conditionnée par la valeur de la fréquence sonde la plus basse. Plus cette valeur est élevée, plus il devient difficile de faire une hypothèse sur la forme du profil. Nous calculerons l'erreur commise sur l'initialisation dans le cas de l'inversion d'Abel.

Une fois l'initialisation réalisée, le profil peut être reconstruit par une succession de morceaux paraboliques:

$$n_e(x) = n_{i-1}^+ + a_i(x - x_{i-1}^+)^2 + b_i(x - x_{i-1}^+) \quad (\text{III-21})$$

où x_{i-1}^+ et n_{i-1}^+ sont respectivement la position de la couche de coupure et la densité critique pour la composante fréquentielle supérieure du pulse correspondant à la $(i-1)^{\text{ième}}$ fréquence. Les coefficients a_i et b_i , propres à chaque partie parabolique, sont déterminés de façon successive à partir des deux équations suivantes, qui expriment la contribution du $i^{\text{ième}}$ morceau au temps de vol et à la largeur optimale:

$$\tau_i(f_i) = \frac{2}{c} \int_0^{x_i - x_{i-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{i-1}^+ + a_i x^2 + b_i x}{n_i}}} \quad (\text{III-22})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = c(\tau_i(f_i^+) - \tau_i(f_i^-)) \quad (\text{III-23})$$

La contribution des morceaux précédents, dont les coefficients ont déjà été calculés, est soustraite comme suit:

$$\tau_i(f_i) = \tau(f_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{2}{c} \int_0^{x_j - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i}}} \quad (\text{III-24})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = L_{opt}(f_i) - \left(\sum_{j=1}^{i-1} 2 \int_0^{x_j^+ - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^+}}} - \sum_{j=1}^{i-1} 2 \int_0^{x_j^- - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^-}}} \right) \quad (\text{III-25})$$

La détermination des coefficients a_i et b_i est explicitée dans l'annexe 4, où il est montré que les solutions sont uniques.

Un exemple de profil obtenu par cette méthode comparé à un profil reconstruit par morceaux linéaires est représenté sur la figure III-3. Comme nous pouvions nous y attendre, la méthode par morceaux paraboliques donne de meilleurs résultats dans les régions de forte courbure. L'hypothèse que le profil de densité est parabolique entre deux couches de coupures successives est valide dans la majorité des cas, ce qui explique la qualité des résultats obtenus. Dans certaines situations, des limites peuvent être observées quand le profil présente localement (c'est-à-dire entre deux points de mesure) une courbure supérieure à celle d'un arc parabolique. Ce problème, qui reste rare pour les profils de densité typiques rencontrés dans les plasmas de fusion, est inhérent à la méthode utilisée et peut toujours être détecté de sorte qu'il est possible de prévoir quand cette méthode ne fonctionnera plus.

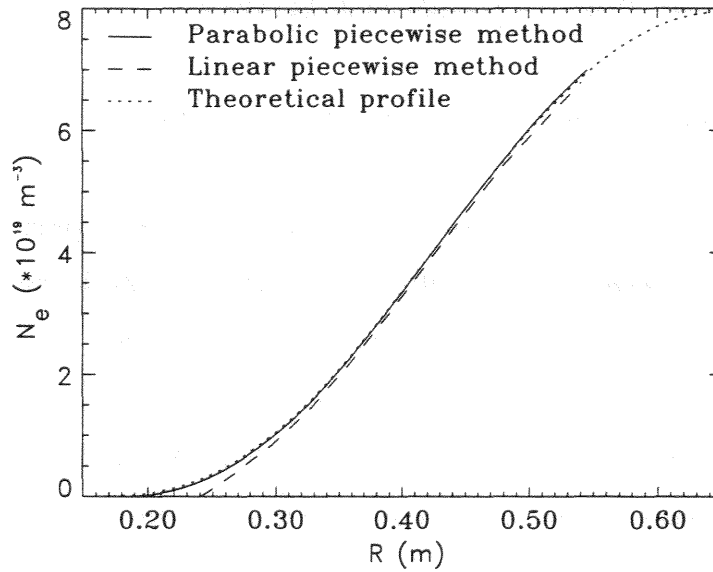


Figure III-3: Comparaison des profils reconstruits par des méthodes par morceaux linéaires et paraboliques pour un profil théorique donné par $n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha=2$, $\beta=3$

III.2. INVERSION D'ABEL

III.2.1. Méthode usuelle

Le profil de densité est généralement déterminé par une inversion d'Abel à partir du profil de temps de vol. Une méthode d'initialisation basée sur les mesures de réflectométrie a été proposée [Var95]. Pour la plupart des profils de densité rencontrés dans les tokamaks et donnés par (II-41), le temps de vol en dessous de la plus basse fréquence sonde peut s'écrire:

$$\tau(f) = \tau_v + [\tau(f_1) - \tau_v] \left(\frac{f}{f_1} \right)^{2/s} \quad (\text{III-26})$$

où le temps de vol dans le vide τ_v et le paramètre de forme s sont inconnus. En pratique, la dérivée $\tau'(f_1)$ est déduite des données de temps de vol pour les plus basses fréquences sondes. Une estimation de τ_v soit à partir des données d'autres diagnostics, soit à partir d'une hypothèse supplémentaire sur la forme du profil au bord, est cependant nécessaire. Dans notre étude, il est supposé qu'aucune information autre que celles fournies par la réflectométrie sont disponibles. Ainsi, le modèle présenté ci-dessus n'est pas utilisé, et l'initialisation du profil est réalisée par une extrapolation parabolique du profil de temps de vol en $f = 0$. Quand peu de points de mesure sont disponibles, comme c'est le cas à l'heure actuelle pour un réflectomètre de pulse, une interpolation est requise pour obtenir le profil de temps de vol. Cette interpolation est réalisée à l'aide des polynômes de Bernstein.

III.2.2. Méthode utilisant les temps de vol et les largeurs optimales

Supposons maintenant que les temps de vol et les largeurs optimales soient mesurés simultanément dans une expérience de réflectométrie. Dans ce cas, le modèle d'initialisation présenté en III.1 peut être appliqué uniquement à partir des données de réflectométrie. $\tau'(f_1)$ est donné par $L_{opt}(f_1)$ et $\tau''(f_1)$ peut être déduite des valeurs de $L_{opt}(f)$ pour les fréquences les plus basses. Ainsi, les paramètres τ_v et s utilisés dans le modèle d'initialisation (III-26) sont facilement déduits des deux équations données par $\tau'(f_1)$ et $\tau''(f_1)$:

$$s = \frac{2}{1 + f_1 \tau''(f_1) / \tau'(f_1)} \quad (\text{III-27})$$

$$\tau_v = \tau(f_1) - \frac{f_1 \tau'(f_1)^2}{\tau'(f_1) + f_1 \tau''(f_1)} \quad (\text{III-28})$$

Cette méthode d'initialisation a été testée sur une large gamme de paramètres α et β ($4 \geq \alpha \geq 1$ et $4 \geq \beta \geq 0.5$) définissant des profils de forme (II-41), avec des résultats concluants. Par dérivation de (III-27) et (III-28), il peut être facilement montré que l'erreur sur les paramètres d'initialisation τ_v et s vaut respectivement:

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{|\Delta \tau'(f_1) / \tau'(f_1)| + |\Delta \tau''(f_1) / \tau''(f_1)|}{\left| 1 + \frac{\tau'(f_1)}{f_1 \tau''(f_1)} \right|} \quad (\text{III-29})$$

$$\frac{\Delta\tau_v}{\tau_v} = \frac{\frac{1}{s\tau'(f_1)} \Delta\tau(f_1) / \tau(f_1) + \frac{F_1}{2\tau_1} \Delta s / s + \frac{F_1}{2\tau_1} \Delta\tau'(f_1) / \tau'(f_1)}{1/s\tau'(f_1) - F_1\tau(f_1)/2} \quad (\text{III-30})$$

Physiquement, le profil de temps de vol est toujours croissant pour les fréquences les plus petites, de sorte que le paramètre s ne peut être que positif. Cela induit que le dénominateur de (III-29) décroît toujours avec la fréquence f_1 . Ainsi, l'erreur sur s est d'autant plus grande que la fréquence minimale de sondage f_1 est élevée. D'après (III-30), nous pouvons noter que les mêmes conclusions s'imposent pour l'erreur sur τ_v . Une initialisation du profil à partir uniquement des mesures de réflectométrie devient donc délicate pour des valeurs de f_1 élevées.

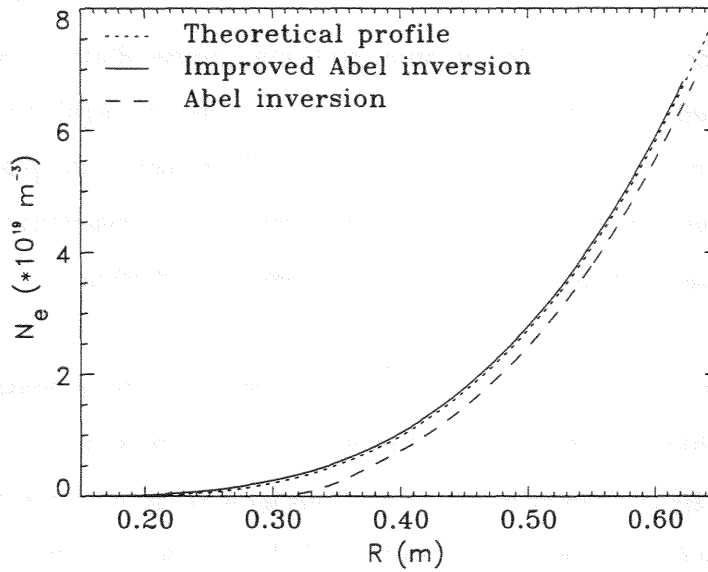


Figure III-4: Comparaison entre une inversion d'Abel usuelle et une inversion d'Abel utilisant les temps de vol et les largeurs optimales dans le cas d'un profil théorique donné par

$$n_0 = 8 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}, R = 0.5 \text{ m}, \alpha=1, \beta=3$$

Après avoir déterminé le temps de vol dans le vide, il est alors possible d'appliquer une inversion d'Abel classique. Afin d'améliorer l'interpolation entre les points de mesure, les largeurs optimales peuvent être utilisées. D'après (II-42) et (I-17), nous pouvons rappeler que la largeur optimale fournit une information sur la pente du temps de vol $\tau'(f_k)$ aux points de mesure. Sur la figure III-4, un profil reconstruit à l'aide des largeurs optimales est comparé à un profil obtenu à partir d'une inversion d'Abel classique (cf. chapitre III.1). Nous pouvons constater que la détermination du profil est améliorée de façon significative grâce à

l'utilisation des largeurs optimales. Dans l'exemple présenté sur la figure III-4, un profil de densité théorique avec un bord très plat a été choisi. Dans de telles conditions, une simple extrapolation parabolique du temps de vol conduit à une mauvaise initialisation et par suite, à un profil de densité mal défini. Par contre, la position du bord du plasma est bien définie par la méthode d'initialisation utilisant simultanément les temps de vol et les largeurs optimales. La totalité du profil est ainsi déterminée avec une bonne précision, ce qui montre l'importance de l'initialisation.

IV. RÔLE DES ERREURS DE MESURE SUR LA DETERMINATION DU PROFIL

IV.1. Origine des erreurs de mesure

Dans les expériences de réflectométrie, plusieurs sources d'erreur peuvent affecter les mesures. Tout d'abord, des erreurs instrumentales sont liées aux équipements électroniques employés. La principale source reste toutefois due à la présence du plasma. En plus des radiations émises qui peuvent affecter les mesures, il est maintenant acquis que les fluctuations de densité jouent un rôle important dans leur perturbation.

La sensibilité aux erreurs de mesure des méthodes de reconstruction de profil présentées dans le chapitre 3 est étudiée. Les erreurs sur la mesure du temps de vol et de largeur optimale ont été choisies arbitrairement. Dans un souci de réalisme, une erreur de 10% sur les temps de vol a été considérée. La mesure de la largeur optimale nécessitant la détection des fronts montant et descendant, une erreur de 20% a été supposée. Les erreurs de mesure sur les temps de vol et sur les largeurs optimales ont été introduites séparément afin de comparer leurs poids respectifs. Les effets sur la reconstruction du profil et sur l'initialisation ont également été étudiés séparément pour évaluer leurs contributions respectives.

IV.2. Effets sur la reconstruction du profil

Supposons, dans un premier temps, des erreurs de mesure sur tous les points, excepté pour les fréquences les plus basses, de sorte que l'initialisation du profil ne soit pas affectée. Seuls, les effets sur la reconstruction du profil sont ainsi étudiés. Pour des erreurs de 10% sur les temps de vol, la figure III-5 montre les modifications induites sur la reconstruction du profil. L'erreur sur chaque point a été choisie aléatoirement égale soit à +10%, soit à -10%.

Les deux méthodes utilisant les temps de vol et les largeurs optimales (inversion d'Abel et méthode par morceaux) ont été comparées à une inversion d'Abel classique. Conformément aux résultats du chapitre 3, l'initialisation du profil, qui est ici obtenue à partir des valeurs théoriques, est meilleure pour les méthodes basées sur les temps de vol et les largeurs optimales. La reconstruction du profil est, quant à elle, affectée de façon similaire, quelle que soit la méthode utilisée.

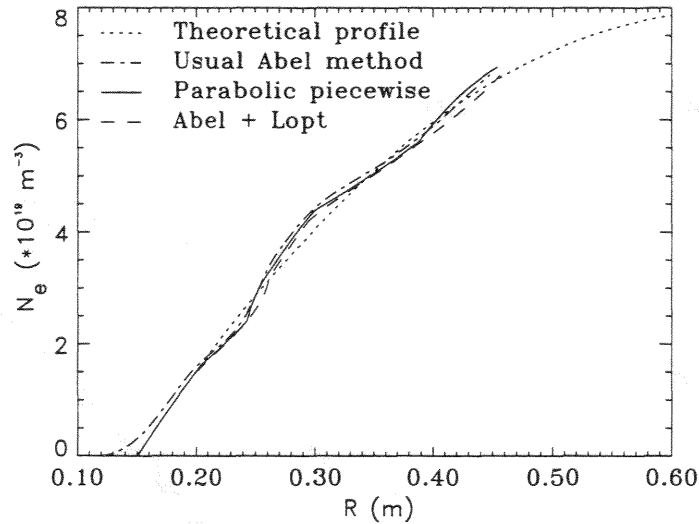


Figure III-5: Effets des erreurs de temps de vol sur la reconstruction du profil dans le cas d'un profil théorique parabolique

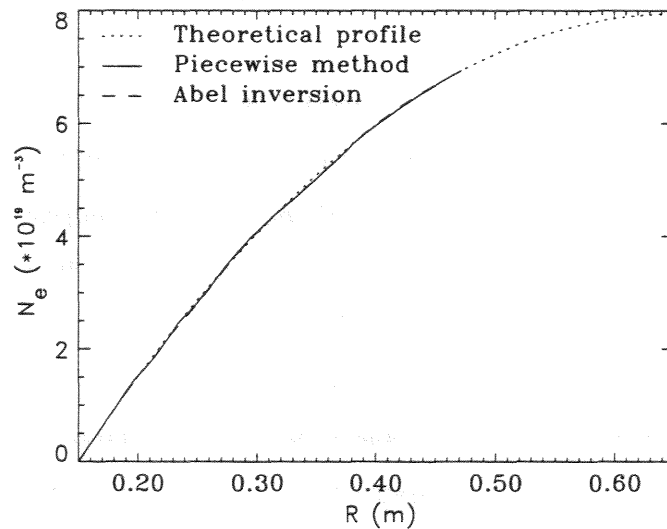


Figure III-6: Effets des erreurs de largeur optimale sur la reconstruction du profil dans le cas d'un profil théorique parabolique

Concernant le rôle des erreurs de largeur optimale sur la détermination du profil, peu d'effets significatifs ont été observés, même pour des erreurs de 20% et quelle que soit la méthode employée (cf. figure III-6). En fait, le temps de vol a un fort poids sur la position du profil de densité alors que la largeur optimale influence seulement la forme locale du profil. Cependant, comme nous l'avons montré précédemment, l'utilisation de la largeur optimale peut considérablement améliorer l'initialisation, laquelle conditionne fortement la reconstruction du profil. Il est donc important d'étudier la sensibilité de l'initialisation aux erreurs de mesure.

IV.3. Effets sur l'initialisation du profil

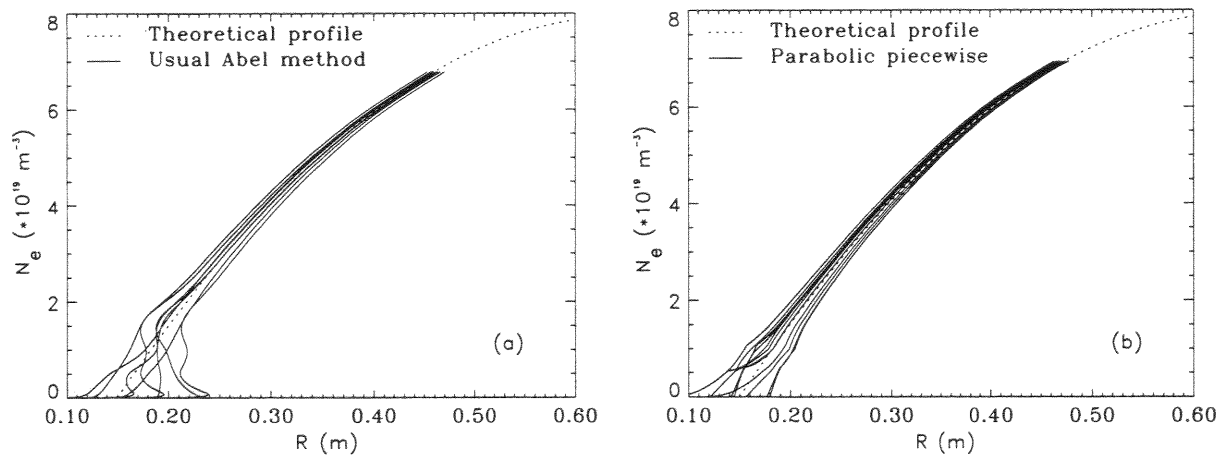


Figure III-7: Effets des erreurs de mesure sur l'initialisation pour:

(a) une méthode d'inversion d'Abel usuelle et (b) une méthode par morceaux paraboliques

Afin d'étudier le rôle des erreurs de mesure sur l'initialisation du profil, des erreurs de $\pm 10\%$ sur les temps de vol et de $\pm 20\%$ sur les largeurs optimales ont été introduites sur les plus basses fréquences. Pour montrer l'intérêt de la largeur optimale pour l'initialisation du profil, une comparaison entre une inversion d'Abel usuelle (cf. figure III-7a) et une méthode par morceaux paraboliques (cf. figure III-7b) a été réalisée. Il apparaît que la méthode par morceaux paraboliques est moins sensible qu'une inversion d'Abel classique. Les résultats obtenus avec une inversion d'Abel utilisant temps de vol et largeur optimale sont similaires à ceux de la méthode par morceaux paraboliques. Il a été noté cependant que la méthode par morceaux était un peu moins sensible que l'inversion d'Abel dans le cas de faibles erreurs de mesure. Cela peut s'expliquer par le fait que le modèle d'extrapolation utilisé pour le profil de temps de vol est sensible aux erreurs quand peu de points sont disponibles. Les figures III-7a

et III-7b confirment le rôle crucial joué par l'initialisation sur la détermination du profil au bord. Il est donc important que les premiers points de mesures ne soient pas trop perturbés. Les profils reconstruits deviennent meilleurs pour des densités plus élevées, où la contribution de l'initialisation devient négligeable [Var95].

V. OBTENTION DE LA LARGEUR OPTIMALE A PARTIR DES MESURES D'UN REFLECTOMETRE A BALAYAGE EN FREQUENCE: APPLICATIONS AUX DONNEES DE TORE SUPRA

Dans cette partie, des simulations de compression de pulse sont réalisées à partir de données expérimentales de mesure de phase. Ces mesures ont été obtenues avec le réflectomètre hétérodyne installé sur TORE SUPRA [Mor98], travaillant en mode O sur la gamme 26-36 GHz. Mille points de mesure sont disponibles, ce qui correspond à un pas en fréquence de 10 MHz et rend possible les applications à la compression de pulse. Notons que le déphasage absolu dû au plasma n'est pas connu, mais que seule la variation de ce déphasage en fonction de la fréquence est déterminée. Cela n'est pas un problème car la reconstruction du pulse réfléchi n'en est pas affectée. En effet, le temps de vol et la déformation du pulse sont définis par les dérivées successives de la phase. Dans une première partie, nous montrons à l'aide d'une simulation les effets induits par les fluctuations de phase sur le pulse reconstruit. Dans la deuxième partie, un exemple de mesure du temps de vol et de la largeur optimale à partir de l'expérience est présenté.

V.1. Simulation de l'effet des fluctuations de phase sur le pulse reconstruit

Dans cette étude, nous avons considéré le déphasage théorique obtenu pour un profil de densité linéaire. Afin de rendre compte des effets des fluctuations de phase observées dans les expériences, nous avons ajouté un terme de perturbation aux phases théoriques. Différentes formes du terme perturbateur ont été choisies. Prenons d'abord l'exemple où ce terme présente une période ν_f bien définie:

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \varphi(\omega) + a_f \cos(\nu_f \omega) \quad (\text{III-31})$$

D'après (II-7), l'expression du pulse reconstruit s'écrit:

$$E_{ref}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \exp(-i\tilde{\varphi}(\omega)) \exp(i\omega t) d\omega \quad (\text{III-32})$$

Un développement en fonctions de Bessel de première espèce permet d'écrire:

$$\exp(-i\tilde{\varphi}(\omega)) = \exp(-i\varphi(\omega)) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(a_f) \exp\left(in\left(\frac{\pi}{2} - v_f \omega\right)\right) \quad (\text{III-33})$$

Finalement, (II-32) devient:

$$E_{ref}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(a_f) \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) \exp(-i\varphi_n(\omega)) \exp(i\omega t) d\omega \quad (\text{III-34})$$

où

$$\varphi_n(\omega) = \varphi(\omega) - n\left(\frac{\pi}{2} - v_f \omega\right) \quad (\text{III-35})$$

Le signal reconstruit est donc constitué d'une série de pulses. Le pulse principal ($n = 0$) correspond au pulse que donnerait la phase non perturbée, avec une diminution d'amplitude proportionnelle à $J_0(a_f)$. Les pulses secondaires ($n \neq 0$), situés de façon symétrique par rapport au pulse principal en raison des propriétés des fonctions de Bessel, sont caractéristiques des fluctuations de phase. L'amplitude des différents pulses est fixée par la valeur des $J_n(a_f)$. Les signaux reconstruits pour $v_f = 2.5$ ns et pour différentes valeurs de a_f sont montrés sur les figures III-8, III-9 et III-10.

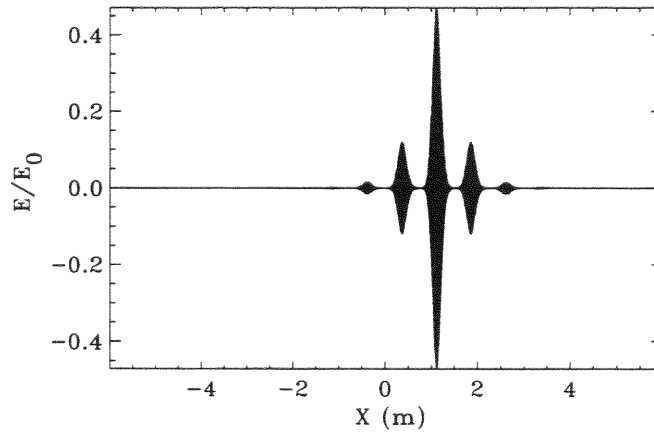


Figure III-8: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de la phase d'amplitude $a_f = 0.5$

Pour $a_f = 0.5$, nous pouvons observer le pulse principal et deux pulses secondaires d'amplitude moins élevée (cf. figure III-8). Les valeurs des $J_n(a_f)$ pour $|n| \geq 2$ sont dans ce cas insignifiantes de sorte que des pulses d'ordre supérieur ne sont pas observables. Pour $a_f = 1.5$, plus de pics apparaissent et l'amplitude des premiers pulses secondaires devient plus grande que celle du pic central (cf. figure III-9). Dans le dernier exemple, nous avons choisi $a_f = 2.40482$ qui correspond au premier zéro de la fonction J_0 . L'amplitude du pulse principal devient alors nulle (cf. figure III-10). En prenant l'exemple d'un profil de densité linéaire (n_0

$= 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.65 \text{ m}$) et une fréquence de sondage $f = 70 \text{ GHz}$, une telle variation de phase peut être engendrée par une perturbation de densité d'amplitude $a_f = 1 \%$ et de nombre d'onde $k_f = 60 \text{ m}^{-1}$ positionnée au voisinage de la couche de coupure [Fan96].

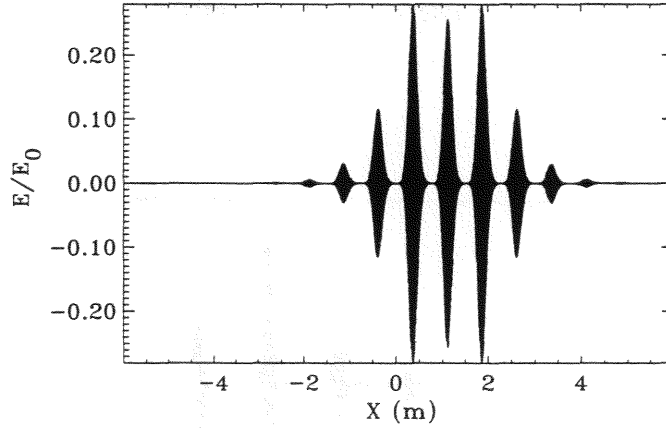


Figure III-9: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de la phase d'amplitude $a_f = 1.5$

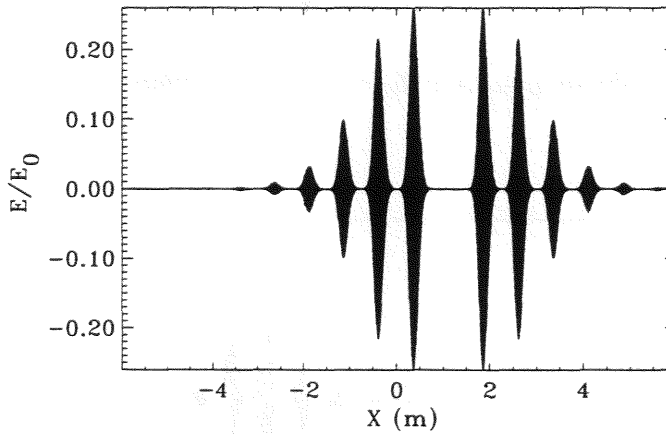


Figure III-10: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de la phase d'amplitude $a_f = 2.4$

Après avoir montré le rôle de l'amplitude des fluctuations de phase sur la reconstruction du signal, nous allons maintenant discuter celui de leur périodicité. Chacun des pics qui constituent le signal est caractérisé par une phase particulière donnée par (III-35). Le temps de vol propre à chaque pulse peut ainsi être obtenu en dérivant (III-35):

$$\varphi_n'(\omega) = \varphi'(\omega) + n v_f \quad (\text{III-36})$$

où $\varphi'(\omega)$ représente le temps de vol du pulse principal. La répartition équidistante des divers pics autour de ce pulse principal s'explique ainsi clairement. D'après (III-36), nous pouvons en outre remarquer que la séparation entre les pulses est proportionnelle à la périodicité ν_f des fluctuations de phase. Une illustration en est donnée à l'aide des figures III-11, III-12 et III-13 obtenues pour $a_f = 0.75$ et pour différentes périodicités ν_f . Sur la figure III-13, les pulses secondaires se superposent avec le pulse principal en raison de la faible périodicité des fluctuations.

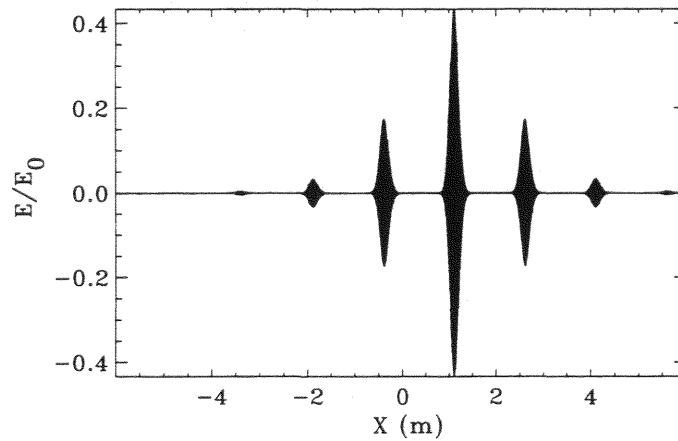


Figure III-11: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de périodicité $\nu_f = 5 \text{ ns}$

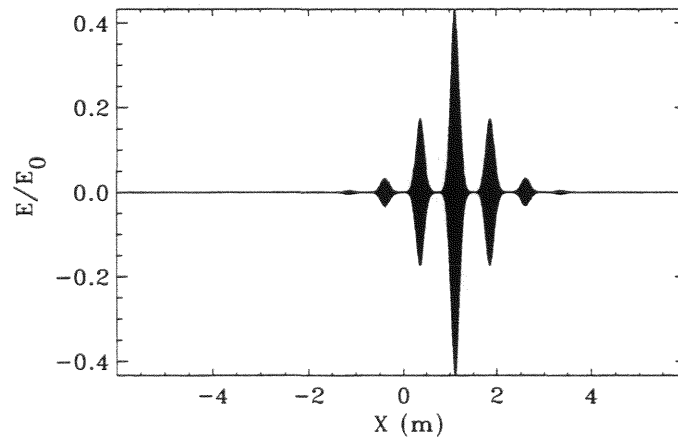


Figure III-12: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de périodicité $\nu_f = 2.5 \text{ ns}$

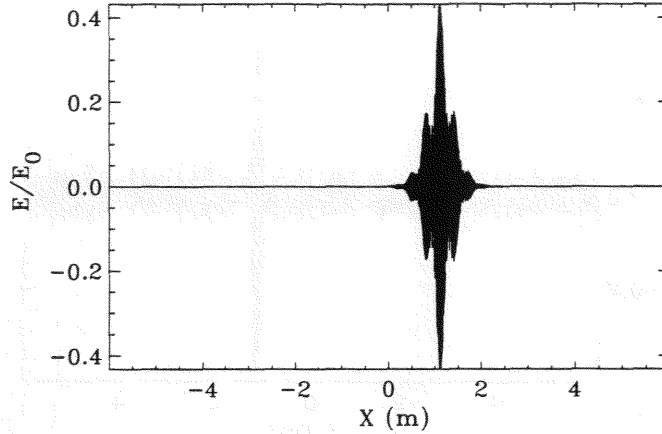


Figure III-13: Signal obtenu pour une fluctuation sinusoïdale de périodicité $v_f = 1 \text{ ns}$

Nous venons de voir comment une fluctuation de phase affecte le pulse reconstruit en fonction de l'amplitude et de la périodicité de cette fluctuation. Cependant, les mesures de phase présentent généralement des fluctuations à spectre plus large. Une approche analytique devient beaucoup plus complexe dès lors que des fluctuations de phase à différentes périodicités sont introduites. Le cas limite de fluctuations de phase purement aléatoires, présentant un spectre infini, est maintenant étudié. La phase s'écrit ainsi:

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \varphi(\omega) + a_f (1 - 2 \text{ran}(\omega)) \quad (\text{III-37})$$

où ran est un nombre aléatoire compris entre 0 et 1. Les effets de telles fluctuations sont montrés sur les figures III-14, III-15 et III-16 pour différentes amplitudes a_f . En raison du spectre infini des fluctuations de phase, toutes les périodicités contribuent aux perturbations du signal, expliquant ainsi leur incohérence. Pour une amplitude relativement faible, les perturbations sur l'évaluation du signal restent modérées (cf. figure III-14 pour $a_f = 0.5$). Dans de tels cas, le temps de vol et l'élargissement du pulse peuvent être extraits. Conformément à toute attente, le signal devient de plus en plus bruité au fur et à mesure que l'amplitude a_f croît. Ainsi, pour $a_f = 1$, le pulse principal qui correspond au signal provenant de la couche de coupure dans une expérience de réflectométrie devient difficilement décelable (cf. figure III-15). Le temps de vol peut être obtenu, mais avec une précision amoindrie. Quant à la largeur optimale, elle n'est plus mesurable. Enfin, au dessus d'un certain seuil d'amplitude, l'information est totalement perdue. Comme le montre la figure III-16 pour $a_f = 1.5$, la détection du pic principal devient impossible.

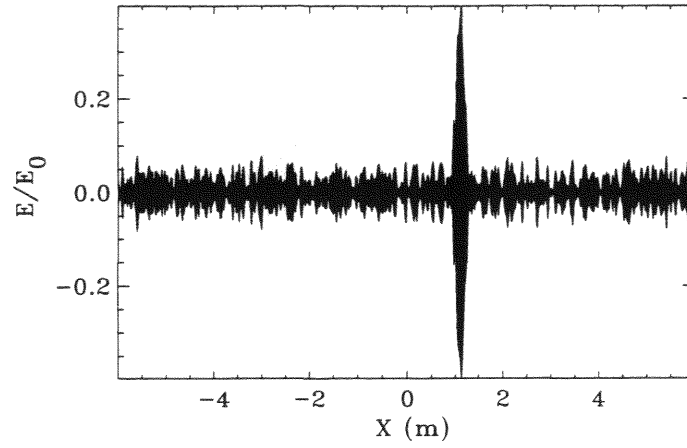


Figure III-14: Signal obtenu pour des fluctuations de phase aléatoires d'amplitude $a_f = 0.5$

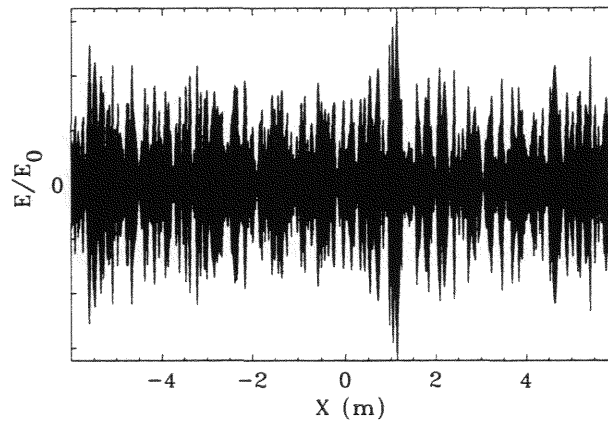


Figure III-15: Signal obtenu pour des fluctuations de phase aléatoires d'amplitude $a_f = 1$.

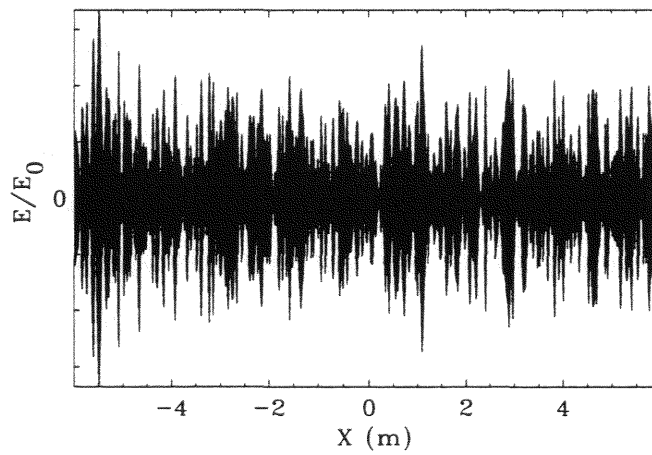


Figure III-16: Signal obtenu pour des fluctuations de phase aléatoires d'amplitude $a_f = 1.5$

Les fluctuations de phase observées expérimentalement ont essentiellement deux causes: le bruit des instruments de mesure et la turbulence du plasma. Le pulse reconstruit contient de ce fait une information sur les fluctuations de densité. Nous discuterons dans la quatrième partie comment l'étude de la perturbation du signal permet de caractériser ces fluctuations. Concernant la reconstruction du profil de densité, nous allons maintenant nous intéresser à la détermination du temps de vol et de la largeur optimale à partir de données expérimentales obtenues sur TORE SUPRA.

V.2. Détermination du temps de vol et de la largeur optimale à partir des mesures de TORE SUPRA

Comme nous venons de le voir, les fluctuations de phase peuvent considérablement affecter la reconstruction du signal réfléchi dans le cas de la compression de pulse. Les mesures du temps de vol et surtout de la largeur optimale peuvent s'en trouver erronées. Nous allons montrer quelques exemples utilisant des données de phase obtenues sur TORE SUPRA. Un premier exemple concerne le choc 21293 où le temps de balayage du réflectomètre était de 1 ms. Ce temps de balayage relativement long engendre des fluctuations de phase importantes (cf. figure III-17).

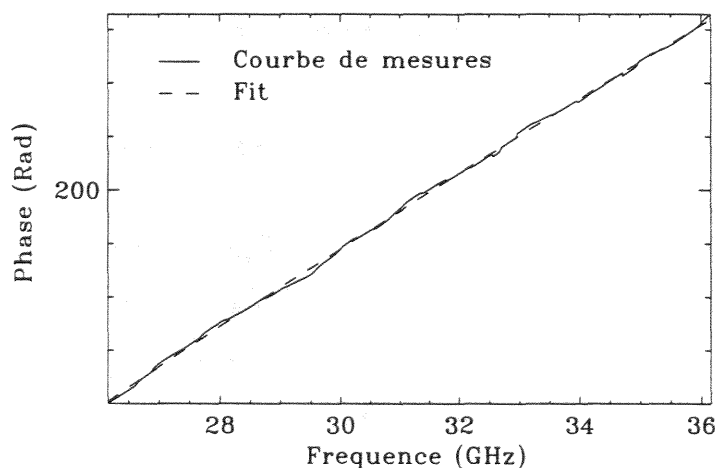
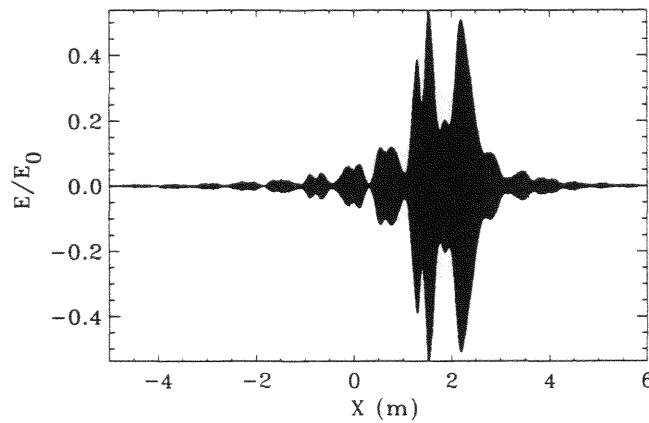


Figure III-17: Profil de phase obtenu pour un balayage de 1 ms du réflectomètre (choc 21293 de TORE SUPRA)

Un exemple de pulse réfléchi obtenu est montré sur la figure III-18. Les phénomènes de battement observables peuvent être dues aux fluctuations du plasma. La fréquence de

modulation des fluctuations de la phase (de l'ordre de 7.5 KHz dans ce cas) pourrait en effet s'expliquer par la présence de modes MHD. De telles perturbations du signal affectent la précision sur la mesure du temps de vol et rendent pratiquement impossible la mesure de la largeur optimale. Pour l'illustrer, les temps de vol et les largeurs optimales, calculés pour une fréquence de 31.16 GHz et pour différentes largeurs du pulse initial, sont indiqués dans le tableau III-1. Pour les dix mesures réalisées, l'écart quadratique moyen sur le temps de vol est de l'ordre de 6.5 % alors que celui sur la largeur optimale dépasse les 40 %. La reconstruction du profil peut être imprécise en raison de l'erreur sur le temps de vol. L'information sur la largeur optimale n'est pas utilisable dans de tels cas.



*Figure III-18: Exemple de signal reconstruit à partir des phases bruitées
(choc 21293 de TORE SUPRA)*

L_{inc} (cm)	6.66	8.69	10.73	12.76	14.80	16.83	18.87	20.90	22.94	24.97
L_{ref} (cm)	8.30	16.71	16.70	16.92	40.66	42.01	43.26	44.24	44.89	45.43
τ (ns)	4.41	4.41	4.41	4.39	5.01	5.01	5.02	5.04	5.06	5.09
L_{opt} (cm)	5.75	11.14	11.72	11.91	23.67	25.45	27.10	28.55	29.75	30.78

*Tableau III-1: Mesures du temps de vol et de la largeur optimale à partir des phases bruitées
obtenues pour un balayage de 1 ms*

Afin d'améliorer la détermination sur le temps de vol et la largeur optimale, un lissage des données de phase doit être réalisé. Il est important que ce lissage soit performant afin d'éliminer toutes les fluctuations indésirables et de ne conserver que l'information utile provenant du profil de densité. Un lissage par un polynôme de degré trop petit peut distordre l'information alors qu'un lissage par un polynôme de degré trop élevé peut introduire des

oscillations non physiques. Notre choix s'est porté sur un lissage par un polynôme de degré 5 qui a conduit à des résultats concluants. L'exemple précédent a été traité de nouveau en considérant cette fois la phase lissée (cf. figure III-17). Le signal reconstruit, obtenu dans les mêmes conditions que celles de la figure III-18, est beaucoup plus propre (cf. figure III-19). Une mesure précise du temps de vol et de la largeur optimale est ainsi possible, comme le montre le tableau (III-2). Même en régime spatial ($L_{inc} > L_{opt}$), les variations de largeur optimale enregistrées restent faibles. Les erreurs quadratiques sur le temps de vol et la largeur optimale sont respectivement de l'ordre de 0.015 % et 2.8 %.

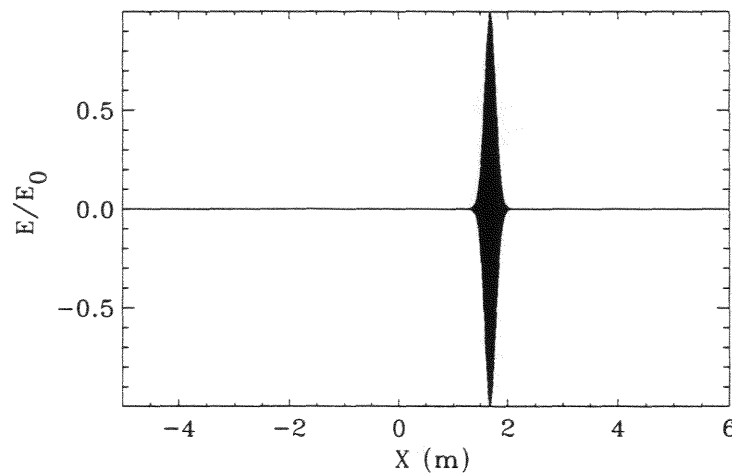


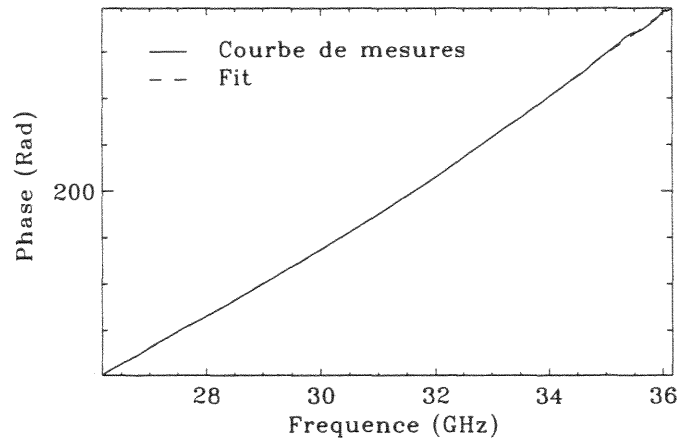
Figure III-19: Exemple de signal reconstruit à partir des phases lissées
(choc 21293 de TORE SUPRA)

L_{inc} (cm)	6.66	8.69	10.73	12.76	14.80	16.83	18.87	20.90	22.94	24.97
L_{ref} (cm)	8.85	9.82	11.32	13.10	15.00	16.97	18.96	20.97	22.99	25.01
τ (ns)	5.61	5.62	5.62	5.62	5.62	5.61	5.61	5.61	5.61	5.61
L_{opt} (cm)	6.23	6.31	6.23	6.16	6.07	6.04	5.93	5.85	6.04	5.72

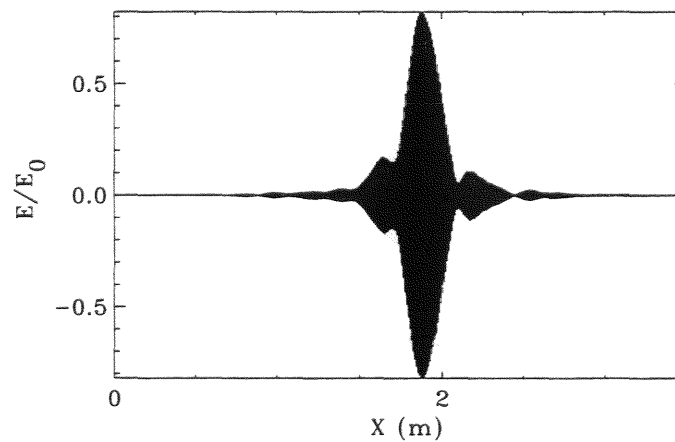
Tableau III-2: Mesures du temps de vol et de la largeur optimale à partir des phases lissées
obtenues pour un balayage de 1 ms

Il est désormais admis que les perturbations des mesures d'un réflectomètre sont corrélées avec le temps de balayage en fréquence [Mor97, Tok99]. L'exemple suivant (choc 21800 de TORE SUPRA) est obtenu pour un balayage en fréquence de 10 μ s, ce qui correspond à la limite inférieure actuelle [Mor97, Sil99]. Le profil de phase présente alors peu de fluctuations, comme cela est montré sur la figure III-20. Le signal reconstruit directement à

partir de la phase mesurée (cf. figure III-21) est peu perturbé comparé au signal obtenu après lissage (cf. figure III-22). Dans ces conditions, les mesures de temps de vol et de largeur optimale restent quasiment identiques avec ou sans lissage (cf. tableaux III-3 et III-4). Les faibles écarts quadratiques moyens (1.2 % sur τ et 2.6 % sur L_{opt} pour les données sans lissage, et 0.2 % sur τ et 0.3 % sur L_{opt} pour les données avec lissage) témoignent de la précision des mesures. Nous pouvons donc conclure qu'un lissage n'est pas nécessaire dans ce cas pour une bonne évaluation du temps de vol et de la largeur optimale. En outre, cet exemple confirme l'importance d'un balayage en fréquence rapide du réflectomètre afin de limiter les perturbations de mesure.



*Figure III-20: Profil de phase obtenu pour un balayage de 10 μ s du réflectomètre
(choc 21800 de TORE SUPRA)*



*Figure III-21: Exemple de signal reconstruit à partir des phases bruitées
(choc 21800 de TORE SUPRA)*

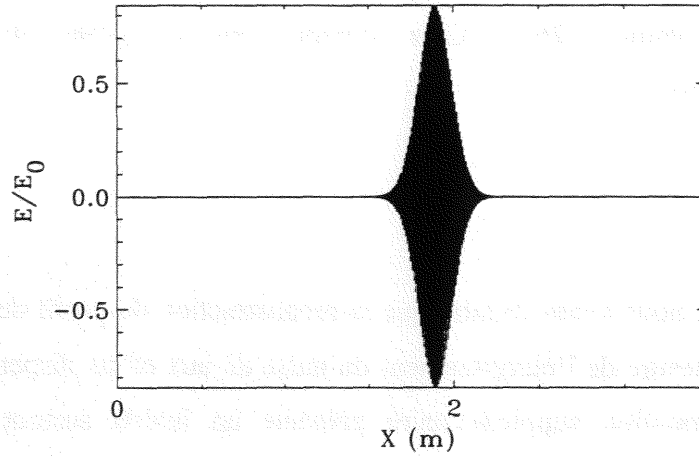


Figure III-22: Exemple de signal reconstruit à partir des phases lissées
(choc 21800 de TORE SUPRA)

L_{inc} (cm)	6.66	8.69	10.73	12.76	14.80	16.83	18.87	20.90	22.94	24.97
L_{ref} (cm)	37.51	30.30	27.05	25.27	24.26	23.91	24.17	24.93	26.06	27.45
τ (ns)	6.08	6.11	6.16	6.20	6.24	6.27	6.27	6.28	6.29	6.30
L_{opt} (cm)	15.68	15.88	16.32	16.68	16.86	16.90	16.88	16.86	16.84	16.87

Tableau III-3: Mesures du temps de vol et de la largeur optimale à partir des phases bruitées
obtenues pour un balayage de $10 \mu s$

L_{inc} (cm)	6.66	8.69	10.73	12.76	14.80	16.83	18.87	20.90	22.94	24.97
L_{ref} (cm)	43.21	33.48	28.13	25.23	23.88	23.54	23.92	24.75	25.94	27.34
τ (ns)	6.35	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30	6.30
L_{opt} (cm)	16.86	16.76	16.70	16.67	16.65	16.64	16.66	16.65	16.66	16.68

Tableau III-4: Mesures du temps de vol et de la largeur optimale à partir des phases lissées
obtenues pour un balayage de $10 \mu s$

En accord avec la discussion dans la partie II, la détermination de la largeur optimale impose une certaine largeur spectrale du pulse incident. Dans le cas de la compression de pulse, la fréquence minimale à laquelle peut être obtenue la largeur optimale est ainsi supérieure à la fréquence minimale de sondage. La fréquence minimale utile dépend de la largeur optimale, et donc du profil de densité au bord du plasma. Dans le cas des données du réflectomètre 26-36 GHz de TORE SUPRA, divers tests ont montré que la fréquence

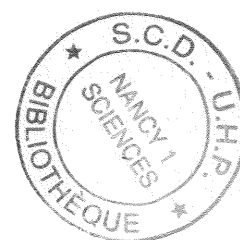
minimale pour mesurer la largeur optimale était d'environ 30 GHz. Il n'est pas donc concevable de reconstruire un profil de densité réaliste uniquement à partir des mesures de réflectométrie sur la gamme 26-36 GHz, compte tenu du poids que représenterait l'initialisation dans ce cas.

VI. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons montré que la reconstruction du profil de densité pouvait être améliorée par la mesure de l'élargissement du pulse dû aux effets dispersifs. La prise en compte de cette information supplémentaire présente un intérêt surtout quand peu de fréquences sondes sont utilisées, comme c'est le cas pour les réflectomètres de pulse actuels. Cela permet en particulier d'initialiser le profil à partir des mesures de réflectométrie seules. Les analogies entre la réflectométrie de pulse et la compression de pulse offrent la possibilité d'appliquer cette nouvelle approche de détermination du profil aux mesures d'un réflectomètre à balayage en fréquence. A partir de données obtenues sur TORE SUPRA, nous avons montré que la mesure de la largeur optimale était possible. Cependant, il convient de disposer de fréquences sondes suffisamment basses pour initialiser et reconstruire le profil correctement. Dans le cas du mode extraordinaire, où les fréquences de coupure dépendent à la fois de la densité et du champ magnétique, le plasma peut en principe être sondé depuis son bord. Ces travaux s'appliqueraient donc particulièrement bien à ce mode. De plus, le mode X semble offrir l'intérêt d'être plus dispersif que le mode O, ce qui conduirait à une mesure de la largeur optimale techniquement plus aisée. Dans la partie suivante, nous nous intéresserons à l'étude des fluctuations de densité afin de mettre en évidence le lien existant entre leurs caractéristiques et leurs effets sur la perturbation des signaux réfléchis.

PARTIE IV

**ETUDE DE L'EFFET DES FLUCTUATIONS DE
DENSITE SUR LE SIGNAL REFLECHI**



I. PROCESSUS PHYSIQUES DE BASE INDUITS PAR LES FLUCTUATIONS DE DENSITE

I.1. Hypothèses

Dans les plasmas de tokamaks, les nombreuses instabilités existantes provoquent des fluctuations de densité électronique. Ces fluctuations, caractérisées par leur spectre $S(k_f, \omega)$ où k_f est le nombre d'onde et ω la fréquence, peuvent affecter plus ou moins fortement le signal réfléchi. Dans les expériences actuelles de réflectométrie, la durée d'interaction de l'onde sonde avec le plasma (quelques ns) reste petite devant les temps caractéristiques des fluctuations (de l'ordre de 1 μ s à 1 ms). L'aspect temporel de ces dernières est donc le plus souvent négligé lors de l'interprétation des résultats. De ce fait, seules les variations spatiales de densité sont prises en compte. Notre étude s'est limitée à des fluctuations cohérentes caractérisées par leur nombre d'onde k_f , leur largeur spatiale D_f , leur amplitude A_f et leur position x_f dans le plasma. Les résultats montrés dans cette partie ont été obtenus dans le cas unidimensionnel en présence de fluctuations radiales. La prise en compte des fluctuations azimutales nécessite une approche bidimensionnelle. Pour cela, un code résolvant l'équation de propagation à deux dimensions (cf. annexe 1) a été écrit et sera présenté dans le chapitre IV.

Selon la valeur du nombre d'onde k_f des fluctuations de densité, deux types de mécanisme de perturbation de l'onde peuvent être distingués. Considérons pour cela le nombre d'onde d'Airy k_A , qui correspond au nombre d'onde à la coupure et est défini par [Fan97]:

$$k_A \approx 0.63(k_0^2 L^{-1})^{1/3} \quad (\text{IV-1})$$

où k_0 est le nombre d'onde dans le vide, et L la longueur de gradient égale à la position de la couche de coupure pour un profil linéaire. Lorsque k_f est plus petit que $2k_A$, le phénomène dominant est alors l'oscillation de la couche de coupure. Lorsque k_f est plus grand que $2k_A$, une partie de l'onde incidente peut être diffusée. Les processus de base liés à la présence des fluctuations de densité sont rappelés dans la suite de cette partie.

I.2. Fluctuations à petit nombre d'onde: $k_f < 2k_A$

La présence de telles fluctuations au voisinage de la couche de coupure se manifeste par l'oscillation de cette dernière [Con93]. Comme nous le verrons dans les chapitres II et III, elles peuvent induire des modifications significatives sur la mesure du temps de vol. Dans le cas limite où k_f devient très petit, seule l'enveloppe des fluctuations contribue. Ce cas correspond à des fluctuations de type MHD liées à la présence d'îlots magnétiques.

I.3. Fluctuations à grand nombre d'onde: $2k_A < k_f < 2k_0$

Lorsque qu'une onde électromagnétique rencontre une fluctuation de densité, une partie de cette onde peut être diffusée si la loi de résonance de Bragg est vérifiée [Zou91, Afe95]:

$$\vec{k}_{dif} = \vec{k}_{inc} + \vec{k}_f \quad (IV-2)$$

où $\vec{k}_{dif}$, $\vec{k}_{inc}$ et $\vec{k}_f$ sont respectivement les nombres d'onde diffusé, incident et des fluctuations.

L'angle $(\vec{k}_{dif}, \vec{k}_{inc})$ entre les directions de l'onde incidente et de l'onde réfléchie est appelé angle de diffusion. A une dimension, cet angle vaut -180° et nous pouvons parler de rétro-diffusion de l'onde. Dans ce cas, (IV-2) se réduit à:

$$k_f = 2k(x_B) \quad (IV-3)$$

où $k(x_B)$ est le nombre d'onde local de l'onde incidente à la position de résonance de Bragg notée x_B . Pour le mode ordinaire, la condition de résonance de Bragg n'est satisfaite que pour des fluctuations de nombres d'onde vérifiant:

$$2k_A < k_f < 2k_0 \quad (IV-4)$$

Pour un profil de densité linéaire, l'abscisse où la résonance de Bragg est satisfaite est donnée par:

$$x_B = x_c \left(1 - \frac{k_f^2}{4k_0^2} \right) \quad (IV-5)$$

Comme nous le verrons, la connaissance de ces mécanismes est utile à l'interprétation des effets induits par les fluctuations de densité.

II. COMPARAISON DES METHODES DE SIMULATION DE LA PROPAGATION D'UN PULSE DANS UN PLASMA FLUCTUANT

Nous avons vu dans la partie III qu'en l'absence de fluctuation de densité, appliquer une transformée de Fourier à partir des déphasages calculés par le code de Helmholtz revenait à résoudre l'équation de propagation. Cela a notamment permis de montrer qu'il existait une équivalence de principe entre la compression de pulse et la réflectométrie de pulse qui pouvait être appliquée à la reconstruction du profil de densité. Nous allons maintenant prendre en compte la présence de fluctuations de densité dans le plasma.

L'étude de la propagation d'une onde monochromatique d'extension infinie dans un plasma fluctuant a déjà été largement traitée par ailleurs [Cho92, Hut92, Fan97]. Dans le cas de fluctuations de densité de faible amplitude, seul le terme de perturbation d'ordre un du champ électrique de l'onde peut être supposé non nul. Cette hypothèse, qui porte le nom d'approximation de Born, permet une évaluation analytique de l'expression du déphasage de l'onde pour différents types de fluctuations [Bre92, Fan96]. Dans le cas des fortes amplitudes, des effets non linéaires apparaissent et une résolution numérique de l'équation de Helmholtz est bien souvent requise [Cho95, Bou98]. Le critère de validité de l'approximation de Born, qui fixe la limite entre faible et forte amplitude, est donné par [Fan97]:

$$A_f = \frac{\delta n_0}{n_c} \ll (k_0 L)^{-2/3} \quad (\text{IV-6})$$

Dans ce chapitre, nous discutons les différentes possibilités permettant de simuler la propagation d'un pulse dans un plasma fluctuant en précisant le domaine de validité propre à chaque méthode. Tous les exemples présentés dans ce chapitre sont obtenus pour le profil de densité linéaire donné par $n_0 = 6.10^{19} \text{ m}^{-3}$ et $R = 0.5 \text{ m}$ et pour une enveloppe gaussienne des fluctuations de densité. Nous distinguerons le cas des fluctuations de faible amplitude, où l'approximation de Born peut être utilisée, du cas des fluctuations de forte amplitude.

II.1. Cas de fluctuations de densité de faible amplitude

Pour des fluctuations de faible amplitude vérifiant l'approximation de Born (IV-6), la concordance des expressions analytiques du déphasage avec les résultats donnés par le code résolvant l'équation de Helmholtz a été montrée [Fan96]. De ce fait, la reconstruction du

pulse à partir de ces phases analytiques devraient conduire aux mêmes résultats qu'avec les phases calculées par le code de Helmholtz. Trois méthodes ont ainsi été utilisées pour déterminer le pulse réfléchi. Tout d'abord, une transformée de Fourier peut être réalisée soit à partir des déphasages analytiques obtenus sous l'approximation de Born, soit à partir de ceux calculés par le code de Helmholtz. Enfin, une comparaison avec le code résolvant directement l'équation de propagation sera réalisée.

II.1.1. Fluctuations à petit nombre d'onde

Un premier exemple est obtenu pour une fluctuation de petit nombre d'onde $k_f = 150 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = 1 \%$, vérifiant le critère de Born et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 10 \text{ cm}$. Pour un pulse de fréquence $f = 50 \text{ GHz}$, le nombre d'onde d'Airy en vertu du profil de densité choisi est de l'ordre de 100 m^{-1} . Nous avons ainsi k_f inférieur à $2k_A$, ce qui interdit tout phénomène de diffusion de Bragg. Dans le cas d'une large fluctuation ($D_f \gg 1/k_f$), le terme de perturbation du déphasage donne [Fan97]:

$$\Delta\phi = -\sqrt{\pi}k_0 \left(\frac{L}{k_f} \right)^{1/2} \frac{\delta n_0}{n_c} \cos \left(k_f (x_c - x_f) + \frac{\pi}{4} \right) \exp \left[-\frac{(x_c - x_f)^2}{D_f^2} \right] \quad (\text{IV-7})$$

où k_0 , δn_0 , x_c et n_c sont respectivement le nombre d'onde dans le vide, l'amplitude des fluctuations, la position de la couche coupure et la densité critique. Pour un profil de densité linéaire, la longueur de gradient L est équivalente à la distance entre le bord du plasma et la position de la coupure x_c . Notons que l'expression (IV-7) peut aisément s'exprimer en fonction de la pulsation ω de l'onde. Le déphase total subi par l'onde est alors obtenu en ajoutant cette phase à la phase non perturbée. Afin de négliger les effets spectraux liés à la largeur finie des pulses, un pulse incident de 50 cm de large a été choisi. Les pulses réfléchis calculés par les trois méthodes sont montrés sur les figures IV-1, IV-2 et IV-3. Les paramètres choisis étant dans le domaine de validité de l'approximation de Born, la forme du pulse réfléchi reste similaire dans les trois cas. Pour les deux méthodes utilisant une transformée de Fourier, la position du pulse réfléchi correspondant au parcours équivalent de l'onde dans le vide (figures IV-1 et IV-2). Avec le code temporel (figure IV-3), l'origine des abscisses a été prise au bord du plasma de sorte que le pulse réfléchi est observé dans le vide correspondant à $x < 0$. Une comparaison directe avec les figures IV-1 et IV-2 nécessiterait de prendre la même abscisse, ce qui est réalisé sur la figure IV-4. Cependant, une analyse des temps de vol évalués par les différentes méthodes est suffisante pour les comparer et sera utilisée dans ce qui suit.

Nous pouvons observer que la forme du pulse réfléchi est peu modifiée, ce qui s'explique par le fait que de telles fluctuations engendrent uniquement une oscillation de la couche de coupure. Afin d'illustrer ce phénomène d'oscillation, nous avons calculé le temps de vol pour différentes positions de la fluctuation à l'aide des trois méthodes (cf. figure IV-5). Les différences observées entre chaque méthode restent faibles et sont imputables à la précision sur le calcul du temps de vol. Nous avons constaté que la dérivée de l'expression (IV-7) permettait de retrouver les variations du temps de vol. En fait, de même que pour le déphasage, le temps de vol peut se décomposer en deux termes:

$$\tilde{\tau}(\omega) = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \omega} = \frac{\partial \phi}{\partial \omega} + \frac{\partial \Delta \phi}{\partial \omega} = \tau(\omega) + \Delta \tau(\omega) \quad (\text{IV-8})$$

où ϕ , $\tilde{\phi}$ et $\Delta \phi$ sont respectivement la phase non perturbée, la phase perturbée et le terme de perturbation. Par dérivation de (IV-7) par rapport à ω et en supposant $D_f \gg 1/k_f$, nous arrivons à:

$$\Delta \tau(\omega) \approx -\sqrt{\pi} k_0 \left(\frac{L}{k_f} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial n_0}{n_c} \right) \frac{k_f R f}{\pi f_0} \left[\sin \left(k_f (x_c - x_f) + \frac{\pi}{4} \right) \exp \left[-\frac{(x_c - x_f)^2}{D_f^2} \right] \right] \quad (\text{IV-9})$$

où f , f_0 et R sont respectivement la fréquence de l'onde, la fréquence maximale (au centre) du profil et son rayon. De même que pour le déphasage, une information sur la forme spatiale des fluctuations de densité peut dans ce cas être déduite des variations de temps de vol.

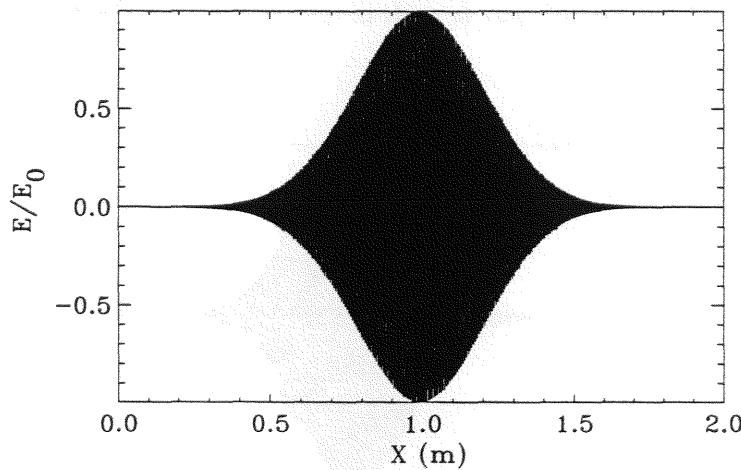


Figure IV-1: Pulse reconstruit à partir des phases analytiques obtenues sous l'approximation de Born pour une fluctuation à petit $k_f < 2k_A$

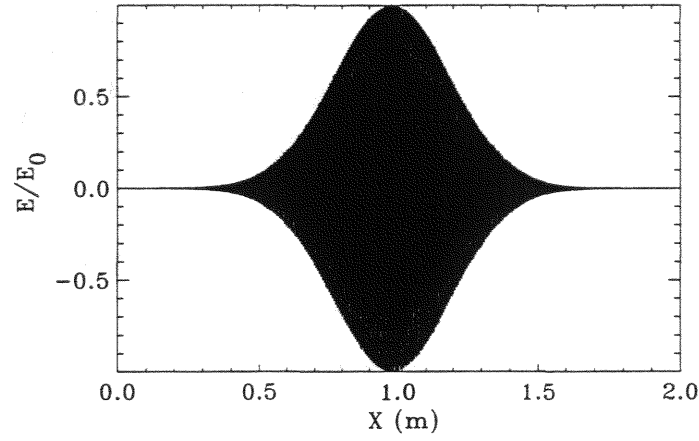


Figure IV-2: Pulse reconstruit à partir des phases calculées par le code stationnaire résolvant l'équation de Helmholtz pour une fluctuation à petit $k_f < 2k_A$

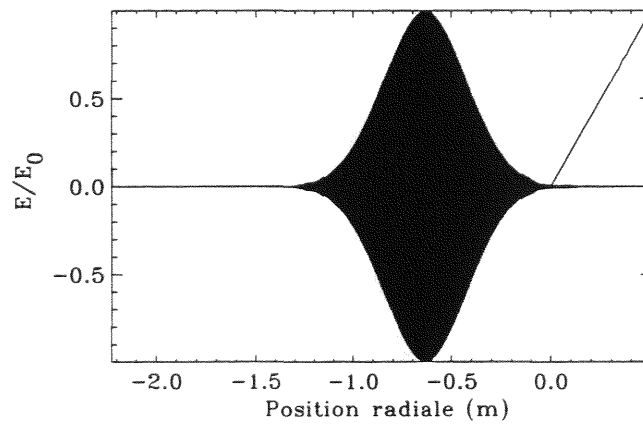


Figure IV-3: Pulse réfléchi calculé par le code temporel pour une fluctuation à petit $k_f < 2k_A$

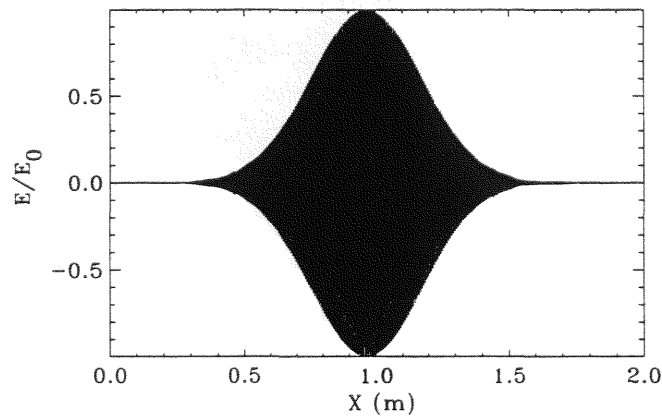


Figure IV-4: Pulse réfléchi calculé par le code temporel pour une fluctuation à petit $k_f < 2k_A$ (avec changement d'abscisse pour comparaison avec les figures IV-1 et IV-2)

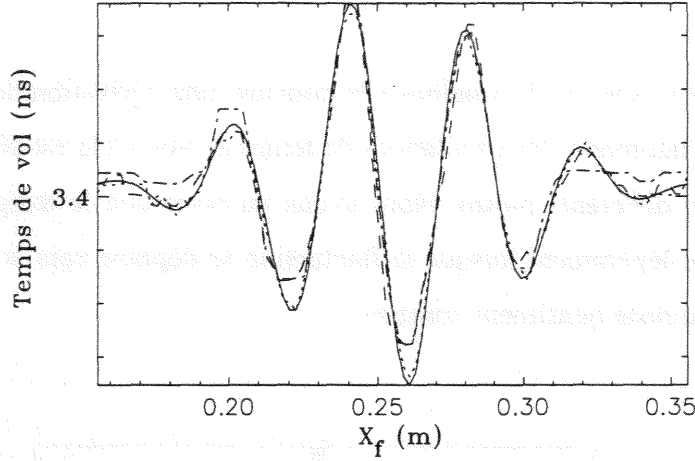


Figure IV-5: Temps de vol en fonction de la position de la fluctuation calculés par différentes méthodes: Approximation de Born (ligne continue), Born + FFT (ligne pointillée), Helmholtz + FFT (tirets), code temporel (tirets+pointillés)

II.1.2. Fluctuations résonantes de Bragg

Considérons maintenant un deuxième exemple correspondant à une fluctuation résonante de Bragg, de nombre d'onde $k_f = 1800 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = 1 \%$ et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 10 \text{ cm}$. Selon la largeur de la fluctuation, deux régimes (spatial ou spectral) peuvent être distingués. Dans notre cas, nous sommes en régime spatial et le terme de perturbation du déphasage de l'onde peut s'écrire [Fan97]:

$$\Delta\phi = -\sqrt{\pi}k_0 \left(\frac{L}{k_f} \right)^{1/2} \frac{\delta n_0}{n_c} \sin(k_f(x_c - x_f) + \psi_G) \exp \left[-\frac{(x_B - x_f)^2}{D_f^2} \right] \quad (\text{IV-10})$$

avec:

$$\psi_G = \frac{4}{3}k_0L^{-1/2}(x_c - x_B)^{3/2} - k_f(x_c - x_B) + \frac{\pi}{4}$$

Pour une fréquence incidente de 60 GHz et une position de la fluctuation en $x_B = 17.9 \text{ cm}$, le pulse réfléchi calculé à partir de (IV-10) est alors comparé aux résultats obtenus à l'aide des codes de Helmholtz et temporel (figures IV-6, IV-7 et IV-8). Nous pouvons constater la similitude des signaux représentés sur les figures IV-7 et IV-8. Des différences insignifiantes peuvent être observées sur le pulse reconstruit à partir de (IV-10), dévoilant ainsi les limites de l'approximation de Born. En effet, contrairement aux signaux des figures IV-7 et IV-8, un pic de très faible amplitude apparaît devant le pulse rétrodiffusé sur la figure IV-6. La concordance des calculs de l'amplitude et du temps de vol des pulses rétrodiffusé et réfléchi

pour chaque méthode ($A_{dif} = 0.15$, $A_{ref} = 0.97$, $\tau_{dif} = 1.4$ ns et $\tau_{ref} = 4.9$ ns) montre cependant que l'approximation peut encore être utilisée dans de telles situations.

Contrairement au cas de fluctuations à la coupure, une dérivation de l'expression (IV-10) ne permet plus d'interpréter les oscillations de temps de vol. Cela est dû à ce que le signal réfléchi est séparé en différents pulses. Nous avons pu noter que le temps de vol du pulse rétrodiffusé augmente légèrement lorsque la fluctuation se déplace vers la coupure alors que celui du pulse réfléchi reste quasiment constant.

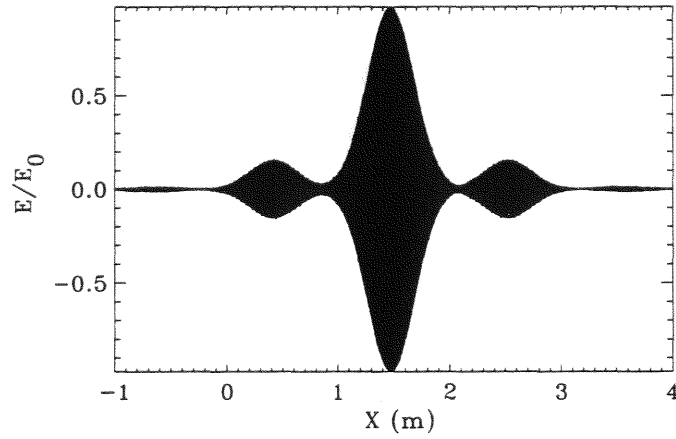


Figure IV-6: Pulse reconstruit à partir des phases analytiques obtenues sous l'approximation de Born pour une fluctuation résonante de Bragg

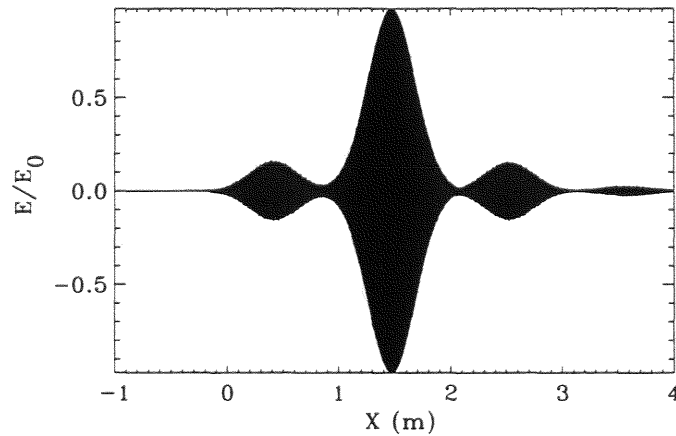


Figure IV-7: Pulse reconstruit à partir des phases calculées par le code de Helmholtz pour une fluctuation résonante de Bragg

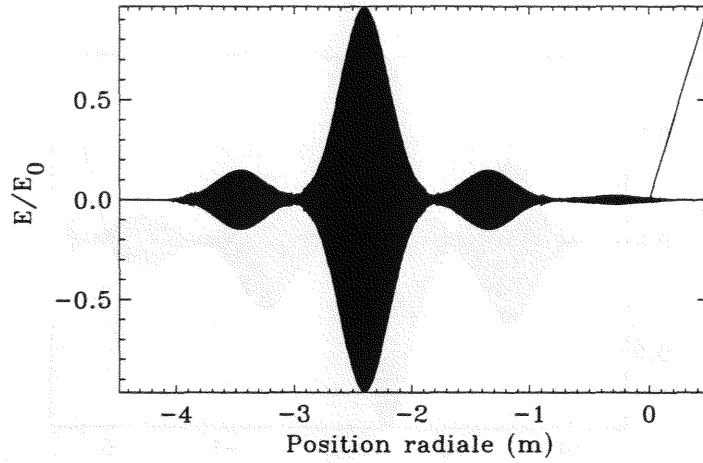


Figure IV-8: Pulse réfléchi calculé par le code temporel pour une fluctuation résonante de Bragg

II.2. Cas de fluctuations de densité de forte amplitude

Pour des amplitudes de fluctuations de densité ne satisfaisant plus (IV-6), les résultats obtenus sous l'approximation de Born ne sont plus utilisables. Dans ces situations, nous comparerons la méthode de transformée de Fourier appliquée aux déphasages calculés par le code de Helmholtz avec le code temporel. Le cas de fluctuations résonantes de Bragg puis celui de fluctuations de type MHD sont traités séparément.

II.2.1. Fluctuations résonantes de Bragg

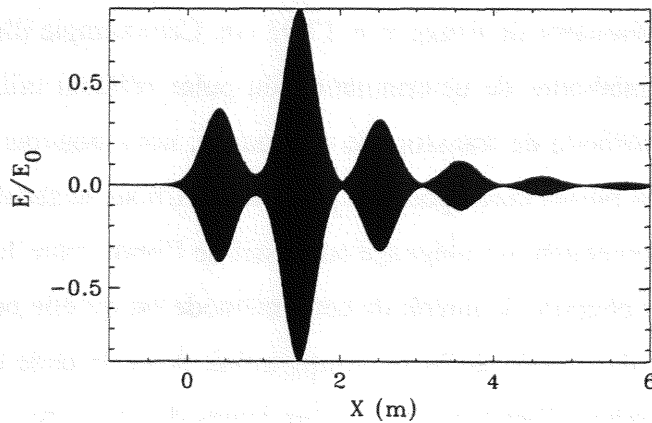


Figure IV-9: Pulse réfléchi calculé à partir des phases données par le code de Helmholtz pour une fluctuation résonante de Bragg de forte amplitude $A_f = 3\%$

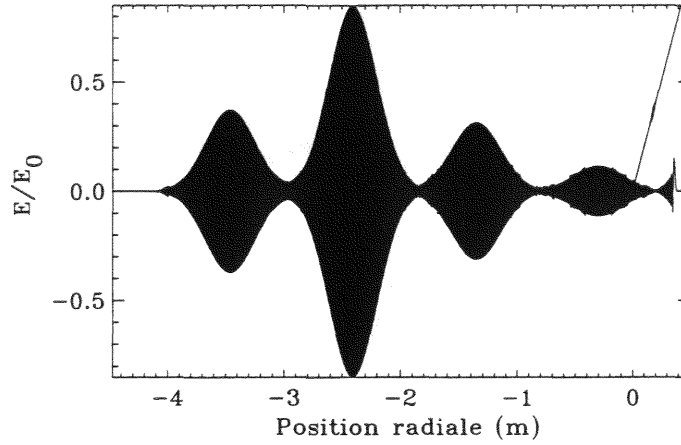


Figure IV-10: Pulse réfléchi calculé par le code temporel pour une fluctuation résonante de Bragg de forte amplitude $A_f = 3 \%$

Considérons tout d'abord une fluctuation de nombre d'onde $k_f = 1800 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = 3 \%$ et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 8 \text{ cm}$, située à la position résonante de Bragg, donnée pour une fréquence $f = 60 \text{ GHz}$ par $x_B = 17.93 \text{ cm}$. Une comparaison des figures (IV-9) et (IV-10) montre que les résultats obtenus restent similaires pour les deux méthodes de calcul. Les amplitudes et les temps de vol des pulses rétrodiffusé et réfléchi, du même ordre de grandeur ($A_{dif} = 0.37$, $A_{ref} = 0.85$, $\tau_{dif} = 1.4 \text{ ns}$ et $\tau_{ref} = 4.9 \text{ ns}$), confirment leur équivalence.

Un autre exemple, présenté ci-dessous, correspond à une fluctuation de nombre d'onde $k_f = 1800 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = 4.87 \%$ et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 4 \text{ cm}$, située à la position résonante de Bragg $x_B = 17.93 \text{ cm}$. Cet exemple illustre les différences existant entre les deux méthodes de détermination du pulse réfléchi utilisées. Sur la figure (IV-11) donnée par la méthode de transformée de Fourier, nous pouvons observer plusieurs pulses. Le premier de ces pulses correspond au pulse rétrodiffusé, le second au pulse réfléchi et les pulses suivants proviennent du piégeage successif de l'onde entre la position résonante de Bragg et la couche de coupure. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir tout le signal qui ressortirait du plasma après un temps infini. Avec le code temporel (cf. figure IV-12), il faudrait un nombre d'itérations et donc un temps de calcul conséquent pour obtenir tous ces pulses. Par contre, les propriétés de périodicité liées à l'utilisation de la transformée de Fourier peuvent présenter des désavantages. Comme nous l'avons déjà signalé dans la

partie III concernant la méthode de compression de pulse, il existe une longueur maximale pour laquelle le signal réfléchi peut être obtenu sans ambiguïté. Si une partie du signal revient après un parcours équivalent dans le vide plus grand que cette longueur, alors des signaux ayant des temps de parcours différents peuvent se mélanger et nuire à la détermination du pulse réfléchi. Ce phénomène peut être observé sur la figure IV-11 où certains pulses réapparaissent à gauche.

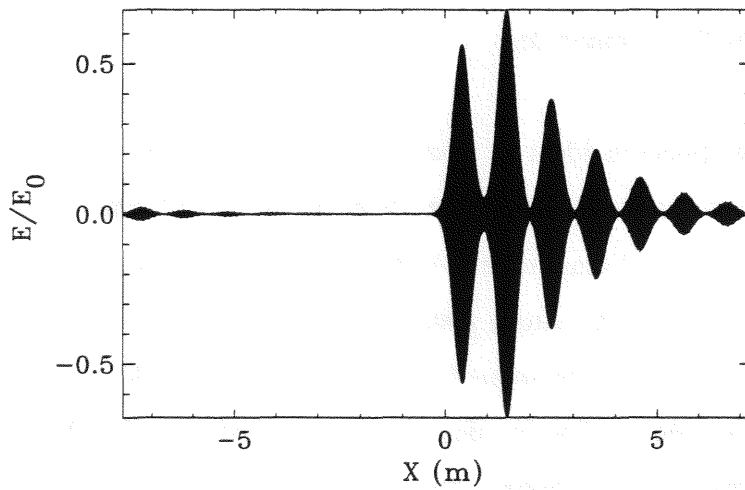


Figure IV-11: Pulse réfléchi calculé à partir des phases données par le code de Helmholtz pour une fluctuation résonante de Bragg de forte amplitude $A_f = 4.87 \%$

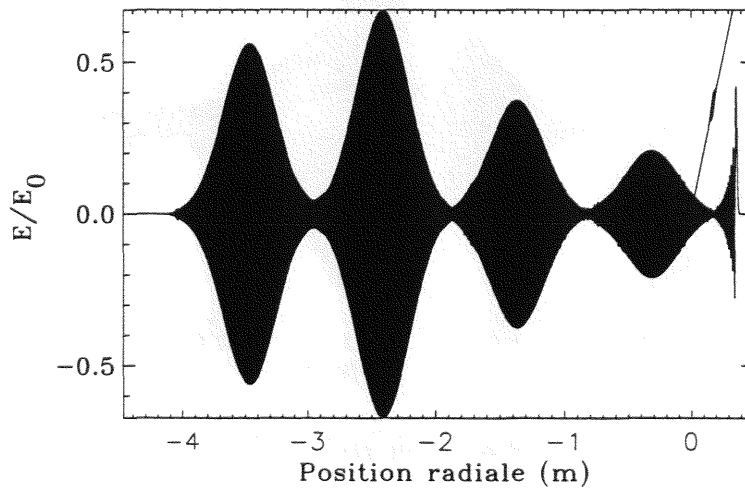


Figure IV-12: Pulse réfléchi calculé par le code temporel pour une fluctuation résonante de Bragg de forte amplitude $A_f = 4.87 \%$

II.2.2. Fluctuations de type MHD à la coupure

Nous avons vu dans le cas des petites amplitudes l'action des fluctuations de petits nombres d'onde. Nous allons maintenant nous intéresser au cas où un trou de densité est présent au voisinage de la couche de coupure. Afin de générer des trous de densité, des fluctuations de nombre d'onde nul et d'enveloppe gaussienne ont été considérées. Dans de telles situations, une partie de l'onde peut être piégée par effet tunnel. Afin de comparer les deux méthodes de simulation dans des conditions particulièrement sévères, nous avons choisi des fluctuations de très forte amplitude.

Considérons un pulse incident de fréquence $f = 50$ GHz et de largeur à mi-hauteur 28 cm, ce qui situe la position de la couche de coupure à $x_c = 25.5$ cm. Le premier cas traité correspond à une fluctuation d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = -20\%$ (trou de densité) et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 5$ cm, située juste derrière la couche de coupure à $x_f = 29.4$ cm. Dans ce cas, le trou de densité dans le profil reste d'amplitude modérée. Les pulses réfléchis déterminés par transformée de Fourier des résultats du code de Helmholtz et par le code temporel sont présentés respectivement sur les figures IV-13 et IV-14. Nous pouvons constater que les résultats restent semblables pour les deux méthodes.

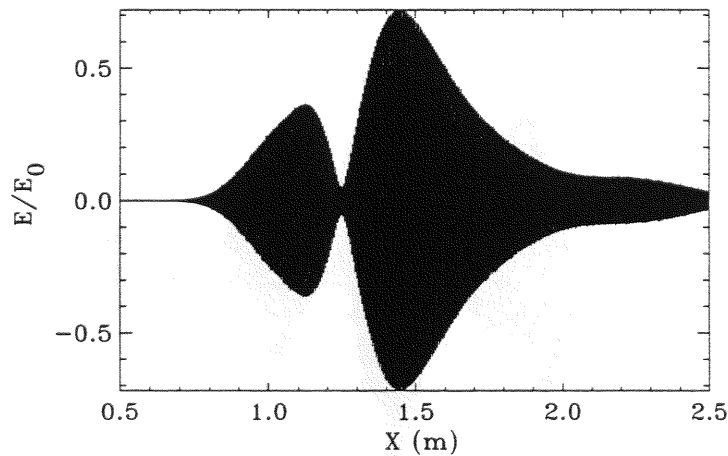


Figure IV-13: Pulse réfléchi calculé à partir du code de Helmholtz dans le cas d'une cavité de densité à la coupure

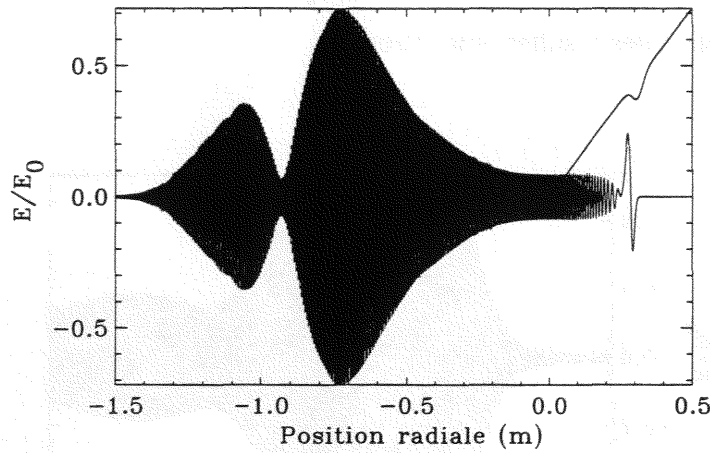


Figure IV-14: Pulse réfléchi calculé par le code temporel en présence d'une cavité de densité à la coupure

Considérons maintenant une fluctuation d'amplitude encore plus élevée de sorte qu'une cavité soit présente derrière la couche de coupure. Prenons l'exemple d'une fluctuation d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = -50\%$ et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 7$ cm, située juste derrière la couche de coupure à $x_f = 32$ cm. Les pulses réfléchis déterminés par transformée de Fourier et par le code temporel sont présentés respectivement sur les figures IV-15 et IV-16. Nous pouvons dans ce cas observer des différences significatives sur l'amplitude et la forme du signal réfléchi. Cela s'explique par la présence d'une forte cavité dans la zone d'évanescence de l'onde. Une partie de cette onde va petit à petit être piégée dans la cavité. Dans ce cas, la méthode basée sur une transformée de Fourier n'est plus valable car l'aspect temporel de l'interaction de l'onde avec le plasma n'est pas pris en compte. Avec le code de Helmholtz, tout se passe comme si l'onde était émise pendant un temps infini, et la mesure du déphasage est donc obtenue après saturation de la cavité. En réalité, la durée d'interaction d'un pulse avec la cavité reste petite et le déphasage de chaque composante ne peut être déterminé correctement par le code de Helmholtz.

Nous pouvons nous attendre à des différences entre les deux méthodes de simulation lorsque le temps de remplissage de la cavité n'est plus négligeable devant la durée du pulse. Toutefois, il convient de prendre également en compte le spectre du pulse. Pour un spectre large, le phénomène de piégeage ne concerne que quelques fréquences de sorte que la forme du pulse réfléchi reste peu modifiée. A l'inverse, pour un pulse très large, les conditions de

validité de l'équation de Helmholtz deviennent plus proches de la réalité et les deux descriptions conduisent à des résultats similaires.

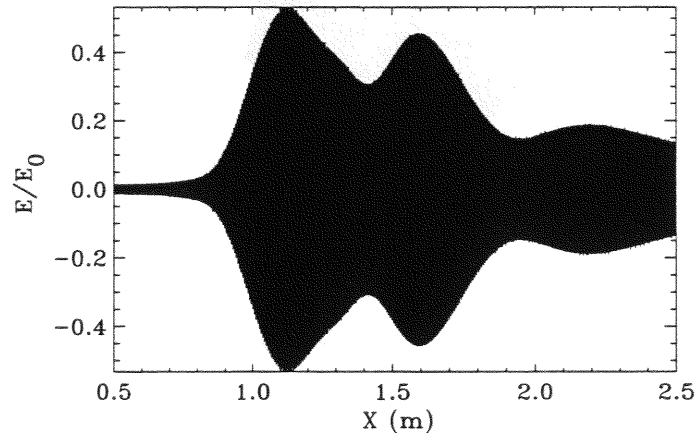


Figure IV-15: Pulse réfléchi calculé à partir du code de Helmholtz en présence d'une cavité de forte amplitude à la coupure

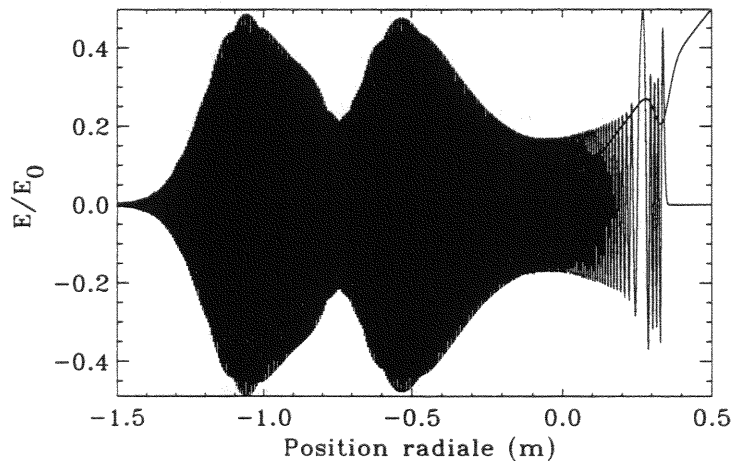


Figure IV-16: Pulse réfléchi calculé par le code temporel en présence d'une cavité de forte amplitude à la coupure

II.3. Discussion sur l'équivalence entre réflectométrie de pulse et compression de pulse

Nous venons de comparer différentes méthodes de simulation de la propagation d'un pulse dans un plasma en présence de fluctuations de densité. Cette comparaison permet de mieux cerner l'équivalence entre la méthode de compression de pulse et la réflectométrie de pulse. Tout d'abord, la méthode de compression de pulse impose que le plasma reste

stationnaire durant le temps de mesure des déphasages nécessaires pour reconstruire le pulse. Cela est supposé vrai dans les expériences de réflectométrie où le temps de balayage en fréquence est de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. Ensuite, nous avons vu que même en présence de fluctuations de densité, la compression de pulse (Helmholtz + FFT) redonnait les mêmes résultats que la réflectométrie de pulse (code temporel). Certaines différences ont cependant été observées en présence d'une résonance du champ dans la cavité formée par une perturbation dans la zone d'évanescence de l'onde. Dans les expériences de compression de pulse, comme la durée totale de l'onde sonde peut être bien plus grande que celle du pulse reconstruit, des différences pourraient donc être observées avec les expériences de réflectométrie de pulse. Néanmoins, de telles situations où le profil de densité présente une zone de piégeage de l'onde derrière la couche de coupure restent extrêmement rares dans les tokamaks.

III. ETUDE DE L'EFFET DES FLUCTUATIONS RADIALES DE DENSITE SUR LA FORME DU PULSE REFLECHI

Dans ce chapitre, les effets des fluctuations de densité sur les mesures de réflectométrie sont discutés. Selon la nature des fluctuations de densité, en particulier leur forme et leur spectre, le pulse réfléchi peut être plus ou moins perturbé. Dans ce qui suit, nous traitons séparément le cas des fluctuations résonantes de Bragg et le cas des fluctuations de type MHD.

III.1. Fluctuations résonantes de Bragg

Nous allons dans un premier temps considérer le cas d'un pulse de fréquence $f = 60$ GHz et de largeur à mi-hauteur 28 cm, et d'une fluctuation de nombre d'onde $k_f = 1500 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = \delta n_0/n_c = 5 \%$ et de largeur à hauteur de e^{-1} égale à $D_f = 5 \text{ cm}$. La position résonante de Bragg est ici donnée par $x_B = 23.69 \text{ cm}$ et celle de la couche de coupure vaut $x_c = 36.81 \text{ cm}$. Pour différentes positions de la fluctuation, l'amplitude et le temps de vol des pulses rétrodiffusé et réfléchi sont calculés. Sur la figure IV-17, nous pouvons constater que l'amplitude maximale du pulse rétrodiffusé est obtenue lorsque la position x_f de la fluctuation est proche de la position résonante de Bragg x_B . Pour $x_f < 19 \text{ cm}$ et $x_f > 28 \text{ cm}$, le pulse rétrodiffusé présente une amplitude trop faible pour être détecté. L'amplitude du pulse

réfléchi, représenté sur la figure IV-18, est comme attendu d'autant plus faible que l'amplitude du pulse rétrodiffusé est grande.

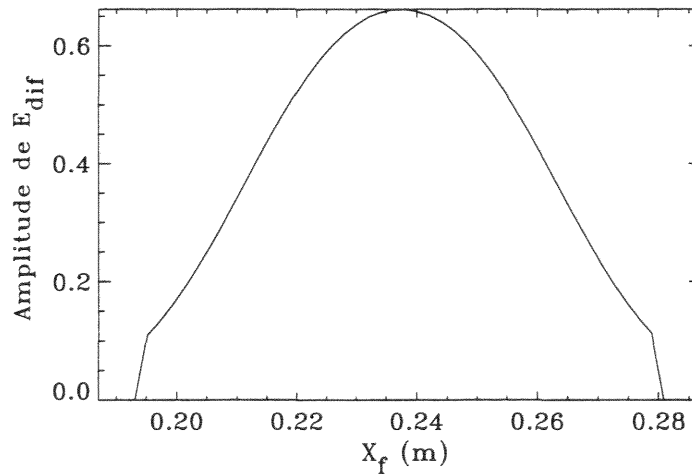


Figure IV-17: Amplitude du pulse rétrodiffusé en fonction de la position de la fluctuation

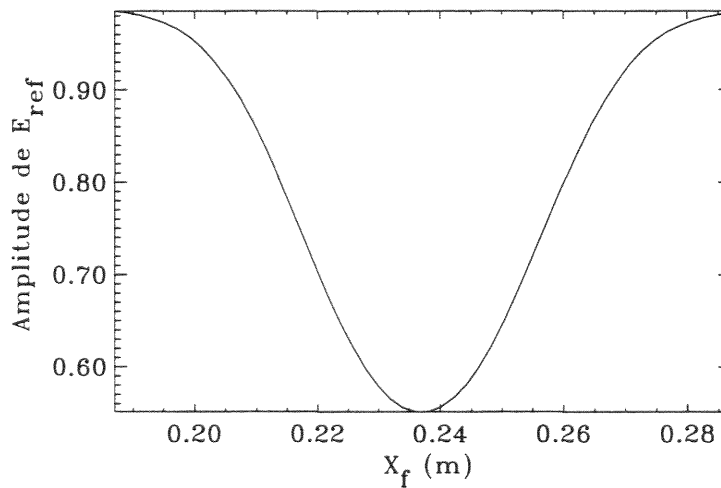


Figure IV-18: Amplitude du pulse réfléchi en fonction de la position de la fluctuation

Le temps de vol du pulse rétrodiffusé croît lorsque x_f augmente (cf. figure IV-19). Cela peut s'expliquer par le fait qu'à de telles amplitudes, le pulse est rétrodiffusé dès le début de la fluctuation [Bou98]. Cet effet de décalage du temps de vol est déjà légèrement perceptible pour des faibles amplitudes vérifiant le critère de Born. Par contre, le temps de vol du pulse réfléchi reste pratiquement constant (cf. figure IV-20).

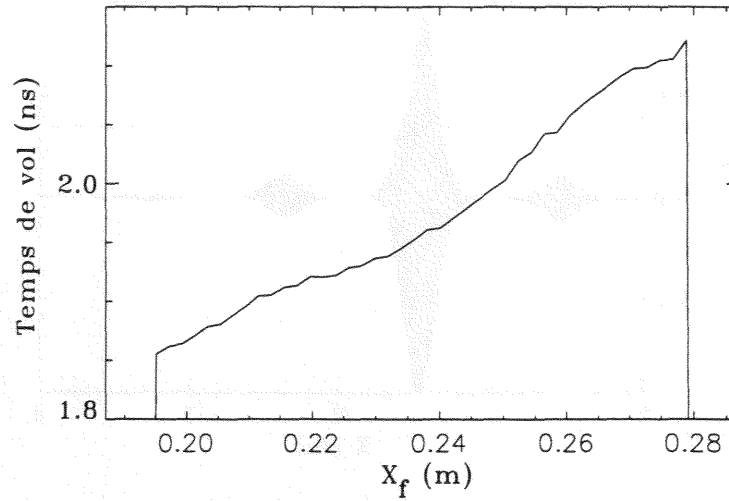


Figure IV-19: Temps de vol du pulse rétrodiffusé en fonction de la position de la fluctuation

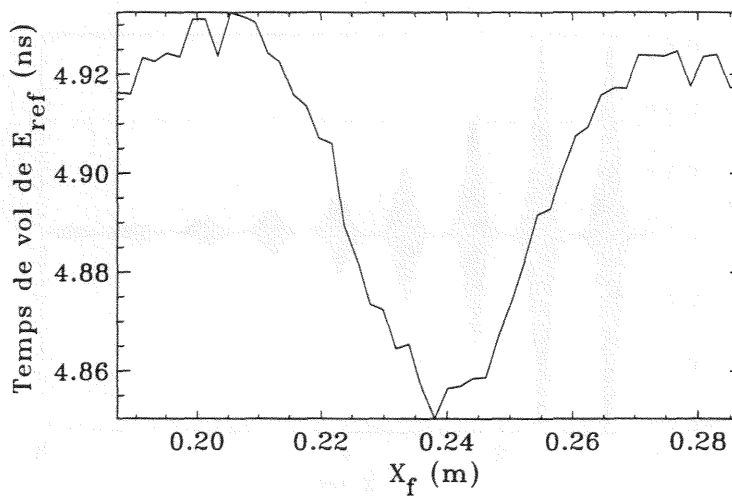


Figure IV-20: Temps de vol du pulse réfléchi en fonction de la position de la fluctuation

Supposons maintenant que la détection du pulse soit réalisée à partir d'un certain seuil, choisi arbitrairement à 0.35 % de l'amplitude du pulse incident. Dans ce cas, lorsque l'amplitude du pulse rétrodiffusé devient supérieure à ce seuil, la mesure du temps de vol ne permet plus de situer la position de la couche de coupure. Deux exemples où le pulse rétrodiffusé présente une amplitude soit inférieure ($x_f = 21$ cm), soit supérieure ($x_f = 22$ cm) au seuil, sont montrés sur les figures IV-21 et IV-22.

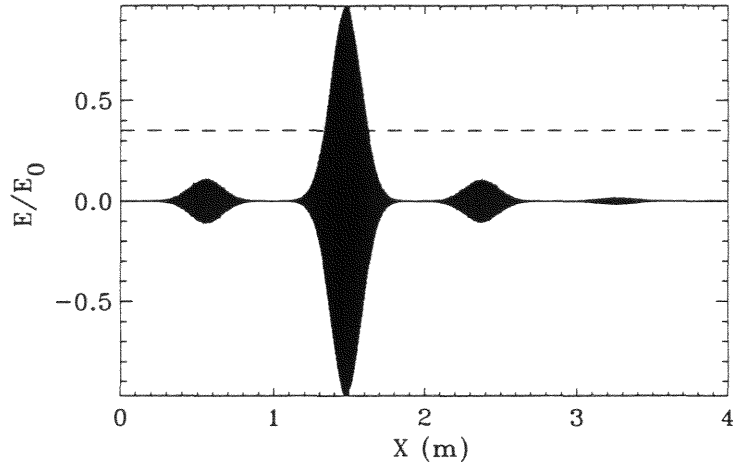


Figure IV-21: Signal réfléchi pour une position de la fluctuation donnée par $x_f = 21$ cm

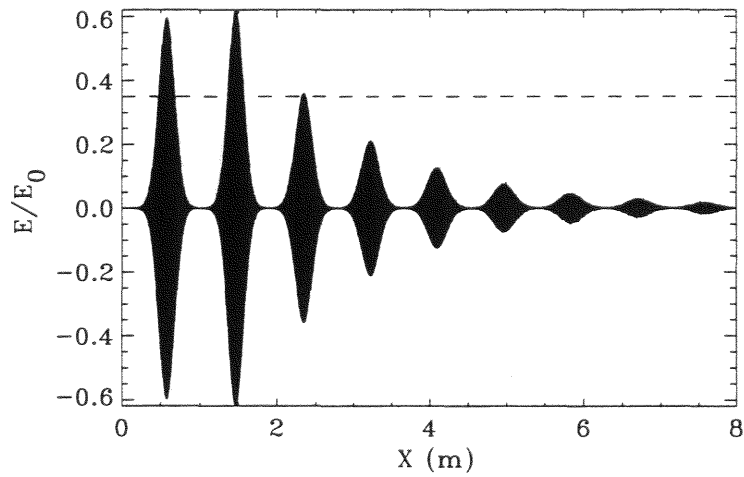


Figure IV-22: Signal réfléchi pour une position de la fluctuation donnée par $x_f = 22$ cm

Dans le cas présenté ici, les pulses rétrodiffusé et réfléchi sont clairement séparés en raison de leur temps de vol très différents. Dans une expérience, il est ainsi possible de les discriminer grâce à l'utilisation d'une fenêtre de temps bien choisie. Alors que la détection du pulse réfléchi est nécessaire à la reconstruction du profil, le pulse rétrodiffusé permet en principe d'extraire de l'information sur les fluctuations de densité. Son temps de vol est notamment révélateur de la position des fluctuations. Une corrélation entre l'amplitude et la forme du pulse rétrodiffusé et l'amplitude et le spectre des fluctuations reste cependant encore difficilement quantifiable.

Si nous supposons que le pulse réfléchi peut être détecté pour la reconstruction du profil, nous avons vu que le temps de vol était peu modifié pour des fluctuations résonantes de Bragg loin de la couche de coupure. Nous allons maintenant voir ce qu'il en est de l'élargissement du pulse. Considérons un profil de densité linéaire ($n_0 = 8.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.5 \text{ m}$) et une fréquence sonde $f = 60 \text{ GHz}$. Pour une fluctuation de nombre d'onde $k_f = 1718 \text{ m}^{-1}$ et de largeur $D_f = 4 \text{ cm}$ positionnée à $x_f = 15 \text{ cm}$ loin de la couche de coupure $x_c = 28 \text{ cm}$, la condition de résonance de Bragg est vérifiée. Pour une amplitude de la fluctuation variant de 0 à 10 %, l'élargissement du pulse réfléchi est présenté sur la figure IV-23. Nous pouvons remarquer que les effets induits par les fluctuations restent faibles et que la mesure de la largeur optimale peut encore être utilisée pour la détermination du profil.

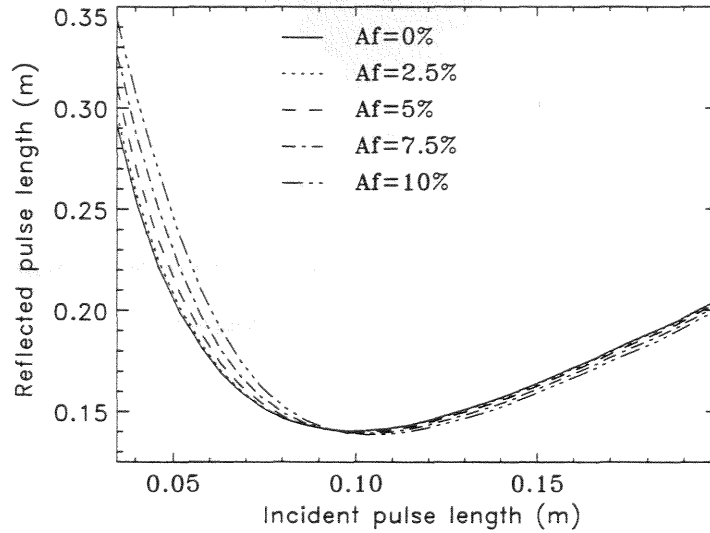


Figure IV-23: Elargissement du pulse réfléchi pour différentes amplitudes d'une fluctuation résonante de Bragg

Nous avons jusqu'à maintenant considéré des situations où la condition de résonance de Bragg était satisfaite loin de la couche de coupure. Prenons cette fois l'exemple d'une fluctuation de nombre d'onde $k_f = 400 \text{ m}^{-1}$, d'amplitude $A_f = 3 \%$ et de largeur $D_f = 4 \text{ cm}$. Pour une fréquence $f = 50 \text{ GHz}$, la position résonante de Bragg $x_B = 19 \text{ cm}$ se situe juste devant la couche de coupure $x_c = 19.5 \text{ cm}$. Le signal réfléchi obtenu à l'aide du code temporel pour la fluctuation positionnée à x_B est montré sur la figure IV-24. Un chevauchement des pulses rétrodiffusé et réfléchi est observé, ce qui peut conduire à une erreur importante sur la mesure du temps de vol en raison de la détection du pulse rétrodiffusé. La position du pulse correspondant au temps de vol théorique est indiquée par une ligne en tirets à $x = -22 \text{ cm}$. Les

deux lignes pointillées représentent la zone de réflexion du pulse. D'après la figure IV-24, une erreur de position du pulse réfléchi de l'ordre de 20 cm peut être commise, ce qui correspond à une erreur d'environ 0.7 ns sur le temps de vol. Notons que dans ces situations, la mesure de l'élargissement du pulse ne présente plus aucun sens.

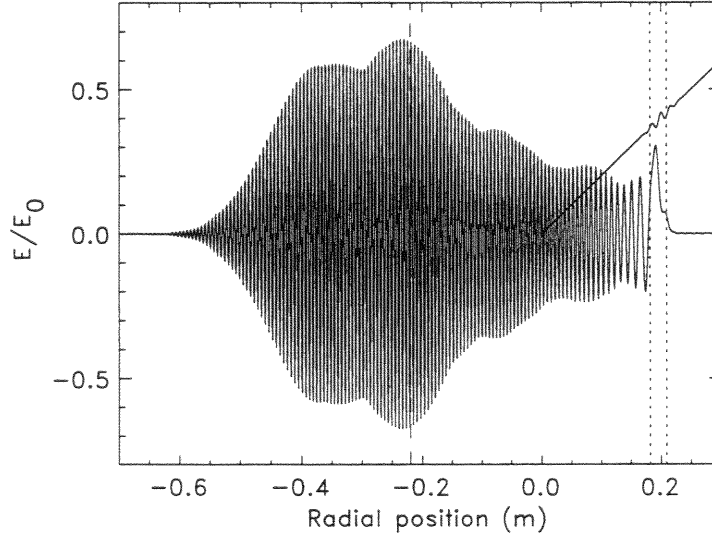


Figure IV-24: Signal réfléchi pour une position de la fluctuation résonante de Bragg au voisinage de la couche de coupure

III.2. Fluctuations de type MHD

Intéressons nous à présent aux fluctuations de type MHD, qui sont liées à la présence d'îlots magnétiques dans les tokamaks. Leur caractéristique principale est leur très faible nombre d'onde si bien qu'elles sont généralement représentées par une enveloppe gaussienne. Lorsque de telles fluctuations sont situées loin de la couche de coupure, leurs effets sur la forme du pulse réfléchi sont insignifiants. Le temps de vol est légèrement modifié en raison de la variation d'indice et l'élargissement reste pratiquement inchangé. Par contre, comme nous avons déjà pu le constater dans le chapitre II, lorsqu'elles sont situées au voisinage de la couche de coupure, des déformations importantes du signal renvoyé par le plasma peuvent être observées. Un exemple obtenu pour une fluctuation d'amplitude $A_f = 10\%$, de largeur $D_f = 1$ cm et positionnée à $x_f = 15$ cm est montré sur la figure IV-25. Un profil de densité linéaire ($n_0 = 4.10^{19} \text{ m}^{-3}$, $R = 0.45$ m) et une fréquence sonde de 34 GHz ont été choisis. La ligne en tirets à environ $x = -24$ cm indique la position théorique du pulse. Les deux lignes pointillées

représentent les densités critiques pour les composantes fréquentielles la plus basse et la plus élevée contenues dans le pulse. La séparation du signal réfléchi peut s'expliquer par le fait qu'une partie du pulse est réfléchi avant la bosse de densité et une autre partie après. Dans de telles conditions, l'élargissement du pulse devient difficile à évaluer et une variation importante du temps de vol peut être observée (près de 1 ns dans le cas présent).

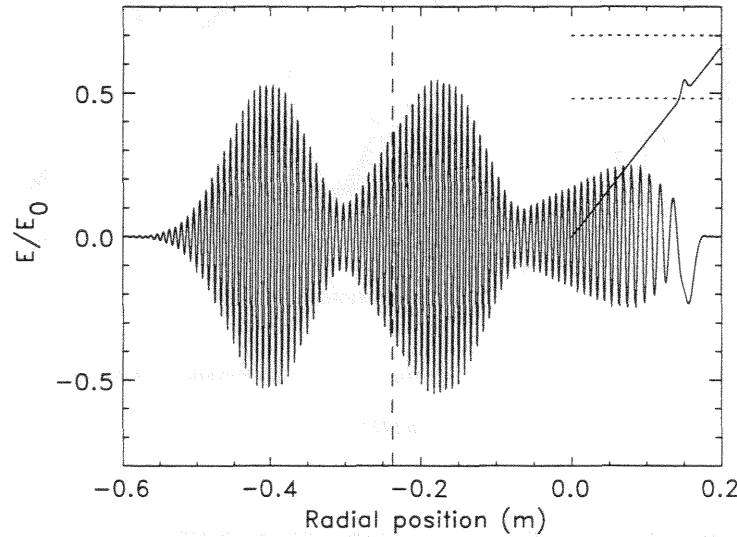


Figure IV-25: Signal réfléchi pour une fluctuation de type MHD au voisinage de la couche de coupure

Des variations de temps de vol induites par la propagation poloïdale des fluctuations de type MHD ont été observées expérimentalement [Hei95a,Vri97]. A l'aide d'un modèle à une dimension, nous avons cherché à simuler ces phénomènes. La propagation poloïdale des fluctuations MHD engendre une variation temporelle de leur amplitude dans la direction radiale. De façon simplifiée, le terme de fluctuation de densité peut alors s'écrire sous la forme:

$$\delta n_e(x,t) = A_f \cos(\omega_f t) \exp\left[-\frac{(x-x_f)^2}{D_f^2}\right] \quad (\text{IV-11})$$

où A_f est l'amplitude maximale de la fluctuation, ω_f sa fréquence. Les variations de temps de vol obtenues pour une fluctuation de largeur $D_f = 3$ cm, d'amplitude $A_f = 10$ %, de position $x_f = 23.3$ cm sont présentées sur la figure IV-26. Dans cet exemple, nous avons en outre supposé que la fréquence ω_f était de 1256 rad/s, ce qui correspond à une période de 5 ms. Les décrochements de temps de vol sont dus à ce que le pulse est réfléchi alternativement avant et

après la bosse de densité. Ces résultats sont conformes à ceux observés expérimentalement [Hei95a,Vri97].

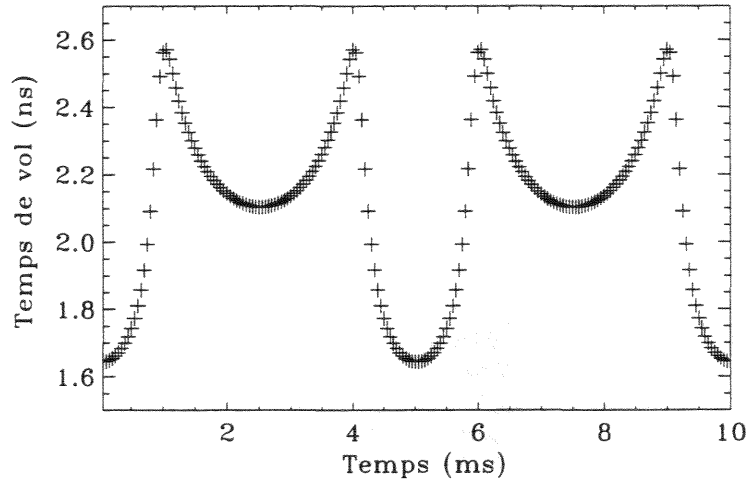


Figure IV-26: Variations de temps de vol induites par la propagation des fluctuations de type MHD

IV. RESULTATS PRELIMINAIRES DU CODE TEMPOREL 2D

L'utilisation du code temporel 1D limite les études aux cas de fluctuations radiales de densité. En fait, la perturbation du faisceau micro-onde en réflectométrie peut être imputée à d'autres causes telles que la déformation poloïdale de la couche de coupure [Con96] ou la diffusion par des fluctuations azimuthales de densité [Gus96]. La prise en compte de ces effets nécessite une approche bidimensionnelle, ce qui a motivé l'écriture d'un code temporel 2D. Ce code est actuellement encore en plein développement et son potentiel n'a pas été exploité. Nous nous contenterons donc dans ce chapitre de présenter quelques résultats préliminaires en précisant les perspectives envisagées.

IV.1. Présentation du code

De la même manière qu'à une seule dimension, l'équation de propagation 2D (cf. annexe 1) peut conduire à l'algorithme itératif suivant:

$$E_{i,j+1}^{k+1} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_{pe}^2(i,j)}{4}} \left[\begin{aligned} & \left(E_{i+1,j}^k + E_{i-1,j}^k \right) \left(1 - \frac{\Delta t^2 \omega_{pe}^2(i,j)}{8} \right) + \\ & \left(E_{i,j+1}^k + E_{i,j-1}^k \right) \left(1 - \frac{\Delta t^2 \omega_{pe}^2(i,j)}{8} \right) + E_{i,j}^k \end{aligned} \right] - E_{i,j+1}^{k-1} \quad (\text{IV-12})$$

où i, j et k représentent respectivement l'indice d'espace en x , l'indice d'espace en y et l'indice de temps. Pour obtenir (IV-12), nous avons choisi de prendre $\Delta x = \Delta y = c \Delta t$, ce qui respecte les conditions de stabilité. Les principales difficultés liées à l'utilisation de ce code sont d'une part la définition des conditions initiales, et d'autre part les réflexions parasites sur les bords de la boîte. Dans nos essais préliminaires, nous avons pris des conditions initiales correspondant à une onde plane infinie se propageant dans la direction x . Ainsi, des conditions de transparence périodiques ont été considérées dans la direction y . Des premiers tests ont ensuite été réalisés en définissant les conditions initiales dans un guide d'onde. Les conditions de transparences de Higdon du second ordre ont également été implémentées dans les directions x et y [Hig86]. Nous présentons dans la suite une comparaison des codes 1D et 2D en présence de fluctuations radiales et discutons les perspectives projetées avec le code 2D.

IV.2. Résultats préliminaires et perspectives

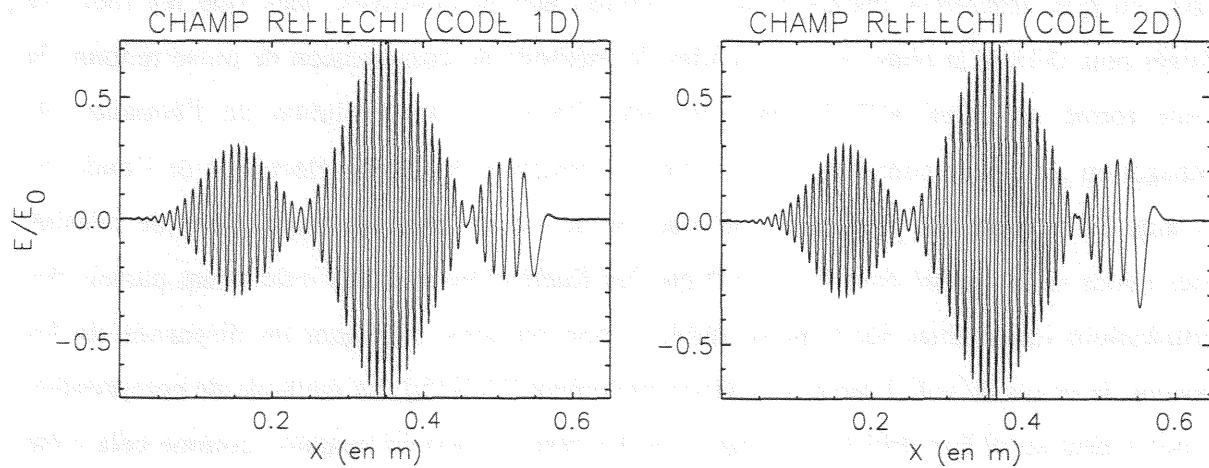


Figure IV-27: Comparaison des résultats obtenus avec les codes 1D et 2D en présence de fluctuations radiales de densité

Afin de valider le code 2D, nous avons comparé le champ réfléchi calculé avec celui obtenu à l'aide du code 1D pour une onde plane. Un exemple est montré en présence de fluctuations radiales de densité sur la figure IV-27. Pour le code 2D, une coupe radiale du

champ électrique a été réalisée. La concordance des résultats témoigne de la validité du code 2D lorsque des conditions de transparence périodiques sont utilisées dans la direction azimutale y .

Afin de simuler des cas plus réalistes, il est nécessaire de définir des conditions initiales moins restrictives que celles correspondant à une onde plane. Des développements sont actuellement en cours pour tester des conditions initiales conduisant à une onde sonde plus proche de la réalité, avec notamment l'introduction d'un guide pour son émission. Les réflexions parasites sur les bords de la boîte sont également nuisibles à l'interprétation des résultats. L'implémentation de nouvelles conditions de transparence plus performantes [Ber94, Ber96] est également prévue. Le développement de ce code devrait permettre ultérieurement d'étendre les études de propagation d'ondes au cas d'un plasma en présence de fluctuations azimutales. Des comparaisons avec les modèles analytiques existants [Gus96, Con96] sont envisagées.

V. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons étudié la propagation d'un pulse dans un plasma en présence de fluctuations de densité. En fonction des ordres d'approximation considérés, nous avons vu que différentes méthodes de simulation étaient possibles. Tant que les modèles utilisés pour décrire la phase restent valides, la méthode de compression de pulse redonne la bonne forme du signal réfléchi dans le vide. Toutefois, la résolution de l'équation de propagation permet de connaître à tout instant la structure du champ électrique de l'onde, ce qui aide à l'analyse des processus d'interaction de l'onde avec les fluctuations de densité. Nous avons ainsi montré dans le cas 1D que les fluctuations radiales induisaient parfois des perturbations importantes sur le pulse réfléchi, pouvant ainsi expliquer les disparités sur les mesures de temps de vol observées expérimentalement [Hei95b]. La méthode de compression de pulse peut aussi être utilisée pour analyser les résultats expérimentaux, comme cela a été montré dans le chapitre III avec les données de TORE SUPRA. Dans l'avenir, un effort est envisagé afin d'obtenir une interprétation plus qualitative des effets des fluctuations, en particulier dans le cas 2D.

CONCLUSION

Divers aspects de l'interaction d'un pulse électromagnétique avec un plasma ont été traités au cours de ce travail. A l'aide d'études analytiques et numériques, une évaluation qualitative et quantitative du rôle des effets dispersifs sur le pulse réfléchi a été possible, avec notamment la mise en évidence de l'existence d'une largeur optimale du pulse. Un des attraits majeurs de ces effets dispersifs reste leur application à la reconstruction du profil de densité. Il a ainsi été montré qu'une amélioration significative pouvait être apportée au problème d'initialisation du profil, qui est particulièrement crucial dans le cas de la réflectométrie de pulse où peu de points de mesure sont disponibles. Des simulations préliminaires de mesure de la largeur optimale ont été réalisées en prenant en compte les effets dispersifs dans les guides d'onde. Cela a permis de définir les conditions dans lesquelles pourraient être conduites les mesures expérimentales programmées par l'équipe réflectométrie de TEXTOR.

Plusieurs méthodes de simulation de la propagation d'un pulse dans un plasma ont été comparées. Nous avons ainsi pu montrer que la méthode de compression de pulse permettait de retrouver la forme du pulse réfléchi dans le vide donnée par le code temporel. Cela a ouvert la possibilité d'appliquer les méthodes de reconstruction de profil utilisant la largeur optimale aux mesures d'un réflectomètre classique à une seule fréquence sonde. Des premiers essais ont été réalisés à partir des données du réflectomètre de TORE SUPRA, et ont permis de définir les conditions d'applicabilité de ces travaux. Les données récupérées (gamme 26-36 GHz) ne permettant pas d'évaluer le profil sur une zone suffisante, il serait intéressant de tester les méthodes de reconstruction à partir des mesures obtenues pour une gamme en fréquence plus large.

La dernière partie de ce travail a été consacrée à l'étude des fluctuations de densité, dont le rôle sur la perturbation du signal réfléchi reste mal défini quantitativement. Dans la plupart des cas étudiés, il est apparu que la méthode de compression de pulse offrait les mêmes résultats que le code temporel. Dans les cas extrêmes, comme par exemple en présence d'une résonance de l'onde où l'aspect temporel de l'interaction de l'onde avec le plasma doit être considéré, le code résolvant l'équation d'onde devient cependant nécessaire à une bonne description des processus physiques mis en jeu. Une étude menée dans le cas 1D

montre que les effets des fluctuations prédominent au voisinage de la couche de coupure. Les modifications de temps de vol calculées sont en accord avec celles mesurées expérimentalement par le réflectomètre de TEXTOR. Un code temporel 2D a été écrit afin d'étudier les effets bidimensionnels. Les résultats donnés par ce code devraient ensuite être confrontés aux modèles analytiques existants, en présence de fluctuations azimutales de densité.

Une autre possibilité offerte par la résolution numérique de l'équation de propagation avec des conditions transparentes d'injection de l'onde est de simuler le réflectomètre à modulation de fréquence en prenant en compte les variations temporelles des paramètres plasma durant le temps de la mesure. Ceci devrait permettre d'aborder les problèmes de caractérisation de la turbulence.

Une autre perspective est de consacrer des études similaires au cas du mode extraordinaire, qui est de plus en plus utilisé en réflectométrie pour mesurer le profil de bord car il permet de s'affranchir en partie des problèmes d'initialisation. L'évaluation de la largeur optimale devrait être facilitée du fait de ses valeurs plus importantes pour le mode extraordinaire.

Les méthodes numériques développées peuvent être utilisées pour aborder divers autres problèmes impliquant l'interaction d'une onde avec un plasma de tokamak. Un exemple d'application est la diffusion dépolarisante qui permet de caractériser les fluctuations de densité et de champ magnétique.

ANNEXE 1

Equation de propagation d'une onde transverse dans un plasma froid

L'équation générale de propagation d'une onde dans un plasma peut être obtenue à partir des équations de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) + \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = 0 \quad (A1-1)$$

Les fréquences des ondes considérées étant grandes devant les fréquences caractéristiques des ions, seule la contribution des électrons peut être prise en compte. Dans le cadre de l'approximation plasma froid, la densité de courant peut alors s'écrire:

$$\vec{j} = -en\vec{v} \quad (A1-2)$$

Chaque particule obéit à l'équation du mouvement suivante:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - e\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (A1-3)$$

où la dérivée totale de la vitesse donne:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \quad (A1-4)$$

Dans le cas du mode ordinaire, une procédure habituelle de linéarisation conduit à:

$$m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -e\vec{E} \quad (A1-5)$$

D'après (A1-2) et (A1-5), nous pouvons alors écrire:

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{j} = \frac{ne^2}{m} \vec{E} \quad (A1-6)$$

Soit encore:

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{j} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \vec{E} = \frac{1}{c^2} \omega_{pe}^2 \vec{E} \quad (A1-7)$$

Pour une onde transverse ($\vec{k} \perp \vec{E}$), le premier terme de (A1-1) donne:

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} \quad (A1-8)$$

Finalement, sous les hypothèses mentionnées, l'équation de propagation devient:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + \omega_{pe}^2(x,t) \right] \vec{E}(x,t) = 0 \quad (A1-9)$$

où la dépendance spatio-temporelle du champ électrique et de la pulsation électronique a été prise en compte dans les notations. A une dimension, cette équation s'écrit:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \omega_{pe}^2(x, t) \right] \tilde{E}(x, t) = 0 \quad (\text{A1-10})$$

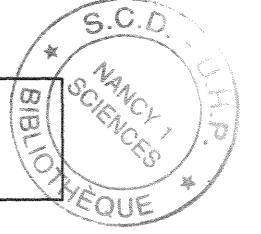
De façon identique, nous obtenons l'équation de propagation à deux dimensions:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \omega_{pe}^2(x, y, t) \right] \tilde{E}(x, y, t) = 0 \quad (\text{A1-11})$$

Pour un plasma stationnaire au cours du temps, la pulsation électronique devient fonction uniquement de la position spatiale donnée par x (et y dans le cas 2D). De plus, elle peut être remplacée par une constante pour un plasma homogène.

ANNEXE 2

Expression de la phase en fonction du profil de densité



Considérons que les profils radiaux de densité du côté faible champ magnétique d'un tokamak puissent s'écrire sous la forme générale suivante:

$$n_e(x) = n_0 \left[1 - \left(1 - \frac{x}{R} \right)^\alpha \right]^\beta \quad (\text{A2-1})$$

où n_0 est la densité maximale au centre, et R le rayon de la section radiale du tokamak. Dans cette expression, l'origine de la position x a été choisie au bord du plasma. (A2-1) est suffisamment générale pour couvrir la totalité des profils de densité habituellement rencontrés dans les tokamaks.

Une solution analytique du déphasage d'une onde pour cette série de profils peut être obtenue [Hei95b]:

$$\varphi(\omega) = \frac{2R\omega_0}{c} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j-\alpha^{-1})...(1-\alpha^{-1})\alpha^{-1}}{j!} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1+2(j+1)/\beta} \frac{\sqrt{\pi}}{2j+2+\beta} \frac{\Gamma(\frac{j+1}{\beta})}{\Gamma(\frac{j+1}{\beta} + \frac{1}{2})} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{A2-2})$$

où ω_0 est la pulsation maximum, et Γ la fonction gamma. La validité de cette expression impose que $\alpha > 0.5$ et $\omega < \omega_0$. Par dérivations successives de (A2-2), le temps de vol et les dérivées de la phase d'ordre supérieur peuvent être obtenus. L'expression du temps de vol donne ainsi:

$$\tau(\omega) = \frac{2R}{c\beta} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j-\alpha^{-1})...(1-\alpha^{-1})\alpha^{-1}}{j!} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2(j+1)/\beta} \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(\frac{j+1}{\beta})}{\Gamma(\frac{j+1}{\beta} + \frac{1}{2})} \quad (\text{A2-3})$$

Par suite, la dérivée seconde de la phase nécessaire au calcul de l'élargissement du pulse s'écrit:

$$\varphi''(\omega) = \frac{2R}{c\beta^2\omega} \sum_{j=0}^{\infty} 2(j+1) \frac{(j-\alpha^{-1})...(1-\alpha^{-1})\alpha^{-1}}{j!} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{2(j+1)/\beta} \sqrt{\pi} \frac{\Gamma(\frac{j+1}{\beta})}{\Gamma(\frac{j+1}{\beta} + \frac{1}{2})} \quad (\text{A2-4})$$

ANNEXE 3

Initialisation par un profil de densité parabolique

Expressions du temps de vol et de la largeur optimale pour un profil parabolique

La méthode d'initialisation que nous présentons ici suppose une forme parabolique du profil de densité allant du bord du plasma, pris en $x = 0$, jusqu'à la couche de coupure de la deuxième fréquence. Ce profil peut donc s'écrire:

$$n_e(x) = a x^2 + b x \quad (\text{A3-1})$$

où a et b sont les coefficients de la parabole. Notons que a est soit positif soit négatif selon la concavité du profil mais que b , définissant la pente du profil au bord, ne peut être que positif. D'après (A3-1), pour toute fréquence f inférieure à la deuxième fréquence sonde f_2 , le temps de vol et la largeur optimale s'expriment respectivement par:

$$\tau(f) = \tau_v + \frac{2}{c} \int_0^{x_c} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{ax^2 + bx}{n_c}}} \quad (\text{A3-2})$$

$$L_{opt}(f) = c(\tau(f^+) - \tau(f^-)) = 2 \int_0^{x_c^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{ax^2 + bx}{n_c^+}}} - 2 \int_0^{x_c^-} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{ax^2 + bx}{n_c^-}}} \quad (\text{A3-3})$$

où τ_v est le temps de vol dans le vide.

Dans l'expression (A3-3), les fréquences f^- et f^+ représentent respectivement la fréquence minimale et la fréquence maximale contenue dans le pulse de largeur optimale. Pour un pulse de forme gaussienne, nous pouvons donc écrire:

$$f^\pm = f \pm \frac{4c}{\pi L_{opt}(f)} \quad (\text{A3-4})$$

en considérant la largeur du pulse à hauteur de e^{-4} .

Par suite, nous avons:

$$n_c^\pm = n_c \left(1 \pm \frac{4c}{\pi L_{opt}(f) f} \right)^2 \quad (\text{A3-5})$$

où le deuxième terme entre les parenthèses est nécessairement inférieur à un.

En distinguant deux cas suivant le signe de a , il est possible d'obtenir une expression analytique des relations (A3-2) et (A3-3) en fonction de a , b et τ_v .

Dans le cas d'un profil concave où $a > 0$, ces relations peuvent s'écrire:

$$\tau(f) = \tau_v + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_c}{a}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_c \right) \quad (\text{A3-6})$$

$$L_{opt}(f) = 2 \sqrt{\frac{n_c^+}{a}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_c^+ \right) - 2 \sqrt{\frac{n_c^-}{a}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_c^- \right) \quad (\text{A3-7})$$

Pour un profil convexe où $a < 0$, elles peuvent s'écrire:

$$\tau(f) = \tau_v + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_c}{-a}} \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_c \right) \quad (\text{A3-8})$$

$$L_{opt}(f) = 2 \sqrt{\frac{n_c^+}{-a}} \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_c^+ \right) - 2 \sqrt{\frac{n_c^-}{-a}} \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_c^- \right) \quad (\text{A3-9})$$

Notons que l'argument de la fonction Argtanh doit être plus petit que 1, ce qui impose une valeur minimale pour a .

Les relations (A3-6) à (A3-9) peuvent être définies par continuité en $a = 0$ où elles redonnent les expressions d'un profil de densité linéaire:

$$\tau(f) = \tau_v + \frac{4n_c}{cb} \quad (\text{A3-10})$$

$$L_{opt}(f) = \frac{4}{cb} (n_c^+ - n_c^-) \quad (\text{A3-11})$$

Evolution de la largeur optimale en fonction de la fréquence

Nous allons nous intéresser au comportement de la largeur optimale en fonction de la fréquence, dans les deux cas $a < 0$ et $a > 0$. Cela aura son utilité ultérieurement pour montrer l'unicité des solutions du calcul des paramètres de l'initialisation. Pour $a > 0$, (A3-6) peut se mettre sous la forme:

$$\tau(\omega) = \tau_v + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_0 m}{e^2 a}} \omega \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} \frac{\epsilon_0 m}{e^2} \omega \right) \quad (\text{A3-12})$$

Par dérivation de (A3-12), nous obtenons:

$$\varphi''(\omega) = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 a}} \left[\text{Arc tan}(X_+) + \frac{X_+}{1 + X_+^2} \right] \quad (\text{A3-13})$$

en posant $X_+ = \sqrt{\frac{4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega$.

La largeur optimale étant proportionnelle à la racine carré de (A3-13), nous pouvons obtenir son évolution en fonction de la fréquence en dérivant le terme entre crochets, ce qui donne:

$$\frac{\partial}{\partial X_+} \left[\text{Arc tan}(X_+) + \frac{X_+}{1 + X_+^2} \right] = \frac{2}{(1 + X_+^2)^2} > 0 \quad (\text{A3-14})$$

La largeur optimale est donc une fonction croissante en fonction de la fréquence pour $a > 0$.

Dans le cas limite $b = 0$, (A3-13) donne:

$$\varphi''(\omega) = \frac{\pi}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 a}} = C^{te} \quad (\text{A3-15})$$

La largeur optimale reste alors constante en fonction de la fréquence.

De la même façon, pour $a < 0$ (A3-8) donne:

$$\tau(\omega) = \tau_v + \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 (-a)}} \omega \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{-4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega \right) \quad (\text{A3-16})$$

En posant $X_- = \sqrt{\frac{-4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega$, la dérivée de (A3-16) conduit à:

$$\varphi''(\omega) = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 (-a)}} \left[\text{Arg tanh}(X_-) + \frac{X_-}{1 - X_-^2} \right] \quad (\text{A3-17})$$

La dérivée du terme entre crochets, qui fixe l'évolution de la largeur optimale, donne:

$$\frac{\partial}{\partial X_-} \left[\text{Arg tanh}(X_-) + \frac{X_-}{1 - X_-^2} \right] = \frac{2}{(1 - X_-^2)^2} > 0 \quad (\text{A3-18})$$

Nous pouvons donc conclure que la largeur optimale croit toujours avec la fréquence pour des profils paraboliques donnés par (A3-1), quelque soit le signe de a .

Intéressons nous maintenant à l'évolution du rapport du carré de la largeur optimale sur la fréquence. Dans le cas où $a > 0$, ce rapport est proportionnel à:

$$\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 a}} \frac{1}{\omega} \left[\text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega \right) + \frac{\sqrt{\frac{4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega}{1 + \frac{4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2} \omega^2} \right] \quad (\text{A3-19})$$

En fonction de X_+ défini précédemment pour $a > 0$, (A3-19) peut encore s'exprimer par:

$$\frac{\varphi''(X_+)}{X_+} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 a}} \frac{1}{X_+} \left[\text{Arc tan}(X_+) + \frac{X_+}{1 + X_+^2} \right] \quad (\text{A3-20})$$

Nous pouvons alors écrire:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} \right) \approx \frac{\partial}{\partial X_+} \left[\frac{1}{X_+} \left(\text{Arc tan}(X_+) + \frac{X_+}{1 + X_+^2} \right) \right] \quad (\text{A3-21})$$

D'où:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} \right) \approx \frac{1}{X_+^2} \left[\left(\frac{X_+ - X_+^3}{(1 + X_+^2)^2} - \text{Arc tan}(X_+) \right) \right] \quad (\text{A3-22})$$

Le terme entre crochets est nul pour $X_+ = 0$, et sa dérivée est négative. Ainsi, nous venons de montrer que $\frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{L_{opt}^2}{f} \right) < 0$ pour $a > 0$.

Par un raisonnement analogue, pour $a < 0$, nous avons:

$$\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 (-a)}} \frac{1}{\omega} \left[\text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{-4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega \right) + \frac{\sqrt{\frac{-4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2}} \omega}{1 + \frac{4a \varepsilon_0 m}{b^2 e^2} \omega^2} \right] \quad (\text{A3-23})$$

Soit encore, en fonction de X_- défini précédemment pour $a < 0$:

$$\frac{\varphi''(X_-)}{X_-} = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m}{e^2 (-a)}} \frac{1}{X_-} \left[\text{Arg tanh}(X_-) + \frac{X_-}{1 - X_-^2} \right] \quad (\text{A3-24})$$

Nous pouvons alors écrire:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} \right) \approx \frac{\partial}{\partial X_-} \left[\frac{1}{X_-} \left(\text{Arg tanh}(X_-) + \frac{X_-}{1 - X_-^2} \right) \right] \quad (\text{A3-25})$$

D'où:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\varphi''(\omega)}{\omega} \right) \approx \frac{1}{X_-^2} \left[\left(\frac{X_- + X_-^3}{(1 - X_-^2)^2} - \text{Arg tanh}(X_-) \right) \right] \quad (\text{A3-26})$$

Le terme entre crochets est nul pour $X_- = 0$, et il est facile de montrer que sa dérivée est positive. Ainsi, nous pouvons en conclure que $\frac{\partial}{\partial f} \left(\frac{L_{opt}^2}{f} \right) > 0$ pour $a < 0$. Nous venons donc de montrer que le carré de la largeur optimale variait moins vite que la fréquence pour un profil concave ($a > 0$) et plus vite pour un profil convexe ($a < 0$). Dans le cas intermédiaire d'un

profil de densité linéaire ($a = 0$), il est facile de constater que la largeur optimale varie en racine carrée de la fréquence.

Unicité de la solution définissant les paramètres de l'initialisation

Avant de présenter la méthode utilisée pour calculer les trois inconnues a , b et τ_v , nous allons montrer que leur détermination est unique. (A3-2) et (A3-3) étant vraies pour les deux fréquences sondes les plus basses f_1 et f_2 , quatre équations sont disponibles pour déterminer ces trois inconnues. Les méthodes numériques de résolution d'un système de n équations à m inconnues sont difficilement applicables ici en raison de la complexité des équations à résoudre. Nous avons donc opté pour une autre démarche que nous développons ci-dessous.

Supposons dans un premier temps que a soit positif, alors nous pouvons écrire d'après (A3-7):

$$\frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} = \frac{\sqrt{n_{c2}^+} \text{Arc tan}(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_{c2}^+) - \sqrt{n_{c2}^-} \text{Arc tan}(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_{c2}^-)}{\sqrt{n_{c1}^+} \text{Arc tan}(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_{c1}^+) - \sqrt{n_{c1}^-} \text{Arc tan}(\sqrt{\frac{4a}{b^2}} n_{c1}^-)} \quad (\text{A3-27})$$

En posant $x = \frac{4a}{b^2} > 0$, (A3-27) est équivalente à l'équation:

$$h(x) = \sqrt{n_{c2}^+} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{c2}^+} x) - \sqrt{n_{c2}^-} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{c2}^-} x) - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^+} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{c1}^+} x) + \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^-} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{c1}^-} x) = 0 \quad (\text{A3-28})$$

Par dérivation de (A3-28), nous obtenons:

$$h'(x) = \frac{n_{c2}^+}{1+n_{c2}^+ x} - \frac{n_{c2}^-}{1+n_{c2}^- x} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{n_{c1}^+}{1+n_{c1}^+ x} + \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{n_{c1}^-}{1+n_{c1}^- x} \quad (\text{A3-29})$$

En réduisant au même dénominateur (positif), le numérateur de (A3-29) peut se mettre sous la forme:

$$h'(x) \approx \alpha x^2 + \beta x + \gamma \quad (\text{A3-30})$$

où:

$$\alpha = n_{c1}^+ n_{c1}^- (n_{c2}^+ - n_{c2}^-) - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} n_{c2}^+ n_{c2}^- (n_{c1}^+ - n_{c1}^-) \quad (\text{A3-31})$$

$$\beta = (n_{c1}^+ + n_{c1}^-)(n_{c2}^+ - n_{c2}^-) - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)}(n_{c2}^+ + n_{c2}^-)(n_{c1}^+ - n_{c1}^-) \quad (A3-32)$$

$$\gamma = (n_{c2}^+ - n_{c2}^-) - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)}(n_{c1}^+ - n_{c1}^-) \quad (A3-33)$$

D'après (A3-5), les expressions (A3-31), (A3-32) et (A3-33) peuvent encore s'écrire:

$$\alpha = n_{c1}^+ n_{c1}^- n_{c2}^+ n_{c2}^- \left[\frac{16c/\pi L_{opt}(f_2)f_2}{n_{c2} \left(1 - 16c^2/\pi^2 L_{opt}(f_2)^2 f_2^2 \right)^2} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{16c/\pi L_{opt}(f_1)f_1}{n_{c1} \left(1 - 16c^2/\pi^2 L_{opt}(f_1)^2 f_1^2 \right)^2} \right] \quad (A3-34)$$

$$\beta = (n_{c1}^+ + n_{c1}^-)(n_{c2}^+ + n_{c2}^-) \left[\frac{16c/\pi L_{opt}(f_2)f_2}{2 \left(1 + 16c^2/\pi^2 L_{opt}(f_2)^2 f_2^2 \right)} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{16c/\pi L_{opt}(f_1)f_1}{2 \left(1 + 16c^2/\pi^2 L_{opt}(f_1)^2 f_1^2 \right)} \right] \quad (A3-35)$$

$$\gamma = n_{c2} \frac{16c}{\pi L_{opt}(f_2)f_2} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} n_{c1} \frac{16c}{\pi L_{opt}(f_1)f_1} \quad (A3-36)$$

La largeur optimale étant croissante en fonction de la fréquence, il apparaît que les paramètres α et β sont toujours négatifs, quel que soit le signe de a . Quant à γ , nous pouvons noter qu'il est positif pour $a > 0$ et négatif pour $a < 0$.

D'après (A3-30), la dérivée de $h(x)$ s'annule pour:

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right) \quad (A3-37)$$

Sous les hypothèses posées ($a > 0$ et $x > 0$), une seule solution convient:

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right) \quad (A3-38)$$

La dérivée $h'(x)$ présente donc une seule racine pour $x > 0$. De plus, le signe de $h'(x)$ en $x = 0$ est donné par celui de γ , qui est positif dans notre cas. La fonction $h(x)$, dont nous cherchons les racines, s'annule en $x = 0$ et sa limite quand x tend vers l'infini vaut d'après (A3-28):

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \frac{\pi}{2} \left[\sqrt{n_{c2}^+} - \sqrt{n_{c2}^-} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^+} + \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^-} \right] \quad (A3-39)$$

D'après (A3-5) et sachant que la largeur optimale augmente avec la fréquence, il est aisément vérifiable que cette limite est négative. En conclusion, nous pouvons dire que l'équation (A3-

28) présente une et une seule solution si a est positif. Si γ était négatif (correspondant à $a < 0$), (A3-37) ne présenterait aucune solution x positive. L'équation (A3-28) ne présenterait alors aucune racine, ce qui est conforme aux hypothèses posées.

Nous allons maintenant traiter le cas $a < 0$ de façon similaire. D'après (A3-9):

$$\frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} = \frac{\sqrt{n_{c2}^+} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_{c2}^+\right) - \sqrt{n_{c2}^-} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_{c2}^-\right)}{\sqrt{n_{c1}^+} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_{c1}^+\right) - \sqrt{n_{c1}^-} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_{c1}^-\right)} \quad (\text{A3-40})$$

En posant $x = \frac{-4a}{b^2} > 0$, cela revient à l'équation:

$$h(x) = \sqrt{n_{c2}^+} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{c2}^+} x) - \sqrt{n_{c2}^-} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{c2}^-} x) - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^+} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{c1}^+} x) + \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \sqrt{n_{c1}^-} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{c1}^-} x) = 0 \quad (\text{A3-41})$$

en rappelant que $\sqrt{n_{c2}^+} x$ doit être inférieur à 1.

Par dérivation de (A3-41), nous obtenons:

$$h'(x) = \frac{n_{c2}^+}{1 - n_{c2}^+ x} - \frac{n_{c2}^-}{1 - n_{c2}^- x} - \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{n_{c1}^+}{1 - n_{c1}^+ x} + \frac{L_{opt}(f_2)}{L_{opt}(f_1)} \frac{n_{c1}^-}{1 - n_{c1}^- x} \quad (\text{A3-42})$$

En réduisant au même dénominateur (positif), le numérateur de (A3-42) peut se mettre sous la forme:

$$h'(x) \approx \alpha x^2 - \beta x + \gamma \quad (\text{A3-43})$$

où α , β et γ sont définis par (A3-31), (A3-32) et (A3-33).

Cette fois, la dérivée de $h(x)$ s'annule pour:

$$x = \frac{\beta}{2\alpha} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right) \quad (\text{A3-44})$$

Comme a est négatif, γ l'est également et ces deux solutions sont positives. Cependant, comme $\sqrt{n_{c2}^+} x$ doit rester inférieur à 1 et en raison des 4 pôles de $h'(x)$, seule la solution suivante est valable:

$$x = \frac{\beta}{2\alpha} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right) \quad (\text{A3-45})$$

Le signe de $h'(x)$ en $x = 0$ est donné par celui de γ , qui est négatif ici. La fonction $h(x)$, dont nous cherchons les racines, s'annule en $x = 0$ et tend vers l'infini quand x tend vers

$1/n_{c2}^+$. Nous pouvons donc en conclure que l'équation (A3-41) présente une et une seule solution si a est négatif.

A la limite $a = 0$, nous avons $\gamma = 0$ et les expressions de $h(x)$ pour $a < 0$ et $a > 0$ peuvent être définies par continuité. Nous retrouvons alors bien que la seule solution de $h(x) = 0$ est obtenue pour $x = 0$. Il est ainsi montré que $h(x)$ présente une et une seule racine quelque soit la valeur de a . La détermination de x étant unique, nous allons voir qu'il en est de même pour les paramètres a , b et τ_v .

Méthode de détermination des paramètres de l'initialisation

La valeur de x est déterminée par une technique de dichotomie classique. Une fois que x est connu, les valeurs de a et b sont aisément obtenues. Si x correspond à une valeur de a négative, (A3-7) exprimé pour la fréquence f_1 par exemple conduit à:

$$a = \left[\frac{2\sqrt{n_{cl}^+} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{cl}^+}x) - 2\sqrt{n_{cl}^-} \text{Arc tan}(\sqrt{n_{cl}^-}x)}{L_{opt}(f_1)} \right]^2 \quad (\text{A3-46})$$

La valeur de b , choisie positive, est ensuite donnée par:

$$b = \sqrt{\frac{4a}{x}} \quad (\text{A3-47})$$

De la même façon, pour a négatif (A3-9) permet d'écrire:

$$a = - \left[\frac{2\sqrt{n_{cl}^+} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{cl}^+}x) - 2\sqrt{n_{cl}^-} \text{Arg tanh}(\sqrt{n_{cl}^-}x)}{L_{opt}(f_1)} \right]^2 \quad (\text{A3-48})$$

Dans ce cas, b vaut:

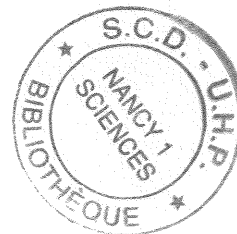
$$b = \sqrt{\frac{-4a}{x}} \quad (\text{A3-49})$$

Selon le signe de a , une des deux relations (A3-6) ou (A3-8) est ensuite utilisée pour évaluer le temps de vol dans le vide τ_v . Pour a positif ou a négatif, τ_v est respectivement donné par:

$$\tau_v = \tau(f) - \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_c}{a}} \text{Arc tan}\left(\sqrt{\frac{4a}{b^2} n_c}\right) \quad (\text{A3-50})$$

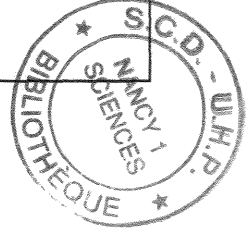
$$\tau_v = \tau(f) - \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_c}{-a}} \operatorname{Arg} \tanh \left(\sqrt{\frac{-4a}{b^2}} n_c \right) \quad (\text{A3-51})$$

Une seule des deux fréquences f_1 ou f_2 est nécessaire à la détermination de τ_v . La dernière relation correspondant à la fréquence inutilisée permet de vérifier la validité de la détermination des trois paramètres.



ANNEXE 4

Reconstruction du profil par morceaux paraboliques



Principe de la méthode

Considérons un profil de densité parabolique entre les couches de coupure de deux fréquences consécutives. Le profil pour le $i^{\text{ème}}$ morceau peut ainsi s'écrire:

$$n_e(x) = n_{i-1}^+ + a_i(x - x_{i-1}^+)^2 + b_i(x - x_{i-1}^+) \quad (\text{A4-1})$$

où x_{i-1}^+ et n_{i-1}^+ représentent respectivement la position de la couche de coupure et la densité correspondante pour la fréquence maximale contenue dans le $(i-1)^{\text{ème}}$ pulse de sondage. En fait, nous avons pris en compte la fréquence maximale plutôt que la fréquence centrale car le pulse explore le profil jusqu'à la densité de coupure de sa composante fréquentielle la plus élevée. Nous pouvons alors exprimer le temps de vol et la largeur optimale correspondant à la $i^{\text{ème}}$ fréquence de la façon suivante:

$$\tau(f_i) = \sum_{j=1}^i \frac{2}{c} \int_0^{x_j^+ - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i}}} \quad (\text{A4-2})$$

$$L_{opt}(f_i) = 2 \left(\sum_{j=1}^i \int_0^{x_j^+ - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^+}}} - \sum_{j=1}^i \int_0^{x_j^- - x_{j-1}^-} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^-}}} \right) \quad (\text{A4-3})$$

Les coefficients a_i et b_i sont déterminés successivement suivant une procédure itérative. Supposons que les coefficients a_i et b_i aient été calculés pour les $(i-1)$ premiers morceaux. La contribution de ces morceaux au temps de vol et à la largeur optimale peut alors être soustraite comme suit:

$$\tau_i(f_i) = \tau(f_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{2}{c} \int_0^{x_j^+ - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i}}} \quad (\text{A4-4})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = L_{opt}(f_i) - 2 \sum_{j=1}^{i-1} \left[\int_0^{x_j^+ - x_{j-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^+}}} - \int_0^{x_j^- - x_{j-1}^-} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{j-1}^+ + a_j x^2 + b_j x}{n_i^-}}} \right] \quad (\text{A4-5})$$

(A4-4) et (A4-5) ne dépendent donc que des coefficients a_i et b_i et conduisent à:

$$\tau_i(f_i) = \frac{2}{c} \int_0^{x_i^+ - x_{i-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{i-1}^+ + a_i x^2 + b_i x}{n_i}}} \quad (\text{A4-6})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = 2 \left(\int_0^{x_i^+ - x_{i-1}^+} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{i-1}^+ + a_i x^2 + b_i x}{n_i^+}}} - \int_0^{x_i^- - x_{i-1}^-} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{n_{i-1}^- + a_i x^2 + b_i x}{n_i^-}}} \right) \quad (\text{A4-7})$$

Comme nous l'avons vu dans l'annexe 3, il est possible d'obtenir une expression analytique de (A4-6) et (A4-7). Pour $a > 0$, (A4-6) et (A4-7) s'écrivent respectivement:

$$\tau_i(f_i) = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_i}{a_i}} \text{Arc tan}\left(\sqrt{\frac{4a_i(n_i - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) \quad (\text{A4-8})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = 2\sqrt{\frac{n_i^+}{a_i}} \text{Arc tan}\left(\sqrt{\frac{4a_i(n_i^+ - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) - 2\sqrt{\frac{n_i^-}{a_i}} \text{Arc tan}\left(\sqrt{\frac{4a_i(n_i^- - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) \quad (\text{A4-9})$$

Par analogie, pour $a < 0$ nous avons:

$$\tau_i(f_i) = \frac{2}{c} \sqrt{\frac{n_i}{-a_i}} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a_i(n_i - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) \quad (\text{A4-10})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = 2\sqrt{\frac{n_i^+}{-a_i}} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a_i(n_i^+ - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) - 2\sqrt{\frac{n_i^-}{-a_i}} \text{Arg tanh}\left(\sqrt{\frac{-4a_i(n_i^- - n_{i-1}^+)}{b_i^2}}\right) \quad (\text{A4-11})$$

La détermination de a_i et b_i passe par la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues. Nous allons expliquer le méthode utilisée pour résoudre ce système. Selon le signe de a_i , une expression de b_i peut en effet être obtenue soit à partir de (A4-8), soit à partir de (A4-10):

$$b_i = \pm \frac{2\sqrt{a_i(n_i - n_{i-1}^+)}}{\tan\left[\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{a_i}{n_i}}\right]} \quad \text{pour } a_i > 0 \quad (\text{A4-12})$$

$$b_i = \pm \frac{2\sqrt{-a_i(n_i - n_{i-1}^+)}}{\tan\left[\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{-a_i}{n_i}}\right]} \quad \text{pour } a_i < 0 \quad (\text{A4-13})$$

Nous remarquerons qu'il existe une indétermination sur le signe de b_i . En général, comme les profils de densité dans les tokamaks sont monotones et croissants, le signe positif sera considéré dans tout ce qui suit.

En combinant les expressions (A4-12) et (A4-13) avec (A4-9) et (A4-11), il sort:

$$L_{opt_i}(f_i) = 2\sqrt{\frac{n_i^+}{a_i}} \text{Arc tan} \left[\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} \tan \left(\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{a_i}{n_i}} \right) \right] - 2\sqrt{\frac{n_i^-}{a_i}} \text{Arc tan} \left[\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} \tan \left(\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{a_i}{n_i}} \right) \right] \quad \text{pour } a_i > 0 \quad (\text{A4-14})$$

$$L_{opt_i}(f_i) = 2\sqrt{\frac{n_i^+}{-a_i}} \text{Arg tanh} \left[\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} \tanh \left(\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{-a_i}{n_i}} \right) \right] - 2\sqrt{\frac{n_i^-}{-a_i}} \text{Arg tanh} \left[\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} \tanh \left(\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{-a_i}{n_i}} \right) \right] \quad \text{pour } a_i < 0 \quad (\text{A4-15})$$

La fonction $L_{opt_i}(f_i)$ peut être définie par continuité en $a_i = 0$ et donne:

$$L_{opt_i}(f_i) = c\tau_i(f_i) \left[\sqrt{\frac{n_i^+(n_i^+ - n_{i-1}^+)}{n_i(n_i - n_{i-1}^+)}} - \sqrt{\frac{n_i^-(n_i^- - n_{i-1}^+)}{n_i(n_i - n_{i-1}^+)}} \right] \quad \text{pour } a_i = 0 \quad (\text{A4-16})$$

Unicité des solutions a_i et b_i

Afin de prouver l'unicité des solutions a_i et b_i , nous allons maintenant montrer que $L_{opt_i}(f_i)$ est strictement monotone en fonction de a_i . Traitons tout d'abord le cas $a_i > 0$ et

posons $A = \tan \left[\frac{c\tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{a_i}{n_i}} \right]$. (A4-14) devient alors équivalente à:

$$\frac{L_{opt_i}(f_i)}{c\tau_i(f_i)} = \frac{\sqrt{\frac{n_i^+}{n_i}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right) - \sqrt{\frac{n_i^-}{n_i}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right)}{\text{Arc tan}(A)} \quad (\text{A4-17})$$

Par suite, la dérivée de $L_{opt_i}(f_i)$ par rapport à a_i est proportionnelle à:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} L_{opt_i}(f_i) \approx \frac{\partial}{\partial A} \left[\frac{\sqrt{\frac{n_i^+}{n_i}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right) - \sqrt{\frac{n_i^-}{n_i}} \text{Arc tan} \left(\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right)}{\text{Arc tan}(A)} \right] \quad (\text{A4-18})$$

Après calcul, (A4-18) devient:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} L_{opt_i}(f_i) \approx \frac{[g(n_i^+) - g(n_i^-)]}{(\text{Arc tan } A)^2} \quad . \quad (\text{A4-19})$$

où la fonction g est définie par:

$$g(n) = \sqrt{\frac{n}{n_i}} \left[\frac{N \text{Arc tan } A}{1 + N^2 A^2} - \frac{\text{Arc tan}(N A)}{1 + A^2} \right] \quad (\text{A4-20})$$

en posant $N = \sqrt{\frac{n - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} .$

En dérivant (A4-20), nous obtenons:

$$\frac{\partial g}{\partial N} \approx \frac{[(1 - N^2 A^2) \text{Arc tan } A - (1 + N^2 A^2) A / (1 + A^2)]}{(1 + N^2 A^2)^2} \quad (\text{A4-21})$$

Le numérateur de (A4-21) est positif pour $N = 0$, et tend vers moins l'infini quand N tend vers plus l'infini. Il s'annule pour:

$$N^2 = \frac{\text{Arc tan } A - A / (1 + A^2)}{A^2 \left(\text{Arc tan } A + A / (1 + A^2) \right)} \quad (\text{A4-22})$$

Sans grande difficulté, il peut être montré que cette valeur est inférieure à un. La fonction g est donc croissante pour les petites valeurs de N puis décroissante au dessus d'une certaine valeur. D'après (A4-20), il est facilement montrable que g s'annule pour $N = 0$ et pour $N = 1$. Comme g commence à décroître pour des valeurs de N plus petites que un, nous pouvons conclure que g est positive pour $N < 1$ et négative pour $N > 1$. Finalement, d'après (A4-19) il est clair que $L_{opt_i}(f_i)$ décroît avec a_i lorsque $a_i > 0$.

La cas $a_i < 0$ peut être traité par une démarche totalement analogue. En posant

$$A = \tanh \left[\frac{c \tau_i(f_i)}{2} \sqrt{\frac{-a_i}{n_i}} \right] < 1, \quad (\text{A4-15}) \text{ permet d'écrire:}$$

$$\frac{L_{opt_i}(f_i)}{c \tau_i(f_i)} = \frac{\sqrt{\frac{n_i^+}{n_i}} \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right) - \sqrt{\frac{n_i^-}{n_i}} \text{Arg tanh} \left(\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right)}{\text{Arg tanh}(A)} \quad (\text{A4-23})$$

Par suite, la dérivée de $L_{opt_i}(f_i)$ par rapport à a_i est proportionnelle à:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} L_{opt_i}(f_i) \approx -\frac{\partial}{\partial A} \left[\frac{\sqrt{\frac{n_i^+}{n_i}} \operatorname{Arg} \tanh \left(\sqrt{\frac{n_i^+ - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right) - \sqrt{\frac{n_i^-}{n_i}} \operatorname{Arg} \tanh \left(\sqrt{\frac{n_i^- - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}} A \right)}{\operatorname{Arg} \tanh(A)} \right] \quad (\text{A4-24})$$

Après calcul, (A4-24) devient:

$$\frac{\partial}{\partial a_i} L_{opt_i}(f_i) \approx -\frac{[g(n_i^+) - g(n_i^-)]}{(\operatorname{Arg} \tanh A)^2} \quad (\text{A4-25})$$

où la fonction g est définie, cette fois, par:

$$g(n) = \sqrt{\frac{n}{n_i}} \left[\frac{N \operatorname{Arg} \tanh A}{1 - N^2 A^2} - \frac{\operatorname{Arg} \tanh(N A)}{1 - A^2} \right] \quad (\text{A4-26})$$

en posant $N = \sqrt{\frac{n - n_{i-1}^+}{n_i - n_{i-1}^+}}$. Notons que N doit rester inférieur à $1/A$.

En dérivant (A4-26), nous obtenons:

$$\frac{\partial g}{\partial N} \approx \frac{[(1 + N^2 A^2) \operatorname{Arg} \tanh A - (1 - N^2 A^2) A / (1 - A^2)]}{(1 - N^2 A^2)^2} \quad (\text{A4-27})$$

Le numérateur de (A4-27) est négatif pour $N = 0$, et tend vers plus l'infini quand N tend vers $1/A$. Il s'annule pour:

$$N^2 = \frac{-\operatorname{Arg} \tanh A + \frac{A}{1 - A^2}}{A^2 \left(\operatorname{Arg} \tanh A + \frac{A}{1 - A^2} \right)} \quad (\text{A4-28})$$

Il peut être facilement montré que cette valeur est inférieure à un. La fonction g est donc décroissante pour les petites valeurs de N puis croissante au dessus de la valeur définie par (A4-28). D'après (A4-26), nous pouvons montrer que g s'annule pour $N = 0$ et pour $N = 1$. Comme g commence à croître pour des valeurs de N plus petite que un, nous pouvons conclure que g est négative pour $N < 1$ et positive pour $N > 1$. Nous montrons ainsi à partir de (A4-25) que $L_{opt_i}(f_i)$ est décroissante en fonction de a_i . La dérivée de $L_{opt_i}(f_i)$ par rapport à a_i peut être définie par continuité en $a = 0$. Finalement, nous pouvons conclure que la fonction $L_{opt_i}(f_i)$ définie par (A4-14), (A4-15) et (A4-16) est strictement décroissante en fonction de a_i , quelque soit le signe de a_i . Les coefficients a_i et b_i peuvent être ainsi déterminés de façon unique.

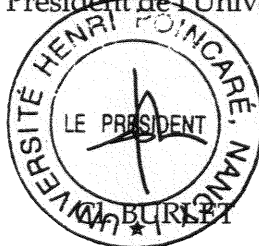
Monsieur HACQUIN Sébastien

DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ, NANCY-I
en PHYSIQUE DES PLASMAS

VU, APPROUVÉ ET PERMIS D'IMPRIMER

Nancy, le 15 novembre 1999 n° 233

Le Président de l'Université



Inspirée des techniques radar de sondage de l'ionosphère par réflexion d'onde, la réflectométrie est aujourd'hui fréquemment utilisée pour la mesure du profil de densité dans les plasmas de fusion. Ce travail s'intéresse à la réflectométrie de pulse, qui consiste à sonder le plasma à l'aide de signaux très courts présentant une largeur spectrale finie. Le profil de densité est alors déduit des mesures du temps d'aller-retour (ou temps de vol) de l'onde pour différentes fréquences sondes. Une meilleure compréhension de la propagation de tels signaux dans un plasma est nécessaire afin d'améliorer la détermination du profil de densité. Cela a motivé l'écriture d'un code numérique résolvant l'équation d'onde dépendante du temps. Une étude qualitative et quantitative du rôle des effets dispersifs sur la forme du pulse réfléchi est tout d'abord réalisée. Il est montré qu'une information supplémentaire sur la forme du profil de densité peut être déduite de la mesure de l'élargissement du pulse. En conséquence, les méthodes existantes de reconstruction de profil peuvent être améliorées. Des tests d'applicabilité à des cas réalistes rencontrés sur TEXTOR, où la dispersion dans les guides d'onde est prise en compte, et sur TORE SUPRA, où des données expérimentales sont traitées par une méthode de compression de pulse, sont effectués. Afin de comprendre l'origine des perturbations des mesures, l'effet de fluctuations de densité cohérentes sur la forme du signal réfléchi est étudié. Les simulations réalisées montrent que ces perturbations sont prédominantes pour des fluctuations au voisinage de la couche de coupure et donnent des variations de temps de vol comparables à celles observées expérimentalement. Ces résultats confirment que la présence de fluctuations de densité dans les plasmas de tokamak est la principale cause de perturbation des mesures de réflectométrie.

MOTS CLES : Plasma – Fluctuations d'indice – Interaction onde-plasma – Equation d'onde
- Réflectométrie - Simulation - Fusion - Tokamak

The reflectometry originated from radar probing techniques of the ionosphere by wave reflection, is now being widely used in the determination of the density profile in fusion plasmas. In pulse reflectometry, the plasma is probed with short pulses having a wide spectrum of frequencies and the density profiles are then deduced from the time of flight measurements of these pulses at different frequencies. The complex processes involved in wave-plasma interactions should be better understood in order to improve such profile determination. With this purpose in mind, we first develop in this work a numerical code that solves the time-dependent equation of wave propagation. The dispersive effects occurring in these interactions on the reflected pulse shape are then quantitatively and qualitatively studied. We thus show that an additional information on the density profile can be deduced from the pulse broadening measurement. Consequently, the methods generally used in the reconstruction of the density profile can be improved. These results are tested by carrying out simulations in some realistic cases of TEXTOR with taking into account the dispersive effects in wave-guides and of TORE SUPRA in which the data are processed by a pulse compression method. Besides, we study the effect of coherent density fluctuations on the reflected signal shape. The results obtained from the simulations performed show that this effect is predominant in the vicinity of the cut-off layer and that the variations of the time of flight are in the same order of magnitude of those evaluated experimentally. These results are in agreement with the now-known fact that the presence of density fluctuations in tokamaks is the main source of the perturbations of reflectometry measurements.

KEYWORDS: Plasma – Refractive index fluctuations – Wave-plasma interaction – Wave equation – Reflectometry – Simulation – Fusion – Tokamak