



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

[CT] 2004 SAÏZONOU, C.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

**USURE ET FROTTEMENT ENTRE LE SEGMENT ET LA
CHEMISE DANS UN MOTEUR A COMBUSTION :
MODELISATION NUMERIQUE PAR LA METHODE DES
ELEMENTS DE FRONTIERE.**

THESE

présentée devant
l'Institut National Polytechnique de Lorraine
pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'I.N.P.L.
(Spécialité : Mécanique et Energétique)

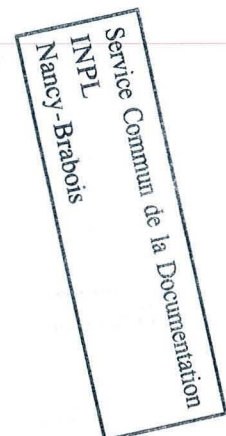
par

Colombe SAÏZONOU

Soutenue publiquement le Septembre 2004 devant la commission d'examen :

Président :	M. MICHEL H.	Ingénieur de Recherche INPL
Rapporteurs :	Mme. INGLEBERT G. M. ZAIDI H.	Professeur à l'ISMEP Professeur à l'IUT de Poitiers
Examineurs :	M. GUEURY M. M. KOUITAT NJIWA R. M. von STEBUT J.	Professeur à l'ESSTIN Maître de Conférences UHP Nancy I Directeur de Recherche CNRS

Thèse préparée au sein du
Laboratoire de Science et Génie des Surfaces, UMR CNRS 7570, Ecole des Mines de Nancy.



A la mémoire de

Papa

AVANT PROPOS

Le présent travail a été réalisé au laboratoire de Science et Génie des Surfaces de l'Ecole des Mines de Nancy, dirigé par Monsieur Henri MICHEL, Ingénieur de Recherche. Je lui exprime toute ma reconnaissance pour son accueil au sein du Laboratoire, ainsi que pour l'intérêt qu'il a manifesté à l'égard de mon travail en acceptant de participer à mon jury de thèse.

Je suis très honorée par la confiance que m'ont accordée Madame G. INGLEBERT Professeur à l'ISMEP et Monsieur H. ZAIDI Professeur à l'IUT de Poitiers, en acceptant d'être les rapporteurs de ce mémoire. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je remercie Monsieur M. GUEURY Professeur à l'ESSTIN pour l'honneur qu'il m'a fait d'avoir bien voulu faire partie du jury de ma thèse.

Je remercie également Monsieur Richard KOUITAT NJIWA, Maître de conférence à l'UHP Nancy I, qui a assuré la co-direction de ma thèse. Tout au long de ce travail de recherche, j'ai pu bénéficier de son avis critique à l'étude expérimentale et numérique. Je lui exprime ma sincère gratitude pour son investissement personnel et sa précieuse collaboration, notamment pour la finalisation du travail numérique de développement.

Je remercie Monsieur Jürgen von STEBUT, Directeur de recherche au CNRS, de m'avoir donné la possibilité d'entreprendre ce travail de recherche. Je lui adresse mes sincères remerciements, pour m'avoir accueilli au sein de l'équipe Tribomat et m'avoir fait bénéficier de sa précieuse expérience.

Je ne voudrais surtout pas oublier l'ensemble du personnel du L.S.G.S. dans mes remerciements, pour leur gentillesse et leur sollicitude.

Mme M.C. LEHMANN, Mme M. WYRWAS et Mlle S. COLINET, pour leur soutien efficace quand je me perdais dans les labyrinthes de l'administration.

M. J.P. ARNOULD, M. B. BOREUX et M. C. ETIENNE, pour leur aide et leurs conseils techniques pour la réalisation des études expérimentales.

Merci à la grande Elise (Consul de l'Afrique à Nancy), pour avoir à chaque fois accepté de prendre de son temps pour lire et corriger ce manuscrit. Je souhaite que bientôt ce soit ton tour.

J'adresse également tous mes remerciements à Françoise, à Noubaadoum, et à vous tous, les membres et amis de la Communauté Internationale des Etudiants, ma deuxième famille en Lorraine, pour votre attention et vos encouragements continuels.

Enfin, pour terminer, je voudrais remercier les membres de ma famille, ceux qui sont ici et ailleurs, pour leur soutien inconditionnel. Papa voulait assister à l'aboutissement de ce travail, mais le Seigneur en a décidé autrement. Mais je crois que là où il est, son cœur est dans la joie.

SOMMAIRE

AVANT PROPOS	3
SOMMAIRE	6
INTRODUCTION GENERALE	10
LE PROBLEME PHYSIQUE ET QUELQUES RESULTATS EXPERIMENTAUX D'ESSAIS TRIBOLOGIQUES.....	13
INTRODUCTION.....	15
I. LE SYSTEME MECANIQUE DE L'ENSEMBLE SEGMENT/CHEMISE DANS UN MOTEUR A COMBUSTION.	16
II. LE SYSTEME TRIBOLOGIQUE.....	18
III. LES PIECES DES ESSAIS TRIBOLOGIQUES	20
III.1. Description des pièces.....	20
III.1.1. Le cylindre	20
III.1.2. Le segment.....	20
III.2. Propriétés des matériaux des dépôts du segment.....	20
III.2.1. Le Chrome	20
III.2.2. Le D.L.C.	21
IV. LES CONDITIONS EXPERIMENTALES	21
V. ANALYSE TOPOGRAPHIQUE PAR SURFOMETRIE	22
VI. LES RESULTATS	24
IV.1. Tests sans lubrification.....	24
IV.1.1. Segment chromé.	24
IV.1.2. Segment revêtu de D.L.C..	25
IV.2. Tests avec lubrification.....	26
IV.2.1. Segment chromé.	27
IV.2.2. Segment revêtu de D.L.C..	28
CONCLUSION.....	30
MODELISATION DU PROBLEME ET METHODES NUMERIQUES DE RESOLUTION	31
INTRODUCTION.....	33
I. PRESENTATION DU PROBLEME	34
II. EQUATIONS GENERALES DE L'EQUILIBRE D'UN SOLIDE ELASTIQUE....	35

III. METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME.....	36
III.1. Méthode des éléments de frontière.....	36
III.1.1. Equations intégrales de frontières.....	36
III.1.2. Discrétisation en éléments de frontières.....	37
III.1.3. Calcul des intégrales.....	39
III.1.3.1. Intégrales singulières.....	40
III.1.3.2. Intégrale quasi singulière.....	41
III.2. Méthode de décomposition de domaine.....	50
IV. ALGORITHMES DE RESOLUTION.....	51
IV.1. L'algorithme de Schwartz.....	51
IV.2. Méthode de Ladevèze.....	53
CONCLUSION.....	55
 MODELISATION ELASTOSTATIQUE DU COMPOSITE AVEC SIMULATION DES EFFORTS DE CONTACT.....	 56
 INTRODUCTION.....	 58
I. HYPOTHESES DE TRAVAIL.....	59
II. MATERIAU HOMOGENE ISOTROPE.....	60
II.1. Contact statique sans frottement.....	60
II.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).....	62
III. REVETEMENT MONOLITHIQUE.....	64
III.1. Dépôt de tungstène sur du silicium.....	64
III.1.1. Contact statique sans frottement.....	64
III.1.1.1. Effet de l'épaisseur.....	67
III.1.1.2. Effet du module de Young du film.....	69
III.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).....	70
III.2. Dépôt de chrome sur de l'acier ($E_f/E_s = 1,65$).....	74
III.2.1. Contact statique sans frottement.....	74
III.2.2. Contact glissant avec frottement.....	77
III.3. Dépôt de D.L.C. sur de l'acier ($E_f/E_s = 0,8$).....	80
III.3.1. Contact statique sans frottement.....	80
III.3.2. Contact glissant avec frottement.....	83
IV. REVETEMENTS MULTICOUCHES.....	86
IV.1. Architecture du type BABA.....	86
IV.1.1. Contact statique sans frottement.....	87
IV.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).....	90
IV.2. Revêtement à gradient de propriétés.....	93

IV.2.1. Contact statique sans frottement.....	94
IV.2.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0.2$).....	97
CONCLUSION.....	101
ANALYSE DU PROBLEME COMPLET : PRISE EN CHARGE DE LA PRESSION DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION.	102
INTRODUCTION.....	104
I. PRESENTATION DU PROBLEME.	105
<i>I.1. Configuration du segment dans le piston.</i>	<i>105</i>
<i>I.2. Modélisation mécanique du système.</i>	<i>106</i>
II. RESOLUTION DU PROBLEME.....	107
<i>II.1. Equations de contact.</i>	<i>107</i>
<i>II.2. Equations intégrales.</i>	<i>109</i>
<i>II.3. Algorithme de résolution.</i>	<i>110</i>
III. RESULTATS.	111
<i>III.1. Validation de l'algorithme.</i>	<i>112</i>
<i>III.2. Application au segment.</i>	<i>113</i>
III.2.1. Caractéristiques du contact.	113
III.2.1.1. <i>Chargement normal.</i>	<i>113</i>
III.2.1.2. <i>Prise en compte de la pression des gaz.</i>	<i>113</i>
III.2.2. Analyse de quelques critères d'endommagement.	117
III.2.2.1. <i>Critère de la contrainte principale maximale.</i>	<i>118</i>
III.2.2.2. <i>Critère de la contrainte elliptique.</i>	<i>121</i>
III.2.2.3. <i>Critère de la composante tangentielle σ_t du vecteur contrainte.</i>	<i>127</i>
CONCLUSION.....	129
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	130
ANNEXES.....	133
ANNEXE I	134
ANNEXE II.....	135
ANNEXE III	139
ANNEXE IV.....	141
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	143

INTRODUCTION GENERALE

Dans les moteurs à combustion, le fonctionnement est assuré grâce aux mouvements alternatifs qu'effectue le piston par l'intermédiaire du vilebrequin auquel il est relié. Au cours de ce mouvement, le segment revêtu qui entoure une partie du piston, entre en contact avec la chemise du cylindre du bloc moteur ; où il assure une étanchéité dynamique vis à vis de la chambre de combustion. Ce contact s'accompagne d'un frottement, frottement qui crée de l'usure sur les différentes pièces en jeu ; y compris sur le segment revêtu.

L'objectif scientifique ici n'est pas d'empêcher le frottement entre le segment revêtu du piston et le cylindre du bloc moteur, mais plutôt de diminuer la quantité de l'usure du segment revêtu par une amélioration du revêtement, et par suite du cylindre. Diminuer la perte de matière des différentes pièces en contact, revient, tout en préservant le substrat des dommages mécaniques possibles, à trouver le dépôt qui assurera la meilleure protection possible du substrat ; optimisant du coup la durée de vie du substrat.

Ce mémoire est subdivisé en trois grandes parties. Dans un premier chapitre, nous allons rappeler le problème physique et quelques résultats de tests de simulation réalisés en laboratoire. Les méthodes numériques seront récapitulées dans le chapitre deux. Les deux derniers chapitres seront consacrés à l'exposé des résultats numériques.

L'objectif principal du premier chapitre est de simuler en laboratoire par une démarche élémentaire, les mécanismes de contact qui se produisent entre le segment et le cylindre, lors du fonctionnement du moteur. Ce chapitre regroupera les séries de tests tribologiques, ainsi que leurs résultats et les conditions de réalisations des essais expérimentaux. Il aura pour objectif de comparer les différentes pièces mécaniques avant et après les tests tribologiques.

La modélisation numérique est un outil puissant pour la détermination et l'analyse des champs de déformations et de contraintes dans les matériaux soumis à un champ de pression. La modélisation élastique est un pas important dans l'analyse des problèmes mécaniques. Le deuxième chapitre sera l'objet des méthodes numériques de résolution utilisées pour modéliser le problème.

Afin de pouvoir analyser le plus finement possible les champs de contrainte dans les solides, nous devons essayer de limiter le plus possible les risques d'erreurs souvent dus aux calculs numériques. Pour cela le choix de la méthode de résolution est ici très important.

Pour modéliser de tels problèmes, il existe plusieurs méthodes. Les plus connues sont les méthodes de différences finies, des éléments finis ou de volumes finis [1-5]. Toutes ces approches discrétisent le domaine du problème considéré en un nombre d'éléments ou de cellules. Les équations du problème sont résolues sur la région par des fonctions qui satisfont aux conditions aux frontières.

Une autre approche est la résolution par des équations intégrales de surfaces [6-7]. Cette approche utilise des fonctions d'approximation qui satisfont les équations d'équilibre à l'intérieur du domaine, mais pas exactement les conditions aux frontières. L'intérêt de cette technique réside dans l'alternative élégante et économique qu'elle offre aux méthodes des éléments finis ou volumes finis.

Une autre solution est l'utilisation de la méthode des éléments de frontières [8-10]. Une des caractéristiques importantes de cette dernière méthode est la petite taille des systèmes d'équations qu'elle génère. De plus elle conduit à une réduction considérable des données nécessaire à la résolution du problème. Elle est aussi bien adaptée aux problèmes avec domaines infinis. Elle a pour principe de mailler seulement la surface externe en une série d'éléments sur lesquels les inconnues du problème sont approchées de la même manière qu'en éléments finis.

A cette méthode des éléments de frontières sera combinée celle de décomposition de domaines [11-13], car le segment est un composite (solide revêtu). Pour cela nous allons considérer chaque solide comme un domaine à part entière. L'utilisation de la méthode de décomposition en sous domaines s'applique ici aisément. Cette méthode offre l'avantage de travailler avec des domaines possédant un nombre de couches élevé, avec une indépendance ou non des couches. La combinaison de ces deux méthodes, offrira une analyse beaucoup plus fine avec une meilleure approximation des résultats élastiques, et notamment dans la zone de contact.

Notre étude numérique se limitera à l'échelle macroscopique, c'est-à-dire à l'étude des champs de déformations et de contraintes dans les deux solides résultant de leur contact.

Dans le troisième chapitre, nous présenterons quelques résultats de la modélisation numérique du contact entre le segment et la chemise du cylindre ; dans le cas statique et en situation de déformation plane. L'hypothèse de petites déformations sera faite. Différents types de dépôts seront analysés et leur capacité à protéger le substrat contre les endommagements mécaniques seront comparées. Dans ce chapitre la simulation du contact sera faite par une répartition de type Hertz.

Les résultats de simulation du dernier chapitre, tiendront compte de la pression des gaz qui influe sur le système. La conséquence de cette pression des gaz sur les deux segments utilisés sera analysée.

CHAPITRE I

**LE PROBLEME PHYSIQUE ET QUELQUES
RESULTATS EXPERIMENTAUX D'ESSAIS
TRIBOLOGIQUES**

CHAPITRE I

LE PROBLEME PHYSIQUE ET QUELQUES RESULTATS EXPERIMENTAUX D'ESSAIS TRIBOLOGIQUES.....	13
INTRODUCTION.....	15
I. LE SYSTEME MECANIQUE DE L'ENSEMBLE SEGMENT/CHEMISE DANS UN MOTEUR A COMBUSTION.	16
II. LE SYSTEME TRIBOLOGIQUE.....	18
III. LES PIECES DES ESSAIS TRIBOLOGIQUES	20
<i>III.1. Description des pièces.....</i>	20
III.1.1. Le cylindre	20
III.1.2. Le segment.....	20
<i>III.2. Propriétés des matériaux des dépôts du segment.....</i>	20
III.2.1. Le Chrome	20
III.2.2. Le D.L.C.	21
IV. LES CONDITIONS EXPERIMENTALES	21
V. ANALYSE TOPOGRAPHIQUE PAR SURFOMETRIE	22
VI. LES RESULTATS	24
<i>IV.1. Tests sans lubrification.....</i>	24
IV.1.1. Segment chromé.	24
IV.1.2. Segment revêtu de D.L.C.....	25
<i>IV.2. Tests avec lubrification.....</i>	26
IV.2.1. Segment chromé.	27
IV.2.2. Segment revêtu de D.L.C.,	28
CONCLUSION.....	30

INTRODUCTION

Le présent travail est une contribution à la détermination des conditions d'amélioration de la résistance à l'usure des segments et chemise des moteurs à combustion.

Nous nous limiterons à des essais beaucoup plus simples que ce qui se passe dans la réalité. De plus ni la lubrification complète, ni la température de la chambre de combustion ne seront prises en compte.

Dans un premier temps, nous allons rappeler brièvement le système mécanique de l'ensemble segment / chemise d'un moteur à combustion. Ce système est composé de deux corps solides, d'une part le segment revêtu, et d'autre part la chemise du cylindre.

Pour notre étude, afin de se rapprocher le plus possible de la réalité ; nous avons construit notre propre système de tribomètre. Sur ce système, lors du test, c'est le cylindre qui bouge et le segment est fixe. Or dans la réalité, seul le segment se déplace sous l'action du piston, lors de la transmission au vilebrequin des efforts dus aux gaz ; le cylindre quant à lui est fixe. Ce système est une modification du tribomètre pion/disque. Le dispositif que nous avons utilisé pour simuler le contact et le frottement entre les deux antagonistes sera présenté.

La troisième partie de ce chapitre sera consacrée aux différentes pièces des essais. La description du segment et du cylindre sera faite, les principales caractéristiques tribologiques des matériaux utilisés pour le segment seront rappelées.

Les conditions expérimentales dans lesquelles les tests ont été réalisés, seront récapitulées dans la quatrième partie.

Avant de présenter les résultats des tests comparatifs réalisés, nous allons présenter la technique d'analyse de ces derniers. C'est un système qui permet de faire une étude comparative des surfaces.

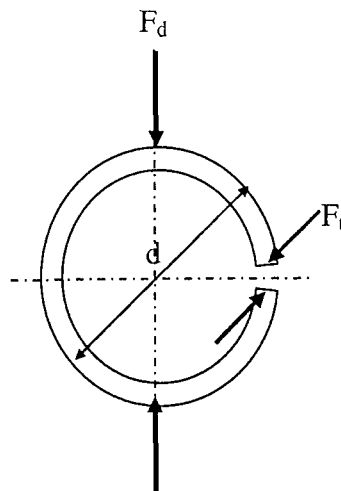
Pour terminer, nous allons présenter les différents résultats des essais. Ces résultats ont été obtenus pour les deux types d'essai :

- Les essais à froid non lubrifiés
- Les essais à froid lubrifiés

Pour chacun de ses tests, les profils des segments seront comparés avant et après usure.

I. LE SYSTEME MECANIQUE DE L'ENSEMBLE SEGMENT/CHEMISE DANS UN MOTEUR A COMBUSTION.

Le déplacement du piston engendre des efforts de contact dans le sens radial et tangentiel sur le segment comme l'indique la figure I-1. Ce qui provoque la compression de ce dernier.



F_d : tare diamétrale
 F_t : tare tangentielle
 d : diamètre nominal

Figure I-1 : Efforts de contact exercés sur un segment.

Le piston lors de son déplacement dans le cylindre, entraîne avec lui le segment. En ce déplaçant à l'intérieur du cylindre, le segment frotte sur la chemise de ce dernier (figure I-2). Un mouvement de va et vient se fait entre les deux corps en présence. La pression de contact entre le segment et la chemise est assurée par élasticité propre du segment, et par la pression des gaz derrière le segment[14-15].

Dans ce système (figure I-2), seul le segment se déplace, le cylindre est fixe. Dans son mouvement, la face supérieure de l'ensemble qui est en contact avec la chambre de combustion subit de sa part une pression appelée la pression de combustion.

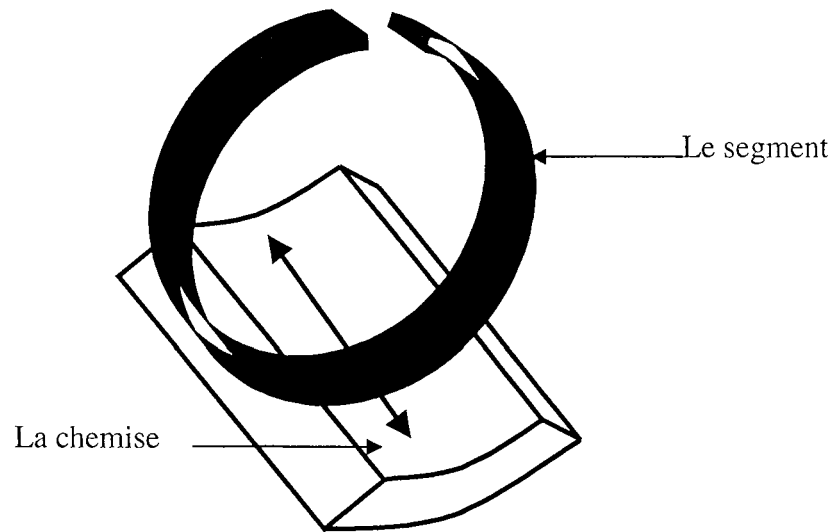


Figure I-2 : Mouvement induit par le glissement alternatif du piston entre le segment et le cylindre.

Bien que les deux corps soient cylindriques, le glissement entre eux s'effectue le long d'une droite parallèle à l'axe du cylindre (comme l'indique la figure I-3), tout se passe comme si le cylindre était un plan.

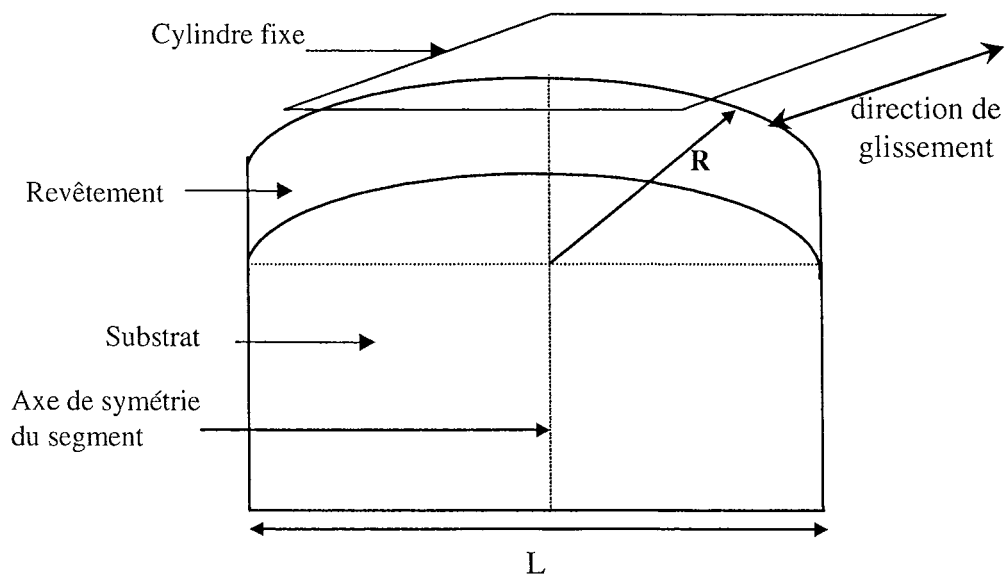


Figure I-3 : Géométrie du contact entre le segment et le cylindre.

Au cours du déplacement la surface du segment revêtu frotte sur le cylindre. Ce frottement engendre à la longue des usures, aussi bien sur le cylindre que sur le segment. Après un certain temps de fonctionnement, les frottements provoquent l'usure et la perte du revêtement du segment revêtu. Cette perte du revêtement du segment diminue la qualité du rendement mécanique du moteur.

Le dépôt sur le segment a pour objectif de réduire l'usure et de le préserver des attaques issues du milieu dans lequel il évolue.

Nous allons décrire le système tribologique sur lequel le test de simulation du frottement entre la chemise et le segment sera réalisé.

II. LE SYSTEME TRIBOLOGIQUE

En laboratoire, le mouvement réel qui s'effectue entre le segment et la chemise est plus dur à simuler. Raison pour laquelle, nous avons réalisé des essais tribologiques pour lesquels, la position du segment sur la chemise est modifiée comme l'indique la figure I-4.

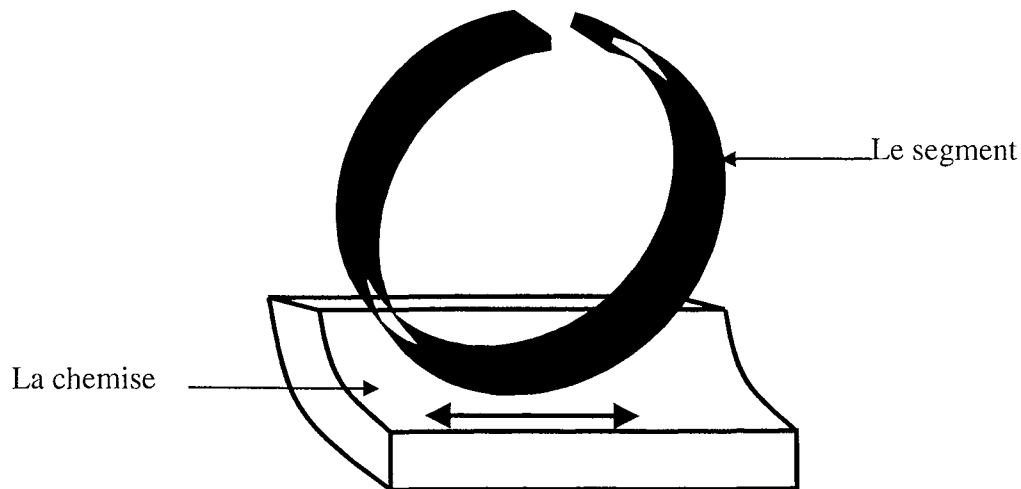
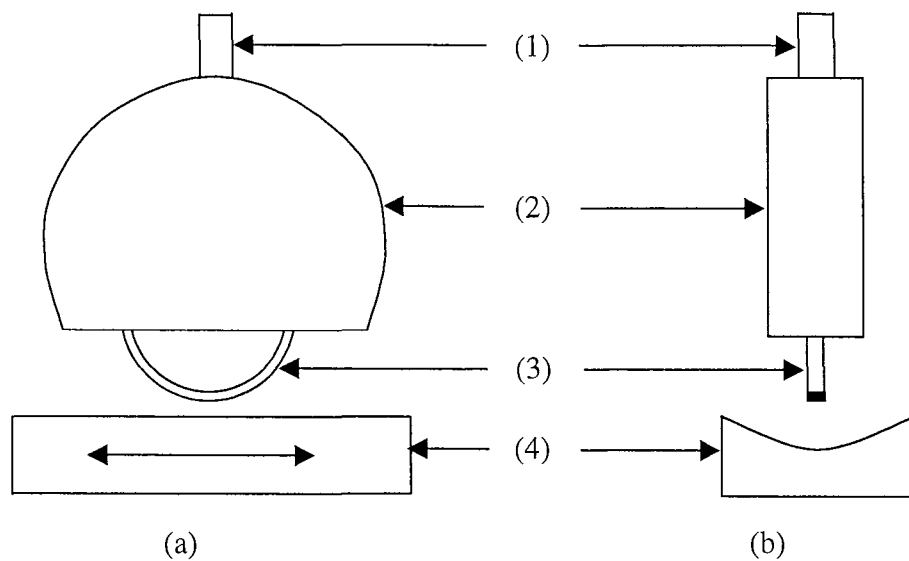


Figure I-4 : Mouvement réalisé au laboratoire pour simuler le glissement entre le segment et le cylindre.

Dans le but de pouvoir se rapprocher le plus possible de la réalité, nous avons été amené à construire notre système de tribomètre ; c'est le tribomètre oscillant bidirectionnel en géométrie pion/plan (figure I-5).



- (1) Extrémité fixe du porte segment
- (2) Porte segment
- (3) Segment
- (4) cylindre + porte cylindre mobile

*Figure I-5 :Schéma du tribomètre oscillant bidirectionnel en géométrie pion/plan.
a) Vu de face, b) Vu de profil.*

Ainsi le montage utilise le système du pion/disque, où le mouvement relatif de ce dernier est transformé en un mouvement de translation alternatif.

Sur le système tribomètre réalisé, seul le cylindre est en mouvement grâce au porte cylindre sur lequel il est monté. Le segment est immobile, et est contenu dans un frotteur à fixation, spécialement construit pour cela. Ce qui n'est pas en réalité ce qui se passe. Dans le bloc moteur, le cylindre est fixe, et le segment est en mouvement grâce à l'ensemble auquel il appartient.

Lors des tests, le segment frotte sur le cylindre en mouvement. Ce frottement s'effectue dans le sens parallèle à son axe et au centre du cylindre, afin de travailler sur une surface quasiment plane.

Pour les essais lubrifiés, une cuve a été installée sur le système. Dans celle-ci les deux échantillons (segment + cylindre) en mouvement relatif sont immergés dans l'huile. Tout le mouvement s'effectue dans cette dernière.

III. LES PIECES DES ESSAIS TRIBOLOGIQUES

III.1. Description des pièces.

Les pièces des tests comportent deux parties : le substrat qui constitue la partie principale de la pièce ; et le revêtement qui occupe une faible épaisseur dans la structure.

III.1.1. Le cylindre

Le substrat du cylindre est le matériau L-2551 (Al 0.12 Si Ni) qui correspond à la norme UNE 38-265. Ce substrat a subi un traitement de trempe et revenu. Le bloc moteur est en aluminium.

La chemise en fonte d'aluminium est revêtu d'un dépôt de "Nicasil" ; Ce dépôt est renforcé par des particules de Carbure de Silicium situées dans une matrice de Nickel. Sa dureté globale est de 120-130 HB.

Les tests ont été réalisés sur des morceaux découpés dans un bloc cylindre de moteur.

III.1.2. Le segment

Le segment utilisé est composé d'un substrat en fonte à graphite sphéroïdal, avec un traitement martensitique. Il a une forme annulaire comme le montre la figure I-1, avec une ouverture sur l'un des cotés.

Pour le revêtement, nous disposons de deux types de segments pour les essais. Des segments revêtus de Chrome, et de D.L.C.. Pour ces segments, l'épaisseur du dépôt est de l'ordre de quelques dizaines de micromètres.

III.2. Propriétés des matériaux des dépôts du segment.

Nous avons deux sortes de film sur nos segments, un dépôt de chrome et un dépôt de D.L.C..

III.2.1. Le Chrome

Le Chrome présente en général une dureté élevée[16]. Il existe plusieurs types de Chrome. Celui utilisé ici est un revêtement électrolytique de Chrome dur.

Ce Chrome présente une structure poreuse, lui permettant d'améliorer la lubrification ; car l'huile y adhère plus facilement, contrairement au chrome poli où l'huile s'accroche mal.

Cette amélioration de la lubrification implique une baisse du coefficient de frottement et par suite, une augmentation de la résistance à l'usure. Parfois l'élévation de la température entraîne une augmentation légère du coefficient de frottement. Nous pouvons aussi noter sa bonne résistance à la corrosion chimique et à la haute température.

III.2.2. Le D.L.C.

Variété de carbone de « type diamant », le Diamond-like-Carbon a de nombreuses propriétés chimiques et physiques qui favorisent la réduction de l'usure et de la corrosion. Si le diamant a été étudié depuis déjà bien longtemps, l'étude du D.L.C. a commencé voici seulement à peu près vingt ans. C'est un lubrifiant solide, et il est souvent utilisé en industrie pour ses propriétés de lubrifiant solide[17-19].

Le principal intérêt de ce matériau est qu'il présente une forte dureté, pour un module d'Young moins élevé.

Les principales propriétés du D.L.C. sont une bonne résistance à l'usure et une forte résistivité électrique.

Si le D.L.C. résiste bien à l'usure, son niveau de frottement dépend beaucoup des conditions ambiantes et surtout du procédé de revêtement, des gaz ambiants qui peuvent interagir avec les atomes de Carbone pendant le glissement[20-27].

L'étude des propriétés tribologiques du D.L.C. est assujettie à une bonne adhérence du D.L.C. au substrat. En général, le D.L.C. adhère bien avec les substrats tels que le Si, Fe, GE, Mo...avec lesquels il forme un carbure [22-23].

IV. LES CONDITIONS EXPERIMENTALES

Les premiers tests ont été réalisés avec une charge normale de 5N durant 50000 cycles, pour une durée de l'ordre de 14h par test.

Afin de diminuer la durée des tests, pour la suite nous avons augmenté la charge et diminué le nombre de cycles. Notons que ceci est sans conséquence majeure sur la valeur du coefficient de frottement.

Les conditions des essais sont les suivantes :

Tableau I-1 : Récapitulatif des conditions des essais

Charge appliquée	5 N
Nombre de cycles	50000
Vitesse de glissement	1 cycle (10mm/s)
Frotteur (segment)	D.L.C./acier et chrome/acier
Plan (chemise)	Nicasil / Aluminium
Mode de glissement	Va et vient
Lubrification	Huile et sec
Température ambiante	22,7°C
Humidité	40%

Une fois les essais effectués, l'étude de la surface après frottement est réalisée avec la technique de surfométrie.

V. ANALYSE TOPOGRAPHIQUE PAR SURFOMETRIE

La surfométrie est une technique qui permet de faire les enregistrements des données géométriques d'une surface. Grâce à la pointe dont il est muni, l'appareil parcourt la surface de travail, en mémorisant point par point les caractéristiques géométriques (abscisse et ordonnée). Le début des relevées de la pointe correspond à la position zéro de la longueur.

Ces relevées peuvent être en 2D ou en 3D. En surfométrie 2D, elle relève en abscisse la longueur et en ordonnée l'épaisseur ; en 3D la longueur, la largeur et l'épaisseur de la trace sont enregistrées.

En fin de parcours, nous avons ainsi toutes les caractéristiques géométriques permettant de dessiner cette surface.

Pour le segment, le sens de palpation est perpendiculaire au sens du frottement (comme le montre la figure I-6). Lors de la surfométrie, la pointe part d'une zone de la surface du segment n'ayant pas subi de contact, ensuite elle traverse la zone frottée, pour enfin terminer sa course sur la partie du segment n'ayant pas été frottée.

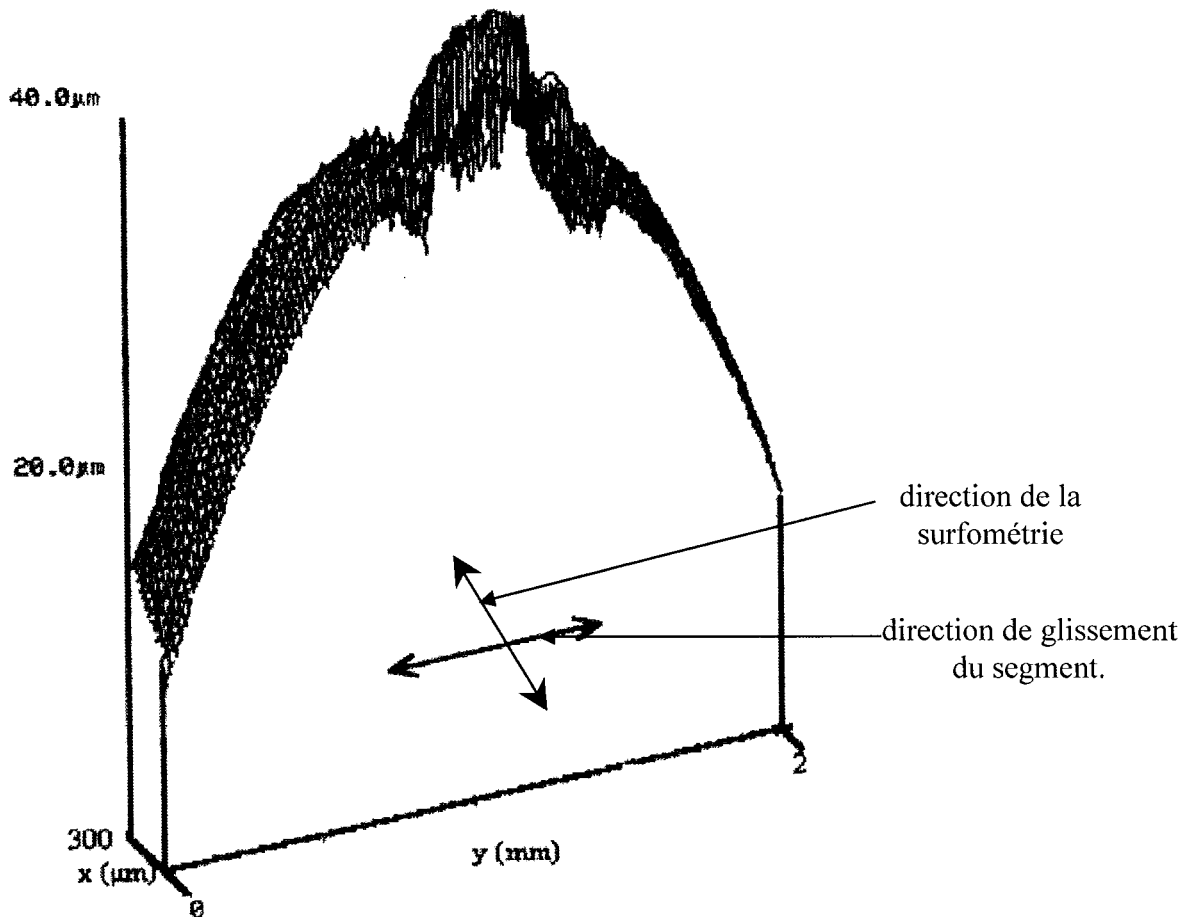


Figure I-6 : Surfométrie du segment de D.L.C. qui a frotté sur la chemise dans un mouvement de va et vient avec précision du sens de surfométrie du segment.

De cette surfométrie, nous faisons une extraction de profil suivant la génératrice la plus proéminente.

L'usure ne peut être quantifiée que par rapport à la géométrie originale de l'échantillon. Pour cela, il est important de relever le profil des segments avant les différents tests. Nous avons réalisé une surfométrie sur le segment, afin de garder le profil de ce dernier avant le frottement.

Après chaque essai, nous avons relevé le profil du segment par la technique de la surfométrie avec relocalisation. Après chaque test, les deux aspects de la surface du segment sont comparés et ainsi l'usure est quantifiée.

En effet il est important de faire la relocalisation avant chaque relevé, afin d'avoir des résultats cohérents, pouvant être comparés. Ainsi la surface parcourue est identique dans les deux cas.

VI. LES RESULTATS

Le segment étant la pièce qui nous intéresse le plus, les résultats qui seront analysés ne porteront que sur le profil et l'usure causée sur ce dernier. Afin d'avoir des quantifications, les plus réelles possible, nous allons faire la profilométrie au même endroit avant et après essai.

IV.1. Tests sans lubrification.

IV.1.1. Segment chromé.

La surfométrie réalisée dans le sens perpendiculaire du frottement, du segment chromé avant et après essai montre une différence réelle entre les deux surfaces (figure I-7). Cette différence observée est la conséquence d'une perte de la matière du segment ayant subi le test. L'effet du frottement sur le segment chromé n'est pas du tout négligeable. Cette perte de la matière s'est produite de manière uniforme. Nous pouvons noter que la différence entre les deux surfaces est d'environ $5\ \mu\text{m}$ sur une longueur de $250\ \mu\text{m}$.

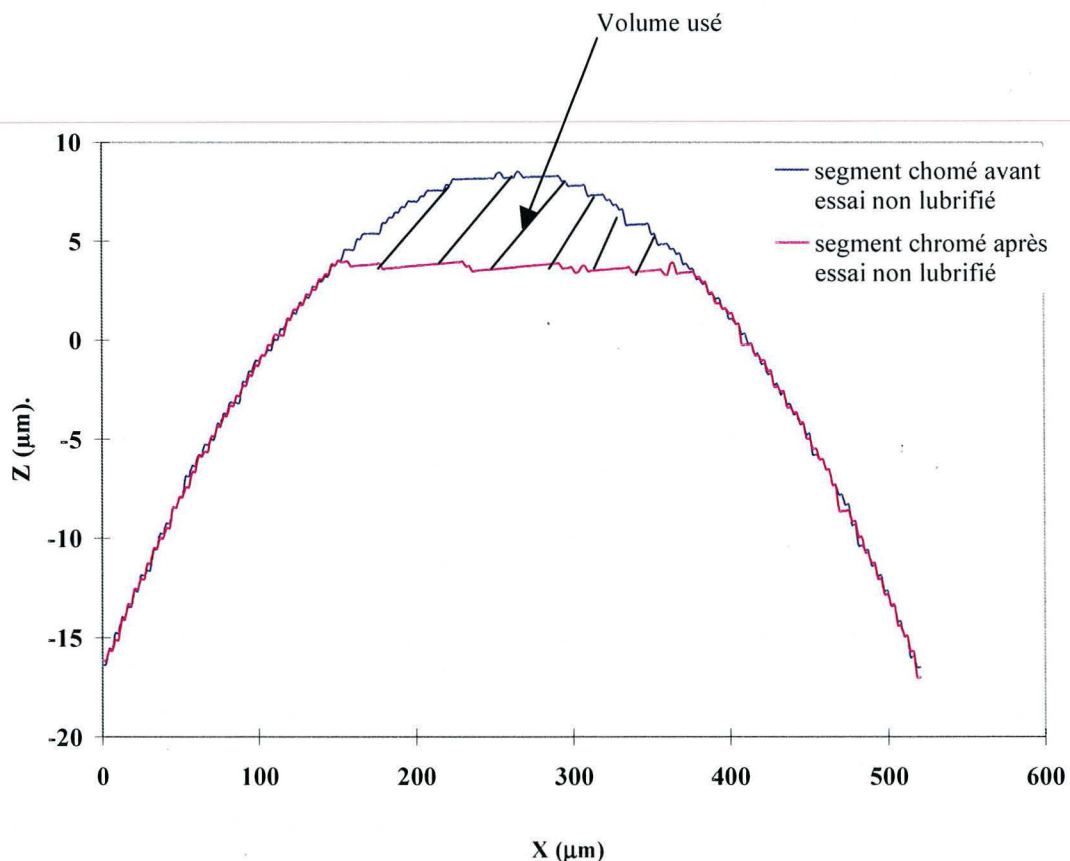


Figure I-7: Comparaison des profils du segment chromé avant et après essai non lubrifié.

Les épaisseurs des dépôts étant de l'ordre du micromètre, et vue la valeur élevée de l'épaisseur de la matière perdue ($5 \mu\text{m}$), le risque d'atteindre le substrat d'acier est élevé. Le test du segment chromé en milieu sec est néfaste pour le segment.

IV.1.2. Segment revêtu de D.L.C..

En comparant les surfaces des segments avant et après les essais non lubrifiés avec le segment de D.L.C. (voir figure I-8), nous remarquons que la différence est ici moins marquée que dans le cas précédent. Par contre, cette différence est plus discontinue que celle obtenue avec le segment chromé. Le segment revêtu de D.L.C. a perdu environ $3 \mu\text{m}$ d'épaisseur sur une longueur de $150 \mu\text{m}$ après le test. Malgré cette faible épaisseur de matière perdue, cette dernière n'est pas continue sur la surface. C'est le comportement d'une usure abrasive par clivage.

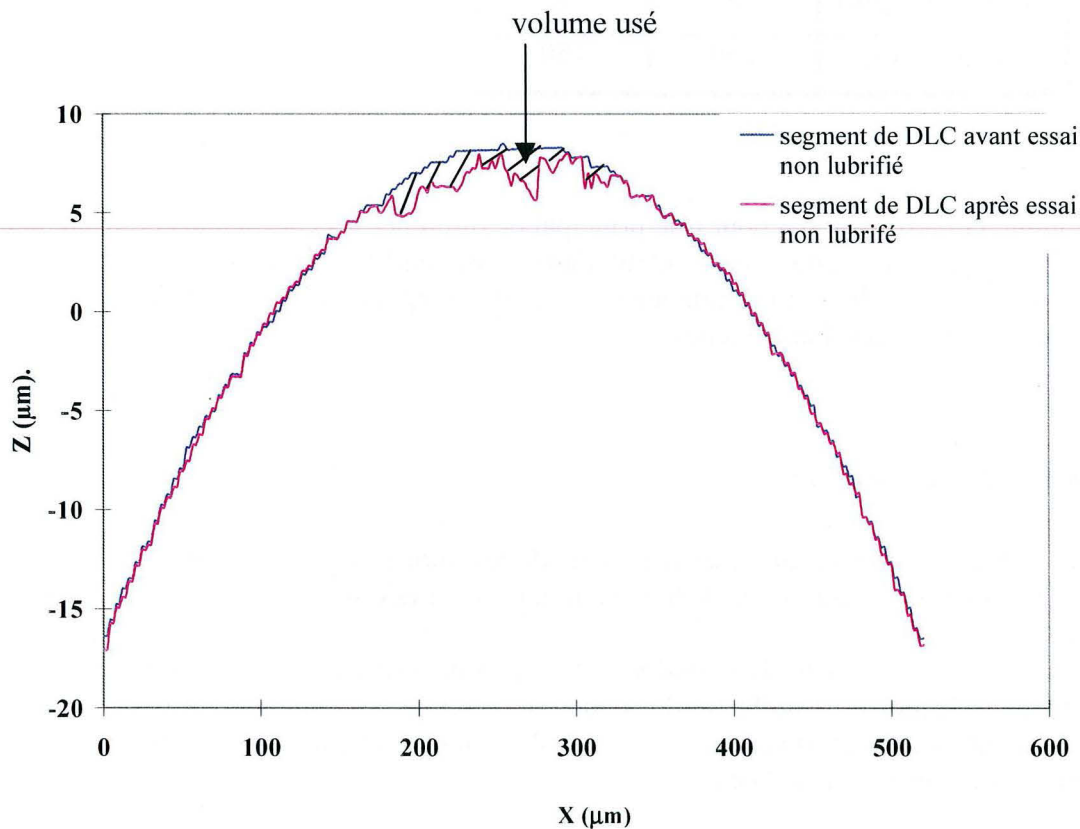


Figure I-8 : Comparaison des profils du segment de D.L.C. avant et après essai non lubrifié.

Dans les mêmes conditions et en l'absence de tout lubrifiant, le test de frottement creuse deux fois plus le segment revêtu de chrome que celui de D.L.C. sur une longueur aussi deux fois plus importante. L'usure est plus régulière sur le segment à film de chrome que celui de D.L.C..

Dans le tableau I-2, nous avons résumé des dimensions de la trace obtenue pour l'essai non lubrifié sur les deux types de segments.

Dans ce tableau, la plus faible valeur de la longueur de la trace est de 150 μm . Ce qui nous donne une demi largeur de 75 μm . Sachant que les épaisseurs des films sont fines et de l'ordre du micromètre, pour la modélisation numérique en milieu non lubrifié ; afin d'avoir des épaisseurs adimensionnelles (t/a_H) inférieure à 1 ; nous devons prendre une épaisseur réelle t du dépôt inférieure à cette valeur.

Tableau I-2 : Récapitulation des dimensions des traces obtenues sur les deux segments pour le test non lubrifié.

trace	Milieu non lubrifié	
	chrome	D.L.C.
Profondeur (μm)	5	3
Longueur (μm)	250	150

Comme la lubrification a pour rôle principal de diminuer les coefficients de frottement des différentes pièces en mouvement relatif dans le moteur[28-30], et donc de réduire la quantité d'usure ; nous allons faire une autre série de manipulations avec lubrification dans l'option d'améliorer les résultats obtenus.

IV.2. Tests avec lubrification.

Les conditions de réalisation de cette série de test lubrifiés sont les mêmes que dans le cas précédent. A ceux-ci, nous avons le lubrifiant qui s'y est rajouté.

Pour réaliser ces essais, le cylindre et le segment sont plongés dans un bocal (voir figure I-9), dans lequel de l'huile (huile à moteur 2 temps couramment utilisée dans les molyettes) contenu dans un bocal, et le tout est placé au-dessous du pion/disque ; ainsi tout le mouvement s'effectue dans le bocal.

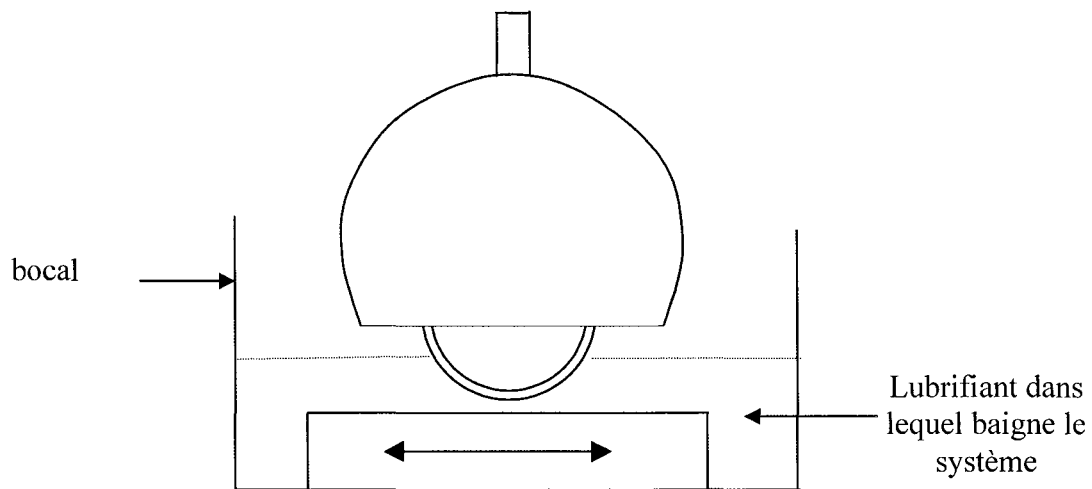


Figure I-9 : Configuration du mécanisme lors des essais lubrifiés.

IV.2.1. Segment chromé.

Sur la figure I-10, nous avons représenté les profils réalisés parallèlement au sens de frottement du segment chromé en milieu lubrifié, et comparés au profil original du segment chromé.

Comme on pouvait s'y attendre, la présence d'un lubrifiant dans le milieu du test a considérablement diminué la quantité de perte de la matière subie par le segment (figure I-10).

Sur ces extractions de profil, nous n'observons aucune différence sensible à l'œil nu. La quantité d'usure après le test en milieu lubrifié devient difficilement quantifiable après un test de 14h environ.

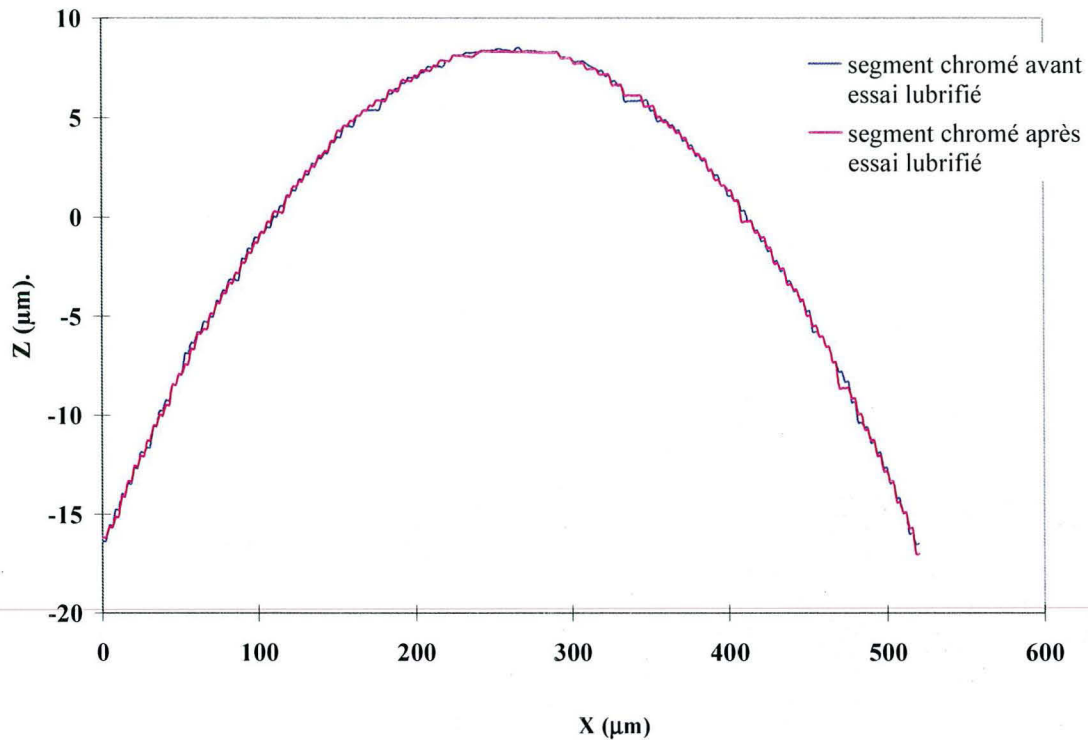


Figure I-10 : Comparaison des profils du segment chromé avant et après essai en milieu lubrifié.

IV.2.2. Segment revêtu de D.L.C..

Sur la figure I-11, nous avons superposé les extractions de profils réalisées perpendiculairement au sens de frottement du segment de D.L.C. avant et après essai lubrifié.

Comme pour le segment précédent de chrome, il y a une diminution de l'usure faite sur le segment de D.L.C..

Les dimensions de la trace d'usure deviennent non identifiables ; d'ailleurs on a l'impression que les courbes sont partout confondues (voir figure I-11).

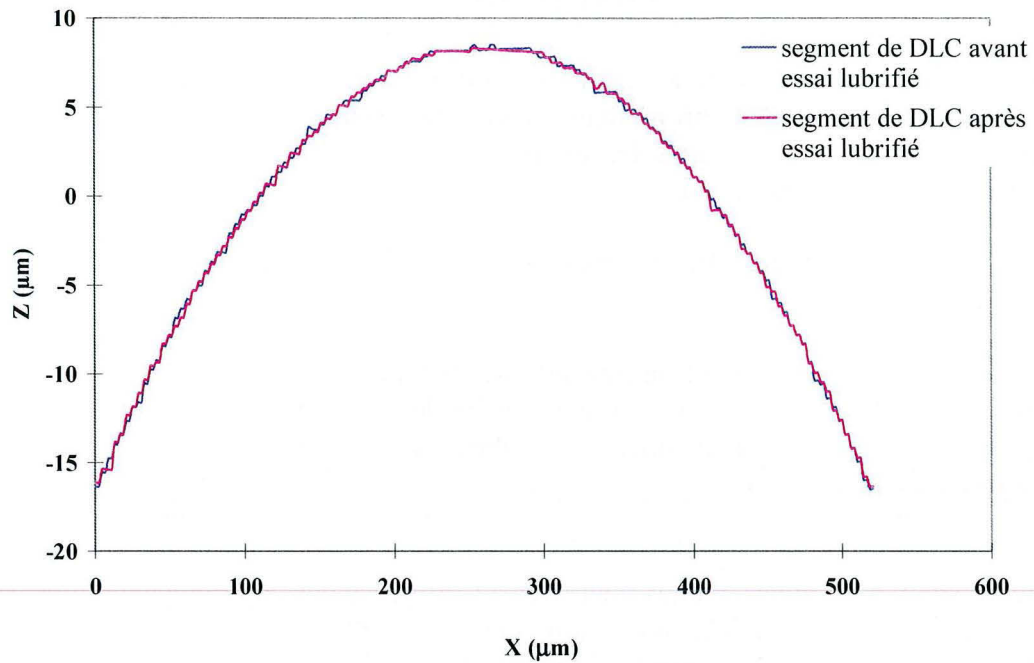


Figure I-11 : Comparaison des profils du segment de D.L.C. avant et après l'essai lubrifié.

Les dimensions de la trace ont considérablement chuté avec la présence du lubrifiant dans le milieu des essais. Elles sont environ de l'ordre du nanomètre.

CONCLUSION

En l'absence du lubrifiant, le test laisse sur le chrome une trace continue assez importante tant en longueur qu'en profondeur. Le chrome s'use environ deux fois plus que le D.L.C., en essai non lubrifié et dans les mêmes conditions. L'usure du chrome est plus régulière que celle du segment de D.L.C..

Pour les deux segments, les dimensions de la trace en présence du lubrifiant ont fortement chuté.

Ces tests confirment ce que l'on pouvait attendre. En effet, la lubrification a diminué l'usure des revêtements du segment. Le segment revêtu de D.L.C résiste mieux au frottement aussi bien en milieu lubrifié qu'en milieu non lubrifié que celui revêtu de chrome, face à l'usure évaluée par profilométrie.

Pour la suite, nous nous sommes intéressés à l'influence des contraintes induites par la pression de contact. En contact élastique, nous allons modéliser ce contact en utilisant les caractéristiques mécaniques qui nous ont été fournies par les fabricants des revêtements.

Tableau I-3 : Caractéristiques mécaniques des matériaux

		E (GPa)	ν
Substrat	Acier	200	0,3
Dépôt	Chrome	330	0,21
	Diamond Like Carbon (D.L.C.)	160	0,3

Afin de modéliser des matériaux à dépôt fin, nous allons travailler avec des structures ayant de faibles épaisseurs adimensionnelle (t/a_H) < 1 de dépôt. Dans la présentation des résultats de la modélisation numérique, nous ne traiterons que les cas où $t/a_H < 1$.

CHAPITRE II

MODELISATION DU PROBLEME ET METHODES NUMERIQUES DE RESOLUTION

CHAPITRE II

MODELISATION DU PROBLEME ET METHODES NUMERIQUES DE RESOLUTION	31
INTRODUCTION.....	33
I. PRESENTATION DU PROBLEME	34
II. EQUATIONS GENERALES DE L'EQUILIBRE D'UN SOLIDE ELASTIQUE....	35
III. METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME.....	36
III.1. Méthode des éléments de frontière.....	36
III.1.1. Equations intégrales de frontières.....	36
III.1.2. Discrétisation en éléments de frontières.....	37
III.1.3. Calcul des intégrales	39
III.1.3.1. Intégrales singulières.....	40
III.1.3.2. Intégrale quasi singulière.....	41
III.1.3.2.1. Présentation de la situation de quasi-singularité.....	41
III.1.3.2.2. Comportement de la fonction à intégrer.	44
III.1.3.2.3. Régularisation de l'intégrale.	45
III.2. Méthode de décomposition de domaine.....	50
IV. ALGORITHMES DE RESOLUTION.....	51
IV.1. L'algorithme de Schwartz.....	51
IV.2. Méthode de Ladevèze.....	53
CONCLUSION.....	55

INTRODUCTION

Cette partie du mémoire est consacrée aux techniques numériques utilisées dans la modélisation de nos travaux.

La méthode des éléments finis [31, 32] très connue, est couramment utilisée pour résoudre numériquement les problèmes mécaniques. Les difficultés principales de cette démarche sont le degré de liberté élevé et le temps de calcul important de résolution. Une alternative à la méthode des éléments finis est celle des éléments frontières. Cette méthode avait déjà été utilisée par Sladek et Balas [33, 34] en 1986 pour le calcul des contraintes, elle a été reprise par plusieurs auteurs [9-10, 35-36]. Elle présente l'avantage de ne mailler que la frontière du domaine, au lieu du domaine entier comme c'est le cas en éléments finis. Ainsi nous avons un faible degré de liberté en éléments frontières ; en plus d'une bonne précision des résultats [35]. De plus cette démarche est adaptée pour résoudre les problèmes non linéaires [9].

L'exposé commence par une présentation succincte du problème physique considéré et des équations régissant l'équilibre d'un solide déformable. La complexité du problème à traiter nécessitant l'utilisation d'une méthode numérique, nous avons opté pour la méthode des éléments de frontière aujourd'hui bien établie comme une alternative à la puissante méthode des éléments finis[10]. Nous présentons donc les équations intégrales de base de l'élasto-statique. Nous nous pencherons ensuite sur les principaux aspects de sa mise en œuvre numérique pour la résolution d'un problème bi-dimensionnel.

La qualité des résultats issus d'une résolution par la méthode des éléments de frontière est fortement liée au mode d'évaluation des intégrales entrant dans la construction des composantes des matrices du système linéaire à résoudre. Du fait de la singularité des noyaux de Kelvin, certaines de ces intégrales sont singulières. Il existe des techniques bien éprouvées permettant d'évaluer de telles intégrales avec une excellente précision. Dans certains cas, bien que les intégrales soient régulières, leur évaluation par les techniques de quadrature classique, conduit à de très mauvais résultats. Il s'agit d'intégrales « quasi-singulières » presque toujours présentes lorsqu'on analyse des couches minces avec un nombre de degrés de liberté raisonnable. Nous explicitons cette situation et donnons quelques unes des techniques utilisées pour contourner cette difficulté numérique.

Nous avons été amenés à traiter du cas de revêtements multicouches. Pour ces situations, l'approche utilisée pour un film mono-couche est inadaptée pour un calcul sur PC ordinaire. Nous avons alors fait appel aux méthodes dites de décomposition de domaines initialement établies pour le calcul parallèle. Les algorithmes testés dans ce cadre, clôturent le chapitre.

I. PRESENTATION DU PROBLEME

Dans le système chemise-piston-segment, nous nous intéressons particulièrement aux performances du dernier composant.

La géométrie et les conditions de fonctionnement de l'ensemble chemise/segment autorisent une modélisation en déformations planes. On fait ainsi l'hypothèse, justifiée dans une large mesure, que toutes les sections droites sont équivalentes.

La figure II-1 schématise le type de problème que nous avons analysé.

Initialement, le segment est en contact avec la chemise sur une bande de demi largeur a_0 . Cette aire de contact résulte de la pression de contact qui s'exerce sur le segment via le piston. Ce phénomène peut être modélisé par une répartition uniforme de force (P) à la base du segment.

Sous l'action de la pression de combustion (P_h), l'aire de contact est modifiée et sa demi largeur devient a (figure II-1b).

Nous analyserons successivement l'état de contrainte dans le système, pour les deux situations.

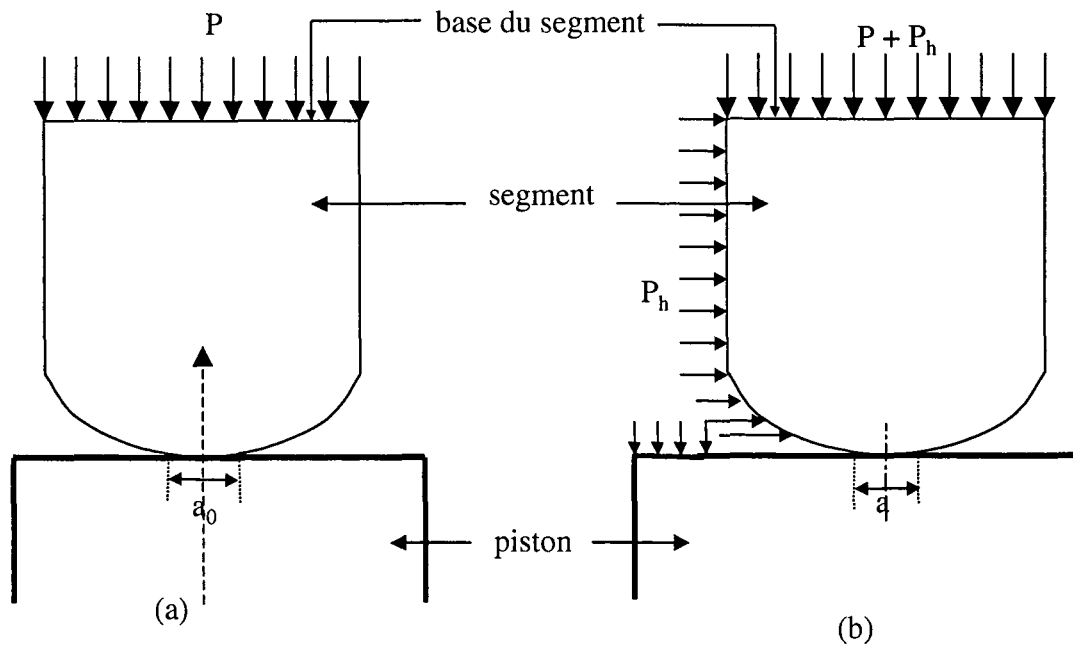


Figure II-1 : Contact entre le segment et le cylindre.

II. EQUATIONS GENERALES DE L'EQUILIBRE D'UN SOLIDE ELASTIQUE

Dans ce qui suit nous nous plaçons dans le cadre de l'hypothèse de petites perturbations de la mécanique des milieux continus.

Le solide homogène isotrope, occupe le domaine Ω de frontière Γ . Sur Γ_{t_i} , la i ème composante du vecteur contrainte est appliquée, tandis que la i ème composante du vecteur déplacement est imposée sur Γ_{u_i} . Pour un problème régulier, on a les conditions $\Gamma_{t_i} \cap \Gamma_{u_i} = \emptyset$ et $\Gamma_{t_i} \cup \Gamma_{u_i} = \Gamma$.

L'équilibre de la structure est traduit par les équations générales de la statique.

$$\begin{cases} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 & \text{dans } \Omega & (1.1) \\ t_i = t_{0_i} & \text{sur } \Gamma_{t_i} & (1.2) \\ u_i = u_{0_i} & \text{sur } \Gamma_{u_i} & (1.3) \end{cases} \quad (1)$$

Dans ces relations, $\underline{\underline{\sigma}}$ désigne le tenseur des contraintes de Cauchy ; $\underline{t}(x)$ le vecteur contrainte ($\underline{t}(x) = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n}(x)$) où \underline{n} désigne la normale extérieure au domaine en x).

Dans le domaine des déformations élastiques linéaires, $\underline{\underline{\sigma}}$ est relié au tenseur des déformations linéarisé ($\underline{\underline{\varepsilon}}$) par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} \quad (2)$$

μ et λ sont les constantes de Lamé et $\underline{\underline{I}}$ le tenseur identité. Le tenseur de déformation $\underline{\underline{\varepsilon}}$ s'exprime en fonction du champ de déplacement par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{\text{grad}}}(u) + (\underline{\underline{\text{grad}}}(u))^T \right) \quad (3)$$

Rappelons que les constantes de Lamé sont reliées aux module d'Young (E) et au coefficient de Poisson (ν) par :

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} ; \quad \lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu} = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (4)$$

La complexité du problème que nous nous proposons de traiter, ne permet pas une résolution analytique. Nous allons utiliser une méthode numérique dont les grandes lignes sont présentées ci-après.

III. METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUE DU PROBLEME

Nos travaux concernent essentiellement l'analyse d'une structure soumise à une sollicitation de type contact. Les grandeurs de première importance dans ce cas sont de nature surfacique. Une technique particulièrement bien adaptée à l'étude de tels problèmes est la méthode des éléments de frontière.

III.1. Méthode des éléments de frontière

Elle est aujourd'hui bien établie comme une alternative à la méthode des éléments finis pour la résolution d'équations aux dérivées partielles.

Elle a déjà été utilisée par de nombreux auteurs pour résoudre des problèmes physiques provenant d'horizons divers[33-36]. Cette méthode présente l'avantage de réduire la dimension spatiale du problème et conduit, pour un coût de calcul raisonnable à des résultats d'excellente qualité.

III.1.1. Equations intégrales de frontières

Les détails de la formulation d'un problème physique en équations intégrales de frontière sont consignés dans de nombreux ouvrages spécialisés (cf. ex : 9-10). Nous ne présentons donc que les expressions nécessaires à nos travaux.

Le point de départ, pour la résolution d'un problème d'élastostatique est l'identité de Somigliana. Elle exprime le déplacement en un point y interne au domaine Ω de frontière Γ par :

$$u_j(y) = \int_{\Gamma} u_i(x) T_{ij}(x, y) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} t_i(x) U_{ij}(x - y) d\Gamma(x) \quad (5)$$

où

$U_{ij}(x-y)$ est la solution fondamentale de l'équation de Navier.

$T_{ij}(x,y)$ est le vecteur contrainte correspondant à U_{ij} .

Les expressions de ces tenseurs singuliers sont rappelées en annexe I.

La relation (5) montre que, pour déterminer le déplacement en un point interne y , il faut connaître les vecteurs déplacement et contrainte à la frontière. Il faut donc d'abord déterminer ces derniers. Du fait de la singularité des noyaux de Kelvin (U_{ij} , T_{ij}), l'expression du déplacement en un point ξ de la frontière ne s'obtient pas simplement en remplaçant y par ξ dans (5). Une procédure adéquate de passage à la limite permet d'obtenir l'équivalent de (5) pour tout point appartenant à la frontière.

Une forme adaptée à l'approximation numérique est:

$$\int_{\Gamma} [u_i(x) - u_i(\xi)] T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} t_i(x) U_{ij}(x - \xi) d\Gamma(x) \quad (6)$$

Une fois les vecteurs déplacement et contraintes à la frontière connus, on détermine le déplacement de tout point intérieur y par (5).

La dérivation de (5) par rapport aux coordonnées du point y et l'application de la loi de Hooke généralisée conduisent à l'expression du tenseur des contraintes au point y :

$$\sigma_{ij}(y) = \int_{\Gamma} [D_{lji}(x, y) t_l(x) - S_{lji}(x, y) u_l(x)] d\Gamma(x) \quad (7)$$

Les expressions des tenseurs d'influence D_{lji} et S_{lji} sont rappelées en annexe I.

Les équations (5-7) constituent l'essentiel de la formulation pour la résolution d'un problème d'élastostatique.

III.1.2. Discrétisation en éléments de frontières

Les intégrales dans les relations (5) à (7) ne peuvent être évaluées analytiquement que pour des situations très particulières. Pour la plupart des problèmes physiques, il faut avoir recours à une approximation numérique. Elle repose sur la subdivision de la frontière en un certain nombre d'éléments.

Sur chacun d'eux, les vecteurs déplacement et contrainte sont approchés par une combinaison linéaire de fonctions polynomiales, de la même manière qu'en éléments finis (cf figure II-2).

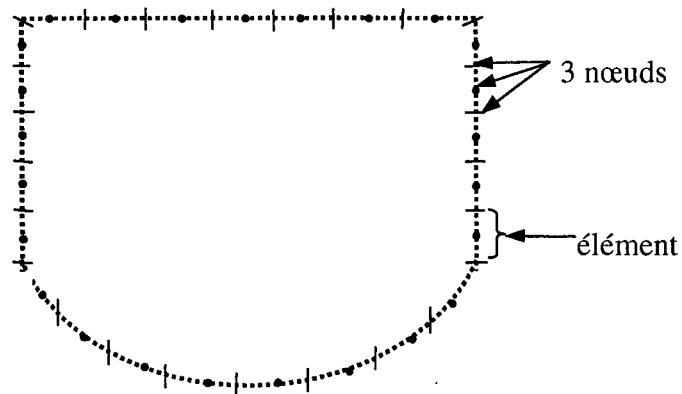


Figure II-2 : Discrétisation de la frontière du domaine

Le degré du polynôme choisi, fixe le nombre de points d'interpolation dans l'élément. Dans le présent travail, nous utilisons essentiellement une approximation quadratique nécessitant dans le cas unidimensionnel trois nœuds d'interpolation.

Si la frontière Γ est subdivisée en L éléments, l'équation (6) se réécrit sous la forme:

$$\sum_{e=1}^L \int_{\Gamma_e} [u_i(x) - u_i(\xi)] T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x) - \sum_{e=1}^L \int_{\Gamma_e} t_i(x) U_{ij}(x - \xi) d\Gamma(x) = 0 \quad (8)$$

Sur chaque élément, les composantes des vecteurs déplacement et contrainte sont approchés comme suit :

$$u_i(x(\eta)) = \sum_{a=1}^3 u_i^a \varphi_a(\eta) ; \quad t_i(x(\eta)) = \sum_{a=1}^3 t_i^a \varphi_a(\eta) \quad (9)$$

où φ_a , u_i^a , t_i^a désignent respectivement la fonction d'interpolation, le vecteur déplacement et le vecteur contrainte associés au nœud numéro a de l'élément. η désigne la coordonnée intrinsèque (relative à l'élément de référence), $\eta \in [-1, 1]$.

De manière analogue, sur chaque élément les coordonnées géométriques x_i sont interpolées par :

$$x_i(\eta) = \sum_{a=1}^3 x_i^a \varphi_a(\eta) \quad (10)$$

Rappelons que dans le cas d'une interpolation quadratique, les fonctions d'interpolations ont pour expressions :

$$\varphi_1(\eta) = \frac{1}{2}\eta(\eta-1), \quad \varphi_2(\eta) = 1-\eta^2, \quad \varphi_3(\eta) = \frac{1}{2}\eta(\eta+1) \quad \text{avec } \eta \in [-1, 1]$$

Si $J(\eta)$ désigne le jacobien de la transformation qui permet de passer de l'élément réel à l'élément de référence, par substitution des équations (9) et (10) dans (8) il vient sur chaque élément:

$$\int_{-1}^1 \left[\sum_{a=1}^3 u_i^a \varphi_a(\eta) - u_i(\xi) \right] T_{ij}(r(\eta), x(\eta)) J(\eta) d\eta = \int_{-1}^1 \sum_{a=1}^3 t_i^a \varphi_a(\eta) U_{ij}(r) J(\eta) d\eta \quad (11)$$

où $r = \sqrt{\sum_i r_i^2}$ et $J(\eta) = \sqrt{\sum_i \left(\frac{dx_i}{d\eta} \right)^2}$ avec $r_i = x_i - \xi_i$

L'équation (11) se met sous la forme matricielle : $[H]_e \{u\}_e = [G]_e \{t\}_e \quad (12)$

où $\{u\}_e$ et $\{t\}_e$ regroupent respectivement les composantes des vecteurs déplacement et contrainte correspondant aux nœuds de l'élément e . Dans le cas d'une approximation quadratique on a :

$$\{u\}_e^T = \{u_1^1 \quad u_1^2 \quad u_1^3 \quad u_2^1 \quad u_2^2 \quad u_2^3\}, \quad \{t\}_e^T = \{t_1^1 \quad t_1^2 \quad t_1^3 \quad t_2^1 \quad t_2^2 \quad t_2^3\}$$

Les matrices élémentaires $[H]_e$ et $[G]_e$ sont définies par :

$$[H]_e = \begin{bmatrix} \int_{-1}^1 \varphi_1 T_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_2 T_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_3 T_{ij} J d\eta \\ \int_{-1}^1 \varphi_1 U_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_2 U_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_3 U_{ij} J d\eta \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[G]_e = \begin{bmatrix} \int_{-1}^1 \varphi_1 U_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_2 U_{ij} J d\eta & \int_{-1}^1 \varphi_3 U_{ij} J d\eta \end{bmatrix}$$

avec $i = 1, 2$ et $j = 1, 2$.

La prise en compte de tous les nœuds de la discrétisation conduit à un système d'équations du type:

$$[H]\{u\} = [G]\{t\} \quad (14)$$

Les coefficients des matrices $[H]$ et $[G]$ résultent donc de calculs d'intégrales sur les éléments. Il est clair que la précision de la méthode est fortement liée à celle de l'évaluation de ces intégrales.

On pourra avantageusement utiliser l'intégration analytique (expressions données en annexe II) si la géométrie est représentée par des éléments rectilignes. Dans tous les cas, lorsque le point ξ (cf. relation 8) appartient à l'élément d'intégration, les intégrales deviennent singulières et sont évaluées en utilisant des techniques particulières.

Pour des structures minces, on rencontre des situations où, bien que régulières, les intégrales présentent un comportement pathologique vis à vis des procédures d'intégration numérique classiques. Elles sont dites quasi-singulières.

III.1.3. Calcul des intégrales

Les intégrales à évaluer sont toutes fonctions de r (distance entre le point stationnaire ξ et le point d'intégration x).

Dans le cas bidimensionnel, relativement à un repère cartésien $(0, x_1, x_2)$, on rappelle que $r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2}$ et $r_i = x_i - \xi_i$. Les intégrales à calculer définies par les relations (13) contiennent des termes de la forme : $\frac{1}{r^n}$ et $\ln(r)$; avec $n \leq 4$.

III.1.3.1. Intégrales singulières

Une intégrale est singulière lorsque la fonction à intégrer peut devenir infinie dans le domaine d'intégration. Dans la méthode des éléments de frontière, cette situation survient lorsque le point stationnaire (ξ) appartient à l'élément d'intégration. En effet, la distance r peut devenir nulle entraînant des valeurs infinies pour les tenseurs de Kelvin.

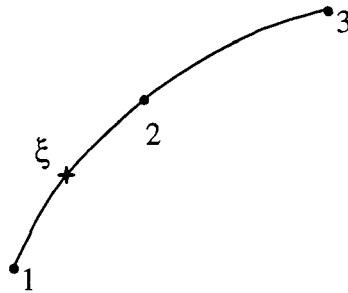


Figure II-3 : Exemple d'un nœud fixe ξ en position de singularité par rapport à l'élément droit Γ dont les trois nœuds d'interpolation sont (1), (2) et (3).

Dans le cas bi-dimensionnel, la singularité du noyau T_{ij} est en $1/r$. Elle est levée dans la procédure d'intégration en utilisant la forme régularisée (6).

Soit donc η_s la coordonnée intrinsèque de ξ sur l'élément. On peut écrire $r_i = (\eta - \eta_s)\bar{r}_i(\eta, \eta_s)$ d'où on déduit $r = |\eta - \eta_s|\bar{r}$ avec $\bar{r} = \sqrt{\bar{r}_1^2 + \bar{r}_2^2}$. \bar{r}_i ne s'annule pas sur $(-1, 1)$. On a alors $\frac{r_i}{r} = \varepsilon \frac{\bar{r}_i}{\bar{r}}$ et $\frac{\varphi_a(\eta) - \varphi_a(\eta_s)}{r} = \varepsilon \frac{\bar{\varphi}_a}{\bar{r}}$ avec $\varepsilon \in \{-1, 1\}$.

Soit à évaluer l'intégrale du terme $\frac{r_i(\eta)}{r(\eta)^2} [\varphi_a(\eta) - \varphi_a(\eta_s)] J(\eta)$.

On a :

$$\int_{-1}^1 \frac{r_i(\eta) [\varphi_a(\eta) - \varphi_a(\eta_s)]}{r(\eta)^2} J(\eta) d\eta = \int_{-1}^1 \varepsilon \frac{\bar{r}_i(\eta, \eta_s) \bar{\varphi}_a(\eta, \eta_s)}{\bar{r}(\eta, \eta_s)^2} J(\eta) d\eta$$

Ainsi, en utilisant la forme régularisée, l'intégrale s'écrit :

$$\int_{-1}^1 \frac{\bar{r}_i(\eta, \eta_s) \bar{\varphi}_a(\eta, \eta_s)}{\bar{r}^2(\eta, \eta_s)} J(\eta) d\eta$$

Cette dernière intégrale peut être évaluée par une procédure d'intégration numérique classique ; ou mieux encore lorsque l'élément est droit, analytiquement.

Le tenseur de Kelvin U_{ij} comporte un terme en $\ln(r)$ dont l'intégration dans le cas singulier doit être traitée séparément.

En effet, on a :

$$\ln(r) = \ln(|\eta - \eta_s| \bar{r}(\eta)) = \ln(|\eta - \eta_s|) + \ln(\bar{r}(\eta))$$

où $\bar{r}(\eta)$ est une fonction qui ne s'annule pas dans $(-1, 1)$.

Par suite l'intégrale s'écrit :

$$\int_{-1}^1 \ln(r(\eta)) J(\eta) \varphi_a(\eta) d\eta = \int_{-1}^1 \ln|\eta - \eta_s| J(\eta) \varphi_a(\eta) d\eta + \int_{-1}^1 \ln(\bar{r}(\eta)) \varphi_a(\eta) J(\eta) d\eta$$

Dans le cas d'un élément droit, ces intégrales sont évaluées analytiquement. Dans le cas général, on peut appliquer une quadrature de Gauss-Legendre à la seconde intégrale du membre de droite de l'égalité.

Considérons la première intégrale :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \ln|\eta - \eta_s| \varphi_a(\eta) J(\eta) d\eta &= \int_{-1}^{\eta_s} \ln(\eta_s - \eta) \varphi_a(\eta) J(\eta) d\eta + \int_{\eta_s}^1 \ln(\eta - \eta_s) \varphi_a(\eta) J(\eta) d\eta \\ &= \int_{-1}^{\eta_s} \ln(\eta_s - \eta) p(\eta) d\eta + \int_{\eta_s}^1 \ln(\eta - \eta_s) p(\eta) d\eta \end{aligned}$$

où la fonction $p(\eta)$ a pour expression : $p(\eta) = \varphi_a(\eta) J(\eta)$

Mise sous cette forme, on évalue l'intégrale avec la formule de quadrature de Fejer.

III.1.3.2. Intégrale quasi singulière

Le problème d'intégrale quasi-singulière est susceptible de survenir lorsqu'on traite de couches minces, ou lorsqu'on utilise des éléments non conformes (le nœud d'interpolation est ramené à l'intérieur de l'élément). C'est une situation prépondérante dans nos applications.

Nous allons commencer par illustrer le comportement pathologique de la fonction à intégrer. Nous exposerons ensuite les principales techniques numériques utilisées pour évaluer de telles intégrales.

III.1.3.2.1. Présentation de la situation de quasi-singularité

Considérons le cas d'un élément rectiligne Γ (voir figure II-4), pour lequel les intégrales peuvent être évaluées analytiquement.

Notons (a, b) les coordonnées du point stationnaire ξ , et d la distance entre ξ et ξ_p (point de l'élément le plus proche de ξ).

Les trois situations pouvant se produire sont :

1. ξ_P est interne à l'élément (position 1).
2. ξ_P est une extrémité de l'élément et ξ n'appartient pas à la droite de l'élément (position 2).
3. ξ_P est une extrémité de l'élément et ξ est dans son prolongement (position 3).

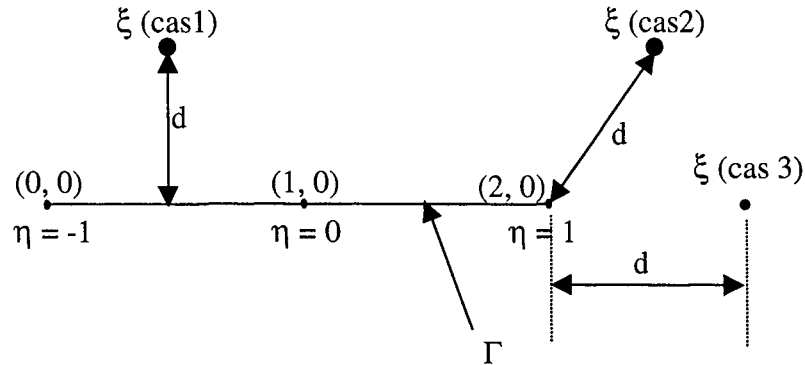


Figure II-4 : Elément droit de longueur 2 à 3 nœuds d'interpolation.

Le point fixe ξ occupe trois positions différentes au voisinage de l'élément.

Position 1 : ξ_P est interne à l'élément ($\eta_s = -0.5$; $a = 0.5$; $b = d$).

Position 2 : ξ_P est une extrémité de l'élément et les quatre points sont alignés ($\eta_s = 1$; $a = 2.05$; $b = 0$).

Position 3 : ξ_P est une extrémité de l'élément et ξ est dans son prolongement ($\eta_s = 1$; $a = 2.05$; $b \neq 0$).

Pour des raisons de simplicité, choisissons un élément de longueur $L = 2$, avec pour nœuds d'interpolation géométrique les points $(0,0)$; $(1,0)$ et $(2,0)$. Les positions du point stationnaire correspondant aux trois cas considérés, sont :

Cas 1 : $\xi = (0,5 ; d)$; $\xi_P = (0,5 ; 0)$

Cas 2 : $\xi = (2+d ; 0)$; $\xi_P = (2 ; 0)$

Cas 3 : $\xi = (2,05 ; b)$; $\xi_P = (2 ; 0)$

Soit par exemple à évaluer sur cet élément l'intégrale

$$I = \int_{-1}^1 \frac{1}{r(\eta)^2} d\eta \tag{15}$$

Les résultats issus de l'intégration numérique par la méthode de Gauss-Legendre avec, n_g points d'intégration seront comparés à la solution exacte issues d'une intégration analytique.

Considérons le cas 1. L'ordonnée b du point fixe est égale à la distance d . La coordonnée locale η_s de ξ_P est $-0,5$.

Le tableau 1 compare les solutions exactes et numériques pour diverses valeurs du rapport L/d , et pour différents nombres de point d'intégration. Rappelons que L est la longueur de l'élément d'intégration et d est la distance entre le point fixe ξ et son projeté ξ_P sur l'élément le plus proche.

Tableau 1 : Pour différentes valeurs du rapport L/d, l'intégrale I est évaluée par le calcul direct et par la méthode de Gauss avec 12, 18 et 24 points. Les erreurs relatives faites sur la méthode de Gauss sont données pour chaque valeur du rapport L/d.

rapport L/d	valeur exacte	ng = 12		ng = 18		ng = 24	
		valeur numérique	erreur relative (%)	valeur numérique	erreur relative (%)	valeur numérique	erreur relative (%)
2	1,446E+00	1,446E+00	2,91E-08	1,446E+00	1,21E-12	1,446E+00	9,82E-13
10	1,314E+01	1,304E+01	7,99E-01	1,314E+01	5,34E-02	1,314E+01	3,45E-03
50	7,588E+01	4,032E+01	4,69E+01	5,364E+01	2,93E+01	6,242E+01	1,77E+01
200	3,115E+02	4,571E+01	8,53E+01	6,811E+01	7,81E+01	8,974E+01	7,12E+01
500	7,827E+02	4,607E+01	9,41E+01	6,923E+01	9,12E+01	9,227E+01	8,82E+01
1000	1,568E+03	4,612E+01	9,71E+01	6,939E+01	9,56E+01	9,264E+01	9,41E+01

Comme on pouvait s'y attendre, l'erreur d'intégration diminue avec le nombre de points d'intégration. Elle augmente avec le rapport L/d.

Pour un nombre de points d'intégration fixé, à partir d'un certain rapport L/d, le calcul numérique n'est plus capable de changer de manière significative la valeur de l'intégrale.

Pour une distance d telle que $L/d > 10$ la méthode de quadrature de Gauss n'est plus précise, et ce quelque soit le nombre de point d'intégration, car l'erreur relative devient très importante.

Il convient de s'intéresser aussi aux cas où $n > 2$. Pour cela évaluons numériquement l'intégrale $\int_{-1}^1 \frac{1}{r^4(\eta)} d\eta$ et comparons les résultats à la solution analytique (tableau 2).

Tableau 2 : Pour différentes valeurs du rapport L/d, l'intégrale $\int_{-1}^1 \frac{1}{r(\eta)^4} d\eta$ est évaluée par le calcul direct et par la méthode de Gauss avec 12, 18 et 24 points. Les erreurs relatives faites sur la méthode de Gauss sont données pour chaque valeur du rapport L/d.

rapport L/d	valeur exacte	ng = 12		ng = 18		ng = 24	
		valeur numérique	erreur relative (%)	valeur numérique	erreur relative (%)	valeur numérique	erreur relative (%)
2	1,154E+00	1,154E+00	3,97E-07	1,154E+00	8,49E-12	1,154E+00	8,49E-12
10	8,512E+02	1,857E+02	7,82E+01	1,932E+02	7,73E+01	1,932E+02	7,73E+01
50	5,936E+05	3,078E+03	9,95E+01	7,160E+03	9,88E+01	7,160E+03	9,88E+01
200	1,558E+08	4,211E+03	1,00E+02	1,307E+04	1,00E+02	1,307E+04	1,00E+02
500	6,115E+09	4,294E+03	1,00E+02	1,362E+04	1,00E+02	1,362E+04	1,00E+02
1000	9,801E+10	4,306E+03	1,00E+02	1,370E+04	1,00E+02	1,370E+04	1,00E+02

La précision est mauvaise dès que $L/d \geq 10$. De plus la saturation est très vite atteinte.

Plus le degré de r au dénominateur est important, plus l'erreur d'intégration est importante.

En conclusion, la précision de l'intégration numérique dépend non seulement du rapport de la longueur L par la distance d, mais aussi du degré de r au dénominateur de la fonction à intégrer.

III.1.3.2.2. Comportement de la fonction à intégrer.

Afin de mieux comprendre l'échec de la procédure d'intégration de Gauss, il faut étudier le comportement de la fonction à intégrer dans l'intervalle d'intégration. Pour cela nous allons considérer le cas de la figure II-4a. Dans cet exemple, la fonction à intégrer est :

$$If(\eta) = \frac{1}{r^2(\eta)} ; \text{ où } -1 \leq \eta \leq 1, \text{ et } r(\eta) = \sqrt{(\eta + 0.5)^2 + d^2} .$$

Les variations de la fonction If dans l'intervalle [-1,1] pour $L/d = 2$ et $L/d = 200$ sont représentées sur les figure II-5 a et b. Notons que pour $L/d = 2$, l'intégration numérique fournit de bons résultats.

Pour $L/d = 200$, la fonction à intégrer varie très fortement au voisinage de la coordonnée intrinsèque ($\eta_s = -0.5$). Elle atteint des valeurs très importantes comparées aux autres valeurs de l'intervalle (voir courbe (a) de la figure II- 5). Pour L/d relativement faible (figure II- 5b) ; les variations de la fonction sont douces.

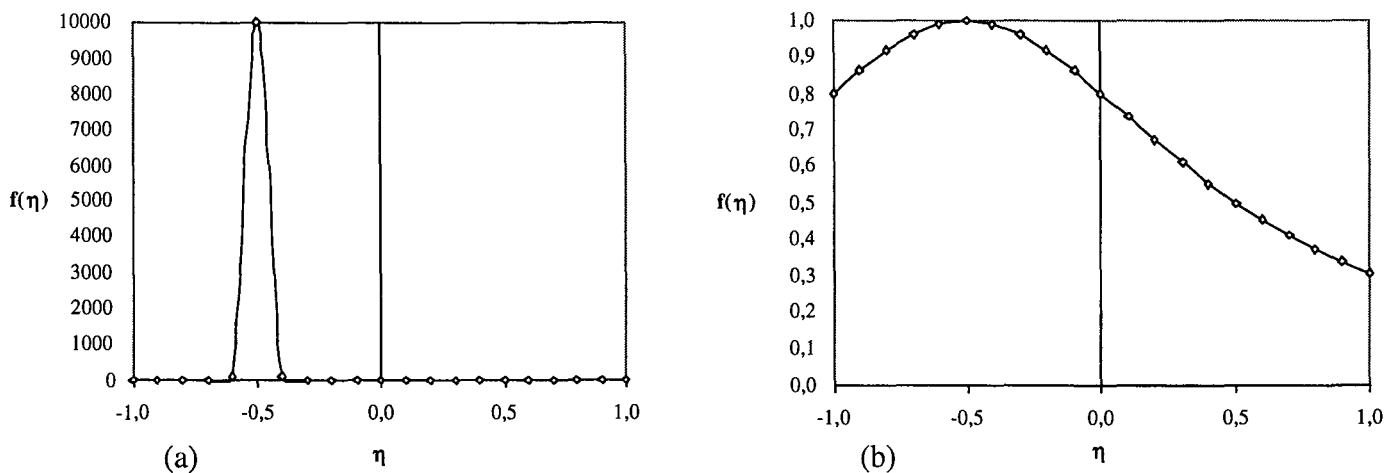


Figure II-5 : Comportement de la fonction $If(\eta)$ dans l'intervalle $[-1, 1]$, pour :
 $d = 0.01$ ($L/d = 200$)
 $d = 1$ ($L/d = 2$)

Il est clair que l'approximation numérique classique ne peut pas fournir des résultats précis pour ce type d'intégrales.

III.1.3.2.3. Régularisation de l'intégrale.

Les principales techniques utilisées pour évaluer avec une précision acceptable les intégrales quasi-singulières sont :

- La subdivision de l'élément d'intégration
- Le changement de variable polynomial ou non linéaire
- L'utilisation d'identités intégrales

La méthode de subdivision, bien qu'efficace est très lourde à mettre en œuvre et très coûteuse en temps calcul. Nous donnons ci-après quelques indications concernant les deux dernières techniques.

Soit à calculer l'intégrale de $1/r^2$ que l'on met sous la forme :

$$\bar{I}(\eta) = \int_{-1}^1 f(\eta, \eta_s) d\eta \tag{16}$$

η_s désigne la coordonnée intrinsèque du point de projection sur l'élément. Lorsque $|\eta_s| = 1$, on peut utiliser le changement de variable proposé par Telles[37] pour traiter le cas d'intégrales faiblement singulières. On pose alors : $\eta = \gamma + \frac{\eta_s}{2}(1 - \gamma^2)$.

Par suite, le Jacobien de cette transformation $J(\gamma) = \frac{d\eta}{d\gamma} = 1 + \frac{\eta_s}{2}(-2\gamma) = 1 - \gamma\eta_s$ de telle sorte que $J(\gamma)$ soit nul en $\gamma = -1$ ou 1 ; $\eta(-1) = -1$, et $\eta(1) = 1$.

L'équation (16) s'écrit donc $\bar{I}(\eta(\gamma)) = \int_{-1}^1 f(\eta(\gamma), \eta_s) J(\gamma) d\gamma$. Cette transformation grâce au Jacobien tempère les variations de l'intégrand au voisinage de η_s .

Cette approche a été étendue au cas de transformation à degré plus importants par Sato et al [37].

Dans ce cas, si η_s désigne la coordonnée intrinsèque du point de projection, on pose :

$$\eta(\gamma) = \eta_s - \frac{\eta_s}{2^{k-1}}(1 - \eta_s\gamma)^k$$

où k est l'ordre de la transformation et γ la nouvelle variable d'intégration ($\gamma \in [-1, 1]$).

Le Jacobien de cette transformation est :

$$J(\gamma) = k \frac{\eta_s^2}{2^{k-1}}(1 - \eta_s\gamma)^{k-1}$$

Lorsque la coordonnée intrinsèque $\eta_s \in]-1, 1[$, ces techniques de régularisation adaptées s'appliquent aussi. Ainsi Singh et Tanaka [37] proposent de subdiviser d'abord le domaine d'intégration en deux par rapport à la coordonnée intrinsèque η_s . L'équation (16) s'écrit dans ce cas :

$$\bar{I}(\eta) = \int_{-1}^1 f(\eta, \eta_s) d\eta = \int_{-1}^{\eta_s} f(\eta, \eta_s) d\eta + \int_{\eta_s}^1 f(\eta, \eta_s) d\eta \tag{17}$$

Ensuite, une transformation linéaire permet de ramener chacune des intégrales du membre de droite à une intégrale sur $[-1, 1]$.

Ces changement de variables tempèrent effectivement le comportement de la fonction à intégrer au voisinage de la "quasi-singularité". Elles présentent cependant le gros inconvénient de repousser les fortes variations aux extrémités du domaine d'intégration (cf figure II- 6).

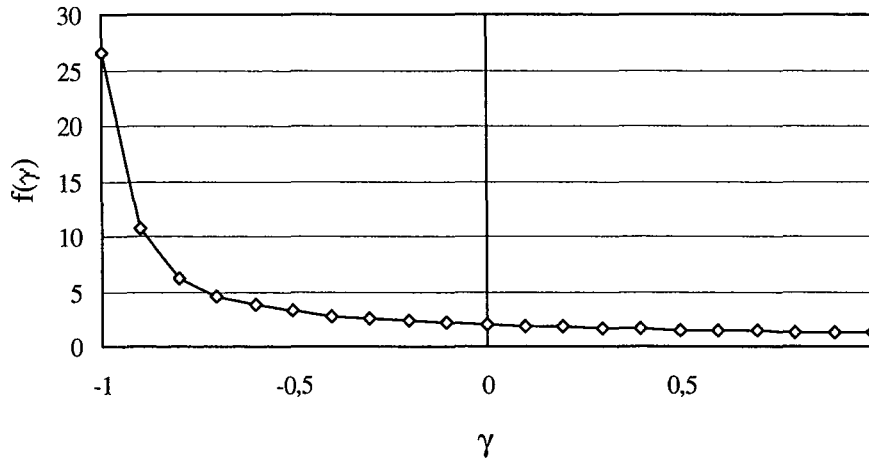


Figure II-6 : Variation de la fonction $\frac{1}{r^2(\eta)}$ avec $\eta_s = -0.5$ pour $d = 0.01$ ($L/d = 200$).

Tout porte à croire que cette technique de régularisation sera efficace pour des quasi singularités légères. Pour vérifier cela, calculons avec cette méthode les valeurs des deux intégrales (le degré $n = 2$ et $n = 4$) dans la position 1 de la figure II-4 (tableau 1 et 2).

Les résultats sont répertoriés dans les tableaux 3 et 4.

Tableau 3 : Pour différentes valeurs du rapport L/d , l'intégrale I est évaluée par le calcul direct et par la technique de régularisation de Tell avec 12, 18 et 24 points. Les erreurs relatives faites sur la méthode de régularisation sont données pour chaque valeur du rapport L/d .

rapport L/d	valeur exacte	$ng = 12$		$ng = 18$		$ng = 24$	
		technique de régularisation	erreur relative (%)	technique de régularisation	erreur relative (%)	technique de régularisation	erreur relative (%)
2	1,446E+00	1,446E+00	6,75E-13	1,446E+00	7,68E-13	1,446E+00	1,14E-12
10	1,314E+01	1,314E+01	1,11E-05	1,314E+01	1,59E-07	1,314E+01	5,95E-10
50	7,588E+01	7,613E+01	3,31E-01	7,585E+01	3,06E-02	7,588E+01	2,27E-03
200	3,115E+02	3,031E+02	2,68E+00	3,185E+02	2,24E+00	3,128E+02	4,22E-01
500	7,827E+02	5,780E+02	2,62E+01	7,443E+02	4,91E+00	7,969E+02	1,81E+00
1000	1,568E+03	7,399E+02	5,28E+01	1,208E+03	2,30E+01	1,450E+03	7,51E+00

Tableau 4 : Pour différentes valeurs du rapport L/d, l'intégrale $\int_{-1}^1 \frac{1}{r(\eta)^4} d\eta$ est évaluée par le calcul direct et en utilisant la technique de régularisation avec 12, 18 et 24 points. Les erreurs relatives faites sur la méthode de régularisation sont données pour chaque valeur du rapport L/d.

rapport L/d	valeur exacte	ng = 12		ng = 18		ng = 24	
		technique de régularisation	erreur relative (%)	technique de régularisation	erreur relative (%)	technique de régularisation	erreur relative (%)
2	1,154E+00	1,154E+00	8,29E-11	1,154E+00	8,08E-13	1,154E+00	1,19E-12
10	8,512E+02	1,940E+02	7,72E+01	1,940E+02	7,72E+01	1,940E+02	7,72E+01
50	5,936E+05	2,518E+04	9,58E+01	2,448E+04	9,59E+01	2,455E+04	9,59E+01
200	1,558E+08	1,285E+06	9,92E+01	1,636E+06	9,89E+01	1,619E+06	9,90E+01
500	6,115E+09	9,407E+06	9,98E+01	1,882E+07	9,97E+01	2,376E+07	9,96E+01
1000	9,801E+10	1,951E+07	1,00E+02	8,497E+07	9,99E+01	1,400E+08	9,99E+01

Lorsque le degré du dénominateur est faible, la méthode donne de bons résultats pour des valeurs de L/d < 200. Elle s'avère complètement inefficace pour l'intégration de la fonction 1/r⁴.

Avant d'aborder les méthodes basées sur les identités intégrales, citons d'autres techniques de régularisation. Sladek et al [38] prennent en compte les coordonnées globales dans les approximations de calcul des intégrales, en faisant une transformation optimale sur chaque intégrale quasi singulière. Une autre démarche consiste à appliquer la transformation sur la distance [39] avec utilisation du développement de Taylor. Johnston [40] applique une transformation sinusoïdale est pour lever la singularité. Young [41] applique le théorème de Stokes sur chacune des intégrales de gradient de déplacement, pour faire disparaître le terme singulier. Cruse et Richardson [42] préconisent le traitement de la singularité directement dans l'expression de l'identité de Somigliana. Pour terminer, citons une méthode de régularisation dans le plan complexe [43-44]. Granados et Gallego [45] effectue une division euclidienne de la fonction à intégrer dans le plan complexe. Le terme introduisant la quasi singularité est isolé et intégré analytiquement.

Les méthodes basées sur l'utilisation d'identités intégrales sont connues sous le nom de technique de régularisation mathématique. Globalement, on traite une intégrale quasi-singulière de manière identique au cas singulier [46].

Soit à évaluer sur un élément Γ_e donné l'intégrale :

$$\int_{\Gamma_e} [u_i(x)] T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x)$$

On réécrit cette intégrale sous la forme :

$$\int_{\Gamma_e} [u_i(x) - u_i(\xi_p)] T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma_e} u_i(\xi_p) T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x)$$

La quasi-singularité est éliminée de la première intégrale car le numérateur tend vers zéro lorsque x tend vers ξ_p . Le problème de l'intégration numérique est complètement éliminé si on sait calculer avec une bonne précision le deuxième terme, c'est à dire l'intégrale $I_S = \int_{\Gamma_e} T_{ij}(x, \xi) d\Gamma(x)$. Remarquons que :

$$T_{ij}(x, \xi) = \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu})(n_i r_{,j} - n_j r_{,i}) \frac{1}{r} - (1-2\bar{\nu}) \delta_{ij} \frac{r_{,k} n_k}{r} - 2 \frac{r_{,i} r_{,j} r_{,k} n_k}{r} \right]$$

Définissons l'opérateur différentiel d_{ij} de la manière suivante :

$$d_{ij}[f] = n_i f_{,j} - n_j f_{,i}$$

où f est une fonction du point x appartenant à la frontière Γ_e , et n_k est la k ème composante du vecteur normal au point x .

Sachant que :

$$(r_{,i} r_{,k})_{,j} = \frac{\delta_{ij} r_{,k} + \delta_{jk} r_{,i}}{r} - 2 \frac{r_{,i} r_{,j} r_{,k}}{r} \text{ et } (r_{,i} r_{,k})_{,k} = 0.$$

On peut écrire les relations suivantes :

$$d_{ij}[\ln(r)] = n_i \frac{r_{,i}}{r} - n_j \frac{r_{,j}}{r} \quad (18)$$

$$d_{kj}[r_{,i} r_{,k}] = n_k (r_{,i} r_{,k})_{,j} - n_k (r_{,i} r_{,k})_{,k} = \frac{1}{r} (\delta_{ij} n_k r_{,k} - 2 r_{,i} r_{,j} r_{,k} n_k) \quad (19)$$

Par suite on a :

$$\begin{aligned} T_{ij}(x, \xi) &= \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu})(n_i r_{,j} - n_j r_{,i}) \frac{1}{r} - (1-2\bar{\nu}) \delta_{ij} \frac{r_{,k} n_k}{r} - 2 \frac{r_{,i} r_{,j} r_{,k} n_k}{r} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu}) \frac{n_i r_{,j} - n_j r_{,i}}{r} + \frac{1}{r} (\delta_{ij} n_k r_{,k} - 2 r_{,i} r_{,j} r_{,k} n_k) \right] - \frac{1}{2\pi} \delta_{ij} \frac{r_{,k} n_k}{r} \end{aligned}$$

En utilisant les équations (18) et (19), l'expression précédente s'écrit :

$$T_{ij}(x, \xi) = \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu}) d_{ij}[\ln(r)] + d_{kj}[r_{,i} r_{,k}] \right] - \frac{1}{2\pi} \delta_{ij} \frac{r_{,k} n_k}{r}$$

Finalement l'intégrale I_S devient :

$$I_S = \int_{\Gamma_e} \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left\{ (1-2\bar{\nu}) d_{ij}[\ln(r)] + d_{kj}[r_{,i} r_{,k}] \right\} d\Gamma - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_e} \delta_{ij} \frac{r_{,k} n_k}{r} d\Gamma$$

Désignons par x_I et x_F respectivement les points origine et extrémité de l'élément. Le théorème de Stokes en dimension 2 s'écrit :

$$\int_{x_I}^{x_F} d_{ij}[f] d\Gamma = \varepsilon_{ij3} [f(x_F) - f(x_I)]$$

Compte tenu de ce théorème, on peut écrire:

$$I_S = \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu})\varepsilon_{ij3} \ln(r) + \varepsilon_{kj3} r_{,i} r_{,k} \right]_{x_i}^{x_F} - \frac{\delta_{ij}}{2\pi} \int_{\Gamma/\Gamma_a} n_k \frac{r_{,k}}{r} d\Gamma$$

$$= I_{ij}^{ca}(y) + \delta_{ij} I^{ca}(y)$$

où

$$I_{ij}^{ca}(y) = \frac{1}{4\pi(1-\bar{\nu})} \left[(1-2\bar{\nu})\varepsilon_{ij3} \ln(r) + \varepsilon_{kj3} r_{,k} r_{,i} \right]_{x_i}^{x_F}, \quad I^{ca}(y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma/\Gamma_a} n_k(x) \frac{r_{,k}}{r} d\Gamma(x) \quad (20)$$

Connaissant les nœuds extrémités de chaque élément d'intégration, la première intégrale de l'équation (20) se calcule aisément. Reste à évaluer la deuxième intégrale, c'est l'expression du terme d'angle solide, il se calcule de la façon suivante :

$$I^{ca}(y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma/\Gamma_a} \frac{n_k r_{,k}}{r} d\Gamma = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma/\Gamma_a} \frac{n_1 r_{,1} + n_2 r_{,2}}{r^2} d\Gamma$$

Sur chaque frontière Γ , nous pouvons écrire l'identité suivante : $n_k d\Gamma = \varepsilon_{km3} dr_m$. Par conséquent, l'intégrale précédente s'évalue de la manière suivante :

$$I^{ca}(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma/\Gamma_a} \frac{r_2 dr_1 - r_1 dr_2}{r^2} = \frac{1}{2\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right) \right]_{x_i}^{x_F}$$

Une approche du même type peut être utilisée pour le calcul des contraintes en un point interne y . Notons η_S le point frontière le plus proche du point y . Utilisons le champ de déplacement linéaire $u_i(x) = u_i(\eta_S) + (x_k - \eta_{Sk}) u_{i,k}(\eta_S)$.

En utilisant ce champ de déplacement linéaire, l'équation (8) s'écrit encore :

$$\sigma_{ij}(y) = \int_{\Gamma} [t_i(x) - t_i(\eta_S)] D_{lji}(x-y) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} [u_i(x) - u(\eta_S) - (x_k - \eta_{Sk}) u_{i,k}(\eta_S)] S_{lji}(x,y) d\Gamma(x) \quad (21)$$

$$+ u_{i,k}(\eta_S) L_{ljk}(y, \eta_S) + u_i(\eta_S) I_{lji}(y)$$

avec

$$L_{ljk}(y, \eta_S) = C_{ljk} + C_{ljpk} I_{ip}(y) - C_{plik} \int_{\Gamma} [n_l(x) - n_l(\eta_S)] D_{ljp}(x-y) d\Gamma(x)$$

$$I_{lji}(y) = -\int_{\Gamma} S_{lji}(x,y) d\Gamma(x) = 0 \text{ pour une surface fermée}$$

où $I_{ip}(y) = \int_{\Gamma} n_k(x) \partial_m H_{ikpm}(r) d\Gamma(x)$. Pour une surface fermée, on a $I_{ip}(y) = 0$.

Finalement L_{ljk} devient

$$L_{ljk}(y, \eta_S) = C_{ljk} - C_{plik} \int_{\Gamma} [n_l(\eta) - n_l(\eta_S)] D_{ljp}(\eta - y) d\Gamma(\eta)$$

Le gradient du déplacement au point η_S peut s'écrire sous la forme suivante :

$$u_{i,k}(\eta_S) = a_{ikp}(\eta_S)t_p(\eta_S) + b_{ikp}(\eta_S)\frac{\delta u_p}{\delta \tau}(\eta_S) \quad (22)$$

avec

$$a_{ikp} = \frac{1}{\mu} \left[\delta_{ip} - \frac{1}{2(1-\bar{\nu})} n_i n_p \right] n_k$$

$$b_{ikl} = \delta_{ip} \tau_k - \left(\frac{\bar{\nu}}{1-\bar{\nu}} n_i \tau_p + \tau_i n_p \right) n_k$$

En remplaçant $u_{i,k}$ par l'expression (22) dans l'équation (21), il vient :

$$\sigma_{ij}(y) = \int_{\Gamma} [t_i(\eta) - t_i(\eta_S)] D_{lji}(\eta, y) d\Gamma(\eta) - \int_{\Gamma} \left[u_i(\eta) - u(\eta_S) - (\eta_k - \eta_{Sk}) b_{ikp}(\eta_S) \frac{\delta u_p}{\delta \tau} \right] S_{lji}(\eta, y) d\Gamma(\eta) \quad (23)$$

$$+ a_{ikp}(\eta_S) t_p(\eta_S) \left[L_{ljk}(y, \eta_S) + \int_{\Gamma} (\eta_k - \eta_{Sk}) S_{lji}(\eta, y) d\Gamma(x) \right] + b_{ikp}(\eta_S) \frac{\delta u_p}{\delta \tau}(\eta_S) L_{ljk}(y, \eta_S)$$

Cette expression est celle que nous avons utilisé dans nos calculs.

III.2. Méthode de décomposition de domaine

La méthode de décomposition en sous domaines [11-13] dont Schwarz a été le précurseur en 1870 a pour principe de décomposer la structure en entités simples. A l'origine cette méthode a été conçue pour la résolution numérique des Equations aux Dérivées Partielles de la physique sur des géométries compliquées et des grilles fines par la méthode Elément Finis [12]. Elle se transpose aisément à la méthode des Eléments de Frontières.

En principe, elle permet de travailler en parallèle sur des sous structures simples que l'on recolle ensuite. Ce "recollement" est traité de différentes manières selon la façon dont le domaine initial a été partitionné [13, 52-53]. Le fait de travailler sur des bouts de domaines de géométrie simples réduit du coup la dimension du système linéaire à résoudre. Ainsi la précision sur les résultats du calcul est meilleure.

Dans notre étude, nous utilisons une méthode de décomposition sans recouvrement [11, 13] c'est-à-dire que les divers sous domaines ne se chevauchent pas.

Cette stratégie que nous appliquons dans l'analyse de composites substrat/film (multicouche), permet aussi de traiter le cas d'un composite à film monolithique.

IV. ALGORITHMES DE RESOLUTION.

Chaque constituant homogène de notre système est considéré séparément. Ainsi, pour chacun de ces domaines, l'application de la méthode des éléments de frontière fournit un système d'équations du type (14).

On peut bien entendu les assembler dans un seul système compte tenu des équations de compatibilité aux interfaces. Une telle stratégie est inadaptée lorsque le nombre de sous domaines est important.

Il faut avoir alors recours aux algorithmes initialement établis pour le calcul parallèle. Nous avons considéré deux de ces approches. La première est due à Schwartz [11] et la seconde à été présentée par Ladevèze [12]. Dans ces deux approches, chacune des matrices de la relations (15) est réorganisée de telle manière que les points, n'appartenant pas à une interface constituent un bloc et les autres un autre.

En désignant par A la matrice H ou G, on écrit alors : $[A] = [A_{ni} \ A_i]$. On effectue de la même manière une partition des vecteurs $\{U\}$ et $\{T\}$. On a alors : $\{U\} = \begin{Bmatrix} U_{ni} \\ U_i \end{Bmatrix}$ et $\{T\} = \begin{Bmatrix} T_{ni} \\ T_i \end{Bmatrix}$. Les indices i correspondent aux points appartenant aux interfaces, et les autres ni.

IV.1. L'algorithme de Schwartz

Nous avons particularisé la version sans recouvrement de cet algorithme itératif au cas de structures revêtues.

Considérons un système mécanique à N constituants homogènes comme le montre la figure II-7.

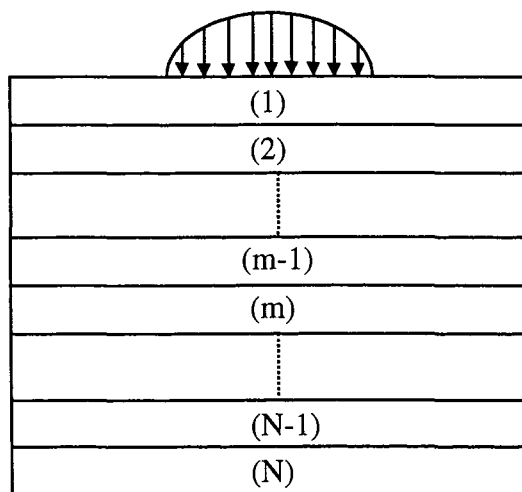
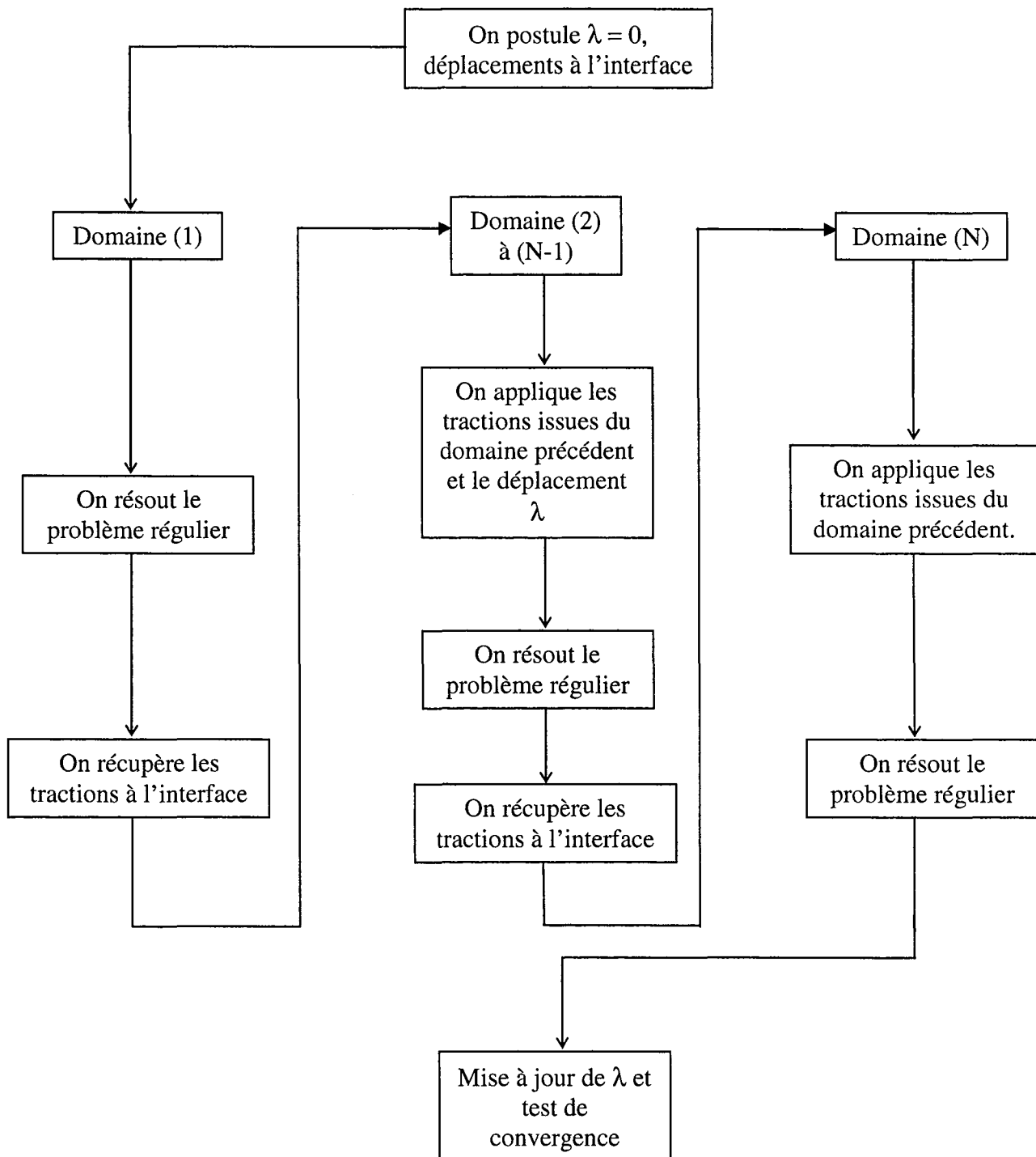


Figure II-7 : Configuration d'un système contenant N domaines homogènes.

Supposons le chargement appliqué au domaine (1) et les déplacements imposés sur une partie du domaine (N).

Compte tenu de cette particularité, à l'interface entre les domaines m et $m+1$, on postulera pour le domaine m les déplacements et pour l'autre les tensions. Il s'ensuit l'algorithme suivant :



IV.2. Méthode de Ladevèze.

Une autre méthode mieux adaptée à la prise en compte d'un éventuel comportement de l'interface est celle due à Ladevèze [12]. En effet chaque domaine est une entité physique à part entière avec sa propre loi de comportement. Nous nous sommes limités au cas d'interfaces à liaisons parfaites

Soit donc U_k^i les valeurs des déplacements à l'interface du domaine k, obtenues à l'itération i. Pour déterminer U_k^{i+1} , on procède en deux temps.

On détermine les tensions et déplacements aux nœuds de l'interface par :

$$\begin{cases} \tilde{T}_k^i = -\tilde{T}_{k+1}^i = \frac{1}{2}(T_k^i + T_{k+1}^i) - \frac{h}{2}(U_k^i - U_{k+1}^i) \\ \tilde{U}_k^i = \tilde{U}_{k+1}^i = \frac{1}{2}(U_k^i + U_{k+1}^i) - \frac{1}{2h}(T_k^i + T_{k+1}^i) \end{cases} \quad (24)$$

où h est appelé direction de recherche, c'est un paramètre scalaire positif.

Dans cette relation, on a regroupé dans les termes à indice k+1 les contributions dues aux autres domaines ayant les interfaces considérés en commun avec le domaine courant.

Finalement les déplacements U_k^{i+1} et U_{k+1}^{i+1} à l'interface des domaines k et k+1 sont donnés par la relation (25) :

$$\begin{cases} U_k^{i+1} = \tilde{U}_k^i - \frac{1}{h}(T_k^{i+1} - \tilde{T}_k^i) \\ U_{k+1}^{i+1} = \tilde{U}_{k+1}^i - \frac{1}{h}(T_{k+1}^{i+1} + \tilde{T}_{k+1}^i) \end{cases} \quad (25)$$

Le vecteur déplacement s'écrit en fonction du vecteur contrainte.

Pour chaque sous domaine du système, on a la relation :

$$[H_{ni} \quad H_i] \begin{Bmatrix} U_{ni} \\ U_i \end{Bmatrix} = [G_{ni} \quad G_i] \begin{Bmatrix} T_{ni} \\ T_i \end{Bmatrix}$$

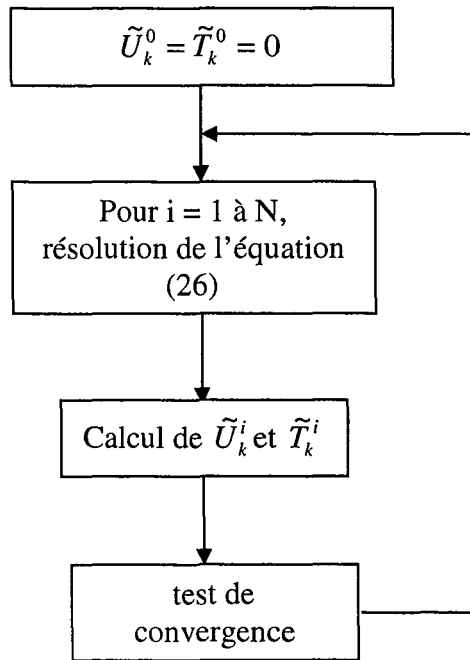
La prise en compte des conditions aux limites conduit au système d'équations :

$$[A \quad H_i - G_i] \begin{Bmatrix} X \\ U_i \\ T \end{Bmatrix} = \{F\}, \text{ où on a regroupé dans le vecteur } X, \text{ toutes les inconnues non situées}$$

à l'interface. Remplaçant U_i par l'expression (25), il vient :

$$[A \quad -(H_i/h + G_i)] \begin{Bmatrix} X \\ T_i \end{Bmatrix} = \{F\} - [H_i] \begin{Bmatrix} \tilde{U}_k^i + \frac{1}{h}\tilde{T}_k^i \end{Bmatrix} \quad (26)$$

Ce dernier système peut être résolu par une méthode classique dès qu'on connaît le second membre. Il s'ensuit donc l'algorithme suivant :



CONCLUSION

Dans cette partie de notre mémoire, nous avons rappelé les équations générales régissant les problèmes que nous avons traités. Nous avons exposé les grandes lignes de la mise en œuvre de la méthode numérique des éléments de frontière.

Nous avons ensuite montré le soin particulier qu'il faut apporter aux procédures d'intégration numérique. En effet, certaines intégrales présentent un comportement "pathologique" vis à vis de l'intégration numérique et doivent être traitées avec beaucoup de soins.

Nous avons ensuite présenté les principes de deux méthodes de décomposition en sous domaines. Cette démarche est nécessaire lorsque la structure analysée comporte un revêtement constitué de plusieurs couches.

L'utilisation de la méthode des éléments de frontières offre l'avantage de donner des résultats numériques beaucoup plus précis par rapport à ceux des éléments finis ; principalement pour les problèmes de contact. Cette technique est un outil puissant d'analyse des problèmes de contact. De plus, combiner cette méthode à celle de décomposition de domaine, permet de diminuer le temps de calcul, et d'assurer une meilleure convergence.

CHAPITRE III

MODELISATION ELASTOSTATIQUE DU COMPOSITE AVEC SIMULATION DES EFFORTS DE CONTACT.

CHAPITRE III

MODELISATION ELASTOSTATIQUE DU COMPOSITE AVEC SIMULATION DES EFFORTS DE CONTACT.....	56
INTRODUCTION.....	58
I. HYPOTHESES DE TRAVAIL.....	59
II. MATERIAU HOMOGENE ISOTROPE.....	60
II.1. Contact statique sans frottement.	60
II.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).	62
III. REVETEMENT MONOLITHIQUE.....	64
III.1. Dépôt de tungstène sur du silicium.	64
III.1.1. Contact statique sans frottement.	64
III.1.1.1. Effet de l'épaisseur.....	67
III.1.1.2. Effet du module de Young du film.....	69
III.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).	70
III.2. Dépôt de chrome sur de l'acier ($E_f/E_s = 1,65$).	74
III.2.1. Contact statique sans frottement.	74
III.2.2. Contact glissant avec frottement.	77
III.3. Dépôt de D.L.C. sur de l'acier ($E_f/E_s = 0,8$).	80
III.3.1. Contact statique sans frottement.	80
III.3.2. Contact glissant avec frottement.	83
IV. REVETEMENTS MULTICOUCHES.....	86
IV.1. Architecture du type BABA.	86
IV.1.1. Contact statique sans frottement.	87
IV.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).	90
IV.2. Revêtement à gradient de propriétés.	93
IV.2.1. Contact statique sans frottement.	94
IV.2.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).	97
CONCLUSION.....	101

INTRODUCTION.

L'objectif de notre étude est d'analyser les conditions de résistance de la structure vis à vis de la plastification et de la décohésion à l'interface. Nous utilisons essentiellement l'état de contraintes dans la structure.

Dans ce chapitre, nous considérerons un composite plan en élastostatique, et simulons les efforts de contact par une répartition de type Hertz. Cette approche est une bonne approximation du problème aussi longtemps qu'on ne s'intéresse qu'à l'état de contrainte dans la structure résultant des seules forces de contact [54].

En déformations planes, sous sollicitation de contact, l'initiation de la déformation plastique est en général associée à la valeur de la contrainte de cisaillement maximal (τ_{max}). L'analyse qui va suivre, utilisera donc essentiellement les évolutions de τ . Nous travaillons dans le repère cartésien (O, x, z).

La contrainte τ est définie par :

$$\tau = \frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2| \tag{1}$$

où les contraintes principales maximale σ_1 et minimale σ_2 ont pour expressions :

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2}{4} + \tau_{xz}^2} \\ \sigma_2 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2}{4} + \tau_{xz}^2} \end{cases} \tag{2}$$

où la contrainte de traction est donnée par σ_{xx} , σ_{zz} représente la contrainte de compression et τ_{xz} celle de cisaillement dans le plan (x, z).

Si nous désignons par k la limite d'élasticité en cisaillement du matériau, la plastification va s'amorcer quand $\tau > k$. Par souci de généralité, autant que possible, nous travaillerons avec les grandeurs adimensionnelles x/a_H , z/a_H , σ_{xx}/P_0 , τ_{xz}/P_0 , σ_{zz}/P_0 et τ/P_0 ; où a_H désigne la demi largeur de contact, et P_0 la pression maximale de contact. Pour les matériaux revêtus, les grandeurs a_H et P_0 sont calculées en considérant que nous avons un massif semi infini constitué du film.

Diverses architectures de revêtements peuvent être utilisées pour améliorer la durée de vie des segments dans un moteur à combustion. Le film peut être monolithique, constitué d'un empilement de couches de propriétés mécaniques différentes ou à gradient de propriétés. En général, le choix de l'architecture est effectué de manière empirique et la résistance de la structure estimée "après coup". L'analyse de l'état de contraintes dans de telles structures peut permettre d'effectuer un choix « éclairé » compte tenu des conditions d'utilisation de l'ensemble. Pour une telle étude, il est suffisant de simuler les efforts de contact par une répartition elliptique [54].

Après avoir rappelé les résultats dans un matériau homogène isotrope ; nous allons analyser le cas du film monolithique bien qu'il ait déjà été considéré par de nombreux auteurs aussi bien dans le cas bidimensionnel que tridimensionnel [55-59]. Pour terminer, nous nous intéressons à d'autres architectures de films.

I. HYPOTHESES DE TRAVAIL.

Le problème considéré est schématisé sur la figure III-1 ci-après. Il s'agit du problème classique de sollicitation en contact d'un composite film/substrat.

L'indenteur est un diamant de rayon 0,5 mm. Une force de 1 N/mm² sera appliquée sur celui-ci. Le revêtement a pour module d'Young E_f et pour coefficient de Poisson ν_f . Le substrat, dont les dimensions sont choisies de telles sortes qu'on puisse l'assimiler à un massif semi-infini a pour constantes mécaniques E_s et ν_s .

Les forces de contact entre la chemise (plan du contact) et le segment seront modélisées par une répartition de type Hertz [60-61]. Rappelons que Gupta et al [54] ont montré que ce type d'approximation ne modifie pas de manière notable le champ des contraintes dans les domaines.

Pendant le mouvement du piston, le segment glisse sur la chemise. Il naît entre les deux antagonistes du contact des efforts tangentiels $q(x)$ que l'on décrit en utilisant la loi de Coulomb. Ainsi en chaque point de la zone de contact on a $|q(x)| = \mu \cdot |p(x)|$ où μ désigne le coefficient de frottement. Pour nos analyses, nous utilisons essentiellement un coefficient de frottement $\mu = 0,2$.

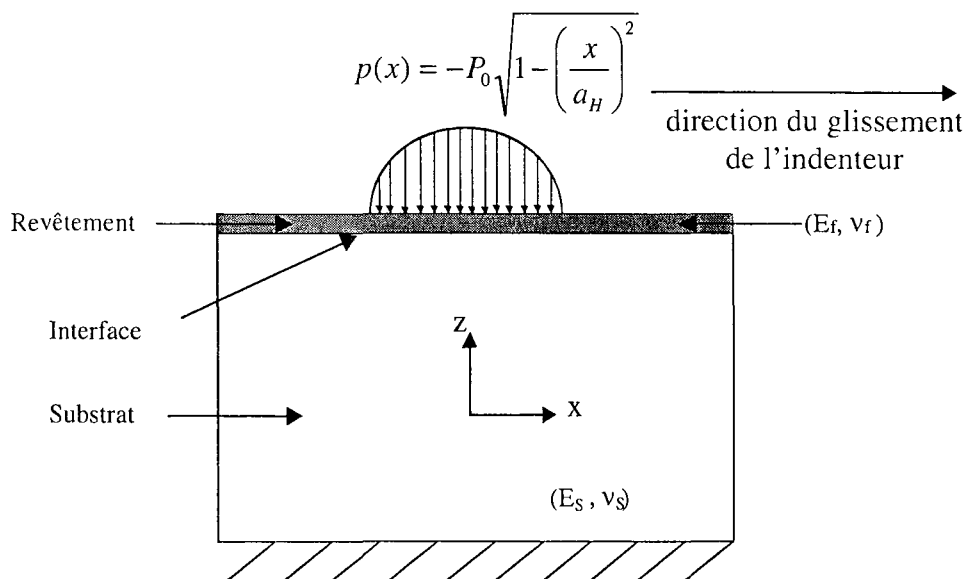


Figure III-1: Contact entre le segment et le cylindre avec précision de la direction du glissement en présence du frottement.

Dans ce qui va suivre, nous allons représenter les courbes de niveau des différentes composantes du tenseur des contraintes. Comme nous travaillons en déformation plane, elles sont au nombre de trois à savoir : σ_{xx} la contrainte suivant la direction x , τ_{xz} la contrainte de cisaillement dans le plan (x, z) et σ_{zz} la contrainte suivant la direction z . En plus de ces trois composantes, nous allons représenter les isovaleurs de la contrainte de Tresca. Cette dernière va nous permettre de localiser les points d'initiation de la plastification.

II. MATERIAU HOMOGENE ISOTROPE.

Pour commencer, nous allons présenter les principaux résultats obtenus en contact statique sans frottement et en contact glissant avec frottement, pour un matériau homogène isotrope ayant les caractéristiques mécaniques du substrat. Dans cette étude le matériau homogène utilisé, est le silicium. Rappelons que cette résolution peut se faire aisément analytiquement [61, 62]. L'objectif de ce paragraphe est de comparer nos solutions à celles obtenus par la démarche analytique.

II.1. Contact statique sans frottement.

Sur la figure III-2, nous avons représenté les courbes d'isocontraintes des différentes composantes du tenseur des contraintes à savoir σ_{xx} en figure 2a, τ_{xz} en figure 2b, σ_{zz} en figure 2c et τ en figure 2d.

Nous avons une parfaite symétrie des isovaleurs dans le matériau par rapport à l'axe de chargement, pour toutes les contraintes (figure III-2). Les contraintes σ_{xx} et σ_{zz} (figure III-2a et c) ont leurs maxima en valeur absolue à la surface chargée. Ce qui prouve que dans les directions x et z c'est la surface chargée qui est la plus éprouvée. Ces maxima sont sur l'axe de chargement maximal. Tandis que pour les deux autres contraintes, elles ont leur maxima dans le matériau. Pour la contrainte de cisaillement τ_{xz} (figure III-2b), la valeur la plus élevée des contraintes est aux limites de la zone de contact. 0,3 (voir figure III-2d) de la contrainte de Tresca se trouve environ à une distance $z = -0,78a_H$, sur l'axe maximal de chargement. Ce dernier étant le centre de l'isocontrainte maximale, sera le lieu le plus probable d'initiation de la plastification.

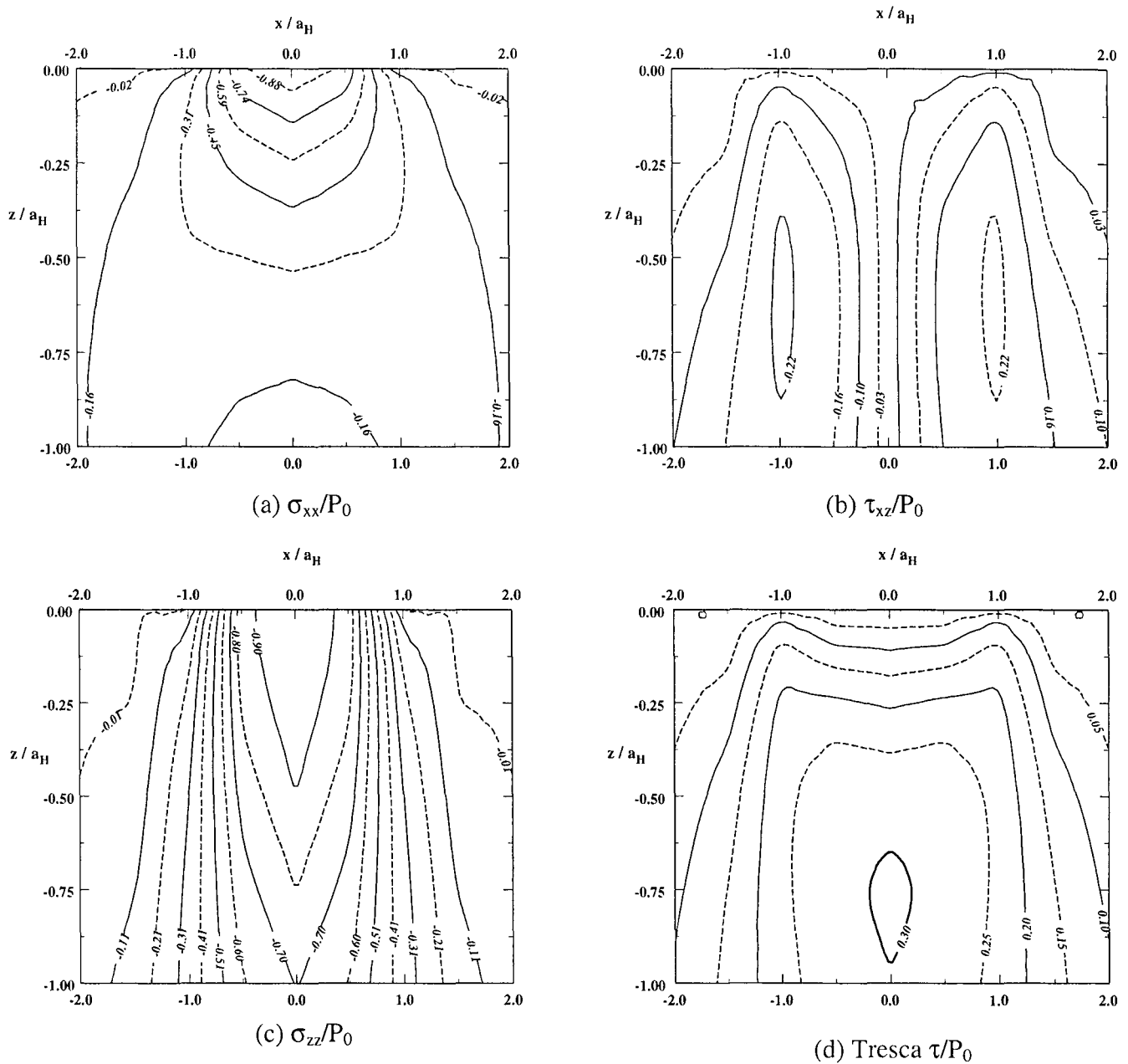


Figure III-2 : Les isovaleurs des contraintes résolues dans le cas d'un substrat isotrope en contact statique ($\mu = 0$).

Afin de voir la précision des valeurs des contraintes obtenues par la méthode des éléments frontières, nous allons comparer les valeurs de Tresca à celle du modèle analytique (voir annexe 3).

Sur la figure III-3, nous avons représenté les valeurs analytiques de τ suivant les axes $x/a_H = 0 ; 0,5$ et 1 et celles données par la méthode de résolution numérique des éléments de frontières

Suivant chacun des profils, les courbes sont identiques, avec la valeur maximale $0,3$ de τ obtenue en $z = -0,78a_H$ sur l'axe de chargement maximal $x/a_H = 0$.

Les résultats obtenus numériquement coïncident bien avec ceux de la résolution analytique, notre méthode de résolution est validée.

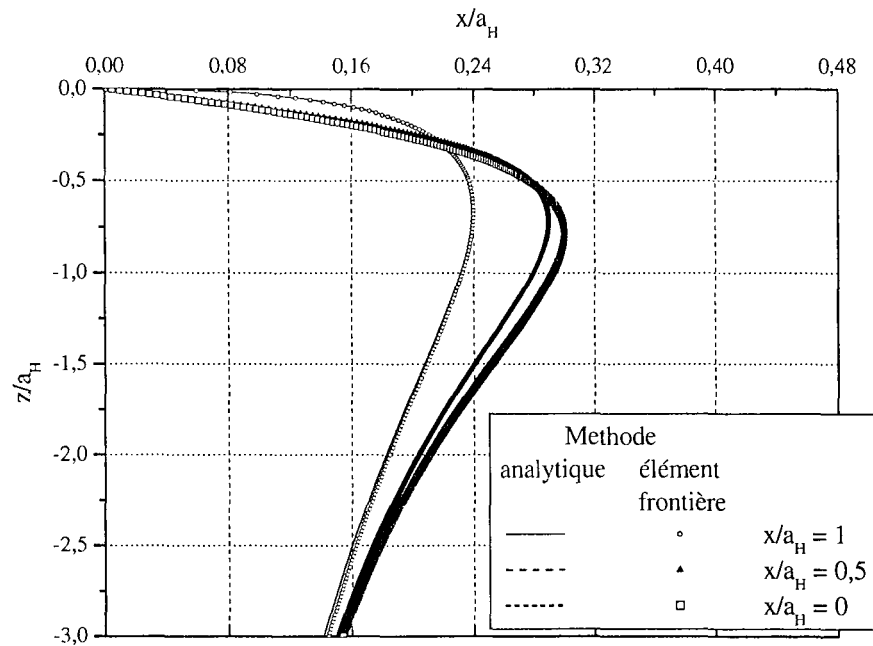


Figure III-3 : Comparaison des valeurs analytiques de τ/P_0 sur l'axe Oz à celles obtenues par la méthode des éléments de frontière dans le cas d'un substrat isotrope en contact statique ($\mu = 0$).

Que se passe-t-il quand le frotteur glisse par rapport à l'échantillon avec un coefficient de frottement de 0,2 ?

II.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).

La présence du glissement dans le contact induit des efforts tangentiels. Ces derniers sont responsables de la perturbation de la symétrie des isovaleurs des contraintes σ_{xx} , τ_{xz} et de Tresca τ (voir les figures III-4a, 4b et 4d). Les déplacements des contraintes s'effectuent dans le sens contraire de la direction du glissement de l'indenteur. Les maxima se sont déplacés vers l'arrière du contact, avec une augmentation de leurs valeurs. Les isocontraintes σ_{zz} sont semblables à celles obtenues pour le contact statique sans frottement, car les efforts suivant z sont les mêmes dans les deux situations (figure III-4c). Nous avons une augmentation des valeurs des contraintes de τ_{xz} (en valeur absolue) et de Tresca à la surface chargée avec le frottement. La valeur maximale est de 0,16 contre 0,03 dans le cas précédent pour la contrainte de cisaillement τ_{xz} ; et 0,2 contre 0,05 pour Tresca). A l'intérieur du film, l'îlot 0,3 s'est renforcé à l'arrière du contact.

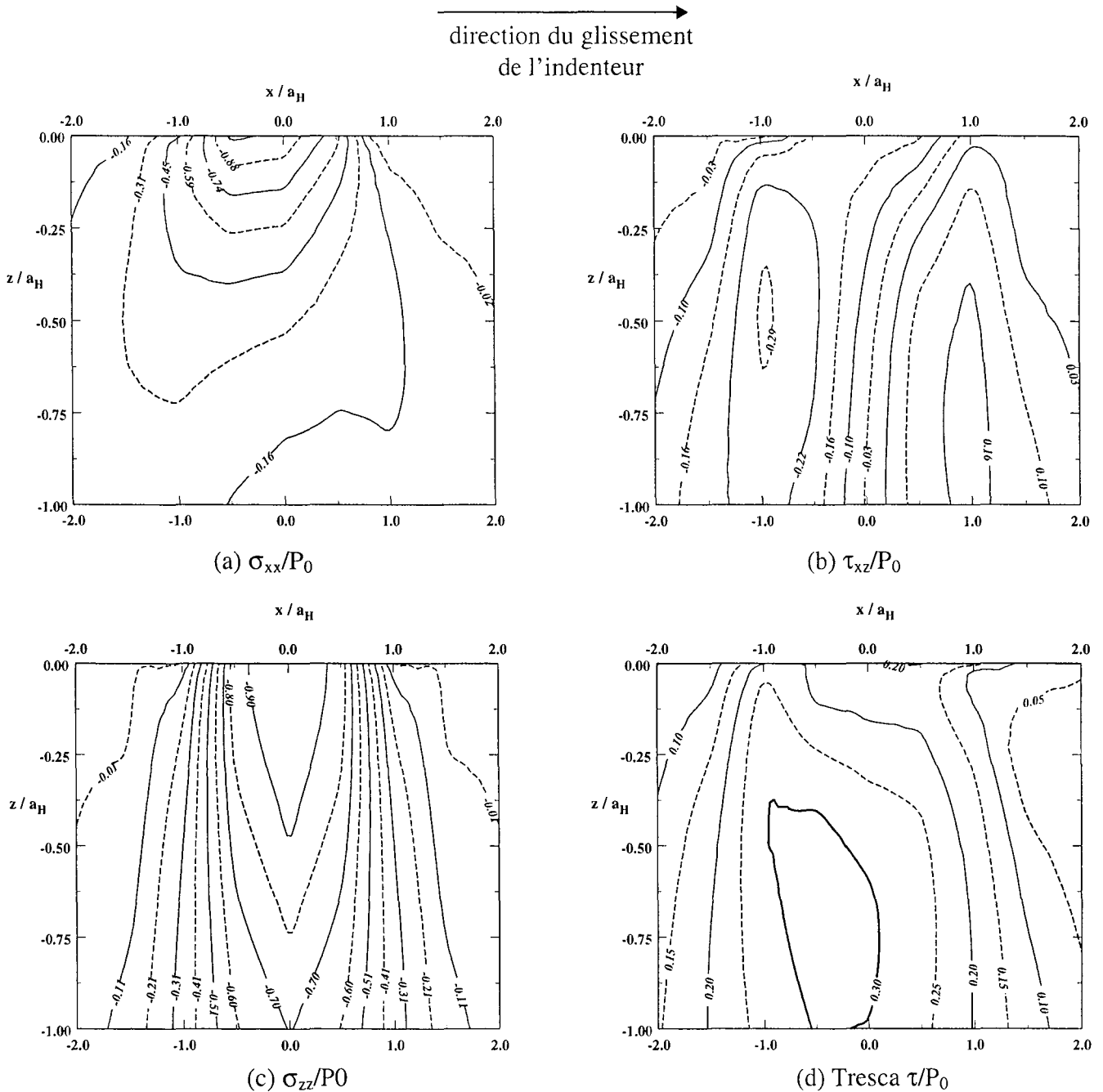


Figure III-4 : Les isovaleurs des contraintes résolues dans le cas d'un substrat isotrope en contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).

En contact glissant avec frottement, nous pouvons en déduire que les efforts tangentiels, en plus d'augmenter les niveaux des contraintes τ_{xz} et de Tresca τ dans le matériau, provoquent l'accroissement des valeurs de ces dernières à la surface chargée.

Dans le paragraphe qui va suivre, nous allons analyser la situation pour un matériau homogène isotrope, revêtu d'un film de faible épaisseur.

III. REVETEMENT MONOLITHIQUE.

Nous nous limitons aux cas où l'épaisseur résolue du film (t/a_H) (t épaisseur physique du film) est inférieure à 1, car nous avons montré dans le chapitre I, que le rapport est toujours inférieur à 1 dans notre étude. Pour ce qui concerne le rapport des modules de Young (E_f/E_s), nous avons les deux cas, E_f/E_s supérieur à 1 (1,65) pour le dépôt de chrome et E_f/E_s inférieur à 1 (0,8) pour le D.L.C..

Dans le cas des matériaux revêtus, aucune solution analytique n'existe. L'analyse des contraintes dans le composite est traitée par une méthode semi analytique [54, 56, 63], où par la méthode très utilisée des éléments finis [57-59].

Avant d'étudier les deux valeurs du rapport des modules de Young, nous allons d'abord faire le cas d'école de 2,44. En effet, cette situation a déjà été considérée par d'autres auteurs [65- 66]. Cette étude nous intéresse, car il va nous permettre de valider notre algorithme dans le cas d'un bimatériau.

III.1. Dépôt de tungstène sur du silicium.

Les résultats présentés concernent essentiellement le cas $t/a_H = 0,5$ et $E_f/E_s = 2,44$; ce qui représente par exemple un film de Tungstène sur un substrat de silicium.

III.1.1. Contact statique sans frottement.

Les contours des contraintes suivant la direction z (figure III-5c), sont plus près de la surface que ceux obtenus dans le cas homogène de module d'Young E_s (figure III-2c). Les contraintes τ_{xz} sont symétriques en valeur absolue par rapport à l'axe de chargement maximal, sur lequel elles sont nulles (fig III-5b). La valeur maximale de τ_{xz} est à $z = -0,3a_H$ dans le film, à la verticale sous la limite du contact. Comparé au cas du milieu homogène de module d'Young E_s (figure III-2b), les valeurs des contraintes σ_{xx} sont en valeur absolue plus importantes au voisinage de la surface chargée et moins élevées au voisinage de l'interface. A l'interface, apparaissent des discontinuités de contraintes. Il en résulte une modification notable du profil des contraintes de Tresca τ dans l'échantillon. Dans le film, cette contrainte prend ses valeurs les plus importantes en dessous des limites du contact. On note aussi l'apparition d'un minimum global le long de l'axe de symétrie du chargement à $z = -0,2a_H$. Les valeurs de la contrainte de Tresca (figure III-5d) sont plus élevées dans le substrat, comparée à la situation où ce dernier n'est pas revêtu (figure III-2d).

En comparant les quatre courbes de la figures III-5, on observe que les positions des maxima à l'intérieur du film sont identiques pour les contraintes τ_{xz} et de Tresca τ , c'est à dire aux limites du contact. A la surface chargée, la localisation du maximum est identique à celle des contraintes σ_{xx} et σ_{zz} , c'est à dire au centre du chargement. Ces courbes correspondent à celles obtenues auparavant par d'autres auteurs [64-66]. Notre démarche est validée pour les couches minces.

Pour les isovalues de Tresca (figure III-5d), la contrainte maximale se trouve dans le substrat. Pour le dépôt, les maxima sont localisées sur les bords de contact à l'intérieur de ce dernier. Les contraintes de cisaillement τ_{xz} (figure III-5b) sont en valeur absolue importantes sur les bords du contact dans le film. On pourrait penser que dans le film, les lieux de maxima sont dictés à ceux de la contrainte de cisaillement τ_{xz} .

Sachant que les fissures de Hertz s'initient au lieu de la contrainte maximale ; dans le film, les fissures de Hertz vont se propager en front du contact.

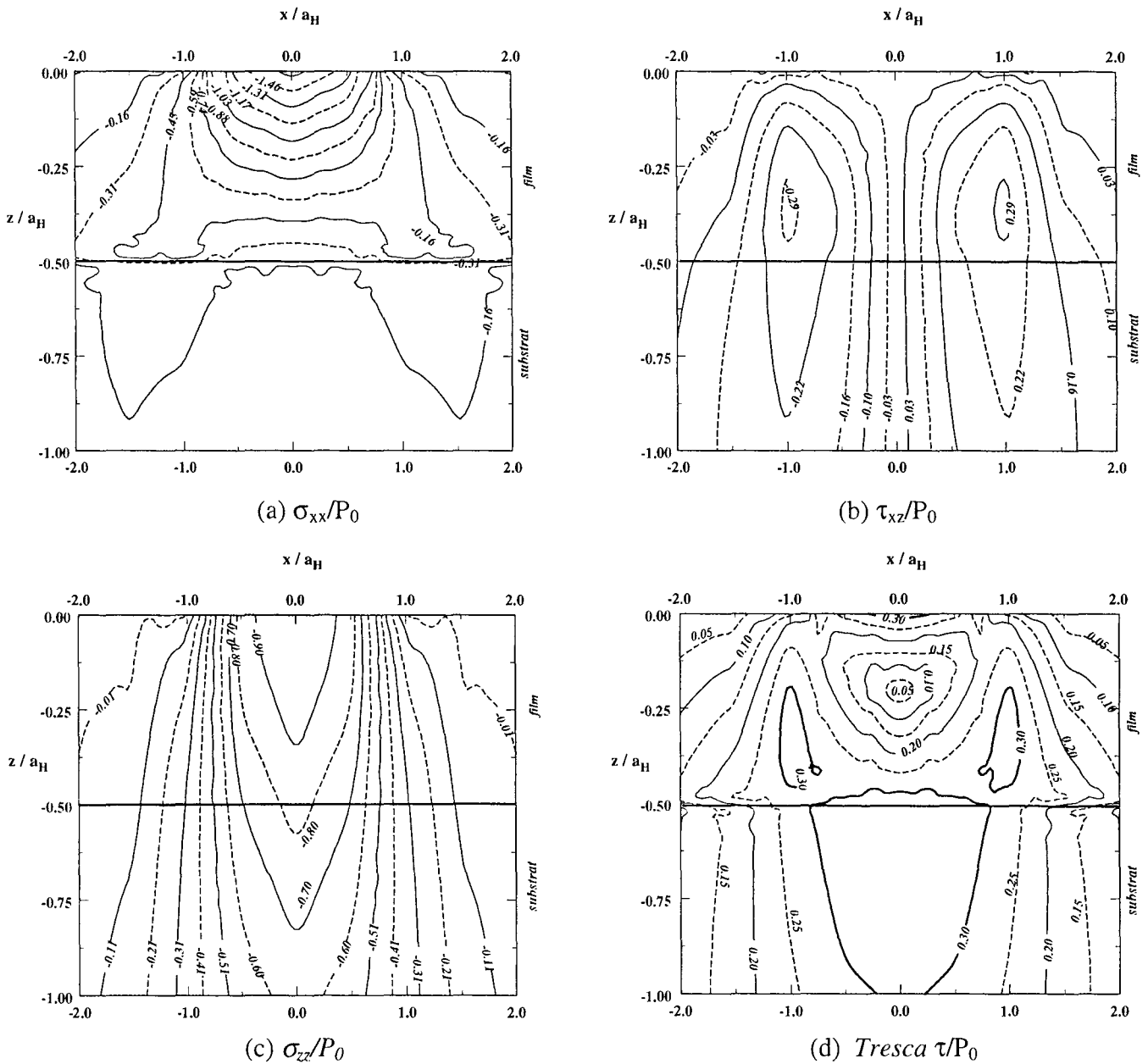


Figure III-5 : Les isovalues des contraintes résolues dans le cas d'un revêtement homogène sur le substrat $E_f/E_s = 2,44$ en contact statique ($\mu = 0$).

Pour une meilleure lisibilité, considérons les évolutions de la contrainte τ le long de quelques lignes dans la profondeur du matériau. Elles sont représentées sur la figure III-6 pour $x/a_H = 0 ; 0,5$ et 1 . Dans chaque cas, nous avons également représenté le profil qu'on aurait pour un milieu homogène (silicium) ayant les mêmes caractéristiques mécaniques que le substrat.

Pour les trois axes, dans le substrat, au voisinage immédiat de l'interface, les valeurs de τ sont plus importantes que celles correspondant au milieu homogène. A partir d'une profondeur d'environ $z/a_H = -1$, les diverses valeurs sont pratiquement identiques pour les six courbes.

La contrainte τ maximale se trouve dans le film près de l'interface, sur l'axe de chargement maximal. Dans ce cas, le film joue bien son rôle de protection vis-à-vis du substrat.

En situation de dépassement du seuil de plasticité, l'initiation de celle-ci dépend du site local "considéré" :

- Au centre du contact ($x/a_H = 0$), deux sites probables apparaissent
 - la surface du revêtement
 - l'interface revêtement / substrat avec comme caractéristique supplémentaire la forte discontinuité de Tresca entre les deux.
- A l'extrémité du contact ($x/a_H = 1$), au sein même du film à $z = -0,3 a_H$ sous la surface de la contrainte de chargement.
- A mi distance entre l'axe de chargement et le bord du contact :
 - un site principal à l'interface film/substrat
 - un site secondaire à la surface.

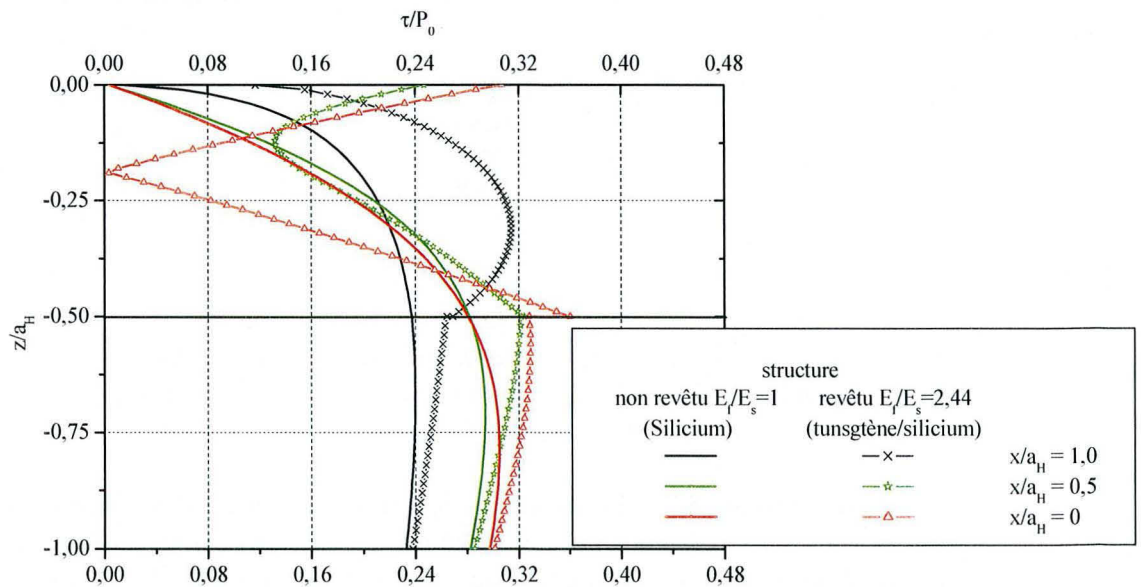


Figure III-6 : Comparaison des contraintes résolues de Tresca dans une structure homogène isotrope (silicium) à une structure (silicium) revêtu d'un film de tungstène en contact statique le long des axes $x/a_H = 1 ; 0,5$ et 0 pour $E_f/E_s = 2,44$.

Le long de certains axes dans la profondeur du film, τ passe par un minimum local en présence du film. Ce qui n'est pas le cas en l'absence du revêtement. Plus particulièrement sur

l'axe $x/a_H = 0$, ce minimum est global. Pour expliquer ce comportement de la contrainte de Tresca, analysons l'évolution des trois contraintes qui influencent la répartition de la contrainte de Tresca. Pour cela comparons les courbes des diverses contraintes pour les deux cas (figures III-2 et III-5). Sur les trois isocontraintes σ_{xx} , τ_{xz} et σ_{zz} , seule les configurations de σ_{xx} sont vraiment différentes dans les deux situations. Nous pouvons en déduire que, seule cette dernière est responsable de ce comportement dans le film. L'évolution particulière de τ peut donc lui être attribuée. Pour mieux comprendre ce qui se passe, nous allons représenter les lignes de σ_{xx} .

Sur la figure III-7, nous avons représenté l'évolution de σ_{xx} pour les axes $x/a = 0 ; 0,5$ et 1. Chacune des courbes est comparée à son homologue dans le cas d'un milieu homogène ayant les caractéristiques du substrat.

Dans le film, pour tous les axes considérés, la contrainte σ_{xx} est en valeur absolue plus importante pour le film monolithique que dans le cas du milieu homogène. C'est ainsi qu'à la surface chargée pour $x/a_H \leq 0,5$ on a des valeurs inférieures à $-1,5P_0$. Alors qu'en l'absence du revêtement, toutes les valeurs à la surface sont supérieures à -1 . Nous pouvons en déduire que le comportement de la contrainte de Tresca à l'intérieur du film, est lié aux fortes valeurs absolues des contraintes à la surface chargée.

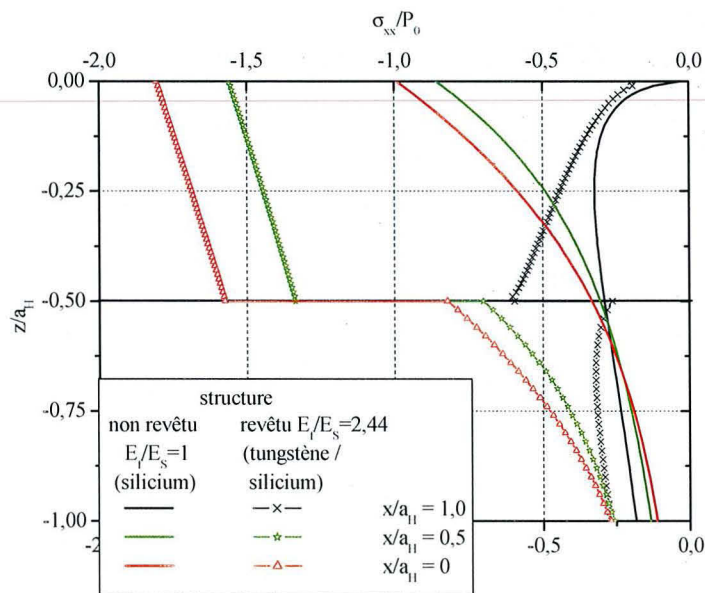


Figure III-7 : Comparaison de la contrainte résolue σ_{xx}/P_0 dans une structure homogène isotrope (silicium) à celle d'une de structure de silicium revêtu d'un film de tungstène en contact statique pour $E_f/E_s = 2,44$ sur les axes 1 ; 0,5 et 0.

Tout se passe dans les isovaleurs de Tresca, comme s'il se superpose à la déformation classique de compression une déformation de flexion. Il est intéressant d'analyser ce comportement particulier en fonction de l'épaisseur résolue du film et du rapport des modules d'Young E_f/E_s .

III.1.1.1. Effet de l'épaisseur.

Considérons d'abord le cas d'un rapport de module d'Young $E_f/E_s = 2,44$. Les évolutions de σ_{xx} et de τ le long de l'axe $x/a_H = 0$, pour différentes épaisseurs de film, sont

représentées sur la figure III-8. Elles seront comparées aux évolutions obtenues dans le cas homogène avec $E = E_f$. Dans tous les cas considérés, en valeur absolue σ_{xx} décroît de manière quasi-linéaire de la surface chargée à l'interface. Les valeurs à la surface sont inférieures à -1.

Le minimum de τ , lorsqu'il existe, a une position pratiquement invariable. Pour le jeu de valeur actuelle, il se situe à une profondeur d'environ $0,16a_H$. Lorsque l'épaisseur du film est inférieure à cette valeur limite, τ croît de manière quasi linéaire de l'interface à la surface chargée. Dans le substrat, l'évolution est alors très proche de celle d'un milieu homogène.

On peut conclure que pour des faibles épaisseurs résolues, correspondant à un plus grand rayon de courbure de pointe (chargement constant) ou à une plus grande charge (rayon de courbure constant), la déformation du film est entièrement dominée par la flexion [66]. Notons que l'interface est dans ce cas, le siège de fortes discontinuités de contraintes.

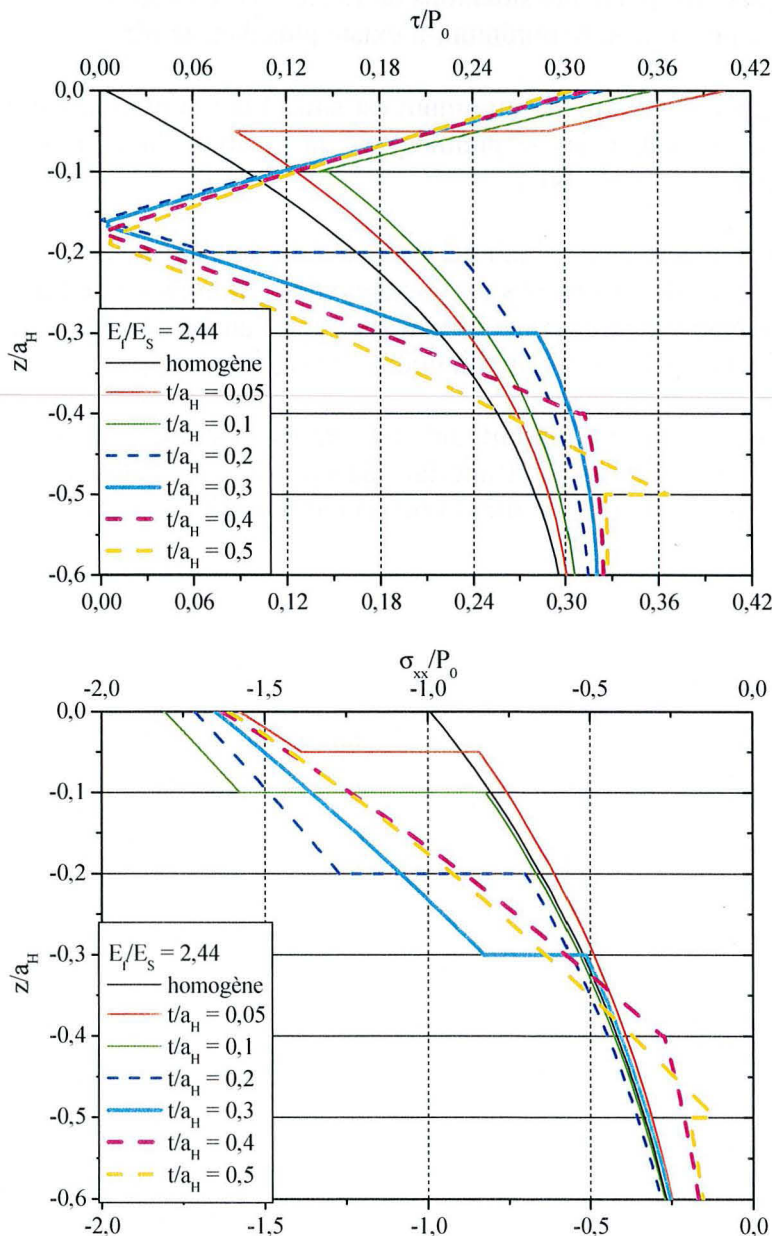


Figure III-8 : Comparaison des profils des contraintes sur $x/a_H = 0$ dans un matériau revêtu pour différentes valeurs d'épaisseur résolue du film quand il est plus rigide que le substrat $E_f/E_s = 2,44$.

Ce comportement est-il affecté par les rapports des modules d'Young du film et du substrat ?

III.1.1.2. Effet du module de Young du film.

Pour les mêmes épaisseurs du film que précédemment, considérons d'autres rapports de module d'Young, tout en respectant la condition $E_f > E_s$. Sur la figure III-9, les évolutions de la contrainte de τ le long de l'axe $x/a_H = 0$, sont représentées pour $E_f/E_s = 2 ; 1,5 ; 1,1$ et $0,8$.

Le minimum de Tresca existe et appartient au film quand ce dernier est plus rigide que le substrat (ce qui correspond aux situations où $E_f/E_s > 1$). Dès que dans le bimatériau, c'est le substrat qui est le plus rigide, le minimum n'existe plus dans le film.

Pour le cas $E_f/E_s = 1,1$; le minimum est situé à une profondeur d'environ $0,025a_H$, et de $0,1a_H$ pour le second. Dans le premier cas, la position du minimum est pratiquement identique à celle du cas $E_f = 2,44E_s$.

Quand le rapport E_f/E_s diminue, nous avons un déplacement du minimum vers la surface chargée. Et ce déplacement s'accompagne de la diminution de l'amplitude du gradient entre les deux domaines. Nous pouvons conclure que l'amplitude du gradient des contraintes à l'interface influence la présence du minimum dans le film.

La présence de la forte discontinuité à l'interface est due à la valeur élevée du module d'Young du film. Afin d'optimiser l'interface de l'architecture film / substrat, il est important de placer au dessus du substrat, un film ayant un module d'Young proche de ce dernier.

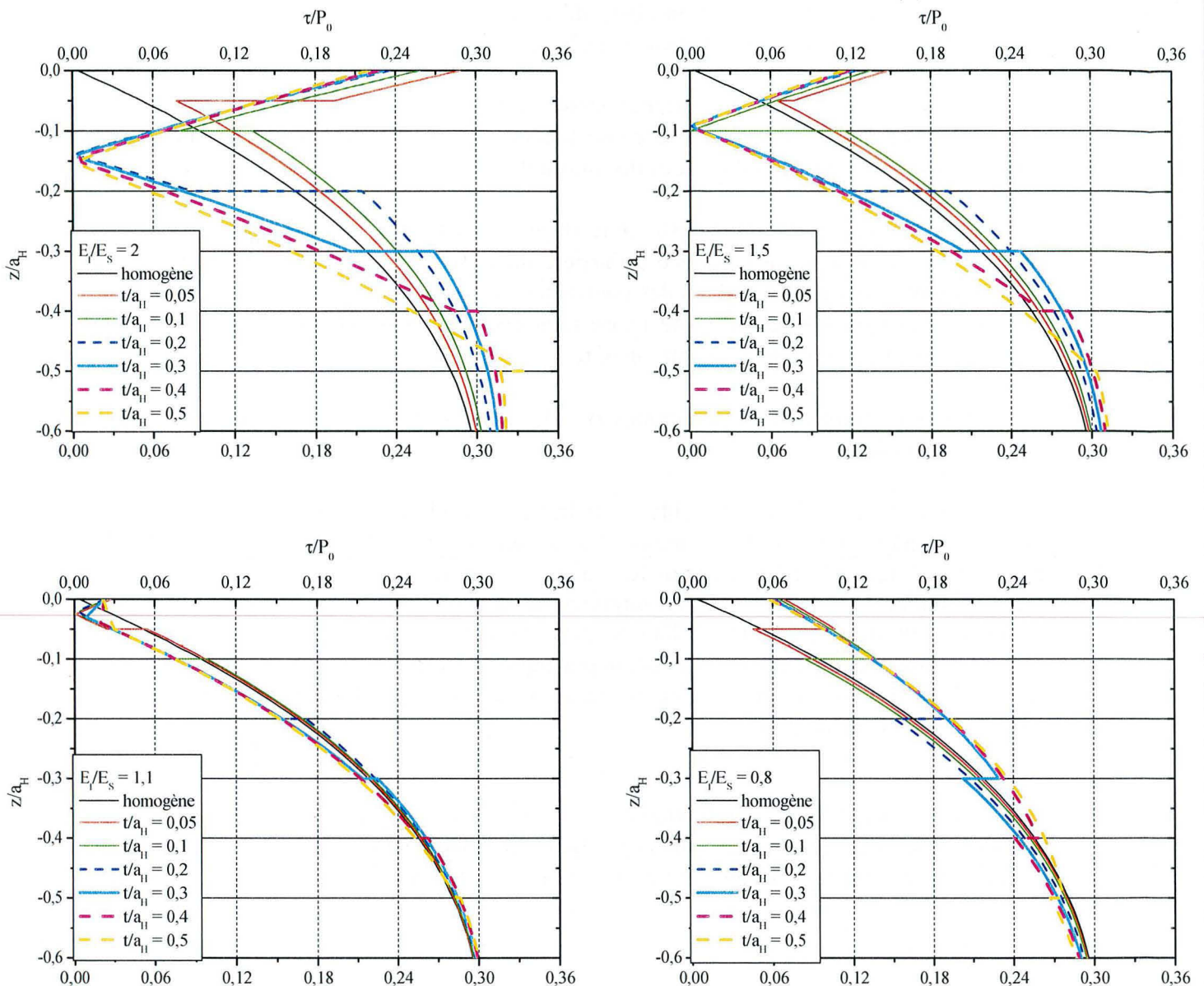


Figure III-9 : Comparaison des profils de la contrainte de cisaillement maximal sur l'axe $x/a_H = 0$ dans un matériau revêtu pour différentes valeurs d'épaisseur résolue du film pour $E_f/E_s = 2 ; 1,5 ; 1,1 ; 0,8$.

III.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).

Considérons maintenant l'effet d'un effort tangentiel de contact sur la réponse de la structure. Les isovaleurs des contraintes σ_{xx} , τ_{xz} , σ_{zz} et τ sont représentés respectivement sur les figures III-10 a, b, c et d. Elles correspondent à une situation de glissement avec un coefficient de frottement $\mu = 0,2$. La direction de glissement est celle indiquée sur la figure III-1.

Du fait des efforts tangentiels, la compression augmente et des contraintes naissent à la surface. Ces dernières sont responsables de la perturbation de la répartition symétrique (figures III-10) des contraintes obtenue en l'absence du glissement.

La contrainte maximale en valeur absolue de σ_{xx}/P_0 (figure III-10a) reste localiser à la surface chargée. En parcourant le film en profondeur, les valeurs des contraintes diminuent de la surface chargée vers l'interface. Les discontinuités persistent toujours à l'interface.

Les contours de τ_{xz} dans la structure (figure III-10b) révèlent la présence de la valeur minimale de τ_{xz} à la surface chargée à l'arrière du contact. Pour les isovaleurs de τ_{xz} , nous avons un renforcement des valeurs des contraintes à l'arrière du contact, tandis qu'à l'avant, elles sont atténuées. Le maximum de τ_{xz} est toujours à l'intérieur du film. A l'interface, nous avons toujours la continuité des contraintes τ_{xz} .

Les répartitions de la contraintes σ_{zz} (figure III-10c) sont toujours semblables aux situations précédentes.

Les isovaleurs de τ représentées sur la figure III-10d, montrent la localisation de la valeur maximale (0,35) de la contrainte τ à la surface chargée et dans le film (à la limite arrière du contact). L'augmentation des valeurs de la contrainte de Tresca s'accompagne d'une remontée vers la surface. A l'interface la discontinuité des contraintes persiste. Par contre ici l'interface n'est plus le lieu de maximum. Seuls la surface et l'intérieur du film seront les plus sensibles à une déformation plastique. Pour les contraintes τ_{xz} et τ de Tresca, à l'intérieur du film, à l'arrière du contact, on a une hausse des valeurs, tandis qu'à l'avant du contact, on a une atténuation.

En contact glissant, en situation de dépassement du seuil de plasticité, seul l'arrière du contact sera le siège de l'initiation de la plasticité aussi bien dans le film, que dans le substrat. L'initiation de fissures de Hertz se fera aussi à l'arrière du contact.

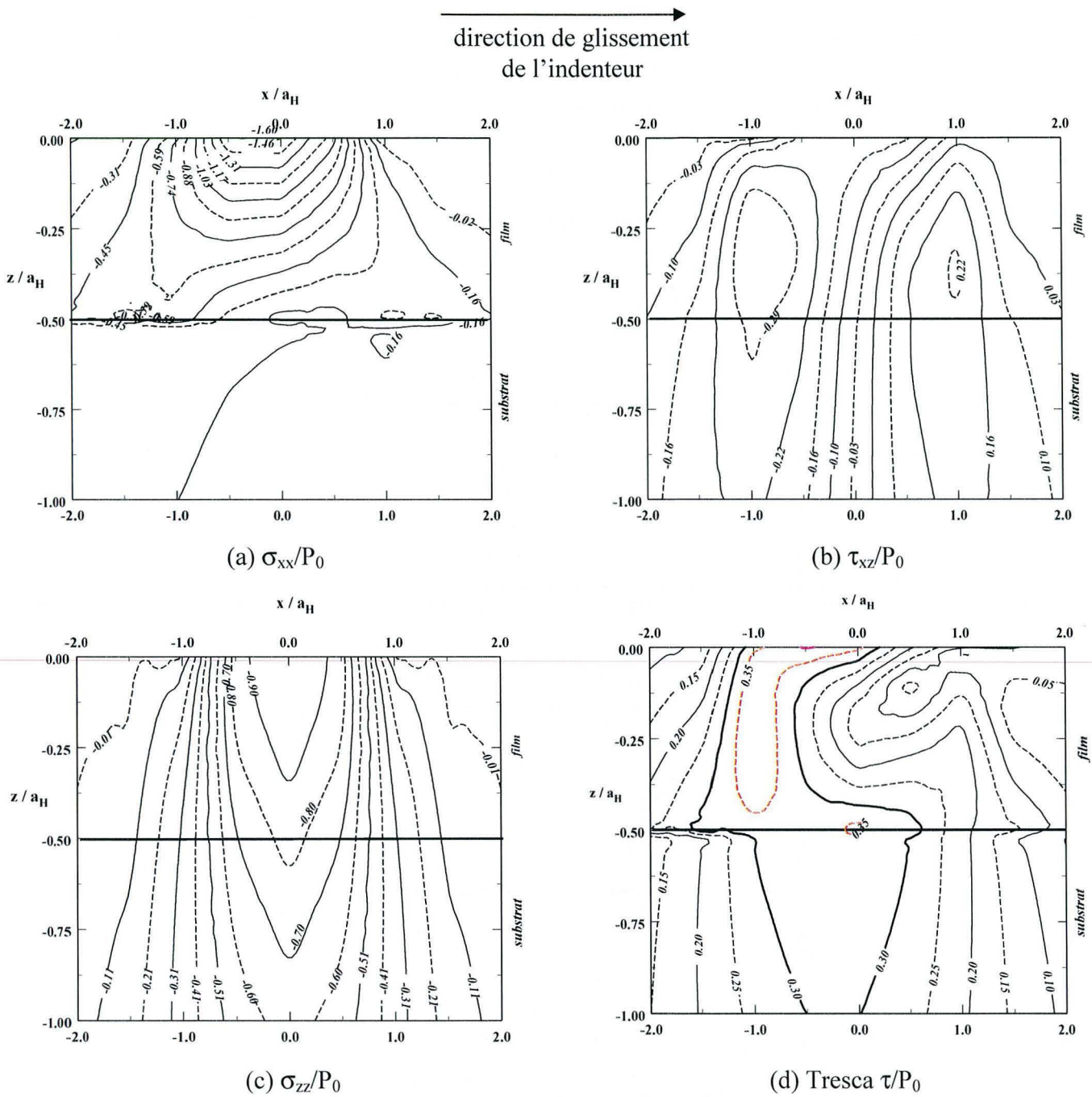
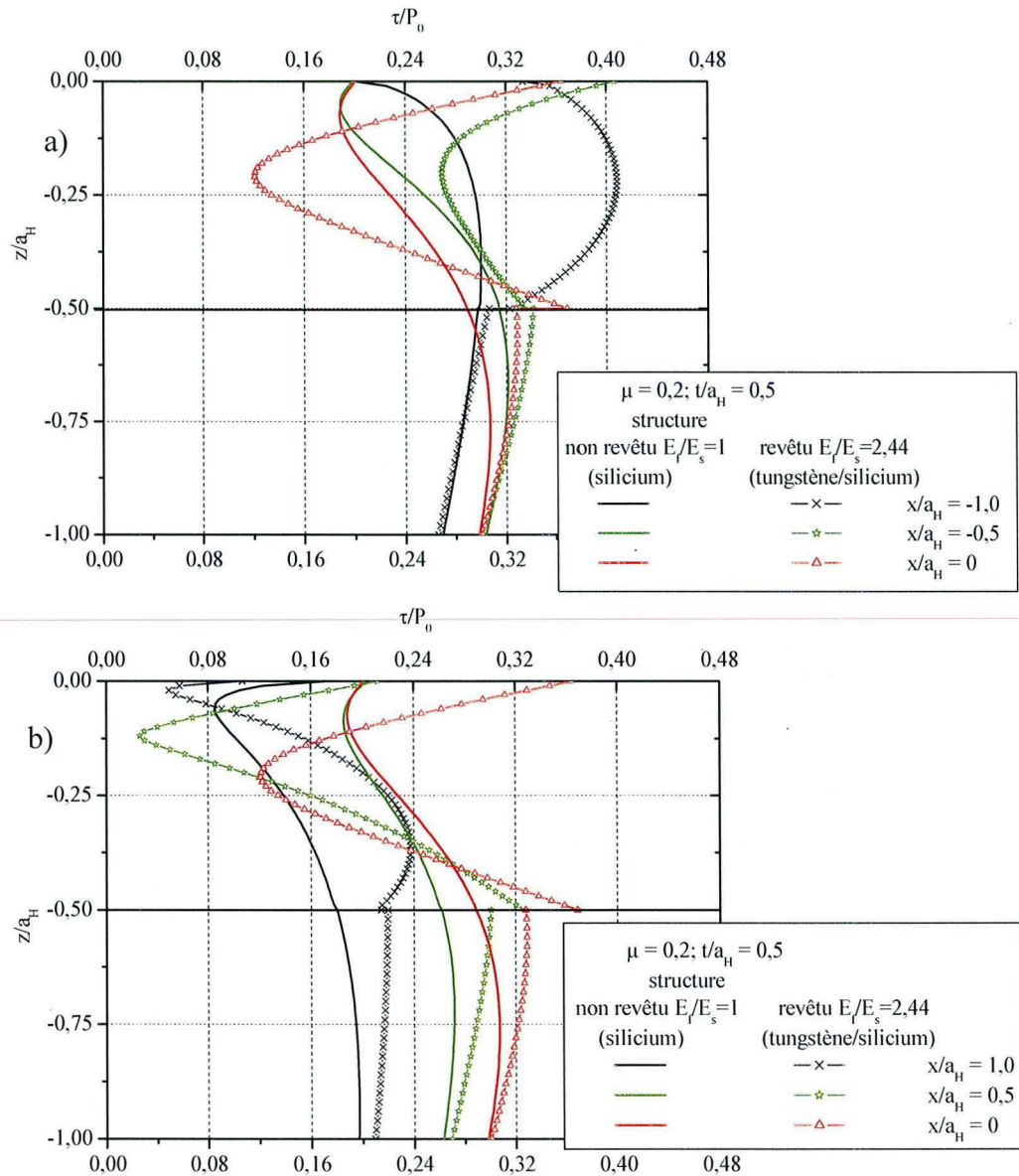


Figure III-10 : Les isocontraintes dans le composite à film homogène $E_f/E_s = 2,44$, cas du glissement avec frottement ($\mu = 0,2$).

Comme précédemment, analysons l'évolution de la contrainte τ le long d'axes dans la profondeur de la structure. Du fait de la dissymétrie induite par le glissement, nous considérons aussi bien l'arrière que l'avant du contact (figure III-11 a et b).

Pour tous les axes considérés, la valeur maximale de la contrainte de Tresca τ en surface est obtenue pour $x/a_H = -0,5$ à l'arrière du contact. A l'intérieur du film, la valeur maximale τ est portée par l'axe $x/a_H = -1$ (figure III-11a). Pour la localisation des valeurs minimales de Tresca, elles sont repoussées à l'avant du contact (figure III-11b), le minimum global n'est plus sur l'axe 0 mais plutôt sur 0,5.

Dans le film, les lieux d'initiation de plasticité en cas de dépassement du seuil sont sur l'axe $-0,5$ à la surface chargée et à l'interface; à la limite arrière du contact à l'intérieur du film. Dans le substrat, le site se trouve sur l'axe $x/a_H = -0,5$.



*Figure III-11 : Comparaison des lignes profils de la contrainte τ/P_0 pour le composite à revêtement monolithique, à celles du substrat homogène, cas du glissement pour $\mu = 0,2$.
 a) le long des axes $x/a = 0 ; -0,5 ; -1$ (à l'arrière du contact)
 b) le long des axes $x/a = 0 ; 0,5 ; 1$ (à l'avant du contact)*

Les résultats présentés ci-dessus montrent que, pour une épaisseur adimensionnelle de 0,5 ; et dans le cas où le film est plus rigide que le substrat (un rapport de 2,44), les maxima des contraintes restent localisés dans le film. Par contre l'interface devient le point critique du composite du fait des discontinuités importantes de contrainte dont elle est le siège, de ce fait le risque de décohésion interfaciale reste élevé. Les niveaux de contrainte dans le substrat ont aussi légèrement augmenté, ce qui n'avantage pas le substrat vis à vis de la plasticité. En effet

dans ce cas, la limite élastique risque d'être vite atteinte, et la plastification va s'initier à l'interface du substrat.

Nous allons maintenant étudier les cas concrets de l'étude tribologique expérimentale présentée au chapitre I.

Nous allons traiter d'abord le film de chrome.

III.2. Dépôt de chrome sur de l'acier ($E_f/E_s = 1,65$).

Dans cette étude, afin de pouvoir faire le parallèle avec l'étude du film de tungstène, nous commencerons par la même épaisseur adimensionnelle que dans l'étude précédente ($t/a_H = 0,5$). Ensuite, nous allons faire évoluer l'épaisseur adimensionnelle, afin d'analyser sa conséquence sur les contraintes. Le chrome a un module d'Young d'environ 330 GPa, pour une dureté de 100 Vickers (soit 1 GPa). C'est un matériau rigide avec un faible coefficient de dureté.

III.2.1. Contact statique sans frottement

Nous avons une baisse globale des niveaux de contraintes (figure III-12), aussi bien dans le film de chrome que dans l'acier ; comparée à la situation de tungstène sur du silicium (voir figure III-5). Ceci est due à la diminution de la valeur du rapport des modules de Young (1,65 ici contre 2,44 dans le cas précédent). Les répartitions des contraintes dans la structure restent identiques aux situation précédente.

Pour la contrainte τ , dans le film nous n'avons plus qu'un seul site de maximum de contrainte, il se situe à l'interface sur l'axe de chargement maximal. Il y a une amélioration de la discontinuité à l'interface chrome/acier (voir figure III-12d), car la valeur du rapport a diminué. Les fissures de Hertz localisées à l'interface vont se propager plus facilement.

Dans le substrat le maximum de τ est $0,3P_0$, ce qui correspond à la valeur de la limite élastique de l'acier. Le substrat revêtu de chrome ayant dépassé sa limite élastique peut amorcer la plastification. Le film de chrome n'empêche pas le substrat de se plastifier.

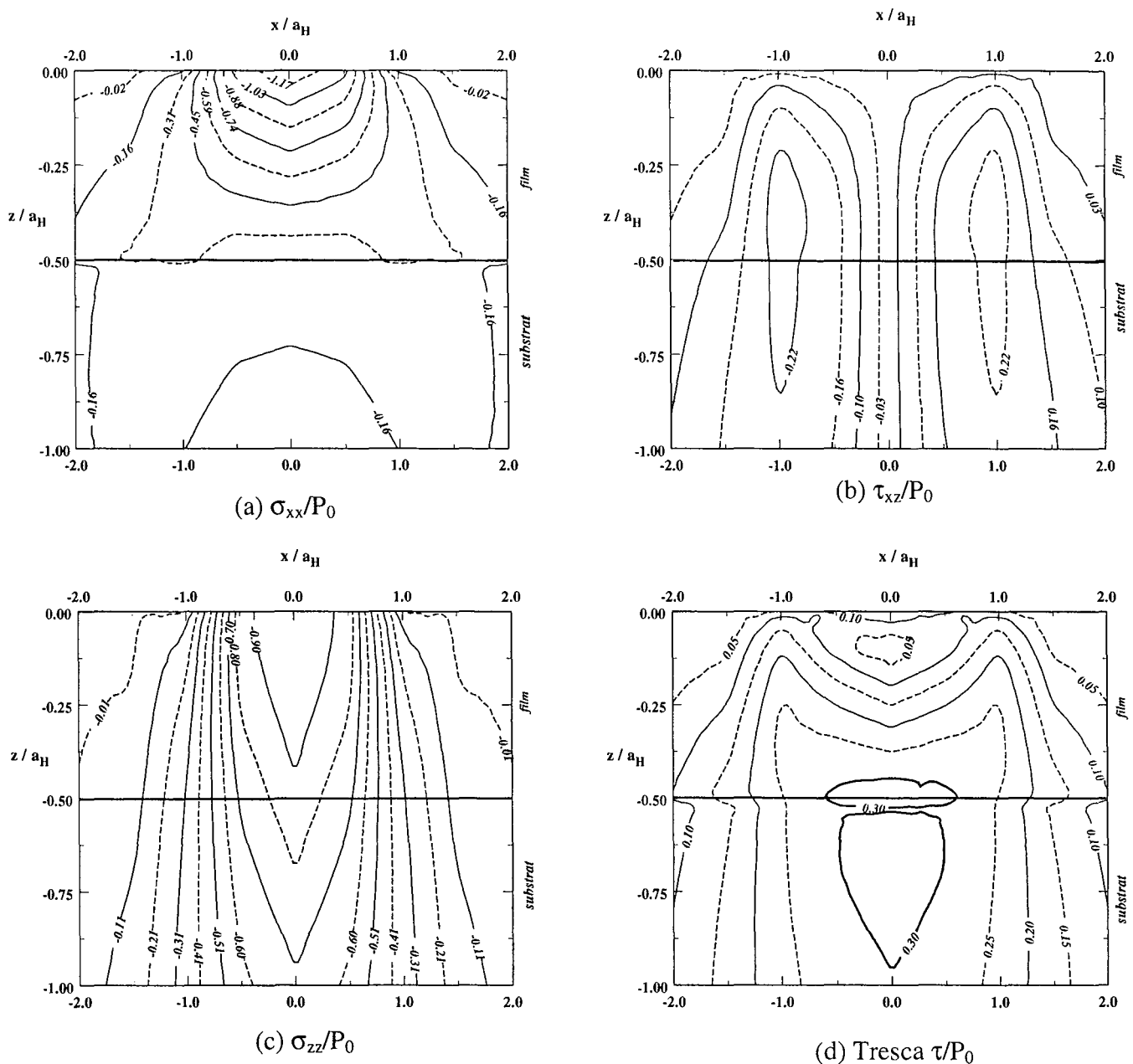


Figure III-12 : Les isocontraintes dans le composite d'acier revêtu de chrome $E_f/E_s = 1,65$; cas statique sans frottement ($\mu = 0$).

Sur la figure III-13, nous avons représenté, les évolutions de la contrainte τ le long des lignes 0 ; 0,5 et 1 dans la profondeur de la structure. Elles sont comparées aux profils obtenus en l'absence de dépôt.

Nous avons le déplacement de la contrainte minimale vers la surface chargée à cause de la faible valeur du rapport des modules de Young. L'évolution des contraintes le long des axes pour le composite revêtu de chrome tend vers le comportement d'une structure homogène.

Les valeurs de Tresca dans le substrat sont légèrement plus grandes, quand ce dernier est revêtu de chrome que s'il ne l'était pas.

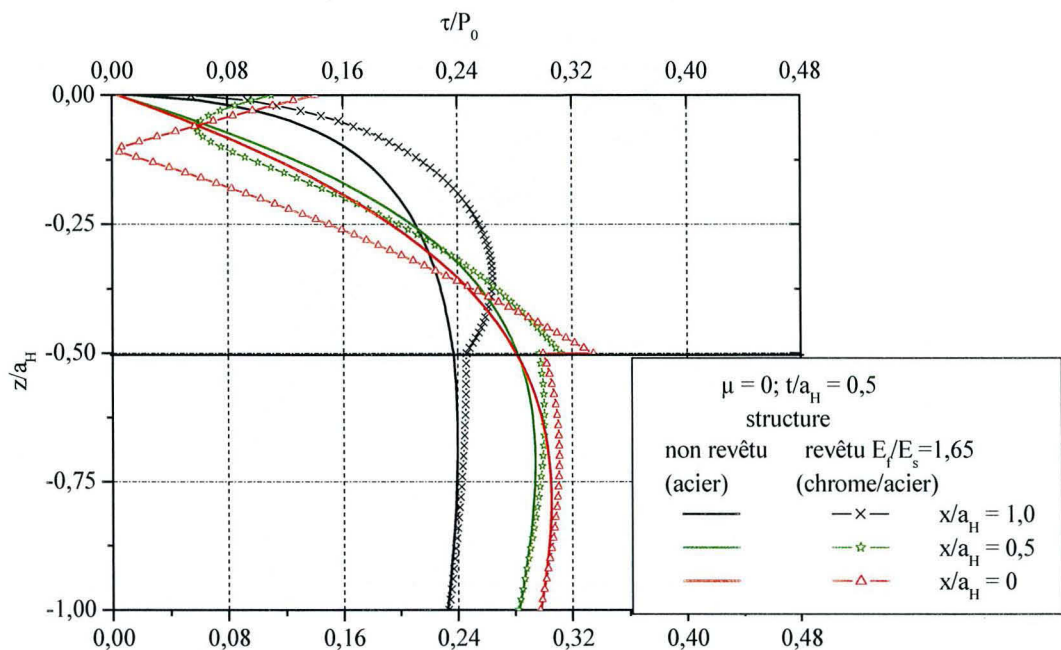


Figure III-13 : Lignes profils de la contrainte τ/P_0 pour l'acier revêtu de chrome comparées à celle de l'acier non revêtu, en contact statique sans frottement ($\mu = 0$).

Une épaisseur de $0,5a_H$ de chrome sur de l'acier n'assure pas efficacement sa protection. Pour cela, nous allons dans la suite augmenter la valeur de l'épaisseur adimensionnelle afin de voir sa répercussion sur la répartition des contraintes dans le film et le substrat.

Etant donné qu'en l'absence du frottement, le maximum de τ se trouve sur l'axe de chargement maximal Oz . L'objectif du dépôt, est de diminuer le plus que possible les contraintes dans le substrat. Nous allons faire varier l'épaisseur du film de chrome ; afin d'analyser son incidence sur les contraintes de Tresca. Sur la figure III-14, nous avons représenté les lignes profils suivant Oz dans la profondeur de la structure pour les valeurs t/a_H égales à $0,25$; $0,5$; $0,75$ et 1 . Ces profils seront comparés à leurs homologues dans le cas d'une structure homogène et isotrope.

A partir de $t/a_H = 0,5$, la valeur du maximum de τ se trouve dans le film. Quand t/a_H diminue de valeur ($0,25$), le maximum est dans le substrat et non plus dans le film. La hausse de l'épaisseur adimensionnelle du film de chrome, entraîne la baisse des niveaux de contraintes aussi bien dans le substrat que dans le film. L'augmentation de l'épaisseur entraîne une diminution des contraintes de cisaillement dans le substrat, et une hausse de ces mêmes contraintes dans le film de chrome. Ainsi le risque d'atteindre la limite de plastification dans le substrat d'acier est reculé. Ce qui est bénéfique pour lui. Le film mince est à privilégier vis à vis des maxima de la contrainte de cisaillement devant le film ultra mince.

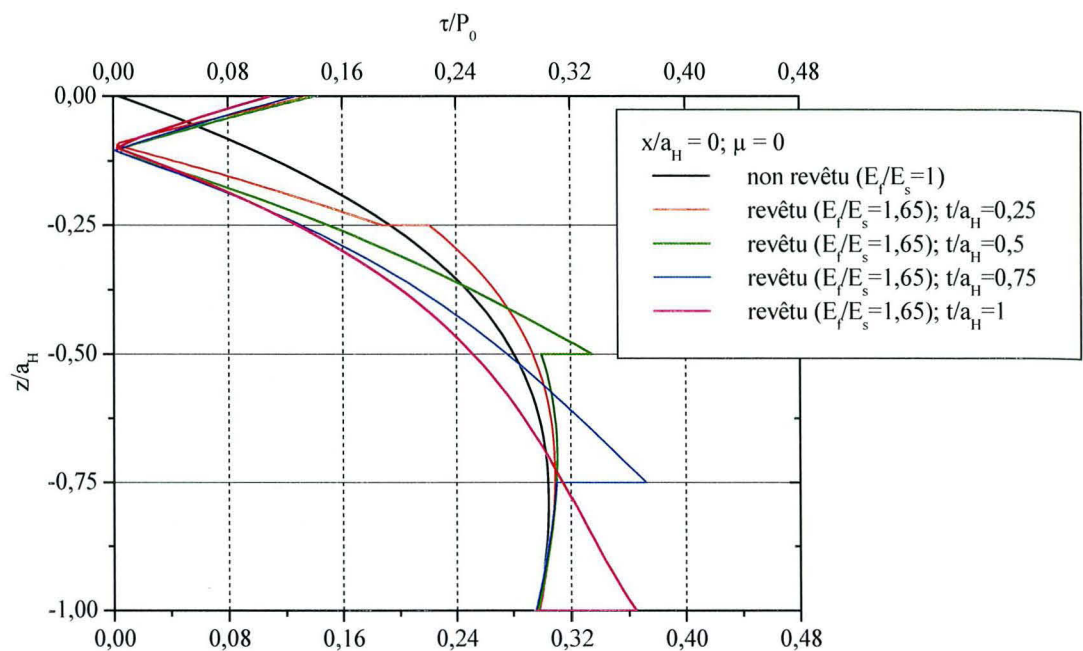


Figure III-14 : Comparaison des profils sur la ligne $x/a_H = 0$ de la contrainte τ/P_0 pour l'acier revêtu de chrome à celle de l'acier non revêtu, en contact statique sans frottement ($\mu = 0$), pour $t/a_H = 0,25 ; 0,5 ; 0,75$ et 1 .

En contact glissant avec frottement, nous allons analyser comment le film réagit par rapport à l'acier.

III.2.2. Contact glissant avec frottement.

La présence de la force tangentielle perturbe la symétrie de la répartition des champs de contrainte (figure III-15). Les valeurs maximales de contraintes sont localisées à l'arrière de contact. En cas de dépassement du seuil de plasticité, l'initiation va se faire dans les deux matériaux (acier et chrome) à l'arrière du contact.

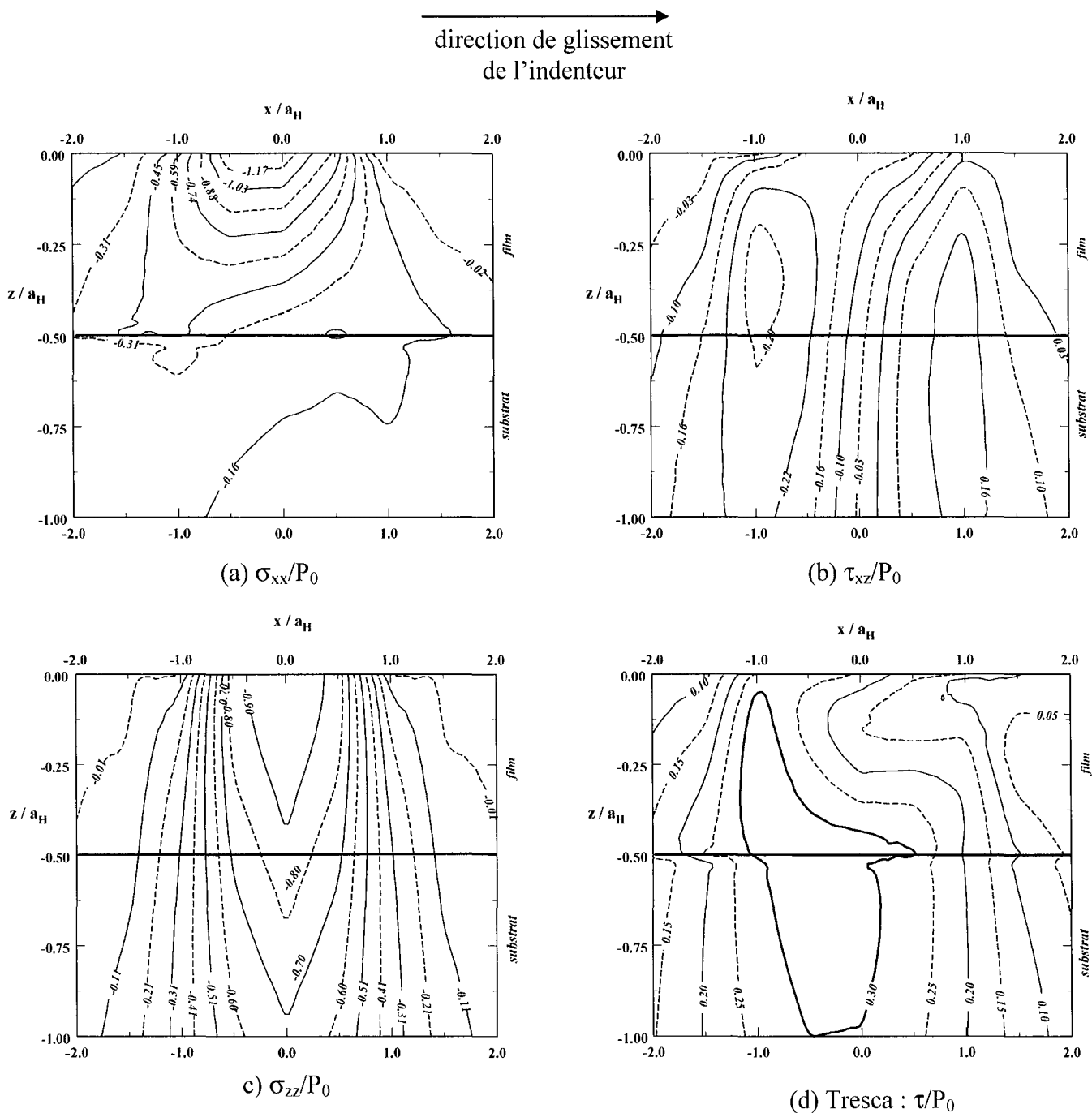


Figure III-15 : Les isocontraintes dans le composite d'acier revêtu de chrome $E_f/E_S = 1,65$; pour $t/a_H = 0,5$ et avec frottement ($\mu = 0,2$).

Sur la figure III-16, se trouvent les profils de la contrainte de Tresca sur les axes -1 ; $-0,5$; 0 (à l'arrière du contact) et 1 ; $0,5$ et 0 (à l'avant du contact). Ces dernières sont comparées à leurs homologues en l'absence du dépôt.

Dans le film de chrome, l'arrière du contact reste la plus sollicitée pour τ . La contrainte maximale de τ se trouve sur le bord arrière du contact sur l'axe -1 . L'axe $-0,5$ reste la plus sollicitée à la surface chargée. A l'interface, c'est l'axe de chargement maximal qui porte la contrainte maximale de τ .

Le maximum global de τ dans la structure se trouve dans le film de chrome en contact glissant avec frottement. Le glissement n'a pas abaissé les niveaux de contraintes dans le substrat quand ce dernier est revêtu de chrome.

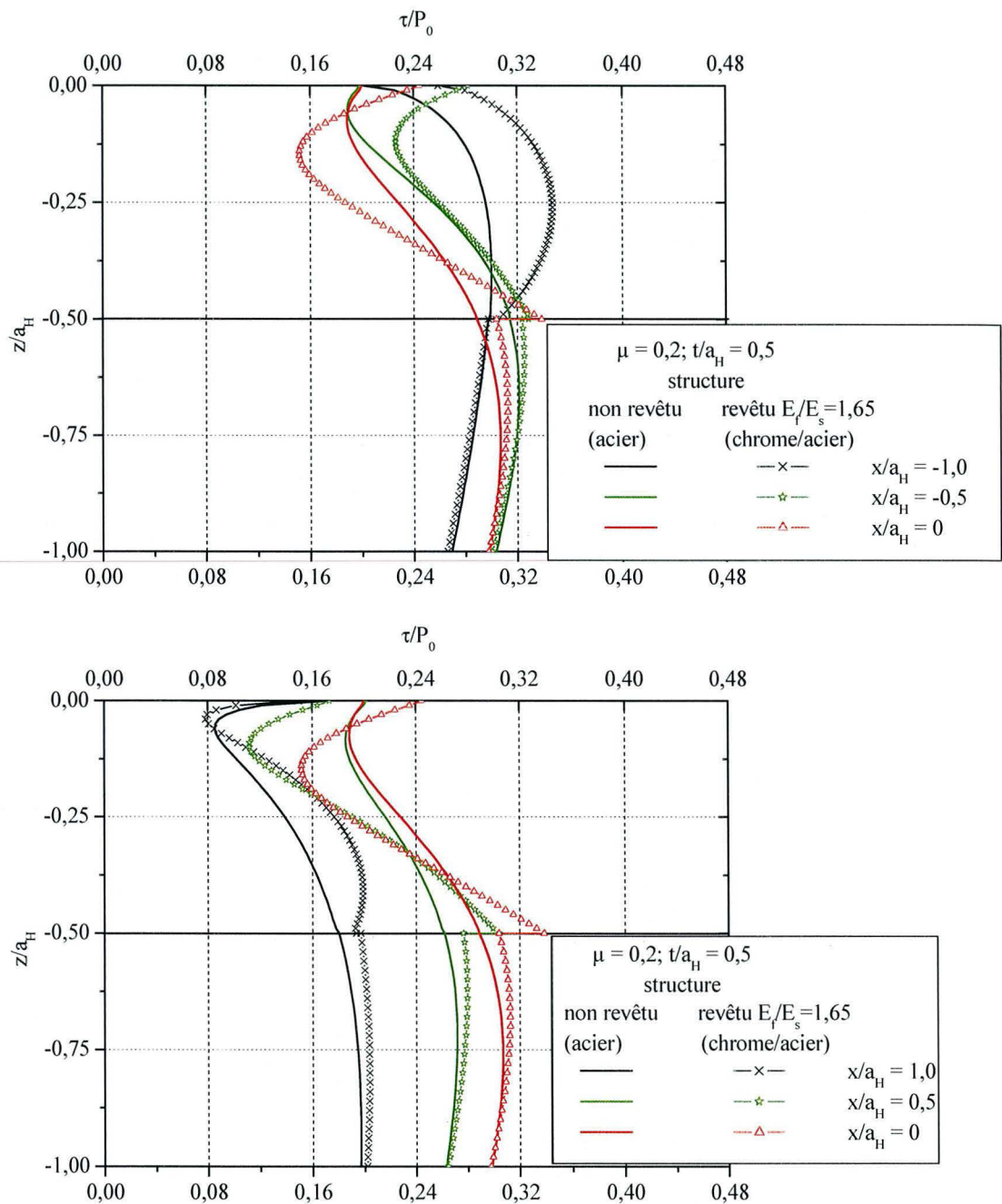


Figure III-16 : Comparaison des lignes profils de la contrainte τ/P_0 dans l'acier revêtu de chrome sur une épaisseur de $t/a_H = 0,5$ à celles de l'acier non revêtu, en contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$),

a) le long des axes $x/a = 0 ; -0,5 ; -1$ (à l'arrière du contact)

b) le long des axes $x/a = 0 ; 0,5 ; 1$ (à l'avant du contact)

Dans la situation où le film est moins rigide que le substrat, nous allons analyser les contraintes dans les différents matériaux, cette étude correspond au dépôt de D.L.C. sur de l'acier, ce qui nous donne un rapport de module de Young d'environ 0,8.

III.3. Dépôt de D.L.C. sur de l'acier ($E_f/E_s = 0,8$).

L'un des principaux avantages du D.L.C., c'est qu'il adhère bien avec des substrats tels que le Silicium, le Fer avec lesquels il forme un carbure [17-19]. De plus il y a des variétés de D.L.C. à faible module d'Young (160 GPa) pour une dureté de 2500 Vickers, soit 25 GPa. Une contrainte critique à la limite d'élasticité d'environ 8 GPa. Nous pouvons déjà remarquer qu'à cause de sa forte dureté, c'est un matériau qui ne peut se plastifier que face à des pressions très élevées. Ce matériau va mieux résister aux différents endommagements mécaniques à cause de sa dureté élevée.

III.3.1. Contact statique sans frottement.

Les valeurs des isocontraintes ont encore diminué pour toutes les contraintes représentées sur la figure III-17. Cette diminution est générée par le faible module d'Young du D.L.C. par rapport à celui du substrat. Le maximum de la contrainte τ (figure III-17d), se trouve dans le film près de l'interface.

Quand le seuil de plasticité des matériaux est atteint, l'initiation de la plastification se fera dans le film sur l'axe maximal de chargement près de l'interface. Or ce seuil de plasticité dépend de la dureté du matériau. Le D.L.C. bien que n'ayant pas un fort module de Young, a un coefficient de dureté très élevé. Il est plus élevé que celui du chrome. Ainsi le dépôt de chrome va se plastifier avant celui de D.L.C. ; car la contrainte maximale est plus élevée dans le film de chrome que dans celui de D.L.C..

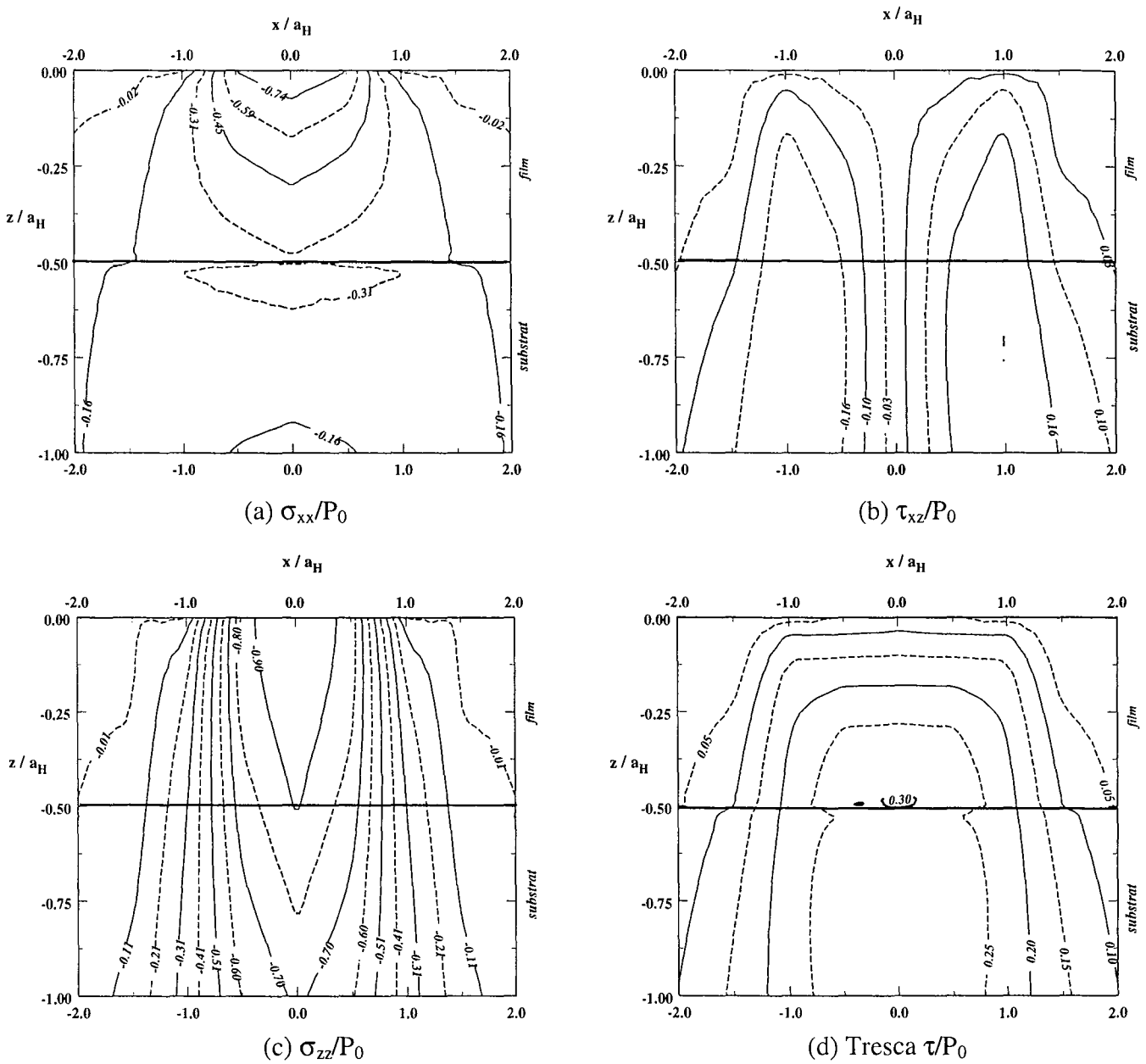


Figure III-17 : Les isocontraintes dans le composite d'acier revêtu de D.L.C., $E_f/E_s = 0,8$; cas du contact statique sans frottement ($\mu = 0$).

La comparaison des profils suivant les axes dans la profondeur de la structure (figure III-18), nous révèle la diminution de la contrainte dans tout le substrat, quand ce dernier est revêtu de D.L.C.. Alors qu'en présence du chrome, les contraintes τ n'ont pas diminué dans le substrat.

Vis à vis de l'endommagement mécanique, le film de D.L.C. va mieux protéger le substrat que celui de chrome en contact statique sans frottement. Le saut de contraintes à l'interface film substrat persiste ; il est plus important sur l'axe de chargement maximal.

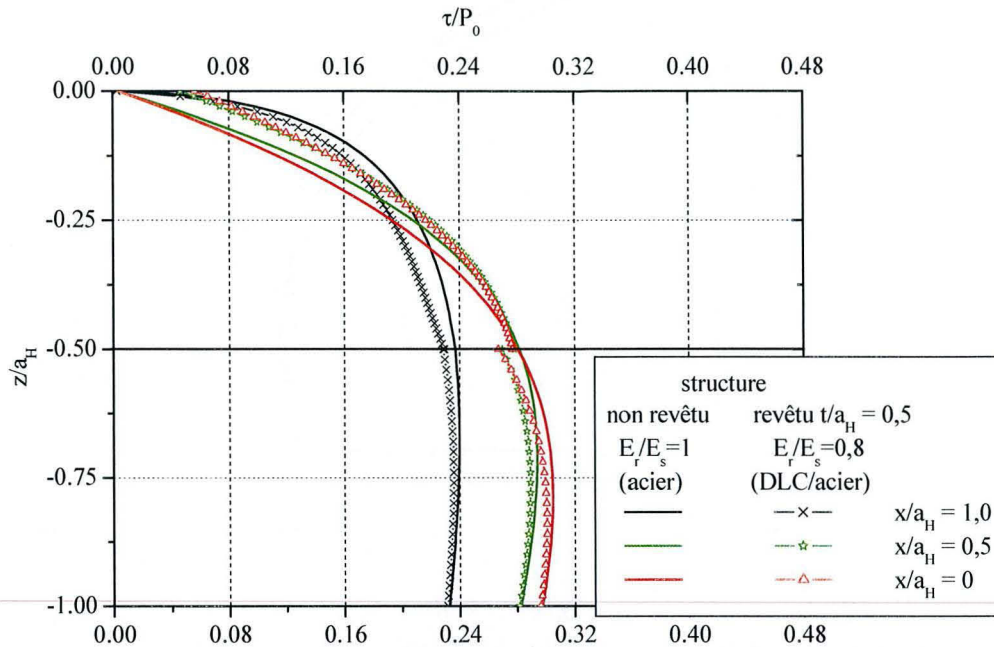


Figure III-18 : Comparaison des lignes profils de la contrainte τ/P_0 dans l'acier revêtu de D.L.C. pour $t/a_H = 0,5$ à son homologue, en contact statique sans frottement ($\mu = 0$).

Nous pouvons noter que, le maximum de Tresca est porté par l'axe de chargement maximal Oz ($x/a_H = 0$). Comment se comporte ce maximum quand l'épaisseur résolue t/a_H varie ? Pour cela, nous avons représenté les lignes profils suivant l'axe Oz dans la profondeur du matériau, pour différentes valeurs de t/a_H . Les différents profils sont comparés à leurs homologues en situation d'un massif homogène d'acier. Les différentes courbes sont répertoriées sur la figure III-19.

La hausse de t n'a fait que favoriser la baisse des valeurs de τ . Notons que déjà pour une épaisseur de $0,5$ le film de D.L.C. assurait une bonne protection de l'acier. Nous avons une atténuation des discontinuités à l'interface D.L.C. / acier quand l'épaisseur du film augmente. Ceci est la conséquence de l'abaissement des niveaux de contraintes en profondeur du film, ainsi sa valeur à l'interface se rapproche de celle du substrat, diminuant la différence de contrainte au passage de l'interface.

Par contre pour $t/a_H < 0,5$ ($t/a_H = 0,25$), nous avons le maximum qui est positionné dans le substrat. Cela ne présente aucun avantage pour le substrat, de le recouvrir d'un film de D.L.C. d'une épaisseur résolue de $0,25$; car les niveaux de contraintes dans le substrat ne sont pas plus faibles.

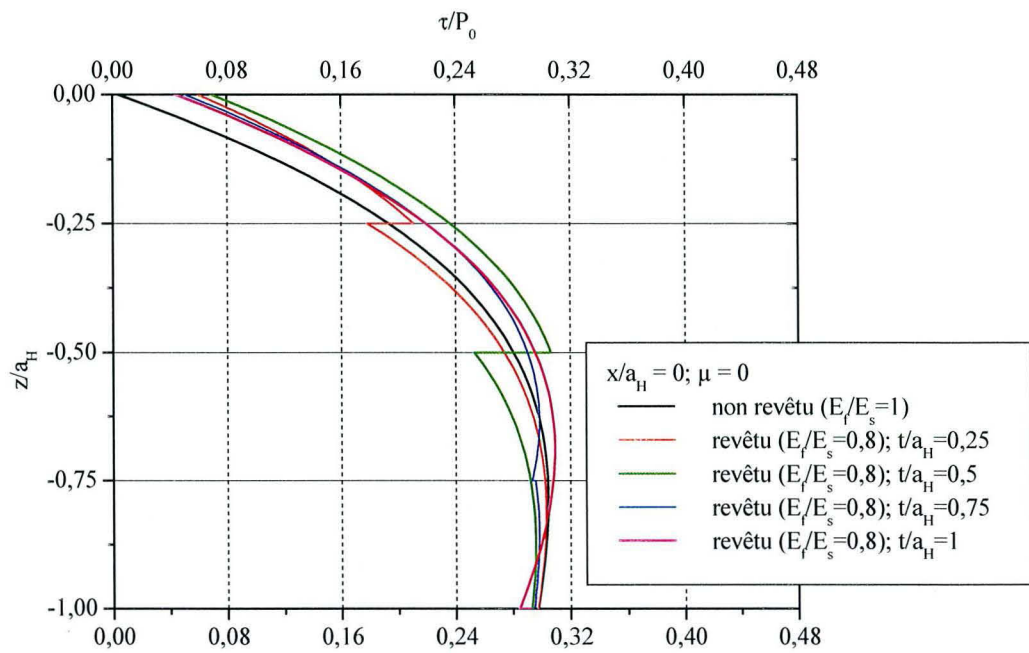


Figure III-19 : Comparaison des lignes profils sur l'axe $x/a_H = 0$ de τ/P_0 pour l'acier revêtu de D.L.C. à celle de l'acier non revêtu, en contact statique sans frottement ($\mu = 0$), pour $t/a_H = 0,25 ; 0,5 ; 0,75$ et 1 .

III.3.2. Contact glissant avec frottement.

Sur les courbes de la figure III-20, la présence du glissement a causé la perte de la symétrie par rapport à l'axe de chargement maximal, de la répartition des contraintes. Ce déplacement des contraintes vers l'arrière du contact s'est accompagné d'une augmentation des valeurs. Les points critiques d'endommagement fragile se retrouvent alors à l'arrière du contact.

Comparons ces courbes à celles où l'acier est revêtu de chrome en situation de glissement (figure III-15). Toutes les contraintes de la figure III-20 ont des niveaux plus bas avec le film de D.L.C. qu'avec celui de chrome (voir figure III-15). Ceci est la conséquence de la faible valeur du module de Young du D.L.C..

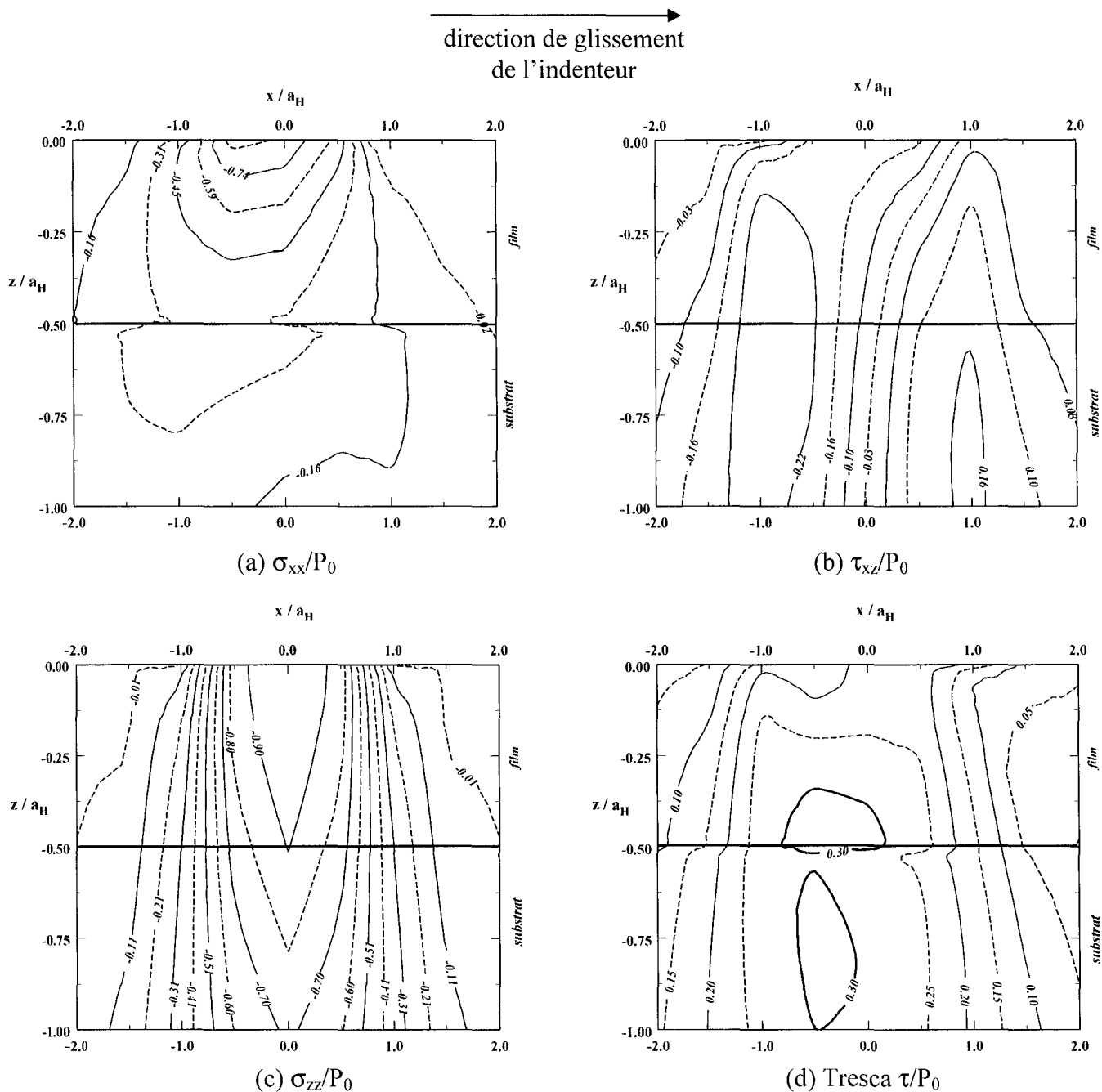


Figure III-20 : Les isocontraintes dans le composite d'acier revêtu de D.L.C., $E_f/E_s = 0,8$; cas du contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).

Sur la figure III-21 sont comparées les profils des contraintes dans l'acier non revêtu à ceux de l'acier revêtu de D.L.C..

Dans toute la structure, (le film et le substrat), la contrainte maximale de Tresca est située sur l'axe $x/a_H = -0,5$, et ce point appartient au film de D.L.C.. La faible valeur de τ dans le substrat près de l'interface persiste. Rappelons que la valeur de coefficient de frottement utilisé ici (0,2) étant trop élevé, contrairement à ce qui se passe dans la réalité. Dans les pires

conditions, le substrat aura une contrainte τ plus faible en présence du dépôt de D.L.C. qu'en son absence.

A l'avant comme à l'arrière du contact et en présence du glissement, le film de D.L.C. provoque des niveaux de contraintes τ dans le substrat inférieurs à ceux observés pour le film de chrome (figure III-16).

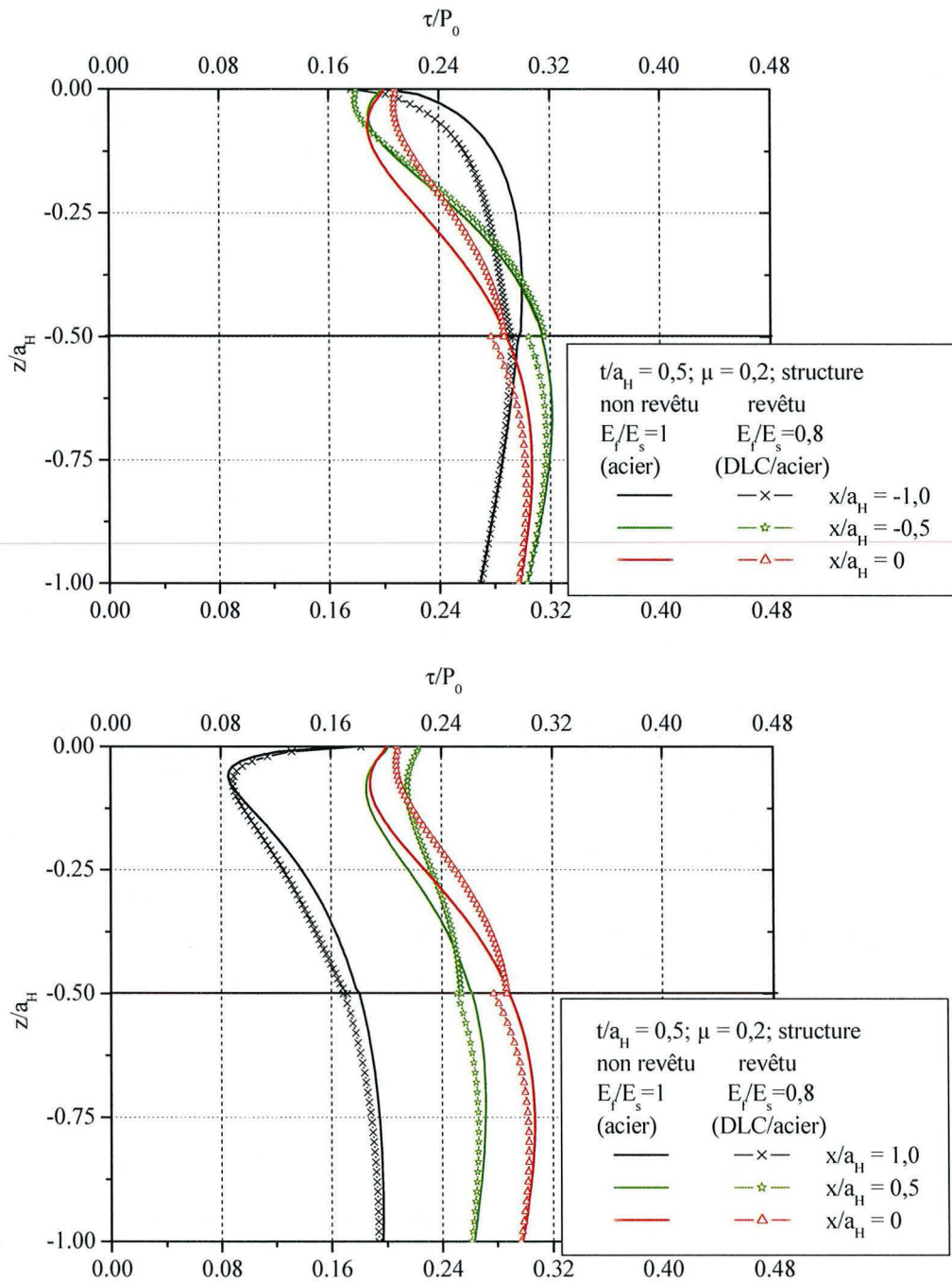


Figure III-21 : Comparaison des lignes profils de la contrainte τ/P_0 de l'acier revêtu de D.L.C. à celles de l'acier non revêtu à l'arrière du contact, en contact glissant avec frottement ($\mu = 0,2$).

En plus d'abaisser les niveaux de contraintes dans le substrat, le film de D.L.C. contient comme celui de chrome les maxima des contraintes de la structure.

Pour améliorer la résistance de la structure au regard des sollicitations de contact, on a souvent recours à des revêtements multicouches dont l'architecture est choisie de manière empirique et leur viabilité éprouvée après. Il est utile de considérer également la réponse de telles structures. Dans les études qui vont suivre, l'épaisseur totale de dépôt est de $0,5a_H$, comme dans les situations précédentes.

IV. REVETEMENTS MULTICOUCHES.

Un revêtement multicouches [67-70] est constitué d'un empilement de couches d'épaisseurs et de propriétés mécaniques différentes. Il en existe de différentes sortes. Les plus couramment utilisés par les métallurgistes sont dits de type BABABA.... Il s'agit d'une succession alterné de matériaux de type A et B. Outre ce cas, nous allons également considérer les revêtements dits à gradient en nous limitant au cas d'une évolution graduelle de module d'Young. Afin de montrer l'avantage que pourrait représenter l'utilisation d'un film multicouches, nous allons dans chaque situation comparer les contraintes à celles obtenues pour leur homologue de film monolithique dont le module de Young est $E_f = 2,44 E_S$ (cas du dépôt de tungstène sur du silicium).

IV.1. Architecture du type BABA.

L'avantage du dépôt alterné BABA..., est qu'il constitue pour le substrat une barrière à la propagation des éventuelles fissures. Dans les mêmes conditions de contact que précédemment, nous allons analyser l'état des contraintes dans un dépôt constitué de couches alternées comme indiqué sur la figure III-22. Au lieu d'avoir un film monolithique, nous avons 4 films monolithiques sur le substrat. Les modules d'Young des couches A et B valent respectivement $1,22 E_S$ et $2,44 E_S$. Considérons le cas d'un film constitué de quatre couches de même épaisseur.

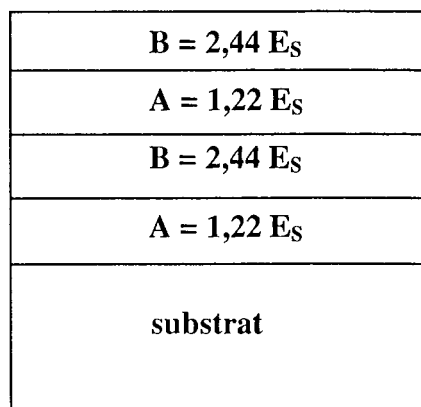


Figure III-22 : Configuration du dépôt multicouches de type BABA

Pour résoudre le problème de l'équilibre de cette structure, l'algorithme numérique utilisé dans le cas du film monolithique, bien qu'applicable, n'est plus adapté. Nous avons utilisé les algorithmes de décomposition de domaine présentés au chapitre précédent.

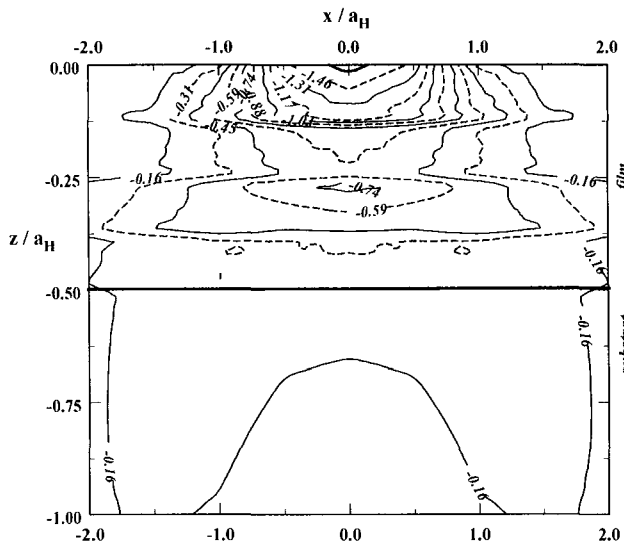
Dans la méthode dite de Ladevèze, il faut préciser le paramètre h lié à la direction de recherche de la solution au cours des itérations. Pour un interface entre deux domaines de modules d'Young E_1 et E_2 , nous avons imposé $h = \frac{E_1}{E_2}$ si $E_1 < E_2$ et, $h = \frac{E_2}{E_1}$ dans le cas contraire. Le critère de convergence est basé sur la norme 1. Ainsi nous admettons que l'algorithme a convergé, si $\sup_k |\varepsilon_{i,i-1}^k| \leq 10^{-14}$, où $\varepsilon_{i,i-1}^k$ représente l'écart entre les solutions obtenues au nœud k pour les itérations $i-1$ et i . Pour ce critère d'arrêt, pour la structure constituée d'un film à 4 sous domaines, la convergence est obtenue en 62 itérations pour un temps de calcul de 60s. Avec la méthode de Schwartz, pour la même structure, on obtient la convergence au bout de 49 itérations en 49s. Dans ce cas (4 sous domaines) la méthode de Schwartz converge plus rapidement que celle de Ladevèze, elle est à privilégier.

IV.1.1. Contact statique sans frottement.

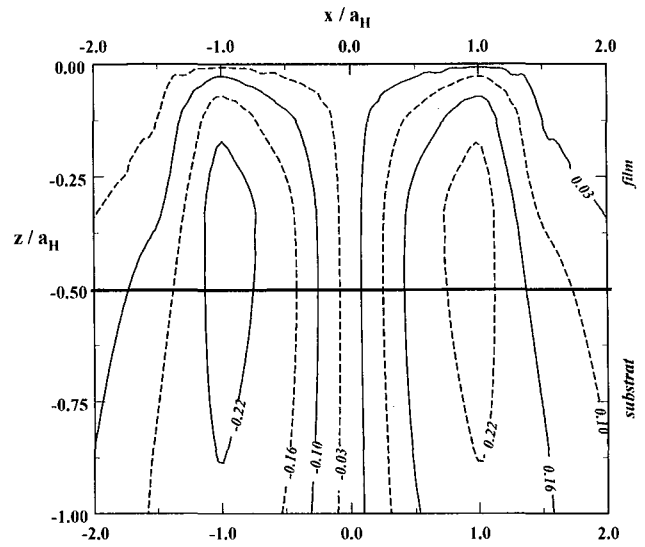
Des quatre contraintes, seules la contrainte σ_{xx} suivant la direction x et celle de Tresca τ , présentent des configurations très différentes de celles obtenues dans les situations précédentes.

La valeur maximale de σ_{xx} se trouve toujours à la surface chargée. Sur la figure III-23, nous avons représenté les courbes de niveau des contraintes. En comparant les isocontraintes σ_{xx} (figure III-23a) à celles obtenues pour un matériau revêtu d'un film homogène (figure III-5a), on note que l'évolution des contraintes σ_{xx} n'est plus uniforme de la surface vers la profondeur du composite. De ce fait, la répartition des isovaleurs de Tresca (figure III-23d) est modifiée. Les maxima de τ sont comme pour les autres types de matériau revêtu, localisés dans le film. Ils sont à la surface et à l'interface film/substrat. Dans le substrat, les valeurs des contraintes de Tresca sont atténuées. La discontinuité à l'interface du film substrat persiste même si elle est légèrement atténuée à cause du module d'Young du matériau A.

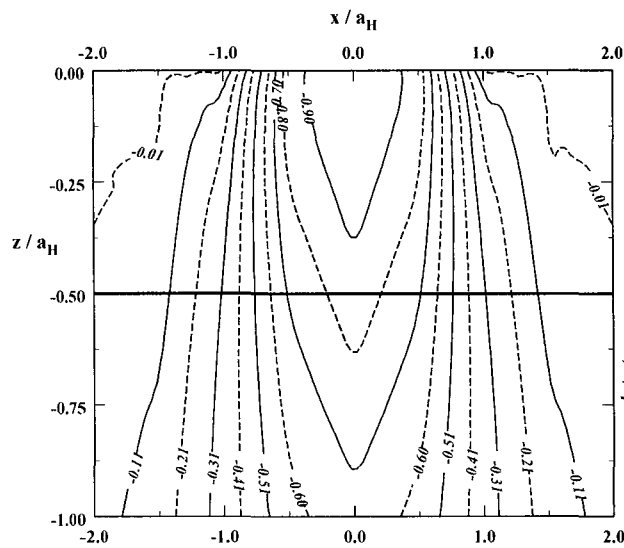
Nous avons deux types d'interfaces, les interfaces entre les couches alternées BABA, qui sont justes des zones de transitions ; et l'interface du substrat. L'interface des différentes couches alternées sont des freins pour une éventuelle propagation de la fissure. L'interface du substrat qui assure la liaison entre le dépôt et le film est une zone de délamination. De plus la discontinuité des contraintes sur cette interface va favoriser la décohésion interfaciale du substrat.



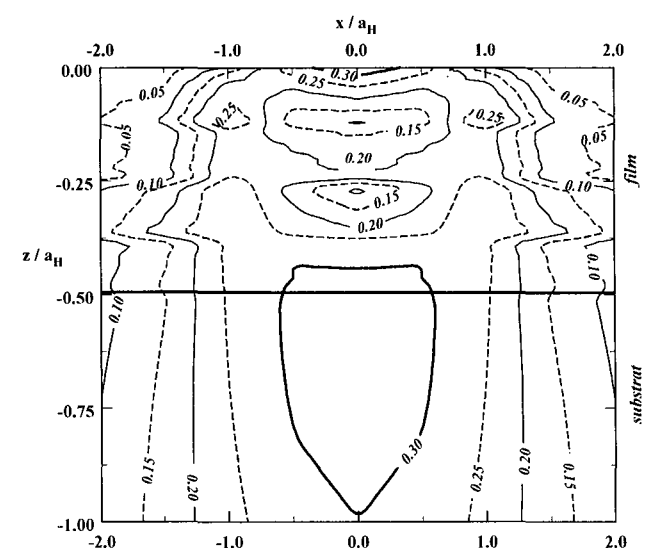
(a) σ_{xx}/P_0



(b) τ_{xz}/P_0



(c) σ_{zz}/P_0



(d) Tresca τ/P_0

Figure III-23 : Les contraintes dans la structure revêtu de film multicouche BABA pour $t/a_H = 0,5$ et $E_f/E_s = 2,44$ en statique et sans frottement ($\mu = 0$).

Pour mieux observer ce qui se passe, nous allons représenter (figure III-24) les évolutions de τ suivant des lignes dans la profondeur de la structure. Les courbes seront comparées à celles obtenues pour un film monolithique.

Dans le film, le multicouche BABA présente des discontinuités au niveau des interfaces entre les différents domaines. C'est la conséquence de l'alternance des couches dans le dépôt. A l'interface film/substrat, l'amplitude de la discontinuité s'est atténuée. Cette amélioration de la discontinuité résulte de la plus grande proximité des modules d'Young du substrat et de la couche immédiatement à son contact. Dans le substrat, les valeurs des niveaux de contrainte sont plus faibles.

Nous avons deux sites importants au regard des valeurs des contraintes de Tresca. A la surface chargée, la valeur de la contrainte de Tresca τ reste la plus élevée (environ 0,34) contre 0,3 pour le film monolithique. Il est porté par l'axe maximal de chargement. A l'interface film/substrat, se trouve un maximum local (0,3) ; pour le film monolithique elle est plus importante (environ 0,35). A l'intérieur du film, la valeur maximale de Tresca est identique à celle obtenue pour son homologue du film monolithique (environ 0,3). Une atténuation des valeurs de τ dans le substrat.

Dans tout le film alterné, les contraintes sont moins élevées comparées au film monolithique, en plus de la légère atténuation aux abords de l'interface dans le substrat quand il est revêtu du film multicouche. Cette dernière en cas d'endommagement mécanique pourra mieux préserver le substrat ; les discontinuités internes du film constituent pour ce dernier une limite à la propagation. Le seul inconvénient reste la discontinuité à l'interface film / substrat, qui peut être responsable d'une décohésion interfaciale.

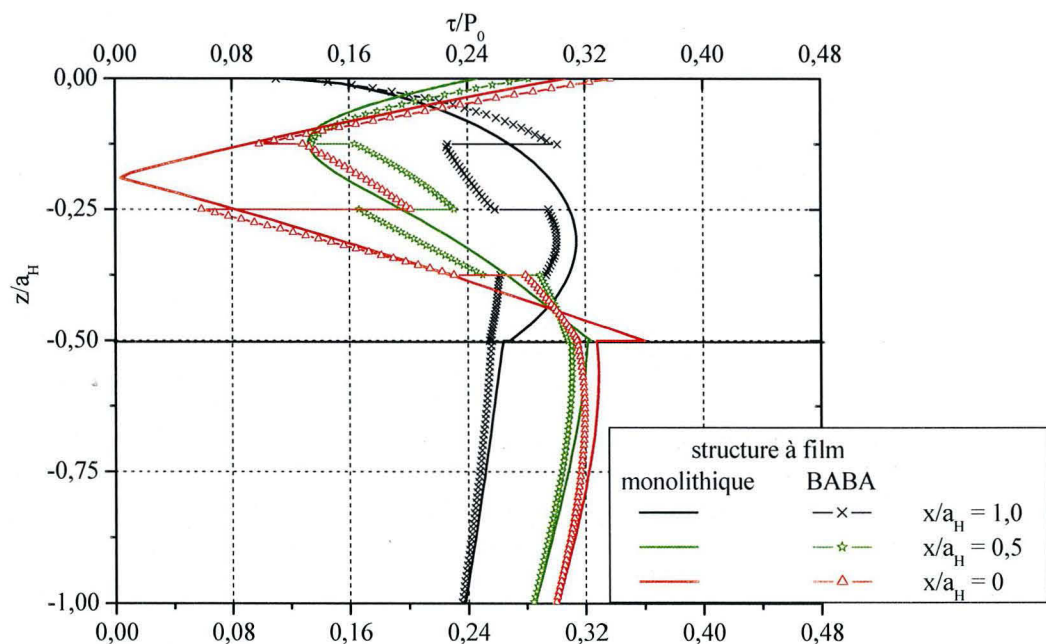


Figure III-24 : Comparaison de la contrainte de Tresca τ/P_0 dans la profondeur de la structure le long des axes $x/a_H = 0 ; 0,5 ; 1$ dans un composite revêtu d'un film monolithique à celui revêtu d'un film multicouche BABA d'épaisseur $t/a_H = 0,5$ en contact statique et sans frottement ($\mu = 0$) $E_f/E_s = 2,44$.

IV.1.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0.2$).

Dans les mêmes conditions que pour le film monolithique, nous représenterons sur les courbes de la figure III-25, les contours des contraintes en contact glissant. Comme précédemment, seules les contraintes σ_{xx} et τ ont des configurations différentes de celles obtenues avant. Les remarques faites dans le cas du contact glissant restent valables ici.

En comparant les courbes de niveaux de σ_{xx} (figure III-25a), à celles obtenues pour son homologue du film monolithique (figure III-10a), on constate une augmentation en valeur absolue de σ_{xx} à la surface chargée. En effet, le contour de valeur -1,6 est plus large avec le film multicouches BABA que pour le film homogène.

Les valeurs de τ ont augmenté dans la structure et principalement dans le film. La dissymétrie des isocontraintes, due à l'effort tangentiel engendré par le glissement, est toujours présente. Les valeurs maximales de τ se trouvent à la surface de la structure et à l'intérieur du film. Bien que le matériau du domaine subissant le chargement soit identique à celui du film monolithique, tout comme le chargement, les niveaux de contraintes τ atteignent $0,4P_0$ pour le film alterné BABA, alors qu'elle est de $0,35P_0$ pour le dépôt monolithique, en contact glissant.

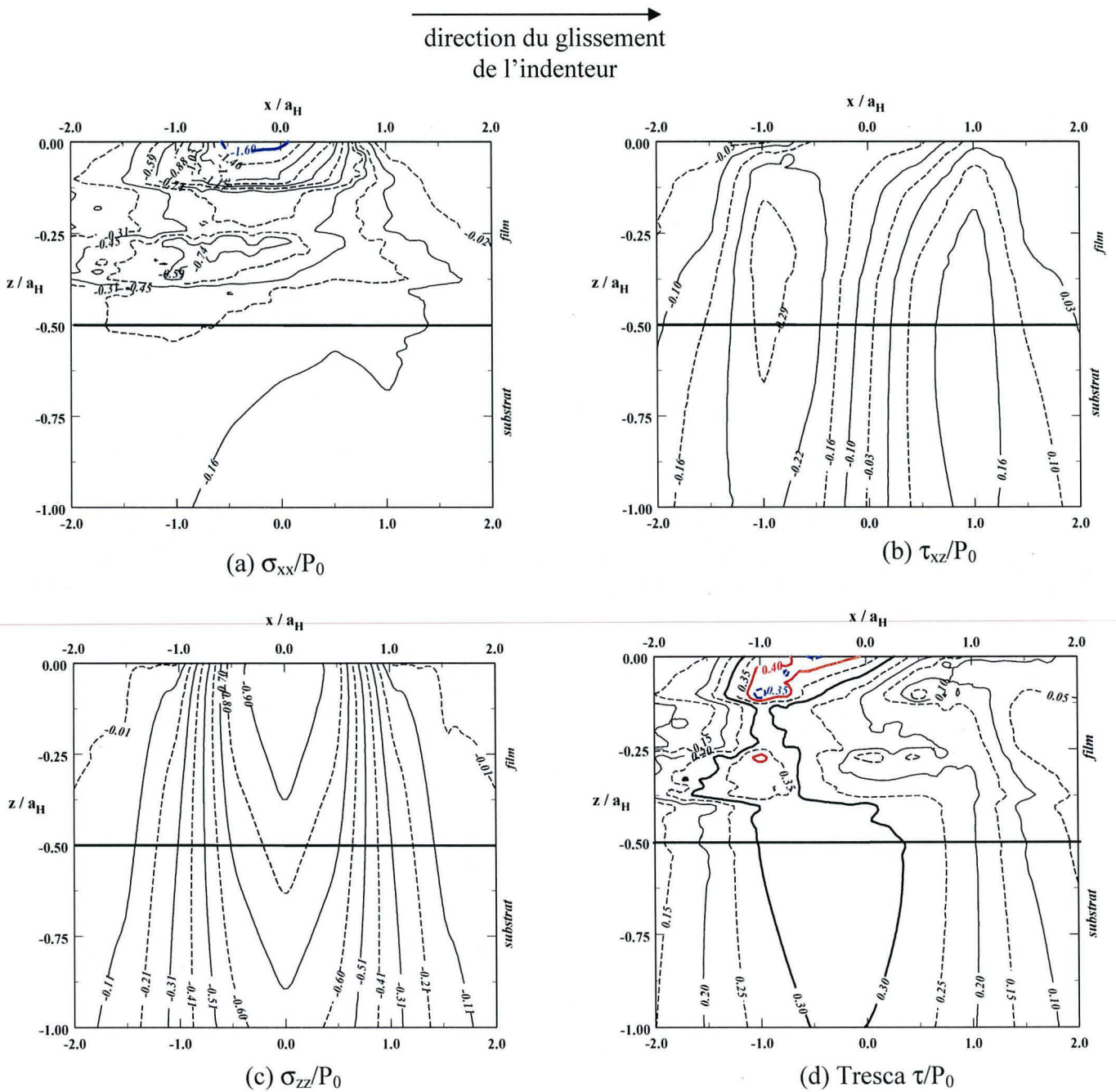
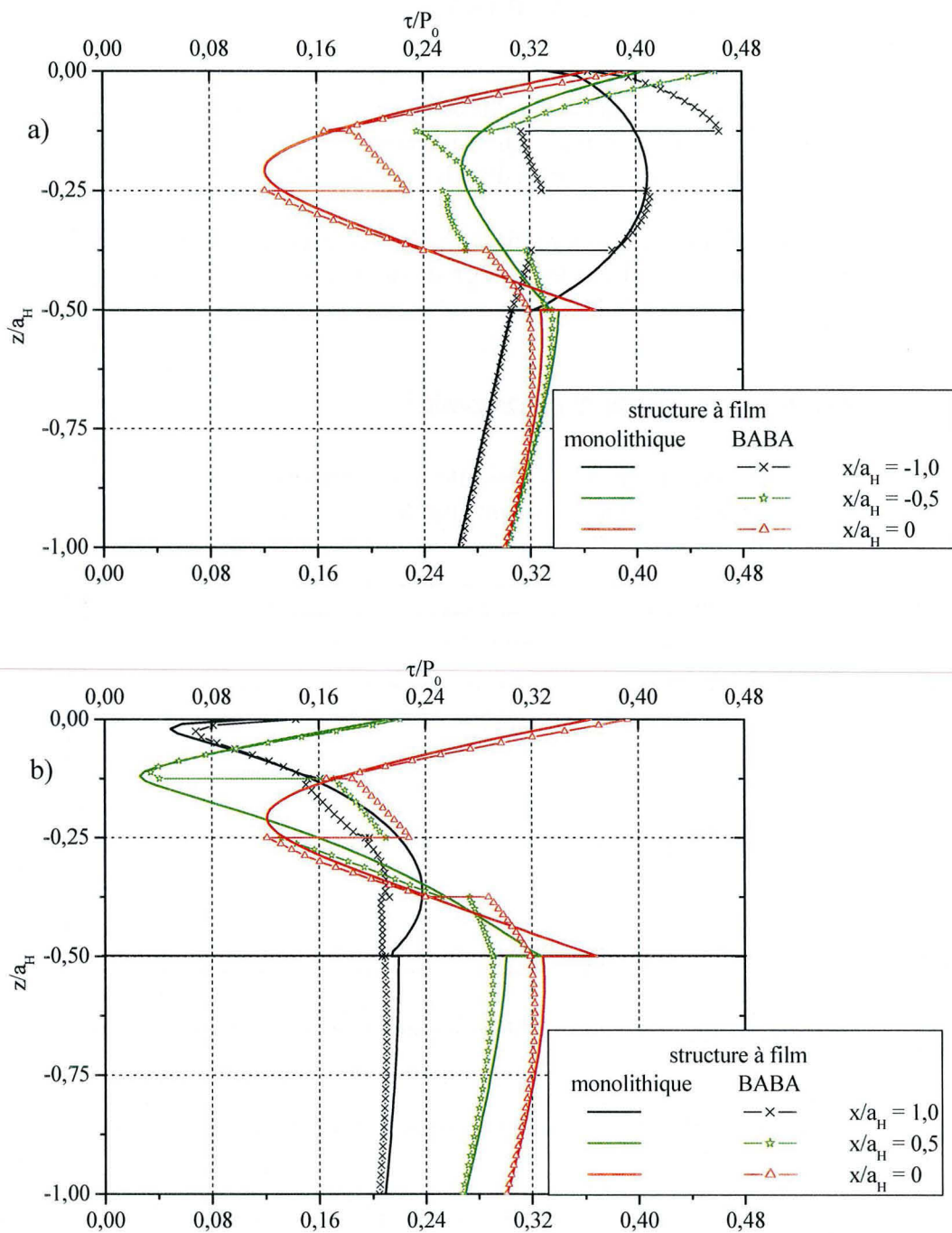


Figure III-25 : Les isocontraintes pour le composite à revêtement multicouches BABA, cas du glissement avec frottement ($\mu = 0,2$) $E_f/E_s = 2,44$.

La représentation de la contrainte τ le long des lignes dans la profondeur de la structure montre des sauts à l'intérieur du film multicouche (figure III-26).

Dans le film, la limite arrière du contact ($x = -a_H$) porte la valeur maximale de τ , tandis qu'à la surface chargée et à l'interface, elle se trouve sur l'axe $-0,5a_H$. Les faibles valeurs de la contrainte de Tresca sont localisées à l'avant du contact, le minimum global se trouve sur l'axe maximal de chargement.



*Figure III-26 : Lignes profils de la contrainte résolue de Tresca pour le composite à revêtement BABA comparées à son homologue monolithique, cas du glissement avec un coefficient de frottement ($\mu = 0,2$) $E_f/E_s = 2,44$.
 a) le long des axes $x/a = 0 ; -0,5 ; -1$ (à l'arrière du contact)
 b) le long des axes $x/a = 0 ; 0,5 ; 1$ (à l'avant du contact)*

Avec les structures à multicouches BABA, nous avons une atténuation des gradients de contraintes à l'interface film/substrat. La contrainte dans le substrat diminue avec le film BABA, alors qu'avec le film homogène du tungstène, elle est plus importante. En présence du

glissement, la contrainte maximale à la surface chargée, est localisée sur l'axe $x/a_H = -0,5$ à l'arrière du contact. Dans les deux cas de contact, la présence des discontinuités de contraintes à l'interface du film multicouche BABA, est néfaste pour la structure, car elle facilite les décohésions internes.

Nous avons montré précédemment l'intérêt d'avoir un rapport faible entre les couches successives. Pour cela, nous avons envisagé pour la suite, de prendre un revêtement constitué d'une suite de domaines homogènes dont les modules de Young varient de manière graduelle.

Dans les mêmes conditions de contact que précédemment, analysons les contraintes dans un matériau revêtu d'un dépôt à gradient de propriété. Et comparons les contraintes à celles du matériau revêtu de tungstène.

IV.2. Revêtement à gradient de propriétés.

Dans ce cadre, nous avons assimilé le revêtement à un empilement de n couches dont les modules d'Young évoluent suivant une loi exponentielle dont l'origine est à l'interface revêtement / substrat.

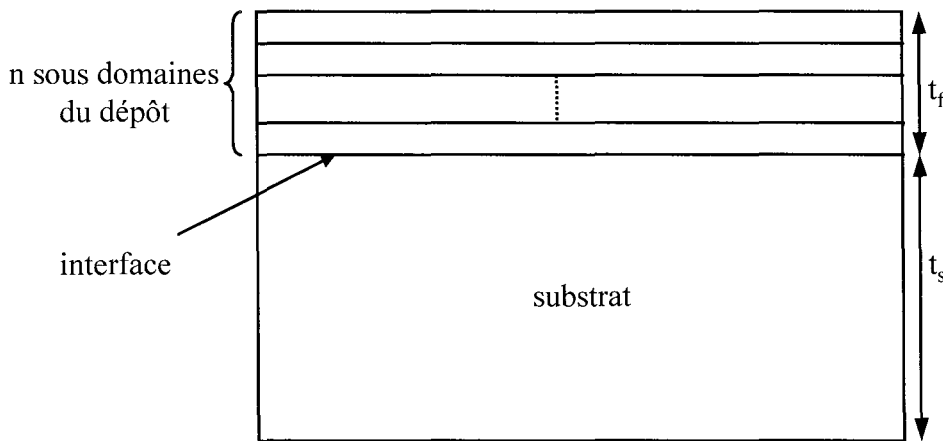


Figure III-27 : Géométrie simplifiée de la structure revêtu de n sous domaines

Nous avons utilisé la loi d'évolution déjà adoptée par d'autres auteurs (cf ; ex : [70]) ; à savoir :

$$E_i(z_i / a_H) = E_B \exp\left(\beta \frac{z_i}{a_H}\right) \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{a_H}{t_f} \ln\left(\frac{E_B}{E_s}\right)$$

Dans cette expression E_f^{\max} , E_s et t_f désignent respectivement les valeurs des modules d'Young à la surface libre et du substrat, et l'épaisseur du film.

Ainsi, le module d'élasticité du film est égal à celui du substrat au niveau de l'interface. Au voisinage de ce dernier, les variations de module sont très rapides et s'amenuisent lorsqu'on approche la zone chargée.

Les résultats présentés ci-après ont été obtenus pour $n = 10$ et $E_f^{\max} = 2,44E_s$. Pour cette situation aussi, nous avons comparé les performances de nos deux algorithmes de

décomposition en sous domaines. La convergence pour l'algorithme de Ladevèze a été obtenue en 522 itérations, soit 12mn 49s. Pour l'algorithme de Schwartz, il a fallu 714 itérations, soit 17mn 14s de temps de calcul.

Il apparaît que lorsque le nombre de sous domaine est important, l'algorithme de Ladevèze est plus performant que celui de Schwartz.

IV.2.1. Contact statique sans frottement.

La représentation des isovaleurs des quatre contraintes σ_{xx} , σ_{zz} , τ_{xz} , et τ , il apparaît que seules les trois dernières présentent des contours différents de ceux du cas monolithique (figure III-5). Sur la figure III-28, nous avons représenté ces isovaleurs pour la structure à gradient de propriétés.

Les résultats précédents ont montré que pour le film multicouches de type BABA (figure III-23), les contraintes τ_{xz} sont en valeur absolue plus faibles que pour leur homologue du film homogène. Dans le cas présent aussi, on note aussi le même comportement. Nous pouvons noter ici, la continuité des contraintes à l'intérieur du film et à l'interface film / substrat. Ceci est dû à la variation graduelle des modules de Young entre les différentes couches.

Ainsi la contrainte de Tresca τ (figure III-28d) prend des valeurs moins importantes dans le film. Il apparaît que l'un des avantages d'un tel film comparé au film monolithique est le déplacement des maxima de l'intérieur du film vers la surface chargée. Le minimum global existe toujours sur l'axe maximal de chargement, à l'intérieur du film. Les niveaux des contraintes sont atténués dans le substrat muni d'une multicouche comparé à son homologue du film monolithique.

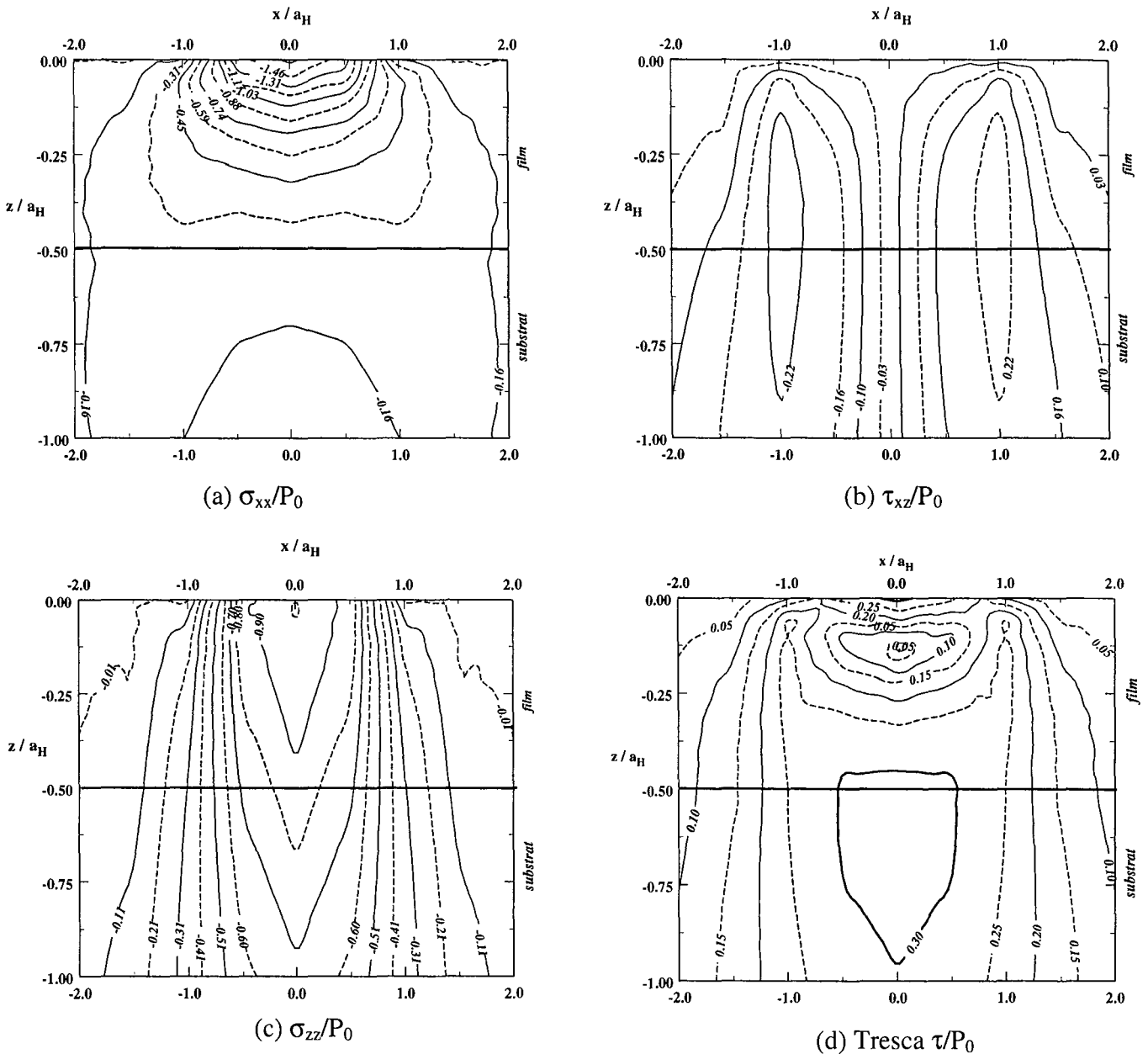


Figure III-28 : Les contraintes résolues dans la structure revêtu de multicouche à gradient de propriétés en contact statique et sans frottement ($\mu = 0, n = 10$) $E_f/E_s = 2,44$.

La figure III-28b révèle une élimination de la discontinuité à l'interface. D'où la nécessité de la représentation des contraintes le long des lignes dans la profondeur du composite.

Sur la figure III-29, représentons les évolutions de τ le long des axes 0 ; 0,5 et 1 pour le film à gradient de module. Comparons ses valeurs à celles du film monolithique. Cette représentation va passer par un minimum local de τ sur les axes 0 et 0,5.

Dans le film à gradient de module, la valeur inférieure des minima de τ est presque identique à celle obtenue pour le film monolithique. Induisant du coup une compression plus forte des contraintes dans le film à gradient de propriétés que dans le film monolithique. La position de cette dernière s'est déplacée vers la surface (environ 0,14 pour le film à gradient contre 0,18 pour le dépôt monolithique).

A la surface, l'axe de chargement maximal porte le maximum de τ . A l'intérieur du film à gradient de propriétés, on note une diminution de la contrainte de cisaillement maximal, surtout aux limites du contact ($|x| = a_H$). A l'interface, continuité parfaite des contraintes pour la structure à gradient de propriétés.

Dans le substrat, il y a une baisse des niveaux de contraintes pour le film multicouche à gradient de propriété. Il est mieux protégé par le film multicouche à gradient de propriétés contre une déformation plastique.

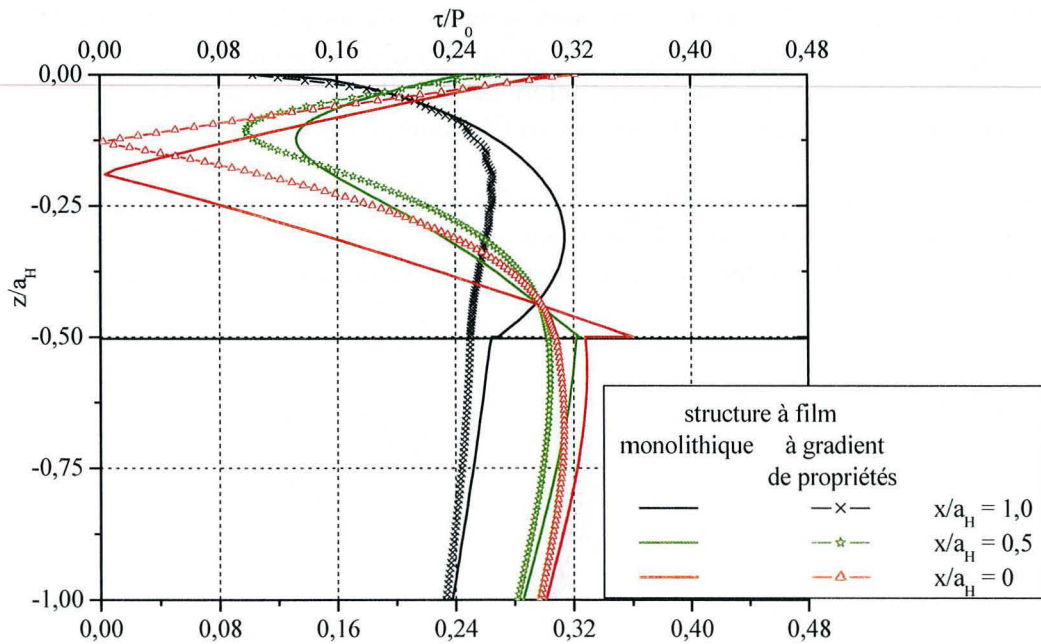


Figure III-29 : Comparaison de la contrainte de Tresca τ le long des axes $x/a_H = 0 ; 0,5 ; 1$ dans un composite à film monocouche à celui revêtu d'un film à gradient de propriétés en contact statique et sans frottement ($\mu = 0 ; n = 10$) $E_f/E_s = 2,44$.

A chargement égal et en contact statique sans frottement, le film à gradient de propriétés abaisse les niveaux de contraintes dans le composite en général et dans le film en particulier. De plus le maximum de la contrainte de Tresca, se trouve à la surface chargée pour le film à gradient contrairement, aux autres types de dépôt où il est localisé dans le film. Cette position est la plus favorable, car en cas de propagation d'un défaut dans le film. La continuité des contraintes à l'interface, pourra favoriser l'adhérence du film sur le substrat, limitant ainsi tout risque de décohésion interne.

Que se passe-t-il quand on se trouve en situation de contact glissant dans la structure à dépôt de gradient de propriétés ?.

IV.2.2. Contact glissant avec frottement ($\mu = 0.2$).

Sur la figure III-30, les courbes de niveau de τ sont représentés dans la structure en contact glissant avec frottement pour le film à gradient de propriété. Comme pour les films étudiés précédemment, il y a une augmentation de la contrainte exercée sur le composite, comparée aux résultats obtenus pour le contact statique. Malgré cette augmentation, les valeurs atteintes par les contraintes sont plus faibles ici que dans la situation antérieure.

A la surface se trouve le maximum global de la contrainte de Tresca ($\tau = 0,45P_0$) dans le composite. A l'intérieur du film le maximum prend la valeur $0,4P_0$. Dans cette situation la surface chargée sera plus sollicitée que l'intérieur du film. Dans le cas où le seuil de plastification serait dépassé, la surface chargée sera la plus fragile vis à vis de cette dernière. La diminution globale des niveaux de contraintes persiste, malgré la présence du frottement.

En contact glissant avec frottement, le film multicouche à gradient de propriétés garde ses résistances vis à vis de l'endommagement mécanique. L'inconvénient de ce film est la fragilité qu'il représente quand à la propagation d'une fissure quand celle-ci s'initie ; en effet n'ayant aucune discontinuité à l'intérieur du film, un défaut quand il est initié, pourra facilement se propager contrairement au film alterné BABA.

Rappelons que dans le cas où le film en contact est plus rigide que le substrat ($E_f/E_S > 1$ le cas étudié) ou quand il est moins rigide que le substrat ($E_f/E_S < 1$ le cas du film de D.L.C.) ; l'évolution des contraintes dans le film reste la même, c'est à dire continue.

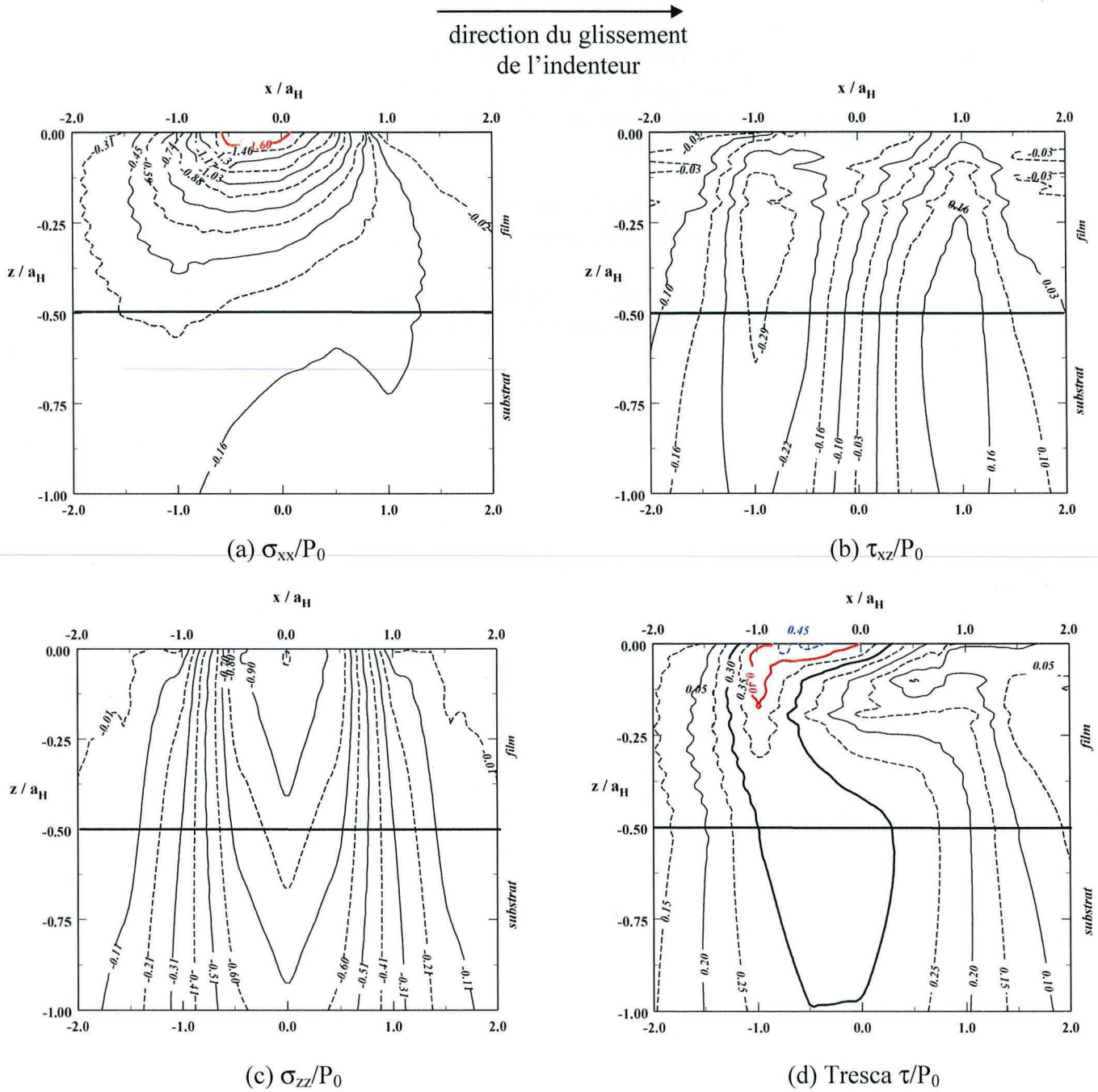


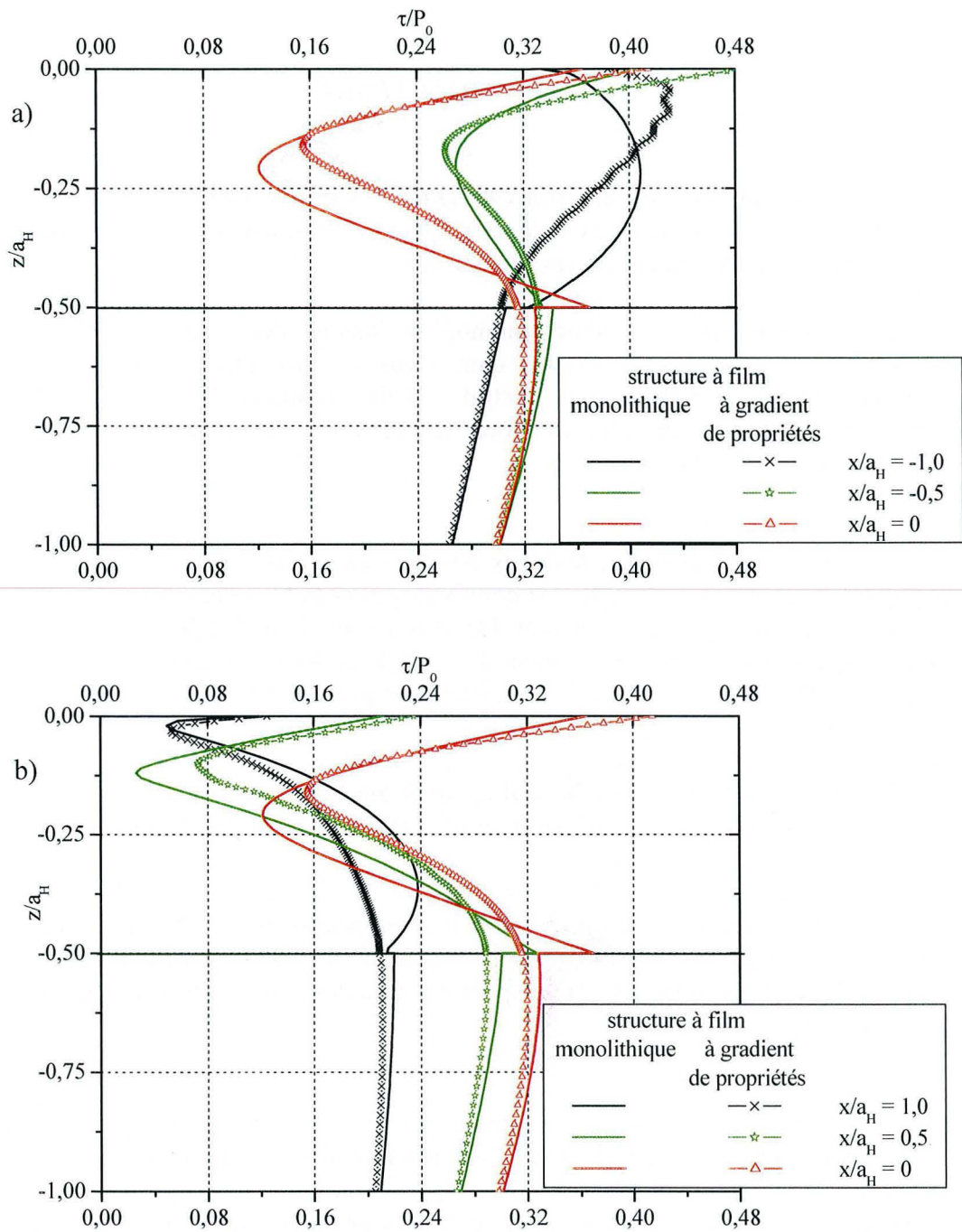
Figure III-30 : Les contraintes résolues dans la structure revêtu de multicouche à gradient de propriétés en contact glissant et avec frottement ($\mu = 0,2$; $n = 10$) $E_f/E_s = 2,44$.

Sur la figure III-31, sont comparées les lignes profils de τ/P_0 dans la profondeur du matériau d'un composite à film monolithique, à un composite à gradient de propriétés. Ces profils ont été réalisés à l'arrière (figure III-31a) et à l'avant du contact (figure III-31b).

Dans le film (figure III-31a), la limite arrière du contact ($x = -a_H$) porte la valeur maximale de τ , tandis qu'à la surface chargée et à l'interface, elle se trouve sur l'axe $-0,5a_H$. Malgré l'augmentation générale dans le composite des valeurs de τ , dû au frottement ; dans le film, les contraintes de Tresca ont des valeurs plus faibles dans le film à gradient de propriétés que dans la structure à film monolithique.

De plus les valeurs de Tresca dans le substrat près de l'interface sont plus faibles pour le composite dont le dépôt est à gradient de propriétés que celui du film monolithique.

Pour la structure revêtu d'un film à gradient de propriétés, le maximum global se trouve toujours à la surface chargée, c'est donc à la surface que l'initiation de la plasticité aura lieu, si la limite est dépassée.



*Figure III-31 : Lignes profils de la contrainte résolue de Tresca pour le composite à revêtement à gradient de propriétés à son homologue monolithique, cas du glissement avec un coefficient de frottement ($\mu = 0,2$) $E_f/E_s = 2,44$.
 a) le long des axes $x/a = 0 ; -0,5 ; -1$ (à l'arrière du contact)
 b) le long des axes $x/a = 0 ; 0,5 ; 1$ (à l'avant du contact)*

CONCLUSION.

De la comparaison des films de D.L.C. et du chrome, il apparaît que c'est celui de D.L.C. qui abaisse les niveaux de contraintes dans le substrat. Il est plus avantageux pour le substrat de le revêtir du D.L.C. que du chrome.

Le composite à revêtement homogène dans les deux cas de contact traités ci-dessus, présente des contraintes plus élevées dans le cas d'un dépôt multicouche, avec diminution des discontinuités à l'interface film/substrat. Un film multicouches est à privilégier à un film monolithique, quand on veut améliorer les performances de la structure à la déformation plastique et à la décohésion.

De l'étude menée sur les deux types de multicouches ; il en ressort que, seul celui à gradient de propriétés possède des contraintes plus faibles dans toute la structure, avec une continuité à l'interface film/substrat. De plus à l'intérieur du film, aucun saut de contraintes n'est localisé. En cas de dépassement du seuil de plasticité, le film du multicouche à gradient de propriété est préservé contre une déformation plastique.

Au vu de tous ces résultats, il apparaît que seul le composite à gradient de propriétés présenterait les meilleures performances en matière de tenue mécanique dépôt/substrat.

Pour le film multicouche à gradient de propriétés, même si le substrat adhère mieux au film et que les niveaux de contraintes sont moins importantes à l'intérieur de ce dernier ; il reste qu'il ne préservera pas longtemps le substrat des dommages mécaniques, dès qu'ils vont commencer.

L'intérêt étant de protéger le plus longtemps possible le substrat ; une autre solution consiste à mettre entre le film et le substrat, un matériau dont les propriétés mécaniques sont voisines de celles du substrat, afin de garder la continuité des contraintes à l'interface film / substrat. Ce matériau doit avoir aussi de bonnes propriétés de résistance à l'endommagement mécanique. Au vu tout ce qui précède, il s'avère que le D.L.C. présente toutes ses caractéristiques.

CHAPITRE IV

ANALYSE DU PROBLEME COMPLET : PRISE EN CHARGE DE LA PRESSION DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION.

CHAPITRE IV

ANALYSE DU PROBLEME COMPLET : PRISE EN CHARGE DE LA PRESSION DANS LA CHAMBRE DE COMBUSTION.	102
INTRODUCTION.....	104
I. PRESENTATION DU PROBLEME.	105
<i>1.1. Configuration du segment dans le piston.</i>	105
<i>1.2. Modélisation mécanique du système.....</i>	106
II. RESOLUTION DU PROBLEME.....	107
<i>II.1. Equations de contact.....</i>	107
<i>II.2. Equations intégrales.....</i>	109
<i>II.3. Algorithme de résolution.....</i>	110
III. RESULTATS.	111
<i>III.1. Validation de l'algorithme.....</i>	112
<i>III.2. Application au segment.....</i>	113
III.2.1. Caractéristiques du contact.....	113
<i>III.2.1.1. Chargement normal.....</i>	113
<i>III.2.1.2. Prise en compte de la pression des gaz.....</i>	113
III.2.2. Analyse de quelques critères d'endommagement.	117
<i>III.2.2.1. Critère de la contrainte principale maximale.....</i>	118
<i>III.2.2.2. Critère de la contrainte elliptique.....</i>	121
<i>III.2.2.3. Critère de la composante tangentielle σ_t du vecteur contrainte.....</i>	127
CONCLUSION.....	129

INTRODUCTION.

Ce dernier chapitre sera consacré à une modélisation élastostatique du problème réel. Rappelons que ce choix est dicté par le fait que les déformations plastiques sont indésirables. Dans son environnement, le segment est, sur une partie de sa frontière, en contact avec la chemise. Sur une autre partie, il subit la pression des gaz de combustion. Bien qu'en toute rigueur, la prise en compte de cette dernière nécessite une modélisation transitoire, nous nous limitons dans ce qui suit à la configuration où le segment est en butée et subit la pression de combustion maximale.

L'approche simplifiée d'analyse des structures film / substrat utilisée dans le chapitre précédent n'est pas adaptée à la situation actuelle, car elle ne permet pas de prendre en compte la pression de combustion. Nous traitons donc entièrement le problème de contact non conforme en nous limitant à une situation quasi statique.

Dans ce qui suit, nous commençons par une présentation du problème physique et de la méthode numérique adoptée.

Nous allons valider l'algorithme de résolution à travers la présentation de quelques résultats en contact statique sur un segment homogène.

Ensuite cette méthode sera appliquée au segment. Dans cette application, nous analyserons les conséquences de la pression latérale des gaz sur la zone de contact et les contraintes.

Pour terminer, nous allons étudier quelques critères d'endommagement. Cette analyse permettra de souligner le rôle éventuel de la contrainte de cisaillement, dans les pertes de matières que subissent les segments lors de leurs utilisations. Comme dans le chapitre précédent, par souci de généralité, autant que possible, nous travaillerons avec les grandeurs adimensionnelles x/a_H , z/a_H ; où a_H désigne la demi largeur de contact de Hertz, et P_0 la pression maximale de contact.

1. PRESENTATION DU PROBLEME.

La pression dans la chambre de combustion est une sollicitation supplémentaire appliquée au segment. En fin de course, le segment est en butée et subit aussi l'action de cette dernière. Dans cette configuration de travail que nous avons adoptée, le segment subit le maximum de sollicitation (figure IV-1).

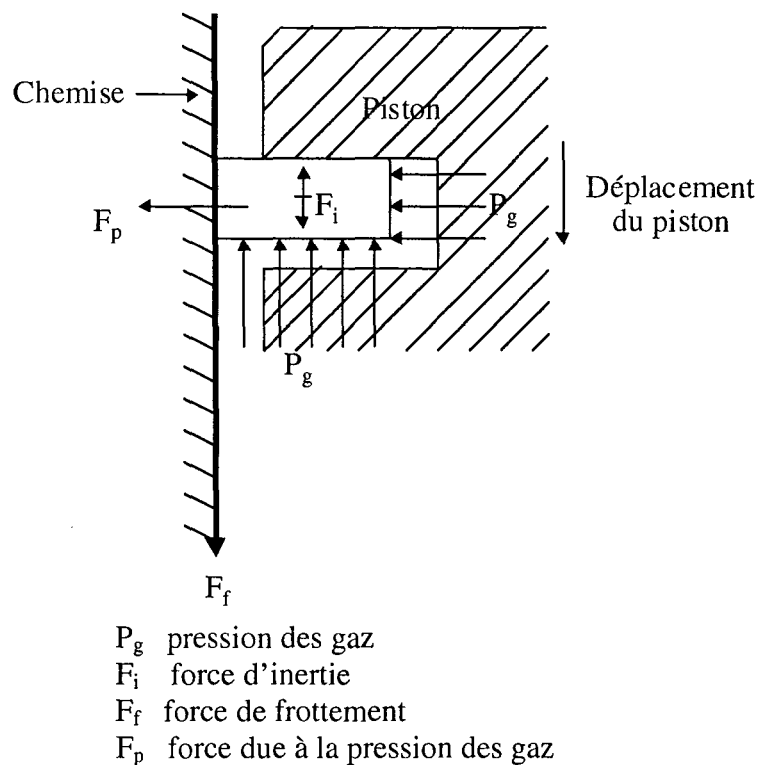


Figure IV-1 : Forces induites sur le segment lors du déplacement du piston.

1.1. Configuration du segment dans le piston.

La figure précédente, ne met pas en évidence la forme circulaire du segment, au niveau de la zone de contact avec la chemise. Dans le présent travail, nous ne considérons pas le cas asymétrique et les forces d'inertie.

La géométrie utilisée pour notre étude est représentée sur la figure IV-2.

L_z désigne la hauteur du segment et h la hauteur de la portion du piston sur laquelle le segment est en butée. Nous faisons l'hypothèse que le glissement y est parfait.

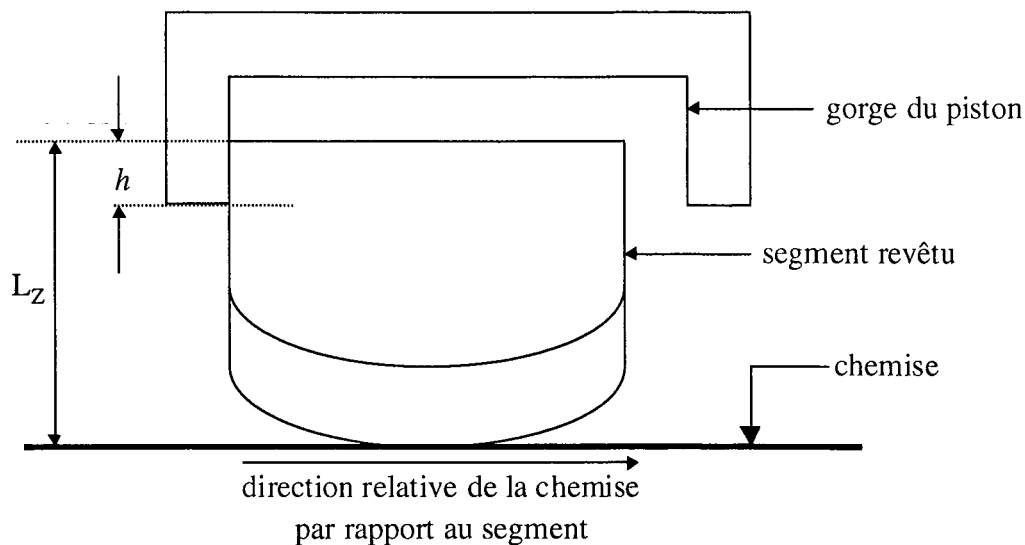


Figure IV-2 : Position du segment dans le moteur à la fin de sa course.

I.2. Modélisation mécanique du système.

La figure IV-3 représente le segment et les sollicitations qu'il subit. Le segment a un rayon de courbure $R = 40$ mm, une largeur $2L_x = 0,5$ mm et pour hauteur $L_z = 2$ mm. La hauteur h n'est pas connue a priori. Ce sera un paramètre de notre étude. Expérimentalement, on montre qu'il existe au voisinage immédiat du contact, une zone où le segment ne subit pas la pression des gaz. Elle est caractérisée par la distance d qui est aussi un paramètre de notre étude.

Désignons par P_1 les efforts qui s'exercent sur la base et qui simulent les actions responsables du contact entre le segment et la chemise. Cette charge est la somme de la pression des gaz (P_2) et de l'action du retour élastique responsable du contact initial.

L'hypothèse de glissement parfait au niveau de la butée nous autorise à représenter cette liaison par des appuis simples.

Les efforts P_1 et P_2 seront également des paramètres de notre étude. L'une des particularités de l'étude réside dans la contrainte d'avoir un film d'épaisseur inférieure à $5\mu\text{m}$. C'est une situation de matériau à épaisseur de dépôt mince.

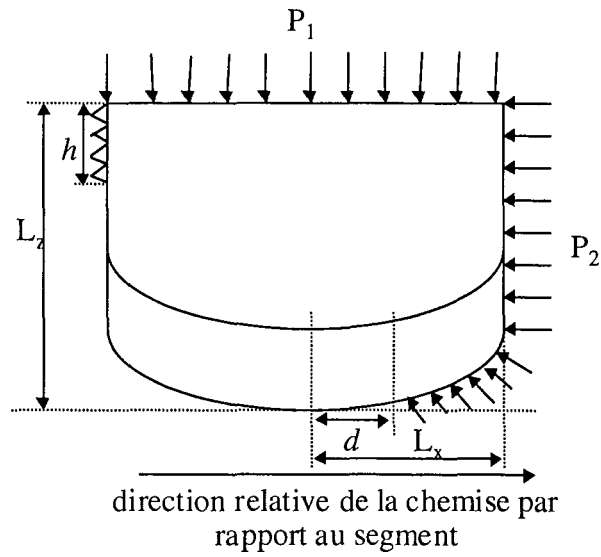


Figure IV-3 : Schéma de la modélisation du système.

II. RESOLUTION DU PROBLEME.

Ce paragraphe est consacré à la présentation des équations et de la méthode de résolution du problème.

II.1. Equations de contact.

Soient deux solides élastiques occupant les domaines Ω_I et Ω_{II} de frontières respectives Γ_I et Γ_{II} . Sous l'action d'un système de forces extérieures, il se crée entre les deux solides une surface de contact Γ_c qui est également une inconnue du problème. Les points de la surface géométrique Γ_c proviennent des surfaces potentielles de contact Γ_{c_I} et $\Gamma_{c_{II}}$ (figure IV-4a) que l'on postule a priori sur les surfaces Γ_I et Γ_{II} .

Considérons alors deux points A et B appartenant respectivement à Γ_{c_I} et $\Gamma_{c_{II}}$ et, susceptibles de rentrer en contact sous l'effet du chargement (figure IV-4b). On introduit les vecteurs normal \vec{n} et tangent $\vec{\tau}$ au plan de contact par :

$$\vec{n} = \frac{\vec{n}_{II} - \vec{n}_I}{\|\vec{n}_{II} - \vec{n}_I\|} ; \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{\tau}_{II} - \vec{\tau}_I}{\|\vec{\tau}_{II} - \vec{\tau}_I\|}$$

où \vec{n}_I et \vec{n}_{II} sont respectivement les vecteurs normaux à Γ_{c_I} et $\Gamma_{c_{II}}$ aux points A et B. $\vec{\tau}_I$ et $\vec{\tau}_{II}$ sont les vecteurs tangents associés.

L'écartement normal initial g_0 entre B et A est défini par : $g_0 = \overrightarrow{BA} \cdot \vec{n}$.

Pour l'analyse des contraintes, on introduit les grandeurs normales et tangentielles au plan de contact

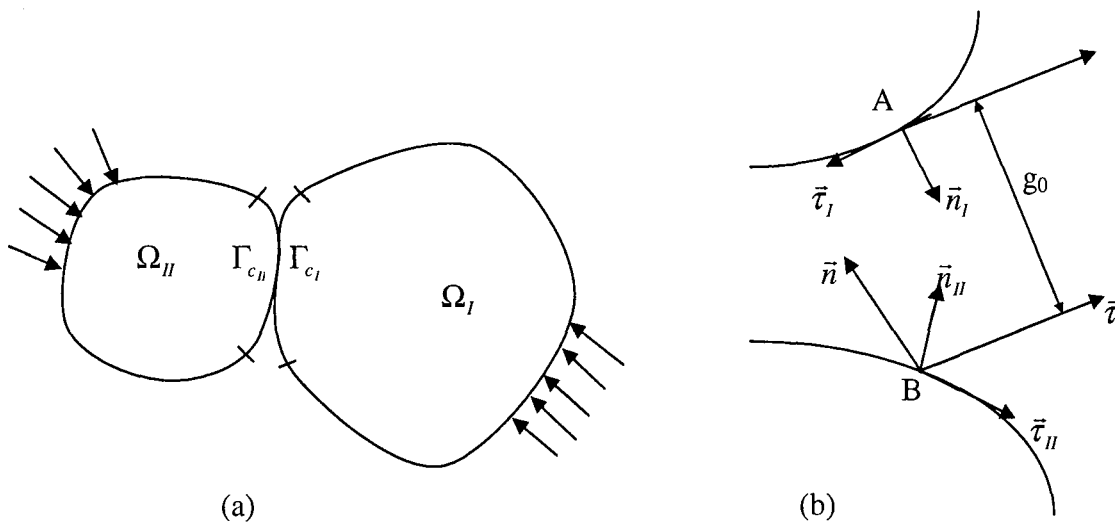


Figure IV-4 : Contact entre deux corps élastiques.

(a) Configuration des solides

(b) Système des coordonnées locales.

Le contact des deux points A et B peut être des deux types suivants :

Contact adhérent,

$$\left. \begin{aligned} t_{\tau}^I + t_{\tau}^{II} &= 0 \\ t_n^I + t_n^{II} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{Action - réaction}$$

$$u_{\tau}^I + u_{\tau}^{II} = 0 \quad \text{non glissement} \quad (|t_{\tau}^I| < \mu |t_n^I|)$$

$$u_n^I - u_n^{II} + g_0 = 0 \quad \text{contact normal}$$

Les deux premières équations traduisent le principe de l'action et de la réaction, et les deux dernières la compatibilité des déplacements.

Contact glissant (μ le coefficient de frottement) :

$$\left. \begin{aligned} t_{\tau}^I + t_{\tau}^{II} &= 0 \\ t_n^I + t_n^{II} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{Action - réaction}$$

$$|t_{\tau}^I| = \mu |t_n^I| \quad \text{condition de glissement}$$

$$u_n^I - u_n^{II} + g_0 = 0 \quad \text{contact normal}$$

Lorsque la charge appliquée n'est pas suffisante pour amener les deux points en contact, la paire de points est séparée et on écrit :

$$\begin{aligned} t_{\tau}^I + t_{\tau}^{II} &= 0 \\ t_n^I + t_n^{II} &= 0 \\ t_{\tau}^I &= 0 \\ t_n^I &= 0 \end{aligned}$$

II.2. Equations intégrales.

Aussi bien pour le domaine représentant la chemise, que pour celui qui constitue le segment, la formulation du problème d'élastostatique pour une résolution par la méthode des éléments de frontière, conduit à la résolution par domaine de :

$$\int_{\Gamma} [u_i(x) - u_i(\zeta)] T_{ij}(x, \zeta) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} t_i(x) U_{ij}(x - \zeta) d\Gamma(x) \quad (1)$$

où ζ est un point de la frontière du milieu considéré.

Rappelons que U_{ij} est la solution fondamentale de Kelvin et T_{ij} le vecteur contrainte associé.

La condition traduisant le frottement est non linéaire. Le problème de contact non conforme doit donc être traité de manière incrémentale.

Les vecteurs déplacements et contraintes au pas de chargement k se décomposent comme suit :

$$t_i^k = \Delta t_i^k + t_i^{k-1} = \sum_{m=1}^k \Delta t_i^m \quad (2)$$

$$u_i^k = \Delta u_i^k + u_i^{k-1} = \sum_{m=1}^k \Delta u_i^m \quad (3)$$

L'exposant $k-1$ est associé aux grandeurs obtenues au pas de charge $k-1$. Ces grandeurs vérifiant la relation (1), on en déduit que les incréments de déplacement et de vecteurs contraintes vérifient aussi une relation du type (1), à savoir :

$$\int_{\Gamma} [\Delta u_i^k(x) - \Delta u_i^k(\zeta)] T_{ij}(x, \zeta) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} \Delta t_i^k(x) U_{ij}(x - \zeta) d\Gamma(x) \quad (4)$$

Ainsi, l'application de la méthode des éléments de frontière usuelle induit pour chaque domaine, un système d'équations du type :

$$[A]\{X^i\} + [B]\left\{\begin{array}{l} \Delta U_c^i \\ \Delta T_c^i \end{array}\right\} = \{F^i\} \quad (5)$$

où X^i regroupe les inconnues aux nœuds frontières appartenant à Γ/Γ_{c_i} du domaine i . ΔU_c^i et ΔT_c^i sont les incréments des déplacements et vecteurs contraintes des nœuds appartenant à Γ_{c_i} .

Pour un problème, constitué du segment revêtu (substrat + film) et de la chemise (poinçon), le système d'équations linéaire à résoudre est le suivant :

$$\left[\begin{array}{cccccccccc} [A^s] & [H_c^s] & [-G_c^s] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [H_c^f] & [G_c^f] & [A^f] & [H_c^f] & [-G_c^f] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & [H_c^p] & [-G_c^p] & [A^p] & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} X^s \\ \Delta U_c^s \\ \Delta T_c^s \\ X^f \\ \Delta U_c^f \\ \Delta T_c^f \\ \Delta U_c^p \\ \Delta T_c^p \\ X^p \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} F^s \\ F^f \\ F^p \end{array} \right\} \quad (6)$$

Dans cette relation, les exposants (s), (t) et (p) désignent respectivement les grandeurs associées au substrat, au film et au poinçon. Les grandeurs relatives à la zone de contact ou à l'interface (adhérence parfaite) sont dotées d'un indice c.

Ce système d'équations rectangulaire doit être complété par les équations traduisant l'état de contact des paires de nœuds susceptibles de rentrer en contact au cours du mouvement.

En l'absence de frottement, un algorithme de type "vrai - faux" peut être adopté pour résoudre le problème. En présence du frottement, une telle stratégie peut conduire à un blocage (ou une non convergence) du processus itératif. Nous avons donc opté pour une stratégie utilisant les concepts de résolution de systèmes non linéaires [71-75].

II.3. Algorithme de résolution.

Pour décrire l'algorithme adopté, il convient de réécrire les équations de contact. Dans notre démarche, les deux équations traduisant le principe de l'action et de la réaction complètent les équations relatives au poinçon. Quand aux deux autres équations, elles traduisent la condition du contact unilatéral et celle du frottement.

En posant $-d_n = \Delta u_n^I - \Delta u_n^{II} + g_0 + (u_n^I - u_n^{II})$; la condition de contact unilatéral se met sous la forme :

$$d_n \geq 0 ; \quad P_n = -t_n^I \geq 0 ; \quad d_n P_n = 0.$$

Il est clair que si $d_n > 0$, les nœuds ne sont pas en contact et $P_n = 0$.

Par contre, si $d_n = 0$, les nœuds sont en contact et $P_n \geq 0$.

Ces relations de complémentarités s'écrivent sous la forme condensée : $\min(d_n, P_n) = 0$.

Considérons maintenant la relation traduisant le frottement. L'effort tangentiel t_τ^I doit être contenu dans le cône de frottement. On montre à partir du principe de dissipativité maximale que cette condition se met sous la forme mathématique [75]:

$$t_\tau - \text{Proj}(\bar{t}_\tau) = 0 \text{ avec } \text{Proj}(\bar{t}_\tau) = \begin{cases} \bar{t}_\tau & \text{si } \bar{t}_\tau \in \psi(\mu(P_n)_+) \\ \frac{\mu(P_n)_+}{\|\bar{t}_\tau\|} \bar{t}_\tau & \text{sin on} \end{cases}$$

$(x)_+ = \max(0, x)$; $\bar{t}_\tau = t_\tau + \rho(u_\tau^I + u_\tau^{II})$; $\psi(z) = \{y \in R^{n-1} / \|y\| < z, z \geq 0\}$; ρ est un paramètre de pénalisation.

Les équations de contact ainsi réécrites introduisent une non linéarité dans le système. Remarquons également que les fonctions introduites ne sont pas différentiables au sens classique. Elles admettent cependant des dérivées directionnelles que l'on utilise pour construire un algorithme de Newton.

Dans la méthode de Gauss Newton que nous avons implémenté, nous utilisons une matrice Jacobienne approchée car la matrice Jacobienne effective est non linéaire[75].

III. RESULTATS.

Les résultats présentés dans ce chapitre concernent essentiellement un substrat et un poinçon (chemise) en acier et un film en chrome ou D.L.C.. Les caractéristiques mécaniques de ces matériaux sont regroupées dans le tableau IV-1 ci après.

Tableau IV-1 : Caractéristiques mécaniques des matériaux

		E (GPA)	ν
Substrat	Acier	200	0,3
Dépôt	Chrome	330	0,21
	Diamond Like Carbon (D.L.C.)	160	0,3

Nous considérons que l'élasticité du segment, responsable du contact initial entre la chemise et le segment, correspond à une répartition d'effort normal de $0,1 \text{ N/mm}^2$ à la base de ce dernier. La pression des gaz de combustion est prise égale à $0,7 \text{ N/mm}^2$.

Dans toute la suite, la frontière du substrat est subdivisée en 240 éléments quadratiques (Figure IV-4). La zone potentielle de contact de largeur $60 \mu\text{m}$ contient 100 éléments. Dans le cas du segment revêtu, nous utilisons un maillage conforme au niveau de l'interface. Il est identique à la discrétisation de la partie supérieure du segment homogène sur la figure IV-4.

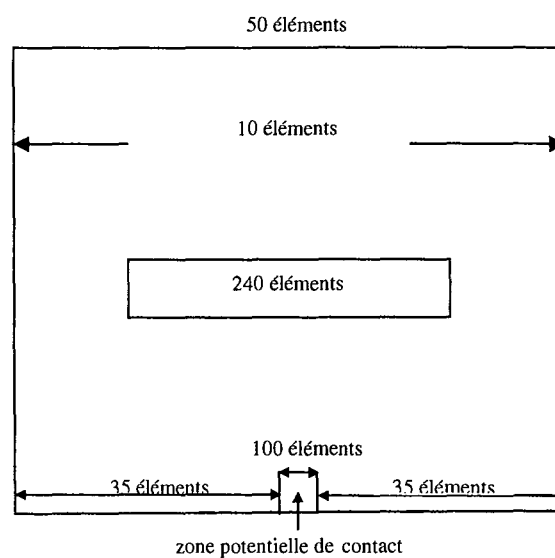


Figure IV-4 : Schéma du maillage du segment.

La stratégie de résolution présentée au paragraphe précédent doit d'abord être validée. A cet effet, nous simulons d'abord le contact sous charge normale entre le segment homogène et un plan et comparons les résultats numériques aux solutions analytiques de la littérature [61]

III.1. Validation de l'algorithme.

Les solutions du problème de contact linéique entre deux solides déformables sous l'effet d'une charge normale P sont bien établies [61]. Il s'agit du problème classique de Hertz, pour lequel la demi largeur de contact est donnée par $a_H = 2\sqrt{\frac{PR}{\pi E^*}}$, où E^* le module de

Young équivalent est tel que $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_{seg}^2}{E_{seg}} + \frac{1-\nu_p^2}{E_p}$ et, R le rayon de courbure équivalent est

donné par : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{seg}} + \frac{1}{R_p}$. La répartition de pression dans la bande de contact est donnée par

$$p_n(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_H}\right)^2} \quad \text{où } p_0 = \frac{2P}{\pi a_H} \text{ représente la pression maximale de contact.}$$

Les profils de pression de contact analytique et numérique obtenus pour $E^{seg} = E^p = 200\text{GPa}$; $\nu^{seg} = \nu^p = 0,3$ et $R = 40 \text{ mm}$, sont représentés sur la figure IV-5. On peut noter l'excellente concordance des résultats. Sur cette figure, nous avons aussi représenté l'évolution de l'effort tangentiel lorsque le coefficient de frottement entre les deux antagonistes du contact est de 0,2. L'évolution, obtenue pour un chargement incrémental en 4 pas, correspond bien aux résultats de la littérature [61].

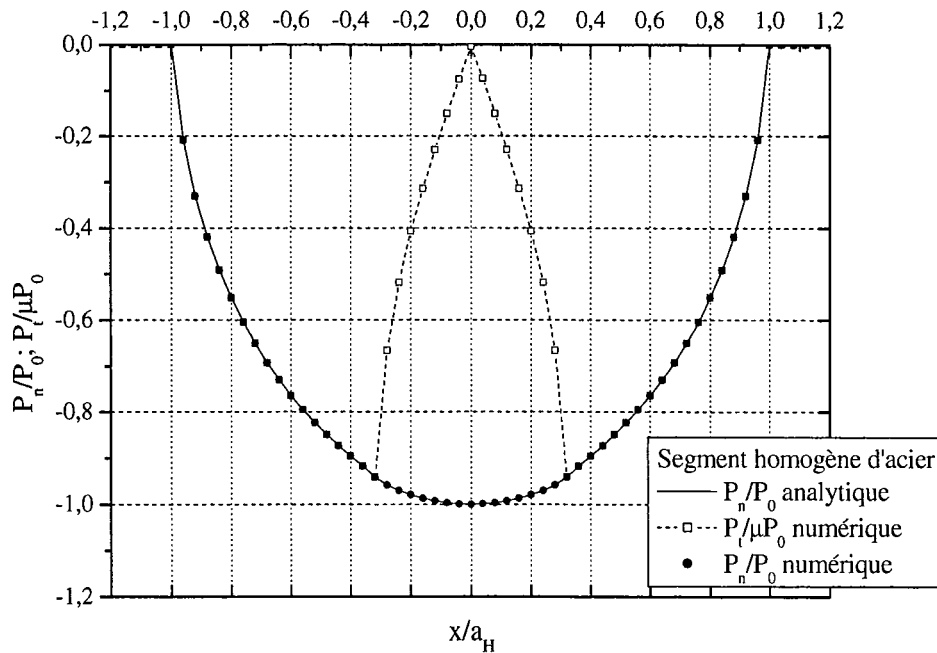


Figure IV-5: Efforts de contact pour un segment homogène en présence du frottement ($\mu = 0,2$).

III.2. Application au segment.

Nous commençons cette étude en nous limitant aux grandeurs caractéristiques du contact (répartition de pression et largeur de contact). Nous analysons d'abord l'influence des paramètres géométriques h et d sur ces grandeurs.

III.2.1. Caractéristiques du contact.

III.2.1.1. Chargement normal.

Cette situation correspond au cas de l'indentation d'un milieu homogène par un poinçon revêtu (film d'épaisseur $5 \mu\text{m}$). Sur la figure IV-6, nous avons représenté les profils de pression de contact obtenus pour des poinçons homogène et revêtus de chrome et de D.L.C. pour un même niveau de chargement. Dans le cas d'un film de D.L.C., la largeur de contact est plus importante que dans le cas d'un poinçon homogène et la pression de contact maximale plus faible. On obtient la situation inverse dans le cas d'un film de chrome. Ces résultats sont en accord avec ceux de la littérature [76] et constituent une validation supplémentaire de notre outil numérique.

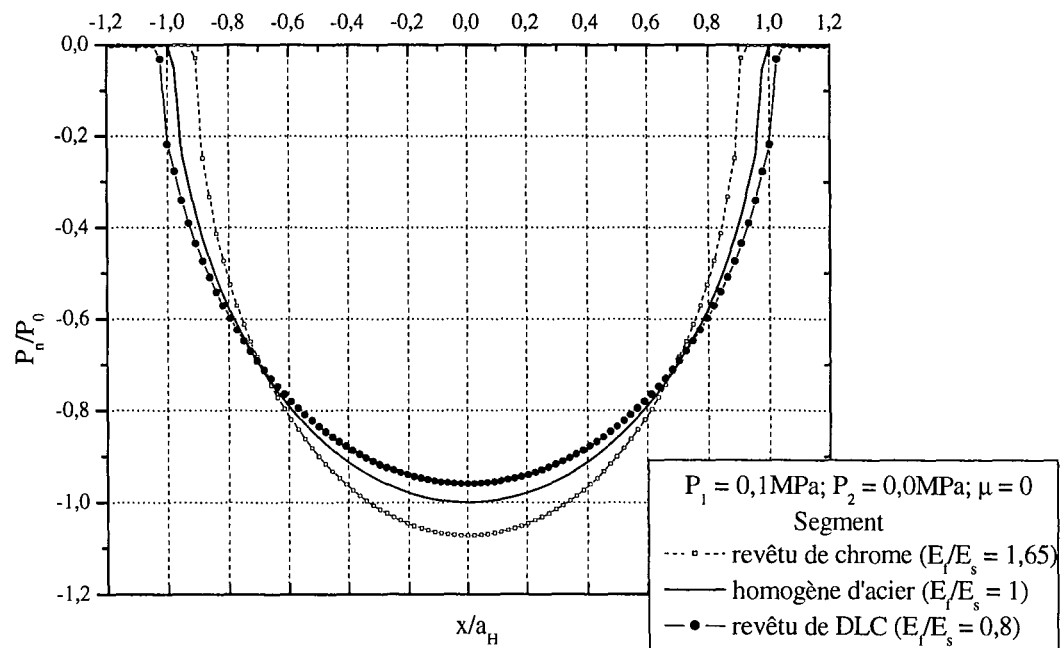


Figure IV-6.: Profils de pression de contact pour les segments homogène et revêtus de D.L.C. et de chrome (charge normale $P_1 = 0,1 \text{ MPa}$; $\mu = 0$).

III.2.1.2. Prise en compte de la pression des gaz.

En présence de la pression des gaz de combustion, il faut préciser les paramètres géométriques h et d .

Rappelons qu'en toute rigueur, d désigne la largeur de la frontière du segment libre d'effort et située entre la zone de contact et celle qui subit l'action de la pression des gaz. Dans nos calculs, cette distance est fixée à priori et comptée à partir de l'extrémité de la zone potentielle de contact.

Les valeurs de d et h utilisées dans notre étude sont regroupées dans le tableau IV-2 ci-après.

Tableau IV-2 : Valeurs de d et h utilisées dans l'application de la pression des gaz.

d (μm)	h (mm)
$a_p = 0,06L_x = 30$	$0,2L_z = 0,4$
$5a_p/3 = 0,1L_x = 50$	$0,8L_z = 1,6$

Dans ce tableau, a_p désigne la demi largeur de la zone potentielle de contact, L_x la demi largeur du segment et L_z sa hauteur.

Signalons qu'en présence de la pression des gaz, l'effort normal P_1 a pour valeur 0,8MPa.

Pour un segment homogène et $h = 0,4$ mm, à coefficient de frottement constant, les courbes représentatives de l'évolution de P_n dans la bande de contact sont confondues pour les deux valeurs de d (voir figures IV-7a). Dans tous les cas, sous l'effet de P_2 , l'intensité de P_n est plus faible que celle obtenue en contact normal pour une charge de $P_1 = 0,8$ MPa. Sa répartition dans la zone de contact demeure symétrique autour d'un axe qui est d'autant plus éloigné de l'axe initial de symétrie ($x = 0$) que μ est faible.

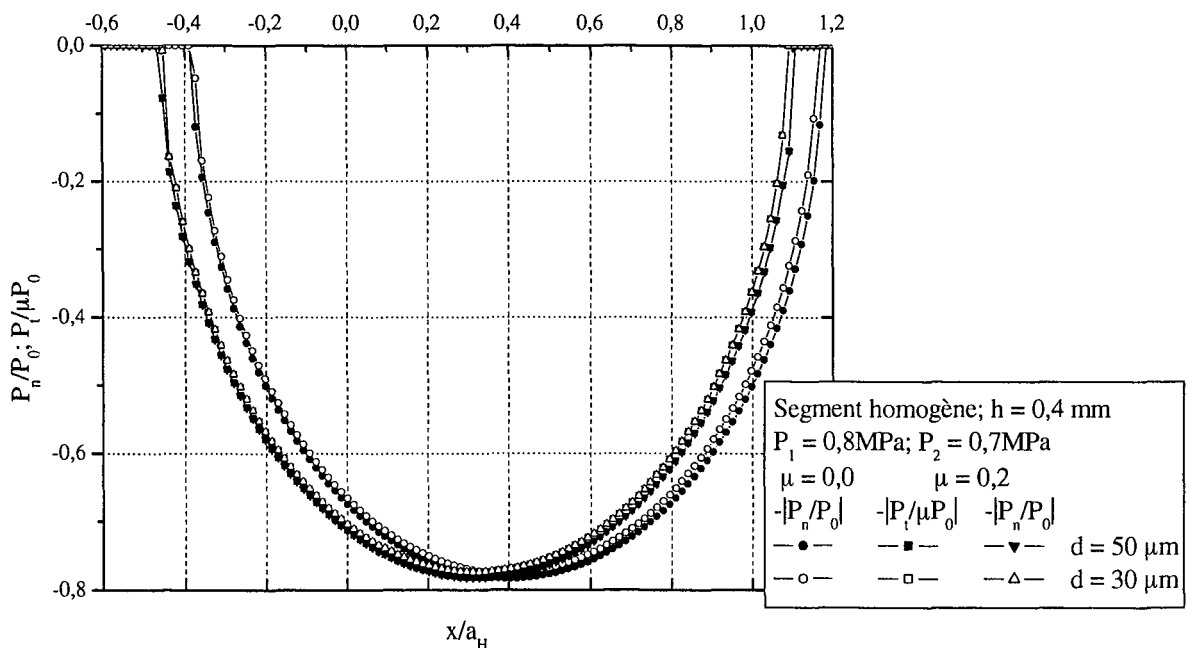


Figure IV-7a : Profils de pressions de contact du segment homogène pour différentes valeurs de d , sous l'effet de $P_1 = 0,8$ MPa et $P_2 = 0,7$ MP ; en l'absence et en présence du frottement.

Sur la figure IV-7b, nous avons représenté les profils de pression de contact pour les deux valeurs de d ($50 \mu\text{m}$ et $30 \mu\text{m}$) et $h = 1,6$ mm.

Tout comme dans le cas précédent, la répartition de P_n dans la zone de contact demeure symétrique. On peut cependant noter le rôle majeur de h . En effet, plus il est faible, plus le centre de symétrie du contact est éloigné de sa position initiale. Ainsi pour $h = 4L_z/5$, on est quasiment dans une situation de contact statique.

Cette analyse des caractéristiques du contact en présence de la pression des gaz a permis de mettre en évidence l'influence de la hauteur de butée h .

On remarquera en particulier que pour les valeurs de h considérées, tous les points de la zone de contact sont en glissement. On peut aussi admettre que d et h n'ont pas d'effet sur les caractéristiques du contact.

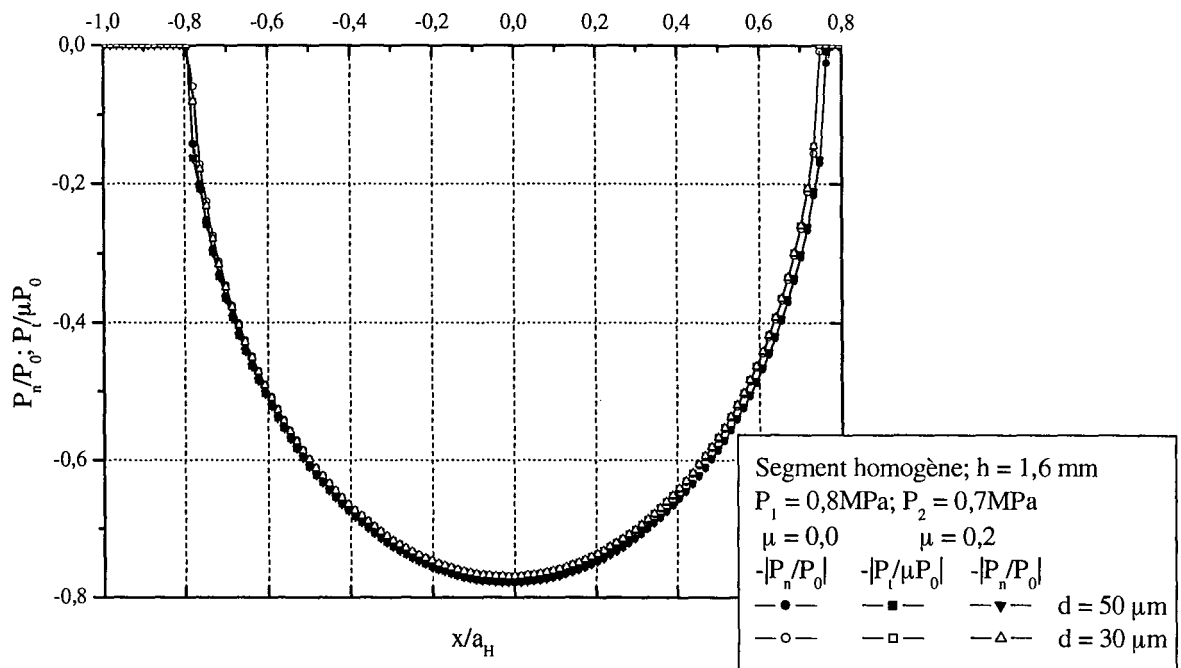


Figure IV-7b: Profils de pression pour un chargement de $P_1 = 0,8 \text{ MPa}$ et $P_2 = 0,7 \text{ MPa}$; pour le segment homogène pour différentes valeurs de h pour $\mu = 0$ et $0,2$.

Rappelons que pour le contact entre un segment et une chemise en acier, sous l'effet d'une charge normale de $0,8 \text{ N/mm}^2$, les formules de Hertz donnent : $P_0 = 26,45 \text{ MPa}$ et $a_H = 19,25 \mu\text{m}$. Sous l'effet de la pression latérale des gaz, la demi largeur de contact devient $15 \mu\text{m}$ et la pression maximale de contact $P_0 = 20,62 \text{ MPa}$.

Les courbes des figures IV-7 suggèrent de rechercher si les répartitions de pression vérifient une relation de type Hertz. On sait par la théorie du contact linéique que

$$p_0 = \frac{a_H E^*}{2R}.$$

Notons a_r et P_r respectivement la demi largeur de contact et la pression maximale issues de nos calculs. Cette relation se trouve vérifiée pour tous les couples de valeurs a_r et P_r .

De plus les courbes de P_n suivent la relation $p(x) = P_r \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_r}\right)^2}$.

On peut donc comparer a_r et P_r à leurs homologues dans le cas du contact normal en ne tenant pas compte de l'action latérale de P_2 .

Pour les valeurs que nous avons utilisé, il s'avère qu'on a les relations :

$$a_H = \frac{9}{7} a_r = a_r + \frac{2}{7} a_r \quad \text{et} \quad P_0 = \frac{9}{7} P_r = P_r + \frac{2}{7} P_r. \quad (7)$$

En modélisant uniquement les efforts normaux, on surestime la largeur de contact et la pression maximale P_0 d'environ $2/7$ de leurs valeurs réelles.

Recherchons la pression fictive P qui conduit aux caractéristiques de contact P_r et a_r .

On devrait avoir $P = \frac{p_r \pi a_r}{2} = 0,48 \text{ MPa}$. Cette pression fictive dépend bien entendu de P_2 .

Des simulations numériques ont été menées pour différentes valeurs de P_2 , pour un effort initial de contact $P_1 = 0,1 \text{ N/mm}^2$. Les principaux résultats obtenus sont consignés dans le tableau IV-3.

Tableau IV-3 : Valeurs de la demi largeur de contact a_r , de la pression maximale de contact P_0 et de la pression totale P , pour différentes valeurs de la pression des gaz P_2 .

$P_2(\text{MPa})$	0,9	0,7	0,5	0,2	0
$a_r(\mu\text{m})$	16,9	15	13,4	10	6,8
$P_0(\text{MPa})$	22,98	20,6	18	13,6	9,35
$P(\text{MPa})$	0,61	0,48	0,36	0,21	0,1

L'évolution de P en fonction de P_2 sur la figure IV-9. Cette courbe a été approchée par la relation linéaire $P = \frac{3}{5}P_2 + P_1$ (8)

où P_2 est la pression des gaz et P_1 désigne la pression normale initiale.

En présence de la pression des gaz, le contact qui s'établit entre les deux antagonistes obéit aux relations de Hertz pour une pression normale totale modifiée dont l'équation est celle de la relation (8).

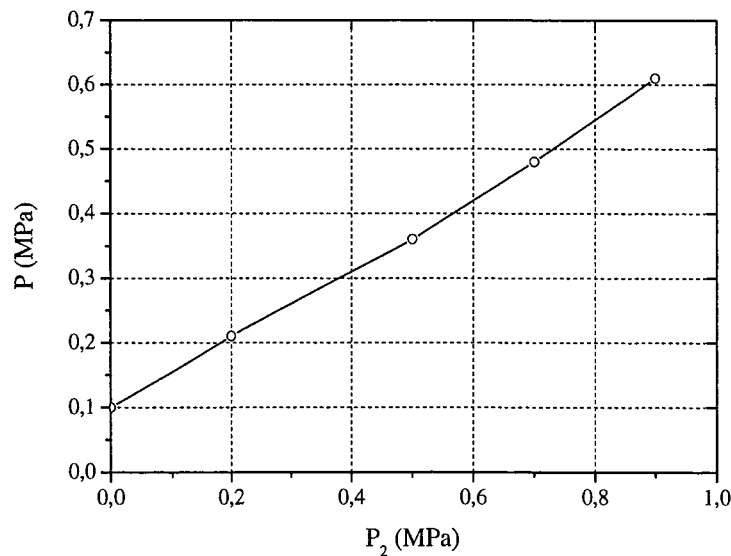


Figure IV-9 : Représentation de la fonction $P = f(P_2)$.

Les courbes des figures IV-10 représentent les profils de la pression de contact P_n pour les segments revêtus, pour différentes valeurs du coefficient de frottement, dans le cas où $h = 0,4 \text{ mm}$ et $d = 50 \mu\text{m}$.

Les résultats sont semblables à ceux obtenus pour un segment homogène avec les modifications attendues des caractéristiques du contact dues aux paramètres mécaniques du film.

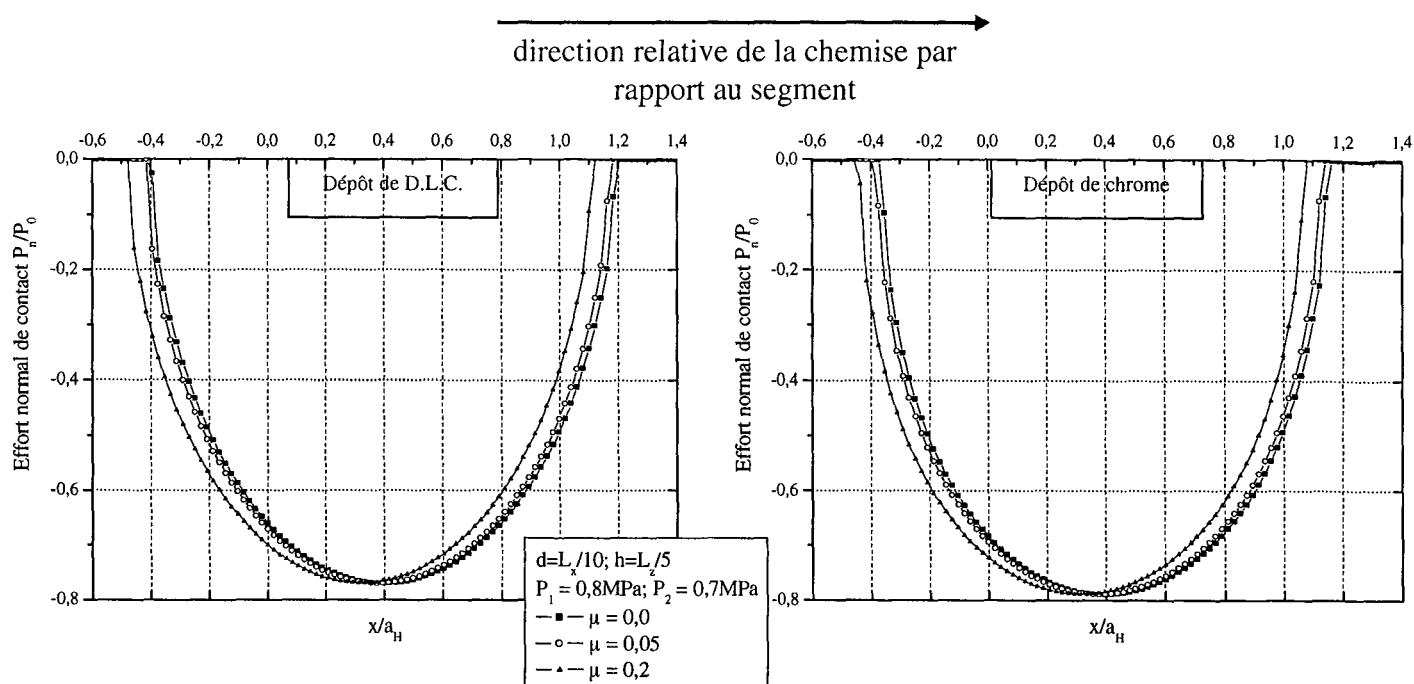


Figure IV-10 : Comparaison des profils de pression normales des segments revêtus à chargement égal ($P_1 = 0,8\text{MPa}$ et $P_2 = 0,7\text{MPa}$) pour différentes valeurs de μ (0 ; 0,05 et 0,2).

Le fait nouveau ici par rapport à l'étude du chapitre précédent est la présence de la pression des gaz. Etant donnée que, la prise en compte de cette sollicitation, ne fait que modifier les paramètres caractéristiques du contact statique, l'analyse des contraintes dans le segment sera identique à celle faite dans le chapitre III, avec ici des niveaux de contraintes légèrement plus faibles.

On peut par contre, s'intéresser à quelques critères d'endommagement fragile. Dans cette étude, les contraintes et les longueurs sont rendues adimensionnelles en les divisant respectivement par P_0 et a_H . P_0 représente la pression maximale et a_H la demi largeur de contact. Rappelons que pour une charge de $0,8\text{ N/mm}$ et un rayon de courbure de 40mm , on a pour le segment homogène d'acier $P_0 = 26,45\text{ MPa}$ et $a_H = 19,25\text{ }\mu\text{m}$. Pour le film de chrome, nous avons $P_0 = 29,24\text{ MPa}$ et $a_H = 17,42\text{ }\mu\text{m}$, en utilisant l'hypothèse que nous avons un massif de chrome. Pour le film de D.L.C., $P_0 = 25\text{ MPa}$ et $a_H = 20,42\text{ }\mu\text{m}$. Le revêtement a une épaisseur réelle $t = 5\text{ }\mu\text{m}$, ce qui correspond a une épaisseur résolue $t/a_H = 0,28$ pour le film de chrome ; et $0,24$ pour le film de D.L.C..

III.2.2. Analyse de quelques critères d'endommagement.

De nombreuses théories d'endommagement fragile, utilisent des critères basés sur des contraintes effectives. Nous analysons ici quelques uns de ces critères, dans le but de mettre en lumière le mieux a même de décrire les phénomènes de fissuration observés en mécanique du contact.

Pour chacun des critères, nous allons d'abord analyser la situation du contact statique sans frottement des segments homogène et revêtus pour $P_1 = 0,1$ MPa. Rappelons que pour cette valeur de P_1 , les longueurs seront rendues adimensionnelles avec la demi largeur de contact de Hertz $a_H = 6,8 \mu\text{m}$ et la pression maximale de contact $P_0 = 9,35$ MPa pour le segment non revêtu. $P_0 = 10,34$ MPa et $a_H = 6,16 \mu\text{m}$ pour le chrome. $P_0 = 8,82$ MPa et $a_H = 7,22 \mu\text{m}$ pour le D.L.C.. Le chrome a alors une épaisseur résolue t/a_H de 0,81 tandis que le D.L.C. a une épaisseur relative de 0,70.

III.2.2.1. Critère de la contrainte principale maximale.

Un des critères d'endommagement fragile est celui de la contrainte principale maximale. On admet que lorsque sa valeur dépasse un certain seuil caractéristique du matériau, en un point, il y a création d'une surface de discontinuité. Un tel critère est en particulier utilisé pour localiser les sites d'initiation de fissures en contact glissant.

En déformation planes, les contraintes principales extrêmes σ_1 , et σ_2 sont données par :

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + \tau_{xz}^2} ; \quad \sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + \tau_{xz}^2} ;$$

on a forcément $\sigma_1 \geq \sigma_2$.

On postule que σ_1 ne sera dommageable que si elle est de traction. Introduisons donc σ_m définie par :

$$\sigma_m = \begin{cases} \sigma_1 & \text{si } \sigma_1 > 0 \\ 0 & \text{si } \sigma_1 \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

Considérons d'abord le cas du contact statique sans frottement.

Les isovaleurs de σ_m sont représentées sur les figures IV-11 pour les segments homogène et revêtus de D.L.C. et de chrome.

Pour le segment homogène, les valeurs les plus importantes sont obtenues à la surface libre, au voisinage immédiat des bords du contact. C'est aussi le cas pour le segment revêtu de D.L.C., qui a un module d'élasticité inférieur à celui du substrat. Pour le segment revêtu de chrome, les sites probables d'initiation de l'endommagement sont l'interface et la surface libre. Contrairement aux cas précédents, le lieu des contraintes maximales est bien éloigné de la bande de contact.

En contact normal classique, avec le critère de la contrainte de traction, l'initiation de l'endommagement est susceptible de se produire à la surface libre. Sa localisation par rapport à la bande de contact dépend du module d'élasticité du film. Plus il est élevé, plus le site d'initiation est éloigné de l'aire du contact.

Nous pouvons remarquer qu'avec ce critère, en contact statique, seul le film de D.L.C. abaisse les niveaux de contraintes de σ_m dans le substrat.

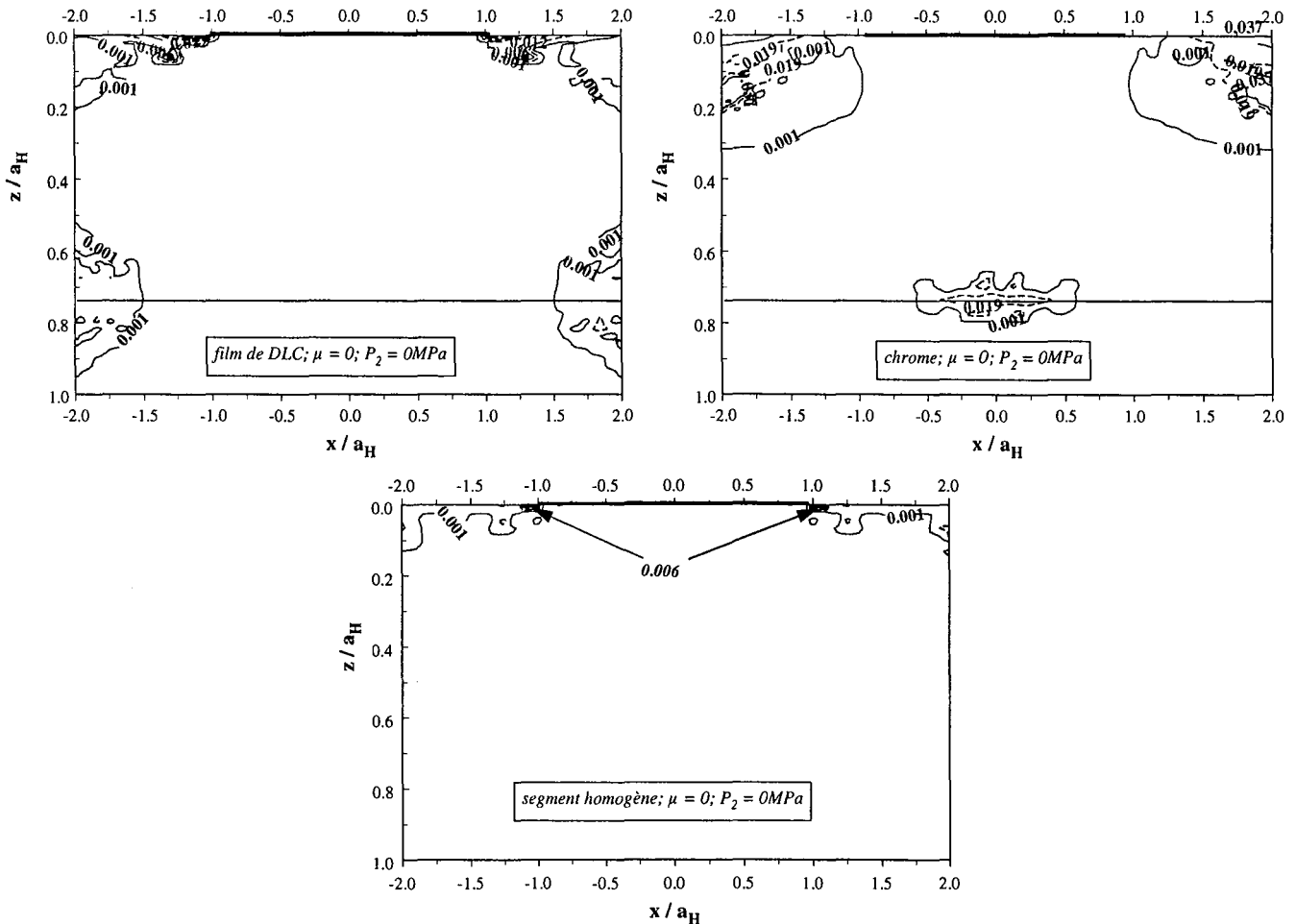


Figure IV-11 : Contours σ_m dans les segments revêtus et homogène en contact statique ($P_1 = 0,1\text{MPa}$; $P_2 = 0\text{MPa}$ et $\mu = 0$).

Considérons maintenant l'influence de la pression des gaz. Plaçons nous dans le cas où le coefficient de frottement entre les deux antagonistes du contact est nul. Les isocontraintes de σ_m sont représentés sur la figure IV-12.

Nous pouvons noter la disparition des contraintes élevées à l'interface du segment chromé ; avec la pression des gaz. Pour le segment homogène, le maximum est interne au segment, près de la surface et à l'arrière du segment. Pour les segments revêtus, les lieux des maxima sont à la surface libre. Pour le segment revêtu de D.L.C., la valeur maximale est environ de 0,018 ; et elle se trouve près du bord extérieur du contact. Pour le film de chrome, son maximum est plus important, il a pour valeur environ 0,034.

Avec la prise en compte de la pression des gaz, c'est le chrome qui présente la contrainte principale maximale la plus élevée. Le film de D.L.C. est à privilégier.

Les deux films abaissent les niveaux de contraintes dans le substrat (0,001 avec les films ; contre 0,09 pour le segment homogène). Avec ce critère, l'utilisation des revêtements de D.L.C. et de chrome est bénéfique pour le substrat d'acier.

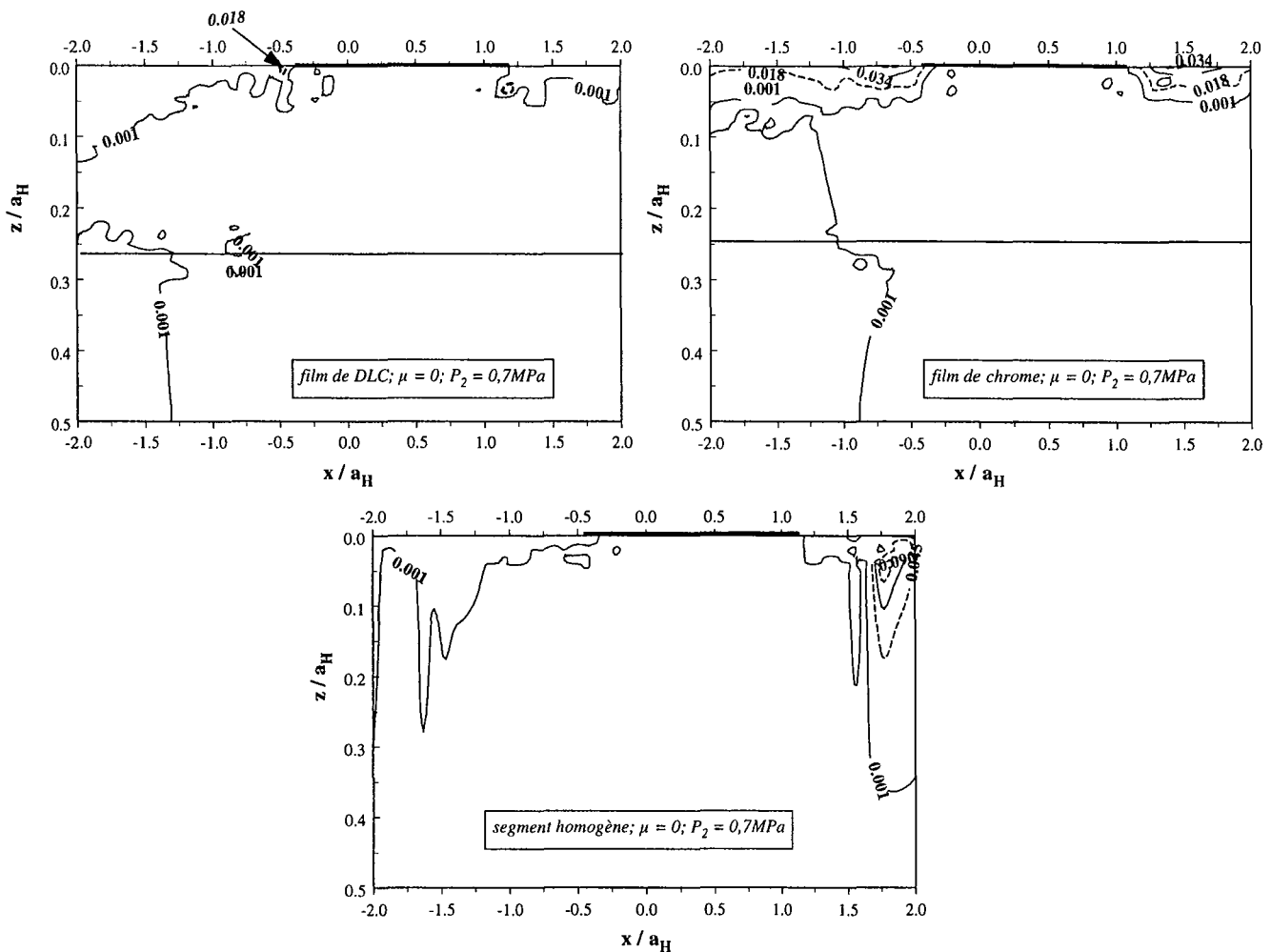


Figure IV-12 : Contours de la contrainte maximale positive dans les segments en présence de la pression des gaz $P_2 = 0,7 \text{ MPa}$ et, en l'absence du frottement ($\mu = 0$).

La figure IV-13 présente les contours de la contrainte maximale positive en présence du frottement et de la pression des gaz dans les deux segments revêtus et le segment homogène.

Cette fois, du fait des efforts tangentiels surfaciques, on note une hausse importante des valeurs. Seules les zones avant des segments sont les plus sollicités. Les maxima sont à l'extérieur du contact à la limite avant. Avec les films, le substrat a vu ses valeurs de σ_m diminuer complètement jusqu'à s'annuler. Le D.L.C. reste toujours celui qui a la plus faible contrainte maximale ($0,15P_0$ pour le segment revêtu de D.L.C. contre $0,20P_0$ pour le chrome), avec le frottement.

Un endommagement basé sur la valeur de σ_m serait plus important sur le segment de chrome que sur celui de D.L.C.. Le segment de D.L.C. reste celui à privilégier vis à vis d'un

endommagement surfacique basé sur le critère de contrainte principale maximale positive, en présence du frottement et de la pression des gaz.

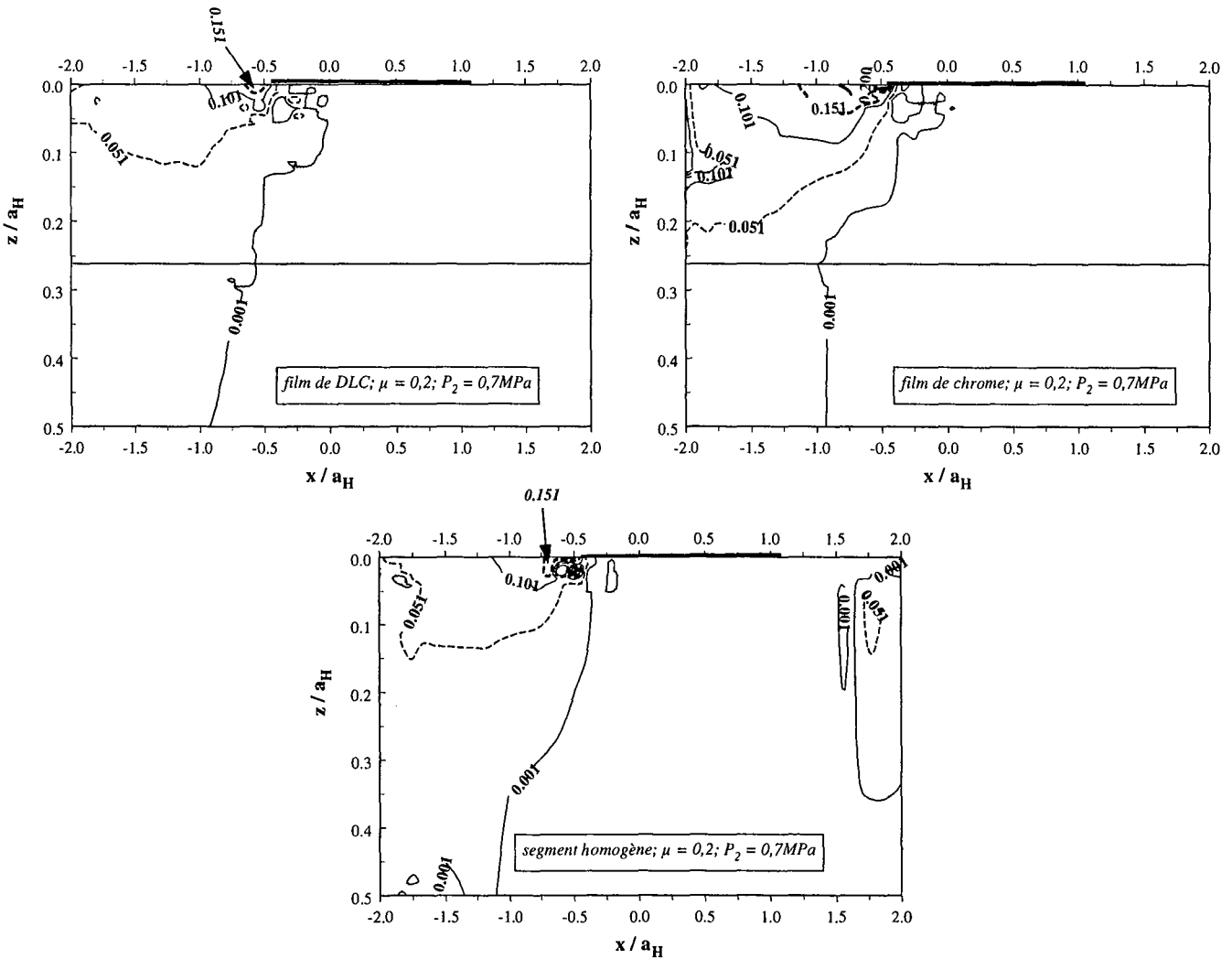


Figure IV-13 : Contours de la contrainte maximale positive dans les segments revêtus et homogène en présence de la pression des gaz $P_2 = 0,7 \text{ MPa}$ et du frottement ($\mu = 0,2$).

Dans toutes les situations étudiées, c'est le film de chrome qui présente la plus grande contrainte maximale positive. Ce critère expliquerait la forte usure qui se produit sur le segment de chrome, contrairement à celui de D.L.C..

III.2.2.2. Critère de la contrainte elliptique.

Ce critère, contrairement au précédent, intègre l'effet des contraintes de cisaillement.

La contrainte elliptique est donnée par
$$\sigma_{eff} = \begin{cases} \sqrt{\sigma_n^2 + \beta\sigma_\tau^2} \text{ si } \sigma_n \geq 0 \\ \sqrt{\beta(|\sigma_\tau| - \mu|\sigma_n|)} \text{ si } \sigma_n < 0 \end{cases} \quad (10)$$

où σ_n et σ_τ sont respectivement les composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte \vec{T} ; μ est le coefficient de frottement et $\beta = \left(\frac{\sigma_c}{\tau_c}\right)^2$. σ_c et τ_c sont respectivement

les contraintes critiques de traction et de cisaillement. Rappelons que pour toute variable x on

$$a : \langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Explicitons les expressions des composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte \vec{T} .

Soit θ l'angle entre une direction \vec{n} et la direction x du repère de travail. Les composantes du vecteur normal \vec{n} sont $(\cos\theta, \sin\theta)$. Le vecteur tangent s'écrit alors $\vec{\tau}(-\sin\theta; \cos\theta)$. Par suite le vecteur contrainte \vec{T} a pour expression :

$$\vec{T} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \cos\theta + \tau_{xz} \sin\theta \\ \tau_{xz} \cos\theta + \sigma_{zz} \sin\theta \end{pmatrix}$$

On en déduit :

$$\sigma_n = \vec{T} \cdot \vec{n} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \cos 2\theta + \tau_{xz} \sin 2\theta$$

$$\sigma_\tau = \vec{T} \cdot \vec{\tau} = \frac{\sigma_{zz} - \sigma_{xx}}{2} \sin 2\theta + \tau_{xz} \cos 2\theta$$

où σ_{xx} , σ_{zz} et τ_{xz} sont les composantes du tenseur des contraintes.

En fonction de la valeur de la contrainte critique de traction, nous avons deux situations de ce critère. En effet $\sigma_c = \frac{\sqrt{3}}{3} \tau_c < \tau_c$, dans ce cas $\beta = \frac{1}{3} < 1$, où $\sigma_c = \sqrt{3} \tau_c > \tau_c$ alors $\beta = 3 > 1$.

Considérons d'abord le cas $\beta = \frac{1}{3} < 1$

Pour commencer, nous allons analyser les contraintes σ_{eff} pour un chargement normal en l'absence du frottement.

La représentation des contours ne montre pas de différences majeures avec ceux de la figure IV-11, correspondant au critère de la contrainte principale maximale.

La prise en compte de la contrainte de cisaillement dans l'expression de la contrainte effective ne modifie pas les contraintes des segments. L'effort normal de 0,1 N/mm² n'est pas suffisant pour créer des contraintes de cisaillement significatives, capables de modifier les valeurs de σ_{eff} .

Sur la figure IV-14, sont représentés les isocontraintes dans les segments en présence de la pression des gaz et pour un coefficient de frottement nul.

Les valeurs obtenues à la surface des segments sont identiques à celles de la figure IV-12. A l'intérieur des segments, il y a une augmentation des valeurs, surtout en dehors des zones sous le contact.

Avec la pression des gaz, les contraintes σ_{eff} ont des niveaux plus élevés dans tous les segments. Seul le segment de chrome a des valeurs plus importantes à la surface qu'à

l'intérieur. Pour les autres (revêtu de D.L.C. et homogène), les maxima sont internes aux segments.

Avec la pression des gaz et $\mu = 0$, nous avons une augmentation plus importante à l'intérieur qu'à la surface. En l'absence du frottement et avec la pression des gaz, ce critère permet de justifier les endommagements des segments.

Les films permettent d'avoir des contraintes de niveaux plus faibles dans le substrat, quand celui-ci est muni d'un dépôt.

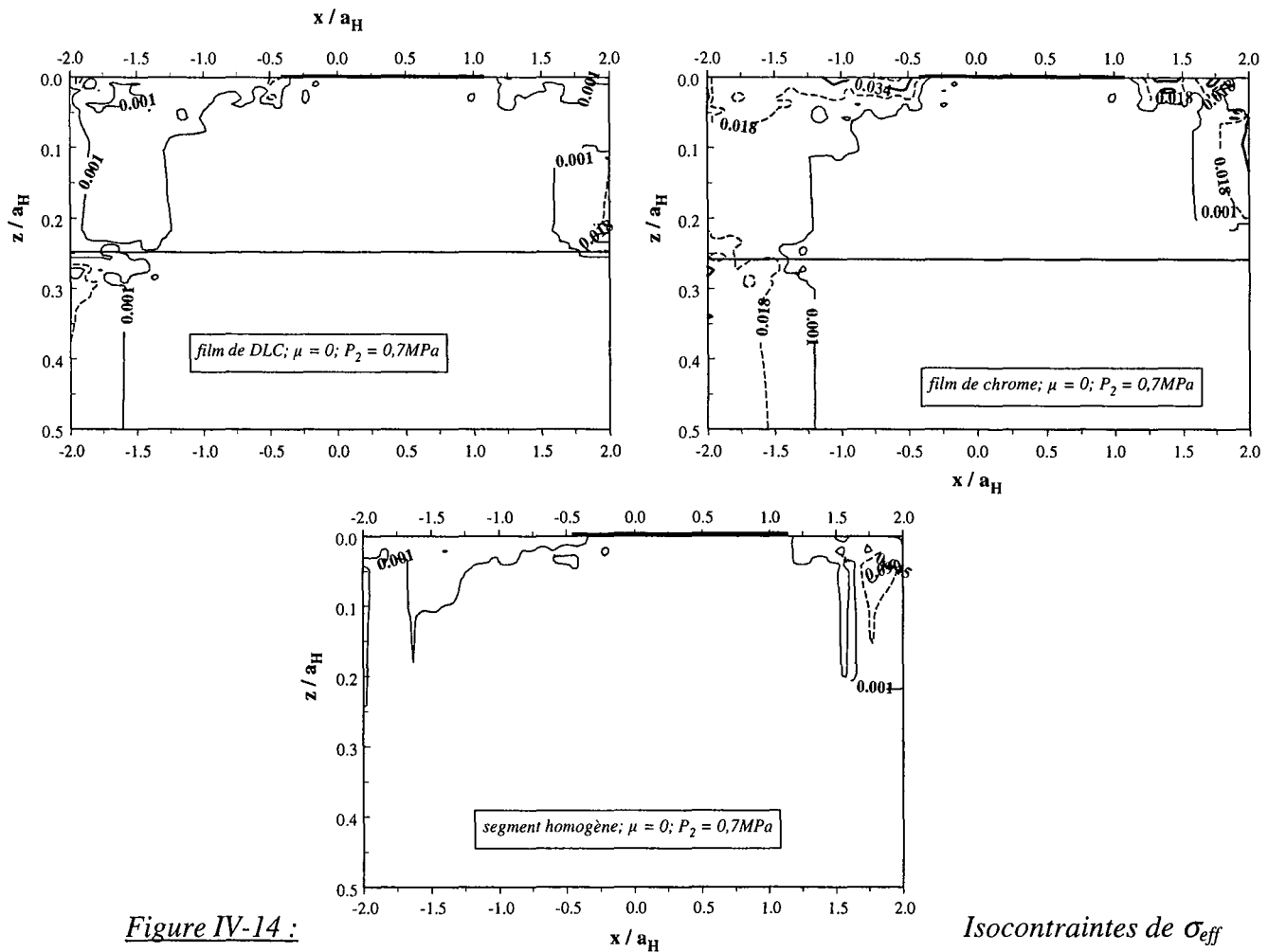


Figure IV-14 :

pour $P_1 = 0,8\text{MPa}$, $P_2 = 0,7\text{MPa}$ et μ

$= 0$; quand $\beta = \frac{1}{3}$ pour les segments revêtus

et homogène.

Isocontraintes de σ_{eff}

Prenons en compte le coefficient de frottement $\mu = 0,2$. Les isocontraintes de σ_{eff} des segments sont sur la figure IV-15, pour $P_1 = 0,7\text{MPa}$, et $P_2 = 0,8\text{MPa}$.

Avec le frottement, et la contrainte de cisaillement, σ_{eff} est en hausse à la surface et dans les segments. La hausse interne des contraintes n'est pas suffisante pour que la valeur maximale se déplace vers l'intérieur. Ainsi, pour tous les segments, les maxima de σ_{eff} sont toujours sur la surface, en dehors et à l'avant du contact.

Avec ce critère, nous pouvons en conclure que la forte usure observée sur le segment de chrome est la conséquence de la valeur importante de la contrainte effective qui se trouve sur sa surface.

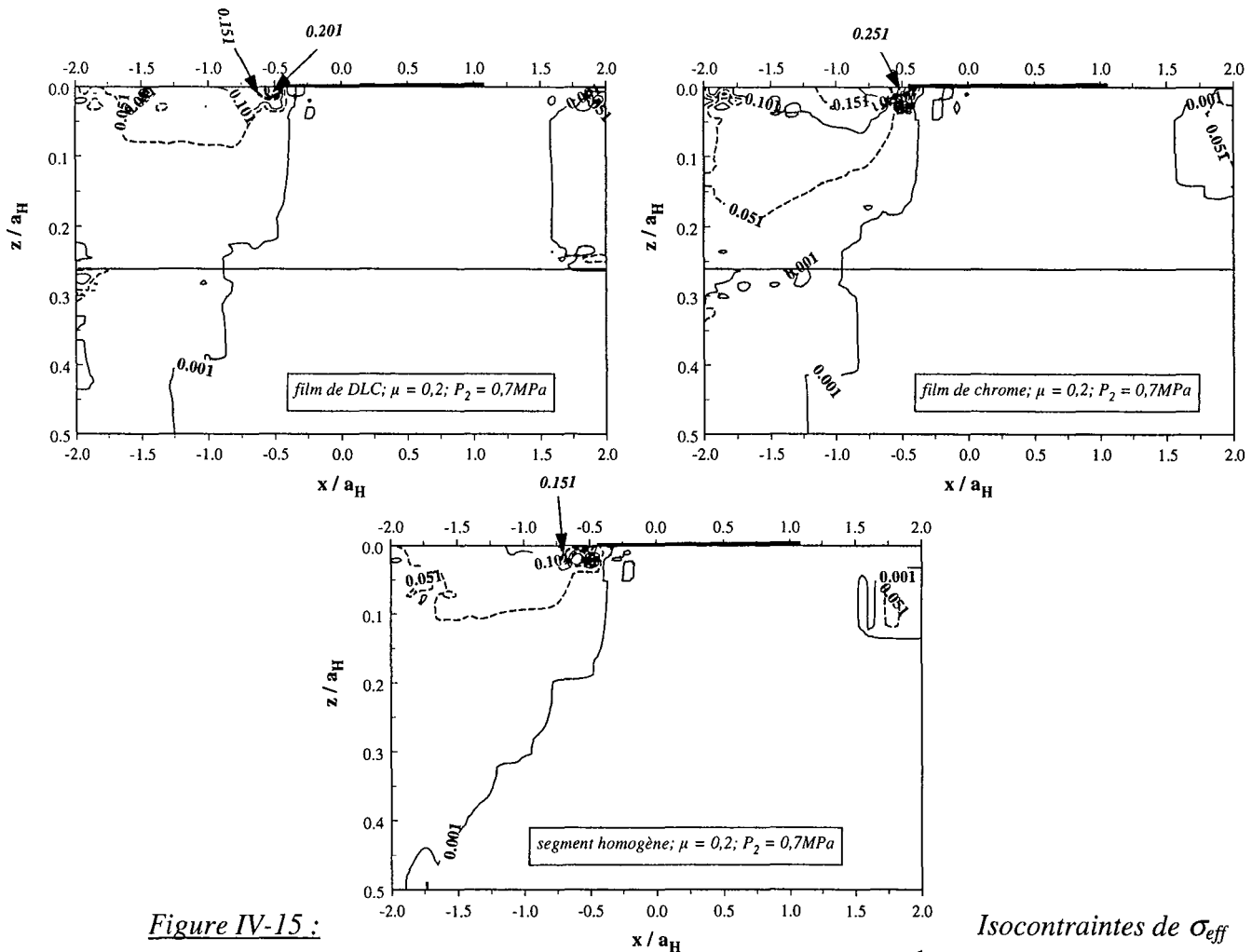


Figure IV-15 :

Isocontraintes de σ_{eff}

pour $P_1 = 0,8MPa$, $P_2 = 0,7MPa$ et $\mu = 0,2$; quand $\beta = \frac{1}{3}$ pour les segments revêtus de D.L.C. et de chrome, et non revêtu.

Seule la pression des gaz modifie les contraintes effectives dans le segment. L'utilisation du critère de la contrainte effective avec l'hypothèse que $\beta = \frac{1}{3} < 1$ permet d'expliquer les endommagements obtenus lors de l'utilisation des segments revêtus. De plus avec, ce critère, les revêtements abaissent les niveaux de contraintes dans le substrat. Leur utilisation s'avère ici importante.

Analysons ce critère dans la situation inverse, c'est à dire quand la contrainte critique de cisaillement est plus grande que celle de traction, ce qui donne $\beta = 3 > 1$

Comme dans la situation précédente, pas de changements importants quant à la répartition des contours obtenus pour le critère de la contrainte de traction, dans les différents

segments. La modification du paramètre β n'a rien apporté. Nous pouvons alors en conclure qu'en contact statique, la pression normale de $0,1 \text{ N/mm}^2$ n'est pas suffisante pour conduire à des valeurs non nulles de la contraintes de cisaillement dans les segments homogène et revêtu. La configuration est identique à la situation précédente de la figure IV-11.

Sur la figure IV-16, nous avons les isocontraintes des segments homogène et revêtus de D.L.C. et de chrome en présence de la pression des gaz et pour $\mu = 0$.

Comme dans la situation de $\beta < 1$, seules les contraintes qui sont à l'intérieur des segments ont des valeurs différentes de celle du critère de la contrainte de traction (figure IV-11). β étant supérieur à 1, l'augmentation obtenue sur les contraintes sont plus importantes ici que précédemment ; et ce, dans tous les segments.

Pas de diminution des contraintes dans le substrat avec les dépôts. Pour tous les segments, les maxima sont internes. Ce critère ne permet pas de justifier les endommagements que subissent les segments.

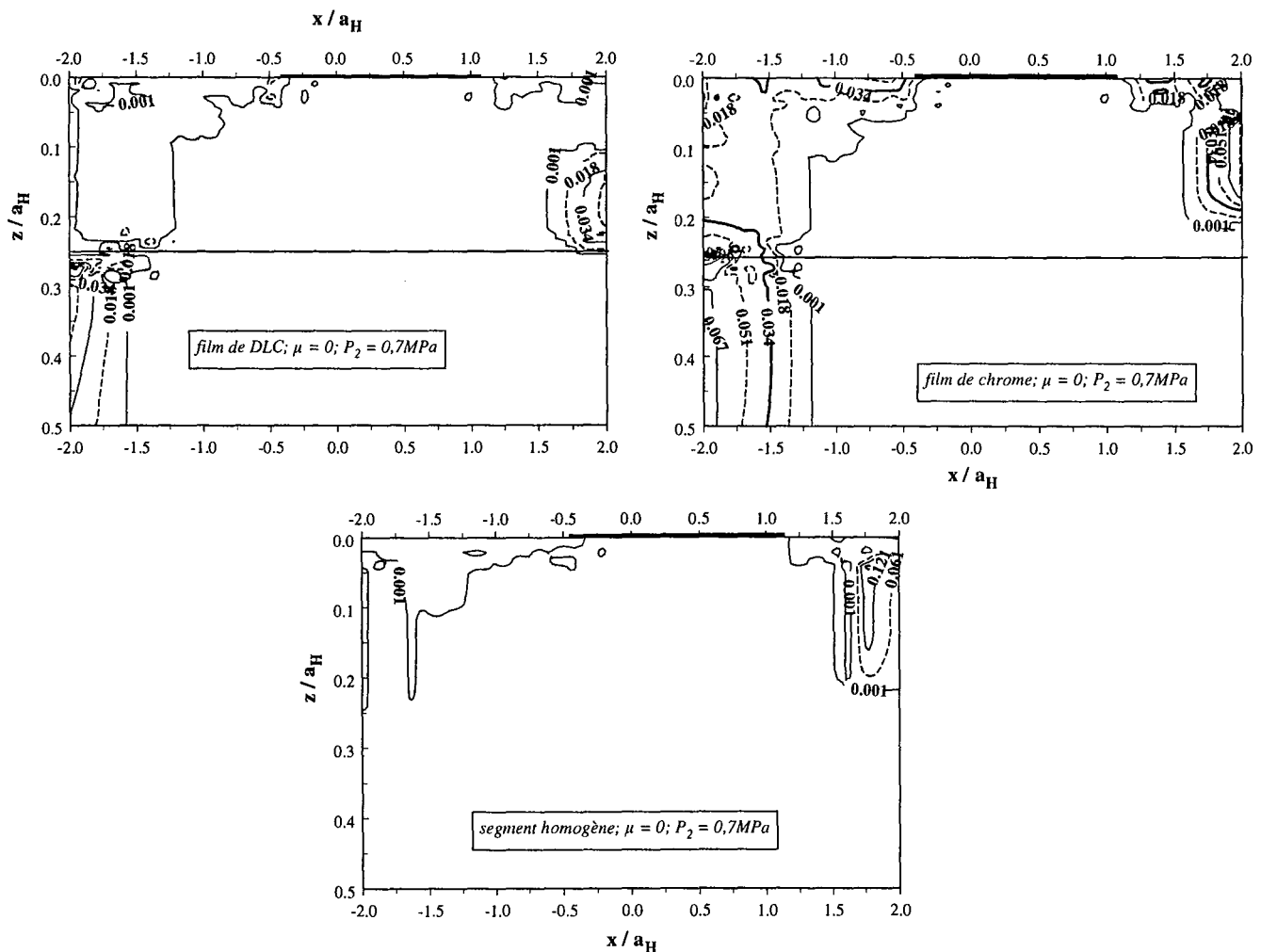


Figure IV-16 : Isocontraintes de σ_{eff} pour $P_1 = 0,8 \text{ MPa}$, $P_2 = 0,7 \text{ MPa}$ et $\mu = 0$; quand $\beta = 3$ pour les segments revêtus et homogène

Sur la figure IV-17, nous avons les contours de la contrainte effective dans les segments revêtus et homogène, quand la pression des gaz et le coefficient de frottement sont non nuls.

Comme on pouvait le prévoir, les résultats obtenus avec un coefficient de frottement non nul sont comparables à ceux obtenus quand $\beta < 1$ (voir figure IV-15), pour les trois segments. Les seules différences portent sur les valeurs dans les segments de la contrainte effective. Les maxima appartiennent toujours à la surface des segments, à l'avant et à l'extérieur du contact.

Avec le frottement ($\mu = 0,2$) et la pression des gaz, les deux films entraînent la diminution des niveaux de contraintes dans le substrat d'acier. A la surface, nous avons les maxima des contraintes effectives. Pour les deux types de revêtements le D.L.C. reste celui qui a la plus petite valeur maximale.

Pas de différence significative avec le précédent critère où $\beta < 1$, quand μ est non nul.

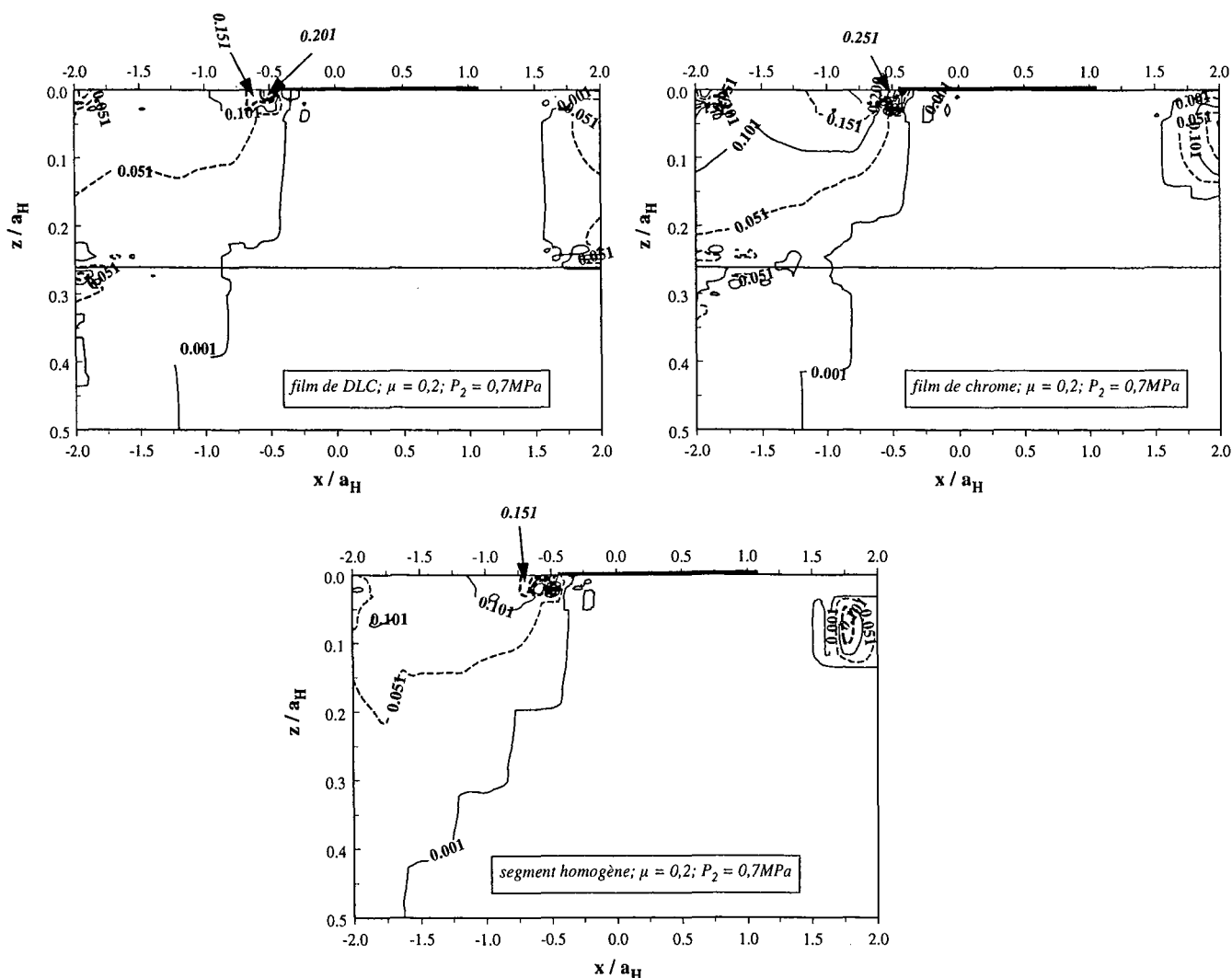


Figure IV-17 : Isocontraintes de σ_{eff} pour $P_1 = 0,8\text{MPa}$, $P_2 = 0,7\text{MPa}$ et $\mu = 0,2$; quand $\beta = 3$ pour les segments revêtus de D.L.C. et de chrome, et non revêtu.

Avec l'hypothèse que la contrainte critique de traction est supérieure à celle de cisaillement, le critère de la contrainte elliptique définie par la relation (10) nous permet de justifier les usures obtenues sur les segments revêtus quand le coefficient de frottement est non nul ($\mu = 0,2$), et en présence de la pression des gaz.

III.2.2.3. Critère de la composante tangentielle $|\sigma_\tau|$ du vecteur contrainte.

Pour terminer, nous allons utiliser le critère basé sur la valeur absolue de la composante tangentielle σ_τ du vecteur contrainte définie dans le paragraphe précédent. Selon ce critère, l'endommagement fragile va s'amorcer aux lieux où la valeur absolue de la contrainte tangentielle $|\sigma_\tau|$ est élevée.

En contact statique pas de valeurs significatives des contraintes de cisaillement dans les segments.

Sur la figure IV-18, sont représentés les contraintes des segments en présence de la pression des gaz et sans glissement ($\mu = 0$).

Avec la pression des gaz, les contraintes de cisaillement non négligeable apparaissent dans les segments. Pour les segments revêtus, les valeurs importantes dans le substrat, à l'avant des segments sont responsables de la hausse des contraintes effectives internes, à cet endroit. Dans les films les contraintes de cisaillement sont non négligeables à l'arrière. Pour le segment homogène, nous avons des valeurs non nulles à l'arrière près de la surface libre. Pour tous les segments, les valeurs à la surface restent toujours très faibles.

La contrainte de cisaillement étant plus importante dans les segments qu'à la surface, ce critère ne peut pas être utilisé pour expliquer l'endommagement des segments revêtus.

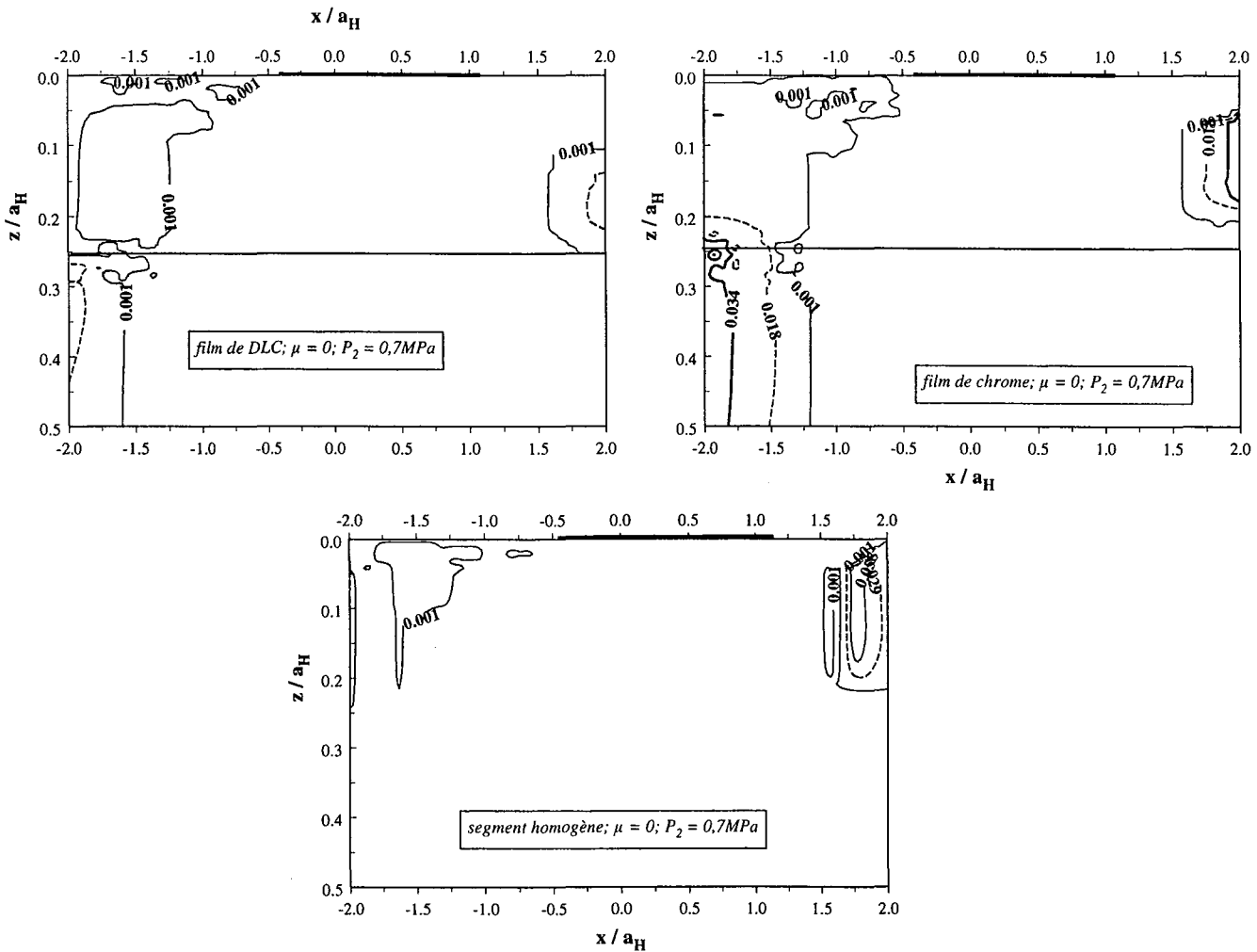


Figure IV-18 : Isocontraintes de $|\sigma_d|$ pour $P_1 = 0,8MPa$, $P_2 = 0,7MPa$ et $\mu = 0$; pour les segments revêtus et homogène.

La prise en compte du glissement ne modifie pas la répartition des contours de la contrainte de cisaillement dans les segments.

Etant donné, les faibles valeurs de la contrainte de cisaillement à la surface des segments, l'utilisation du critère de la contrainte de cisaillement positive ne suffit pas pour justifier des endommagements que l'on observe sur les segments.

CONCLUSION

Le paramètre de la hauteur de la butée du segment sur la paroi du piston provoque le déplacement de la zone de contact, dans le sens contraire de l'application de la pression des gaz. Ce déplacement est d'autant plus important que la valeur de la hauteur est faible. La longueur à effort libre n'influence pas la répartition des efforts dans le contact. La prise en compte de la pression latérale des gaz peut alors se faire pour n'importe quelle valeur de ce paramètre.

Le profil de la pression de contact obtenu avec la pression des gaz est identique à celui du contact de Hertz, et les caractéristiques du contact vérifient celles données par Hertz, avec une relation linéaire entre l'effort totale s'exerçant normalement sur le segment et la pression des gaz.

De tous les critères d'endommagement étudiés, il apparaît que seul celui de la contrainte de cisaillement ne permet pas de justifier les endommagements surfaciques obtenus sur les segments revêtus.

En présence du frottement, à cause des valeurs importantes de la composante normale du vecteur des contraintes à la surface libre des segments, la prise en compte de la contrainte de cisaillement dans le segment dans l'expression du critère de la contrainte effective n'apporte rien à l'étude. Le critère de la contrainte principale maximale positive suffit, pour justifier des endommagements des segments en présence de la pression des gaz et du frottement.

Pour tous les critères qui justifient de l'endommagement, il apparaît que pour une épaisseur de 5 μm , c'est celui de D.L.C. qui diminue les niveaux des isocontraintes dans le segment homogène d'acier de 40 mm de rayon de courbure, permettant ainsi à l'acier de mieux résister aux endommagements mécaniques de la mécanique du contact.

Au vu de tous ses résultats, et en plus des bonnes propriétés mécaniques du matériau de D.L.C. ; il apparaît que le segment revêtu de D.L.C. est celui qui résistera le mieux aux endommagements mécaniques. Ces résultats confirment bien les résultats des essais expérimentaux du chapitre I.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Des tests d'usure ont été réalisés en simulation simplifiée de laboratoire sur des segments d'acier revêtus de types de matériaux à savoir le chrome et le D.L.C.. Ces essais ont été faits en milieu non lubrifié et en milieu lubrifié. En l'absence de tout lubrifiant, c'est le segment de D.L.C. qui connaît un faible taux d'usure. Avec le lubrifiant, les usures diminuent considérablement sur les deux segments revêtus.

Etant donné la complexité de la géométrie du segment et du chargement de la pression des gaz, nous avons mené deux types de simulation. Dans une première étude, les dimensions du segment ont été simplifiées et nous ne considérons pas la pression dans la chambre de combustion. Dans la deuxième étude, la modélisation tient compte de la pression des gaz et de la géométrie réelle des segments.

Dans une configuration plane de la structure, nous avons comparé différents types de dépôts. L'étude numérique a été faite avec des substrats revêtus d'une seule couche de matériau, ensuite nous avons utilisé un dépôt composé de plusieurs couches.

Pour l'analyse des structures à films monolithiques de chrome et de D.L.C., il apparaît que le matériau revêtu de D.L.C. présente les plus faibles contraintes à la surface. Tandis que la structure ayant un film de chrome a des contraintes élevées à la surface et dans le film. Ceci pourrait faciliter l'endommagement du segment de chrome. De plus, le film de D.L.C. abaisse les niveaux de contraintes dans le substrat sur lequel il est déposé.

Pour les films multicouches, il est plus intéressant d'utiliser un composite de revêtement à gradient de propriétés ; en situation de glissement avec frottement, qu'un composite à dépôt alterné. Avec un film à gradient, les risques de plastification à l'intérieur du composite diminuent. De plus les risques de délamination de la zone de transition de l'interface du film / substrat, sont réduites avec le film à gradient de propriétés.

La comparaison des contraintes dans les différents types de films, révèle qu'il est plus intéressant d'utiliser des films multicouches que des films monolithiques. En effet l'utilisation d'un dépôt ayant plusieurs couches permet d'abaisser les niveaux de contraintes aussi bien à l'intérieur des films, que dans le substrat.

La simulation numérique des conditions réelles, montre que la pression des gaz provoque la baisse de la pression de contact totale qui s'exerce sur le segment. Les contraintes dans le segment sont plus faibles avec la pression des gaz, qu'en son absence. Malgré cette baisse de pression, le segment de chrome reste toujours celui qui possède les plus fortes contraintes. Les quelques critères d'endommagements analysés, permettent de conclure que dans tous les cas, c'est le film de D.L.C. qui présente la meilleure résistance à l'endommagement. Ceci est conforme à la faible usure que l'on observe sur le segment de D.L.C. en milieu non lubrifié. De plus, il apparaît que des deux matériaux étudiés, le D.L.C. est celui qui abaisse le plus les niveaux de contraintes dans le substrat d'acier. Pour cela, le film de D.L.C. est à privilégier.

De cette étude, nous pouvons conclure que les possibilités de développement sont de deux ordres. Les perspectives de modélisation numérique et de tests au laboratoire.

Pour la modélisation numérique, nous avons utilisé un film de D.L.C. dont le module de Young est inférieur à celui du substrat d'acier. Or, il existe plusieurs type de D.L.C. avec différentes valeurs du module de Young. Pour la suite, il serait intéressant de modéliser le système avec un film de D.L.C. de module plus élevé et supérieur à celui de l'acier.

Dans un deuxième temps, il faut modéliser le contact en utilisant une géométrie asymétrique du segment.

Ensuite résoudre le problème transitoire de l'explosion et voir si les forces d'inertie modifient de manière sensible les résultats de l'aspect quasi-statique.

Il apparaît aussi important pour la suite, de tenir compte de la présence du lubrifiant dans le système, pour l'étude en élastostatique. En effet, dans la réalité, le phénomène mécanique qui s'établit entre la chemise et le segment, se fait avec la présence d'un lubrifiant.

Sachant que le moteur ne fonctionne pas une seule fois, il serait nécessaire de tenir compte de la durée de fonctionnement. Pour rendre complète cette simulation numérique, il faut prendre en compte le temps dans le système par l'intermédiaire d'une analyse numérique en dynamique.

Pour les propositions de manipulation, il serait important dans l'avenir, de réaliser des essais sur banc au laboratoire, afin de confronter les résultats numériques à ceux des tests.

ANNEXES

ANNEXE I

$U_{ik}(r)$ solution fondamentale en déplacement de l'opérateur de Navier. Elle a pour expression en dimension 2 :

$$U_{ik}(r) = \frac{1}{8\pi\mu(1-\nu)} \left[-(3-4\nu)\ln(r)\delta_{ik} + r_{,i}r_{,k} \right]$$

$T_{ik}(r)$ représente la solution fondamentale en traction correspondante à U_{ik} , elle s'écrit en dimension 2 :

$$T_{ik}(r) = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[\frac{\partial r}{\partial n} \left((1-2\nu)\delta_{ik} + 2r_{,i}r_{,k} \right) - (1-2\nu)(r_{,i}n_k - r_{,k}n_i) \right]$$

L'expression de $\bar{\nu}$ est la suivante :

$$\bar{\nu} = \begin{cases} \nu & \text{pour un problème en déformation plane} \\ \frac{\nu}{1+\nu} & \text{pour un problème en contrainte plane} \end{cases}$$

où ν et μ représentent respectivement le coefficient de Poisson et le module de Coulomb du solide. r est la distance séparant le point fixe y du point frontière x . Elle s'écrit :

$$r = \sqrt{r_i r_i} ; \quad \text{où } r_i = x_i - y_i ; \quad \text{et } r_{,i} = \frac{r_i}{r}$$

En dimension 2, les noyaux D_{lpi} et S_{lpi} de l'intégrale sont donnés par :

$$D_{lpi}(x, y) = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r} \left[(1-2\nu)(\delta_{li}r_{,p} + \delta_{pi}r_{,l} - \delta_{lp}r_{,i}) + 2r_{,i}r_{,l}r_{,p} \right]$$

$$S_{lpi}(x, y) = \frac{\mu}{2\pi(1-2\nu)r^2} \left[2((1-2\nu)\delta_{li}r_{,p} + \nu(\delta_{li}r_{,p} + \delta_{pi}r_{,l}) - 3r_{,i}r_{,p}r_{,l})r_{,k}n_k(x) + 2\nu r_{,i}[r_{,l}n_p(x) + r_{,p}n_l(x)] + (1-2\nu)[2r_{,l}r_{,p}n_i(x) + \delta_{li}n_p(x) + \delta_{pi}n_l(x)] - (1-4\nu)\delta_{lp}n_i(x) \right]$$

ANNEXE II

Sur un élément, les fonctions d'interpolation quadratique sont les suivantes :

$$\varphi_1(\eta) = \frac{1}{2}\eta(\eta-1) ; \quad \varphi_2(\eta) = 1-\eta^2 ; \quad \varphi_3(\eta) = \frac{1}{2}\eta(\eta+1)$$

avec $-1 \leq \eta \leq 1$.

Les composantes r_i de la distance r peuvent s'écrire de la façon suivante :

$r_i = \sum_{a=1}^3 x_i^a \varphi_a(\eta) - y_i$; où x_i^a sont les coordonnées des trois nœuds de l'élément, et y_i celles du point fixe. Finalement sur chaque élément droit, r_i s'écrit :

$$r_i = a_i \eta^2 + b_i \eta + c_i = b_i \eta + c_i$$

Sur un élément droit, les coefficients ont pour expressions :

$$a_i = \frac{1}{2}(x_i^1 - 2x_i^2 + x_i^3) = 0 ; \quad b_i = \frac{1}{2}(-x_i^1 + x_i^3) ; \quad c_i = x_i^2 - y_i$$

En élément droit, le Jacobien de la transformation des coordonnées cartésiennes en coordonnée locale est constant, et indépendant de la variable locale η .

Par suite, nous avons :

$$r^2 = (\eta + \alpha)^2 + \beta^2$$

où les valeurs α et β dépendent des coefficients b_i et c_i ; avec α non nul quelque soit r .

Les intégrales utilisées pour la détermination des déplacements, des tractions et des contraintes à la frontière du domaine, dans le cas d'un élément droit sont :

$$\int \ln(r) d\eta = \begin{cases} (\eta + \alpha) [\ln|\eta + \alpha| - 1] & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2}(\eta + \alpha) \ln((\eta + \alpha)^2 + \beta^2) - (\eta + \alpha) + \beta \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{d\eta}{r^2} = \begin{cases} -\frac{1}{\eta + \alpha} & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{\beta} \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta d\eta}{r^2} = \begin{cases} \ln|\eta + \alpha| + \frac{\alpha}{\eta + \alpha} & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2} \ln((\eta + \alpha)^2 + \beta^2) - \frac{\alpha}{\beta} \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^2 d\eta}{r^2} = \begin{cases} \eta - \frac{\alpha^2}{\eta + \alpha} - 2\alpha \ln|\eta + \alpha| & \text{si } \beta = 0 \\ \eta - \alpha \ln((\eta + \alpha)^2 + \beta^2) + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\beta^3} \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^3 d\eta}{r^2} = \begin{cases} \frac{1}{2} \eta^2 - 2\eta\alpha + \frac{\alpha^3}{\eta + \alpha} + 3\alpha^2 \ln|\eta + \alpha| & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2} \eta^2 - 2\eta\alpha + \frac{1}{2} (3\alpha^2 - \beta^2) \ln((\eta + \alpha)^2 + \beta^2) + \frac{\alpha}{\beta} (3\beta^2 - \alpha^2) \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^4 d\eta}{r^2} = \begin{cases} \frac{1}{3} \eta^3 - \eta\alpha(\eta - 3\alpha) - \frac{\alpha^4}{\eta + \alpha} - 4\alpha \ln|\eta + \alpha| & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{3} \eta^3 - \eta\alpha(\eta - 3\alpha) - \eta\beta^2 - 2\alpha(\alpha^2 - \beta^2) \ln((\eta + \alpha)^2 + \beta^2) \\ + \frac{1}{\beta} (\alpha^4 - 6\alpha^2\beta^2 + \beta^4) \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{r^4} d\eta = \begin{cases} -\frac{1}{3(\eta + \alpha)^3} & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2\beta^2} \frac{\eta + \alpha}{(\eta + \alpha)^2 + \beta^2} + \frac{1}{2\beta^3} \arctan\left(\frac{\eta + \alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta}{r^4} d\eta = \begin{cases} \frac{\alpha}{3(\eta+\alpha)^3} - \frac{1}{2(\eta+\alpha)^2} & \text{si } \beta = 0 \\ -\frac{1}{2\beta^2} \frac{\alpha(\eta+\alpha) + \beta^2}{(\eta+\alpha)^2 + \beta^2} - \frac{\alpha}{2\beta^3} \arctan\left(\frac{\eta+\alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^2}{r^4} d\eta = \begin{cases} -\frac{\alpha^2}{3(\eta+\alpha)^3} + \frac{\alpha}{(\eta+\alpha)^2} - \frac{1}{\eta+\alpha} & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2\beta^2} \frac{\alpha^2(\eta+\alpha) + \beta^2(\alpha-\eta)}{(\eta+\alpha)^2 + \beta^2} + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\beta^3} \arctan\left(\frac{\eta+\alpha}{\beta}\right) & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^3}{r^4} d\eta = \begin{cases} \frac{\alpha^3}{3(\eta+\alpha)^3} - \frac{3\alpha^2}{2(\eta+\alpha)^2} + 3\frac{\alpha}{\eta+\alpha} + \ln|\eta+\alpha| & \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{2\beta^2} \frac{\alpha(3\beta^2 - \alpha^2)\eta - \alpha^4 + \beta^4}{(\eta+\alpha)^2 + \beta^2} - \frac{\alpha(\alpha^2 + 3\beta^2)}{2\beta^3} \arctan\left(\frac{\eta+\alpha}{\beta}\right) + \frac{1}{2} \ln[(\eta+\alpha)^2 + \beta^2] & \text{si } \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^5}{r^4} d\eta = \begin{cases} \frac{1}{2}\eta^2 - 4\eta\alpha + \frac{1}{3} \frac{\alpha^5}{(\eta+\alpha)^3} - \frac{5}{2} \frac{\alpha^4}{(\eta+\alpha)^2} + 10 \frac{\alpha^2}{\eta+\alpha} & \text{si } \beta = 0 \\ + 10\alpha^2 \ln|\eta+\alpha| \\ \frac{1}{2}\eta^2 - 4\eta\alpha + \frac{1}{2\beta^2} \frac{(\alpha^4 - 10\alpha^2\beta^2 - 5\beta^4)\eta\alpha + 5\alpha^2\beta^2(\alpha^2 + \beta^2) - (\alpha^6 + \beta^6)}{(\eta+\alpha)^2 + \beta^2} & \text{si } \beta \neq 0 \\ + \left[\frac{(\alpha^4 - 10\alpha^2\beta^2 + 15\beta^4)\alpha}{2\beta^2} \right] \arctan\left(\frac{\eta+\alpha}{\beta}\right) + (\alpha^2 - 5\beta^2) \ln[(\eta+\alpha)^2 + \beta^2] & \end{cases}$$

$$\int \frac{\eta^6}{r^4} d\eta = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}\eta^3 - 2\eta^2\alpha + 10\eta\alpha^2 - \frac{1}{3}\frac{\alpha^6}{(\eta+\alpha)^3} + 3\frac{\alpha^5}{(\eta+\alpha)^2} - 15\frac{\alpha^4}{\eta+\alpha} - 20\alpha^3 \ln|\eta+\alpha| \quad \text{si } \beta = 0 \\ \frac{1}{3}\eta^3 - 2\eta^2\alpha + 2(5\alpha^2 - \beta^2)\eta + \frac{1}{2\beta^2} \frac{(\alpha^6 - \beta^6 - 15\alpha^4\beta^2 + 15\alpha^2\beta^4)\eta + (\alpha^6 - 9\alpha^4\beta^2 - 5\alpha^2\beta^4 + 5\beta^6)\alpha}{(\eta+\alpha)^2 + \beta^2} + \left[\frac{\alpha^6 + 15\alpha^4\beta^2 - 45\alpha^2\beta^4 + 5\beta^6}{2\beta^2} \right] \arctan\left(\frac{\eta+\alpha}{\beta}\right) + 2(3\beta^2 - 5\alpha^2)\alpha \ln[(\eta+\alpha)^2 + \beta^2] \quad \text{si } \beta \neq 0 \end{array} \right.$$

ANNEXE III

L'analyse du contact élastique entre deux corps a été présentée il y a plus d'un siècle par Hertz. Elle a été reprise par Johnson en 1985.

Le contact chemise/segment que nous étudions est celui du problème de contact de deux cylindres, où la chemise est plane et donc de rayon infini.

Les expressions analytiques des contraintes σ_{xx} , σ_{zz} et τ_{xz} en tout point (x, z) du segment, qui entre en contact avec la chemise sous l'action d'une force normale P , sont données par :

$$\sigma_{xx} = -\frac{p_0}{a_H} \left\{ m \left(1 + \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) - 2z \right\} ; \sigma_{zz} = -\frac{p_0}{a_H} m \left(1 - \frac{z^2 + n^2}{m^2 + n^2} \right) ; \tau_{xz} = -\frac{p_0}{a_H} n \left(\frac{m^2 - z^2}{m^2 + n^2} \right)$$

où p_0 et a_H sont respectivement la pression maximale dans le contact et la demi largeur de contact de Hertz. m et n sont des paramètres dépendants de a_H , x et z ; et qui s'écrivent de la façon suivante :

$$m^2 = \frac{1}{2} \left[\left\{ (a_H^2 - x^2 + z^2)^2 + 4x^2 z^2 \right\}^{1/2} + (a_H^2 - x^2 + z^2) \right]$$

$$n^2 = \frac{1}{2} \left[\left\{ (a_H^2 - x^2 + z^2)^2 + 4x^2 z^2 \right\}^{1/2} - (a_H^2 - x^2 + z^2) \right]$$

Explicitons les expressions des composantes du tenseur des contraintes et de la contrainte de cisaillement sur quelques principales lignes de profils du contact.

Au centre du contact $x/a_H = 0$; on a les expressions suivantes :

$$\sigma_{xx} = -\frac{p_0}{a_H} \left(\frac{a_H^2 + 2z^2}{\sqrt{a_H^2 + z^2}} - 2z \right) ; \sigma_{zz} = -p_0 a_H \frac{1}{\sqrt{a_H^2 + z^2}} ; \tau_{xz} = 0$$

Par suite la contrainte de cisaillement τ a pour expression au centre du contact :

$$\tau = \frac{p_0}{a_H} \left(\frac{z^2}{\sqrt{a_H^2 + z^2}} - z \right)$$

Sur les bords du contact $x/a_H = \pm 1$, les contraintes ont pour expressions :

$$\sigma_{xx} = -\frac{p_0}{a_H} \left\{ \frac{m}{2} \left(3 + \frac{z}{\sqrt{z^2 + 4a_H^2}} \right) - 2z \right\}; \sigma_{zz} = -\frac{p_0}{a_H} \frac{m}{2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + 4a_H^2}} \right);$$

$$\tau_{xz} = -\frac{p_0}{a_H} \frac{n}{2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + 4a_H^2}} \right)$$

La contrainte de cisaillement principale sur les bords du contact s'écrit :

$$\tau = \frac{p_0}{2a_H} \sqrt{\left\{ m \left(1 + \frac{z}{\sqrt{z^2 + 4a_H^2}} \right) - 2z \right\}^2 + n^2 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + 4a_H^2}} \right)^2}$$

Sur les axes $x/a_H = \pm 0,5$; elles s'écrivent sous la forme :

$$\sigma_{xx} = -\frac{p_0}{a_H} \left\{ \frac{m}{2} \left(3 + \frac{4z^2 - 3a_H^2}{\sqrt{(4z^2 + 3a_H^2)^2 + 16a_H^2 z^2}} \right) - 2z \right\}$$

$$\sigma_{zz} = -\frac{p_0}{a_H} \frac{m}{2} \left(1 - \frac{4z^2 - 3a_H^2}{\sqrt{(4z^2 + 3a_H^2)^2 + 16a_H^2 z^2}} \right)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{p_0}{a_H} \frac{n}{2} \left(1 - \frac{4z^2 - 3a_H^2}{\sqrt{(4z^2 + 3a_H^2)^2 + 16a_H^2 z^2}} \right)$$

$$\tau = \frac{p_0}{2a_H} \sqrt{\left\{ m \left(1 + \frac{4z^2 - 3a_H^2}{\sqrt{(4z^2 + 3a_H^2)^2 + 16a_H^2 z^2}} \right) - 2z \right\}^2 + n^2 \left(1 - \frac{4z^2 - 3a_H^2}{\sqrt{(4z^2 + 3a_H^2)^2 + 16a_H^2 z^2}} \right)^2}$$

ANNEXE IV

Notons par f la définition de la contrainte elliptique, elle s'écrit donc sous la forme :

$$f(\sigma_n, \sigma_\tau) = \begin{cases} \sqrt{\sigma_n^2 + \beta\sigma_\tau^2} & \text{si } \sigma_n \geq 0 \\ \sqrt{\beta}(|\sigma_\tau| - \mu|\sigma_n|) & \text{si } \sigma_n < 0 \end{cases}$$

où σ_n et σ_τ sont respectivement les composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte \vec{T} ; μ est le coefficient de frottement et $\beta = \frac{\sigma_c}{\tau_c}$. σ_c et τ_c sont respectivement les contraintes critiques de cisaillement et de traction. Rappelons que pour toute variable x on

$$a : \langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

Si θ la direction selon laquelle la contrainte effective σ_{eff} est maximale, les composantes du vecteur normal \vec{n} sont $(\cos\theta, \sin\theta)$. Le vecteur tangent s'écrit alors $\vec{\tau}(-\sin\theta; \cos\theta)$ dans la base directe $(\vec{n}, \vec{\tau})$. Par suite le vecteur contrainte \vec{T} s'écrit de la façon suivante : $\vec{T} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \cos\theta + \tau_{xz} \sin\theta \\ \tau_{xz} \cos\theta + \sigma_{zz} \sin\theta \end{pmatrix}$.

Par conséquent les composantes normale et tangentielle du vecteur contrainte \vec{T} sont données par :

$$\sigma_n = \vec{T} \cdot \vec{n} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \cos 2\theta + \tau_{xz} \sin 2\theta \quad (1)$$

$$\sigma_\tau = \vec{T} \cdot \vec{\tau} = \frac{\sigma_{zz} - \sigma_{xx}}{2} \sin 2\theta + \tau_{xz} \cos 2\theta \quad (2)$$

où σ_{xx} , σ_{zz} et τ_{xz} sont les composantes du tenseur des contraintes.

L'objectif étant d'avoir les quatre directions des contraintes. Il suffira de trouver une, pour en déduire les trois restantes.

Soit θ une des directions pour laquelle f prend sa valeur maximale ou minimale. Cet angle est tel que : $\frac{\partial f(\sigma_n, \sigma_\tau)}{\partial \theta} = 0$.

En supposant que $\sigma_n \geq 0$, alors l'expression de la fonction elliptique devient : $f(\sigma_n, \sigma_\tau) = \sqrt{\sigma_n^2 + \beta\sigma_\tau^2}$. Rappelons que l'objectif étant de trouver les directions, le calcul peut être fait aussi en utilisant l'expression de f quand la composante normale est négative.

$$\text{Par suite : } \frac{\partial f(\sigma_n, \sigma_\tau)}{\partial \theta} = \frac{\sigma_\tau}{f} (2(\beta - 1)\sigma_n - \beta(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}))$$

$$\text{Sachant que } f \text{ est non nul, alors } \frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_n = \frac{\beta}{2(\beta - 1)} & \text{si } \sigma_\tau \neq 0 \\ \sigma_\tau = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Connaissant donc les expressions de σ_n et σ_τ , on peut calculer la valeur de l'angle θ correspondante, dans chacun des cas.

- 1^{er} cas : $\sigma_\tau \neq 0$

Des équations (1) et (3), on écrit :

$$\frac{\beta}{2(\beta - 1)}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2} \cos 2\theta + \tau_{xz} \sin 2\theta \quad (4)$$

Pour résoudre cette équation, utilisons la formule de l'arc moitié. On pose $t = \tan \theta$, par suite on a : $\cos 2\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\sin 2\theta = \frac{2t}{1+t^2}$. L'équation (4) se met alors sous la forme $At^2 + 2Bt + C = 0$; où les paramètres A, B et C ont pour expressions : $A = \frac{1}{2} \left(-\frac{\beta}{\beta-1} \sigma_{xx} + \frac{\beta-2}{\beta-1} \sigma_{zz} \right)$; $B = 2\tau_{xz}$ et $C = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta-2}{\beta-1} \sigma_{xx} - \frac{\beta}{\beta-1} \sigma_{zz} \right)$.

La résolution de cette équation nous permet d'avoir les solutions des angles quand elles existent ; par suite les valeurs de σ_n et σ_τ . La valeur de la contrainte elliptique correspond à la plus grande valeur de f .

- 2^{ème} cas : $\sigma_\tau = 0$

Avec l'équation (2) et en utilisant la formule de l'angle moitié, on a une équation de degré 2 de la forme $At^2 + Bt + C = 0$; où $A = C = \tau_{xz}$ et $B = \sigma_{zz} - \sigma_{xx}$. On récupère les solutions t_1 et t_2 quand elles existent, on en déduit celles de σ_n et σ_τ . La valeur de la contrainte elliptique correspond à la plus grande valeur de f .

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Larsson S., Thomée V. ; "Partial differential equations with numerical methods", Edition Springer ; 2000.
- [2] Conte S.D., de Boor C. ; "Elementary numerical analysis", McGraw-Hill Book Company ; 1980.
- [3] Zeldovitch I., Mychkis A. ; "Eléments de mathématiques appliquées", Edition Mir ; 1974.
- [4] Rockey K.C., Ecans H.R., Griffiths D.W., Nethercot D.A. ; "Introduction à la méthode des éléments finis", Edition Eyrolles ; Paris ; 1979.
- [5] Zienkiewicz D. L., Taylor R. L.; The finite element method, *Vol 2*, Edition Butterworth, Heinemann, 2000.
- [6] Marchouk G. ; Méthodes de calcul numérique ; Edition Mir, Moscou, 1980.
- [7] Le Pourhiet A. ; Résolution numérique des équations aux dérivées partielles ; Cepadues éditions ; Toulouse ; 1988.
- [8] Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wroble L.C.; Boundary Element Techniques, Springer : Berlin, 1984.
- [9] Brebbia C. A., Dominguez J. ; Boundary Elements an Introductory course, *Computational Mechanics Publication*, Mc Graw-Hill, Southampton, 1992.
- [10] Aliabadi M. A., Brebbia C. A., Computational Methods in contact Mechanics, Computational Publications, Elsevier Applied Science, Oxford/Southampton, 1993.
- [11] Lucquin B., Pironneau O., Introduction au calcul scientifique, Masson, Paris, 1996.
- [12] Ladevèze P., Mécanique non linéaire des structures, Hermès, Paris, 1996.
- [13] Le Tallec P. ; "Méthode de Décomposition de Domaines" ; Séminaire du 25-26 Mai 1994.
- [14] Trapy J. ; "Moteur à allumage commandé", Technique de l'ingénieur, Mécanique et chaleur ; B 2580.
- [15] Clos C. ; "Technologie des moteurs alternatifs à combustion interne", Technique de l'ingénieur, Moteur et Machine ; B 2800.
- [16] Darbeïda A. ; "Caractéristique mécanique des surfaces revêtues relation microstructure/ tenue mécanique de revêtements de Chrome et d'acier inoxydable austénitique", Thèse soutenue le 18 Janvier 1995
- [17] Grill A. ; "Review of the tribology of diamond-like carbon", *Wear*, 168, pp 143-153, 1993.

- [18] Grill A. ; "Tribology of diamond-like carbon and related materials : an updated review", Surface and coating technology ; 94-95, pp 507-513, 1997
- [19] Donnet C., Grill A. ; "Friction control of diamond-like carbon coatings", Surface and coating technology, 94-95, pp 456-462, 1997
- [20] Hakovirta M., Verda R., Xe X., Nastasi M. ; "Heat resistance of fluorinated diamond-like carbon films", Diamond and Related Materials, 10, pp 1486-1490, 2001
- [21] Chang C., Wang D. ; "Microstructure and adhesion characteristics of diamond-like carbon films deposited on steel substrates " ; Diamond and Related Materials, 10, pp 1528-1534, 2001.
- [22] Grischke M., Bewilogua K., Trojan K., Dimigen H. ; "Application-orientaed modifications of deposition processes for diamond-like-carbon based coatings"; Surface and Coatings Technology, 74-75; pp 739-745 , 1995
- [23] Bewilogua K., Cooper C.V., Specht C., Schröder J., Wittorf R., Grischke M. ; "Effect of target material on deposition and properties of metals-containing D.L.C. (Me-D.L.C.) coating"; Surface and Coatings Technology, 132; pp 275-283, 2000
- [24] Kumar S., Rauthan C.M.S., Dixit P.N., Srivasta K.M.K., Khan M.Y., Bhattacharyya R. ; "Versatile microwave PECVD technique for deposition of D.L.C. and other ordered carbon nanostructures" ; Vacuum, 63, pp 433-439, 2001
- [25] Harris S.J., Weiner A.M., Grischke M. ; "Effects of load abrasion of steel by metal-containing diamond-like carbon", Surface and Coatings Technology ; 120-121 ; pp 561-564, 1999
- [26] Voevodin A.A., Donley M.S., Zabinski J.S., Bultman J.E. ; "Mechanical and tribological properties of diamond-like carbon coatings prepared by pulsed laser deposition" ; Surface and Coatings Technology ; 76-77, pp 534-539, 1995
- [27] Donnet C. ; "Recent progress on the tribology of doped diamond-like carbon alloy coatings : a review" ; Surface and Coatings Technology ; 100-101, pp 180-186; 1998
- [28] "La lubrification", par un groupe d'ingénieur du service technique, Théorie et application ; Doin édition, 1978.
- [29] Roux F. ; "Graissage des moteurs alternatifs", Techniques de l'ingénieur, Moteur et machine; B 2750.
- [30] Ayel J. ; "Lubrification, généralités, constitution", Technique de l'ingénieur, Organes de machines ; B 5341.
- [31] Dhatt D., Touzot G., Une présentation de la méthode des éléments finis, Maloine S. A. édition, Paris, 1984.

- [32] Batoz J.L., Dhatt D., Modélisation des structures par éléments finis, 2, Hermès, Paris, 1990.
- [33] Sladek J., Sladek V., Computation of stress by BEM in 2d elastostatics, *Acta tecnica csav*, 5, 523-531, 1986.
- [34] Sladek V., Sladek J., Improved computation of stress using the boundary element method, *Appl. Math. Modelling*, 10, 249-255, 1986.
- [35] Balas J., Sladek J., Sladek V., Stress analysis by Boundary element methods, *Studies in applied Mechanics*; 23, Elsevier, Amsterdam, 1989.
- [36] Bonnet M., Boundary Integral Equation Methods for solids and fluids, Edition Eyrolles, France, 1995.
- [37] Singh K. M., Tanaka M., On non-linear transformations for accurate numerical evaluation of weakly singular boundary integrals, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50, 2007-2030, 2001.
- [38] Sladek V., Sladek J., Tanaka M., Optimal transformation of the integration variables in computation of singular integrals in BEM, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47, 1263-1283, 2000.
- [39] Ma H., Kamiya N., Distance transformation for the numerical evaluation of near singular boundary integrals with various kernels in boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 26, 329-339, 2002.
- [40] Johnston P. R., Application of sigmoidal transformations to weakly singular and near singular Boundary Element Integral, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, 1333-1348, 1999.
- [41] Young A., Improved numerical Method for the traction Boundary Integral Equations by application of Stokes theorem, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, 3141-3161, 1997.
- [42] Cruse T. A., Richardson D. J., Non singular Somigliana stress identities in elasticity, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, 3273-3304, 1996.
- [43] Matsumoto T., Tanaka M., Boundary Stress Calculation using regularized Boundary Integral Equation for Displacement Gradients, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 99, 783-797, 1993.
- [44] Krishnasamy G., Boundary Integral equations for thin bodies, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37, 107-121, 1994.
- [45] Granados J. J., Gallego R., Regularisation of nearly hypersingular integrals in the boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 25, 165-184, 2001.

- [46] Sladek V., Sladek J., Tanaka M., Non singular BEM formulations for thin walled structures and elastostatic crack problems, *Acta mechanica*, 99, 173-190, 1993.
- [47] Huang Q., Cruse T.A., Some notes on singular integral techniques in boundary element analysis, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 36, 2643-2659, 1993.
- [48] Sladek V., Sladek J. , Non-singular boundary integral representation of stress, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33, 1481-1499, 1992.
- [49] Guang-Xian S., Hong X., The New Formula for Calculation of the Displacements and Stress of Bound Layer by BEM, *Engineering Analysis with Boundary Elements*; 9, 199-207, 1993.
- [50] Richardson J. D. , Cruse T. A., Weakly singular stress-bem for 2d elastostatics, *Int Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, 13-35, 1999.
- [51] Sladek V., Sladek J., Tanaka M., Regularisation of hypersingular and nearly singular integrals in the potential theory and elasticity, *Int. J. Num. Meth. Eng*, 36, 1609-1628, 1993.
- [52] Farhat C., Roux F-X.,A method of Finite Element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 32, pp 1205-1227, 1991.
- [53] Roux F-X. ; "Méthode de résolution par sous-domaines en statique" ; La recherche aérospatiale, 1, pp 37-48, 1990 .
- [54] Gupta G. M., Walowit J. A., Finikin E. F. ; "Stress distribution in plane strain layered solids subjected to arbitrary boundary loading" ; *J. Lubrification Tech* ; 427 ; 1973.
- [55] Kouitat Njiwa R., Consiglio R., von Stebut J. ; "Boundary element modelling of a coating-substrat composite under an elastic, Hertzian type pressure field : cylinder on a flat contact geometry" ; *Surface and Coatings Technology* ; 102 ; pp 138-147 ; 1998.
- [56] Leroy J. M., Villechaise B. ; "Stress determination in elastic coatings and substrate under both normal and tangential loads" ; *Mechanics of coatings* ; 17 ; pp 195 ; 1990.
- [57] Djabella H., Arnell R. D.; "Finite element analysis of contact stress in elastic coating/substrate under normal and tangential loads" ; *Thin Solid Film* ; 223 ; pp 87 ; 1993.
- [58] Djabella H., Arnell R. D.; "Two dimensional finite element analysis of elastic stresses in double layer systems under combined surface normal and tangential loads" ; *Thin Solid Film* ; 226 ; pp 65 ; 1993.
- [59] Komvopoulos K.; "Finite element analysis of a layered elastic solid in normal contact with a rigid surface" ; *J. Tribologie* ; 111 ; pp 477 ; 1988.
- [60] Hertz H., 1896 On the contact of elastic solids, Miscellaneous Papers, Micmillan and Co, London.

- [61] Johnson K. L., Contact Mechanics, Cambridge University press, 1987.
- [62] Hamilton G. M., Explicit equations for stresses beneath a sliding spherical contact, Proc. Inst. Mech. Engng, 53, 197C, 1983.
- [63] O'Sullivan T. C., King R. B. ; " Sliding contact stress field due to a spherical indenter on a layered elastic half-space ; *J. Tribology* ; 110 ; 235 ; 1988.
- [64] Francois D., Pineau A. , Zaoui A. ; "Comportement mécanique des Matériaux" ; *éditions Hermès* ; Paris ; 1995.
- [65] Saïzonou C., Kouitat-Njiwa R. , von Stebut J. ; "Surface engineering with functionally graded coatings : a numerical study based on the boundary element method" ; *Surface and Coatings Technology* ; 153 ; pp 290-297 ; 2002.
- [66] Kouitat Njiwa R., von Stebut J. ; "Boundary element numerical modelling as a surface engineering tool : application to very thin coatings" ; *Surface and Coatings Technology* ; 116-119 ; pp 573-579 ; 1999.
- [67] Erdogan F., Kaya A. C., Joseph P. F. ; "The mode III crack problem in bonded materials with a nonhomogeneous interfacial zone" ; *Journal of Applied Mechanics* ; 58 ; pp 419-427 ; 1991.
- [68] Jin Z. H., Batra R. C. ; "Interface cracking between functionally graded coating and a substrate under antiplane shear" ; *Int Journal Engng Sci* ; 34 ; pp 1708-1716 ; 1996.
- [69] Sankar B. V. ; "An elasticity solution for functionally graded beams" ; *Composites Science and Technology* ; 61 ; pp 689-696 ; 2001.
- [70] Choi H. J. ; "An analysis of cracking in a layered medium with a functionally graded nonhomogeneous interface" ; *Journal of Applied Mechanics* ; 63 ; pp 479-486 ; 1996.
- [71] Lillups S. C., Murty K. ; "Complementarity problems" ; *Journal of Computational and Applied Mechanics* ; 124 ; pp 303-318 ; 2000.
- [72] Bonnans J. F., Gilbert J.C., Lemaréchal C., Sagastizabal C. ; *Optimisation Numérique* ; Springer, 1997.
- [73] Lopes V. L. R., Martinez J. M., Perez R. "On the local convergence of quasi-Newton methods for nonlinear complementarity problems" ; *Applied Numerical Mathematics* ; 30 ; pp 3-22 ; 1999.
- [74] Alart P. ; "Méthode de Newton généralisée en Mécanique du contact" ; *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* ; 76 ; pp 83-108 ; 1997.
- [75] Galantai A. ; "The theory of Newton's method" ; *Journal of Computational and Applied Mechanics* ; 124 ; pp 25-44 ; 2000.

[76] Kikuchi N., Oden J.T.; Contact problems in elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods ; Philadelphia ; 1988.

[77] Kouitat Njiwa R., von Stebut J. ; "Boundary element numerical analysis of elastic indentation of a sphere into a bilayer material" ; *International Journal of mechanical sciences* ; Vol ; pp 317 - 324 ; 2003.

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

ooo

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

Madame Geneviève INGLERBERT, Professeur, L.I.S.M.M.A., Supméca, Saint Ouen

Monsieur Hamid ZAIDI, Professeur, Université de Poitiers, Futuroscope

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Madame SAÏZONOU Thomasia Colombe

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,
une thèse intitulée :

**"Usure et frottement entre le segment et la chemise dans un moteur à combustion :
modélisation numérique par la méthode des éléments de frontière"**

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 5 4 5 0 1
VANŒUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de :

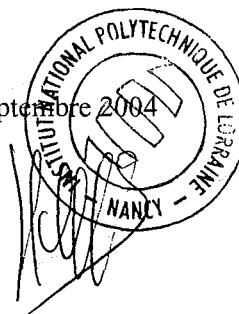
DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **mécanique et énergétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 16 septembre 2004

Le Président de l'I.N.P.L.,

L. SCHUFFENECKER



RESUME

Dans le cadre d'un contrat Européen, il s'agissait d'étudier le contact "segment / chemise" dans un moteur à combustion en vue des améliorations par des revêtements durs recherchés en matière de frottement et d'usure.

Dans une partie expérimentale, nous avons construit un banc d'essai, basé sur un tribomètre de type "pion / plan" en mouvement de va et vient. Ces essais avec des segments revêtus de D.L.C. (carbone type diamant) et de chrome, frottant sur des échantillons découpés d'une chemise réelle de moteur, ont permis de conclure sur la supériorité en matière de durée de vie du D.L.C. aussi bien en frottement sec que lubrifié.

Dans la partie principale de ce travail, nous avons modélisé les conditions réelles du contact segment / chemise par une approximation locale 2D de type Tresca (cylindre / plan). La modélisation numérique utilise la méthode des éléments de frontière, associée à celle de décomposition de domaine. Elle offre l'avantage de pouvoir s'implanter sur un PC standard et donne des résultats précis en un temps de calcul assez raisonnable.

En l'absence de la pression hydrostatique dans la chambre de combustion, nous avons utilisé des segments avec des films monolithiques et multicouches. Pour les dépôts à une couche, c'est le segment revêtu de D.L.C., qui présente la plus faible contrainte dans le segment. Il résistera mieux à un endommagement, et confirme les résultats des essais expérimentaux. Pour les films multicouches, comparé au film de type BABA, le film à gradients de propriétés est celui qui présente les meilleurs propriétés de résistances à l'endommagement. La prise en compte de la pression des gaz dans la chambre de combustion, provoque la baisse des efforts normaux qui s'exercent sur l'ensemble segment / chemise.

ABSTRACT

In the framework of a European Brite Euram contract we have studied the contact between the coated piston ring and the cylinder of a combustion engine. In particular, the issue was to analyse the effect of hard, wear resistant coatings on the stress fields in the coated material.

In an initial, experimental approach we have bench marked the friction and wear behaviour of real machine elements in a reciprocating pin/disk configuration both in the dry and lubricated friction mode. In such laboratory environment D.L.C. coatings turned out to be more wear resistant than conventional hard chromium coatings.

In the main part of this research, we have done modelling of the simplified problem of an elastic 2D (coated cylinder /flat) contact. In this part we have implemented a boundary element numerical approach in conjunction with domain decomposition. This specifically developed code has the advantage of operating on a standard PC yielding excellent precision and reasonable computation time (in general less than one hour).

We have studied the effect of the contact pressure on the stress fields in coated piston rings both for bi-layer and multilayer coatings. In the absence of hydrostatic pressure in the combustion chamber – as compared to the hard chromium - the D.L.C. coating is found to correspond to a lower resolved stress field in the substrate and the coating. This is in qualitative agreement with our experimental results. For multilayer coatings, the best attenuation of the contact stress field in the coated piston rings is achieved for graded evolution of Young's modulus from the interface to the ultimate coating surface. This leads to almost total elimination of stress discontinuities at the interfaces and attenuation of the resolved Tresca stress fields.

The main effect of the pressure in the combustion chamber is to reduce the effective contact pressure and the associated real contact area between the piston ring and the cylinder.