



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

1360350259

03INPL037N

Institut National Polytechnique de Lorraine

Ecole Doctorale 'Informatique-Automatique-Electronique-Mathématiques'

Département de Formation Doctorale 'Electrotechnique-Electronique'



(01) 2003 QUETTIER, L

THESE

Présentée en vue de l'obtention du titre de

Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Spécialité : Génie Electrique

Par

Lionel QUETTIER

Ingénieur E.N.S.E.M.

Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

CONTRIBUTION METHODOLOGIQUE A LA CONCEPTION DE SYSTEMES SUPRACONDUCTEURS DE LEVITATION MAGNETIQUE

Soutenue publiquement le 4 juillet 2003 devant la Commission d'Examen

Membres du jury :

Président :	Guy AUBERT	Professeur, Université J. Fourier, Grenoble
Rapporteurs :	Adel RAZEK	Directeur de Recherche C.N.R.S., LGEP, Gif sur Yvette
	Antoine DAEL	Ingénieur de Recherche, C.E.A. Saclay
Examineurs :	Daniel BEYSENS	Directeur de Recherche, C.E.A. Grenoble
	Daniel LEROY	Ingénieur de Recherche, C.E.R.N., Genève
	Alain MAILFERT	Professeur, I.N.P.L., Nancy



Le système général des sciences est une espèce de labyrinthe, de chemin tortueux, où l'esprit s'engage sans trop connaître la route qu'il doit tenir.

Jean le Rond d'Alembert

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein du Groupe de Recherches en Electrotechnique et Electronique de Nancy sous la direction de M. Alain MAILFERT. Je tiens à l'assurer de toute ma gratitude car son enthousiasme et la pertinence de ses idées face aux diverses questions que soulevait mon travail ont été des éléments majeurs dans l'accomplissement de cette thèse. De plus, il a su au cours de ces trois années éveiller ma curiosité scientifique et me transmettre sa passion pour la recherche.

J'exprime mes sincères remerciements à M. Guy AUBERT pour s'être intéressé à mon travail et pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

Je remercie Messieurs Antoine DAEL et Adel RAZEK qui ont bien voulu examiner cette thèse en qualité de rapporteurs.

Je remercie Messieurs Daniel BEYSENS et Daniel LEROY pour avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie M. Abderrezak REZZOUG pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire.

Je remercie Messieurs Jean LEVEQUE et Denis NETTER pour leurs conseils avisés, ainsi que tous les membres de l'équipe « Supra » du GREEN. Je remercie en particulier chaleureusement M. Olivier VINCENT-VIRY avec qui ce fût un plaisir de collaborer. C'est dans le cadre d'une partie de ses travaux de thèse que nous avons ensemble dégrossi les premières difficultés du sujet et posé les premiers jalons de cette étude.

Je remercie Mlle Hélène FELICE et M. Denis CHATAIN pour les discussions toujours fructueuses sur la réalisation de dispositifs de lévitation et surtout pour leur précieuse contribution à la partie expérimentale de cette thèse.

Je remercie également l'ensemble du personnel du laboratoire pour sa gentillesse et sa bonne humeur.

Enfin, je remercie mes parents pour leur soutien pendant mes longues années d'études. Que l'aboutissement de cette thèse soit leur récompense tant méritée.

Vandoeuvre, le 4 juillet 2003

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

CHAPITRE I : CADRE GENERAL.....	3
---------------------------------	---

1 Introduction à la microgravité.....	7
1.1 Présentation.....	7
1.2 Les moyens inertiels permettant de se placer dans des conditions de microgravité.....	7
1.3 La compensation de la pesanteur par des forces non inertielles.....	9
1.3.1 La lévitation magnétique.....	9
1.3.2 Origine de la force de lévitation magnétique.....	10
1.3.3 Les structures magnétiques utilisées.....	12
2 Les expériences de lévitation magnétique à travers le monde.....	20
2.1 Croissance de protéines et élaboration de matériaux.....	20
2.2 La physique des fluides.....	21
2.3 Applications diverses.....	22
3 Le problème inverse de synthèse de sources.....	23
3.1 Introduction.....	23
3.2 Méthode usuelle de conception des dispositifs électrotechniques :.....	24
3.3 Quelques difficultés de la synthèse de sources en magnétostatique.....	25
4 Problématique et contenu du mémoire.....	26
4.1 Préambule.....	26
4.2 Théorème 1 : De l'impossibilité de créer un champ $\text{grad}(H^2)$ uniforme.....	26
4.3 Théorème 2 : Variation linéaire du courant et homogénéité du champ de $\text{grad}(H^2)$...	28
4.4 Problématique.....	29

CHAPITRE II : RESOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME DANS LE CAS CYLINDRIQUE.....	31
--	----

1 Utilisation des fonctions à variables complexes pour la décomposition multipolaire d'un champ 2D à symétrie cylindrique.....	33
1.1 Etude d'une forme particulière du potentiel magnétique complexe.....	33
1.2 Etude de la stabilité de l'équilibre pour le potentiel : $\underline{W}(z) = -\lambda \underline{z}^\alpha$	39
1.2.1 Conditions de stabilité pour un système invariant par translation.....	39
1.2.2 Applications dans le cas du potentiel préalablement défini.....	40
1.3 Prise en compte de l'homogénéité dans la formulation du problème inverse.....	41
1.3.1 Premier cas : $\alpha > 3/2$	42
1.3.2 Deuxième cas : $\alpha = 3/2$	44
1.3.3 Troisième cas : $\alpha < 3/2$	45
1.3.4 Synthèse sur la détermination de la forme du potentiel magnétique complexe adéquat.....	46
1.4 Méthode de résolution du problème inverse dans le cas cylindrique :.....	47
1.5 Choix de la valeur particulière $\alpha = 7/4$	48
1.6 Compléments de calcul sur la décomposition multipolaire du champ magnétique.....	48
2 Distribution idéale de courant requise pour générer le champ magnétique précédemment déterminé.....	52

2.1	Expression de la distribution idéale de courant en fonction des variables du problème inverse G , R , ϵ_x et ϵ_y	52
2.2	Application au cas de la lévitation de l'hydrogène liquide.....	53
3	Perspectives à la suite de la modélisation proposée	57

CHAPITRE III : DISPOSITIFS DE LEVITATION EN GEOMETRIE CYLINDRIQUE.....59

1	Introduction	61
2	Etude d'un aimant multipolaire pour la fabrication de cibles cryogéniques	63
2.1	Cadre général de l'étude et spécifications	63
2.1.1	Contexte scientifique	63
2.1.2	Spécifications.....	64
2.1.3	Etude magnétique.....	65
2.2	Conclusion	71
3	Bobinage supraconducteur pour la lévitation de l'eau.	72
3.1	Configuration des bobinages supraconducteurs.....	72
3.1.1	Distribution idéale de courant.....	72
3.1.2	Structure multipolaire effective	73
3.2	Convection naturelle	76
3.2.1	Équations régissant la convection	76
3.2.2	Calcul sans champ magnétique ($g_{eff} = g$)	77
3.2.3	Calcul avec champ magnétique.....	78
3.2.4	Conclusion sur la structure magnétique destinée à la lévitation de l'eau	79
4	Conclusions sur les configurations magnétiques proposées	81

CHAPITRE IV : L'ASSOCIATION SUPRACONDUCTEUR/FERROMAGNETIQUE POUR CREER UN CHAMP DE VECTEURS $\text{GRAD}(B^2)$83

1	Introduction à l'association supraconducteur / ferromagnétique	85
2	Principe de l'association ferromagnétique / supraconducteur pour créer une force magnétique	86
3	Inserts invariants par translation	88
3.1	Structure de l'insert.....	88
3.2	Calcul d'un insert en fer doux.....	88
3.3	Exemples de valeurs de G obtenues avec d'autres valeurs de B_0 et M_s	90
4	Inserts axisymétriques :	92
4.1	Structure des inserts	92
4.2	Balayage paramétrique.....	93
4.3	Exemples de gradients de B^2 obtenus avec d'autres valeurs de B_0 et M_s	94
4.4	Validation du calcul analytique.....	95
4.4.1	Modélisation numérique du système	95
4.4.1.1	Méthode de mesure retenue	96
4.4.1.2	Inserts ferromagnétiques	97
4.4.1.3	Bobine supraconductrice 10 T du S.B.T.....	97
4.4.1.4	Assemblage final du dispositif.....	98
4.4.1.5	Protocole expérimental	98

**CHAPITRE V : ASSOCIATION SUPRACONDUCTEUR/FERROMAGNETIQUE
POUR UNIFORMISER UN CHAMP DE FORCES MAGNETIQUES..... 103**

1 Inserts à symétrie cylindrique 105

- 1.1 Position du problème 105
- 1.2 Calcul du champ créé par 2 lignes dipolaires 106
 - 1.2.1 Modélisation d'une ligne dipolaire 106
 - 1.2.2 Détermination du potentiel vecteur..... 106
 - 1.2.3 Détermination du potentiel complexe..... 107
 - 1.2.4 Détermination du champ magnétique complexe..... 108
- 1.3 Visualisation des effets de la présence de lignes de dipôle..... 108
 - 1.3.1 Cartes d'iso-valeurs de gradient de B² correspond au potentiel $\underline{W}(z) = -\lambda \frac{z^3}{2}$... 108
 - 1.3.2 Gradient de B² sous l'influence de 2 barres 109
 - 1.3.3 Gradient de B² sous l'influence de 4 barres 110
 - 1.3.4 Conclusions..... 111

2 Inserts axisymétriques 112

- 2.1 Contexte scientifique 112
 - 2.1.1 Modélisation et calcul de la structure magnétique..... 113
 - 2.1.2 Dimensionnement de l'insert 114
- 2.2 Résultats expérimentaux 116
 - 2.2.1 Dispositif expérimental 116
 - 2.2.2 Résultats obtenus 118
 - 2.2.3 Remise en cause du calcul numérique 121
- 2.3 Méthode de dimensionnement initialement suivie 122
 - 2.3.1 Dimensionnement par algorithme génétique 122
 - 2.3.2 Autres structures testées..... 127
 - 2.3.3 Quelques remarques générales sur les inserts..... 128

3 Conclusions sur les inserts de correction 130

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES 131

ANNEXES 135

NOMENCLATURE 159

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 165

INTRODUCTION GENERALE

La lévitation magnétique est un procédé qui utilise la force magnétique agissant sur un matériau pour compenser la force d'attraction gravitationnelle, et recréer ainsi un environnement de microgravité. Cet état, caractérisé par une gravité résiduelle beaucoup plus faible que la gravité terrestre, est très intéressant dans un certain nombre de disciplines scientifiques et sa création à l'aide d'une force magnétique s'est avéré un axe de recherche particulièrement prometteur depuis plus de 10 ans. La question de la synthèse des sources permettant de créer un champ de forces magnétiques avec des propriétés de lévitation données se pose donc naturellement.

Ainsi, nous nous proposons dans le cadre de ce travail d'une part de compléter les méthodes existantes de conception et de dimensionnement de systèmes magnétiques en les adaptant au problème spécifique de la lévitation, et d'autre part d'étudier de nouveaux axes de recherche permettant d'obtenir des dispositifs magnétiques originaux. Alors que les méthodologies de résolution des problèmes de l'électrotechnique sont de plus en plus souvent focalisées sur l'outil numérique, notre démarche va reposer sur l'association complémentaire de méthodes analytiques et de méthodes numériques pour tenter de mieux appréhender la question de la synthèse de sources dans ce cadre particulier.

Ce mémoire s'articule autour de cinq parties :

Le premier chapitre pose le cadre général de cette thèse : la conception de dispositifs supraconducteurs destinés à la lévitation magnétique. La notion de microgravité est d'abord introduite de manière générale, et sa création à l'aide d'un champ de forces magnétiques ainsi que ses principales applications sont ensuite présentées. Enfin, le problème de synthèse de source est évoqué, permettant de définir la problématique de notre travail.

Le second chapitre propose une méthode analytique de résolution du problème inverse de lévitation dans le cas de géométries cylindriques. Cette méthode permet de déterminer, en utilisant des fonctions à variables complexes, une distribution idéale de courants modélisés par des densités superficielles permettant de répondre à un problème de lévitation donné.

Le troisième chapitre est consacré à la conception de deux bobinages supraconducteurs cylindriques destinés respectivement à la lévitation de l'eau et à celle du deutérium liquide.

Le quatrième chapitre présente l'association d'inserts ferromagnétiques et de dispositifs supraconducteurs pour la lévitation. Une étude taxinomique propose différentes configurations, dans le cas des géométries cylindriques ou axisymétriques, destinées à créer une force de lévitation.

Enfin, le cinquième chapitre présente l'association d'inserts ferromagnétiques et d'enroulements supraconducteurs pour améliorer l'uniformité d'une force préexistante. Nous exposerons également les résultats expérimentaux obtenus dans le cas d'un insert ferromagnétique axisymétrique placé dans un solénoïde supraconducteur pour réaliser la lévitation de l'hydrogène liquide.

CHAPITRE I

CADRE GENERAL

Sommaire

1	Introduction à la microgravité.....	7
1.1	Présentation.....	7
1.2	Les moyens inertiels permettant de se placer dans des conditions de microgravité.....	7
1.3	La compensation de la pesanteur par des forces non inertielles.....	9
1.3.1	La lévitation magnétique.....	9
1.3.2	Origine de la force de lévitation magnétique.....	10
1.3.3	Les structures magnétiques utilisées.....	12
2	Les expériences de lévitation magnétique à travers le monde.....	20
2.1	Croissance de protéines et élaboration de matériaux.....	20
2.2	La physique des fluides.....	21
2.3	Applications diverses.....	22
3	Le problème inverse de synthèse de sources.....	23
3.1	Introduction.....	23
3.2	Méthode usuelle de conception des dispositifs électrotechniques :.....	24
3.3	Quelques difficultés de la synthèse de sources en magnétostatique.....	25
4	Problématique et contenu du mémoire.....	26
4.1	Préambule.....	26
4.2	Théorème 1 : De l'impossibilité de créer un champ $\text{grad}(H^2)$ uniforme.....	26
4.3	Théorème 2 : Variation linéaire du courant et homogénéité du champ de $\text{grad}(H^2)$	28
4.4	Problématique.....	29

L'objectif de ce premier chapitre est de présenter le cadre général et la problématique scientifique de notre thèse. Nous allons tout d'abord introduire la notion de microgravité en présentant les moyens inertiels de l'obtenir et ses domaines d'applications. Nous verrons ensuite comment la lévitation au moyen d'un champ magnétique peut offrir une approche complémentaire dans un certain nombre de domaines. Enfin, nous évoquerons les méthodes de résolution de problèmes inverses utilisées pour la conception de dispositifs électrotechniques auxquels se rattachent les structures que nous proposerons.

1 Introduction à la microgravité

1.1 Présentation

L'importance de l'état de microgravité est apparue avec les premiers vols spatiaux. En orbite stable, ils sont caractérisés par une compensation quasi-totale de la pesanteur en raison de la force inertielle due à l'accélération centripète de la trajectoire orbitale.

L'équation fondamentale de la dynamique pour un corps de masse m soumis à des forces $\sum \mathbf{f}$ et à son poids mg s'écrit :

$$m \left(\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - \mathbf{g} \right) = \sum \mathbf{f} \quad (\text{I-1})$$

La compensation du poids mg par les forces inertielles a pour effet :

- De modifier profondément le fonctionnement de certains systèmes (fluides par exemple) en vol spatial.
- De faire apparaître, modifier, ou disparaître des phénomènes ou comportements liés à la pesanteur dans les expériences effectuées à la surface du sol. Ainsi, la convection thermique classique, due à l'existence de la pesanteur, est profondément modifiée en conditions de vol spatial.

1.2 Les moyens inertiels permettant de se placer dans des conditions de microgravité

Il convient d'abord de préciser qu'en raison de la confusion auditive entre "l'apesanteur" et "la pesanteur", on préfère aujourd'hui parler d'impesanteur pour désigner l'absence de gravité. Plusieurs procédés inertiels permettent de recréer cet état de compensation de pesanteur [I-1] [I-2] [I-3] [I-4], au moyen d'une accélération $\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$ s'opposant à \mathbf{g} :

- La chute libre : elle est réalisée en utilisant une tour d'impesanteur, longue colonne verticale sous vide où le matériel d'expérimentation va tomber et se retrouver ainsi en conditions de microgravité. On peut citer quelques exemples de telles installations :
 - Tour Lewis - NASA - USA : 24.1m de hauteur
 - Tour Zarm - Brème - Allemagne : 123 m de hauteur
 - Tour Jamic - Sapporo - Japon : 494m de hauteur.

- Le vol parabolique : on peut recréer des conditions de chute libre de courte durée à bord d'avions en vol parabolique selon le schéma ci-dessous (ex : A300 Zéro-G développé par le CNES et AIRBUS, DC-9 de la NASA, Falcon-20...).

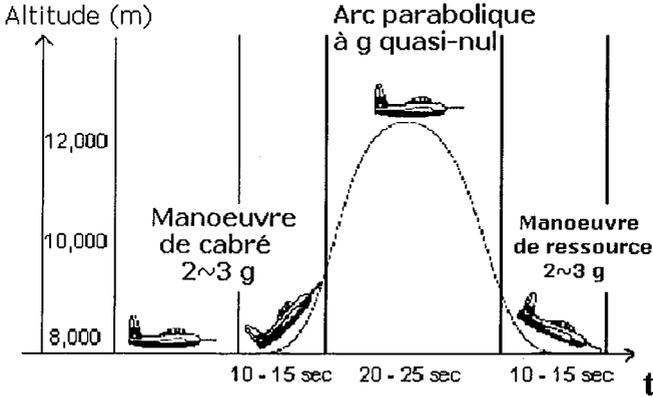


Fig. I-1 Principe du vol parabolique

- Les fusées-sondes : ces fusées-sondes suivent une trajectoire balistique avec une tête récupérable équipée d'un parachute. Lorsque les moteurs de la fusée s'éteignent, la condition $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{g}$ est réalisée à l'intérieur de la fusée et permet d'obtenir des conditions de microgravité de plus longue durée qu'avec les avions car le temps d'expérimentation dépend de l'altitude atteinte.

Bien sûr, la microgravité peut aussi être obtenue en vol orbital ($\mathbf{g} + \omega^2\mathbf{r} = \mathbf{0}$, où ω est la vitesse angulaire) :

- Ainsi, les expériences en orbite se trouvent soit dans des capsules qui reviennent sur Terre, soit dans des modules réutilisables qui sont récupérés par la navette, dans un laboratoire spatial. La durée de l'exposition à l'état d'impesanteur varie de plusieurs jours pour les capsules à quelques mois pour les modules. L'intérêt de cette instrumentation automatisée est que les perturbations (ou accélérations résiduelles) restent limitées.
- Le phénomène de microgravité peut être mis en évidence dans un laboratoire spatial en orbite autour de la Terre. On obtient ainsi un état de microgravité qui peut durer de plusieurs mois à plusieurs années avec une accélération résiduelle très faible. La Station Spatiale Internationale (ISS), projet d'envergure internationale qui réunit les grandes puissances spatiales, permet de réaliser des expériences de manière permanente.

En fait, il est possible de faire un classement de ces différents moyens en retenant trois critères :

- la durée de l'état de microgravité
- le niveau de microgravité (c'est à dire le niveau de gravité résiduelle)
- la capacité d'expérimentation proposée (appelée aussi emport potentiel)

Le tableau suivant présente les ordres de grandeur caractéristiques des différents moyens permettant l'expérimentation en conditions de microgravité.

Moyen d'expérimentation	Temps de microgravité	Masse de l'expérience	Niveau de microgravité
Chute libre	2 à 10 s	50 à 200kg	10^E-5 g
Vol parabolique	Environ 25 s	< 5000 kg	10^E-2 g à 10^E-3 g
Fusée sonde	5 à 20 minutes	200 à 400 kg	10^E-2 à 10^E-4 g
Capsule spatiale	1 à 3 semaines	100 à 500 kg	10^E-3 à 10^E-4 g
Module réutilisable	2 semaines	Jusqu'à 500 kg	10^E-3 à 10^E-5 g
Plate forme autonome	3 à 6 mois	Jusqu'à 1000 kg	10^E-5 à 10^E-7 g
Laboratoire	Plusieurs années	500 kg à 1000 kg	10^E-3 à 10^E-7 g

Tab. I-1 : *Quelques chiffres sur les moyens d'obtenir des conditions de microgravité*

En France, plus d'une centaine d'équipes scientifiques, des universités et des établissements publics de recherche (CNRS, CNES, CEA, INSERM, INRA...), sont impliqués aujourd'hui dans ces programmes de recherche et participent activement aux principales missions. Le programme de recherche en microgravité est désormais orienté vers l'utilisation de ISS, à travers le programme de l'ESA et en particulier du laboratoire européen COF (Columbus Orbital Facility). Ce volet doit aussi être complété par des coopérations bilatérales avec la NASA et la RSA (Agence Spatiale Russe).

Les domaines d'activité des sciences en microgravité touchent aussi bien les sciences de la matière que les sciences de la vie. Pour comprendre pourquoi certaines expériences sont réalisées en microgravité, il faut en fait examiner les axes de recherche dans lesquels elles s'inscrivent et surtout leurs applications au niveau terrestre.

Ces axes de travail peuvent être classés suivant six thèmes :

- Les biotechnologies (culture de tissus, croissance cristalline de protéines...)
- Les sciences de la combustion (propagation du feu, inflammation de gouttes...)
- La physique des fluides (étude de phénomènes critiques, dynamiques des interfaces...)
- Les matériaux et alliages (production de cristaux, contrôle des défauts de croissance ou de coulée...)
- Les polymères et réactions chimiques (compréhension des phénomènes de chimie organique en impesanteur, phénomènes de polymérisation...)
- La recherche biomédicale (biologie de la gravitation *i.e.* compréhension de l'effet de la pesanteur sur la vie terrestre, physiologie de l'espace...)

1.3 La compensation de la pesanteur par des forces non inertielles

1.3.1 La lévitation magnétique

De manière générale, la lévitation est un procédé visant à compenser l'effet de la pesanteur pour maintenir un corps solide ou liquide en équilibre statique et sans contact avec d'autres corps. Puisque $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{0}$, la compensation de $m\mathbf{g}$ dans l'équation (I-1) doit s'effectuer au moyen d'une force \mathbf{f} non inertielle.

La lévitation magnétique consiste plus particulièrement à utiliser la force magnétique agissant sur un matériau pour compenser la force d'attraction gravitationnelle, et ainsi recréer localement un environnement à gravité zéro ou encore microgravité, dans un espace qui peut être sans contact avec un container ou un pôle d'aimant. La lévitation magnétique était chose prévisible après la découverte par Faraday du diamagnétisme en 1845, sous réserve bien sûr que l'on puisse générer un champ de forces magnétiques adapté. C'est seulement en 1939 que la première expérience de lévitation magnétique fut réalisée par Braunbeck sur du bismuth, matériau qui possède la plus grande susceptibilité diamagnétique [I-5]. Après la lévitation des supraconducteurs (dont certains sont, dans certaines conditions, des diamagnétiques parfaits) réussie par Arkadiev en 1947 [I-6], il a fallu attendre près de 50 ans pour réaliser la lévitation de matériaux plus courants... En effet, comme nous le verrons par la suite, la lévitation magnétique de matériaux tels que l'eau nécessite de très forts champs magnétiques, qui n'ont été obtenus de manière raisonnable que depuis 1965 environ.

Avec l'avènement des bobines hybrides supraconductrices qui permettent de créer des inductions magnétiques atteignant plusieurs dizaines de teslas, les choses évoluent au début des années 1990. Les expériences de lévitation réalisées au Laboratoire des Champs Magnétiques Intenses (LCMI) à Grenoble par E. Beaunon et R. Tournier en 1991 [I-7] marquent le début d'une nouvelle ère : en compensant la gravité à l'aide d'un solénoïde hybride, ils réalisent la lévitation de diverses substances diamagnétiques (eau, alcool, bois, plastique...) dont la susceptibilité magnétique est beaucoup plus faible que celle du bismuth. Dès lors, des laboratoires du monde entier travaillant sur la production de forts champs magnétiques vont se tourner vers la lévitation magnétique, découvrant rapidement de nouvelles applications potentielles... Les laboratoires de recherche travaillant à l'heure actuelle sur ce thème sont environ une dizaine à travers le monde.

1.3.2 Origine de la force de lévitation magnétique.

Pour définir le cadre de notre travail, il faut présenter l'origine de la force magnétique. Chaque élément d'un milieu matériel soumis à une induction acquiert une certaine aimantation. On peut ainsi classer les corps existants en trois grandes catégories selon leur réponse à l'application d'une induction magnétique :

- Les substances diamagnétiques, pour lesquelles le moment magnétique de réaction est opposé à l'induction appliquée. Ce phénomène étant intra-atomique ou intramoléculaire, il est indépendant de la température et d'ampleur très faible.
- Les substances paramagnétiques, pour lesquelles le moment magnétique de réaction est de même sens que l'induction. Cet effet est contrarié par l'agitation thermique. Le moment magnétique résultant dépend donc de la température (loi de Curie). Le comportement diamagnétique sous-jacent est ici masqué par le comportement paramagnétique.
- Les substances ferromagnétiques (ou ferrimagnétiques), qui acquièrent, sous l'action d'une induction initiale relativement faible, des moments magnétiques considérables de même sens, sous l'effet de phénomènes coopératifs.

Si on introduit un corps isotrope linéaire de perméabilité magnétique μ dans une induction magnétique $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0$ (les sources de \mathbf{H}_0 sont en dehors du corps), celui-ci s'aimante et acquiert un moment magnétique volumique \mathbf{M} défini par :

$$\mathbf{M} = \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_0} \right) \mathbf{B} = \chi_m \mathbf{H}$$

où μ est la perméabilité magnétique de la substance
 μ_0 est la perméabilité magnétique du vide
 \mathbf{H} est le vecteur champ magnétique au sein du matériau
 χ_m est la susceptibilité magnétique de la substance.

La densité d'énergie magnétique E d'un matériau linéaire soumis à un champ magnétique \mathbf{H} s'écrit :

$$E = \frac{\mu_0}{2} \chi_m \mathbf{H}^2 \quad (\text{I-3})$$

La densité de force magnétique agissant sur un matériau soumis à un champ magnétique est le gradient de E . Dans le cas d'une particule de volume V assez petit pour que $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ ne varie pas sur la particule, la force totale \mathbf{F}_m est donc donnée par :

$$\mathbf{F}_m = \frac{1}{2} V \chi_m \mu_0 \mathbf{grad}(\mathbf{H}^2) \quad (\text{I-4})$$

Pour un matériau ferromagnétique saturé d'aimantation de saturation \mathbf{M}_s , l'expression de la force s'écrit [I-8] :

$$\mathbf{F}_m = \mu_0 V \mathbf{M}_s \mathbf{grad}(\|\mathbf{H}\|) \quad (\text{I-5})$$

En définissant G comme la composante verticale du vecteur $\mu_0^2 \mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ (unité T^2/m), la condition pour compenser la force due à la gravité s'écrit :

$$G = \frac{\mu_0 \rho \|\mathbf{g}\|}{|\chi_m|} \quad (\text{I-6})$$

où ρ est la masse volumique pour le matériau considéré

On remarque que le matériau intervient par sa seule susceptibilité massique $\chi_g = \frac{\chi_m}{\rho}$, grandeur classiquement mesurée (en $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$) [I-9].

L'expression de la force magnétique agissant sur une substance dia- ou paramagnétique (I-4) indique que la substance est sollicitée vers les champs plus faibles si elle est diamagnétique ($\chi_m < 0$ de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6}) et vers les champs les plus intenses si elle est paramagnétique ($\chi_m > 0$ de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-5} à température ambiante). C'est ainsi que dès 1845 Faraday distinguait d'ailleurs ces deux types de substances.

E. Durand [I-9] avait déjà proposé un dispositif magnétique pour la lévitation. En effet, on peut faire flotter un corps diamagnétique dans le vide en le plaçant sur l'axe de révolution de l'induction réalisée entre deux pièces polaires taillées selon les formes représentées sur la figure suivante.

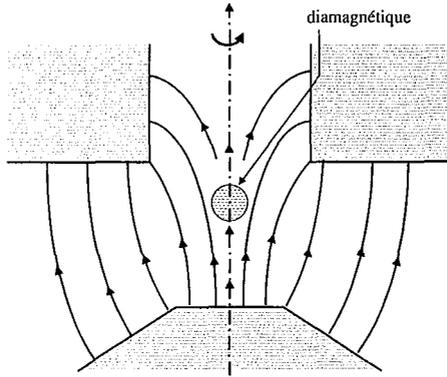


Fig. I-2 *Lévitacion d'une substance diamagnétique d'après Durand [I-9].*

La force magnétique, dirigée vers le haut, peut équilibrer le poids qui sollicite le corps vers le bas. L'équilibre ainsi obtenu est stable, car si l'objet s'élève la force magnétique diminue et le poids ramène l'objet à la position d'équilibre (et inversement si l'objet s'abaisse). Une substance paramagnétique est au contraire attirée vers les champs intenses : si on retournait le système de la figure pour équilibrer le poids d'une substance paramagnétique, l'équilibre ne serait pas stable. Nous étudierons ultérieurement la stabilité latérale.

Il est donc possible de faire léviter une substance diamagnétique de manière stable en compensant la gravité par des forces magnétiques sous réserve de pouvoir générer un champ de force suffisant.

Avant d'aller plus loin, il convient cependant de bien souligner la différence entre la lévitation diamagnétique et l'environnement gravité zéro obtenu par exemple dans les navettes spatiales. En effet, la gravité zéro est obtenue en orbite uniquement par des effets inertiels, c'est à dire que la compensation agit sur l'ensemble du corps et chacun de ses constituants (noyaux et électrons). Par contre, en ce qui concerne la lévitation magnétique, les forces magnétiques agissent essentiellement sur les électrons et c'est uniquement la grande cohésion des atomes qui fait que les noyaux, et donc le reste du corps, «suivent» et lèvitent. Dans un système physique associant plusieurs matériaux de susceptibilités différentes, la compensation exprimée par (I-6) ne peut être effective que pour le matériau obéissant à la condition. La lévitation magnétique n'a pas donc pour vocation de se substituer systématiquement aux expérimentations spatiales. En revanche, le vol spatial (ou la chute libre) peuvent avantageusement être remplacés, dans un certain nombre d'expériences nécessitant un environnement à gravité zéro, par des systèmes utilisant des forces magnétiques, qui permettent une lévitation durant plusieurs heures ou jours à des coûts beaucoup moins élevés. De plus, l'induction qui est nécessaire est un paramètre supplémentaire qui pourrait ouvrir de nouvelles voies de recherche, notamment dans le domaine de la croissance cristalline.

1.3.3 Les structures magnétiques utilisées

Lors de leurs premières expériences réalisées à Grenoble en 1991, E. Beaunon et R. Tournier [I-7] utilisent la bobine solénoïdale hybride du L.C.M.I. capable de produire en son centre une induction atteignant 30 T et réalisent la lévitation de l'eau, de l'éthanol, ou du graphite...

Ces travaux précurseurs vont ouvrir la voie à de nombreuses recherches, tant sur les moyens d'obtenir la lévitation diamagnétique, que sur ses applications potentielles.

Tous les systèmes actuels permettant de créer un environnement de microgravité par voie magnétique utilisent le même principe et nécessitent l'emploi de matériaux supraconducteurs (éventuellement associés à des enroulements de cuivre refroidis à l'eau, au sein de bobines hybrides), indispensables pour générer les fortes inductions magnétiques nécessaires.

En effet, compte tenu de la faible valeur des susceptibilités magnétiques des substances diamagnétiques, la réalisation de la lévitation nécessite un très fort gradient de la densité d'énergie magnétique. Les valeurs de G à atteindre pour différents diamagnétiques sont déterminées en utilisant l'équation (I-6) et sont présentées dans le tableau suivant.

Substance	G (T ² /m)
Hydrogène liquide	1000
Bismuth	1462
Deutérium	2000
Phosphore	2278
Antimoine	2410
Eau (1°C)	2796
Hélium	3884
Etain	6184
Argent	10842
Zinc	14008
Cuivre	22812

Tab. I-2 *Quelques gradients de densité d'énergie magnétique nécessaires à la lévitation de certains corps diamagnétiques*

Selon (I-6), ces gradients sont proportionnels au rapport ρ/χ_m de chaque corps (où ρ est la masse volumique du corps considéré et χ_m sa susceptibilité magnétique), c'est à dire à l'inverse de sa susceptibilité massique.

Ces fortes intensités d'induction magnétique et de gradient de l'énergie magnétique ne sont pas raisonnablement accessibles avec des conducteurs classiques et nécessitent donc l'emploi de bobines supraconductrices.

En raison des niveaux d'induction nécessaires, c'est tout d'abord dans les laboratoires de champs magnétiques intenses que se sont développées les premières expériences de lévitation diamagnétique, en utilisant les bobines solénoïdales destinées initialement à la production de fortes inductions. Ce n'est que récemment que des études ont porté sur les possibilités d'optimiser, pour la lévitation, ces bobines supraconductrices solénoïdales.

Pendant actuellement le principe de base réside toujours sur l'utilisation de la zone naturelle de la distribution d'induction d'une bobine solénoïdale où le champ de force magnétique est « à peu près » uniforme.

1.3.3.1 Le solénoïde :

Pour obtenir une distribution spatiale d'induction permettant la lévitation de corps diamagnétiques, on utilise une propriété particulière de la distribution d'induction magnétique générée par une bobine solénoïdale sur son axe près des extrémités de la bobine où le champ est encore intense, tout en divergeant notablement : il existe une petite zone où le champ de force magnétique est maximum donc relativement uniforme.

En effet, l'induction magnétique sur l'axe d'un solénoïde épais de longueur finie $2c$ est donnée de manière entièrement analytique par [I-9] :

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 J}{4} \left((z+c) \ln \left(\frac{(1+\sin(\beta_1))(1-\sin(\alpha_1))}{(1-\sin(\beta_1))(1+\sin(\alpha_1))} \right) + \varepsilon |z-c| \ln \left(\frac{(1+\sin(\beta_2))(1-\sin(\alpha_2))}{(1-\sin(\beta_2))(1+\sin(\alpha_2))} \right) \right) \quad (I-7)$$

où $\varepsilon = +1$ pour $|z| < c$ et $\varepsilon = -1$ pour $|z| > c$

J représente la densité de courant supposée uniforme dans le bobinage du solénoïde
 $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2, c$ sont définis sur la figure ci-dessous :

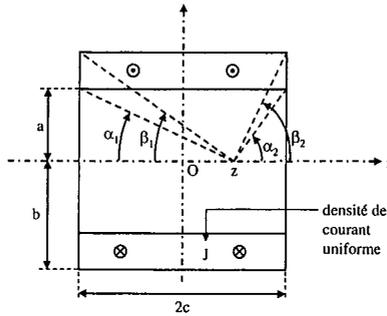


Fig. I-3 Solénoïde épais de longueur finie

Il est alors possible de calculer le gradient de B^2 sur l'axe du solénoïde à partir de l'équation précédente. La figure I-4 donne l'induction et sur l'axe vertical d'un solénoïde dans le cas de paramètres typiques.

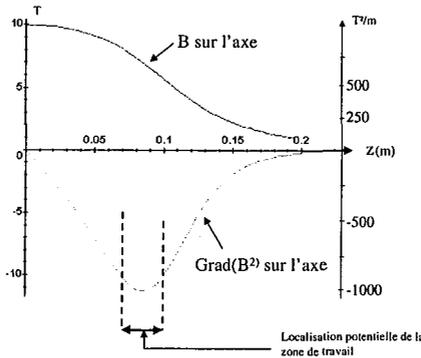


Fig. I-4 Variation de $B(z)$, $gradB^2(z)$ pour un solénoïde de hauteur $2c = 20$ cm, de rayon interne $a = 9$ cm, de rayon externe $b = 18,4$ cm, de densité de courant dans le bobinage $J = 102,4$ A/mm² produisant au centre une induction de 10 T.

Comme on le voit sur la figure précédente, il existe une zone située à la limite supérieure du solénoïde dans laquelle la norme du gradient du carré de l'induction magnétique atteint son maximum. Il est donc possible de définir une zone de travail de quelques millimètres à l'intérieur de laquelle le gradient de B^2 est relativement uniforme (voisinage du maximum). En ajustant la valeur du courant dans la bobine pour atteindre le niveau de force magnétique désiré, on peut ainsi obtenir la lévitation de diverses substances diamagnétiques.

1.3.3.2 Solénoïdes concentriques et coaxiaux :

Un prototype associant des bobines supraconductrices solénoïdales coaxiales et concentriques a été réalisé au Tsukuba Magnet Laboratory, Japon [I-10].

La géométrie des différentes bobines a été optimisée en utilisant des méthodes numériques (méthode du Lagrangien augmenté). L'aimant est constitué de cinq bobines supraconductrices : deux en NbTi et trois en Nb₃Sn, connectées en série et fonctionnant à $T = 3,8$ K. Il permet d'obtenir dans une zone utile de hauteur et de diamètre de 10 mm une valeur de G de $860 \text{ T}^2/\text{m}$ avec moins de 1% de variation sur la composante axiale et moins de 2 % sur la composante radiale. L'induction magnétique sur l'axe au centre de la bobine est alors de 17 T.

Pour l'eau pure ce niveau de champ de force magnétique correspond à une compensation de 63 % de la gravité.

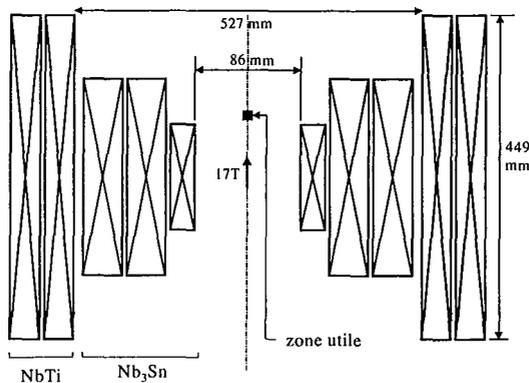


Fig. I-5 Aimant supraconducteur pour microgravité réalisé au Tsukuba Magnet Laboratory.

Un dispositif magnétique quasi-identique a été utilisé au National High Magnetic Field Laboratory à Tallahassee, USA, par l'équipe de J.S. Brooks [I-11]. Un aimant résistif de 20 T présentant un trou de 195 mm de diamètre a ainsi permis d'atteindre $G = 1520 \text{ T}^2/\text{m}$. Cette valeur ne suffit pas pour assurer la lévitation de diamagnétiques tels que l'eau ou certains plastiques. En revanche, cette valeur est suffisante pour la lévitation d'un matériau composite graphite-epoxy dont la susceptibilité magnétique est plus importante. Dans ces expériences, l'étude a porté plus particulièrement sur les formes obtenues en lévitation (sphère pleine, sphère creuse...).

1.3.3.3 Les structures magnétiques avec insert

Dans ce paragraphe, nous allons présenter l'association bobinages / inserts et voir leur apport au problème de lévitation. Nous allons ainsi être amenés à différencier deux familles d'inserts, ceux qui permettent la création d'une force de lévitation et ceux qui permettent d'améliorer l'uniformité de la gravité résiduelle.

1.3.3.3.1 Les structures avec insert ferromagnétique

Un grand ensemble d'applications électrotechniques classiques (transformateurs, moteurs) utilisent des matériaux ferromagnétiques doux en les associant avec des bobinages parcourus par des courants.

Les matériaux ferromagnétiques peuvent être utilisés de manière « passive » (comme le blindage ou pour guider les flux comme dans les applications électrotechniques classiques) ou de manière « active » (pour créer des modifications locales dans un profil de champ magnétique, comme dans la séparation magnétique ou les machines à réluctance variable). Les mêmes fonctions du ferromagnétisme peuvent être mises à profit en électrotechnique supraconductrice. Lorsque les champs magnétiques sont assez intenses, les matériaux ferromagnétiques sont aimantés à saturation complète (supersaturés). C'est alors la superposition du champ magnétique créé par la bobine et du champ de réaction créé par le ferromagnétique qui permet d'obtenir un profil de champ magnétique ayant les propriétés désirées. Les deux exemples suivants permettent de voir l'intérêt de cet usage actif de l'association supraconducteur/ferromagnétique :

- **Supersat :**

Ce concept d'association « active » ferromagnétique – supraconducteur a été exploré pour réaliser une machine synchrone sans bobinage mobile, la machine « Supersat » [I-12]. Il s'agit ici de créer un champ magnétique tournant multipolaire en aimantant à saturation, par un champ homopolaire, des pièces ferromagnétiques distribuées périodiquement sur un rotor.

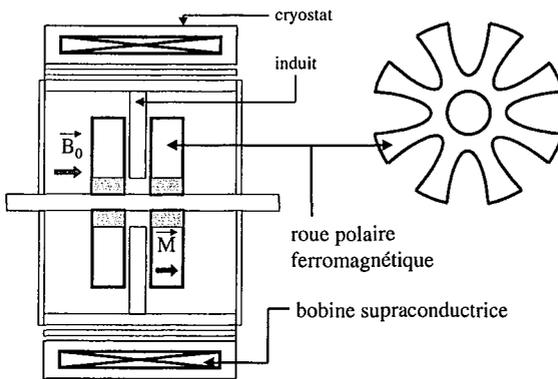


Fig. I-6 Vue schématique du premier prototype de machine Supersat.

Les essais de deux prototypes de machine Supersat ont montré la viabilité technique d'une telle structure [I-13]. Néanmoins, cette machine n'a pas connu de développement, en raison principalement de la concurrence des solutions à aimants permanents comme le NdFeB.

• **La séparation magnétique haut champ - haut gradient :**

Dans les dispositifs utilisant l'association de matériaux ferromagnétiques et de matériaux supraconducteurs, on peut également citer les séparateurs magnétiques à haut champ – haut gradient (HGMS : High Gradient Magnetic Separation). Là encore le matériau ferromagnétique est aimanté à saturation par un champ magnétique crée par une bobine supraconductrice et induit des perturbations dans le profil de champ magnétique initial.

Il s'agit plus exactement d'une matrice en mousse de fer plongée dans un champ magnétique uniforme. Tous les filaments en fer de la matrice sont saturés magnétiquement et vont créer en leur voisinage immédiat des valeurs de G considérables : avec un champ extérieur de 5 T et des filaments en fer Armco de 0,1 mm de rayon, on atteint un gradient de plus de 200 000 T^2/m à la surface du filament, mais décroissant très rapidement quand on s'éloigne du fil. Les niveaux de G obtenus rendent possible le piégeage sur les filaments de la matrice de très petites particules faiblement paramagnétiques [I-14], ou éventuellement diamagnétiques.

Ce type de séparateur a un champ d'utilisation très vaste allant de la valorisation de minerais, la purification de substances comme le kaolin, la dépollution et le traitement des effluents jusqu'à l'analyse de systèmes biologiques [I-15].

• **Les inserts ferromagnétiques pour la lévitation :**

L'utilisation de matériaux ferromagnétiques pour accroître la zone d'uniformité du champ de force magnétique a été développée au National High Magnetic Field Laboratory à Tallahassee, USA [I-16].

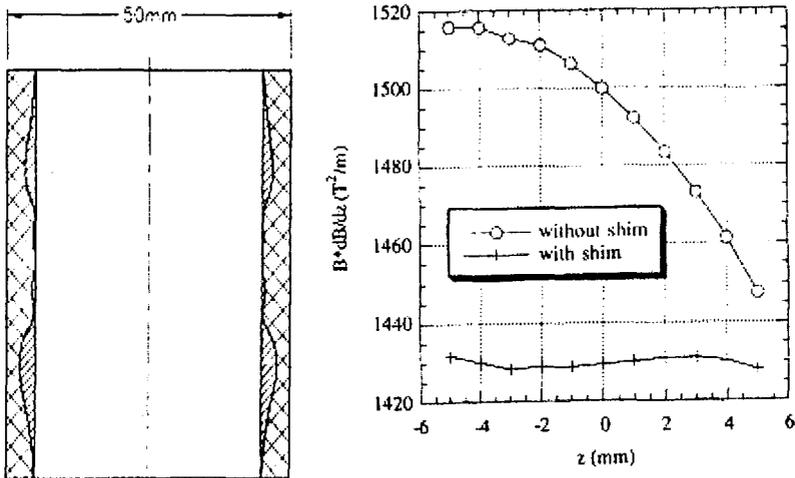


Fig. I-7 *Insert ferromagnétique pour bobine Bitter du N.H.M.F.L., Profil de gradB² calculé sur l'axe avec et sans l'insert*

L'effet d'un insert ferromagnétique (acier 1018), ajouté à l'intérieur d'une bobine solénoïdale Bitter capable de générer une induction de 27 T, a été calculé numériquement. Celui-ci est supersaturé par l'induction magnétique produite par la bobine et va alors introduire des perturbations dans la distribution spatiale d'induction produite. La forme de l'insert, un tube axisymétrique, a été optimisée : la taille de la zone de relative uniformité (à 1%) du champ de force magnétique sur l'axe a ainsi pu être multipliée par près d'un facteur 10 pour atteindre pratiquement 1 cm. La composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ alors calculée numériquement vaut environ 2860 T²/m.

Indépendamment de ces travaux sur l'amélioration de l'uniformité d'une force magnétique produite par des solénoïdes, nous avons cherché en collaboration avec O. Vincent-Viry, qui a effectué sa thèse sur la résolution des problèmes inverses en électromagnétisme [I-17], à regarder la possibilité de créer une force magnétique en utilisant des inserts ferromagnétiques placés dans une zone où le champ magnétique est uniforme. Ces premiers travaux ont été étayés par une phase expérimentale qui s'est déroulée au SBT à Grenoble et qui a permis de valider les résultats théoriques établis. Nous verrons donc dans le chapitre IV comment les inserts ferromagnétiques peuvent être utilisés non seulement pour uniformiser la force magnétique dans la zone de lévitation, mais aussi pour permettre la création d'une force magnétique en les associant à des bobinages supraconducteurs dans la région à champ uniforme.

1.3.3.2 Inserts supraconducteurs en YBaCuO

Une autre voie de recherche est actuellement à l'étude au Tsukuba Magnet Laboratory : elle repose sur l'association de cylindres creux d'YBaCuO placés au centre d'un solénoïde supraconducteur hybride qui peut générer une induction magnétique jusqu'à 40 T [I-18]. L'idée est de concentrer le flux magnétique et d'augmenter la valeur de la force magnétique, car le champ magnétique créé par les cylindres HTC modifie la distribution locale du champ magnétique appliqué.

La séquence de piégeage du flux se fait en quatre étapes selon la figure ci-dessous :

- Une induction magnétique \mathbf{B}_0 est appliquée aux cylindres se trouvant dans l'état normal ; \mathbf{B}_0 est parallèle à l'axe central des cylindres.
- Les cylindres sont refroidis en dessous de leur température critique ; les cylindres piègent ainsi le flux magnétique à l'intérieur.
- L'induction magnétique varie de \mathbf{B}_0 à $\mathbf{B}_0 + \Delta\mathbf{B}_0$.
- Un courant induit est ainsi généré maintenant le flux piégé constant.

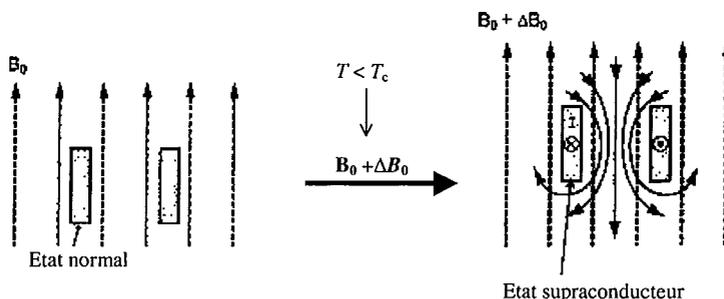


Fig. I-8 Explication schématique du piégeage du flux

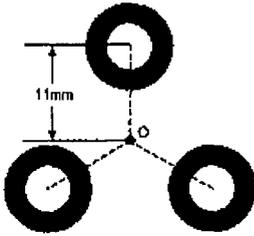


Fig. I-9 Configuration des trois cylindres
HTC

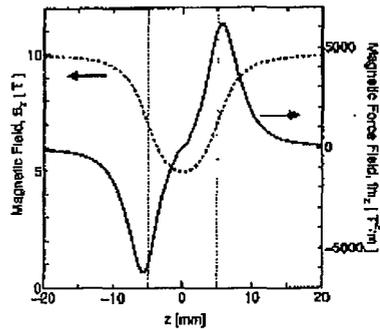


Fig. I-10 Variation de l'induction et de la
force magnétique sur l'axe vertical

Pour une induction appliquée de 10 T, on obtient $G = \pm 12374 \text{ T}^2/\text{m}$ à $\pm 5.5 \text{ mm}$. Néanmoins, la taille de la zone où G est uniforme à 1% n'est que de 0.5 mm. Les travaux actuels portent sur l'optimisation d'un système associant une source de champ quasi-uniforme (un solénoïde supraconducteur par exemple) et un insert réalisé en supraconducteur HTC (forme de l'insert, position par rapport au centre de la bobine et par rapport à l'axe vertical...)

2 Les expériences de lévitation magnétique à travers le monde

Etant donnés les niveaux d'induction magnétique nécessaires pour pouvoir faire léviter des substances diamagnétiques grâce au champ de force produit par un solénoïde, les expériences en microgravité ont d'abord été menées au sein des laboratoires de champs magnétiques intenses, possédant seuls des aimants supraconducteurs, résistifs ou hybrides suffisamment puissants.

On peut citer le Laboratoire Champs Magnétiques Intenses et le Service des Basses Températures du CEA situés à Grenoble, le National High Magnetic Field Laboratory à Tallahassee, USA, l'université de Brown, USA, le High Field Magnet Laboratory à Nijmegen, Hollande, le Tsukuba Magnet Laboratory et le Tohoku High Field Laboratory for Superconducting Materials au Japon

2.1 Croissance de protéines et élaboration de matériaux

La croissance cristalline de protéines [I-19] est un domaine de recherche très actif au sein du programme mondial de recherche sur le génome. Annuler les effets de la gravité sur la croissance cristalline des protéines permet d'obtenir des protéines à structure très pure. Une analyse par rayons X doit pouvoir ensuite conduire par exemple à une classification des structures internes de base des protéines qui autorisera alors une meilleure compréhension de leur influence dans l'organisme humain.

La lévitation de différents corps est d'un grand intérêt pour l'élaboration de matériaux sans contact, car tous les problèmes de contamination et de réaction entre un récipient et le corps élaboré [I-20] sont ainsi évités.



Fig. I-11 Exemple de croissance en lévitation d'un monocrystal de NH_4Cl d'après [I-21]

Le fait de compenser la gravité par des forces magnétiques ouvre également le champ à de nouvelles expériences dans lesquelles l'influence non seulement du champ de forces magnétique mais également de l'induction magnétique (direction, amplitude) sont étudiées.

Une force magnétique suffisante combinée avec une bonne orientation du champ magnétique permet d'extraire ou de sédimenter certaines phases dans les processus de solidifications d'alliages multi-phases [I-21] [I-22]. Il est possible d'orienter la solidification des cristallites dans les matériaux à grains orientés, ce qui conduit à un matériau texturé. Cette technique a amené par exemple un nouveau processus de texturation de matériaux supraconducteurs HTC.

2.2 La physique des fluides

La lévitation magnétique permet également d'étudier les phénomènes de convection dans les fluides. En effet, outre la suppression de la convection à l'ébullition en environnement de microgravité, il est possible de supprimer, augmenter ou diminuer la convection dans les liquides diamagnétiques.

Un champ de force magnétique permet également de contrôler, voire de supprimer la convection naturelle dans des fluides non ou faiblement conducteurs comme l'eau par exemple avec la possibilité d'étendre ceci à des oxydes inorganiques, des solvants organiques, des solutions aqueuses supersaturées en protéines ...[I-23]

Ce contrôle de la convection par un champ de forces magnétiques permet par exemple d'augmenter le taux d'oxygène dissous dans de l'eau. Sont même envisagés des systèmes de ventilation dans lesquels le vent est généré par un champ de forces magnétiques, ce qui supprime toute partie mécanique mobile [I-24].

La création d'un environnement gravité zéro grâce à la lévitation diamagnétique trouve aussi de très nombreuses et diverses applications dans la compréhension de phénomènes physiques fondamentaux, en mécanique des fluides par exemple :

- L'étude de l'interface entre deux gouttes d'eau a été réalisée par E. Beaugnon à Grenoble [I-25][I-26].
- Le Service des Basses Températures (SBT) du CEA Grenoble s'intéresse de son côté à l'étude de l'hydrogène liquide près de son point critique [I-27]. Nous verrons dans les chapitres IV et V les travaux réalisés en collaboration avec ce service pour tenter d'améliorer les conditions expérimentales existantes à l'aide d'un insert ferromagnétique.
- A l'université de Brown (Rhode Island), USA, Weilert a étudié de son côté le comportement d'une goutte d'hélium liquide dont la lévitation a été réalisée grâce à un solénoïde supraconducteur [I-28]. La déformation d'une sphère liquide a été observée dans un puits de potentiel (zone correspondant à un minimum de l'énergie potentielle). La coalescence de gouttes en état de lévitation a été observée et a ainsi permis de relier la non-coalescence avec l'existence d'une couche de vapeur entre les gouttes.

Le changement d'état de certains matériaux en lévitation a aussi été réalisé au Tohoku High Field Laboratory for Superconducting Materials (Japon) : un matériau solide est mis en lévitation, puis éclairé avec un laser. La figure suivante présente l'exemple d'un cube de glace de 5 mm de côté placé dans une cage de platine, elle-même positionné dans la zone où la force magnétique est quasi uniforme.

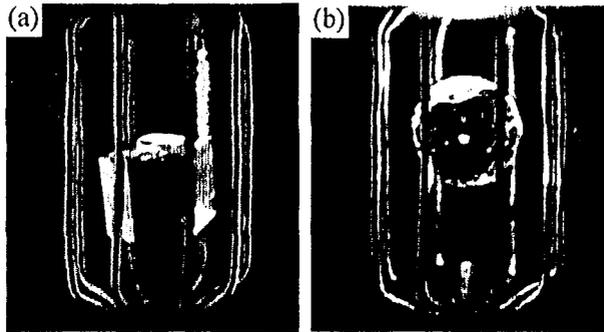


Fig. I-12 *Etude du changement d'état de l'eau en lévitation :*
(a) Cube de glace - (b) *Sphère d'eau*

Au centre de la bobine, l'induction atteint 22.9 T, et près de 30 T dans la zone de lévitation. Grâce à la lumière infrarouge émise par le laser, la température de la glace augmente et en quelques instants la forme passe d'un cube à une sphère quasi-parfaite.

2.3 Applications diverses

M. V. Berry et A. K. Geim, chercheurs du Nijmegen High Field Magnet Laboratory (Pays-Bas), en utilisant la bobine Bitter de leur laboratoire, sont parvenu par exemple à faire léviter une petite grenouille placée dans un faible volume d'eau (quelques millimètres de diamètre) [I-29]. L'induction magnétique au centre de la bobine est de l'ordre de 16 T, ce qui permet d'obtenir un gradient de H^2 suffisant pour faire léviter de l'eau.

Enfin, des techniques de mesures de susceptibilités magnétiques de diverses substances utilisent également ce principe [I-30].

3 Le problème inverse de synthèse de sources

La conception des systèmes magnétiques (enroulements transportant des courants associés ou non à des inserts) permettant d'obtenir la lévitation magnétique, s'inscrit dans le cadre plus général des problèmes de synthèse de sources. Comme nous allons le voir, la synthèse de source en magnétostatique consiste à reconstruire des sources de courant produisant une distribution de champ magnétique prescrite. Ces problèmes peuvent ne pas avoir de solution, ou pas de solution unique.

3.1 Introduction

Les problèmes rencontrés couramment en ingénierie et en science peuvent donner lieu à deux démarches opposées :

- Trouver les effets produit par une cause donnée, ou problème direct. Les problèmes directs en magnétostatique ont fait l'objet de très nombreuses recherches (pour une synthèse et de nombreuses références voir [I-31]).
- Définir la cause qui produit certains effets, ou problème inverse.

A ce dernier groupe appartiennent les problèmes de conception de dispositifs électrotechniques, et plus généralement tous les problèmes visant à reconstruire des informations sur les sources à partir de données particulières, via un modèle mathématique.

Lorsque ces données sont expérimentales, le problème inverse est alors appelé **problème d'identification** ou d'estimation de paramètres. Les problèmes où ces données sont imposées au concepteur constituent la famille des **problèmes de synthèse**. Ces problèmes peuvent ne pas avoir de solution, ou pas de solution unique. C'est dans cette famille que l'on place en électrotechnique les problèmes de conception optimale, où le but est de concevoir un dispositif ayant un comportement spécifique et/ou des performances optimales.

Les problèmes inverses en électromagnétisme peuvent être classés selon le mode de calcul des champs et selon les techniques mathématiques employées. Les problèmes inverses qui seront considérés dans notre étude relèvent de la synthèse de source en magnétostatique (reconstruire des sources de courant produisant une distribution de champ magnétique prescrite).

Nous cherchons des sources X qui vont produire un effet approchant le plus possible de la distribution spatiale d'induction B désiré.

Si A est un opérateur représentant la relation fonctionnelle source - effet, cela revient à :

$$\text{minimiser } \| AX - B \|, X \in D \quad (\text{I-8})$$

où D est l'espace de conception des sources (ensemble contenant les valeurs possibles des différents paramètres du dispositif, paramètres limités par exemple par les densités de courant accessibles dans le matériau conducteur utilisé, les contraintes géométriques d'encombrement, les contraintes mécaniques limites...)

Toute source X produisant une approximation suffisamment proche de B représente alors une solution du problème inverse de synthèse de source.

Nous devons également distinguer deux types de problèmes de synthèse de source : synthèse « ordinaire » et synthèse optimale.

La synthèse « ordinaire » est conduite sans utiliser explicitement une approche d'optimisation. La solution approchante obtenue, si elle existe, n'est pas forcément la solution optimale.

On parle de synthèse optimale lorsqu'on utilise une fonction objectif. Ces problèmes de synthèse optimale sont alors classés selon la nature de la fonction objectif. Celle-ci peut soit représenter l'écart entre des entités calculées et prescrites (approche type moindre carrés), soit la valeur maximum d'une quantité locale (approche type min – max) ou plus généralement des caractéristiques du système (poids, coût ...)

Dans la plupart des problèmes pratiques, plusieurs critères doivent être satisfaits en même temps, on parle alors d'une optimisation multi-critères ou multi-objectifs.

Le problème de synthèse optimale, d'une manière générale peut être formulé comme suit :
minimiser $\{f(X, B(X)) \mid B(X) \in C, X \in D\}$ (I-9)

- où X est le vecteur de conception regroupant les paramètres du système (géométrie, courants...)
 f est la fonction objectif
 $B(X)$ est le vecteur d'état solution du problème direct correspondant à la valeur effective du vecteur design X
 C est l'ensemble des contraintes sur le vecteur état $B(X)$

La résolution de tels problèmes peut s'avérer fort délicate, la fonction f pouvant être ni différentiable ni même convexe. De plus, elle nécessite le calcul du vecteur d'état, ce qui est coûteux en terme de calcul (il peut être non linéaire et/ou de grande dimension).

En pratique, ces problèmes sont résolus itérativement par des méthodes numériques déterministes ou stochastiques.

3.2 Méthode usuelle de conception des dispositifs électrotechniques :

Pour la conception de dispositifs électrotechniques, une fois le cahier des charges établi, la première étape consiste à établir une conception initiale grossière du système. Ce sont ensuite des méthodes de conception assistées par ordinateur qui prennent le relais [I-31].

La résolution de problèmes de conception optimale nécessite un module de calcul direct (par exemple du champ magnétique) associé à un module d'optimisation chargé de minimiser une fonction objectif préalablement définie. Dans la conception de dispositifs assistée par ordinateur, ces deux modules sont interconnectés de façon à simuler une procédure de type essai/erreur.

Partant d'une structure initiale du dispositif, la propriété désirée, par exemple une certaine distribution d'induction magnétique, est analysée par des moyens analytiques, semi-analytiques ou numériques (éléments finis, différences finies ...). On vérifie ainsi si la structure proposée atteint bien l'objectif, sinon, on fait varier certains paramètres du système (géométrie, courants ...), puis on recalcule et ainsi de suite ...

Pour résoudre le problème d'optimisation de la structure, avec les méthodes déterministes, le chemin vers la solution est construit pas-à-pas comme une suite de recherche selon des directions de descente, calculées à chaque itération.

Les méthodes d'optimisation déterministes diffèrent principalement par la méthode utilisée pour trouver les directions de descente : méthode du gradient conjugué, méthode quasi-Newton ... Ceci nécessite des informations sur les dérivées au premier et/ou au deuxième ordre, ce qui peut par exemple poser quelques problèmes dans le cas du calcul de $\text{grad}(H^2)$.

Lorsque le vecteur d'état $B(X)$ est soumis à des contraintes, des techniques spéciales sont utilisées comme la méthode du Lagrangien, la méthode de pénalisation ...

Dans les problèmes classiques, la fonction objectif ainsi que les gradients peuvent révéler des difficultés, la fonction objectif pouvant être par exemple non convexe. C'est pourquoi les méthodes stochastiques sont assez répandues dans la résolution des problèmes inverses. En effet, un tel algorithme d'optimisation permet de résoudre beaucoup plus efficacement un problème d'optimisation avec contraintes, surtout si la fonction objectif est non convexe et que l'on cherche un extremum global.

Les méthodes stochastiques sont donc très séduisantes, toutefois le problème de l'efficacité de l'algorithme d'optimisation se pose toujours. Pour les problèmes de faibles dimensions, des techniques explorant systématiquement tout l'espace de conception des sources sont généralement utilisées. Par contre, pour les problèmes à grande dimension ne permettant pas cette approche systématique, les méthodes stochastiques basées sur des processus physiques (algorithme génétique, méthodes neuronales...) peuvent s'avérer être les seules pouvant atteindre une solution. Nous verrons ultérieurement un exemple d'optimisation réalisée à l'aide d'algorithme génétique.

Cette méthode de conception assistée par ordinateur présente plusieurs inconvénients : outre le fait qu'elle peut s'avérer longue et fastidieuse malgré les progrès incessants du calcul numérique, se pose le problème du choix de la structure initiale du dispositif. En particulier, comment l'établir lorsqu'on cherche par exemple à réaliser un système possédant une fonctionnalité nouvelle ? Comment être certain que cette configuration initiale n'écarte pas d'emblée des solutions potentielles ?

Ces diverses observations nous ont conduit à formuler une démarche de résolution du problème inverse de synthèse de source, démarche qui est présentée dans le chapitre II.

3.3 Quelques difficultés de la synthèse de sources en magnétostatique

Nous avons précisé ci-dessus le cadre général de notre travail, à savoir la résolution de problèmes inverses de synthèse de source en magnétostatique. Pour résoudre ce type de problème, on utilise habituellement des méthodes de conception assistées par ordinateur : association de modules de calcul directs et d'outils d'optimisation.

Ces méthodes usuelles ont toutes comme point de départ une configuration initiale préétablie du dispositif. C'est l'établissement de cette structure initiale qui peut s'avérer être problématique, ceci en grande partie à cause du fait qu'il n'existe pas de méthode systématisée permettant de l'établir. Il manque ici une étape permettant de définir la configuration initiale du dispositif. Faute d'un « système expert » informatisé, nous nous appuyerons sur une démarche semi-intuitive pour proposer des configurations initiales.

Par ailleurs, la résolution du problème inverse de synthèse de source est fortement liée au type de matériau utilisé pour générer les champs magnétiques. Les lois de comportement de ces matériaux interviennent en particulier dans la démarche de résolution du problème inverse, la connaissance du comportement des dits matériaux est donc un aspect nécessaire.

L'amélioration de matériaux existants, ou l'apparition de nouveaux matériaux (supraconducteurs ou ferromagnétiques) sont en mesure de modifier profondément la conception finalement retenue pour répondre aux objectifs proposés.

4 Problématique et contenu du mémoire

4.1 Préambule

La thématique de la lévitation magnétique a été proposée au G.R.E.E.N. en 2000, par A. Daël, à l'époque chef de projet au département SACM (Service des Accélérateurs, de Cryogénie et de Magnétisme) du CEA Saclay.

Comme nous l'avons déjà dit une partie a été le fruit d'une collaboration avec O. Vincent-Viry qui a effectué sa thèse sur la résolution des problèmes inverses en électromagnétisme [I-17]. Nous avons travaillé ensemble pendant près d'un an, plus spécialement sur l'étude d'inserts ferromagnétiques qui, placés dans une zone où le champ magnétique est uniforme, permettent de créer un champ de forces magnétiques importantes.

A partir de la présentation d'un certain nombre d'applications de la lévitation, nous avons déjà mis en évidence le problème de l'homogénéité du champ de force résiduel et surtout son aspect contraignant notamment pour les applications en mécanique des fluides.

Nos travaux se sont donc orientés vers le problème de l'uniformité du champ de forces magnétiques, dans une démarche globale de synthèse de sources.

Pour achever l'introduction de nos travaux, nous allons établir deux théorèmes importants pour la suite. Dans un premier théorème, nous allons considérer le problème général de la création d'un vecteur $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ constant dans un espace sans courant et de perméabilité constante, et démontrer que ceci n'est pas possible sans déroger aux équations de Maxwell qui régissent le champ magnétique. Nous allons ensuite démontrer, dans un deuxième théorème, que dans le cas de matériaux à caractéristique linéaire produisant une distribution donnée de champ magnétique, les propriétés sur l'homogénéité du champ $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ sont conservées dans le cas d'une variation du courant parcourant les sources.

4.2 Théorème 1 : De l'impossibilité de créer un champ $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ uniforme

Considérons l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire défini par

$$\forall (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbb{R}^3, \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \sum_{i=1}^3 x_i y_i \quad (\text{I-10})$$

Et notons $N(\mathbf{x})$ la norme associée à ce produit scalaire.

$$\text{On a } \langle \mathbf{H}, \mathbf{H} \rangle = N(\mathbf{H}) = \sum_{i=1}^3 H_i^2, \text{ où les } H_i \text{ représentent les composantes de } \mathbf{H} \text{ dans } \mathbb{R}^3$$

On cherche à trouver la forme générale des solutions du problème inverse suivant : identifier la forme des sources de champ pour avoir dans un domaine D de l'espace.

$$\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2) = \mathbf{a} \quad (\text{I-11})$$

où \mathbf{a} est un vecteur constant défini par $\mathbf{a} = a_1 \mathbf{i}$, avec $a_1 \in \mathbb{R}$.

La propriété recherchée doit être indépendante du repère choisi. Pour simplifier la démonstration, on choisit ici arbitrairement de prendre (Ox) suivant \mathbf{a} .

Étape 1 : $\text{grad}(\mathbf{H}^2) = \mathbf{a} \Leftrightarrow \exists C \in \mathbb{R} / \mathbf{H}^2 = a_1 \cdot x + C$

Étape 2 : La forme générale des solutions de l'équation précédente peut être donnée par :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \sqrt{\alpha_1 \cdot x + C_1} \mathbf{i} \\ \varepsilon_2 \sqrt{\alpha_2 \cdot x + C_2} \mathbf{j} \\ \varepsilon_3 \sqrt{\alpha_3 \cdot x + C_3} \mathbf{k} \end{pmatrix} \quad (\text{I-12})$$

avec $(\alpha_i, C_i, \varepsilon_i), i \in \{1,2,3\}$, tels que :

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = a_1 \qquad \sum_{i=1}^3 C_i = C \qquad \varepsilon_i = \pm 1$$

Étape 3 : Si \mathbf{H} décrit le champ magnétique, \mathbf{H} doit nécessairement satisfaire les équations de Maxwell.

Ici, on suppose qu'il n'y a pas de courants volumiques dans le domaine D , les sources étant situées *a priori* à l'extérieur du domaine.

Dans le cas d'un milieu à perméabilité constante, \mathbf{H} vérifie donc :

$$\begin{cases} \text{div}(\mathbf{H}) = 0 \\ \text{rot}(\mathbf{H}) = 0 \end{cases} \quad (\text{I-13})$$

Ces deux équations conduisent à : $\Delta \mathbf{H} = \mathbf{0}$ (I-14)

Or, $\Delta \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \Delta H_x \mathbf{i} \\ \Delta H_y \mathbf{j} \\ \Delta H_z \mathbf{k} \end{pmatrix}$ donc $\Delta \mathbf{H} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta H_x = 0 \\ \Delta H_y = 0 \\ \Delta H_z = 0 \end{cases}$

En prenant l'expression de \mathbf{H} définie dans l'étape 2, on obtient :

$$\Delta H_x = - \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_1 \alpha_1^2}{(\alpha_1 \cdot x + C_1)^{3/2}} \quad (\text{I-15})$$

Les expressions de ΔH_y et ΔH_z s'obtiennent par permutation circulaire des indices.

On constate donc que la seule solution pour satisfaire l'équation (I-14) est de choisir $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, ce qui entraîne que $\mathbf{a} = \mathbf{0}$.

Ceci nous amène donc à conclure que le vecteur $\text{grad}(\mathbf{H}^2)$ ne peut être constant et non nul si \mathbf{H} décrit un champ magnétique.

Cette constatation permet ainsi de justifier la terminologie utilisée pour décrire le problème : en effet, on ne peut compenser exactement la gravité en tout point d'un domaine tridimensionnel de l'espace vide sans courant.

Il est impossible de générer un champ de vecteur $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ constant et non nul dans un domaine D de l'espace sans déroger aux équations de Maxwell. Par conséquent, le problème inverse de synthèse de sources se résume à l'identification d'une famille de sources permettant de créer un champ de force magnétique *quasi-uniforme* à l'intérieur de ce domaine.

4.3 Théorème 2 : Variation linéaire du courant et homogénéité du champ de $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$

Considérons un espace dans lequel des sources volumiques (A/m^2) produise une distribution donnée de champ \mathbf{H} .

On suppose que les sources et les matériaux sont linéaires, c'est à dire qu'il existe une relation linéaire entre le champ magnétique \mathbf{H} et le courant I (cas des supraconducteurs ou des ferromagnétiques non saturés).

Cette relation, exprimée en un point dont la position est repérée par le vecteur \mathbf{r} , peut être exprimée à l'aide d'une fonction f sous la forme suivante :

$$\mathbf{H} = f(\mathbf{r}) I \quad (\text{I-16})$$

Or, on a :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2) = \nabla(\mathbf{H}^2) = \mathbf{H} \cdot \nabla(\mathbf{H}) \quad (\text{I-17})$$

On peut donc écrire :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2) = \nabla(\mathbf{H}^2) = I^2 \nabla(f^2(\mathbf{r})) \quad (\text{I-18})$$

Si on suppose que le courant pour la répartition des sources précédemment fixée passe d'un valeur I à une valeur kI , alors :

$$\mathbf{H} = f(\mathbf{r}) kI \quad (\text{I-19})$$

$$\text{et on montre que } \mathbf{grad}(\mathbf{H}^2) = \nabla(\mathbf{H}^2) = k^2 I^2 \nabla(f^2(\mathbf{r})) \quad (\text{I-20})$$

Les homogénéités étant des variables, elles vont donc être indifférentes à l'effet d'une variation sur la valeur du courant parcourant les sources.

Pour des sources où les matériaux ont une caractéristique linéaire produisant une distribution donnée de champ magnétique, les propriétés sur l'homogénéité du champ $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ sont conservées dans le cas d'une variation du courant parcourant les sources.

Ce théorème montre donc que si l'on est capable de créer, avec des sources dont la caractéristique est linéaire, une répartition de $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ donnée permettant à partir d'un courant I d'atteindre une valeur G pour la composante verticale, un courant kI permettra d'atteindre une valeur k^2G en conservant les mêmes propriétés sur l'homogénéité de la force,

sous réserve que le courant KI puisse être transporté par les matériaux sans altérer leurs propriétés.

4.4 Problématique

La lévitation magnétique permet *a priori* de s'affranchir de la question du temps d'expérimentation dans un certain nombre de cas. En revanche, chaque application potentielle de la lévitation nécessite des contraintes particulières qui peuvent être la taille de la zone de travail (ou zone utile), la valeur de G à atteindre pour compenser la gravité, et aussi et surtout les homogénéités résiduelles (autrement dit, l'uniformité des composantes de la force résiduelle s'exerçant sur le matériau, somme de la force de pesanteur et de la force magnétique).

Dans le cas de la lévitation d'une sphère diamagnétique solide, seule la valeur de G va être importante. Mais dans le cas d'un liquide, la prise en compte de l'homogénéité est un élément indispensable car les forces de tension superficielle peuvent –ou pas – assurer la coalescence du volume en lévitation. Le rapport entre les forces de tension superficielles et la gravité résiduelle peut être exprimé par un nombre adimensionnel que nous avons introduit, le nombre de Bond dérivé, décrit en annexe A. Dans le cas de la lévitation d'un liquide, son ordre de grandeur est important car la tension superficielle dépendant du matériau et de sa température, les contraintes en terme de lévitation vont donc également dépendre fortement des mêmes paramètres.

Une fois fixé ce cahier des charges, il convient d'identifier non seulement la nature des sources (c'est à dire la nature des matériaux magnétiques à utiliser) mais aussi de définir un dispositif magnétique ayant un comportement spécifique et/ou des performances optimales.

Plusieurs systèmes magnétiques permettant de réaliser la lévitation sont d'ores et déjà utilisés. Comme l'a montré l'état de l'art réalisé précédemment, les premières structures magnétiques utilisées étaient des solénoïdes supraconducteurs capables de générer de forts champs magnétiques et détournés de leur utilité initiale ou bien des bobines hybrides spécialement développées dans ce but. L'inconvénient majeur de ce type de géométrie à symétrie axisymétrique est que la zone utile obtenue est systématiquement limitée par le rayon interne de la bobine.

A ce stade, un certain nombre de questions se posent donc naturellement :

- Comment créer une force magnétique suffisante dans une zone déterminée, c'est à dire comment créer un champ *quasi-uniforme* de $\text{grad}(\mathbf{H}^2)$?
- Comment augmenter la taille de la zone de travail ?
- Comment améliorer l'uniformité de la force résiduelle ?

La problématique générale de notre étude est donc relative à la synthèse des sources destinées à créer un champ de forces magnétiques de valeur imposée, en s'attachant particulièrement à respecter des contraintes d'homogénéité dans une zone utile la plus étendue possible.

Nous allons tenter d'apporter des éléments de réponse à la problématique ainsi définie. Notre travail se limite d'une part à proposer quelques outils méthodologiques et des solutions au problème de la lévitation dans quelques cas particuliers, notamment dans les géométries à

symétrie cylindrique, et d'autre part à ouvrir quelques pistes de réflexion de mieux cerner les potentialités et les limites de cette technologie.

Le chapitre II sera consacré à la résolution du problème inverse de synthèse de sources pour la lévitation dans le cas des géométries bidimensionnelles invariantes par translation à partir de distribution idéale de courant, modélisés par des densités superficielles. Nous étudierons ensuite, dans le chapitre III, deux structures de bobinages supraconducteurs cylindriques destinées respectivement à la lévitation de l'eau et à celle du deutérium. Puis, le chapitre IV présentera l'association entre matériau supraconducteur et matériau ferromagnétique comme alternative potentielle au problème de la création de $\mathbf{grad}(\mathbf{H}^2)$ et à celle de son uniformisation. Enfin, le chapitre V présentera les résultats expérimentaux obtenus dans le cas d'un insert ferromagnétique pour la lévitation de l'hydrogène liquide.

CHAPITRE II

RESOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME DANS LE CAS CYLINDRIQUE

Sommaire

1	Utilisation des fonctions à variables complexes pour la décomposition multipolaire d'un champ 2D à symétrie cylindrique.....	33
1.1	Etude d'une forme particulière du potentiel magnétique complexe	33
1.2	Etude de la stabilité de l'équilibre pour le potentiel : $\underline{W}(z) = -\lambda \underline{z}^\alpha$	39
1.2.1	Conditions de stabilité pour un système invariant par translation	39
1.2.2	Applications dans le cas du potentiel préalablement défini	40
1.3	Prise en compte de l'homogénéité dans la formulation du problème inverse	41
1.3.1	Premier cas : $\alpha > 3/2$	42
1.3.2	Deuxième cas : $\alpha = 3/2$	44
1.3.3	Troisième cas : $\alpha < 3/2$	45
1.3.4	Synthèse sur la détermination de la forme du potentiel magnétique complexe adéquat	46
1.4	Méthode de résolution du problème inverse dans le cas cylindrique :	47
1.5	Choix de la valeur particulière $\alpha = 7/4$	48
1.6	Compléments de calcul sur la décomposition multipolaire du champ magnétique.....	48
2	Distribution idéale de courant requise pour générer le champ magnétique précédemment déterminé.....	52
2.1	Expression de la distribution idéale de courant en fonction des variables du problème inverse G, R, ϵ_x et ϵ_y	52
2.2	Application au cas de la lévitation de l'hydrogène liquide.....	53
3	Perspectives à la suite de la modélisation proposée	57

Après avoir présenté la lévitation diamagnétique de manière générale dans la première partie, nous allons nous intéresser dans ce deuxième chapitre à la résolution du problème inverse dans le cas de géométries cylindriques, et proposer, en utilisant les fonctions à variables complexes, une solution analytique au problème. Ceci nous amènera à identifier des structures idéales de bobines pour la lévitation, idéales au sens où les sources du champ magnétique seront modélisées par des densités superficielles de courant \mathbf{K} (A/m).

1 Utilisation des fonctions à variables complexes pour la décomposition multipolaire d'un champ 2D à symétrie cylindrique.

Nous allons maintenant nous intéresser à la synthèse de source en vue de créer un champ de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ quasi-uniforme dans le cas de particulier des géométries cylindriques. Dans cette partie, nous allons donc considérer une distribution de courant bidimensionnelle, invariante par translation suivant l'axe (Oz). Ceci nous permet de reprendre le formalisme, s'appuyant sur les fonctions à variables complexes, développé par Beth [II-1] pour le calcul de champs magnétiques dans le cas de géométrie 2D à symétrie cylindrique.

1.1 Étude d'une forme particulière du potentiel magnétique complexe

On considère un espace vide de perméabilité μ_0 , tel que $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.

En utilisant les coordonnées complexes définies par $\underline{z} = x + iy$, le potentiel magnétique complexe s'écrit :

$$\underline{\mathbf{W}}(\underline{z}) = F + iV \tag{II-1}$$

où $F = \frac{A_z}{\mu_0}$ avec A_z : composante unique du potentiel vecteur \mathbf{A}

V : potentiel magnétique scalaire tel que $\mathbf{H} = -\mathbf{grad}(V)$

E. Durand avait proposé comme solution potentielle au problème de la lévitation un potentiel magnétique complexe de la forme $\underline{\mathbf{W}}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$ dans [II-2]. L'intérêt de cette forme est, comme nous allons le voir, qu'elle donne une force magnétique purement radiale, et indépendante de θ et de module constant.

Nous avons approfondi cette étude en collaboration avec O. Vincent-Viry dans [II-3] et [II-4], ce qui a donné une première série de résultats intéressants que nous retrouverons en étudiant des cas particuliers. En effet, nous allons maintenant tenter d'étudier un cas plus général en considérant l'expression particulière suivante du potentiel complexe $\underline{\mathbf{W}}(\underline{z})$:

$$\underline{\mathbf{W}}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^\alpha, \quad \alpha > 0 \text{ et } \lambda \text{ constante réelle de dimension } \text{A.m}^{-\alpha} \tag{II-2}$$

Remarque : Si les sources qui créent \underline{W} sont des distributions de courant circulant dans des enroulements, λ sera proportionnel au courant.

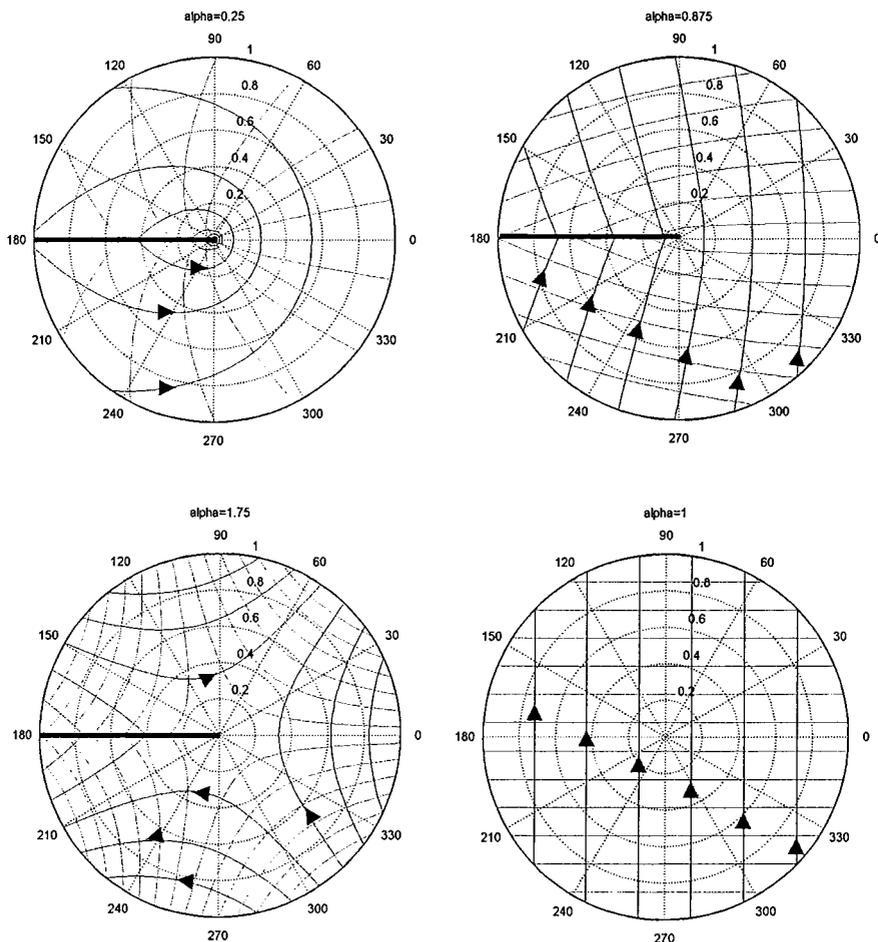
En coordonnées cylindriques, le potentiel scalaire V correspondant est :

$$V = -\lambda r^\alpha \sin(\alpha\theta) \tag{II-3}$$

Ce qui donne dans le repère cylindrique :

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \alpha \mu_0 \lambda r^{\alpha-1} \sin(\alpha\theta) \mathbf{u}_r \\ \alpha \mu_0 \lambda r^{\alpha-1} \cos(\alpha\theta) \mathbf{u}_\theta \end{cases} \tag{II-4}$$

Les figures suivantes présentent quelques cartes de champ obtenues pour différentes valeurs de α . Les lignes de champ sont représentées en bleu, les équipotentielles en rouge. Pour une valeur non entière de α , une densité de courant superficielle (représentée par un trait noir sur les figures) dirigée suivant Oz est répartie sur l'axe $\theta = \pi$ ($r > 0$) en raison de conditions de continuité du champ magnétique à la traversée dudit axe.



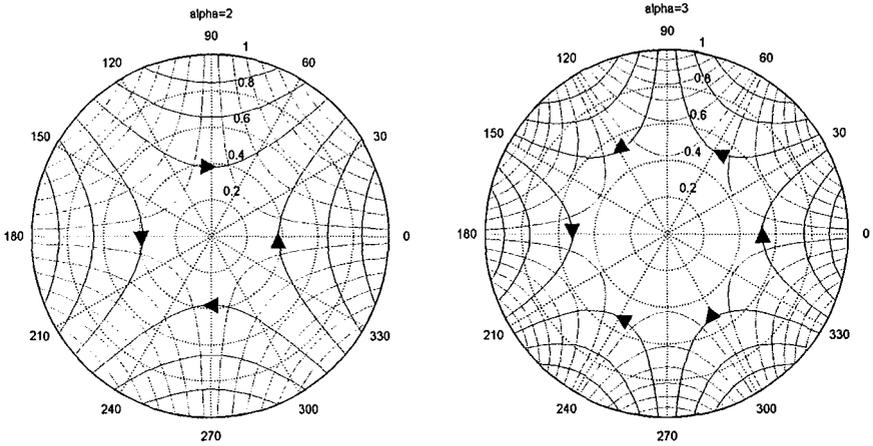


Fig. II-1. Cartes de champ pour différentes valeurs de α

Les sources de champ (non encore définies) sont extérieures au cercle, sauf quand α est non entier, où les sources comprennent nécessairement un courant superficiel.

A partir de l'expression (II-4), on obtient :

$$\mathbf{B}^2 = (\alpha\mu_0\lambda)^2 r^{2(\alpha-1)} \quad (\text{II-5})$$

Et finalement :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2) = (\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) r^{2\alpha-3} \mathbf{u}_r \quad (\text{II-6})$$

On voit d'abord que l'on a bien $\|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)\| = 0$ pour $\alpha = 1$, ce qui est normal puisque dans ce cas le champ est parfaitement uniforme (champ dipolaire).

Si on place n'importe où dans ce champ une particule magnétique de susceptibilité constante, on obtient une force purement radiale, et indépendante de θ , quelle que soit la valeur de α . Cette force est de module constant quand $\alpha = \frac{3}{2}$.

Le cas $\alpha < 1$ donne un champ de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ centripète, c'est à dire dirigé vers le centre du repère, alors que le cas $\alpha > 1$ donne un champ de forces centrifuge.

est Pour une valeur entière $\alpha = p$, on retrouve la carte de champ du multipôle d'ordre p qu'il est possible d'obtenir à l'intérieur d'un cercle en distribuant une densité superficielle de la forme $\cos(p\theta)$ sur le contour circulaire.

$$\text{On obtient facilement } \|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)\| = (2\alpha-2) \frac{1}{r} \mathbf{B}^2 \quad (\text{II-7})$$

Si on note G la valeur du module de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ nécessaire pour compenser la force de pesanteur pour un matériau donné, on obtient donc :

$$\|\mathbf{B}\| \approx \sqrt{\frac{G r}{|2\alpha - 2|}} \quad (\text{II-8})$$

Une remarque importante pour la suite de notre modélisation est de constater que, à G et r fixés, il faut choisir α le plus grand possible pour diminuer le module de l'induction. On constate aussi que toutes choses étant égales par ailleurs, l'induction nécessaire à la lévitation varie suivant le matériau (cf. Tab. I-2). La variation avec r va directement interférer avec l'homogénéité de la compensation, comme on va le voir maintenant.

On va maintenant chercher à faire le développement de la densité d'énergie magnétique créé par le potentiel $\underline{\mathbf{W}}(\underline{\mathbf{z}}) = -\lambda \underline{\mathbf{z}}^\alpha$ dans le repère local (O', x', y') défini sur la figure suivante.

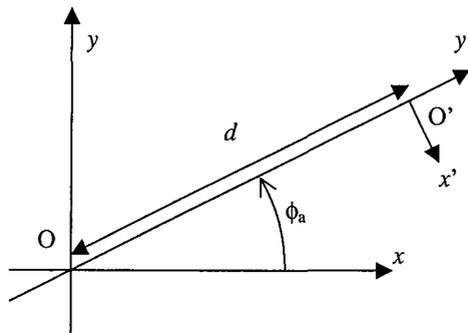


Fig. II-2. Définition du repère local (O', x', y')

Un changement de repère permet d'exprimer le potentiel $\underline{\mathbf{W}}$ dans le repère $R_1 = (O', x', y')$ grâce à une translation de d et à une rotation de $\theta = \phi_a - \frac{\pi}{2}$.

$$\text{On a alors } \underline{\mathbf{W}}(\underline{\mathbf{z}}') = -\lambda (\underline{\mathbf{z}}' + \underline{\mathbf{z}}_0)^\alpha e^{i\alpha(\phi_a - \frac{\pi}{2})}$$

où $\underline{\mathbf{z}}'$ est la coordonnée complexe dans le repère R_1 .

$$\text{et } \underline{\mathbf{z}}_0 = d e^{i\frac{\pi}{2}}$$

On obtient ensuite l'induction par dérivation :

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = B_y + i B_x = -\mu_0 \left(\frac{\partial \underline{\mathbf{W}}}{\partial \underline{\mathbf{z}}'} \right) \quad (\text{II-9})$$

$$\text{D'où } \underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = \alpha \mu_0 \lambda \underline{\mathbf{z}}_0^{\alpha-1} \left(1 + \frac{\underline{\mathbf{z}}'}{\underline{\mathbf{z}}_0} \right)^{\alpha-1} e^{i\alpha(\phi_a - \frac{\pi}{2})} \quad (\text{II-10})$$

On se place ici dans le cas $\alpha > 1$ pour pouvoir décomposer l'expression précédente en série entière autour du point O' , ce qui donne :

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = \alpha \mu_0 \lambda \sum_{n=0}^{\infty} D_n \underline{\mathbf{z}}_0^{\alpha-1-n} (\underline{\mathbf{z}}')^n e^{i \alpha (\phi_a - \frac{\pi}{2})} \quad (\text{II-11})$$

avec

$$D_n = \frac{1}{\alpha n!} \prod_{j=0}^n (\alpha-j) \text{ pour tout } n \geq 0$$

On peut également, en posant $\underline{\mathbf{z}}' = r' e^{i \varphi'}$ mettre l'expression (II-11) sous la forme :

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = \sum_{n=0}^{\infty} T_n (r')^n e^{i \Psi_n} \quad (\text{II-12})$$

avec

$$T_n = \alpha \mu_0 \lambda D_n d^{\alpha-1-n} \text{ pour tout } n \geq 0 \text{ (dimension } T/m^n)$$

$$\Psi_n = n\varphi' + \alpha\phi_a - (n+1)\frac{\pi}{2}$$

Comme l'illustre la figure suivante, pour α et r fixés, le choix de l'angle ϕ_a permet de régler le décalage angulaire entre \mathbf{B} et $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$, puisqu'il est *a priori* possible, pour une forme donnée de potentiel magnétique, de définir une infinité de zones de travail où $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ a les mêmes propriétés dans le repère R_0 , alors que \mathbf{B} a le même module mais une direction différente.

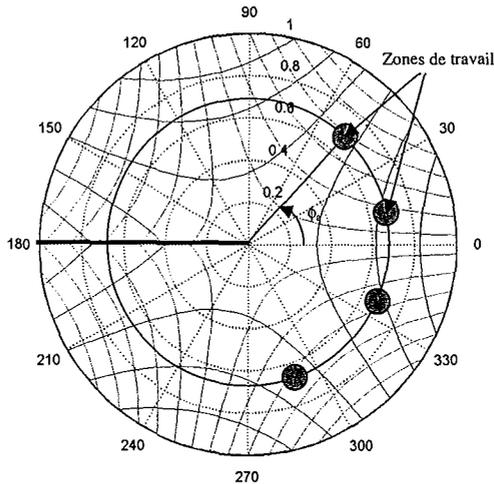


Fig. II-3. Définition des zones de travail

Considérons maintenant le cas particulier où $\phi_a = \frac{-\pi}{2\alpha}$:

Pour cette configuration, les vecteurs induction magnétique et gradient de B^2 sont colinéaires et de sens opposé.

On a alors

$$\psi_n = n\varphi' - \pi - n \frac{\pi}{2} \quad (\text{II-13})$$

On peut aussi vérifier que pour $\varphi' = \frac{\pi}{2}$ (i.e. sur l'axe vertical $O'y'$), on a $\psi_n = -\pi$, soit encore $B_x = \text{Im}(\underline{B}(z')) \equiv 0$

L'expression (II-12) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\underline{B}(z') = \sum_{n=1}^{\infty} T_{n-1} (z')^{n-1} (-i)^{n+1} \quad (\text{II-14})$$

Ce formalisme utilisant les fonctions à variables complexes permet de modéliser simplement l'induction magnétique dans les systèmes invariants par translation comme une somme de composantes multipolaires (dipolaire + quadropolaire + ...). Cet outil mathématique est ainsi fréquemment utilisé pour la modélisation des bobines d'accélérateurs de particules [II-6].

Nous allons donc emprunter les notations usuelles utilisées dans le dimensionnement des bobinages d'accélérateurs de particules [II-7]. Ainsi, la forme suivante est généralement utilisée pour la décomposition de l'induction sous forme multipolaire complexe.

$$\underline{B}(z') = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n \left(\frac{z'}{R_{réf}} \right)^{n-1} \text{ pour } z', \text{ avec } |z'| < R_{réf} \quad (\text{II-15})$$

$R_{réf}$ désigne ici le rayon d'analyse harmonique, c'est à dire le rayon du cercle sur lequel se fait la décomposition harmonique. Cette représentation de l'induction magnétique sous forme d'un développement en série est très utile pour la communauté de la physique des accélérateurs car elle permet de calculer numériquement les trajectoires d'un faisceau de particules chargées passant à travers l'aimant.

En identifiant l'expression précédente avec l'expression (II-14), on obtient donc :

$$\underline{C}_n = \mu_0 \lambda \frac{1}{(n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{n-1} (\alpha-u) \right) d^{\alpha-n} R_{réf}^{n-1} (-i)^{n+1} \text{ pour tout } n \geq 1 \quad (\text{II-16})$$

A ce stade, nous avons donc exprimé l'induction magnétique sous forme d'une décomposition multipolaire complexe. Cela nous permet donc de connaître la décomposition en série de l'induction associée à la forme particulière du potentiel magnétique complexe \underline{W} .

1.2 Etude de la stabilité de l'équilibre pour le potentiel : $\underline{W}(z) = -\lambda z^\alpha$

On s'intéresse ici à la stabilité statique, vis-à-vis de variations infinitésimales de leur position, de substances diamagnétiques lévitant ($\chi_m < 0$). En utilisant une méthode similaire à celle développée dans le cas de système axisymétrique [II-8], il est possible d'exprimer les équations de stabilité de l'équilibre pour un système bidimensionnel, invariant par translation.

1.2.1 Conditions de stabilité pour un système invariant par translation

On considère ici des systèmes invariants par translation selon l'axe z et de plus admettant le plan $x' = 0$ comme plan de symétrie.

Pour que l'équilibre soit stable, l'objet lévitant (particule magnétique de petites dimensions) vérifiant la condition d'équilibre doit être à un minimum de sa densité volumique d'énergie totale E définie par :

$$E(x',y') = \rho g y' + \frac{|\chi_m|}{2\mu_0} B^2(x',y') \quad (\text{II-17})$$

Les conditions de stabilité de la position d'équilibre s'écrivent alors :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x'^2} > 0 \quad (\text{II-18})$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial y'^2} > 0$$

Soit :

$$\frac{\partial^2 B^2}{\partial x'^2} > 0 \quad \text{stabilité horizontale} \quad (\text{II-19})$$

$$\frac{\partial^2 B^2}{\partial y'^2} > 0 \quad \text{stabilité verticale} \quad (\text{II-20})$$

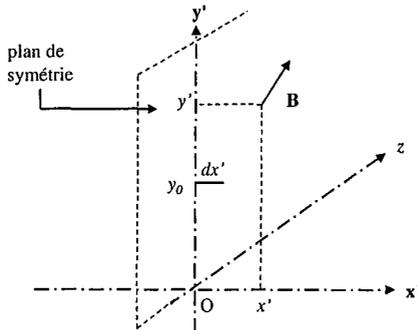


Fig. II-4. Définition du plan de symétrie

Comme $\text{rot}(\mathbf{B}) = 0$ et $\mu = \mu_0$ dans le domaine considéré, on peut introduire le potentiel scalaire φ défini par :

$$\mathbf{B} = \text{grad}(\varphi) \quad (\text{II-21})$$

Considérons un petit déplacement dx' sur l'axe vertical ($x' = 0$) à $y' = y_0$ fixé. Le potentiel scalaire φ peut donc s'écrire au deuxième ordre sous la forme suivante :

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{x'^2}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} \quad (\text{II-22})$$

Le potentiel φ vérifiant l'équation de Laplace, et en raison de l'invariance par translation suivant Oz , on a :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} \quad (\text{II-23})$$

Définissons maintenant la dérivée d'ordre n du potentiel sur l'axe Oy' :

$$\varphi_n = \frac{\partial^n \varphi}{\partial y'^n} \quad (\text{II-24})$$

L'expression (II-22) peut alors s'écrire :

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{x'^2}{2} \varphi_2 \quad (\text{II-25})$$

Les conditions de stabilité horizontale et verticale peuvent donc être exprimées en fonction de φ_n et donc en termes d'induction sur l'axe Oy' . Définissons B comme la composante sur l'axe vertical de l'induction magnétique.

Les équations (II-19) et (II-20) s'écrivent alors sous la forme suivante :

Stabilité horizontale :

$$\left(\frac{\partial B}{\partial y'} \right)^2 + B \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial y'^2} > 0 \quad (\text{II-26})$$

Stabilité verticale :

$$\left(\frac{\partial B}{\partial y'} \right)^2 - B \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial y'^2} > 0 \quad (\text{II-27})$$

1.2.2 Applications dans le cas du potentiel préalablement défini

Ici l'axe vertical (Oy) utilisé précédemment pour définir les conditions de stabilité devient l'axe radial. De plus, on se restreint une nouvelle fois au cas $\alpha > 1$.

Compte tenu de la forme du potentiel complexe, on a donc en se fixant $\theta = \phi_a = \frac{-\pi}{2\alpha}$:

$$B(y') = B_r(r) = -\mu_0 \alpha \lambda r^{\alpha-1} \quad (\text{II-28})$$

$$\frac{\partial B}{\partial y'} = \frac{\partial B_r}{\partial r}(r) = -\mu_0 \alpha (\alpha-1) \lambda r^{\alpha-2} \quad (\text{II-29})$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial y'^2} = \frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2}(r) = -\mu_0 \alpha (\alpha-1) (\alpha-2) \lambda r^{\alpha-3} \quad (\text{II-30})$$

On en déduit donc l'expression des deux conditions de stabilité pour la forme de potentiel choisie :

Stabilité horizontale :

$$(\mu_0 \lambda \alpha)^2 (\alpha-1) (2\alpha-3) r^{2(\alpha-2)} > 0 \quad (\text{II-31})$$

Stabilité verticale :

$$(\mu_0 \lambda \alpha)^2 (\alpha-1) r^{2(\alpha-2)} > 0 \quad (\text{II-32})$$

Une brève étude des deux conditions de stabilité en fonction de α permet d'obtenir le tableau de signe suivant :

α	Stabilité horizontale	Stabilité verticale
$1 < \alpha < 3/2$	< 0	> 0
$\alpha = 3/2$	$= 0$	> 0
$\alpha > 3/2$	> 0	> 0

On constate donc que si l'on veut obtenir un équilibre stable horizontalement et verticalement, il faut choisir $\alpha > 3/2$.

1.3 Prise en compte de l'homogénéité dans la formulation du problème inverse

On cherche ici à obtenir une zone utile circulaire de centre O' et de rayon R , à l'intérieur de laquelle le module du vecteur $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ sera au moins égal à une valeur G , valeur permettant de compenser exactement la force de pesanteur en un point donné.

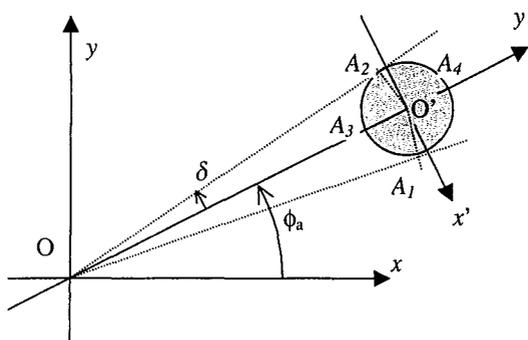


Fig. II-5. Zone utile circulaire

Notations utilisées: $OO' = d$
 et $d = R / \sin(\delta)$

$$\text{On a } \mathbf{grad}(\mathbf{B}^2) = (\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) r^{2\alpha-3} \mathbf{u}_r \quad (\text{II-33})$$

Dans le repère $R_1=(O, x', y')$, l'expression (II-33) permet d'obtenir les relations suivantes :

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|O'} = (\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) d^{2\alpha-3} \mathbf{u}_y \quad (\text{II-34})$$

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A1} = \left((\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) d^{2\alpha-3} \right) (\sin(\delta) \mathbf{u}_x + \cos(\delta) \mathbf{u}_y) \quad (\text{II-35})$$

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A2} = \left((\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) d^{2\alpha-3} \right) (-\sin(\delta) \mathbf{u}_x + \cos(\delta) \mathbf{u}_y) \quad (\text{II-36})$$

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3} = (\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) (d-R)^{2\alpha-3} \mathbf{u}_y \quad (\text{II-37})$$

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A4} = (\alpha\mu_0\lambda)^2 (2\alpha-2) (d+R)^{2\alpha-3} \mathbf{u}_y \quad (\text{II-38})$$

Une rapide étude des variations de la fonction $f(\alpha) = (\alpha\lambda)^2 (2\alpha-2) d^{2\alpha-3}$ permet de différencier 3 cas :

- $\alpha < 3/2$: la fonction est décroissante
- $\alpha = 3/2$: la fonction est constante
- $\alpha > 3/2$: la fonction est croissante

1.3.1 Premier cas : $\alpha > 3/2$

On prend $\alpha > 3/2$, ce qui assure $\|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A4}\| > \|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3}\|$

On va maintenant définir les homogénéités comme suit :

Soit $\varepsilon_x = \frac{\|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A1x'}\|}{\|\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3y'}\|}$, l'homogénéité de la force résiduelle suivant Ox'

On a alors :

$$\varepsilon_x = \frac{\sin(\delta)}{(1-\sin(\delta))^{2\alpha-3}} \quad (\text{II-39})$$

Soit

$$\varepsilon_{y1} = \frac{\|\text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A4y'} - \text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3y'}\|}{\|\text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3y'}\|} \quad (\text{II-40})$$

Et

$$\varepsilon_{y2} = \frac{\|\text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A1y'} - \text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3y'}\|}{\|\text{grad}(\mathbf{B}^2)_{|A3y'}\|} \quad (\text{II-41})$$

On a alors $\varepsilon_y = \max(\varepsilon_{y1} ; \varepsilon_{y2})$, homogénéité de la force résiduelle suivant Oy' avec :

$$\varepsilon_{y1} = \left(\frac{1+\sin(\delta)}{1-\sin(\delta)} \right)^{2\alpha-3} - 1 \quad (\text{II-42})$$

$$\varepsilon_{y2} = \frac{\cos(\delta)}{(1-\sin(\delta))^{2\alpha-3}} - 1 \quad (\text{II-43})$$

Or pour $\alpha > 3/2$, on a toujours $\varepsilon_{y1} > \varepsilon_{y2}$.

On en déduit donc :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y1} = \left(\frac{1+\sin(\delta)}{1-\sin(\delta)} \right)^{2\alpha-3} - 1 \quad (\text{II-44})$$

Notons $\xi = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$, qui représente le rapport entre l'homogénéité de la force résiduelle suivant Ox' et l'homogénéité de la force résiduelle suivant Oy' .

Effectuons ensuite un développement limité de ε_x et ε_y quand δ est proche de 0 :

$$\varepsilon_x = \delta + (2\alpha-3) \delta^2 + O(\delta^3) \quad (\text{II-45})$$

$$\varepsilon_y = (4\alpha-6) \delta + (8\alpha^2-24\alpha-36) \delta^2 + O(\delta^3) \quad (\text{II-46})$$

On obtient donc au premier ordre :

$$\alpha = \frac{1+6\xi}{4\xi} \quad (\text{II-47})$$

ξ	0.5	1	1.5	2	2.5	5	10	∞
α	2	7/4	5/3	13/8	8/5	31/20	61/40	3/2

La connaissance du rapport des homogénéités verticales et horizontales détermine donc une valeur de α permettant d'obtenir une carte de champ avec des propriétés prescrites. Il convient de noter que α tend vers $3/2$ quand ξ devient très grand.

1.3.2 Deuxième cas : $\alpha = 3/2$

En remplaçant α par cette valeur dans l'expression (II-6), on obtient un gradient de B^2 de module constant et purement radial.

$$\text{grad}(B^2) = \frac{9}{4} (\mu_0 \lambda)^2 \mathbf{u}_r \tag{II-48}$$

Il est donc possible de définir dans cette distribution spatiale de champ magnétique une zone où le gradient de B^2 sera égal à une valeur G sur l'axe central, et ses composantes seront respectivement uniformes à ϵ_x et ϵ_y près.

La valeur de G désirée donne λ par :

$$\lambda = \frac{2}{3\mu_0} \sqrt{G} \tag{II-49}$$

Les uniformités ϵ_x et ϵ_y ainsi que le rayon de la zone utile désirée (R) permettent ainsi définir un angle δ et une distance d selon les deux figures suivantes :

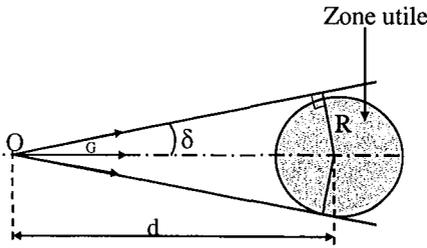


Fig. II-6. Zone de travail

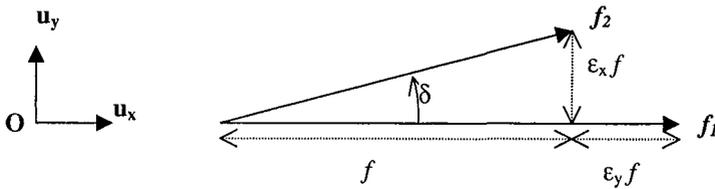


Fig. II-7. Uniformité de la force

On a :

$$\begin{aligned} f_1 &= (1 + \epsilon_y) f \mathbf{u}_x \\ f_2 &= \epsilon_y f \mathbf{u}_y + f \mathbf{u}_x \end{aligned} \tag{II-50}$$

De plus, $\tan(\delta) = \epsilon_x$ et $\epsilon_x^2 + 1 = (1 + \epsilon_y)^2$

On en déduit alors $\delta = \arctan(\epsilon_x)$ (II-51)

$$\text{Et } \delta = \arccos\left(\frac{1}{1 + \epsilon_y}\right)$$

$$\text{De plus, on a } f = G \text{ et } d = \frac{R}{\sin(\delta)}$$

Comme nous l'avons déjà dit, ce cas a été étudié précédemment dans [II-3] et [II-4].

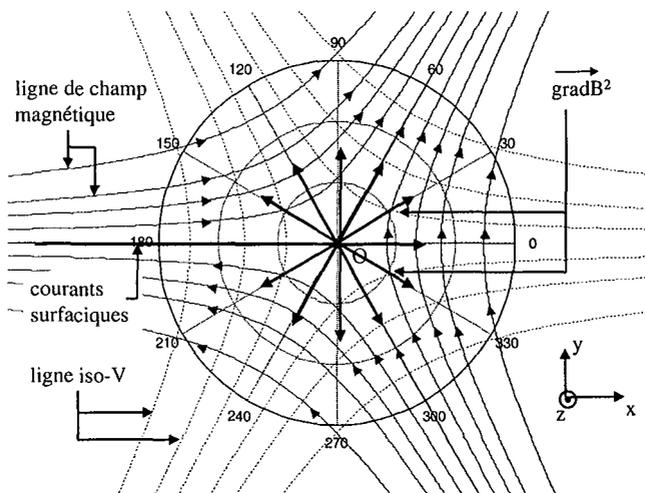


Fig. II-8. Distribution spatiale de \mathbf{B} et $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ pour $\mathbf{W}(\mathbf{z}) = -\lambda \mathbf{z}^{3/2}$

Cette distribution donnant un vecteur $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ de module constant et purement radial, il est donc possible de définir dans cette carte de champ une infinité de zones de travail.

Mais toutes les localisations de la zone de travail ne sont pas autorisées : en particulier, cette zone ne doit pas couper l'axe ($y=0, x \leq 0$) à cause de la densité superficielle de courant répartie sur cet axe

1.3.3 Troisième cas : $\alpha < 3/2$

Un calcul identique à celui réalisé précédemment permet d'obtenir cette fois la relation :

$$\alpha = \frac{3}{2} - \frac{1}{4\xi} \tag{II-52}$$

ξ	0.5	1	1.5	2	2.5	5	10	∞
α	1	5/4	4/3	11/8	7/5	29/20	59/40	3/2

La connaissance du rapport des homogénéités verticales et horizontales détermine donc une autre valeur de α permettant d'obtenir une carte de champ avec des propriétés prescrites. Là encore, α tend vers 3/2 quand ξ devient très grand.

1.3.4 Synthèse sur la détermination de la forme du potentiel magnétique complexe adéquat.

En conclusion, il est donc possible de définir une distribution spatiale de champ magnétique telle que le module du vecteur $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ soit égal à une valeur G sur l'axe central ($\theta = \phi_a$), et telle que les composantes horizontales et verticales de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ soient respectivement uniformes à ϵ_x et ϵ_y près dans une zone utile circulaire de rayon R .

Comme le montre la figure suivante, la détermination de ξ permet en fait de déterminer une valeur potentiellement intéressante de α pour $\xi < 0.5$ et deux valeurs (respectivement symétriques par rapport à $\alpha = 3/2$) pour $\xi > 0.5$. Dans ce cas, ce sont les conditions de stabilité (II-31) et (II-32) qui permettront de choisir la valeur préférable.

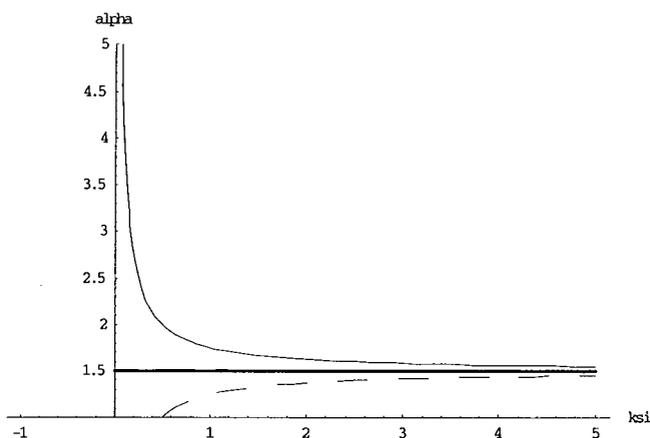


Fig. II-9. $\alpha = f(\xi)$

La valeur de G désirée donne λ par :

$$\lambda = \frac{\sqrt{G}}{\mu_0 \alpha \sqrt{2\alpha-2} (d - R)^{\alpha-3/2}} \quad \text{si } \alpha > 3/2 \quad (\text{II-53})$$

$$\lambda = \frac{2}{3\mu_0} \sqrt{G} \quad \text{si } \alpha = 3/2 \quad (\text{II-54})$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{G}}{\mu_0 \alpha \sqrt{2\alpha-2} (d + R)^{\alpha-3/2}} \quad \text{si } \alpha < 3/2 \quad (\text{II-55})$$

1.4 Méthode de résolution du problème inverse dans le cas cylindrique :

Soit G la valeur de gradient de B^2 souhaitée

Soit R le rayon de la zone utile

Soit ε_x l'homogénéité résiduelle suivant Ox'

Soit $\xi = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$, rapport souhaité entre les deux homogénéités

On choisit de créer un potentiel de la forme: $\mathbf{W}(\mathbf{z}) = -\lambda \mathbf{z}^\alpha$

On suppose ici que $\alpha > 3/2$, ce qui permet d'avoir un équilibre stable horizontalement et verticalement et de diminuer la valeur du champ magnétique, d'après les remarques faites précédemment.

δ est la solution (en radian) de l'équation $\frac{\sin(\delta)}{(1-\sin(\delta))^{2\alpha-3}} = \varepsilon_x$ sur l'intervalle $[0;0.5]$

$$d = R / \sin(\delta)$$

$$\alpha = \frac{3}{2} + \frac{1}{4\xi}$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{G}}{\mu_0 \alpha \sqrt{2\alpha-2} (d-R)^{\alpha-3/2}}$$

$$\|\mathbf{B}\| \approx \sqrt{\frac{G d}{2\alpha-2}} \quad (\text{II-56})$$

Dans le cas où l'approximation $\varepsilon_x \approx \delta$ est valable, cette dernière équation peut aussi se mettre sous la forme d'une fonction dépendant des contraintes du problème G , R , ε_x et ε_y :

$$\|\mathbf{B}\| \approx \sqrt{\frac{2 G R}{2\varepsilon_x + \varepsilon_y}} \quad (\text{II-57})$$

Cette relation est importante car elle permet de relier directement G , R , ε_x et ε_y , variables qui permettent d'exprimer les paramètres de la lévitation d'un matériau diamagnétique à la valeur de l'induction magnétique \mathbf{B} au centre de la zone de lévitation souhaitée. On peut ainsi l'utiliser pour voir déterminer les limites technologiques de la lévitation. Cette formule, établie pour une forme particulière du potentiel magnétique, peut en fait être généralisée à tout problème bidimensionnel invariant par translation, comme cela est démontré en annexe D.

1.5 Choix de la valeur particulière $\alpha = 7/4$

Comme cela a été souligné dans le premier chapitre, de nombreuses applications nécessitent d'avoir la même homogénéité résiduelle verticalement et horizontalement. On choisit donc $\alpha = 7/4$, ce qui assure que $\epsilon_x = \epsilon_y$.

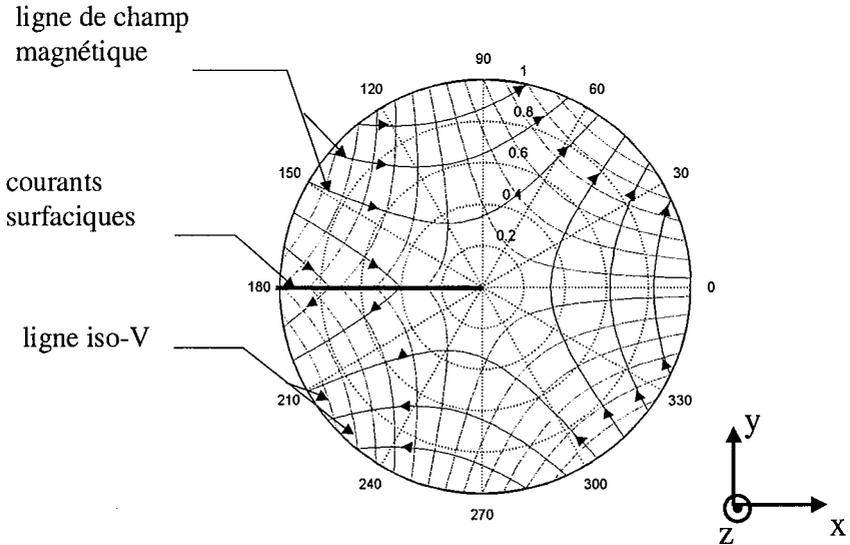


Fig. II-10. Distribution spatiale de \mathbf{B} pour $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{7/4}$

La formule (II-56) devient donc :

$$\|\mathbf{B}\| \approx \sqrt{\frac{2 G R}{3 \epsilon_x}} \tag{II-58}$$

L'expression précédente peut se réécrire sous la forme suivante :

$$R \approx \frac{3 \|\mathbf{B}\|^2 \epsilon_x}{2 G} \tag{II-59}$$

Cette dernière relation permet alors de définir directement la taille de la zone de travail comme une fonction de l'homogénéité, de la valeur de l'induction magnétique, et de la valeur de G désirée.

1.6 Compléments de calcul sur la décomposition multipolaire du champ magnétique

Plaçons-nous dans le cas où $\alpha > \frac{3}{2}$ et formulons l'expression de l'induction magnétique dans la zone de travail le plus simplement possible à partir des valeurs caractéristiques du problème.

$$\lambda = \frac{\sqrt{G}}{\mu_0 \alpha \sqrt{2\alpha-2} (d-R)^{\alpha-3/2}}, \quad \alpha = \frac{3}{2} + \frac{\varepsilon_y}{4\varepsilon_x}$$

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{\mathbf{C}}_n \left(\frac{\underline{\mathbf{z}}'}{R_{réf}} \right)^{n-1} \text{ pour } \underline{\mathbf{z}}', \text{ avec } |\underline{\mathbf{z}}'| < R_{réf} \quad (\text{II-60})$$

Avec

$$\underline{\mathbf{C}}_n = \mu_0 \lambda \frac{1}{(n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{n-1} (\alpha-u) \right) d^{\alpha-n} R_{réf}^{n-1} (-i)^{n+1} \text{ pour tout } n \geq 1 \quad (\text{II-61})$$

Cette dernière expression peut donc se réécrire sous la forme suivante :

$$\underline{\mathbf{C}}_n = \sqrt{\frac{G}{2\alpha-2}} (d-R)^{3/2-\alpha} \frac{1}{\alpha (n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{n-1} (\alpha-u) \right) d^{\alpha-n} R_{réf}^{n-1} (-i)^{n+1} \quad (\text{II-62})$$

Il est aussi possible d'exprimer dans le cas où l'approximation $\varepsilon_x \approx \delta$ est valable, les harmoniques complexes, pour un rayon d'analyse $R_{réf}$ fixé, uniquement en fonction des contraintes du problème G, R, ε_x et ε_y :

$$\underline{\mathbf{C}}_n = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_x G}{2\varepsilon_x + \varepsilon_y}} \frac{4 \varepsilon_x R^{3/2-n}}{(6\varepsilon_x + \varepsilon_y) (n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{n-1} \left(\frac{6\varepsilon_x + \varepsilon_y}{4\varepsilon_x} - u \right) \right) R_{réf}^{n-1} (-i)^{n+1} \quad (\text{II-63})$$

pour tout $n \geq 1$

Dans la littérature des aimants d'accélérateurs [II-7], on trouve aussi une autre forme de l'expression (II-60) :

$$\underline{\mathbf{B}}(\underline{\mathbf{z}}') = \sum_{n=1}^{\infty} (B_n + iA_n) \left(\frac{\underline{\mathbf{z}}'}{R_{réf}} \right)^{n-1} \quad (\text{II-64})$$

Les coefficients A_n et B_n sont appelés respectivement coefficients *skew* et coefficients *normaux* d'ordre n et s'expriment en teslas.

On obtient alors :

$$\begin{cases} B_{2n} = 0 \\ B_{2n+1} = \sqrt{\frac{G}{2\alpha-2}} (d-R)^{3/2-\alpha} \frac{1}{\alpha (2n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{2n-1} (\alpha-u) \right) d^{\alpha-2n} R_{réf}^{2n-1} (-1)^{n+1} \end{cases} \quad (\text{II-65})$$

Et

$$\begin{cases} A_{2n} = \sqrt{\frac{G}{2\alpha-2}} (d-R)^{3/2-\alpha} \frac{1}{\alpha (2n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{2n-1} (\alpha-u) \right) d^{\alpha-2n} R_{réf}^{2n-1} (-1)^{n+1} \\ A_{2n+1} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-66})$$

Une nouvelle fois, il est aussi possible d'exprimer ces coefficients uniquement en fonction des contraintes du problème pour un rayon d'analyse $R_{réf}$ fixé :

$$\begin{cases} B_{2n} = 0 \\ B_{2n+1} = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_x G}{2\varepsilon_x + \varepsilon_y}} \frac{4 \varepsilon_x R^{3/2-2n}}{(6\varepsilon_x + \varepsilon_y) (2n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{2n-1} \left(\frac{6\varepsilon_x + \varepsilon_y}{4\varepsilon_x} - u \right) \right) R_{réf}^{2n-1} (-1)^{n+1} \end{cases} \quad (\text{II-67})$$

Et

$$\begin{cases} A_{2n} = \sqrt{\frac{2 \varepsilon_x G}{2\varepsilon_x + \varepsilon_y}} \frac{4 \varepsilon_x R^{3/2-2n}}{(6\varepsilon_x + \varepsilon_y) (2n-1)!} \left(\prod_{u=0}^{2n-1} \left(\frac{6\varepsilon_x + \varepsilon_y}{4\varepsilon_x} - u \right) \right) R_{réf}^{2n-1} (-1)^{n+1} \\ A_{2n+1} = 0 \end{cases} \quad (\text{II-68})$$

On peut vérifier aussi la valeur de l'expression $2|\underline{C}_1| \cdot |\underline{C}_2|$, en utilisant la formule (II-62):

$$\underline{C}_1 = - \frac{\sqrt{G} d^{\alpha-1}}{\sqrt{2\alpha-2} (d+R)^{\alpha-3/2}} \quad (\text{II-69})$$

$$\underline{C}_2 = \frac{\sqrt{G} d^{\alpha-2} (\alpha-1) R_{réf}}{\sqrt{2\alpha-2} (d+R)^{\alpha-3/2}} i \quad (\text{II-70})$$

Au passage, ceci permet de vérifier la concordance entre l'expression (II-56) qui donne une valeur approchée du module de l'induction magnétique et le terme \underline{C}_1 qui correspond au terme dipolaire du développement harmonique. En effet, si on néglige R , rayon de la zone utile devant d , distance entre le centre O du repère global R_0 et le centre O' du repère local R_1 , alors $d+R \approx d$ et la relation (II-69) donne un résultat identique à celui de l'équation (II-56) :

$$|\underline{C}_1| \approx \sqrt{\frac{G d}{2\alpha-2}} \quad (\text{II-71})$$

En outre, on peut facilement déduire en multipliant les expressions (II-69) et (II-70) que

$$2.|\underline{\mathbf{C}}_1| \cdot |\underline{\mathbf{C}}_2| = G R_{ref} \left(\frac{1}{1-\frac{R}{d}} \right)^{2\alpha-3} \quad (\text{II-72})$$

Effectuons un développement limité de l'expression précédente quand $\frac{R}{d} \approx 0$:

$$2.|\underline{\mathbf{C}}_1| \cdot |\underline{\mathbf{C}}_2| = G R_{ref} \left(1 + (2\alpha-3) \frac{R}{d} + (2\alpha-3)(\alpha-1) \left(\frac{R}{d} \right)^2 + O\left(\left(\frac{R}{d} \right)^3 \right) \right) \quad (\text{II-73})$$

En utilisant les résultats précédents et après simplification, on obtient donc au premier ordre :

$$2.|\underline{\mathbf{C}}_1| \cdot |\underline{\mathbf{C}}_2| = G R_{ref} \left(1 + \frac{\epsilon_y}{2} \right) \quad (\text{II-74})$$

Là encore, on peut vérifier un résultat attendu, puisque la valeur de du module du vecteur $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ correspond au produit induction \times gradient, *i.e.* au produit du dipôle (B_1) et du *skew* quadripôle (A_2) provenant de la décomposition multipolaire de l'induction magnétique. Ce résultat, basé sur une approche de type « formalisme accélérateur », a été établi grâce à la précieuse contribution de A. Daël lors de mon stage de DEA réalisé au sein du CEA Saclay [II-4] [II-9].

2 Distribution idéale de courant requise pour générer le champ magnétique précédemment déterminé

L'étape suivante dans notre démarche est d'identifier une distribution idéale de courants permettant de créer la distribution de champ magnétique précédemment identifiée. Il existe plusieurs manières de recréer une forme de potentiel donnée [II-5], mais nous choisissons de nous restreindre à l'utilisation de densités superficielles de courant comme source du champ.

Nous utilisons pour cela les résultats obtenus par O. Vincent-Viry et A. Mailfert [II-3]. Le théorème de décomposition harmonique établi dans ces travaux permet de déterminer la valeur de la densité superficielle de courant qui doit être distribuée sur un cylindre de rayon R_{ref} pour reproduire à l'intérieur un champ magnétique qui possède les propriétés souhaitées.

2.1 Expression de la distribution idéale de courant en fonction des variables du problème inverse G, R, ϵ_x et ϵ_y

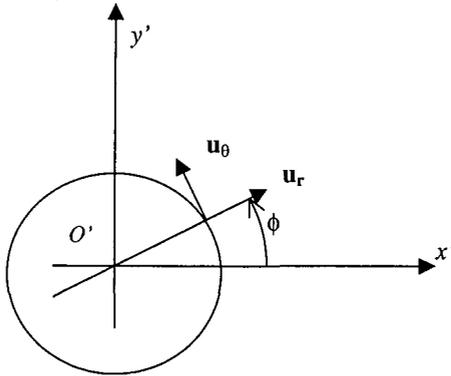


Fig. II-11 Définition du repère cylindrique

On a les relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_r = \cos(\phi) \mathbf{u}_{x'} + \sin(\phi) \mathbf{u}_{y'} \\ \mathbf{u}_\theta = -\sin(\phi) \mathbf{u}_{x'} + \cos(\phi) \mathbf{u}_{y'} \end{cases} \quad (\text{II-75})$$

D'après [II-5], il suffit de distribuer la densité superficielle $\mathbf{K} = 2 \mathbf{H}_t \times \mathbf{n} = K_z \mathbf{u}_z$ où \mathbf{n} est un vecteur normal à la surface et \mathbf{H}_t est le champ tangentiel à au cylindre.

Ceci donne :

$$K_z = 2 H_\phi \quad (\text{II-76})$$

Or, $\underline{\mathbf{H}} = H_y + i H_x$, donc avec la relation (II-75), on a :

$$H_\theta = -\sin(\phi) \text{Imag}(\underline{\mathbf{H}}) + \cos(\phi) \text{Re}(\underline{\mathbf{H}}) \quad (\text{II-77})$$

Et par conséquent :

$$K_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\lambda}{(n-1)!} d^{\alpha-n} \left(\prod_{u=0}^{n-1} (\alpha-u) \right) R_{ref}^{n-1} \cos\left(n\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) + \alpha\phi_a\right) \right) \quad (\text{II-78})$$

Comme précédemment, cette dernière expression peut être exprimée en fonction des variables du problème inverse G , R , ϵ_x et ϵ_y (on suppose une nouvelle fois l'approximation $\epsilon_x \approx \delta$ valable) :

$$K_z = \frac{8(1-\epsilon_x)^{4\epsilon_x}}{\mu_0(6\epsilon_x+\epsilon_y)} \sqrt{\frac{2\epsilon_x G R}{2\epsilon_x + \epsilon_y}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(\prod_{u=0}^{n-1} \left(\frac{6\epsilon_x + \epsilon_y}{4\epsilon_x} - u \right) \right) \frac{\sin\left(n\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)\right) \left(\frac{R_{ref}}{R}\right)^{n-1}}{(n-1)! \epsilon_x^{1/2-n}} \right) \quad (\text{II-79})$$

On peut aisément vérifier que $\int_0^{2\pi} K_z dl = 0$, ce qui signifie que la structure multipolaire idéale correspond donc à une solution « physiquement » réalisable au moyen de bobines dont les courants « aller » sont égaux aux courants « retour ».

2.2 Application au cas de la lévitation de l'hydrogène liquide

Pour tester la pertinence de la méthode précédente, nous allons identifier la distribution de courant idéale permettant de répondre à un problème de lévitation donné, et vérifier que le champ de force magnétique a bien les propriétés désirées. L'exemple choisi est celui de la lévitation de l'hydrogène liquide.

On souhaite obtenir dans une zone utile de 5mm de rayon, une valeur de G de 1000 T²/m pour compenser la gravité. De plus, on désire que les homogénéités résiduelles verticale et horizontale et verticale soient égales, et qu'elles ne dépassent pas 2% dans la zone de travail.

On choisit $\alpha > 3/2$, ce qui assure un équilibre stable et dans le même temps permet de diminuer la valeur de l'induction magnétique.

$$\text{Comme } \xi = 1, \text{ on obtient } \alpha = \frac{7}{4} \text{ et } \phi_a = \frac{-2\pi}{7}.$$

Ensuite, compte tenu des valeurs de G , R , on obtient les valeurs suivantes :
 $d = 0.250 \text{ m}$, $\|\mathbf{B}\| \approx 13 \text{ T}$, $\lambda = 1.669 \cdot 10^7 \text{ T.m}^{3/2}$

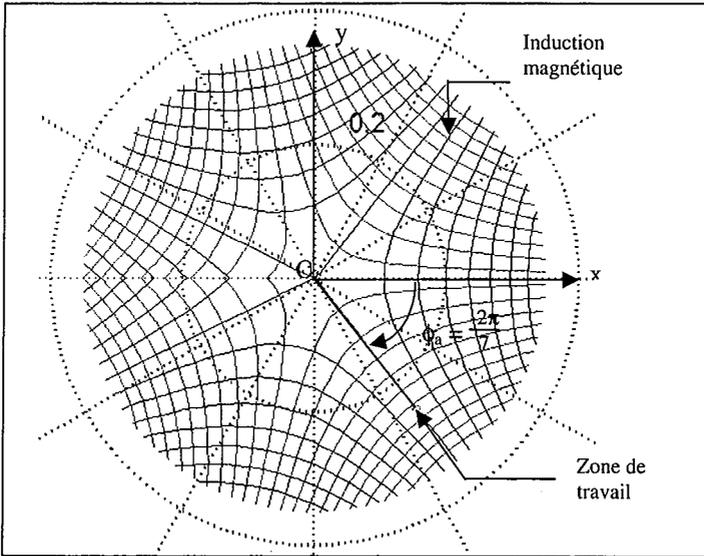


Fig. II-12a. Localisation de la zone de travail

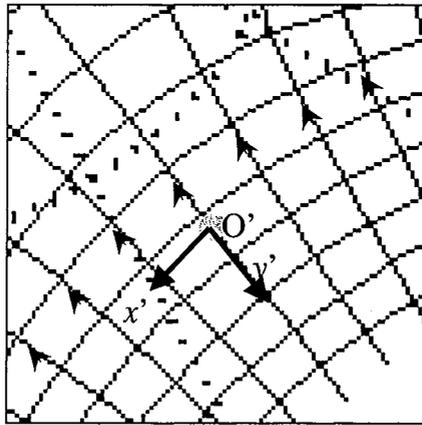


Fig. II-12b. Zoom sur la zone utile

Sur la figure précédente, nous avons défini les axes $O'x'$ et $O'y'$. Par la suite, nous appellerons $O'x'$ l'axe horizontal et $O'y'$ l'axe vertical.

Grâce à la relation (II-79), on identifie ensuite la densité de courants superficiels K_z qu'il faut distribuer sur le contour de la zone de rayon R pour obtenir à l'intérieur le champ magnétique voulu. L'allure de cette distribution en fonction de l'angle ϕ est donnée sur la II-13. en trait plein. Celle-ci étant voisine de $\cos(\phi)$, distribution qui permet d'obtenir un champ magnétique constant, nous avons aussi représenté, en pointillés, la fonction $\phi \rightarrow 50.(K_z - \max(K_z) \cdot \cos(\phi))$, pour bien mettre en évidence l'écart par rapport à la distribution sinusoïdale.

La figure II-14a. donne la carte de champ au voisinage de la zone de travail. Là encore, on peut voir que l'allure est très proche de celle de la carte de champ d'un dipôle parfait (champ uniforme).

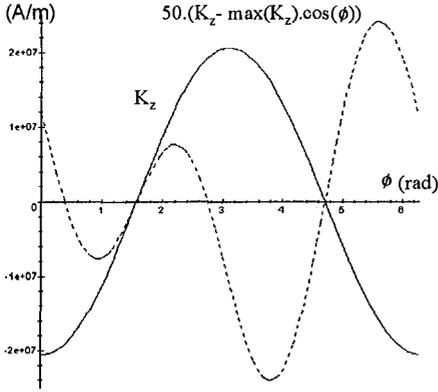


Fig. II-13. Distribution idéale de courant

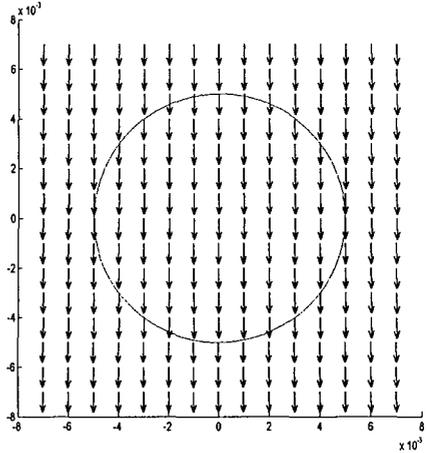


Fig. II-14a. Carte de champ

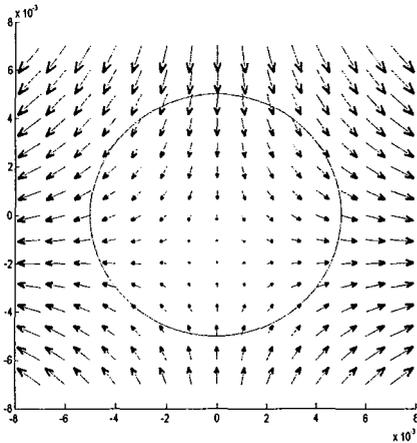


Fig. II-14b. Carte de champ résiduel

La figure II-14b. donne la carte de champ correspondant à la densité $\phi \rightarrow 50.(K_z - \max(K_z).\cos(\phi))$, autrement dit c'est la carte du champ total auquel on a retranché $|C_1|$, le terme dipolaire du développement.

On constate pour le champ résiduel la prépondérance d'un terme quadrupolaire (harmonique C_2).

Pour bien mettre en évidence la prépondérance du terme dipolaire dans la décomposition harmonique idéale, nous avons calculé, toujours dans le même cas de figure, la valeur des trois premiers harmoniques $|C_n|$.

n	$ C_n $ en T	$100. C_n / C_1 $
1	12.975741	100
2	0.389246	3
3	0.00194610	0.015

Dès que l'on dépasse le terme sextupolaire ($n>3$), l'importance relative des harmoniques de rang plus élevé par rapport au fondamental (terme dipolaire) devient quasiment négligeable puisque inférieure à 1 pour 10000.

Les figures II-15a. et II-15b. représentent respectivement l'allure des composantes horizontales et verticales de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ au voisinage de la zone utile représentée par le cercle.

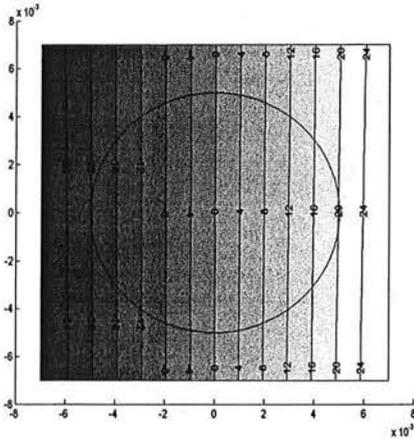


Fig. II-15a. Composante horizontale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$

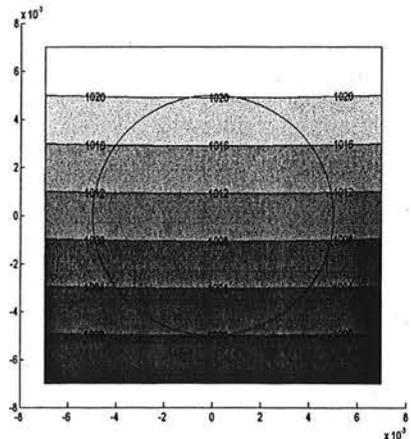


Fig. II-15b. Composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$

On constate que les contraintes, imposées au départ lors de la détermination de la forme adéquate du potentiel magnétique complexe, sont bien respectées.

Comme $G = 1000 \text{ T}^2/\text{m}$, 2% de variation sur l'homogénéité résiduelle correspondent à $20 \text{ T}^2/\text{m}$. On vérifie effectivement que les composantes horizontale et verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ respectent ces contraintes dans la zone de travail.

On peut également faire deux remarques :

- La faible valeur du terme sextupolaire, nécessaire pour répondre aux spécifications, montre que dans le cas d'une mise en œuvre pratique, la réalisation effective des bobines destinées à créer la distribution de champ doit être assez précise pour éviter des harmoniques de distribution parasites.
- Si la valeur du champ dipolaire (pour l'application envisagée) est telle que des bobines supraconductrices (ou hybrides) sont de toutes façons indispensables, on constate aussi que les termes d'ordre supérieur sont assez faibles pour qu'on puisse éventuellement envisager leur création au moyen d'autres sources de champ. Une part importante de notre travail sera ainsi consacrée à l'étude d'inserts ferromagnétiques plongés dans le champ principal d'une bobine supraconductrice (voir chapitres IV et V).

La méthode proposée permet donc d'identifier une distribution idéale de courants répondant à un problème de lévitation donné. Il convient ensuite de discrétiser ces structures en modélisant cette fois les courants par des densités volumiques pour obtenir des structures « réelles ». une optimisation de la structure discrétisée permet ensuite d'atteindre au mieux les contraintes fixées. Nous verrons dans le chapitre suivant un exemple de calcul complet d'un aimant multipolaire basé sur cette méthode.

3 Perspectives à la suite de la modélisation proposée

Dans la modélisation, nous avons choisi de nous restreindre à l'étude des formes de potentiels $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^\alpha$ et de choisir rapidement une position pour la zone utile telle que $\phi_a = \frac{-\pi}{2\alpha}$, ce qui permet d'avoir une induction \mathbf{B} et un vecteur $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ colinéaires et de sens opposé. Or, nous avons vu que l'intérêt de la forme de potentiel est qu'il est possible de choisir le décalage angulaire entre champ et force magnétique.

De futurs travaux pourraient donc envisager la poursuite de la résolution du problème dans le cas particulier d'un champ et d'une force magnétique perpendiculaires et l'extension au cas plus général d'un déphasage quelconque.

Ceci devrait permettre, en appliquant les mêmes méthodes que celle utilisées précédemment, d'obtenir successivement :

- Les conditions de stabilité
- L'identification d'une forme particulière de potentiel magnétique complexe à partir des contraintes G , R , ε_x et ε_y
- L'identification d'une distribution de courants superficiels permettant d'obtenir la forme de potentiel magnétique prescrite.

Compte tenu du temps qui nous a été nécessaire pour mettre en place la modélisation dans le cas particulier traité précédemment, nous sommes parfaitement conscients de la lourdeur mathématique des calculs à entreprendre.

De plus, nous n'avons pas encore défini le champ d'application de telles structures, mais il semble que cette variation du décalage angulaire entre champ et force magnétique pourrait être particulièrement intéressante dans le domaine de la croissance cristalline de protéines, sur laquelle la direction du champ appliqué semble jouer un rôle important [II-10].

CHAPITRE III

DISPOSITIFS DE LEVITATION EN GEOMETRIE CYLINDRIQUE

Sommaire

1	Introduction.....	61
2	Etude d'un aimant multipolaire pour la fabrication de cibles cryogéniques.....	63
2.1	Cadre général de l'étude et spécifications	63
2.1.1	Contexte scientifique	63
2.1.2	Spécifications	64
2.1.3	Etude magnétique.....	65
2.2	Conclusion	71
3	Bobinage supraconducteur pour la lévitation de l'eau.....	72
3.1	Configuration des bobinages supraconducteurs.....	72
3.1.1	Distribution idéale de courant.....	72
3.1.2	Structure multipolaire effective	73
3.2	Convection naturelle	76
3.2.1	Équations régissant la convection.....	76
3.2.2	Calcul sans champ magnétique ($g_{\text{eff}} = g$).....	77
3.2.3	Calcul avec champ magnétique	78
3.2.4	Conclusion sur la structure magnétique destinée à la lévitation de l'eau	79
4	Conclusions sur les configurations magnétiques proposées.....	81

Dans ce troisième chapitre, nous allons étudier la conception de deux dispositifs supraconducteurs pour la lévitation. Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à la lévitation de cibles cryogéniques destinées à la fusion par confinement inertiel. Dans un deuxième temps nous étudierons un bobinage supraconducteur destiné à réaliser la lévitation magnétique de l'eau, et nous mettrons en évidence l'influence de la force magnétique ainsi créée sur les courants de convection dans le fluide.

1 Introduction

Nous avons identifié dans le chapitre précédent, dans le cas de géométries bidimensionnelles invariantes par translation, des distributions théoriques de courants permettant de répondre à n'importe quel problème de lévitation défini par une valeur de G dans un domaine donné, avec des homogénéités imposées. L'étape suivante consiste donc à dimensionner un système magnétique permettant de créer la carte de champ désirée. Dans notre étude, nous considérerons uniquement des géométries bidimensionnelles invariantes par translation afin de pouvoir augmenter la taille de la zone utile en jouant sur la profondeur de l'aimant. Notre démarche a été inspirée par le fait que pour certaines applications, la zone utile offerte par une géométrie de type solénoïdale n'est pas satisfaisante alors qu'une zone cylindrique convient.

Mais, à l'époque où ces études ont été réalisées, nous n'avions pas encore mis au point la formulation complète du problème de lévitation dans le cas bidimensionnel telle que nous l'avons présentée au chapitre II. Le calcul magnétique a donc été réalisé à partir de la forme particulière du potentiel magnétique complexe proposée par Durand [III-1] et définie par :

$$\underline{W}(z) = -\lambda z^{3/2} \quad (\text{III-1})$$

Comme on l'a vu au chapitre II, cette forme particulière du potentiel magnétique complexe permet d'obtenir un champ de forces magnétiques purement radial et de norme constante dans tout l'espace (voir Fig. II-8).

Il est possible de définir en raison de la forme particulière du champ de forces centrales créé, dans un espace cylindrique circulaire où règne un potentiel de la forme (III-1), une infinité de zones de travail cylindriques circulaires de rayon R dont la valeur de la composante verticale de la force magnétique est constante à un pourcentage près imposé.

La densité superficielle de courant à disposer à la périphérie du cylindre circulaire est obtenue sous forme d'une série de multipôles. Ce type de structure est donc particulièrement adapté à une réalisation effective par association de plusieurs aimants supraconducteurs de type aimants d'accélérateurs.

La méthodologie présentée au chapitre II permet de calculer la densité superficielle de courant K_z à distribuer sur le cylindre de rayon R_{ref} pour reproduire à l'intérieur de celui-ci la distribution de champ magnétique correspondant à $\underline{W}(z) = -\lambda z^{3/2}$:

$$K_z = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2\lambda}{(n-1)!} d^{\frac{3}{2}-n} \left(\prod_{u=0}^{n-1} \left(\frac{3}{2}-u \right) \right) R_{ref}^{n-1} \cos \left(n \left(\phi - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{3}{2} \phi_a \right) \right) \quad (\text{III-2})$$

Un des avantages de la modélisation proposée est qu'elle permet de régler, en jouant sur la valeur de ϕ_a , le décalage angulaire entre les vecteurs \mathbf{B} et $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$. Or, dans certaines applications, notamment la cristallogénèse, un dispositif dans lequel champ magnétique et force magnétique n'ont pas la même direction pourrait s'avérer intéressant, de manière à étudier comment la direction du champ magnétique peut influencer sur la cristallisation.

Nous allons maintenant à travers deux exemples, voir comment, à partir de la formule précédente, il est possible de dimensionner une structure magnétique réelle. Le premier exemple correspond à la lévitation de cibles cryogéniques, le second à la diminution des courants de convection thermique dans l'eau.

2 Etude d'un aimant multipolaire pour la fabrication de cibles cryogéniques

2.1 Cadre général de l'étude et spécifications

2.1.1 Contexte scientifique

Dans le cadre du programme européen de recherche sur la fusion contrôlée, l'association EURATOM/CEA poursuit des recherches sur le réacteur à fusion par confinement inertiel (Inertial Fusion Energy - IFE). Le Service des Basses Températures (SBT) du CEA Grenoble est engagé depuis près de 5 ans dans ce programme.

La production d'énergie électrique grâce à un tel réacteur soulève de nombreux problèmes. Il a ainsi été établi qu'il est nécessaire de développer des systèmes particuliers permettant de produire et d'injecter des cibles cryogéniques dans la chambre à vide du réacteur à une fréquence de 5 Hz environ, ceci pour atteindre une puissance utile de l'ordre de 1000MW [III-2][III-3]. Les cibles, appelées encore microballons, sont des sphères creuses, de 5mm de diamètre, et réalisées en polystyrène ou en Béryllium. La face interne de ces sphères est recouverte d'une couche solide de deutérium ou de tritium [III-4] et l'épaisseur de cette couche solide doit être homogène. Le SBT a ainsi établi par le calcul d'une part, et expérimentalement d'autre part, que la lévitation magnétique peut être un moyen d'obtenir une couche d'hydrogène liquide d'épaisseur quasi constante à l'intérieur de la sphère avant de la refroidir et ainsi de la solidifier [III-5].

Un réacteur commercial de 1000 MW électriques «brûlant» 5 cibles par seconde, une production à grande échelle des cibles doit être envisagée. Compte tenu du temps de solidification du combustible à l'intérieur du microballon, estimé à 30 secondes [III-6], l'emploi de solénoïdes supraconducteurs pour réaliser la lévitation n'est ici pas réaliste puisque 150 bobines seraient nécessaires. En revanche, des aimants multipolaires dont la géométrie longitudinale est comparable à celle des bobines utilisées dans les accélérateurs de particules (Large Hadron Collider au CERN par exemple), pourrait permettre de refroidir une multitude de cibles en lévitation magnétique.

Une nouvelle configuration magnétique, destinée à répondre au problème posé, a donc été étudiée au travers d'un contrat avec l'EURATOM, dans le cadre d'une collaboration entre le Service des Accélérateurs et de Cryogénie, et de Magnétisme (SACM) du CEA Saclay, le SBT du CEA Grenoble, et le Groupe de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nancy (GREEN). Les tâches étaient réparties de la manière suivante : le SBT s'est occupé du cahier des charges et des spécifications techniques, le GREEN, associé au SACM, a pris en main l'étude conceptuelle du système magnétique, et enfin, le SACM, qui travaille depuis longtemps déjà sur le développement et la réalisation de bobinages supraconducteurs, s'est chargé de l'étude du cryostat, et de la réalisation des plans de la géométrie.

L'étude réalisée a porté sur la conception d'un long aimant multipolaire à l'intérieur duquel 30 cibles se déplacent à la vitesse de 20 mm/s. Chaque microballon se trouve en état de lévitation pendant 30 secondes (temps nécessaire à la solidification) et chaque seconde, une cible est prête à être tirée.

2.1.2 Spécifications

2.1.2.1 Géométrie des cibles

Les cibles utilisées seront des cibles dites «à attaque directe» dont les dimensions sont reportées sur le schéma suivant.

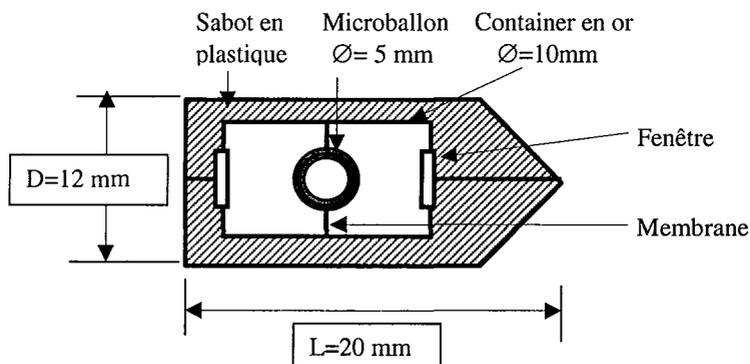


Fig. III-1. Schéma d'une cible

L'épaisseur du microballon est de $400 \mu\text{m}$ et l'épaisseur de la couche de D_2 solide est de $250 \mu\text{m}$. Les cibles doivent être enfermées dans un sabot en plastique pour résister à l'accélération pendant le tir. Une fois dépassée la zone de lévitation (vol libre), le sabot est séparé en deux moitiés qui sont arrêtées avant l'entrée dans la chambre à vide.

2.1.2.2 Schéma conceptuel du bobinage

La structure multipolaire doit permettre d'atteindre une valeur de G égale à $2000\text{T}^2/\text{m}$ pour réaliser la lévitation du deutérium. L'uniformité doit être 1% dans un cylindre circulaire de 5mm de diamètre et de 600mm de long. Les cibles seront présentées à l'entrée de l'aimant à une température de 19K. À cette température, le deutérium est liquide (le point triple du deutérium est à 18.7K). Les cibles doivent sortir du dispositif multipolaire à une température plus basse que 18K ; le tube à l'intérieur duquel elles se déplaceront a 12mm de diamètre est également soumis à un gradient thermique longitudinal. Les cibles sont refroidies par le gaz d'Hélium à la basse pression (100mbars) contenue dans le tube.

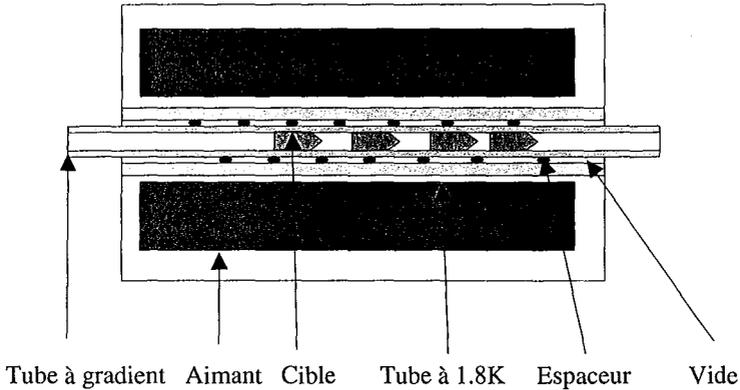


Fig. III-2. Représentation schématique des cibles dans la bobine

2.1.3 Etude magnétique

Nous avons donc cherché une nouvelle configuration de bobines, basée au départ sur une géométrie 2D, invariante par translation, pour tenter de répondre au problème posé. Il s'agit clairement ici d'un « problème inverse de synthèse de source » : identifier les sources de courant permettant de générer dans une zone de 5mm de diamètre un champ magnétique tel que $G = 2000 \text{ T}^2/\text{m}$ à 1% près (lévitation du deutérium).

2.1.3.1 Structure multipolaire idéale

En tenant compte des spécifications, on détermine les valeurs de d et λ : d est donné par la connaissance de l'angle δ ($\delta = 8,1^\circ$) et le rayon de la zone utile ($R_{ref} = 5 \text{ mm}$), et λ est fixé de telle manière à assurer $G = 2000 \text{ T}^2/\text{m}$.

Densité superficielle pour différentes valeurs de l'homogénéité de la force :

Noir : 1%	Rouge : 10%	Magenta : 50%
Vert : 5%	Bleu : 30%	

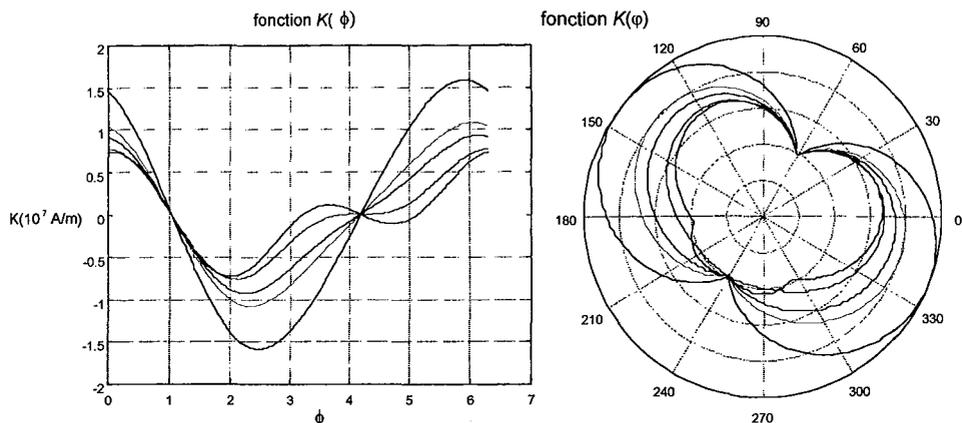


Fig. III-3. Représentation de la densité superficielle

On constate que l'obtention de forces très homogènes nécessite les plus grandes valeurs de densités de courant.

2.1.3.2 Structure multipolaire effective

Il convient maintenant de discrétiser la structure multipolaire précédente (courbe noire), les courants étant cette fois-ci modélisés par des densités volumiques. Le C.E.A. Saclay, travaillant depuis de nombreuses années sur les aimants supraconducteurs d'accélérateurs de particules, a développé un formalisme permettant d'obtenir une structure effective des bobinages [III-7].

On voit bien d'après la forme de la densité superficielle de courant distribuée sur le cercle que celle-ci est très proche de celle obtenue dans le cas d'un dipôle parfait (courant superficiel de la forme $\cos \theta$).

Par ailleurs, si on souhaite obtenir une homogénéité de 1% sur les composantes verticale et horizontale (ce qui correspond à une variation de 20 T²/m maximum suivant O_x et O_y) de la force magnétique, il faut de fortes valeurs de la densité superficielle. Le terme dipolaire issu de la décomposition du champ sous forme de multipôles, vaut alors environ 20 T. Cette valeur de champ semble impossible à atteindre compte tenu des performances actuelles en matière de supraconducteurs.

Nous allons donc chercher à discrétiser la courbe idéale de la figure III-3., puis nous allons calculer numériquement la distribution de champ magnétique à l'aide du code de calcul Roxie [III-8], mais en respectant des valeurs de champ acceptables avec la technologie des supraconducteurs en Nb₃Sn. Nous en déduisons la valeur de l'homogénéité qu'il est possible d'obtenir.

Le câble supraconducteur utilisé est de type Rutherford [III-9] (2600 A/mm² à 13.8 T à 1.8°K) ; de section 17.8×2.38 mm² et on prend en compte pour le calcul magnétique la culasse magnétique. Celle-ci est composée de fer (perméabilité relative 4000), supposé parfaitement circulaire ; son rayon interne est de 100 mm et elle est s'éteindre à l'infini. Nous avons pu constater que la présence de la culasse permet de réduire considérablement le courant à

injecter dans les blocs supraconducteurs pour obtenir des valeurs de champ identiques au cas sans culasse.

2.1.3.3 Calcul magnétique et optimisation de la géométrie réelle

La configuration des bobinages supraconducteurs est optimisée à partir de la configuration initiale issue de la décomposition précédente, grâce aux fonctions disponibles dans le logiciel Roxie, de manière à minimiser les variations de la force magnétique horizontalement et verticalement et à maximiser la valeur de la force magnétique obtenue sur l'axe vertical. Le calcul de la force magnétique n'étant pas prévu initialement dans le logiciel, la collaboration de S. Russenchuck, concepteur de Roxie, a été nécessaire pour y implanter un nouveau module permettant de traiter les problèmes de lévitation magnétique.

Nous avons d'abord cherché à obtenir une géométrie réaliste (au niveau du câble utilisé) en s'imposant une variation égale ($20 \text{ T}^2/\text{m}$ au maximum) sur les composantes horizontales et verticales. Dans ce qui suit, les homogénéités horizontale ϵ_x et verticale ϵ_y sont définies en pourcentage de G , module de la composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ (voir chapitre II).

Les solutions calculées en imposant au niveau de l'optimisation la même homogénéité pour les composantes horizontales et verticales de la force magnétique ont donné des résultats mais la valeur $G = 2000 \text{ T}^2/\text{m}$ était loin d'être atteinte : pour une même homogénéité horizontale et verticale de 1%, et avec les mêmes valeurs de courant dans le câble, nous avons obtenu G de l'ordre de $500 \text{ T}^2/\text{m}$. Il aurait alors fallu augmenter le courant dans les blocs ce qui aurait donné un champ de crête (peak field) beaucoup trop important, compte tenu du câble utilisé.

La solution finalement obtenue avec des bobinages de type $\cos \theta$ est présentée sur la figure suivante. La force magnétique obtenue est de $2000 \text{ T}^2/\text{m}$. La variation est bien de 1 % sur la composante verticale de la force (homogénéité de 1%) mais elle n'est que de 5.5% sur la composante horizontale. Le peak field est de 11.45 T (bloc 6), ce qui assure une marge de transition (quench) minimum de 17.8%.

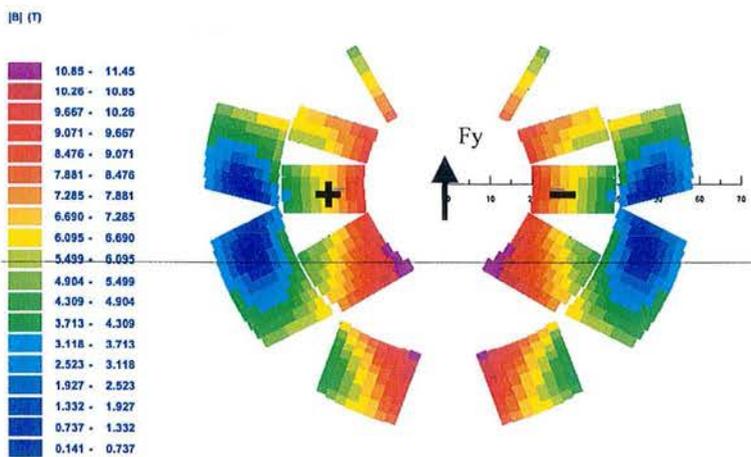


Fig. III-4. Vue en coupe de la structure $\cos\theta$

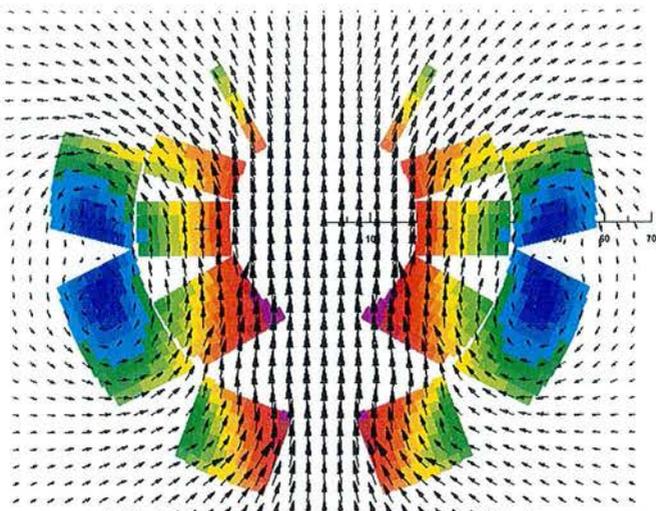


Fig. III-5. Carte de champ

On s'intéresse maintenant à la représentation de la force résiduelle, somme des forces magnétiques de lévitation et de la pesanteur \mathbf{g} , obtenue dans le cas d'une telle configuration magnétique. Les courbes suivantes présentent respectivement la gravité résiduelle (III-6) et (III-7), les lignes de niveaux des composantes horizontales (III-8) et verticales (III-9) de la force résiduelle dans une fenêtre carrée de 5 mm de côté placée au centre magnétique. L'homogénéité de 1% sur la valeur nécessaire pour faire léviter de l'hydrogène, correspond à une variation maximum de $20 \text{ T}^2/\text{m}$.

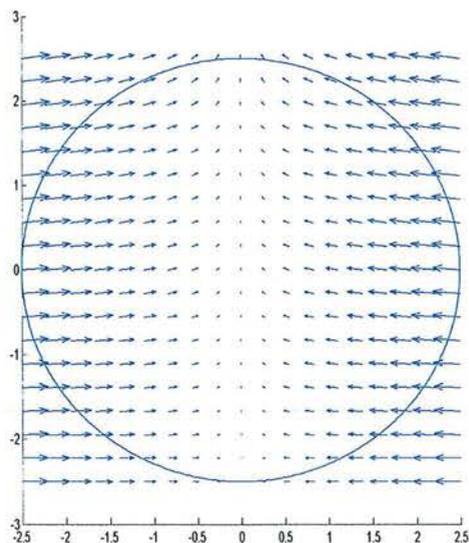


Fig. III-6. Gravité résiduelle dans une fenêtre carrée centrée au centre magnétique de 2.5 mm de côté

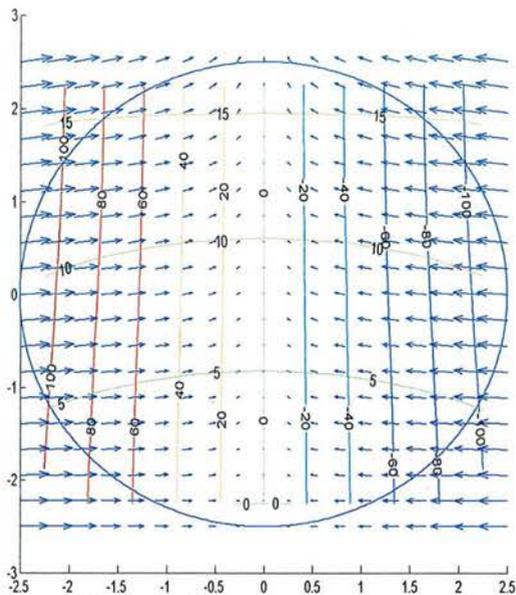


Fig. III-7. Lignes de niveau des composantes horizontales et verticales
Valeurs en T^2/m

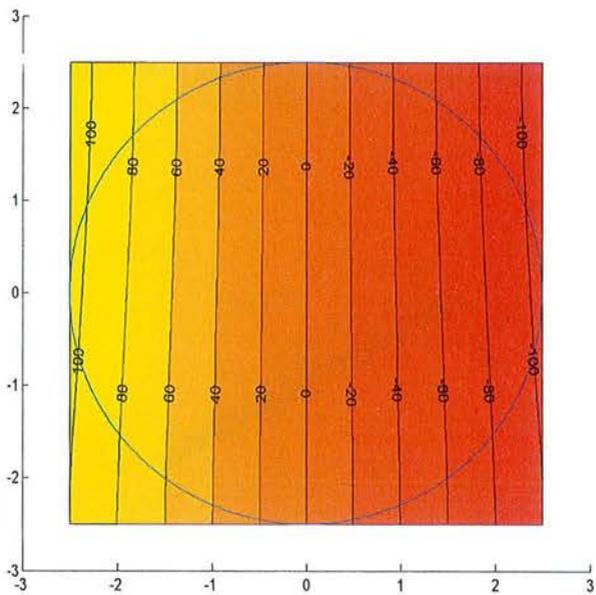


Fig. III-8. Lignes de niveau de la composante horizontale
Valeurs en T^2/m

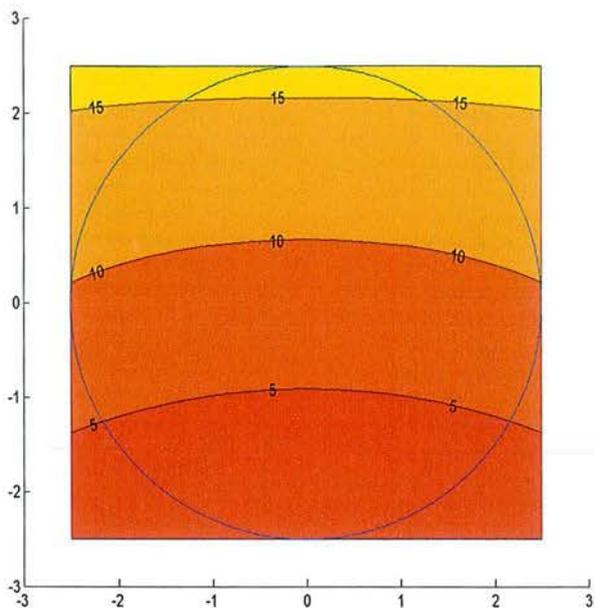


Fig. III-9. Lignes de niveau de la composante verticale
Valeurs en T^2/m

Pour avoir une idée plus précise de l'aimant, et plus particulièrement des têtes de bobines, nous avons représenté une vue 3D de la structure multipolaire.

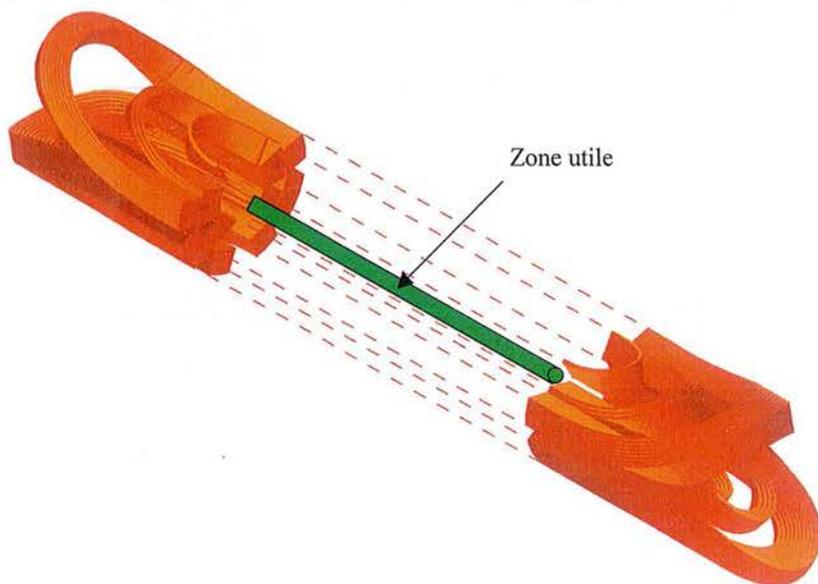


Fig. III-10. Vue 3D de l'aimant

A partir de ce dimensionnement magnétique de l'aimant, le SACM a réalisé ensuite l'étude du cryostat dont les principaux résultats sont donnés en annexe B.

2.2 Conclusion

Nous avons dimensionné une structure magnétique permettant de réaliser la lévitation magnétique des microcibles. Si l'obtention d'une force de lévitation suffisante ne pose trop pas de problème, il est en revanche impossible d'obtenir une force résiduelle suivant l'horizontale de l'ordre de 1% de la composante verticale (*i.e.* une variation inférieure à 20 T²/m) dans une zone circulaire de 5 mm de diamètre. Ceci nécessite en effet des valeurs d'induction très grandes compte-tenu des performances des supraconducteurs à l'heure actuelle. De plus nous avons souhaité utiliser un câble avec des caractéristiques réelles pour le calcul de la géométrie finale. La valeur de 2000 T²/m pour la composante verticale de la force est atteinte mais les résultats en terme d'homogénéité sur la gravité résiduelle sont assez loin des objectifs initiaux : l'homogénéité est inférieure à 1 % sur la composante verticale de la force mais elle n'est que de 5.5% sur l'axe horizontal.

Nous sommes partis d'une structure idéale obtenue en partant d'une forme de potentiel de la forme $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$ puisqu'elle permet d'obtenir une force magnétique purement radiale et de module constant. A l'époque où ces calculs ont été réalisés, nous n'avions pas encore étendu notre réflexion au cas plus général $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^\alpha$. D'après les résultats établis au chapitre II, nous savons maintenant que la forme $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{7/4}$ permet d'obtenir dans une zone cylindrique donnée un champ de force résiduel dont les uniformités verticales et horizontales sont identiques. Mais cela aurait nécessité la création d'un champ magnétique plus important, conformément à la relation (II-59) qui relie directement la valeur de l'induction moyenne aux variables ϵ_x , ϵ_y , G et R .

Le cahier des charges initial ne pouvant être atteint avec les technologies actuelles, il faut remonter en amont et étudier d'autres procédures, faisant appel - ou pas - à la lévitation magnétique pour répartir uniformément le deutérium au cours de la solidification à l'intérieur des microcibles. On pourrait ainsi imaginer un système magnétique identique à celui que nous avons dimensionné, mais où on imposerait aux cibles un mouvement rotatif dans le plan perpendiculaire à Oz au cours de la solidification (par exemple au moyen d'un guide hélicoïdal dans le tube où les cibles se déplacent). On peut penser que la répartition de la couche de deutérium solide serait plus homogène ; nous n'avons pu modéliser ce procédé imaginé trop récemment.

3 Bobinage supraconducteur pour la lévitation de l'eau.

Un des objectifs de la cristallogenèse est l'amélioration des propriétés de diffraction des cristaux. Des expériences récentes ont montré que la microgravité, ou simulation d'impesanteur, a une influence positive sur la perfection des cristaux de plusieurs protéines [III-10], ce qui peut par exemple s'avérer être capital dans l'accomplissement du projet Génome Humain (Human Genome Project) [III-11]. La gravité peut être compensée avec succès par des forces magnétiques pour les substances diamagnétiques [III-12], ce qui est le cas de la plupart des protéines et de l'eau, dans laquelle elles sont généralement en solution.

Dans les expériences de croissance cristalline réalisées jusqu'à présent [III-11], une précision de 1% sur l'uniformité de la composante verticale de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ dans la zone de travail est recherchée.

La condition de lévitation d'une substance diamagnétique (I-4) conduit pour l'eau à $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ avec $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$, $g = 9.81 \text{ m}/\text{s}^2$, et $\chi_m / \rho = -8.8 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$.

La lévitation de l'eau en soi requiert une uniformité qui varie en fonction du volume à faire sustenter car les tensions superficielles à la surface de la goutte d'eau suffisent alors à maintenir sa cohérence (voir annexe A). On montre ainsi qu'il suffit d'une uniformité de l'ordre de 5% sur le champ de force résiduel pour assurer la coalescence d'un volume sustenté dont la longueur caractéristique vaut 1 cm.

Nous allons chercher à identifier les sources de courant permettant de générer dans une zone la plus grande possible $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ à 1% près.

3.1 Configuration des bobinages supraconducteurs

Pour résoudre ce problème inverse, nous utiliserons de nouveau la méthode précédente qui consiste à identifier une structure idéale de bobinage supraconducteur (idéale car les courants sont modélisés par des densités purement superficielles) générant la distribution de champ magnétique cherchée, puis nous dimensionnerons un bobinage réel (les courants sont alors modélisés par des densités volumiques) pour approcher au mieux la structure idéale et les propriétés initialement prescrites.

3.1.1 Distribution idéale de courant

Nous partons à nouveau de la forme particulière du potentiel vecteur définie précédemment (III-2) puisque le champ de force magnétique ainsi obtenu est purement radial et de norme constante dans tout l'espace.

d est déterminé par la donnée de l'angle δ ($\delta = 8,1^\circ$) et le rayon de la zone utile ($R = 10 \text{ mm}$), soit $d = 70,9 \text{ mm}$.

λ est fixé de telle manière à assurer $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ soit $\lambda = 35.28 \text{ T.m}^{-3/2}$

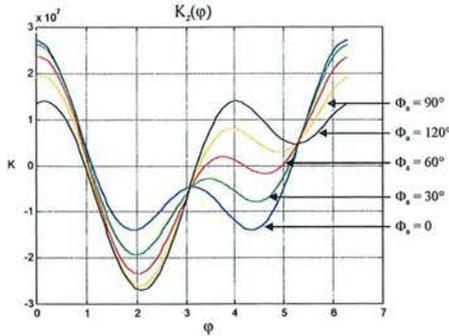


Fig. III-11. Courbe $K_z(\varphi)$ de la densité superficielle de courant distribuée sur le cylindre

La densité superficielle de courant K_z est obtenue sous forme d'une série de multipôles (III-11) pour différentes valeurs de ϕ_a . Suivant cette valeur de ϕ_a , la zone de travail choisie se déplace dans le plan (voir Fig. II-3), permettant ainsi de modifier angulairement les directions relatives du champ magnétique et du champ de forces magnétiques.

3.1.2 Structure multipolaire effective

Une nouvelle fois, la distribution de champ magnétique ainsi obtenue est calculée numériquement à l'aide du code de calcul Roxie. Le conducteur utilisé est le même que précédemment, à savoir un câble Nb_3Sn de type Rutherford dont la densité de courant critique est $J_c = 2600 \text{ A/mm}^2$ dans le supraconducteur à 1.8 K sous 13.8 T [III-9].

La configuration des bobinages supraconducteurs est ensuite optimisée, grâce aux fonctions disponibles dans le logiciel Roxie, de telle manière à minimiser la variation de la force magnétique sur l'axe central vertical de la structure (poids : 5) et à maximiser la valeur de la force magnétique obtenue (poids :1).

Deux structures de bobinages ont été envisagées pour $\phi_a = \frac{\pi}{3}$, c'est à dire un champ magnétique de même direction que la force magnétique au centre de la zone :

- Une structure de type $\text{Cos}(\theta)$ calquée directement sur les structures d'aimants d'accélérateurs, où les bobines ont une forme de selle de cheval.
- Une structure de type « racetrack », où les bobines sont exclusivement planes de forme type piste de course [III-13].

3.1.2.1 Structure Racetrack

La figure III-12 donne l'uniformité de la composante verticale de la force magnétique. L'uniformité à 1% est représentée par la couleur noire (la zone utile, dans laquelle l'uniformité est de 1%, est symbolisée par le rectangle blanc).

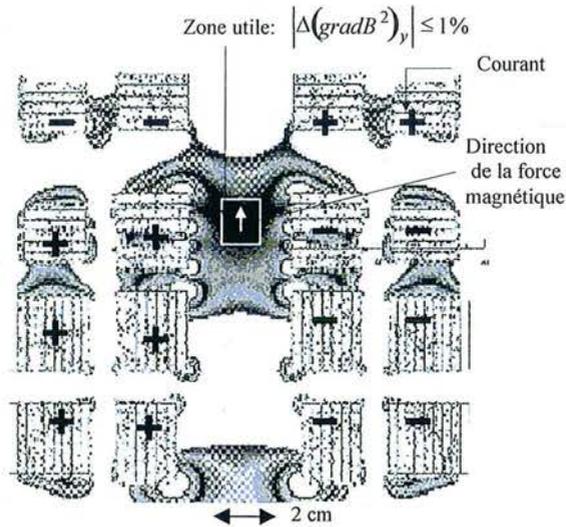


Fig. III-12. *Vue en coupe de la structure Racetrack, Uniformité de la composante selon Oy de la force magnétique*

3.1.2.2 Structure Cos(θ)

Les figures III-13 et III-14 donnent respectivement l'uniformité des composantes horizontale et verticale de la force magnétique. L'uniformité à 1% est représentée par la couleur bleu marine, et chaque variation de la couleur correspond à une variation de 1% de l'uniformité.

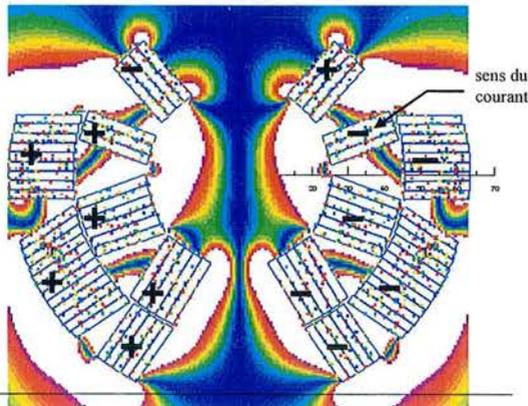


Fig. III-13. *Vue en coupe de la structure cos(θ), Uniformité de la composante selon Ox de la force magnétique rapportée à la valeur de G suivant Oy*

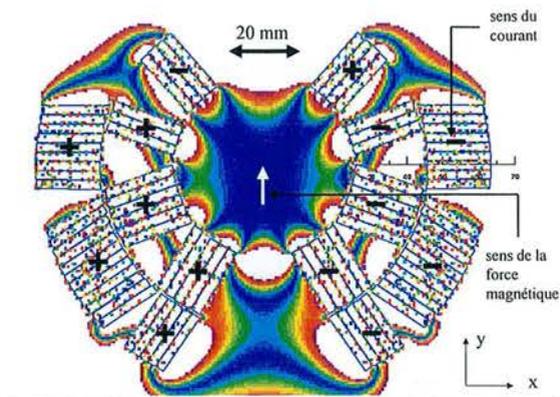


Fig. III-14. *Vue en coupe de la structure $\cos(\theta)$, Uniformité de la composante selon Oy de la force magnétique*

3.1.2.3 Comparaison entre les deux types de structures magnétiques

Dans les deux cas, les courants antagonistes (changement de signe des courants volumiques) dans le demi plan ($x > 0$) s'expliquent par la nécessité ici d'avoir un terme quadripolaire (voir chapitre II) important pour créer une valeur G suffisante. Cette particularité n'était pas observée dans la structure pour la lévitation des cibles présentée précédemment. Elle est liée à la valeur à la valeur plus élevée recherchée ici pour G . La même particularité semble exister pour les bobines solénoïdales [III-15].

Pour la structure Racetrack, la zone où la force magnétique verticale est uniforme à 1 % près et où le gradient du champ magnétique au carré vaut $2800 \text{ T}^2/\text{m}$ est un rectangle d'environ 1 cm^2 .

Pour la structure $\cos(\theta)$, la zone où la force magnétique verticale est uniforme à 1 % près et où le gradient du champ magnétique au carré vaut $2800 \text{ T}^2/\text{m}$ est un rectangle d'environ 3 cm^2 . En revanche, on constate que la composante horizontale est seulement homogène à 1% au voisinage de l'axe vertical. Pour $y = \pm 5 \text{ mm}$, on a toujours 1% sur la composante verticale, mais environ 8% sur la composante horizontale.

Les résultats obtenus avec sont la structure $\cos(\theta)$ sont meilleurs car les conducteurs répartis de manière circulaire sont plus proches de la zone utile ; ils sont donc plus « efficaces ». En revanche, si l'on intègre une réflexion sur la fabrication de telles structures, un bobinage supraconducteur basé sur l'utilisation de Racetrack est beaucoup facile à réaliser, spécialement en ce qui concerne les têtes de bobines.

3.2 Convection naturelle

On s'intéresse dans cette section aux mouvements de convection naturelle dans une cavité placée dans la zone de champ de la structure magnétique en $\text{Cos}(\theta)$ décrite plus haut. En effet, les mouvements de convection du liquide sont un élément perturbateur qu'il convient de minimiser pour la croissance des protéines qui est exothermique. Nous avons cherché à évaluer l'influence de la force résiduelle sur les mouvements de convection naturelle dans l'eau, pour des conditions thermiques particulières aux parois.

La modélisation de la convection a été réalisée en collaboration avec Francois-Paul Juster, chercheur au sein du SACM.

En s'inspirant des travaux de J. Qi *et al.* [III-16], la modélisation de la convection a été réalisée en considérant le cas d'une cavité carrée de 1 cm^2 supposée infiniment longue, maintenue à une température chaude T_c sur sa face inférieure et à une température froide T_f sur sa face supérieure, les deux autres faces étant isolées.

3.2.1 Équations régissant la convection

Pour un fluide incompressible soumis à une force volumique \mathbf{f}_m et placé dans un champ de pesanteur \mathbf{g} , les mouvements de convection sont régis par les équations de conservation dans le cadre de l'approximation de Boussinesq :

Équation du mouvement :

$$\mathbf{f}_m = \frac{1}{2} \chi_m \nabla \left(\frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{III-3})$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \rho \mathbf{V} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{f}_m \quad (\text{III-4})$$

Équation de conservation de la masse :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (\text{III-5})$$

Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = D \nabla^2 T \quad (\text{III-6})$$

où \mathbf{V} est le champ de vitesse, p le champ de pression, ν la viscosité cinématique et D la conductivité thermique.

L'approximation de Boussinesq revient à considérer que le fluide est visqueux et incompressible ($\rho = \rho_0$) sauf pour évaluer le terme $\rho \mathbf{g}$ de l'équation du mouvement où l'on pose $\rho = \rho_0(1 - \beta \Delta T)$ avec β coefficient d'expansion thermique. C'est ce terme qui introduit le couplage entre les équations (III-4) et (III-6) .

Nous avons résolu numériquement ce problème avec le code de calcul CASTEM2000 (formulation éléments finis semi-implicite [III-14]). Pour prendre en compte le terme de force magnétique dans le code, nous substituons un champ de gravité effectif, \mathbf{g}_{eff} , au champ de pesanteur classique en écrivant l'équation (III-6) sous la forme :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho \mathbf{v} = \rho \mathbf{g}_{\text{eff}} - \nabla p + \rho \mathbf{v} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (\text{III-7})$$

$$\mathbf{g}_{\text{eff}} = \mathbf{g} + \frac{\mathbf{f}_m}{\rho} \quad (\text{III-8})$$

Cette hypothèse est justifiée car elle permet de prendre en compte convenablement la variation avec la température de la force magnétique. En effet, dans les diamagnétiques (voir chapitre I), le moment dipolaire par particule est indépendant de la température. La susceptibilité χ_m varie donc comme le nombre de particules, *i.e.* comme ρ : $\chi_m = \chi_0 (1 - \beta \cdot \Delta T)$.

Le rapport $\frac{\mathbf{f}_m}{\rho}$ est alors indépendant de la température et d'après (III-3), $\frac{\mathbf{f}_m}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{\chi_m}{\rho} \nabla \left(\frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} \right)$.

On a retenu les valeurs suivantes :

$\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$D = 1.457 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$\chi_m / \rho = -8.8 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{kg}$	$\beta = 2.5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
$T_c = 22^\circ\text{C}$	$T_f = 20^\circ\text{C}$	

Ces valeurs fournissent les nombres adimensionnalisés suivants : $Pr = 6.86$ (Prandtl), $Gr = 4905$ (Grashof) et $Ra = 33655$ (Rayleigh).

Deux calculs 2D ont été effectués : un premier calcul sans champ magnétique et un second avec le champ magnétique créé par l'aimant précédemment dimensionné. Dans les deux cas on impose une condition de non-glissement en paroi. Nous avons utilisé un maillage régulier de 40×40 éléments carrés et un critère de convergence sur les vitesses calculées de 10^{-6} . Les calculs ont montré qu'un affinage de ces deux paramètres ne conduisait pas à des améliorations significatives de la précision des résultats ($< 0.1\%$) mais entraînait en revanche des temps de calcul réductoirement longs.

3.2.2 Calcul sans champ magnétique ($\mathbf{g}_{\text{eff}} = \mathbf{g}$)

La figure III-15 présente la carte de température obtenue, sur la figure III-16 on a tracé les iso-valeurs du potentiel ψ dont dérive le champ des vitesses, ce sont aussi les lignes de courant. La vitesse maximale calculée est de 0.773 mm/s . Il n'y a qu'une seule cellule de convection. La solution présentée correspond à un tourbillon en rotation dans le sens normal alors qu'il est *a priori* impossible de prévoir le sens de rotation. Pour obtenir le cas contraire (rotation dans le sens anti horaire), il suffit de symétriser les deux cartes présentées par rapport à la médiatrice commune aux deux faces à température imposée.

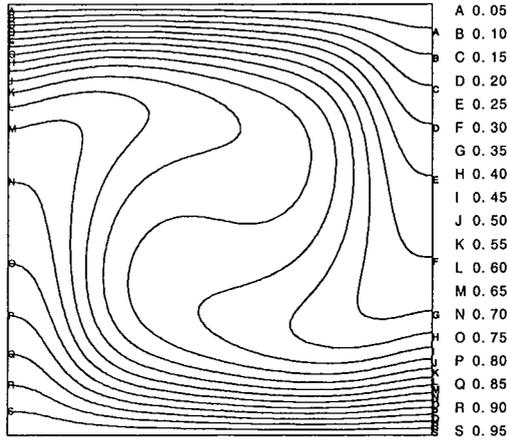


Fig. III-15. Calcul sans champ magnétique.
 Carte de température normalisée : $T_c = 1$, $T_f = 0$, $Ra = 33655$

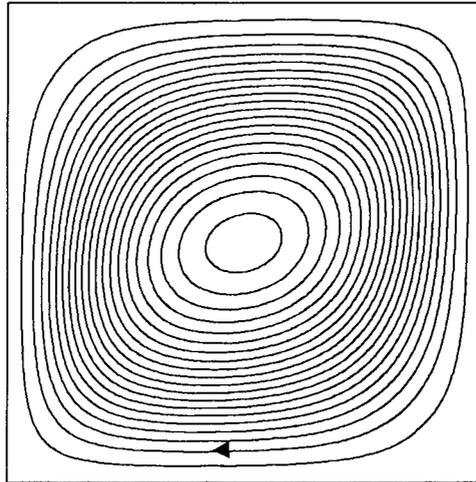


Fig. III-16. Calcul sans champ magnétique.
 Lignes de courant. $V_{max} = 0.773 \text{ mm/s}$

3.2.3 Calcul avec champ magnétique

La figure III-17 présente la carte de température obtenue, la figure III-18 les lignes de courant. On obtient deux tourbillons contrarotatifs, du fait de la symétrie par rapport à l'axe vertical du champ de pesanteur effectif. Les mouvements de convection sont dominés par la composante en x du champ de gravitation résiduelle ; cette composante est négative sur la demi cellule de droite, positive sur la demi cellule de gauche, en d'autres termes la composante en x du champ est toujours dirigé vers l'axe médian de la cellule (champ 'centripète'). Compte tenu des conditions aux limites imposées, il n'y a cette fois pas d'indétermination sur le sens de rotation dans chacune des cellules : la composante suivant l'axe Oy du vecteur vitesse est négative sur l'axe médian. La vitesse maximale calculée est maintenant de $71.4 \mu\text{m/s}$ soit une réduction d'un ordre de grandeur par rapport au cas

précédent. On peut également constater cet amortissement des mouvements de convection sur la carte de température qui présente une meilleure stratification.

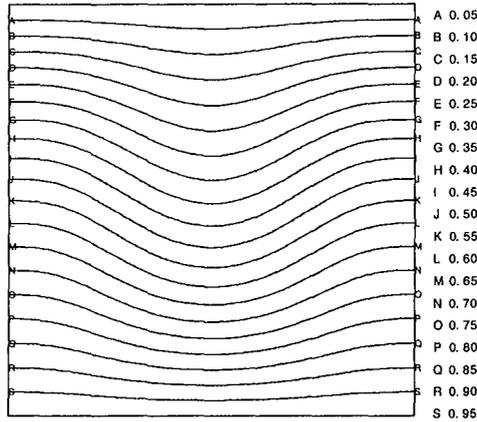


Fig. III-17. Calcul avec champ magnétique en $\text{Cos}(\theta)$.
 Carte de température normalisée : $T_c = 1, T_f = 0, Ra = 33655$

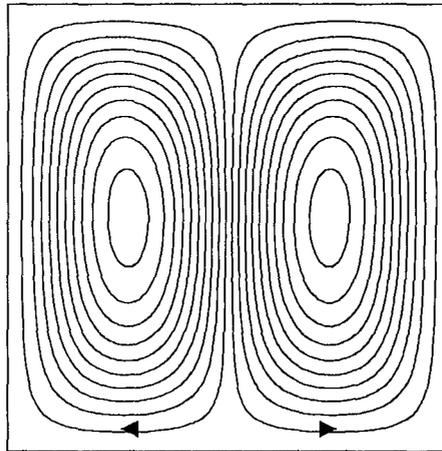


Fig. III-18. Calcul avec champ magnétique en $\text{Cos}(\theta)$.
 Lignes de courant. $V_{\text{max}} = 71.4 \mu\text{m/s}$

Cependant, la modélisation employée ici pour simuler les sources de chaleur n'est qu'une première étape. En effet, nous avons imposé les conditions de températures aux limites de la cellule.

Pour obtenir des résultats plus pertinents pour la cristallogénèse, il faudrait par exemple modéliser une source ponctuelle de chaleur à l'intérieur de la cellule où l'on souhaite étudier la convection.

3.2.4 Conclusion sur la structure magnétique destinée à la lévitation de l'eau

La méthode de résolution du problème inverse de synthèse de source conduit à de nouvelles structures de bobinages supraconducteurs pour la croissance cristalline de protéines. De plus, la structure magnétique (2D) calculée permet de créer un champ de force magnétique

quasi-homogène pour compenser la gravité dans une zone utile dont la taille n'est pas limitée dans la direction des génératrices du cylindre que par la longueur des bobinages, comme c'est classiquement le cas pour les structures solénoïdales utilisées dans les expériences de lévitation magnétique.

Enfin, nous avons mis en évidence que les mouvements de convection naturelle dans le fluide diamagnétique pouvaient être contrôlés grâce à la force magnétique, ce qui permet une meilleure stratification de la température. De plus, cette influence de la force magnétique sur la convection pourrait par exemple permettre de recréer de la convection par voie magnétique dans des systèmes en impesanteur réelle (vol orbital), et même de créer des figures de convection originales...

4 Conclusions sur les configurations magnétiques proposées

Nous avons vu dans ce chapitre comment il est possible de discrétiser la structure idéale pour dimensionner un bobinage réel.

L'idée de rechercher une structure purement supraconductrice permettait d'obtenir une configuration parfaitement linéaire en courant, *i.e.* de pouvoir a priori choisir la valeur de la force de lévitation, simplement en jouant sur la valeur du courant. De plus, comme nous l'avons montré au chapitre I, ceci permet de pas modifier l'homogénéité du champ de force magnétique obtenue pour une configuration magnétique donnée.

Nous avons pu également retrouver avec ces deux exemples des formes de courant volumique transposées aux densités superficielles de courant obtenues au chapitre II. Or, dans les deux cas, nous sommes partis d'une configuration initiale basée sur un potentiel complexe de la forme $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{3/2}$. Pour la lévitation des microcibles, nous avons cherché, outre à atteindre $G = 2000 \text{ T}^2/\text{m}$, à obtenir la même homogénéité verticale et horizontale du champ de force résiduelle grâce aux fonctions d'optimisation du logiciel Roxie. Pour la lévitation de l'eau, nous avons uniquement cherché à obtenir $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ avec la plus grande uniformité possible sur l'axe vertical. Ceci explique les courants antagonistes dans le demi plan $x > 0$ obtenus pour cette géométrie, puisque l'on a augmenté le terme quadripolaire pour atteindre une valeur de G plus importante.

Les deux structures étudiées, même si elles sont destinées à deux applications différentes, présentent une homogénéité de la composante radiale de la force résiduelle (ϵ_x) insuffisantes par rapport au cahier des charges. Nous n'avons pas tenté de redéfinir un concept discrétisé en utilisant un potentiel de la forme $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{7/4}$ qui permettrait d'obtenir des valeurs identiques pour ϵ_x et ϵ_y . L'expression (II-57) indique en effet que l'induction \mathbf{B} nécessaire serait de toutes façons prohibitive si on conserve les autres données G et R du cahier des charges.

A l'heure actuelle, les matériaux supraconducteurs les plus performants utilisés à l'extrême limite de leurs performances permettent d'atteindre de petites zones pour faire léviter de l'eau, mais ne suffisent pas pour obtenir les spécifications requises dans le cahier des charges du refroidissement des microcibles. Ces deux études ont donc mis en évidence les potentialités, mais aussi les limites, de la lévitation utilisant seulement des bobines supraconductrices.

Nous examinerons notamment au chapitre IV l'utilisation d'inserts ferromagnétiques pour corriger la valeur de la composante horizontale de la force (sans si possible toucher à la force suivant la verticale) à l'aide d'inserts justement calculés.

CHAPITRE IV

L'ASSOCIATION

SUPRACONDUCTEUR/FERROMAGNETIQUE POUR CREER UN CHAMP DE VECTEURS $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$

Sommaire

1	Introduction à l'association supraconducteur / ferromagnétique.....	85
2	Principe de l'association ferromagnétique / supraconducteur pour créer une force magnétique.....	86
3	Inserts invariants par translation.....	88
3.1	Structure de l'insert.....	88
3.2	Calcul d'un insert en fer doux.....	88
3.3	Exemples de valeurs de G obtenues avec d'autres valeurs de B_0 et M_s	90
4	Inserts axisymétriques :.....	92
4.1	Structure des inserts.....	92
4.2	Balayage paramétrique.....	93
4.3	Exemples de gradients de B^2 obtenus avec d'autres valeurs de B_0 et M_s	94
4.4	Validation du calcul analytique.....	95
4.4.1	Modélisation numérique du système.....	95
4.4.2	Méthode de mesure retenue.....	96
4.4.3	Inserts ferromagnétiques.....	97
4.4.4	Bobine supraconductrice 10 T du S.B.T.....	97
4.4.5	Assemblage final du dispositif.....	98
4.4.6	Protocole expérimental.....	98
5	Conclusions sur les inserts de création de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$.....	101

Après avoir étudié deux bobinages supraconducteurs destinés à la lévitation de l'eau et du deutérium liquide, nous allons maintenant nous intéresser à l'association entre un bobinage supraconducteur et un insert ferromagnétique en vue de créer une force magnétique à partir d'un champ uniforme.

1 Introduction à l'association supraconducteur / ferromagnétique

Dans les deux applications traitées précédemment qui concernent la lévitation de fluides diamagnétiques, l'uniformité de la force est un enjeu crucial et surtout une contrainte très forte pour le dimensionnement du dispositif. Dans le cas des géométries invariantes par translation, il s'agit des uniformités verticale et horizontale ; dans le cas des géométries axisymétriques, il s'agit des uniformités radiale et verticale. Cette question de l'uniformité s'est révélée aussi importante que la question de la création d'une force magnétique suffisante pour compenser la gravité.

La résolution analytique proposée dans le chapitre II a certes permis de répondre partiellement à ces deux questions dans le cas des géométries cylindriques, mais elle a aussi permis de mieux appréhender deux aspects importants pour la suite de notre travail :

- D'abord, l'association d'un dipôle et d'un quadropôle magnétiques permet de créer des champs de vecteur $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ de grande amplitude.
- Ensuite, la valeur élevée du terme dipolaire dans la décomposition multipolaire est la plupart du temps prépondérante par rapport aux termes d'ordre supérieur : ceci signifie que des bobinages supraconducteurs sont *a priori* indispensables pour créer une induction suffisante, mais qu'il est possible d'envisager la création des harmoniques de rang supérieur à l'aide de matériaux ferromagnétiques plongés dans le champ des bobinages supraconducteurs.

Ces deux remarques nous amènent tout naturellement à distinguer deux axes de recherche reposant sur l'étude taxinomique de dispositifs magnétiques à partir des deux critères suivants :

- L'association supraconducteur/ferromagnétique pour créer une force magnétique suffisante pour compenser la gravité, ce que nous allons présenter dans ce chapitre.
- L'association supraconducteur/ferromagnétique pour augmenter l'uniformité du champ de forces préexistant dans un système magnétique donné, qui sera étudiée au chapitre V.

L'étude de l'association entre une structure supraconductrice et un insert ferromagnétique pour créer une force magnétique a été réalisée en collaboration avec O. Vincent-Viry. Nous allons donc présenter succinctement quelques résultats intéressants, sachant que ceci a été développé de manière plus approfondie dans sa thèse [IV-1].

Les résultats présentés maintenant ne relèvent pas directement de la méthodologie de résolution du problème inverse exposée au chapitre II, mais d'observations plus directes des propriétés particulières des structures multipolaires.

2 Principe de l'association ferromagnétique / supraconducteur pour créer une force magnétique

Le principe des structures à inserts ferromagnétiques pour la création de champs de vecteurs $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ repose sur la saturation des pièces ferromagnétiques grâce à un champ magnétique uniforme \mathbf{H}_0 créé par une bobine supraconductrice. Les pièces ferromagnétiques vont ainsi perturber localement la distribution spatiale de champ magnétique. Nous avons vu précédemment pour les géométries cylindriques que la structure multipolaire avec champ et force magnétiques de même direction ($\phi_a = \pm \frac{\pi}{2\alpha}$) se décompose principalement en un dipôle et un quadripôle déphasé spatialement de $\frac{\pi}{4}$.

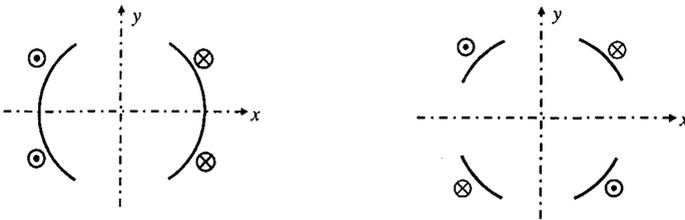


Fig. IV-1. Répartition des courants pour un dipôle et un quadripôle déphasé de $\frac{\pi}{4}$

Le champ magnétique d'excitation uniforme \mathbf{H}_0 correspond à la composante dipolaire dans le champ total. En choisissant judicieusement la position et la forme des pièces ferromagnétiques il est possible de créer une perturbation spatiale du champ magnétique de type quadripolaire (puis éventuellement multipolaire d'ordre supérieur); une telle structure doit donc permettre de créer localement un environnement de micro-gravité.

Pour les deux types de géométrie, invariante par translation et axisymétrique, la méthode de calcul utilisée pour les calculs est quasiment identique et nous nous contentons juste de rappeler les grandes étapes :

- Si on considère une induction magnétique \mathbf{B}_0 uniforme dans tout le volume du matériau ferromagnétique et de module B_0 largement supérieur à l'induction de saturation du matériau, on peut modéliser celui-ci par des densités de courant purement superficielles. L'aimantation du matériau est alors supposée uniforme de valeur M_s et parallèle à la direction de l'induction extérieure \mathbf{B}_0 .
- Modélisation des inserts par la méthode des courants ampériens: le matériau ferromagnétique peut se modéliser par des densités de courant superficielles \mathbf{K}_a et volumiques \mathbf{J}_a , réparties sur sa surface et dans son volume, et définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= \mathbf{M} \wedge \mathbf{n} \\ \mathbf{J}_a &= \text{rot}(\mathbf{M}) \end{aligned} \tag{IV-1}$$

où \mathbf{M} est l'aimantation du matériau au point considéré.

L'aimantation \mathbf{M} est ici uniforme: il n'y a par conséquent que des courants superficiels à prendre en compte.

- Dans le cas des géométries cylindriques, l'intégration de l'induction élémentaire créée par deux lignes de courants permet de calculer, sur l'axe vertical, l'induction \mathbf{B} créée par la structure magnétique, et le vecteur $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$. Dans le cas axisymétrique, il faut partir d'une spire parcourue par un courant pour calculer le champ élémentaire.

3 Inserts invariants par translation

Nous allons considérer la structure invariante par translation suivante où le positionnement des pièces ferromagnétiques assure une perturbation de type principalement quadripolaire du champ d'excitation, selon le principe exposé sur la figure IV-2.

3.1 Structure de l'insert

Cette structure est composée de trois pièces ferromagnétiques plongées dans une induction magnétique uniforme \mathbf{B}_0 produite par des sources extérieures (bobinages supraconducteurs de type dipôle pour accélérateur de particules par exemple). Elle est antisymétrique par rapport au plan $x = 0$. Les courants ampériens de surface sont représentés par \otimes ou \odot .

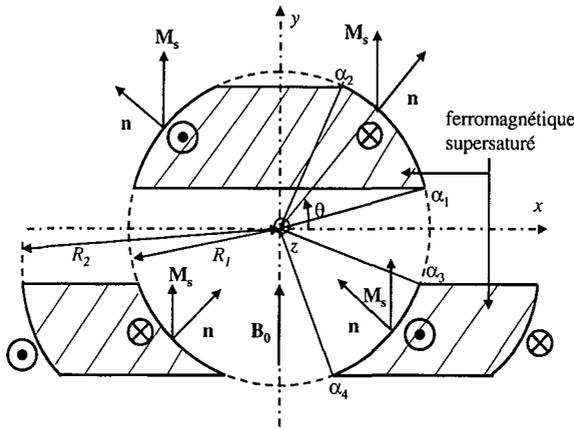


Fig. IV-2. Insert ferromagnétique invariant par translation

A partir de la méthode exposée précédemment et détaillée dans [IV-1], on obtient une expression entièrement analytique de l'induction résultante totale sur l'axe (Oy), ce qui permet, sur ce même axe, le calcul de la composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ mais également de vérifier si les équations de stabilité horizontale et verticale définies au chapitre II sont satisfaites.

$$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y = f(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, B_0, M_s, R_1, R_2, y) \quad (\text{IV-2})$$

- où M_s est l'aimantation de saturation du matériau ferromagnétique
 B_0 est l'induction extérieure dans laquelle est plongé l'insert
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, R_1, R_2$ sont les paramètres définissant la géométrie de l'insert

3.2 Calcul d'un insert en fer doux

Les plages de variation des angles α_i sont choisies de la manière suivante :

$$0 \leq \alpha_1 \leq \frac{\pi}{4} \quad -\frac{\pi}{4} \leq \alpha_3 \leq 0 \quad \frac{\pi}{4} \leq \alpha_2 \leq \frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \alpha_4 \leq -\frac{\pi}{4}$$

Pour un quadruplet (B_0, M_s, R_1, R_2) fixé, on balaye les différentes valeurs possibles du quadruplet α_i ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$). Sont ensuite retenues les valeurs du quadruplet α_i assurant en trois points (y_1, y_2, y_3) fixés arbitrairement sur l'axe (Oy) des valeurs de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y$ maximum (en valeur absolue) et dont la variation sur les trois points y_j n'excède pas une valeur arbitraire ΔG .

Pour $B_0 = 5 \text{ T}$ et $\Delta G = 50 \text{ T}^2/\text{m}$
 $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$ (fer doux) $y_1 = -0,005 \text{ m}$
 $R_1 = 0,01 \text{ m}$ $y_2 = -0,003 \text{ m}$
 $R_2 = 0,05 \text{ m}$ $y_3 = -0,001 \text{ m}$

On obtient $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_1) = -1546.7 \text{ T}^2/\text{m}$ avec $\alpha_i = \left(\frac{\pi}{8}, \frac{19\pi}{40}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{2}\right)$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_2) = -1571.2 \text{ T}^2/\text{m}$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_3) = -1522.1 \text{ T}^2/\text{m}$

On obtient donc pour ce cas une homogénéité sur l'axe vertical ε_y de l'ordre de 3% sur 4 mm.

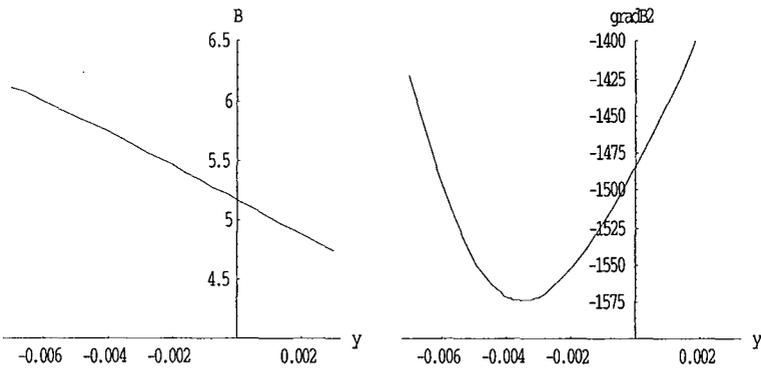


Fig. IV-3. Variations de $\mathbf{B}|_y$ et $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y$ sur l'axe (Oy)

On visualise également la zone de stabilité (zone où les conditions de stabilité horizontale et verticale sont simultanément positives) :

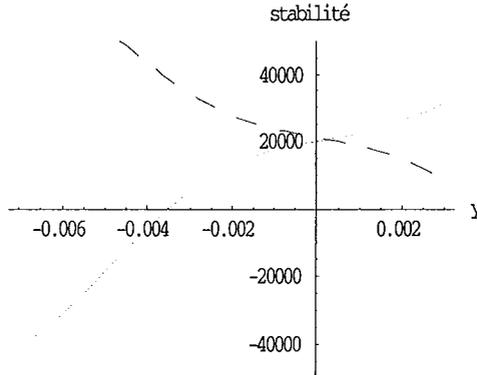


Fig. IV-4. Stabilité horizontale (pointillé) et stabilité verticale sur l'axe (Oy).

La zone stable correspond à $y > -0,0035$ m.

3.3 Exemples de valeurs de G obtenues avec d'autres valeurs de B_0 et M_s

Avec un insert en fer-cobalt :

Pour	$B_0 = 10$ T	et	$\Delta G = 100$ T ² /m
	$\mu_0 M_s = 2,4$ T		$y_1 = -0,005$ m
	$R_1 = 0,01$ m		$y_2 = -0,003$ m
	$R_2 = 0,05$ m		$y_3 = -0,001$ m

On obtient $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_1) = -3284.9$ T²/m avec $\alpha_i = \left(\frac{\pi}{10}, \frac{7\pi}{20}, -\frac{\pi}{8}, -\frac{\pi}{2}\right)$

$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_2) = -3384.7$ T²/m

$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_3) = -3292.0$ T²/m

Cet insert permet d'atteindre une homogénéité sur l'axe vertical ϵ_y inférieur à 3% sur 4mm.

Avec un insert en holmium utilisé à très basse température ($T < T_{\text{Curie}}$) :

Pour	$B_0 = 15$ T	et	$\Delta G = 100$ T ² /m
	$\mu_0 M_s = 3,87$ T		$y_1 = -0,005$ m
	$R_1 = 0,01$ m		$y_2 = -0,003$ m
	$R_2 = 0,05$ m		$y_3 = -0,001$ m

On obtient $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_1) = -5467.2$ T²/m avec $\alpha_i = \left(\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{8}\right)$

$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_2) = -5458.4$ T²/m

$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_y(0, y_3) = -5374.4$ T²/m

Dans ce cas, ϵ_y est de 1.7 % sur 4mm.

On constate à la fois les potentialités de cette solution d'inserts pour la création de champs de forces magnétiques en terme d'obtention de valeurs élevées de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$, et les limites en termes techniques (valeurs de B_0 , zone utile, homogénéité). Il faut également souligner qu'une optimisation plus poussée de l'insert pourrait s'appuyer sur une identification des termes du développement en série de Fourier des champs produits dans la zone utile par les courants ampériens superficiels, et des termes des distributions théoriques envisagées au chapitre II.

4 Inserts axisymétriques :

A l'heure actuelle, la grande majorité des bobines destinées à la création d'induction magnétique intenses sont des solénoïdes, il est donc intéressant d'étudier si le concept d'inserts ferromagnétiques supersaturés exposé précédemment (perturbation de type quadripolaire superposée à une excitation de type dipolaire) peut aussi s'appliquer à cette géométrie particulière axisymétrique.

4.1 Structure des inserts

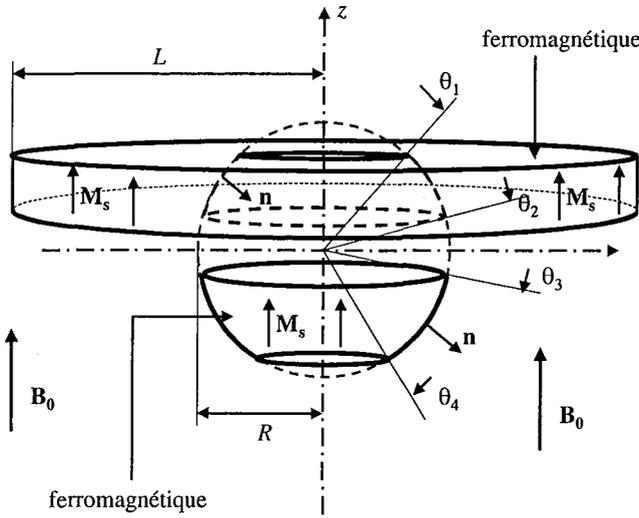


Fig. IV-5. Inserts ferromagnétiques solénoïdaux

Cette structure est composée de deux inserts invariants par rotation autour de l'axe (Oz) et plongés dans une induction uniforme \mathbf{B}_0 produite par des sources extérieures (bobinage solénoïdal supraconducteur par exemple).

Comme dans le cas des inserts invariants par translation, pour le calcul magnétique, hypothèse est faite que l'aimantation est uniforme dans les deux inserts ferromagnétiques, de module égal à l'aimantation de saturation M_s et de direction identique à celle de l'induction magnétique extérieure \mathbf{B}_0 . On modélise ainsi les inserts par des densités de courants purement superficielles.

Nous pouvons ainsi calculer $G(0, z)$ valeur de la composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ sur l'axe (Oz) et également vérifier les conditions de stabilité horizontale et verticale pour un système invariant par rotation définies dans [IV-1].

$$G(0, z) = \text{grad}(\mathbf{B}^2) \Big|_z (0, z) = f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, B_0, M_s, R, L, z) \quad (\text{IV-3})$$

où M_s est l'aimantation de saturation du matériau ferromagnétique
 B_0 est l'induction extérieure dans laquelle est plongé l'insert

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, R, L$ sont les paramètres définissant la géométrie de l'insert

4.2 Balayage paramétrique

Choix des angles θ_i :

Les plages de variation des angles θ_i sont choisies comme suit :

$$0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{4} \quad \frac{\pi}{2} \leq \theta_3 \leq \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{4} \leq \theta_4 \leq \pi$$

Nous appliquons alors la même procédure de balayage paramétrique que dans les cas des inserts invariants par translation. Pour un quadruplet (B_0, M_s, R, L) donné, sont retenues les valeurs du quadruplet θ_i assurant en trois points (z_1, z_2, z_3) de l'axe (Oz) une valeur de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z)$ maximale (en valeur absolue) et dont la variation sur les trois points z_j n'excède pas une valeur ΔG fixée arbitrairement.

Pour	$B_0 = 5 \text{ T}$	et	$\Delta G = 50 \text{ T}^2/\text{m}$
	$\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T (fer doux)}$		$z_1 = 0,001 \text{ m}$
	$R = 0,01 \text{ m}$		$z_2 = 0,003 \text{ m}$
	$L = 0,05 \text{ m}$		$z_3 = 0,005 \text{ m}$

On obtient

$$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_1) = -1299.1 \text{ T}^2/\text{m} \quad \text{avec } \theta_i = \left(0, \frac{3\pi}{10}, \frac{21\pi}{40}, \pi\right)$$

$$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_2) = -1337.7 \text{ T}^2/\text{m}$$

$$\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_3) = -1331.2 \text{ T}^2/\text{m}$$

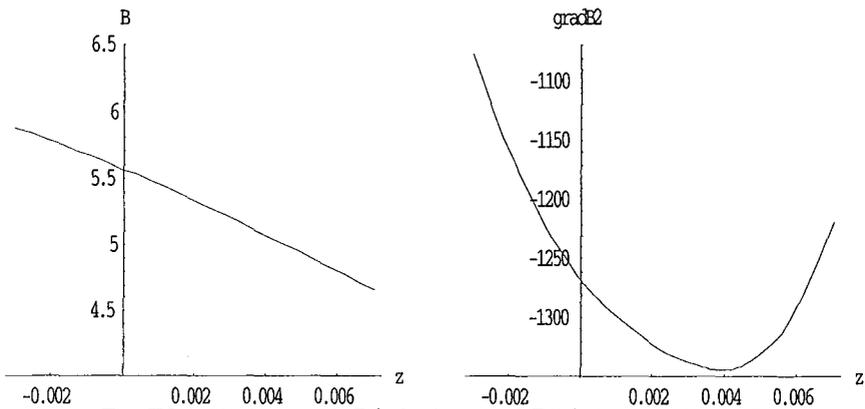


Fig. IV-6. Variations de $\mathbf{B}|_z(0, z)$ et $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z)$ sur l'axe (Oz)

La zone de stabilité (*i.e.* la zone où les conditions de stabilité horizontale et verticale sont vérifiées simultanément) est donnée par la figure suivante :

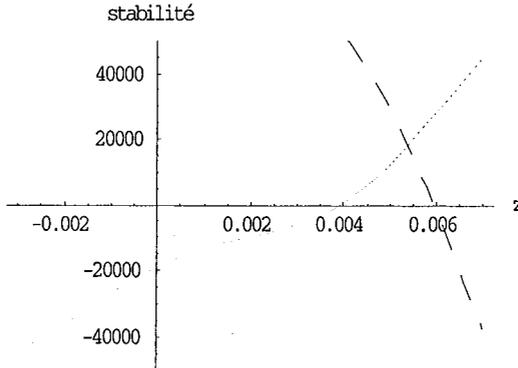


Fig.IV-7. Stabilité horizontale (pointillé) et verticale (trait plein) sur l'axe (Oz)

La zone stable correspond à $0,004 < z < 0,006$ m.

4.3 Exemples de gradients de B² obtenus avec d'autres valeurs de B₀ et M_s

Avec $\Delta G = 100 \text{ T}^2/\text{m}$ $R = 0,01$ m, $L = 0,05$ m, $z_1 = 0,001$ m, $z_2 = 0,003$ m, $z_3 = 0,005$ m

Insert en fer-cobalt ($\mu_0 M_s = 2,4$ T) et $B_0 = 10$ T

On obtient $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_1) = -2966.9 \text{ T}^2/\text{m}$ avec $\theta_i = \left(\frac{\pi}{20}, \frac{13\pi}{40}, \frac{21\pi}{40}, \pi \right)$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_2) = -3066.6 \text{ T}^2/\text{m}$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_3) = -2981.3 \text{ T}^2/\text{m}$

Insert en holmium ($\mu_0 M_s = 3,87$ T) et $B_0 = 15$ T

On obtient $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_1) = -6445.4 \text{ T}^2/\text{m}$ avec $\theta_i = \left(0, \frac{13\pi}{40}, \frac{23\pi}{40}, \frac{37\pi}{40} \right)$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_2) = -6537.0 \text{ T}^2/\text{m}$
 $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_z(0, z_3) = -6437.4 \text{ T}^2/\text{m}$

On constate que les valeurs obtenues pour des dimensions transversales équivalentes et les mêmes valeurs de B₀ et M_s sont supérieures à celle trouvées dans le cas des géométries cylindriques. Mais le volume total de la zone utile est limité dans le cas axisymétrique, alors qu'il est illimité dans la direction Oz pour le cas cylindrique.

4.4 Validation du calcul analytique

Une double validation de la méthode de calcul et des résultats précédents a été réalisée en effectuant, pour une structure magnétique associant un solénoïde et un insert, un calcul numérique ainsi qu'une vérification expérimentale.

Dans un premier temps, nous avons simulé le comportement d'inserts ferromagnétiques sinusoidaux (géométrie donnée par la figure IV-8.) plongés dans l'induction produite par un solénoïde supraconducteur à l'aide du logiciel Roxie [IV-2].

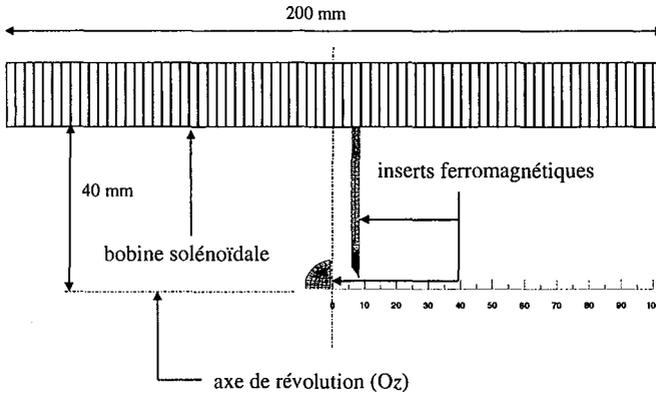


Fig. IV-8. Modélisation du système à inserts ferromagnétiques solénoïdaux

4.4.1 Modélisation numérique du système

Les valeurs d'angles correspondent à des valeurs approchées d'angles optimaux donnés précédemment, pour $B_0 = 5 \text{ T}$, $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$, $R = 9 \text{ mm}$ et $L = 4 \text{ cm}$.

Calcul numérique de l'induction sur l'axe (Oz) :

Le courant dans la bobine est choisi de manière à assurer une induction de 4 T au centre magnétique de la bobine lorsqu'il n'y a pas d'insert ferromagnétique. Le niveau de saturation dans le matériau ferromagnétique est déterminé à partir de la courbe d'aimantation fournie par le fabricant et injectée comme donnée dans le code de calcul Roxie. Il s'agit d'un fer pur Armco recuit pour lequel le fabricant AK Steel donne une aimantation de saturation $\mu_0 M_s = 2,16 \text{ T}$.

La présence de matériau ferromagnétique nécessite l'utilisation d'une routine éléments finis (B.E.M.-F.E.M.), qui rend impossible le calcul direct de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ par la version du code Roxie disponible au laboratoire, celle-ci ne permettant que le calcul magnétique à partir de la formule de Biot & Savart.

La comparaison entre le modèle analytique et la simulation numérique portera donc sur le profil de l'induction sur l'axe et sur des valeurs moyennes de $\text{grad}(\mathbf{B}^2) \cdot \mathbf{z}$. Afin d'éviter des problèmes numériques, l'induction est calculée non sur l'axe précisément mais à un rayon de 0,15 mm, la longueur du pas de calcul suivant (Oz) est 0,15 mm.

On obtient :

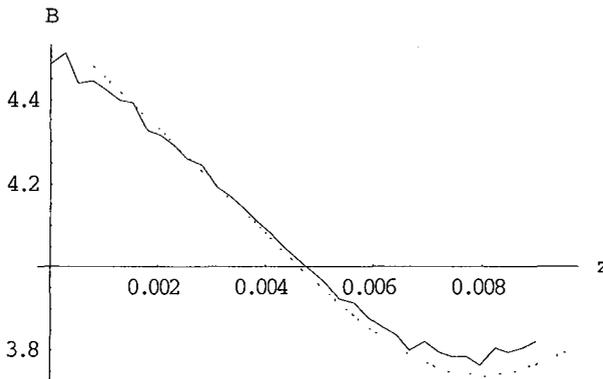


Fig. IV-9. Induction sur l'axe (Oz) donnée par la modélisation numérique (trait plein) et le modèle analytique (pointillé).

On constate une bonne correspondance entre les deux modélisations.

En calculant une valeur moyenne du gradient de B^2 obtenu numériquement par :

$$\langle \text{grad}(B^2) \rangle = 2 \langle B \rangle \frac{\Delta B}{\Delta z} \quad (\text{IV-4})$$

entre $z = 0,00231$ et $z = 0,00538$ (zone « propre » de la courbe numérique), on obtient : $\langle G \rangle = -980 \text{ T}^2/\text{m}$.

Le modèle analytique donne pour $z = 0,00385$: $G = -1039,97 \text{ T}^2/\text{m}$ soit un écart de 5% par rapport à la valeur donnée par la simulation numérique. La bonne corrélation entre les modélisations analytique et numérique valide la modélisation purement analytique du comportement des inserts ferromagnétiques supersaturés.

Dans un deuxième temps, nous avons souhaité vérifier par l'expérience les propriétés d'une telle structure à insert ferromagnétique. Le S.B.T. (Service des Basses Températures) du C.E.A. Grenoble mettant à notre disposition une bobine solénoïdale produisant des inductions jusqu'à 10 T, nous avons comparé les résultats expérimentaux et les résultats donnés par les modélisations analytiques et numériques, prédisant la génération d'un important gradient de B^2 sur l'axe du dispositif.

4.4.2 Méthode de mesure retenue

Nous avons mesuré l'induction en différents points sur l'axe (Oz) dans la zone d'existence du gradient de B^2 grâce à une sonde à effet Hall spécialement conçue à cet effet et présentée ci-après. Cette méthode est relativement aisée à mettre en œuvre, mais elle ne donne pas directement $\text{grad}(B^2)$ et elle est encore plus mal adaptée pour mesurer l'homogénéité du champ de forces résiduelles.

4.4.3 Inserts ferromagnétiques

Les dimensions géométriques des inserts et leur position relative sont données par la figure suivante:

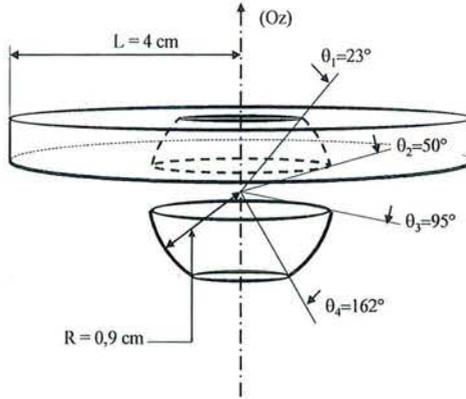


Fig. IV-10. *Insert ferromagnétique solénoïdal en fer Armco*

Elles correspondent à un optimum calculé par la méthode exposée précédemment pour $B_0 = 5 \text{ T}$, $\mu_0 M_s = 2.16 \text{ T}$, $R = 9 \text{ mm}$, $L = 4 \text{ cm}$ et $(z_1, z_2, z_3) = (0.001, 0.0025, 0.004 \text{ m})$. Par soucis de facilité d'usinage des inserts, les valeurs des angles ont toutefois été arrondies aux valeurs de la figure IV-10.

Afin de positionner précisément les deux inserts ferromagnétiques l'un par rapport à l'autre, un porte-inserts composé de plusieurs pièces en résine epoxy à été réalisé :

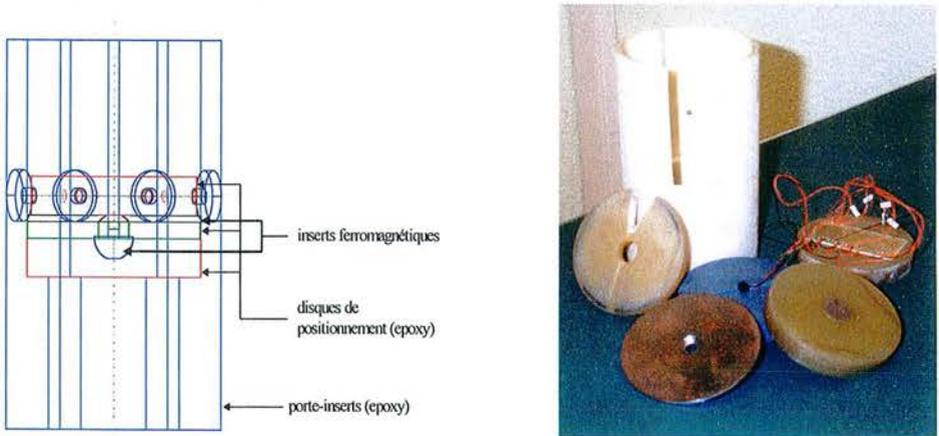


Fig. IV-11. *Porte-inserts en epoxy*

4.4.4 Bobine supraconductrice 10 T du S.B.T.

La bobine supraconductrice utilisée dans le « trou de champ 10 T » est une bobine à conducteur en NbTi, du type imprégné [IV-3]. C'est un solénoïde simple de diamètre utile 90

mm sur une hauteur de 200 mm. La variation de l'induction magnétique sur l'axe autour du centre magnétique de la bobine est de 3.10^{-2} T sur une hauteur de plus ou moins 17 mm autour du centre pour une induction au centre de 10 T.

Compte tenu des dimensions des inserts ferromagnétiques, ceux-ci verront donc une induction magnétique extérieure uniforme à 0,6% sur l'axe.

4.4.5 Assemblage final du dispositif

Afin de mesurer l'induction magnétique sur l'axe entre les deux inserts ferromagnétique nous avons fait réaliser par Arepoc Ltd (Tchéquie) une sonde de mesure comportant 5 capteurs à effet Hall, centrés sur un axe vertical et espacés chacun de 1 mm.

La sonde de mesure de l'induction est collée sur l'insert ferromagnétique inférieur (quasi demi-sphère) et centrée sur son axe. L'espace vide entre la sonde, les inserts ferromagnétiques et la pièce epoxy assurant le positionnement relatif des deux inserts est ensuite rempli de graisse à vide se solidifiant à basse température, empêchant ainsi les mouvements éventuels de la sonde lors de l'expérience.

La sonde à effet Hall est reliée à son alimentation et au voltmètre de précision par des fils en manganin afin de limiter les pertes thermiques dans le cryostat.

Une fois les inserts et la sonde montés dans le porte-inserts, l'ensemble est glissé à l'intérieur de la bobine supraconductrice. Des cales usinées en PVC, situées de part et d'autre du porte-inserts, permettent de positionner le centre du dispositif sur le centre magnétique de la bobine, assurant ainsi que les deux inserts ferromagnétiques et la sonde sont situés dans la zone d'uniformité à 0,6 % près de l'induction produite par la bobine supraconductrice.

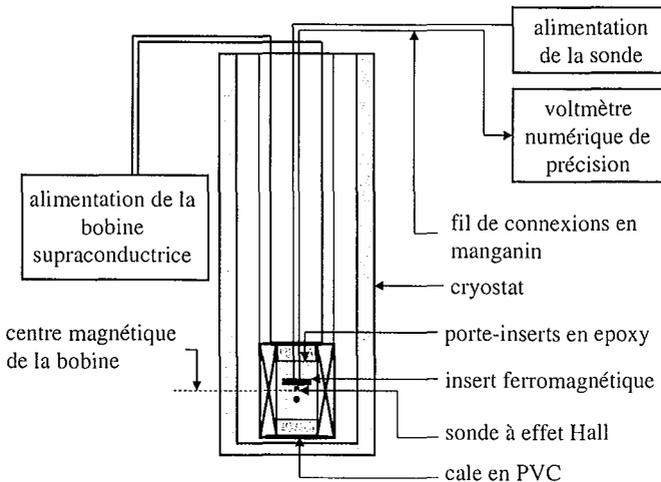


Fig. IV-12. Diagramme d'ensemble du dispositif expérimental

4.4.6 Protocole expérimental

Un des fils de mesure du capteur médian de la sonde s'étant rompu lors du montage du dispositif, la mesure est effectuée sur 4 capteurs au lieu de 5.

Au vu des dimensions des parties actives des capteurs, nous supposons que les valeurs d'induction mesurées sont réellement des mesures ponctuelles, nous supposons également que la sonde est parfaitement centrée sur l'axe et alignée sur celui-ci.

Nous pouvons donc comparer les résultats de mesure avec le calcul analytique de l'induction magnétique sur l'axe Oz.

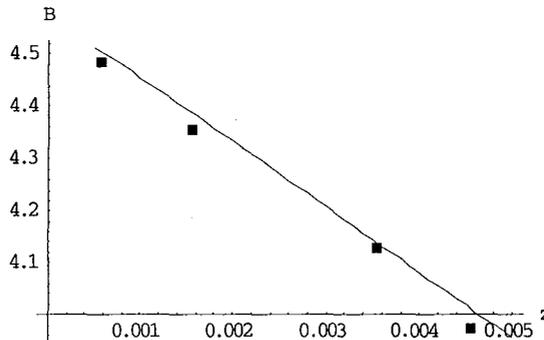


Fig. IV-13. Comparaison modélisation analytique- expérimentation ($B_0 = 4$ T)

Pour le calcul de l'induction avec le modèle analytique, l'induction B_0 saturant les inserts ferromagnétiques est prise comme celle obtenue au centre de la bobine mais sans les inserts et parcourue par le même courant I. On prend comme paramètres définissant l'insert ceux de la figure IV-10.

Le tableau ci dessous répertorie les différentes valeurs de l'erreur relative (en pourcentage et en valeur absolue) entre les valeurs d'induction mesurées et les valeurs prédites par le modèle théorique. Les erreurs maximales (%) obtenues pour chaque valeur de B_0 sont signalées en gras.

z (m)	$B_0 = 3$ T	$B_0 = 4$ T	$B_0 = 5$ T	$B_0 = 6$ T	$B_0 = 7$ T	$B_0 = 8$ T
0,00056	1,2	0,5	0,5	0,4	0,3	0,5
0,00156	1,0	0,7	0,1	0,4	0,1	0,5
0,00356	0,3	0,2	0,5	0,8	0,2	0,3
0,00456	1,2	0,9	0,1	0,3	0,2	0,7

Tab. IV-1. Erreurs maximales sur les valeurs de l'induction

Compte tenu des imprécisions de mesures inévitables (sur le positionnement de la sonde et les valeurs d'induction mesurées), on observe une très bonne correspondance entre l'expérience et le modèle analytique sur les valeurs de l'induction au sein de la zone de mesure : l'écart entre l'expérience et le modèle analytique n'excède en effet pas 1,19 %.

On peut donc espérer que le gradient de B^2 effectivement créé dans la zone entre les deux inserts ferromagnétique correspond à celui prédit par le modèle analytique.

En calculant le gradient de B^2 moyen mesuré dans la zone par :

$$\langle G \rangle = 2 \langle B \rangle \frac{\Delta B}{\Delta z} \quad (\text{IV-5})$$

où $\Delta z = 4 \text{ mm}$

On obtient :

B ₀ (T)	3	4	5	6	7	8
$\langle G \rangle$ analytique (T ² /m)	-800,55	-1046,37	-1292,19	-1538	-1783,82	-2029,64
$\langle G \rangle$ mesuré (T ² /m)	-789	-1077	-1375	-1584	-1750	-2114
Erreur (%)	1,4	2,9	6,4	3	1,9	4,1

Tab. IV-2. Comparaison $\langle G \rangle$ analytique et $\langle G \rangle$ mesuré

Les valeurs moyennes de gradient de l'induction au carré ainsi obtenue sont du même ordre de grandeur que les valeurs données par le modèle analytique (erreur inférieure à 6,5%).

5 Conclusions sur les inserts de création de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$

La cohérence des résultats obtenus par les trois méthodes (formulation analytique, calcul numérique, et expérimentation) confirme les fortes potentialités de ce type de structures pour la création de champ de force magnétique. L'avantage de ces inserts est qu'ils permettent de générer des valeurs de force intéressantes en partant d'un champ magnétique beaucoup plus faible que dans les expériences de lévitation antérieurement rapportées. L'association ferromagnétique/supraconducteur s'avère être une réponse particulièrement intéressante à la question posée initialement, à savoir la création de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$. Néanmoins, les zones utiles restent de faibles dimensions et la méthodologie de calcul développée ci-dessus semble mal adaptée à l'obtention d'homogénéités précises pour la force.

La validation expérimentale effectuée en collaboration O. Vincent-Viry a permis de souligner potentialité des inserts ferromagnétiques pour créer un environnement de microgravité à partir d'un champ uniforme.

De nombreux aspects, aussi bien en terme de modélisation que d'optimisation, sont très largement perfectibles et certains points n'ont été abordés que très superficiellement par manque de temps. Plusieurs actions de recherches restent donc à conduire, notamment la mise au point d'outils spécifiques de calcul numérique, avec un double effort indispensable en matière de temps de calcul et de précision de calcul.

Néanmoins, l'association supraconducteur/ferromagnétique est une solution intéressante au problème de la création du champ de force magnétiques à partir d'un champ magnétique uniforme.

CHAPITRE V

ASSOCIATION SUPRACONDUCTEUR/FERROMAGNETIQUE POUR UNIFORMISER UN CHAMP DE FORCES MAGNETIQUES

Sommaire

1	Inserts à symétrie cylindrique.....	105
1.1	Position du problème	105
1.2	Calcul du champ créé par 2 lignes dipolaires	106
1.2.1	Modélisation d'une ligne dipolaire	106
1.2.2	Détermination du potentiel vecteur.....	106
1.2.3	Détermination du potentiel complexe.....	107
1.2.4	Détermination du champ magnétique complexe.....	108
1.3	Visualisation des effets de la présence de lignes de dipôle	108
1.3.1	Cartes d'iso-valeurs de gradient de B^2 correspond au potentiel $W(z) = -\lambda \frac{z^3}{2}$	108
1.3.2	Gradient de B^2 sous l'influence de 2 barres	109
1.3.3	Gradient de B^2 sous l'influence de 4 barres	110
1.3.4	Conclusions.....	111
2	Inserts axisymétriques.....	112
2.1	Contexte scientifique	112
2.1.1	Modélisation et calcul de la structure magnétique.....	113
2.1.2	Dimensionnement de l'insert	114
2.2	Résultats expérimentaux	116
2.2.1	Dispositif expérimental.....	116
2.2.2	Résultats obtenus	118
2.2.3	Remise en cause du calcul numérique	121
2.3	Méthode de dimensionnement initialement suivie	122
2.3.1	Dimensionnement par algorithme génétique	122
2.3.2	Autres structures testées.....	127
2.3.3	Quelques remarques générales sur les inserts.....	128
3	Conclusions sur les inserts de correction.....	130

Nous avons vu que dans de nombreuses applications potentielles de la lévitation magnétique, l'homogénéité est primordiale. Nous allons dans cette partie étudier l'apport d'inserts ferromagnétiques pour améliorer l'uniformité du champ de force magnétique. L'idée directrice est de partir d'un système magnétique où préexiste déjà un champ de forces magnétiques et d'y associer des inserts pour venir corriger localement le champ magnétique. Cette démarche correspond à celle de [V-1], développée dans une configuration solénoïdale. Pour notre part, nous explorerons des solutions en géométrie cylindrique avant d'étudier un insert en géométrie solénoïdale et d'analyser les résultats obtenus dans le cas de la lévitation de l'hydrogène liquide.

1 Inserts à symétrie cylindrique

1.1 Position du problème

On se place dans le cas d'une configuration bidimensionnelle, invariante par translation. L'objectif est de corriger l'uniformité de la force magnétique dans une zone où préexiste du $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ à l'aide de tiges ferromagnétiques cylindriques à section circulaire. Nous allons une nouvelle fois utiliser le formalisme complexe particulièrement adapté à ce type de géométrie. Ces calculs ont été réalisés en collaboration avec Hélène Félice, dans le cadre de son projet de fin d'étude à l'ENSEM [V-2].

Les tiges cylindriques à section circulaire, de longueur infinie suivant Oz, sont placées dans une induction \mathbf{B}_0 connue supposée suffisamment forte pour saturer le matériau qui les constitue. Leur aimantation est alors supposée de norme uniforme égale à M_s dans toute la tige, c'est-à-dire telle que $\mu_0 M_s = 2,16\text{T}$ dans le cas du fer et de direction parallèle à celle de l'induction \mathbf{B}_0 au point où on se place. Dans ce qui suit, nous allons considérer plusieurs tiges, mais dans un souci de simplification, nous négligerons les effets mutuels des tiges les unes sur les autres.

En utilisant le formalisme complexe, on peut ainsi écrire l'aimantation en un point de la section de la tige de rayon R sous la forme suivante :

$$\underline{\mathbf{M}}_s = M_s e^{i\alpha} \tag{V-1}$$

où α est l'angle que fait le vecteur aimantation avec l'origine des angles. Ce qui peut se schématiser de la façon suivante :

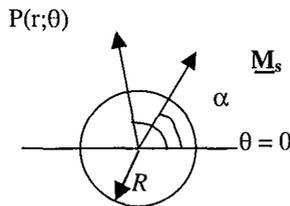


Fig. V-1. Coupe de la tige dans le plan perpendiculaire à Oz

Chaque tige crée en tout point $P(r, \theta)$ extérieur à la tige le champ d'une « ligne de dipôles magnétiques ». Par commodité, nous désignerons par ligne dipolaire toute tige de ce type.

1.2 Calcul du champ créé par 2 lignes dipolaires

1.2.1 Modélisation d'une ligne dipolaire

Par la méthode des courants ampériens explicitée dans la partie précédente, on peut déterminer la distribution de courant équivalente à la ligne supersaturée.

On rappelle donc que le matériau aimanté peut être remplacé par un matériau de perméabilité μ_0 (donc du vide) de même volume parcouru par des densités de courant surfacique \mathbf{K}_a et volumique \mathbf{J}_a que l'on peut déterminer par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_a &= \mathbf{M} \wedge \mathbf{n} \\ \mathbf{J}_a &= \text{rot}(\mathbf{M}) \end{aligned} \quad (\text{V-2})$$

Si les dimensions transversales de chaque tige sont assez faibles pour que \mathbf{B}_0 y soit approximativement uniforme, l'aimantation est uniforme et les tiges peuvent être modélisées par la seule présence de courants surfaciques. Après calcul, on arrive à l'expression du courant surfacique suivante :

$$\mathbf{K} = M_s \sin(\theta - \alpha) \mathbf{e}_z \quad (\text{V-3})$$

1.2.2 Détermination du potentiel vecteur

On trouve le potentiel vecteur \mathbf{A} créée en tout point à l'extérieur de la ligne par résolution de l'équation de Laplace :

$$\Delta \mathbf{A} = 0 \quad (\text{V-4})$$

Dans le cas d'un problème invariant par translation le potentiel vecteur n'a qu'une composante, suivant Oz.

L'équation à résoudre est donc :

$$\Delta A_z = 0 \quad (\text{V-5})$$

La résolution s'effectue par la méthode de séparation des variables et après calcul, on trouve l'expression du potentiel vecteur créée par la ligne quand celle-ci est placée à l'origine :

$$\mathbf{A}_z = \frac{M_s \mu_0 R^2}{2} \frac{1}{r} \sin(\theta - \alpha) \mathbf{e}_z \quad (\text{V-6})$$

En définissant m , moment dipolaire linéique de la tige, par $m = \pi R^2 M_s$ (en A.m), on obtient :

$$\mathbf{A}_z = \frac{\mu_0 m}{2 \pi r} \sin(\theta - \alpha) \mathbf{e}_z \quad (\text{V-7})$$

1.2.3 Détermination du potentiel complexe

- Pour une ligne dipolaire placée à l'origine :

Comme nous l'avons déjà vu précédemment, la configuration particulière du problème en géométrie cylindrique permet d'utiliser la modélisation complexe. Par conséquent, nous allons nous employer à déterminer l'expression du potentiel complexe qui est une fonction analytique. Celui-ci s'écrit de la façon suivante :

$$\underline{W} = F + iV \quad (V-8)$$

où $F = \frac{A_z}{\mu_0}$ avec A_z : composante unique du potentiel vecteur \mathbf{A}

V : potentiel magnétique scalaire tel que $\mathbf{H} = -\text{grad}(V)$

L'expression du potentiel magnétique complexe pour un point P quelconque tel que $r > R$ s'écrit donc:

$$\underline{W} = \frac{m}{2\pi r} (\sin(\theta - \alpha) + i \cos(\theta - \alpha)) \quad (V-9)$$

Le point P peut aussi être repéré par son affixe \underline{z} définie par $\underline{z} = r e^{i\theta}$. On peut donc en déduire l'expression du potentiel magnétique complexe en fonction de \underline{z} pour une ligne dipolaire placée à l'origine du repère considéré :

$$\underline{W}(\underline{z}) = i \frac{m e^{i\alpha}}{2 \pi \underline{z}} \quad (V-10)$$

où α est la direction du vecteur aimantation dans la ligne dipolaire

- Pour une ligne dipolaire placée en \underline{z}_k

Il suffit d'effectuer un changement de variable. Si la ligne de dipôle est placée en \underline{z}_k et le point considéré en \underline{z} , l'expression du potentiel magnétique complexe devient :

$$\underline{W}(\underline{z}) = i \frac{m e^{i\alpha}}{2 \pi (\underline{z} - \underline{z}_k)} \quad (V-11)$$

On obtient le champ $\underline{H}(\underline{z})$ par dérivation :

$$\underline{H}(\underline{z}) = i \frac{m}{2 \pi} \frac{e^{i\alpha}}{(\underline{z} - \underline{z}_a)^2} \quad (V-12)$$

- Pour deux lignes de dipôles symétriques par rapport à un plan :

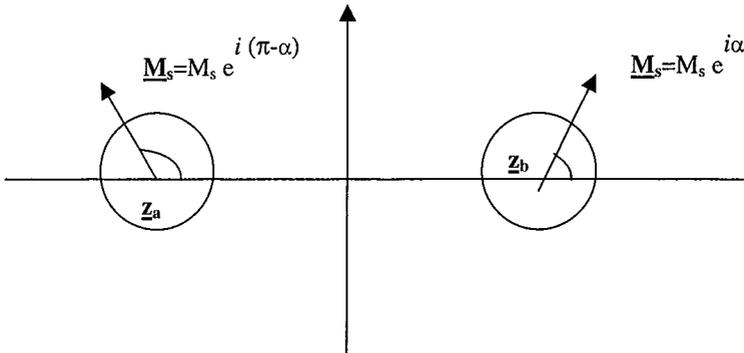


Fig. V-2. Ligne dipolaire placée en z_a et z_b

Lorsque la distribution de champ magnétique possède un plan de symétrie et que les lignes dipolaires sont elles-mêmes symétriques par rapport à ce plan, on obtient par superposition en un point d'affixe z quelconque :

$$\underline{W}(z) = i \frac{m}{2} \left[\frac{e^{i\alpha}}{(z - z_a)} - \frac{e^{-i\alpha}}{(z - z_b)} \right] \quad (V-13)$$

1.2.4 Détermination du champ magnétique complexe

Par dérivation du potentiel complexe par rapport à z , on obtient le champ créé par ces deux lignes dipolaires sous forme complexe :

$$\underline{H}(z) = -\frac{\partial \underline{W}}{\partial z} = H_y + iH_x \quad (V-14)$$

D'où, dans le cas de deux lignes de dipôle symétriques :

$$\underline{H}(z) = i \frac{m}{2\pi} \left(\frac{e^{i\alpha}}{(z - z_a)^2} - \frac{e^{-i\alpha}}{(z - z_b)^2} \right) \quad (V-15)$$

1.3 Visualisation des effets de la présence de lignes de dipôle

Nous utiliserons les résultats précédents pour examiner la modification des contributions de champ magnétiques pour des configurations présentant dans le plan complexe z l'axe de symétrie $\theta = \frac{\pi}{2}$.

1.3.1 Cartes d'iso-valeurs de gradient de B^2 correspond au potentiel $\underline{W}(z) = -\lambda z^{\frac{3}{2}}$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre II, le potentiel magnétique complexe de la forme $\underline{W}(z) = -\lambda z^{\frac{3}{2}}$ donne un champ de forces magnétiques purement radial et de module

constant. Nous allons donc partir de cette forme de potentiel et voir comment il est possible de corriger le champ de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$, dans le cas où \mathbf{B} et $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ sont colinéaires ($\phi_a = \pm \frac{\pi}{3}$).

La figure ci-dessous représente les isovaleurs de la composante horizontale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ pour $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$ en pourcentage dans une fenêtre de 1.8 cm de côté. Cette représentation, comme toutes celles qui suivront, a été réalisée en utilisant le logiciel *Mathematica* [V-3].

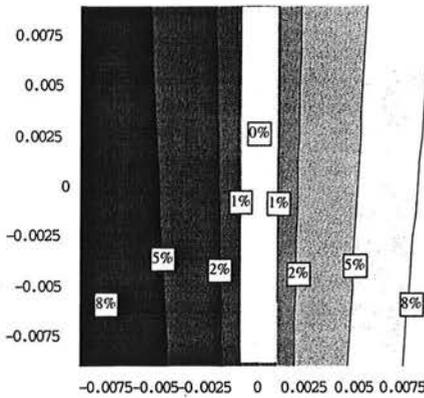


Fig. V-3. Isovaleurs de la composante résiduelle horizontale

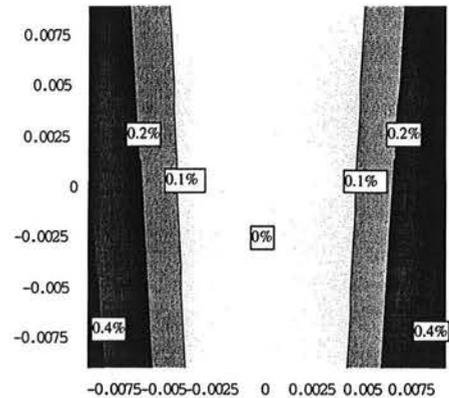


Fig. V-4. Isovaleurs de la composante résiduelle verticale

En ce qui concerne la composante verticale, l'homogénéité est satisfaisante, puisqu'elle est inférieure à 0.5% dans toute la fenêtre. La zone où les homogénéités horizontale et verticale des composantes de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ sont inférieures à 1% est donc un rectangle de l'ordre de $1.8\text{mm} \times 18\text{mm}$ (en blanc sur la figure). De plus, cette zone étant principalement limitée par le peu d'homogénéité horizontale, on comprend aisément la nécessité de rechercher des moyens extérieurs pour améliorer l'uniformité.

1.3.2 Gradient de \mathbf{B}^2 sous l'influence de 2 barres

On considère que $G = 2800 \text{ T}^2/\text{m}$, que $\mathbf{z}_0 = 0,1i$, et que les tiges sont placées en $x = \pm 3$ cm. De plus, on utilise des tiges de 5 mm de rayon et la fenêtre d'observation a 1,8 cm de côté. On visualise tout d'abord la composante horizontale de l'homogénéité résiduelle du gradient de \mathbf{B}^2 :

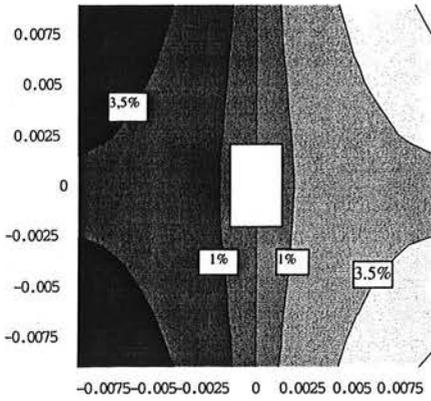


Fig. V-5. Isovaleurs de la composante résiduelle horizontale

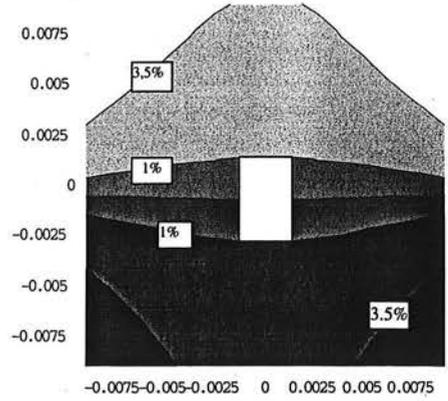


Fig. V-6. Isovaleurs de la composante résiduelle verticale

On constate que la présence de tiges supersaturées modifie bien la carte de gradient de B^2 . Cependant, comme dans de nombreux problèmes, on remarque qu'un compromis doit être trouvé car on a nettement amélioré l'homogénéité résiduelle horizontale mais on a aussi dégradé l'homogénéité verticale. La zone où les homogénéités horizontale et verticale des composantes de $\text{grad}(B^2)$ sont simultanément inférieures à 1% est cette fois un rectangle de l'ordre de $2.6\text{mm} \times 4.5\text{mm}$: l'élargissement de la zone utile dans la direction horizontale s'accompagne d'une réduction de cette zone dans la direction verticale.

1.3.3 Gradient de B^2 sous l'influence de 4 barres

Afin de prendre un autre exemple, nous allons maintenant nous intéresser à l'influence de quatre lignes dipolaires en $x = \pm 3 \text{ cm}$ et $y = \pm 2 \text{ cm}$.

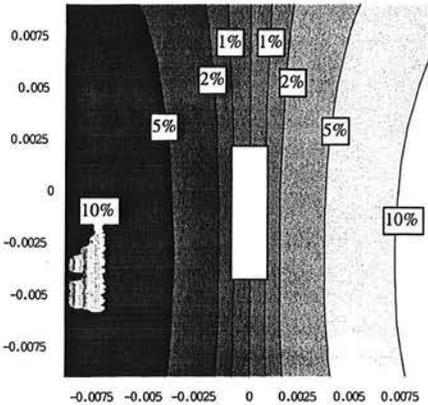


Fig. V-7 Isovaleurs de la composante résiduelle horizontale

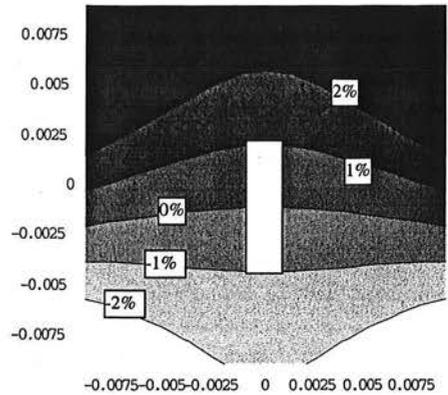


Fig. V-8 Isovaleurs de la composante résiduelle verticale

Dans cet exemple avec quatre lignes, la zone où les homogénéités horizontale et verticale des composantes de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ sont inférieures à 1% est cette fois un rectangle de l'ordre de 1.5mm×6.5mm : les homogénéités de la composante horizontale et de la composante verticale sont toutes deux dégradées par rapport au cas sans insert.

1.3.4 Conclusions

Nous avons proposé une correction de l'homogénéité d'un profil de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ donné dans le cas de géométrie cylindrique en utilisant des tiges ferromagnétiques. La modélisation a été effectuée en utilisant le formalisme complexe qui permet de simplifier considérablement les calculs.

Les résultats de simulation montrent qu'à partir d'une configuration initiale en $\underline{W}(\underline{z}) = -\lambda \underline{z}^{\frac{3}{2}}$, il est possible en utilisant deux tiges symétriques par rapport au plan $x=0$ d'améliorer l'homogénéité de la composante horizontale tout en perdant en homogénéité sur la composante verticale. On atteint ainsi $G=2800 \text{ T}^2/\text{m}$ avec une homogénéité de 1% en vertical et horizontal, dans une zone de dimensions (2.6×4.5)mm². Une simulation avec quatre tiges dans une position non optimisée a conduit à une dégradation en vertical et en horizontal par rapport au cas sans insert. Ces résultats tout à fait exploratoires montrent à la fois que l'utilisation de ce type d'inserts peut améliorer le champ de forces, et qu'une optimisation devra être menée ultérieurement pour préciser la configuration optimale des inserts et les possibilités globales de cette technique.

2 Inserts axisymétriques

2.1 Contexte scientifique

Comme nous l'avons vu précédemment, il existe une zone où il est possible de compenser la gravité au sommet d'un solénoïde. Cependant, la taille de cette zone est nécessairement limitée par le rayon interne du solénoïde.

Nous avons été sollicités par le Service des Basses Températures (SBT) du CEA Grenoble qui possède un solénoïde supraconducteur de 10 T pour étudier un insert ferromagnétique afin d'améliorer les propriétés du champ de forces magnétiques obtenu.

L'utilisation ergols cryogéniques (O_2 , H_2) au sein d'engins spatiaux ne cesse de croître. Leur gestion en l'absence de pesanteur se heurte à de nombreuses difficultés, qui nécessitent des expérimentations parallèles.

Le SBT étudie notamment l'hydrogène liquide près du point critique en utilisant la lévitation magnétique. Or l'étude de H_2 près du point critique nécessite un champ de forces résiduelles très homogène car la tension superficielle est faible et des forces mêmes très faibles peuvent déformer significativement l'interface liquide/vapeur [V-5].

Les deux figures suivantes montrent respectivement les variations de l'induction et de la composante verticale de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ sur l'axe vertical de la bobine du SBT. L'induction au centre est de 9.54 T et la position de la zone utile, notée Z_{bob} , est située à 85 mm du centre du solénoïde.

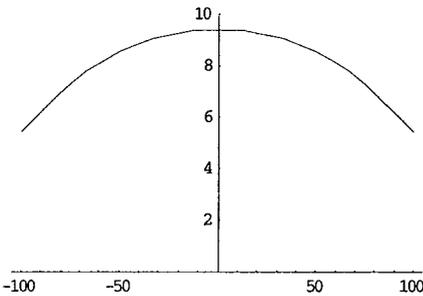


Fig.V-9 Variation de l'induction magnétique $B(z)$ sur l'axe vertical en T

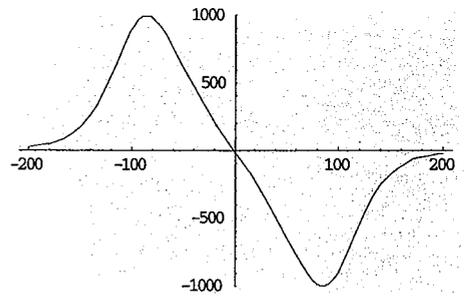


Fig. V-10 Variation de la composante verticale de $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ sur l'axe vertical en T^2/m

Les figures suivantes représentent les iso-valeurs des composantes radiales et verticales de la force magnétique pour la bobine seule. La zone de travail actuelle, représentée en blanc, est située à 85 mm du centre de la bobine.

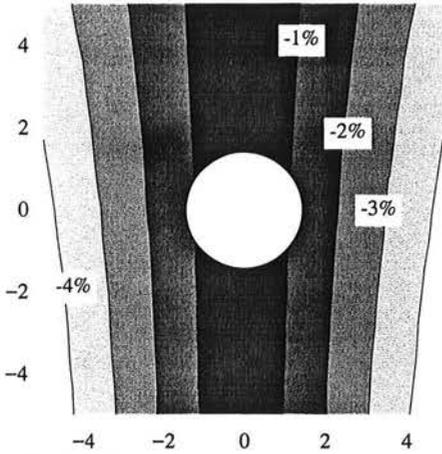


Fig. V-11. Isovaleurs de la composante radiale de $\text{grad}(B^2)$

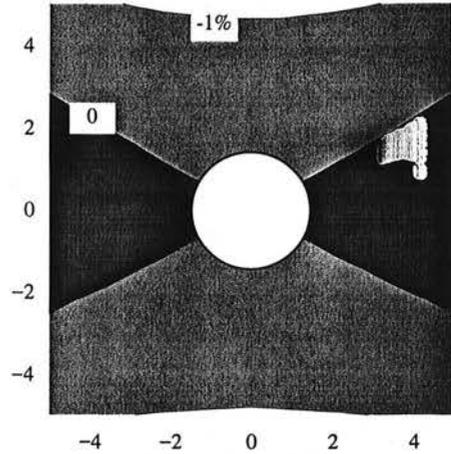


Fig. V-12. Isovaleurs de la composante verticale de $\text{grad}(B^2)$

Dans le cas de la bobine seule, les performances actuelles sont une homogénéité radiale de 1.5% et une homogénéité verticale de 0.15% dans une sphère de 3mm de diamètre. L'objectif est d'obtenir une zone de travail circulaire la plus grande possible à l'intérieur de laquelle l'homogénéité radiale est identique à l'homogénéité verticale.

2.1.1 Modélisation et calcul de la structure magnétique.

Une nouvelle fois, l'induction magnétique est suffisamment importante pour saturer le matériau ferromagnétique. Mais à la différence des inserts de création de $\text{grad}(B^2)$ étudiés dans la première partie de ce chapitre, l'induction n'est ici pas uniforme puisqu'on travaille justement dans une zone de la zone où préexiste un champ de force magnétique.

Nous avons donc décidé de modéliser numériquement l'insert à l'aide du logiciel Radia [V-6]. Il s'agit d'un code développé au sein du synchrotron ESRF à Grenoble pour le calcul magnétique fonctionnant sous *Mathematica*. Ses principaux avantages sont sa gratuité, sa simplicité d'utilisation et la possibilité de coupler, via *Mathematica*, avec des routines d'optimisation. Radia utilise une formulation de type Biot & Savart pour les parties supraconductrices et une méthode de relaxation pour les parties ferromagnétiques. Cette méthode consiste d'abord à réaliser un maillage de l'insert puis à supposer que la direction de l'aimantation dans chaque volume élémentaire de l'insert est parallèle aux lignes de champ. Le champ magnétique créé par chaque élément et la bobine est alors calculé puis le procédé est réitéré jusqu'à ce que la variation sur l'induction entre deux itérations successives soit inférieure à une valeur préalablement fixée. Le gros inconvénient de cette méthode est le temps de calcul réhibitivement long, accentué ici par l'interface avec *Mathematica*, surtout si l'on veut obtenir un degré de précision important sur les valeurs de l'induction. Or cette précision est nécessaire pour avoir une précision suffisante sur le calcul de $\text{grad}(B^2)$.

Nous verrons plus loin qu'un problème dans l'utilisation du module de calcul du logiciel Radia permettant la prise en compte de la saturation des matériaux ferromagnétiques est survenu ; ceci n'a pu être détecté qu'après obtention des résultats expérimentaux obtenus au SBT. Cette erreur invalide certains résultats numériques, mais non la méthode générale d'optimisation. Nous présentons donc ci-dessous cette méthode, en indiquant quels résultats numériques sont erronés.

2.1.2 Dimensionnement de l'insert

Comme nous l'avons déjà vu, l'insert doit être adapté aux spécifications géométriques de la bobine du SBT.

Les calculs ont été réalisés en prenant les caractéristiques suivantes pour la bobine :

Rayon intérieur	48mm
Rayon extérieur	93mm
Hauteur	200 mm
Densité de courant	203 A/mm ²

Dans le cas de la bobine seule (sans insert), le centre de la zone utile se situe à Zbob=85mm, le centre de la bobine étant repéré par z = 0. Une densité de courant dans la bobine de 203 A/mm² est nécessaire pour atteindre une valeur de 1000T²/m dans la zone utile

L'insert ferromagnétique testé est représenté sur la figure suivante.

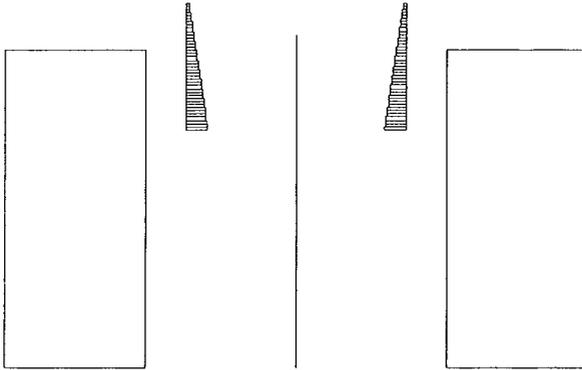


Fig. V-13 Schéma de la structure magnétique

zo = position de l'insert (mm)	50
h = hauteur de l'insert (mm)	80
Nn = nombre de couches	40
Ep = épaisseur d'une couche (mm)	2
Re = Rayon extérieur de l'insert (mm)	35
Zu = Position de la zone utile (mm)	50

Tab. V-1. Paramètres géométriques de la structure

Le rayon interne R de chaque couche (i) est donné en mm par la formule suivante :

$$R(i) = 28 + i \frac{34 - 28}{Nn - 1} \quad (IV-16)$$

Cet insert avait donné les meilleurs résultats lors des calculs de dimensionnement. Nous avons testé « à la main » différents inserts en jouant sur leur position par rapport au centre de la bobine et la pente interne du cône. Les figures suivantes donnent les principaux résultats

obtenus par calcul numérique pour la structure magnétique retenue. Comme nous l'avons indiqué, les résultats numériques obtenus se sont révélés erronés.

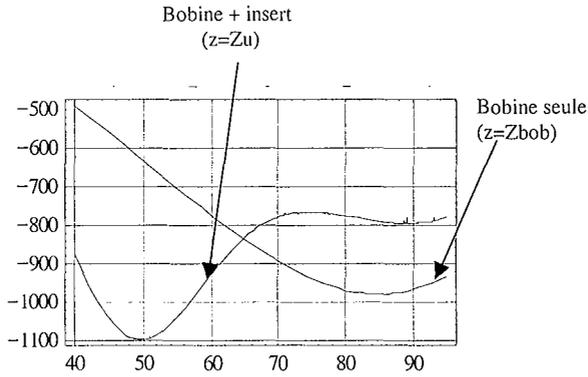


Fig. V-14. Composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ en T^2/m sur l'axe en fonction de z (mm) pour $J=203 \text{ A/mm}^2$ (Utilisation de Radia)

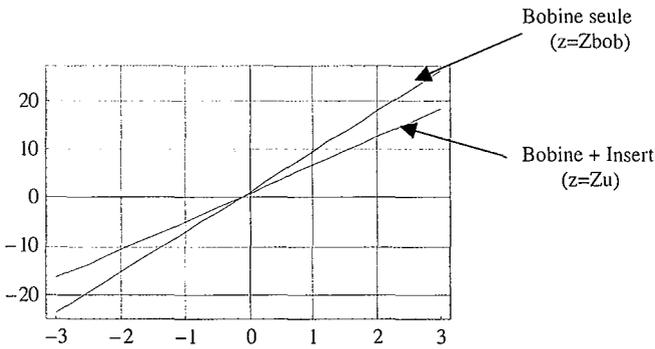


Fig. V-15. Composante radiale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ en T^2/m en fonction de r (mm) pour $J=203 \text{ A/mm}^2$ (Utilisation de Radia)

La valeur $J=203 \text{ A/mm}^2$ correspond à une valeur d'environ $1000 \text{ T}^2/\text{m}$ pour la composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ obtenue pour la bobine seule. En ajoutant l'insert, on peut diminuer la valeur du courant dans la bobine pour atteindre une même valeur de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$.

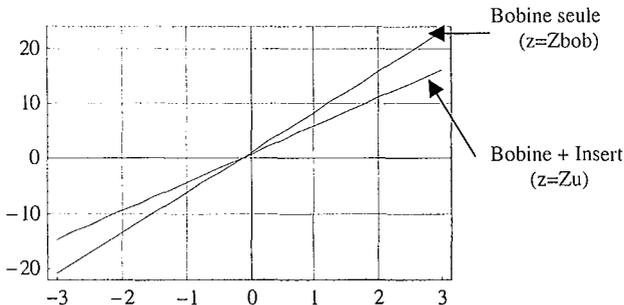


Fig. V-16. Composante radiale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ en T^2/m en fonction de r (mm) pour $J=192 \text{ A/mm}^2$ (Utilisation de Radia)

Cet insert devait donc permettre d'améliorer sensiblement l'uniformité de la composante radiale du champ de forces résiduel. De plus, il devait permettre de travailler à un courant plus faible pour obtenir la lévitation en positionnant la cellule à 50mm du centre de la bobine.

2.2 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans ce paragraphe le dispositif expérimental mis en place et d'autre part les résultats obtenus dans le cas de la lévitation de l'hydrogène liquide avec et sans insert. Les expérimentations décrites ci-après ont été réalisées par Denis Chatain et Hélène Félice.

2.2.1 Dispositif expérimental

2.2.1.1 Présentation de la station

Le dispositif expérimental appelé « trou de champ 10 T » est composé d'un cryostat à bain « Roubeau » équipé d'une bobine supraconductrice en NbTi de type imprégné. Cette bobine peut atteindre une induction de 8 T à 4.2K et une induction de 10T à 2.17K.

Le cryostat est un modèle standard Ø300 à garde d'azote de l'Air liquide. Tout le matériel est accroché à la platine principale (bobine, amenées de courant, système de réfrigération à 2.17K...)



Fig. V-17. – Station expérimentale

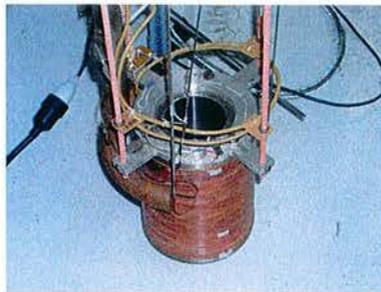


Fig. V-18. Vue de la bobine 10T

2.2.1.2 Description de la cellule

La cellule de condensation d'hydrogène est éclairée grâce à une fibre optique amenant de la lumière depuis la platine du cryostat. Un guide d'image associé à une caméra CCD permet de visualiser la cellule de condensation sur un écran. Cette cellule, constituée de deux hublots en saphir calculés pour résister à une pression de 30 Bars et permettant l'observation du liquide, est un cylindre de 8mm de diamètre et de 2mm de longueur. Elle est reliée au bain d'hélium par une résistance thermique en laiton. Sa température est de l'ordre de 33 K et sa pression de 13 Bars. Le volume d'hydrogène liquide contenu entre les deux hublots est de 0.26 cm³. Cela représente une masse de 8 mg au point critique.

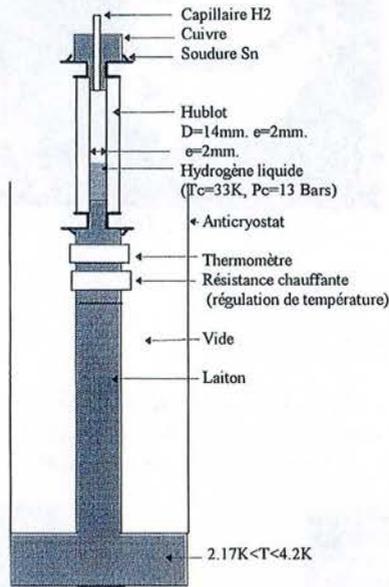


Fig. V-19. Schéma de principe de la cellule de compensation

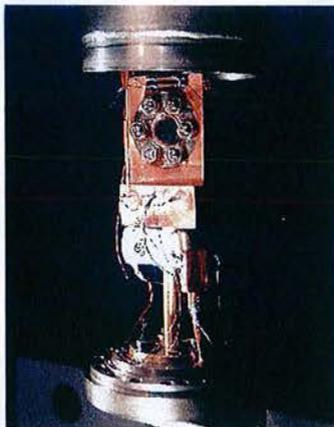


Fig. V-20. Vue de la partie supérieure de la cellule

2.2.2 Résultats obtenus

2.2.2.1 Allure de l'interface à 20 K sans champ magnétique

La photo suivante représente l'interface gaz / liquide dans la cellule sans champ magnétique. L'hydrogène liquide se situe dans la partie inférieure par gravité.

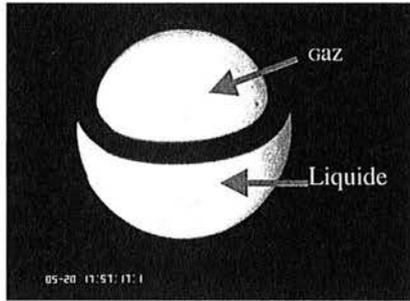


Fig. V-21. T=20K

2.2.2.2 Léviton sans insert

La cellule est positionnée de telle sorte que la zone de travail soit située à 85 mm du centre de la bobine. Le courant dans la bobine nécessaire pour obtenir la lévitation est de 63.9 A. Les photos suivantes présentent les résultats obtenus pour différentes températures.

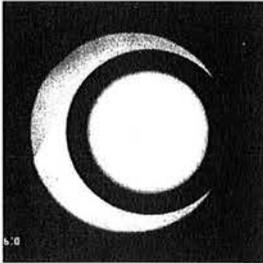


Fig. V-22. T = 20K



Fig. V-23. T-Tc = -500 mK

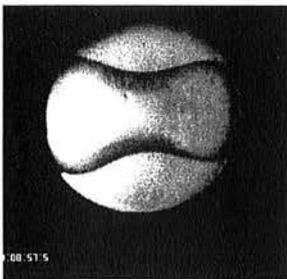


Fig. V-24. T-Tc = -100 mK

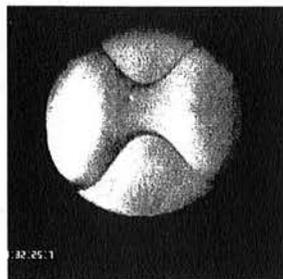


Fig. V-25. T-Tc = -20 mk

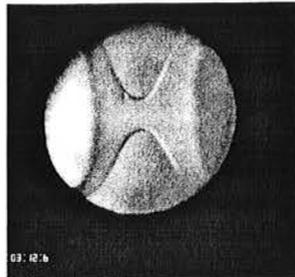


Fig. V-26. $T-T_c = -10$ mK

On observe que la forme de l'interface liquide/gaz évolue à mesure que l'on se rapproche du point critique. En effet, la tension superficielle prédomine sur la gravité résiduelle à 20K, ce qui explique la forme sphérique de la bulle de gaz (son diamètre est d'environ 8mm). En revanche, elle diminue très fortement lorsqu'on est à une température proche de T_c . La forme de l'interface est donc liée directement au champ de forces résiduel s'exerçant sur la bulle de gaz, et elle est plus particulièrement sensible à la composante radiale de la force magnétique qui « pousse » le liquide vers l'intérieur. Ces expériences permettent de retrouver les résultats établis au SBT précédemment et présentés dans [V-5].

2.2.2.3 Lévitacion avec insert

La lévitation attendue à 50mm n'a pas eu lieu comme prévu lors du dimensionnement numérique. On observe toujours une zone de lévitation à 85 mm du centre de la bobine, mais il faut augmenter le courant dans le solénoïde de près de 2% pour obtenir la compensation de la gravité.

En revanche l'insert a modifié, comme on pouvait s'y attendre, la carte de champ localement, mais sans que cela soit aussi net que ce qui avait été prévu par simulation. On a néanmoins observé des résultats différents au niveau de l'interface gaz / liquide. Les trois photos suivantes montre l'évolution de l'interface pendant la lévitation pour différentes températures. Plus on se rapproche de la température critique, et plus la déformation de l'interface est sensible aux variations de la gravité résiduelle.

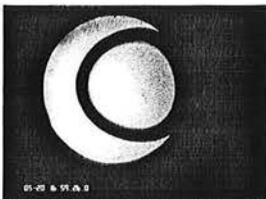


Fig. V-27. $T-T_c=500$ mK



Fig. V-28. $T-T_c=100$ mK

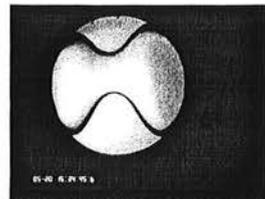


Fig. V-29. $T-T_c = 20$ mK

Loin du point critique, la bulle est quasi-sphérique. On constate également l'instabilité de cette bulle car les forces résiduelles, qui correspondent exclusivement aux forces radiales ont tendance à ramener le liquide vers le centre de la cellule.

La série de photos suivantes présente l'évolution de l'interface lors de la variation du courant I dans la bobine pour $T-T_c = 10$ mK.

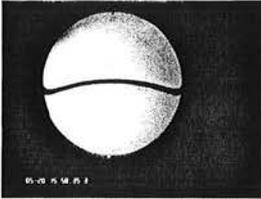


Fig. V-30. I = 63.5A

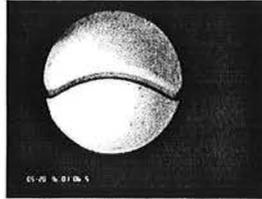


Fig. V-31. I = 64.4 A

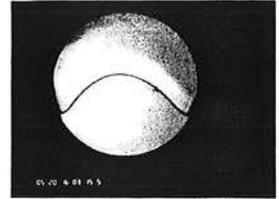


Fig. V-32. I = 64.9

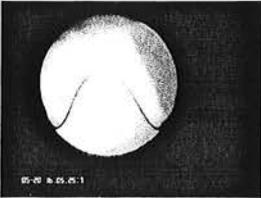


Fig. V-33. I = 65.15A

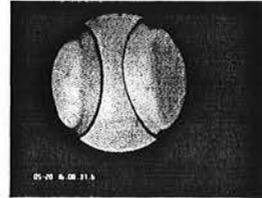


Fig. V-34. I = 65.3A

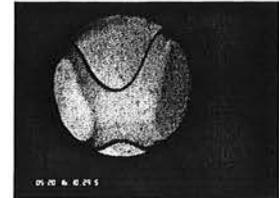


Fig. V-35. I = 65.5A

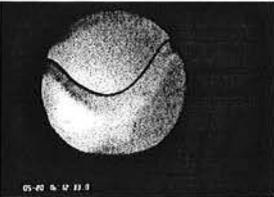


Fig. V-36. I = 65.7A

Sur les quatre premières photos, il n'y pas de lévitation : le liquide est en bas et le gaz en haut. $I=65.3A$ correspond au courant pour lequel on a lévitation de façon nette plus loin du point critique. On peut tenter d'interpréter le résultat de la manière suivante : le liquide mouille toute la hauteur du hublot. On observe aussi un deuxième ménisque relativement flou qui pourrait aussi correspondre à une interface liquide/gaz.

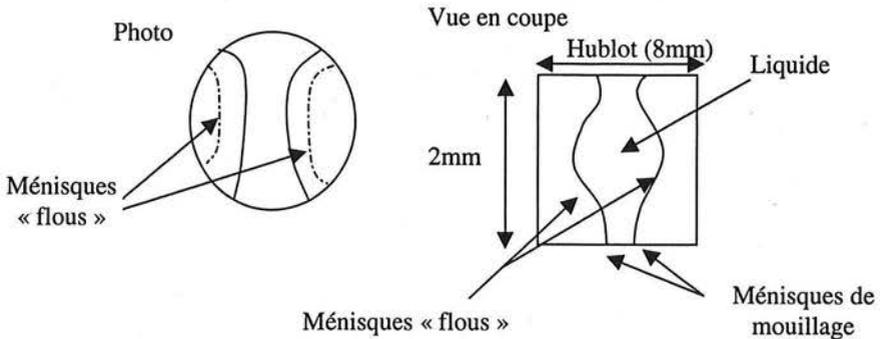


Fig. V-37. Schéma descriptif de la forme obtenu pour $I=65.3A$

Nos compétences en mécanique étant insuffisantes pour interpréter totalement les phénomènes observés, nous laisserons le soin aux spécialistes du domaine de se prononcer ultérieurement sur les résultats obtenus. On peut néanmoins observer que la lévitation avec insert supérieur s'effectue pour un courant dans la bobine supérieur (de 2.5%) au courant nécessaire pour obtenir la lévitation sans insert

En outre, la comparaison entre les figures V-26 et V-34, obtenues au point de lévitation et très près du point critique ($T-T_c = -10$ mK) montre des interfaces liquide/vapeur qui pourraient s'interpréter par une meilleure homogénéité verticale et une moins bonne homogénéité horizontale de la compensation quand l'insert est en place.

2.2.3 Remise en cause du calcul numérique

Les expériences réalisées (et l'absence de similitudes avec les résultats établis lors du dimensionnement) nous ont naturellement amenées à nous remettre en question et à notamment revoir complètement le calcul de l'insert. Après de nombreux tests successifs, nous avons pu localiser l'origine de l'erreur sur le calcul de l'insert. Il s'agissait d'une part d'un problème dans le maillage magnétique de l'insert et d'autre part d'une erreur dans l'utilisation de la routine de calcul d'un matériau isotrope. Cette dernière a été utilisée de telle sorte que le matériau n'était supposée isotrope et que son aimantation est calculée à saturation suivant les trois axes. Ainsi dans le cas du fer à saturation, nous pensions calculer un vecteur aimantation de module 2.16 T, alors qu'en fait son module valait $\sqrt{2.16^2 + 2.16^2 + 2.16^2}$, soit 3.74 T...

L'erreur commise sur le calcul du champ produit par l'insert est ensuite amplifiée en calculant la force magnétique, ce qui explique la différence entre simulation et résultats expérimentaux.

N'étant que simple utilisateur de Radia, nous avons testé cependant quelques exemples de structures magnétiques pour vérifier la validité du calcul :

- Calcul du champ crée par sphère ferromagnétique non saturée plongée dans un champ uniforme comparée au résultat analytique
- Calcul du champ crée par un cylindre ferromagnétique saturé plongé dans un champ uniforme
- Calcul du champ de l'insert de création axisymétrique présenté au chapitre IV

Les résultats alors obtenus nous avaient laissé penser que le calcul était correct... Rétrospectivement, nous pouvons expliquer le fait que l'erreur n'ait pu être mise en évidence puisque nous étions soit dans le cas d'un régime linéaire, soit dans le cas d'un matériau saturé, mais plongé dans un champ uniforme...

Le fonctionnement de la routine de calcul d'un matériau ferromagnétique plongé dans un champ non uniforme n'étant pas expliqué en détail ni dans la documentation, ni dans les tutorats du logiciel, la nuance sur la mise en place d'un tel calcul magnétique nous a malheureusement échappé.

Connaissant maintenant le fonctionnement du calcul d'un matériau ferromagnétique, nous avons voulu essayer de retrouver une partie des résultats obtenus expérimentalement. Nous avons recalculé l'insert en corrigeant notre routine et en s'assurant de la bonne qualité du maillage et d'une utilisation correcte de la routine de calcul d'un matériau ferromagnétique saturé.

Le résultat obtenu est présenté sur la figure suivante :

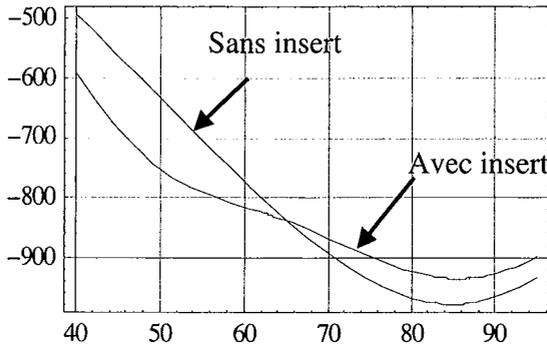


Fig. V-38. Composante verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ en T^2/m sur l'axe en fonction de z (mm) pour $J=203 \text{ A}/\text{mm}^2$

Nous n'avons pas représenté la composante radiale de la force qui reste inchangée malgré la présence de l'insert. Ce résultat nouveau sur la composante verticale confirme bien la présence d'une zone de lévitation à 85mm et qu'il n'existe pas de zone à 50mm pour des valeurs réalistes de courant. On constate également qu'il faut augmenter le courant dans la bobine pour atteindre la lévitation avec l'insert (différence de 3% environ sur la composante verticale de la force sur la figure V-38), ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux. De plus, il semble, que la composante verticale soit plus homogène, mais il nous apparaît impossible de conclure de manière définitive. De nombreux aspects devront donc être approfondis et complétés par des études ultérieures.

2.3 Méthode de dimensionnement initialement suivie

On se propose de présenter la démarche initialement suivie lors du dimensionnement de l'insert qui a été employé. L'avantage du couplage Radia/Mathematica était qu'il permettait une optimisation de la structure, contrairement à la plupart des codes de calcul de champ qui ne permettent qu'un calcul direct. Plusieurs questions se posaient donc :

- Quelle méthode d'optimisation employer ?
- Comment formuler le « problème inverse », *i.e.* quel critère – encore appelé fonction objectif - doit être retenu pour l'optimisation ?
- Ne peut-on pas imaginer *a priori* un profil d'insert à partir de l'expérience acquise ?

Nous avons eu recours pour le dimensionnement à plusieurs méthodes complètement différentes, tant par leur philosophie, que par leur mise en œuvre. Les expériences réalisées ont pu mettre en évidence l'erreur sur le calcul de l'insert, mais nous avons choisi de faire figurer la démarche retenue initialement lors du dimensionnement de l'insert même si les résultats établis alors ne sont pas valables en tant que tels.

2.3.1 Dimensionnement par algorithme génétique

Il convient d'abord de préciser que nous avons choisi d'écarter les méthodes de type déterministe pour une raison simple liée à la difficulté, bien connue des numériciens, de calculer un gradient numériquement. Ces méthodes reposent sur le calcul d'un gradient à un moment où à un autre de manière à privilégier une direction de recherche et à se rapprocher d'une solution optimale pour un critère préalablement défini.

Nous avons donc regardé du côté des méthodes stochastiques dont la philosophie est très différente : ces méthodes sont basées sur l'utilisation d'étapes aléatoires pour trouver le minimum d'une fonction objectif.

2.3.1.1 Description de la méthode génétique

Ces méthodes de recherche aléatoires fonctionnent bien même lorsque la fonction objectif est non différentiable et/ou discontinue, et elles ont une probabilité non nulle de trouver le minimum global d'une fonction objectif ayant plusieurs minimum locaux. Les méthodes stochastiques peuvent être utilisées pour localiser approximativement la région à laquelle appartient probablement le minimum mais elles demandent un nombre d'itérations important pour améliorer la valeur de la fonction « objectif ». Des techniques d'optimisation plus rapides peuvent être alors employées en complément pour trouver le minimum global au sein de cette région. Nous avons choisi plus particulièrement l'utilisation d'un algorithme génétique [V-7] dont le principe est exposé dans les lignes qui suivent.

Les algorithmes génétiques sont directement basés sur les théories de Darwin sur l'évolution des espèces.

Les principaux éléments d'un algorithme génétique peuvent se résumer comme suit :

- une représentation par chromosomes des solutions du problème
- une population initiale de solutions
- une fonction de sélection (ou fonction objectif) qui représente l'environnement
- des opérateurs géniques (croisement, mutation)
- des paramètres d'ajustement (taille de la population, probabilité d'appliquer tel ou tel opérateur génique ...)

L'opérateur croisement échange l'information génétique de deux chromosomes parents pour combiner les gènes bénéfiques dans leur progéniture, et l'opérateur mutation introduit une évolution aléatoire des gènes dans les chromosomes.

Partant d'une population initiale, on examine l'adaptation de chaque individu à l'environnement. Les individus relativement brillants sont sélectionnés pour produire la nouvelle génération en utilisant les opérateurs géniques. Cette nouvelle génération est normalement mieux adaptée à l'environnement que la précédente. Ce processus est répété ainsi de suite jusqu'à atteindre une solution jugée optimale. L'un des inconvénients majeurs de cette méthode qu'il est impossible d'affirmer avec certitude que la solution trouvée corresponde à un minimum global. Il faut aussi veiller à ce que l'aspect aléatoire soit certain : en effet, dernière les fonctions «random» existant dans les logiciels se cache parfois une fonction mathématique dont la fréquence de tirage d'un nombre est intrinsèquement fixée.

2.3.1.2 Application d'un algorithme génétique au dimensionnement de l'insert.

L'insert peut être modélisé par un empilement de couches en forme de tores à section rectangulaire dont le diamètre interne est variable, le diamètre externe étant fixé de manière à pouvoir insérer l'insert dans l'anticryostat.

La représentation de l'insert sous forme d'un chromosome a été réalisée en attribuant la valeur du diamètre interne de chaque couche comme un des gènes du chromosome modélisant l'insert.

Nous avons choisi de fixer la hauteur de chaque couche et d'imposer également le nombre de couches (donc la hauteur de l'insert), là encore de sorte que l'insert respecte les dimensions de l'anticryostat.

De plus, nous avons imposé une valeur minimale au rayon interne pour que la cellule d'expérimentation puisse être introduite à l'intérieur de l'insert.

La modélisation a été effectuée en choisissant un insert ferromagnétique, en fer Armco, dont l'aimantation de saturation atteint 2.16T.

Les profils ayant été discrétisés à partir d'un tore à section rectangulaire, on donnera donc la position de l'insert, le nombre de couche, leur épaisseur, et la valeur du rayon interne de chaque couche.

Le rayon externe est fixé à 44.9mm et le rayon interne minimal est fixé à 28mm.

2.3.1.3 Choix de la fonction « objectif »

Nous avons été confrontés au choix de la fonction objectif, permettant de définir mathématiquement les spécifications requises, notamment sur l'homogénéité du champ de force.

Nous introduisons les notations suivantes pour simplifier l'écriture :

- $dr = 1.5\text{mm}$
- $dz = 1.5\text{mm}$
- Z_u est la position verticale où la force magnétique est maximale

Nous résumons ici succinctement la liste des différentes fonctions F_{obj} testées et leurs caractéristiques :

- Minimisation des homogénéités résiduelles :

Définissons en premier lieu l'homogénéité radiale de la force magnétique et l'homogénéité verticale de la force magnétique avec les notations suivantes :

$$\epsilon_r = \frac{\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(dr, Z_u)}{\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(0, Z_u)} \quad (\text{V-17})$$

$$\epsilon_z = \frac{\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(0, Z_u + dz) + \text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(0, Z_u - dz) - 2G}{\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(0, Z_u)} \quad (\text{V-18})$$

La fonction « objectif » s'écrit alors $F_{obj} = \epsilon_r^2 + \epsilon_z^2$

- Utilisation d'une fonction de corrélation

On trouve un point Z_u tel que $\text{grad}(\mathbf{B}^2)|_r(0, Z_u) = G$ et ensuite on calcule le coefficient de corrélation pour la liste de n points donnés par :

$$\{ \{ \mathbf{B}^2(0, Z_u - dz_n), Z_u - dz_n \}, \{ \mathbf{B}^2(0, Z_u), Z_u \}, \{ \mathbf{B}^2(0, Z_u + dz_n), Z_u + dz_n \} \}$$

$$\text{avec } dz_n = \frac{dz}{n}$$

Le coefficient de corrélation mesure le caractère linéaire de la relation entre deux variables aléatoires X et Y d'une loi statistique. Il est donné par l'équation suivante :

$$\text{cor} = \frac{\sum(x_i - x_m)(y_i - y_m)}{\sqrt{\sum(x_i - x_m)^2 \sum(y_i - y_m)^2}} \quad (\text{V-19})$$

où x_i et y_i représentent respectivement les différents éléments des listes X et Y et x_m et y_m représentent respectivement la moyenne des éléments des listes X et Y.

Pour une loi strictement linéaire (de la forme $Y = aX + b$), ce coefficient vaut 1.

Nous avons donc cherché à minimiser la fonction $F_{\text{obj}} = (1 - \text{cor})^2$, puisque si B^2 varie linéairement, sa dérivée est quasiment constante.

Cette méthode permet d'obtenir une très bonne homogénéité suivant Oz dans la zone $Z_u \pm dz$, surtout si on augmente n, nombre de point de la liste. En revanche, les résultats pour la composante radiale de la force magnétique ne sont guère intéressants.

- Minimisation de la composante radiale

On trouve un point Z_u tel que $f_z(Z_u, 0) = G$ pour ce point et on cherche à minimiser $f_r(Z_u, dr)$. Il n'est en effet pas nécessaire de s'intéresser à l'homogénéité car nous avons pu observer que la fonction $f_r(Z_u, r)$ est maximum pour dr (elle est nulle sur l'axe compte tenu de la symétrie du système)

La fonction « objectif » s'écrit ici : $F_{\text{obj}} = |\text{grad}(B^2)|_r (dr, Z_u)$

Après quelques essais, nous avons rapidement observé que le problème principal était surtout d'obtenir une homogénéité radiale satisfaisante. Parmi les trois fonctions « objectif » testées, c'est la dernière fonction objectif qui a donné le meilleur résultat car nous avons constaté qu'une valeur plus faible de $|\text{grad}(B^2)|_r (dr, Z_u)$ assurait nécessairement l'uniformité radiale.

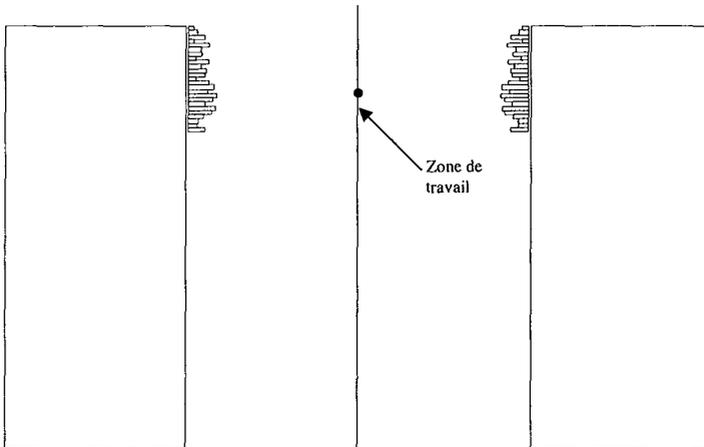


Fig. V-39. Schéma de la structure magnétique

zo = position de l insert (mm)	50
h = hauteur de l'insert (mm)	50
Nn = nombre de couches	25
Ep = épaisseur d'une couche (mm)	2
Re = rayon extérieur de l'insert (mm)	35
Zu = position de la zone utile (mm)	63

Tab. V-2. Paramètres géométriques de la structure

R(1)	30.83	R(11)	28.46	R(21)	29.79
R(2)	32.82	R(12)	29.96	R(22)	33.80
R(3)	32.71	R(13)	33.22	R(23)	30.81
R(4)	31.39	R(14)	30.94	R(24)	32.81
R(5)	29.17	R(15)	30.69	R(25)	33.85
R(6)	28.29	R(16)	31.81		
R(7)	31.00	R(17)	30.02		
R(8)	29.04	R(18)	33.26		
R(9)	28.00	R(19)	31.5		
R(10)	30.41	R(20)	31.94		

Tab. V-3. Rayon intérieur de chaque couche (en mm)

Profil optimisé – i=1 désigne la couche inférieure, i=25 la couche supérieure

Dans le cadre du calcul effectué, la zone utile, à l'intérieur de laquelle les composantes horizontales et verticales du champ de forces résiduel sont uniformes à 1%, est une sphère de 3mm de diamètre (représentée sur les figures ci-dessus par le disque blanc).

2.3.1.4 Conclusion sur les résultats obtenus par la méthode génétique

Les résultats n'ont pas été satisfaisants en terme d'homogénéité puisque l'on améliore que très peu l'homogénéité dans la zone. De plus, l'allure très irrégulière du profil d'insert obtenu est assez peu propice à une réalisation.

Il est possible de formuler quelques hypothèses quant à l'échec de la méthode génétique dans un tel cas de figure :

- D'abord, le temps de calcul du champ magnétique crée par la structure est extrêmement long. Ceci est dû d'une part à l'utilisation du logiciel de calcul formel, *Mathematica* qui ralentit nécessairement le processus car il consomme de la mémoire vive pour fonctionner et d'autre part à la méthode de relaxation qui demande beaucoup de temps pour obtenir des résultats précis. Or dans un algorithme génétique, la fonction objectif doit être évaluée pour chaque individu, puisque c'est elle qui va permettre de dire si un individu est en adéquation avec son environnement, autrement dit de voir si il possède des caractéristiques intéressantes.
- L'insert calculé ici a été réalisé de manière à pouvoir se loger dans l'anticryostat existant dont le diamètre est de 54 mm. L'insert est donc relativement loin de la zone de l'axe vertical, ce qui explique que son influence sur $\text{grad}(\mathbf{H}^2)$ soit aussi faible.
- Les gènes étaient parfaitement indépendants entre eux, ce qui explique l'allure irrégulière des profils obtenus. Les algorithmes génétiques n'écartent a priori aucun axe de recherche d'individus, même « exotiques ».

- L'influence de chaque couche est telle qu'une petite variation de l'épaisseur modifie assez peu la valeur de l'induction mais suffit à perturber considérablement l'homogénéité du champ de $\text{grad}(\mathbf{H}^2)$, la dérivation accentuant naturellement toute variation.

En principe, un nombre infini d'itérations de la méthode génétique conduit nécessairement à la solution optimale. Mais on ne sait rien dire sur l'existence d'individus exotiques correspondant à des minimums locaux proches du minimum global.

2.3.2 Autres structures testées

Comme les résultats précédents obtenus par algorithme génétique n'étaient pas satisfaisants par rapport aux contraintes fixées initialement, nous avons voulu regarder l'influence de deux formes particulières d'insert.

Mais cette fois, nous avons pu rapprocher l'insert de l'axe vertical en prenant un nouveau cryostat. Conformément à la remarque tirée de l'optimisation par algorithme génétique dans le dernier paragraphe, l'influence de l'insert est d'autant plus grand que celui-ci est proche de la zone de travail. Bien évidemment, nous aurions pu lancer de nouveau l'algorithme précédent, mais compte-tenu du temps imparti, nous n'avons pu optimiser une nouvelle structure. Nous avons donc fait le choix de tester deux formes particulières d'insert, même cette démarche est frustrante puisque nous n'avons pas pu complètement optimiser ses structures... En effet, ici nous n'avons cherché à faire varier que le nombre de couches de l'insert c'est à dire sa hauteur, et sa position, les diamètres intérieur et extérieur étant fixés.

- L'insert conique linéaire utilisé lors des expériences a ainsi été dimensionné (voir paragraphe précédent). Cette configuration devait permettre d'obtenir une homogénéité de 1.5% sur les composantes horizontale et verticale de $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ dans une sphère de 4 mm de diamètre.
- L'insert conique exponentiel: Nous avons cherché cette fois à déterminer un profil de forme exponentiel. Une nouvelle fois, les rayons intérieurs et extérieurs maximums de l'insert étaient fixés par les contraintes géométriques du système. Les seuls degrés de liberté étaient la hauteur de l'insert et sa position par rapport au centre de la bobine. Nous avons donc testé différents cas de figure sans faire ici d'optimisation complète par manque de temps. Comme pour la structure précédente, nous avons fait varier à la main les paramètres et avons retenu le meilleur résultat.

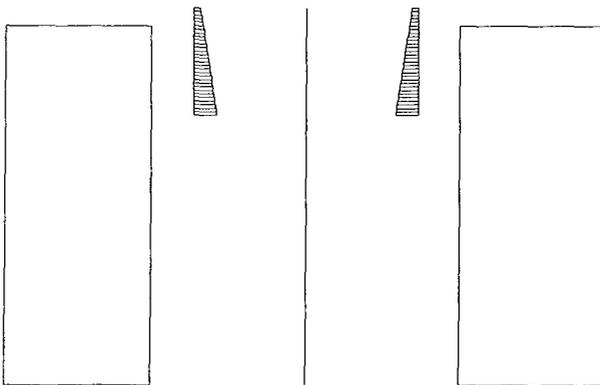


Fig. V-40. Schéma de la structure magnétique

Zo = position de l'insert (mm)	50
Hauteur de l'insert (mm)	60
Nombre de couches	30
Épaisseur d'une couche (mm)	2
Rayon extérieur (mm)	35
Zu = Position de la zone utile (mm)	50

Tab. V-4. Paramètres de la structure

Le rayon interne (en mm) de chaque couche (i) donné par

$$R(i) = A \cdot \exp[B \cdot i]$$

avec $A = 28 \cdot \exp[-B]$

$$B = \ln[33/28]/29$$

R(1)	28,00	R(11)	29,63	R(21)	31,36
R(2)	28,16	R(12)	29,80	R(22)	31,54
R(3)	28,32	R(13)	29,97	R(23)	31,72
R(4)	28,48	R(14)	30,14	R(24)	31,90
R(5)	28,64	R(15)	30,31	R(25)	32,08
R(6)	28,80	R(16)	30,48	R(26)	32,26
R(7)	28,97	R(17)	30,66	R(27)	32,44
R(8)	29,13	R(18)	30,83	R(28)	32,63
R(9)	29,30	R(19)	31,01	R(29)	32,81
R(10)	29,46	R(20)	31,18	R(30)	33,00

Tab. V-5. Rayon interne de chaque couche (en mm)

Variation exponentielle – i=1 désigne la couche inférieure, i=30 la couche supérieure

Les résultats obtenus étaient moins bons que dans le cas du profil linéaire. Nous avons aussi regardé ce que donnait un insert exponentiel « renversé » (au sens où l'épaisseur des couches décroît en fonction de leur position verticale), mais les résultats étaient encore moins intéressants.

2.3.3 Quelques remarques générales sur les inserts

A partir des nombreux cas testés, nous avons pu établir un certain nombre de remarques générales sur les inserts en géométrie cylindrique. Celles-ci restent valables malgré l'erreur sur le calcul de l'influence réelle de l'insert...

D'abord, nous avons constaté qu'il fallait une nouvelle fois trouver un compromis entre les homogénéités radiales et verticales du champ de force obtenu.

Ensuite, il y a une corrélation directe entre la distance de l'insert, sa composition et les résultats obtenus sur l'homogénéité. Une faible valeur du rayon interne de l'insert permet d'obtenir des résultats plus intéressants car l'efficacité de l'insert de « correction » augmente.

Il apparaît que les résultats obtenus dans le cas des deux autres structures testées (profil conique linéaire et profil conique exponentiel) sont meilleurs que ceux de l'insert dimensionné en utilisant un algorithme génétique. Mais il est cependant difficile de comparer rigoureusement les deux, puisque la position de l'insert par rapport au centre était différente. Il aurait fallu donc refaire une optimisation, ce qui n'a pu être réalisé par manque de temps.

Nous avons malgré tout choisi de faire figurer ces résultats dans ce manuscrit, même si nous restons quelque peu frustré d'avoir obtenu un bilan aussi peu satisfaisant. Nous sommes aussi conscient du fait qu'imposer un profil particulier de l'insert revient, au moins dans la philosophie, à utiliser une méthode d'optimisation déterministe...

3 Conclusions sur les inserts de correction

Compte-tenu des résultats obtenus, l'étude d'inserts ferromagnétiques supersaturés pour corriger localement un champ de force magnétique préexistant au sein d'un système mérite d'être approfondie, que ce soit dans le cas des géométries cylindrique ou axisymétrique.

La modélisation numérique des systèmes devra cependant être améliorée, pour diminuer notamment le temps de calcul et ainsi pouvoir optimiser plus rapidement des structures en fixant différents critères. De plus, le problème sur le calcul numérique de l'insert ayant été découvert tardivement, un effort particulier reste à poursuivre sur la modélisation numérique d'un insert ferromagnétique. Néanmoins, les remarques faites précédemment tant sur les méthodes d'optimisation que sur la compréhension de l'influence de l'insert sont bien entendues toujours valables.

De plus, d'autres inserts élaborés à partir d'un matériau dont l'aimantation est supérieure à celle du fer doux (fer-cobalt ou holmium) sont à envisager car l'efficacité de l'insert devrait alors être renforcée. Cette voie devra être étudiée attentivement même si la réalisation pratique d'un insert en Holmium est *a priori* beaucoup moins aisée.

Les expériences menées dans le cadre de la lévitation de l'hydrogène et de son étude près du point critique ont permis d'une part de mettre en évidence le problème sur le calcul numérique de l'insert, et d'autre part, de faire un certain nombre de remarques descriptives sur les phénomènes près du point critique. Ces phénomènes faisant l'objet d'études poussées dans le domaine de la mécanique des fluides, notre objectif dans le cadre de cette thèse n'était nullement de prétendre pouvoir comprendre et interpréter complètement des mécanismes aussi complexes, ce qui explique notre approche exclusivement descriptive des résultats obtenus.

Nous pouvons seulement affirmer que les expériences effectuées montrent qu'un insert de correction modifie les phénomènes observés d'autant plus que les forces magnétiques résiduelles deviennent importantes devant les autres forces en jeu (ici, forces de tension superficielle essentiellement, évanescences au point critique).

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ce travail a permis d'apporter une contribution méthodologique à la conception de systèmes supraconducteurs de lévitation magnétique. La lévitation magnétique repose sur la compensation de la gravité s'exerçant sur une substance déterminée à l'aide d'une force magnétique, s'exerçant sur les moments magnétiques qu'elle contient. Il faut pour cela créer un champ de vecteurs $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ et on obtient alors pour cette substance environnement de dit de « microgravité ». Notre étude a concerné la synthèse des sources destinées à créer un champ de forces magnétiques de valeur imposée, en s'attachant particulièrement à respecter des contraintes d'homogénéité dans une zone utile la plus étendue possible.

Outre la création d'une valeur de force magnétique susceptible d'assurer la lévitation pour des substances faiblement magnétique, notre travail a permis de prendre en compte les contraintes sur l'homogénéité de la compensation, dans une zone la plus étendue possible. Nous avons établi dans le premier chapitre un théorème général montrant qu'il est impossible de compenser la gravité dans un domaine d'extension finie (c'est à dire de créer un champ de vecteurs $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$ uniforme) sans déroger aux équations de Maxwell. Cela signifie que la lévitation magnétique n'est qu'un moyen imparfait de compensation de la pesanteur : l'homogénéité de la force et les dimensions de du domaine utile sont deux paramètres dont la prise en compte est indispensable dans tout dispositif de lévitation magnétique, tout autant que la valeur absolue de la force recherchée.

Nous avons proposé dans le second chapitre une méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de sources pour la lévitation magnétique dans le cas des géométries bidimensionnelles invariantes par translation. Cette méthodologie est basée sur une modélisation idéalisée des systèmes (les sources sont modélisées par des densités surfaciques de courant). L'avantage de ce type de structure est l'obtention d'une zone de travail dont le volume peut être augmenté en jouant sur la profondeur. Nous avons montré à partir d'une étude générale de potentiels complexes de la forme z^α comment les homogénéités horizontale et verticale du champ de forces sont reliées à la dimension de la zone utile, à la valeur de la force souhaitée, et à la valeur de l'induction magnétique qu'il est nécessaire de réaliser pour obtenir la lévitation avec une bonne homogénéité dans de grands domaines. L'extension générale de cette expression fondamentale à toutes configurations magnétiques bidimensionnelles figure en annexe D.

Nous avons ensuite dimensionné deux structures entièrement supraconductrices destinées respectivement à la lévitation de l'eau et celle de cibles de deutérium pour la fusion thermonucléaire par confinement inertiel, en s'attachant particulièrement à l'obtention de la valeur importante de la force nécessitée par ces substances, faiblement diamagnétiques. En complément du dimensionnement d'un bobinage multipolaire destiné à la lévitation de l'eau, l'influence sur la convection du champ de forces magnétiques obtenu a également été étudiée. Ces deux études ont permis de mettre en évidence les potentialités de ces structures, mais également leurs limites compte-tenu des performances actuelles des matériaux supraconducteurs.

Nous avons ensuite exploré une autre voie portant sur l'association d'enroulements supraconducteurs et d'inserts ferromagnétiques. Un premier stade (théorique et expérimental) a porté sur la conception d'un insert ferromagnétique permettant, à partir d'un champ magnétique précédemment uniforme, de créer un champ de forces suffisantes, mais sans s'attacher à l'homogénéité. Un deuxième stade a porté sur l'optimisation par modélisation d'inserts ferromagnétiques destinés à corriger l'uniformité d'un champ de forces « naturels » existant aux extrémités des solénoïdes.

Nous avons enfin exposé les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre d'une collaboration avec le Service des Basses Températures du CEA Grenoble, pour un insert ferromagnétique dans le cas de la lévitation de l'hydrogène liquide près de son point critique.

L'insert optimisé a montré une influence sur les effets observés, mais inférieure aux prévisions ; ceci a permis de corriger la modélisation numérique utilisée. Un nouvel insert, calculé après correction de la modélisation numérique, a été testé en août 2003 et a montré un comportement satisfaisant (résultats communiqués par courtoisie, de Hélène FELICE et Denis CHATAIN, SBT-CEA Grenoble).

Tout au long des trois dernières années de cette recherche, nous avons été confrontés à de nombreuses difficultés émanant de cette problématique... Certains aspects ont pu être éclaircis, d'autres n'ont été que partiellement abordés, d'autres enfin n'ont pu être résolus. En outre, les résultats présentés dans ce mémoire ont été établis dans la période de temps accordée normalement à l'impétrant pour accomplir son travail de doctorat. A la fin de ces travaux, nous espérons toutefois avoir apporté des éléments d'analyses pertinents à la thématique de la lévitation magnétique et au problème sous-jacent de la synthèse des sources destinées à créer un champ de forces magnétiques prescrit. En particulier, nous avons établi la nécessité de prendre en compte l'homogénéité du champ de forces souhaité dans la zone utile pour toute détermination d'un dispositif de lévitation.

Néanmoins, un grand nombre de points restent en suspens, auxquels il convient d'ajouter les nouvelles questions posées par ces travaux. On notera évidemment l'effort particulier qui reste à mener sur le couplage entre méthodes d'optimisation et outils de simulation numérique, en particulier quand on utilise des matériaux ferromagnétiques. L'utilisation pour ces inserts de matériaux ferromagnétiques à haute induction de saturation à basse température, voire l'utilisation d'autres matériaux (supraconducteurs massifs par exemple) sont des champs de recherche ouverts.

L'interprétation des phénomènes observés au SBT-CEA Grenoble pour l'hydrogène liquide près du point critique n'a pu être que superficiellement abordée étant donné la complexité des mécanismes en jeu et surtout leur éloignement disciplinaire par rapport à la problématique de cette thèse. Pourtant, on peut penser que les forces magnétiques résiduelles, dans un domaine où certaines autres forces comme la tension superficielle sont elles-mêmes évanescentes, peuvent devenir prépondérantes et conduire à des comportements intéressants à étudier. Enfin, les premières réflexions très élémentaires que nous avons menées sur la convection thermique de l'eau en ambiance de lévitation magnétique, sous l'effet des forces résiduelles, montrent l'importance qu'il y aurait à entreprendre des recherches dans ce domaine.

ANNEXES

On appelle tension superficielle la force de cohésion qui tend à minimiser la surface limitant un volume de fluide.

L'effet de tension superficielle provient du fait que les forces intermoléculaires ne s'équilibrent pas tout à fait à la surface de séparation de deux fluides : comme ces actions se font à courte distance, notre échelle macroscopique ne retiendra que des actions de contacts définies par une densité surfacique d'effort.

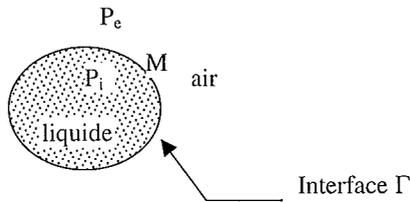
L'énergie de l'interface entre deux fluides immiscibles est de la forme $E_\gamma = \int_\Gamma \gamma ds$, où Γ est

l'interface, ds l'aire élémentaire et γ le coefficient de tension superficielle dont la dimension est $[\gamma] = M T^{-2}$.

Si γ est constant, si S est l'aire de contact alors $E_\gamma = \gamma S$.

Une très petite goutte d'eau en chute libre dans l'air (poids et frottement négligeable devant les forces de tension superficielle) prendra une forme sphérique de telle sorte que son énergie d'interface E_γ soit minimale (*i.e.* S minimum)

Cette énergie implique qu'en un point M de l'interface Γ , la pression subisse un saut de la forme $P_i - P_e = \gamma C$ où C est la courbure moyenne de la surface.



On introduit traditionnellement dans les problèmes où la tension superficielle intervient, un nombre adimensionnel, le nombre de Bond, noté ici B_d et défini comme le rapport des forces de tension superficielle et des forces de pesanteur.

$$B_d = \frac{\gamma}{\rho g L_0^2}$$

où ρ est la masse volumique du fluide considéré, g la gravité et L_0 une longueur caractéristique.

Il est donc possible de déterminer une longueur critique L_c correspondant à $B_d = 1$. Le tableau suivant rappelle les valeurs de ρ et de γ pour l'eau (293K), le mercure (288K) et l'hydrogène liquide (20K) donne la valeur de L_c .

	Eau (293 K)	Mercure (288 K)	Hydrogène (20K)
γ (N/m)	0,0728	0,48	0.00213
ρ (kg/m ³)	1000	13550	70.78
L_c (mm)	2.72	1.90	1.75

On trouve pour l'eau et le mercure respectivement $L_c = 2$ mm et $L_c = 3$ mm. Cette longueur représente en ordre de grandeur le rayon en dessous duquel la goutte de liquide (posée par exemple sur un plan non mouillable) reste sphérique.



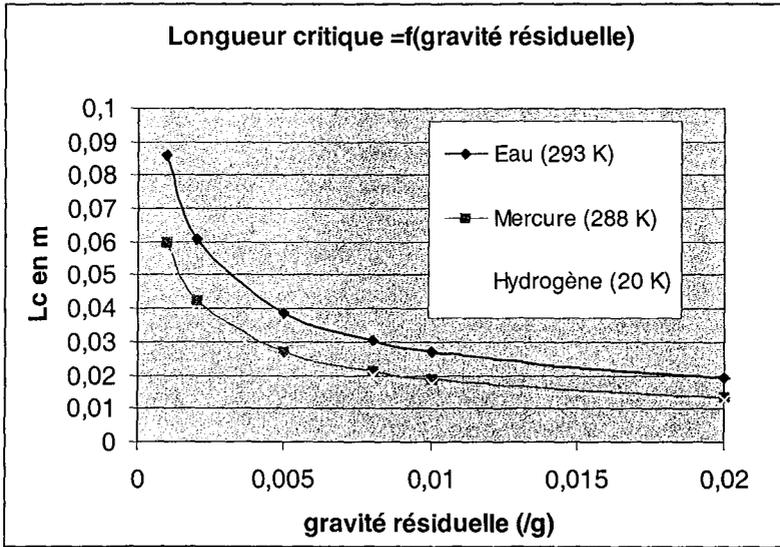
Illustration de l'effet de la microgravité sur la forme d'un liquide
Extrait des aventures de Tintin – *On a marché sur la lune*

Nous partons du même raisonnement pour définir un nouveau nombre adimensionnel, rapport des forces de tension superficielle et de la gravité résiduelle obtenue en compensant le champ de pesanteur par une force magnétique quasi-constante. Ainsi, on introduit un paramètre ε dans le nombre de Bond, où la gravité résiduelle est exprimée sous la forme εg . On définira B_ε ce nombre adimensionnel, que l'on appellera nombre de Bond dérivé.

$$B_\varepsilon = \frac{\gamma}{\varepsilon \rho g L_0^2}$$

Pour $\varepsilon = 1$, on retrouve le nombre de Bond défini précédemment.

Le graphe suivant présente l'évolution de la longueur L_c en fonction de ϵ pour l'eau, le mercure et l'hydrogène liquide.



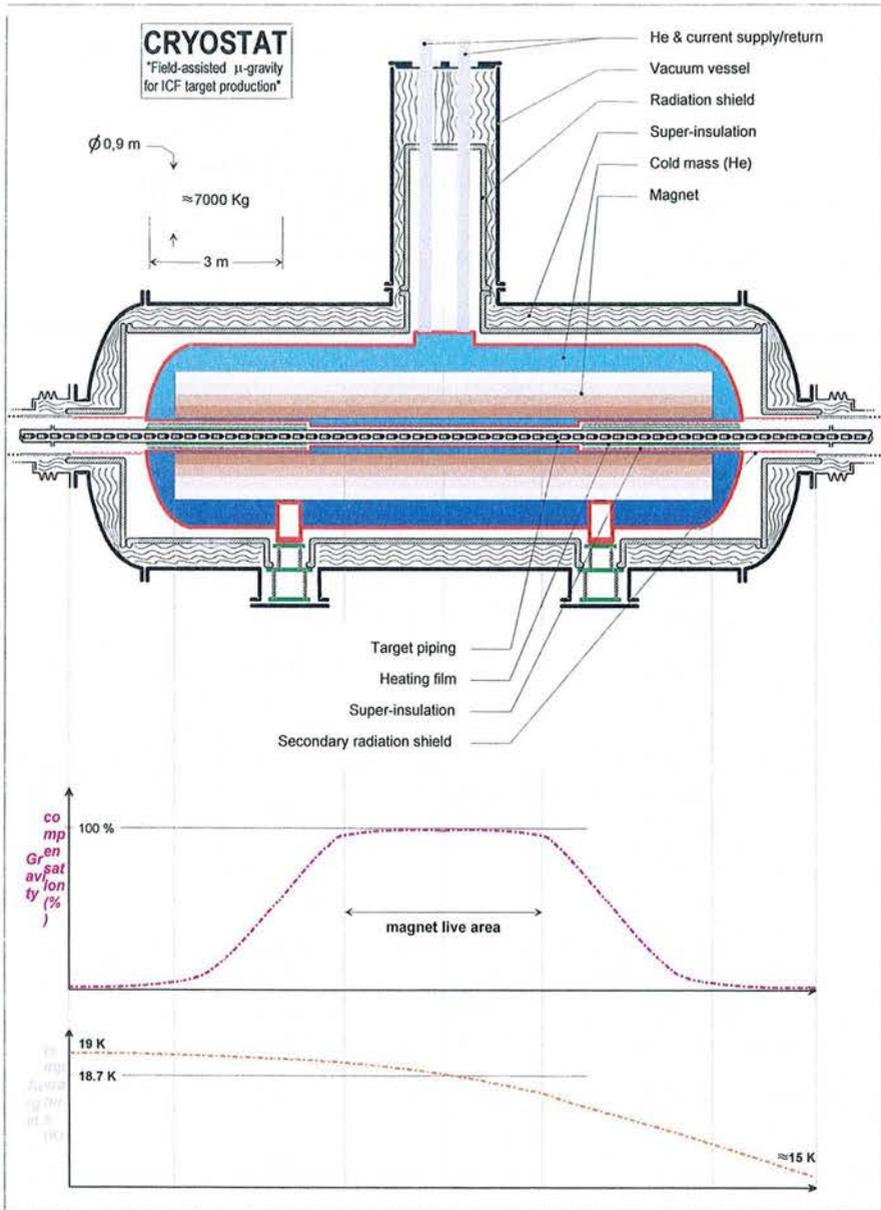
On constate que la valeur de L_c augmente sensiblement dès que l'homogénéité est de l'ordre du pour-cent de la gravité g , ce qui signifie que l'on va pouvoir envisager la lévitation de volumes de liquide plus importants.

Références : S. Chandrasekhar
Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability
 Dover Pub. INC., 1961
 ISBN 0-486-64071-X

E. Guyon, J-P. Hulin, L. Petit
Hydrodynamique physique
 Savoirs Actuels – InterEditions / Editions du CNRS, 1991.
 ISBN 2 7296 0255 0

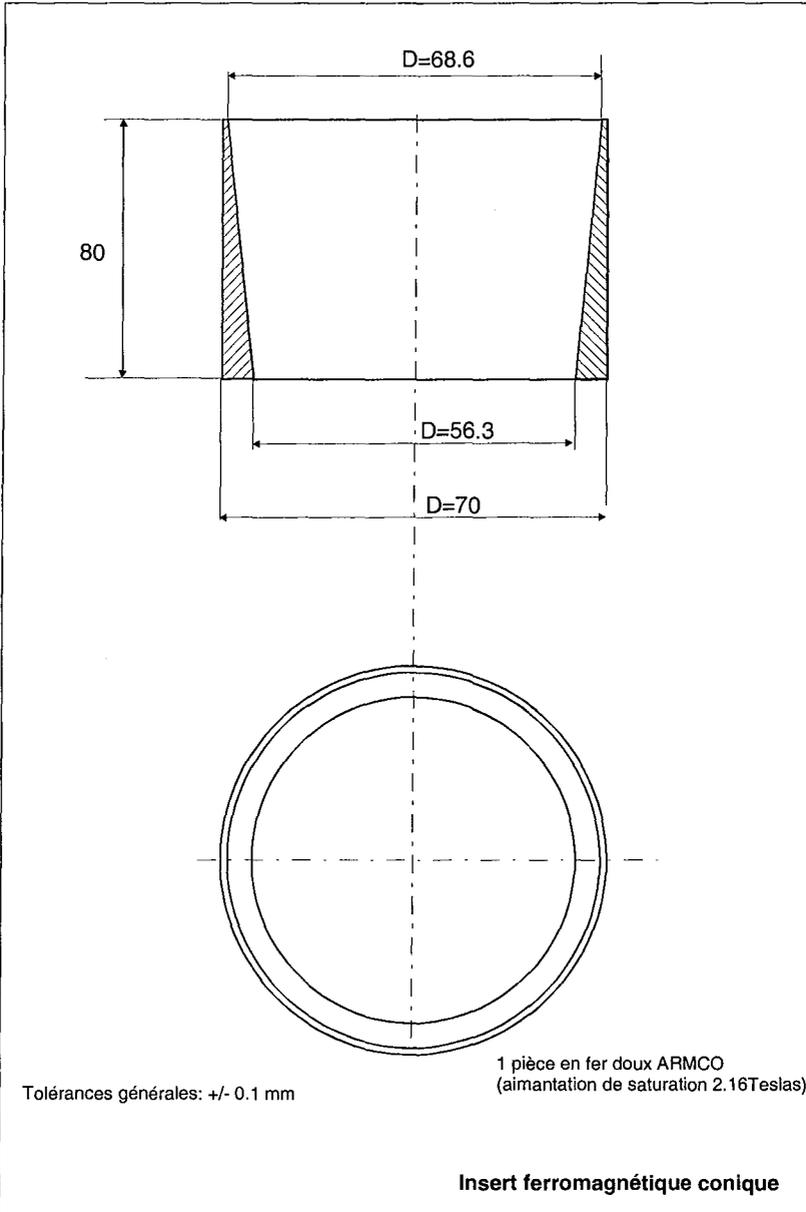
ANNEXE B

Cryostat pour l'aimant multipolaire destiné
à la production de cibles cryogéniques
Conception CEA/SACM



ANNEXE C

Plan de l'insert



ANNEXE D

Relations entre valeur de la force magnétique, induction, taille de la zone et homogénéités

Dans cette annexe, on définit $\mathbf{G} = \text{grad}(\mathbf{B}^2)$. On suppose que la compensation exacte de la force de pesanteur, pour le matériau concerné, a lieu au point 0.

Il est alors possible de définir le vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}$, «vecteur précision relative de la compensation» par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{G}(\mathbf{r}) - \mathbf{G}(\mathbf{0})}{G_0} \quad (1)$$

où \mathbf{r} est le vecteur des coordonnées d'un point suffisamment proche de $\mathbf{r} = \mathbf{0}$, avec $|\mathbf{G}(\mathbf{0})| = G_0$.

On va estimer $\boldsymbol{\varepsilon}$ par une méthode de développement limité

Dans le cas général tridimensionnel, on a :

$$\mathbf{G}(x,y,z) = \mathbf{G}(0,0,0) + x \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} \Big|_{(0,0,0)} + y \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \Big|_{(0,0,0)} + z \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} \Big|_{(0,0,0)} + \dots \quad (2)$$

Nous traiterons dans cette annexe le cas particulier des systèmes bidimensionnels d'abord invariants par translation, puis axisymétriques.

1. Systèmes bidimensionnels invariants par translation

Nous avons établi dans le chapitre II la relation reliant la valeur de la force magnétique, l'induction moyenne, la taille de la zone et l'homogénéité du champ de force magnétique, une formule dans le cas d'un potentiel magnétique complexe de la forme $\mathbf{W}(\mathbf{z}) = \mathbf{z}^\alpha$. Cette formule peut en fait être généralisée à tout problème bidimensionnel invariant par translation. La zone utile est alors par exemple un cylindre de rayon R.

Les développements peuvent se faire soit directement sur \mathbf{G} (développement au premier ordre), soit sur \mathbf{H} (développement au deuxième ordre, méthode indiquée par A. Colteu par courtoisie), soit sur \mathbf{B}^2 (développement deuxième ordre, méthode indiquée par F. Bouchon par courtoisie).

En effectuant un développement sur \mathbf{G} au premier ordre, on peut écrire :

$$\mathbf{G}(x,y) = \mathbf{G}(0,0) + x \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} \Big|_{(0,0)} + y \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \Big|_{(0,0)} \quad (3)$$

Autour de l'origine, le vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}$ s'écrit alors :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x,y) = \frac{\mathbf{G}(x,y) - \mathbf{G}(0,0)}{G_0} \quad (4)$$

Soit au premier ordre :

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x,y) = \frac{1}{G_0} \left(x \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} \Big|_{(0,0)} + y \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} \Big|_{(0,0)} \right)$$

Par la suite, pour alléger les notations, on note ∂_x la dérivée partielle par rapport à la variable x et les dérivées secondes ∂_{xx} , ∂_{xy} . On est dans un espace où $\text{rot}(\mathbf{B}) = \mathbf{0}$ et $\text{div}(\mathbf{B}) = 0$, ce qui conduit à :

$$\partial_x B_x + \partial_y B_y = 0 \text{ et } \partial_y B_x = \partial_x B_y$$

$$\text{De plus comme } \Delta(\mathbf{B}) = \mathbf{0}, \text{ on a } \partial_{xx} B_x + \partial_{yy} B_x = 0 \text{ et } \partial_{xx} B_y + \partial_{yy} B_y = 0$$

Après calcul, on obtient :

$$\frac{1}{2} \partial_x \mathbf{G} = \begin{cases} [(\partial_x B_x)^2 + B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_x B_y)^2 + B_y \partial_{xx} B_y] \mathbf{u}_x \\ [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y] \mathbf{u}_y \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \partial_y \mathbf{G} = \begin{cases} [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y] \mathbf{u}_x \\ [(\partial_x B_x)^2 - B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_y B_x)^2 + B_y \partial_{yy} B_x] \mathbf{u}_y \end{cases} \quad (6)$$

On choisit l'axe Ox tel que $G_y=0$

$$\text{D'où } [-B_x \partial_x B_x]_{(0,0)} = [B_y \partial_y B_y]_{(0,0)}$$

$$\text{Et } [-B_x \partial_x B_y]_{(0,0)} = [B_y \partial_y B_y]_{(0,0)}$$

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} G_0 \mathbf{E}(x,y) = & \\ & (x [(\partial_x B_x)^2 + B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_x B_y)^2 + B_y \partial_{xx} B_y]_{(0,0)} + y [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y]_{(0,0)}) \mathbf{u}_x \\ & + (x [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y]_{(0,0)} + y [(\partial_x B_x)^2 - B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_y B_x)^2 + B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)}) \mathbf{u}_y \end{aligned} \quad (7)$$

D'où :

$$\frac{G_0 \mathbf{E}(R,0)}{R} = [(\partial_x B_x)^2 + B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_x B_y)^2 + B_y \partial_{xx} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_x + [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_y$$

$$\frac{G_0 \mathbf{E}(0;R)}{R} = [B_x \partial_{xy} B_x + B_y \partial_{xy} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_x + [(\partial_x B_x)^2 - B_x \partial_{xx} B_x + (\partial_y B_x)^2 + B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_y$$

On étudie maintenant deux configurations particulières correspondant respectivement au cas \mathbf{G} et \mathbf{B} parallèles et au cas \mathbf{G} et \mathbf{B} perpendiculaires.

- Cas 1 : \mathbf{G} et \mathbf{B} sont suivant \mathbf{u}_x

Il s'agit alors de la généralisation de la relation établie au chapitre II de ce manuscrit. Le résultat dans ce cas de figure nous a été indiqué par Guy Aubert.

Au point 0, on a les relations suivantes :

$$B_x \neq 0, B_y = 0$$

$$\partial_y B_x = 0, \partial_x B_y = 0, \partial_x B_x \neq 0, \partial_y B_y \neq 0$$

On obtient alors :

$$\frac{1}{2} \partial_x \mathbf{G}|_{(0,0)} = [(\partial_x B_x)^2 + B_x \partial_{xx} B_x]_{(0,0)} \mathbf{u}_x \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \partial_y \mathbf{G}|_{(0,0)} = [(\partial_x B_x)^2 - B_x \partial_{xx} B_x]_{(0,0)} \mathbf{u}_y \quad (9)$$

Si on appelle $\varepsilon_x(\mathbf{R})$ la composante suivant \mathbf{u}_x de $\mathcal{E}(\mathbf{R},0)$ et $\varepsilon_y(\mathbf{R})$ la composante suivant \mathbf{u}_y de $\mathcal{E}(0,\mathbf{R})$, on obtient :

$$\varepsilon_x(\mathbf{R}) = \frac{2\mathbf{R}}{G_0} [(\partial_x B_x)^2 + B_x \partial_{xx} B_x]_{(0,0)} \quad (10)$$

$$\varepsilon_y(\mathbf{R}) = \frac{2\mathbf{R}}{G_0} [(\partial_x B_x)^2 - B_x \partial_{xx} B_x]_{(0,0)} \quad (11)$$

Ce qui permet d'obtenir finalement la relation :

$$|B_0| = \sqrt{\frac{G_0 \mathbf{R}}{2(\varepsilon_x(\mathbf{R}) + \varepsilon_y(\mathbf{R}))}} \quad (12)$$

On retrouve donc de manière plus générale la formule établie dans le cas particulier du chapitre II. La différence sur le "facteur 2" entre la formule précédente et la formule II-57 du deuxième chapitre provient en fait d'une différence dans la définition de l'homogénéité verticale : dans le chapitre II, ε_y est définie pour deux points situés respectivement en bas et en haut du cercle définissant la zone utile.

On a donc : $\varepsilon_y(\text{II-57}) = 2 \varepsilon_y(\text{D-12})$

- Cas 2 : \mathbf{G} suivant \mathbf{u}_x , \mathbf{B} suivant \mathbf{u}_y

Cette fois, on a au point 0, on a les relations suivantes :

$$B_y \neq 0, B_x = 0 \\ \partial_x B_x = 0, \partial_y B_y = 0, \partial_y B_x \neq 0, \partial_x B_y \neq 0$$

On obtient alors :

$$\frac{1}{2} \partial_x \mathbf{G}|_{(0,0)} = [(\partial_y B_y)^2 + B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_x \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \partial_y \mathbf{G}|_{(0,0)} = [(\partial_y B_y)^2 - B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)} \mathbf{u}_y \quad (14)$$

Si on appelle $\varepsilon_x(\mathbf{R})$ la composante suivant \mathbf{u}_x de $\mathcal{E}(\mathbf{R},0)$ et $\varepsilon_y(\mathbf{R})$ la composante suivant \mathbf{u}_y de $\mathcal{E}(0,\mathbf{R})$, on obtient :

$$\varepsilon_x(\mathbf{R}) = \frac{2\mathbf{R}}{G_0} [(\partial_y B_y)^2 + B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)} \quad (15)$$

$$\varepsilon_y(\mathbf{R}) = \frac{2\mathbf{R}}{G_0} [(\partial_y B_y)^2 - B_y \partial_{yy} B_y]_{(0,0)} \quad (16)$$

Ce qui permet d'obtenir finalement la relation :

$$|B_0| = \sqrt{\frac{G_0 R}{2(\varepsilon_x(R) + \varepsilon_y(R))}} \quad (17)$$

On obtient donc dans cette configuration la même relation entre induction, taille de la zone, valeur de la force et homogénéités dans les deux configurations que celle proposé par Guy Aubert dans le cas 1.

Cependant nous avons établi qu'elle n'est pas valable pour tout autre décalage angulaire entre **B** et **G**. Dans ce cas, l'estimation de ε se fait à partir de l'équation (7).

2. Systèmes axisymétriques

Il est également possible d'obtenir un résultat voisin pour les géométries axisymétriques. Celui-ci nous a également été communiqué par Guy Aubert. On va cette fois utiliser un développement au deuxième ordre de **B**.

On se place dans le repère (**O**, **u_r**, **u_θ**, **u_z**)

Compte tenu des conditions de symétries, il est possible d'écrire :

$$\mathbf{B} = B_r(r,z) \mathbf{u}_r + B_z(r,z) \mathbf{u}_z$$

Autour du point **O**, on peut écrire les coordonnées du champ sous forme d'un développement limité d'ordre 2 :

$$B_r(r,z) = B_r(0,0) + \frac{\partial B_r}{\partial r} |_{(0,0)} r + \frac{\partial B_r}{\partial z} |_{(0,0)} z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} |_{(0,0)} r^2 + 2 \frac{\partial^2 B_r}{\partial r \partial z} |_{(0,0)} r z + \frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2} |_{(0,0)} z^2 \right)$$

$$B_z(r,z) = B_z(0,0) + \frac{\partial B_z}{\partial r} |_{(0,0)} r + \frac{\partial B_z}{\partial z} |_{(0,0)} z + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial r^2} |_{(0,0)} r^2 + 2 \frac{\partial^2 B_z}{\partial r \partial z} |_{(0,0)} r z + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} |_{(0,0)} z^2 \right)$$

L'induction **B** vérifie dans le vide, en dehors des sources, les équations $\mathbf{rot}(\mathbf{B}) = \mathbf{0}$ et $\mathbf{div}(\mathbf{B}) = 0$ qui conduisent respectivement à :

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r}$$

et
$$B_r + r \left(\frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) = 0.$$

En définissant $\alpha_i = \frac{1}{i!} \frac{\partial^i B_z}{\partial z^i} |_{(0,0)}$, et en choisissant **B** suivant **u_z**, on peut alors écrire au deuxième ordre :

$$B_r(r,z) = -\frac{1}{2} \alpha_1 r - \alpha_2 r z \quad (18)$$

$$B_z(r,z) = \alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 \left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right) \quad (19)$$

$$\text{Or } \mathbf{grad}(\mathbf{B}^2) = 2 (B_r \mathbf{grad}(B_r) + B_z \mathbf{grad}(B_z)) \quad (20)$$

On arrive donc à l'expression suivante au premier ordre pour $\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2)$:

$$\mathbf{grad}(\mathbf{B}^2) (r,z) = \left(2 \alpha_0 \alpha_1 + \left(\frac{1}{2} \alpha_1^2 - 2 \alpha_0 \alpha_2 \right) z \right) \mathbf{u}_z + (2 \alpha_1^2 + 4 \alpha_0 \alpha_2) z \mathbf{u}_z \quad (21)$$

Définissons respectivement les homogénéités radiale et verticale dans une sphère de rayon R, par $\epsilon_r = \frac{\alpha_1^2 - 4 \alpha_0 \alpha_2}{4 \alpha_0 \alpha_1} R$ et $\epsilon_z = \frac{2 \alpha_1^2 + 4 \alpha_0 \alpha_2}{2 \alpha_0 \alpha_1} R$.

Comme $B_0 = \alpha_0$ et $G_0 = 2 \alpha_0 \alpha_1$, on obtient finalement la relation entre la valeur du champ B_0 , la valeur de la force magnétique G_0 , la taille de la zone et les homogénéités radiale et verticale de la force pour un système axisymétrique :

$$B_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3G_0 R}{2 \epsilon_r + \epsilon_z}} \quad (22)$$

NOMENCLATURE*

* Différentes grandeurs ont parfois une même notation utilisée de façon classique. Nous avons choisi de conserver celles-ci sachant que ces mêmes notations sont utilisées dans des contextes différents et ne prêtent pas à ambiguïté.

LETTRES LATINES

a	Vecteur constant
A	Potentiel vecteur
A_n	Coefficient <i>skew</i> d'ordre n de la décomposition en série de B
B	Vecteur induction magnétique
B_0	Induction initiale
<u>B</u>	Induction magnétique complexe
B_d	Nombre adimensionnel de Bond
B_e	Nombre adimensionnel de Bond dérivé
B_x, B_y	Composante de B suivant Ox et Oy
B_x', B_y'	Composante de B suivant Ox' et Oy'
B_n	Coefficient normal d'ordre n de la décomposition en série de B
cor	Coefficient de corrélation
C	Courbure de la surface S
<u>C</u>_n	Harmonique complexe d'ordre n de la décomposition en série de B
<i>d</i>	Distance OO'
dx, dy	Variations élémentaires de x et y
<i>dl</i>	Arc élémentaire
<i>D</i>	Conductivité thermique
D_n	Coefficient défini par (II-11)
E_p	Épaisseur d'une couche de l'insert axisymétrique
<i>E</i>	Densité volumique d'énergie
E_γ	Énergie d'interface entre deux fluides non miscibles
F_{obj}	Fonction objectif
F_m	Force magnétique
<i>F</i>	Partie réelle du potentiel magnétique complexe
f_m	Force volumique magnétique
g	Accélération de la pesanteur
<i>g</i>	Module de g
g_{eff}	Champ de gravité effectif
<i>g_{eff}</i>	Module de g_{eff}
<i>G</i>	Module de la composante verticale de grad(B²)
<i>Gr</i>	Nombre de Grashof
<i>h</i>	Hauteur de l'insert axisymétrique de correction
H	Vecteur champ magnétique
H_0	Champ initial
H_x, H_y	Composante de H suivant Ox et Oy
H_x', H_y'	Composante de H suivant Ox' et Oy'
H_t	Champ tangentiel au cylindre de rayon R en géométrie cylindrique
<i>I</i>	Courant
<i>Im()</i>	Fonction partie imaginaire
<i>i</i>	Nombre imaginaire pur de module 1
J_a	Vecteur densité volumique de courant calculé par la méthode des courants ampériens
J_c	Densité de courant critique dans le supraconducteur
<i>J</i>	Densité de courant apparente dans le supraconducteur
K	Vecteur densité superficielle de courant
K_a	Vecteur densité superficielle de courant calculé par la méthode des courants ampériens

K_z	Composante de \mathbf{K} suivant Oz
L_0	Longueur caractéristique
L_c	Longueur critique
L	Rayon extérieur de l'insert axisymétrique
m	Moment dipolaire de la tige efromagnétique
m	Masse
\mathbf{M}	Moment magnétique volumique
M_s	Aimantation de saturation
N_n	Nombre de couches de l'insert axisymétrique de correction
O	Centre du repère global
O'	Centre du repère local (centre de la zone utile)
Pr	Nombre adimensionnel de Prandtl
p	Champ de pression
R	Rayon de la zone utile en géométrie cylindrique
R	Rayon intérieur de l'insert axisymétrique
R	Rayon de la ligne dipolaire
Ra	Nombre adimensionnel de Rayleigh
Re	Rayon extérieur de l'insert axisymétrique de correction
R_0	Repère cylindrique global
R_1	Repère cylindrique local
$Re()$	Fonction partie réelle
$R_{réf}$	Rayon d'analyse harmonique
\mathbf{r}	Vecteur position dans le repère terrestre
r	Module de $\underline{\mathbf{z}}$
r'	Module de $\underline{\mathbf{z}}'$
S	Surface du fluide
t	Temps
T	Température
T_c	Température critique
T_c	Température chaude
T_f	Température froide
T_n	Coefficient défini par (II-12)
\mathbf{V}	Champ de vitesse
V	Volume
V	Potentiel magnétique scalaire
$\underline{\mathbf{W}}$	Potentiel magnétique complexe
x	Abscisse dans R_0
x'	Abscisse dans R_1
y	Ordonnée dans R_0
y'	Ordonnées dans R_1
$\underline{\mathbf{z}}$	Coordonnée complexe dans le repère R_0
$\underline{\mathbf{z}}'$	Coordonnée complexe dans le repère R_1
Zbob	Centre de la zone utile dans le cas du solénoïde seul
Zo	Position verticale de l'insert axisymétrique de correction
Zu	Position verticale où la force est maximale

LETTRES GRECQUES

α	Nombre réel
α_i	Angles
β	Coefficient d'expansion thermique
χ_g	Susceptibilité magnétique massique
χ_m	Susceptibilité magnétique
δ	Angle sous lequel est vue la zone utile dans le repère R_0
ΔT	Variation de température
$\Delta \mathbf{B}_0$	Variation de l'induction initiale
ΔG	Variation de G
ε_x	Pourcentage définissant l'homogénéité de la force résiduelle horizontalement
ε_y	Pourcentage définissant l'homogénéité de la force résiduelle verticalement
Γ	Interface entre deux fluides
ϕ_a	Rotation entre les axes Ox et Oy'
γ	Coefficient de tension superficielle
φ	Potentiel scalaire vérifiant l'équation de Laplace
φ	Argument de \underline{z}
φ'	Argument de \underline{z}'
φ_n	Dérivée du potentiel scalaire d'ordre n sur l'axe vertical
λ	Coefficient de \underline{W} défini par (III-2)
μ_0	Perméabilité magnétique du vide
μ	Perméabilité magnétique
ν	Viscosité cinématique
θ	Position angulaire dans le repère R_0
θ_i	Angle
ρ	Masse volumique
ϕ_a	Rotation entre les axes Ox et Oy'
ω	Vitesse angulaire
ξ	Rapport entre les homogénéités ε_x et ε_y
ψ	Potentiel de vitesse dont dérive \mathbf{V}
ψ_n	Angle défini par (II-12)

AUTRES SYMBOLES

∇	Vecteur gradient
$\text{div}()$	Divergence
$\text{grad}()$	Vecteur gradient
$\text{grad}(\mathbf{B}^2) _z$	Composante du vecteur $\text{grad}(\mathbf{B}^2)$ suivant z
$\text{rot}()$	Vecteur rotationnel
$\Delta()$	Laplacien vectoriel
$\ \underline{z}\ $	Module de \underline{z}
\mathbb{R}	Ensemble des nombres réels
\emptyset	Diamètre
\in	Appartient à

2
8

Environ
Infini

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

CHAPITRE I

- [I-1] Site internet de l'Agence Spatiale Européenne
www.esa.int
- [I-2] Site internet du Centre National d'Etudes Spatiales
www.cnes.fr
- [I-3] Site internet de l'Agence Spatiale Canadienne
www.space.gc.ca
- [I-4] Site internet de l'Agence Spatiale Américaine
www.nasa.gov
- [I-5] W. Z. Braunbeck
Physics, n°112, pp753, 1939.
- [I-6] V. Arkadiev
A floating magnet
Nature, n°160, pp330, 1947
- [I-7] E. Beaugnon, R. Tournier
Levitation of water and organic substances in high static magnetic fields
Journal de physique III France 1, n°8, pp 1423-1428, Août 1991
- [I-8] G. Gillet
Séparation magnétique
Techniques de l'ingénieur, novembre 1991.
- [I-9] E. Durand
Magnétostatique
Editions Masson et C^{ie}, 1968
- [I-10] O. Ozaki, *et al*
Development of superconducting magnets for uniform and high magnetic force field generation
Communication à MT-17, 24-28 septembre 2001, Genève
- [I-11] J.S. Brooks, *et al*
J. Appl. Phys., No 87, pp 6194, 2000
- [I-12] A. Mailfert
Machine électrique tournante synchrone
Brevet ANVAR 81-19620, octobre 1981
- [I-13] A. Rezzoug
Machine Synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice. Aspects théoriques et expérimentaux
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, soutenue le 10/09/1987

- [I-14] G. Gillet, F. Diot
Evolution technologique dans le domaine du tri magnétique
Mines Carrières – Les Techniques, vol. 1, pp 4-14, Juin 1996
- [I-15] E. Nava
Modèle de piégeage de particules ultrafines sous champ magnétique intense
Thèse de doctorat de l'I.N.P.L., soutenue en octobre 1996
- [I-16] M. D. Bird, Y. M. Eyssa
Special purpose high field resistive magnet
IEEE Trans. on Applied Superconductivity, vol. 10, No. 1, pp 451-454, March 2000
- [I-17] Vincent-Viry O.
Contribution méthodologique à la synthèse de sources en magnétostatique. Applications au stockage magnétique d'énergie et à la lévitation magnétique.
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, janvier 2002.
- [I-18] S. Matsumoto, *et al*
Magnetic flux concentration and magnetic force enhancement using YBCO cylinders
Communication à ASC-2002, Houston (Texas), USA
- [I-19] N. I. Wakayama, *et al*
Effect of a magnetic field gradient on the crystallization of hen lysozyme
Journal of Crystal Growth, n°178, pp 653-656, 1997
- [I-20] M. Hamai, *et al*
Crystal growth of ammonium chloride in magnetic levitation conditions
Journal of Crystal Growth, n°209, pp 1013-1017, 2000
- [I-21] K. Watanabe, M. Motokawa
Materials Science in Static High Magnetic Fields
Collection «Advances in Materials Research»
Editions Springer, 2002.
ISBN 3-540-41995-0
- [I-22] E. Beaugnon, *et al*
Material processing in high static magnetic field.
A review of an experimental study on levitation, phase separation, convection texturation
Journal de Physique I, February 1993, pp 399-421
- [I-23] J. Qi, *et al*
Suppression of natural convection in nonconducting and lowconducting fluids by the application of a static magnetic field
Materials transactions, JIM, vol. n°8, pp 970-975, 2000
- [I-24] K. Kitazawa, *et al*

- Prospects of new magneto-science, novel magnetic fields effects on non-magnetic substances
Proceedings of the Symposium on New Magneto Science 1999, pp 147-152
- [I-25] E. Beaunon, *et al*
Lévitiation diamagnétique et anomalies de mouillage
Recueil des communications, 6^{ème} Journées de Cryogénie et de Supraconductivité,
Aussois, Vol. 1, pp 49-55, 2000
- [I-26] E. Beaunon, *et al*
Dynamics of magnetically levitated droplets
Physica B : Condensed Matter, Vol. 294-295, 2001, pp 715-720
- [I-27] R. Wunenburger, *et al*
Magnetic compensation of gravity forces in (p-) hydrogen near its critical point :
Application to weightless conditions
Physical Review E, vol. 62, n° 1, pp 469-476, July 2000
- [I-28] M. A. Weilert, *et al*
Magnetic Levitation of Liquid Helium
Journal of Low Temperature Physics, n°106, 1/2, 1997.
- [I-29] M. V. Berry, A. K. Geim
Of flying frogs and levitrons
European Journal of Physics, No. 18, pp 307-313, 1997
- [I-30] K. Shinohara, *et al*
Measurement of Magnetic Susceptibilities of Particles in Liquid Phase
Proceedings of the Symposium on New Magneto Science 1999, pp 316-319
- [I-31] P. Neittaanmäki, *et al*
Inverse Problems and optimal Design in Electricity and Magnetism
Monographs in Electrical and Electronic Engineering – 35
Oxford Science Publications, Clarendon Press, 1996

CHAPITRE II

- [II-1] Beth R.A.
Complex Representation and Computation of two-dimensional Magnetic Fields
J. Appl. Phys., 37(7), pp 2568-2571, 1966.
- [II-2] Durand E.
Magnétostatique
Editions Masson et C^{ie}, 1968
- [II-3] Vincent-Viry O.

Contribution méthodologique à la synthèse de sources en magnéto-statique. Applications au stockage magnétique d'énergie et à la lévitation magnétique.
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, janvier 2002.

- [II-4] Vincent-Viry O., Mailfert A., Colteu A., Dael A., Gourdin C., Quettier L.
Micro-gravity: current distributions creating a uniform force field
The European Physical Journal - Applied Physics, Vol. 13, No 2, pp 121-123,
Fevrier 2001
- [II-5] Mailfert A., Vincent-Viry O.
2-D inverse problems with applications to micro-gravity and energy storage
*International Journal for Computation and mathematics in Electrical and
Electronic Engineering COMPEL*, vol. 20, n°3, pp 869-878, 2001.
- [II-6] Mess K.-H., Schmüser P. and Wolf S.
Superconducting Accelerator Magnets
Edited by World Scientific, 1996.
- [II-7] Devred A.
Superconducting Magnets for Particle Accelerators and Storage Rings
Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering,
New York, NY: John Wiley & Sons, Vol. 20, pp.743-762, 1999.
- [II-8] Berry M.V., Geim A. K.
Of flying frogs and levitrons
Eur. J. Phys., 18, pp 307-313, 1997.
- [II-9] Quettier L., Dael A., Mailfert A.
New designs of Superconducting Magnets for Generation of Uniform Magnetic
Force Field
Proceedings of ICEC 19, Grenoble, France, 22 - 26 juillet 2002, pp 271-274.
Editions Narosa Publishing House- ISBN 81-7319-509-0
- [II-10] Astier J.-P. *et al.*
Protein crystals orientation in a magnetic field.
Acta Cryst. D 54, pp 703-6, 1998.

CHAPITRE III

- [III-1] Durand E.
Magnéto-statique
Editions Masson et C^{ie}, 1968
- [III-2] Meier W.R. Durand E.
Osiris and Sombrero inertial power plant designs
Fusion Eng and design, 25, 145 (1994)

- [III-3] Petzoldt R. W.
IFE target injection and tracking experiment"
 Fusion Technology. Vol 34 Nov 1998. p.831
- [III-4] Larsen J.T.
Why cryogenic inertial confinement fusion"
 J. Vac. Sci. Technol. A7 (3), May/jun 1989. p. 1150
- [III-5] Chatain D.
Cryogenic targets production using magnetic levitation experiments in a transparent hollow sphere
 Task ICF 02. Note SBT/CT 2000-03 (Feb 2000)
- [III-6] Chatain D.
Magnetic levitation for IFE targets production. Part I and II
 Task ICF 02. Note SBT/CT 2000-58 (jan 2001)
- [III-7] Devred A.
Review of superconducting dipole and quadrupole magnet for particle accelerators"
 Rapport interne CEA/DAPNIA/STCM 99-24, 1999.
- [III-8] Russenschuck S.
Roxie : Routine for the Optimization of magnet X-sections, Inverse field calculation and coil End design
 Proceedings of the First International Roxie Users Meeting and Workshop, CERN, 16-18 March 1998.
- [III-9] Asner F.
High field superconducting magnets
 Oxford Science Publication. Avril 1999.
- [III-10] Giegé R., et al
La cristallogénèse des macromolécules biologiques
 Rapport CNRS, Département des Sciences de la Vie (2001)
<http://www.cnrs.fr/SDV/biolgiege.html>,
- [III-11] Ozaki O., et al
Design study of superconducting magnet for uniform magnetic force fields
 Proceedings of the Symposium on New Magneto Sciences SNMS, pp 568-573, 1999.
- [III-12] Beaugnon E., Tournier R.
Levitation of water and organic substances in high static magnetic fields
Journal de physique III France 1, n°8, pp 1423-1428, Août 1991
- [III-13] Quettier L., Daël A., Mailfert A.
New designs of superconducting magnets for generation of uniform magnetic force field

Proceedings ICEC 2002, 22 - 26 juillet 2002, Grenoble, France.
ISBN 81-7319-508-0

- [III-14] Paillère H., Dabbene F.
Initiation à la Simulation Numérique en Mécanique des Fluides à l'aide de CASTEM2000
Recueil d'Exemples Commentés - Cours ENSTA MF307.
- [III-15] Guy Aubert
Communication au groupe de travail sur la lévitation magnétique
STCM, CEA Saclay, 19/07/2000, non publié.
- [III-16] J. Qi, N.o I. Wakayama, Akira Yabe
Magnetic control of thermal convection in electrically non-conducting or low-conducting paramagnetic fluids
International Journal of Heat and Mass transfer n°44, pp 3043-3052, 2001.
- [III-17] G. De Vahl Davies and I.P. Jones
Natural Convection in a square cavity : a Comparison Exercise
International Journal for Numerical methods in Fluids, 3:227-248, 1983.

CHAPITRE IV

- [IV-1] Vincent-Viry O.
Contribution méthodologique à la synthèse de sources en magnéto-statique. Applications au stockage magnétique d'énergie et à la lévitation magnétique.
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, janvier 2002.
- [IV-2] David E. Goldberg
Algorithmes génétiques : Exploration, optimisation et apprentissage automatique
Ed. Addison-Wesley, 1994.
- [IV-3] Durand E.
Magnéto-statique
Editions Masson et C^{ie}, 1968.
- [IV-4] Russenschuck S.
Roxie : Routine for the Optimization of magnet X-sections, Inverse field calculation and coil End design
Proceedings of the First International Roxie Users Meeting and Workshop, CERN, 16-18 March 1998.
- [IV-5] Brun M.
« Trou de champ 10T »
Note SBT/CT/87-27, Service des Basses Températures

CEA Grenoble 1987.

CHAPITRE V

- [V-1] M. D. Bird, Y. M. Eyssa
Special purpose high field resistive magnet
IEEE Trans. on Applied Superconductivity, vol. 10, No. 1, pp 451-454, March 2000
- [V-2] Félice H., Quettier L., Mailfert A.
Inserts ferromagnétiques cylindriques pour uniformiser un champ de forces magnétiques
Poster présenté aux 7^{ème} Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, 2003.
- [V-3] Mathematica[®] 4
Copyright Wolfram Research 1999.
<http://www.wolfram.com/>
- [V-4] Elleaume P., Chubar O., Chavanne J.
Computing 3D Magnetic Field from Insertion Devices
Proc. of the PAC97 Conference May 1997, p.3509-3511.
- [V-5] R. Wunenburger, *et al*
Magnetic compensation of gravity forces in (p-) hydrogen near its critical point :
Application to weightless conditions
Physical Review E, vol. 62, n° 1, pp 469-476, July 2000
- [V-6] Site internet de Radia
http://www.esrf.fr/machine/groups/insertion_devices/Codes/Radia/Radia.html
- [V-7] David E. Goldberg
Algorithmes génétiques : Exploration, optimisation et apprentissage automatique
Ed. Addison-Wesley, 1994.

BIBLIOGRAPHIE PERSONNELLE

1. Communications :

O. Vincent-Viry, A. Mailfert, A. Colteu, A. Dael, C. Gourdin, L. Quettier
Micro-gravité : configurations de bobinages créant un champ de forces magnétiques
Poster

Sixièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, France, 16-19/05/2000,
recueil des présentations, vol.2, pp 757-759
Edition : Association française du Froid

L. Quettier, O. Vincent-Viry, A. Mailfert, F.P. Juster
Structures de bobinages supraconducteurs pour croissance cristalline sous champ magnétique
en environnement de micro-gravité
Communication orale
EF'2001, Nancy, France, 14-15/11/2001

L. Quettier, A. Dael, A. Mailfert
New designs of Superconducting Magnets for Generation of Uniform Magnetic Force Field
Poster
Proceedings of ICEC 19, Grenoble, France, 22 - 26 juillet 2002, pp 271-274.
Editions Narosa Publishing House- ISBN 81-7319-509-0

L. Quettier, A. Mailfert
New Design of Superconducting Magnet for Generation of Quasi-Uniform Magnetic Force
Field
Communication orale
ASC 2002, Houston, Texas, USA, 4 - 9 août 2002

L. Quettier, A. Mailfert
Ideal Current Distribution Generating a Magnetic Force Field with Given Constraints on
Homogeneity
Communication orale
OIPE 2002, Lodz, Pologne, 12-14 septembre 2002

L. Quettier, A. Mailfert, D. Chatain
Insert ferromagnétique axisymétrique dans un solénoïde supraconducteur pour la lévitation de
l'hydrogène liquide
Poster
Septièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, France, 20-23/05/2000.

H. Felice, L. Quettier, A. Mailfert
Inserts ferromagnétiques cylindriques pour uniformiser un champ de forces magnétiques
Poster
Septièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, France, 20-23/05/2003

L. Quettier, A. Mailfert
Association ferromagnétique/supraconducteur pour la lévitation magnétique
Communication orale
Septièmes Journées de Cryogénie et de Supraconductivité, Aussois, France, 20-23/05/2003

A. Mailfert L. Quettier

Compensation de la pesanteur par des forces magnétiques

Communication orale

Séminaire GDR 2258 – Phénomènes de Transport et Transitions de Phase en Micropesanteur, Aussois, France, 26-28/05/2003

2. Articles de revues

O. Vincent-Viry, A. Mailfert, A. Colteu, Dael, C. Gourdin, L. Quettier

Micro-gravity: current distributions creating a uniform force field

The European Physical Journal - Applied Physics, Vol. 13, No 2, pp 121-123, Février 2001

O. Vincent-Viry, L. Quettier, J. Levêque, A. Mailfert, D. Chatain

Ferromagnetic Inserts for Magnetic Force Field Generation

Soumis à *IEEE Transactions on Magnetics*

L. Quettier, O. Vincent-Viry, A. Mailfert, F.P. Juster

Micro-gravity: Superconducting coils for crystal growth, Influence of the levitation force on natural convection in the fluid

The European Physical Journal - Applied Physics, Vol. 22, pp 69-73, Avril 2003

L. Quettier, A. Mailfert

New Design of Superconducting Magnet for Generation of Quasi-Uniform Magnetic Force Field

IEEE Trans. on Applied Superconductivity, Vol. 13, Number 2, pp 1608 -1611, Juin 2003
(Proceedings of ASC 2002)

L. Quettier, A. Mailfert

Ideal Current Distribution Generating a Magnetic Force Field with Given Constraints on Homogeneity

Accepté dans *International Journal of Electromagnetics and Mechanics*, IOS Press, The Netherlands.

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

oOo

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

Monsieur Antoine DAEL, Ingénieur de Recherche, Centre Universitaire Paris-Sud, Orsay

Monsieur Adel RAZEK, Directeur de Recherche, LGEP/SUPELEC, GIF SUR YVETTE

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Monsieur QUETTIER Lionel

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,
une thèse intitulée :

" Contribution méthodologique à la conception de systèmes supraconducteurs de
lévitation magnétique "

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 54501
VANCEUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de :

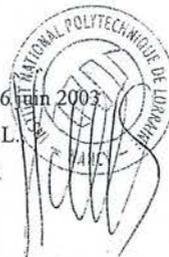
DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « Génie Electrique »

Fait à Vandoeuvre, le 26 juin 2003

Le Président de l'I.N.P.L.

L. SCHUFFENECKER



Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

Résumé :

La lévitation magnétique repose sur la compensation de la gravité à l'aide d'une force magnétique, permettant ainsi de créer un environnement de microgravité. Ce mémoire de thèse propose une contribution méthodologique à la conception de systèmes magnétiques pour la lévitation. Il établit la corrélation existant entre la valeur de la force de lévitation, l'induction, la taille de la zone utile et l'homogénéité du champ de force résiduel.

Le chapitre introductif dresse un état de l'art et présente les applications potentielles de la lévitation magnétique.

Le second chapitre expose une méthodologie de résolution du problème inverse de synthèse de sources pour la lévitation magnétique dans le cas des géométries bidimensionnelles invariantes par translation. Cette méthodologie est basée sur une modélisation idéalisée des systèmes (les sources sont modélisées par des densités surfaciques de courant) et permet de prendre en compte l'homogénéité du champ de forces.

Dans le chapitre suivant, deux structures entièrement supraconductrices destinées respectivement à la lévitation de l'eau et à celle de cibles de deutérium ont été dimensionnées. Ensuite, une autre voie reposant sur l'association d'enroulements supraconducteurs et d'inserts ferromagnétiques est abordée dans le chapitre quatre. Cette association est étudiée d'une part pour créer un champ de forces magnétiques suffisant et d'autre part pour améliorer l'uniformité d'un champ de forces existant.

Enfin, le dernier chapitre expose les résultats expérimentaux obtenus pour un insert ferromagnétique dans le cas de la lévitation de l'hydrogène liquide.

Mots clés :

Lévitation magnétique, synthèse de sources, microgravité, homogénéité, configurations de bobinages, supraconducteurs, inserts ferromagnétiques

Summary :

Magnetic levitation is based on the compensation of the gravity force with a magnetic force, thus allowing the creation of a microgravity environment. This report proposes a methodological contribution to the design of magnetic devices for magnetic levitation. It shows the correlation between the value of the magnetic force, the magnetic field, the volume of the useful area and the homogeneity of the residual force field.

The introducing chapter displays the state of the art and presents potential applications of magnetic levitation.

The second chapter presents a methodology to solve the synthesis source problem for magnetic levitation in the case of two-dimensional geometries invariant by translation. This methodology relies on an ideal modelling of systems (sources are modelled by surface current densities) and allows taking the homogeneity of the force field into account.

In the next chapter, two superconducting devices, respectively for magnetic levitation of water and of targets containing liquid deuterium, have been designed.

Then, a new way associating ferromagnetic materials and superconductors is introduced in the fourth chapter. On the one hand, this association is studied to create a magnetic force ensuring levitation, and on the other hand, to improve the uniformity of a pre-existing force field.

Finally, the last chapter displays experimental results of a ferromagnetic insert in the case of liquid hydrogen levitation.

Keywords :

Magnetic levitation, source synthesis, micro-gravity, homogeneity, coils, configurations, superconductors, ferromagnetic inserts