



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

T/OD/N/2008/22 05D

ACADEMIE DE NANCY-METZ

UNIVERSITE HENRI POINCARÉ-NANCY I
FACULTE DE CHIRURGIE DENTAIRE

Année 2008

2205
N° : 2301

THESE

Pour le



DIPLOME D'ETAT DE DOCTEUR EN CHIRURGIE DENTAIRE

par

Laurent - Marc BOINETTE
Né le 12 novembre 1982 à Verdun (Meuse)

Indicateurs actuels de la prévalence de la carie.

Présentée et soutenue publiquement le 6 mai 2008 à 16 h30

Examinateurs de la thèse :

M. FONTAINE	Professeur 1 ^e grade	Président.
Dr WEISSENBACH	Maître de Conférences des Universités	Juge
Dr DESPREZ – DROZ	Maître de Conférences des Universités	Juge
Dr ARTIS	Docteur en Chirurgie Dentaire	Juge



FMI 424946 30X

Bloc 198 576

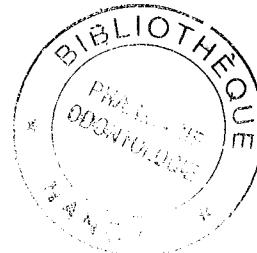
ACADEMIE DE NANCY-METZ

UNIVERSITE HENRI POINCARÉ-NANCY I
FACULTE DE CHIRURGIE DENTAIRE

Année 2008

N° : 2391

THESE



Pour le

DIPLOME D'ETAT DE DOCTEUR EN CHIRURGIE DENTAIRE

par

Laurent - Marc BOINETTE
Né le 12 novembre 1982 à Verdun (Meuse)

Indicateurs actuels de la prévalence de la carie.

Présentée et soutenue publiquement le 6 mai 2008 à 16 h30

Examinateurs de la thèse :

M. FONTAINE	Professeur 1 ^e grade	Président.
<u>Dr WEISSENBACH</u>	<u>Maître de Conférences des Universités</u>	Juge
Dr DESPREZ – DROZ	Maître de Conférences des Universités	Juge
Dr ARTIS	Docteur en Chirurgie Dentaire	Juge

*Par délibération en date du 11 décembre 1972,
la Faculté de Chirurgie Dentaire a arrêté que
les opinions émises dans les dissertations
qui lui seront présentées
doivent être considérées comme propres à
leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner
aucune approbation ni improbation.*



Doyen : Docteur Pierre BRAVETTI

Président : Professeur J.P. FINANCE

Vice-Doyens : Dr. Pascal AMBROSINI - Dr. Jean-Marc MARTRETTE

Membres Honoraire : Pr. F. ABT - Dr. L. BABEL - Pr. S. DURIVAU - Pr. G. JACQUART - Pr. D. ROZENCWEIG - Pr. M. VIVIER

Doyen Honoraire : Pr. J. VADOT

Sous-section 56-01 Odontologie pédiatrique	Mme <u>DROZ Dominique (Desprez)</u> M. PREVOST** Jacques Mlle MARCHETTI Nancy Mme ROY Angélique (Mederlé) M. SABATIER Antoine	Maître de Conférences Maître de Conférences Assistant Assistant Assistant
Sous-section 56-02 Orthopédie Dento-Faciale	Mme <u>FILLEUL Marie Pierryle</u> Mlle BRAVETTI Morgane M. GEORGE Olivier	Professeur des Universités* Assistant Assistant
Sous-section 56-03 Prévention, Épidémiologie, Economie de la Santé, Odontologie légale	M. <u>WEISSENBACH Michel</u> M. CELEBI Sahhüseyin Mme JANTZEN-OSSOLA Caroline	Maître de Conférences* Assistant Assistant
Sous-section 57-01 Parodontologie	M. <u>MILLER** Neal</u> M. AMBROSINI Pascal Mme BOUTELLIEZ Catherine (Bisson) M. PENAUD Jacques M. JANOT Francis Mme BACHERT Martine M. PONGAS Dimitrios	Maître de Conférences Maître de Conférences Maître de Conférences Maître de Conférences Professeur Associé Assistant Assistant
Sous-section 57-02 Chirurgie Buccale, Pathologie et Thérapeutique Anesthésiologie et Réanimation	M. <u>BRAVETTI Pierre</u> M. ARTIS Jean-Paul M. VIENNET Daniel M. WANG Christian Mlle LE Audrey M. PERROT Ghislain	Maître de Conférences Professeur 1er grade Maître de Conférences Maître de Conférences* Assistant Assistant
Sous-section 57-03 Sciences Biologiques (Biochimie, Immunologie, Histologie, Embryologie, Génétique, Anatomie pathologique, Bactériologie, Pharmacologie)	M. <u>WESTPHAL** Alain</u> M. MARTRETTE Jean-Marc Mlle ERBRECH Aude	Maître de Conférences * Maître de Conférences Assistante Associée au 01/10/2007
Sous-section 58-01 Odontologie Conservatrice, Endodontie	M. <u>AMORY** Christophe</u> M. FONTAINE Alain M. ENGELS DEUTSCH** Marc M. MORTIER Eric M. HESS Stéphan M. PERRIN Sébastien M. SIMON Yorick	Maître de Conférences Professeur 1er grade* Maître de Conférences Maître de Conférences Assistant Assistant Assistant
Sous-section 58-02 Prothèses (Prothèse conjointe, Prothèse adjointe partielle, Prothèse complète, Prothèse maxillo-faciale)	M. <u>SCHOUVER Jacques</u> M. LOUIS** Jean-Paul M. ARCHIEN Claude Mlle BEMER Julie M. DE MARCH** Pascal M. HELFER Maxime M. SEURET Olivier M. SIMON Franck	Maître de Conférences Professeur des Universités* Maître de Conférences * Assistante Assistant Assistant Assistant Assistant
Sous-section 58-03 Sciences Anatomiques et Physiologiques Occlusodontiques, Biomatériaux, Biophysique, Radiologie	Mlle <u>STRAZIELLE** Catherine</u> M. SALOMON Jean-Pierre Mme HOUSSIN Rozat (Jazi)	Professeur des Universités* Maître de Conférences Assistante Associée au 01/01/2007

souligné : responsable de la sous-section

* temps plein - ** responsable TP

Mis à jour le 01.11.2007

A Notre Président :

Monsieur le Professeur Alain FONTAINE

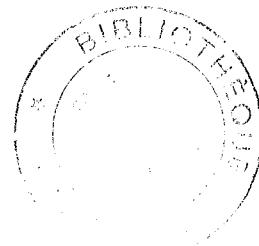
Chevalier de l'Ordre National du Mérite
Docteur en Chirurgie Dentaire
Docteur en Sciences Odontologiques
Professeur 1^{er} grade
Sous – Section : Odontologie Conservatrice – Endodontie

Nous sommes très sensibles à l'honneur que vous nous faites en acceptant la présidence de notre thèse.

Nous avons su apprécier au cours de notre cursus universitaire la valeur de votre enseignement, et durant le stage dans votre service votre sens clinique, votre grande expérience et vos importantes qualités humaines.

Recevez le témoignage de notre profonde et respectueuse gratitude.

A notre juge et directeur de thèse :



Monsieur le Docteur Michel WEISSENBACH

Docteur en Chirurgie Dentaire
Docteur en Sciences Odontologiques.
Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy - I
Maître de Conférences des Universités
Responsable de la Sous-Section : Prévention – Epidémiologie -
Economie de la santé - Odontologie légale

Vous nous avez confié ce vaste sujet et vous avez dirigé notre travail. Vous nous avez guidé durant son élaboration avec efficacité et une grande disponibilité.

Nous avons beaucoup apprécié votre professionnalisme tout au long de nos études et au cours de notre stage clinique, où vous avez su nous faire partager votre passion pour la dentisterie et fait découvrir l'importance de l'épidémiologie dentaire.

Que ce travail nous permette de vous exprimer notre plus vive reconnaissance ainsi que notre respectueux attachement.

A Notre juge

Monsieur le Docteur Olivier ARTIS

Docteur en Chirurgie Dentaire
Assistant Hospitalier Universitaire
Sous – Section : Prévention, Epidémiologie, Economie de Santé,
Odontologie Légale.

Nous sommes très sensibles à l'honneur que vous nous faites en acceptant de juger notre travail.

Recevez le témoignage de notre reconnaissance et notre sincère gratitude.

A mes parents pour leur soutien et leurs aides.

A ma grand-mère et mon grand-père.

A mes deux frères : Romain et Aurélien.

A toute ma famille.

A Emilie pour sa présence durant ce travail.

Aux Docteurs Michel MAS et Christophe NICOLLE pour leur accueil et la confiance qu'ils m'accordent.

A mes amis : Adelin, Romain S, Amandine, Nicolas, Julie, Vincent, Jérôme et tous les autres.

Sommaire



Introduction.

I) Epidémiologie générale descriptive.

 1.1.) Analyse des données.

 1.2.) L'espace de probabilité et l'axiomatique de Kolmogorov.

 1.3.) L'espace de probabilité inclue l'inférence statistique.

 1.4.) L'espace de probabilité inclue les théories des décisions statistiques

II) Particularité de l'épidémiologie buccodentaire actuelle.

 2.1.) Au niveau population :

 2.2.) Au niveau individuel :

III) Les indicateurs de la carie

 3.1.) Indicateur CAO.

 3.2.) Un indicateur original utilisé par M. Weissenbach.

 3.3.) Le temps à événement.

IV) Résultats

 4.1.) L'évolution dans le temps de la prévalence de la carie dentaire :

 4.2.) Distributions des CAO individuels des enfants âgés de 12 ans.

 4.3.) SIC indice appliqués aux résultats récents.

 4.4.) Sources de variations de la carie dentaire.

 4.5.) Deux exemples théoriques.

V) Discussion

VI) Conclusion

VII) Annexe

VIII) Bibliographie

IX) Sommaire paginé

*« Les travaux de ces dix dernières années le montrent, il y a matière à promouvoir une surveillance globale de la santé bucco-dentaire, la surveillance devant être prise au sens de la collecte de l'information, de l'enregistrement des tendances, de l'évaluation de l'efficacité des services et de la régulation des services de santé concernés.... » **

* : Extrait de l'exposé du professeur Denis BOURGEOIS**, le 26 9 2002, Assemblée Nationale ; PARIS (10)
**Professeur des Universités, Département de Santé Publique. Laboratoire d'Analyse des Systèmes de Santé.

Introduction.



La carie dentaire n'est pas une nouveauté ; les recherches archéologiques situent son apparition chez l'homme au néolithique, avec le développement de la culture des céréales et leur consommation. Ensuite, tout a été dit, en des milliers de livres et de publications scientifiques. Et pourtant, la carie dentaire reste d'actualité, à la fois parce que les problèmes individuels, de douleurs, de déficience fonctionnelle, de détérioration de la qualité de vie qu'elle pose ne sont pas toujours résolus et parce qu'elle constitue un modèle éloquent d'une problématique plus générale de santé publique. Ainsi L'OMS* classe la carie dentaire comme le 3^e fléau mondial de la santé immédiatement derrière les cancers et les affections cardiovasculaires.

La carie dentaire est une maladie infectieuse spécifique, dans la mesure où aucune des autres maladies, transmissibles et/ou non transmissibles, ne présente des caractéristiques analogues et suffisantes pour permettre des estimations et extrapolations de qualité. Cette spécificité de la carie repose notamment sur le fait que :

- La carie bucco-dentaire est étroitement liée à l'âge ; il existe une augmentation de la sévérité et de la prévalence avec l'augmentation de celui-ci.
- La carie existe dans toutes les populations, elle varie seulement en terme de sévérité et de fréquence.
- La carie est irréversible. Les informations sur la situation actuelle produisent des informations non seulement sur le total de la maladie présente mais également sur le vécu antérieur du sujet.

La carie dentaire est fréquente, Deux chiffres donnent une bonne vision de l'importance numérique de la carie actuellement. L'incidence de la carie en Europe chez les enfants de 5 à 14 ans se situe à environ de 27 millions de nouveaux cas par an et le CAO** moyen est proche de 1.6 à 12 ans. La carie a donc un coût financier élevé.

La carie dentaire est inégalement répartie. Actuellement en Europe, 60% des enfants de 12 ans en sont exempts. Ce qui signifie que les 40% restants portent en moyenne 4 caries, et concentrent la plupart des 27 millions de nouveaux cas par an ! Cette moyenne de 4 caries cache une réalité encore plus sombre car l'inégalité parmi les enfants porteurs de carie règne. En effet, il existe quelques enfants porteurs d'indicateur CAO très supérieur à 8. Ce fait incite certains chercheurs universitaires à parler de « groupes à risques ». La constitution de ceux-ci pourrait être expliquée par le déclin de la qualité des soins dans certains pays d'Europe et aux difficultés qu'ont certaines couches de la population d'accéder aux soins. C'est un des motifs qui a poussé l'OMS à faire de la prévalence de la carie dentaire un indicateur de la santé des populations.

*OMS : Organisation Mondiale de la Santé.

**CAO : signifie nombre de dents « cariées, obturées, extraites par carie (=absente) » cf. : § 31.

On le voit, l'étude de la prévalence de la carie reste essentielle dans le domaine dentaire et social. Celle-ci est une donnée fondamentale qui justifie le soin à apporter à sa mesure précise. En effet, une bonne connaissance de celle-ci peut être invoquée : en épidémiologie, en santé publique, en économie pour la gestion des dépenses de santé, en recherche médicale pour évaluer l'efficacité à long terme des traitements ou des actions de prévention

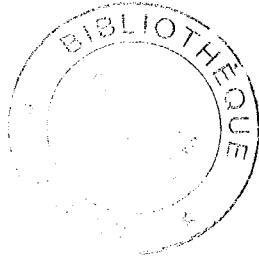
L'étude des indicateurs actuels de la prévalence de la carie est donc d'actualité. Ils font l'objet de publications scientifiques fréquentes.

Le travail qui suit regroupe un rappel des théories et des concepts mathématiques sur lesquels se structurent les indicateurs de la prévalence. Ce regard théorique nous a conduit à réfléchir sur la nature des données et des outils de mesures utilisés, leur qualité intrinsèque, et les méthodes pour les traiter. Cette vision théorique situe les lois statistiques et de probabilités classiques habituellement enseignées dans l'axiomatique de Kolmogorov qui les relativise. Cet abord théorique permet également de situer certains outils mathématiques (Chaîne de Markov) rencontrés dans certaines publications et envisager ce que l'on peut en attendre en matière de prévisions des risques. Cette prise de distance fait découvrir sous un œil différent ce qu'un indicateur complexe comme l'indicateur CAO exprime vraiment, et contribue à en cerner les limites.

La seconde partie de ce travail est consacrée à l'étude des indicateurs utilisés dans les publications récentes sur la prévalence de la carie dentaire. Pour la clarté du travail, nous avons considéré successivement :

- Les particularités de l'épidémiologie de la carie dentaire, liées à la singularité de cette pathologie.
- Les différents indicateurs utilisés par les auteurs, dont on ne peut nier la similarité avec ceux utilisés dans d'autres sciences comme la cancérologie, l'économie, la démographie ou même les sciences politiques !
- Les résultats observés dans les publications récentes, les méthodologies employées pour estimer la prévalence de la carie, et les outils mathématiques couramment retrouvés dans les articles consacrés aux prévisions sont discutés ensuite.

Ce travail aura atteint son but s'il permet de poursuivre et d'alimenter le débat sur l'élaboration de processus de mesure et de prédictions fiables de la carie dentaire.



I.) Epidémiologie générale descriptive.

1.1.) Analyse des données.

1.2.) L'espace de probabilité et l'axiomatique de Kolmogorov.

1.3.) L'espace de probabilité inclue l'inférence statistique.

1.4.) L'espace de probabilité inclue les théories des décisions statistiques.

I.) Epidémiologie générale descriptive.

1.1.) Analyse des données.

1.1.1.) Comment quantifier ou mesurer un processus biologique ?

Pour le chercheur dans le domaine de la biologie, qu'il soit dentiste, médecin, ou biologiste, la mesure d'un processus biologique n'est pas chose aisée, et tous les procédés de mesure dont ils disposent ne fournissent pour l'établissement de statistiques concernant les populations humaines que des résultats approximatifs. Il peut évaluer le processus par sa fréquence dans la population en dénombrant les individus atteints par le processus biologique. C'est la prévalence, Le travail sur les fréquences mène aux « statistiques classiques ». Mais ce simple dénombrement est insatisfaisant et insuffisant.

Le biologiste peut aussi chercher à quantifier ce processus en élaborant un indicateur d'une nature plus complexe. En sciences humaines, il existe beaucoup de situations réelles relevant de ce modèle. Dans ces cas, le chercheur est conduit à s'intéresser à des estimations d'une grandeur construite.

Il peut aussi s'intéresser à l'évolution des indices au cours du temps. Dans le cas de la prévalence, on parle d'incidence. Enfin, il peut considérer la durée nécessaire à la survenue d'un événement. C'est le « temps à l'événement »

Il convient de réfléchir, de préciser les notions de mesure, de statistiques, d'évaluation en s'appuyant sur les concepts mathématiques théoriques actuels en particulier l'espace de probabilités. Qu'y a-t-il derrière ces mots ?

1.1.2.) Qu'est ce qu'une mesure ? (98)

La mesure est la représentation d'un système relationnel empirique par un système relationnel numérique.

Il faut distinguer nettement ce que l'on mesure d'une part, et l'échelle avec laquelle on mesure d'autre part ; et surtout de concevoir clairement ce qui les lie. Car le mot « mesure » connaît deux sens :

- au sens large, c'est l'ensemble de procédés expérimentaux de détermination de valeurs numériques. C'est ce qui relève de la métrologie.
- un sens plus restreint, en mathématique, qui ne vise que la structure conceptuelle à l'exclusion des procédés expérimentaux de détermination des valeurs numériques.

Ce qui lie ces deux sens c'est l'échelle.

Pour le mathématicien, l'échelle est constituée par le corps ordonné \mathbb{R} des nombres réels positifs.

Pour le chercheur dans le domaine de la biologie, il serait préférable de parler non pas de « mesure » mais plutôt « d'estimation des mesures ».

Dans le cas d'un dénombrement, on compte les individus porteurs du processus biologique et on rapporte ce nombre au nombre d'individus composant la population. Il est logique d'utiliser dans ce cas un système relationnel numérique où l'opération empirique de concaténation est possible grâce à l'opération d'addition qui lui correspond dans le système des nombres. Ceci a un sens. Il en est de même lorsqu'on mesure le temps mis pour voir un phénomène apparaître. D'une manière générale, cette façon de faire est correcte tant que l'on reste dans « l'unidimensionnalité ».

Mais le biologiste qu'est le dentiste ne peut pas se contenter de cela, et ne saurait restreindre la légitimité de la mesure aux seuls cas où l'on peut le fonder sur une axiomatique de dénombrement. En effet, un phénomène biologique comme la carie est complexe et multifactoriel. Il doit pouvoir être analysé sous tous ses autres aspects, y compris et surtout étiologique. C'est là tout l'intérêt d'une estimation qualitative de la carie.

Pour ce faire, on ordonne sous l'angle de la gravité et de l'étendue (grâce à l'indicateur CAO par exemple) des individus ou des dents ou des faces dentaires présentant des caries. Sous certaines conditions, on peut représenter par des valeurs numériques et sur une échelle d'intervalles la notion de gravité de la carie, mais pour qu'une telle représentation soit légitime, il faut impérativement vérifier que les données empiriques satisfont aux conditions impliquées par l'axiomatique mathématique qui sera utilisée. Cette vérification n'est souvent possible qu'à posteriori à partir de l'analyse des données de la situation. . Il importe donc dans ces cas, d'avoir une claire conscience des hypothèses sur lesquelles est fondée

- d'une part la technique de mesure,
- d'autre part la répartition des caractères étudiés dans la population des individus et de garder le souci d'en tester la validité même de manière indirecte.

Or, on constate que l'on parle de mesure, alors que le caractère étudié ne respecte pas toujours l'axiomatique au sens défini par les mathématiques. Les techniques de mesure utilisées dans les domaines de la biologie sont souvent fondées sur des modèles faisant intervenir, outre des relations identifiables empiriquement (par exemple, relation d'ordre et comparaison), des hypothèses qui ne sont pas vérifiables directement à partir des données sur lesquelles portent la mesure. Ainsi, dans la carie dentaire, la plupart des études menées avant 1980 ne font état d'aucune hypothèse ou font l'hypothèse que les caries sont réparties dans la population selon la loi normale (courbe de Gauss) : ceci permet d'obtenir une échelle d'intervalles avantageuse et s'inscrire dans un processus mathématique confortable et connu, mais la légitimité des prévisions correspondant à l'utilisation du système de mesure ainsi obtenue est discutable. La cohérence des extrapolations auxquels on aboutit sur la base de cette hypothèse est douteuse et la réalité finit par s'avérer tout autre !

1.1.3.) Qu'entend on par « statistiques » ?

Dans la diversité des significations attachées au mot, il convient de souligner au moins la distinction entre les deux définitions suivantes :

- statistiques : activité qui consiste à réunir des données, concernant en particulier la connaissance de la situation dans une population humaine. C'est la statistique descriptive.
- statistiques : méthode de traitement et d'interprétation des observations, de passage de celles-ci aux lois des phénomènes et aux modèles théoriques susceptibles de les représenter. C'est l'« inférence statistique » des statisticiens classiques, que l'on peut assimiler à l'induction formalisée des mathématiciens.

1.1.3.1.) Statistique descriptive :(77)

En analyse des données, il s'agit donc de « décrire » un ensemble de données sans faire intervenir aucune hypothèse sur l'origine de ces données.

Phénomène unidimensionnel.

Pour un phénomène unidimensionnel, une statistique est un ensemble de n mesures (x_1, x_2, \dots, x_n) ; on dit que c'est un n -échantillon. On peut le représenter aussi bien comme un n -couple de points de \mathbf{R} que comme un point de \mathbf{R}^n . Les méthodes statistiques élémentaires (statistique descriptive) s'attachent à décrire de tels objets. On définit ainsi des caractéristiques de valeur centrale : d'une part, la moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i,$$

La médiane (c'est-à-dire la valeur telle que la moitié des valeurs de l'échantillon lui soit inférieure ou égale), la moyenne des valeurs extrêmes, etc., et d'autre part des caractéristiques de dispersion : ainsi la variance, ou carré de l'écart type s , est la moyenne des carrés des écarts entre les valeurs de l'échantillon et la moyenne arithmétique :

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2.$$

Les choix d'une caractéristique de valeur centrale et d'une caractéristique de dispersion doivent être cohérents : ils sont liés au choix d'une distance dans \mathbf{R}^n permettant de comparer deux échantillons. Ainsi, avec la distance euclidienne classique, si on cherche le point de coordonnées toutes égales $m_t = (t, t, \dots, t)$, le plus proche de l'échantillon $m_x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, on trouve qu'il faut prendre $t = m_t$, et que la distance entre m_t et m_x est alors ns .

La représentation graphique d'un échantillon se fait à l'aide de l'histogramme, ou polygone des fréquences. Le diagramme des fréquences cumulées a l'avantage de procéder d'une fonction de répartition.

Un autre exemple de variable unidimensionnelle est le « temps à événement »

Le temps à événement.

Les données basées sur le « temps à événement » connaissent de nombreuses applications en médecine et en biologie. Elles sont plus connues sous le nom de : durée d'exposition au risque, courbe de survie, etc.

a) Notion de durée à événement :

Soit T la variable « durée avant événement » (qui peut ne pas se produire pendant la période d'observation) correspond à la différence entre la date de l'événement et la date de début d'observation

- C'est une variable aléatoire non négative.
- C'est une variable aléatoire continue : la probabilité d'apparition de l'événement à chaque instant t peut être infiniment petite surtout si « t » est bref.

1) Densité de probabilité de durée à événement :

C'est la limite de $f(t)$ lorsque dt tend vers 0 :

$$f(t) = \lim [\text{prob} (t < T < t+dt)] / dt$$

2) Fonction de répartition : $F(t)$

$$F(t) = \text{prob}(T < t) = \int f(u)du$$

3) Probabilité de survenue de l'événement au delà de la durée d'observation t : $S(t)$

La probabilité de survenue de l'événement au delà de la durée d'observation t est l'équivalent de la fonction de survie bien connue des cancérologues

$$S(t) = \text{Prob}(T > t) = 1 - F(t)$$

Fonction monotone décroissante continue telle que $S(0) = 1$ lorsque $\lim(S(t)) = 0$ quand t tend vers l'infini.

b) Risque instantané de survenue de l'événement : fonction de risque.

Cette fonction s'appelle fonction de risque instantané d'événement

La fonction de risque $h(t)$ fournit la description la plus concrète d'une distribution de survenue de l'événement.

$$h(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\text{prob}((t \leq T < t + dt) / (T \geq t))}{dt}$$

Propriétés

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} = -\frac{d}{dt} \ln[S(t)]$$

avec $S(t) = \exp \left[- \int_0^t h(u) du \right]$

c) Fonction de risque cumulée :

$$H(t) = \int_0^t h(u) du = -\ln[S(t)]$$

Et $f(t) = h(t) \exp[-H(t)]$

Rappel : $f(t)$ correspond à la densité de probabilité de durée à événement (cf. ci-dessus)

Phénomène bidimensionnel.

couple de deux variables

Pour le cas d'un échantillon d'un couple de deux variables, nous aurons par exemple :

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$.

Un tel échantillon peut être considéré comme un n -couple de points dans \mathbf{R}^2 ou comme un couple de points dans \mathbf{R}^n . Les caractéristiques usuelles « au second ordre » d'un tel échantillon sont les valeurs moyennes m_x et m_y , les écarts types s_x et s_y , et le coefficient de corrélation :

$$r = \frac{\text{cov}(x, y)}{s_x s_y},$$

Quotient de la covariance :

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

par le produit $s_x \cdot s_y$, des écarts types.

Le coefficient de corrélation n'est pas affecté par une transformation affine sur l'une ou l'autre des variables x et y . On montre sans peine qu'il est compris entre - 1 et + 1. D'un point de vue géométrique, lorsqu'on représente l'échantillon par un couple de points de \mathbf{R}^n , le coefficient de corrélation est le cosinus de l'angle formé par les vecteurs centrés :

$$r = \cos[(\dots, x_i - \bar{x}, \dots), (\dots, y_i - \bar{y}, \dots)].$$

Régression linéaire

La régression linéaire répond à un problème moins purement descriptif, plus structuré : on dispose d'un tableau de données comprenant $p + 1$ lignes et n colonnes, et il s'agit d'examiner comment on peut expliquer l'une des variables (correspondant par exemple à la première ligne) à l'aide d'une combinaison linéaire des p autres lignes. La représentation géométrique la plus commode consiste à se placer dans l'espace \mathbf{R}^n des caractères. Les p caractères « explicatifs » engendrent un sous-espace vectoriel W , dans lequel il s'agit de trouver le point le plus proche possible du caractère « à expliquer ». Si l'on écrit le tableau de données sous la forme :

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} y_1 & \dots & y_t & \dots & y_n \\ x_1^1 & \dots & x_t^1 & \dots & x_n^1 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ x_1^p & \dots & x_t^p & \dots & x_n^p \end{pmatrix}$$

On peut dire qu'il s'agit de rechercher la projection \hat{y} de y dans W , espace engendré par les x_i dans \mathbf{R}^n . Cela suppose qu'on a choisi une distance euclidienne, donc une norme dans \mathbf{R}^n . On peut alors mesurer la qualité de la représentation de y par le quotient :

$$r = \frac{\|\hat{y}\|}{\|y\|},$$

qui est le coefficient de corrélation totale entre y et l'ensemble des x_i .

La plupart des nombreuses techniques présentées dans la littérature statistique sous le nom de régression (régression multiple, régression polynomiale, etc.) sont des cas particuliers de ce modèle.

Phénomène de dimensions p.

Analyse en composantes principales

Passons maintenant au cas d'une statistique de dimension p (ou échantillon d'un p -couple de variables), n étant toujours l'effectif de l'échantillon. Les observations sont alors présentées sous la forme d'un tableau à p lignes et n colonnes (on dit qu'il y a n individus, sur chacun desquels ont été mesurés p caractères) :

$$X = \begin{pmatrix} x_1^1 & \dots & x_i^1 & \dots & x_n^1 \\ \dots & & \dots & & \dots \\ x_1^j & \dots & x_i^j & \dots & x_n^j \\ \dots & & \dots & & \dots \\ x_1^p & \dots & x_i^p & \dots & x_n^p \end{pmatrix}$$

x_i appartenant à \mathbb{R}^p est le vecteur des p caractères associés à l'individu i et x_j^i \mathbb{R}^n est le vecteur des n observations du caractère j . Dans un langage géométrique, on représente le tableau X de deux manières : soit n points (individus) dans \mathbb{R}^p (où chaque coordonnée est associée à un caractère), soit p points (caractères) dans \mathbb{R}^n (où chaque coordonnée est associée à un individu). Dans \mathbb{R}^p , on peut généraliser ce qui a été dit plus haut pour le cas de deux caractères en définissant le vecteur des caractères moyens :

$$G = (\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^p)$$

et la matrice des covariances :

$$V = \|\text{cov}(X^j, X^k)\|,$$

dont les termes diagonaux sont les variances des caractères. On définit de la même façon la matrice des coefficients de corrélation.

On peut donc caractériser « au second ordre » le tableau de données X , pour n individus et p caractères, par le couple (G, V) composé d'un vecteur et d'une matrice, ou, ce qui est parfois plus parlant, par le triplet (G, S, R) en notant S le vecteur des écarts types des caractères et R la matrice de corrélation. Mais cela ne permet pas, en général, de se faire une idée des ressemblances entre les individus, ou des parallélismes entre les caractères (sauf à les considérer seulement deux par deux). Cela tient à ce que nous ne pouvons donner un support concret aux espaces ayant plus de deux dimensions. Une technique fort répandue, et efficace, consiste à chercher dans \mathbb{R}^p (espace des individus où nous avons « représenté » un nuage de n points) un sous-espace à deux dimensions, dans lequel les projections orthogonales (avec la métrique euclidienne usuelle par exemple ; mais d'autres variantes sont possibles) des « points individus » forment un nuage aussi voisin que possible du nuage initial. Ce résultat est obtenu par l'analyse en

composantes principales, qui donne d'ailleurs aussi bien la suite des sous-espaces de dimension 1, 2, 3, ..., $p - 1$ ayant la propriété désirée (nuage projeté le plus proche du nuage initial). On montre qu'il s'agit d'une famille de sous-espaces engendrés par les vecteurs propres de la matrice V des covariances (ou de la matrice $V - M$ si l'on choisit une métrique M quelconque). De façon plus précise, le sous-espace de dimension k qui donne le nuage projection le plus proche du nuage initial est engendré par les vecteurs propres correspondant aux k plus grandes valeurs propres de la matrice V . Dans la pratique, on se borne souvent à prendre $k = 2$ ou $k = 3$.

La proximité entre le nuage initial et le nuage projeté est repérée par le quotient entre l'inertie (variance généralisée) de l'un et l'autre nuage. Si ce quotient est voisin de l'unité, les individus sont approximativement situés dans le sous-espace fourni par l'analyse, qui décrit alors à peu près exhaustivement le tableau initial des données. On appelle « facteurs principaux » les nouvelles variables (combinaisons linéaires des variables initiales) constituées par les vecteurs propres qui engendent les espaces principaux. Les corrélations entre les variables originales et les facteurs principaux permettent parfois de donner à ces derniers une interprétation.

Analyse canonique

L'analyse canonique généralise, d'une certaine façon, la régression linéaire, puisqu'elle vise à confronter deux groupes de variables, mesurées les unes et les autres pour n individus, et à trouver jusqu'à quel point il est possible de prévoir l'un des groupes à partir de l'autre. Le tableau des données se présente avec $p + q$ lignes et n colonnes, sous la forme :

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} x_1 & \dots & x_n \\ \vdots & & \vdots \\ x_1^p & \dots & x_n^p \\ y_1 & \dots & y_n \\ \vdots & & \vdots \\ y_1^q & \dots & y_n^q \end{pmatrix}$$

On se place dans l'espace \mathbb{R}^n des caractères, et l'on étudie les propriétés du couple des sous-espaces engendrés par les p caractères x et par les q caractères y , respectivement. Résumons ce qui peut être dit sur les possibilités de prévision des y à partir des x (on pourra dire symétriquement des choses en tout point analogue en ce qui concerne les possibilités de prévision des x à partir des y). Soit W_1 le sous-espace vectoriel engendré dans \mathbb{R}^n par les caractères x , et W_2 le sous-espace vectoriel engendré par les caractères y . Si ces sous-espaces sont confondus, il est clair qu'on peut « prévoir » exactement les y , connaissant les x : pour tout individu, si l'on connaît les x , on reconstitue les y par des combinaisons linéaires appropriées. Dans le cas contraire, on montre qu'on peut décomposer W_2 , par exemple, en somme directe de trois sous-espaces vectoriels, à savoir :

$$\mathbf{W}_2 = (\mathbf{W}_1 \cap \mathbf{W}_2) \oplus \mathbf{W}_{22} \oplus \mathbf{W}_{222}, \quad (\Theta \text{ somme directe})$$

où \mathbf{W}_{222} est un sous-espace vectoriel orthogonal à \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 , le sous-espace supplémentaire, dans \mathbf{W}_2 , de la somme directe des sous-espaces \mathbf{W}_2 et \mathbf{W}_{22} . On dit alors que :

- des caractères (combinaisons linéaires des caractères y) représentés dans $\mathbf{W}_1 \oplus \mathbf{W}_2$ sont exactement prévisibles à partir des caractères x ;
- des caractères représentés dans \mathbf{W}_{222} sont tels que la connaissance des caractères x n'apporte sur eux aucune information ;
- des caractères représentés dans \mathbf{W}_{22} sont « partiellement prévisibles » à partir des caractères x .

Mathématiquement, la décomposition dont on vient de parler s'effectue à l'aide de projecteurs de \mathbf{W}_2 sur \mathbf{W}_1 et sur le sous-espace orthogonal de \mathbf{W}_1 dans \mathbb{R}^n , par exemple. On étudie l'opérateur produit de ces deux projecteurs, et on trouve que les sous-espaces vectoriels engendrés par les vecteurs propres de cet opérateur correspondant aux valeurs propres nulles, comprises entre 0 et 1, égales à l'unité, coïncident en fait respectivement avec les trois sous-espaces vectoriels suivant lesquels nous avons décomposé \mathbf{W}_2 . On aboutit ainsi à un algorithme programmable ; dans les programmes usuels, des sorties graphiques permettent de décrire les phénomènes dans des plans de projection situés soit dans \mathbf{W}_1 , soit dans \mathbf{W}_2 , de façon un peu analogue aux sorties obtenues dans l'analyse en composantes principales

1.1.3.2.) Méthodes de classification.

On rencontre très fréquemment des problèmes de classification : étant donné un ensemble d'objets possédant certains caractères, il s'agit de les grouper en classes d'objets voisins. En réalité, on peut être plus ou moins exigeant sur les critères de ressemblance entre objets situés dans la même classe, et on est conduit à rechercher souvent simultanément une famille de classifications. D'autre part, les caractères donnés sur les objets et les similarités entre les caractères peuvent se présenter de diverses façons : parfois on définit une distance entre les objets ou bien seulement un indice de similarité possédant des propriétés plus ou moins fortes, parfois on peut seulement dire qu'un couple est plus distant qu'un autre couple. C'est pourquoi il existe des méthodes de classification assez nombreuses, et il n'est pas aisés d'en donner une description brève et cohérente. Indiquons toutefois quelques notions importantes.

L'ordonnance.

Une ordonnance est une relation d'ordre total sur les distances entre tous les couples de deux objets. N. Shepard a montré que, sous des conditions peu restrictives, si on connaît l'ordonnance d'un ensemble de points assez nombreux dans \mathbb{R}^n , on peut reconstituer le nuage de ces points à

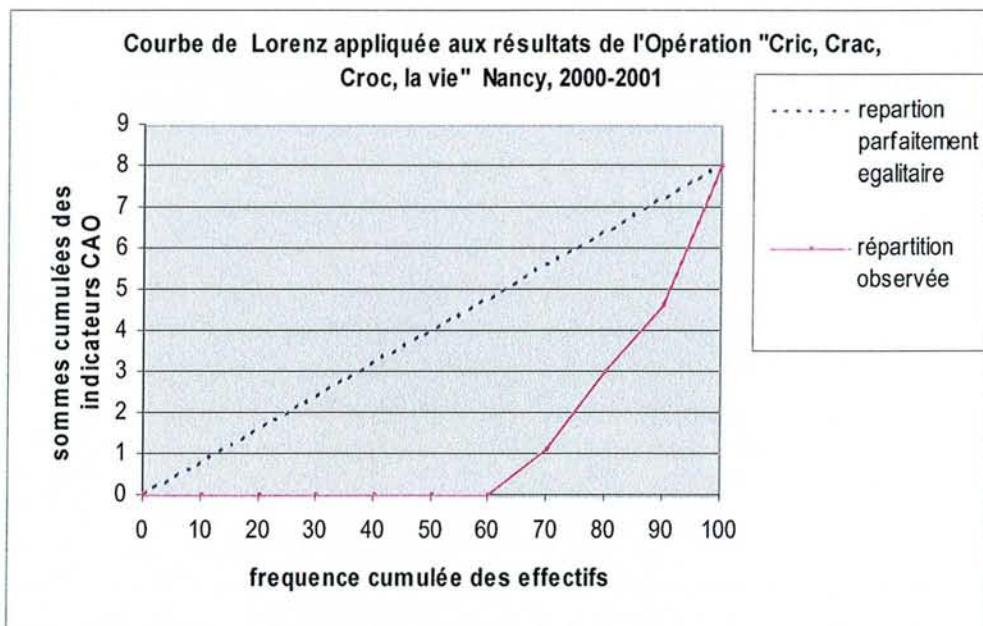
une similitude près. Cette propriété montre qu'on peut rechercher alors une classification à partir des seules informations fournies par une ordonnance. Une telle manière de faire préside à l'élaboration des courbes de Lorenz. Elles sont fréquemment utilisées dans les pays anglo-saxons. Elles permettent de mettre en évidence les inégalités dans la répartition d'un caractère.

La courbe de Lorenz

Dans les sciences économiques, la courbe de Lorenz a été développée par Max O. Lorenz comme une représentation graphique des inégalités d'une distribution. A titre d'exemple figure ci-dessous la courbe de Lorenz issue des résultats de l'opération « Cric, crac, croc la vie » menée à Nancy en 2000-2001.

Illustration n° 1 : Représentation théorique d'une courbe de Lorenz

Illustration réalisée à partir des données de l'article : (102)



La courbe de Lorenz est la représentation graphique de la fonction qui, à l'effectif x des individus les moins porteurs de carie, associe la somme y des caries qu'ils portent.

Les effectifs cumulés des individus, classés par ordre d'indicateur CAO croissant, figurent en abscisse, et les sommes cumulées des indicateurs CAO sont en ordonnée.

Dans une population, on dira que la distribution des caries est parfaitement égalitaire si tous les individus sont porteurs du même nombre de carie. Dans ce cas théorique, on est en présence d'une répartition égalitaire représentée par la première bissectrice du repère (d'équation $y=x$) ; cette droite est appelée la ligne d'égalité parfaite (ligne en pointillés sur la figure).

À l'inverse, on parlera de distribution parfaitement inégalitaire si dans la population considérée, un seul individu est porteur de la totalité des caries ! Dans ce cas, la fonction associée prend la valeur $y=0$ pour tout $x<100\%$, et $y=100\%$ quand $x=100\%$. La courbe de Lorenz correspondant à cette situation est appelée la ligne de parfaite inégalité.

Dans les sciences économiques, la courbe de Lorenz est une représentation du coefficient de Gini, qui mesure l'aire de la zone entre la ligne d'égalité parfaite et la courbe de Lorenz : c'est un taux d'inégalité de répartition.

Le coefficient de Gini

Le coefficient de Gini est représenté par le diagramme de la courbe de Lorenz. Si l'aire de la zone entre la diagonale d'égalité parfaite (en pointillés) et la courbe de Lorenz (en plein) est A, et l'aire de la zone à l'extérieur de la courbe de Lorenz est B, alors le coefficient de Gini est $A/(A+B)$.

En pratique, on classe les individus par ordre d'indicateur CAO croissant. Fréquemment, on les repartit par « tranche », puis on travaille sur les tranches de population sur lesquels on calcule la somme des indicateurs CAO des individus constituant la tranche. Pour n tranches, le coefficient s'obtient par la formule de Brown :

$$G = 1 - \sum_{k=0}^{k=n-1} (X_{k+1} - X_k)(Y_{k+1} + Y_k)$$

Où X est la fréquence de la population, et Y la somme des indicateurs (CAO par exemple).

Graphiquement, c'est la superficie de la zone entre la droite d'égalité parfaite et la courbe de la situation réelle. Plus l'aire est grande, plus le pourcentage est élevé et donc plus les inégalités sont importantes.

Remarque : en fait le coefficient de Gini est toujours strictement inférieur à 1, la courbe de Lorenz ne pouvant être l'union des deux segments $[(0,0);(1,0)]$ et $[(1,0);(1,1)]$.

Le SIC indice (Significant Caries Index) (83)

Le SIC indice est aux dentistes ce que le coefficient de Gini est aux économistes.

Le SIC indice adopté par l'OMS correspond au CAO moyen calculé sur le tiers supérieur des individus classés par leur indicateur CAO croissant. Le SIC indice correspond à la surface sous la courbe de Lorenz se limitant au tiers des individus les plus atteints. Elle correspond à l'aire « B » du coefficient de Gini.

La hiérarchie.

Une hiérarchie est une famille de partitions ordonnée complètement par la relation « plus fine que » (partitions emboîtées) et contenant les partitions triviales extrêmes. À une hiérarchie on associe un « arbre de classification » qui permet, avec quelques précautions techniques et des hypothèses supplémentaires (niveaux relatifs des nœuds non situés sur un même chemin), de trouver, par sectionnement, toutes les classifications cohérentes entre elles.

Les algorithmes.

Les algorithmes, qui permettent de déterminer une classification à partir des éléments caractérisant un ensemble d'objets (distance, indices de similarité, éventuellement indices multidimensionnels), se classent en algorithmes descendants (on divise progressivement l'ensemble de tous les objets ; les méthodes de segmentation en sont un exemple) et en algorithmes montants (on part de la partition la plus fine et on agglomère progressivement les objets en groupes d'objets, puis les groupes entre eux ou avec les objets non encore aggrégés). La plupart des algorithmes utilisés en pratique sont établis sur des bases largement empiriques, car les analyses complètes conduisent souvent à des calculs d'une complexité prohibitive pour des ensembles d'effectif assez grand.

L'indicateur CAO, qui agglomère : dents cariées, dents absentes, et dents obturées est un algorithme.

On peut aussi fonder une classification soit sur une analyse en composantes principales qui permet de représenter, de façon au moins approchée, les distances entre les objets et donc de déceler des groupements naturels, soit sur une analyse factorielle des correspondances, s'il s'agit de classification d'ensembles de modalités des variables qualitatives sur lesquelles opère une telle analyse.

Analyse factorielle discriminante.

Dans l'analyse factorielle discriminante, c'est sur l'ensemble des individus que l'on se donne une partition (on dit aussi, de façon équivalente, qu'on possède, outre les p caractères quantitatifs du tableau de données initial, un caractère qualitatif, avec un nombre fini de modalités). L'objet de l'analyse est alors de rechercher si ce caractère qualitatif supplémentaire possède une influence sur l'ensemble des p variables mesurées et de déterminer, le cas échéant, des caractères discriminants, c'est-à-dire des caractères induisant sur l'ensemble I des individus une partition aussi proche que possible de celle que définit la variable qualitative initiale. L'analyse factorielle discriminante se ramène à une analyse en composantes principales effectuée sur l'ensemble des

centres de gravité des diverses classes d'individus correspondant aux modalités de la variable qualitative, l'espace vectoriel des individus étant muni de la métrique définie par la matrice inverse de la matrice des covariances.

Dans l'analyse en composantes principales, on avait en vue la description d'un tableau de données de dimensions (p, n) pour p caractères et n individus, les deux ensembles I des individus et J des caractères n'ayant aucune structure particulière. Dans les techniques examinées ensuite, l'ensemble J des caractères était l'objet d'une dichotomie : 1 caractère et p caractères pour le cas de la régression ; p caractères et q caractères dans le cas de l'analyse canonique.

Analyse factorielle des correspondances.

Les tableaux de données qui ont été l'objet des techniques passées en revue jusqu'ici contenaient des caractères mesurés sur les individus. On est souvent en présence de tableaux un peu différents, dont le contenu est formé par les fréquences avec lesquelles sont observées les modalités de deux phénomènes, ces modalités étant représentées respectivement par les lignes et les colonnes du tableau. Il s'agit de « tableaux de contingence », mais qui peuvent être d'assez grandes dimensions.

En présence de tels tableaux, la statistique classique nous donnait, par le « test du khi deux »), le moyen de savoir s'il existe une liaison entre les phénomènes étudiés, mais ne permettait guère de décrire cette liaison, ce qui est précisément l'objet de l'analyse factorielle des correspondances.

Appelons de manière générale I et J les ensembles des modalités des deux phénomènes étudiés, et soit k_{ij} l'effectif des observations dans la case (i, j) , soit k_i , les effectifs totaux par ligne, et k_j les effectifs totaux par colonne. S'il y a p colonnes, on peut représenter, dans l'espace \mathbb{R}^p , le contenu du tableau par un nuage de n points, les coordonnées du i -ième point étant k_{ij}/k_i . Sur ce nuage, on fera une analyse en composantes principales, mais en prenant comme distance entre deux points i et iH la « distance du khi deux » :

$$d^2(i, i') = \sum_{j=1}^p \frac{1}{k_i k_{i'}} \left[\frac{k_{ij}}{k_i} - \frac{k_{i'j}}{k_{i'}} \right]^2.$$

Le choix de cette distance est justifié par le fait qu'elle ne dépend que du profil des colonnes du tableau. L'analyse permet, dans le plan des deux premiers axes factoriels, une représentation simultanée, souvent fort suggestive :

- des ressemblances entre les colonnes du tableau,
- des ressemblances entre les lignes,
- de la proximité entre lignes et colonnes.

Les méthodes que nous avons décrites concernent la description des tableaux d'observations statistiques et ne font intervenir aucune hypothèse sur l'origine de ces données. Il convient d'envisager maintenant les méthodes de traitement et d'interprétation des observations, d'étudier le passage de celles-ci aux lois des phénomènes et aux modèles théoriques susceptibles de les représenter.

Cette transformation nécessite de connaître l'espace de probabilité.

1.2.) L'espace de probabilité et l'axiomatique de Kolmogorov : (29)

Tout événement réel peut devenir source de statistiques concrètes, qui deviendront en définitive une probabilité statistique définie seulement avec une certaine approximation et sous tendue par un modèle idéalisé donc théorique du comportement de ses fréquences.

La généralisation des théories et leur agrégation à un niveau supérieur par les mathématiciens du XXème siècle a abouti à la définition de concept mathématique dont : « l'espace de probabilité » défini par l'axiomatique de Kolmogorov, plus complexe par rapport aux éléments initiaux. Dans cet espace de probabilité, des « processus » sont définis. Si on considère les propriétés essentielles de ces nouveaux concepts et si on les applique aux phénomènes biologiques, objets de nos préoccupations, on peut espérer à terme obtenir des progrès décisifs dans la connaissance des phénomènes et surtout dans la prévision des événements.

1.2.1.) Rappel et définitions :

Prenons l'exemple d'une épreuve simple qui consiste à lancer une pièce de monnaie. Elle permet de définir une des plus simples des *variables aléatoires* (pile, face).

On lance la pièce, cela correspond à la réalisation d'une épreuve.

La pièce s'immobilise sur une de ses faces, cela correspond à un événement.

L'ensemble des événements attachés à cette épreuve correspond à l'ensemble des différentes valeurs de la variable, c'est-à-dire : pile ou face dans notre cas.

On peut attacher une « probabilité » à chacun de ces deux événements.

La probabilité résulte

- soit de la connaissance détaillée et précise d'un grand nombre de phénomènes analogues c'est-à-dire par la connaissance du passé.
- soit par des considérations théoriques sur la nature du problème (ici, la symétrie de la pièce).

La symétrie parfaite de la pièce donne autant de chances aux deux faces ; on dira donc qu'il y a une chance sur deux d'obtenir « face », c'est-à-dire que la probabilité de l'événement « face » est égale à 0,5.

Cette connaissance à priori de la probabilité attachée à chaque événement n'est pas dénuée d'intérêt. Elle sous-tend la théorie bien formalisée de l'inférence statistique, c'est à dire du raisonnement qui permet, en s'appuyant sur l'information contenue dans les données

d'observation, mais aussi en prenant en compte la connaissance à priori du modèle probabiliste de la variable d'attribuer une probabilité à la réalisation de l'événement.

Notre variable aléatoire dans le cas de la pièce possède une loi de probabilité (fonction de répartition). La connaissance de la fonction de répartition est un instrument de travail essentiel.

Parallèlement à la fonction de répartition, le calcul des probabilités utilise aussi la fonction caractéristique, La fonction caractéristique est une des intégrales de la fonction de répartition. Elle possède plusieurs propriétés qui rendent son emploi fréquent en calcul des probabilités.

1.2.2.) Généralisation.

L'ensemble Ω des épreuves (ou espace Ω), ainsi que les probabilités attachées à chacune de ces épreuves constitue un événement. Soit Ω l'ensemble des épreuves (ou espace Ω)

On peut introduire un plus grand degré de généralité en considérant un ensemble d'épreuves dénombrables ; Par ailleurs, on peut considérer que les probabilités ne sont plus symétriques.

A l'épreuve d'indice i on associera la probabilité p_i , avec $p_i > 0$, et $\sum p_i = 1$. Ainsi, « probabiliser » un ensemble d'épreuves consiste à répartir, en chacun des éléments de cet ensemble, un ensemble de valeurs positives ou nulles et dont la somme était égale à 1.

Ce cas ne soulève aucune difficulté. Mais, il n'en est pas de même si l'espace des épreuves Ω a la puissance du continu. (Par exemple \mathbb{R}^n , ou l'espace des fonctions de carré sommables ou l'espace des fonctions continues)

1.2.3.) L'axiomatique de Kolmogorov.

A ce degré de généralisation (dans l'espace des fonctions continues), on cherche à associer une probabilité à chacun des sous-ensembles de Ω : dans sa généralité, le problème devient sans solution. Cependant, Kolmogorov a proposé d'isoler dans l'ensemble des sous-ensembles de Ω une σ -algèbre ou tribu. Une tribu B est une classe de parties de Ω possédant les propriétés ci-dessous :

- a) B contient Ω et W (W est l'ensemble vide) ;
- b) B est stable pour les opérations de réunion, d'intersection et de passage au complémentaire, c'est-à-dire que, si les parties A et B appartiennent à une tribu, $A \cup B$, $A \cap B$ et cA et cB (complémentaires de A et de B) en font aussi partie
- c) B est stable par rapport à la réunion dénombrable.

Ces sous-ensembles de Ω définissent des événements.

De ces axiomes on déduit que la tribu \mathcal{B} est stable par rapport aux opérations de passage à la borne supérieure, à la borne inférieure, aux limites supérieures et inférieures et aux limites dans le cas dénombrable. C'est sur cette classe \mathcal{B} de parties que l'on peut répartir une probabilité, c'est-à-dire appliquer la classe sur le segment fermé $[0, 1]$

L'axiome de Bayes permet d'introduire la notion d'événements *indépendants* : A et B sont dits indépendants si : $p(A/B) = p(A)$,

1.2.4.) L'espace de probabilité.

La classe initiale (une classe de parties de Ω) sera *complétée* par les ensembles p -négligeables qui sont les ensembles contenus dans ceux de la tribu qui ont une probabilité pratiquement nulle. B complété ainsi sera encore désigné par \mathcal{B} . Le triplet (Ω, \mathcal{B}, p) a reçu le nom d'espace de *probabilité*.

La donnée de la fonction de répartition p permet de calculer la valeur de la probabilité de tous les ensembles probabilisables.

Parallèlement à la fonction de répartition, le calcul des probabilités utilise la fonction caractéristique, donnée d'une manière générale par l'intégrale de Lebesgue-Stieltjes :

$$\begin{aligned}\phi(u) &= \phi(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \exp \langle tu, x \rangle dF(x) \\ &= \int_{\mathbb{R}^n} \exp t(u_1 x_1 + u_2 x_2 + \dots \\ &\quad + u_n x_n) dF(x_1, \dots, x_n).\end{aligned}$$

L'espace de probabilité ainsi défini est plus vaste.

Dans celui-ci, les mathématiciens définissent le processus stochastique (cf. infra § 1.3.2)

Les différentes lois de probabilités déjà connues deviennent des cas particuliers de l'axiomatique de Kolmogorov. On peut soutenir que toutes les lois mathématiques de probabilités « classiques » (ci-dessous) sont des cas particuliers, dans lesquels le *certain* est de l'*aléatoire* dont la réalisation a une probabilité égale à 1.

1.3.) L'espace de probabilité inclue l'inférence statistique.

La connaissance objective d'un phénomène nécessite non seulement la représentation la plus exacte possible des faits observés, ce qui correspond aux statistiques descriptives, mais aussi sa théorisation par la mise en évidence des lois qui le régissent.

Ce passage des statistiques aux probabilités caractérise l'inférence statistique qui sous entend l'existence de modèles probabilistes.

C'est la condition même de l'application des mathématiques à toute question concrète ; on remplace les données réelles, toujours inexactement connues, par des valeurs approchées sur lesquelles on mène des calculs.

1.3.1.) Rappel des différentes lois statistiques : (29)

Considérons une *variable aléatoire* à valeurs dans Ω , et une application mesurable d'un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{B}(\Omega), \mu)$ dans un espace Ω' muni d'une tribu $\mathcal{B}(\Omega')$.

Dans le cas particulier où le doublet $(\Omega', \mathcal{B}(\Omega'))$ est l'espace \mathbb{R}^n ; On retrouve :

Variable et loi de Bernoulli

On appelle variable de Bernoulli une variable pour laquelle l'ensemble image Ω' est égal à $\{0, 1\}$. C'est la variable utilisée dans le jeu de pile ou face (le nombre 1 étant attribué, par exemple, à « face » avec une probabilité p , et le nombre 0 étant attribué à « pile » avec la probabilité $1 - p = q$).

Sa fonction de répartition est : p

Sa fonction caractéristique est : $q + p = e^{iu}$.

Loi binomiale

De la variable de Bernoulli on déduit la loi binomiale qui est la somme de n variables (indépendantes) de Bernoulli. La fonction caractéristique est :

$$(q + p e^{iu})^n;$$

la probabilité est répartie sur l'ensemble $\{0, 1, 2, \dots, n\}$, la probabilité de r étant $C_n^r p^r q^{n-r}$ (probabilité de r succès sur n épreuves), le nombre C_n^r étant le coefficient du binôme.

Loi de Poisson

La loi de Poisson, connue aussi sous le nom de *loi des petites probabilités*, est telle que $\Omega = \mathbb{N}$, la probabilité attachée à l'entier n étant égale à :

$$(\exp - \lambda) \frac{\lambda^n}{n!} = p_n,$$

où λ est un paramètre positif. Bien entendu, on a :

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n = 1.$$

La fonction caractéristique est :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \exp iun \times (\exp - \lambda) \frac{\lambda^n}{n!} = \exp [\lambda(e^{iu} - 1)].$$

On peut utiliser ici la notion de *fonction génératrice*, qui est égale à $\exp(z - 1)$. L'espérance mathématique de la loi de Poisson de même que la variance est égale à λ .

Loi de Laplace-Gauss

La loi de Laplace Gauss, connue aussi sous le nom de *loi normale*, est celle dans laquelle $\Omega = \mathbb{R}^n$, la loi de répartition de la variable n -dimensionnelle étant donnée par l'intégrale :

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2}} (\det \Phi)^{1/2} \int_A \exp \left(-\frac{1}{2} {}^t X \Phi X \right) dX,$$

Dans le cas où la variable est dite *centrée*, c'est-à-dire d'espérance mathématique nulle ; dans cette formule :

$$A = \{X_1 < x_1, \dots, X_n < x_n\},$$

Où X est la matrice colonne (vecteur) de composantes X_1, \dots, X_n , où ${}^t X$ désigne la matrice ligne transposée de la matrice colonne X et où Φ est une matrice définie positive, dite *matrice de distribution*. Si cette matrice n'est pas singulière, la fonction caractéristique est :

$$E(\exp i {}^t U X) = \exp \left(-\frac{1}{2} {}^t U \Phi^{-1} U \right),$$

Où U est la matrice colonne (vecteur) de composantes u_1, \dots, u_n . La matrice de covariance $C = (c_{ij})$, avec $c_{ij} = E(X_i X_j)$, est égale à F^{-1} ;

Si, au lieu d'être centrée, la variable était telle que $E(X) = M$, la loi de répartition serait :

$$\frac{1}{(2\pi)^{n/2}} (\det \Phi)^{1/2} \times \int_{\mathbb{A}} \exp \left[-\frac{1}{2} {}^t(X - M) \Phi(X - M) \right] dX,$$

Et la fonction caractéristique deviendrait :

$$\exp i {}^t U M \times \exp -\frac{1}{2} {}^t U \Phi^{-1} U.$$

Dans le cas $n = 1$, on trouve, pour une variable unidimensionnelle de Laplace Gauss non centrée, la loi de répartition :

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp -\frac{1}{2\sigma^2} (y - m)^2 dy,$$

Et la fonction caractéristique est :

$$\exp i u m \times \exp -\frac{1}{2} \sigma^2 u^2;$$

Dans ces deux formules, s^2 est la variance de cette variable.

Loi de Cauchy

L'ensemble Ω_1 étant ici égal à \mathbb{R} , la loi de Cauchy est la loi de répartition :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^x \frac{dy}{1 + y^2};$$

La fonction caractéristique est $\exp -|u|$.

Loi uniforme

Dans le cas de la loi uniforme, Ω_1 est le segment $[0, 1]$ et la probabilité d'un sous-ensemble (mesurable au sens de Lebesgue) de ce segment est égale à la mesure de Lebesgue de cet ensemble. La fonction caractéristique est ici :

$$\exp i u \times \frac{\sin u/2}{u/2}.$$

1.3.2.) Les processus stochastiques : (37)

La définition effective d'un processus stochastique soulève de sérieuses difficultés tant théoriques que pratiques. D'une manière générale, les mathématiciens définissent le processus stochastique en se référant au schéma général de Kolmogorov qui considère un ensemble Ω de fonctions possibles, puis une tribu \mathbf{B} de parties de Ω , et enfin définissent une probabilité (fonction positive et σ -additive d'ensembles) sur \mathbf{B} .

Ce point de vue très abstrait se prête mal aux applications dans la biologie pour deux raisons :

- on ne peut effectivement probabiliser que des ensembles numériques (ou ceux qui leur sont isomorphes) On rejoint ici la problématique exposée au § 1.1.1 Comment quantifier un processus biologique ?

- comme c'est souvent le cas dans le déroulement d'un processus biologique, si l'argument du processus stochastique est le temps, (au déroulement irréversible et inéluctable), il influe fortement sur la nature des problèmes pratiques posés : essentiellement la *prédiction* (ou extrapolation), Or, l'estimation de la loi temporelle d'un processus observé pose un problème pratique très difficile à résoudre. Car pour définir la *loi temporelle* d'un processus, il faut connaître la loi jointe de l'ensemble aléatoire de tout $X_{t_n} : \{\mathbf{X}_{t_1}, \mathbf{X}_{t_2}, \dots, \mathbf{X}_{t_n}\}$, pour toute valeur de l'entier n et pour toute valeur des instants t_1, t_2, \dots, t_n , par exemple, par la donnée de la *fonction de répartition* de cet ensemble :

$$(1) \quad F_{x_1 x_2 \dots x_n}^{t_1 t_2 \dots t_n} = p \left\{ \bigcap_{i=1}^n (X_i < x_i) \right\},$$

Où p est la probabilité. Or cette loi temporelle du processus n'est quasiment jamais démontrée.

De plus, d'une manière générale, les phénomènes évolutifs étudiés ne peuvent généralement pas être provoqués ; Enfin, le chercheur ne dispose le plus souvent que d'un très petit nombre de réalisations du processus. Dans ces conditions, il n'est pas possible d'estimer les fonctions de répartition, même si on limite à quelques unités le nombre des paramètres (ensemble t_i théoriquement dénombrable). A noter également que l'ensemble dénombrable de fonctions de répartition doit être cohérent, c'est-à-dire que chaque fonction F doit être une fonction symétrique des couples (t_i, x_i) .

Une solution consiste à limiter l'étude à des classes particulières de processus stochastiques ou, mieux encore, des familles de processus dépendant d'un nombre restreint de paramètres.

Les principales classes de processus utilisés dans les sciences appliquées sont :

- les processus de Markov et les processus de renouvellement ;
- les processus à accroissements aléatoires indépendants ;
- les processus laplaciens et les processus du second ordre.

En biologie seul le processus de Markov trouve une utilité.

Processus de Markov

Le processus de Markov correspond à un schéma d'enchaînement aléatoire avec liaison

Soit X_t , soit t_1, t_2, \dots, t_n , t une suite croissante d'instants, soit enfin X_1, X_2, \dots, X_n , X les valeurs aléatoires correspondantes, la loi conditionnelle de X connaissant (X_1, X_2, \dots, X_n) dépend de (t_n, X_n, t) , c'est-à-dire que les valeurs successives sont liées entre elles ; Markov avait fait l'hypothèse que la dernière valeur connue et le dernier instant résumaient toute l'information ; on développe plus complètement la théorie en supposant que les lois conditionnelles sont invariantes par translation sur l'échelle des temps, c'est-à-dire que :

$p\{X_t = x/X_n = x_n\}$ ne dépend que de $(t - t_n)$ et de x_n ; le processus de Markov est alors dit *homogène dans le temps*. Deux cas sont à considérer relativement à l'ensemble T des instants :

Soit T est dénombrable (processus discret ou suite de Markov) ;

Soit T est continu (processus permanent). De plus, trois cas sont à distinguer relativement à l'ensemble E des valeurs possibles de X (états du système) :

cas fini $E = \{1, 2, \dots, k\}$;

cas dénombrable $E = \mathbb{N}$;

cas continu $E = \mathbb{R}$.

Cas fini

Considérons le cas où $E = \{1, 2, \dots, k\}$ et $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n, \dots\}$. Il suffit de donner la loi initiale des états, c'est-à-dire le vecteur colonne P_0 de composantes $p_{0h} = p(X_0 = h)$, pour $h = 1, 2, \dots, k$, et la matrice carrée, d'ordre k , $M = \hat{E} p \hat{E}$, où :

$$p^q = p_{ij}^1 = p\{X_{t+1} = j/X_t = i\}.$$

La matrice M est dite *matrice de Markov* ou *matrice des probabilités de passage*. La loi des états à la date n est définie par le vecteur P_n de composantes :

$$p_h^n = p\{X_n = h\}, \quad h = 1, 2, \dots, k,$$

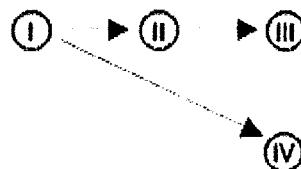
tel que $P_n = M^n P_0$.

La matrice carrée d'ordre k des probabilités de passage entre t et $t + n$ est indépendante de t et vaut : $M^n = ||P_j^{(n)}||$

Le problème le plus important concerne le comportement limite, pour n infini, de M^n et de $P^{(n)}$. La solution complète de ce problème est obtenue par l'analyse spectrale de l'opérateur linéaire M ; mais des renseignements très importants sont obtenus par l'étude algébrique directe qui consiste à établir une relation de pré ordre sur les états : l'état j est dit *conséquent* de l'état i s'il existe $n \geq 0$

tel que $p_{nij} > 0$. On note $i \rightarrow j$. Après réduction par la relation d'équivalence \sim , on obtient une relation d'ordre sur les classes d'états (deux états de la même classe sont mutuellement conséquents l'un de l'autre).

La classe II est dite conséquente de la classe I, car tout état de II est conséquent de tout état de I. Les classes I et II sont dites *classes de passage*, tandis que les classes III et IV sont dites *classes finales*. Les états qui les composent sont dits *états finaux* :



Le système aboutit à une classe finale de laquelle il ne sort plus. À chaque classe finale F_a est associée une valeur propre et une seule de valeur 1 ; le vecteur propre correspondant P_a a des composantes positives sur tous les états de cette classe, nulles en dehors. Si le système aboutit à la classe F_a , la loi limite des états pour $n = d$ est P_a ; cette loi limite est stable en ce sens que

$P_n = P_{n+1} = P_a$. Dans ces conditions, la loi des états à la date t est indépendante de t : on dit que le système est en *régime stationnaire*. Si E ne contient qu'une seule classe finale, alors $P_d = P_a$, quelle que soit la loi initiale P_0 ; le système est alors dit *ergodique*.(indépendant de l'état initial).

En annexe 1 est présenté un exemple de processus de Markov permanent à cas fini comme décrit ci-dessus.

Cas dénombrable (*états récurrents ou non récurrents*)

Soit k_{ij}^n la probabilité conditionnelle pour qu'on ait $E^{t+n} = E_j$ et $E^{t+h} \in R_{Ej}$, avec $0 \leq h \leq n$, sachant que $E^t = E_i$ (c'est la probabilité d'un premier passage en E_j à la date $t + n$ à partir de l'état E_i en t), et soit

$$f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} k_{ij}^n$$

La probabilité d'un passage au moins en E_j à partir de l'état E_i .

Un état E_i est dit *récurrent* si $f_{ii} = 1$; il est dit *non récurrent* dans le cas contraire. On démontre que tous les états d'une même classe ont le même caractère. Les états d'une classe de passage sont toujours non récurrents ; ceux d'une classe finale peuvent être récurrents ou non récurrents (dans le cas fini ils sont toujours récurrents).

Processus de renouvellement

Soit X_t un processus et E un ensemble d'états. On dit que X_t est de renouvellement s'il existe une suite croissante d'instants aléatoires t_1, t_2, \dots, t_n telle que la connaissance de l'état en t_n résume l'information passée utile pour la prédiction. L'exemple le plus simple est le processus ponctuel à intervalles aléatoires indépendants et parents ; les instants t_n du processus ponctuel sont dits instants (ou points) de *renouvellement*.

Un processus ponctuel concerne les instants où se réalisent des événements instantanés d'une classe particulière : par exemple, les débuts de pannes d'un ensemble de machines, les instants d'arrivée d'un mobile à un système de contrôle, les instants de naissance d'une particule ou d'un individu d'une population. Une réalisation d'un tel processus est décrite par la donnée d'une suite croissante d'instants t_1, t_2, \dots , (ceux où se réalise le phénomène) ou par une suite de points P_1, P_2, \dots sur l'échelle des temps, avec $OP_n = t_n$, d'où la dénomination de *processus ponctuel*.

Chaînes de Markov et martingales (29)

On appelle chaîne une suite de variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ telles que la loi de probabilité de X_n dépende des épreuves précédentes. Une chaîne de Markov simple est une suite de telles

variables dans laquelle la loi de X_n dépend uniquement de l'épreuve X_{n-1} . Supposons que Y soit l'ensemble $(1, 2, \dots, n)$ des n premiers entiers. Appelons p_{ij} la probabilité pour X_n de l'événement j , l'épreuve précédente de rang $n - 1$ étant i ; naturellement, on a :

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1,$$

quel que soit i . Considérons la matrice :

$$A = (p_{ij}), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n,$$

Que l'on appelle souvent une *matrice stochastique*. La matrice unité est une matrice stochastique et le produit AB de deux matrices stochastiques est une matrice stochastique : en effet, les éléments de AB sont bien entendu positifs et, de plus, on a :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n p_{ij}^{(A)} p_{jk}^{(B)} &= \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(A)} \sum_{k=1}^n p_{jk}^{(B)} \\ &= \sum_{j=1}^n p_{ij}^{(A)} = 1; \end{aligned}$$

L'ensemble des matrices stochastiques forme donc un semi groupe. En particulier, les puissances d'une même matrice A forment un semi groupe ; étant donné les axiomes du calcul des probabilités, la matrice A^n a pour élément de la i -ième ligne et de la j -ième colonne la probabilité pour la n -ième variable X_n de l'événement j , la première épreuve étant i et les *probabilités de passage* étant les mêmes quel que soit l'indice n (on dit que la chaîne est stable). Cherchons le comportement de A^n quand n augmente indéfiniment. La matrice A a pour valeur propre l'unité, car l'ensemble des équations :

$$p_{i1}x_1 + p_{i2}x_2 + \dots + p_{in}x_n = \lambda x_i, \quad i = 1, \dots, n$$

est évidemment satisfait si tous les x_i sont égaux et si $\lambda = 1$. On a, d'autre part, l'inégalité :

$$\left| \sum_{j=1}^n p_{ij}x_j \right| \leq \sum_{j=1}^n p_{ij}|x_j| \leq \max|x_j|;$$

Si on a à la fois $p_{ij} \geq 0$, quels que soient i, j , et la non réalisation de l'ensemble des égalités $x_1 = x_2 = \dots = x_n$, la seconde inégalité est stricte. Si on prend i égal à l'indice j_1 tel que $\max|x_j| = |x_{j_1}|$, on a :

$$|\lambda x_{j_1}| = \left| \sum_{j=1}^n p_{j_1 j} x_j \right| < |x_{j_1}|,$$

Ce qui indique que le module des valeurs propres différentes de 1 est strictement inférieur à 1. On montre que, dans le cas où tous les p_{ij} sont différents de 0, la valeur propre $\lambda = 1$ est simple. Il en résulte que, si l'on donne à A sa forme réduite R (diagonale, ou réduite de Cauchy si les valeurs propres différentes de 1 sont multiples), avec $A = TRT^{-1}$, on aura $A^m = TR^m T^{-1}$ et, la valeur propre $\lambda = 1$ étant simple et les autres valeurs propres étant de modules inférieurs à 1, la matrice R^m tendra vers une matrice dont le seul élément différent de 0 sera celui de la première ligne, première colonne ; cet élément est égal à 1. La matrice $R^m T^{-1}$ tendra vers une matrice dont les seuls éléments non nuls sont ceux de la première ligne, égaux à a_1, a_2, \dots, a_n , et la matrice A^m tendra vers $(t_{i1}a_j)$ si t_{ij} est l'élément général de T ; comme A^m est une matrice stochastique, on a :

$$\sum_{j=1}^n t_{i1} \alpha_j = 1,$$

Quel que soit i , et par suite :

$$t_{i1} = \left[\sum_{j=1}^n \alpha_j \right]^{-1}.$$

Il en résulte que le nombre :

$$t_{i1} \alpha_j = \left[\sum_{j=1}^n \alpha_j \right]^{-1} \alpha_j,$$

qui est, quand m tend vers l'infini, la limite de la probabilité pour que le système passe de l'état i à l'état j en m épreuves, est indépendant de i , c'est-à-dire de l'état initial. On a donc un premier cas d'*ergodicité* (indépendance de l'état initial) quand tous les p_{ij} sont différents de 0.

1.4.) L'espace de probabilité inclue les théories des décisions statistiques : (77)

L'espace de probabilité permet d'envisager aussi du point de vue mathématique la théorie des fonctions de décision statistique.

- Dans cette théorie, deux courants d'idées se développent.
- les solutions bayésiennes regroupent les stratégies qui supposent un pré ordre complet de la distribution des données. Elles englobent les modèles idéalisés du comportement des fréquences grâce auxquels peut se prédire certains résultats d'événements à condition qu'ils soient effectués dans des conditions suffisamment stables. (Cf. chapitre précédent § 1.3. 1). En ne considérant que les solutions qui minimisent la valeur moyenne de la fonction de risque, (au sens de son espérance mathématique). les solutions bayésiennes englobent l'inférence statististique.
- Une autre manière de voir est d'envisager la probabilité comme une mesure du degré de confiance que on peut avoir vis-à-vis de tout événement incertain ; ce qui englobe le cas de la fréquence, mais aussi bien d'autres situations. Cette manière de voir très en vogue actuellement chez les économistes caractérise les stratégies néo-bayésiennes. Les épidémiologistes sont certainement, entre tous les praticiens, ceux qui auront le plus à gagner de ces méthodes. Car l'emploi des probabilités dans le domaine du développement des pathologies au sein d'une population est, de toute façon, irrémédiablement entaché d'un caractère subjectif : En effet, il n'existe guère, dans ce domaine, d'événements d'actions ou d'expériences se déroulant dans des conditions rendant crédible l'utilisation de modèles classiques du comportement des fréquences ; ceux-ci supposant que le déroulement des événements (parfois long) s'est fait à conditions égales !
-

1.4.1.) Principe général de la théorie de la décision.

Soit un espace probabilisable (E, \mathcal{B}) , et une famille \mathbf{P} de lois de probabilité sur cet espace. Le triplet $(E, \mathcal{B}, \mathbf{P})$ est appelé une structure statistique. Il sera commode de repérer une loi de probabilité appartenant à \mathbf{P} par un paramètre j , prenant ses valeurs dans J . Soit par ailleurs un ensemble D de décisions. On appelle fonction de décision statistique, ou stratégie, une application d de E dans D . En fait, il introduit, sous le nom de stratégie mixte, des transitions de E dans D , où D est une σ -

algèbre sur D ; une telle généralisation a un grand intérêt technique ; on se bornera ici aux applications d , qui forment un ensemble D .

Quelles raisons le statisticien peut-il avoir de choisir telle ou telle fonction de décision ? Ces raisons seront contenues, pour la théorie, dans le choix d'une fonction de perte, qui est une application de J, Z, D dans \mathbb{R} représentant l'ensemble des coûts impliqués lorsqu'une décision d est prise, alors que la loi à laquelle obéissent les observations a pour paramètre j . On peut alors calculer, pour une fonction de décision d , l'espérance de la fonction de perte : c'est une application de J, Z, D dans \mathbb{R} que l'on appelle fonction de risque. Le but recherché par le statisticien, dans le choix d'une méthode, est de donner à la fonction de risque des valeurs aussi faibles que possible ; la difficulté fondamentale provient du fait que le statisticien choisit librement d , mais n'a aucun contrôle sur j (paramètre choisi par le hasard). La fonction de risque n'induit sur D qu'un pré ordre partiel, généralement assez pauvre. On a recours alors à un critère, inspiré de la théorie des jeux, permettant de déterminer dans tous les cas une fonction de décision optimale : c'est le critère du minimax, qui consiste à rendre minimale, par le choix de d , la valeur maximale de la fonction de risque lorsque j varie dans J .

1.4.2.) Théorie de la décision dans l'incertain.

Une situation de décision dans l'incertain est caractérisée par la donnée d'un ensemble S d'états, d'un ensemble K de conséquences, et les actes sont des applications de S dans K . Il s'agit de caractériser les préférences (cohérentes ou rationnelles) qu'un agent peut exercer sur l'ensemble des actes ; les sous-ensembles de S sont appelés événements. Les postulats de la théorie sont les suivants :

- Il existe un pré ordre complet sur l'ensemble F des actes.
- Si deux actes f et g comportent les mêmes conséquences pour tout état n'appartenant pas à un événement B , l'ordre de préférence entre f et g ne dépend que des conséquences qu'ils comportent pour les états appartenant à B .
- L'ordre de préférence entre deux conséquences ne dépend pas des états qui se réalisent.
- L'ordre de préférence sur les actes induit un pré ordre sur les événements (pré ordre de probabilité).
- Il existe des partitions de cardinal arbitrairement grand de S en événements presque équivalents : cela signifie qu'aucune réunion de $r + 1$ événements de la partition ne peut être plus probable qu'une réunion de r événements élémentaires.

Avec quelques précautions techniques, on montre alors qu'il existe une fonction, dite fonction d'utilité, sur l'ensemble K et une distribution de probabilité sur S telles que le pré ordre de préférence sur les actes soit le pré ordre induit par l'espérance mathématique de l'utilité.

En somme, la théorie montre que, si les choix sont cohérents (au sens des postulats), la probabilité subjective apparaît comme une nécessité logique.

1.4.3.) Fondements logiques.

Les solutions bayésiennes

Les solutions bayésiennes sont des stratégies qui s'appuient sur un pré ordre complet sur J en supposant aussi connue la distribution des probabilités. L'avantage technique est évident : cela permet, dès le choix d'une distribution à priori particulière effectué, (à partir du pré ordre complet sur J) de donner sans ambiguïté une solution à tout problème de décision statistique. En théorie, l'utilisation de la fonction caractéristique, donnée par l'intégrale de Lebesgue-Stieltjes règle le problème (cf § 1.2.4.) Rappel, en statistique classique, on adopte très souvent la stratégie optimale (quelle que soit la définition de l'optimum) qui minimise la valeur moyenne de la fonction de risque, au sens de l'espérance mathématique

Solutions néo-bayésiennes

Les solutions néo-bayésiennes se fondent sur une distribution des paramètres à priori inconnue ce qui traduit mieux la connaissance imparfaite des phénomènes. Cette manière d'envisager les choses correspond mieux à la réalité du terrain, car il peut subsister des divergences de vue, concernant la survenue d'événements certains ou incertains dont les modèles théoriques utilisés, avec ses règles de calcul strictes, peinent à fournir un support théorique valable.

Si $f(x, j)$ est la loi de probabilité des observations pour j fixé, et si $f(j)$ est la densité à priori du paramètre j , l'estimation du paramètre j , lorsqu'on connaît les observations, conduit à rechercher la loi à posteriori de j conditionné par x . On sait que le résultat est fourni par la formule (de Bayes), soit :

$$\frac{\phi(\theta)f(x, \theta)}{\int \phi(\theta)f(x, \theta) d\theta}.$$

Sur le plan des principes, cette formule exprime complètement, ce qu'on doit penser de j , au vu des observations x . Mais en pratique, avec les expressions des lois d'observation habituellement utilisées (qui appartiennent souvent à ce qu'on appelle des familles exponentielles), une expression du type donné ci-dessus n'a pas nécessairement une forme analytique simple, selon l'expression choisie pour $f(j)$.

En pratique, on ne l'utilise qu'avec des expressions analytiques pour $f(j)$ qui conduisent à des expressions simples : c'est la théorie des familles de lois de probabilité conjuguées. Il s'agit de prendre pour $f(j)$ une expression telle que la distribution à posteriori conserve la même forme analytique, ses paramètres étant seuls modifiés. Il en est ainsi lorsque la loi des observations est une loi binomiale.

Une façon différente de cadrer aux solutions néo-bayésiennes pour l'estimation des paramètres consisterait à renoncer au calcul analytique et à demander que l'opinion à priori sur les paramètres soit exprimée sous forme numérique. L'emploi d'une calculatrice permet d'obtenir aisément la distribution à posteriori. Mais on se prive ainsi de la possibilité d'obtenir des résultats généraux et synthétiques. Les résultats prospectifs sont alors limités au seul phénomène étudié.

1.4.4.) Application de la théorie des fonctions de décision statistique dans le domaine de l'inférence statistique.

L'application de la théorie des fonctions de décision statistique joue aussi un rôle unificateur dans les problèmes classiques de l'inférence statistique. Ainsi, la théorie de l'estimation ou la théorie des tests apparaît comme des cas particuliers de la théorie des fonctions de décision statistique.

En effet, une situation d'estimation suppose que l'ensemble D des décisions est isomorphe à l'ensemble J des paramètres : on appellera alors T l'ensemble des décisions et on nommera arbitrairement un de ses éléments, t , une « valeur estimée du paramètre » ; on supposera de plus que la fonction de perte est une mesure de l'écart entre j et t . D'ailleurs, si cette fonction est de la forme $c(t - j)^2$ et si l'on ajoute la condition, assez naturelle, que l'estimateur (fonction de décision) soit sans biais, alors on constate que les exigences de la théorie des décisions statistiques (minimiser la fonction de risque) recoupent parfaitement les règles de la statistique classique, puisqu'elles se traduisent par la recherche d'estimateur de variance minimum. Il est remarquable que ce problème puisse être résolu sans rencontrer les difficultés inhérentes à la présence de j , pour la plupart des problèmes courants d'estimation, car le pré ordre induit sur l'ensemble des estimateurs par la fonction de risque est en général un pré ordre complet.

Pour voir comment la théorie générale des tests s'insère également dans la théorie des décisions statistiques, il suffit d'envisager le cas où l'ensemble des décisions se réduit à deux éléments $d1$ et $d2$ et où J est muni d'une dichotomie, c'est-à-dire d'une partition en deux classes $J = J1 \cup J2$. Interprétant les décisions « faire comme si $j \in J_i$ », décisions que l'on nommera di , on est conduit à définir une fonction de perte qui est nulle aux points (di, j) avec $j \in J_i$ et égale à l'unité quand $j \notin J_i$. On montre alors aisément que la fonction de risque n'est autre que le couple des probabilités d'erreur de première et de seconde espèce définies dans la théorie des tests.

Nous rappelons ci-dessous les principales théories classiquement utilisées en statistiques.

1.4.4.1.) Théorie de l'échantillonnage.

Tout, dans la statistique classique, repose sur l'étude des distributions des échantillons. Pour la statistique classique, un échantillon est défini, dans le cas le plus simple, comme un ensemble d'épreuves indépendantes et de même loi. Il convient d'abord d'étudier la distribution de probabilité de tels échantillons, dont on donnera quelques exemples. Soit x une variable aléatoire suivant une loi de Laplace Gauss de moyenne m , d'écart type s , et soit :

(x_1, x_2, \dots, x_n) un n -échantillon, au sens qui vient d'être indiqué au chapitre 3, sous le titre *Statistique descriptive*. La moyenne arithmétique \bar{x} de cet échantillon suit une loi de Laplace Gauss, de moyenne m et d'écart type s/\sqrt{n} . La variance, ou plus exactement la quantité $(ns^2)/s^2$, qui est proportionnelle à la variance de l'échantillon, suit une loi dite loi de χ^2 à $n - 1$ degrés de liberté, dont la densité s'écrit, en posant $(ns^2)/s^2 = u$ et $n - 1 = v$,

$$f(u) = \frac{1}{\Gamma(v)} e^{-u} u^{v-1};$$

Cette loi est dite aussi loi gamma. La quantité :

$$t = \frac{\bar{x} - m}{s} \sqrt{n-1}$$

suit une loi de probabilité qui ne dépend d'aucun des paramètres de la loi de Laplace Gauss initiale ; c'est la loi de Student, de densité :

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{v}\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)\left(1+\frac{t^2}{v}\right)^{(v+1)/2}},$$

De même, étant donné un échantillon d'une loi de Laplace Gauss à deux variables, soit :

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n),$$

On sait établir la loi de probabilité des grandeurs servant habituellement à caractériser les moyennes et dispersions, ainsi que la liaison entre x et y . On montre que si mx , my , sx , sy et r sont les paramètres de la loi du couple (x, y) , alors le couple (x, y) suit une loi de Laplace Gauss de paramètres $(mx, my, sx/n, sy/n, r)$ et se trouve indépendant du triplet (sx, sy, r) dont on sait par ailleurs calculer la loi de distribution exacte (c'est une expression analytique assez compliquée).

Une autre loi de distribution d'échantillonnage couramment utilisée dans la statistique classique est celle du quotient de deux variances indépendantes (ou de deux chi²) ; elle est connue sous le nom de loi de Fisher-Snedecor. Un certain nombre d'autres lois, que suivent les grandeurs caractérisant des échantillons de variables gaussiennes, ont été étudiées et tabulées. Les premiers statisticiens, au début du XX siècle, utilisaient de tels résultats à l'aide d'un principe de raisonnement extrêmement simple : les grandeurs calculées à partir d'un échantillon étant choisies de façon quelque peu intuitive, on convenait que des valeurs de probabilité très petites ne devaient pas se produire, ou plus précisément qu'il était raisonnable de « faire comme si » des valeurs de probabilité très petites ne s'étaient pas produites.

1.4.4.2.) Théorie de l'estimation.

Supposons qu'une grandeur observable x suive une loi de probabilité dépendant d'un paramètre j et possédant une densité $f(x, j)$; on dispose d'un échantillon de valeurs données, soit x_1, x_2, \dots, x_n , et on veut se faire une idée de la valeur du paramètre inconnu j . On peut préciser cet énoncé de plusieurs façons. La plus simple conduit à poser le problème de l'estimation ponctuelle : on veut, au vu des observations, choisir une valeur qu'on attribuera à j . Ce qu'il faut déterminer est donc une application de \mathbf{R}^n dans \mathbf{R} ; une telle application est appelée un estimateur. On a étudié systématiquement les propriétés des estimateurs, et on convient souvent qu'un bon estimateur doit être :

- *sans biais*, c'est-à-dire que son espérance mathématique doit être égale à la vraie valeur du paramètre j ;
- *convergent*, c'est-à-dire qu'il doit converger en probabilité (ou en moyenne quadratique) vers j lorsque n tend vers l'infini ;
- *de variance minimum* (on dit estimateur « efficace »).

On a montré que, avec des hypothèses assez générales, on obtient un estimateur convergent, asymptotiquement sans biais et efficace lorsqu'on utilise la méthode du maximum de

vraisemblance : on prend pour valeur estimée \hat{j} la valeur de j qui rend maximum la densité de probabilité de l'échantillon (ou son logarithme) :

$$\max \sum_I \ln f(x_i, \theta);$$

On peut alors calculer la variance (au moins asymptotique) de l'estimateur ainsi obtenu.

Dans certains cas, la situation est encore meilleure, en ce sens que, pour n fini, on obtient un estimateur de variance minimum : il est impossible de faire mieux. Cela se produit en particulier si l'on a un estimateur exhaustif : la loi de distribution conditionnelle des observations, étant donné la valeur prise par l'estimateur, ne dépend pas du paramètre à estimer.

Par exemple, lorsqu'on doit estimer la moyenne d'une loi de Laplace Gauss, dont l'écart type est connu, on montre que la moyenne arithmétique des observations constitue l'estimateur du maximum de vraisemblance ; c'est d'ailleurs un estimateur exhaustif.

Un autre point de vue, qui concerne le problème de l'estimation, conduit à rechercher pour un paramètre non pas une valeur estimée mais un ensemble de valeurs, un intervalle, dans lequel « il y ait de bonnes chances » que se trouve le paramètre inconnu. Si l'on veut, dans la perspective de la statistique classique, donner un sens précis à cet énoncé, il faut observer que le paramètre j , pour être inconnu, n'est pas un élément aléatoire (on n'est pas disposé à lui donner une loi de probabilité). C'est l'intervalle, construit à partir des observations, qui est aléatoire ; c'est ce qu'on appelle intervalle de confiance. On sait en effet, dans un certain nombre de cas, construire de tels intervalles, qui ont une probabilité donnée, choisie d'avance, de recouvrir la vraie valeur, inconnue, du paramètre, que celui-ci reste fixe ou varie d'une façon quelconque au cours des expériences. On sait même construire des intervalles de confiance pour un paramètre lorsque la loi de probabilité des observations contient aussi d'autres paramètres auxquels on ne s'intéresse pas et qui sont dits paramètres nuisibles. Par exemple, si l'on s'intéresse à la moyenne d'une loi de Laplace Gauss d'écart type inconnu et si l'on dispose de quatre observations, on peut affirmer que l'intervalle :

$$(\bar{x} - 3,2s; \bar{x} + 3,2s)$$

Recouvre la valeur inconnue de la moyenne avec une probabilité de 95 p. 100, quelles que soient par ailleurs les valeurs de la moyenne et de l'écart type de la loi.

1.4.4.3.) Théorie des tests.

Les tests utilisés sur des bases empiriques s'appuient sur le principe de raisonnement suivant : si des observations avaient une probabilité très faible, cette probabilité étant calculée à l'aide d'une hypothèse (loi de probabilité) particulière, alors cette hypothèse est vraisemblablement fausse.

Cette façon de raisonner a été très féconde, et il était « classiquement admis » (pour les applications du calcul des probabilités) que « les événements de probabilité inférieure à un dix millième ne se produisaient pas. » il faut bien admettre aujourd’hui qu’un tel axiome n’est pas admissible, car des miracles peuvent se produire. On ne peut pas faire œuvre scientifique en adoptant à chaque instant les hypothèses qui expliquent le mieux les données observées, et en excluant celles relevant « d’un miracle ». En fait, on sait que la théorie cohérente des tests constraint à prendre en compte non seulement l’hypothèse testée, mais aussi celle qu’il faudrait bien mettre à la place si les observations conduisait à rejeter l’hypothèse initiale.

La théorie générale des tests propose une construction cohérente dont nous n’indiquons que les grandes lignes.

Une situation de test implique qu’on prenne en compte les observations (un point x d’un espace quelconque, souvent \mathbf{R}^n dans les applications), l’hypothèse testée H (qui est une loi de probabilité particulière sur \mathbf{R}^n), une hypothèse alternative K (qui est une autre loi de probabilité sur \mathbf{R}^n). Le problème consiste, à partir de ces éléments, à décider d’avance quels sont tous les résultats possibles x de l’observation qui conduiront à rejeter l’hypothèse H . Ce faisant, on peut commettre deux espèces d’erreurs : rejeter H alors qu’elle est « vraie », ou la conserver alors qu’elle est « fausse ». Si f et g sont les densités de probabilité du point observé x sous H et K respectivement et si W (région critique) est l’ensemble des points conduisant à rejeter H , alors la

probabilité de l’erreur de première espèce est égale à :

$$\alpha = \int_W f d\mu$$

.La probabilité de l’erreur de seconde espèce est égale à :

$$\beta = 1 - \int_W g d\mu;$$

Le nombre de « faux négatifs » qui conditionne la sensibilité d’une épreuve test relève du risque de seconde espèce.

Il ne faut pas perdre de vue toutefois que ces probabilités sont calculées dans des hypothèses différentes.

L’attitude usuelle consiste à proposer comme principe de choix d’une épreuve test (ou, ce qui est équivalent, principe de choix d’une région critique) de fixer α à une valeur faible choisie à priori (seuil du test) et rendre β minimum. Ce point de départ a permis de rendre apparemment solide, dans la statistique classique, la théorie des tests. Des difficultés techniques peuvent apparaître si H et K ne sont plus des hypothèses simples, mais des hypothèses composites (familles de lois de probabilité).

A noter que le calcul des valeurs prédictives (positive ou négative) correspondent à un abord néo-bayésien du problème.

1.4.4.4.) Test du chi².

Un autre exemple, justement célèbre et d'usage courant, du mode d'inférence classique est le test du chi². Ce test a été le plus souvent utilisé soit comme test d'ajustement d'une loi de probabilité à un échantillon d'observations supposées indépendantes et de même loi, soit comme test de liaison dans un tableau croisé de fréquences de deux phénomènes qualitatifs (ou variables ayant fait l'objet d'un regroupement en classes), soit parfois comme test d'homogénéité. En fait, c'est essentiellement un test d'un modèle multinomial. La possibilité de bâtir ce test résulte des considérations suivantes :

- a) La loi de probabilité de la somme des carrés de n variables gaussiennes, réduites et indépendantes, est connue sous le nom de loi de chi² et se calcule aisément : c'est la loi de la distribution de la variance d'un échantillon d'une loi normale, où n est le nombre de degrés de liberté.
- b) La loi de distribution est identique à la densité d'une loi de Laplace-Gauss à n variables.
- c) La loi de distribution multinomiale à k catégories converge, quand n tend vers l'infini, vers une loi de Laplace Gauss de rang (k -1). Rappelons que la loi multinomiale est la distribution, entre les catégories, de n objets, chaque objet ayant les probabilités p₁, p₂, ..., p_k d'appartenir à chacune des catégories ; on a donc la distribution d'un vecteur (x₁, x₂, ..., x_k) dont les composantes sont assujetties à la condition $\sum x_i = n$.
- d) l'expression de la loi de Laplace Gauss limite, pour n grand de la loi multinomiale, a pour expression :

$$\sum \frac{(x_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Dès lors, en rapprochant les quatre propriétés que l'on vient d'énoncer et en supposant que n est assez grand pour qu'on puisse utiliser la loi limite de l'expression ci-dessus, on peut dire qu'elle suit approximativement une loi de chi², avec n -1 degrés de liberté. De façon empirique, on dit que, si une valeur, obtenue en fait à partir d'observations qui étaient supposées provenir d'une loi multinomiale, dépasse des valeurs données comme très improbables par la loi de chi², c'est l'indice que le modèle probabiliste multinomial doit être suspecté.

Le test de chi² a été beaucoup utilisé. Dans son emploi comme test d'ajustement d'une loi de probabilité continue, et particulièrement pour de petits échantillons, on a proposé de le remplacer par des tests fondés sur la distribution d'une distance entre les fonctions de répartition théorique et empirique : cette distance peut être définie comme une moyenne de l'écart entre les deux fonctions ou comme le maximum de la valeur absolue de cet écart. C'est ce test que nous avons utilisé au § 2.1.3.3. pour tester les distributions observées.

Ce dernier test est utilisable également pour juger si deux échantillons peuvent être considérés comme provenant de la même loi de probabilité (homogénéité de deux échantillons). Dans cet emploi, le test ne fait pas intervenir la loi de probabilité inconnue (il est fondé sur la distribution de l'écart maximum entre les deux fonctions de répartition). On dit que c'est un test « non paramétrique » (*distribution free*).

1.4.4.5.) Lois dérivées de la loi de Laplace Gauss.

Cet ensemble de lois de répartition est particulièrement utile dans la partie de la statistique appelée l'analyse de la variance. C'est cette technique que Senna A et coll. ont utilisée dans leur étude. (106)

La loi de probabilité du carré d'une loi de Laplace Gauss a pour fonction caractéristique :

$$(1 - 2iu \sigma^2)^{-1/2}$$

Si la variable est centrée (valeur moyenne nulle), s^2 étant la variance. La fonction caractéristique de la somme des carrés de n variables de Laplace Gauss ayant même loi de probabilité est donc :

$$(1 - 2iu \sigma^2)^{-n/2},$$

et sa loi de probabilité est :

$$\begin{aligned} p(X_1^2 + \dots + X_n^2 < x^2) \\ = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{1}{2^{(n-2)/2}} \int_0^x \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{r^2}{\sigma^2}\right) \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{n-1} d\left(\frac{r}{\sigma}\right), \end{aligned}$$

La loi de probabilité du quotient de deux sommes de carrés de variables aléatoires de Laplace Gauss de valeur moyenne nulle et de même variance, toutes ces variables étant indépendantes, constitue ce que l'on nomme la *loi de Behrens Fisher* (ou *loi de Snedecor*, à un changement de variable près).

On a avec ces hypothèses :

$$P\left[\frac{X_1^{(1)2} + \dots + X_{n_1}^{(1)2}}{X_1^{(2)2} + \dots + X_{n_2}^{(2)2}} < x^2\right] = \frac{2}{B\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)} \int_0^{x^2} \frac{u^{n_1-1} du}{(1+u^2)^{(n_1+n_2)/2}};$$

La *loi de Student* est la loi du quotient d'une variable de Laplace Gauss par la racine carrée de la somme des carrés de n variable de Laplace Gauss indépendantes entre elles et indépendant de la première variable. Si on appelle T cette variable, on a :

$$P(T < x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^x \frac{du}{(1+u^2)^{(n+1)/2}};$$

***II.) Particularité de l'épidémiologie bucodentaire
actuelle.***

2.1.) Au niveau population :

2.2.) Au niveau individuel :

II.) Particularité de l'épidémiologie bucodentaire actuelle.

Le développement du modèle mathématique de distribution des variables de Laplace-Gauss exposé ci-dessus est à l'origine de deux concepts qui ont dominé la pensée scientifique du XIXeme et du XX eme siècle. Il s'agit du concept de l'« homme moyen » d'une part, et celui du déterminisme d'autre part ; à partir de ces deux concepts, tout processus biologique apparaît comme un enchevêtrement de causes. Cet enchevêtrement permettant d'expliquer la distribution finale des données observables.

La carie dentaire est une pathologie individuelle. Pour évaluer celle-ci au niveau de la population, il convient de disposer d'un instrument de mesure global. Dès 1940, les chirurgiens-dentistes Klein et Palmer ont proposé d'utiliser un indicateur facile à relever et représentatif de l'état de santé bucodentaire d'un individu : l'indicateur CAO individuel. Pour regrouper et représenter les informations au niveau de la population, les auteurs proposèrent la moyenne des indicateurs CAO individuels. Avec le temps, cet indicateur est devenu l'estimateur conventionnel de référence du phénomène de santé qu'est la carie. Les caractéristiques de cet indicateur seront développées dans la seconde partie du chapitre suivant. Auparavant, nous allons envisager les caractéristiques épidémiologiques actuelles du processus carieux.

2.1.) Au niveau population :

Quatre points caractérisent la prévalence de la carie actuellement.

La diminution de la carie au cours des trente dernières années, la distribution non uniforme de la carie dans la population, l'absence de loi de distribution, d'où l'intérêt croissant et nécessaire pour les méthodes néo-bayésiennes.

2.1.1.) Diminution globale de la prévalence de la carie dentaire dans les pays développés.

On peut s'autoriser à penser que les différentes actions de prévention menées au cours des années 1960-1980 ont entraîné une diminution régulière de la carie dentaire dans les pays développés.

Les résultats chiffrés publiés par l'OMS objectivent clairement cette diminution ; en effet on constate :

- Une diminution globale du nombre des caries dans la population générale illustrée par l'évolution dans le temps de l'indice CAO moyen.(cf. § 2.2.2)
- Une diminution globale du nombre des caries à âge donné illustré par l'indice CAO moyen. (cf. § 2.1.1.3 graphe N° : 2)
- Une diminution de la fréquence des caries illustrées par l'accroissement de la fréquence des CAO = 0 à âge donné. (cf. § 2.1.1.3 graphe N° : 3)

2.1.1.1.) Arguments bibliographiques.

La recherche bibliographique sur Medline et dans les abstracts de congrès de 1998 à décembre 2006 retient essentiellement cinq études décrivant la morbidité de la carie chez des écoliers étrangers sur des populations que l'on peut considérer comme représentatives des populations (5, 8, 21, 22, 117).

En France, chronologiquement, on peut citer trois études.

- Celle de Escot P. et Roland E. (51) portant sur la morbidité de la carie chez des écoliers français âgés de 12 ans en 1987-1993-1998.
 - En 2000-2001, à Nancy, l'enquête servant de support à l'opération « Cric, Crac, Croc, la vie » a touché les élèves de 216 écoles de la région. (102-103).
 - en 2005, l'étude « Fluor et prévention bucco-dentaire » (58) menée par les Urcam de Lorraine - Alsace, Champagne-Ardenne publiée mars 2006 porte sur un échantillon représentatif d'enfants âgés de 6 à 15 ans
- Enfin, la publication de l'UFSBD (52) proposant des valeurs 2006 de l'indicateur CAO. Ces chiffres ayant été repris par l'OMS.

2.1.1.2.) Effectifs.

Toutes les enquêtes citées ont impliqué des échantillons représentatifs portant sur des effectifs supérieurs à mille individus. (1,000 enfants âgés de 12 ans en 1987, 1,331 en 1993 et 6,000 en 1998) (51). L'enquête récente « Fluor et prévention bucco-dentaire : Urcam Alsace, Champagne-Ardenne et Lorraine- mars 2006 » porte sur un échantillon de 1330 enfants. (58)

Ces résultats sont comparables aux publications étrangères. (5, 8, 21, 22, 117)

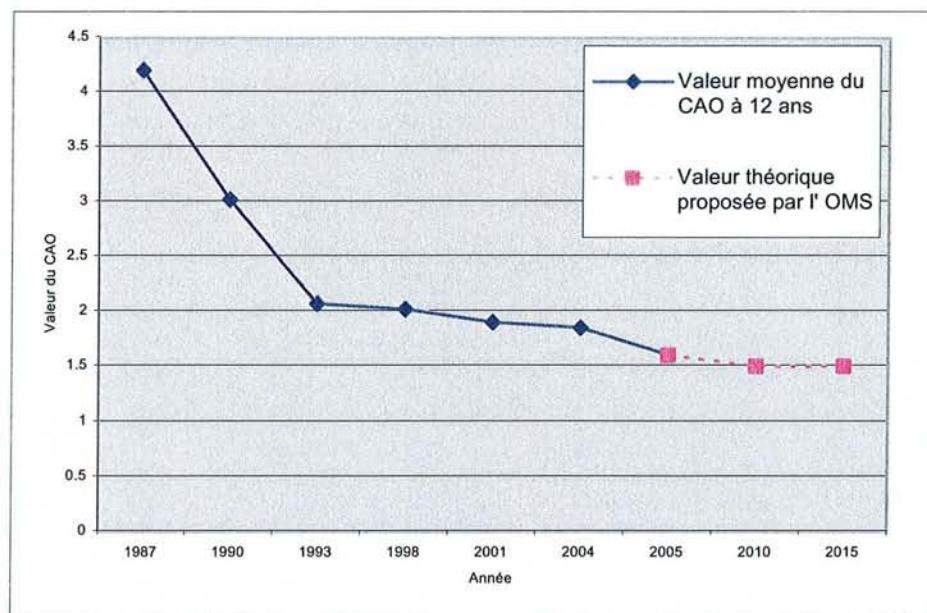
Ainsi, en 2005 une enquête générale dentaire portant sur la fréquence des caries parmi des écoliers de 6-et de 12 ans à la Haye a été effectuée. Chez les enfants de 12 ans, l'échantillon est constitué de 814 enfants scolarisés dans douze écoles primaires à la Haye.

En 2000-2001, à Nancy, l'enquête servant de support à l'opération (102-103) « Cric, Crac, Croc, la vie » a touché 8286 élèves de 216 écoles. La représentativité de l'échantillon n'était pas bonne, mais elle n'était pas cœur de la problématique de cette action.

2.1.1.3.) Résultats.

Illustration n° 2 : Evolution dans le temps de l'indicateur CAO moyen à 12 ans en France.

Illustration réalisée à partir des données de l'article : (51)



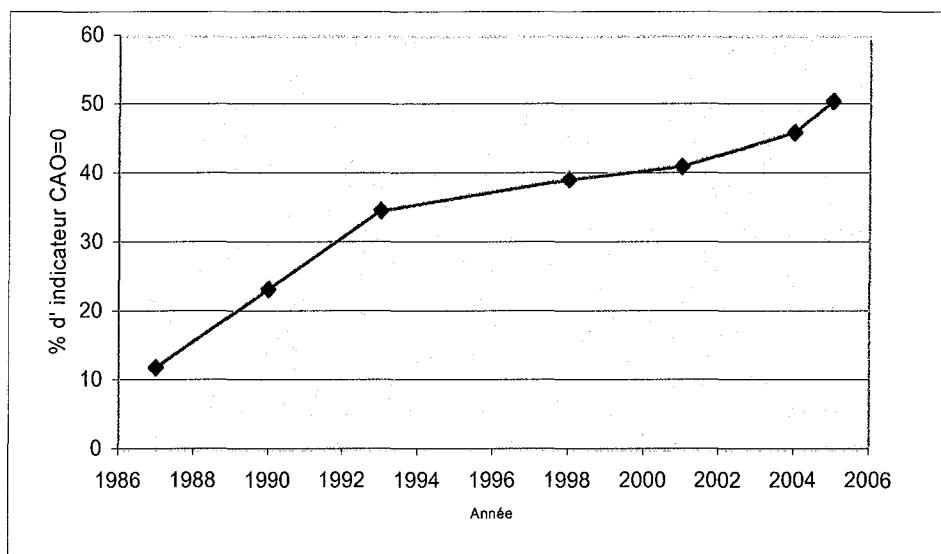
Les chiffres de cette illustration montrent une baisse importante de la carie concentrée dans la première période (1987 -1993) : - 51 % contre - 11 % dans la période 1993-1998. Cette baisse remarquable du nombre moyen des caries entre 1987 et 1993 est concomitante avec la mise en place et la distribution du sel fluoré. Les auteurs soulignent que tous les composants dans l'Indicateur de CAO ont diminué. Le nombre moyen de dents traitées successivement a baissé au cours des 11 années dans un contexte où le nombre moyen de dents cariées non traitées a atteint son point le plus bas en 1993 puis s'est accru ensuite.

L'objectif recommandé par l'OMS : CAO égal à 1,5 en 2010 semble réalisable. Les chiffres exposés au paragraphe 4.1.1. présentent les résultats d'enquêtes représentatives les plus récentes et confirment cette évolution favorable mais devenue lente, asymptotique à 1,5. Il faut désormais déployer de grands efforts pour obtenir un petit gain.

Illustration n° 3 : Evolution dans le temps du pourcentage d'enfant exempt de carie

(indicateur CAO= 0) à 12 ans en France.

Illustration réalisée à partir des données des articles : (51- 58)



Il existe une diminution de la fréquence des caries illustrée par l'accroissement de la fréquence des CAO = 0 à âge donné. Ici à l'âge de 12 ans. Là aussi, l'année 1993 marque une brisure de l'évolution favorable constatée dans la période précédente.

Cette tendance générale se retrouve également dans d'autres pays. A La Haye, les résultats révèlent que depuis l'étude précédente, (117), la tendance s'est poursuivie à savoir la croissance du pourcentage d'enfants non porteur de carie sur les dents temporaires et permanentes. Dans le cas des enfants qui sont porteur de caries, il est important de remarquer que, en général, le nombre de nouvelle carie dentaire n'a pas changé durant la période 1996-2005, En 2005, l'enquête Champagne Lorraine (58) montre que l'indice CAO moyen à 12 ans est proche de 1.6. Ce qui est proche de la valeur moyenne théorique proposée par l'OMS soit 1,5 en 2015.

2.1.1.4.) Conclusions :

La diminution du nombre des caries est indiscutable dans les pays européens. Ce constat pousse les chercheurs à utiliser des méthodes de travail plus puissantes (et à moindre coût) Ce gain de puissance passe par une modification du CAO en s'intéressant essentiellement aux localisations préférentielles de la carie. D'où, l'utilisation du CAO / D puis du CAO / F en remplacement du CAO global. Elle passe aussi par un diagnostic plus précoce, d'où le recours à des moyens de diagnostic plus efficaces (radiographie) que le simple examen clinique dans certaine localisation de la carie. Les auteurs envisagent maintenant les conséquences de cette évolution favorable de la

carie sur le système de santé oral. Des suggestions sont avancées pour intégrer la dentisterie dans un concept de santé publique visant maintenant la réduction des inégalités.

2.1.2.) La distribution actuelle des caries dans la population n'est pas uniforme mais constituée de sous groupes porteur d'indicateur CAO très différents.

2.1.2.1.) Arguments bibliographiques.

La recherche bibliographique et abstracts de congrès de 1989 à décembre 2006 permet de retenir principalement huit études qui mettent en évidence l'inégalité de la distribution des caries dans les populations étudiées (57, 58, 68, 95, 102, 103, 105, 106)

2.1.2.2.) Effectifs.

Les auteurs danois (105) publient une étude portant sur l'exhaustivité d'une tranche d'âge avec des effectifs conséquents ! (> 50 000 adolescents) Cette étude s'exonère ainsi d'éventuels biais d'échantillonnage et est donc pleinement représentative des adolescents danois à l'époque de l'étude. Les autres études portent sur des échantillons conséquents (1330 enfants) dont certains ont vérifié la représentativité (58,95).

- Aux USA, Johnson à Princeton (57), Macek et coll. à Baltimore (68) travaillent sur les données de l'enquête nationale générale de la Santé menée en 1988 et 1994.
- Les auteurs milanais (106) ont travaillé sur échantillons de jeunes recrues italiennes.
- Plusieurs auteurs (dont les britanniques) ont recours aux courbes de Lorenz (57, 68, 95) pour mettre en évidence ces inégalités de distribution des caries.

2.1.2.3.) Résultats.

En 1994, Macek et coll. (68) ont montré que pour les enfants âgés de 2-5 ans, 75% des caries dentaires de la denture primaire ont été trouvées dans seulement 8.1% de la population. Et chez les enfants âgés de 6 ans ou plus, 75 % des caries dentaires de la denture permanente ont été trouvées chez 33 % de la population.

Dans l'étude (58), en 2005, Joseph et ses collaborateurs retrouvent des résultats similaires. Ainsi, une frange de la population cumule la majorité des problèmes bucco-dentaires : 80% des dents cariées, absentes ou obturées concernent 20% des individus de l'échantillon. Les auteurs notaient également un manque de prise en charge thérapeutique des dents temporaires chez les enfants lourdement atteints.

Retenant les données du dépistage systématique et exhaustif de 1980 et en les comparant à celles de 1995, les auteurs danois (95 et 105) montrent que la diminution générale de la prévalence de la carie dentaire chez les adolescents âgés de 15 ans n'est pas homogène et ne touche pas toutes les catégories de la population.

La diminution des valeurs moyennes n'est pas homogène. Quelques individus conservent des valeurs hautes du CAO. Ces quelques valeurs hautes contribuent à augmenter la dispersion des données, témoignant d'un modèle d'inégalités croissantes.

Cette inégalité n'est pas récente, des études plus anciennes (période 1989 à 1996) trouvaient déjà un nombre non négligeable d'enfants très atteints par la carie : les enquêtes (24, 70, 81, 123) montraient déjà que 60 % des caries étaient observées chez 20 % des enfants.

2.1.2.4.) Discussion.

Cette analyse met en évidence l'inhomogénéité des populations face à la carie

- Il est admis par les universitaires des différents pays que cette inhomogénéité des populations face à la carie est le lot commun dans les pays développés.
- La diminution des valeurs moyennes est due à une meilleure maîtrise des principaux facteurs cariogènes connus et à la fluoruration, mais certains individus restent à l'écart ou n'ont pas accès aux connaissances et à l'application des mesures préventives des facteurs cariogènes.
- Les principaux facteurs cariogènes sont connus, souvent liés entre eux.

Dès 1995, Weissenbach et coll. (122) ont mené une étude ambitieuse pour tenter de mesurer le poids des facteurs de risques connus sur les indicateurs classiques de santé oro-buccale. Le faible nombre d'individus inclus dans leur enquête (112 adolescents) ne leur a permis d'affirmer le rôle de certains facteurs.

Les principaux facteurs cariogènes retrouvés dans les études autre que le rôle protecteur du fluor à très faibles doses.) sont :

- l'hygiène et la flore buccale :

avec le rôle des micros organismes, les bactéries dont

- le streptocoque mutans. (2, 12, 25, 35, 41, 62, 73, 91, 90, 112, 114, 122)
- le lactobacille (100, 112),

les contacts avec la flore microbienne des parents. Et notamment le rôle de la sucette (1, 2, 25)

- Le rôle de certains aliments comme le sucre (19, 32, 61, 82, 122)
- La salive et le flux salivaire (88, 122)

- Les facteurs individuels sont également avancés,
 - Les troubles du comportement (17, 41, 89, 108)
 - L'anxiété (42, 104, 125)
 - Les désordres alimentaires (87), les changements de comportement alimentaire (53) les erreurs diététiques (33)
 - Les dépendances
 - à l'alcool (55),
 - au tabac (107, 109, 111, 124)

- D'autres facteurs de risques sont maintenant proposés par certains auteurs pouvant expliquer cette inhomogénéité des caries dans la population.

C. Dupré, R. Guéguen, E. Roland (31) cherchent à préciser les facteurs de risques d'un mauvais état de santé dentaire chez les adultes âgés de 35 à 44 ans. Cette étude a pour support l'activité des 110 centres d'examen de médecine préventive en France. Elle porte sur 384 530 adultes examinés entre 1999 et 2003.

Les facteurs de risque explorés par Dupré et coll. étaient : l'âge, la précarité (indicateur Epices), la catégorie socioprofessionnelle, la région habitée, la consommation d'alcool et de tabac, l'indice de masse corporelle, la présence de plaque dentaire, de tartre.

Les résultats sont éloquents. L'âge est responsable d'une augmentation de tous les indicateurs dentaires en cas de présence d'au moins une carie :

 - à 44 ans, hommes et femmes ont 2 à 2,5 dents CAO de plus que ceux de 35 ans ;
 - l'insuffisance masticatoire augmente de 9 % chez les hommes et 8 % chez les femmes

Dans la population précaire (valeur de 4 % dans la population non précaire)

 - + 7 % de présence de gingivite avec l'âge chez les hommes précaires.

Les auteurs ont pu calculer le risque relatif lié à certaines caractéristiques individuelles. Ainsi, la précarité, la catégorie socioprofessionnelle, le tabagisme, la consommation d'alcool, l'hygiène dentaire sont des déterminants majeurs de la santé bucco-dentaire :

 - 2 fois plus de risques d'avoir une surface masticatoire insuffisante chez les fumeurs par rapport aux non-fumeurs ;
 - les femmes inactives précaires ont 7 fois plus de risques d'avoir une surface masticatoire Insuffisante que les cadres supérieurs non précaires ;
 - les personnes ayant beaucoup de tartre sont 10 fois plus atteintes par la gingivite que les autres ;
 - 2 fois plus de risque d'avoir des indicateurs péjoratifs chez les personnes obèses ;
 - 6 fois plus de risque de surface masticatoire insuffisante chez les femmes les plus précaires (Q5) par rapport aux moins précaires (Q1) et 4 fois plus chez les hommes les plus précaires.

D'autres études retrouvent également les facteurs socio –économiques : (20, 46, 70, 113, 116). La précarité par sa relation privilégiée avec une hygiène défaillante (74) ; ou l'absence de traitement (49, 110)

A noter l'étude originale de J.B. du Plessis (28) qui étudiant une communauté présentant un niveau très bas de carie dentaire cherche à préciser les facteurs de « non risque ».

La susceptibilité individuelle d'origine génétique commence à être évoquée. Quelques études comparatives portant sur l'origine ethnique de population ou d'enfants déplacés le suggèrent ou en font état. (39, 71, 72, 97, 118, 119), mais les variations des conditions socio-économiques jouent également.

2.1.2.5.) Conclusion.

Aujourd'hui, La carie dentaire frappe inégalement la population. Un individu sur cinq est porteur de huit caries sur dix. Au cours du temps, ce phénomène est stable. Il existe un lien entre la carie dentaire et la précarité. Le lien est-il direct ? Ce n'est pas certain car la pauvreté économique individuelle concentre certains facteurs de risque connus, ce qui fait de la carie dentaire un marqueur social.

2.1.3.) L'absence de loi de distribution des caries.

2.1.3.1.) Arguments bibliographiques.

L'existence d'une loi de répartition permet de passer des observations issues du phénomène biologique à un modèle théorique susceptible de le représenter. La plupart des lois de répartition possèdent une fonction caractéristique qui régit ses probabilités événementielles. Cf. § 1.2.4) Ce modèle mathématique sert de support aux calculs des prévisions. La recherche d'un modèle théorique de distribution des caries dentaires dans la population n'a pas fait exception. L'interprétation fréquentiste exige que la loi caractéristique des probabilités de la carie dans la population soit déterminée. C'est pourquoi les auteurs des publications récentes visant la prédiction du développement des caries s'attachent dans leurs travaux à définir cette loi. La recherche bibliographique et abstracts de congrès de 1998 à décembre 2006 a retenu onze études dont un des objectifs était de vérifier l'existence d'une loi de distribution utilisée dans la méthodologie de l'étude. Les auteurs ont évalué les caries dentaires soit par l'indice CAO (34, 56, 59, 65, 66, 75, 79, 95, 96), soit par le « temps à événement » (45, 69)

2.1.3.2.) Méthodologie.

Le caractère longitudinal de certaines études (suivi de cohorte) (75, 95) a permis aux auteurs de proposer une prédition du nombre et du développement des caries. En comparant ces prédictions théoriques qui s'appuyaient sur une loi caractéristique de distribution, au nombre de caries finales observées, les auteurs vérifient la pertinence de la loi statistique adoptée qui est supposée présider à la distribution des caries dans la population étudiée.

A noter parmi elles (95, 96), le cas particulier des études danoises qui portent sur l'exhaustivité d'une tranche d'âge avec des effectifs impressionnantes (> 50 000 adolescents).

2.1.3.3.) Résultats.

Aucune de ces études n'affirme que la loi normale permet d'expliquer la distribution de la carie identifiée par l'indice CAO dans la population d'observation. Cinq études proposent la loi de Poisson (34, 56, 59, 69, 95), trois proposent la loi binomiale ou les deux (65, 66, 79)

Dans les trois cas où des calculs théoriques prospectifs ont pu être comparés aux résultats réels observés, ceux-ci se sont révélés inférieurs au pire des prévisions ! (75, 79, 95) Ainsi, les auteurs danois rappellent dans leur discussion que l'élargissement de la dispersion des caries est plus important que celui d'un modèle théorique basé sur un modèle aléatoire de Poisson.

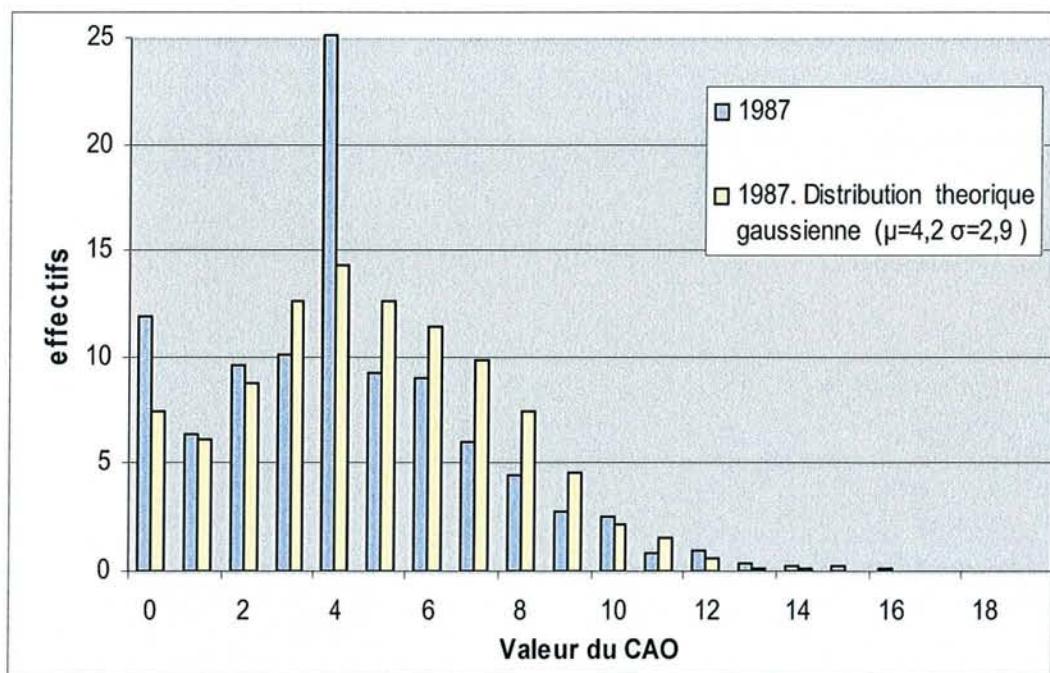
Par contre, les auteurs suédois Kallestal et coll. (59) déclarent obtenir des prévisions conformes aux résultats observés.

Dans les études françaises de l'UFSBD (50, 51) et de l'URCAM (58) nous avons vérifié si la distribution des caries dentaires suit une loi statistique connue : (loi de Gauss ou loi de Poisson) en comparant les distributions observées à des distributions théoriques de mêmes caractéristiques. Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2.

Loi de Gauss.

Illustration n° 4 :Distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 1987 en France. Comparaison avec une distribution théorique gaussienne de même moyenne et variance.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (50)



Sur ce graphique, la distribution observée des indicateurs CAO chez les enfants français âgés de 12 ans en 1987 apparaît en bleu; en jaune apparaît la distribution théorique gaussienne ayant même caractéristique. (moyenne = 4,2 et écart-type = 2,9).

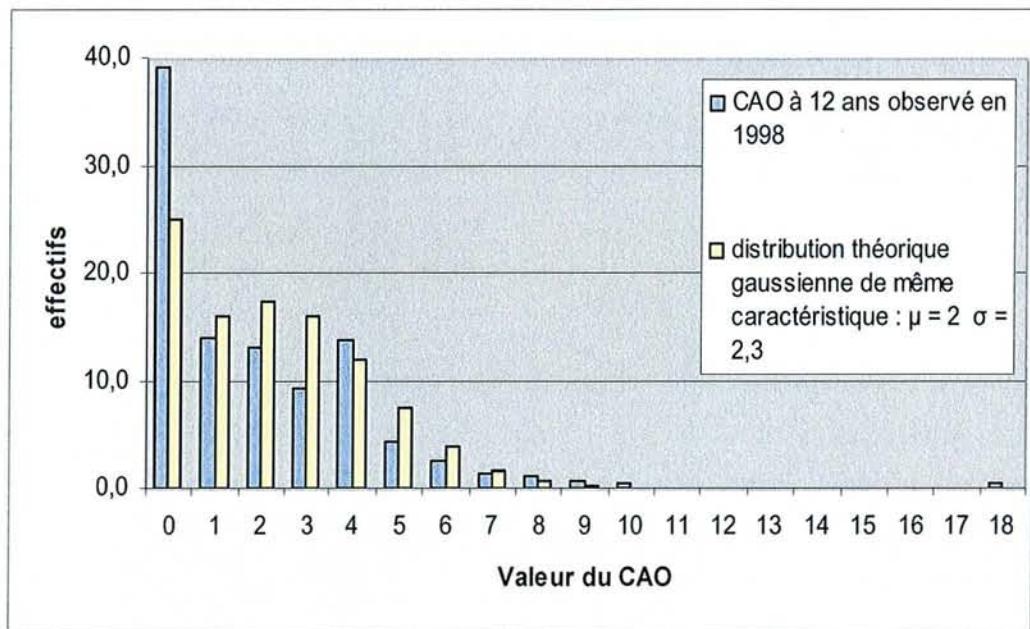
Les deux distributions ne divergent pas significativement (test du Chi² = 13.6 ; ddl = 9 ; 0,20 > α > 0,10.)

(Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2.)

L'examen des distributions ultérieures (ci-dessous) montre que celles-ci s'éloignent définitivement d'une distribution normale.

Illustration n° 5 : Distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 1998 en France. Comparaison avec une distribution théorique gaussienne de même moyenne et variance.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (51)



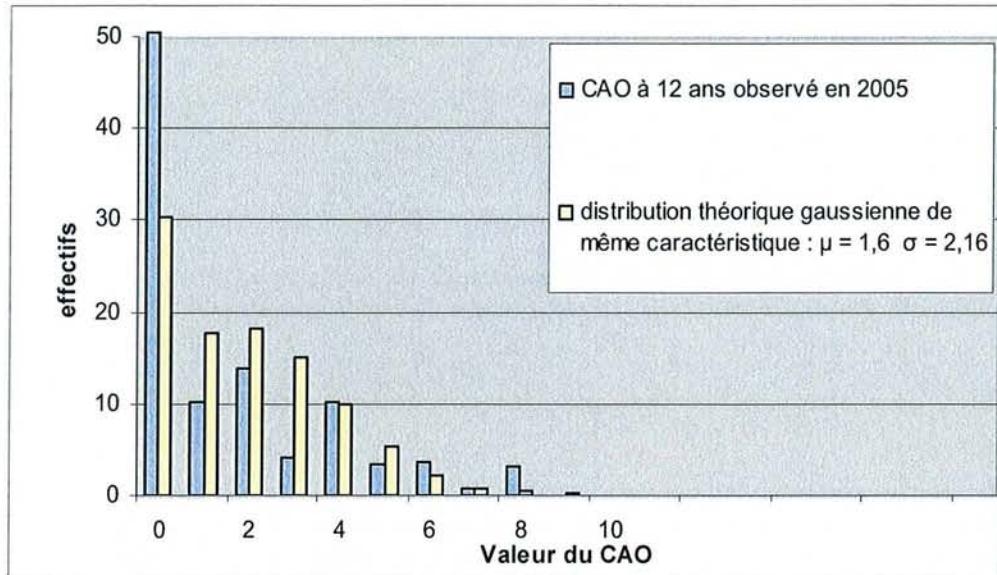
Sur ce graphique, la distribution observée des indicateurs CAO chez les enfants français âgés de 12 ans en 1998 apparaît en bleu; en jaune apparaît la distribution théorique gaussienne ayant même caractéristique. (moyenne = 2,0 et écart-type = 2,3).

Les deux distributions divergent significativement (test du Chi² = 13.83 ; ddl = 6 ; $\alpha < 0,05$.)

Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2. Les valeurs de l'illustration N° 5 sont issues du tableau 3 de l'annexe 2.

Illustration n° 6 : Distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 2005 en France. Comparaison avec une distribution théorique gaussienne de même moyenne et variance.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (58)



Sur ce graphique, la distribution observée des indicateurs CAO chez les enfants français âgés de 12 ans en 2005 apparaît en bleu; en jaune apparaît la distribution théorique gaussienne ayant même caractéristique. (moyenne = 1,6 et écart-type = 2,16).

Les deux distributions divergent encore très significativement (test du Chi² = 29.41 ; ddl = 6 ; $\alpha < 0,001$.)

Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2. Les valeurs de l'illustration N°6 sont issues du tableau 3 de l'annexe 2.

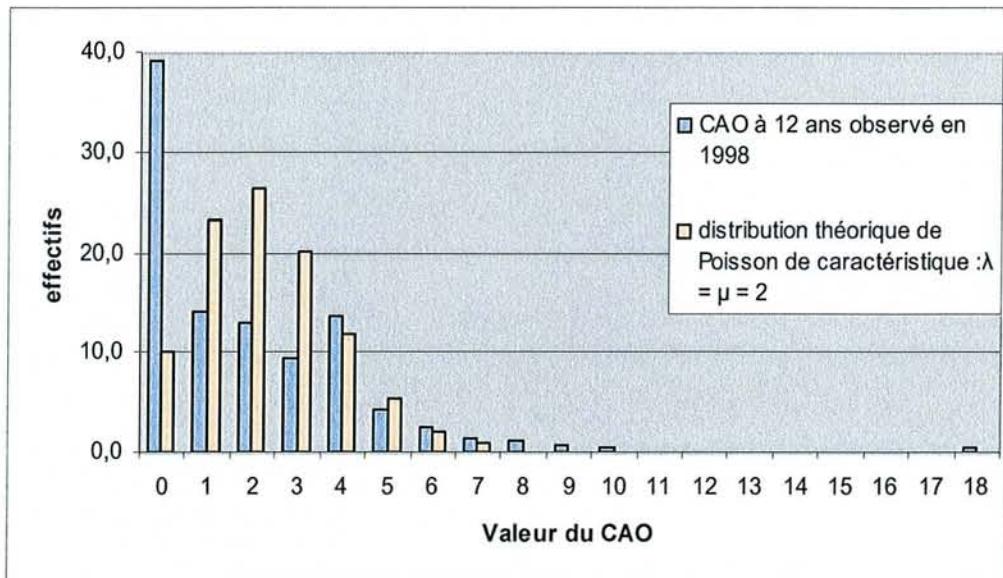
Il est intéressant de considérer l'évolution des valeurs exprimées par le résultat des tests d'ajustements des études successives. En effet, lorsque les effectifs sont identiques (et c'est le cas dans ces trois études) le résultat du test d'ajustement peut être considérée comme une estimation de la distance entre la fonction de répartition théorique et la répartition observée. (Cf § 1.4.4.2.). Entre 1987 et 2005, il est remarquable de constater que cette distance s'accroît (elle passe de 13.6 à 13.8 puis à 29.4) démontrant par la même que les distributions observées s'éloignent de plus en plus au fil du temps des distributions gaussiennes théoriques supposées les caractériser.

Les distributions de Poisson et de Gauss sont asymptotiques lorsque moyenne et variance dépasse 5. En dessous de ce seuil, les distributions divergent. L'indicateur CAO moyen tendant actuellement vers 1,5 il n'est pas étonnant de constater l'éloignement grandissant des distributions observées avec la loi normale. Comme l'ont fait certains auteurs étrangers, il est légitime d'envisager dans ce travail si la loi de Poisson peut caractériser les distributions françaises les plus récentes.

Loi de Poisson.

Illustration n° 7 :Distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 1998 en France.. Comparaison avec une distribution théorique Poisson de même caractéristique : $\lambda = 2$.

Illustration réalisée à partir des données de l'article : (51)



Sur ce graphique, la distribution observée des indicateurs CAO chez les enfants français âgés de 12 ans en 1998 apparaît en bleu; en orangé apparaît la distribution théorique de Poisson ayant même caractéristique. (moyenne = 2,0).

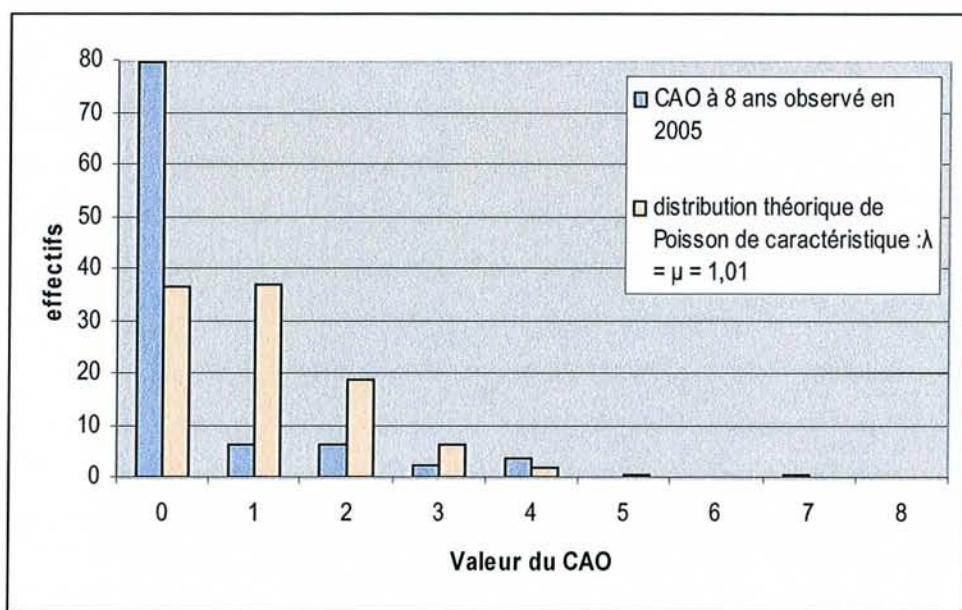
Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2. Les valeurs de l'illustration sont issues du tableau 5 de l'annexe 2.

Les deux distributions divergent très significativement (test du Chi² = 100,14 ; ddl = 5 ; $\alpha << 0,001$.) La distribution observée est nettement plus vaste que la distribution théorique ne le prévoit. Cette constatation s'applique aux deux extrémités de la distribution.

En 2005, parmi toutes les distributions des indicateurs CAO à âge donné, celle des enfants de 8 ans possédait les caractéristiques les plus proches d'une distribution de Poisson. (moyenne et variance égale et proche de 1) (cf. ci-dessous) Nous avons vérifié cette hypothèse.

Illustration n° 8 :Distribution des indicateurs CAO à 8 ans en 2005 en France. . Comparaison avec une distribution théorique Poisson de même caractéristique : $\lambda = 1,01$.

Illustration réalisée à partir des données de l'article :(58)



Sur ce graphique, la distribution observée des indicateurs CAO chez les enfants français âgés de 8 ans en 2005 apparaît en bleu; en orangé apparaît la distribution théorique de Poisson ayant même caractéristique. (moyenne et variance égale à 1,0).

Les deux distributions divergent encore très significativement (test du Chi² = 88.9 ; ddl = 4 ; $\alpha << 0,001$.)

Le détail des calculs et de la démarche est présenté en annexe 2. Les valeurs de l'illustration N° 8 sont issues du tableau 5 de l'annexe 2.

2.1.3.4.) Discussion.

L'analyse des publications et le travail exposé ci-dessus mettent en évidence dans les pays développés, aujourd'hui, la non-conformité du modèle « normal » pour expliquer la distribution des

caries dans la population. On peut formuler l'hypothèse que la distribution gaussienne caractérise les étiologies multifactorielles. Dès lors que des mesures de prévention efficaces font régresser certaines de ces étiologies, (et parmi elles, les plus cariogènes) la fréquence de la carie diminue, (comme en témoigne l'augmentation de la proportion des individus CAO = 0) et la survenue de la carie devient un « événement rare », dont la distribution relèverait d'avantage de la loi de Poisson que de la loi normale à condition toutefois que la dispersion des indicateurs CAO diminue simultanément avec la moyenne. Or, à ce jour, ceci n'est toujours pas observé même dans les tranches d'âge jeunes (inférieur à 9ans) dont les caractéristiques sont pourtant les plus proches du modèle théorique de Poisson. Pour les tranches d'âges supérieures à 9 ans, par l'effet cumulatif de l'indicateur CAO avec l'âge, moyenne et variance de l'indicateur CAO divergent et augmentent. Cette dissociation des valeurs de la moyenne et de la variance écarte aussi la distribution de Poisson comme modèle théorique de la distribution des caries.

En 2005, les auteurs milanais (106) ont utilisé l'analyse de la variance pour tester les différences entre deux groupes de soldats stratifiés sur leurs caractéristiques sociales (statuts socio-économiques et niveaux d'éducation). A ce jour, le recours à cette technique est critiquable, car elle suppose la normalité des distributions ; ce que les auteurs n'ont pas vérifié dans leur étude et ce qui paraît très improbable à la date où ils ont réalisé leur étude.

Certains auteurs suggèrent que la distribution des caries dans les populations actuelles serait mieux représentée par une loi de Poisson ; cependant, celle-ci n'est pas capable de prédire correctement l'évolution de la prévalence de la carie. Dans les études françaises, les distributions observées sont nettement plus étendues que la distribution théorique de poisson. On rejoint ici les conclusions des études danoises et leurs prévisions théoriques toujours inférieurs à la réalité...

D'autres auteurs, constatant de l'absence de préordre caractérisé par l'impossibilité de mettre en évidence l'existence d'une loi de distribution théorique suggère logiquement d'avoir recours aux méthodes néo-bayesiennes.

2.1.3.5.) Conclusion.

Les études récentes menées en France comme dans les autres pays développés montrent qu'il n'existe pas de modèle mathématique classique permettant de mettre en évidence un pré ordre satisfaisant pour expliquer la distribution des données (de l'apparition des caries dans la population générale ou chez les enfants) et capable de prédire avec une approximation correcte la distribution future des caries. La loi de Poisson apporte cependant des résultats meilleurs que la Loi normale, quelque soit la nature de la variable utilisée (incidence CAO=0/ CAO> 0 ; rapport des fréquences (cao/CAO) ou même Temps à événement / Temps d'exposition au risque.

2.1.4.) Intérêt des méthodes neo-bayesiennes.

Les études épidémiologiques futures viseront à préciser les liens entre santé bucco-dentaire, mode de vie, état de santé, maladies chroniques, vieillissement et précarité et d'autres facteurs afin de pouvoir proposer des actions de prévention mieux ciblées. Ceci nécessite de pouvoir s'appuyer sur des prévisions fiables.

2.1.4.1.) Arguments.

L'absence de préordre décrit ci-dessus rend incertaine l'utilisation de l'inférence statistique comme outil de travail. Cette constatation pousse certains auteurs à se tourner vers les méthodes néo bayesiennes. (Cf. : § 1.4.) Elles permettent à leurs auteurs de *modéliser leurs attentes* en début de processus puis à réviser ce premier jugement à l'aune de l'expérience au fur et à mesure des observations. Cette démarche est à l'inverse de la démarche des statisticiens classiques, qui se fixent *à priori* une méthode et une hypothèse arbitraires et ne traitent les données qu'ensuite (ce qui a tout de même le mérite de bien alléger les calculs).

Parmi les méthodes néo-bayesiennes, seul, le processus stochastique dit « chaîne de Markov » est retrouvé dans la littérature car bien adapté à la biologie. (cf. § 1.3.2)

La recherche bibliographique (Medline) et abstracts de congrès de 1998 à décembre 2006 retient quatre études où les auteurs ont utilisé des modèles de Markov. (47, 48, 60, 64).

2.1.4.2.) Méthodologie.

Le caractère longitudinal du suivi de cohorte permet de confronter les résultats d'un modèle théorique prédictif aux résultats réellement observés sur le terrain, c'est-à-dire le nombre et le développement des caries dans une population. Mais, dans les modèles de suivi de cohorte, les calculs sont menés et les résultats sont donnés pour le jeu entiers des données (on travaille sur la moyenne, sensée représenter le groupe). Or sur le terrain, la situation est plus complexe ; Le modèle de Markov permet d'observer chaque personne (ou groupe identique de personnes) à plusieurs moments et dans des situations diverses. Le modèle de Markov tient compte dans chaque cas de la probabilité de survenue à l'instant « t » de l'événement considéré. (47) Des complexités supplémentaires (comme l'erreur systématique liée a l'observateur...) peuvent être prises en compte également dans ces modèles.

2.1.4.3.) Résultats.

Un modèle Markov a été utilisé par Kopycka-Kedzierawski et coll. (64) (Université de Rochester - New York) pour déterminer les probabilités de voir apparaître des caries actives chez des enfants sans caries, et évaluer l'impact des streptocoques mutans salivaires dans l'apparition des caries.

L'analyse a porté sur des données obtenues à partir d'une étude longitudinale de 6 ans chez des enfants. Enfin, la probabilité de survenue de carie pendant l'étude varie de 0.46% à 4,71% selon les groupes d'individus. La plus haute probabilité de survenue de carie a été retrouvée chez les enfants de 8.5 ans.

De même, les auteurs écossais Kay et Nuttall (60) ont utilisé le modèle Markov en vue de prédire à long terme (10 ans plus tard) la distribution des caries des premières molaires permanentes gauches supérieures dans un groupe d'individus examinés à 12 ans et 15 ans en 1988.

L'analyse Markov prévoyait qu'en 1998, 3.6 % des molaires supérieures seraient saines, 2.6 % seraient délabrées, 58.4% seraient soignées et 35.4% manqueraient.

La réalité observée montre que le statut des dents était considérablement meilleur que la prédiction prévue par la méthode de Markov.

2.1.4.4.) Discussion.

Le modèle de Markov permet la prise en compte des nombreuses formes possibles prises par l'individu statistique, reflet plus fidèle de la complexité, qui aboutissent à la réalité d'un événement biologique

Le modèle de Markov n'impose pas de préordre. De ce fait, ce modèle peut s'affranchir de la détermination de la loi de distribution des caries, qui pourraient cependant être utilisées. Mais le modèle de Markov trouve sa limite dans le fait que les utilisateurs supposent que les lois conditionnelles régissant les variables restent invariantes par translation sur l'échelle du temps. Or, ceci n'est jamais démontré et il est même très peu probable que ces lois conditionnelles varient ce qui expliquerait pour partie la divergence entre résultats théoriques et observés. C'est ce qui pousse Kay et coll (60) à écrire prudemment que « La méthode Markov peut être utilisée dans la recherche biologique pour sa capacité de prévoir des événements comme dans la capacité de fournir des résultats théoriques pour des états dentaires futurs dans des groupes particuliers. Mais, la confrontation des résultats théoriques de la méthode Markov sert d'abord à déterminer si la détérioration dentaire parmi un groupe arrive plus rapidement ou plus lentement que la simple prolongation des tendances du passé »...

2.1.4.5.) Conclusion.

En complément des méthodes statistiques standard d'analyse des données longitudinales, les modèles de Markov proposent un abord différent du problème, leur objectif est la prédition plus fiable des risques de carie.

Ces méthodes vont permettre la construction de modèles de plus en plus complexes en prenant en compte les sous modèles locaux, lorsque ceux-ci seront précisés.

Leur utilisation est aujourd'hui courante par les instituts de sondage en politologie et également en économie. En matière de prévision des risques et de développement des maladies infectieuses, leur utilisation est encore rare mais devrait permettre d'améliorer les prévisions par une meilleure modélisation. Il convient d'attendre les nouvelles publications. L'utilisation de ces modèles en odontologie se réduit pour l'instant à déterminer la plausibilité d'une distribution théorique future issue d'une modélisation de Markov par rapport à la simple prolongation des tendances observées.

2.2.) Au niveau individuel.

La carie dentaire est le résultat d'un processus complexe et multifactoriel.

Cette manière de voir découle du concept de l'« homme moyen » d'une part, et celui du déterminisme d'autre part. A partir de ces deux concepts, tout processus biologique apparaît comme un enchevêtrement de causes.

2.2.1.) Définition de la carie dentaire.

2.2.1.1.) La carie correspond à la constitution d'une cavité.

La destruction localisée de la surface de dent est amorcée par la décalcification de l'émail secondaire à une lyse enzymatique des structures organiques et mène à la formation d'une cavité.

2.2.1.2.) La carie est un processus continu.

Sans traitement, la cavité peut pénétrer dans l'émail et la dentine, atteindre la pulpe et finalement détruire la dent. Elle peut se compliquer d'abcès, locaux avec dissémination toujours possible en local, régional voire général.

2.2.1.3.) Processus carieux est dû à un double déséquilibre.

- Dans la cavité buccale, 300 à 600 types de bactéries sont présentes. Cette flore buccale est très sensible au pH. Les aliments sucrés se dégradent en substrats acides. Si l'hyperacidité est prolongée, seules, les bactéries acido-résistantes se développent. Ces micro-organismes détruisent les protéines de l'émail en produisant des enzymes kératolytiques qui mènent à la décalcification de l'émail.
- Au niveau de la dent, le bilan chimique entre déminéralisation et reminéralisation est altéré, au bénéfice de la déminéralisation, le processus carieux est enclenché.

2.2.1.4.) La carie est un processus infectieux.

.La carie est due à l'action de bactéries acido-résistantes. Essentiellement le **streptococcus mutans** et les **lactobacillus**.

2.2.1.5.) Le Processus infectieux est un processus multifactoriel.

La maladie carieuse est essentiellement la conséquence d'une mauvaise alimentation (excès de sucres qui se transforment en acide) et d'une hygiène défectueuse ou trop peu efficace.

Les fluorures à faibles doses en se combinant aux protéines de l'email joue un rôle stabilisateur.

Le rôle de la génétique est encore très peu exploré.

2.2.2.) Augmentation du nombre de carie avec l'âge.

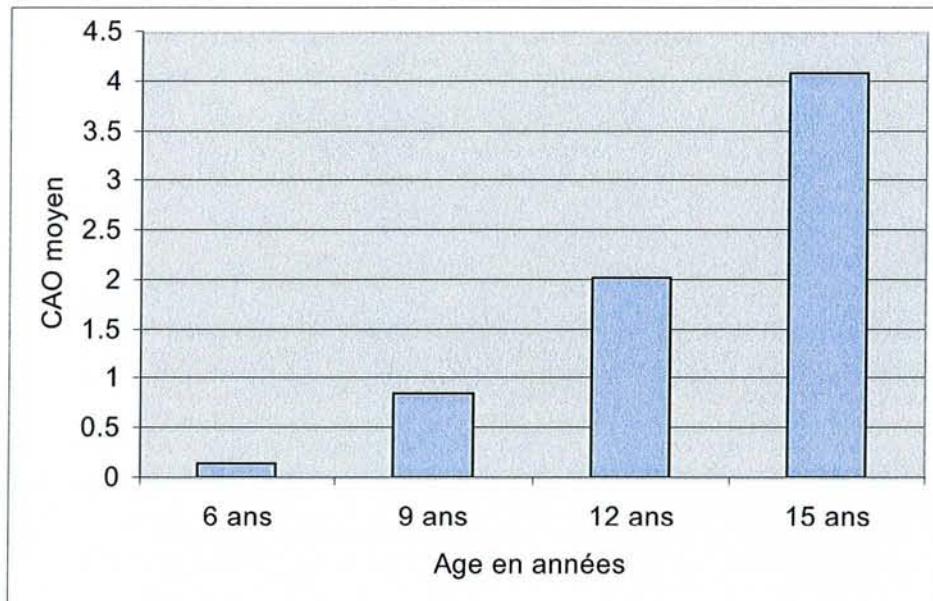
Cette augmentation est une conséquence de l'exposition aux facteurs de risques. L'indicateur CAO qui, par conception, garde la trace des antécédents carieux du sujet, témoigne de cette exposition au risque.

Chez l'enfant :

L'augmentation est régulière, elle s'observe chez l'enfant comme chez l'adulte. Les publications de Roland, Droz , Guéguen et coll (31, 101) le montrent. Chez l'adolescent, l'étude de l'Assurance Maladie (23) complètent et confirment ces chiffres.

Illustration n° 9 : Indicateurs CAO moyen chez l'enfant selon l'âge en France en 1999.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (23 -101)



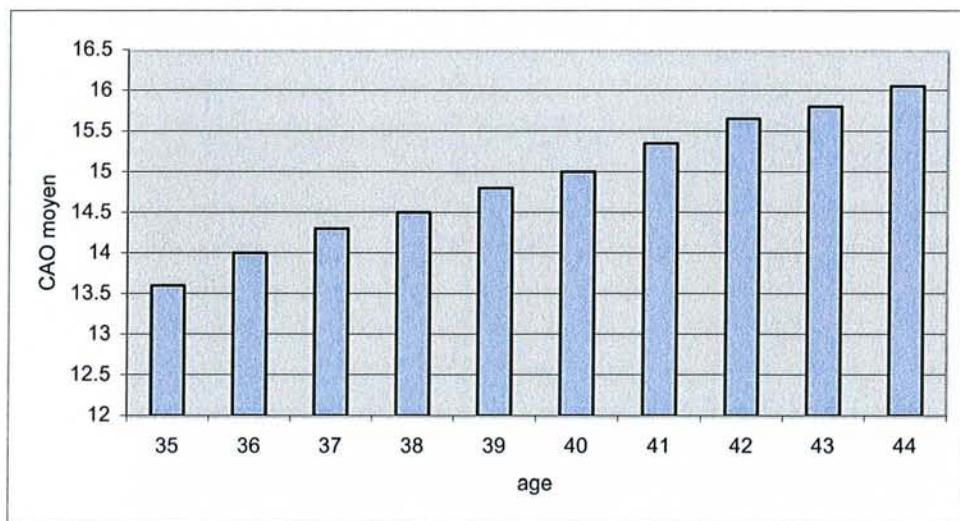
En 1999, l'indicateur CAO chez l'enfant connaît une croissance forte. Il double pratiquement tous les 3 ans ; passant ainsi de moins de 1 à 9ans à 2 a 12 ans puis 4,1 à 15 ans. Il faut cependant garder en mémoire que l'indicateur CAO intègre le nombre de dents soignées. De ce fait, un indicateur CAO élevé n'est pas automatiquement synonyme de maladie carieuse arrivée à un stade très avancé.

chez l'adulte :

Illustration n° 10 : Indicateurs CAO moyen selon l'âge chez l'adulte en France :

période d'étude : 1999 - 2003.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (31)



Durant la période 1999-2003, les indicateurs CAO moyens après 35 ans atteignent des valeurs considérables : supérieurs à 14. Ceci n'est pas étonnant. Le groupe d'individus agés de 15 ans en 1987 présentait déjà à cette époque un CAO moyen de 6.8 (51). Il n'est pas illogique que 15 ans plus tard, le CAO moyen de ce groupe ait doublé.

Mais cette croissance constante de l'indicateur CAO liée à l'âge cache une autre réalité. La valeur moyenne du CAO à age donné, diminue en valeur absolue avec le temps. C'est ce qu'exprime la représentation graphique synthétique ci-dessous reconstituée à partir des résultats de plusieurs enquêtes. (10, 23, 51, 58 et 101)

Illustration n° 11 : Evolution dans le temps (entre 1987 et 2005) de l'indicateur CAO moyen chez l'enfant à âge donné.

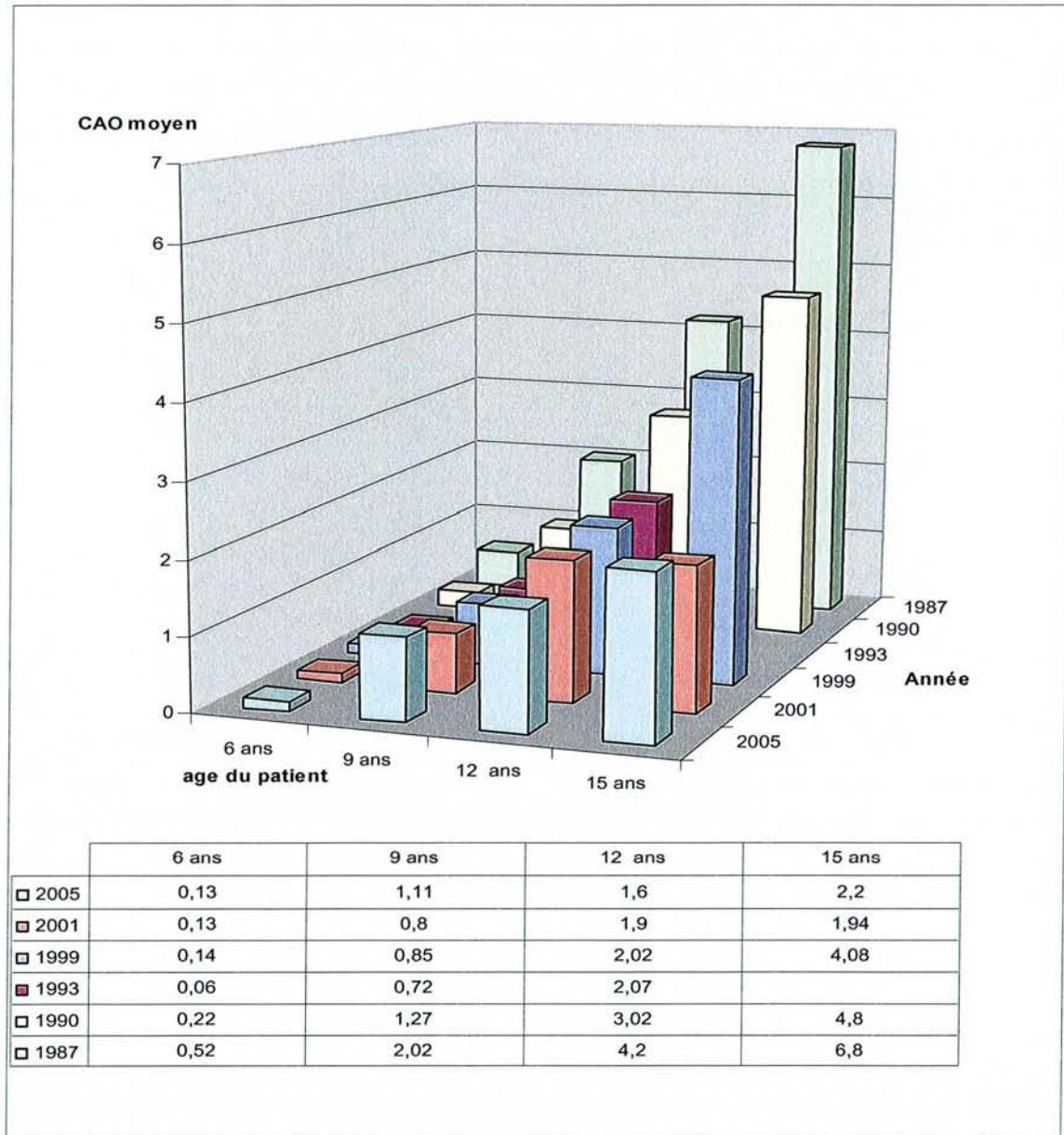
Illustration réalisée à partir des données des articles : 10, 23, 51, 58 et 101

valeurs 1987, 1990 , 1993 : source : 51.

valeurs 1999 : source : 10 – 101.

valeurs 2001 : source 23 – 101.

valeurs 2005 : source 58.



Cette construction synthétique en 3 dimensions comporte

- en abscisse (axe des « x ») : l'âge des individus.
- en ordonnée (axe des « y ») : la valeur de l'indicateur CAO.

- en cote (axe des « z ») : l'année de l'étude.

Cette représentation synthétique met clairement en évidence

la décroissance dans le temps (à age donné) de l'indicateur CAO (lecture d'arrière en avant selon l'axe des « z »)

la croissance constante de l'indicateur CAO avec l'age de l'individu quel que soit l'année d'étude (lecture de droite à gauche selon l'axe des « x »)

2.2.3.) Localisation spécifiques de la carie.

Des modifications dans la nature des faces dentaires atteintes sont également observées, les caries se développant de plus en plus au niveau des faces occlusales des molaires permanentes. Six publications (7, 14, 30, 78, 121, 123) signalent ce phénomène. Le détail des autres localisations figure au § 3.1.2.2.) a) apport de la radiographie.

Au début et dans certaines localisations peu accessibles à l'examen visuel, il est difficile de faire le diagnostic, de distinguer un individu sain, d'un sujet porteur d'une lésion carieuse avant que celle-ci ne devienne macroscopique ou douloureuse. Enfin, la carie peut constituer un ensemble assez hétérogène avec des lésions multiples.

S'appuyant sur son expérience déjà longue, M. Weissenbach (122) a constaté que des localisations préférentielles se succèdent lors du développement de la maladie carieuse chez un individu.

En effet, il constate que

Les premières manifestations de la carie siègent fréquemment au niveau des sillons, puits ou fissures des molaires.

Puis la carie se développe vers les faces proximales des molaires ;

Avant de se généraliser sur les faces vestibulaires des incisives et des autres dents.

S'appuyant sur ces constatations, il propose que chez un individu, l'apparition d'une lésion dans un nouveau siège corresponde au passage vers une catégorie supérieure dans la gravité de la maladie.

M Weissenbach définit ainsi quatre stades des caries couronnaires correspondant à quatre catégories.

Catégorie 0 : aucune lésion

Catégorie 1 : présence de lésion au niveau des puits, fissures ou sillons des molaires exclusivement.

Catégorie 2 : Présence de lésions au niveau des surfaces proximales des molaires ainsi qu'au niveau des puits, fissures et sillons molaires

Catégorie 3 : Présence de lésions généralisées sur les faces citées précédemment avec atteintes des incisives au niveau proximales et vestibulaires.

Au départ l'auteur proposait une classification à cinq catégories ; puis est revenu à une version simplifiée en 4 catégories. (La catégorie 3 regroupant les cas les plus lourds.)

Ces quatre catégories serviront de support à l'indicateur utilisé par M Weissenbach cf § 3.2.

III.) Les indicateurs de la carie.

3.1.) Indicateur CAO.

3.2.) Un indicateur original utilisé par M. Weissenbach

3.2.) Le temps à événement.

III.) Les indicateurs de la carie.

3.1.) Indicateur CAO.

L'indice CAO (DMF en anglais) est utilisé depuis plus de soixante ans et, est bien établi comme la mesure clef de l'évaluation de la carie dans l'épidémiologie dentaire. L'état bucco-dentaire de l'individu est déterminé par un algorithme créant une nouvelle variable, qui prend en compte les critères cliniques de la carie dentaire. Cependant, il ne faut pas oublier la complexité des faits qui se cachent derrière un tel chiffre. En pratique, les résultats issus de son utilisation décrits dans la littérature ne sont pas toujours homogènes, au point que certains universitaires s'interrogent : est-il légitime qu'il y ait plusieurs évaluations d'une même population ?

A la lumière des éléments théoriques rappelés en première partie, on ne peut que répondre affirmativement à cette question ; car l'indicateur CAO n'est pas une grandeur physique qui, elle, ne peut avoir qu'une seule mesure, plus ou moins précise. L'indicateur CAO est une valeur construite à partir d'estimation reposant sur un (ou des) jugement(s) de valeur ; Quoi que l'on fasse, cet indicateur adopte le point de vue subjectif et particulier de son utilisateur pour répondre à une fonction donnée. Il est donc légitime qu'il y ait des évaluations différentes d'une même population, autant que d'usages différents.

La question a une grande portée pratique : car l'indicateur CAO est utilisé dans des études dont les objectifs divergent.

- Ainsi, il y a celles, à visée « pragmatique », comme celles cherchant à évaluer la prévalence de la carie dans une population. Dans cette optique, il est impératif d'être représentatif des populations observées. Dans ce cas il convient de s'appuyer sur un indicateur, acceptable et reconnu, peu onéreux et sensible, facile d'utilisation dans un échantillon correctement déterminé.
- Les études à visées explicatives ont besoin d'indicateurs qui s'approchent au plus près de la réalité biologique. Fiabilité, reproductibilité, et spécificité doivent alors être privilégiée.

Nous allons dans un premier temps décrire la méthode d'élaboration d'indice CAO, avant de considérer ses sources possibles de variation.

3.1.1.) Méthode d'élaboration de l'indicateur CAO = définition.

L'indicateur CAO, CAO / D et CAO / F sont des moyens numériques pour exprimer la fréquence des caries obtenues en calculant le nombre de dents cariées ou des surfaces dentaires : C, obturées : O, absentes par carie : A ;

Le CAO peut-être calculé par individu :

- pour 28 dents définitives à l'exclusion de 18,28,38,48 (dents de sagesse) ou
- pour 32 dents.

L'examinateur se pose 3 questions.

- Combien de dents ont des lésions carieuses ?
- Combien de dents ont été extraites par carie ?
- Combien de dents sont obturées ou couronnées ?

L'ensemble de ces 3 questions forme le CAO individuel. Par exemple : un CAO / D de 4-3-9=16 signifie que 4 dents sont cariées, 3 dents sont extraites et 9 dents sont obturées. Et donc que 12 dents sont intactes.

Par convention : si une dent a à la fois une lésion carieuse et une obturation, cette dent est considérée comme cariée seulement. Un CAO / D de 28 (ou 32, si on inclut les dents de sagesses) est le maximum que l'on puisse avoir. Cela signifie que toutes les dents sont atteintes.

Il existe un indicateur plus détaillé qui est calculé par surface dentaire : CAO / F. On considère que les molaires et prémolaires ont 5 faces, les autres dents, 4 faces.

Par convention, une face avec une carie et une obturation sera considérée comme Cariée C. La valeur maximale du CAO / F est de 128 pour 28 dents.

Pour la première denture, en comptant au maximum 20 dents, la désignation correspondante est « caoe », ou le « e » indique une dent extraite par carie.

Dans les tables présentant des données de carie pour des adultes, les désignations suivantes sont utilisées.

CAO : signifie nombre de dents cariées, obturées, extraites par carie (=absente)

%CAO	Pourcentage de la population affectée de caries	A/D	Nombre moyen de dents manquantes (disparues)
%C	Pourcentage de la population porteur de dents cariées non traitées	NMT	Nombre moyen de dents
%Ed	Pourcentage d'édentement par individus	C /D	Nombre moyen de dents cariées

Cet indicateur supporte bien les contraintes liées à un « bon » indicateur. A savoir :

- Excellente faisabilité : liée au faible coût que son recueil nécessite, peu de moyens sont nécessaires (un miroir et une sonde) Cependant, il requiert un personnel qualifié, formé et entraîné.

-Bonne acceptabilité : par les individus de la population, cette acceptabilité est liée aux modalités d'investigation, qui sont simples, (l'examen est non douloureux, ni trop long, ni trop court, il est non invasif, et non toxique, (pas de radiations, il ne nécessite pas d'additifs ou de réactifs) La publication et l'utilisation régulière des résultats des enquêtes antérieurement menées font qu'il n'est pas nécessaire d'expliquer longuement au public l'utilité de l'examen. Il n'y a pas de phénomènes de rejet connus dans l'opinion publique.

- Il est reproductible avec des résultats stables à court terme.

L'étude de Roland Gueguen et Coll. (85) publiée en 1994 porte sur la reproductibilité de l'indicateur CAO en épidémiologie bucco-dentaire. Cette évaluation de la reproductibilité est basée sur l'analyse des taux de concordance entre les résultats observés pour chaque individu examiné deux fois. Soit par le même examinateur, soit par deux examinateurs à des moments différents. L'étude a porté sur 215 personnes reparties par groupe d'au moins 50.

Pour chacune des comparaisons, les taux de concordance sont très hauts, plus haut pour les comparaisons portant sur la répétabilité (Deux examens par le même examinateur à des moments différents) que pour les comparaisons entre examinateurs. Tous les coefficients de corrélation entre les scores attribués lors d'examens successifs sont supérieurs à 0,9. Les différences entre les résultats sont de l'ordre de plus ou moins une dent.

Les moyennes calculées entre les cinq groupes de résultats ne diffèrent pas significativement.

L'indicateur CAO présente une bonne reproductibilité, il est répétable dans le temps, sans dispersion des résultats. On peut y avoir recours pour mener des comparaisons dans le temps et l'espace. Ainsi, le suivi d'une cohorte ou les comparaisons entre populations de différents pays.

Mais, l'indicateur CAO / D est peu sensible, c'est-à-dire que l'écart entre ce que l'on mesure et ce l'on veut mesurer peut se révéler grand. (cf § 3.1.3.3.)

3.1.2.) Origine de l'inadéquation : carie dentaire - indicateur CAO.

3.1.2.1.) Mauvaise prise en compte de la gravité de la carie.

La carie est le résultat d'un processus infectieux, évolutif, continu. Cliniquement, la carie commence par une simple tache, (une modification de couleur de l'émail pas toujours visible lors d'un examen clinique rapide) et peut aller jusqu'à la perte de la dent ! Or, dans les composantes « C » et « O » de l'indicateur CAO, quelque soit la gravité de la lésion, celle-ci est cotée : 1. L'indicateur CAO de par sa conception ne tient pas compte de la gravité de la lésion.

Il convient cependant, de tempérer ces propos Car, comme l'a démontré Pooterman et coll., (92) le nombre de lésions d'email est significativement corrélé avec le nombre de lésions de la dentine et il existe, chez un sujet donné, une relation entre nombre de carie et gravité de l'atteinte carieuse.

En 1997, lors du relèvement de l'indicateur CAO / D, au moment du diagnostic, l'OMS (84) a proposé de préciser le seuil de profondeur atteint par la carie en adjoignant un chiffre placé en indice à la composante C du CAO / D. Ainsi, une carie de l'email sera notée : C₁ ; une carie de la dentine uniquement sera notée : C₃. Ceci dans le but d'homogénéiser les résultats.

3.1.2.2.) Variation dans le décomptage.

A) Limite conventionnelle du décomptage.

Comment comptabiliser deux ou plusieurs lésions carieuses sur la même dent ? ou sur la même face ?

Par convention, si une dent est porteuse à la fois d'une lésion carieuse et d'une obturation, cette dent est considérée comme uniquement cariée. De même pour plusieurs lésions traitées, cette dent est considérée comme uniquement traitée. Cette disposition conventionnelle aboutit à une perte de puissance de l'indicateur.

Mais, dans la pratique, cette situation est quasiment l'apanage des seuls individus porteurs d'indicateur CAO très élevés. Le passage d'un CAO 10 à un CAO 12 ne change pas radicalement la distribution générale des caries.

B) Influence de la prévalence.

La diminution générale du nombre des caries correspond à une diminution de la prévalence. Cette diminution entraîne, ipso facto, une diminution de la valeur prédictive positive de l'épreuve, c'est-à-dire de sa puissance, de sa capacité de dépister la carie dentaire quelqu' elle soit. Cela correspond à une augmentation du risque de deuxième espèce (cf. § 1.4.4.3). Pour tenter d'y remédier, les chercheurs ont modifié le mode de calcul de l'indicateur pour le rendre plus performant. Cette démarche ne visait pas l'amélioration du diagnostic. Elle repose sur l'observation pragmatique que certaines dents sont plus sujettes que d'autres à la carie. Et certaines faces sont plus fréquemment atteintes que d'autres. Ceci a poussé les dentistes à passer de l'indicateur CAO (individu) à l'indicateur CAO / D (dent) puis à l'indicateur CAO / F (face) en ne considérant que certaines dents (les molaires par exemple) ou certaines faces. Cette manière de faire permet d'éliminer du recueil des données les dents rarement cariées et contribue à augmenter la prévalence, donc la valeur prédictive positive de l'épreuve.

C) Comment évaluer une dent absente ?

En cas d'utilisation de l'indicateur CAO / F, il y a un vrai débat sur le nombre le plus approprié de surfaces à comptabiliser en cas de dent absente pour carie. L'assignation de la valeur maximale possible pour le 'A' du composant du CAO / F mène à la surestimation de la carie d'un individu. Au contraire, l'assignation de la valeur minimale pour le 'A' du composant a l'effet opposé.

Entre les deux, tout est affaire de convention et la porte est au large ouverte sur le subjectif du chercheur.

Une publication de Broadbent et Thomson de l'Université de Otago, (Dunedin, New Zealand ,) (13) a débattu de ce problème en 2001.

Broadbent et Thomson considèrent successivement les méthodes alternatives permettant d'assigner, pour une dent extraite :

- le nombre moyen de surfaces affectées de carie,
- l'augmentation nette,
- l'augmentation « ajustée »,
- la densité d'incidence....

« None of the solutions we have described are ideal ... » ! (13 ; page 6) Quelque soit la solution retenue, l'utilisateur ne pourra objectivement éliminer les critiques, lever les doutes, « d'avoir adopté la solution la plus avantageuse à sa thèse ».

C'est l'illustration de l'absence de « parallélisme » entre l'opération empirique de concaténation et l'opération d'addition qui lui correspond dans le système des nombres.

L'explication tient dans le fait que l'indicateur CAO est :

- 1) Une estimation
- 2) Une grandeur construite.

L'indicateur CAO ne mesure pas une grandeur physique, il utilise un modèle de relations empiriques par concaténation pour estimer l'importance de la carie portée par un individu. Cf. § 1.1 .1 et 2)

C'est une grandeur construite : c'est-à-dire s'appuyant sur une convention. Mais celle-ci n'a pas veillé au respect de toutes les conditions exigées par l'axiomatique mathématique de l'addition.

Dans ce système, il n'y a pas de solution pour évaluer une dent absente à partir de l'indicateur CAO / F.

3.1.3.3.) Apport des techniques, gain de sensibilité :

La diminution de la prévalence de la carie dans la population générale a rendu aussi nécessaire l'utilisation de procédures diagnostiques plus sensibles que le simple examen clinique basé sur une inspection visuelle en particulier pour certaines lésions difficilement accessibles à la vue ou à un stade précoce.

En effet, plusieurs publications mettent en évidence un nombre de « faux négatifs » considérable si la technique utilisée pour obtenir l'indicateur CAO se limite à l'examen clinique seul. Pour la plupart des auteurs, l'examen clinique ne détecterait que la moitié des lésions carieuses ! On rejoint ici la notion de sensibilité (insuffisante) évoquée dans le paragraphe 1.4.4.3) et le risque de 2^e espèce à savoir, considérer le sujet comme sain alors qu'il porte une ou des caries.

a) Apport de la Radiographie.

Le développement de la radiologie et son utilisation dans le domaine dentaire a largement contribué à l'amélioration du diagnostic carieux et des différentes pathologies de la sphère orobuccale.

La recherche bibliographique sur Medline retrouve principalement six articles récents montrant que le recours à un examen radiographique a pour conséquence une variation de la fréquence des caries et de leurs emplacements préférentiels. Avec l'examen radiographique on constate :

- un meilleur diagnostic des lésions proximales.
- un meilleur diagnostic des lésions apicales

La radiographie a permis la détection de ces nouveaux sites carieux et la précocité dans le diagnostic des caries.

L'examen radiographique favorise la détection des caries proximales.

Les auteurs Llena-Puy et Forner (67) constatent que l'examen clinique sous estime les lésions inter proximales à hauteur de 86%.

Le recours aux radios panoramiques et bite-wing contribue également à une meilleure détection des lésions proximales et inter proximales (76).

Il en est de même pour Richardson et McIntyre (99) qui notent que l'examen clinique n'a détecté que 30% des lésions totales trouvées par les deux méthodes combinées (clinique et radiographie). L'examen radiographique a trouvé 192% de caries dentaires proximales supplémentaires par rapport à l'examen clinique seul. Au total, le nombre moyen de lésions dentinaires trouvées avec l'examen clinique seul était de 1,0 chiffre à comparer au 2,7 lésions identifiées après que les données radiographiques aient été ajoutées.

Dans son étude, Poorerman et coll. (92) présentent les résultats de l'apport des radiographies Bitewing pour détecter des lésions de caries précoces sur les surfaces dentaires proximales chez des adolescents et des adultes jeunes. Le nombre moyen de lésions d'email retrouvé est presque de trois par personne. Ceci touche toutes les tranches d'âge. Les bitewing trouvent environ 20 % des personnes porteuses d'au moins 4 lésions d'email.

En 2005, Hopcraft et Morgan (54) montrent que l'examen clinique ne dépiste que 28 % des caries proximales tandis que 95 % de ces caries proximales ont été détectées par l'examen radiographique.

Les auteurs concluent de ces résultats que les radiographies sont essentielles pour le dépistage de la carie proximale.

L'examen radiographique favorise la détection des lésions apicales.

En l'absence d'examen radiographique, il est parfois difficile voire impossible de diagnostiquer une lésion apicale hormis à la suite d'une phase infectieuse ou de signes cliniques (douleur à la percussion, lésion de type kystique, fistule s'abouchant dans la cavité buccale). Le développement de la radio panoramique associé aux radiographies intra buccales favorisent la détection des caries et autres affections de la cavité buccale. C'est ce que précise Molander dans son article (76).

L'examen radiographique favorise la détection des lésions occlusales.

Poorerman et coll. (94) en 2000 ont montré que la fréquence de la carie de la dentine occlusale des 1^e et 2^e molaires est sous estimée de moitié chez les 17 ans et de 25% chez les 20 ans si on se contente d'un simple examen clinique. L'apport de la radiographie Bitewing est indiscutable dans cette localisation, notamment en cas d'utilisation de composites ou de sealants dans les sillons.

L'étude de Richardson et coll. (99) qui portait sur une cohorte de recrues de la Royal Air Force (moyenne d'âge 18,9 ans) expose des résultats encore plus spectaculaires ; elle montre des différences entre la détection clinique et radiographique de la carie des surfaces occlusales de

l'ordre de 70%. L'examen clinique ne détectant que 30 % des lésions totales trouvées par les deux méthodes combinées. L'examen radiographique trouvant 201% de caries dentaires occlusales supplémentaires.

A l'inverse, l'étude de Hopcraft MS, Morgan (54) montre que 80 % des caries occlusales sont détectées par l'examen clinique seul. L'examen radiographique détectant 38 % des caries occlusales

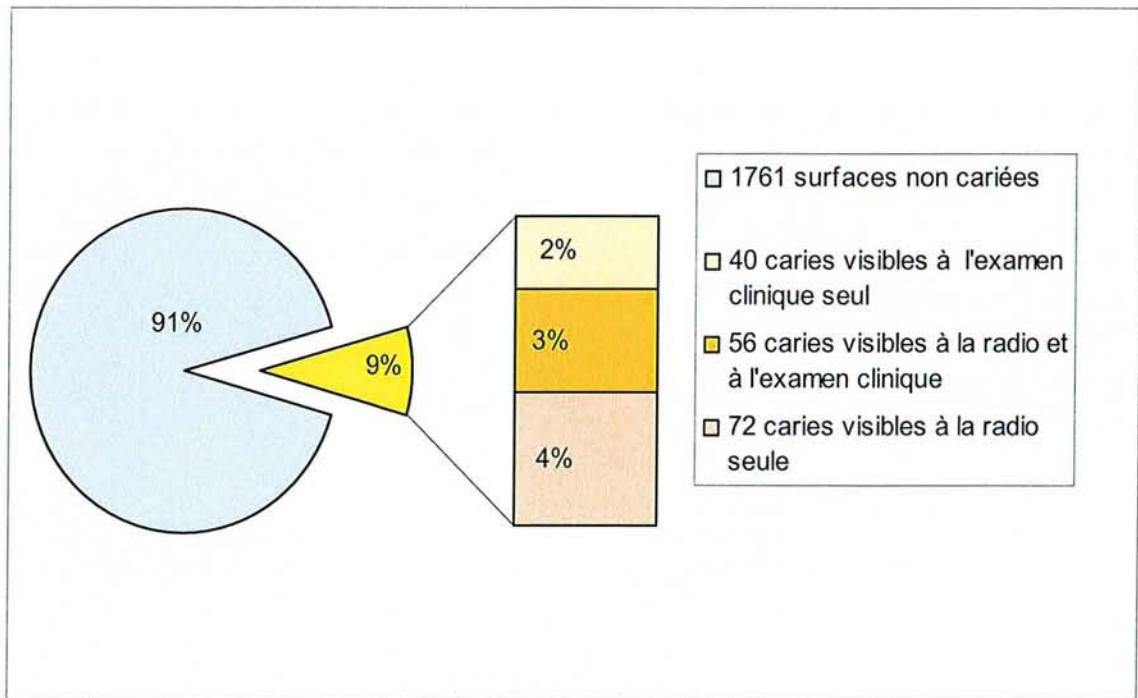
Précisions sur l'apport de l'examen radiographique.

L'étude de Fracaro et coll. (36) mérite développement car elle montre aussi que la sensibilité de l'examen radiographique seul est insuffisante . En effet, d'après les auteurs, l'examen radio seul ne dépiste pas certaine carie visible à l'examen clinique. Ainsi dans leur étude, 481 enfants âgés de 5 à 12 ans ont fait l'objet d'une double évaluation par un examen clinique et par une radio. Au total, 1929 faces dentaires sont examinées. L'examen clinique trouve 96 faces cariées, l'examen radio 128. Mais parmi les 96 faces cariées à l'examen clinique, seules 56 sont retrouvées cariées à la radio. La radio laisse donc échapper 40 caries c'est-à-dire presque la moitié des caries visibles à l'examen clinique. De même l'examen clinique laisse échapper 72 caries visibles seulement à la radio, c'est-à-dire plus de la moitié !

Illustration n° 12 : Apport de la radiographie : Gain de sensibilité.

Distribution des 1929 faces dentaires.

Illustration réalisée à partir des données de l'article n :(36)

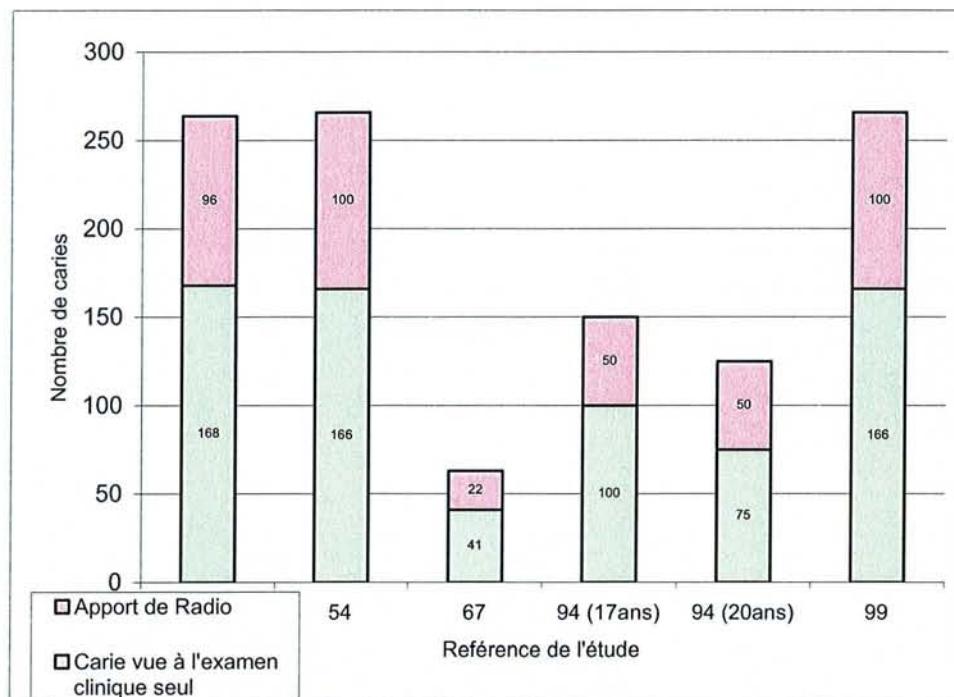


Fracaro et coll. démontrent que l'estimation de la prévalence de la carie obtenue par l'examen clinique et la radio est de 9%. L'estimation obtenue par le seul examen clinique serait de 5%, celle par le seul examen radio de 7%.

Le graphique ci-dessous est une présentation synthétique des gains diagnostic supplémentaire apportés par la réalisation des radiographies dans les six études présentées. Quelque soit l'étude, le gain de sensibilité lié à l'apport de la radiographie varie de 33 à 50%

Illustration n° 13 : Gain de sensibilité apporté par l'exploration radiographique versus examen clinique seul selon l'étude.

Illustration réalisée à partir des données des articles: (36, 54, 67, 94, 99)



Par ailleurs, l'étude de Poorterman et coll. (92) montre que le nombre de lésions d'émail (pas toujours visible à l'examen clinique) mais visible à la radio est significativement corrélé avec le nombre de lésions de la dentine. L'examen radio permettant de voir certaines lésions peu profondes c'est-à-dire récentes au stade « infra clinique ».

Enfin, de toutes les lésions d'émail, 20 % sont trouvées chez des personnes sans aucune lésion de la dentine ou restauration visible à l'examen clinique. Ce qui réduit d'autant le pourcentage de « CAO=0 ». Poorterman et coll. remarque que, dans leur étude, la valeur du CAO moyen passe de 1,2 à 3,7 (93)

c) Apport de la biologie.

Les auteurs bordelais : N'Dobo-Epoy et coll. (80) proposent la mesure des phosphatases alcalines (APL) comme marqueur de l'activité carieuse. Ils ont mené une étude sur 107 individus âgés de 19 à 25 ans. Celle-ci montre qu'une APL > 116 UI/L révèle plus de carie active que l'examen clinique effectué avec un miroir seul. L'absence d'activité carieuse est également confirmée par des APL compris entre 86 et 116 UI/L. Les auteurs concluent que le test du chi² est significatif. Ils interprètent cette l'augmentation modérée des phosphatases alcalines comme étant un marqueur statistique significatif de la carie dentaire et en plus, celle-ci révèlerait l'activité carieuse.

Discussion :

L'augmentation des phosphatases alcalines n'est pas spécifique de la carie dentaire. Elles augmentent également dans les processus ostéolytiques, (la maladie de Paget en étant la caricature), en cas de dysfonctionnement parathyroïdien et enfin et surtout car beaucoup plus fréquent, en cas de cholostase. Le nombre de faux positif (de cas de carie) n'est pas négligeable. Par ailleurs, le dosage des APL a un coût, ce qui rend la généralisation de celui-ci impossible surtout dans une optique d'évaluation.

N'Dobo-Epoy et coll. ont prouvé que les APL ont une meilleure sensibilité que l'examen clinique seul. Mais la spécificité des APL pour la pathologie carieuse n'est pas bonne. En matière de faisabilité le coût devient un obstacle. On ne peut pas proposer ce dosage pour un dépistage de masse visant l'évaluation de la prévalence de la carie.

L'indicateur CAO résume une information relativement complexe en ce sens qu'il a à la fois un but diagnostic et un but opérationnel. En effet, il se rapporte aussi bien aux individus malades que sains et/ ou ayant un ou des facteurs de risques. De nombreux auteurs dans le cadre du bilan buccodentaire exploitent avec truisme d'autres « sous-produits » de l'indicateur CAO. Parmi eux, deux sont « diamétralement » opposés.

- Le SIC Index, maintenant adopté par l'OMS (83), dérive des courbes du Lorenz chères aux auteurs britanniques. Le SIC Index ne se préoccupe que des cas les plus lourds.
- Le pourcentage d'individus dont le CAO est nul, qui ne considère que les individus exempts de carie.

3.1.3.) Le SIC indice : (*Significant Caries Index*)

Le SIC indice a été proposé pour répondre aux critiques des épidémiologistes dans les années 1980. Ceux-ci constataient avec raison que le CAO moyen masquait en réalité la grande disparité des CAO individuels. Le pourcentage important d'individus indemnes de toutes caries pouvait masquer un petit groupe d'individus concentrant des indicateurs CAO très supérieurs à 10 ! Dans ce cas, la valeur moyenne du CAO ne reflète pas précisément cette large étendue de la distribution et mène à la conclusion incorrecte que la situation de la carie dans la population entière est sous contrôle, alors qu'en réalité, plusieurs individus sont porteurs de lésions carieuses majeures et multiples.

Pour « contourner » cette dispersion et surtout qu'apparaisse le poids des individus lourdement atteints, le SIC index a été élaboré. Comme pour une courbe de Lorenz, les individus sont classés selon leur CAO croissant. Un CAO moyen est ensuite calculé sur le tiers de la population porteur des CAO les plus élevés. La valeur du CAO moyen de ce sous-groupe correspond au Sic l'indice (SIC Index des anglo-saxons).

Son but est de ne rendre visible que le tiers de la population porteur des manifestations carieuses les plus lourdes.

Les mêmes critiques que celles de l'indicateur CAO concernant la sensibilité peuvent lui être faites.

Il convient également d'être prudent avec cet indicateur, car il ne considère que la problématique du tiers de la population regroupant les cas les plus lourds. G. Campus et coll. (20) se sont penchés sur la validation de cet indice en comparant les résultats obtenus avec ceux utilisant le CAO classique. Leurs conclusions incitent à la prudence surtout dans les zones où l'indicateur moyen CAO est élevé.

Lorsqu'on sait les relations étroites qui existent entre CAO élevé et précarité, il est difficile de ne pas imaginer les récupérations politiciennes qui pourraient en être faites dans la mise en oeuvre des stratégies préventives destinées aux « sujets à haut risque ».

Illustration n° 14 : Courbe de Lorenz de la distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 2005.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (58)

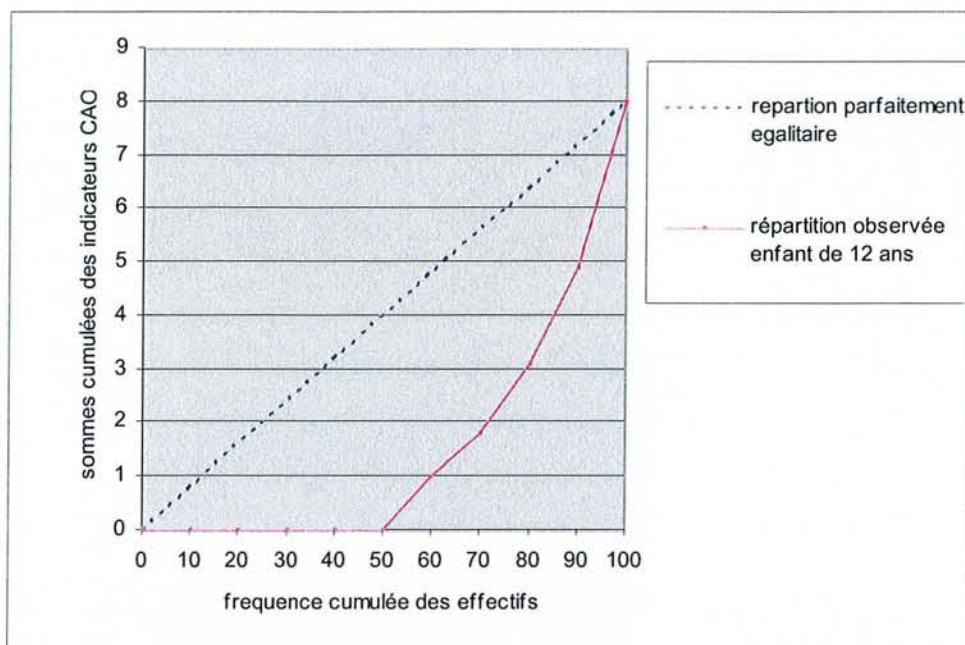
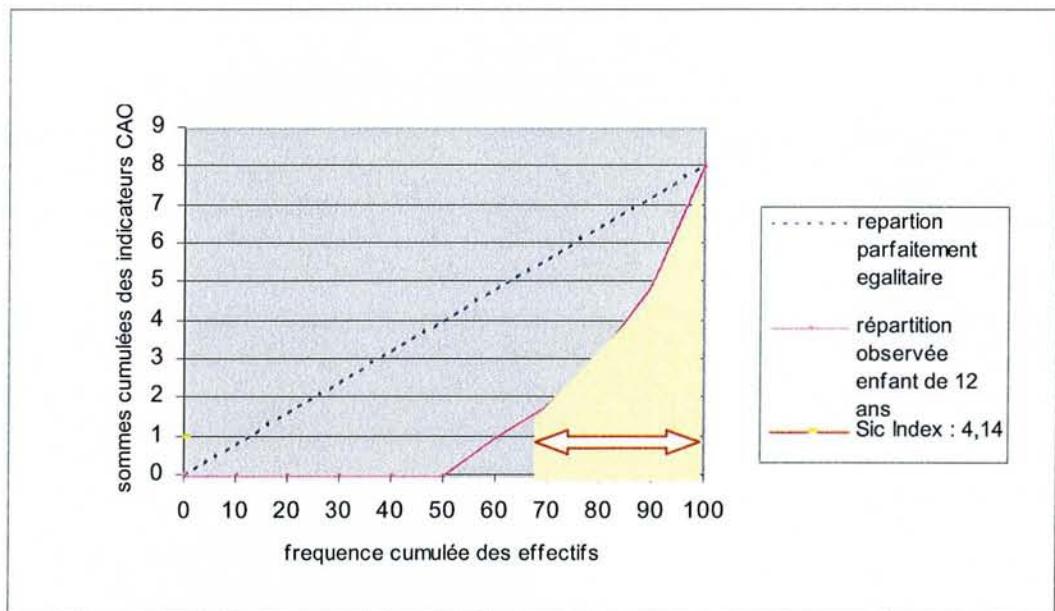


Illustration par courbe de Lorenz de la répartition observée dans l'étude de Joseph et coll. (58) dont le diagramme en bâton figure au § : 2.1.3.3.), et visualisation du SIC indice ci dessous. Les individus sont classés par CAO croissant. Leur fréquence figure en abscisse. La somme cumulée de leurs indicateurs CAO figure en ordonnée. Cette illustration objective clairement les 50% d'individus : CAO =0 de l'étude.

Illustration n° 15 : Visualisation du SIC indice et courbe de Lorenz de la distribution des indicateurs CAO à 12 ans en 2005 observée ci-dessus.

Illustration réalisée à partir des données de l'article : (58)



La surface sous la courbe (en jaune) correspondant au tiers des individus porteur d'indicateur CAO les plus élevés entre dans le calcul du SIC indice.

Le SIC indice regroupe non seulement tous les cas les plus lourds ($CAO > 5$) qui représentent 10 % du total des individus, mais aussi la totalité des individus dont le CAO est compris entre 3 et 5 soit 14,5% de la population totale et les deux tiers des individus dont le $CAO = 2$ (soit 8,8 % de la population totale).

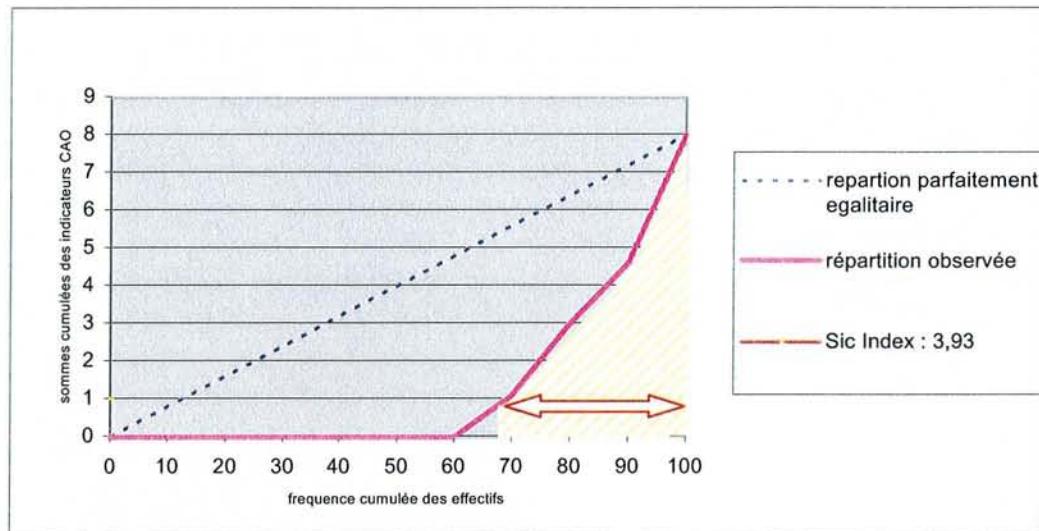
Dans cette étude, le SIC indice est donc composé :

- pour un tiers d' individus à CAO les plus lourds,
- un tiers d' individus à CAO supérieurs à la moyenne des CAO,
- un tiers d' individus à CAO pratiquement équivalent à la moyenne des CAO observés sur l'échantillon.

. Dans cette étude, les deux indicateurs : SIC indice et proportion de CAO = 0 décrivent 83,5% des individus composant la population.

Illustration n° 16 : SIC index calculé sur les résultats de l'étude « Opération Cric, Crac, Croc, la vie » Nancy 2000-2001.

Illustration réalisée à partir des données de l'article : (102)



Dans cette étude nancéenne, qui porte sur des enfants de 6-7 ans,

- le nombre d'individu dont le CAO = 0 est égal à 59.6%.
- les cas les plus lourds (CAO > 5) représentent 8 % du total des individus,
- les individus dont le CAO est compris entre 1 et 4 représentent 32,3% de la population totale.

Ainsi, dans cette étude, la quasi-totalité des individus porteur de carie (83%) sont impliqués dans le calcul du SIC indice. Celui-ci vaut 3,93.

3.1.4.) Proportion de cas CAO =0.

C'est un indice. Il mesure la prévalence de "non maladie" ; dans notre cas « d'absence de carie ». Il est obtenu à partir d'un dénombrement. Rapporté au nombre d'individus de la population, c'est une fréquence, qui reste dans l'unidimensionnalité du dénombrement. De ce fait, cet indice exonère des critiques faite à l'indicateur CAO en tant que « grandeur construite ». Son utilité est de ne rendre visible que la population exempte de manifestations carieuses sous réserve des critiques faite à l'indicateur CAO concernant sa sensibilité (défaillante).

Cette autre manière d'envisager la carie est à rapprocher de la démarche intellectuelle volontaire de JB. Du Plessis (28) qui a cherché à déterminer les facteurs de « non carie ».

3.1.5.) Besoins en soins.

Il représente le pourcentage d'individus dont la composante « carie » de l'indice CAO est différente de zéro.

3.1.6.) L'indice de traitement : O/ C+O.

Il représente le pourcentage d'individus traités parmi ceux porteurs de carie qu'elle soit traitée ou non.

3.1.7.) Autres paramètres.

On en dénombre près de 600. (Taux de brossage quotidien avec un dentifrice fluoré, taux d'exposition au fluor, besoins en orthodontie, pourcentage d'individu porteur de plaque, pourcentage d'individu présentant un risque identifié etc etc...) Mais, tous les pays européens n'utilisent pas les mêmes indicateurs. Ceci rend difficiles voire impossibles les comparaisons internationales. Pourtant, dès l'année 2000, l'OMS avait fixé à ses États Membres parmi ses objectifs de mettre en place des systèmes d'information de santé bucco-dentaire compatibles. Pour 2020, L'OMS rappelle ces objectifs en spécifiant tout l'intérêt des indicateurs fondamentaux liés à la santé bucco-dentaire et aux soins des populations. C'est pourquoi le projet : « European Global Oral Health Indicators Development Project (EGOHIDP) » initié par l'Université Lyon I a reçu le soutien de la Direction générale "Santé et protection des consommateurs" de la Commission européenne* pour recommander 40 indicateurs prioritaires de référence en matière de santé bucco-dentaire. Ces indicateurs ont été sélectionnés lors d'un processus de consensus entre 32 participants à l'issue d'une revue systématique des quelques 600 indicateurs existants. Publiée en 2005, la liste des 40 indicateurs sélectionnés figure en annexe 3. Cette liste est extraite du document intitulé « Health Surveillance in Europe – A Selection of Essential Oral Health Indicators Recommended by European Global Oral Health Indicators Development Project »

* Decision No 1786120021CE Official Journal of the European Communities No. L 271, 9 October 2002.

3.2.) Un indicateur original utilisé par M. Weissenbach.

M. Weissenbach répartit les individus porteur de carie en 4 catégories selon le stade de développement atteint par la maladie carieuse cf § 2.2.3. (122)

Cet Indicateur original est un classement. Celui-ci génère une variable qualitative pouvant prendre quatre valeurs : 0, 1, 2 ou 3. Ces valeurs caractérisent la gravité de l'atteinte carieuse puisque le classement repose sur le développement spontané en absence de traitement de la maladie. Cependant, au sens mathématique, entre les stades, il n'existe pas de distance mesurable. Dès lors, toute opération de concaténation entre elles est suspecte ou risquée.

Les individus sont simplement regroupés par unité de ressemblance à l'intérieur de chaque classe. On peut en effet dénombrer les individus porteurs du processus biologique à un stade donné correspondant à la catégorie. On peut aussi rapporter ce dénombrement au nombre total d'individus composant la population et obtenir une fréquence. L'utilisation du système relationnel numérique où l'opération empirique de concaténation est possible grâce à l'opération d'addition qui lui correspond dans le système des nombres est parfaitement logique. Ceci a un sens parce que cette façon de faire reste dans « l'unidimensionnalité du dénombrement».

Cette manière de faire permettrait de résumer la prévalence de la carie par quatre fréquences.

La catégorie est un reflet de la gravité de l'atteinte de la carie. Il existe une relation entre les catégories de cet indicateur et le CAO.

Ainsi la catégorie 0 correspond au CAO = 0

La catégorie 3 regroupe les CAO les plus lourds.

L'avantage de ce système serait d'obtenir quatre dénombrements (variables quantitatives positives), mais impossible à additionner pour obtenir un chiffre moyen global. Cette manière de faire serait à rapprocher du classement T,N,M utilisé par les cancérologues pour classer les tumeurs selon leur développement.

3.3.) Le temps à événement.

Dans notre cas, il s'agit de mesurer la durée avant l'apparition d'une carie. « Ce temps à événement » se définit comme étant la durée écoulée entre la date de début de la période d'observation (qui peut être la naissance du sujet) et la date où une dent ou une surface est enregistrée comme étant cariée ou soignée.

A la différence de l'indicateur CAO, ce temps, ou plus exactement : « cette durée » est une variable quantitative aléatoire, non négative et en tant que telle, possédant la puissance du continu. Elle admet une fonction de répartition intégrable, d'où l'existence d'une fonction caractéristique autorisant l'accès par le calcul aux probabilités de survenue de l'événement « carie ». (cf. § 1.13.1).

Les caractéristiques de cette variable utilisée comme indicateur sont :

- une faisabilité moyenne si on la compare à la détermination du CAO puisqu'elle nécessite un suivi longitudinal des individus. Sur le long terme, les perdus de vue peuvent être nombreux.
- une acceptabilité moindre, car moins connue du grand public. Les modalités d'investigation visant à déterminer l'apparition de la carie sont identiques à celles du CAO, (examen non douloureux, peu long, non invasifs, non toxiques.... ;)

Sur le plan déontologique et humain, le temps à événement ne peut se concevoir que pour l'apparition de la première carie. Il est difficilement imaginable de laisser évoluer la carie dentaire pour mesurer le temps nécessaire à la perte de la dent !

Cette variable, très prisée et utilisée par les cancérologues, commence à être employée en recherche expérimentale dentaire. Elle implique un protocole d'expérience strict, des évaluations cliniques souvent complétées par une exploration radiographique afin de repérer la carie dès ses premiers stades.

. La recherche bibliographique et abstracts de congrès de 1998 à décembre 2006 retient 5 études où le « temps à événement » (4, 43, 44, 45, 69) est utilisé comme variable d'étude.

3.2.1.) Discussion.

Si on admet le postulat que cette durée est inversement proportionnelle à la gravité de l'atteinte carieuse, elle-même étroitement liée aux actions cumulatives des facteurs cariogènes et à leurs interactions, alors il apparaît que la mesure du « temps à événement » ou son complémentaire, à

savoir « la durée de survie sans carie » se révèle être un indicateur beaucoup plus puissant que l'indicateur CAO.

Plus puissant car intrinsèquement : c'est une variable continue.

Plus puissant car plus précis , la durée est une variable physique mesurable. Sa mesure relève de la métrologie. Elle ne dépend que de l'instrument de mesure, peu sujet à des variations non contrôlables même si le diagnostic précoce de carie dentaire n'est pas toujours simple.

Le temps est une valeur unifactorielle. Ce n'est pas une variable construite issue d'une convention débouchant sur un algorithme (comme l'indicateur CAO).

Hannigan et coll. retrouvent ce gain de sensibilité (44) et d'efficacité (45) et voient dans ce gain de puissance (43) un moyen efficace pour compenser le risque de deuxième espèce, c'est à dire la diminution importante des individus porteur de carie dans la population générale.

3.2.2.) Conclusion.

L'utilisation de la variable « temps à événement » en odontologie pourrait devenir une alternative à l'utilisation de l'indice CAO. Son utilisation se développe comme en témoigne les publications actuelles. Cette variable est maintenant fréquemment utilisée par les cancérologues.

IV.) Résultats.

4.1.) l'évolution dans le temps de la prévalence de la carie dentaire :

4.2.) Distributions des CAO individuels des enfants âgés de 12 ans.

4.3.) Résultat des SIC indice.

4.4.) Sources de variations de la carie dentaire.

4.5.) Deux exemples théoriques.

IV.) Résultats.

4.1.) L'évolution dans le temps de la prévalence de la carie dentaire en France :

A ce jour, l'évaluation de la prévalence de la carie s'appuie quasi exclusivement sur l'indicateur CAO et ses dérivés : Sic indice, pourcentage d'individus exempt de carie etc.....Utilisé depuis plus de soixante ans, pour évaluer la carie dentaire au niveau des populations, le suivi de cet indicateur permet de reconstituer un historique de la prévalence de la carie.

Ne sont présentés ici que les résultats d'enquêtes récentes importantes dont la représentativité des échantillons a été vérifiée par les auteurs. Il s'agit pour la partie historique de :

- des travaux de Hescot et Roland publiés dans les revues de l'UFSBD* : « santé dentaire en 1993 » (50), « la santé dentaire en France en 1998 » (51) dont les chiffres sont repris par l'OMS (84) et complétés pour la partie plus récente par :
- la publication de Chabert et coll. « L'état de santé bucco-dentaire des adolescents de 15 ans en 1999 suivi prospectif d'adolescents en France. » dans La Revue Médicale de l'Assurance Maladie (23).
- l'article de Roland, Dupré et Gueguen « épidémiologie de la carie chez les enfants de 6, 9 et 12 ans » (101)
- Le poster élaboré par Dupré, Guéguel, Roland (31) « La santé bucco-dentaire des adultes de 35-44 ans examinés dans les Centres d'examens de santé entre 1999 et 2003 ». (31) dans le cadre des Journées de Veille Sanitaire des 29 et 30 novembre 2005.
- le rapport de N. JOseph (58) « Fluor et prévention bucco-dentaire » : des Urcam Alsace, Champagne-Ardenne et Lorraine publié en mars 2006 (58)
- et des travaux de Hescot et Roland . "Oral Health in France", publiés en 2006 par l'UFSBD. (52)

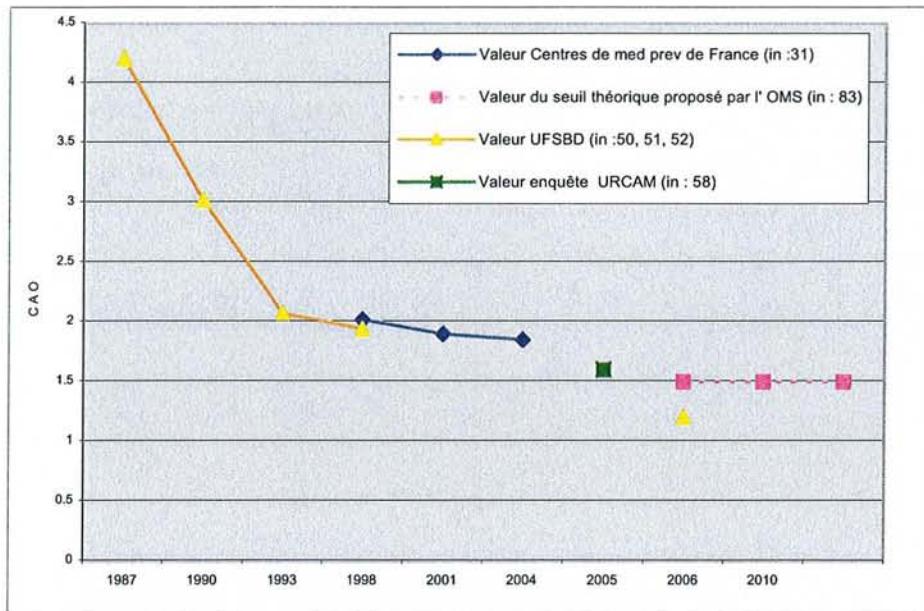
En France, l'évolution historique de la prévalence de la carie dentaire et la situation actuelle peut se résumer par deux schémas synthétiques élaborés à partir des données publiées dans les documents ci-dessus.

- l'un retrace l'évolution de l'indicateur CAO à 12 ans de 1987 à nos jours, et
- l'autre, l'évolution du pourcentage d'enfant de 12 ans exempt de carie, de 1987 à nos jours également.

4.1.1.) CAO moyen à 12 ans.

Illustration n° 17 : Evolution dans le temps du CAO moyen à 12 ans en France selon l'origine de l'enquête .

Illustration réalisée à partir des données des articles : (31, 50, 51, 52, 58, 83).



Cette illustration regroupant les résultats des principales études récentes et représentatives de la population d'enfants de 12 ans montre que le CAO moyen est passé en vingt ans de 4,2 à environ 1,5.

1993 marque une rupture dans la diminution. Cette diminution depuis cette date est faible. Elle devient asymptotique d'une valeur proche de 1.5. Il semble que nous nous approchions d'une limite.

Les objectifs de l'OMS figurent sur ces schémas. A la fin des années 90, l'OMS proposait comme objectif un CAO à 12 ans valant 1 en 2010. Devant les difficultés pour obtenir cette réduction du CAO moyen, prudemment l'OMS a alors ramené ses objectifs à 1,5 en 2015 et a adopté le SIC indice. (83)

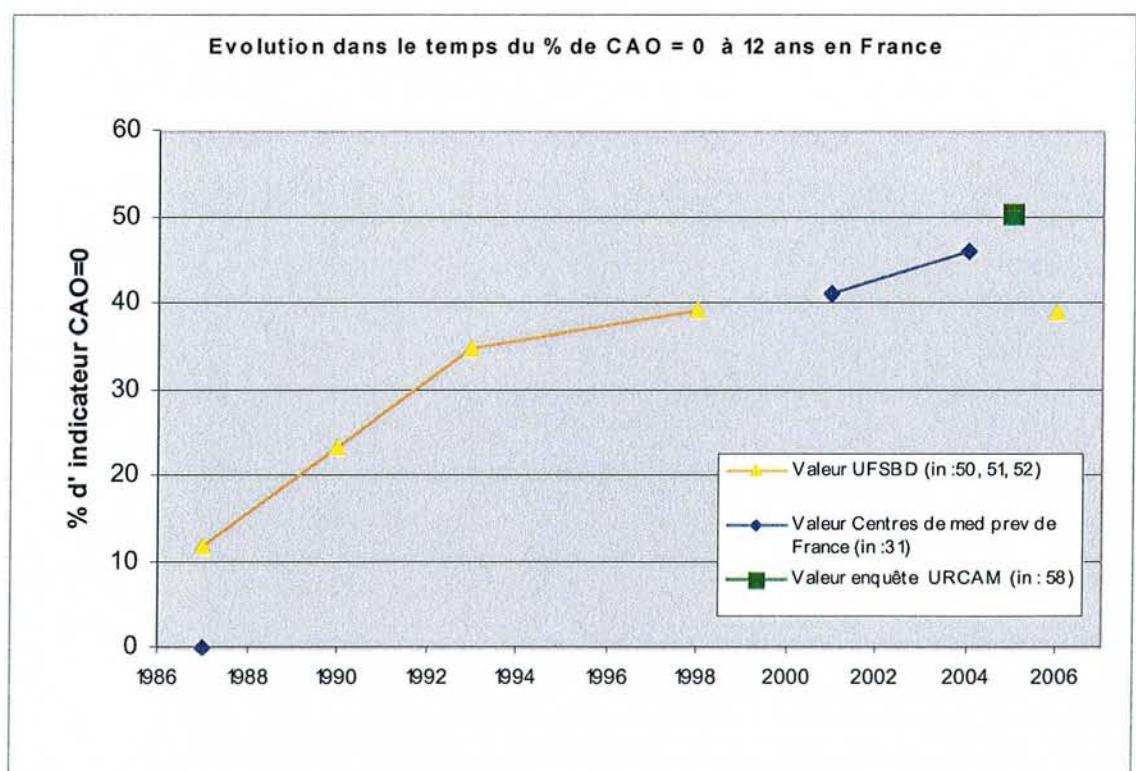
Les ultimes résultats (de 2006) de l'UFSBD* objective un CAO moyen à 1,23. (52). Valeur remarquable, qui, si elle se confirme, marquerait le franchissement du seuil de l'OMS.

4.1.2.) Pourcentage d'enfants exempts de carie à 12 ans .

Le pourcentage d'enfants exempts de carie à 12 ans connaît une progression « en miroir » de l'indicateur CAO ci-dessus.

Illustration n° 18 : Evolution dans le temps du pourcentage CAO = 0 à 12 ans en France selon l'origine de l'enquête .

Illustration réalisée à partir des données des articles (31, 50, 51, 52, 58, 83).



Indiscutablement, il existe une régression de la carie dentaire au cours du temps et une augmentation du pourcentage d'enfants exempts de carie.

Cependant, en 2006, les derniers résultats publiés de l'UFSBD* sont surprenants. Roland et Hescot ne trouvent que 39% d'enfants de 12 ans exempts de caries.

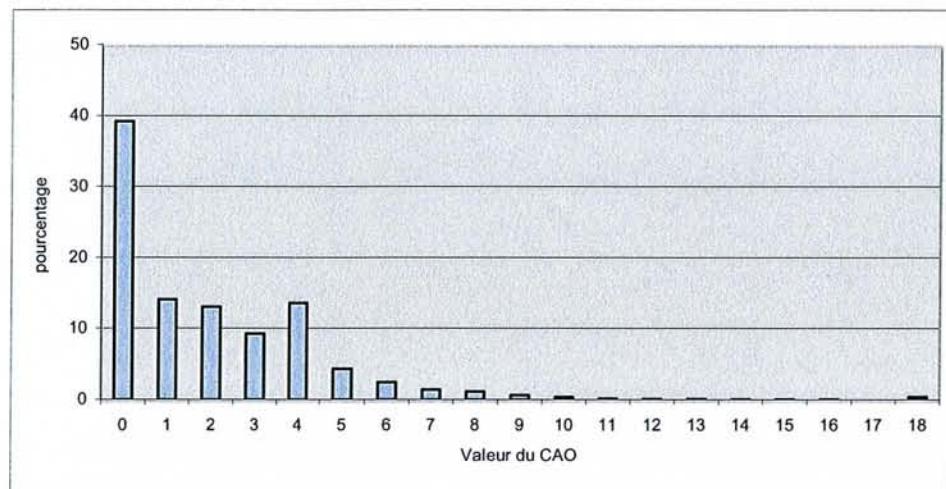
Ces constatations ne sont pas nouvelles. Plusieurs enquêtes épidémiologiques antérieures à 1987 montraient déjà une diminution notable de la prévalence de la carie dentaire dans les pays développés et une augmentation du nombre d'enfants indemnes de carie sur les dents permanentes. (3, 6, 15, 16, 18, 26, 27, 38, 63, 86,120).

Le choix d'une caractéristique de valeur centrale qu'est la moyenne n'est pas cohérent car cette valeur moyenne cache une grande inégalité des individus devant la carie. Ces valeurs moyennes sont loin de représenter une majorité d'individus dans la population considérée. Elles doivent donc être interprétées avec de grandes précautions. Pour visualiser cette dispersion, figurent ci-dessous deux histogrammes des distributions des CAO individuels des enfants âgés de 12 ans en 1998 et 2005.

4.2.) Distributions des CAO individuels des enfants âgés de 12 ans.

Illustration n° 19 : Distribution des CAO individuels des 12 ans en 1998.

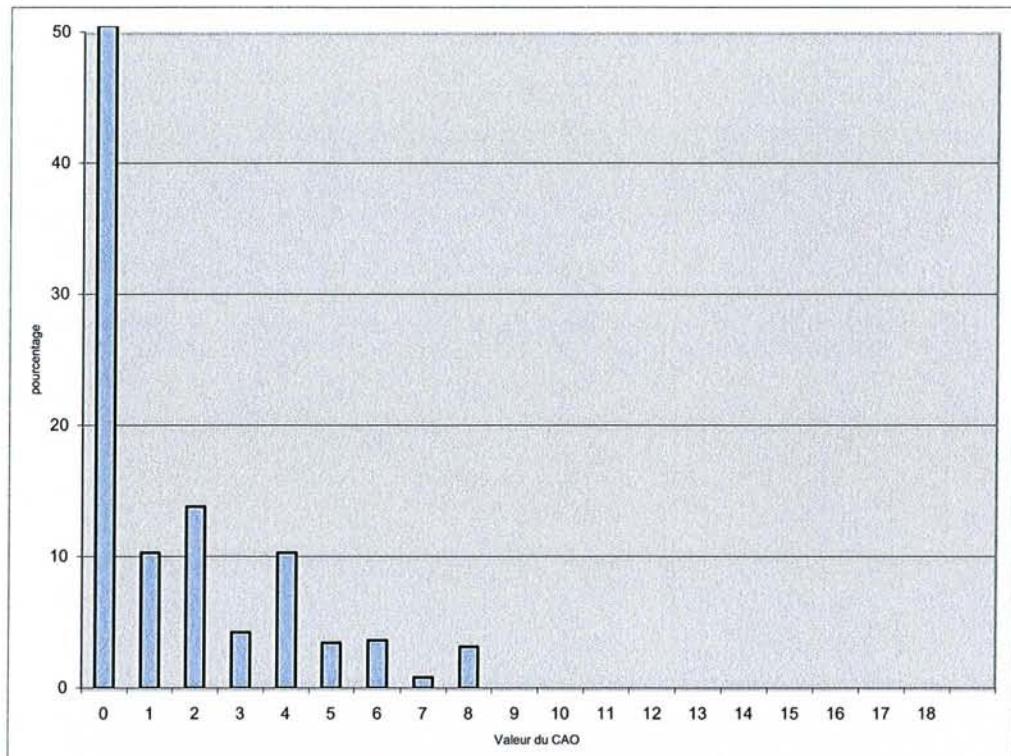
Illustration réalisée à partir des données de l'article (51).



La dispersion des indicateurs CAO est manifeste. Une fois mis à part les individus CAO = 0, il reste 60% d'individus porteur de carie. Parmi eux, une moitié sont modérément atteints,(CAO < 5) mais ces individus s'ils ne sont pas traités vont évoluer vers des stades supérieurs de la maladie, source de déficiences fonctionnelles et à terme, de détérioration de la qualité de vie. Les individus porteurs d'un CAO > 5 représentent 18% de l'effectif total. En 1998, Dupré Guéguen et coll. (51) signalent des cas de CAO individuels (à 12 ans) déjà très lourds : proches de 18.

Illustration n° 20 : Distribution des CAO individuels des 12 ans en 2005.

Illustration réalisée à partir des données de l'article :(58).



Cet histogramme objective la persistance de la grande hétérogénéité des indicateurs CAO individuels. Si globalement , l'indicateur CAO moyen diminue, la dispersion ne se réduit pas, il persiste toujours au moins 10% des individus avec un CAO supérieur à 7 en 2005. (58)

Pour tenir compte de ce constat, l'OMS a souhaité qu'un indicateur spécifique soit utilisé. C'est le SIC indice.

4.3.) SIC indice appliqués aux résultats récents.

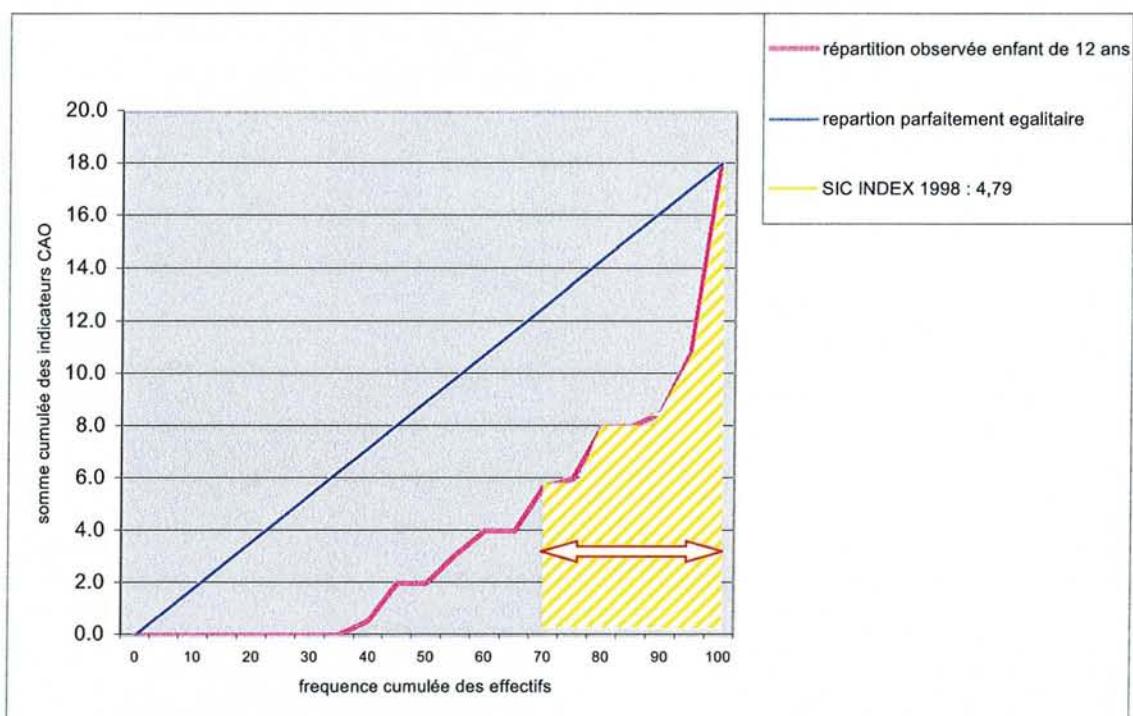
Le SIC indice est le CAO moyen calculé sur le tiers de la population porteur des indicateur CAO les plus élevés.

De création récente, il n'y a pas d'historique mais celui-ci pourrait être reconstitué par le calcul.

L'OMS propose des normes pour cet indicateur. (in 83). Pour un pays considéré globalement, il s'agit de faire passer le SIC indice sous la valeur de 3. Une fois cet objectif atteint, L'OMS propose alors de s'intéresser au SIC indice de groupes de population plus petits, (région, ville, quartier, école etc.) en raison de la grande hétérogénéité sociale de la population des états.

Illustration n° 21 : SIC indice calculé sur les résultats de l'enquête UFSBD 1998.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (51).



Dans cette étude portant sur des valeurs de 1998, le SIC indice vaut 4,79.

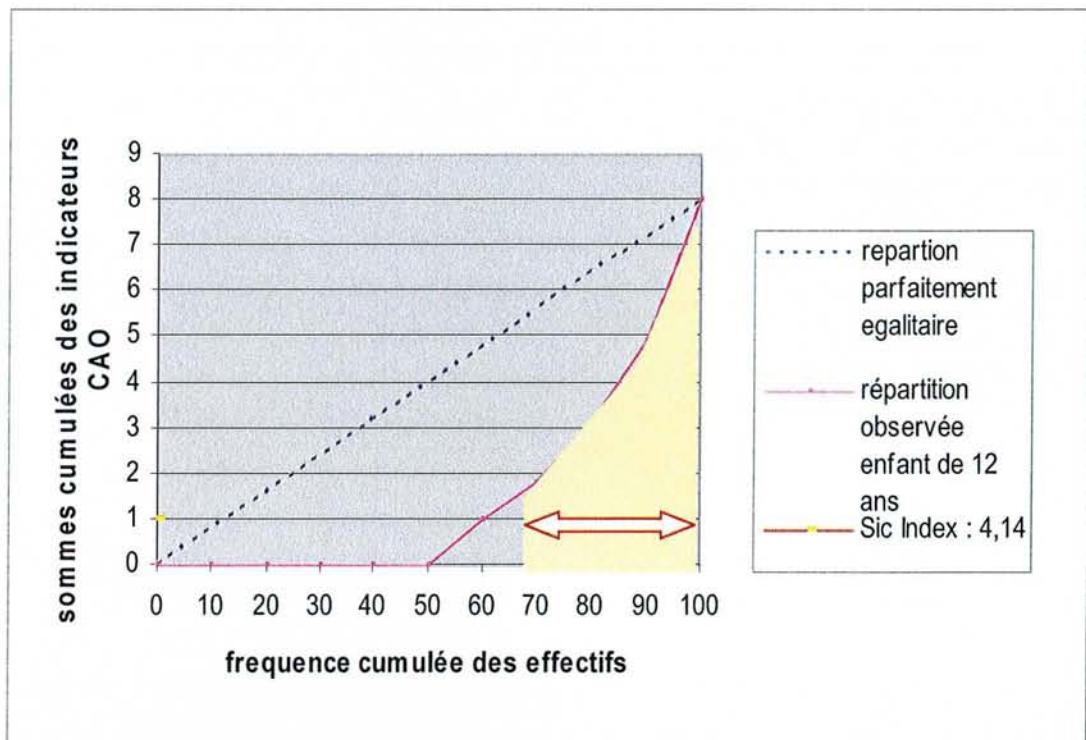
Il est donc composé :

- pour un tiers d' individus à CAO les plus lourds ($CAO > 5$)
- pour 40% d' individus dont le CAO est égal à 4.
- et pour 25% d' individus dont le CAO est égal à 3.

Dans cette étude, le CAO moyen vaut 2.02.

Illustration n° 22 : SIC indice calculé sur les résultats de l'enquête URCAM Alsace, Champagne-Ardenne et Lorraine en 2005.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (ref : 58).



Dans cette étude, le SIC indice vaut 4,14.

Il est donc composé :

- pour un tiers d' individus à CAO les plus lourds ($CAO > 4$)
- un tiers d' individus dont le CAO est égal à 4.
- et un tiers d' individus dont le CAO est compris entre 2 et 3.

Dans cette étude, le CAO moyen vaut 1,6.

Dans ces deux enquêtes, le SIC Indice dépasse encore 4, ce qui signe la présence de cas lourds en nombre encore élevé.

4.4.) sources de variations de la carie dentaire.

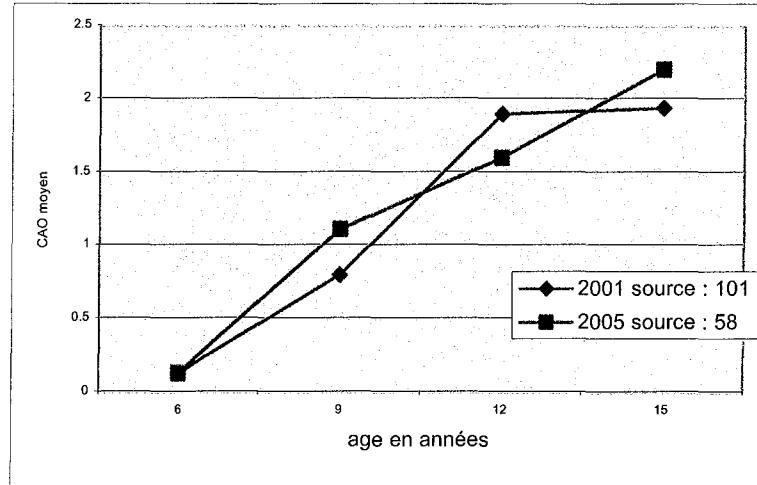
4.4.1.) Variation selon l'âge :

La littérature constate de nombreuses sources de variations de l'indicateur CAO :

L'indicateur CAO individuel augmente inévitablement avec l'âge puisque l'indicateur CAO inclut par constitution les antécédents carieux de l'individu. Les résultats des enquêtes récentes (58 – 101) n'échappent pas à cette règle.

Illustration n° 23 : CAO moyen par âge (de 6 et 15 ans) en 2001 et 2005.

Illustration réalisée à partir des données des articles (ref :58 et 101).



Les résultats des études récentes confirment l'accroissement de l'indicateur moyen CAO avec l'âge et ceci d'une manière régulière et constante. L'augmentation est quasi linéaire. Cette augmentation s'explique vraisemblablement par la durée d'exposition aux risques de carie.

4.4.2.) variation selon le sexe :

Tableau n° 1 : Indicateur CAO par année selon le sexe.

Tableau réalisé à partir des données de l'article :(ref :83).

	1987	1990	1993	1998	2006
Garçons	3.96	2.92	1.86	1.77	1.20
Filles	4.44	3.12	2.29	2.10	1.27

Cette variation du CAO selon le sexe est faible, mais persiste dans le temps. Ainsi, celle des enfants de 12 ans observée par Hescot et Roland (83) de 1987 à 2006; Cette variation selon le sexe persiste quelque soit l'âge ou la répartition géographique. Les filles ayant une dentition plus précoce que les garçons, il est possible que la durée d'exposition aux risques justifie cette différence observée. Une autre origine est-elle possible ? (hormonale ou génétique)

4.4.3.) Variation selon le niveau de rémunération :

Messieurs Dupré, Roland, Gueguen et coll. (31) ont isolé parmi les 384 530 personnes examinées dans les 110 centres de santé de France les adultes porteurs de carie (CAO > 0), puis les ont classé sur une échelle allant de l'aisance sociale à la plus forte précarité. Puis ils les ont repartis en 5 quintiles : Q1 (le moins précaire) à Q5 (le plus précaire).

Pour chaque quintile, le risque relatif de carie a été calculé.

Tableau n° 2 : Risque relatif de porter au moins une carie dentaire selon les quintiles Epices.

Tableau réalisé à partir des données de l'article :(31).

CAO > 0 Quintile	risque relatif Homme	risque relatif Femme
Q1	1	1
Q2	1,09	1,13
Q3	1,24	1,3
Q4	1,52	1,54
Q5	1,85	1,96

Ces chiffres sont éloquents et cette manière de faire a le mérite de s'affranchir des traditionnelles « catégories socioprofessionnelles », toujours en vogue à l'OMS.

Les auteurs nancéens Droz, Méderlé, Roland et Blique (74) ont publié en 2004 un article résumant les principaux facteurs sociaux associés à la précarité retrouvés chez des enfants présentant un indicateur CAO élevé.

Les facteurs socio-économiques sont à l'origine d'un défaut d'hygiène et de disparité dans l'accès aux soins et aux services. Les auteurs citent :

-le statut socio-économique des parents, avec leur niveau d'éducation (en particulier celui de la mère), et leur bas revenu.

- la structure familiale (souvent monoparentale),

- les mauvaises habitudes comportementales alimentaires (grignotage, boulimie, biberons de jus de fruit donnés la nuit !...) acquises par des enfants insuffisamment entourés et surveillés par leurs parents.

- la malnutrition.

- l'immigration par ses difficultés d'intégration : la barrière de la langue rendant difficile l'accès à la connaissance des mesures de prévention, et aussi aux soins.

-les facteurs ethniques en liaison avec des habitus culturels (la mère goûte systématiquement le biberon et enseigne celui-ci par du streptocoque mutans), ou encore la demande (quand ce n'est pas l'exigence) de « soins particuliers » comme l'extraction plutôt que des soins conservateurs.

4.4.4.) Variation selon la situation géographique :***4.4.4.1.) En France.***

Trois études nationales aux effectifs impressionnantes mettent en évidence des variations régionales indiscutables et aux résultats convergents bien qu'elles ne touchent pas les mêmes tranches d'âge de la population.

Ces trois enquêtes sont :

- l'enquête de Guignon et Niel (DRESS) auprès de 28 764 enfants âgés de 5-6 ans scolarisés en grande section de maternelle en 1999-2000 et publié par le B E H (40)
- les résultats de l'étude de Chabert, Matysiak, Gradelet, et Chamodot de la CNAMTS portant sur l'état de santé bucco-dentaire des adolescents de 15 ans. Les chiffres étant obtenus par l'exploitation des 18 492 Bilan Bucco Dentaire pris en charge par l'assurance maladie en 1999. (23)
- La publication de Dupré, Guéguen et Roland portant sur les sujets âgés de 35 à 44 ans examinés dans les 110 centres d'examen de santé de France (CETAF) à l'origine de 384 530 bilans. (31)

Le tableau ci-dessous expose les chiffres et le classement des régions selon ces chiffres.

Tableau n° 3 : Classement des régions françaises selon l'âge et selon les enquêtes.

Tableau réalisé à partir des données de l'article :(ref : 23, 31, 40)

ETUDE Source Age REGION	CETAF (31)		DRESS (40)		CNAMTS (23)	
	Rang	CAO moyen	Rang	% de CAO > 2	Rang	CAO moyen
Ile-de-France	1	12,65	2	12	1	3,33
Rhône-Alpes	2	14,85	4	14,2	2	3,57
Centre	4	14,9	1	11,3	3	3,68
Midi-Pyrénées	3	14,85	5	14,2	4	3,93
Nord-Picardie	5	14,95	6	19	5	4,93
Alsace-Moselle	7	16,95	7	19	6	5,14
Bretagne	6	16	3	13,7	7	5,42

Indiscutablement, les indicateurs CAO aux différents âges de la vie des régions Nord-Picardie et Alsace-Moselle sont moins bons que ceux d'Ile de France et Rhône-Alpes. Compte tenu de l'importance des effectifs de ces enquêtes et la convergence des résultats, on peut logiquement penser que le lieu d'habitation joue un rôle. Plusieurs explications peuvent éclairer ces constatations. On peut y voir les effets des variations de la fluoruration de l'eau ou l'inhomogénéité socioprofessionnelle des populations. Existe-t-il d'autres facteurs ?

4.4.4.2.) A l'étranger.

Un certain nombre des résultats publiés interpellent (85) .Le tableau ci-dessous résume la diversité des résultats observés.

Tableau n° 4 : Indicateur CAO moyen des enfants de 12 ans selon le pays et l'année.

Tableau réalisé à partir des données des articles (ref : 84, 85)

Pays	Source Année	(85) 1991	(85) 1992	(85) 1993	(85) 1994	(84) 1999
Nouvelle Zélande					2.4	
Pologne					5.05	
Allemagne					3.15	
France					2,07	1.9
USA Baltimore					1,69	1,3
USA San Antonio					2,28	
SUISSE (Bern)			1,13			
Danemark			1.30			
Grande Bretagne				1,4		1,1
Pays Bas	7.70					
Norvège	2.3					1.5
Japon						2,4
Espagne						2.3
Italie						2,1
Belgique						1.6

La Suisse, le Danemark affichaient des valeurs de l'indicateur CAO à 12 ans entre 1,1 et 1,2 dès 1992. Certes, ces états avaient mis en place un contrôle et un suivi individuel strict des enfants en âge scolaire. Cependant, encore actuellement, de tels chiffres semblent difficilement accessibles en France dans un avenir proche. Il semble exister un seuil aux alentours de 1,5. L'OMS (84) dans les années 90, proposait comme objectif un CAO = 1 à l'âge de 12 ans en 2010 ; mais par la suite, prudemment, l'Organisation Mondiale a revu à la baisse ses objectifs (83) et propose actuellement un CAO moyen à 12 ans à 1,5 en 2015. L'OMS se préoccupe maintenant d'avantage des cas les plus lourds par le suivi du SIC indice. Comment expliquer les chiffres suisses et danois dès le début des années 1990 ?

Toutes ces variations de la moyenne du CAO ou du SIC indice doivent être interprétées avec d'autant plus de prudence et de modestie que la sensibilité de l'indicateur CAO déterminé par le seul examen clinique est loin d'être bonne. Nous savons par ailleurs que l'examen visuel peut laisser passer entre 30 à 50% des caries. (cf : § 3.1.3.3.)

4.5.) deux exemples théoriques :

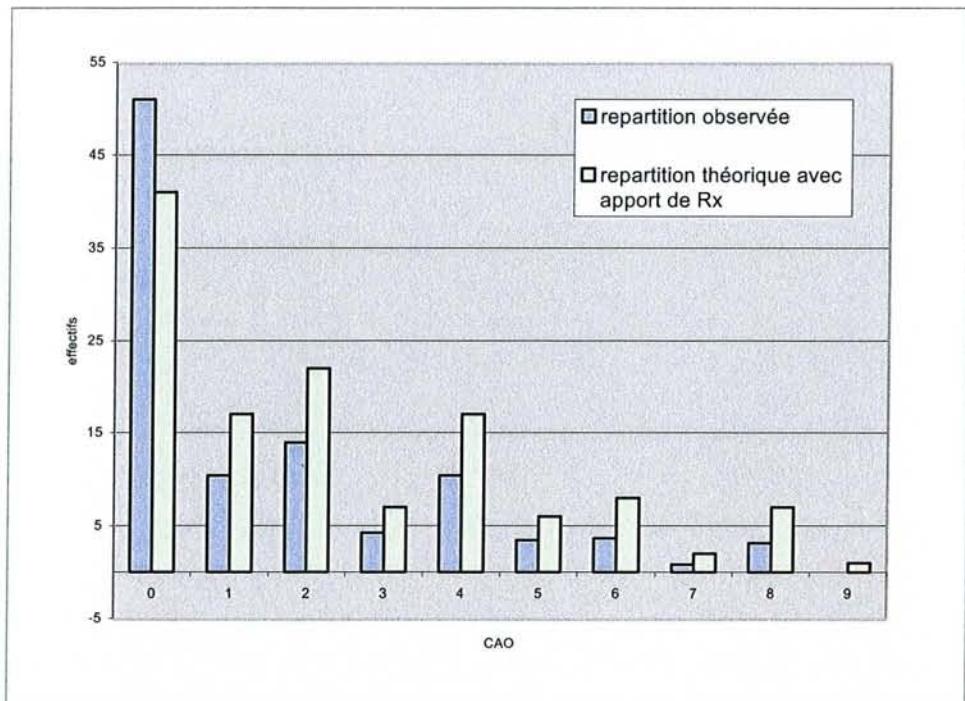
Ces deux exemples théoriques mettent en évidence la fragilité des chiffres publiés lorsqu'ils s'appuient sur l'indicateur CAO.

4.5.1.) Représentation théorique de ce que pourrait être l'apport de la radiographie dans les enquêtes d'évaluation.

-Ci-dessous figure une représentation théorique de ce que pourrait être la distribution des CAO des enfants de 12 ans de l'enquête de l'Urcam 2005 dans l'hypothèse où une exploration radiographique aurait trouvé 43 % de carie supplémentaire.

Illustration n° 24 : Comparaison des distributions : théorique (avec apport de la radio) / observée des indicateurs CAO des enfants de 12 ans dans l'enquête URCAM 2005.

Illustration réalisée à partir des données de l'article (ref : 58).



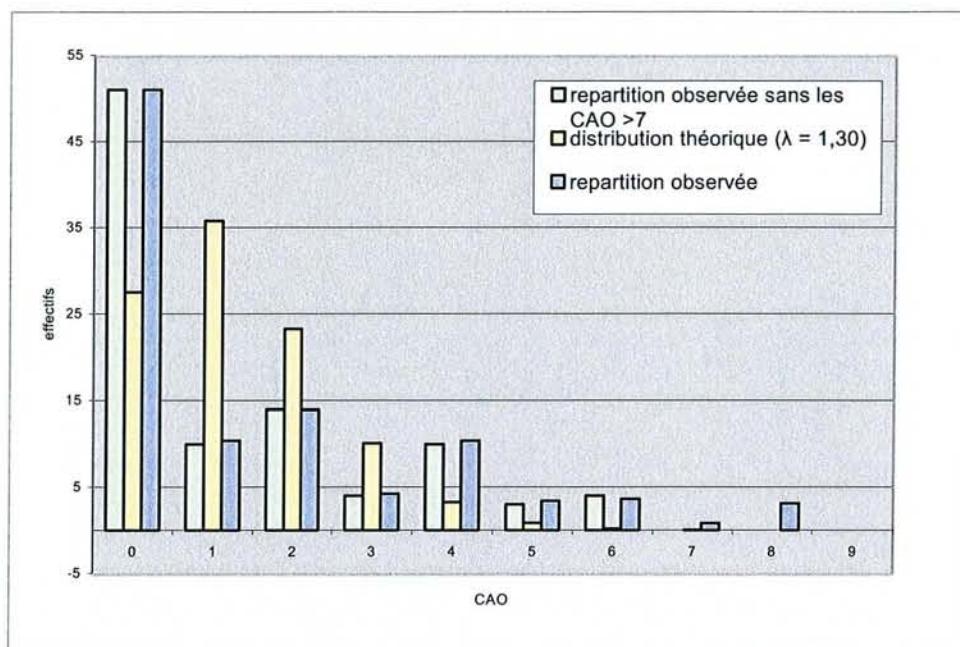
L'indicateur CAO moyen, initialement à 1,6 se situerait entre 2,7 et 3,0. La proportion d'enfant exempt de carie passerait de 50% à environ 40%. Ces chiffres étaient observés en France vers 1992 et sont loin du seuil de 1,5 préconisé par l'OMS.

4.5.2.) Une représentation théorique de ce que pourrait être la disparition des indicateurs CAO > 7. (Soit 4% des cas).

Ci-dessous figure la représentation théorique de ce que pourrait être la distribution des CAO des enfants de 12 ans de l'enquête de l'Urcam 2005 dans l'hypothèse où une prévention efficace aurait permis de voir disparaître les indicateurs CAO > 7. (Soit seulement 4% des cas les plus lourds)

Illustration n° 25 : Distribution des indicateurs CAO des enfants de 12 ans de l'enquête URCAM 2005 dans l'hypothèse où les cas CAO > 7 auraient disparu. Comparaison avec une distribution théorique selon une loi de Poisson de même moyenne (= 1,3) et la distribution observée

Illustration réalisée à partir des données de l'article :(ref : 58).



L'indicateur CAO moyen, initialement à 1,6, passerait à 1,3 - franchissant ainsi largement la barrière des 1,5. Par contre, le SIC indice passerait de 4,14 à 3,53 seulement.

A noter que même dans cette même hypothèse, la Loi de Poisson ne pourrait toujours pas théoriser la distribution des caries dentaires.

C'est dire l'importance qu'il faut attacher à la prise en charge efficace des cas lourds pour espérer voir le SIC indice passer sous la barre des 3 comme le recommande l'OMS. Mais cette hypothèse orientée essentiellement vers une amélioration spectaculaire de l'indicateur doit-elle être préférée à d'autres hypothèses, à d'autres actions qui toucheraient l'ensemble des individus porteurs de carie et dont les effets seraient peut-être moins flatteurs sur ce seul indicateur si particulier ? Le CAO doit être considéré comme un estimateur conventionnel standard d'un phénomène de santé, indispensable en Santé Publique mais peu adapté à décrire des réalités cliniques.

V.) Discussion.

V.) Discussion.

Les indicateurs actuels de la carie dentaire permettent à travers leur variation d'évaluer cette pathologie. Car les variations de la prévalence sont sous tendues par les facteurs de risques de la maladie. Il ressort de l'étude des publications traitant de la prévalence et de ses indicateurs que :

1) la carie dentaire est un processus biologique dont les différentes facettes et la complexité se dévoilent au fur et à mesure du développement des connaissances. Initialement, c'est un processus bactériologique, dont sera décrite rapidement la relation étroite avec l'alimentation et l'hygiène. Puis, l'apport de la biochimie, et notamment l'introduction des fluorures dans l'alimentation a fait faire un progrès considérable dans la prévention de la carie. Actuellement, bon nombre de publications décrivent le lien étroit de la carie avec des facteurs environnementaux, sociaux, comportementaux, et même culturels. Si le poids relatif de ces facteurs est en cours d'évaluation, il est certain que ces facteurs sont liés entre eux. A ce jour, aucune étude n'a pu chiffrer leurs interactions. Cet abord sous l'angle de la sociologie est réducteur tout comme l'était celui sous l'angle de la bactériologie ou de la biochimie. L'adoption par l'OMS du « SIC indice » témoigne de la prégnance du rôle socio-économique actuel et de la volonté de l'OMS de mettre en évidence la précarité.

2) Comme toute maladie infectieuse la carie vit. Elle s'est développée chez l'homme avec l'introduction de la consommation de céréales au néolithique, puis a prospéré durant 4000ans. Ses traces dans l'Egypte Ancienne sont nombreuses. Son développement a été considérable lors de l'intensification de la culture de la canne à sucre au XVIII^e siècle, suivi du développement et de la consommation du sucre de betteraves au XIX^e et XX^e siècle. Actuellement, la carie décline. Il existe une diminution indiscutable de sa fréquence en rapport avec une amélioration de l'hygiène liée à l'élévation du niveau de vie, une meilleure alimentation et la maîtrise des doses de fluor. Il faut y voir les bénéfices de l'amélioration des connaissances et l'apport des sciences.

3) Les principales sources de variation des indicateurs de la prévalence de la carie dentaire sont connues.

- L'âge : Il convient d'être prudent : l'indicateur CAO augmente avec l'âge de l'individu mais il est conçu pour cela. Il est plus juste d'affirmer que les stigmates de la carie augmentent avec l'âge. Cette augmentation est proportionnelle à la durée d'exposition.
- Le lieu, il existe des variations entre régions françaises et entre pays. Ces variations sont constatées. L'explication tient en partie à l'hétérogénéité de l'alimentation, des distributions des facteurs sociaux et environnementaux. De l'apport des fluorures. Quel est le rôle d'autres facteurs ?

- Pour les facteurs sociaux et comportementaux, dont les relations avec la précarité sont étroites, les universitaires s'attachent actuellement à les évaluer.
- Le sexe, la variation est faible mais constante. Les femmes ont un peu plus de carie que les hommes. La précocité de l'apparition de la dentition des filles peut expliquer cette variation. Y a-t-il d'autres facteurs ?

4) Il existe vraisemblablement d'autres facteurs, dont l'action sur la carie est moins spectaculaire et dont la mise en évidence nécessitera de très grands échantillons ou le recours à d'autres méthodologies voire un abord scientifique autre.

5) De ubiquitaire, il existe maintenant une grande hétérogénéité dans la répartition de la carie dentaire. La proportion d'individu exempt de carie augmente. Dans les pays développés, à 12 ans, il a dépassé 50%. Tandis qu'un petit groupe d'individus (moins de 10%) sont très lourdement atteints. Une des caractéristiques de ce dernier groupe est sa relation souvent retrouvée avec la précarité. Ceci fait de la carie « un marqueur social ». La carie dentaire ne connaît pas une répartition aléatoire, le hasard n'explique pas tout.

6) Aujourd'hui, aucune loi de distribution « classiquement enseignée » ne peut théoriser correctement la distribution de la carie. Avec le temps, la distribution de la carie dans la population s'éloigne de la répartition de la loi de Gauss. Elle n'a pas encore rejoint la loi de Poisson. Pour ce faire il faudrait voir l'indicateur CAO moyen passer en dessous de 1 et voir aussi les cas de CAO élevés (supérieurs à 5) devenir exceptionnels (inférieurs à 1 pour 10 000). Cette connaissance de la loi de distribution est importante car elle éclairera le cheminement de la causalité.

7) L'instrument quasi unique d'évaluation de la carie dentaire est l'indicateur CAO (et ses dérivés). C'est un indicateur de santé, ancien, bien accepté, créé initialement dans une optique descriptive de la carie dans la population. Mais, l'indicateur CAO / D résume une information relativement complexe en ce sens qu'il est utilisé à la fois dans un but diagnostic et dans un but opérationnel. En effet, il se rapporte aussi bien aux individus malades qu'aux individus sains et/ou ayant un ou des facteurs de risques. C'est un indicateur complexe reposant à la fois sur un dénombrement et sur une évaluation de la gravité.

- Comme tout indicateur d'évaluation, il nécessite d'être validé. Cette validation repose en cas de description d'une maladie sur une comparaison à une situation de référence qui peut être contemporaine, ou antérieure. Aujourd'hui, des normes existent, proposées par l'OMS. Sachant le manque de sensibilité de l'indicateur CAO / D on peut s'interroger sur les résultats des

comparaisons. A noter cependant, la bonne répétabilité de l'indicateur, et l'apport de la radio, qui porte essentiellement sur des localisations spécifiques de la carie.

8) L'utilisation de l'indicateur CAO dans l'évaluation des risques et la détermination des facteurs de risques constitue une autre application. Un bon indicateur dans cet objectif doit pouvoir pronostiquer correctement l'apparition de l'événement « maladie ». Or l'indicateur CAO, de par son mode d'élaboration, n'est pas adapté à cette prévision. Une variable « unidimensionnelle » comme le temps à événement se révèle beaucoup plus performante. L'abandon par les chercheurs de l'indicateur CAO dans cet objectif est logique.

On se heurte ici aux limites d'un indicateur trop « global ». Il est difficile, voire impossible de concevoir un indicateur capable à la fois de mesurer l'état de santé buccodentaire d'une population, la prévalence de la carie dentaire (objectif descriptif), et de contribuer à l'évaluation des risques en prévoyant l'apparition de l'événement « maladie » (objectif étiologique). D'où la définition et l'utilisation par les auteurs d'indicateur « dérivé » de l'indicateur CAO dans le but d'améliorer ses performances. Mais dans cette dérive opportuniste, il y a risque de voir la « plasticité » de l'indicateur CAO récupérée pour prouver, volontairement ou non, la thèse de l'auteur.

- Ainsi les discussions sur l'évaluation d'une dent absente en cas d'utilisation de l'indicateur CAO / F.
- Ainsi l'utilisation du pourcentage CAO=0, qui ne représente que les sujets exempts de carie ou le SIC indice qui ne considère que les individus les plus touchés. Ces deux indicateurs dérivés ne proposant qu'une vision parcellaire de la carie dentaire.

9) Face à l'incertitude inhérente aux nombreuses sources de variabilité des facteurs impliqués dans cette pathologie et aux limites des indicateurs sensés les évaluer, les processus de consensus proposent des réponses provisoires et fragiles. En effet, la vulnérabilité de la réponse tient en partie au fait que les propositions issues du consensus sont tôt ou tard remises en cause par une avancée des sciences fondamentales ou appliquées. Ceci est d'autant plus fréquent que le consensus est interdisciplinaire. Cependant, les conclusions du consensus permettent de justifier au moins provisoirement l'orientation des politiques complémentaires à mettre en œuvre dans l'offre de soins ou les incitations, voire le degré d'obligation attaché aux mesures préventives à proposer.

10) À l'avenir, comment évaluer ?

Cette question pose le problème du passage de l'interprétation des observations aux lois des phénomènes et aux modèles théoriques susceptibles de les représenter.

Les connaissances en sciences statistiques actuelles permettent d'affirmer que avant de répondre à cette question, il faut déjà s'interroger sur l'objectif de l'évaluation.

A) Si l'objectif est la description d'une situation pour permettre d'orienter pragmatiquement les décideurs, la fiabilité des prédictions impose d'être représentatif de la population et de s'appuyer sur des modèles théoriques capables de représenter la carie.

Il faut donc privilégier :

- un indicateur fiable, acceptable, sensible. L'indicateur CAO actuel complété par une radiographie répond à ces critères. Le recours à la radiographie rend son acceptabilité moindre (pour des raisons écologiques et économiques) mais si celui-ci est limité à un échantillon de taille compatible avec l'objectif, l'utilisation de l'indicateur CAO dans cet objectif reste envisageable.
- un échantillon correctement construit et donc représentatif de la population. Les techniques existent, les démographes y ont recours pour remplacer des recensements de la population.

Pour ce qui est de l'aide à la décision, il convient d'être capable de réaliser des prévisions correctes. L'absence de modèles théoriques mathématiques classiques pour représenter correctement la distribution des caries dans la population actuelle fait écarter ou du moins limiter le recours à l'inférence statistique. Reste l'utilisation des modèles mathématiques (Markov) qui devraient permettre, à court terme, des prédictions d'un niveau de fiabilité au moins identique à ceux atteints dans les sciences économiques ou politiques.

Actuellement, en odontologie, dans le domaine de la statistique appliquée en matière de prédiction des événements biologiques, la distinction des champs d'applications préférentiels respectifs de l'inférence classique et des méthodes néo-bayésiennes n'est pas encore précisée. Il y a là matière à recherche.

B) Si l'objectif est la mise en évidence des causes à l'œuvre dans l'apparition de la pathologie, la représentativité de la population passe au second plan, il convient de privilégier la réalité biologique. L'utilisation d'autres indicateurs que le CAO est logique. Dans cette optique, l'inférence statistique classique, grâce à la maîtrise des calculs qu'elle permet, trouve sa place.

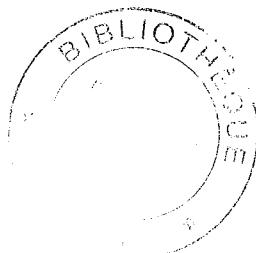
Conclusion

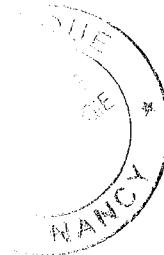
L'évaluation précise de la prévalence de la carie dentaire par l'indicateur CAO est difficile. Cet indicateur, élaboré initialement pour cet usage, s'est révélé in fine d'une part peu sensible ; d'autre part, peu puissant au fur et à mesure que la carie dentaire a régressé. D'où la définition et l'utilisation au fil du temps de « produits dérivés » de cet indicateur, Le CAO doit être considéré comme un estimateur conventionnel standard d'un phénomène de santé, indispensable en Santé Publique mais peu adapté à décrire des réalités cliniques.

Des progrès sont à espérer à court terme, par l'utilisation d'autres indices plus fiables, et par l'application des modèles mathématiques dans le domaine de la statistique appliquée en matière de prédiction des événements biologiques lorsque les critères permettant de distinguer les champs d'applications préférentiels respectifs de l'inférence classique et des méthodes néo-bayésiennes seront définis. A ce jour, en odontologie, la question n'est pas résolue. Dans d'autres domaines, économie, démographie, sciences politiques, les résultats semblent probants.

La carie dentaire, comme tout processus biologique, relève de la notion du vivant que l'on peut caractériser comme d'une part, une notion d'évolution, c'est-à-dire le fruit d'une adaptation temporo-spaciale permanente ; et d'autre part, à travers le subjectif du chercheur, une créativité indissociable du réel. La représentation de la carie dentaire par sa prévalence n'échappe pas à cette règle. L'évaluation de la prévalence par ses indicateurs doit, comme toutes les évaluations, pouvoir s'appuyer sur des outils de mesure fiables et des concepts mathématiques strictement exacts ; mais la métrologie, les mathématiques comme toutes les sciences déforment le réel. De ce fait, La représentation scientifique de la carie dentaire par sa prévalence reste une fiction métaphysique, et cette fiction est aussi une des causes pouvant expliquer l'écart entre les faits et le principe.

Les modèles mathématiques proposés aujourd'hui aux biologistes débordent et se séparent des états de connaissances actuelles du monde réel. L'application de ces modèles mathématiques à la biologie nous révèle la complexité de la réalité qui existe bien au delà de notre horizon discernable. Pour progresser au-delà de cet horizon, à priori infranchissable autrement que par l'imaginaire, il nous faut maintenant découvrir d'autres facettes de cette réalité. Dans cette quête, l'histoire récente de la carie dentaire nous montre, qu'elle a été successivement explorée par, l'infectiologie, la biochimie, plus récemment la sociologie. Mais Le déterminisme respectif de ces sciences, dans sa prétention d'expliquer, aliène, et sa routine aboutit à la performance de l'aléatoire plus ou moins habilement récupérée grâce à des indicateurs « à géométrie variable ». Demain, quelle sera la place de la biologie cellulaire, de la génétique ? On rejoint ici un des questionnements philosophiques actuels : Dans quel espace mental réside la réalité ?





ANNEXES

Annexe 1 : Exemple de processus de Markov permanent à cas fini.

Annexe 2 : Comparaisons des distributions observées à des distributions théoriques.

Annexe 3 : Liste des indicateurs considérés comme essentiels en Santé bucco-dentaire et recommandés par le projet : European Global Oral Health Indicators Development dans son Catalogue 2005 à l'issue de la procédure de consensus.

Exemple de processus de Markov permanent à cas fini.

Imaginons une élection dans une commune.

3 candidats se présentent : A, B et C.

Lors de la précédente élection, « B » avait été élu avec 45% des voix. Les candidats avaient obtenus les scores suivants :

Candidat		
A	B	C
0,27	0,45	0,28

$E = \{1, 2, 3\}$, l'espace des états est donc fini dans notre cas.

Les probabilités initiales sont : - $P_0 = [1, 0, 0]$

$$- P_1 = [1, 0, 0] [0,27 \ 0,45 \ 0,28]$$

$$P_1 = [0,27 \ 0,45 \ 0,28]$$

Nous sommes à 10 jours de la nouvelle élection. Pour rester simple, on admet : qu'après les premiers discours de campagne, l'électorat se théorise en 3 sous groupes équivalents.

- les indécis (1/3 des électeurs)
- les partisans de « A » (1/3 des électeurs)
- les partisans de « B » (1/3 des électeurs)

dont les intentions de vote sont les suivantes.

(Pour faire simple, il n'y a aucune abstention entre deux sondages).

	Candidat		
	A	B	C
Indécis	0,27	0,45	0,28
partisans de A	0,62	0,05	0,33
partisans de B	0,21	0,63	0,16

La somme des éléments d'une ligne vaut toujours 1.

Ces probabilités constituent une matrice stochastique appelée matrice de transition de Markov dont le $(i,j)^{\text{ème}}$ élément vaut $P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$

$$P = \begin{bmatrix} 0,27 & 0,45 & 0,28 \\ 0,62 & 0,05 & 0,33 \\ 0,21 & 0,63 & 0,16 \end{bmatrix}$$

Quel sera le résultat des élections au jour J ($T=10$) si cette tendance se prolonge ?

Dans la matrice qui précède, l'élément (i, j) est la probabilité de la transition de i à j . L'état « 1 » est conséquent de l'état « 0 ».

En l'absence d'événements significatifs durant la campagne électorale, on admet que la tendance initiale se prolonge c'est-à-dire P ne varie pas à chaque pas.

L'espace des états étant fini, les intégrales pour les probabilités de transition pour les n pas seront des sommes, qui pourront être calculées en élevant la matrice de transition à la puissance n .

$$\mathbf{x}^{(n)} = \mathbf{x}^{(0)} P^n$$

Si P est la matrice de transition pour 1 pas, alors P^k est la matrice de transition pour k pas. Cette matrice de transition dont tous les éléments sont strictement positifs est irréductible et apériodique.

Le fait que cette matrice de transition P soit irréductible et apériodique, entraîne que P^k converge vers une matrice dont chaque ligne est l'unique distribution stationnaire. Lorsque k est grand, (en théorie tend vers ∞), on aboutit à la matrice de la classe finale.

Une classe est dite finale, si elle ne conduit à aucune autre, sinon, elle serait transitoire

La théorie montre qu'au bout d'un certain temps, la loi de probabilité de la matrice de la classe finale est indépendante de la loi initiale. Notons la q :

$$\mathbf{q} = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{x}^{(n)}$$

En l'absence d'événements importants, capables de modifier les intentions de vote, la chaîne de Markov avec sa distribution stationnaire prédit la victoire du candidat « A » avec 37,8 % des suffrages devant de candidat B (35,6%) pourtant favori au départ et le candidat C (26,6%)

Détails des calculs intermédiaires :

Les premiers discours prononcés, à J-8 ($T=2$) , on réalise un premier sondage, on obtient

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0,073 & 0,122 & 0,076 \\ 0,279 & 0,023 & 0,149 \\ 0,059 & 0,176 & 0,045 \\ \mathbf{0,411} & \mathbf{0,320} & \mathbf{0,269} \end{bmatrix}$$

A J - 7 ($T=3$) , on réalise un nouveau sondage, on obtient

$$P_3 = \begin{bmatrix} 0,111 & 0,185 & 0,115 \\ 0,199 & 0,016 & 0,106 \\ 0,056 & 0,169 & 0,043 \\ \underline{\mathbf{0,366}} & \underline{\mathbf{0,370}} & \underline{\mathbf{0,264}} \end{bmatrix}$$

A J - 6 ($T=4$) , on réalise un nouveau sondage, on obtient

$$P_4 = \begin{bmatrix} 0,099 & 0,165 & 0,102 \\ 0,230 & 0,019 & 0,122 \\ 0,055 & 0,166 & 0,042 \\ \underline{\mathbf{0,384}} & \underline{\mathbf{0,349}} & \underline{\mathbf{0,267}} \\ . & . & . \\ . & . & . \end{bmatrix}$$

Au jour « J » ($T=10$) , l'ultime sondage, donne les résultats suivants

$$P_{10} = \begin{bmatrix} 0,102 & 0,170 & 0,106 \\ 0,221 & 0,018 & 0,117 \\ 0,056 & 0,167 & 0,043 \\ \underline{\mathbf{0,379}} & \underline{\mathbf{0,356}} & \underline{\mathbf{0,266}} \end{bmatrix}$$

Cette matrice de la classe finale objective la victoire du candidat « A » devant le sortant « B ».

Comparaisons des distributions observées à des distributions théoriques.

Dans le paragraphe 2.1.3.3. nous cherchons à vérifier si dans trois études françaises, la distribution des caries dentaires suit une loi statistique connue : loi de Gauss ou la loi de Poisson.

Loi de Gauss :

A partir des résultats des enquêtes représentatives menées par l'UFSBD, publiés en 1987 et 1998 dans (50 – 51) et des résultats récents (2005) de l'URCAM de Lorraine –Champagne-Ardennes publiés dans (58) portant sur les distributions des indicateurs CAO à 12 ans des enfants français, les résultats ci-dessous sont observés.

Tableau : 1 les résultats observés à l'âge de 12 ans par les auteurs selon l'enquête :

source valeur CAO année	(50) observée 1987	(51) observée 1998	(58) observée 2005
0	11,9	39,1	50,5
1	6,4	14,0	10,3
2	9,6	13,0	13,8
3	10,1	9,3	4,2
4	25,1	13,6	10,3
5	9,2	4,3	3,4
6	9,0	2,4	3,6
7	6,0	1,4	0,8
8	4,5	1,1	3,1
9	2,8	0,6	
10	2,5	0,4	
11	0,9	0,1	
12	1,0	0,1	
13	0,4	0,1	
14	0,2	0,1	
15	0,3	0,1	
16	0,1	0,1	
17	0,0	0,0	
18		0,4	
Moyenne	4,2	2	1,6
variance	8,36	5,31	4,67
écart-type	2,89	2,3	2,16

Si on suppose qu'une loi de Gauss aux caractéristiques identiques régit la distribution des caries des échantillons ci-dessus, on peut calculer les effectifs théoriques pour $y = 0, 1, 2, \dots, n$ par la formule

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp -\frac{1}{2\sigma^2} (y - m)^2 dy,$$

(confère paragraphe 1.3.1.) Avec μ et σ correspondant respectivement à la moyenne et l'écart-type observé sur les échantillons exposés au tableau 1.

Les résultats figurent dans le tableau 2 ci-dessous.

Tableau : 2 résultats observés et théoriques selon l'enquête :

source valeur CAO à 12 ans	(50) observée 1987	(50) théorique 1987	(51) Observée 1998	(51) théorique 1998	(58) Observée 2005	(58) théorique 2005
(-5)		0,0		0,2		0
(-4)		0,2		0,6		1
(-3)		0,6		1,6		2
(-2)		1,2		3,7		4
(-1)		2,7		7,1		9
0	11,9	4,8	39,1	11,8	50,5	14
1	6,4	7,4	14,0	15,9	10,3	18
2	9,6	10,4	13,0	17,4	13,8	18
3	10,1	12,8	9,3	15,9	4,2	15
4	25,1	13,9	13,6	11,9	10,3	10
5	9,2	13,4	4,3	7,5	3,4	5
6	9,0	11,4	2,4	3,8	3,6	2
7	6,0	8,6	1,4	1,6	0,8	1
8	4,5	5,8	1,1	0,6	3,1	1
9	2,8	3,5	0,6	0,2		0
10	2,5	1,8	0,4	0,0		0
11	0,9	0,9	0,1	0		0
12	1,0	0,4	0,1			0
13	0,4	0,1	0,1			
14	0,2	0,1	0,1			
15	0,3	0,0	0,1			
16	0,1	0,0	0,1			
17	0,0	0,0	0,0			
18			0,4			
19						
Moyenne	4,2	4,2	2	2	1,6	1,6
variance	8,36	8,36	5,31	5,31	4,67	4,67
écart-type	2,89	2,89	2,3	2,3	2,16	2,16
Intervalle de confiance autour de la moyenne :						
$M - 2\sigma / \sqrt{n}$	3,6		1,5		1,2	
M	4,2		2,0		1,6	
$M + 2\sigma / \sqrt{n}$	4,8		2,5		2,0	

Dans le tableau 3 ci dessous, tous les effectifs théoriques exprimant un CAO théorique inférieur à zéro du tableau 2 sont regroupés dans les effectifs de la classe CAO =0.

De même, les effectifs théoriques des indicateurs CAO les plus élevés lorsqu'ils sont inférieurs 5 font l'objet d'un regroupement pour respecter les conditions d'utilisation du test d'ajustement (χ^2) qui nécessitent que tous les effectifs calculés soient supérieurs à 5.

Tableau : 3 résultats observés et théoriques après regroupement selon l'enquête :

Source valeur CAO à 12 ans	(50)		(51)		(58)	
	observée 1987	Théorique de gauss 1987	Observée 1998	théorique de gauss 1998	observée 2005	Théorique de gauss 2005
0	11,9	9,5	39,1	25	50,5	30,4
1	6,4	7,4	14,0	15,9	10,3	17,8
2	9,6	10,4	13,0	17,5	13,8	18,2
3	10,1	12,8	9,3	15,9	4,2	15
4	25,1	13,9	13,6	11,9	10,3	10
5	9,2	13,4	4,3	7,5	3,4	5
6	9,0	11,4	6,7	6,24	7,5	3,8
7	6,0	8,6				
8	4,5	5,8				
9	5,4	6,8				
$\chi^2 =$	13,584		13,832		29,413	
d.d.l. =	9		6		6	
$\sigma =$	> 10%		< 5%		< 1 %	
signification	Non significatif		Significatif		très significatif	
Moyenne	4,2	4,2	2	2	1,6	1,6
variance	8,36	8,36	5,31	5,31	4,67	4,67
écart-type	2,89	2,89	2,3	2,3	2,16	2,16
$M - 2\sigma / \sqrt{n}$	3,6		1,5		1,2	
M	4,2		2,0		1,6	
$M + 2\sigma / \sqrt{n}$	4,8		2,5		2,0	

Le résultat des tests d'ajustement de ces lois de probabilités aux échantillons observés supposés de même loi figurent dans le tableau 3 dans la rubrique : χ^2 .

On remarque que si, en 1987, la distribution observée ne différait pas significativement de la distribution théorique de Gauss, il n'en est pas de même en 1998 et en 2005.

La valeur exprimée par le résultat du test d'ajustement lorsque les effectifs sont identiques (et c'est le cas dans ces trois études) peut être considérée comme une estimation de la distance entre fonction de répartition théorique et observée. Entre 1987 et 2005, il est remarquable de constater que cette distance s'accroît (elle passe de 13.6 à 13.8 puis à 29.4) démontrant par la même que les distributions observées s'éloignent de plus en plus de la distribution gaussienne au fil du temps.

Les valeurs du tableau 3 sont à l'origine des illustrations 4, 5, et 6 du § 2.1.3.3..

Loi de Poisson

En 1998, la valeur de l'écart-type ($\sigma = 2,3$) se situe dans l'intervalle de confiance à 95% de la moyenne (μ compris entre 1,5 et 2,5. cf tableau 3). Cette constatation laisse penser qu'une distribution de Poisson serait possible. (source 51).

De même pour les observations des CAO des enfants de 8 ans dans l'enquête de 2005. ($\mu = 1,01$ et $\sigma^2 = 1,06$) (source : 58). Nous avons donc vérifié si les distributions observées des caries dentaires dans ces deux séries suivaient une loi théorique de Poisson.

Tableau 4 : les résultats observés par les auteurs selon l'enquête :

source valeur CAO année	(51) Observée à 12 ans 1998	(58) observée à 8 ans 2005
0	39,1	81,2
1	14,0	6,4
2	13,0	6,3
3	9,3	2,3
4	13,6	3,4
5	4,3	0
6	2,4	0
7	1,4	0,4
8	1,1	0

Si on suppose qu'une loi de Poisson aux caractéristiques identiques régit la distribution des caries des échantillons ci-dessus, on peut calculer les effectifs théoriques pour $n = 0, 1, 2, \dots$, par la formule

$$(\exp - \lambda) \frac{\lambda^n}{n!} = p_n,$$

Avec $\lambda = \mu = \sigma^2$ correspondant respectivement à la moyenne et la variance observées sur l'échantillon (confère paragraphe 1.3.1.)

Les résultats figurent dans le tableau 5 ci-dessous.

Tableau 5 : résultats observés et théoriques après regroupement selon l'enquête :

Source valeur CAO à 12 ans Année	(51) observée à 12 ans 1998		(58) observée à 8 ans 2005	
	théorique de Poisson 1998	théorique de Poisson 2005	théorique de Poisson 2005	théorique de Poisson 2005
0	39,1	10,1	81,2	36,4
1	14,0	23,2	6,4	36,8
2	13,0	26,3	6,3	18,6
3	9,3	20,1	6,1	8,3
4	13,6	11,8	0	0
5	11,0	8,4	0	0
6	0,0	0,0	0	0
7	0,0	0	0	0
8	0,0	0		
chi ² =	100,14		88,97	
d.d.l. =	5,0		4	
α =	< 1 %		< 1 %	
Signification	très significatif		très significatif	
Moyenne	2	2	1,01	1,01
Variance	5,31	5,31	1,06	1,06
ecart-type	2,3	2,3	1,03	1,03
M - 2σ / √ n	1,5		0,8	
M	2,0		1,0	
M + 2σ / √ n	2,5		1,2	

Les effectifs théoriques des indicateurs CAO les plus élevés lorsqu'ils étaient inférieurs 5 ont fait l'objet d'un regroupement pour respecter les conditions d'utilisation du test d'ajustement (chi²) qui nécessitait que tous les effectifs calculés soient supérieurs à 5.

En 1998 comme en 2005, les variations entre distributions théoriques de Poisson et distributions observées restent encore très importantes. (test d'ajustement très significatifs).

Dans ces études, la loi de Poisson ne peut pas modéliser valablement la distribution de la carie dentaire.

Les données du tableau 3 sont à l'origine des illustrations 7, 8 du § 2.1.3.3..

Liste des indicateurs considérés comme essentiels en Santé bucco-dentaire et recommandés par le projet : European Global Oral Health Indicators Development dans son Catalogue 2005 à l'issue de la procédure de consensus.

disponible sur

http://www.europa.eu.int/comm/health/ph_projects/2002/monitoring/fp_monitoring_2002_a2_frep_03_en.pdf

Partie A – Indicateurs pour la surveillance de la santé bucco-dentaire chez les enfants et les adolescents :

Déterminants :

- A.1. Brossage quotidien avec un dentifrice fluoré.
- A.2. Soins préventifs chez les femmes enceintes.
- A.3. Connaissances maternelles en matière de dentifrice fluoré pour la prévention des caries chez l'enfant.
- A.4. Taux d'exposition au fluor.

Processus :

- A.5. Programmes de prévention bucco-dentaire dans les maternelles.
- A.6. Écoles participant à des programmes fondés sur le brossage quotidien avec un dentifrice fluoré.
- A.7. Taux de couverture des programmes de dépistage des pathologies bucco-dentaires.
- A.8. Taux de scellement des puits et fissures.
- A.9. Taux de couverture des traitements orthodontiques.

Résultats :

- A.10. Caries de la petite enfance.
- A.11. Bilan carieux des premières molaires permanentes chez les enfants.
- A.12. Fluorose dentaire.

Partie B – Indicateurs pour la surveillance de la santé bucco-dentaire chez la population générale

Déterminants :

- B.1. Prises quotidiennes d'aliments et de boissons.
- B.2. Prévalence du tabagisme.

Processus :

- B.3. Accès géographique aux soins bucco-dentaires.
- B.4. Accès aux soins primaires de santé bucco-dentaire.
- B.5. Contact avec un professionnel de la santé bucco-dentaire au cours des douze derniers mois.
- B.6. Motifs de la dernière consultation dentaire.

B.7. Raisons pour lesquelles le chirurgien-dentiste n'a pas été consulté au cours des deux années passées.

B.8. Sevrage tabagique.

B.9. Prévalence de caries non traitées.

B.10. Evaluation de la santé parodontale.

B.11. Prévalence de prothèses amovibles.

Résultats :

B.12. Bilan de caries évidentes négatif.

B.13. Sévérité de la carie dentaire.

B.14. Sévérité des affections parodontales.

B.15. Cancer de la cavité buccale.

B.16. Occlusion fonctionnelle.

B.17. Nombre de dents naturelles présentes.

B.18. Prévalence de l'édentement.

Partie C – Indicateurs pour la surveillance des systèmes de soins bucco-dentaires.

Déterminants :

C.1. Coût des services de santé bucco-dentaire.

C.2. Part du produit national brut consacrée aux services de santé bucco-dentaire.

Processus :

C.3. Chirurgiens-dentistes et autres prestataires de soins bucco-dentaires.

C.4. Satisfaction par rapport à la qualité des soins dispensés.

C.5. Satisfaction des chirurgiens-dentistes en matière de rémunération.

Partie D – Indicateurs pour la surveillance de la qualité de vie liée à la santé bucco-dentaire.

Résultats :

D.1. Handicap oral lié à des limitations fonctionnelles.

D.2. Douleur physique due à l'état de santé bucco-dentaire.

D.3. Malaise psychologique dû à l'état de santé bucco-dentaire.

D.4. Incapacité psychologique liée à l'apparence des dents ou des prothèses.

D.5. Handicap social lié à l'état de santé bucco-dentaire.



Bibliographie

1 - Aaltonen AS., Tenovuo J.

Association between mother-infant salivary contacts and caries resistance in children: a cohort study Pediatric Dentistry, 1994 Mar-Apr, 16, 2, p. 110-6

2 - Alaluusua S., Matto J., Gronroos L., Innila S., Torkko H., Asikainen S., Jousimies-Somer H., Saarela M.

Oral colonization by more than one clonal type of mutans streptococcus in children with nursing-bottle dental caries

Archives of oral biology, 1996 Feb, 41, 2, p. 167-73

3 - Anderson RJ., Bradnock G., Beal JF., James MC,

The reduction of dental caries prevalence in English schoolchildren

Journal of dental research, 1982, 61, p. 1311-6

4 - Baelum V., Machiulskiene V., Nyvad B.

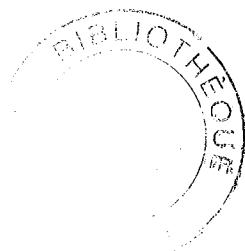
Application of survival analysis to carious lesion transitions in intervention trials

Community dentistry and oral epidemiology, 2003 Aug, 31, 4, p. 252-60

5 - Birkeland JM., Haugejorden O., von der Fehr FR.

Analyses of the caries decline and incidence among Norwegian adolescents 1985-2000

Acta odontologica Scandinavica, 2002 Oct, 60, 5, p. 281-9

**6 - Bohannan HM.**

Caries distribution and the case for sealants

J. Public Health Dent. 1983, 43, p. 200-4

7 - Bohannan HM.

The impact of decreasing caries prevalence: implications for dental education

Journal of dental research, 1982, 61, p. 1369-77

8 - Bonecker M., Marques W., Sheiham A.

Caries reductions between 1995, 1997 and 1999 in preschool children in Diadema, Brazil

International journal of paediatric dentistry, 2002 May, 12, 3, p. 183-8

9 - Bou C., Miquel JL., Poisson P.

Oral health status of 1500 university students in Toulouse France

Odontostomatol.Trop., 2006 Jun, 29, 114, p. 29-33

10 - Bourgeois D.

Surveillance sanitaire de la santé bucco-dentaire des adolescents et facteurs de risques associés
In : Colloque National de Santé Publique (26-09-2002 ; Assemblée Nationale ; Paris) / D. Bourgeois

"La Santé des Adolescents, état des lieux et perspectives. Les enseignements à en tirer dans le domaine de la santé Bucco-Dentaire".

Paris : UFSBD, 2002. p. 68

11 - Bourgeois DM., Roland E., Desfontaine J.

Caries prevalence 1987-1998 in 12-year-olds in France

International dental journal, 2004 Aug, 54, 4, p. 193-200

12 - Broadbent JM., Thomson WM.

Diverse components of the oral environment in attention-deficit hyperactivity disorder (ADHD) make it difficult to establish whether ADHD is a risk factor for dental caries
Journal of evidence-based dental practice, 2006 Sep, 6, 3, p. 250-1, author reply 251-2

13 - Broadbent JM., Thomson WM.

For debate: problems with the DMF index pertinent to dental caries data analysis
Community dentistry and oral epidemiology, 2005 Dec, 33, 6, p. 400-9

14 - Brown LJ., Selwitz RH.

The impact of recent changes in the epidemiology of dental caries on guidelines for the use of dental sealants
J. Public Health Dent., 1995, 55, p. 274-91

15 - Brown RH.

Evidence of decrease in the prevalence of dental caries in New Zealand
Journal of dental research, 1982, 61, p. 1327-30

16 - Brunelle JA., Carlos JP.

Changes in the prevalence of dental caries in U.S. schoolchildren, 1961-1980
Journal of dental research, 1982, 61, p. 1346-51

17 - Bullock C., Boath E., Lewis M., Gardam K., Croft P.

A case-control study of differences between regular and causal adult attenders in general dental practice
Prim. Dent. Care, 2001 Jan, 8, 1, p. 35-40

18 - Cahen PM., Ory-Musset AM., Grange D., Frank RM.

Caries prévalence in 6 to 15-year-old French children based on the 1987 and 1991 national surveys
Journal of dental research, 1993, 72, 12, p. 1581-7

19 - Campain AC., Morgan MV., Evans RW., Ugoni A., Adams GG., Conn JA., Watson MJ.

Sugar-starch combinations in food and the relationship to dental caries in low-risk adolescents
European journal of oral sciences, 2003 Aug, 111, 4, p. 316-25

20 - Campus G., Solinas G., Maida C.

The 'Significant Caries Index' (SiC): a critical approach
Oral health & preventive dentistry, 2003, 1, 3, p. 171-8

21 - Carvalho JC., D'Hoore W., Van Nieuwenhuysen JP.

Caries decline in the primary dentition of Belgian children over 15 years
Community dentistry and oral epidemiology, 2004 Aug, 32, 4, p. 277-82

22 - Carvalho JC., Van Nieuwenhuysen JP., D'Hoore W.

The decline in dental caries among Belgian children between 1983 and 1998
Community dentistry and oral epidemiology, 2001 Feb, 29, 1, p. 55-61

23 - Chabert R., Matysiak M., Gradelet J., Chamodot M.F.
L'état de santé bucco-dentaire des adolescents de 15 ans en 1999 suivi prospectif d'adolescents en France

Revue Médicale de l'Assurance Maladie, 2003 mars, vol. 34, n° 1, p.15-21

24 - Dargent-Pare C., Azogui-Levy S.
La carie est-elle en voie de disparition en Europe ?
 Réalités Cliniques, 1993, 4, 3, p. 269-74

25 - de Soet JJ., Kreulen CM., Veerkamp JS., Bokhout B., van Loveren C., de Graaff J.
Transmission of "Streptococcus mutans" in nursing bottle caries and cleft palate patients
 Advances in experimental medicine and biology, 1997, 418, p. 181-3

26 - Depaola PF., Soparkar PM., Tavares M., Allukian M., Peterson H.
A dental survey of Massachusetts schoolchildren
 Journal of dental research, 1982, 61, p. 1356-60

27 - Downer MC.
Secular changes in caries experience in Scotland
 Journal of dental research, 1982, 61, p. 1336-9

28 - du Plessis JB.
The oral health status in Mahonisi: a community with very low levels of dental caries
 SADJ, 2000 Jun, 55, 6, p. 308-12

29 - Dugué D.
 "Calculs des probabilités"
 In *Encyclopédia Universalis* (2006). [CD-ROM]. Encyclopediae Universalis . Version 9.0

30 - Dummer PM., Addy M., Oliver SJ.
Changes in the distribution of decayed and filled tooth surfaces and the progression of approximal caries in children between the age of 11-12 years and 15-16 years
 British dental Journal, 1988, 164, p. 277-81

31 - Dupré C., Guéguen R., Roland E.
La santé bucco-dentaire des adultes de 35-44 ans examinés dans les Centres d'examens de santé entre 1999 et 2003 [Ressource électronique]
 In : Journée de veille sanitaire (29 et 30 novembre 2005 ; cité des sciences et de l'industrie ; centre des congrès de la Villette ; Paris)
 Paris : institut de veille sanitaire, 2005 : <http://www.invs.sante.fr/publications/default.htm>. Site consulté le 28 11 2007. Accès : Institut de Veille Sanitaire. Publications/ Rapports scientifiques/ autres thématiques/ Journées de Veille Sanitaire/ Résumés des présentations, posters. 29 et 30 novembre 2005. Cité des sciences et de l'industrie Centre des congrès de la Villette. Paris.. poster n° 1

32 - Eriksen HM., Grytten J., Holst D.
Is there a long-term caries-preventive effect of sugar restrictions during World War II?
 Acta odontologica scandinavica, 1991 Jun, 49, 3, p. 163-7

33 - Faine MP., Allender D., Baab D., Persson R., Lamont RJ.
Dietary and salivary factors associated with root caries
 Special care in dentistry, 1992 Jul-Aug, 12, 4, p. 177-82

34 - Favien V., Obry-Musset AM., Hedelin G.
Use of the generalised linear model with Poisson distribution to compare caries indices
 Community dental health, 1999 Jun, 16, 2, p. 93-6

35 - Fernandes FR., Nagao AT., Zelante F.
Dental caries and salivary anti-Streptococcus mutans antibodies in IgA deficient children
 Advances in experimental medicine and biology, 1995, 371B, p. 1145-8

36 - Fracaro MS., Seow WK., McAllan LH.
The sensitivity and specificity of clinical assessment compared with bitewing radiography for detection of occlusal dentin caries
 Pediatr. Dent., 2001 May-Jun, 23, 3, p. 204-10
 Pediatric dental journal ?

37 - Girault M.
 "Stochastiques (Processus)"
 In : *Encyclopédia Universalis* (2006). [CD-ROM]. Encyclopediae Universalis . Version 9.0

38 - Glass RL.
Cular changes in caries prevalence in two Massachusetts towns
 Journal of dental research, 1982, 61, p. 1352-5

39 - Grim CW., Broderick EB., Jasper B., Phipps KR.,
A comparison of dental caries experience in Native American and Caucasian children in Oklahoma
 J. Public Health Dent., 1994 Fall, 54, 4, p. 220-7

40 - Guignon N., Niel X.
Les disparités régionales de l'état de santé des enfants de 5 à 6 ans
 B.E.H., 2003, vol. 39, p. 181-184

41 - Habibian M., Beighton D., Stevenson R., Lawson M., Roberts G.
Relationships between dietary behaviours, oral hygiene and mutans streptococci in dental plaque of a group of infants in southern England
 Archives of oral biology, 2002 Jun, 47, 6, p. 491-8

42 - Hakeberg M., Berggren U., Grondahl HG.
A radiographic study of dental health in adult patients with dental anxiety
 Community dentistry and oral epidemiology, 1993 Feb, 21, 1, p. 27-30

43 - Hannigan A., O'Mullane DM., Barry D.
A re-analysis of a caries clinical trial by survival analysis
 Journal of dental research, 2001 Feb, 80, 2, p. 427-31

44 - Hannigan A., O'Mullane DM., Barry D.

A caries susceptibility classification of tooth surfaces by survival time
Caries research, 2000 Mar-Apr, 34, 2, p. 103-8

45 - Hannigan A.

Using survival methodologies in demonstrating caries efficacy
Journal of dental research, 2004, 83 Spec No C, p. C99-102

46 - Heft MW., Gilbert GH., Shelton BJ., Duncan RP.

Relationship of dental status, sociodemographic status, and oral symptoms to perceived need for dental care
Community dentistry and oral epidemiology, 2003 Oct, 31, 5, p. 351-60

47 - Helfenstein U., Steiner M., Menghini G.

An outline of graphical Markov models in dentistry
Community dental health, 1999 Dec, 16, 4, p. 220-6

48 - Helfenstein U., Menghini G., Steiner M.

An example of complex modelling in dentistry using Markov chain Monte Carlo (MCMC) simulation
Community dental health, 2002 Sep, 19, 3, p. 152-60

49 - Helm S., Helm T.

Correlation between caries experience in primary and permanent dentition in birth-cohorts 1950-70
Scandinavian journal of dental research, 1990 Jun, 98, 3, p. 225-7

50 - Hescot P., Roland E.

Dental Health in France 1993. DMF score for 6-9 and 12 year-olds
Paris: French Union for Oral Health, 1994, 128 p.

51 - Hescot P., Roland E.

Dental Health in France 1998. DMF score for 6-9 and 12 year-olds
Paris: French Union for Oral Health, 1998, 126 p.

52 - Hescot P., Roland E.

Oral Health in France
Paris: French Union for Oral Health, 2006, 84 p.

53 - Holst D., Schuller AA.

Oral health changes in an adult Norwegian population: a cohort analytical approach
Community dentistry and oral epidemiology, 2000 Apr, 28, 2, p. 102-11

54 - Hopcraft MS., Morgan MV.

Comparison of radiographic and clinical diagnosis of approximal and occlusal dental caries in a young adult population
Community dentistry and oral epidemiology, 2005 Jun, 33, 3, p. 212-8

55 - Hornecker E., Ehrenreich H., Muuss T., Mausberg RF.

Oral condition of abstaining alcoholics. A case-control study Schweiz Monatsschr. Zahnmed., 2003, 113, 12, p. 1281-8. German

56 - Hujoel PP., Isokangas PJ., Tieks J.

A re-analysis of caries rates in a preventive trial using Poisson regression models
 Journal of dental research, 1994 Feb, 73, 2, p. 573-9

57 - Johnson MF.

The role of risk factors in the identification of appropriate subjects for caries clinical trials: design considerations
 Journal of dental research, 2004, 83 Spec No C, p. C116-8

58 - Joseph N.

Fluor et prévention bucco-dentaire [Ressource électronique]

in : URCAM / N. Joseph

Alsace Lorraine Champagne-Ardenne , 2006 mars, 76p.

Disponible sur : <http://www.champagne-ardenne.assurance-maladie.fr/Dentaire.4534.0.html>. Site consulté le 26 09 2007

59 - Kallestal C., Stenlund H.

Different analytical approaches in an experimental cohort study on preventive measures for caries in adolescents. A comparison between incidence density and increment analysis

Caries Research, 2003 Jan-Feb, 37, 1, p. 44-50

60 - Kay EJ., Nuttall NM.

An example of the application of Markov models in dentistry-a prediction of the fate of molar teeth in 12-year-old Scottish children

Community dental health, 1993 Sep, 10, 3, p. 217-23

61 - Kenny DJ., Somaya P.

Sugar load of oral liquid medications on chronically ill children

Journal of the Canadian dental association, 1989 Jan, 55, 1, p. 43-6

62 - Kirstila V., Hakkinen P., Jentsch H., Vilja P., Tenovuo J.

Longitudinal analysis of the association of human salivary antimicrobial agents with caries increment and cariogenic micro-organisms: a two-year cohort study

Journal of dental research, 1998 Jan, 77, 1, p. 73-80

63 - Koch G.

Evidence for declining caries prevalence in Sweden

Journal of dental research, 1982, 61, p. 1340-5

64 - Kopycka-Kedzierawski DT., Billings RJ.

Application of nonhomogenous Markov models for analyzing longitudinal caries risk

Community dentistry and oral epidemiology, 2006 Apr, 34, 2, p. 123-9

65 - Lewsey J.D., Gilthorpe MS., Bulman JS.

Is modelling dental caries a 'normal' thing to do?

Community dental health, 2000 Dec, 17, 4, p. 212-7

66 - Lewsey JD., Thomson WM.

The utility of the zero-inflated Poisson and zero-inflated negative binomial models: a case study of cross-sectional and longitudinal DMF data examining the effect of socio-economic status

Community dentistry and oral epidemiology, 2005 Jun, 33, 3, p. 235-6, author reply 237

67 - Llena-Puy C., Forner L.

A clinical and radiographic comparison of caries diagnosed in approximal surfaces of posterior teeth in a low-risk population of 14-year-old children
Oral health & preventive dentistry, 2005, 3, 1, p. 47-52

68 - Macek MD., Heller KE., Selwitz RH.

Is 75 percent of dental caries really found in 25 percent of the population?
J. Public Health Dent., 2004 Winter, 64, 1, p. 20-5. Links

69 - Mancl LA., Huj Joel PP., DeRouen TA.

Efficiency issues among statistical methods for demonstrating efficacy of caries prevention
Journal of dental research, 2004, 83 Spec No C, p. C95-8

70 - Mandel ID.

Caries prevention: current strategies, new direction
Journal of the American dental association, 1996, 127, p. 1477-88

71 - Matsson L., Hjersing K., Sjodin B.

Periodontal conditions in Vietnamese immigrant children in Sweden
Swed. Dent. J., 1995, 19, 3, p. 73-81

72 - Matsson L., Sjodin B., Blomquist HK.

Periodontal health in adopted children of Asian origin living in Sweden
Swed. Dent. J., 1997, 21, 5, p. 177-84

73 - McDonald H., Bassett S., Hargreaves JA., Williamson MF.

Dental caries and mutans streptococci levels in preschool children: a community research pilot project Probe, 1996 Jul-Aug, 30, 4, p. 132-5

74 - Méderlé A., Droz D., Roland E.

Les caries précoces. Jeunes enfants en milieu défavorisé : facteurs sociaux
L'information dentaire, 2004 mars, 12, p. 735-741

75 - Mejare I., Kallestal C., Stenlund H.

Caries development from 11 to 22 years of age: a prospective radiographic study. Prevalence and distribution
Caries research, 1998, 32, 1, p. 10-6

76 - Molander B.

Panoramic radiography in dental diagnostics
Swed. Dent. J. Suppl., 1996, 119, p. 1-26

77 - Morlat G.

"Statistique"

In : *Encyclopédia Universalis (2006)*. [CD-ROM]. Encyclopediae Universalis . Version 9.0

- 78 - Morrier JJ., Bouvier-Duprez D., Bittar E.**
La carie et ses complications chez l'enfant
 Encyclopédie Médico-Chirurgicale, Odontologie, 23-410-C-10, Pédiatrie, 4-014-C-30, 1998, 5 p,
 Paris, France
- 79 - Mwalili SM., Lesaffre E., Declerck D.**
The zero-inflated negative binomial regression model with correction for misclassification: an example in caries research
 Stat. Methods Med. Res., 2007 Aug, 14
- 80 - N'Dobo-Epoy P., Gnagne-Agnero Koffi ND., Sess ED.**
Comparison of the clinical detection and the biological detection of dental caries
 Odontostomatol. Trop., 2001 Dec, 24, 96, p. 5-8
- 81 - Newbrun E.**
The effectiveness of water fluoridation
 J. Health Dent., 1989, 49, p. 279-89
- 82 - Nobre dos Santos M., Melo dos Santos L., Francisco SB, Cury JA.**
Relationship among dental plaque composition, daily sugar exposure and caries in the primary dentition
 Caries Research, 2002 Sep-Oct, 36, 5, p. 347-52
- 83 – Organisation Mondiale de la Santé [Ressource électronique]**
 In : Word Health Organization / Oral Health Country / Area Profile Programme.
 Disponible sur : <http://www.whocollab.od.mah.se/euro/france/data/francecar>. Site consulté le 06 01 2008
- 84 - Organisation Mondiale de la Santé**
Enquête sur La santé buccodentaire. Méthodes fondamentales
 In : Word Heath Organization / Organisation Mondiale de la Santé. 4e Edition
 Genève, 1998, 67 p.
- 85 - Organisation Mondiale de la Santé**
La santé buccodentaire
 In : Word Heath Organization : rapport trimestriel de statistiques sanitaires mondiales, vol 47, n° 2, Genève, 1994
- 86 - O'Mullane DM.**
The changing patterns of dental caries in Irish schoolchildren between 1961 and 1981
 Journal of dental research, 1982, 61, p. 1317-20
- 87 - Ohrn R., Enzell K., Angmar-Mansson B.**
Oral status of 81 subjects with eating disorders
 European journal of oral sciences, 1999 Jun, 107, 3, p. 157-63
- 88 - O'Sullivan EA., Curzon ME.**
Salivary factors affecting dental erosion in children
 Caries research, 2000 Jan-Feb, 34, 1, p. 82-7

89 - Petry PC., Victora CG., Santos IS.

Adults without caries: a case-control study about knowledge, attitudes and preventive practices
Cadernos deSaude Publica, 2000 Jan-Mar, 16, 1, p. 145-53. Portuguese

90 - Petti S., Bossa MC., Tarsitani G., Falcolini G., Lumbau A., Campus G.

Variables affecting salivary Streptococcus mutans counts in a cohort of 12-year-old subjects
Minerva Stomatol., 1999 Sep, 48, 9, p. 361-6. Review

91 - Petti S., Campus G., Lumbau A., Tarsitani G.

Salivary levels of mutans streptococci associated with restorations: a case-control study
New Microbiol., 2001 Jul, 24, 3, p. 281-8

92 - Poorterman JH., Aartman IH., Kieft JA.

Prevalence of approximal enamel lesions on bitewing radiographs in cohorts, ages 14 to 23 years
Ned Tijdschr. Tandheelkd., 2001 Feb, 108, 2, p. 50-3

93 - Poorterman JH., Aartman IH., Kieft JA,

Approximal caries increment: a three-year longitudinal radiographic study
Int. Dent. J., 2003 Oct, 53, 5, p. 269-74

94 - Poorterman JH., Weerheijm KL., Groen HJ., Kalsbeek H.

Clinical and radiographic judgement of occlusal caries in adolescents
European journal of oral sciences, 2000 Apr, 108, 2, p. 93-8

95 - Poulsen S., Heidmann J., Vaeth M.

Lorenz curves and their use in describing the distribution of 'the total burden' of dental caries in a population
Community dental health, 2001 Jun, 18, 2, p. 68-71

96 - Poulsen S., Amaratunge A., Risager J.

Changes in the epidemiologic pattern of dental caries in a Danish rural community over a 10-year period
Community dentistry and oral epidemiology, 1982 Dec, 10, 6, p. 345-57

97 - Psoter WJ., Pendrys DG., Morse DE., Zhang H., Mayne ST.

Associations of ethnicity /race and socioeconomic status with early childhood caries patterns
J. Public Health Dent., 2006 Winter, 66, 1, p. 23-9

98 - Richard JF.

Mesure (Sciences humaines)

In : *Encyclopédia Universalis (2006)*. [CD-ROM]. Encyclopediae Universalis . Version 9.0

99 - Richardson PS., McIntyre IG.

The difference between clinical and bitewing detection of approximal and occlusal caries in Royal Air Force recruits

Community dental health., 1996 Jun, 13, 2, p. 65-9

- 100 - Roeters FJ., van der Hoeven JS., Burgersdijk RC., Schaeken MJ., van der Hoeven JS., Burgersdijk RC.**
Lactobacilli, mutants streptococci and dental caries: a longitudinal study in 2-year-old children up to the age of 5 years
 Caries research, 1995, 29, 4, p. 272-9
- 101 - Roland E., Dupré C., Guéguen R.**
Epidémiologie de la carie chez les enfants de 6, 9 et 12 ans
 L'information dentaire, 2006, 33, p. 2013-2016
- 102 - Roland E., Droz D., Blique M.**
Inciter l'enfant de 6/7 ans à une première consultation dentaire : rôle déterminant de l'école
 L'information dentaire, 2002, 84, p. 11-18
- 103 - Roland E., Blique M., Droz D.**
Intérêt du diagnostic et du traitement précoce
 L'information dentaire, 2003, 23, p. 1573-1579
- 104 - Samorodnitzky GR., Levin L.**
Self-assessed dental status, oral behavior, DMF, and dental anxiety
 Journal of dental education, 2005 Dec, 69, 12, p. 1385-9
- 105 - Schwarz E., Hansen ER.**
Caries experience of Danish children evaluated by the child dental health recording system
 Community dentistry and oral epidemiology, 1979 Apr, 7, 2, p. 107-14
- 106 - Senna A., Campus G., Strohmenger L.**
 Socio-economic influence on caries experience and CPITN values among a group of Italian call-up soldiers and cadets
 Oral health & preventive dentistry, 2005, 3, 1, p. 39-46
- 107 - Shenkin JD., Broffitt B., Levy SM., Warren JJ.**
The association between environmental tobacco smoke and primary tooth caries
 J. Public Health Dent., 2004 Summer, 64, 3, p. 184-6
- 108 - Simecek JW., Diefenderfer KE., Ahlf RL., Ragain JC.**
Dental sealant longevity in a cohort of young U.S. naval personnel
 Journal of the American dental association, 2005 Feb, 136, 2, p. 171-8. Quiz 230
- 109 - Sinusas K., Coroso JG., Sopher MD., Crabtree BF.**
Smokeless tobacco use and oral pathology in a professional baseball organization
 J. Fam. Pract., 1992 Jun, 34, 6, p. 713-8
- 110 - Skaret E., Weinstein P., Milgrom P., Kaakko T., Getz T.**
Factors related to severe untreated tooth decay in rural adolescents: a case-control study for public health planning
 International journal of paediatric dentistry, 2004 Jan, 14, 1, p. 17-26

111 - Soetiarto F.

The relationship between habitual clove cigarette smoking and a specific pattern of dental decay in male bus drivers in Jakarta, Indonesia
Caries research, 1999 May-Jun, 33, 3, p. 248-50

112 - Sullivan A., Granath L., Widenheim J.

Correlation between child caries incidence and S.mutans/lactobacilli in saliva after correction for confounding factors
Community dentistry and oral epidemiology, 1989 Oct, 17, 5, p. 240-4

113 - Swedberg Y., Noren JG.

A 15-year series analysis of caries development related to a socioeconomic variable. A study of the year group leaving the organised dental care in Goteborg Sweden. Swed. Dent. J., 2003, 27, 3, p. 151-8

114 - Thibodeau EA., O'Sullivan DM.

Salivary mutans streptococci and dental caries patterns in pre-school children
Community dentistry and oral epidemiology, 1996 Jun, 24, 3, p. 164-8

115 - Truin GJ., Frencken JE., Mulder J.

Prevalence of caries and dental erosion among school children in The Hague from 1996-2005
Ned Tijdschr. Tandheelkd., 2007 Aug, 114, 8, p. 335-42

116 - Van Nieuwenhuysen JP., Carvalho JC., D'Hoore W.

Caries reduction in belgian 12-year-old children related to socioeconomic status
Acta odontologica scandinavica, 2002 Mar, 60, 2, p. 123-8

117 - Vehkalahti M., Tarkkonen L., Varsio S,

Decrease in and polarization of dental caries occurrence among child and youth populations, 1976-1993
Caries research, 1997, 31, 3, p. 161-5

118 - Verrips GH., Kalsbeek H., Eijkman MA.

Ethnicity and maternal education as risk indicators for dental caries, and the role of dental behaviour Community dentistry and oral epidemiology, 1993 Aug, 21, 4, p. 209-14

119 - Verrips GH., Kalsbeek H., Eijkman MA.

Ethnicity and the 'TJZ' decision
Ned Tijdschr. Tandheelkd., 1993 Oct, 100, 10, p. 445-6, 447-9. Dutch

120 - Von Der Fehr FR.

Evidence of decreasing caries prevalence in Norway
Journal of dental research, 1982, 61, p. 1331-5

121 - Waggoner WF.

Pit and fissure sealant application :updating the technique
Journal of the American dental association, 1996, 127, p. 351-61

122 - Weissenbach M., Chau N., Benamghar L., Lion C., Schwartz F., Vadot J.

Oral health in adolescents from a small French town.

Community dentistry and oral epidemiology, 1995 Jun, 23, 3, p. 147-54

123 - Winter GB.

Epidemiology of dental caries

Archives of oral biology, 1990, 35, p. 1-7

124 - Ylostalo P., Sakki T., Laitinen J.

The relation of tobacco smoking to tooth loss among young adults

European journal of oral sciences, 2004 Apr, 112, 2, p. 121-6

125 - Ylostalo PV., Ek E., Laitinen J., Knuuttila ML.

Optimism and life satisfaction as determinants for dental and general health behavior-oral health habits linked to cardiovascular risk factors

Journal of dental research, 2003 Mar, 82, 3, p. 194-9



Sommaire paginé

Introduction	p 3
<u>I) -Epidémiologie générale descriptive.</u>	p 7
1.1) Analyse des données.	p 7
1.1.1) Comment quantifier ou mesurer un processus biologique ?	p 7
1.1.2) Qu'est ce qu'une mesure ?	p 7
1.1.3) Qu'entend on par « statistiques » ?	p 9
1.1.3.1) Statistique descriptive	p 9
phénomène unidimensionnel	p 9
Le temps à événement.	p 10
phénomène bidimensionnel	p 11
couple de deux variables	p 11
Régression linéaire	p 12
phénomène de dimensions p	p 13
Analyse en composantes principales	p 13
Analyse canonique	p 14
1.1.3.2) Méthodes de classification	p 15
L'ordonnance	p 15
La courbe de Lorenz	p 16
Le coefficient de Gini	p 17
Le SIC indice (Significant Caries Index)	p 17
La hiérarchie	p 18
Les algorithmes	p 18
Analyse factorielle discriminante	p 18
Analyse factorielle des correspondances	p 19
1.2) L'espace de probabilité et l'axiomatique de Kolmogorov :	p 21
1.2.1) Rappel et définitions :	p 21
1.2.2) Généralisation	p 22

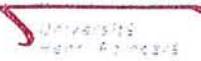
1.2.3) l'axiomatique de Kolmogorov	p 22
1.2.4) L'espace de probabilité.	p 23
1.3) L'espace de probabilité inclue l'inférence statistique.	p 24
 1.3.1) Rappel des différentes lois statistiques	p 24
<i>Variable et loi de Bernoulli</i>	p 24
<i>Loi binomiale</i>	p 25
<i>Loi de Poisson</i>	p 25
<i>Loi de Laplace Gauss</i>	p 25
<i>Loi de Cauchy</i>	p 26
<i>Loi uniforme</i>	p 27
 1.3.2) Les processus stochastiques :	p 27
<i>Processus de Markov</i>	p 28
<i>Cas fini</i>	p 29
<i>Cas dénombrable</i>	p 30
<i>Processus de renouvellement</i>	p 31
<i>Chaînes de Markov et martingales</i>	p 31
1.4) . L'espace de probabilité inclue les théories des décisions statistiques	p 33
 1.4.1) Principe général de la théorie de la décision.	p 34
 1.4.2) Théorie de la décision dans l'incertain	p 35
 1.4.3) Fondements logiques	p 35
Les solutions bayésiennes	p 35
Solutions néo-bayésiennes	p 36
 1.4.4) application de la théorie des fonctions de décision	
statistique dans le domaine de l'inférence statistique	p 37
situation d'estimation	p 37
théorie générale des tests	p 37
 1.4.4.1)Théorie de l'échantillonnage	p 37

1.4.4.2) Théorie de l'estimation	p 39
1.4.4.3) Théorie des tests	p 40
risque de première espèce	p 41
risque de seconde espèce	p 41
1.4.4.4) Test du chi²	p 41
1.4.4.5) Lois dérivées de la loi de Laplace Gauss	p 42
 <u>II) Particularité de l'épidémiologie bucodentaire actuelle</u>	 p 44
2.1) au niveau population :	p 45
2.1.1.) Diminution globale de la prévalence de la carie dentaire	p 45
2.1.2.) La distribution actuelle des caries dans la population n'est pas uniforme mais constituée de sous groupes différents.	p 49
2.1.3.) L'absence de loi de distribution des caries	p 52
2.1.4.) Intérêt des méthodes néobayésiennes	p 60
 2.2) Au niveau individuel :	 p 63
2.2.1) Définition de la carie dentaire	p 63
2.2.1.1) La carie correspond à la constitution d'une cavité	p 63
2.2.1.2) La carie est un processus continu.	p 63
2.2.1.3) Processus carieux est dû à un double déséquilibre	p 63
2.2.1.4) La carie est un processus infectieux	p 64
2.2.1.5) Le Processus infectieux est un processus multifactoriel	p 64
2.2.2)) Augmentation du nombre de carie avec l'âge	p 65
2.2.3)) Localisation spécifiques de la carie.	p 69

<u>III) Les indicateurs de la carie</u>	p 70
3.1.) indicateur CAO	p 71
3.1.1) Méthode d'élaboration de l'indicateur CAO = définition	p 71
3.1.2)Origine de l'inadéquation : carie dentaire-indicateur CAO.	p 73
3.1.2.1)mauvaise prise en compte de la gravité de la carie.	p 73
3.1.2.2) Variation dans le décomptage	p 74
3.1.3.3) apport des techniques, gain de sensibilité :	p 76
a) Apport de la Radiographie	p 76
b) Apport de la biologie	p 81
3.1.3) Le SIC indice : (Significant Caries Index)	p 82
3.1.4) proportion de cas CAO =0	p 86
3.1.5) Besoins en soins	p 86
3.1.6) L'indice de traitement : O/ C+O	p 86
3.1.7) Autre paramètres	p 86
3.2) Un indicateur original proposé par M. Weissenbach	p 87
3.3) Le temps à événement	p 88
<u>IV) Résultats</u>	p 90
4.1) l'évolution dans le temps de la prévalence de la carie dentaire :	p 91
4.1.1.) par le CAO moyen à 12 ans	p 92
4.1.2.) par le pourcentage d'enfants exempts de carie à 12 ans	p 93
4.2.) Distributions des CAO individuels des enfants âgés de 12 ans	p 95

4.3.) SIC indice appliqués aux résultats récents	p 97
4.4.) sources de variations de la carie dentaire	p 99
4.4.1.) Variation selon l'âge :	p 99
4.4.2.) variation selon le sexe :	p 100
4.4.3.) Variation selon le niveau de rémunération :	p 100
4.4.4.) Variation selon la situation géographique :	p 102
4.4.4.1.) En France	p 102
4.4.4.2.) A l'étranger.	p 104
4.5.) deux exemples théoriques	p 105
4.5.1.) représentation théorique de ce que pourrait être	
l'apport de la radiographie dans les enquêtes d'évaluation:	p 105
4.5.2.) représentation théorique de ce que pourrait être la	
disparition des indicateurs CAO > 7.	p 106
<u>V) Discussion</u>	p 107
<u>Conclusion</u>	p 112
<u>Annexes</u>	p 114
<u>Bibliographie</u>	p 125
<u>Sommaire</u>	p 138

Nancy-Université



Faculté
d'Odontologie



Jury : Président : A. FONTAINE – Professeur de 1er Grade
Juges : M WEISSENBACH – Maître de Conférences des Universités
D. DROZ – Maître de Conférences des Universités
O. ARTIS – Docteur en Chirurgie Dentaire

Thèse pour obtenir le diplôme D'Etat de Docteur en Chirurgie Dentaire

Présentée par: Monsieur BOINETTE Laurent, Marc

né(e) à: Verdun (Meuse)

le 12 novembre 1982

et ayant pour titre : «Indicateurs actuels de la prévalence de la carie dentaire.»

Le Président du jury,

A. FONTAINE

Le Doyen,
de la Faculté d'Odontologie

FACULTÉ DE CHIRURGIE DENTAIRE
96, av de l'Université
BP 5021
UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ - NANCY I
Dr J. BRAVETTI
P. BRAVETTI

Autorisé à soutenir et imprimer la thèse 2391

NANCY, le 20.3.2008

Le Président de l'Université Henri Poincaré, Nancy-1



BOINETTE (Laurent) – Indicateurs actuels de la prévalence de la Carie.

NANCY, 2008 : 2391 ; 141p

Th. : Chir. Dent. : NANCY : 2008; 2391

Mots clés : - Indicateur de santé
- Carie dentaire
- Prévalence de la Carie
- Santé Publique

L'évaluation précise de la prévalence de la Carie par les indicateurs actuels est difficile. L'indicateur le plus utilisé est le « CAO ». Elaboré initialement pour adapter l'offre de soins et les performances d'un système de santé dentaire, il s'est révélé, in fine d'une part peu sensible ; d'autre part peu puissant, au fur et à mesure que la Carie dentaire régresse. D'où la définition et l'utilisation au fil du temps de « produits dérivés » de cet indicateur. Le CAO doit être considéré comme un estimateur conventionnel standard d'un phénomène de santé, indispensable en Santé Publique mais peu adapté à décrire des réalités cliniques.

Dans cette étude, il ressort que les indicateurs de Carie obéissent à des modèles mathématiques connus. Ces représentations sont plus aptes à générer des inférences et correspondent mieux aux méthodes néobayésiennes qui régissent l'Epidémiologie. En Odontologie, ces questions sont actuellement en pleine discussion.

Il est néanmoins possible d'illustrer les tendances de l'évolution de la Carie en se servant des outils à notre disposition. Nous avons observé une diminution asymptotique de la prévalence de la Carie depuis 1970. Il semble que nous nous approchions de la limite de cette diminution. Elle pourrait être attribuée à l'incapacité des dispositions actuelles de promotion de la santé et à notre système de distribution des soins de progresser encore. Maintenant, il apparaît clairement qu'en matière de santé publique, les enjeux sont de diminuer la fréquence de la Carie dans le tiers de la population, celle qui presque exclusivement est touchée par cette affection.

JURY :	Président	M. FONTAINE	Professeur 1 ^e grade
	Juge	Dr WEISSENBACH	<u>Maître de Conférences des Universités</u>
	Juge	Dr DESPREZ – DROZ	Maître de Conférences des Universités
	Juge	Dr ARTIS	Docteur en Chirurgie Dentaire

Adresse de l'auteur :

BOINETTE Laurent - Marc
11 Allée Jean Agrapart
55000 BAR LE DUC