



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

18031 1915

ORIENTATION

(M) 2002 MASSOT, J.

Institut National Polytechnique de Lorraine

Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy

Ecole Doctorale RPPE

Implémentation de méthodes de restauration équilibrée 3D

THÈSE

Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

pour l'obtention du

Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Spécialité Géosciences

présentée et soutenue publiquement par

Jérôme Massot

le 5 Février 2002

Directeur de thèse: Jean-Laurent Mallet

Composition du jury

Rapporteurs:
Isabelle MORETTI
Helmut SCHAEBEN

Examineurs:
Jean-Luc EPARD
Marie FORD
Marc-Yves LESPINASSE
Jean-Laurent MALLET
Delphine ROUBY

Centre de Recherche Pétrographique et Géochimique
Laboratoire Informatique et Analyse des Données

Rue du Doyen Marcel Roubault - 54500 Vandoeuvre-lès-Nancy - Tél 03 83 59 64 35

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

2. The second part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

3. The third part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

4. The fourth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

5. The fifth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

6. The sixth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

7. The seventh part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

8. The eighth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

9. The ninth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

10. The tenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

11. The eleventh part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

12. The twelfth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

13. The thirteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

14. The fourteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

15. The fifteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

16. The sixteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

17. The seventeenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

18. The eighteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

19. The nineteenth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.

20. The twentieth part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee.



The most potent weapon in the hands of the oppressor is the mind of the oppressed. Steve Biko, leader du mouvement anti-apartheid "La Conscience Noire", assassiné par la police sud-africaine en 1977.

A Suzanne, Virginie et tous les autres ...

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont encadré, aidé et supporté durant ces quatre années d'apprentissage de gOcad. En particulier, Jean-Laurent Mallet, mon directeur de thèse.

Je remercie mes amis du LIAD ainsi que ceux de T-Surf France et US. En particulier, Stéphane (rend moi la Playstation 2), Isabelle (et Julie), Joel (le cycliste), les Philippes, les Oliviers (dont un golfeur), Didier (spécialiste du double-nelson), Thierry (un vrai motard qui a fait 3 hivers à Nancy, si, si), Matthieu (ancien moine shaolin), Sophie (prêtresse de la position de la grenouille), Pierre, Bruno (dart-agnan), César (le nouveau Ali), Nicolas, Bernadette, Elaheh, Teddy (un Bisounours d'1m80 je vous jure!!), Etienne (La Callas du XXIème siècle), Robert (vive le thé à la menthe), Louis (le Surcouf de Nancy), et tous ceux que j'oublie...

Mille mercis aussi aux patrons (Jean-Claude et Pascal) qui m'ont accueilli à Houston ou à Vandoeuvre pour des séjours plus (plus plus) ou moins longs.

Je tiens à remercier également les géologues qui m'ont accueilli au sein de leur laboratoire ou entreprise durant ces quatres années. En particulier, Delphine Rouby à Rennes, Isabelle Moretti à Paris et Don Medwedeff à San Ramon.

Enfin, merci à toutes les personnes de mon entourage qui me procurent d'immenses joies tous les jours de ma vie.

Résumé

La restauration équilibrée de structures géologiques n'est pas une idée nouvelle. Dès 1910, Chamberlin utilise des méthodes manuelles de restauration sur des coupes géologiques. Par restauration, il faut comprendre l'ensemble des transformations permettant de retrouver, à partir de l'état actuel d'une structure géologique, son état initial. Il s'agit donc à la fois d'effacer les conséquences des déformations continues (plis) et discontinues (failles). Les premières approches de restauration étaient purement bi-dimensionnelles car, d'une part les données disponibles l'étaient également, et d'autre part, les problèmes à résoudre étaient plus simples en 2D qu'en 3D. Aujourd'hui, grâce aux progrès des outils d'acquisition et de traitement, il est possible de mettre en place des techniques de restauration en 3D. Ces techniques sont construites sur des bases communes, en particulier elles partagent les mêmes modèles de déformation et les mêmes principes fondamentaux que sont la conservation de la matière et la minimisation de la déformation induite par la restauration (appelée rétro-déformation).

Ce mémoire présente deux nouvelles techniques de restauration :

- la première approche proposée est basée sur des algorithmes utilisant la représentation paramétrique d'une surface pour restaurer un horizon géologique et calculer la rétro-déformation,
- la seconde montre comment restaurer des structures géologiques volumiques grâce à l'interpolation du champ des vecteurs de restauration en 3D, en s'assurant que les deux principes fondamentaux (préservation de la matière et minimisation de la rétro-déformation) sont vérifiés.

Le calcul et l'analyse de la rétro-déformation constituent, pour les deux approches, un point essentiel de la technique. Des outils spécifiques ont été développés pour faciliter la visualisation et l'interprétation des résultats obtenus.

Enfin, l'expérience acquise montre que le succès d'une restauration dépend de la nature et de la qualité des données supposées connues que l'on introduit dans le calculateur. En particulier, les failles, qui représentent une difficulté majeure lors de la création d'un modèle géologique, sont à étudier avec soin dans le cadre d'une restauration. Nous proposons, en parallèle aux techniques d'équilibrage, un ensemble de méthodes permettant de corriger la géométrie des failles et nous montrons comment utiliser cette information pour enrichir les résultats de la restauration.

Abstract

The restoration of a geological structure is not a recent idea. Chamberlin, in 1910, was one of the first structural geologists to unfold structures on cross sections. By restoration, one has to understand the unfolding and the unfauling of a layer or a stack of layers. The first restoration methods were performed in 2d cross-sections or in map-view because the problems are easier to solve than in 3d and because the available data were cross-sections and geological maps only. Today, thanks to the acquisition of data in 3d, volumic restoration methods can be proposed. These techniques share the same general models of deformation and are based on the principles of material preservation and minimization of the strain induced by the restoration (retro-strain).

This thesis introduces two new approaches :

- the first one uses algorithms based on the parametric representation of a surface to restore a geological horizon and study the retro-strain,
- the second approach explain how to restore volumic structures by interpolating the field of restoration vectors in 3D, ensuring the mass-preservation and strain-minimization principles to be verified.

For these both approaches, we show how to compute the retro-strain and how to interpret this information in order to enhance the knowledge of the geological model.

The success of a restoration is fully dependent of the quality of the input data assumed to be known at current time. More generally, faults are the most difficult geological objects to modelize. So, to enhance the quality of the geological model, we also propose tools to study and correct the geometry of faults and show how to use this information to improve the result of the restoration process.

Table des matières

1	Contexte de l'étude : modélisation et restauration équilibrée	15
1.1	Objectifs et limites de la modélisation en géologie structurale . . .	16
1.1.1	Qu'est ce qu'un modèle géologique	16
1.1.2	Les principes de la modélisation	17
1.1.3	Les principaux modèles utilisés	23
1.2	Les méthodes de validation et de correction	34
1.2.1	Les simulations	34
1.2.2	Les tests de consistance	35
1.3	Principes et applications de la restauration équilibrée	35
1.3.1	La restauration : pourquoi faire ?	36
1.3.2	Les principales méthodes de restauration	37
1.4	Conclusions	43
2	La restauration équilibrée assistée par ordinateur	45
2.1	Les pionniers et les logiciels existants	45
2.1.1	Les logiciels travaillant en coupe :	45
2.1.2	Les logiciels travaillant en carte	48
2.2	Les outils proposés par gOcad	52
2.2.1	Déformation isométrique d'une surface	52
2.2.2	Implémentation du modèle en cisaillement simple	54
2.3	Les limites des logiciels	55
2.3.1	Sensibilités des modèles	55
2.3.2	Problèmes numériques	56
2.3.3	Ergonomie et interface utilisateur	56
2.4	Conclusions	57
3	Restauration d'un horizon : l'approche paramétrique	59
3.1	Les principes mathématiques et géologiques	59
3.1.1	Qu'est ce qu'une représentation paramétrique ?	59
3.1.2	L'opération inverse : la paramétrisation d'une surface	62
3.1.3	Un exemple didactique	63
3.2	Application à la restauration équilibrée	67
3.2.1	De l'exemple trivial à la géologie	67

3.2.2	Le principe de déformation minimale	69
3.3	Comment procéder?	70
3.3.1	Transformation du problème	70
3.3.2	Calcul d'une solution initiale	72
3.3.3	Calcul d'une paramétrisation isométrique basée sur DSI	77
3.3.4	Calcul des vecteurs de restauration	86
3.4	Quelques exemples	88
3.5	Comparaison avec les méthodes de restauration existantes	91
3.5.1	Quel est le modèle de déformation?	92
3.5.2	Quel est le critère de validité?	92
3.6	Critiques possibles et solutions proposées	93
3.6.1	Choix et utilisation du critère de qualité	93
3.6.2	Prise en charge de l'utilisateur	95
3.7	Les avantages de l'approche paramétrique	99
3.7.1	Robustesse de l'algorithme	99
3.7.2	Traitement des horizons faillés	99
3.7.3	Complémentarité avec les autres méthodes	99
3.7.4	Intégration au sein de gOcad	100
3.8	Conclusions	100
4	Restauration 3D : l'analogie au modèle continu	101
4.1	Les principes mathématiques et géologiques	101
4.1.1	Analogie aux fluides visqueux	101
4.1.2	Que signifie "équilibrée" en trois dimensions?	104
4.1.3	Comment procéder?	105
4.2	Une méthode de restauration 3d basée sur DSI	105
4.2.1	Description de l'algorithme	105
4.2.2	Mise sous forme DSI des contraintes fondamentales	106
4.2.3	Exemples de contraintes supplémentaires	111
4.3	Quelques exemples d'applications	114
4.4	Difficultés, critiques et améliorations proposées	116
4.4.1	Sensibilité numérique	116
4.4.2	Performances	117
4.5	Conclusions	117
5	Développements Complémentaires	119
5.1	Analyse de la rétro-déformation	119
5.1.1	Principes mathématiques	120
5.1.2	Quelles sont les informations disponibles?	122
5.1.3	Application à un horizon restauré	123
5.1.4	Application à un volume restauré	124
5.1.5	Que montre la rétro-déformation?	126
5.2	Failles et Restauration : quelles informations et pourquoi faire?	127

5.2.1	Principes et hypothèses de base	128
5.2.2	Comment corriger la géométrie d'une faille ?	129
5.2.3	Conséquences pour la restauration	134
5.3	Conclusions	135
Bibliographie		151

Table des figures

1.1	Exemples de "modèles géologiques"	17
1.2	Techniques d'observation indirectes	18
1.3	Exemple d'une interprétation de coupe sismique	19
1.4	Exemple de mesures obtenues par diagraphie	20
1.5	Exemples de modèles analogiques	21
1.6	Importance du facteur d'échelle en modélisation analogue	22
1.7	La construction de Chevron	24
1.8	Modèle en cisaillement simple incliné	26
1.9	Modèle en plis en chevron de Xiao et Suppe	27
1.10	La construction de Chevron modifiée	28
1.11	Dominos rigides et sédimentation	30
1.12	Modèles de déformation par cisaillement	32
1.13	Modèle fractal de croissance et carte de probabilité	35
1.14	Conservation de la surface de coupe transférée	38
1.15	Coupes équilibrées en contexte compressif	39
1.16	Restauration de la déformation continue en carte	40
1.17	Les principaux types de faille	41
1.18	Restauration de la Galilée	42
2.1	Modèle restauré et corrigé grâce au logiciel Locace	47
2.2	Le logiciel Unfold	49
2.3	Recherche des éléments voisins	50
2.4	Calcul du déplacement des blocs	51
2.5	Mis à plat d'une surface par projection isométrique	53
3.1	Représentation paramétrique d'une surface	60
3.2	Expression de W_1 dans le repère $(\mathbf{X}_u, \mathbf{X}_v)$	61
3.3	Injection canonique	63
3.4	Injection dans un cylindre	64
3.5	Injection dans un parabolöide	65
3.6	Formalisation du processus de restauration	68
3.7	Limites du principe de déformation minimum	69
3.8	Respect des propriétés isométriques	71

3.9	Principes de l'initialisation	73
3.10	Améliorations de la solution initiale sur un horizon faillé	74
3.11	Améliorations de la solution initiale sur un plis couché	74
3.12	Détails des améliorations	76
3.13	Contraintes et base orthonormée locale d'un triangle	78
3.14	Comportements des roches	81
3.15	Effets de la relaxation des contraintes isométriques	82
3.16	Différentes associations possibles entre deux lèvres de faille	84
3.17	Mise en cohérence des associations bord à bord	85
3.18	Calcul des vecteurs de restauration	88
3.19	Équilibrage d'une structure simple	89
3.20	Erreur d'interprétation du déplacement le long d'une faille	90
3.21	Rétro-déformation et non-développabilité d'une surface	91
3.22	Exemples d'incertitudes structurales	95
3.23	Exemple d'interface utilisateur	97
4.1	L'analogie au fluide visqueux et un exemple d'application	102
4.2	La restauration d'un empilement de couches	103
4.3	Installation des contraintes sur la grille	107
4.4	Implémentation des contraintes fondamentales	110
4.5	Modélisation du glissement banc sur banc	112
4.6	Prise en compte de la géométrie de la faille	114
4.7	Un exemple de restauration tri-dimensionnelle	115
4.8	Restauration d'une coupe sismique	116
5.1	Déplacement et déformation d'une région au cours du temps	121
5.2	Modes de visualisation de la déformation d'un horizon	124
5.3	Modes de visualisation de la déformation dans un volume	125
5.4	Limite dans l'analyse de la rétro-déformation	127
5.5	Corrélation croisée rétro-déformation / données de puits	128
5.6	Déplacements sur le plan de faille	129
5.7	Champs de déplacement à partir de la courbure d'une faille	130
5.8	Intersections de failles et déplacements	132
5.9	Élémentaires de modélisation discrète	142
5.10	Propriété vectorielle dans un modèle discret	143
5.11	Rugosité généralisé et convergence de DSI	145
5.12	Les limites de l'optimization locale	145
5.13	Cycles d'un calcul utilisant l'approche multi-grille	149
5.14	Exemple de cycle "Full-Multigrid"	150

Introduction

La modélisation des structures du sous-sol assistée par ordinateur est devenue l'outil essentiel des géologues, pour la plupart pétroliers, voulant visualiser et exploiter les informations fournies par les différents moyens d'acquisition mis à leur disposition. Malheureusement, il arrive que les données ne soient pas assez précises pour permettre la construction d'un modèle exempt de toute erreur parfois rédhibitoire. Par exemple, la modélisation d'un réseau de failles reste le plus souvent imprécise, tant au niveau de la géométrie des failles et des horizons qu'elles affectent qu'au niveau des relations entre les failles elles-mêmes. Or, ces relations définissent la compartimentation du réservoir, c'est-à-dire l'existence de communications physiques entre les différentes parties du réservoir pouvant être empruntées par l'huile lors de sa migration des zones sources vers les zones puits du réservoir. Cette information est primordiale pour estimer la richesse d'un gisement mais peut être faussée par un modèle approximatif ou erroné.

De nombreuses techniques de travail existent pour réduire au maximum l'imprécision des données et corriger le modèle. La restauration équilibrée des structures géologiques fait partie de ces outils. Par restauration équilibrée, on entend l'ensemble des transformations permettant de retrouver la géométrie initiale d'une structure en prenant comme hypothèse qu'elle était plane et continue lors de son dépôt. D'une part, les incompatibilités géométriques ou géologiques apparues dans le modèle à l'état restauré sont autant d'indices permettant au géologue de valider ou non la modélisation effectuée. D'autre part, cette opération apporte de nombreuses informations sur les mécanismes structuraux ayant affectés la structure, comme par exemple le champs de déplacement le long des failles ou les mécanismes de déformation.

Habituellement, les techniques de restauration équilibrée sont appliquées à des données en deux dimensions comme les coupes construites à partir de données sismiques ou les cartes géologiques. Elles se limitent donc aux représentations 2D des modèles (ou 2,5D lorsqu'un ensemble de coupes sériées, convenablement orientées, est étudié). La transposition des ces techniques à l'espace 3D, qui est le sujet principal de cette thèse, représente un fort intérêt mais les difficultés rencontrées ne se limitent pas au seul ajout d'une troisième coordonnée aux équations utilisées.

Le premier chapitre de ce mémoire récapitule les techniques utilisées en restauration 2D après avoir rappelé les difficultés et les limites rencontrées lors de la création d'un modèle géologique à partir des différentes sources de données possibles. Les différents modèles de déformation, qui représentent la base théorique de ces méthodes, sont détaillés. Ces techniques font l'objet d'implémentations informatiques de qualité qui sont présentées dans le deuxième chapitre, en particulier les travaux précédemment effectués au sein du Laboratoire d'Infographie et d'Analyse des Données.

Dans le troisième chapitre de ce mémoire, nous proposons une application originale des travaux de Bruno Lévy et Jean-Laurent Mallet pour la restauration d'un horizon géologique. En effet, nous montrerons qu'équilibrer une surface plissée et faillée revient à déterminer une transformation liant deux représentations paramétriques particulières d'un même espace paramétrique. De plus, nous démontrons que le comportement naturel d'une roche peut être approché aux moyens de contraintes mathématiques contrôlant la transformation sus-introduite.

Nous présentons, dans le quatrième chapitre, une méthode de restauration tri-dimensionnelle reposant sur l'analogie communément admise qui rapproche le comportement rhéologique des roches, dans les premiers kilomètres de la croûte supérieure, de celui d'un fluide visqueux. A partir de relations aussi simples que l'équation de continuité par exemple, nous détaillons comment le modèle discret utilisé par gOcad peut être modifié afin de permettre la restauration équilibrée de structures en 3 dimensions.

Tous les problèmes rencontrés soulignent qu'il est important d'exploiter au maximum les informations portées par les données. Dans le dernier chapitre, nous montrons que l'étude de la rétro-déformation (c'est-à-dire la déformation induite par la restauration) mesurée sur les structures après équilibrage ou l'analyse de la géométrie des plans de faille à partir de leur courbure apportent des informations essentielles que nous devons prendre en compte lors de la restauration.

**Contexte de l'étude : modélisation et
restauration équilibrée**

La création d'un modèle géologique est très souvent le premier but du géologue travaillant à partir des données d'origines variées mises à sa disposition. Si, comme nous allons le voir dans la suite de ce chapitre, les techniques de modélisation dépendent de la nature des données disponibles, la notion de modèle géologique mérite d'être discutée dans la première section de ce chapitre.

Les objectifs de la modélisation en géologie structurale sont expliqués et les principales techniques de modélisation ainsi que leurs limites respectives sont présentées en insistant particulièrement sur les modèles géométriques et cinématiques utilisés pour modéliser la géométrie et le comportement des failles en profondeur.

Un point important est de prendre conscience que quelle que soit la nature de ce modèle et quelle que soit la technique utilisée pour le construire, la principale difficulté a pour origine la qualité parfois médiocre et le caractère souvent incomplet des données disponibles.

Ainsi, malgré le progrès considérable des techniques d'observation et de traitement, des méthodes de correction des modèles géologiques demeurent nécessaires. La restauration équilibrée 2D est l'une des méthodes utilisées pour juger la qualité générale du travail effectué et, le cas échéant, corriger les erreurs observées. Cependant, son rôle ne se limite pas seulement au contrôle de la qualité car les résultats obtenus permettent aussi d'appréhender des caractéristiques complexes du modèle comme son histoire et le mécanisme de déformation ou de déterminer la présence de structures géologiques indétectables sur les données originales.

Dans la seconde section de ce chapitre, nous rappelons les buts et les principes

de base communs à toutes les techniques de validation du modèle géologique.

Dans la dernière section, nous introduisons le concept de restauration équilibrée et détaillons les principales méthodes de restauration utilisées.

1.1 Objectifs et limites de la modélisation en géologie structurale

Les données fournies au géologue voulant construire un modèle géologique à l'aide d'un ordinateur ont des origines différentes et présentent des caractéristiques propres qui vont directement influencer le résultat issu du calcul informatique. Dans un premier temps, nous rappelons la ou les significations d'un modèle géologique. Puis nous présentons les différentes sources de données utilisées lors de la création d'un modèle avant de détailler les techniques de modélisation des deux principaux objets géologiques présents au niveau de la croûte supérieure, c'est-à-dire les horizons et les failles, en insistant sur les difficultés et les limites rencontrées lors du processus de modélisation.

1.1.1 Qu'est ce qu'un modèle géologique

Le terme "modèle géologique" est difficile à définir car sa signification varie selon la spécialité et le domaine d'étude des géologues qui l'utilisent. Ainsi, un géologue s'intéressant à un réservoir pétrolier pourra considérer qu'un modèle intéressant est celui qui rend compte des mouvements d'un fluide au sein du réservoir. Un scientifique préoccupé par les conséquences d'une pollution dans un sol voudra un modèle permettant d'analyser les migrations des polluants à différentes échelles.

Quelque soit cette signification, le but est toujours le même : mettre en place, à partir des données d'origines diverses, un ensemble de règles et de principes permettant de comprendre la géométrie et la mise en place des structures naturelles mais également de prendre en compte les phénomènes naturels qui si déroulent en limitant autant que possible les observations et mesures expérimentales coûteuses.

Pour le géologue structuraliste, un modèle peut donc être, dans un premier temps, une image possible de la géométrie des failles et des horizons présents dans la région étudiée. Les relations entre ces structures sont aussi étudiées avec attention en particulier dans le contexte pétrolier où l'inter-connection de ces objets va directement influencer la compartimentalisation des réservoir. Il est souvent nécessaire de comprendre la mise en place des structures afin d'anticiper le modèle géologique dans les zones où les données réelles manquent. Dans un deuxième temps, le géologue va faire évoluer son modèle de façon à comprendre les phénomènes géologiques qui s'y sont déroulés. Dans le contexte pétrolier, on

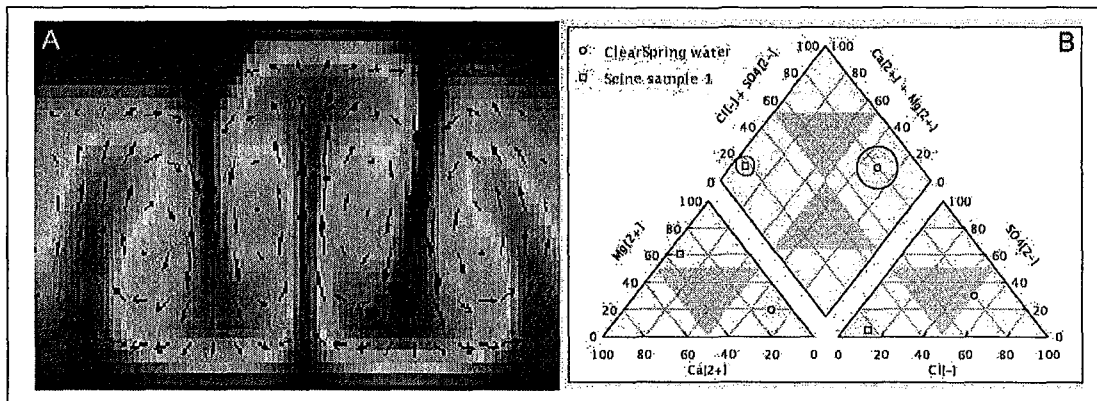


Figure 1.1 Exemples de "modèles géologiques"

Le terme "modèle géologique" peut revêtir plusieurs significations selon la nature et les objectifs de l'étude à effectuer. A Il s'agit ici d'un modèle de convection du manteau terrestre. De nombreuses études ont pour objectif de déterminer un modèle thermodynamique plausible pouvant expliquer le mouvement des plaques lithosphériques. Plusieurs modèles de convection ont été proposés qui diffèrent principalement par le nombre de cellules de convection et leur répartition sur un ou plusieurs niveaux. Ce modèle est donc à la fois géologique et thermodynamique. B Les hydrogéologues voulant modéliser un bassin versant peuvent retrouver l'origine des eaux d'une rivière à partir de données géologiques et géochimiques comme des teneurs des eaux en minéraux par exemple. Ce travail aboutit également à la création d'un modèle à la fois géologique et géochimique.

peut citer par exemple, les modélisations d'écoulement fluide calculées au sein des modèles de réservoir afin de prédire les réserves récupérables d'hydrocarbure.

On distingue deux grands types de modèles en géologie structurale : les modèles géométriques et les modèles géomécaniques et, dans la suite de cette section, les principes de modélisation et les modèles les plus utilisés sont présentés. Les avantages et les limites de chaque type de modèle sont également discutés.

1.1.2 Les principes de la modélisation

Si un des buts de la modélisation des structures géologiques du sous-sol est de réduire le nombre d'observations coûteuses nécessaires à leur compréhension, un minimum d'information est cependant nécessaire à la construction d'un modèle 3D. On distingue trois principales sources d'information :

1. les données provenant de l'observation directe des objets géologiques, relevés de terrain, étude de carottes ...
2. les données provenant de l'observation indirecte, grâce aux outils géophysiques comme la sismique-réflexion ou à l'étude de relevés diagraphiques ;
3. les modèles analogiques ;
4. les modèles synthétiques qui rassemblent les modèles géométriques, les modèles cinématiques et plus récemment les techniques numériques.

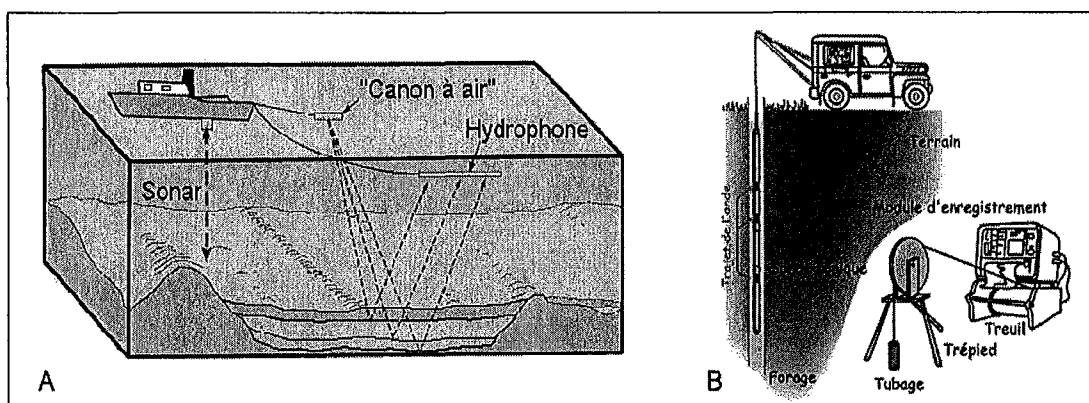


Figure 1.2 Techniques d'observation indirectes

A Les techniques d'imagerie à grande échelle des structures du sous-sol reposent sur l'étude de relevés 2D voire 3D obtenus par réflexion sismique. En milieu marin, les ondes sismiques sont créées artificiellement grâce en général à l'utilisation d'un canon, atteignent le plancher océanique, traverse la croûte et se réfléchissent sur les horizons géologiques du sous-sol. Le trajet de ces ondes en profondeur permet, après traitement, d'obtenir une image plus ou moins précise des structures souterraines. **B** Les techniques de diagraphie peuvent être présentées comme de la géophysique de sondage. Différents capteurs sont déployés en profondeur dans les puits et permettent la mesure de nombreux paramètres concernant la rhéologie des roches, le comportement et la nature des fluides présents et la géométrie des structures. Ces indications sont très précises mais ne concernent que des zones de quelques dizaines de centimètres centrées sur les sondages.

Chaque type d'information a ses avantages et ses inconvénients lors de leur utilisation en modélisation.

L'observation directe : une base indispensable

Que l'on considère les observations faites sur le terrain, directement à l'affleurement des objets que l'on souhaite modéliser, ou bien les données récupérées par l'étude des carottes provenant de forages d'exploration ou d'exploitation, le géologue structuraliste dispose de données très précises mais malheureusement très fragmentaires car il est rare qu'une structure, telle qu'un horizon, apparaisse entièrement à l'affleurement ou que l'on ait à disposition les carottes provenant de plusieurs dizaines de puits d'exploration. Bien que cette information ne puisse pas servir seule à la création d'un modèle à grande échelle, elle devient très précieuse lorsqu'il s'agit de corriger un modèle en le "calant" sur ces données directes considérées comme sûres. Par exemple, Burannudinnur et Morley [BM97] utilisent les résultats d'études à l'affleurement pour préciser la géométrie de failles peu visibles sur des coupes sismiques. Enfin, l'étude des diagraphies différées apporte des informations ponctuelles mais très précises sur l'attitude des structures (orientation, pendage) en profondeur et sur les propriétés des roches traversées. La corrélation de ces mesures avec les données provenant des mesures géophysiques

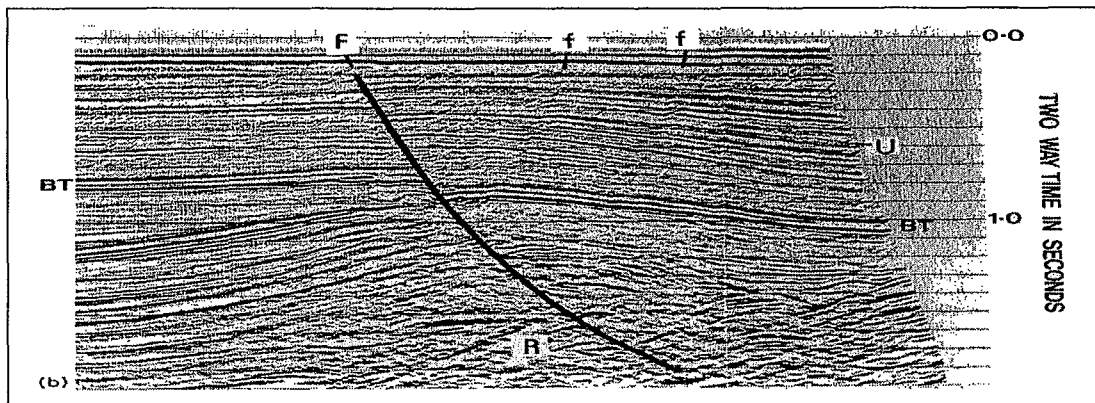


Figure 1.3 Exemple d'une interprétation de coupe sismique

La réflexion des ondes sismiques sur les couches du sous-sol met en évidence les structures géologiques profondes. Sur cette interprétation, on peut visualiser 3 failles, dont une grande faille listrique (F) et deux failles antithétiques (f) beaucoup plus difficiles à suivre sur la coupe. Cet exemple illustre les difficultés possibles de l'interprétation sismique qui sont la conséquence de la mauvaise définition des réflecteurs due à la rhéologie des couches géologiques traversées et de l'estimation difficile de la géométrie des failles visibles sur la section.

permet de caler précisément les sections sismiques.

L'observation indirecte : étude sismique et diagrapie

L'exploration sismique L'approche sismique est basée sur l'étude de la propagation des ondes élastiques dans le sous-sol. On distingue l'étude des ondes réfractées (la réfraction sismique) et l'étude des ondes réfléchies (la réflexion sismique), la plus répandue et utilisée. Ce type d'exploration peut être réalisé sur terre comme en mer (figure 1.2 A). Lavergne [Lav86] ainsi que Sheriff et Geldart [SG95] décrivent ces différentes techniques ainsi que les méthodes d'exploration et d'interprétation associées aux différents styles structuraux. L'information fournie par l'observation indirecte, principalement la réflexion sismique, est disponible à grande échelle. Les données récupérées ont le plus souvent plusieurs kilomètres d'extension et concernent les structures géologiques kilométriques. Cependant, malgré les progrès apportés par la sismique 3D haute-définition, la précision de cette information reste insuffisante dans des zones critiques comme par exemple les zones de failles (figure 1.3).

Les techniques de diagrapie La diagrapie peut être présentée comme la géophysique des sondages (figure 1.2 B). Cette technique repose sur l'observation et l'analyse de mesures obtenues en profondeur le long des forages d'exploration ou de production. Ces mesures sont de natures différentes et à chaque type de mesure correspond une sonde appropriée (figure 1.4).

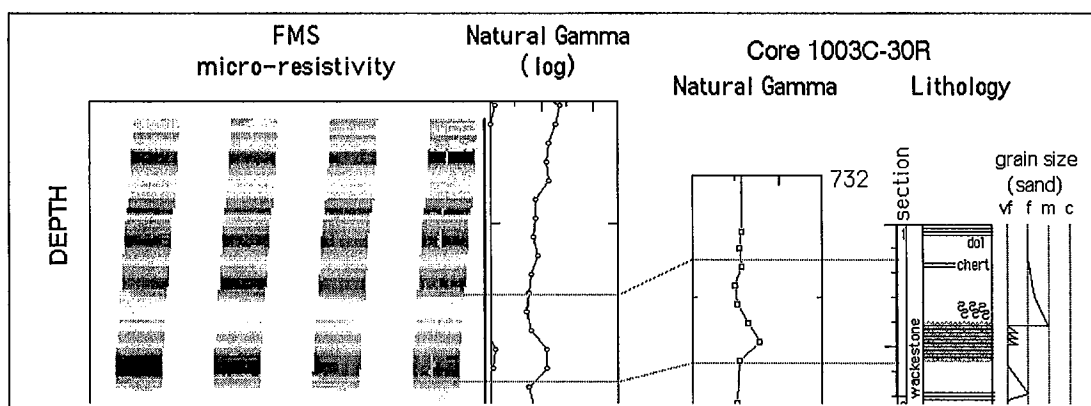


Figure 1.4 Exemple de mesures obtenues par diagraphie

Les mesures obtenues par diagraphie différée sont de nature différente suivant la sonde utilisée. Dans le cas présenté sur cette figure, on a utilisé une sonde mesurant la micro-résistivité des roches. Les mesures de résistivités ont pour but de calculer la saturation en eau des formations si le milieu est isotrope et le rapport résistivité horizontale sur résistivité verticale si le milieu est anisotrope. Les évolutions enregistrés fournissent des informations sur l'évolution de la pression de pore avec la profondeur (et donc sur les problèmes de surpression) ou sur l'état des fractures en fonction de la pression (fractures ouvertes ou fermées). Cependant, la porosité et la lithologie ne peuvent pas être déterminés à l'aide d'un seul outil, et ils ne peuvent être de manière directe (l'interprétation des mesures demande la connaissance de la densité de la matrice et du fluide, ou de l'index d'hydrogène de la formation). Les outils nucléaires peuvent être utilisés en complément comme c'est le cas ici avec la mesure des variations de teneurs en Uranium, Thorium et Potassium des roches (Natural Gamma) ce qui apporte une information supplémentaire sur la lithologie des structures traversées. Toutes ces mesures peuvent être comparées aux observations faites sur les carottes afin d'établir une image du sous-sol dans la zone des sondages aussi précise que possible.

Les résultats obtenus grâce aux diagraphies sont très précis et ont l'avantage de proposer une vision en profondeur des propriétés des roches et, parfois, de la géométrie des structures. La seule limite de ces techniques est l'extrême étroitesse de la zone d'exploration (quelques dizaines de centimètres de diamètre autour des forages). Ces données servent donc principalement à contrôler localement les modèles construits à partir de données moins précises mais plus étendues.

La modélisation analogique

Comme le rappelle Vendeville [Ven87], la modélisation expérimentale est toujours une source très précieuse d'informations utiles pour la modélisation numérique car elle permet l'observation de diverses informations associées aux processus tectoniques (géométrie tri-dimensionnelle des failles, mécanismes de déformation ou de rupture, vitesses des processus) qui sont difficilement déductibles de données réelles directes ou indirectes. En effet, les géométries des structures géologiques sont le plus souvent déduites d'observations superficielles qui ne donnent souvent

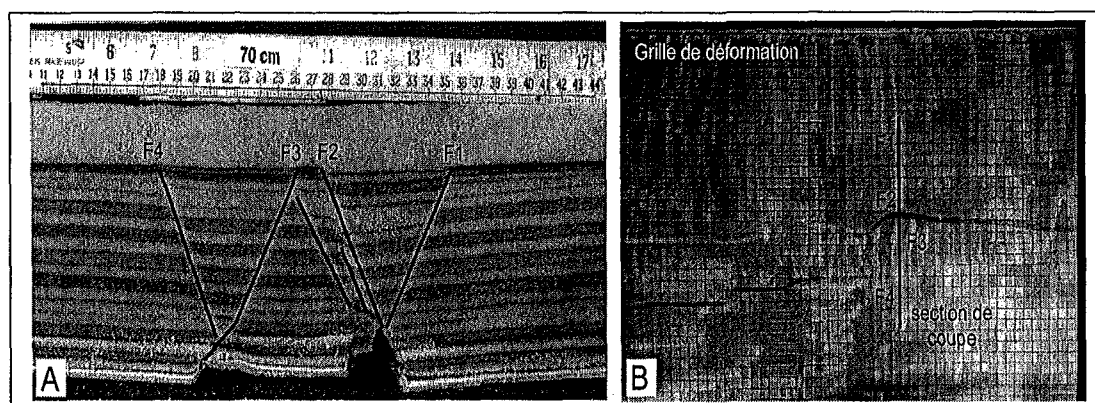


Figure 1.5 Exemples de modèles analogiques

A - Comme le montre cette coupe faite dans un modèle analogue, les structures modélisées peuvent être complexes. 6 failles listriques sont bien visibles dans cette section grâce à l'empilement de couches successives de sables et de grains de silicone colorés. Grâce aux repères géométriques positionnés le long de la coupe, la géométrie des structures est parfaitement analysable. B - Les déformations sont étudiées à travers l'évolution de la géométrie d'une grille tracée sur la couche supérieure du modèle. Les modèles numériques reprennent, comme nous le verrons, cette méthode d'analyse des déformations mais cette fois-ci les modèles comme les grilles seront virtuels. (Données B. Vendeville)

qu'une image bi-dimensionnelle des objets. L'approche expérimentale utilisée par la modélisation analogique permet de compléter ces observations (figure 1.5).

Les principes de la modélisation analogique La modélisation analogique repose sur l'utilisation de modèles expérimentaux comparables à des maquettes, à échelle réduite, des structures. Les proportions et les comportements rhéologiques sont respectés comme le vérifie Hubbert dès 1937 [Hub37]. Plus récemment, Verschuren, Nieuwland et Gast [VNG96], par exemple, arrivent à modéliser des détachements multiples dans des structures chevauchantes grâce à l'utilisation de boîtes à sable.

Cette approche expérimentale présente les avantages suivants :

- La géométrie tri-dimensionnelle proposée des structures peut être comparée aux résultats expérimentaux obtenus grâce aux données provenant de coupes bi-dimensionnelles par exemple.
- Inversement, la correction des données réelles est possible par comparaison avec les données expérimentales provenant de l'observation du modèle analogue.

Validité et limites des modèles analogues La validité d'un modèle analogue dépend du choix de deux paramètres très importants :

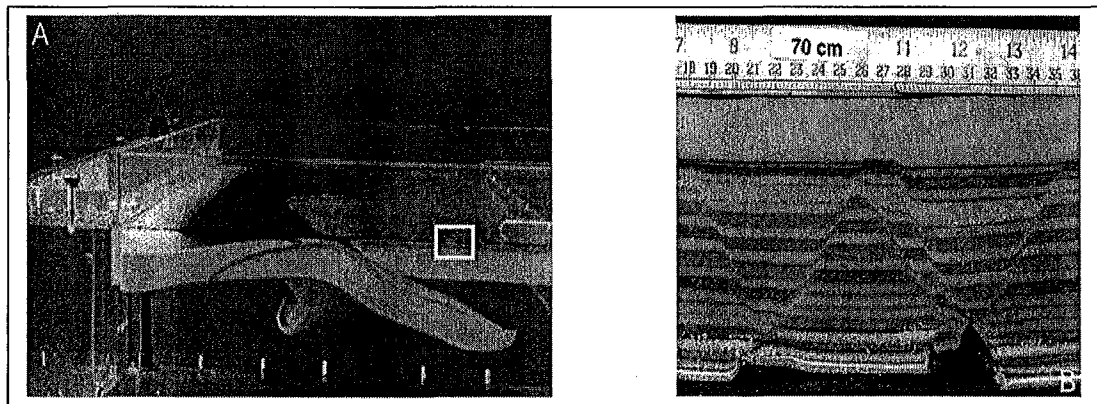


Figure 1.6 Importance du facteur d'échelle en modélisation analogue

A - La modélisation analogue peut s'appliquer à des structures mégascopiques comme par exemple les zones de subduction. De tels modèles ne concernent plus seulement la croûte supérieure mais toute la lithosphère et l'asthénosphère supérieure. A des problèmes de facteur d'échelle s'ajoute la difficulté de modéliser le comportement rhéologique élasto-plastique des roches en grande profondeur. **B** - Dans le cas de la géologie structurale appliquée à la recherche et à l'exploitation d'hydrocarbure, les échelles sont plus réduites. On ne s'intéresse en effet qu'aux premiers kilomètres d'écorce terrestre. Le comportement des roches est alors plus simple à modéliser : le caractère fragile est alors prédominant.

1. La rhéologie des matériaux utilisés : le choix des matériaux expérimentaux est établi à partir de la rhéologie des roches représentées dans le modèle.
2. Les facteurs d'échelle ne doivent pas être négligés. Ils permettent de comparer deux objets d'échelle géométrique et temporelle différente. Il peut s'agir par exemple d'un simple rapport de longueurs ou d'un rapport de viscosité entre le matériau réel et celui utilisé dans la maquette. La connaissance des ces facteurs d'échelle est parfois imprécise et le dimensionnement du modèle est parfois difficile et source d'erreurs. On trouvera la théorie du dimensionnement adaptée aux problèmes géologiques dans les travaux d'Hubbert [Hub37] et Ramberg [Ram67a].

Les modèles synthétiques

Reprenant les commentaires d'Isabelle Duvinage [Duv00], on distingue généralement deux types de modèles synthétiques :

1. Les modèles géométriques : ces modèles sont construits à partir de règles géométriques simples, en connaissant les modes de déformation et en respectant la loi de conservation du volume des roches. Ces modèles sont le plus souvent utilisés pour la modélisation directe, c'est-à-dire pour simuler le développement des structures de l'état initial vers un état actuel. La possibilité d'extrapoler la géométrie des structures en profondeur à partir

des données de surface et des règles géométriques est le principal intérêt de ces méthodes. Un bon exemple nous est donné avec les travaux de Kerr et White [KW96]. De plus, ces techniques peuvent aussi être utilisées pour la modélisation inverse qui correspond à la restauration des structures à partir de l'état déformé vers l'état initial supposé non déformé. En effet, les mêmes postulats géométriques et géologiques sont valides pour la modélisation directe des structures et la restauration équilibrée de ces structures.

Les modèles géométriques les plus couramment utilisés (construction de Chevron, modèle de cisaillement simple incliné, modèles en rotation, modèle en glissement banc à banc, modèle en dominos, etc...) sont détaillés dans la suite de ce chapitre.

2. Les modèles géomécaniques : ces modèles prennent en compte les propriétés géomécaniques des roches lors de la simulation des déformations à partir de conditions limites. A la différence des modèles analogiques utilisant des modèles réduits des structures géologiques, ces modèles sont numériques, le plus souvent basés sur des méthodes d'éléments finis mais difficilement applicables aux modèles complexes en 3D. Malgré ces difficultés, des succès existent comme par exemple l'analyse des détachements en régime chevauchant effectuée par Mäkel et Walters ou l'analyse de la localisation des déformations dans les stages précoces d'un chevauchement effectuée par Barnichon et Charlier [BC96].

Cependant, comme nous allons le voir en détaillant les principaux modèles utilisés, la mise au point d'un modèle synthétique suppose une simplification des conditions aux limites qui s'appliquent sur les systèmes naturels. La simplification la plus courante est de considérer la déformation comme plane, en deux dimensions, en coupe ou en carte. Avant de les utiliser, il est donc capital de s'assurer que la détermination des déformations peut se réduire à un problème bi-dimensionnel et qu'il en est de même pour les conditions aux limites.

1.1.3 Les principaux modèles utilisés

Ces modèles sont principalement utilisées sur des structures provenant de bassins sédimentaires en régime extensif ou distensif. Deux scénarii sont proposés :

1. une fracturation des couches sédimentaires dominée par les failles listriques. Les failles n'atteignent pas le socle. Ces structures d'effondrement sont typiques de dépôts de marge continentale comme celle du golfe de Mexico.
2. une fracturation à grande échelle, affectant le socle et les couches sédimentaires.

En utilisant ces deux scénarii, il est possible de faire les simplifications appropriées qui facilitent l'application d'un modèle particulier. Toutefois, un scénario

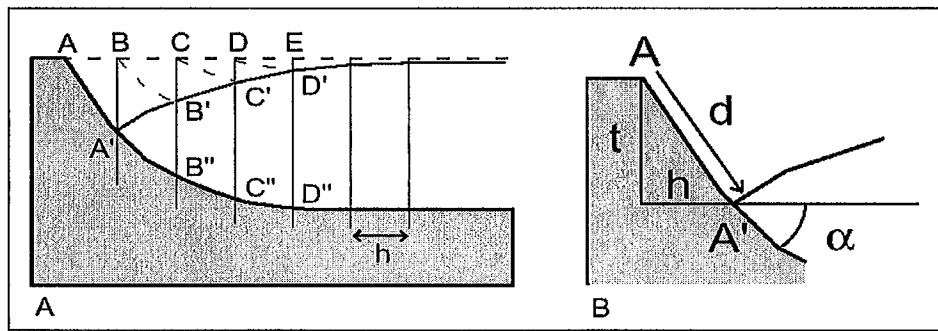


Figure 1.7 La construction de Chevron

A- La construction dite "de Chevron" repose sur un mécanisme de cisaillement simple vertical. Celui-ci est modélisé grâce à l'utilisation d'une grille régulière couvrant l'ensemble de la coupe et dont l'espacement correspond au rejet horizontal. Considérant que la géométrie du toit est connue, il est alors possible de déterminer celle de la faille car chaque segment ($[AA']$, $[BB']$, ...) est parallèle à la portion du plan de faille correspondante.

B - Pour une faille listrique, le rejet horizontal (h) est supposé constant et le rejet vertical (t) varie avec le pendage de la faille (α).

peut être approprié pour une région et pas pour une autre ce qui induit qu'une méthode pourra être utilisée dans un cas mais pas dans l'autre. Dans ce cas, les erreurs induites pourraient être dues au mauvais choix du modèle utilisé plutôt qu'à une incohérence des données.

Comment modéliser les failles ?

Les modèles uni-faille à mur rigide Pour déterminer la géométrie d'une faille listrique en profondeur à partir de la géométrie des strates dans le toit, il existe plusieurs techniques de construction. Ces techniques 2D ont en commun deux particularités :

1. elles ne prennent en compte qu'une faille
2. elles supposent que le mur de la faille est rigide

Les techniques à composante horizontale de rejet constant

La construction de Chevron Le modèle le plus couramment utilisé est la construction de Chevron proposée par Verrall [Ver81]. Cette construction est une méthode géométrique simple qui suppose la faille et le mur parfaitement rigides, toutes les déformations étant localisées dans le toit. La construction de Chevron suppose que le rejet horizontal de la faille est constant et permet de déterminer la géométrie de la faille à partir de celle du toit en appliquant successivement, comme le montre la figure 1.7, un mécanisme de cisaillement simple vertical et une translation afin de combler le vide apparu entre les blocs.

Le rejet horizontal est obtenu en mesurant le déplacement horizontal d'un horizon repère de part et d'autre de la faille. Une grille verticale régulière est superposée à la section et le pendage de l'horizon repère est projeté du mur sur le toit : par exemple, le point A est déplacé le long de la faille d'une distance d qui peut se décomposer en une composante horizontale h (le rejet horizontal) et une composante verticale t (le rejet vertical). Dans le cas d'une faille listrique, le rejet horizontal (h) est considéré comme constant ce qui implique que le rejet vertical (t) varie avec le pendage de la faille (α).

$$h = d \cdot \cos(\alpha) \quad (1.1)$$

$$t = d \cdot \sin(\alpha) \quad (1.2)$$

$$t = h \cdot \tan(\alpha) \quad (1.3)$$

En termes de limitation, ce modèle géométrique suppose un mur rigide et une faille implicitement listrique qui impose un rejet horizontal constant incompatible avec l'hypothèse de déplacement constant le long de la faille. Comme le rappelle Xiao et Suppe [XS92], de nombreux chercheurs ont abandonné le modèle de cisaillement simple vertical au profit du cisaillement simple incliné.

Le modèle en cisaillement simple incliné White et ses collègues ont modifié le modèle de Chevron pour prendre en compte les mécanismes de cisaillement incliné et les effets de la compaction [WJM86] [WY91].

Comme le montre la figure 1.8, ce modèle exprime la géométrie des couches déformées en fonction de leur géométrie initiale, de celle du plan de faille, du taux d'extension, de l'angle de cisaillement et des paramètres de compaction. Inversement, l'équation peut être utilisée pour déterminer la géométrie du plan de faille en fonction des géométries initiale et finale des couches déformées et des paramètres de cisaillement et de compaction. L'expérience montre que ce modèle en cisaillement simple incliné est une bonne approximation du mécanisme de déformation du toit de la couche. La principale critique de cette méthode en cisaillement simple incliné, appliquée à des régimes en extension, est qu'elle considère le mur comme totalement rigide alors que de nombreuses observations de la croûte continentale dans les bassins sédimentaires montrent une faible rigidité.

Kerr et son équipe améliorèrent la méthode pour prendre en compte des géométries tri-dimensionnelles [Whi92]. Si ce modèle tri-dimensionnel en cisaillement simple incliné permet de se passer de l'approximation apportée par l'utilisation de coupes sériées, cela reste un modèle géométrique approprié aux failles listriques, nécessitant des rhéologies dissymétriques et un mur totalement rigide

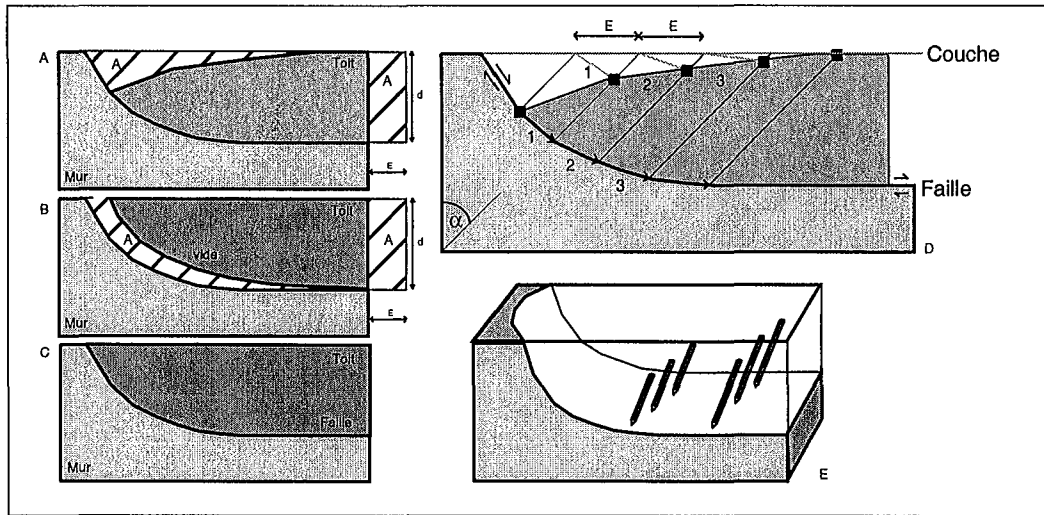


Figure 1.8 Modèle en cisaillement simple incliné

A - Le plus souvent, le toit d'une faille listrique montre une géométrie particulière en flexure. Cette géométrie peut s'expliquer par un mécanisme de déformation appelé cisaillement simple incliné. Afin de comprendre le mécanisme de conservation de la surface de coupe, le mécanisme peut être décomposé en deux étapes. B - La première correspond au dépliage du toit de la faille selon la direction du cisaillement. Cette opération entraîne l'apparition d'un vide et doit conserver la surface transférée (A). C - La seconde étape est la translation du toit, désormais considéré rigide, de façon à combler le vide apparu. D - La composante horizontale du mouvement (E) est conservée. Les effets de la compaction, si elle est prise en compte, s'orientent dans la direction du cisaillement. E - Ce modèle peut être utilisé pour la restauration des horizons comme pour la détermination de la géométrie de la faille. Il est aussi utilisé en 3D (d'après Kerr et White 91).

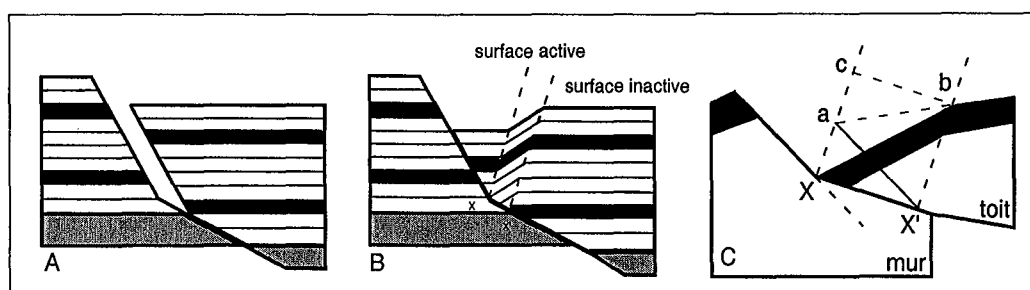


Figure 1.9 Modèle en plis en chevron de Xiao et Suppe

A- La figure montre la modélisation de la faille sous la forme d'une série de segments rigides. B- L'effondrement du toit comble le vide et forme une zone de plis en chevron. Au fur et à mesure du glissement du bloc supérieur le long du plan de faille, cette zone s'élargit. La surface axiale de droite correspond à la position initiale (fixe par rapport au toit) de l'inflexion due à la faille. La surface axiale de gauche correspond à la position actuelle de l'inflexion et reste fixe dans le repère du mur de la faille. C- Il est évident que la géométrie du bloc supérieur est directement contrôlée par la géométrie de la faille et par la direction du cisaillement. (d'après Xiao et Suppe 1992).

(figure 1.8 E). De plus, la géométrie de la faille est implicitement listrique même si Kerr et ses collègues ont utilisé leur méthode avec des failles planes.

Le modèle en plis en chevron de Xiao et Suppe Xiao et Suppe décrivent une technique similaire en considérant le plan de faille comme une série de segments [XS92]. La géométrie des couches au-dessus du plan de faille est alors exprimée en fonction de l'angle du cisaillement, de la géométrie de la faille et de l'angle entre la faille et les couches. Il est intéressant de remarquer que Xiao et Suppe ne considèrent pas les figures en kink, qui apparaissent lors de la modélisation, comme des artefacts mais comme des réalités physiques. Les modèles analogiques étudiés par Cloos [Clo68] ou Dula [DJ91] confirment cette hypothèse. Les travaux de Xiao et Suppe s'intéressent également aux figures de tectonique synsédimentaire à l'aplomb des failles listriques. Les variations du taux de sédimentation et de l'intensité du mouvement le long du plan de faille participent activement à la géométrie des couches déformées du mur. En faisant varier ces deux paramètres, il est possible de retrouver une large gamme des géométries observées sur le terrain ou lors de l'étude de modèles synthétiques. La compaction peut aussi être un paramètre intégré au modèle, même si les méthodes de calcul utilisées deviennent alors longues et difficiles à mettre en place.

Le modèle de Xiao et Suppe donne des résultats convenables sur de nombreux jeux de données, mais les auteurs eux-même reconnaissent que ces hypothèses (modèle bi-dimensionnel en coupe, mur rigide et constance de la géométrie de la faille) le limitent à des modèles simples.

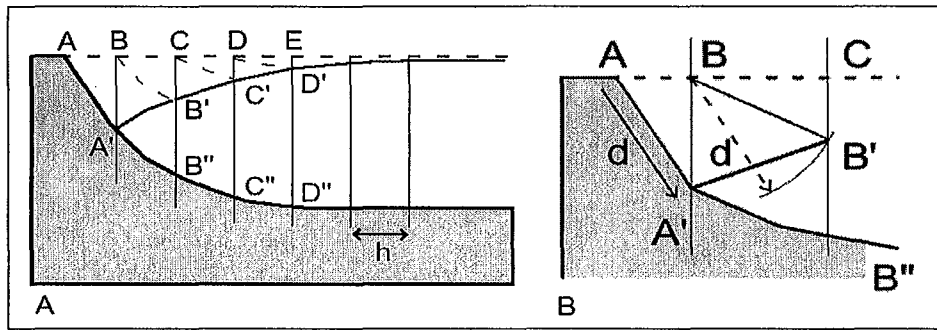


Figure 1.10 La construction de Chevron modifiée

A- La construction dite "de Chevron modifiée" repose sur un mécanisme de cisaillement simple vertical. Celui-ci est modélisé grâce à l'utilisation d'une grille régulière couvrant l'ensemble de la coupe et dont l'espacement correspond au rejet horizontal. Considérant que la géométrie du toit est connue, il est alors possible de déterminer celle de la faille car chaque segment ($[AA']$, $[BB']$, ...) est parallèle à la portion du plan de faille correspondante. B - Dans ce cas, on considère que le rejet horizontal et le rejet vertical varient en fonction de la pente de la faille. (α).

Les techniques de modélisation de faille à rejet constant

La construction de Chevron modifiée Dans le modèle de Chevron modifié, proposé par Williams et Vann [WV87], le déplacement est constant le long de la faille. Le rejet horizontal et le rejet vertical varient en fonction de la pente de la faille (1.1) (1.2).

En pratique, comme le montre la figure 1.10, on peut facilement déterminer la géométrie de la faille connaissant la géométrie du toit. En effet, le point B' appartenant au toit est localisé grâce à un arc de cercle centré sur B . Le segment $[BB']$ est parallèle à la faille et le point B'' appartenant à la faille est localisé à l'intersection d'une ligne verticale passant par B' et d'une ligne parallèle à $[BB']$ passant par A' . Le procédé est répété pour chaque segment de la faille en utilisant un déplacement constant (d). On comprend alors que l'horizontalisation de la faille en profondeur associée à l'hypothèse de conservation de l'amplitude du déplacement le long de la faille impliquent une diminution de la composante verticale du rejet (t) de la faille alors que la composante horizontale (h) tend vers la valeur du déplacement.

Considérons des repères verticaux, localisés au niveau du bloc supérieur de la faille. Ces lignes verticales sont supposées demeurer verticales durant la déformation en conservant leur longueur respective. En revanche, elles peuvent bouger horizontalement les unes par rapport aux autres lorsque le toit glisse le long du plan de faille. Cette hypothèse, si elle est vérifiée, implique que les aires délimitées par ces repères augmentent ou diminuent durant la déformation.

Le modèle en faille circulaire Ce modèle est le plus simple des modèles considérant le toit de la faille comme rigide. Il a été élaboré par Isabelle Moretti et ses collègues et testé à l'origine sur des données provenant du Golfe de Suez [MC88]. Le principe de base est de considérer le mouvement d'un bloc le long d'une faille circulaire comme une rotation rigide induisant, suivant la largeur du bloc roté, un soulèvement ou un affaissement des couches par rapport au niveau de référence, la rotation des blocs les plus larges engendrant les soulèvements les plus importants. Si les différents articles publiés présentent des résultats satisfaisants avec des modèles unifailles, le cas plus général où plusieurs failles se succèdent semble plus difficile du fait de l'apparition de vides au sein du modèle. Moretti et al. attribuent à la présence de ces vides les phénomènes d'effondrement du mur de la faille.

Le modèle en faille non circulaire ("slip-line") L'analyse des rejets le long d'un plan de faille a fait l'objet de nombreuses études. Le modèle communément admis, par Barnet et ses collègues par exemple [BMR⁺87], suggère que le déplacement le long d'une faille isolée décroît au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la surface de glissement. Il est alors intéressant de constater, comme Williams et Vann [WV87], que les modèles utilisant des failles listriques à rejet horizontal constant supposent un comportement opposé où le rejet diminue avec la profondeur.

En plus du modèle de Chevron modifié, Williams et Vann proposent un modèle que l'on peut voir comme l'adaptation du modèle de Moretti à des failles de géométrie arbitraire. Cette fois, les lignes repères sont perpendiculaires au plan de faille et restent perpendiculaire à celui-ci au cours du jeu de la faille. De plus, les points sur ces lignes doivent demeurer à la même distance du plan de faille. Williams et ses collègues en ont déduit des stratégies de restauration en 2 et 3 dimensions pour des structures géologiques complexes [WBKE96].

Wheeler [Whe87] note que ce modèle renonce à la conservation des aires pour les mêmes raisons que le modèle de Chevron modifié. En effet, l'hypothèse de conservation de la longueur des repères orthogonaux au plan de faille implique des variations importantes d'aires, notamment lors de l'aplanissement des failles listriques en profondeur [Whe87]. Si la compaction peut expliquer une diminution importante d'aire alors qu'une zone cataclasique fragile peut être à l'origine d'une augmentation locale de celle-ci, une augmentation d'aire à grande échelle, affectant des roches consolidées, ne peut pas être considérée comme la conséquence d'un mécanisme géologique réel. Wheeler propose une modification du modèle qui maintient alors l'hypothèse d'un rejet constant le long de la faille mais assure la préservation de l'aire en considérant la longueur des lignes de construction comme fonction de la courbure du plan de faille.

Bien que conservant désormais les aires, cette version modifiée du modèle demeure cependant inexacte lorsqu'il s'agit de déduire les déformations induites

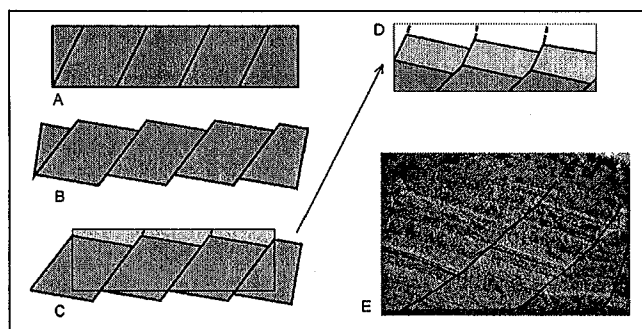


Figure 1.11 Dominos rigides et sédimentation

A - La couche sédimentaire est initialement coupée par une famille de failles normales plongeant à 60° et régulièrement espacées. **B** - Un incrément de déformation correspond à une rotation rigide des blocs. Des zones en creux se forment à la limite des blocs. **C** - Une nouvelle couche de sédiment se dépose en remplissant les dépressions sédimentaires existantes et en rétablissant une surface libre horizontale. **D** - Au sein de ces sédiments peu consolidés, les failles se propagent vers le sommet de la couche et un nouveau cycle de déformation-remplissage sédimentaire peut commencer (d'après Vendeville et Cobbold, 1988). **E** - Ce modèle en dominos rigides est cohérent avec les nombreuses observations faites dans les premières centaines de mètres de l'écorce terrestre (photographie de Dr. John Anderson Georgia Perimeter College, Dunwoody Campus).

qui augmentent lorsque l'on s'éloigne de la faille pour atteindre des amplitudes infinies à une distance égale au rayon de courbure de la faille.

Le modèle en dominos rigides

Ce modèle considère des systèmes de failles normales qui découpent les couches géologiques en blocs basculés autour d'axes horizontaux parallèles à l'orientation des failles (figure 1.11). Ces failles sont considérées comme planes et ayant des jeux constants ou non. Le modèle de base est celui imaginé par Angelier et Colletta puis repris par McKenzie [McK78] et ses collègues [JM80] entre 1978 et 1980 pour expliquer la formation des bassins sédimentaires.

Le premier modèle en dominos étudié est celui proposé par Barr en 1987 [Bar87] qui considère les dominos comme une série de blocs rigides délimités par des failles. La croûte inférieure se déforme par un mécanisme de cisaillement pur, comme dans le modèle de McKensie [McK78], mais dans la croûte supérieure, l'extension est due à la rotation synchrone de tous les blocs. La croûte inférieure supposée ductile est alors susceptible de remplir les vides créés à la base des blocs (figure 1.11). Barr considère que les sédiments remplissent le bassin et que l'érosion, existant dans les parties surélevées, explique la géométrie et l'épaisseur des couches autour des failles. Un modèle amélioré [Bar91] permet de prendre en compte des taux de sédimentation variables. Waltham et ses collègues [WHA82] dérivent, en 1982, le modèle pour prendre en compte les phénomènes de compac-

tion. Le modèle en dominos présume que les failles, fortement pentues à l'origine, basculent à l'horizontale au cours de l'extension entraînant les blocs dans leur mouvement. Le déplacement le long des failles est proportionnel à leur espacement et le soulèvement de la lèvre inférieure de la faille est proportionnel à ce déplacement, donc le soulèvement du mur est d'autant plus fort que les failles sont éloignées les unes des autres.

Une limite est que le modèle en dominos rigides suppose un niveau de décollement soit intrasédimentaire soit à la limite fragile/ductile plus profondément dans la croûte. Deplus, Barton et Wood en 1984 [BW84] prennent en compte une lithosphère continentale très fragile dans les régions en extension, en particulier à partir de 4 kilomètres de profondeur pour préférer à une rotation rigide, une déformation interne non négligeable des blocs faillés. Le modèle suppose que toutes les failles jouent indéfiniment perpendiculairement à la direction de la section mais l'étude des séismes effectuée par Jackson et White [JW89] ou les données obtenues par réflexion sismique (Walsh et Watterson [WW91]) montrent qu'en réalité ces failles sont segmentées et qu'il existe une accommodation, par déformation ductile, entre les segments. Ceci contredit l'hypothèse de rigidité des blocs faillés. Toutefois, la rhéologie des roches est identique de part et d'autre des failles séparant les blocs et le modèle en dominos rigides évite le problème de rhéologie dissymétrique vu avec les modèles uni-failles.

Un second problème est particulièrement limitant lorsque l'on essaye de restaurer un modèle en dominos rigides : comme l'ont noté Gibson et ses collègues en 1989 [GWW89] ou plus récemment, Westaway et Kusznir [WK93], la déformation interne affectant les blocs faillés dans le contexte réel entraîne l'augmentation de l'angle entre les plans de faille et les couches lorsque le déplacement le long des failles s'accroît. Or le modèle en dominos rigides suppose que cet angle demeure constant ; le principal effet de cette augmentation de l'angle d'intersection est la surestimation du pendage des plans de faille lors de la restauration.

Finalement, si l'on compare le modèle en dominos rigides aux autres techniques de modélisation présentées précédemment, ses limites sont de même nature :

1. Une géométrie de faille prédéterminée : ici les failles sont considérées comme explicitement planes et non implicitement listriques comme c'était le cas dans les précédents modèles.
2. Une variation de déplacement le long des failles prédéterminée, ici explicitement constante plutôt qu'implicitement dépendante de la géométrie des failles comme dans les autres modèles.

Prise en compte de la déformation

Les mécanismes de cisaillement Le mécanisme de cisaillement est largement utilisé par les différentes méthodes décrites précédemment. Les constructions de

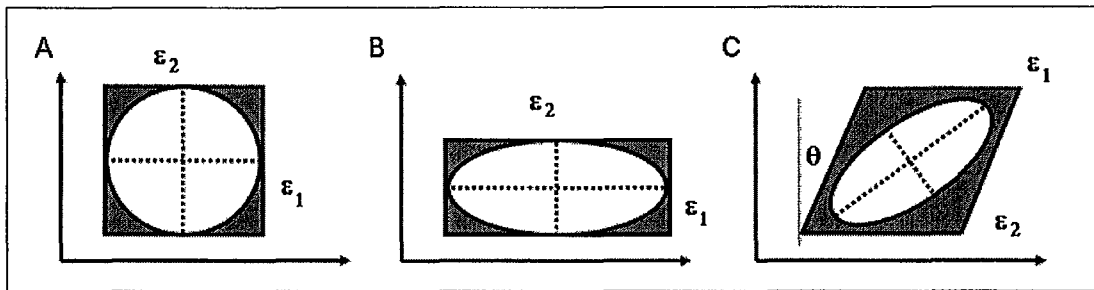


Figure 1.12 Modèles de déformation par cisaillement

A - Le cas idéal pour expliquer les mécanismes de déformation par cisaillement est celui d'un carré de matériau élastique subissant un cisaillement pur (B) ou un cisaillement simple (C). Dans les deux cas, la déformation se fait à aire constante. B - Dans le cas du cisaillement pur, la déformation est plane et transforme le carré en rectangle sans variation d'aire et sans rotation des axes principaux (ϵ_1, ϵ_2) C - Dans le cas du cisaillement simple, le carré est déformé en parallélogramme de même aire. Cette fois, la déformation a une composante rotationnelle (θ).

Chevron, par exemple, utilisent ce mécanisme de déformation pour expliquer la géométrie du toit de la faille et accommoder le vide qui découle du modèle géométrique utilisé. Kerr et White utilisent quant à eux un mécanisme de cisaillement incliné dans leur modèle.

On distingue idéalement deux types de cisaillement :

- le cisaillement pur : c'est une déformation plane dans lequel un carré est transformé en rectangle sans changement de surface et sans rotation des axes principaux de la déformation finie au cours de la déformation (figure 1.12 B).
- le cisaillement simple : déformation plane dans lequel un carré est transformé par cisaillement en parallélogramme sans changement de surface, tel que seules les lignes parallèles à la direction de cisaillement ne subissent pas de rotation (figure 1.12 C).

Le modèle par glissement banc sur banc Une alternative à l'hypothèse de rejet constant est de considérer la longueur des bancs constante. La déformation est concentrée dans le toit et vue comme le résultat d'un mouvement relatif parallèle aux couches. A l'aplomb des zones de changement de pente de la faille, la déformation du toit est simplement la conséquence du maintien de la longueur des bancs. De ce fait, au-dessus du plan horizontal de détachement vers lequel s'amortit la faille, le toit est translaté sans déformation.

Ce modèle de glissement banc sur banc est basé sur une construction géométrique simple et peut être utilisé dans la construction d'un modèle ou sa restauration. En revanche, la présence de failles antithétiques au niveau du toit des failles

listriques importantes rend le mécanisme de glissement caduque car ces failles empêchent tout mouvement parallèle à la stratigraphie.

Le modèle en dominos déformables L'utilisation du modèle de dominos déformables permet la modélisation des failles simples et multiples car ils ne supposent pas la croûte supérieure comme infiniment rigide et permet la distribution de la déformation autour des failles, au sein même des blocs. Cette distribution de la déformation permet de traiter correctement les bords d'un bassin sédimentaire ou de prendre en compte les failles antithétiques sans recourir à des rhéologies particulières comme c'est le cas du modèle utilisant des dominos indéformables.

Deux méthodes permettent de décrire la distribution de la déformation au sein des blocs basculés. La première est le modèle d'encorbellement flexural proposé par Kusznir et ses collègues en 1991 [KME91]. Le deuxième modèle (Gibson et al. 1989 [GWW89], Walsh et Watterson, 1991 [WW91]) utilise la paramétrisation des modèles de dislocation élastique et des structures faillées observées pour donner une estimation empirique de la déformation.

Récapitulatif des limites des modèles utilisés

Les différents modèles qui viennent d'être présentés sont les plus utilisés pour la modélisation de la déformation affectant les couches supérieures de la croûte. Ils sont considérés comme des simplifications valides du comportement des roches. En guise de conclusion de cette section, nous récapitulons les inconvénients de ces modèles en essayant de les comparer afin de déterminer quels modèles sont les plus aptes à être utilisés en restauration.

Nature géométrique des modèles La plupart des modèles utilisés en restauration sont des modèles géométriques car ils sont simples et sont utilisables dans les deux sens, en modélisation directe et en restauration. L'inconvénient majeure de ces modèles géométriques est qu'ils nécessitent des approximations empiriques sur le comportement des roches à proximité des failles plutôt qu'une prise en compte précise du modèle physique du comportement des failles.

Rhéologie dissymétrique La majorité des modèles suppose que la surface de faille conserve une géométrie constante. Ceci est possible si l'on considère le mur de la faille comme parfaitement rigide et si l'on suppose que toutes les déformations affectent uniquement le toit de la faille. Cette supposition n'est valide que si les rhéologies s'inversent brutalement de part et d'autre du plan de faille ce qui n'est généralement pas le cas dans la réalité. De plus, comment imaginer cette variation de rhéologie dans le cas de failles multiples ou le mur d'une faille peut être le toit de la suivante ?

Géométrie et comportement des failles Dans la réalité, le déplacement le long des failles n'est pas constant. Le plus souvent, il convient de modéliser cette variation du déplacement au moyen d'une ellipse montrant un déplacement maximal au centre d'une faille isolée et diminuant vers les bords. Cependant, certains modèles nécessitent un déplacement constant et uniforme le long du plan de faille. D'autres fixent explicitement le déplacement à différents points de référence (comme les intersections avec les horizons par exemple) et déterminent ces déplacements sur le reste du plan de faille le plus souvent comme fonction de sa géométrie. De plus, certains modèles supposent explicitement ou implicitement des plans de faille de géométrie particulière. En particulier, les modèles en deux dimensions, où le mur d'une faille est supposé rigide, demandent des failles listriques. Évidemment, les modèles qui imposent une géométrie particulière aux failles ne sont plus universellement applicables.

Uniquement bi-dimensionnelles L'hypothèse principale derrière l'utilisation de ces techniques bi-dimensionnelles est qu'il est possible d'approximer un modèle tri-dimensionnel au moyen de coupes sériées. Ceci suppose que le modèle varie peu perpendiculairement à l'orientation des sections. Cette simplification est toujours inexacte à des degrés différents. De plus, ces techniques ne supposent pas seulement que les structures soient approchées par des coupes parallèles mais aussi que l'orientation de la déformation suive l'orientation de ces sections.

1.2 Les méthodes de validation et de correction

Comme on vient de le voir, le géologue structuraliste, voulant construire un modèle géologique aussi exploitable que possible, peut donc utiliser correctement différentes sources d'information. Selon le type d'objets à modéliser (une faille, un horizon, etc...), différentes techniques existent pour corrélérer ces informations, comprendre les mécanismes affectant les objets modélisés et valider ou non le modèle géologique élaboré.

1.2.1 Les simulations

Les techniques de simulation concernent principalement les réseaux de failles sous-sismiques, c'est-à-dire de taille inférieure au plus petit détail discernable sur les coupes sismiques. On assimile les plus petites failles à des zones de déformation ductile dont les effets ne sont pas toujours négligeables. Pour modéliser de telles failles, on peut les simuler grâce à une loi fractale définie à partir de la dimension et du rejet des failles extraites de la sismique et de leur densité [BD99] [GBB⁺99] [GL99] (figure 1.13).

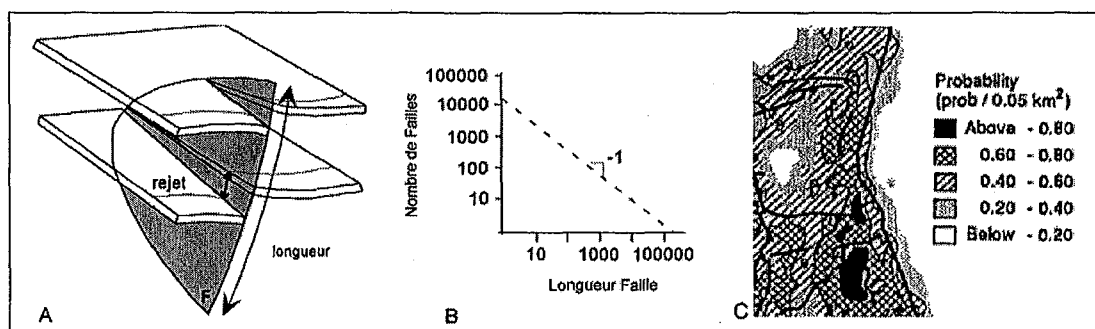


Figure 1.13 Modèle fractal de croissance et carte de probabilité

A - En étudiant les dimensions des failles d'un réseau, leurs rejets maximum et leur nombre respectifs, il est possible d'établir une hiérarchie qui va être utilisée pour simuler la présence de fractures dans un domaine géologique. B - Une relation intéressante à étudier est le rapport entre la longueur d'une famille de failles et leur fréquence d'apparition dans le réseau (d'après King, 1983). C - A partir de ces relations, il est possible de construire des cartes de probabilités de présence de failles suivant leur taille ou leur rejet (d'après Gauthier et Lake, 1993).

1.2.2 Les tests de consistance

Lorsque le modèle est construit, il est très difficile de savoir directement si celui-ci est valide ou pas. Il est cependant possible de vérifier que ce modèle est plausible de manière indirecte. Les principales méthodes de vérification indirecte sont d'une part, la cartographie des déplacements le long des failles du modèle et, d'autre part, la restauration équilibrée. La première famille de méthodes consiste à cartographier les rejets le long des failles en partant du principe qu'une faille isolée dans un milieu isotrope a une forme idéalement elliptique. Le déplacement est maximal au centre de la faille et décroît vers ses bords. Des variations par rapport à ce modèle idéal peuvent avoir deux causes : une erreur dans l'interprétation de la géométrie de la faille ou l'interaction cinématique d'autres failles connectées. En ce qui concerne la restauration, la section suivante présente les objectifs et les principes de cette technique.

1.3 Principes et applications de la restauration équilibrée

On peut comprendre la restauration équilibrée d'une structure comme l'ensemble des manipulations géométriques (déformations, translations et rotations) nécessaires au rétablissement de l'état initial de cette structure. Par état initial, on entend un état non déformé. Cet exercice est plus complexe qu'il n'y paraît.

La difficulté majeure de la mise au point d'un logiciel d'aide à la restauration

équilibrée est de savoir quelles sont les attentes du géologue effectuant ce travail. En effet, la restauration, si elle a pour but principal la validation d'un modèle géologique, peut être utilisée dans des perspectives très différentes comme la modélisation d'un champ de déplacement le long des failles ou l'utilisation des informations de restauration pour déplier des données sismiques. Dans chacun des cas, la nature des informations et les suppositions faites par le géologue sont très différentes. Il convient donc, avant de commencer la rétrospective des différentes méthodes et implémentations de restauration existantes, de savoir quelles sont les utilisations de cette technique et, pour chaque utilisation, de comprendre quelles sont les inconnues du problème et les résultats espérés.

1.3.1 La restauration : pourquoi faire ?

La restauration, outil de validation d'un modèle géologique

Le contrôle de la qualité d'un modèle géologique est l'utilisation la plus courante des techniques de restauration équilibrée. Ce contrôle repose sur l'observation des incohérences géométriques qui peuvent apparaître dans le modèle à l'état restauré. Ces incohérences géométriques sont le plus souvent visibles sous la forme de vides ou de recouvrements apparaissant, lors du dépliage d'un horizon, entre les différents blocs composant le modèle.

Quelque soit le modèle étudié, la procédure de vérification est identique. Dans un premier temps, le géologue considère la géométrie actuelle des structures à restaurer et applique la déformation inverse au modèle. Au cours de ce dépliage, des incohérences géométriques peuvent apparaître, elles sont soit naturelles (les vides ou les recouvrements engendrés par les failles normales ou inverses) soit artificielles (celles engendrées par le dépliage du modèle) et doivent être minimisées autant que possible. C'est le succès ou l'échec de cette minimisation des erreurs qui va être utilisé pour valider ou non le modèle géologique dans son état actuel. Dans le cas du contrôle qualité, le géologue a donc le choix de la technique de dépliage à utiliser ainsi que de la méthode de minimisation des incohérences géométriques observées. Le nombre d'inconnues est donc faible et il s'agit plutôt d'une méthode de tests successifs et de comparaison du meilleur modèle simulé avec celui supposé, à priori, par l'étude du contexte géologique.

La restauration, outil de compréhension d'un modèle géologique

Une deuxième utilisation de la restauration équilibrée est l'étude des champs de déplacement et de déformation qui affectent un modèle. En effet, les calculs de la rétro-déformation peuvent être à la fois utilisés dans un but de validation du modèle, grâce à la recherche de zones de déformation anormales (cet aspect est développé en détail dans la suite de ce mémoire) mais aussi pour comprendre les mécanismes de déformation affectant les structures. A l'inverse de la validation

du modèle, le géologue ne suppose pas ces mécanismes connus mais cherche à les retrouver en fixant des paramètres qui étaient jusqu'alors considérés comme des inconnues. Dans ce cas, les contraintes se limitent aux contraintes fondamentales telles que la conservation de la matière au cours de la restauration et la minimisation de l'énergie nécessaire à cette opération.

1.3.2 Les principales méthodes de restauration

Comme nous l'avons vu précédemment, la restauration équilibrée a plusieurs objectifs tels que la quantification de la déformation du système restauré, la détermination des déplacements au sein de ce système ou bien la validation du modèle de départ qui doit être rétro-déformable pour être géométriquement acceptable.

Historiquement, les méthodes de restauration équilibrées ont d'abord été mises au point pour des domaines en contexte compressif (notamment par Chamberlin dès 1910 [Cha10]) mais c'est Dahlstrom [Dah69] et Hossack [Hos79] qui ont les premiers formalisé les règles des méthodes d'équilibrage, adaptées aux domaines en extension par Gibbs en 1983 [Gib83]. La loi fondamentale qui est appliquée à la restauration équilibrée dérive du principe de conservation de la matière. Si l'on néglige les phénomènes de compaction et de dissolution sous pression, cette loi peut se limiter à la conservation du volume des roches. De plus, pour des plis concentriques, l'épaisseur des couches est constante au cours de la déformation ce qui permet de réduire la règle de conservation de la matière à la préservation de l'aire des surfaces sédimentaires.

On distingue généralement les méthodes de restauration en coupe et celles en carte. Ces méthodes peuvent être utilisées en contexte compressif et/ou extensif.

Les méthodes de restauration en coupe en contexte compressif

Ces méthodes sont les premières à avoir été utilisées sur des coupes géologiques en domaine compressif par Chamberlin, initialement dans les zones externes des chaînes de montagne. Elles suivent le principe général de conservation de la matière énoncé précédemment. La deuxième hypothèse est de considérer les niveaux repères comme initialement horizontaux et d'épaisseurs constantes. Enfin, les conditions aux limites sont supposées connues le long d'une ligne verticale qui demeure fixe au cours de la déformation, généralement une des bordures de la coupe. Deux types de méthodes existent, la méthode où la surface transférée est conservée et la méthode où la conservation concerne la surface totale :

1. La méthode de la surface transférée est la première à avoir été développée par Chamberlin en 1910 [Cha10] et formalisée par Dahlstrom [Dah69] et Hossack [HHa83]. Soit une coupe de longueur initiale l_0 , la déformation engendre le soulèvement du niveau de référence. Ce soulèvement définit

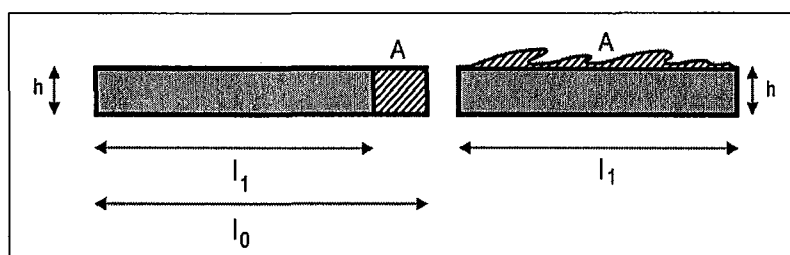


Figure 1.14 Conservation de la surface de coupe transférée

Lors du raccourcissement, un soulèvement du toit de la couche par rapport au niveau de référence apparaît. La surface en excès compense la surface perdue lors de la déformation ($S = h * (l_0 - l_1)$). Il y a donc eu transfert de surface entre l'état initial et l'état déformé.

une surface en excès S par rapport à l'épaisseur initiale h de la couche. La longueur de la coupe est désormais l_1 . Le principe de conservation de la matière impose que la surface perdue lors du raccourcissement soit égale à la surface transférée (figure 1.14).

$$h = \frac{S}{(l_0 - l_1)} \quad (1.4)$$

2. La méthode de la conservation de la surface totale de la coupe a été mise au point par Dennison et Woodward en 1963 et formalisée par Hossack en 1979 [Hos79]. Si l'épaisseur de la couche passe de t_0 à t_1 et la longueur de la couche passe de l_0 à l_1 , alors le principe de conservation de la surface totale peut être formalisé par l'équation suivante :

$$l_1 \cdot t_1 = l_0 \cdot t_0 \quad (1.5)$$

3. Certaines techniques réduisent le problème de la conservation de la surface de la coupe à la conservation de la longueur [Dah69] et de l'épaisseur de niveaux repères. On peut alors mesurer le raccourcissement des structures par simple comparaison des longueurs avant et après le raccourcissement :

$$R = \frac{l_0 - l_1}{l_0} \quad (1.6)$$

4. Enfin on peut utiliser dans la même coupe (figure 1.15), plusieurs des méthodes présentées ci-dessus, en réservant par exemple les méthodes de conservation des longueurs pour les niveaux compétents et les méthodes de préservation de l'aire pour les niveaux moins compétents [MN89].

Les méthodes de restauration équilibrées en coupe sont de puissants outils. Depuis les vingt dernières années, de nombreux outils informatiques implémentent les méthodes de restauration qui viennent d'être présentées. Ces outils sont présentés dans le deuxième chapitre de ce mémoire.

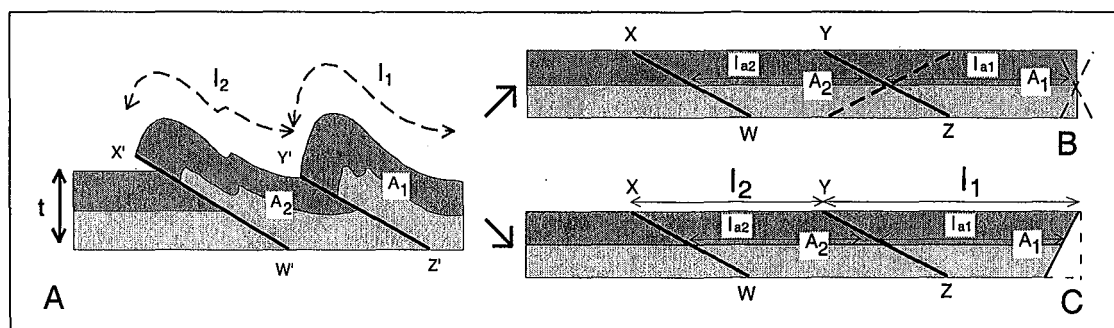


Figure 1.15 Coupes équilibrées en contexte compressif

A - Les structures présentées sur cette coupe sont typiquement des figures d'une tectonique en compression. On distingue deux rampes coupant les deux couches en trois blocs indépendants. Deux de ces blocs (A_1 et A_2) sont plissés. B - La restauration équilibrée de cette section par la méthode de conservation de la surface totale ne fournit pas de solution unique pour la position des failles. Les lignes en pointillés représentent les différentes positions possibles des rampes vérifiant la préservation de la surface totale de la coupe. C - Une combinaison de la méthode de conservation de la surface totale et de conservation des longueurs d'un banc repère (l_1 et l_2) permet de contraindre la position des rampes (d'après Mitra 1989). Cette méthode fournit donc une solution unique.

Les méthodes de restauration en coupe en contexte extensif

Alors qu'historiquement les méthodes de restauration en coupe ont d'abord été utilisées en contexte compressif, Gibbs en 1983 [Gib83] ainsi que Rowan et Kligfield en 1989 [RK89] adoptent ces méthodes en contexte extensif en les adaptant et les appliquant aux horizons stratigraphiques successivement. Le phénomène de compaction qui affecte les séries sédimentaires au cours de la subsidence doit aussi être pris en compte. On utilise alors des relations empiriques permettant de calculer la compaction en fonction de la porosité et de la profondeur d'enfouissement.

$$\Phi(z) = \Phi_0 \cdot \exp\left(\frac{-z}{\lambda}\right) \quad (1.7)$$

où $\Phi(z)$ représente la porosité à la profondeur z , Φ_0 la porosité en surface et λ une constante définie expérimentalement. Cependant, dans les domaines extensifs, les couches salifères ou les argiles sous-compactées peuvent induire une tectonique particulière en raison de leur rhéologie spécifique. Cette tectonique peut engendrer de nombreuses difficultés lors de l'utilisation des techniques traditionnelles de restauration en coupe.

Enfin, une dernière particularité des domaines en extension est la géométrie listrique des failles normales syn-sédimentaires. Comme on l'a vu lors de la présentation des différents modèles courants utilisés par les méthodes de restauration en coupe, ces failles ont tendance à s'horizontaliser en profondeur et

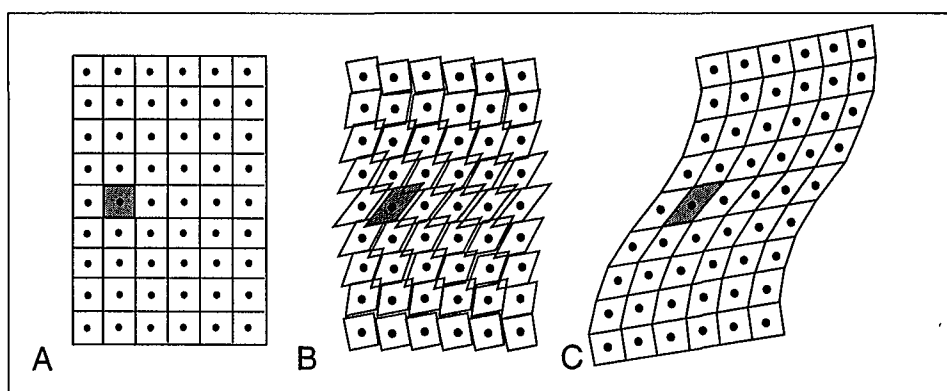


Figure 1.16 Restauration de la déformation continue en carte

A- L'horizon, dans son état déformé, est divisé en éléments polygonaux au sein desquels la déformation est supposée homogène. B- Chaque élément est restauré grâce à la déformation mesurée ou interpolée à partir de la déformation des éléments voisins. C- Les éléments sont ajustés afin de minimiser les vides et les recouvrements apparus lors de la restauration. (d'après Rouby, 1994 modifié de Schultz-Ela, 1988)

les déformations sont sensées se localiser dans le compartiment supérieur de ces failles.

Conclusions sur les méthodes de restauration en coupe

Les méthodes de restauration équilibrée en coupe sont des outils performants lorsque les données sont disponibles en quantité suffisante et de bonne qualité. Par exemple, dans le cas de coupes sériées où les séries sédimentaires sont bien définies, les méthodes en coupe, le plus souvent informatisées, donnent généralement des résultats satisfaisants. Ces méthodes ont cependant des limites importantes liées aux modèles de déformation utilisés. De plus, ces méthodes ne sont pas utilisables lorsque la déformation n'est pas plane. Dans le cas de faille décrochante par exemple, l'utilisation de coupes, même sériées et de qualité, ne permet pas d'approcher la déformation et les déplacements affectant les couches géologiques.

Dans ce cas, l'utilisation de méthodes de restauration en carte peut être recommandée pour modéliser les déformations continues comme discontinues.

La restauration en carte de la déformation continue

Par déformation continue, on entend principalement les plis. Les méthodes de restauration de la déformation continue en carte, développées par exemple par Etchecopar en 1974 [Etc74] ou Percevault et Cobbold dans les années 1980 [Cob79] [CP83], utilisent les techniques des éléments finis en discrétisant le domaine à restaurer en un ensemble d'éléments de petite taille à l'échelle desquels on suppose la déformation homogène [Sch77] [SE88] (figure 1.16). Cette déformation,

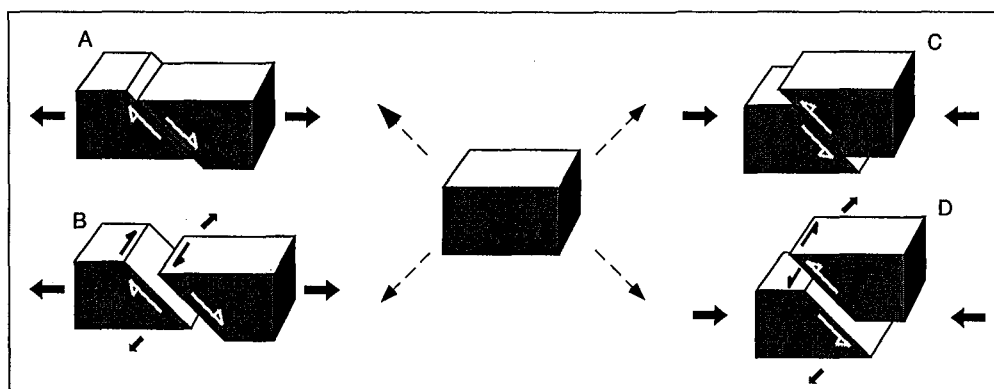


Figure 1.17 Les principaux types de faille

On distingue 3 principaux types de failles. Les failles normales (A et B) sont observables dans les régions en extension. Les failles inverses (C et D) sont typiques des zones en compression. Les failles transformantes, dont le rejet a une composante horizontale importante, sont souvent localisées dans les zones de transfert entre des systèmes de failles des deux premiers types. De plus, une composante transformante du rejet peut se combiner au rejet principal dans le cas des failles normales et inverses (B et D).

mesurée sur le terrain, est appliquée sur chacun des éléments qui sont finalement ajustés, par rotation et translation, de façon à minimiser, au sens des moindres carrés, les vides et les recouvrements entre les éléments.

L'étape d'ajustement est désormais facilitée par l'utilisation de logiciels informatiques [Etc74] [CP83] [Ga88] [GGDO91] qui sont présentés dans la suite de ce mémoire.

La restauration en carte de la déformation discontinue

Par déformation discontinue, on entend les failles, quelque soit le contexte tectonique (extensif avec les failles normales, décrochant avec les failles transformantes ou compressif avec les failles normales) (figure 1.17). Cette méthode de restauration en carte est encore basée sur les techniques des éléments finis grâce à la discrétisation du domaine à restaurer en blocs rigides définis à partir de la carte de rejet horizontaux. Cette carte de rejet va représenter une faille normale par un vide entre deux blocs et une faille inverse par un recouvrement d'un bloc sur son voisin. Ces inconsistences géométriques sont proportionnelles au rejet des failles.

Bien que les restaurations manuelles aient été appliquées avec succès à de nombreuses zones en contexte compressif, décrochant ou extensif, il faut attendre les travaux d'Audibert (en contexte décrochant et extensif) [Aud91] (figure 1.18) et plus récemment de Rouby (extensif) [RCS+93] [Rou94] [RC96] puis Bourgeois et ses collègues (compressif) [BCRT97] pour voir des applications informatisées.

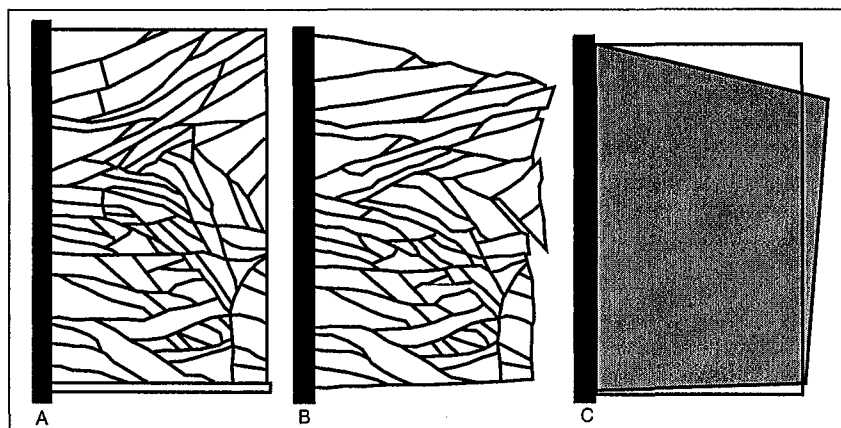


Figure 1.18 Restauration de la Galilée

A- A partir de la carte structurale, on a créé une carte modifiée rassemblant un ensemble de blocs délimités par des failles. B- La carte est restaurée en utilisant les déformations déduites des mesures de paléomagnétisme en considérant que le bord ouest (en noir) est fixe durant le processus. C- La composant décrochante de la déformation est visible si l'on compare l'état restauré à l'état initial. (d'après Audibert, 1991)

Ces logiciels reposent, comme nous le verrons, sur les mêmes principes : à partir de la carte de rejets horizontaux de la zone à restaurer, des blocs sont individualisés en utilisant les fractures naturelles, qui peuvent être à l'occasion prolongées, ou des fractures artificielles. Ces blocs sont considérés comme rigides et sont ensuite ajustés par itérations successives de translations et de rotations rigides jusqu'à minimisation, au sens des moindres carrés, des vides et des recouvrements. Nous détaillerons une implémentation de ce principe dans le second chapitre de ce mémoire dédié aux implémentations informatisées de la restauration équilibrée en carte.

Conclusions sur les méthodes de restauration en carte

Quelque soit la méthode de restauration en carte choisie, elle respecte les mêmes principes fondamentaux que les méthodes travaillant à partir de coupes, en particulier les hypothèses concernant les mécanismes de déformation et le comportement des structures au cours de la restauration. Comme pour les méthodes en coupe, il est possible d'analyser les résultats pour vérifier la cohérence du modèle. Cependant, les méthodes travaillant à partir de cartes ne sont pas limitées aux structures (plis ou failles) cylindriques ou plus généralement aux structures soumises à un déplacement parallèle horizontal.

1.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les limites de la modélisation 2D en géologie structurale ainsi que les principales solutions imaginées pour corriger les modèles géologiques. En particulier, les objectifs de la restauration équilibrée ont été présentés ainsi que les techniques couramment utilisées pour restaurer un modèle géologique.

Ces techniques utilisent de nombreux modèles géométriques satisfaisants compte-tenu de la complexité du problème mais qui ne sont pas sans défaut : ils supposent parfois une rhéologie peu réaliste des roches, un comportement déterministe des failles et sont pour la plupart uniquement bi-dimensionnels.

Bien que différentes par leur contexte d'application (certaines affectent les structures en contexte compressif, d'autres en extensif, certaines utilisent des données en coupe, d'autres travaillent en carte, etc...), toutes ces approches partagent les mêmes principes fondamentaux : la préservation de la matière (ce qui revient, en 2D, à préserver les longueurs des bancs ou l'aire de la surface restaurée) et la minimisation de la déformation induite par la restauration (conséquence de l'optimisation globale ou locale de la solution trouvée).

Le respect de ces deux principes fondamentaux était difficile à vérifier jusqu'à ce que l'outil informatique permette la mise en place d'algorithmes de restauration performants. Dans le chapitre suivant, les principales implémentations informatiques des outils de restauration vont être présentées.

La restauration équilibrée assistée par ordinateur

2.1 Les pionniers et les logiciels existants

La restauration équilibrée, comme la géologie structurale en général, est une discipline qui a profité de la puissance de calcul apportée par l'utilisation de l'outil informatique. Cette tendance va même s'accroître du fait des performances accrues des ordinateurs personnels bon marché. La nature géométrique des modèles employés et la formalisation mathématique des techniques de restauration équilibrée permettent la mise au point d'algorithmes et de programmes informatiques performants.

Les principales implémentations informatiques existantes utilisent les techniques d'équilibrage en carte ou en coupe.

2.1.1 Les logiciels travaillant en coupe

Les méthodes de restauration équilibrée travaillant à partir de coupes géologiques sont les premières à avoir été implémentées. Si à l'origine, elles ne traitaient que les données en deux dimensions, la plupart des logiciels existant aujourd'hui permettent une approche en pseudo-2D en utilisant des séries de coupes orientées perpendiculairement à l'axe principal des structures étudiées.

Thrustpack

Ce logiciel, issu d'une coopération entre l'Institut Français du Pétrole (IFP), Chevron et Intevp, n'est pas à proprement parler un logiciel de restauration

équilibrée car il est utilisé pour la modélisation directe des structures ("forward modeling") en contexte compressif grâce aux méthodes des éléments finis. Il s'agit en quelque sorte, comme le rappelle Samson [Sam96], d'une version informatisée du bac à sable utilisé pour la création de modèles analogues.

Geosec2d

GEOSEC2D est un outil d'analyse et de validation de modèle géologique développé par Kligfield [KGG86], Geiser et leurs collègues [GGK⁺88] [GRKM91] et édité par Paradigm Geophysical. A partir de données sismiques ou de puits, ce programme évalue la cohérence des sections en fonction de différentes sources de données disponibles. A partir des résultats de la restauration, l'évaluation du prospect est effectuée par l'analyse de l'histoire tectonique des structures. Enfin, GEOSEC utilise l'intensité et la direction des déformations pour évaluer l'intensité et la distribution des fractures. En terme de modèles de déformation applicables, on dénombre le glissement banc sur banc et divers modèles de cisaillement synthétique et antithétique.

Restore

Développé par le Bureau of Economic Geology et l'Université du Texas à Austin, RESTORE est un programme d'équilibrage utilisable en contexte extensif travaillant à partir de coupes géologiques. Du point de vue technique, ce logiciel permet de prendre en compte des interactions complexes entre différents régimes de sédimentation, des épisodes tectoniques successifs et des phénomènes de compaction ou de diapirisation visibles au niveau des couches d'argiles sous-compactées ou des niveaux évaporitiques.

L'utilisateur peut spécifier pour chaque bloc faillé individuel un angle de rotation rigide, l'inclinaison du cisaillement ou les paramètres régissant la compaction. Une interface de digitalisation est également proposée.

Locace

LOCACE (LOGiciel de Construction Assistée de Coupes Équilibrées) est l'un des outils les plus aboutis pour la restauration de coupes géologiques. Il est le résultat d'une collaboration entre l'IFP, TotalFinaElf et AGIP. Typiquement, une coupe, fractionnée en plusieurs modules, est restaurée itérativement suivant une séquence logique respectant la direction du transport tectonique. Plusieurs des modèles présentés précédemment peuvent être utilisés dont :

1. les méthodes en kink : une grille est générée à partir d'une ou de deux bords de la coupe. La géométrie de ces bords à l'état restauré est donnée par l'utilisateur. Cette géométrie "cible" se propage dans la grille en prenant en compte la préservation de l'aire. Pour les couches d'épaisseur constante,

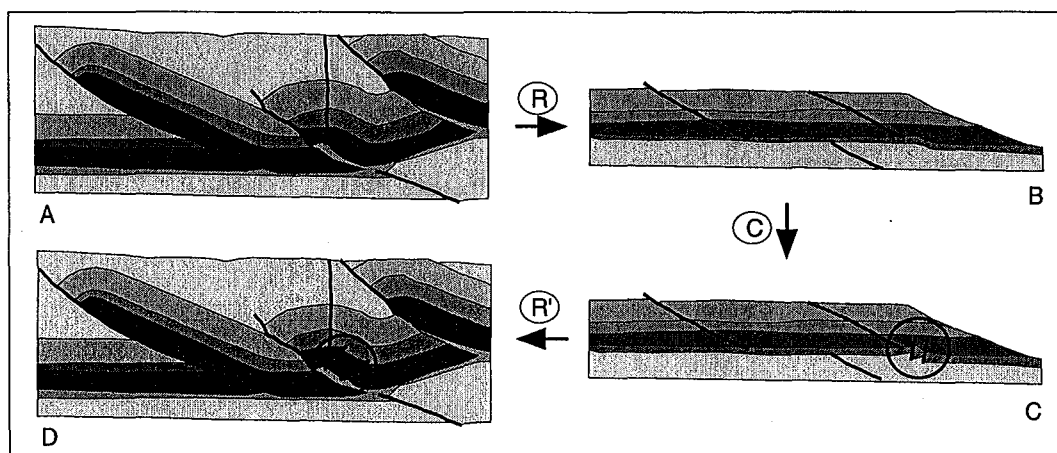


Figure 2.1 Modèle restauré et corrigé grâce au logiciel Locace

A - Le modèle interprété à partir des données sismiques est proposé sous la forme de coupe. B - Une coupe peut alors être restaurée par Locace (R). C - Le géologue peut alors modifier directement (C) le modèle à l'état restauré si celui-ci lui semble incorrect. Ici, par exemple, deux failles sont ajoutées. D - La modification est rétro-propagée (R') dans le modèle actuel. Les deux failles trouvent donc leur place dans le modèle final corrigé. (d'après Moretti dans Geobyte 1989)

la conservation des longueurs et des épaisseurs suffit à préserver l'aire des sections. La grille qui sert de support à la restauration permet de calculer les déformations qui correspondent, du point de vue géologique, au cisaillement le long des génératrices de la grille.

2. la méthode en cisaillement : cette méthode reprend les modèles de cisaillement simple vertical ou incliné.
3. la méthode libre : spécialement utilisée pour restaurer des couches à rhéologie particulière comme les argiles sous compactées ou les évaporites. Pour de telles roches, un modèle géométrique ne peut convenir et l'utilisateur est libre de déterminer à la main la géométrie cible et de choisir quelles grandeurs seront préservées (longueur, épaisseur).
4. la méthode en blocs rigides : les modules de la section peuvent être translés ou basculés pour assurer la continuité d'un marqueur. Cette méthode est applicable à une région où les événements tectoniques ont créé des blocs basculés. Un facteur de compaction peut être imposé lors de cette étape de la restauration ou calculé par le programme.

Une application très utile est la rétro-propagation (figure 2.1), vers le modèle original, des corrections géométriques effectuées sur le modèle restauré. Pour ce faire, le programme mémorise une grille de déformation pour chaque module contenu dans la section et transfère les modifications éventuelles à la section

source. Si les modifications apportées sont trop importantes, de nouvelles grilles de déformation sont calculées.

2.1.2 Les logiciels travaillant en carte

Les méthodes de restauration équilibrée travaillant à partir de cartes géologiques sont plus récentes que les méthodes travaillant à partir de coupes. Il peut être utile de rappeler qu' il existe deux grandes familles de méthodes de restauration en carte :

1. Celles qui restaurent directement les couches plissées et faillées en utilisant une méthode de restauration par élément rigide. Les couches sont dépliées et déchirées de la même façon qu'une feuille de papier est aplatie par un fer à repasser.
2. Celles qui discrétisent la structure à restaurer en plusieurs domaines homogènes qui vont être réorganiser après dépliage pour reconstituer la géométrie initiale non-déformé [Oer74] [Sch77] [Cob79]. Parmi les applications de ces méthodes, il convient de noter la restauration des zones externes plissées de chaînes montagneuses [GMA89] et la suppression de la déformation ductile régionale [CP83].

Pour chacune des deux familles de méthodes, le logiciel le plus abouti est maintenant présenté : le logiciel UNFOLD pour la première famille et le programme développé par l'université de Princeton pour la seconde.

Patchwork

Ce logiciel est le fruit des travaux de thèse de Chakib Bennis [Ben90]. Il considère la surface à déplier comme recouverte d'une grille formée par deux familles de courbes s'intersectant. Après avoir déplier une première famille de courbes en respectant longueur et courbure géodésique, la seconde famille est à son tour dépliée en conservant cette fois-ci les longueurs et les angles que les courbes formaient initialement avec celles de la première famille.

Unfold

Le logiciel UNFOLD est le résultat du travail de recherche du Pr. Gratier et de son équipe [GGDO91] [GG93].

Comme le montre la figure (2.2), la procédure utilisée peut être décomposée en 6 étapes [Gra93] :

1. La surface plissée et faillée à restaurer est divisée en blocs délimités par les failles ou des frontières arbitraires.

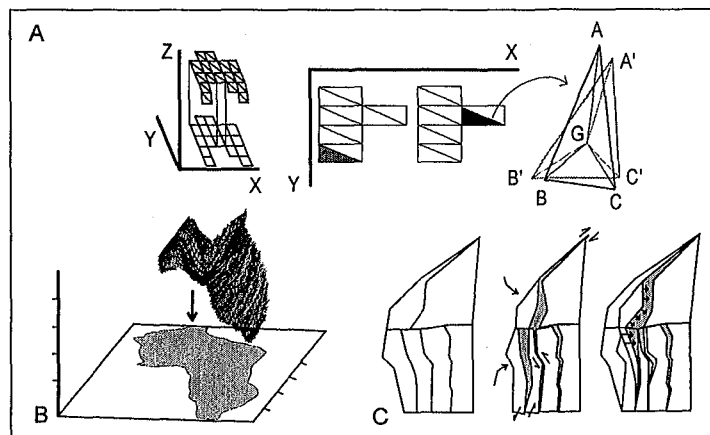


Figure 2.2 Le logiciel Unfold

A - Le dépliage proposé par UNFOLD met à plat et ajuste les triangles, l'un après l'autre, à partir d'un triangle considéré fixe (ici hachuré), afin de réduire les vides ou les recouvrements apparus entre les triangles adjacents. **B** - Il est possible de déplier des structures assez fortement plissées et de calculer les déplacements le long des failles en découpant la surface dépliée en blocs rigides et en les ajustant à leur tour suivant le même principe. **C** - Les déplacements le long des failles sont calculés et il est possible de cartographier le champs des déplacements afin de connaître la cinématique du champs de failles traité (d'après Gratier et al. 1993).

2. Une grille régulière de points issue de la digitalization de la surface est utilisée pour construire des éléments triangulaires rigides aussi petits que possible afin de respecter au mieux la géométrie des structures.
3. Ces éléments triangulaires sont successivement remis à plat colonne après colonne et ajustés (méthode des moindres carrés) de telle façon que chaque élément remplisse le vide créé par ses voisins [Etc77].
4. Pour chaque paire de triangles (élément, vide), une valeur locale d'ajustement est calculée et une valeur locale d'ajustement moyenne est calculée pour la surface entière. L'ajustement des triangles est répété jusqu'à ce que la valeur locale d'ajustement moyenne ait atteint un minimum. Si la couche plissée est une surface développable (ce qui est le plus souvent le cas avec des roches compétentes), sans variation d'épaisseur ou d'extension parallèle à la couche, l'ajustement des triangles doit être quasi-parfait et la valeur d'ajustement doit diminuer rapidement [GGDO91]. Des indicateurs d'ajustement peuvent être utilisés pour vérifier la qualité du dépliage.

Lorsque la couche est considérée comme dépliée, la comparaison entre l'état original et l'état restauré pour chaque bloc permet de calculer la déformation finie. Cette déformation est représentée au moyen d'ellipses horizontales comme le préconise Ramsay [Ram67b]. La détermination des valeurs de la déformation principale et de l'orientation des axes principaux est permise par comparaison de la géométrie des blocs restaurés et de celle

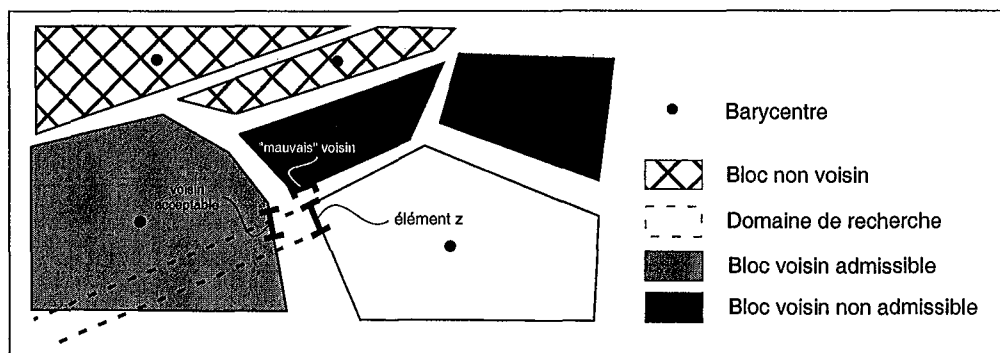


Figure 2.3 Recherche des éléments voisins

Pour un élément z, on recherche le plus proche voisin. Tous les blocs voisins ne sont pas acceptables et pour permettre de les distinguer, on définit un domaine de recherche limité par l'élément z lui-même et deux droites perpendiculaires passant par ses extrémités. Le domaine autorisé correspond à la partie située de l'autre côté du barycentre du bloc par rapport à l'élément. La recherche du plus proche voisin ne concerne plus alors que les éléments de blocs voisins localisés dans le domaine autorisé (d'après Rouby, 1994).

des blocs originaux projetés à plat.

5. A partir de ces blocs dépliés, un programme graphique interactif est utilisé pour ajuster les blocs entre eux et fermer les traces de failles. Si l'épaisseur des couches est considérée constante, les difficultés rencontrées lors de cette étape peuvent indiquer une disparité entre les géométries du toit et du mur de la faille.
6. En fixant arbitrairement une ligne qui sert de référence, il est alors possible de comparer l'état restauré et l'état initial et de déterminer le champs de déplacement fini total et les déformations finies horizontales pour la surface en entier.

L'algorithme de Princeton

Cet algorithme est le fruit du travail de recherche de Delphine Rouby et John Suppe, effectué à l'université de Princeton en collaboration avec Chevron. Plusieurs simplifications sont nécessaires au bon fonctionnement de la méthode :

1. Les données sont des horizons stratigraphiques 2D pour des raisons de simplicité.
2. Les étapes de dépliage et de fermeture des failles sont prises en compte séparément pour pouvoir utiliser des modèles de déformation différents pour les deux étapes.

Le dépliage travaille sur des blocs qui correspondent aux compartiments de failles ou qui sont créés artificiellement par prolongation des fractures existantes

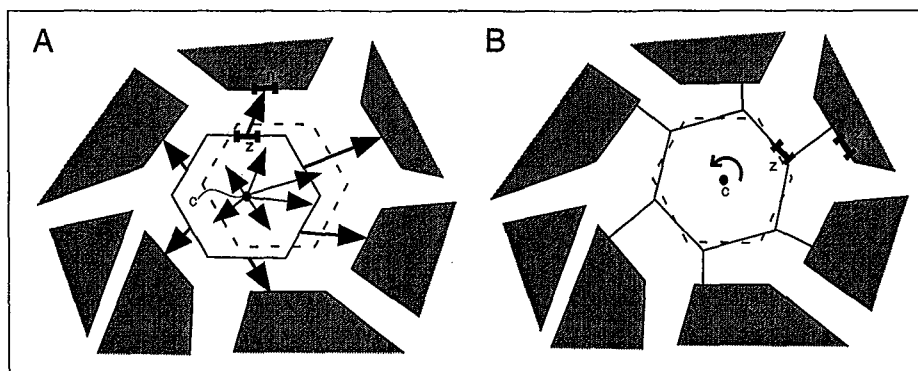


Figure 2.4 Calcul du déplacement des blocs

A - On évalue la translation à appliquer au barycentre du bloc à ajuster en sommant les vecteurs joignant le milieu de chaque élément z au milieu de l'élément voisin z_n . B - L'angle de rotation du bloc est déterminé afin de minimiser la somme des carrés des distances séparant les extrémités de éléments z de leur projection sur le segment du bloc voisin portant z_n . A chaque itération, les projections sont mises à jour afin de converger vers la position minimisant les vides et les recouvrements (d'après Rouby, 1994).

ou par l'ajout de discontinuités artificielles au sein du champs de failles. Cette méthode reprend celle de Gratier présentée précédemment en augmentant sa flexibilité. En effet, elle propose d'autres mécanismes de déformation (glissement banc sur banc, cisaillement homogène, etc ...) qui permettent d'utiliser l'algorithme sur différents types de domaines (en extension ou en compression) et de permettre à l'utilisateur de choisir le mécanisme de déformation donnant les meilleurs résultats.

Après dépliage, la fermeture des traces de faille se fait par une succession de rotations et de translations des compartiments de failles considérés comme rigides indéformables (figure 2.3) [Rou94]. Les translations sont calculées d'après le principe proposé par Etchecopar [Etc74] : chaque bloc porte sur ses bords n éléments et le milieu de chacun de ces éléments est relié par un vecteur v au milieu de son vis-à-vis. Le vecteur de translation affecté au barycentre c du bloc est défini de façon à minimiser la somme des distances correspondant aux vecteurs définis pour les n éléments (figure 2.4 A). Pour la rotation, c'est la méthode proposée par Audibert [Aud91] qui est choisie : la projection d'une extrémité de l'élément z sur la droite portant son voisin z_n définit un déplacement (figure 2.4 B). On calcule l'angle de la rotation rigide du bloc tel que la somme des carrés des déplacements pour tous les éléments soit minimale. A chaque itération, les projections sont redéfinies.

Ce processus itératif de translations et de rotations rigides repose sur l'hypothèse, le plus souvent vérifiée, de convergence vers une solution correspondant à un ajustement aussi bon que possible c'est-à-dire au minimum des vides et des recouvrements (au sens des moindres carrés). Cependant, il peut arriver que la

convergence ne soit pas assurée. Pour suivre l'évolution de la restauration, on calcule un critère d'avancement qui représente l'état de l'ajustement entre les blocs. Plusieurs minima locaux de ce critère peuvent être atteints ce qui oblige alors à arrêter le processus "à la main".

Une fois l'ajustement des blocs terminé, il est possible de déterminer le champ de déplacement fini à partir du déplacement fini de chaque bloc grâce à l'utilisation de grilles cartésiennes définies sur l'état restauré et sur l'état déformé. Ces grilles permettent de définir un réseau d'éléments triangulaires supposés rigides et, pour chaque triangle, de déterminer la matrice de transformation associée à la restauration. On peut décomposer cette matrice en une matrice de rotation et une matrice de déformation. Connaissant l'angle de rotation solide, la déformation est calculée et son intensité représentée au travers du deuxième invariant de sa matrice.

2.2 Les outils proposés par gOcad

Depuis plusieurs années, des outils de dépliage et de restauration ont été développés dans gOcad grâce aux travaux de Philippe Samson, Pierre Jacquemin et de Jean-Laurent Mallet. Ce chapitre présente rapidement les différentes méthodes utilisées. Le lecteur pourra trouver une description plus complète de ces méthodes dans la thèse de Philippe Samson [Sam96]. De plus, certains points mathématiques seront repris dans la suite du mémoire.

2.2.1 Déformation isométrique d'une surface

Comme on l'a vu précédemment, le premier modèle de déformation affectant un horizon géologique est le glissement banc sur banc qui peut être approché numériquement par une transformation isométrique.

Principe

Le principe de la méthode, simple et commun à de nombreux logiciels de restauration existants (comme par exemple le logiciel UNFOLD déjà présenté), considère que la surface à restaurer est constituée de triangles. Alors la mise à plat de cette surface revient à laisser tomber les triangles qui la composent sur un plan-cible plat puis de les réajuster individuellement afin de minimiser les chevauchements et les vides apparus entre triangles adjacents. Lors de la mise à plat de la surface, les triangles sont considérés comme rigides. En conséquence, la conservation de l'aire de la surface est liée à la précision de l'ajustement des triangles après aplatissement. Ce processus itératif ne garantit pas la convergence de la méthode d'ajustement et en pratique, un critère de distorsion est utilisé pour arrêter la boucle d'ajustement. Ce critère de distorsion peut prendre de

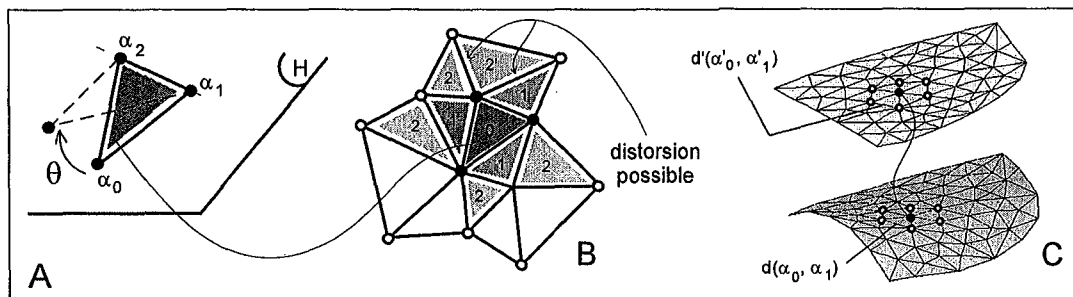


Figure 2.5 Mis à plat d'une surface par projection isométrique

A - La mise à plat d'un triangle correspond simplement à la rotation de celui-ci autour d'un des ses segments de façon à le placer dans un plan horizontal. B - A partir d'un triangle racine considéré comme fixe après sa mise à plat, on aplatit les triangles suivant des auréoles concentriques. Si la surface à déplier n'est pas parfaitement dépliable, des distorsions peuvent apparaître et empêcher la conservation de la longueur des segments des triangles aplatés. C - Un critère de distorsion globale est calculé à partir des violations du principe de conservation des longueurs observées sur la surface. La minimisation globale, au sens des moindres carrés, de ce critère permet de converger vers une configuration topologique stable du point de vue de la distorsion et correspondant à l'état restauré de l'horizon

nombreuses formes différentes : on peut par exemple choisir de considérer la distorsion localement, au niveau de chaque triangle pris indépendamment. Dans ce cas, le respect de l'aire de chaque triangle doit être assuré.

Dans le cas dans la méthode présente dans gOcad, on a choisi de minimiser la distorsion globale de la surface en permettant localement des distorsions sur les triangles : on cherche à respecter "au mieux" l'aire des triangles en permettant de petites transgressions locales. Cette méthode de minimisation de la distorsion globale a l'avantage d'assurer l'unicité de la solution trouvée.

Dans cette optique, l'approche proposée est la suivante : un triangle est choisi par l'utilisateur et mis à plat par une simple rotation autour d'un des ses bords (figure 2.5 A). Ce triangle est alors fixé. A partir de ce triangle, par auréoles de contact successives, tous les triangles de la surface sont remis à plat par rotation (figure 2.5 B). Si la surface est parfaitement dépliable, la longueur des segments est préservée ce qui implique que leur aire soit aussi conservée. Dans la majorité des cas, l'horizon n'est pas une surface parfaitement dépliable et dans ce cas on définit un critère de distorsion qui doit être minimisé, au sens des moindres carrés, par un algorithme correctif (figure 2.5 C).

Formulation mathématique

Considérons un triangle t et son image à l'état restauré t' . En terme géométrique, ces deux polygones sont dits congrus, c'est-à-dire qu'il existe une bijection associant les sommets de t à ceux de t' telle que les bords des triangles aient

respectivement même longueur. Cette condition assure la préservation de l'aire du triangle lors de la transformation. Dans le cas qui nous intéresse, les polygones sont des triangles et la première condition de respect des longueurs des bords est suffisante.

La condition de validité de cette méthode de restauration est donc la préservation "au mieux" de la longueur des bords des triangles formant la surface. Si on appelle distorsion locale, l'écart des longueurs entre les bords du triangle initial et ceux du triangle restauré et que l'on calcule la distorsion globale à la surface comme la somme des distorsions locales définies sur ses triangles, la condition de validité de la restauration est équivalente à la minimisation de la distorsion globale.

Mise en forme DSI

Cette condition de minimisation de la distorsion globale de la surface a été traduite sous la forme d'une contrainte DSI comprise par le modèle géologique utilisé par gOcad (5.3). A partir d'une solution initiale correctement calculée, cette contrainte donne des résultats satisfaisants. Cependant, à l'origine, la convergence était lente car la correction de la distorsion se propageait des bords de la surface vers son centre. Dans le cas d'une solution initiale très éloignée de la solution, la convergence est très lente. Une solution a été proposée en travaillant sur des auréoles de triangles concentriques plutôt que sur la surface dans sa totalité ([Sam96]). La convergence s'en trouve accélérée mais l'influence de la qualité de la solution initiale sur la vitesse de convergence demeure.

2.2.2 Implémentation du modèle en cisaillement simple

L'implémentation de ce modèle dans gOcad est le fruit du travail de Philippe Samson, Pierre Jacquemin et Jean-Laurent Mallet. Le lecteur trouvera dans la thèse de Philippe Samson [Sam96] les compléments mathématiques utiles.

Principe

Le modèle de déformation en cisaillement simple a déjà été présenté dans le chapitre concernant les différents modèles utilisés en restauration équilibrée. L'implémentation proposée peut être appliquée au dépliage d'une surface isolée ou d'une couche délimitée par une surface toit et une surface mur.

Méthodologie

On peut distinguer trois étapes dans le dépliage d'une couche géologique par cisaillement simple dans gOcad :

1. Mesure du déplacement du toit : dès que la surface cible est déterminée (elle correspond à l'état déplié du toit), la distance entre cette surface et le toit de la couche est calculée suivant la direction de cisaillement donnée par l'utilisateur. Cette valeur D est connue en chaque sommet des triangles composant le toit.
2. Calcul du déplacement du mur : pour chaque sommet de triangle appartenant au mur de la couche, on détermine sa projection sur la surface toit avant dépliage parallèlement à la direction de cisaillement. Le point d'impact est localisé par ses coordonnées barycentriques dans le triangle qui le contient. Il est alors possible d'interpoler la valeur de la propriété D en ce point à partir des valeurs connues aux sommets du triangle d'impact. Le respect de l'épaisseur de la couche implique que le noeud du mur soit déplacé de la même distance que sa projection sur le toit. De cette façon, la propriété D peut être calculée sur tout le mur de la couche.
3. Déplacements des couches : une fois tous les déplacements calculés sur les couches, il suffit de translater chaque noeud suivant la direction de cisaillement en respectant la distance D calculée précédemment.

2.3 Les limites des logiciels

Les logiciels présentés ici sont, pour la plupart, encore utilisés quotidiennement par les géologues voulant restaurer une structure géologique. Cependant, ces logiciels peuvent présenter des limitations difficiles à contourner rendant fastidieuse leur utilisation et pouvant aboutir à des résultats erronés. Ces limitations ont diverses origines mais on peut considérer que les principales sources de difficultés sont :

- le modèle choisi par le logiciel pour modéliser la déformation,
- la façon dont le logiciel interprète ce modèle et les approximations faites pour simplifier la modélisation,
- l'interface par laquelle l'utilisateur va interagir avec les paramètres de la modélisation.

2.3.1 Sensibilités des modèles

Lors de la description des différents modèles utilisés pour modéliser la déformation dans les roches, nous avons rappelé leurs limites respectives, dues principalement aux approximations faites sur la géométrie des structures et la rhéologie des roches déformées.

Il serait incorrect de penser que les outils informatiques dépassent ces limites. Au contraire, l'utilisation des méthodes numériques amplifient, le plus souvent, les erreurs récurrentes aux modèles utilisés en restauration.

2.3.2 Problèmes numériques

Le principal problème numérique trouve son origine dans l'utilisation d'heuristiques locales pour contrôler le processus d'ajustement des éléments rigides lors du dépliage ou de la fermeture des failles. En effet, lorsqu'on choisit une telle heuristique pour calculer un critère de distorsion ou d'ajustement, le calcul se poursuit tant que le critère décroît et l'on stoppe le calcul dès le critère recommence à croître. On considère que la solution est trouvée. Cependant, cette interprétation de l'évolution du critère de distorsion ne garantit pas que la solution trouvée est optimale. En effet, la remontée du critère peut être due au franchissement d'un minimum local qui ne correspond pas à la répartition globale de la distorsion sur toute la surface. Plus grave encore, la convergence du calcul n'est pas assurée.

Evidemment, des solutions pratiques ont été imaginées pour réduire au maximum cette source d'erreurs. Ainsi, la quasi-totalité des logiciels utilisent des fonctionnelles représentatives du critère à minimiser pour connaître "en temps réel" la qualité de l'ajustement.

En revanche, les méthodes proposées dans gOcad, en reposant sur la technologie DSI et son approche global des processus d'optimization (détaillée dans la première annexe de ce mémoire), garantissent l'obtention d'une solution unique et optimale.

2.3.3 Ergonomie et interface utilisateur

Quelque soit le domaine d'application, l'ergonomie d'un logiciel est l'un des points critiques à ne jamais négliger. En effet, aussi puissants et efficaces soient-ils, les algorithmes doivent être facilement exploitables par un utilisateur qui n'a aucune raison de connaître le fonctionnement interne du programme. Dans le cas de la restauration assistée par ordinateur, il n'y a pas d'exception et la conception de l'interface "homme-machine" performante fait partie, à part entière, du projet de recherche.

Depuis maintenant près d'un siècle, le géologue voulant mener à bien un processus d'équilibrage a l'habitude de prendre ciseaux, colle et beaucoup de patience afin de découper et ajuster des blocs. Ce "savoir-faire" doit être préservé par le logiciel. En effet, l'ordinateur ne doit, en aucun cas, être une "boîte noire" empêchant l'utilisateur d'intervenir au cours de la restauration. En revanche, son but est de faciliter et d'accélérer le travail du géologue en automatisant les étapes répétitives du processus et en lui faisant profiter de la puissance de calcul de l'ordinateur.

Même si, globalement, les logiciels présentés proposent des interfaces agréables à utiliser, certains, de conception ancienne, ont une interface utilisateur ne correspondant plus à l'attente actuelle des utilisateurs. Pour d'autres, des problèmes d'ergonomie apparaissent lors du traitement de modèles constitués d'un nombre

important de failles. En effet, l'intervention du géologue au cours du processus, si elle doit rester possible, ne doit pas être nécessaire au risque de rendre fastidieuse l'utilisation d'un logiciel.

2.4 Conclusions

L'outil informatique apporte un progrès considérable aux techniques de restauration. Comme nous l'avons montré dans ce chapitre, de nombreux logiciels implémentent les approches les plus couramment utilisées sur des données disponibles en coupe (comme Locace par exemple) ou en carte (Unfold ou la méthode mise au point par Delphine Rouby, etc...).

Le progrès majeur est la mise en place d'algorithmes permettant l'optimisation automatique de la solution proposée. En effet, lors de la restauration d'un modèle géologique, ces algorithmes tentent de converger, parmi toutes les solutions possibles, vers la meilleure, c'est-à-dire celle assurant le respect des deux principes fondamentaux (conservation de la matière et minimisation de la déformation induite par la restauration). L'utilisation de ces algorithmes permet d'obtenir des résultats d'une qualité supérieure avec des temps de traitement nettement diminués.

Cependant des limites communes apparaissent. Elles sont, ici encore, très semblables d'un logiciel à l'autre car, d'une part, certaines sont la conséquence des limites des modèles utilisés pour simuler le comportement des roches en profondeur et, d'autre part, elles découlent de problèmes de précision numérique propres à l'outil informatique. A ce sujet, pour des raisons de stabilité numérique et de rapidité à converger, notre préférence va aux approches considérant l'optimisation de la solution comme un problème global (comme c'est le cas de gOcad) plutôt que celles utilisant des processus itératifs d'optimisation reposant sur des heuristiques locaux.

Enfin, du point de vue pratique, nous soulevons le problème de l'interface Homme-Machine. Dans le cas d'un logiciel proposant la restauration d'un modèle géologique, l' "interface-utilisateur" doit permettre une utilisation aussi intuitive que possible des outils disponibles, en facilitant l'intervention de l'utilisateur à chaque étape du processus tout en proposant d'automatiser les étapes répétitives et fastidieuses.

C'est en partant de ces conclusions que nous proposons dans les deux chapitres suivants des approches novatrices pour la restauration de modèles géologiques en 2D et en 3D. Grâce à l'utilisation inédite d'outils mathématiques puissants (paramétrisation, par exemple), elles essayent d'éviter les écueils décrits précédemment. Notamment, un effort a été fait concernant l'interface utilisateur des outils proposés (présentation logique des étapes de la restauration sous la forme de "workflow").

Restauration d'un horizon :

l'approche paramétrique

La restauration équilibrée d'un horizon géologique peut être vue comme le rétablissement de sa continuité perdue au cours des temps géologiques. Nous allons voir que du point de vue mathématique, cette opération peut être assimilée à une utilisation particulière des méthodes de paramétrisation imaginées, à l'origine, par Jean-Laurent Mallet et Bruno Lévy [Mal01] [LM98]. Ce chapitre rappelle les méthodes utilisées par cette approche novatrice en détaillant les améliorations proposées au cours de ces trois dernières années. Dans une première section, un résumé synthétique des principes mathématiques utiles est proposé mais le lecteur pourra se reporter à [Mal01] pour une présentation exhaustive des méthodes employées ainsi que les principales démonstrations utilisées dans ce chapitre.

3.1 Les principes mathématiques et géologiques

Comme nous l'avons dit, l'objectif est ici de présenter le plus simplement possible les principes mathématiques utilisés par l'approche paramétrique de la restauration équilibrée. Il apparaît en effet que cette méthode se révèle très proche des techniques classiques utilisées par les géologues tout en étant basée sur des principes mathématiques rigoureusement démontrés.

3.1.1 Qu'est ce qu'une représentation paramétrique ?

Pour simplifier le concept de représentation paramétrique d'une surface S , on peut le présenter comme la mise en correspondance de cette surface S de \mathbb{R}^n (on

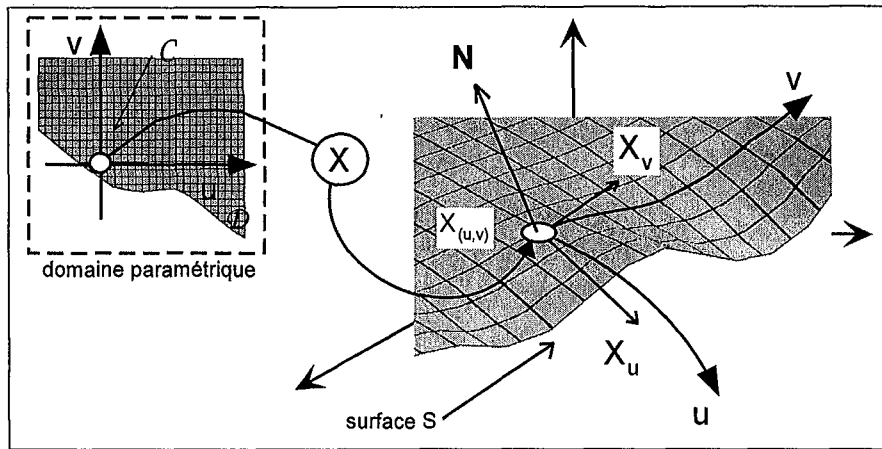


Figure 3.1 Représentation paramétrique d'une surface

Trouver une représentation paramétrique de la surface S , c'est mettre en correspondance $S \in \mathbb{R}^3$ avec une carte C de \mathbb{R}^2 . Tout point u de C a alors une unique image $x(u)$ sur S . Le réseau de courbes iso-paramétriques sur la carte a pour image un réseau de courbes sur S assimilables aux coordonnées curvilignes.

ne s'occupera ici que des cas où $n = 3$) avec une carte C de \mathbb{R}^2 . Cette carte est une partie d'un domaine D , appelé domaine paramétrique.

Comme le montre la figure (3.1), si l'on considère un repère local $R_{(u,v)}$ défini sur C de telle sorte que tout point u de C puisse être repéré par ses deux coordonnées (u, v) alors, ce point u est associé à une image unique x dans S telle que :

$$\mathbf{u} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \in C \xrightarrow{x(\mathbf{u})} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in S \quad (3.1)$$

Les deux paramètres (u, v) sont définis en tout point de la carte C et il est possible de construire deux familles de courbes : les premières correspondent aux ensembles des points de C ayant une valeur u identique et sont appelées "courbes iso- u ". Les secondes, définies de la même façon pour v , sont appelées "courbes iso- v ". Ces deux familles de courbes définissent sur C un réseau orthogonal. Il est toutefois à noter que ce réseau de courbes iso-paramétriques sur S n'est pas nécessairement orthogonal.

L'image de ce réseau orthogonal dans S par la représentation paramétrique $x(u)$ est aussi un réseau de courbes que nous pouvons assimiler à des coordonnées curvilignes sur la surface S . Soit \mathbf{x}_u et \mathbf{x}_v , deux vecteurs de S respectivement tangent à une image de "courbe iso- u " et à une image de "courbe iso- v ". Comme le montre la figure 3.1, ces deux vecteurs peuvent être définis par :

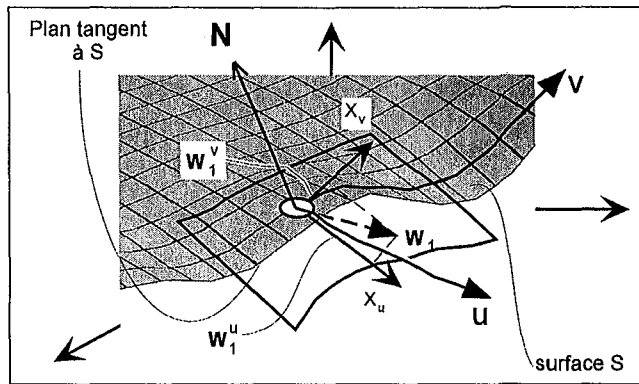


Figure 3.2 Expression de W_1 dans le repère (X_u, X_v)

Tout vecteur W_1 d'un plan tangent à la surface S peut être considéré comme une combinaison linéaire de X_u et X_v . A partir de cette décomposition en deux coordonnées W_1^u et W_1^v , il est possible de déterminer des équivalences mathématiques simplifiant le problème de la recherche d'une paramétrisation satisfaisant les contraintes isométriques.

$$\begin{cases} \mathbf{x}_u = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} \\ \mathbf{x}_v = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} \end{cases} \quad (3.2)$$

On appelle alors "tenseur métrique", noté $G(u, v)$, le tenseur défini par :

$$\mathbf{G}(u, v) = \begin{bmatrix} \|\mathbf{x}_u\|^2 & \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v \\ \mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v & \|\mathbf{x}_v\|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u}\right)^2(u, v) & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u}(u, v) \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v}(u, v) & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v}\right)^2(u, v) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

En supposant que la surface S est régulière, c'est-à-dire une surface où le vecteur $\mathbf{N} = \mathbf{x}_u \times \mathbf{x}_v$ ne s'annule jamais, soit deux vecteurs \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 définis dans un plan tangent à S (figure 3.2), alors nous pouvons les exprimer sous la forme d'une combinaison linéaire de \mathbf{x}_u et \mathbf{x}_v :

$$\begin{cases} \mathbf{W}_1 = W_1^u \cdot \mathbf{x}_u + W_1^v \cdot \mathbf{x}_v \\ \mathbf{W}_2 = W_2^u \cdot \mathbf{x}_u + W_2^v \cdot \mathbf{x}_v \end{cases} \quad (3.4)$$

Au delà de la simple géométrie, ces relations montrent que le tenseur métrique $G(u, v)$ est porteur de précieuses informations. En effet, en reprenant les équations introduites dans [Mal01], nous rappelons que le produit scalaire de \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{W}_2 = [W_1^u \ W_1^v] \cdot \mathbf{G}(u, v) \cdot [W_2^u \ W_2^v]^t \quad (3.5)$$

A partir de ce produit scalaire, des propriétés intrinsèques de la surface sont accessibles comme par exemple :

- La longueur des vecteurs. En effet :

$$\mathbf{W}_2 \cdot \mathbf{W}_2 = \|\mathbf{W}_2\|^2 = [W_2^u \ W_2^v] \cdot \mathbf{G}(u, v) \cdot [W_2^u \ W_2^v]^t \quad (3.6)$$

- L'angle θ formé entre deux vecteurs \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 car :

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{W}_1 \cdot \mathbf{W}_2}{\|\mathbf{W}_1\| \cdot \|\mathbf{W}_2\|} \quad (3.7)$$

- L'aire dS d'un rectangle infinitésimal de cotés $(\mathbf{x}_u \cdot du)$ et $(\mathbf{x}_v \cdot dv)$ peut être obtenue par :

$$dS = \sqrt{\det \mathbf{G}(u, v)} \cdot du \cdot dv \quad (3.8)$$

Remarque : le tenseur métrique $\mathbf{G}(u, v)$ a été introduit à partir d'une représentation paramétrique particulière de la surface S . Cependant, pour une surface donnée, il existe une infinité de représentations paramétriques de ce même horizon. Mais les propriétés calculées à partir du tenseur (longueur, angle, aire) sont intrinsèques à la surface et ne dépendent donc pas de la représentation paramétrique choisie.

3.1.2 L'opération inverse : la paramétrisation d'une surface

Il s'agit désormais de mettre en correspondance tout point \mathbf{x} d'une surface S de \mathbb{R}^3 avec un point \mathbf{u} d'une carte \mathcal{C} de \mathbb{R}^2 :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \in S \xrightarrow{u(\mathbf{x})} \mathbf{u} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \in \mathcal{C} \quad (3.9)$$

Comme l'indique la figure 3.3, sur S , on peut définir deux familles de courbes correspondant à un système de coordonnées curvilignes. Ce quadrillage de la surface n'est évidemment pas unique et, lorsque nous cherchons l'image de ce quadrillage dans la carte \mathcal{C} , on obtient donc une paramétrisation parmi une infinité de paramétrisations possibles.

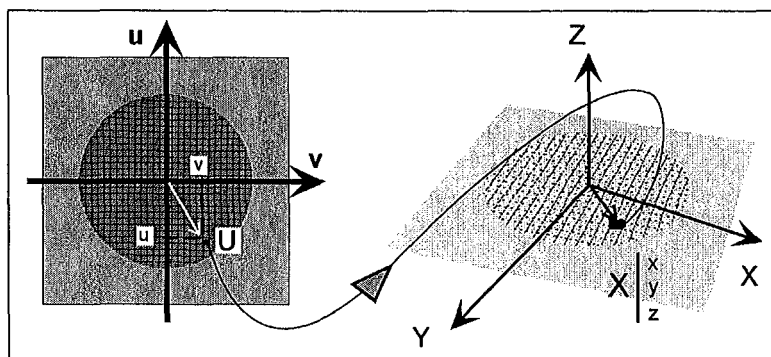


Figure 3.3 Injection canonique

Dans le cas simple où la représentation paramétrique est une surface de \mathbb{R}^3 centrée sur l'origine du repère (X, Y, Z) , l'image de la carte est un disque plongé dans la surface et dont le centre correspond à l'origine du repère. Le tenseur métrique associé est le tenseur unité.

3.1.3 Un exemple didactique

Afin d'illustrer les principes de représentation paramétrique et de paramétrisation, nous considérons l'exemple suivant :

1. soit le domaine paramétrique circulaire de \mathbb{R}^2 représenté à la figure (3.3). Tout point \mathbf{u} de ce domaine peut être repéré par rapport à une base orthonormée grâce à ses deux coordonnées (u, v) . Pour simplifier, nous supposons que le domaine paramétrique \mathcal{C} est centré sur le repère et de rayon unitaire. Les courbes iso-paramétriques forment un réseau régulier visible sur la figure (3.3).
2. à ce domaine paramétrique, nous associons trois images différentes dans \mathbb{R}^3 et nous proposons de formaliser mathématiquement, pour chaque image, la représentation paramétrique et la paramétrisation correspondantes.

Le cas trivial : la surface plane

Comme le montre la figure (3.3), considérons le cas où l'image de l'espace paramétrique dans \mathbb{R}^3 appartient à une surface plane ($z = 0$), ce qui correspond à une injection canonique de cet espace dans \mathbb{R}^3 . L'image du domaine \mathcal{C} sur la surface S est un disque unitaire centré sur l'origine du repère (x, y, z) et situé dans le plan ($z = 0$). Cette représentation paramétrique $\mathbf{x}(u)$ peut donc s'écrire :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \xrightarrow{\mathbf{x}(\mathbf{u})} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x = u \\ y = v \\ z = 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Inversement, nous pouvons formuler la paramétrisation $\mathbf{u}(x)$ correspondante comme suit :

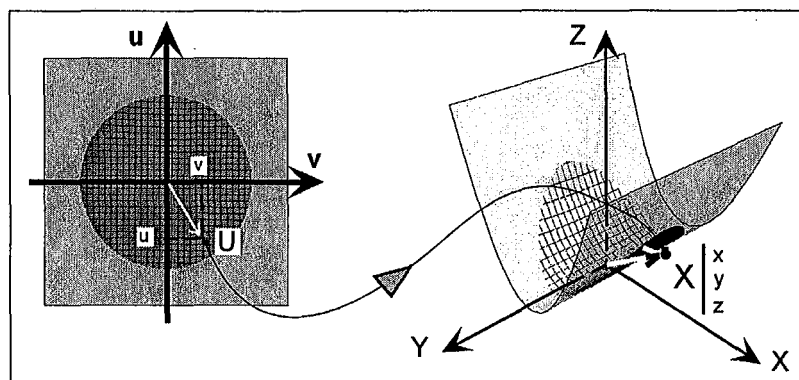


Figure 3.4 Injection dans un cylindre

Dans le cas où la représentation paramétrique est un cylindre centré sur l'origine du repère (X, Y, Z) , l'image de la carte est un disque plongé dans le cylindre et dont le centre correspond à l'origine du repère. Le tenseur métrique associé est le tenseur unité.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{u(\mathbf{x})} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u = x \\ v = y \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Il est alors possible, grâce aux relations (3.2) et (3.3) de calculer le tenseur métrique de la surface associé à cette transformation. Comme on peut facilement le vérifier, il est égal au tenseur unitaire \mathbf{I} :

$$\mathbf{G}_1(u, v) = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u}\right)^2(u, v) & \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u}(u, v) \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v}(u, v) & \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v}\right)^2(u, v) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (3.12)$$

Le cylindre parabolique

Ici, l'image de l'espace paramétrique dans \mathbb{R}^3 est un cylindre ($z = y^2$) centré sur le repère (x, y, z) et dans ce cas, comme le montre la figure (3.4), le disque "image" est plongé dans le cylindre et son centre correspond à l'origine du repère. On en déduit que la représentation paramétrique $\mathbf{x}(u)$ et la paramétrisation associée à $\mathbf{x}(u)$ obéissent aux relations suivantes :

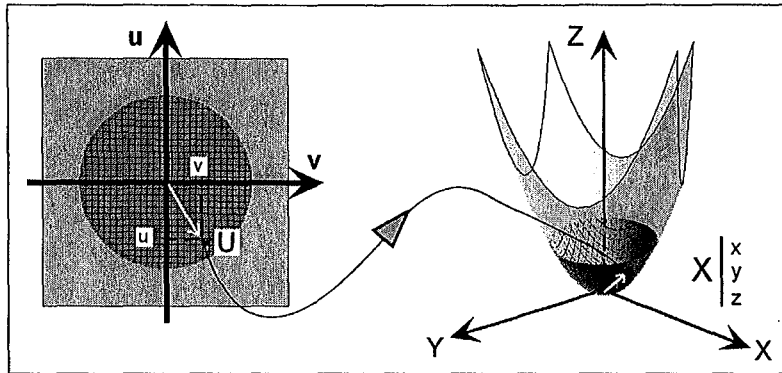


Figure 3.5 Injection dans un parabolôïde

La représentation paramétrique du domaine (u, v) est cette fois-ci un parabolôïde centré sur l'origine du repère (X, Y, Z) . L'image de la carte est un disque plongé dans le parabolôïde et dont le centre correspond à l'origine du repère. Dans ce cas, le tenseur métrique associé n'est pas le tenseur unité.

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \xrightarrow{x(\mathbf{u})} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x = u \\ y = v \\ z = v^2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{u(\mathbf{x})} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u = x \\ v = y \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

D'après la relation (3.2), on en déduit que :

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_u = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_v = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Il s'ensuit que le tenseur métrique n'est autre que le tenseur unitaire :

$$\mathbf{G}_2(u, v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \quad (3.15)$$

Le parabolôïde de révolution

Dans ce cas un peu plus complexe, l'image de l'espace paramétrique dans \mathbb{R}^3 est un parabolôïde de révolution ($z = x^2 + y^2$) centré sur l'origine du repère

(x, y, z) et le disque "image" est plongé sur le paraboloidé, son centre correspondant au pôle inférieur de celui-ci. La représentation paramétrique $\mathbf{x}(u)$ peut être formalisée par l'équation suivante :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \xrightarrow{x(u)} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x = u \\ y = v \\ z = u^2 + v^2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

et, inversement, la paramétrisation $\mathbf{U}(x)$ associée peut être explicité par (3.17) :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{u(x)} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u = x \\ v = y \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

On en déduit les vecteurs \mathbf{x}_u et \mathbf{x}_v :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}_u = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2u \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_v = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2v \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

On peut remarquer que, dans ce cas, le tenseur métrique n'est plus le tenseur unité \mathbf{I} . En effet, d'après (3.3) :

$$\mathbf{G}_3(u, v) = \begin{bmatrix} 1 + 2u & 4uv \\ 4uv & 1 + 2v \end{bmatrix} \neq \mathbf{I} \quad (3.19)$$

Conclusions

Cet exemple souligne plusieurs propriétés intéressantes :

- Il est désormais clair qu'il existe, pour un même domaine paramétrique \mathcal{C} , une infinité de représentations paramétriques $\mathbf{x}(u)$ "projetant" celui-ci dans \mathbb{R}^3 sous forme d'une surface
- A chaque représentation paramétrique $\mathbf{x}(u)$, correspond une surface particulière de \mathbb{R}^3 . Toutes les représentations paramétriques ne sont pas équivalentes. En effet, nous venons de voir que leurs représentations algébriques (définissant leur géométrie) peuvent être différentes et, plus important, qu'il en est de même pour leur tenseur métrique associé. Dans les deux premiers cas, il est égal au tenseur unité, alors que ce n'est plus le cas dans le dernier cas.

Nous pouvons passer d'une représentation paramétrique à une autre mais, dans certain cas, cette transformation ne peut se faire sans déformation. On peut montrer [Mal01] que le tenseur des déformations, associé au passage de la représentation paramétrique i à la représentation paramétrique j , est déterminé par la relation suivante :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[j]}(u, v) - \mathbf{G}_{[i]}(u, v)) \quad (3.20)$$

Dans le cas particulier des exemples présentés, on peut, par exemple affirmer que passer de la première représentation paramétrique (surface) à la deuxième (cylindre) n'induit pas de déformation. En effet, conformément à la relation (3.20), on a :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[1]}(u, v) - \mathbf{G}_{[0]}(u, v)) = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I}) = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

En revanche, on ne peut pas passer de la première représentation (surface) à la troisième (paraboloïde) sans déformation car, cette fois :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[3]}(u, v) - \mathbf{G}_{[0]}(u, v)) = \begin{bmatrix} u & 2uv \\ 2uv & v \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

3.2 Application à la restauration équilibrée

Dans le cas le plus général, l'hypothèse minimale qui est acceptée lors de la restauration d'un horizon est de le considérer comme initialement plan et continu. En effet, lors de son dépôt, on peut considérer que la surface de référence était approximativement un plan non déformé et qu'aucune faille ne l'affectait. La géométrie et la topologie actuelles de l'horizon sont alors le résultat d'une succession d'événements tectoniques, le dernier événement enregistré n'étant d'ailleurs pas forcément le dernier à avoir agi. Quelque soit le mécanisme de déformation considéré, un cisaillement simple ou un glissement couche à couche par exemple, cette supposition demeure valide.

3.2.1 De l'exemple trivial à la géologie ...

Soit un horizon $H_{[1]}$ plissé et faillé aujourd'hui ($t = 1$), en prenant en compte l'échelle du domaine d'étude, on peut donc considérer que cet horizon était horizontal et continu au moment de son dépôt ($t = 0$) et représentait une région $H_{[0]}$ d'un plan U que l'on nommera désormais "plan de référence".

Remarque : pour des raisons de commodité, le temps géologique est normalisé. Le temps du dépôt de l'horizon est $t = 0$ alors que la date actuelle est $t = 1$.

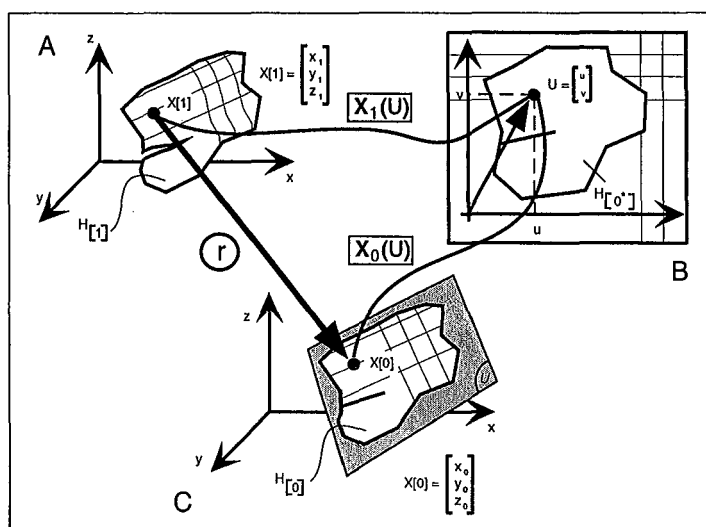


Figure 3.6 Formalisation du processus de restauration

A - L'horizon, dans sa configuration actuelle, peut être vu comme une représentation paramétrique, parmi une infinité de représentations possibles, d'un domaine paramétrique donné (B). C - De même, l'état restauré de cet horizon peut être assimilé à une autre représentation paramétrique possible du même domaine. La restauration peut donc être formalisée comme la transformation assurant le passage de la première représentation à la seconde.

Ce plan de référence U peut être, par exemple, un plan horizontal placé à une altitude arbitraire $z = z_u$ selon sa signification géologique :

1. U peut représenter une ancienne plaine d'inondation, dans ce cas z_u sera supérieur à 0,
2. z_u peut être nulle si on considère que U correspond au delta d'une ancienne rivière,
3. si U correspond au fond supposé de l'océan au moment du dépôt alors z_u sera négative.

Quelque soit $H_{[1]}$ et $H_{[0]}$, nous pouvons toujours nous donner un espace de \mathbb{R}^2 de telle façon que ces deux surfaces soient deux représentations paramétriques d'un même domaine paramétrique $H_{[0^*]}$ (figure 3.6).

La restauration de l'horizon correspond donc au passage d'une représentation paramétrique $H_{[1]}$ de $H_{[0^*]}$ à une autre représentation paramétrique $H_{[0]}$ de ce même $H_{[0^*]}$. Cette seconde représentation paramétrique, qui correspond à l'état restauré de la surface, est semblable au premier cas vu dans l'exemple trivial proposé dans la section précédente (figure 3.3).

En utilisant la relation (3.20), on aboutit à l'équation suivante :

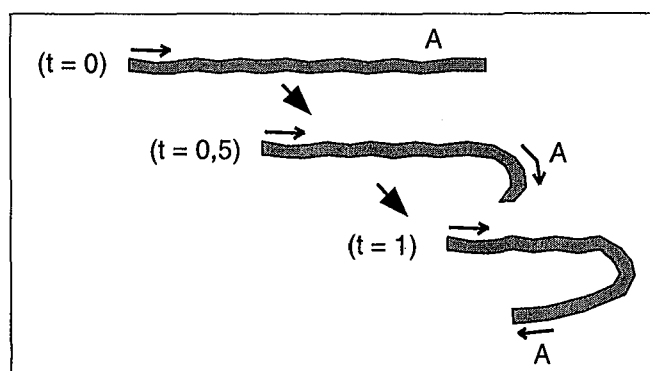


Figure 3.7 Limites du principe de déformation minimum

Si l'on considère l'évolution de la région A au cours du temps, on constate qu'au stade initial ($t = 0$), la région était horizontale et plane. Au stade intermédiaire ($t = 0,5$), la région est fortement déformée. En revanche, l'état final ($t = 1$) montre de nouveau une région sub-horizontale et plane. Le principe de déformation minimum ignore l'état intermédiaire et conclue que la déformation locale de la couche en A est nulle. En effet, cette déformation correspond en fait à la rétro-déformation, c'est-à-dire à la déformation induite par la restauration.

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[1]}(u, v) - \mathbf{G}_{[0]}(u, v)) = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[1]}(u, v) - \mathbf{I}) \quad (3.23)$$

où $\mathbf{G}_{[1]}(u, v)$ et $\mathbf{G}_{[0]}(u, v)$ sont, respectivement, les tenseurs métriques associés aux deux représentations paramétriques.

C'est à partir de cette relation que l'ensemble des principes fondamentaux devant être respectés lors du processus d'équilibrage vont pouvoir être formalisés mathématiquement et "traduits" sous la forme de "contraintes" compréhensibles par la méthode DSI (voir l'annexe 1 pour plus de détails concernant cette méthode d'interpolation 5.3).

3.2.2 Le principe de déformation minimale

Le principe de déformation minimale est comparable, d'un point de vue général, au principe régissant le monde physique réel voulant que lorsqu'"un changement apparaît, la quantité d'énergie nécessaire à ce changement soit aussi petite que possible". Suivant ce principe, la Nature est donc économe en énergie, ce qui revient pour le géologue structuraliste à être économe en déformation. C'est le principe fondamental de la restauration équilibrée car tous les autres principes (respect de l'aire, des longueurs et des angles) en découlent.

D'un point de vue mathématique, ce principe de minimisation de la déformation peut se traduire par les conditions suivantes :

1. à l'échelle infinitésimale, les aires sont, pour autant que faire se peut, préservées,

2. à l'échelle infinitésimale, les longueurs sont, pour autant que faire se peut, préservées,
3. à l'échelle infinitésimale, les angles sont, pour autant que faire se peut, préservés.

Ces trois conditions sont équivalentes à considérer les composantes du tenseur des déformations comme nulles au sens des moindres carrés :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{[1]}(u, v) - \mathbf{I}) \cong \mathbf{0} \quad (3.24)$$

En utilisant la relation (3.23), cette dernière égalité peut se traduire, au niveau du tenseur métrique associé à la restauration, par la contrainte fondamentale suivante :

$$\mathbf{G}_{[1]}(u, v) \cong I \quad (3.25)$$

Remarque : on doit cependant faire attention de noter que ce principe de déformation minimum ne permet pas de caractériser le chemin réel parcouru par les terrains au cours du temps. Seule la déformation entre l'état initial et l'état final est prise en compte (figure 3.7). C'est pourquoi le terme de "rétro-déformation" semble plus adéquat pour caractériser l'ensemble des déformations induites par le processus d'équilibrage. On reviendra sur ce point dans la suite du mémoire (voir page 119) .

3.3 Comment procéder ?

Comme nous venons justement de le rappeler, la seule donnée disponible est l'horizon à la date $t = 1$, c'est-à-dire $H_{[1]}$. On doit donc trouver parmi l'infinité de représentations paramétriques possibles de cette surface, une paramétrisation satisfaisant le mieux possible la contrainte (3.25).

3.3.1 Transformation du problème

Procédons à l'envers et considérons que le problème a été résolu : pour tout point de l'horizon $H_{[1]}$, les paramètres (u, v) ont été déterminés et les courbes iso-paramétriques ont été définies sur cette surface. Tout vecteur \mathbf{x} appartenant à un plan tangent à $H_{[1]}$ peut donc se décomposer, comme nous l'avons déjà noté avec la relation (3.2), en une composante \mathbf{x}_u et une composante \mathbf{x}_v . La condition (3.25) est satisfaite donc :

$$\mathbf{x}_u \cdot \mathbf{x}_v = 0 \quad \text{et} \quad \|\mathbf{x}_u\|^2 = \|\mathbf{x}_v\|^2 = 1 \quad (3.26)$$

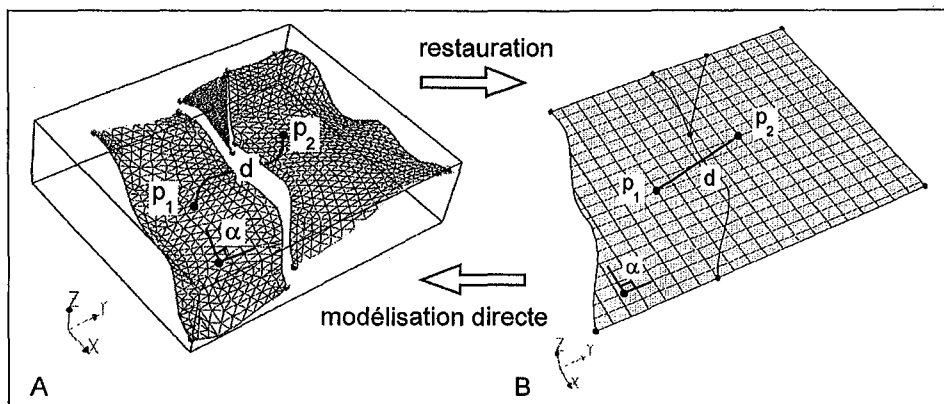


Figure 3.8 Respect des propriétés isométriques

Le principe de minimisation de la déformation induite par la restauration implique que les propriétés isométriques, intrinsèques à la surface restaurée, soient préservées. Ainsi la distance entre les deux points p_1 et p_2 , définie à l'état actuel (A) comme la longueur de la courbe la plus courte tracée sur la surface et passant par ces deux points, est conservée à l'état restauré (B). Il en est de même pour l'angle α . Enfin, l'aire de l'horizon est préservée.

Par ailleurs, on peut montrer [Mal01] que :

$$\begin{cases} x_u = \frac{\text{grad } u}{\|\text{grad } u\|^2} \\ x_v = \frac{\text{grad } v}{\|\text{grad } v\|^2} \end{cases} \quad (3.27)$$

On en déduit donc que la contrainte fondamentale (3.25) est équivalente aux deux contraintes suivantes :

$$\text{grad } u \cdot \text{grad } v = 0 \quad (3.28)$$

et

$$\|\text{grad } u\| = \|\text{grad } v\| = 1 \quad (3.29)$$

La première contrainte (3.28) signifie que les deux gradients sont orthogonaux. La seconde contrainte (3.29) montre que ces deux gradients sont de même amplitude. Ces deux contraintes sont appelées "contraintes isométriques" [Mal01] et toute paramétrisation qui les respecte est dite "isométrique".

Notre problème a donc changé. En effet, nous devons, à l'origine, trouver une représentation paramétrique $H_{[1]}$ telle que le tenseur métrique $G_1(u, v)$ soit le plus proche possible du tenseur unitaire. Désormais, grâce aux équivalences

établies précédemment, nous devons déterminer deux propriétés u et v attachées à H_1 telles que les contraintes (3.28) et (3.29) soient vérifiées autant que faire se peut.

Remarque : toutes les équations vues jusqu'à présent sont des relations d'égalité valables pour une surface parfaitement "développable" c'est-à-dire une surface qui peut se déplier sans déformation plastique (une surface ayant une courbure Gaussienne nulle en tout point). Malheureusement, les horizons géologiques sont très rarement des surfaces développables et c'est pourquoi les techniques qui vont être présentées tendent à vérifier les contraintes (3.28) et (3.29) au sens des moindres carrés.

3.3.2 Calcul d'une solution initiale

Toutes les équations décrites précédemment permettent de comprendre l'approche générale du problème de restauration équilibrée du point de vue paramétrique. Beaucoup de méthodes utilisent, de façon plus ou moins implicite, les principes énoncés. Par exemple, les algorithmes développés par Gratier ou ceux imaginés par Rouby et ses collègues sont, de près ou de loin, des applications des principes de paramétrisation et de représentation paramétrique d'une surface.

Avant de présenter notre travail basé sur la technologie DSI (Discrete Smooth Interpolator) [Mal89] propre à gOcad, nous proposons une méthode purement géométrique permettant d'obtenir une paramétrisation initiale satisfaisant grossièrement les contraintes (3.28) et (3.29) et permettra à l'interpolateur DSI d'atteindre plus rapidement la solution optimale.

Une première approche du problème

La première version de l'algorithme permet le calcul des valeurs (u, v) de la paramétrisation en chaque noeud de la surface à partir des couples (u, v) déjà calculés sur les noeuds voisins et en supposant que le gradient de ces paramètres est constant sur la surface.

Soit le triangle $T = T(\mathbf{x}(\alpha_0), \mathbf{x}(\alpha_1), \mathbf{x}(\alpha_2))$ (figure 3.9) appartenant à une surface triangulée, l'algorithme nécessite deux vecteurs unitaires orthogonaux, \mathbf{g}_u et \mathbf{g}_v , donnés par l'utilisateur et supposés approximativement parallèles à T . Leurs projections normales sur le plan du triangle, $\bar{\mathbf{g}}_u$ et $\bar{\mathbf{g}}_v$, sont respectivement assimilées à $\mathbf{grad} u$ et $\mathbf{grad} v$. En supposant que u et v varient linéairement sur T , il est alors facile de vérifier que les valeurs de u et v sur les noeuds α_i de T vérifient la relation suivante :

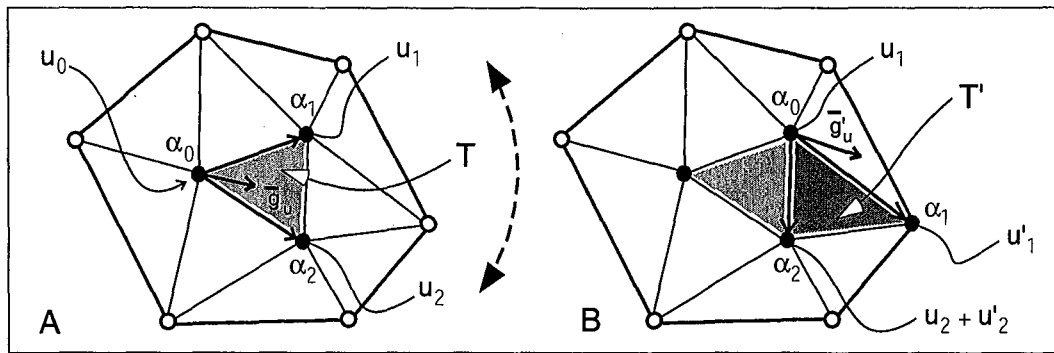


Figure 3.9 Principes de l'initialisation

A - A partir d'un noeud "racine" α_0 , où la valeur u_0 est connue, connaissant le gradient de u supposé continu à l'échelle du triangle T , nous pouvons calculer les valeurs respectives u_1 et u_2 sur les noeuds α_1 et α_2 du triangle. B - La propagation de l'initialisation sur les autres triangles se fait par auréoles successives. Les noeuds des triangles sont initialisés les uns après les autres en tenant compte évidemment des valeurs calculées sur les triangles déjà traités.

$$\forall (i, j) \in \{0, 1, 2\}, \begin{cases} u(\alpha_j) = u(\alpha_i) + \mathbf{grad} u \cdot (\mathbf{x}(\alpha_j) - \mathbf{x}(\alpha_i)) \\ v(\alpha_j) = v(\alpha_i) + \mathbf{grad} v \cdot (\mathbf{x}(\alpha_j) - \mathbf{x}(\alpha_i)) \end{cases} \quad \forall j \neq i \quad (3.30)$$

La procédure d'initialisation est alors la suivante :

1. Initialiser un sommet "graine" de T avec les valeurs $u = 0$ et $v = 0$ et donner les deux vecteurs unitaires \mathbf{g}_u et \mathbf{g}_v .
2. Utiliser les relations (3.30) pour initialiser les noeuds voisins de la "graine" et répéter cette deuxième étape en élargissant l'initialisation vers les triangles voisins.

Afin d'éviter les problèmes de bords qui peuvent apparaître lorsqu'une initialisation se fait à partir d'une "graine" et se propage uni-directionnellement sur la surface, le processus emploie un algorithme dit "explosif" procédant par auréoles concentriques.

Nature des problèmes rencontrés

Il peut arriver que le résultat soit localement incohérent lorsque l'on utilise cette méthode d'initialisation sur un horizon affecté par un réseau très dense de failles ou que cet horizon est fortement plissé.

Ces deux principaux problèmes sont, en fait, les conséquences de la même erreur de conception de l'algorithme. En effet, les vecteurs \mathbf{g}_u et \mathbf{g}_v , donnés par

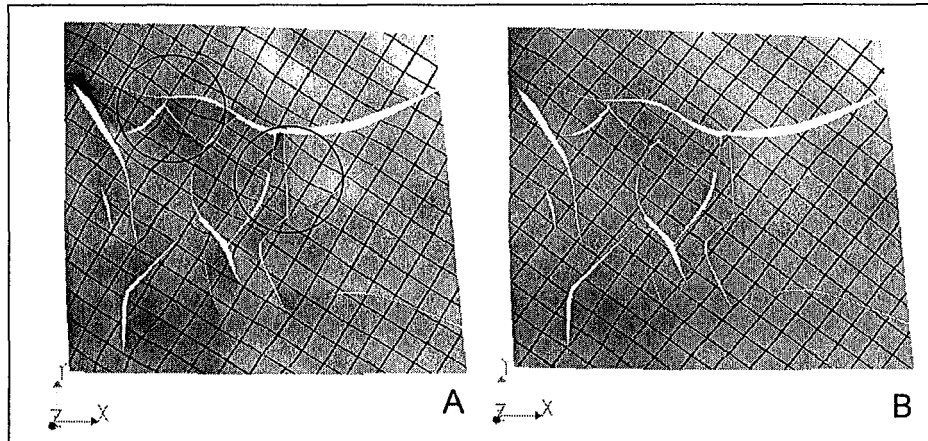


Figure 3.10 Améliorations de la solution initiale sur un horizon faillé

A - Le résultat de la première méthode d'initialisation montre des ondulations des courbes iso-paramétriques à proximité des points de convergence des failles. B - En appliquant la méthode améliorée, ces ondulations disparaissent et la qualité générale de la paramétrisation est effectivement améliorée.

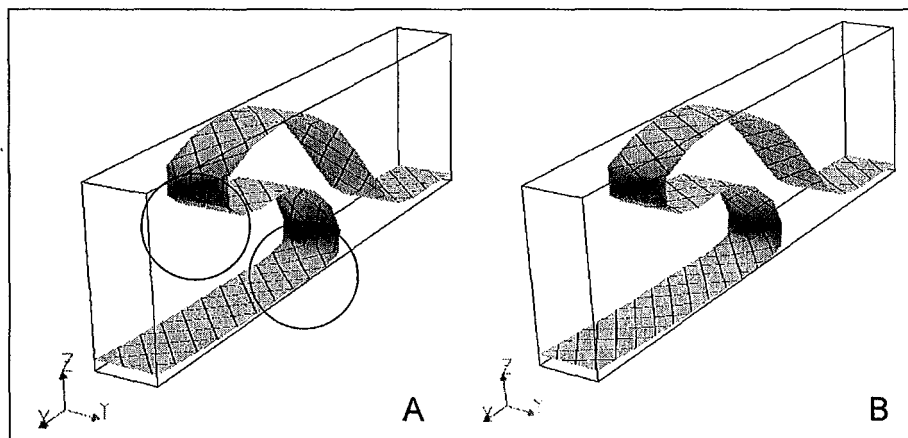


Figure 3.11 Améliorations de la solution initiale sur un plis couché

A - Dans le cas d'une couche fortement plissée, comme c'est le cas de ce plis couché, les incohérences visibles de l'initialisation sont les conséquences des erreurs de projection des gradients au niveau des zones à forte courbure (zones entourées). B - Grâce à une étape préliminaire de rotation des gradients avant projection, cet effet néfaste est évité. Il devient alors possible de déplier cet horizon sans difficulté.

l'utilisateur pour initialiser le premier triangle de la surface (c'est-à-dire le premier triangle portant le sommet "graine"), sont utilisés pour initialiser tous les triangles de la surface. Or, il peut arriver que l'étape de projection de ces vecteurs dans le plan local du triangle en cours de traitement donne des vecteurs projetés $\bar{\mathbf{g}}_u$ et $\bar{\mathbf{g}}_v$ incohérents par rapport aux gradients calculés sur les triangles voisins (figure 3.12).

Dans le cas de l'horizon faillé (figure 3.10), ce type d'erreur se limite aux points de convergence des traces de faille et parfois aux bords de la surface elle-même, où la mauvaise qualité éventuelle de la triangulation peut induire des variations brutales d'orientation entre triangles adjacents. Dans le cas du pli couché (figure 3.11), c'est la courbure du pli qui fausse la projection du vecteur dans le plan du triangle. L'orientation incohérente des gradients se traduit au niveau des courbes iso-paramétriques par des figures caractéristiques en "chevron".

Cet algorithme, qui n'a pas été conçu à l'origine pour traiter des surfaces à géométrie complexe, doit donc être amélioré pour tenir compte des effets néfastes présentés. L'algorithme que nous présentons dans ce qui suit, bien que directement inspiré de celui décrit ci-dessus, tient compte des difficultés inhérentes à la géométrie des horizons géologiques.

Notion de fonctions conjuguées sur un triangle T

La première amélioration proposée est de ne prendre désormais en compte qu'un seul gradient \mathbf{g}_u (respectivement \mathbf{g}_v) et d'utiliser la notion de fonctions conjuguées pour initialiser correctement les valeurs u et v .

Par définition, une fonction linéaire $\bar{\varphi}$ définie sur un triangle T est dite conjuguée de la fonction linéaire φ définie sur T si :

- $\mathbf{grad} \bar{\varphi}_T$ est constant et a la même longueur que $\mathbf{grad} \varphi_T$,
- $\mathbf{grad} \bar{\varphi}_T$ est orthogonal à $\mathbf{grad} \varphi_T$

Soit \mathbf{N}_T le vecteur normal au triangle (figure 3.12), alors le gradient de la fonction conjuguée peut être défini par la relation suivante où \times représente l'opérateur "produit vectoriel" :

$$\mathbf{grad} \bar{\varphi}_T = \mathbf{N}_T \times \mathbf{grad} \varphi_T \quad (3.31)$$

Améliorations proposées

Nous avons vu, lors de la présentation de la première méthode proposée, que les valeurs u et v peuvent être déterminées sur un sommet α_0 d'un triangle T lorsqu'on connaît ces valeurs sur les deux autres sommets α_1 et α_2 et que les gradients de u de v sont connues sur le triangle (relation 3.30). Cette relation

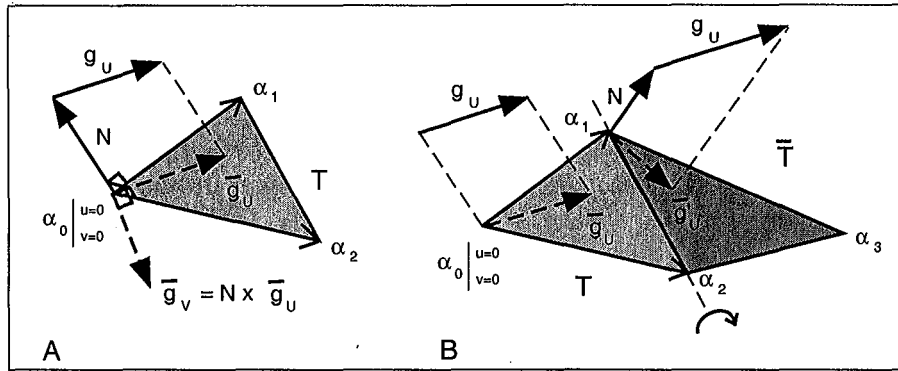


Figure 3.12 Détails des améliorations

A - A partir de l'image projetée dans T d'un vecteur donné par l'utilisateur (\bar{g}_u), en utilisant le principe de fonction conjuguée, il est possible de déterminer le gradient de v dans le triangle T , \bar{g}_v . Ces deux vecteurs sont plongés dans le plan du triangle et orthogonaux entre eux. B - L'utilisation du même vecteur \bar{g}_u pour tous les triangles de la surface peut être à l'origine d'incohérences lorsque la surface est fortement plissée ou fortement faillée. C'est pourquoi une rotation est appliquée avant la projection lors du passage au triangle suivant.

peut être reformulée en considérant, par exemple, v comme fonction conjuguée de u :

$$\forall (i, j) \in \{0, 1, 2\}, v(\alpha_j) = v(\alpha_i) + N_T \times \mathbf{grad} u \cdot (\mathbf{x}(\alpha_j) - \mathbf{x}(\alpha_i)) \quad \forall j \neq i \quad (3.32)$$

Désormais, un seul vecteur est demandé pour initialiser le premier gradient, le second gradient étant considéré comme son conjugué. Ceci assure rigoureusement l'orthogonalité des gradients de u et v (figure 3.12). De plus, alors que, dans l'algorithme original, le même vecteur initial était projeté pour déterminer le gradient local sur chaque triangle de la surface, le nouvel algorithme calcule un gradient local pour chacun des triangles à partir des gradients calculés sur les triangles voisins. Ainsi les incohérences induites par les erreurs de projection sont réduites. Enfin, un système de rotation des vecteurs gradients est installé pour gérer correctement les surfaces présentant une forte courbure comme par exemple les plis couchés.

Le nouvel algorithme peut être décrit comme suit :

```

Remplir un ensemble  $\mathcal{E}_v$  avec les noeuds de la surface.
Créer deux piles vides,  $p_{courante}$  et  $p_{suiivante}$ .
Choisir un noeud "graine" et le placer dans  $p_{courante}$ .
Tant que  $\mathcal{E}_v$  n'est pas vide {
  Placer un noeud de  $\mathcal{E}_v$  dans la première pile  $\neq \emptyset$  qui devient  $p_{courante}$ .
  Tant que  $p_{courante}$  n'est pas vide {
    Retirer le premier noeud  $\alpha_0$  de  $p_{courante}$ .
    Retirer  $\alpha_0$  de  $\mathcal{E}_v$ .
    Calculer les deux gradients grad  $u$  et grad  $v$ .
    Pour chaque triangle partageant  $\alpha_0$  {
      Calculer les valeurs  $(u, v)$  des noeuds voisins de  $\alpha_0$ .
      Si le bord est atteint, traitement spécial.
      Rajouter les noeuds à  $p_{suiivante}$ .
    }
  }
}

```

La figure (3.11) montre que les améliorations sont très sensibles notamment au niveau du traitement des horizons fortement plissés. Dans la plupart des cas, où la géométrie des couches à restaurer n'est pas trop complexe, la solution initiale est très proche de la solution optimale atteinte par l'interpolation sous contraintes isométriques.

Bien que performante, cette technique de calcul est basée sur une méthode heuristique locale, comparable aux algorithmes présentés dans le deuxième chapitre. Les problèmes de dérive et de non convergence vers une solution optimale minimisant la violation des deux contraintes fondamentales (3.28) et (3.29) sont donc toujours d'actualité. Il est donc important d'imaginer une méthode qui respecte le mieux possible les contraintes et puisse moduler leurs effets en fonction de la développabilité de la surface traitée et du comportement rhéologique des roches. L'optimisation de la solution initiale ne peut donc plus être locale mais globale. C'est exactement ce que propose la technologie DSI.

3.3.3 Calcul d'une paramétrisation isométrique basée sur DSI

Dans cette sous-section, nous n'allons pas décrire en détail les principes mathématiques et les démonstrations nécessaires à la compréhension de la technologie DSI. Les principes les plus importants sont rassemblés en annexe de ce document (page 141) et une présentation détaillée peut être trouvée dans [Mal01]. Dans la suite, nous supposons que ces principes sont connus et que le principe de fonctionnement de l'interpolateur DSI est compris.

Formulation DSI des contraintes isométriques

Supposons que l'horizon à déplier est décrit par une surface triangulée $H_{[1]}$. On suppose que les triangles sont suffisamment petits pour que les paramètres u et v

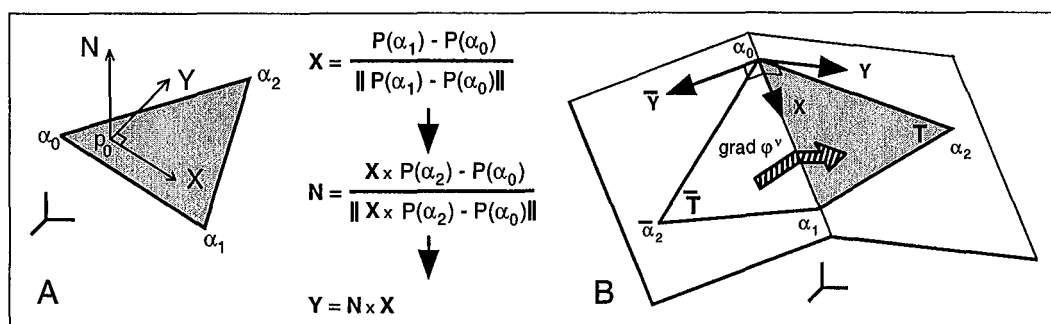


Figure 3.13 Contraintes et base orthonormée locale d'un triangle

A - Pour tout triangle $T = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$, un repère orthonormé local peut être défini comme le montre la figure. Le premier vecteur X est colinéaire à un segment du triangle. Le deuxième vecteur N correspond au vecteur normal au plan du triangle et à X . Le dernier vecteur Y est le produit vectoriel des deux premiers. Tous ces vecteurs sont normalisés. B - En utilisant ce système de coordonnées locales, il est possible de réécrire les contraintes isométriques comme par exemple celle demandant au gradient de φ^ν d'être constant à travers le côté commun de deux triangles T et \bar{T} .

à déterminer puissent être considérés comme variant linéairement sur chaque triangle. Dans ces conditions, la paramétrisation recherchée est entièrement définie par les valeurs $\{u(\alpha), v(\alpha) : \alpha \in \Omega\}$ associées à l'ensemble Ω des sommets des triangles de $H_{[1]}$. Notre problème revient donc à chercher une fonction vectorielle φ à deux composantes définie sur Ω et telle que

$$\varphi \equiv \begin{vmatrix} \varphi^u(\alpha) \\ \varphi^v(\alpha) \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} u(\alpha) \\ v(\alpha) \end{vmatrix} \quad (3.33)$$

Dans chaque triangle $T = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$, muni d'une base orthonormée locale $(p(\alpha_0), X, Y, N)$ (figure 3.13), il est possible de calculer l'interpolation linéaire de φ sur le triangle. Cette représentation locale de φ par une équation linéaire peut être notée $\varphi_T^\nu(X, Y)$ où l'indice $\nu \in \{u, v\}$ représente l'une de deux composantes de φ et (X, Y) sont les coordonnées locales exprimées dans le repère du triangle :

$$\varphi_T(X, Y) \equiv \begin{vmatrix} \varphi^u(X, Y) \\ \varphi^v(X, Y) \end{vmatrix} \quad (3.34)$$

Dans ces conditions, les deux contraintes isométriques fondamentales (3.28) et (3.29) deviennent :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_T^u}{\partial X} & \frac{\partial \varphi_T^u}{\partial Y} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_T^v}{\partial X} \\ \frac{\partial \varphi_T^v}{\partial Y} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.35)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_T^u}{\partial X} & \frac{\partial \varphi_T^u}{\partial Y} \end{bmatrix}^2 = 1 \quad (3.36)$$

Le gradient de cette fonction $\varphi_T^v(X, Y)$ est constant sur \mathbf{T} et peut être calculé par une combinaison linéaire des valeurs de φ_T^v aux trois sommets $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$ du triangle. Cette relation peut se formaliser par l'équation suivante où les six coefficients $D_X(\alpha_j)$ et $D_Y(\alpha_j)$ dépendent de la géométrie de \mathbf{T} :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_T^v}{\partial X} = \sum_{j=0}^2 D_X(\alpha_j) \cdot \varphi^v(\alpha_j) \\ \frac{\partial \varphi_T^v}{\partial Y} = \sum_{j=0}^2 D_Y(\alpha_j) \cdot \varphi^v(\alpha_j) \end{cases} \quad (3.37)$$

Il est alors possible de reformuler les contraintes isométriques dans le repère local du triangle T . La première équation, correspondant au respect des angles pour la composante φ^v lorsque φ^u est connue, s'écrit donc :

$$\sum_{j \in \{0,1,2\}} \left\{ \varphi^v(\alpha_j) \cdot \left(\frac{\partial \varphi_T^u}{\partial X} \cdot D_X(\alpha_j) + \frac{\partial \varphi_T^u}{\partial Y} \cdot D_Y(\alpha_j) \right) \right\} = 0 \quad (3.38)$$

L'autre condition, celle de respect des longueurs, peut être modifiée pour devenir une relation linéaire et imposer un espacement constant des courbes isoparamétriques. Nous imposons donc que le gradient de chacune des composantes de φ varie le moins possible entre deux triangles adjacents \mathbf{T} et $\tilde{\mathbf{T}}$ comme le montre la figure (3.13). La seconde contrainte isométrique devient alors :

$$\forall v \in \{u, v\}, \forall W \in \{X, Y\}, \begin{cases} \varphi^v(\alpha_0) \cdot \{D_W(\alpha_0) + \delta_W \cdot \tilde{D}_W(\alpha_0)\} + \\ \varphi^v(\alpha_1) \cdot \{D_W(\alpha_1) + \delta_W \cdot \tilde{D}_W(\alpha_1)\} + \\ \varphi^v(\alpha_2) \cdot \{D_W(\alpha_2)\} + \\ \varphi^v(\tilde{\alpha}_2) \cdot \{\delta_W \cdot \tilde{D}_W(\tilde{\alpha}_2)\} = 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

où $\delta_W = -1$ si $W = X$ et $+1$ si $W = Y$.

Ces deux contraintes isométriques étant désormais explicitées sous la forme de relations linéaires, nous pouvons les mettre sous une forme exploitable par l'interpolateur DSI :

$$\sum_{\alpha \in \Omega} \{A_{c^\nu}(\alpha) \cdot \varphi^\nu(\alpha)\} = b_{c^\nu} \quad (3.40)$$

où les valeurs de $A_{c^\nu}(\alpha)$ et le scalaire b_{c^ν} définissent la contrainte.

Pour l'exemple, voici la formulation des contraintes de respect des angles sur un triangle $\mathbf{T} = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2)$. Il y a deux contraintes $c_{\mathbf{T}}^u$ et $c_{\mathbf{T}}^v$, une pour u et l'autre pour v permettant de calculer respectivement φ_u et φ_v . Pour la contrainte traitant u , on a :

$$\left| \begin{array}{l} \forall j \in \{0, 1, 2\}, \quad A_{c_{\mathbf{T}}^u}(\alpha_j) = \frac{\partial \varphi_{\mathbf{T}}^v}{\partial X} \cdot D_X(\alpha_j) + \frac{\partial \varphi_{\mathbf{T}}^v}{\partial Y} \cdot D_Y(\alpha_j) \\ \forall \alpha \ni \{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2\}, \quad A_{c_{\mathbf{T}}^u}(\alpha) = b_{c_{\mathbf{T}}^u} = 0 \end{array} \right. \quad (3.41)$$

De même, la contrainte de respect des longueurs se divise en quatre contraintes $c_{\mathbf{E}}^{uX}$, $c_{\mathbf{E}}^{uY}$, $c_{\mathbf{E}}^{vX}$ et $c_{\mathbf{E}}^{vY}$ définies au niveau de chaque côté $\mathbf{E} = (\alpha_0, \alpha_1)$. Comme nous l'avons déjà vu dans la figure (3.13), les sommets α_2 et $\tilde{\alpha}_2$ sont les sommets des deux triangles \mathbf{T} et $\tilde{\mathbf{T}}$ qui ne sont pas sur le côté commun des deux triangles. Nous pouvons alors expliciter, pour l'exemple, les coefficients de la contrainte :

$$\forall_n u \in \{u, v\}; W \in \{X, Y\} \left| \begin{array}{l} A_{c_{\mathbf{E}}^{vW}}(\alpha_0) = \{D_W(\alpha_0 + \delta_W \cdot \tilde{D}_W(\alpha_0))\} \\ A_{c_{\mathbf{E}}^{vW}}(\alpha_1) = \{D_W(\alpha_1 + \delta_W \cdot \tilde{D}_W(\alpha_1))\} \\ A_{c_{\mathbf{E}}^{vW}}(\alpha_2) = D_W(\alpha_2) \\ A_{c_{\mathbf{E}}^{vW}}(\tilde{\alpha}_2) = \delta_W \cdot \tilde{D}_W(\tilde{\alpha}_2) \\ A_{c_{\mathbf{E}}^{vW}}(\alpha) = 0 \quad \forall \alpha \ni \{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \tilde{\alpha}_2\} \\ b_{c_{\mathbf{T}}^u} = 0 \end{array} \right. \quad (3.42)$$

avec $\delta_W = -1$ si $W = X$ et $+1$ si $W = Y$.

Ces contraintes sont intégrées dans l'ensemble \mathcal{C} des contraintes prises en compte lors de la minimisation du critère de rugosité par DSI. Le lecteur pourra se reporter à la première annexe de ce mémoire (141) pour une présentation rapide de ce critère de rugosité et de ses applications ainsi qu'à [Lev00] et à [Mal01] pour la formulation mathématique détaillée de ces contraintes DSI.

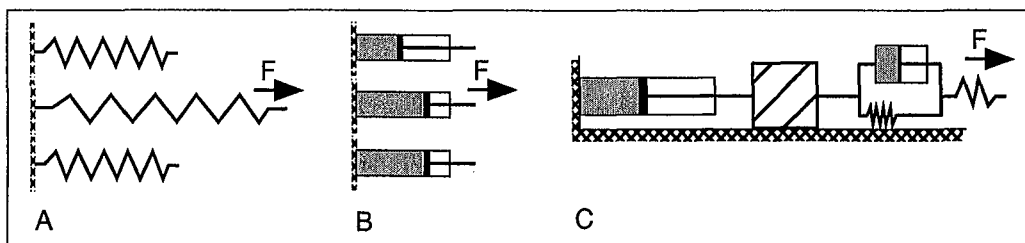


Figure 3.14 Comportements des roches

A - Le cas le plus simple que l'on peut imaginer est celui du corps élastique. La roche se déforme sous l'effet d'une force mais reprend sa forme originale lorsque la force cesse. Entre l'état initial et l'état final, aucune déformation permanente n'est visible ce qui correspond à l'application stricte des contraintes isométriques. B - Dans le cas d'un fluide visqueux, la déformation engendrée par l'application d'une force demeure, en partie, lorsque cette force cesse. La matière est évidemment conservée mais dans ce cas la contrainte de minimisation de la déformation a un "poids" beaucoup moins fort que dans le premier cas. C - Malheureusement pour le mécanicien des roches et le géologue, le comportement naturel des roches est plus proche du modèle mécanique (élément élastique, élément de Kelvin, un bloc frottant sur la base et un élément visqueux) présenté sur la figure. Dans ce cas, un réglage "manuel" du "poids" relatif des contraintes est nécessaire pour approcher la solution optimale.

Prise en compte des propriétés rhéologiques

Lorsque les modèles de déformation utilisés en restauration ont été présentés dans le premier chapitre de ce mémoire, nous avons pu constater qu'ils supposent, pour la plupart, les déformations concentrées dans le bloc supérieur de la faille. Cette rhéologie dissymétrique de part et d'autre de la discontinuité n'est pas la plus représentative du comportement réel des roches (figure 3.14).

La méthode utilisant l'interpolateur DSI peut approcher le comportement mécanique des roches en permettant de moduler assez facilement le respect des contraintes isométriques et leur effet relatif. En effet, comme nous le montrons dans la première annexe de ce mémoire (page 141), la minimisation de la rugosité et le respect des contraintes sont assurés au sens des moindres carrés mais à un facteur de précision près, qui peut être modulé. De plus, le "poids" relatif de chacune des deux contraintes isométriques peut être changé en fonction du comportement des roches.

La flexibilité de la technologie DSI permet aussi de prendre en compte les surfaces localement ou globalement non-développables, c'est-à-dire la majorité des horizons géologiques modélisés. Sans entrer dans trop de détails mathématiques, nous pouvons rappeler qu'une surface est dite développable si elle peut être mise à plat sans déformation plastique, c'est-à-dire en engendrant un tenseur des déformations nul. Un exemple de surface parfaitement développable est, par exemple, un demi-cylindre. En revanche, une demi-sphère n'est pas développable,

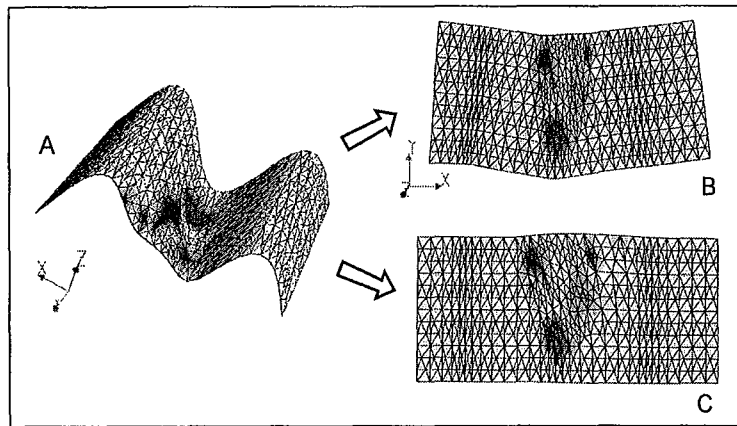


Figure 3.15 Effets de la relaxation des contraintes isométriques

A - L'horizon présente une zone non développable repérable grâce à sa courbure Gaussienne non nulle (représentée en foncé alors que les parties blanches correspondent à une courbure Gaussienne nulle). B - Sans relaxation des contraintes isométriques, la contrainte de minimisation globale de la déformation tente de la répartir sur toute la surface. Le résultat obtenu correspond à l'énergie minimum mais ne correspond pas à celui que le géologue attend. C - En ne tenant pas compte des contraintes isométriques dans la zone non-développable, le résultat obtenu est cohérent. La déformation se concentre dans la zone non-développable et ses effets ne se propagent pas sur tout l'horizon.

sauf si on introduit une discontinuité en l'entaillant.

Remarque : pour une surface donnée, il est possible de déterminer, en tout point, une infinité de rayons de courbures compris entre un minimum R_{min} et un maximum R_{max} . On définit la courbure Gaussienne comme l'inverse du produit de ces deux rayons. On montre [Mal74] que la surface est développable si sa courbure Gaussienne est nulle en tous ses points.

Le caractère non-développable d'une surface représentant un horizon géologique peut avoir deux raisons différentes :

1. Une erreur dans la modélisation des données géologiques. Dans ce cas, le logiciel doit permettre de ne pas tenir compte de cet effet lors de la restauration.
2. L'horizon modélisé présente une zone non-développable qui est mise en évidence par la forte retro-déformation calculée à partir de la paramétrisation. Cette zone peut correspondre à une zone plastique cisailée ou à une faille.

Dans le premier cas, on ne doit pas tenir compte de cette erreur ce qui revient à "relaxer" les contraintes isométriques dans la partie non-développable de la surface de façon à ne pas propager les effets néfastes sur toute la surface. En

étudiant les variations de la courbure Gaussienne sur la surface, il est possible d'automatiser cette opération (figure 3.15).

Paramétrisation d'un horizon faillé

L'approche paramétrique que nous avons choisie doit permettre la restauration des horizons géologiques affectés par des failles. Ces horizons sont modélisés sous la forme de surfaces discontinues. Afin que l'équilibrage de la surface assure la fermeture des failles, la paramétrisation doit être continue de part et d'autre des bords des traces de failles entaillant l'horizon.

Dans cette sous-section, nous allons montrer comment la géométrie des lèvres d'une faille sur un horizon peut être déterminée et quel est le principe général régissant les relations entre ces deux lèvres. Ensuite, les contraintes assurant la continuité de la paramétrisation de part et d'autre de la trace de la faille seront détaillées.

Comment déterminer la géométrie des traces de failles ? Bien sûr, la trace d'une faille sur un horizon peut être définie comme la ligne d'intersection entre la surface représentant cet horizon et la surface représentant le plan de faille. En pratique, la géométrie de la faille et celle de l'horizon entrent en ligne de compte pour résoudre ce problème parfois complexe.

La première solution est de demander l'aide du géologue en lui permettant de définir lui-même la géométrie de ces contacts et les mettre en correspondance. Cependant, cette interactivité, aussi nécessaire soit elle pour un logiciel tel que gOcad, ne peut être la solution pour un nombre important de failles à traiter. En effet, avec un champs comptant plusieurs dizaines de failles, la mise en place manuelle des extrémités des bords de faille devient rapidement une opération fastidieuse.

Une solution proposée, depuis longtemps, par gOcad a été de définir les bords des traces de faille lors de l'opération d'intersection de l'horizon avec les surfaces de faille. Si l'on considère une faille coupant un horizon, cette opération consiste à créer, au niveau de la surface coupée (ici, l'horizon), deux rangées de noeuds dédoublés longeant la ligne d'intersection entre les deux surfaces. La triangulation est redéfinie de part et d'autre de cette ligne d'intersection et les extrémités sont mises en place automatiquement sur les bords correspondant aux lèvres de faille.

Lorsque les surfaces ont déjà été coupées, de nouveaux outils ont été proposés pour mettre en place des extrémités. Les lèvres de faille sont définies, en tant que bords d'une surface, grâce aux outils basés sur les algorithmes de morphologie mathématique décrits par Isabelle Duvigne [Duv00]. Les relations entre ces lèvres sont modélisées par des liens mis en place grâce à l'utilisation de tests géométriques.

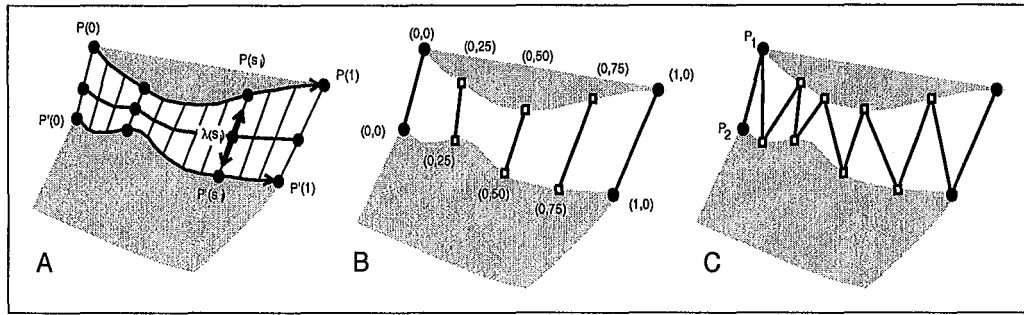


Figure 3.16 Différentes associations possibles entre deux lèvres de faille

A - Le principe d'installation de la contrainte VecLink repose sur l'utilisation de deux courbes paramétriques définies sur les lèvres de la faille. Une courbe intermédiaire est construite et sert de support aux liens installés de part et d'autre de la discontinuité. B - La relation point-à-point peut être définie simplement en utilisant l'abscisse curviligne $s \in [0, 1]$ des points $P(s)$ le long des courbes paramétriques de part et d'autre de la trace de faille. C - Une autre solution, plus géologique, repose sur la minimisation d'un critère de distance, représentant le rejet présumé de la faille, grâce à l'algorithme de triangulation de Delaunay.

Comment déterminer la direction des liens ? Ces liens définissent l'appariement point-à-point des bords de faille mis en cohérence dans la partie précédente. Le premier principe (figure 3.16), adopté par exemple dans le mécanisme d'installation de la contrainte "VecLink" (décrite par Taoufik Aït Ettajer [AE95]), est de subdiviser ces bords en deux parties, chacune des parties étant associée à une lèvre de faille. Ces deux parties correspondent à deux courbes paramétriques $\{P(s) : s \in [0, 1]\}$ et $\{P'(s) : s \in [0, 1]\}$. Un lien évident est le vecteur $T(s)$ défini par :

$$\forall s \in [0, 1], \quad \overrightarrow{T(s)} = \overrightarrow{P(s)P'(s)} \quad (3.43)$$

Les points sont choisis sur les deux courbes paramétriques en échantillonnant un ensemble de $(m + 1)$ points équidistants et une courbe intermédiaire L est construite de telle façon que ses noeuds α_i vérifient la relation suivante :

$$\forall i \in [0, m], \quad \alpha_i = \frac{P(s_i) + P'(s_i)}{2} \quad (3.44)$$

Ce principe d'installation, bien que valide mathématiquement, n'est pas toujours judicieux du point de vue de la géologie. Nous reviendrons sur ce point lorsque nous décrirons les améliorations faites à l'approche paramétrique dans la suite de ce mémoire. Cependant, des alternatives existent.

La première alternative est basée sur le calcul d'un critère de distance à minimiser déterminé à partir d'une tétraèdrisation de l'espace entre les deux lèvres d'une trace de faille. Ce critère est le suivant :

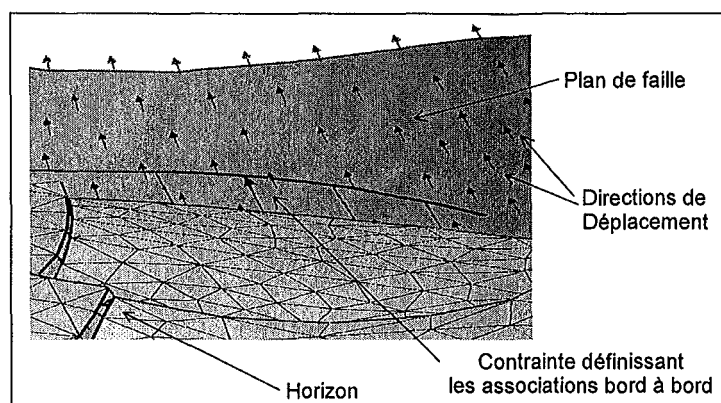


Figure 3.17 Mise en cohérence des associations bord à bord

Ici, le déplacement le long du plan de faille est connu. Dans ce cas, il est logique que les associations suivent la direction du déplacement. Les contraintes sont donc réorientées parallèlement aux directions de déplacement. La restauration le long de cette faille est désormais cohérente avec le champ de déplacement proposé.

$$\forall p_1(x_1, y_1, z_1), p_2(x_2, y_2, z_2), \quad f(p_1, p_2) = \sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{(z_2 - z_1)^2}} \quad (3.45)$$

La seconde alternative, proposée par Jean-Claude Dulac et Olivier Mariez, repose sur une triangulation de Delaunay contrainte par les bords de la lèvre. Cette triangulation induit la mise en relation des points appartenant aux bords en vis-à-vis.

L'alternative que nous proposons aujourd'hui est beaucoup plus "ouverte" que les deux précédentes. En effet, notre approche permet à la fois de prendre en compte les indications données par le géologue et les informations calculées à partir du modèle informatique. Par exemple, le géologue peut décider de mettre en place des liens cohérents avec le déplacement supposé le long des plans de faille. Dans ce cas, il peut lui-même proposer une direction de déplacement pour chacune des failles ou laisser les algorithmes calculer ces directions en fonction de critères géométriques, la courbure de la faille par exemple, ou de critères mécaniques et cinématiques comme nous le verrons lorsque nous présenterons les travaux complémentaires dans la dernière partie de ce mémoire.

Supposons donc, pour une faille en particulier, que le vecteur de déplacement, habituellement supposé uniforme sur le plan de faille, est connu en tout noeud de la surface triangulée représentant la faille (figure 3.17). A partir de cette propriété, une fonction de corrélation est calculée et cette fonction est utilisée pour installer les liens entre les lèvres de la faille. Cette fois-ci, cet appariement, au lieu de se servir des critères géométriques vus précédemment, utilise les informations

fournies par le géologue ou analysées à partir du modèle, ce qui assure un résultat plus cohérent.

Continuité de la paramétrisation L'ensemble des contraintes présentées assure le choix judicieux des valeurs (u, v) aux sommets des triangles composant l'horizon géologique à restaurer de telle sorte que la surface soit dépliée. Il faut cependant s'assurer que les discontinuités, induites par les traces de faille affectant l'horizon, soient "recousues" dans l'espace paramétrique.

Considérons deux ensembles de points $\{\mathbf{q}_i, i = 0, \dots, n\}$ et $\{\tilde{\mathbf{q}}_i, i = 0, \dots, n\}$ échantillonnés sur les deux bords de la trace de faille, la continuité de la paramétrisation est assurée au niveau de chaque paire de points $(\mathbf{q}_i, \tilde{\mathbf{q}}_i)$ si les deux conditions suivantes sont respectées :

$$\forall \nu \in \{u, v\}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_{\mathbf{T}}^\nu(\mathbf{q}_i) = \varphi_{\tilde{\mathbf{T}}}^\nu(\tilde{\mathbf{q}}_i) \\ \mathbf{grad} \varphi_{\mathbf{T}}^\nu = \mathbf{grad} \varphi_{\tilde{\mathbf{T}}}^\nu \end{array} \right. \quad (3.46)$$

où \mathbf{T} et $\tilde{\mathbf{T}}$ sont deux triangles contenant respectivement \mathbf{q}_i et $\tilde{\mathbf{q}}_i$. Ces deux triangles permettent de définir la base orthonormée locale dans laquelle les gradients $\mathbf{grad} \varphi_{\mathbf{T}}^\nu$ et $\mathbf{grad} \varphi_{\tilde{\mathbf{T}}}^\nu$ sont calculés.

Ces deux relations peuvent facilement être mises sous la forme de contraintes comprises par DSI comme le montre Jean-Laurent Mallet et Richard Cognot [Mal01] [CAEM94]. Ces contraintes assurent que les valeurs de la paramétrisation sont communes d'un bord à l'autre (continuité \mathcal{C}^0) et que le gradient de φ est constant de part et d'autre de la trace de faille, ce qui revient à dire que la continuité \mathcal{C}^1 est assurée.

3.3.4 Calcul des vecteurs de restauration

Désormais, nous savons comment paramétriser une surface représentant un horizon faillé et plissé et nous avons montré que cette paramétrisation assure le respect des conditions fondamentales de la restauration équilibrée, à savoir la préservation de l'aire de la surface lors de l'équilibrage et la convergence vers la solution correspondant au minimum d'énergie de déformation.

Cependant, il reste à montrer comment les vecteurs de restauration sont déterminés à partir des valeurs (u, v) portées par les sommets des triangles composant la surface. Comme le montre la figure (3.18), l'utilisation directe des vecteurs de restauration aboutit à l'horizon restauré à la position $\mathcal{T}(H_{[0^*]})$. Bien que parfaitement plat et non faillé, cet horizon n'est pas à la position $\mathcal{T}(H_{[0]})$ supposée au moment du dépôt. Les vecteurs de restauration, valides du point de vue mathématique, doivent donc être corrigés au regard des interprétations du

géologue de telle façon que la surface soit déplacée de la position $\mathcal{T}(H_{[0^*]})$ à la position $\mathcal{T}(H_{[0]})$.

Tout déplacement $\mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R})$ peut être divisé, d'une manière unique, en une translation \mathbf{t} suivie d'une rotation \mathbf{R} . La correction des vecteurs de restauration revient donc à calculer un déplacement particulier $\mathcal{D}_r(\mathbf{t}, \mathbf{R})$ tel que :

$$\mathcal{T}(H_{[0^*]}) \rightarrow \mathcal{T}(H_{[0]}) \quad (3.47)$$

La technique la plus simple pour déterminer $\mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R})$ est de procéder de la façon suivante :

1. Choisir une série de points fixes $\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_n\}$ appartenant à $\mathcal{T}(H)$, par exemple ses quatre coins (figure 3.18).
2. Pour chaque point \mathbf{P}_i , interpoler (u, v) et utiliser ces nouvelles valeurs $u(\mathbf{P}_i)$ et $v(\mathbf{P}_i)$ comme suit :

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i^x = u(\mathbf{P}_i) \\ \mathbf{q}_i^y = v(\mathbf{P}_i) \\ \mathbf{q}_i^z = z_u \end{bmatrix}; \quad \mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_i^x = \mathbf{P}_i^x \\ \mathbf{p}_i^y = \mathbf{P}_i^y \\ \mathbf{p}_i^z = z_u \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

où \mathbf{p}_i correspond à la projection verticale de \mathbf{P}_i sur le plan de référence U d'altitude z_u .

3. Déterminer la translation \mathbf{t} et la rotation \mathbf{R} minimisant la distance $\mathcal{J}(\mathbf{t}, \mathbf{R})$ entre \mathbf{p}_i et l'image de \mathbf{q}_i par le déplacement $\mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R})$ noté $\mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R}) \circ \mathbf{q}_i$:

$$\mathcal{J}(\mathbf{t}, \mathbf{R}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{p}_i - \mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R}) \circ \mathbf{q}_i\|^2 \quad (3.49)$$

Il est alors possible de définir le vecteur de restauration $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ comme suit :

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathcal{D}(\mathbf{t}, \mathbf{R}) \circ \mathbf{x}_{[0^*]} - \mathbf{x} \\ \text{avec : } \mathbf{x}_{[0^*]} = \begin{bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ z_u \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Remarque : il est important de noter que les vecteurs de restauration calculés dépendent du choix des points fixes $\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_n\}$ alors qu'ils sont indépendants des valeurs (u, v) de la paramétrisation. Ainsi, à partir d'une surface présentant une unique paramétrisation, il est possible, en choisissant deux séries $\{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_n\}$ différentes, de déterminer deux équilibres distincts, et ainsi d'analyser et comparer deux régimes de déformation différents.

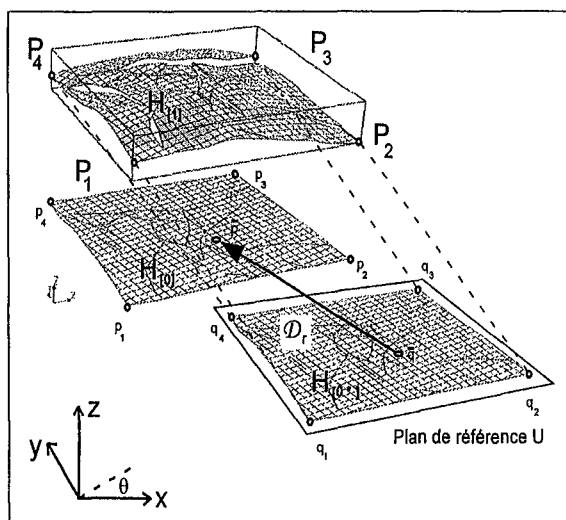


Figure 3.18 Calcul des vecteurs de restauration

L'approche paramétrique proposée suppose que l'horizon à l'état restauré appartient à un plan de référence assimilable à un domaine paramétrique. Cependant, la position de ce plan de référence n'est pas forcément la position attendue pour l'horizon restauré. Nous devons déplacer l'horizon initialement restauré $H_{[0*]}$ dans le plan de référence vers sa position optimale $H_{[0]}$. La figure montre les séries de points $\{P_1, \dots, P_n\}$, $\{p_1, \dots, p_n\}$ et $\{q_1, \dots, q_n\}$ positionnés aux coins des horizons.

3.4 Quelques exemples

Nous présentons ici quelques résultats pris parmi les plus représentatifs. Les exemples sont décrits en suivant les différentes étapes que l'utilisateur doit respecter pour obtenir les meilleurs résultats.

Remarque : Le principe de calcul de la rétro-déformation a été indirectement présenté lorsque la notion de tenseur métrique associé à la paramétrisation a été introduite. L'ensemble des recherches dédiées au calcul des déformations à partir du processus d'équilibrage sera proposé dans la suite de ce mémoire. On pourra cependant noter, dans ces exemples, l'utilisation de cette information comme critère de qualité du modèle géologique.

Un cas simple de restauration Les principales étapes de l'équilibrage d'un horizon plissé et faillé, comme ceux représentés dans la figure (3.19), reprennent la méthodologie présentée dans la section précédente. La première étape est la mise en place des liens assurant la continuité des valeurs (u, v) de part et d'autre des traces de failles. La cohérence géologique doit être assurée : les liens doivent appairer correctement les bons bords de failles sans se croiser. On peut remarquer que du point de vue méthodologique, il n'y a aucune différence entre une

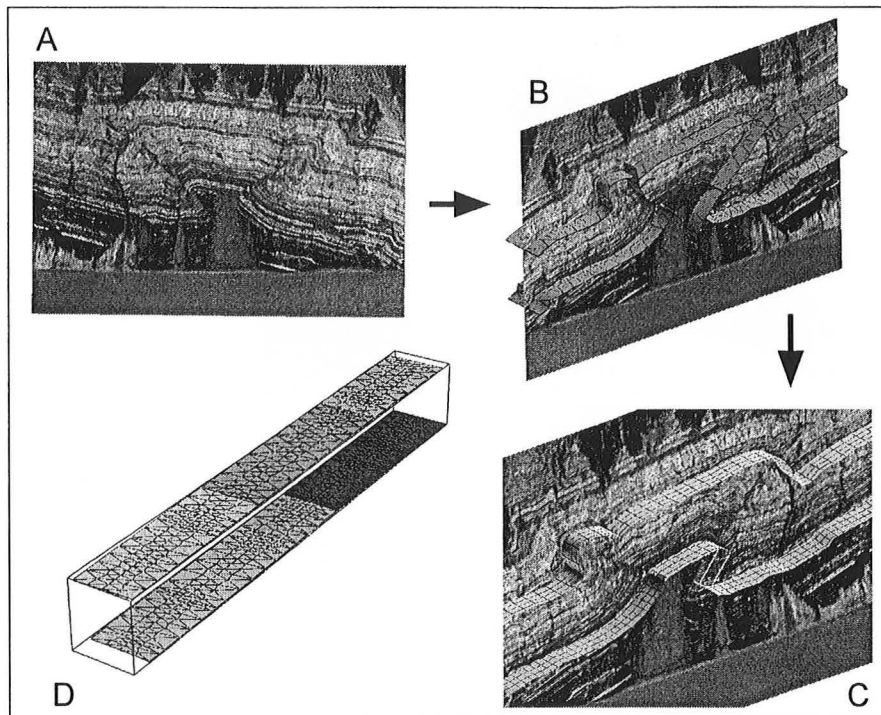


Figure 3.19 Équilibrage d'une structure simple

A - Schistes et calcaires plissés et faillés de la formation "Pennsylvanian Calico Bluff" à l'affleurement au-dessus de la rivière Yukon en Alaska. La couche fait approximativement 250 mètres de haut. Des figures de rétro-charriage sont visibles. © Kevin Pogue, Whitman College **B** - Après avoir construits les horizons à restaurer, la première étape est de les recoller afin de former deux surfaces, l'une correspondant au sommet de la couche et l'autre à sa base. Les liens assurant la continuité de la paramétrisation de part et d'autre des traces de failles sont mis en place. **C** - Le calcul de la paramétrisation peut alors se dérouler sans difficulté ainsi que la détermination des vecteurs de restauration. **D** - En considérant la couche comme isopaque et en supposant que son épaisseur z n'a pas variée au cours de la déformation, on peut alors reconstruire l'état original en décalant le plan de référence du second horizon de z vers le bas.

faille normale et une faille inverse. Lorsque ces liens sont correctement placés, la paramétrisation est déterminée, à partir d'une solution initiale, grâce à une interpolation contrôlée par les contraintes DSI qui assurent la préservation des propriétés isométriques de la surface. A partir de cette paramétrisation, les vecteurs de restauration sont calculés en chaque noeud de la surface.

Exemple de validation du modèle par la restauration L'état de la rétro-déformation sur l'horizon est une information pouvant être obtenue à partir de la paramétrisation de la surface restaurée. Les zones sombres, visibles sur la figure (3.20) correspondent à la déformation la plus forte. Cette propriété est le critère de validité de la restauration. Sur l'horizon présenté ici, aucune distorsion majeure

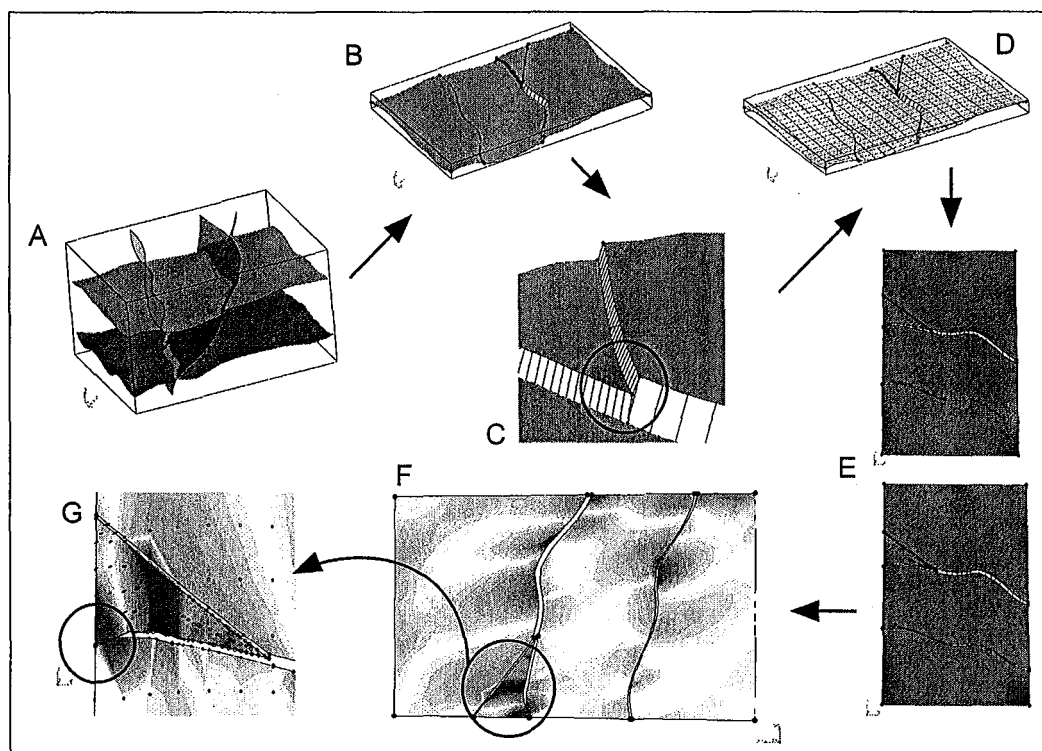


Figure 3.20 Erreur d'interprétation du déplacement le long d'une faille

A - Considérons le modèle suivant : deux horizons coupés par trois failles. B - La restauration équilibrée concerne l'horizon supérieur montrant un point triple. C - Les liens assurent la continuité de la paramétrisation. D - La paramétrisation est alors possible. Elle est bien continue au voisinage des failles. E - Les vecteurs de restauration sont calculés. F - La rétro-déformation est affichée : les zones sombres correspondent aux fortes déformations. G - Le mauvais appariement des bords de faille est repéré grâce à la forte distorsion inattendue (ellipses de déformation).

n'apparaît sauf au niveau de la plus petite des parties. Dans cette zone, en effet, la déformation est importante et varie rapidement. Intuitivement, on peut supposer que la raison de cette forte distorsion est le mauvais appariement des points de part et d'autre de la faille. On verra dans la suite de ce mémoire comment utiliser les observations fournies par le géologue ou calculées à partir des données du modèle pour éviter ces problèmes d'interprétation.

Cas d'un pli faillé à géométrie complexe Comme on l'a vu lors de la présentation des principes mathématiques utilisés par l'approche paramétrique, une catégorie restreinte de surfaces, dites "développables", ont la particularité de pouvoir être dépliées sans déformation plastique. Dans le cas présenté dans la figure (3.21), la surface plissée est le fruit de l'interprétation de coupes faites dans un modèle synthétique. Cependant, une partie de cet horizon a été incorrectement

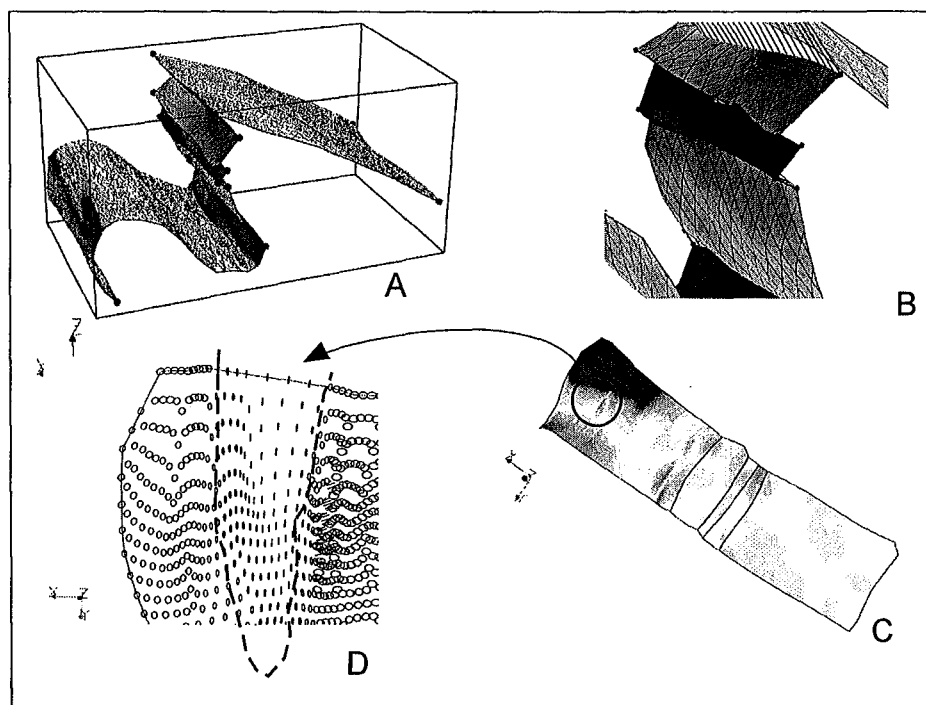


Figure 3.21 Rétro-déformation et non-développabilité d'une surface

A - Voici un exemple typique de pli faillé issu d'un modèle synthétique. La surface présente la particularité de ne pas être parfaitement développable en raison d'une erreur de modélisation. B - La paramétrisation calculée grâce à DSI est de bonne qualité notamment lors du passage des failles. C - La partie sombre correspond à une zone de forte rétro-déformation. Cette zone est la partie non développable de la surface. C'est cette partie du modèle qui doit être corrigée si l'on veut réduire l'erreur de modélisation. D - La visualisation des ellipses de rétro-déformation est aussi possible et nous pouvons remarquer que la zone non développable est soulignée par des ellipses très déformées.

interprétée et devient localement non-développable. Lorsque nous calculons la rétro-déformation, à partir de la paramétrisation, cette erreur apparaît au travers d'une zone à forte déformation, comme le montrent les ellipses de déformation. La correction nécessaire du modèle est donc facilitée car le géologue connaît désormais quelle partie de l'horizon est incorrecte.

3.5 Comparaison avec les méthodes de restauration existantes

D'un point de vue géologique, il est intéressant de comparer notre technique avec les différentes méthodes d'équilibrage introduites dans les deux premiers chapitres de ce mémoire. Nous montrons, dans ce qui suit, les avantages de l'approche paramétrique.

3.5.1 Quel est le modèle de déformation ?

C'est, en effet, la première question que l'on se pose lorsqu'on utilise une technique de restauration. Lorsque les différentes méthodes d'équilibrage ont été présentées, les modèles utilisés ont été décrits car ils influencent directement le comportement et expliquent les limites des techniques de restauration.

Les caractéristiques de l'approche paramétrique et les résultats obtenus en l'utilisant semblent indiquer que le modèle de déformation associé est un modèle en glissement banc-sur-banc ("flexural-slip"). En effet, du point de vue géométrique, le plongement de la surface à restaurer dans un espace paramétrique (u, v) revient à "laisser tomber" les triangles qui composent la surface sur un plan de référence qui est ici le domaine paramétrique. C'est le même principe qu'utilisent les méthodes de Delphine Rouby ou de Jean-Pierre Gratier présentées précédemment. Cependant, dans le cas de l'approche paramétrique, les triangles sont toujours attachés les uns aux autres. La paramétrisation est donc une approximation continue du glissement banc-sur-banc. Il n'apparaît pas de vide ou de recouvrement entre les triangles dans le domaine paramétrique. Hors, ces inconsistances géométriques et topologiques mesurent la validité de la restauration. Alors la seconde question fondamentale est de savoir comment mesurer la validité de la restauration par l'approche paramétrique si aucune incohérence géométrique ni topologique n'est visible.

3.5.2 Quel est le critère de validité ?

Lorsque la méthode de déformation isométrique d'une surface a été décrite dans le chapitre présentant les outils proposés par gOcad, nous avons souligné la différence qui existe entre la minimisation locale d'un critère de validité (distorsion) local et la minimisation de ce même critère globalement, c'est-à-dire à l'échelle de la surface entière. La plupart des autres méthodes présentées utilisent la minimisation locale du critère de distorsion choisi, au niveau de chaque triangle ajusté par rapport à ses voisins. On a aussi souligné les problèmes de convergence qui peuvent découler de cette optimisation locale.

Dans le cas de l'approche paramétrique par optimisation globale, les mêmes observations peuvent être faites. La description des bases mathématiques a montré que les différentes contraintes isométriques utilisées lors du calcul de la paramétrisation de la surface assurent la minimisation globale du critère de distorsion et la convergence vers une solution unique représentative du comportement physique réel des roches, (conservation de l'aire de l'horizon et minimisation de la rétro-déformation).

Dans ces conditions, le moyen de vérifier la validité des résultats de la restauration est d'analyser les valeurs de la rétro-déformation induite par la paramétrisation. Nous détaillons, dans la section consacrée au calcul de la retro-

déformation, l'exploitation des informations fournies par cette grandeur mais nous pouvons déjà valider le résultat de la restauration en comparant l'inverse de la rétro-déformation avec la déformation théorique qui peut être déduite du modèle de déformation utilisé et de la structure géologique restaurée. Toute différence importante entre le modèle théorique pré-supposé par le géologue et le résultat de la restauration est un indice de non-validité dont l'origine doit être trouvée. Cette origine peut tout aussi bien être la non-validité du modèle théorique que la non validité de la méthode de restauration.

3.6 Critiques possibles et solutions proposées

Bien que performante, l'approche paramétrique que nous proposons peut être critiquée. Les deux principales sources de critiques sont, d'un point de vue théorique, le scepticisme des géologues devant le critère de validité utilisé et, d'un point de vue plus pratique, l'apparente complexité d'implémentation informatique des algorithmes présentés.

3.6.1 Choix et utilisation du critère de qualité

Comme nous l'avons vu lors de la présentation des méthodes traditionnelles de restauration équilibrée travaillant à partir d'une discrétisation du domaine à restaurer, le principe de minimisation de la déformation le plus couramment employé repose sur l'étude des vides et des recouvrements qui persistent après l'arrangement des blocs rigides issus du dépliage.

Les avantages de ce critère de qualité sont évidents :

- Lorsque le nombre de blocs n'est pas trop important ou que les blocs sont de taille suffisante, il est facile d'observer les incohérences géométriques existant entre des blocs adjacents.
- Le critère est un critère géométrique aisément compréhensible même si, comme on l'a vu, dans le détail les principes mathématiques régissant l'ajustement des blocs ne sont pas toujours simples.
- Enfin, d'un point de vue algorithmique, ce critère peut être traduit sous la forme d'un critère de qualité dont l'optimisation itérative est susceptible de converger vers la meilleure solution.

L'utilisation de la rétro-déformation comme critère de qualité de la restauration est très différente. En effet, si on se réfère uniquement à la qualité de l'ajustement entre les blocs, toutes les solutions obtenues par l'approche paramétrique sont valides car c'est la continuité de la paramétrisation de part et d'autre des lèvres des failles qui assure ces ajustements géométriquement "parfaits". Cependant, une seule configuration d'association de bords de faille (grâce aux contraintes de type "VecLink") correspond à une rétro-déformation minimale.

Les deux questions que sont en droit de se poser l'utilisateur sont, d'une part, de demander le choix du critère de validité et, d'autre part, de souhaiter l'automatisation de la recherche de la meilleure solution correspondant à une rétro-déformation minimale.

Comment choisir son critère de qualité ?

Nous avons donné à l'utilisateur le choix du critère de qualité désiré. Dans le cas où celui-ci préfère conserver un critère traditionnel comme la qualité d'ajustement géométrique des blocs rigides, l'approche paramétrique doit être légèrement modifiée comme suit :

1. On supprime l'étape de mise en place des liens définissant les appariements de points de part et d'autre des lèvres des failles entaillant l'horizon à restaurer. De cette façon, les blocs vont être dépliés mais ils ne seront pas ajustés le long des failles. Cependant, afin de ne pas perdre l'information de voisinage entre les blocs, de part et d'autre de chaque discontinuité, on met en place un lien "souple" assurant la continuité, au sens "large", de la paramétrisation d'un bloc à l'autre.
2. Les vecteurs de restauration sont calculés à partir de la paramétrisation et les blocs sont dépliés. Ils sont alors considérés comme rigides.
3. A partir de ce moment, n'importe laquelle des méthodes d'ajustement de blocs rigides peut être employée selon les désirs de l'utilisateur. L'ajustement des blocs adjacents redevient alors un critère de validité possible.

Notion d'incertitude structurale

L'autre critique concerne l'automatisation de la recherche de la solution correspondant au minimum de déformation. Il est utile ici de faire la distinction entre les deux points suivants :

- Comme nous l'avons démontré, à partir du moment où, le long des traces de faille, les contraintes ("VecLink") assurant la continuité de la paramétrisation sont installées, DSI converge, grâce aux contraintes isométriques, vers la solution correspondant au minimum de déformation parmi l'infinité de solutions possibles.
- En revanche, comme le second exemple nous l'a montré, un mauvais appariement de points de part et d'autre des lèvres d'une faille, entraîne une forte déformation qui correspond en fait à une erreur, soit du modèle soit de l'interprétation géologique du déplacement le long du plan de faille. Cette forte déformation ne peut pas être, à priori, totalement corrigée par les contraintes isométriques (c'est d'ailleurs pourquoi nous nous en servons comme critère de qualité).

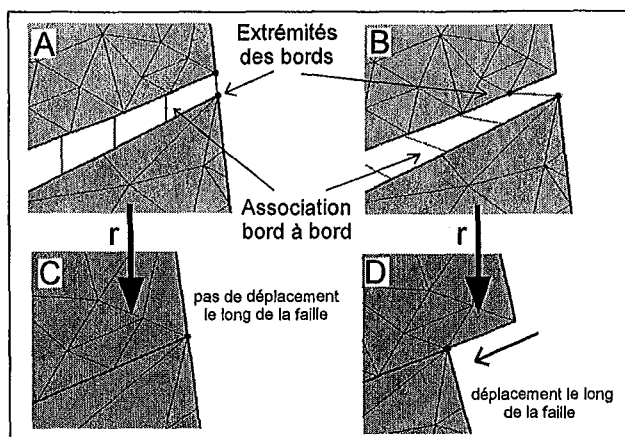


Figure 3.22 Exemples d'incertitudes structurales

A-B - Pour une même trace de faille, on peut imaginer plusieurs configurations d'associations bord à bord. Ces configurations dépendent de la position des extrémités des bords et de l'orientation des liens de part et d'autre de la faille. Les résultats après restauration sont cependant très différents. C - Dans le premier cas, il n'y a pas de déplacement le long de la faille. D - Ce qui n'est plus vrai dans le second cas, où l'on voit nettement sur cette vue en carte, la composante du déplacement dans le plan de la surface. Quel est le résultat valide ? En l'absence de toute information concernant le champs de déplacement le long du plan de faille, l'incertitude demeure.

Lorsque, par les méthodes classiques, l'utilisateur recherche l'ajustement optimal des blocs les uns par rapport aux autres, cette opération itérative correspond en fait, dans le cas de l'approche paramétrique, à la recherche de la configuration optimale des associations point à point le long des failles.

L'existence de différentes configurations possibles (figure 3.22) peut être vue comme une incertitude structurale. Et on peut alors proposer différentes méthodes pour minimiser cette incertitude. Une de ces méthodes est, comme nous verrons dans la partie consacrée aux développements complémentaires, d'exploiter l'information portée par le modèle géologique pour déterminer, de façon cohérente, le déplacement le long des plans de faille afin de l'utiliser pour contrôler la continuité de la paramétrisation d'un bloc à l'autre.

Mais, même si cette information est connue, il peut être très intéressant d'appliquer la restauration sur le même modèle mais avec des configurations de failles différentes afin de déterminer quelle configuration correspond au minimum de déformation. Cette approche en "parallèle" est l'un des projets qui peuvent être développés prochainement.

3.6.2 Prise en charge de l'utilisateur

L'ergonomie des outils de restauration assistée par ordinateur est un point sensible qu'il ne faut en aucun cas négliger. Dans le cas de l'approche paramétrique,

la relative complexité des principes mathématiques mis en jeu peut se révéler particulièrement "opaque" lorsqu'un utilisateur se retrouve seul devant sa machine. Afin de faciliter la prise en main, nous avons développé une interface utilisateur reposant sur les derniers progrès faits par gOcad.

Depuis peu, un système d'interface "orientée métier" est disponible. Son objectif est de présenter de façon logique un processus complexe sous la forme d'une succession de différentes étapes élémentaires.

Les interactions entre le logiciel et l'utilisateur se font par l'intermédiaire de boîtes de dialogue qui apparaissent au fur et à mesure de sa progression. Ainsi, il lui est quasiment impossible d'oublier une opération importante tout en préservant son contrôle sur le processus en évitant la sensation de "boîte noire".

Présentation générale du moteur d'interface

Pour comprendre le fonctionnement interne de cette organisation particulière de l'interface utilisateur, nous devons distinguer le travail de conception des étapes élémentaires du travail de construction des panneaux d'interface correspondants :

1. La description des étapes élémentaires d'un "workflow" doit d'abord être faite sur le papier avant de penser au code correspondant. Cette étape préliminaire est fondamentale car elle permettra d'éviter des erreurs de conception des étapes élémentaires et des transitions logiques entre celles-ci. Le résultat de ce travail préliminaire est un "arbre" décrivant les différentes étapes élémentaires, leurs rôles respectifs et les transitions entre elles. Toutes les étapes d'un "workflow" n'ont pas les mêmes fonctions. En effet, certaines appellent des fonctionnalités de gOcad alors que d'autres permettent à l'utilisateur de naviguer au sein de l'arbre (figure 3.23 A).
2. Une fois les étapes décrites sur le papier, il est temps de les retranscrire dans un format compréhensible par le moteur d'interface. Si nous nous plaçons au niveau de l'implémentation informatique, le code se résume à la traduction des étapes élémentaires et de leur enchaînement grâce aux classes de base proposées par gOcad.

Remarque : La notion de classe est fondamentale dans le domaine de la programmation orientée objet utilisée par gOcad. Pour simplifier, on peut présenter une classe comme un objet informatique destiné à effectuer des tâches bien précises. Au sein d'une classe, on trouve les paramètres et les méthodes nécessaires au bon déroulement des tâches programmées. Afin d'optimiser le code, on peut définir une classe-fille reprenant les fonctionnalités d'une classe-parent en les modifiant ou complétant. La classe-fille est dite dérivée de la classe-parent.

A chaque événement correspond une classe particulière :

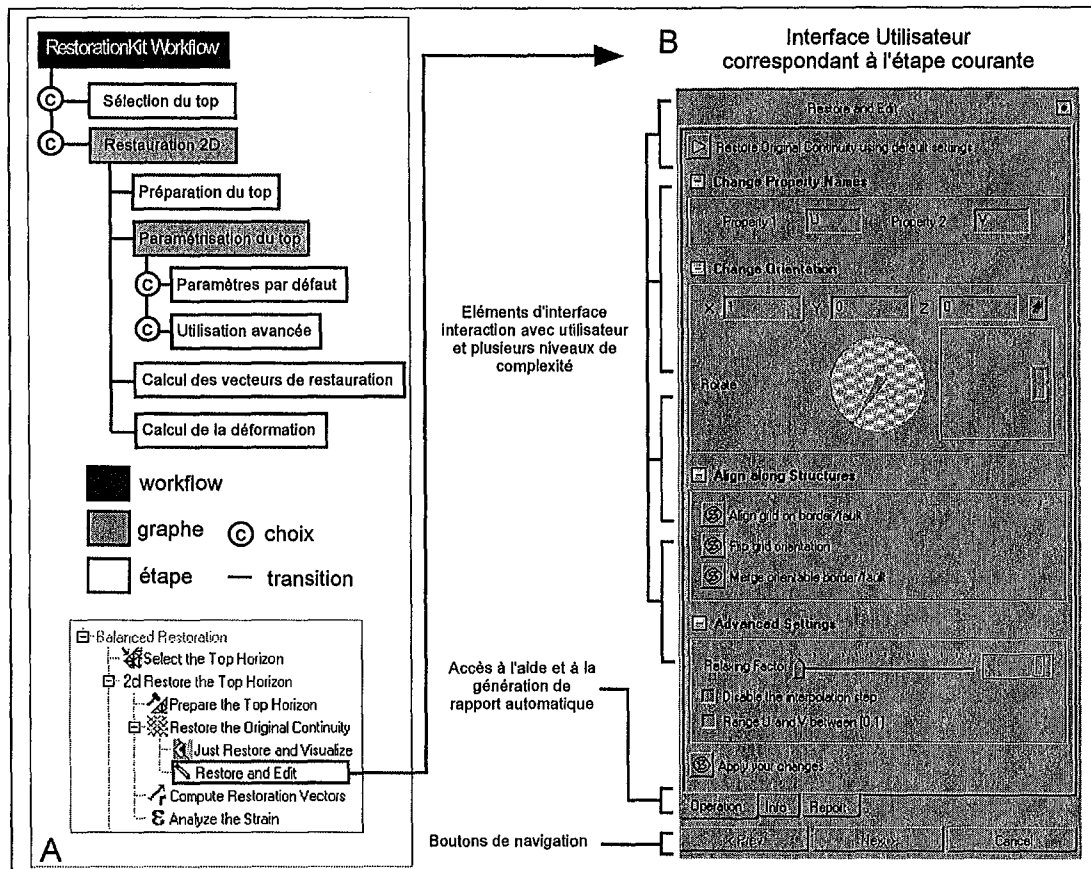


Figure 3.23 Exemple d'interface utilisateur

Ce schéma récapitule les innovations concernant l'interface "orientée métier" du module de restauration. Elle est basée sur le moteur mis en place par l'équipe de T-SURF chargée du développement de l'interface Homme-Machine de gOcad. A - L'ensemble du processus de restauration peut être représenté comme un arbre ("workflow") contenant une racine (graphe principal) divisé en sous-graphes et en étapes élémentaires reliées par des transitions. Les embranchements dans l'arbre sont matérialisés par des transitions spéciales appelées choix. B - A chacune de ces étapes correspond un ensemble de commandes accessibles au travers d'éléments d'interface spécifiques. L'utilisateur est assisté à chaque étape et peut choisir de naviguer librement d'une étape à l'autre ou d'être guidé logiquement en fonction des données disponibles et de ses choix antérieurs. De plus, plusieurs niveaux de complexité sont disponibles suivant le degré d'expertise de l'utilisateur. Dans le mode le plus simple, seule les commandes de base sont disponibles alors que dans le mode le plus avancé, l'utilisateur a le contrôle total des outils disponibles.

- Une étape est une implémentation de la classe "WFState". Chaque étape porte un nom propre qui l'identifie. Ce nom permet l'identification des éléments d'interface graphique à construire ou à appeler lorsque cette étape est atteinte.
 - Une transition entre deux étapes implémente la classe "WFTransition". Il existe trois types de transition, celle permettant d'avancer dans l'arbre, celle permettant de reculer dans l'arbre et celle qui correspond à des embranchements dans l'arbre.
 - Des étapes peuvent être rassemblées au sein d'une structure appelée un graphe correspondant à la classe "WFGraph".
 - L'arbre est représenté par une classe dérivant de la classe de base "Workflow". Cet arbre possède un graphe principal pouvant contenir des étapes ou mêmes des graphes appelés, dans ce cas, sous-graphes.
3. L'opération suivante est la mise en place des éléments d'interface ("widget") pour chacune des étapes de l'arbre. Des éléments d'interface spéciaux ont été imaginés pour permettre la création d'une interface à plusieurs niveaux de complexité. En effet, grâce à des boîtes de dialogue expansibles, l'utilisateur peut choisir plusieurs niveaux d'interaction correspondant à des fonctionnalités de gOcad de plus en plus avancées. Comme nous l'avons déjà expliqué, c'est le nom unique identifiant chaque étape qui permet au moteur d'interface de savoir quels "widgets" construire ou rappeler en cas de besoin.

Organisation du "Workflow Restauration"

Comme le montre la figure (figure 3.23 A), le "workflow" dédié à la restauration équilibrée en 2D est simple :

1. La première étape est la sélection de l'horizon supérieur, soit cet horizon va être restauré par l'approche paramétrique, soit cette surface a déjà été restaurée préalablement par une méthode quelconque et l'utilisateur va utiliser cette information pour initialiser le calcul des vecteurs de restauration dans un volume d'intérêt à définir.
2. Le premier choix proposé alors par l'interface est de passer à la restauration 2D ou à la restauration 3D (que l'on détaillera dans le chapitre consacré à la restauration des structures tridimensionnelles). Dans le premier cas, on entre dans le premier sous-graphe constitué de 4 étapes distinctes.
 - (a) La première de ces étapes est la préparation de la surface à restaurer. Après avoir amélioré la qualité de son maillage, l'utilisateur peut modifier la configuration des bords de la surface et mettre en place les

liens définissant les associations point-à-point de part et d'autre des lèvres des failles affectant l'horizon.

- (b) La seconde étape est en elle-même un sous-graphe qui propose les fonctions de paramétrisation de l'horizon. Deux niveaux d'expertise sont proposés. Pour l'utilisation avancée, l'utilisateur peut contrôler précisément les résultats obtenus, par exemple en alignant l'orientation de la grille calculée parallèlement à l'orientation des traces de faille.
- (c) Une fois la continuité originale retrouvée, les vecteurs de restauration peuvent être calculés.
- (d) A partir de ces vecteurs, l'état de la rétro-déformation peut être déterminé et visualisé dans la dernière étape de ce sous-graphe dédié à la restauration d'un horizon.

3.7 Les avantages de l'approche paramétrique

La restauration équilibrée d'un horizon géologique plissé et faillé par l'approche paramétrique présente des avantages certains par rapport aux différentes techniques classiques présentées dans les chapitres précédents.

3.7.1 Robustesse de l'algorithme

Le premier avantage de cette approche est, bien sûr, sa robustesse mathématique. L'optimisation globale du critère de distorsion basée sur la méthode DSI permet d'éviter les limites des méthodes qui travaillent à l'échelle locale des polygones élémentaires (triangles ou autres) qui composent la surface à restaurer. Notre approche assure la convergence de l'optimisation.

3.7.2 Traitement des horizons faillés

Le deuxième avantage est la possibilité de traiter des horizons faillés et plissés en une seule opération. La continuité de la paramétrisation de part et d'autre des traces de failles affectant l'horizon assure la fermeture des discontinuités à l'état restauré. Cette opération de fermeture des lèvres de faille sur l'horizon nécessite l'appariement cohérent des bords en vis-à-vis mais évite d'introduire des fractures artificielles supplémentaires comme c'est parfois le cas avec d'autres algorithmes.

3.7.3 Complémentarité avec les autres méthodes

L'approche paramétrique proposée ne s'inscrit pas dans un registre de compétition mais de complémentarité avec les autres méthodes de restauration équilibrée existant aujourd'hui. Ainsi, l'utilisateur peut tester ses propres "méthodes" en assemblant des approches différentes mais complémentaires.

3.7.4 Intégration au sein de gOcad

Du point de vue technique, l'approche paramétrique que nous proposons exploite un certain nombre de fonctionnalités déjà existantes de gOcad :

- D'abord en ce qui concerne les outils mathématiques que cette plate-forme logicielle propose comme, par exemple, l'interpolateur DSI ou le modèle des contraintes locales linéaires qu'il exploite.
- Ensuite, par les possibilités de gOcad lorsqu'il s'agit de modéliser les structures géologique et de représenter les propriétés du sous-sol dans un modèle tri-dimensionnel.
- Enfin, l'interface utilisateur "orientée métier" apporte une grande flexibilité d'emploi. Quelque soit le degré d'expertise du géologue, le processus de restauration est accessible simplement sous la forme d'une succession d'étapes s'enchaînant logiquement.

3.8 Conclusions

La robustesse et la performance de la formulation mathématique du processus de restauration équilibrée, la complémentarité avec les autres méthodes de restauration ainsi que les possibilités d'analyse des résultats de l'équilibrage grâce aux outils proposés par le logiciel gOcad font de l'approche paramétrique par optimisation globale une technique innovante qui a sa place parmi l'éventail des outils utilisés en géologie structurale.

Nous avons testé, le plus souvent avec succès, les algorithmes sur de nombreux modèles réels et un travail intéressant serait désormais de les tester sur des modèles synthétiques connus (par exemple ceux issus des travaux du consortium FACET4D de l'IFP) afin de comparer, d'une part, les résultats de la restauration aux géométries initiales des modèles et, d'autre part, les valeurs de rétro-déformation obtenues aux valeurs de déformation mesurées avec les modèles analogues.

Enfin, la création de modèles étalons mise à la disposition de la communauté scientifique internationale serait utile pour valider les nouveaux outils qui sont en cours de développement de part le monde. On peut par exemple imaginer une série d'étalons reprenant les principaux styles structuraux connus ou représentatifs du comportement rhéologique des principaux types de roches rencontrées dans la partie superficielle de la croûte.

Restauration 3D : l'analogie au modèle continu

L'évolution générale de la géologie assistée par ordinateur est de dépasser l'étude bi-dimensionnelle des structures à partir de coupes sismiques ou de cartes géologiques pour appréhender directement les modèles en trois dimensions.

Suivant cette évolution générale et bien que la restauration équilibrée d'un horizon géologique plissé et faillé représente toujours un intérêt très important pour le géologue, les nouvelles recherches s'orientent depuis les dernières années vers le dépliage des structures géologiques en volume.

Ce chapitre présente l'approche choisie, dans le contexte du logiciel gOcad, pour permettre la restauration de structures géologiques en trois dimensions et l'interprétation des résultats obtenus.

4.1 Les principes mathématiques et géologiques

4.1.1 Analogie aux fluides visqueux

La prise en compte de la troisième dimension dans les problèmes de restauration équilibrée ne se limite pas à ajouter une troisième variable z aux équations déjà présentées dans les chapitres précédents. Le problème de la conservation de la matière lors du processus d'équilibrage doit être reposé. En effet, si pour la restauration d'un horizon géologique en coupe ou en carte, il est convenu que ce principe fondamental peut se traduire sous la forme de la préservation d'une grandeur d'aire, dès qu'il s'agit de restaurer un volume, les avis divergent quant au critère à respecter.

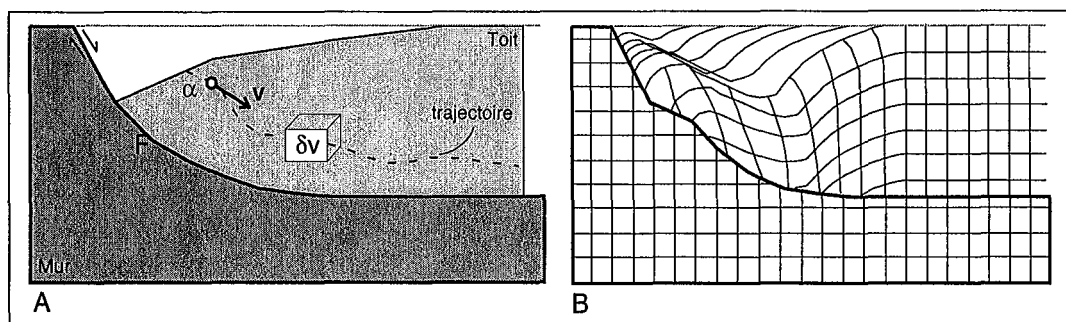


Figure 4.1 L'analogie au fluide visqueux et un exemple d'application

A- La partie supérieure de la croûte terrestre est assimilée à un liquide visqueux. La déformation est considérée comme le résultat du déplacement de l'ensemble des particules formant la roche. Sans tenir compte de la compaction, le principe de préservation de la matière est vérifié si la quantité de matière qui entre dans un volume élémentaire δV est égale à la quantité de matière qui en sort. B- A partir du champs de déplacement des particules, les déformations sont calculées. Elles sont directement contrôlées par la géométrie de la faille.

L'approche choisie dans notre cas suppose que le comportement de la partie supérieure de la croûte terrestre, plus particulièrement entre 10 et 50 kilomètres de profondeur, peut être assimilé à celui d'un liquide visqueux. Cette analogie n'est pas nouvelle car, dès 1989, plusieurs géologues [Wha89a] [Wha89b] commencèrent à l'utiliser pour mettre en place des méthodes de calcul de déformation reposant sur le principe des éléments finis afin de critiquer et de compléter principalement les travaux de White et de ses collègues [WJM86] ainsi que ceux de Williams et al. [WV87] datant de la même époque. Même si dans le domaine pétrolier, on se trouve dans les premiers kilomètres de la croûte supposée fragile, on peut considérer, qu'en tout point du bloc supérieur d'une faille, la direction et l'amplitude du déplacement d'une particule α , lors de la déformation, sont déterminées par un champs de vitesse. Cette déformation est alors considérée comme complètement décrite par l'évolution, dans le volume du bloc, de ce champs de vitesse au cours du temps (figure 4.1).

Si l'on regarde la première interprétation de cette approche proposée par Whaltham, on remarque qu'il compare la croûte terrestre à un liquide incompressible ce qui signifie, pour la restauration équilibrée, que le principe de conservation de la matière se réduit à la préservation du volume des roches au cours de la déformation. Dans ce cas, le champs de vitesse doit être solénoïdal : soit \mathbf{v} le vecteur vitesse de la particule α alors :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.1)$$

ce qui signifie que le volume de roche qui entre dans un volume fixe est égal au volume de roche qui en sort. Ce qui est incorrect lorsqu'on prend en compte

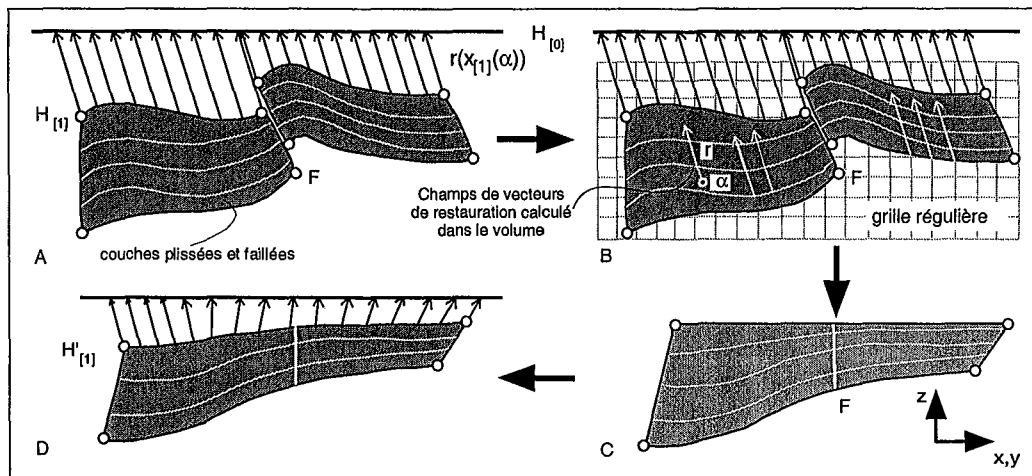


Figure 4.2 La restauration d'un empilement de couches

A- A partir de la connaissance des vecteurs de restauration sur la couche supérieure, il est possible de restaurer l'ensemble de l'empilement. B- On peut, par exemple, effectuer une interpolation des vecteurs connus sur la couche supérieure pour calculer le champs des vecteurs de restauration dans l'ensemble du volume. C- On obtient alors l'état de l'empilement à l'instant où la couche supérieure s'est déposée. D- Un procédé itératif de restauration permet de retrouver, l'une après l'autre, les géométries de l'empilement lors du dépôt de chacune des couches le formant.

les phénomènes de compaction affectant les sédiments au cours de leur enfouissement. Devant cette limitation, Whaltham modifie son modèle et décide d'assimiler la croûte terrestre à un liquide visqueux compressible. Dans ce cas, le principe fondamental est vérifié si l'équation de continuité est vérifiée :

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$

où ρ est la matrice densité, \mathbf{v} le vecteur vitesse de la particule α et t le temps.

Si on applique ce modèle de liquide visqueux compressible à la restauration d'un empilement de couches géologiques, compte-tenu des travaux effectués pour la restauration des horizons en 2d, on arrive au problème suivant (figure 4.2) :

1. l'horizon $H_{[1]}$, qui correspond au toit de la couche, est restauré par une des méthodes présentées dans le chapitre précédent,
2. les terrains en dessous de $H_{[1]}$ doivent "suivre le mouvement" de manière continue de façon à éviter l'apparition de tout vide dans le volume,
3. les seules discontinuités préservées sont les failles restaurées avec les couches.

En d'autres termes, pour toute particule α localisée à la position $\mathbf{x}(\alpha) \equiv \mathbf{x}_{[1]}(\alpha)$ dans le volume à restaurer, on doit retrouver le vecteur de déplacement $\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))$ la ramenant à sa position initiale $\mathbf{x}_{[0]}(\alpha)$ supposée lors du dépôt de $H_{[1]}$.

Par définition, ce vecteur $\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))$ est appelé "vecteur de restauration" de la particule α . Restaurer l'empilement des couches géologiques pour retrouver l'état initial lors du dépôt de l'horizon $H_{[1]}$ revient à déterminer le champs des vecteurs $\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))$ pour toute particule α appartenant au volume d'intérêt. De plus, ce vecteur peut être compris, en première approximation, comme l'opposé du vecteur vitesse défini précédemment qui peut alors être exprimé par l'approximation au premier ordre suivant :

$$\frac{\partial \mathbf{x}_{[t]}(\alpha)}{\partial t} \simeq -\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{x}_{[t]}(\alpha)}{\partial t^2} \quad (4.3)$$

Le fait que cette équation ne soit qu'une approximation du premier ordre implique que la méthode présentée dans ce qui suit ne pourra pas s'appliquer à l'étude des déformations trop importantes.

Remarque : on rappelle que, pour des raisons de commodité, le temps géologique est normalisé. Le temps du dépôt de l'horizon est $t = 0$ alors que la date actuelle est $t = 1$.

4.1.2 Que signifie "équilibrée" en trois dimensions ?

Comme nous venons de le suggérer, le caractère équilibré de la restauration est synonyme de conservation de la matière. Pour prendre en compte les phénomènes de compaction, en première approximation, notre modèle aura le même comportement qu'un fluide visqueux compressible. La conservation de la matière implique alors que la masse des roches est demeurée constante au cours du temps.

En reprenant l'analogie du modèle continu, cela est équivalent à dire que la vitesse \mathbf{v} d'une particule α vérifie l'équation de continuité :

$$\text{div} \left\{ \rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha)) \cdot \frac{\partial \mathbf{x}_{[t]}(\alpha)}{\partial t} \right\} + \frac{\partial \rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha))}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

En théorie, cette équation différentielle a une infinité de solutions possibles. Nous devons donc trouver, ici encore, une façon de déterminer l'unique solution correspondant au comportement réel de la roche. Cette fois, nous proposons les trois contraintes suivantes :

- Le champs des vecteurs de restauration doit respecter les valeurs connues sur l'horizon supérieur.
- Le principe de la déformation minimale, très général, reste valable en 3 dimensions. Il doit donc être honoré.
- Comme nous l'avons vu, la masse des terrains doit être constante au cours de la restauration.

4.1.3 Comment procéder ?

En pratique, comme le suggère la figure (4.2), la restauration d'un empilement de couches géologiques peut être divisée en 3 étapes :

1. L'horizon supérieur est restauré grâce aux vecteurs de restauration préalablement calculés par la méthode choisie (approche paramétrique, blocs rigides, éléments finis, etc...).
2. Le champs de vecteurs de restauration est calculé dans le volume d'intérêt de sorte que les terrains situés en dessous de l'horizon supérieur "suivent le mouvement" en évitant l'apparition de tout vide au sein de l'empilement. Comme nous le verrons en détail dans la section suivante, cette étape repose sur l'interpolation des vecteurs dans le volume d'intérêt.
3. La couche sommitale est enlevée et on retourne à la première étape jusqu'à ce que toutes les couches aient été restaurées.

Cet algorithme itératif, connu depuis longtemps des géologues effectuant des restaurations "à la main", permet de rechercher les mécanismes de déformation à différents instants géologiques. Ces "photographies" de l'état de déformation permettent de distinguer les différentes étapes d'un processus polyphasé.

4.2 Une méthode de restauration 3d basée sur DSI

Nous connaissons, depuis le chapitre précédent, le principe d'interpolation discrète sur lequel est basée la technologie DSI utilisée par gOcad. Il n'est pas utile d'y revenir dans le détail. Dans un premier temps, nous allons décrire l'algorithme utilisé puis, dans un deuxième temps, nous verrons plus en détail comment sont implémentées les contraintes contrôlant l'interpolation.

4.2.1 Description de l'algorithme

Ainsi, afin d'assurer le respect des trois principes précédemment introduits, nous proposons l'approche suivante :

1. Le volume d'intérêt est délimité par une grille 3D orthogonale régulière (figure 4.2) dont la définition est suffisante pour assimiler raisonnablement la résolution du problème à la détermination d'un vecteur de restauration en chacun de l'ensemble de ses noeuds. Si des discontinuités existent, la grille est coupée par les failles affectant le modèle à restaurer (figure 4.3).
2. Pour chaque noeud α de la grille régulière 3D, on définit son voisinage $N(\alpha)$ comme l'ensemble des noeuds liés à α à l'exception des noeuds situés dans les autres blocs délimités par les failles.

3. Grâce aux vecteurs de restauration supposés déjà calculés et portés par l'horizon supérieur, les noeuds de la grille situés dans les cellules correspondant à cet horizon sont initialisés. En chacun de ces noeuds, une contrainte DSI fixe le vecteur de restauration au vecteur localement porté par la surface (figure 4.2). Ce vecteur restera constant au cours de l'interpolation des autres vecteurs de restauration dans le volume d'intérêt.
4. On installe alors sur la grille régulière 3D la contrainte DSI assurant la minimisation des composantes du tenseur de rétro-déformation. Cependant, afin de permettre de fortes déformations le long des failles, cette contrainte n'est pas installée sur les cellules coupées par les discontinuités (figure 4.3).
5. La seconde contrainte DSI assurant la préservation de la matière est ensuite ajoutée. Elle spécifie, comme nous allons le voir, que l'équation de continuité doit être vérifiée.
6. Selon le besoin, des contraintes DSI supplémentaires sont installées.
7. L'interpolateur DSI est alors lancé. Les vecteurs de restauration sont progressivement calculés sur tous les noeuds de la grille régulière 3D par interpolation sous le contrôle des contraintes installées.
8. Une fois la convergence atteinte, en chaque noeud α de la grille, on connaît le vecteur de restauration. On peut alors utiliser cette information pour restaurer tout objet géologique situé à l'intérieur du volume d'intérêt et, en particulier, les couches inférieures de l'empilement.

La seule difficulté revient à la formalisation des contraintes DSI, c'est-à-dire à la mise sous forme linéaire des équations préalablement présentées et surtout l'implémentation informatique fort complexe.

4.2.2 Mise sous forme DSI des contraintes fondamentales

Préservation de la matière

Quelque soit la méthode de restauration utilisée, la conservation de la matière est le premier principe à respecter. Comme on la vu précédemment, ce principe peut être formalisé par le respect de l'équation de continuité réduite, en première approximation, à l'équation suivante :

$$\operatorname{div}\{-\rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha)) \cdot \mathbf{r}(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha))\} + \frac{\partial \rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha))}{\partial t} = 0 \quad (4.5)$$

Remarque : on remarque que dans cette équation le terme de second ordre est négligé. En effet, à l'échelle d'un réservoir pétrolier, il est rare d'être confronté à des structures géologiques fortement plissées qui rendraient nécessaire la prise en compte de l'accélération $\partial^2 \mathbf{x}_{[t]}(\alpha) / \partial t^2$

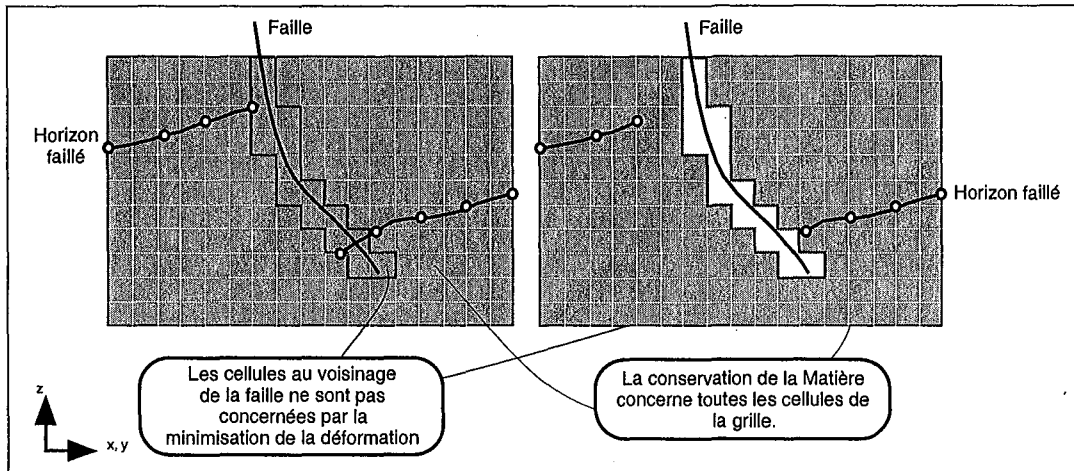


Figure 4.3 Installation des contraintes sur la grille

Les deux principes fondamentaux de préservation de la quantité de matière au cours de la restauration et de minimisation de la rétro-déformation doivent être respectés. Deux contraintes DSI sont mises en place sur la grille délimitant le domaine d'intérêt. Cependant, toutes les cellules de la grille ne sont pas équivalentes : en effet, les cellules au voisinage des failles coupant la grille ne sont pas concernées par la contrainte minimisant la déformation afin de ne pas atténuer les déformations importantes pouvant exister au niveau des discontinuités.

L'équation de continuité proposée (4.5) peut être complétée par la prise en compte des phénomènes de compaction engendrée par la pression des terrains surplombant les sédiments lors de leur enfouissement. La porosité $\phi(d)$ diminue avec la profondeur d et, en pratique, une relation empirique reliant la valeur de la porosité d'une roche à sa profondeur d'enfouissement a été proposée par Magara [Mag76] :

$$\phi(d) = \phi_0 \cdot \exp(-d/\lambda) \quad (4.6)$$

où ϕ_0 est la porosité à la profondeur $d = 0$ alors que λ est une constante définie telle que :

$$\phi(\lambda) = e \cdot \phi_0 \quad (4.7)$$

Cette diminution de la porosité au cours de l'enfouissement induit une variation de la densité des roches avec la profondeur. Dans le cas qui nous intéresse, la profondeur d d'une couche est mesurée par rapport à l'altitude z_u du plan de référence \mathcal{U} :

$$d = (z_u - \mathbf{x}_{[t]}^z(\alpha)) \Rightarrow \rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha)) = \rho_0 \cdot \{1 - \phi(z_u - \mathbf{x}_{[t]}^z(\alpha))\} \quad (4.8)$$

Supposons que ϕ_0 soit constante dans tout le domaine d'intérêt, alors on peut facilement approximer la dérivée $\partial \mathbf{x}_{[t]}^z(\alpha) / \partial t$ conformément à l'équation (4.3) :

$$\frac{\partial \mathbf{x}_{[t]}^z(\alpha)}{\partial t} \simeq -\mathbf{r}^z(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \quad (4.9)$$

Appelons $\rho'(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha))$ la dérivée de ρ par rapport à \mathbf{x}^z :

$$\rho'(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha)) = \frac{\partial \rho(\mathbf{x}_{[t]}(\alpha))}{\partial \mathbf{x}^z} = -\left(\frac{\rho_0}{\lambda}\right) \cdot \phi(z_u - \mathbf{x}_{[t]}^z(\alpha)) \quad (4.10)$$

Alors, l'équation de continuité (4.5) peut être reformulée de la façon suivante :

$$\text{div}\{\rho(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \cdot \mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))\} + \rho'(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \cdot \mathbf{r}^z(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \simeq 0 \quad (4.11)$$

Jean-Laurent Mallet note [Mal01] que :

$$\text{div}(\rho \cdot \mathbf{r}) = \frac{\partial \rho}{\partial x^z} \cdot \mathbf{r}^z + \rho \cdot \text{div}(\mathbf{r}) \quad (4.12)$$

Ce qui permet de transformer la relation (4.11) en :

$$\rho(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \cdot \text{div}\{\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))\} + 2 \cdot \rho'(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \cdot \mathbf{r}^z(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \simeq 0 \quad (4.13)$$

L'équation de continuité peut donc être linéarisée par rapport à l'inconnue "vecteur de restauration" \mathbf{r} . En effet, l'équation précédente (4.13) peut s'écrire sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}\{\mathbf{r}(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha))\} + \mu(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \cdot \mathbf{r}^z(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) \simeq 0 \\ \text{avec } \mu(\mathbf{x}_{[1]}(\alpha)) = -\frac{2}{\lambda} \cdot \frac{\phi(z_u - \mathbf{x}_{[1]}^z(\alpha))}{1 - \phi(z_u - \mathbf{x}_{[1]}^z(\alpha))} \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Le lecteur pourra se référer à [Mal01] pour voir en détail comment cette approximation de l'équation de continuité est transformée, pour chaque cellule de la grille, en une contrainte prise en compte par l'interpolateur DSI grâce à l'évaluation des dérivées partielles du vecteur de restauration \mathbf{r} au centre de la cellule.

Minimisation de la déformation

Le principe de minimisation de la déformation induite par la restauration présenté dans la section consacré à la restauration 2D reste identique lorsque l'on parle de restauration en 3D. Le champs de vecteur calculé doit minimiser les composants des six termes indépendants formant le tenseur des déformations \mathcal{E} :

$$\mathcal{E}_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j} \simeq 0 \quad \forall j \geq i \quad (4.15)$$

Il ne s'agit pas ici de détailler les principes de l'analyse de la rétro-déformation car ils seront présentés dans le chapitre suivant et sont détaillés dans [Mal01]. On peut cependant anticiper les résultats obtenus en convenant qu'au centre de chaque cellule $\mathcal{C}(\alpha)$ de la grille 3d, non coupée par une faille, minimiser les composants du tenseur des déformations revient à écrire :

$$-2 \cdot \mathcal{E}_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} = \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} + \frac{\partial \mathbf{r}^j}{\partial \mathbf{x}^i} |_{\mathcal{C}(\alpha)} \simeq 0 \quad \forall j \geq i \quad (4.16)$$

où les deux fractions représentent les dérivées partielles du vecteur de restauration $\mathbf{r}|_{\mathcal{C}(\alpha)}$ évaluées au centre de la cellule \mathcal{C} de la même façon que pour la contrainte de conservation de la matière vue précédemment.

Considérons la fonction $E_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j}(r|\alpha, \mathcal{C})$ définie par :

$$E_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j}(r|\alpha, \mathcal{C}) = 4 \cdot \left\{ \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} + \frac{\partial \mathbf{r}^j}{\partial \mathbf{x}^i} |_{\mathcal{C}(\alpha)} \right\} \simeq -8 \cdot \mathcal{E}_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} \quad \forall j \geq i \quad (4.17)$$

On peut montrer [Mal01] que cette fonction est linéaire par rapport à \mathbf{r} . La relation (4.16) de minimisation des composants du tenseur de déformation $\mathcal{E}_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j}$ au centre la cellule $\mathcal{C}(\alpha)$ est équivalente à la contrainte suivante :

$$E_{\mathbf{x}^i \mathbf{x}^j}(r|\alpha, \mathcal{C}) \simeq 0 \quad (4.18)$$

Remarque : il est très important de noter que, si la contrainte de minimisation de la déformation n'est pas appliquée aux cellules de la grille coupées par les failles afin de prendre en compte les fortes déformations localisées le long des plans de faille, par contre, la contrainte de conservation de la matière s'applique sur toutes les cellules sans exception de manière à éviter l'apparition de vide ou de recouvrements entre les blocs faillés.

Détails de l'implémentation informatique

La mise sous forme DSI des deux contraintes fondamentales peut paraître complexe et cette complexité se retrouve dans leur implémentation informatique. Néanmoins, il est possible d'optimiser le code en remarquant que de nombreux calculs sont communs aux deux contraintes. Ainsi, par exemple, la détermination des paramètres permettant le calcul des dérivées des vecteurs de restauration aux centres de cellules de la grille régulière 3D se retrouve à la fois dans la contrainte de minimisation de la déformation et dans celle de conservation de la matière. Il serait donc maladroit de dupliquer le code assurant ce calcul dans les deux contraintes.

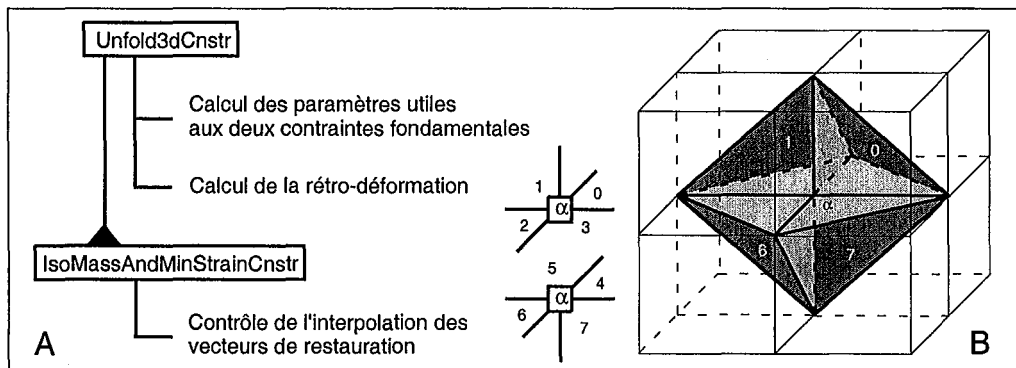


Figure 4.4 Implémentation des contraintes fondamentales

A - Grâce à la programmation orientée objet, l'architecture interne des classes peut être optimisée pour éviter la duplication du code. Dans le cas des contraintes fondamentales utilisées en restauration, la classe abstraite de base est "Unfold3dCnstr". Elle rassemble tous les outils permettant le calcul pré-opérateur des paramètres utiles à l'interpolation des vecteurs de restauration sous contrôle des contraintes fondamentales de conservation de la matière et de minimisation de la déformation et elle se charge aussi du calcul de la rétro-déformation. Les deux contraintes fondamentales sont rassemblées au sein d'une classe fille "IsoMassAndMinStrainCnstr", dérivant directement de "Unfold3dCnstr", et contenant les algorithmes permettant l'interpolation des vecteurs de restauration. B - En interne, bien que travaillant au sein de la grille régulière 3D délimitant le volume d'intérêt, les algorithmes travaillent sur des tétraèdres virtuels partitionnant les cellules de la grille. Chaque nœud α de cette grille peut être potentiellement entouré de 8 tétraèdres suivant sa position dans la grille et la présence de cellules coupées par des failles dans son voisinage direct.

La programmation orientée-objet permet d'éviter cette duplication grâce à la notion d'héritage déjà présentée lorsque le "workflow" dédié à la restauration d'un horizon a été détaillé.

Comme le montre la figure (4.4), les deux contraintes fondamentales ont été implémentées sous la forme d'une seule classe "IsoMassAndMinStrainCnstr" dérivant de la classe de base "Unfold3dCnstr".

- La classe-parent (`Unfold3dCnstr`) joue le rôle de classe abstraite dont la fonction principale est le calcul des paramètres utilisés lors de l'interpolation des vecteurs de restauration en tout noeud de la grille régulière 3D. Bien que se déroulant dans une grille régulière 3D, on discrétise le volume d'intérêt en tétraèdres virtuels qui servent de support aux calculs. Chaque noeud α de cette grille peut potentiellement être entourés de 8 tétraèdres suivant sa position dans la grille et la présence des cellules coupées par des failles dans son voisinage directe.

En outre, une des fonctionnalités de cette classe est le calcul de la rétro-déformation à partir des vecteurs de restauration une fois leur interpolation terminée.

- La classe-fille (`IsoMassAndMinStrainCnstr`) rassemble les deux contraintes fondamentales de conservation de la matière et de minimisation de la déformation. C'est ce qu'on appelle des contraintes "croisées" car elles s'influencent réciproquement. Les algorithmes exploitent les paramètres calculés et stockés dans la classe-parente (`Unfold3dCnstr`).

4.2.3 Exemples de contraintes supplémentaires

Les deux contraintes précédentes préservant la quantité de matière et minimisant la déformation induite par la restauration sont les deux contraintes fondamentales correspondant à des principes "naturels" valables pour de nombreux problèmes physiques, chimiques ou géologiques comme nous venons de le voir. Elles sont indispensables au processus de restauration même si, comme nous l'avons expliqué, leur "poids" relatif peut être modulé en fonction de différents facteurs comme la rhéologie des roches par exemple. Cependant, d'autres contraintes plus spécifiques peuvent être imaginées pour prendre en compte le comportement des roches ou des phénomènes géologiques connus. Cette sous-section présente quelques contraintes supplémentaires parmi de nombreuses possibles.

Comment modéliser un glissement banc sur banc ?

La première contrainte "géologique" que l'on peut imaginer est celle permettant de simuler un modèle de déformation par glissement banc sur banc. Dans ce cas, la déformation est le résultat du glissement des couches les unes sur les autres, leur épaisseur demeurant constante au cours de la déformation.

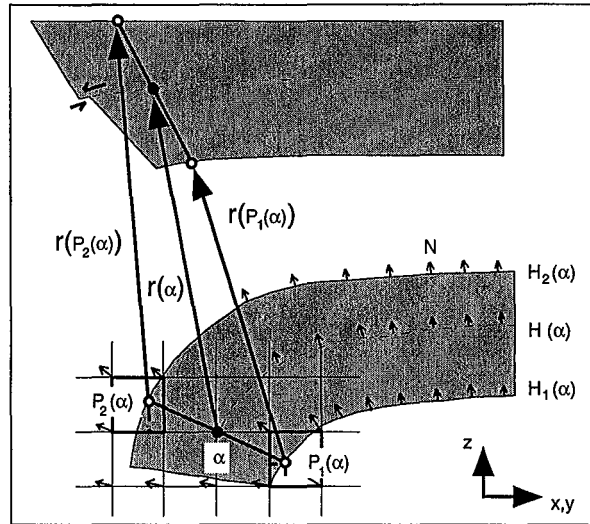


Figure 4.5 Modélisation du glissement banc sur banc

Il est plus difficile de contrôler le modèle de déformation lors d'une restauration 3d que pour la restauration d'un horizon isolé. Cependant, l'ajout de contraintes supplémentaires permet d'approcher les modèles les plus courants comme par exemple, le modèle en glissement banc sur banc. Cette contrainte "accessoire" peut être vue comme un lien souple joignant les limites de bancs et permettant la préservation de leurs épaisseurs.

Comme le suggère la figure (4.5), supposons que :

1. Les normales aux horizons géologiques sont cohérentes et que les vecteurs normaux \mathbf{N} aux horizons sont interpolés de façon à produire un champ de vecteur continu dans toute la grille qui a servi de support à l'interpolation des vecteurs de restauration \mathbf{r} .
2. Pour un nœud α de la grille, on définit un couple de points $(\mathbf{p}_1(\alpha), \mathbf{p}_2(\alpha))$ définis tels que :

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1(\alpha) = \mathbf{x}(\alpha) - \Delta \cdot \mathbf{N}(\alpha) \\ \mathbf{p}_2(\alpha) = \mathbf{x}(\alpha) + \Delta \cdot \mathbf{N}(\alpha) \end{cases} \quad (4.19)$$

où Δ représente la longueur de la diagonale des cellules de la grille. On remarque que :

$$\mathbf{p}_1(\alpha) - \mathbf{x}(\alpha) = \mathbf{x}(\alpha) - \mathbf{p}_2(\alpha) \quad (4.20)$$

Cela revient à considérer une couche "virtuelle" $H(\alpha)$ passant par le nœud α et servant de référence interne pour les deux horizons $H_1(\alpha)$ et $H_2(\alpha)$ qui lui sont alors localement parallèles, ce qui signifie que les épaisseurs relatives sont conservées au cours de la restauration. Cela revient à introduire une nouvelle contrainte vérifiant la relation suivante :

$$\begin{cases} \{\mathbf{p}_1(\alpha) + \mathbf{r}(\mathbf{p}_1(\alpha))\} - \{\mathbf{x}(\alpha) + \mathbf{r}(\alpha)\} = \\ \{\mathbf{x}(\alpha) + \mathbf{r}(\alpha)\} + \{\mathbf{p}_2(\alpha) + \mathbf{r}(\mathbf{p}_2(\alpha))\} \end{cases} \quad (4.21)$$

On en déduit que le vecteur de restauration au noeud α , $\mathbf{r}(\alpha)$, doit donc vérifier la relation suivante :

$$\mathbf{r}(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot \{\mathbf{r}(\mathbf{p}_1(\alpha)) + \mathbf{r}(\mathbf{p}_2(\alpha))\} \quad (4.22)$$

Cette relation peut facilement être mise sous la forme d'une contrainte DSI, comme cela est démontré par [Mal01].

Prise en compte de la cinématique

Dans certains cas, le géologue veut contraindre fortement le processus de restauration. Considérons, par exemple, le cas d'un chevauchement. Le géologue décide de supposer la géométrie de la faille comme connue et fixe durant la restauration. Cette hypothèse peut être traduite sous la forme d'une contrainte qui demande à tous les noeuds α situés sur le plan de faille \mathcal{F} de glisser le long de ce plan durant la restauration. Cette contrainte peut être implémentée dynamiquement sous la forme d'une contrainte DSI qui va corriger les vecteurs de restauration calculés en ces noeuds à chaque itération en les projetant sur la surface de faille (figure 4.6) :

$$\mathbf{x}(\alpha) \in \mathcal{F} \Rightarrow \mathbf{r}(\alpha) \leftarrow \{\mathbf{r}^*(\alpha) = \text{proj}_{\mathcal{F}}(\mathbf{x}(\alpha) + \mathbf{r}(\alpha)) - \mathbf{x}(\alpha)\} \quad (4.23)$$

Mais le géologue peut aussi proposer des hypothèses quant au déplacement du toit le long de la rampe. Cette seconde hypothèse est beaucoup plus restrictive car, non seulement la direction des vecteurs de restauration est supposée connue pour les noeuds situés le long de la faille mais l'amplitude du déplacement est également déterminée. Une contrainte DSI permet de fixer la valeur d'une propriété lors d'une interpolation. Sur chaque noeud concerné, cette contrainte, appliquée à chaque composante du vecteur de restauration, permet de prendre en compte les informations cinématiques données par le géologue.

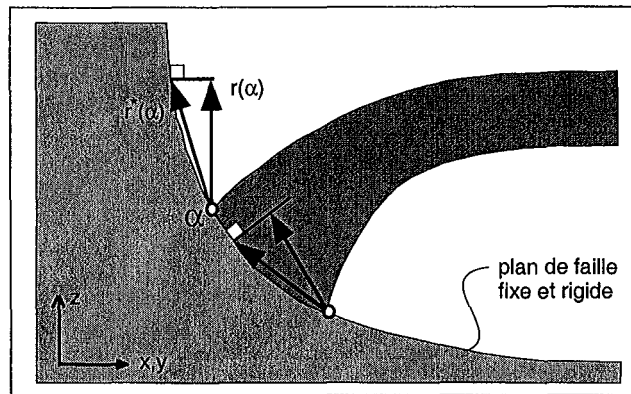


Figure 4.6 Prise en compte de la géométrie de la faille

Dans le cas où la géométrie du plan de faille est connue et que celle-ci est supposée demeurer constante au cours de la restauration, une nouvelle contrainte est appliquée pour obliger les noeuds au contact de la faille à glisser le long de la discontinuité. Pour chaque noeud α , cela revient à corriger le vecteur de restauration $r(\alpha)$ en ajoutant une projection sur le plan de faille.

Remarque : fixer la cinématique d'une partie du modèle est une contrainte très forte lorsqu'il s'agit de restaurer ce modèle. A priori, on peut se demander si les résultats obtenus ont encore un intérêt. Sur le plan de la géométrie des structures et de la cinématique du modèle, on peut en effet considérer que les hypothèses de départ déterminent complètement la géométrie et les déplacements calculés. En revanche, lorsqu'il s'agit d'analyser la rétro-déformation, ces mêmes hypothèses, réactualisées à chaque incrément de temps, permettent de retrouver pas-à-pas, les différents stades de déformation subies par les roches.

4.3 Quelques exemples d'applications

Remarque : l'étude de la rétro-déformation constitue, comme en 2 dimensions, l'un des objectifs des outils proposés. Ici, nous ne présentons pas les outils utilisés ni les résultats obtenus car ils feront l'objet d'une section à part dans le prochain chapitre. On peut cependant noter que la rétro-déformation peut de nouveau servir de critère de validité pour juger la qualité du modèle restauré.

Un modèle simple Le premier exemple est celui de la restauration d'un modèle géologique relativement simple. Comme c'est souvent le cas à l'échelle du réservoir, les couches ne sont pas très plissées. En revanche, le réseau de failles est dense. La figure (4.7) récapitule les différentes étapes de la restauration.

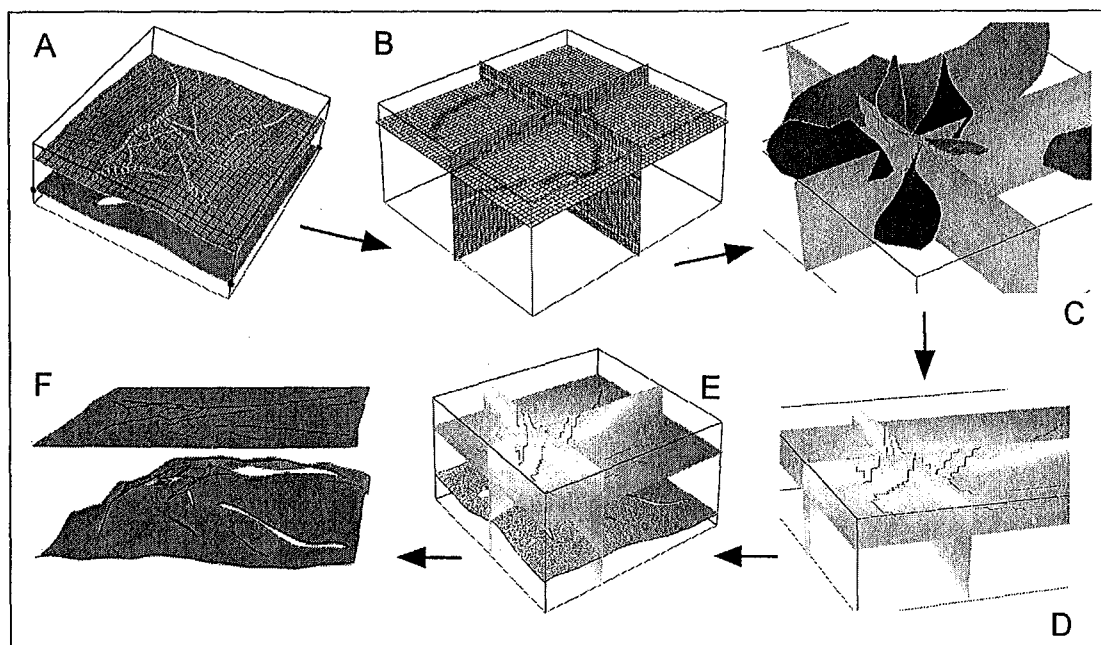


Figure 4.7 Un exemple de restauration tri-dimensionnelle

A- Les deux horizons formant la couche à restaurer délimitent le volume d'intérêt modélisé par une grille régulière. B- On suppose que les vecteurs de restauration ont été calculés sur l'horizon supérieur par la méthode que le géologue a choisie, par exemple l'approche paramétrique. Ces vecteurs sont utilisés pour initialiser la grille. Sur la figure, les zones sombres sont les cellules où la copie des vecteurs correspondants sur l'horizon a eu lieu. C- Les failles affectant le modèle intersectent aussi la grille afin de prendre en compte ces discontinuités lors de l'interpolation des vecteurs dans le volume. Sur la figure, les traces des failles sont soulignées en noir. Rappelons que dans les cellules coupées par les failles la déformation n'est pas minimisée. D- Une fois la grille prête, les contraintes de conservation de la matière et de minimisation de la déformation sont installées et l'interpolation des vecteurs peut commencer. E- Une fois la convergence atteinte, les vecteurs de restauration sont connus dans tout le volume d'intérêt et tout objet géologique inclus dans ce volume, comme par exemple l'horizon inférieur, peut être restauré grâce à ces vecteurs. F- Le résultat est satisfaisant : l'horizon inférieur a suivi le mouvement de l'horizon supérieur. Evidemment, comme aucune indication n'a été donnée pour réduire les discontinuités affectant la surface inférieure, les traces des failles sont toujours visibles.

Essai de restauration de données sismiques Une autre application directe de cette technique est la restauration de données sismiques. En effet, une coupe sismique, dans gOcad, est manipulée grâce à une grille régulière et peut donc être restaurée au même titre que tout objet appartenant au volume d'intérêt.

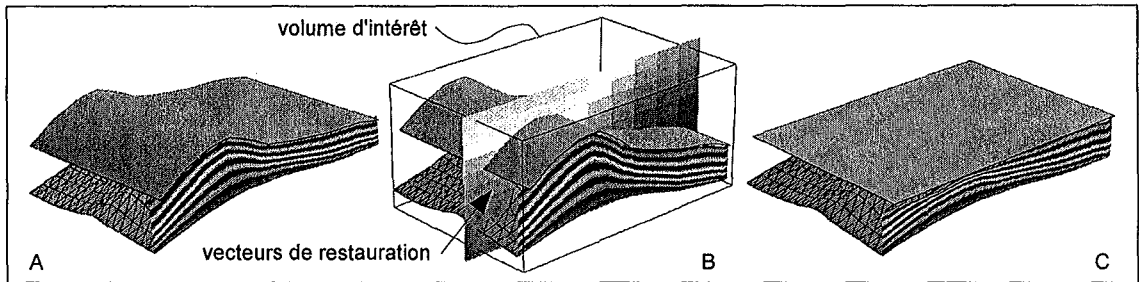


Figure 4.8 Restauration d'une coupe sismique

A - Dans gOcad, les données sismiques sont portées par une grille irrégulière qui peut être restaurée au même titre qu'une surface triangulée ou un solide tétraédrisé. **B** - Dans le cas présenté, le volume d'intérêt, délimité par une grille régulière, contient deux surfaces et la grille irrégulière portant la coupe sismique. Les vecteurs de restauration sont interpolés sur la grille régulière à partir des données fournies par la restauration de la surface sommitale. **C** - Une fois le calcul terminé, il est possible de copier les vecteurs sur les surfaces et sur la grille irrégulière, ce qui permet de restaurer à la fois les horizons et la coupe sismique.

4.4 Difficultés, critiques et améliorations proposées

4.4.1 Sensibilité numérique

À l'origine, la sensibilité numérique des algorithmes d'interpolation était la principale source de difficultés. En effet, avant de travailler avec une grille régulière, les premiers essais utilisaient un solide tétraédrisé comme modèle discret. Les contraintes DSI avaient été implémentées afin d'exploiter ce maillage particulier.

Bien que valide sur le plan théorique, cette approche a dû être abandonnée car, au moindre tétraèdre dégénéré rencontré, les erreurs engendrées se propageaient en s'amplifiant à l'approche des bords du volume. En revanche, grâce à la régularité du maillage formé par une grille régulière, ces problèmes d'instabilité numérique ont presque totalement disparus.

Remarque : les travaux récents effectués par François Lepage dans le cadre du consortium gOcad sur les maillages tétraédrisés permettent d'assurer une qualité quasi-parfaite. Il sera intéressant de tester à nouveau l'approche basée sur les solides tétraédrisés afin de comparer les résultats obtenus avec ceux issus de l'approche utilisant les grilles.

4.4.2 Performances

C'est la deuxième source de critiques. En effet, la première hypothèse faite par l'approche présentée est de considérer que la définition de la grille est suffisante pour assimiler raisonnablement la résolution du problème à la détermination d'un vecteur de restauration en chacun de ses noeuds. Le plus souvent, une grille de définition suffisante aura plusieurs dizaines de milliers de cellules. L'interpolation des vecteurs de restauration est alors une opération longue et coûteuse.

La solution que nous proposons aujourd'hui est d'utiliser la technique d'interpolation multi-grille, c'est-à-dire d'interpoler les vecteurs de restauration sur des grilles de plus en plus fines en partant d'une grille grossière. Du point de vue pratique, il s'agit la d'un point important et pour de plus amples informations concernant cette méthode de calcul, le lecteur pourra se référer à la seconde annexe de ce mémoire.

4.5 Conclusions

L'approche que nous proposons aujourd'hui pour la restauration équilibrée de structures géologiques en 3D est basée sur l'analogie qui consiste à considérer que dans les premiers kilomètres de l'écorce terrestre les roches se comportent comme un fluide visqueux.

Cette analogie de comportement, combinée aux principes fondamentaux de conservation de la matière et de minimisation de l'énergie de déformation, sont traduites sous la forme de relations mathématiques linéaires. Ces relations servent à définir, dans le cadre du logiciel gOcad, des contraintes contrôlant le calcul des vecteurs de restauration par interpolation sur une grille régulière.

Les premiers résultats obtenus sont encourageants grâce, notamment, à l'utilisation de méthodes accélérant la phase d'interpolation. De ce point de vue, on peut considérer le travail effectué comme apportant un progrès dans le domaine de la restauration équilibrée en trois dimensions. Il serait cependant illusoire de considérer que cette approche va permettre de tout restaurer. Les approximations faites lors de la formulation des contraintes 4.3 et les performances des outils informatiques limitent l'utilisation de cette méthode aux structures légèrement à moyennement plissées ce qui est le plus souvent le cas dans un réservoir pétrolier.

Enfin, l'approche proposée permet de mettre en évidence des propriétés très intéressantes du modèle restauré. En particulier, la rétro-déformation, calculée à partir des vecteurs de restauration, peut être utilisée non plus seulement pour valider le modèle restauré mais aussi, dans certains cas, pour apporter une connaissance précise de ce modèle comme nous le verrons dans le chapitre suivant.

Développements Complémentaires

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté de nouvelles méthodes de restauration en deux et trois dimensions. Dans le cadre de ce travail, des outils complémentaires ont été développés afin de compléter ces méthodes ou d'exploiter les résultats obtenus, en particulier, la déformation induite par la restauration, aussi appelée rétro-déformation. Dans la première section de ce dernier chapitre, nous expliquons comment la rétro-déformation peut être calculée et représentée lors de la restauration d'un horizon ou d'une couche géologique.

Enfin, lors de l'implémentation et la mise au point des méthodes présentées dans cette thèse, nous nous sommes rendus compte que l'une des causes majeures pénalisant la restauration est le manque d'informations disponibles pouvant servir de données sûres. Notre préoccupation a alors été d'exploiter au maximum toute l'information portée par les données géologiques grâce à des outils d'analyse du modèle géologique et principalement d'étude des failles. La seconde section de ce chapitre récapitule les travaux, effectués durant cette thèse, concernant la géométrie des failles et les relations qui peuvent exister entre elles au sein d'un réseau.

5.1 Analyse de la rétro-déformation

L'analyse du champs de déformation affectant un horizon ou une couche géologique au cours du temps est l'un des objectifs essentiels des recherches en géologie structurale. Cette section a pour but de présenter les principes mathématiques permettant d'étudier cette information, à partir des approches de la restauration préalablement détaillées. Dans la première sous-section, nous nous propo-

sons de caractériser d'une manière simple ce qu'est une déformation du point de vue de la géométrie différentielle et comment cette déformation peut être étudiée et visualisée. Dans la seconde sous-section, nous appliquons ces principes aux horizons et aux couches géologiques en expliquant les applications possibles de cette étude dans le cadre des techniques de restauration proposées.

5.1.1 Principes mathématiques

En reprenant les notations choisies dans le troisième chapitre de ce mémoire, on peut généraliser le concept de représentation paramétrique d'une région \mathcal{R} plongée dans \mathbb{R}^n comme la mise en correspondance de cette région avec une carte \mathcal{C} de \mathbb{R}^n . Cette carte est une partie d'un domaine \mathcal{D} , appelé domaine paramétrique.

Si l'on considère un repère local $R_{(u^1, u^2, \dots, u^n)}$ défini sur \mathcal{C} de telle sorte que tout point \mathbf{u} de \mathcal{C} puisse être repéré par ses coordonnées (u^1, u^2, \dots, u^n) alors, ce point \mathbf{u} est associée à une image unique $\mathbf{x}(\mathbf{u})$ dans \mathcal{R} telle que :

$$\mathbf{p} \in \mathcal{R} \Rightarrow \exists \mathbf{u} = [u^1, u^2, \dots, u^n]^t \in \mathcal{D} : \mathbf{x}(\mathbf{u}) = \mathbf{p} \quad (5.1)$$

Dans le cadre d'une application géologique, on réduit \mathcal{R} à l'espace 3D ($n = 3$). Dans ce cas, l'image de \mathbf{p} a trois composantes qui peuvent être notées comme suit :

$$\mathbf{x}(\mathbf{u}) \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{x}^x(\mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^y(\mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^z(\mathbf{u}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^1(\mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^2(\mathbf{u}) \\ \mathbf{x}^3(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \forall \mathbf{u} \in \mathcal{D} \quad (5.2)$$

Nous supposons que la transformation \mathbf{x} est deux fois dérivable par rapport à u^i et nous rappelons qu'alors la notation suivante est utilisée :

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_{u^i} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u^i} \\ \mathbf{x}_{u^i u^j} = \frac{\partial \mathbf{x}_{u^j}}{\partial u^i} = \frac{\partial \mathbf{x}_{u^i}}{\partial u^j} \end{array} \right. \quad (5.3)$$

Dans le cadre de la restauration d'un horizon ou d'une couche géologique, on suppose que le milieu est continu et qu'à l'instant du dépôt ($t = 0$), le volume occupe la région $\mathcal{R}_{[0]}$ alors qu'aujourd'hui ($t = 1$), c'est la région \mathcal{R} qui est occupée.

On appelle "tenseur métrique" associé à \mathcal{R} et noté G , le tenseur défini par :

$$G = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{u^1} \cdot \mathbf{x}_{u^1} & \mathbf{x}_{u^1} \cdot \mathbf{x}_{u^2} & \cdots & \mathbf{x}_{u^1} \cdot \mathbf{x}_{u^n} \\ \mathbf{x}_{u^2} \cdot \mathbf{x}_{u^1} & \mathbf{x}_{u^2} \cdot \mathbf{x}_{u^2} & \cdots & \mathbf{x}_{u^2} \cdot \mathbf{x}_{u^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_{u^n} \cdot \mathbf{x}_{u^1} & \mathbf{x}_{u^n} \cdot \mathbf{x}_{u^2} & \cdots & \mathbf{x}_{u^n} \cdot \mathbf{x}_{u^n} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

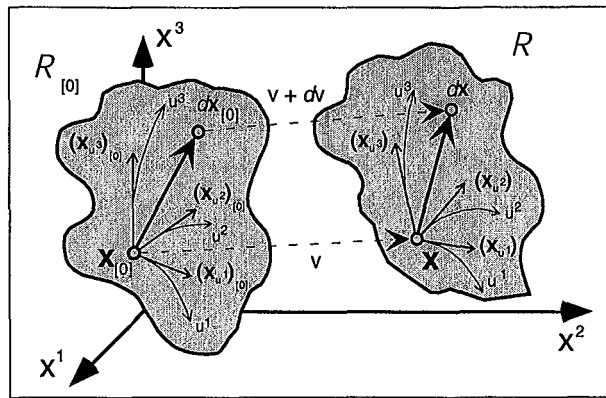


Figure 5.1 Déplacement et déformation d'une région au cours du temps

Au sein de la région à l'instant $t = 0$, un repère local est défini par les vecteurs \mathbf{x}_{u^i} et tout vecteur $d\mathbf{x}_{[0]}$ peut être exprimé par ses coordonnées dans ce repère. Au cours du temps, la région se déplace et se déforme et avec elle le repère local. Dans ces conditions, le vecteur $d\mathbf{x}_{[0]}$ évolue et devient $d\mathbf{x}$. Cependant ses coordonnées locales restent inchangées. Pour chacun des deux états, le tenseur métrique peut être déterminé (G et $G_{[0]}$) et, à partir de ces informations, le tenseur covariant des déformations (\mathcal{E}) est calculé.

De la même manière, on peut associer à la région $\mathcal{R}_{[0]}$ le tenseur métrique $G_{[0]}$.

Comme le montre la figure (5.1), nous pouvons utiliser les vecteurs \mathbf{x}_{u^i} pour définir un repère local à la région. Au cours du temps, ce repère bouge avec le milieu ce qui implique que, par rapport à celui-ci, les particules de la région demeurent immobiles. Ainsi, les coordonnées de toute particule de R par rapport à ce repère restent inchangées au cours du temps.

Par exemple, le vecteur infinitésimal $d\mathbf{x}_{[0]}$, observé à l'instant $t = 0$ dans la région $\mathcal{R}_{[0]}$, devient le vecteur $d\mathbf{x}$ à l'instant t dans \mathcal{R} :

$$\left| \begin{array}{l} t = 0 : d\mathbf{x}_{[0]} = \sum_i du^i \cdot (\mathbf{x}_{u^i})_{[0]} \\ t : d\mathbf{x} = \sum_i du^i \cdot (\mathbf{x}_{u^i}) \end{array} \right. \quad (5.5)$$

En Mécanique des Milieux Continus, on appelle tenseur covariant des déformations, le tenseur dont les composantes, par rapport au repère local, sont définies par la matrice symétrique ($n \times n$) suivante notée \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot \{G - G_{[0]}\} \quad (5.6)$$

Les tenseurs G et $G_{[0]}$ permettent aussi de déterminer le coefficient de dilatation θ représentant les variations de déformation au sein de la région :

$$\theta = 1 - \sqrt{\frac{\det(G_{[0]})}{\det(G)}} \quad (5.7)$$

5.1.2 Quelles sont les informations disponibles ?

A partir des tenseurs métriques G et $G_{[0]}$ et du tenseur covariant de déformation \mathcal{E} , il est possible de retrouver de nombreuses informations concernant le champ de déformation affectant une structure géologique. Cette sous-section explique comment calculer les paramètres de la déformation les plus utilisés en géologie structurale.

Les déformations principales

Nous considérons désormais le tenseur S appelé tenseur Eulérien des déformations dont les composantes correspondent aux composantes du tenseur \mathcal{E} relativement au repère local attaché à la région dans son état déformé. Ainsi, il peut être compris comme la mesure des déformations du point de vue de la région dans son état déformé.

$$S = \frac{1}{2} \cdot \{I - G^{-1} \cdot G_{[0]}\} \quad (5.8)$$

A partir de ce tenseur S , il est possible de déterminer les directions des déformations principales $\{\mathbf{W}_{(i)}\}$ qui correspondent aux vecteurs propres du tenseur normalisés et les élongations $\{e_{(i)}\}$ associées à ces directions, qui peuvent être calculées à partir des valeurs propres $\{\lambda_i\}$ [Mal01] :

$$e_{(i)} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \lambda_i} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (5.9)$$

Ces propriétés sont intrinsèques à la région déformée. Elles ne dépendent pas du repère local choisi.

Les invariants du tenseur des déformations

Au delà des directions principales de la déformation et des élongations dans ces directions, il est possible d'obtenir des informations supplémentaires concernant la déformation.

Si nous reprenons le tenseur covariant des déformations \mathcal{E} , les composantes de celui-ci dépendent fortement du système de coordonnées choisi et, de ce fait, elles ne peuvent pas être utilisées directement pour caractériser la déformation.

En revanche, des propriétés intrinsèques de ce tenseur, appelées "invariants" peuvent être calculées et utilisées comme il est démontré dans [Mal01]. Ces invariants ont généralement la forme d'une combinaison linéaire de composantes

du tenseur, comme par exemple sa trace ou son déterminant, ou de ses valeurs propres. Ces propriétés peuvent être considérées comme des "attributs structuraux" définissant l'état de la déformation affectant la région étudiée.

5.1.3 Application à un horizon restauré

Caractérisation de la rétro-déformation

Dans le chapitre 3, nous avons démontré que la restauration équilibrée d'un horizon géologique peut être comprise comme le passage d'une représentation paramétrique d'un domaine paramétrique, qui représente l'état actuel de l'horizon ($t = 1$), à une autre représentation de ce même domaine qui correspond à son état restauré ($t = 0$) (figure 3.6). En règle générale, une déformation apparaît lors de cette opération et le tenseur des déformations locales associé (\mathcal{E}) est déterminé par la relation suivante :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{T_{[1]}} - \mathbf{G}_{T_{[0]}}) \quad (5.10)$$

où $\mathbf{G}_{T_{[1]}}$ et $\mathbf{G}_{T_{[0]}}$ représentent les tenseurs métriques définis sur le triangle T et associés aux deux représentations paramétriques.

En règle générale, on peut supposer qu'au moment du dépôt, les sédiments sont soumis à leur poids uniquement et, dans ce cas, le tenseur métrique $\mathbf{G}_{T_{[0]}}$ est assimilé au tenseur unité I . La relation (5.10) devient alors :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{G}_{T_{[1]}} - I) \quad (5.11)$$

En utilisant les relations (5.7) et (5.9), il est alors facile de déterminer les directions principales de la déformation, ainsi que les élongations associées et le coefficient de dilatation θ_T .

Outils de visualisation

Afin de visualiser les informations obtenues sur la rétro-déformation affectant l'horizon, des outils ont été créés. Dans un premier temps, les propriétés scalaires, comme les élongations, la dilatation ou les invariants du tenseur de déformation, peuvent être facilement représentées sur la surface triangulée utilisée par gOcad. En ce qui concerne les directions principales de déformation, nous proposons de visualiser les vecteurs directement sur la surface ou l'ellipse de déformation associée.

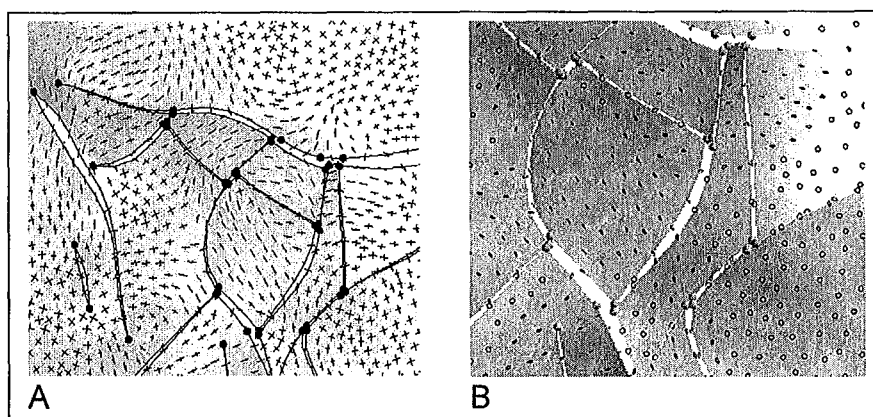


Figure 5.2 Modes de visualisation de la déformation d'un horizon

A - Le premier mode de visualisation montre les directions principales de la déformation sur l'ensemble de l'horizon. La taille relative de ces vecteurs dépend des élongations calculées et un facteur d'amplification peut être fixé par l'utilisateur pour permettre de visualiser correctement les faibles déformations. **B** - Un autre mode de visualisation consiste à montrer les ellipses correspondant aux directions de déformation.

Remarque : pour la plupart des horizons géologiques, la restauration entraîne une déformation limitée. Les élongations calculées sont donc souvent très proches de zéro et, afin de les visualiser correctement, il est souvent nécessaire de les amplifier. Au niveau de la représentation graphique, un facteur d'amplification, contrôlé par l'utilisateur, permet cette opération.

5.1.4 Application à un volume restauré

Comment calculer la rétro-déformation dans une grille ?

On se rappelle qu'au centre de chaque cellule $\mathcal{C}(\alpha)$ de la grille 3d, qui délimite le volume d'intérêt, les composants du tenseur des déformations sont définis par la relation générale suivante [Mal01] :

$$2 \cdot \mathcal{E}_{x^i x^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} = \frac{\partial \mathbf{r}^i}{\partial \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} + \frac{\partial \mathbf{r}^j}{\partial \mathbf{x}^i} |_{\mathcal{C}(\alpha)} - \sum_k \frac{\partial \mathbf{r}^k}{\partial \mathbf{x}^i} |_{\mathcal{C}(\alpha)} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^k}{\partial \mathbf{x}^j} |_{\mathcal{C}(\alpha)} \quad \forall j \geq i \quad (5.12)$$

où les fractions représentent les dérivées partielles du vecteur de restauration $\mathbf{r}|_{\mathcal{C}(\alpha)}$ évaluées au centre de la cellule.

Ainsi, pour chacun des noeuds α de la grille, il est possible d'approximer le tenseur \mathcal{E} par la moyenne des tenseurs calculés aux centres des $|\mathcal{R}^f(\alpha)|$ cellules partageant le noeud α et non coupées par une faille :

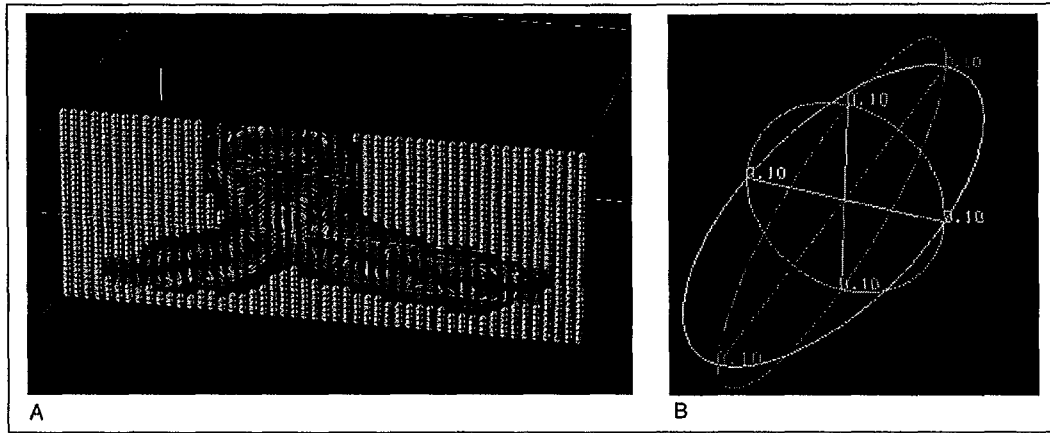


Figure 5.3 Modes de visualisation de la déformation dans un volume

A - Cet exemple montre que dans la grille régulière délimitant le volume d'intérêt, il est possible de représenter les ellipsoïdes qui peuvent, dans le cas qui nous intéresse, représenter l'état de déformation. (Image D. Ledez)
 B - Ces figures sont construites à partir des trois directions principales de déformation calculées à partir des vecteurs de restauration.

$$\mathcal{E}_{x^i x^j}(\alpha) = \frac{1}{|\mathcal{R}^f(\alpha)|} \cdot \sum_{c \in \mathcal{R}^f(\alpha)} \mathcal{E}_{x^i x^j} |c(\alpha)| \quad (5.13)$$

Outils de visualisation

Sur une grille régulière pouvant contenir des centaines de milliers de cellules, la visualisation de la rétro-déformation est une opération difficile. En effet, si les propriétés scalaires la caractérisant, comme par exemple la dilatation volumique, sont aisément représentées au moyen des outils existant dans gOcad, cette opération est plus complexe pour les directions principales de déformation, qui doivent être visualisées sous la forme de vecteurs.

Plusieurs essais ont été effectués, notamment par David Ledez, pour déterminer la visualisation la plus pratique. Nous avons finalement choisi de montrer les directions principales de déformation au sein de la grille mais en utilisant une définition plus grossière pour éviter toute surcharge graphique rendant cette visualisation inexploitable. De plus, dans le même esprit que la représentation des ellipses de déformation sur un horizon, nous avons testé la représentation des ellipsoïdes de déformation sur le volume. Cette approche, qui doit être encore adaptée et validée, représente une alternative intéressante car plus intuitive pour le géologue structural.

5.1.5 Que montre la rétro-déformation ?

Lorsque l'approche paramétrique de la restauration d'un horizon géologique a été présentée dans le chapitre 3 de ce mémoire, nous avons proposé d'utiliser la rétro-déformation comme critère de validité du modèle restauré. De la même façon, dans le chapitre précédent traitant de la restauration de structures en 3 dimensions, le premier exemple montre que la rétro-déformation calculée sur la grille est un moyen d'appréhender la qualité du modèle restauré.

D'autre part, on a vu que, lorsqu'on choisit de contrôler le champ des déplacements dans le volume d'intérêt, la rétro-déformation calculée à chaque étape de la restauration aura une signification différente et pourra être utilisée autrement que dans un seul objectif de contrôle de la qualité du modèle initial.

Il est donc utile de détailler les significations et les applications de cette information pour les différentes utilisations des outils de restauration.

Contrôle de la qualité du modèle

Dans le cas le plus simple où la restauration équilibrée est utilisée dans un but de contrôle de la qualité d'un modèle géologique, nous avons vu que les paramètres définis par le géologue sont limités le plus souvent au modèle de déformation supposé et à l'ajout des deux contraintes fondamentales de conservation de la matière et de minimisation de l'énergie de déformation.

La rétro-déformation calculée a alors une signification si on la considère dans une optique de contrôle de la qualité du modèle restauré. En effet, nous avons vu dans les différents exemples proposés, qu'une zone du modèle montrant une rétro-déformation anormalement élevée pouvait être la conséquence d'une erreur de modélisation. De plus, en comparant l'inverse de cette déformation induite par la restauration avec la déformation théorique correspondant au modèle de déformation choisi, il est parfois possible d'infirmer ou de confirmer le choix effectué. Cependant, en absence de données supplémentaires, la rétro-déformation ne permet rien de plus.

En effet, comme le montre la figure (5.4), seul l'état actuel et l'état initial de la structure sont disponibles et, de ce fait, la rétro-déformation n'est pas représentative de l'état des déformations affectant le modèle actuel. Le "chemin de déformation" a été perdu et, malheureusement, c'est cette information qui doit être utilisée lorsque l'on veut étudier les conséquences des déformations dans la structure.

Amélioration de la connaissance du modèle

Dans certains cas précis, la rétro-déformation peut apporter une information précieuse au géologue voulant analyser le modèle restauré. En associant des

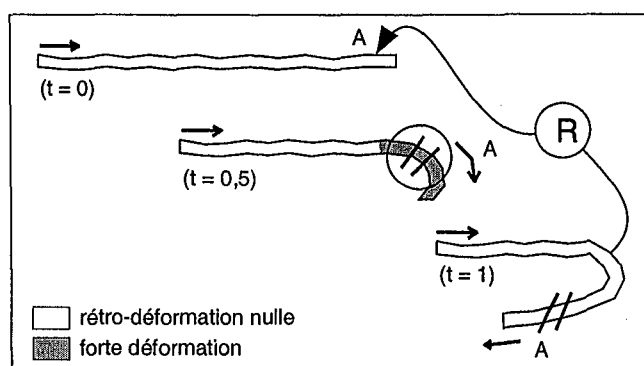


Figure 5.4 Limite dans l'analyse de la rétro-déformation

Si l'on considère l'évolution de la région A au cours du temps, on constate qu'au stade initial ($t = 0$), la région était horizontale et plane. Au stade intermédiaire ($t = 0,5$), la région est fortement déformée ce qui peut entraîner l'apparition de failles dans cette zone. Ces failles sont parfois de dimension réduite ce qui les rend difficiles à distinguer sur des profils sismiques. Le géologue peut donc les "oublier" lors de la construction du modèle. L'état final ($t = 1$) montre de nouveau une région A sub-horizontale et plane. La rétro-déformation locale de la couche en A est nulle et pourtant, des déformations existent localement. Il ne faut donc pas compter, dans ce cas, sur l'information fournie par la rétro-déformation pour localiser les failles par exemple.

contraintes fortes lors du calcul des vecteurs de restauration (avec, par exemple, un champs des déplacements partiellement déterminé par le géologue ce qui est le cas lorsqu'on oblige la faille à rester fixe durant la restauration) et en effectuant une restauration progressive par étapes successives ("back-stripping"), il est possible de retrouver le "chemin de déformation" à partir des rétro-déformations partielles calculées à chaque étape.

Dans ce cas, il est probable que cette information soit corrélable avec d'autres propriétés du modèle comme par exemple, la perméabilité des roches ou la densité de fracturation. gOcad propose de puissants outils de corrélation croisée permettant une investigation complète de ces relations (figure 5.5). On peut alors imaginer d'utiliser, par exemple, la rétro-déformation comme un indice de la présence de failles sub-sismiques.

5.2 Failles et Restauration : quelles informations et pourquoi faire ?

Quelque soit l'utilisation faite des outils de restauration équilibrée, on constate que la première étape essentielle du processus consiste à rassembler le maximum d'informations fournies par le modèle géologique. Ces informations peuvent être de nature différente comme par exemple, la rhéologie des roches présentes ou la géométrie des structures. Dans cette section, nous montrons comment exploiter les

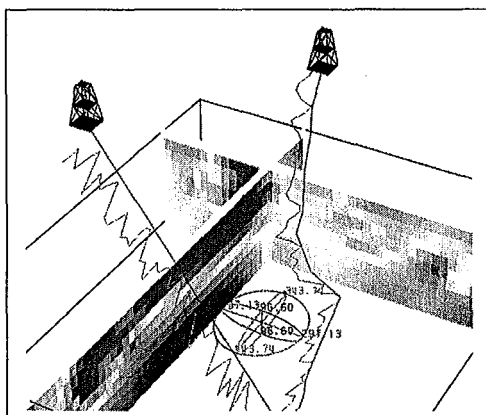


Figure 5.5 Corrélation croisée rétro-déformation / données de puits

gOcad dispose de tous les outils statistiques permettant de corréler des propriétés comme les données de puits avec la rétro-déformation, représentée ici par un ellipsoïde.

informations portées par les failles et, en particulier nous proposons de déterminer le champs de déplacement le long d'une faille à partir de sa courbure en expliquant l'utilisation qui peut être faite de cette information pour corriger sa géométrie et pour améliorer la restauration de l'horizon qu'elle affecte.

5.2.1 Principes et hypothèses de base

Si nous supposons que la surface de faille est rigide et que les blocs faillés demeurent en contact lors de la déformation, la surface de faille doit nécessairement appartenir à une catégorie géométriquement bien définie [LMT93] [TGMM96] [Thi94] : par exemple un plan, un cylindre, une surface de révolution sont des candidats possibles au statut de faille car tous permettent aux deux blocs de glisser l'un sur l'autre. En revanche, une surface dont la géométrie ressemblerait, par exemple, à celle d'une "boîte à oeufs" ne permet pas un glissement des blocs adjacents. Intuitivement, une telle surface ne peut pas être une faille valide.

Une surface de faille possède donc des propriétés intrinsèques qui la caractérisent et vont servir de base à des contraintes DSI spécifiques devant être utilisées lors de la modélisation de cette faille. Pour ce faire, nous considérons désormais qu'une faille \mathcal{F} est assimilée à une surface triangulée $\mathcal{T}(\mathcal{F})$ dont chacun des noeuds α est repéré par sa position $\mathbf{x}(\alpha)$ dans l'espace 3D.

Les deux blocs b_1 et b_2 délimités par la faille \mathcal{F} (figure 5.6) glissent le long du plan de faille et la direction de ce déplacement relatif peut être modélisé sous la forme d'un champs de vecteurs définis en chaque noeud de la surface $\{\mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha)) : \mathbf{x}(\alpha) \in \mathcal{F}\}$ de telle façon que celle-ci soit partout tangente à ces vecteurs. Une analogie pratique consiste à comparer ces vecteurs aux "stries" gravées sur le miroir de la faille et parallèles à la direction de déplacement.

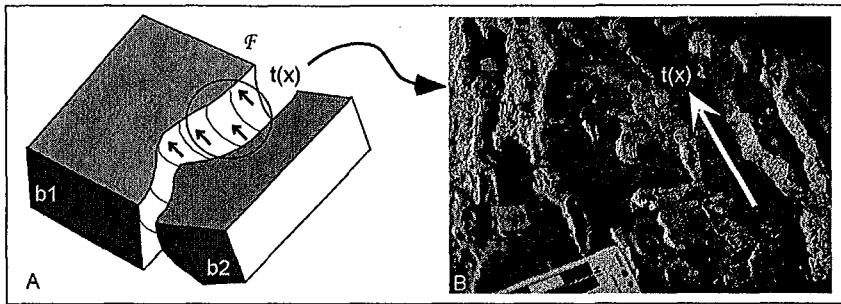


Figure 5.6 Déplacements sur le plan de faille

A - Les deux blocs rigides b_1 et b_2 glissent le long du plan de faille \mathcal{F} . Cette surface est tangente en tout point au champ de vecteurs $\{t(x) : x \in F\}$ définissant le déplacement des blocs le long de la faille. B - Vue d'un plan de faille affectant une roche calcaire et montrant des recristallisation de calcite orientées parallèlement à la direction du déplacement. Ces structures d'échelle millimétrique à pluri-centimétrique permettent de définir les "stries de faille" représentatives du champs de déplacement le long du plan de faille. (Photographie Cornell University).

5.2.2 Comment corriger la géométrie d'une faille ?

Sans répéter les remarques faites dans le premier chapitre de ce mémoire au sujet des limites liées aux méthodes de modélisation, nous pouvons cependant rappeler que les failles sont les structures géologiques du sous-sol les plus difficiles à construire car les données disponibles (coupes sismiques, données de puits) sont le plus souvent très incomplètes à proximité de la zone faillée.

Le caractère partiel des données disponibles lors de la modélisation d'une faille oblige le géologue à approximer sa géométrie en interpolant ces données. De nombreuses techniques existent pour corriger ou compléter le résultat de cette interpolation. Ces approches sont basées sur la connaissance du mécanisme de déformation [WJM86] [WY91] ou sur des informations fournies par l'analyse des propriétés intrinsèques de la faille. Aujourd'hui, c'est le calcul et l'analyse du champs de déplacement le long du plan de faille qui vont être utilisés pour corriger sa géométrie.

En effet, la surface de faille doit être partout tangente au champs de déplacement calculé ou observé en chacun de ses points. Donc, si ce champs est connu ou défini par le géologue, il est alors possible de corriger la géométrie du plan de faille pour être en cohérence avec les déplacements. C'est cette approche que nous allons développer dans cette sous-section.

Calcul du champs de déplacement à partir de la courbure

Dans un premier temps, considérons que le long de la faille F , le champs de déplacement est inconnu et qu'aucune information supplémentaire ne peut être

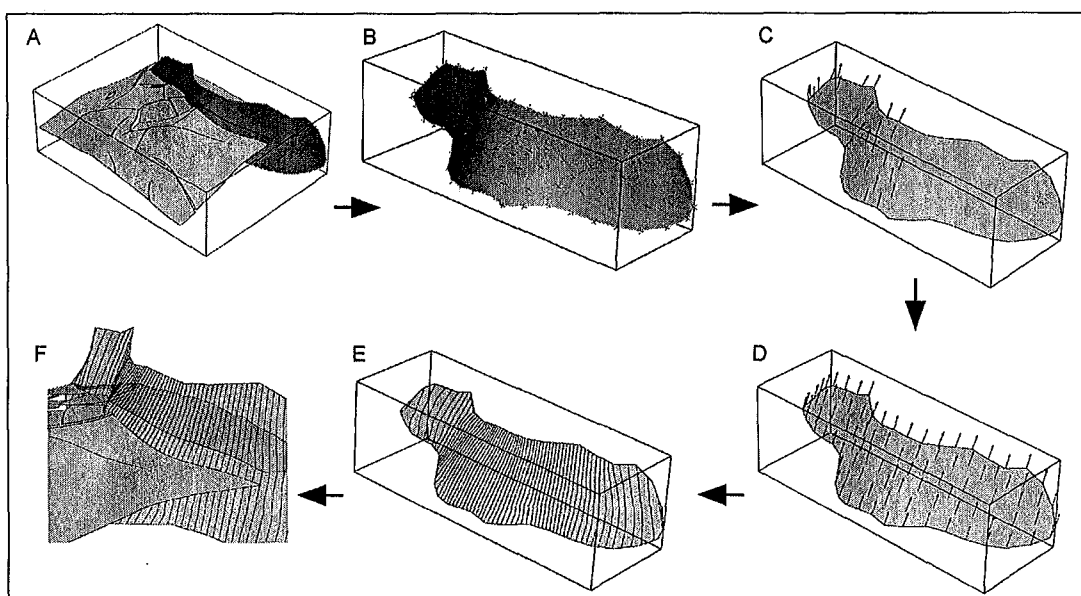


Figure 5.7 Champs de déplacement à partir de la courbure d'une faille

A - Si nous supposons que dans ce modèle la faille affectant l'horizon est la seule disponible, il peut être intéressant d'utiliser la courbure du plan de faille pour estimer les vecteurs de déplacement le long de celui-ci. **B** - La surface de faille est représentée par un ensemble de triangles et en chacun de ses noeuds, deux directions correspondant respectivement aux courbures maximale et minimale sont déterminées. **C** - Dans la zone de la faille où l'amplitude entre la courbure minimale et la courbure maximale est supérieure au paramètre λ choisi par l'utilisateur, les vecteurs de déplacement sont fixés parallèlement à la direction de courbure minimale. **D** - En supposant le champs de déplacement continu sur la faille, une simple interpolation permet de calculer les vecteurs de déplacement sur l'ensemble de la surface. **E** - A partir de ces vecteurs, les "stries" virtuelles sont calculées. **F** - Ces stries représentent une nouvelle information qui peut être utilisée, par exemple, pour corriger la géométrie de la faille ou assurer, comme nous l'avons déjà vu dans le chapitre 3, la cohérence des résultats lors de la restauration de l'horizon affecté par la faille.

utilisée pour le connaître, même partiellement (ce qui est souvent le cas d'une faille isolée) (figure 5.7 A). Il est alors naturel de songer à utiliser la courbure du plan de faille pour déterminer un champs de déplacement possible (figure 5.7 B).

En effet, dans certains cas, il existe une relation entre la courbure du plan de faille et le champs de déplacement géométriquement possible. Dans le cas d'une surface ondulée, par exemple, on comprend intuitivement que les ondulations contrôlent la direction du déplacement. Cette approche a déjà été utilisée précédemment dans les travaux de Gratier et Thibaut [TGMM96] [Thi94].

Cependant, si on n'y prend pas garde, les erreurs de modélisation ont pour conséquence indirecte de fausser le calcul des vecteurs de déplacement. En effet, si la faille est trop éloignée de sa géométrie réelle, les vecteurs calculés à partir de ses courbures peuvent être faux. De même, si le plan de faille est assimilable à une

surface sphérique ou à un plan parfait, alors les courbures sont indéterminées et, dans ce cas, les vecteurs de déplacement sont impossibles à calculer directement. Afin de contourner ces difficultés, nous réduisons notre périmètre de travail aux zones de la faille où les courbures principales sont suffisamment différentes.

Soit k_1 et k_2 les courbures principales calculées sur le plan de faille \mathcal{F} (on suppose $|k_1| \geq |k_2|$), alors, dans le périmètre établi, la différence absolue de ces courbures est supérieure à une limite λ fixée par le géologue. On suppose alors que la direction du déplacement $\mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha))$ est constante et parallèle à la direction de la courbure minimale absolue normalisée $\mathbf{t}_{min}(\mathbf{x}(\alpha))$:

$$\left| \begin{array}{l} |k_2(\mathbf{x}(\alpha)) - k_1(\mathbf{x}(\alpha))| > \lambda \\ \mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha)) = \pm \mathbf{t}_{min}(\mathbf{x}(\alpha)) = \begin{cases} \mathbf{t}_1(\mathbf{x}(\alpha)) & \text{si } |k_1(\mathbf{x}(\alpha))| > |k_2(\mathbf{x}(\alpha))| \\ \mathbf{t}_2(\mathbf{x}(\alpha)) & \text{si } |k_2(\mathbf{x}(\alpha))| > |k_1(\mathbf{x}(\alpha))| \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.14)$$

où $\mathbf{t}_1(\mathbf{x}(\alpha))$ et $\mathbf{t}_2(\mathbf{x}(\alpha))$ sont les courbures absolues normalisées correspondant à $k_1(\mathbf{x}(\alpha))$ et $k_2(\mathbf{x}(\alpha))$ respectivement. Pour lever l'ambiguïté sur l'orientation de $\mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha))$, on choisit arbitrairement de conserver la solution à composante z positive :

$$\mathbf{t}^z(\mathbf{x}(\alpha)) \geq 0 \quad (5.15)$$

Ces vecteurs sont fixés sur la surface de faille grâce à la contrainte DSI appelée "Control Node Property" et demeurent invariables jusqu'à la fin du processus.

Remarque : cette contrainte est modulée par un facteur proportionnel à la valeur absolue de la différence entre $k_1(\mathbf{x}(\alpha))$ et $k_2(\mathbf{x}(\alpha))$. De ce fait, si ces deux courbures sont trop proches l'une de l'autre, la direction $\mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha))$ n'est plus associée à la direction de déplacement.

Désormais, la faille F porte, dans le périmètre valide, des vecteurs de déplacement parallèles à la direction de courbure minimum et orientés tels que leur composant suivant l'axe z soit positive (figure 5.7 C). En supposant que le champ de déplacement est continu sur l'ensemble de la faille, l'étape suivante est l'interpolation des vecteurs de déplacement sur la surface (figure 5.7 D).

Utilisation des intersections entre failles pour déterminer le déplacement

Dans le cas où la faille étudiée n'est plus isolée mais appartient à un réseau de failles inter-connectées, nous proposons d'utiliser les intersections entre cette faille et ses voisines pour contraindre les déplacements.

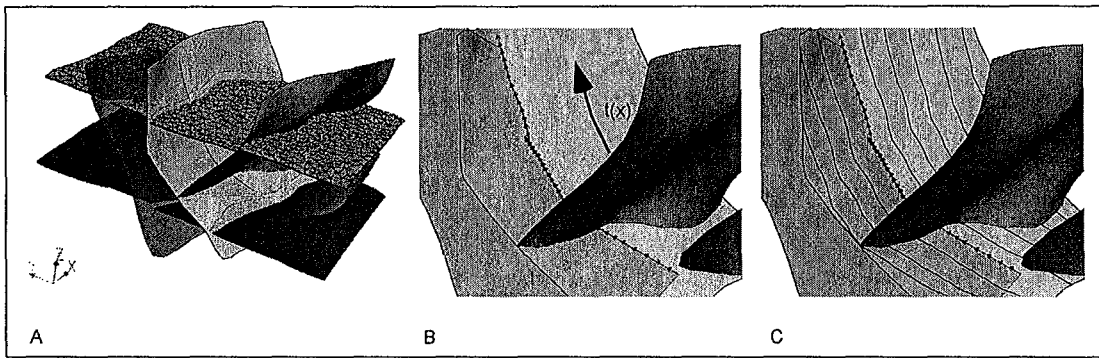


Figure 5.8 Intersections de failles et déplacements

A - Dans ce modèle, la faille principale (de couleur claire) n'est pas isolée car deux failles secondaires la recoupent, de part de d'autre du plan de faille. La première faille secondaire, la plus en avant de notre point de vue, voit sa ligne d'intersection être sub-horizontale. Dans ce cas précis, il est évident que l'algorithme ne doit pas prendre en compte l'orientation de cette intersection pour contraindre les vecteurs de déplacement. **B** - En revanche, la seconde faille secondaire (en arrière plan sur la figure) coupe la faille principale suivant une ligne qui n'est pas sub-horizontale. Son orientation peut, cette fois-ci, être utilisée comme support lors de l'interpolation des vecteurs de déplacement. Le long de cette ligne de contact, des vecteurs sont fixés en guise de contraintes et l'interpolateur DSI assurera le respect de ces contraintes lors du calcul du champs de déplacement. **C** - Les "stries" virtuelles peuvent alors être calculées à partir du champs de vecteurs.

En effet, si nous considérons deux failles (figure 5.8 A) se coupant suivant une ligne d'intersection supposée bien définie alors nous supposons que pour être "géométriquement" possibles, les déplacements le long de ces deux failles doivent être compatibles, à la fois entre eux et avec la géométrie des deux plans de faille.

Ainsi, dans certains cas, l'orientation de ces lignes de contact entre failles peut localement diriger les champs de déplacement. En terme compréhensible par DSI, cela revient à ajouter, lors de l'interpolation des vecteurs de déplacement, une contrainte assurant que le long des lignes d'intersection, les vecteurs leur sont parallèles (figure 5.8 B). Les déplacements calculés sont alors parfaitement compatibles du point de vue géométrique et les stries calculées sont valables (figure 5.8 C).

Comment intégrer les déplacements observés ?

Les deux approches présentées ci-dessus permettent d'intégrer facilement des vecteurs de déplacement observés par le géologue sur le terrain ou provenant d'études préliminaires. De la même façon que les vecteurs calculés à partir de la courbure minimale du plan de faille (dans le cas d'une faille isolée) ou que ceux déterminés grâce à l'orientation des intersections avec les failles voisines, l'utilisateur peut placer interactivement sur cette surface des vecteurs de déplacement qui vont alors être pris en compte lors de l'interpolation du champs de déplacement au

même titre que les autres vecteurs déduits de la géométrie de la faille. On peut même imaginer pondérer les vecteurs de déplacement provenant de différentes sources suivant le degré de confiance relatif aux données. Pour ce faire, il suffit juste de changer le "poids relatif" des différentes contraintes installées avant l'interpolation.

Calcul des "stries" à partir du champs de déplacement

A partir du champs de vecteurs de déplacement (figure 5.7 D), il est possible de construire une famille de courbes (figure 5.7 E) telles que, en chaque noeud α de la surface de faille, le gradient de ces courbes soit tangent au vecteur de déplacement $\mathbf{t}(\mathbf{x}(\alpha))$.

Une méthode possible basée sur DSI est la suivante :

- Considérons une propriété φ portée par la surface de faille. Cette propriété va être initialisée de telle façon que ces courbes d'isovaleurs soient tangentes aux vecteurs de déplacement et donc assimilables aux "stries" virtuelles.
- Pour ce faire, choisissons un triangle $T(\mathbf{x}(\alpha_0^*), \mathbf{x}(\alpha_1^*), \mathbf{x}(\alpha_2^*))$ proche du centre de gravité de la surface de faille. En chacun des noeuds de ce triangle, nous calculons les valeurs de φ comme suit :

$$\begin{cases} \varphi(\alpha_0^*) = 0 \\ \varphi(\alpha_1^*) = \{\mathbf{x}(\alpha_1) - \mathbf{x}(\alpha_0)\} \cdot \{\mathbf{t}_T \times \mathbf{N}_T\} \\ \varphi(\alpha_2^*) = \{\mathbf{x}(\alpha_2) - \mathbf{x}(\alpha_0)\} \cdot \{\mathbf{t}_T \times \mathbf{N}_T\} \end{cases} \quad (5.16)$$

où \mathbf{N}_T est le vecteur normal au triangle $T(\mathbf{x}(\alpha_0), \mathbf{x}(\alpha_1), \mathbf{x}(\alpha_2))$ et \mathbf{t}_T est le vecteur de déplacement correspondant à la moyenne des trois vecteurs présents aux trois sommets du triangle. Ce calcul revient à définir φ telle que son gradient sur le triangle soit égal à $(\mathbf{t}_T \times \mathbf{N}_T)$.

- A partir du triangle précédent, qui va servir de "racine" au calcul, grâce à un algorithme explosif comparable à celui détaillé dans le chapitre 3 de ce mémoire, chaque triangle de la surface de faille va être initialisé mais cette fois-ci, une contrainte DSI est ajoutée de façon à assurer que le gradient de φ restera égal à $(\mathbf{t}_T \times \mathbf{N}_T)$ au cours de l'interpolation qui constitue la dernière étape de cet algorithme.
- Afin d'obtenir la meilleure solution possible, une interpolation DSI est effectuée en "post-processing" pour assurer l'optimisation globale de la solution initiale.

Cet algorithme simple permet d'obtenir des résultats encourageants (figure 5.7 E) sur notre modèle de test. La plupart du temps, les résultats obtenus sont corrects.

Correction de la géométrie de la faille

Désormais, notre faille porte une information supplémentaire : le champs des vecteurs de déplacement déterminés interactivement ou à partir de sa courbure minimale. Si la géométrie de la faille était parfaite, ces vecteurs lui seraient partout localement tangents.

La violation de ce principe est donc un indice permettant de localiser les parties de la surface de faille qui doivent être corrigées. Nous devons alors localement modifier la géométrie initiale pour la rendre partout tangente au champs de vecteurs de déplacement.

La façon la plus simple de procéder est de modifier localement le vecteur normal $\mathbf{N}(\alpha)$ à la surface en chacun de ses noeuds α . En effet, en supposant que $\|\mathbf{t}(\alpha) \times \mathbf{N}(\alpha) \times \mathbf{t}(\alpha)\|$ n'est pas nul, alors le vecteur $\mathbf{N}^*(\alpha)$, défini par la relation suivante :

$$\mathbf{N}^*(\alpha) = \frac{\mathbf{t}(\alpha) \times \mathbf{N}(\alpha) \times \mathbf{t}(\alpha)}{\|\mathbf{t}(\alpha) \times \mathbf{N}(\alpha) \times \mathbf{t}(\alpha)\|} \quad (5.17)$$

est le vecteur orthogonal à $\mathbf{t}(\alpha)$ le plus proche du vecteur $\mathbf{N}(\alpha)$. Ainsi, en obligeant le plan de faille à être, en chaque noeud α de la surface, orthogonal au vecteur $\mathbf{N}^*(\alpha)$, grâce à une contrainte DSI, nous pouvons corriger sa géométrie pour la rendre partout tangente au champs de déplacement calculé.

5.2.3 Conséquences pour la restauration

Désormais, nous pouvons déterminer le champs de déplacement le long d'une faille à partir de sa courbure, de ses relations avec les failles voisines et en intégrant les observations fournies par le géologue. Cette nouvelle information est précieuse pour la restauration.

Tout d'abord, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3 concernant l'approche paramétrique de la restauration d'un horizon, le géologue peut décider d'apparier les lèvres d'une faille de façon cohérente avec les déplacements calculés le long du plan de faille (figure 3.17) .

D'autre part, comme le chapitre 4 l'a montré, la restauration est utilisée pour approfondir la connaissance du modèle. Dans ce cas, nous avons vu que les hypothèses supposées lors du calcul des vecteurs de restauration sont beaucoup plus fortes. Le plus souvent, on supposera les failles rigides et parfaitement déterminées du point de vue de leur géométrie. L'analyse du champs de déplacement et la technique de correction de la géométrie de la faille proposée améliorent les résultats de la restauration en fournissant des failles géométriquement cohérentes par rapport aux déplacements calculés ou déterminés.

5.3 Conclusions

Les outils présentés dans ce chapitre peuvent sembler éloignés de la restauration au sens strict. Cependant, ils représentent des éléments essentiels à l'amont et à l'aval du processus.

En l'amont, il est possible de corriger la géométrie d'une surface de faille à partir du champs de déplacement calculé à partir de sa courbure ou des relations qui existent entre les failles au sein du champs de fractures. Toutes ces applications aboutissent à une meilleure connaissance des structures à restaurer et, de ce fait, à un meilleur contrôle du processus de restauration.

En aval, le calcul de la rétro-déformation permet de valider le résultat de la restauration. En effet, un champs de rétro-déformation incohérent avec le modèle de déformation supposé peut être l'indice d'une erreur dans le modèle ou dans le choix du modèle de déformation. De plus, dans certains cas où la restauration a été fortement contrainte, la rétro-déformation peut permettre de retrouver le chemin des déformations subies par les roches. Dans ce cas, il doit être possible de corrélérer cette déformation avec des propriétés rhéologiques comme la perméabilité ou la densité de fracturation. Cette information est très précieuse pour comprendre la dynamique de migration des fluides au sein d'un réservoir pétrolier par exemple. C'est en quelque sorte ce qui fait la valeur ajoutée de la restauration que nous proposons aujourd'hui.

Conclusions générales

Dans un premier temps, afin d'introduire les objectifs de la restauration équilibrée, les limites de la modélisation en géologie ont été rappelées. Nous avons particulièrement insisté sur les difficultés rencontrées par le géologue pour retrouver, à partir de données disponibles (coupes sismiques, données de puits, observations de terrain), la géométrie correcte des failles affectant le modèle à construire. Si les failles prennent une place prépondérante dans la modélisation 3D du sous-sol, c'est en raison de l'importance majeure de ces structures dans la connaissance du modèle géologique et du comportement des fluides en son sein. Comme les outils proposés sont destinés en priorité à des géologues pétroliers, ce choix a semblé judicieux.

De nombreuses techniques sont utilisées depuis parfois près d'un siècle pour corriger et améliorer les modèles géologiques. Parmi toutes ces techniques (modèle analogique, simulation, etc...), la restauration équilibrée des structures géologiques est un outil précieux. Par restauration équilibrée, on doit comprendre la recherche de l'ensemble des transformations permettant de retrouver l'état initial d'une structure à partir de sa géométrie actuelle et de suppositions plus ou moins fortes sur le modèle de déformation subie et le comportement rhéologique des roches.

Il existe de nombreux mécanismes de déformation pouvant être utilisés par les méthodes de restauration. Tous ne sont pas équivalents et nous avons présenté, dans le premier chapitre, les principaux modèles de déformation utilisés et leurs limites communes. Elles sont la conséquence d'une simplification nécessaire du comportement des roches dans les premiers kilomètres de la croûte terrestre.

De même que plusieurs modèles de déformation existent, de nombreuses techniques de restauration ont été testées et validées au cours du siècle dernier. Toutes reposent sur les mêmes principes fondamentaux de préservation de la matière et de minimisation de l'énergie de déformation induite par le processus de restauration. Depuis Chamberlin qui travaillait, dès 1910, sur des coupes géologiques montrant des structures en contexte compressif, des progrès majeurs ont été effectués. Désormais, on compte des techniques travaillant en contexte extensif comme en contexte compressif, à partir de coupes géologiques ou des cartes. Depuis les 10 dernières années, l'utilisation de l'outil informatique a apporté son lot d'améliorations.

Dans le deuxième chapitre, les principales implémentations informatiques des méthodes de restauration sont présentées. Bien que de grande qualité, certaines se révèlent plus performantes que d'autres ou montrent des défauts comme par exemple, une forte sensibilité numérique ou une interface-utilisateur parfois insuffisante.

Compte-tenu des objectifs de la restauration équilibrée et des travaux effectués par nos prédécesseurs, nous proposons dans les chapitres 3 et 4 de ce mémoire, deux approches nouvelles basées sur la méthode DSI :

- D'une part, nous démontrons que la restauration d'un horizon géologique plissé et faillé revient à déterminer une transformation liant deux représentations paramétriques particulières d'un même espace paramétrique, la première représentation correspondant à l'état actuel de l'horizon, la seconde à son état restauré. Cette approche présente de nombreux avantages. Tout d'abord, les fondements de la méthode sont prouvés mathématiquement ce qui apporte une grande robustesse à l'algorithme. De plus, l'approche proposée est flexible notamment lors de la restauration des horizons faillés. Ici, une fois les liens assurant l'appariement des lèvres de faille mis en place, le processus peut continuer sans l'intervention humaine. Pas de faille artificielle à mettre en place, ni de blocs à ajuster "à la main". Cette flexibilité est renforcée par une interface utilisateur "orientée métier" qui organise le processus de restauration sous la forme d'un enchaînement logique d'étapes simples que peut suivre l'utilisateur.
- D'autre part, nous proposons une technique de restauration équilibrée de structures géologiques en 3D basée sur l'analogie qui assimile le comportement des roches dans les premiers kilomètres de l'écorce terrestre à celui d'un fluide visqueux. Grâce à cette simplification, il est possible de mettre sous la forme de relations mathématiques linéaires simples les deux principes fondamentaux nécessaires à la restauration équilibrée. Ces relations sont interprétées par DSI en terme de contraintes contrôlant l'interpolation des vecteurs de restauration portés par une grille régulière délimitant le volume d'intérêt.

Le dernier chapitre présente des outils pouvant être utilisés en amont et en aval du processus de restauration :

- En amont, nous utilisons la courbure du plan de faille ou les relations qui existent entre cette faille et ses voisines pour estimer les déplacements le long de celle-ci. En supposant que la surface de faille doit être partout tangente au champs de déplacement, il est alors possible de corriger la géométrie de la faille. Le géologue peut également intégrer ses propres observations dans le calcul.

De plus, et c'est là un point important, la mise en place des liens assurant l'appariement des lèvres d'une faille, lors de la restauration d'un horizon,

peut être localement contrôlée par les vecteurs de déplacement calculés sur le plan de faille ce qui assure la cohérence des résultats de la restauration.

- En aval, nous avons développé un ensemble d'outils de calcul de la rétro-déformation aux multiples applications.

Tout d'abord, cette information permet, en tant que critère de validité, de contrôler la qualité du modèle restauré. En effet, on peut citer l'exemple d'un horizon restauré qui présente une rétro-déformation ne correspondant pas à celle attendue compte-tenu du modèle de déformation supposé. Dans ce cas, il faut remettre en question le choix du modèle de déformation ou douter de la qualité du modèle original.

D'autre part, sous certaines conditions, la rétro-déformation peut être assimilée à la déformation réelle subie par les roches et, dans ce cas, il peut être intéressant de corrélérer cette information avec des propriétés du modèle comme la densité de fracturation ou la perméabilité.

Le constat général que nous pouvons tirer des ces travaux montre que les approches décrites apportent une alternative compétitive aux techniques déjà existantes. Les améliorations sont réelles en ce qui concerne la restauration d'un horizon plissé et faillé. Quant à la restauration en 3D, nos outils, même s'ils présentent des défauts et des inconvénients, ont le mérite d'ouvrir une nouvelle voie d'investigation. En effet, c'est l'une des premières fois que l'approche continue a été tentée pour la restauration des structures tri-dimensionnelles alors que plusieurs prototypes utilisant une approche par "blocs rigides" ont déjà été proposés avec plus ou moins de succès.

Bien que cette approche continue soit plus difficile à mettre en place du point de vue logiciel, elle présente des avantages théoriques convaincants : une base mathématique robuste, une flexibilité assurée par le modèle mathématique utilisé dans gOcad et une capacité d'analyse des résultats plus performante que beaucoup de techniques utilisant une approche discrète. Tous ces avantages contribuent à faire de ces méthodes, des outils de restauration à forte valeur ajoutée.

Ces outils doivent maintenant être éprouvés sur des données synthétiques ou réelles afin d'être réglés et affinés. L'expérience des utilisateurs doit être prise en compte pour modifier l'interface graphique du logiciel afin de proposer au géologue un outil intuitif.

Annexe 1 : La technologie DSI

La technologie d'interpolation lisse discrète (Discrete Smooth Interpolation - DSI) représente le coeur de l'architecture de gOcad. Les objets mathématiques et informatiques utilisés par le logiciel pour représenter les structures naturels, ainsi que les différents algorithmes formant les autres "moteurs" de gOcad, sont conçus pour être compatibles avec sa vision mathématique du Monde. Cette annexe a pour objectif de présenter les différents principes qui forment la base de la méthode d'interpolation lisse discrète. Il ne s'agit pas de détailler les mathématiques complexes dissimulées derrière chaque équation car cette annexe se veut être compréhensible par des non-spécialistes.

Principe de modélisation discrète

Lorsque le géologue visualise un horizon géologique avec un logiciel de modélisation, il regarde en fait une représentation de cette structure au travers la vision qu'a le logiciel du Monde réel. Dans le cas de gOcad, cette vision est discrète, c'est-à-dire que les objets naturels sont des ensembles de noeuds reliés par des liens. D'une manière très générale, nous pouvons définir un objet d'une manière discrète en l'assimilant à un ensemble Ω de M noeuds : $\Omega = \{1, 2, \dots, \alpha, \dots, M\}$. En utilisant ce principe simple de construction, nous pouvons imaginer des objets de plus en plus complexes :

1. Un ensemble de noeuds libres, déconnectés les uns des autres.
2. Une courbe constituée de noeuds liés deux à deux par des segments. Chaque noeud peut avoir au minimum un unique voisin et deux voisins au maximum.
3. A un degré de complexité supérieur, on peut considérer une surface faite de noeuds reliés de façon à former des triangles.
4. Dans le même ordre d'idée, mais encore plus complexe, le volume tétraédrisé est une enveloppe remplie de tétraèdres formés de noeuds connectés entre eux dans les trois dimensions.
5. Enfin, les grilles régulières ou non, formées de cellules parallélépipédiques à géométrie fixe ou variable constituées chacune de huit noeuds connectés.

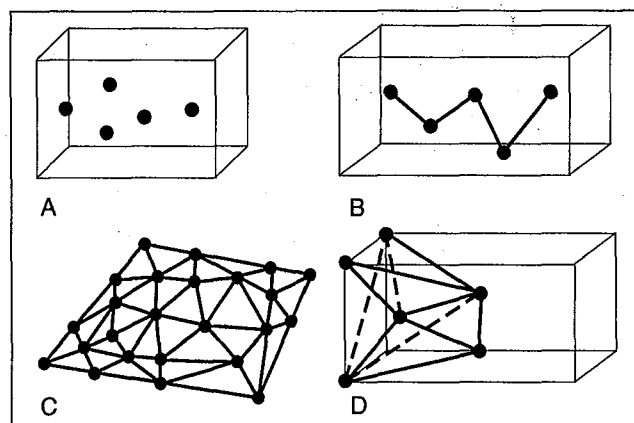


Figure 5.9 Éléments de modélisation discrète

A - Le plus simple élémentaire est l'ensemble de noeuds non connectés. B - La courbe fermée ou non est un élémentaire un peu plus complexe car les noeuds sont connectés. C - La surface triangulée est un des objets les plus utilisés par gOcad. Une surface triangulée est un ensemble de noeuds connectés de façon à former un maillage triangulaire. D - Le solide tétraédrisé est constitué d'une enveloppe remplie de noeuds connectés formant des tétraèdres.

Comment interpoler une propriété dans un modèle discret ?

Considérons un ensemble de n propriétés attachées en chacun des noeuds :

$$\forall \alpha \in \Omega : \{\varphi^1(\alpha), \dots, \varphi^n(\alpha)\} \quad (5.18)$$

Ces propriétés correspondent, par exemple, aux coordonnées géographiques (X, Y, Z) du noeud α ou bien à des propriétés physiques, chimiques ou géologiques comme la valeur de la porosité, de la perméabilité, un paramètre géomécanique, etc...

Si on considère que les valeurs de ces propriétés sont fixées en certains noeuds du modèle, il est très utile de pouvoir déterminer les valeurs manquantes sur l'ensemble des noeuds de Ω . Ce calcul se fait par interpolation des valeurs connues sur l'ensemble des noeuds de l'objet traité. Parmi l'infinité de solutions possibles, DSI choisit celle qui correspond au minimum de variation de la propriété d'un noeud à l'autre.

Notion de rugosité

Cette notion de variation minimale explique le caractère "lisse" de cette méthode d'interpolation. Afin de quantifier cette notion, Jean-Laurent Mallet a introduit le concept de critère de rugosité locale de la propriété φ au noeud α :

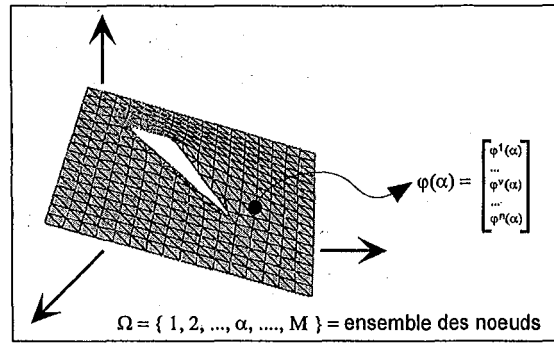


Figure 5.10 Propriété vectorielle dans un modèle discret

Une propriété vectorielle de dimension n (φ) d'un ensemble de noeuds Ω peut être assimilée à un ensemble de n composantes définies sur chaque noeud.

$$R(\alpha|\varphi) = \sum_{v=1}^n \left\{ \sum_{\beta \in N(\alpha)} v(\alpha, \beta) \cdot \varphi^v(\beta) \right\}^2 \quad (5.19)$$

avec

$$\begin{cases} v(\alpha, \beta) = 1 & \beta \in N^0(\alpha) \\ v(\alpha, \beta) = -|N^0(\alpha)| & \text{si } \beta = \alpha \end{cases} \quad (5.20)$$

où $N(\alpha)$ représente le voisinage du noeud α et $N^0(\alpha)$ rassemble l'ensemble des noeuds connectés à α , α non compris.

L'interpolateur tend donc, localement, à faire converger φ en α vers la valeur moyenne de φ calculée dans le voisinage de α et modulée par des coefficients pondérateurs. Il existe de nombreuses façons différentes de choisir ces pondérateurs et, à pour chaque choix, on peut dire que DSI fournira un style de solution différent. Cependant, pour assurer l'existence et l'unicité de la solution, ces pondérateurs doivent vérifier :

$$\begin{cases} v(\alpha, \beta) > 0 & \text{si } \beta \in N^0(\alpha) \\ v(\alpha, \alpha) = - \sum_{\beta \in N^0(\alpha)} v(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (5.21)$$

Définissons la rugosité globale $R(\varphi)$ comme la somme des rugosités locales $R(\alpha|\varphi)$ définies sur Ω :

$$R(\varphi) = \sum_{\alpha \in \Omega} R(\alpha|\varphi) \quad (5.22)$$

Les contraintes

Forme générale

En plus de prendre en compte la rugosité globale, DSI permet d'ajouter des contraintes exprimées linéairement qui "contrôlent" l'interpolation. La prise en compte, au sens des moindres carrés, de ces contraintes se fait par l'ajout d'une composante au critère de rugosité global.

Ainsi, supposons un ensemble de contraintes \mathbf{C} admissibles par DSI :

$$c \in \mathbf{C}, \quad c \rightarrow \sum_{\nu=1}^n \sum_{\alpha \in \Omega} A_c^\nu(\alpha) \cdot \varphi^\nu(\alpha) = b_c \quad (5.23)$$

où A_c et b_c sont donnés et définissent la contrainte c sur φ .

Remarque : Dans le cadre du projet gOcad, plusieurs dizaines de contraintes ont déjà été programmées. Le lecteur pourra se référer à [Mal01] pour les détails de leur implémentation.

Degré de violation d'une contrainte

DSI respecte une contrainte c au sens de moindre carré et nous pouvons définir le degré de violation local $\rho(c|\varphi)$ de cette contrainte par :

$$\rho(c|\varphi) = \varpi_c^2 \cdot |A_c^\nu(\alpha) \cdot \varphi^\nu(\alpha) - b_c|^2 \quad (5.24)$$

où ϖ_c est un coefficient pondérateur définissant le poids de la contrainte c par rapport aux autres contraintes de \mathbf{C} .

De la même façon que pour la rugosité globale, il est possible de rassembler l'ensemble des degrés de violation locaux dans un degré de violation global :

$$\rho(\varphi) = \sum_{c \in \mathbf{C}} \rho(c|\varphi) \quad (5.25)$$

Rugosité généralisée

Finalement, la prise en compte des contraintes se fait par l'ajout du degré de violation global $\rho(\varphi)$ à l'expression de la rugosité globale $R(\varphi)$:

$$R^*(\varphi) = R(\varphi) + \rho(\varphi) \quad (5.26)$$

La solution de φ proposée par DSI est celle minimisant ce critère $R^*(\varphi)$, c'est-à-dire celle qui correspond à la solution la plus "lisse" possible tout en respectant, au sens des moindres carrés, les contraintes installées (figure 5.11).

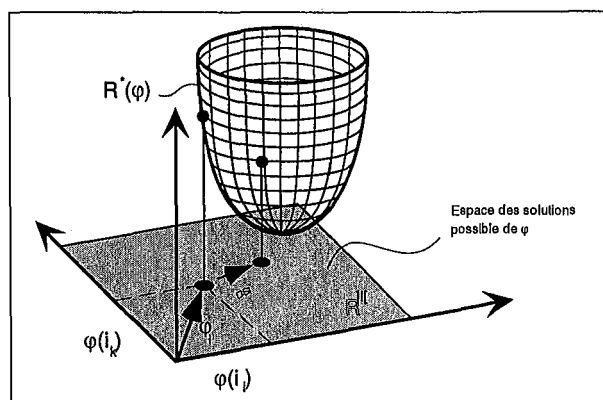


Figure 5.11 Rugosité généralisée et convergence de DSI

La rugosité généralisée $R^*(\varphi)$ est une fonction quadratique de $\{\varphi(1), \varphi(2), \dots, \varphi(M)\}$. A chaque itération de DSI, un sous-ensemble φ_l des composantes de φ est actualisé afin de minimiser la rugosité généralisée.

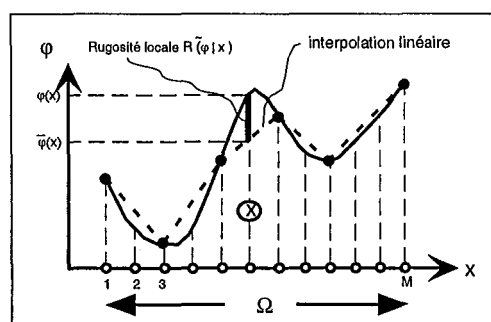


Figure 5.12 Les limites de l'optimization locale

L'interpolation linéaire de la propriété, qui correspond à une succession d'optimisations locales de la rugosité généralisée, converge vers une solution qui, bien que respectant les données, ne correspond pas à la solution optimale attendue.

Un exemple didactique

Afin de montrer les limites de l'optimisation locale d'une propriété, nous suggérons le problème suivant (figure 5.12) :

soit une fonction scalaire définie sur le segment $\tilde{\Omega} = [1, M]$ et appelons Ω l'ensemble des noeuds correspondant à un échantillonnage régulier de $\tilde{\Omega}$ de pas égal à 1 :

$$\Omega = \{1, 2, \dots, M\} \quad (5.27)$$

Sur la figure, les noeuds $\alpha \in \Omega$ correspondent aux points blancs alors que les points noirs sont des données à respecter.

Une méthode possible pour minimiser la rugosité généralisée est l'interpolation linéaire de la fonction φ en respectant les valeurs données. Cette interpolation a pour effet d'optimiser φ pour chaque noeud α . C'est une optimisation locale et le résultat est une courbe (en pointillé sur la figure) qui, certes, respectent les valeurs fixées mais ne correspond pas à la solution la plus lisse. Seule une optimisation globale de la rugosité généralisée, comme le propose DSI, permet de converger vers une solution optimale.

Annexe 2 : L'approche multi-grille

La technique d'interpolation multi-grille a été introduite dans les années 1970 par Brandt pour accélérer la résolution des équations différentielles partielles linéaires ou non-linéaires dans des grilles régulières de points. En effet, l'efficacité des solveurs directs ne dépend pas directement du nombre N de points dans la grille mais suivent une loi en $N \log N$ ce qui n'est pas le cas des algorithmes basés sur l'approche multi-grille. L'implémentation de cette technique dans gOcad est adaptée à l'interpolateur DSI et au type de grille régulière utilisé (Voxet).

Remarque : cette section est directement inspirée du travail de Jean-Charles Voillemont que je tiens à remercier ainsi que mon autre collègue, Laurent Labat, pour leur aide lors de la mise au point de cette nouvelle implémentation de l'approche multi-grille dans le cadre de ce travail de thèse.

Principes mathématiques

Pour introduire les principes mathématiques de la technique d'interpolation multi-grille, considérons l'équation linéaire suivante :

$$L\varphi = f \tag{5.28}$$

où L est un opérateur linéaire, φ une propriété vectorielle (vecteur colonne) et f un vecteur. Soit φ_n^e la solution exacte de l'équation 5.28 calculée sur une grille de dimension $n \times n \times n$. Une première approximation de cette solution exacte est la solution de Jacobi φ_n^0 . L'erreur v_n due à l'approximation est définie par :

$$v_n = \varphi_n^e - \varphi_n^0 \tag{5.29}$$

Et on appelle résidu, d_n , la grandeur définie par :

$$d_n = L_n \varphi_n^0 - f_n \tag{5.30}$$

Puisque L_n est un opérateur linéaire, l'erreur v_n vérifie la relation suivante :

$$L_n v_n = -d_n \quad (5.31)$$

L'objectif de l'approche multi-grille est de calculer le terme de correction. A cette fin, une grille plus grossière est définie ($n/2 \times n/2 \times n/2$) et un nouveau problème est posé, dérivé du problème initial. En effet, sur cette grille plus grossière, on doit déterminer la fonction v_N telle que :

$$L_N v_N = -d_N = \mathfrak{R}d_n \quad (5.32)$$

avec $N = n/2$, \mathfrak{R} un opérateur de restriction et L_N l'approximation de la valeur L_n faite sur la grille grossière. On peut noter que l'on peut, cette fois-ci, calculer exactement la valeur v_N grâce à l'équation 5.31. Une fois calculée sur la grille grossière, cette valeur est propagée à la grille originale. La valeur trouvée \tilde{v}_n est une approximation de v_n :

$$\tilde{v}_n = \wp v_n \quad (5.33)$$

où \wp est l'opérateur de propagation. Une meilleure approximation de φ_n^e peut alors être calculée :

$$\varphi'_n = \varphi_n^0 + \tilde{v}_n = \varphi_n^0 + \wp(\varphi_n^e - \varphi_n^0) \quad (5.34)$$

A partir de ces équations, nous pouvons déterminer un processus de correction basé sur l'alternance du calcul de solutions exactes sur une grille grossière et d'approximations sur une grille fine. Le schéma d'un tel algorithme peut être récapitulé ainsi :

- calcul du résidu sur une grille fine grâce à la relation (5.30).
- restriction de ce résidu (5.33).
- détermination de la meilleure solution de l'équation (5.32) sur la grille grossière.
- Interpolation de la correction trouvée sur la grille fine conformément à la relation (5.34).

Ces étapes sont répétées sur des grilles de plus en plus grossières jusqu'à ce que la valeur exacte de l'erreur puisse être calculée. Le plus souvent, une opération de relaxation est ajoutée en amont et en aval du processus afin de filtrer les erreurs.

Remarque : dans cette introduction des principes mathématiques, l'opérateur L_N a été supposé linéaire. Dans le cas contraire, l'équation (5.34) est plus complexe mais la méthode demeure identique.

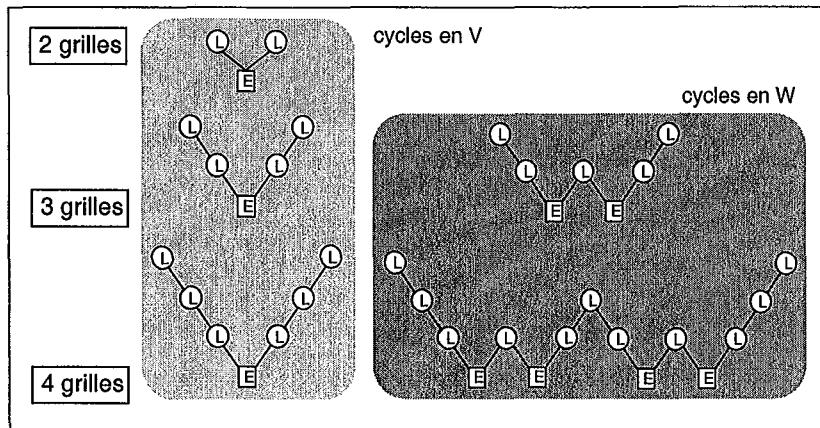


Figure 5.13 Cycles d'un calcul utilisant l'approche multi-grille

Dans cette figure, l'étape de lissage est notée L alors que l'étape notée E correspond au calcul de la solution exacte. Les liens descendants entre chaque étape signifient une restriction \mathfrak{R} alors que les liens ascendants correspondent à une propagation ϕ . Dans tous les cycles, le sommet du diagramme correspond à la grille la plus fine.

Algorithmes

Afin de présenter les algorithmes utilisés dans gOcad, prenons l'exemple d'une grille régulière \mathcal{G} de définition $((2n+1) \times (2n+1) \times (2n+1))$ portant une propriété \mathcal{P} . Des grilles plus grossières vont être construites mais la taille minimale est fixée à $(5 \times 5 \times 5)$.

Quelque soit le type de multi-grille choisi, que l'opérateur soit linéaire ou pas, les algorithmes sont les mêmes. La seule restriction est de calculer une solution initiale sur la grille la plus fine \mathcal{G} . A partir de cette solution initiale, l'interpolateur DSI va calculer la meilleure solution en passant par une approche multi-grille (figure 5.13).

La première étape est de créer l'ensemble des grilles intermédiaires, de plus en plus grossières.

```

Installer les contraintes DSI sur  $\mathcal{P}$  portée par  $\mathcal{G}$ .
Créer la nouvelle variable  $N = (2n + 1)$ .
Tant que ( $N > 5$ ) {
   $N = N/2$ 
  Créer la grille intermédiaire plus grossière de définition  $N$ 
  Copier  $\mathcal{P}$  sur cette nouvelle grille et y installer les contraintes DSI.
}
  
```

Lorsque ces grilles sont prêtes, la fonction INTERPOLATION, décrite ci-dessous, est appelée aussi souvent que le désire l'utilisateur.

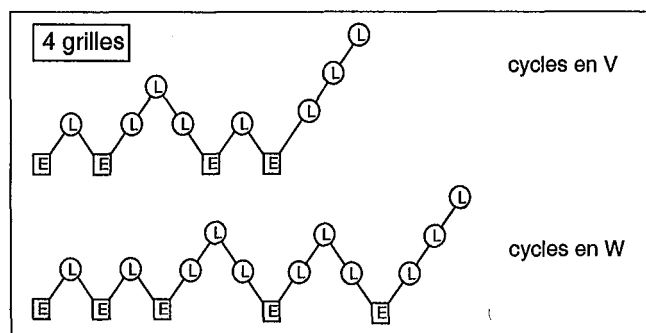


Figure 5.14 Exemple de cycle "Full-Multigrid"

Pour améliorer les performances, l'approche présentée ici part de la grille la plus grossière en calculant le résultat exacte, puis propage ce résultat sur une grille intermédiaire plus fine.

```

INTERPOLATION(Grille de définition  $N$ ) {
  lissage préliminaire de  $\mathcal{P}$  par DSI.
  restriction de la grille courante à la grille de définition  $N/2$ .
  si ( $N/2 = 5$ ) {
    calcul des valeurs exactes de  $\mathcal{P}$  par DSI.
  } sinon {
    appel à INTERPOLATION(Grille de définition  $N/2$ ).
  }
  propagation de  $P$  de la grille  $N/2$  à la grille courante.
  lissage final de la grille courante par DSI.
}

```

Comme nous l'avons dit, ces calculs ont besoin d'une solution initiale calculée sur la grille originale. Cette solution peut être déterminée de plusieurs façons différentes mais, pour améliorer les performances de calcul, on peut décider de partir de la solution exacte calculée sur la grille la plus grossière. Le schéma de calcul est alors légèrement différent de celui présenté précédemment (figure 5.14).

Bibliographie

- [AE95] T. Aït Ettajer. *Modélisation de Surfaces Géologiques Complexes sous Contraintes Géométriques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 1995.
- [Aud91] M. Audibert. Déformation discontinue et rotation de blocs : méthodes numériques de restauration. application à la galilée. Technical report, Cent. Armoricaïn Etud. Struct. Socles, Rennes, France, 1991.
- [Bar87] D. Barr. Structural stratigraphic models for extensional basins of half-graben type. *Journal of Structural Geology*, 9 :491–500, 1987.
- [Bar91] D. Barr. Subsidence and sedimentation in semi-starved hal-graben : a model based on north sea data. In : *The Geometry of Normal Faults, Roberts, Yielding abd Freeman, Geological Society of London, Special Publication*, 56 :17–28, 1991.
- [BC96] J.D. Barnichon and R. Charlier. Finite element modelling of the competition between shear bands in the early stage of thrusting. strain localisation and constitutive law influence. In *Modern developments in structural interpretation, validation and modelling, Special publication of the Geological Society*, (99), 1996.
- [BCRT97] O. Bourgeois, P.R. Cobbold, D. Roubay, and J.C. Thomas. Least square restoration in plan view of tertiary thrust sheets in the tadzhik depression, central asia. *Journal of Geophysical Research*, 102(B12) :553–573, December 1997.
- [BD99] O. Bour and P. Davy. Clustering and size distributions of fault patterns : theory and measurements. *Geophysical Research Letters*, 26(13) :2001–2004, 1999.
- [Ben90] C. Bennis. *Synthèse de textures hierarchiques planes - Développement de surfaces 3D pour un placage de textures minimisant les distorsions*. PhD thesis, INRIA - Université Paris XI-Centre d'Orsay, 1990.
- [BM97] M. Burannudinnur and C.K. Morley. Anatomy of growth fault zones in poorly lithified sandstones and shales : implications for reservoir studies ans seismic interpretation : part 1, outcrop study. *Petroleum Geoscience*, 3(3) :211–224, 1997.

- [BMR⁺87] J.A.M. Barnett, J. Mortimer, J.H. Rippon, J.J. Walsh, and J. Waterson. Displacement geometry in the volume containing a single normal-fault. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 71 :925–937, 1987.
- [BW84] P. Barton and R. Wood. Tectonic evolution of the north-sea basin - crustal stretching and subsidence. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 79 :987–1092, 1984.
- [CAEM94] R. Cognot, T. Aït Ettager, and J.L. Mallet. Modelling continuity throw discontinuities. *Gocad Meeting Abstracts*, June 1994.
- [Cha10] R.T. Chamberlin. The appalachian folds of central pennsylvania. *Journal of Geology*, 18 :228–251, 1910.
- [Clo68] E. Closs. Experimental analysis of gulf coast fracture patterns. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 52 :420–444, 1968.
- [Cob79] P.R. Cobbold. Removal of finite deformation using strain trajectories. *Journal of Structural Geology*, 1(1) :67–72, 1979.
- [CP83] P.R. Cobbold and M.N. Percevault. Spatial intergration of strain using finite elements. *Journal of Structural Geology*, 5 :299–305, 1983.
- [Dah69] C.D.A. Dahlstrom. Balanced cross section. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 6 :743–757, 1969.
- [DJ91] W. W. Dula Jr. Geometric models of listric normal faults and rollover folds. *The American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 75(10) :1609–1625, October 1991.
- [Duv00] I. Duvinage. *Création et mise en cohérence de modèles structuraux à partir d'horizons extraits de données sismiques tridimensionnelles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.
- [Etc74] A. Etchecopar. *Simulation par ordinateur de la déformation progressive d'un agrégat polycristallin*. PhD thesis, Université de Nantes, 1974.
- [Etc77] A. Etchecopar. A plane kinematic model of progressive deformation in polystyrene aggregate. *Tectonophysics*, 39 :121–139, 1977.
- [Ga88] J.P. Gratier and al. L'équilibrage de coupes géologiques, buts, méthodes et applications. Mémoires et Documents 20, Centre Armoricain d'étude structurale des socles, 1988.
- [GBB⁺99] A. Giaquinta, S. Boccaletti, M. Boccaletti, L. Piccardi, and F.T. Arecchi. Investigating the fractal properties of geological fault systems : the main ethiopian rift case. *Geophysical Research Letters*, 26(11) :1633–1636, 1999.

- [GG93] J.P. Gratier and B. Guillier. Compatibility constraints on folded and faulted strata and calculation of total displacement using computational restoration (unfold program). *Journal of Structural Geology*, 15(3-5) :391-402, 1993.
- [GGDO91] J.P. Gratier, B. Guillier, A. Delorme, and F. Odonne. Restoration and balance of a folded and faulted surface by best-fitting of finite elements : principle and applications. *Journal of Structural Geology*, 13(1) :111-115, 1991.
- [GGK⁺88] J. Geiser, P. Geiser, R. Kligfield, R. Ratcliff, and M. Rowan. New applications of computer based section construction : strain analysis, local balancing and sub-surface fault prediction. *Mt. Geol.*, 25 :47-59, 1988.
- [Gib83] A. D. Gibbs. Balanced cross-section construction from seismic sections in areas of extensional tectonics. *Journal of Structural Geology*, 5(2) :153-160, 1983.
- [GL99] B.D.M. Gauthier and S.D. Lake. Probabilistic modeling of faults below the limits of seismic resolution in pelican field, north sea, offshore united kingdom. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 77(5) :761-777, 1999.
- [GMA89] J.P. Gratier, G. Ménard, and A. Arpin. *Strain-displacement compatibility and restoration of the Chaînes Subalpines of the western Alps*. In : M.P. Coward, D. Dietrich and R.G. Park (Editors), *Alpine Tectonics*. Geological Society of London, Special Publication, 1989.
- [Gra93] J.P. Gratier. Unfold user manual. Technical report, Laboratoire de Géophysique et Tectonophysique - CNRS Observatoire - Université Joseph Fournier, Grenoble, December 1993.
- [GRKM91] J. Geiser, R. Ratcliff, R. Kligfield, and A. Morris. Simultaneous decompaction and restoration : an improved method for basin modeling. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*, 75 :579, 1991.
- [GWW89] J.R. Gibson, J.J. Walsh, and J. Watterson. Modelling of bed contours and cross-sections adjacent to planar normal faults. *Journal of Structural Geology*, 11 :113-127, 1989.
- [HHa83] J.R. Hossack, P.L. Hancock, and al. Balanced cross-sections and their geological significance. *Journal of Structural Geology*, 5(2) :224, 1983.
- [Hos79] J.R. Hossack. The use of balanced cross-section in calculation of orogenic contraction : a review. *Journal of Geological Society of London*, 136 :705-711, 1979.

- [Ven87] B. Vendeville. Champs de failles et tectonique en extension : modélisation expérimentale. Technical report, Cent. Armoricaïn Etud. Struct. Socles, Rennes, France, 1987.
- [Ver81] P. Verrall. Structural interpretation with application to north sea problem. *Joint Association of Petroleum Courses*, 1981.
- [VNG96] M. Verschuren, D. Nieuwland, and J. Gast. Multiple detachment levels in thrust tectonics : sandbox experiments and palinspastic reconstruction. In : *Buchanan, P.G., Nieuwland, D.A. (Eds), Modern Developments in Structural Interpretation, Validation and Modelling. Geological Society of London. Special Publication*, 99 :227–234, 1996.
- [WBKE96] G.D. Williams, T.S. Buddin, S.J. Kane, and S.S. Egan. Deformed hangingwall surfaces related to complex three dimensional fault geometries : restoration strategies in 2 and 3 dimensions. *Journal of Structural Geology*, 1996.
- [WHA82] D. Waltham, S. Hardy, and A. Abousetta. Sediment geometries and domino faulting. In : *Williams, G.D. and Dobb, A. Tectonics and Seismic Sequence Stratigraphy, Geological society of London, Special Publication*, 305 :249–281, 1982.
- [Wha89a] D. Whalham. Finite difference modelling of hangingwall deformation. *Journal of Structural Geology*, 11(4) :433–437, 1989.
- [Wha89b] D. Whalham. Finite difference modelling of sandbox analogues, compaction and detachment free deformation. *Journal of Structural Geology*, 12(2) :375–381, 1989.
- [Whe87] B. Wheeler. Variable heave models of deformation above listric normal faults : importance of area conservation. *Journal of Structural Geology*, 9 :1047–1049, 1987.
- [Whi92] N.J. White. A method for automatically determining normal fault geometry at depth. *Journal of Geophysical Research*, 97 :1715–1733, 1992.
- [WJM86] N.J. White, J.A. Jackson, and D.P. McKenzie. The relationship between geometry of normal faults and that of sedimentary layers in their hanging walls. *Journal of Structural Geology*, 8(897-910), 1986.
- [WK93] R. Westaway and N. Kusznir. Fault and bed rotation during continental extension - block rotation or vertical shear. *Journal of Structural Geology*, 15 :753–770, 1993.
- [WV87] G.D. Williams and I. Vann. The geometry of listric faults and deformation in their hangingwalls. *Journal of Structural Geology*, 9(7) :789–795, 1987.
- [WW91] J.J. Walsh and J. Watterson. Geometric and kinematic coherence and scale effects in normal faults systems. In : *The Geometry of*

- Normal Faults, Roberts, Yielding and Freeman, Geological Society of London, Special Publication, 56 :193–203, 1991.*
- [WY91] N.J. White and G. Yielding. Calculating normal fault geometries at depth : theory and examples. *In : The Geometry of Normal Faults, Roberts, Yielding and Freeman, Geological Society of London, Special Publication, 56 :251–260, 1991.*
- [XS92] H.B Xiao and J. Suppe. Origin of rollover. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin, 76 :509–529, 1992.*

Résumé

La restauration équilibrée de structures géologiques n'est pas une idée nouvelle. Dès 1910, Chamberlin utilise des méthodes manuelles de restauration sur des coupes géologiques. Par restauration, il faut comprendre l'ensemble des transformations permettant de retrouver, à partir de l'état actuel d'une structure géologique, son état initial. Il s'agit donc à la fois d'effacer les conséquences des déformations continues (plis) et discontinues (failles). Les premières approches de restauration étaient purement bi-dimensionnelles car, d'une part les données disponibles l'étaient également, et d'autre part, les problèmes à résoudre étaient plus simples en 2D qu'en 3D. Aujourd'hui, grâce aux progrès des outils d'acquisition et de traitement, il est possible de mettre en place des techniques de restauration en 3D. Ces techniques sont construites sur des bases communes, en particulier elles partagent les mêmes modèles de déformation et les mêmes principes fondamentaux que sont la conservation de la matière et la minimisation de la déformation induite par la restauration (appelée rétro-déformation).

Ce mémoire présente deux nouvelles techniques de restauration :

- la première approche proposée est basée sur des algorithmes utilisant la représentation paramétrique d'une surface pour restaurer un horizon géologique et calculer la rétro-déformation,
- la seconde montre comment restaurer des structures géologiques volumiques grâce à l'interpolation du champ des vecteurs de restauration en 3D, en s'assurant que les deux principes fondamentaux (préservation de la matière et minimisation de la rétro-déformation) sont vérifiés.

Le calcul et l'analyse de la rétro-déformation constituent, pour les deux approches, un point essentiel de la technique. Des outils spécifiques ont été développés pour faciliter la visualisation et l'interprétation des résultats obtenus.

Enfin, l'expérience acquise montre que le succès d'une restauration dépend de la nature et de la qualité des données supposées connues que l'on introduit dans le calculateur. En particulier, les failles, qui représentent une difficulté majeure lors de la création d'un modèle géologique, sont à étudier avec soin dans le cadre d'une restauration. Nous proposons, en parallèle aux techniques d'équilibrage, un ensemble de méthodes permettant de corriger la géométrie des failles et nous montrons comment utiliser cette information pour enrichir les résultats de la restauration.

Abstract

The restoration of a geological structure is not a recent idea. Chamberlin, in 1910, was one of the first structural geologists to unfold structures on cross sections. By restoration, one has to understand the unfolding and the unroofing of a layer or a stack of layers. The first restoration methods were performed in 2d cross-sections or in map-view because the problems are easier to solve than in 3d and because the available data were cross-sections and geological maps only. Today, thanks to the acquisition of data in 3d, volumic restoration methods can be proposed. These techniques share the same general models of deformation and are based on the principles of material preservation and minimization of the strain induced by the restoration (retro-strain).

This thesis introduces two new approaches :

- the first one uses algorithms based on the parametric representation of a surface to restore a geological horizon and study the retro-strain,
- the second approach explain how to restore volumic structures by interpolating the field of restoration vectors in 3D, ensuring the mass-preservation and strain-minimization principles to be verified.

For these both approaches, we show how to compute the retro-strain and how to interpret this information in order to enhance the knowledge of the geological model.

The success of a restoration is fully dependent of the quality of the input data assumed to be known at current time. More generally, faults are the most difficult geological objects to modelize. So, to enhance the quality of the geological model, we also propose tools to study and correct the geometry of faults and show how to use this information to improve the result of the restoration process.