UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

94INPL111N

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE
LABORATOIRE D'ENERGETIQUE ET DE MECANIQUE THEORIQUE ET APPLIQUEE

THESE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPL

Spécialité : MECANIQUE ET ENERGETIQUE

par

Isabelle PHILIPPI

Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

MESURE SANS CONTACT DE DIFFUSIVITE THERMIQUE DE PLAQUES MINCES EN MOUVEMENT UNIFORME

soutenue publiquement le 26 Octobre 1994 à 10H30, devant la Commission d'Examen

Rapporteurs :	**Y. JARNY**	Professeur ISITEM Nantes
	F. PAPINI	Professeur Université de Provence
	J.C. BATSALE	C.R. CNRS - LEMTA Nancy
	GIOVANNI	Professeur INPL
	RAPEZ	Docteur Ingénieur ONERA
	AILLET	Maître de Conférences - LEMTA Nancy

D 136 001325 3

1360013253

94 INPL 111 N

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE
LABORATOIRE D'ENERGETIQUE ET DE MECANIQUE THEORIQUE ET APPLIQUEE

[M] 1994 PHILIPPI, I.

THESE

présentée à

L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPL

Spécialité : MECANIQUE ET ENERGETIQUE

par

Isabelle PHILIPPI

Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

MESURE SANS CONTACT DE DIFFUSIVITE THERMIQUE DE PLAQUES MINCES EN MOUVEMENT UNIFORME

soutenue publiquement le 26 Octobre 1994 à 10H30, devant la Commission d'Examen

Rapporteurs :	**Y. JARNY**	Professeur ISITEM Nantes
	F. PAPINI	Professeur Université de Provence
Examinateurs :	**J.C. BATSALE**	C.R. CNRS - LEMTA Nancy
	A. DEGIOVANNI	Professeur INPL
	J.C. KRAPEZ	Docteur Ingénieur ONERA
	D. MAILLET	Maître de Conférences - LEMTA Nancy

A la mémoire de mes parents,

A Frédéric,

A Côme,

Au petit garçon à venir.

Remerciements

Je dédie ce travail à mes parents, malheureusement disparus beaucoup trop tôt pour qu'ils puissent se réjouir du fruit de l'éducation qu'ils m'ont donné. Et comme la vie n'est que renouvellement, je dédie cette thèse au petit garçon à venir. Il est celui qui a supporté toutes mes angoisses et ressenti toutes mes joies au cours de l'élaboration de ce mémoire.

Ce travail a été réalisé au Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée au sein de l'équipe de Monsieur Christian Moyne.

Je remercie Monsieur Alain Degiovanni, mon directeur de thèse, professeur à l'Institut National Polytechnique de Lorraine et directeur du LEMTA, pour la confiance particulière qu'il m'a accordée et pour ses qualités d'écoute. Les discussions fructueuses que nous avons eu ensemble ont contribué à la réalisation de ce travail.

Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur Jean-Christophe Batsale, chargé de recherche au CNRS, mon directeur de thèse associé. Sa passion pour les problèmes de thermique et son enthousiasme pour le sujet de ce travail m'ont guidé et soutenu tout au long de ma thèse.

Je remercie Monsieur François Papini, professeur à l'université de Provence, rapporteur de cette thèse, pour avoir accepté de participer au jury et pour ses remarques constructives.

Mes remerciements à Monsieur Yvon Jarny, professeur à l'ISITEM à Nantes, pour l'honneur qu'il m'a fait de participer à ce jury et d'avoir bein voulu être rapporteur.

Ma gratitude va à Monsieur Jean-Claude Krapez pour l'interêt porté à mon travail et pour avoir accepter de participer au jury.

Je tiens enfin à remercier tous mes collègues du LEMTA, pour leur soutien, leur enthousiasme pour la tachymétrie thermique et leur sympathie.

TABLE DES MATIERES

Table des matières

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 : CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE 3

1. Modèles théoriques généraux relatifs au transfert dans des plaques mouvement 3

2. Mesure de caractéristiques thermophysiques de plaques en mouvement 5
2.1. Conductivité thermique du papier (KEREKES) 5
2.2."Flying spot camera" (GRUSS et BALAGEAS, LAPORTE) 6
2.3. Conclusion et remarques du paragraphe 7

3. Mesure dans le sens longitudinal en régime transitoire de paramètres thermophysiques de plaques immobiles 9
3.1. Méthodes de mesure de température sans contact 10
3.2. Méthode de HADISAROYO 10
3.3. Les méthodes flash 13
3.3.1. Méthode flash classique (monodimensionnelle dans le sens transversal) 13
3.3.2. Méthode flash bidimensionnelle 14

Conclusion 16

CHAPITRE 2 : MESURE SANS CONTACT DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DANS LE SENS LONGITUDINAL DE PLAQUES IMMOBILES 17

1. Modèle théorique 18
1.1. Modèle physique 18
1.2. Résolution du problème 19
1.2.1. Utilisation des transformations intégrales 19
1.2.2. Présentation de la solution sous forme quadripolaire 20
1.2.3. Caractère séparable de la solution 22
1.3. Exemple de simulation 24
1.4. Cas du multicouche 27
1.4.1. Quadripôle associé aux multicouches 27
1.4.2. Homogénéisation dans le cas d'un bicouche de faible épaisseur 28
1.4.3. Modélisation tenant compte des couches de peinture 29

2. Méthode d'identification 32
2.1. Identification dans l'espace de Fourier 32
2.2. Etude de sensibilité 36
2.3. Simulation d'identification 38
2.3.1. Fonction d'identification 38
2.3.2. Influence de la longueur d'échantillon et de la largeur d'excitation 40
2.3.3. Influence du bruit de mesure 40

3. Estimation des paramètres - Prise en compte du bruit de mesure 42
3.1. Estimateur optimal des paramètres 43
3.1.1. Hypothèses 43
3.1.2. Calcul de la matrice de covariance 43
3.2. Amélioration de l'estimation par le traitement de plusieurs couples d'images 49
3.3. Identification simulée 51
3.4. Rappel des points importants 55

Conclusion 56

CHAPITRE 3 : RESULTATS EXPERIMENTAUX - PLAQUES IMMOBILES 57

1. Dispositif expérimental 57
1.1. Mesure de température par thermographie infrarouge 58
1.1.1 Principe de la mesure 58
1.1.2 Influence de la fonction de transfert de modulation (F.T.M.) sur l'identification des paramètres 59
1.2. Impulsion thermique 61
1.3. Porte-échantillon 62
1.4. Echantillon 62
1.5. Etalonnage spatial de l'image 62

2. Protocole d'identification utilisé 64

3. Expériences 72
3.1. Conditions expérimentales 72
3.2. Résultats bruts 73
3.3. Identification de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes 78
3.3.1. Valeurs grossières 78
3.3.2. Identification pour une fréquence spatiale fixée et un Δt idéal 83
3.4. Comparaison avec les résultats obtenus par d'autres méthodes 88
3.4.1. Echantillon d'aluminium - Méthode flash monodimensionnelle 88
3.4.2. Echantillon de kevlar - Méthode flash bidimensionnelle (LACHI) 90
3.5. Résultats obtenus sur d'autres échantillons 90

Conclusion 91

CHAPITRE 4 : ETUDE THEORIQUE DE LA MESURE DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DE PLAQUES MINCES EN MOUVEMENT 93

1. Modèle théorique 93
1.1. Position du problème 93
1.2. Résolution du problème par transformations successives 95
1.3. Cas particulier de solution et de résultats obtenus 97
1.3.1. Solution dans l'espace réel 97
1.3.2. Paramètres étudiés 98
1.3.3. Présentation de quelques résultats 99
1.3.4. Etude de la fonction $T_Z(z,t)$ 99

2. Formules d'identification simplifiées 102
2.1. Formule à trois paramètres 102
2.2. Etude de sensibilité dans le cas de trois paramètres 104
2.3. Formule à deux paramètres - Lien avec les chapitres 2 et 3 106
2.3.1. Durée utile du signal - Remarque sur la variable p 106
2.3.2. Hypothèse de grande vitesse de défilement 107
2.3.3. Changement d'origine et lien avec un dispositif de thermographie visant une plaque immobile 107
2.4. Etude de sensibilité dans le cas de deux paramètres 110

3. Influence d'une erreur sur la vitesse 110

Conclusion - Récapitulatif des conditions d'expérience 113

CHAPITRE 5 : ETUDE EXPERIMENTALE DE LA MESURE DE DIFFUSIVITE THERMIQUE D'UNE PLAQUE EN TRANSLATION 115

1. Simulation du dispositif plan en translation par un dispositif cylindrique tournant 115

2. Description des éléments du dispositif expérimental 121
2.1. La détection de température 121
2.1.1. Caractéristiques principales du détecteur 121
2.1.2. Préamplificateur 121
2.2. Chaîne d'acquisition 122
2.3. Impulsion thermique 123
2.4. Performances de l'ensemble 123
2.5. Echantillon 123

3. Procédure expérimentale 124
3.1. Identification de la vitesse de déplacement 124
3.1.1. Méthode d'identification en direct 124
3.1.2. Validation du résultat obtenu 126
3.2. Décalage temporel, normation et longueur utile 128

3.2.1. Décalage temporel 128
3.2.2. Normation 128
3.2.3. Durée utile 129
3.3. Identification de la diffusivité thermique 129

4. Résultats expérimentaux 131
4.1. Conditions expérimentales 131
4.2. Résultats expérimentaux 132
4.2.1. Etude du signal avant le flash 132
4.2.2. Identification de la vitesse 135
4.2.3. Equivalence avec les images thermographiques ... 136
4.2.4. Identification de la diffusivité thermique 138
4.2.5. Identification du coefficient d'échange 139
4.3. Vérification des hypothèses 142
4.4. Reproductibilité et validation 142
4.4.1. Reproductibilité 142
4.4.2. Validation 145
4.5. Influence de la vitesse 146

Conclusion 148

CONCLUSION GENERALE 149

ANNEXES 153

Annexe 1 153
Annexe 2 157
Annexe 3 161
Annexe 4 163
Annexe 5 165
Annexe 6 169

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 173

NOMENCLATURE

NOMENCLATURE

Lettres romaines

a : Diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
c : Chaleur spécificique ($J.kg.K^{-1}$)
cov : Covariance
d : Variable
d : Distance (m)
dt : Pas d'acquisition (s)
e : Epaisseur (m) - Erreur
E : Espérance mathématique
f : Facteur de forme
F : Transformée de Laplace de la distribution de Dirac
$\mathcal{F}$: Fonction
g : Partie spatiale de l'impulsion thermique
G : Transformée de Fourier de la fonction g
h : Coefficient d'échange ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
H : Coefficient de pertes (s^{-1})
I : Signal caméra en unité thermique
l : Largeur (m)
L : Longueur (m)
L : Luminance ($W.m^{-2}$)
M : Nombre
np : Nombre de points par période
N : Nombre
Nc : Nombre de couples
Nt : Nombre d'images avant le flash
Nt_2 : Nombre d'images correspondant au temps t_2
Nx : Nombre de colonnes
Ny : Nombre de lignes
p : Variable de Laplace (s^{-1})
per : Période de rotation (s)

Nomenclature

q	:	Quantité de chaleur surfacique ($J.m^{-2}$)
r	:	Rayon (m)
s	:	Grandeur physique (m^{-1})
S	:	Surface (m^2)
t	:	Temps (s)
T	:	Température (K)
U	:	Signal expérimental (V)
V	:	Vitesse ($m.s^{-1}$)
x,y,z	:	Coordonnées d'espace dans le repère lié au capteur (m)
X,Y,Z	:	Coordonnées d'espace dans le repère lié à l'échantillon (m)
X_i	:	Coefficient de sensibilité réduit au paramètre i
[ ]	:	Matrice
[Ci]	:	Matrice de covariance associée au $i^{ième}$ vecteur paramètre
[Gi]	:	$i^{ième}$ matrice intermédiaire
[Yi]	:	$i^{ième}$ vecteur paramètre

Lettres grecques

α	:	Fréquence spatiale (m^{-1})
β	:	Fréquence spatiale (m^{-1})
β	:	Bornes de l'impulsion thermique (m)
$\delta(t)$	:	Distribution de Dirac
Δ	:	Ecart
ε	:	Emissivité
ϕ	:	Flux (W)
ϕ	:	Angle (rad)
Φ	:	Densité de flux excitateur ($W.m^{-2}$)
γ	:	Paramètre d'intégration (m^{-1})
Γ	:	Fonction de transfert dans l'espace transformé
φ_p	:	Flux photonique (W)
λ	:	Conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
ν	:	Racine des équations transcendantes
θ	:	Transformée de Laplace - Fourier de la température
θ	:	Angle (rad)
Θ	:	Transformée de Fourier de la température
ρ	:	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)

$\rho(d)$	:	Coefficient de corrélation
σ	:	Ecart type
τ	:	Transformée de Laplace de la température
τ_o	:	Coefficient de transmission de l'atmosphère
ω	:	Vitesse angulaire $(rad.s^{-1})$
ξ	:	Constante
ψ	:	Double transformée intégrale de la température

Indices supérieurs

t	:	Transposée
°	:	Grandeur translatée
¯	:	Valeur moyennée
*	:	Grandeur après transformation
^	:	Estimateur
^	:	Estimateur de GAUSS-MARKOV

Indices inférieurs

a	:	Ambiant
atm	:	Atmosphérique
ax	:	Diffusivité thermique selon la direction x
bruit	:	Bruit de mesure
c	:	Caractéristique
cal	:	Calculé
e	:	Entrée
exp	:	Expérimental
g	:	Valeur grossière
H	:	Coefficient de pertes
i,j,n,m	:	Indices
max	:	Maximum
min	:	Minimum
s	:	Sortie
x,y,z	:	Directions
1,2	:	Indice de positionnement

Nomenclature

∞ : Infini

Nombre adimensionnel

Bi : Nombre de Biot (= he/λ)

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Dans de nombreux procédés industriels, l'un des composants du processus est en mouvement. Qu'il s'agisse de procédés de fabrication de matériaux ou de matériels dans des domaines aussi variés que la papeterie, la sidérurgie (coulée continue, laminage, extrusion ...), le textile; de machines-outils dont certaines parties sont en rotation ou en translation (déplacement de l'outil, roulement ...); de procédés de solidification; de soudure ou de découpe (laser, jet d'eau ...). La liste n'est pas exhaustive.

Les méthodes de mesure de la diffusivité thermique constituent non seulement un outil de mesure mais aussi de caractérisation physique ou mécanique (caractérisation indirecte de teneur en eau, de porosité ...).

Le peu de travaux dans le domaine de la mesure de la diffusivité thermique de plaques ou cylindres en mouvement est associé à des mesures en régime permanent, prenant en compte uniquement la diffusivité thermique de la chaleur dans le sens de l'épaisseur (sens transversal).

L'objectif que nous nous sommes donc fixé est de rationaliser les méthodes de caractérisation thermique de plaques en translation uniforme, en étendant l'étude au régime transitoire et au cas du transfert de chaleur bidimensionnel. Nous prenons le parti pris de nous orienter vers une mesure de la diffusivité thermique dans le sens longitudinal.

Le premier chapitre est destiné à présenter les différentes méthodes existantes sur la caractérisation thermophysique de matériaux en mouvement. Le peu de méthodes répertoriées nous a amené à nous pencher également sur les méthodes appliquées aux plaques immobiles. D'autant que placer un **capteur immobile** devant une **plaque mobile** est identique au problème qui consiste à placer un **capteur mobile** devant une **plaque immobile**, c'est-à-

dire à utiliser une caméra infrarouge. Notre étude passe alors par un retour à la caractérisation thermophysique de plaques immobiles, caractérisation limitée au cas de mesure et d'excitation sans contact.

La deuxième partie (chapitres 2 et 3) est donc uniquement consacrée à l'amélioration de ces mesures sur un échantillon immobile à l'aide d'une caméra infrarouge. La diffusivité thermique longitudinale est identifiée dans l'espace transformé de Fourier. Le traitement statistique à l'aide du théorème de Gauss-Markov de la grande quantité d'informations obtenue, permet de s'affranchir du manque de précision dû au choix du matériel expérimental.
La faisabilité de la méthode est alors démontrée expérimentalement.

La troisième partie (chapitres 4 et 5) traite du problème de l'identification de la diffusivité thermique longitudinale d'une plaque en translation. L'analogie entre les deux configurations : plaque immobile vue par une caméra infrarouge et plaque mobile vue par un capteur fixe, est démontrée. L'hypothèse restrictive principale porte sur la vitesse de déplacement de la plaque.
Une expérience effectuée sur un cylindre en rotation permet de valider notre démarche.

CHAPITRE 1

CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE

CHAPITRE 1

CONTEXTE BIBLIOGRAPHIQUE

Le peu de méthodes dédiées à la mesure de propriétés thermophysiques dans le cas de plaques en mouvement, sont basées sur des hypothèses de régime permanent et de transfert diffusif monodimensionnel dans le sens transversal (sens de l'épaisseur).

Ce constat nous amène à vouloir élargir les possibilités de mesure par des études en régime transitoire et prenant en compte le transfert longitudinal. Pour cette configuration, des méthodes existent actuellement mais seulement dans le cas de plaques immobiles.

Nous évoquerons tout d'abord les modèles théoriques généraux de transfert thermique développés dans le cas de matériaux en déplacement (plaque en translation, cylindre en rotation,...). Nous développerons ensuite les caractéristiques des méthodes relatives à la mesure de propriétés thermophysiques de plaques mobiles et immobiles pour justifier les orientations de notre étude.

1. MODELES THEORIQUES GENERAUX RELATIFS AUX TRANSFERTS DANS DES PLAQUES EN MOUVEMENT

Depuis les travaux de Jaeger [1] qui concernent le transfert conductif dans un cylindre plein adiabatique en rotation, soumis à une source de chaleur en bande en surface, de nombreux travaux ont vu le jour.

Les études les plus nombreuses concernent les transferts complexes soit de couplage (convection - diffusion, transfert de chaleur - transfert de masse, rayonnement - diffusion, etc ...), soit de changement de phase ou les transferts de chaleur en géométrie complexe.

Citons par exemple ROSENTHAL et CAMERON [2], DesRUISSEAUX et ZERKLE [3], GECIM et WINER [4], PATULA [5], qui résolvent analytiquement le problème de couplage convection - diffusion en régime permanent, en géométrie cylindrique ou cartésienne. Tous ces auteurs considèrent que les pertes convectives avec l'extérieur, sont caractérisées par un coefficient d'échange moyen h, constant en temps mais non uniforme spatialement sur la surface (constant par morceaux). TSENG [6] résoud numériquement par différences finies, des problèmes du même type. JALURIA et SINGH [7] procèdent également à une résolution numérique du système (différences finies) mais pour un problème en régime transitoire.

KANT et DECKERT [8] élargissent le problème en régime transitoire aux systèmes multicouches en rotation. Les propriétés optomagnétiques de l'échantillon sont prises en compte.

Un exemple d'étude de solidification peut être trouvé chez GHASEMI et al [9]. Ces auteurs utilisent une méthode numérique de résolution du problème de solidification en régime permanent d'un composite thermoplastique.

Enfin, nous pouvons trouver des similitudes avec les problèmes de convection-dispersion en milieux poreux. Si le profil de vitesse moyenne dans le fluide peut être considéré comme uniforme, le transfert diffusif massique remplace le transfert diffusif thermique. Cependant la géométrie complexe des pores à petite échelle nécessite de nombreuses précautions (voir KNOPMAN et VOSS [10] ou LEIJ et DANE [11]).

Le problème de la dispersion à vitesse uniforme d'un soluté dans un fluide, est régi par le même type de système d'équations à résoudre que le problème de convection - diffusion. L'article de synthèse de Van GENUCHTEN [12] propose des solutions dans plusieurs configurations.

Par rapport au but de notre étude, les modèles précédemment évoqués sont de peu d'intérêt, puisqu'ils font toujours apparaître un trop grand nombre de paramètres. Nous limiterons les phénomènes physiques étudiés au cas simple du transfert conductif pur dans une plaque homogène. Les transferts convectifs en paroi seront caractérisés par un coefficient d'échange constant. Les résolutions analytiques rencontrées dans ce cas, font appel à des méthodes de transformations intégrales (voir EVANS et RILEY [13], ULYSSE et KHONSARI [14]).

2. MESURE DE CARACTERISTIQUES THERMOHYSIQUES DE PLAQUES EN MOUVEMENT

Comme le montre le paragraphe précédent, la littérature est relativement riche en ce qui concerne la recherche de la distribution de température d'une plaque en déplacement. Par contre, l'identification de paramètres thermophysiques pour de tels matériaux n'est étudié à notre connaissance que par KEREKES [15] et GRUSS et BALAGEAS [16].

2.1. CONDUCTIVITE THERMIQUE DU PAPIER (KEREKES [15])

L'échantillon est une feuille de papier en contact avec un cylindre isotherme en rotation. L'une des faces de la feuille est soumise à un saut de température et les pertes convectives sur l'autre face sont supposées faibles. Une analyse théorique en régime transitoire du transfert de chaleur monodimensionnel dans l'épaisseur de la feuille de papier, conduit à une prédiction simple de l'élévation de température.

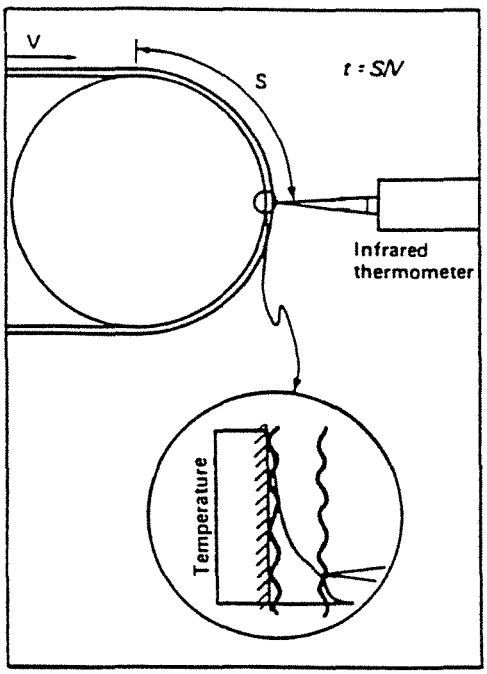


Figure 1 : Schéma de principe - Méthode de KEREKES [15]

La température en un point de la feuille est mesurée par un détecteur infrarouge. D'après le schéma de principe (figure 1), ce point de mesure correspond à un temps t de contact entre la feuille et le cylindre chauffant.

Afin d'obtenir plusieurs points de mesure, KEREKES renouvelle l'expérience en changeant la vitesse de rotation du cylindre, en supposant que la température imposée reste identique d'une expérience à l'autre. L'identification des trois paramètres : conductivité thermique apparente, conductivité thermique réelle de la feuille, résistance de contact entre la feuille et le cylindre, se fait alors en comparant température calculée et mesurée. Notons que pour les grandes vitesses, les approximations sur les équations ne sont plus valables.

La conductivité thermique du papier et la résistance de contact sont très dépendantes de l'humidité. Une vitesse minimum de rotation du cylindre est donc imposée. En effet, pour les faibles vitesses, en cours de manipulation, le papier sèche pour deux raisons : par contact avec le cylindre chauffant et par rayonnement avant le contact avec le rouleau.

L'incertitude relative sur les résultats est évaluée à 8 %. Kerekes précise que l'absence de valeurs définitives publiées pour la conductivité thermique apparente, la conductivité thermique réelle et la résistance de contact du papier étudié, ne permet pas de valider définitivement sa méthode.

2.2. "FLYING SPOT CAMERA" (GRUSS et BALAGEAS [16], LAPORTE [17])

Le principe du "flying spot camera" est de chauffer un échantillon avec un spot laser mobile et de mesurer la température en un point à l'aide d'un détecteur infrarouge qui suit le spot laser avec un décalage constant en espace (figure 2).

La modélisation du transfert de chaleur monodimensionnel selon x dans l'échantillon, est développée pour plusieurs cas : solide adiabatique semi-infini, solide d'épaisseur finie, résistance thermique verticale infinie. L'effet des pertes convectives, l'effet de pénétration du laser sont également étudiés.
La méthode de résolution utilisée pour tous les cas est celle des fonctions de Green.
Le spot laser bougeant le long de l'axe x, la solution pour toutes les valeurs du temps est déduite de la solution pour t = 0, en utilisant la relation :

$$T(x,y,t) = T(x-Vt,y,0)$$

où V est la vitesse de déplacement de l'échantillon. L'axe x est orienté dans le sens de cette vitesse.

Ces auteurs utilisent alors ce dispositif pour détecter des défauts plans d'épaisseur infinitésimale perpendiculaires à la surface (délaminages dans les matériaux composites).

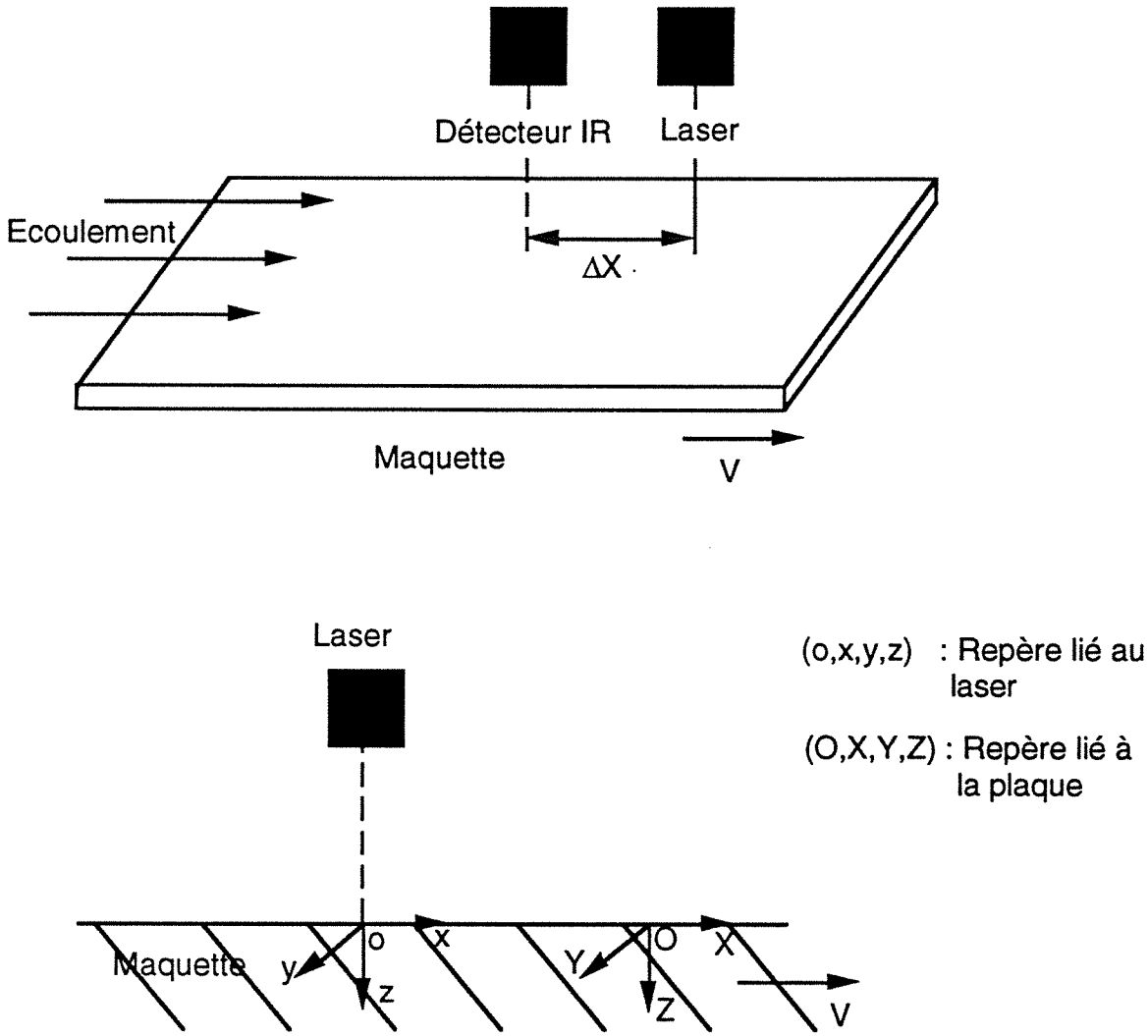


Figure 2 : Schéma de principe de la méthode flying spot camera - GRUSS et BALAGEAS [16]

2.3. CONCLUSION ET REMARQUES DU PARAGRAPHE

Le modèle général utilisé dans les deux cas cités précédemment est le suivant, dans le repère laser - capteur de la figure 2 :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{V}{a}\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (1.1)$$

$$T = T_\infty \qquad \text{en } x < 0 \qquad (1.2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \Phi(x) - h_o (T - T_\infty) \qquad \text{en } z = 0 \text{ et } x > 0 \qquad (1.3)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -h_e (T - T_\infty) \qquad \text{en } z = e \text{ et } x > 0 \qquad (1.4)$$

Un modèle strictement équivalent peut être utilisé dans le cas d'un échantillon immobile (figure 3) :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1.5)$$

$$T = T_\infty \qquad \text{en } t = 0 \qquad (1.6)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \Phi(t) - h_o (T - T_\infty) \qquad \text{en } z = 0 \text{ et } t > 0 \qquad (1.7)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -h_e (T - T_\infty) \qquad \text{en } z = e \text{ et } t > 0 \qquad (1.8)$$

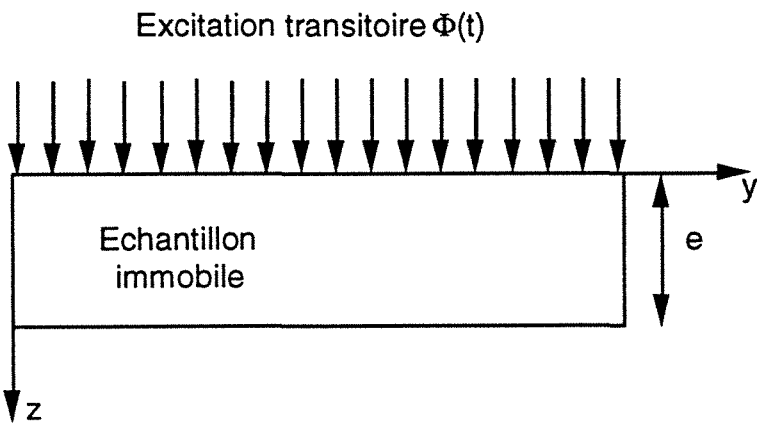


Figure 3 : Schéma de principe

La variable temps dans le système (1.5) à (1.8) joue le même rôle que la variable x dans le système (1.1) à (1.4).

Nous pouvons cependant remarquer, sur le plan pratique, que connaître la totalité de T(x) (premier cas [15] et [16]) nécessite une infinité de capteurs, ou une caméra infrarouge, alors que connaître la totalité de T(t) (second cas) nécessite uniquement un capteur et une chaîne d'acquisition temporelle.

Chaque point de mesure nécessitant une nouvelle expérience, les deux méthodes expérimentales [15] et [16] sont peu précises pour obtenir une bonne valeur de la diffusivité thermique (problème de reproductibilité des conditions limites d'une expérience à l'autre,...). Elles offrent donc peu d'informations par rapport aux méthodes sur plaques immobiles.
Par contre, elles peuvent être un excellent outil de comparaison qualitative dans le cas de plaques fortement inhomogènes selon la direction longitudinale x.

Nous proposons donc d'améliorer la modélisation des méthodes [15] et [16], en utilisant des conditions limites telles que le régime **transitoire** et le transfert diffusif **longitudinal** (selon x) ne puissent plus être négligés. Ceci revient à traiter l'équation générale suivante :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{V}{a}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1.9)$$

Cette étude passe alors par l'examen détaillé des méthodes existantes sur des plaques **immobiles** (V = 0), prenant en compte le transfert de chaleur longitudinal, transversal et transitoire.

3. MESURE DANS LE SENS LONGITUDINAL EN REGIME TRANSITOIRE DE PARAMETRES THERMOPHYSIQUES DE PLAQUES IMMOBILES

Une synthèse des méthodes de mesure de deux grandeurs thermophysiques : conductivité et diffusivité thermique est présentée dans la référence [18]. Les régimes permanents (identification de la conductivité uniquement), quasi-établi, périodique et transitoire sont abordés pour divers types de perturbations et géométries. La détection de température et/ou de flux se fait soit par contact (plaque chaude, sonde à choc [19], fil chaud [20]), soit par mesure optique. Du fait de notre objectif, nous nous attachons

plus particulièrement à présenter les méthodes de mesure de la diffusivité thermique qui peuvent s'adapter à une mesure sans contact des températures.

3.1. METHODES DE MESURE DE TEMPERATURE SANS CONTACT

Le principe de la détection par radiométrie est simple [21] : l'échantillon est excité par absorption de lumière modulée ou pulsée et un capteur photoélectrique suit l'évolution temporelle de l'émission infrarouge de la zone éclairée [22] (face avant), ou d'une zone située en face arrière.

Notons également les méthodes de détection utilisant l'effet mirage [23] : le gradient de température au voisinage de la surface de l'échantillon soumis à une excitation modulée produit une variation de l'indice de réfraction de la couche d'air à proximité de la surface. L'angle de déviation du faisceau sonde rasant la face avant de l'échantillon permet d'atteindre le signal photothermique. Cette méthode est à la fois thermique et optique, et conduit à des interprétations semblables à celles de la radiométrie.

Le gradient de température engendre également des variations de pression dans le gaz au voisinage de la surface de l'échantillon (alors placé dans une cellule fermée). Le signal photoacoustique est détecté par un microphone [24] et l'interprétation des résultats passe par la résolution des équations couplées : équation de diffusion de la chaleur et équation des déplacements.

Une caméra infrarouge a été utilisée par HADISAROYO [25] pour la caractérisation thermique de plaques minces. Nous présentons plus précisément cette méthode, qui à notre connaissance est la seule à utiliser ce genre de dispositif.

3.2. METHODE DE HADISAROYO [25], [26], [27]

L'auteur étudie le transfert de chaleur longitudinal en régime transitoire dans un échantillon parallélépipèdique de faible épaisseur e et de grande extension. L'hypothèse d'ailette étant posée (nombre de Biot petit devant 1), la distribution de température T(x,t) est supposée unidirectionnelle. Le matériau est homogène et isotrope, de conductivité thermique λ, initialement à l'équilibre avec l'extérieur à la

température T_∞ ($T(x,0)=T_\infty$), les échanges thermiques avec l'environnement sont caractérisés par un coefficient d'échange h, les propriétés thermophysiques sont constantes. Un flux de chaleur quelconque est imposé sur une portion de l'échantillon. Le schéma de principe est illustré sur la figure 4.

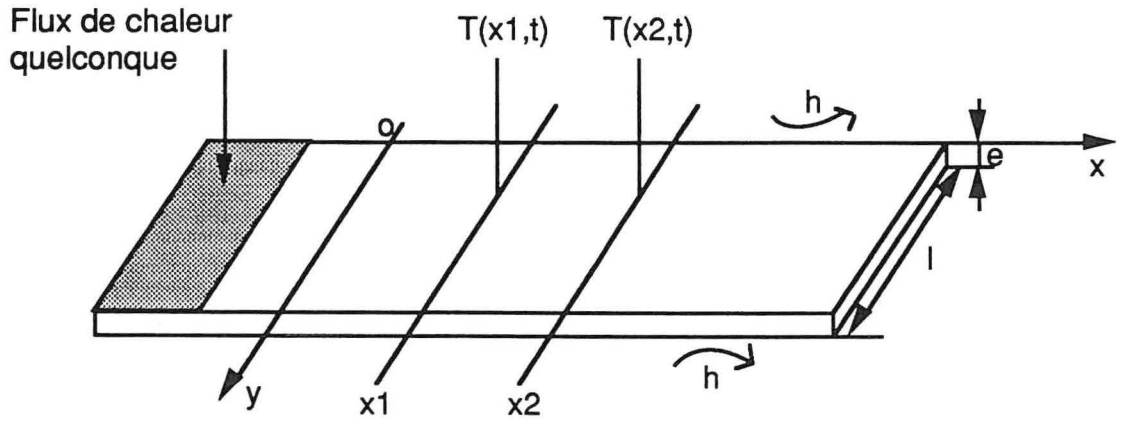


Figure 4 : Schéma de principe de la méthode de Hadisaroyo [25]

L'équation de la chaleur dans l'espace de Laplace s'écrit :

$$\frac{d^2\tau}{dx^2} - \left(\frac{p}{a} + \frac{2\,h}{\lambda e} \right) \tau = 0 \qquad (1.10)$$

où $\tau(x,p)$, la transformée de Laplace de la température $T(x,t) - T_\infty$ s'écrit :

$$\tau(x,p) = \int_0^\infty (T(x,t) - T_\infty)\, \exp(-pt)\, dt \qquad (1.11)$$

La fonction d'identification de la diffusivité et du rapport h/λ s'écrit très simplement :

$$\ln^2 \left(\frac{\tau(x_2,p)}{\tau(x_1,p)} \right) = \left(\frac{p}{a} + \frac{2\,h}{\lambda e} \right) (x_2 - x_1)^2 \qquad (1.12)$$

et ce indépendamment de la forme de l'impulsion de chaleur en $x < 0$. Les limitations pratiques : enregistrement de durée finie, incertitude sur le temps de départ reliée au pas d'acquisition, T(x,t) dans le domaine d'incertitude du bruit de mesure aux temps courts , n'interviennent pas si la variable de Laplace p est prise dans le domaine :

$$\frac{6}{t_{max}} \leq p \leq \frac{1}{t_{min}} \qquad (1.13)$$

t_{min} est le temps au bout duquel la température sort du bruit de mesure, t_{max} est la durée totale d'acquisition.

Le domaine de validité de l'hypothèse d'ailette infinie, le choix des dimensions de l'échantillon, le choix des lieux de mesure ont été discutés par l'auteur [25]. Il a été montré que le traitement du signal moyenné selon la dimension transversale y, dispense d'exciter le matériau de façon uniforme en $x < 0$ selon cette direction.

Cette technique d'identification, avec une prise de température ponctuelle, a été utilisée pour la détermination de la diffusivité thermique longitudinale de plaques électriquement conductrices.

Pour les matériaux isolants, la prise de température est réalisée sans contact par une **caméra infrarouge.** La même méthode d'identification peut être utilisée mais avec des températures moyennées sur deux zones de même surface définies sur la figure 5.

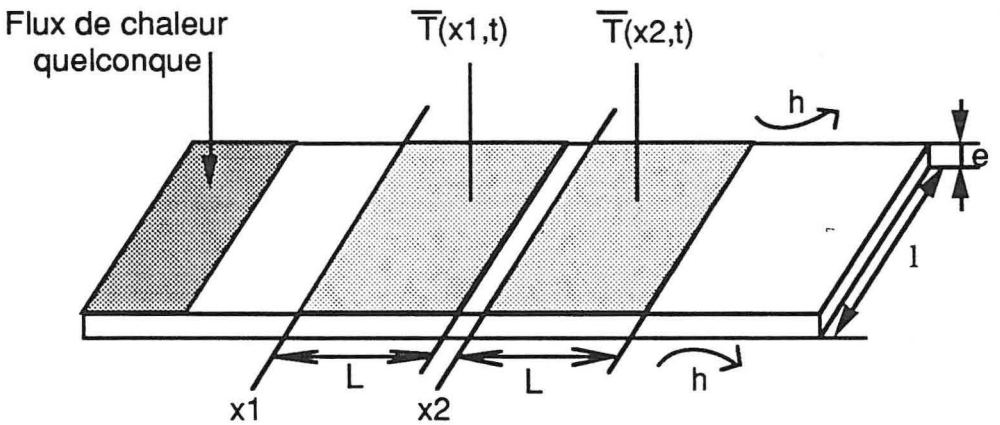


Figure 5 : Définition des zones de mesure

La température moyennée est exprimée par :

$$\overline{\tau}\ (x,p) = \frac{1}{L} \int_{x}^{x+L} \tau(x,p)\ dx \qquad (1.14)$$

La formule d'identification associée aux valeurs moyennes $\overline{\tau}$ est de la même forme que la formule (1.12).

La mesure de températures moyennes prises sur deux surfaces de grande dimension permet de traiter simplement un grand nombre de données et de diminuer ainsi l'erreur de mesure.

Le principal défaut de la méthode de HADISAROYO [25] est qu'elle ne peut s'adapter qu'aux plaques minces, du fait de l'importance de l'hypothèse d'ailette.

Pour pouvoir prendre en compte de façon simple les transferts **bidimensionnels**, les méthodes flash bidimensionnelles sont particulièrement intéressantes. En effet, elles permettent d'obtenir des solutions analytiques du champ des températures sous forme d'un produit de deux fonctions séparées des variables d'espace. Nous présentons maintenant ces méthodes.

3.3. LES METHODES FLASH

3.3.1. Méthode flash classique (monodimensionnelle dans le sens transversal)

La méthode de mesure dite "flash" a été proposée initialement par PARKER et al. [28] en 1961. Un échantillon plan adiabatique est soumis sur une de ses faces à une impulsion brève de chaleur. A partir du modèle idéal proposé, la prise en compte des effets perturbateurs a donné lieu à de nombreuses améliorations ([29] à [34]). Les paramètres pouvant intervenir dans le calcul de la diffusivité thermique de matériaux opaques, homogènes et isotropes sont :

- la forme et la durée de l'impulsion ([22] et [30]).
- la dépendance des propriétés thermophysiques avec la température [31]
- la perturbation due à la prise de température par contact en face arrière [32]
- les pertes thermiques vers l'environnement extérieur ([22] et [33] à [36])
- la distribution non uniforme d'énergie dans l'impulsion [37].

Des extensions à d'autres types de matériaux ont été proposées :

- les milieux poreux humides [38]
- les milieux semi-transparents [39]
- les milieux composites [40]
- les multicouches ([41] et [42]) (résistance thermique de contact)
- la présence de défauts ([43] et [44]) (CND).

3.3.2. Méthode flash bidimensionnelle ([45] à [48])

La méthode flash classique n'est pas adaptée à la caractérisation thermique des matériaux homogènes anisotropes. DONALDSON et TAYLOR [45] ont proposé d'irradier la face avant de l'échantillon non pas sur sa totalité mais sur une surface circulaire de rayon inférieur au rayon de l'échantillon, ceci afin de déterminer la diffusivité selon les axes principaux d'anisotropie (longitudinal et transversal).

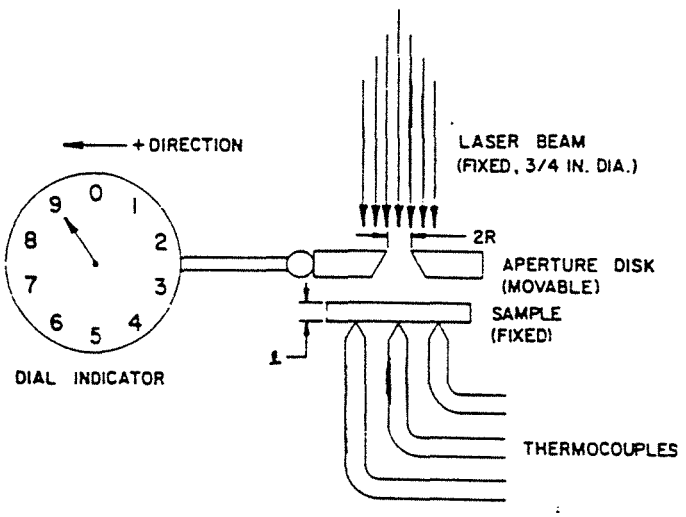


Figure 6 : Montage expérimental utilisé par DONALDSON et TAYLOR [45]

Cette méthode a été adaptée aux matériaux composites assimilables à des multicouches par AMAZOUZ et al [46]. Une comparaison par le calcul a permis de réduire le système multicouche à un milieu homogène isotrope ou anisotrope équivalent caractérisé par une (ou des) diffusivité(s) thermique(s) équivalente(s). Une amélioration théorique et expérimentale a été proposée par LACHI [47], nous présentons brièvement ses travaux.

Un échantillon cylindrique homogène orthotrope de rayon r_S et de faible épaisseur e, présentant une symétrie de révolution autour de l'axe Oz, est soumis à une perturbation sur la face avant en z=0.

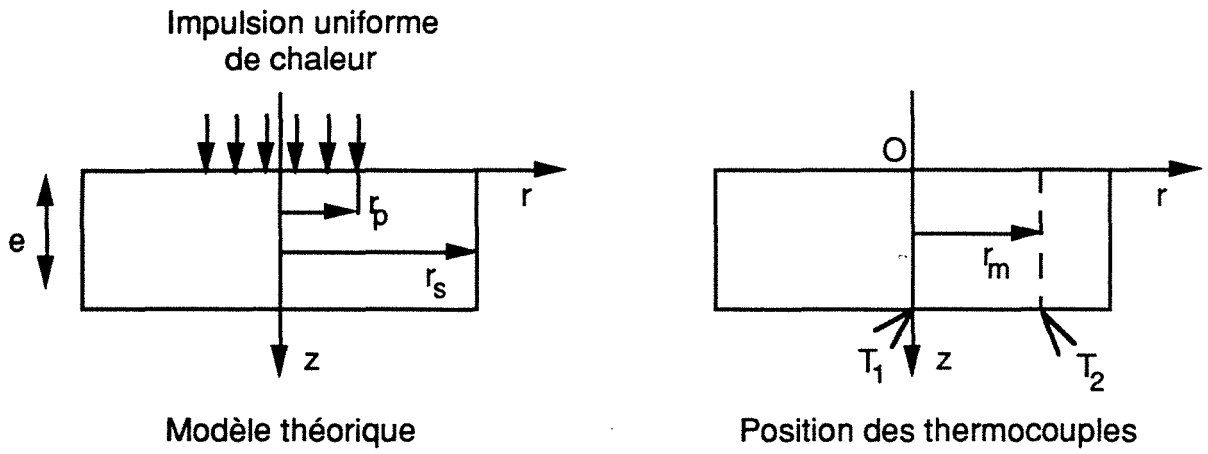


Figure 7 : Schéma de principe de la méthode flash bidimensionnelle utilisée par LACHI [47]

Les hypothèses du modèle analytique sont celles couramment utilisées dans la méthode flash classique à savoir : un modèle linéaire, un coefficient d'échange thermique uniforme et indépendant de la durée de l'expérience, et un Dirac de flux uniformément réparti sur une surface circulaire de rayon r_p. Les axes principaux d'anisotropie sont supposés connus et confondus avec les axes de symétrie du système (Or,Oz).

La distribution de température T(r,z,t) est recherchée par la méthode de séparation de variables. Elle s'écrit sous la forme d'un produit de deux termes, l'un radial et l'autre axial, la condition initiale étant séparable en z et r :

$$T(r,z,t) = \frac{q}{\rho c e} Z(z,t) \,.\, R(r,t) \qquad (1.15)$$

La solution se présente sous une forme **séparable** en espace, ce qui permet l'identification simultanée des deux diffusivités thermiques axiale et radiale. Pour cela, l'auteur utilise deux thermogrammes $T_1(t)$ (en r=0) et $T_2(t)$ (en $r=r_m$) relevés sur la face opposée à l'impulsion. Une fonction d'identification sur les moments temporels partiels, établie à partir du modèle analytique permet d'identifier simultanément les deux diffusivités axiale et radiale.

Citons également les travaux effectués par ENGUEHARD et al [48] sur la mesure de la diffusivité thermique radiale de matériaux anisotropes. La forme géométrique de l'impulsion de chaleur est un anneau centré sur l'échantillon, alors que la forme temporelle reste un Dirac de flux. La prise de température en face avant au centre de l'anneau est réalisée sans contact par un détecteur infrarouge. L'identification de la

diffusivité thermique radiale instantanée se fait soit par inversion directe du thermogramme expérimental, soit par la méthode de la dérivée logarithmique, ceci pour l'un ou l'autre des cas limites : milieu semi-infini sans pertes et milieu "extrêmement fin".

Cependant, contrairement à la méthode [25] décrite au paragraphe 3.2, les trois méthodes décrites ici sont très sensibles à la géométrie du problème, c'est-à-dire au positionnement et à la taille des zones d'excitation et de détection. Ainsi les précautions expérimentales souvent très lourdes, ne permettent pas d'envisager en l'état une extension aux plaques mobiles.

CONCLUSION

Nous avons pu voir que les méthodes actuelles [15] et [16] de mesure de diffusivité thermique de plaques en mouvement, sont uniquement basées sur le transfert diffusif transversal et le régime permanent. Si elles constituent d'excellentes méthodes comparatives, elles sont peu précises pour obtenir une valeur absolue de la diffusivité thermique, du fait du peu d'informations disponibles.

Nous proposons d'améliorer ces méthodes en utilisant des conditions d'excitation telles que le régime transitoire et le transfert longitudinal peuvent être pris en compte.

Ce projet passe alors par une amélioration des méthodes existantes sur les plaques immobiles.

Les idées fortes que nous reprendrons pour notre étude proviennent indépendamment de plusieurs travaux cités dans ce chapitre :

- mesure et excitation sans contact ([16] et [22] à [25])
- traitement d'un grand nombre de données expérimentales et utilisation d'une caméra infrarouge ([25])
- méthode flash bidimensionnelle de façon à obtenir une solution analytique séparable ([45] à [48])
- utilisation de méthodes de transformation intégrale pour résoudre le modèle de transfert transversal, longitudinal et transitoire ([13], [14] et [25]).

CHAPITRE 2

MESURE SANS CONTACT DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DANS LE SENS LONGITUDINAL DE PLAQUES IMMOBILES

CHAPITRE 2

MESURE SANS CONTACT DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DANS LE SENS LONGITUDINAL DE PLAQUES IMMOBILES

Au vu du contexte bibliographique, le projet de caractérisation thermique de plaques mobiles, passe par une amélioration des méthodes existantes, y compris sur les échantillons immobiles. Pour cela, la caméra infrarouge, nous paraît être un outil privilégié : la configuration de l'appareil (capteur mobile face à l'échantillon immobile) est très proche de notre projet final et c'est un dispositif de mesure sans contact, permettant un positionnement précis d'un point de mesure sur l'échantillon.

Nous proposons alors une modélisation tridimensionnelle du transfert de chaleur dans un échantillon plan à géométrie cartésienne, soumis sur une de ses faces à une impulsion thermique bidimensionnelle. La résolution analytique du problème se fait à l'aide des transformations intégrales de Laplace sur le temps et de Fourier sur l'espace. L'identification des diffusivités thermiques dans le plan de l'échantillon et d'un coefficient caractérisant les pertes sur les faces avant et arrière, s'effectue dans l'espace de Fourier. La fonction d'identification des paramètres s'écrit alors simplement indépendamment de la forme géométrique de l'impulsion de chaleur.

Une étude statistique nous permet ensuite de tirer le meilleur profit du grand nombre de données expérimentales pour contrebalancer la faible précision sur chaque point de mesure.

1. MODELE THEORIQUE

1.1. MODELE PHYSIQUE

Considérons un échantillon parallélépipèdique d'épaisseur e, de largeur l, de longueur L, composé d'un matériau anisotrope homogène. Les axes principaux d'anisotropie sont connus et confondus avec les axes du repère (Oxyz). L'échantillon initialement en équilibre thermique avec l'extérieur, est soumis sur la face avant à une impulsion de chaleur $\Phi(x,y,t)$ de type flash de forme géométrique quelconque.

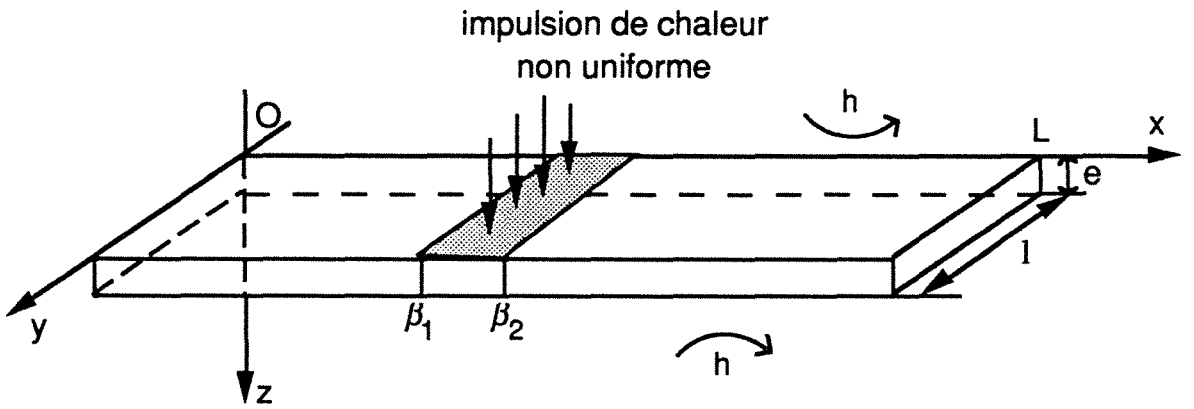


Figure 1 : Schéma de principe

L'équation de la chaleur gouvernant le transfert conductif transitoire dans ce milieu s'écrit en géométrie cartésienne tridimensionnelle :

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (2.1)$$

où λ_x, λ_y, λ_z sont les conductivités thermiques selon les directions x, y et z, ρc est la chaleur volumique.

L'échantillon est supposé isolé sur ses faces latérales. Les échanges sur les faces avant et arrière de l'échantillon sont caractérisés par un coefficient moyen d'échange surfacique h. Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = h\,(T - T_\infty) - \Phi\,(x,y,t) \qquad z = 0 \qquad (2.2)$$

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = -\,h\,(T - T_\infty) \qquad z = e \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \qquad y = 0 \qquad (2.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \qquad y = l \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad x = 0 \qquad (2.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad x = L \qquad (2.7)$$

La condition initiale s'écrit :

$$T = T_\infty \qquad t = 0 \qquad (2.8)$$

La densité de flux de chaleur est supposé séparable en temps et en espace :

$$\Phi\,(x,y,t) = g\,(x,y)\,.\,f(t) \qquad (2.9)$$

où f(t) est une fonction quelconque du temps et g(x,y) une fonction quelconque des variables d'espace x et y.

Le système ainsi posé est linéaire mais non-homogène à cause des deux conditions (2.2) et (2.8). Le changement de variable :

$$T^* = T - T_\infty$$

rend homogène la condition initiale.

1.2. RESOLUTION DU PROBLEME

1.2.1. Utilisation des transformations intégrales

Afin de résoudre l'équation différentielle aux dérivées partielles (2.1), des transformations intégrales successives sont appliquées à la distribution de température $T^*(x,y,z,t)$. Une transformation de Laplace sur la variable temps :

$$\tau(x,y,z,p) = \int_0^{\infty} T^*(x,y,z,t)\, \exp(-pt)dt \qquad (2.10)$$

puis une double transformation de FOURIER spatiale en cosinus sur les variables x et y [49]:

$$\theta(\alpha,\beta,z,p) = \int_0^{l}\int_0^{L} \tau(x,y,z,p)\, \cos(\beta y)\, \cos(\alpha x)\, dxdy \qquad (2.11)$$

Le choix des transformations intégrales de Fourier en cosinus sur les variables d'espace est imposé par le fait que l'échantillon est isolé en x=0 et L et y=0 et l. Les valeurs des fréquences spatiales α et β sont alors discrètes et telles que :

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} \quad \text{et} \quad \beta_m = \frac{m\pi}{l} \qquad (2.12)$$

Avec les conditions aux limites en x et y et la condition initiale posées ci-dessus, l'équation (2.1) devient une équation différentielle ordinaire :

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} - \left(\frac{\rho c\, p}{\lambda_z} + \frac{\lambda_x}{\lambda_z}\alpha^2 + \frac{\lambda_y}{\lambda_z}\beta^2 \right)\theta = 0 \qquad (2.13)$$

Les conditions aux limites sur la variable d'espace z deviennent :

$$\lambda_z \frac{d\theta}{dz} = h\,\theta - G(\alpha,\beta)F(p) \qquad z = 0 \qquad (2.14)$$

$$\lambda_z \frac{d\theta}{dz} = -h\,\theta \qquad z = e \qquad (2.15)$$

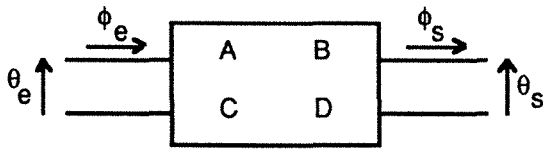
où $G(\alpha,\beta)$ est la transformée de Fourier de la partie spatiale et $F(\bar{p})$ la transformée de Laplace de la partie temporelle de la densité de flux excitateur $\Phi(x,y,t)$ (expression 2.9).

1.2.2. Présentation de la solution sous forme quadripolaire

Pour résoudre le système (2.13) à (2.15), la méthode analytique des quadripôles thermiques est utilisée. Cette méthode présente l'avantage de donner une

représentation physique simple et parlante par analogie électrique, et de traiter simplement les systèmes multicouches [20]. Habituellement réservée aux problèmes unidirectionnels, cette méthode peut être étendue aux problèmes bi ou tridirectionnels par utilisation des transformations intégrales sur les variables d'espace (pour plus de détails, voir [50] et [51]).

Appelons θ_e et θ_s les transformées de Laplace-Fourier des températures en z=0 et z=e, ϕ_e et ϕ_s les transformées de Laplace-Fourier des flux en z=0 et z=e. Le quadripôle associé au mur d'épaisseur e, de surface S, est défini dans l'espace transformé de Laplace-Fourier par :



Après résolution de l'équation différentielle (2.13) et compte tenu des conditions aux limites (2.14) et (2.15), il est possible d'écrire sous forme matricielle la relation linéaire entre les grandeurs température et flux d'entrée (θ_e et ϕ_e) et les grandeurs température et flux de sortie (θ_s et ϕ_s) :

$$\begin{bmatrix} \theta_e \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \phi_s \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \theta_e \\ -h\theta_e + G(\alpha,\beta)F(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ h\theta_s \end{bmatrix} \qquad (2.16)$$

avec
$$\begin{cases} A = D = ch(\gamma e) \\ B = sh(\gamma e) \,/\, (\lambda_z \gamma) \\ C = \lambda_z \gamma \, sh(\gamma e) \end{cases} \qquad (2.17)$$

où
$$\gamma = \sqrt{\frac{p}{a_z} + \left(\frac{\lambda_x}{\lambda_z}\right)\alpha^2 + \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_z}\right)\beta^2} \qquad (2.18)$$

a_z est la diffusivité thermique selon la direction z.

Il faut noter que la matrice s'écrit indépendamment des conditions aux limites imposées. Le quadripôle est passif, c'est-à-dire que A, B, C et D ne sont pas indépendants mais vérifient la relation :

$$AD - BC = 1 \tag{2.19}$$

La résolution du système matriciel (2.16) conduit à l'expression de la distribution de température dans l'espace de Laplace-Fourier en face arrière :

$$\theta_s = \theta(\alpha,\beta,e,p) = \frac{G(\alpha,\beta)\ F(p)}{C + h\ (A+D) + h^2 B} \tag{2.20}$$

Soit pour la cote z :

$$\theta(\alpha,\beta,z,p) = \frac{(\lambda_z \gamma\ ch(\gamma(e-z)) + h\ sh(\gamma(e-z))\ )\ G(\alpha,\beta)\ F(p)}{2\ h\ \lambda_z \gamma\ ch(\gamma e) + ((\lambda_z \gamma)^2 + h^2)\ sh(\gamma e)} \tag{2.21}$$

1.2.3. Caractère séparable de la solution

Remarquons que la fonction $\theta(\alpha,\beta,z,p)$ est un produit de trois fonctions dans l'espace de Laplace-Fourier :

$$\theta(\alpha,\beta,z,p) = G(\alpha,\beta)\ F(p)\ \mathcal{F}(z,p+a_x\alpha^2+a_y\beta^2) \tag{2.22}$$

où $\mathcal{F}(z,p+a_x\alpha^2+a_y\beta^2)$ est une fonction définie à partir de l'expression (2.21). Si la distribution temporelle de l'impulsion de chaleur est une distribution de Dirac à l'instant t = 0, la fonction F(p) vaut 1. La distribution de température s'exprime alors comme une fonction du groupement $p+a_x\alpha^2+a_y\beta^2$ dans l'espace de Laplace :

$$\tau(x,y,z,p) = \frac{1}{Ll} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \xi_{nm}\ G(\alpha_n,\beta_m)\ \mathcal{F}(z,p+a_x\alpha_n^2+a_y\beta_m^2)\ \cos(\alpha_n x)\ \cos(\beta_m y) \tag{2.23}$$

avec :

$$\begin{cases} \xi_{00} = 1 \\ \xi_{0m} = 2 \quad (\text{si } n \neq 0) \\ \xi_{n0} = 2 \quad (\text{si } m \neq 0) \\ \xi_{nm} = 4 \quad (\text{si } n \text{ et } m \neq 0) \end{cases} \tag{2.24}$$

Les propriétés de translation dans l'espace de Laplace [52] sont telles que si $\mathcal{F}(p)$ est la transformée de $f(t)$ alors $\mathcal{F}(p+b)$ est la transformée de $f(t)\exp(-bt)$. Ceci conduit à la distribution de température dans l'espace réel :

$$T^*(x,y,z,t) = [T_z(z,t)]\left[\frac{1}{LI}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\xi_{nm}\, G(\alpha_n,\beta_m)\exp(-a_x\alpha_n^2 t)\cos(\alpha_n x)\exp(-a_y\beta_m^2 t)\cos(\beta_m y)\right] \tag{2.25}$$

où $T_Z(z,t)$ désigne la transformée inverse de Laplace de $\mathcal{F}(z,p)$, a_x et a_y sont les diffusivités thermiques selon les directions x et y.
Dans l'espace Fourier-temps, l'expression (2.25) s'écrit de façon plus compacte :

$$\Theta(\alpha,\beta,z,t) = T_z(z,t)\, G(\alpha,\beta)\exp(-a_x\alpha^2 t)\exp(-a_y\beta^2 t) \tag{2.26}$$

où $\Theta(\alpha,\beta,z,t)$ est la transformée de Fourier en cosinus sur les variables d'espace x et y de la température $T^*(x,y,z,t)$:

$$\Theta(\alpha,\beta,z,t) = \int_0^I \int_0^L T^*(x,y,z,t)\cos(\beta y)\cos(\alpha x)\,dxdy \tag{2.27}$$

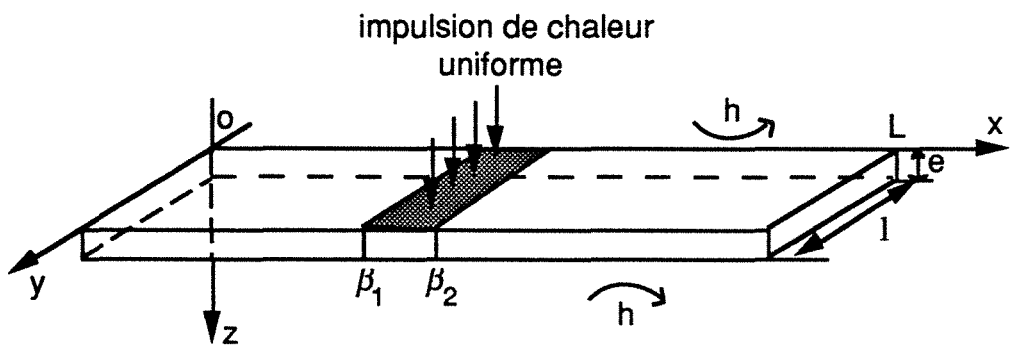
En posant l'hypothèse d'une impulsion de chaleur de forme géométrique quelconque mais représentée temporellement par une distribution de Dirac, une solution analytique pour la distribution de température $T^*(x,y,z,t)$ est possible grâce à l'utilisation des transformations intégrales de Laplace sur le temps et de Fourier sur l'espace. La solution trouvée se présente sous une forme **séparable** comme le produit de deux fonctions dépendant respectivement de (z,t) et de (x,y,t).

Si de plus, la fonction $G(\alpha,\beta)$ peut se mettre sous la forme $G_1(\alpha)G_2(\beta)$, le problème physique est séparable selon les trois directions de l'espace x, y et z. Notons que le caractère séparable de la solution dans l'espace réel est conservé lors de la transformation de Fourier en cosinus sur les variables x et y.

La solution dans l'espace de Fourier est écrite de façon plus condensée, les expressions (2.22) et (2.26) sont plus simples que les expressions (2.23) et (2.25) qui leur correspondent dans l'espace géométrique réel.

1.3. EXEMPLE DE SIMULATION

Nous nous plaçons dans le cas particulier où l'impulsion de chaleur est uniforme sur une surface de largeur l et de longueur $\beta_2 - \beta_1$ (voir figure suivante).



Le problème ne dépend plus de la variable y, le flux étant réparti sur toute la largeur de la plaque. Pour une telle configuration bidimensionnelle, la distribution de température $T^*(x,z,t)$ s'écrit :

$$T^*(x,z,t) = \frac{q}{\rho c e}\left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{L} + \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\alpha_n\beta_2) - \sin(\alpha_n\beta_1)}{\alpha_n}\cos(\alpha_n x)\exp(-a_x\alpha_n^2 t)\right).$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\nu_n\,(2\nu_n\cos(2\nu_n(1-\frac{z}{e})) + Bi\sin(2\nu_n(1-\frac{z}{e})))}{4\nu_n(1+Bi)\sin(2\nu_n) + (4\nu_n^2 - Bi^2 - 2Bi)\cos(2\nu_n)}\exp(-a_z\left(\frac{2\nu_n}{e}\right)^2 t)\right)$$

$$= \frac{q}{\rho c e}\,T_x(x,t)\,T_z(z,t) \qquad (2.28)$$

où les divers paramètres intervenant sont définis comme suit :

q	densité de chaleur absorbée en face avant ($J.m^{-2}$)
$Bi = \frac{he}{\lambda_z}$	nombre de Biot
ν_n	$n^{ième}$ racine des équations transcendantes $\begin{cases} \frac{Bi}{2} - \nu_n \, tg(\nu_n) = 0 & n \text{ pair} \\ \frac{Bi}{2} + \nu_n \, cotg(\nu_n) = 0 & n \text{ impair} \end{cases}$
$\alpha_n = \frac{n\pi}{L}$	fréquence spatiale

Les calculs sont détaillés dans l'annexe 1.

L'évolution de la température en fonction du temps pour une abscisse x fixée (centre de l'impulsion de chaleur) et l'évolution de température en fonction de l'abscisse pour des instants t fixés sont déterminées en face arrière pour les paramètres thermiques et géométriques suivants :

paramètres thermiques :

$a_x = 0,62.10^{-6}$	$m^2.s^{-1}$
$a_z = 0,16.10^{-6}$	$m^2.s^{-1}$
$\rho c = 1,6.10^{6}$	$J.m^{-3}.K^{-1}$
$h = 10$	$W.m^{-1}.K^{-1}$
$Q = 4,1$	kJ

paramètres géométriques :

$e = 1,6$	mm
$L = 0,1$	m
$l = 1$	m
$\beta_1 = 3,775.10^{-2}$	m
$\beta_2 = 6,225.10^{-2}$	m

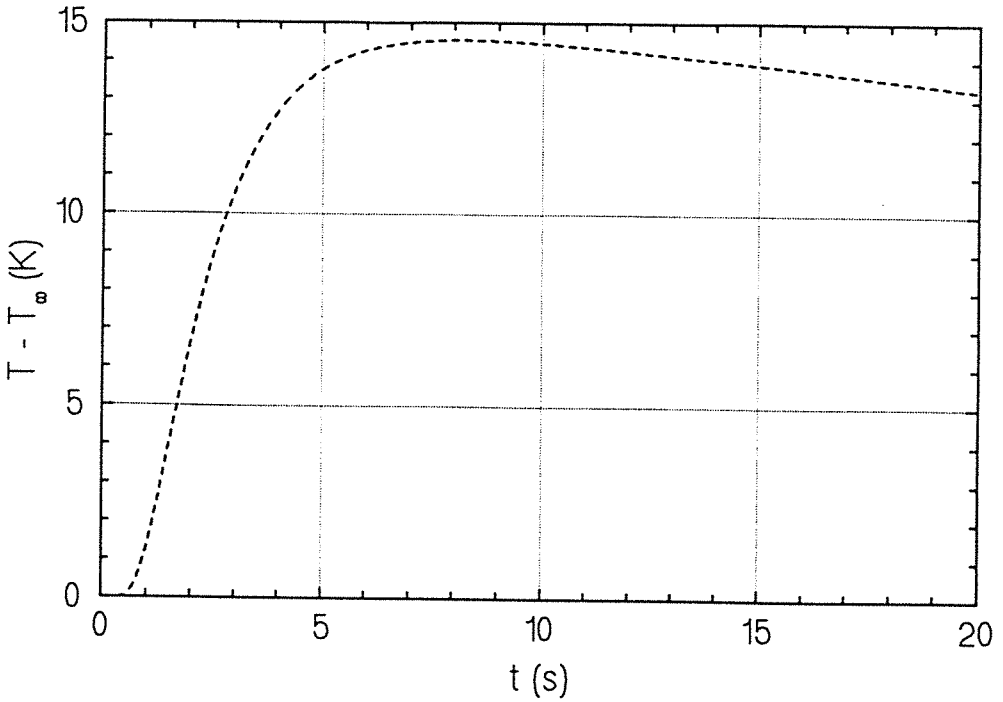


Figure 2 : Thermogramme théorique au centre de l'échantillon en face arrière

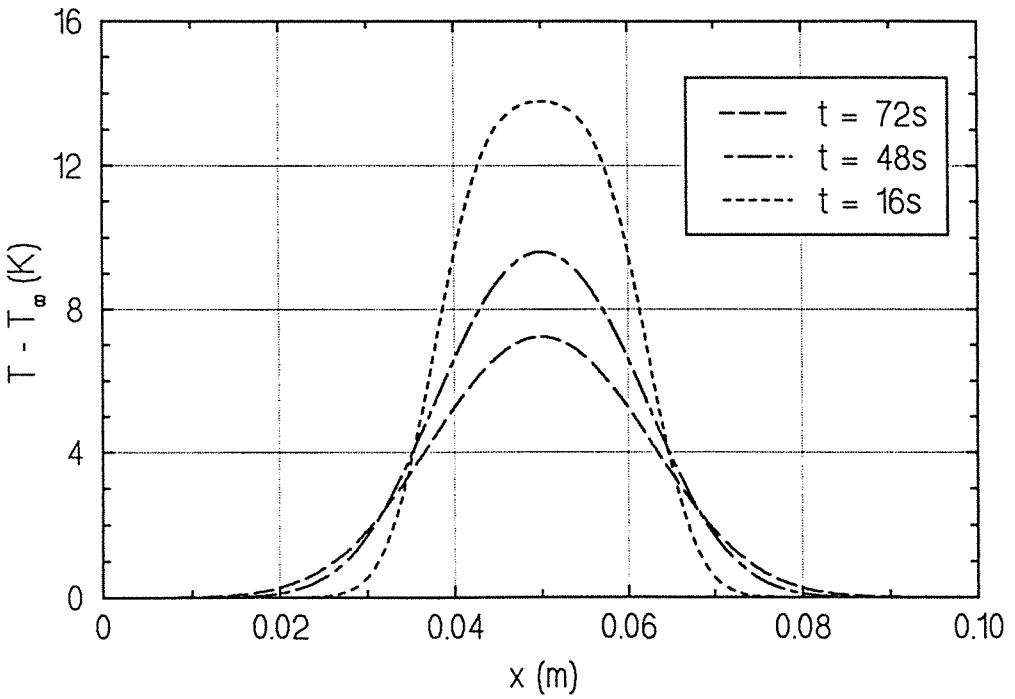


Figure 3 : Champ de température théorique en face arrière

Nous constatons sur les figures 2 et 3 que les temps caractéristiques de diffusion dans le sens de l'épaisseur et dans le sens transverse ne sont pas du même ordre de grandeur. Si les deux diffusivités thermiques a_x et a_z sont recherchées, deux manipulations sur le même échantillon seront nécessaires. En effet, les pas d'acquisition temporels doivent être ajustés en fonction du temps caractéristique de diffusion dans la direction considérée.

1.4. CAS DU MULTICOUCHE

1.4.1. Quadripôle associé aux multicouches

Sous forme de matériaux stratifiés, les matériaux composites peuvent être assimilés à un ensemble de couches homogènes, anisotropes de propriétés thermiques et mécaniques différentes [53]. En régime transitoire, la méthode des quadripôles thermiques est pratique pour la modélisation du transfert tridimensionnel de la chaleur dans de tels milieux.
Nous nous intéressons au cas du transfert de chaleur dans un matériau composé de deux couches homogènes et anisotropes.

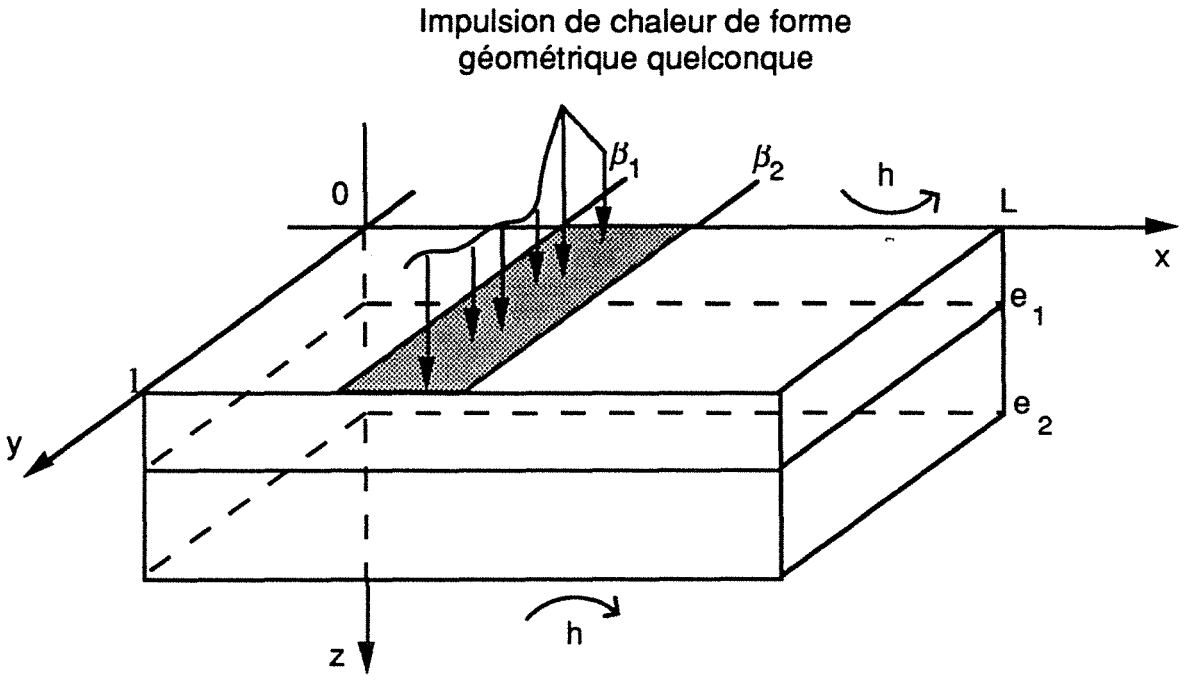
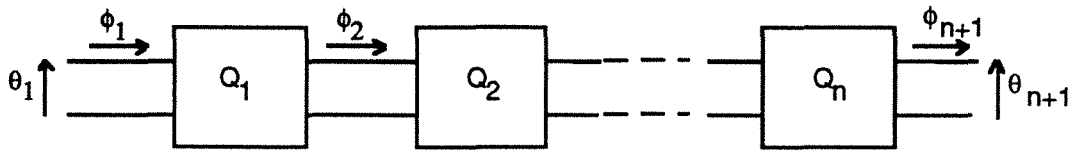


Figure 4 : Schéma de principe

Pour un mur multicouche, le quadripôle équivalent se définit comme l'association en cascade de quadripôles caractérisant chaque couche et définis au paragraphe 1.2.2. Le contact entre chaque couche est supposé parfait (aux interfaces nous avons égalité des températures et des flux).



Soit pour n = 2 et pour les conditions aux limites (2.14) et (2.15) :

$$\begin{bmatrix} \theta(\alpha,\beta,0,p) \\ G(\alpha,\beta)F(p) - h\theta(\alpha,\beta,0,p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(\alpha,\beta,e_2,p) \\ h\theta(\alpha,\beta,e_2,p) \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Pour le bicouche étudié, la distribution de température en face arrière dans l'espace de Laplace-Fourier, est donnée par l'expression (2.20) avec A, B, C et D, coefficients de la matrice de transfert inverse du quadripôle associé au bicouche, définis par la relation (2.30).

Ainsi le champ de température donné par $\theta(\alpha,\beta,e_2,p)$ est fonction de deux groupements, $p+a_{x1}\alpha^2+a_{y1}\beta^2$ et $p+a_{x2}\alpha^2+a_{y2}\beta^2$ où a_{xi} et a_{yi} sont les diffusivités thermiques selon les directions x et y pour la couche i. Les propriétés de translation de la transformée de Laplace ne sont plus utilisables, le problème spatio-temporel ne sera donc **plus séparable** en espace comme c'était le cas pour le transfert tridimensionnel dans un monocouche homogène anisotrope.

1.4.2. Homogénéisation dans le cas d'un bicouche de faible épaisseur

Dans le cas où les deux couches constituant le bicouche sont de faible épaisseur, une expression approchée des coefficients A_i, B_i, C_i et D_i (avec i =1,2) peut être

obtenue, en prenant le développement asymptotique au premier ordre des fonctions cosinus et sinus hyperboliques. Soit :

$$\begin{cases} A_i = D_i = 1 \\ B_i = e_i / \lambda_i \\ C_i = \lambda_i e_i \gamma_i^2 \end{cases} \tag{2.31}$$

En négligeant les termes du second ordre relatifs à l'épaisseur et aux pertes (Biot petit), la température en face arrière dans l'espace de Laplace-Fourier :

$$\theta(\alpha,\beta,e_2,p) = \frac{G(\alpha,\beta)\,F(p)}{((\rho c)_1 e_1+(\rho c)_2 e_2)\left(p + \frac{\lambda_{x1}e_1+\lambda_{x2}e_2}{(\rho c)_1 e_1+(\rho c)_2 e_2}\alpha^2 + \frac{\lambda_{y1}e_1+\lambda_{y2}e_2}{(\rho c)_1 e_1+(\rho c)_2 e_2}\beta^2\right)} \tag{2.32}$$

fait apparaître la variable de Laplace p dans un groupement du type $p+a_x\alpha^2+a_y\beta^2$ identique au cas du monocouche. Pour ce cas limite : faible épaisseur, nombre de Biot (Bi = he/λ) faible, la température dans l'espace réel ou dans l'espace Fourier-temps s'écrit sous une forme **séparable**.

La diffusivité thermique "équivalente" identifiée est alors :

$$a_x = \frac{\lambda_{x1}e_1+\lambda_{x2}e_2}{(\rho c)_1 e_1+(\rho c)_2 e_2} \tag{2.33}$$

1.4.3. Modélisation tenant compte des couches de peinture

Pour évaluer les erreurs introduites par la peinture sur les faces avant et arrière de l'échantillon, la température en face arrière de l'échantillon peint est calculée. L'échantillon peint se présente comme un tricouche. La modélisation du transfert de chaleur dans ce cas est identique dans son principe à celle du paragraphe précédent. La température en face arrière de l'échantillon peint dans l'espace de Laplace-Fourier est donnée par l'expression (2.20)

avec $$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ C_3 & D_3 \end{bmatrix}$$

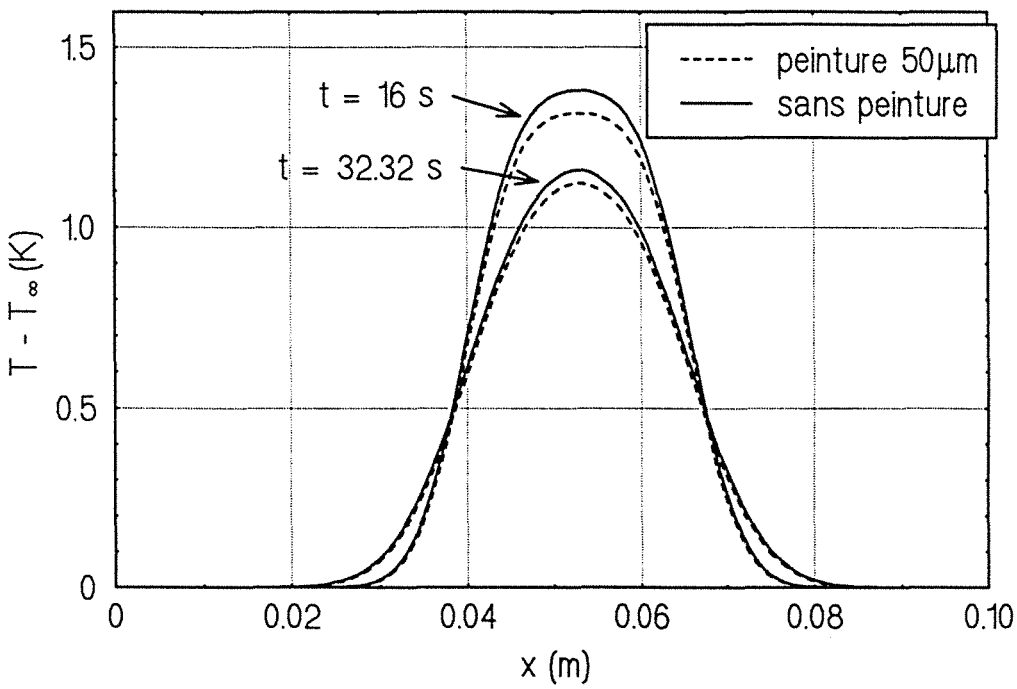


Figure 5 : Influence de la peinture sur le champ de température en face arrière

Les indices 1 et 3 sont relatifs aux couches de peinture et l'indice 2 est relatif à l'échantillon nu.

La transformée de Laplace $\tau(x,y,e,p)$ de la température en face arrière est donnée par :

$$\tau(x,y,e,p) = \frac{1}{Ll} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \xi_{nm}\, \theta(\alpha_n,\beta_m,e,p)\, \cos(\alpha_n x)\, \cos(\beta_m y)$$

avec ξ_{nm} définis par la relation (2.24).

Le retour dans l'espace réel des temps se fait numériquement par la méthode dite FFT (Fast Fourier Transform) ([54] et [55]). La méthode FFT est expliquée en annexe 2.

- Influence sur la détermination de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes

Une simulation du champ de température en face arrière est effectuée pour un échantillon peint sur ses faces avant et arrière. Les données thermiques et géométriques pour l'échantillon et pour les couches de peinture sont :

paramètres thermiques :

plaque		couche de peinture	
$a_x = 0{,}62.10^{-6}$	$m^2.s^{-1}$	$a_x = 8.10^{-8}$	$m^2.s^{-1}$
$a_z = 0{,}16.10^{-6}$	$m^2.s^{-1}$	$a_z = 8.10^{-8}$	$m^2.s^{-1}$
$\rho c = 1{,}6.10^{6}$	$J.m^{-3}.K^{-1}$	$\rho c = 1{,}25.10^{6}$	$J.m^{-3}.K^{-1}$
$h = 10$	$W.m^{-1}.K^{-1}$		
$Q = 4{,}1$	kJ		

paramètres géométriques :

$e = 1{,}6$	mm	$e = 50$	µm
$L = 0{,}1$	m		
$l = 1$	m		
$\beta_1 = 3{,}775.10^{-2}$	m		
$\beta_2 = 6{,}225.10^{-2}$	m		

Les deux couches de peinture sont supposées identiques. Les simulations sont représentées sur la figure 5.

L'erreur relative introduite dans ce cas extrême (forte épaisseur de peinture et faible épaisseur de l'échantillon; diffusivité thermique du même ordre de grandeur) par les couches de peinture, est de 2 % sur la diffusivité thermique (expression 2.33). La diffusivité thermique du multicouche est systématiquement inférieure à celle de l'échantillon nu mais l'erreur relative reste faible. Pour des échantillons métalliques, l'erreur relative sur les paramètres identifiés est complètement négligeable.

Dans tous les cas, nous avons choisi de ne pas tenir compte des erreurs introduites par les peintures.

2. METHODE D'IDENTIFICATION

Ce paragraphe a pour but de définir une méthodologie afin d'estimer la diffusivité thermique a_x dans le sens longitudinal ainsi qu'un coefficient caractérisant les pertes avec l'extérieur en face avant et arrière de l'échantillon. L'utilisation du modèle mathématique développé au paragraphe précédent (modèle direct supposé représentatif du phénomène physique étudié), permet de trouver une formule simple, explicite et exacte d'identification des paramètres en fonction des données expérimentales.

L'influence du bruit de mesure sur la fonction d'identification est étudiée théoriquement lors de l'étude de sensibilité et lors des simulations.

2.1. IDENTIFICATION DANS L'ESPACE DE FOURIER

Le rapport de deux transformées de Fourier de la distribution de température (expression 2.26) prises à deux instants t_1 et t_2 :

$$\frac{\Theta(\alpha,\beta,z,t_2)}{\Theta(\alpha,\beta,z,t_1)} = \frac{\Theta(0,0,z,t_2)}{\Theta(0,0,z,t_1)} \exp\left(- a_x \alpha^2 (t_2-t_1)\right) \exp\left(- a_y \beta^2 (t_2-t_1)\right) \qquad (2.34)$$

constitue en théorie une méthode très simple d'identification puisqu'il suffit de tracer la courbe $\mathrm{Ln}\left(\frac{\Theta(\alpha,\beta,z,t_2)}{\Theta(\alpha,\beta,z,t_1)}\right)$ en fonction de α^2 pour obtenir une droite de pente - $a_x(t_2-t_1)$ ou en fonction de β^2 pour obtenir une droite de pente - $a_y(t_2-t_1)$.

$$\text{Ln}\left(\frac{\Theta(\alpha,\beta,z,t_2)}{\Theta(\alpha,\beta,z,t_1)}\right) = \text{Ln}\left(\frac{\Theta(0,0,z,t_2)}{\Theta(0,0,z,t_1)}\right) - a_x\,\alpha^2(t_2-t_1) - a_y\,\beta^2(t_2-t_1) \qquad (2.34\text{ bis})$$

Nous pouvons constater que cette expression est parfaitement indépendante de la forme géométrique du flux d'excitation g(x,y) ou G(α,β). De plus, l'ordonnée à l'origine de la droite considérée est seule dépendante de la diffusivité axiale a_z et des pertes convectives.

Remarquons que Θ(0,0,z,t) est la valeur moyenne du champ de température à la cote z et à l'instant t. L'ordonnée à l'origine est le logarithme du rapport aux temps t_1 et t_2 de la fonction $T_z(z,t)$, solution du problème monodimensionnel pour un matériau isotrope.

- Etude de la fonction $T_z(z,t)$

La fonction $T_z(z,t)$ (expression 2.28) peut s'exprimer en fonction de deux nombres adimensionnels, Bi le nombre de Biot (Bi = he/λ) et $a_z t/e^2$ le nombre de Fourier. Sur la figure 6 est tracé le rapport aux temps t_2 et t_1 de la fonction $T_z(z,t)$ en fonction du nombre de Fourier $a_z t_1/e^2$ avec $(t_2 - t_1)$ constant.

Nous observons que pour des temps t_1 grands devant un multiple du temps caractéristique de diffusion dans le sens de l'épaisseur ($t_1 > 0.8e^2/a_z$), il est possible d'exprimer l'ordonnée à l'origine en fonction uniquement des pertes convectives pour des nombres de Biot faibles (hypothèse de refroidissement du petit corps) :

$$\text{Ln}\left(\frac{\Theta(0,0,z,t_2)}{\Theta(0,0,z,t_1)}\right) = -\frac{2h}{\rho c\ e}(t_2-t_1) \qquad (2.35)$$

Le paramètre identifiable est alors:

$$H = \frac{2h}{\rho c e} \qquad (2.36)$$

La méthode des temps partiels [33] peut par exemple être appliquée pour déterminer la diffusivité thermique dans la direction z si le champ de température est connu pour des temps inférieurs au temps caractéristique de diffusion dans le sens de l'épaisseur. Ce qui ne sera pas le cas dans notre montage expérimental.

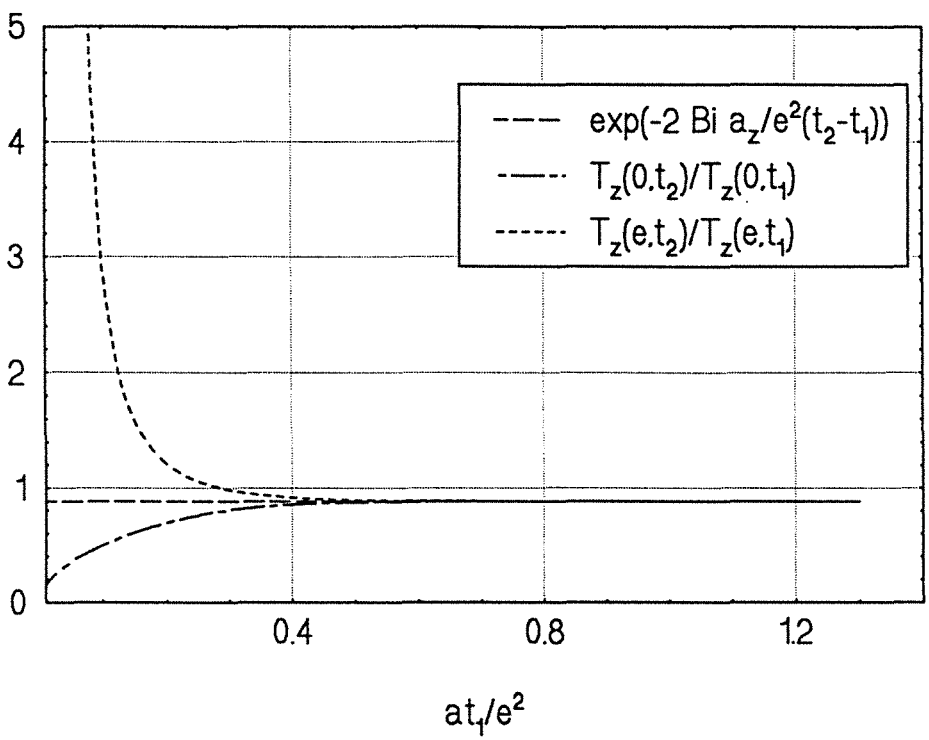


Figure 6 : Etude de l'ordonnée à l'origine de la droite d'identification

- Singularités de la fonction d'identification

Pour identifier la diffusivité thermique selon les directions x ou y et le coefficient de pertes H, il faut calculer la double transformée de Fourier en cosinus selon x et y du champ de température pour deux instants différents, en face arrière par exemple.

Lors de l'identification, des singularités du type division par zéro ou calcul du logarithme d'un nombre négatif peuvent survenir. Dans le cas d'un flux uniformément réparti sur une bande de longueur $\beta_2 - \beta_1$ et de largeur 1, ces singularités peuvent être déterminées analytiquement. La transformée de Fourier avec $\beta=0$ et $\alpha\neq0$ s'écrit alors :

$$\Theta(\alpha,0,z,t) = \frac{q}{\rho c e} \frac{\sin(\alpha\beta_2) - \sin(\alpha\beta_1)}{\alpha} \exp(-a_x \alpha^2 t)\, T_z(z,t) \qquad (2.37)$$

où q est la densité d'énergie absorbée par la face avant de l'échantillon.

La fonction $\Theta(\alpha,0,z,t)$ définie par l'expression ci-dessus est nulle pour une valeur de la fréquence spatiale α telle que :

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} = 2j \frac{\pi}{\beta_2 - \beta_1}$$

ou où j est un entier strictement positif

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} = (2j-1) \frac{\pi}{(\beta_2 + \beta_1)}$$

Si le rapport de la longueur L de l'échantillon sur la longueur $\beta_2 - \beta_1$ du flash vaut 4 par exemple, la première expression donne n = 8j pour j entier strictement positif.

Par exemple, si le flash est centré sur l'échantillon, soit :

$$\frac{\beta_2 + \beta_1}{2} = \frac{L}{2}$$

la seconde expression conduit à n = 2j-1, soit n impair.

Pour ces valeurs singulières de α, la fonction d'identification dans le cas d'un flux uniforme présente des valeurs indéterminées (limites non définies 0/0).

Lorsque le rapport des deux transformées de Fourier est négatif, la fonction d'identification ne peut pas être calculée. Ceci peut survenir pour des valeurs de la fréquence spatiale pour laquelle la transformée de Fourier au temps t_2 est noyée dans le bruit de mesure, c'est-à-dire pour des valeurs élevées de la fréquence spatiale.

2.2. ETUDE DE SENSIBILITE

Pour $t_1 > 0{,}8\ e^2/a_Z$, la clé de notre identification est la fonction de transfert dans l'espace de Fourier :

$$\Gamma(\alpha^2,\beta^2) = \frac{\Theta(\alpha,\beta,e,t_2)}{\Theta(\alpha,\beta,e,t_1)} = \exp\left(-H(t_2-t_1) - a_x\,\alpha^2(t_2-t_1) - a_y\,\beta^2(t_2-t_1)\right) \qquad (2.38)$$

Les coefficients de sensibilité s'écrivent [56] comme la dérivée partielle de la fonction $\Gamma(\alpha^2,\beta^2)$ par rapport aux paramètres à estimer a_x, a_y et H. La multiplication de ces coefficients par la valeur du paramètre correspondant permet de s'affranchir des unités du paramètre et ainsi de comparer entre eux les différents coefficients de sensibilité réduits.

$$X_{ax}(\alpha^2,\beta^2) = a_x \frac{\partial\Gamma}{\partial a_x}(\alpha^2,\beta^2) = -\,a_x\,\alpha^2(t_2-t_1)\,\Gamma(\alpha^2,\beta^2) \qquad (2.39)$$

$$X_{ay}(\alpha^2,\beta^2) = a_y \frac{\partial\Gamma}{\partial a_y}(\alpha^2,\beta^2) = -\,a_y\,\beta^2(t_2-t_1)\,\Gamma(\alpha^2,\beta^2) \qquad (2.40)$$

$$X_H(\alpha^2,\beta^2) = H \frac{\partial\Gamma}{\partial H}(\alpha^2,\beta^2) = -\,H\,(t_2-t_1)\,\Gamma(\alpha^2,\beta^2) \qquad (2.41)$$

$X_{ax}(\alpha^2,\beta^2)$ par exemple, représente la variation absolue de la fonction de transfert due à une variation relative de la diffusivité thermique a_x.

Dans ce paragraphe, nous considérerons uniquement un problème moyenné en y, donc bidimensionnel en x et z. Ainsi, le paramètre β vaut 0. L'étude de sensibilité a été menée pour un échantillon dont les paramètres thermiques et géométriques sont identiques à ceux du paragraphe 1.3.

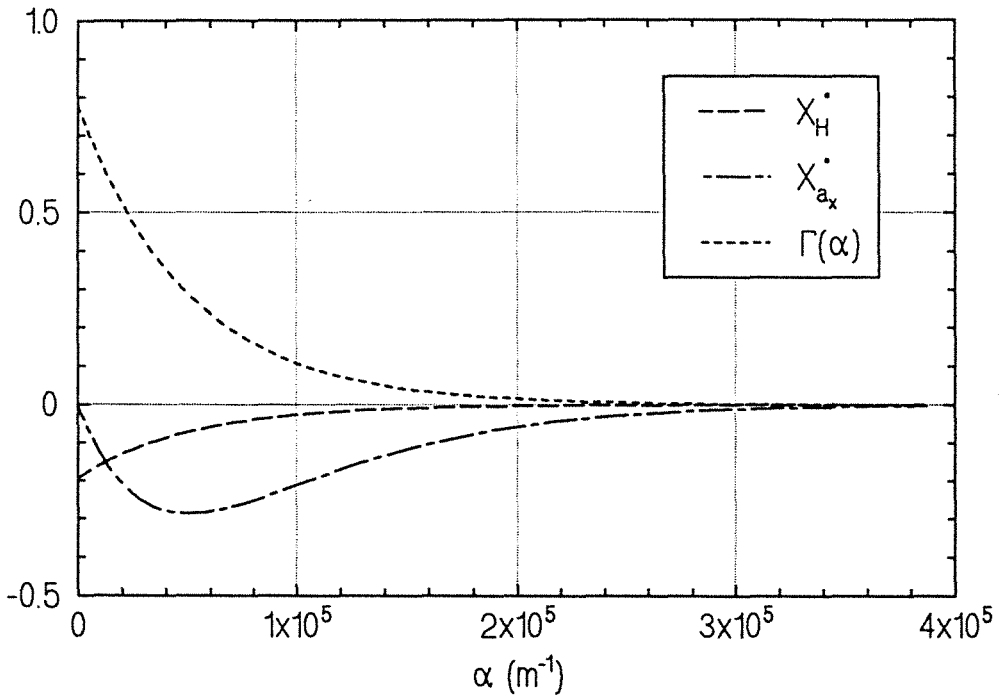


Figure 7 : Sensibilité de la fonction d'identification aux différents paramètres à Δt fixé = 32 s

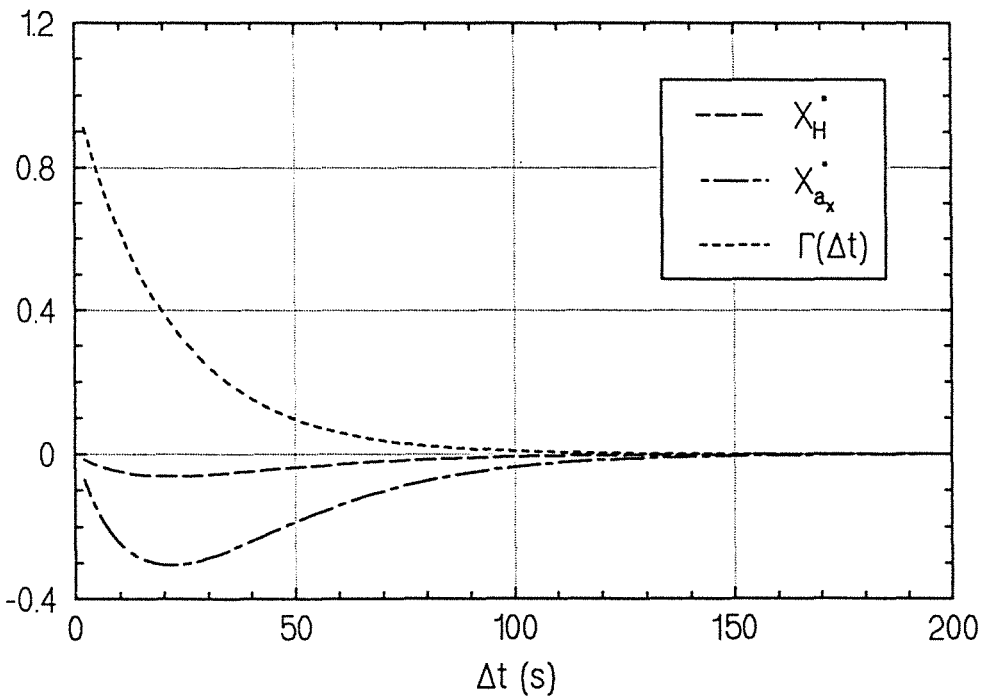


Figure 8 : Sensibilité de la fonction d'identification aux différents paramètres à α fixé = $8\pi/L$

Nous pouvons observer sur la figure 7, que les deux paramètres a_x et H ne sont pas corrélés. La sensibilité maximale au coefficient de pertes H est située en $\alpha = 0$, tandis que la sensibilité maximale à la diffusivité thermique a_x est située en $\alpha^2=1/(a_x (t_2-t_1))$, pour (t_2-t_1), a_x et H paramètres fixés. Nous appellerons $\alpha_{idéal}$ cette valeur de α.

Ces deux valeurs de α constituent donc un couple de fréquences spatiales idéales pour l'identification.

Cependant, les valeurs de la fréquence spatiale étant discrètes ($\alpha= 0 ; \pi/L ; 2\pi/L$ etc...) et le choix de l'écart de temps (t_2-t_1) étant libre, nous choisirons comme valeurs de α, obligatoirement $\alpha = 0$ et arbitrairement $\alpha = \pi/L$ ou $2\pi/L$ etc...., dans la mesure où ces valeurs ne sont pas singulières. Il conviendra donc d'ajuster (t_2-t_1) de façon à ce que le couple de fréquences spatiales α soit idéal pour l'identification.

Reprenons l'étude de sensibilité pour α^2, a_x et H paramètres fixés. La sensibilité à la diffusivité thermique a_x et au coefficient de pertes H est maximale pour $(t_2-t_1)=1/(a_x \alpha^2 + H)$. Les grandeurs a_x et H sont alors corrélées. Ceci est illustré sur la figure 8.

Le coefficient de pertes est identifié pour $\alpha = 0$. La diffusivité est ensuite identifiée, pour une valeur de α fixée arbitrairement et un écart de temps idéal fixé par l'étude de sensibilité.

2.3. SIMULATION D'IDENTIFICATION

2.3.1. Fonction d'identification

La fonction d'identification dans l'espace de Fourier est calculée à partir des courbes de la figure 3 selon l'expression (2.34). Le temps t_1 est égal au temps de diffusion dans le sens de l'épaisseur, l'identification est effectuée pour plusieurs valeurs du temps t_2 supérieur à t_1. La variation de cette fonction avec la fréquence spatiale est illustrée sur la figure 9. Nous constatons que la droite d'identification ne donne de bons résultats qu'aux basses fréquences et uniquement sur quelques points. Les erreurs numériques ne permettent pas l'identification aux hautes fréquences.

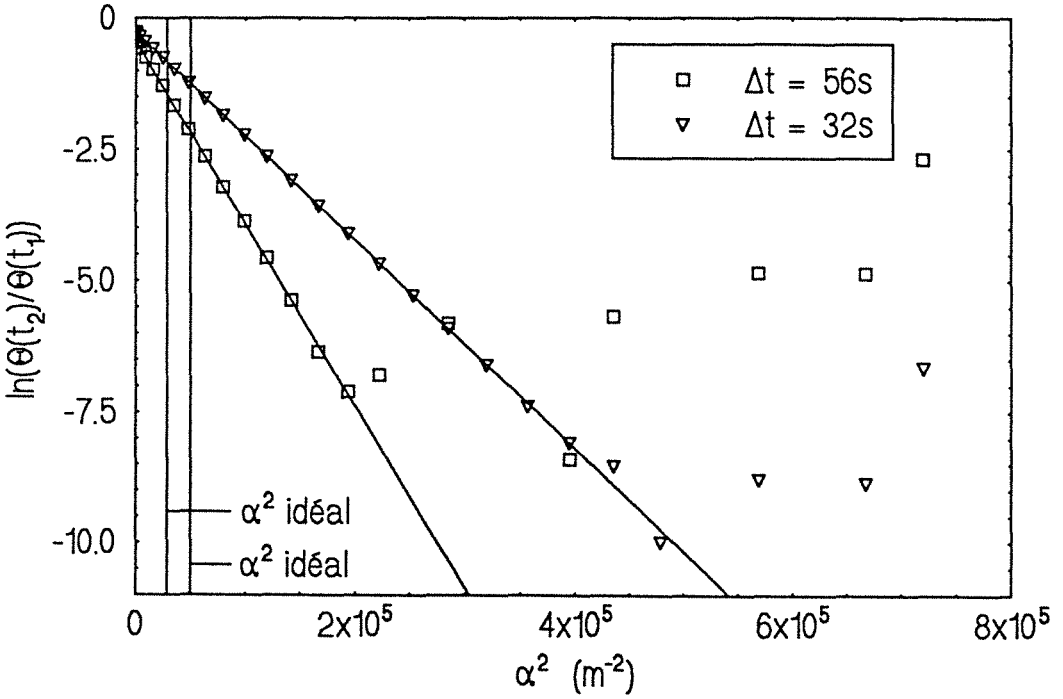


Figure 9 : Fonction d'identification
t_1 = 16 s, σ_{bruit} = 0 K

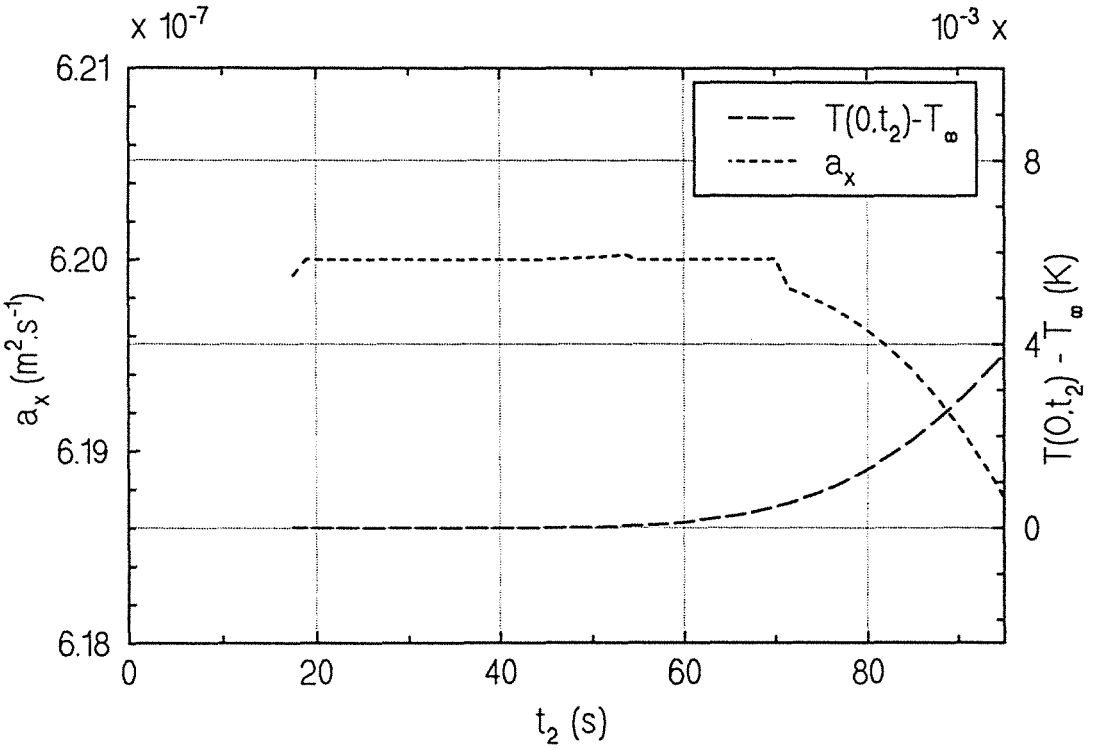


Figure 10 : Influence de la longueur de l'échantillon, t_1 = 16 s

Sur chaque courbe, la valeur de la fréquence spatiale idéale est visualisée par un trait vertical. Quelle que soit la valeur du temps t_2 choisi, cette valeur est incluse dans la plage de variation de α pour laquelle l'identification est sans biais.

2.3.2. Influence de la longueur d'échantillon et de la largeur d'excitation

L'influence de la longueur de l'échantillon est illustrée sur la figure 10. La diffusivité thermique a_x est identifiée à partir de courbes simulées sans bruit pour plusieurs valeurs du temps t_2.

$$a_x(t_2) = \frac{1}{\alpha^2 (t_2 - t_1)} \ln\left(\frac{\Gamma(0,0,t_1,t_2)}{\Gamma(\alpha^2,0,t_1,t_2)}\right)$$

La fréquence spatiale idéale est calculée à partir des résultats de l'étude de sensibilité, la diffusivité thermique a_x étant égale à la valeur injectée dans le modèle.

Sur la même figure sont tracés la diffusivité thermique et la température en bord d'échantillon (x=0).

Physiquement, si la largeur du flash (uniforme en espace) est égale à la largeur de la plaque, le transfert est monodimensionnel et a_x ne peut pas être identifiée. Si la largeur du flash est proche de L, le même phénomène subsiste et dans ce cas, la température en bord d'échantillon est non nulle. La diffusivité thermique a_x est alors estimée avec une grande imprécision (voir plus loin les calculs d'erreur).

En pratique, pour se fixer une règle, nous prendrons soin de choisir des échantillons suffisamment longs vis-à-vis de la largeur du flash pour que le signal reste dans le bruit de mesure aux bords de l'échantillon.

2.3.3. Influence du bruit de mesure

L'ajout d'un bruit aléatoire gaussien sur les courbes de la figure 3, permet de simuler des résultats expérimentaux (figure 11).

La fonction d'identification obtenue, représentée par la figure 12, s'éloigne de la droite théorique d'identification pour des valeurs de la fréquence spatiale d'autant plus petites que le rapport signal sur bruit est faible. La plage de fréquence spatiale peut être réduite à deux ou trois points.

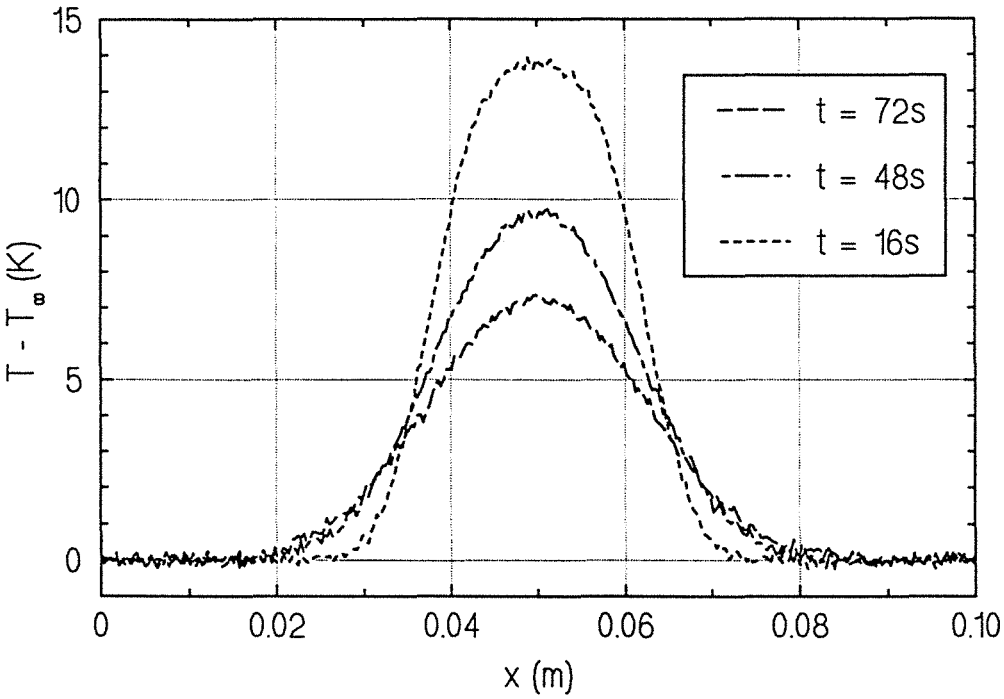


Figure 11 : Champ de température bruité en face arrière
σ_{bruit} = 0,1 K

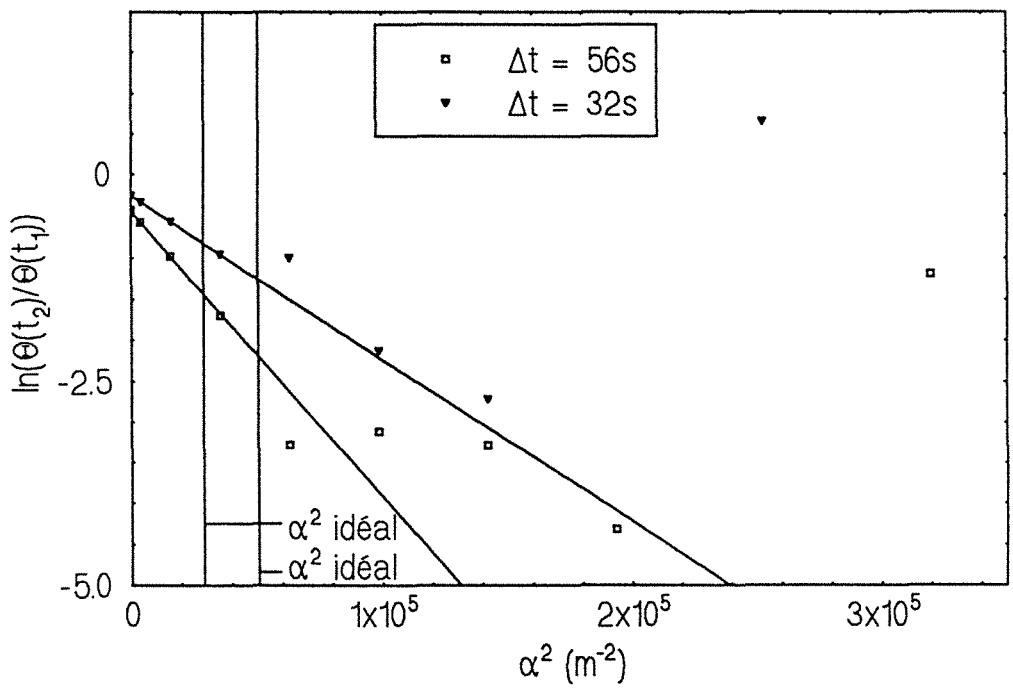


Figure 12 : Fonction d'identification
t_1 = 16 s, σ_{bruit} = 0,1 K

Ceci montre qu'il est fondamental de comprendre l'influence du bruit de mesure sur la méthode pour que l'identification soit correcte.

Pour différentes valeurs de l'amplitude du bruit de mesure, la diffusivité thermique et le coefficient d'échange h sont identifiés pour le couple de fréquences spatiales (0;6π/L) fixé. Le temps t_1 est égal au temps de diffusion dans le sens de l'épaisseur, l'écart de temps (t_2 - t_1) est égal à $\Delta t_{idéal}$.
Les paramètres et les conditions de l'étude sont ceux du paragraphe 1.3. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 1. Le rapport signal sur bruit est calculé au maximum de température à l'instant t_1.

Signal/bruit	σ_{bruit} (K)	$a_x.10^7$ ($m^2.s^{-1}$)	Erreur (%)	h ($W.m^{-2}K^{-1}$)	Erreur (%)
70	0,1	6,165	0,56	9,82	1,8
23	0,3	6,095	1,7	9,66	3,4
14	0,5	6,024	2,8	9,51	4,9

Tableau 1 : Influence du bruit de mesure

L'identification de la diffusivité thermique est moins sensible au bruit de mesure que celle du coefficient d'échange h. L'erreur relative pour un bruit de mesure important reste cependant raisonnable pour les deux paramètres (< 5%).

3. ESTIMATION DES PARAMETRES - PRISE EN COMPTE DU BRUIT DE MESURE

Les simulations d'expériences du paragraphe précédent ont montré la sensibilité de notre méthode d'identification au bruit de mesure. Une étude statistique approfondie de l'influence de ce paramètre sur l'identification des grandeurs diffusivité thermique et coefficient de pertes, permettra d'estimer la variance sur les résultats obtenus (voir par exemple [57]).

Notre méthode d'identification suppose connue l'évolution temporelle du champ de température de l'une ou l'autre des faces de l'échantillon. Des mesures par caméra infrarouge offrent cette possibilité, mais leur précision n'est pas excellente, de

l'ordre du dixième de degré. Il est cependant possible, à l'aide de certaines hypothèses sur le bruit de mesure observé sur chaque pixel (point de l'image thermographique), de calculer les matrices de covariance associées aux transformées de FOURIER spatiales de la température et d'en déduire la matrice de covariance associée aux paramètres a_x et H (le problème est moyenné selon la direction y). La connaissance de cette dernière matrice est nécessaire à l'application du théorème de GAUSS-MARKOV qui donne, parmi tous les estimateurs sans biais du vecteur paramètres à estimer dans le cas d'un modèle linéaire, celui dont la variance est minimale. Le grand nombre de données expérimentales obtenues est utilisé dans le calcul du vecteur paramètres optimal.

3.1. ESTIMATEUR OPTIMAL DES PARAMETRES

3.1.1. Hypothèses

La température en face arrière $\hat{T}_{ik}$ mesurée à une distance x_i et au temps t_k , est un estimateur de la température réelle T_{ik}. C'est une variable aléatoire qui s'écrit :

$$\hat{T}_{ik} = T_{ik} + e_{T_{ik}} \tag{2.42}$$

où $e_{T_{ik}}$ est une variable aléatoire : "erreur de mesure sur T_{ik}". C'est un bruit additif sur la variable température. $e_{T_{ik}}$ est supposée suivre une loi de moyenne nulle et d'écart type σ, pour tout i. La mesure est donc sans biais. Le modèle est linéaire.

3.1.2. Calcul de la matrice de covariance

- Covariance de l'erreur d'estimation sur la transformée de Fourier de la température

De façon approchée, nous pouvons exprimer la relation entre la transformée de Fourier de la température en face arrière et le vecteur T_{ik} des températures en x_i :

$$\Theta(\alpha,0,e,t_k) = \frac{L}{N} \sum_{i=1}^{N} \cos(\alpha x_i)\, T_{ik} \tag{2.43}$$

L'estimateur de $\Theta(\alpha,0,e,t_k)$, s'écrit alors :

$$\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_k) = \Theta(\alpha,0,e,t_k) + e_\Theta(\alpha,t_k) \tag{2.44}$$

où $e_\Theta(\alpha,t_k)$ est la variable aléatoire : "erreur sur $\Theta(\alpha,0,e,t_k)$", telle que :

$$e_\Theta(\alpha,t_k) = \frac{L}{N}\sum_{i=1}^{N} \cos(\alpha x_i)\, e_{T_{ik}} \tag{2.45}$$

Les fréquences spatiales α étant discrètes ($\alpha_n = n\pi/L$), la relation (2.45) s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} e_\Theta(0,t_k) \\ \vdots \\ e_\Theta\left(\frac{i\pi}{L},t_k\right) \\ \vdots \\ e_\Theta\left(\frac{(N-1)\pi}{L},t_k\right) \end{bmatrix} = \frac{L}{N} \begin{bmatrix} 1 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos\left(\frac{i\pi}{N}\right) & \cdot & \cos\left(\frac{ij\pi}{N}\right) & \cdot & \cos(i\pi) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cos\left(\frac{(N-1)\pi}{N}\right) & \cdot & \cos\left(\frac{j(N-1)\pi}{N}\right) & \cdot & \cos((N-1)\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{T_{1k}} \\ \vdots \\ e_{T_{jk}} \\ \vdots \\ e_{T_{Nk}} \end{bmatrix}$$

ou :

$$[e_\Theta] = [G1] * [e_T] \tag{2.46}$$

Nous supposons en outre que les variables aléatoires $e_{T_{ik}}$ ne sont pas corrélées ni en temps, ni en espace. La matrice de covariance de $[e_T]$ est alors une matrice diagonale :

$$\mathrm{cov}[e_T] = \sigma^2 [I] \tag{2.47}$$

avec [I] la matrice identité.
Puisque la relation entre $[e_\Theta]$ et $[e_T]$ est linéaire, la covariance de $[e_\Theta]$ s'exprime à l'aide de l'expression suivante ([56]) :

$$\mathrm{cov}[e_\Theta] = [G1] * \mathrm{cov}[e_T] * [G1]^t = \sigma^2 [G1] * [G1]^t \tag{2.48}$$

avec $[G1]^t$ la matrice transposée de [G1].

Les erreurs de quadrature dans l'expression (2.46) sont supposées négligeables. La matrice de covariance sur e_Θ : cov[e_Θ] est aussi une matrice diagonale telle que :

$$\mathrm{cov}[e_\Theta] = \frac{\sigma^2 L^2}{N}\begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & . & . & . \\ . & . & \frac{1}{2} & . & . \\ . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad (2.49)$$

Les variables aléatoires $e_{\Theta i}$ sont donc des variables indépendantes.

-Covariance de l'erreur d'estimation sur a_X et H

Il suffit de deux valeurs de la fréquence spatiale α pour estimer a_X et H. L'étude de sensibilité a montré que les valeurs de α seront prises obligatoirement égales à zéro ($\alpha = 0$) et indifféremment égales à π/L, $2\pi/L$, ...,dans la mesure où ces valeurs ne créent pas de singularité (voir paragraphe 2.1), avec $(t_2 - t_1) = 1 / (a_X \alpha^2 + H)$. Par la suite, nous noterons ces deux valeurs 0 et α avec $(t_2 - t_1) = \Delta t$.
Reprenant l'expression (2.33), nous pouvons exprimer les estimateurs sur la diffusivité thermique et le coefficient de pertes (rappelons que le signal est moyenné en y, soit $\beta=0$) :

$$\hat{a}_X = \left(\frac{1}{\Delta t\, \alpha^2}\right)\left(\mathrm{Ln}\left(\frac{\hat{\Theta}(0,0,e,t_2)}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_1)}\right) - \mathrm{Ln}\left(\frac{\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_2)}{\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_1)}\right)\right) \qquad (2.50\text{-a})$$

$$\hat{H} = -\left(\frac{1}{\Delta t}\right)\mathrm{Ln}\left(\frac{\hat{\Theta}(0,0,e,t_2)}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_1)}\right) \qquad (2.50\text{-b})$$

Ceci peut encore s'écrire:

$$\hat{a}_X = a_X + e_{aX} \quad \text{et} \quad \hat{H} = H + e_H \qquad (2.51)$$

avec e_{aX} variable aléatoire : "Erreur sur a_X", e_H variable aléatoire : "Erreur sur H".
Soit :

$$a_X + e_{aX} = \left(\frac{1}{\Delta t \alpha^2}\right)\left(\mathrm{Ln}\left(\frac{\Theta(0,0,e,t_2)+e_\Theta(0,t_2)}{\Theta(0,0,e,t_1)+e_\Theta(0,t_1)}\right) - \mathrm{Ln}\left(\frac{\Theta(\alpha,0,e,t_2)+e_\Theta(\alpha,t_2)}{\Theta(\alpha,0,e,t_1)+e_\Theta(\alpha,t_1)}\right)\right) \qquad (2.52\text{-a})$$

$$H + e_H = -\left(\frac{1}{\Delta t}\right) \mathrm{Ln}\left(\frac{\Theta(0,0,e,t_2)+e_\Theta(0,t_2)}{\Theta(0,0,e,t_1)+e_\Theta(0,t_1)}\right) \qquad (2.52\text{-b})$$

Si le rapport signal sur bruit est grand (e_Θ petit devant Θ ou $\hat{\Theta}$), cette expression peut être linéarisée et nous obtenons l'expression matricielle :

$$\begin{bmatrix} e_{ax} \\ e_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta t\ \alpha^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_1)} & \frac{-1}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_2)} & \frac{-1}{\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_1)} & \frac{1}{\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_2)} \\ \frac{1}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_1)} & \frac{-1}{\hat{\Theta}(0,0,e,t_2)} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\Theta(0,t_1) \\ e_\Theta(0,t_2) \\ e_\Theta(\alpha,t_1) \\ e_\Theta(\alpha,t_2) \end{bmatrix}$$

ou :

$$\begin{bmatrix} e_{ax} \\ e_H \end{bmatrix} = [G2] * \begin{bmatrix} e_\Theta(0,t_1) \\ e_\Theta(0,t_2) \\ e_\Theta(\alpha,t_1) \\ e_\Theta(\alpha,t_2) \end{bmatrix} \qquad (2.53)$$

Du fait de cette relation linéaire, le vecteur $[e_{ax}\ e_H]^t$ suit une loi normale à deux variables de moyenne nulle, la matrice de covariance associée peut être calculée grâce à une expression similaire à (2.48) :

$$\mathrm{cov}\begin{bmatrix} e_{ax} \\ e_H \end{bmatrix} = [G2] * \mathrm{cov}\begin{bmatrix} e_\Theta(0,t_1) \\ e_\Theta(0,t_2) \\ e_\Theta(\alpha,t_1) \\ e_\Theta(\alpha,t_2) \end{bmatrix} * [G2]^t \qquad (2.54)$$

Soit :

$$\mathrm{cov}\begin{bmatrix} e_{ax} \\ e_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{ax}^2 & \mathrm{cov}(a_x,H) \\ \mathrm{cov}(a_x,H) & \sigma_H^2 \end{bmatrix} =$$

$$\frac{\sigma^2 L^2}{\Delta t^2 \alpha^2 N} \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2}\left(\frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_1)} + \frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_2)} + \frac{1}{2\hat{\Theta}^2(\alpha,0,e,t_1)} + \frac{1}{2\hat{\Theta}^2(\alpha,0,e,t_2)}\right) & -\left(\frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_1)} + \frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_2)}\right) \\ -\left(\frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_1)} + \frac{1}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_2)}\right) & \left(\frac{\alpha^2}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_1)} + \frac{\alpha^2}{\hat{\Theta}^2(0,0,e,t_2)}\right) \end{bmatrix} \qquad (2.55)$$

L'expression (2.55) est analytique. Mais si la détermination de a_x ne dépend pas de la forme géométrique de l'excitation, ce n'est pas le cas de σ_{ax} qui dépend de $\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_2)$, $\hat{\Theta}(0,0,e,t_2)$, $\hat{\Theta}(\alpha,0,e,t_1)$ et $\hat{\Theta}(0,0,e,t_1)$. Nous devons notamment choisir des zones où le rapport signal sur bruit est grand, pour pouvoir approximer σ_{ax}.

La valeur "idéale" α, reliée à Δt, définie au paragraphe 2.2, n'est pas une valeur "optimale" pour laquelle l'écart type sur la diffusivité thermique a_x est minimum. En effet, la fréquence spatiale pour laquelle la sensibilité à a_x est maximale (α idéal) ne dépend que de l'écart de temps t_2-t_1=Δt, contrairement à la valeur de la fréquence spatiale qui minimise l'écart type sur a_x (α optimal). Ceci est illustré sur la figure 13, pour laquelle les paramètres et les conditions de l'étude sont ceux du paragraphe 1.3.

La fréquence spatiale α ($6\pi/L$) est fixée et nous recherchons l'écart de temps Δt pour lequel la sensibilité $X_{ax}(\alpha,t_1,t_2)$ d'une part et l'écart type $\sigma_{ax}(\alpha,t_1,t_2)$ d'autre part, sont extréma. Dans le premier cas, Δt idéal est constant, et dans le second cas, Δt optimal diminue avec le temps t_1, et tend par valeurs supérieures vers Δt idéal. Il existe donc un triplet (α,t_1,t_2) optimal qui minimise l'écart type sur a_x.

Les valeurs de α idéal ou de Δt idéal sont cependant utilisées pour l'identification expérimentale car elles sont définies de façon commode, sont indépendantes de la forme géométrique de l'excitation et approchent de façon correcte les valeurs optimales.

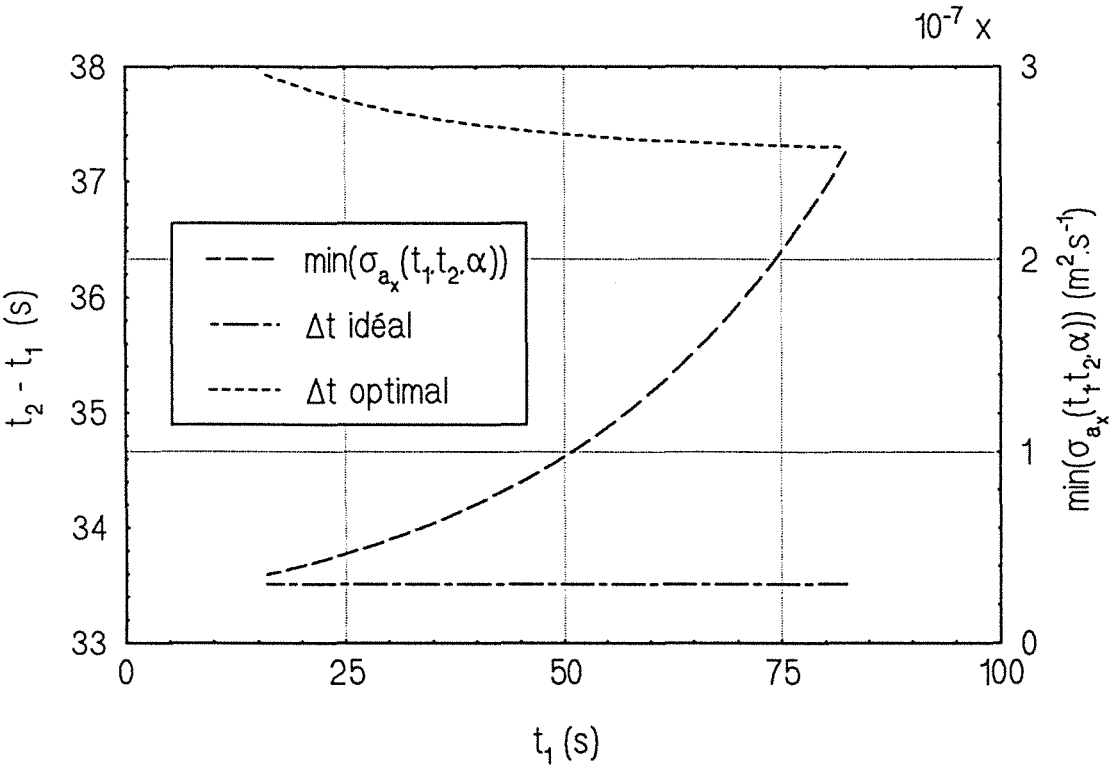


Figure 13 : Recherche de l'écart de temps (t_2 - t_1) optimal en fonction du temps t_1 , $\alpha = 6\pi/L$

3.2. AMELIORATION DE L'ESTIMATION PAR LE TRAITEMENT DE PLUSIEURS COUPLES D'IMAGES

Si l'on utilise 2M images indicées i à des temps t_{1i} et t_{2i}, tous différents, mais tels que $t_{2i}-t_{1i} = \Delta t$ constant pour tout i, nous pouvons estimer un nouveau vecteur paramètre $\left[\hat{a_x} \quad \hat{H} \right]^t$, à partir des M estimateurs $[Y_i] = \left[\hat{a}_{xi} \quad \hat{H}_i \right]^t$. Il est possible de considérer ces M observations individuelles comme un vecteur "signal" partitionné de dimension (1x2M) :

$$[Y] = [[Y_1]^t [Y_2]^t \ldots\ldots [Y_M]^t]^t = \begin{bmatrix} \hat{a}_{x1} \\ \hat{H}_1 \\ \hat{a}_{x2} \\ \hat{H}_2 \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \end{bmatrix} \qquad (2.56)$$

Soit E l'opérateur "moyenne", ou espérance mathématique appliqué à l'estimateur considéré. La relation linéaire entre le "signal" [Y] et l'estimateur global $\left[\hat{a_x} \quad \hat{H} \right]^t$ est donnée par :

$$[E(Y)] = [G3] \begin{bmatrix} E\left(\hat{a_x}\right) \\ E\left(\hat{H}\right) \end{bmatrix} \qquad (2.57)$$

[G3] est une matrice (2x2M).

Si les estimateurs individuels et l'estimateur global sont non biaisés, la matrice [G3] s'écrit sous la forme :

$$[G3]^t = \begin{bmatrix} 1\,0\,.\,.\,1\,0\,.\,.\,1\,0 \\ 0\,1\,.\,.\,0\,1\,.\,.\,0\,1 \end{bmatrix} \qquad (2.58)$$

L'estimateur optimal (à variance minimale) du vecteur paramètre, est alors donné par le théorème de GAUSS-MARKOV ([56] et [58]) :

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_x \\ \hat{H} \end{bmatrix} = \left([G3]^t * cov^{-1}[Y] * [G3]\right)^{-1} * [G3]^t * cov^{-1}[Y] * [Y] \qquad (2.59)$$

où

$$cov[Y] = \begin{bmatrix} [C_1] & . & . & . \\ . & [C_2] & . & 0 \\ . & . & . & . \\ . & 0 & . & . \\ . & . & . & [C_M] \end{bmatrix} \qquad (2.60)$$

Chaque coefficient de cette matrice est calculé grâce à l'expression (2.48).

$$[C_i] = \begin{bmatrix} \sigma^2_{axi} & cov(a_{xi},H_i) \\ cov(a_{xi},H_i) & \sigma^2_{Hi} \end{bmatrix} \qquad (2.61)$$

La matrice cov[Y] est diagonale par blocs car les couples d'images choisis aux temps t_{1i} et t_{2i} sont indépendants. L'expression (2.59) est en fait une moyenne pondérée par les coefficients de la matrice de covariance de tous les couples d'estimateurs $\begin{bmatrix} \hat{a}_{xi} & \hat{H}_i \end{bmatrix}^t$.

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_x \\ \hat{H} \end{bmatrix} = \left(\sum_i [C_i]^{-1}\right)^{-1} \left(\sum_i [C_i]^{-1} * [Y_i]\right) \qquad (2.62)$$

Notons que cette relation de définition des estimateurs $\hat{a}_x$ et $\hat{H}$ est indépendante de l'écart type σ sur le bruit de mesure.

La matrice de covariance de ces paramètres est :

$$cov\begin{bmatrix} \hat{a}_x \\ \hat{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{ax} & cov(a_x,H) \\ cov(a_x,H) & \sigma^2_H \end{bmatrix} = \left(\sum_i [C_i]^{-1}\right)^{-1} \qquad (2.63)$$

Notons que les expressions (2.62) et (2.63) présentent l'avantage d'être analytiques.

Il est possible de traiter davantage d'informations en prenant des couples d'images dépendants (par exemple t_1 et t_{2i}, avec t_1 fixé et t_{2i} variable). Le calcul nécessite alors de traiter des matrices de covariance similaires à celles obtenues par l'expression (2.60), mais pleines, ce qui peut devenir très lourd et de peu d'intérêt.

Nous pouvons approcher la variance sur $\hat{a}_x$, c'est-à-dire σ^2_{ax}, obtenue dans l'expression (2.63), en supposant que $cov(a_{xi},H_i)$ est négligeable et que σ^2_{axi} est constant, quel que soit le couple d'images i considéré. Nous obtenons alors le résultat classique :

$$\sigma^2_{ax} = \frac{\sigma^2_{axi}}{M} \quad \text{ou} \quad \sigma_{ax} = \frac{\sigma_{axi}}{\sqrt{M}} \tag{2.64}$$

Ainsi obtenir expérimentalement un grand nombre d'images permet de réduire la variance sur les paramètres estimés.

3.3. IDENTIFICATION SIMULEE

Le coefficient de pertes et la diffusivité thermique a_x sont identifiés sur les courbes simulées du paragraphe 1.3 avec les données supplémentaires suivantes :

$t_1 = 16$ s

$\sigma_{bruit} = 0{,}1$ K

Rappellons que la diffusivité thermique et le coefficient d'échange valent :

$a_x = 6{,}2.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$

$h = 10\ W.m^{-2}.K^{-1}$

Pour chaque valeur du temps t_2 supérieure à t_1, les deux paramètres a_x et H sont identifiés (figure 14 et 16) pour le couple de fréquences spatiales $(0,\alpha)$ idéal

correspondant ($\alpha^2 = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{1}{a_x \Delta t}$ avec n entier). Sur les mêmes figures sont reportés les écarts type sur la diffusivité thermique et sur le coefficient d'échange calculés à partir de la relation (2.55).

La valeur moyenne ainsi que l'écart type "expérimental" sont :

$\overline{\hat{a}_x} = 6{,}303.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$ $\qquad \sigma_{a_x} = 1{,}09.10^{-8}\ m^2.s^{-1}$

$\overline{\hat{h}} = 9{,}91\ W.m^2.K^{-1}$ $\qquad \sigma_h = 0{,}64\ W.m^2.K^{-1}$

L'écart type "expérimental" est calculé comme suit :

$$\sigma^2_{a_x} = \frac{\sum_{i=1}^{Nt_2} \left(\hat{a}_{xi} - \overline{\hat{a}_x}\right)^2}{Nt_2}$$

avec Nt_2 le nombre de temps t_2.

Puis pour une valeur de la fréquence spatiale fixée $\alpha = 6\pi/L$, l'estimateur optimal de la diffusivité thermique est recherché. L'écart de temps Δt choisi est la moyenne des Δt optimaux sur la plage de temps t_1 explorée (figure 13). Nous obtenons les valeurs de a_x et σ_{ax}, de h et σ_h visualisées sur les figures 15 et 17 respectivement. L'application du théorème de Gauss-Markov (expressions 2.62 et 2.63) donne :

$\hat{\hat{a}}_x = 6{,}227.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$ $\qquad \sigma_{a_x} = 1{,}55.10^{-10}\ m^2.s^{-1}$

$\hat{\hat{h}} = 9{,}88\ W.m^2.K^{-1}$ $\qquad \sigma_h = 2{,}37.10^{-5}\ W.m^2.K^{-1}$

Ce calcul n'améliore que très peu la valeur de la diffusivité thermique trouvée précédemment. L'avantage de cette étude est de quantifier l'écart type sur le résultat obtenu et de le minimiser. L'estimateur optimal dépend très fortement de la valeur moyenne grossière de la diffusivité.

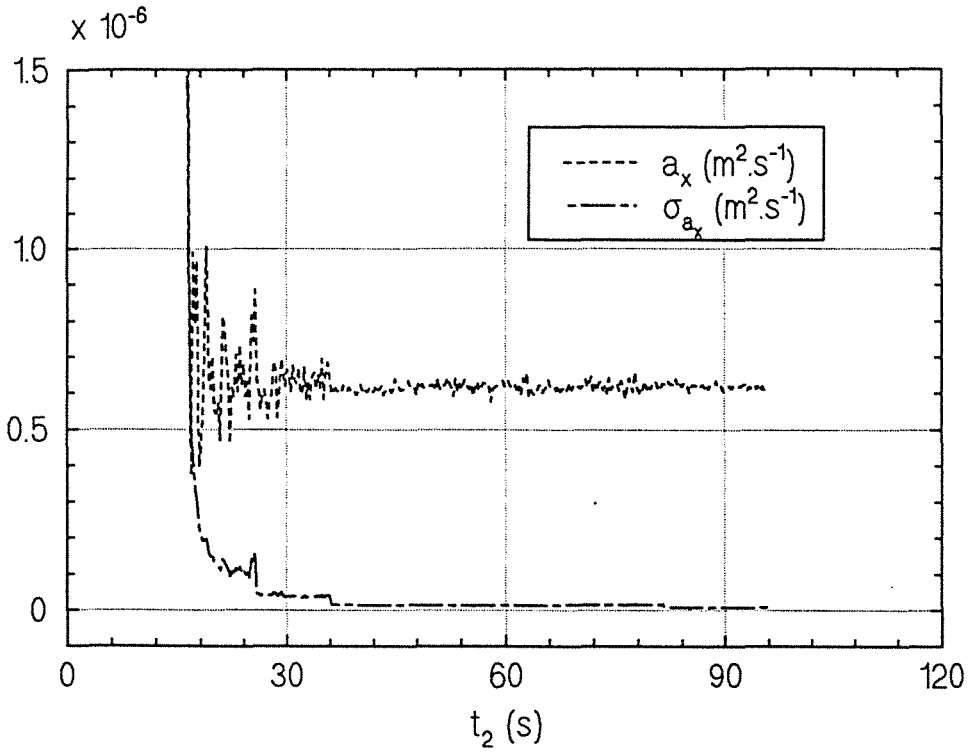


Figure 14 : Identification simulée de la diffusivité thermique
$\alpha = \alpha_{idéal}$, $t_1 = 16$ s, $\sigma_{bruit} = 0,1$ K

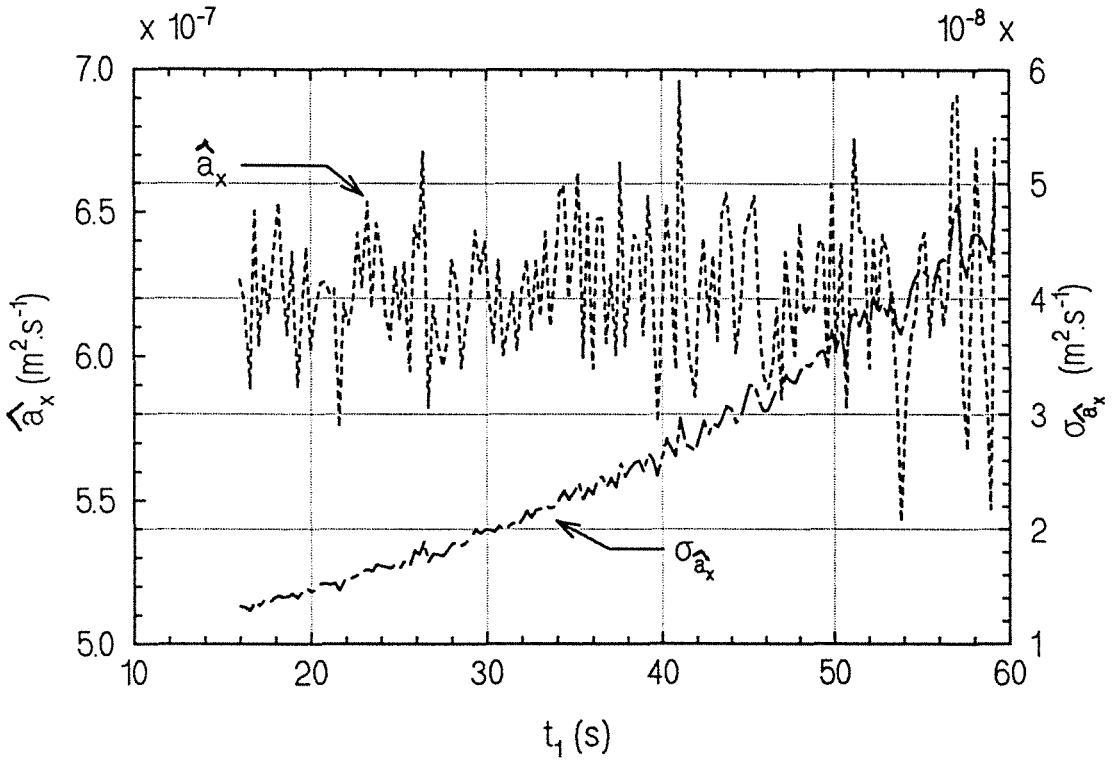


Figure 15 : Identification simulée de la diffusivité thermique
$\alpha = 6\pi/L$, $\Delta t = 36,5$ s = Δt idéal , $\sigma_{bruit} = 0,1$ K

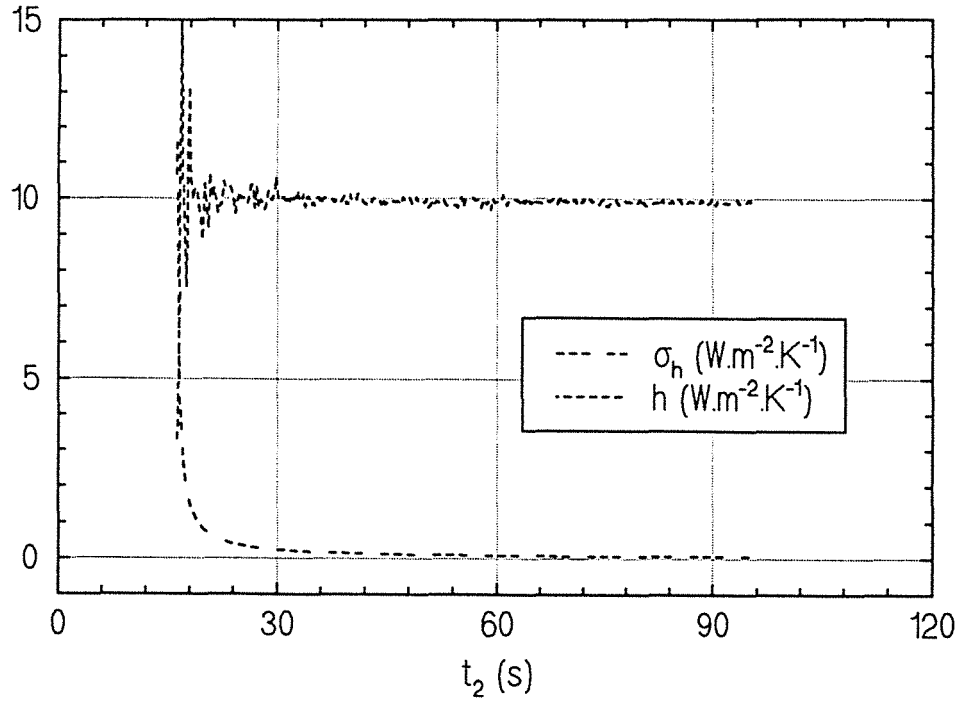


Figure 16 : Identification simulée du coefficient d'échange
$\alpha = 0$, $t_1 = 16$ s, $\sigma_{bruit} = 0,1$ K

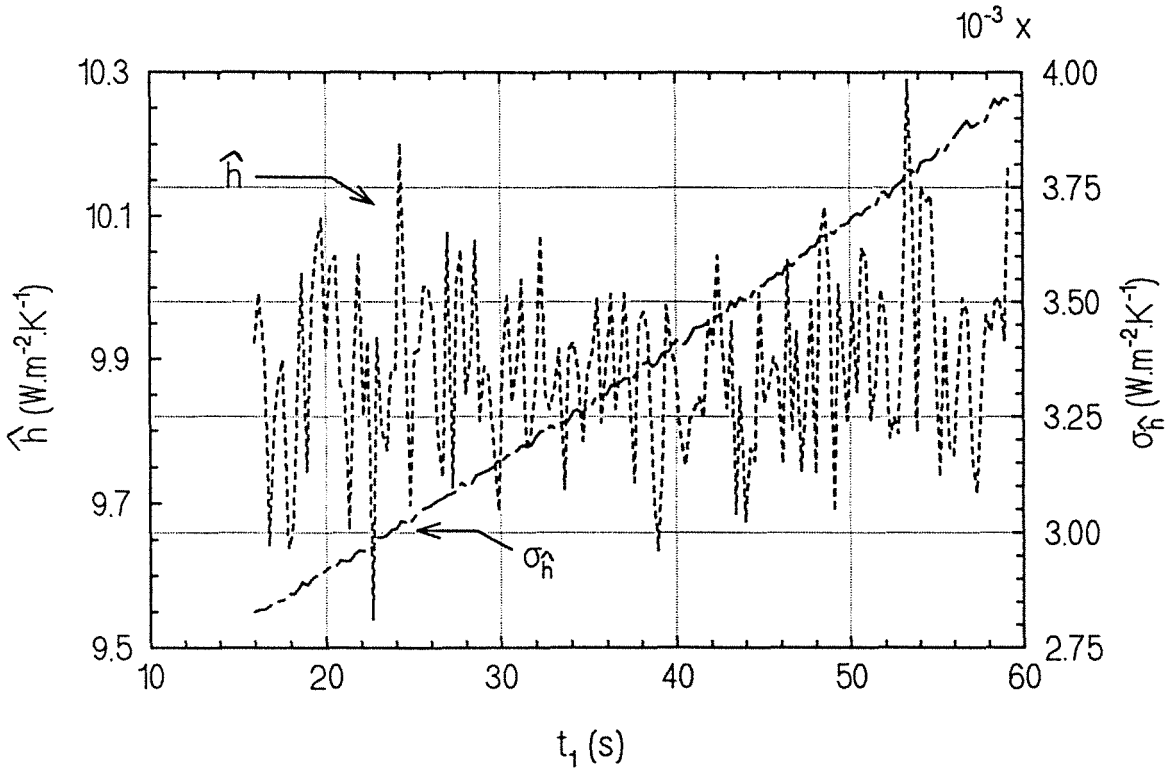


Figure 17 : Identification simulée du coefficient d'échange
$\alpha = 0$, $\Delta t = 36,5$ s, $\sigma_{bruit} = 0,1$ K

3.4. RAPPEL DES POINTS IMPORTANTS

Les hypothèses nécessaires au calcul de la matrice de covariance des paramètres estimés $\hat{a}_X$ et $\hat{H}$ sont :

bruit :	*additif* *non corrélé* *écart type constant* *moyenne nulle*
modèle d'identification :	*linéaire* *sans biais*
signal dans l'espace de Fourier Θ :	*erreurs de quadrature négligeables* *rapport signal sur bruit grand*

Avec ces hypothèses, la matrice de covariance sur $\hat{a}_X$ et $\hat{H}$ déterminée analytiquement, est calculée pour un couple d'images (t_1,t_2) et pour une valeur de la fréquence spatiale α.

La possibilité offerte par la caméra infrarouge (visualisation du champ de température de la face arrière de l'échantillon pour 256 instants espacés de dt pas d'acquisition) est exploitée lors du calcul analytique des estimateurs de Gauss-Markov $\hat{\hat{a}}_X$ et $\hat{\hat{H}}$. Chaque estimateur est alors la moyenne pondérée par les coefficients de la matrice de covariance des estimateurs individuels $\hat{a}_{Xi}$ et $\hat{H}_i$, et est par conséquent indépendant de l'écart type σ sur le bruit de mesure.

L'application du théorème de Gauss-Markov à un grand nombre de couples d'images indépendants permet de réduire l'écart type sur les paramètres estimés $\hat{\hat{a}}_X$ et $\hat{\hat{H}}$.

CONCLUSION

Nous avons développé une méthode flash bidimensionnelle en géométrie cartésienne pour la caractérisation thermique de plaques immobiles.
L'identification dans l'espace de Fourier des grandeurs diffusivité thermique dans le plan de l'échantillon et coefficient de pertes, permet une écriture simple de la fonction d'identification. En outre, elle présente l'avantage d'être indépendante de la forme géométrique de l'excitation.

La plage de fréquence spatiale possible pour l'identification est relativement restreinte, les fréquences spatiales étant discrètes. Les singularités et le bruit de mesure peuvent la réduire à quelques points. Heureusement, le domaine d'identification inclut la fréquence spatiale idéale déterminée à partir de l'étude de sensibilité sur la fonction de transfert dans l'espace de Fourier.

Afin d'utiliser au mieux les possibilités offertes par la mesure par caméra infrarouge, une étude statistique de l'influence du bruit de mesure sur l'estimation des paramètres a été menée. L'estimateur optimal, pour lequel la variance est minimale, est la moyenne pondérée par les coefficients de la matrice de covariance des paramètres obtenus pour un écart de temps fixé. Il dépend alors de la forme de l'excitation. Cet estimateur est fortement lié à la valeur moyenne arithmétique des paramètres, mais l'avantage de ce calcul est de quantifier l'écart type sur les paramètres et de tenir compte de l'éventuelle corrélation entre la diffusivité et le coefficient de pertes. L'écart type alors obtenu est minimum.

Cette étude a été menée en supposant infinie la vitesse de balayage des prismes de la caméra infrarouge. L'influence d'une vitesse relative entre le détecteur et l'échantillon est l'objet du chapitre 4. Ceci revient à étudier le problème complet de la mesure de diffusivité thermique d'une plaque en mouvement.

CHAPITRE 3

RESULTATS EXPERIMENTAUX - PLAQUES IMMOBILES

CHAPITRE 3

RESULTATS EXPERIMENTAUX PLAQUES IMMOBILES

Ce chapitre s'attache à décrire les résultats expérimentaux obtenus sur des plaques immobiles. La visualisation de l'évolution temporelle du champ de température de la face arrière de l'échantillon en réponse à une excitation flash en face avant est réalisée par une caméra infrarouge. L'étude expérimentale portant sur des échantillons isolants et conducteurs dont les caractéristiques thermiques sont connues, a pour but de valider la méthode d'identification mise au point au chapitre 2. La mise en œuvre de l'étude statistique décrite au chapitre précédent est possible expérimentalement grâce à la grande quantité de données (environ 30000) accessibles en une seule expérience. Une comparaison avec d'autres méthodes expérimentales pratiquées sur les mêmes échantillons est effectuée pour confirmer nos résultats.

1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La nécessité de connaître l'évolution temporelle du champ de température de la totalité de la face arrière de l'échantillon, impose l'utilisation d'une caméra infrarouge pour la détection de température. Si l'on excepte cet appareillage sophistiqué, le dispositif expérimental que nous avons adopté est relativement simple et facile à mettre en œuvre. Le schéma de principe est illustré sur la figure 1.

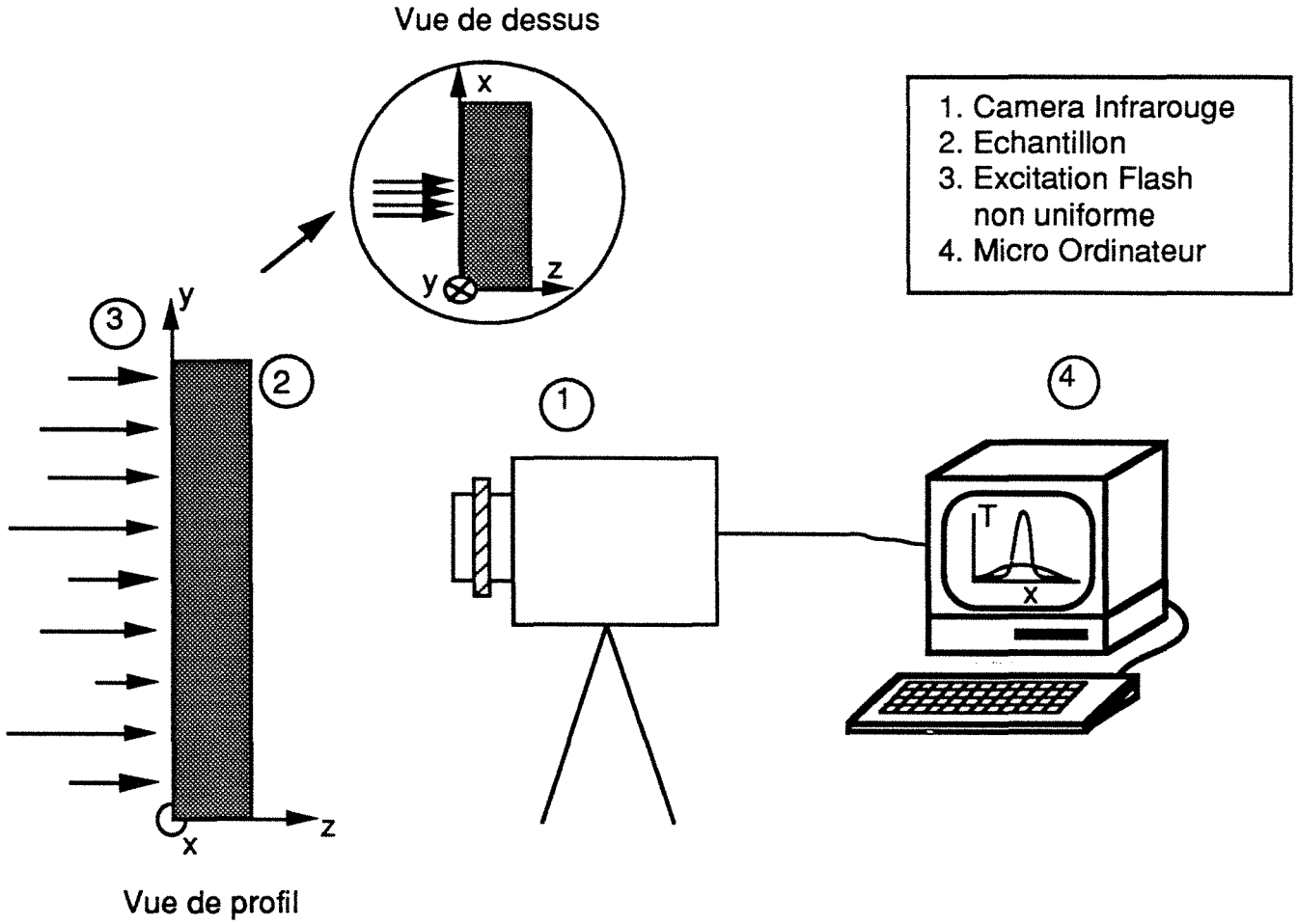


Figure 1 : Dispositif expérimental

1.1. MESURE DE TEMPERATURE PAR THERMOGRAPHIE INFRAROUGE

1.1.1. Principe de la mesure

L'évolution temporelle du champ de température en face arrière de l'échantillon est mesurée par une caméra infrarouge AGEMA 782 SW. Cette caméra est équipée d'un monodétecteur photoconductif InSb de bande spectrale 3,5 - 5,6 microns et est refroidie à l'azote liquide. Le balayage de la scène thermique est assuré par deux prismes rotatifs. L'objectif de 7° ou 20° est utilisé sans filtre.

Le signal potentiométrique (entre 0 et 5 V) issu du préamplificateur de la caméra est amené à une carte DATAMIN, située dans l'unité centrale d'un micro-ordinateur PC 386. Cette carte amplifie la totalité du signal avec un gain de 10 et le numérise sur 12 bits. Les trames infrarouges constituées de 64 lignes de 128 pixels sont stockées en temps réel (25 trames/seconde au maximum) dans la mémoire étendue, puis sont sauvegardées sur le disque dur pour un traitement ultérieur (une rafale de 256 trames occupe 4 mégaoctets).

Le principe de la mesure par caméra infrarouge est succinctement expliqué en annexe 3.

Le logiciel d'acquisition THERMIR de DATAMIN permet de :

- lancer une acquisition
- stocker les images thermographiques sur disque dur et ultérieurement sur bandes magnétiques
- traiter les images, en particulier faire des profils d'image (ligne ou colonne), moyenner les images, suivre l'évolution de la température d'un ensemble de pixels au cours du temps.

1.1.2. Influence de la fonction de transfert de modulation (F.T.M.) sur l'identification des paramètres

- Définition de la Fonction de Transfert de Modulation (F.T.M.)

La fonction de transfert de contraste ou de modulation est le rapport des transformées de Fourier de l'image restituée sur l'écran et de l'objet (scène thermique) visé par la caméra infrarouge.
Ce qui s'écrit :

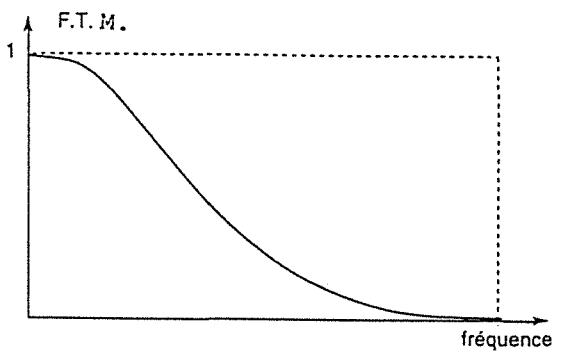
$$\Theta_{image}(\alpha,e,t) = \Theta_{objet}(\alpha,e,t)\ H(\alpha)$$

avec $H(\alpha)$ la fonction de transfert de modulation.

La fonction H ne dépend que de l'appareillage de thermographie infrarouge, et est donc a priori indépendante du temps.

La Fonction de Transfert de Modulation ne peut être déterminée qu'expérimentalement, étant spécifique au dispositif de thermographie infrarouge.

Pour cela, la caméra vise une fente (de largeur fixe ou variable) située devant un corps noir à température imposée.
La F.T.M. est le rapport des transformées de Fourier discrètes sur une ligne de l'image thermographique (signal échantillonné) et de la fente. Il est possible de déterminer des F.T.M. bidimensionnelles, c'est-à-dire correspondant aux lignes et aux colonnes de l'image.
La figure suivante montre un exemple de Fonction de Transfert de Modulation monodimensionnelle.
PAPINI et GALLET [60] précisent que lors de la détermination expérimentale de la F.T.M., il n'est pas souhaitable d'effectuer une conversion en température apparente à l'aide de la courbe d'étalonnage. L'objet est, de préférence, défini sur l'échelle arbitraire des luminances.



Exemple de Fonction de Transfert de Modulation

- Influence sur l'identification de la diffusivité thermique longitudinale et du coefficient de pertes

Dans l'espace de Fourier, la relation entre l'image numérisée et l'objet réel est une simple multiplication par la F.T.M.. La fonction d'identification des deux paramètres a_x et H s'écrit alors :

$$\Gamma(\alpha^2) = \frac{\Theta(\alpha,e,t_2)\ H(\alpha)}{\Theta(\alpha,e,t_1)\ H(\alpha)}$$

Soit :

$$\Gamma(\alpha^2) = \frac{\Theta(\alpha,e,t_2)}{\Theta(\alpha,e,t_1)}$$

Il s'avère que la F.T.M. n'influe pas sur la fonction d'identification des deux paramètres a_x et H, étant donné d'une part, que $H(\alpha)$ est indépendante du temps et d'autre part, que l'identification des deux paramètres s'effectue dans l'espace transformé de Fourier pour une fréquence spatiale α fixée ($\alpha = 0$, ou $\alpha = \alpha_{idéale}$).

Si théoriquement, la fonction d'identification et par suite, les deux paramètres identifiés a_x et H sont indépendants de la F.T.M., il n'en est peut-être pas de même pour la covariance sur les estimateurs $\hat{a}_x$ et $\hat{H}$. Rappellons que l'écart type σ_{ax} dépend de la transformée de Fourier en $\alpha = 0$ et $\alpha = \alpha_{idéal}$ du champ de température aux instants t_2 et t_1 (expression 2.55 du chapitre 2).

Notons que les transformées de Fourier du champ de température sont au dénominateur et qu'apparaît au numérateur la transformée de Fourier du bruit de mesure. Nous avons supposé que cette dernière transformée était indépendante de la fréquence spatiale.

Le fait d'identifier les paramètres a_x et H sur la fonction de transfert dans l'espace transformé de Fourier permet de s'affranchir de la forme géométrique de l'excitation, et de la Fonction de Transfert de Modulation, l'identification se faisant pour une fréquence spatiale fixée.
En perspective, il faudrait néanmoins vérifier expérimentalement la forme de la F.T.M. en fonction de la fréquence spatiale. En effet, pour les basses fréquences, la F.T.M. est proche de 1 ou du moins est supérieure à 0,98, ainsi il est possible de ne pas en tenir compte dans l'identification des paramètres. D'autant que la fréquence spatiale idéale se situe dans le domaine des basses fréquences.

1.2. IMPULSION THERMIQUE

L'excitation thermique est réalisée classiquement par la décharge d'une batterie de condensateurs (chargés sous une tension variable de 0 à 400 V) dans un tube à éclat. L'énergie maximum dispensée est de l'ordre de 1500 J. La forme temporelle de l'impulsion est représentée sur la figure 2, la durée d'impulsion est d'environ 10 ms, soit 1/4 du temps caractéristique dans le sens axial d'un échantillon de dural

(diffusivité # $6,5.10^{-5}$ $m^2.s^{-1}$) d'épaisseur 1,6 mm et $1/1000^{ième}$ du temps caractéristique de diffusion dans le sens longitudinal du même échantillon de longueur 0,3 m pour un flash de longueur 24,5 mm.

Pour la caractérisation thermique dans le sens longitudinal nous pouvons assimiler la forme temporelle de l'impulsion de chaleur à un Dirac de flux. La forme spatiale de l'impulsion de chaleur est imposée par un collimateur, la répartition du flux est quasi uniforme sur une surface grossièrement rectangulaire variable suivant les essais.
Un dispositif permet de retirer le tube à éclat lorsque le flash s'est produit.

1.3. PORTE-ECHANTILLON

Le porte-échantillon est tout simplement constitué d'une potence sur laquelle l'échantillon est suspendu par deux fils isolants. Les pertes latérales sont ainsi minimisées.

1.4. ECHANTILLON

L'échantillon est une plaque rectangulaire de faible épaisseur peinte en noir, sur ses faces avant et arrière afin d'uniformiser et d'améliorer l'émissivité. L'échantillon est de hauteur identique à celle du tube à éclat, le flux est à peu près uniforme dans la direction y.

1.5. ETALONNAGE SPATIAL DE L'IMAGE

Le traitement des images thermographiques nécessite un étalonnage spatial de la caméra : il faut donc faire la correspondance entre distance réelle et pixel (point de l'image thermographique). Deux techniques sont utilisées. Le principe de la première est le suivant : un fil conducteur de faible diamètre est fixé sur un support isolant, suivant un carré de x cm de coté. Le fil chauffe par effet Joule lorsqu'il est parcouru par un courant. Les images thermographiques obtenues au cours du chauffage sont moyennées temporellement. Les profils horizontaux et verticaux présentent deux pics de température distants de p pixels correspondant à x cm.

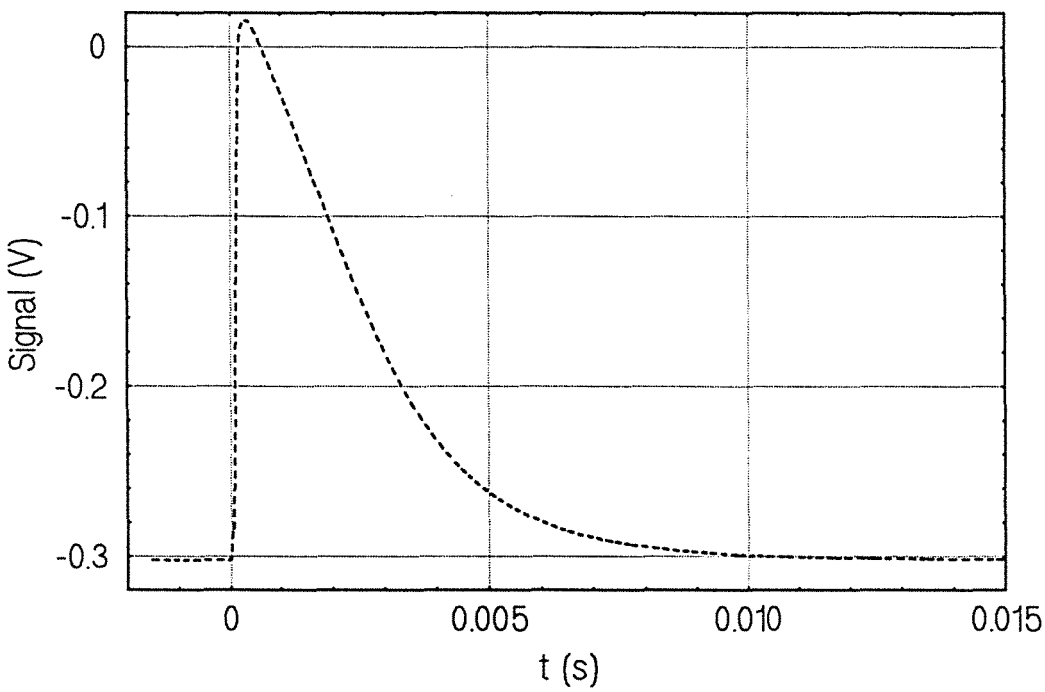


Figure 2 : Evolution temporelle de l'impulsion thermique

La seconde méthode consiste à chauffer une règle métallique graduée, puis à la visualiser avec la caméra infrarouge. Les graduations se comportent comme des zones non-uniformes en émissivité, les pics du profil horizontal sont distants de 1 cm (figure 3).

Les bornes de l'échantillon sur l'image thermographique sont déterminées avant l'expérience flash, en plaçant derrière l'échantillon un papier d'aluminium. Le contraste entre le papier d'aluminium et l'échantillon permet de définir de façon précise (précision de l'ordre du pixel) les bords de l'échantillon.

2. PROTOCOLE D'IDENTIFICATION UTILISÉ

L'identification de la diffusivité et du coefficient de pertes à partir des résultats expérimentaux bruts nécessite un traitement préalable des données. Un protocole d'essai a été établi point par point pour l'exploitation des résultats.

1. Moyenne sur y :

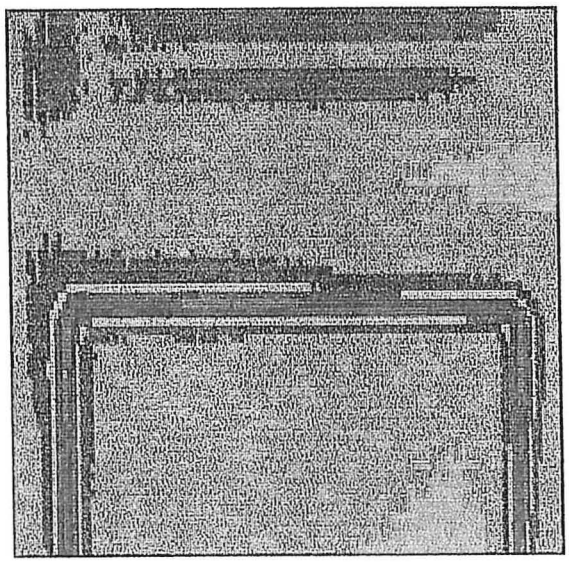
Seule la diffusivité thermique selon la direction x est recherchée. La fréquence spatiale selon la direction y est donc prise à sa valeur nulle, ce qui consiste à moyenner la température selon cette direction. Dans tout ce qui suit, la fréquence spatiale β sera omise dans l'expression de la température dans l'espace de Fourier. Les lignes et les colonnes de l'image correspondent respectivement aux directions x et y. La première étape du traitement consiste à effectuer la moyenne sur les lignes de l'image, et ce pour toutes les images :

$$T(x_i,t_k) = \frac{1}{Ny} \sum_{j=1}^{Ny} T(x_i,y_j,t_k)$$

avec Ny le nombre de lignes correspondant à l'échantillon.

Méthode 1

Méthode 2



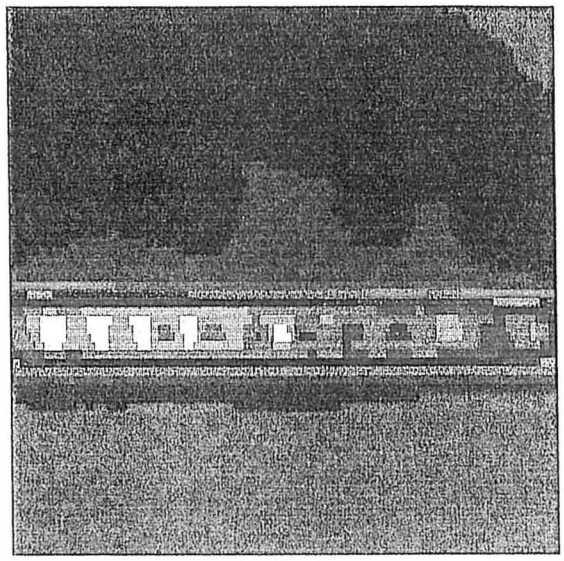
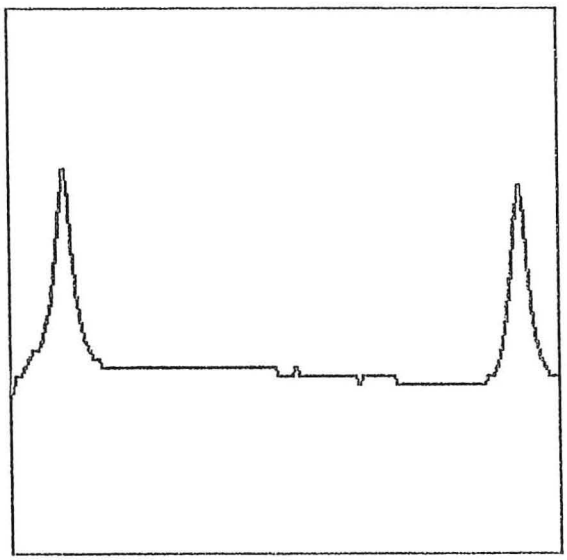
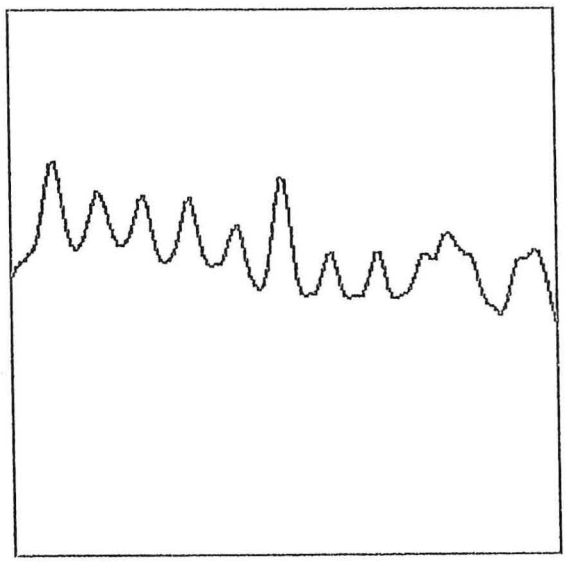


Image thermographique
Fil chauffé

Image thermographique
Règle chauffée





Profil ligne

Profil ligne

Figure 3 : Etalonnage en espace de la caméra

2. Etude statistique de la ligne de base :

Les écarts type sur les estimateurs de la température sont proportionnels à l'écart type sur le bruit de mesure de celle-ci. Il est donc nécessaire de quantifier cette grandeur. Dans un premier temps, la ligne de base du signal est recherchée, la température prise en compte dans l'identification étant une température relative à la température initiale. Nous calculons le champ de température initial moyen sur les images avant le flash.

$$\overline{T}(x_i) = \frac{1}{Nt} \sum_{k=1}^{Nt} T(x_i,t_k) \quad \text{pour } t_k < 0$$

avec Nt le nombre d'images obtenues avant le flash.
Sur toutes les images, nous centrons la variable $T(x_i,t_k)$ à l'aide de $\overline{T}(x_i)$:

$$T^*(x_i,t_k) = T(x_i,t_k) - \overline{T}(x_i)$$

Nous éliminons ainsi des réflexions parasites non-uniformes en x et constantes en temps pouvant se superposer au signal variable en temps obtenu après le flash (bruit de mesure supposé additif).

L'écart type sur le bruit de mesure est donné par :

$$\sigma^2 = \frac{1}{Nt\ Nx} \left(\sum_{k=1}^{Nt} \left(\sum_{i=1}^{Nx} \left[T^*(x_i,t_k) \right]^2 \right) \right)$$

avec Nx le nombre de colonnes délimitées par l'échantillon, Nt le nombre d'images obtenues après le flash.

3. Etude du rapport signal sur bruit dans l'espace de Fourier :

L'une des hypothèses posées lors du calcul de la matrice de covariance sur les paramètres estimés est la nécessité d'avoir un rapport signal sur bruit élevé. Nous nous assurons que, pour l'expérience considérée, la transformée de Fourier du signal expérimental pour $\alpha = 2\pi/L$, est largement supérieure à l'écart type de la transformée de Fourier du bruit, soit :

$$\left| \Theta\left(\frac{2\pi}{L}, e, t\right) \right| >> \frac{\sigma L}{\sqrt{2Nx}} \quad \text{quel que soit t}$$

Si ce n'est pas le cas, l'expérience doit être refaite avec :

-un pas de temps plus court

-une énergie d'excitation plus forte de façon à augmenter $\Theta(2\pi/L,e,t)$

-une énergie d'excitation plus concentrée en espace de façon à diminuer L.

L'expression ci-dessus sert de limite, car pour $\alpha > 2\pi/L$, la quantité d'information exploitable diminue. Dans le cas où cette expression ne peut pas être vérifiée sur la totalité de l'acquisition, pour chaque valeur de α, un temps t_{max} est défini arbitrairement, tel que :

$$\left| \Theta(\alpha,e,t_{max}(\alpha)) \right| > \frac{10\,\sigma L}{\sqrt{2Nx}} \qquad \alpha \text{ fixé}$$

Réciproquement, pour chaque valeur de t, il existe une fréquence spatiale maximum telle que :

$$\left| \Theta(\alpha_{max}(t),e,t) \right| > \frac{10\,\sigma L}{\sqrt{2Nx}} \qquad t \text{ fixé}$$

Pour chaque valeur de α, il convient alors d'exploiter le signal uniquement pour $t < t_{max}(\alpha)$, et réciproquement, pour chaque valeur de t, le signal est exploitable uniquement pour $\alpha < \alpha_{max}(t)$ (voir figures 4 et 5).

4. Recherche du temps minimum correspondant à l'hypothèse du petit corps :

Le temps à partir duquel l'hypothèse du refroidissement du petit corps est justifié est désigné par t_{min}. En prenant une marge de sécurité, surtout pour les échantillons isolants, nous supposons que ce temps correspond à deux fois le temps du maximum de la courbe $\Theta(0,e,t_k)$. La courbe $\Theta(0,e,t_k)$ est la réponse en température en face arrière dans le cas de la méthode flash monodimensionnelle classique.
Nous exploiterons alors le fichier $T^*(x_i,t_k)$ pour $t_{min} < t_k < t_{max}(\alpha)$.

5. Détermination grossière des paramètres a_x et H :

t_1 est fixé à t_{min}. Pour chaque couple de temps (t_1,t_2), soit pour des temps t_2 variables, la fonction d'identification $\ln(\Theta(\alpha,e,t_2)/\Theta(\alpha,e,t_1))$ est calculée pour différentes valeurs de la fréquence spatiale α. La diffusivité thermique selon la direction x est identifiée par régression linéaire de la fonction d'identification (5 ou 6 valeurs de α^2).

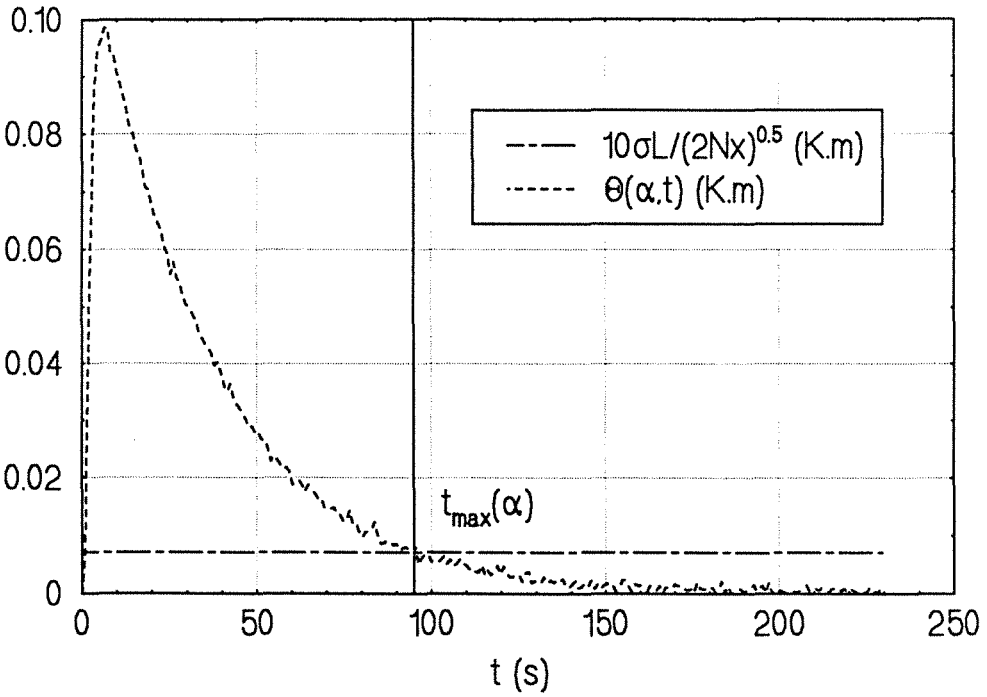


Figure 4 : Transformée de Fourier simulée en fonction du temps
Visualisation de la limite d'exploitation du signal

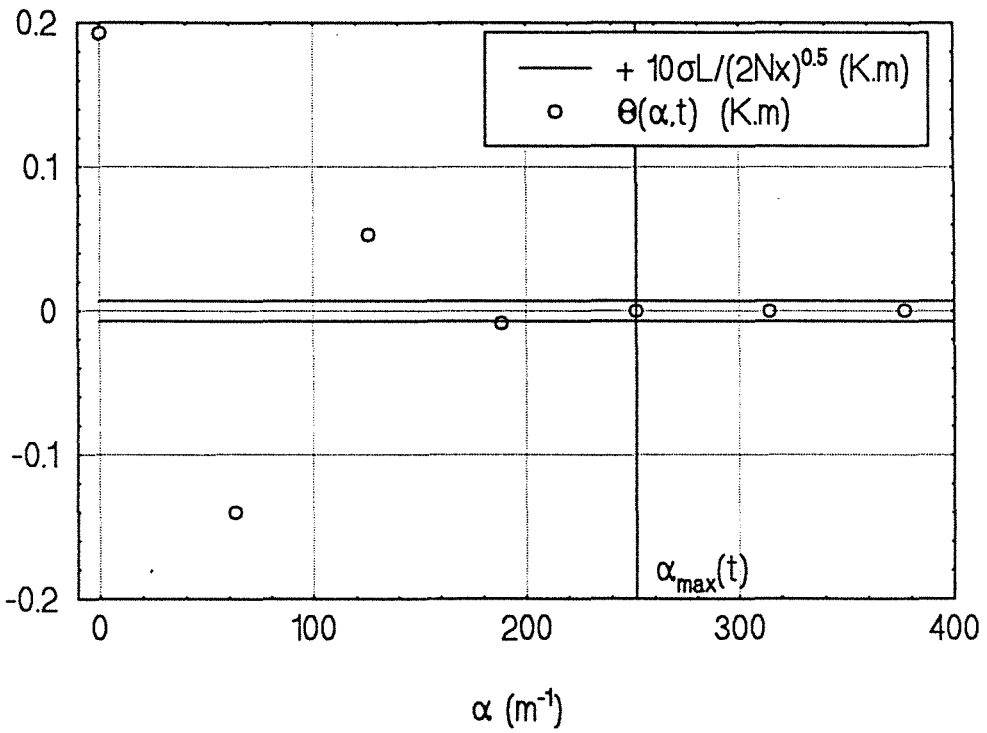


Figure 5 : Transformée de Fourier simulée en fonction de la fréquence spatiale
Visualisation de la limite d'exploitation du signal

Une valeur grossière a_{xg} de la diffusivité thermique est calculée en moyennant les a_{xj} ainsi obtenues :

$$a_{xg} = \frac{1}{Nt_2} \sum_{j=1}^{Nt_2} a_{xj}$$

avec Nt_2 le nombre d'images enregistrées aux temps t_{2j} tel que $t_{min} < t_{2j} \leq t_{max}(\alpha_{max})$.

Remarque :

Pour chaque temps t_2, la plage de fréquence spatiale [0 ; α] utilisable pour l'identification est déterminée par la condition :

$$\alpha < \alpha_{max}(t_2)$$

Puisqu'il faut au minimum deux points pour effectuer une régression linéaire, soit $\Gamma(0)$ et $\Gamma(2\pi/L)$, il existe un temps t2 maximum tel que :

$$t_2 < t_{max}(2\pi/L).$$

Le coefficient de pertes H_j est identifié pour la fréquence spatiale nulle et pour les mêmes temps t_1 et t_2. La moyenne des valeurs obtenues donne une estimation grossière du coefficient de pertes :

$$H_g = \frac{1}{Nt_2} \sum_{j=1}^{Nt_2} H_j$$

6. Vérification par la méthode des résidus de la pertinence des valeurs grossières de la diffusivité et du coefficient de pertes :

Il est possible de vérifier si les valeurs a_{xg} et H_g sont significatives. Pour cela, le champ de température expérimental obtenu à un instant t_2, $T^*_{exp}(x,t_2)$ est comparé à un champ de température calculé, $T_{cal}(x,t_2)$ à partir du profil mesuré à l'instant t_1, $T^*(x,t_1)$ et des paramètres grossiers a_{xg} et H_g.

La relation exprimant $T_{cal}(x,t_2)$ en fonction de $T^*(x,t_1)$, a_{xg} et H_g est un produit de convolution dans l'espace des abscisses x. Dans l'espace de FOURIER, cette relation devient un simple produit :

$$\Theta_{cal}(\alpha,e,t_2) = \Theta_{exp}(\alpha,e,t_1)\ \exp\left(-\left(H_g + a_{xg}\ \alpha^2\right)(t_2 - t_1)\right)$$

Le retour dans l'espace des abscisses x est donné par:

$$T_{cal}(x,e,t_2) = \frac{\Theta_{cal}(0,e,t_2)}{L} + \frac{2}{L}\sum_{j=1}^{N_x/2} \Theta_{cal}(\alpha_j,e,t_2)\ \cos(\alpha_j x)$$

7. Détermination du Δt idéal selon l'étude de sensibilité :

A partir de la diffusivité thermique identifiée grossièrement sur toute la plage de temps t_2 possible, l'écart (t_2-t_1) idéal est calculé pour une valeur de la variable de Fourier α fixée selon l'étude de sensibilité, soit :

$$\Delta t = \frac{1}{a_{xg}\ \alpha^2 + H_g}$$

8. Détermination des vecteurs $\left[\hat{a}_{xi}\ \hat{H}_i\right]^t$ pour Δt fixé, α fixé :

Pour une valeur α fixée, pour Δt déterminé au point 7, la diffusivité thermique et le coefficient de pertes sont identifiés en faisant varier le temps t_1 ($t_2 = t_1 + \Delta t$). Chaque couple (t_{1i},t_{2i}) est ainsi différent, les valeurs estimées $\hat{a}_{xi}$ et $\hat{H}_i$ sont des variables indépendantes.

Nous sommes limités en nombre de valeurs de la fréquence spatiale. Pour α petit, l'écart Δt est supérieur au temps total d'acquisition, et pour α grand, la transformée de Fourier du signal à l'instant t_2 est noyé dans le bruit de mesure. En pratique, seules trois ou quatre valeurs de α sont possibles.

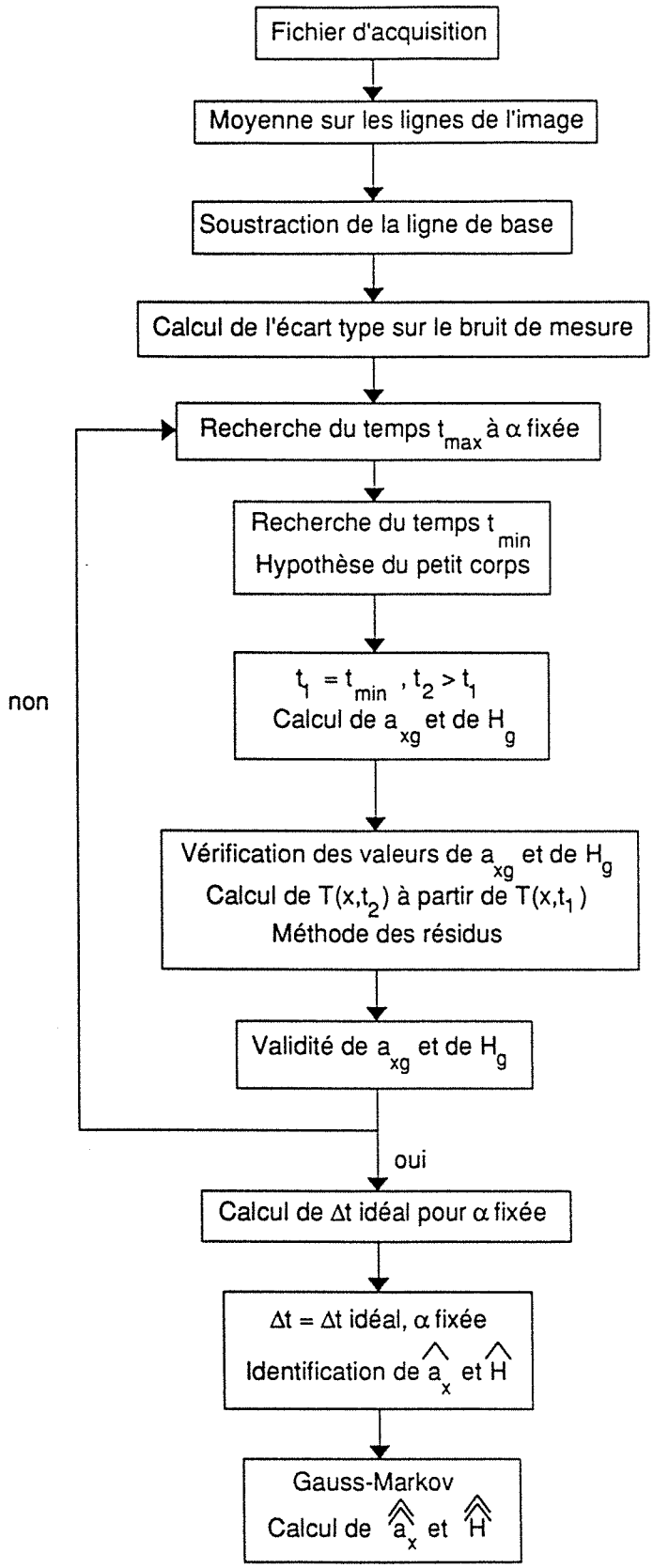


Figure 6 : Organigramme du programme de traitement des données expérimentales

9. Application du théorème de Gauss-Markov :

A partir des vecteurs $\left[\hat{a}_{xi}\ \hat{H}_i\right]^t$, le vecteur $\left[\hat{\hat{a}}_x\ \ \hat{\hat{H}}\right]^t$ est calculé selon l'expression 2.62 du chapitre 2. L'écart type sur les valeurs obtenues est donné par la matrice de covariance de Gauss-Markov (expression 2.63 du chapitre 2).

Un organigramme du programme de traitement des données expérimentales est illustré sur la figure 6.

3. EXPERIENCES

L'efficacité de la méthode d'identification proposée a été vérifiée sur deux échantillons l'un isotrope et conducteur, l'autre isolant en matériau composite (kevlar) assimilable à un matériau anisotrope. Pour l'échantillon isotrope, il a été possible de mesurer par ailleurs la diffusivité thermique par une méthode flash monodimensionnelle. Les échantillons de kevlar sont ceux utilisés par LACHI [48], une confrontation des résultats avec ceux donnés par cet auteur permettra de valider notre méthode.

3.1. CONDITIONS EXPERIMENTALES

Les caractéristiques thermophysiques et les données géométriques des échantillons testés, ainsi que les paramètres d'acquisition sont rassemblés dans le tableau 1.

Rappelons que les échantillons sont peints sur les faces avant et arrière. Afin de minimiser les effets perturbateurs dus à l'environnement, un écran en carton entoure le dispositif expérimental.

Pour l'échantillon anisotrope, les axes principaux d'anisotropie sont confondus avec les axes du plan horizontal, l'un dans le sens de l'épaisseur, l'autre dans le sens longitudinal. L'anisotropie dans le plan vertical n'est pas prise en compte.

Les échantillons sont soumis sur une face à une excitation brève tandis que l'autre face est observée à la caméra infrarouge. Une fois l'acquisition terminée, les

données (# 30000 points) sont traitées selon le protocole d'essai établi au paragraphe 2.

Echantillon	matériau	aluminium	kevlar
	ρc ($J.m^{-3}.K^{-1}$)	$2,43.10^6$	$1,6.10^6$
	longueur (m)	282.10^{-3}	100.10^{-3}
	épaisseur (m)	$1,53.10^{-3}$	$0,92.10^{-3}$
Flash	tension (V)	350	220
	largeur approximative (m)	$24,5.10^{-3}$	$24,5.10^{-3}$
Caméra	objectif	20°	7°
	distance caméra-échantillon (m)	960.10^{-3}	980.10^{-3}
Paramètre d'acquisition	temps total d'acquisition (s)	20,48	81,92

Tableau 1 : Conditions expérimentales

3.2. RESULTATS BRUTS

Les résultats expérimentaux bruts sont présentés sur la figure 7 pour l'aluminium et le kevlar. Pour l'échantillon isotrope, les bords sont relativement nets, ce qui n'est pas le cas de l'échantillon en kevlar. Pour ce dernier une expérience préliminaire avec un papier d'aluminium placé derrière l'échantillon a permis de fixer ses limites géométriques.

Les images thermographiques sont ensuite traitées selon les points 1 et 2 du protocole d'essai. Le champ de température à deux instants t est visualisé sur la figure 8.

Les variations de températures atteintes au cours de l'expérience sont d'environ 10K pour l'aluminium et 8K pour le kevlar.

- Longueur

La longueur L des échantillons est telle que le signal reste nul en x=0 et L tout au long de l'expérience. L'hypothèse de pertes latérales nulles est vérifiée.

Echantillon d'aluminium

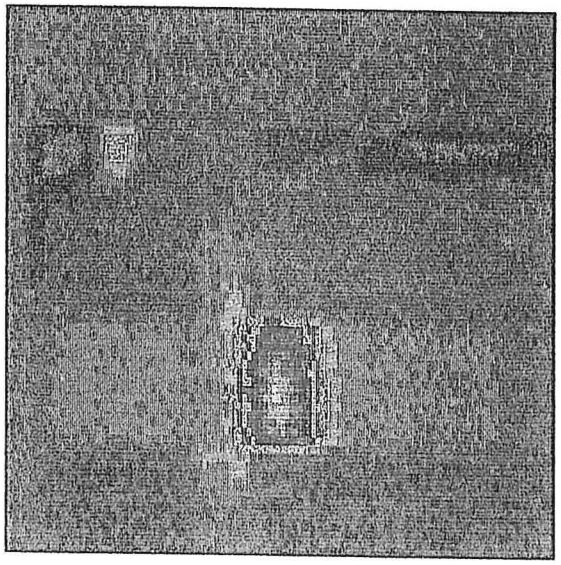
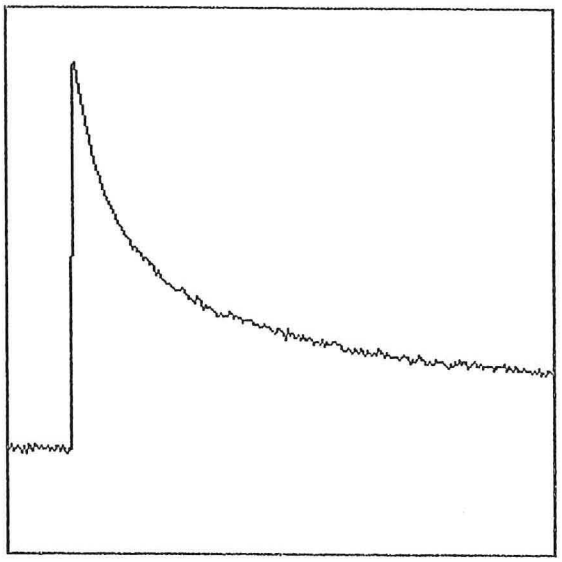


Image thermographique



Thermogramme au centre de l'échantillon

Echantillon de kevlar

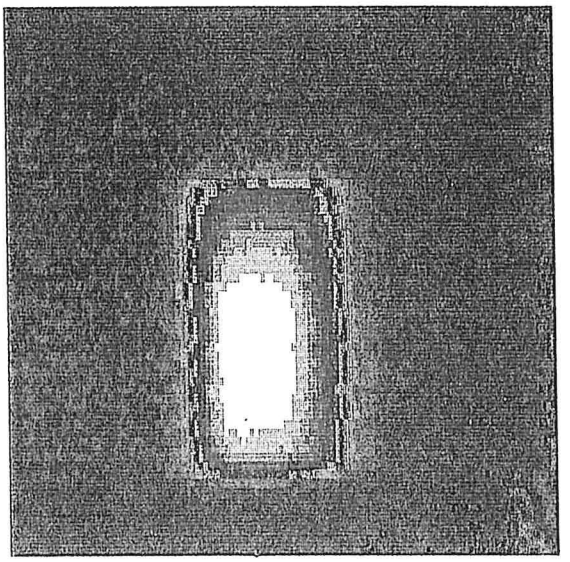
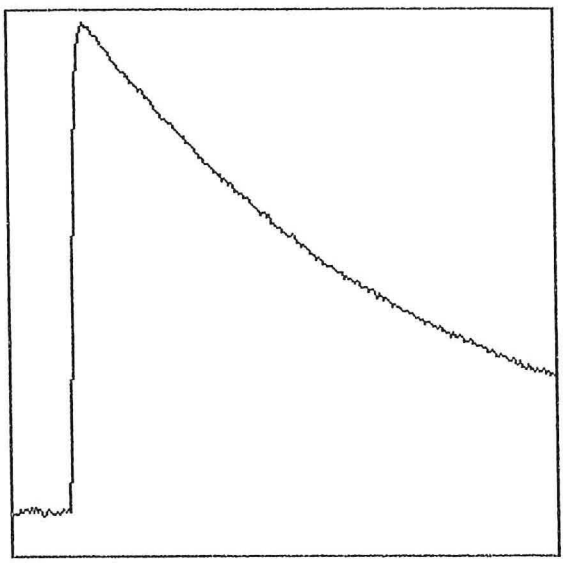


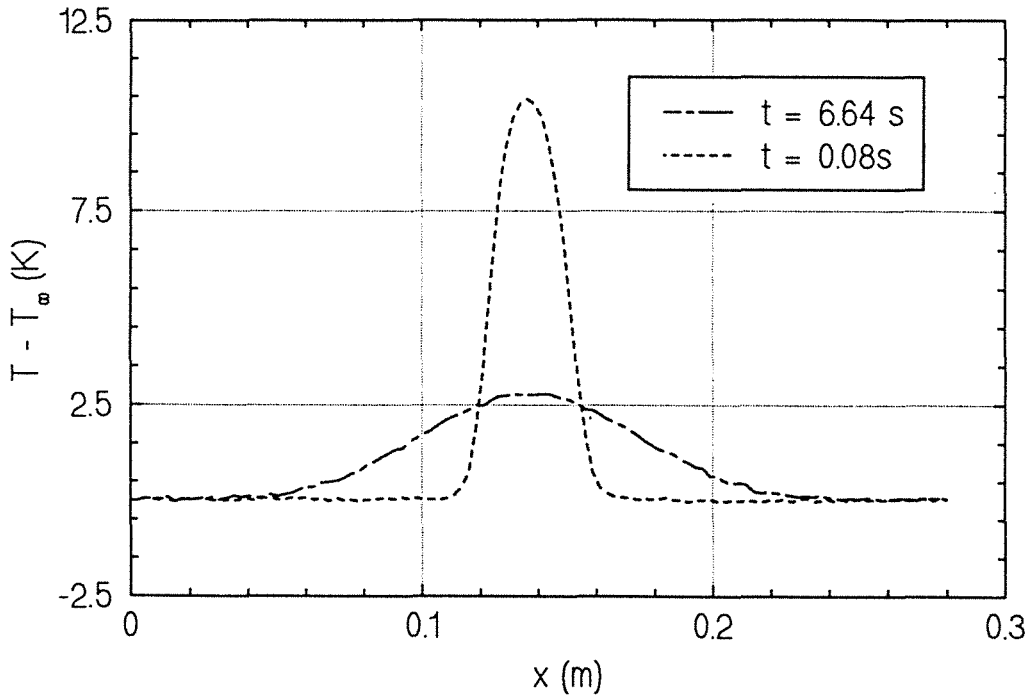
Image thermographique



Thermogramme au centre de l'échantillon

Figure 7 : Images thermographiques obtenues sur les échantillons d'aluminium et de kevlar

Echantillon d'aluminium



Echantillon de kevlar

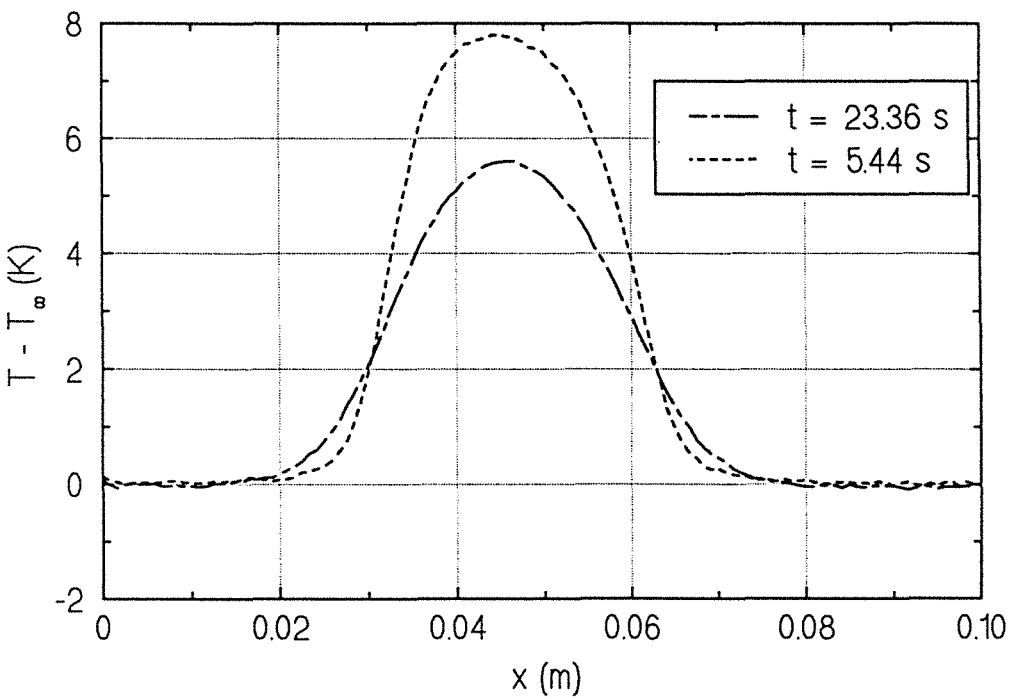


Figure 8 : Champ de température expérimental à deux instants différents

- Singularités

Le signal est quasiment centré, les fréquences spatiales d'indice impair sont donc supprimées (singularité sur la fonction d'identification).

Le rapport de la longueur de l'échantillon sur la longueur du flash est de 11 et 3 environ pour l'aluminium et le kevlar respectivement (visualisé sur l'image thermographique juste après le flash). Les fréquences spatiales multiples de $22\pi/L$ et $6\pi/L$ respectivement sont donc supprimées.

- Ecart type sur le bruit de mesure

Le corrélogramme [61] $\rho(d)$ est défini par :

$$\rho(d) = \frac{1}{n-d} \sum_{i=1}^{n-d} e_{T,i+d}\, e_{T,i} / \sigma^2$$

où $e_{T,i}$ est le bruit de mesure, soit en x_i à un instant fixé si le corrélogramme porte sur la corrélation en espace, soit à t_i à une abscisse fixée si le corrélogramme porte sur la corrélation temporelle. Le corrélogramme sur les champs de température avant le flash (une vingtaine d'images thermographiques) montre que l'hypothèse d'un bruit de mesure non corrélé en espace et en temps, d'écart type constant, suivant une loi de moyenne nulle est vérifiée (figures 9 et 10) pour les deux échantillons (test d'hypothèse sur $\rho(1)$, ANDERSON [62]).

Une des principales difficultés expérimentales est de supprimer ou tout du moins d'atténuer les effets perturbateurs dus à l'environnement. La protection de carton placée sur le dispositif expérimental diminue les effets perturbateurs de nature thermique réfléchis par l'échantillon ou situés dans le champ de visée de la caméra.

Les perturbations de nature électromagnétique dues aux divers instruments (ordinateur, batterie de condensateurs ...) situés dans la salle de manipulation sont plus difficiles à détecter.

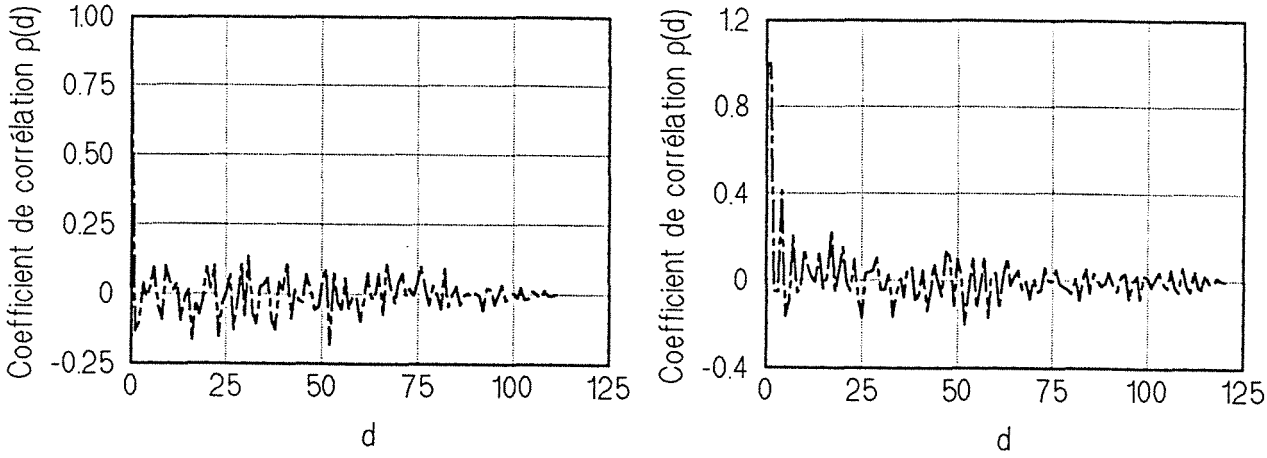
L'écart type sur le bruit de mesure pour les deux échantillons est :

aluminium	kevlar
$\sigma = 3{,}45.10^{-2}$ K	$\sigma = 2{,}62.10^{-2}$ K

Echantillon d'aluminium

Echantillon de kevlar

Corrélogramme à un instant donné



Corrélogramme à une abscisse donnée

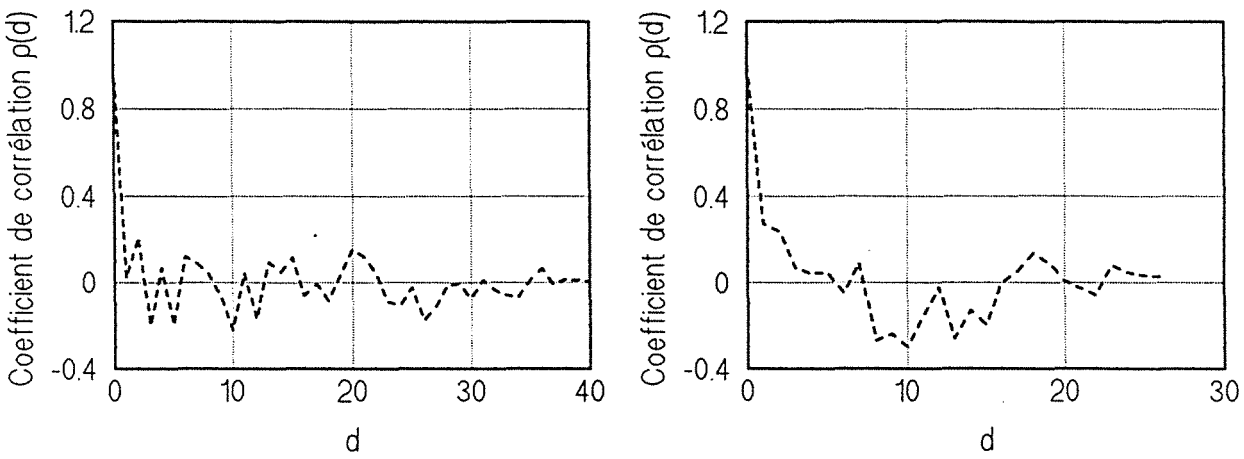


Figure 9 : Corrélogrammes sur le bruit de mesure

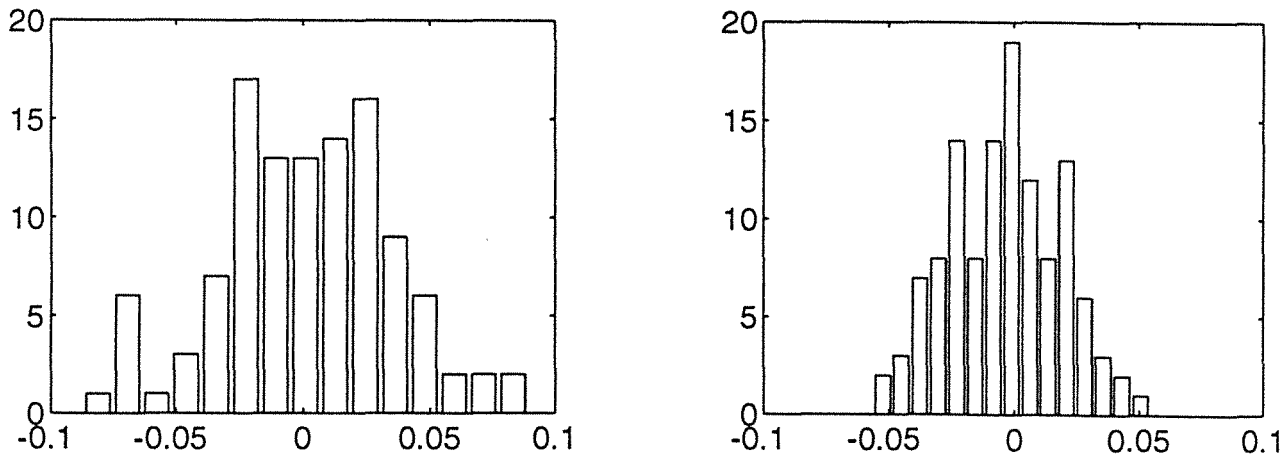


Figure 10 : Histogrammes du bruit de mesure

Ce qui donne des rapports signal sur bruit importants, de l'ordre de 120 pour l'aluminium et de 100 pour le kevlar une fois la température moyennée selon la direction y.

3.3. IDENTIFICATION DE LA DIFFUSIVITE ET DU COEFFICIENT DE PERTES

3.3.1. Valeurs grossières

La figure 11 illustre le point 5 du protocole, c'est-à-dire l'estimation grossière a_{xg} et H_g de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes. Pour le temps t_1 fixé à t_{min}, les paramètres sont identifiés pour un temps t_2 variable. Les valeurs moyennes obtenues sont :

- *pour l'aluminium :*

$$a_{xg} = 8{,}82.10^{-5}\ m^2.s^{-1}, \quad \sigma_{ax} = 3{,}25.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$$

$$H_g = 8.10^{-3}\ s^{-1}, \quad \sigma_H = 1{,}27.10^{-2}\ s^{-1}$$

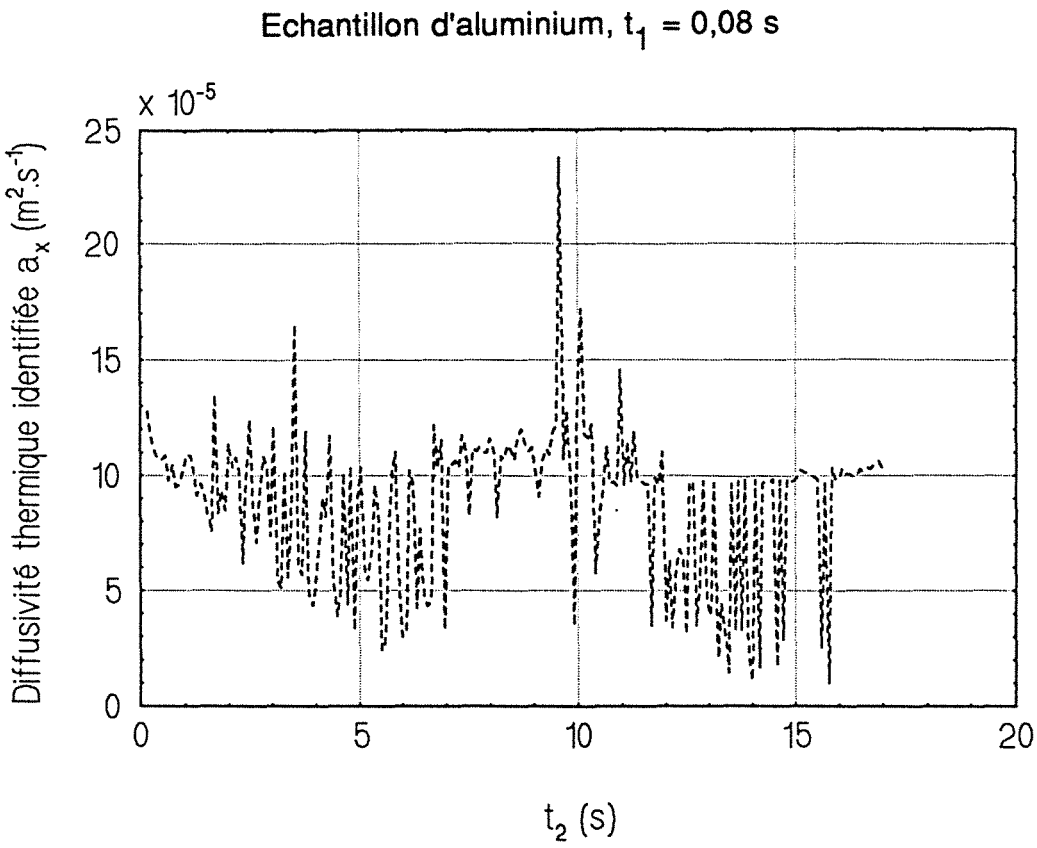
- *pour le kevlar :*

$$a_{xg} = 5{,}72.10^{-7}\ m^2.s^{-1}, \quad \sigma_{ax} = 2{,}22.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$$

$$H_g = 1{,}5.10^{-2}\ s^{-1}, \quad \sigma_H = 6{,}6.10^{-4} s^{-1}$$

Notons la très forte dispersion sur les résultats obtenus. La diffusivité thermique varie de 2.10^{-5} à $24.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$ pour l'aluminium, et de 10^{-7} à $13.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$ pour le kevlar. Cette méthode d'identification nécessite donc une étude poussée afin de déterminer au mieux la valeur des variables d'identification : α, t_1, t_2.

Le point 3 du protocole (recherche de $t_{max}(\alpha)$) est illustré sur la figure 12. La transformée de Fourier $\Theta(\alpha,e,t_2)$ est tracée en fonction de t_2-t_{min} pour $\alpha = 10\pi/L$. Le temps t_1 est fixé à t_{min}. La diffusivité thermique est identifiée pour chaque valeur du temps t_2 par régression linéaire de la fonction d'identification sur la plage $[0;10\pi/L]$.



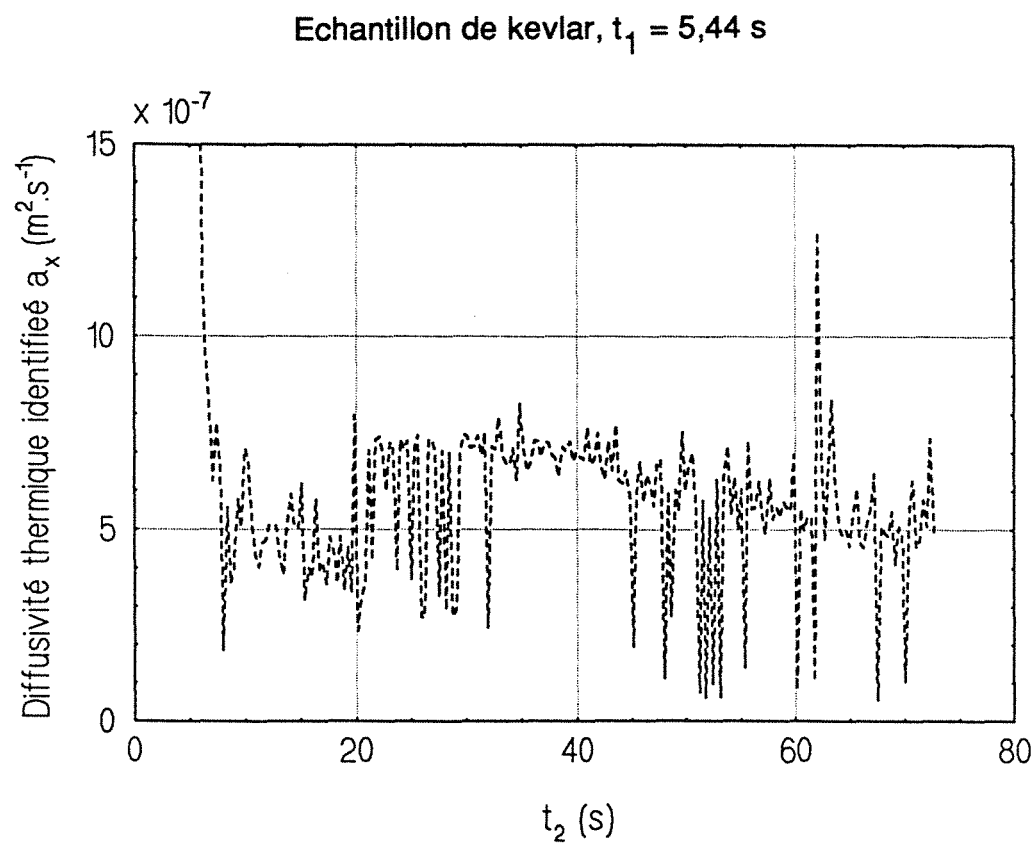


Figure 11 : Première identification de la diffusivité thermique

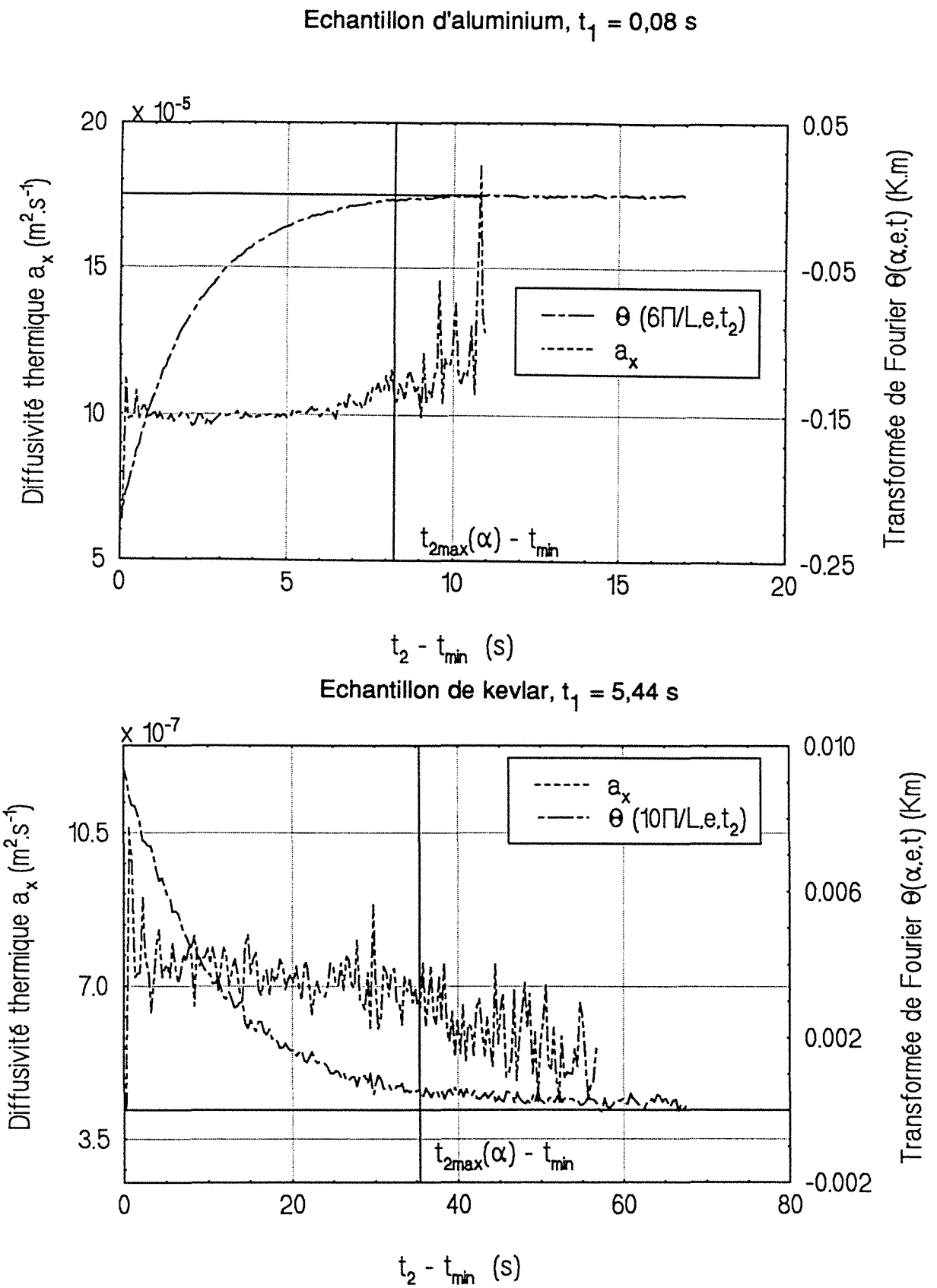


Figure 12 : Identification de la diffusivité thermique à fréquence spatiale fixée

Nous remarquons que pour cette valeur de la fréquence spatiale (α grand), l'identification de a_x donne non seulement une dispersion importante mais aussi un biais.

En effet, pour les hautes fréquences spatiales, $\Theta(\alpha,e,t_2)$ tend rapidement vers 0 en fonction du temps t_2. Le rapport signal sur bruit devient alors faible. Le biais intervient lorsque la linéarisation (expression 2.53 du chapitre 2) n'est plus valable. Le temps $t_{max}(\alpha)$ défini au point 3 du protocole, correspond donc bien à une limite d'exploitation du signal.

La visualisation de la fonction d'identification pour chaque temps t_2, permet de diminuer la dispersion sur les résultats, l'opérateur fixant les bornes de l'intervalle de fréquence spatiale pour lequel la linéarité de la fonction d'identification est vérifiée.

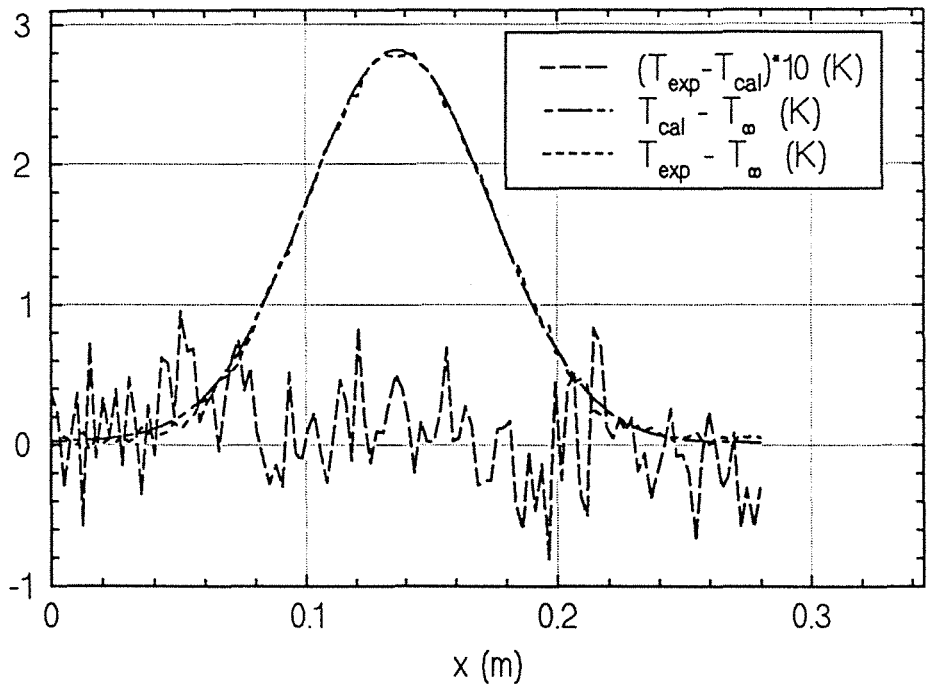
Cette méthode est très lourde en temps et n'est finalement pas d'un grand intérêt. La valeur moyenne des paramètres est correcte et permet le calcul de l'écart de temps idéal pour une fréquence spatiale fixée.

La dispersion sur la diffusivité thermique identifiée est importante lorsque l'écart de temps t_2-t_1 est faible (quelle que soit la fréquence spatiale). Ceci est en accord avec l'étude de sensibilité et l'expression 2.55 du chapitre 2 donnant σ^2_{ax}.

L'écart type sur le coefficient de pertes H est relativement important. Le coefficient de sensibilité à H passe par un maximum pour un écart de temps $\Delta t = 1/H$, soit, pour un coefficient d'échange théorique de 10 $W.m^{-2}.K^{-1}$, Δt=73,6s pour le kevlar, et Δt=186s pour l'aluminium. Le coefficient d'échange peut donc être relativement bien identifié pour le kevlar vu le temps total d'expérimentation, et est mal identifié pour l'échantillon d'aluminium. Ceci n'est cependant pas gênant pour l'identification de la diffusivité thermique comme nous le montre l'étude de sensibilité.

La comparaison des courbes expérimentales et calculées à partir des valeurs grossières de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes, $T_{exp}(x,e,t_2)$ et $T_{cal}(x,e,t_2)$, montrent dans les deux cas de faibles résidus (figure 13). Une méthode d'identification basée sur un critère de type minimisation de moindres carrés donne des résultats similaires. Cependant, les résidus ne donnent qu'une indication et ne permettent pas de quantifier la dispersion sur les paramètres.

Echantillon d'aluminium, t_1 = 0,08 s, t_2 = 6,64 s



Echantillon de kevlar, t_1 = 5,44 s, t_2 = 23,36 s

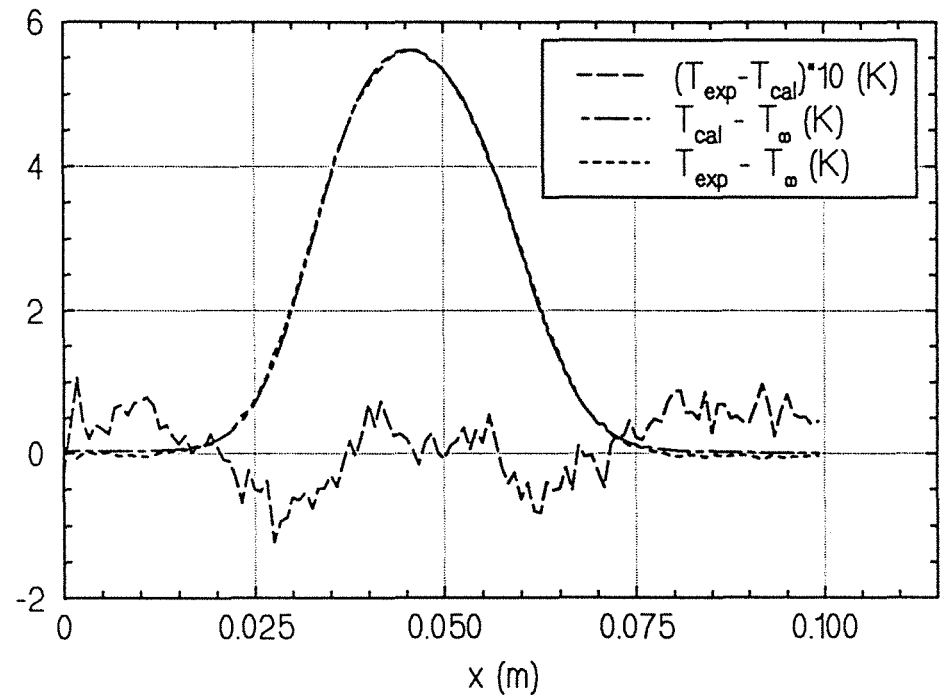


Figure 13 : Comparaison des champs de température expérimental et calculé à l'instant t_2, à partir du champ de température à l'instant t_1, avec a_{xg} et H_g

3.3.2. Identification pour une fréquence spatiale fixée et un Δt idéal

L'écart de temps (t_2-t_1) idéal est déterminé pour une fréquence spatiale donnée à partir des valeurs grossières de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes selon le point 7 du protocole.

Le point 8 du protocole d'essai (détermination de $\hat{a}_{xi}$ et $\hat{H}_i$), est illustré sur la figure 14. Les paramètres sont identifiés pour Δt fixé, les couples de temps (t_{1i},t_{2i}) sont choisis tous différents dans un intervalle [t_{min},t_{max}].

L'écart type expérimental est calculé de la façon suivante :

$$\sigma^2 = \frac{1}{Nc} \sum_{i=1}^{Nc} (a_{xi} - \overline{a_x})^2$$

avec Nc le nombre de couples (t_1,t_2).

L'écart type sur la diffusivité thermique et le coefficient de pertes identifiés, calculé à partir des expressions 2.55 et 2.63 du chapitre 2 pour lesquelles les transformées de Fourier sont expérimentales, est reporté sur la figure 15.

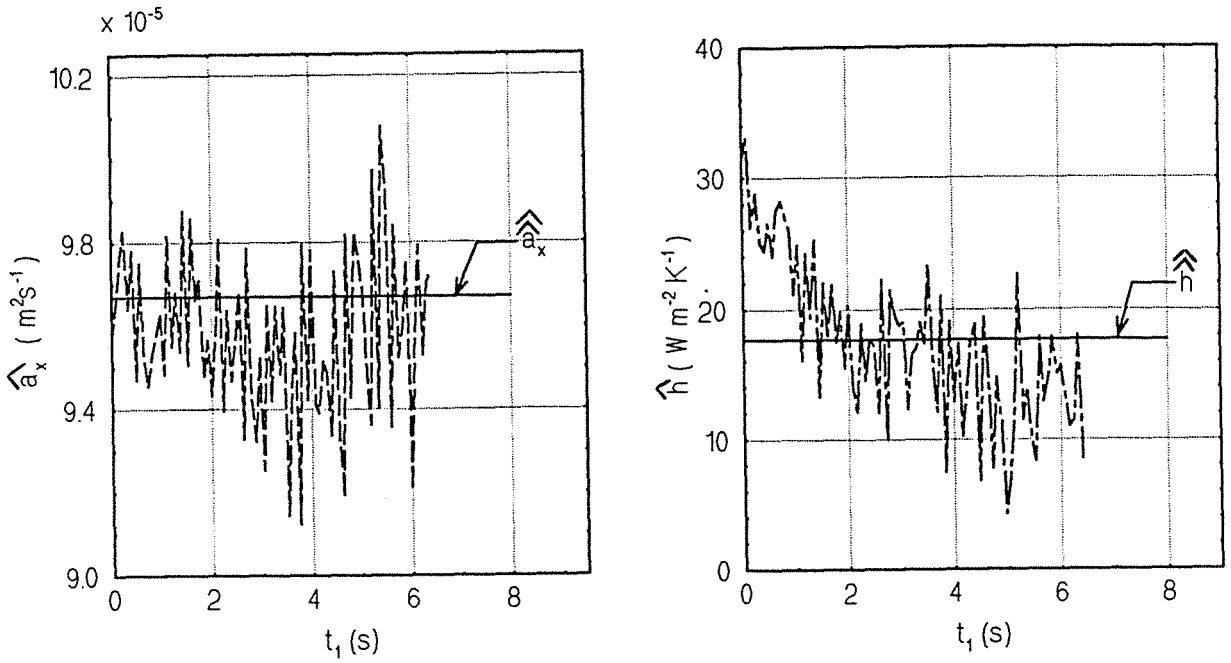
Les écarts type sur la diffusivité thermique calculés par les diverses méthodes sont reportés dans le tableau 2.

Ecart type \ Echantillon	aluminium	kevlar
expérimental	$3{,}25.10^{-5}$	$2{,}22.10^{-7}$
calculé expression 2.55	$0{,}85.10^{-6}$ - $2{,}8.10^{-6}$	$0{,}5.10^{-7}$ - $1{,}43.10^{-7}$
Gauss-Markov expression 2.63	$1{,}5.10^{-7}$	10^{-8}

Tableau 2 : Comparaison des écarts type

L'utilisation du théorème de GAUSS-MARKOV permet de réduire notablement l'écart type sur la diffusivité thermique identifiée. Cependant, nous rappelons que l'écart de temps Δt utilisé n'est pas optimal. Les résultats de l'identification de $\hat{a}_x$ sont tracés pour des Δt voisins de Δt idéal sur la figure 16. Une variation de 12 à 25% par rapport au Δt idéal entraîne une dispersion de 0.2 % sur la diffusivité identifiée pour l'aluminium et une variation de 17 à 36 % de Δt entraîne une dispersion de 1% sur $\hat{a}_x$ pour le kevlar.

Echantillon d'aluminium, $\alpha = 4\pi/L$, $\Delta t = 6{,}48$ s.



Echantillon de kevlar, $\alpha = 8\pi/L$, $\Delta t = 18{,}88$ s

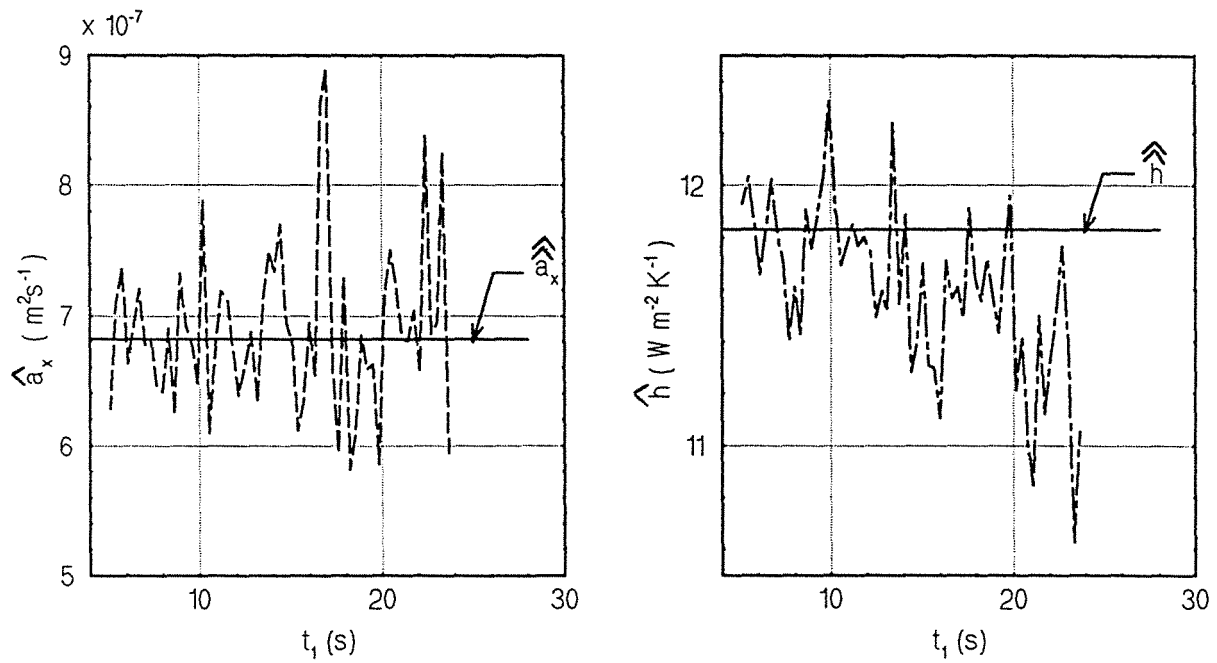
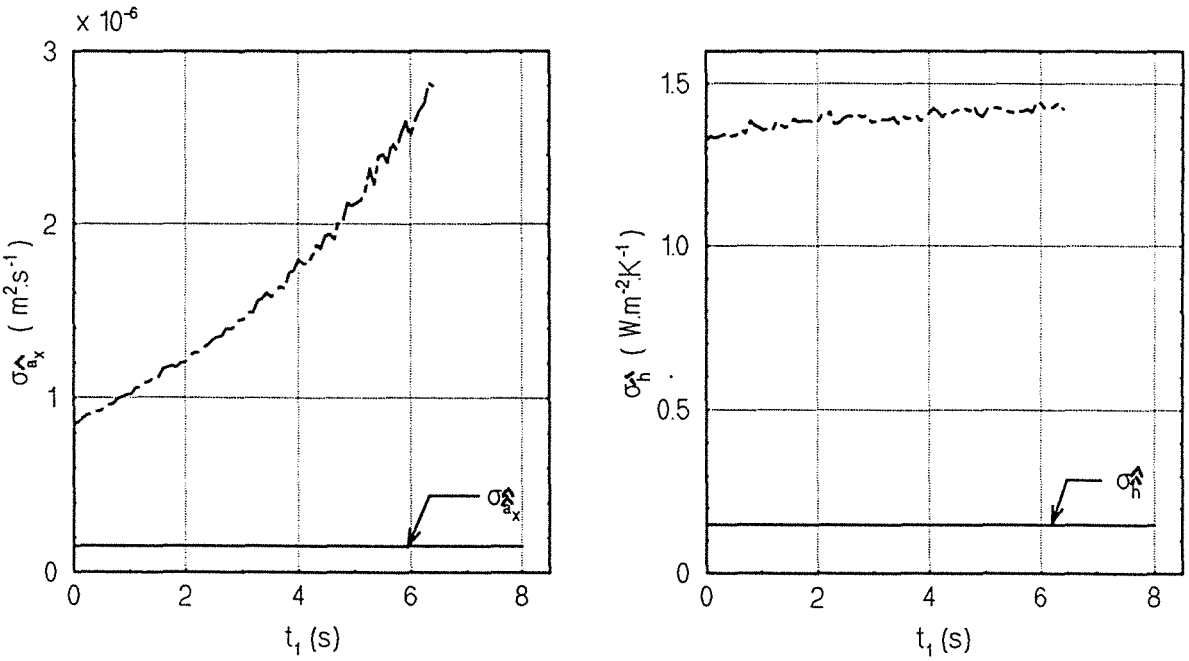


Figure 14 : Identification pour une fréquence spatiale fixée et Δt idéal

Echantillon d'aluminium $\alpha = 4\pi/L$, $\Delta t = 6{,}48$ s



Echantillon de kevlar $\alpha = 8\pi/L$, $\Delta t = 18{,}88$ s

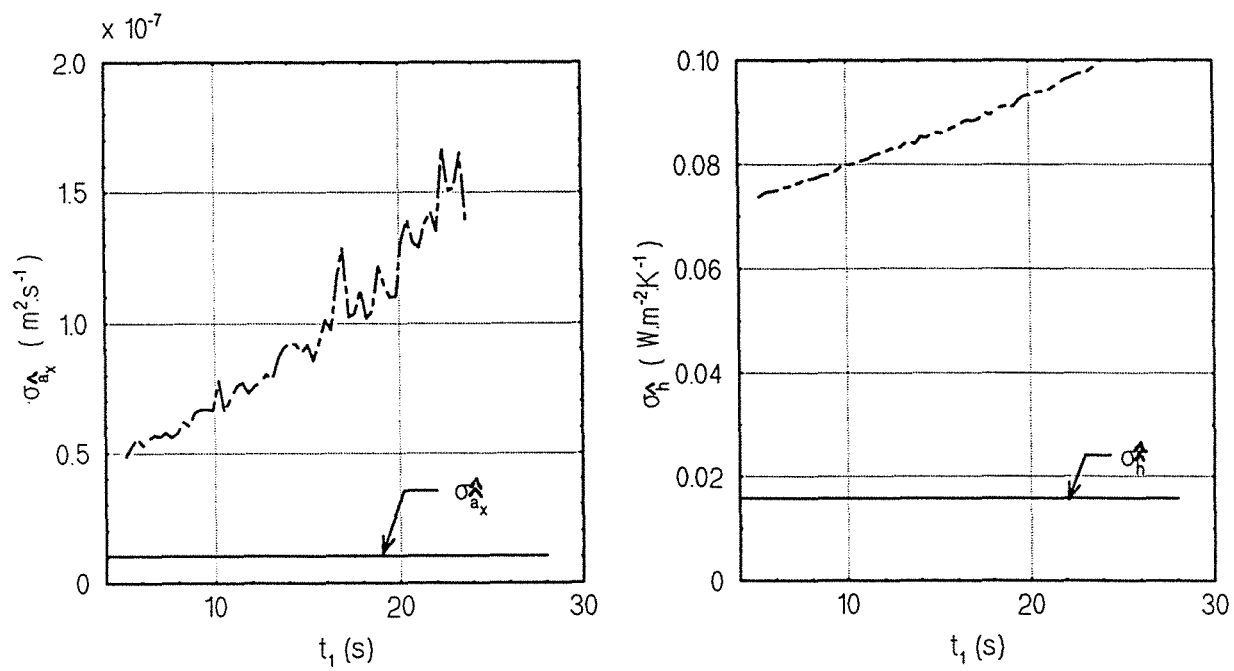


Figure 15 : Ecart type calculé sur a_X et H

Ce n'est pas notre but d'identifier le coefficient de pertes H. Nous pouvons cependant constater sur les figures 14 à 16, que les valeurs obtenues sont cohérentes puisqu'elles correspondent à une valeur du coefficient d'échange convectif h de l'ordre de 15 $W.m^{-2}.K^{-1}$, l'ordre de grandeur est correct.

Pour les différentes valeurs possibles de la fréquence spatiale, nous obtenons une estimation de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes. La valeur moyennée sur ces estimateurs optimaux, ainsi que l'écart type maximum calculé sont :

- *Aluminium*

$\hat{a}_x = 9{,}93.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$ $\qquad \sigma_{ax} = 4{,}3.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$

$\hat{h} = 54\ W.m^{-2}.K^{-1}$ $\qquad \sigma_H = 13\ W.m^{-2}.K^{-1}$

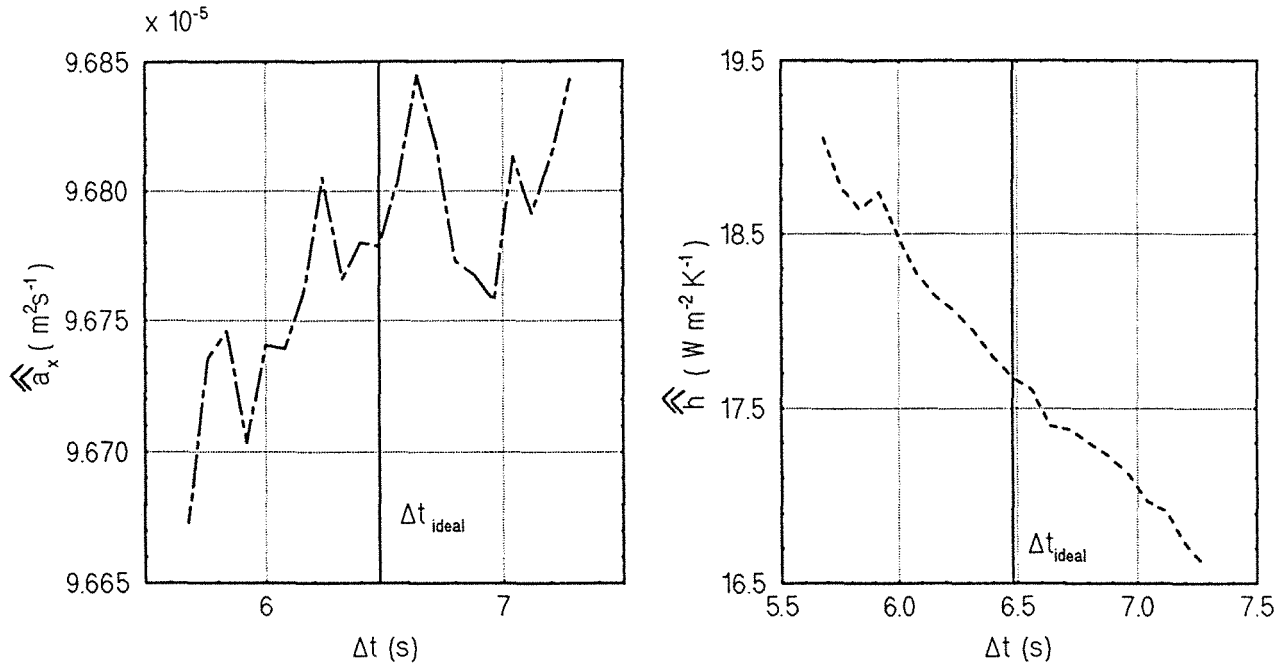
- *Kevlar*

$\hat{a}_x = 6{,}59.10^{-7}\ m^2.s^{-1}$ $\qquad \sigma_{ax} = 10^{-8}\ m^2.s^{-1}$

$\hat{h} = 11{,}4\ W.m^{-2}.K^{-1}$ $\qquad \sigma_H = 0{,}06\ W.m^{-2}.K^{-1}$

Le coefficient d'échange moyen pour l'échantillon de kevlar est correct et varie peu avec la fréquence spatiale. Ce qui n'est pas le cas pour l'échantillon d'aluminium pour lequel le coefficient d'échange varie de 17 à 74 $W.m^{-2}.K^{-1}$, pour une variation de la fréquence spatiale de $2\pi/L$ à $14\pi/L$. L'écart de temps idéal pour l'estimation des paramètres est choisi au maximum de sensibilité à la diffusivité thermique. En fonction de la fréquence spatiale, cet écart de temps diminue et devient très inférieur à l'écart de temps idéal pour l'estimation du coefficient de pertes. L'estimateur optimal de GAUSS-MARKOV portant sur l'estimation simultanée des deux paramètres pour une fréquence spatiale et un écart de temps fixés, le coefficient de pertes est estimé plus précisément aux faibles valeurs de la fréquence spatiale. L'estimateur optimal étant une moyenne pondérée par les coefficients de la matrice de covariance, cette mauvaise estimation du coefficient de pertes ne perturbe que peu la diffusivité thermique estimée.

Echantillon d'aluminium $\alpha = 4\pi/L$



Echantillon de kevlar $\alpha = 8\pi/L$

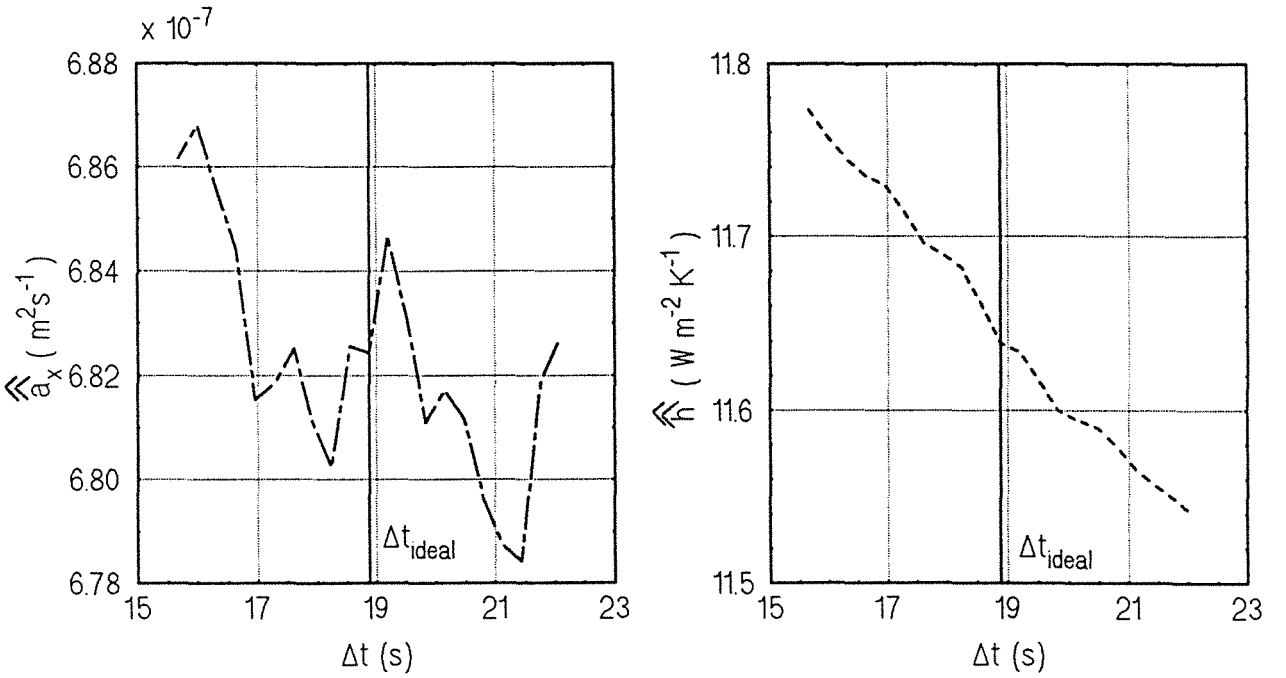


Figure 16 : Identification par Gauss Markov

3.4. COMPARAISON AVEC LES RESULTATS OBTENUS PAR D'AUTRES METHODES

Les résultats obtenus par notre méthode d'identification sont comparés aux valeurs obtenues par une méthode flash classique monodimensionnelle pour l'échantillon d'aluminium, et aux valeurs obtenues par LACHI [47] pour l'échantillon de kevlar.

3.4.1. Echantillon d'aluminium - Méthode flash monodimensionnelle

Le principe de la méthode flash monodimensionnelle est expliqué en annexe 4.

Le thermogramme expérimental que nous avons obtenu en face arrière, est illustré sur la figure 17. Les perturbations aux temps courts sont vraisemblablement dues à des phénomènes électromagnétiques en raison de la faible épaisseur de l'échantillon. En changeant l'orientation des lampes flash par rapport à la direction des doigts des thermocouples à contact séparés, la perturbation peut être diminuée. Du fait du temps très court d'expérimentation, le flash est laissé en place pendant la manipulation.

L'identification de la diffusivité thermique par la méthode de PARKER [28] nécessite de connaître avec précision la durée de l'impulsion, d'autant que le temps caractéristique de diffusion de notre échantillon se situe dans les limites de validité de la méthode [30]. L'évolution temporelle du flash est enregistrée par une cellule photovoltaïque (figure 18). Le temps correspondant au barycentre du flash est 1,95 ms, la diffusivité thermique identifiée au temps $t_{1/2}$ vaut :

$$\overline{a} = 10{,}2.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$$ avec une dispersion de 14 %

(sur 4 expérimentations).

Ceci nous montre tout l'intérêt de notre méthode pour la mesure de matériaux conducteurs de faible épaisseur, pour lesquels une méthode flash classique est possible seulement à condition d'avoir une impulsion très brève (de l'ordre de la µs), ou à condition d'obtenir un thermogramme sans perturbation pour lequel une déconvolution avec le signal issu de la cellule photovoltaïque permet de s'affranchir de la durée finie du flash.

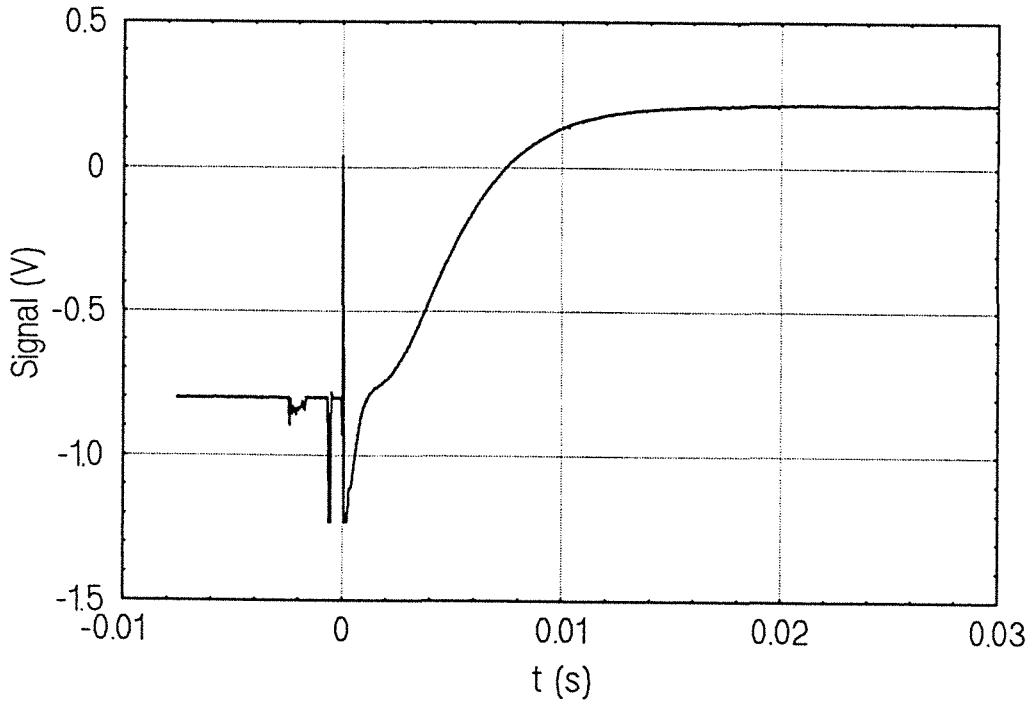


Figure 17 : Thermogramme en face arrière
Manipulation Flash monodimensionnelle - Echantillon d'aluminium

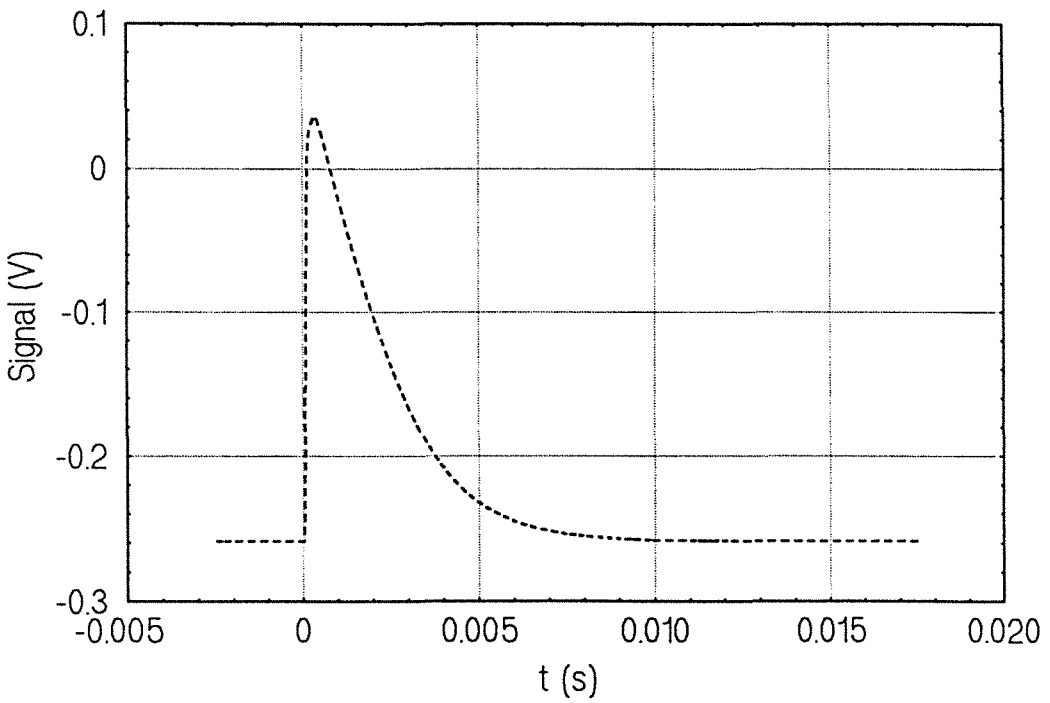


Figure 18 : Evolution temporelle du flash

3.4.2. Echantillon de kevlar - Méthode flash bidimensionnelle (LACHI)

LACHI [47] a mesuré la diffusivité thermique du kevlar pour plusieurs épaisseurs par une méthode flash bidimensionnelle (voir paragraphe 3.3.2 du chapitre 1) où la température en deux points de l'échantillon est relevée par un thermocouple. La méthode des moments temporels partiels est utilisée pour l'identification de la diffusivité thermique. Il a obtenu pour l'échantillon de kevlar d'épaisseur 0,92 mm (c'est strictement le même que celui que nous avons étudié), une diffusivité de $6{,}67.10^{-7}$ m^2s^{-1}. Soit un écart de 1,2 % avec notre valeur.

3.5. RESULTATS OBTENUS SUR D'AUTRES ECHANTILLONS

D'autres échantillons ont été testés par cette méthode d'identification. Les résultats obtenus sur ces échantillons sont reportés dans le tableau suivant. La diffusivité thermique moyenne calculée à l'aide du théorème de GAUSS-MARKOV est comparée aux valeurs obtenues soit par une méthode flash classique monodimensionnelle pour l'échantillon conducteur, soit par LACHI [47] pour l'échantillon de kevlar.

Ces résultats comme ceux précédemment présentés, valident notre méthode d'identification.

Cependant, notons que pour l'échantillon de kevlar, d'épaisseur 1,6 mm, l'influence de la longueur de l'impulsion thermique est étudiée. Pour le flash de faible rapport longueur du flash sur longueur d'échantillon, les résultats obtenus présentent une dispersion plus importante. Un faible rapport $(\beta_2 - \beta_1)/L$ présente entre autres les avantages suivants : la singularité sur la fonction d'identification liée à ce rapport s'éloigne vers les fréquences relativement hautes ($22\pi/L$); pour un même tube à éclat, l'énergie déposée par unité de surface est plus forte. L'inconvénient est que le signal est utile (hors du bruit de mesure) que sur une petite portion de la plaque, ce qui se traduit sur les transformées de Fourier par une prise en compte de nombreux points noyés dans le bruit de mesure, ce qui augmente l'erreur sur la valeur estimée des paramètres.

matériau	dural	kevlar	kevlar
longueur échantillon (m)	0,20	0,10	0,10
épaisseur échantillon (m)	$2,6.10^{-3}$	$1,6.10^{-3}$	$1,6.10^{-3}$
longueur flash (m)	$24,5.10^{-3}$	$24,5.10^{-3}$	$3,5.10^{-3}$
$\hat{a}_x$ $(m^2.s^{-1})$	$6,04.10^{-5}$	$6,05.10^{-7}$	$7,30.10^{-7}$
σ_{ax} $(m^2.s^{-1})$	$1,4.10^{-7}$ - $2,6.10^{-6}$	$1,8.10^{-8}$ - $2,3.10^{-8}$	$1,0.10^{-8}$ - $3,0.10^{-8}$
a_x^* $(m^2.s^{-1})$	$5,96.10^{-5}$ **	$6,17.10^{-7}$ ***	$6,17.10^{-7}$ ***
σ_{ax}^* $(m^2.s^{-1})$	5.10^{-7} **	?	?

Notes : * Valeurs identifiées par une méthode différente de celle développée ici

** Valeurs moyennes identifiées par méthode flash monodimensionnelle sur 4 expérimentations

*** Valeurs extraites de LACHI [47]

Tableau 3 : Comparaison des méthodes d'identification

CONCLUSION

L'un des principaux avantages de notre méthode d'identification est son indépendance vis-à-vis de la forme géométrique de l'excitation, la simplicité du montage expérimental en découle. Un autre avantage est la visualisation par caméra infrarouge, fournissant un nombre important de données en une seule expérience. Un traitement statistique à deux niveaux a donc été possible. Ce traitement a l'avantage de quantifier l'erreur de mesure. Il faut cependant remarquer que l'écart type obtenu n'est que théorique. Il suppose le modèle parfait (coefficient de pertes indépendant du temps et de l'espace, balayage instantané de l'image) et une connaissance parfaite des autres grandeurs du système (pas de temps ,longueur de l'échantillon, caractéristiques du bruit de mesure, etc...).

Notons également que pour des échantillons conducteurs de faible épaisseur, une identification de la diffusivité thermique par une méthode flash monodimensionnelle pose de nombreux problèmes expérimentaux (temps de demi-montée de l'ordre de la durée de l'impulsion, phénomènes électromagnétiques aux temps courts, ...), problèmes qu'évite une identification de la diffusivité thermique dans le sens longitudinal.

Cette étude expérimentale a démontré la faisabilité de notre méthode d'identification sur des plaques immobiles vus par un détecteur supposé immobile (balayage instantané de la scène thermique). Nous nous proposons d'étudier des plaques en mouvement relatif par rapport au détecteur de température, ce qui dans le cas présent revient à supposer que le balayage de l'échantillon par la caméra infrarouge n'est pas instantané. Le paramètre supplémentaire qu'est la vitesse de déplacement relatif de l'échantillon par rapport au détecteur, modifie le système traduisant le transfert conductif dans l'échantillon après perturbation thermique. La résolution de ce problème est l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE 4

ETUDE THEORIQUE DE LA MESURE DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DE PLAQUES MINCES EN MOUVEMENT

CHAPITRE 4

ETUDE THEORIQUE DE LA MESURE DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE DE PLAQUES MINCES EN MOUVEMENT

Le problème est ici plus général que le précédent. Le champ des températures est étudié dans le repère du capteur et la plaque est mobile avec une vitesse de translation constante et finie.

Ce chapitre se décompose en deux parties :

- position du problème et résolution du nouveau système
- identification des paramètres : diffusivité thermique, coefficient de pertes et vitesse, ou plus particulièrement, étude des problèmes posés par l'introduction du troisième paramètre qu'est la vitesse de déplacement de la plaque.

Puis nous étudierons dans quelle mesure la situation présente se ramène au cas précédent.

1. MODELE THEORIQUE

1.1. POSITION DU PROBLEME

Le système étudié est une plaque semi-infinie isotrope d'épaisseur e, de largeur l, se déplaçant à vitesse constante V selon la direction infinie. Initialement en équilibre thermique avec l'extérieur, la plaque reçoit sur une de ses faces, une impulsion de chaleur $\Phi(x,t)$ de type flash uniforme sur une bande de longueur finie

(β_2 - β_1). Les pertes convectives sur les faces avant et arrière sont caractérisées par un coefficient d'échange moyen h surfacique constant. Les surfaces latérales sont isolées. Les propriétés thermophysiques sont supposées constantes.

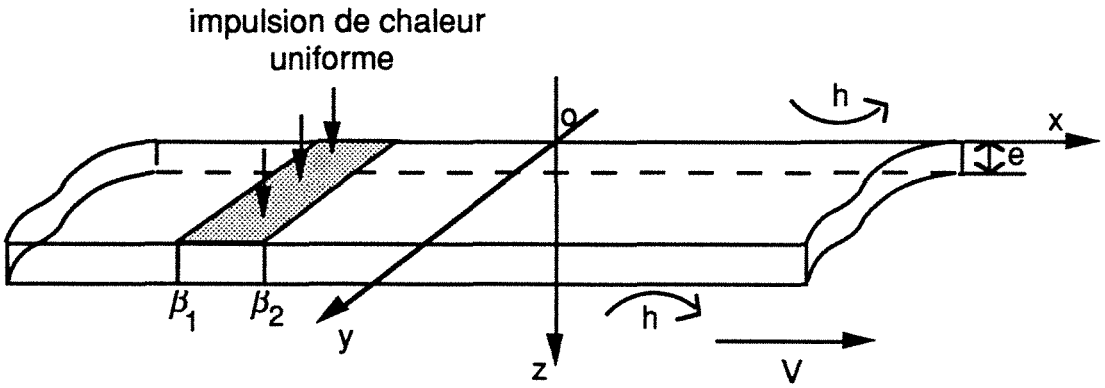


Figure 1 : Schéma de principe

Le problème ne dépend pas de la variable y, l'impulsion de chaleur étant uniforme dans cette direction.

L'équation de la chaleur décrivant le transfert conductif bidimensionnel en régime transitoire en coordonnées cartésiennes dans un tel milieu est, dans le repère Eulérien fixe par rapport au laboratoire :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\left(V \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t}\right) \qquad (4.1)$$

où a est la diffusivité thermique du matériau.

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = h\,(T-T_\infty) - \Phi(x,t) \qquad z = 0 \qquad (4.2)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -\,h\,(T-T_\infty) \qquad z = e \qquad (4.3)$$

$$T(x,z,t) \text{ finie} \qquad x \to \pm\infty \qquad (4.4)$$

où λ est la conductivité thermique du matériau, T_∞ est la température à l'infini.

La condition initiale s'écrit :

$$T = T_\infty \qquad t = 0 \qquad (4.5)$$

L'impulsion de chaleur $\Phi(x,t)$ est supposée séparable en temps et en espace :

$$\Phi(x,t) = g(x).\delta(t)$$

où $\delta(t)$ est une distribution de Dirac en temps et $g(x)$ une fonction de la variable x.
Le système ainsi posé est linéaire et non-homogène. Le changement de variable :

$$T^*(x,z,t) = T(x,z,t) - T_\infty$$

rend homogène la condition initiale.

1.2. RESOLUTION DU PROBLEME PAR TRANSFORMATIONS SUCCESSIVES

Afin de résoudre ce système, nous effectuons successivement une transformation intégrale sur le temps, une transformation exponentielle qui permet d'éliminer le terme convectif, puis une transformation intégrale sur la variable d'espace z. Ces manipulations ont l'avantage de transformer un système différentiel aux dérivées partielles en un système différentiel ordinaire.

- Transformation de Laplace sur le temps

La transformation de Laplace sur le temps est définie par :

$$\tau(x,z,p) = \int_0^\infty T^*(x,z,t)\, \exp(-pt)dt \qquad (4.6)$$

Etant donnée la condition initiale nulle sur $T^*(x,z,t)$, l'équation générale devient :

$$\frac{\partial^2\tau}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tau}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\left(V\,\frac{\partial\tau}{\partial x} + p\tau\right) \qquad (4.7)$$

Les conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\lambda \frac{\partial \tau}{\partial z} = h\,\tau - g(x)F(p) \qquad z = 0 \qquad (4.8)$$

$$\lambda \frac{\partial \tau}{\partial z} = -\,h\,\tau \qquad z = e \qquad (4.9)$$

$$\tau(x,z,p) \text{ finie} \qquad x \to \pm\infty \qquad (4.10)$$

Nous nous plaçons dans le cas où f(t) = δ(t) distribution de Dirac, la transformée de Laplace F(p) vaut alors 1.

- Transformation exponentielle

Cette transformation est utilisée classiquement pour ce genre de problème (CARSLAW et JAEGER [49]).
Soit :

$$\tau(x,z,p) = \exp(s\,x)\,\tau^*(x,z,p) \qquad (4.11)$$

avec s = V / (2a).
Le système à résoudre devient :

$$\frac{\partial^2 \tau^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau^*}{\partial z^2} = \left(\frac{p}{a} + s^2\right)\tau^* \qquad (4.12)$$

$$\lambda \frac{\partial \tau^*}{\partial z} = h\,\tau^* - g(x)\exp(-sx) \qquad z = 0 \qquad (4.13)$$

$$\lambda \frac{\partial \tau^*}{\partial z} = -\,h\,\tau^* \qquad z = e \qquad (4.14)$$

$$\tau^*(x,z,p) \text{ de comportement asymptotique } \exp(-sx) \text{ quand } x \to \pm\infty \qquad (4.15)$$

- Transformation intégrale sur la variable z

La transformation suivante sur la variable d'espace z est ensuite appliquée à $\tau^*(x,z,p)$:

$$\psi(x,\alpha_n,p) = \int_0^e \tau^*(x,z,p)\left(\cos(\alpha_n z) + \frac{h}{\lambda\alpha_n}\sin(\alpha_n z)\right)dz \qquad (4.16)$$

où α_n est solution de l'équation transcendante :

$$tg(\alpha_n e) = \frac{2\ Bi\ \alpha_n e}{(\alpha_n e)^2 - Bi^2} \tag{4.17}$$

Le choix de cette transformation intégrale est justifié par la méthode de séparation de variables (voir OZISIK [63]).

L'équation générale transformée devient une équation différentielle ordinaire :

$$a\frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(p + s^2\ a + \alpha_n^2\ a\right)\psi + \frac{g(x)exp(-sx)}{\lambda} = 0 \tag{4.18}$$

avec les conditions aux limites :

$$\psi(x,\alpha_n,p) \text{ de comportement asymptotique } exp(-sx) \text{ quand } x \to \pm\infty \tag{4.19}$$

La solution générale de l'équation (4.18) est obtenue à l'aide de la recherche d'une fonction de Green G(x',x) (voir par exemple CHOSSAT [52] page 122). G(x',x) permet de chercher la solution générale $\psi(x,\alpha_n,p)$ sous la forme suivante :

$$\psi(x,\alpha_n,p) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x',x)\ g(x')\ exp(-sx')\ dx'$$

La solution dans l'espace réel est ensuite obtenue par transformations inverses successives (voir une illustration de cette démarche en annexe 5).

1.3. CAS PARTICULIER DE SOLUTION ET DE RESULTATS OBTENUS

1.3.1. Solution dans l'espace réel

La solution dans l'espace transformé est calculée pour un flux de chaleur de la forme :

$$\begin{cases} \Phi(x,t) = q\ \delta(t) & \beta_1 < x < \beta_2 \\ \Phi(x,t) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{4.20}$$

avec q quantité de chaleur surfacique absorbée en face avant.

Le calcul exposé en annexe 5 donne, dans le répère fixe du laboratoire :

$$T^*(x,z,t) = \frac{q}{\rho c\ e}\cdot\left(\operatorname{erf}\left(\frac{Vt+\beta_2-x}{2\sqrt{a_x t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{Vt+\beta_1-x}{2\sqrt{a_x t}}\right)\right).$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\alpha_n z) + \frac{Bi}{\alpha_n e}\sin(\alpha_n z)}{1 + \left(\frac{Bi}{\alpha_n e}\right)^2 + 2\frac{Bi}{(\alpha_n e)^2}} \exp(-a\alpha_n^2 t)$$

$$= \frac{q}{\rho c\ e} T_x(x,t).T_z(z,t) \qquad (4.21)$$

avec Bi le nombre de Biot ($Bi = \frac{he}{\lambda}$).

Remarquons que la température $T^*(x,z,t)$ se présente sous une forme **séparable** comme le produit de deux fonctions dépendant respectivement de (x,t) et de (z,t).

Notons que si l'impulsion de chaleur est une fonction connue des deux variables d'espace x et y, une solution analytique peut également être obtenue. Dans ce cas, une transformation intégrale supplémentaire sur la variable y peut être appliquée pour résoudre le problème. La solution est séparable en (x,t), (y,t) et (z,t) si l'impulsion de chaleur est de la forme :

$$\Phi(x,y,t) = g_1(x)\, g_2(y)\, \delta(t)$$

1.3.2. Paramètres étudiés

Des simulations de la température en face avant dans le repère fixe du laboratoire, soit en fonction du temps pour une abscisse fixée, soit en fonction de l'abscisse pour un temps fixé, ont été menées pour un échantillon isotrope, bon conducteur de la chaleur. Les propriétés thermiques et les dimensions géométriques de l'échantillon ainsi que les conditions de l'étude sont les suivantes :

paramètres thermiques :

a	$= 5{,}74.10^{-5}$	$m^2.s^{-1}$
ρc	$= 2{,}87.10^{6}$	$J.m^{-3}.K^{-1}$
h	$= 40$	$W.m^{-2}.K^{-1}$
q	$= 40$	$kJ.m^{-2}$

paramètres géométriques :

e	$= 2$	mm
β_1	$= 0$	mm
β_2	$= 24{,}5$	mm

vitesse :

V	$= 0{,}78$	$m.s^{-1}$

1.3.3. Présentation de quelques résultats

Le champ de température à un temps t fixé est illustré sur la figure 2. Nous avons superposé sur cette figure deux profils spatiaux acquis à deux instants différents t_1 et t_2 avec un décalage spatial $\Delta x = V(t_2-t_1)$.

Aux temps courts, le champ de température conserve la forme en créneau de l'impulsion de chaleur et subit ensuite un filtrage (formes plus "arrondies"). Ce filtrage dépend de la largeur du créneau, de la diffusivité thermique et de la vitesse de déplacement.

Le signal vu par deux détecteurs (évolution temporelle à deux abscisses x fixées, $x_1=Vt_1$, $x_2=Vt_2$) est présenté sur la figure 3, dans le cas d'une grande vitesse de déplacement ($V = 0{,}78\ m.s^{-1}$), et sur la figure 4 dans le cas d'une faible vitesse ($V = 3{,}9.10^{-2}\ m.s^{-1}$). Nous pouvons constater que ces évolutions ne se comportent pas forcément de façon symétrique par rapport au flux d'excitation.

1.3.4. Etude de la fonction $T_z(z,t)$

La fonction $T_z(z,t)$ est définie par la relation (4.21). Elle représente la composante transversale du transfert thermique. L'étude de $T_z(z,t)$ en fonction de Bi, at/e^2, et z/e est présentée sur la figure 5.

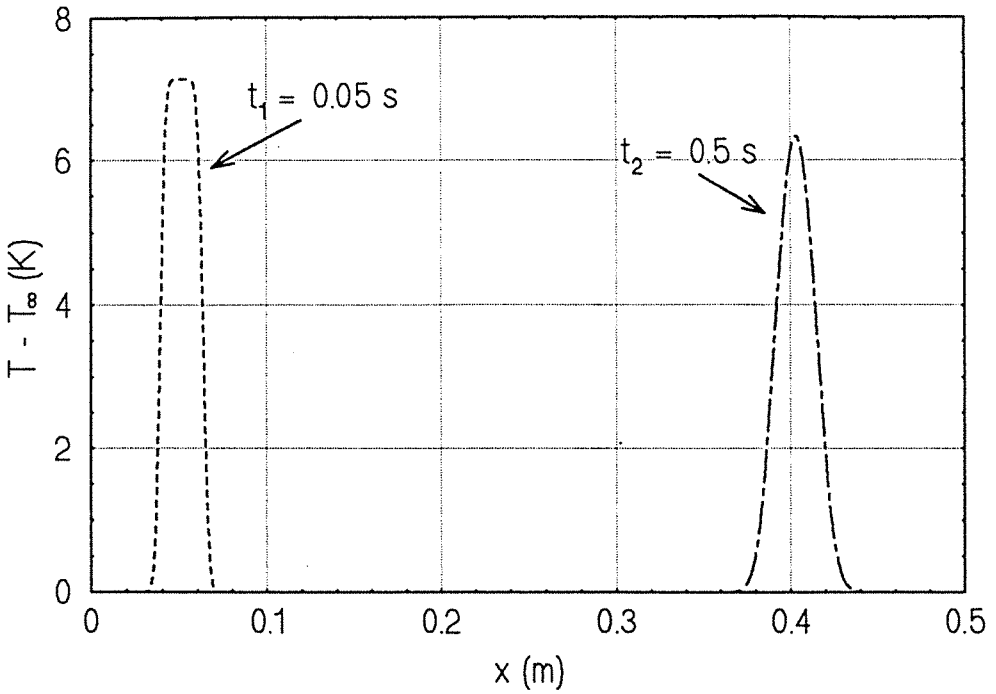


Figure 2 : Répartition spatiale instantanée de la température en face avant, V = 0,78 m.s^{-1}

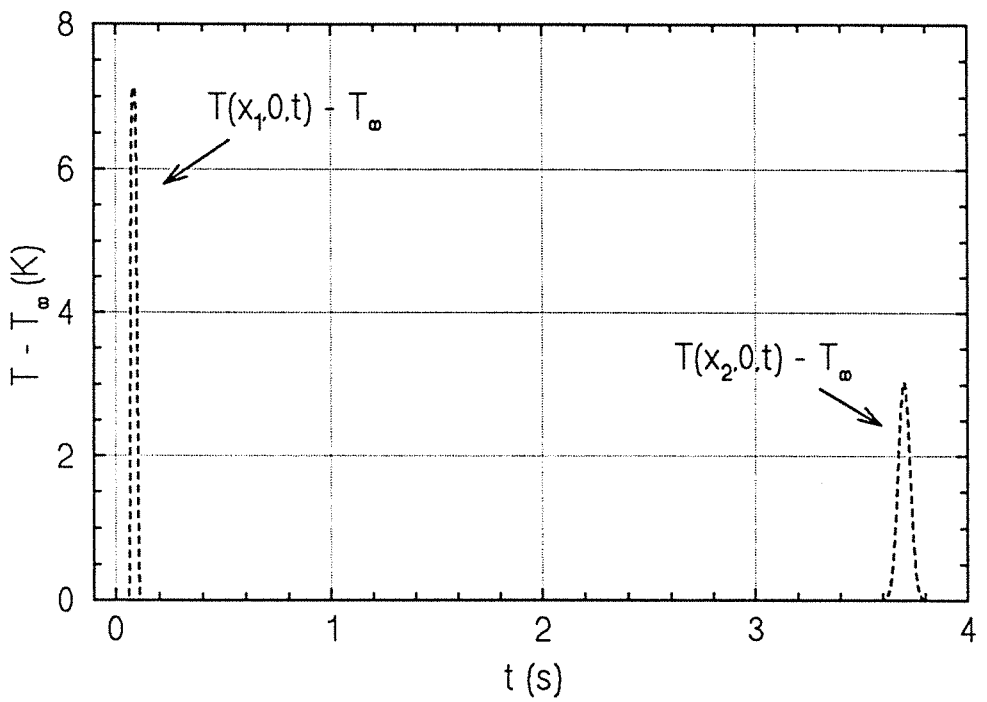


Figure 3 : Evolution temporelle locale de la température en face avant, V = 0,78 m.s^{-1}

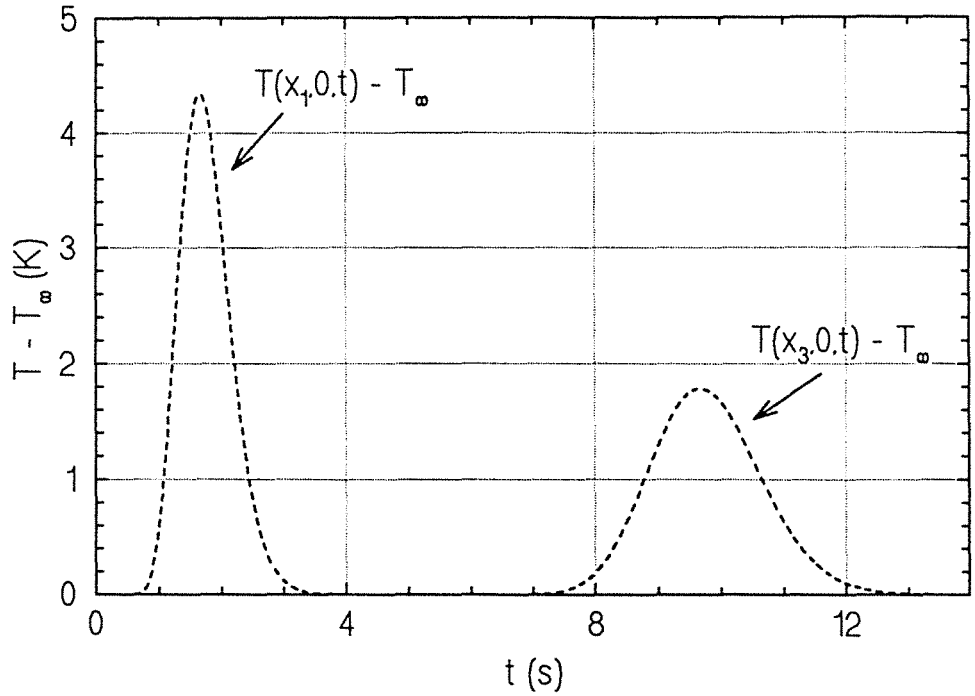


Figure 4 : Evolution temporelle locale de la température en face avant, V = 3,9.10^{-2} m.s^{-1}

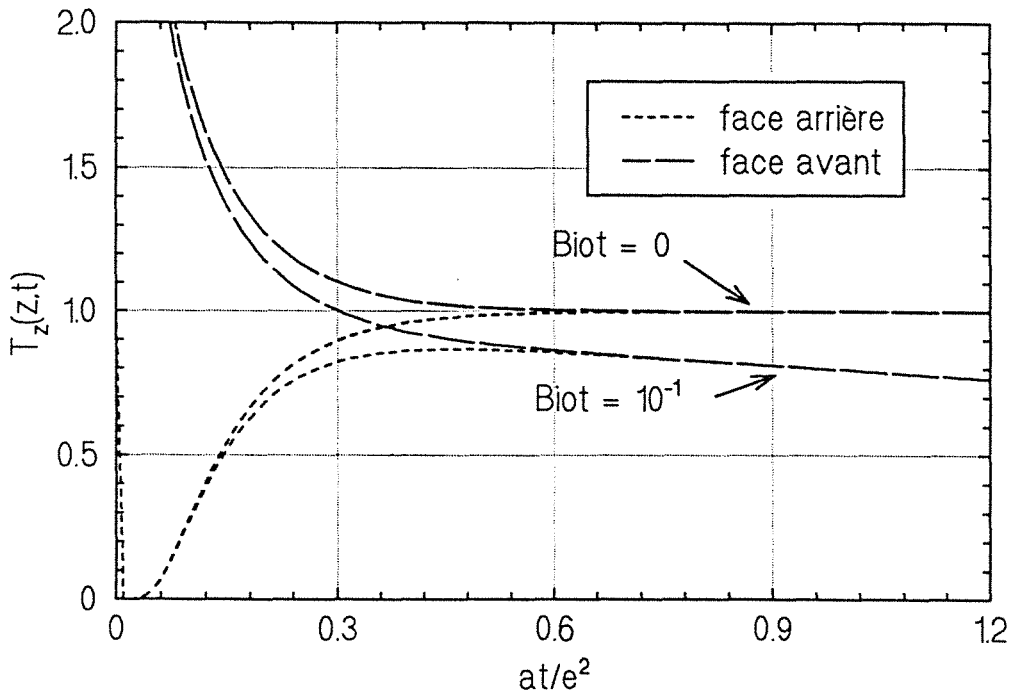


Figure 5 : Comparaison face avant - face arrière pour la fonction $T_z(z,t)$

Cette fonction est la réponse classique de température à une excitation flash monodimensionnelle.

Dans le cas où Biot est petit (Bi << 1) et pour des temps grands devant le temps caractéristique de diffusion dans le sens transverse (t >> $0{,}6e^2/a$; zone où le signal face avant est égal au signal face arrière), nous pouvons considérer que $T_Z(z,t)$ est indépendante de z.

Ceci provient du fait que seul le premier terme de la série est prépondérant et que d'autre part, la première racine α_1 de l'équation transcendante (4.17) peut être approximée comme suit (développement asymptotique au voisinage de Bi = 0) :

$$\alpha_1^2 \approx \frac{2h}{\lambda e} \tag{4.22}$$

Le fait de considérer que les isothermes sont perpendiculaires à l'axe des x est encore appelé "hypothèse d'ailette". Les ordres de grandeur étant justifiés sur cet exemple, nous nous placerons maintenant dans le cadre de cette hypothèse d'ailette de façon à obtenir des formules d'identification simplifiées.

2. FORMULES D'IDENTIFICATION SIMPLIFIEES

2.1. FORMULE A TROIS PARAMETRES

Si nous tenons compte des hypothèses précédentes (t >> e^2/a et Bi << 1), la transformation (4.16), relative à la première racine α_1, est suffisante :

$$\psi(x,\alpha_1,p) = \int_0^e \tau^*(x,z,p)\left(\cos(\alpha_1 z) + \frac{h}{\lambda\alpha_1}\sin(\alpha_1 z)\right) dz \tag{4.23}$$

avec $$\alpha_1 = \sqrt{\frac{2h}{\lambda e}} = \frac{1}{e}\sqrt{2Bi} \tag{4.24}$$

Un développement limité au premier ordre en Bi, au voisinage de Bi = 0 permet d'écrire la relation approchée :

$$\psi(x,\alpha_1,p) = \int_0^e \tau^*(x,z,p)\,dz \approx e\,\tau^*(x,p) \qquad (4.25)$$

L'équation générale (4.18) s'écrit alors :

$$a\frac{d^2\tau^*}{dx^2} - \left(p + s^2\,a + \alpha_1^2\,a\right)\tau^* + \frac{g(x)\exp(-sx)}{\lambda e} = 0 \qquad (4.26)$$

S'il existe x_1 tel que, pour tout $x > x_1$, $g(x) = 0$ (hypothèse d'ailette), alors :

$$\tau^*(x_2,p) = \tau^*(x_1,p)\exp\left(\left(-\sqrt{s^2 + \alpha_1^2 + \frac{p}{a}}\right)(x_2 - x_1)\right) \qquad (4.27)$$

Soit d'après (4.11) :

$$\tau(x_2,p) = \tau(x_1,p)\exp\left(\left(s - \sqrt{s^2 + \alpha_1^2 + \frac{p}{a}}\right)(x_2 - x_1)\right) \qquad (4.28)$$

Cette expression peut encore se traduire par la fonction de transfert :

$$\Gamma(p) = \frac{\tau(x_2,p)}{\tau(x_1,p)} = \exp\left(\left(s - \sqrt{s^2 + \alpha_1^2 + \frac{p}{a}}\right)(x_2 - x_1)\right) \qquad (4.29)$$

Rappelons que $s = V/(2a)$ et $\alpha_1^2 = 2h/(\lambda e)$. La fonction de transfert peut encore s'écrire :

$$\Gamma(p) = \exp\left(\left(\frac{V}{2a} - \sqrt{\frac{1}{a}\left(\frac{V^2}{4a} + \frac{2h}{\rho ce} + p\right)}\right)(x_2 - x_1)\right) \qquad (4.30)$$

Apparaissent alors les trois paramètres : V la vitesse, a la diffusivité thermique et $2h/(\rho ce)$ le coefficient de pertes. Dans la suite de l'étude, la grandeur $2h/(\rho ce)$ sera notée H.

Notons que pour V = 0, l'expression (4.30) est identique à celle donnée par HADISAROYO [25] (voir paragraphe 3.2 du chapitre 1). Cette méthode constitue une généralisation de la méthode proposée par cet auteur.

La fonction de transfert dans l'espace de Laplace est indépendante de la forme géométrique et temporelle de l'excitation thermique, ce qui permet de simplifier le montage expérimental, l'excitation g(x) pouvant être de forme quelconque pour $x < x_1$.

Remarque :

La relation (4.30) est encore vérifiée si les capteurs de température en $x = x_1$ et $x = x_2$ ne sont pas ponctuels mais intègrent le signal sur une même bande de largeur Δx :

$$\frac{\int_{x_1}^{x_1+\Delta x} \tau(x',p)\,dx'}{\int_{x_2}^{x_2+\Delta x} \tau(x',p)\,dx'} = \frac{\tau(x_1,p)}{\tau(x_2,p)} \qquad (4.31)$$

Cette remarque est très importante, nos détecteurs de température ne sont justement pas ponctuels.

2.2. ETUDE DE SENSIBILITE DANS LE CAS DE TROIS PARAMETRES

Les coefficients de sensibilité réduits aux trois paramètres sont :

$$X_a = a\frac{\partial\Gamma(p)}{\partial a} = (x_2 - x_1)\left(-\frac{V}{2a} + \frac{\frac{1}{a}\left(\frac{V^2}{4a} + H + p\right) + \left(\frac{V}{2a}\right)^2}{2\sqrt{\frac{1}{a}\left(\frac{V^2}{4a} + H + p\right)}} \right)\Gamma(p) \qquad (4.32)$$

$$X_H = H\frac{\partial\Gamma(p)}{\partial H} = -\frac{H\,(x_2 - x_1)}{2a\sqrt{\frac{1}{a}\left(\frac{V^2}{4a} + H + p\right)}}\,\Gamma(p) \qquad (4.33)$$

$$X_V = V\frac{\partial\Gamma(p)}{\partial V} = (x_2 - x_1)\left(\frac{V}{2a} - \frac{\left(\frac{V}{2a}\right)^2}{\sqrt{\frac{1}{a}\left(\frac{V^2}{4a} + H + p\right)}} \right)\Gamma(p) \qquad (4.34)$$

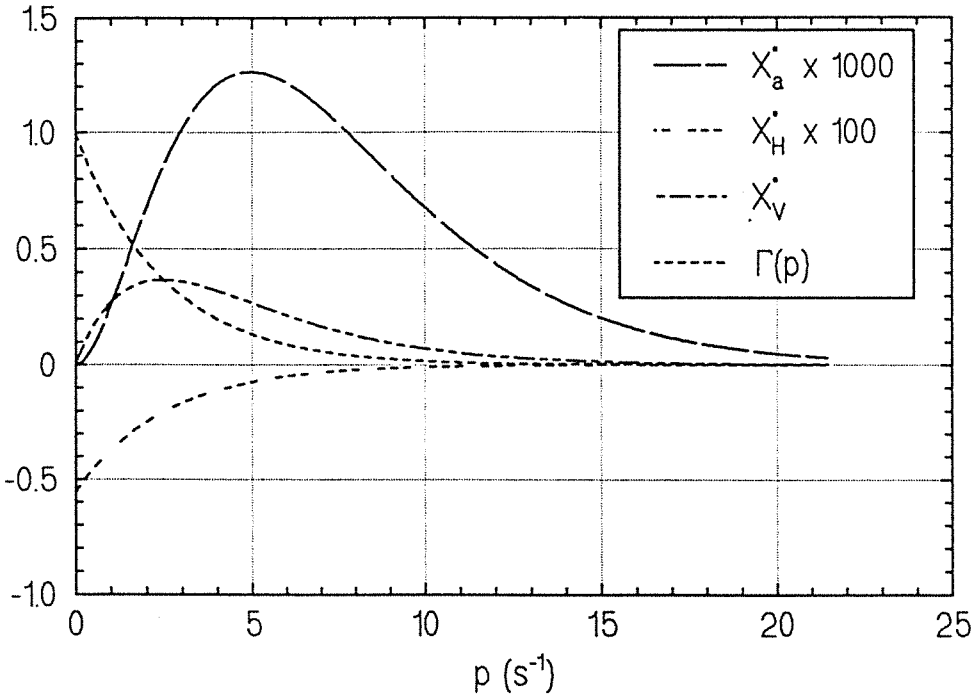


Figure 6 : Etude de sensibilité de la fonction Γ(p) aux trois paramètres : diffusivité thermique a, coefficient de pertes H et vitesse V

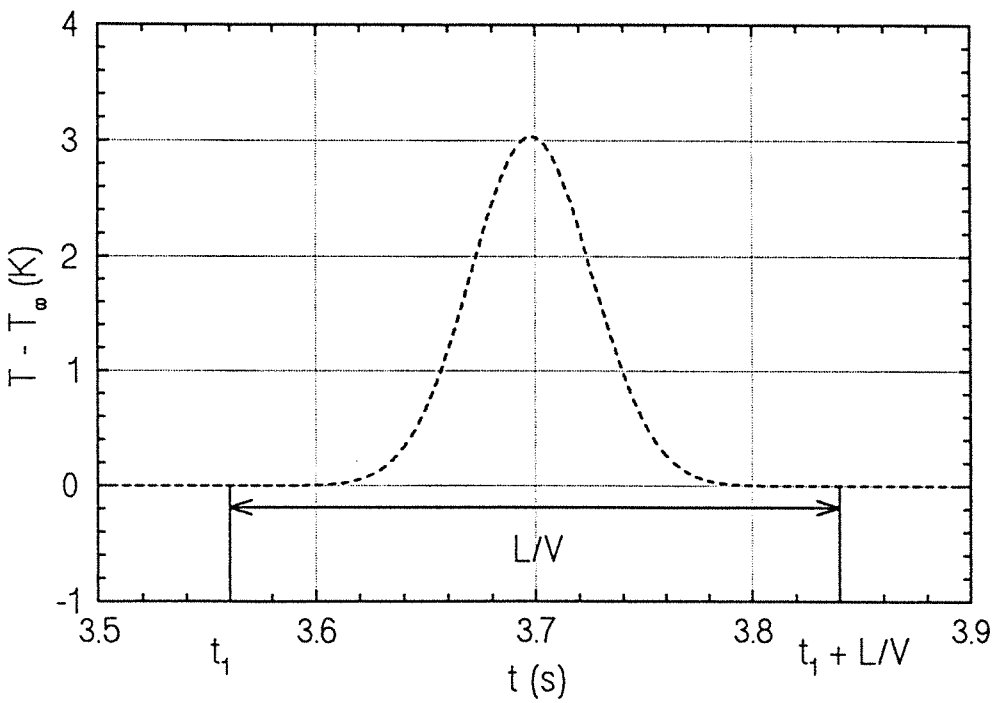


Figure 7 : Détermination de la longueur utile du signal

Les coefficients de sensibilité en fonction de la variable de Laplace p sont présentés sur la figure 6. Les conditions de l'étude de sensibilité sont identiques à celles du paragraphe 1.3 avec :

$x_1 = 78{,}8$ mm $\qquad\qquad$ $x_2 = 393$ mm

Cette étude montre que le paramètre prépondérant est la vitesse de déplacement de la plaque. Les sensibilités à la vitesse et à la diffusivité sont dans un rapport 300 environ. Notons de plus, que ces deux paramètres sont corrélés. Si la vitesse de déplacement de la plaque n'est pas connue avec précision, il est impossible d'identifier la diffusivité thermique à partir de la fonction de transfert $\Gamma(p)$. D'autant que la sensibilité à la diffusivité thermique est très faible ($= 10^{-4}$).

2.3. FORMULE A DEUX PARAMETRES - LIEN AVEC LES CHAPITRES 2 ET 3

L'estimation simultanée de trois paramètres pouvant être difficile (voir paragraphe précédent), nous envisageons de mesurer la vitesse de déplacement par une méthode indépendante. L'expression simplifiée du paragraphe 2.1 peut alors se réduire à celle utilisée dans les chapitres 2 et 3. Nous détaillons ici les hypothèses et les remarques permettant d'y parvenir.

2.3.1. Durée utile du signal - Remarque sur la variable p

Dans le cas d'une excitation de largeur finie, le signal peut être considéré comme non nul sur un intervalle de temps $[t_1, t_1+L/V]$ du même ordre de grandeur que la largeur de l'excitation (figure 7) et nul partout ailleurs. En pratique L/V sera mesurée sur le signal expérimental.

La transformée de Laplace d'une telle fonction T(t) peut alors être bornée de la façon suivante :

$$\int_0^{\infty} T(t)\exp(-pt)\,dt = \int_{t_1}^{t_1+L/V} T(t)\exp(-pt)\,dt < K\frac{\exp(-pL/V) - 1}{-p} \qquad (4.35)$$

Au vu de la borne ainsi obtenue, nous pouvons considérer que la fonction $\tau(p)$ n'est pas significative pour des valeurs de p très supérieures à V/L.

2.3.2. Hypothèse de grande vitesse de défilement

Pour $h=40W.m^{-2}.K^{-1}$, $e=2mm$, $\lambda=165W.m^{-1}.K^{-1}$, $a=5,74m^2.s^{-1}$, $V=0,78m.s^{-1}$, la condition :

$$\left(\frac{V}{2a}\right)^2 >> \frac{p}{a} + \frac{2h}{\lambda e} \qquad (4.36)$$

est vérifiée.

Pour p au maximum de l'ordre de V/L, l'expression (4.36) devient :

$$\frac{1}{4}\frac{V}{L}\frac{L^2}{a} \gg 1 \quad \text{ou} \quad \frac{L^2}{a} \gg \frac{L}{V} \qquad (4.37)$$

le terme dû aux pertes étant en général négligeable devant p.

L'expression (4.37) signifie que le temps caractéristique de diffusion dans le sens longitudinal (L^2/a) doit être grand devant (L/V) temps caractéristique de balayage.

Un développement limité au second ordre par rapport à $4a^2/V^2$ de la fonction de transfert $\Gamma(p)$ s'écrit alors :

$$\Gamma(p) = \exp\left(\left(\frac{a}{V^3}p^2 - \frac{1}{V}p - \frac{H}{V}\right)(x_2 - x_1)\right) \qquad (4.38)$$

avec $H = 2h/(\rho ce)$ le coefficient de pertes.

2.3.3. Changement d'origine et lien avec un dispositif de thermographie visant une plaque immobile

Le changement d'origine des temps permet de ramener les thermogrammes temporels acquis par un détecteur situé en x, à des profils spatiaux pour pouvoir faire le parallèle avec le cas de la plaque fixe :

$$T°(x,t) = T^*(x, t + \frac{x}{V}) \qquad (4.38)$$

Ce qui se traduit dans l'espace de Laplace par :

$$\tau°(x,p) = \tau(x,p)\exp(\frac{x}{V}p) \qquad (4.39)$$

La fonction de transfert devient :

$$\Gamma^{\circ}(p) = \exp\left(\left(a\left(\frac{p}{V}\right)^2 - H\right)\left(\frac{x_2 - x_1}{V}\right)\right) \qquad (4.40)$$

Ce changement d'origine des temps suppose parfaitement connue la vitesse de translation de la plaque.

La fonction de transfert $\Gamma^{\circ}(p)$ *est de forme similaire à la fonction de transfert* $\Gamma(\alpha^2,0)$ *correspondant à une plaque immobile. Ceci laisse supposer qu'une identification du même type peut être appliquée dans le cas d'une grande vitesse de déplacement.*

La figure 8 montre l'évolution temporelle de la température lorsque le changement de repère (4.38) est appliqué aux signaux de la figure 3. Le signal obtenu est de forme tout à fait similaire à celle de la figure 3 du chapitre 2.

L'intervalle de temps de durée L/V est choisi de telle sorte que le signal s'annule aux bornes de l'intervalle. La relation (4.37) doit être vérifiée. La fonction de transfert dans l'espace de Laplace donnée par l'expression (4.40) est équivalente à une fonction de transfert dans l'espace de Fourier en posant le changement de variable :

$$\frac{p}{V} = j\frac{n\pi}{L} \qquad \text{avec } j^2 = -1 \text{ et } \frac{n\pi}{L} = \alpha_n \text{ fréquence d'échantillonnage} \qquad (4.41)$$

Soit :

$$\Gamma^{\circ}(p) = \exp\left(\left(-a\,\alpha^2 - H\right)(t_2 - t_1)\right) \qquad (4.42)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{V} \qquad (4.43)$$

L'expression (4.42) est alors strictement équivalente à l'expression (2.38) du chapitre 2 pour une impulsion de chaleur uniforme en y ($\beta = 0$).

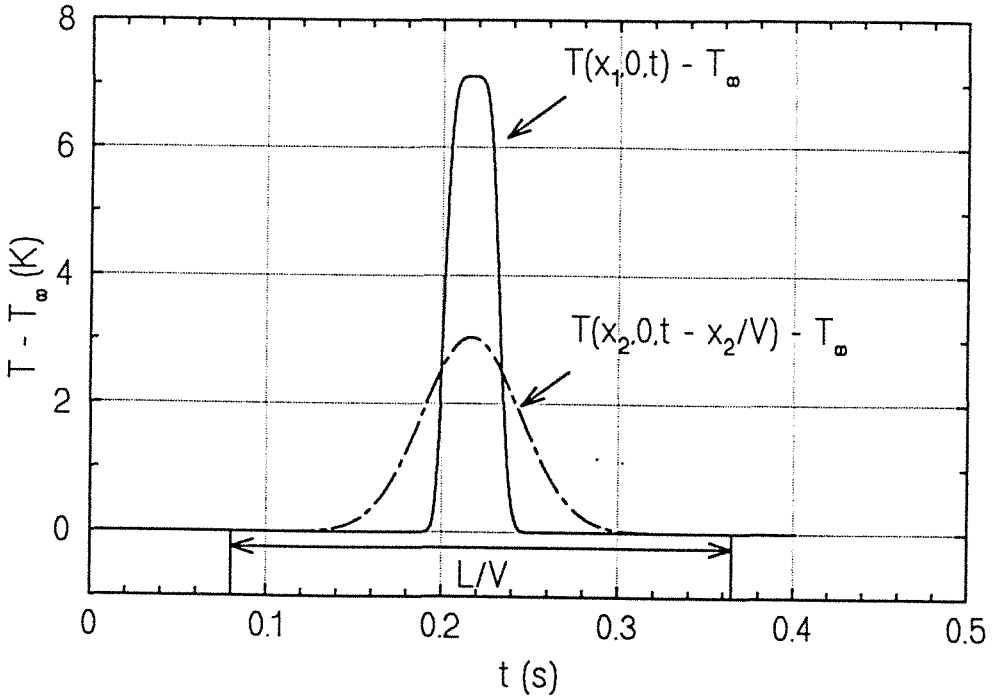


Figure 8 : Evolution temporelle de la température après décalage temporel

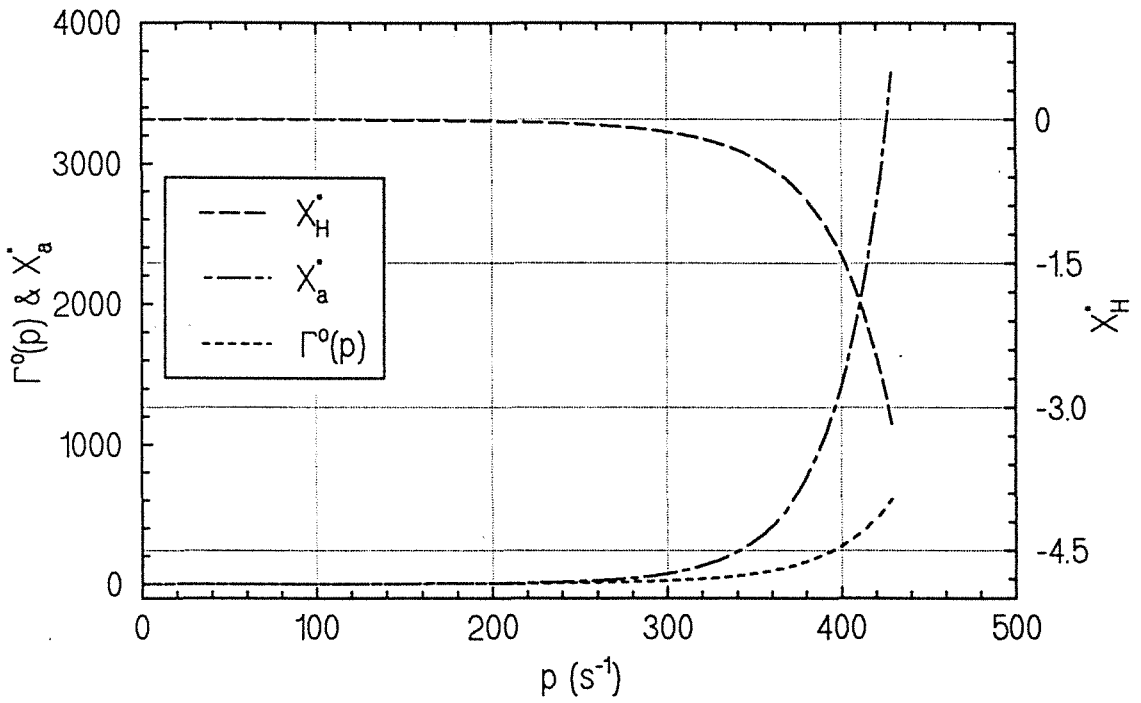


Figure 9 : Etude de sensibilité de la fonction $\Gamma^{\circ}(p)$ aux deux paramètres : diffusivité thermique a et coefficient de pertes H

2.4. ETUDE DE SENSIBILITE DANS LE CAS DE DEUX PARAMETRES

L'étude de sensibilité de la fonction de transfert $\Gamma^\circ(p)$ aux deux paramètres a et H, la vitesse de déplacement V étant connue, est illustrée sur la figure 9. La sensibilité à la diffusivité thermique augmente dans un rapport égal à $\exp(p(x_2 - x_1)/V)$ par rapport au modèle à trois paramètres (a, H, V). De même pour la sensibilité au coefficient de pertes. Connaître la vitesse de déplacement permet donc d'augmenter de façon appréciable la sensibilité à la diffusivité thermique et au coefficient de pertes.

Pour cette étude de sensibilité, la variable de Laplace p prend des valeurs réelles. Si la variable de Laplace p est complexe, cette étude de sensibilité est comparable à celle menée dans le cas d'une plaque immobile vue par une caméra infrarouge.

3. INFLUENCE D'UNE ERREUR SUR LA VITESSE

La détermination expérimentale de la vitesse de déplacement d'une plaque en translation uniforme peut être entachée d'une erreur systématique. Dans ce paragraphe, nous déterminons l'influence de cette erreur sur la détermination de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes.

L'erreur sur la vitesse se traduit par une erreur sur la détermination du décalage temporel à appliquer au signal pour une abscisse x fixée. Soit e_V l'erreur sur la vitesse. En supposant l'erreur relative e_V/V petite devant 1, l'erreur e_t sur l'écart de temps (t_2-t_1) s'écrit :

$$\frac{e_t}{t} = \frac{e_V}{V} \tag{4.44}$$

La figure 10 montre les signaux obtenus à partir des courbes de la figure 3 après décalage temporel entaché d'une erreur systématique de 0,125%. En fonction du temps, l'erreur systématique sur la vitesse de déplacement de la plaque, se traduit par un glissement du signal par rapport au signal à l'instant t_1.

La diffusivité thermique ainsi que le coefficient de pertes sont alors identifiés selon la fonction d'identification (2.34) du chapitre 2. La figure 11 montre que, en fonction de l'écart de temps (t_2-t_1), l'erreur absolue sur la diffusivité thermique identifiée augmente linéairement.

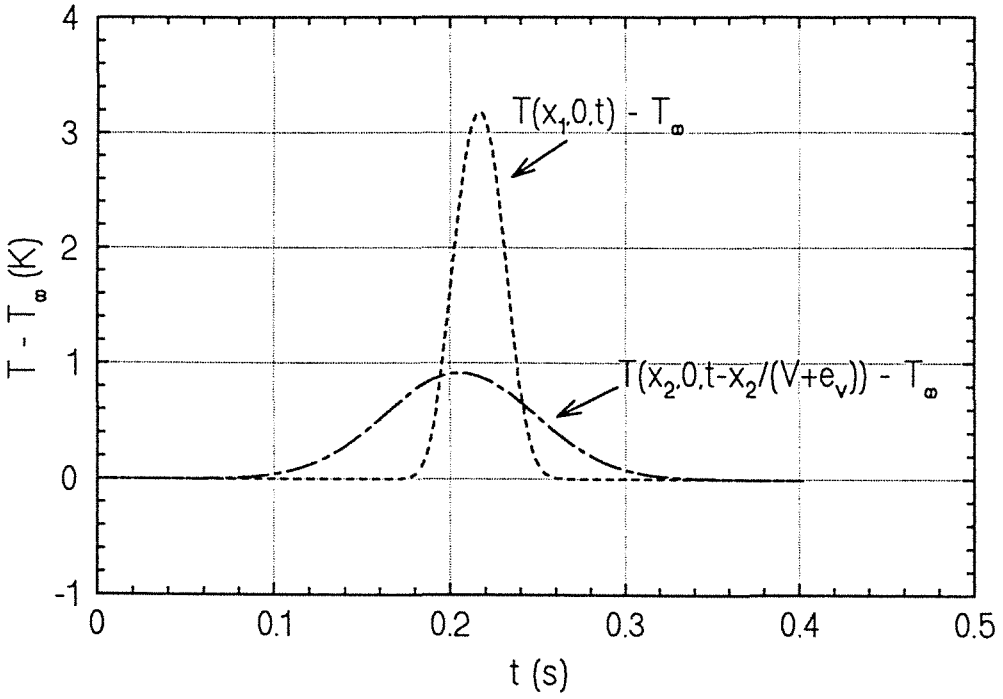


Figure 10 : Evolution temporelle de la température en face avant, après décalage temporel entaché d'une erreur (0,125%)

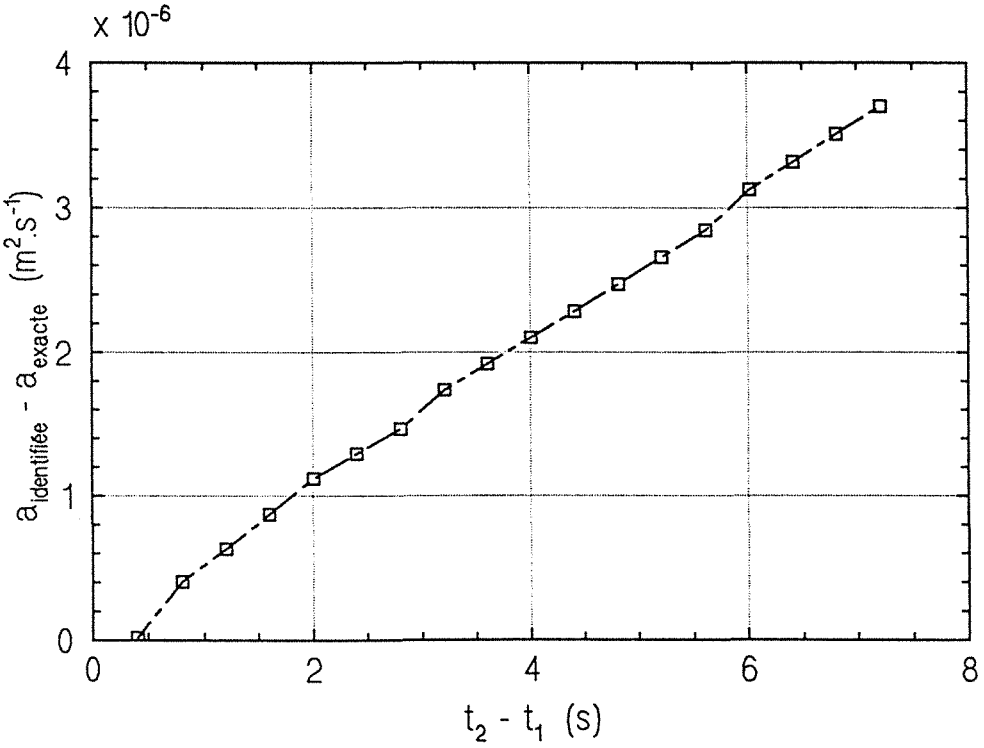


Figure 11 : Erreur absolue sur la diffusivité thermique identifiée à partir des signaux de la figure 10

Un décalage temporel erroné des signaux se traduit au premier ordre par une erreur multiplicative sur la fonction de transfert $\Gamma^{\circ}(\alpha^2)$:

$$\Gamma^{\circ}(\alpha^2) = \Gamma^{\circ}(\alpha^2)_{exact} \cos(\alpha V e_t) \tag{4.45}$$

Un développement au second ordre de la fonction d'identification $\ln(\Gamma^{\circ}(\alpha^2))$ par rapport à e_t s'écrit :

$$\ln(\Gamma^{\circ}(\alpha^2)) = H\,(t_2 - t_1) - a\,(t_2 - t_1)\,\alpha^2 - \frac{V^2\, e_t^2}{2}\,\alpha^2$$

$$= H\,(t_2 - t_1) - \left(a + \frac{V^2\, e_t^2}{2\,(t_2 - t_1)} \right) \alpha^2 (t_2 - t_1) \tag{4.46}$$

L'erreur sur la pente de la droite d'identification se traduit par une erreur e_a sur la diffusivité thermique identifiée :

$$e_a = \frac{V^2\, e_t^2}{2\,(t_2 - t_1)}$$

Soit :

$$e_a = (t_2 - t_1)\frac{e_v^2}{2} \tag{4.47}$$

Au premier ordre, l'erreur absolue sur la diffusivité thermique est proportionnelle à l'écart de temps $(t_2 - t_1)$. L'erreur absolue sur le coefficient d'échange h est nulle, comme le montre la relation (4.46). En effet, le coefficient d'échange est identifié à partir de la valeur moyenne des signaux après décalage temporel, donc indépendamment d'une erreur sur la position exacte de ces courbes.

CONCLUSION - RECAPITULATIF DES CONDITIONS D'EXPERIENCE

Dans ce chapitre, nous avons montré l'équivalence entre les deux expériences (plaque fixe et mobile) moyennant un certain nombre de conditions :

- $t >> \frac{e^2}{a}$: temps de début des mesures grand devant le temps caractéristique de diffusion transversale

- $\frac{L^2}{a} >> \frac{L}{V}$: temps caractéristique de diffusion dans le sens longitudinal grand devant le temps caractéristique de balayage

- $Bi = \frac{he}{\lambda}$ petit : Cette condition n'est pas rédhibitoire, nous avons au chapitre 2 que grâce aux hypothèses de séparabilité, il est possible d'envisager une méthode d'identification tenant compte de la diffusion transversale.

- $e_a = (t_2 - t_1)\frac{e_v^2}{2}$: L'erreur sur la vitesse e_v doit être très faible afin d'obtenir une valeur raisonnable de e_a

CHAPITRE 5

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA MESURE DE DIFFUSIVITE THERMIQUE D'UNE PLAQUE EN TRANSLATION

CHAPITRE 5

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA MESURE DE DIFFUSIVITE THERMIQUE D'UNE PLAQUE EN TRANSLATION

Nous présentons ici la mise en œuvre expérimentale relative au chapitre théorique précédent.

Nous présentons tout d'abord les avantages et les justifications de l'utilisation d'un dispositif expérimental tournant pour simuler un dispositif expérimental plan.

Le montage expérimental et la chaîne de mesure seront ensuite détaillés.

Nous insisterons surtout sur la méthode d'identification de la vitesse de défilement de la plaque au moment de la description de la procédure expérimentale.

Enfin, les résultats expérimentaux seront présentés et discutés.

1. SIMULATION DU DISPOSITIF PLAN EN TRANSLATION PAR UN DISPOSITIF CYLINDRIQUE TOURNANT

La simulation du dispositif plan en translation par un dispositif cylindrique tournant, offre plusieurs avantages :

- un seul détecteur est utilisé : n tours de l'échantillon délivrent un signal que nous obtiendrions, en géométrie plane, avec n détecteurs distants chacun de un tour.
- gain de place et légèreté du dispositif
- suppression des vibrations dues au défilement d'une bande plane
- nombreux réglages possibles de la vitesse de rotation grâce à un moteur de faible couple

- bien que nous ne testions le montage que sur un seul cylindre métallique, il est possible pour l'avenir d'usiner d'autres types d'échantillons (PVC, ...)
- le montage pourra dans l'avenir, être utilisé pour l'étude d'autres problèmes de transfert (roulements à rouleaux; contact glissant, etc ...)

Il est cependant nécessaire de déterminer dans quelles conditions les montages plans et cylindriques sont équivalents d'un point de vue thermique.

Le milieu considéré est un cylindre creux de rayon intérieur r_i, de rayon extérieur r_e et de hauteur l. Le problème est bidimensionnel selon les variables d'espace r et θ, le flux de chaleur étant supposé uniforme selon la direction z sur une bande de longueur angulaire $\phi_2 - \phi_1$. Ce cylindre est en rotation autour de son axe, la vitesse angulaire est notée ω ($rad.s^{-1}$).

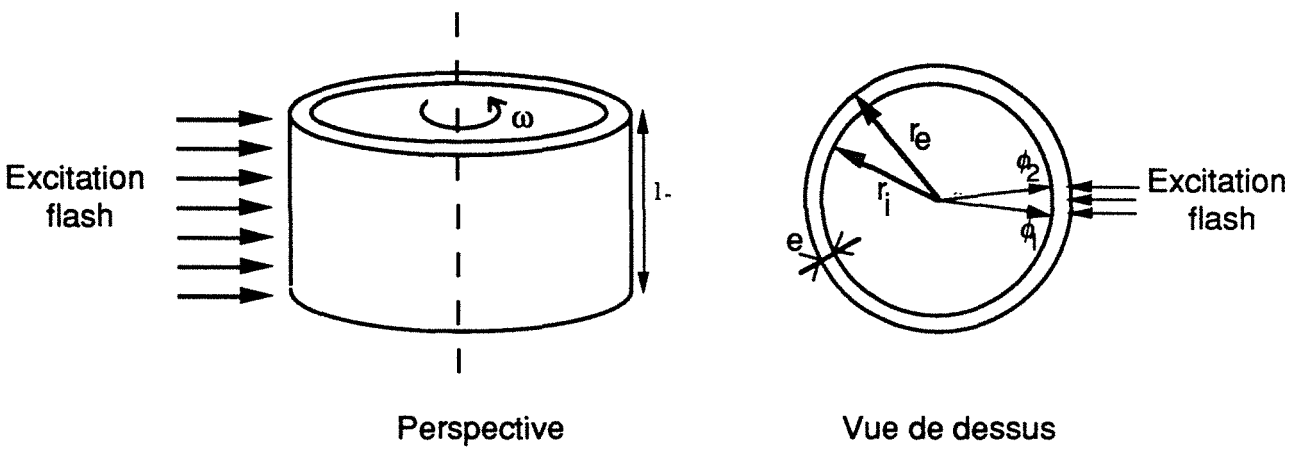


Figure 1 : Schéma de principe

La température en fonction des variables d'espace r et θ, et de la variable temps t, est calculée dans le repère Eulérien fixe du laboratoire. Les calculs figurent dans l'annexe 6.

Afin de comparer les deux géométries : cartésienne et cylindrique, les données géométriques sont prises équivalentes dans les deux configurations. Soit :

$$e = r_e - r_i$$
$$\beta_2 - \beta_1 = (\phi_2 - \phi_1)\, r_e$$
$$x = r_e\, \theta$$
$$V = r_e\, \omega$$

Nous avons simulé l'évolution temporelle de la température pour un angle θ fixé en géométrie cylindrique, et pour des abscisses x_i fixées en géométrie cartésienne telles que :

$$x_1 = r_e\,\theta$$
$$x_{i+1} = x_i + 2\,\pi\,r_e$$

Les valeurs nominales des données intervenant dans le problème physique sont les suivantes :

paramètres géométriques :

r_e	$= 50$	mm
r_i	$= 48$	mm
ϕ_1	$= 0$	rad
ϕ_2	$= 0{,}02\,\pi$	rad

vitesse angulaire :

ω	$= 46{,}8$	$rad.s^{-1}$

paramètres thermiques :

a	$= 6{,}48.10^{-5}$	$m^2.s^{-1}$
ρc	$= 24{,}3.10^6$	$J.m^{-3}.K^{-1}$
h	$= 0$	$W.m^{-2}.K^{-1}$
q	$= 41$	$kJ.m^{-2}$

A partir de ces valeurs nominales, certains paramètres peuvent varier :

- le coefficient d'échange h
- la vitesse linéaire V
- l'épaisseur de l'échantillon e
- le rayon de courbure r_i avec $(r_e - r_i)$ constant (2 mm).

Sur la figure 2 est représentée l'évolution temporelle de la température pour les deux géométries et pour des paramètres pris à leurs valeurs nominales. L'écart entre les deux signaux est reporté sur la figure 3.

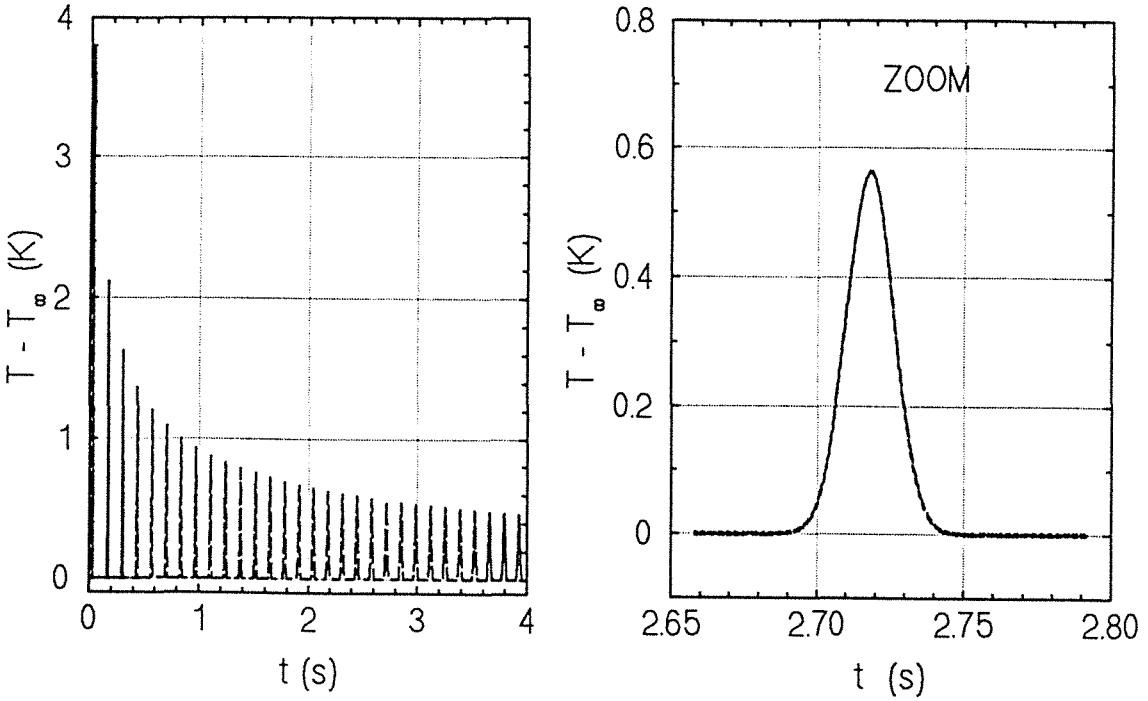


Figure 2 : Evolution temporelle de la température
Comparaison des géométries cylindrique et cartésienne

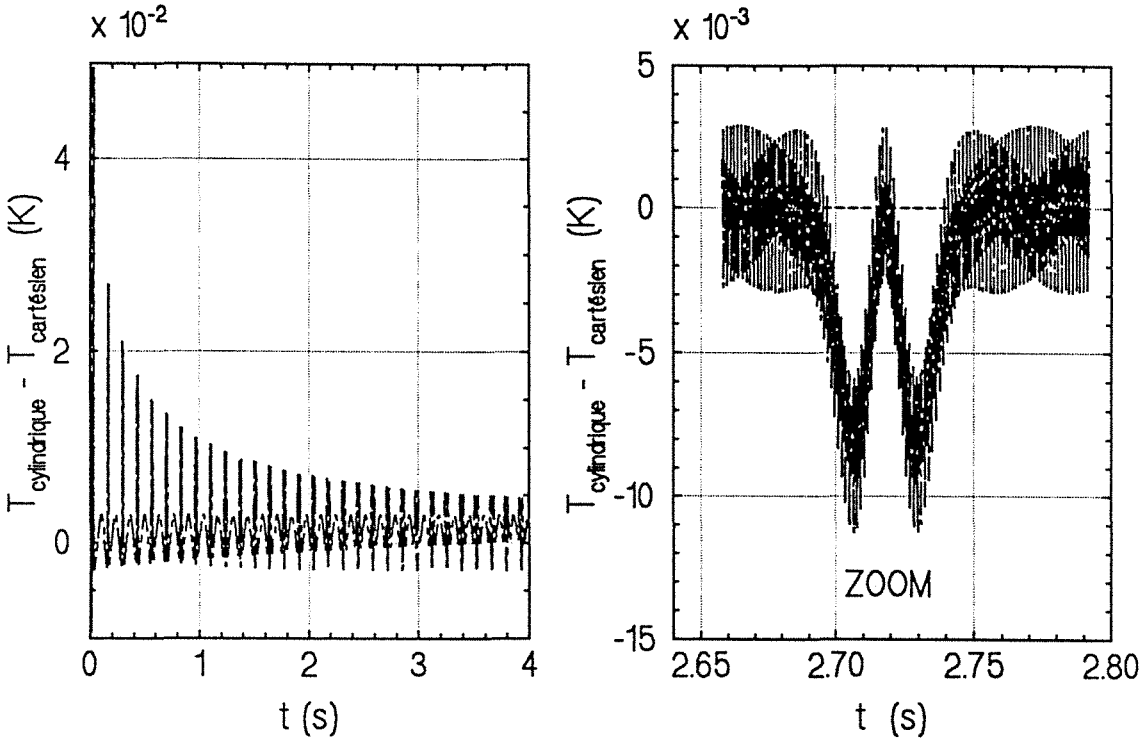


Figure 3 : Ecart de température entre la géométrie cylindrique
et la géométrie cartésienne

La convergence des séries du modèle en géométrie cylindrique est beaucoup plus lente que celle des séries du modèle en géométrie cartésienne. L'écart systématique, d'amplitude $5{,}8.10^{-3}$ K, entre les deux géométries, est certainement dû aux erreurs de troncature des séries en géométrie cylindrique.

L'écart relatif entre les deux géométries est défini avec pour référence la température en géométrie cylindrique. Cette grandeur varie de 2 % pour les temps courts (moins d'une dizaine de périodes), à 4 % pour les temps plus longs. En tenant compte de l'erreur systématique, l'écart entre les deux géométries est toujours positif. Ce qui laisse supposer une surestimation de la diffusivité thermique lors de l'identification.

A l'aide du modèle (expression 4.42 du chapitre 4) et de la méthodologie développés au chapitre 2, la diffusivité thermique ainsi que le coefficient d'échange sont identifiés à partir des signaux simulés en géométrie cylindrique. Pour chaque simulation, seul un paramètre varie par rapport à sa valeur nominale. Quelques résultats d'identification sont regroupés dans les tableaux 1a et 1b.

Paramètre modifié		a identifiée ($m^2.s^{-1}$)	Erreur relative (%)
Valeurs nominales		$6{,}75.10^{-5}$	4,16
Vitesse V	1 $m.s^{-1}$	$6{,}75.10^{-5}$	4,16
	0,5 $m.s^{-1}$	$6{,}74.10^{-5}$	4,00
Epaisseur e	4 mm	$7{,}01.10^{-5}$	8,18
	6 mm	$7{,}27.10^{-5}$	12,20
Rayon de courbure r_i	30 mm	$6{,}90.10^{-5}$	6,48
	50 mm	$6{,}73.10^{-5}$	3,86
Matériau	aluminium $a=9{,}46.10^{-5}$ $m^2.s^{-1}$	$9{,}85.10^{-5}$	4,12

Tableau 1 a : Identification de la diffusivité thermique en géométrie cylindrique pour h = 0 $W.m^{-2}.K^{-1}$

Paramètre modifié		a identifiée ($m^2.s^{-1}$)	Erreur relative (%)	h identifié ($W.m^{-2}.K^{-1}$)	Erreur relative (%)
Coefficient d'échange h $W.m^{-2}.K^{-1}$	40	$6,74.10^{-5}$	4,00	38 - 41,5	± 5,00
	100	$6,73.10^{-5}$	3,86	95 - 99	de - 5,00 à - 1,00
	1000	$6,74.10^{-5}$	4,00	952 - 956	de -4,80 à - 4,40

Tableau 1 b : Identification de la diffusivité thermique en géométrie cylindrique, variation de h

La diffusivité thermique identifiée par la méthode d'estimation que nous avons développée au chapitre 4 est systématiquement surestimée. L'écart de 4 % environ que nous obtenons entre la diffusivité thermique identifiée pour la géométrie cylindrique, et la valeur injectée dans le modèle, est identique à l'écart relatif de température entre les géométries cylindrique et cartésienne.
Par contre, si les données géométriques s'éloignent du cas quasi-plan, pour un écart de température toujours de l'ordre de 4 %, la diffusivité thermique identifiée présente un écart important avec la valeur injectée dans le modèle. Ceci nous donne les limites géométriques de l'analogie entre les deux configurations. Nous retiendrons donc comme valeurs géométriques limites :

$e \leq 2$ mm

$r_e \geq 50$ mm

La limitation en vitesse nous est donnée par l'expression (4.37) du chapitre 4. Pour un échantillon métallique, il est possible de choisir des vitesses inférieures à 0,5 $m.s^{-1}$, à condition de prendre une largeur d'impulsion plus faible, tout en conservant $VL/a >> 1$. En effet, pour des vitesses inférieures à cette valeur, la période de rotation du cylindre est plus grande, et entre chaque tour, la chaleur a donc plus diffusé dans le sens longitudinal. Si le signal ne s'annule pas entre chaque tour, l'identification des paramètres est de mauvaise qualité (voir figure 10 du chapitre 2).

2. DESCRIPTION DES ELEMENTS DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le schéma de principe du dispositif expérimental est illustré sur la figure 4.

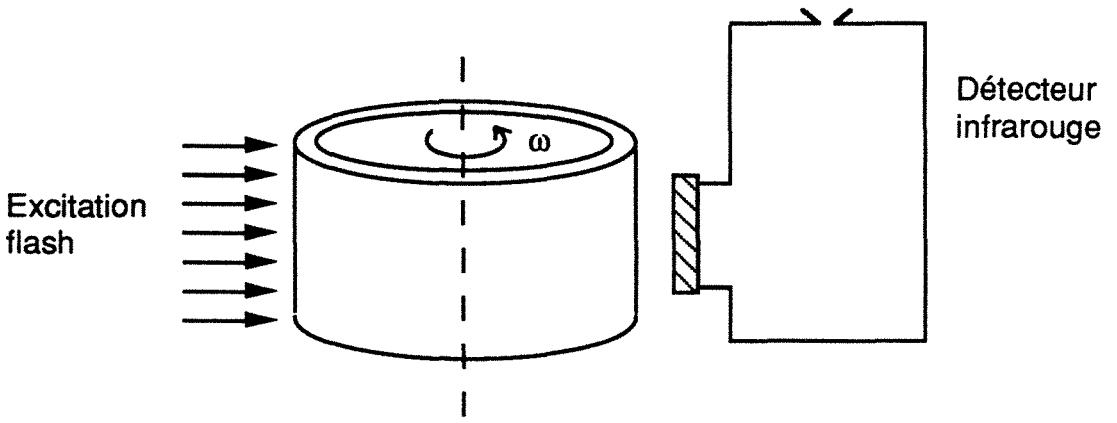


Figure 4 : Dispositif expérimental - Cylindre en rotation

Chaque élément va être décrit.

2.1. LA DETECTION DE TEMPERATURE

2.1.1. Caractéristiques principales du détecteur [Documentation technique SAT]

La détection de température est réalisée par un monodétecteur photovoltaïque HgCdTe équipé de son préamplificateur (S.A.T. : Société Anonyme de Télécommunication, référence du détecteur : PV 1041 P classe A4, référence du préamplificateur : PA MF 10 n°240). La surface sensible de ce détecteur est dans un environnement sous vide secondaire. Les caractéristiques mécaniques et photoélectriques sont regroupées dans le tableau 2.

2.1.2. Préamplificateur

Le préamplificateur doit être parfaitement adapté aux caractéristiques photoélectriques du détecteur. Le bruit du préamplificateur doit être inférieur au signal électrique minimum défini comme le produit de la sensibilité par le NEP (flux

équivalent au bruit).

Le préamplificateur à gain variable, est équipé d'un système de filtrage dont la valeur est fixée à 4 kHz.

En sortie du préamplificateur, une diode zener (-1V;+5V) protège la carte d'acquisition des surtensions éventuelles.

Caractéristiques mécaniques		Caractéristiques photoélectriques	
Surface sensible	ø 300 µm	Polarisation	inverse 7mV
Angle de vue	35°	Détectivité spécifique à 10,6 µm	$4{,}2.10^{10}$ $cm.Hz^{0,5}.W^{-1}$
Fenêtre	Germanium traité antireflets de 8 à 12 µm	Rendement quantique à 10,6 µm	65 %
Température de fonctionnement	77 K (azote liquide)	Constante de temps	≈ 3 ns

Tableau 2 : Caractéristiques du détecteur

2.2. CHAINE D'ACQUISITION

Une chaîne DAP800 ("Data Acquisition Processor") commercialisée par MICROSTAR LABORATORIES™ est utilisée pour l'acquisition des données. Elle est constituée d'un bornier de connexion et d'une carte d'acquisition.

Le bornier de type MSTB005-01, a 64 points de connexion d'entrée et de sortie.

Le signal issu du préamplificateur (compris entre -1V et +5V) est dirigé vers la carte d'acquisition DAP800 enfichée sur l'unité centrale d'un micro ordinateur PC386. Cette carte amplifie le signal avec un gain ajustable (10, 100 ou 1000), il est ensuite numérisé avec une résolution qui dépend du gain choisi (0,15 µV/point pour un gain de 1000). Le pas de temps est fixé par l'utilisateur, le minimum possible étant de 25 µs par point. Les données sont stockées sur le disque dur, la visualisation du signal

T(x,t) se faisant cependant en temps réel.

2.3. IMPULSION THERMIQUE

L'excitation thermique est strictement identique à celle utilisée dans le dispositif expérimental développé pour l'étude des plaques immobiles.

2.4. PERFORMANCES DE L'ENSEMBLE

- Vitesse d'acquisition : 250 µs par point. C'est la carte d'acquisition qui limite la vitesse d'acquisition. Le détecteur seul est très rapide (3 ns). Le préamplificateur a un temps de réponse de 4 µs. La vitesse d'acquisition maximum expérimentale est inférieure à celle que nous pouvons théoriquement atteindre (25 µs). En effet, pour des vitesses d'acquisition supérieures, apparaissent des anomalies pendant l'acquisition (saturation, arrêt de l'acquisition ...).

- Bruit de mesure. Le bruit de mesure est fonction de l'amplification du signal et de la distance entre le détecteur et la source. Ainsi il est difficile de donner une valeur du bruit de mesure indépendante de la configuration expérimentale (distance détecteur - surface, gains ...), seul le rapport signal sur bruit permettra de qualifier cette grandeur.

2.5. ECHANTILLON

L'échantillon est un cylindre de 2 mm d'épaisseur, de 50 mm de rayon extérieur. La face externe du cylindre est peinte en noir afin d'absorber au maximum l'énergie du flash d'une part, et d'autre part afin d'augmenter l'émissivité de la face externe de l'échantillon.

Le rôle de la peinture sur la face externe du cylindre est primordial dans notre dispositif expérimental. De par le choix de la peinture, l'émissivité de la face externe de l'échantillon augmente dans la bande de longueur d'onde 8 - 12 µm correspondant au détecteur HgCdTe (infrarouge lointain), d'où un signal amplifié.

L'étude de l'influence de la couche de peinture sur l'identification de la

diffusivité thermique et du coefficient de pertes, est strictement la même que dans le cas d'une plaque immobile, la méthode d'identification étant identique.

3. PROCEDURE EXPERIMENTALE

Ce paragraphe s'attache à présenter la procédure expérimentale que nous avons suivi pour identifier la diffusivité thermique d'un cylindre en rotation.

Nous avons montré au chapitre précédent qu'il est possible d'utiliser la même procédure d'identification des paramètres que celle développée pour les plaques immobiles, à condition de connaître avec précision la vitesse de déplacement V de l'échantillon. La première étape de la procédure expérimentale est donc l'identification de la vitesse de déplacement.

3.1. IDENTIFICATION DE LA VITESSE DE DEPLACEMENT

La méthode d'identification de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes que nous avons développée, repose sur la connaissance parfaite de la vitesse de déplacement de l'échantillon (voir paragraphe 3 du chapitre 4, l'erreur sur la vitesse doit être inférieure à 0,2 %).

L'échantillon est un cylindre en rotation peint sur sa face externe. Une première mesure de la vitesse de rotation du cylindre, qualifiée de grossière, est obtenue à l'aide d'un tachymètre optique. La précision apportée par le tachymètre optique n'est pas suffisante. De plus, la mesure de la vitesse de rotation par tachymétrie se fait à l'aide d'une pastille réfléchissante, il s'agit donc d'un traitement en différé. Des variations de vitesse par rapport à la consigne, dues par exemple, à une variation au démarrage de la tension de la courroie d'entraînement du cylindre, rendent obligatoire la détermination en direct de la vitesse de rotation du cylindre.

3.1.1. Méthode d'identification en direct

Le signal avant le flash présente des variations périodiques que nous supposons dues aux variations d'émissivité de la face externe du cylindre en rotation (figure 5).

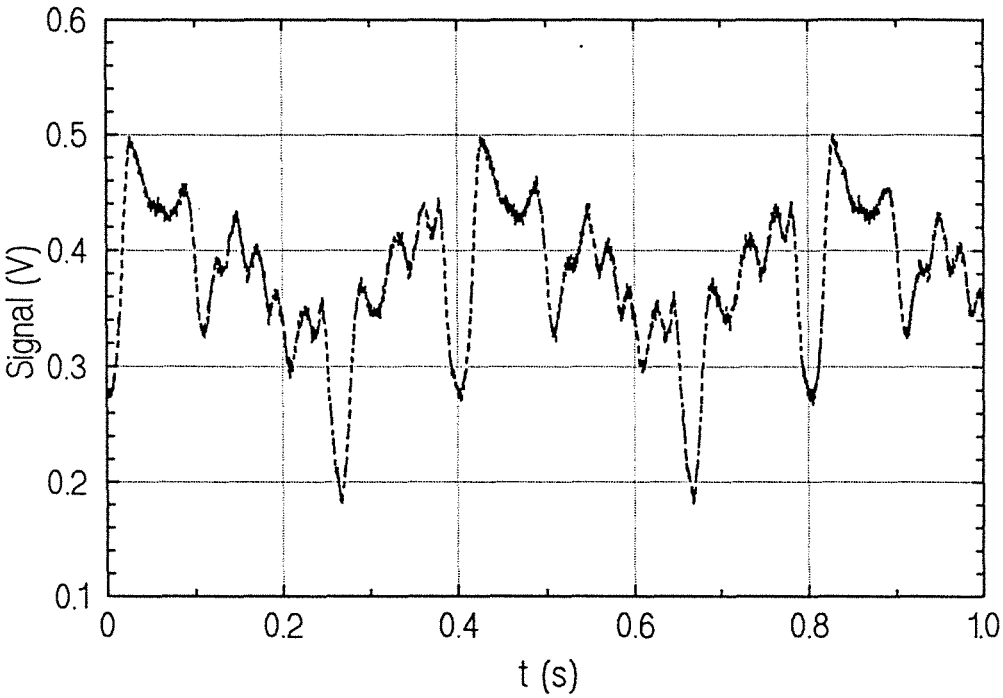


Figure 5 : Signal expérimental brut avant le flash

En effet, le choix de la peinture s'est tout d'abord orienté vers une peinture noire d'émissivité proche de 1. La peinture retenue se présente sous la forme d'une pâte à laquelle s'ajoute un solvant. Un pistolet électrique est utilisé pour peindre le cylindre pendant que celui-ci est en rotation. La face externe peinte comporte alors des défauts de peinture plus importants que ceux obtenus avec une peinture en aérosol.

De plus, au cours des expériences, l'énergie du flash peut être suffisante pour détériorer l'état de surface de la peinture. L'émissivité de la partie abîmée est modifiée, le signal avant le flash présente alors plus de défauts. Au cours des expériences, la tension d'alimentation de la batterie de condensateurs sera réglée de sorte que le flash ne modifie pas l'état de surface de la peinture.

La vitesse de rotation du cylindre est donc estimée sur les variations périodiques du signal avant le flash par une méthode des moindres carrés.
Le nombre initial de points np par période est donné par :

$$np = Ent\left(\frac{per}{dt}\right) \tag{5.1}$$

où per est la période de rotation du cylindre déterminée par tachymétrie, dt est le pas temporel d'acquisition et Ent la partie entière du rapport per/dt.
Le signal avant le flash est découpé en nb blocs indicés i de np points indicés j, et la fonction suivante est minimisée :

$$Y(nb,np) = \sum_{i=1}^{nb} \sum_{j=1}^{np} \left(U_{i+1,j} - U_{i,j}\right)^2 \tag{5.2}$$

où $U_{i,j}$ est le signal avant le flash au point j du bloc i.

La précision sur la vitesse de rotation déterminée par cette méthode est au maximum de 100/np %. Il est donc nécessaire d'avoir le plus grand nombre possible de points par période de rotation du cylindre.

3.1.2. Validation du résultat obtenu

Une vérification de la période de rotation déterminée par la méthode exposée ci-dessus est possible. Pour chaque bloc de np points, nous recherchons un extremum local dans une zone non perturbée, c'est-à-dire hors du signal utile, là où la température du cylindre est encore noyée dans le bruit de mesure.

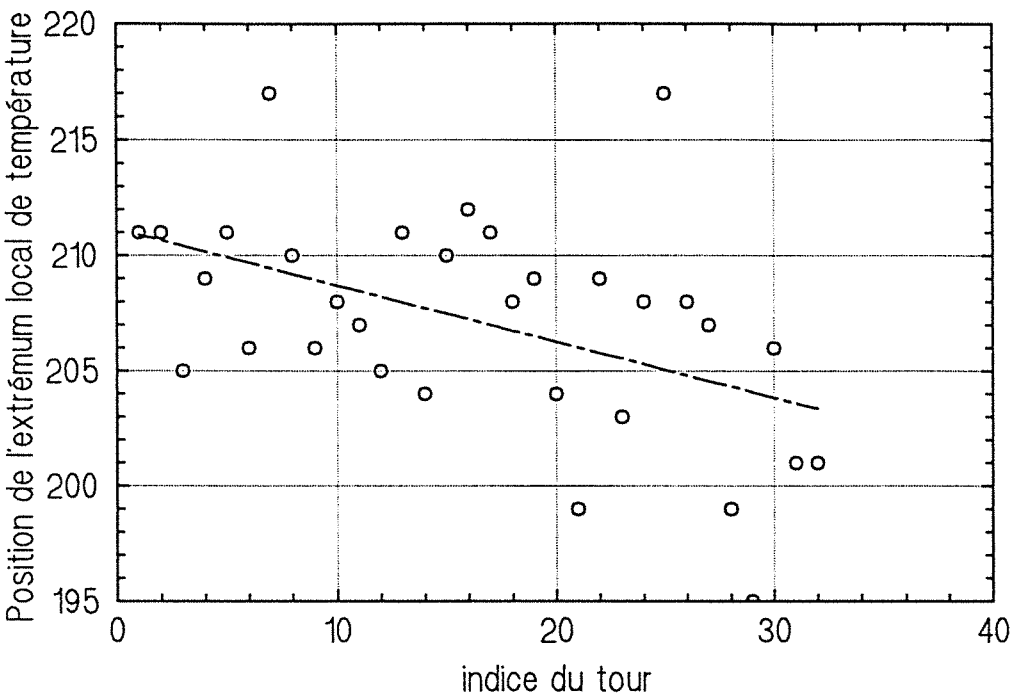


Figure 6 : Position de l'extrémum local de température

La figure 6 montre la position d'un extrémum local de température (hors du signal utile donc noyé dans le bruit de mesure à caractère périodique) en fonction de l'indice du tour (1 tour = 1 période). Si la vitesse est parfaitement déterminée, la courbe est une droite de pente nulle, indépendante de l'indice du tour. Si la pente est supérieure à l'unité en valeur absolue, l'erreur sur la période de rotation est supérieure à 100/np %, l'identification de la vitesse est refaite en tenant compte de cette erreur.

La période de rotation du cylindre n'est pas obligatoirement synchronisée avec le pas d'acquisition de la carte. Soit :

$$per \neq np\ dt \tag{5.3}$$

La pente de la courbe de la figure 6 est alors inférieure à 1 en valeur absolue. Mais l'erreur, si elle n'est pas visible pour deux tours consécutifs, devient importante pour deux signaux séparés de plusieurs périodes de rotation. Cela se traduit par un glissement du signal vers la droite si np est sous-estimé et inversement.

Pour tenir compte de ce caractère asynchrone, le nombre de points par bloc (période) est ajusté. Par exemple, si la pente est de -1/3, le nombre de points par période vaut np - 1 un tour sur trois.

3.2. DECALAGE TEMPOREL, NORMATION ET LONGUEUR UTILE

3.2.1. Décalage temporel

La période de rotation du cylindre est déterminée. Le signal expérimental visualisant l'évolution temporelle de la température en face avant pour une abscisse fixée dans le repère du laboratoire, est découpé en blocs de np points (ajustable). Ces blocs correspondent chacun à une révolution du cylindre. Les blocs obtenus sont les équivalents des images thermographiques moyennées en y du chapitre 3.

3.2.2. Normation

L'étalonnage du détecteur infrarouge visant un corps noir à température fixée réglable, indique une réponse linéaire du détecteur avec la température. Le signal, pour un corps réel, est alors proportionnel au produit de l'émissivité par la température, dans la plage 10°C - 80°C. Le signal, pour chaque période de rotation après le flash (pour chaque bloc de np points environ), est alors normé avec le

changement de variables suivant :

$$U_i \leftarrow \frac{U_i - U_{io}}{U_{io}} \tag{5.4}$$

U_i est le signal délivré par la carte d'acquisition pour le point i de la période considérée après le flash.
U_{io} est le signal délivré par la carte d'acquisition pour le même point i d'une période avant le flash.
U_i et U_{io} sont théoriquement proportionnels à $\varepsilon_i T_i+(1-\varepsilon_i)T_a$ et $\varepsilon_i T_\infty+(1-\varepsilon_i)Ta$ respectivement (voir annexe 3), avec T_a la température du milieu ambiant. La différence $U_i - U_{io}$ traduit la référence de la température à la température initiale T_∞, le rapport $(U_i - U_{io})/U_{io}$ permet de s'affranchir de l'émissivité du matériau, si nous supposons que $1-\varepsilon_i \ll 0$.

3.2.3. Durée utile

La durée utile du signal L/V est déterminée à partir du dernier bloc exploitable, c'est-à-dire pour lequel le rapport signal sur bruit est supérieur à 10.

3.3. IDENTIFICATION DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE

La diffusivité thermique est identifiée à partir du signal périodique après décalage temporel. La procédure d'identification des paramètres : diffusivité thermique a et coefficient de pertes H, est celle décrite au chapitre 2. Nous rappelons simplement que le signal correspondant au temps t_1 doit être tel qu'il n'y ait plus de diffusion dans le sens de l'épaisseur. Puis pour chaque tour, soit pour chaque temps t_2, nous identifions une valeur de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes. A partir de la valeur moyenne de la diffusivité thermique obtenue, nous déterminons la valeur de la fréquence spatiale idéale à écart de temps (t_2-t_1) fixé. Pour cette valeur de la fréquence spatiale, la diffusivité thermique est à nouveau identifiée. La dispersion sur les résultats est ainsi diminuée.

Le nombre total de périodes est d'environ 30. Pour une fréquence spatiale fixée, le nombre de couples (t_1,t_2) indépendants peut être réduit à l'unité, et est en général inférieur à 10. L'étude statistique développée au chapitre 2, ne sera donc pas appliquée au cas des cylindres en rotation.

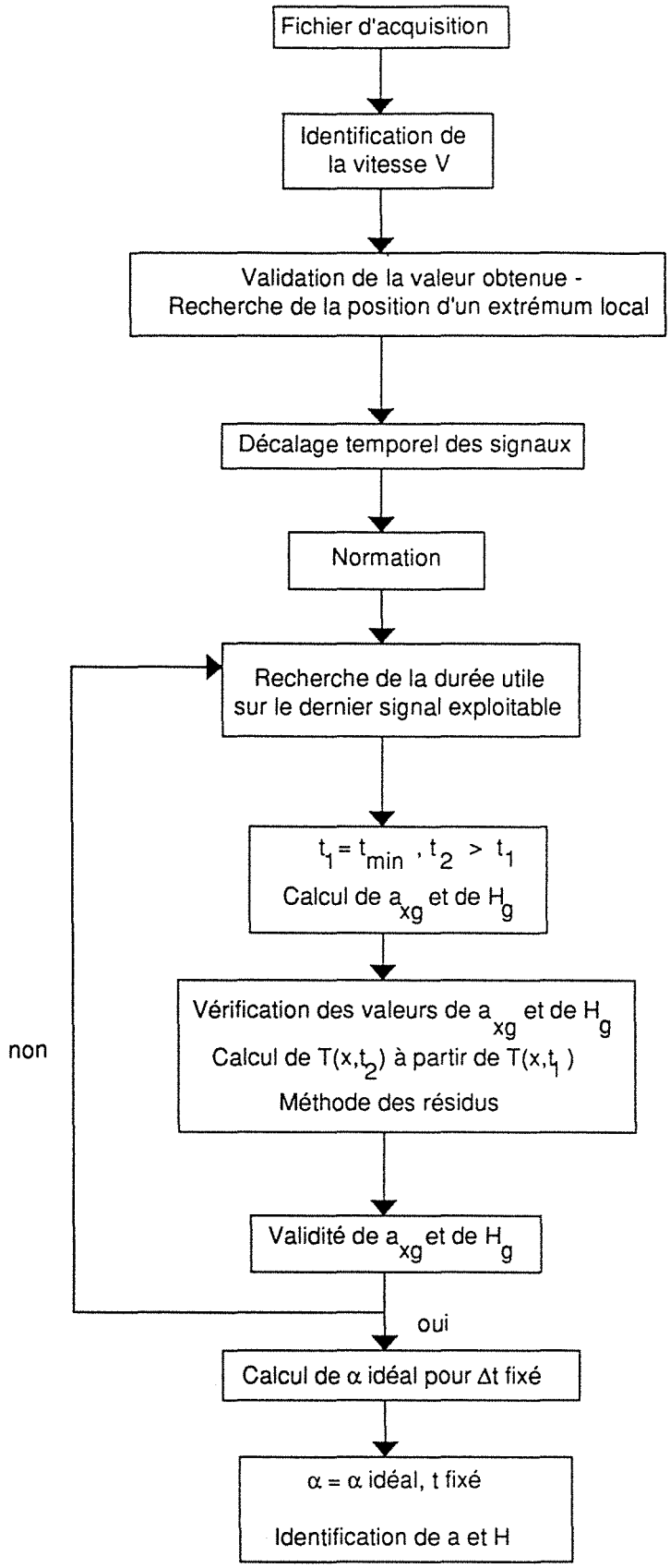


Figure 7 : Organigramme de la procédure expérimentale d'identification de la diffusivité thermique pour une plaque mobile

L'organigramme de la procédure expérimentale pour un cylindre en rotation est illustré sur la figure 7.

4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'échantillon étudié est un cylindre, bon conducteur de la chaleur, peint en noir sur sa face externe. La diffusivité thermique et le coefficient de pertes sont déterminés selon la procédure expérimentale mise au point pour les plaques en déplacement. Afin de valider les résultats obtenus, une expérimentation par méthode flash monodimensionnelle classique a été menée sur le même échantillon.

4.1. CONDITIONS EXPERIMENTALES

Les conditions expérimentales ainsi que les paramètres relatifs à l'échantillon sont regroupés dans le tableau 3.

Echantillon	Matériau	Dural
	Rayon extérieur (m)	50.10^{-3}
	Epaisseur (m)	2.10^{-3}
Flash	Largeur approximative (m)	$24{,}5.10^{-3}$
	Tension d'alimentation (V)	230
Vitesse	Tachymètre optique (tour.mn^{-1})	149
Acquisition	Pas de temps (s)	250.10^{-6}

Tableau 3 : Conditions expérimentales

Le détecteur HgCdTe est rempli avec de l'azote liquide. Pendant le remplissage, il est nécessaire que le cylindre soit en rotation à grande vitesse. En effet, la fenêtre du détecteur étant à quelques millimètres de l'échantillon, elle constitue un point froid par rapport à l'ambiante. Si le cylindre est mis en rotation uniquement quelques minutes avant l'expérience, la température le long de sa circonférence n'est pas homogène. Pour remédier à ce problème pratique, il suffit de remplir le détecteur pendant que le cylindre est en rotation.

Un autre problème se pose alors : l'échauffement du moteur d'entraînement qui, par conduction à travers son support commun avec celui de l'axe d'entraînement du cylindre, provoque un réchauffement du cylindre par conduction à travers l'axe et par convection. Il est souhaitable de faire l'expérience dès que possible, c'est-à-dire dès que le détecteur, une fois rempli (1/4 d'heure de remplissage), a un comportement thermique stable (environ 1/4 d'heure). Soit une attente de 1/2 heure.

L'expérience consiste à lancer l'acquisition, et à déclencher ensuite le flash pour le retirer immédiatement. Le nombre de périodes avant le déclenchement du flash doit être suffisant pour une identification correcte de la vitesse de rotation du cylindre. Une dizaine de périodes, de 1000 points chacune environ, suffisent.

Les données (# 54000 points) sont stockées en temps réel sur le disque dur, et sont ensuite traitées selon le protocole expérimental décrit au paragraphe précédent.

4.2. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats bruts représentant l'évolution temporelle de température pour une abscisse fixée dans le repère du laboratoire, sont illustrés sur la figure 8.

4.2.1. Etude du signal avant le flash

Notons que le signal avant le flash est relativement bruité. Plusieurs explications peuvent être avancées :

- variations de l'émissivité de la surface le long du périmètre.
- variations de distance entre le cylindre et le détecteur. En effet, l'axe d'entraînement du cylindre est légèrement décentré, d'où une fluctuation périodique du signal.
- température non homogène le long du périmètre, mais constante en temps avant le flash.

- cylindre de section non parfaitement circulaire.
- rayonnement thermique parasite constant.

Une expression simplifiée du flux rayonné par une surface circulaire émettrice, reçu par la surface sensible du détecteur, permet de déterminer la répercussion sur le signal d'une variation des trois premiers paramètres :

$$\phi = \pi L S_2 f_{21}$$

où L est la luminance émise par la surface du cylindre, S_2 est la surface visée par la surface sensible du détecteur, f_{21} est le facteur de forme entre les deux surfaces.

La loi de Planck nous donne la luminance L pour une longueur d'onde λ et une température T données :

$$L = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\pi \left(\exp(c_2/\lambda T) - 1 \right)} \quad \text{avec } c_1 = 3{,}741.10^{-16}\ \text{W.m}^2,\ c_2 = 0{,}014388\ \text{m.K}$$

Le facteur de forme entre deux surfaces de section circulaire centrées de rayon r_2 (émetteur) et r_1 (récepteur) respectivement, est donné par :

$$f_{21} = 0{,}5 \left(1 + \frac{d^2 + r_1^2}{r_2^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{d^2 + r_1^2}{r_2^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2} \right)$$

où d est la distance entre les centres des deux surfaces.

L'angle de vue θ du détecteur est fixé par un diaphragme, une variation de distance entre le détecteur et le cylindre, se traduit donc par une variation de la surface visée.

Les valeurs nominales des paramètres sont les suivantes :

d = 30 mm
r_1 = 150 µm
ε = 0,95
T = 293 K
λ = 10,6 µm

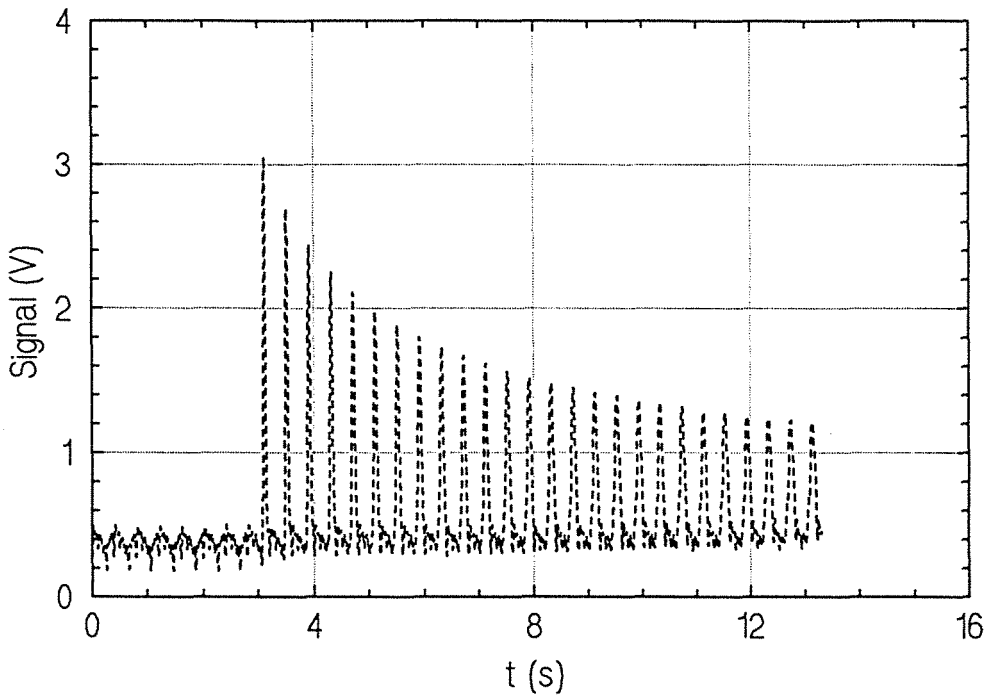


Figure 8 : Evolution temporelle expérimentale de la température
Signal brut avant traitement

Sur ce modèle simplifié, la variation relative du flux reçu par la surface sensible est calculée pour une variation relative des paramètres par rapport à leurs valeurs nominales.

Une forte variation de distance entre le détecteur et le cylindre, influe peu sur le flux reçu par la surface sensible du détecteur. Ainsi les variations périodiques du signal expérimental ne peuvent pas être entièrement dues au décentrage de l'axe de rotation. D'autant que les variations expérimentales de distance entre le cylindre et la surface sensible du détecteur sont de l'ordre du millimètre autour d'une valeur moyenne de 30 mm.

	Variation relative du flux reçu
Variation relative de distance ± 16 %	+ 0,6 % à - 0,4 %
Variation relative d'émissivité - 15 % à + 5 %	- 15 % à + 5%
Variation relative de température + 7 %	+ 35 %

4.2.2. Identification de la vitesse

La période de rotation est identifiée sur les variations périodiques du signal avant le flash (figure 9). Il apparaît approximativement 7 périodes de rotation. La méthode d'identification est celle décrite au paragraphe 3.1.
Le nombre de points par période est :

$$np = 1604$$

Soit une période de rotation de :

$$per = 0{,}401 \text{ s}$$

Pour un rayon extérieur de 50 mm, la vitesse linéaire en face externe du cylindre est :

$$V = 0{,}783\ m.s^{-1}$$

La valeur de la vitesse obtenue est validée par la position d'un maximum local du signal pour chaque période. La pente de la droite obtenue par régression linéaire est bien inférieure à 1, le nombre de points-par période est compris entre 1603 et 1604. La précision sur la période de rotation, donc sur la vitesse linéaire si le rayon extérieur est connu avec une précision absolue, est alors de $6{,}3.10^{-2}$ %.

4.2.3. Equivalence avec les images thermographiques

Le signal expérimental est alors divisé en bloc correspondant chacun à une période de rotation du cylindre. Dans la majorité des expériences, le signal, après décalage temporel et normation selon l'expression (5.4), est très bruité. Si seule la différence U_i - U_{io} est appliquée, le bruit est réduit de façon notable. L'hypothèse d'une variation périodique d'émissivité entraînant à elle seule, les fluctuations du signal avant le flash, n'est pas vérifiée. L'erreur périodique n'est pas seulement multiplicative mais aussi/ou additive.

Le signal après traitement (décalage temporel et soustraction d'un bloc avant le flash) est visualisé sur la figure 10. Notons que le signal est volontairement centré de façon à minimiser le nombre de points noyés dans le bruit de mesure de part et d'autre du maximum. Expérimentalement, les courbes obtenues pour un cylindre en rotation vu par un capteur immobile, sont tout à fait similaires aux images thermographiques obtenues sur une plaque immobile. Ce qui confirme notre approche.

La première courbe correspond au signal avant le flash après soustraction des composantes périodiques (soustraction du second bloc). L'amplitude du bruit de mesure est déterminée à partir de cette courbe, ainsi :

$$e_U = 2{,}3.10^{-2}\ V \qquad \sigma = 8{,}1.10^{-3}\ V$$

La singularité sur la seconde courbe est due aux perturbations de nature électromagnétique au moment du déclenchement du flash. Cette perturbation donne l'instant du flash avec une précision de 1 point, soit de 250 µs.

La durée utile du signal L/V est déterminée à partir du dernier bloc qui présente un rapport signal sur bruit supérieur à 10 et pour lequel le signal aux extrémités est noyé dans le bruit de mesure.

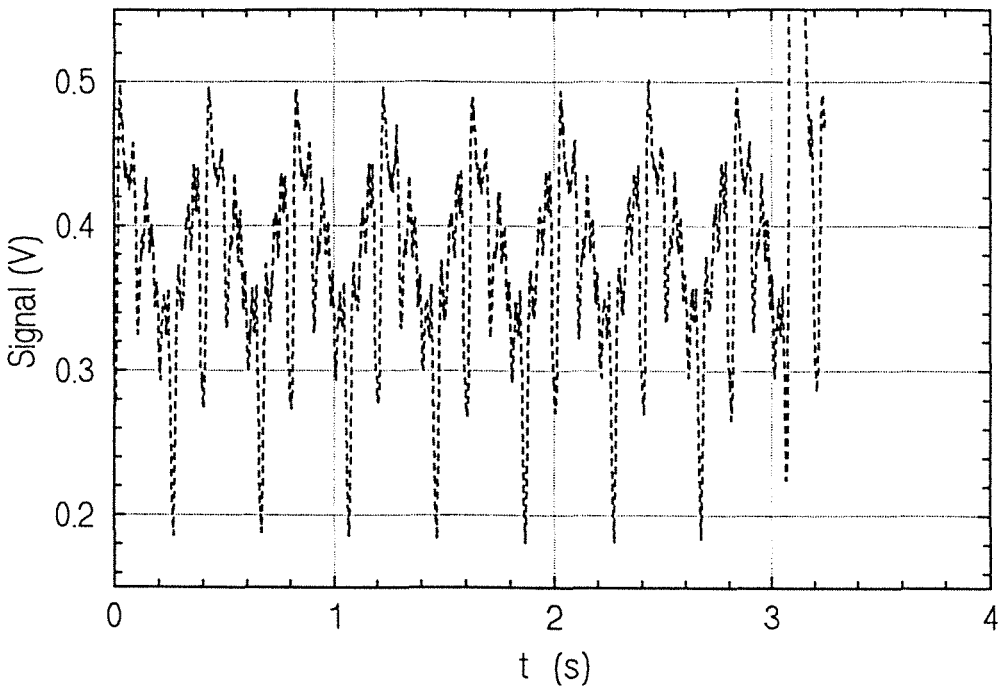


Figure 9 : Evolution temporelle expérimentale de la température avant le flash

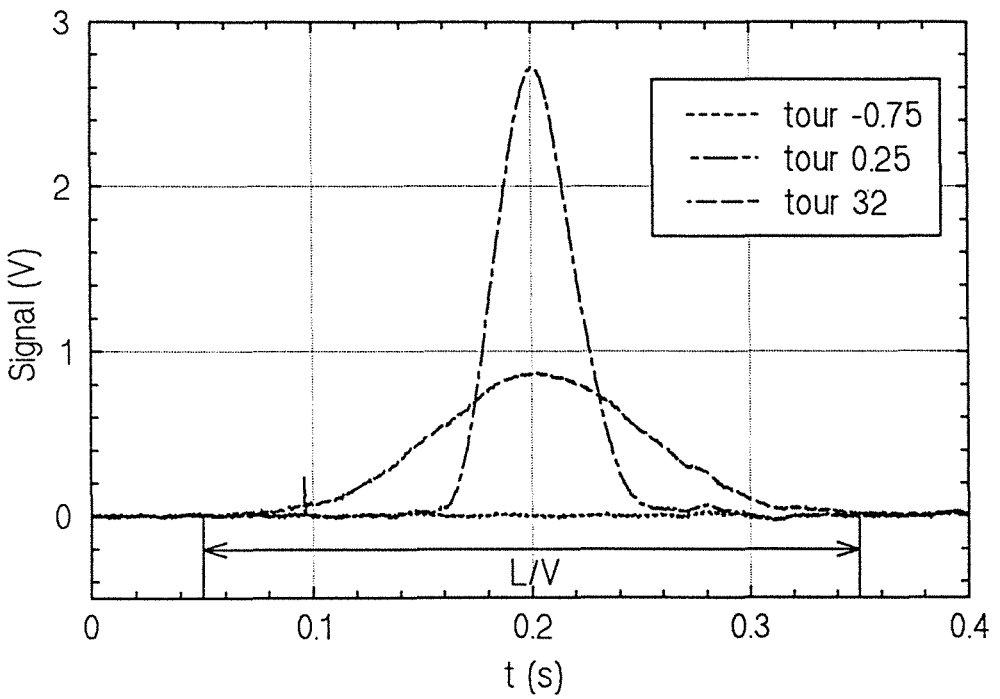


Figure 10 : Evolution temporelle expérimentale de la température Signal après décalage temporel et normation

4.2.4. Identification de la diffusivité thermique

La transformée de Fourier de chaque courbe est calculée pour des fréquences spatiales α discrètes ($\alpha_n = n\pi/L$). Les fréquences spatiales impaires (n impair) sont éliminées, le signal étant approximativement centré.

La procédure d'identification de la diffusivité thermique est identique à celle décrite pour les plaques immobiles. Le temps t du premier point du bloc avant décalage temporel (temps t_{min}), doit être supérieur au temps caractéristique de diffusion dans le sens de l'épaisseur.

Pour chaque temps t_2 supérieur au temps t_1 (pour chaque bloc correspondant à t_2), une valeur de la diffusivité thermique est calculée par régression linéaire sur la plage de fréquences spatiales [0 ; α_{max}]. α_{max} est la fréquence spatiale pour laquelle la transformée de Fourier du signal est égale à 10 fois la transformée de Fourier du bruit de mesure. Les diffusivités identifiées sont reportées sur la figure 11.

La valeur moyenne de la diffusivité thermique est :

$$\overline{a} = 5{,}89.10^{-5}\ m^2.s^{-1} \qquad \sigma_a = 1{,}92.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$$

L'écart type expérimental est calculé comme suit :

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(a_i - \overline{a})^2$$

Pour chaque écart de temps ($t_2 - t_1$), la fréquence spatiale idéale est donnée par :

$$\alpha^2_{idéale} = \frac{1}{\overline{a}\ (t_2 - t_1)}$$

La diffusivité thermique identifiée pour le couple de fréquences spatiales ($0,\alpha_{idéale}$) est également reportée sur la figure 11 en fonction du temps t_2.
La valeur moyenne de la diffusivité thermique est alors :

$$\overline{a} = 5{,}83.10^{-5}\ m^2.s^{-1} \qquad \sigma_a = 1{,}38.10^{-6}\ m^2.s^{-1}$$

Remarques :

- Les valeurs moyennes de la diffusivité thermique obtenue soit par régression linéaire, soit pour un couple de fréquences spatiales idéales, sont très proches. De plus l'écart type sur la diffusivité thermique ne diminue pas de façon significative lorsque l'on choisit un couple de fréquences spatiales idéales.
- Le nombre de temps t_2 est limité, de l'ordre de 30, par rapport au cas de la plaque immobile visualisée par une caméra infrarouge.

Au vu de ces remarques, dans le cas d'un cylindre mobile vu par un capteur immobile, l'étude statistique développée pour les plaques immobiles ne sera pas appliquée.

4.2.5. Identification du coefficient d'échange

Pour les différents temps t_2 supérieurs au temps t_1 fixé, le coefficient de pertes H est identifié à partir de la valeur moyenne du signal. Rappelons que H s'écrit :

$$H = \frac{2\,h}{\rho c\ e}$$

avec h le coefficient d'échange, e l'épaisseur du cylindre et ρc la chaleur volumique.

La figure 12 montre l'évolution de ce paramètre en fonction du temps t_2. Dans le modèle développé, le coefficient d'échange est supposé constant. Or, d'un point de vue expérimental, ce paramètre semble varier au cours du temps. Il ne s'agit pas de phénomènes relatifs aux temps très courts en face avant, la plage de temps sur laquelle le coefficient de pertes varie est importante (0 s - 10 s). Si nous comparons les résultats obtenus sur le coefficient de pertes H pour un cylindre en rotation et une plaque immobile de même nature (dural), nous constatons que la variation temporelle de ce paramètre est identique dans les deux cas (figure 13). La convection forcée ne serait donc pas responsable de cette variation bien qu'au cours de l'expérience, aucune précaution particulière n'ait été prise pour empêcher ou diminuer la convection forcée autour du cylindre.

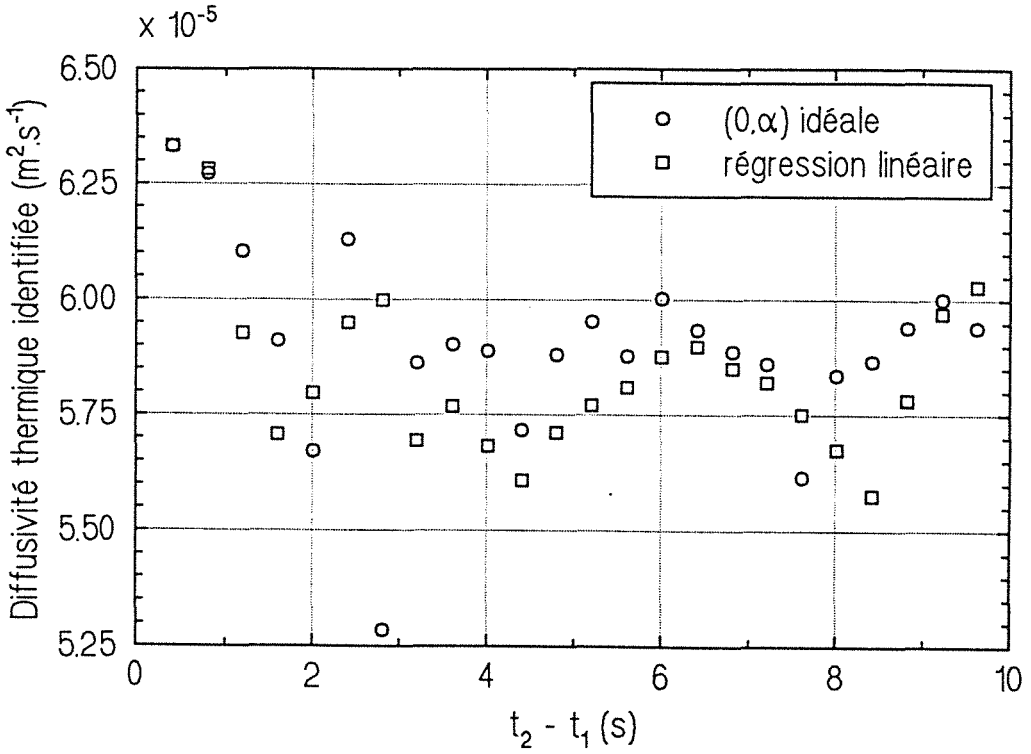


Figure 11 : Identification de la diffusivité thermique, t_1 = 0,501 s

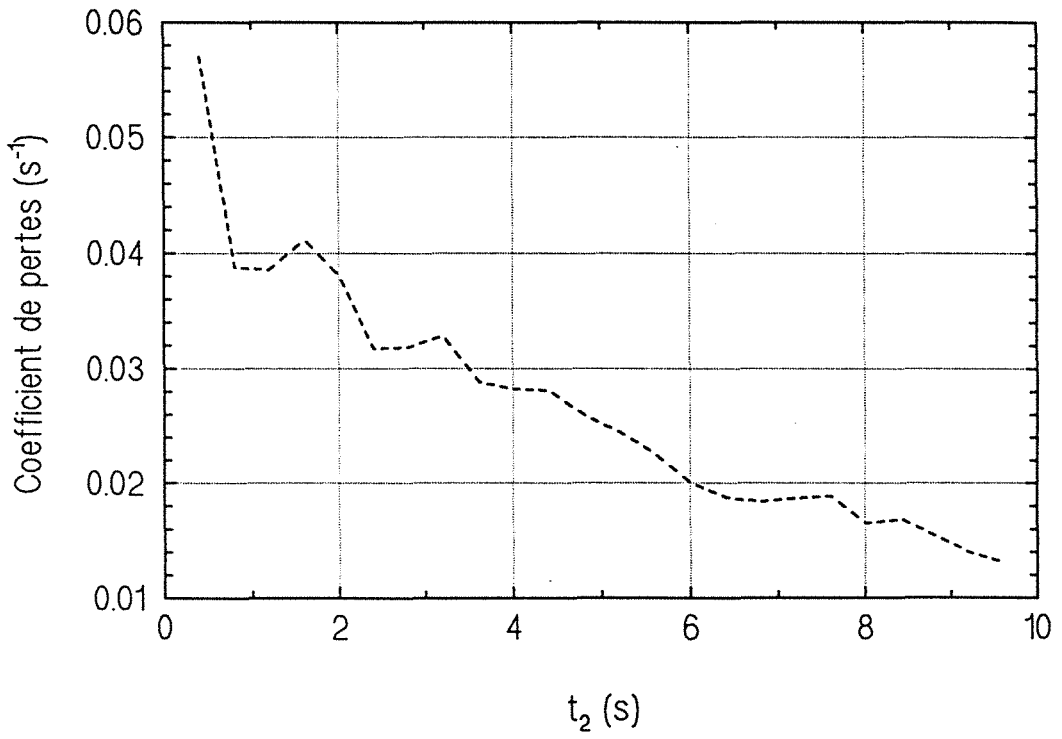


Figure 12 : Identification du coefficient de pertes, t_1 = 0,501 s

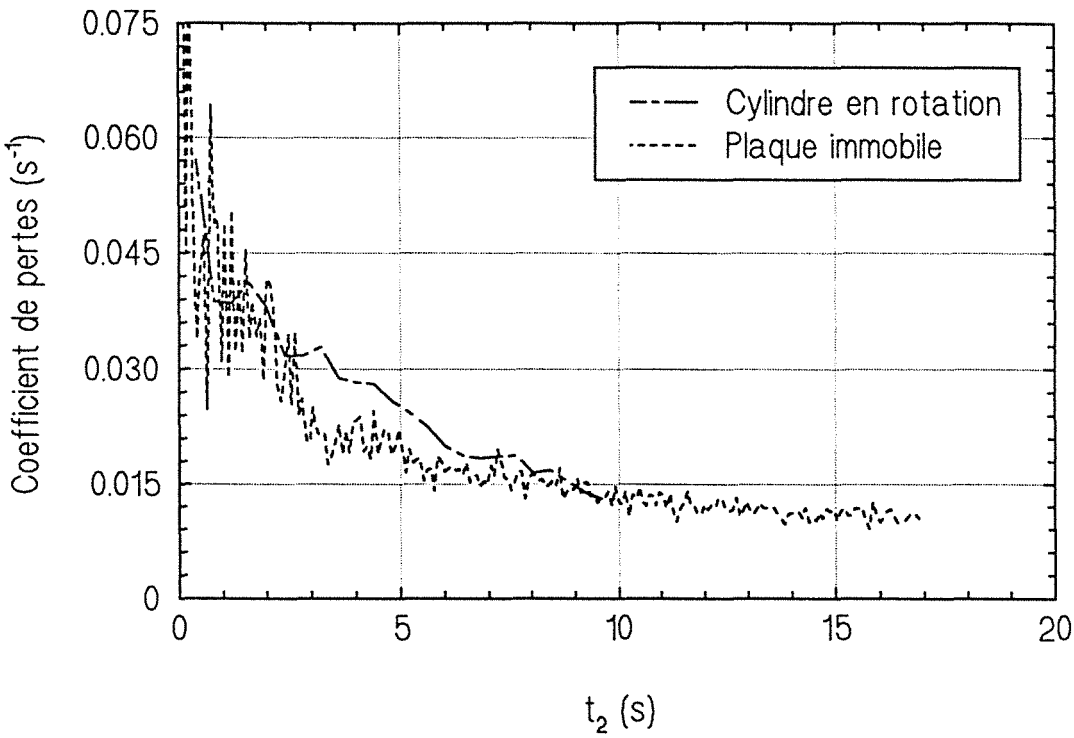


Figure 13 : Comparaison des coefficients de pertes obtenus pour un cylindre en rotation et pour une plaque immobile de même matériau

4.3. VERIFICATION DES HYPOTHESES

Les hypothèses nécessaires à l'identification de la diffusivité thermique et du coefficient de pertes doivent être vérifiées.

- le temps t_1 doit être supérieur au temps t_c caractéristique de diffusion dans le sens transversal :

$$t_1 = 501 \text{ ms} \quad \text{et} \quad t_c = 68{,}6 \text{ ms}$$

- la longueur utile, la vitesse et la diffusivité thermique doivent vérifier la relation (4.36) du chapitre 4 :

$$V = 0{,}783 \text{ m}^2.\text{s}^{-1} \qquad L = 0{,}235 \text{ m}$$

$$\frac{L}{V} = 0{,}3 \text{ s} \quad << \quad 947 \text{ s} = \frac{L^2}{a}$$

- l'hypothèse d'ailette est valide si le nombre de Biot est petit devant 1:

$$Bi = \frac{he}{\lambda} = \frac{He^2}{2a} = 1{,}95.10^{-3} \quad << \quad 1$$

Cette grandeur est calculée pour la valeur maximale du coefficient de pertes.

4.4. REPRODUCTIBILITE ET VALIDATION

4.4.1. Reproductibilité

La reproductibilité des résultats obtenus pour le même échantillon, avec les mêmes conditions expérimentales est effectuée sur 6 expérimentations. Le tableau 4 présente les variations d'une expérience à l'autre des trois paramètres : vitesse (nombre de points par période pour un pas d'acquisition fixé), diffusivité thermique moyenne et extrema du coefficient de pertes.

- Vitesse

Nous constatons une bonne reproductibilité sur la vitesse de rotation du cylindre : 4 points maximum sur 1606 points en moyenne.

- Diffusivité thermique

Sur les six expériences, la valeur moyenne de la diffusivité thermique est :

$$\overline{a} = 6{,}07.10^{-5} \pm 0{,}35.10^{-5} \quad m^2.s^{-1}$$

Une bonne reproductibilité sur la diffusivité thermique identifiée est obtenue. La barre d'erreur englobe la valeur de la diffusivité thermique moyennée sur les six expériences (figure 14).

- Coefficient de pertes

Le coefficient de pertes H varie de 0,09 à 0,006 s^{-1} au maximum. Ce qui correspond à une variation du coefficient d'échange h de 219 à 14 $W.m^{-2}K^{-1}$, en prenant une chaleur volumique égale à $2{,}43.10^6$ $J.m^{-3}.K^{-1}$ (valeur de la littérature pour le dural).

Ces variations du coefficient d'échange apparaissent entre 0 et 10 s.

Expérience	Nombre de points par période	Diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)	Ecart type ($m^2.s^{-1}$)	Coefficient de pertes (s^{-1})
1	1604	$5{,}83.10^{-5}$	$1{,}38.10^{-7}$	$5{,}7.10^{-2}$ - $1{,}4.10^{-2}$
2	1605	$6{,}28.10^{-5}$	$1{,}70.10^{-6}$	$5{,}5.10^{-2}$ - $1{,}5.10^{-2}$
3	1607	$6{,}33.10^{-5}$	$1{,}86.10^{-6}$	$6{,}5.10^{-2}$ - $1{,}5.10^{-2}$
4	1608	$6{,}17.10^{-5}$	$1{,}70.10^{-6}$	$4{,}3.10^{-2}$ - $0{,}7.10^{-2}$
5	1606	$5{,}72.10^{-5}$	$5{,}10.10^{-6}$	6.10^{-2} - $1{,}5.10^{-2}$
6	1606	$6{,}08.10^{-5}$	$1{,}93.10^{-6}$	9.10^{-2} - $0{,}6.10^{-2}$

Tableau 4 : Reproductibilité des résultats

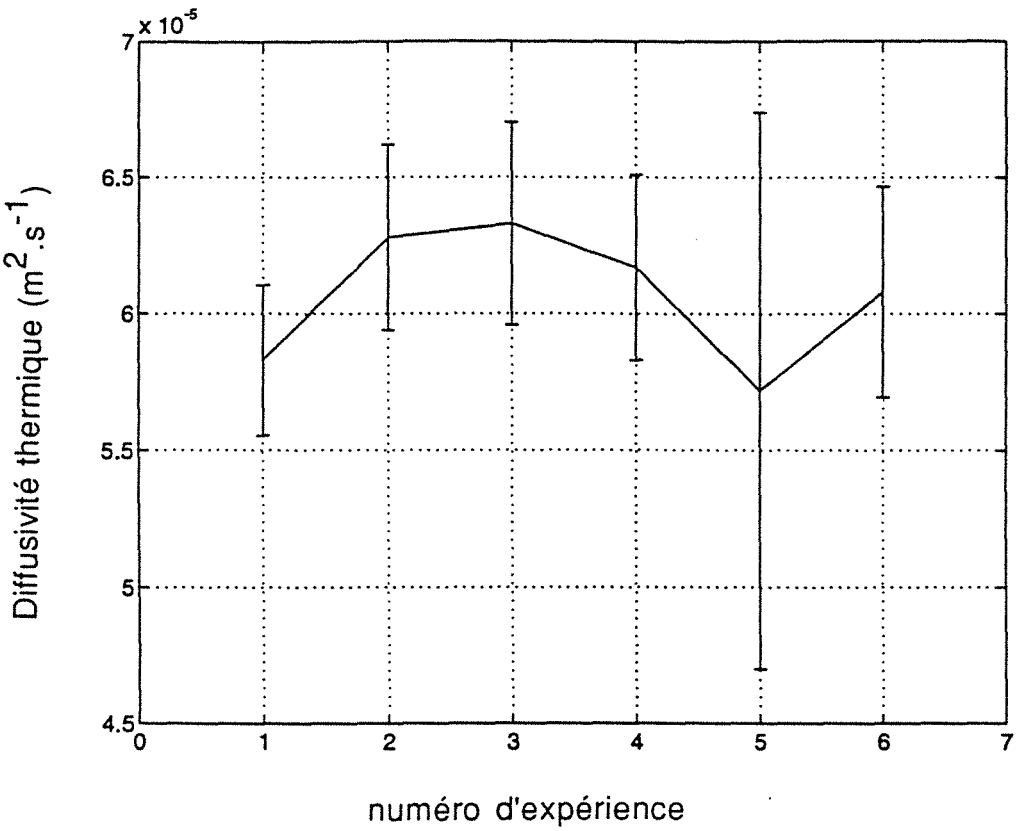


Figure 14 : Reproductibilité sur la diffusivité thermique identifiée

A priori, nous pourrions penser à une variation de h au cours du temps; d'autres expériences [64] ont montré que ces identifications de grandes valeurs de h aux temps courts (entre 1 et 10 s) étaient imputables à des "défauts" de manipulation : problème de centrage de thermocouple, de base de temps ... Ici nous n'avons pas trouvé d'explication.

Si nous supposons alors que l'évolution du coefficient d'échange en fonction du temps n'est qu'un biais de l'identification, la valeur à retenir pour h est celle stabilisée après 10 s.

Le coefficient d'échange donné dans la littérature [65] pour un cylindre dans un écoulement en convection forcée est :

$$h_{littérature} = 8\ W.m^{-2}K^{-1}$$

Valeur à laquelle il convient d'ajouter environ 6 ou 7 $W.m^{-2}K^{-1}$ dû au rayonnement. Soit une valeur du coefficient d'échange global d'environ 15 $W.m^{-2}K^{-1}$. L'évolution du coefficient d'échange en fonction du temps, laisse supposer qu'il tend vers une limite dont la valeur est de l'ordre de 10 $W.m^{-2}K^{-1}$. L'ordre de grandeur est respecté entre la valeur asymptotique que nous trouvons expérimentalement et la valeur donnée dans la littérature.

4.4.2. Validation

Afin de valider les résultats obtenus sur la diffusivité thermique, nous avons fait une mesure par méthode flash monodimensionnelle classique sur le même échantillon. L'expérimentation est la même que celle décrite au paragraphe 4.4.1 du chapitre 3. Les problèmes expérimentaux sont également les mêmes, l'échantillon est bon conducteur et de faible épaisseur.

La méthode d'identification utilisée est celle de Parker avec une correction du temps de demi-montée par celui du flash (1,95 ms).

Sur trois expérimentations, la valeur moyenne de la diffusivité thermique obtenue par cette méthode est :

$$\overline{a} = 6{,}06.10^{-5} \pm 0{,}15.10^{-5}\ m^2.s^{-1}$$

Soit un très bon accord entre les deux types d'expérimentation. Ceci permet de valider notre méthode d'identification de la diffusivité thermique de plaque en

mouvement.

4.5. INFLUENCE DE LA VITESSE

Pour le même échantillon, les conditions expérimentales sur la vitesse de déplacement sont modifiées. Le tableau 5 rassemble les résultats obtenus pour trois périodes de rotation différentes.

Période (s)	Diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)	Ecart type ($m^2.s^{-1}$)	Coefficient de pertes (s^{-1})
0,401	$6,07.10^{-5}$	$3,50.10^{-6}$	0,015
0,2675	$5,67.10^{-5}$	$1,42.10^{-6}$	0,022
0,13375	$5,90.10^{-5}$	$8,33.10^{-7}$	0,026

Tableau 5 : Influence de la vitesse de déplacement

La valeur du coefficient de pertes est la valeur asymptotique atteinte, où la dernière valeur obtenue en fonction du temps s'il n'existe pas de valeur asymptotique.

Les figures 15 et 16 présentent les deux paramètres identifiés : a la diffusivité thermique et H le coefficient de pertes, dans le cas d'une période de rotation de 133,75 ms. La vitesse linéaire en surface externe du cylindre vaut alors 2,35 $m.s^{-1}$.

Notons que l'écart type sur la diffusivité thermique diminue lorsque la vitesse linéaire de déplacement augmente. Le cas limite de la plaque immobile vue par une caméra infrarouge dont la vitesse des prismes est supposée infinie, est l'hypothèse majeure sur laquelle repose l'identification des paramètres a et H. Lorsque la vitesse augmente, nous nous rapprochons du cas limite. Au vu des courbes des figures 15 et 16, nous pouvons supposer que les valeurs asymptotiques représentent les deux grandeurs a et H.

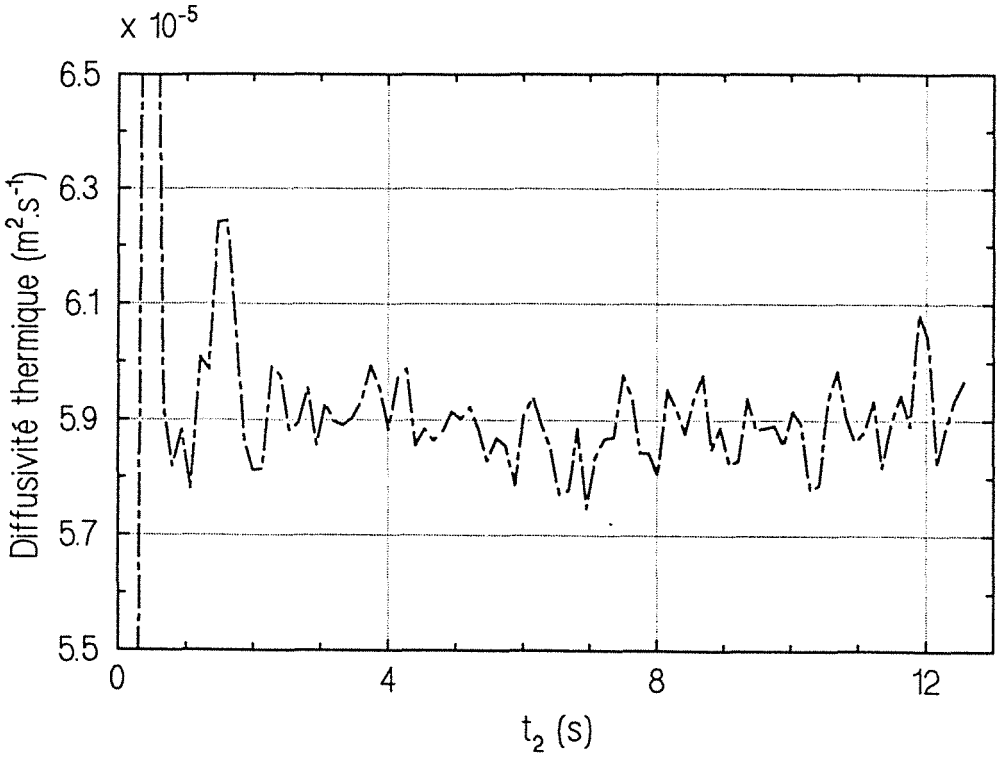


Figure 15 : Identification de la diffusivité thermique, V = 2,35 m.s^{-1}

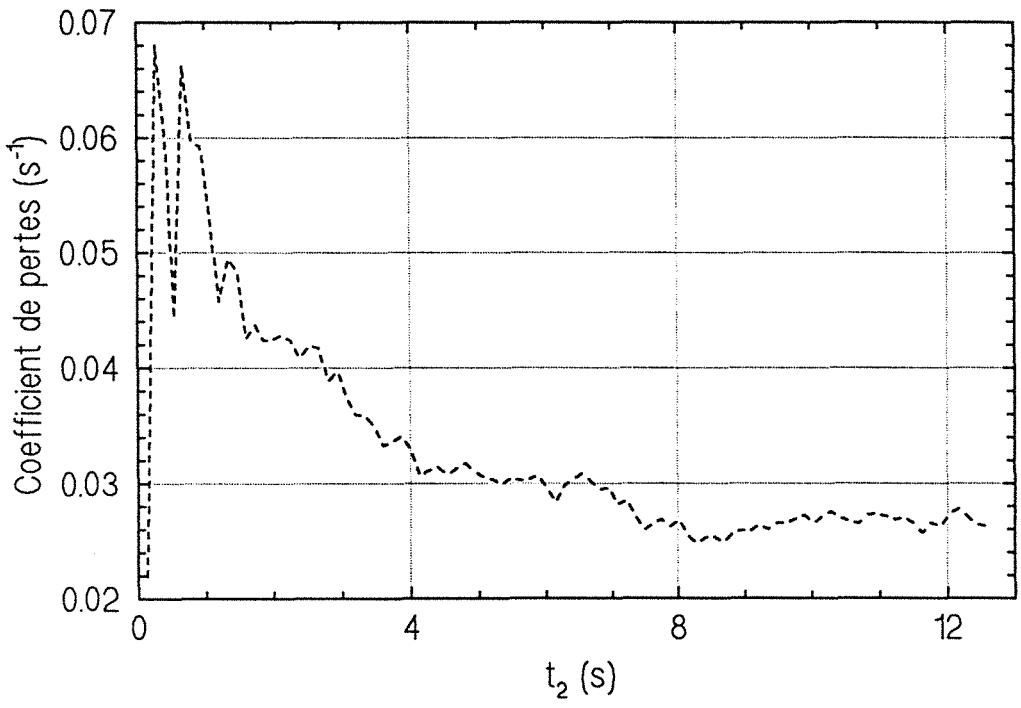


Figure 16 : Identification du coefficient de pertes, V = 2,35 m.s^{-1}

CONCLUSION

Les résultats expérimentaux obtenus sur un cylindre en rotation nous ont démontré la faisabilité de la méthode d'identification que nous avons développée. La valeur de la diffusivité thermique identifiée pour un cylindre métallique en rotation, est confirmée par celle obtenue sur le même échantillon par une méthode flash monodimensionnelle classique.

L'identification de la diffusivité thermique repose sur l'application aux plaques en translation, de la méthode développée pour des plaques immobiles. L'hypothèse la plus restrictive est alors la parfaite connaissance de la vitesse de déplacement de la plaque. De ce point de vue, le montage expérimental a permis d'améliorer cette connaissance. Il est en effet plus facile d'identifier avec précision une période de rotation qu'une vitesse de translation. De plus, les variations périodiques du signal avant le flash qui peuvent sembler importantes, nous ont en fait été très utiles pour l'identification de la vitesse de rotation.

La précision exigée sur la vitesse de rotation (< 0,2 %), rend difficile l'expérimentation. Il faut à la fois, un signal avec un bruit de mesure minimum pour une bonne identification de la diffusivité thermique, et un signal avec des variations périodiques prononcées afin d'identifier avec le maximum de précision la vitesse de rotation du cylindre. Sur l'expérience présentée, la précision sur la vitesse de déplacement est estimée à $6{,}3.10^{-2}$ %, et la précision sur la diffusivité thermique moyenne identifiée est seulement de 7,1 %.

Malgré les difficultés surmontées, la difficulté de la mesure simultanée de la vitesse de rotation et de la diffusivité thermique par deux techniques cependant différentes, limite fortement les possibilités d'application de cette méthode au cas industriel.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

1. CONCLUSION

Au cours de ce travail, nous nous sommes attachés à l'étude théorique et expérimentale de la diffusivité thermique longitudinale d'une plaque en mouvement.

Une première partie consiste en un retour à l'étude de la mesure de la diffusivité thermique longitudinale d'une plaque immobile visualisée par une caméra infrarouge. L'utilisation des transformations intégrales permet de simplifier la méthode d'identification des deux paramètres : diffusivité thermique longitudinale et coefficient de pertes. Un des avantages de la méthode d'identification développée est son indépendance vis-à-vis de la forme spatiale de l'excitation thermique. Le montage expérimental s'en trouve alors simplifié.

L'utilisation d'une caméra infrarouge permet d'obtenir, en une seule manipulation, une très grande quantité d'informations. Un traitement statistique à l'aide du théorème de GAUSS-MARKOV permet de diminuer l'écart type expérimental sur les estimateurs des deux paramètres identifiés. Le principal défaut qu'est le manque de précision sur les mesures par caméra infrarouge, est ainsi contourné.

Cependant, l'estimateur optimal reste très proche de la valeur moyenne des paramètres. Les principales hypothèses sur lesquelles repose l'évaluation de cet estimateur ne sont peut-être pas toutes vérifiées. Notamment en ce qui concerne l'hypothèse de mesures sans biais, ou l'absence d'erreur systématique. La valeur de l'écart type sur l'estimateur optimal reste donc théorique.

L'expérience est menée sur deux échantillons, l'un métallique bon conducteur de la chaleur et isotrope, l'autre isolant et anisotrope. Afin de valider nos résultats, d'autres méthodes de mesure expérimentale de la diffusivité

thermique sont appliquées à ces deux échantillons. Pour l'échantillon métallique, il s'agit de la méthode flash monodimensionnelle classique. Pour l'échantillon isolant anisotrope, les résultats publiés par LACHI sont comparés à ceux que nous avons obtenus, l'échantillon étant strictement le même. La concordance entre les valeurs de la diffusivité thermique longitudinale obtenues par les deux méthodes, valide notre méthode d'identification.

L'analogie entre les deux configurations : plaque fixe visualisée par une caméra infrarouge (capteur mobile) et plaque mobile vue par un capteur fixe, est étudiée théoriquement. Les principales hypothèses restrictives à l'analogie sont : faible nombre de Biot, grande vitesse de déplacement de la plaque.

La seconde partie s'est attachée à présenter l'étude théorique et expérimentale de la mesure de la diffusivité thermique longitudinale d'une plaque en mouvement. L'analogie entre les deux configurations permet l'utilisation de la même fonction d'identification des deux paramètres que celle développée dans la première partie. Le troisième paramètre qu'est la vitesse de déplacement de la plaque est supposé connu de façon exacte.

Le dispositif expérimental est là aussi très simplifié par l'utilisation des transformations intégrales. Afin d'obtenir le maximum de données, un cylindre creux en rotation a été utilisé à la place d'une plaque mince en translation.

La vitesse de rotation du cylindre est identifiée sur le signal expérimental avant le flash. La grande précision sur la vitesse de déplacement nécessaire à une identification correcte de la diffusivité thermique, nous contraint à restreindre la partie utile du signal. Ainsi le traitement statistique des données expérimentales ne peut pas être mené pour cette configuration. De plus, l'erreur sur la vitesse se traduit par une erreur systématique sur l'estimateur optimal, erreur systématique qu'expérimentalement nous ne pouvons pas identifiée.

La méthode d'identification est validée pour plusieurs vitesses de rotation sur un échantillon métallique de faible épaisseur.

2. PERSPECTIVES

La validation expérimentale de la méthode sur d'autres échantillons en mouvement (cylindre en PVC, milieu hétérogène, matériau composite, ...) permettrait d'élargir les limites expérimentales de la méthode. L'expérience sur

d'autres types d'échantillon tels que les roulements à bille, les multicouches par exemple, peut présenter un intérêt industriel direct.

Le problème majeur reste l'identification précise de la vitesse de déplacement de l'échantillon. Il serait peut-être intéressant d'envisager une mesure de la vitesse de déplacement par une autre méthode que celle reposant sur la mesure thermique des variations périodiques du signal avant le flash. Ce qui permettrait pour les échantillons isolants par exemple, de commencer l'acquisition des données après le déclenchement du flash.

Une autre possibilité envisageable, serait de trouver une fonction d'identification de la diffusivité thermique, de préférence analytique, intrinsèquement indépendante de la vitesse de déplacement de l'échantillon.

L'apparition des caméras matricielles plus rapides nous ouvre des perspectives dans un avenir relativement proche. Une vitesse plus rapide d'acquisition permettrait dans la première configuration, l'identification de la diffusivité thermique dans le sens transversal (sens de l'épaisseur), simultanément à l'identification de la diffusivité thermique dans le sens longitudinal.

La caractérisation de matériaux à haute température est possible avec notre méthode, nous pouvons alors envisager d'utiliser une caméra CCD, moins couteuse puisque le rayonnement devient visible.

ANNEXES

ANNEXE 1

ANNEXE 1

Calcul analytique du champ de température

Plaques immobiles

La température dans l'espace de Laplace-Fourier s'écrit :

$$\theta(\alpha,\beta,z,p) = \frac{(\lambda_z \gamma\, ch(\gamma(e-z)) + h\, sh(\gamma(e-z)))\, G(\alpha,\beta)\, F(p)}{2\, h\, \lambda_z \gamma\, ch(\gamma e) + ((\lambda_z \gamma)^2 + h^2)\, sh(\gamma e)} = G(\alpha,\beta)\, F(p)\, \frac{N(\gamma)}{D(\gamma)}$$

où N et D sont des fonctions de la variable γ :

$$\gamma = \sqrt{\frac{p}{a_z} + \left(\frac{\lambda_x}{\lambda_z}\right)\alpha^2 + \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_z}\right)\beta^2}$$

La première étape du retour dans l'espace réel est la décomposition en pôles simples sur le plan complexe de la fraction rationnelle :

$$\frac{N(\gamma)}{D(\gamma)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{A_n}{\gamma - \gamma_n}$$

avec γ_n pôle simple solution de $D(\gamma) = 0$. Soit :

$$th(\gamma e) = -\frac{2\, Bi\, \gamma e}{(\gamma e)^2 + Bi^2}$$

En posant $\gamma = 2\, i\, \nu / e$ avec $i^2 = -1$, nous obtenons :

$$tg(2\nu) = \frac{4\, Bi\, \nu}{(2\nu)^2 - Bi^2}$$

Ou encore :

$$\frac{Bi}{2} - \nu \, tg\nu = 0 \quad \text{et} \quad \frac{Bi}{2} + \nu \, cotg\nu = 0$$

La résolution de ces deux équations transcendantes par une méthode de Newton nous donne les grandeurs ν_n.

Les coefficients A_n sont alors donnés par :

$$A_n = \frac{N(\nu_n)}{D'(\nu_n)} = \frac{i}{\lambda_z} \left(\frac{2\nu_n \cos(2\nu_n(1 - \frac{z}{e})) + Bi \sin(2\nu_n(1 - \frac{z}{e}))}{- 4\nu_n (1 + Bi) \sin(2\nu_n) - (4\nu_n^2 - Bi^2 - 2Bi) \cos(2\nu_n)} \right)$$

La forme de la densité de flux de chaleur absorbée en face avant de l'échantillon est par hypothèse, un Dirac de flux temporel à l'instant t = 0 et spatialement uniforme sur une bande de longueur $\beta_2 - \beta_1$ et de largeur l (la largeur de l'échantillon) :

$$\Phi(x,y,t) = \delta(t)\, g(x,y) \quad \text{avec} \quad g(x,y) = q \;\forall\, y \text{ et } x \in [\beta_1 ; \beta_2]$$

$$= 0 \;\forall\, y \text{ et } x \notin [\beta_1 ; \beta_2]$$

où q est la quantité de chaleur surfacique, $\delta(t)$ Dirac à l'instant t = 0.

La transformée de Laplace de $\delta(t)$ vaut 1, la double transformée de Fourier en cosinus sur les variables d'espace x et y de g(x,y) s'écrit :

$$G(\alpha,\beta) = \begin{cases} q\,l\,(\beta_2 - \beta_1) & \beta = 0 \quad \alpha = 0 \\ q\,l \dfrac{\sin(\alpha\beta_2) - \sin(\alpha\beta_1)}{\alpha} & \beta = 0 \quad \forall\, \alpha > 0 \\ 0 & \forall\, \beta > 0 \quad \forall\, \alpha > 0 \end{cases}$$

La transformée de Fourier inverse de $\theta(\alpha,\beta,z,p)$ s'écrit alors :

$$\tau(x,y,z,p) = \frac{1}{Ll} \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n \, G(\alpha_n,0) \, \mathcal{F}(z,p+a_x\alpha_n^2) \cos(\alpha_n x)$$

où $\xi_n = 1$ pour $n = 0$

$= 2$ pour $n > 0$

$$\mathcal{F}(z,p+a_x\alpha_n^2) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2\gamma_n A_n}{\gamma^2 - \gamma_n^2}$$

La variable de Laplace p n'apparait que dans le groupement $p+a_x\alpha_n^2$. Les propriétés de translation dans l'espace de Laplace sont utilisées pour le retour dans l'espace spatio-temporel ainsi que les conditions de parité sur A_n et ν_n :

$$T^*(x,z,t) = \frac{q}{\rho ce}\left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{L} + \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\alpha_n\beta_2) - \sin(\alpha_n\beta_1)}{\alpha_n}\cos(\alpha_n x)\exp(-a_x\alpha_n^2 t)\right) \cdot$$

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\nu_n\ (\ 2\nu_n\cos(2\nu_n(1-\frac{z}{e})) + Bi\sin(2\nu_n(1-\frac{z}{e}))\ )}{4\nu_n(1+Bi)\sin(2\nu_n) + (4\nu_n^2 - Bi^2 - 2Bi)\cos(2\nu_n)}\exp(-a_z\left(\frac{2\nu_n}{e}\right)^2 t)\right)$$

Nous remarquons que la série en z est de forme différente de celle obtenue classiquement par séparation de variables (voir annexe 5); les deux séries sont néanmoins strictement identiques terme à terme.

Annexe 1

ANNEXE 2

ANNEXE 2

Principe de la transformation de Fourier numérique (Fast Fourier Transform FFT)

1. DEFINITION

La transformée de Fourier directe F(α) de la fonction f(t) s'écrit :

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{-2i\pi\alpha t}\, dt \qquad \text{avec} \quad i^2 = -1$$

La transformée de Fourier inverse s'écrit :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha)\, e^{2i\pi\alpha t}\, d\alpha$$

Ces transformations sont valables pour des fonctions f(t) à énergie totale finie, c'est-à-dire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)\, dt \; < \infty$$

2. TRANSFORMEE DE FOURIER DES SIGNAUX PERIODIQUES

Considérons un signal périodique de période T sur]-∞;+∞[. Ce signal n'est pas à énergie totale finie, et n'a donc pas théoriquement de transformée de Fourier. La fonction périodique f(t) peut se décomposer en série de Fourier :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \, e^{\frac{2i\pi n}{T} t}$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{(T)} f(t) \, e^{-\frac{2i\pi n}{T} t} \, dt$$

La transformée de Fourier directe de $e^{\frac{2i\pi n}{T} t}$ est la fonction impulsion de Dirac $\delta(\alpha - \frac{n}{T})$. Ainsi, la transformée de Fourier directe d'un signal périodique de période T est une suite de fonction impulsions de Dirac de poids A_n aux fréquences $\frac{n}{T}$:

$$F(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \, \delta(\alpha - \frac{n}{T})$$

3. TRANSFORMEE DE FOURIER NUMERIQUE

Nous considérons un signal f(t) sur un intervalle de temps fini T. Pour calculer une estimation de la transformée de Fourier d'un tel signal sur T, le signal est considéré comme périodique de période T. Ceci nécessite le calcul des coefficients A_n.

Le calcul de l'intégrale est effectué numériquement en échantillonnant f(t) en N points sur l'intervalle de longueur T :

$$A_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f\left(\frac{kT}{N}\right) e^{-2i\pi n \frac{k}{N}}$$

Remarques :

- A_n est périodique de période N
- $A_{-n} = \overset{*}{A_n}$ le conjugué de A_n
- Le théorème de Shannon doit être vérifié : la fréquence minimale d'échantillonnage ν_e du signal doit être au moins égale à deux fois la fréquence de coupure du signal échantillonné :

$$\nu_e \geq 2\,\nu_{max}$$

Si ces trois remarques sont vérifiées et si N est une puissance de 2, $N = 2^m$, les conditions de périodicité et de parité sur les coefficients A_n permettent d'écrire :

$$N\,\overset{*}{A_n} = X_0^m$$

avec :

$$X_k^0 = f\left(\frac{kT}{N}\right)$$

$$X_k^J = X_k^{J-1} + X_{k+N/2^J}^{J-1}\; e^{i\pi\frac{n}{2^{J-1}}}$$

$$X_k^m = X_k^{m-1} + X_{k+1}^{m-1}\; e^{i\pi\frac{n}{2^{m-1}}}$$

L'algorithme de FFT permet de réduire de N^2 à $\frac{N}{2}\log_2(N)$ le nombre de calculs à effectuer pour le calcul des N coefficients A_n.

4. UTILISATION DE LA FFT POUR L'INVERSION NUMERIQUE D'UNE TRANSFORMEE DE LAPLACE

La fonction f(t) est nulle pour $t < 0$. La transformée de Laplace L(p) de f(t) s'écrit :

Nous pouvons théoriquement retrouver f(t) à partir de sa transformée de Fourier F(p) par la transformation inverse de Mellin-Fourier :

$$f(t) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\varepsilon - i\infty}^{\varepsilon + i\infty} F(p)\, e^{pt}\, dp$$

avec $p = \varepsilon + i\,\omega$

$$f(t) = \frac{e^{\varepsilon t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\varepsilon + i\,\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega$$

Si $\varepsilon = 0$ (tous les pôles de F(p) sont à gauche de l'origine), nous avons :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(2i\pi\alpha)\, e^{2i\pi\alpha t}\, d\alpha$$

f(t) est la transformée de Fourier inverse de $F(2i\pi\alpha)$, $F(2i\pi\alpha)$ étant la transformée de Laplace de f(t) dans laquelle $p = 2i\pi\alpha$.
Nous pouvons donc utiliser la FFT pour inverser numériquement une transformée de Laplace.

ANNEXE 3

ANNEXE 3

Principe d'une mesure par caméra infrarouge

Le signal délivré par la caméra infrarouge est proportionnel au flux photonique issu de l'objet via l'atmosphère et perturbé par l'environnement. Le rayonnement φ_{po}' reçu peut s'écrire [59] :

$$\varphi_{po}' = \tau_o \varepsilon_o \varphi_{po} + \tau_o (1-\varepsilon_o) \varphi_{pa} + (1-\tau_o) \varphi_{patm}$$

où τ_o : coefficient de transmission de l'atmosphère

ε_o : émissivité de l'échantillon observé (considéré comme gris et opaque)

φ_{po} : flux photonique en provenance de l'échantillon assimilé à un corps noir

φ_{pa} : flux photonique issu du milieu ambiant assimilé à un corps noir

φ_{patm} : flux photonique en provenance de l'atmosphère

Le signal en unité thermique de corps noir I est proportionnel au flux photonique φ_p. Ainsi :

$$I_o' = \tau_o \varepsilon_o I_o + \tau_o (1-\varepsilon_o) I_a + (1-\tau_o) I_{atm}$$

La constante de proportionnalité est déterminée expérimentalement pour un appareil donné à l'aide des courbes d'étalonnage de la caméra établies en visant un corps noir à température fixée.

Si on considère que le coefficient de transmission de l'atmosphère τ_o est égal à 1 (ce qui est le cas pour des distances caméra - échantillon de l'ordre du mètre et pour un environnement "propre" exempt de fumée ou gaz très absorbant), cette relation peut être simplifiée :

$$I_o' = \varepsilon_o I_o + (1-\varepsilon_o) I_a$$

Cette relation montre l'importance de l'émissivité de l'objet visé et de la température ambiante. De plus, elle permet d'effectuer une mesure absolue de la température T (en Kelvin) de l'objet à partir de la courbe d'étalonnage :

$$I_o = \frac{A}{\exp(B/T) - 1}$$

où A et B sont des constantes d'étalonnage dépendant en particulier de la caméra, de l'objectif utilisé, de l'ouverture du diaphragme, de la présence ou non d'un filtre (un étalonnage annuel de la caméra est effectué chez AGEMA).

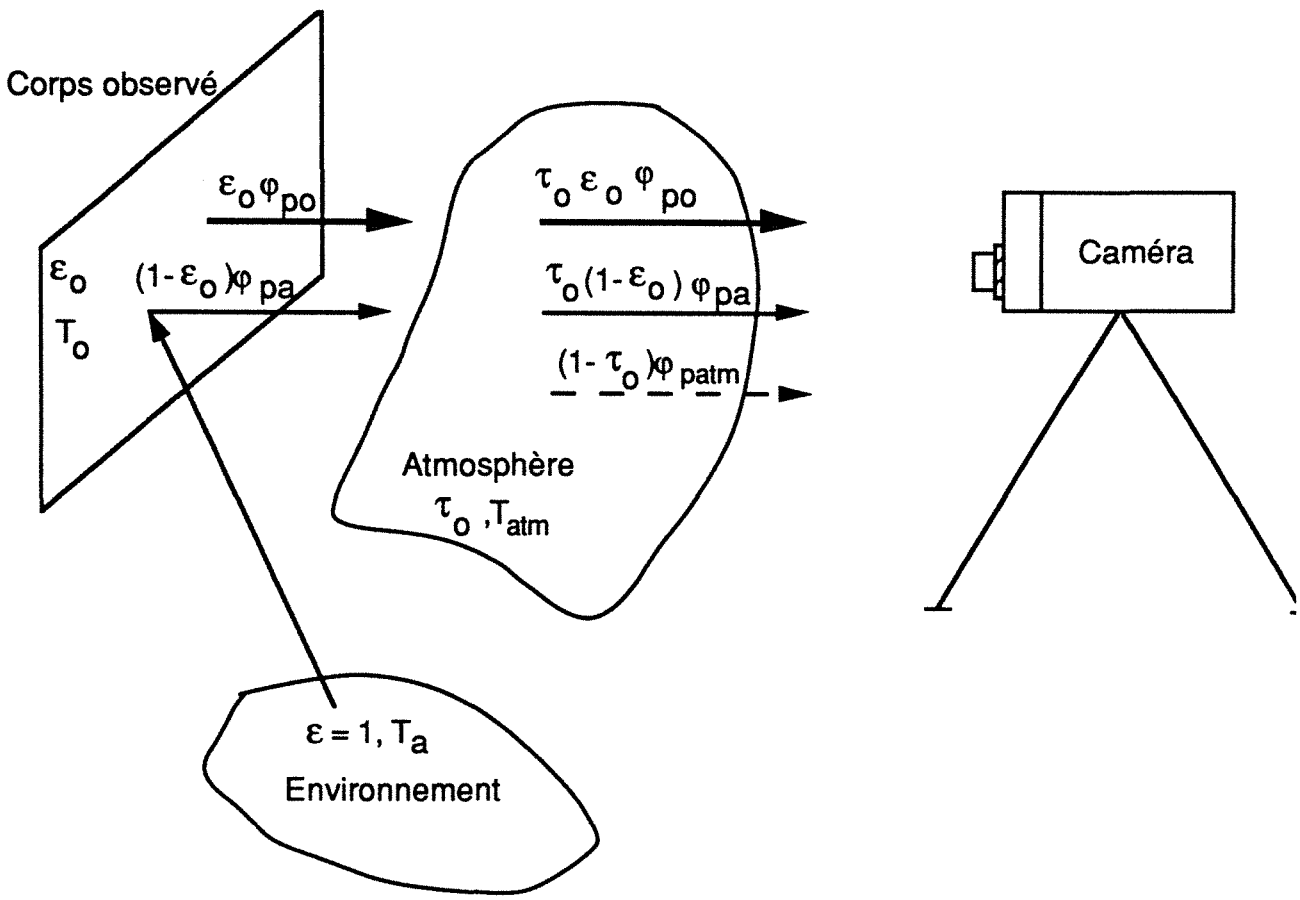


Figure 1 : Schéma de principe de la thermographie

ANNEXE 4

ANNEXE 4

Principe de la mesure par méthode flash monodimensionnelle

1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le principe général est le suivant : la face avant d'un échantillon cylindrique est soumise à une impulsion thermique brève et l'évolution temporelle de la température de la face arrière est enregistrée. La figure 1 représente le dispositif expérimental.

Il est composé :

- d'une source : trois tubes à éclats sont alimentés par une batterie de condensateurs. La densité de flux est de l'ordre de 3 Joules par cm^2 sur la face avant de l'échantillon.
- d'une enceinte à double paroi
- d'un bloc détecteur de température de la face arrière (figure 2). Il s'agit de deux doigts de cuivre sur lesquels sont brasés des pastilles semi-conductrices de tellurure de bismuth. Ces pastilles sont appliquées contre la face arrière conductrice de l'échantillon à l'aide de ressorts.

Les caractéristiques physiques sont les suivantes :

- un pouvoir thermoélectrique très élevé : de l'ordre de 400 $\mu V.K^{-1}$ pour les températures considérées
- une faible conductivité thermique (0,9 $W.m^{-1}.K^{-1}$) permettant une bonne précision pour les mesures de température de surface
- un temps de réponse très faible : environ 100 μs
- d'un dispositif d'enregistrement : le signal issu des doigts de mesure est amplifié et enregistré sur un oscilloscope à mémoire.

2. ECHANTILLON

L'échantillon est une plaque de forme cylindrique de faible épaisseur, découpé dans le même matériau que la plaque parallélépipèdique étudiée.

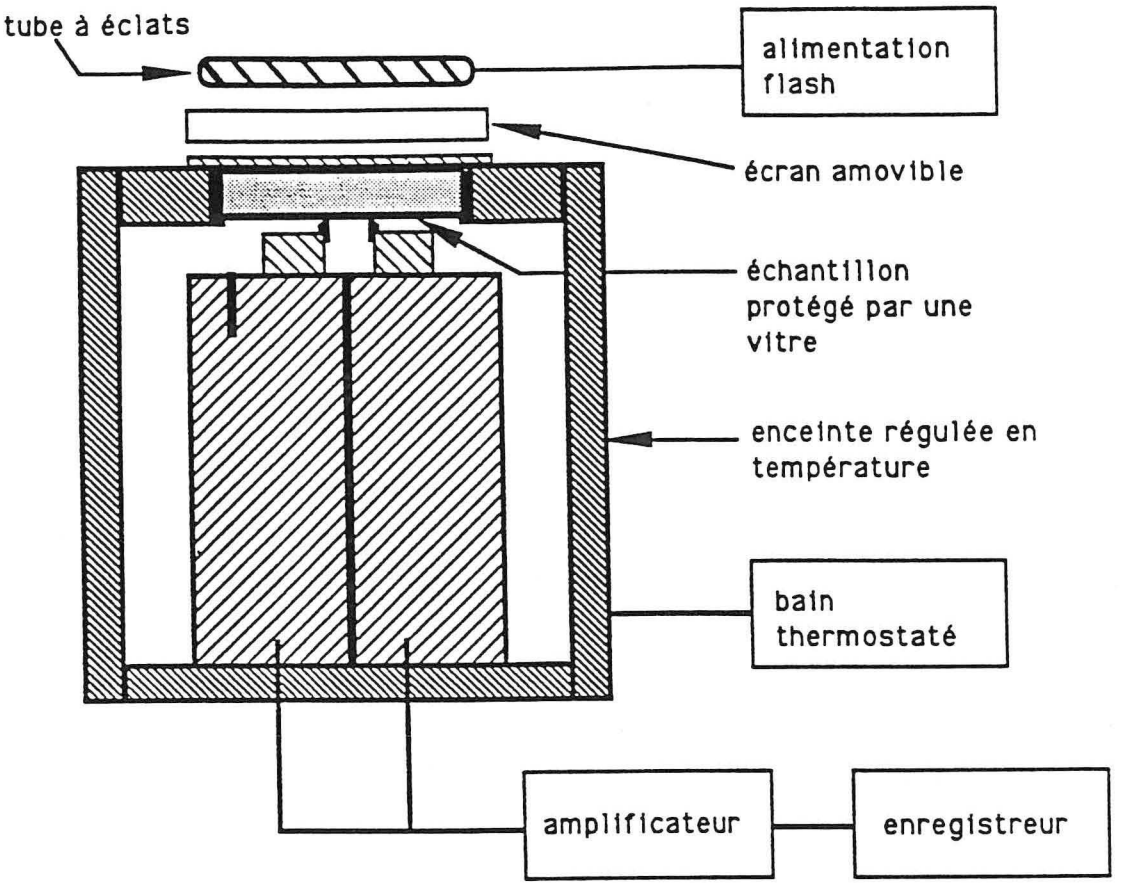


Figure 1 : Dispositif expérimental
Manipulation Flash monodimensionnelle

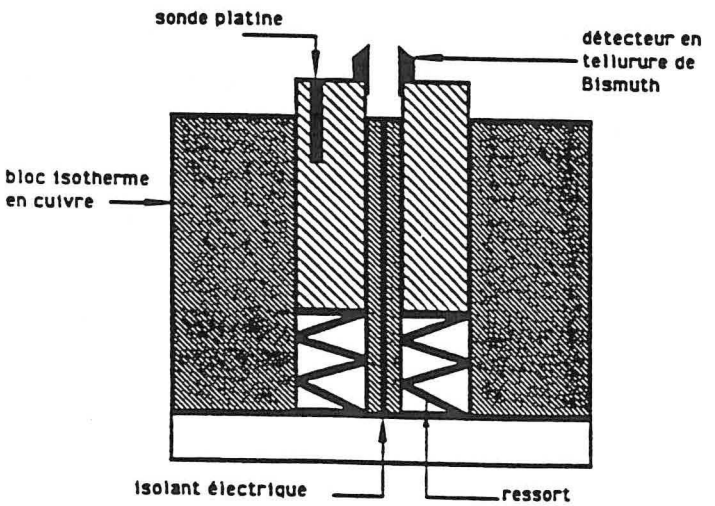


Figure 2 : Bloc détecteur de température

ANNEXE 5

ANNEXE 5

Calcul analytique de la température

Plaques en mouvement

La température dans l'espace transformé suit l'équation générale :

$$a\frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(p + s^2\ a + \alpha_n^2\ a\right)\psi + \frac{g(x)F(p)\exp(-sx)}{\lambda} = 0$$

avec les conditions aux limites :

$\psi(x,\alpha_n,p)$ de comportement asymptotique $\exp(-sx)$ quand $x \to \pm\infty$

La fonction de Green G associée à ce système obéit à la relation (voir [1] pour un exposé rapide ou [2] pour un exposé plus complet) :

$$\frac{d^2G}{dx^2} - \gamma^2 G + \delta(x-x') = 0$$

$$\gamma^2 = \frac{p}{a} + s^2 + \alpha_n^2$$

α_n solution de l'équation transcendante $\quad tg(\alpha_n e) = \dfrac{2\ Bi\ \alpha_n e}{(\alpha_n e)^2 - Bi^2}$

Soit :

$$G(x,x') = \begin{cases} \dfrac{\exp(\gamma(x-x'))}{2\gamma} & x < x' \\ \dfrac{\exp(-\gamma(x-x'))}{2\gamma} & x > x' \end{cases}$$

Annexe 5

Pour une excitation de forme g(x) quelconque, la température dans l'espace transformé s'écrit :

$$\theta(x,\alpha_n,p) = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} G(x,x')\, g(x')\, F(p)\, \exp(-sx')\, dx'$$

Si

$$g(x') = \begin{cases} q & x' \in [\beta_1,\beta_2] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

on obtient alors :

$$\psi(x,\alpha_n,p) = \frac{q\,F(p)}{2\gamma\lambda} \cdot$$

$$\begin{cases} \dfrac{\exp(\gamma x)}{\gamma+s}\left(\exp(-(\gamma+s)\beta_1) - \exp(-(\gamma+s)\beta_2)\right) & x < \beta_1 \\ \dfrac{\exp(-\gamma x)}{\gamma-s}\left(\exp((\gamma-s)x) - \exp((\gamma-s)\beta_1)\right) - \dfrac{\exp(\gamma x)}{\gamma+s}\left(\exp(-(\gamma+s)\beta_2) - \exp(-(\gamma+s)x)\right) & x \in [\beta_1,\beta_2] \\ \dfrac{\exp(-\gamma x)}{\gamma-s}\left(\exp((\gamma-s)\beta_2) - \exp((\gamma-s)\beta_1)\right) & x > \beta_2 \end{cases}$$

La transformation inverse de $\theta(x,\alpha_n,p)$ s'écrit :

$$\tau^*(x,z,p) = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\cos(\alpha_n z) + \frac{Bi}{\alpha_n e}\sin(\alpha_n z)\right) \frac{\psi(x,\alpha_n,p)}{N_n}$$

où N_n est la norme définie par :

$$N_n = \int_0^e \left(\cos(\alpha_n z) + \frac{Bi}{\alpha_n e}\sin(\alpha_n z)\right)^2 dz$$

La température dans l'espace de Laplace s'écrit :

$$\tau(x,z,p) = \exp(s\,x)\,\tau^*(x,z,p)$$

Le retour dans l'espace réel se fait analytiquement par transformation inverse de Laplace sur la fonction $\tau(x,z,p)$. Les fonctions de la variable p intervenant dans l'expression de $\tau(x,z,p)$ sont tabulées [3].

La température dans le repère fixe du laboratoire est alors :

$$T^*(x,z,t) = \frac{q}{\rho c\, e} \cdot \left(\operatorname{erf}\left(\frac{Vt+\beta_2-x}{2\sqrt{a_x t}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{Vt+\beta_1-x}{2\sqrt{a_x t}}\right)\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\alpha_n z) + \frac{Bi}{\alpha_n e}\sin(\alpha_n z)}{1 + \left(\frac{Bi}{\alpha_n e}\right)^2 + 2\frac{Bi}{(\alpha_n e)^2}} \exp(-a\alpha_n^2 t)$$

Ces résultats ont aussi été obtenus par transformation de Laplace en temps et de Fourier en x. Le retour dans l'espace réel se fait alors par intégration dans le plan complexe [4].

[1] CHOSSAT M.
Aide-Mémoire de Mathématiques de l'Ingénieur.
Dunod, 2nd édition (1977)

[2] BECK J.V., COLE K.D., HAJI-SHEIKH A., LITKOUHI B.
Heat Conduction Using Green's Functions.
Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publishing Corporation (1992)

[3] ABRAMOWITZ M.A., STEGUN I.A.
Handboock of Mathematical Functions.

[4] EVANS D.V., RILEY D.S.
The Solution of some Diffusion Problems by Fourier Transform Methods.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, n° 9, pp 1339-1347 (1986)

ANNEXE 6

ANNEXE 6

Calcul analytique du champ de température

Cylindre en rotation

L'équation différentielle aux dérivées partielles régissant le transfert conductif dans un cylindre en rotation est dans le repère mobile lié au cylindre :

$$\lambda\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1)$$

où λ est la conductivité thermique du milieu et ρc est la chaleur volumique de ce même milieu.

Les conditions aux limites sont :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = h\,(T - T_\infty) - \varphi\,(\theta,t) \qquad r = r_e \qquad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = h\,(T - T_\infty) \qquad r = r_i \qquad (3)$$

Auquelles s'ajoute la condition initiale :

$$T = T_\infty \qquad t = 0 \qquad (4)$$

ainsi que les conditions de périodicité :

$$T(r,\theta,t) = T(r,\theta + 2\pi,t)$$

$$\frac{\partial T(r,\theta,t)}{\partial \theta} = \frac{\partial T(r,\theta + 2\pi,t)}{\partial \theta}$$

La densité de flux de chaleur dans le repère fixe du laboratoire est supposé séparable en espace et en temps :

$$\Phi(\phi,t) = g(\phi)\,\delta(t)$$

où $\delta(t)$ est une distribution de Dirac à l'instant initial et $g(\phi)$ est une fonction de la variable ϕ d'espace telle que :

$$\begin{cases} g(\phi) = q & \phi_1 < \phi < \phi_2 \\ g(\phi) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Soit dans le repère mobile lié au cylindre en rotation :

$$\begin{cases} g(\theta,t) = q & \phi_1 - \omega\, t < \theta < \phi_2 - \omega\, t \\ g(\theta,t) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Le système (1) - (4) est résolu après changement de variable :

$$T^*(r,\theta,t) = T(r,\theta,t) - T_\infty$$

par les fonctions de Green. La température du cylindre en fonction des variables d'espace r et θ et de la variable temps t dans le repère fixe du laboratoire s'écrit :

$$T^*(r,\theta,t) = \frac{q}{\rho c r_e} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\exp\left(-\alpha_{m0}^2 \frac{at}{r_e^2}\right)}{2\pi\, N_0(\alpha_{m0})} (\phi_2 - \phi_1)\, R_o(\alpha_{m0},r)\, R_o(\alpha_{m0},r_e) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp\left(-\alpha_{mn}^2 \frac{at}{r_e^2}\right)}{\pi\, N_n(\alpha_{mn})} R_n(\alpha_{mn},r)\, R_n(\alpha_{mn},r_e) \frac{\sin\left(n(\theta - \omega\, t - \phi_1)\right) - \sin\left(n(\theta - \omega\, t - \phi_2)\right)}{n} \right)$$

α_{mn} est la racine positive de l'équation transcendante :

$$S_{mn}\, U_{mn} - V_{mn}\, W_{mn} = 0$$

avec :

$$S_{mn} = \alpha_{mn}\, Y'_n(\alpha_{mn}) + Bi\ Y_n(\alpha_{mn})$$

$$U_{mn} = \alpha_{mn}\, J'_n(\alpha_{mn}\frac{r_i}{r_e}) - Bi\, J_n(\alpha_{mn}\frac{r_i}{r_e})$$

$$V_{mn} = \alpha_{mn}\, J'_n(\alpha_{mn}) + Bi\, J_n(\alpha_{mn})$$

$$W_{mn} = \alpha_{mn}\, Y'_n(\alpha_{mn}\frac{r_i}{r_e}) - Bi\, Y_n(\alpha_{mn}\frac{r_i}{r_e})$$

avec J'_n et Y'_n les dérivées des fonctions de Bessel J_n et Y_n et Bi le nombre de Biot ($Bi = hr_e/\lambda$).
La fonction $R_n(\alpha_{mn},r)$ et la norme $N_n(\alpha_{mn})$ sont définies comme suit :

$$R_n(\alpha_{mn},r) = S_{mn}\, J_n(\alpha_{mn}\frac{r}{r_e}) - V_{mn}\, Y_n(\alpha_{mn}\frac{r}{r_e})$$

$$\frac{1}{N_n(\alpha_{mn})} = \frac{\pi^2}{2}\,\frac{\alpha_{mn}^2\, U_{mn}^2}{C_2\, U_{mn}^2 - C_1\, V_{mn}^2}$$

où :

$$C_1 = Bi^2 + \alpha_{mn}^2\left(1 - \left(\frac{n\, r_e}{\alpha_{mn}\, r_i}\right)^2\right)$$

$$C_2 = Bi^2 + \alpha_{mn}^2\left(1 - \left(\frac{n}{\alpha_{mn}}\right)^2\right)$$

Annexe 6

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] JAEGER J.C.
Some Problems Involving Line Sources in Conduction of Heat.
Philosophical Magazine, Vol. 35, Series 7, pp 169-179 (1944)

[2] ROSENTHAL D., CAMERON R.H.
Temperature Distribution in Cylinder Heated by Point Source Moving Along its Axis.
Transactions of the ASME, pp 961-968 (1947)

[3] DesRUISSEAUX N.R., ZERKLE R.D.
Temperature in Semi-Infinitive and Cylindrical Bodies Subjected to Moving Heat Sources and Surface Cooling.
J. Heat Transfer, pp 456-464 (1970)

[4] GECIM B., WINER W.O.
Steady Temperature in a Rotating Cylinder Subject to Surface Heating and Convective Cooling.
J. Tribology, Vol. 106, pp 120-127 (1984)

[5] PATULA E.J.
Steady-State Temperature Distribution in a Rotating Roll Subject to Surface Heat Fluxes and Convective Cooling.
J. Heat Transfer, Vol. 103, pp 36-41 (1981)

[6] TSENG A.A.
Finite-Difference Solutions for Heat Transfer in a Roll Rotating at High Speed.
Num. Heat Transfer, Vol. 7, pp 113-125 (1984)

[7] JALURIA Y., SINGH A.P.
Temperature Distribution in a Moving Material Subjected to Surface Energy Transfer.
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 41, pp 145-157 (1983)

[8] KANT R., DECKERT K.L.
Laser-Induced Heating of a Multilayered Medium Resting on a Half-space : Part 2 - Moving Source.
J. Heat Transfer, Vol. 113, pp 12-20 (1991)

[9] GHASEMI NEJHAD M.N., COPE R.D., GUCERI S.I.
Thermal Analysis of In-Situ Thermoplastic-Matrix Composite Filament Winding.
J. Heat Transfer, Vol. 113, pp 304-313 (1991)

[10] KNOPMAN D.S., VOSS C.I.
Behavior of Sensitivities in the One-dimensional Advection-Dispersion Equation : Implications for Parameter Estimation and Sampling Design.
Water Ressources Research, Vol. 23, n° 2, pp 253-272 (1987)

[11] LEIJ F.J., DANE J.H.
Analytical Solutions of the One-dimensional Advection Equation and Two- or Three-dimensional Dispersion Equation.
Water Ressources Research, Vol. 26, n° 7, pp 1475-1482 (1990)

[12] VAN GENUCHTEN M.TH., ALVES W.J.
Analytical Solutions of the One-dimensional Convective-Dispersive Solute Transport Equation.
Technical Bulletin - United States Department of Agriculture, Vol. 1661, pp 1-151 (1982)

[13] EVANS D.V., RILEY D.S.
The Solution of some Diffusion Problems by Fourier Transform Methods.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29, n° 9, pp 1339-1347 (1986)

[14] ULYSSE P., KHONSARI M.M.
Thermal Response of Rolling Components Under Mixed Boundary Conditions : an Analytical Approach.
J. Heat Transfer, Vol. 115, pp 857-864 (1993)

[15] KEREKES R.J.
A Simple Method for Determining the Thermal Conductivity and Contact Resistance of Paper.
TAPPI (USA), Vol. 63, n° 9, pp 137-140 (1980)

[16] GRUSS C., BALAGEAS D.
Theorical and Experimental Applications of the Flying Spot Camera.
QIRT92 - Eurotherm Series 27, pp 19-24, édition EETI, Paris (1992)

[17] LAPORTE T.
Mesure du Coefficient d'Echange Convectif par la Méthode Thermographique Infrarouge : "Flying spot" - Détection de Défauts Infinis Perpendiculaires par la Méthode du "Flying Spot".
Rapport de stage de fin d'études ENSEM effectué sous la direction de BALAGEAS D. à l'ONERA, Nancy (1992)

[18] DEGIOVANNI A.
Conductivité et Diffusivité Thermique des Solides.
Les Techniques de L'Ingénieur - Traité "Mesures et Contrôles", R2 850 (1994)

[19] ZHANG X., DEGIOVANNI A.
Mesure de l'Effusivité Thermique de Matériaux Solides et Homogènes par une Méthode de «Sonde» Plane.
J. Phys. III France, Vol. 3, pp 1243-1265 (1993)

[20] ZHANG X.
Métrologie Thermique par Méthode Quasi-stationnaire : Modélisation, Identification et Application à la Caractérisation de Solides.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1993)

[21] LEPOUTRE F.
Mesures Thermiques par les Méthodes Photothermiques.
Rev. Gen. Therm. Vol. 301, pp 8-14 (1987)

[22] FORT C., ROUX J.M., GUIDON M.
Détermination de Grandeurs Thermophysiques par Analyse des Thermogrammes Avant et Arrière d'un Echantillon Plan Soumis à un Flash.
Rencontre S.F.T. 88 "Les Aspects Thermiques de Matériaux", Limoges (1988)

[23] SKUMANICH A., DERSCH H., FATHALLAH M., AMER N.M.
A Contactless Method for Investigating the Thermal Properties of Thin Films.
Appl. Phys. A, Vol. 43, pp 297-300 (1987)

[24] PERETTI P., LOUIS G., MANGEOT B.
Influence Comparée des Modes Thermique et Acoustique dans l'Etude Photoacoustique des Cristaux Liquides.
Rev. Gen. Therm. Vol. 301, pp 59-62 (1987)

[25] HADISAROYO D.
Mesure de Diffusivité Thermique de Plaques Minces Conductrices ou Isolantes.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1993)

[26] HADISAROYO D., BATSALE J.C., DEGIOVANNI A.
Un Appareillage Simple pour la Mesure de la Diffusivité Thermique de Plaques Minces.
J. Phys. III France, Vol. 2, pp 111-128 (1992)

[27] HADISAROYO D., BATSALE J.C., DEGIOVANNI A.
Mesure de Diffusivité Thermique de Plaques Minces par Traitement d'Images Infrarouges.
Ecole de Printemps "Visualisation et Génie des Procédés", pp 45-47, Nancy, 25-27 Mai 1993.

[28] PARKER W.J., JENKINS R.J., BUTLER C.P., ABBOT G.L.
Flash Method for Determining Thermal Diffusivity, Heat Capacity and Thermal Conductivity.
J. Appl. Phys., Vol. 32, n° 9, pp 1679-1684 (1961)

[29] BALAGEAS D.
Mesure de la Diffusivité Thermique par la Méthode Flash.
Les Techniques de L'Ingénieur - Traité "Mesures et Contrôles", R2 955

[30] DEGIOVANNI A.
Correction de la Longueur d'Impulsion pour la Mesure de la Diffusivité Thermique par Méthode Flash.
Int. J. Heat Mass Transfert, Vol. 30, pp 2199-2200 (1987)

[31] SOIHILI Z., DEGIOVANNI A.
Influence de la Non-Linéarité dans la Mesure de la Diffusivité Thermique par la Méthode Flash.
Rev. Gen. Therm., Vol. 262, pp 649-661 (1983)

[32] LACHI M., DEGIOVANNI A.
Influence de l'Erreur de Mesure de Température de Surface par Thermocouple de Contact sur la Détermination de la Diffusivité Thermique par Méthode Flash.
J. Phys. III, France 2, pp 2247-2265 (Novembre 1992)

[33] DEGIOVANNI A.
Diffusivité et Méthode Flash.
Rev. Gen. Therm., Vol. 185, pp 420-442 (1977)

[34] DEGIOVANNI A., LAURENT M.
Une Nouvelle Technique d'Identification de la Diffusivité Thermique pour la Méthode Flash.
Rev. Phys. Appl., Vol. 21, pp 229-237 (1986)

[35] BALAGEAS D.
Nouvelle Méthode d'Interprétation des Thermogrammes pour la Détermination de la Diffusivité Thermique par la Méthode Impulsionnelle.
Rev. Phys. Appl., Vol. 17, pp 227-237 (1982)

[36] GOUNOT J., BATTAGLIA J.L.
Une Méthode d'Identification de Paramètres Thermiques par Moindres Carrés - Application à la Méthode Flash (Mesure de Diffusivité Thermique).
Journée S.F.T. "Propriétés Thermophysiques - Méthode Flash - Bilan des Moyens Français", Paris (19 Janvier 1994)

[37] LAURENT M., BOURRIQUEN B.
Résultats d'une Campagne de Comparaison des Méthodes Flash et Présentation d'un Projet de Norme Européenne.
Journée S.F.T. "Propriétés Thermophysiques - Méthode Flash - Bilan des Moyens Français", Paris (19 Janvier 1994)

[38] AZIZI S.
Conductivité Thermique des matériaux Poreux Humides : Mesure par Méthode Flash et Interprétation.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1988)

[39] ANDRE S.
Identification de la Diffusivité Phonique du Verre par Méthode Flash de 20°C à 500°C.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy, (1992)

[40] HOULBERT A.S.
Caractérisation Thermique des Parois Composites Opaques - Problèmes d'Homogénéisation.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1992)

[41] YIN-ZHANG X.
Détermination de Résistances Thermiques de Contact en Géométrie Cylindrique.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1993)

[42] MAILLET D.
Apport des Méthodes Analytiques à l'Identification de Paramètres et à la Conduction Inverse en Thermique.
Thèse de Doctorat d'Etat, INPL Nancy (1991)

[43] MAILLET D., HOULBERT A.S., DIDIERJEAN S., LAMINE A.S., DEGIOVANNI A.
Nondestructive Thermal Evaluation of Delaminations inside a Laminate,
Part I : Identification using the Measurment of aThermal Contrast,
Part II : The Experimental Laplace Transform Method.
Comp. Sci. and Tech. - Elsevier Appl. Sci., Vol. 47, n° 2, pp 137-172 (1992)

[44] BALAGEAS D., DEOM A., BOSCHER D.
Contrôle Non Destructif des Composites Carbone-Epoxy par Méthode Photothermique Impulsionnelle.
Rev. Gen. Therm., Vol. 301, pp 37-41 (1987)

[45] DONALDSON A.B., TAYLOR R.E.
Thermal Diffusivity Measurement by a Radial Heat Flow Method.
J. Appl. Phys., Vol. 46, n°10, pp 4584-4589 (1975)

[46] AMAZOUZ M., MOYNE C., DEGIOVANNI A.
Measurement of the Thermal Diffusivity of Anisotropic Materials.
High Temp. - High Press., Vol. 19, pp 37-41 (1987)

[47] LACHI M.
Détermination de Diffusivités Thermiques des Matériaux Composites par Méthode Flash Bidirectionnelle.
Thèse de Doctorat, INPL Nancy (1991)

[48] ENGUEHARD F., BOSCHER D., DEOM A., BALAGEAS D.
Mesure de la Diffusivité Thermique Radiale de Matériaux Anisotropes par la Technique Photothermique de l'Onde Convergente.
Congrès SFT, Nantes (16-17 Mai 1990)

[49] CARSLAW H.S., JAEGER J.C.
Conduction of Heat in Solids
Oxford Univ. Press, 2nd édition (1959)

[50] DEGIOVANNI A.
Conduction dans un "Mur" Multicouche avec Source : Extension de la Notion de Quadripôle.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, n°3, pp 553-557 (1988)

[51] BATSALE J.C., MAILLET D., DEGIOVANNI A.
Extension de la Méthode des Quadripôles Thermiques à l'Aide de Transformations Intégrales - Calcul du Transfert Thermique au travers d'un Défaut plan Bidimensionnel.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, n°1, pp 111-127 (1994)

[52] CHOSSAT M.
Aide-Mémoire de Mathématiques de l'Ingénieur.
Dunod, 2nd édition (1977)

[53] DEGIOVANNI A.
Systèmes Multicouches : Problèmes Liés à l'Homogénéisation des Caractéristiques Thermiques.
Rev. Gen. Therm., Vol. 339, pp. 117-128 (1990)

[54] HSU J.T., DRANOFF J.S.
Numerical Inversion of Certain Laplace Transforms by the Direct Application of Fast Fourier Transform (FFT) Algorithm.
Comput. Chem. Engng., Vol. 11, n° 2, pp 101-110 (1987)

[55] PRESS W.H., FLANNERY B.P., TEUKOLSKY S.A., VETTERLING W.T.
Numerical Recipes, The Art of the Scientific Computation.
Cambridge University Press

[56] BECK J.V., ARNOLD K.J.
Parameter Estimation in Engineering and Science.
Chapître 6, Section 6.1.7, Exemples 6.5.4 et 6.7.2
Wiley, New-York (1977)

[57] MAILLET D., ANDRE S., DEGIOVANNI A.
Les Erreurs sur la Diffusivité Thermique Mesurée par Méthode Flash : Confrontation Théorie - Expérience.
J. Phys. III, Vol. 3, pp 883-909 (1993)

[58] MAILLET D.
Estimation Paramètrique et Modèle Déterministe, Chapître 5.
Cours de 2ième année Statistique, ENSEM NANCY (1993)

[59] GAUSSORGUES G.
La Thermographie Infrarouge.
Technique et Documentation, Lavoisier, 2nd édition (1984)

[60] PAPINI F., GALLET P.
Thermographie Infrarouge - Image et Mesure.
Masson, Paris, 1ière édition (1994)

[61] MATLAB
User's Guide, The MathWorks, Inc - 21, Version 4.0, Eliot Street - South Natick, MA 01760 (1992)

[62] ANDERSON R.L.
Distribution of the Serial Correlation Coefficient.
Ann. Math. Stat., Vol. 13, pp 1-13 (1942)

[63] OZISIK M.N.
Heat Conduction.
Wiley - Interscience Publication (1980)

[64] REMY B., DEGIOVANNI A., MAILLET D.
Estimation d'un Coeffcient d'Echange par une Méthode Impulsionelle.
Int. J. Heat Mass Trans., à paraître

[65] SCHLICHTING H.
Boundary-Layer Theory.
McGraw-Hill Book Company, 7ième édition (1984)

Service Commun de la Documentation
INPL
Nancy-Brabois

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
Monsieur JARNY Y., Professeur, ISITEM Nantes,
Monsieur PAPINI F., Professeur, IUSTI Université Marseille.

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 5 4 5 0 1
VANDŒUVRE CEDEX

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Mademoiselle PHILIPPI Isabelle

à soutenir devant l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :
"Mesure sans contract de diffusivité thermique de plaques minces en mouvement uniforme".

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : **"MECANIQUE & ENERGETIQUE"**

Fait à Vandoeuvre le, **4 Octobre 1994**
Le Président de l'I.N.P.L.,
M. LUCIUS

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE NANCY

TEL. 33/83.59.59.59
FAX. 33/83.59.59.55

Mots-clés :

Diffusivité thermique - Plaques minces - Mouvement uniforme -
Caméra infrarouge - Traitement statistique - Mesure expérimentale

Résumé : La caractérisation thermophysique sans contact d'une plaque en mouvement présente un intérêt industriel (papeterie, sidérurgie, textile ...). Le peu de méthodes d'identification de paramètres existantes concerne le régime permanent, et le transfert thermique diffusif dans le sens de l'épaisseur (sens transversal). Nous proposons d'améliorer la précision de ces méthodes en nous plaçant dans un cas de transfert diffusif longitudinal et en régime transitoire (excitation flash). Ce travail passe par l'étude théorique et expérimentale des possibilités de mesure de diffusivité thermique longitudinale par traitement d'images infrarouges, sur des plaques immobiles. La résolution du problème à l'aide de transformations intégrales facilite le traitement statistique de la grande quantité d'informations obtenues, par application du théorème de Gauss-Markov. La nouvelle méthode mise au point est basée sur un dispositif expérimental très simplifié. Nous étudions ensuite dans quelles mesures la situation : plaque immobile vue par une caméra infrarouge (capteur mobile) est comparable à la situation : plaque mobile vue par un capteur fixe. Le point principal déduit de cette étude est que pour identifier correctement la diffusivité thermique, il faut connaître au préalable la vitesse de défilement avec précision. Un dispositif expérimental basé sur un cylindre creux en rotation et une mesure de température par un capteur fixe, permet de valider les hypothèses effectuées.

Abstract : Thermophysical characterization without contact of a moving plate is of industrial interest (paper industry, metallurgy, textile ...). The few available methods are under permanent state and transverse (thickness way) diffusive transfer assumption. The aim of this study is to improve the accuracy of such methods by considering longitudinal diffusive transfer and transient state (impulse excitation). One step of this work is then to study the theorical and experimental ways to measure longitudinal thermal diffusivity, on non-moving plates by use of an infrared-camera. Integral transform is a useful solution to do a statistical treatment of the great deal of data (application of the Gauss-Markov theorem). The new method proposed here needs only a very simple experimental device. The situation : non-moving plate measured by infrared-camera (moving sensor) is then compared to the situation : moving plate measured by non-moving sensor. The same estimation methods can be employed in the both situations if the velocity of the sensor/plate is before accurately determined. One experimental device (rotating hollow cylinder, measured by one unique non-moving sensor) allows to validate the theorical assumptions here studied.